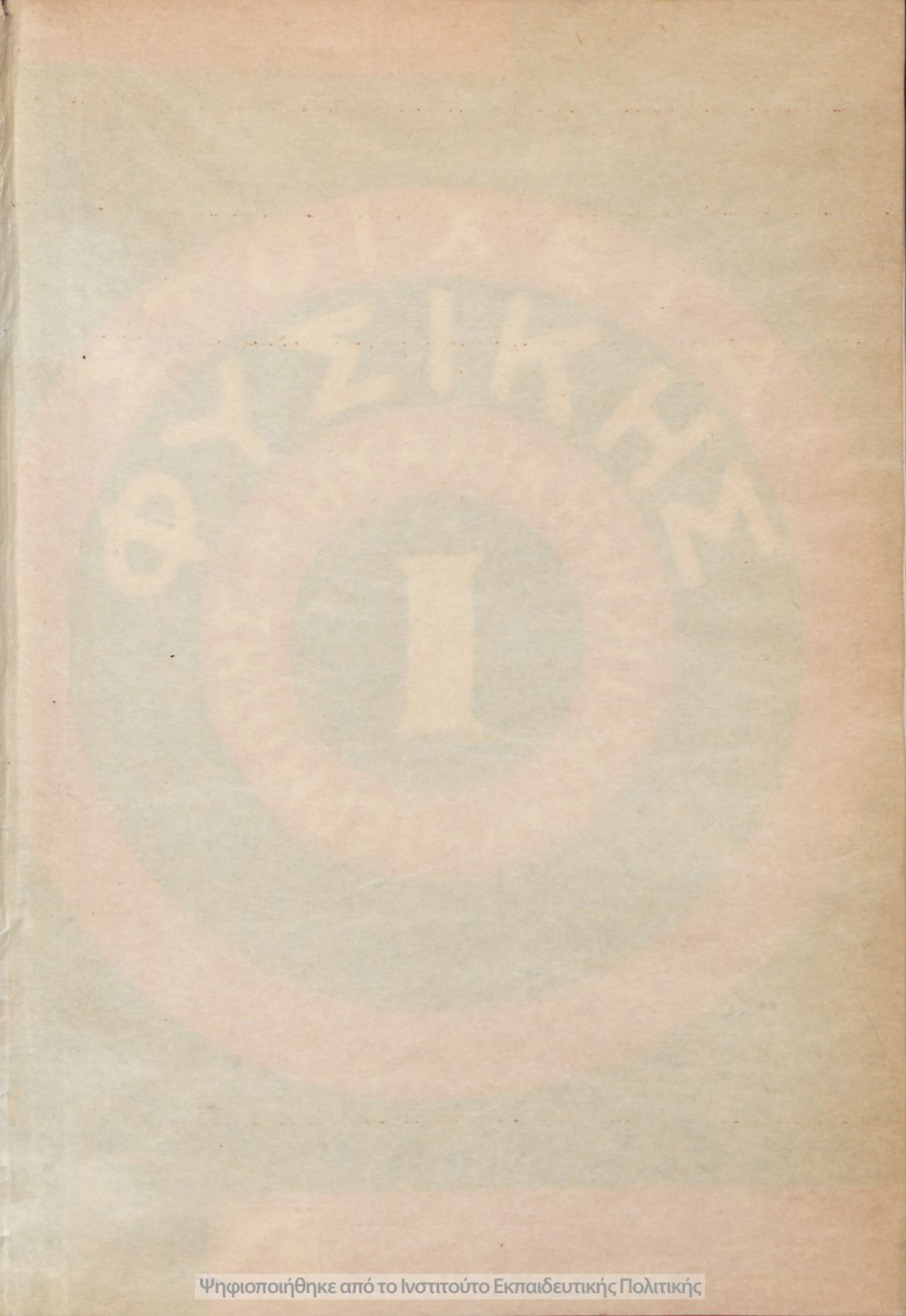
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ελεία ΣΤ. ΣΤΑΥΡΟΠΟΥΛΟΥ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΘΕΡΜΟΤΗΣ-ΜΗΧΑΝΙΚΗ-ΗΛΙΚΗ-ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

I

ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ "ΜΑΙΚΗΝΑΣ"

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ε 2 φΣΙ
Σταυρόπουλος (Σταύρου)

ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ "ΜΑΙΚΗΝΑΣ" ΣΤ. ΣΤΑΥΡΟΠΟΥΛΟΥ
ΤΙΜΗΣ ΕΝΕΚΕΝ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΤΟΜΟΣ Ι

ΜΗΧΑΝΙΚΗ - ΘΕΡΜΟΤΗΣ - ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΣΤ. ΣΤΑΥΡΟΠΟΥΛΟΥ

47

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΤΗΣ ΒΟΥΛΗΣ ΤΩΝ ΕΛΛΗΝΩΝ

"ΜΑΙΚΗΝΑΣ,,
ΑΣΚΛΗΠΙΟΥ & ΣΚΟΥΦΑ 66 - ΑΘΗΝΑΙ (144)

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΒΟΥΛΗΣ
ΔΩΡΕΑ ΚΑΤΟ
Εκδ. "Μαϊκήνας"

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

002
ΚΛΣ
ΕΤ3
293

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

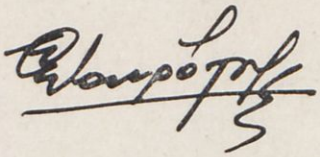
Διὰ τὴν συγγραφὴν τῆς παρούσης Φυσικῆς ἐχρησίμευσαν τὰ βιβλία :

Weber L.R. «College Physics»
White W. M. » »
Manning V. K. » »

Εὐχαριστίαι ὀφείλονται διὰ τὸν καταβληθέντα κόπον εἰς τοὺς κ.κ.
Κούρσην Ι. Καθηγητὴν Ξένων Κλωσσῶν
Ναθαναὴλ Παυλ. » » »
Ἀναγνώστου Θ. » τῆς Φυσικῆς
Κουμαντάκην Ι. » » »

Ἐπίσης εἰς τοὺς συντελέσαντας διὰ τὴν καλὴν ἐμφάνισιν τοῦ βιβλίου
Ἀφοὺς Ρόδη Τυπογράφους
Διαμαντόπουλον Η. Τσιγκογράφον
Γαλάνην Γ. Σχεδιαστὴν
Σταμούλην Ν. Μακεττίσταν

Κάθε γνήσιον ἀντίτυπον φέρει τὴν ὑπογραφὴν τοῦ συγγραφέως



COPYRICHT by «MAECENAS» for Greece 1964

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Μὲ τὴν ἔκδοσιν τοῦ ἀνὰ χεῖρας βιβλίου «ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΦΥΣΙΚΗΣ» εἰς δύο τόμους, ἀπεβλέψαμεν εἰς μίαν αὐστηρὰν παρουσίασιν, βάσει τοῦ συγχρόνου μεταρυθμιστικοῦ ἐκπαιδευτικοῦ προγράμματος, τῶν βασικῶν ἰδεῶν τῆς **Γενικῆς Φυσικῆς**, διὰ τοὺς μαθητὰς τῶν Γυμνασίων καὶ τοὺς σπουδαστὰς τῶν Ἐπιστημῶν, τῶν Πολυτεχνείων, τῆς Ἰατρικῆς καὶ τῶν Τεχνῶν.

Διὰ τὴν συγγραφὴν μᾶς ἐβοήθησαν σοβαρῶς καὶ ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον, συγγράμματα τῶν πλέον προηγμένων χωρῶν τοῦ ἐξωτερικοῦ, τὰ ὁποῖα, κατὰ γενικὴν ὁμολογίαν, ἔχουν συνταχθῆ μὲ ἰδιαιτέραν προσοχὴν καὶ σοβαρὰν ἐμπειρίαν, καὶ κατόπιν μελέτης σχεδίων διὰ τὴν ποιότητα καὶ τὴν ἀποτελεσματικότητα τῆς διδασκαλίας τῆς Φυσικῆς.

Πρῶτος καὶ κύριος ἀντικειμενικός μας σκοπὸς εἶναι νὰ δώσωμεν εἰς τὸν σπουδαστὴν τὴν δυνατότητα νὰ κατανοήσῃ τὴν μεθοδολογίαν τῆς ἀναπτύξεως τῶν ἐννοιῶν τῆς Φυσικῆς καὶ ὄχι τὴν μέθοδον ἀποστηθίσεως τῶν γεγονότων, τῶν νόμων καὶ τῶν τύπων αὐτῆς.

Ἡ ἀκριβοδικαία ἐπιλογὴ ἀφ' ἑνὸς τῶν θεμάτων τῶν θεωρουμένων γενικῶς ὡς οὐσιωδῶν καὶ ἡ παράλειψις ἀφ' ἑτέρου ὕλης ἐλάσσονος σπουδαιότητος, εἶχον ὡς ἀποτέλεσμα νὰ ἐλαχιστοποιηθῇ μὲν ὁ ἐγκυκλοπαιδικὸς χαρακτὴρ τοῦ βιβλίου, ἀλλὰ νὰ ἀποκτηθῇ δὲ οὕτω ἡ εὐχέρεια ὅπως συμπεριληφθοῦν μαθήματα Φυσικῆς τὰ ὁποῖα μόλις ἄρχισαν νὰ ἀναπτύσσωνται παγκοσμίως.

Ἡ μέθοδος καὶ ἡ (ἂς μᾶς ἐπιτραπῇ ἡ λέξις) φιλοσοφία τοῦ χειρισμοῦ τῶν θεμάτων εἰς τὸ ἀνὰ χεῖρας βιβλίον, ἔγκειται εἰς τὸ ὅ,τι δίδεται ἔμφασις εἰς περιωρισμένον μόνον ἀριθμὸν «ἑνωτικῶν ἀρχῶν», αἱ ὁποῖαι καὶ εἶναι ἀναγκαῖαι διὰ τὴν σοβαρὰν καὶ ἀληθῆ σπουδὴν καὶ κατανόησιν τῶν νόμων τῆς φύσεως καὶ χειροβοηθείας εἰς τὸν σπουδαστὴν ὅπως ἀποκτήσῃ τὴν ἱκανότητα ἐφαρμογῆς τῶν φυσικῶν ἀρχῶν μετ' ἐμπιστοσύνης καὶ εὐχερείας.

Ἐδώσαμεν ἰδιαιτέραν προσοχὴν εἰς τὰς συγχρόνους προόδους τῆς Ἐπιστήμης καὶ τῆς Τεχνολογίας αἵτινες καὶ προσδίδουν ἰδιαιτέραν σοβαρότητα καὶ ἀξίαν εἰς τὸν ρόλον τῆς Φυσικῆς ἐπὶ τῆς γενικῆς καὶ τεχνικῆς ἐκπαιδεύσεως. Περιελάβομεν ἐπίσης ὑλικόν, τὸ ὁποῖον ἀπεικονίζει τὴν πρόσφατον πρόοδον εἰς τὴν κλασσικὴν καὶ σύγχρονον Φυσικήν.

Ὡς πρὸς τὴν σειρὰν παρουσιάσεως τῆς ὅλης ὕλης τῆς Φυσικῆς ἠκολουθήσαμεν τὴν ἑξῆς: ΜΗΧΑΝΙΚΗ, ΘΕΡΜΟΤΗΣ, ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ, ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ–ΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ, ΟΠΤΙΚΗ, ΣΥΓΧΡΟΝΟΣ ΦΥΣΙΚΗ, καὶ τοῦτο ἵνα οὕτω ἕκαστος κλάδος παράσχῃ κατάλληλον εἰσαγωγὴν εἰς τὸν μεταγενέστερον, τὸν ἐνδιάμεσον καὶ τὸν προγενέστερον τῆς Συγχρόνου Φυσικῆς.

Αἱ εἰς τὸ τέλος ἑκάστου κεφαλαίου διδόμεναι ἀνακεφαλαιώσεις εἶναι ἰδιαιτέρως χρήσιμοι εἰς τοὺς σπουδαστάς. Αὗται συμπεριλαμβάνουν ἅπαντας τοὺς σημαντικοὺς ὁρισμούς, τύπους, μονάδας, νόμους καὶ ἀρχάς, ταξινομημένους κατὰ τὴν διάταξιν τῶν θεμάτων ἐν τῷ κυρίῳ κειμένῳ διὰ νὰ ἐνθαρρύνουν τὸν σπουδαστὴν νὰ κάμῃ συστηματικὴν ἐπανάληψιν τοῦ καθωρισθέντος πρὸς μελέτην ὑλικοῦ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὁ μεγάλος ἀριθμὸς τῶν ὑπὸ συζήτησιν ἐρωτημάτων τῶν συμπεριλαμβανομένων εἰς ἕκαστον κεφάλαιον θέλει ὑποβοηθήσει μεγάλως εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῆς ἱκανότητος κρίσεως τοῦ σπουδαστοῦ. Τὸ γεγονὸς ὅτι μερικὰ τῶν ἐρωτημάτων τούτων εἶναι δυνατὸν νὰ δεχθοῦν πολλαπλὰς ἀπαντήσεις, συχνὰ ἡ παράδοσις τοῦ μαθήματος εἰς τὴν τάξιν θέλει καταλήξει εἰς μακρὰν συζήτησιν, καὶ οἱ διδάσκοντες καθηγηταὶ θὰ ἔχουν τὴν εὐκαιρίαν νὰ σημειώσουν μετὰ ἱκανοποιήσεως τὴν πρόοδον τῆς σκέψεως καὶ τῆς γνώσεως τῶν μαθητῶν, διαπιστοῦντες ὅτι οἱ μαθηταί των ἐξοικειώθησαν πρὸς τὰς μεθόδους τοῦ συλλογισμοῦ καὶ ὅτι ἀφωμοίωσαν τὸ συζητούμενον θέμα.

Σημαντικὸς ἀριθμὸς καὶ ποικιλία προβλημάτων δίδονται εἰς τὸ τέλος κάθε κεφαλαίου, διατεταγμένα κατὰ τὴν σειρὰν τῶν θεμάτων εἰς τὸ κεφάλαιον καὶ μὲ μίαν αὔξουσαν δυσχέρειαν ἐπιλύσεως. Μερικὰ ἐκ τῶν προβλημάτων εἰς τὴν ἀρχήν, ἴσως νὰ ἀπαιτήσουν, μὲ μίαν σχετικὴν δυσκολίαν, τὴν ἀντικατάστασιν τῶν μονάδων εἰς τὰς ἐξισώσεις. Τοῦτο ὅμως εὐκταῖον εἶναι νὰ ἀποφευχθῇ διότι σκοπίμως ἐχρησιμοποιήσαμε τὰς ἀνὰ τὸν κόσμον χρησιμοποιουμένας μονάδας ἵνα ὁ σπουδαστὴς ἐξασκηθῇ καὶ ἀποκτήσῃ τὴν εὐχέρειαν τοῦ ὑπολογισμοῦ ἐπὶ τῇ βάσει τούτων καὶ μὴ δυσκολευθῇ αὔριον νὰ ἐννοήσῃ τὸ περιεχόμενον ἑνὸς ξένου περιοδικοῦ ἢ βιβλίου ἢ καὶ ἀκόμη διὰ νὰ εἶναι εἰς θέσιν νὰ συνεννοηθῇ μὲ ἕναν πρακτικὸν μηχανουργὸν ὅστις καθ' ὅλην τὴν ἡμέραν ἐργάζεται μὲ τὸ παχύμετρον στὰ χέρια καὶ τὶς ὄντσες ἢ μὲ ἕναν μάστορα—ναυπηγὸν ὁ ὁποῖος κάνει τοὺς λογαριασμούς του μὲ τὰ ποδάρια (πόδες) ἢ τὸν πρατηριοῦχον βενζίνης ὁ ὁποῖος ὑπολογίζει εἰς γαλόνια τὴν βενζίνην καὶ τὸν ἐδωδιμοπώλην ποὺ διαθέτει τὰ προϊόντα τοῦ ἐξωτερικοῦ εἰς λίβρας (pound). Μεταγενέστερα προβλήματα ἀπαιτοῦν ὅπως ὁ σπουδαστὴς καταβάλῃ προσπάθειαν λογικῆς ἀναλύσεως βασιζομένην ἐπὶ τῶν ἐννοιῶν τὰς ὁποίας τὸ πρόβλημα ἀποσκοπεῖ νὰ ἀπεικονίσῃ. Μερικὰ τέλος προβλήματα θὰ θέσουν ὑπὸ δοκιμασίαν τὴν ἱκανότητα καὶ τῶν καλλιτέρων μαθητῶν. Μαθηματικαὶ καὶ ἄλλου εἴδους περιπλοκαὶ δὲν εἰσάγονται ἐσκεμμένως εἰς τὰ προβληματά μας. Ἡ προσοχή μας συγκεντροῦται εἰς τὴν ἀπεικόνισιν τῶν φυσικῶν ἀρχῶν. Συστηματικὸν σχέδιον ἐπιλύσεως τῶν προβλημάτων, παρέχεται εἰς τὸ τέλος τοῦ δευτέρου τόμου τοῦ παρόντος βιβλίου.

Δὲν ἐδώσαμεν ἰδιαιτέραν σημασίαν εἰς τὴν χρησιμοποίησιν παραδειγμάτων, φωτογραφιῶν καὶ εἰκόνων, τὰ ὁποῖα χαρακτηρίζονται ὡς «μηχανικαὶ ἐφαρμογαὶ» καὶ τοῦτο διότι ἐκτὸς τοῦ ὅτι σήμερον ἅπαντα ταῦτα εὑρίσκονται γύρω μας καὶ ἐνώπιόν μας πληθωρικῶς καὶ αὐτουσίως, θὰ ἐχρειάζοντο χιλιάδες σελίδων (πολυτελοῦς χάρτου!) ἀσκόπως καὶ περιττῶς, διὰ νὰ ἐπιδεινώσουν ἁπλῶς τὴν θέσιν τοῦ μαθητοῦ.

Κατὰ τὴν παρουσίασιν τῆς ὅλης ὕλης τῆς Φυσικῆς μετὰ τῶν ἀσκήσεων, ἐπεδιώχθη ἡ οὐσιαστικὴ μύησις τῶν μαθητῶν εἰς τὸ πνεῦμα καὶ τὰς μεθόδους τῆς Ἐπιστήμης καὶ ὄχι ἡ ἐπιβάρυνσις τῆς μνήμης μὲ νεκρὰς καὶ ἑτοίμους, ἐπομένως ἀχρήστους, γνώσεις, ἐκτεθειμένας εἰς ὀγκώδη χιλιάδων σελίδων βιβλία ἐπὶ τῇ θέᾳ τῶν ὁποίων καὶ μόνον, ἐκτὸς τῶν ἄλλων, φόβος καὶ τρόμος καταλαμβάνει τὸν σπουδαστήν, καὶ πολὺ δικαιολογημένα ἀσφαλῶς, ἀφοῦ προκειμένου νὰ μάθῃ (εὐχῆς ἔργον θὰ ἦτο τοῦτο, διότι εἶναι δυνατὸν καὶ νὰ μὴ μάθῃ ὅταν ἡ Φυσικὴ δὲν εἶναι ἁπλῶς κακή, ἀλλὰ δὲν εἶναι κἂν Φυσικὴ) στοιχειώδη Φυσικήν, χρειάζεται νὰ μελετήσῃ πλέον τῶν 3500 σελίδων βιβλία, τὰς ὁποίας ἴσως νὰ μὴ χρειασθῇ ὅταν μελετήσῃ διὰ νὰ ἀποκτήσῃ τὴν περγαμηνὴν τοῦ Ἐπιστήμονος!

Προτεραιότητα ἐδώσαμεν εἰς τὰς σημαντικὰς φυσικὰς ἀρχάς, διότι αὐταὶ ὀφείλεται νὰ ἐκτίθενται κατὰ τρόπον σαφῆ, ἀκριβολόγον καὶ διαυγῆ. Διὰ τὸν λόγον δὲ τοῦτον, αἱ διατυπώσεις ἐκφραστικῶς τῶν ὁρισμῶν ἀκολουθοῦνται ὑπὸ τῶν συνήθων συμβατικῶν προσδιοριστικῶν ἐξισώσεων - τύπων καὶ κατόπιν ἀναφέρονται αἱ ἀντίστοιχοι μονάδες καὶ καθορίζονται.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὰ πραγματευόμενα θέματα εἶναι διατεταγμένα κατὰ λογικὴν καὶ διδάξιμον σειρὰν καὶ τάξιν, ὡς ἡ ἐμπειρία ἀπέδειξεν ὡς τὴν πλέον μεθοδικὴν παρουσίασιν. Θέλομεν νὰ πιστεύωμεν δέ, ὅτι ἡ καλὴ ἐκμάθησις τῆς Φυσικῆς, μέσῳ τοῦ ἀνὰ χεῖρας βιβλίου, θέλει ἀσυζητητὶ ἐξασφαλίσει εἰς τὸν μαθητὴν τὸν βαθμὸν τοῦ «ἄριστα» κατὰ τὰς ἐξετάσεις του διὰ τὴν ἀπόκτησιν τοῦ Ἀκαδημαϊκοῦ Ἀπολυτηρίου ἀφ' ἑνὸς καὶ τὴν ἐπιτυχίαν του κατὰ τὰς εἰσαγωγικὰς ἐξετάσεις εἰς τὰ Ἀνώτατα Ἐκπαιδευτικὰ Ἱδρύματα ἀφ' ἑτέρου.

Τέλος, μετ' εὐχαριστήσεως θέλομεν δεχθῆ καὶ μετὰ προσοχῆς θέλομεν μελετήσει τὰς ὑποδείξεις καὶ συστάσεις, ὡς καὶ τὰ σχόλια τῶν κ.κ. Καθηγητῶν καὶ Σπουδαστῶν οἵτινες θέλουσι χρησιμοποιήσει τὸ παρὸν βιβλίον.

Ὁ Ἐπιμεληθεὶς τῆς Ἐκδόσεως

ΣΤΑΥΡΟΣ ΣΤΑΥΡΟΠΟΥΛΟΣ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

1. Πεδία καὶ Ἐφαρμογαὶ τῆς Φυσικῆς. Μέτρησις 3
2. Διανύσματα. Δυνάμεις Ἐπενεργοῦσαι ἐπὶ Ἑνὸς Σημείου 14
3. Διανυσματικὴ Ταχύτης καὶ Ἐπιτάχυνσις 30
4. Δύναμις καὶ Κίνησις 43
5. Κίνησις Βλημάτων 60
6. Τριβὴ 71
7. Ἔργον καὶ Ἰσχὺς 82
8. Ἐνέργεια 82
9. Ροπὴ Στρέψεως 104
10. Περιστροφὴ Ἀκάμπτων Σωμάτων 117
11. Ὁρμὴ 131
12. Ὁμαλὴ Κυκλικὴ Κίνησις 145
13. Ἐλαστικαὶ Ἰδιότητες Στερεῶν 156
14. Παλινδρομικὴ Κίνησις - Ταλάντωσις 168
15. Ὑγρὰ ἐν Ἠρεμίᾳ 181
16. Ρευστὰ ἐν Κινήσει 193
17. Ἰδιότητες τῶν Ἀερίων 206
18. Μοριακὴ Θεωρία τῆς Ὕλης 217

ΘΕΡΜΟΤΗΣ

19. Θερμοκρασία - Μέτρησις αὐτῆς - Θερμικὴ Διαστολὴ 233
20. Ποσότητες Θερμότητος 251
21. Διάδοσις τῆς θερμότητος 267
22. Θερμοδυναμικὴ 280

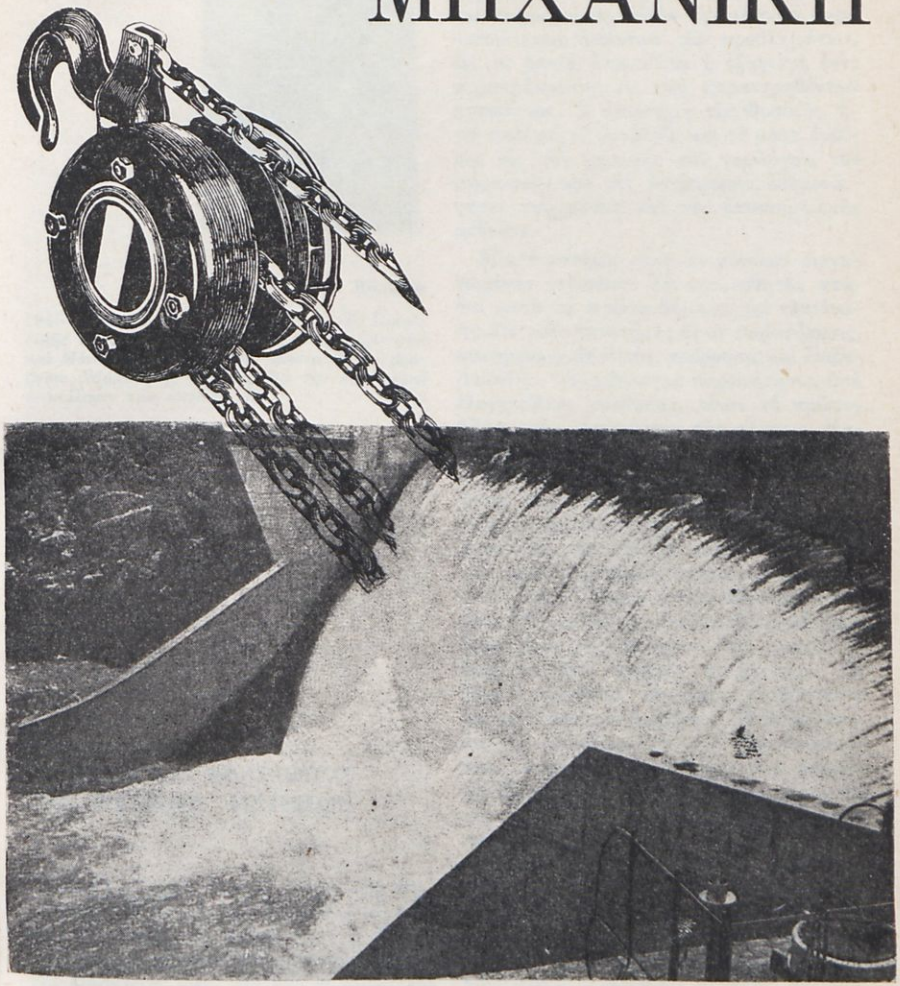
ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

23. Κυματικὴ Κίνησις 299
24. Ἠχητικὰ Κύματα 312
25. Ἀκουστικὴ 327

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΜΗΧΑΝΙΚΗ



Τὸ Φράγμα τοῦ Λούρου

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Wilhelm Conrad Röntgen

1845–1923. *Ἐγεννήθη εἰς τὸ Λέννεπ τῆς Πρωσσικῆς Ρηνανίας. Καθηγητὴς εἰς τὸ Βύρτζμπουρκ καὶ Μόναχον. Τὸ 1901 τοῦ ἀπενεμήθη τὸ βραβεῖον Νόμπελ τῆς Φυσικῆς διὰ τὴν παρ' αὐτοῦ ἀνακάλυψιν τῶν ἀκτίνων Χ.*

1. ΠΕΔΙΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ. ΜΕΤΡΗΣΙΣ

Ἡ ἐποχή μας εἶναι ἡ ἐποχὴ τῆς ἐπιστήμης. Ἡ ὑλική μας εὐημερία, αἱ ἀνέσεις τῆς ζωῆς καὶ συχνὰ αὐτὴ ἡ ἰδία ἡ ζωή μας, βασίζονται ἐπὶ τῆς ἀναπτύξεως τῆς ἐπιστήμης μας. Ἂν καὶ οἱ πρακτικοὶ καρποὶ τῆς ἐπιστήμης δὲν πρέπει νὰ περιφρονῶνται, ἐν τούτοις, ἡ ἀληθὴς σημασία αὐτῆς εἶναι ὀλίγον δύσκολον νὰ κατανοηθῇ. Ἡ σπουδὴ τῆς ἐπιστήμης ἐπηρέασεν βαθέως τὸν τρόπον τοῦ σκέπτεσθαι τῶν ἀνθρώπων. Ἡ ἐπιστήμη ἐδημιούργησεν ἐργαλεῖα, ἀλλὰ ἐνίσχυσεν ἐπίσης τὴν ἐμπιστοσύνην τοῦ ἀνθρώπου εἰς τὴν διανοητικήν του ὑπεροχὴν ἔναντι τῆς φύσεως καὶ παρέσχεν εἰς αὐτὸν τὴν μέθοδον ἀντιμετωπίσεως ἁπάντων τῶν προβλημάτων, εἰς τὰ ὁποῖα ἀπαιτεῖται ἡ ἐξαγωγὴ ἑνὸς συμπεράσματος ἐκ τῶν παρατηρηθέντων γεγονότων. Ἡ ἐπιστήμη τῆς Φυσικῆς, ἥτις παρέχει τὰ ἐργαλεῖα καὶ τὰ μέσα ἐρεύνης εἰς τὸν χημικόν, τὸν γεωλόγον, τὸν μηχανικὸν καὶ τὸν ἀστρονόμον, ἐδημιούργησεν συγχρόνως καὶ τὴν ἐπιστημονικὴν μέθοδον.

Μία ἐπιστήμη εἶναι ἓν σύνολον ὠργανωμένης γνώσεως. Τὰ ἀκολουθητέα στάδια κατὰ τὰ πρῶτα βήματα καὶ τὴν ἀνάπτυξιν μιᾶς ἐπιστήμης εἶναι *παρατήρησις, καταγραφή, ἀνάλυσις, πρόρρησις* καὶ *ἐπιβεβαίωσις*. Ἀκριβολόγος παρατήρησις, ὑπὸ ἐλεγχομένας συνθήκας, εἶναι τὸ πρῶτον βῆμα πρὸς κατανόησιν τῆς φύσεως. Καταγραφαὶ τῶν ἐπιτευγμάτων καὶ τῶν παρατηρήσεων, καθιστοῦν δυνατὴν τὴν μετάδοσιν τῆς γνώσεως καὶ ὑποβοηθοῦν τὴν συνεχῆ της ἀνάπτυξιν. Ἡ ἀνάλυσις προχωρεῖ ἐκ τῆς εἰκασίας τῶν αἰτίων ἢ ἐκ τῶν μεταξὺ μερικῶν σχέσεων παρατηρήσεων, καί, ἐφ' ὅσον αἱ προταθεῖσαι ὑποθέσεις ἐδοκιμάσθησαν καὶ ἐπεβεβαιώθησαν, θεμελιώνει μίαν θεωρίαν ἥτις συσχετίζει ἕναν μεγάλον ἀριθμὸν φαινομένων. Ἡ θεωρία συνήθως προλέγει ἀνυπόπτευτα ἀκόμη φαινόμενα ἢ σχέσεις. Ἡ ἐπιβεβαίωσις τῶν ὑποθέσεων τούτων διὰ πειραμάτων, ἐνισχύει τὴν θεωρίαν καὶ πιθανὸν νὰ ὁδηγήσῃ εἰς τὴν διατύπωσιν νόμου τινὸς ἢ ἀρχῆς. Ἡ ἀδυναμία ἐπιτεύξεως πειραματικῆς ἐπιβεβαιώσεως πιθανὸν νὰ μὴν εἶναι εὔκολον νὰ ἀνατρέψῃ μίαν θεωρίαν, ἀλλὰ εἶναι δυνατὸν νὰ προκαλέσῃ τὴν τροποποίησιν αὐτῆς καὶ ἐνίοτε τὸν ἐμπλουτισμόν της. Τὰ κύρια χαρακτηριστικὰ τῆς ἐπιστημονικῆς μεθόδου εἶναι ἐπιλεκτικὴ ἀνάλυσις, ἀκριβὴς μέτρησις καὶ μαθηματικοποίησις. Αἱ γεννώμεναι καὶ δημιουργούμεναι τεχνικαὶ αὗται, ἔλαβον τὴν πλήρη αὐτῶν ἀνάπτυξιν εἰς τὸ πεδίον τῆς Φυσικῆς. Ἕτερα πεδία γνώσεως, κατὰ κοινὴν συγκατάθεσιν, θεωροῦνται ἐπι-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

στημονικά, ἀκριβῶς ἀπὸ τοῦ σημείου καθ' ὃ αἱ ἰδέαι αὐτῶν ὑπόκεινται εἰς ἀνάλυσιν, μέτρησιν καὶ μαθηματικοποίησιν.

Διὰ νὰ κατανοήσῃ τις τὸ περιβάλλον του σήμερον καὶ προσαρμόσῃ τὸν ἑαυτόν του πρὸς αὐτό, ἀπαιτεῖται κάποια ἐκτίμησις τῆς ἐπιστημονικῆς ἀπόψεως καὶ στάσεως. Ὡς καταναλωταὶ τῶν προϊόντων μιᾶς ἐπιστημονικῆς ἐποχῆς, ὑποχρεούμεθα νὰ κατέχωμεν τὰς θεμελιώσεις τῆς βιομηχανικῆς μας ἐπιστήμης, νὰ τηρούμεθα ἐνήμεροι τῶν τρεχουσῶν ἀνακαλύψεων, νὰ καθιστάμεθα ἱκανοὶ νὰ χρησιμοποιῶμεν ἐπωφελῶς τὰς νέας ἐπιτεύξεις, ν' ἀναγνωρίζωμεν τὴν βάσιμον πληροφορίαν καὶ τὴν ἀληθῆ ἐπιστημονικὴν πρόοδον καὶ ν' ἀποφεύγωμεν τὴν ψευδολογίαν.

Μία κατανόησις τοῦ οὐσιώδους χαρακτῆρος τῆς ἐπιστημονικῆς ἐρεύνης ἀποκτᾶται καλύτερον διὰ τῆς μελέτης μιᾶς ἀντιπροσωπευτικῆς εἰδικῆς ἐπιστήμης. Εἶναι φανερὸν ὅτι, προκειμένου νὰ ἐξελέγαμεν τὴν ἐπιστήμην εἰς ἣν κατὰ μέγιστον μέρος ὀφείλεται ἡ στάσις καὶ αἱ ἀπόψεις τῆς ἐπιστημονικῆς ἐποχῆς καὶ ἡ ὁποία σήμερον ἐπηρεάζει λίαν βαθέως τὴν ἐπιστημονικὴν σκέψιν, ἀσφαλῶς θὰ κατελήγαμεν εἰς τὴν Φυσικήν.

Συμπτωματικαὶ ἀνακαλύψεις σημαντικῶν φαινομένων ἐγένοντο ὑπὸ τοῦ πρωτογόνου ἀνθρώπου. Οἱ Βαβυλώνιοι καὶ οἱ Αἰγύπτιοι κατεῖχον ἐκπληκτικῶς λεπτὰς μεθόδους μετρήσεως τοῦ χρόνου, τῆς ἀποστάσεως καὶ τοῦ βάρους. Ἀλλὰ αἱ παρατηρήσεις καὶ αἱ ἐφευρέσεις αὗται δὲν ἐπέτρεψαν τὴν διατύπωσιν γενικῶν ἀρχῶν. Αἱ παρατηρήσεις αὗται, ἦσαν μεμονωμέναι καὶ ἀσυσχέτιστοι. Ἡ ἐπιστήμη εἶναι ἀντιθέτως, συστηματικὴ καὶ συσσωρευτική. Μέγα μέρος τῆς ἐπιστήμης μας ἔχει τὰς ρίζας της εἰς τὴν Ἑλληνικὴν σκέψιν. Οἱ Ἕλληνες ἐκείνης τῆς ἐποχῆς ἦσαν ἀπησχολημένοι μετὰ τοῦ *« διατί »* ἐκινοῦντο τὰ πράγματα καὶ « διατὶ » συμπεριεφέροντο καθ' ὡρισμένον τρόπον καὶ αἱ διδόμεναι ἑκάστοτε ἀπαντήσεις ἐβασίζοντο ἐπὶ θεωριῶν καὶ ὄχι ἐπὶ πειραματισμῶν. Ἡ σύγχρονος προσέγγισις πρὸς τὴν φύσιν εἶναι νὰ τεθῇ ἡ πλέον μετριόφρων ἐρώτησις, *«πῶς»* κινοῦνται τὰ πράγματα καὶ νὰ ζητηθῇ ἡ ἀπάντησις εἰς τὸ πείραμα. Κατὰ τὰς ἀρχὰς τοῦ δεκάτου ἕκτου αἰῶνος ὁ ἄνθρωπος ἀπεδέχθη τὴν ἐπιστημονικὴν μέθοδον διὰ τὴν σπουδὴν τοῦ περιβάλλοντός του. Ἐπραγματοποιήθη τότε μεγάλη πρόοδος καὶ κατὰ τοὺς ἑπομένους αἰῶνας ἡ τεχνολογικὴ ἀνάπτυξις κατέστη ἀνοδικῶς ταχεῖα.

Ἡ ἄνοδος ἁπασῶν τῶν φυσικῶν ἐπιστημῶν ὑπῆρξεν σχεδὸν ταυτόχρονος. Μέχρις πρὸ ὀλίγου ἀκόμη, πρὸ ἑκατὸν πεντήκοντα ἐτῶν, τὸ περιεχόμενον ἁπασῶν τῶν φυσικῶν ἐπιστημῶν, συμπεριλαμβανομένης τῆς Φυσικῆς, τῆς Ἀστρονομίας, τῆς Χημείας καὶ τῆς Μηχανικῆς, ἐνέκειτο εἰς τὴν σπουδὴν τῆς καλουμένης *φυσικῆς φιλοσοφίας*. Ὁλόκληρον τὸ σῶμα τῆς ἐπιστήμης ἦτο τόσον μικρὸν ὥστε ἦτο δυνατὸν δι' ἕναν ἱκανὸν ἄνθρωπον νὰ εἶναι αὐθεντία εἰς ἅπαντα τὰ πεδία ταῦτα καὶ νὰ συμβάλῃ εἰς τὴν πρόοδον ἑκάστου ἐξ αὐτῶν.

Κατὰ τὸν δέκατον ἕνατον αἰῶνα, μία χιονοστιβὰς εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῆς φυσικῆς φιλοσοφίας, ὡδήγησεν εἰς τὴν εἰδίκευσιν. Ἡ ἐφεύρεσις τοῦ James Watt ἥτις κατέστησεν τὴν ἀτμομηχανὴν πρακτικὴν (1769), προσέδωσεν σπουδαιότητα εἰς τὸ πεδίον τῆς ἐφηρμοσμένης Φυσικῆς ἢ τῆς Μηχανικῆς. Τὸ πεδίον τοῦτο ἔλαβεν ἀπωτέραν ὤθησιν ἐκ τῶν ἐφαρμογῶν τῶν ἠλεκτρικῶν ἀνακαλύψεων τοῦ Faraday καὶ Ampère καὶ τὴν ἐφεύρεσιν τῆς μηχανῆς ἐσωτερικῆς καύσεως. Διὰ τῆς ἀτομικῆς θεωρίας τῆς ὕλης, τεθείσης ἐπὶ πειραματικῆς βάσεως ὑπὸ τοῦ Dalton (1808), ἡ Χημεία ἀνεπτύχθη εἰς μίαν χωριστὴν ἐπιστήμην. Ἡ Ἀστρονομία χρησιμοποιοῦσα τὰ ἐργαλεῖα καὶ τὰς ἰδέας τῆς Φυσικῆς κατέστη ἐξειδικευμένον ἐπιστημονικὸν πεδίον.

Ἡ Φυσικὴ συχνὰ ὁρίζεται ὡς *ἡ ἐπιστήμη τῆς ὕλης καὶ τῆς ἐνεργείας*. Ἡ Φυσικὴ ἀπασχολεῖται κυρίως μὲ τοὺς νόμους καὶ τὰς ἰδιότητας τοῦ ὑλικοῦ σύμπαντος. Οἱ νόμοι καὶ αἱ ἰδιότητες αὗται μελετῶνται ὑπὸ τῶν στενῶς μεταξύ των σχετιζομένων ἐπιστημῶν τῆς Μηχανικῆς,

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τῆς Θερμότητος, τῆς Ἀκουστικῆς, τοῦ Ἠλεκτρισμοῦ, τῆς Ὀπτικῆς καὶ τῆς Ἀτομικῆς καὶ Πυρηνικῆς δομῆς. Αἱ ἀρχαὶ αἱ μελετώμεναι εἰς τὰ πεδία ταῦτα, ἐφηρμόσθησαν εἰς πολυαρίθμους συνδυασμοὺς διὰ νὰ θεμελιώσουν τὴν μηχανικήν μας ἐποχήν. Πρόσφατοι ἐπιστημονικοὶ ὅροι ὡς *Χημικὴ Φυσικὴ* καὶ *Βιοφυσική*, εἶναι ἐνδεικτικὸν τῆς εὐρυνομένης ἐφαρμογῆς τῶν ἀρχῶν τῆς Φυσικῆς ἀκόμη καὶ εἰς τὴν μελέτην τῶν ζώντων ὀργανισμῶν.

Ἡ *Μηχανικὴ* εἶναι ὁ ἀρχαιότερος καὶ ὁ βασικὸς κλάδος τῆς Φυσικῆς. Τὸ τμῆμα τοῦτο τῆς Φυσικῆς πραγματεύεται ἰδέας ὡς ἀδράνεια, κίνησις, δύναμις καὶ ἐνέργεια. Εἰδικοῦ ἐνδιαφέροντος εἶναι οἱ νόμοι οἱ πραγματευόμενοι τὰ ἀποτελέσματα τῶν δυνάμεων ἐπὶ τῆς μορφῆς καὶ τῆς κινήσεως τῶν ἀντικειμένων. Οἱ νόμοι τῆς Μηχανικῆς μᾶς ἐπιτρέπουν νὰ προβλέπωμεν τὴν τροχιὰν ἑνὸς πυραύλου εἰς τὸ διάστημα καὶ τὴν τροχιὰν ἑνὸς ἠλεκτρονίου ἐντὸς μιᾶς λυχνίας τηλεοράσεως. Ἡ Μηχανικὴ περιλαμβάνει τὰς ἰδιότητας καὶ τοὺς νόμους τόσον τῶν στερεῶν ὅσον καὶ τῶν ρευστῶν.

Τὸ θέμα τῆς *θερμότητος* περιλαμβάνει τὰς ἀρχὰς τῆς μετρήσεως τῆς θερμοκρασίας, τὰ ἀποτελέσματα τῆς θερμοκρασίας ἐπὶ τῶν ἰδιοτήτων τῶν ὑλικῶν, τὴν ροὴν τῆς θερμότητος καὶ τὴν θερμοδυναμικὴν—τὴν σπουδὴν τῶν μεταμορφώσεων τῶν συνεπαγομένων θερμότητα καὶ ἔργον. Αἱ μελέται αὗται ὡδήγησαν εἰς τὴν αὔξησιν ἀποτελεσματικῶς τῆς παραγωγῆς δυνάμεως, εἰς τὴν ἐμφάνισιν ὑψηλῆς θερμοκρασίας μιγμάτων μετάλλων καὶ κεραμευτικῶν, εἰς τὴν παραγωγὴν θερμοκρασιῶν ἐγγὺς τοῦ ἀπολύτου μηδενὸς καὶ εἰς σημαντικὰς θεωρίας περὶ τῆς συμπεριφορᾶς τῆς ὕλης καὶ τῆς ἀκτινοβολίας.

Ἡ σπουδὴ τοῦ *ἤχου* ἔχει σπουδαιότητα ὄχι μόνον διὰ τὴν μουσικὴν καὶ τὴν ὁμιλίαν ἀλλὰ καὶ διὰ τὰς συγκοινωνίας καὶ τὴν βιομηχανίαν. Ὁ ἀκουστικὸς καὶ ὁ ἐπὶ τῶν μέσων ἐπικοινωνίας μηχανικὸς ἐνδιαφέρεται διὰ τὴν γέννησιν, τὴν μεταβίβασιν καὶ τὴν ἀπορρόφησιν τοῦ ἤχου. Ἡ κατανόησις τῶν ἐπιστημονικῶν ἀρχῶν τῶν διεπουσῶν τὸν ἦχον ἐνέχει σπουδαιότητα διὰ τὸν ραδιομηχανικόν. Ὁ βιομηχανικὸς μηχανικὸς ἐνδιαφέρεται σοβαρῶς μὲ τὰ ἀποτελέσματα τοῦ ἤχου εἰς τὴν προξένησιν κοπώσεως.

Ὁ *ἠλεκτρισμὸς* καὶ ὁ *μαγνητισμὸς* εἶναι πεδία τῆς Φυσικῆς ἅτινα ἔχουν ἰδιαιτέραν σπουδαιότητα διὰ τὴν ταχεῖαν ἀνάπτυξιν τῆς τεχνολογίας εἰς τὴν διανομὴν δυνάμεως, τοῦ φωτισμοῦ, τῶν συγκοινωνιῶν ὡς καὶ τῶν πολυαρίθμων ἠλεκτρονικῶν συσκευῶν αἵτινες παρέχουν ἀνέσεις, τέρψεις καὶ τὰ ἐπιστημονικὰ μέσα ἐρεύνης εἰς ἕτερα πεδία. Μία βαθεῖα γνῶσις καὶ κατανόησις τῶν πηγῶν, ἀποτελεσμάτων, μετρήσεων καὶ τῶν διαφόρων χρήσεων τοῦ ἠλεκτρισμοῦ καὶ μαγνητισμοῦ εἶναι πολύτιμοι διὰ τὸν ἐργάτην, καθόσον καθιστοῦν αὐτὸν ἱκανὸν νὰ χρησιμοποιῇ ἀποτελεσματικώτερον τὰς ποικίλας ἠλεκτρικὰς συσκευὰς αἵτινες εἶναι τόσον ζωτικαὶ διὰ τὴν αὔξησιν τῆς ἀποδοτικότητός μας καὶ τῆς εὐμαρείας μας.

Ἡ *ὀπτικὴ* εἶναι τὸ τμῆμα ἐκεῖνο τῆς Φυσικῆς ὅπερ περιλαμβάνει τὴν μελέτην τῆς φύσεως καὶ τῆς διαδόσεως τοῦ φωτός, τοὺς νόμους τῆς ἀντανακλάσεως καὶ τὴν διάθλασιν ἥτις ἐπέρχεται κατὰ τὴν μετάδοσιν τοῦ φωτὸς μέσῳ πρισμάτων καὶ φακῶν. Σπουδαία εἶναι ἐπίσης ἡ ἀνάλυσις τοῦ λευκοῦ φωτὸς εἰς τὰ συστατικὰ αὐτοῦ χρώματα, ἡ φύσις καὶ οἱ τύποι τῶν φασμάτων, ἡ παρέμβασις, ἡ διάθλασις καὶ τὰ φαινόμενα τῆς πολώσεως. Ἡ φωτομετρία ἀσχολεῖται μὲ τὴν μέτρησιν τῶν φωτεινῶν ἐντάσεων τῶν διαφόρων πηγῶν φωτὸς καὶ τὸν φωτισμὸν ἐπιφανειῶν.

Ἓν γοητευτικὸν μέρος τῆς Φυσικῆς εἶναι γνωστὸν ὡς *Σύγχρονος Φυσική*. Τοῦτο περιλαμβάνει τὴν Ἀτομικὴν καὶ Πυρηνικὴν Φυσικὴν τὴν βασιζομένην ἐπὶ τῶν θεωριῶν τοῦ εἰκοστοῦ αἰῶνος διὰ τὴν θεωρίαν τῆς σχετικότητος καὶ τὴν κβαντικὴν θεωρίαν καὶ ἐπὶ τῶν ἀνακαλύψεων τοῦ ἠλεκτρονίου, τῶν ἀκτίνων x, τῆς ραδιενεργείας, καὶ τῆς μεταλλαγῆς τῆς ὕλης καὶ τῆς ἐνεργείας. Ἡ διάσπασις (σχάσις) τοῦ ἀτομικοῦ πυρῆνος παρέχει τώρα μίαν πρακτικὴν πηγὴν ἐνεργείας, ἡ δὲ ἐπίτευξις ἐλεγχομένων ἀντιδρά-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σεων, κατὰ τὰς ὁποίας ἀτομικοὶ πυρῆνες συγχωνεύονται ἐντὸς τοῦ ἀερίου «ἥλιον», θ' ἀποτελέσουν μίαν ἀκόμη σημαντικὴν προσθήκην εἰς τὸ διαθέσιμον ἀπόθεμα ἐνεργείας τοῦ κόσμου. Πολλὰ τῶν μηχανημάτων τὰ ὁποῖα εἶναι κοινοτοπία σήμερον, εἶναι ἐφαρμογαὶ ἑνὸς ἢ περισσοτέρων ἐκ τῶν κλάδων τούτων τῆς Συγχρόνου Φυσικῆς. Τὸ ραδιόφωνον, τὸ μακρᾶς ἀποστάσεως τηλέφωνον, ἡ ἐνίσχυσις τοῦ ἤχου καὶ ἡ τηλεόρασις εἶναι εἷς μικρὸς μόνον ἀριθμὸς τῶν πολυαρίθμων πρακτικῶν ἐφαρμογῶν αἵτινες κατέστησαν δυναταὶ διὰ τῆς χρήσεως τῶν ἠλεκτρονικῶν λυχνιῶν. Ὁ φωτοηλεκτρισμὸς καθιστᾷ δυνατὴν τὴν τηλεόρασιν, τὴν μεταβίβασιν εἰκόνων διὰ σύρματος ἢ διὰ ραδιοφώνου, τὴν ὁμιλούσαν κινηματογραφικὴν εἰκόνα καὶ τὴν κατασκευὴν συσκευῶν ἐλέγχου μηχανημάτων. Ἡ ἐξέτασις τῶν συγκολλήσεων καὶ τῶν χυτῶν κατασκευῶν διὰ τῶν ἀκτίνων x πρὸς ἀνακάλυψιν κεκρυμμένων ἐλαττωμάτων καὶ διαταραχῆς τῆς δομῆς τῶν μετάλλων, ἀποτελεῖ παγίας ἐφαρμογῆς μέθοδον εἰς πολλὰς βιομηχανίας. Ἡ πρακτικὴ ἐφαρμογὴ τῶν ἀναπτύξεων τῆς Φυσικῆς συνεχίζεται μετ' αὔξοντος πάντοτε ρυθμοῦ.

Αἱ πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς Φυσικῆς δὲν γίνονται ὅλαι ὑπὸ τῶν ἀποκαλουμένων Φυσικῶν, καθόσον ἡ πλειονότης ἐκείνων οἵτινες ἐφαρμόζουν τὰς ἀρχὰς τῆς Φυσικῆς καλοῦνται *Μηχανικοί*. Κατ' αὔξουσαν ἔκτασιν, ἡ θεμελιώδης γνῶσις τῆς ὕλης, ἡ ἀποκτηθεῖσα διὰ τῆς Φυσικῆς, ἐφαρμόζεται ἐπὶ ζώντων ὀργανισμῶν εἰς τὰ πεδία τῆς Βιοφυσικῆς καὶ τῆς Ἰατρικῆς.

Ἓν ἐκ τῶν κοινῶν εἰς τὴν Φυσικὴν καὶ τὴν Μηχανικὴν ἐργαλείων, εἶναι τὰ Μαθηματικά. Αἱ ἀρχαὶ ἐκφράζονται ποσοτικῶς, συντόμως καὶ κατὰ τὸν πλέον ὠφέλιμον τρόπον εἰς τὴν γλῶσσαν τῶν Μαθηματικῶν. Κατὰ τὴν ἀνάπτυξιν, ἐπεξεργασίαν καὶ ἐφαρμογήν, ἡ προσεκτικὴ μέτρησις εἶναι οὐσιώδους σημασίας. Διὰ νὰ κάμωμεν ἀποτελεσματικὴν χρῆσιν τῶν ἀρχῶν καὶ μετρήσεων τῆς Φυσικῆς Ἐπιστήμης, πρέπει νὰ ἔχωμεν ἐπαρκῆ γνῶσιν τῶν Μαθηματικῶν. Ἡ Φυσικὴ καὶ τὰ Μαθηματικὰ ἀποτελοῦν οὕτω τὴν βάσιν ὅλων τῶν Ἐπιστημῶν καὶ τῆς Μηχανικῆς.

ΜΕΤΡΗΣΙΣ

Τὸ μηχανολογικὸν σχέδιον, ἡ βιομηχανία καὶ τὸ ἐμπόριον σήμερον δὲν βασίζονται πλέον ἐπὶ εἰκασιῶν. Αἱ ἐμπειρικαὶ μέθοδοι παρεχώρησαν τὴν θέσιν των εἰς τὴν ἀκριβῆ μέτρησιν, οὕτως ὥστε ὁ ἐκκοπεὺς ἐκ τοῦ λατομείου λίθος νὰ χωρῇ ἐπακριβῶς εἰς τὴν προπαρασκευασθεῖσαν θέσιν του εἰς τὸ ὑπὸ οἰκοδόμησιν κτίριον, κείμενον ἑκατοντάδας χιλιομέτρων μακράν. Ἓν ἔμβολον ἢ ἓν ἐλατήριον ἐμβόλου εἶναι δυνατὸν ν' ἀγορασθῇ εἰς τὰς Ἀθήνας καὶ νὰ ἐφαρμόζεται ἀκριβῶς εἰς αὐτοκίνητον κατασκευασθὲν εἰς τὸ Detroit τῆς Ἀμερικῆς. Ὁ διὰ τῆς συνεργασίας προγραμματισμὸς καὶ ἡ κατασκευὴ ἀνταλλακτικῶν ἐξαρτημάτων κατέστησαν δυνατὰ μόνον ὅταν οἱ ἄνθρωποι ἐγκατέλειψαν τὰς ἀνεδαφικὰς εἰκασίας καὶ ἔμαθαν νὰ μετροῦν.

1-1. Ἡ μέθοδος μετρήσεως. Μετροῦμεν ἀντικείμενόν τι σημαίνει συγκρίνομεν αὐτὸ μὲ πρότυπον τινὰ γνώμονα, διὰ νὰ παρατηρήσωμεν πόσας φορὰς τοῦτο εἶναι μεγαλύτερον τοῦ προτύπου γνώμονος. Ἡ μέθοδος μετρήσεως ἁπλοποιεῖται διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως ὅσον τὸ δυνατὸν ὀλιγωτέρων προτύπων γνωμόνων. Οἱ ὀλίγοι οὗτοι γνώμονες δέον νὰ ἐπινοῶνται μετὰ μεγάλης περισκέψεως καὶ νὰ διαφυλάσσωνται ἐπιμελῶς. Ὁ πρότυπος γνώμων πρὸς ὃν συγκρίνονται τὰ λοιπὰ πράγματα καλεῖται *μονάς*. Τὸ αὐτὸ συμβαίνει καὶ μὲ τὰ πολλαπλάσια καὶ τὰ ὑποπολλαπλάσια αὐτῆς ἅτινα δύνανται νὰ εἶναι πλέον προσφόρου – καταλλήλου – μεγέθους. Ὁ ἀριθμητικὸς λόγος — σχέσις — τοῦ μετρουμένου πράγματος πρὸς τὴν μονάδα πρὸς ἣν τοῦτο συγκρίνεται, καλεῖται τὸ *ἀριθμητικὸν μέτρον*, ἢ τὸ *μέγεθος* τοῦ μετρηθέντος πράγματος.

Μερικαὶ μετρήσεις εἶναι *ἄμεσοι*, δηλαδὴ αὗται γίνονται διὰ τῆς συγκρίσεως τῆς μετρηθησομένης ποσότητος πρὸς τὴν μονάδα τοῦ εἴδους τούτου, ὡς παρ. χάριν ὅταν εὑρίσκωμεν τὸ μῆκος μιᾶς τραπέζης

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

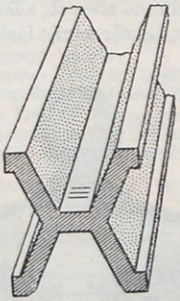
τοποθετοῦντες ἐπ' αὐτῆς ἕν μέτρον, ἢ μίαν ὑάρδαν. Ἀλλὰ πλεῖσται μετρήσεις εἶναι *ἔμμεσοι*. Παρ. χάριν διὰ νὰ μετρήσωμεν τὴν ταχύτητα ἑνὸς ἀεροπλάνου μετροῦμεν τὴν διανυθεῖσαν ἀπόστασιν καὶ τὸν ἀπαιτούμενον χρόνον καὶ δι' ὑπολογισμοῦ εὑρίσκομεν τὸν ἀριθμὸν τῶν μονάδων ὅστις παριστᾷ τὴν ταχύτητά του.

1-2. Θεμελιώδεις ποσότητες. Ἴσως νὰ φανῇ ἐκπληκτικὸν τὸ ὅ,τι εἰς τὴν Μηχανικὴν εἶναι ἀναγκαῖαι τρεῖς μόνον θεμελιώδεις ποσότητες. Ἅπασαι αἱ ἄλλαι ποσότητες δύνανται νὰ ἐξαχθῶσιν ἐξ αὐτῶν. Ἡ ἐκλογὴ τῶν τριῶν θεμελιωδῶν τούτων ποσοτήτων εἶναι αὐθαίρετος. Αἱ τρεῖς συνήθως ἐκλεγόμεναι διὰ χρῆσιν εἰς τὴν Φυσικὴν ποσότητες, εἶναι τὸ *μῆκος*, ἡ *μᾶζα* καὶ ὁ *χρόνος*, ἢ τὸ *μῆκος*, ἡ *δύναμις* καὶ ὁ *χρόνος*.

1-3. Θεμελιώδεις καὶ παράγωγοι μονάδες. Δι' ἑκάστην τῶν τριῶν θεμελιωδῶν ποσοτήτων δέον νὰ ἐκλέξωμεν αὐθαιρέτως μίαν κατάλληλον μονάδα μετρήσεως. Ἡ ἐκλογὴ τούτων τῶν *θεμελιωδῶν μονάδων* ὑπαγορεύεται ὑπὸ τῆς παρεχομένης παρ' αὐτῶν καταλληλότητος εἰς τὰς μετρήσεις καὶ τῆς εὐκολίας ἀναδιπλασιασμοῦ των. Πολλαὶ ἄλλαι μονάδες βασίζονται ἐπὶ τῶν τριῶν τούτων. Παρ. χάριν μία μονὰς μήκους πολλαπλασιαζομένη ἐπὶ τὸν ἑαυτόν της δίδει τὴν μονάδα ἐπιφανείας. Μία μονὰς ἐπιφανείας πολλαπλασιαζομένη ἐπὶ τὴν μονάδα μήκους γίνεται μονὰς ὄγκου. Μονὰς μήκους διαιρουμένη διὰ τῆς μονάδος τοῦ χρόνου παριστᾷ τὴν μονάδα ταχύτητος. Οἱαδήποτε μονὰς σχηματιζομένη διὰ πολλαπλασιασμοῦ ἢ διαιρέσεως θεμελιώδους τινὸς μονάδος ὑπὸ ἑτέρας θεμελιώδους μονάδος (ἢ ἀριθμητικῆς) καλεῖται *παράγωγος μονάς*.

1-4. Μῆκος. Διὰ νὰ καθορίσωμεν μίαν ἀπόστασιν, πρέπει νὰ χρησιμοποιήσωμεν μίαν μονάδα μήκους. Ἡ μονὰς ἡ κοινῶς χρησιμοποιουμένη δι' ἐπιστημονικοὺς σκοποὺς καὶ παρὰ πάντων παραδεδειγμένη ὡς διεθνὲς πρότυπον, εἶναι τὸ *μέτρον*. Τὸ μέτρον καθορίζεται ὡς ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο γραμμῶν ἐπὶ ἑνὸς μεταλλικοῦ κανόνος ἐξ ἰριδιούχου-πλατίνης, ὅταν οὗτος ἔχει τὴν θερμοκρασίαν τοῦ τηκομένου πάγου (0°C). Τὸ πρωτότυπον μέτρον φυλάσσεται εἰς τὸ Διεθνὲς Γραφεῖον Μέτρων καὶ Σταθμῶν εἰς τὰς Σέβρας τῆς Γαλλίας. Ἵνα εἶναι δυνατὴ ἡ ἀνακατασκευή του ἐν περιπτώσει καταστροφῆς, καθωρίσθη παρὰ τῶν ἐπινοησάντων αὐτὸ ὅτι, τοῦτο θὰ ἦτο τὸ ἓν δεκάκις ἑκατομμυριοστὸν τῆς ἀποστάσεως ἀπὸ ἑνὸς πόλου τῆς γῆς μέχρι τοῦ ἰσημερινοῦ, μετρουμένης κατὰ μῆκος ἑνὸς μεγάλου κύκλου, ἀλλὰ τὸ ἰδεῶδες τοῦτο δὲν ἐπραγματοποιήθη ἐξ ὁλοκλήρου.

Ἓν ἑκατοστὸν τοῦ μέτρου καλεῖται τὸ *ἑκατοστόμετρον* (0.01 m), μία μονὰς μήκους τὴν ὁποίαν πολὺ θὰ χρησιμοποιήσωμεν.



Εἰκ. 1. Ἓν τμῆμα τοῦ μεταλλικοῦ κανόνος τοῦ προτύπου μέτρου δεικνῦον τὰς χαραγὰς ἐπὶ τοῦ ἑνὸς ἄκρου.

Ἄλλα δεκαδικὰ κλάσματα τοῦ μέτρου εἶναι τὸ *ὑποδεκάμετρον* (0,1 m), καὶ τὸ *χιλιοστόμετρον* (0.001 m). Διὰ μεγάλας ἀποστάσεις χρησιμοποιεῖται τὸ *χιλιόμετρον* (1000 m).

Μονάδες μήκους εὐρέως χρησιμοποιούμεναι εἰς ἀγγλοφώνους χώρας εἶναι ἡ ὑάρδα καὶ τὰ πολλαπλάσια καὶ ὑποπολλαπλάσια αὐτῆς. Ἡ Βρεττανικὴ ἢ Αὐτοκρατορικὴ ὑάρδα καθορίζεται νομικῶς ὡς ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο γραμμῶν μεταλλικοῦ κανόνος ἐξ ὀρειχάλκου φυλασσομένου εἰς τὰ γραφεῖα τοῦ Ὑπουργείου τῶν Οἰκονομικῶν, ὅταν ἡ θερμοκρασία της εἶναι 62° Φαρενάϊτ. Ἄλλαι κοιναὶ μονάδες μήκους εἶναι τὸ μίλλιον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

(1760 ὑάρδες), ὁ ποῦς (1/3 τῆς ὑάρδας) καὶ ἡ ἴντσα (1/36 τῆς ὑάρδας).

Εἰς τὰς Η.Π.Α. ἡ ὑάρδα ὁρίζεται νομικῶς βάσει τοῦ μέτρου:

$$1 \text{ ὑάρδα} = {}^{3600}/_{3937} \text{ τοῦ μέτρου} = 0{,}9144 \text{m}.$$

Ὁ ὁρισμὸς οὗτος ὁδηγεῖ εἰς τὴν ἁπλῆν κατὰ προσέγγισιν σχέσιν 1 ἴντσα = 2.54 ἑκατοστὰ τοῦ μέτρου (1 in. = 2,54 cm).

1-5. Μᾶζα. Ἡ *μᾶζα* ἑνὸς ἀντικειμένου εἶναι ἓν μέτρον τῆς ἐν αὐτῷ ποσότητος ὕλης ἀποδεικνυομένης ὑπὸ τῆς ἀδρανείας της. Ἀδράνεια εἶναι τὸ μέτρον τῆς ἀντιστάσεως κατὰ τὴν ἀλλαγὴν τῆς κινήσεως.

Ἡ θεμελιώδης μονὰς τῆς μάζης εἶναι τὸ *χιλιόγραμμον*, ἡ μᾶζα δὲ τοῦ πρωτοτύπου χιλιογράμμου εἶναι εἷς κύλινδρος κατασκευασμένος ἐκ τῆς αὐτῆς ἰριδιούχου πλατίνης ὡς καὶ τὸ πρωτότυπον τοῦ μέτρου, φυλασσόμενος ἐπίσης εἰς τὰς Σέβρας. Μία μονὰς μάζης, συχνάκις χρησιμοποιουμένη εἰς τὴν Φυσικήν, εἶναι τὸ γραμμάριον, τὸ ὁποῖον εἶναι ὡρισμένον ὡς τὸ ἓν χιλιοστὸν τῆς μάζης τοῦ πρωτοτύπου χιλιογράμμου. Αἱ μονάδες αὗται ἀρχικῶς ἐπελέγησαν μὲ τὸν σκοπὸν τῆς κατασκευῆς τοῦ γραμμαρίου ἴσου πρὸς τὴν μᾶζαν 1 cm^3 ὕδατος εἰς 4^0 C, ἀλλὰ ἡ ἰσότης αὕτη οὐδέποτε ἐπραγματοποιήθη ἀκριβῶς. Κλάσματα καὶ πολλαπλάσια τοῦ γραμμαρίου ἐν κοινῇ χρήσει εἶναι τὰ ἀκόλουθα: χιλιοστὸν τοῦ γραμμαρίου (0.001 gm), ἑκατοστὸν τοῦ γραμμαρίου (0.01 gm) δέκατον τοῦ γραμμαρίου (0.1 gm) χιλιόγραμμον (1.000 gm, 1 kg) καὶ ὁ μετρικὸς τόννος (1.000 kg ἢ 1.000.000 gm).

Εἰκ. 2. Ἓν πρότυπον μάζης. Χιλιόγραμμον No. 20, εἷς κύλινδρος 39 mm διαμέτρου καὶ 39 mm ὕψους, μετὰ ἐλαφρῶς ἐστρογγυλευμένων ἀκμῶν, κατεσκευασμένος ἐκ κράματος περιέχοντος 90 ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν πλατίνην καὶ 10 ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν ἰρίδιον. Τοῦτο κατεσκευάσθη ὑπὸ τοῦ Διεθνοῦς Γραφείου Μέτρων καὶ Σταθμῶν, εἰς ἐκτέλεσιν μετρικῆς συνθήκης τοῦ 1875.

Εἰς τὰς Η.Π.Α., ἡ λίβρα, ὡς μία μονὰς μάζης, καθορίζεται νομικῶς ἐν ἀναλογίᾳ πρὸς τὸ χιλιόγραμμον: 1 kg = 2.2046 lb, οὕτως ὥστε 1 lb ἰσοῦται κατὰ προσέγγισιν πρὸς 454 gm.

1-6. Βάρος. Ὁ *Ἰσαὰκ Νιοῦτον (Newton)* (1642 – 1727) ἀπέδειξεν ὅτι ὅλα τὰ ὑλικὰ ἀντικείμενα ἐκτὸς τοῦ ὅ,τι ἔχουν ἀδράνειαν ἔχουν τὴν ἱκανότητα νὰ προσελκύουν ὅλα τὰ ἄλλα ἀντικείμενα. Συνεπείᾳ αὐτῆς τῆς *παγκοσμίου ἕλξεως τῆς βαρύτητος*, κάθε τι ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς ἢ ἐγγὺς ταύτης, προσελκύεται πρὸς τὴν γῆν μετὰ μιᾶς δυνάμεως τὴν ὁποίαν καλοῦμεν *βάρος*.

Ἡ δύναμις διὰ τῆς ὁποίας ἡ γῆ ἕλκει μίαν μᾶζαν 1 κιλοῦ (kg) ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας, καλεῖται τὸ *βάρος* 1 κιλοῦ ἢ τὸ κιλὸν δυνάμεως. Ἡ δύναμις αὕτη εἶναι μία τῶν βασικῶν μονάδων κοινῆς χρήσεως.

1-7. Χρόνος. Ἡ θεμελιώδης μονὰς τοῦ χρόνου εἶναι τὸ μέσον ἡλιακὸν *δευτερόλεπτον*. Τοῦτο καθορίζεται ὡς 1/86,400 (Σημείωσις: $86{,}400 = 24 \times 60 \times 60$) τῆς μέσης ἡλιακῆς ἡμέρας, ἥτις εἶναι ὁ μέσος ὅρος, καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τοῦ ἑνὸς ἔτους, τοῦ χρόνου μεταξὺ τῶν διαδοχικῶν διαβάσεων τοῦ ἡλίου διὰ μέσου τοῦ μεσημβρινοῦ ἐξ οἱουδήποτε σημείου. Οὕτω, ὁ χρόνος τὸν ὁποῖον ἀπαιτεῖ ἡ γῆ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

διὰ νὰ περιστραφῇ ἅπαξ περὶ τὸν ἄξονά της, ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἥλιον, χρησιμεύει ὡς βάσις διὰ τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Καταλλήλως ρυθμισθὲν ἓν κοινὸν ἢ τοῦ τοίχου ὡρολόγιον, ἐν ἐκκρεμὲς καταλλήλου μήκους, ἢ ἕνας ταλαντευόμενος κρύσταλλος χαλαζίας λίθου, δύναται ν' ἀποτελέσῃ πρότυπον διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ χρόνου.

1-8. Συστήματα μονάδων. Μία πλήρης σειρὰ μονάδων, θεμελιωδῶν ἢ παραγώγων, δι' ἅπαντα τὰ εἴδη ποσοτήτων, καλεῖται ἓν *σύστημα* μονάδων. Ἐπενοήθησαν διάφορα τοιαῦτα συστήματα τὰ ὁποῖα καὶ χρησιμοποιοῦνται εὐρέως. Ἕκαστον ἐξ αὐτῶν ὀνομάζεται συμφώνως πρὸς τὰς *τρεῖς θεμελιώδεις* μονάδας ἐπὶ τῶν ὁποίων βασίζεται.

Τὸ εὐρύτερον χρησιμοποιούμενον σύστημα εἰς τὰς Η.Π.Α. βασίζεται ἐπὶ τοῦ ποδὸς ὡς μονάδος μήκους, τῆς λίβρας ὡς μονάδος δυνάμεως καὶ τοῦ δευτερολέπτου ὡς μονάδος χρόνου. Ἐκ τῶν ἀρχικῶν γραμμάτων τῶν τριῶν τούτων μονάδων, τὸ σύστημα τοῦτο καλεῖται τὸ σύστημα *fps* (*f - oot*, *p - ound*, *s - econd*). Ἐξαιρουμένου τοῦ πεδίου τοῦ ἠλεκτρισμοῦ, τὸ σύστημα τοῦτο χρησιμοποιεῖται εὐρέως εἰς τὴν πρακτικὴν μηχανικήν.

Ἓν σύστημα εὐρέως χρησιμοποιούμενον δι' ἐπιστημονικὰς ἐργασίας, εἰς ὁλόκληρον τὸν κόσμον, βασίζεται ἐπὶ τοῦ ἑκατοστοῦ ὡς μονάδος μήκους, τοῦ γραμμαρίου ὡς μονάδος μάζης καὶ τοῦ δευτερολέπτου ὡς μονάδος χρόνου. Ἐκ τῶν ἀρχικῶν τῶν τριῶν τούτων μονάδων, τὸ σύστημα τοῦτο καλεῖται σύστημα *cgs* ἢ *μετρικὸν* (*c - entimeter*, *g - ram*, *s - econd*). Λόγῳ τῆς δεκαδικῆς φύσεως τοῦ συστήματος τούτου, αἱ μετατροπαὶ ἐντὸς τοῦ συστήματος εἶναι σχετικῶς ἁπλαῖ, συγκρινόμεναι πρὸς τὰς τοῦ συστήματος *fps*. Ἀτυχῶς, πολλαὶ τῶν παραγώγων μονάδων εἰς τὸ σύστημα *cgs*, εἶναι ἀπροσφόρως μικραί.

Ἓν τρίτον σύστημα, υἱοθετηθὲν ὑπὸ τῆς Διεθνοῦς Ἐπιτροπῆς Μέτρων καὶ Σταθμῶν κατὰ τὸ 1935, βασίζεται ἐπὶ τοῦ μέτρου ὡς μονάδος μήκους, τοῦ χιλιογράμμου ὡς μονάδος μάζης καὶ τοῦ δευτερολέπτου ὡς μονάδος χρόνου. Τὸ σύστημα τοῦτο καλεῖται τὸ σύστημα *mks* ἢ *τεχνικὸν σύστημα* (*m - eter*, *k - ilogram*, *s - econd*). Τοῦτο ἔχει τὸ πλεονέκτημα ὅτι, μερικαὶ ἐκ τῶν παραγώγων αὐτοῦ μονάδων ἔχουν κατάλληλον μέγεθος.

Μετατροπὴ μεταξὺ τῶν συστημάτων μονάδων εἶναι δυνατὸν νὰ γίνῃ διὰ τῆς χρήσεως πολὺ ὀλίγων παραγόντων μετατροπῆς. Ἰδεωδῶς, τρεῖς μόνον τοιοῦτοι παράγοντες εἶναι ἀναγκαῖοι, εἷς δι' ἑκάστην τῶν θεμελιωδῶν ποσοτήτων. Μερικοὶ παράγοντες μετατροπῆς δίδονται εἰς τὸν πίνακα 1.

ΠΙΝΑΞ 1. ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΕΝΙΩΝ ΜΟΝΑΔΩΝ

1 μέτρον – meter = 39.37 ἴντσαι – inches (ἀκριβῶς)
1 ἴντσα – inch = 2.540 ἑκατοστὰ – centimeters
1 λίτρα – liter = 1.057 τέταρτα γαλλονίου ὑγρῶν – liquid quarts
1 χιλιόγραμμον – kilogram ζυγίζει 2.205 λίβρας – pounds, συστήματος βάρους εἰς ὃ μία λίβρα ἔχει 16 οὐγγίας κατὰ λίτραν
453,6 γραμμάρια – grams ζυγίζουν 1 λίβρα-pound, τῶν 16 οὐγγιῶν κατὰ λίτραν

Παράδειγμα : Μετατρέψατε 115 in. εἰς centimeters.

$$115 \text{ in.} = 115 \text{ in.} \times (2.54 \text{ cm/in.}) = 292 \text{ cm.}$$

Ἐὰν ἅπασαι αἱ μονάδες εἶναι παρεμβεβλημέναι ἐντὸς μιᾶς ἐξισώσεως, τότε δύνανται νὰ θεωρηθῶσιν ὡς ἀλγεβρικαὶ ποσότητες καί, ὅταν αὗται χειρισθῶσιν κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον, λαμβάνεται ἡ ὀρθὴ τελικὴ μονάς. Ἡ μέθοδος αὕτη ἔχει τὸ πρόσθετον πλεονέκτημα ὅτι συχνάκις ἐπισύρει τὴν προσοχὴν ἐπὶ ἑνὸς παράγοντος ὅστις ἐλησμονήθη.

Παράδειγμα : Νὰ ἐκφρασθῶσιν 50 μίλλια κατὰ ὥραν (mi/hr) εἰς πόδας κατὰ δευτερόλεπτον (ft/sec).

$$50 \frac{\text{mi}}{\text{hr}} = \frac{50 \times 5280 \frac{\text{ft}}{\text{mi}}}{3600 \frac{\text{sec}}{\text{hr}}} = 73 \frac{\text{ft}}{\text{sec}}$$

1-9. Σημαντικοὶ ἀριθμοί. Εἰς τὴν Φυσικὴν ἀσχολούμεθα σχεδὸν ἀποκλειστικῶς μὲ μεμετρημένας ποσότητας. Ἡ ἀκρίβεια μιᾶς οἱασδήποτε μετρήσεως εἶναι πάντοτε περιωρισμένη καὶ συνεπῶς ὁ ἀριθμὸς ὁ ἐκφράζων τὸ μέγεθος δέον νὰ γράφεται μετὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ψηφίων ἅτινα ἐκφράζουν καταλλήλως τὴν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἀκρίβειαν τῆς μετρήσεως. Οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ καὶ μόνον αὐτοί, εἶναι *σημαντικοί*.

Ὅταν οἱ ὑπολογισμοὶ γίνονται δι' ἀριθμῶν ληφθέντων ἐμπειρικῶς, ὁ ἀριθμὸς τῶν ψηφίων τῶν κρατουμένων εἰς τὸ ἀποτέλεσμα καθορίζεται ὑπὸ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν σημαντικῶν ἀριθμῶν εἰς τὰ ἀρχικὰ δεδομένα. Κανόνες διὰ τὸν κατὰ προσέγγισιν προσδιορισμὸν τῶν σημαντικῶν ἀριθμῶν δίδονται εἰς τὸ τέλος τοῦ δευτέρου τόμου. Εἰς τὰ παραδείγματα δὲν θὰ κρατῶμεν περισσότερα ψηφία τῶν ὅσων εἶναι σημαντικὰ εἰς τὸ ἀποτέλεσμα. Ὅταν ὑπάρχῃ ἀμφιβολία ὡς πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν σημαντικῶν ψηφίων, θὰ σημειῶμεν εἰς τὸ ἄνω μέρος διὰ παύλης, τὸ *τελευταῖον σημαντικὸν* τοῦτο *ψηφίον*: οὕτω 38,4̄00 ft. Ἐν προκειμένῳ ὑπάρχουν τρία σημαντικὰ ψηφία, 3, 8 καὶ 4. Τὰ μηδενικὰ τίθενται ἁπλῶς διὰ νὰ καθορισθῇ τὸ δεκαδικὸν μέρος. Μία ἄλλη μέθοδος χρησιμοποιεῖ ἐκείνα μόνον τῶν ψηφίων ἅτινα εἶναι σημαντικὰ καὶ μίαν δύναμιν τοῦ 10, διὰ νὰ καθορίσῃ τὸ δεκαδικὸν μέρος, ὡς 3.84×10^4 πόδας.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἡ Φυσικὴ εἶναι ἡ ἐπιστήμη τῆς ὕλης καὶ τῆς ἐνεργείας. Ἡ Φυσικὴ ἀσχολεῖται μὲ τὴν μηχανικήν, τὴν θερμότητα, τὸν ἦχον, τὸν ἠλεκτρισμόν, τὸ φῶς καὶ τὴν ἀτομικὴν καὶ πυρηνικὴν δομήν.

Μέτρησις σημαίνει σύγκρισις ἑνὸς πράγματος μὲ ἓν πρότυπον διὰ νὰ ἴδωμεν πόσας φορὰς εἶναι μεγαλύτερον.

Τρεῖς *θεμελιώδεις ποσότητες* εἶναι ἀπαραίτητοι εἰς τὴν Μηχανικήν. Ὡς τοιαῦται ἐκλέγονται τὸ *μῆκος*, ἡ *μᾶζα* καὶ ὁ *χρόνος* ἢ τὸ *μῆκος*, ἡ *δύναμις* καὶ ὁ *χρόνος*.

Δι' ἑκάστην θεμελιώδη ποσότητα ὑπάρχει μία αὐθαιρέτως ἐπιλεγεῖσα *θεμελιώδης μονάς*. Ἄλλαι μονάδες, βασιζόμεναι ἐπὶ τῶν θεμελιωδῶν μονάδων, καλοῦνται *παράγωγοι μονάδες*.

Εἰς τὴν Ἑλλάδα αἱ μονάδες μας καθορίζονται βάσει τῶν μετρικῶν προτύπων.

Μία πλήρης σειρὰ μονάδων τόσον θεμελιωδῶν ὅσον καὶ παραγώγων καλεῖται *σύστημα μονάδων*. Τὰ συστήματα τῶν μονάδων ὀνομάζονται ἐκ τῶν θεμελιωδῶν μονάδων τῶν χρησιμοποιουμένων ὡς βάσεων διὰ τὸ σύστημα, ὡς *fps*, *cgs*, ἢ *mks*. Ὀλίγοι μόνον παράγοντες μετατροπῆς χρειάζονται διὰ νὰ μετατραποῦν ἅπασαι αἱ παράγωγοι μονάδες ἀπὸ τὸ ἓν σύστημα εἰς ἄλλον.

Ἐπὶ μετρηθεισῶν καὶ ὑπολογισθεισῶν ποσοτήτων, μόνον οἱ *σημαντικοὶ* ἀριθμοὶ δέον νὰ λαμβάνωνται ὑπ' ὄψιν.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Διὰ τίνων σταδίων ἀναπτύσσεται ἡ ἐπιστήμη;

2. Τί ἐννοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου ἐπιστημονικὴ μέθοδος;

3. Ποίαν ἀξίαν δύναται νὰ ἔχῃ ἡ σπουδὴ τῆς Φυσικῆς εἰς τὴν διαμόρφωσιν τοῦ χαρακτῆρος; καὶ ποίαν ἐπὶ τῆς στάσεως ἔναντι ὅλων τῶν προβλημάτων τῆς ζωῆς;

4. Τί ἐννοοῦμεν ὅταν ἐπικρίνωμεν μέθοδόν τινα ὡς μὴ ἐπιστημονικήν;

5. Χρησιμοποιοῦν ὅλαι αἱ ἐπιστῆμαι τὸν πειραματισμόν;

6. Δώσατε μερικοὺς πληροφοριακοὺς ὁρισμοὺς τῆς Φυσικῆς. Ποία τάσις παρατηρεῖται ὅσον ἀφορᾷ τὴν διαίρεσιν τῆς ἐπιστήμης ταύτης εἰς κλάδους;

7. Τί τὸ κοινὸν ἔχουν τὰ Μαθηματικά, ἡ Φυσική, ἡ Χημεία καὶ ἡ Ἀστρονομία ὥστε νὰ καλῶμεν αὐτὰς ἐπιστήμας;

8. Σχολιάσατε τὸ ἀποδιδόμενον εἰς τὸν Λόρδον Κέλβιν (1883) κατωτέρω κείμενον:

« Συχνάκις λέγω ὅτι, ὅταν δύνασθε νὰ μετρήσητε αὐτὸ περὶ τοῦ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

» ὁποίου ὁμιλεῖτε καὶ νὰ ἐκφράσητε αὐτὸ δι' ἀριθμῶν, τότε γνωρίζετε » κάτι περὶ αὐτοῦ, ἀλλὰ ὅταν δὲν δύνασθε νὰ τὸ μετρήσητε, ὅταν δὲν » δύνασθε νὰ τὸ ἐκφράσητε δι' ἀριθμῶν, ἡ γνῶσις περὶ αὐτοῦ εἶναι » ἀτελὴς καὶ μὴ ἱκανοποιητική. Πιθανὸν νὰ εἶναι ἀπαρχὴ γνώσεως, » ἀλλὰ εἰς τὰς σκέψεις σας μόλις ἔχετε προχωρήσῃ πρὸς τὴν ἀτραπὸν » τῆς ἐπιστήμης, ὁποιονδήποτε καὶ ἐὰν εἶναι τὸ πεδίον μετὰ τοῦ ὁποίου » ἀσχολεῖσθε ».

9. Ποῖον θεωρεῖτε ὡς τὸ σημαντικώτερον χαρακτηριστικὸν μιᾶς προτύπου μονάδος ;

10. Δώσατε μερικὰ παραδείγματα πραγμάτων ἅτινα δύνανται νὰ μετρηθῶσιν καὶ ἄλλων ἅτινα δὲν δύνανται.

11. Διατὶ εἶναι ἀναγκαῖον νὰ ὁρίζωμεν τὴν θερμοκρασίαν εἰς ἣν δέον νὰ γίνωνται αἱ συγκρίσεις μὲ τὸν μεταλλικὸν κανόνα τοῦ προτύπου μέτρου;

12. Ὑποδείξατε διαφόρους τρόπους κατὰ τοὺς ὁποίους τὰ ἀρχικὰ πρότυπα μήκους καὶ μάζης θὰ ἠδύναντο νὰ ὁρισθῶσιν οὕτως ὥστε ἐν ᾗ περιπτώσει καὶ κατεστρέφοντο νὰ ἦτο δυνατὸν νὰ ἀνακατασκευασθῶσιν χωρὶς νὰ ἀπωλεσθῇ ἡ ἀκρίβειά των.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ἐκφράσατε τὸ ὕψος σας εἰς μέτρα καὶ τὸ βάρος σας εἰς χιλιόγραμμα.

2. Ἄξων τις πρέπει νὰ τορνευθῇ εἰς μίαν διάμετρον $^5/_8$ τῆς ἴντσας. Ἐκφράσατε τοῦτο εἰς δεκαδικὴν μορφὴν εἰς ἴντσας καὶ εἰς ἑκατοστὰ τοῦ μέτρου. Ἀπ. 0.625 in. 1.59 cm.

3. Τὸ ὕψος μιᾶς οἰκοδομῆς εἶναι 555 ft., $5\,^1/_8$ in. Σχολιάσατε τοὺς σημαντικοὺς ἀριθμοὺς εἰς τὴν μέτρησιν ταύτην. Ἐκφράσατε τὸ ὕψος τοῦτο εἰς μέτρα.

4. Εἰς δρόμον ταχύτητος ἔχει καθορισθῇ ἡ ἀπόστασις τῶν 440 yd. Πόσα μέτρα εἶναι οὗτος ; Ἀπ. 402 m.

5. Μετατρέψατε 18 oz εἰς γραμμάρια, 2.94 m εἰς πόδας καὶ ἴντσας. Μίαν ἑβδομάδα εἰς δευτερόλεπτα.

6. Ἐὰν μία βιομηχανία χρησιμοποιῇ 500 τόννους σιδήρου ὡριαίως, πόσας λίβρας χρησιμοποιεῖ τὴν ἡμέραν ; καὶ πόσας ἀνὰ λεπτόν ;

Ἀπ. 24.000,000 λίβρας τὴν ἡμέραν καὶ 16,700 λίβρας ἀνὰ λεπτόν.

7. Ἐκφράσατε 30 mi/hr εἰς πόδας ἀνὰ δευτερόλεπτον.

8. Λεπτὸν κυκλικὸν σιδηροῦν ἔλασμα ἔχει διάμετρον 14 cm. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιφάνειά του. Ἐὰν ἓν τετραγωνικὸν μέτρον τοῦ ὑλικοῦ τούτου ἔχει μίαν μᾶζαν 0,30 kg, νὰ εὑρεθῇ ἡ μᾶζα τοῦ ἐλάσματος.

Ἀπ. 150 cm^2, 4,5 gm.

9. Ἐκφράσατε ὀρθῶς τοὺς τρεῖς σημαντικοὺς ἀριθμοὺς τοῦ ὄγκου εἰς κυβικὰ μέτρα τῆς 1.00 lb ὕδατος.

10. Εἷς πανομοιότυπος τοῦ μέτρου μεταλλικὸς κανὼν εἶναι ἠγγυημένης ἀκριβείας κατὰ 0.0025 %. Ἐκφράσατε τὴν ἀβεβαιότητα ταύτην α) εἰς χιλιοστὰ καὶ β) εἰς ἴντσας. Ἀπ. 0,025 mm., $9{,}8 \times 10^{-4}$ in.

11. Ὑπολογίσατε τὸν ὄγκον τῶν ἐκτοπιζομένων ἀερίων ὑπὸ ἑνὸς 8-κυλίνδρου αὐτοκινήτου ὅπερ ἔχει διαμέτρημα κυλίνδρου 7,50 cm καὶ διαδρομὴν 10,4 cm.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

12. Ἓν κυβικὸν ἑκατοστόμετρον ὕδατος ἔχει μίαν μᾶζαν, κατὰ προσέγγισιν, ἑνὸς γραμμαρίου. Πόσα χιλιόγραμμα ὕδατος θὰ ἐπλήρουν δεξαμενὴν κυλινδρικὴν διαμέτρου 25.4 in. καὶ ὕψους 30.0 in. ;

Ἀπ. 249 kg

13. Ἡ μᾶζα ἑνὸς ἀτόμου ὑδρογόνου εἶναι 1.673×10^{-24} gm. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀτόμων α) εἰς 1.00 gm ὑδρογόνου καὶ β) εἰς 1.00 oz.

14. Ἡ μᾶζα ἑνὸς ἠλεκτρονίου εἶναι 9.11×10^{-28} gm. Πόσα ἠλεκτρόνια θ' ἀπητοῦντο διὰ α) 1.00 gm καὶ β) 1.00 τόννον ;

Ἀπ. 1.10×10^{27}, 1.00×10^{33}

15. Ἡ πυκνότης εἰς τὸ σύστημα cgs «ἑκατοστὸν — γραμμάριον — δευτερόλεπτον» ἐκφράζεται εἰς γραμμάρια ἀνὰ κυβικὸν ἑκατοστόμετρον, εἰς δὲ τὸ σύστημα mks «μέτρον — χιλιόγραμμον — δευτερόλεπτον» εἰς χιλιόγραμμα ἀνὰ κυβικὸν μέτρον. Μετατρέψατε μίαν πυκνότητα 7.85 gm/cm^3 εἰς τὸ mks σύστημα μονάδων.

16. Μετατρέψατε ταχύτητα 27 mi/hr εἰς α) πόδας ἀνὰ δευτερόλεπτον, β) εἰς χιλιόμετρα ἀνὰ λεπτόν, καὶ γ) εἰς centimeters ἀνὰ second.

Ἀπ. 40 ft/sec, 0,72 km/min, 1.2×10^3 cm/sec.

17. Τὸ κτίριον Hilton Hotel ἔχει ὕψος 145 πόδας. Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος του εἰς α) μέτρα, β) μίλλια, γ) ἴντσες καὶ δ) χιλιοστά ;

18. Ὑπολογίσατε τὸ δεκαδικὸν ἰσοδύναμον μιᾶς ἀποστάσεως 1.00 km ἐκπεφρασμένον εἰς μίλλια. *Ἀπ.* 0,622 mi.

19. α) Πόσα δευτερόλεπτα ἔχει τὸ ἔτος ; β) Πόσοι μῆνες ἀντιστοιχοῦν εἰς 3.5×10^{12} sec ;

20. Πόσα κυβικὰ ἑκατοστὰ ὑπάρχουν εἰς τοὺς 1.000 ft^3 ;

Ἀπ. 28,320 cm^3

21. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ ἀριθμὸς τῶν κυβικῶν ἑκατοστομέτρων εἰς μίαν οὐγγίαν μετρήσεως ὑγρῶν, ἐὰν 16 οὐγγίαι μετρήσεως ὑγρῶν εἶναι ἰσοδύναμοι πρὸς μίαν πίνταν (pint).

22. Ὑπολογίσατε τὸν ἀριθμὸν τῶν τετάρτων τοῦ χαλλονίου εἰς μίαν λίτραν ; *Ἀπ.* 1.057.

23. Ὁ μέσος ὅρος τοῦ βάρους ἑνὸς νηπίου κατὰ τὴν γέννησίν του εἶναι 7.25 λίβραι. Ἐκφράσατε τὴν μᾶζα του εἰς χιλιόγραμμα.

24. Ποῖον ὄγκον χαλκοῦ θὰ ἔχῃ μᾶζα 4.0 kg ἐὰν ἡ πυκνότης τοῦ χαλκοῦ εἶναι 8.9 gm/cm^3 ; *Ἀπ.* 450 cm^3

25. Ἡ πυκνότης τοῦ ἀλουμινίου εἶναι 2.7 gm/cm^3. Νὰ εὑρεθῇ τὸ βάρος τῆς πυκνότητός του εἰς λίβρας ἀνὰ κυβικὸν πόδα.

26. Ἡ ταχύτης v τῶν ραδιοφωνικῶν κυμάτων εἶναι ἴση πρὸς τὸ γινόμενον τοῦ μήκους κύματος λ καὶ τῆς συχνότητος f. Ἐὰν $v = 3.00 \times 10^8$ m/sec, νὰ εὑρεθῇ τὸ μῆκος κύματος ἑνὸς ραδιοφωνικοῦ κύματος ἑνὸς σταθμοῦ ἐκπομπῆς μεταδίδοντος ἐπὶ συχνότητος 760 χιλιοκύκλων/sec. Ἐκφράσατε τὸ μῆκος κύματος α) εἰς μέτρα καὶ β) εἰς πόδας. *Ἀπ.* 395 m, 1290 ft

27. Ποῖα εἶναι ἡ ἀπόστασις εἰς μίλλια μεταξὺ Αἰγίου — Ἀθηνῶν ὅταν αὕτη εἰς χιλιόμετρα εἶναι 180 ;

28. Ἀγωνιζόμενος δρομεὺς διέτρεξε τὰ 100 μ. εἰς 10.6 δευτερόλεπτα. Ποία ἦτο ἡ ταχύτης του α) εἰς πόδας ἀνὰ δευτερόλεπτον καὶ β) εἰς μίλλια ἀνὰ ὥραν ; *Ἀπ.* 31 ft/sec., 21 mi/hr.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

29. α) Ἐκφράσατε 30^0 εἰς ἀκτίνια. β) 0.60 ἀκτίνια εἰς μοίρας καὶ λεπτά. Μία γωνία 2π ἀκτινίων εἶναι ἰσοδύναμος πρὸς 360^0.

30. Ὁ Φάρος τοῦ Κερίου τῆς Ζακύνθου ἔχει ὕψος 708 ποδῶν, παρατηρεῖται δὲ ἀπὸ ἕνα ἄνθρωπον ἐξ ἀποστάσεως 1.5 μιλλίων. Ποία εἶναι ἡ γωνία μεταξὺ τοῦ ἐδάφους καὶ τῆς ὀπτικῆς γραμμῆς πρὸς τὸν Φάρον τοῦτον ; Ἀπ. 5.12^0

31. Πλοῖον δέχεται σήματα ἀσυρμάτου ἐκ δύο πομπῶν Α καὶ Β κειμένων εἰς ἀπόστασιν 160 μιλλίων τοῦ ἑνὸς ἀπὸ τοῦ ἄλλου, τοῦ Α εὑρισκομένου πρὸς βορρᾶν τοῦ Β. Ὁ ἰχνηλάτης διευθύνσεως εὑρίσκει ὅτι ὁ Α εἶναι 30^0 βορείως τῆς δύσεως, ἐνῶ ὁ Β εὑρίσκεται πρὸς δυσμάς. Πόσον μακρὰν εὑρίσκεται τὸ πλοῖον ἀφ' ἑκάστου πομποῦ ;

(**Σημείωσις** : Πρὸς ἐξάσκησιν καὶ ἐξοικείωσιν τοῦ σπουδαστοῦ μεθ' ὅλων τῶν ἀνὰ τὸν κόσμον εὑρέως χρησιμοποιουμένων μονάδων, θέλομεν κάμνει σκοπίμως χρῆσιν τούτων καὶ εἰς τὰ παραδείγματα τοῦ κειμένου καὶ εἰς τὰ διδόμενα προβλήματα.)

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Hendrik Antoon Lorentz

Pieter Zeeman

Lorentz : 1853–1928. *Ἐγεννήθη εἰς τὸ Ἄρνεμ, τῆς Ὁλλανδίας. Καθηγητὴς εἰς τὸ Λέϋδεν. Κατὰ τὸ 1902 διεμοιράσθη τὸ βραβεῖον Νόμπελ διὰ τὴν Φυσικὴν μετὰ τοῦ μαθητοῦ του Zeeman διὰ τὰς ἐρεύνας των ἐπὶ τῶν ἀποτελεσμάτων τοῦ μαγνητισμοῦ ἐπὶ τοῦ φαινομένου τῆς ἀκτινοβολίας.*

Zeeman : 1865–1963. *Ἐγεννήθη εἰς τὸ Zonnemaire, Ὁλλανδίας. Ὑφηγητὴς εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τοῦ Λέϋδεν, μεταγενεστέρως Διευθυντὴς τοῦ Ἰνστιτούτου Φυσικῆς.*

2. ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ἢ ΑΝΥΣΜΑΤΑ. ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΕΠΕΝΕΡΓΟΥΣΑΙ ΕΠΙ ΕΝΟΣ ΣΗΜΕΙΟΥ

Τὸ πλέον στοιχειῶδες εἶδος μετρήσεως εἶναι ἡ ἁπλῆ ἀρίθμησις, τὸ ἀποτέλεσμα τῆς ὁποίας ἐκφράζεται δι' ἑνὸς ἀριθμοῦ : 3, 10, κτλ. Εἰς τὰς πλείστας τῶν μετρήσεων εἶναι ἀναγκαῖον νὰ ὁρίσωμεν τὴν μονάδα βάσει τῆς ὁποίας ἐγένετο ἡ σύγκρισις : 3 ἑκατοστὰ (cm), 10 δευτερόλεπτα (sec), κ.ο.κ. Αἱ μονάδες εἶναι ἓν σημαντικὸν τμῆμα τοῦ λογαριασμοῦ μιᾶς μετρήσεως εἰς τὴν Φυσικήν. Γενικῶς, μόνον ποσότητες ἐκφραζόμεναι εἰς ὁμοίας μονάδας εἶναι δυνατὸν νὰ συγκριθῶσιν. Ἐνῶ 10,001 εἶναι σχεδὸν ἴσον πρὸς 10,000, θὰ ἦτο ἄνευ σημασίας νὰ συγκρίνωμεν 10,001 δραχμὰς μὲ 10,000 αὐγά.

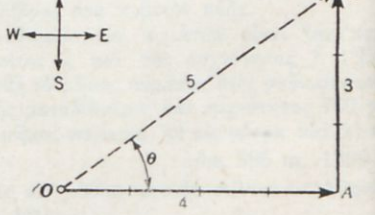
Εἷς ἀριθμὸς καὶ μία μονὰς εἶναι ἐπαρκεῖς διὰ νὰ ὁρίσουν λεπτομερῶς πολλὰς ποσότητας εἰς τὴν Φυσικήν. Τοιαῦται ποσότητες ἀθροίζονται διὰ τῆς κοινῆς ἀριθμητικῆς :

$$3 \text{ sec} + 5 \text{ sec} = 8 \text{ sec}$$

Διὰ τὸν πλήρη καθορισμὸν μερικῶν ἄλλων ποσοτήτων, εἶναι ἀναγκαῖον ὅπως δοθῇ ἐπὶ πλέον καὶ μία *διεύθυνσις*. Τοιαῦται ποσότητες προστίθενται γεωμετρικῶς διὰ μιᾶς μεθόδου ἥτις εἶναι πλέον περίπλοκος τῆς ἀριθμητικῆς προσθέσεως, ἀλλὰ δὲν εἶναι δυσκολωτέρα.

2-1. Μονόμετροι καὶ διανυσματικαὶ ἢ ἀνυσματικαὶ ποσότητες. Μερικαὶ ποσότητες, συναντώμεναι εἰς τὴν Φυσικήν, ὡς ἀπόστασις, ὄγκος καὶ μᾶζα, εἶναι δυνατὸν νὰ ὁρισθῶσιν πλήρως ὑπὸ ἑνὸς ἀριθμοῦ καὶ τῆς καταλλήλου μονάδος : 3 ft (πόδες), 7 in. (ἴντσες), 2 kg. (χιλιόγραμμα). Ἄλλαι ποσότητες, ὡς ἡ διανυσματικὴ ταχύτης καὶ ἡ μετακίνησις, ἀπαιτοῦν ὅπως καθορισθῇ ἐπὶ πλέον καὶ ἡ *διεύθυνσις* : 30 mi/hr (μίλλια/ὥραν) πρὸς βορρᾶν, 15 m (μέτρα) πρὸς βορειοανατολικά. Αἱ ποσότητες αἵτινες καθορίζονται πλήρως ὑπὸ ἑνὸς ἀριθμοῦ καὶ τῆς μονάδος του καλοῦνται *μονόμετροι ποσότητες*. Αἱ ποσότητες ἐκεῖναι αἵτινες ἔχουν μέγεθος ἀλλὰ καὶ διεύθυνσιν, λέγονται *διανυσματικαὶ ἢ ἀνυσματικαὶ ποσότητες*.

Ἔστω ἓν ἀντικείμενον, εὑρισκόμενον ἀρχικῶς εἰς τὸ σημεῖον O (Εἰκ. 1), κινού-



Εἰκ. 1. Κίνησις κατὰ μῆκος τῆς OA καὶ κατόπιν τῆς AB, καταλήγει εἰς μίαν μετακίνησιν OB.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μενον 4 m (μέτρα) ἀνατολικῶς, πρὸς τὸ A, καὶ ἐν συνεχείᾳ 3 m (μέτρα) βορείως, πρὸς τὸ B. Ἡ τελικὴ θέσις τοῦ ἀντικειμένου ἀπέχει OB ἀπὸ τοῦ σημείου ἐκκινήσεως O, ἂν καὶ δὲν ἐκινήθη ἐπὶ τῆς ἀτραποῦ OB. Ἡ *μετακίνησις* τοῦ σώματος, εἶναι ἡ διεύθυνσίς του καὶ ἡ ἀπόστασίς του ἀπὸ τοῦ σημείου ἐκκινήσεως O. Ἡ μετακίνησις–ἐκτόπισις, εἶναι μία διανυσματικὴ ποσότης.

2-2. Διανύσματα ἢ ἀνύσματα. Μία διανυσματικὴ ποσότης παρίσταται ὑπὸ ἑνὸς *διανύσματος*. Τοῦτο εἶναι ἓν τμῆμα γραμμῆς φερούσης αἰχμὴν βέλους. Τὸ μῆκος τοῦ διανύσματος δεικνύει ὑπὸ κλίμακα τὸ *μέγεθος* τῆς διανυσματικῆς ποσότητος. Ἡ διεύθυνσις τοῦ διανύσματος ὁρίζει τὴν *διεύθυνσιν* τῆς διανυσματικῆς ποσότητος. Ἡ *φορὰ* τοῦ διανύσματος ὑποδεικνύεται διὰ μιᾶς αἰχμῆς βέλους ἐπὶ τοῦ πέρατος τοῦ εὐθυγράμμου τμήματος. Εἰς τὴν Εἰκ. 1 ἡ πρὸς ἀνατολὰς μετακίνησις τοῦ σώματος παρίσταται ὑπὸ τοῦ διανύσματος OA, ἡ δὲ πρὸς βορρᾶν μετακίνησις διὰ τοῦ AB. Ἡ *συνισταμένη* μετακινήσεως ἀπὸ τοῦ σημείου ἐκκινήσεως παρίσταται διὰ τοῦ διανύσματος OB.

Ἡ μετακίνησις OB εἶναι ἰσοδύναμος πρὸς τὴν μετακίνησιν OA πλέον τῆς μετακινήσεως AB. Οὕτω καθίσταται ἐμφανὲς ὅτι, τὰ διανύσματα ἀκολουθοῦν ἕνα εἰδικὸν νόμον γεωμετρικῆς προσθέσεως. Διότι ἐνῶ δὲν εἶναι ἀληθὲς ὅτι $4+3=5$, εἶναι ἀληθὲς ὅτι $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}$, ὅπου τὸ βέλος σημαίνει τὴν διανυσματικὴν φύσιν τῶν ποσοτήτων εἰς τὴν πρόσθεσιν.

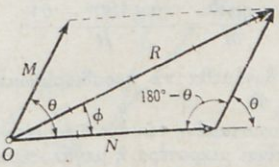
Ἓν διάνυσμα συνδυάζεται μὲ ἄλλον διάνυσμα διὰ *γεωμετρικῆς* προσθέσεως διὰ νὰ σχηματίσῃ μίαν διανυσματικὴν συνισταμένην ἥτις παριστᾷ τὸ συνδεδυασμένον ἀποτέλεσμα τῶν ποσοτήτων τῶν παριστανομένων ὑπὸ τῶν ἀρχικῶν διανυσμάτων.

Εἰς τὴν Εἰκ. 1, τὸ διάνυσμα AB σχηματίζει ὀρθὴν γωνίαν μὲ τὸ διάνυσμα OA. Ἡ συνισταμένη τῶν δύο τούτων διανυσμάτων εἶναι τὸ διάνυσμα OB τὸ φερόμενον ἀπὸ τῆς ἀρχῆς O πρὸς B, περατος τοῦ δευτέρου διανύσματος, συμπληρῶνον οὕτω τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον OAB. Ἐκ τοῦ Πυθαγορείου θεωρήματος, $(OA)^2+(AB)^2=(OB)^2$ ἢ $4^2+3^2=(OB)^2$ καὶ $OB=5$ μονάδες. Ἡ διεύθυνσις τῆς διανυσματικῆς συνισταμένης OB δύναται νὰ ὁρισθῇ λεπτομερῶς ὑπὸ τῆς γωνίας θ τὴν ὁποίαν σχηματίζει μετὰ τοῦ OA. Ἀφοῦ ἡμ $\theta=AB/OB=0.60$, $\theta=37^0$. Ἡ συνισταμένη OB συνεπῶς παριστᾷ μίαν μετακίνησιν 5 μέτρων ἀπὸ τοῦ O πρὸς τὴν διεύθυνσιν 37^0 βορείως τῆς ἀνατολῆς.

Μία διανυσματικὴ ποσότης πολλαπλασιαζομένη ἐπὶ μίαν μονόμετρον ποσότητα, ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα μίαν διανυσματικὴν ποσότητα τῆς ἰδίας διευθύνσεως μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἀρχικῆς διανυσματικῆς ποσότητος.

Διδομένων δύο ἢ περισσοτέρων διανυσμάτων, τὸ ἄθροισμά των ἢ ἡ συνισταμένη των εὑρίσκεται διὰ ποικίλων τρόπων. Θὰ περιγράψωμεν τρεῖς χρησίμους μεθόδους: τὴν μέθοδον τοῦ παραλληλογράμμου, τὴν μέθοδον τοῦ πολυγώνου καὶ τὴν μέθοδον τῶν συνιστωσῶν.

2-3. Ἡ μέθοδος τοῦ παραλληλογράμμου. Κατὰ τὴν τοῦ παραλληλογράμμου μέθοδον προσθέσεως τὰ διανύσματα M καὶ N φέρονται ἀπὸ μίαν κοινὴν ἀρχὴν O εἰς ἓν παραλληλόγραμμον κατασκευαζόμενον ὡς εἰς τὴν Εἰκ. 2. Ἡ συνισταμένη εἶναι ἡ

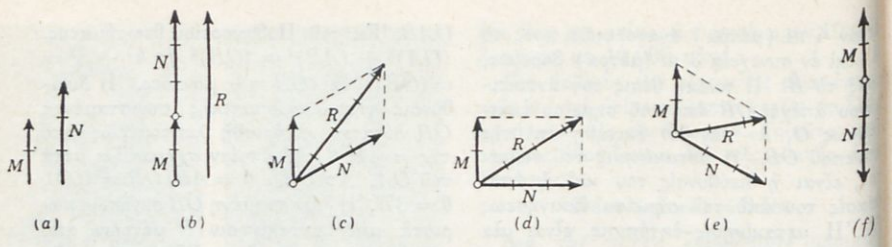


Εἰκ. 2. Μέθοδος τοῦ παραλληλογράμου διὰ τὴν πρόσθεσιν διανυσμάτων.

διαγώνιος ἡ φερομένη ἐκ τῆς κοινῆς ἀρχῆς τῶν M καὶ N.

Δι' ἑνὸς κανόνος δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν τὴν συνισταμένην R ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἐκλεγείσης μονάδος μετρήσεως διὰ τὰ M καὶ N καὶ τὴν γωνίαν Φ δι' ἑνὸς γωνιομέτρου. Ἡ γραφικὴ αὕτη λύσις εἶναι πάντοτε δυνατή, ἀλλὰ ἡ ἀκρίβειά της περιορίζεται ὑπὸ τοῦ ὅρου τῆς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 3. Ἡ συνισταμένη δύο διανυσμάτων ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς μεταξὺ αὐτῶν γωνίας.

ἀκριβείας μετὰ τῆς ὁποίας εἶναι δυνατὸν νὰ σχεδιασθῇ καὶ νὰ μετρηθῇ.

Μία ἀναλυτικὴ μέθοδος προσδιορισμοῦ τῆς συνισταμένης R δύο οἱονδήποτε διανυσματικῶν ποσοτήτων M καὶ N, κάμνει χρῆσιν τοῦ νόμου τῶν συνημιτόνων καὶ τοῦ νόμου τῶν ἡμιτόνων ἀπὸ τὴν Τριγωνομετρίαν.

Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ μέγεθος τῆς συνισταμένης, χρησιμοποιοῦμεν τὸν νόμον τῶν συνημιτόνων, ὅστις ἐφαρμοζόμενος εἰς τὴν Εἰκ. 2 δίδει :

$$R^2 = M^2 + N^2 + 2MN \text{ συν } \theta \quad (1)$$

Ἡ διεύθυνσις τῆς R δύναται νὰ προσδιορισθῇ ἐφαρμοζομένου τοῦ νόμου τῶν ἡμιτόνων. Ἐφαρμόζοντες τοῦτον ἐπὶ τῆς Εἰκόνος 2 λαμβάνομεν :

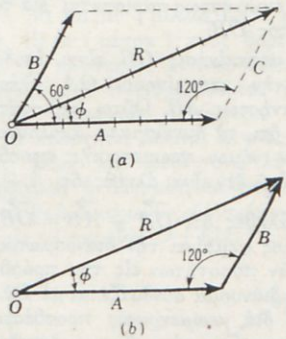
$$\frac{\text{ημ}\,\Phi}{M} = \frac{\text{ημ}\,(180^0 - \theta)}{R} \quad (2)$$

ἐξ οὗ δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν τὴν γωνίαν Φ.

Ἡ συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων δύναται νὰ εἶναι μικροτέρα ἢ μεγαλυτέρα κατὰ τὸ μέγεθος ἀπὸ ἑκατέραν τούτων, ἐξαρτωμένου τούτου ἀπὸ τὴν μεταξύ των γωνίαν. Εἰς τὴν Εἰκ. 3*a*, δύο διανύσματα M καὶ N τῶν 2 καὶ 3 μονάδων ἀντιστοίχως, δεικνύονται κεχωρισμένως. Εἰς τὸ 3*b* ὅπου τὰ διανύσματα ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, ἡ συνισταμένη των εἶναι ἁπλῶς τὸ ἀριθμητικὸν των ἄθροισμα. Αὐξανομένης τῆς μεταξὺ τῶν διανυσμάτων γωνίας, ἡ συνισταμένη αὐτῶν καθίσταται μικροτέρα, ὡς φαίνεται εἰς τὰς Εἰκ. 3*c*, *d* καὶ *e*. Εἰς τὴν Εἰκ. 3*f*, ἡ συνισταμένη εἶναι (ἀριθμητικῶς) ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῶν διανυσμάτων.

Παράδειγμα : Νὰ προστεθοῦν διανύσματα 8.0 καὶ 5.0 μονάδων σχηματίζοντα γωνίαν 60° πρὸς ἄλληλα.

Χρησιμοποιοῦντες μίαν κατάλληλον κλίμακα, σχεδιάσατε τὰ διανύσματα A καὶ B (Εἰκ. 4*a*), σχηματίζοντα γωνίαν 60° πρὸς ἄλληλα, ἀπὸ τῆς κοινῆς ἀρχῆς O. Συμπληρώσατε τὸ παραλληλόγραμμον διὰ τῶν πλευρῶν A καὶ B καὶ φέρατε τὴν διαγώνιον ἀπὸ τοῦ O, τοποθετοῦντες ἐν βέλος ἐπὶ τοῦ πέρατος τῆς R. Ἐπὶ τῆς ἐπιλεγείσης κλίμακος, ἡ R παριστᾷ μίαν συνισταμένην ἐξ 11



Εἰκ. 4. Πρόσθεσις δύο διανυσμάτων διὰ τῆς ἀναλυτικῆς μεθόδου.

μονάδων ὑπὸ γωνίαν 20° μετὰ τῆς A, διανύσματος 8 μονάδων.

Ἡ συνισταμένη δύναται νὰ προσδιορισθῇ ἀναλυτικῶς διὰ τοῦ νόμου τῶν συνημιτόνων :

$$R^2 = A^2 + B^2 + 2AB \text{ συν } 60^0$$
$$= 64 + 25 + 2(8.0)(5.0)(0.50) = 130$$
$$R = 11 \text{ μονάδες}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ γωνία Φ δύναται νὰ προσδιορισθῇ διὰ τοῦ νόμου τῶν ἡμιτόνων :

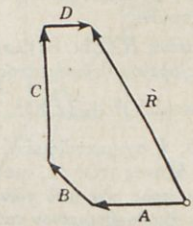
$$\frac{R}{\text{ημ } 120^0} = \frac{C}{\text{ημ } \Phi}$$

$$\text{ημ } \Phi = \frac{C}{R} \text{ ημ } 120^0 = \frac{5.0}{11} \times 0.87 = 0.38$$

ἐξ οὗ $\Phi = 22^0$

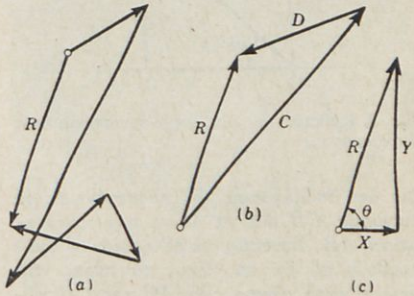
2-4. Μέθοδος τοῦ πολυγώνου. Ἡ μέθοδος τοῦ παραλληλογράμμου, ἡ προηγουμένως περιγραφεῖσα, δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ νὰ εὑρεθῇ ἡ συνισταμένη μιᾶς σειρᾶς διανυσμάτων, ἀλλὰ καθίσταται δυσεφάρμοστος ὅταν τὰ διανύσματα εἶναι περισσότερα τῶν δύο. Ἑτέρα γραφικὴ μέθοδος, καλουμένη ἡ *μέθοδος τοῦ πολυγώνου*, εἶναι περισσότερον χρήσιμος προκειμένου περὶ πολλῶν διανυσμάτων. Εἰς τὴν Εἰκ. 4*α*, εὑρίσκομεν τὴν συνισταμένην συμπληροῦντες τὸ παραλληλόγραμμον, ἀλλὰ δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα μετακινοῦντες τὸ διάνυσμα B παραλλήλως πρὸς ἑαυτὸ μέχρις ὅτου συμπέσῃ μετὰ τοῦ C (Εἰκ. 4*b*). Οὕτω ἔχομεν τὴν ἀρχὴν τοῦ διανύσματος B τοποθετημένην εἰς τὸ πέρας τοῦ διανύσματος A. Τὸ ἄθροισμα τῶν διανυσμάτων ἢ ἡ συνισταμένη αὐτῶν εἶναι τὸ διάνυσμα R ὅπερ κλείει τὸ τρίγωνον, φερόμενον ἀπὸ τῆς ἀρχῆς O πρὸς τὸ πέρας τοῦ διανύσματος B.

Ἡ μέθοδος αὕτη δύναται νὰ ἐπεκταθῇ καὶ ἐπὶ τῆς προσθέσεως περισσοτέρων τῶν δύο διανυσμάτων. Ἡ πρόσθεσις τῶν διανυσμάτων A, B, C, καὶ D, δίδουσα τὴν συνισταμένην R καθίσταται ἐμφανὴς ἐκ τῆς Εἰκόνος 5. Σημειώσατε ὅτι, τὰ διανύσματα διὰ νὰ προστεθοῦν, ἀκολουθῇ τὸ ἓν τὸ ἄλλο, τὸ πέρας τὴν ἀρχήν, ὡσὰν βέλη δεικνύοντα μίαν τροχιάν. Ἡ μόνη θέσις εἰς τὴν ὁποίαν δυνάμεθα νὰ ἔχομεν δύο αἰχμὰς βέλους ἀπτομένας, εἶναι ἐκεῖ ὅπου τὸ βέλος τοῦ πέρατος τῆς συνισταμένης R ἑνοῦται μὲ τὸ πέρας τοῦ τελευταίου διανύσματος D ὅπερ προσετέθη τελευταῖον. Τὰ διανύσματα δύνανται ν' ἀχθῶσιν καθ' οἱανδήποτε τάξιν–σειρὰν χωρὶς νὰ τροποποιηθῇ τὸ ἀποτέλεσμα.



Εἰκ. 5. Μέθοδος πολυγώνου προσθέσεως διανυσμάτων. $A = 6$ mi, δυτικῶς, $B = 4$ mi, βορειοδυτικῶς, $C = 8$ mi, βορείως, $D = 3$ mi ἀνατολικῶς.

2-5. Συνιστῶσαι ἑνὸς διανύσματος. Εἰς τὴν Εἰκ. 1, τὰ δύο διανύσματα OA καὶ AB, ὁμοῦ λαμβανόμενα, εἶναι ἰσοδύναμα πρὸς τὸ ἑνιαῖον διάνυσμα OB, καλούμενον ἡ *συνισταμένη* τούτων. Διδομένου τοῦ ἑνιαίου διανύσματος OB εἶναι δυνατὸν ν' ἀντικατασταθῇ τοῦτο διὰ τῶν δύο ἰσοδυνάμων διανυσμάτων OA καὶ AB. Ἡ μέθοδος αὕτη καλεῖται ἡ *ἀνάλυσις* ἑνὸς διανύσματος εἰς τὰς συνιστώσας αὐτοῦ. Αἱ *συνιστῶσαι* διανύσμά τι εἶναι ἐκεῖνα τὰ διανύσματα ἅτινα ὁμοῦ προστιθέμενα δίδουν τὸ ἀρχικὸν διάνυσμα.



Εἰκ. 6. Συνιστῶσαι ἑνὸς διανύσματος.

Ἓν διδόμενον διάνυσμα δύναται νὰ ἔχῃ ἀριθμὸν τινὰ συνιστωσῶν. Εἰς τὴν Εἰκ. 6*α*, ἡ R ἀνελύθη εἰς πέντε συνιστώσας. Εἰς τὴν Εἰκ. 6*b*, τὸ διάνυσμα R ἀνελύθη εἰς δύο συνιστώσας. Ἡ πλέον χρήσιμος ἐκλογὴ συνιστωσῶν εἶναι συνήθως ἐκείνη εἰς ἣν αἱ συνιστῶσαι, X καὶ Y τῆς Εἰκ. 6*c*, εἶναι κατὰ ὀρθὰς γωνίας ἐπ' ἀλλήλας.

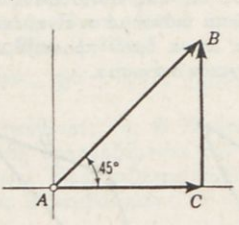
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐὰν θ εἶναι ἡ γωνία μεταξὺ τῶν διανυσμάτων X καὶ R, τότε

$$X = R \text{ συν } \theta \qquad (3)$$

$$Y = R \text{ ημ } \theta \qquad (4)$$

Μελετήσατε τὸ διάνυσμα AB, τὸ ὁποῖον σχηματίζει μίαν γωνίαν 45^0 μετὰ τῆς ὁριζοντίου, ὡς ἐμφαίνεται εἰς τὴν Εἰκ. 7. Διὰ νὰ λάβωμεν μίαν σειρὰν ὀρθογωνίων συνιστωσῶν τοῦ AB, μία τῶν ὁποίων νὰ εἶναι ὁριζόντιος, φέρομεν μίαν ὁριζόντιον γραμμὴν διὰ τῆς ἀρχῆς τοῦ διανύσματος AB. Κατόπιν φέρομεν ἀπὸ τοῦ πέρατος τοῦ AB τὴν κάθετον CB ἐπὶ τῆς ὁριζοντίου γραμμῆς. Βλέπομεν τότε ὅτι τὸ διάνυσμα AB δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἡ συνισταμένη τῶν ἀνυσμάτων AC καὶ CB. Αἱ τιμαὶ τῆς ὁριζοντίας καὶ καθέτου συνιστώσης εἶναι AB συν 45^0 καὶ AB ἡμ 45^0. Αἱ διευθύνσεις τῶν μὲ βέλος περάτων εἶναι ἀπαραίτητοι, καθόσον οὕτω ἔχομεν ὑπ' ὄψιν ὅτι, τὸ διάνυσμα AC προσετέθη εἰς τὸ διάνυσμα CB διὰ νὰ δώσῃ τὴν συνισταμένην AB. Συνεπῶς τὰ βέλη δέον ν' ἀκολουθοῦν τὸ ἓν τὸ ἄλλο, τὸ πέρας τὴν ἀρχήν, κατὰ μῆκος τῶν AC καὶ CB, οὕτως ὥστε δεδικαιολογημένως τὸ AB νὰ δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἡ συνισταμένη ἡ ἀχθεῖσα ἀπὸ τὴν ἀρχὴν τοῦ πρώτου βέλους AC εἰς τὸ πέρας τοῦ τελευταίου βέλους CB. Ἡ ἀνάλυσις αὕτη εἰς τὰς συνιστώσας, μᾶς ἐπιτρέπει νὰ ἀγνοήσωμεν τὸ διάνυσμα AB εἰς τὸ πρόβλημα μας καὶ νὰ διατηρήσωμεν μόνον τὰς δύο συνιστώσας AC καὶ CB. Τὰ δύο ταῦτα λαμβανόμενα ὁμοῦ, εἶναι ἀπὸ πάσης ἀπόψεως ἰσοδύναμα πρὸ τὸ ἐνιαῖον διάνυσμα AB.



Εἰκ. 7. Κάθετος καὶ ὁριζοντία συνιστώσα ἑνὸς διανύσματος.

Ποῖον εἶναι τὸ πλεονέκτημα τοῦ νὰ ἔχωμεν ν' ἀσχοληθῶμεν μὲ τὰ δύο διανύσματα ἐνῶ ὑπῆρχεν ἀρχικῶς μόνον ἕν; Τὸ πλεονέκτημα ἔγκειται εἰς τὸ ὅ,τι αὐτὰ τὰ διάφορα διανύσματα σχηματίζοντα μεταξύ των διαφόρους ἀνίσους γωνίας, δύνανται ν' ἀντικατασταθῶσιν διὰ δύο σειρῶν διανυσμάτων σχηματιζόντων μεταξύ των γωνίας 90^0 ἢ 0^0. Ἑκάστη τῶν δύο τούτων ὁμάδων διανυσμάτων δύναται τότε νὰ ἀθροισθῇ κεχωρισμένως, μετατρεπομένου οὕτω τοῦ προβλήματος εἰς ἕνα τῶν δύο διανυσμάτων κατ' ὀρθὴν γωνίαν.

2-6. Ἡ μέθοδος συνιστωσῶν κατὰ τὴν πρόσθεσιν διανυσμάτων. Διὰ ν' ἀθροίσωμεν ἓν ἀριθμὸν διανυσμάτων A, B, C καὶ D, (Εἰκ. 8) διὰ τῆς μεθόδου τῶν συνιστωσῶν, ἐνεργοῦμεν ὡς ἀκολούθως. Τοποθετοῦμεν τὰ διανύσματα κατ' ἀρχὴν ἐπὶ ἑνὸς συστήματος ὀρθογωνίων συντεταγμένων (Εἰκ. 8*b*). Κατόπιν ἀναλύομεν ἕκαστον διάνυσμα εἰς τὰς συνιστώσας x καὶ y φέροντες μίαν κάθετον ἀπὸ τοῦ πέρατος τοῦ διανύσματος πρὸς τὸν ἀντίστοιχόν του ἄξονα.

Προσθέτομεν ἁπάσας τὰς συνιστώσας κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονος τῶν x (A_x, B_x, C_x κτλ.), καὶ ἔχομεν τὸ ἄθροισμα ΣX. Ἐπίσης προσθέτομεν τὰς συνιστώσας τὰς κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονος τῶν y καὶ ἔχομεν ΣY.

$$\Sigma X = A_x + B_x + C_x + D_x$$

$$\Sigma Y = A_y + B_y + C_y + D_y$$

Μερικαὶ τῶν συνιστωσῶν εἶναι ἀρνητικαὶ (π.χ. D_x καὶ A_y) καθόσον ἕκαστον σημεῖον κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονός του κατὰ τὴν διεύθυνσιν, ἐχαρακτηρίσθη συμβατικῶς ὡς ἀρνητικόν.

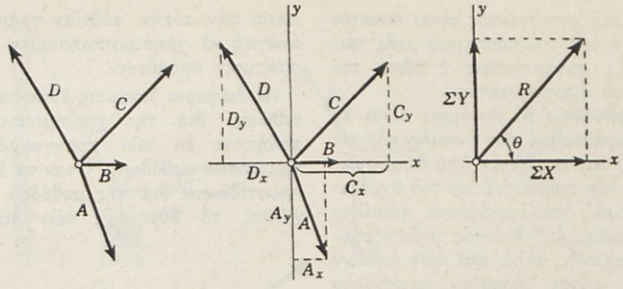
Ἡ συνισταμένη R (Εἰκ. 8*c*) λαμβάνεται διὰ τοῦ Πυθαγορείου θεωρήματος

$$R^2 = (\Sigma X)^2 + (\Sigma Y)^2$$

ἐνῶ ἡ γωνία θ, ἡ σχηματιζομένη ὑπὸ τῆς R μετὰ τοῦ ἄξονος τῶν x, μετρουμένη κατ' ἀντίθετον πρὸς τὸν ὑπὸ τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου ἀκολουθούμενον τρόπον, δίδεται ὑπό :

$$\text{εφ } \theta = \frac{\Sigma Y}{\Sigma X} \qquad \text{ἢ} \qquad \text{ημ } \theta = \frac{\Sigma Y}{R}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

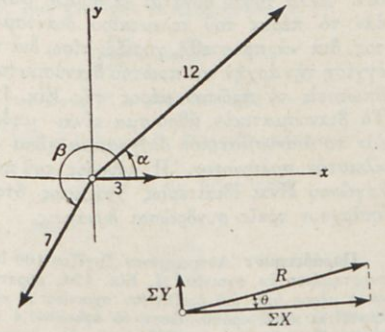


Εἰκ. 8. Πρόσθεσις διανυσμάτων διὰ τῆς μεθόδου τῶν συνιστωσῶν.

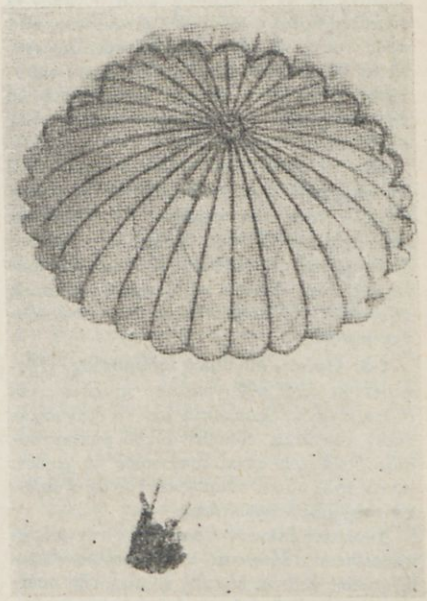
Παράδειγμα : Νὰ εὑρεθῇ τὸ ἄθροισμα τῶν ἀκολούθων διανυσμάτων : 3.00 μονάδες κατευθυνόμεναι ἀνατολικῶς, 12.00 μονάδες κατευθυνόμεναι 40^0 βορείως τῆς ἀνατολῆς καὶ 7.00 μονάδες κατευθυνόμεναι 60^0 νοτίως τῆς δύσεως (Εἰκ. 9).

$$\alpha = 40^0 \quad \text{καὶ} \quad \beta = 240^0$$
$$\text{ημ}\,\alpha = 0.643 \qquad \text{συν}\,\alpha = 0.766$$
$$\text{ημ}\,\beta = -0.866 \qquad \text{συν}\,\beta = -0.500$$
$$\Sigma X = 3.00 + 12.00\,(0.766) + 7.00\,(-0.500) = 8.70$$
$$\Sigma Y = 0 + 12.00\,(0.643) + 7.00\,(-0.866) = 1.65$$
$$R^2 = 8.70^2 + 1.65^2 = 78.4$$
$$R = 8.86$$
$$\text{εφ}\,\theta = \frac{1.65}{8.70} \qquad \theta = 10^0 45'$$

Δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι, ἓν διάνυσμα ἔχει μηδὲν συνιστώσας ὅταν κεῖται κατ' ὀρθὴν γωνίαν πρὸς ἑαυτό. Παραδ. χάριν, εἰς τὸ ἀνωτέρω ἀκριβῶς παράδειγμα τὸ ἐκ τριῶν μονάδων διάνυσμα ἔχει μηδὲν y συνιστώσας. Τὸ παράδειγμα τοῦτο διευκρινίζει ἐπίσης τὸ γεγονὸς ὅτι, τὸ ἀλγεβρικὸν



Εἰκ. 9. Παράδειγμα τῆς διὰ τῶν συνιστωσῶν προσθέσεως.



Εἰκ. 10. Ἀφοῦ ἓν ἀλεξίπτωτον ἀνοίξῃ καὶ πέσῃ μέχρις ὡρισμένης ἀποστάσεως, κατόπιν κινεῖται πρὸς τὰ κάτω μεθ' ὁμοιομόρφου διανυσματικῆς ταχύτητος. Ἓν τοιοῦτον σύστημα ἰσολογισμένων δυνάμεων εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

πρόσημον μιᾶς συνιστώσης εἶναι δυνατὸν νὰ ὁρίζεται ἢ ὑπὸ τοῦ προσήμου μιᾶς τριγωνομετρικῆς συναρτήσεως ἢ βάσει τοῦ διανυσματικοῦ διαγράμματος.

2-7. Ἰσορροπία. Αἱ δυνάμεις εἶναι ἐν κλασικὸν παράδειγμα τῶν ἐννοιῶν αἵτινες δύνανται ν' ἀπεικονισθῶσιν ὑπὸ διανυσμάτων. Πολλὰ τῶν προβλημάτων τοῦ σχεδιαστοῦ μηχανικοῦ περιλαμβάνουν ποικίλας δυνάμεις δρώσας ἐπὶ ἢ ἐντὸς μιᾶς κατασκευῆς ἢ μηχανῆς, ἀλλὰ ἐπὶ τῶν ὁποίων αἱ δυνάμεις αὗται οὐδεμίαν μεταβολὴν προκαλοῦν ἐπὶ τῆς κινήσεως. Τὸ πρόβλημά του ἀναλύεται αὐτὸ καθ' ἑαυτὸ εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῶν δυνάμεων τῶν ἀναγκαίων διὰ τὴν παρουσίασιν ἰσορροπίας εἰς τὸ μηχάνημα.

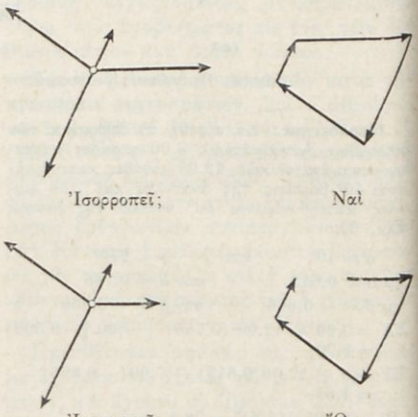
Ἡ κατάστασις εἰς ἣν δὲν ὑπάρχει *μεταβολὴ-ἀλλαγὴ* εἰς τὴν κίνησιν ἑνὸς σώματος, καλεῖται *ἰσορροπία*. Ἕν σῶμα διὰ νὰ εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ εἶναι δυνατὸν νὰ εἶναι ἐν ἠρεμίᾳ, ἀλλὰ δὲν εἶναι ἀναγκαῖον πρὸς τοῦτο νὰ εἶναι καὶ ἐν ἠρεμίᾳ. Δύναται νὰ κινῆται μεθ' ὁμοιομόρφου ταχύτητος κατὰ μίαν εὐθεῖαν γραμμὴν ἢ νὰ περιστρέφεται ὁμοιομόρφως πέριξ ἑνὸς σταθεροῦ ἄξονος.

Εἰς τὸ κεφάλαιον τοῦτο ἡ συζήτησις θὰ περιορισθῇ εἰς τὴν δρᾶσιν τῶν δυνάμεων τῶν εὑρισκομένων ἐν ἰσορροπίᾳ καὶ ἐχόντων ἐπίσης γραμμὰς δράσεως διερχομένας διὰ τοῦ αὐτοῦ σημείου. Δυνάμεις τῶν ὁποίων αἱ γραμμαὶ δράσεως τέμνονται εἰς ἓν κοινὸν σημεῖον, καλοῦνται *συνδρῶσαι*.

2-8. Πρώτη συνθήκη ἰσορροπίας. Προκειμένου περὶ εὐθυγράμμου κινήσεως, ἓν σῶμα εἶναι ἐν ἰσορροπίᾳ ἐὰν τὸ διανυσματικὸν ἄθροισμα τῶν ἐπ' αὐτοῦ ἐπενεργουσῶν δυνάμεων εἶναι ἴσον πρὸς τὸ μηδέν. Ὁ ὁρισμὸς οὗτος εἶναι γνωστὸς ὡς ἡ *πρώτη συνθήκη ἰσορροπίας*.

Δυνάμεις ἐπενεργοῦσαι πρὸς τὴν αὐτὴν κατεύθυνσιν δύνανται ν' ἀθροισθῶσιν ἀριθμητικῶς διὰ νὰ εὑρεθῇ ἡ τιμὴ τῆς συνισταμένης αὐτῶν, ἥτις εἶναι ἡ ἐνιαία δύναμις ἧς τὸ ἀποτέλεσμα εἶναι ἰσοδύναμον πρὸς τὴν συνδεδυασμένην αὐτῶν ἐπενέργειαν. Διὰ νὰ προσδιορίσωμεν τὴν συνισταμένην δύο δυνάμεων αἵτινες δὲν δρῶσιν κατὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν γραμμήν, εἶναι ἀνάγκη νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὴν διανυσματικὴν πρόσθεσιν.

Αἱ διάφοροι δυνάμεις δύνανται νὰ προστεθῶσιν διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως οἱασδήποτε ἐκ τῶν προηγουμένως περιγραφεισῶν μεθόδων. Ὅταν τὰ διανύσματα προστίθενται διὰ τῆς μεθόδου τοῦ πολυγώνου, τὸ ἄθροισμα τῶν διανυσμάτων

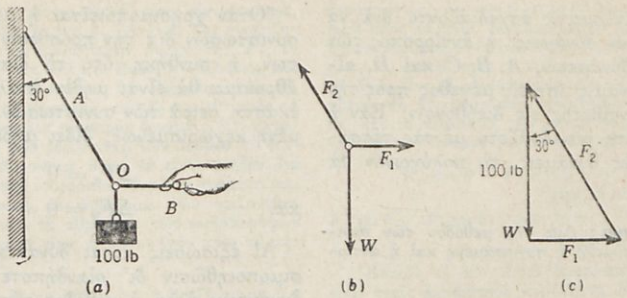


Εἰκ. 11. Συνδρῶσαι δυνάμεις δυνατὸν νὰ ἰσορροποῦν ἢ καὶ νὰ μὴν ἰσορροποῦν.

εἶναι μηδὲν ἐὰν τὸ μῆκος τοῦ βέλους τοῦ παριστῶντος τὴν συνισταμένην εἶναι μηδέν. Ἀλλὰ τοῦτο δύναται νὰ συμβῇ μόνον ἐὰν τὸ πέρας τοῦ τελευταίου διανύσματος, διὰ νὰ προστεθῇ, γυρίζει πίσω διὰ νὰ ἐγγίσῃ τὴν ἀρχὴν τοῦ πρώτου διανύσματος, ὅπως εἰς τὸ πρῶτον μέρος τῆς Εἰκ. 11. Τὸ διανυσματικὸν ἄθροισμα εἶναι μηδὲν *ἐὰν τὸ διανυσματικὸν διάγραμμα εἶναι ἓν κλειστὸν πολύγωνον*. Ἡ μέθοδος τοῦ πολυγώνου εἶναι ἰδιαιτέρως χρήσιμος ὅταν ὑπάρχουν τρεῖς συνδρῶσαι δυνάμεις.

Παράδειγμα : Ἀντικείμενον ζυγίζον 100 lb, ἀνηρτημένον ἐκ σχοινίου *A*, Εἰκ. 12α, σύρεται κατὰ μέρος ὑπὸ τοῦ ὁριζοντίου σχοινίου *B* καὶ κρατεῖται κατὰ τρόπον ὥστε τὸ σχοινίον *A* νὰ σχηματίζῃ μίαν γωνίαν 30° μετὰ τῆς κατακορύφου. Νὰ εὑρεθοῦν αἱ εἰς τὰ σχοινία *A* καὶ *B* τάσεις.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 12. Εὕρεσις ἀγνώστου δυνάμεως διὰ τῆς μεθόδου τοῦ πολυγώνου.

Ἂς θεωρήσωμεν τὸ σημεῖον συναντήσεως O ὡς τὸ ἰσορροπίας σημεῖον. Ἐπ' αὐτοῦ δρῶσιν τρεῖς δυνάμεις W (γνωστὴ) καὶ F_1 καὶ F_2 (ἄγνωστοι).

Αἱ δυνάμεις αὗται ἀπεικονίζονται εἰς τὴν Εἰκ. 12*b* διὰ τοῦ W, ὑπὸ κλίμακα, διὰ ν' ἀπεικονίσῃ τὸ γνωστὸν βάρος, καὶ διὰ τῶν F_1 καὶ F_2 ὧν εἶναι γνωσταὶ μόνον αἱ διευθύνσεις καὶ ὄχι τὸ μέγεθος αὐτῶν. Ἐφόσον τὸ σημεῖον συναντήσεως O εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, ὑπὸ τὴν δρᾶσιν τῶν τριῶν τούτων δυνάμεων, ἡ συνισταμένη των δέον νὰ εἶναι μηδέν. Συνεπῶς, τὰ διανύσματα τὰ παριστῶντα τὰς W, F_1 καὶ F_2 δύνανται νὰ ἐπανασχεδιασθῶσιν, ὡς εἰς τὴν Εἰκ. 12*c*, οὕτως ὥστε συνδυαζόμενα νὰ σχηματίζουν κλειστὸν τρίγωνον. Σημειώσατε τὸ γεγονὸς ὅτι, ἑκαστον διάνυσμα σχεδιάζεται παραλλήλως πρὸς τὴν παρ' αὐτοῦ ἀντιπροσωπευομένην δύναμιν. Σημαντικὸν ἐπίσης εἶναι τὸ νὰ σχεδιάζωμεν τὸ διάγραμμα τῶν διανυσμάτων οὕτως ὥστε αἱ πραγματευόμεναι δυνάμεις νὰ εἶναι αἱ ἐπενεργοῦσαι *ἐπὶ* τοῦ ἐν ἰσορροπίᾳ εὑρισκομένου σημείου.

Διὰ νὰ λύσωμεν τὸ διανυσματικὸν τρίγωνον τῆς Εἰκ. 12*c*, δέον νὰ παρατηρήσωμεν ὅτι

$$\frac{F_1}{100} = \text{εφ } 30^\circ = 0.58$$

οὕτως ὥστε $F_1 = (100 \text{ lb})(0.58) = 58 \text{ lb}$.

Διὰ νὰ λάβωμεν F_2, δυνάμεθα νὰ θέσωμεν

$$\frac{100 \text{ lb}}{F_2} = \text{συν } 30^\circ = 0.866$$

Ἄρα

$$F_2 = \frac{100 \text{ lb}}{0.866} = 116 \text{ lb}$$

Ἤτοι, διὰ νὰ τηρηθῇ τὸ σύστημα εἰς τὴν θέσιν τῆς Εἰκόνος 12*a*, δέον νὰ σύρωμεν τὸ ὁριζόντιον σχοινίον μετὰ δυνάμεως 58 lb. Ἡ τάσις τότε ἐπὶ τοῦ σχοινίου A εἶναι 116 lb. Ἡ τάσις εἰς τὸ τμῆμα τοῦ σχοινίου, τοῦ ἀμέσως ἀνεχομένου τὸ βάρος, εἶναι, βεβαίως, ἀκριβῶς 100 lb.

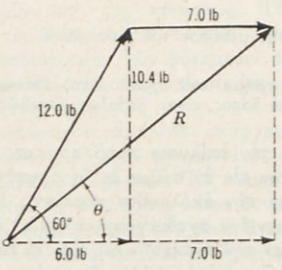
Διὰ τὴν ἐπίλυσιν προβλημάτων ἀναφερομένων εἰς ἐν σῶμα ἐν ἰσορροπίᾳ, συνιστῶμεν τὴν ἀκόλουθον πορείαν: 1) Σχεδιάζομεν ἕνα σχεδιάγραμμα διὰ νὰ ἀπεικονίσωμεν τὴν συσκευήν, ὡς εἰς τὴν Εἰκ. 12*a*. Σημειοῦμεν ἐπὶ τοῦ σχεδιαγράμματος τὰ γνωστὰ δεδομένα. Δεικνύομεν διὰ καταλλήλου συμβόλου, ὡς διὰ τοῦ O, τὸ σημεῖον ὅπερ δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἐν ἰσορροπίᾳ ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῶν διαφόρων δυνάμεων. 2) Κατασκευάζομεν μίαν εἰκόναν, ὡς ἡ Εἰκ. 12*b*, διὰ νὰ δείξωμεν τόσον τὰς *διευθύνσεις* ἁπασῶν τῶν δυνάμεων αἵτινες δρῶσιν ἐπὶ τοῦ σημείου τὸ ὁποῖον εἶναι ἐν ἰσορροπίᾳ, ὅσον καὶ τὰ μεγέθη καὶ τὰς διευθύνσεις τῶν γνωστῶν δυνάμεων. 3) Σχεδιάζομεν ἓν κλειστὸν διανυσματικὸν πολύγωνον, ὡς τὸ παριστώμενον ὑπὸ τῆς Εἰκ. 12*c*, διὰ νὰ δείξωμεν τόσον τὸ μέγεθος ὅσον καὶ τὴν διεύθυνσιν ἑκάστης τῶν δυνάμεων. 4) Τελικῶς ἐπιλύομεν τὸ διανυσματικὸν πολύγωνον διὰ τῶν καταλλήλων μαθηματικῶν μεθόδων.

Ἐὰν ἡ συνισταμένη τῶν διαφόρων δυνάμεων δὲν εἶναι μηδέν, τὸ σῶμα ἐφ' οὗ αὗται δρῶσιν δὲν εἶναι ἐν ἰσορροπίᾳ, ἀλλὰ δύναται νὰ τεθῇ εἰς μίαν κατάστασιν-συνθήκην ἰσορροπίας διὰ τῆς πρόσθήκης μιᾶς ἁπλῆς δυνάμεως ἴσης κατὰ τὸ μέγεθος πρὸς τὴν συνισταμένην, ἀλλὰ ἀντιθέτου διευθύνσεως. Ἡ δύναμις αὕτη καλεῖται *ἀντίρροπος* (ἰσόρροπος). Εἰς τὴν Εἰκ. 5,

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἐὰν τὰ διανύσματα ἐσχεδιάζοντο διὰ νὰ παραστήσουν δυνάμεις, ἡ ἀντίρροπος τῶν τεσσάρων δυνάμεων, A, B, C καὶ D, εἶναι μία δύναμις ἴση εἰς μέγεθος πρὸς τὴν R, ἀλλὰ ἀντίθετος εἰς διεύθυνσιν. Ἐὰν ἡ δύναμις αὕτη συνεδυάζετο μὲ τὰς τέσσαρας ἀρχικὰς δυνάμεις, τὸ πολύγωνον θὰ ἐκλείετο.

Παράδειγμα : Διὰ τῆς μεθόδου τῶν συνιστωσῶν νὰ εὑρεθῇ ἡ συνισταμένη καὶ ἡ ἀντίρροπος μιᾶς 7.0 lb ὁριζοντίου δυνάμεως καὶ μιᾶς 12.0 lb. δυνάμεως σχηματιζούσης μίαν γωνίαν 60^0 μετὰ τῆς ὁριζοντίου (Εἰκ. 13).



Εἰκ. 13. Συνισταμένη δυνάμεων κατὰ τὴν μέθοδον τῶν συνιστωσῶν.

Ἡ ὁριζόντιος καὶ ἡ κατακόρυφος συνιστῶσαι τῆς δυνάμεως τῶν 12.0 lb., εἶναι ἀντιστοίχως, 12.0 lb. × συν 60^0 = 6.0 lb. καὶ 12.0 lb. × ἡμ 60^0 = 10.4 lb. Ἡ ὁριζοντία συνιστῶσα τῆς δυνάμεως τῶν 7.0 lb. εἶναι 7.0 lb. καὶ ἡ κατακόρυφος συνιστῶσα ταύτης μηδέν. Οὕτω ἀντικαθιστῶμεν τὰς δύο ἀρχικὰς δυνάμεις διὰ τριῶν τοιούτων : μιᾶς κατακορύφου καὶ δύο ὁριζοντίων. Ἐφόσον αἱ δύο ὁριζόντιοι δυνάμεις ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, δύνανται νὰ προστεθῶσιν ὡς κοινοὶ ἀριθμοί, δίδουσαι ἐν ἄθροισμα ὁριζοντίου δυνάμεως ἐξ 6.0 lb + 7.0 lb = 13.0 lb. Τὸ πρόβλημα οὕτω κατέληξε εἰς τὸ ἁπλοῦν τοιοῦτον τῆς προσθέσεως δύο δυνάμεων κατ' ὀρθὴν γωνίαν, διδουσῶν τὴν συνισταμένην

$$R = (\sqrt{10.4^2 + 13.0^2})\ \text{lb} = 17.7\ \text{lb}$$

Ἡ γωνία θ, τὴν ὁποίαν ἡ R σχηματίζει μετὰ τῆς ὁριζοντίου, δίδεται ὑπὸ τῆς εφ θ = 10.4/13.0 = 0.80, οὕτως ὥστε $\theta = 38.7^0$.

Ἡ ἀντίρροπος εἶναι ἴση κατὰ τὸ μέγεθος, ἀλλὰ ἀντιθέτου διευθύνσεως πρὸς τὴν R. Ἄρα αὕτη εἶναι μία δύναμις 17.7 lb κατὰ μίαν γωνίαν 218.7^0.

Ὅταν χρησιμοποιεῖται ἡ μέθοδος τῶν συνιστωσῶν διὰ τὴν πρόσθεσιν διανυσμάτων, ἡ συνθήκη ὅτι τὸ διανυσματικὸν ἄθροισμα θὰ εἶναι μηδὲν ἐπαληθεύει ἐὰν ἑκάστη σειρὰ τῶν συνιστωσῶν, προστιθεμένη κεχωρισμένως, δίδει μηδέν. Ἤτοι,

$$\Sigma F_x = 0 \qquad (5)$$

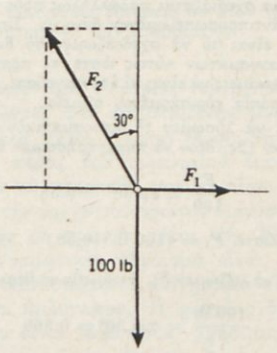
καὶ

$$\Sigma F_y = 0 \qquad (6)$$

Αἱ ἐξισώσεις αὗται δύνανται νὰ χρησιμοποιηθῶσιν δι' οἱανδήποτε συλλογὴν δυνάμεων, ἀλλὰ ἡ μέθοδος αὕτη εἶναι ἰδιαιτέρως χρήσιμος ὅταν ὑπάρχουν περισσότεραι τῶν τριῶν δυνάμεων.

Παράδειγμα : Ἀντικείμενον βάρους 100 lb καὶ ἀνηρτημένον ἐκ σχοινίου A (Εἰκ. 12), σύρεται κατὰ μέρος ὑπὸ τοῦ ὁριζοντίου σχοινίου B κατὰ τρόπον ὥστε τὸ σχοινίον A νὰ σχηματίζῃ γωνίαν 30^0 μετὰ τῆς κατακορύφου. Νὰ εὑρεθοῦν αἱ τάσεις εἰς τὰ σχοινία A καὶ B.

Προηγουμένως ἐπελύσαμεν τὸ πρόβλημα τοῦτο διὰ τῆς εὐθείας μεθόδου τῆς προσθέσεως τῶν διανυσμάτων σχηματιζόντων ἓν κλειστὸν σχῆμα. Ἡ μέθοδος αὕτη εἶναι ἀπολύτως κατάλληλος διὰ τὰς ἁπλᾶς ταύτας περιπτώσεις, ἀλλά, πρὸς τὸν σκοπὸν τῆς ἀπεικονίσεως, ἂς ἐπιλύσωμεν καὶ πάλιν τὸ πρόβλημα διὰ τῆς πλέον γενικῆς μεθόδου τῶν συνιστωσῶν.



Εἰκ. 14. Μέθοδος ἐπιλύσεως τοῦ προβλήματος τῆς Εἰκ. 12 διὰ τῆς μεθόδου τῶν συνιστωσῶν.

Εἰς τὴν Εἰκ. 14 παριστῶνται αἱ αὐταὶ δυνάμεις κεχωρισμένως διὰ τὴν εὐχερεστέραν ἐπίλυσιν. Ἡ ὁριζόντιος καὶ κατακόρυφος συνιστῶσαι τῆς δυνάμεως τῶν 100 lb, εἶναι ἀντιστοίχως 0 καὶ 100 lb πρὸς τὰ κάτω. Ἡ ὁριζόντιος καὶ κα-

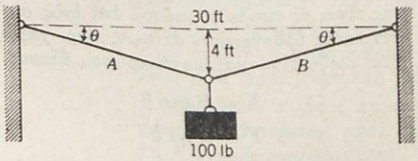
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τακόρυφος συνιστῶσαι τῆς F_1 εἶναι, ἀντιστοίχως, F_1 (πρὸς τὰ δεξιὰ) καὶ 0. Ἂν καὶ δὲν γνωρίζομεν ἀκόμη τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς F_2, ἐν τούτοις οἱαδήποτε καὶ ἐὰν εἶναι, ἡ ὁριζόντιος καὶ κατακόρυφος συνιστῶσαι θὰ εἶναι ἀσφαλῶς F_2 ημ 30° πρὸς τὰ ἀριστερὰ καὶ F_2 συν 30° πρὸς τὰ ἄνω. Ἔχομεν τώρα τέσσαρας δυνάμεις, δύο κατακορύφους καὶ δύο ὁριζοντίας, τῶν ὁποίων τὸ διανυσματικὸν ἄθροισμα δέον νὰ εἶναι μηδὲν διὰ νὰ ἐξασφαλισθῇ ἰσορροπία. Ἵνα συνισταμένη καταστῇ μηδενική, τὸ ἄθροισμα τῶν ὁριζοντίων συνιστωσῶν καὶ τὸ ἄθροισμα τῶν κατακορύφων τοιούτων δέον νὰ εἶναι ἕκαστον ἴσον πρὸς τὸ μηδέν. Συνεπῶς,

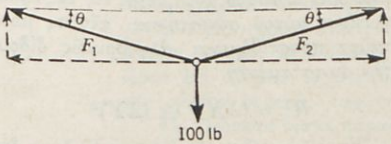
$$F_1 - F_2 \text{ ημ } 30^0 = 0 \qquad \text{(ὁριζόντιος)}$$
$$F_2 \text{ συν } 30^0 - 100 \text{ lb} = 0 \qquad \text{(κατακόρυφος)}$$

Ἐὰν ἐπιλύσωμεν τὴν δευτέραν ἐξίσωσιν, εὑρίσκομεν $F_2 = 116$ lb, ὡς καὶ κατὰ τὴν προηγουμένην ἐπίλυσιν. Ἀντικαθιστῶντες τὴν τιμὴν ταύτην εἰς τὴν πρώτην ἐξίσωσιν, λαμβάνομεν $F_1 = 58$ lb, ὡς καὶ πρότερον.

Παράδειγμα : Φορτίον 100 lb ἀναρτᾶται ἀπὸ τοῦ μέσου ἑνὸς σχοινίου, ὅπερ ἐκτείνεται



Εἰκ. 15. Εὕρεσις τῆς τάσεως ἑνὸς τεταμένου σχοινίου.



Εἰκ. 16. Ὁριζόντιοι καὶ κατακόρυφοι συνιστῶσαι τῶν δυνάμεων εἰς ἓν τεταμένον σχοινίον.

μεταξὺ δύο τοίχων ἀπεχόντων ἀλλήλων 30.0 ft. (Εἰκ. 15). Συνεπείᾳ τοῦ φορτίου τὸ σχοινίον κοιλοῦται κατὰ 4.0 ft εἰς τὸ μέσον αὐτοῦ. Νὰ εὑρεθοῦν αἱ τάσεις εἰς τὰ τμήματα A καὶ B.

Τὸ σημεῖον τοῦ μέσου τοῦ σχοινίου εἶναι ἐν ἰσορροπίᾳ ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῶν τριῶν δυνάμεων τῶν ἀσκουμένων ἐπ' αὐτοῦ ὑπὸ τῶν τμημάτων A καὶ B τοῦ σχοινίου καὶ τοῦ βάρους τῶν 100 lb. Ἐν διανυσματικὸν διάγραμμα τῶν δυνάμεων φαίνεται εἰς τὴν Εἰκ. 16. Ἡ ὁριζόντιος καὶ κατακόρυφος συνιστῶσαι τῶν 100 lb εἶναι, ἀντιστοίχως, 0 καὶ 100 lb πρὸς τὰ κάτω. Ἡ ὁριζόντιος καὶ κατακόρυφος συνιστῶσαι τῆς F_1 εἶναι, ἀντιστοίχως, F_1 συν θ πρὸς τ' ἀριστερὰ καὶ F_1 ημ θ πρὸς τὰ ἄνω. Παρομοίως, ἡ ὁριζόντιος καὶ ἡ κατακόρυφος συνιστῶσαι τῆς F_2 εἶναι, ἀντιστοίχως, F_2 συν θ πρὸς τὰ δεξιὰ καὶ F_2 ημ θ πρὸς τὰ ἄνω. Ἵνα ἡ συνισταμένη καταστῇ μηδενική, πρέπει τὸ ἄθροισμα τῶν ὁριζοντίων συνιστωσῶν ὡς καὶ τὸ ἄθροισμα τῶν κατακορύφων τοιούτων νὰ ἰσοῦται, ἕκαστον, πρὸς τὸ μηδέν. Συνεπῶς,

$$F_2 \text{ συν } \theta - F_1 \text{ συν } \theta = 0 \qquad \text{(ὁριζόντιος)} \qquad (a)$$
$$F_1 \text{ ημ } \theta + F_2 \text{ ημ } \theta - 100 \text{ lb} = 0 \qquad \text{(κατακόρυφος)} \qquad (b)$$

Ἐπειδὴ αἱ δύο αὐταὶ ἐξισώσεις περιλαμβάνουν τρεῖς ἀγνώστους ποσότητας F_1, F_2 καὶ θ, δὲν δυνάμεθα νὰ τὰς ἐπιλύσωμεν πλήρως ἄνευ περισσοτέρων δεδομένων.

Ἡ τιμὴ τῆς θ δύναται νὰ προσδιορισθῇ ἐκ τῶν διαστάσεων τῶν ἐμφαινομένων εἰς τὴν Εἰκ. 15

$$\text{ημ } \theta = \frac{4.0 \text{ ft.}}{A}$$

$$A = \sqrt{15.0^2 + 4.0^2} \text{ ft} = \sqrt{241} \text{ ft} = 15.5 \text{ ft}$$

καὶ

$$\text{ημ } \theta = \frac{4.0 \text{ ft}}{15.5 \text{ ft}} = 0.26$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως *(a)*, $F_1 = F_2$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν ἐξίσωσιν *(b)*,

$$F_1 \text{ ημ } \theta + F_1 \text{ ημ } \theta - 100 \text{ lb} = 0$$
$$2F_1 \text{ ημ } \theta = 100 \text{ lb}$$
$$2F_1 (0.26) = 100 \text{ lb}$$
$$F_1 = \frac{100 \text{ lb}}{2(0.26)} = 190 \text{ lb}$$

καὶ

$$F_2 = 190 \text{ lb}$$

Δύο τινὰ δέον νὰ σημειωθῶσιν ἐπὶ τοῦ ὡς ἄνω ἐπιλυθέντος προβλήματος : 1) ὅτι ἀπητήθη ἡ τιμὴ μιᾶς συναρτήσεως γωνίας τινὸς εἰς τὸ διανυσματικὸν διάγραμμα διὰ νὰ διεξαχθῇ ἡ ἐπίλυσις, 2) ὅτι ἡ τιμὴ αὕτη τῆς ὡς ἄνω συναρτήσεως προσδιωρίσθη ἐκ τῆς γεωμετρίας τοῦ ἀρχικοῦ προβλήματος.

Παράδειγμα : Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀπαιτουμένη δύναμις διὰ νὰ συγκρατηθῇ 1000-lb ὄγκημα ἐπὶ ἑνὸς ἐπικλινοῦς ἐπιπέδου σχηματίζοντος γωνίαν 30° μετὰ τῆς ὁριζοντίου, ἐὰν ἡ δύναμις εἶναι παράλληλος πρὸς τὸ ἐπικλινὲς ἐπίπεδον.

Αἱ ἐπὶ τοῦ ὀχήματος δυνάμεις περιλαμβάνουν (βλέπε Εἰκ. 17) τὸ κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω βάρος αὐτοῦ W, τὴν παράλληλον πρὸς τὸ ἐπικλινὲς ἐπίπεδον δύναμιν B καὶ τὴν ὑπὸ αὐτοῦ τούτου τοῦ ἐπικλινοῦς ἐπιπέδου ἀσκουμένην ἐπὶ τοῦ ὀχήματος δύναμιν A. Ἡ τελευταία αὕτη δύναμις εἶναι κάθετος πρὸς τὸ ἐπίπεδον ἐὰν δὲν ὑφίσταται τριβή.

Δεδομένου ὅτι τὸ ὄχημα εἶναι ἐν ἰσορροπίᾳ ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῶν τριῶν δυνάμεων A, B, καὶ W, δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν ἓν κλειστὸν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ *Εἰς ἅπαντα τὰ προβλήματα πρέπει νὰ σχεδιάζωνται μετὰ προσοχῆς καὶ φροντίδος σχήματα συνοδεύοντα τὴν ἀναλυτικὴν ἐπίλυσιν. Αἱ λύσεις δύνανται νὰ ἐλεγθῶσιν κατὰ προσέγγισιν, ἐὰν τὰ ἀνυσματικὰ διαγράμματα σχεδιασθῶσιν ὑπὸ κλίμακα.*

1. Ποία εἶναι ἡ συνισταμένη μιᾶς ὁριζοντίου δυνάμεως ἐκ 15,6 lb καὶ μιᾶς κατακορύφου ἐκ 12.5 lb ;

2. Ἀεροπλάνον πετᾷ πρὸς βορρᾶν καὶ διατρέχει ἀπόστασιν 125 km. Κατόπιν στρέφεται πρὸς ἀνατολὰς καὶ διατρέχει ἀπόστασιν 250 km. Ποία εἶναι ἡ μετακίνησις του ἀπὸ τοῦ σημείου ἐκκινήσεως ;

Ἀπ. 280 km. εἰς 26.6° βορείως τῆς ἀνατολῆς

3. Λίθος στροβιλίζει εἰς ἕναν κύκλον ἀκτῖνος 2.25 m. Ποία εἶναι ἡ διαφορὰ εἰς μῆκος μεταξὺ τῆς χορδῆς καὶ τοῦ τόξου (μετακίνησις καὶ ἀπόστασις) ὅταν ὁ λίθος ἔχει κινηθῇ κατὰ γωνίαν 45° ;

4. Ἄνθρωπος *A* ἀσκεῖ ἐπὶ ἀντικειμένου τινὸς δύναμιν 112 lb διευθυνομένην πρὸς ἀνατολάς. Ἕτερος ἄνθρωπος *B* ἑλκύει τὸ αὐτὸ ἀντικείμενον διὰ δυνάμεως 75 lb, πρὸς μίαν βορείαν κατεύθυνσιν. Ποῖον εἶναι τὸ μέγεθος καὶ ἡ κατεύθυνσις τοῦ ἀνύσματος *διαφορᾶς* τῶν δυνάμεων τούτων ;

Ἀπ. 134 lb, 146° ἢ — 34° ἐξ ἀνατολῶν

5. Εἷς γαιωμέτρης προσδιορίζει τὸ ὕψος ραδιοφωνικῆς κεραίας ὑπεράνω ὁριζοντίας ὁδοῦ, σκοπεύων κατ' ἀρχὰς τὴν κορυφὴν τῆς κεραίας ἀπὸ ἀποστάσεως τοιαύτης ὥστε ἡ ὀπτικὴ γωνία νὰ εἶναι 20.0°. Κατόπιν πλησιάζει ἐγγύτερον κατὰ 620 ft πρὸς τὴν κεραίαν καὶ διαπιστώνει ὅτι ἡ ὀπτικὴ γωνία εἶναι 40.0°. Ποῖον ὕψος εὑρίσκει διὰ τὴν κεραίαν ;

6. Πλοῖον ταξιδεύει μὲ ταχύτητα 10.0 mi/hr ἐν νηνεμίᾳ. Ἐὰν κατευθύνεται 60° νοτίως τῆς δύσεως εἰς ρεῦμα κινούμενον μετὰ ταχύτητος 12.0 mi/hr πρὸς ἀνατολάς, ποῖα εἶναι ἡ συνισταμένη διανυσματικὴ ταχύτης τοῦ πλοίου ;

Ἀπ. 11.1 mi/hr εἰς 51° νοτίως τῆς ἀνατολῆς

7. Ἀεροπλάνον ἵπταται μετὰ ταχύτητος 150 mi/hr καὶ πορείας ἀπὸ βορρᾶν πρὸς νότον τῇ βοηθείᾳ τῆς πυξῖδος του. Ἀντίθετος ἄνεμος πνέει μετὰ ταχύτητος 30 mi/hr, 47° νοτίως τῆς δύσεως καὶ φέρει τὸ ἀεροπλάνον δυτικῶς τῆς πορείας του. Ποῖα εἶναι ἡ ταχύτης καὶ ἡ πορεία τοῦ ἀεροπλάνου ;

8. Ἕνα μολύβι κινεῖται μετὰ ταχύτητος 3.0 cm/sec κατὰ μῆκος τῆς διαγωνίου ἑνὸς τετραγώνου ὅπερ καὶ αὐτὸ κινεῖται πρὸς τὴν κατεύθυνσιν μιᾶς κορυφῆς του μὲ ρυθμὸν 4.0 cm/sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ συνισταμένη ταχύτης τοῦ μολυβιοῦ. *Ἀπ.* 6.5 cm/sec.

9. Ποία εἶναι ἡ γωνία μεταξὺ δύο ἴσων δυνάμεων τῶν ὁποίων ἡ συνισταμένη εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἥμισυ τῆς μιᾶς τῶν δυνάμεων ;

10. Βράχος βάρους 160 lb εἶναι ἀνηρτημένος ἐκ σχοινίου. Ὁ βράχος ἑλκύεται κατὰ μέρος καὶ ἠρεμεῖ μὲ μίαν ὁριζόντιον δύναμιν ἐφηρμοσμένην 120 lb. Ποία εἶναι ἡ τάσις εἰς τὸ σχοινίον ; *Ἀπ.* 200 lb.

11. Σημαία ἐπαίρεται ἐπὶ τοῦ ἱστοῦ της μετὰ ταχύτητος 15 m/sec ταυτοχρόνως δὲ τὸ πλοῖον πλέει πρὸς νότον μετὰ ταχύτητος 22 m/sec καὶ ἡ παλίρροια κινεῖται ἀνατολικῶς μετὰ ταχύτητος 4.0 m/sec. Ποῖα εἶναι ἡ ταχύτης ἐπάρσεως τῆς σημαίας ἐν σχέσει πρὸς τὴν γῆν ;

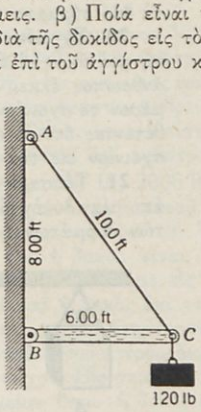
12. Ἡ σιδηρὰ σφαῖρα εἰς τὴν Εἰκ. 18 ζυγίζει 100 lb καὶ ἠρεμεῖ ἐντὸς σκάφης ἐχούσης σχῆμα V, τῆς ὁποίας αἱ πλευραὶ σχηματίζουν γωνίαν 60°. Ποῖα εἶναι ἡ φυσιολογικὴ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ὑπὸ τῆς σφαίρας ἐφ' ἑκάστης τῶν πλευρῶν τῆς σκάφης ; (Ἀμελητέα τριβὴ) *Ἀπ.* 100 lb.

13. Κιβώτιον 120-lb. εἶναι ἀνηρτημένον ἐκ σχοινίου προσδεδε-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μένου ἀπ' ἀγγίστρου εἰς ἓν κατακόρυφον τοῖχον εἰς τὸ σημεῖον A, Εἰκ. 19. Τὸ σχοινίον ἐκτοπίζεται ὑπὸ τοῦ μήκους τῆς ὁριζοντίας δοκίδος BC, μακρὰν 6.00 ft. Ἐκλαμβάνοντες ὅτι σχοινίον καὶ δοκὶς ἔχουν ἀμφότερα ἀσήμαντα βάρη, α) Σχεδιάσατε ἀνυσματικὸν διάγραμμα παριστὸν τὰς ἐπὶ τοῦ C ἐπενεργούσας δυνάμεις. β) Ποία εἶναι ἡ ὁριζοντία δύναμις ἡ ἐπενεργοῦσα ἐπὶ τοῦ τοίχου διὰ τῆς δοκίδος εἰς τὸ σημεῖον B; γ) Ποία εἶναι ἡ δύναμις ἡ ἐπενεργοῦσα ἐπὶ τοῦ ἀγγίστρου κατὰ τὴν διεύθυνσιν AC ;

Εἰκ. 18.



Εἰκ. 19.

14. Μία δοκὸς ἑνὸς γερανοῦ τοίχου ἔχουσα μῆκος 7.5 m. τηρεῖται εἰς ὀρθὴν γωνίαν πρὸς τὸν τοῖχον ὑπὸ μιᾶς δέστρας προσηρμοσμένης ἐπὶ τοῦ τοίχου 6.0 m. ὑπεράνω τοῦ ποδὸς τῆς δοκοῦ. Ἐὰν τὸ φορτίον τὸ παρ' αὐτῆς ἀνυψούμενον εἶναι 3.0 τόννοι, νὰ εὑρεθῇ ἡ τάσις εἰς τὴν δέστραν καὶ ἡ συμπιέζουσα δύναμις εἰς τὴν δοκόν. Νὰ ἀμεληθῇ τὸ βάρος τῆς δοκοῦ. Ἀπ. 4.8 τόννοι, 3.8 τόννοι.

15. Φορτίον 50 λιβρῶν ἀναρτᾶται ἐκ τῆς ὀροφῆς διὰ σχοινίου μήκους 8.0 ποδῶν. Δεύτερον σχοινίον προσδένεται εἰς τὸ πρῶτον εἰς ὕψος 2.0 ποδῶν ἀπὸ τοῦ φορτίου, ἀσκεῖται δὲ ἕλξις ὑπὸ τοῦ προσδεδεμένου σχοινίου τούτου, οὕτως ὥστε νὰ σχηματίζεται γωνία 30^0 ὑπὲρ τὴν ὁριζόντιον. Ὅταν ἡ τάσις φθάσῃ εἰς αὐτὸ 20 λίβρας, τὸ δεύτερον σχοινίον δένεται στερεῶς. α) Νὰ εὑρεθῇ ἡ τάσις εἰς τὸ πρῶτον σχοινίον, ἄνωθεν καὶ κάτωθεν τοῦ κόμβου. β) Ποίαν γωνίαν σχηματίζει τὸ πρῶτον σχοινίον μετὰ τῆς ὁριζοντίου ;

16. Ἐὰν ἄνεμος πνέει μετὰ ταχύτητος 17.5 ft/sec καὶ διασταυρώνει τὴν κατεύθυνσιν τοῦ πυρὸς πυροβολικοῦ κατὰ γωνίαν 38^0, ποῖαι εἶναι αἱ συνιστῶσαι ταχύτητες κατὰ μῆκος καὶ κατ' εὐθεῖαν διασταυρώσεως τῆς κατευθύνσεως τοῦ πυρός ; Ἀπ. 13.8 ft/sec, 10.9 ft/sec

17. Πρόσωπον εὑρίσκεται 35 m ἀνατολικῶς ὑμῶν καὶ τρέχει πρὸς βορρᾶν μὲ ταχύτητα 16 ft/sec. Κατὰ ποίαν γωνίαν βορείως τῆς ἀνατολῆς θὰ ἔπρεπε νὰ ρίψετε σφαῖραν μετὰ ταχύτητος ἐδάφους 60 ft/sec, ἵνα τὸ προσβάλῃ ;

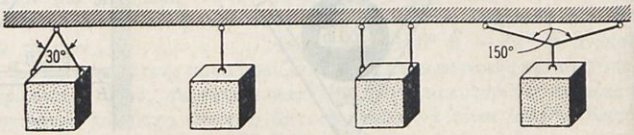
18. Προσθέσατε τὰς ἀκολούθους μετακινήσεις διὰ τῆς μεθόδου τῶν συνιστωσῶν : 10 ft κατευθυνόμεναι βορειοανατολικά, 15 ft κατευθυνόμεναι πρὸς νότον, καὶ 25 ft κατευθυνόμενα 30^0 δυτικῶς τοῦ νότου. Ἀπ. 30 ft, 10.4^0 δυτικῶς τοῦ νότου.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

19. Χρηματοκιβώτιον εἶναι ἀνηρτημένον διὰ δύο συρμάτων, ἕκα στον τῶν ὁποίων ἔχει κλίσιν πρὸς τὴν ὁριζόντιον 22°. Ἐὰν ὁ μέγιστος εὐθύγραμμος ἑλκυσμὸς τὸν ὁποῖον θὰ ἠδύναντο ν' ἀνεχθοῦν ἕκαστον τῶν δύο συρμάτων εἶναι 450 kg, πόσον βαρὺ χρηματοκιβώτιον θὰ ἠδύναντο τὰ δύο σύρματα νὰ βαστάσουν εἰς τὴν ὡς ὡρίσθη ἀνωτέρω θέσιν;

20. Σχοινίον μήκους 100 ft εἶναι δεμένο καλὰ καὶ τεντωμένα, ἀπὸ τὴ μιὰ ἄκρη σὲ ἕνα δένδρο καὶ ἀπὸ τὴν ἄλλην σ' ἕνα αὐτοκίνητο. Ἕνας ἄνθρωπος ἕλκει μετὰ δυνάμεως 100 lb κατ' ὀρθὴν γωνίαν καὶ εἰς τὸ μέσον τὸ σχοινίον καὶ μετακινεῖ τὸ σημεῖον τοῦ μέσου κατὰ 5.0 ft. Ὑποθέτοντες ὅτι τὸ σχοινίον δὲν ξεντώνει καθόλου, ποία εἶναι ἡ τάσις εἰς τὸ σχοινίον εἰς τὴν τελευταίαν ταύτην θέσιν; Ἀπ. 500 lb

21. Τέσσαρα κιβώτια, ζυγίζον ἕκαστον 200 kg., εἶναι ἀνηρτημένα ἀπὸ μίαν δοκὸν ὡς εἰς τὴν Εἰκ. 20. Ποία εἶναι ἡ τάσις εἰς ἓν ἕκαστον τῶν συρμάτων;



Εἰκ. 20.

22. Ἀκροβάτης ζυγίζων 150 lb κάμνει ἀκροβασίας ἐπὶ ἑνὸς ὁριζοντίου σύρματος μήκους 15.0 ft, ἱκανοῦ ὅπως ἀνέχηται βάρος 3000 lb. Πόσον μακρὰν κάτωθι τοῦ ἐπιπέδου τῶν στηριγμάτων, ἐπιτρέπεται νὰ κοιλανθῇ τὸ σύρμα εἰς τὸ μέσον αὐτοῦ, ἐὰν ὁ ἀκροβάτης, εἰς τὸ κέντρον, δύναται νὰ ὑποστηριχθῇ μὲ συντελεστὴν ἀσφαλείας 3 (ἡ τάσις δὲν πρέπει νὰ ὑπερβαίνῃ τὸ ἓν τρίτον τοῦ μεγίστου ὁρίου); Ἀπ. 0,56 ft

23. Ἄνθρωπος ταξιδεύει 15 mi νοτιοανατολικά, κατόπιν 8.0 mi πρὸς βορρᾶν, καὶ τέλος 10.0 mi βορειοδυτικά. Πρὸς ποίαν κατεύθυνσιν καὶ πόσα μίλλια ὑποχρεοῦται νὰ ταξιδεύσῃ διὰ νὰ ἐπιστρέψῃ εἰς τὴν ἀφετηρίαν;

24. Ἄνθρωπος περιπατᾶ πρὸς νότον ἐπὶ ἑνὸς πλοίου, μὲ μίαν ταχύτητα 4.0 mi/hr. Ἡ ἕλιξ τοῦ πλοίου κινεῖ τοῦτο μὲ 15 mi/hr βορειοδυτικῶς. Ἡ παλίρροια καὶ ὁ ἄνεμος ὁδηγοῦν τὸ πλοῖον 5.0 mi/hr πρὸς νότον. Ποῖα εἶναι ἡ πραγματικὴ ταχύτης τοῦ ἀνθρώπου ἐν σχέσει πρὸς τὴν γῆν; Ποία εἶναι ἡ κατεύθυνσις τῆς διανυσματικῆς ταχύτητός του; Ἀπ. 16 mi/hr εἰς 21° βορείως τῆς δύσεως

25. Χαρταετὸς τηρεῖται ἐν ἰσορροπίᾳ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του ἐξ 5,25 lb, τὴν ἕλξιν ἑνὸς σπάγγου ὁ ὁποῖος σχηματίζει μίαν γωνίαν 75° μετὰ τῆς κατακορύφου καὶ τὴν δύναμιν τοῦ ἀνέμου ὁ ὁποῖος δρᾷ καθέτως πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ χαρταετοῦ. Ὁ χαρταετὸς κλίνει κατὰ μίαν γωνίαν 30° ὡς πρὸς τὴν κατακόρυφον. Ποία εἶναι ἡ δύναμις εἰς τὸν σπάγγον;

26. Νὰ εὑρεθῇ ἡ δύναμις ἡ ἀπαιτουμένη νὰ ἐφαρμοσθῇ εἰς ἓν καλώδιον διὰ νὰ διατηρήσῃ ἐν ἰσορροπίᾳ αὐτοκίνητον 1000–lb ἐπὶ πρανοῦς 30° α) ὅταν τὸ καλώδιον εἶναι παράλληλον πρὸς τὸ πρανὲς καὶ β) ὅταν τὸ καλώδιον σχηματίζει γωνίαν 60° ὑπεράνω τῆς ὁριζοντίας.

Ἀπ. 500 lb, 577 lb

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

27. Σιδηροδρομικὸν ὄχημα 4000—lb δέον νὰ ἑλκυσθῇ ἐπὶ ἀνωφερείας ὑψουμένης κατὰ 40.0 ft, μεθ' ὁμοιομόρφου ταχύτητος, εἰς ἀπόστασιν 200 ft μετρουμένης κατὰ μῆκος τῆς ἀνωφερείας. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀπαιτουμένη δύναμις ἐὰν αὕτη ἤθελεν ἐφαρμοσθῇ α) παραλλήλως πρὸς τὴν ἀνωφέρειαν, β) ὁριζοντίως.

28. Ἄνοιγμα γεφύρας ἔχει τὸ σχῆμα ἀνεστραμμένου V. Ἡ κορυφὴ εἶναι εἰς ὕψος 5.00 μέτρων ὑπεράνω τῆς ὁδοῦ καὶ ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν βάθρων εἶναι 20.0 μέτρα. Νὰ εὑρεθῇ ἡ κατακόρυφος καὶ ἡ ὁριζοντία δύναμις τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ τὸ ἄνοιγμα ἐφ' ἑκάστου βάθρου ἀνὰ τόνον φορτίου ἐπὶ τῆς κορυφῆς τοῦ ἀνοίγματος. Ὑπολογίσατε ἐπίσης τὴν ὥθησιν τὴν ὁποίαν τὸ ἄνοιγμα τῆς γεφύρας ἀσκεῖ ἐφ' ἑκάστου βάθρου.

Ἀπ. 1000 lb, 2000 lb, 2240 lb.

29. Φορτίον 250 λιμπρῶν εἶναι ἀνηρτημένον ἐκ γερανοῦ ὀρθογωνίου σχήματος, ὁμοίου πρὸς τὸν εἰκονιζόμενον εἰς τὴν Εἰκ. 19. Τὸ σχοινίον ἀναρτήσεως εἶναι μήκους 18.0 ποδῶν καὶ ἡ δοκὸς εἶναι 15.0 πόδες. Ἀμελοῦντες τὸ βάρος τῆς δοκοῦ, νὰ εὑρεθῇ ἡ δύναμις εἰς τὸ σχοινίον ἀναρτήσεως καὶ ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ἡ δοκὸς ἐπὶ τοῦ τοίχου.

30. Ἀντικείμενον ζυγίζον 40.0 λίμπρας εἶναι ἀνηρτημένον ἀπὸ τοῦ ἄκρου ὁριζοντίας δοκοῦ μήκους 50.0 ἰντσῶν, τοῦ ἑτέρου ἄκρου τῆς δοκοῦ ἐρειδομένου ἐπὶ ἑνὸς κατακορύφου τοίχου. Εἰς σημεῖον ἀπέχον 40.0 ἴντσας, κατακορύφως ὑπεράνω τοῦ σημείου ὅπου ἡ δοκὸς συναντᾷ τὸν τοῖχον, εἶναι προσηρμοσμένον ἓν σύρμα, τοῦ ὁποίου τὸ ἕτερον ἄκρον εἶναι συνδεδεμένον εἰς τὸ ἄκρον τῆς δοκοῦ εἰς ὃ εἶναι ἀνηρτημένον τὸ φορτίον. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ δύναμις τάσεως ἐπὶ τοῦ σύρματος καὶ ἡ συμπιέζουσα δύναμις ἐπὶ τῆς δοκοῦ. Νὰ μὴ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν τὸ βάρος τῆς δοκοῦ. *Ἀπ.* 63.7 λίβραι, 50.0 λίβραι.

31. Διπλοῦν ἐπικλινὲς ἐπίπεδον ἔχει γωνίας κλίσεως 30^0, 60^0 καὶ 90^0, μὲ τὴν ἐκ 90^0 γωνίαν εἰς τὴν κορυφὴν τοῦ ἐπιπέδου. Δύο κάρρα ζυγίζοντα ἕκαστον 150 kg, εἶναι στερεωμένα ὁμοῦ διὰ σχοινίου διερχομένου διὰ τροχαλίας κειμένης ἐπὶ τῆς κορυφῆς τοῦ ἐπιπέδου, μὲ ἕνα κάρρο σὲ κάθε πλευρὰ τοῦ ἐπιπέδου. Ποία εἶναι ἡ ἀμιγὴς δύναμις ἥτις τείνει νὰ ἐπιταχύνῃ τὸ σύστημα;

32. Μία δοκὸς (μπίγα) ἑνὸς γερανοῦ εἶναι στερεωμένη ἐπὶ ἑνὸς κατακορύφου ἱστοῦ πλοίου εἰς τὸ κατώτερον αὐτοῦ ἄκρον οὕτως ὥστε νὰ σχηματίζῃ γωνίαν 30^0 μετὰ τοῦ ἱστοῦ. Τὸ ἀνώτερον ἄκρον αὐτοῦ τηρεῖται εἰς τὴν θέσιν του ὑπὸ σχοινίου ὅπερ σχηματίζει γωνίαν 90^0 μετὰ τῆς μπίγας. Ἀμελοῦντες τὸ βάρος τῆς μπίγας, νὰ ὑπολογισθῇ ἡ τάσις εἰς τὸ σχοινίον καὶ ἡ ὥσις τῆς μπίγας ὅταν φορτίον 900 kg φέρεται ὑπὸ τοῦ ἄνω ἄκρου τῆς μπίγας. *Ἀπ.* 450 kg, 779 kg

33. Ὁμὰς τεσσάρων ἀνδρῶν ἕλκει ἀνὰ ἓν σχοινίον προσδεδεμένα εἰς ἓν κοινὸν κόμβον. Αἱ δυνάμεις αἱ ἀσκούμεναι ὑπὸ τῶν ἀνδρῶν εἶναι αἱ ἀκόλουθοι: $A = 40$ lb εἰς 0^0 (ἐν ἀναφορᾷ πρὸς τὸν ὁριζόντιον ἄξονα τῶν x), $B = 50$ lb εἰς 105^0, $C = 30$ lb εἰς 210^0, $D = 60$ lb εἰς 270^0. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ μέγεθος καὶ ἡ διεύθυνσις τῆς συνισταμένης δυνάμεως.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Henri Antoine Becquerel

Pierre Curie

Marie Sklodovska Curie

Becquerel: 1852–1908. *Ἐγεννήθη ἐν Παρισίοις. Καθηγητὴς τοῦ Πολυτεχνείου τῶν Παρισίων. Ἔλαβεν τὸ βραβεῖον Νόμπελ τῆς φυσικῆς, μετὰ τῶν Κιουρί, διὰ τὴν ὑπ' αὐτοῦ ἀνακάλυψιν τῆς αὐτομάτου ραδιενεργείας.*

Pierre Curie: 1859–1906. *Ἐγεννήθη εἰς Παρισίους. Καθηγητὴς τῆς Δημοτικῆς Σχολῆς Βιομηχανικῆς Φυσικῆς καὶ Χημείας. Ὁ Πέτρος καὶ ἡ Μαρία Κιουρὶ συνεμερίσθησαν μετὰ τοῦ Ἑρρίκου Μπεκερέλ, τὸ βραβεῖον Νόμπελ τοῦ 1903 διὰ τὸ ἔργον των ἐπὶ τοῦ φαινομένου τῆς ἀκτινοβολίας, τοῦ ἀνακαλυφθέντος ὑπὸ τοῦ Μπεκερέλ.*

Marie Sklodovska Curie: 1867–1934. *Ἐγεννήθη εἰς Βαρσοβίαν. Διευθύντρια τῆς Ἐφηρμοσμένης Φυσικῆς εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τῶν Παρισίων. Ἡ Μαρία Κιουρὶ συνεμερίσθη τὸ Βραβεῖον Νόμπελ Φυσικῆς τοῦ 1903 μετὰ τοῦ συζύγου της καὶ τοῦ Ἑρρίκου Μπεκερὲλ καὶ ἔλαβεν προσθέτως τὸ βραβεῖον Νόμπελ Χημείας διὰ τὴν παρ' αὐτῆς ἀνακάλυψιν τοῦ ραδίου καὶ πολωνίου.*

3. ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΣ ΚΑΙ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΙΣ

Παρατηροῦντες τὰ περὶξ ἡμῶν ἀντικείμενα, διαπιστοῦμεν ὅτι μία ἐκ τῶν πλέον ἀξιοσημειώτων ἰδιοτήτων αὐτῶν εἶναι ἡ κίνησίς των. Μερικαὶ κινήσεις φαίνεται ὅτι εἶναι λίαν ἁπλαῖ, ἄλλαι δὲ λίαν περίπλοκοι. Ἡ κίνησις δύναται νὰ εἶναι ἐπικίνδυνος ἐὰν εἶναι ἀκατάστατος καὶ ἀνεξέλεγκτος, ὡς παρατηροῦμεν ταύτην ἐπὶ ἑνὸς ὑπερχειλίσαντος ποταμοῦ, ἐπὶ ἑνὸς τυφῶνος ἢ ἐπὶ ἑνὸς ἀκυβερνήτου αὐτοκινήτου, ἐνῶ ἀντιθέτως ἡ ἐλεγχομένη κίνησις εἶναι λίαν χρήσιμος.

Ἡ μελέτη τῶν κινήσεων τῶν ἀντικειμένων εἶναι ἀναγκαία ἐὰν θέλωμεν νὰ κατανοήσωμεν τὴν συμπεριφοράν των καὶ νὰ ἐκμάθωμεν τὸν τρόπον ἐλέγχου αὐτῶν.

Ἐπειδὴ πλεῖσται κινήσεις εἶναι λίαν πολύπλοκοι, εἶναι ἀνάγκη νὰ ἀρχίσωμεν διὰ τῶν ἁπλουστέρων περιπτώσεων. Εἶναι ἐκπληκτικὸν τὸ ὅ,τι τόσον περίπλοκοι κινήσεις δύνανται ν' ἀναλυθῶσιν καὶ νὰ παρασταθῶσιν ὑπὸ μορφὴν ὀλίγων στοιχειωδῶν τύπων, ὅταν οἱ ἁπλοῖ οὗτοι τύποι κινήσεων ἔχουν πλήρως κατανοηθῆ.

3-1. Ταχύτης καὶ διανυσματικὴ ταχύτης. Τὸ ἁπλούστερον εἶδος κινήσεως τὸ ὁποῖον δύναται νὰ ἔχῃ ἓν ἀντικείμενον, εἶναι μία ὁμοιόμορφος κίνησις κατὰ μίαν εὐθεῖαν γραμμήν. Εἰς κάθε ἓν δευτερόλεπτον τὸ σῶμα διανύει τὴν αὐτὴν ἀπόστασιν κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν ὡς ἔπραξεν καὶ εἰς ἕκαστον ἕτερον δευτερόλεπτον. Κάθε μέρος τοῦ σώματος κινεῖται κατὰ τὸν αὐτὸν ἀκριβῶς τρόπον. Ἓν ἀντικείμενον κινούμενον κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον, κινεῖται μετὰ σταθερᾶς *διανυσματικῆς* ταχύτητος. Σταθερὰ διανυσματικὴ ταχύτης

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

προϋποθέτει ὄχι μόνον *σταθερὰν ταχύτητα* ἀλλὰ καὶ *ἀμετάβλητον διεύθυνσιν* ἐπίσης.

Ἡ *ταχύτης* ἑνὸς κινουμένου σώματος εἶναι ἡ ἀπόστασις τὴν ὁποίαν διανύει ἀνὰ μονάδα χρόνου. Ἐὰν ἡ ταχύτης εἶναι ὁμοιόμορφος, τὸ ἀντικείμενον διανύει ἴσας ἀποστάσεις εἰς ἑκάστην διαδοχικὴν μονάδα χρόνου. Εἴτε ἡ ταχύτης εἶναι ὁμοιόμορφος εἴτε ὄχι, ἡ *μέση ταχύτης* εἶναι ἡ ἀπόστασις τὴν ὁποίαν διανύει τὸ σῶμα διαιρουμένη διὰ τοῦ ἀπαιτηθέντος χρόνου διὰ τὴν κίνησιν.

$$\text{Μέση ταχύτης} = \frac{\text{διανυθεῖσα ἀπόστασις}}{\text{διαρρεύσας χρόνος}}$$

$$\bar{v} = \frac{s}{t} \qquad (1a)$$

ὅπου s εἶναι ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις, $\bar{v}$ ἡ μέση ταχύτης καὶ t ὁ χρόνος. Ἡ κατὰ τὸ σύστημα mks μονὰς ταχύτητος εἶναι τὸ μέτρον ἀνὰ δευτερόλεπτον (m/sec), καὶ κατὰ τὸ *fps* εἶναι ὁ ποὺς ἀνὰ δευτερόλεπτον (ft/sec). Πολλαὶ ἄλλαι μονάδες εἶναι πολὺ κοιναί, ὡς τὸ μίλλιον ἀνὰ ὥραν (mi/hr), τὸ ἑκατοστὸν ἀνὰ δευτερόλεπτον (cm/sec), ὁ κόμβος κτλ. Ἡ ἐξίσωσις (1a) δύναται νὰ διατυπωθῇ καὶ ὡς

$$s = \bar{v}t \qquad (1)$$

Ἐὰν ἡ ταχύτης εἶναι σταθερά, ἡ τιμή της ἀσφαλῶς, εἶναι ἐντελῶς ἡ ἰδία μὲ τὴν μέσην ταχύτητα. Ἐάν, π.χ. ἓν αὐτοκίνητον διανύει 200 mi εἰς 4 hr, ἡ μέση αὐτοῦ ταχύτης εἶναι 50 mi/hr. Εἰς 6 hr θὰ διένυε 300 mi.

Ἡ ἔννοια τῆς ταχύτητος δὲν περικλείει τὴν ἰδέαν τῆς διευθύνσεως. Ἓν σῶμα κινούμενον μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος δύναται νὰ κινηθῇ κατὰ μίαν εὐθεῖαν γραμμὴν ἢ κατὰ ἕναν κύκλον ἢ κατὰ μίαν οἱανδήποτε τῶν ἀπείρων ποικιλιῶν τροχιῶν, καὶ νὰ διανύσῃ τόσην ἀπόστασιν ὅση ἡ διανυθεῖσα εἰς ἑκάστην μονάδα τοῦ χρόνου, ἰδίαν μὲ τὴν διανυθεῖσαν εἰς ἑκάστην ἄλλην ἴσην μονάδα τοῦ χρόνου.

Ἡ ἔννοια τῆς *διανυσματικῆς ταχύτητος* περιλαμβάνει τὴν ἰδέαν τῆς διευθύνσεως ὅσον καὶ τὴν τοῦ μεγέθους. Ὅθεν δέον νὰ προσέχωμεν τὴν *μετακίνησιν*–μετατόπισιν ἑνὸς σώματος καὶ ὄχι ἁπλῶς τὴν διανυθεῖσαν *ἀπόστασιν*. Ὁ ὁρισμὸς τῆς *μέσης διανυσματικῆς ταχύτητος* δίδεται ὑπὸ τοῦ

$$\text{Μέση ἀνυσματ. ταχύτης} = \frac{\text{μετακίνησις}}{\text{διαρρεύσας χρόνος}}$$

Ἡ ὁρίζουσα ἐξίσωσις τὴν μέσην διανυσματικὴν ταχύτητα εἶναι ἐντελῶς ἰδία πρὸς τὴν ἐξίσωσιν (1a), ἐκτὸς τοῦ ὅ,τι δέον νὰ κατανοηθῇ ὅτι τόσον ἡ $\bar{v}$ ὅσον καὶ ἡ μετακίνησις s εἶναι διανυσματικαὶ ποσότητες. Ἐνίοτε χρησιμοποιεῖται τὸ σύμβολον $\vec{s}$ διὰ νὰ προσδοθῇ ἔμφασις εἰς τὸ γεγονὸς τοῦτο.

Σταθερὰ *διανυσματικὴ ταχύτης* εἶναι μία ἰδιαιτέρα περίπτωσις τῆς σταθερᾶς κινήσεως. Ὄχι μόνον παραμένει ἡ εἰς ἑκάστην μονάδα χρόνου διανυθεῖσα ἀπόστασις ἡ αὐτή, ἀλλὰ καὶ ἡ *διεύθυνσις* αὐτῆς δὲν μεταβάλλεται. Αὐτοκίνητον τρέχον ἐπὶ μίαν ὥραν πρὸς *βορρᾶν* μετὰ διανυσματικῆς ταχύτητος 20 mi/hr, ἀφικνεῖται εἰς μίαν θέσιν ἀπέχουσαν 20 mi βορείως τῆς ἀρχικῆς του ἀφετηρίας. Ἐάν, ἀφ' ἑτέρου, τρέχῃ γύρω ἑνὸς ἱπποδρομίου ἐπὶ 1 hr μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος 20 mi/hr, θὰ διανύσῃ τὴν αὐτὴν ἀπόστασιν χωρὶς ν' ἀφιχθῇ πουθενά. Εἰς μίαν στιγμὴν ἡ ἀνυσματική του ταχύτης δυνατὸν νὰ εἶναι 20 mi/hr πρὸς ἀνατολὰς καὶ εἰς ἄλλην στιγμὴν 20 mi/hr πρὸς νότον.

Ἡ φράσις «Αὐτοκίνητον τρέχον μετὰ *διανυσματικῆς ταχύτητος* 20 mi/hr» εἶναι ἀνακριβὴς λόγῳ ἀτελείας τοῦ ὁρισμοῦ της, καθόσον δέον νὰ ἀναφέρεται εἰς ταύτην ρητῶς ἡ διεύθυνσις τῆς κινήσεώς του, διὰ νὰ προσδιορισθῇ μία διανυσματικὴ ταχύτης. Διὰ τοῦτο δέον πάντοτε νὰ χρησιμοποιῆται ἡ λέξις *ταχύτης*, μόνον ὅταν δὲν μᾶς ἐνδιαφέρῃ νὰ προσδιορισθῇ ἡ διεύθυνσις τῆς κινήσεως, ἢ ὅταν ἡ διεύθυνσις μεταβάλλεται.

Παράδειγμα: Αὐτοκίνητον ἐκινήθη ἐπὶ περιφερειακῆς τροχιᾶς ἐπὶ χρονικὸν διάστημα 3.0 hr. καὶ ἐκάλυψεν ὁλικὴν ἀπόστασιν 180 mi α) Ποία ἦτο ἡ μέση αὐτοῦ ταχύτης εἰς πόδας ἀνὰ sec; β) Ἐὰν εἰς τὸ τέλος τῆς διαδρομῆς του, τοῦτο ἦτο ἀκριβῶς 60 mi πρὸς βορρᾶν τοῦ ση-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μείου τῆς ἀφετηρίας του, ποία ἦτο ἡ μέση διανυσματικὴ ταχύτης αὐτοῦ ;

α) Ἡ μέση ταχύτης αὐτοῦ ἦτο :

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{180 \text{ mi}}{3.0 \text{ hr}} = \frac{180 \cancel{\text{mi}}}{3\,0 \cancel{\text{hr}}} \times \frac{5280 \text{ ft}}{1 \cancel{\text{mi}}} \times \frac{1 \cancel{\text{hr}}}{60 \cancel{\text{min}}} \times \frac{1 \cancel{\text{min}}}{60 \text{ sec}} = 88 \frac{\text{ft}}{\text{sec}}$$

β) Ἡ μέση διανυσματικὴ ταχύτης του ἦτο :

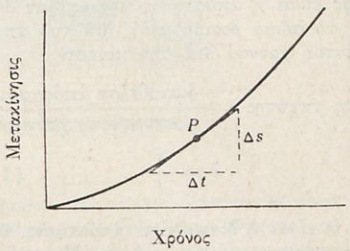
$$\bar{v} = \frac{\overrightarrow{s}}{t} = \frac{60 \text{ mi Bop.}}{3.0 \text{ hr.}} = 20 \frac{\text{mi}}{\text{hr}} \text{ Bop.}$$

3-2. Στιγμιαία διανυσματικὴ ταχύτης. Συχνὰ μᾶς ἐνδιαφέρει νὰ γνωρίζωμεν τὴν ταχύτητα καὶ τὴν διανυσματικὴν ταχύτητα ἑνὸς σώματος εἰς μίαν ὡρισμένην στιγμὴν καὶ ὄχι ἁπλῶς νὰ γνωρίζωμεν τὴν μέσην τιμὴν τῶν ταχυτήτων τούτων ἐπὶ ἓν σημαντικὸν χρονικὸν διάστημα. Πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον εἶναι πρόσφορον νὰ μελετήσωμεν τὴν σχέσιν $\Delta s/\Delta t$, ὅπου Δs εἶναι ἡ μετακίνησις τὴν ὁποίαν ἐπέτυχε τὸ σῶμα κατὰ τὸ μικρὸν χρονικὸν διάστημα Δt. Ἐὰν τὸ Δt γίνεται ὁλονὲν μικρότερον, ἐγγίζον τὸ μηδὲν ὡς ἓν ὅριον, ἡ Δs γίνεται ἐξ ἴσου ἀπειροστὴ καὶ ἡ *στιγμιαία διανυσματικὴ ταχύτης* v εἶναι τὸ ὅριον τῆς σχέσεως ταύτης

$$v = \underset{\Delta t \to 0}{\text{ὅριον}} \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad (1\beta)$$

Οὕτω στιγμιαία διανυσματικὴ ταχύτης καλεῖται τὸ ὅριον τοῦ λόγου μικρᾶς μετακινήσεως διὰ τοῦ χρόνου. Ἐκτὸς ἐὰν ἄλλως πῶς διατυποῦται, διὰ τοῦ ὅρου ταχύτης ἢ διανυσματικὴ ταχύτης, θὰ ἐννοεῖται ὅτι ἀναφερόμεθα εἰς τὴν στιγμιαίαν τιμήν.

Ἂς ὑποτεθῇ ὅτι ἐξετάζομεν τὴν περίπτωσιν ἑνὸς σώματος κινουμένου κατ' εὐθεῖαν γραμμὴν μεθ' ὁμοιομόρφως–ὁμαλῶς αὐξανομένης ταχύτητος. Μία καμπύλη μετακινήσεως ἔναντι τοῦ χρόνου δι' ἓν τοιοῦτον σῶμα, παρίσταται εἰς τὴν Εἰκ. 1. Ἐξ ὁρισμοῦ, ἡ κλίσις τῆς καμπύλης εἰς ἓν σημεῖον P προσδιορίζεται ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς φερομένης ἐφαπτομενικῶς πρὸς τὴν καμπύλην εἰς τὸ σημεῖον P ὡς ἡ αὔξησις εἰς τὴν τεταγμένην (Δs) διαιρουμένη μὲ τὴν αὔξησιν εἰς τὴν τετμημένην (Δt). Οὕτω ἡ ταχύτης ἑνὸς σώματος εἰς τὸ σημεῖον P εἶναι ἴση πρὸς τὴν κλίσιν τῆς γραμμῆς τῆς ἀχθείσης ἐφαπτομενικῶς πρὸς τὴν καμπύλην εἰς τὸ σημεῖον P. Ἐὰν ἡ ταχύτης ἦτο σταθερά, ἡ κλίσις θὰ ἦτο ἡ αὐτὴ εἰς ἕκαστον σημεῖον καὶ ἡ καμπύλη θὰ ἦτο μία εὐθεῖα γραμμή. Ἀπὸ τὸ σχῆμα τῆς καμπύλης εἰς τὴν Εἰκ. 1 καθίσταται ἐμφανὲς ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ ἐν λόγῳ σώ-



Εἰκ. 1. Καμπύλη μετακινήσεως—χρόνου.

ματος δὲν εἶναι σταθερά, ἐπειδὴ ἡ κλίσις (συντελεστὴς κλίσεως) αὐξάνει σταθερῶς.

3-3. Ἐπιταχυνομένη κίνησις. Τὰ ἀντικείμενα σπανίως κινοῦνται μετὰ σταθερᾶς διανυσματικῆς ταχύτητος. Εἰς σχεδὸν ἁπάσας τὰς περιπτώσεις ἡ διανυσματικὴ ταχύτης ἑνὸς ἀντικειμένου μεταβάλλεται συνεχῶς κατὰ μέγεθος ἢ κατὰ διεύθυνσιν ἢ κατ' ἀμφότερα. Κίνησις εἰς ἣν ἡ διανυσματικὴ ταχύτης μεταβάλλεται, καλεῖται *ἐπιταχυνομένη κίνησις* καὶ ὁ λόγος μεταβολῆς τῆς *διανυσματικῆς ταχύτητος* πρὸς τὸν χρόνον καλεῖται *ἐπιτάχυνσις*.

Ἡ διανυσματικὴ ταχύτης ἑνὸς σώματος δυνατὸν νὰ μεταβληθῇ διὰ μεταβολῆς τῆς ταχύτητος ἢ δι' ἀλλαγῆς τῆς διευθύνσεως, ἢ καὶ δι' ἀλλαγῆς ἀμφοτέρων, τῆς ταχύτητος καὶ τῆς διευθύνσεως. Ἐὰν ἡ διεύθυνσις τῆς ἐπιταχύνσεως εἶναι παράλληλος τῆς διευθύνσεως τῆς κινήσεως, τότε μόνον ἡ ταχύτης μεταβάλλεται, ἐνῶ, ἐὰν ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι κατ' ὀρθὴν γωνίαν πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως, τότε μόνον ἡ διεύθυνσις ἀλλάσσει. Ἐπιτάχυνσις εἰς οἱανδήποτε ἄλλην διεύθυνσιν προκαλεῖ μεταβολὰς εἰς ἀμφοτέρας, τὴν ταχύτητα καὶ τὴν διεύθυνσιν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐπὶ τοῦ παρόντος θὰ περιορίσωμεν τὴν προσοχήν μας ἐπὶ τοῦ ἁπλουστάτου τύπου τῆς ἐπιταχυνομένης κινήσεως, τὴν καλουμένην *ὁμοιομόρφως ἢ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν*, εἰς ἣν ἡ διεύθυνσις εἶναι πάντοτε ἡ αὐτὴ καὶ παράλληλος πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ἀρχικῆς κινήσεως καὶ ἡ ταχύτης μεταβάλλεται κατὰ ἕναν σταθερὸν λόγον. Ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην εἶναι ἴση πρὸς τὸν λόγον μεταβολῆς* τῆς ταχύτητος, ἐφ' ὅσον δὲν ὑπάρχει ἀλλαγὴ εἰς τὴν διεύθυνσιν. Ἡ ἐπιτάχυνσις καλεῖται *θετικὴ* ἐὰν ἡ ταχύτης αὐξάνεται, *ἀρνητικὴ* δὲ ἐὰν ἡ ταχύτης μειοῦται. Ἡ ἀρνητικὴ ἐπιτάχυνσις καλεῖται ἐνίοτε ἀπεπιτάχυνσις ἢ ἐπιβραδυνομένη.

3-4. Μέση καὶ στιγμιαία ἐπιτάχυνσις. Ἡ ἐπιτάχυνσις ἑνὸς σώματος ὡρίσθη ὡς ὁ λόγος μεταβολῆς* τῆς διανυσματικῆς του ταχύτητος ὡς πρὸς τὸν χρόνον. Χρησιμοποιοῦντες ἀλγεβρικὰ σύμβολα διὰ νὰ παραστήσωμεν τὴν μέσην ἐπιτάχυνσιν $\bar{a}$, τὴν ἀρχικὴν διανυσματικὴν ταχύτητα v_1, τὴν τελικὴν διανυσματικὴν ταχύτητα v_2 καὶ τὸν χρόνον t, γράφομεν τὴν ἐξίσωσιν τὴν προσδιορίζουσαν τὴν μέσην ἐπιτάχυνσιν ὡς ἀκολούθως :

$$\text{Μέση ἐπιτάχυνσις} = \frac{\text{διαφορὰ διανυσμ. ταχυτήτων}}{\text{διαρρεύσας χρόνος}}$$

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t} \qquad (2\alpha)$$

Δεδομένου ὅτι αἱ μονάδες ἐπιταχύνσεως λαμβάνονται διὰ διαιρέσεως μιᾶς μονάδος τῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος διὰ μιᾶς μονάδος χρόνου, παρατηροῦμεν ὅτι εἰς τὸ σύστημα μονάδων fps ἡ μονὰς ἐπιταχύνσεως εἶναι ὁ ποὺς ἀνὰ δευτερόλεπτον ἀνὰ δευτερόλεπτον (ft/sec²), εἰς τὸ σύστημα τῶν μονάδων mks εἶναι τὸ μέτρον ἀνὰ δευτερόλεπτον ἀνὰ δευτερόλεπτον (m/sec²) καὶ εἰς τὸ σύστημα μονάδων cgs εἶναι τὸ ἑκατοστὸν ἀνὰ δευτερόλεπτον ἀνὰ δευτερόλεπτον (cm/sec²).

Συχνὰ ἐνδιαφερόμεθα νὰ μάθωμεν τὴν ἐπιτάχυνσιν ἑνὸς σώματος εἰς μίαν ὡρισμένην στιγμήν. Αὕτη καθορίζεται κατὰ ἕναν τρόπον παρόμοιον πρὸς τὸν χρησιμοποιηθέντα διὰ τὸν ὁρισμὸν τῆς στιγμιαίας ἀνυσματικῆς ταχύτητος, ἤτοι τὸ ὅριον τοῦ λόγου τῆς μεταβολῆς* τῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος Δv πρὸς τὸ πολὺ μικρὸν χρονικὸν διάστημα Δt, ὡς τὸ Δt νὰ ἐγγίζῃ τὸ ὅριον μηδέν. Οὕτω ἡ στιγμιαία ἐπιτάχυνσις a δίδεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (2\beta)$$

Οὕτω στιγμιαία ἐπιτάχυνσις εἶναι ὁ λόγος μεταβολῆς* τῆς διανυσματικῆς ταχύτητος ὡς πρὸς τὸν χρόνον. Ἐν τοῖς ἑπομένοις ὁ ὅρος «ἐπιτάχυνσις» θὰ χρησιμοποιῆται ἐν σχέσει πρὸς τὴν στιγμιαίαν καὶ ὄχι τὴν μέσην τιμήν, ἐκτὸς ἐὰν ἄλλως διατυπωθῇ. Ἐὰν ἀχθῇ μία καμπύλη ἀνυσματικῆς ταχύτητος κατὰ τὸν ἀντίστοιχον χρόνον, ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς οἱονδήποτε σημεῖον δίδεται ὑπὸ τῆς κλίσεως τῆς καμπύλης εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο.

Παράδειγμα : Αὐτοκίνητον ἐπιταχύνει τὴν κίνησίν του κατὰ ἓν σταθερὸν λόγον, ἀπὸ 15 mi/hr εἰς 45 mi/hr ἐντὸς 10 sec ἐνῶ βαίνει κατ' εὐθεῖαν γραμμήν. Ποία εἶναι ἡ μέση ἐπιτάχυνσις ;

Ἡ μέση ἐπιτάχυνσις, ἢ ὁ λόγος μεταβολῆς τῆς ταχύτητος εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην, εἶναι ἡ διαφορὰ τῶν ταχυτήτων διαιρουμένη διὰ τοῦ χρόνου καθ' ὃν αὕτη ἐπραγματοποιήθη, ἤτοι

$$\bar{a} = \frac{45 \text{ mi/hr} - 15 \text{ mi/hr}}{10 \text{ sec}} = \frac{30 \text{ mi/hr}}{10 \text{ sec}}$$

$$= 3.0 \text{ (mi/hr) ἀνὰ sec}$$

ἀποδεικνυομένου οὕτω ὅτι ἡ ταχύτης αὐξάνει κατὰ 3.0 mi/hr καθ' ἕκαστον δευτερόλεπτον.

Ἀφοῦ

$$30 \text{ mi/hr} = 30 \frac{\text{mi}}{\text{hr}} \times \frac{5280 \text{ ft/mi}}{3600 \text{ sec/hr}} = 44 \text{ ft/sec}$$

ἡ μέση ἐπιτάχυνσις δύναται νὰ γραφῇ ἐπίσης ὡς

$$\bar{a} = \frac{44 \text{ ft/sec}}{10 \text{ sec}} = 4.4 \text{ ft/sec}^2$$

Ἡ διαπίστωσις αὕτη σημαίνει ἁπλῶς ὅτι ἡ ταχύτης αὐξάνει 4.4 ft/sec κατὰ τὴν διάρκειαν ἑκάστου δευτερολέπτου, ἢ 4.4. ft/sec².

3-5. Ἐξισώσεις ὁμοιομόρφως ἐπιταχυνομένης εὐθυγράμμου κινήσεως. Εἶναι χρήσιμον νὰ σημειώσωμεν καὶ ἀπομνη-

* *Διὰ τοῦ ὅρου «μεταβολῆς τῆς ταχύτητος» ἐννοοῦμεν τὴν διαφορὰν μεταξὺ τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος καὶ τῆς τελικῆς ταχύτητος, κατὰ τὴν ὁποίαν διαφορὰν μετεβλήθη—ἤλλαξεν ἡ ταχύτης.*

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μονεύσωμεν τὰς ἐξισώσεις αἵτινες ἐφαρμόζονται ἐπὶ ἑνὸς σώματος κινουμένου μετὰ σταθερᾶς ἐπιταχύνσεως κατὰ μίαν εὐθεῖαν γραμμήν, μιᾶς περιπτώσεως εἰδικῆς, ἀλλὰ συχνὰ συναντωμένης. Ἐὰν ἀμφότερα τὰ μέλη τῆς ἐξισώσεως (2α) πολλαπλασιασθῶσιν ἐπὶ t, λαμβάνομεν :

$$v_2 - v_1 = at \qquad (2)$$

ἐκφραζομένου οὕτω τοῦ γεγονότος ὅτι *ἡ διαφορὰ τῶν ταχυτήτων* εἶναι ἴση πρὸς τὸν λόγον τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος πολλαπλασιαζομένης ἐπὶ τὸν χρόνον κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ ὁποίου αὕτη μεταβάλλεται.

Ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις κατὰ τὴν διάρκειαν οἱουδήποτε χρόνου δίδεται διὰ τῆς ἐξισώσεως

$$s = \bar{v}t$$

ἀλλὰ ἡ μέση ταχύτης $\bar{v}$ δέον νὰ ληφθῇ ἀπὸ τῆς ἀρχικῆς καὶ τῆς τελικῆς τοιαύτης, v_1 καὶ v_2. Δεδομένου ὅτι ἡ ταχύτης μεταβάλλεται καθ' ὁμοιόμορφον λόγον, ἡ μέση ταχύτης $\bar{v}$ εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ ἀθροίσματος τῆς ἀρχικῆς καὶ τελικῆς ταχύτητος, ἤτοι

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2} \qquad (3)$$

Παράδειγμα : Πόσον μακρὰν πηγαίνει τὸ αὐτοκίνητον τοῦ προηγουμένου παραδείγματος ὅταν ἡ ταχύτης του αὐξάνῃ ἀπὸ 15 εἰς 45 mi/hr ;

$$\bar{v} = {}^1/_2(15 + 45)\ \text{mi/hr} = 30\ \text{mi/hr} = 44\ \text{ft/sec}$$
$$s = \bar{v}t = 44\ \text{ft/sec} \times 10\ \text{sec} = 440\ \text{ft}$$

Τρεῖς ἐξισώσεις δι' ὁμοιομόρφως ἐπιταχυνομένην κίνησιν εἶναι δυνατὸν νὰ ἔχωμεν :

$$s = \bar{v}t \qquad (1)$$
$$v_2 - v_1 = at \qquad (2)$$
$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2} \qquad (3)$$

Συνδυάζοντες ταύτας, λαμβάνομεν δύο ἄλλας χρησίμους ἐξισώσεις. Ἐξαλείφοντες v_2 καὶ $\bar{v}$, λαμβάνομεν

$$s = v_1 t + {}^1/_2 at^2 \qquad (4)$$

Ἐξαλείφοντες $\bar{v}$ καὶ t ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις (1) ἕως (3), λαμβάνομεν

$$2as = v_2^2 - v_1^2 \qquad (5)$$

Ἐκ τῶν πέντε τούτων ἐξισώσεων, ἡ Ἐξ. (1) ἀληθεύει δι' ἅπαντας τοὺς τύπους τῆς κινήσεως. Αἱ ἀπομένουσαι τέσσαρες ἰσχύουν μόνον δι' *ὁμοιομόρφως ἐπιταχυνομένην εὐθύγραμμον* κίνησιν. Διὰ τὴν ἐπίλυσιν ἑνὸς δεδομένου προβλήματος δέον νὰ χρησιμοποιῆται ἐκείνη ἡ ἐξίσωσις εἰς τὴν ὁποίαν ἡ προσδιορισθησομένη ποσότης εἶναι καὶ ἡ μόνη ἄγνωστος.

Παράδειγμα : Ἓν φορτηγὸν αὐτοκίνητον ἐκκινοῦν ἐκ τῆς ἠρεμίας ἀποκτᾷ μίαν ταχύτητα 30 mi/hr ἐντὸς 30 sec. Ποία εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις ; Πόσον μακρὰν πηγαίνει τὸ αὐτοκίνητον ;

$$v_2 = 30\ \text{mi/hr} = \frac{30\ \text{mi/hr} \times 5280\ \text{ft/mi}}{3600\ \text{sec/hr}} = 44\ \text{ft/sec}$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2)

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{44\ \text{ft/sec} - 0}{20\ \text{sec}} = 2.2\ \text{ft/sec}^2$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (4)

$$s = v_1 t + {}^1/_2 at^2 = 0 + {}^1/_2(2.2\ \text{ft/sec}^2)\ (20\ \text{sec})^2 = 440\ \text{ft}$$

ἢ ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1)

$$s = \bar{v}t = \frac{v_1 + v_2}{2}\, t = \frac{0 + 44\ \text{ft/sec}}{2} \times 20\ \text{sec} = 440\ \text{ft}$$

Παράδειγμα : Συρμὸς τρέχων μετὰ ταχύτητος 60 mi/hr ὑποχρεοῦται εἰς μίαν ἀναγκαστικὴν στάθμευσιν εἰς τὰ 2.000 ft. Ποία εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ ὁ ἀπαιτούμενος διὰ νὰ σταματήσῃ χρόνος ;

$$v_1 = 60\ \text{mi/hr} = 88\ \text{ft/sec}.$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (5)

$$2as = v_2^2 - v_1^2$$
$$2a(2000\ \text{ft}) = 0 - (88\ \text{ft/sec})^2$$
$$a = \frac{-(88\ \text{ft/sec})^2}{2(2000\ \text{ft})} = -1.9\ \text{ft/sec}^2$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2)

$$t = \frac{v_2 - v_1}{a} = \frac{0 - 88\ \text{ft/sec}}{-1.9\ \text{ft/sec}^2} = 46\ \text{sec}$$

3-6. Ἐλευθέρως πίπτοντα σώματα. Ἐπιτάχυνσις ὀφειλομένη εἰς τὴν βαρύτητα. Τὸ πλέον κοινὸν παράδειγμα ὁμοιομόρφως–ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης ταχύτητος εἶναι ἡ κίνησις ἑνὸς σώματος πίπτοντος ἐλευθέρως, ἤτοι, ἑνὸς σώματος ὅπερ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

πίπτει ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τοῦ ἰδίου του βάρους. Ἐὰν εἷς λίθος ἀφεθῇ νὰ πέσῃ, οὗτος θὰ πέσῃ ἐπὶ τῆς γῆς. Ἐὰν ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος εἶναι ἀμελητέα, ὁ λίθος πίπτει μεθ' ὁμοιομόρφου ἐπιταχύνσεως.

Ἡ ἐπιτάχυνσις ἐλευθέρως πιπτόντων σωμάτων εἶναι τόσον σημαντικὴ καὶ τόσον συχνὰ χρησιμοποιεῖται ὥστε κατέστη συνήθεια νὰ παρίσταται αὕτη διὰ τοῦ εἰδικοῦ συμβόλου g. Εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης καὶ εἰς πλάτος 45^0, ἡ g ἔχει τιμὴν 32.17 ft/sec², ἢ 980.6 cm/sec², ἢ 9.806 m/sec². Διὰ μερικοὺς σκοποὺς, εἶναι ἐπαρκῶς ἀκριβὲς τὸ νὰ χρησιμοποιῶμεν τὴν $g = 32$ ft/sec² ἢ 980 cm/sec², ἢ 9.80 m/sec².

Ἡ τιμὴ τῆς g δὲν εἶναι ἐντελῶς ἡ αὐτὴ εἰς ἅπαντα τὰ μέρη τῆς γῆς. Δεδομένου ὅτι τὸ βάρος ἑνὸς σώματος ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἀποστάσεως αὐτοῦ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς γῆς, ἡ ἐπιτάχυνσις ἑνὸς σώματος ἐλευθέρως πίπτοντος ἐξαρτᾶται ἐπίσης ἀπὸ τὴν ἀπόστασιν ταύτην. Εἰς ἓν δεδομένον πλάτος ἡ τιμὴ εἶναι μεγαλυτέρα εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης ἀπὸ τὴν διαπιστουμένην εἰς ἄλλον μεγαλύτερον ὕψος. Εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης ἡ τιμὴ εἶναι μεγαλυτέρα ἐγγὺς τῶν πόλων ἀπὸ τὴν τοῦ ἰσημερινοῦ. Τοπικῶς δυνατὸν νὰ ὑφίστανται μικραὶ διαφοραὶ λόγῳ τῶν ἀνωμαλιῶν εἰς τὰ στρώματα τῶν βράχων κάτωθεν τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς. Τοιαῦται τοπικαὶ διαφοραὶ ἀποτελοῦν τὴν βάσιν μιᾶς μεθόδου ἀναζητήσεως πετρελαίου.

Δεδομένου ὅτι ἓν ἐλευθέρως πῖπτον σῶμα ἐπιταχύνεται ὁμοιομόρφως, αἱ προγενεστέρως ἀναπτυχθεῖσαι πέντε ἐξισώσεις διὰ τὸν τύπον τοῦτον κινήσεως, δύνανται νὰ ἐφαρμοσθῶσιν, ὅταν ἀγνοηθῇ ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος.

Παράδειγμα : Σῶμα ἐκκινοῦν ἐκ τῆς ἠρεμίας πίπτει ἐλευθέρως. Ποία εἶναι ἡ ταχύτης του κατὰ τὸ τέλος τοῦ 1.0 sec ;

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2)

$$v_2 = v_1 + at = 0 + (32 \text{ ft/sec}^2)\,(1.0 \text{ sec}) = 32 \text{ ft/sec}$$

Παράδειγμα : Σῶμα ἐκκινοῦν ἐκ τῆς ἠρεμίας, πόσον μακρὰν πίπτει κατὰ τὸ πρῶτον δευτερόλεπτον ;

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (4)

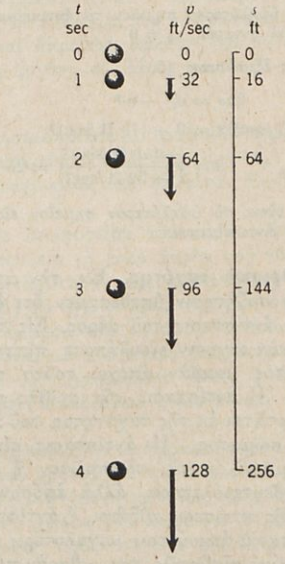
$$s = v_1 t + {}^1/_2 at^2 = 0 + {}^1/_2 (32 \text{ ft/sec}^2)\,(1.0 \text{ sec})^2 = 16 \text{ ft}$$

Ὁ Πίναξ 1 καὶ ἡ Εἰκ. 2 δεικνύουν τὴν ταχύτητα εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου t καὶ τὴν διανυθεῖσαν κατὰ τὴν πτῶσιν ἀπόστασιν κατὰ τὸν χρόνον t ὑπὸ ἑνὸς σώματος ὅπερ ἐκκινᾷ ἐκ τῆς ἠρεμίας.

ΠΙΝΑΞ 1

Χρόνος t, sec	Ταχύτης, ft/cec, εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου t	Ἀπόστασις, ft, πτῶσις εἰς χρόνον t
1	32	16
2	64	64
3	96	144
4	128	256

Ὅταν, ἀντὶ σῶμα τι νὰ πέσῃ ἐκ τῆς ἠρεμίας, ῥίπτεται μετ' ἀρχικῆς ταχύτητος v_1, τὸ πρῶτον μέλος τῆς ἐξισώσεως (4) δὲν εἶναι πλέον μηδέν. Ἐὰν οὕτο ῥιφθῇ



Εἰκ. 2. Θέσις καὶ ταχύτης ἑνὸς σώματος πίπτοντος ἐλευθέρως ἐκ τῆς ἠρεμίας εἰς διάφορα διαδοχικὰ χρονικὰ διαστήματα.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

πρὸς τὰ κάτω, τόσον ἡ v_1, ὅσον καὶ ἡ a ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ συνεπῶς δίδουν τὸ αὐτὸ ἀλγεβρικὸν πρόσημον. Ἐὰν ὅμως τὸ ἀντικείμενον ρίπτεται πρὸς τὰ ἄνω, ἡ v_1 κατευθύνεται πρὸς τὰ ἄνω ἐνῶ ἡ a, ἀντιθέτως, κατευθύνεται πρὸς τὰ κάτω καὶ οὕτω ἡ δευτέρα ταύτη δέον νὰ θεωρηθῇ ὡς ἀρνητική.

Παράδειγμα : Σῶμα τι ρίπτεται πρὸς τὰ ἄνω μετ' ἀρχικῆς ταχύτητος 40 ft/sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις κατὰ τὸ πρῶτον δευτερόλεπτον, ἡ ταχύτης εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου δευτερολέπτου καὶ τὸ μεγαλύτερον ὕψος εἰς ὃ ἔφθασεν τὸ ἀντικείμενον.

$$v_1 = 40 \text{ ft/sec}$$
$$a = -32 \text{ ft/sec}^2$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (4)

$$s = v_1 t + {}^1/_2 a t^2 (40 \text{ ft/sec}) \times (1.0 \text{ sec}) + {}^1/_2 (-32 \text{ ft/sec}^2) \times (1.0 \text{ sec})^2 = 24 \text{ ft}$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2)

$$v_2 = v_1 + at = 40 \text{ ft/sec} + (-32 \text{ ft/sec}^2)(1.0 \text{ sec}) = 8.0 \text{ ft/sec}$$

Εἰς τὸ ὑψηλότερον σημεῖον τὸ ἀντικείμενον ἀκινητεῖ καὶ συνεπῶς $v_2 = 0$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (5)

$$2as = v_2^2 - v_1^2$$
$$2(-32 \text{ ft/sec}^2)s = 0 - (40 \text{ ft/sec})^2$$
$$s = \frac{-(40 \text{ ft/sec})^2}{2(-32 \text{ ft/sec}^2)} = 25 \text{ ft}$$

Τοῦτο εἶναι τὸ ὑψηλότερον σημεῖον εἰς ὃ ἔφθασεν τὸ ἀντικείμενον.

3-7. Ὁριακὴ ταχύτης. Εἰς τὴν προηγηθεῖσαν συζήτησιν ὑπεθέσαμεν ὅτι δὲν ὑφίσταται ἀντίστασις τοῦ ἀέρος. Εἰς τὴν πραγματικὴν κίνησιν οἱουδήποτε πίπτοντος σώματος μακρὰν ἀπέχει τοῦτο τῆς ἀληθείας. Ἡ ἀντίστασις τῆς τριβῆς τοῦ ἀέρος ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ταχύτητος τοῦ κινουμένου σώματος. Ἡ ἀντίστασις εἶναι ἐντελῶς μικρὰ κατὰ τὸ πρῶτον ἢ τὸ δεύτερον δευτερόλεπτον, ἀλλὰ ἐφόσον ἡ ταχύτης τῆς πτώσεως αὐξάνει, ἡ ἀντίστασις καθίσταται ἀρκούντως μεγαλυτέρα ὥστε νὰ μειώνῃ αἰσθητῶς τὴν καθαρὰν πρὸς τὰ κάτω δύναμιν ἐπὶ τοῦ ἀντικειμένου καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις μειοῦται. Μετὰ παρέλευσιν μερικοῦ χρόνου ἀδιαλείπτου πτώσεως, τὸ σῶμα κινεῖται τόσον ταχέως ὥστε ἡ ἐπ' αὐτοῦ ἐκ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος ἀσκουμένη ἀνάσχεσις νὰ εἶναι τόση ὅση καὶ τὸ βάρος τοῦ σώματος, οὕτως ὥστε νὰ μὴν ὑφίσταται τοῦτο πλέον ἐπιτάχυνσιν. Τὸ σῶμα, λέγομεν τότε, προσήγγισεν τὴν *ὁριακήν του ταχύτητα*, μίαν ταχύτητα τὴν ὁποίαν δὲν δύναται νὰ ὑπερβῇ κατὰ τὴν πτῶσιν του ἐκ τῆς ἠρεμίας.

Λίαν μικρὰ ἀντικείμενα, ὡς μόρια κόνεως καὶ σταγονίδια ὕδατος, ὡς καὶ ἀντικείμενα λίαν μικρᾶς πυκνότητος καὶ εὐρείας ἐπιφανείας, ὡς τὰ πτερὰ π.χ., ἔχουν λίαν μικρὰς ὁριακὰς ταχύτητας. Συνεπῶς ταῦτα πίπτουν εἰς μικρὰς μόνον ἀποστάσεις πρὶν ἢ χάσουν τὸ πλεῖστον τῆς ἐπιταχύνσεώς των. Τὸ ἀποτέλεσμα τοῦ ἀέρος εἶναι δυνατὸν νὰ παρασταθῇ καὶ καταδειχθῇ δι' ἑνὸς πειράματος καθ' ὃ νόμισμα καὶ ἓν πτερὸν ἐγκλείονται ἐντὸς μακροῦ σωλῆνος. Ὅταν ὁ σωλὴν πληρωθῇ δι' ἀέρος καὶ ἀναστραφῇ, τὸ νόμισμα πίπτει ταχύτερον κατὰ πολὺ ἀπὸ τὸ πτερόν. Ἐὰν ὁ ἀὴρ ἀπαντληθῇ καὶ ἀναστραφῇ καὶ πάλιν ὁ σωλήν, τότε τὸ νόμισμα καὶ τὸ πτερὸν πίπτουν ταυτοχρόνως.

Ἕνας ἄνθρωπος, πηδῶν ἀπὸ ἀεροπλάνου, φθάνει μίαν ὁριακὴν ταχύτητα 120 mi/hr περίπου ἐὰν καθυστερήσῃ τὸ ἄνοιγμα τοῦ ἀλεξιπτώτου του. Ὅταν ἀνοίξῃ τὸ ἀλεξίπτωτον, ἡ ὁριακὴ ταχύτης μειοῦται λόγῳ τῆς αὐξημένης ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος εἰς 14 mi/hr περίπου, ταχύτης ἥτις εἶναι περίπου ἴση πρὸς τὴν κτωμένην ταχύτητα ὅταν ἕνας πηδήσῃ ἀπὸ ὕψος 7 ft. Ἐν μεγάλο ἀλεξίπτωτον συναντᾷ μεγαλυτέραν ἀντίστασιν ἀέρος ἀπὸ ἕνα μικρότερον τοιοῦτον καὶ ἐξ αὐτῆς τῆς αἰτίας πίπτει βραδύτερον. Ἀεροπλάνον, εἰς μίαν κατακόρυφον ἐφόρμησιν, ἄνευ χρήσεως τοῦ κινητῆρος του, δύναται νὰ φθάσῃ τὴν ταχύτητα τῶν 400 mi/hr.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ταχύτης εἶναι ἀπόστασις ἀνὰ μονάδα χρόνου καὶ *διανυσματικὴ ταχύτης* εἶναι μετακίνησις–μετατόπισις ἀνὰ μονάδα χρό-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νου. Αἱ *μέσαι* τιμαὶ αὐτῶν ὁρίζονται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως

$$\bar{v} = \frac{s}{t}$$

Στιγμιαία διανυσματικὴ ταχύτης εἶναι τὸ ὅριον τοῦ λόγου μικρᾶς μετακινήσεως διὰ τοῦ χρόνου.

$$v = \underset{\Delta t \to 0}{\text{ὅριον}} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Μία διατύπωσις τῆς *διανυσματικῆς* ταχύτητος δέον νὰ καθορίζῃ τὴν διεύθυνσιν ὅσον καὶ τὴν ταχύτητα, π.χ. 25 mi/hr ἀνατολικῶς, 30 ft/sec νοτιοδυτικῶς.

Ἐπιτάχυνσις εἶναι ἡ μεταβολὴ τῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος ἀνὰ μονάδα χρόνου. Ἡ μέση ἐπιτάχυνσις καθορίζεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t}$$

Στιγμιαία ἐπιτάχυνσις εἶναι ὁ λόγος μεταβολῆς τῆς διανυσματικῆς ταχύτητος ὡς πρὸς τὸν χρόνον.

$$a = \underset{\Delta t \to 0}{\text{ὅριον}} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Αἱ ἐξισώσεις ὁμοιομόρφως ἐπιταχυνομένης κινήσεως διὰ τὴν εἰδικὴν περίπτωσιν εἰς ἣν ἡ διεύθυνσις τῆς κινήσεως παραμένει σταθερὰ καὶ ἡ ταχύτης μεταβάλλεται ὁμοιομόρφως εἶναι αἱ ἑξῆς :

$$s = \bar{v}t \qquad (1)$$

$$v_2 - v_1 = at \qquad (2)$$

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2} \qquad (3)$$

$$s = v_1 t + {}^1/_2 at^2 \qquad (4)$$

$$2as = v_2{}^2 - v_1{}^2 \qquad (5)$$

Ἓν ἐλευθέρως πῖπτον σῶμα εἶναι ἐκεῖνον ἐπὶ τοῦ ὁποίου δὲν ἐπιδροῦν δυνάμεις μεγέθους δυναμένου νὰ ἐκτιμηθῇ, ἐκτὸς τοῦ ἰδίου του βάρους.

Ἡ ἐπιτάχυνσις ἑνὸς ἐλευθέρως πίπτοντος σώματος εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης καὶ εἰς πλάτος 45^0 εἶναι κατὰ προσέγγισιν 32 ft/sec², ἢ 980 cm/sec², ἢ 9.80 m/sec².

Ἡ *ὁριακὴ ταχύτης* ἑνὸς πίπτοντος ἀντικειμένου εἶναι ἡ κατακόρυφος ταχύτης εἰς ἣν ἡ δύναμις τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος εἶναι ἀκριβῶς ἀρκετὴ διὰ νὰ ἰσορροπήσῃ–ζυγίσῃ τὸ βάρος του.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Ἀποδείξατε, διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως γραφικῶν παραστάσεων, διατὶ ἡ μέση ταχύτης ἑνὸς ἀντικειμένου εἶναι ${}^1/_2 (v_1 + v_2)$ μόνον διὰ τὴν περίπτωσιν ὁμοιομόρφου ἐπιταχύνσεως καὶ δὲν εἶναι ἀληθὴς διὰ μεταβαλλομένην ἐπιτάχυνσιν.

2. Εἷς ἐπιβάτης κινουμένου λεωφορείου αὐτοκινήτου ρίπτει μίαν σφαῖραν πρὸς τὸν συνεπιβάτην του εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ αὐτοκινήτου. Περιγράψατε τὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα τῆς σφαίρας α) ἐν σχέσει πρὸς τὸν συνεπιβάτην του καὶ β) ἐν σχέσει πρὸς τὴν γῆν, ὅταν τὸ αὐτοκίνητον κινεῖται 1) πρὸς τὰ ἐμπρὸς καὶ 2) πρὸς τὰ ὀπίσω.

3. Δορυφόρος τῆς γῆς κινεῖται μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος εἰς σταθερὸν ὕψος ὑπεράνω τοῦ ὠκεανοῦ. Ἀποδείξατε διατὶ ἡ ἀνυσματικὴ αὐτοῦ ταχύτης δὲν εἶναι σταθερά. Ποία εἶναι ἡ διεύθυνσις τῆς ἐπιταχύνσεως ;

4. Σκιτσάρατε προχείρους καμπύλας διὰ νὰ παραστήσητε τὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα ὡς συνάρτησιν τοῦ χρόνου διὰ τὰς ἀκολούθους περιπτώσεις : α) σφαῖρα μπάσκετ μπὼλλ ριπτομένη καθέτως πρὸς τὰ ἄνω, τῆς κινήσεώς της ἀρχομένης ἀπὸ τῆς χειρὸς τοῦ παίκτου, β) ἑνὸς ἀναβατῆρος ἐκκινοῦντος ἐκ τῆς ἠρεμίας πρὸς τὰ ἄνω εἰς ὑψηλὸν οἰκοδόμημα, γ) συρμοῦ προσεγγίζοντος τὸν σταθμόν. (Θεωρήσατε τὰς πρὸς τὰ ἄνω ἀνυσματικὰς ταχύτητας ὡς θετικὰς καὶ τὰς πρὸς τὰ κάτω ὡς ἀρνητικάς).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

6. Αὐτοκίνητον τρέχει μετὰ σταθερᾶς διανυσματικῆς ταχύτητος 30 mi/hr πρὸς βορρᾶν ἐπὶ 15 min. Κατόπιν αὐξάνεται ἀποτόμως ἡ ταχύτης του εἰς 50 mi/hr καὶ διατηρεῖ ταύτην τὴν διανυσματικὴν ταχύτητα ἐπὶ 30 min. Ποία εἶναι ἡ μέση αὐτοῦ διανυσματικὴ ταχύτης καθ' ὅλην τὴν χρονικὴν ταύτην περίοδον; *Ἀπ.* 43 mi/hr βορείως.

7. Αὐτοκίνητον ἀγώνων τρέχει πέριξ κυκλικοῦ αὐτοκινητοδρόμου μήκους 1 μιλλίου μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος 90 mi/hr. α) Παραστήσατε δι' ἀνυσματικοῦ διαγράμματος τὴν στιγμιαίαν ἀνυσματικὴν ταχύτητά του κατὰ τὸ τέλος ἑκάστου τετάρτου περιστροφῆς. β) Ὑπολογίσατε τὴν μέσην ἀνυσματικὴν ταχύτητα τοῦ αὐτοκινήτου κατὰ τὴν διάρκειαν τῶν 20 δευτερολέπτων μετὰ τὴν διάβασιν τῆς γραμμῆς ἐκκινήσεως. γ) Ποία εἶναι ἡ μέση ἀνυσματικὴ ταχύτης αὐτοῦ κατὰ τὴν διάρκειαν τῶν 40 δευτερολέπτων μετὰ τὴν διάβασιν αὐτοῦ ἐκ τῆς γραμμῆς ἐκκινήσεως;

8. Ὑποθέτοντες ὅτι ἡ γῆ ἔχει διάμετρον περίπου 8000 μιλλίων, ποία εἶναι ἡ ταχύτης ἑνὸς σημείου ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ, συνεπείᾳ τῆς περιστροφῆς τῆς γῆς; Ποία εἶναι ἡ ταχύτης ἑνὸς σημείου κειμένου ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς εἰς τὸ μέσον μεταξὺ τοῦ πόλου καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ; *Ἀπ.* 1100 mi/hr, 740 mi/hr.

9. Αὐτοκίνητον μεταβάλλει τὴν ταχύτητά του ἀπὸ 20.0 mi/hr εἰς 30.0 mi/hr ἐντὸς 5.00 sec. Ἐκφράσατε τὴν ἐπιτάχυνσιν εἰς μίλλια ἀνὰ ὥραν ἀνὰ δευτερόλεπτον, πόδας ἀνὰ λεπτὸν ἀνὰ δευτερόλεπτον, καὶ πόδας ἀνὰ δευτερόλεπτον ἀνὰ δευτερόλεπτον.

10. Ἡ ἀρχικὴ ταχύτης αὐτοκινήτου ἔχοντος ἀρίστας τροχοπέδας ἦτο 30 mi/hr (44 ft/sec). Ὅταν ἐτροχοπεδήθη, ἐσταμάτησε εἰς 2.0 sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις. *Ἀπ.* -22 ft/sec^2.

11. Αὐτοκίνητον ἐκκινᾷ ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ ἐπιταχύνεται 2.0 m/sec^2. Ποίαν ἀπόστασιν θὰ διανύσῃ κατὰ τὸ τρίτον δευτερόλεπτον;

12. Αὐτοκίνητον ἔχει ταχύτητα 60 mi/hr. Ὅταν ἐτροχοπεδήθη ἡ ταχύτης του ἐμειώθη εἰς 15 mi/hr ἐντὸς 4 sec. Ποία εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις; Ποία ἀπόστασιν θὰ διανύσῃ κατὰ τὸ τέταρτον δευτερόλεπτον; *Ἀπ.* -16 ft/sec^2, 30 ft.

13. Εἷς συρμὸς ἔχει ταχύτητα 60 ft/sec εἰς δεδομένην στιγμὴν καὶ εἰς 12.0 sec ἀργότερον ἡ ταχύτης του εἶναι 42 ft/sec. Ποία εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις, ὑποθέτοντες ὅτι αὕτη εἶναι σταθερά; Μετὰ πόσον χρόνον ὁ συρμὸς θὰ σταματήσῃ; Ποίαν ἀπόστασιν θὰ διανύσῃ μετὰ τὴν πρώτην ἀναφερθεῖσαν στιγμήν;

14. Τυχὸν σῶμα ὀλισθαίνει, ἄνευ τριβῆς, ἐπὶ ἐπικλινοῦς ἐπιπέδου μήκους 10.0 μέτρων. Ἐὰν τὸ ἐπίπεδον τοῦτο σχηματίζῃ μετὰ τῆς ὁριζοντίου γωνίαν 30^0, νὰ ὑπολογισθῇ α) ὁ χρόνος τῆς καθόδου β) ἡ ταχύτης μεθ' ἧς φθάνει εἰς τὸν πυθμένα καὶ γ) ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις κατὰ τὸ δεύτερον δευτερόλεπτον ἀπὸ τῆς ἐκκινήσεώς του ἐκ τῆς ἠρεμίας. *Ἀπ.* α) 2.02 sec, β) 990 cm/sec, γ) 735 cm.

15. Κυβόλιθος ὀλισθαίνει πρὸς τὰ κάτω, ἐπὶ ἀνωμάλου ἐπιφανείας ἐπιπέδου, μήκους 30.0 ποδῶν εἰς 4.25 sec. Ποίαν ἀπόστασιν θὰ διανύσῃ ὁ κυβόλιθος κατὰ μῆκος ὁριζοντίου, στερουμένης τριβῆς ἐπιφανείας, κειμένης παρὰ πόδας τοῦ ἐπιπέδου, εἰς 3.19 sec;

16. Αὐτοκινητιστὴς πρέπει νὰ διανύσῃ 3.50 μίλλια ἐντὸς πόλεως

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὅπου ἡ ἐπιτρεπομένη μέση ταχύτης δὲν πρέπει νὰ ὑπερβαίνῃ τὰ 25.0 mi/hr. Ἐὰν αὐξήσῃ τὴν μέσην αὐτοῦ ταχύτητα εἰς 40 mi/hr, πόσον χρόνον ἤθελεν κερδίσει εἰς τὴν διαδρομήν του ; *Ἀπ.* 3.16 min.

17. Αὐτοκίνητον τουριστικὸν ἐκκινοῦν ἐκ τῆς ἠρεμίας δύναται ν' ἀναπτύξῃ ταχύτητα 60 mi/hr. ἐντὸς 17 sec. Δρομεὺς δύναται νὰ τρέξῃ τὸν δρόμον τῶν 100 ὑαρδῶν εἰς 9.8 sec. Ὑποθέτομεν ὅτι ὁ δρομεὺς κινεῖται μεθ' ὁμοιομόρφου ταχύτητος καὶ ὅτι τὸ αὐτοκίνητον ἐκκινᾷ κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς διελεύσεως τοῦ δρομέως πρὸ αὐτοῦ. Πόσην ἀπόστασιν θὰ διανύσουν ὁμοῦ μέχρις ὅτου τὸ αὐτοκίνητον τὸν προσπεράσῃ ;

18. Τυχὸν σῶμα ὀλισθαίνει πρὸς τὰ κάτω ἐπὶ ἐπιπέδου ἄνευ τριβῆς καὶ κατὰ τὸ τρίτον δευτερόλεπτον μετὰ τὴν ἐκ τῆς ἠρεμίας ἐκκίνησίν του ἔχει διανύσει 19.4 μέτρα. Ποία εἶναι ἡ κλίσις τοῦ ἐπιπέδου ; *Ἀπ.* 52.5°.

19. Πόσον ὑψηλὰ θὰ φθάσῃ σῶμα τι ριπτόμενον κατακορύφως μετὰ ταχύτητος 15.4 m/sec ; Πόσον θ' ἀνέλθῃ τοῦτο ;

20. Σφαῖρα μπάσκετ μπὸλλ ρίπτεται κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω ἀπὸ τὸ ἄκρον κρημνοῦ ὕψους 500 ποδῶν, μετ' ἀρχικῆς ταχύτητος 100 ft/sec. α) Ποία θὰ εἶναι ἡ ταχύτης της μετὰ 3.00 sec ; β) Κατόπιν τίνος χρόνου ἡ σφαῖρα θὰ προσκρούσῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ; *Ἀπ.* 196 ft/sec, 3.28 sec.

21. Λίθος ρίπτεται κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω ἀπὸ τῆς κορυφῆς πύργου ὕψους 100 μέτρων μετ' ἀρχικῆς ταχύτητος 30 m/sec. Ποία εἶναι ἡ ταχύτης του κατὰ τὸ τέλος τῶν 2.0 sec. ; Πόσος χρόνος θ' ἀπαιτηθῇ διὰ νὰ φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος ; Μετὰ ποίας ταχύτητος προσκρούει ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ;

22. Ἀερόστατον ἀνέρχεται μετὰ ρυθμοῦ 12 m/sec, εἰς ὕψος 80 μέτρων ὑπεράνω τοῦ ἐδάφους, ὁπότε ρίπτεται ἐξ αὐτοῦ λίθος. Πόσος χρόνος θὰ ἀπαιτηθῇ διὰ νὰ φθάσῃ οὗτος τὸ ἔδαφος ; *Ἀπ.* 5.4 sec

23. Ἀπὸ ἀεροστάτου, ὅπερ ἀνέρχεται μετὰ ρυθμοῦ 32 ft/sec, ρίπτεται λίθος ὅστις φθάνει τὸ ἔδαφος εἰς 16 sec. Εἰς ποῖον ὕψος εὑρίσκετο τὸ ἀερόστατον ὅταν ἐρρίφθη ὁ λίθος ;

24. Λίθος ρίπτεται ἐκ μεγάλου ὕψους, καὶ 3.00 sec ἀργότερον ρίπτεται ἕτερος κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω μετὰ ταχύτητος 150 ft/sec. Πότε καὶ ποῦ ὁ δεύτερος θὰ προλάβῃ τὸν πρῶτον ; *Ἀπ.* 5.67 sec, 515 ft.

25. Σφαῖρα πυροβολεῖται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω μετὰ ταχύτητος 320 ft/sec καὶ 4.0 sec ἀργότερον πυροβολεῖται καὶ δευτέρα τοιαύτη πρὸς τὰ ἄνω μετὰ ταχύτητος 190 ft/sec. Θὰ συναντηθοῦν ποτὲ αἱ δύο σφαῖρα ; Ἐὰν ναί, ποῦ θὰ συναντηθοῦν ;

26. Ἀναβατὴρ ἀνέρχεται μετὰ ἐπιταχύνσεως 4.0 ft/sec². Κατὰ τὴν στιγμὴν καθ' ἣν ἡ πρὸς τὰ ἄνω ταχύτης αὐτοῦ εἶναι 8.0 ft/sec, μία βίδα πίπτει ἀπὸ τῆς στέγης τοῦ κλωβοῦ του 9.0 πόδας ἀπὸ τοῦ δαπέδου. Νὰ εὑρεθῇ ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτηθεὶς διὰ νὰ προσκρούσῃ ἡ βίδα ἐπὶ τοῦ δαπέδου καὶ ἡ διανυθεῖσα κατὰ τὴν πτῶσιν παρ' αὐτοῦ ἀπόστασις. *Ἀπ.* 0,71 sec., 2.3 ft.

27. Ἀναβατὴρ κινεῖται πρὸς τὰ ἄνω μεθ' ὁμοιομόρφου ἐπιταχύνσεως ἐπὶ βραχὺν χρόνον. Ἡ παρ' αὐτοῦ διανυομένη ἀπόστασις παρίσταται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως $s = 15t + 2t^2$. Χαράξατε καμπύλην ἵνα παραστήσητε τὰς στιγμιαίας ταχύτητας κατὰ τὸ 0, 1, 2, 3 καὶ 4 sec.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

28. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης μετὰ τῆς ὁποίας βόμβα θὰ προσβάλῃ πολεμικὸν πλοῖον κείμενον 300 πόδας κάτωθι, ἐὰν ἡ βόμβα ριφθῇ ἀπὸ σταθμεῦον ἀερόστατον α) μετ' ἀρχικῆς διανυσματικῆς ταχύτητος 25.0 ft/sec κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω καὶ β) μετ' ἀρχικῆς διανυσματικῆς ταχύτητος 25.0 ft/sec κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω.

Ἀπ. 141 ft/sec, 141 ft/sec

29. Τεμάχιον φελλοῦ ρίπτεται πρὸς τὰ κάτω κατακορύφως ἀπὸ κρημνοῦ ὅστις ἔχει ὕψος 1500 πόδας. Ἡ ἀρχικὴ ταχύτης τοῦ φελλοῦ εἶναι 170 ft/sec. Ἡ τριβὴ τοῦ ἀέρος προκαλεῖ ὁμοιόμορφον ἀρνητικὴν ἐπιτάχυνσιν −13.3 ft/sec^2, μέχρις ὅτου ὁ φελλὸς ἀποκτᾷ ὁριακὴν ταχύτητα 10.0 ft/sec. Πόσος χρόνος θ' ἀπαιτηθῇ διὰ νὰ ἐγγίσῃ ὁ φελλὸς τὸ ἔδαφος;

30. Σταγὼν βροχῆς ἔχει ὁριακὴν ταχύτητα 50 ft/sec ὅταν πίπτῃ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς. Μία τῶν σταγόνων πίπτει ἐντὸς φρέατος βάθους 300 ποδῶν. Ἐὰν ὁ ἦχος διανύῃ 1125 ft/sec, μετὰ πόσον χρόνον παρατηρητὴς θ' ἀκούσῃ, ἀπὸ τῆς στιγμῆς καθ' ἣν ἡ σταγὼν εἰσῆλθεν ἐντὸς τοῦ φρέατος, τὴν σταγόνα προσκρούουσαν ἐπὶ τοῦ ὕδατος εἰς τὸν πυθμένα τοῦ φρέατος;

Ἀπ. 6.27 sec

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

John William Strutt, third Baron Bayleigh.

1842–1919. *Ἐγεννήθη εἰς τὸ Ἔσσεξ, τῆς Ἀγγλίας. Πρόεδρος τοῦ Ἐργαστηρίου Ἐρευνῶν Davy-Faraday τοῦ Λονδίνου. Τοῦ ἀπενεμήθη τὸ βραβεῖον Νόμπελ διὰ τὴν Φυσικὴν διὰ τὰς ἐρευνάς του ἐπὶ τῆς πυκνότητος τῶν πλέον σημαντικῶν ἀερίων, καὶ διὰ τὴν παρ' αὐτοῦ ἀνακάλυψιν τοῦ ἀργοῦ, ἑνὸς τῶν ἀποτελεσμάτων τῶν ἐρευνῶν τούτων.*

4. ΔΥΝΑΜΙΣ ΚΑΙ ΚΙΝΗΣΙΣ

Κατὰ τὰς περὶ στατικῆς μελέτας μας (Κεφ. 2) ἐξητάσαμεν τὸν κλάδον ἐκεῖνον τῆς Μηχανικῆς ὅστις ἀσχολεῖται μὲ τὴν ἰσορροπίαν τῶν δυνάμεων ἐπὶ ἀντικειμένων εὑρισκομένων ἐν ἠρεμίᾳ ἢ κινουμένων μετὰ σταθερᾶς ἀνυσματικῆς ταχύτητος, δηλαδή, σωμάτων ἄτινα δὲν εἶναι ἐν ἐπιταχύνσει. Εἰς τὸ Κεφ. 3 ἐμελετήσαμεν τὴν κίνησιν σωμάτων κινουμένων μεθ' ὁμοιομόρφου ἐπιταχύνσεως. Θὰ ἐπιζητήσωμεν τώρα, κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς κλασσικῆς δυναμικῆς, ν' ἀναλύσωμεν τὴν συγγένειαν μεταξὺ συνισταμένων δυνάμεων καὶ τῶν ὑπ' αὐτῶν προκαλουμένων ἐπιταχύνσεων.

Ὅταν ἓν σῶμα εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ, γνωρίζομεν ἐκ πείρας ὅτι θὰ παραμείνῃ ἐν ἠρεμίᾳ ἐκτὸς καὶ ἂν κάτι ἔκανε ν' ἀλλάξῃ τὴν κατάστασιν αὐτήν. Βαδίζομεν ἀφόβως κατὰ μέτωπον ἀκινητούσης ἀτμομηχανῆς σιδηροδρόμου, διότι γνωρίζομεν ὅτι δὲν θὰ κινηθῇ αὐτὴ ἐξαπίνης. Ἓν βαρὺ κιβώτιον ἐπὶ τοῦ ἐδάφους θὰ παραμείνῃ εἰς τὴν θέσιν του, ἐκτὸς ἐὰν ἑλκυσθῇ ἢ ὠθηθῇ. Δέον νὰ ἀσκήσωμεν ἐπ' αὐτοῦ δύναμιν τινὰ διὰ νὰ μεταβάλλωμεν τὴν κίνησίν του, δηλαδὴ νὰ τοῦ προσδώσωμεν ἐπιτάχυνσιν.

Δεχόμεθα εὐκόλως τὸ γεγονὸς ὅτι οὐδὲν σῶμα δύναται νὰ τεθῇ εἰς κίνησιν ἄνευ τῆς ἐπενεργείας ἐπ' αὐτοῦ δυνάμεώς τινος. Δὲν εἶναι ὅμως τόσον εὔκολον ν' ἀποδεχθῶμεν τὸ ἐξ ἴσου ἀληθὲς γεγονὸς ὅτι, σῶμα τι ἐν κινήσει δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ μεταβάλῃ τὴν κίνησίν του ἐὰν συνισταμένη τις δύναμις δὲν ἐπενεργήσῃ ἐπ' αὐτοῦ. Σπανίως ἢ μᾶλλον οὐδέποτε παρατηροῦμεν σῶμα τὸ ὁποῖον νὰ μὴν ἔχῃ δύναμιν ἐπενεργοῦσαν ἐπ' αὐτοῦ.

Κιβώτιον ἀκινητοῦν ἐπὶ τοῦ πατώματος ὑφίσταται τὴν ἐπενέργειαν πλειόνων τῆς μιᾶς δυνάμεων, ἀλλὰ αὗται δὲν προκαλοῦν μεταβολήν τινα κινήσεως. Ἀπαιτεῖται μία μᾶλλον ἰσχυρὰ ὁριζοντία δύναμις διὰ νὰ ἀρχίσῃ τὸ κιβώτιον νὰ κινῆται, καὶ τοῦτο σταματᾷ ἀμέσως ὅταν ἡ δύναμις ἀπομακρυνθῇ. Ἐὰν τὸ κιβώτιον ἐδράζεται ἐπὶ τροχῶν, ἀπαιτεῖται μικροτέρα δύναμις διὰ νὰ ἀρχίσῃ τοῦτο καὶ συνεχίσῃ νὰ κινῆται ἐπὶ μακρότερον. Ἐὰν καταβληθῇ φροντὶς μειώσεως τῆς τριβῆς, ἡ ἐκκίνησις τοῦ κιβωτίου γίνεται εὐκολώτερον καὶ τοῦτο συνεχίζῃ νὰ κινῆται ἐπὶ περισσότερον εὐκόλως. Ἀγόμεθα τελικῶς εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι, ἐὰν ἡ τριβὴ τοῦ πατώματος ἦτο δυνατὸν ν' ἀπαλειφθῇ ἐξ ὁλοκλήρου, τότε *οἱαδήποτε* ὁριζόντιος δύναμις θὰ ἠδύνατο νὰ θέσῃ εἰς κίνησιν τὸ κιβώτιον καὶ τοῦτο ἅπαξ τεθὲν εἰς κίνησιν θὰ ἐξηκολούθῃ κινούμενον ἀορίστως, ἐκτὸς καὶ ἂν μία δύναμις τὸ ἠνάγκαζε

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νὰ σταματήσῃ. Ἡ ἰδιότης ἑνὸς σώματος, δυνάμει τῆς ὁποίας ἀπαιτεῖται μία καθαρὰ–ὠφέλιμος δύναμις διὰ νὰ μεταβάλῃ τὴν κίνησίν του, καλεῖται *ἀδράνεια*.

4-1. Ὁ νόμος τῆς ἀδρανείας. Ὁ πρῶτος Νόμος τοῦ Newton. Τὸ συμπέρασμα ὅτι ἀπαιτεῖται ἀνάλογος δύναμίς τις ἵνα μεταβάλῃ τὴν κίνησιν ἑνὸς σώματος, διετυπώθη ὑπὸ τοῦ Νεύτωνος (1642–1727). *Δὲν ἐπέρχεται μεταβολὴ εἰς τὴν κίνησιν ἑνὸς σώματος ἐκτὸς ἐὰν συνισταμένη τις δύναμις ἐπενεργήσῃ ἐπ' αὐτοῦ.* Ἐὰν τὸ σῶμα εἶναι ἐν ἠρεμίᾳ, θὰ ἐξακολουθήσῃ τοῦτο ἠρεμοῦν. Ἐὰν κινῆται, θὰ ἐξακολουθήσῃ κινούμενον μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος κατ' εὐθεῖαν γραμμήν, ἐκτὸς ἐὰν ἐπενεργήσῃ ὠφέλιμός τις δύναμις ἐπ' αὐτοῦ. Ὁ νόμος οὗτος τῆς ἀδρανείας καλεῖται συνήθως *πρῶτος νόμος τῆς κινήσεως τοῦ Νεύτωνος*. Ἐξ ἀντιδιαστολῆς πρὸς τὸν νόμον τοῦτον ἔπεται ὅτι οὐδεμία ἐπιτάχυνσις δύναται νὰ ἐπέλθῃ ἂν δὲν ὑπάρξῃ μία ὠφέλιμος δύναμις ποὺ νὰ προκαλέσῃ τὴν μεταβολὴν ταύτην.

4-2. Μᾶζα. Διὰ τοῦ ὅρου μᾶζα ἑνὸς σώματος ἐννοοῦμεν τὸ ἀριθμητικὸν μέτρον τῆς ἀδρανείας του, ἐπὶ τῇ βάσει μιᾶς αὐθαιρέτως ληφθείσης ὡς προτύπου μάζης, π.χ., τὸ πρότυπον χιλιόγραμμον (Κεφ. 1). Κατ' ἀρχήν, ἡ μᾶζα ἑνὸς σώματος θὰ ἠδύνατο νὰ προσδιορισθῇ διὰ τῆς μετρήσεως τῆς ἀντεπιδράσεώς του μετὰ τοῦ ὡς προτύπου ληφθέντος σώματος, ὅταν ἀμφότερα ἦσαν πολὺ μακρὰν ἐξ ἁπάντων τῶν ἄλλων ἐν τῷ σύμπαντι σωμάτων. Αἱ μᾶζαι θὰ ἦσαν κατ' ἀντίστροφον λόγον τῶν ἐπιταχύνσεων τῶν προκαλουμένων ὑπὸ τῆς ἀμοιβαίας ἐκ τῆς ἕλξεως τῆς βαρύτητος ἀλληλοέλξεως τῶν δύο σωμάτων.

Πρακτικώτερον, δυνάμεθα νὰ συγκρίνωμεν τὸ ὑπὸ ἐξέτασιν σῶμα μὲ τὸ πρότυπον χιλιόγραμμον, ἐπὶ ἑνὸς ἰσοβραχίονος ζυγοῦ, ὅταν ἀμφότερα τὰ σώματα ἕλκωνται ὑπὸ τῆς γῆς. Ἡ δύναμις τῆς βαρύτητος ἐνεργεῖ ἐφ' ὅλων τῶν σωμάτων ἀναλόγως τῶν μαζῶν των. Ἡ πρᾶξις τῆς ζυγίσεως εἰς τὴν πλάστιγγα προσδιορίζει τὴν μᾶζαν τοῦ ὑπὸ ἐξέτασιν σώματος. Ἡ μᾶζα εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς τοποθεσίας τοῦ σώματος. Ἡ μᾶζα ἑνὸς σώματος εἶναι σταθερὰ ἐκτὸς ἐὰν προσθέσωμεν ὕλην ἢ ἀφαιρέσωμεν τοιαύτην. Ἀντιθέτως, τὸ βάρος τοῦ σώματος, ἡ ἕλξις τῆς γῆς ἐπ' αὐτοῦ, ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς τοποθεσίας τοῦ σώματος ἐπὶ τῆς γῆς καὶ φυσικὸν θὰ ἦτο νὰ εἶναι ἐντελῶς διάφορον ἐπὶ ἑτέρου πλανήτου.

4-3. Δύναμις καὶ ἐπιτάχυνσις: Δεύτερος νόμος τοῦ Νεύτωνος. *Ὁποτεδήποτε μία ὠφέλιμος (μὴ ἐν ἰσορροπίᾳ) δύναμις ἐπενεργῇ ἐπὶ σώματός τινος, παράγει ἐπιτάχυνσιν πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ὠφελίμου δυνάμεως, μίαν ἐπιτάχυνσιν ἥτις εἶναι κατ' εὐθεῖαν ἀνάλογος πρὸς τὴν ὠφέλιμον δύναμιν καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος.*

Ἐὰν ἐφαρμόζωνται διαδοχικῶς μεγαλύτεραι συνιστάμεναι δυνάμεις ἐπὶ δεδομένου σώματος, ἀντιστοίχως προκαλοῦνται μεγαλύτεραι ἐπιταχύνσεις. Δεδομένη δύναμις ἐφαρμοζομένη διαδοχικῶς ἐπὶ διαφόρων σωμάτων, θὰ προκαλέσῃ ἐπιταχύνσεις ἀντιστρόφως ἀναλόγους πρὸς τὰς μάζας τῶν σωμάτων.

Συμφώνως πρὸς τὸν δεύτερον νόμον, δύνανται νὰ γραφῶσιν αἱ ἀκόλουθοι ἀναλογίαι

$$a \propto F$$

καὶ

$$a \propto \frac{1}{m}$$

Αἱ ἀναλογίαι αὗται δύνανται νὰ συνδυασθῶσιν ὡς

$$a \propto \frac{F}{m}$$

καὶ γραφόμεναι ὑπὸ μίαν ἐξίσωσιν

$$F = kma \qquad (1)$$

Εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1), δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ οἱαδήποτε μονὰς δυνάμεως, οἱαδήποτε μονὰς μάζης καὶ οἱαδήποτε μονὰς ἐπιταχύνσεως, ἀρκεῖ νὰ δοθῇ ἡ πρέπουσα τιμὴ εἰς τὴν σταθερὰν k. Γενικῶς, μία διάφορος τιμὴ τοῦ k πρέπει νὰ δοθῇ δι' ἕκαστον ἐκλεγέντα συνδυασμόν. Διὰ λόγους ἁπλουστεύσεως, συνηθίζεται νὰ γίνηται χρῆσις ἑνὸς συστήματος μονάδων διὰ τὸ ὁποῖον τὸ k ἔχει μίαν τιμὴν τοῦ ἑνός.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

4-4. Συστήματα μονάδων. Εἰς τὸ Κεφ. 1 παρετηρήσαμεν ὅτι ἀπαιτοῦνται τρεῖς θεμελιώδεις ποσότητες διὰ νὰ συσταθῇ, εἰς τὴν Μηχανικήν, ἓν σύστημα μονάδων. Ἡ ἐκλογὴ τῶν θεμελιωδῶν τούτων ποσοτήτων εἶναι μᾶλλον αὐθαίρετος, καὶ τὸ εἶδος τῶν μονάδων, τῶν οὕτω συγκροτουμένων, ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἐκλογῆς. Συνήθως, αἱ θεμελιώδεις ποσότητες εἶναι τὸ μῆκος, ἡ μᾶζα καὶ ὁ χρόνος. Ἕτερον σύστημα θεμελιωδῶν ποσοτήτων χρησιμοποιεῖ τὸ μῆκος, τὴν δύναμιν καὶ τὸν χρόνον. Ἡ μᾶζα εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς θέσεως εἰς ἣν γίνεται ἡ παρατήρησις καὶ συνεπῶς ἓν σύστημα μονάδων βασιζόμενον ἐπὶ τοῦ μήκους, τῆς μάζης καὶ τοῦ χρόνου καλεῖται ἓν *ἀπόλυτον* σύστημα. Εἰς τὴν ἀλλοίαν ἐκλογήν, μῆκος, δύναμις καὶ χρόνος, ἡ δύναμις ἡ συνήθως ἐκλεγομένη, εἶναι μία δύναμις τῆς ἕλξεως τῆς βαρύτητος ἢ τὸ βάρος καὶ συνεπῶς τὸ σύστημα τοῦτο τῶν μονάδων καλεῖται ἓν σύστημα *ἕλξεως τῆς βαρύτητος*.

4-5. Ἀπόλυτα συστήματα μονάδων. Εἰς ἓν ἀπόλυτον σύστημα μονάδων, καθορίζεται αὐθαιρέτως μία θεμελιώδης μονὰς δι' ἑκάστην τῶν θεμελιωδῶν ποσοτήτων μήκους, μάζης καὶ χρόνου, ὡς περιεγράφη εἰς τὸ Κεφ. 1. Ἔχουν κοινῶς καθορισθῇ τρία τοιαῦτα συστήματα: δύο μετρικά, *cgs* καὶ *mks* καὶ ἓν Βρεττανικόν.

Εἰς τὸ σύστημα *cgs*, αἱ θεμελιώδεις μονάδες εἶναι, τὸ ἑκατοστόμετρον, τὸ γραμμάριον καὶ τὸ δευτερόλεπτον. Ἐκ τῶν μονάδων τούτων παρήχθη μία μονὰς ἐπιταχύνσεως, τὸ ἑκατοστόμετρον ἀνὰ δευτερόλεπτον ἀνὰ δευτερόλεπτον. Χρησιμοποιοῦντες τὴν ἐξίσωσιν (1), δυνάμεθα νὰ ἐξάγωμεν μίαν μονάδα δυνάμεως, ἑνὸς τοιούτου μεγέθους, ὥστε ἡ σταθερὰ k νὰ ἔχῃ μίαν τιμὴν ἑνότητος. Ἐὰν m εἶναι 1 gm καὶ a εἶναι 1 cm/sec², τότε τὸ k θὰ εἶναι 1 ἐὰν ὑπάρχῃ μονὰς δυνάμεως. Εἰς τὴν μονάδα ταύτην δυνάμεως δίδομεν τὸ ὄνομα δύνη. Ἡ *δύνη* εἶναι ἡ ὠφέλιμος — ἡ καθαρὰ δύναμις ἥτις θὰ προσδώσῃ εἰς μίαν μᾶζαν τοῦ 1 gm μίαν ἐπιτάχυνσιν τοῦ 1 cm/sec².

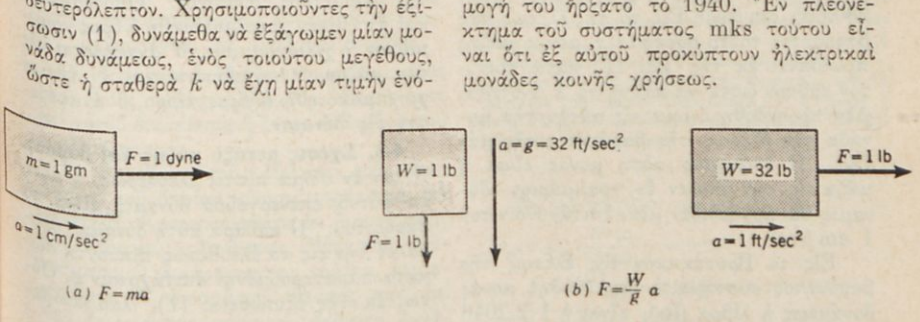
Ὅταν χρησιμοποιεῖται μία σειρὰ μονάδων τοιαύτη ὡς ἡ *cgs*, εἰς τὴν ὁποίαν μία μονὰς ἔχει ὁρισθῇ κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε νὰ κάμνῃ τὸ k ἑνότητα, τότε ἡ ἐξίσωσις (1) καθίσταται:

$$F = ma \qquad (2)$$

Ἡ ἐξίσωσις (2) δὲν εἶναι μία γενικὴ ἐξίσωσις ἐπειδὴ αὕτη δὲν δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ εἰ μὴ μόνον *ὅταν μεταχειριζώμεθα μίαν συνεπῆ σειρὰν μονάδων*.

Ὅταν ἐπιλεγοῦν ὡς θεμελιώδεις μονάδες τὸ μέτρον, τὸ χιλιόγραμμον καὶ τὸ δευτερόλεπτον, τότε προκύπτει ἓν νέον σύστημα μονάδων, τὸ *mks*. Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἡ μονὰς ἐπιταχύνσεως εἶναι τὸ μέτρον ἀνὰ δευτ. ἀνὰ δευτ. Ὡς καὶ πρότερον, δυνάμεθα νὰ ἐξάγωμεν μίαν μονάδα δυνάμεως ἥτις καθιστᾷ τὸ k τῆς ἐξισώσεως (1) ἑνότητα.

Τὸ *νευτόνιον* ἢ *νιοῦτον* εἶναι ἡ δύναμις ἥτις θὰ δώσῃ εἰς μίαν μᾶζαν τοῦ 1 kg, μίαν ἐπιτάχυνσιν τοῦ 1 m/sec². Ἐκ τῆς μεθόδου καθορισμοῦ τῆς μονάδος δυνάμεως παρατηροῦμεν ὅτι ἡ σειρὰ αὕτη τῶν μονάδων δύναται ἐπίσης νὰ χρησιμοποιηθῇ εἰς τὴν ἐξίσωσιν (2). Τὸ σύστημα μονάδων mks ἐγένετο ἀποδεκτὸν ὑπὸ μιᾶς διεθνοῦς συνελεύσεως καὶ ἡ ἐφαρμογή του ἤρξατο τὸ 1940. Ἓν πλεονέκτημα τοῦ συστήματος mks τούτου εἶναι ὅτι ἐξ αὐτοῦ προκύπτουν ἠλεκτρικαὶ μονάδες κοινῆς χρήσεως.



Εἰκ. 1.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΙΝΑΞ 1. ΣΥΝΕΠΗ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ ΝΟΜΟΝ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΟΝΑΔΩΝ

Εἰς ἑκάστην σειράν, ἡ φέρουσα ἀστερίσκον μονάς, εἶναι ἡ συνήθως ὁριζομένη ἐκ τοῦ δευτέρου νόμου τοῦ Νεύτωνος, οὕτως ὥστε νὰ κάμνῃ $k = 1$ εἰς τὴν $F = kma$.

Ὄνομα συστήματος	Μονὰς μάζης	Μονὰς δυνάμεως	Μονὰς ἐπιταχύνσεως
Mks (ἀπόλυτον)	χιλιόγραμμον	νιοῦτον*	m/sec^2
Cgs (ἀπόλυτον)	γραμμάριον	δύνη*	cm/sec^2
Cgs (ἔλξεως τῆς βαρύτητος)	ἀνώνυμος $m = W/g$	γραμμάριον	cm/sec^2
Βρεττανικὸν (ἀπόλυτον)	λίβρα	πάουνταλ* (poundal)	ft/sec^2
Βρεττανικὸν (ἔλξεως τῆς βαρύτητος)	slug*	λίβρα	ft/sec^2
Οἱονδήποτε σύστημα	W/g	Ἡ αὐτὴ μονὰς ἡ χρησιμοποιηθεῖσα διὰ W	Ἡ αὐτὴ μονὰς ἡ χρησιμοποιηθ. διὰ τὴν g

Ἓν Βρεττανικὸν ἀπόλυτον σύστημα βασίζεται ἐπὶ τοῦ ποδός, τῆς λίβρας καὶ τοῦ δευτερολέπτου. Εἰς τοῦτο ἡ λίβρα χρησιμοποιεῖται ὡς μία μονὰς μάζης, καὶ ὡς καὶ πρότερον, μία μονὰς δυνάμεως καθορίζεται ὥστε νὰ κάμνῃ τὸ k τῆς ἐξισώσεως (1) ἑνότητα. Ἡ *poundal* — πάουνταλ — εἶναι ἡ δύναμις ἥτις δύναται νὰ προσδώσῃ εἰς μίαν μᾶζαν 1 λίβρας μίαν ἐπιτάχυνσιν 1 ft/sec^2.

4-6. Συστήματα μονάδων τῆς ἔλξεως τῆς βαρύτητος. Εἰς ἓν σύστημα μονάδων τῆς ἔλξεως τῆς βαρύτητος, ἡ θεμελιώδης μονὰς δυνάμεως καθορίζεται βάσει τῆς ἔλξεως τῆς γῆς ἐπὶ ἑνὸς αὐθαιρέτως ἐπιλεγέντος σώματος. Εἰς ἓν μετρικὸν τῆς ἔλξεως τῆς βαρύτητος σύστημα, χρησιμοποιεῖται τὸ γραμμάριον ὡς μία μονὰς δυνάμεως. Τὸ *γραμμάριον — δύναμις* καθορίζεται ὡς τὸ ἓν χιλιοστὸν τῆς ἔλξεως τῆς γῆς ἐπὶ ἑνὸς προτύπου χιλιογράμμου εἰς μίαν θέσιν ὅπου ἡ g ἔχει μίαν τιμὴν 980.665 cm/sec^2. Εἰς τὸ τῆς ἔλξεως τῆς βαρύτητος τοῦτο σύστημα ἡ μονὰς μάζης προκύπτει ἐκ τῆς Ἐξ. (1) κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε νὰ κάμνῃ τὸ k ἑνότητα. Δὲν προσεδόθη ὄνομα εἰς αὐτὴν τὴν μονάδα τῆς ἔλξεως τῆς βαρύτητος τῆς μάζης. Ἡ ἀνώνυμος αὕτη μονὰς εἶναι ἡ μᾶζα εἰς τὴν ὁποίαν ἓν γραμμάριον—δύναμις θὰ προσέδιδεν μίαν ἐπιτάχυνσιν τοῦ 1 cm/sec^2.

Εἰς τὸ Βρεττανικὸν τῆς ἔλξεως τῆς βαρύτητος σύστημα, ἡ θεμελιώδης μονὰς δυνάμεως ἡ λίβρα (lb), εἶναι ἡ 1/2.2046 δύναμις μεθ' ἧς ἡ γῆ ἕλκει ἓν πρότυπον χιλιόγραμμον εἰς μίαν θέσιν ὅπου ἡ g εἶναι 32.17398 ft/sec^2. Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο καθορίζομεν μίαν μονάδα μάζης, τὴν slug, ἐκ τῆς Ἐξ. (1). Ἡ slug εἶναι ἡ μᾶζα ἐπὶ τῆς ὁποίας μία δύναμις τῆς 1 λίβρας θὰ δώσῃ μίαν ἐπιτάχυνσιν τοῦ 1 ft/sec^2.

4-7. Ἐκλογὴ τῶν χρησιμοποιηθησομένων μονάδων. Περιεγράψαμεν πέντε συστήματα μονάδων ἕκαστον τῶν ὁποίων εἶναι συνεπές, λογικὸν καὶ κατάλληλον πρὸς χρῆσιν εἰς τὴν Ἐξίσωσιν (2). Εἶναι ἀτύχημα τὸ ὅ,τι εἰς τὰς διαφόρους σειρὰς μονάδων χρησιμοποιεῖται ἡ αὐτὴ λέξις διὰ νὰ προσδιορίσῃ μίαν μονάδα μάζης εἰς μίαν σειράν, ἀλλὰ μία μονάδα δυνάμεως εἰς ἄλλην σειράν. Κατόπιν αὐτοῦ, εἰς ὁλόκληρον τὸ περὶ Μηχανικῆς τμῆμα τοῦ βιβλίου τούτου, θὰ παραλείψωμεν πᾶσαν ἀναφορὰν μας εἰς τὸ ἀπόλυτον Βρεττανικὸν σύστημα καὶ εἰς τὸ cgs τῆς ἔλξεως τῆς βαρύτητος σύστημα. Ὁποτεδήποτε καὶ ἂν ἤθελεν χρησιμοποιηθῇ ὁ ὅρος *γραμμάριον ἢ χιλιόγραμμον*, θ' ἀναφέρεται εἰς τὴν *μᾶζαν*. Ὁποτεδήποτε καὶ ἂν ἤθελεν χρησιμοποιηθῇ ὁ ὅρος *λίβρα*, θ' ἀναφέρεται εἰς *δύναμιν*.

4-8. Σχέσις μεταξὺ μάζης καὶ βάρους. Ὅταν ἓν σῶμα πίπτει ἐλευθέρως, ἡ μόνη ἐπ' αὐτοῦ ἐπενεργοῦσα δύναμις εἶναι τὸ βάρος του. Ἡ καθαρὰ αὕτη δύναμις προκαλεῖ τὴν εἰς τὰ ἐλευθέρως πίπτοντα σώματα παρατηρουμένην ἐπιτάχυνσιν g. Οὕτω, ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1), λαμβάνομεν

$$W = kmg$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐὰν χρησιμοποιῶμεν μονάδας αἱ ὁποῖαι εἶναι συνεπεῖς μὲ τὴν ἐξίσωσιν (2), ἡ τιμὴ τοῦ k εἶναι ἑνότης καὶ

$$W = mg \tag{3}$$

ἢ

$$m = \frac{W}{g} \tag{4}$$

Ἐπειδὴ βάρος εἶναι μία δύναμις, χρησιμοποιοῦμεν τὴν ἐξίσωσιν (3) διὰ νὰ εὕρωμεν βάρη εἰς *δύνας* ἢ εἰς *νιοῦτονς*, ὅταν χρησιμοποιῶμεν τὰ ἀπόλυτα cgs ἢ mks συστήματα μονάδων, ἀντιστοίχως. Εἰς τὸ τῆς ἕλξεως τῆς βαρύτητος Βρεττανικὸν σύστημα ὑπολογίζομεν συνήθως τὴν μᾶζαν εἰς slugs ἐκ τῆς ἐξισώσεως (4). Ἐν πάσῃ περιπτώσει, ὅπου χρησιμοποιοῦμεν μονάδας αἵτινες εἶναι συνεπεῖς μὲ τὴν ἐξίσωσιν (2), δυνάμεθα πάντοτε νὰ ἀντικαταστήσωμεν W/g διὰ m καὶ mg διὰ W.

Ὁ πίναξ 1 ἀναφέρει συνεπεῖς σειρὰς μηχανικῶν μονάδων.

4-9. Μέθοδος ἐπιλύσεως προβλημάτων. Ἐφαρμόζοντες τὸν δεύτερον νόμον τῆς κινήσεως διὰ τὴν ἐπίλυσιν προβλήματος τινός, δυνάμεθα ν' ἀποφύγωμεν ἀρκετὴν δυσχέρειαν, ἀκολουθοῦντες μίαν καθωρισμένην πορείαν. Ἡ πλέον συνήθης πηγὴ δυσχερείας εἶναι ἡ ἀδυναμία νὰ ἀναγνωρίσωμεν ὅτι ἡ F τοῦ δευτέρου νόμου ἀναφέρεται πάντοτε εἰς τὴν *συνισταμένην* δύναμιν τὴν ἐπενεργοῦσαν ἐπί τινος σώματος καὶ ὅτι ἡ m ἀναφέρεται εἰς ὁλόκληρον τὴν μᾶζαν τοῦ ἰδίου αὐτοῦ σώματος. Διὰ τὴν ἐπίλυσιν οἱουδήποτε προβλήματος περιλαμβάνοντος δύναμιν καὶ κίνησιν, συνιστῶνται τὰ ἀκόλουθα στάδια :

1. Φτιάξατε ἓν σχέδιον συμφώνως πρὸς τοὺς ὅρους τοῦ προβλήματος. Ὑποδείξατε ἐπ' αὐτοῦ διαστάσεις ἢ ἕτερα δεδομένα τοῦ προβλήματος.

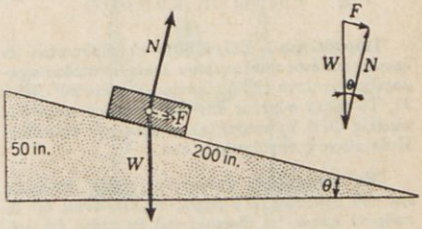
2. Ἐκλέξατε πρὸς ἐξέτασιν τὸ *σῶμα ἐκεῖνο τοῦ ὁποίου κίνησις πρόκειται νὰ μελετηθῇ*. Κατασκευάσατε ἓν διανυσματικὸν διάγραμμα δυνάμεως. Ἐπὶ τοῦ διανυσματικοῦ διαγράμματος τούτου, παραστήσατε δι' ἀνυσμάτων *ἁπάσας* τὰς *ἐπὶ* τοῦ ἐπιλεγέντος σώματος δρώσας δυνάμεις. Ἐὰν δυνάμεις τινὲς εἶναι ἄγνωστοι, παραστήσατε ταύτας ἐπίσης δι' ἀνυσμάτων καὶ σημειώσατε ταύτας ὡς ἀγνώστους ποσότητας.

3. Ἐκ τοῦ διανυσματικοῦ διαγράμματος λάβατε τὴν *συνισταμένην* δύναμιν τὴν δρῶσαν ἐπὶ τοῦ σώματος. Ἡ συνισταμένη αὕτη εἶναι ἡ F τῆς ἐξισώσεως (2).

4. Λάβατε τὴν ἄγνωστον ποσότητα (a, F ἢ m) ἐκ τῆς σχέσεως $F = ma$. Ἐὰν τὸ βάρος τοῦ σώματος εἶναι δεδομένον, ὑπολογίσατε m ἀπὸ τὴν $m = W/g$. Ἐὰν τὸ πρόβλημα ἀπαιτεῖ τὴν εὕρεσιν ἀποστάσεως τινός, ἀνυσματικῆς ταχύτητος ἢ χρόνου, ἐφαρμόσατε τὰς ἐξισώσεις τῆς ἐπιταχυνομένης κινήσεως (Κεφ. 3), ὡς ὑπὸ τοῦ προβλήματος ζητεῖται.

Παράδειγμα : Ἓν σῶμα 100–lb ἠρεμεῖ ἐπὶ τῆς κορυφῆς λείου ἐπιπέδου τοῦ ὁποίου τὸ μῆκος εἶναι 200 in. καὶ τὸ ὕψος 50 in. Πόσον χρόνον θ' ἀπαιτήσῃ τὸ σῶμα διὰ νὰ ὀλισθήσῃ εἰς τὸν πυθμένα τοῦ ἐπιπέδου ὅταν ἀφεθῇ ἐλεύθερον ;

Ὡς ὑποδεικνύεται εἰς τὴν Εἰκ. 2, αἱ δυνάμεις αἱ δρῶσαι ἐπὶ τοῦ σώματος εἶναι τὸ βάρος W



Εἰκ. 2. Κεκλιμμένον ἐπίπεδον.

πρὸς τὰ κάτω καὶ ἡ δύναμις N τοῦ ἐπιπέδου ἐναντίον τοῦ σώματος. Αὕτη ἡ δύναμις N εἶναι κάθετος πρὸς τὸ ἐπίπεδον. Ἡ συνισταμένη (μὴ ἐν ἰσορροπίᾳ) δύναμις F εἶναι παράλληλος πρὸς τὸ ἐπίπεδον. Τὸ τρίγωνον τῆς δυνάμεως καὶ τὸ τρίγωνον τοῦ χώρου εἶναι ὅμοια καὶ ἡ γωνία θ εἶναι κοινὴ δι' ἀμφότερα τὰ τρίγωνα. Ἐκ τοῦ τριγώνου τῆς δυνάμεως

$$F = W \text{ ημ } \theta$$

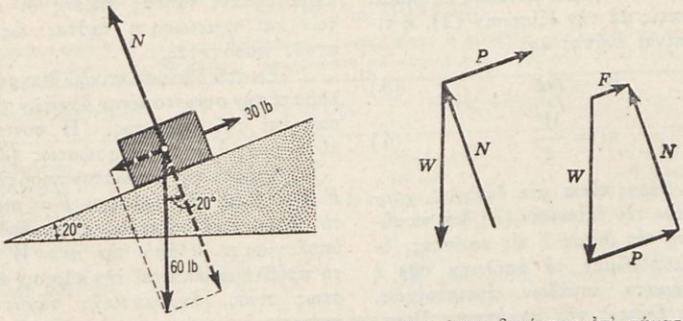
Ἐκ τοῦ τριγώνου τοῦ χώρου

$$\text{ημ } \theta = \frac{50 \text{ in.}}{200 \text{ in.}} = 0.25$$

$$F = W \text{ ημ } \theta = 100 \text{ lb} \times 0.25 = 25 \text{ lb}$$

$$m = \frac{W}{g} = \frac{100 \text{ lb}}{32 \text{ ft/sec}^2} = 3.1 \text{ slugs}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 3. Προσδιορισμὸς τῆς μὴ ἐν ἰσορροπίᾳ δρώσης δυνάμεως ἐπὶ σώματος.

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2)

$$a = \frac{F}{m} = \frac{25 \text{ lb}}{3.1 \text{ slugs}} = 8.0 \text{ ft/sec}^2$$

Ἐπειδὴ τὸ σῶμα ἐκκινᾷ ἐκ τῆς ἠρεμίας, ὁ χρόνος καθόδου του προσδιορίζεται ἐκ τῆς $s = {}^1/_2 at^2$.

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 200 \text{ in.}}{(12 \text{ in./ft})\ (8.0 \text{ ft/sec}^2)}} = 2.0 \text{ sec}$$

Παράδειγμα : Σῶμα 60.0–lb εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ ἐπὶ ἑνὸς κεκλιμένου λείου ἐπιπέδου σχηματίζοντος μετὰ τῆς ὁριζοντίου γωνίαν 20° (Εἰκ. 3). Τὸ σῶμα σύρεται ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου μετὰ δυνάμεως 30.0 lb παραλλήλου πρὸς τὸ ἐπίπεδον. Ποία εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσίς του ;

Ἐν προκειμένῳ ἐπενεργοῦν τρεῖς δυνάμεις ἐπὶ τοῦ σώματος. Τὸ βάρος του W εἶναι 60 lb πρὸς τὰ κάτω. Ἡ δύναμις τοῦ ἐπιπέδου ἐπὶ τοῦ σώματος εἶναι μία ὥθησις N κανονικὴ–φυσικὴ πρὸς τὸ ἐπίπεδον. Ὑπάρχει μία ἕλξις P παράλληλος πρὸς τὸ ἐπίπεδον. Πρόσθεσις τῶν ἀνυσμάτων τούτων διὰ τοῦ κανόνος τοῦ πολυγώνου δεικνύει μίαν μὴ ἐν ἰσορροπίᾳ δύναμιν F δρῶσαν ἐπὶ τοῦ σώματος παραλλήλως πρὸς τὸ ἐπίπεδον.

Τὸ βάρος τοῦ σώματος δυνατὸν ν' ἀναλυθῇ εἰς συνιστῶσας ἐξ 60.0 lb × συν 20° κανονικῆς πρὸς τὸ ἐπίπεδον, καὶ 60.0 lb × ἡμ 20° παραλλήλου πρὸς τὸ ἐπίπεδον. Ἡ κανονικὴ συνιστῶσα ἰσορροπεῖ διὰ τῆς δυνάμεως N. Ὡς ἐκ τούτου ἡ μὴ ἐν ἰσορροπίᾳ δύναμις F, ἡ παράλληλος πρὸς τὸ ἐπίπεδον καὶ κατευθυνομένη πρὸς τ' ἄνω τοῦ ἐπιπέδου, εἶναι :

$$F = 30.0 \text{ lb} - 60.0 \text{ lb} \times \text{ημ } 20^0$$
$$= 30.0 \text{ lb} - (60.0 \times 0{,}342) \text{ lb} = 9.5 \text{ lb}$$

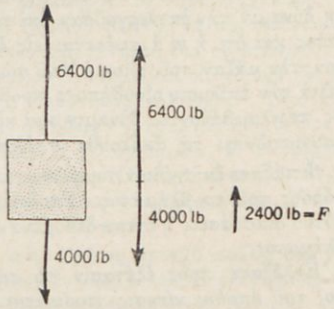
$$m = \frac{W}{g} = \frac{60.0 \text{ lb}}{32 \text{ ft/sec}^2} = 1.87 \text{ slugs}$$

Ἐκ τῆς Ἐξ. (2)

$$a = \frac{F}{m} = \frac{9.5 \text{ lb.}}{1.87 \text{ slugs}} = 5.1 \text{ ft/sec}^2$$

Σημειώσατε ὅτι ἐὰν ἡ γωνία ἦτο 30°, ἡ συνιστῶσα τοῦ βάρους κάτω τοῦ ἐπιπέδου θὰ ἦτο ἴση πρὸς τὴν δύναμιν ἄνω τοῦ ἐπιπέδου καὶ τότε δὲν θὰ ὑφίστατο μὴ ἐν ἰσορροπίᾳ δύναμις δρῶσα ἐπὶ τοῦ σώματος. Συνεπῶς τοῦτο δὲν θὰ ἐπεταχύνετο. Ἐὰν ἡ γωνία ἦτο μεγαλυτέρα τῶν 30°, τὸ σῶμα θὰ ἐπεταχύνετο κάτω τοῦ ἐπιπέδου.

Παράδειγμα : Ἀνυψωτὴρ 2.0 τόννων ἀνέρχεται ὑπὸ καλωδίου ὅπερ δύναται ἀσφαλῶς νὰ ἀνεχθῇ 6400 lb. Ποία εἶναι ἡ βραχυτέρα ἀπόστασις εἰς ἣν εἶναι δυνατὸν νὰ ἀκινητοποιηθῇ ὁ ἀναβατήρ, ὅταν κατέρχεται μετὰ μιᾶς ταχύτητος 4.0 ft/sec ;



Εἰκ. 4. Εὕρεσις μὴ ἐν ἰσορροπίᾳ δυνάμεως ἐκ τοῦ διανυσματικοῦ ἀθροίσματος τῶν δυνάμεων.

Ἡ μεγίστη καθαρὰ δύναμις, ἡ ἐπενεργοῦσα ἐπὶ τοῦ ἀνυψωτῆρος (Εἰκ. 4) εἶναι :

$$6400 \text{ lb} - 4000 \text{ lb} = 2400 \text{ lb} \quad \text{(πρὸς τὰ ἄνω)}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ ἐπιταχυνομένη μᾶζα εἶναι

$$m = \frac{W}{g} = \frac{4000 \text{ lb}}{32 \text{ ft/sec}^2} = 125 \text{ slugs}$$

Ἀπὸ τῆς ἐξισώσεως (2) λαμβάνομεν :

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2400 \text{ lb}}{125 \text{ slugs}} = 19 \text{ ft/sec}^2 (\text{πρὸς τὰ ἄνω})$$

Ἐφόσον ἡ ἀρχικὴ διανυσματικὴ ταχύτης εἶναι πρὸς τὰ κάτω, ἡ πρὸς τὰ ἄνω ἐπιτάχυνσις θὰ θεωρηθῇ ὡς ἀρνητική.

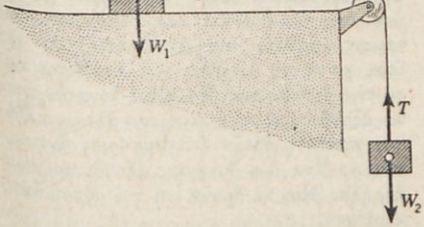
Ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος διὰ νὰ σταματήσῃ ὁ ἀνυψωτὴρ εἶναι :

$$t = \frac{v_2 - v_1}{a} = \frac{0 - 4.0 \text{ ft/sec}}{-19 \text{ ft/sec}^2} 0.21 \text{ sec}$$

Κατὰ τὸν χρόνον τοῦτον ὁ ἀνυψωτὴρ θὰ ἔχῃ καλύψει μίαν ἀπόστασιν :

$$s = \bar{v}t = \left(\frac{4.0 \text{ ft/sec} + 0}{2}\right)(0.21 \text{ sec}) = 0.42 \text{ ft}$$

Παράδειγμα : Ἓν 5.0–kg. σῶμα εἶναι τοποθετημένον ἐπὶ μιᾶς λείας ὁριζοντίου ἐπιφανείας (Εἰκ. 5). Ἓν σχοινίον ὁριζοντίως προσδεδεμένον εἰς τὸ σῶμα διέρχεται διὰ μιᾶς ἐλαφρᾶς, ἄνευ τριβῆς, τροχαλίας καὶ προσδένεται εἰς ἓν 4.0–kg σῶμα. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ ἡ ἔντασις εἰς τὸ σχοινίον ὅταν τὸ σύστημα ἀφεθῇ ἐλεύθερον.



Εἰκ. 5. Σῶμα ἐπιταχυνόμενον ὑπὸ μιᾶς πιπτούσης μάζης.

Ἂς μελετήσωμεν πρῶτον τὸ σῶμα τῶν 5.0 kg. Αἱ ἐπὶ τούτου δρῶσαι δυνάμεις εἶναι : τὸ βάρος του W_1 πρὸς τὰ κάτω, ἡ ἀντίδρασις N τοῦ ἐπιπέδου πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἡ ἔντασις T τοῦ σχοινίου πρὸς τὰ δεξιά. Κατόπιν αὐτοῦ δὲν ὑφίσταται κατακόρυφος ἐπιτάχυνσις, $N = W_1$ καὶ ἡ συνισταμένη δύναμις εἶναι T. Οὕτω, ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2) ἔχομεν :

$$T = m_1 a$$

Αἱ δυνάμεις ἐπὶ τοῦ σώματος τῶν 4.0–kg εἶναι τὸ βάρος του W_2 πρὸς τὰ κάτω καὶ ἡ ἔντασις T πρὸς τὰ ἄνω. Ἡ καθαρὰ πρὸς τὰ κάτω δύναμις εἶναι $W_2 - T$ καὶ

$$W_2 - T = m_2 a$$

Ἐφόσον τὰ δύο σώματα κινοῦνται ὁμοῦ, αἱ ἐπιταχύνσεις εἶναι ἴσαι κατὰ τὸ μέγεθος, ἂν καὶ αἱ κατευθύνσεις δὲν εἶναι αἱ αὐταί. Ἐὰν διαιρέσωμεν τὴν πρώτην τῶν ἐξισώσεων διὰ τῆς δευτέρας, λαμβάνομεν :

$$\frac{T}{W_2 - T} = \frac{m_1 a}{m_2 a} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{5.0 \text{ kg}}{4.0 \text{ kg}}$$

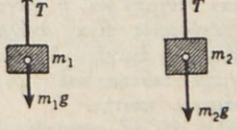
$$W_2 = m_2 g = 4.0 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/sec}^2 = 39 \text{ νιοῦτονς}$$

$$4.0 \text{ kg} \times T = 5.0 \text{ kg} \times (39 \text{ νιοῦτονς} - T)$$

$$T = 22 \text{ νιοῦτονς}$$

$$a = \frac{T}{m_1} = \frac{22 \text{ νιοῦτονς}}{5.0 \text{ kg}} = 4.4 \text{ m/sec}^2$$

Παράδειγμα : Δύο σώματα ἔχοντα μάζας $m_1 = 30$ gm καὶ $m_2 = 40$ gm εἶναι προσδεδεμένα εἰς τὰ ἄκρα νήματος ἀσημάντου μάζης, καὶ ἀνηρτημένα ἀπὸ μίαν ἐλαφρὰν ἄνευ τριβῆς τροχαλίαν ὡς ἐμφαίνεται ἐκ τῆς Εἰκ. 6.



Εἰκ. 6. Ἄνισοι μᾶζαι ἀνηρτημέναι ἐκ μιᾶς τροχαλίας.

Νὰ εὑρεθοῦν αἱ ἐπιταχύνσεις τῶν σωμάτων καὶ ἡ ἔντασις εἰς τὸ νῆμα.

Μελετήσατε τὸ σῶμα μάζης m_1. Δύο ἐξωτερικαὶ δυνάμεις δρῶσιν ἐπ' αὐτοῦ, τὸ βάρος $m_1 g$ πρὸς τὰ κάτω καὶ ἡ πρὸς τὰ ἄνω ἕλξις T τοῦ νήματος. Ἡ συνισταμένη δύναμις ἐπὶ τοῦ σώματος τούτου εἶναι $T - m_1 g$ πρὸς τὰ ἄνω. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2) δυνάμεθα νὰ γράψωμεν :

$$T - m_1 g = m_1 a$$

ὅπου a εἶναι ἡ πρὸς τὰ ἄνω ἐπιτάχυνσις τοῦ σώματος τούτου.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τώρα μελετῶμεν τὸ σῶμα μὲ μᾶζαν m_2. Αἱ ἐπὶ τοῦ σώματος τούτου δρῶσαι δυνάμεις εἶναι τὸ βάρος του $m_2 g$ πρὸς τὰ κάτω καὶ ἡ ἔντασις T πρὸς τὰ ἄνω. Ἡ συνισταμένη δύναμις εἶναι $m_2 g - T$ πρὸς τὰ κάτω καὶ ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2) :

$$m_2 g - T = m_2 a$$

ὅπου a εἶναι ἡ πρὸς τὰ κάτω ἐπιτάχυνσις τοῦ σώματος τούτου. Δεδομένου ὅτι ἀμφότερα τὰ σώματα κινοῦνται ὁμοῦ, αἱ ἐπιταχύνσεις εἶναι ἴσαι κατὰ τὸ μέγεθος, ἀλλὰ ἀντιθέτου διευθύνσεως.

$$T - 30 \text{ gm} \times 980 \text{ cm/sec}^2 = 30 \text{ gm} \times a$$

καί :

$$40 \text{ gm} \times 980 \text{ cm/sec}^2 - T = 40 \text{ gm} \times a$$

Ὅταν προστεθῶσιν αἱ δύο ἐξισώσεις λαμβάνομεν :

$$10 \text{ gm} \times 980 \text{ cm/sec}^2 = 70 \text{ gm} \times a$$

$$a = 10/70 \times 980 \text{ cm/sec}^2 = 140 \text{ cm/sec}^2$$

$$T = m_1 g + m_1 a = m_1 (g + a)$$

$$= 30 \text{ gm} \times (980 + 140) \text{ cm/sec}^2 =$$

$$= 35{,}000 \text{ dynes.}$$

4-10. Μεταβαλλομένη ἐπιτάχυνσις. Κατὰ τὴν μέχρι τοῦδε συζήτησιν ὑπεθέσαμεν ὅτι αἱ ἐξεταζόμεναι δυνάμεις ἦσαν σταθεραὶ κατὰ τὸ μέγεθος καὶ κατὰ τὴν κατεύθυνσιν. Γενικῶς αἱ δυνάμεις δύνανται νὰ μεταβληθῶσιν καθ' οἱονδήποτε τρόπον. Ἐὰν ὑφίσταται τοιαύτη μεταβολὴ ὁ δεύτερος Νόμος τοῦ Νεύτωνος ἐφαρμόζεται ἀνὰ πᾶσαν στιγμὴν καὶ ἡ στιγμιαία τιμὴ τῆς ἐπιταχύνσεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν καθαρὰν — ἀμιγῆ — δύναμιν κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην καὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως ταύτης.

Ἡ μᾶζα τοῦ σώματος δὲν παραμένει ἀναγκαίως σταθερὰ κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεώς του. Ἐφ' ὅσον πύραυλος καταναλίσκει καύσιμα καὶ ἀποβάλλει τὰ καυσαέρια διὰ νὰ ἐπιτύχῃ τὴν πρόωσιν, ἡ μᾶζα του συνεχῶς μειοῦται. Ἕτερα σώματα δύνανται ἀντιθέτως νὰ προσλάβουν ὑλικὸν κατὰ τὴν κίνησιν των.

Ἡ ἀρχὴ τῆς σχετικότητος ὡς θὰ εἴδωμεν εἰς μεταγενέστερον Κεφάλαιον, ἀναφέρει ὅτι ἡ μᾶζα ἑνὸς μορίου αὐξάνει μετὰ τῆς ταχύτητος συμφώνως πρὸς τὴν σχέσιν :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (5)$$

ὅπου m_0 καλεῖται ἡ ἠρεμοῦσα μᾶζα, m εἶναι ἡ μᾶζα εἰς τὴν ταχύτητα v καὶ c εἶναι ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ φωτὸς ἐν τῷ κενῷ. Ἡ μεταβολὴ αὕτη εἰς τὴν μᾶζαν διὰ τῆς ταχύτητος εἶναι ἀμελητέα διὰ ταχύτητας αἵτινες εἶναι μικραὶ συγκρινόμεναι πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ φωτὸς καὶ συνεπῶς εἶναι σημαντικὴ μόνον διὰ μικρὰ μόρια ἅτινα δύνανται νὰ ἐπιταχυνθῶσιν πρὸς ταχύτητας προσεγγιζούσας τὴν τοῦ φωτός.

4-11. Ἀντιδρῶσαι δυνάμεις : Τρίτος νόμος τοῦ Νεύτωνος. *Δι' ἑκάστην δύναμιν δρῶσαν ἐπὶ σώματός τινος ὑφίσταται δευτέρα τοιαύτη ἴση κατὰ τὸ μέγεθος, ἀλλὰ ἀντιθέτου διευθύνσεως, ἥτις δρᾷ ἐφ' ἑτέρου σώματος.* Αἱ δυνάμεις αὗται συχνὰ ἀναφέρονται ὡς *δρῶσαι* καὶ *ἀντιδρῶσαι* δυνάμεις. Ἐν προκειμένῳ ὁ ὅρος *δρῶσα δύναμις* σημαίνει τὴν δύναμιν τὴν ὁποίαν ἓν σῶμα ἀσκεῖ ἐπὶ ἑνὸς δευτέρου σώματος, ἐνῶ *ἀντιδρῶσα δύναμις* σημαίνει τὴν δύναμιν τὴν ὁποίαν τὸ δεύτερον σῶμα ἀσκεῖ ἐπὶ τοῦ πρώτου. Δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπάρχῃ δύναμις χωρὶς νὰ εὑρίσκωνται δύο σώματα εἰς ἐπαφὴν ἢ νὰ συνδέωνται διὰ συνδέσμων. Δέον νὰ ἔχωμεν ὑπ' ὄψιν μας ὅτι δρῶσαι καὶ ἀντιδρῶσαι δυνάμεις (δρᾶσις καὶ ἀντίδρασις) ἂν καὶ ἴσαι κατὰ τὸ μέγεθος καὶ ἀντίθετοι κατὰ τὴν διεύθυνσιν, δὲν εἶναι δυνατὸν ποτὲ νὰ ἐξουδετερώσῃ ἡ μία τὴν ἄλλην, καθόσον πάντοτε δροῦν ἐπὶ *διαφόρων* ἀντικειμένων. Ἵνα δύο δυνάμεις ἐξουδετερώσουν ἀλλήλας δέον νὰ δροῦν ἐπὶ τοῦ *αὐτοῦ* ἀντικειμένου.

Ὅταν μία ρακέττα τοῦ τέννις κτυπᾷ μίαν σφαῖραν, ἀσκεῖ ἐπ' αὐτῆς μίαν δύναμιν καθ' ἣν στιγμὴν ἀμφότερα εἶναι ἐν ἐπαφῇ. Κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον ἡ σφαῖρα ἀσκεῖ μίαν δύναμιν τοῦ αὐτοῦ μεγέθους, ἀλλὰ ἀντιθέτου κατὰ τὴν διεύθυνσιν ἐπὶ τῆς ρακέττας. Ἓν ἐλευθέρως πῖπτον σῶμα ἐπιταχύνεται ὑπὸ τῆς ἀμιγοῦς δυνάμεως διὰ τῆς ὁποίας ἡ γῆ ἕλκει τοῦτο. Ἡ γῆ κατὰ τὴν περιστροφὴν ἐπιταχύνεται ὑπὸ τῆς ἀντιθέτως ἀντιδρώσης δυνάμεως τὴν ὁποίαν τὸ σῶμα ἀσκεῖ ἐπὶ τῆς γῆς. Λόγῳ τῆς μεγάλης μάζης τῆς γῆς, ἡ ἐπιτάχυνσις αὕτη εἶ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

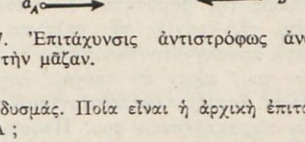
ναι μηδαμινὴ καὶ ἀπαρατήρητος. Κατὰ τὴν ῥῖψιν ἑνὸς ἐλαφροῦ ἀντικειμένου, ἔχει κανεὶς τὸ αἴσθημα ὅτι δὲν δύναται ν' ἀσκήσῃ μεγαλυτέραν προσπάθειαν κατὰ τὴν ῥῖψιν, καθόσον δὲν δύναται ν' ἀσκήσῃ περισσοτέραν δύναμιν ἐπὶ τοῦ ριπτομένου ἀντικειμένου ἀπὸ ἐκείνην τὴν ὁποίαν δύναται κατ' ἀντίδρασιν ν' ἀσκήσῃ τὸ ἀντικείμενον ἐναντίον τῆς χειρός του. Ἡ ἀντιδρῶσα αὐτὴ δύναμις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν τοῦ ἀντικειμένου ($F \propto m$) καὶ πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν ($F \propto a$). Ὁ βραχίων τοῦ ρίπτοντος δέον νὰ ἐπιταχυνθῇ κατὰ μῆκος μετὰ τοῦ ριπτομένου ἀντικειμένου. Ἐκ τούτου ἕπεται ὅτι, τὸ μεγαλύτερον μέρος τῆς ἀσκουμένης προσπαθείας κατὰ τὴν ῥῖψιν ἑνὸς ἐλαφροῦ ἀντικειμένου, ἀναλίσκεται κατὰ «τὴν ῥῖψιν» τοῦ ἰδίου τοῦ βραχίονος.

Ὅταν κανεὶς ἀποβιβάζεται ἐκ μιᾶς μικρᾶς λέμβου ἐπὶ τῆς ἀκτῆς, παρατηρεῖ ὅτι ἡ λέμβος ἀπωθεῖται μακρὰν κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς ἀποβιβάσεώς του. Ἡ δύναμις ἡ παρ' αὐτοῦ ἀσκουμένη ἐπὶ τῆς λέμβου προκαλεῖ τὴν κίνησιν ταύτην, ἐνῶ ἡ δύναμις ἀντιδράσεως, ἡ ἀσκουμένη ὑπὸ τῆς λέμβου ἐπ' αὐτοῦ, προκαλεῖ τὴν πρὸς τὴν ἀκτὴν κίνησίν του. Αἱ δύο δυνάμεις εἶναι ἴσαι κατὰ τὸ μέγεθος καὶ ἀντίθετοι κατὰ τὴν διεύθυνσιν, ἐνῶ αἱ παρ' αὐτῶν προκαλούμεναι ἐπιταχύνσεις (εἰς τὴν λέμβον καὶ τὸν ἐπιβάτην ἀντιστοίχως) εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὰς μᾶζας τῶν ἀντικειμένων ἐφ' ὧν αὗται δρῶσιν. Οὕτω μία μεγάλη λέμβος θὰ ὑποστῇ μικρὰν μόνον ἐπιτάχυνσιν ὅταν κανεὶς ἀποβιβάζεται ἀπὸ αὐτῆς εἰς τὴν ἀκτήν.

Βιβλίον κείμενον ἐπὶ τῆς τραπέζης ἕλκεται ὑπὸ τῆς γῆς. Ταυτοχρόνως τοῦτο ἕλκει τὴν γῆν, οὕτως ὥστε ἐὰν δὲν παρενεβάλλετο ἡ τράπεζα μεταξύ των, θὰ ἐπιταχύνοντο τὸ ἓν πρὸς τὸ ἄλλο. Οὕτω, ἕκαστον αὐτῶν ἀσκεῖ μίαν δύναμιν ἐπὶ τῆς τραπέζης καὶ κατ' ἀντίδρασιν ἡ τράπεζα ἀσκεῖ μίαν πρὸς τὰ ἔξω δύναμιν ἐφ' ἑκάστου αὐτῶν, διατηροῦσα ταῦτα χωριστά. Εἶναι ἐνδιαφέρον νὰ σημειωθῇ ὅτι ἡ τράπεζα ἀσκεῖ πρὸς τὰ ἔξω δυνάμεις ἐπὶ τοῦ βιβλίου καὶ τῆς γῆς λόγῳ τοῦ ὅτι αὐτὴ συμπιέζεται ἐλαφρῶς ὑπὸ τοῦ ζεύγους τῶν πρὸς τὰ ἔσω δυνάμεων αἵτινες δροῦν ἐπ' αὐτῆς.

Παράδειγμα: Μία 0.96–lb σφαῖρα A, καὶ μία 1.28–lb B, εἶναι συνδεδεμέναι δι' ἑνὸς τεταμένου ἐλατηρίου ἀμελητέας μάζης, ὡς ἐμφαίνεται εἰς τὴν Εἰκ. 7.

Ὅταν αἱ δύο σφαῖραι ἀφεθῶσιν ταυτοχρόνως, ἡ ἀρχικὴ ἐπιτάχυνσις τῆς B εἶναι 5.0 ft/sec²



Εἰκ. 7. Ἐπιτάχυνσις ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν.

πρὸς δυσμάς. Ποία εἶναι ἡ ἀρχικὴ ἐπιτάχυνσις τῆς A;

$$m_A = \frac{W_A}{g} = \frac{0.96\text{ lb}}{32\text{ ft/sec}^2} = 0.030\text{ slug}$$

$$m_B = \frac{W_B}{g} = \frac{1.28\text{ lb}}{32\text{ ft/sec}^2} = 0.040\text{ slug}$$

$$m_A\, a_A = m_B\, (-a_B)$$

$$a_A = (-a_B)\frac{m_B}{m_A} = -5.0\,\frac{\text{ft}}{\text{sec}^2} \times$$

$$\times\, \frac{0.040\text{ slug}}{0.030\text{ slug}} = -6.7\text{ ft/sec}^2$$

Δεδομένου ὅτι ἡ πρὸς δυσμὰς ἐπιτάχυνσις τῆς B ἐλήφθη ὡς θετική, τὸ ἀρνητικὸν πρόσημον διὰ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς A δεικνύει ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσίς της εἶναι πρὸς ἀνατολάς.

4-12. Παγκόσμιος ἕλξις. Πέραν τῶν τριῶν νόμων τῆς κινήσεως, ὁ Νιοῦτον διετύπωσεν ἕνα νόμον μεγάλης σπουδαιότητος διὰ τὴν Μηχανικήν, τὸν νόμον τῆς *παγκοσμίου ἕλξεως τῆς βαρύτητος*: *Ἕκαστον μόριον εἰς τὸ σύμπαν ἕλκει πᾶν ἕτερον μόριον μετὰ μιᾶς δυνάμεως ἥτις εἶναι κατ' εὐθεῖαν ἀνάλογος πρὸς τὸ γινόμενον τῶν μαζῶν τῶν δύο μορίων καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως μεταξὺ τῶν κέντρων τῶν μαζῶν των.* Ἡ σχέσις αὕτη δύναται νὰ ἐκφρασθῇ συμβολικῶς διὰ τῆς ἐξισώσεως

$$F = \frac{Gm_1m_2}{s^2} \qquad (6)$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὅπου F εἶναι ἡ δύναμις τῆς ἕλξεως τῆς βαρύτητος, m_1 καὶ m_2 εἶναι αἱ ἀντίστοιχοι μᾶζαι τῶν δύο μορίων, s ἡ ἀπόστασις μεταξὺ αὐτῶν καὶ G εἶναι μία σταθερὰ καλουμένη *σταθερὰ τῆς ἕλξεως τῆς βαρύτητος*. Ἡ τιμὴ τῆς G ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ συστήματος τῶν μονάδων τῶν χρησιμοποιηθέντων εἰς τὴν Ἐξ. (6). Ἐὰν ἡ δύναμις αὕτη ἐκφράζεται εἰς δύνας, ἡ μᾶζα εἰς γραμμάρια καὶ ἡ ἀπόστασις εἰς ἑκατοστόμετρα, ἡ G ἔχει τὴν τιμὴν 6.664×10^{-8} $\text{cm}^3/\text{gm-sec}^2$.

Ὁ Νιοῦτον ἤλεγξε τὸν νόμον τοῦτον τῆς ἕλξεως τῆς βαρύτητος δι' ὑπολογισμοῦ ἐπὶ τῆς τροχιᾶς τῆς σελήνης. Διὰ τῶν κατὰ προσέγγισιν δεδομένων εἰς τὴν διάθεσίν του, εὗρεν ἐν τούτοις λογικὴν συμφωνίαν μεταξὺ τῶν ὑπολογισμῶν του καὶ τῶν παρατηρήσεών του. Προσεκτικὴ μέτρησις τῆς δυνάμεως τῆς ἕλξεως μεταξὺ μικρῶν σωμάτων, ἠδραίωσεν τὸ ἔγκυρον τοῦ νόμου περὶ παγκοσμίου ἕλξεως καὶ ὡδήγησεν εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῆς τιμῆς τῆς G, τῆς ἀνωτέρω διδομένης.

Παράδειγμα : Δύο σφαῖραι ἐκ μολύβδου τῶν ὁποίων αἱ μᾶζαι εἶναι 5200 gm καὶ 250 gm τοποθετοῦνται εἰς ἀπόστασιν 50.0 cm ἀπὸ τῶν κέντρων αὐτῶν. Μετὰ ποίας δυνάμεως ἕλκονται μεταξύ των ;

Ἐκ τῆς Ἐξ. (6)

$$F = G\frac{m_1 m_2}{s_2}$$

$$F = \left(\frac{6.664 \times 10^{-8}\ \text{cm}^3}{\text{gm-sec}^2}\right)\left(\frac{5200\ \text{gm} \times 250\ \text{gm}}{(50.0\ \text{cm})^2}\right)$$

$$= 3.46 \times 10^{-5}\ \text{dyne}$$

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἡ σχέσις μεταξὺ δυνάμεων καὶ τῶν κινήσεων τῶν προκαλουμένων ὑπ' αὐτῶν περιεγράφη ὑπὸ τοῦ Νιοῦτον διὰ τριῶν νόμων κινήσεως. Οὗτοι εἶναι :

1. Σῶμα ἐν ἠρεμίᾳ παραμένει ἐν ἠρεμίᾳ καὶ σῶμα ἐν κινήσει παραμένει ἐν κινήσει μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος κατὰ μίαν εὐθεῖαν γραμμήν, ἐκτὸς ἐὰν ἐπιδράσῃ ἐπ' αὐτῶν ἐξωτερικὴ μὴ ἐν ἰσορροπίᾳ δύναμις.

2. Μία μὴ ἐν ἰσορροπίᾳ δύναμις δρῶσα ἐπὶ σώματος τινὸς προκαλεῖ ἐπιτάχυνσιν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς καθαρᾶς δυνάμεως, ἐπιτάχυνσιν ἥτις εἶναι κατ' εὐθεῖαν ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος.

3. Δι' ἑκάστην δύναμιν δρῶσαν ἐπὶ σώματος τινὸς ὑπάρχει μία δύναμις ἴση κατὰ τὸ μέγεθος, ἀλλὰ ἀντιθέτου διευθύνσεως, ἥτις ἀντιδρᾷ ἐπάνω εἰς ἓν δεύτερον σῶμα.

Ἡ σχέσις ἡ ἐκφραζομένη εἰς τὸν δεύτερον νόμον τοῦ Νιοῦτον δύναται νὰ γραφῇ ὑπὸ μορφὴν ἐξισώσεως ὡς

$$F = kma$$

ὅπου F, m καὶ a δύνανται νὰ εἶναι οἱαιδήποτε μονάδες, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι ἔχει δοθῇ ἡ πρέπουσα τιμὴ εἰς τὴν k, ἢ

$$F = ma$$

ὅπου δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν *μόνον* τὰς συνεπεῖς σειρὰς τῶν μονάδων εἰς ἃς μία τῶν μονάδων καθορίζεται κατὰ τρόπον ὥστε νὰ κάμνῃ τὴν $k = 1$.

Ἡ *δύνη* ὁρίζεται ὡς ἡ δύναμις ἥτις θὰ προσδώσῃ εἰς μᾶζαν 1-gm ἐπιτάχυνσιν 1 cm/sec^2.

Ἕν *νιοῦτον* ὁρίζεται ὡς ἡ δύναμις ἥτις θὰ προσδώσῃ εἰς μᾶζαν 1-kg ἐπιτάχυνσιν 1 m/sec^2.

Slug εἶναι ἡ μᾶζα εἰς ἣν δύναμις 1 lb θὰ προσδώσῃ ἐπιτάχυνσιν 1 ft/sec^2.

Ἐὰν εἴτε ἡ δύναμις εἴτε ἡ μᾶζα μεταβάλλωνται κατὰ τὴν διάρκειαν μιᾶς κινήσεως, ἰσχύει ἀκόμη ὁ δεύτερος νόμος τοῦ Νιοῦτον διὰ τὴν στιγμιαίαν ἐπιτάχυνσιν τῆς κινήσεως.

Ὅταν ἡ ταχύτης σώματος τινὸς προσεγγίζει τὴν ταχύτητα τοῦ φωτός, ἡ μᾶζα τοῦ σώματος τούτου αὐξάνει συμφώνως πρὸς τὴν σχέσιν

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Ὁ νόμος τῆς *παγκοσμίου ἕλξεως τῆς βαρύτητος* ἐκφράζει τὸ γεγονὸς ὅτι ἕκα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

στον μόριον προσελκύει έκαστον έτερον μόριον μετὰ δυνάμεως κατ' εὐθεῖαν ἀνάλογον πρὸς τὸ γινόμενον τῶν μαζῶν των καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογον πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς μεταξὺ τῶν κέντρων αὐτῶν ἀποστάσεως. Τοῦτο διατυποῦται ὑπὸ μορφὴν ἐξισώσεως ὡς ἑξῆς :

$$F = G\frac{m_1 m_2}{s^2}$$

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Διατί αὐτοκίνητον φέρον ἄνθρακας ἐκκινᾷ βραδύτερον ἑνὸς κενοῦ τοιούτου ;

2. Σπουδάσατε ἀντικείμενον, κείμενον ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου ἐστερημένου τριβῆς, ἐφ' οὗ δρᾷ μία ἁπλῆ ὁριζοντία δύναμις.

(α) Ἐὰν ἡ μᾶζα εἶναι 1 gm καὶ ἡ δύναμις 1 dyn, ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι _____.

(β) Ἐὰν ἡ μᾶζα εἶναι 1 gm καὶ ἡ δύναμις 5 dyn, ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι _____.

(γ) Ἐὰν ἡ μᾶζα εἶναι 5 gm καὶ ἡ δύναμις 10 dyn, ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι _____.

(δ) Ἐὰν τὸ βάρος εἶναι 32 lb καὶ ἡ δύναμις 1 lb, ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι _____.

(ε) Ἐὰν τὸ βάρος εἶναι 320 lb καὶ ἡ δύναμις 20 lb, ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι _____.

(ς) Ἐὰν τὸ βάρος εἶναι 500 lb καὶ ἡ δύναμις 10 lb, ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι _____.

(ζ) Ἐὰν ἡ μᾶζα εἶναι 10.0 gm καὶ ἡ δύναμις 9800 dyn, ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι ___ ___.

(η) Ἐὰν ἡ μᾶζα εἶναι 6.0 kg καὶ ἡ δύναμις 2.0 νιοῦτονς, ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι ___ ___.

(θ) Ἐὰν ἡ μᾶζα εἶναι 1.0 kg καὶ ἡ δύναμις 9.8 νιοῦτονς, ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι ___ ___.

3. Αὐτοκίνητον, ἐκκινοῦν ἐκ τῆς ἠρεμίας, αὐξάνει ὁμοιομόρφως τὴν ταχύτητά του μέχρι ὅτου φθάσῃ τὴν ταχύτητα τῶν 40 mi/hr. Μετ' ὀλίγον χρόνον ἡ μηχανὴ ἠρεμεῖ πάλιν. Εἶναι ἡ δύναμις ἥτις ἀπητήθη διὰ νὰ σταθῇ τὸ αὐτοκίνητον ἀναγκαίως ἴση πρὸς ἐκείνην ἥτις ἔθεσεν τὸ αὐτοκίνητον εἰς κίνησιν ἐκ τῆς ἠρεμίας ; Ἐξηγήσατε.

4. Ποία εἶναι μεγαλυτέρα, ἡ ἕλξις τῆς γῆς ἐπὶ 1 lb μολύβδου ἢ ἡ ἕλξις 1 lb μολύβδου ἐπὶ τῆς γῆς ;

5. Διατί εἶναι ὀλιγώτερον πιθανὸν νὰ τραυματισθῇ κανεὶς ὅταν πηδήσῃ ἀπὸ ὑψώματος ἐπὶ ἄμμου ἀπὸ τοῦ νὰ πηδήσῃ ἐπὶ λιθοστρώτου ;

6. Ἐὰν ἀναβατὴρ βασταζόμενος ὑπὸ καλωδίου σταματήσῃ ἀποτόμως, εἶναι πιθανὸν νὰ ταλαντευθῇ πρὸς τὰ ἄνω καὶ τὰ κάτω. Ἐξηγήσατε διατί.

7. Τὸ κάθισμα ἐπὶ μιᾶς περιστρεφομένης λέμβου βαστάζει ὅλον τὸ βάρος τοῦ ταξειδιώτου ; Ἐξηγήσατε.

8. Ὑποθέσατε ἀεροπόρον εἰς τὸ ἀεροπλάνον του, τοῦ ἀεροπλάνου εὑρισκομένου ἐν ἠρεμίᾳ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους. Ὑποδείξατε πῶς εἷς ἢ πλείονες τῶν νόμων τῆς κινήσεως τοῦ Νιοῦτον ἀπεικονίζονται ὑπὸ τοῦ ἀνθρώπου (ἢ δύνανται νὰ ἐφαρμοσθῶσιν).

9. Ἐφαρμόσατε τοὺς νόμους τῆς κινήσεως τοῦ Νιοῦτον ἐπὶ ἀεροπόρου σταθερῶς ἐν πτήσει εὑρισκομένου. Ἐφαρμόσατέ τους ὅταν πί-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

πτη ἀπὸ τοῦ ἀεροπλάνου του τόσον πρὶν ὅσον καὶ μετὰ τὸ ἄνοιγμα τοῦ ἀλεξιπτώτου του.

10. Ποῖαι ἐμπειρίαι προεκάλεσαν τὰς πρώτας μας ἰδέας περὶ τῆς φύσεως τῆς δυνάμεως; Εἶναι αὗται αἱ πρέπουσαι ὡς μέσον ὁρισμοῦ τῆς δυνάμεως;

11. Διατυπώσατε μερικὰ κοινῶς παραδεδεγμένα ἀποτελέσματα λόγῳ ἀσκηθείσης δυνάμεως ἐπὶ ὑλικῶν σωμάτων, δίδοντες παραδείγματα δι' ἓν ἕκαστον ἐξ αὐτῶν.

12. Διὰ τίνων διαφόρων ἀποτελεσμάτων εἶναι δυνατὸν νὰ συγκριθῶσιν τὰ μεγέθη τῶν δυνάμεων; Ἐκ τούτων ποῖον εἶναι τὸ μόνον κατάλληλον διὰ τὸν προσδιορισμὸν ἑνὸς ἀπολύτου μέτρου τῆς δυνάμεως; Διατί;

13. Ἐὰν δρῶσαι καὶ ἀντιδρῶσαι δυνάμεις εἶναι « ἴσαι καὶ ἀντίθετοι » διατὶ δὲν δύνανται ποτὲ νὰ ἰσορροπηθῶσιν ἢ νὰ μηδενισθῶσιν;

14. Ἔχοντες ὑπ' ὄψιν τὸν τρίτον νόμον τῆς κινήσεως τοῦ Νιοῦτον, τί εἶναι μία μὴ ἐν ἰσορροπίᾳ δύναμις;

15. Ποῖον εἶναι τὸ σόφισμα εἰς τὸ ἀκόλουθον ἐπιχείρημα; Ἵππος σύρει κάρρον. Συμφώνως πρὸς τὸν τρίτον νόμον τοῦ Νιοῦτον, τὸ κάρρον ἕλκει πρὸς τὰ ὀπίσω τὸν ἵππον μετὰ δυνάμεως ἴσης πρὸς τὴν ἀσκουμένην ὑπὸ τοῦ ἵππου ἐπὶ τοῦ κάρρου. Συνεπῶς τὸ ἄθροισμα τῶν δυνάμεων εἶναι μηδὲν καὶ ἕπεται ἐκ τούτου ὅτι δὲν εἶναι δυνατὸν εἰς τὸν ἵππον νὰ ἐπιταχύνῃ τὸ κάρρον ».

16. Ἐὰν σῶμα φέρεται ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ πρὸς τὸν βόρειον πόλον, ποῖον θὰ εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα ἐπὶ τοῦ βάρους του; καὶ ποῖον ἐπὶ τῆς μάζης του;

17. Ἡ ἀπόστασις τῆς στάθμης τῆς θαλάσσης ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς γῆς εἶναι 3963.34 mi εἰς τὸν ἰσημερινὸν καὶ μειοῦται εἰς τοὺς πόλους εἰς 3949.99 mi. Ὑποδείξατε ἓν πείραμα διὰ τοῦ ὁποίου εἶναι δυνατὸν νὰ ληφθῇ τὸ δεδομένον τοῦτο, ἐπὶ τῆς ἀποδείξεως τοῦ σχήματος τῆς γῆς; Ἔχοντες ὑπ' ὄψιν τοῦτο, τί ἐννοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου κατακόρυφος; τί διὰ τοῦ ὅρου ὁριζόντιος; Ποία βάσις ὑφίσταται διὰ τὴν ἐνίοτε γενομένην διαβεβαίωσιν ὅτι ὁ Μεσσισιπῆς ῥέει κατὰ τὰ ἀνάντη (ἀνωφερῶς);

18. Ποῖος εἶναι ὁ βαθμὸς μειώσεως τοῦ βάρους σώματος κατευθυνομένου ἀπὸ τῆς γῆς πρὸς τὴν σελήνην; Ποῖα θὰ ἦτο ἡ μεταβολὴ τοῦ αὐτοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ βάρος του ἐὰν ἐφέρετο πρὸς τὸ κέντρον τῆς γῆς; Ἡ μᾶζα του θὰ μετεβάλλετο;

19. Αὐτοκίνητον ὁδηγεῖται κατὰ τὴν ὥραν πτώσεως χιόνος ἥτις ἐπικολλᾶται ἐπ' αὐτοῦ καὶ ἐπὶ τῆς ὁδοῦ. Σπουδάσατε διαφόρους τρόπους καθ' οὓς ἡ χιὼν θὰ ἐπηρέαζεν τὴν κίνησιν τοῦ αὐτοκινήτου.

20. Κατὰ προσέγγισιν τιμαὶ τῆς g εἰς διάφορα σημεῖα εἶναι :

Θέσις	Πλάτος	Ὑψόμετρον, m	g, m/sec²
Ἅγιος Μιχαήλ, Ἀλάσκα.....	63.5°	1	9.822
Ντέβερ Κολοράδο.....	39.7	1638	9.796
Πόρτλανδ, Ὄρεγκον.....	45.5	8	9.806
Κὴ Γουέστ, Φλωρίδα.....	24.6	1	9.790
Ζώνη διώρυγος Παναμᾶ.....	8.9	6	9.782

Ἓν ἀντικείμενον μεταφέρεται διαδοχικῶς εἰς ἑκάστην τῶν ἀνωτέρω θέσεων. Συγκρίνατε τὴν μᾶζαν του εἰς αὐτάς. Συγκρίνατε τὰ βάρη του.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

21. Ποία εἶναι ἡ ἔννοια τοῦ ὅρου « ἀβαρὲς » ἐφαρμοζομένου ἐπὶ τῶν ἐν τῷ χώρῳ ἀντικειμένων ; Ὑφίσταται θέσις εἰς τὴν ὁποίαν τὸ βάρος νὰ εἶναι μηδέν ; Ἐὰν ναί, ποῦ ;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. α) Ἐκφράσατε δύναμιν 25 νιοῦτονς εἰς λίβρας.

β) Ἐκφράσατε δύναμιν 5.0×10^6 dyn εἰς lb.

2. Ποία μὴ ἐν ἰσορροπίᾳ δύναμις ἀπαιτεῖται, διὰ νὰ δώσῃ εἰς μίαν μᾶζαν 10 kg ἐπιτάχυνσιν 5.0 m/sec^2;

3. Δύναμις 4900 dyn δρᾷ ἐπὶ μάζης 20 gm ἐπὶ 8.0 sec.

α) Ποία ἐπιτάχυνσις προκαλεῖται ; β) Μέχρι ποίας ἀποστάσεως κινεῖται ἡ μᾶζα ἀπὸ τῆς ἠρεμίας ἐντὸς 8.0 sec ;

γ) Πόσον ταχέως πηγαίνει κατὰ τὸ τέλος τῶν 8.0 sec ;

4. Ἀντικείμενον 80-kg ὑποτάσσεται εἰς μίαν σταθερὰν δύναμιν 120 νιοῦτονς. Πόσος χρόνος ἤθελεν ἀπαιτηθῇ διὰ ν' ἀποκτήσῃ ταχύτητα 30 m/sec ; *Ἀπ.* 20 sec.

5. Ποία σταθερὰ δύναμις θὰ προσδώσῃ ταχύτητα 80 ft/sec εἰς σῶμα 320-lb ἐντὸς 5.0 sec ;

6. Σφαῖρα 0.200-kg ἀποκτᾷ ταχύτητα 840 m/sec εἰς μίαν κάνην ὅπλου μήκους 1.50 m. Ποία εἶναι ἡ μέση ἀσκουμένη δύναμις ἐπὶ τῆς σφαίρας ; *Ἀπ.* 4.70×10^4 νιοῦτονς.

7. Σφῦρα 10.0-lb κινουμένη μετὰ ταχύτητος 18.0 ft/sec ἐπικρούει καρφίον καὶ εἰσχωρεῖ τοῦτο 0.50 in ἐντὸς τοῦ ξύλου. Ὑποθέσατε ὅτι ἡ σφῦρα ἐπιβραδύνεται μετὰ σταθεροῦ ρυθμοῦ. Ὑπολογίσατε α) τὸν ἀπαιτούμενον διὰ τὴν σφῦραν χρόνον διὰ νὰ σταματήσῃ ἀφοῦ ἦλθεν εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ καρφίον καὶ β) τὴν μέσην ἀσκουμένην δύναμιν ἐπὶ τοῦ καρφίου.

8. Ποίαν ἔλξιν δέον ν' ἀσκήσῃ ἀτμομηχανὴ ἐπὶ συρμοῦ 12000 τόννων ἵνα φθάσῃ τὴν ταχύτητα τῶν 30 mi/hr εἰς 4.0 min ; Ὑποθέσατε ὅτι ὑφίσταται ὁμοιόμορφος ἐπιτάχυνσις καὶ ὑπολογίσατε ὅτι 25% τῆς ἀσκουμένης δυνάμεως ἐξουδετερώνεται ὑπὸ τῆς τριβῆς. *Ἀπ.* 92 τόννοι.

9. Κατὰ τὴν ρυμούλκησιν 6.00 τόννων, ρυμουλκουμένων ἐπὶ ἐπιπέδου ὁδοῦ, ποία δύναμις ὁριζοντία δέον ν' ἀσκηθῇ ἐπ' αὐτοῦ διὰ νὰ προκαλέσῃ ἐπιτάχυνσιν 8.00 ft/sec^2, ἐὰν ἡ τριβὴ ἀσκεῖ ἓν «σύρσιμο» τοῦ ρυμουλκουμένου πρὸς τὰ ὀπίσω 500 lb ;

10. Ἕλκηθρον ὅπερ μετὰ τοῦ φορτίου του ζυγίζει 128 lb τίθεται εἰς κίνησιν ὑπὸ παιδίου ὅπερ ἀσκεῖ σταθερὰν ὁριζοντίαν δύναμιν 27.2 lb ἐπὶ περίοδον 2.00 sec. Ἡ τριβὴ ἐπὶ τῆς ὁριζοντίου ἐπιφανείας προκαλεῖ ἠτιολογημένως μίαν δύναμιν ἐπιβραδύνσεως 3.2 lb. Νὰ εὑρεθῇ ἡ διανυθεῖσα ὑπὸ τοῦ ἑλκήθρου ἀπόστασις ἀφ' ὅτου τὸ παιδίον διέκοψεν τὴν προώθησιν. *Ἀπ.* 90 sec.

11. Αὐτοκίνητον 3200-lb ρυμουλκεῖται κατὰ μῆκος ἐπιπέδου ὁδοῦ διὰ σχοινίου ὅπερ δύναται ν' ἀνθέξῃ εἰς ἔλξιν 800 lb. Ἐὰν τὸ σχοινίον εἶναι παράλληλον πρὸς τὸ κατάστρωμα τῆς ὁδοῦ ποία εἶναι ἡ μεγίστη ἐπιτάχυνσις ἥτις δύναται νὰ προσδοθῇ εἰς τὸ αὐτοκίνητον, ὑπολαμβάνοντες ὅτι ὑφίσταται δύναμις τριβῆς 300 lb ;

12. Συρμὸς ὁδεύων μετὰ ταχύτητος 50 mi/hr, ἄγεται ὁμοιομόρφως εἰς στάσιν ἐντὸς 22.8 sec. Κατὰ τὴν μείωσιν τῆς ἐπιταχύνσεως ταύτης α) κατὰ ποίαν γωνίαν πρὸς τὴν κατακόρυφον κρέμεται βαρίδιον στάθμης εἰς ἓν τῶν ὀχημάτων καὶ β) ἐὰν ἡ ὑδροφόρος τοῦ συρμοῦ εἶναι

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κατὰ τὸ ἥμισυ πλήρης ὕδατος καὶ εἶναι 11 φορὰς τόσον μακρὰ ὅσον βαθεῖα εἶναι, τὸ ὕδωρ θὰ ἐκχυθῇ ἐξ ἀφορμῆς τινὸς καὶ ἐκ ποίου ἄκρου αὐτῆς ; *Ἀπ.* 5° 43′.

13. Αὐτοκίνητον 4000-lb τρέχον μετὰ ταχύτητος 45 m/hr ἐπὶ ἐπιπέδου ὁδοῦ σταματᾷ εἰς ἀπόστασιν 128 ft. Ποία εἶναι ἡ μέση δύναμις ἀνασχέσεως ;

14. Ὁ φυσιολογικὸς ὁδηγὸς αὐτοκινήτου ἔχει χρόνον ἀντιδράσεως 0.70 sec. Ὑπολαμβάνομεν ὅτι, μέσῳ τῶν τροχοπεδῶν, εἶναι δυνατὸν ν' ἀσκηθῇ δύναμις ἀνασχέσεως ἴση πρὸς τὰ δύο-τρίτα τοῦ βάρους τοῦ αὐτοκινήτου. Ἐὰν αὐτοκίνητον 2800-lb τρέχει μετὰ ταχύτητος 45 mi/hr, νὰ εὑρεθῶσιν α) ἡ ἐπιτάχυνσις ὅταν ἐφαρμοσθῶσιν αἱ τροχοπέδαι καὶ β) ἡ ἀπόστασις εἰς ἣν δύναται νὰ σταθῇ τὸ αὐτοκίνητον. γ) Ποῖον τὸ ἀποτέλεσμα τῆς συγκρίσεως τῆς ἀποστάσεως ταύτης πρὸς τὴν ἀπόστασιν ἀνασχέσεως ἑτέρου βαρυτέρου αὐτοκινήτου :

Ἀπ. 21 ft/sec², 56 ft.

15. Φορτίον 8.0 τόννων ἀνυψοῦται ὑπὸ κάλω (σχοινίου) ὅστις ἔχει ὅριον θραύσεως 20.0 τόννους. Ποία εἶναι ἡ μεγίστη ἐπιτάχυνσις ἥτις δύναται νὰ δοθῇ εἰς τὸ φορτίον, διατηρουμένου ὁπωσδήποτε τοῦ συντελεστοῦ ἀσφαλείας εἰς 2 ;

16. Ποία δύναμις, ἐφαρμοζομένη παραλλήλως πρὸς τὸ ἐπίπεδον, εἶναι ἀναγκαία διὰ νὰ κινήσῃ ἀντικείμενον 8.0 kg ἐπὶ ἐστερημένου τριβῆς ἐπιπέδου, μεθ' ὁμοιομόρφου ἐπιταχύνσεως 0.40 m/sec², ἐὰν τὸ ἐπίπεδον σχηματίζῃ γωνίαν 30° μετὰ τῆς ὁριζοντίου ;

Ἀπ. 42 νιοῦτονς.

17. Ποία δύναμις, ἐφαρμοζομένη παραλλήλως πρὸς τὸ ἐπίπεδον, ἀπαιτεῖται οὕτως ὥστε ἀντικείμενον 200-lb νὰ ὀλισθήσῃ πρὸς τὰ κάτω, ἐστερημένου τριβῆς ἐπιπέδου, μετ' ἐπιταχύνσεως 4.0 ft/sec², ἐὰν τὸ ἐπίπεδον σχηματίζῃ γωνίαν 30° μετὰ τῆς ὁριζοντίου ;

18. Πύραυλος 16 τόννων ἀνυψοῦται ἀπὸ τῆς ἠρεμίας 16.000 ft ἐντὸς 20 sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ μέση ὠσις. Νὰ μὴ ληφθῶσιν ὑπ' ὄψιν ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος, ἡ μεταβολὴ τῆς μάζης καὶ ἡ μεταβολὴ εἰς τὴν g.

Ἀπ. 56 τόννοι.

19. Σῶμα 4.0-kg ἠρεμεῖ ἐπὶ λείας ὁριζοντίας τραπέζης. Ὁριζόντιον νῆμα προσδεδεμένον εἰς τὸ σῶμα διέρχεται ἀπὸ ἐλαφρόν, ἄνευ τριβῆς, τροχίλον εἰς τὴν ἀκμὴν τῆς τραπέζης φέρον εἰς τὸ ἕτερον ἄκρον αὐτοῦ ἐλευθέρως ἀνηρτημένον σῶμα βάρους 2.0 kg. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ ἡ ἔντασις εἰς τὸ νῆμα ὅταν τὸ σύστημα ἀφεθῇ νὰ λειτουργήσῃ ἐλευθέρως.

20. Σῶμα 2.00-kg ἠρεμεῖ ἐπὶ ἐπιπέδου ὅπερ σχηματίζει γωνίαν 20° μετὰ τῆς ὁριζοντίου. Ἀντικείμενον μάζης 500 gm προσδένεται εἰς τὸ σῶμα διὰ νήματος ὅπερ διέρχεται ἀπὸ ἐλαφρὰν τροχαλίαν εἰς τὸ ἄνω ἄκρον τοῦ ἐπιπέδου. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ συστήματος.

Ἀπ. 0.624 m/sec².

21. Σῶμα 4.00-kg ἐπὶ λείας τραπέζης, συνδέεται πρὸς τεμάχιον μολύβδου 0.500 kg δι' ἐλαφροῦ νήματος ὅπερ διέρχεται διὰ μικρᾶς τροχαλίας εἰς τὸ ἄκρον τῆς τραπέζης. α) Ποία εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ συστήματος ; β) Ποία εἶναι ἡ τάσις εἰς τὸ νῆμα ;

22. Κιβώτιον 100-lb ὀλισθαίνει ἐπὶ ἐστερημένου τριβῆς ὀλισθητῆρος κεκλιμένου κατὰ γωνίαν 60° ὡς πρὸς τὴν ὁριζόντιον. Νὰ εὑρεθῇ α) ἡ ἐπιταχύνουσα δύναμις β) ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος διὰ νὰ διανύσῃ

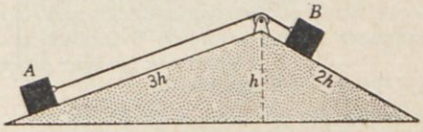
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τοὺς πρώτους 20 ft καὶ γ) ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος διὰ νὰ διανύσῃ τοὺς ἑπομένους 20 ft. Ἀπ. 87 lb, 1.2 sec, 0.49 sec.

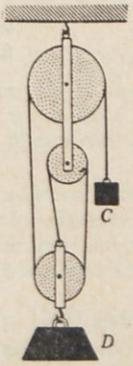
23. Δύο ὅμοια σώματα μάζης m συνδέονται διὰ νήματος μήκους $3h$, ἐπὶ ἀμφικλινοῦς ἐπιπέδου μετὰ τῶν εἰς τὴν Εἰκ. 8 δεικνυομένων διαστάσεων. Πόσον ταχέως θὰ κινηθῇ τὸ σῶμα A ὅταν τὸ σῶμα B προσκρούει ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ἐὰν τὸ B ἐκκινήσῃ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ πρανοῦς ; Αἱ ἐπιφάνειαι εἶναι ἐστερημέναι τριβῆς.

24. Δύο ἀντικείμενα μάζης ἕκαστον 4.00 kg στερεοῦνται ὁμοῦ διὰ νήματος καὶ ἀναρτῶνται ἀπὸ τροχαλίαν ἄνευ τριβῆς κειμένην ἐπὶ τῆς κορυφῆς λείου ἀμφικλινοῦς ἐπιπέδου. Ἡ μία πλευρὰ σχηματίζει γωνίαν 45^0 μετὰ τῆς ὁριζοντίου, ἡ ἑτέρα σχηματίζει γωνίαν 30^0, οὕτως ὥστε νὰ ὑφίσταται γωνία 105^0 εἰς τὴν κορυφὴν τοῦ ἐπιπέδου ὅπου εἶναι προσηρμοσμένη ἡ τροχαλία. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ συστήματος καὶ ἡ τάσις εἰς τὸ νῆμα. Ἀπ. 1.02 m/sec² 23.6 νιοῦτονς.

25. Τὸ μηχάνημα τοῦ Ἀτγοὺντ (Atwood), ἀποτελεῖται ἐκ δύο μαζῶν, 1.000 gr ἑκάστης, ἀνηρτημένων ἐκ νήματος ἀπὸ ἀτριβῆ τροχαλίαν. Διὰ νὰ προσδιορισθῇ ἡ g, προστίθεται μία προσθήκη 20.0 gm πρὸς τὴν μίαν τῶν πλευρῶν. Διαπιστοῦται ὅτι κατὰ τὸ τέλος τῶν 2.00 sec τὸ σύστημα ἔχει κινηθῇ κατὰ 19.2 cm, ἐκκινοῦν ἀπὸ τῆς ἠρεμίας. Νὰ εὑρεθῇ α) ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ συστήματος καὶ β) ἡ g.



Εἰκ. 8.



Εἰκ. 9.

26. Δύο σώματα εἶναι ἀνηρτημένα ἀπὸ νήματος ὅπερ διέρχεται ἀπὸ ἀτριβῆ τροχαλίαν. Τὰ σώματα ἔχουν μᾶζας ἐκ 4.40 καὶ 4.80 kg ἀντιστοίχως καὶ ἀπέχουν ἀρχικῶς ἀπὸ τοῦ ἐδάφους 4.00 m. α) Πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται διὰ τὸ ἓν τῶν σωμάτων νὰ ἐγγίσῃ τὸ ἔδαφος ; β) Ποία εἶναι ἡ τάσις τοῦ νήματος ; Ἀπ. 4.3 sec, 45 νιοῦτονς.

27. Εἰς τὴν Εἰκ. 9 αἱ μᾶζαι C καὶ D εἶναι 200 καὶ 300 gm ἀντιστοίχως. Νὰ εὑρεθῶσιν αἱ ἐπιταχύνσεις τῶν μαζῶν C καὶ D, ἡ τάσις τοῦ νήματος καὶ ἡ ἀσκουμένη δύναμις ἐπὶ τοῦ κατωτέρου ἀγγίστρου.

28. Ἀνὴρ 180-lb ἵσταται ἐπὶ ἀνυψωτῆρος. Ποίαν δύναμιν ἀσκῇ ἐπ' αὐτοῦ τὸ δάπεδον ὅταν ὁ ἀνυψωτὴρ α) εἶναι ἐν στάσει, β) ὅταν οὗτος βαίνει πρὸς τὰ ἄνω μετὰ ταχύτητος 12.0 ft/sec², γ) ὅταν κινεῖ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ται πρὸς τὰ ἄνω μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος καὶ δ) ὅταν κινεῖται πρὸς τὰ ἄνω ἀλλὰ μὲ ἐπιβραδυνομένην ταχύτητα εἰς 8.0 ft/sec²;

Ἀπ. 180, 248, 180, 135 lb

29. Ἐλατηριωτὸς ζυγὸς ἀνηρτημένος ἐπὶ τῆς ὀροφῆς κινουμένου ἀνυψωτῆρος ἐνδεικνύει 80 lb ὡς βάρος ἑνὸς σώματος 120–lb. α) Ποία εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ ἀνυψωτῆρος; (Δώσατε κατεύθυνσιν καὶ μέγεθος). β) Δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν ἐκ τῶν δεδομένων τούτων τὴν κατεύθυνσιν πρὸς τὴν ὁποίαν κινεῖται ὁ ἀνυψωτήρ;

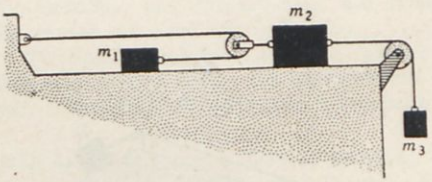
30. Ἀνυψωτήρ, ὅστις μετὰ τοῦ φορτίου του ζυγίζει 4.0 τόννους, κατέρχεται μετὰ ταχύτητος 900 ft/min. Ἐὰν τὸ φορτίον ἐπὶ τῶν συρματοσχοίνων δὲν πρέπει νὰ ὑπερβαίνει τοὺς 9.0 τόννους, ποία εἶναι ἡ βραχυτέρα ἀπόστασις εἰς ἣν θὰ ἔπρεπε νὰ σταματήσῃ ὁ ἀνυψωτήρ;

Ἀπ. 2.8 ft.

31. Ἓν ἐλατήριον καὶ τέσσαρες μᾶζαι m_1, m_2, m_3 καὶ m_4 χρησιμοποιοῦνται εἰς πείραμα ὅμοιον πρὸς τὸ παριστώμενον ὑπὸ τῆς Εἰκ. 7. Μὲ τὴν m_1 εἰς τὸ σημεῖον A καὶ τὸ ἐλατήριον ἐκτεταμένον 10 cm, προσδίδονται ἐπιταχύνσεις 15 cm/sec², 3.5 cm/sec² καὶ 40 cm/sec² εἰς τὰς μᾶζας m_2 m_3 καὶ m_4 ἀντιστοίχως, τιθεμένας πέριξ τοῦ σημείου B, ἐνῶ ἡ m_1 ἔχει ἐπιτάχυνσιν 20 cm/sec². Ὑπολογίσατε τὰς μᾶζας m_2, m_3 καὶ m_4 βάσει τῆς m_1 ὡς προτύπου μάζης.

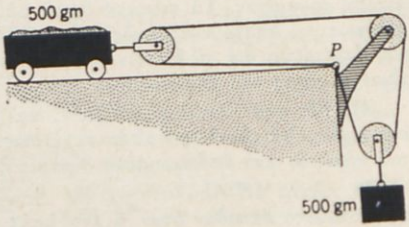
32. Κατὰ τὴν διάταξιν τῆς Εἰκόνος 10, $m_1 = 100$ gm, $m_2 = 400$ gm, καὶ $m_3 = 200$ gm, αἱ τροχαλίαι εἶναι ἄνευ μάζης καὶ αἱ ἐπιφάνειαι ἀτριβεῖς. Ποία εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ σώματος μάζης m_2;

Ἀπ. 0.200 *g*.



Εἰκ. 10.

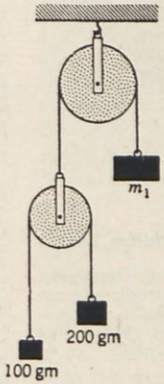
33. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τῶν μαζῶν καὶ ἡ τάσις τοῦ σχοινίου διὰ τὴν εἰς τὴν Εἰκ. 11 ἐμφαινομένην διάταξιν. Τὰ ἄκρα τοῦ σχοινίου εἶναι προσδεδεμένα εἰς τὸ σημεῖον P.



Εἰκ. 11.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

34. Εἰς τὸ εἰς τὴν Εἰκ. 12 παριστώμενον σύστημα, α) ποία θὰ ἔπρεπε νὰ ἦτο ἡ τιμὴ τῆς m_1 ὥστε ἡ μᾶζα τῶν 100 gm νὰ μὴν ἦτο δυνατὸν νὰ κινηθῇ ; Ἐὰν ἡ m_1 ἔχει τὴν τιμὴν ταύτην, ποία εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσίς της ; Ἀπ. 160 gm, 1/4 g



Εἰκ. 12.

35. Ἓν ἠλεκτρόνιον ἔχει μᾶζαν ἐν ἠρεμίᾳ 9.11×10^{-31} kg. Ποία δύναμις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ τὸ ἐπιταχύνῃ ἀπὸ τῆς ἠρεμίας εἰς τὸ ἓν-δέκατον τῆς ταχύτητος τοῦ φωτὸς εἰς ἀπόστασιν 2.0 cm ; ($c = 3.0 \times 10^8$ m/sec). Τί δύναμις χρειάζεται διὰ νὰ προκαλέσῃ τὴν ἰδίαν αὐτὴν ἐπιτάχυνσιν ἐὰν ἡ ἀρχικὴ ταχύτης ἦτο 0,80c ;

36. Ποία δύναμις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ἐπιταχυνθῇ ἓν «πρῶτον», ἔχοντος ἐν ἠρεμίᾳ μᾶζαν 1.67×10^{-27} kg, ἀπὸ τῆς ἠρεμίας εἰς τὸ ἓν-δέκατον τῆς ταχύτητος τοῦ φωτὸς ($c = 3.0 \times 10^8$ m/sec) εἰς ἀπόστασιν 3.0 cm ; Ποία δύναμις θ' ἀπητεῖτο διὰ νὰ παραχθῇ ἡ αὐτὴ ἐπιτάχυνσις ἐὰν ἡ ἀρχικὴ ταχύτης ἦτο 0.50c ;
Ἀπ. 2.5×10^{-11} νιοῦτον, 2.9×10^{-11} νιοῦτον.

37. Νὰ εὑρεθῇ ἡ μᾶζα τῆς γῆς ἐκ τοῦ ἀκολούθου πειραματικοῦ δεδομένου : $g = 9.80$ m/sec^2, καὶ $G = 6.67 \times 10^{-11}$ νιοῦτον-m^2/kg^2. Ἡ ἀκτὶς τῆς γῆς εἶναι 6.37×10^6 m.

38. Ποία εἶναι ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν βαρύτητα ἐπιτάχυνσις ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σελήνης ἐὰν ἡ μᾶζα τῆς σελήνης εἶναι 0.0127 τῆς τῆς γῆς καὶ ἡ ἀκτὶς τῆς σελήνης εἶναι 0.25 τῆς τῆς γῆς ; Ἀπ. 6.5 ft/sec^2.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Philipp Lenard

1862–1947. *Ἐγεννήθη εἰς Πόζονυ, Οὐγγαρίας. Καθηγητὴς τῆς πειραματικῆς φυσικῆς εἰς τὴν Χάϊντελμπέργκ (Heidelberg). Ἔλαβεν τὸ βραβεῖον Νόμπελ διὰ τὴν φυσικὴν τὸ 1905 διὰ τὸ ἔργον του ἐπὶ τῶν καθοδικῶν ἀκτίνων.*

5. ΚΙΝΗΣΙΣ ΒΛΗΜΑΤΩΝ

Ἡ ἐπιστήμη τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων καλεῖται *βαλλιστικὴ (Ballistics)–βλη*ματικὴ–ἐκτοξευτική. Σπουδάζοντες τὴν βλητολογίαν–βαλλιστικήν, μελετῶμεν τὰς ἀκολουθουμένας τροχιὰς ὑπὸ τῶν βαλλομένων–ἱπταμένων ἀντικειμένων, τῶν ἀπαιτουμένων δυνάμεων διὰ νὰ ἐκκινήσουν ταῦτα πρὸς τὴν πτῆσιν των, τῶν κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς πτήσεώς των δρωσῶν δυνάμεων καὶ τῶν προκαλουμένων δυνάμεων κατὰ τὴν ἐπὶ τοῦ στόχου αὐτῶν πρόσκρουσιν. Κατὰ τὴν σχεδίασιν τῆς τροχιᾶς τῆς πτήσεως ἢ κατὰ τὴν μελέτην τῆς πτήσεως οἱουδήποτε ἀντικειμένου, δέον νὰ λαμβάνωνται ὑπ' ὄψιν οἱ παράγοντες οὗτοι. Ἡ ἀνάπτυξις τῶν πυραύλων, ἥτις μᾶς ἐπιτρέπει νὰ ἐξαποστέλωμεν καταγραφικὰ καὶ ἐκπεμπτικὰ ὄργανα ἐντὸς περιοχῶν μὴ ἐκ τῶν προτέρων γνωστῶν εἰς ἡμᾶς, ἀπετέλεσεν ἓν μέσον διὰ τὸν ἐμπλουτισμὸν τῶν γνώσεων μας περὶ τοῦ ἐγγὺς τῆς γῆς μας χώρου καὶ μᾶς ὑπόσχεται ἐκπλήξεις διὰ τὸ ἐγγὺς μέλλον. Θὰ μελετήσωμεν ἐνταῦθα μερικὰς ἐκ τῶν ἁπλουστέρων περιπτώσεων τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων.

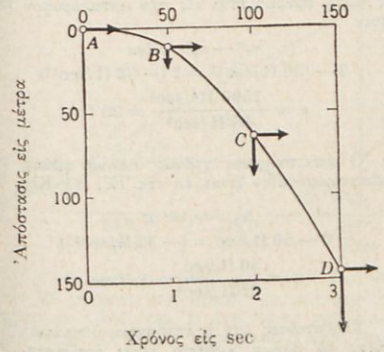
5-1. Κίνησις βλήματος. Ὁ ἁπλούστερος τύπος κινήσεως ἑνὸς βλήματος εἶναι ἐκεῖνος κατὰ τὸν ὁποῖον προσδίδεται ἀρχικήν τις ἀνυσματικὴ ταχύτης καὶ κατόπιν ἀφήνεται τὸ ἀντικείμενον νὰ κινῆται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μόνον τῆς βαρύτητος. Ἡ κίνησις εἶναι μία ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη κίνησις ἀλλὰ διαφέρει ἀπὸ ἐκείνης τῆς πραγματευθείσης εἰς τὸ Κεφ. 3 κατὰ τὸ ὅ,τι ἡ διεύθυνσις τῆς ἐπιταχύνσεως εἶναι σπανίως ἡ αὐτὴ μὲ τὴν τῆς ἀρχικῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος. Ὅθεν ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης μεταβάλλεται συνεχῶς τόσον κατὰ τὸ μέγεθος ὅσον καὶ κατὰ τὴν διεύθυνσιν.

Εἶναι προσφορώτερον κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς τοιαύτης κινήσεως βλήματος νὰ λαμβάνωμεν ταύτην ὡς ἀποτελουμένην ἐκ δύο συνιστωσῶν, μίαν κάθετον καὶ τὴν ἄλλην ὁριζοντίαν. Δεδομένου ὅτι, ἡ ἐκ τῆς βαρύτητος δύναμις ἀσκεῖται κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω, αὕτη προκαλεῖ μίαν ἐπιτάχυνσιν μόνον πρὸς τὴν διεύθυνσιν ταύτην, παραμενούσης ἀμεταβλήτου τῆς ὁριζοντίας συνιστώσης τῆς διανυσματικῆς ταχύτητος, ἐὰν ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος θεωρηθῇ ὡς ἀμελητέα. Ἡ σύνθετος κίνησις τοῦ βλήματος ἀνάγεται οὕτω εἰς δύο ἁπλᾶς κινήσεις, τὴν σταθερὰν ὁριζοντίαν ἀνυσματικὴν ταχύτητα καὶ τὴν ὁμοιομόρφως ἐπιταχυνομένην κατακόρυφον κίνησιν.

Ὑποθέσωμεν ὅτι διερωτόμεθα πῶς ἕνας λίθος θέλει κινηθῇ ἐὰν οὗτος ριφθῇ ὁριζοντίως μετὰ ταχύτητος 50 m/sec. Ἀμελοῦντες τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος, ὁ λίθος θὰ κινῆται μετὰ σταθερᾶς ὁριζοντίου δυνάμεως 50 m/sec μέχρις ὅτου προσκρούσει κάπου. Κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον

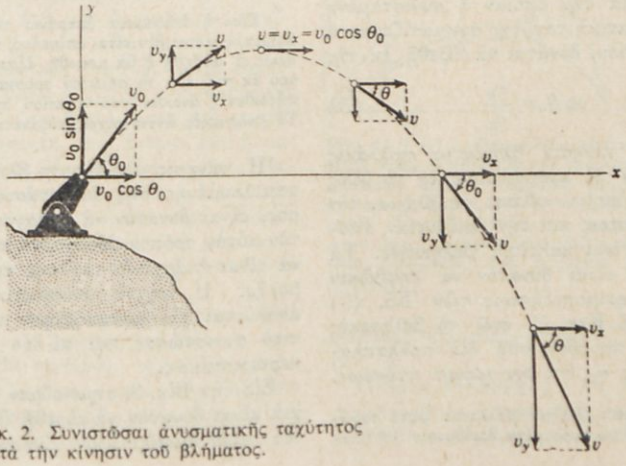
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὁ λίθος θὰ ἐκτελέσῃ τὴν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν ἑνὸς ἀντικειμένου πίπτοντος ἐλευθέρως ἐκ τῆς ἠρεμίας. Ἤτοι, ἐκκινῶν μετὰ μηδενικῆς κατακορύφου ταχύτητος θὰ ἀποκτήσῃ πρὸς τὰ κάτω ταχύτητα 32 m/sec ἀνὰ ἕκαστον δευτερόλεπτον. Θὰ πέσῃ 16 m κατὰ τὸ πρῶτον δευτερόλεπτον, 48 m κατὰ τὸ ἑπόμενον, 80 m κατὰ τὸ τρίτον καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς, ἀκριβῶς ὡσὰν νὰ μὴ εἶχε ὁριζοντίαν κίνησιν. Ἡ πρόοδός του κατὰ τὰ πρῶτα τρία δευτερόλεπτα ἀπεικονίζεται εἰς τὴν Εἰκ. 1. Εἰς τὸ A ὁ λίθος δὲν ἔχει κατακόρυφον ταχύτητα, εἰς τὸ B (μετὰ 1 sec) ἡ κατακόρυφός του ταχύτης εἶναι 32 m/sec, εἰς τὸ C 64 m/sec καὶ εἰς τὸ D 96 m/sec. Ἡ καμπύλη γραμμὴ $ABCD$ εἰς τὴν Εἰκ. 1 εἶναι ἡ τροχιὰ τὴν ὁποίαν ἀκολουθεῖ ὁ λίθος καὶ τὰ βέλη εἰς τὰ A, B, C καὶ D παριστοῦν τὰς ἀνυσματικὰς ταχύτητας εἰς τὰς θέσεις ταύτας. Δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι τὰ ὁριζόντια βέλη εἶναι ἄπαντα τοῦ αὐτοῦ μήκους, ἐνδεικνύοντα τὴν σταθερὰν ὁριζοντίαν ταχύτητα, ἐνῶ τὰ κατακόρυφα τοιαῦτα αὐξάνουν κατὰ τὸ μῆκος ἵνα καταδείξουν τὴν αὐξανομένην κατακόρυφον ταχύτητα. Τὸ κατακόρυφον βέλος εἰς τὸ C εἶναι δύο φορὰς μακρότερον τοῦ τοῦ B ἐνῶ τὸ τοῦ D εἶναι τρεῖς φορὰς μακρότερον. Ἡ συνισταμένη ἀνυσματικὴ ταχύτης τοῦ βλήματος εἶναι ἐφαπτομένη εἰς ἕκαστον σημεῖον τῆς καμπύλης $ABCD$. Αὕτη σταθερῶς μεταβάλλεται τόσον κατὰ μέγεθος ὅσον καὶ κατὰ διεύθυνσιν.



Εἰκ. 1. Τροχιὰ ἑνὸς λίθου ριπτομένου ὁριζοντίως μετὰ μιᾶς ταχύτητος 50 ft/sec.

Ἀδιαφόρως τοῦ ποία δύναται νὰ εἶναι ἡ ἀρχικὴ διεύθυνσις τῆς κινήσεως τοῦ βλήματος, ἡ κίνησίς του δύναται ν' ἀναλυθῇ εἰς ὁριζόντιον καὶ κατακόρυφον τμῆμα, ἅτινα εἶναι ἀνεξάρτητα ἀλλήλων. Ὑποθέσωμεν βλῆμα πυροβολούμενον μετὰ ταχύτητος καὶ διευθύνσεως ὡς ἡ παριστωμένη ὑπὸ τοῦ ἀνύσματος v_0 εἰς τὴν



Εἰκ. 2. Συνιστῶσαι ἀνυσματικῆς ταχύτητος κατὰ τὴν κίνησιν τοῦ βλήματος.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Εἰκ. 2. Μελετήσατε τὰς συνιστώσας τῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος v_0 κατὰ μῆκος τῶν ἀξόνων x (ὁριζόντιος) καὶ y (κατακόρυφος). Ἀντικείμενον ἔχον τὰς ταυτοχρόνους, ὁριζόντιον καὶ κατακόρυφον, ταχύτητας παριστωμένας ὑπὸ $v_0 \operatorname{συν} \theta_0$ καὶ $v_0 \operatorname{ημ} \theta$, ἤθελεν ἀκολουθήσῃ ἀκριβῶς τὴν αὐτὴν τροχιάν, ἤτοι τὴν ἀρχικὴν διεύθυνσιν τῆς v_0. Κατὰ τὴν διερεύνησιν τῆς κινήσεως τοῦ βλήματος, δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν ἓν ἐκ τῶν δύο, εἴτε ὁλόκληρον τὴν ταχύτητα πρὸς τὴν διεύθυνσιν v, ἢ τὸ ὁριζόντιον καὶ τὸ κατακόρυφον τμῆμα αὐτῆς. Ἡ τελευταία ἄποψις ἁπλοποιεῖ τὸ πρόβλημα.

Ἡ ὁριζοντία ἐπιτάχυνσις a_x εἶναι μηδενική, ἐὰν ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος εἶναι ἀμελητέα. Ἐκ τούτου ἡ ὁριζοντία συνιστῶσα τῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος v_x παραμένει σταθερὰ καὶ εἰς πάντα χρόνον t

$$v_x = v_0 \operatorname{συν} \theta_0 \qquad (1)$$

Ἡ κατακόρυφος ἐπιτάχυνσις τοῦ βλήματος εἶναι κατὰ τὴν ἀρνητικὴν (πρὸς τὰ κάτω) διεύθυνσιν, κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονος y. Οὕτω ἡ κατακόρυφος ἀνυσματικὴ ταχύτης εἰς κάθε χρόνον t εἶναι

$$v_y = v_0 \operatorname{ημ} \theta_0 - gt \qquad (2)$$

Τὸ μέγεθος τῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος εἰς κάθε στιγμὴν εἶναι $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ καὶ ἡ γωνία τὴν ὁποίαν ἡ συνισταμένη αὕτη ἀνυσματικὴ ταχύτης σχηματίζει μετὰ τῆς ὁριζοντίου, δύναται νὰ εὑρεθῇ ἐκ τῆς

$$\varepsilon\varphi \theta = \frac{v_y}{v_x} \qquad (3)$$

Εἰς τὴν κίνησιν βλήματος πολλάκις ἐπιθυμοῦμεν νὰ προσδιορίσωμεν τὸ ὕψος μέχρι τοῦ ὁποίου φθάνει τὸ βλῆμα, τὸν χρόνον πτήσεως καὶ τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν ἥτις καὶ καλεῖται *βεληνεκές*. Τὰ δύο πρῶτα εἶναι δυνατὸν νὰ ληφθῶσιν διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως τῶν Ἐξ. (5) καὶ (3) τοῦ Κεφ. 3, ἐνῶ τὸ βεληνεκὲς δύναται νὰ προσδιορισθῇ διὰ πολλαπλασιασμοῦ τῆς v_x ἐπὶ τὸν χρόνον πτήσεως.

Παράδειγμα: Βλῆμα βάλλεται μετὰ ταχύτητος 100 ft/sec πρὸς μίαν διεύθυνσιν 30° ὑπεράνω τῆς ὁριζοντίου. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ὕψος εἰς ὃ ἀνέρχεται τοῦτο, ὁ χρόνος πτήσεως καὶ τὸ βεληνεκές.

Ἀρχικῶς

$$v_y = v \operatorname{ημ} \theta = (100 \text{ ft/sec}) (\operatorname{ημ} 30°) = 50.0 \text{ ft/sec}$$
$$v_x = v \operatorname{συν} \theta = (100 \text{ ft/sec}) (\operatorname{συν} 30°) = 86.6 \text{ ft/sec}$$

Χρησιμοποιοῦντες τὴν Ἐξ. (5) τοῦ Κεφ. 3, ὡς αὕτη ἐφαρμόζεται εἰς τὴν κατακόρυφον κίνησιν

$$v_2^2 - v_1^2 = 2as$$
$$0 - (50 \text{ ft/sec})^2 = 2 (-32 \text{ ft/sec}^2) s$$
$$s = \frac{2500 \text{ ft}^2/\text{sec}^2}{64 \text{ ft/sec}^2} = 39 \text{ ft}$$

Ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος διὰ νὰ φθάσῃ τὸ ἀνώτατον σημεῖον εἶναι, ἐκ τῆς Ἐξ. (2) Κεφ. 3,

$$v_2 - v_1 = at$$
$$0 - 50 \text{ ft/sec} = (-32 \text{ ft/sec}^2) t$$
$$t = \frac{50 \text{ ft/sec}}{32 \text{ ft/sec}^2} = 1.6 \text{ sec}$$

Ὑποθέτοντες ὅτι ἡ ἐπιφάνεια ὑπεράνω τῆς ὁποίας τὸ βλῆμα κινεῖται εἶναι ὁριζοντία, θ' ἀπαιτηθῇ ἴσος χρόνος διὰ νὰ ξαναπέσῃ τὸ βλῆμα εἰς τὴν ἐπιφάνειαν. Ἐκ τούτου ὁ διαρρεύσας χρόνος t', πρὶν ἢ τὸ βλῆμα προσκρούσῃ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, εἶναι :

$$t' = 2t = 2 \times 1.6 \text{ sec} = 3.2 \text{ sec}$$

Καθ' ὅλον τὸν χρόνον τοῦτον τὸ βλῆμα διατρέχει ὁριζοντίως μεθ' ὁμοιομόρφου ταχύτητος 86.6 ft/sec. Τὸ βεληνεκὲς R συνεπῶς εἶναι :

$$R = v_x t' = (86.6 \text{ ft/sec}) (3.2 \text{ sec}) = \overline{280} \text{ ft}$$

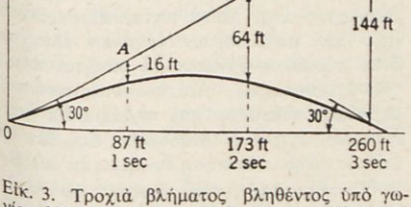
Ἐὰν ἡ ἐπιφάνεια ὑπεράνω τῆς ὁποίας τὸ βλῆμα κινεῖται δὲν εἶναι ἐπίπεδος, ὁ χρόνος πτήσεως θ' αὐξηθῇ ἢ θὰ μειωθῇ, ἐξαρτωμένου τούτου ἐκ τοῦ ἐὰν τὸ σημεῖον προσκρούσεως εἶναι κάτωθεν ἢ ἄνωθεν τοῦ σημείου πυροβολήσεως. Τὸ βεληνεκὲς ἀντιστοίχως αὐξάνεται ἢ μειοῦται.

Ἡ κίνησις οἱουδήποτε βλήματος, παραμελουμένης τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος, εἶναι δυνατὸν νὰ μεταχειρισθῇ κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἀδιάφορον ποία δύναται νὰ εἶναι ἡ ἀρχικὴ ταχύτης καὶ ἡ γωνία βολῆς. Ἡ ἀρχικὴ ἀνυσματικὴ ταχύτης ἀναλύεται εἰς κατακόρυφον καὶ ὁριζόντιον συνιστῶσας καὶ αἱ δύο μελετῶνται κεχωρισμένως.

Εἰς τὴν Εἰκ. 3, σημειοῦμεν ὅτι ἡ τροχιὰ εἶναι δυνατὸν νὰ εὑρεθῇ ἐκλαμβάνοντες μίαν ὁμοιόμορφον κίνησιν κατὰ τὴν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἀρχικὴν διεύθυνσιν OC καὶ εὑρίσκοντες τὴν ἀπόστασιν εἰς ἣν ἔπεσεν τὸ βλῆμα ἐξ αὐτῆς τῆς τροχιᾶς ἀνὰ πᾶσαν στιγμήν. Εἰς 1 sec, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς βαρύτητος, τὸ βλῆμα πίπτει 16 πόδας, ἐκ τούτου ἔπεται ὅτι κατὰ τὸ τέλος τοῦ 1 sec



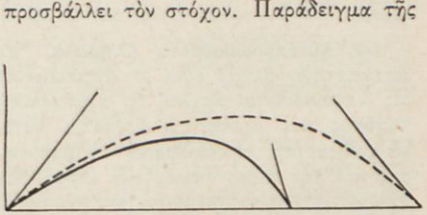
Εἰκ. 3. Τροχιὰ βλήματος βληθέντος ὑπὸ γωνίαν 30° ὑπεράνω τῆς ὁριζοντίου, μετ' ἀρχικῆς ταχύτητος 100 ft/sec. Ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἀμελεῖται. Τὸ βλῆμα προσκρούει μετὰ ταχύτητος ἴσης πρὸς τὴν ἀρχικὴν καὶ ὑπὸ γωνίαν 30° ὑπεράνω τῆς ὁριζοντίου.

εὑρίσκεται 16 πόδας κάτωθεν τοῦ A, εἰς 2 sec πίπτει 64 πόδας καὶ συνεπῶς εἶναι 64 πόδας κάτωθεν τοῦ B, καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς.

5-2. Βεληνεκὲς καὶ ὑψομετρικὴ γωνία. Τὸ βεληνεκὲς ἑνὸς βλήματος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν γωνίαν ὑπὸ τὴν ὁποίαν βάλλεται καὶ ἀπὸ τὴν ἀρχικήν του ταχύτητα. Ἐὰν ἡ γωνία εἶναι μικρά, ἡ ὁριζοντία ἀνυσματικὴ ταχύτης εἶναι σχετικῶς ὑψηλή, ἀλλὰ ὁ χρόνος τῆς διαδρομῆς του εἶναι βραχὺς τόσον ὅσον πιὸ μικρὸν εἶναι τὸ βεληνεκές. Ἀφ' ἑτέρου ἐὰν ἡ γωνία βολῆς εἶναι λίαν εὐρεῖα, ὁ χρόνος διαδρομῆς εἶναι μακρός, ἀλλὰ ἡ ὁριζοντία ἀνυσματικὴ ταχύτης εἶναι μικρά. Ἐλλειπούσης τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος, τὸ ἀνώτατον βεληνεκὲς ἐπιτυγχάνεται ὑπὸ ὑψομετρικὴν γωνίαν 45°.

Κατὰ τὴν σκόπευσιν διὰ ὅπλου, δέον πάντοτε νὰ λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν ἡ διαφορὰ ἥτις θὰ προκύψῃ λόγῳ τῆς πτώσεως τοῦ βλήματος κατὰ τὴν διάνυσιν τῆς ἀποστάσεως. Ἐὰν σκοπεύσωμεν ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἐπὶ τῆς κάνης σκοπευτικῆς γραμμῆς ἐπακριβῶς τὸν στόχον, τὸ βλῆμα θὰ κτυπήσῃ ὀλίγον πιὸ κάτω τοῦ στόχου. Εἰς περίπτωσιν μικρᾶς ἀποστάσεως καὶ μεγάλης ταχύτητος τοῦ βλήματος, ἡ παρέκλισις συνεπείᾳ τῆς ἐκ τοῦ βάρους του πτώσεως εἶναι ἐλαχίστη καὶ συνεπῶς μία κάποια διευθέτησις τῆς σκοπεύσεως νὰ μὴν εἶναι πολὺ ἀναγκαία. Μεγάλου βεληνεκοῦς ὅπλα φέρουν μηχανισμὸν ὑπολογισμοῦ τῆς παρεκλίσεως καὶ διευθετήσεως τῆς σκοπεύσεως ὁ ὁποῖος καὶ καλεῖται *κλισιοσκόπιον*.

5-3. Ἀντίστασις ἀέρος. Μέχρι τοῦδε, κατὰ τὴν συζήτησιν περὶ τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων, παρημελήθη ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος. Ἐν τούτοις, προκειμένου καὶ περὶ ὑψηλῆς ταχύτητος βλημάτων, ἡ ἀντίστασις αὕτη δὲν σημαίνει μικρὸν παράγοντα. Παρεισάγει μίαν δύναμιν ἥτις ἀντιτίθεται πρὸς τὴν κίνησιν, δύναμιν ἥτις ποικίλλει τόσον κατὰ τὸ μέγεθος ὅσον καὶ κατὰ τὴν διεύθυνσιν καὶ ὡς ἐκ τούτου προκαλεῖ μεταβλητὴν ἐπιτάγχυνσιν ἐπιπροσθέτως τῆς σταθερᾶς τοιαύτης, τὴν ὁποίαν ὑπελάβομεν προγενεστέρως. Ἡ ἀντίστασις αὕτη τοῦ ἀέρος μειώνει τὸ ὕψος τῆς τροχιᾶς, τὸ βεληνεκὲς τοῦ βλήματος καὶ τὴν ταχύτητα μεθ' ἧς τὸ βλῆμα προσβάλλει τὸν στόχον. Παράδειγμα τῆς



Εἰκ. 4. Τροχιὰ βλήματος. Ἡ ἐστιγμένη καμπύλη γραμμὴ παριστᾷ τὴν τροχιὰν τὴν ὁποίαν τὸ βλῆμα ἤθελεν διαγράψῃ ἐὰν δὲν ὑφίστατο ἀντίστασις ἀέρος, ἐνῶ ἡ συνεχὴς καμπύλη παριστᾷ τὴν πραγματικήν του τροχιάν. Τὸ μέγιστον ὕψος, τὸ βεληνεκὲς καὶ ἡ ταχύτης κρούσεως μειοῦνται, ἐνῶ ἡ γωνία κρούσεως αὐξάνεται.

τοιαύτης ἐπιρροῆς ἀπεικονίζεται εἰς τὴν Εἰκ. 4.

Πλήρης ἀνάλυσις τῆς εἰς τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος ὑποκειμένης κινήσεως βλήματός τινος, ὑπερβαίνει τὰ ὅρια καὶ τὸν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σκοπὸν τῆς παρούσης πραγματείας. Πάραυτα ὅμως, μερικοὶ ἐκ τῶν δρώντων παραγόντων ἐθεωρήσαμεν σκόπιμον νὰ μνημονευθῶσιν. Ἡ ἐπιβραδύνουσα δύναμις—ἡ ἀνασχετικὴ δύναμις—ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ταχύτητος τοῦ βλήματος. Ἐπὶ ταπεινῶν ταχυτήτων—μικρῶν—ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος εἶναι λίαν μικρά, ἀλλὰ ἐφόσον ἡ ταχύτης καθίσταται μεγαλυτέρα ἡ ἀντίστασις αὕτη αὐξάνει λίαν ταχέως. Ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἐξαρτᾶται ἐπίσης ἐκ τοῦ ὕψους εἰς ὃ ἀνέρχεται τὸ βλῆμα, καθόσον εἰς μεγάλα ὕψη, ὅπου ὁ ἀὴρ εἶναι ὀλιγώτερον πυκνός, ἡ ἀντίστασις εἶναι μικρά. Μεγάλου βεληνεκοῦς πυροβόλα ρίπτουν τὸ βλῆμα ὑπὸ τοιαύτην γωνίαν ὥστε σημαντικὸν τμῆμα τῆς τροχιᾶς του νὰ κεῖται ἐντὸς τῆς εἰ δυνατὸν ὑψηλοτέρας ἀτμοσφαίρας ὅπου ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος εἶναι μικρά. Οὕτω ἡ γωνία ὑπὸ τὴν ὁποίαν τὸ πυροβόλον δέον νὰ βάλῃ ἵνα ἐπιτύχῃ τὴν μεγίστην ἐμβέλειαν —βεληνεκὲς—δύναται νὰ εἶναι σημαντικῶς μεγαλυτέρα τῆς ἀναγκαίας τοιαύτης τῶν 45^0, ὅταν ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος εἶναι ἀμελητέα. Ἡ μᾶλλον εὐνοϊκὴ γωνία ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ μεγέθους, τοῦ σχήματος καὶ τῆς ταχύτητος τοῦ βλήματος.

5-4. Αὐτοπροωθούμενα βλήματα. Ἓν πραγματικὸν βλῆμα εἶναι ἓν ἀντικείμενον εἰς ὃ προσδίδεται ἀρχικὴ τις ἀνυσματικὴ ταχύτης καὶ μετέπειτα ἀφήνεται οὕτω νὰ κινῆται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς βαρύτητος καὶ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος. Ἐν τούτοις, ἕτερα ἀντικείμενα, ὡς πύραυλοι, κινοῦνται κατὰ τὸ αὐτὸν ὡς καὶ τὰ βλήματα τρόπον ἐκτὸς τοῦ ὅ,τι δὲν ἐξαρτῶνται ἐκ μιᾶς ἀρχικῆς ὥσεως μόνον, ἀλλὰ καὶ ἐκ τῆς δυνάμεως τῆς παρεχομένης ὑπὸ καυσίμου ὑλικοῦ φερομένου ὑπ' αὐτῶν. Ὅταν τὸ καύσιμον καίεται, τὸ ἐκτονούμενον ἀέριον ἐξέρχεται μετὰ μεγαλυτέρας ταχύτητος ἀπὸ ἐκείνης τῆς πραγματικῆς τοῦ βλήματος. Συνεπείᾳ τούτου, ὑφίσταται μία δύναμις ἀντιδράσεως ἐπὶ αὐτοῦ καθ' ἑαυτοῦ τοῦ βλήματος, ἥτις προκαλεῖ μίαν ἐπιτάχυνσιν. Ἡ ἀρχικὴ ταχύτης τοῦ πυραύλου δυνατὸν νὰ εἶναι λίαν μικρὰ δεδομένου ὅτι αὕτη ἐπιταχύνεται συνεχῶς κατὰ μῆκος τῆς τροχιᾶς του. Ἐνδεχομένως ἡ ταχύτης τοῦ πυραύλου νὰ εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τοῦ ἐλευθέρου βλήματος κατὰ τὸ ἀντίστοιχον μέρος τῆς τροχιᾶς των.

Ἐὰν τὰ καύσιμα τοῦ πυραύλου εἶναι τοιαῦτα ὥστε νὰ παρέχουν ἀφ' ἑαυτῶν τὸ ἀπαιτούμενον διὰ τὴν καῦσιν ὀξυγόνον, δὲν ὑφίσταται ἐξάρτησις ἀπὸ τοῦ ἀέρος διὰ τὴν καῦσιν ἢ τὴν ὤθησιν. Τοιοῦτοι πύραυλοι δροῦν ἀποτελεσματικῶς εἰς ἐκτάκτως μεγάλα ὕψη ὅπου ὑπάρχει ἐλάχιστος ἀήρ. Μετὰ καταλλήλων καυσίμων καὶ καταλλήλων ὀργάνων ἐλέγχου, ἕνας πύραυλος δύναται νὰ κινῆται πέραν τῆς ἀτμοσφαίρας. Διὰ τοιαύτας πτήσεις, βεβαίως, πτέρυγες καὶ πηδάλια θὰ ἦσαν ἐντελῶς ἄχρηστα δεδομένου ὅτι δὲν θὰ ὑπῆρχεν ἀὴρ νὰ ἀσκήσῃ δυνάμεις ἐπ' αὐτῶν.

Οἱ πύραυλοι ἦσαν γνωστοὶ πρὸ πολλῶν αἰώνων, ἀλλὰ ἡ ἀνάπτυξις τῆς χρήσεως των ὡς μεταφορέων βλημάτων καὶ ὀργάνων ἐρεύνης εἶναι λίαν πρόσφατος. Οἱ Γερμανοὶ κατεσκεύασαν τὸν πύραυλον V-2 ἵνα τὸν χρησιμοποιήσουν ὡς ὅπλον κατὰ τὸν Δεύτερον Παγκόσμιον Πόλεμον. Ἔκτοτε κατεσκευάσθησαν πολλοὶ πύραυλοι τόσον διὰ πολεμικοὺς σκοποὺς ὅσον καὶ δι' ἐρευνητικοὺς τοιούτους.

Ἁπλοῦ-τύπου πύραυλοι κατεσκευάσθησαν διὰ νὰ φέρουν ὠφέλιμον φορτίον εἰς ἓν ὕψος περίπου 150 μιλλίων. Ἡ ταχύτης εἶναι χαμηλὴ εἰς τὴν χαμηλοτέραν ἀτμοσφαῖραν ὅπου ἡ τριβὴ εἶναι μεγάλη, ἀλλὰ αὕτη αὐξάνει ταχέως εἰς μεγαλύτερα ὕψη. Ἡ ἐπιστροφὴ—ἐπάνοδος—ἑνὸς τοιούτου ὀχήματος, ἀκεραίου—ἀθίκτου, εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς γῆς, εἶναι δυσχερὴς λόγῳ τῆς λίαν μεγάλης ταχύτητος τὴν ὁποίαν τοῦτο προσλαμβάνει κατὰ τὴν πτῶσιν του. Εἰς τὰς μεγάλας ταύτας ταχύτητας, ἡ θέρμανσις ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν τριβὴν τοῦ ἀέρος, εἶναι λίαν μεγάλη καὶ μία ἀσφαλὴς προσγείωσις θ' ἀπαιτοῦσε μέσα ἱκανὰ νὰ μειώσουν τὴν ταχύτητα.

Ἀπαιτοῦνται μεγάλαι ποσότητες καυσίμων διὰ νὰ προσδώσουν τὴν ἀπαιτουμένην ὤθησιν κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ τοῦ ἀπαιτουμένου χρόνου ὅπως ὁ πύραυλος φθάσῃ εἰς μεγάλα ὕψη. Ἡ ἀρχικὴ μᾶζα τοῦ πυραύλου πιθανὸν νὰ συνίστα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ται κατὰ τὰ 80% αὐτῆς ἀπὸ καύσιμα. Σὺν τῷ χρόνῳ, ἐξαντλουμένων τῶν καυσίμων, ἡ μᾶζα θὰ ἔχει μετατραπεῖ εἰς ἓν μικρὸν κλάσμα τῆς ἀρχικῆς μάζης.

Εἷς σύνθετος πύραυλος χρησιμοποιεῖ τὸ πρῶτον στάδιον διὰ ν' ἀνυψώσῃ καὶ ἐπιταχύνῃ ἓν φορτίον ὅπερ περιλαμβάνει τὸ τελικὸν ὠφέλιμον φορτίον καὶ ἄλλους πυραύλους οἵτινες θὰ πυροδοτηθοῦν ἐν πτήσει κατὰ τὸν κατάλληλον χρόνον. Ἡ πρώτη μηχανὴ καὶ τὸ περίβλημα δύνανται τότε ν' ἀπορριφθοῦν, καθόσον δὲν εἶναι ἀναγκαῖον νὰ ἀνυψοῦνται καὶ αὐτὰ μέχρι τοῦ τελικοῦ ὕψους. Παράδειγμα ἑνὸς συνθέτου πυραύλου εἶναι ὁ τριόροφος Βάνγκαρντ (Vanguard) ὁ χρησιμοποιηθεὶς εἰς τὸ πρόγραμμα ἐκτοξεύσεως δορυφόρων τῆς γῆς.

Ὁ Βάνγκαρντ ἔχει μῆκος 72 ποδῶν καὶ διάμετρον 45 ἰντσῶν. Τὸ ὁλικὸν βάρος του κατὰ τὴν ἐκτόξευσιν εἶναι περίπου 22000 λίβραι. Ὁ πρῶτος-ὄροφος χρησιμοποιεῖ καύσιμον ὕλην συνισταμένην ἐξ ὑγροῦ ὀξυγόνου καὶ πετρελαίου (kerosene) ὅπερ καίεται εἰς 140 περίπου δευτερόλεπτα, δίδον μίαν πρόωσιν περίπου 27000 λιβρῶν, ἓν ὕψος 35 μιλλίων καὶ μία ταχύτητα 1 μιλλίου ἀνὰ δευτερόλεπτον. Εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο ἀνάπτει ὁ δεύτερος ὄροφος καὶ ὁ ἄχρηστος πρῶτος πύραυλος πίπτει. Κατὰ τὸ πρῶτον στάδιον, τὸ ὠφέλιμον φορτίον προστατεύεται ἐναντι τῆς θερμότητος καὶ τῆς συγκρούσεως, ὑπὸ ἑνὸς μυτεροῦ κώνου. Ὁ κῶνος οὗτος ἀπορρίπτεται ἐπίσης κατὰ τὸ τέλος τοῦ πρώτου σταδίου.

Ὁ πύραυλος τοῦ δευτέρου-ὀρόφου ἔχει περίπου μῆκος 38 ποδῶν καὶ περιέχει τὸ μηχάνημα τοῦ δευτέρου-ὀρόφου καὶ ἅπαντας τοὺς μηχανισμοὺς ὁδηγήσεως ὡς καὶ τὸ μηχάνημα τοῦ τρίτου-ὀρόφου καὶ τὸν δορυφόρον. Διὰ τὸ δεύτερον στάδιον τὸ χρησιμοποιούμενον καύσιμον εἶναι διμεθυλικὴ ὑδραζίνη καὶ νιτρικὸν ὀξύ. Κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς καύσεως ὁ πύραυλος ὑψοῦται εἰς 140 μίλλια περίπου καὶ προσλαμβάνει ταχύτητα περίπου 2.5 μιλλίων ἀνὰ δευτερόλεπτον. Ὁ μηχανισμὸς ὁδηγήσεως ἐλέγχει τὴν διεύθυνσιν διὰ κλίσεως τοῦ μηχανήματος μεθ' ἑνὸς γυρογνώμονος. Μεταξὺ τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου σταδίου, ὁ πύραυλος κλίνει προοδευτικῶς περίπου 45° κατὰ τὴν καῦσιν τοῦ δευτέρου-ὀρόφου. Μετὰ τὴν καῦσιν ὁ πύραυλος πλέει πρὸς τὰ ἄνω καὶ πρὸς τὰ ἔξω εἰς ἓν ὕψος περίπου 300 μιλλίων καὶ μετὰ ταχύτητος περίπου ἐλάσσονος τῶν 2.5 μιλλίων ἀνὰ δλ. Κατὰ τὴν περίοδον ταύτην τῆς παραπλεύσεως, ὁ μηχανισμὸς ὁδηγήσεως ἀποκλίνει τὸν πύραυλον εἰς τὴν κατάλληλον στάσιν διὰ τὴν ἀνάφλεξιν τοῦ τρίτου σταδίου. Ὅταν ἐπιτευχθοῦν τόσον ἡ κατάλληλος στάσις ὅσον καὶ τὸ κατάλληλον ὕψος (προσανατολισμὸς εἰς τὸν χῶρον) τίθεται εἰς ἐνέργειαν ὁ τρίτος-ὄροφος καὶ ἀναφλέγεται.

Ὁ πύραυλος τοῦ τρίτου-ὀρόφου χρησιμοποιεῖ στερεὰ καύσιμα. Δὲν ἔχει μηχανισμὸν ὁδηγήσεως. Ἡ διεύθυνσις τούτου ἠλέγχθη ὑπὸ τοῦ δευτέρου-ὀρόφου. Δι' ἕναν δορυφόρον ἡ ἰδεώδης διεύθυνσις εἶναι ἡ ὁριζοντία. Κατὰ τὴν ἀνάφλεξιν τοῦ τρίτου-ὀρόφου τὸ σύστημα τοῦ δευτέρου τοιούτου ἀπορρίπτεται. Κατὰ τὸ τρίτον στάδιον ἡ ταχύτης αὐξάνεται εἰς τὸ ἀναγκαῖον μέγεθος διὰ νὰ διατηρηθῇ ὁ δορυφόρος εἰς τὴν τροχιάν του. Αὕτη, διὰ τὸ ὕψος τῶν 300 μιλλίων, εἶναι κατά τι ὀλιγωτέρα τῶν 5 μιλλίων ἀνὰ δλ. Μετὰ τὴν ἀνάφλεξιν τοῦ τρίτου-ὀρόφου, μία μικρὰ ἔκρηξις ἀποχωρίζει τὸν φέροντα τὰ ὄργανα δορυφόρον ἀπὸ τοῦ μηχανισμοῦ τοῦ τρίτου-ὀρόφου.

Ἡ ἀεριοπροώθησις διαφέρει τῆς διὰ πυραύλων προωθήσεως κατὰ τὸ ὅ,τι κατ' αὐτὴν ἀπαιτεῖται ἡ ὕπαρξις ὀξυγόνου διὰ τὴν καῦσιν. Συνεπῶς τοιαῦτα μηχανήματα δύνανται νὰ λειτουργήσουν μόνον ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας. Ἡ προωστικὴ δύναμις, προκειμένου περὶ πυραύλου, εἶναι ἡ ἀντίδρασις ἡ προκαλουμένη ὅταν τὰ θερμὰ ἀέρια ἀποβάλλωνται ἐκ τοῦ μηχανισμοῦ.

Καθ' ἣν στιγμὴν γράφεται τὸ Κεφάλαιον τοῦτο, ἀγγέλεται ὅτι ἡ Ἀμερικανικὴ Διοίκησις Ἀεροναυτικῆς καὶ Διαστήματος θὰ ἐκτοξεύσῃ, ἐντὸς τῶν ἡμερῶν, τὸ ἕκτον διαστημόπλοιον τύπου «Κρόνος» ἀπὸ τὸ ἀκρωτήριον Κέννεντυ τῆς Φλωρίδος (πρώην Κανάβεραλ). Θὰ φέρῃ εἰς τροχιὰν περὶ τὴν Γῆν τὸ πρῶτον δο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κιμαστικὸν μοντέλο χωρὶς πλήρωμα τοῦ διαστημοπλοίου «Ἀπόλλων», τὸ ὁποῖον τελειοποιεῖται ἤδη ὥστε νὰ μεταφέρῃ τελικῶς, πρὸ τῆς παρόδου 10ετίας, τρεῖς ἀστροναύτας εἰς τὴν Σελήνην. Κύριος σκοπὸς τῆς πτήσεως εἶναι ἡ συνέχισις λεπτομερῶν δοκιμῶν ἐπὶ τῆς ἐκτοξεύσεως τοῦ διαστημοπλοίου «Κρόνος» καὶ ἡ ἀνάπτυξις τῶν ἀναγκαίων τεχνικῶν διὰ τὴν κατασκευὴν τῶν τελειοτέρων τύπων τοῦ ἰδίου διαστημοπλοίου ποὺ χρειάζονται διὰ τὴν προσγείωσιν ἀστροναυτῶν εἰς τὴν Σελήνην καὶ δι' ἄλλας ἐξερευνήσεις τοῦ Διαστήματος.

Ἄλλοι σκοποὶ τῆς πτήσεως τοῦ νέου τύπου τοῦ «Κρόνου» εἶναι ἡ δοκιμασία τῶν συστημάτων προωθήσεως, τῶν κατασκευῶν καὶ τῶν συστημάτων ἐλέγχου πτήσεως καθὼς καὶ ἡ δοκιμασία τῶν τεχνικῶν διὰ τὸν ἀποχωρισμὸν τοῦ δευτέρου ὀρόφου. Μέχρι σήμερον, ἔχουν ἐκτοξευθῆ πέντε *πύραυλοι* τύπου «Κρόνος», ἕκαστος τῶν ὁποίων ἀνέπτυσσε προωθητικὴν δύναμιν 1.3 ἑκατομμυρίων λιτρῶν καὶ εἶχε βάρος 1 ἑκατομμυρίου λιτρῶν. Ὁ ἕκτος τύπος θὰ ἔχῃ ὕψος 190 ποδῶν καὶ βάρος περίπου 1 300 000 λιτρῶν κατὰ τὴν ἀπογείωσιν. Τὸ συνολικὸν βάρος τῆς μονάδος ποὺ θὰ τεθῇ εἰς τροχιὰν εἶναι 37 300 λίτραι, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ δοκιμαστικὸν διαστημόπλοιον «Ἀπόλλων» θὰ ἔχῃ τὰς 17 000. Τὸ ὑπόλοιπον θὰ εἶναι τὸ βάρος διαφόρων ὀργάνων καὶ μέρος τοῦ πυραύλου ποὺ θὰ ἀπορριφθῇ. Τὸ ὅλον φορτίον τοῦ δορυφόρου θὰ ἔχῃ περίοδον τροχιᾶς π.ρίπου 88 λεπτά. Ὅταν θὰ εὑρίσκεται εἰς τὸ φῶς τοῦ Ἡλίου καὶ ὁ παρατηρητὴς εἰς τὸ σκότος, θὰ εἶναι εὐκόλως ὁρατὸς ἀπὸ τῆς Γῆς. Ἡ ὁρατότης του θὰ κυμαίνεται ἀναλόγως τοῦ ὕψους, ἀλλὰ τὸ μέγεθός του θὰ ἰσοῦται σχεδὸν πρὸς τὸ φαινόμενον μέγεθος τῆς Ἀφροδίτης. Ὁ χρόνος παραμονῆς του εἰς τροχιὰν ὑπολογίζεται περίπου εἰς μίαν ἑβδομάδα ἢ ὀλιγώτερον.

Ἓν ἄλλον δεῖγμα τῆς καταπληκτικῆς προόδου εἰς τὸν τομέα τοῦτο, εἶναι τὸ ἀναγγελθὲν κατ' αὐτὰς ὑπὸ Σοβιετικῶν ἐπιστημόνων ὅτι σήματα, ποὺ ἐστάλησαν ἀπὸ τὴν Γῆν εἰς ἀπόστασιν 13 χιλιάδων χιλιομέτρων, κατώρθωσαν νὰ μεταβάλουν τὴν πορείαν καὶ τὴν ταχύτητα ἑνὸς ἐξερευνητικοῦ διαστημοπλοίου. Τὸ διαστημόπλοιον ἐξετοξεύθη ἀπὸ ἕναν πύραυλον, ὁ ὁποῖος ἐκινεῖτο εἰς τροχιὰν περὶ τὴν Γῆν. Τὸ πείραμα, κατὰ τοὺς Σοβιετικοὺς ἐπιστήμονας, ἀπέδειξεν ὅτι εἶναι δυνατὸν νὰ λυθοῦν προβλήματα «διορθώσεως» τῆς πορείας αὐτομάτων κοσμικῶν πλοίων.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἡ *βαλλιστικὴ* εἶναι ἡ ἐπιστήμη τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων.

Τὸ *βλῆμα* εἶναι ἓν ἀντικείμενον εἰς ὃ δίδεται ἀρχική τις ἀνυσματικὴ ταχύτης ἥτις καὶ τοῦ ἐπιτρέπει νὰ κινῆται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς βαρύτητος.

Ἐπὶ κινήσεως βλήματος ἡ κατακόρυφος καὶ ὁριζοντία κίνησις εἶναι δυνατὸν νὰ διαπραγματευθῶσιν κεχωρισμένως. Ἐὰν ἀμεληθῇ ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος, ἡ ὁριζοντία κίνησις εἶναι ὁμοιόμορφος, ἐνῶ ἡ κατακόρυφος εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη. Ὑπὸ τὰς συνθήκας ταύτας ἡ τροχιὰ εἶναι παραβολική.

Τὸ *βεληνεκὲς* βλήματός τινος ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἀρχικῆς αὐτοῦ ταχύτητος καὶ τῆς γωνίας βολῆς του. Ἐὰν ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος παραμεληθῇ, τὸ μέγιστον βεληνεκὲς ἐπιτυγχάνεται ὑπὸ γωνίαν 45^0.

Ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος μειώνει τὴν ταχύτητα, τὸ μέγιστον ὕψος καὶ τὸ βεληνεκὲς τοῦ βλήματος.

Τὰ αὐτοπροωθούμενα βλήματα ἐξαρτῶνται ἐκ τῶν καυσίμων τῶν φερομένων ὑπ' αὐτῶν μᾶλλον, παρὰ ἀπὸ τὰς ἀρχικὰς ὥσεις αὐτῶν. Αἱ ἀρχικαὶ των ταχύτητες εἶναι συνήθως μικραί, ἀλλὰ δύνανται νὰ ἀποκτήσουν λίαν μεγάλας τελικὰς ταχύτητας ἐν συγκρίσει πρὸς τὰς ἀρχικάς.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Διατὶ τὸ ὀπίσθιον στόχαστρον τῶν μεγάλου-βεληνεκοῦς πυροβόλων δύναται νὰ ρυθμίζηται;
2. Ἀποδείξατε σαφῶς πῶς αἱ ἔννοιαι αἱ διατυπούμεναι εἰς τοὺς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

περὶ κινήσεως νόμους τοῦ Νεύτωνος ἐφαρμόζονται ἐπὶ τῆς κινήσεως ἑνὸς βλήματος.

3. Πῶς ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἐπηρεάζει τὴν τροχιὰν ἑνὸς βλήματος ;

4. Νὰ περιγραφῇ τὸ ἀποτέλεσμα τὸ ὁποῖον ἔχει μία αὔξησις τῆς γωνίας βολῆς ἐπὶ τοῦ βεληνεκοῦς βλήματος διὰ διαφόρους γωνίας βολῆς.

5. Ἐὰν παραμεληθῇ ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος, τὸ βλῆμα διαγράφει μίαν παραβολικὴν τροχιάν. Πῶς ἐπηρεάζεται ἡ τροχιὰ τοῦ κέντρου τῆς μάζης του ἐὰν τὸ βλῆμα ἐκραγῇ ἐν μέσῳ ἀέρι ;

6. Διατυπώσατε μίαν ἔκφρασιν περὶ τῆς ταχύτητος ἑνὸς βλήματος κατὰ τὸν χρόνον t ἀφοῦ ἐβλήθη τοῦτο μετὰ ἀνυσματικῆς ταχύτητος v καὶ ὑπὸ ὑψομετρικὴν γωνίαν θ.

7. Βέλος ἀεροβόλου ὅπλου βάλλεται κατ' εὐθεῖαν πρὸς πίθηκον εὑρισκόμενον ἐπὶ ἑνὸς δένδρου. Μόλις τὸ βέλος ἐγκαταλείπει τὸ ὅπλον ὁ πίθηκος πίπτει ἀπὸ τοῦ δένδρου. Θὰ τὸν πλήξῃ τὸ βέλος ; Διατί ;

8. Ἄνθρωπος ἵσταται εἰς τὸ κέντρον ἰσοπέδου αὐτοκινήτου κινουμένου μετὰ ὁμοιομόρφου ταχύτητος 40 mi/hr. Οὗτος ρίπτει μίαν σφαῖραν μπέηζ μπὼλλ εἰς τὸν ἀέρα μετὰ ταχύτητος 40 mi/hr. Παραβάλατε τὴν τροχιὰν τῆς σφαίρας ὡς αὕτη ὁρᾶται παρὰ τοῦ ἀνθρώπου, μετὰ τῆς τροχιᾶς ὡς αὕτη ὁρᾶται παρὰ παρατηρητοῦ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ἐπὶ τῶν ἀκολούθων περιπτώσεων : α) Ὅταν ἡ σφαῖρα ρίπτεται κατακορύφως πρὸς τ' ἄνω, β) ὅταν αὕτη ρίπτεται ὁριζοντίως πρὸς τὰ ἐμπρός, καὶ γ) ὅταν ρίπτεται ὁριζοντίως πρὸς τὰ ὀπίσω.

9. Δικαιολογήσατε τὸν ἰσχυρισμὸν ὅτι αἱ ταχύτητες βλήματός τινος εἰς δύο οἱαδήποτε σημεῖα τοῦ αὐτοῦ ὕψους εἶναι αἱ αὐταί.

10. Σπουδάσατε τοὺς παράγοντας οἵτινες ἤθελον ἐπηρεάσῃ τὴν ἐπιτάχυνσιν ἑνὸς ἀνερχομένου πυραύλου κατὰ τὸν χρόνον καθ' ὃν ἀναλίσκονται τὰ καύσιμα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ *Νὰ ἀμεληθῇ ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος, ἐκτὸς ἐὰν ἄλλως διατυποῦται.*

1. Ὅπλον πυροβολεῖ κατὰ μίαν διεύθυνσιν 40^0 ὑπεράνω τῆς ὁριζοντίου. Ἡ ταχύτης τῆς σφαίρας εἶναι 1200 ft/sec. Ποῖαι εἶναι αἱ ὁριζοντία καὶ κατακόρυφος συνιστῶσαι τῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος ;

2. Μία σφαῖρα ρίπτεται ἀπὸ τῆς στέγης οἰκοδομῆς μετὰ ταχύτητος 20 ft/sec ὑπὸ γωνίαν 15^0 κάτω τῆς ὁριζοντίου. Νὰ εὑρεθοῦν αἱ ὁριζόντιος καὶ κατακόρυφος συνιστῶσαι τῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος.

Ἀπ. 5.2 ft/sec, 19 ft/sec

3. Βλῆμα πυροβολεῖται μετὰ ταχύτητος 600 m/sec ὑπὸ γωνίαν 20^0 κάτω τῆς ὁριζοντίου. Νὰ εὑρεθοῦν ἡ ὁριζόντιος καὶ κατακόρυφος συνιστῶσαι τῆς ἀνυσματικῆς του ταχύτητος.

4. Σῶμα βάλλεται μετὰ ταχύτητος 800 ft/sec πρὸς κατεύθυνσιν 40^0 ὑπεράνω τῆς ὁριζοντίου. Νὰ εὑρεθοῦν αἱ ὁριζόντιος καὶ κατακόρυφος συνιστῶσαι τῆς ἀνυσματικῆς του ταχύτητος.

Ἀπ. 612 ft/sec, 514 ft/sec

5. Μία σφαῖρα ρίπτεται ὁριζοντίως ἀπὸ τῆς στέγης ὑψηλοῦ οἰκοδομήματος μετὰ ταχύτητος 19.6 m/sec. Νὰ εὑρεθοῦν ἡ θέσις καὶ ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης τῆς σφαίρας μετὰ 4.0 sec.

6. Λίθος ρίπτεται ὁριζοντίως ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἑνὸς λόφου μετὰ ταχύτητος 50.0 ft/sec. Νὰ εὑρεθοῦν ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης καὶ θέσις τοῦ λίθου κατὰ τὸ τέλος τῶν 3.00 sec.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Απ. 108 ft/sec, 62^0 κάτω τῆς ὁριζοντίου· 144 ft κάτω, 150 ft ὁριζοντίως ἀπὸ τοῦ σημείου ἐκκινήσεως.

7. Βλῆμα βάλλεται ὁριζοντίως ἀπὸ τῆς στέγης οἰκοδομήματος ὕψους 225 ft ὑπεράνω τοῦ ὁριζοντίου ἐδάφους, μετὰ ταχύτητος 550 ft/sec. Πόσος εἶναι ὁ χρόνος πτήσεως; Ποία ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις ἣν διανύει;

8. Σφαῖρα ρίπτεται ὁριζοντίως ἀπὸ τῆς στέγης μεγάρου 555 ποδῶν ὕψους. Πόσον χρόνον διαρκεῖ ἡ πτῶσις; Ἐὰν ἡ ἀρχικὴ ταχύτης εἶναι 50 ft/sec, πόσον μακρὰν τῆς βάσεως θὰ πέσῃ, ὑποθέτοντες τὸ ἔδαφος ἐπίπεδον; *Απ.* 5.9 sec, 290 ft.

9. Λίθος ρίπτεται ὁριζοντίως ἀπὸ τῆς κορυφῆς ὑψηλῆς ὄχθης ποταμοῦ πρὸς τὰ κάτω καὶ πίπτει ἐντὸς τοῦ ὕδατος εἰς βάθος 100 ποδῶν. Προσκρούει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος εἰς ἀπόστασιν 150 ft ἀπὸ τῆς ὄχθης. Νὰ εὑρεθῇ ὁ χρόνος πτήσεως καὶ ἡ ἀρχικὴ ταχύτης τοῦ λίθου.

10. Αὐτοκίνητον τρέχον μετὰ ταχύτητος 60 mi/hr πίπτει ἀπὸ ἀποβάθρας ὕψους 20 ποδῶν ὑπεράνω τοῦ ὕδατος. Πόσον μακρὰν ἀπὸ τῆς βάσεως τῆς ἀποβάθρας θὰ προσκρούσῃ τοῦτο ἐπὶ τοῦ ὕδατος; *Απ.* 97 ft

11. Σφαῖρα ρίπτεται ὁριζοντίως ἀπὸ πύργου 144 ft ὕψους. Ἀμελουμένης τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος, νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης μετὰ τῆς ὁποίας αὕτη ρίπτεται, ἐὰν αὕτη προσκρούῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους 150 ft μακρὰν τῆς βάσεως τοῦ πύργου.

12. Δύο ὑψηλὰ οἰκοδομήματα ἀπέχουν ἀλλήλων 200 ft. Μετὰ ποίας ταχύτητος δέον νὰ ριφθῇ σφαῖρα ὁριζοντίως ἀπὸ παραθύρου 500 ft ὑπεράνω τοῦ ἐδάφους ἐκ τοῦ ἑνὸς οἰκοδομήματος οὕτως ὥστε αὕτη νὰ εἰσέλθῃ ἐντὸς ἑνὸς παραθύρου τοῦ ἑτέρου οἰκοδομήματος κειμένου 50 ft ὑπεράνω τοῦ ἐδάφους; *Απ.* 38 ft/sec.

13. Νεᾶνις ἱσταμένη ἐπὶ σανίδος καταδύσεως ρίπτει σφαῖραν μετὰ ὁριζοντίας ἀνυσματικῆς ταχύτητος 50 ft/sec πρὸς ἄνδρα εὑρισκόμενον ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς ρίψεως χάνει τὴν ἰσορροπίαν της καὶ πίπτει ἐντὸς τοῦ ὕδατος ἐντὸς 2.0 sec. α) Πόσον ἀπέχει ἀπὸ τοῦ ἀνδρὸς ἡ σανὶς καταδύσεως; β) Εἰς ποῖον ὕψος ἀπὸ τοῦ ὕδατος εὑρίσκεται αὕτη; γ) Ποία εἶναι ἡ τελικὴ ἀνυσματικὴ ταχύτης τῆς σφαίρας;

14. Σφαῖρα κτυπωμένη ὑπὸ μιᾶς ρακέττας ἐγκαταλείπει ταύτην ὑπὸ γωνίαν 37^0 ὑπὲρ τὴν ὁριζόντιον μετὰ ταχύτητος 120 ft/sec. Ἡ σφαῖρα συλλαμβάνεται ὑπὸ θεατοῦ εἰς τὰς ἐξωτερικὰς κερκίδας εἰς ἀπόστασιν ὁριζόντιον 384 ft ἀπὸ τοῦ σημείου ἐκκινήσεώς της. Πόσον μακρὰν ὑπεράνω τοῦ ἐπιπέδου ἐξ οὗ ἐρρίφθη συνελήφθη ἡ σφαῖρα; *Απ.* 32 ft.

15. Σφαῖρα ρίπτεται ὑπὸ γωνίαν 60^0 ὑπεράνω τῆς ὁριζοντίου μετὰ ταχύτητος $320/\sqrt{3}$ ft/sec. α) Πόσον ὑψηλὰ θὰ ἀνέλθῃ; β) Ποῖον εἶναι τὸ βεληνεκές της; γ) Ποῦ θὰ εὑρίσκεται ἡ σφαῖρα κατὰ τὸ τέλος τῶν 6.0 sec;

16. Βλῆμα ὅλμου βάλλεται μετὰ ταχύτητος 200 ft/sec ὑπὸ γωνίαν 45^0 ὑπεράνω τῆς ὁριζοντίου. α) Ποία εἶναι ἡ ἀρχικὴ αὐτοῦ κατακόρυφος ἀνυσματικὴ ταχύτης; β) Ποία εἶναι ἡ κατακόρυφος αὐτοῦ ἀνυσματικὴ ταχύτης μετὰ 2.0 sec; γ) Ποία εἶναι ἡ ὁριζοντία αὐτοῦ ἀνυσματικὴ ταχύτης μετὰ 2.0 sec; δ) Ὅταν τὸ βλῆμα κατέρχεται πλήττει κτήριον εἰς σημεῖον 64 ft ὑπεράνω τοῦ ἐπιπέδου ἐδάφους. Ποία

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

εἶναι ἡ κατακόρυφος συνιστῶσα τῆς ἀνυσματικῆς αὐτοῦ ταχύτητος κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς προσκρούσεως τοῦ βλήματος ;

Ἀπ. 140 ft/sec, 77 ft/sec 140 ft/sec, 126 ft/sec

17. Βόμβα ρίπτεται ὑπὸ γωνίαν 30^0 κάτωθεν τῆς ὁριζοντίας ἀπὸ ἀεροπλάνου 5000 ft ὑπεράνω τοῦ ἐδάφους. Ἐὰν ἡ ἀρχικὴ ταχύτης τῆς βόμβας εἶναι 60 mi/hr, πόσον χρόνον θ' ἀπαιτήσῃ διὰ νὰ φθάσῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους καὶ πόσην ἀπόστασιν θὰ διανύσῃ ὁριζοντίως ;

18. Βλῆμα ἐπυροβολήθη ὑπὸ γωνίαν 30^0 ὑπὲρ τὴν ὁριζόντιον, ἀπὸ τῆς κορυφῆς κρημνοῦ ὕψους 600 ft. Ἡ ἀρχικὴ ταχύτης τοῦ βλήματος ἦτο 2000 ft/sec. Πόσον μακρὰν ἐκινήθη τοῦτο ὁριζοντίως πρὶν ἢ προσκρούσῃ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ἐδάφους εἰς τὴν βάσιν τοῦ κρημνοῦ ;

Ἀπ. 109 000 π.

19. Αὐτοκίνητον βαίνει ἐπὶ κατηφορικοῦ δρόμου καὶ περνώντας ἕνα χαντάκι εὑρίσκει ἕναν δεύτερον ἰσόπεδον δρόμον. Ἐὰν ὁ κατηφορικὸς δρόμος εἶναι τοιοῦτος ὥστε νὰ δίδῃ μίαν ἀρχικὴν κατεύθυνσιν 30^0 ὑπεράνω τῆς ὁριζοντίου καὶ ἡ ἀρχικὴ ταχύτης τοῦ αὐτοκινήτου εἶναι 60 mi/hr, πόσον εὖρος εἶναι δυνατὸν νὰ εἶναι τὸ χαντάκι ἐὰν ὁ ἐπίπεδος δρόμος ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἤδη κινεῖται τὸ αὐτοκίνητον εἶναι 4.0 ft κάτω τοῦ κατηφορικοῦ δρόμου; Σχολιάσατε τὴν λογικὴν ἀπάντησιν ἀμελοῦντες τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος.

20. Πυροβόλον βάλλει μετὰ ταχύτητος 300 ft/sec. Ὅταν ἡ γωνία βολῆς εἶναι 45^0, τὸ βεληνεκές του εἶναι 840 ὑάρδες. Πόσον μειοῦται τὸ βεληνεκές του ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος ; *Ἀπ.* 96 ὑάρδες.

21. Παιδίον ἐπὶ τῆς κορυφῆς κατακορύφου τοίχου ρίπτει σφαῖραν μετὰ ταχύτητος ἥτις ἔχει ὁριζοντίαν συνιστῶσαν ἐκ 48 ft/sec καὶ κατακόρυφον τοιαύτην ἐκ 32 ft/sec πρὸς τὰ ἄνω. Κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς ἀφέσεως ἡ σφαῖρα εἶναι 48 ft ὑπεράνω τοῦ ἐπιπέδου ἐδάφους. α) Πόσα δεύτερα λεπτὰ παρέρχονται μεταξὺ τῆς στιγμῆς ἀφ' ἧς ἐρρίφθη ἡ σφαῖρα καὶ τῆς στιγμῆς καθ' ἣν αὕτη φθάνει εἰς τὸ ἔδαφος ; β) Ποῖον εἶναι τὸ ὁριζόντιον βεληνεκὲς αὐτῆς ; γ) Ποία εἶναι ἡ κατὰ προσέγγισιν ἀνυσματικὴ ταχύτης μεθ' ἧς ἡ σφαῖρα προσβάλλει τὸ ἔδαφος ;

22. Σφαῖρα ρίπτεται ἀπὸ τῆς κορυφῆς πύργου ὕψους 60 ft. Αὕτη ἐκκινᾷ μετὰ ταχύτητος 64 ft/sec πρὸς τὴν κατεύθυνσιν 30^0 ὑπεράνω τῆς ὁριζοντίας. Ἀμελουμένης τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος νὰ εὑρεθοῦν α) τὸ ὑπὲρ τὸ ἔδαφος ὕψος εἰς ὃ θὰ ἀνέλθῃ, β) ὁ χρόνος διαδρομῆς καὶ γ) ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τῆς βάσεως τοῦ πύργου μέχρι τοῦ σημείου εἰς ὃ αὕτη προσκρούει ἐπὶ τῆς ἐπιπέδου ἐπιφανείας. *Ἀπ.* 76 ft, 3.2 sec, 180 ft

23. Βλῆμα βάλλεται ὑπὸ γωνίαν 45^0 καὶ φθάνει τὸ ἀνώτατον ὕψος τῆς τροχιᾶς του εἰς 22 sec. Ἀμελοῦντες τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος, νὰ ὑπολογισθῇ α) ἡ ταχύτης εἰς τὸ στόμιον τοῦ ὅπλου, β) τὸ μέγιστον ὕψος εἰς ὃ ἀνῆλθεν καὶ γ) ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τοῦ πυροβόλου μέχρι τοῦ στόχου, ἐὰν εὑρίσκωνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου.

24. Ἡ ἀρχικὴ ταχύτης βλήματος εἶναι 1200 ft/sec. Ὑπὸ ποίαν γωνίαν δέον νὰ βάλῃ τὸ πυροβόλον ἐὰν τὸ βλῆμα δέον νὰ ἐπιτύχῃ στόχον κείμενον ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὡς καὶ τὸ πυροβόλον ἐπιπέδου καὶ ἀπέχοντα 6000 ὑάρδες ;

25. Ἡ ἀρχικὴ ταχύτης βλήματος εἶναι 1500 ft/sec. Ὑπὸ ποίαν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γωνίαν δέον νὰ βάλῃ τὸ πυροβόλον ἐὰν πρέπει νὰ ἐπιτύχῃ στόχον ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὡς καὶ τὸ πυροβόλον ἐπιπέδου καὶ ἀπέχοντα 12,000 ὑάδρας; *Ἀπ.* 12°

26. Σφαῖρα ριπτομένη ὑπὸ παιδὸς ἐν τῇ ὁδῷ συλλαμβάνεται 2.00 sec ἀργότερον ὑπὸ ἑτέρου παιδὸς εὑρισκομένου πρὸ τοῦ στεγάστρου οἰκίας κειμένης 48.0 ft μακρὰν καὶ εἰς ὕψος 16.0 ft ἀπὸ τοῦ καταστρώματος τῆς ὁδοῦ. Ποία ἦτο ἡ ταχύτης τῆς σφαίρας καὶ ἡ γωνία ὑπὲρ τὴν ὁριζόντιον καθ' ἣν ἐρρίφθη αὕτη; *Ἀπ.* 46.6 ft/sec, 59.2°

27. Ἡ ὥθησις ἑνὸς πυραύλου εἶναι 27 000 λίβραι καὶ τὸ ἀρχικόν του βάρος εἶναι 22 000 λίβραι ἐξ ὧν 80% εἶναι καύσιμα. Ὑποθέτοντες σταθερὰν ὥθησιν, νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀρχικὴ ἐπιτάχυνσις καὶ ἡ τοιαύτη πρὸ τῆς καύσεως τῶν καυσίμων. Ν' ἀμεληθῇ ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος καὶ ἡ παραλλαγὴ τῆς g. Νὰ δικαιολογηθῇ ἡ παραμέλησις τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Sir Joseph John Thomson

1856–1940. *Ἐγεννήθη εἰς τὸ Τσῆταμ Χώλλ, πλησίον τοῦ Μάντσεστερ. Καθηγητὴς εἰς τὸ Βασιλικὸν Ἰνστιτοῦτον Φυσικῆς Φιλοσοφίας εἰς τὸ Λονδῖνον, κατόπιν Καθηγητὴς εἰς τὸ Κολλέγιον τῆς Τριάδος, εἰς τὸ Καῒμπριτζ. Ἀνεκάλυψεν τὸ φαινόμενον τῆς ἰσοτοπίας. Τοῦ ἀπενεμήθη τὸ βραβεῖον Νόμπελ 1906 τῆς Φυσικῆς διὰ τὰς θεωρητικὰς καὶ πειραματικὰς αὐτοῦ ἐρεύνας ἐπὶ τῆς διελεύσεως τοῦ ἠλεκτρισμοῦ μέσῳ ἀερίων.*

6. ΤΡΙΒΗ

Ὁσάκις ἀντικείμενόν τι κινεῖται ὂν ἐν ἐπαφῇ μὲ ἕτερον τοιοῦτον, δυνάμεις τριβῆς ἀντιτίθενται πρὸς τὴν σχετικὴν κίνησιν. Αἱ δυνάμεις αὗται προκαλοῦνται ἐκ τῆς προσκολλήσεως τῆς μιᾶς ἐπιφανείας ἐπὶ τῆς ἄλλης καὶ ἐκ τῆς συνδέσεως τῶν ἀνωμαλιῶν τῶν ἐπικοινωνούντων ἐπιφανειῶν. Ἡ δύναμις τῆς ἐκ τῆς προστριβῆς ἀντιστάσεως ἐξαρτᾶται ἐκ τῶν ἰδιοτήτων τῶν ἐπιφανειῶν καὶ ἐκ τῆς δυνάμεως τῆς διατηρούσης τὰς ἐπιφανείας ἐν ἐπαφῇ.

Τὰ ἀποτελέσματα τῆς τριβῆς εἶναι συχνάκις ἀνεπιθύμητα. Ἡ τριβὴ αὐξάνει τὸ ἔργον τὸ ἀπαιτούμενον διὰ τὴν λειτουργίαν τῶν μηχανημάτων, προκαλεῖ φθοράν, καὶ γεννᾷ θερμότητα, ἥτις συχνὰ προκαλεῖ ἐπιπρόσθετον βλάβην. Διὰ νὰ μειωθῇ ἡ σπατάλη αὕτη ἐνεργείας, ἡ τριβὴ ἐλαχιστοποιεῖται διὰ τῆς χρήσεως τροχῶν, ἐδράνων (κουζινέτων), κυλίνδρων καὶ λιπαντικῶν. Τὰ αὐτοκίνητα καὶ τὰ ἀεροπλάνα λαμβάνουν ἀεροδυναμικὰ σχήματα διὰ νὰ μειώσουν τὴν ἐκ τοῦ ἀέρος τριβήν, ἥτις εἶναι σημαντικὴ προκειμένου περὶ μεγάλων ταχυτήτων.

Ἐξ ἀντιθέτου, εἰς πολλὰς ἄλλας περιπτώσεις ἡ τριβὴ εἶναι ἐπιθυμητή. Τὰ καρφιὰ καὶ αἱ βῖδες κρατοῦν σανῖδες μαζὶ διὰ μέσου τῆς τριβῆς. Ἰσχὺς δύναται νὰ μεταδοθῇ ἀπὸ κινητῆρος εἰς μηχάνημα μέσῳ ἑνὸς συμπλέκτου ἢ ἱμάντος τριβῆς. Κατὰ τὸ βάδισμα, τὴν ὁδήγησιν αὐτοκινήτου, τὸ ἄναμμα σπίρτου, τὸ δέσιμο τῶν ὑποδημάτων μας, ἢ τὸ ράψιμο ὑφασμάτων, εὑρίσκομεν τὴν τριβὴν ὡς μίαν ὠφέλιμον δύναμιν. Ἄμμος ρίπτεται ἐπὶ τῶν γραμμῶν σιδηροδρόμου πρὸ τῶν τροχῶν ἕλξεως τῆς ἀτμομηχανῆς, ἀσβόλη διασκορπίζεται ἐπὶ χιονοσκεπῶν ὁδῶν, ἁλύσεις προσαρτῶνται ἐπὶ τῶν τροχῶν τῶν αὐτοκινήτων καὶ εἰδικὰ ὑλικὰ κατασκευάζονται διὰ νὰ χρησιμοποιῶνται ἐπὶ τῶν φρένων, ἅπαντα δὲ ταῦτα πρὸς τὸν σκοπὸν τῆς αὐξήσεως τῆς τριβῆς ὅπου αὕτη εἶναι ἐπιθυμητή.

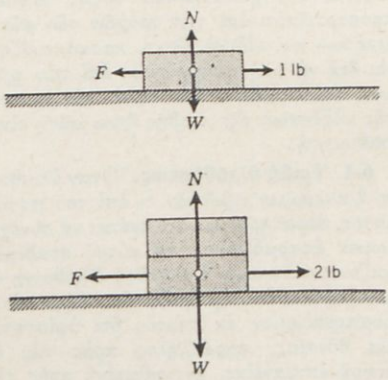
6-1. Τριβὴ ὀλισθήσεως. Ὅταν ὀλισθαίνῃ ἢ κυλίωμεν κιβώτιόν τι ἐπὶ τοῦ πατώματος, παρατηροῦμεν ὅτι πρέπει νὰ συνεχίσωμεν ἐφαρμόζοντες ἐπ' αὐτοῦ σταθερὰν ὁριζόντιον δύναμιν ἵνα τοῦτο ὀλισθαίνῃ ὁμοιομόρφως ἐπὶ τῆς ὁριζοντίου ἐπιφανείας. Συμπεραίνομεν ἐκ τούτου ὅτι ὑφίσταται μία δύναμις, παράλληλος πρὸς τὰς ἐν ἐπαφῇ ἐπιφανείας, ἀντιτιθεμένη πρὸς τὴν κίνησιν. Ἡ ἀντιτιθεμένη αὕτη δύναμις καλεῖται *τριβή*. Ἡ δύναμις τριβῆς εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς ἀνωμαλίας τῶν δύο ἐν ἐπαφῇ ἐπιφανειῶν (ἐξοχαὶ καὶ ἐσοχαί), ἥτις προκαλεῖ τὴν συμπλοκὴν μεταξὺ αὐτῶν, προκαλοῦσα δύναμιν ἀνθιστα μένην εἰς τὴν κίνησιν. Ἐὰν ἡ ἐφαρμοζομένη δύναμις εἶναι ἀκριβῶς ἴση πρὸς τὴν δύναμιν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τριβῆς, τὸ σῶμα θὰ ἐξακολουθήσῃ ὁμοιομόρφως κινούμενον, ἐὰν ὅμως αὕτη εἶναι μεγαλυτέρα τῆς δυνάμεως τριβῆς τότε τὸ σῶμα θὰ ἐπιταχυνθῇ.

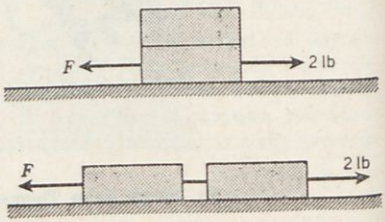
Αἱ παρατηρήσεις αἱ ἀφορῶσαι τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως εἶναι αἱ ἑξῆς : 1) ἡ δύναμις τριβῆς εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς ἐπ' ἀλλήλων ὀλισθαινούσας ἐπιφανείας, 2) ἡ δύναμις τριβῆς εἶναι κατ' εὐθεῖαν ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν τὴν φυσικὴν (κάθετος) τῶν ἐπιφανειῶν καὶ ἥτις συμπιέζει ὁμοῦ ταύτας, 3) ἡ δύναμις τριβῆς εἶναι σαφῶς ἀνεξάρτητος τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς ἐν ἐπαφῇ ἐπιφανείας, 4) ἡ δύναμις τριβῆς εἶναι σαφῶς ἀνεξάρτητος τῆς ταχύτητος ὀλισθήσεως, ὑπὸ τὸν ὅρον ὅτι ἡ ἐπακολουθοῦσα θερμότης δὲν μεταβάλλει τὴν κατάστασιν τῶν ἐπιφανειῶν καὶ 5) ἡ δύναμις τῆς τριβῆς ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τῶν ἐν ἐπαφῇ οὐσιῶν καὶ τῆς καταστάσεως τῶν ἐπιφανειῶν (ἤτοι τοῦ βαθμοῦ λειάνσεως, ἀνωμαλιῶν, κοκκώδους ὑφῆς καὶ ὑγρότητος). Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως καλεῖται συχνάκις *κινητικὴ τριβή*.

Αἱ παρατηρήσεις αὗται δύνανται νὰ ἀπεικονισθῶσιν δι' ἁπλῶν πειραμάτων. Διὰ



Εἰκ. 1. Ἡ δύναμις τριβῆς εἶναι κατ' εὐθεῖαν ἀνάλογος πρὸς τὴν φυσικὴν (normal) δύναμιν τὴν πιέζουσαν τὰς δύο ἐπιφανείας μεταξύ των.

τῆς χρησιμοποιήσεως ἐλατηριωτοῦ ζυγοῦ, σύροντος πλίνθον ὁμοιομόρφως ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τραπέζης (Εἰκ. 1), εἶναι δυνατὸν νὰ εὑρεθῇ ὅτι ἡ δύναμις τριβῆς εἶναι 1 lb, ἐνῶ μία δύναμις 2 lb ἀπαιτῆται διὰ νὰ διατηρηθῇ ἡ κίνησις, ἐὰν εἷς δεύτερος πλίνθος τοποθετηθῇ ἐπὶ τοῦ πρώτου διὰ νὰ αὐξηθῇ ἡ φυσικὴ (normal) δύναμις. Ἐὰν ὁ δεύτερος πλίνθος προσδεθῇ ὄπισθεν τοῦ πρώτου (Εἰκ. 2), ἡ δύναμις



Εἰκ. 2. Ἡ δύναμις τριβῆς εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς ἐπιφανείας ἐπαφῆς.

τριβῆς εἶναι ἀκόμη 2 lb, ἀποδεικνυομένης οὕτω τῆς ἀνεξαρτησίας των ἀπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς ἐπαφῆς. Ἐὰν οἱ πλίνθοι εἶναι τοποθετημένοι ἐπὶ ὑαλίνων ἢ μεταλλικῶν ἐπιφανειῶν, διαπιστώνομεν ὅτι ἡ τριβὴ ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τῶν ἐν ἐπαφῇ ἐπιφανειῶν.

6-2. Συντελεστὴς τῆς κινητικῆς τριβῆς. Ὅταν σῶμα τι κινῆται μεθ' ὁμοιομόρφου κινήσεως ἐφ' ἑτέρου σώματος, ὁ λόγος τῆς δυνάμεως τριβῆς πρὸς τὴν κάθετον δύναμιν τὴν πιέζουσαν τὰς δύο ἐπιφανείας μεταξύ των, καλεῖται *συντελεστὴς τῆς κινητικῆς τριβῆς*.

$$\mu_k = \frac{F}{N} \qquad (1)$$

Ὅπου μ εἶναι ὁ συντελεστὴς τριβῆς, F ἡ δύναμις τριβῆς καὶ N ἡ φυσικὴ (normal) ἢ κάθετος δύναμις.

Παράδειγμα : Μία 65-lb ὁριζοντία δύναμις εἶναι ἀρκετὴ διὰ νὰ σύρῃ ἔλκυθρον βάρους 1200 lb ἐπὶ ἐπιπέδου καλῶς συμπιεσθείσης χιόνος μεθ' ὁμοιομόρφου δυνάμεως. Ποία εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ τριβῆς ;

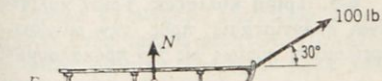
$$\mu_k = \frac{F}{N} = \frac{65 \text{ lb}}{1200 \text{ lb}} = 0.054$$

Ἡ δύναμις τῆς τριβῆς εἶναι κατ' εὐθεῖαν ἀνάλογος πρὸς τὴν φυσικὴν δύναμιν, ἥτις δέον νὰ περιλαμβάνῃ πάσας τὰς φυ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σικὰς (normal) συνιστώσας τῶν δυνάμεων τῶν συμπιεζουσῶν τὰς ἐπιφανείας μεταξύ των. Μόνον ἐπὶ λίαν εἰδικῶν περιπτώσεων εἶναι ἡ φυσικὴ (normal) δύναμις τὸ βάρος τοῦ σώματος.

Παράδειγμα : Ἕλκυθρον 1200–lb σύρεται ἐπὶ ὁριζοντίας ἐπιφανείας μεθ' ὁμοιομόρφου ταχύτητος μέσῳ ἑνὸς σχοινίου ὅπερ σχηματίζει



Εἰκ. 3. Δυνάμεις δρῶσαι ἐφ' ἑνὸς ἑλκύθρου.

γωνίαν 30° ὑπὲρ τὴν ὁριζόντιον (Εἰκ. 3). Ἐὰν ἡ τάσις εἰς τὸ σχοινίον εἶναι 100 lb, ποῖος εἶναι ὁ συντελεστὴς τριβῆς ;

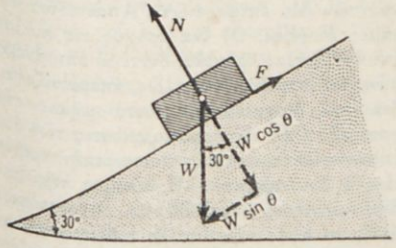
Ἡ δύναμις τριβῆς (παράλληλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν) εἶναι $F = 100 \text{ lb} \times \text{συν } 30^0 = 100 \text{ lb} \times 0.866 = 86.6 \text{ lb}$.

Ἡ φυσικὴ δύναμις N εἶναι τὸ βάρος τοῦ ἑλκύθρου πρὸς τὰ κάτω μεῖον τὴν κατακόρυφον συνιστῶσαν τῆς τάσεως πρὸς τὰ ἄνω.

$$N = 1200 \text{ lb} - 100 \text{ lb} \times \text{ημ } 30^0 = 1150 \text{ lb}$$

$$\mu_k = \frac{F}{N} = \frac{86.6 \text{ lb}}{1150 \text{ lb}} = 0.0753$$

Παράδειγμα : Κιβώτιον 50–kg τοποθετῆται ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου σχηματίζοντος γωνίαν 30° μετὰ τῆς ὁριζοντίου (Εἰκ. 4). Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τῆς κινητικῆς τριβῆς εἶναι 0.30, νὰ εὑρεθῇ ἡ συνισταμένη δύναμις ἡ δρῶσα ἐπὶ τοῦ κιβωτίου.



Εἰκ. 4. Κεκλιμένον ἐπίπεδον.

Τὸ βάρος τοῦ κιβωτίου εἶναι δύναμις δρῶσα κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω. Ἡ δύναμις αὕτη δύναται ν' ἀναλυθῇ εἰς τὰς συνιστώσας, παράλληλον (W ημ 30°) καὶ κάθετον (W συν 30°) πρὸς τὸ ἐπίπεδον. Δύναμις τριβῆς (παράλληλος πρὸς τὸ ἐπίπεδον) δρᾷ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου πρὸς τὰ ἄνω.

$$N = W \text{ συν } 30^0 = 50 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/sec}^2 \times 0.87 = 430 \text{ νιοῦτον}$$

Ἡ δύναμις τριβῆς δίδεται ὑπὸ

$$F = \mu_k N = 0.30 \times 430 \text{ νιοῦτον} = 130 \text{ νιοῦτον}$$

Ἡ συνισταμένη δύναμις εἶναι

$$R = W \text{ ημ } 30^0 - F$$
$$= 50 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/sec}^2 \times 0.50 - 130 \text{ νιοῦτον}$$
$$= 120 \text{ νιοῦτον πρὸς τὰ κάτω τοῦ ἐπιπέδου}$$

Ὅταν δύο ἐπιφάνειαι λιπανθοῦν, ἡ τριβὴ ἐλαττοῦται διὰ τῆς ἀντικαταστάσεως τῆς μεταξὺ τῶν ἀρχικῶν ἐπιφανειῶν τριβῆς ὑπὸ τῆς ἐσωτερικῆς τριβῆς τοῦ λιπαντικοῦ. Ἡ σχέσις F/N δὲν εἶναι πλέον τότε μία ἁπλῆ σταθερά, ἀλλὰ ἐξαρτᾶται ἐκ τῶν ἰδιοτήτων τοῦ λιπαντικοῦ καὶ τοῦ ἐμβαδοῦ καὶ τῆς σχετικῆς ταχύτητος τῶν κινουμένων ἐπιφανειῶν.

6-3. Στατικὴ τριβή. Ὅταν σῶμα ἠρεμῇ ἐπὶ ὁριζοντίας ἐπιφανείας καὶ ὠθῆται ἁπαλῶς πρὸς τὰ πλάγια, δὲν κινεῖται διότι ὑπάρχει μία δύναμις τριβῆς ἀκριβῶς ἴση πρὸς τὴν πλαγίαν ὤθησιν. Ἐὰν ἡ ὤθησις ἐπαυξηθῇ, ἡ δύναμις τριβῆς αὐξάνεται μέχρις ὅτου ἐπιτευχθῇ μία *ὁριακὴ τριβή*. Ἐὰν ἡ πλευρικὴ ὤθησις ὑπερβῇ τὴν ὁριακὴν τριβήν, τὸ σῶμα ἐπιταχύνεται. Ὅταν δὲν ὑφίσταται σχετικὴ κίνησις μεταξὺ δύο ἐν ἐπαφῇ ἐπιφανειῶν, ἡ τριβὴ καλεῖται *στατικὴ τριβὴ* καὶ ἡ δύναμις τριβῆς δύναται νὰ ἔχῃ οἱανδήποτε τιμὴν ἀπὸ τοῦ μηδενὸς μέχρι τῆς ὁριακῆς τοιαύτης.

Ἐπὶ τῆς ὁριακῆς τριβῆς (ἀλλὰ ὄχι ἐπὶ πάσης στατικῆς τριβῆς) ἐφαρμόζονται οἱ αὐτοὶ νόμοι ὡς καὶ διὰ τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως, ἐξαιρέσει, βεβαίως, τῆς ἀναφερομένης εἰς τὴν ταχύτητα ὀλισθήσεως. Ὁ *συντελεστὴς τῆς στατικῆς (ὁριακῆς) τριβῆς* εἶναι ὁ λόγος τῆς ὁριακῆς δυνάμεως τριβῆς πρὸς τὴν φυσικὴν (normal).

$$\mu_s = \frac{F_{max}}{N} \qquad (2)$$

Διὰ κάθε δύο ἐπιφανείας ὁ συντελε-

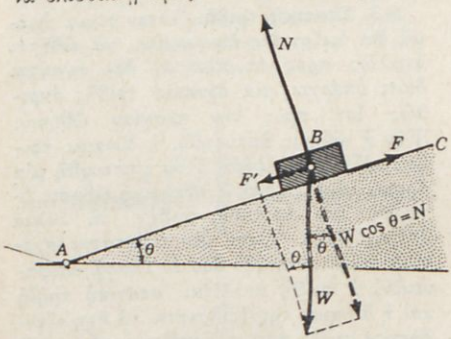
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

στὴς τῆς στατικῆς τριβῆς μ_s εἶναι κάπως μεγαλύτερος τοῦ συντελεστοῦ τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως ἢ τῆς κινητικῆς τριβῆς μ_k.

ΠΙΝΑΞ 1. ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΑΙ ΤΡΙΒΗΣ

Ὑλικὸν	μ_s	μ_k
Χάλυψ ἐπὶ χάλυβος	0.15	0.09
Μέταλλον ἐπὶ μετάλλου, λιπανθὲν	0.03	0.03
Δέρμα ἐπὶ δρυός	0.4	0.3
Ἐλαστικὸς τροχὸς ἐπὶ ξηρᾶς ἐκ σκυροδέματος ὁδοῦ	1.0	0.7
Τὸ αὐτὸ ἐπὶ ὑγρᾶς ὁδοῦ	0.7	0.5

6-4. Ὀριακὴ γωνία (Γωνία ἠρεμίας). Ὁ συντελεστὴς τῆς στατικῆς τριβῆς εἶναι δυνατὸν νὰ εὑρεθῇ ἄνευ μετρήσεως τῶν δυνάμεων, διὰ τῆς ἀκολούθου ἁπλῆς καὶ προσφόρου μεθόδου. Ὑποθέσωμεν τὸ ἐπίπεδον AC (Εἰκ. 5) ὡς ἀνυψούμενον (βαθμιαίως) ἕως ὅτου τὸ σῶμα B ἀρχίσει νὰ ὀλισθαίνῃ πρὸς τὰ κάτω τοῦ πρανοῦς.



Εἰκ. 5. Ὀριακὴ γωνία διὰ τριβήν.

Ἂς ὑποθέσωμεν τὸ βάρος W τοῦ σώματος ὅτι ἀναλύεται εἰς τὰς συνιστώσας W συν θ καὶ F', ἤτοι εἰς τὴν κάθετον καὶ παράλληλον πρὸς τὸ ἐπίπεδον δυνάμεις. Ἡ συνιστῶσα W συν $\theta = N$ πιέζει πρὸς ἀλλήλας τὰς δύο ἐπιφανείας, ἡ συνιστῶσα F' κατευθύνεται πρὸς τὰ κάτω τοῦ ἐπιπέδου καὶ ἡ δύναμις τριβῆς F κατευθύνεται πρὸς τὰ ἄνω τοῦ ἐπιπέδου. Ἀκριβῶς πρὶν ἀρχίσῃ ἡ ὀλίσθησις, δὲν ὑφίσταται ἐπιτάχυνσις, καὶ ἡ F' ἀντισταθμίζεται ὑπὸ τῆς τριβῆς F.

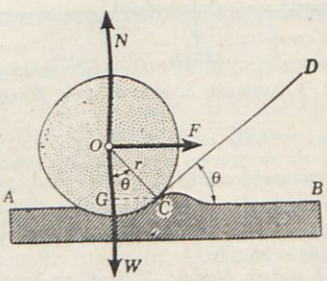
Ἐκ τοῦ τύπου

$$\frac{F'}{N} = \frac{F}{N} = \text{εφ}\,\theta$$

Συνεπῶς ὁ συντελεστὴς τῆς τριβῆς δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως

$$\mu_s = \text{εφ}\,\theta$$

6-5. Τριβὴ κυλίσεως. Τριβὴ κυλίσεως εἶναι ἡ ἀντίστασις πρὸς τὴν κίνησιν, ἡ ὀφειλομένη κυρίως εἰς τὴν προκαλουμένην



Εἰκ. 6. Τριβὴ κυλίσεως.

παραμόρφωσιν ἐκεῖ ὅπου ἕνας τροχὸς ἢ ἕνας κύλινδρος πιέζει τὴν ἐπιφάνειαν ἐπὶ τῆς ὁποίας κυλίεται. Ἡ παραμόρφωσις τοῦ ἐλαστιχοῦ τροχοῦ ἑνὸς αὐτοκινήτου, ἐν ἐπαφῇ μὲ τὸ κατάστρωμα τῆς ὁδοῦ, εἶναι ἀμέσως ἐμφανής. Ἀκόμη καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν χαλυβδίνου τροχοῦ κυλιομένου ἐπὶ σιδηρᾶς τροχιᾶς, ὑφίσταται ποιά τις παραμόρφωσις καὶ τῶν δύο ἐπιφανειῶν. Ἀπαιτεῖται δύναμις F (Εἰκ. 6) ἵνα τροχὸς τις κυλίσῃ ἐπὶ ὁριζοντίας τροχιᾶς, διότι αἱ ἐπιφάνειαι συνεχῶς στρεβλοῦνται, ὡς ἀπεικονίζεται, διὰ τοῦ διογκώματος κατὰ μῆκος τῆς γραμμῆς CD. Αἱ παραμορφώσεις τῶν δύο ἐπιφανειῶν προκαλοῦν ἐσωτερικὴν τριβὴν εἰς τὰ δύο σώματα. Ἡ δύναμις τῆς τριβῆς κυλίσεως μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀνάλογα πρὸς τὴν ἀκτῖνα τοῦ προσκυλιομένου τροχοῦ καὶ εἶναι αὕτη τοσοῦτον μικροτέρα ὅσον περισσότερον ἀκαμπτοι εἶναι αἱ ἐπιφάνειαι.

Ἡ τριβὴ κυλίσεως εἶναι, συνήθως, κατὰ πολὺ μικροτέρα τῆς τριβῆς ὀλισθήσε-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

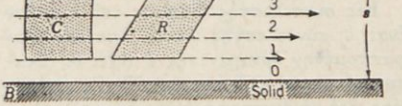
ως. Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως ἐπὶ τοῦ ἄξονος ἑνὸς τροχοῦ, ἀντικαθίσταται ὑπὸ τῆς τριβῆς κυλίσεως διὰ τῆς χρήσεως ἑδράνων (κουζινέτων) ἢ ἐνσφαίρων τριβέων (ρουλεμάν).

6-6. Τριβὴ ρευστῶν. Ἡ τριβὴ ἡ ἀντιμετωπιζομένη ὑπὸ στερεῶν ἀντικειμένων διερχομένων μέσῳ ρευστῶν καὶ αἱ δυνάμεις τριβῆς αἱ προκαλούμεναι ἐντὸς ὑγρῶν καὶ ἀερίων ἐν κινήσει, ἀποτελοῦν παραδείγματα τῆς τριβῆς ρευστῶν. Οἱ νόμοι τῆς τριβῆς ρευστῶν διαφέρουν πολὺ ἀπὸ τοὺς τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως καὶ τῆς τριβῆς κυλίσεως. Τὸ μέγεθος τῆς ἐκ τῆς τριβῆς ἀντιστάσεως τῆς ἀντιμετωπιζομένης ὑπὸ ἑνὸς ἀντικειμένου κινουμένου μέσῳ ἑνὸς ρευστοῦ, ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ μεγέθους, τῆς μορφῆς–σχήματος καὶ τῆς ταχύτητος τοῦ κινουμένου ἀντικειμένου, ὅσον καὶ ἐκ τῆς φύσεως αὐτοῦ τούτου τοῦ ρευστοῦ.

Ἡ ἐκ τῆς τριβῆς ἀντίστασις, ἡ ἀντιμετωπιζομένη ὑπὸ ἑνὸς ἀνθρώπου πίπτοντος εἰς τὸν ἀέρα, αὐξάνει μετὰ τῆς ταχύτητός του μέχρις ὅτου αὕτη φθάσῃ μίαν τελικὴν ταχύτητα περίπου 120 mi/hr, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ ἐπιβραδυντικὴ δύναμις τῆς τριβῆς ἰσοῦται μὲ τὸ βάρος του. Ὅταν ἀνοίξῃ τὸ ἀλεξίπτωτόν του, ἡ μεγαλυτέρα ἐπιφάνεια τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ ἐξ αὐτοῦ, αὐξάνει τὴν ἐπιβραδυντικὴν δύναμιν τριβῆς καὶ ἐλαττώνει τὴν τελικὴν ταχύτητα, φὲρ' εἰπεῖν, εἰς τοὺς 25 ft/sec. Ἐπὶ τοιούτων πτώσεων - καθόδων, ὁ ἀεροπόρος φθάνει εἰς τὸ ἔδαφος μετὰ τῆς αὐτῆς ταχύτητος, ἀδιάφορον ἐὰν πηδᾷ ἐξ ὕψους 500 ft ἢ 5 mi, λόγῳ τοῦ ὅ,τι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς ρευστῆς τριβῆς αὐξάνει μετὰ ταχύτητος.

6-7. Ἰξῶδες. Ἰξῶδες εἶναι ἐκείνη ἡ ἰδιότης ἑνὸς ρευστοῦ, ἡ ἐσωτερική του τριβή, ἥτις προκαλεῖ ἀνάσχεσιν τῆς ροῆς του καὶ ἥτις ὀφείλεται εἰς τὴν τριβὴν μεταξὺ μερῶν τοῦ ρευστοῦ. Ἂς ἴδωμεν ἓν στρῶμα ὑγροῦ ἐντὸς μιᾶς ἀβαθοῦς λεκάνης, ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς ὁποίας τίθεται μία ἐπίπεδος πλάξ A (Εἰκ. 7). Διὰ νὰ διατηρῆται ἡ πλάξ αὕτη εἰς μίαν σταθερὰν ταχύτητα ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἑτέραν ἐπιφάνειαν B, ἀπαιτεῖται μία δύναμις F.

Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ἑκάστου τῶν στερεῶν A καὶ B, θὰ ὑπάρχῃ ἓν στρῶμα ὑγροῦ ὅπερ προσκολλᾶται ἐπὶ τοῦ στερεοῦ καὶ ἔχει ταχύτητα μηδὲν ἐν σχέσει πρὸς αὐτό. Τὸ ἑπόμενον στρῶμα τοῦ ὑγροῦ κινεῖται βραδέως ὑπὲρ τὸ πρῶτον, τὸ τρίτον στρῶμα κινεῖται βραδέως ὑπὲρ τὸ δεύτερον κ.ο.κ. Ἡ κατανομὴ αὕτη τῶν ταχυτήτων ἐπιφέρει μίαν συνεχῆ παραμόρφωσιν τοῦ ὑγροῦ. Ἡ ποσότης τοῦ ὑγροῦ C, ἥτις ἔχει τὸ σχῆμα τοῦ κύβου κατὰ μίαν στιγμήν, κατὰ μίαν ἄλλην στιγμὴν ἀργότερον γίνεται ὁ ρόμβος R.



Εἰκ. 7. Τριβὴ ρευστοῦ.

Ἐὰν τὸ πάχος s τοῦ ρευστοῦ μεταξὺ τῶν ἐπιφανειῶν αὐξάνεται, ἡ ἐφαρμογὴ τῆς αὐτῆς δυνάμεως, προκαλεῖ μίαν μεγαλυτέραν ταχύτητα: $v \propto s$. Ἐὰν τὸ ἐμβαδὸν A τῆς πλακὸς αὐξηθῇ, ἐπέρχεται μία ἀντίστοιχος μείωσις τῆς ταχύτητος: $v \propto 1/A$. Μία αὔξησις τῆς δυνάμεως προκαλεῖ μίαν ἀνάλογον αὔξησιν τῆς ταχύτητος: $v \propto F$. Οὕτω ἡ ταχύτης εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν F, πρὸς τὸ s καὶ ἐπίσης πρὸς τὸ $1/A$. Οὕτω δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν τὴν ἐξίσωσιν

$$v = \frac{Fs}{\eta A}$$

ἢ

$$\eta = \frac{Fs}{Av} \qquad (3)$$

ὅπου ὁ παράγων η ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τοῦ εἴδους τοῦ ρευστοῦ καὶ τῆς θερμοκρασίας του. Ἡ ἐξίσωσις αὕτη καθορίζει τὸν *συντελεστὴν ἐσωτερικῆς τριβῆς* ἢ τοῦ *ἰξώδους* η τοῦ ὑγροῦ.

Ἡ ἀπόλυτος μονὰς διὰ τὸ σύστημα cgs τοῦ συντελεστοῦ ἰξώδους καλεῖται *poise* κατὰ σύντμησιν τοῦ ὀνόματος τοῦ Poi-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

seuille, πρωτοπόρου πειραματιστοῦ εἰς τὸ πεδίον τοῦτο.

Ἐκ τῆς Ἐξ. (3),

$$\eta = \frac{Fs}{Av}$$

λαμβάνομεν :

$$1 \text{ poise} = \frac{1 \text{ dyn} \times 1 \text{ cm}}{1 \text{ cm}^2 \times 1 \text{ cm/sec}} = 1 \text{ dyn-sec/cm}^2$$

Εἰς συντελεστὴς ἰξώδους τοῦ 1 poise εἶναι ὁ συντελεστὴς ὅστις ἀπαιτεῖ μίαν ἐφαπτομένην δύναμιν τῆς 1 dyn δι' ἕκαστον τέταρτον τοῦ ἑκατοστοῦ τῆς ἐπιφανείας, διὰ νὰ διατηρήσῃ μίαν σχετικὴν διανυσματικὴν ταχύτητα τοῦ 1 cm/sec, μεταξὺ τῶν δύο ἐπιπέδων τῶν διαχωριζομένων ὑπὸ ἑνὸς στρώματος ρευστοῦ πάχους 1 cm.

Τὸ ἑκατοστὸν τοῦ poise ($^1/_{100}$ poise) εἶναι ἡ κοινῶς χρησιμοποιουμένη μονὰς ἰξώδους.

Κατὰ τὴν διατύπωσιν τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ συντελεστοῦ ἰξώδους, ἐπελέξαμεν μίαν περίπτωσιν εἰς τὴν ὁποίαν ἡ ἐφαρμογὴ τῶν δυνάμεων ἐπὶ ἑνὸς ρευστοῦ ἐπιφέρει διαφορὰς ταχύτητος μεταξὺ τῶν προσκειμένων (λεπτῶν ὡς φύλλα) στρωμάτων ἐντὸς τοῦ ρευστοῦ, ὡς ἀπεικονίζεται εἰς τὴν Εἰκ. 7. Εἶναι αὕτη ἡ μεταξὺ (ὡσὰν λεπτὰ φύλλα) στρωμάτων ροὴ ἥτις ἐχαρακτηρίσθη ὑπὸ τῆς μεταξὺ δυνάμεως καὶ ταχύτητος ἀναλογίας, ἥτις διετυπώθη ὑπὸ τῆς Ἐξ. (3). Εἰς τὴν περίπτωσιν στροφιλώδους ροῆς, αἱ γραμμαὶ ροῆς εἶναι πολύπλοκοι καὶ μεταβαλλόμεναι καὶ ἡ Ἐξ. (3) δὲν ἐφαρμόζεται.

Τὸ ἰξῶδες τῶν ὑγρῶν μειοῦται διὰ τῆς αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας αὐτῶν. Ὑγρὸν ρέον τόσον βραδέως ὅσον ἡ παροιμιώδης μέλασσα κατὰ τὸν χειμῶνα εἰς χαμηλὴν θερμοκρασίαν, δύναται νὰ χύνεται εὐκόλως καὶ ἐλευθέρως παρὰ εἰς ὑψηλοτέραν θερμοκρασίαν. Λιπαντικὸν ἔλαιον εἶναι δυνατὸν νὰ μὴν ἐπιτυγχάνῃ νὰ σχηματίζῃ προστατευτικὴν μεμβράνην, νὰ μὴν λιπαίνῃ, εἰς χαμηλὰς θερμοκρασίας. Διὰ τὸν λόγον τοῦτον, ὅταν θέτωμεν εἰς κίνησιν τὴν μηχανὴν ἑνὸς αὐτοκινήτου κατὰ μίαν ψυχρὰν ἡμέραν, εἶναι ἀνάγκη νὰ ἀφήνωμεν τὴν μηχανὴν νὰ ἐργασθῇ ἐπ' ὀλίγον ἀφόρτωτη καὶ μὲ ὀλίγας στροφάς, ἕως ὅτου τὸ λιπαντικὸν ἔλαιον θερμανθῇ. Τὸ ἰξῶδες τῶν ἀερίων, ἀντιθέτως πρὸς τὸ τῶν ὑγρῶν ἰξῶδες, αὐξάνει διὰ τῆς ὑψώσεως τῆς θερμοκρασίας.

6-8. Φύσις τοῦ ἰξώδους. Ἡ ἐσωτερικὴ τριβὴ τῶν ὑγρῶν, ἀποδίδεται εἰς τὰς συνεκτικὰς δυνάμεις μεταξὺ τῶν μορίων. Αἱ γνώσεις μας ἐπὶ τῶν λεπτομερειῶν τῶν συνεκτικῶν τούτων δυνάμεων καὶ τοῦ μηχανισμοῦ λειτουργίας των, ἀπέχουν ἀπὸ τοῦ νὰ εἶναι πλήρεις καὶ ἡ εἰκὼν τοῦ ὑγροῦ ἰξώδους, ἡ πρὸ ὀλίγου περιγραφεῖσαν, ἐξηγεῖ ποιοτικῶς μόνον τὰ πειραματικῶς παρατηρηθέντα γεγονότα. Ἐπὶ τῇ βάσει τούτων, π.χ., θ' ἀνεμένετο μείωσις τοῦ ἰξώδους εἰς ἓν ὑγρὸν διὰ τῆς αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας. Τοῦτο παρατηρεῖται πειραματικῶς.

Εἰς τὴν περίπτωσιν ἀερίων, τῶν ὁποίων τὰ μόρια ἔχουν μεταξύ των σχετικῶς μεγάλα διάκενα, αἱ συνεκτικαὶ δυνάμεις (αἱ δυνάμεις συνοχῆς) εἶναι μικραὶ καὶ πρέπει ν' ἀναζητηθῇ κάποιος ἄλλος μηχανισμός, τρόπος, διὰ νὰ ἑρμηνευθῇ ἡ ἐσωτερικὴ τριβή. Ὑποτίθεται ὅτι κατὰ τὴν κατὰ πολὺ λεπτὰ στρώματα ροὴν ἑνὸς ἀερίου, ὑφίσταται μία συνεχὴς μετανάστευσις μορίων ἀπὸ στρώματος εἰς στρῶμα. Τὰ μόρια διαχέονται ὑπὸ ἑνὸς ταχέως κινουμένου στρώματος πρὸς ἓν βραδύτερον κινούμενον στρῶμα (5 πρὸς 4 Εἰκ. 7) καὶ ἐκ τοῦ βραδυτέρου κινουμένου στρώματος πρὸς τὸ ταχύτερον. Οὕτω ἕκαστον στρῶμα ἀσκεῖ ἕνα «βίαιο σύρσιμο» ἐπὶ τοῦ ἄλλου. Τὸ μέγεθος τοῦ συρσίματος τούτου ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς μάζης τῶν μορίων καὶ τῶν ταχυτήτων των καὶ συνεπῶς ἐκ τοῦ γινομένου *mv*. Ἡ περιγραφὴ αὕτη τοῦ ἰξώδους ἀερίου, ἐξηγεῖ τὸ γεγονὸς διατί μία αὔξησις θερμοκρασίας, ἥτις αὐξάνει τὰ μοριακὰς ταχύτητας, συνεπιφέρει καὶ μίαν αὔξησιν τοῦ ἰξώδους ἑνὸς ἀερίου.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἡ δύναμις τριβῆς εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν φυσικὴν (normal) δύναμιν *N*

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

συμπιέζουσαν τὰς δύο ἐπιφανείας μεταξύ των, καὶ κατευθύνεται παραλλήλως πρὸς τὰς ἐπιφανείας ταύτας

$$F = \mu N$$

Ὁ συντελεστὴς τριβῆς μ ὁρίζεται ὡς ὁ λόγος τῆς δυνάμεως τριβῆς πρὸς τὴν φυσικὴν (normal) δύναμιν

$$\mu_k = \frac{F}{N} \qquad \text{καὶ} \qquad \mu_s = \frac{F_{max}}{N}$$

Ὁ συντελεστὴς τῆς στατικῆς τριβῆς μ_s δύναται νὰ ὑπολογισθῇ ἐκ τῆς ὁριακῆς γωνίας ἠρεμίας θ.

Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι μικροτέρα τῆς στατικῆς τριβῆς καὶ ἡ τριβὴ κυλίσεως εἶναι μικροτέρα τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως.

Ἡ τριβὴ ρευστοῦ μετρεῖται βάσει τοῦ συντελεστοῦ ἰξώδους η ὅστις ὁρίζεται ὡς ὁ λόγος τῆς ἐφαπτομένης δυνάμεως ἀνὰ μονάδα ἐμβαδοῦ τῆς ἐπιφανείας F/A πρὸς τὴν διανυσματικὴν ταχύτητα κλίσεως v/s μεταξὺ δύο ἐπιπέδων τοῦ ρευστοῦ κατὰ τὴν κατὰ λεπτὰ στρώματα ροὴν

$$\eta = \frac{Fs}{Av}$$

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Ἀναφέρατε διαφόρους τύπους μηχανισμῶν εἰς τοὺς ὁποίους ἡ τριβὴ εἶναι ἀπαραίτητος διὰ μίαν ὁμαλὴν λειτουργίαν.

2. Ἡ κατὰ τὴν τριβὴν δαπανωμένη ἐνέργεια, τί ἀπογίνεται ;

3. Διατὶ ὁ μηχανικὸς μιᾶς ἀτμομηχανῆς διακόπτει τὴν παροχὴν δυνάμεως ὅταν οἱ τροχοὶ κινήσεως ἀρχίζουν νὰ ὀλισθαίνουν ;

4. Διατὶ πρέπει νὰ βηματίζωμεν διὰ βραχέων βημάτων καὶ ὄχι μακρῶν ὅταν βαδίζωμεν ἐπὶ πάγου ;

5. Δεδομένου ὅτι ἡ τριβὴ εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ἐμβαδοῦ διατὶ χρησιμοποιοῦνται πλατεῖς ἱμάντες (λουριὰ) διὰ τὴν κίνησιν βαρέων μηχανημάτων καὶ διατὶ τὰ «φερμουὰρ» τῶν φρένων αὐτοκινήτου εἶναι προτιμώτερον νὰ εἶναι μεγαλυτέρου ἐμβαδοῦ ;

6. Διατὶ τὸ αὐτοκίνητον «ρολάρει» καλλίτερα μὲ πολὺ φουσκωμένα λάστιχα παρὰ μὲ ὀλιγώτερον φουσκωμένα ;

7. Ἓν αὐτοκίνητον κινεῖται κατὰ μῆκος μιᾶς ὁδοῦ ἐκ σκυροδέματος μετὰ τῆς αὐτῆς ταχύτητος ὡς καὶ ἓν τροχιοδρομικὸν ὄχημα ἐπὶ παραπλεύρου παραλλήλου τροχιᾶς. Ποῖον ἐκ τῶν δύο ὀχημάτων δύναται νὰ σταματήσῃ εἰς βραχυτέραν ἀπόστασιν; (ὁ συντελεστὴς τριβῆς διὰ λάστιχον ἐπὶ σκυροδέματος εἶναι 0.7 καὶ διὰ χάλυβα ἐπὶ χάλυβος 0.2).

8. Ἓν σῶμα ἠρεμεῖ ἐπὶ ἀνωμάλου ὁριζοντίου ἐπιπέδου. Ἀποδείξατε ὅτι οὐδεμία δύναμις, ὁσονδήποτε μεγάλη καὶ ἂν εἶναι, ἐφαρμοζομένη ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ὑπὸ γωνίαν μετὰ τῆς φυσικῆς (normal) γωνίας, μικροτέρας τῆς ὁριακῆς γωνίας, δύναται νὰ ὠθήσῃ τὸ σῶμα κατὰ μῆκος τοῦ ἐπιπέδου.

9. Εἶναι δυνατὸν ἓν κινούμενον αὐτοκίνητον νὰ σταθῇ εἰς βραχυτέραν ἀπόστασιν α) ἐφαρμόζοντες τὰς τροχοπέδας διὰ νὰ «ἀκινητήσωμεν» τοὺς τροχοὺς ἢ β) ἐφαρμόζοντες μίαν δύναμιν τροχοπεδήσεως ἀκριβῶς ὀλίγον τι μικροτέραν ἐκείνης ἥτις προκαλεῖ τὴν ὀλίσθησιν τῶν ἐλαστιχῶν;

10. Ἓν σῶμα στερεὸν τίθεται ἐπὶ ἑνὸς κεκλιμένου ἐπιπέδου. Ὑπὸ ποίαν συνθήκην ἡ δύναμις τριβῆς θὰ κατευθυνθῇ πρὸς τὰ ἄνω καὶ ὑπὸ ποίαν πρὸς τὰ κάτω τοῦ ἐπιπέδου ;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ἐπὶ μιᾶς ὁριζοντίου ἐπιφανείας ἀπαιτεῖται μία δύναμις 160 lb διὰ νὰ ἐκκινήσῃ ἓν ἔλκυθρον τοῦ ὁποίου τὸ βάρος εἶναι 600 lb, ἐνῶ μία δύναμις 70 lb εἶναι ἀρκετὴ διὰ νὰ διατηρήσῃ κινούμενον ὁμοιομόρφως–

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἰσοταχῶς, ἄπαξ καὶ τεθῇ εἰς κίνησιν. Νὰ εὑρεθοῦν οἱ συντελεσταὶ τῆς τριβῆς ἐκκινήσεως καὶ ὀλισθήσεως.

2. Μία ὁριζοντία δύναμις 12.0 lb ἐφαρμόζεται ἐπὶ σώματος βάρους 15.0 lb ὅπερ ἠρεμεῖ ἐπὶ μιᾶς ὁριζοντίας ἐπιφανείας. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0.300, νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις. Ἀπ. 16.0 ft/sec²

3. Ἓν ἀντικείμενον ῥίπτεται πρὸς τὰ ἐμπρὸς ἐπὶ πάγου μετὰ ταχύτητος 16 m/sec. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς μεταξὺ τοῦ ἀντικειμένου καὶ τοῦ πάγου εἶναι 0.10, πόσον μακρυὰ θὰ πάῃ τοῦτο καὶ μετὰ πόσα sec θὰ σταματήσῃ;

4. Ἓν ἔλκυθρον βάρους 150 lb φθάνει εἰς τοὺς πρόποδας ἑνὸς λόφου μετὰ μιᾶς ταχύτητος 30 ft/sec. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς μεταξὺ τοῦ ἐλκύθρου καὶ τῆς ὁριζοντίας ἐπιφανείας τοῦ πάγου εἰς τοὺς πρόποδας τοῦ λόφου εἶναι 0.025. Πόσον μακρὰν θὰ κινηθῇ τὸ ἔλκυθρον ἐπὶ τοῦ πάγου; Ἀπ. 560 ft

5. Ἓν ἀντικείμενον εἰς τὸ ὁποῖον ἐδόθη μία ἀρχικὴ ταχύτης 20 ft/sec ἐπὶ ἐπιπέδου πάγου, σταματᾷ ἠρεμεῖ εἰς ἀπόστασιν 80 ft. Ποῖος εἶναι ὁ συντελεστὴς τῆς κινητικῆς τριβῆς μεταξὺ τοῦ ἀντικειμένου καὶ τοῦ πάγου;

6. Ἓν φορτωμένον ἔλκυθρον ζυγίζον 650 lb προσλαμβάνει μίαν ταχύτητα 30.0 mi/hr διατρέχον μίαν ἀπόστασιν 120 ft ἀπὸ τῆς ἠρεμίας, ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιφανείας πάγου. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0.103 ποία σταθερὰ δύναμις ἐφαρμοζομένη ὁριζοντίως, θ' ἀπητεῖτο διὰ νὰ προκαλέσῃ τὴν κίνησιν ταύτην; Ἀπ. 302 lb

7. Μία σταθερὰ δύναμις 25.0 νιοῦτον δρῶσα ἐπὶ σώματος 15.3-kg προκαλεῖ ὀλίσθησιν 14.5 m κατὰ μῆκος μιᾶς ἐπιπέδου ἐπιφανείας. Ἐὰν τὸ σῶμα ἐκκινᾷ ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ ἀποκτᾷ μίαν ταχύτητα 450 cm/sec, ποία εἶναι ἡ ἐπιβραδύνουσα δύναμις τριβῆς;

8. Ἓνας ἄνθρωπος κρατεῖ ἓν βιβλίον, ζυγίζον 4.0 lb, μεταξὺ τῶν χειρῶν του καὶ ἐμποδίζει τοῦτο ἀπὸ τοῦ νὰ πέσῃ, πιέζων αὐτὸ μεταξὺ τῶν χειρῶν του. Ἐὰν ἡ ὁριζοντία συνιστῶσα τῆς παρ' ἑκάστης χειρὸς ἀσκουμένης δυνάμεως εἶναι 10.0 lb, ποῖος εἶναι ὁ συντελεστὴς τριβῆς μεταξὺ βιβλίου καὶ χειρῶν; Ἀπ. 0.20

9. Ἓνας ἄνθρωπος συγκρατεῖ ἓν σῶμα 2.0-kg, καὶ ἐμποδίζει τοῦτο νὰ πέσῃ ὠθῶντας αὐτὸ ὁριζοντίως ἐπὶ καθέτου τοίχου. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τῆς στατικῆς τριβῆς μεταξὺ σώματος καὶ τοίχου εἶναι 0.30, ποίαν δύναμιν δέον οὗτος (ὁ ἄνθρωπος) ν' ἀσκῇ;

10. Τεμάχιον ξύλου 2.50-kg κείμενον ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου εἶναι προσδεδεμένον ἐκ σχοινίου διερχομένου ἐκ τροχαλίας ἀτριβοῦς καὶ φέροντος φορτίον 2.00-kg. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς μεταξὺ ξύλου καὶ ἐπιπέδου εἶναι 0.45. α) Νὰ προσδιορισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ συστήματος ἀφοῦ τοῦτο τεθῇ εἰς κίνησιν καὶ β) νὰ εὑρεθῇ ποία εἶναι ἡ τάσις εἰς τὸ σχοινίον; Ἀπ. 1.9 m/sec², 16 νιοῦτον

11. Ἓν σῶμα 2.0-kg εἶναι τοποθετημένον ἐπὶ ἑνὸς ὁριζοντίου ὁλισθητῆρος καὶ σύρεται ἐπ' αὐτοῦ, ὑπὸ μαζῶν κρεμωμένων ἐξ ἑνὸς σχοινίου τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ τροχαλίας ἤτις θεωρεῖται ἄνευ τριβῶν κειμένης εἰς τὸ ἄκρον τοῦ ὁλισθητῆρος. Ὅταν τὸ σῶμα τοῦτο ἔχῃ ἓν φορτίον 8.0 kg ἐπ' αὐτοῦ, εὑρίσκεται ὅτι δέον ν' ἀναρτηθῶσιν 1.5 kg εἰς τὸ ἄκρον τοῦ νήματος διὰ νὰ διατηρηθῇ ὁμοιόμορφος ἰσοταχὴς κίνησις. Ἐὰν τώρα ἀφαιρεθοῦν ἐκ τοῦ σώματος 6.0 kg, ποία μᾶζα δέον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ν' ἀναρτηθῇ ἀπὸ τοῦ σχοινίου διὰ νὰ διατηρήσῃ τὸ σῶμα ἰσοταχῆ κίνησιν ;

12. Ἓν κιβώτιον ζυγίζον 240 lb κινεῖται ἰσοταχῶς ἐπὶ ὁριζοντίου δαπέδου ἑλκυόμενον δι' ἑνὸς σχοινίου προσδεδεμένου εἰς τὸ πρόσθιον αὐτοῦ ἄκρον. Ἐὰν τὸ σχοινίον σχηματίζῃ γωνίαν 30^0 μετὰ τοῦ δαπέδου καὶ ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς μεταξὺ κιβωτίου καὶ δαπέδου εἶναι 0.300, νὰ εὑρεθῇ ἡ ὑπὸ τοῦ ἀνθρώπου, τοῦ ἕλκοντος τὸ σχοινίον, ἀσκουμένη δύναμις. Ἀπ. 70.9 lb

13. Ἓν κιβώτιον 50-lb ἕλκεται μεθ' ὁμοιομόρφου ταχύτητος, ἐπὶ ὁριζοντίου δαπέδου, ὑπὸ μιᾶς δυνάμεως διευθυνομένης 30^0 ὑπεράνω τῆς ὁριζοντίου. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0.25. Νὰ εὑρεθῇ τὸ μέγεθος τῆς δυνάμεως.

14. Ἓν κιβώτιον 50-lb ὠθεῖται μεθ' ὁμοιομόρφου ταχύτητος ἐπὶ ὁριζοντίου δαπέδου, ὑπὸ μιᾶς δυνάμεως διευθυνομένης 30^0 κάτωθι τῆς ὁριζοντίου. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0.25. Νὰ εὑρεθῇ τὸ μέγεθος τῆς δυνάμεως. Ἀπ. 17 lb

15. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τῆς κινητικῆς τριβῆς διὰ δύο ἐν ἐπαφῇ ἐπιφανείας εἶναι 0.25, ποία δύναμις παράλληλος πρὸς ἓν κατὰ 30^0 κεκλιμένον ἐπίπεδον ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ἑλκύσῃ ἓν κιβώτιον 200-lb πρὸς τ' ἄπάνω ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου μὲ μίαν ἐπιτάχυνσιν 3.0 ft/sec^2 ;

16. Ἓν κιβώτιον 120-lb ἠρεμεῖ ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου μήκους 15 ft καὶ ὕψους 9 ft, ἐνῶ ὁ συντελεστὴς τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως εἶναι 0.30. Ποία δύναμις, παράλληλος πρὸς τὸ ἐπίπεδον, ἀπαιτεῖται διὰ νὰ κινήσῃ τὸ κιβώτιον μὲ ὁμοιόμορφον ταχύτητα πρὸς τ' ἄπάνω ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ; Καὶ ποία πρὸς τὰ κάτω ; Ἀπ. 101 lb, 43 lb.

17. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς μεταξὺ ἑνὸς σώματος καὶ τῆς ἐπιφανείας ἐπὶ τῆς ὁποίας τοῦτο ὀλισθαίνει εἶναι 0.15 καὶ ἡ ἐπιφάνεια εἶναι κεκλιμένη ὑπὸ μίαν γωνίαν 20^0 μὲ τὴν ὁριζόντιον. Ἐὰν τὸ σῶμα ζυγίζῃ 300 lb, ποία δύναμις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ τὸ ἑλκύσῃ πρὸς τὰ ἄνω ἐπὶ τῆς κεκλιμένης ἐπιφανείας μεθ' ὁμοιομόρφου ταχύτητος ; Ποία δύναμις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ἐπιτρέψῃ εἰς αὐτὸ νὰ ὀλισθήσῃ πρὸς τὰ κάτω ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου μεθ' ὁμοιομόρφου ταχύτητος ;

18. Ἓν κιβώτιον 300-lb ὀλισθαίνει πρὸς τὰ κάτω ἐπὶ ὀλισθητῆρος μήκους 50 ft καὶ ὕψους 30 ft. Εἰς τὸν πυθμένα τοῦ ὀλισθητῆρος κινεῖται τοῦτο κατὰ μῆκος μιᾶς ὁριζοντίου ἐπιφανείας ἕως ὅτου ἀκινητίσῃ. Ὑποθέτοντες ἕναν ὁμοιόμορφον συντελεστὴν τῆς κινητικῆς τριβῆς ἴσον μὲ 0.20, νὰ ὑπολογισθῶσιν α) ἡ ἐπιταχύνουσα δύναμις κατὰ μῆκος τοῦ ὀλισθητῆρος β) ὁ ἀπαιτηθεὶς χρόνος διὰ νὰ διανύσῃ τοὺς πρώτους 20 ft καὶ γ) ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις κατὰ μῆκος τῆς ὁριζοντίας ἐπιφανείας εἰς τὴν βάσιν τοῦ ὀλισθητῆρος. Ἀπ. 130 lb, 1,7 sec, 110 ft

19. Ἓν κιβώτιον 200-lb ὀλισθαίνει πρὸς τὰ κάτω ἐπὶ ὀλισθητῆρος μήκους 25.0 ft καὶ κλίσεως 60^0 ὡς πρὸς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον. Εἰς τὴν βάσιν τοῦ ὀλισθητῆρος τὸ κιβώτιον ὀλισθαίνει κατὰ μῆκος μιᾶς ἐπιπέδου ἐπιφανείας. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τῆς κινητικῆς τριβῆς καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως εἶναι 0.100, ποίαν ἀπόστασιν θὰ διανύσῃ τὸ κιβώτιον καὶ πόσος χρόνος θὰ παρέλθῃ ἀπὸ τὴν στιγμὴν καθ' ἣν φθάνει εἰς τὴν ἐπίπεδον ἐπιφάνειαν πρὶν εἰσέλθει εἰς τὴν ἠρεμίαν ;

20. Ἓν σῶμα ἀπαιτεῖ διπλάσιον χρόνον ἀκριβῶς διὰ νὰ ὀλισθήσῃ πρὸς τὰ κάτω ἐπὶ ἐπιπέδου κεκλιμένου κατὰ 30^0 ὡς πρὸς τὴν ὁριζόντιον,

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὡς ἐὰν τὸ ἐπίπεδον νὰ ἦτο ἄνευ τριβῆς. Ποῖος εἶναι ὁ συντελεστὴς τρι-
βῆς; *Ἀπ.* 0.433

21. Ἐν κιβώτιον 300–lb σύρεται ἐπὶ ὀλισθητῆρος μήκους 30 ft καὶ ὕψους 20 ft, ὑπὸ σχοινίου παραλλήλου πρὸς τὸ ἐπικλινὲς ἐπίπεδον. Νὰ εὑρεθῇ ἡ τάσις τοῦ σχοινίου ἡ ἀπαιτουμένη διὰ νὰ συρθῇ τὸ κιβώτιον πρὸς τὰ ἄνω μὲ ἰσοταχῆ κίνησιν, ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς διὰ τὰς ἐν ἐπαφῇ ἐπιφανείας εἶναι 0.30.

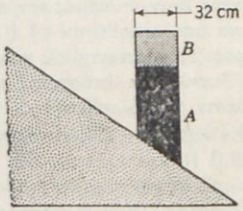
22. Ἐν χρηματοκιβώτιον 900–lb πρέπει νὰ κατέβῃ μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος μέσῳ ἑνὸς μαδεριοῦ μήκους 10 ft ἀπὸ ἓν φορτηγὸν αὐτοκίνητον ὕψους 4.0 ft. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0.40 α) θὰ ἀπαιτηθῇ ὅπως τὸ χρηματοκιβώτιον συγκρατηθῇ πρὸς τὰ ὀπίσω ἢ θὰ ἔλκυσθῇ πρὸς τὰ κάτω; β) ποία δύναμις παράλληλος πρὸς τὸ ἐπίπεδον ἀπαιτεῖται διὰ κίνησιν μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος; *Ἀπ.* 30 lb πρὸς τὰ ἐπάνω

23. Ἓν σῶμα 5.0–kg κεῖται ἐπὶ ἑνὸς ἐπιπέδου μήκους 5.0 ft καὶ ὕψους 3.0 ft. Μία δύναμις 50 νιοῦτον παράλληλος πρὸς τὸ ἐπίπεδον καὶ ἄνω τοῦ ἐπιπέδου παράγει μίαν ἐπιτάχυνσιν 3.0 m/sec². Ποῖος εἶναι ὁ συντελεστὴς τριβῆς;

24. Ἓν σῶμα 4.80–kg κεῖται ἐπὶ ἑνὸς ἐπιπέδου ὕψους 4.00 m καὶ μήκους 5.00 m. Ἓν σχοινίον προσδεδεμένον ἐπὶ τοῦ σώματος, διέρχεται δι' ἐλαφρᾶς ἀκριβοῦς τροχαλίας κειμένης εἰς τὴν κορυφὴν τοῦ ἐπιπέδου, φέρον εἰς τὸ ἄκρον του μίαν μᾶζαν ἐλευθέρως ἀνηρτημένην ἐξ 8.00 kg. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς μεταξὺ τοῦ σώματος καὶ τοῦ ἐπιπέδου εἶναι 0.200. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ συστήματος. *Ἀπ.* 2.74 m/sec²

25. Ἐν κεκλιμένον ἐπίπεδον ἔχει μῆκος 130 cm καὶ τὸ ἄνω ἄκρον αὐτοῦ εἶναι 50 cm ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας τοῦ κατωτέρου ἄκρου. Ἓν σῶμα A, μάζης 200 gm ἠρεμεῖ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου. Ἐν ἄλλο σῶμα B μάζης 60 gm ἠρεμεῖ ἐπὶ τοῦ A. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως μεταξὺ τῶν δύο σωμάτων εἶναι 0.50 καὶ ἡ μεταξὺ τοῦ ἀπὸ κάτω σώματος καὶ τοῦ ἐπιπέδου 0.33. Ἐφαρμόζεται μία δύναμις F, πρὸς τὰ ἄνω καὶ παραλλήλως πρὸς τὸ ἐπίπεδον, εἰς τὸ ἀπὸ κάτω σῶμα α) Ποία εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ ἀπὸ κάτω σώματος ὅταν τὸ ἀπὸ πάνω σῶμα ἀρχίζῃ νὰ ὀλισθαίνῃ ἐπ' αὐτοῦ; β) Ποία εἶναι ἡ μεγίστη τιμὴ τῆς F πρὶν ἢ ἀρχίσῃ ἡ ὀλίσθησις;

26. Ἓν σῶμα A μάζης 700 gm ἠρεμεῖ ἐπὶ ἑνὸς κεκλιμένου ἐπιπέδου σχηματίζοντος γωνίαν 36.9° μετὰ τοῦ ὁριζοντίου (Εἰκ. 8). Ὁ



Εἰκ. 8.

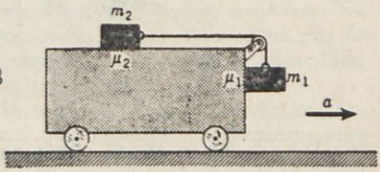
συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως μεταξὺ τοῦ σώματος καὶ τοῦ ἐπιπέδου εἶναι 0.40. Ἐπὶ τῆς λείας ὁριζοντίου ἐπιφανείας τοῦ A ἠρεμεῖ ἕτερον σῶμα B 100–gm. Εἰς τὴν ὁριζόντιον διεύθυνσιν, εἰς ἓν ἐπίπεδον παράλ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ληλον πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως, τὰ σώματα ἔχουν πλάτος 32 cm. Μετὰ πόσον χρόνον ἀφ' ὅτου ἀφεθῇ νὰ λειτουργήσῃ τὸ σύστημα θὰ πέσῃ τὸ σῶμα B μακρὰν τοῦ σώματος A; *Ἀπ.* 0.36 sec

27. Δύο ἀβαρεῖς δακτύλιοι δύνανται νὰ ὀλισθήσωσιν κατὰ μῆκος μιᾶς ἀνωμάλου ἐπιφανείας ὁριζοντίας ράβδου μετὰ συντελεστοῦ τριβῆς μ (Εἰκ. 9). Οἱ δακτύλιοι συνδέονται δι' ἐλαφροῦ ἀνελαστικοῦ νήματος μήκους a, εἰς τὸ μέσον τοῦ ὁποίου εἶναι ἀνηρτημένον ἓν βάρος W. Ποία εἶναι ἡ μεγαλυτέρα ἀπόστασις μεταξὺ τῶν δύο δακτυλίων εἰς ἣν, ὅταν οὗτοι εὑρίσκωνται, τὸ σύστημα ἰσορροπεῖ;

Εἰκ. 9.



Εἰκ. 10.

28. Ποία ἀκολουθία ἐπιταχύνσεων δύναται νὰ δοθῇ εἰς τὸ καρότσι τῆς Εἰκ. 10 κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ὁποίας τὸ m^2 δὲν θὰ ὀλισθαίνῃ ἐπὶ τοῦ καροτσίου; *Ἀπ.* $\dfrac{m_1-\mu_2 m_2}{m_2+\mu_1 m_2}\,g \leqslant a \leqslant \dfrac{m_1+\mu_2 m_2}{m_2-\mu_1 m_1}\,g$

29. Ὅταν ἓν ὑγρὸν ρέει ταχέως ἡ «διάζεται» μέσῳ αὐλοῦ μικροῦ διαμετρήματος, ἡ ροὴ ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἰξώδους. Ὁ Poiseuille ἀπέδειξεν ὅτι ὁ ὄγκος V ρευστοῦ διερχομένου εἰς χρόνον t μέσω ἑνὸς αὐλοῦ μήκους L καὶ ἐσωτερικῆς ἀκτῖνος r ὑπὸ μίαν διαφορὰν πιέσεως Δp μεταξὺ τῶν ἄκρων του, δίδεται ὑπὸ

$$V = \frac{\pi r^4 t}{8 L \eta}\,\Delta p$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης, νὰ ὑπολογισθῇ τὸ ἰξῶδες τοῦ ἐλαίου ELVIN No 10 διὰ κινητῆρας, τὸ ὁποῖον ρέει κατὰ λόγον 410 cm^3/min μέσῳ ἑνὸς αὐλοῦ μήκους 100 cm καὶ ἐσωτερικῆς διαμέτρου 2.0 mm ὑπὸ μίαν διαφορὰν πιέσεως 50 lb/in^2.

30. Ποῖον διαμέτρημα ἀπαιτεῖται νὰ ἔχῃ ἕνας αὐλὸς μήκους 80 cm οὕτως ὥστε νὰ εἶναι δυνατὸν δι' αὐτοῦ νὰ ρεύσῃ 1.0 λίτρα αἰθυλικῆς ἀλκοόλης (ἰξῶδες 0,012 dyn-sec/cm^2) εἰς 1.0 min ὅταν ἡ διαφορὰ πιέσεως μεταξὺ τῶν δύο ἄκρων εἶναι 0.010 ἀτμοσφαίρας (1.013 × 10^4 dyn/cm^2); *Ἀπ.* 2.5 mm

31. Εἷς χαλύβδινος ἄξων διαμέτρου 2.50 cm καὶ μήκους 20 cm, περιστρέφεται μὲ 5.0 στροφὲς/sec ἐντὸς ἑνὸς κυλίνδρου τοῦ ὁποίου ἡ ἐσωτερικὴ διάμετρος εἶναι 2.60 cm. Ἄξων καὶ κύλινδρος χωρίζονται εἰς τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς, ὑπὸ λεπτῆς ὁμοιομόρφου μεμβράνης λιπαντικοῦ ἐλαίου τοῦ ὁποίου ὁ συντελεστὴς ἰξώδους εἶναι 4.0 poise. Νὰ ὑπολογισθῇ α) ὁ λόγος v/s εἰς τὴν μεμβράνην β) ἡ πίεσις F/A.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Albert Abraham Michelson

1852–1931. *Ἐγεννήθη εἰς τὸ Στρέλνο τῆς Πρωσσίας. Διευθυντὴς τοῦ Τμήματος Φυσικῆς εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τοῦ Σικάγου. Τὸ Νόμπελ τοῦ 1907 διὰ τὴν Φυσικὴν τοῦ ἀπανεμήθη διὰ τὰ ὀπτικά του ὄργανα ἀκριβείας καὶ τὰς φασματοσκοπικὰς καὶ μετρολογικὰς αὐτοῦ ἐρεύνας ἄτινας διεξήγαγεν δι' αὐτῶν.*

7. ΕΡΓΟΝ ΚΑΙ ΙΣΧΥΣ

Ὁ ρυθμὸς παραγωγῆς ἑνὸς ἀνθρώπου ἐργαζομένου δι' ἐργαλείων χειρὸς μόνον, εἶναι μικρός, τόσον μικρὸς ὥστε παραγωγὴ διὰ τοιούτων μεθόδων νὰ μὴν καλύπτῃ τὰς ἀπαιτήσεις τῶν συγχρόνων ἐποχῶν. Διὰ νὰ αὐξηθῇ ἡ παραγωγή, ἐπενοήθησαν μηχαναί. Εἰς αὐτάς, ἡ κατεχομένη ἐνέργεια ὑπὸ τοῦ γαιάνθρακος, τοῦ πετρελαίου, τοῦ πίπτοντος ὕδατος, τῆς πυρηνικῆς ἐνεργείας ἢ τοῦ ἠλεκτρισμοῦ, μετατρέπεται εἰς χρήσιμον - ὠφέλιμον ἔργον. Ἡ μηχανὴ δὲν παρέχει μόνον τὴν ἱκανότητα εἰς τὸν χειριστὴν νὰ κατασκευάσῃ ἀντικείμενα τὰ ὁποῖα δὲν θὰ ἦτο ἄλλως δυνατὸν νὰ κατασκευάσῃ, ἀλλὰ καθιστᾶ τοῦτον ἐπίσης ἱκανὸν νὰ μετατρέπῃ τὴν ἐνέργειαν εἰς χρήσιμον ἔργον εἰς μίαν πολὺ εὐρυτέραν κλίμακα ἀπ' ἐκείνης τὴν ὁποίαν διὰ τῶν ἰδίων αὐτοῦ προσπαθειῶν θὰ ἠδύνατο νὰ ἐπιτύχῃ. Ἕκαστος ἐργάτης εἰς ἓν ἐργοστάσιον ἔχει εἰς τὴν διάθεσίν του κατὰ πολὺ μεγαλυτέραν ἰσχὺν ἐκείνης τὴν ὁποίαν μόνος θὰ ἠδύνατο ν' ἀναπτύξῃ.

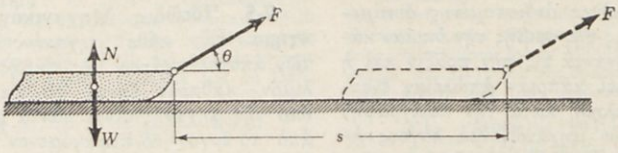
7-1. Ἔργον. Ὁ ὅρος ἔργον, χρησιμοποιούμενος συνήθως διὰ νὰ συνδέσῃ μεταξὺ των εὐρείας διαφόρους δραστηριότητας, περιορίζεται εἰς τὴν Φυσικὴν εἰς τὰς περιπτώσεις εἰς τὰς ὁποίας ὑπάρχει μία δύναμις καὶ μία μετατόπισις - μετακίνησις κατὰ μῆκος τῆς γραμμῆς τῆς δυνάμεως. Κατὰ τὴν τεχνικὴν ταύτην ἔννοιαν τοῦ ὅρου ἔργου, μία βάσις βαστάζουσα μίαν γέφυραν δὲν παράγει ἔργον καὶ ἕνας ἄνθρωπος δὲν παράγει ἔργον κρατῶν ἁπλῶς μίαν βαλίτσαν, ἂν καὶ εἶναι δυνατὸν νὰ δοκιμάζῃ μυϊκὴν κόπωσιν. Ἀλλὰ κατὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς βαλίτσας διὰ νὰ τὴν τοποθετήσῃ εἰς μίαν ἐσχάραν θὰ παρῆγεν ἔργον.

Ἔργον ὁρίζεται ὡς τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως καὶ τῆς μετακινήσεως - μετατοπίσεως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως.

$$W = Fs \text{ συν } \theta \qquad (1)$$

Εἰς τὴν εἰδικὴν περίπτωσιν ὅπου ἡ δύναμις εἶναι σταθερὰ καὶ ἔχει τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν μὲ τὴν μετακίνησιν, συν $\theta = 1$, καὶ τὸ παραχθὲν ἔργον ὑπὸ τῆς δυνάμεως εἶναι τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως καὶ τῆς μετακινήσεως. Εἰς τὸ Βρεττανικὸν σύστημα, ἡ πλέον συνήθης μονὰς τοῦ ἔργου, εἶναι ὁ *ποὺς-λίβρα* (foot-pound), τὸ παραχθὲν ἔργον ὑπὸ μιᾶς δυνάμεως τῆς 1 lb ἀσκηθείσης διὰ μίαν ἀπόστασιν τοῦ 1 ft (δηλαδὴ μετακινεῖ τὸ σῶμα, ἐφ' οὗ ἠσκήθη μία δύναμις τῆς 1 lb, πρὸς τὴν διεύθυνσίν της κατὰ 1 ft). Εἰς τὸ μετρικὸν σύστημα, τὸ ἔργον συχνὰ ἐκφράζεται διὰ τοῦ ὅρου *ἔργιον* (erg) (dyn-cm), τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ μιᾶς δυνάμεως τῆς 1 dyn ἀσκηθείσης διὰ μίαν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Έργον = $(F \text{ συν } \theta)s$

Εικ. 1.

άπόστασιν τοῦ 1 cm. Εἰς τὸ mks σύστημα, τὸ *νιοῦτον-μέτρον* (newton-meter) εἶναι τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ μιᾶς δυνάμεως τοῦ 1 νιοῦτον ἀσκηθείσης διὰ μίαν ἀπόστασιν τοῦ 1 m· 1 νιοῦτον-μέτρον εἶναι 1 *τζοὺλ* (joule). Ἓν τζούλ, εἶναι ἴσον μὲ 10^7 ἔργια. Μιὰ ἄλλη μονὰς ἔργου, χρησιμοποιουμένη ἰδιαιτέρως εἰς τὰς ἠλεκτρικὰς μετρήσεις, εἶναι τὸ *κιλοβαττώριον* (kilowatt - hour), διὰ τὸ ὁποῖον θὰ ὁμιλήσωμεν εὐρέως εἰς τὸν δεύτερον τόμον τοῦ παρόντος βιβλίου, εἰς τὸ περὶ ἠλεκτρισμοῦ πεδίον.

Παράδειγμα : Ἓν κιβώτιον ὠθεῖται ἐπὶ 15 ft κατὰ μῆκος ἑνὸς ὁριζοντίου δαπέδου ἐναντίον μιᾶς δυνάμεως τριβῆς τῶν 50 lb. Πόσον ἔργον παρήχθη ;

$$W = Fs = (50 \text{ lb})(15 \text{ ft}) = 750 \text{ ft-lb}$$

Παράδειγμα : Ποῖον ἔργον παράγεται κατὰ τὸ σύρσιμο ἑνὸς ἐλκήθρου 50 ft ὁριζοντίως ὅταν ἡ δύναμις τῶν 60 lb μεταβιβάζεται ὑπὸ ἑνὸς σχοινίου σχηματίζοντος μίαν γωνίαν 30° μετὰ τοῦ ἐδάφους (Εἰκ. 1) ;

Ἡ συνιστῶσα τῆς δυνάμεως κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς μετακινήσεως εἶναι F συν 30°.

$$W = (F \text{ συν } 30^\circ)s$$
$$W = 60 \text{ lb} \times 0.866 \times 50 \text{ ft} = 2600 \text{ ft-lb}$$

7-2. Ἐνέργεια. Ἡ ἱκανότης τοῦ παράγειν ἔργον καλεῖται *ἐνέργεια*. Ἐνέργεια δύναται νὰ ὑπάρχῃ εἰς πολλὰς μορφὰς καὶ δύναται νὰ μεταμορφοῦται ἀπὸ τῆς μιᾶς μορφῆς εἰς τὴν ἄλλην. Ἡ ὑπὸ ἑνὸς ἀντικειμένου κεκτημένη ἐνέργεια δυνάμει τῆς κινήσεώς του καλεῖται *κινητικὴ ἐνέργεια*, ἢ ἐνέργεια κινήσεως. Ἐνέργεια λόγῳ θέσεως ἢ σχηματισμοῦ καλεῖται *δυναμικὴ ἐνέργεια*. Ἐὰν δὲν ὑπάρχῃ δύναμις τριβῆς, ἡ μεταβολὴ εἰς τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν καὶ τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἐπιτελεσθὲν ἔργον ἐπὶ ἑνὸς σώματος ἢ ὁμάδος σωμάτων. Ἐκ τούτου ἔπεται ὅτι αἱ μονάδες μὲ τὰς ὁποίας ἐκφράζεται ἡ ἐνέργεια εἶναι ἴδιαι μὲ τὰς μονάδας διὰ τὸ ἔργον.

Μέγα μέρος τῆς καθημερινῆς μας ἐργασίας συμπληροῦται χρησιμοποιώντας τὴν ἐνέργειαν ἀπὸ κάποιαν πηγήν, ὅπως τὸ πετρέλαιον, τὸν γαιάνθρακα ἢ τὸ δεσμευμένον ὕδωρ. Συχνὰ ἀγοράζομεν τὸ προνόμιον τοῦ νὰ ἔχωμεν τὴν ἐνέργειαν μεταμορφωμένην εἰς τὴν οἰκίαν μας. Οὕτω, ὁ διατρέχων διὰ μέσου τοῦ σπειρώματος μιᾶς ψηστιέρας ἢ φρυγανιέρας ἠλεκτρισμὸς ἔχει τὴν ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν μεταμορφωμένην–μετασχηματισμένην εἰς θερμότητα. Ἡ ἐνέργεια μεταμορφοῦται, δὲν καταστρέφεται. Πληρώνομεν διὰ τὴν ἐνέργειαν ἡ ὁποία μεταμορφοῦται (ὄχι διὰ τὸν ἠλεκτρισμόν, διότι αὐτὸς ρέει πίσω εἰς τὸ ἐργοστάσιον).

7-3. Ἁπλαὶ Μηχαναί. Μία μηχανὴ εἶναι μία ἐπινόησις ὅπως διὰ ἐφαρμογῆς ἐνεργείας παραχθῇ ἔργον κατὰ ἕναν τρόπον κατάλληλον δι' ἕναν δεδομένον σκοπόν. Ἡ μηχανὴ δὲν δύναται νὰ δημιουργήσῃ ἐνέργειαν. Διὰ νὰ παραχθῇ ἔργον, μία μηχανὴ πρέπει νὰ πάρῃ ἐνέργειαν ἀπὸ κάποια πηγή, καὶ τὸ μέγιστον (maximum) ἔργον δὲν δύναται νὰ ὑπερβῇ τὴν ἐνέργειαν τὴν ὁποίαν λαμβάνει.

Αἱ μηχαναὶ δύνανται νὰ λαμβάνουν ἐνέργειαν κατὰ διαφόρους μορφάς, ὅπως, ὡς μηχανικὴν ἐνέργειαν, θερμότητα, ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν ἢ χημικὴν ἐνέργειαν. Ἐν προκειμένῳ μελετῶμεν μόνον μηχανὰς αἱ ὁποῖαι μεταχειρίζονται μηχανικὴν ἐνέργειαν καὶ παράγουν ἔργον ἐναντι μηχανικῶν δυνάμεων. Εἰς τὰς οὕτω καλουμένας *ἁπλὰς μηχανάς*, ἡ ἐνέργεια προμηθεύεται διὰ μιᾶς μόνης *ἐφαρμοζομένης δυνάμεως* καὶ ἡ μηχανὴ παράγει ὠφέλιμον ἔργον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἔναντι μιᾶς μόνης ἀνθισταμένης δυνάμεως. Ἡ δύναμις τῆς τριβῆς τὴν ὁποίαν κάθε μηχανὴ συναντᾶ εἰς τὴν πρᾶξιν καὶ ἡ ὁποία προκαλεῖ κάποιαν ἀπώλειαν ἐνεργείας, θὰ ἀμεληθῇ κατὰ τὴν περιγραφὴν μερικῶν ἁπλῶν μηχανῶν διὰ λόγους ἁπλουστεύσεως. Τὸ πλεῖστον τῶν μηχανῶν, ὅσον περίπλοκον κι' ἂν εἶναι, εἶναι συνδυασμοὶ μοχλοῦ καὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου.

7-4. Πραγματικὸν Μηχανικὸν Πλεονέκτημα. Ἡ χρησιμότης μιᾶς μηχανῆς ἔγκειται κυρίως εἰς τὸ ὅ,τι αὐτὴ καθιστᾷ ἱκανὸν ἓν πρόσωπον νὰ ἐκτελέσῃ κάποιο ἐπιθυμητὸν ἔργον δι' ἀλλαγῆς τῆς ποσότητος τῆς διευθύνσεως ἢ τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως. Ὁ λόγος τῆς παραχθείσης δυνάμεως F_0 ἀσκηθείσης ὑπὸ τῆς μηχανῆς διὰ τὴν ἀντιμετώπισιν ἑνὸς φορτίου, πρὸς τὴν παρασχεθεῖσαν-εἰσαχθεῖσαν δύναμιν F_i ἀσκηθεῖσαν ὑπὸ τοῦ χειριστοῦ ἐπὶ τῆς μηχανῆς, ὁρίζει τὸ *πραγματικὸν μηχανικὸν πλεονέκτημα* (AMA - actual mechanical advantage) τῆς μηχανῆς

$$\text{AMA} = \frac{F_0}{F_i} \tag{2}$$

Ἐπὶ παραδείγματι, ἐὰν μία μηχανὴ ἔχει τὴν δυνατότητα νὰ καταστήσῃ ἕναν ἐργάτην ἱκανὸν νὰ ἀνυψώσῃ 500 lb διὰ τῆς ἐφαρμογῆς μιᾶς δυνάμεως τῶν 25 lb, τὸ πραγματικὸν αὐτῆς μηχανικὸν πλεονέκτημα εἶναι 500 lb/25 lb = 20. Εἰς τὰς περισσοτέρας μηχανὰς τὸ AMA εἶναι μεγαλύτερον τῆς μονάδος. Μία μηχανὴ ἡ ὁποία κατεσκευάσθη διὰ ν' αὐξάνῃ τὴν δύναμιν, ἔχει ἓν AMA μεγαλύτερον τοῦ ἑνός, π.χ. ἕνας ἐπιτραπέζιος συνδήκτωρ (μέγγενη), ἕνας μοχλὸς ἢ μία τροχαλία κι' ἕνας ἀνυψωτήρ. Μία μηχανὴ κατασκευασθεῖσα διὰ ν' αὐξάνῃ τὴν ταχύτητα, ἔχει ἓν AMA μικρότερον τοῦ ἑνός, π.χ. ἕνας καταπέλτης* ἢ τὸ ὀδοντωτὸ τραινάκι μὲ τροχοὺς ἀκονισμένους διὰ τῶν χειρῶν ἢ ἡ ἀλυσίδα κινήσεως ἑνὸς ποδηλάτου.

7-5. Ἰδεῶδες Μηχανικὸν πλεονέκτημα. Εἰς κάθε μηχανήν, ἐξ αἰτίας τῶν ἀποτελεσμάτων τῆς τριβῆς, τὸ ὠφέλιμον – καθαρὸν ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ τῆς μηχανῆς εἶναι πάντα μικρότερον ἀπὸ τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον πράγματι ἐπὶ τῆς μηχανῆς. Τὸ παρεχόμενον (εἰσαγόμενον) ἔργον, τὸ παραγόμενον ὑπὸ τῆς ἐφαρμοσθείσης δυνάμεως F_i, μετρεῖται ὑπὸ τοῦ γινομένου τῆς F_i καὶ τῆς ἀποστάσεως s_i διὰ μέσου τῆς ὁποίας αὕτη ἐνεργεῖ. Τὸ παραγόμενον (ἐξερχόμενον) ἔργον μετρεῖται ὑπὸ τοῦ γινομένου τῆς παραγομένης (ἐξερχομένης) δυνάμεως F_0 καὶ τῆς ἀποστάσεως s_0 διὰ μέσου τῆς ὁποίας αὕτη ἐνεργεῖ. Ὅθεν

$$F_0 s_0 < F_i s_i$$

Ἐὰν διαιρέσωμεν ἕκαστον μέλος τῆς ἀνισότητος διὰ $F_i s_0$, λαμβάνομεν

$$\frac{F_0}{F_i} < \frac{s_i}{s_0} \tag{3}$$

ἤτοι, ὁ λόγος τῶν δυνάμεων F_0/F_i εἶναι μικρότερος τοῦ λόγου τῶν ἀποστάσεων s_i/s_0 διὰ κάθε μηχανήν. Ἐὰν τὰ ἀποτελέσματα τῆς τριβῆς εἶναι πολὺ μικρά, ἡ τιμὴ τοῦ παραγομένου (ἐξερχομένου) ἔργου πλησιάζει τὴν τιμὴν τοῦ παρεχομένου (εἰσερχομένου) ἔργου, ἢ ἡ τιμὴ τοῦ F_0/F_i γίνεται σχεδὸν ἐκείνη τοῦ s_i/s_0. Τὸ *ἰδεῶδες (θεωρητικὸν) μηχανικὸν πλεονέκτημα* (IMA – ideal mechanical advantance) ὁρίζεται ὡς ὁ λόγος τῆς ἀποστάσεως s_i διὰ μέσου τῆς ὁποίας ἡ παρεχομένη (εἰσερχομένη) δύναμις ἐνεργεῖ, πρὸς τὴν ἀπόστασιν s_0 διὰ μέσου τῆς ὁποίας ἡ παραγομένη (ἐξερχομένη) δύναμις ἐνεργεῖ.

$$\text{IMA} = \frac{s_i}{s_0} \tag{4}$$

Ἐπειδὴ αἱ δυνάμεις μετακινοῦνται κατ' αὐτὰς τὰς ἀποστάσεις εἰς ἴσα χρονικὰ διαστήματα, ὁ λόγος s_i/s_0 καλεῖται ἐπίσης συχνὰ ὁ *διανυσματικὸς λόγος ταχύτητος*. Εἰς μίαν «ἄνευ τριβῆς» μηχανήν, ἡ ἀνισότης (3) θὰ καθίστατο μία ἰσότης.

---

* *Ἀρχαία πολεμικὴ μηχανὴ ἐκσφενδονίζουσα βέλη ἢ μηχανὴ ἐπὶ τῶν σημερινῶν ἀεροπλανοφόρων διὰ τῆς ὁποίας ἐπιτυγχάνεται ἡ ἀπογείωσις τῶν ἀεροπλάνων τοῦ πλοίου.*

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Παράδειγμα : Ἕν σύστημα τροχαλιῶν χρησιμοποιεῖται διὰ νὰ ἀνυψώσῃ ἓν σῶμα 1000-lb εἰς μίαν ἀπόστασιν 10 ft διὰ τῆς ἐφαρμογῆς μιᾶς δυνάμεως τῶν 150 lb διὰ μίαν ἀπόστασιν τῶν 80 ft. Νὰ εὑρεθῇ τὸ AMA καὶ τὸ IMA.

$$\text{AMA} = \frac{F_0}{F_i} = \frac{1000 \text{ lb}}{150 \text{ lb}} = 6.67$$

$$\text{IMA} = \frac{s_i}{s_0} = \frac{80 \text{ ft}}{10 \text{ tf}} = 8.0$$

7-6. Ἀποδοτικότης. Λόγῳ τῶν ἐκ τῆς τριβῆς ἀπωλειῶν καὶ ἄλλων ἀπωλειῶν εἰς ὅλα τὰ κινούμενα μηχανήματα, τὸ ὠφέλιμον ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ μιᾶς μηχανῆς εἶναι ὀλιγώτερον ἀπὸ τὴν ἐφαρμοζομένην ἐνέργειαν πρὸς τοῦτο. Ἐκ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας

Ἐνέργεια παρεχομένη = ἐνέργεια παραγομένη + ἐνέργεια ἀπωλεσθεῖσα

ὑποθέτοντες ὅτι δὲν ἐναποθηκεύεται ἐνέργεια εἰς τὴν μηχανήν. *Ἡ ἀποδοτικότης μιᾶς μηχανῆς ὁρίζεται ὡς ὁ λόγος τοῦ παραγομένου ὑπ' αὐτῆς ἔργου πρὸς τὸ παρεχόμενον εἰς αὐτὴν ἔργον.* Ὁ λόγος οὗτος εἶναι πάντα μικρότερος τοῦ 1, καὶ συνήθως πολλαπλασιάζεται ἐπὶ 100 τοῖς ἑκατὸν καὶ ἐκφράζεται εἰς ἐπὶ τοῖς ἑκατόν. Μία μηχανὴ ἔχει μίαν ὑψηλὴν ἀποδοτικότητα, ἐὰν ἓν μέγα μέρος τῆς προμηθευομένης εἰς αὐτὴν ἐνεργείας ἐξοδεύεται ὑπὸ τῆς μηχανῆς ἐπὶ τοῦ φορτίου της καὶ μόνον ἓν μικρὸν μέρος χάνεται. Ἡ ἀποδοτικότης (efficieney, eff) εἶναι δυνατὸν νὰ εἶναι ὑψηλή, ὡς ἐπὶ παραδείγματι εἰς μίαν μεγάλην ἠλεκτρικὴν γεννήτριαν 98 τοῖς ἑκατὸν καὶ μικροτέρα τοῦ 50 τοῖς ἑκατὸν δι' ἓν ἀνυψωτικὸν μηχάνημα, τὸν γρύλον.

$$\text{Ἀποδοτ.} = \frac{\text{παραγόμενον ἔργον}}{\text{παρεχόμενον ἔργον}} = \frac{F_0 s_0}{F_i s_i} \quad (5)$$

Ἐπίσης, ἐπειδὴ $\dfrac{F_0 s_0}{F_i s_i} = \dfrac{F_0/F_i}{s_i/s_0}$

$$\text{Eff.} = \frac{\text{AMA}}{\text{IMA}}$$

Δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι τὸ παρεχόμενον ἔργον ἐπὶ τὴν ἀποδοτικότητα, εἶναι ἴσον μὲ τὸ παραγόμενον ἔργον

$$\text{Eff} \times F_i s_i = F_0 s_0 \quad (6)$$

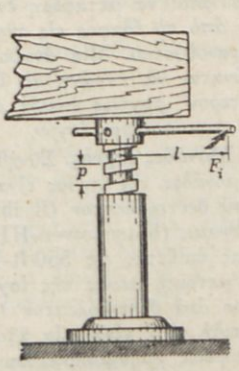
Παράδειγμα : Ποία εἶναι ἡ ἀποδοτικότης τοῦ συστήματος τροχαλιῶν (περιγραφέντος εἰς τὸ προηγούμενον παράδειγμα) τὸ ὁποῖον ἀνυψώνει ἕναν λίθινον ὄγκον 1000-lb εἰς μίαν ἀπόστασιν τῶν 10 ft διὰ τῆς ἐφαρμογῆς μιᾶς δυνάμεως 150 lb διὰ μίαν ἀπόστασιν τῶν 80 ft ;

$$\text{Eff.} = \frac{F_0 s_0}{F_i s_i} = \frac{(1000 \text{ lb})\,(10 \text{ ft})}{(150 \text{ lb})\,(80 \text{ ft})} = 0.83 = 83\%$$

Ἐπίσης $\text{Eff.} = \dfrac{\text{AMA}}{\text{IMA}} = \dfrac{6.67}{8.0} = 0.83 = 83\,\%$

Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ μηχανικὸν πλεονέκτημα μιᾶς μηχανῆς, δυνάμεθα νὰ φαντασθῶμεν ὅτι μία στιγμὴ αὕτη ἐξετέλεσεν μίαν ἐκλεκτὴν–τελείαν κίνησιν. Αἱ ἐκφράσεις γράφονται χωριστὰ διὰ τὴν παρεχομένην ἀπόστασιν s_i καὶ χωριστὰ διὰ τὴν παραγομένην ἀπόστασιν s_0. Ὁ λόγος τούτων εἶναι τὸ ἰδεῶδες μηχανικὸν πλεονέκτημα.

Παράδειγμα : Ἕνας κοχλιωτὸς γρύλλος (Εἰκ. 2) ἔχει ἓν βῆμα τῶν 0.25 in., ἕναν μοχλοβραχίονα μήκους 18 in. καὶ μίαν ἀποδοτικότητα 40 τοῖς ἑκατόν. Νὰ εὑρεθῇ τὸ IMA καὶ τὸ AMA.



Εἰκ. 2. Κοχλιωτὸς γρύλλος.

Εἰς μίαν στροφὴν τοῦ μοχλοβραχίονος ὁ κοχλίας ἀνυψώνει τὸ βάρος W μίαν ἀπόστασιν 0.25 in., ἐνῶ ἡ δύναμις F δρᾷ διὰ μέσου τοῦ $2\pi \times 18$ in.

$$\text{IMA} = \frac{2\pi \times 18 \text{ in.}}{0.25 \text{ in.}} = 450$$

Διὰ 40 τοῖς ἑκατὸν ἀποδοτικότητα, $0.40 \times F \times 2\pi \times 18 \text{ in} = W \times 0.25$ in.

$$\text{AMA} = \frac{W}{F} = \frac{0.40 \times 2\pi \times 18 \text{ in}}{0.25 \text{ in}} = 180$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

7-7. Ἰσχύς. Εἰς τὴν ἐπιστήμην καὶ τὴν τεχνολογίαν ἡ λέξις ἰσχὺς περιορίζεται εἰς τὸ νὰ σημαίνῃ τὸν *λόγον μεταξὺ τοῦ χρόνου καὶ τοῦ παραγομένου ἔργου.* Ἡ μέση ἰσχὺς εἶναι τὸ ἐκτελεσθὲν ἔργον διαιρούμενον διὰ τοῦ ἀπαιτηθέντος χρόνου διὰ τὴν ἐκτέλεσιν. Κατὰ τὴν μέτρησιν ἰσχύος P, πρέπει νὰ μετροῦνται ἀμφότεραι, καὶ τὸ ἔργον W καὶ ὁ διαρρεύσας χρόνος t

$$\text{Μέση ἰσχὺς} = \frac{\text{ἔργον}}{\text{χρόνος}} \qquad P = \frac{W}{t} \quad (7)$$

Τὸ αὐτὸ ἔργον παράγεται ὅταν μία χαλυβδίνη δοκὸς 500-lb ἀνυψοῦται εἰς τὴν κορυφὴν μιᾶς 100-ft ὑψους οἰκοδομῆς εἰς 2 min, καὶ ὅταν αὕτη ἀνυψοῦται εἰς 10 min. Ἐν τούτοις, ἡ ἀπαιτουμένη μέση ἰσχὺς εἶναι κατὰ πέντε φορὲς μεγαλυτέρα εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ἀπὸ τὴν δευτέραν, διότι ἡ ἀπαιτουμένη ἰσχὺς διὰ νὰ παραχθῇ τὸ ἔργον μεταβάλλεται ἀντιστρόφως πρὸς τὸν χρόνον. Ἐὰν δοθῇ ἀρκετὸς χρόνος, ἕνας χειροκίνητος ἀναβατὴρ δύναται νὰ μεταφέρῃ ἕναν τόννον πλίνθων ἀπὸ τὸ ἔδαφος εἰς τὴν κορυφὴν ἑνὸς οὐρανοξύστου. Μία ἀνυψωτικὴ μηχανὴ δύναται νὰ παράγῃ τὸ ἴδιο ἔργον περισσότερον ταχέως ἐπειδὴ αὕτη ἀναπτύσσει περισσοτέραν ἰσχύν.

7-8. Μονάδες ἰσχύος. Συνήθεις Βρεττανικαὶ μονάδες τῆς ἰσχύος εἶναι ὁ *ποὺς-λίβρα ἀνὰ δευτερόλεπτον* (ft–lb/sec) καὶ ἡ *ἱπποδύναμις* (horsepower–HP). Ἡ ἱπποδύναμις ὁρίζεται ὡς 550 ft–lb/sec.

Μία μετρικὴ μονὰς τῆς ἰσχύος εἶναι τὸ *ἔργιον ἀνὰ δευτερόλεπτον* (erg/sec), ἀλλὰ ἐπειδὴ αὕτη εἶναι μία ἄβολη μικρὰ μονάς, εὐρέως χρησιμοποιεῖται τὸ τζοὺλ ἀνὰ δευτερόλεπτον, καλούμενον *βὰττ* (watt). Τὸ watt ἰσοῦται μὲ 1 joule/sec καὶ εἶναι ἡ μονὰς ἰσχύος τοῦ συστήματος mks. Τὸ *κιλοβαττώριον* (kilowatt), χρησιμοποιούμενον εὐρέως εἰς τὴν ἠλεκτρικὴν μηχανικήν, εἶναι ἴσον μὲ 1000 Watt.

ΠΙΝΑΞ 1. ΜΟΝΑΔΕΣ ΙΣΧΥΟΣ

1 watt = 1 νιοῦτον — m/sec = 1 joule/sec = 10^7 erg/sec
1 HP = 550 ft – lb/sec = 33000 ft-lb/min
1 HP = 746 watt = 76 kg – m/sec
1 Kilowatt = 1000 watt = 1.34 HP.

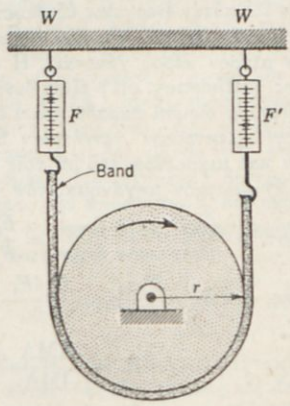
Παράδειγμα: Διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως μιᾶς τροχαλίας, ἕνας ἄνθρωπος ἀνυψώνει ἕνα φορτίον τῶν 120 lb εἰς ἕνα ὕψος 40 ft εἰς 65 sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ μέση ἀπαιτουμένη ἱπποδύναμις.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = \frac{(120\text{ lb})(40\text{ ft})}{65\text{ sec}} = 74\text{ ft-lb/sec}$$

$$P = \frac{74\text{ ft-lb/sec}}{550\frac{\text{ft-lb/sec}}{\text{hp}}} = 0.13\text{ hp}$$

Ἐπειδὴ ἔργον εἶναι τὸ γινόμενον τῆς ἰσχύος καὶ τοῦ χρόνου, κάθε μονὰς ἰσχύος πολλαπλασιαζομένη ἐπὶ μιᾶς μονάδος χρόνου δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ ὡς μία μονὰς ἔργου. Εὐρέως χρησιμοποιούμεναι μονάδες ἔργου διαμορφωμέναι κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον εἶναι τὸ watt–sec (joule), τὸ watt–hour, τὸ kilowatt–hour, καὶ horsepower–hour.

7-9. Μέτρησις τῆς Μηχανικῆς Ἰσχύος. Ἡ μηχανικὴ δύναμις, ἡ παραγομένη ὑπὸ μιᾶς περιστροφικῆς μηχανῆς, δύναται νὰ μετρηθῇ δι' ἐφαρμασμοῦ τῆς μηχανῆς μὲ ἕναν εἰδικὸν τρόπον σταματοῦντα τὴν τριβήν, ὁ ὁποῖος ἀπορροφᾷ τὴν παραγομένην ἐνέργειαν τῆς μηχανῆς καὶ μετατρέπει αὐτὴν εἰς θερμότητα. Ἕνας ἁπλὸς τύπος διὰ τὸ σταμάτημα τῆς τριβῆς, κατάλληλος διὰ μικρὰς μηχανάς



Εἰκ. 3.

ἀποτελεῖται ἀπὸ μίαν ταινίαν (Band) ἡ ὁποία περνᾷ τριγύρω τῆς περιστρεφο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μένης τροχαλίας τῆς μηχανῆς καὶ ὑποστηρίζεται εἰς τὰ δύο ἄκρα ὡς δεικνύεται εἰς τὴν Εἰκ. 3. Δύο βίδες W χρησιμεύουν εἰς τὸ νὰ σφίγγουν ἢ νὰ χαλαρώνουν τὴν ταινίαν, κανονίζοντες ἔτσι τὸ φορτίον τῆς μηχανῆς, καὶ δύο ἐλατηριωτοὶ ζυγοὶ δεικνύουν τὰς F καὶ F' δυνάμεις, τὰς ἀσκουμένας ἐπὶ τῶν ἄκρων τῆς ταινίας. Κατὰ τὸν χειρισμὸν ἡ ταινία σύρεται τριγύρω διὰ τριβῆς εἰς τὸ χεῖλος τῆς περιστρεφομένης τροχαλίας καὶ ἀπομένει ἐλαφρῶς μετατοπισμένη. Ἡ πραγματικὴ δύναμις τῆς τριβῆς εἶναι ἴση μὲ τὴν διαφορὰν ἡ ὁποία φαίνεται εἰς τοὺς ζυγοὺς $F' - F$. Ἡ μηχανή, ἀνθισταμένη πρὸς τὴν τριβήν, παράγει ἕνα ποσὸν ἔργου $(F' - F)(2\pi r)$ καθ' ἑκάστην πλήρη στροφήν, ἢ $(F' - F)(2\pi rn)$ κατὰ μονάδα χρόνου, ὅπου n εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν στροφῶν τὰς ὁποίας αὕτη κάμνει ἀνὰ μονάδα χρόνου.

7-10. Ἡ ὑπὸ τοῦ ἀνθρώπου παραγομένη ἰσχύς. Ἕνας ἄνθρωπος ὁ ὁποῖος ζυγίζει 220 lb (99.790 kg) δύναται ν' ἀνέλθῃ μία κλίμακα 10-ft (3.048 m) εἰς 4.0 sec. Ἄρα οὗτος εἶναι ἱκανὸς νὰ παράγῃ ἔργον 1 hp, ἀφοῦ

$$\frac{220 \text{ lb} \times 10 \text{ ft}}{4.0 \text{ sec}} = 550 \text{ ft-lb/sec} = 1 \text{ hp}$$

Ἕνα παιδὶ βάρους 110 lb (49.895 kg) θὰ ἔπρεπε ν' ἀνέλθῃ τὴν ὡς ἄνω κλίμακα εἰς 2 sec ἐὰν ἀνέπτυσε τὴν αὐτὴν δύναμιν. Ἡ ἀνθρώπινος ἀντοχὴ δὲν θὰ ἐπέτρεπε οὔτε καὶ εἰς τὸν ἀθλητὴν ἀκόμη νὰ διατηρήσῃ τὸ αὐτὸ βάδισμα ἐπὶ μακρόν. Εἰς καμμίαν ἄλλην περίπτωσιν δὲν δύναται ἕνας ἄνθρωπος νὰ προσεγγίσῃ μίαν ἱπποδύναμιν εἰς τὴν ἐκτέλεσιν. Ἐπὶ παρατεταμένης φυσικῆς προσπαθείας ἡ ἰσχὺς τοῦ ἀνθρώπου σπανίως εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ $^1/_{10}$ hp.

Ἐπειδὴ ἐκ τῶν μυῶν τοῦ σώματος μόνον ἕνα 20 % περίπου εἶναι ἱκανοὶ διὰ δρᾶσιν, ὁ λόγος κατὰ τὸν ὁποῖον οὗτοι ἐκτελοῦν ὠφέλιμον ἔργον εἶναι περίπου ἓν πέμπτον μόνον τοῦ λόγου κατὰ τὸν ὁποῖον οὗτοι δύνανται νὰ μεταμορφωθοῦν εἰς ἐνέργειαν. Τὸ ὑπόλοιπον τῆς ἐνεργείας μετατρέπεται εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία πρέπει νὰ διασκορπισθῇ διὰ τοῦ ἀερισμοῦ καὶ τῆς ἀφιδρώσεως. Ὅπως ἀκριβῶς μία μηχανικὴ μηχανὴ πρέπει νὰ μειώσῃ τὶς στροφές της ὅσο χρειάζεται ὥστε ἡ παραγομένη δύναμίς της νὰ εἶναι ὅση χρειάζεται τὸ φορτίον, οὕτω καὶ ἡμεῖς αἱ ἀνθρώπιναι μηχαναί, δυνάμεθα συχνὰ νὰ ἐκπληρώσωμεν καλύτερον ἔργον διὰ τῆς ἐπὶ μακρὸν χρόνον ἐφαρμογῆς ἰσχύος κατὰ ἕναν μετριοπαθῆ ρυθμόν.

7-11. Τρόποι γραφῆς τῆς ἐξισώσεως ἰσχύος. Ὁ λόγος κατὰ τὸν ὁποῖον μία μηχανὴ ἐργάζεται, ἐξαρτᾶται ἀπὸ μερικοὺς παράγοντας, οἱ ὁποῖοι φαίνονται ὡς ὑπονοούμενοι εἰς τὴν Ἐξ. (7). Ὅταν μία μηχανὴ ἐργάζεται, ἡ μέση ἀναπτυσσομένη ἰσχὺς εἶναι

$$\overline{P} = \frac{\overline{F}s}{t} \tag{8}$$

ὅπου $\overline{F}$ εἶναι ἡ μέση δύναμις ἡ ὁποία δρᾶ διὰ μέσου μιᾶς ἀποστάσεως s εἰς χρόνον t.

Ἡ ἐξίσωσις (8) δύναται νὰ γραφῇ $\overline{P} = \overline{F}(s/t)$, ἢ

$$\overline{P} = \overline{F}\overline{v} \tag{9}$$

ἡ ὁποία δεικνύει ὅτι ὁ μέσος λόγος εἰς τὸν ὁποῖον μία μηχανὴ ἐργάζεται, εἶναι τὸ γινόμενον τῆς μέσης δυνάμεως καὶ τῆς μέσης ταχύτητος. Μία εἰδικὴ χρῆσις τῆς Ἐξ (9) εἶναι ἐκείνη κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ δύναμις ἐφαρμόζεται δι' ἑνὸς κινουμένου ἱμάντος (λωριοῦ).

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἔργον εἶναι τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως καὶ τῆς μετακινήσεως – μετατοπίσεως κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως

$$W = Fs \text{ συν } \theta$$

Ἐνέργεια εἶναι ἡ ἱκανότης τοῦ παράγειν ἔργον.

Ὁ *ποὺς-λίβρα* (ft–lb) εἶναι τὸ παραγόμενον ἔργον ὑπὸ μιᾶς δυνάμεως τῆς 1 lb ἀσκηθείσης διὰ μίαν κατ' εὐθεῖαν ἀπόστασιν τοῦ 1 ft.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὸ *ἔργιον* (erg) εἶναι τὸ παραγόμενον ἔργον ὑπὸ μιᾶς δυνάμεως τῆς 1 dyn ἀσκηθείσης διὰ μίαν κατ' εὐθεῖαν ἀπόστασιν τοῦ 1 cm.

Τὸ *νιοῦτον-μέτρον* (joule) εἶναι τὸ παραγόμενον ἔργον ὑπὸ μιᾶς δυνάμεως τοῦ 1 νιοῦτον ἀσκηθείσης διὰ μίαν κατ' εὐθεῖαν ἀπόστασιν τοῦ 1m. Ἕν joule εἶναι 10^7 ἔργια.

Μία *μηχανὴ* εἶναι μία ἐπινόησις ἐφαρμογῆς ἐνεργείας πρὸς εὐκολίαν καὶ ἀνάπαυσιν τοῦ ἀνθρώπου.

Τὸ πραγματικὸν μηχανικὸν πλεονέκτημα (ΑΜΑ) μιᾶς μηχανῆς εἶναι ὁ λόγος τῆς παραγομένης δυνάμεως F_0 τὴν ὁποίαν ἡ μηχανὴ ἀσκεῖ, πρὸς τὴν παρεχομένην δύναμιν F_i ἐφαρμοσθεῖσαν εἰς τὴν μηχανήν.

$$\text{ΑΜΑ} = \frac{F_0}{F_i}$$

Τὸ ἰδεῶδες μηχανικὸν πλεονέκτημα (ΙΜΑ) μιᾶς μηχανῆς ὁρίζεται ὡς ὁ λόγος τῆς ἀποστάσεως s_i μέσῳ τῆς ὁποίας ἡ παρεχομένη (εἰσερχομένη) δύναμις ἐνεργεῖ, καὶ τῆς ἀποστάσεως s_0 μέσῳ τῆς ὁποίας ἡ παραγομένη (ἐξερχομένη) δύναμις ἐνεργεῖ

$$\text{ΙΜΑ} = \frac{s_i}{s_0}$$

$$\text{Eff.} = \frac{\text{παραγόμενον ἔργον}}{\text{παρεχόμενον ἔργον}} = \frac{F_0 s_0}{F_i s_i} = \frac{\text{ΑΜΑ}}{\text{ΙΜΑ}}$$

Ἰσχὺς εἶναι ὁ λόγος μεταξὺ τοῦ χρόνου καὶ τοῦ κατ' αὐτὸν παραγομένου ἔργου.

$$P = \frac{W}{t}$$

Μία *ἱπποδύναμις* ἢ εἷς *ἵππος* εἶναι 550 ft–lb/sec ἢ 33000 ft–lb/min.

Ἕν *watt* εἶναι 1 joule/sec.

746 watt εἶναι ἰσοδύναμα μὲ 1 hp.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Κάμετε τὴν διάκρισιν προσεκτικῶς μεταξὺ τοῦ ἐπιτελουμένου ἔργου καὶ τῆς ἀσκουμένης δυνάμεως. Δώσατε παραδείγματα.

2. Ἀποδείξατε ὅτι δὲν παράγεται ἔργον ὑπὸ ἑνὸς σώματος τὸ ὁποῖον κινεῖται μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος ἐπὶ μιᾶς περιφερείας κύκλου.

3. Εἰς μίαν διελκυστίνδα, ἡ ὁμὰς Α ὑποχωρεῖ βραδέως πρὸς τὴν ὁμάδα Β. Ὑπάρχει παραγωγὴ ἔργου; Ἐὰν ναί, ὑπὸ ποίας δυνάμεως;

4. Ἡ χρῆσις ἑνὸς μοχλοῦ αὐξάνει τὴν ἰσχὺν ἑνὸς ἀνθρώπου;

5. Ποῖον εἶδος μηχανῆς θὰ ἐξελέγατε ἐὰν ἐπεθυμούσατε μίαν, ἔχουσαν ἓν μηχανικὸν πλεονέκτημα τῶν 2; τῶν 500 ἢ περισσοτέρων; Ποία μηχανὴ θὰ ἦτο πιθανὸν νὰ ἔχῃ τὴν μεγαλυτέραν ἀποδοτικότητα ἐὰν καὶ αἱ δύο μηχαναὶ ἦσαν μηχανικῶς τέλειαι, ὅσον θὰ ἦτο φυσικὰ δυνατὸν νὰ εἶναι τέλειαι;

6. Διατὶ ὁ δρόμος ἑνὸς ἀποτόμου λόφου ἐλίσσεται πρὸς τὰ ἄνω, ἀντὶ νὰ ἀνέρχεται κατ' εὐθεῖαν τὴν ἀνωφέρειαν;

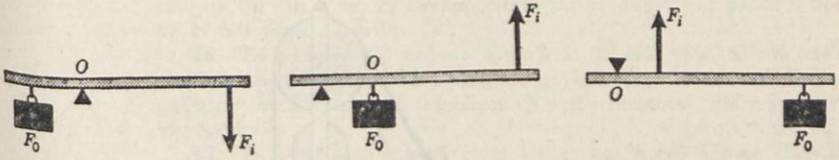
7. Πόσον μεταβάλλεται τὸ ΙΜΑ ἑνὸς κεκλιμένου ἐπιπέδου ἐκ τῆς γωνίας θ τοῦ ἐπιπέδου, δηλαδή, ποία τριγωνομετρικὴ συνάρτησις τῆς θ δίδει τὴν τιμὴν τοῦ ΙΜΑ;

8. Περιγράψατε μερικὰς μηχανὰς εἰς τὰς ὁποίας τὸ φορτίον κινεῖται κατὰ μίαν μεγαλυτέραν ταχύτητα ἀπὸ τὴν ἐφαρμοζομένην δύναμιν. Ποία εἶναι μεγαλυτέρα εἰς ἑκάστην περίπτωσιν, ἡ ἐφαρμοζομένη δύναμις ἢ ἡ ἀσκουμένη δύναμις ὑπὸ τῆς μηχανῆς;

9. Ἕνας κοχλιωτὸς γρύλλος χρησιμοποιούμενος διὰ νὰ ὑποστηρίξῃ ἓν βαρὺ φορτίον, συνήθως παραμένει εἰς τὴν θέσιν του χωρὶς νὰ ὑποχωρῇ. Ἀποδείξατε ὅτι κατὰ τὴν ἀνύψωσιν ἑνὸς φορτίου μέσῳ ἑνὸς τοιούτου γρύλλου, τουλάχιστον τὸ ἥμισυ τοῦ ἔργου ἐξοδεύεται ἐναντίον τῆς τριβῆς εἰς τὸν γρύλλον.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

10. Εἰς τὴν Εἰκ. 4 ἀπεικονίζονται οἱ τρεῖς τρόποι εἰς τοὺς ὁποίους ἡ ἐφαρμοζομένη δύναμις F_i, τὸ φορτίον F_0 καὶ τὸ ὑπομόχλιον O, δύνανται νὰ διαταχθῶσιν ἐπὶ ἑνὸς μοχλοῦ, ὥστε νὰ ταιριάζουν αἱ ἀνάγκαι κάθε μιᾶς περιπτώσεως. Εἰς ποίαν περίπτωσιν τὸ ΑΜΑ εἶναι μικρότερον τοῦ 1 ;



Εἰκ. 4. Τρεῖς τύποι μοχλοῦ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ **1.** Ἕνας 75-kg ἄνθρωπος ἀνέρχεται μίαν κλίμακα ὕψους 12 m. Πόσον ἔργον πρέπει οὗτος νὰ παράγῃ ἐναντίον τῶν ἐκ τῆς ἕλξεως τῆς βαρύτητος δυνάμεων ; Εἶναι τοῦτο, ὅλον τὸ ἔργον τὸ ὁποῖον οὗτος παράγει ; Ἐξηγήσατε.

2. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ἔργον τὸ ὁποῖον παράγεται κατὰ τὴν ἄντλησιν 5000 γαλλονίων (gal) γκαζολίνης ἐκ τῶν ἀνωτέρων στρωμάτων μιᾶς δεξαμενῆς 25 ft ἄνω τοῦ ἐδάφους. Ἓν γαλλόνιον γκαζολίνης ζυγίζει 5.7 lb. Θὰ ἦτο τὸ ἔργον τὸ ὁποῖον παράγει τὸ ἴδιο ἐὰν ἡ γκαζολίνη ἠντλῆτο ἐκ τοῦ πυθμένος τῆς δεξαμενῆς ; Ἐξηγήσατε Ἀπ. 7.1×10^5 ft-lb

3. Ἓν 12 - kg σῶμα σύρεται 2.0 m κατὰ μῆκος μιᾶς ὁριζοντίου ἐπιφανείας μεθ' ὁμοιομόρφου - σταθερᾶς ταχύτητος. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0.20, πόσον ἔργον παράγεται ;

4. Ἓν 24 - kg σῶμα σύρεται μεθ' ὁμοιομόρφου - σταθερᾶς ταχύτητος ἐπὶ μίαν ἀπόστασιν τῶν 2.0 m κατὰ μῆκος μιᾶς ὁριζοντίου ἐπιφανείας. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0.30. Ἡ ἐφαρμοζομένη δύναμις κατευθύνεται 30^0 ὑπεράνω τῆς ὁριζοντίου ἐπιφανείας. Πόσον ἔργον παράγεται ; Ἀπ. 120 joule

5. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ἔργον τὸ ὁποῖον παράγεται ὅταν ἓν 120 - lb κιβώτιον σύρεται πρὸς τὰ ἄνω ἐπὶ ἐπικλινοῦς ἐπιπέδου, 15 ft κατὰ μῆκος καὶ 9 ft ὕψος, ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0.25.

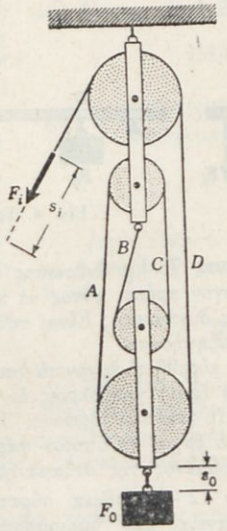
6. Μία 5.0 - τόννων μηχανὴ πρέπει νὰ φορτωθῇ ἐπὶ φορτηγοῦ αὐτοκινήτου ὕψους 5.0 ft, συρομένη ἐπὶ μιᾶς σανίδας (μαδέρι) μήκους 13.0 ft. Ὁ συντελεστὴς κλίσεως εἶναι 0.20. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀπαιτουμένη νὰ κινήσῃ πρὸς τὰ ἄνω τὴν μηχανὴν δύναμις καὶ τὸ παραγόμενον ἔργον Ἀπ. 2.8 τόννοι, 7.4×10^4 ft-lb

7. Μία δύναμις τῶν 5.0 lb ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ἀνυψωθῇ ἓν φορτίον τῶν 24 lb μέσῳ ἑνὸς συστήματος τροχαλιῶν. Ἐὰν τὸ φορτίον ἀνυψοῦται κατὰ 2.0 ft ἐνῶ ἡ ἐφαρμοζομένη δύναμις ἀσκεῖται ἀπὸ ἀποστάσεως τῶν 16.0 ft, νὰ εὑρεθῇ α) τὸ ΙΜΑ, β) τὸ ΑΜΑ καὶ γ) ἡ ἀποδοτικότης τοῦ συστήματος τῶν τροχαλιῶν.

8. Ἕνας ἐργάτης ἀνυψώνει ἕναν 400 - lb λίθον δι' ἑνὸς μοχλοῦ μήκους 6.0 ft. Ἐὰν τὸ ὑπομόχλιον εὑρίσκεται εἰς ἀπόστασιν 0.80 ft ἀπὸ τοῦ ἄκρου τοῦ μοχλοῦ ποὺ εἶναι ἐν ἐπαφῇ μὲ τὸν λίθον, ποῖον εἶναι τὸ ἰδεῶδες μηχανικὸν ἀποτέλεσμα ; Ἀμελουμένης τῆς τριβῆς, ποία εἶναι ἡ ἀναγκαία νὰ ἐφαρμοσθῇ δύναμις ; Ἀπ. 7.5, 53 lb

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

9. Νὰ συγκριθοῦν τὰ μηχανικὰ πλεονεκτήματα ἑνὸς πολυσπάστου (συνδυασμὸς κινητῶν καὶ ἀκινήτων τροχαλιῶν, Εἰκ. 5) α) ὅταν τὸ ἄκρον τοῦ σχοινίου εἶναι προσδεδεμένον εἰς τὸ ἄνω ζεῦγος τῶν τροχαλιῶν



Εἰκ. 5. Πολύσπαστον.

(ἀκινήτων) καὶ β) ὅταν εἶναι προσδεδεμένον εἰς τὸ κάτω ζεῦγος τῶν τροχαλιῶν (κινητῶν).

10. Ἕνας 150-lb ἄνθρωπος κάθεται ἐπὶ μιᾶς 10-lb καρέκλας προσδεδεμένης ὑπὸ ἑνὸς σχοινίου τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ μιᾶς ἁπλῆς τροχαλίας. Ὁ ἄνθρωπος ἀνυψοῦται μόνος του κατὰ 20 ft τραβώντας διὰ τῶν χειρῶν του τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ σχοινίου. Μετὰ ποίας δυνάμεως πρέπει νὰ τραβήξῃ τὸ σχοινίον ; Πόσον ἔργον παράγει ἀνυψώνοντας τὸν ἑαυτόν του 12 ft ; Ἀπ. 80 lb, 1900 ft-lb

11. Ἓν πολύσπαστον, ἔχον τρεῖς αὔλακας τροχαλιῶν εἰς τὸ ἀκίνητον μέρος καὶ τρεῖς εἰς τὸ κινητὸν μέρος, χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν ἄνυψωσιν ἑνὸς φορτίου τῶν 800 lb. Ἐὰν ἡ ἀποδοτικότης τοῦ συστήματος εἶναι 70%, ποία εἶναι ἡ ἀπαιτουμένη δύναμις διὰ τὴν ἀνύψωσιν ;

12. Μία μονὴ τροχαλία χρησιμοποιεῖται διὰ νὰ ἀνυψώσῃ ἓν 300-lb φορτίον. Ποία εἶναι ἡ ἀποδοτικότης τοῦ συστήματος ἐὰν ἀπαιτεῖται μία δύναμις 175 - lb ; Ἀπ. 86%

13. Ὁ μοχλοβραχίων ἑνὸς κοχλιωτοῦ γρύλλου (Εἰκ. 2) εἶναι μῆκους 2.5 ft καὶ τὸ βῆμα του εἶναι 0.25 in. Ἡ ἀποδοτικότης εἶναι 13%. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ IMA, τὸ AMA καὶ ἡ δύναμις ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται νὰ παρασχεθῇ διὰ νὰ ὑψωθῇ ἓν φορτίον τῶν 2 τόννων.

14. Τὸ βῆμα ἑνὸς κοχλιωτοῦ γρύλλου εἶναι 0.30 in. καὶ ἡ κατὰ βαλλομένη δύναμις ἐφαρμόζεται ἐπὶ τοῦ βραχίονος αὐτοῦ κατὰ μῆκος ἀκτῖνα 2.5 ft. Νὰ εὑρεθῇ τὸ IMA. Ὑποθέτοντες μίαν ἀποδοτικότητα

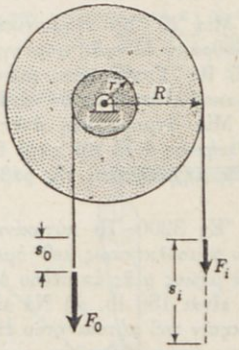
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

30%, νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀπαιτουμένη δύναμις διὰ νὰ ὑψωθῇ ἐν φορτίον τῶν 3300 lb διὰ τοῦ γρύλλου 'Απ. 630, 17 lb

15. Ἕνας κοχλιωτὸς γρύλλος ἔχει ἕνα βῆμα 0.20 in καὶ ἡ ράβδος ἡ χρησιμοποιουμένη διὰ νὰ στρέφεται ὁ κοχλίας ἔχει μῆκος 4.0 ft. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ΙΜΑ, τὸ ΑΜΑ καὶ ἡ ἀποδοτικότης τοῦ κοχλιωτοῦ γρύλλου ἐὰν μία 50 - lb δύναμις, ἐφαρμοζομένη εἰς τὸ ἄκρον τῆς ράβδου, ὑψώσῃ ἓν 5.0 τόννων φορτίον.

16. Ἕν φορτίον 400 νιοῦτον ἀνυψοῦται δι' ἑνὸς γρύλλου τοῦ ὁποίου τὸ βῆμα εἶναι 5.0 mm. Τὸ μῆκος τοῦ μοχλοῦ εἶναι 20 cm καὶ ἡ ἐφαρμοζομένη δύναμις εἶναι 5.0 νιοῦτον. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ ἀποδοτικότης τῆς μηχανῆς. 'Απ. 32%

17. Ἡ ἀκτὶς ἑνὸς τροχοῦ εἶναι 1.8 ft καὶ ἡ τοῦ ἄξονος εἶναι 2.5 in. (Εἰκ. 6). Ποία δύναμις, ἀμελουμένης τῆς τριβῆς, πρέπει νὰ ἐφαρ-



Εἰκ. 6. Τροχὸς καὶ ἄξων.

μοσθῇ ἐπὶ τῆς περιμέτρου (στεφάνης) τοῦ τροχοῦ διὰ νὰ ἀνυψωθῇ ἐν φορτίον 800 lb προσδεδεμένον ἀπὸ ἕνα καραβόσχοινον τὸ ὁποῖον εἶναι περιετυλιγμένον εἰς τὸν ἄξονα ;

18. Ἕνας τροχὸς καὶ ἕνας ἄξων χρησιμοποιοῦνται διὰ νὰ ὑψώσουν ἕναν κάδον ἐκ τοῦ φρέατος ἑνὸς μεταλλείου. Ἡ ἀκτὶς τοῦ τροχοῦ εἶναι 20 in καὶ ἡ τοῦ ἄξονος 4.0 in. Ὁ κάδος (κουβᾶς) ζυγίζει 120 lb καὶ κινεῖται πρὸς τ' ἀπάνω μεθ' ὁμοιομόρφου - σταθερᾶς ταχύτητος ὅταν ἡ ἐφαπτομένη δύναμις ἡ ἐφαρμοζομένη ἐπὶ τῆς στεφάνης τοῦ τροχοῦ εἶναι 30 lb. α) Ποῖον εἶναι τὸ ΙΜΑ, τοῦ τροχοῦ καὶ τοῦ ἄξονος ; β) Ποία εἶναι ἡ ἀποδοτικότης ; γ) Ποία θὰ ἦτο ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ κάδου ἐὰν ἡ ἐφαρμοζομένη δύναμις ἐπὶ τοῦ τροχοῦ ἦτο 32 lb ; Νὰ ὑποτεθῇ σταθερὸν ΑΜΑ. 'Απ. 5.0, 80%, 2.1 ft/sec²

19. Ἕν 600 - lb χρηματοκιβώτιον εἶναι ἀνηρτημένον ἀπὸ ἓν πολύσπαστον καὶ ἀνυψοῦται κατὰ 25 ft εἰς 1.5 min. Κατὰ ποῖον λόγον παράγεται τὸ ἔργον ;

20. Πόσους τῶν 5.0-lb πλίνθους δύναται ἕνας ἄνθρωπος νὰ φέρῃ ἀνερχόμενος μίαν κλίμακα 10.0 ft ὕψους εἰς μίαν ὥραν ἐὰν οὗτος ἐργάζεται κατὰ μέσον καθαρὸν λόγον 0.0050 hp ; 'Απ. 200

21. Πόσον βάρος δύναται ν' ἀνυψώσῃ ἀνυψωτὴρ ἰσχύος 20 - hp μετὰ μιᾶς σταθερᾶς ταχύτητος 120 ft/min ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

22. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ὠφέλιμος ἱπποδύναμις ἡ δαπανηθεῖσα διὰ τὴν ἄντλησιν 5000 γαλλονίων ὕδατος ἀνὰ λεπτὸν ἐξ ἑνὸς φρέατος εἰς τὸ ὁποῖον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὕδατος εἶναι 40 ft κάτω τοῦ σημείου τῆς ἐκ τοῦ σωλῆνος ἐκροῆς τοῦ ὕδατος. Ἓν γαλλόνιον ὕδατος ζυγίζει 8.34 lb.
Ἀπ. 50 hp

23. Ὁ τρόπος ἀντιμετωπίσεως τῆς τριβῆς τῆς Εἰκ. 3 ἐφαρμόζεται ἐπὶ ἑνὸς ἠλεκτρικοῦ κινητῆρος. Εἶναι γνωστὰ τὰ ἀκόλουθα στοιχεῖα: $r = 8.0$ in, $F' = 65$ lb, $F = 25$ lb καὶ $n = 1800$ στροφὲς/min. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἰσχὺς μετὰ τῆς ὁποίας ἐργάζεται ὁ κινητήρ.

24. Ἓν 2000 - lb φορτίον κινεῖται μετὰ μιᾶς ταχύτητος 15 mi/hr ἐπὶ ἑνὸς ἐπιπέδου μήκους 100 ft, σχηματίζοντος γωνίαν 30^0 μετὰ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου. Ἡ δύναμις τριβῆς εἶναι 500 lb. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ἔργον τὸ ὁποῖον παράγεται καὶ ἡ ἰσχὺς ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται.
Ἀπ. 1.50×10^5 ft - lb, 60 hp

25. Μία 20 - hp ἀνυψωτικὴ μηχανὴ χρησιμοποιεῖται διὰ νὰ ὑψώσῃ γαιάνθρακα ἐκ μιᾶς φορτηγίδος ἐπὶ μιᾶς ἀποβάθρας ἑνὸς μέσου ὕψους 75 ft. Ὑποθέτοντες μιὰν ἀποδοτικότητα 70%, πόσους τόννους γαιάνθρακος εἶναι δυνατὸν νὰ ἀνυψώσῃ εἰς 40 min;

26. Μία ἀτμομηχανὴ ἀναπτύσσουσα 2500 hp, σύρει ἐμπορικὸν συρμὸν μήκους 1.75 mi κατὰ ἕναν λόγον τῶν 10.0 mi/hr. Νὰ εὑρεθῇ παρὰ τῆς μηχανῆς ἐπὶ τῆς ράβδου ἐφελκυσμοῦ ἀσκουμένη ἕλξις.
Ἀπ. 46.8 τόννοι

27. Ἓν 3200 - lb αὐτοκίνητον ρυμουλκεῖται δι' ἑνὸς ὁριζοντίου σχοινίου ρυμουλκήσεως μεθ' ὁμοιομόρφου - σταθερᾶς ταχύτητος 30 mi/hr κατὰ μῆκος μιᾶς ἐπιπέδου ὁδοῦ. Ἡ τάσις ἐπὶ τοῦ σχοινίου ρυμουλκήσεως εἶναι 180 lb. α) Νὰ εὑρεθῇ πόσον ἔργον παράγεται κατὰ τὴν ρυμούλκησιν τοῦ αὐτοκινήτου ἐπὶ μίαν ἀπόστασιν 440 ft; β) Ποία ἱπποδύναμις χρησιμοποιεῖται κατὰ τὴν ρυμούλκησιν τοῦ αὐτοκινήτου;

28. Νὰ εὑρεθῇ ἡ διαφορὰ εἰς τὰς τάσεις ἐπὶ τῶν δύο πλευρῶν ἑνὸς ἱμάντος ὅταν οὗτος στρέφεται μετὰ ταχύτητος 2800 ft/min καὶ μεταβιβάζει 150 hp.
Ἀπ. 1770 lb

29. Ἓν 2400 - lb αὐτοκίνητον διατρέχει 40 mi/hr εἰς ἀνωφέρειαν ἡ ὁποία ὑψοῦται 1.0 ft ἀνὰ 20 ft μῆκος, κατὰ τὴν αὐτὴν κλίσιν. Ἀμελουμένης τῆς τριβῆς, νὰ εὑρεθῇ ἡ δαπανουμένη ἰσχύς.

30. Ἀπαιτοῦνται 15 hp διὰ νὰ διατηρήσουν τὴν ταχύτητα ἑνὸς 2.0 - ton αὐτοκινήτου εἰς 30 mi/hr ἐπὶ μιᾶς ἐπιπέδου ὁδοῦ. Ἐὰν ἡ δύναμις τῆς τριβῆς διατηρεῖται σταθερά, ποία ἰσχὺς ἀπαιτεῖται ὅταν τὸ αὐτοκίνητον τρέχῃ μετὰ τῆς αὐτῆς ταχύτητος ἐπὶ μιᾶς ἀνωφερείας 5%;
Ἀπ. 31 hp

31. Αἱ μηχαναὶ ἑνὸς περιπολικοῦ ἀεροπλάνου παραδίδουν 4.200 hp διὰ νὰ διατηρήσουν ἐν ἐπιπέδῳ πτήσει μίαν ταχύτητα 300 mi/hr. Ποία εἶναι συνολικῶς ἡ δύναμις ἡ ἀντιτιθεμένη εἰς τὴν πρὸς τὰ πρόσω κίνησιν τοῦ ἀεροπλάνου;

32. Ἀπαιτοῦνται 25 hp διὰ νὰ ὁδηγήσουν ἐν αὐτοκίνητον μὲ ταχύτητα 20 mi/hr κατὰ μῆκος μιᾶς ἐπιπέδου ὁδοῦ, ποία εἶναι ἡ δύναμις τριβῆς ἡ ἀνθισταμένη εἰς τὴν κίνησιν;
Ἀπ. 470 lb

33. Εἷς ταχὺς ἀνελκυστὴρ ἀνέρχεται τοὺς 750 ft εἰς 1.0 min. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἱπποδύναμις ἡ ἀπαιτουμένη διὰ ν' ἀνεβάσῃ ἕναν ἐπιβάτην 150-lb.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

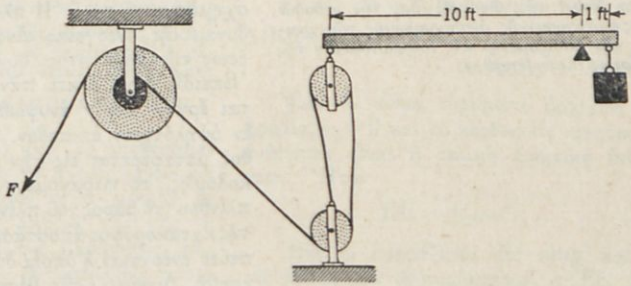
34. Εἷς κινητὴρ λειτουργεῖ μετὰ τοῦ ὑπολογισθέντος δι' αὐτὸν φορτίου τῶν 10 hp ἐπὶ 8.0 hr ἡμερησίως. Ἡ ἀποδοτικότης του εἶναι 87%. Ποῖον εἶναι τὸ ἡμερήσιον κόστος τῆς λειτουργίας του ἐὰν ἡ ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια κοστίζῃ 1.50 δρχ. ἀνὰ κιλοβαττώριον ; Ἀπ. 102.90 Δρχ.

35. Μία μὴ ἐν ἰσορροπίᾳ δύναμις τῶν 10.0 νιοῦτον ἐνεργεῖ ἐπὶ ἑνὸς 20.0-kg σώματος εὑρισκομένου ἀρχικῶς ἐν ἠρεμίᾳ. Νὰ ὑπολογισθῇ α) τὸ παραγόμενον ἔργον εἰς τὸ πρῶτον δευτερόλεπτον, β) εἰς τὸ τρίτον δευτερόλεπτον καὶ γ) ἡ στιγμιαία ἰσχὺς εἰς τὸ τέλος τοῦ τρίτου δευτερολέπτου.

36. Ἕνας κοχλιωτὸς γρύλλος μεθ' ἑνὸς 3.0-ft χειρομοχλοῦ καὶ ἑνὸς βήματος τῶν 5/8 in. χρησιμοποιεῖται διὰ νὰ ἀνυψώσῃ ἓν φορτίον τῶν 5000 lb. Ὁ γρύλλος ἔχει μίαν ἀποδοτικότητα 35% καὶ στρέφεται κατὰ ἕναν λόγον τῶν 40 στροφῶν/min. Νὰ εὑρεθῇ α) τὸ AMA, β) τὸ IMA, γ) ἡ ἀπαιτουμένη δύναμις διὰ νὰ λειτουργήσῃ ὁ γρύλλος, δ) ἡ ἰσχὺς ἡ προμηθευθησομένη εἰς τὸν γρύλλον καὶ ε) ἡ ἀπολεσθεῖσα ἰσχύς.

Ἀπ. 360, 127, 39 lb, 0.89 hp, 0.58 hp

37. Κατὰ τὴν διευθέτησιν τῆς Εἰκ. 7, αἱ ἀκτῖνες τοῦ τροχοῦ καὶ τοῦ ἄξονος εἶναι 18 in καὶ 6.0 in, ἀντιστοίχως. Αἱ ἀποδοτικότητες εἶ-



Εἰκ. 7.

ναι : μοχλοῦ 90%, τροχοῦ καὶ ἄξονος 80%, συστήματος τροχαλιῶν 60%. Νὰ εὑρεθῇ α) τὸ IMA καὶ AMA ἑκάστης μηχανῆς ἀτομικῶς, β) τὸ IMA καὶ τὸ AMA τοῦ συνδυασμοῦ, γ) ἡ δύναμις F, ἡ ἀπαιτουμένη διὰ νὰ ἀνυψώσῃ ἓν 1.0 τόννου φορτίον καὶ δ) ἡ ἀπαιτουμένη ἰσχὺς διὰ νὰ ἀνυψωθῇ τὸ 1 τόννου φορτίον κατὰ ἕναν ρυθμὸν τῶν 2 ft/sec.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Gabriel Lippman

1845–1921. *Ἐγεννήθη εἰς τὸ Χόλεριχ τοῦ Λουξεμβούργου. Διευθυντὴς τοῦ ἐργαστηρίου Φυσικῆς τῆς Σορβόννης τῶν Παρισίων. Ἔλαβεν τὸ βραβεῖον Nobel τῆς Φυσικῆς διὰ τὴν μέθοδόν του τῆς φωτογραφικῆς ἀναπαραγωγῆς τῶν χρωμάτων, τὴν βασιζομένην ἐπὶ τοῦ φαινομένου τῆς ἐπεκτάσεως (interference).*

8. ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Πολλὰ προβλήματα εἰς τὴν Μηχανικὴν δύνανται νὰ ἐπιλυθῶσιν διὰ τῶν νόμων τῆς κινήσεως τοὺς ὁποίους ἐπραγματεύθημεν εἰς τὸ Κεφ. 4. Δεδομένης κάποιας πληροφορίας περὶ τῆς ἀρχικῆς καταστάσεως ἑνὸς ἀντικειμένου καὶ τῶν δυνάμεων εἰς τὰς ὁποίας τοῦτο «ὑποτάσσεται», δυνάμεθα νὰ «προφητεύσωμεν» τὴν θέσιν του καὶ τὴν ἀνυσματικὴν του ταχύτητα εἰς οἱονδήποτε μέλλοντα χρόνον. Εἰς μερικὰς καταστάσεις ἐν τούτοις, ὡς ἐπὶ παραδείγματι εἰς τὴν περιγραφὴν τῆς κινήσεως ἑνὸς ἐκκρεμοῦς, εὐθεῖα ἐφαρμογὴ τῶν νόμων τῆς κινήσεως θ' ἀπῄτει περιπλόκους ὑπολογισμοὺς δυνάμεων καὶ ἐπιταχύνσεων ἵνα ἐπιτευχθῇ ἐν σχετικῶς ἁπλοῦν ἀποτέλεσμα. Μελέτη τῆς ἐμπεπλεγμένης δυναμικῆς καὶ κινητικῆς ἐνεργείας καὶ τῆς σχέσεως μεταξὺ ἔργου καὶ ἐνεργείας, ἁπλοποιεῖ τὴν ἐπίλυσιν πολλῶν προβλημάτων τῆς Μηχανικῆς. Ἐπὶ πλέον, ἡ ἰδέα τῆς ἐνεργείας ὁδηγεῖ πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, ἡ ὁποία καὶ ἐνοποιεῖ μίαν εὐρεῖαν ἔκτασιν φαινομένων εἰς τὰς Φυσικὰς Ἐπιστήμας.

8-1. Δυναμικὴ ἐνέργεια. Ἐνέργεια εἶναι ἡ ἱκανότης τοῦ παράγειν ἔργον. *Δυναμικὴ ἐνέργεια* (ΔΕ) εἶναι ἐνέργεια τὴν ὁποίαν τὰ σώματα κέκτηνται δυνάμει τῆς θέσεώς των ἢ τῆς διαμορφώσεώς των—τοῦ σχηματισμοῦ των. Ἡ πλέον κοινὴ μορφὴ δυναμικῆς ἐνεργείας εἶναι ἡ ἐκ τῆς ἐλξεως τῆς βαρύτητος δυναμικὴ ἐνέργεια. Ἐπειδὴ ἡ γῆ ἕλκει πᾶν σῶμα, ἀπαιτεῖται ἔργον διὰ ν' ἀνυψωθῇ τὸ σῶμα εἰς ἓν ὑψηλότερον ἐπίπεδον. Ὅταν εἷς πλίνθος μεταφέρεται εἰς τὴν στέγην μιᾶς οἰκοδομῆς, τὸ παραγόμενον ἔργον ἐπὶ τοῦ πλίνθου (τὸ βάρος τοῦ πλίνθου ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς κατακορύφου ἀποστάσεως) ἀντιπροσωπεύει ἐνέργειαν ἡ ὁποία δύναται νὰ ἐπαναχτηθῇ. Δυνάμει τῆς θέσεώς του εἰς τὴν στέγην τῆς οἰκοδομῆς, ὁ πλίνθος κέκτηται μίαν ἱκανότητα τοῦ παράγειν ἔργον. Οὗτος ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν. Τὸ παραγόμενον ἔργον ἐπὶ τοῦ πλίνθου καὶ συνεπῶς ἡ κερδιζομένη δυναμικὴ ἐνέργεια, εἶναι τὸ γινόμενον τοῦ βάρους W ἐπὶ τὸ ὕψος h εἰς τὸ ὁποῖον οὗτος ἀνυψώθη.

$$\Delta E = Wh \qquad (1)$$

ἢ

$$\Delta E = mgh \qquad (2)$$

Ἐὰν W ἐκφράζεται εἰς λίβρας καὶ h εἰς πόδας, ἡ ΔΕ δίδεται ὑπὸ τῆς Ἐξ. (1) εἰς πόδας-λίβρας. Ἐὰν m ἐκφράζεται εἰς γραμμάρια καὶ h εἰς ἑκατοστά, ἡ ΔΕ δίδεται ὑπὸ τῆς Ἐξ. (2) εἰς ἔργια. Ἐὰν m ἐκφράζεται εἰς slug καὶ h εἰς πόδας, ἡ ΔΕ δίδεται ὑπὸ τῆς Ἐξ. (2) εἰς πόδας-λίβρας. Ἐὰν m ἐκφράζεται εἰς χιλιόγραμμα καὶ h εἰς μέτρα, ἡ ΔΕ δι-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

δεται ὑπὸ τῆς Ἐξ. (2) εἰς νιοῦτον–μέτρα (joule).

Ἡ τῆς ἕλξεως τῆς βαρύτητος δυναμικὴ ἐνέργεια ἐκφράζεται ἐν σχέσει πρὸς ἓν αὐθαιρέτως καθοριζόμενον ἐπίπεδον ἀναφορᾶς. Τὸ ἐπίπεδον τοῦτον ἀναφορᾶς δύναται νὰ εἶναι οἱονδήποτε σημεῖον, τὸ ὁποῖον ἀπὸ κοινοῦ συμφωνεῖται μεταξὺ τοῦ ἐνδιαφερομένου κόσμου. Ἐπὶ παραδείγματι, ὡς σημεῖον ἀναφορᾶς, αὐθαιρέτως, διὰ μηδενικὴν ἕλξιν τῆς βαρύτητος δυναμικὴν ἐνέργειαν, δύναται νὰ ἐκλεγῇ ἡ στάθμη τῆς θαλάσσης, ἢ ἡ στάθμη τοῦ δαπέδου ἢ «εἰς τὸ ἄπειρον» ἐν σημεῖον, τόσον μακρὰν τῆς γῆς, οὕτως ὥστε νὰ εὑρίσκεται πραγματικῶς ἔξω τοῦ πεδίου τῆς γήϊνης ἕλξεως τῆς βαρύτητος.

Παράδειγμα : Ἕνας 20-lb λίθος μεταφέρεται εἰς τὴν στέγην μιᾶς οἰκοδομῆς ὕψους 100 ft. Πόσον αὐξάνει ἡ δυναμικὴ αὐτοῦ ἐνέργεια (ΔΕ);

Ἀμελουμένης τῆς τριβῆς, ἡ αὔξησις εἰς ΔΕ εἶναι ἀκριβῶς τὸ ποσὸν τοῦ παραγομένου ἔργου κατὰ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ λίθου, οὕτως ὥστε

$$\Delta E = Fs = (20 \text{ lb})(100 \text{ ft}) = 2000 \text{ ft–lb}$$

Εἰς τὰς Ἐξ. (1) καὶ (2) ὑπεθέσαμεν ὅτι, ὅταν ἀνυψοῦμεν ἓν ἀντικείμενον εἰς ἓν ὕψος h, τὸ ὁποῖον εἶναι μικρὸν ἐν συγκρίσει πρὸς τὴν ἀκτῖνα τῆς γῆς, ἡ δύναμις τῆς ἕλξεως τῆς βαρύτητος, τῆς ἀσκουμένης ἐπὶ τοῦ ἀντικειμένου, παραμένει σταθερά. Δι' οἱονδήποτε σύστημα, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ δύναμις δὲν εἶναι σταθερά, τὸ κέρδος εἰς δυναμικὴν ἐνέργειαν εἶναι τὸ γινόμενον τοῦ μέσου ὅρου τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν κατὰ τὴν διεύθυνσίν της μετακινηθεῖσαν ἀπόστασιν.

8-2. Κινητικὴ Ἐνέργεια. Ἐπιπροσθέτως τῆς δυνάμει θέσεως ἢ καταστάσεως ἐνεργείας, πολλὰ ἀντικείμενα δυνατὸν νὰ κέκτηνται ἐνέργειαν ὀφειλομένην εἰς τὰς κινήσεις των. Ἕν αὐτοκίνητον ἢ μία σφαῖρα ὅπλου ἐν κινήσει, ἓν ρεῦμα ὕδατος ἢ εἷς περιστρεφόμενος κινητήριος τροχὸς κέκτηται κινητικὴν ἐνέργειαν (ΚΕ). Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἑνὸς κινουμένου ἀντικειμένου δύναται νὰ μετρηθῇ διὰ τοῦ ποσοῦ τοῦ ἔργου τὸ ὁποῖον θὰ παρῆγεν ἐὰν ἐφέρετο εἰς τὴν ἠρεμίαν, ἢ διὰ τοῦ ποσοῦ τοῦ ἔργου τοῦ ἀρχικῶς ἀπαιτηθέντος διὰ νὰ μεταδώσῃ τὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα εἰς αὐτό.

Ἂς μελετήσωμεν ἓν σῶμα μὲ μίαν ἀρχικὴν ταχύτητα v_1 ἐπὶ τοῦ ὁποίου δρᾷ μία σταθερὰ μὴ ἐν ἰσορροπίᾳ δύναμις F, καθ' ὃν χρόνον τοῦτο μετακινεῖται κατὰ μίαν ἀπόστασιν s. Τὸ σῶμα κερδίζει ταχύτητα κατὰ ἕναν λόγον διδόμενον ὑπὸ τοῦ $a = F/m$ μέχρις ὅτου οὗτο φθάσῃ μίαν τελικὴν ταχύτητα v_2. Τὸ παραγόμενον ἔργον ἐπὶ τοῦ σώματος ὑπὸ τῆς μὴ ἐν ἰσορροπίᾳ δυνάμεως ἤτις ἐπετάχυνεν τοῦτο, φαίνεται ὡς μία μεταβολὴ εἰς τὴν κινητικήν του ἐνέργειαν.

$$\Delta(\text{KE}) = Fs = mas$$

Ἐκ τῆς Ἐξ. (5), Κεφ. 3,

$$2as = v_2^2 - v_1^2$$

ἢ

$$as = \tfrac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Delta(\text{KE}) = \tfrac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$

Ἐὰν τὸ σῶμα εὑρίσκετο ἀρχικῶς ἐν ἠρεμίᾳ, $v_1 = 0$ καὶ τὸ κέρδος εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν εἶναι ἡ τελικὴ κινητικὴ ἐνέργεια. Ἤτοι

$$\text{KE} = \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad (3)$$

Ἐὰν m ἐκφράζεται εἰς slug καὶ v εἰς πόδας ἀνὰ δευτερόλεπτον, ἡ Ἐξ. (3) δίδει τὴν ΚΕ εἰς πόδας–λίβρας. Ἐὰν m εἰς γραμμάρια καὶ v εἰς ἑκατοστὰ ἀνὰ δευτερόλεπτον, ἡ Ἐξ (3) δίδει τὴν ΚΕ εἰς ἔργια. Ἐὰν m εἰς χιλιόγραμμα καὶ v εἰς μέτρα ἀνὰ δευτερόλεπτον, ἡ Ἐξ. (3) δίδει τὴν ΚΕ εἰς νιοῦτον–μέτρα (joule).

Ἂν καὶ ἐν προκειμένῳ ὑπετέθη μία σταθερὰ δύναμις, τὸ ἀποτέλεσμα εἶναι ἀνεξάρτητον τοῦ ἰδιαιτέρου τρόπου καθ' ὃν ἓν σῶμα ἐπιτυγχάνει τὴν ἀνυσματικήν του ταχύτητα.

Παράδειγμα : Ποία εἶναι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἑνὸς 3000-lb λεωφορείου τὸ ὁποῖον τρέχει 30 mi/hr (44 ft/sec) ;

$$m = \frac{W}{g} = \frac{3000 \text{ lb}}{32 \text{ ft/sec}^2} = 94 \text{ slug}$$

$$\text{KE} = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2} \times 94 \text{ slug} \times (44 \text{ ft/sec})^2 = 91000 \text{ ft-lb}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὅταν μία ἐπιταχυνομένη δύναμις ἐφαρμόζεται εἰς ἓν σῶμα, τὸ παραγόμενον ἔργον ὑπ' αὐτῆς τῆς δυνάμεως προξενεῖ μίαν μεταβολὴν εἰς τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν τοῦ σώματος. Ἐὰν μία συνισταμένη δύναμις F κάμνῃ ν' ἀρχίζῃ τὴν κίνησίν του ἓν σῶμα ἢ νὰ σταματᾷ μίαν ἀρχικήν του κίνησιν

$$Fs = \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad (4)$$

Παράδειγμα : Ποία μέσου ὅρου δύναμις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ σταματήσῃ μίαν σφαῖραν ὅπλου μάζης 20 gm καὶ ταχύτητος 250 m/sec ὅταν αὕτη δύναται νὰ διαπερᾷ ξύλον κατὰ μίαν ἀπόστασιν (πάχος τοῦ ξύλου) 12 cm ;

Τὸ παραγόμενον ἔργον ὑπὸ τῆς ἐπιβραδυνομένης δυνάμεως εἶναι ἴσον πρὸς τὴν ἀρχικὴν κινητικὴν ἐνέργειαν τῆς σφαίρας

$$Fs = \tfrac{1}{2}mv^2$$
$$F \times 12 \text{ cm} = \tfrac{1}{2}(20 \text{ gm})(25000 \text{ cm/sec})^2$$
$$F = 5.2 \times 10^8 \text{ dyn}$$

Ἡ δύναμις αὕτη εἶναι περίπου 30000 φορὰς τὸ βάρος τῆς σφαίρας.

Ἡ ἀρχικὴ κινητικὴ ἐνέργεια, $\tfrac{1}{2}mv^2 = 6.2 \times 10^3$ ἔργια $= 6\bar{2}0$ joule, εἶναι σπαταλημένη εἰς θερμότητα καὶ εἰς παραγόμενον ἔργον κατὰ τὴν παραμόρφωσιν τῆς σφαίρας.

8-3. Στάσεως ἀπόστασις. Τὸ γεγονὸς ὅτι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἑνὸς κινουμένου ἀντικειμένου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητός του, ἔχει μίαν σπουδαίαν θέσιν ἐπὶ τοῦ προβλήματος τῆς στάσεως (τοῦ σταματήματος) ἑνὸς αὐτοκινήτου. Διπλασιάζοντας τὴν ταχύτητα τοῦ αὐτοκινήτου, τετραπλασιάζεται τὸ ποσὸν τοῦ ἔργου τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ παραχθῇ ὑπὸ τῶν τροχοπεδῶν διὰ τὴν περίπτωσιν μιᾶς ἀμέσου στάσεως.

Μία μελέτη τῆς ἐξισώσεως

$$v_2^2 - v_1^2 = 2as$$

δεικνύει ὅτι, ἐὰν $v_2 = 0$ (ἐνδεικνύουσα μίαν στάσιν), $s = -v_1^2/2a$, οὕτως ὥστε ἡ ἀπόστασις εἰς τὴν ὁποίαν ἓν αὐτοκίνητον δύναται νὰ σταματήσῃ εἶναι ὁμοίως ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος, ὑποθέτοντες μίαν σταθερὰν ἐπιβραδυνομένην κίνησιν (ἀρνητικὴν ἐπιτάχυνσιν). Πράγματι, ὁπωσδήποτε, ἡ ὑπὸ τῶν τροχοπεδῶν ἐπιτυγχανομένη ἐπιβράδυνσις εἶναι μικροτέρα ἐπὶ ὑψηλῆς ταχύτητος λόγῳ τῆς προκαλουμένης ἐπὶ τῆς ἐσωτερικῆς ἐπιφανείας τῶν τροχοπεδῶν θερμότητος, οὕτως ὥστε ἡ αὔξησις τοῦ διαστήματος ἐντὸς τοῦ ὁποίου γίνεται ἡ στάσις μὲ ταχύτητα, εἶναι πολὺ περισσότερον συντομωτέρα τῆς ὑποδεικνυομένης ὑπὸ τῶν θεωρητικῶν ὑπολογισμῶν.

Παράδειγμα : Εἰς ποίαν ἀπόστασιν δύναται ἓν 3000 – lb αὐτοκίνητον νὰ σταματήσῃ ἔχον μίαν ταχύτητα 30 mi/hr (44 ft/sec) ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς μεταξὺ ἐλαστιχῶν καὶ ὁδοῦ εἶναι 0.70 ;

Ἡ ἐπιβραδύνουσα δύναμις, ἡ χορηγουμένη ὑπὸ τῆς ὁδοῦ, εἶναι δυνατὸν νὰ μὴν εἶναι μεγαλυτέρα τῶν

$$F_s = \mu N = (0.70)(3000 \text{ lb}) = 2\bar{1}00 \text{ lb}$$

Ἐπειδὴ τὸ παραγόμενον ἔργον ὑπ' αὐτῆς τῆς δυνάμεως εἶναι ἴσον πρὸς τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν τοῦ αὐτοκινήτου, ἡ ἀπόστασις στάσεως δύναται νὰ εὑρεθῇ δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὴν Ἐξ. (4).

$$Fs = \tfrac{1}{2}mv^2$$
$$m = \frac{W}{g} = \frac{3000 \text{ lb}}{32 \text{ ft/sec}^2} = 94 \text{ slugs}$$
$$s = \frac{\tfrac{1}{2}mv^2}{F} = \frac{94 \text{ slugs } (44 \text{ ft/sec})^2}{2 \times 2\bar{1}00 \text{ lb}} = 43 \text{ ft}$$

8-4. Διατήρησις Ἐνεργείας. Ἐνέργεια διατίθεται εἰς ἓν σῶμα ὅταν ἔργον παραχθῇ ἐπ' αὐτοῦ. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ὑπάρχει ἁπλῶς μία μεταφορὰ ἐνεργείας ἀπὸ ἓν σῶμα εἰς ἄλλον. Κατὰ τὴν τοιαύτην μεταφορὰν δὲν δημιουργεῖται ἢ καταστρέφεται ἐνέργεια, ἀλλ' ἁπλῶς μεταβάλλεται ἀπὸ μιᾶς μορφῆς εἰς ἄλλην. Αὕτη ἡ διαπίστωσις εἶναι γνωστὴ ὡς *ὁ νόμος τῆς διατηρήσεως ἐνεργείας*. Εἶναι ἀληθὲς ὅτι εἰς πολλὰς μεταφοράς, μέρος τῆς ἐνεργείας γίνεται ἀνωφελής. Ἔργον παραγόμενον δι' ἀντιμετώπισιν τῆς τριβῆς μετατρέπεται εἰς θερμικὴν ἐνέργειαν εἰς μίαν τοιαύτην μορφὴν ὥστε σπανίως νὰ εἶναι δυνατὸν νὰ χρησιμοποιηθῇ. Οὕτω, ἂν καὶ ἡ ἐνέργεια δὲν καταστρέφεται, σπαταλᾶται τόσο πολὺ ὥστε ἡ ἀχρησιμοποίητος εἰς τὴν πρᾶξιν νὰ εἶναι ἐνδιαφέρουσα.

Ὑπὸ μερικὰς περιστάσεις εἶναι δυ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νατὸν νὰ ἐπέλθῃ μία ἐναλλαγὴ μεταξὺ μάζης καὶ ἐνεργείας (ὡς θὰ ἴδωμεν εἰς τὸν δεύτερον τόμον τοῦ παρόντος βιβλίου, Κεφ. 49, εἰς τὴν περὶ τῆς σχετικότητος καὶ τῶν κβάντων θεωρίας). Ἔναντι ἐξοδευομένης ἐνεργείας, ἡ μᾶζα δύναται ν' αὐξηθῇ, καὶ ἀντιστρόφως, μία μείωσις εἰς μᾶζαν καταλήγει εἰς μίαν αὔξησιν εἰς ἐνέργειαν κατὰ τὴν ἀναλογίαν

$$E = \Delta mc^2 \qquad (5)$$

ὅπου c εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ φωτός. Οὕτω ἔχομεν διατήρησιν ὁμοῦ μάζης καὶ ἐνεργείας καλλιτέραν παρὰ κεχωρισμένως.

8-5. Μεταμορφώσεις τῆς Κινητικῆς καὶ Δυναμικῆς Ἐνεργείας. Πολὺ συχνὰ ὑφίσταται μία ἐναλλαγὴ κινητικῆς καὶ δυναμικῆς ἐνεργείας. Ἐὰν μία σφαῖρα κρατεῖται εἰς τὴν στέγην μιᾶς οἰκοδομῆς, αὕτη κέκτηται δυναμικὴν ἐνέργειαν. Ὅταν αὕτη ἐλευθερωθῇ καὶ πίπτει, ἡ κινητικὴ ἐνέργεια αὐξάνει ὅσον ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια μειοῦται. Τὸ ἄθροισμα τῆς ΚΕ καὶ ΔΕ παραμένει σταθερὸν καὶ ἴσον πρὸς τὴν ΔΕ εἰς τὴν στέγην.

Παράδειγμα: Ἓν 3000-lb αὐτοκίνητον εὑρισκόμενον ἐν ἠρεμίᾳ εἰς τὴν κορυφὴν ἑνὸς ἐπικλινοῦς, ὕψους 30 ft καὶ μήκους 300 ft, ἐλευθερώθηκε καὶ κυλίει πρὸς τὰ κάτω τοῦ λόφου. Ποία εἶναι ἡ ταχύτης του εἰς τὸν πυθμένα τοῦ ἐπικλινοῦς ἐὰν ἡ μέση ἐπιβραδυνομένη δύναμις (λόγῳ τριβῶν) εἶναι 200 lb ;

Ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια εἰς τὴν κορυφὴν τοῦ λόφου εἶναι ἐπωφελὴς καὶ διαθέσιμος ἵνα παραγάγῃ ἔργον πρὸς ἐξουδετέρωσιν τῆς ἐπιβραδυνομένης δυνάμεως F καὶ νὰ προμηθεύσῃ κινητικὴν ἐνέργειαν.

$$Wh = Fs + {}^1/_2 mv^2$$

$$m = \frac{W}{g} = \frac{3000 \text{ lb}}{32 \text{ ft/sec}^2} = 94 \text{ slugs}$$

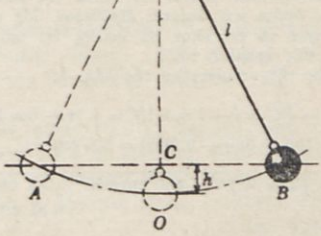
$$3000 \text{ lb} \times 30 \text{ ft} = 200 \text{ lb} \times 300 \text{ ft} + {}^1/_2 \times \times 94 \text{ slugs} \times v^2$$

$$90000 \text{ ft-lb} - 60000 \text{ ft-lb} = {}^1/_2 \times 94 \text{ slugs} \times v^2$$

$$v^2 = \frac{30000 \text{ ft-lb}}{47 \text{ slugs}} = 640 \text{ ft}^2/\text{sec}^2$$

$$v = 25 \text{ ft/sec}$$

Ἡ κίνησις ἑνὸς ἐκκρεμοῦς παρέχει ἓν ἄλλον ἁπλοῦν παράδειγμα μεταμορφώσεως–μετατροπῆς τῆς ἐνεργείας. Μία μικρὰ σφαῖρα (Εἰκ. 1) βάρους W ἀναρτᾶται ἐξ ἑνὸς σταθεροῦ σημείου P δι' ἑνὸς νήματος l. Ὅταν ἡ σφαῖρα τραβηχθῇ κατὰ μέρος καὶ ἐκ τοῦ O ἔλθῃ εἰς τὴν θέσιν B, τότε ἔχει ἀνυψωθῇ κατὰ μίαν ἀπόστασιν h καὶ ἐξ αὐτοῦ τοῦ λόγου ἔχει ἀποκτήσει



Εἰκ. 1. Ἐκκρεμές, ἓν παράδειγμα μεταμορφώσεως–μετατροπῆς τῆς ἐνεργείας.

δυναμικὴν ἐνέργειαν Wh. Ὅταν τώρα ἀφεθῇ ἐλευθέρα (ἀπὸ τοῦ σημείου B), τότε κινεῖται πρὸς τὸ χαμηλότερόν της σημεῖον καὶ ἐνῶ ἡ ἐνέργειά της παραμένη σταθερά, γίνεται κινητικὴ ἀπὸ δυναμικὴ καὶ τὸ ἄθροισμα τῶν δύο μορφῶν παραμένει πάντοτε ἴσον πρὸς Wh. Εἰς τὸ σημεῖον O ἡ ἐνέργεια ἐξ ὁλοκλήρου θὰ εἶναι κινητική. Ἡ σφαῖρα θὰ ἔχῃ μίαν ταχύτητα v, ἐπιτυγχανομένη ἐκ

$$Wh = {}^1/_2 mv^2 = \frac{1}{2}\frac{W}{g}v^2 \qquad (6)$$

ἢ

$$v = \sqrt{2gh} \qquad (7)$$

Αὕτη εἶναι ἡ ταχύτης τὴν ὁποίαν θ' ἀπέκτα ἡ σφαῖρα ἐὰν ἀφίετο νὰ πέσῃ ἐλευθέρως κατ' εὐθεῖαν ἓν κατακόρυφον διάστημα h. Ὁπωσδήποτε, ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης διευθύνεται ἐπαγωγῶς πρὸς τ' ἀριστερὰ τοῦ O. Περιοριζομένη ὑπὸ τοῦ νήματος, ἡ σφαῖρα θὰ συνεχίσῃ νὰ κινεῖται κατὰ μῆκος τοῦ τόξου BOA, προσλαμβάνουσα δυναμικὴν ἐνέργειαν εἰς βάρος τῆς κινητικῆς της ἐνεργείας καθὼς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

αὕτη προσεγγίζει τὸ A. Ἐὰν δὲν ἐχάνετο ἐνέργεια εἰς τὸ περιβάλλον τῆς σφαίρας (διάφοραι τριβαί), αὕτη θὰ ἔφθανε εἰς τὸ σημεῖον A, εἰς ἓν ὕψος h ὑπεράνω τῆς χαμηλοτέρας της θέσεως, δηλ. εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος μὲ τὸ σημεῖον B. Κατόπιν θὰ διένυε καὶ πάλιν τὴν τροχιάν της AOB καὶ ἡ κίνησις θὰ ἐπαναλαμβάνετο.

Παράδειγμα: Τὸ βαρύδιον ἑνὸς ἐκκρεμοῦς ἔχει τὸ σημεῖον ἠρεμίας του 100 cm κάτωθι τοῦ σημείου ἀναρτήσεως. Τὸ βαρύδιον τραβιέται κατὰ μέρος (πλαγίως) μέχρις ὅτου τὸ νῆμα σχηματίσῃ μίαν γωνίαν 15^0 μετὰ τῆς κατακορύφου, ὁπότε καὶ ἀφίεται ἐλεύθερον. Μὲ ποίαν ταχύτητα τὸ βαρύδιον θὰ διέλθῃ ἐκ τοῦ σημείου τῆς ἠρεμίας του;

Ἐκ τῆς γεωμετρίας τῆς Εἰκ. 1.

$$h = l - \overline{PC} = l - l \text{ συν } 15^0 = l\ (1 - \text{συν } 15^0)$$
$$= 100\ (1.000 - 0.966) = 3.4 \text{ cm}$$
$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 980 \text{ cm/sec}^2 \times 3.4 \text{ cm}}$$
$$= 81 \text{ cm/sec}$$

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἐνέργεια εἶναι ἡ ἱκανότης ἐκτελέσεως ἔργου.

Δυναμικὴ ἐνέργεια εἶναι ἐνέργεια θέσεως ἢ διαμορφώσεως. Διὰ δυναμικὴν ἐνέργειαν ἕλξεως τῆς βαρύτητος,

$$\text{PE} = Wh$$

ἢ

$$\text{PE} = mgh$$

Κινητικὴ ἐνέργεια εἶναι ἐνέργεια κινήσεως

$$\text{KE} = \tfrac{1}{2}mv^2$$

Διὰ μεταμορφώσεις μεταξὺ ἔργου καὶ κινητικῆς ἐνεργείας,

$$Fs = \tfrac{1}{2}mv^2$$

Ἐνέργεια δὲν δύναται οὔτε νὰ δημιουργηθῇ οὔτε νὰ καταστραφῇ, παρὰ μόνον νὰ μεταμορφωθῇ–μετατραπῇ. Αὕτη εἶναι ἡ *ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως ἐνεργείας*.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Ἕνας ἄνθρωπος κωπηλατῶν μίαν λέμβον προσπαθεῖ νὰ κινήσῃ ταύτην ἀντιθέτως πρὸς τὸ ρεῦμα τοῦ ποταμοῦ, ἀλλὰ μόλις καὶ μετὰ βίας κατορθώνει νὰ παραμένῃ ἐπὶ τόπου, δηλ. εἰς τὴν θέσιν του ἐν σχέσει πρὸς τὴν ὄχθην τοῦ ποταμοῦ. Ἐρωτᾶται ἐὰν οὗτος ἐπιτελῇ ἔργον; Ἐὰν ναί, τότε ἐπὶ τίνος;

2. Ποῖον ἐκ τῶν δύο ἐκτελεῖ ἔργον: τὸ σφυρὶ ἢ τὸ καρφί; ἡ πυρῖτις ἢ ἡ σφαῖρα; ἐκεῖνος ποὺ πιάνει τὴ μπάλλα τοῦ ποδοσφαίρου ἢ ἡ μπάλλα; ἡ μπάλλα τοῦ τέννις ἢ ἡ ρακέττα; Ἐξηγήσατε τὰς ἀπαντήσεις σας.

3. Ὅταν ἕνα αὐτοκίνητον κινεῖται μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος κατὰ μῆκος μιᾶς ἐπιπέδου ὁδοῦ δὲν ὑπάρχει καθαρὰ δύναμις. Ἐπιτελεῖται ἔργον τι ἐπὶ τοῦ αὐτοκινήτου; Ἐπεξηγήσατε

4. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια εἶναι μία ἀνυσματικὴ ἢ μία μονόμετρος ποσότης;

5. Δύο παιδιὰ ρίπτουν μιὰ μπάλλα ἐπὶ κινουμένου τραίνου καὶ τὴν πιάνουν καὶ πάλιν κατὰ τὴν ἐπιστροφήν. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῆς μπάλλας εἰς οἱανδήποτε στιγμὴν ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ταχύτητος τοῦ τραίνου; Ἐπεξηγήσατε.

6. Δύο ὅμοιαι αὐτοκινητάμαξαι διατρέχουν μίαν ἀνωφέρειαν, καὶ ἡ μία εἰς διπλάσιον ὕψος τῆς ἄλλης. Πῶς ἔχουν αἱ δυναμικαὶ αὐτῶν ἐνέργειαι συγκρινόμεναι; Ἐὰν αὗται διατρέξουν ἐπὶ ἐπιπέδου ὁδοῦ, ἡ μία μὲ διπλασίαν ταχύτητα τῆς ἄλλης, ποῖαι αἱ κινητικαὶ ἐνέργειαι αὐτῶν συγκρινόμεναι;

7. Ἀποδείξατε ὅτι κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως ἑνὸς ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς τὸ παραγόμενον ἔργον ὑπὸ τῆς τάσεως εἰς τὸ νῆμα εἶναι μηδέν.

8. Ἀποδείξατε ὅτι ὅταν ἕνα σῶμα μάζης m ρίπτεται ἀπὸ ἕνα

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὕψος h, τὸ ἄθροισμα τῆς κινητικῆς του καὶ τῆς δυναμικῆς του ἐνεργείας ἀνὰ πᾶσαν στιγμὴν εἶναι σταθερὸν καὶ ἴσον μὲ mgh.

9. Ἰχνογραφήσατε τὰς μεταβολὰς τῆς ἐνεργείας τοῦ κυλίνδρου ἑνὸς ὀχήματος – ὁδοστρωτῆρος.

10. Διατὶ ἡ ταχύτης ἀσφαλοῦς ὁδηγήσεως περιορίζεται κατὰ τὴν νύχτα εἰς τὴν φωτιζομένην ὑπὸ τῶν ἐμπροσθίων προβολέων περιοχήν;

11. Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι μεταβάλλομεν τὸ αὐθαίρετον ἐπίπεδον ἀναφορᾶς διὰ τὴν μέτρησιν τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας ἑνὸς σώματος. Μεταβάλλεται ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος; Ἐπεξηγήσατε.

12. Πῶς δυνάμεθα νὰ κάμωμεν ἕναν ὑπολογισμὸν τῆς κατ' ἐλάχιστον ἀπαιτουμένης ταχύτητος τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ ἔχῃ ἕνα βλῆμα πυροβολούμενον κατακορύφως ἵνα διαφύγῃ ἐκ τῆς ἕλξεως τῆς γῆς;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ **1.** Ποία εἶναι ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια ἑνὸς 1600–lb ἀνυψωτικοῦ ὀχήματος εἰς τὴν στέγην μιᾶς οἰκοδομῆς ὕψους 1248 ft ἀπὸ τοῦ καταστρώματος τῆς ὁδοῦ; Λάβατε τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν εἰς τὸ κατάστρωμα τῆς ὁδοῦ ὡς μηδέν.

2. Ἓν κατακόρυφον ἐλατήριον εἶναι 10.0 in μήκους ὅταν κρεμᾶται ἀπ' αὐτοῦ ἓν φορτίον 12 lb καὶ 12.5 in. μήκους ὅταν τὸ φορτίον αὐξάνεται εἰς 35 lb. Πόσον ἔργον παράγεται κατὰ τὸ τέντωμα τούτου τοῦ ἐλατηρίου; Ὑποθέσατε ὅτι ἡ δύναμις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ τέντωμα αὐτὸ τοῦ ἐλατηρίου. Ἀπ. 4.9 ft–lb

3. Ἓν κατακόρυφον ἐλατήριον εἶναι 10.0 cm μήκους ὅταν φέρει ἓν φορτίον 20 kg καὶ 12.0 cm μήκους ὅταν φέρει ἓν φορτίον 32 kg. Πόσον ἔργον α) εἰς joules καὶ β) εἰς ft–lb ἀπαιτεῖται διὰ νὰ τεντώσῃ τὸ ἐλατήριον ἀπὸ 10.0 εἰς 15.0 cm; Ὑπεθέσατε ὅτι ἡ δύναμις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ τέντωμα τοῦ ἐλατηρίου.

4. Ἡ μᾶζα ἑνὸς «ἤλεκτρον» εἶναι 9.11×10^{-31} kg. Ποῖον ἔργον πρέπει νὰ ἐπιτελεσθῇ ἐπὶ τοῦ «ἤλεκτρον» διὰ νὰ τοῦ δώσῃ μίαν ταχύτητα 2.50×10^{7} m/sec; Ἀπ. 2.84×10^{-16} joule

5. Ἓν «πρῶτον» (ὁ πυρὴν τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου) ἔχει μίαν μᾶζαν 1.67×10^{-27} kg. Πόσον ἔργον πρέπει νὰ ἐπιτελεσθῇ ἐπὶ ἑνὸς «πρώτου» διὰ νὰ τοῦ δοθῇ μία ταχύτης 3.0×10^{7} m/sec;

6. Ποῖον ἔχει μεγαλυτέραν κινητικὴν ἐνέργειαν: ἓν ἀεροπλάνον τοῦ ὁποίου τὸ βάρος εἶναι 25 τόννοι καὶ τρέχει 250 mi/hr ἢ ἓν ἀεροπλάνον τοῦ ὁποίου τὸ βάρος εἶναι 50 τόννοι καὶ τρέχει 160 mi/hr; Ἀπ. 10.5×10^{7} ft-lb, 8.6×10^{7} ft-lb

7. Εἷς 100–lb λίθος ρίπτεται ἀπὸ ἓν ὕψος 200 ft. Νὰ εὑρεθῇ ἡ κινητική του καὶ δυναμική του ἐνέργεια εἰς τὸ 0,1.0, καὶ 2.0 sec μετὰ τὴν ῥῖψιν του, ὡς ἐπίσης καὶ καθ' ἣν στιγμὴν πίπτει ἐπὶ τοῦ ἐδάφους. Τί παρατηροῦμεν σχετικῶς μὲ τὸ ἄθροισμα τῆς δυναμικῆς καὶ κινητικῆς ἐνεργείας;

8. Ἓν ῥεῦμα ὕδατος ῥέει κατὰ μίαν τιμὴν 6.0 ft/sec. Ποία εἶναι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἡ περιεχομένη εἰς ἕκαστον κυβικὸν πόδα ὕδατος; Ἀπ. 35 ft–lb

9. Ἓν 110–lb σῶμα μεταβάλλει τὴν ταχύτητά του ἀπὸ 25 εἰς 40 ft/sec ἐντὸς 1.8 sec. Ποία ἡ ἀπαιτουμένη μέση ἰσχύς;

10. Ἓν 144–lb σῶμα ἔχει ἀρχικῶς κινητικὴν ἐνέργειαν 6400 ft–lb. Μετὰ 18 sec τοῦτο ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν 160000 ft–lb. Νὰ εὑρεθῇ α) ἡ ἀρχικὴ ταχύτης, β) ἡ ἐπιτάχυνσις, γ) ἡ ἐπιταχύνουσα

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

δύναμις, καὶ δ) ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις κατὰ τὴν διάρκειαν τῶν 18 sec.
Ἀπ. 53 ft/sec, 12 ft/sec², 54 lb, 2900 ft.

11. Μία 50 – kg σφαῖρα ρίπτεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω μὲ μίαν ταχύτητα 200 m/sec. Αὕτη ἀνέρχεται εἰς ἓν ὕψος 1500 m. Πόση ἐνέργεια ἐδαπανήθη διὰ τὴν ὑπερνίκησιν τῆς τριβῆς ; Μὲ ποίαν κατὰ προσέγγισιν ταχύτητα θὰ προσκρούσῃ ἐπὶ τῆς γῆς κατὰ τὴν ἐπάνοδόν της ;

12. Μία 50 – lb σφαῖρα ρίπτεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω μὲ μίαν ταχύτητα 600 ft/sec. Αὕτη ἀνέρχεται εἰς ἓν ὕψος 5000 ft. Πόσον ἔργον κατηναλώθη ἐναντίον τῆς τριβῆς ; Μὲ ποίαν κατὰ προσέγγισιν ταχύτητα θὰ προσκρούσῃ ἐπὶ τῆς γῆς κατὰ τὴν ἐπάνοδόν της.
Ἀπ. 3.0×10^4 ft – lb, 530 ft/sec.

13. Ἕνα 3600 – lb αὐτοκίνητον τρέχον μὲ ταχύτητα 60 mi/hr, σταματᾷ εἰς ἕνα διάστημα 300 ft. Νὰ εὑρεθῇ ἡ μέση ἀπαιτηθεῖσα πρὸς τοῦτο δύναμις. Ποῖος minimum συντελεστὴς τριβῆς εἶναι πρὸς τοῦτο ἀναγκαῖος ;

14. Ποίαν μέσην καθαρὰν ὥθησιν πρέπει νὰ ἔχῃ ἓν 9.0 – ton ἀεροπλάνον διὰ νὰ ἐπιτύχῃ μία ταχύτητα ἀπογειώσεως 200 mi/hr ἐπὶ ἑνὸς 1.0 – mile δρόμου ; Διατί αὕτη εἶναι κατὰ πολὺ κατωτέρα τῆς πραγματικῆς τῆς ὠθήσεως ;
Ἀπ. 4.6×10^3 lb

15. Ποίαν μέσην καθαρὰν ὥθησιν πρέπει νὰ ἔχῃ ἓν 12.0 – ton ἀεροπλάνον διὰ νὰ φθάσῃ εἰς ἓν ὕψος 5000 ft καὶ εἰς μίαν ταχύτητα 300 mi/hr, ὅταν ἀπέχῃ 5.0 mi (γραμμὴ πτήσεως) ἀπὸ τοῦ σημείου τῆς ἐκκινήσεως ;

16. Ἐν 40 – lb ἀντικείμενον κεῖται ἐπὶ μιᾶς ὁριζοντίου ἐπιφανείας, ὅπου ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0.20. Ἐν σχοινίον διερχόμενον ἀπὸ μίαν ἀτριβῆ τροχαλίαν συνδέει τὸ προκῦπτον ἀντικείμενον μὲ ἓν 80 – lb ἀντικείμενον ἀνηρτημένον ἐλευθέρως. Ἐνὰν τὸ σύστημα ἐκκινᾶ ἐκ τῆς ἠρεμίας, ποία εἶναι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια καὶ ἡ ταχύτης ἀφοῦ ἐκινήθη ἐπὶ μίαν ἀπόστασιν 4.0 ft ;
Ἀπ. 290 ft – lb, 12 ft/sec

17. Μία 1.0 – ton σφῦρα ἀνυψοῦται 15 ft ὑπεράνω ἑνὸς πασσάλου καὶ ἀφήνεται νὰ πέσῃ. Ποία εἶναι ἡ μέση ἀσκηθεῖσα δύναμις ὑπὸ τῆς σφύρας ἐπὶ τοῦ πασσάλου ἐὰν ὁ πάσσαλος εἰσχωρῇ 8.0 im. ἐντὸς τοῦ ἐδάφους σὲ κάθε κτύπημα ;

18. Ἕνας πάσσαλος πρέπει νὰ ἐμπηχθῇ ἐντὸς ἐδάφους τὸ ὁποῖον ἀνθίσταται εἰς τὴν διείσδυσιν μὲ μίαν δύναμιν 15000 lb. Ἐὰν ὁ πάσσαλος κτυπᾶται ὑπὸ μιᾶς 300 – lb σφύρας κινουμένης μὲ μίαν ἀρχικὴν ταχύτητα 30 ft/sec, α) Πόσον διεισδύει οὗτος εἰς κάθε κτύπημα ; β) Πόση μέση ἱπποδύναμις δαπανᾶται ; (Ν' ἀμεληθῇ ἡ ἐνέργεια ποὺ μετατρέπεται εἰς θερμότητα).
Ἀπ. 0.28 ft, 410 hr.

19. Ἕνας ἐκτοξευθεὶς πύραυλος ζυγίζει 27300 lb προσέλαβεν μίαν ταχύτητα 3.600 mi/hr ἐντὸς 70 sec. α) Ποίαν ἐνέργειαν κατεῖχεν λόγω τῆς κινήσεώς του ; β) Ποία μέση ἰσχὺς ἐπαπανήθη διὰ νὰ τεθῇ οὗτος εἰς κίνησιν ;

20. Ἡ «Μεγάλη Βέρθα», τὸ πυροβόλον τὸ ὁποῖον ἐχρησιμοποιήθη ὑπὸ τῶν Γερμανῶν κατὰ τὸν Πρῶτον Παγκόσμιον Πόλεμον, ἐχρησιμοποίει ἓν βλῆμα ζυγίζον 264 lb καὶ ἔχον μίαν ἀρχικὴν ταχύτητα 1.05 mi/sec. α) Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κινητικὴ του ἐνέργεια, β) Νὰ συγκριθῇ ἡ ἐνέργεια αὕτη μὲ τὴν τοῦ ὡς ἄνω πυραύλου τοῦ προβλήματος 19.
Ἀπ. 1.27×10^8 ft – lb, 1/94.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

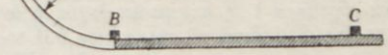
21. Ἕνα 100 – ton αὐτοκίνητον κινεῖται μὲ μίαν ταχύτητα 40 mi/hr. Μία σταθερὰ δύναμις 1.0 ton ἀνθίσταται πρὸς τὴν κίνησιν ταύτην. Νὰ ὑπολογισθῇ α) ὁ ἀπαιτηθεὶς χρόνος διὰ νὰ σταματήσῃ τὸ αὐτοκίνητον, β) ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις ἕως ὅτου σταματήσῃ, γ) ἡ ἀναλωθεῖσα ἐνέργεια διὰ νὰ σταματήσῃ, καὶ δ) ὁ λόγος ἀναλώσεως τῆς ἐνεργείας ταύτης εἰς ἵππους.

22. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς κινητικῆς τριβῆς μεταξὺ δρόμου καὶ τροχοῦ εἶναι 0.40, ποίαν ἀπόστασιν θὰ διανύσῃ ἀφ' ἧς στιγμῆς τροχοπεδετηθῇ, τρέχον 60 mi/hr, καὶ ἀπὸ τοὺς τέσσαρας τροχούς του ; *Ἀπ.* 300 ft.

23. Ἐν 10.0 – lb κιβώτιον ὀλισθαίνει ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου μήκους 20.0 ft καὶ 60^0 κλίσεως ὡς πρὸς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς μεταξὺ αὐτῶν εἶναι 0.30. Νὰ εὑρεθῇ : α) ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ κιβωτίου εἰς τὴν κορυφὴν τοῦ ἐπιπέδου, β) τὸ πρὸς ἐξουδετέρωσιν τῆς τριβῆς ἐπιτελούμενον ἔργον καθ' ὃν χρόνον τὸ κιβώτιον ὀλισθαίνει ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, καὶ γ) ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ κιβωτίου εἰς τὸν πυθμένα τοῦ ἐπιπέδου.

24. Ποίαν κινητικὴν ἐνέργειαν ἀποκτᾷ ἓν 64 – lb σῶμα ὀλισθαῖνον ἐπὶ ἑνὸς 100 ft μήκους ἐπιπέδου σχηματίζοντος μίαν γωνίαν 30^0 μὲ τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον, ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως εἶναι 0.20 ; *Ἀπ.* 2100 ft – lb

25. Ἕνα σῶμα ἐκκινᾷ ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ ὀλισθαίνει ἐπὶ μιᾶς τροχιᾶς ἥτις θεωρεῖται ἄνευ τριβῶν καὶ εἶναι ἓν τόξον μήκους ἑνὸς τετάρτου τῆς r ἀκτῖνος κύκλου (Εἰκ. 2). α) Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης εἰς τὸ τέρμα



Σχ. 2. Ἀτριβὴς τροχιὰ AB καὶ ἐπιφάνεια BC ἔχουσα συντελεστὴν τριβῆς ὀλισθήσεως μ_k.

τῆς τροχιᾶς. (ΥΠΟΔΕΙΞΙΣ : Δεδομένου ὅτι οὐδεμία ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς θερμότητα, δυνάμεθα νὰ ἐξισώσουμε τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς ἐνεργείας πρὸς τὴν τῆς ἔλξεως τῆς βαρύτητος δυναμικὴν ἐνέργειαν). β) Ποία εἶναι ἡ σχέσις μεταξὺ τῆς κτηθείσης ἀνυσματικῆς ταχύτητος καὶ τῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος τὴν ὁποίαν ἤθελεν ἀποκτήσει ἐὰν ἔπιπτεν ἐλευθέρως ἐξ κατακορύφου ἀποστάσεως r ;

26. Ἕνα 0.50 – lb σῶμα ἀφήνεται ἐκ τῆς ἠρεμίας, ἣν ἔχει εἰς τὸ σημεῖον A, νὰ ὀλισθήσῃ ἐπὶ τῆς τροχιᾶς AB τῆς Εἰκ. 2, ἥτις εἶναι ἓν τόξον μήκους ἑνὸς τετάρτου κύκλου ἐν προκειμένῳ ἀκτῖνος 4.0 ft. Τοῦτο ὀλισθαίνει ἐπὶ τῆς τροχιᾶς καὶ φθάνει εἰς τὸ σημεῖον B μὲ μίαν ταχύτητα 12 ft/sec. Ἐκ τοῦ σημείου B ὀλισθαίνει κατὰ μῆκος ἐπιπέδου σανίδος ἐπὶ μίαν ἀπόστασιν 6.0 ft μέχρι τοῦ σημείου C ὅπου καὶ σταματᾷ. α) Ποῖος εἶναι ὁ συντελεστὴς τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως ἐπὶ τῆς ὁριζοντίου σανίδος ; β) Πόση ἐνέργεια μετερέπη εἰς θερμότητα καθ' ὃν χρόνον τὸ σῶμα ὀλίσθαινεν ἀπὸ τοῦ A πρὸς τὸ B ; *Ἀπ.* 0.37, 0.9 ft – lb.

27. Ἕνα σῶμα 8.0-kg σῶμα ἀφήνεται ἐκ τῆς ἠρεμίας ἐκ τοῦ σημείου

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

A μιᾶς τροχιᾶς ὡς τῆς Εἰκ. 2, ἀλλὰ μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι ἡ τροχιὰ αὕτη δὲν θεωρεῖται ἄνευ τριβῶν. Ἡ ἀκτὶς τοῦ κύκλου εἶναι 3.0 m. Τὸ σῶμα ὀλισθαίνει ἐπὶ τῆς τροχιᾶς διευθυνόμενον πρὸς τὸ B καὶ ἐν συνεχείᾳ ὀλισθαίνει κατὰ μῆκος τῆς ὁριζοντίου ἐπιφανείας κατὰ 10.0 m πρὸς τὸ σημεῖον C ὅπου καὶ σταματᾷ. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως τῆς ὁριζοντίου ἐπιφανείας BC εἶναι 0.25. α) Νὰ εὑρεθῇ ἡ καταναλωθεῖσα ἐνέργεια μεταξὺ τοῦ B ἕως C. β) Νὰ εὑρεθῇ ἡ εἰς θερμότητα μετατραπεῖσα ἐνέργεια κατὰ τὸν χρόνον τῆς ὀλισθήσεως τοῦ σώματος ἐκ τοῦ A εἰς τὸ B.

28. Μία σφαῖρα ἐκκρεμοῦς ἀνηρτημένη ὑπὸ νήματος μήκους 10 ft μετατοπίζεται 30^0 ἀπὸ τῆς κατακορύφου καὶ κατόπιν ἀφήνεται ἐλευθέρα. Ποία εἶναι ἡ ταχύτης ὅταν διέρχεται διὰ τοῦ χαμηλοτέρου σημείου τῆς τροχιᾶς του ;

Ἀπ. 9.3 ft/sec.

29. Ἓν ἀντικείμενον μάζης 20 kg ἀνηρτημένον διὰ νήματος μήκους 2.0 m ἔλκεται πρὸς τὰ πλάγια 30^0 ἀπὸ τὴν κατακόρυφον καὶ ἀφήνεται ἐλεύθερον. Σταματᾶται δὲ ὑπὸ ὁμοιομόρφου ἐλατηρίου εἰς τὴν κατακόρυφον θέσιν, ὑφισταμένου τοῦ ἐλατηρίου μίαν συμπίεσιν 3.0 cm. Ποία εἶναι ἡ maximum ἀσκηθεῖσα δύναμις ἐπὶ τοῦ συμπιεσθέντος ἐλατηρίου ; (Ν' ἀμεληθῇ ἡ ἀπωλεσθεῖσα ἐνέργεια λόγῳ θερμάνσεως).

30. Εἷς σφὴν ἔχει πάχος 3.0 in. καὶ μῆκος 15 in. Οὗτος ἐνσφηνοῦται ἐντὸς κορμοῦ κατὰ 0.25 in. διὰ τῆς προσκρούσεως μιᾶς σφύρας. α) Ἐὰν ὑφίσταται μία μέση δύναμις 30 lb ἀσκουμένη ἐπὶ τῆς σφύρας ἀπὸ μίαν ἀπόστασιν 4.0 ft, ποῖον εἶναι τὸ ἰδεῶδες μηχανικὸν πλεονέκτημα τῆς ὅλης διατάξεως ; β) Ποία εἶναι ἡ μέση ἀσκουμένη δύναμις ὑπὸ τοῦ σφηνὸς ἐπὶ τοῦ κορμοῦ ; (Ν' ἀμεληθοῦν αἱ ἀπώλειαι).

Ἀπ. 960, 29000 lb

31. Ἕνα σῶμα μάζης 2.0 slug, ἀρχικῶς ἐν ἠρεμίᾳ ἐπὶ λείας ὁριζοντίας ἐπιφανείας, ὑφίσταται τὴν ἐπίδρασιν ὁριζοντίου δυνάμεως 24 lb Νὰ εὑρεθῇ α) ἡ στιγμιαία ἰσχὺς ἡ ἀναλισκομένη κατὰ τὸ τέλος τοῦ 1.0 sec, β) κατὰ τὸ τέλος τῶν 5.0 sec, καὶ γ) ἡ μέση ἀναλωθεῖσα ἰσχὺς κατὰ τὰ πρῶτα 5.0 sec, δ) Ἐξηγήσατε διατὶ ἡ ἰσχὺς δὲν εἶναι σταθερά.

32. Ἡ μηχανὴ ἑνὸς 3600 – lb αὐτοκινήτου ἀναπτύσσει 30 hp διὰ νὰ κινήσῃ τὸ αὐτοκίνητον μετὰ μιᾶς ταχύτητος 30 mi/hr ἐπὶ ἰσοπέδου ὁδοῦ. α) Ποία εἶναι ἡ δύναμις ἐπιβραδύνσεως λόγῳ τριβῆς καὶ ἀνέμου ; β) Πόση ἰσχὺς ἀπαιτεῖται διὰ νὰ κινηθῇ τὸ αὐτοκίνητον μὲ μίαν ταχύτητα 30 mi/hr ἐπὶ ἀνωφερείας 10% ; γ) Ἐπὶ ποίας κατωφερείας τὸ αὐτοκίνητον ἤθελεν πραγματοποιήσει μίαν ταχύτητα 30 mi/hr ;

Ἀπ. 380 lb, 59 hp, 10.4%

33. Ἕνα βαγόνι – ski πρόκειται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ μίαν ἀνωφέρειαν 37^0, μήκους 800 ft. Τὸ βαγόνι – ski τοῦτο πρέπει νὰ κινῆται μὲ μίαν ταχύτητα 8.0 mi/hr καὶ πρέπει νὰ τοῦ παρέχεται ἰσχὺς διὰ τὴν μεταφορὰν 80 χιονοδρόμων εἰς κάθε διαδρομήν, ἑκάστου χιονοδρόμου ἔχοντος μέσον βάρος 150 lb. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀπαιτουμένη ἱπποδύναμις διὰ νὰ λειτουργήσῃ τὸ βαγόνι τοῦτο μὴ λαμβανομένων ὑπ' ὄψιν τῶν ἀπωλειῶν.

34. Ἕνας παίκτης καλαθοσφαίρας, δίδων μίαν γρήγορη πάσσα, ἔρριψε τὴν σφαῖραν μὲ μίαν σταθερὰν δύναμιν σὲ 0.10 sec, ἐνῶ τὸ χέρι του ἐκινήθη πρὸς τὰ ἐμπρὸς μίαν ἀπόστασιν 3.2 ft. Ἡ σφαῖρα ζυγίζει 2.0 lb. α) Ποία ἦτο ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς σφαίρας ; β) Ποία ἦτο ἡ ἐπὶ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

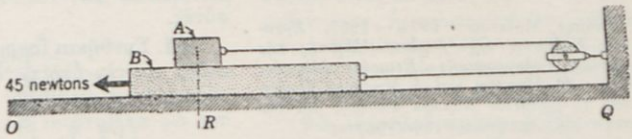
τῆς σφαίρας ἀσκηθεῖσα δύναμις ; γ) Ποῖον ἔργον ἐπετελέσθη ἐπὶ τῆς σφαίρας ; δ) Ποία ἰσχὺς ἀνεπτύχθη ὑπὸ τοῦ παίκτου καθ' ἣν στιγμὴν ἐπετάχυνε τὴν σφαῖραν ; *Ἀπ.* 640 ft/sec², 40 lb, 130 ft – lb, 2.3 hp

35. Ἐν κατευθυνόμενον βλῆμα ζυγίζον 12 τόννους βάλλεται κατακορύφως χρησιμοποιῶν προωθητικὴν γώμωσιν ἀσκοῦσαν ὤθησιν 33 τόννων διὰ 10 sec. Νὰ προσδιορισθῇ τὸ maximum ὕψος εἰς τὸ ὁποῖον θ' ἀνέλθῃ τοῦτο.

36. Ὁ συντελεστὴς τῆς στατικῆς τριβῆς μεταξὺ τῶν τροχῶν καὶ τοῦ δρόμου εἶναι μ_s. Νὰ εὑρεθῇ τὸ minimum τῆς ἀποστάσεως ἕως ὅτου σταματήσει ἐν αὐτοκίνητον μάζης m καὶ ταχύτητος v.

Ἀπ. $v^2/2\mu_s g$

37. Εἰς τὴν Εἰκ. 3, τὰ σώματα A καὶ B συνδέονται δι' ἑνὸς ἀβαροῦς σχοινίου διερχομένου δι' ἀβαροῦς καὶ ἀτριβοῦς τροχαλίας. Τὸ σῶμα B ἔχει μίαν μᾶζαν 16 kg καὶ τὸ σῶμα A μίαν μᾶζαν 4.0 kg. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως μεταξὺ τῶν σωμάτων A καὶ B εἶναι



Εἰκ. 3.

0.25, καὶ μεταξὺ τοῦ σώματος B καὶ τῆς ὁριζοντίου ἐπιφανείας OQ εἶναι 0.10. Μία δύναμις 45 νιοῦτον ἐφαρμόζεται ἐπὶ τοῦ σώματος B, παραλλήλως πρὸς τὴν OQ. Νὰ χρησιμοποιηθῇ ὡς $g = 10$ m/sec² α) Νὰ κατασκευασθοῦν δύο διαγράμματα δυνάμεων ἐκ τῶν ὁποίων τὸ ἕνα νὰ δεικνύῃ τὰς ἐπὶ τοῦ σώματος A δρώσας δυνάμεις καὶ τὸ ἄλλο τὰς ἐπὶ τοῦ B. β) Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ σώματος A. γ) Κατὰ τὸν χρόνον $t = 0$, τὸ σῶμα A εὑρίσκεται εἰς τὸ σημεῖον R καὶ κινεῖται πρὸς τὰ δεξιὰ μετ' ἀρχικῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος 5.0 cm/sec. Πόσον ἔργον παράγεται ὑπὸ τοῦ ἀσκοῦντος τὴν ἐκ 45 νιοῦτον δύναμιν κατὰ τὸν χρόνον μεταξὺ $t = 0$ καὶ $t = 0.8$ sec ; Νὰ θεωρηθῇ ὅτι τὸ σῶμα B ἔχει ἐπαρκὲς μῆκος οὕτως ὥστε τὸ A νὰ μὴν πίπτῃ ποτὲ πρὸς τὰ ἔξω. δ) Ποία εἶναι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος A κατὰ τὸν χρόνον $t = 0.8$ sec ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Guglielmo Marconi

Carl Ferdinand Braun

Gulielmo Marconi: 1874 — 1937. *Ἐγεννήθη εἰς Βολωνίαν τῆς Ἰταλίας. Ἱδρυτὴς τῆς Ἀσυρμάτου Τηλεγραφικῆς Ἑταιρίας Μαρκόνι (1897). Ὁ Μαρκόνι καὶ ὁ Μπράουν ἔλαβον τὸ 1909 τὸ βραβεῖον Νόμπελ Φυσικῆς διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῆς ἀσυρμάτου τηλεγραφίας.*

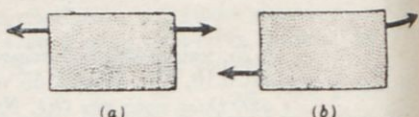
Carl Feridinand Braun: 1850 — 1918. *Ἐγεννήθη εἰς τὴν Φούλντα τῆς Ἔσσης. Διευθυντὴς τοῦ Φυσικοῦ Ἰνστιτούτου τοῦ Στρασβούργου.*

9. ΡΟΠΗ ΣΤΡΕΨΕΩΣ

Ὅταν ἕνα σῶμα εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, ἢ ἠρεμεῖ ἢ κινεῖται ἰσοταχῶς. Δυνάμεις δύνανται νὰ δράσουν διὰ νὰ ἀλλάξουν τὴν εὐθύγραμμον κίνησιν ἑνὸς σώματος ἢ νὰ μεταβάλλουν τὴν περιστροφήν του. Ἐὰν ὅλαι αἱ δρῶσαι δυνάμεις ἐπὶ ἑνὸς σώματος τέμνωνται εἰς ἓν κοινὸν σημεῖον καὶ τὸ ἀνυσματικὸν ἄθροισμα αὐτῶν εἶναι μηδέν, τότε αὗται δὲν ἐμφανίζουν τάσιν ἀλλαγῆς τῆς κατευθύνσεως ἢ τῆς περιστροφῆς.

Ἐπειδὴ ἐπὶ πολλῶν σωμάτων αἱ ἐπ' αὐτῶν δρῶσαι δυνάμεις δὲν ἐπενεργοῦν μέσῳ ἑνὸς μόνον κοινοῦ σημείου, δέον νὰ μελετήσωμεν κεχωρισμένως τὸ ἀποτέλεσμα ἑκάστης δυνάμεως ἐπὶ τῆς ἀλλαγῆς τῆς περιστροφῆς ὡς καὶ τὸ ἀποτέλεσμα αὐτῆς κατὰ τὴν μεταβολὴν τῆς εὐθυγράμμου κινήσεως τοῦ σώματος. Ἡ αὐτὴ δύναμις ἐφαρμοζομένη ἐπὶ διαφόρων σημείων ἢ κατὰ διαφόρους κατευθύνσεις, προκαλεῖ λίαν διαφέροντα ἀπ' ἀλλήλων, ὡς πρὸς τὴν μορφὴν τῆς περιστροφῆς, ἀποτελέσματα. Συνεπῶς, σπουδάζοντες τὴν ἰσορροπίαν, δέον νὰ λαμβάνωμεν ὑπ' ὄψιν τὴν θέσιν ἐφ' ἧς ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις ὡς καὶ τὸ μέγεθος καὶ τὴν διεύθυνσιν αὐτῆς.

9-1. Συνθῆκαι ἰσορροπίας. Ἔστω διάταξις εἰς τὴν ὁποίαν δύο ἀντίθετοι δυνάμεις, ἴσου μεγέθους, δρῶσιν ἐπὶ σώματος ὡς παριστᾶται εἰς τὴν Εἰκ. 1α. Εἶ-



Εἰκ. 1. Δυνάμεις αἴτινες εἶναι ἴσαι εἰς μέγεθος καὶ ἀντίθετοι κατὰ τὴν διεύθυνσιν, προκαλοῦν ἰσορροπίαν ὅταν ἔχουν κοινὴν γραμμὴν δράσεως *(a)*, ἀλλὰ καταστρέφουν τὴν ἰσορροπίαν ὅταν δὲν ἔχουν κοινὴν τὴν γραμμὴν δράσεως *(b)*.

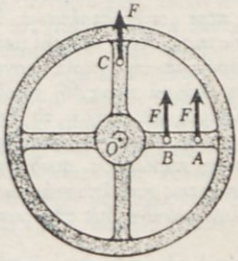
ναι προφανὲς ὅτι ἐὰν τὸ σῶμα ἀρχικῶς εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ, τοῦτο θὰ παραμείνῃ οὕτω ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῶν δύο τούτων δυνάμεων. Λέγομεν τότε, ὡς καὶ προηγουμένως, ὅτι τὸ ἀνυσματικὸν ἄθροισμα τῶν δυνάμεων εἶναι μηδέν.

Ὑποθέσωμεν τώρα ὅτι αἱ δυνάμεις ἐφαρμόζονται ὡς εἰς τὴν Εἰκ. 1b. Τὸ ἀνυσματικὸν ἄθροισμα τῶν δυνάμεων ἐνῶ εἶναι καὶ πάλιν μηδέν, ἐν τούτοις ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῶν δύο τούτων δυνάμεων, εἶναι ἔκδηλον, ὅτι τὸ σῶμα θὰ περιστραφῇ. Πράγματι, ὅταν τὸ ἀνυσματικὸν ἄθροισμα τῶν ἐφαρμοζομένων δυνάμεων εἶναι ἴσον πρὸς τὸ μηδέν, δυνάμεθα νὰ εἴμεθα βέβαιοι μόνον διὰ τὸ ὅ,τι τὸ σῶμα δὲν θὰ ὑποστῇ μεταβολὴν ἐν τῷ συνόλῳ του, ὡς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

πρὸς τὴν εὐθύγραμμον αὐτοῦ κίνησιν, ἐνῶ δὲν δυνάμεθα νὰ ἤμεθα βέβαιοι ὅτι δὲν θὰ ὑποστῇ μεταβολὴν καὶ κατὰ τὴν περιστροφικὴν αὐτοῦ κίνησιν. Ἐκ τοῦ λόγου τούτου δὲν διασφαλίζεται πλήρης ἰσορροπία. Ἐπὶ πλέον τῆς πρώτης ἐκείνης συνθήκης δι' ἰσορροπίαν τῆς ἀναφερθείσης εἰς τὸ (Κεφ. 2), μία δευτέρα συνθήκη εἶναι ἀναγκαία, μία συνθήκη ἀποκλείουσα τὴν δυνατότητα μιᾶς μεταβολῆς εἰς τὴν περιστροφικὴν κίνησιν. Τὸ παράδειγμα τῆς Εἰκ. 1b δεικνύει ὅτι ἡ δευτέρα αὕτη συνθήκη ἀσχολεῖται μὲ τὴν *θέσιν* δράσεως τῶν δυνάμεων ὡς καὶ μὲ τὰ μεγέθη καὶ τὴν κατεύθυνσιν αὐτῶν.

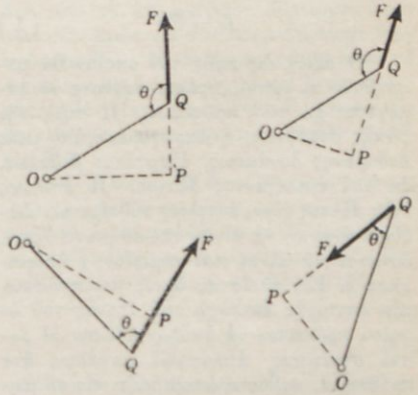
Διὰ νὰ μελετήσωμεν τοὺς παράγοντας



Εἰκ. 2. Μία ἀντιστάθμητος δύναμις προσδίδει περιστροφικὴν ἐπιτάχυνσιν ἐὰν ἡ γραμμὴ δράσεώς της δὲν διέρχεται διὰ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς.

οἵτινες προσδιορίζουν τὴν ἀποτελεσματικότητα μιᾶς δυνάμεως εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς περιστροφικῆς κινήσεως, ἂς θεωρήσωμεν τὸ γνωστὸν πρόβλημα τῆς περιστροφῆς ἑνὸς βαρέος στροφάλου δι' ἐλκυσμοῦ ἐκ μιᾶς τῶν ἀκτίνων του (Εἰκ. 2). Ἀποτελεῖ κοινὴν ἐμπειρίαν ὅτι ὁ τροχὸς δύναται νὰ τεθῇ εἰς κίνησιν εὐχερέστερον καὶ ταχύτερον διὰ τῆς ἐφαρμογῆς μιᾶς δυνάμεως F καθέτως πρὸς μίαν ἀκτῖνα αὐτοῦ, εἰς τυχὸν σημεῖον A κείμενον μακρὰν τοῦ ἄξονος, ἀντὶ τοῦ νὰ ἐφαρμόσουμε τὴν αὐτὴν δύναμιν ἐπὶ ἑνὸς σημείου B, κειμένου ἐγγύτερον τοῦ ἄξονος. Τὸ ἀποτέλεσμα μιᾶς δεδομένης δυνάμεως ἐπὶ τῆς περιστροφικῆς κινήσεως ἑνὸς σώματος εἶναι μεγαλύτερον ὅσον μακρότερον εὑρίσκεται *ἡ γραμμὴ δράσεως* τῆς δυνάμεως ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς. Ἡ ἀπόστασις τῆς γραμμῆς δράσεως ἀπὸ τοῦ ἄξονος μετρεῖται καθέτως πρὸς τὴν γραμμὴν δράσεως τῆς δυνάμεως. Δηλαδὴ δὲν εἶναι ἁπλῶς ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τοῦ ἄξονος ἕως τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως. Ἐὰν ἡ αὐτὴ δύναμις F τῆς Εἰκ. 2 ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ τοῦ σημείου C ἀντὶ τοῦ σημείου A, ὅπου $OC = OA$, δὲν θὰ περιστραφῇ ὁ τροχός, ἐπειδὴ ἡ γραμμὴ δράσεως τῆς F διέρχεται διὰ τοῦ ἄξονος καὶ ἐπομένως τραβᾷ τὸν τροχὸν ὡς σύνολον πρὸς τὰ ἄνω. Ἂν καὶ τὸ μέγεθος, ἡ κατεύθυνσις καὶ ἡ ἀπόστασις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως ἀπὸ τοῦ ἄξονος εἶναι αἱ αὐταὶ καὶ εἰς τὰ δύο παραδείγματα, ἡ περιστροφὴ ἐπηρεάζεται ὅταν ἡ δύναμις ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον A, ἐνῶ μένει ἀνεπηρέαστος ὅταν αὕτη ἐφαρμόζεται ἐπὶ τοῦ σημείου C.

9-2. Μοχλοβραχίων ροπῆς. Ὁ παράγων ὅστις προσδιορίζει τὸ ἀποτέλεσμα μιᾶς δεδομένης δυνάμεως ἐπὶ τῆς περιστροφικῆς κινήσεως εἶναι ἡ *κάθετος ἀπόστασις μεταξὺ ἄξονος περιστροφῆς καὶ γραμμῆς δράσεως τῆς δυνάμεως*. Ἡ ἀπόστασις αὕτη καλεῖται ὁ *μοχλοβραχίων ροπῆς* τῆς δυνάμεως. Εἰς τὴν Εἰκ. 3, ὁ μοχλοβραχίων ροπῆς τῆς δυνάμεως F ὑποδεικνύεται ὑπὸ τῆς ἐστιγμένης γραμμῆς OP. Ἡ γραμμὴ δράσεως τῆς δυνάμεως εἶναι μία ἁπλῆ γεωμετρικὴ κατασκευὴ καὶ



Εἰκ. 3. Μετρήσεις μοχλοβραχιόνων ροπῶν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπεκταθῇ ἀπεριορίστως πρὸς ἀμφοτέρας τὰς κατευθύνσεις ἵνα τιμήσῃ τὴν κάθετον OP. Οὐδεμίαν σχέσιν ἔχει αὕτη πρὸς τὸ μῆκος τοῦ ἀνύσματος τῆς δυνάμεως. Ἡ δύναμις F εἰς τὴν Εἰκ. 2 δὲν προκαλεῖ μεταβολὴν εἰς τὴν περιστροφὴν ὅταν ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον C διότι ἡ γραμμὴ δράσεώς της διέρχεται διὰ τοῦ ἄξονος τῆς περιστροφῆς καὶ ὁ μοχλοβραχίων ροπῆς της εἶναι συνεπῶς μηδέν. Ἡ αὐτὴ δύναμις ἐφαρμοζομένη ἐπὶ τοῦ σημείου A ἔχει μοχλοβραχίονα ροπῆς OA καί, συνεπῶς, τείνει νὰ μεταβάλῃ τὴν περιστροφήν.

9-3. Ροπὴ στρέψεως. Προκειμένου περὶ ἑνὸς σταθεροῦ μήκους μοχλοβραχίονος ροπῆς στρέψεως, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ δύναμις στρέψεως τόσον μεγαλύτερον εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα ἐπὶ τῆς περιστροφικῆς κινήσεως. Τὰ δύο μεγέθη, δύναμις καὶ μοχλοβραχίων ροπῆς στρέψεως, εἶναι ἴσης σπουδαιότητος. Εἶναι δυνατὸν νὰ συνδυασθῶσιν εἰς ἓν ἐνιαῖον μέγεθος, ἤτοι εἰς τὴν *ροπὴν στρέψεως* (καλουμένην ἐπίσης *ροπὴν δυνάμεως*), ἥτις μετρεῖ τὴν ἀποτελεσματικότητα τῆς δυνάμεως εἰς τὸ νὰ μεταβάλῃ τὴν περιστροφὴν περὶ τὸν δεδομένον ἄξονα. Ἡ ροπὴ στρέψεως θὰ παρίσταται διὰ τοῦ συμβόλου L.

Ἡ ροπὴ στρέψεως (ροπὴ δυνάμεως) περὶ ἕναν δεδομένον ἄξονα εἶναι τὸ *γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὸν μοχλοβραχίονα τῆς ροπῆς*.

$$L = Fs \qquad (1)$$

Ὁ ἄξων ὡς πρὸς τὸν ὁποῖον θὰ μετρηθοῦν αἱ ροπαί, πρέπει πάντοτε νὰ ἐκλέγεται ἐκ τῶν προτέρων. Ἡ τιμὴ τῆς ροπῆς στρέψεως, ἡ παραγομένη ὑπὸ μιᾶς δεδομένης δυνάμεως, ἐξαρτᾶται βεβαίως, ἐκ τοῦ ἐπιλεγέντος ἄξονος. Ἡ ἐπιλογὴ ἑνὸς ἄξονος εἶναι ἐντελῶς αὐθαίρετος. Δὲν εἶναι ἀνάγκη νὰ εἶναι ὁπωσδήποτε ἄξων, δυνατὸν νὰ εἶναι καὶ σημεῖον (ὑπομόχλιον). Εἰς πλείστας ὅμως περιπτώσεις, μία ἐπιτυχὴς ἐπιλογὴ τοῦ ἄξονος τοῦ ὁποίου πρόκειται νὰ ὑπολογισθῶσιν αἱ ροπαὶ στρέψεως, ἁπλοποιεῖ μεγάλως ἕνα πρόβλημα, καθόσον ὑποβιβάζει εἰς τὸ μηδὲν τὴν ροπὴν στρέψεως τὴν ὀφειλομένην εἰς δύναμιν τῆς ὁποίας εἶναι ἄγνωστον τὸ μέγεθος ἢ ἡ κατεύθυνσις.

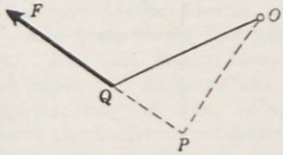
Ἀφοῦ ἡ ροπὴ στρέψεως εἶναι τὸ γινόμενον μιᾶς δυνάμεως καὶ μιᾶς ἀποστάσεως, ἡ μονάς της εἶναι μία μονὰς δυνάμεως ἐπὶ μίαν μονάδα ἀποστάσεως, ὡς ἡ (lb-ft), ἡ συνήθης μονὰς εἰς τὸ Βρεττανικὸν σύστημα. Μονὰς ροπῆς στρέψεως εἰς τὸ σύστημα mks εἶναι τὸ m - νιοῦτον. Εἰς τὸ σύστημα cgs μονὰς ροπῆς στρέψεως εἶναι τὸ cm - dyn. Ἐπειδὴ αἱ ἐν προκειμένῳ σχηματισθεῖσαι μονάδες εἶναι γινόμενα μονάδων δυνάμεως ἐπὶ μονάδων ἀποστάσεως εἶναι συνεπῶς ἐπίσης καὶ μονάδες ἔργου, ἡ τάξις τῶν μονάδων ἀντιστρέφεται ἐν προκειμένῳ διὰ νὰ ἐπιστηθῇ ἡ προσοχὴ ἐπὶ τοῦ γεγονότος ὅτι προκειμένου περὶ ροπῆς στρέψεως, ἡ δύναμις καὶ ἡ ἀπόστασις εἶναι κάθετοι μεταξύ των, ἐν ἀντιθέσει μὲ τὴν περίπτωσιν τοῦ ἔργου, ὅπου διὰ νὰ παραχθῇ τοιοῦτον πρέπει ἡ δύναμις νὰ κινήσῃ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της κατὰ τὴν διεύθυνσίν της. Οἱοσδήποτε παρόμοιος συνδυασμὸς μονάδων δυνάμεως καὶ ἀποστάσεως παράγει κατάλληλον μονάδα διὰ τὴν ροπὴν στρέψεως.

Ἡ ροπὴ εἶναι ἓν ἀνυσματικὸν μέγεθος. Ἡ προσδιορισθεῖσα διὰ τὸ ἄνυσμα διεύθυνσις εἶναι παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα τῆς ροπῆς στρέψεως. Αἱ συνέπειαι τῆς ἀνυσματικῆς φύσεως τῆς ροπῆς στρέψεως θὰ συζητηθοῦν λεπτομερῶς ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν περιστροφικὴν κίνησιν. Ἐπὶ τοῦ παρόντος θὰ περιορίσωμεν τὴν προσοχήν μας εἰς ἐκείνας τῶν περιπτώσεων εἰς ἃς ἅπασαι αἱ δυνάμεις δρῶσιν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου. Διὰ τὰς περιπτώσεις ταύτας οἱ ἄξονες, καὶ συνεπῶς αἱ ροπαὶ στρέψεως, εἶναι παράλληλοι καὶ δέον νὰ ληφθῶσιν ὑπ' ὄψιν μόνον τὰ ἀλγεβρικὰ πρόσημα τῶν ροπῶν στρέψεως.

Τὸ ἀλγεβρικὸν πρόσημον τοιούτων ροπῶν προσδιορίζεται διὰ τῆς μελέτης τῆς διευθύνσεως τῆς περιστροφῆς τὴν ὁποίαν ἡ ροπὴ στρέψεως τείνει νὰ προκαλέσῃ. Π.χ., αἱ ροπαὶ στρέψεως εἰς τὴν Εἰκ. 3 τείνουν νὰ παραγάγουν ἐπιταχύνσεις ἀντιθέτους πρὸς τὸν ὑπὸ τῶν δεικτῶν ἑνὸς ὡρολογίου ἀκολουθούμενον τρόπον περὶ τὸ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σημεῖον O, ἐνῶ ἡ ροπὴ στρέψεως εἰς τὴν Εἰκ. 4, τείνει νὰ παραγάγῃ ἐπιτάχυνσιν κατὰ τὸν ὑπὸ τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου ἀκολουθούμενον τρόπον.



Εἰκ. 4. Ροπὴ στρέψεως κατὰ τὸν ὑπὸ τῶν δεικτῶν ἀκολουθούμενον τρόπον.

Καμμιὰ φορὰ δυνάμεθα νὰ χαρακτηρίσωμεν τὰς ροπὰς ταύτας ὡς θετικὰς κι' ἀρνητικάς, ἀντιστοίχως. Δέον νὰ σημειωθῇ ὅμως ὅτι μία δεδομένη δύναμις δύναται νὰ προκαλέσῃ μίαν ροπὴν στρέψεως κατὰ τὸν ὑπὸ τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου ἀκολουθούμενον τρόπον περὶξ ἑνὸς ἄξονος, ἀλλὰ καὶ μίαν ροπὴν ἀντίθετον πρὸς ταύτην περὶξ ἑνὸς ἄλλου ἄξονος.

Ἡ διεύθυνσις μιᾶς ροπῆς στρέψεως δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ καθοριστῇ ἐκ τῆς διευθύνσεως τῆς δυνάμεως μόνον.

Παράδειγμα: Μία ἐλαφρὰ ὁριζοντία ράβδος ἔχει μῆκος 4.0 ft. Μία δύναμις 3.0-lb δρᾷ καθέτως ἐπ' αὐτῆς πρὸς τὰ ἄνω καὶ εἰς σημεῖον ἀπέχον 1.0 ft ἐκ τοῦ δεξιοῦ ἄκρου αὐτῆς. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ροπὴ στρέψεως περὶ ἀμφότερα τὰ ἄκρα τῆς ράβδου.

Ἀφοῦ ἡ δύναμις εἶναι κάθετος πρὸς τὴν ράβδον, οἱ μοχλοβραχίονες ροπῆς μετροῦνται κατὰ μῆκος τῆς ράβδου.

Περὶ τὸ δεξιὸν ἄκρον

$$L_r = 3.0 \text{ lb} \times 1.0 \text{ ft} = 3.0 \text{ lb} - \text{ft}$$ (κατὰ τὸν τρόπον τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου).

Περὶ τὸ ἀριστερὸν ἄκρον.

$$L_l = 3.0 \text{ lb} \times 3.0 \text{ ft} = 9.0 \text{ lb} - \text{ft}$$ (ἀντιθέτως πρὸς τὸν τῶν δεικτῶν ὡρολογίου τρόπον).

Αἱ ροπαὶ στρέψεως αἱ παραγόμεναι ὑπὸ τῆς ἐνιαίας ταύτης δυνάμεως περὶξ τῶν δύο ἀξόνων (ἄκρα τῆς ράβδου) διαφέρουν τόσον κατὰ τὸ μέγεθος ὅσον καὶ κατὰ τὴν κατεύθυνσιν.

9-4. Σύμφωνοι καὶ μὴ σύμφωνοι δυνάμεις. Σύμφωνοι ἢ συγκλίνουσαι δυνάμεις εἶναι ἐκεῖναι τῶν ὁποίων αἱ γραμμαὶ δράσεως τέμνονται εἰς ἓν κοινὸν σημεῖον. Ἐὰν ἐπιλεγῇ ἕνας ἄξων διερχόμενος διὰ τοῦ σημείου τούτου, ἡ ροπὴ στρέψεως ἡ παραγομένη ὑφ' ἑκάστης δυνάμεως ἀνηκούσης εἰς τὴν ὁμάδα-δέσμη τῶν τεμνομένων δυνάμεων, εἶναι μηδέν. Ἐὰν ἕτερος ἄξων ἐπιλεγῇ εἰς τὴν θέσιν τούτου, διερχόμενος διὰ τοῦ κοινοῦ σημείου, τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν στρέψεως δὲν θὰ εἶναι, γενικῶς, μηδέν. Διὰ τὴν εἰδικὴν περίπτωσιν καθ' ἣν ἡ συνισταμένη τῶν συγκλινουσῶν δυνάμεων εἶναι μηδέν, τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν στρέψεως περὶξ οἱουδήποτε ἄξονος θὰ εἶναι μηδέν. Συνεπῶς μιὰ ἐξέτασις τῆς ροπῆς στρέψεως δὲν εἶναι ἀναγκαία κατὰ τὴν μελέτην μιᾶς ὁμάδος *συμφώνων - συγκλινουσῶν* δυνάμεων ἐν ἰσορροπίᾳ εὑρισκομένων.

Ἐπὶ μιᾶς δέσμης μὴ συγκλινουσῶν δυνάμεων, δὲν ὑφίσταται ἐνιαῖος ἄξων περὶξ τοῦ ὁποίου νὰ μὴν προκαλοῦνται ροπαὶ στρέψεως ὑπὸ οἱασδήποτε τῶν ἐν τῇ δέσμῃ δυνάμεων. Συνεπῶς, κατὰ τὴν σπουδὴν μιᾶς δέσμης μὴ συγκινουσῶν δυνάμεων ἐν ἰσορροπίᾳ, εἶναι οὐσιῶδες νὰ λαμβάνηται ὑπ' ὄψιν ἡ ὑφισταμένη σχέσις μεταξὺ τῶν ροπῶν στρέψεως τῶν παραγομένων ὑπὸ τῆς τοιαύτης δέσμης τῶν δυνάμεων. Ἡ σχέσις αὕτη ἐκφράζεται εἰς τὴν δευτέραν συνθήκην τῆς ἰσορροπίας.

9-5. Αἱ δύο συνθῆκαι ἰσορροπίας. Εἰς τὸ Κεφ. 2 ἐμιλήσαμεν περὶ τῆς συνθήκης τῆς ἀναγκαίας διὰ τὴν ἰσορροπίαν ὑπὸ τὴν δρᾶσιν συγκλινουσῶν δυνάμεων, δηλ. ὅτι τὸ ἀνυσματικὸν ἄθροισμα ἁπασῶν τῶν δρώντων δυνάμεων θὰ εἶναι ἴσον πρὸς μηδέν. Ἡ συνθήκη αὕτη δέον νὰ συμπληρωθῇ διὰ νὰ ἰσχύῃ καὶ ὅταν αἱ δυνάμεις δὲν εἶναι σύμφωνοι. Ἡ πρώτη αὕτη συνθήκη εἶναι δυνατὸν νὰ διατυπωθῇ ὡς ἑξῆς:

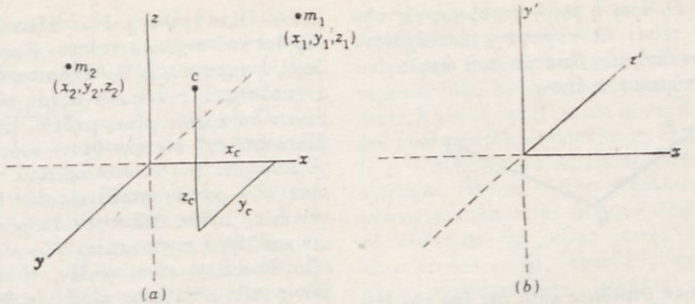
Διὰ νὰ ἰσορροπῇ ἐν σύστημα δυνάμεων δρώντων ἐπὶ ἑνὸς σώματος στερεοῦ, πρέπει καὶ ἀρκεῖ τὸ ἄθροισμα τῶν συνισταμένων δυνάμεων, εἰς οἱανδήποτε τῶν δύο καθέτων διευθύνσεων, νὰ εἶναι μηδέν.

$$\Sigma F_x = 0 \qquad (2)$$

$$\Sigma F_y = 0 \qquad (3)$$

Ἵνα ἓν ἀντικείμενον ἰσορροπῇ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεων δρώντων εἰς τὸ αὐτὸ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 5. Συντεταγμέναι τοῦ κέντρου βαρύτητος καὶ μᾶζα μορίων.

ἐπίπεδον, πρέπει τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν στρέψεως (περιξ οἱουδήποτε ἄξονος) τῶν δρώντων ἐπὶ τοῦ σώματος, νὰ εἶναι μηδέν. Τὸ ἀξίωμα τοῦτο εἶναι γνωστὸν ὡς ἡ *δευτέρα συνθήκη ἰσορροπίας*. Αὕτη δύναται νὰ παρασταθῇ ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως

$$\Sigma L = 0 \qquad (4)$$

Εἰς τὴν πρώτην καὶ δευτέραν συνθήκην ἰσορροπίας ἔχομεν ἐν πλήρες σύστημα ἐπιλύσεως προβλημάτων περιλαμβανόντων δυνάμεις, αἵτινες εὑρίσκονται ἅπασαι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐνιαίου ἐπιπέδου. Αἱ αὐταὶ συνθῆκαι εἶναι χρήσιμοι εἰς μερικὰ προβλήματα ἀναφερόμενα εἰς ἰσοταχῆ κίνησιν. Ἐὰν ἡ πρώτη συνθήκη ἱκανοποιηθῇ, τὸ ἀνυσματικὸν ἄθροισμα τῶν δυνάμεων εἶναι μηδέν, καὶ δὲν προκαλεῖται ἐκμεταβιβάσεως ἐπιτάχυνσις. Ἐὰν ἱκανοποιηθῇ ἡ δευτέρα συνθήκη, τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν στρέψεως εἶναι μηδέν, καὶ δὲν ὑφίσταται περιστροφικὴ ἐπιτάχυνσις. Τοῦτο δὲν σημαίνει ὅτι δὲν ὑφίσταται κίνησις, ἀλλὰ δηλοῖ ὅτι αἱ ἐπὶ τοῦ σώματος ἐφαρμοσθεῖσαι δυνάμεις δὲν προκαλοῦν *μεταβολὴν* εἰς τὴν κίνησίν του. Ἐφόσον τὸ σῶμα εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ δυνάμεων, δύναται νὰ ἔχῃ μίαν ἰσοταχῆ κίνησιν, συμπεριλαμβανομένης καὶ τῆς περιστροφῆς ἢ τῆς μεταβιβάσεως.

9-6. Κέντρον βάρους. Κέντρον μάζης. Ἡ πλέον συνήθης δρῶσα δύναμις ἐπὶ ἑνὸς σώματος εἶναι τὸ ἴδιον αὐτοῦ βάρος. Δι' ἕκαστον σῶμα, ὁσονδήποτε καὶ ἀκανόνιστον νὰ εἶναι τὸ σχῆμα του, ὑφίσταται ἓν σημεῖον τοιοῦτον ὥστε ὁλόκληρον τὸ βάρος τοῦ σώματος νὰ θεωρῆται ὡς συγκεντρωμένον εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο. Τὸ σημεῖον τοῦτο καλεῖται τὸ *κέντρον τοῦ βάρους* τοῦ σώματος. Τὸ σημεῖον τοῦτο δέον νὰ εἶναι ἐκεῖνο διὰ τὸ ὁποῖον τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν στρέψεως περιξ ὁριζοντίων ἀξόνων, τῶν δυνάμεων τῶν παραγομένων ὑπὸ τῶν βαρῶν τῶν μορίων ἀτινα συνιστοῦν τὸ σῶμα, δέον νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ μηδέν. Ἐὰν οἱ x_c καὶ y_c (Εἰκ. 5α) εἶναι συντεταγμέναι τοῦ κέντρου βάρους, ἡ y συνιστῶσα L_y ροπῶν στρέψεως (περὶ ἕναν ἄξονα παράλληλον πρὸς τὸν ἄξονα y) εἶναι :

$$L_y = m_1 g\,(x_1 - x_c) + m_2 g\,(x_2 - x_c) + \ldots = \Sigma mg\,(x - x_c) = 0 \qquad (5)$$

ὅπου αἱ x εἶναι αἱ x συντεταγμέναι τῶν μορίων. Παρομοίως, διὰ τὰς x συνιστώσας τῆς ροπῆς στρέψεως :

$$L_x = m_1 g\,(y_1 - y_c) + m_2 g\,(y_2 - y_c) + \ldots = \Sigma mg\,(y - y_c) = 0 \qquad (6)$$

Αἱ z συνιστῶσαι τῆς ροπῆς στρέψεως τῆς ὀφειλομένης εἰς τὰς δυνάμεις βάρους εἶναι μηδέν, καθόσον ὁ z ἄξων λαμβάνεται ὡς παράλληλος πρὸς τὰς δυνάμεις βαρύτητος. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν συντεταγμένην z τοῦ κέντρου βάρους δέον νὰ στρέψωμεν τὸ σῶμα περὶ τὰς 90° περὶξ ἑνὸς ὁριζοντίου ἄξονος (π.χ. τοῦ ἄξονος x) οὕτως ὥστε ὁ ἄξων z νὰ καταστῇ ὁριζόντιος καὶ τότε δυνάμεθα νὰ γράψωμεν διὰ ροπὰς περὶξ τοῦ ἄξονος κατὰ τὴν x

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

διεύθυνσιν τοῦ νέου προσανατολισμοῦ. (Εἰκ. 5*b*).

$$L'_x = m_1 g\,(z_1 - z_c) + m_2 g\,(z_2 - z_c) + \ldots = \Sigma mg\,(z - z_c) = 0 \qquad (7)$$

Τὸ κέντρον βάρους δύναται νὰ εὑρίσκεται ἐντὸς ἢ εἰς τὸ ἀπ' ἔξω μέρος τοῦ σώματος. Ἐὰν μία ἐνιαία δύναμις ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ δρῶσα κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω, ἠδύνατο νὰ ἐφαρμοσθῇ εἰς τὸ κέντρον τοῦ βάρους, τότε αὕτη θὰ διετήρει τὸ σῶμα ἐν ἰσορροπίᾳ, ἀδιάφορον κατὰ ποίαν πλευρὰν θὰ ἠδύνατο νὰ κλίνῃ τὸ σῶμα πέριξ τοῦ κέντρου τῆς βαρύτητος.

Κέντρον μάζης εἶναι τὸ σημεῖον πέριξ τοῦ ὁποίου τὸ γινόμενον τῆς μάζης καὶ τοῦ μοχλοβραχίονος ροπῆς εἶναι ἴσον πρὸς μηδέν. Δυνάμεθα τότε νὰ γράψωμεν

$$m_1\,(x_1 - x_c) + m_2\,(x_2 - x_c) + \ldots = \Sigma m\,(x - x_c) = 0 \qquad (8)$$

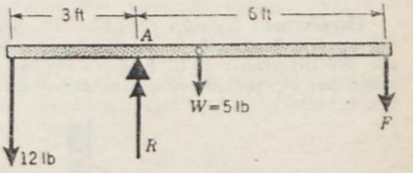
καὶ παρομοίας ἐξισώσεις διὰ y καὶ z.

Ἐάν, ἄνωθεν τῆς ὑπὸ τοῦ σώματος κατεχομένης περιοχῆς, ἡ εἰς τὴν βαρύτητα ὀφειλομένη ἐπιτάχυνσις εἶναι πανταχοῦ ἡ αὐτὴ κατὰ μέγεθος καὶ διεύθυνσιν, ἡ Ἐξ. (8) λαμβάνεται διὰ διαιρέσεως τῆς Ἐξ. (5), (6), καὶ (7) διὰ g καὶ τὸ κέντρον βάρους μὲ τὸ κέντρον μάζης συμπίπτουν.

Ἡ γνῶσις τῆς θέσεως τοῦ κέντρου τοῦ βάρους εἶναι λίαν χρήσιμος προκειμένου περὶ προβλημάτων ἰσορροπίας, καθόσον αὕτη εἶναι τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τοῦ ἀνύσματος τοῦ παριστῶντος τὸ βάρος. (Δὲν εἶναι ποτὲ ἀναγκαῖον, ἐνῶ σπανίως εἶναι πρόσφορον, νὰ κατανέμωμεν, τὸ βάρος εἰς τμήματα.)

Παράδειγμα: Μία ὁμοιόμορφος ράβδος, μήκους 9.0 ft καὶ βάρους 5.0 lb, ὑποστηρίζεται ὑπὸ ὑπομοχλίου ἀπέχοντος 3.0 ft ἀπὸ τοῦ ἀριστεροῦ ἄκρου της, ὡς εἰς τὴν Εἰκ. 6. Ἐὰν ἀναρτηθῇ βάρος 12 lb ἀπὸ τοῦ ἀριστεροῦ ἄκρου, ποία πρὸς τὰ κάτω ἔλξις ἀπαιτεῖται εἰς τὸ δεξιὸν ἄκρον διὰ νὰ διατηρήσῃ τὴν ράβδον ἐν ἰσορροπίᾳ; Μετὰ ποίας δυνάμεως τὸ ὑπομόχλιον ὠθεῖ πρὸς τὰ ἄνω τὴν ράβδον;

Ἂς θεωρήσωμεν τὴν ράβδον, ὡς ἕνα ἀντικείμενον ἐν ἰσορροπίᾳ. Τὸ πρῶτον βῆμα εἶναι νὰ ὑποδείξωμεν εὐκρινῶς ἁπάσας τὰς ἐπ' αὐτοῦ δρώσας δυνάμεις. Ἀφοῦ ἡ ράβδος εἶναι ὁμοιόμορφος, τὸ κέντρον βάρους της εἶναι εἰς τὸ μέσον της καὶ συνεπῶς τὸ βάρος τῆς ράβδου, ἐκ 5.0 lb, δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς συγκεντρωμένον εἰς τὸ μέσον αὐτῆς. Μία δύναμις 12-lb δρᾷ πρὸς τὰ κάτω εἰς τὸ ἀριστερὸν ἄκρον τῆς ράβδου, μία δύναμις R δρᾷ πρὸς τὰ ἄνω εἰς τὸ ὑπομόχλιον καὶ ὑπάρχει μία ἄγνωστος πρὸς τὰ κάτω δρῶσα δύναμις F εἰς τὸ δεξιὸν ἄκρον.



Εἰκ. 6. Δυνάμεις δρῶσαι ἐπὶ ἑνὸς μοχλοῦ.

Ἡ πρώτη συνθήκη ἰσορροπίας δεικνύει ὅτι τὸ ἀνυσματικὸν ἄθροισμα τῶν ἐφηρμοσμένων ἐπὶ τῆς ράβδου δυνάμεων εἶναι μηδέν, ἤ ὅτι

$$R - 12 \text{ lb} - 5.0 \text{ lb} - F = 0$$

Ἄνευ ἄλλων στοιχείων δὲν δυνάμεθα βεβαίως νὰ λύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν, δεδομένου ὅτι ἔχει δύο ἀγνώστους ποσότητας ἐν αὐτῇ, τὰς R καὶ F. Ἂς τὴν ἐγκαταλείψωμεν ἐπὶ τοῦ παρόντος καὶ ἂς χρησιμοποιήσωμεν τὴν δευτέραν συνθήκην ἰσορροπίας, ὑπολογίζοντες τὰς ροπὰς στρέψεως περὶ ἄξονα καὶ ἐξισοῦντες τὸ ἄθροισμα των μὲ τὸ μηδέν.

Τὸ πρῶτον πρᾶγμα τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ κάμωμεν εἶναι νὰ ἐπιλέξωμεν ἕνα ἄξονα ἐκ τοῦ ὁποίου νὰ μετρήσωμεν τοὺς μοχλοβραχίονας ροπῆς. Θὰ ἐπιλέξωμεν ὡς τοιοῦτον τὸ σημεῖον A περὶ τοῦ ὁποίου θὰ ὑπολογίσωμεν ἁπάσας τὰς ροπὰς στρέψεως. Ἀρχίζοντες ἀπὸ τοῦ ἀριστεροῦ ἄκρου τῆς ράβδου, ἔχομεν (12 lb)(3.0 ft) = 36 lb-ft ροπὴν στρέψεως, ἀντιθέτως πρὸς τὴν τῶν δεικτῶν ὡρολογίου περὶ τὸ σημεῖον A. Ὅσον ἀφορᾷ τὴν δύναμιν R αὕτη δὲν προκαλεῖ ροπὴν στρέψεως, δεδομένου ὅτι ἡ γραμμὴ δράσεώς της διέρχεται διὰ τοῦ σημείου A. (Τώρα καθίσταται φανερὸν διατί ἐπελέξαμεν ὡς ἄξονα τὸ σημεῖον A;) Ἡ ροπὴ στρέψεως ἡ προκαλουμένη ὑπὸ τοῦ βάρους W τῆς ράβδου εἶναι (5.0 lb)(1.5 ft) = 7.5 lb-ft, κατὰ τὸν ὑπὸ τῶν δεικτῶν ὡρολογίου ἀκολουθούμενον τρόπον. Τελικῶς, ἡ F προκαλεῖ ροπὴν στρέψεως F(6.0 ft), κατὰ τὸν ὑπὸ τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου τρόπον.

Λαμβάνοντες τὴν ἀντίθετον πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου ροπὴν στρέψεως ὡς θετικὴν καὶ τὴν κατὰ τὸν τρόπον τῶν δεικτῶν ὡς ἀρνητικὴν καὶ ἐξισοῦντες τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα ἁπασῶν τῶν ροπῶν πρὸς τὸ μηδέν, γράφομεν:

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

$$\Sigma L = (12\text{ lb})(3.0\text{ ft}) + R(0) - (5.0\text{ lb})(1.5\text{ ft}) - F(6.0\text{ ft}) = 0$$

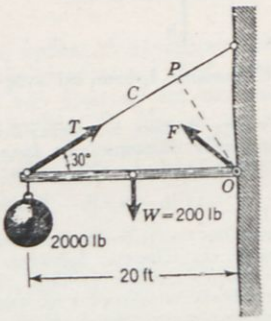
$$36\text{ lb-ft} + 0 - 7.5\text{ lb-ft} - F(6.0\text{ ft}) = 0$$

$$F(6.0\text{ ft}) = 28.5\text{ lb-ft}$$

$$F = 4.8\text{ lb}$$

Ἀντικαθιστῶντες τὴν τιμὴν ταύτην εἰς τὴν ἐξίσωσιν τὴν ληφθεῖσαν ἐκ τῆς πρώτης συνθήκης ἰσορροπίας, εὑρίσκομεν $R - 12\text{ lb} - 5.0\text{ lb} - 4.8\text{ lb} = 0$, ἢ $R = 22$ lb.

Παράδειγμα : Σχοινίον C (Εἰκ. 7) βοηθεῖ εἰς τὸ νὰ ὑποστηρίζεται μία ὁμοιόμορφος δοκὸς 200-lb, μήκους 20 ft, ἓν ἄκρον τῆς ὁποίας στηρίζεται εἰς τὸν τοῖχον καὶ τὸ ἕτερον ὑποβαστάζει ἓν φορτίον 1.0 τόννου. Τὸ σχοινίον σχηματίζει μίαν γωνίαν 30° μετὰ τῆς δοκοῦ, ἤτις εἶναι ὁριζοντία. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ τάσις εἰς τὸ σχοινίον.



Εἰκ. 7. Δυνάμεις δρῶσαι ἐπὶ μιᾶς ὁριζοντίου δοκοῦ.

Ἀφοῦ ἅπασαι αἱ γνωσταὶ δυνάμεις δροῦν ἐπὶ τῆς ἐχούσης μῆκος 20 ft δοκοῦ, ἂς τὴν θεωρήσωμεν ὡς τὸ ἀντικείμενον ἐν ἰσορροπίᾳ. Ἐπιπροσθέτως πρὸς τὰς κατ' εὐθεῖαν πρὸς τὰ κάτω δρώσας δυνάμεις ἐκ 200 lb καὶ 2000 lb, ὑφίσταται ἐπίσης ἡ ἕλξις τοῦ σχοινίου ἐπὶ τῆς δοκοῦ, καὶ ἡ δύναμις F, τὴν ὁποίαν ἡ ἄρθρωσις ἀσκεῖ ἐπὶ τῆς δοκοῦ εἰς τὸν τοῖχον. Ἂς μὴ διαπράξωμεν τὸ λάθος νὰ ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ δύναμις εἰς τὴν ἄρθρωσιν κατευθύνεται εὐθέως πρὸς τὰ ἄνω, ἢ κατ' εὐθεῖαν κατὰ μῆκος τῆς δοκοῦ. Μικρὰ σκέψις θὰ μᾶς πείσῃ ὅτι ἡ ἄρθρωσις δέον νὰ προσωθεῖ τόσον πρὸς τὰ ἄνω ὅσον καὶ πρὸς τὰ ἔξω τῆς δοκοῦ. Ἡ ἀκριβὴς διεύθυνσις τῆς δυνάμεως ταύτης, ὡς καὶ τὸ μέγεθός της εἶναι ἄγνωστα. Ἡ δευτέρα συνθήκη ἰσορροπίας εἶναι ἕνα ἐξαίρετον μέσον καὶ πρέπει νὰ χρησιμοποιεῖται εἰς τοιαύτας περιπτώσεις, καθόσον ἐὰν χρησιμοποιηθῇ ὡς ἕνας ἄξων διὰ τοῦ σημείου O, ὡς πρὸς τὸν ὁποῖον νὰ ὑπολογίσωμεν τὰς ροπὰς στρέψεως, ἡ ἄγνωστος δύναμις ἐπὶ τῆς ἄρθρωσεως ἔχει μηδὲν μοχλοβραχίονα ροπῆς καὶ συνεπῶς προκαλεῖ μηδὲν ροπὴν στρέψεως. Τὸ ἀξιόλογον εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εἶναι ὅτι δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν τὴν τάσιν T εἰς τὸ σχοινίον χωρὶς νὰ γνωρίζωμε τὴν διεύθυνσιν ἢ τὸ μέγεθος τῆς δυνάμεως εἰς τὸ σημεῖον 0.

Αἱ ροπαὶ στρέψεως περὶ τὸ 0, λαμβανομένου ὡς ἄξονος, εἶναι,

$(200\text{ lb})(10\text{ ft}) = 2000\text{ lb-ft}$ (ἀντιθέτως πρὸς τὴν κίνησιν τῶν δεικτῶν ὡρολογίου)

$(2000\text{ lb})(20\text{ ft}) = 40000\text{ lb-ft}$ (ἀντιθέτως πρὸς τὴν κίνησιν τῶν δεικτῶν ὡρολογίου)

$T(20\text{ ft}) + \text{ημ}\,30^\circ = T(10\text{ ft})$ (κατὰ τὴν κίνησιν τῶν δεικτῶν ὡρολογίου).

(ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ : Ὁ μοχλοβραχίων ροπῆς T εἶναι $\overline{OP} = 20\text{ ft} \times \text{ημ}\,30^\circ = 10\text{ ft}$). Τότε

$$-T(10\text{ ft}) + 2000\text{ lb-ft} + 40000\text{ lb-ft} + F(0) = 0$$

οὕτως ὥστε

$$T = 4200\text{ lb} = 2.1\text{ τόννοι}$$

Τὸ πρόβλημα τῆς εὑρέσεως τοῦ μεγέθους καὶ τῆς διευθύνσεως τῆς δυνάμεως εἰς τὴν ἄρθρωσιν, ἀφήνεται εἰς τὸ σπουδαστήν (ΥΠΟΔΕΙΞΙΣ : Ἐφαρμόσατε τὴν πρώτην συνθήκην ἰσορροπίας).

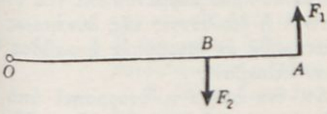
Τὸ χρησιμοποιηθὲν τέχνασμα τῆς ἀφαιρέσεως τῆς ἀγνώστου δυνάμεως ἀπὸ τὸ πρόβλημα διὰ τῆς λήψεως ροπῶν στρέψεως περὶ τὴν ἄρθρωσιν, λαμβανομένην ὡς ἄξονα, εἶναι τυποποιημένη μέθοδος εἰς τὴν στατικήν. Οἱ σπουδασταὶ πρέπει πάντοτε νὰ προσέχουν ὅπως ἐπωφελοῦνται τῆς εὐκαιρίας νὰ παρακάμπτουν τὴν ἐνοχλητικὴν ἄγνωστον δύναμιν (προσωρινῶς) ἐπιλέγοντες ἕναν ἄξονα ροπῶν στρέψεως ὅστις κεῖται ἐπὶ τῆς γραμμῆς δράσεως τῆς ἀγνώστου δυνάμεως τὴν ὁποίαν ἐπιθυμοῦν ν' ἀποφύγουν.

9-7. Ζεύγη. Γενικῶς, ἡ ἐφαρμογὴ μιᾶς ἢ πλειόνων δυνάμεων ἐπὶ ἑνὸς ἀντικειμένου, προκαλεῖ τόσον μεταθετικὰς ὅσον καὶ περιστροφικὰς ἐπιταχύνσεις. Ἐξαίρεσιν ὡς πρὸς τὸ ἀποτέλεσμα τοῦτο ἀποτελεῖ ἡ περίπτωσις καθ' ἣν μία μοναδικὴ δύναμις ἐφαρμόζηται κατὰ μῆκος γραμμῆς διερχομένης διὰ τοῦ κέντρου βάρους τοῦ ἀντικειμένου, ὁπότε δὲν ὑφίσταται περιστροφικὴ ἐπιτάχυνσις. Ἑτέρα εἰδικὴ περίπτωσις εἶναι ἐκείνη εἰς ἣν δύο δυνάμεις ἴσαι κατὰ τὸ μέγεθος, ἀντίθετοι

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κατὰ τὴν διεύθυνσιν καὶ ὄχι ἐπὶ τῆς αὐτῆς γραμμῆς δράσεως, ἐφαρμόζονται ἐπὶ τοῦ ἀντικειμένου ὡς εἰς τὴν Εἰκ. 1*b*. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην δὲν ὑφίσταται μεταθετικὴ ἐπιτάχυνσις, ἀλλὰ ὑπάρχει καθαρὰ ροπὴ στρέψεως καὶ ὡς ἐκ τούτου περιστροφικὴ ἐπιτάχυνσις. Ἕνα σύστημα δύο δυνάμεων ἴσων κατὰ τὸ μέγεθος, ἀντιθέτων κατὰ τὴν διεύθυνσιν καὶ μὴ κειμένων ἐπὶ τῆς αὐτῆς γραμμῆς δράσεως καλεῖται ἓν *ζεῦγος δυνάμεων*. Ἡ ροπὴ στρέψεως, ἡ προκαλουμένη ὑπὸ ἑνὸς ζεύγους, εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς θέσεως τοῦ ἄξονος καὶ ἔχει μέτρον ἴσον πρὸς τὸ γινόμενον μιᾶς τῶν δυνάμεων ἐπὶ τὴν κάθετον ἀπόστασιν μεταξὺ αὐτῶν.

Ἂς λάβωμεν τὴν ροπὴν στρέψεως τὴν παραγομένην ὑπὸ τοῦ ζεύγους τοῦ ἀπεικονιζομένου εἰς τὴν Εἰκ. 8. Ἡ περὶ τὸν



ἄξονα O παραγομένη ροπὴ στρέψεως διὰ τῆς F_1, ἔχει μέτρον $F_1(\overline{OA})$, καὶ ἡ διὰ τῆς F_2 ἔχει μέτρον $-F_2(\overline{OB})$. Ἀφοῦ $F_1 = F_2 = F$, ἡ ὁλικὴ ροπὴ στρέψεως ἔχει μέτρον :

$$F(\overline{OA}) - F(\overline{OB}) = F(\overline{OA} - \overline{OB}) = F(\overline{AB})$$

Τοῦτο ἐπαληθεύει τὸ ἀξίωμα ὅτι ἡ ροπὴ στρέψεως ἡ παραγομένη ὑπὸ ἑνὸς ζεύγους δυνάμεων, ἔχει μέτρον τὸ γινόμενον τῆς μιᾶς (οἱασδήποτε) τῶν ἴσων δυνάμεων καὶ τῆς καθέτου ἀποστάσεως μεταξὺ αὐτῶν, ἕνα γινόμενον ἀνεξάρτητον τῆς θέσεως τοῦ ἄξονος. Ἕνα ζεῦγος δυνάμεων δὲν εἶναι δυνατὸν ν' ἀντικατασταθῇ ὑπὸ μιᾶς μόνον δυνάμεως, ἀλλὰ μόνον διὰ τῆς ἐφαρμογῆς ἑνὸς ἑτέρου ζεύγους ἴσου κατὰ τὸ μέγεθος καὶ ἀντιθέτου κατὰ τὴν διεύθυνσιν.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἡ κίνησις ἑνὸς σώματος προσδιορίζεται ἐκ τῆς *θέσεως* τῶν δρώντων ἐπ' αὐτοῦ δυνάμεων ὡς ἐπίσης καὶ ἐκ τοῦ μεγέθους καὶ τῆς διευθύνσεως τῶν δυνάμεων τούτων.

Ὁ *μοχλοβραχίων ροπῆς* μιᾶς δυνάμεως εἶναι ἡ κάθετος ἀπόστασις τοῦ ἄξονος ἀπὸ τὴν γραμμὴν δράσεως τῆς δυνάμεως.

Ἡ *ροπὴ στρέψεως*, ἡ παραγομένη ὑπὸ μιᾶς δυνάμεως, εἶναι ἴση πρὸς τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως καὶ τοῦ μοχλοβραχίονος ροπῆς αὐτῆς

$$L = Fs$$

Ἡ ροπὴ στρέψεως μετρεῖται εἰς λίβρας-πόδας, μέτρα-νιοῦτον, ἑκατοστόμετρα-δύνας ἢ καθ' οἱονδήποτε συνδυασμὸν μονάδων δυνάμεως καὶ ἀποστάσεως.

Ἡ ροπὴ στρέψεως εἶναι ἀνυσματικὴ ποσότης.

Ἵνα ἓν ἀντικείμενον εἶναι ἐν ἰσορροπίᾳ, εἶναι ἀναγκαῖον 1) ὅπως τὸ ἀνυσματικὸν ἄθροισμα τῶν ἐφαρμοζομένων δυνάμεων ἐπ' αὐτοῦ εἶναι μηδέν, καὶ 2) ὅπως τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν στρέψεως (περὶ οἱουδήποτε ἄξονος) τῶν δρώντων ἐπ' αὐτοῦ εἶναι μηδέν.

$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$
$$\Sigma L = 0$$

Κέντρον βάρους ἑνὸς σώματος εἶναι τὸ σημεῖον εἰς τὸ ὁποῖον τὸ βάρος του δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς δρῶν.

Ἓν ζεῦγος συνίσταται ἐκ δύο δυνάμεων ἴσων κατὰ τὸ μέγεθος, ἀντιθέτων κατὰ τὴν διεύθυνσιν καὶ μὴ εὑρισκομένων ἐπὶ τῆς αὐτῆς γραμμῆς δράσεως. Ἡ ροπὴ στρέψεως ἡ προξενουμένη ὑπὸ ἑνὸς ζεύγους εἶναι ἴση πρὸς τὸ γινόμενον τῆς μιᾶς (οἱασδήποτε) τῶν δυνάμεων ἐπὶ τὴν κάθετον ἀπόστασιν μεταξὺ τῶν δυνάμεων.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ 1. Ποῖα εἶναι τὰ πλεονεκτήματα ἑνὸς τροχοπεδικοῦ τυμπάνου ἑνὸς αὐτοκινήτου μετὰ μεγάλης διαμέτρου ἔναντι ἑτέρου μετὰ μικρᾶς διαμέτρου ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

2. Νὰ περιγραφῇ καὶ νὰ ἐπεξηγηθῇ ἡ διαφορὰ ὡς πρὸς τὴν θέσιν ἑνὸς ἀνθρώπου φέροντος ἀποσκευὴν εἰς τὴν μίαν χεῖρα καὶ ἑτέρου φέροντος ἀνὰ μίαν εἰς ἑκάστην χεῖρα.

3. Ἕνας ἄνθρωπος ἐπιθυμεῖ νὰ ἐλέγξῃ τὸ βάρος τοῦ ἀγορασθέντος ὑπ' αὐτοῦ ἐμπορεύματος, ἀλλὰ δὲν διαθέτει εἰ μὴ μόνον ἕναν ἐλατηριωτὸν ζυγὸν ὅστις ἐπιτρέπει τὴν ἀνάγνωσιν τοῦ ἑνὸς μόνον τρίτου τοῦ ὑποτεθεμένου βάρους τοῦ ἐμπορεύματός του.

Ἀποδείξατε πῶς δύναται οὗτος νὰ ἐπιτύχῃ ἀκριβῆ ζύγισιν μὲ τὸν ἐλατηριωτὸν τοῦτον ζυγὸν καὶ ἕνα ξύλινον μέτρον.

4. Πῶς εἶναι δυνατὸν νὰ προσδιορισθῇ ἐμπειρικῶς τὸ κέντρον βάρους ἑνὸς ἀκανονίστου σώματος;

5. Πῶς εἶναι δυνατὸν νὰ χρησιμοποιηθῇ τὸ κέντρον βάρους διὰ νὰ ἐντοπισθῇ τὸ γεωγραφικὸν κέντρον μιᾶς τοποθεσίας;

6. Νὰ ἐρευνηθοῦν τὰ περὶ σταθερότητος ἑνὸς σώματος ἐν ἰσορροπίᾳ. Ποίαν σχέσιν ἔχει ἡ σταθερότης του πρὸς τὴν δυναμικὴν του ἐνέργειαν; Δώσατε ἀπεικονίσεις.

7. Εἶναι δυνατὸν νὰ ἰσορροπῇ ἐπ' ἄπειρον μία ὁμοιόμορφος ράβδος ἐπὶ τῆς ἀκμῆς μιᾶς μαχαίρας; Ἐξηγήσατε πῶς.

8. Μία ράβδος στηρίζεται, διὰ τοῦ ἑνὸς αὐτῆς ἄκρου ἐπὶ ἀτριβοῦς κορυφῆς μιᾶς τραπέζης. Ἕνα νῆμα εἶναι προσδεδεμένον ἐπὶ τοῦ ἑτέρου ἄκρου τῆς ράβδου. Ποία δέον νὰ εἶναι ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως τῆς ἐφαρμοζομένης εἰς τὸ νῆμα ἵνα διατηρηθῇ ἐν ἰσορροπίᾳ ἡ ράβδος ὑπὸ γωνίαν 45^0 ἐν σχέσει μὲ τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον;

9. Νὰ ἀποδειχθῇ τὸ ἀξίωμα ὅτι ἵνα σῶμα τι ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τριῶν μὴ παραλλήλων δυνάμεων, αἱ δυνάμεις αὗται δέον νὰ ἔχουν τοιαύτην διεύθυνσιν ὥστε αἱ γραμμαὶ δράσεως αὐτῶν νὰ τέμνωνται εἰς ἓν καὶ μόνον σημεῖον.

10. Ἀποδείξατε ὅτι ἐὰν ἡ συνισταμένη ἑνὸς συνόλου συγκλινουσῶν δυνάμεων εἶναι μηδέν, τότε τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν στρέψεως, περὶ οἱουδήποτε σημείου, αἱ ὀφειλόμεναι εἰς τὰς δυνάμεις ταύτας, πρέπει νὰ εἶναι ἐπίσης μηδέν.

11. Ὁ Ἀρχιμήδης εἶπεν «δῶς μοι πᾶ στῶ καὶ τᾶν γᾶν κινήσω». Σχολιάσατε τοῦτο τὸ ἀξίωμα. Ποῖαι ἦσαν αἱ ἀπαραίτητοι βοηθητικαὶ συσκευαί, τὰς ὁποίας εἶχεν τότε ἀνάγκην διὰ νὰ πραγματοποιήσῃ τὸ κοσμικὸν τοῦτο πείραμα;

12. Ἀποδείξατε ὅτι ἓν ζεῦγος δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἀντικατασταθῇ εἰ μὴ ὑπὸ ἑτέρου ζεύγους.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ **1.** Ἓν 50—lb σῶμα εἶναι ἀνηρτημένον ἐν ἠρεμίᾳ ἐκ σχοινίου περιελημμένου πέριξ ἑνὸς κυλίνδρου διαμέτρου 6.0 in. Ποία εἶναι ἡ ροπὴ στρέψεως πέριξ τοῦ ἄξονος τοῦ κυλίνδρου;

2. Μία ράβδος 10.0 ft μήκους ἀρθρωμένη κατὰ τὸ ἓν αὐτῆς ἄκρον, συγκρατεῖται ὑπὸ γωνίαν 30^0 κάτωθεν τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου ὑπὸ καταστασιν 8.0 ft ἀπὸ τοῦ σημείου τῆς ἀρθρώσεως. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ροπὴ στρέψεως ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν δύναμιν ταύτην πέριξ ἑνὸς ἄξονος διερχομένου διά: α) τῆς ἀρθρώσεως, β) τοῦ μέσου τῆς ράβδου, γ) τοῦ ἐλευθέρου ἄκρου αὐτῆς. Ἀπ. 14 lb-ft, 5.2 lb-ft, 3.5 lb-ft.

3. Μία ὁμοιόμορφος σανίδα 20.0 cm × 10.0 cm ἔχει μίαν μᾶζαν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

200 gm. Ἑτέρα μᾶζα 80.0 gm εἶναι προσηρτημένη εἰς μίαν γωνίαν. Νὰ εὑρεθῇ καὶ ἐντοπισθῇ τὸ κέντρον μάζης τοῦ ὅλου συνδυασμοῦ.

4. Μία ὁμοιόμορφος σανὶς ἐμβαδοῦ 20.0 cm^2 ἔχει μίαν μᾶζαν 200 gm. Ἀνὰ μία σφαῖρα εἶναι προσηρτημέναι κατὰ τὴν ἑξῆς τάξιν εἰς ἑκάστην γωνίαν αὐτῆς : 100 gm μάζης εἰς τὸ A, 200 gm μάζης εἰς τὸ B, 50 gm μάζης εἰς τὸ C, καὶ 60 gm μάζης εἰς τὸ D. Νὰ εὑρεθῇ τὸ κέντρον μάζης τοῦ συστήματος.

Ἀπ. $x = 1.5$ cm, $y = 3.1$ cm ἀπὸ τοῦ σημείου τομῆς τῶν διαγωνίων

5. Μία ὁμοιόμορφος ράβδος μήκους 150 cm ἔχει μᾶζαν 250 gm. Ἡ ράβδος ἔχει καμφθῇ εἰς δύο σημεῖα κατ' ὀρθὴν γωνίαν. Ἕνας τῶν βραχιόνων ἔχει μῆκος 80 cm, ὁ δεύτερος 40 cm καὶ ὁ τρίτος 30 cm. Νὰ εὑρεθῇ τὸ κέντρον μάζης τοῦ συστήματος.

6. Μία ὁμοιόμορφος ράβδος ἔχει μᾶζαν 2.0 gm δι' ἕκαστον ἑκατοστόμετρον τοῦ μήκους της. Ἡ ράβδος κάμπτεται εἰς σχῆμα γράμματος L μὲ τὸν μεγαλύτερον βραχίονα 100 cm καὶ τὸν βραχύτερον 50 cm. Νὰ εὑρεθῇ ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους τῆς κεκαμμένης ράβδου.

Ἀπ. 8.3 cm ἀπὸ τοῦ μακροτέρου βραχίονος, 33 cm ἀπὸ τοῦ βραχυτέρου.

7. Δύο ὁμοιόμορφοι ράβδοι, ἑκάστη τῶν ὁποίων ἔχει μᾶζαν 2.0 gm ἀνὰ ἑκατοστόμετρον μήκους, ἔχουν μῆκος 40 καὶ 60 cm.

Ἡ βραχυτέρα ράβδος ἑνοῦται μετὰ τῆς ἑτέρας διὰ τοῦ ἄκρου αὐτῆς καὶ εἰς ἀπόστασιν 20 cm ἐκ τοῦ ἑνὸς τῶν ἄκρων της, σχηματίζουν δὲ ἑνούμεναι ὀρθὴν γωνίαν. Νὰ εὑρεθῇ ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους τῶν συνδεδεμένων ράβδων.

8. Ἕνας ζωγράφος ἵσταται ἐπὶ ὁριζοντίου ἰκριώματος ἀνηρτημένου διὰ τῶν ἄκρων του ἀπὸ δύο κατακόρυφα σχοινία A καὶ B ἀπέχοντα ἀλλήλων 20 ft. Τὸ ἰκρίωμα ζυγίζει 50 lb. Ἡ τάσις εἰς τὸ σημεῖον A εἶναι 140 lb καὶ εἰς τὸ B εἶναι 60 lb. α) Ποῖον εἶναι τὸ βάρος τοῦ ζωγράφου ; β) Πόσον μακρὰν ἀπὸ τοῦ A ἵσταται οὗτος ;

Ἀπ. 150 lb, 4.7 ft.

9. Μία δοκὸς ὁμοιόμορφος 300-lb καὶ μήκους 40 ft φέρεται ὑπὸ τριῶν ἀνδρῶν, ἀπὸ ἓν ἄκρον αὐτῆς φέρει ἕκαστος τῶν ἀνδρῶν ἐνῶ τὰ δύο ἄκρα συνδέονται ὑπὸ μιᾶς ἐγκαρσίου δοκοῦ. Ποῦ πρέπει νὰ ἔχῃ τοποθετηθῇ ἡ ἐγκαρσία δοκὸς οὕτως ὥστε ἕκαστος τῶν ἀνδρῶν νὰ σηκώνῃ τὸ αὐτὸ φορτίον ;

10. Ἕνας ὁμοιόμορφος ἱστὸς μήκους 20 ft καὶ βάρους 80 lb φέρεται ὑπὸ ἑνὸς παιδιοῦ εὑρισκομένου εἰς ἀπόστασιν 2.0 ft ἀπὸ τοῦ ἄκρου A καὶ ἑνὸς ἀνδρὸς εὑρισκομένου εἰς ἀπόστασιν 5.0 ft ἀπὸ τοῦ ἄκρου B. Εἰς ποῖον σημεῖον τοῦ ἱστοῦ δέον νὰ τεθῇ βάρος 100 lb ὥστε ὁ ἀνὴρ νὰ φέρῃ βάρος διπλάσιον τοῦ παιδός ; *Ἀπ.* 8.8 ft ἀπὸ τοῦ B

11. Εἰς ποῖον σημεῖον δέον νὰ ἐφαρμοσθῇ δύναμις 100 lb ἐπὶ ἑνὸς ἱστοῦ ὁμοιομόρφου 20-lb καὶ μήκους 10 ft ἐὰν ἕνας ἀνὴρ εἰς τὸ ἓν ἄκρον ὑποβαστάζει βάρος 50 lb καὶ ἕτερος εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τὸ ὑπόλοιπον βάρος ; Ποίαν δύναμιν ἀσκεῖ ὁ δεύτερος ;

12. Ὁμοιόμορφος δοκὸς 30-lb καὶ μήκους 10 ft, φέρεται ὑπὸ δύο ἀνδρῶν A καὶ B ἐκ τῶν δύο ἄκρων αὐτῆς. α) Ἐὰν ὁ A ἀσκεῖ δύναμιν 25 lb, ποῦ πρέπει νὰ τεθῇ ἐπὶ τῆς δοκοῦ βάρος 50 lb ; β) Ποίαν δύναμιν ἀσκεῖ ὁ B ; *Ἀπ.* 2.0 ft ἀπὸ τοῦ B, 55 lb

13. Τηλεφωνικὸς πάσσαλος ζυγίζει 300 lb καὶ ἔχει μῆκος 30.0 ft. Τὸ κέντρον βάρους του εὑρίσκεται εἰς ἀπόστασιν 10.0 ft. ἀπὸ τοῦ παχυτέρου ἄκρου του. Ποία δύναμις δέον νὰ ἐφαρμοσθῇ εἰς τὸ λεπτότερον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἄκρον διὰ νὰ διατηρηθῇ ὁ πάσσαλος εἰς ὁριζοντίαν θέσιν ὅταν ὑποστηρίζεται εἰς τὸ κέντρον του ;

14. Μία ἀνομοιόμορφος ράβδος σιδήρου 16 ft. μήκους, ἐδράζεται ἐπὶ δύο ὑποστηριγμάτων, τοποθετημένων ἀνὰ ἓν εἰς ἕκαστον ἄκρον αὐτῆς. Εἰς τὸ ἄκρον A, τὸ ὑποστήριγμα ἀσκεῖ δύναμιν 200 lb, εἰς δὲ τὸ ἕτερον ἄκρον B, 160 lb. Ὑπάρχει ἓν φορτίον 40 lb, εἰς ἀπόστασιν 2.0 ft ἀπὸ τοῦ B καὶ ἕτερον 60 lb εἰς ἀπόστασιν 4.0 ft ἀπὸ τοῦ A. Νὰ εὑρεθῇ τὸ βάρος τῆς ράβδου καὶ τὸ κέντρον βάρους αὐτῆς.

Ἀπ. 260 lb, 6.8 ft ἀπὸ τοῦ A

15. Ὁμοιόμορφος ὁριζοντία δοκὸς μήκους 15 ft ἔχει τὸ μὲν ἓν ἄκρον αὐτῆς στηριζόμενον ἐπὶ προεξοχῆς κατακορύφου τοίχου ἐνῶ τὸ ἕτερον ἄκρον συγκρατεῖται ὑπὸ σχοινίου, σχηματίζοντος γωνίαν 30^0 μετὰ τοῦ τοίχου. Ἡ δοκὸς ζυγίζει 100 lb καὶ φέρει φορτίον 200 lb εἰς τὸ πρὸς τὰ ἔξω ἄκρον αὐτῆς. Νὰ εὑρεθῇ ἡ τάσις εἰς τὸ σχοινίον ὡς καὶ αἱ κατακόρυφος καὶ ὁριζοντία δυνάμεις ἐπὶ τοῦ τοίχου.

16. Βέλος γερανοῦ μήκους 30 ft, ζυγίζον 200 lb καὶ ἔχον τὸ κέντρον βάρους του 10 ft ἀπὸ τοῦ πυθμένος ἀρθροῦται κατὰ τὸ κατώτερον αὐτοῦ ἄκρον καὶ σχηματίζει γωνίαν 30^0 μετὰ τῆς κατακορύφου. Τὸ βέλος τοῦτο τηρεῖται εἰς τὴν θέσιν ταύτην ὑπὸ ὁριζοντίου καλωδίου προσηρμοσμένου εἰς τὸ ἄνω ἄκρον αὐτοῦ. Τὸ βέλος φέρει φορτίον 1000 lb εἰς τὸ ἄνω αὐτοῦ ἄκρον. Νὰ εὑρεθῇ ἡ τάσις εἰς τὸ καλώδιον, ἡ ὁριζοντία καὶ κατακόρυφος συνιστῶσαι τῆς ἀσκουμένης ἐπὶ τῆς ἀρθρώσεως δυνάμεως, καὶ ἡ συνισταμένη τῶν ἐξασκουμένων δυνάμεων εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο.

Ἀπ. $62\bar{0}$ lb, $62\bar{0}$ lb, $12\bar{0}0$ lb, $13\bar{0}0$ lb, 63 ὑπὲρ τὴν ὁριζόντιον

17. Τὸ ὁμοιόμορφον βέλος γερανοῦ ἔχει μῆκος 40.0 ft, καὶ ζυγίζει 400 lb. Φέρει ἄρθρωσιν εἰς τὸ κάτω αὐτοῦ ἄκρον καὶ τηρεῖται ὑπὸ γωνίαν 45^0 διὰ σχοινίου προσηρμοσμένου εἰς σημεῖον εὑρισκόμενον εἰς ἀπόστασιν 10 ft ἀπὸ τοῦ ἄνω ἄκρου. Τὸ σχοινίον προσδέσεως σχηματίζει γωνίαν 60^0 μετὰ τῆς κατακορύφου. Φορτίον 3600 lb ἀναρτᾶται ἐπὶ τοῦ ἄκρου τοῦ βέλους. Νὰ εὑρεθοῦν α) ἡ τάσις εἰς τὸ συνδετικὸν σχοινίον, β) ἡ κατακόρυφος καὶ ἡ ὁριζοντία ὦσις εἰς τὴν ἄρθρωσιν καὶ γ) ἡ συνισταμένη ὦσις εἰς τὴν ἄρθρωσιν.

18. Μία ὁμοιόμορφος χαλύβδινος ράβδος μήκους 10.0 ft κρατεῖται κατὰ τὸ ἓν ἄκρον αὐτῆς ὑπὸ καλωδίου τὸ ὁποῖον σχηματίζει ὀρθὴν γωνίαν μὲ τὴν ράβδον ἐνῶ τὸ ἄλλο ἄκρον αὐτῆς ἵσταται ἐπὶ τοῦ πατώματος. Ἡ ράβδος ζυγίζει 100 lb καὶ σχηματίζει μετὰ τοῦ πατώματος γωνίαν 60^0. Ἀντικείμενον βάρους 50 lb εἶναι ἀνηρτημένον ἀπὸ τῆς ράβδου καὶ εἰς ἀπόστασιν 3.0 ft ἀπὸ τοῦ ἄνω ἄκρου αὐτῆς. Ποία εἶναι ἡ τάσις εἰς τὸ καλώδιον ;

Ἀπ. 42 lb

19. Ὁμοιόμορφος ράβδος μήκους 16 ft, ζυγίζουσα 200 lb, ἐδράζεται κινητῶς κατὰ τὸ ἄνω αὐτῆς ἄκρον. Αὕτη φέρεται πρὸς τὰ πλάγια οὕτως ὥστε νὰ σχηματίζει γωνίαν 30^0 μετὰ τῆς κατακορύφου, διὰ σχοινίου στερεωμένου κατὰ τὸ κατώτερον αὐτοῦ ἄκρον καὶ σχηματίζον γωνίαν 90^0 μετὰ τῆς ράβδου. Νὰ εὑρεθῶσιν, ἡ τάσις εἰς τὸ σχοινίον καὶ ἡ ὁριζόντιος, κατακόρυφος καὶ συνισταμένη δυνάνεις εἰς τὸ σημεῖον τῆς ἐλευθέρας ἐδράσεως αὐτῆς.

20. Μία ὁμοιόμορφος ράβδος μήκους 30 ft καὶ ζυγίζουσα 200 lb στερεοῦνται διὰ τοῦ ἄνω αὐτῆς ἄκρου. Φέρεται πλαγίως ὥστε νὰ σχηματίζῃ γωνίαν 60^0 μετὰ τῆς κατακορύφου διὰ σχοινίου στερεωμένου εἰς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὸ κατώτερον αὐτῆς ἄκρον σχηματίζον γωνίαν 90^0 μετ' αὐτῆς. Νὰ εὑρεθοῦν α) ἡ τάσις εἰς τὸ σχοινίον, β) ἡ ὁριζοντία συνιστῶσα τῆς δυνάμεως εἰς τὸ σημεῖον ἐδράσεως αὐτῆς, γ) ἡ κατακόρυφος τοιαύτη εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον καὶ δ) ἡ συνισταμένη δύναμις εἰς τὸ σημεῖον ἀρθρώσεως. *Ἀπ.* 87 lb, 43 lb, 125 lb, 132 lb, 19^0 ἐκ τῆς κατακορύφου

21. Ὁμοιόμορφος κινητὴ κλῖμαξ μήκους 40 ft, ζυγίζουσα 50 lb στηρίζεται ἐπὶ λείου κατακορύφου τοίχου. Ἡ κλῖμαξ σχηματίζει γωνίαν 60^0 μετὰ τοῦ ὁριζοντίου δαπέδου. α) Ποίαν δύναμιν ἀσκεῖ ἐπὶ τῆς κλίμακος ὁ τοῖχος; β) Ποῖαι εἶναι ἡ ὁριζοντία καὶ κάθετος συνιστῶσαι τῆς δυνάμεως τὴν ὁποίαν τὸ δάπεδον ἀσκεῖ ἐπὶ τῆς κλίμακος;

22. Ὁμοιόμορφος κλῖμαξ μήκους 20 ft ζυγίζουσα 30 lb στηρίζεται ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους καὶ κλίνει ὑπὸ γωνίαν 60^0 ὡς πρὸς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον ἐπὶ λείου κατακορύφου τοίχου. Πόσον ὕψος δύναται ν' ἀνέλθῃ ἐπὶ τῆς κλίμακος ἄνθρωπος ζυγίζων 160 lb πρὶν ἢ ἡ κλῖμαξ ὀλισθήσῃ, ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς μεταξὺ κλίμακος καὶ ἐδάφους εἶναι 0.433; *Ἀπ.* 15.9 ft

23. Ἄνθρωπος ζυγίζων 200 lb ἵσταται ἐπὶ κλίμακος βάρους 50 lb ἐχούσης μῆκος 20 ft. Τὸ ἓν ἄκρον τῆς κλίμακος στηρίζεται ἐπὶ ὁριζοντίου δαπέδου. Τὸ ἕτερον ἄκρον της συγκρατεῖται ὑπὸ κατακορύφου σχοινίου οὕτως ὥστε ἡ κλῖμαξ νὰ σχηματίζῃ γωνίαν 20^0 μετὰ τοῦ δαπέδου. Εἰς ἄνθρωπος ἀπέχει 4.0 ft ἀπὸ τοῦ ἄκρου ἐπὶ τοῦ ὁποίου εἶναι προσδεδεμένον τὸ σχοινίον. Παιδίον ἀσκεῖ πρὸς τὰ κάτω δύναμιν 25 lb κάθετον πρὸς τὴν κλίμακα εἰς σημεῖον ἀπέχον 8.0 ft ἀπὸ τοῦ ἄκρου τοῦ στηριζομένου ἐπὶ τοῦ δαπέδου. Νὰ προσδιορισθῇ α) ἡ τάσις εἰς τὸ σχοινίον καὶ β) ἡ ἀσκουμένη ὑπὸ τοῦ δαπέδου ὤθησις.

24. Ὁμοιόμορφος κλῖμαξ στηρίζεται ἐπὶ λείου τοίχου. Ὁ συντελεστὴς τῆς στατικῆς τριβῆς μεταξὺ τῆς κλίμακος καὶ τοῦ ὁριζοντίου δαπέδου εἶναι 0.40. Ποία εἶναι ἡ μεγαλυτέρα γωνία μεταξὺ τοῦ τοίχου καὶ τῆς κλίμακος πέραν τῆς ὁποίας ἡ κλῖμαξ θὰ ὀλισθήσῃ; *Ἀπ.* 39^0

25. Μία ὁμοιόμορφος κλῖμαξ βάρους 20 lb στηρίζεται ἐπὶ λείου τοίχου. Ὁ συντελεστὴς τῆς στατικῆς τριβῆς μεταξὺ τῆς κλίμακος καὶ τοῦ ὁριζοντίου δαπέδου εἶναι 0.40. Ποία εἶναι ἡ μεγαλυτέρα γωνία μεταξὺ τοῦ τοίχου καὶ τῆς κλίμακος καθ' ἣν παιδίον βάρους 50 lb δύναται ν' ἀναρριχηθῇ ἐπὶ τῆς κορυφῆς της ἄνευ ὀλισθήσεως ταύτης;

26. Μία θύρα ἀγροικίας βάρους 20 lb βαστάζεται ὑπὸ δύο γυγγλίμων κειμένων εἰς ἀπόστασιν 4.0 ft ἀπ' ἀλλήλων. Ἡ θύρα ἔχει μῆκος 12.0 ft. Τὸ βάρος της ἀνέχεται ἐξ ὁλοκλήρου ὑπὸ τοῦ πρώτου γυγγλίμου. Ἐὰν ἡ θύρα ἔχει ὁμοιόμορφον κατασκευήν, ποῖαι δυνάμεις ἀσκοῦνται α) ἐπὶ τοῦ ἄνω γυγγλίμου καὶ β) ἐπὶ τοῦ κατωτέρου τοιούτου; *Ἀπ.* 36 lb, 56^0 ἀπὸ τῆς κατακορύφου, 36 lb, ὁριζοντίως

27. Θύρα ἀγροικίας ὁμοιομόρφου κατασκευῆς βάρους 60 kg καὶ μήκους 2.5 m, ἀνέχεται ὑπὸ δύο γιγγλύμων, (στρόφιγξ τῶν θυρῶν τοῦ ἑνὸς εὑρισκομένου ἄνωθεν τοῦ ἄλλου εἰς ἀπόστασιν μεταξύ των 0.75 m. Ἐὰν οἱ γίγγλυμοι μερίζονται ἐξίσου τὸ βάρος, νὰ εὑρεθῶσιν τὸ μέγεθος καὶ ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως ἐφ' ἑκάστου γιγγλύμου ὅταν παῖς ζυγίζων 30 kg εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς θύρας εἰς τὸ ἀπώτερον ἀπὸ τῶν γιγγλύμων ἄκρον αὐτῆς.

28. Μεταλλικὸ ὁμοιόμορφον σύρμα κάμπτεται εἰς τὸ μέσον του οὕτως ὥστε τὰ δύο ἡμίση του νὰ εἶναι κάθετα ἐπ' ἄλληλα. Τὸ σύρμα στηρίζεται κατὰ τὸ ἓν ἄκρον του κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε νὰ περι-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

στρέφεται ἐλευθέρως περὶ αὐτό. Νὰ εὑρεθῇ ἡ γωνία μεταξὺ τοῦ ἄνω τομέως τοῦ σύρματος καὶ τῆς κατακορύφου ὅταν τὸ σύρμα ἰσορροπῇ. Ἀπ. 18.4°.

29. Μεταλλικὸν ὁμοιόμορφον σύρμα κάμπτεται εἰς τὸ μέσον του ὥστε νὰ σχηματισθῇ ἡ γωνία θ μεταξὺ τῶν δύο τμημάτων. Τὸ σύρμα κρεμᾶται διὰ τοῦ ἑνὸς ἄκρου του κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε νὰ δύναται νὰ περιστραφῇ ἐλευθέρως περὶ αὐτό. Διὰ ποίαν τιμὴν τῆς θ τὸ κατώτερον τμῆμα τοῦ σύρματος εὑρίσκεται ὁριζοντίως ὅταν τοῦτο ἰσορροπῇ ;

30. Μία ὁμοιόμορφος ράβδος μήκους 10.0 ft ζυγίζει 8.0 lb. Ἓν ἄκρον της τίθεται εἰς τὸ σημεῖον τομῆς τοῦ δαπέδου καὶ ἑνὸς τοίχου τοῦ δωματίου. Ἡ ράβδος κεῖται ἐγκαρσίως λείου ὑποστηρίγματος ὕψους 4.0 ft τοποθετημένου εἰς ἀπόστασιν 6.0 ft ἐκ τοῦ τοίχου. Νὰ εὑρεθοῦν ἡ ὁριζοντία καὶ κατακόρυφος συνιστῶσαι τῆς δυνάμεως ἐπὶ τοῦ κατωτέρου ἄκρου τῆς ράβδου Ἀπ. 2.6 lb, 4.2 lb.

31. Σῶμα κυβικοῦ σχήματος βάρους 250 lb, πλάτους 5.0 ft, κεῖται ἐπὶ ὁριζοντίου δαπέδου μὲ τὴν μία τῶν ἀκμῶν του ὀλίγον τι ὑπερυψωμένην λόγῳ ὑπάρξεως ἑνὸς ἐμποδίου. Ἵνα ἀνατραπῇ εὐχερέστερον τὸ σῶμα α) κατὰ ποῖον τρόπον δέον ν' ἀσκηθῇ ὥθησις καὶ β) ποίαν δύναμιν πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν ; γ) Κατὰ πόσον θὰ μεταβάλλεται ἡ δύναμις αὕτη ἐφόσον τὸ σῶμα θ' ἀρχίσῃ ν' ἀνατρέπεται ;

32. Μία σφαῖρα βάρους 30.0 lb κεῖται ἐπὶ ἐπιπέδου κεκλιμένου κατὰ 30° ὅπου ὁ συντελεστὴς τῆς στατικῆς τριβῆς εἶναι μεταξὺ αὐτοῦ καὶ τῆς σφαίρας 0.95. α) Ποία εἶναι ἡ ἐλαχίστη δύναμις ἥτις θέλει διατηρήσῃ τὴν σφαῖραν ἐν ἰσορροπίᾳ ; β) Κατὰ τίνα τρόπον δέον ν' ἀσκηθῇ ἡ δύναμις αὕτη ; Ἀπ. 7.5 lb

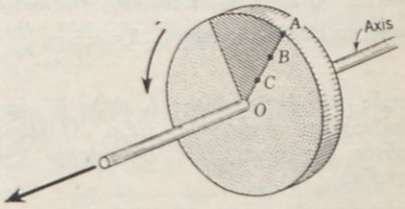
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Johan Didrik van der Waals

1837–1923. *Ἐγεννήθη εἰς τὸ Leyden, καθηγητὴς εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τοῦ Ἀμστερνταμ. Ἔλαβεν τὸ βραβεῖον Νόμπελ διὰ τὴν Φυσικὴν διὰ τὸ ἔργον του τὸ ἀφορὸν τὰς ἐξισώσεις καταστάσεως ἀερίων καὶ ὑγρῶν.*

στρέφεται περὶ τὸν ἄξονά του, ἅπαντα τὰ σημεῖα του δὲν κινοῦνται μετὰ τῆς αὐτῆς γραμμικῆς ταχύτητος. Μόλις ὁ δίσκος πραγματοποιήσῃ μίαν στροφήν, σημεῖα κείμενα μακρὰν τοῦ ἄξονος θὰ κινηθοῦν μὲ μεγαλυτέραν γραμμικὴν ταχύτητα ἀπὸ ἄλλα εὑρισκόμενα πλησίον του, καὶ θὰ διανύσουν διαφόρους ἀποστάσεις κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον. Εἰς τὴν Εἰκ. 1 τὸ σημεῖον A ἔχει μεγαλυτέραν ταχύτητα ἀπὸ τὸ B καὶ τὸ B μεγαλυτέραν τοῦ C.

Ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὴν γραμμὴν ABC καὶ ὄχι τὰ ἐπ' αὐτῆς σημεῖα, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ γραμμὴ αὕτη, ὡς σύνολον, περιστρέφεται περὶ τὸν ἄξονα. Μετά τι χρονικὸν διάστημα αὕτη θὰ στραφῇ κατὰ *γωνίαν* παριστωμένην ὑπὸ



Εἰκ. 1. Περιστροφὴ πέριξ τοῦ ἄξονος O. Ἡ γωνιακὴ ταχύτης εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ἅπαντα τὰ σημεῖα τοῦ δίσκου, ἀλλὰ ἡ γραμμικὴ ταχύτης αὐξάνει αὐξανομένης τῆς ἀκτῖνος.

10. ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗ ΑΚΑΜΠΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

Ἡ κίνησις ἑνὸς σώματος δυνατὸν νὰ εἶναι μετατόπισις, περιστροφὴ ἢ συνδυασμὸς μετατοπίσεως καὶ περιστροφῆς. Ἂς ἐξετάσωμεν ἐν πρώτοις τοὺς τρόπους κατὰ τοὺς ὁποίους ἡ περιστροφικὴ κίνησις εἶναι δυνατὸν νὰ περιγραφῇ. Θὰ παρατηρήσωμεν τότε ὅτι ἡ δρᾶσις μιᾶς ροπῆς στρέψεως εἰς τὸ νὰ μεταβάλῃ περιστροφικὴν κίνησιν, δύναται νὰ ἐκφρασθῇ ὑπὸ σχέσεων ὁμοίων πρὸς τοὺς νόμους τοῦ Νεύτωνος ποὺ ἤδη ἐπραγματεύθημεν.

10-1. Περιστροφικὴ κίνησις. Γωνιακὴ ταχύτης. Ὅταν ἕνας δίσκος περιτῆς σκιερᾶς περιοχῆς. Ἡ γωνία ἡ διαγραφεῖσα κατὰ μονάδα χρόνου καλεῖται *μέση γωνιακὴ ταχύτης*

$$\text{Γωνιακὴ ταχύτης} = \frac{\text{γωνιακὴ μετατόπισις}}{\text{χρόνος}}$$

$$\bar{\omega} = \frac{\theta}{t}$$

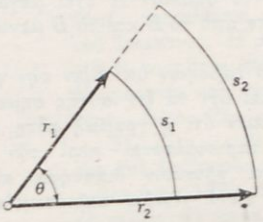
ὅπου $\bar{\omega}$ εἶναι ἡ μέση γωνιακὴ ταχύτης καὶ θ ἡ διανυθεῖσα γωνία εἰς χρόνον t.

Ἡ γωνία δύναται νὰ ἐκφρασθῇ εἰς μοίρας, εἰς περιστροφὰς (1 περιστροφὴ (rev) = 360°) ἢ εἰς ἀκτίνια. Ἡ γωνιακὴ ταχύτης ἐκφράζεται τότε εἰς μοίρας ἀνὰ sec, στροφὰς ἀνὰ sec ἢ εἰς ἀκτίνια ἀνὰ sec.

Τὸ ἀκτίνιον εἶναι μία μονὰς μετρή-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σεως γωνιῶν ἥτις ἰσοῦται μὲ τὴν ἐπίκεντρον ἐκείνην γωνίαν ἡ ὁποία, ἐπὶ κύκλου ἀκτῖνος r, βαίνει εἰς τόξον μήκους ἴσου πρὸς r. Κατὰ τὴν εἰς ἀκτίνια μέτρησιν, ὑπάρχει μία πολὺ ἁπλῆ σχέσις μεταξὺ περιστροφικῆς κινήσεως καὶ εὐθυγράμμου κινήσεως τῶν σημείων. Εἰς τὴν Εἰκ. 2 ὁ λόγος τοῦ μήκους τοῦ τόξου



Εἰκ. 2. Ὁ λόγος τοῦ τόξου πρὸς τὴν ἀκτῖνα εἶναι τὸ μέτρον τῆς γωνίας $\theta = \frac{s_1}{r_1} = \frac{s_2}{r_2}$

πρὸς τὴν ἀκτῖνα εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ἀμφότερα τὰ ὁμόκεντρα τόξα. Ὁ λόγος οὗτος χρησιμοποιεῖται ὡς μέτρον τῆς γωνίας

$$\theta = \frac{s}{r}$$

ὅπου s εἶναι τὸ μῆκος τοῦ τόξου καὶ r ἡ ἀκτίς. Ἡ μονὰς γωνίας εἰς τὸ σύστημα τοῦτο εἶναι τὸ *ἀκτίνιον (radian)* ὅπερ εἶναι ἡ γωνία τῆς ὁποίας τὸ μῆκος τοῦ τόξου της εἶναι ἴσον πρὸς τὴν ἀκτῖνα. Τὸ μῆκος τῆς περιφερείας εἶναι $2\pi r$. Ὅθεν

$$1 \text{ rev} = 360^0 = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ radian}$$

$$1 \text{ radian} = \frac{360^0}{2\pi} = 57.3^0 \text{ (κατὰ προσέγγισιν)}$$

Ἐὰν τὸ χρονικὸν διάστημα λαμβάνεται ὁλονὲν καὶ βραχύτερον, ἡ μέση γωνιακὴ ταχύτης προσεγγίζει τὴν στιγμιαίαν τιμήν.

Ἡ διάκρισις μεταξὺ ταχύτητος καὶ ἀνυσματικῆς ταχύτητος, ἡ χρησιμοποιηθεῖσα κατὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῆς εὐθυγράμμου κινήσεως, ἐφαρμόζεται ἐπίσης καὶ εἰς τὴν περιστροφικὴν κίνησιν. Μία γωνιακὴ ἀνυσματικὴ ταχύτης παρίσταται δι' ἑνὸς ἀνύσματος κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονος περιστροφῆς μὲ διεύθυνσιν τὴν διεύθυνσιν ἐκείνην ποὺ ἔχει ὁ ἀντίχειρ τῆς δεξιᾶς χειρός μας ὅταν μ' αὐτὴν πιάσουμε τὸν ἄξονα κατὰ τρόπον ὥστε τὰ τέσσερα ὑπόλοιπα δάκτυλά μας νὰ περιτυλίσσωνται τοῦ ἄξονος κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς περιστροφῆς του.

10-2. Γωνιακὴ Ἐπιτάχυνσις. Ὅπως καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς εὐθυγράμμου κινήσεως, ἡ περιστροφικὴ κίνησις δύναται νὰ εἶναι ὁμοιόμορφος - ἰσοταχὴς ἢ ἐπιταχυνομένη. *Γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις* α εἶναι ὁ λόγος μεταβολῆς (διαφορὰ ταχυτήτων) τῆς γωνιακῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος ὡς πρὸς τὸν χρόνον.

$$\text{Γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις} = \frac{\text{διαφορὰ γων. διαν. ταχ.}}{\text{διαρρεύσας χρόνος}} \qquad \bar{\alpha} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$$

ὅπου ω_1 εἶναι ἡ ἀρχικὴ καὶ ω_2 ἡ τελικὴ γωνιακὴ ἀνυσματικὴ ταχύτης.

Κατὰ τὴν μελέτην τῆς ὁμοιομόρφως - ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης περιστροφικῆς κινήσεως, μεταχειριζόμεθα ταύτην κατὰ ἕναν ὅμοιον τρόπον μὲ ἐκεῖνον τὸν τῆς ὁμοιομόρφου - ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης εὐθυγράμμου κινήσεως εἰς τὸ Κεφ. 3. Διὰ τὴν ἐπίλυσιν προβλημάτων ἀφορώντων ὁμοιομόρφως ἐπιταχυνομένην περιστροφικὴν κίνησιν, εἶναι ἀναγκαῖαι αἱ ἀκόλουθοι πέντε ἐξισώσεις :

$$\theta = \bar{\omega} t \qquad (1)$$

$$\omega_2 - \omega_1 = \alpha t \qquad (2)$$

$$\omega = \tfrac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2) \qquad (3)$$

$$\theta = \omega_1 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (4)$$

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = 2\alpha\theta \qquad (5)$$

Σημειώσατε ὅτι αἱ ἐξισώσεις αὗται γίνονται ἐντελῶς αἱ ἴδιαι μὲ τὰς Ἐξ. (1) ἕως (5) τοῦ Κεφ. 3 ἐὰν s ἀντικατασταθῇ διὰ θ, v διὰ ω καὶ a διὰ α. Αἱ ἐξισώσεις αὗται ἰσχύουν οἱαδήποτε καὶ ἐὰν εἶναι αἱ μονάδες μετρήσεως τῆς γωνιακῆς ταχύτητος καὶ ἐπιταχύνσεως ἀρκεῖ νὰ χρησιμο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ποιηθοῦν αἱ ἴδιαι ἀπὸ τὴν ἀρχὴν μέχρις τοῦ τέλους τοῦ προβλήματος. Ὅπως καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς εὐθυγράμμου κινήσεως, ἡ Ἐξ (1) ἰσχύει διὰ πάντα τύπον περιστροφικῆς κινήσεως ἐνῶ αἱ ἕτεραι τέσσαρες ἀληθεύουν μόνον προκειμένου περὶ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης περιστροφικῆς κινήσεως.

Ὅταν χρησιμοποιεῖται ὡς μονὰς τὸ ἀκτίνιον, ὑφίσταται μία πολὺ ἁπλῆ σχέσις μεταξὺ περιστροφικῆς καὶ εὐθυγράμμου κινήσεως. Αἱ σχέσεις αὗται δίδονται ὑπὸ τῶν ἐξισώσεων :

$$s = \theta r \tag{6}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = r\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = r\bar{\omega} \tag{7}$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = r\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = r\bar{\alpha} \tag{8}$$

Παράδειγμα : Στρόφαλος περιστρεφόμενος μὲ 200 στροφὲς ἀνὰ λεπτόν, ἐπιβραδύνεται μετὰ σταθεροῦ ρυθμοῦ 2.00 radian/sec². Πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ἀκινητήσῃ ὁ στρόφαλος καὶ πόσας στροφὰς πραγματοποιεῖ κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ χρόνου τούτου ;

$$\omega_1 = 200 \text{ στρ./λεπτὸν} = 200(2\pi) \text{ radian/min}$$
$$= \frac{200(2\pi)}{60} \text{ radian/sec}$$

Ἐκ τῆς Ἐξ. (2) $\omega_2 - \omega_1 = \alpha t$

$$0 - \frac{400\pi}{60} \text{ radian/sec} = (-2.00 \text{ radian/sec}^2)t$$
$$t = 10.5 \text{ sec}$$

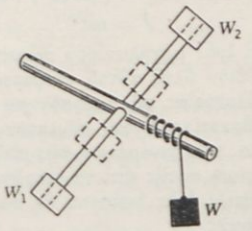
Ἐκ τῆς Ἐξ. (5) $\omega_2^2 - \omega_1^2 = 2\alpha\theta$

λαμβάνομεν $0 - \left(\frac{400\pi}{60} \text{radians/sec}\right)^2$
$$= 2(-2.00 \text{ radian/sec}^2)\theta$$

$$\theta = 110 \text{ radian} = \frac{110}{2\pi} \text{ στρ.} = 17.5 \text{ στρ.}$$

10-3. Ροπὴ ἀδρανείας ἢ περιστροφικὴ ἀδράνεια. Διεπιστώθη ὅτι, διὰ νὰ μεταβληθῇ ἡ κίνησις ἑνὸς σώματος ἤτοι διὰ νὰ παραχθῇ μία ἐπιτάχυνσις, ἀπαιτεῖται μία δύναμις. Ἐπίσης διεπιστώθη ὅτι μεγαλυτέρα δύναμις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ προσδώσῃ ἐπιτάχυνσιν τινὰ εἰς ἕνα σῶμα μεγάλης μάζης ἀπὸ τὴν ἀπαιτουμένην διὰ νὰ προκαλέσῃ τὴν αὐτὴν ἐπιτάχυνσιν εἰς ἕνα σῶμα μικροτέρας μάζης. Ἐὰν ἡ περὶ ἕναν ἄξονα περιστροφὴ ἑνὸς σώματος πρέπει νὰ μεταβληθῇ, δέον νὰ ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ τοῦ ἄξονος τούτου μία *ροπὴ στρέψεως*. Ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις ἡ προκαλουμένη ὑπὸ δεδομένης ροπῆς στρέψεως ἐξαρτᾶται ὄχι μόνον ἐκ τῆς μάζης τοῦ περιστρεφομένου σώματος, ἀλλὰ καὶ ἐκ τῆς *κατανομῆς τῆς μάζης* ὡς πρὸς τὸν ἄξονα.

Εἰς τὴν Εἰκ. 3, μία ῥάβδος φέρουσα βάρη W_1 καὶ W_2 δυνάμενα νὰ μετακινοῦνται κατὰ βούλησιν, στερεοῦται ἐπὶ ἑνὸς ἄξονος. Ἐὰν περιελιχθῇ ἐν νῆμα πέριξ τοῦ ἄξονος καὶ ἐν βάρος W ἀναρτηθῇ ἀπὸ τοῦ νήματος, ὁ ἄξων καὶ ἡ ῥάβδος θὰ περιστραφῶσιν. Ὁ ρυθμὸς αὐξήσεως τῆς ταχύτητος περιστροφῆς θὰ εἶναι κατὰ πολὺ μεγαλύτερος ὅταν τὰ W_1 καὶ W_2 εὑρίσκονται ἐγγὺς τοῦ ἄξονος, ὡς παρίστανται ὑπὸ τῶν ἐστιγμένων παραλληλογράμμων, παρὰ ὅταν εὑρίσκονται ἐγγὺς τῶν ἄκρων τῆς ῥάβδου. Τὸ ποσὸν τῆς μάζης δὲν μεταβάλλεται ἐκ τῆς μετατοπίσεως, ἀλλὰ ἀλλοιοῦται ἡ κατανομὴ αὐτῆς καὶ ὡς ἐκ τούτου ἡ *ἀδράνεια περιστροφῆς* μεταβάλλεται.



Εἰκ. 3. Ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις ἡ προκαλουμένη ὑπὸ μιᾶς ροπῆς στρέψεως ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς κατανομῆς τῆς μάζης περὶ τὸν θεωρούμενον ἄξονα.

Ἐὰν ἓν μικρὸν σῶμα μάζης m κινεῖται ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς εἰς ἀπόστασιν r ἀπὸ ἑνὸς ἄξονος, μία ἐφαπτομενικὴ δύναμις θὰ δώσῃ εἰς αὐτὸ μίαν ἐπιτάχυνσιν $a = F/m$ κατὰ μῆκος τῆς κυκλικῆς περιφερείας. Ἡ ροπὴ στρέψεως τῆς δυνάμεως F περὶ τὸν ἄξονα, εἶναι $L = Fr$, ἐκ τῆς ὁποίας λαμβάνομεν

$$L = mar = mr^2\alpha$$

Ἡ ροπὴ στρέψεως παράγει μίαν γωνιακὴν ἐπιτάχυνσιν ἀνάλογον πρὸς ἑαυ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τήν. Τὸ γινόμενον mr^2 εἶναι χαρακτηριστικὸν τῆς διατάξεως τῶν μορίων ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἐπιλεγέντα ἄξονα. Ἡ *ροπὴ ἀδρανείας* I (καλουμένη ἐπίσης καὶ *περιστροφικὴ ἀδράνεια*), ἑνὸς μικροῦ σώματος πέριξ ἐπιλεγέντος ἄξονος, εἶναι τὸ γινόμενον τῆς μάζης ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ἀκτῖνος

$$\text{Ροπὴ ἀδρανείας} = (\text{μᾶζα})(\text{ἀκτὶς})^2$$
$$I = mr^2 \qquad (9)$$

Ἐπὶ ἑνὸς μεγαλυτέρου σώματος, ἕκαστον μόριον ὕλης αὐτοῦ εἰσφέρει εἰς τὴν ροπὴν ἀδρανείας, μίαν ποσότητα mr^2. Ἡ ροπὴ ἀδρανείας I τοῦ σώματος εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν γινομένων τῆς μάζης ὅλων τῶν μορίων αὐτῆς ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως ἑνὸς ἑκάστου ἐκ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς

$$I = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + \dots \qquad (10)$$

ἢ $I = \Sigma mr^2$

Ἡ μονὰς τῆς ροπῆς ἀδρανείας διαμορφοῦται ὅπως μία σύνθετος μονάς. Εἰς τὰ μετρικὰ συστήματα ἔχομεν τὸ χιλιόγραμμον - μέτρον^2 ἢ τὸ γραμμάριον - ἑκατοστόμετρον^2. Εἰς τὸ Βρεττανικὸν σύστημα βαρύτητος τὸ ὁποῖον ὡς τώρα ἔχομεν χρησιμοποιείσει, ὅπου τὸ βάρος δίδεται εἰς λίβρας, λαμβάνομεν τὴν μᾶζαν εἰς slug ἀπὸ τὸ W/g καὶ μονάδα διὰ τὴν I εἶναι ἡ slug-πόδες^2.

Διὰ πολλὰ κανονικὰ σώματα, ἡ ροπὴ ἀδρανείας εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπολογισθῇ ἄνευ δυσκολίας καὶ νὰ ἐκφρασθῇ εἰς ὅρους τῆς ὅλης μάζης τοῦ σώματος καὶ τὰς διαστάσεις αὐτοῦ.

Δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι ἡ τιμὴ τῆς ροπῆς ἀδρανείας ἐξαρτᾶται καὶ ἐκ τῆς θέσεως τοῦ ἐπιλεγέντος ἄξονος.

Αἱ ροπαὶ ἀδρανείας μερικῶν κανονικῶν σωμάτων δίδονται εἰς τὸν Πίνακα 1. Εἰς ἁπλοῦς ὑπολογισμὸς μιᾶς τῶν παραστάσεων τούτων εὑρίσκεται εἰς τὸν δεύτερον τόμον τοῦ παρόντος βιβλίου.

Παράδειγμα : Ποία εἶναι ἡ ροπὴ ἀδρανείας ἑνὸς 50–kg κυλινδρικοῦ στροφάλου, τοῦ ὁποίου ἡ διάμετρος εἶναι 16 in. ;

Διὰ ἕναν κύλινδρον πέριξ τοῦ ἄξονός του ἔχομεν :

$$I = \tfrac{1}{2}mR^2$$
$$m = \frac{W}{g} = \frac{50 \text{ lb}}{32 \text{ ft/sec}^2} = 1.6 \text{ slug}$$
$$R = 8.0 \text{ in} = \tfrac{2}{3} \text{ ft}$$
$$I = \tfrac{1}{2}(1.6 \text{ slug})(\tfrac{2}{3} \text{ ft})^2 = 0.35 \text{ slug-ft}^2$$

Παράδειγμα : Ποία εἶναι ἡ ροπὴ ἀδρανείας μιᾶς 25–kg στερεᾶς σφαίρας τῆς ὁποίας ἡ διάμετρος εἶναι 0.30 m ;

Διὰ μίαν σφαῖραν οἱασδήποτε διαμέτρου ἔχομεν :

$$I = \tfrac{2}{5}mR^2 = \tfrac{2}{5}(25 \text{ kg})(0.15 \text{ m})^2 = 0.225 \text{ kg-m}^2$$

10-4. Θεώρημα τοῦ Παραλλήλου ἄξονος (ἢ θεώρημα τοῦ Steiner). Συχνάκις εἶναι ἀναγκαῖος ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ροπῆς ἀδρανείας ἑνὸς σώματος ὡς πρὸς ἕναν ἄξονα διάφορον τοῦ γεωμετρικοῦ τοιούτου. Τοῦτο εἶναι σχετικῶς ἁπλοῦν ἐὰν ὁ θεωρούμενος ἄξων εἶναι παράλληλος πρὸς τὸν γεωμετρικόν. Κάμνομεν χρῆσιν τοῦ γεγονότος ὅτι ἡ ροπὴ ἀδρανείας περὶ ἕναν ἄξονα, ἀπέχοντα ἀπόστασιν s ἀπὸ τοῦ κέν-

ΠΙΝΑΞ 1. ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΚΑΝΟΝΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

Σῶμα	Ἄξων	Ροπὴ ἀδρανείας
Λεπτὸς σωλὴν ἀκτῖνος R	Διὰ τοῦ κέντρου, κάθετος πρὸς τὸ ἐπίπεδον τοῦ σωλῆνος	mR^2
»	Κατὰ μῆκος οἱασδήποτε διαμέτρου	$\tfrac{1}{2}mR^2$
Δίσκος ἀκτῖνος R	Διὰ τοῦ κέντρου, κάθετος πρὸς τὸν δίσκον	$\tfrac{1}{2}mR^2$
»	Κατὰ μῆκος οἱασδήποτε διαμέτρου	$\tfrac{1}{4}mR^2$
Κύλινδρος ἀκτῖνος R	Ἄξων τοῦ κυλίνδρου	$\tfrac{1}{2}mR^2$
Σφαῖρα ἀκτῖνος R	Οἱασδήποτε διάμετρος	$\tfrac{2}{5}mR^2$
Ὁμοιόμορφος λεπτὴ ράβδος μήκους l	Κάθετος πρὸς τὴν ράβδον ἐπὶ τοῦ ἑνὸς ἄκρου	$\tfrac{1}{3}ml^2$
»	Κάθετος πρὸς τὴν ράβδον ἐπὶ τοῦ κέντρου	$\tfrac{1}{12}ml^2$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τρου βάρους, εἶναι τὸ ἄθροισμα τῆς ροπῆς ἀδρανείας περὶ τὸν ἄξονα τὸν διερχόμενον τοῦ κέντρου βάρους καὶ τοῦ γινομένου τῆς μάζης ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως τοῦ θεωρουμένου παραλλήλου ἄξονος ἀπὸ τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι πρέπει νὰ προστεθῇ ms^2 εἰς τὴν ροπὴν ἀδρανείας περὶ τὸν ἄξονα τὸν διερχόμενον ἀπὸ τοῦ κέντρου βάρους.

Παράδειγμα : Ἕνας στερεὸς κύλινδρος κυλίεται ἐπὶ μιᾶς ἐπιπέδου ἐπιφανείας. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ροπὴ ἀδρανείας I_s τοῦ κυλίνδρου ὡς πρὸς τὴν γραμμὴν ἐπαφῆς αὐτοῦ μετὰ τῆς ἐπιφανείας.

Ἐκ τοῦ θεωρήματος τοῦ παραλλήλου ἄξονος καὶ τοῦ Πίνακος 1, λαμβάνομεν :

$$I_s = I_{c.g.} + mR^2$$
$$= {}^1/_2 mR^2 + mR^2 = {}^3/_2 mR^2$$

10-5. Ἀκτὶς περιστροφῆς. Μελετῶντες τὴν ροπὴν ἀδρανείας ἑνὸς σώματος, εἶναι συχνάκις πρόσφορον νὰ χειριζώμεθα τοῦτο ὡς ἐὰν ἦτο ἅπασα ἡ μᾶζα συγκεντρωμένη εἰς ἐνιαίαν ἀπὸ τοῦ ἄξονος ἀπόστασιν. Δύναται, δι' ἕκαστον σῶμα, νὰ εὑρεθῇ σημεῖον εἰς ἀπόστασιν K τοιαύτην, ὥστε ἐὰν ἡ μᾶζα ἦτο συγκεντρωμένη εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο, ἡ ροπὴ ἀδρανείας δὲν ἤθελεν ἀλλοιωθῇ. Ἡ ἀπόστασις αὕτη καλεῖται *ἀκτὶς περιστροφῆς*. Ἡ ὁρίζουσα ταύτην ἐξίσωσις εἶναι :

$$I = mK^2 \qquad (11)$$

Ἡ ἀκτὶς περιστροφῆς ἑνὸς σώματος ἐν σχέσει πρὸς οἱονδήποτε ἄξονα, δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἡ ἀκτὶς λεπτοῦ δακτυλίου ὅστις ἔχει τὸ κέντρον του ἐπὶ τοῦ ἄξονος τούτου καὶ ὅστις ἔχει τὴν αὐτὴν μᾶζαν μὲ τὸ δεδομένον σῶμα καὶ τὴν αὐτὴν ροπὴν ἀδρανείας. Ἡ ἀκτὶς περιστροφῆς εἶναι λίαν χρήσιμος δι' ἀκανόνιστα σώματα καθόσον ἡ ροπὴ ἀδρανείας τοιούτου σώματος δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπολογισθῇ ἁπλῶς βάσει τῶν διαστάσεών του. Ἐάν, ἐν τούτοις, ἡ ἀκτὶς περιστροφῆς τοῦ ἀκανονίστου σώματος εἶναι γνωστή, δύναται αὕτη νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ροπὴ τῆς ἀδρανείας. Διὰ κανονικὰ σώματα, ὡς τὰ ἀναφερθέντα εἰς τὸν Πίνακα 1, δυνάμεθα νὰ γράψωμεν μίαν σχέσιν διὰ τὴν ἀκτῖνα περιστροφῆς εἰς τὴν θέσιν τῆς σχέσεως διὰ τὴν ροπὴν ἀδρανείας. Π.χ.,

δι' ἕνα δίσκον $K = R/\sqrt{2}$

καὶ διὰ μίαν σφαῖραν $K = R\sqrt{{}^2/_5}$

Παράδειγμα : Ἕνας στρόφαλος 40-lb ἔχει ἀκτῖνα περιστροφῆς 1.5 ft. Ποία εἶναι ἡ ροπὴ ἀδρανείας του ;

$$m = \frac{W}{g} = \frac{40 \text{ lb}}{32 \text{ ft/sec}^2} = 1.2 \text{ slug}$$
$$I = mK^2 = 1.2 \text{ slug } (1.5 \text{ ft})^2 = 2.8 \text{ slug-ft}^2$$

10-6. Οἱ Νόμοι τοῦ Νεύτωνος διὰ τὴν περιστροφικὴν κίνησιν. Οἱ νόμοι τοῦ Νεύτωνος διὰ τὴν περιστροφικὴν κίνησιν προσομοιάζουν πολὺ μὲ τοὺς τῆς γραμμικῆς κινήσεως. Ὁ πρῶτος νόμος ἐφαρμόζεται ἐπὶ μιᾶς συνθήκης ἰσορροπίας. *Ἓν σῶμα δὲν μεταβάλλει τὴν γωνιακήν του ἀνυσματικὴν ταχύτητα ἐκτὸς ἐὰν ἐπενεργήσῃ ἐπ' αὐτοῦ μία ἐξωτερικὴ ἀνταντιστάθμητος ροπὴ στρέψεως.* Ἕν σῶμα ἐν ἠρεμίᾳ εὑρισκόμενον, δὲν ἄρχεται περιστρεφόμενον ἄνευ ἐπενεργείας μιᾶς ροπῆς στρέψεως ἀναγκαζούσης αὐτὸ νὰ περιστραφῇ. Οὔτε ἐπίσης ἓν σῶμα περιστρεφόμενον μεταβάλλει τὴν περιστροφήν του ἢ τὸν ἄξονα περιστροφῆς του, ἐὰν δὲν ἐπενεργήσῃ ἐπ' αὐτοῦ κάποια ροπὴ στρέψεως. Ἕνας περιστρεφόμενος τροχὸς θὰ ἐξηκολούθη στρεφόμενος ἐσαεὶ ἐὰν δὲν ἀνεκόπτετο ἡ κίνησίς του ὑπὸ μιᾶς ροπῆς στρέψεως, ὡς ἡ τοιαύτη ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν τριβήν.

Μία ἀνταντιστάθμητος ροπὴ στρέψεως περὶ ἕναν ἄξονα, προκαλεῖ μίαν γωνιακὴν ἐπιτάχυνσιν περὶ τὸν ἄξονα τοῦτον, ἥτις εἶναι κατ' εὐθεῖαν ἀνάλογος πρὸς τὴν ροπὴν στρέψεως καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν ροπὴν ἀδρανείας τοῦ σώματος περὶ τὸν ἄξονα τοῦτον. Ὑπὸ τὴν μορφὴν μιᾶς ἐξισώσεως τοῦτο διατυποῦται

$$L = I\alpha \qquad (12)$$

ὅπου L εἶναι ἡ ἀνανταντιστάθμητος ροπὴ στρέψεως, I ἡ ροπὴ ἀδρανείας καὶ α ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις. Ἡ ροπὴ στρέψεως πρέπει πάντοτε ν' ἀναφέρεται ὡς πρὸς κάποιον ἄξονα, ὡς ἐπίσης δέον ν' ἀναφέρωνται ὡς πρὸς κάποιον ἄξονα καὶ ἡ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ροπὴ ἀδρανείας καὶ ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις. Διὰ νὰ εἶναι ἐφαρμόσιμος ἡ 'Εξ. (12) πρέπει καὶ αἱ τρεῖς ποσότητες ν' ἀναφέρωνται ὡς πρὸς τὸν αὐτὸν ἄξονα. Ὅπως καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ἐξισώσεως δυνάμεως διὰ τὴν εὐθύγραμμον κίνησιν, δέον καὶ ἐδῶ νὰ προσέχωμεν καὶ νὰ χρησιμοποιῶμεν μονάδας τοῦ ἰδίου συστήματος καὶ διὰ τὰ τρία μεγέθη τῆς 'Εξ. (12) 'Η γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις δέον νὰ ἐκφράζεται εἰς ἀκτίνια / sec².

'Η ροπὴ στρέψεως εἶναι ἕνα ἀνυσματικὸν μέγεθος. Ἕνα ἄνυσμα παριστάνον μίαν ροπὴν στρέψεως, ἀναφέρεται εἰς τὸν κανόνα ἐκεῖνον τῆς δεξιᾶς χειρὸς ὡς οὗτος χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν γωνιακὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα.

'Η ἀκόλουθος σειρὰ μονάδων ἐφαρμόζεται εἰς τὴν 'Εξ. (12):

L	I	α
m—newton	Kg—m²	radian/sec²
cm—dyn	gm—cm²	radian/sec²
lb—ft	slug—ft²	radian/sec²

Παράδειγμα: Ἕνας στρόφαλος, ὑπὸ μορφὴν ὁμοιομόρφου δίσκου διαμέτρου 4.0 ft, ζυγίζει 600 lb. Ποία θὰ εἶναι ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσίς του ἐὰν ἐπενεργήσῃ καθαρὰ ροπὴ στρέψεως 225 lb-ft ἐπ' αὐτοῦ;

$$m = \frac{W}{g} = \frac{600 \text{ lb}}{32 \text{ ft/sec}^2} = 18.8 \text{ slug}$$

$$I = {}^1/_2 mR^2 = {}^1/_2 (18.8 \text{ slug})(2.0 \text{ ft})^2 = 38 \text{ slug-ft}^2$$

$$L = I\alpha$$

$$225 \text{ lb-ft} = (38 \text{ slug-ft}^2)\alpha$$

$$\alpha = 5.9 \text{ radian/sec}^2$$

Εἰς ἀκτίνια μετρουμένη ἡ γωνία εἶναι ἕνας λόγος τῶν δύο μηκῶν καὶ συνεπῶς καθαρὸς ἀριθμός. 'Η μονὰς «ἀκτίνιον» (radian) δι' αὐτὸ δὲν ἐμφανίζεται πάντοτε κατὰ τὸν ἀλγεβρικὸν τρόπον ἐκφράσεως τῶν μονάδων.

Παράδειγμα: 'Εὰν ὁ δίσκος τοῦ προηγουμένου παραδείγματος περιστρέφεται μὲ 1200 στροφὲς / min (rpm), ποία ροπὴ στρέψεως ἀπαιτεῖται διὰ νὰ τὸν σταματήσῃ εἰς χρόνον 3.0 min;

'Εκ τῆς 'Εξ. (2)

$$\omega_2 - \omega_1 = \alpha t$$

$$\omega_1 = 1200 \text{ rpm} = 20 \text{ στροφὲς/sec (rps)} = 40\pi \text{ radian/sec}$$

$$t = 3.0 \text{ min} = 180 \text{ sec}$$

Καὶ ἀντικαθιστῶντας τὰς τιμὰς αὐτὰς εἰς τὴν 'Εξ. (2) λαμβάνομεν:

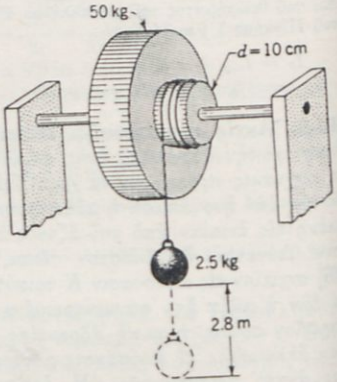
$$0 - 40\pi \text{ radian/sec} = \alpha\,(180 \text{ sec})$$

$$\alpha = -\frac{40\pi}{180} \text{ radian/sec}^2$$

$$L = I\alpha = (38 \text{ slug-ft}^2)\left(-\frac{40\pi}{180} \text{ radian/sec}^2\right) = -26 \text{ lb-ft}$$

Τὸ ἀρνητικὸν πρόσημον σημαίνει ὅτι ἡ ροπὴ στρέψεως πρέπει νὰ εἶναι ἐπιβραδυντική.

Παράδειγμα: Εἰς τροχὸς μετὰ τοῦ ἄξονός του (Εἰκ. 4) ἔχουν ὁλικὴν μᾶζαν 50 kg.



Εἰκ. 4. Γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις ἑνὸς τροχοῦ.

'Ο ἄξων ἔχει διάμετρον 10.0 cm. Μία σφαῖρα 2.5-kg ἀναρτᾶται ἐκ σχοινίου περιελιγμένου εἰς τὸν ἄξονα. Ὅταν ἡ σφαῖρα ἀφεθῇ ἐλευθέρα, κινεῖται πρὸς τὰ κάτω καὶ διανύει τὴν ἀπόστασιν τῶν 2.8 m εἰς χρόνον 7.0 sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀκτὶς περιστροφῆς τοῦ περιστρεφομένου συστήματος. Νὰ ἀμεληθῇ ἡ τριβή.

'Η γραμμικὴ ἐπιτάχυνσις τῆς σφαίρας εἶναι

$$a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2(2.8 \text{ m})}{(7.0 \text{ sec})^2} = 0.114 \text{ m/sec}^2$$

'Η ἀναντιστάθμητος δύναμις ἡ δρῶσα ἐπὶ τῆς σφαίρας, εἶναι ἡ διαφορὰ μεταξὺ τοῦ βάρους της καὶ τῆς ἀγνώστου τάσεως T εἰς τὸ σχοινίον. 'Εκ τοῦ δευτέρου νόμου τοῦ Νεύτωνος ἔχομεν:

$$W = mg = (2.5 \times 9.8) \text{ νιοῦτον} = 24.5 \text{ νιοῦτον}$$

$$24.5 \text{ νιοῦτον} - T = (2.5 \text{ kg})(0.114 \text{ m/sec}^2) = 0.284 \text{ νιοῦτον}$$

$$T = 24.2 \text{ νιοῦτον}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ ροπὴ στρέψεως L ἐπὶ τοῦ περιστρεφομένου συστήματος εἶναι :

$$L = Tr = 24.2 \text{ νιοῦτον} \times 0.050 \text{ m} = 1.21 \text{ m-νιοῦτον}$$

Ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις εἶναι :

$$\alpha = \frac{a}{r} = \frac{0.114 \text{ m/sec}^2}{0.050 \text{ m}} = 2.28 \text{ radian/sec}^2$$

Ἐκ τῆς Ἐξ. (12), ἡ ροπὴ ἀδρανείας τοῦ τροχοῦ καὶ τοῦ ἄξονός του εἶναι :

$$I = \frac{1.21 \text{ m-νιοῦτον}}{2.28 \text{ radian/sec}^2} = 0.53 \text{ kg-m}^2$$

Συνεπῶς ἡ ἀκτὶς περιστροφῆς εἶναι :

$$K = \sqrt{\frac{I}{m}} = \sqrt{\frac{0.53 \text{ kg-m}^2}{50 \text{ kg}}} = 0.103 \text{ m}$$

Εἰς κάθε περίπτωσιν ὅπου μία ροπὴ στρέψεως ἐφαρμόζεται ἐπὶ ἑνὸς σώματος, ἐμφανίζεται ἑτέρα ροπὴ στρέψεως ἴση κατὰ τὸ μέγεθος καὶ ἀντίθετος κατὰ τὴν διεύθυνσιν, ἥτις δρᾷ κατὰ τῆς ἐφαρμοζομένης ροπῆς. Ἐὰν εἷς κινητὴρ προσδίδει μίαν ροπὴν στρέψεως εἰς μίαν ἄτρακτον, ἡ ἄτρακτος ἀσκεῖ μίαν ἀντίθετον ροπὴν ἐπὶ τοῦ κινητῆρος. Ἐὰν ὁ κινητὴρ δὲν ἦτο στερεωμένος ἐπὶ τῆς βάσεώς του, θὰ ἦτο δυνατὸν οὗτος νὰ στραφῇ κατὰ ἀντίθετον διεύθυνσιν πρὸς τὴν τῆς ἀτράκτου. Ὅταν ἡ μηχανὴ ἑνὸς ἀεροπλάνου ἀσκεῖ μίαν ροπὴν στρέψεως διὰ νὰ περιστρέψῃ τὴν ἕλικα κατὰ τὸν ὑπὸ τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου ἀκολουθούμενον τρόπον, τὸ ἀεροπλάνον ὑφίσταται μίαν ροπὴν στρέψεως τείνουσαν νὰ τὸ περιστρέψῃ κατ' ἀντίθετον πρὸς τὸν ὑπὸ τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου ἀκολουθούμενον τρόπον καὶ ἡ ροπὴ αὕτη πρέπει ν' ἀντισταθμισθῇ ὑπὸ τῆς ὥσεως τοῦ ἀέρος ἐπὶ τῶν πτερύγων. Προκειμένου περὶ ἀεροπλάνων μετὰ δύο κινητήρων, οἱ δύο ἕλικες στρέφονται κατ' ἀντίθετον διεύθυνσιν καὶ οὕτω ἀποφεύγεται ἡ δημιουργία μιᾶς καθαρᾶς (net) ροπῆς στρέψεως.

10-7. Ἔργον, ἰσχύς, ἐνέργεια. Ἐὰν μία σταθερὰ ροπὴ στρέψεως L στρέφει ἓν σῶμα κατὰ γωνίαν θ, παράγεται ἔργον διὰ τῆς ροπῆς στρέψεως. Ἡ ροπὴ στρέψεως εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα μιᾶς δυνάμεως F ἐπενεργούσης ἐξ ἀποστάσεως r ἀπὸ τοῦ ἄξονος. Τὸ διὰ τῆς δυνάμεως παραγόμενον ἔργον εἶναι :

$$\text{Ἔργον} = Fs \qquad (13)$$

ἀλλὰ ἡ ἀπόστασις s κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως, εἶναι τὸ μῆκος τοῦ τόξου $s = r\theta$, καὶ $L = Fr$

$$\text{Ἔργον} = Fr\theta = L\theta \qquad (14)$$

Ἀφοῦ ἰσχὺς εἶναι ἔργον ἀνὰ μονάδα χρόνου,

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = L\frac{\Delta \theta}{\Delta t} = L\omega = L \times 2\pi n \qquad (15)$$

Ἡ σχέσις μεταξὺ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τῆς ὀφειλομένης εἰς τὴν περιστροφὴν ἑνὸς σώματος καὶ τῆς ροπῆς ἀδρανείας, δύναται νὰ ἐξαχθῇ ἐκ τῶν Ἐξ (5) καὶ (12) κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ὡς ἐξήχθη καὶ ἡ Ἐξ (3) τοῦ Κεφ. 8, διὰ νὰ παραστήσῃ τὴν γραμμικὴν κινητικὴν ἐνέργειαν

$$\text{ΚΕ} = \tfrac{1}{2}I\omega^2 \qquad (16)$$

Συχνάκις ἓν σῶμα ὑπόκειται ταυτοχρόνως εἰς εὐθύγραμμον καὶ περιστροφικὴν κίνησιν. Παρ. χάριν, ὁ τροχὸς ἑνὸς αὐτοκινήτου περιστρέφεται περὶ τὸν ἄξονά του, ἐνῶ ὁ ἄξων ὁδεύει κατὰ μῆκος τῆς ὁδοῦ. Εἶναι συνήθως εὐκολώτερον νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν τοιούτου σώματος ἐὰν ὑπολογίσωμεν κεχωρισμένως ταύτην : 1) Τὴν ὀφειλομένην εἰς τὴν μετατόπισιν τοῦ κέντρου τῆς μάζης ($\tfrac{1}{2}mv^2$) καὶ 2) τὴν ὀφειλομένην εἰς τὴν περιστροφὴν περὶ ἕνα ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου τῆς μάζης ($\tfrac{1}{2}I\omega^2$).

Παράδειγμα : Ποία εἶναι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια μιᾶς 5.0-lb σφαίρας τῆς ὁποίας ἡ διάμετρος εἶναι 6.0 in, ἐὰν αὕτη κυλίεται ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ἐπιφανείας μὲ ταχύτητα 4.0 ft/sec ;

$$\text{ΚΕ} = {}^1/_2 mv^2 + {}^1/_2 I\omega^2$$

$$m = \frac{W}{g} = \frac{5.0 \text{ lb}}{32 \text{ ft/sec}^2} = 0.16 \text{ slug}$$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{4.0 \text{ ft/sec}}{{}^1/_4 \text{ ft}} = 16 \text{ radian/sec}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

'Από τοῦ Πίνακος 1

$$I = (^2/_5)mR^2 = {}^2/_5(0.16 \text{ slug})({}^1/_4 \text{ ft})^2 = 0.0040 \text{ slug-ft}^2$$

$$\text{KE} = {}^1/_2(0.16 \text{ slug})(4.0 \text{ ft/sec})^2 + {}^1/_2(0.0040 \text{ slug-ft}^2)(16 \text{ radian/sec})^2 = 1.3 \text{ ft-lb} + 0.5 \text{ ft-lb} = 1.8 \text{ ft-lb}$$

"Οταν ἐνέργεια παρέχεται εἰς ἕνα σῶμα οὕτως ὥστε αὕτη νὰ διαμελίζεται ὡς ἐνέργεια καταναλισκομένη διὰ τὴν μετατόπισιν καὶ ἐνέργεια καταναλισκομένη διὰ τὴν περιστροφήν, ὁ τρόπος κατὰ τὸν ὁποῖον ἡ ἐνέργεια διαμελίζεται, ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς κατανομῆς τῆς μάζης. 'Εὰν δύο κύλινδροι ἴσης μάζης, ὁ εἷς συμπαγὴς καὶ ὁ ἕτερος κοῖλος, κυλίονται ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ὁ συμπαγὴς κύλινδρος θὰ κυλίεται ταχύτερον. 'Η ροπὴ ἀδρανείας του εἶναι μικροτέρα ἀπὸ τῆς τοῦ κοίλου κυλίνδρου καὶ συνεπῶς ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν περιστροφὴν εἶναι μικροτέρα τῆς τοῦ κοίλου κυλίνδρου, ἀλλὰ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν παράλληλον μετατόπισιν εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τοῦ κοίλου κυλίνδρου. 'Εκ τούτου συνάγεται ὅτι ὁ συμπαγὴς κύλινδρος ἔχει μεγαλυτέραν ταχύτητα.

Παράδειγμα: Στερεὸς κύλινδρος διαμέτρου 12.0–in εὑρισκόμενος ἐπὶ κορυφῆς κεκλιμένου ἐπιπέδου ὕψους 6.0 ft καὶ μήκους 13.0 ft ἀφήνεται ἐλεύθερος καὶ κυλίει κατὰ μῆκος τοῦ ἐπιπέδου τούτου.

Νὰ εὑρεθοῦν ἡ γραμμικὴ καὶ γωνιακὴ ταχύτης εἰς τὴν βάσιν τοῦ ἐπιπέδου. Νὰ μὴν ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν αἱ ὀφειλόμεναι εἰς τὴν τριβὴν ἀπώλειαι ἐνεργείας.

'Η δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ κυλίνδρου εἰς τὴν κορυφὴν τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου μετατρέπεται εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν παραλλήλου μεταθέσεως καὶ περιστροφῆς καθ' ὃν χρόνον ὁ κύλινδρος κυλίεται πρὸς τὰ κάτω. Εἰς τὴν βάσιν τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου ἅπασα ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια θὰ ἔχῃ μετατραπῆ εἰς κινητικὴν τοιαύτην.

$$\Delta E = \text{KE}$$

$$Wh = {}^1/_2mv^2 + I\omega^2$$

'Αλλὰ $$\omega = \frac{v}{R}$$

καὶ $$I = {}^1/_2mR^2$$

Τότε

$$Wh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\left(\frac{v}{R}\right)^2$$

$$Wh = {}^1/_2mv^2 + {}^1/_4mv^2 = ({}^3/_4)mv^2$$

$$Wh = mgh = ({}^3/_4)mv^2$$

$$v^2 = ({}^4/_3)gh$$

$$v = \sqrt{({}^4/_3)gh} = \sqrt{({}^4/_3)(32 \text{ ft/sec}^2)(6.0 \text{ ft})} = 16 \text{ ft/sec}$$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{16 \text{ ft/sec}}{0.50 \text{ ft}} = 32 \text{ ἀκτίνια/sec}$$

Δέον νὰ σημειωθῇ ἐνταῦθα ὅτι ἡ γραμμικὴ ταχύτης δὲν ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ μεγέθους ἢ τοῦ βάρους τοῦ κυλίνδρου.

10-8. Σύγκρισις μεταξὺ εὐθυγράμμου καὶ περιστροφικῆς κινήσεως. Κατὰ τὴν συζήτησίν μας περὶ κινήσεων καὶ δυνάμεων, διεπιστώσαμεν ὅτι αἱ ἐξισώσεις τῆς περιστροφικῆς κινήσεως εἶναι παρόμοιαι πρὸς τὰς τῆς εὐθυγράμμου κινήσεως. Δύνανται δὲ νὰ ληφθῶσιν ἀμέσως ἐκ τῶν

ΠΙΝΑΞ 2. ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΓΩΝΙΑΚΗΣ ΚΙΝΗΣΕΩΣ

	Γραμμικὴ	Γωνιακὴ
'Ανυσματικὴ ταχύτης	$\bar{v} = \frac{s}{t}$	$\bar{\omega} = \frac{\theta}{t}$
'Επιτάχυνσις	$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t}$	$\bar{\alpha} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$
'Ομαλῶς ἐπιταχυνομένη κίνησις	$v_2 - v_1 = at$ $s = v_1t + {}^1/_2at^2$ $v_2^2 - v_1^2 = 2as$	$\omega_2 - \omega_1 = \alpha t$ $\theta = \omega_1t + {}^1/_2\alpha t^2$ $\omega_2^2 - \omega_1^2 = 2\alpha\theta$
Δεύτερος Νόμος Νεύτωνος	$F = ma$	$L = I\alpha$
"Εργον	"Εργον $= Fs$	"Εργον $= L\theta$
'Ισχύς	$P = Fv$	$P = L\omega$
Κινητικὴ ἐνέργεια	$\text{KE} = {}^1/_2mv^2$	$\text{KE} = {}^1/_2I\omega^2$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἐξισώσεων τῆς εὐθυγράμμου κινήσεως ἐὰν ἐπέλθουν αἱ ἀκόλουθοι ἀντικαταστάσεις : θ διὰ s, ω διὰ v, α διὰ a, L διὰ F, I διὰ m. Εἰς τὸν Πίνακα 2 ἀναφέρεται σειρὰ ἐξισώσεων, ἀντιστοιχούντων εἰς τὰ δύο εἴδη τῶν κινήσεων.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Διὰ περιστρεφόμενον σῶμα ἡ *γωνιακὴ ταχύτης* ἐκφράζεται διὰ τοῦ λόγου τῆς γωνίας ἣτις διαγράφεται, κατὰ μονάδα χρόνου, ὑπὸ ἀκτῖνος διερχομένης διὰ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς

$$\bar{\omega} = \frac{\theta}{t}$$

Γωνιακὴ ἀπόστασις, εἰς ἀκτίνια, εἶναι ὁ λόγος τοῦ μήκους τοῦ τόξου πρὸς τὴν ἀκτῖνα του.

Ἓν *ἀκτίνιον* εἶναι ἴσον μὲ ἐπίκεντρον γωνίαν βαίνουσα ἐπὶ τόξου ἴσου πρὸς τὴν ἀκτῖνα τοῦ κύκλου.

Μέση γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις εἶναι ὁ λόγος μεταβολῆς τῆς γωνιακῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος καὶ τοῦ χρόνου

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$$

Αἱ ἐξισώσεις τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης περιστροφικῆς κινήσεως εἶναι ὅμοιαι πρὸς τὰς τῆς εὐθυγράμμου κινήσεως, ἐὰν διὰ γωνίας ἀντικατασταθῇ ἡ ἀπόστασις, διὰ γωνιακῆς ταχύτητος ἡ γραμμικὴ ταχύτης καὶ διὰ γωνιακῆς ἐπιταχύνσεως ἡ γραμμικὴ ἐπιτάχυνσις.

Ἡ ροπὴ ἀδρανείας (περιστροφικὴ ἀδράνεια) σώματός τινος πέριξ δεδομένου ἄξονος εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν μαζῶν m τῶν ὑλικῶν σημείων, ἀπὸ τὰ ὁποῖα συνίσταται τὸ σῶμα, ἐπὶ τὰ τετράγωνα τῶν ἀποστάσεων αὐτῶν r ἀπὸ τοῦ ἄξονος, ἤτοι :

$$I = \Sigma m r^2$$

Ἡ ἀκτὶς περιστροφῆς K ἑνὸς σώματος περιστρεφομένου ἐπὶ ἑνὸς ἄξονος εἶναι ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τοῦ ἄξονος τούτου εἰς ἣν ἅπασα ἡ μᾶζα θὰ ἠδύνατο νὰ συγκεντρωθῇ χωρὶς νὰ μεταβληθῇ ἡ ροπὴ ἀδρανείας. Αὕτη ὁρίζεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως :

$$I = mK^2$$

Προκειμένου περὶ περιστροφικῆς κινήσεως οἱ νόμοι τοῦ Νεύτωνος δύνανται νὰ διατυπωθοῦν ὡς ἀκολούθως :

1. Ἓν σῶμα δὲν μεταβάλλει τὴν γωνιακὴν ἀνυσματικήν του ταχύτητα ἐκτὸς ἐὰν ἐπιδράσῃ ἐπ' αὐτοῦ ἐξωτερική, ἀναντιστάθμητος ροπὴ στρέψεως.

2. Μία ἀναντιστάθμητος ροπὴ στρέψεως πέριξ ἄξονός τινος προκαλεῖ γωνιακὴν ἐπιτάχυνσιν περὶ τὸν ἄξονα τοῦτον, ἥτις εἶναι κατ' εὐθεῖαν ἀνάλογος πρὸς τὴν ροπὴν στρέψεως καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν ροπὴν ἀδρανείας τοῦ σώματος τούτου περὶ τὸν ἐν λόγῳ ἄξονα.

$$L = I\alpha$$

3. Εἰς κάθε περίπτωσιν ὅπου μία ροπὴ στρέψεως ἐφαρμόζεται ἐπὶ ἑνὸς σώματος, ἐμφανίζεται ἑτέρα ροπὴ ἴση κατὰ τὸ μέγεθος καὶ ἀντίθετος κατὰ τὴν διεύθυνσιν ἥτις δρᾶ κατὰ τῆς ἐφαρμοζομένης ροπῆς.

Ἐπὶ περιστροφικῆς κινήσεως τὸ παραγόμενον *ἔργον* ὑπὸ μιᾶς ροπῆς στρέψεως L καὶ στρέφουσα τὸ σῶμα εἰς ὃ ἐφαρμόζεται αὕτη κατὰ γωνίαν θ, δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου :

$$\text{Ἔργον} = L\theta$$

Ἡ προμηθευομένη *ἰσχὺς* ὑπὸ μιᾶς ροπῆς στρέψεως εἶναι :

$$P = L\omega$$

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἡ ὀφειλομένη εἰς περιστροφὴν σώματος δίδεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως :

$$\text{ΚΕ} = \tfrac{1}{2} I\omega^2$$

Προκειμένου περὶ σώματος κυλιομένου, ἡ ὁλικὴ κινητικὴ ἐνέργεια, τόσον ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν παράλληλον μετατόπισιν τοῦ σώματος ὅσον καὶ ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν περιστροφὴν τούτου, δίδονται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως :

$$\text{ΚΕ} = \tfrac{1}{2} mv^2 + \tfrac{1}{2} I\omega^2$$

Εἰς τὰς πέντε τελευταίας ἐξισώσεις αἱ γωνίαι δέον ὅπως δίδονται εἰς ἀκτίνια.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Ἀποδείξατε διατί τὸ ἀκτινικὸν μέτρον μιᾶς γωνίας εἶναι ἐξίσου ἱκανοποιητικὸν δι' ἅπαντα τὰ συστήματα μονάδων.

2. Διατί τὸ πλεῖστον τῆς μάζης στροφάλου τινὸς εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς στεφάνης του ;

3. Δύνασθε νὰ κάνετε διάκρισιν μεταξὺ ἑνὸς ὠμοῦ ὠοῦ καὶ ἑνὸς τοιούτου βρασθέντος, σκληροῦ ἐντὸς τοῦ κελύφους του, περιστρέφοντες αὐτὰ ἐπὶ τῆς τραπέζης ; Ἐξηγήσατε.

4. Συμπαγὴς κύλινδρος κυλίεται ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου. Ὁ χρόνος καθόδου του σημειοῦται. Κατόπιν διανοίγεται ὀπὴ κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονος τοῦ κυλίνδρου (χωρὶς ν' ἀλλοιοῦται τὸ ποσὸν τῆς μάζης). Ὅταν ἀφεθῇ καὶ πάλιν νὰ κυλίσῃ ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, θὰ ἀπαιτηθῇ περισσότερος, ὀλιγώτερος ἢ ἴσος χρόνος, διὰ νὰ φθάσῃ εἰς τὴν βάσιν τοῦ ἐπιπέδου ; Ἐξηγήσατε.

5. Εἷς συμπαγὴς κύλινδρος, εἷς κοῖλος καὶ μία συμπαγὴς σφαῖρα κυλίονται ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου ἐκκινοῦντες ταυτοχρόνως ἀπὸ τῆς ἠρεμίας. Κατὰ ποίαν τάξιν θὰ φθάσουν εἰς τὴν βάσιν τοῦ ἐπιπέδου ;

6. Ὁμοιόμορφος ξυλίνη στεφάνη τοποθετημένη ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου κυλίεται ἐπ' αὐτοῦ. Τῇ βοηθείᾳ διαγράμματος ἀποδείξατε σαφῶς τοὺς παράγοντας οἵτινες προσδιορίζουν τὴν ροπὴν στρέψεως ἥτις προκαλεῖ τὴν κίνησιν. Δείξατε τίνι τρόπῳ ὄγκος μολύβδου θὰ ἠδύνατο νὰ προσδεθῇ ἐπὶ τῆς στεφάνης οὕτως ὥστε ὅταν ἡ στεφάνη ἐτοποθετεῖτο καταλλήλως θὰ ἠδύνατο νὰ κυλίσῃ πρὸς τὰ ἄνω. Ἐξηγήσατε τὰ περὶ τῆς ροπῆς στρέψεως ἥτις προκαλεῖ τὴν κίνησιν ταύτην.

7. Τροχὸς ποδηλάτου βαστάζεται ὑπὸ τοῦ ἄξονός του ὅστις ἀκουμπᾷ ἐπὶ δύο κεκλιμένων ράβδων. Ἀρχικῶς ἀφήνεται οὕτω νὰ κυλίσῃ ἐπὶ τῶν ράβδων μὲ τὸν ἄξονα του στρεφόμενον ἐλευθέρως ἐπὶ τῶν τριβέων του. Κατόπιν σφηνοῦνται οἱ τριβεῖς κατὰ τρόπον ὥστε ὁ τροχὸς νὰ εἶναι ὑποχρεωμένος νὰ στρέφεται μετὰ τοῦ ἄξονός του. Εἰς ποίαν τῶν περιπτώσεων ὁ τροχὸς φθάνει τὴν βάσιν τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου ταχύτερον ; Ἐξηγήσατε.

8. Νὰ εὑρεθῇ σχέσις ἥτις νὰ ἐκφράζῃ τὴν γραμμικὴν ἐπιτάχυνσιν σφαίρας ἥτις ἐκκινᾷ ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ κυλίεται ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου κατὰ γωνίαν θ πρὸς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον.

9. Ἀποδείξατε ὅτι ὅταν μία στεφάνη κυλίεται ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου τὸ ἥμισυ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας ὀφείλεται εἰς τὴν περιστροφικὴν κίνησιν καὶ τὸ ἕτερον ἥμισυ εἰς τὴν παράλληλον μετατόπισιν.

10. Ποῖον μέρος τῆς ὅλης κινητικῆς ἐνεργείας κυλιομένου στερεοῦ δίσκου ὀφείλεται εἰς παράλληλον μετατόπισιν καὶ ποῖον εἰς τὴν περιστροφήν ;

11. Ἀποδείξατε ὅτι τὸ σύνολον τῆς κινητικῆς ἐνεργείας στερεοῦ κυλίνδρου εἶναι ἀνεξάρτητον τῆς ἀκτῖνος του. Ἀληθεύει τοῦτο δι' ἕτερα κυλιόμενα σώματα ;

12. Κοῖλος κύλινδρος καὶ ὀρθογώνιον πλινθίον τοποθετοῦνται ἐπὶ τῆς κορυφῆς ἑνὸς κεκλιμένου ἐπιπέδου. Ὅταν ἀφεθοῦν ἐλεύθερα ὁ κύλινδρος κυλίεται ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου ἄνευ ἀπωλείας ἐνεργείας ἐνῶ τὸ πλινθίον ὀλισθαίνει πρὸς τὰ κάτω καταναλίσκοντας τὸ ἥμισυ τῆς ἐνεργείας του χρησιμοποιουμένου εἰς τὸ νὰ ἐπιτελέσῃ τὸ ἔργον ὑπερνικήσεως τῆς τριβῆς. Φθάνουν ἀμφότερα τὴν βάσιν τοῦ ἐπιπέδου κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον ; Ἐὰν ὄχι, ποῖον φθάνει πρῶτον ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ **1.** Ποία εἶναι ἡ γωνιακὴ ταχύτης ἑνὸς ἑκάστου τῶν τριῶν δεικτῶν ἠλεκτρικοῦ ὡρολογίου ;

2. Ὑποθέτοντας ὅτι ἡ τροχιὰ τῆς γῆς περὶ τὸν ἥλιον εἶναι, κατὰ μίαν πρώτην προσέγγισιν, κυκλική, ὑπολογίσατε τὴν γωνιακὴν ταχύτητα αὐτῆς, κατὰ τὴν κίνησιν της ἐπὶ τῆς τροχιᾶς ταύτης.

Ἀπ. 2.0×10^{-7} rad/sec

3. Ἡ σελήνη ἀπέχει τῆς γῆς κατὰ 384000 km, ἐκτελεῖ δὲ μίαν στροφὴν περὶξ αὐτῆς εἰς 27.3 ἡμέρας. Νὰ εὑρεθῇ ἡ γωνιακὴ καὶ ἡ γραμμικὴ αὐτῆς ταχύτης ἐπὶ τῆς τροχιᾶς ταύτης.

4. Δορυφόρος τῆς γῆς κινεῖται ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς καὶ ἀπέχει 300 mi ἐκ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, ἐκτελεῖ δὲ μίαν πλήρη στροφὴν ἐντὸς 96 min. Ὑποθέτοντας τὴν γῆν ὡς σφαῖραν μετ' ἀκτῖνος 4000 mi, νὰ ὑπολογισθῇ ἡ γωνιακὴ καὶ ἡ γραμμικὴ ταχύτης τοῦ δορυφόρου.

Ἀπ. 1.1×10^{-3} rad/sec 4.7 mi/sec

5. Ποία εἶναι ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις τροχοῦ αὐτοκινήτου διαμέτρου 30 in ὅταν τὸ αὐτοκίνητον μεταβάλλει τὴν ταχύτητά του ἀπὸ 15 mi εἰς 30 mi/hr, ἐντὸς 5.0 sec.

6. Ἐὰν δίσκος διαμέτρου 3.0 ft. ἐκκινῇ ἐκ τῆς ἠρεμίας μετὰ γωνιακῆς ἐπιταχύνσεως 4.4 ἀκτινίων/sec^2, α) ποία εἶναι ἡ γωνιακὴ του ταχύτης εἰς τὸ τέλος τῶν 10 sec ; β) Ποία εἶναι ἡ γραμμικὴ ταχύτης σημείου τινὸς τῆς περιφερείας του ; Ἀπ. 44 ἀκτίνια/sec, 66 ft/sec

7. Θεωροῦντες τὴν γῆν ὡς ὁμοιόμορφον σφαῖραν βάρους 6.00×10^{21} τόννους καὶ ἀκτῖνος 4000 mi, νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ροπὴ ἀδρανείας περὶ τὸν ἄξονα περιστροφῆς της.

8. Κύλινδρος διαμέτρου 12.0 cm ἔχων μᾶζαν 3.00 kg. κεῖται ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ροπὴ ἀδρανείας του περὶξ ἄξονος συμπίπτοντος μὲ τὴν γραμμὴν ἐπαφῆς αὐτοῦ καὶ τοῦ ἐπιπέδου

Ἀπ. 1.62×10^5 gm-cm^2

9. Σφαῖρα διαμέτρου 30.0 cm, ἔχουσα μᾶζαν 5.0 kg κεῖται ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ροπὴ ἀδρανείας της περὶ ἄξονα κείμενον ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου καὶ διερχόμενον διὰ τοῦ σημείου ἐπαφῆς αὐτοῦ καὶ τῆς σφαίρας.

10. Δίσκος διαμέτρου 3.0 ft, τοῦ ὁποίου ἡ ροπὴ ἀδρανείας εἶναι 34 slug-ft^2 τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν ὑπὸ δυνάμεως 100 lb δρῶσαν κατὰ τὴν ἐφαπτομένην ἐπὶ τῆς περιφερείας του. Ποία εἶναι ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις τοῦ δίσκου ; Ἀπ. 4.4. ἀκτίνια/sec^2

11. Δίσκος τοῦ ὁποίου ἡ ροπὴ ἀδρανείας εἶναι I, ἀποκτᾷ γωνιακὴν ἐπιτάχυνσιν διὰ περιτυλίξεως νήματος περὶξ αὐτοῦ, τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ τροχαλίας καὶ ἐκ τοῦ ὁποίου ἀναρτᾶται μᾶζα m. Νὰ ἐξαχθῇ ἐξίσωσις συνδέουσα τὴν γωνιακὴν ἐπιτάχυνσιν α τοῦ δίσκου, τὴν ροπὴν ἀδρανείας I, τὴν ἀκτῖνα r τοῦ δίσκου καὶ τὴν μᾶζαν m τοῦ σώματος τοῦ προσδεδεμένου εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ νήματος. Ν' ἀμεληθῇ ἡ τριβή.

12. Ποία σταθερὰ ροπὴ στρέψεως δέον νὰ ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ στροφάλου βάρους 200 lb. ὅστις ἔχει ἀκτῖνα περιστροφῆς περὶ τὸν ἄξονα του, μήκους 20 ft, ἵνα αὐξηθῇ ἡ γωνιακὴ ταχύτης κατὰ 1800 στροφὰς/min εἰς χρόνον 15 sec ; Νὰ ληφθῇ σταθερὰ δύναμις τριβῆς ἐξ 20 lb δρῶσα ἐπὶ τῆς ἐξ 6.0 in ἀτράκτου. Ἀπ. 320 lb-ft

13. Λεπτὸς κοῖλος κύλινδρος ἐλεύθερος εἰς τὸ νὰ περιστρέφηται περὶ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὸν γεωμετρικόν του ἄξονα, ἔχει μᾶζαν 8.0 kg, καὶ ἀκτῖνα 20 cm. Ἕν σχοινίον εἶναι περιτυλιγμένον πέριξ τοῦ κυλίνδρου. Ποία δύναμις δέον ν' ἀσκηθῇ κατὰ μῆκος τοῦ σχοινίου διὰ ν' ἀποκτήσῃ ὁ κύλινδρος γωνιακὴν ἐπιτάχυνσιν 3.0 ἀκτινίων/sec ;

14. Συμπαγὴς κύλινδρος μάζης 2.00 kg καὶ ἀκτῖνος 8.0 cm ἐδράζεται μετὰ τοῦ ἄξονός του εἰς ὁριζοντίαν θέσιν. Νῆμα περιτυλίσσεται πέριξ τῆς περιφερείας τοῦ κυλίνδρου καὶ μᾶζα 200 - gm ἀναρτᾶται εἰς τὸ ἄκρον τοῦ νήματος καὶ ἀφήνεται αὐτὴ ἐλευθέρα. Ἀμελουμένης τῆς τριβῆς, νὰ εὑρεθῇ ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις τοῦ κυλίνδρου καὶ ἡ γραμμικὴ ἐπιτάχυνσις τῆς μάζης. Ἀπ. 20.4 ἀκτ./sec², 163 cm/sec²

15. Ὁμοιόμορφος συμπαγὴς κύλινδρος διαμέτρου 20.0 cm τίθεται εἰς περιστροφὴν περὶ τὸν γεωμετρικὸν αὐτοῦ ἄξονα διὰ περιτυλίξεως νήματος πέριξ τῆς περιφερείας του καὶ ἀναρτήσεως μιᾶς μάζης 250 gr. ἀπὸ τοῦ ἄκρου τοῦ νήματος. Ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις διαπιστοῦται ὅτι εἶναι 10.0 ἀκτ./sel². Ἡ ροπὴ στρέψεως ἡ δημιουργουμένη λόγῳ τῆς τριβῆς εἶναι 1.10×10^5 cm-dyn. Νὰ εὑρεθοῦν α) ἡ καθαρὰ ροπὴ στρέψεως ἡ ἐπιταχύνουσα τὸν δίσκον καὶ β) ἡ ροπὴ ἀδρανείας αὐτοῦ.

16. Στρόφαλος 400-lb, ἔχει ἀκτῖνα περιστροφῆς 2.0 ft α) Ποία σταθερὰ ροπὴ στρέψεως ἀπαιτεῖται διὰ νὰ φέρῃ τὸν στρόφαλον ἐκ τῆς ἠρεμίας εἰς τὴν ταχύτητα τῶν 120 στροφῶν/min ἐντὸς χρόνου 30 sec ; β) Πόσον ἔργον ἔχει ἐπιτελεσθῇ κατὰ τὸ μεσολαβῆσαν χρονικὸν διάστημα ; Ἀπ 21 lb-ft, 4000 ft-lb

17. Μικρὰ σφαῖρα κυλίεται ἄνευ ἀπωλείας ἐνεργείας ἐπὶ ἐπιπέδου κεκλιμένου κατὰ 20°. Ποία εἶναι ἡ γραμμικὴ αὐτῆς ἐπιτάχυνσις ;

18. Χαλυβδίνη σφαῖρα κυλίεται ἐπὶ ἐπιπέδου κεκλιμένου κατὰ 4.0° καὶ μήκους 220 cm. Ἀπαιτοῦνται 3.00 sec διὰ νὰ φθάσῃ ἡ σφαῖρα εἰς τὴν βάσιν τοῦ ἐπιπέδου. Ἐκκινώντας ἐκ τῆς κορυφῆς. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ τιμὴ τῆς g διὰ τὸν τόπον τοῦτον. Ἀπ. 982 cm/sec²

19. Κινητὴρ στρεφόμενος μετὰ ρυθμοῦ 1200 στροφῶν/min δύναται νὰ παράσχῃ ροπὴν στρέψεως 4.4 lb-ft. Ποία ἡ ἰσχύς του ;

20. Συμπαγὴς κύλινδρος μάζης 300 gm καὶ ἀκτῖνος 1.5 cm, ἐκκινᾷ ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ κυλίεται ἐπὶ ἐπιπέδου κεκλιμένου κατὰ 30° καὶ μήκους 1470 cm. Πόσος χρόνος θ' ἀπαιτηθῇ διὰ νὰ κατέλθῃ ἐὰν δὲν ὑφίσταται ἀπώλεια ἐνεργείας λόγῳ τριβῆς ; Ποία θὰ εἶναι ἡ ἐνέργεια ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν περιστροφήν του εἰς τὸ κάτω μέρος τοῦ ἐπιπέδου ; Ἀπ. 3.0 sec, 7.2 joules

21. Συμπαγὴς σφαῖρα μάζης m, ἐκκινοῦσα ἐκ τῆς ἠρεμίας κυλίεται ἄνευ ὀλισθήσεως ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου. Ἐὰν τὸ ὕψος τοῦ ἐπιπέδου εἶναι h νὰ εὑρεθῇ διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως τῶν περὶ ἐνεργείας ἀναφερθέντων, μία παράστασις διὰ τὴν γραμμικὴν ταχύτητα τῆς σφαίρας εἰς τὴν βάσιν τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου. Νὰ ἀμεληθῇ ἡ τριβή.

22. Μία συμπαγὴς σφαῖρα κυλίεται ἄνευ ὀλισθήσεως κατὰ μῆκος ὁριζοντίας ἐπιφανείας μετὰ ταχύτητος 800 cm/sec κυλιομένη φθάνει εἰς σημεῖον ὅπου ἡ ἐπιφάνεια κλίνη πρὸς τὰ ἄνω κατὰ 30°. Ἐὰν ἀμεληθοῦν αἱ ὀφειλόμεναι εἰς τὴν τριβὴν ἀπώλειαι. α) Ποία εἶναι ἡ ὁλικὴ ἐνέργεια τῆς κυλιομένης σφαίρας : β) Εἰς ποῖον ὕψος ἡ σφαῖρα θὰ σταματήσῃ ν' ἀνέρχεται καὶ θ' ἀρχίσῃ νὰ κυλίῃ πρὸς τὰ κάτω ;

Ἀπ. 2.2×10^7 ἔργια, 450 cm

23. Λεπτὴ στεφάνη ἀφίεται νὰ κυλίσῃ ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου. Ἀ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μελοῦντες τὰς ἀπωλείας ἐνεργείας τὰς ὀφειλομένας εἰς τὴν τριβὴν νὰ εὑρεθῇ ποῖον μέρος τῆς ὅλης κινητικῆς ἐνεργείας εἶναι ἐνέργεια ὀφειλομένη εἰς τὴν περιστροφικὴν κίνησιν, ὅταν ἡ στεφάνη φθάνῃ τὴν βάσιν τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου.

24. Τροχὸς αὐτοκινήτου κινουμένου μετὰ ταχύτητος 30.0 mi/hr, ἔχει ἐξωτερικὴν ἀκτῖνα 14.0 in καὶ ζυγίζει 80.0 lb. Ὑποθέτοντες ὅτι ἡ ἀκτὶς περιστροφῆς εἶναι 10.0 in νὰ εὑρεθοῦν α) ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν παράλληλον μετατόπισιν, β) ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἡ ὀφειλομένη εἰς περιστροφὴν καὶ γ) ἡ ὁλικὴ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ τροχοῦ.

Ἀπ. 2420 ft-lb, 1230 ft-lb, 3650 ft-lb

25. Βολὶς βάρους 50.0 gm, κινουμένη μετὰ ταχύτητος 100 m/sec προσβάλλει προεξοχὴν τροχοῦ ἔχοντος ροπὴν ἀδρανείας 2.00×10^5 gm-cm². Ἡ ἀκτὶς τοῦ ὁμοιομόρφου τροχοῦ εἶναι 30.0 cm. Ἐὰν 80% τῆς ἐνεργείας τῆς βολίδος δαπανῶνται διὰ τὴν περιστροφὴν τοῦ τροχοῦ, νὰ προσδιορισθῇ ἡ γωνιακὴ ταχύτης ἣν οὕτος προσλαμβάνει.

26. Τὸ ἄκρον δείκτου ὡρῶν, ὡρολογίου τινός, κινεῖται μὲ 1/8 τῆς ταχύτητος μεθ' ἧς κινεῖται τὸ ἄκρον τοῦ λεπτοδείκτου. Ἐὰν ὁ λεπτοδείκτης ἔχει μῆκος 6.0 in, τί μῆκος ἔχει ὁ ὡροδείκτης.

Ἀπ. 4.0 in.

27. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ροπὴ ἀδρανείας ῥάβδου μέτρου ἥτις ἔχει μᾶζαν 320 gm., περὶ ἄξονα ὅστις σχηματίζει ὀρθὴν γωνίαν μετὰ τῆς ῥάβδου καὶ εὑρισκόμενον εἰς ἀπόστασιν 25 cm.

28. Τροχὸς ἐκκινᾷ ἀπὸ τῆς ἠρεμίας καὶ ἀποκτᾷ γωνιακὴν ταχύτητα 100 στροφῶν/min, μετὰ ἀπὸ 30 περιστροφάς. Ὑποθέτοντες ὁμοιόμορφον γωνιακὴν ἐπιτάχυνσιν, νὰ ὑπολογισθῶσιν α) ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις καὶ β) ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ ν' ἀποκτηθῇ ἡ ὡς ἄνω ταχύτης. γ) Ἐὰν ὁ τροχὸς ἔχει ἀκτῖνα 2.0 ft, ποία εἶναι ἡ ταχύτης σημείου εὑρισκομένου ἐπὶ τῆς στεφάνης του ὅταν περιστρέφεται οὕτος μετὰ ταχύτητος 100 στροφῶν/min ;

Ἀπ. 330π ἀκτίνια/min², 36 sec, 6.7π ft/sec

29. Στεφάνη 40 gm μὲ ἀκτῖνα 10.0 cm εἶναι ἀνηρτημένη ἐπὶ κατακορύφου ἐπιπέδου διὰ νήματος ἀβαροῦς, μήκους 50 cm. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ροπὴ ἀδρανείας τῆς στεφάνης ὡς πρὸς ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ σημείου ἀναρτήσεως καθέτου πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῆς στεφάνης καὶ τοῦ νήματος.

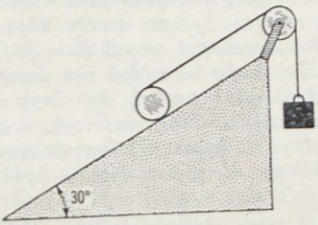
30. Λεπτὴ ὁμοιόμορφος ῥάβδος εἶναι ἀνηρτημένη ἐκ τοῦ ἑνὸς ἄκρου της (σημεῖον *O*). Ἡ μᾶζα καὶ τὸ μῆκος τῆς ῥάβδου εἶναι m καὶ l ἀντιστοίχως. Σημεῖον μορίου, ἐπίσης μάζης m, εἶναι ἐντεταγμένον ἐπὶ τῆς ῥάβδου εἰς ἀπόστασιν x ἀπὸ τοῦ σημείου *O*. Παρατηρεῖται ὅτι ἡ ἀκτὶς περιστροφῆς τοῦ συστήματος περὶ ἄξονα διὰ τοῦ *O* διερχόμενον καὶ καθέτου πρὸς τὸ ἐπίπεδον τοῦ χάρτου εἶναι $l/2$. Ἡ ροπὴ ἀδρανείας τῆς ὁμοιομόρφου ῥάβδου περὶ τὸν ἄξονα περιστροφῆς εἶναι $^1/_3$ ml². Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ κλάσμα x/l. *Ἀπ.* 0.41.

31. Δύο στερεοὶ τροχοὶ ἕκαστος διαμέτρου 2.0 ft καὶ βάρους 24.0 lb εἶναι κοχλιωμένοι εἰς τὰ ἄκρα στερεοῦ ἄξονος διαμέτρου 1.0 ft καὶ βάρους 32.0 lb. Νῆμα περιελίσσεται περὶ τὸν ἄξονα καὶ διερχόμενον διὰ τροχαλίας ἄνευ μάζης καὶ ἀτριβοῦς καταλήγει εἰς ἕνα βάρος 160 lb. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ κέντρου μάζης τοῦ περιγραφέντος συστήματος.

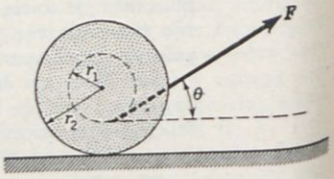
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

32. Εἰς τὴν ἀπεικονιζομένην εἰς τὴν Εἰκ. 5 διάταξιν, ὁ στερεὸς δίσκος καὶ ἡ τροχαλία ἔχουν τὴν αὐτὴν ἀκτῖνα καὶ τὴν αὐτὴν μᾶζαν. Τὴν αὐτὴν μᾶζα ἐπίσης ἔχει καὶ τὸ σῶμα τὸ ἀνηρτημένον εἰς τὸ ἄκρον τοῦ σχοινίου. Τὸ ἐπίπεδον ἔχει κλίσιν 30^0. Ὁ δίσκος κυλίεται ἐπὶ τῆς κεκλιμένης ἐπιφανείας ἄνευ ὀλισθήσεως ἢ ἀπωλείας ἐνεργείας. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ ἀνηρτημένου ἐκ τοῦ σχοινίου σώματος. Ἀπ. $^2/_5 g$

33. Ἐξάγωνον περικόχλιον μάζης 100 gm καὶ ἀκτῖνος περιστροφῆς 2.0 cm, περιστρέφεται ἄνευ τριβῆς πέριξ κοχλίου μὲ 3.0 σπειρῶν cm. Ἐὰν ἐκκινήσῃ ἐκ τῆς ἠρεμίας πόσον χρόνον θ' ἀπαιτήσῃ τὸ περικόχλιον διὰ νὰ κατέλθῃ 10 cm κατὰ μῆκος τοῦ κοχλίου ;



Εἰκ. 5.



Εἰκ. 6.

34. Μία κουβαρίστρα κλωστῆς μετ' ἐσωτερικῆς ἀκτῖνος r_1 καὶ ἐξωτερικῆς r_2 ἔχε ροπὴν ἀδρανείας I_0 περὶ τὸ κέντρον τῆς μάζης. Ἡ κουβαρίστρα ἕλκεται ὑπὸ κλωστῆς, ὡς παρίσταται εἰς τὴν Εἰκ. 6, μετὰ σταθερᾶς δυνάμεως F. Νὰ εὑρεθῇ ἡ γραμμικὴ ἐπιτάχυνσις τοῦ πηνίου (κουβαρίστρας) ἐὰν $\theta = 0^0$. (Νὰ ὑποτεθῇ ὅτι τὸ πηνίον κυλίεται ἄνευ ὀλισθήσεως).

Ἀπ. $\dfrac{F(r_2^2 - r_1 r_2)}{I + m r_2^2}$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Wilhelm Wien

1864–1928. *Ἐγεννήθη εἰς τὸ Γκέφκεν, Ἀνατολικῆς Πρωσσίας. Ὁ διάδοχος τοῦ Ρέντγκεν εἰς τὰ Πανεπιστήμια τοῦ Βύρτζμπουργκ καὶ Μονάχου. Κατὰ τὸ 1911 ἔλαβεν τὸ βραβεῖον Νόμπελ διὰ τὴν Φυσικήν, διὰ τὰς ἀνακαλύψεις του περὶ τῶν νόμων τῶν διεπόντων τὴν ἀκτινοβολίαν τῆς θερμότητος.*

11. ΟΡΜΗ

Κατὰ τὰς συγκρούσεις μεταξὺ ἀντικειμένων ἐν κινήσει εὑρισκομένων, αἱ προκαλούμεναι δυνάμεις δύνανται νὰ εἶναι ἐξαιρετικῶς ἰσχυραί. Ὅταν ρακέττα κτυπᾷ τὴν σφαῖραν τοῦ τέννις, τόσον ἡ σφαῖρα ὅσον καὶ ἡ ρακέττα παραμορφοῦνται μεγάλως καθ' ὃν χρόνον εὑρίσκονται ἐν ἐπαφῇ. Ἐὰν ἕνα βαρὺ καὶ ταχέως κινούμενον φορτηγὸν αὐτοκίνητον προσκρούσῃ ἐπὶ μιᾶς οἰκίας, ἡ ἀναπτυσσομένη δύναμις πιθανὸν νὰ εἶναι ἱκανὴ καὶ ἐπαρκὴς νὰ κινήσῃ τὴν οἰκίαν ἐκ τῶν θεμελίων της.

Ἐνῶ ἡ δύναμις δυνατὸν νὰ εἶναι λίαν μεγάλη κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς προσκρούσεως, αὕτη δρᾷ, ὡς μεγάλη δύναμις, μόνον ἐπὶ πολὺ βραχὺ χρονικὸν διάστημα. Ἡ δύναμις δὲν εἶναι σταθερὰ κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ἐπαφῆς ἀλλὰ μεταβάλλεται ἐντὸς εὐρέων ὁρίων. Ὁ τρόπος κατὰ τὸν ὁποῖον ἡ δύναμις μεταβάλλεται διαρκούσης τῆς συγκρούσεως, ἐξαρτᾶται ἐκ τῶν ἐλαστικῶν ἰδιοτήτων τῶν προσκρουομένων σωμάτων ὡς καὶ ἐκ τῶν ταχυτήτων αὐτῶν. Λόγῳ τοῦ περιπλόκου τρόπου κατὰ τὸν ὁποῖον αἱ δυνάμεις μεταβάλλονται, εἶναι συνήθως πρόφορον νὰ μελετῶνται τὰ προβλήματα κρούσεως ἀπὸ τῆς ἀπόψεως τῆς ὁρμῆς.

Οἱ νόμοι τῆς γραμμικῆς καὶ γωνιακῆς ροπῆς ἐφαρμόζονται ἐξ ἴσου ἐπὶ τῶν κινήσεων τῶν ἀτομικῶν καὶ ὑπατομικῶν σωματιδίων ὡς καὶ ἐπὶ τῶν μεγαλυτέρων σωμάτων.

Ἡ ἐφαρμογὴ τῶν νόμων τούτων μᾶς κατέστησανίκανοὺς νὰ ἐξαγάγωμεν μερικὰς τῶν ἰδιοτήτων τῶν σωματιδίων τούτων.

11-1. Ὁρμή. Διὰ νὰ ἀκινητήσῃ ἕνα ἐπιβατιγὸν αὐτοκίνητον κινούμενον μὲ ταχύτητα 20 mi/hr ἐντὸς 1 sec, ἀπαιτεῖται ἰσχυρὰ δύναμις. Διὰ νὰ σταματήσωμεν φορτωμένον φορτηγὸν αὐτοκίνητον, κινούμενον μετὰ τῆς αὐτῆς ταχύτητος, εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, θ' ἀπαιτῆτο μία πολὺ μεγαλυτέρα δύναμις. Ἐὰν ἡ ταχύτης τοῦ ἐπιβατιγοῦ αὐτοκινήτου εἶναι 40 mi/hr ἀντὶ τῶν 20 mi/hr, ἡ δύναμις αὕτη θὰ ηὐξάνετο ἐπίσης. Ἡ ἀπαιτουμένη δύναμις ἐξαρτᾶται τόσον ἐκ τῆς ταχύτητος ὅσον καὶ ἐκ τῆς μάζης. Τὸ γινόμενον τῆς μάζης καὶ τῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος ἑνὸς σώματος καλεῖται *ὁρμή*.

Ἡ ὁρίζουσα τὴν ὁρμὴν ἐξίσωσις εἶναι

$$p = mv \qquad (1)$$

ὅπου p εἶναι ἡ ὁρμή, m ἡ μᾶζα καὶ v ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης. Κάθε ἐν κινήσει εὑρισκόμενον σῶμα ἔχει ὁρμήν.

Αἱ μονάδες διὰ τὴν ὁρμὴν εἶναι σύνθετοι ἀπορελούμεναι ἐκ τῶν τῆς μάζης καὶ τῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος. Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ἡ μονὰς εἶναι τὸ gm-cm/sec. Εἰς τὸ Βρεττανικὸν σύστημα, ὅπου

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

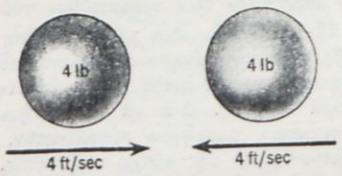
ὑπολογίζομεν συνήθως τὴν μᾶζαν εἰς slug ἀπὸ τὴν σχέσιν W/g, καὶ ἡ μονὰς ὁρμῆς εἶναι slug-ft/sec. Εἰς τὸ σύστημα M.K.S. μονὰς ὁρμῆς εἶναι τὸ kg-m/sec.

Παράδειγμα : Ποία εἶναι ἡ ὁρμὴ μιᾶς 100 - lb ὀβίδος ὅταν αὕτη ἐγκαταλείπει τὸ τηλεβόλον μὲ ταχύτητα 1200 ft/sec ;

$$m = \frac{W}{g} = \frac{100 \text{ lb}}{32 \text{ ft/sec}} = 3.1 \text{ slug}$$

$$p = mv = (3.1 \text{ slug})(1200 \text{ ft/sec}) = 3700 \text{ slug-ft/sec}$$

Ἡ ὁρμὴ εἶναι ἓν ἀνυσματικὸν μέγεθος, μὲ διεύθυνσιν συμπίπτουσα μὲ τὴν τῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν ὁρμὴν ἑνὸς συστήματος δύο ἢ περισσοτέρων σωμάτων, δέον νὰ προσθέσωμεν τὰς ὁρμὰς των ἀνυσματικῶς. Ἂς θεωρήσωμεν δύο σφαίρας 4-lb ἑκάστην κινουμένας ἐναντίον ἀλλήλων μετ' ἴσων ταχυτήτων 4 ft/sec, ὡς παρίστανται εἰς



Εἰκ. 1. Δύο σφαῖραι ἴσης μάζης ἔχουσαι ταχύτητας ἴσου μεγέθους ἀλλ' ἀντιθέτου διευθύνσεως. Ἡ ὁρμὴ τοῦ συστήματος εἶναι μηδέν.

τὴν Εἰκ. 1. Ἡ μᾶζα ἑκάστης εἶναι $^4/_{32}$ slug. Ἡ ὁρμὴ τῆς A εἶναι

$$p_A = (^4/_{32} \text{ slug})(4 \text{ ft/sec}) = 0.5 \text{ slug-ft/sec}$$

πρὸς τὰ δεξιὰ ἐνῶ τῆς B εἶναι ὁμοίως 0.5 slug-ft/sec, ἀλλὰ πρὸς τ' ἀριστερά. Τὸ ἀνυσματικὸν ἄθροισμα τῶν δύο εἶναι μηδὲν καὶ συνεπῶς ἡ ὁρμὴ τοῦ συστήματος εἶναι ἐπίσης μηδέν.

11-2. Διατήρησις τῆς ὁρμῆς. Συμφώνως πρὸς τὸν πρῶτον νόμον κινήσεως τοῦ Νεύτωνος, ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης ἑνὸς σώματος δὲν μεταβάλλεται ἐὰν δὲν ἐπιδράσῃ ἐπ' αὐτοῦ κάποια δύναμις. Δεδομένου ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος εἶναι σταθερά, διαπιστοῦμεν ὅτι ἡ ὁρμὴ δὲν μεταβάλλεται ἐκτὸς ἂν μία ἐξωτερικὴ δύναμις ἐπιδράσῃ ἐπὶ τοῦ σώματος. Τὸ ἀξίωμα τοῦτο, δηλαδὴ ὅτι ἡ ὁρμὴ ἑνὸς σώματος ἢ συστήματος σωμάτων δὲν μεταβάλλεται ἐκτὸς ἂν μία ἀμιγὴς ἐξωτερικὴ δύναμις ἐπιδράσῃ ἐπ' αὐτῶν, εἶναι γνωστὸν ὡς ἡ *ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς*. Ἡ χρῆσις τοῦ νόμου τούτου μᾶς καθιστᾷ ἱκανοὺς νὰ ἐξηγοῦμεν κατὰ τρόπον ἁπλοῦν τὴν συμπεριφορὰν κοινῶν ἀντικειμένων.

Ἐὰν μία ἐξωτερικὴ δύναμις δρᾷ ἐπὶ ἑνὸς συστήματος σωμάτων, ἡ ὁρμὴ τοῦ συστήματος μεταβάλλεται, ἀλλὰ κατὰ τὴν μεταβολὴν ταύτην ἕνα ἄλλο σύστημα σωμάτων δέον νὰ προσλαμβάνῃ (ἢ νὰ χάνῃ) ποσὸν ὁρμῆς ἴσον πρὸς τὸ ἀπωλεσθὲν (ἢ προσκτηθὲν) ὑπὸ τοῦ συστήματος. Εἰς ἑκάστην περίπτωσιν, ὅπου ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης μεταβάλλεται, ἡ ὑπό τινος σώματος ἢ συστήματος σωμάτων ἀπωλεσθεῖσα ὁρμὴ εἶναι ἴση πρὸς τὴν κτηθεῖσαν ὑπὸ ἑτέρου σώματος ἢ συστήματος σωμάτων.

Ὁρμὴ ἀπωλεσθεῖσα = ὁρμὴ κτηθεῖσα (2)

Ἂς θεωρήσωμεν περαιτέρω τὰς σφαίρας τὰς παριστωμένας εἰς τὴν Εἰκ. 1. Ἐὰν ἐξακολουθήσουν κινούμεναι ἡ μία πρὸς τὴν ἄλλην, θὰ συγκρουσθῶσιν καὶ κατὰ τὴν σύγκρουσιν ἑκάστη ἐξ αὐτῶν θ' ἀσκήσῃ δύναμίν τινα ἐπὶ τῆς ἑτέρας. Ἡ ὁρμὴ τοῦ συστήματος τῶν δύο σφαιρῶν εἶναι μηδὲν πρὸ τῆς προσκρούσεως. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς δέον ὅπως αὕτη νὰ εἶναι μηδὲν καὶ μετὰ τὴν σύγκρουσιν. Ἐὰν αἱ σφαῖραι εἶναι ἐλαστικαί, αὗται θ' ἀναπηδήσουν καὶ ὁ νόμος τῆς διατηρήσεως ἀπαιτεῖ ὅπως αἱ ταχύτητες ὀπισθοδρομήσεως εἶναι ἴσαι πρὸς ἀλλήλας (ἀλλὰ ὄχι ἀναγκαίως ἴσαι πρὸς τὴν ἀρχικὴν ταχύτητα) οὕτως ὥστε ἡ ὁρμὴ θὰ παραμείνῃ μηδέν.

Ἡ ὀπισθοδρόμησις πυροβόλου εἶναι παράδειγμα διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς. Ἡ ὁρμὴ τοῦ πυροβόλου καὶ τῆς ὀβίδος πρὸ τῆς ἐκρήξεως εἶναι μηδέν. Ἡ ὀβὶς ἀποκτᾷ μίαν πρὸς τὰ πρόσω ὁρμὴν καὶ ὡς ἐκ τούτου τὸ πυροβόλον δέον νὰ ἀπο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κτήση ἴσην κατὰ μέγεθος καὶ πρὸς τὰ ὀπίσω ὁρμήν, οὕτως ὥστε τὸ ἄθροισμα νὰ παραμείνῃ καὶ πάλιν μηδέν.

Παράδειγμα : Μία ὀβὶς 2.0-oz βάλλεται ὑπὸ ἑνὸς πυροβόλου 10-lb μετὰ ταχύτητος 2000 ft/sec. Ποία εἶναι ἡ ταχύτης ἀνακρούσεως - ὀπισθοδρομήσεως τοῦ πυροβόλου ;

Ἡ ὁρμὴ τοῦ συστήματος πυροβόλου καὶ ὀβίδος εἶναι μηδὲν πρὸ τῆς πυροδοτήσεως τοῦ πυροβόλου καὶ συνεπῶς δέον ὅπως αὐτὴ εἶναι μηδὲν καὶ μετὰ τὴν πυροδότησιν. Συνεπῶς ἡ ὁρμὴ τοῦ πυροβόλου εἶναι ἴση κατὰ τὸ μέγεθος, ἀλλὰ ἀντιθέτου διευθύνσεως πρὸς τὴν τῆς βολίδος.

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$v_1 = \frac{m_2}{m_1} v_2$$

ἀφοῦ $m_1 = \frac{W_1}{g}$ καὶ $m_2 = \frac{W_2}{g}$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{W_1}{W_2}$$

ἄρα: $v_1 = \frac{(^2/_{16})\ \text{lb}}{10\ \text{lb}}\ (2000\ \text{ft/sec}) = 25\ \text{ft/sec}$

Κατὰ τὴν πυροδότησιν τοῦ πυροβόλου, ἀσκοῦνται δυνάμεις ἐπὶ τοῦ πυροβόλου καὶ ἐπὶ τῆς ὀβίδος. Αἱ δυνάμεις αὗται, ὁπωσδήποτε, εἶναι *ἐσωτερικαί*, δηλαδή, δροῦν ἐντὸς τοῦ συστήματος τοῦ πυροβόλου-ὀβίδος. Ἐὰν θεωρήσωμεν τὴν ὀβίδα μόνην, κινουμένη διὰ νὰ προσβάλλῃ τὸν στόχον, ἡ δύναμις καθίσταται ἐξωτερικὴ καὶ προκαλεῖ μεταβολὴν τῆς ὁρμῆς τῆς ὀβίδος, ἀλλά, συμφώνως πρὸς τὸν τρίτον νόμον τοῦ Νεύτωνος, δύναμις ἴση κατὰ τὸ μέγεθος καὶ ἀντίθετος εἰς διεύθυνσιν, ἥτις δρᾷ ἐπὶ τοῦ πυροβόλου προσδίδουσα εἰς αὐτὸ μίαν ὁρμὴν ἴσην κατὰ τὸ μέγεθος πρὸς τὴν τῆς βολίδος, ἀλλὰ ἀντίθετον κατὰ τὴν διεύθυνσιν.

11-3. Ὥθησις. Ἡ μεταβολὴ εἰς τὴν ὁρμήν, ἡ προκαλουμένη ὑπὸ μιᾶς ἐξωτερικῆς δυνάμεως, ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ μεγέθους τῆς δυνάμεως ὡς ἐπίσης καὶ τοῦ χρόνου καθ' ὃν ἡ δύναμις ἀσκεῖται. Ἐκ τοῦ δευτέρου νόμου τοῦ Νεύτωνος ἔχομεν

$$F = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\mathrm{m}(\Delta v)}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \qquad (3)$$

Συνεπῶς, μία κατ' ἐναλλαγὴν διατύπωσις τοῦ δευτέρου νόμου τοῦ Νεύτωνος εἶναι: *ὁ ρυθμὸς μεταβολῆς τῆς ὁρμῆς σώματος τινὸς εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀμιγῆ (net) δύναμιν τὴν δρῶσαν ἐπ' αὐτοῦ.* Ἐκ τῆς Ἐξ. (3) παρατηρεῖται ὅτι:

$$F(\Delta t) = \Delta p \qquad (4)$$

Τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὸν χρόνον δράσεως αὐτῆς, καλεῖται *ὥθησις* ἢ *ὧσις*. Ἡ ὥθησις εἶναι ἴση πρὸς τὴν μεταβολὴν τῆς ὁρμῆς, τὴν προκαλουμένην ὑπὸ τῆς δυνάμεως, κατὰ τὸ χρονικὸν διάστημα τῆς δράσεώς της.

Ἐὰν ἡ δύναμις εἶναι σταθερὰ κατὰ τὸ χρονικὸν διάστημα Δt, ἡ Ἐξ. (4) μετατρέπεται εἰς:

$$F\,\Delta t = p_2 - p_1 \qquad (5)$$

Εἰς τὴν Ἐξ. (5) ἡ δύναμις δύναται ἐπίσης νὰ ἑρμηνευθῇ ὡς ἡ μέση δύναμις διαρκοῦντος τοῦ χρονικοῦ διαστήματος ἀκόμη καὶ ὅταν ἡ μεταβολὴ εἶναι λίαν μεγάλη. Ἐπὶ συγκρούσεως τινὸς ἡ δύναμις δὲν εἶναι σχεδὸν ποτὲ σταθερά, ἀλλὰ μεταβάλλεται ἐπὶ εὐρείας περιοχῆς τιμῶν. Ἡ Ἐξίσωσις (5) δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ εἰς τοιαύτην περίπτωσιν μόνον διὰ νὰ εὑρεθῇ ἡ μέση δύναμις διαρκοῦντος τοῦ χρόνου ἐπαφῆς. Ἐὰν εἶναι ἀναγκαῖον νὰ γνωρίζωμεν ἀνὰ πᾶσαν στιγμὴν, διαρκούσης τῆς συγκρούσεως, τὴν δύναμιν, δύναται αὐτὴ νὰ προσδιορισθῇ ἐὰν ὁ ρυθμὸς μεταβολῆς τῆς ὁρμῆς εἶναι γνωστός, καθόσον ἡ δύναμις εἶναι ἴση πρὸς τὸν ρυθμὸν μεταβολῆς αὐτῆς. Δεδομένου ὅτι σπανίως εἶναι δυνατὸν νὰ παρατηρήσωμεν τὸν ρυθμὸν μεταβολῆς τῆς ὁρμῆς, αἱ δυνάμεις δύνανται καλύτερον νὰ μελετηθῶσιν βάσει τῶν προκληθέντων παραμορφώσεων εἰς τὰ συγκρουόμενα σώματα. Ἡ σχέσις μεταξὺ δυνάμεως καὶ παραμορφώσεως θὰ μελετηθῇ εἰς τὸ Κεφάλαιον 13.

Αἱ ἐξισώσεις (4) καὶ (5) ὑποδεικνύουν ὅτι οὐδὲν κινούμενον ἀντικείμενον εἶναι δυνατὸν νὰ ἀνασχεθῇ στιγμιαίως καὶ ὅτι ὅσον βραχύτερος εἶναι ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ ν' ἀνακοπῇ ἡ κίνησις τόσον μεγαλυτέρα πρέπει νὰ εἶναι ἡ δύναμις. Μία βόμβα ριπτομένη ἐξ ὕψους πολλῶν χιλιάδων ποδῶν ἔχει λίαν μεγάλην ὁρμὴν ἀκριβῶς πρὶν προσκρούσῃ ἐπὶ τοῦ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἐδάφους ἢ ἐπὶ τοῦ στόχου της. Μόλις προσβάλλει τὸ χαλύβδινον κατάστρωμα ἑνὸς πλοίου δέον νὰ ἀνασχεθῇ εἰς λίαν βραχὺ χρονικὸν διάστημα ἄλλως θὰ εἰσδύσῃ ἐντὸς αὐτοῦ. Τὸ σύνηθες χαλύβδινον κατάστρωμα ἑνὸς πλοίου εἶναι ἀνίκανον νὰ παράσχῃ τὴν ἀναγκαίαν δύναμιν διὰ ν' ἀνασχέσῃ τὴν βόμβαν. Ἐξαιρετικῶς μεγάλαι δυνάμεις δρῶσιν ὅπου, ταχέως κινούμενον σῶμα, ἀνακόπτεται ταχέως.

Παράδειγμα : Ἓν 3000-lb αὐτοκίνητον κινούμενον μὲ ταχύτητα 30 mi/hr προσκρούει ἐπὶ ἐμποδίου τινὸς καὶ σταματᾷ ἐντὸς 0.10 sec. Ποία εἶναι ἡ μέση δύναμις ἐπὶ τοῦ αὐτοκινήτου ;

Ἐκ τῆς Ἐξ. (5)

$$F\Delta t = mv_2 - mv_1$$

$$m = \frac{W}{g} = \frac{3000 \text{ lb}}{32 \text{ ft/sec}^2} = 94 \text{ slug}$$

$$v_1 = 30 \text{ mi/hr} = 44 \text{ ft/sec}$$

$$F = \frac{m(v_2 - v_1)}{\Delta t} = \frac{94 \text{ slug } (0 - 44 \text{ ft/sec})}{0.10 \text{ sec}}$$

$$= -41000 \text{ lb}$$

Τὸ ἀρνητικὸν πρόσημον τοῦ ἀποτελέσματος δεικνύει ὅτι ἡ δύναμις εἶναι κατὰ μίαν διεύθυνσιν ἀντίθετον πρὸς τὴν ἀρχικὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα, ἀποτέλεσμα τὸ ὁποῖον θὰ ἔπρεπε ν' ἀνεμένωμεν κατόπιν προσεκτικῆς μελέτης τοῦ προβλήματος.

11-4. Ἐλαστικαὶ καὶ μὴ ἐλαστικαὶ κρούσεις. Εἰς οἱανδήποτε σύγκρουσιν δύο σωμάτων, ἡ σχετικὴ ἀνυσματικὴ ταχύτης ἀναστροφῆς εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν σχετικὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα προσεγγίσεως. Διὰ συμβόλων

$$e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2} \tag{6}$$

ὅπου $v_1 - v_2$ εἶναι ἡ διαφορὰ ταχυτήτων ($v_1 > v_2$) τῶν δύο σωμάτων πρὸ τῆς συγκρούσεως καὶ $u_2 - u_1$ ἡ διαφορὰ ταχυτήτων αὐτῶν μετὰ τὴν σύγκρουσιν, ἀλλὰ μετὰ τοῦ προσήμου ἠλλαγμένου. Ὁ λόγος e εἶναι σταθερὸς δι' ἕκαστον ζεῦγος συγκρουομένων σωμάτων, καὶ καλεῖται *ὁ συντελεστὴς κρούσεως*.

Μία κροῦσις καλεῖται τελείως ἐλαστικὴ ἐὰν $e = 1$, καὶ τελείως μὴ ἐλαστικὴ (ἢ πλαστικὴ) ἐὰν $e = 0$, εἰς τὴν περίπτωσιν δὲ ταύτην τὰ δύο προσκρουόμενα σώματα δὲν ἀποχωρίζονται ἀλλὰ συνεχίζουν νὰ κινοῦνται ὡς ἓν σῶμα μὲ τὴν αὐτὴν ταχύτητα. Δι' ἁπάσας τὰς λοιπὰς κρούσεις ἡ τιμὴ τοῦ e κυμαίνεται μεταξὺ τοῦ μηδενὸς καὶ τῆς μονάδος.

Διὰ τὴν εἰδικὴν περίπτωσιν τῆς τελείως ἐλαστικῆς κρούσεως, ἡ κινητικὴ ἐνέργεια διατηρεῖται σταθερὰ πρὸ καὶ μετὰ τὴν κροῦσιν. Ἐκ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2 \tag{7}$$

ἢ δι' ἀλλαγῆς τῶν ὅρων τῆς ἐξισώσεως παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἀπώλεια ὁρμῆς εἰς τὸ πρῶτον σῶμα εἶναι ἴση πρὸς τὴν προσκτηθεῖσαν ὁρμὴν ὑπὸ τοῦ δευτέρου

$$m_1v_1 - m_1u_1 = m_2u_2 - m_2v_2 \tag{8}$$

Ἐκ τῆς Ἐξ. (6), διὰ τελείως ἐλαστικὴν κροῦσιν

$$v_1 - v_2 = u_2 - u_1 \tag{9}$$

ἢ

$$v_1 + u_1 = u_2 + v_2 \tag{10}$$

Ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὴν Ἐξ. (8) ἐπὶ τὴν Ἐξ. (10) λαμβάνομεν

$$m_1(v_1 - u_1)(v_1 + u_1) = m_2(u_2 - v_2)(u_2 + v_2) \tag{11}$$

ἢ

$$m_1v_1^2 - m_1u_1^2 = m_2u_2^2 - m_2v_2^2 \tag{12}$$

ταύτην δὲ πολλαπλασιάζοντες ἐπὶ ½ καὶ ἀναδιατάσσοντες τοὺς ὅρους λαμβάνομεν

$$\tfrac{1}{2}m_1v_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_2^2 = \tfrac{1}{2}m_1u_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2u_2^2 \tag{13}$$

Ἐξ αὐτῆς συνάγεται ὅτι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια πρὸ τῆς κρούσεως καὶ μετ' αὐτὴν παραμένει σταθερὰ διὰ τὴν περίπτωσιν τῆς τελείως ἐλαστικῆς κρούσεως. Εἰς ἁπάσας ὅμως τὰς πλαστικὰς κρούσεις ἡ κινητικὴ ἐνέργεια μετὰ τὴν κροῦσιν εἶναι μικροτέρα ἀπὸ πρίν.

Παράδειγμα : Μία 2.0-lb σφαῖρα κινουμένη μὲ ταχύτητα 22 ft/sec προφθάνει ἑτέραν 4.0 lb σφαῖραν κινουμένη ἐπὶ τῆς αὐτῆς διευθύνσεως καὶ κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν ὡς καὶ ἡ πρώτη, ἀλλὰ ταχύτητα 10 ft/sec. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς κρούσεως εἶναι 0.80, νὰ εὑρεθῶσιν αἱ ἀνυσμα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τικαὶ ταχύτητες τῶν δύο σφαιρῶν μετὰ τὴν σύγκρουσιν.

$$e(v_1 - v_2) = u_2 - u_1$$
$$0.80\ (22\ \text{ft/sec} - 10\ \text{ft/sec}) = u_2 - u_1$$
$$u_2 - u_1 = 9.6\ \text{ft/sec}$$
$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$$

Ἐπειδὴ $m = W/g$, δυνάμεθα νὰ προβῶμεν εἰς τὴν ἀντικατάστασιν καὶ νὰ πολλαπλασιάσωμεν τὴν ἐξίσωσιν ἐπὶ g διὰ νὰ λάβωμεν

$$W_1v_1 + W_2v_2 = W_1u_1 + W_2u_2$$
$$2.0\ \text{lb} \times 22\ \text{ft/sec} + 4.0\ \text{lb} \times 10\ \text{ft/sec} = (2.0\ \text{lb})\ u_1 + (4.0\ \text{lb})\ u_2$$
$$2u_2 + u_1 = 42\ \text{ft/sec}$$

καὶ ἐπειδὴ $u_2 - u_1 = 9{,}6\ \text{ft/sec}$

$$u_2 = 17.2\ \text{ft/sec}$$
$$u_1 = 7.6\ \text{ft/sec}$$

11-5. Συγκρούσεις σωμάτων μὴ κινουμένων ἐπὶ τῆς αὐτῆς γραμμῆς. Μέχρι τοῦδε ἐξετάσσμεν μόνον ἐκείνας τῶν συγκρούσεων εἰς ἃς ἕκαστον τῶν σωμάτων κινεῖται ἀρχικῶς κατὰ μῆκος τῆς αὐτῆς γραμμῆς. Ἐὰν αἱ κινήσεις δὲν σχετίζονται κατὰ τοιοῦτον ἁπλὸν τρόπον, δέον νὰ ἀναλύσωμεν τὴν ὁρμὴν εἰς δύο συνιστώσας, καθέτους πρὸς ἀλλήλας, ὁμοίως δὲ καὶ διὰ τὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα. Ἐκ τῆς ἀρχῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς δυνάμεθα νὰ γράψωμεν δύο ἐξισώσεις μίαν δι' ἑκάστην συνιστῶσαν, δεδομένου ὅτι ἡ ὁρμὴ εἰς ἑκάστην τῶν διευθύνσεων τούτων δέον νὰ διατηρηθῇ κεχωρισμένως. Παρομοίως ἡ Ἐξ. (6) δίδει δύο ἐξισώσεις. Αἱ τέσσαρες αὗται ἐξισώσεις δὲν ἐπιδέχονται μίαν μοναδικὴν λύσιν δι' οἱονδήποτε πραγματικὸν σῶμα καθόσον αἱ διευθύνσεις ὁπισθοδρομήσεως ἐξαρτῶνται ἐκ τοῦ τρόπου μεθ' οὗ τὰ σώματα συγκρούονται ὡς καὶ ἐκ τῶν ἀρχικῶν ὁρμῶν αὐτῶν. Ἐὰν ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορὰ τῆς κινήσεως ἑνὸς τῶν σωμάτων μετὰ τὴν σύγκρουσιν εἶναι γνωσταί, τὸ πρόβλημα δύναται νὰ λυθῇ. Παράδειγμα μιᾶς ἀναλύσεως τοῦ τύπου τούτου εἶναι ἡ διασπορὰ τῶν φωτονίων πλησίον τῶν ἠλεκτρονίων (Κεφ. 49).

11-6. Περιστροφικὴ ὁρμὴ ἢ Στροφορμή. Ἐπὶ κινήσεων περιστροφῆς ἡ *περιστροφικὴ ὁρμὴ ἢ στροφορμὴ* ἀναφαίνεται κατὰ τὸν αὐτὸν ἀκριβῶς τρόπον ὡς καὶ ἡ ὁρμὴ ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν μεταθετικὴν κίνησιν. Ἀκριβῶς ὅπως ἡ γραμμικὴ ὁρμὴ ἔχει μέτρον τὸ γινόμενον τῆς μάζης ἐπὶ τὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα, καὶ ἡ στροφορμὴ ἑνὸς σώματος καθορίζεται ὡς τὸ γινόμενον τῆς ροπῆς ἀδρανείας του ἐπὶ τὴν γωνιακὴν ἀνυσματικὴν αὐτοῦ ταχύτητα.

$$\text{Στροφορμὴ} = I\omega \qquad (14)$$

Αἱ μονάδες εἰς ἃς ἐκφράζεται ἡ στροφορμὴ δύνανται νὰ καθορισθῶσιν ἐκ τῆς Ἐξ. (14). Εἰς τὸ Βρεττανικὸν σύστημα ἡ ροπὴ ἀδρανείας ἐκφράζεται εἰς slug-ft² καὶ ἡ γωνιακὴ ἀνυσματικὴ ταχύτης εἰς ἀκτίνια ἀνὰ δευτερόλεπτον. Οὕτω ἡ στροφορμὴ ἐκφράζεται εἰς (slng-ft²), (radian/sec) ἢ slng²-ft/sec.

Ὡς συνήθως τὸ «ἀκτίνιον» ὅπερ παριστᾷ καθαρὸν ἀριθμόν, διαγράφεται κατὰ τὴν ἐξαγωγὴν τῆς μονάδος. Εἰς τὸ σύστημα C.G.S., ἡ I παρίσταται διὰ gm-cm² καὶ ἡ ω εἰς ἀκτίνια ἀνὰ sec. Ὡς ἐκ τούτου ἡ στροφορμὴ ἐκφράζεται εἰς gm-cm²/sec. Ὁμοίως εἰς τὸ σύστημα M.K.S. ἡ στροφορμὴ ἐκφράζεται εἰς kg - m²/sec.

11-7. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς Στροφορμῆς. *Ἡ στροφορμὴ ἑνὸς σώματος παραμένει ἀμετάβλητος, μεταβάλλεται δὲ μόνον ἐὰν ἀσκηθῇ ἐπὶ τοῦ σώματος μία ἀμιγὴς (net) ἐξωτερικὴ ροπὴ στρέψεως.* Ἡ πρότασις αὕτη ἀποτελεῖ *τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς στροφορμῆς.* Ἡ δρᾶσις ἑνὸς στροφάλου, ὅστις βηγθεῖ εἰς τὸ νὰ διατηρῆται σταθερὰ ἡ ταχύτης περιστροφῆς ἑνὸς κινητῆρος, ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἀρχῆς ταύτης. Δεδομένου ὅτι ἡ ροπὴ ἀδρανείας τοῦ στροφάλου εἶναι μεγάλη, αἱ ροπαὶ στρέψεως αἱ δρῶσαι ἐπ' αὐτοῦ δὲν προκαλοῦν ταχείας μεταβολὰς τῆς στροφορμῆς του. Καθ' ὃν χρόνον ἡ ταχύτης τοῦ κινητῆρος αὐξάνει, ὁ στρόφιλος προβάλλει μίαν ἀνθισταμένην ροπὴν στρέψεως· ὅταν ὁ κινητὴρ ἐπιβραδύνει τὴν κίνησίν του ὁ στρόφαλος ἀναπτύσσει ροπὴν στρέψεως τοιαύτην ποὺ νὰ βοηθῇ ἵνα ἡ ταχύτης παραμείνει ἀμετάβλητος.

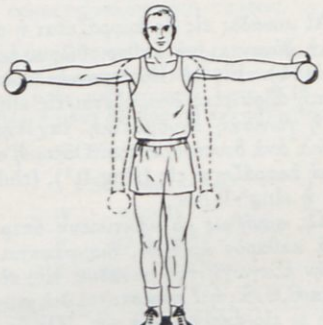
Ἐὰν ἡ κατανομὴ τῆς μάζης περιστρεφομένου τινὸς σώματος μεταβάλλεται, ἡ γωνιακὴ ἀνυσματικὴ ταχύτης δέον ὅπως

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μεταβληθῇ ἵνα ἡ στροφορμὴ τοῦ σώματος παραμείνει σταθερά.

Ἂς ὑποθέσωμεν ἕναν ἄνδραν ἱστάμενον ἐπὶ βάθρου τὸ ὁποῖον δύναται νὰ περιστρέφεται ἐλευθέρως μετὰ μικρᾶς τριβῆς (Εἰκ. 2).

Ἐὰν τεθῇ εἰς περιστροφικὴν κίνησιν μετὰ τῶν χειρῶν ἐκτεταμένων, οὗτος θὰ



Εἰκ. 2. Διατήρησις τῆς στροφορμῆς.

περιστρέφεται μετὰ σταθεροῦ ρυθμοῦ. Ἐὰν καταβιβάσῃ τὰς χεῖρας του, ἡ ροπὴ ἀδρανείας του μειοῦται καὶ συνεπῶς ὁ ρυθμὸς περιστροφῆς του αὐξάνει.

Ἑτέρα συνέπεια ἀπορρέουσα ἐκ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς στροφορμῆς εἶναι ὅτι, περιστρεφόμενον σῶμα διατηρεῖ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον περιστροφῆς, ἐφ' ὅσον δὲν ἐπενεργήσῃ ἐπ' αὐτοῦ μία ροπὴ στρέψεως. Σβούρα δὲν πίπτει κάτω ὅταν περιστρέφεται ταχέως, καθόσον δὲν ὑφίσταται ἐπαρκὴς ροπὴ στρέψεως διὰ νὰ προκαλέσῃ τὴν μεταβολὴν ταύτην εἰς τὴν γωνιακὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα. Ἡ περιστροφὴ τῶν τροχῶν βοηθῇ ὅπως διατηρῆται ἐν ἰσορροπίᾳ ἓν ποδήλατον ἢ μοτοποδήλατον. Ὁ σωλὴν ἑνὸς πυροβόλου φέρει ἑλικοειδεῖς αὐλακώσεις διὰ ν' ἀναγκάζεται ἡ βολὶς νὰ περιστρέφεται ταχέως καὶ ἔτσι νὰ διατηρῆται εἰς τὴν τροχιάν της χωρὶς ν' ἀνατρέπεται.

Ἐὰν μία ἐξωτερικὴ ροπὴ στρέψεως ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ περιστρεφομένου σώματος, ἡ στροφορμὴ αὐτοῦ θὰ μεταβληθῇ. Ἐκ τῆς Ἐξ. (12), Κεφ. 10, λαμβάνομεν :

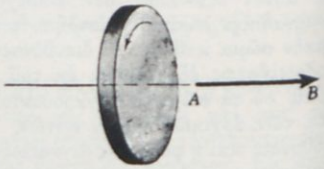
$$L = I\alpha$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} \qquad \bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$L\Delta t = I\omega_2 - I\omega_1 \quad L(\Delta t) = \Delta(I\omega) \quad (15)$$

Τὸ γινόμενον τῆς ροπῆς στρέψεως ἐπὶ τὸν χρόνον καλεῖται *ὤθησις ροπῆς*. Ἡ ὤθησις ροπῆς ἰσοῦται πρὸς τὴν μεταβολὴν τῆς στροφορμῆς, τὴν προκαλουμένην ὑπὸ μιᾶς ροπῆς στρέψεως.

11-8. Ἀνυσματικαὶ ἰδιότητες εἰς τὴν περιστροφικὴν κίνησιν. Ἡ γωνιακὴ ἀνυσματικὴ ταχύτης, ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις, ἡ στροφορμή, καὶ ἡ ροπὴ στρέψεως εἶναι ἅπασαι ἀνυσματικὰ μεγέθη. Πᾶσα περιστροφικὴ κίνησις ἐκτελεῖται ὡς πρὸς ἕναν ἄξονα. Τὸ ἄνυσμα, τὸ παριστὸν τὸ ἀνυσματικὸν μέγεθος, λαμβάνεται παράλληλον πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς. Ἡ φορὰ κατὰ μῆκος αὐτῆς τῆς γραμμῆς δίδεται ὑπὸ ἑνὸς «δεξιᾶς χειρὸς κανόνος». Ἐὰν φαντασθῶμεν ὅτι πιάνομεν τὸν ἄξονα μετὰ τῆς δεξιᾶς χειρός, τῶν δακτύλων αὐτῆς ἐστραμμένων πρὸς τὴν κατεύθυνσιν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος περὶ τὸν ἄξονα, τότε ὁ ἀντίχειρ δεικνύει τὴν κατεύθυνσιν τοῦ ἀνύσματος ὅλων τῶν ἀναφερθέντων μεγεθῶν.



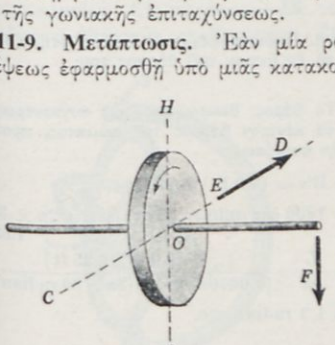
Εἰκ. 3. Ἡ γωνιακὴ ἀνυσματικὴ ταχύτης παρίσταται ὑπὸ ἑνὸς ἀνύσματος παραλλήλου πρὸς τὸν ἄξονα.

Εἰς τὴν Εἰκ. 3, ἡ γωνιακὴ ἀνυσματικὴ ταχύτης τοῦ στρεφομένου δίσκου παρίσταται ὡς πρὸς τὸ μέγεθος καὶ τὴν κατεύθυνσιν ὑπὸ τοῦ ἀνύσματος AB παραλλήλου πρὸς τὸν ἄξονα.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

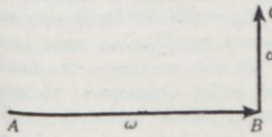
Ἐὰν ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ τοῦ δίσκου μία ροπὴ στρέψεως κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε ὁ ἄξων αὐτῆς νὰ συμπίπτῃ μὲ τὸν ἄξονα περιστροφῆς τοῦ δίσκου, ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορὰ τῆς ροπῆς στρέψεως θὰ συμπίπτουν μὲ τὴν AB, καὶ ἡ παραχθεῖσα γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις θὰ ἔχῃ ἄνυσμα παράλληλον πρὸς τὴν AB. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι μία τοιαύτη ροπὴ στρέψεως θὰ προκαλέσῃ μόνον μεταβολὴν εἰς τὸ *μέγεθος* τῆς γωνιακῆς ἐπιταχύνσεως.

11-9. Μετάπτωσις. Ἐὰν μία ροπὴ στρέψεως ἐφαρμοσθῇ ὑπὸ μιᾶς κατακορύ-



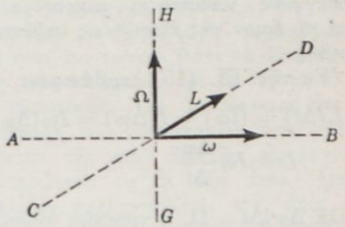
Εἰκ. 4. Ροπὴ στρέψεως ἐπὶ ἑνὸς περιστρεφομένου δίσκου.

φου δυνάμεως ἐπὶ τοῦ ἄκρου τοῦ ἄξονος ὡς ἡ F εἰς τὴν Εἰκ. 4, ὁ ἄξων τῆς ροπῆς στρέψεως θὰ συμπίπτῃ μὲ μιὰ ὁριζαντία γραμμὴ ὡς ἡ CD καὶ ἡ ροπὴ στρέψεως παρίσταται ὑπὸ τοῦ ἀνύσματος CD. Ἡ προκαλουμένη γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις ἔχει τὴν διεύθυνσιν CD. Ὅταν ὁ δίσκος παρατηρεῖται ἐκ τῶν ἄνω, ἡ κίνησίς του ἀναπαρίσταται ὑπὸ τῶν ἀνυσμάτων τῆς Εἰκ. 5, τοῦ AB παριστάνοντος τὴν ἀρχικὴν γωνιακὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα τοῦ δί-



Εἰκ. 5. Ἀνυσματικὴ παράστασις γωνιακῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος καὶ γωνιακῆς ἐπιταχύνσεως.

σκου καὶ τοῦ BC τὴν προκαλουμένην ὑπὸ τῆς ροπῆς στρέψεως γωνιακὴν ἐπιτάχυνσιν. Ἐπειδὴ ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις σχηματίζει ὀρθὴν γωνίαν μὲ τὴν γωνιακὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα, δὲν παράγεται οὐδεμία μεταβολὴ εἰς τὸ μέγεθος τῆς γωνιακῆς ταχύτητος ἀλλὰ μόνον μεταβολὴ εἰς τὴν διεύθυνσιν αὐτῆς. Δηλαδή, ὁ ἄξων περιστροφῆς μεταβάλλει τὴν διεύθυνσίν του, περιστρεφόμενος κατ' ἀντίθετον φορὰν τῆς τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου. Δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι, ἡ διεύθυνσις τῆς κινήσεως τοῦ ἄκρου τοῦ ἄξονος σχηματίζει ὀρθὴν γωνίαν πρὸς τὴν ἀρχικὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος καὶ ὡσαύτως ὀρθὴν γωνίαν ἐπίσης μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαρμοσθείσης *δυνάμεως*. Ἡ διεύθυνσις τῆς κινήσεως τοῦ ἄκρου τοῦ ἄξονος συμπίπτει μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαρμοσθείσης *ροπῆς στρέψεως*. Τοιαύτη μετατόπισις εἰς τὸν ἄξονα περιστροφῆς περιστρεφομένου σώματος καλεῖται *μετάπτωσις*. Ὁ κατακόρυφος ἄξων GH πέριξ τοῦ ὁποίου στρέφεται ὁ ἄξων τῆς στροφορμῆς, καλεῖται ὁ *ἄξων τῆς μεταπτώσεως*. Εἰς τὴν Εἰκ. 6 παρίστανται οἱ

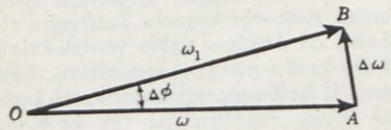


Εἰκ. 6. Τρεῖς ἄξονες παριστῶντες τὴν μετάπτωσιν: ἄξων περιστροφῆς AB, ἄξων ροπῆς στρέψεως CD, καὶ ἄξων μεταπτώσεως GH.

τρεῖς ἄξονες οἱ μετέχοντες τῆς κινήσεως. Ἕκαστος ἄξων εἶναι κάθετος πρὸς τοὺς ἑτέρους δύο. Ἡ γραμμὴ AB εἶναι ὁ ἄξων περιστροφῆς κατὰ μῆκος τοῦ ὁποίου ἔχει ἀχθῇ τὸ ἄνυσμα τὸ παριστὸν τὴν γωνιακὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα ω τοῦ περιστρεφομένου σώματος· ὁ CD εἶναι ὁ ἄξων ροπῆς στρέψεως κατὰ μῆκος τοῦ ὁποίου ἔχει ἀχθῇ τὸ ἄνυσμα τὸ ἀναπαριστὸν τὴν L· καὶ GH εἶναι ὁ ἄξων μεταπτώσεως κατὰ μῆκος τοῦ ὁποίου ἔχει ἀχθῇ ἄνυσμα παριστὸν τὴν γωνιακὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα μεταπτώσεως Ω.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὁ ρυθμὸς μεταπτώσεως, δηλαδή, ἡ γωνιακὴ ταχύτης περὶ τὸν ἄξονα μεταπτώσεως, ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς στροφορμῆς τοῦ περιστρεφομένου σώματος περὶ τὸν ἄξονα περιστροφῆς καὶ τῆς ἐφαρμοσθείσης ροπῆς στρέψεως. Εἰς τὴν Εἰκ. 7, τὸ OA παριστᾷ τὴν ἀρχικὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα ω, τὸ OB τὴν γωνιακὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα ω_1 μετὰ βραχὺν χρόνον Δt ἀργότερον, καὶ τὸ AB τὴν μεταβολὴν $\Delta\omega$



Εἰκ. 7. Ἀνυσματικὸν διάγραμμα μεταπτώσεως

τῆς γωνιακῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος. Ἐὰν $\Delta\varphi$ εἶναι μικρά, ἔχομεν

$$\Delta\omega = \omega\Delta\varphi \qquad \text{(κατὰ προσέγγισιν)}$$

Ἐφ' ὅσον ἡ $\Delta\varphi$ πλησιάζει τὸ μηδὲν ἡ προσέγγισις καθίσταται μικροτέρα καὶ κατὰ τὸ ὅριον τῆς ἐξισώσεως καθίσταται ἀκριβής.

Ἐκ τῆς Ἐξ. (15) λαμβάνομεν:

$$L(\Delta t) = (\mathrm{I}\omega) = I(\Delta\omega) = I\omega(\Delta\varphi)$$

$$L = I\omega\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Ἀλλὰ $\Delta\varphi/\Delta t = \Omega$, ἡ γωνιακὴ ἀνυσματικὴ ταχύτης μεταπτώσεως. Τότε

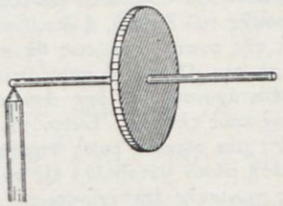
$$L = I\omega\Omega \qquad (16)$$

ἢ

$$\Omega = \frac{L}{I\omega} \qquad (17)$$

Ὁ ρυθμὸς μεταπτώσεως εἶναι κατ' εὐθεῖαν ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐφαρμοζομένην ροπὴν στρέψεως καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν στροφορμὴν τοῦ περιστρεφομένου σώματος περὶ τὸν ἄξονα στροφορμῆς.

Παράδειγμα: Ἕνας δίσκος μετὰ τοῦ ἄξονος του ἔχει βάρος 4.0 lb καὶ ροπὴν ἀδρανείας 0.0040 slug-ft². Οὗτος στηρίζεται διὰ τοῦ ἑνὸς ἄκρου τοῦ ἄξονος (Εἰκ. 8) ἐπὶ στηρίγματος εὑρισκομένου εἰς 3.0 in. ἀπὸ τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ. Ὅταν ὁ δίσκος στρέφεται μὲ ρυθμὸν 1800 στροφῶν/min, ποῖος εἶναι ὁ ρυθμὸς μεταπτώσεως;



Εἰκ. 8. Περιστρεφόμενος δίσκος στηριζόμενος εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ ἄξονος του.

Τὸ βάρος, θεωρούμενον ὡς συγκεντρωμένον εἰς τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος, προκαλεῖ ροπὴν στρέψεως :

$$L = Ws = (4.0\text{ lb})(0.25\text{ ft})$$

$$\omega = 1800\text{ στρ/min} = 30\text{ στρ/sec} = 2\pi \times 30\text{ rad/sec}$$

$$\Omega = \frac{L}{I\omega} = \frac{(4.0\text{ lb})(0.25\text{ ft})}{(0.0040\,\text{slug-ft}^2)(2\pi \times 30\text{ radian/sec})}$$

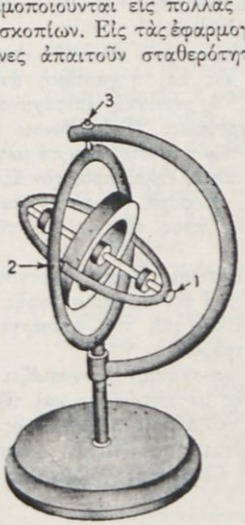
$$\Omega = 1.3\text{ radian/sec.}$$

11-10. Γυροσκόπιον. Γυροσκόπιον καλεῖται ἓν ὄργανον περιστρεφόμενον, κατὰ τοιοῦτον τρόπον συνηρμολογημένον ὥστε νὰ δύναται ἐλευθέρως νὰ περιστρέφεται ἐπὶ οἱουδήποτε ἐκ τῶν τριῶν ἀξόνων του οἵτινες εἶναι κάθετοι μεταξύ των. Μία τοιαύτη διάταξις παρίσταται εἰς τὴν Εἰκ. 9. Ἐὰν ὁ τροχὸς περιστρέφεται μετὰ μεγάλης γωνιακῆς ταχύτητος περὶ τὸν ἄξονα 1, ἡ βάσις δύναται νὰ στραφῇ καθ' οἱονδήποτε τρόπον χωρὶς νὰ μεταδώσῃ οὐδεμίαν ροπὴν στρέψεως, ἐξαιρέσει τῆς τοιαύτης τῆς ὀφειλομένης εἰς τὴν τριβήν, εἰς τὸν περιστρεφόμενον τροχόν, ὅστις συνεπῶς θὰ διατηρήσῃ τὸν ἄξονα περιστροφῆς του εἰς σταθερὰν διεύθυνσιν παραμένων πάντοτε παράλληλος πρὸς ἑαυτὸν ἀνεξαρτήτως τῶν κινήσεων τὰς ὁποίας δύναται νὰ λάβῃ ὁλόκληρον τὸ σύστημα, τοῦ ὑποστηρίγματος κλίνοντος καθ' οἱονδήποτε τρόπον ἐφόσον ὁ τροχὸς στρέφεται ταχέως. Δεδομένου ὅτι ἡ στροφορμὴ ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ροπῆς ἀδρανείας καὶ ἐκ τῆς γωνιακῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος, βαρὺς τροχὸς περιστρεφόμενος μετὰ μεγάλης ταχύτητος θὰ εἶχεν μεγάλην στρο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

φορμὴν καὶ ἀντιστοίχως μεγάλην σταθερότητα. Ἐὰν μία ροπὴ στρέψεως ἐφαρμοσθῇ καθέτως πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς, θὰ προκληθῇ μετάπτωσις τοῦ ἄξονος ὡς προηγουμένως περιεγράφη.

Τὰ κύρια δύο χαρακτηριστικὰ τῆς συμπεριφορᾶς τῶν γυροσκοπίων εἶναι 1) ἡ σταθερότης τοῦ ἄξονος καὶ 2) ἡ μετάπτωσις. Ἀμφότερα τὰ χαρακτηριστικὰ ταῦτα χρησιμοποιοῦνται εἰς πολλὰς ἐφαρμογὰς γυροσκοπίων. Εἰς τὰς ἐφαρμογὰς ταύτας αἴτινες ἀπαιτοῦν σταθερότητα, δέον



Εἰκ. 9. Ἕνα γυροσκόπιον ἔχει τρεῖς ἄξονας περὶ ὧν ὁποίων περιστρέφεται ἐλευθέρως.

νὰ καταβάλλεται μεγάλη φροντὶς κατὰ τὴν συναρμολόγησιν τοῦ τροχοῦ, οὕτως ὥστε νὰ μεταβιβάζεται ὅσον τὸ δυνατὸν μικροτέρα ροπὴ στρέψεως πρὸς τὸν ἄξονα. Εἰς τὴν σειρὰν τῶν ἐφαρμογῶν τοῦ γυροσκοπίου ἀνήκουν ὁ γυροπλοηγός, (αὐτόματος πιλότος), ὁ δείκτης γυρορίζοντος, τὸ γυροσκόπιον κατευθύνσεως καὶ μέχρι βαθμοῦ τινὸς ἡ γυροσκοπικὴ πυξίς. Ἡ τελευταία αὕτη, ἐν τούτοις, εἶναι κατεσκευασμένη κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε ὅταν αὕτη εὑρίσκεται εἰς οἱανδήποτε θέσιν, ἐξαιρέσει τῆς θέσεως καθ' ἣν ὁ ἄξων της εἶναι παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα τῆς γῆς, νὰ δημιουργῆται μία ροπὴ ἥτις νὰ προκαλῇ μίαν μετάπτωσιν πρὸς τὴν θέσιν ταύτην.

Εἰς περιστρεφόμενα σώματα ἄτινα ἐμφανίζουν γυροσκοπικὴν δρᾶσιν, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ στροφορμή, τόσον ἐντονώτερα θὰ εἶναι τὰ ἀποτελέσματα. Μερικὰ τῶν ἀποτελεσμάτων εἶναι χρήσιμα, ἄλλα δὲ εἶναι ἐπιβλαβῆ. Αὐτοκίνητον στρεφόμενον κατὰ μίαν γωνίαν, προκαλεῖ γυροσκοπικὴν ἐνέργειαν τῶν τροχῶν ἐξ ἧς παράγετσι ροπὴ στρέψεως τείνουσα νὰ ἀνατρέψῃ τοῦτο. Ἐὰν ὁ στρόφαλος περιστρέφεται κατ' ἀντίθετον πρὸς τὸν ὑπὸ τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου ἀκολουθούμενον τρόπον καὶ παρατηρήσωμεν τὸ αὐτοκίνητον ἐκ τῶν ἔμπροσθεν, θὰ ἴδωμεν ὅτι ἡ δύναμις ἐπὶ τῶν προσθίων τροχῶν μειοῦται ὅταν τὸ αὐτοκίνητον στρέφεται πρὸς τὰ δεξιά, καὶ αὐξάνει ὅταν τὸ αὐτοκίνητον στρέφεται πρὸς τ' ἀριστερά.

Ὁ γυροσκοπικὸς ἰσορροπιστὴς δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ νὰ μειωθῇ ἡ ταλλάντευσις πλοίου διὰ τῆς ἀσκήσεως ροπῆς στρέψεως ἀντιθέτου πρὸς τὴν ταλλάντευσιν.

Ὁ γυροσκοπικὸς τροχός, περιστρεφόμενος μὲ μεγάλη ταχύτητα ὑπὸ κινητῆρος, ἔχει τὸν ἄξονα αὐτοῦ κατακόρυφον κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε νὰ δύναται νὰ κλίνῃ πρὸς τὰ ἐμπρὸς καὶ τὰ ὀπίσω, ἀλλὰ οὐχὶ πλευρικῶς. Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ περιστροφὴ τοῦ γυροσκοπίου ἔχει φορὰν ἀντίθετον τῆς τῶν δεικτῶν ὡρολογίου, παρατηρῶντας το ἐκ τῶν ἄνω. Ὅταν τὸ πλοῖον ταλλαντεύεται, π.χ. πρὸς τὰ δεξιά, γυροσκοπικὸν ὄργανον ἐλέγχου κλείει τὰς ἐπαφὰς τοῦ κινητῆρος ὅστις κλίνει τὸν ἄξονα πρὸς τὰ πρόσω. Προκαλεῖται οὕτω ροπὴ στρέψεως ἀντιθέτου τῆς ταλλαντεύσεως πρὸς τὰ δεξιά. Παρομοίως ἐὰν ἡ ταλλάντευσις γίνεται πρὸς τὰ ἀριστερά, ὁ κινητὴρ κλίνει τὸν ἄξονα πρὸς τὰ ὀπίσω παρέχων ροπὴν στρέψεως καὶ πάλιν ἀντίθετον πρὸς τὴν ταλλάντευσιν.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ὁρμὴ εἶναι ἕνα ἀνυσματικὸν μέγεθον ἔχον μέτρον τὸ γινόμενον τῆς μάζης ἐπὶ τὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα ἑνὸς σώματος.

$$p = mv$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Συνήθεις μονάδες ὁρμῆς εἶναι slug-ft/sec, gr-cm/sec καὶ kg-m/sec.

Ἡ ἀρχὴ τῆς *διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς* καθορίζει ὅτι ἡ ὁρμὴ ἑνὸς σώματος ἢ συστήματος σωμάτων δὲν μεταβάλλεται ἐκτὸς ἐὰν μία ἀναντιστάθμητος ἐξωτερικὴ δύναμις ἐπιδράσῃ ἐπ' αὐτοῦ.

Μία ἐναλλακτικὴ διατύπωσις τοῦ δευτέρου νόμου τοῦ Νεύτωνος παρίσταται διὰ τῆς ἐξισώσεως:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Ὤθησις ἢ *ὦσις* καλεῖται τὸ γινόμενον μιᾶς δυνάμεως ἐπὶ τὸν χρόνον δράσεώς της, εἶναι δὲ ἴση πρὸς τὴν μεταβολὴν τῆς ὁρμῆς

$$F\Delta t = p_2 - p_1 = mv_2 - mv_2$$

Μερικαὶ τῶν μονάδων ὠθήσεως εἶναι ἡ λίβρα-sec, τὸ νιοῦτον-sec καὶ ἡ δύνη-sec.

Συντελεστὴς κρούσεως εἶναι ὁ λόγος τῆς διαφορᾶς ταχυτήτων μετὰ τὴν κροῦσιν, πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν ταχυτήτων πρὸ τῆς κρούσεως. Ἡ τιμή του εἶναι ἴση μὲ τὴν μονάδα διὰ τελείως ἐλαστικὴν κροῦσιν, μὲ τὸ μηδὲν διὰ πλήρως ἀνελαστικὴν ἢ πλαστικὴν κροῦσιν καὶ μεταξὺ μηδενὸς καὶ μονάδος διὰ πᾶσαν ἄλλην κροῦσιν.

Ὡς στροφορμὴ ἑνὸς σώματος καθορίζεται τὸ γινόμενον τῆς ροπῆς ἀδρανείας ἐπὶ τὴν γωνιακὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα

$$\text{Στροφορμὴ} = I\omega$$

Ὁ νόμος τῆς διατηρήσεως τῆς στροφορμῆς καθορίζει ὅτι: ἡ στροφορμὴ περιστρεφομένου σώματος παραμένει ἀμετάβλητος, μεταβάλλεται δὲ μόνον ὅταν μία ἐξωτερική, ἀναντιστάθμητος ροπὴ στρέψεως ἐπιδράσῃ ἐπ' αὐτοῦ.

Ἡ στροφορμὴ εἶναι ἓν *ἀνυσματικὸν μέγεθος* ὡς καὶ ἡ γωνιακὴ ἀνυσματικὴ ταχύτης, ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις καὶ ἡ ροπὴ στρέψεως. Ἡ διεύθυνσις τῶν ἀνυσμάτων τῶν παριστώντων τὰ μεγέθη ταῦτα εἶναι παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς, ἡ φορὰ δὲ αὐτοῦ καθορίζεται συμφώνως πρὸς τὸν κανόνα τῆς δεξιᾶς χειρός.

Μετάπτωσις εἶναι ἡ μεταβολὴ διευθύνσεως τοῦ ἄξονος περιστροφῆς σώματος στρεφομένου ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν μιᾶς ροπῆς στρέψεως.

Τὸ γυροσκόπιον παρουσιάζει τὰς ἰδιότητας τῆς μεταπτώσεως καὶ τῆς σταθερότητος τοῦ ἄξονος περιστροφῆς. Αἱ ἰδιότητες αὗται τὸ καθιστοῦν χρήσιμον εἰς πλείστας ὠφελίμους ἐφαρμογάς.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Διατὶ ἓν πυροβόλον ὅπλον φαίνεται ὅτι ἔχει μεγαλύτερον «κλώτσημα» κατὰ τὴν πυροδότησιν, ὅταν κρατεῖται χαλαρῶς ἐπὶ τοῦ ὤμου παρὰ ὅταν τοῦτο κρατεῖται ἐν ἰσχυρᾷ ἐπαφῇ πρὸς αὐτόν;

2. Διατὶ βαρὺ ὅπλον δὲν λακτίζει τόσον ἰσχυρῶς ὡς μικρὸν τοιοῦτον χρησιμοποιοῦν τὰ αὐτὰ φυσίγγια;

3. Ἐξηγήσατε πῶς ὁ ὅρος «διατήρησις» ἐφαρμόζεται α) ἐπὶ τῆς ἐνεργείας καὶ β) ἐπὶ τῆς ὁρμῆς.

4. Συγκρίνατε τὴν μεταβολὴν τῆς ὁρμῆς τὴν παραγομένην ὑπὸ δύο ἴσων δυνάμεων δρώντων ἐπὶ ἴσους χρόνους εἰς δύο ἀνίσους μάζας, μία τῶν ὁποίων εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ καὶ ἡ ἑτέρα ἀρχικῶς ἐν κινήσει.

5. Ὅταν μία σφαῖρα μπιλλιάρδου προσκρούει ἐπὶ ἑτέρας κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε τὰ κέντρα βάρους των νὰ μὴν κεῖνται ἐπὶ τῆς γραμμῆς κινήσεως τῆς πρώτης σφαίρας, αἱ τροχιαί των μετὰ τὴν σύγκρουσιν δὲν θὰ εὑρίσκωνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς διευθύνσεως. Νὰ σχεδιασθῇ ἀνυσματικὸν διάγραμμα παριστὸν τὰς ὁρμὰς πρὸ καὶ μετὰ τὴν σύγκρουσιν αὐτήν, ἐὰν ἡ γωνία μεταξὺ τῶν τροχιῶν εἶναι 100^0.

6. Ὁ ὑδράργυρος χωρίζεται συχνὰ εἰς μικροὺς σιδηροῦς κυλίνδρους. Διατὶ εἶναι εὐκολώτερον νὰ μεταφέρῃ τις ἐπὶ τῶν ὤμων του πλήρη κύλινδρον ζυγίζοντα 100 lb, παρὰ ἕνα τοιοῦτον κατὰ τὰ 3/4 μόνον πλήρη;

7. Ἀποδείξατε ὅτι ἐὰν ὁ συντελεστὴς κρούσεως εἶναι μικρότερος

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τῆς μονάδος, ἡ κινητικὴ ἐνέργεια μετὰ σύγκουσίν τινα εἶναι μικροτέρα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας πρὸ αὐτῆς.

8. Πῶς εἶναι δυνατὸν νὰ μετρηθῇ ἡ ταχύτης βολίδος ὅπλου διὰ μιᾶς ἁπλῆς συσκευῆς;

9. Πῶς δύναται καταδύτης, ὁ ὁποῖος πίπτει ἀπὸ μεγάλα ὕψη, νὰ ρυθμίσῃ τὰς κινήσεις του οὕτως ὥστε ὅταν κάμνει «τοῦμπες» εἰς τὸν ἀέρα νὰ πίπτῃ ἐντὸς τοῦ ὕδατος μὲ τὴν κεφαλὴν πρὸς τὰ κάτω; Ποίαν φυσικὴν ἀρχὴν χρησιμοποιεῖ;

10. Λίθος ρίπτεται εἰς τὸ κέντρον κατακορύφου φρέατος μεταλλείου μεγάλου βάθους. Ὁ λίθος θὰ συνεχίσῃ τὴν πορείαν κινούμενος κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονος τοῦ διερχομένου διὰ τοῦ κέντρου τοῦ φρέατος ἢ θὰ προσκρούσῃ ἐπὶ τῶν πλευρῶν του; Ἐὰν προσκρούσῃ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν, ποία θὰ εἶναι αὕτη; ἡ βορεία, ἡ νοτία, ἡ ἀνατολικὴ ἢ ἡ δυτική; Νὰ μελετηθῇ ἡ γραμμικὴ ταχύτης τῆς περιστροφῆς τῆς γῆς καὶ νὰ ὑπολογισθῶσιν ἰδεώδεις συνθῆκαι.

11. Εἰς τὸ Βόρειον Ἡμισφαίριον, βλῆμα βάλλεται πρὸς νότον. Ἀνατολικὰ ἢ δυτικὰ τῆς διευθύνσεως βορρᾶς - νότος θὰ προσκρούσῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους τὸ βλῆμα;

Ἐὰν τὸ βλῆμα βληθῇ πρὸς ἀνατολὰς εἰς ποίαν πλευρὰν τῆς γραμμῆς ἀνατολὴ - δύσις, θὰ προσκρούσῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους; εἰς ποίαν ἐπίσης ἐὰν βληθῇ πρὸς δυσμάς;

12. Παῖς κυλίων στεφάνην διαπιστώνει ὅτι δύναται νὰ τὴν ἐλέγχει ἐγγίζων αὐτὴν διὰ ράβδου πρὸς τὴν πλευρὰν καθ' ἣν ἐπιθυμεῖ νὰ τὴν στρέψῃ. Ἐξηγήσατε διατί.

13. Διατί ἡ κάννη τῶν ὅπλων φέρει ἐσωτερικῶς ραβδώσεις;

14. Ἕλιξ ἀεροπλάνου περιστρέφεται κατὰ τὸν τρόπον τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου, θεώμενος ἐκ τῶν ὄπισθεν. Ποῖον ἀποτέλεσμα ἔχει ἡ γυροσκοπικὴ ταύτης ἐνέργεια ὅταν τὸ ἀεροπλάνον στρέφεται πρὸς τὰ δεξιά, καὶ ποῖον ὅταν τοῦτο καταδύεται;

15. Ἐξηγήσατε τὴν γυροσκοπικὴν ἐνέργειαν τῶν προσθίων τροχῶν αὐτοκινήτου κινουμένου μετὰ μεγάλης ταχύτητος ὅταν τοῦτο ἐκτελεῖ στροφὴν πρὸς τὰ δεξιά.

16. Διατί ὁ ἄξων μιᾶς περιστρεφομένης γυροσκοπικῆς πυξίδος στρέφεται πάντοτε πρὸς βορρᾶν;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ **1.** Θεωρήσατε τὴν γῆν ὡς μίαν σφαῖραν ὁμοιόμορφον, μάζης $5{,}98 \times 10^{24}$ kg περιστρεφομένην πέριξ τοῦ ἡλίου εἰς 365 ἡμέρας διαγράφουσα τροχιὰν κύκλου ἀκτῖνος 1.50×10^{8} km περίπου. Νὰ εὑρεθῇ τὸ μέγεθος τῆς γραμμικῆς καὶ γωνιακῆς της ὁρμῆς κατὰ τὴν κίνησιν ταύτην.

2. Ἓν ἤλεκτρον ἔχει μᾶζαν 9.11×10^{-31} kg. Περιστρέφεται πέριξ ἑνὸς πυρῆνος, ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς ἀκτῖνος 0.529×10^{-10} μὲ ταχύτητα 2.2×10^{6} m/sec. Νὰ εὑρεθῇ τὸ μέγεθος τῆς γραμμικῆς καὶ γωνιακῆς του ὁρμῆς κατὰ τὴν κίνησιν ταύτην.

Ἀπ. 2.0×10^{-24} kg. m/sec, 1.1×10^{-34} kg.-m²/sec.

3. Ὅπλον 5.0-kg βάλλει βολίδα 10-gm μὲ ταχύτητα 700 m/sec. Ποία εἶναι ἡ ταχύτης ὀπισθοδρομήσεως τοῦ ὅπλου;

4. Ποία εἶναι ἡ ταχύτης ὀπισθοδρομήσεως ὅπλου 9.0-lb ὅταν βάλλει βολίδα 0.60-oz μετὰ ταχύτητος 2400 ft/sec;

5. Αὐτοκίνητον ζυγίζον 3200 lb κινεῖται μὲ ταχύτητα 60 mi/hr

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

α) Ποία εἶναι ἡ ὁρμή του ; β) Ποία σταθερὰ δύναμις ἐπιβραδύνσεως θὰ ἐχρειάζετο διὰ νὰ ἀναχαιτίσῃ τὴν κίνησιν τοῦ αὐτοκινήτου τούτου εἰς χρόνον 2,5 sec ; γ) Πόσον διάστημα θὰ διανύσῃ γιὰ νὰ εἰσέλθῃ εἰς τὴν ἠρεμίαν ;

6. Μία σφαῖρα τέννις 5.0-oz προσκρούει ἐπὶ τῆς ρακέττας μετὰ ταχύτητος 160 ft/sec. Παραμένει ἐν ἐπαφῇ μετ' αὐτῆς ἐπὶ 0.020 sec, καὶ ἐγκαταλείπουσα τὴν ἀρχικὴν διεύθυνσιν λαμβάνει ἀντίθετον διεύθυνσιν μὲ ταχύτητα 280 ft/sec. α) Ποίαν ὤθησιν προσέδωσεν ἡ ρακέττα εἰς τὴν σφαῖραν ; β) Ποία ἡ μέση τιμὴ τῆς ἀσκηθείσης ὑπὸ τῆς ρακέττας δυνάμεως ἐπὶ τῆς σφαίρας ; Ἀπ. 4.3 lb-sec, 220 lb.

7. Πολυβόλον βάλλει 10 σφαίρας ἀνὰ sec ἐπὶ ἑνὸς στόχου. Ἑκάστη σφαῖρα ζυγίζει 0.50 οὐγγίας καὶ κινεῖται μὲ ταχύτητα 2400 ft/sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀναγκαία δύναμις ἥτις πρέπει νὰ καταβληθῇ διὰ νὰ κρατηθῇ τὸ πολυβόλον εἰς τὴν θέσιν του, καθὼς καὶ ἡ ἀπαιτουμένη διὰ νὰ κρατηθῇ ὁ στόχος εἰς τὴν θέσιν του.

8. Δύο σφαῖραι 5,0 lb *A* καὶ *B* προσεγγίζουν ἀλλήλας μετὰ ταχύτητος 20 ft/sec, καὶ 30 ft/sec, ἀντιστοίχως. Ὑποθέντες τελείως ἐλαστικὴν κροῦσιν, ποῖαι θὰ εἶναι αἱ ταχύτητες αὐτῶν μετὰ τὴν σύγκρουσιν ; Ἀπ. 30 ft/sec, —20 ft/sec

9. Σῶμα 50-gm μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 100 cm/sec, κινεῖται πρὸς τὰ δεξιά· ἕτερον σῶμα 150-gr μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 20 cm/sec κινεῖται πρὸς τ' ἀριστερά. Ἐὰν τὰ δύο σώματα συγκρούονται καὶ ἐν συνεχείᾳ κινοῦνται μαζὺ χωρὶς ν' ἀποχωρισθοῦν νὰ ὑπολογισθῇ α) ἡ τελικὴ ἀνυσματικὴ ταχύτης τῶν σωμάτων β) ἡ μεταβολὴ εἰς τὴν ὁρμὴν των γ) ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ συστήματος πρὸ καὶ μετὰ τὴν σύγκρουσιν.

10. Μία σφαῖρα 8.0-lb κινουμένη μὲ ταχύτητα 5.0 ft/sec προσκρούει ἐπὶ τοίχου καὶ ἀναπηδᾷ ἐλαστικῶς. Ἐὰν ἡ σφαῖρα εὑρίσκεται ἐν ἐπαφῇ ἐπὶ 0.050 sec, ποία εἶναι ἡ μέση δύναμις ; Ἀπ. 50 lb

11. Σφαῖρα 5.0-lb καὶ ἑτέρα 10.0-lb προσεγγίζουν ἀλλήλας μὲ ἴσων ταχυτήτων 20 ft/sec. Ποῖαι εἶναι αἱ ταχύτητές των μετὰ τὴν σύγκρουσιν ἐὰν αὕτη ἦτο τελείως ἐλαστική ;

12. Μία σφαῖρα 5.0-lb καὶ ἑτέρα 10.0-lb ἔχουν ταχύτητας 10.0 ft/sec καὶ 14.0 ft/sec, ἀντιστοίχως, καθ' ἣν στιγμὴν προσεγγίζουν ἀλλήλας. Νὰ εὑρεθοῦν αἱ ταχύτητες των μετὰ τὴν σύγκρουσιν ἐὰν ὁ συντελεστὴς κρούσεως εἶναι 0.800. Ἀπ. —18.8 ft/sec, 0.40 ft/sec

13. Πλινθίον 12.0-kg εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ ἐπὶ λείας ὁριζοντίου ἐπιφανείας. Μία σφαῖρα 300-gm κινουμένη μὲ ταχύτητα 0.8 m/sec ἐπὶ ἐπιπέδου κεκλιμένου κατὰ 30° πρὸς τὰ ἄνω προσκρούει καὶ ἐνσφηνοῦται ἐντὸς τοῦ πλινθίου. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης μεθ' ἧς τὸ πλινθίον θὰ ὀλισθήσῃ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας.

14. Δύο μολύβδιναι σφαῖραι *A* καὶ *B*, μάζης 25 gm καὶ 75 gm ἀντιστοίχως εἶναι ἀνηρτημέναι ἐκ δύο νημάτων κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ὅταν τὰ νήματα εἶναι κατακόρυφα, αἱ δύο σφαῖραι νὰ ἐφάπτωνται. Ἡ σφαῖρα *A* σύρεται πλευρικῶς μέχρις ὅτου ἀνυψωθῇ 15 cm. Ὅταν ἀφήνεται ἐλευθέρα προσκρούει ἐπὶ τῆς *B*, ἡ δὲ κροῦσις αὐτὴ εἶναι τελείως πλαστική. Ποία εἶναι ἡ ταχύτης τῆς *A* κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς συγκρούσεως ; Μετὰ ποίας ταχύτητος κινοῦνται αἱ *A* καὶ *B* μετὰ τὴν σύγκρουσιν ; Ἀπ. 170 cm/sec, 42 cm/sec

15. Δύο ἐλαστικαὶ σφαῖραι μάζης 30.0 gm καὶ 90 gm ἀναρτῶν-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ται ἐκ νημάτων μήκους 100 cm. Ἡ μικροτέρα σφαῖρα φέρεται πρὸς τὰ πλάγια μέχρις ὅτου τὸ κέντρον βάρους της ὑψωθῇ κατὰ 50.0 cm καὶ κατόπιν ἀφήνεται ἐλευθέρα. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης ἑκάστης σφαίρας μετὰ τὴν πρόσκρουσιν, ὑποθέτοντες ὅτι αὕτη ἦτο τελείως ἐλαστική. Ἐὰν αἱ σφαῖραι μείνουν ἀδιατάρακτοι, μετὰ τὴν πρώτην σύγκρουσιν, θὰ ἐπακολουθήσῃ σειρὰ τοιούτων. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης ἑκάστης σφαίρας μετὰ τὴν δευτέραν σύγκρουσιν.

16. Δύο σφαῖραι μάζης 30.0 gm καὶ 90.0 gm ἀναρτῶνται ἐκ νημάτων μήκους 100 cm. Ἡ μεγαλυτέρα σφαῖρα φέρεται πλαγίως μέχρις ὅτου τὸ κέντρον βάρους της ὑψωθῇ κατὰ 5.0 cm. Ὑποθέτοντες τὴν σύγκρουσιν τελείως ἐλαστικήν, νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης ἑκάστης σφαίρας μετὰ τὴν σύγκρουσιν. Ἀπ. 148 cm/sec, 49.4 cm/sec

17. Σφαῖρα A 50-gm κινουμένη ἀνατολικῶς μετὰ ταχύτητος 40 cm/sec συγκρούεται μεθ' ἑτέρας κινουμένης πρὸς βορρᾶν μετὰ ταχύτητος 80 cm/sec. Μετὰ τὴν σύγκρουσιν, ἡ σφαῖρα B κινεῖται μὲ διεύθυνσιν 100° Βορείως τῆς Ἀνατολῆς. Ὑποθέτοντες ὅτι ἡ σύγκρουσις ἦτο τελείως ἐλαστική, νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης ἑκάστης σφαίρας μετὰ τὴν σύγκρουσιν καὶ ἡ διεύθυνσις πρὸς τὴν ὁποίαν κινεῖται ἡ σφαῖρα A.

18. Σφαῖρα A 120-gm κινουμένη ἀνατολικῶς μετὰ ταχύτητος 80 cm/sec συγκρούεται μετὰ σφαίρας B 160-gm κινουμένης μὲ διεύθυνσιν 30° Βορείως τῆς Δύσεως. Μετὰ τὴν σύγκρουσιν ἡ σφαῖρα A ἀλλάζει διεύθυνσιν καὶ κινεῖται διευθυνομένη 27.3° Βορείως τῆς Δύσεως. Ὑποθέτοντες ὅτι ἡ σύγκρουσις εἶναι τελείως ἐλαστική, νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης ἑκάστης σφαίρας καὶ ἡ διεύθυνσις τῆς B μετὰ τὴν σύγκρουσιν.

Ἀπ. 120 cm/sec, 57 cm/sec, 7° Βορείως τῆς Ἀνατολῆς

19. Μία βολὶς 20-gm βάλλεται μετὰ ταχύτητος 4.0×10^2 m/sec ἐπὶ τεμαχίου πάγου ὅπερ ἀνηρτήθη εἰς τὸ ἄκρον μακροῦ σχοινίου καὶ ἠρεμεῖ. Ποία εἶναι ἡ ταχύτης ὅπου θὰ λάβουν ὁ πάγος καὶ ἡ βολὶς μετὰ τὴν πρόσκρουσιν; Πόσον ὑψηλὰ θ' ἀνέλθῃ τὸ τεμάχιον τοῦ πάγου μετὰ τὴν πρόσκρουσιν κινούμενον παγίως; Πόση ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς κινητικὴν τοιαύτην κατὰ τὴν κίνησιν μετὰ τὴν πρόσκρουσιν;

20. Σφαῖρα 0.250-kg βάλλεται ὑπὸ ἐλατηριωτοῦ πυροβόλου καὶ προσβάλλει τὴν ἐκ 12.0-kg αἰωρουμένην μᾶζαν βαλλιστικοῦ ἐκκρεμοῦς. Ἡ μᾶζα αὕτη μετατοπίζεται οὕτως ὥστε τὸ κέντρον βάρους της ν' ἀνυψωθῇ κατὰ 6.00 cm. α) Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης τῆς σφαίρας ὅταν ἐξήρχετο τοῦ πυροβόλου. β) Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀπώλεια τῆς κινητικῆς ἐνεργείας κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς προσκρούσεως Ἀπ. 52,7 m/sec, 339 Joule

21. Σφαῖρα ὅπλου μάζης 20 gm προσβάλλει ἐν πλινθίον μάζης 1480 gm ὅπερ κεῖται ἐπὶ ὁριζοντίου ἀτριβοῦς ἐπιφανείας στερεουμένης εἰς ἐλατήριον καὶ ἐνσφηνοῦται ἐντὸς αὐτοῦ κατὰ τρόπον ὥστε τοῦτο νὰ συμπιέζεται κατὰ 20.0 cm λόγῳ τῆς κινήσεως τοῦ πλινθίου. Ἡ δύναμις ἡ ἀναγκαία διὰ νὰ συμπιέσῃ τὸ ἐλατήριον εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ μῆκος τῆς συμπιέσεως καὶ ἀπαιτεῖται δύναμις 200 νιοῦτον διὰ μίαν ἀπόστασιν 0.30 m. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης τοῦ πλινθίου ἀκριβῶς μετὰ τὴν πρόσκρουσιν καὶ ἡ ταχύτης τῆς βολίδος πρὸ αὐτῆς.

22. Θεωρήσατε τὴν γῆν ὡς ὁμοιόμορφον σφαῖραν μάζης 5.98×10^{24} kg καὶ ἀκτῖνος 6.37×10^6 m περιστρεφομένην περὶ τὸν ἄξονα της μὲ ρυθμὸν μιᾶς στροφῆς ἀνὰ ἡμέραν. Νὰ εὑρεθῇ ἡ στροφορμὴ ἐν ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν περιστροφὴν ταύτην.

Ἀπ. 7.07×10^{33} kg-m²/sec

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

23. Ποία ροπὴ στρέψεως ἀπαιτεῖται διὰ νὰ μεταβάλῃ τὴν ταχύτητα τοῦ περιστρεφομένου μέρους ἑνὸς κινητῆρος ἀπὸ 1800 εἰς 600 στρ/min ἐντὸς 3.0 sec, ἐὰν τὸ περιστρεφόμενον τοῦτο μέρος ἔχει βάρος 160 lb καὶ ἀκτῖνα περὶ τὸν ἄξονα περιστροφῆς 9.0 in ;

24. Ροπὴ στρέψεως 0.24 lb-ft ἀπαιτεῖται διὰ νὰ περιστρέψῃ κυλινδρικὸν τροχὸν τροχίσεως μεθ' ὁμοιομόρφου ταχύτητος. Ὁ τροχὸς τροχίσεως ζυγίζει 96.0 lb καὶ ἔχει ἀκτῖνα 2.000 ft. Ὁ τροχὸς οὗτος προσλαμβάνει γωνιακὴν ταχύτητα 100 στρ/min, ἀφήνεται δὲ καὶ στρέφεται ἐλεύθερος μέχρις ὅτου σταματήσει. α) Ποία εἶναι ἡ στροφορμή του κατὰ τὴν στιγμὴν καθ' ἣν ἀφήνεται ἐλεύθερος ; β) Ἐπὶ πόσον χρόνον θὰ περιστρέφεται ; Ἀπ. 20 slug-ft²/sec, 4,4 min

25. Περιστρεφομένη τράπεζα 400-lb δυναμένη νὰ θεωρηθῇ ὡς στερεὸς δίσκος ἀκτῖνος 10 ft, περιστρέφεται ἐλευθέρως πέριξ ἄξονος διερχομένου διὰ τοῦ κέντρου της μετὰ γωνιακῆς ταχύτητος 1.0 ἀκτινίου/sec. Ἄνθρωπος 200-lb ἵσταται εἰς τὸ ἄκρον τῆς περιστρεφομένης τραπέζης, βηματίζων ἀκτινοειδῶς εἰς θέσιν ἀπέχουσαν 5.0 ft ἀπὸ τοῦ κέντρου. α) Ποία εἶναι ἡ γωνιακὴ ταχύτης ὅταν ὁ ἄνθρωπος εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν ταύτην ; β) Ἡ μεταβολὴ εἰς τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν τοῦ συστήματος βαίνει μειουμένη ἢ αὐξανομένη ; γ) Εἰς τί ὀφείλεται ἡ μεταβολὴ αὕτη ;

26. Τροχὸς γυροσκοπίου ζυγίζει 7.0 lb καὶ ἔχει ἀκτῖνα περιστροφῆς 4.0 in. Περιστρέφεται δὲ μετὰ τοῦ ὁριζοντίου αὐτοῦ ἄξονος μὲ ρυθμὸν 3000 στρ/min καὶ μὲ τὸν τρόπον τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου παρατηρώντας τον ἐκ τοῦ ἀξονίσκου περιστροφῆς. Τὸ γυροσκόπιον στηρίζεται ἐπὶ ἄξονος ἀπέχοντος 6.0 in (Εἰκ. 8). Ποία εἶναι ἡ γωνιακὴ ταχύτης μεταπτώσεως ; Ὅταν παρατηρεῖται τὸ γυροσκόπιον ἐκ τῶν ἄνω ἡ μετάπτωσις γίνεται κατὰ τὸν τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου τρόπον ἢ ἀντίθετον τούτου ; Ἀπ. 0.46 ἀκτίνια/sec

27. Στρόμβος βάρους 12 οὐγγίων ἔχει ἀκτῖνα περιστροφῆς 0.80 in. Τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται εἰς ἀπόστασιν 2.0 in. ἀπὸ τῆς ἀκτῖνος. Ἡ στρόμβος περιστρέφεται μὲ ρυθμὸν 2400 στρ/min μὲ τὸν ἄξονα αὐτοῦ σχηματίζοντα γωνίαν 30° μετὰ τῆς κατακορύφου. Νὰ εὑρεθῇ ἡ γωνιακὴ ταχύτης μεταπτώσεως. Ἐὰν ἡ περιστροφὴ τοῦ στρόμβου γίνεται κατὰ τὸν τρόπον τῶν δεικτῶν ὡρολογίου παρατηρώντας κανείς τοῦτον ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονος αὐτῆς, ἡ μετάπτωσις γίνεται κατὰ τὸν ὑπὸ τῶν δεικτῶν ὡρολογίου τρόπον ἢ ἀντίθετον τούτου ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

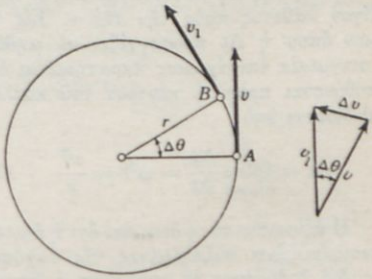
Nils Gustaf Dalén

1869–1937. *Ἐγεννήθη εἰς τὸ Στενστὸρπ τῆς Σουηδίας. Μηχανικὸς καὶ ἐφευρέτης. Ὁ Νταλὲν ἔλαβεν τὸ βραβεῖον Νόμπελ διὰ τὴν Φυσικὴν λόγῳ τῆς ἀνακαλύψεως τῶν αὐτομάτων ρυθμιστῶν οἵτινες δύνανται νὰ χρησιμοποιηθῶσιν ἐν συνδυασμῷ πρὸς συσσωρευτὰς ἀερίου διὰ τὸν φωτισμὸν φάρων καὶ φωτεινῶν ἐπιπλεόντων σημαντήρων.*

12. ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

Ἡ εὐθύγραμμος ἰσοταχὴς κίνησις φαίνεται «φυσική», δὲν ὑπολαμβάνεται δὲ αἴτιον διὰ τὴν δρᾶσιν ταύτην. Ἐν τούτοις, ἐὰν ἐπέλθῃ κάποια μεταβολὴ εἰς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως, ἀμέσως ὑποθέτομεν ὅτι ταύτην προεκάλεσεν κάποιος παράγων διαταραχῆς. Ἀκριβῶς ὅπως ἀπαιτεῖται μία δύναμις διὰ νὰ μεταβληθῇ ἡ ταχύτης ἑνὸς ἀντικειμένου, οὕτω καὶ μία δύναμις δύναται νὰ προκαλέσῃ μίαν μεταβολὴν εἰς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως. Πάντα ὅταν μία καθαρὰ δύναμις δρᾷ ἐπὶ κινουμένου σώματος κατὰ διεύθυνσιν διάφορον τῆς κινήσεως, μεταβάλλει τὴν ἀρχικὴν διεύθυνσιν αὐτῆς. Ἡ τοιαύτη μεταβολὴ εἶναι λίαν συνήθης, καθόσον αὕτη, π.χ., ἐκδηλοῦται ὁποτεδήποτε ἓν αὐτοκίνητον διατρέχει μίαν στροφὴν ὁδοῦ, ἓν ἀεροπλάνον ἀλλάζει τὴν διεύθυνσίν του, ἕνας τροχὸς στρέφεται, ἕνας πλανήτης κινεῖται ἐπὶ τῆς τροχιᾶς του περὶ τὸν ἥλιον, ἓν ἤλεκτρον κινεῖται ἐπὶ τῆς τροχιᾶς του πέριξ ἑνὸς ἀτομικοῦ πυρῆνος, ὡς καὶ ἐπὶ ἄλλων πολλῶν συνήθων κινήσεων. Ἡ ἁπλουστέρα μορφὴ κινήσεως εἰς τὴν ὁποίαν ἡ διεύθυνσις μεταβάλλεται, εἶναι ἡ ὁμαλὴ κυκλικὴ κίνησις, κατὰ τὴν ὁποίαν δὲν μεταβάλλεται ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος, ἀλλὰ μόνον ἡ διεύθυνσις αὐτῆς.

12-1. Κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις. Ὅταν ἓν ἀντικείμενον κινεῖται ἐπὶ μιᾶς κυκλικῆς τροχιᾶς μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος, ἡ ἀνυσματική του ταχύτης μεταβάλλεται συνεχῶς. Ἡ ἐπιτάχυνσις μεταβάλλει τὴν διεύθυνσιν ἀλλὰ ὄχι καὶ τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς ταχύτητος. Συνεπῶς ἡ ἐπιτάχυνσις δέον πάντοτε νὰ εἶναι κάθετος πρὸς τὴν κίνησιν, καθόσον οἱαδήποτε συνιστῶσα εἰς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως ἤθελεν προκαλέσῃ κάποιαν μεταβολὴν εἰς τὴν ταχύτητα. Ἡ ἐπιτάχυνσις διευθύνεται πάντοτε ἐκ τῆς περιφερείας ἐπὶ τῆς ὁποίας τὸ σῶμα κινεῖται πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. Αὕτη εἶναι σταθερὰ ὡς πρὸς τὸ μέγεθος, ἀλλὰ συνεχῶς μεταβάλλει διεύθυνσιν. Εἰς τὴν Εἰκ. 1. ἓν σῶμα κινεῖται μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος.



Εἰκ. 1. Μεταβαλλομένη ἀνυσματικὴ ταχύτης ἐπὶ ὁμαλῆς κυκλικῆς κινήσεως.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

χύτητος v καὶ σταθερᾶς γωνιακῆς ταχύτητος ω ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς. Ἡ γραμμικὴ ταχύτης μετὰ τῆς γωνιακῆς τοιαύτης συνδέονται διὰ τῆς ἐξισώσεως $v = \omega r$, ὅπου r εἶναι ἡ ἀκτὶς τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς. Αἱ ἀνυσματικαὶ ταχύτητες τοῦ σώματος εἰς τὰ σημεῖα A καὶ B εἶναι, ἀντιστοίχως v καὶ v_1, ἴσαι ὡς πρὸς τὸ μέγεθος, ἀλλὰ διαφέρουσαι κατὰ τὴν διεύθυνσιν κατὰ μίαν μικρὰν γωνίαν $\Delta\theta$. Εἰς τὸ ἀνυσματικὸν τρίγωνον, Δv παριστᾶ τὴν μεταβολὴν τῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος εἰς τὸν χρόνον Δt, τὸν ἀπαιτούμενον διὰ νὰ κινηθῇ τὸ σῶμα ἀπὸ τὸ A ἕως τὸ B. Ἐὰν ἡ γωνία $\Delta\theta$ εἶναι μικρά, ἡ χορδὴ εἶναι κατὰ προσέγγισιν ἴση πρὸς τὸ τόξον καὶ οὕτω λαμβάνομεν:

$$\Delta v = v\Delta\theta \quad \text{(κατὰ προσέγγισιν)}$$

Ἀλλὰ $\Delta\theta = \omega\,\Delta t$

Ὅθεν $\Delta v = v\omega\,\Delta t = \omega^2 r\,\Delta t = \dfrac{v^2}{r}\Delta t$

καὶ $$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$

Καθὼς ἡ Δt γίνεται μικροτέρα, ἡ προσέγγισις εἰς τὴν ἐξίσωσιν ταύτην καθίσταται συνεχῶς μικροτέρα. Περαιτέρω, ἡ διεύθυνσις τῆς Δv καθίσταται ὀλίγον κατ' ὀλίγον κάθετος πρὸς τὴν τῆς v. Εἰς τὸ ὅριον ὅπου ἡ Δt προσεγγίζει τὸ μηδέν, ἡ στιγμιαία ἐπιτάχυνσις παρατηρεῖται ὅτι διευθύνεται πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου καὶ δίδεται ὑπὸ

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \omega^2 r = \frac{v^2}{r} \qquad (1)$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη δεικνύει ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις αὐξάνει αὐξανομένης τῆς ταχύτητος, διὰ δεδομένην δὲ ταχύτητα, ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι μεγαλυτέρα ὅταν ἡ ἀκτὶς περιστροφῆς εἶναι μικροτέρα. Ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα καὶ ὡς ἐκ τούτου διευθύνεται ἐκ τῆς περιφερείας πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Εἰς τὴν Εἰκ. 1 ἡ γωνιακὴ ταχύτης ω δέον νὰ ἐκφράζεται εἰς ἀκτίνια ἀνὰ δευτερόλεπτον, ὁπότε αἱ μονάδες τῆς a θὰ ἐξαρτῶνται ἐκ τῶν μονάδων εἰς ἃς ἐκφράζονται αἱ r καὶ v.

Παράδειγμα : Συρμὸς τοῦ ὁποίου ἡ ταχύτης εἶναι 60 mi/hr κάμπτει μίαν καμπὴν τῆς ὁποίας ἡ ἀκτὶς καμπυλότητος εἶναι 484 ft. Ποία εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις αὐτοῦ ;

$$v = 60 \text{ mi/hr} = 88 \text{ ft/sec}$$

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(88 \text{ ft/sec})^2}{484 \text{ ft}} = 16 \text{ ft/sec}^2$$

Παράδειγμα : Ποία εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις σημείου εὑρισκομένου ἐπὶ τῆς στεφάνης στροφάλου διαμέτρου 0.90 m στρεφομένου μὲ ταχύτητα 1200 στρ/min ;

$$\omega = 1200 \text{ στρ/min} = 20 \text{ στρ/sec} = 20 \times 2\pi \text{ ἀκτίνια/sec}$$

$$r = 0.45 \text{ m.}$$

$$a = \omega^2 r = (20 \times 2\pi \text{ ἀκτίνια/sec})^2\,(0.45 \text{ m}) = 7100 \text{ m/sec}^2$$

12-2. Κεντρομόλος δύναμις. Συμφώνως πρὸς τοὺς νόμους κινήσεως τοῦ Νεύτωνος, οἱονδήποτε ἀντικείμενον τὸ ὁποῖον ἀποκτᾷ ἐπιτάχυνσιν τινὰ ὀφείλει τοῦτο εἰς ἐπίδρασιν μιᾶς δυνάμεως ἡ ὁποία εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν κτηθεῖσαν ἐπιτάχυνσιν καὶ πρὸς τὴν διεύθυνσιν αὐτῆς. Ἡ καθαρὰ δύναμις ἥτις προκαλεῖ τὴν κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν καλεῖται *κεντρομόλος δύναμις* καὶ διευθύνεται πρὸς τὸ κέντρον τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς. Κάθε σῶμα κινούμενον ἐπὶ μιᾶς κυκλικῆς τροχιᾶς πράττει οὕτω ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μιᾶς κεντρομόλου δυνάμεως. Ἓν σῶμα κινούμενον μεθ' ὁμοιομόρφου ταχύτητος ἐπὶ ἑνὸς κύκλου δὲν εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ.

Ἐκ τοῦ δευτέρου νόμου τοῦ Νεύτωνος, δίδεται τὸ μέγεθος τῆς κεντρομόλου δυνάμεως ὑπὸ

$$F_c = ma = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r \qquad (2)$$

ὅπου m εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ κινουμένου ἀντικειμένου, v εἶναι ἡ γραμμικὴ του ταχύτης, r εἶναι ἡ ἀκτὶς τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς καὶ ω ἡ γωνιακὴ του ταχύτης. Ἐὰν ἡ μᾶζα δίδεται εἰς χιλιόγραμμα, ἡ ἀκτὶς εἰς μέτρα καὶ ἡ ταχύτης εἰς μέτρα ἀνὰ δευτερόλεπτον, ἡ δύναμις ἐκφράζεται εἰς νιούτον. Ἐὰν m δίδεται εἰς γραμμάρια, v εἰς ἑκα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τοστὰ καὶ ἡ r εἰς ἑκατοστά, ἡ F_c ἐκφράζεται εἰς δύνας. Ἐὰν ἡ m δίδεται εἰς slug, ἡ v εἰς πόδας ἀνὰ δευτερόλεπτον, καὶ ἡ r εἰς πόδας, τότε ἡ F_c ἐκφράζεται εἰς λίμπρας.

Παράδειγμα : Αὐτοκίνητον 3200-lb κινούμενον μὲ ταχύτητα 60 mi/hr διατρέχει καμπύλην τῆς ὁποίας ἡ ἀκτὶς εἶναι 484 ft. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀναγκαία κεντρομόλος δύναμις.

$$m = \frac{W}{g} = \frac{3200 \text{ lb}}{32 \text{ ft/sec}^2} = 100 \text{ slug}$$

$$v = 60 \text{ mi/hr} = 88 \text{ ft/sec}$$

$$F_c = m\frac{v^2}{r} = (100 \text{ slug})\frac{(88 \text{ ft/sec})^2}{484 \text{ ft}} = 1600 \text{ lb}$$

Ἡ ἐξίσωσις (2) δεικνύει, ὅτι ἡ κεντρομόλος δύναμις ἥτις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ κρατήσῃ ἕνα σῶμα ἐπὶ τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς εἶναι κατ' εὐθεῖαν ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος διὰ τῆς ὁποίας τὸ σῶμα κινεῖται καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀκτῖνα τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς. Ἂς ὑποθέσωμεν, παρ. χάριν, ὅτι ἓν ἀντικείμενον 4.0-kg κρατεῖται ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς διὰ νήματος μήκους 1.2 m. Ἐὰν τὸ ἀντικείμενον κινεῖται μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος 0.80 m/sec ἔχομεν:

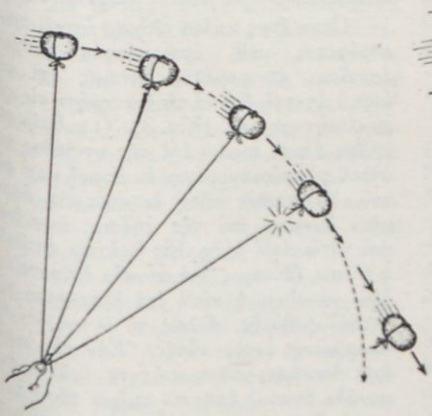
$$F_c = \frac{mv^2}{r} = \frac{(4.0 \text{ kg})(0.80 \text{ m/sec})^2}{1.2 \text{ m}}$$

$$= 3.2 \text{ νιοῦτον}$$

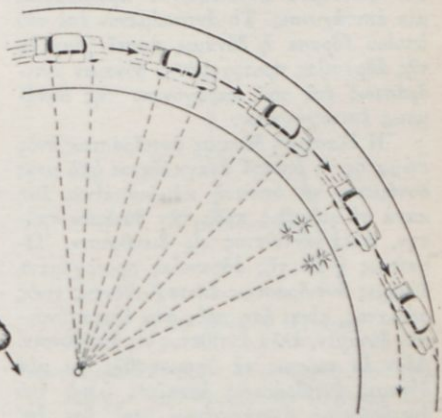
Ἐὰν ἡ ταχύτης διπλασιασθῇ, τηρουμένης τῆς ἀκτῖνος σταθερᾶς, ἡ F_c καθίσταται τετράκις μεγαλυτέρα, ἤτοι 12.8 νιοῦτον. Ἐάν, ἀντιθέτως, αὕτη μειοῦται ἀπὸ 1.2 m εἰς 0.60 m., τῆς ταχύτητος διατηρουμένης εἰς 0.80 m/sec, ἡ F_c αὐξάνεται εἰς 6.4 νιοῦτον. Ἐὰν εἰς μίαν στιγμὴν τὸ νῆμα θραυσθῇ, ἐξαφανιζομένης οὕτω τῆς κεντρομόλου δυνάμεως, τὸ ἀντικείμενον θὰ διατηρήσῃ τὴν ἀνυσματικὴν ταχύτητα τὴν ὁποίαν εἶχεν κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς θραύσεως τοῦ νήματος καὶ θὰ ἐξακολουθήσῃ κινούμενον μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος κατὰ μῆκος γραμμῆς ἐφαπτομένης τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου εἰς τὸ σημεῖον ὅπου εὑρίσκετο τὸ σῶμα κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς θραύσεως. Αἱ τροχιαὶ αἱ διαγραφόμεναι ὑπὸ τῶν σπινθήρων σμυριδοτροχοῦ ἀπεικονίζουν τὸ φαινόμενον τοῦτο. Ἐπίσης τὸ φαινόμενον τοῦτο ἀπεικονίζεται εἰς τὴν Εἰκ. 2.

Ἕνα σῶμα δύναται νὰ κινῆται μὲ ὁμαλὴν ταχύτητα ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς μόνον ὅταν συνισταμένη τῶν δυνάμεων, αἵτινες δροῦν ἐπὶ τοῦ σώματος τούτου, εἶναι σταθερὰ κατὰ τὸ μέγεθος καὶ διευθύνεται πάντοτε πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

12-3. Ἡ κεντρομόλος δύναμις δὲν ἐπιτελεῖ ἔργον. Λέγομεν ὅτι μία δύναμις παράγει ἔργον ὅταν μετακινῇ τὸ σημεῖον



Ἐὰν τὸ νῆμα θραυσθῇ ὁ λίθος ἐκφεύγει.



Ἐὰν «ἐκλείψῃ» ἡ τριβή, τὸ αὐτοκίνητον ὀλισθαίνει πλαγίως (ντεραπάρει).

Εἰκ. 2.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἐφαρμογῆς της κατὰ τὴν διεύθυνσίν της. Δεδομένου ὅτι ἡ κεντρομόλος δύναμις δρᾶ καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως, αὕτη δὲν μετακινεῖ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της κατὰ τὴν διεύθυνσίν της καὶ συνεπῶς δὲν ἐπιτελεῖ οὐδὲν ἔργον. Ἐκτὸς τοῦ ἔργου τοῦ καταναλισκομένου διὰ τὰς τριβάς, ὅπερ δὲν ἐλήφθη ὑπ' ὄψιν, δὲν δαπανᾶται οὐδεμία ἄλλη ἐνέργεια ἐπὶ ἢ παρ' ἀντικειμένου τινὸς ἐφόσον τοῦτο κινεῖται μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος ἐπὶ ὁριζοντίας κυκλικῆς τροχιᾶς. Τὸ συμπέρασμα τοῦτο συμφωνεῖ μὲ τὸ ὅτι, ἐὰν ἡ ταχύτης εἶναι σταθερά, ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος εἶναι ἐπίσης σταθερά.

12-4. Δρᾶσις καὶ ἀντίδρασις. Ὁ τρίτος νόμος τοῦ Νεύτωνος καθορίζει ὅτι ἐὰν ἕνα σῶμα *A* ἐπενεργεῖ ἐπὶ ἄλλου *B* μὲ ὡρισμένην δύναμιν, τότε ταὐτοχρόνως καὶ τὸ σῶμα *B* ἐπενεργεῖ ἐπὶ τοῦ *A* μὲ δύναμιν ἴσην κατὰ τὸ μέγεθος ἀλλὰ ἀντίθετου εἰς διεύθυνσιν ἢν καὶ ἀσκεῖ ἐπὶ τοῦ πρώτου. Ὅταν ἕνα σῶμα μὴ εὑρισκόμενον εἰς ἐλευθερίαν κινήσεως, ὑφίσταται τὴν ἐπίδρασιν μιᾶς ἐξωτερικῆς δυνάμεως, ἀναγκάζεται νὰ μεταβάλλῃ τὸ φυσικόν του σχῆμα. Συνεπείᾳ τούτου ἀσκεῖ μίαν *ἐλαστικὴν* ἀντίδρασιν λόγῳ τῆς τάσεως του ν' ἀποκτήσῃ τὸ πρότερον αὐτοῦ σχῆμα. Ἐπίσης ἐκ τῆς δράσεως μιᾶς δυνάμεως ἐπὶ ἐλευθέρου ἀντικειμένου προκαλεῖται μία ἐπιτάχυνσις. Τὸ ἀντικείμενον ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἔδρασε ἡ δύναμις ἀσκεῖ μίαν ἐκ τῆς ἀδρανείας προερχομένην δύναμιν ἀντιδράσεως ἐπὶ τοῦ παράγοντος τῆς δυνάμεως ἐπιταχύνσεως.

Ἡ ἐλαστικὴ δύναμις ἀντιδράσεως ἑνὸς σώματος τὸ ὁποῖον ἀναγκάζεται ὑπὸ μιᾶς δυνάμεως νὰ ὑποστῇ κάμψιν εἶναι ἴση κατὰ τὸ μέγεθος πρὸς τὴν δύναμιν ταύτην, ἀλλὰ ἀντίθετος εἰς διεύθυνσιν. Ὡσαύτως ἡ ἐκ τῆς ἀδρανείας προερχομένη δύναμις ἀντιδράσεως ἐπιταχυνθέντος τινὸς σώματος, εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἐπιταχύνουσαν δύναμιν, ἀλλὰ ἀντίθετος εἰς διεύθυνσιν. Δέον ἐν τούτοις νὰ ὑπομνησθῇ, ὅτι μία δύναμις ἀντιδράσεως ἀσκεῖται ὑπὸ τοῦ ἀντιδρῶντος ἀντικειμένου, καὶ ὄχι ἐπ' αὐτοῦ.

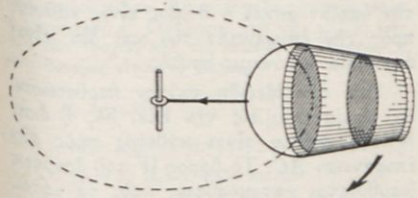
12-5. Φυγόκεντρος δύναμις. Νῆμα ὅπερ ἐξαναγκάζει ἓν ἀντικείμενον νὰ διαγράφῃ κυκλικὴν τροχιὰν ἀσκεῖ ἐπὶ τοῦ ἀντικειμένου κεντρομόλον δύναμιν ἥτις μεταβάλλει τὴν ἀνυσματικὴν αὐτοῦ ταχύτητα. Λόγῳ τῆς ἀντιδράσεως ποὺ παρουσιάζει τὸ ἀντικείμενον εἰς τὸ νὰ μεταβάλλῃ τὴν κίνησίν του, ἔλκει τὸ νῆμα πρὸς τὰ ἔξω μὲ μίαν δύναμιν ἥτις καλεῖται *φυγόκεντρος*. Ἡ δύναμις αὕτη ἥτις ἀσκεῖται ὑπὸ τοῦ ἀντικειμένου λόγῳ τῆς τάσεως του νὰ συνεχίσῃ κινούμενον εὐθυγράμμως, εἶναι ἀκριβῶς ἴση κατὰ τὸ μέγεθος πρὸς τὴν κεντρομόλον δύναμιν.

Ἐφόσον ἡ ταχύτης ἑνὸς στροφάλου αὐξάνει, ἡ δύναμις ἥτις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ διατηρηθῇ ὁ τροχὸς κινούμενος ἐπὶ τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς αὐξάνει κατὰ τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος, ὡς δεικνύεται ὑπὸ τῆς Εἰκ. 2. Αὐξανομένης ἀκόμη περισσότερον τῆς ταχύτητος αἱ συνεκτικαὶ δυνάμεις μεταξὺ τῶν μορίων δὲν εἶναι πλέον ἐπαρκεῖς καὶ ὁ τροχὸς θραύεται, τῶν θραυσμάτων αὐτοῦ κινουμένων κατὰ μῆκος ἐφαπτομένων γραμμῶν, ὡς ἡ λάσπη ἐκτινάσσεται ὑπὸ τῶν τροχῶν αὐτοκινήτου. Ἡ πρὸς τὰ ἔσω διευθυνομένη δύναμις εἶναι μεγαλυτέρα πλησίον τοῦ κέντρου τοῦ τροχοῦ, καθόσον ἕκαστος δακτύλιος δέον νὰ παρέχῃ τὴν ἀπαιτουμένην δύναμιν διὰ νὰ ἐπιταχύνωνται ἅπαντες οἱ δακτύλιοι οἱ ἀπώτερον τοῦ ἄξονος κείμενοι.

Ὅταν ἕνας κάδος πλήρης ὑγροῦ περιστρέφεται μεθ' ὁμοιομόρφου ρυθμοῦ, ἀσκεῖται κεντρομόλος δύναμις ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ ἀρκετὴ διὰ νὰ τὸ διατηρήσῃ εἰς τὴν κυκλικὴν τροχιάν. (Εἰκ. 3). Ὁ πυθμὴν τοῦ κάδου ἀσκεῖ πίεσιν ἐπὶ τῆς στιβάδος τοῦ ὑγροῦ τὴν εὑρισκομένην ἐν ἐπαφῇ μετ' αὐτοῦ. Ἡ στιβὰς αὕτη ἐν συνεχείᾳ ἀσκεῖ μίαν δύναμιν ἐπὶ τῆς ἀμέσως ἀνωτέρας καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς. Εἰς ἑκάστην στιβάδα ἡ πίεσις (δύναμις ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας) δέον νὰ εἶναι ἡ αὐτὴ ἐπὶ ὁλοκλήρου τῆς στιβάδος αὐτῆς, ἄλλως τὸ ὑγρὸν δὲν θὰ παραμείνῃ ἐντὸς αὐτῆς. Ἐὰν τὸ ὑγρὸν ἔχει ὁμοιόμορφον πυκνότητα (μᾶζαν ἀνὰ μονάδα ὄγκου) ἕκαστον τμῆμα τῆς μάζης m, εἰς δεδομένην στιβάδα, θὰ ὑποστῇ μίαν κεντρομόλον δύναμιν $(m)\ (v^2/r)$ τόσην, ὅση ἀπαιτεῖται διὰ νὰ τὸ συγκρατήσῃ ἐντὸς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

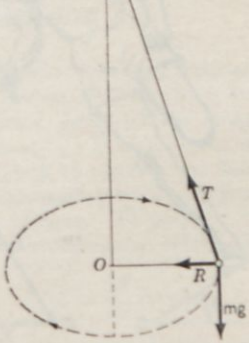
τῆς στιβάδος ταύτης. Οὕτω δὲν θὰ ὑπάρξῃ μετακίνησις τοῦ ὑγροῦ ἀπὸ τῆς μιᾶς στιβάδος αὐτοῦ εἰς ἑτέραν. Ἐὰν ὅμως, ἡ στιβὰς ἀποτελεῖται ἀπὸ μῖγμα μορίων διαφόρων πυκνοτήτων, ἡ δύναμις ἡ ἀπαι-



Εἰκ. 3. Κεντρομόλος δύναμις ἐπὶ ὑγροῦ. Ἀρχὴ τῆς «κεντροφυγήσεως».

τουμένη διὰ νὰ διατηρηθῇ δεδομένον τμῆμα τοῦ ὄγκου εἰς τὴν στιβάδα, θὰ ἐξαρτηθῇ ἐκ τῆς πυκνότητος τοῦ ὑλικοῦ εἰς τὸ τμῆμα τοῦτο. Δεδομένου ὅτι ἡ κεντρομόλος δύναμις εἶναι ἡ αὐτὴ ἐφ' ὅλων τῶν τμημάτων μιᾶς κεχωρισμένης στιβάδος, δὲν θὰ ὑπάρξῃ κίνησις μεταξὺ τῶν καθ' ἕκαστα στιβάδων. Δι' ἐκεῖνα τὰ τμήματα ἅτινα εἶναι ἀραιότερα ἀπὸ τὴν μέσην πυκνότητα, ἡ κεντρομόλος δύναμις εἶνσι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν ἀναγκαίαν τοιαύτην διὰ νὰ συγκρατήσῃ ταῦτα εἰς τὴν στιβάδα των, διὰ τὸν λόγον δὲ τοῦτον ὠθοῦνται πρὸς τὰ ἔσω. Διὰ τὰ μέρη ἅτινα εἶναι πυκνότερα τοῦ μέσου ὅρου ἡ δύναμις εἶναι ἀνεπαρκὴς νὰ τὰ συγκρατήσῃ ἐπὶ τῆς στιβάδος των καὶ διὰ τοῦτο ταῦτα θὰ κινηθῶσιν πρὸς στιβάδα κειμένην πρὸς τὰ ἔξω. Ἐφ' ὅσον ἡ περιστροφὴ ἐξακολουθεῖ, τὰ τμήματα τοῦ μίγματος θὰ διαχωρισθῶσιν, μὲ τὰ ὀλιγώτερον πυκνὰ ἐγγύτερον τοῦ ἄξονος καὶ τὰ πλέον πυκνὰ ὅσον τὸ δυνατὸν ἀπώτερον αὐτοῦ. Ἡ συμπεριφορὰ αὕτη χρησιμοποιεῖται εἰς τὴν κεντρόφυγα, συσκευὴν διὰ τὸν διαχωρισμὸν ὑγρῶν διαφόρου πυκνότητος. Ὁ διαχωριστὴρ κρέμας εἶναι ἓν παρόμοιον παράδειγμα τῆς κεντρόφυγος. Ἄλλοι τύποι κεντρόφυγος χρησιμοποιοῦνται συνήθως διὰ τὸν διαχωρισμὸν ὑγρῶν διαφόρων πυκνοτήτων, ἢ διὰ τὸν διαχωρισμὸν μιγμάτων ὑγρῶν ἢ μιγμάτων στερεῶν εἰς ὑγρά. Λίαν μεγάλης ταχύτητος κεντρόφυγες δύνανται νὰ χρησιμοποιηθῶσιν διὰ τὸν διαχωρισμὸν ἀερίων διαφόρων πυκνοτήτων. Ἡ ὑπερκεντρόφυξ ἡ κατασκευασθεῖσα ὑπὸ τοῦ Beams, λειτουργεῖ μὲ γωνιακὴν ταχύτητα μεγαλυτέρα τῶν 10^5 στροφῶν/min καὶ προκαλεῖ κεντρομόλους δυνάμεις πολλὰς ἑκατοντάδας φορὰς ἀνωτέρας τοῦ βάρους τῆς περιστρεφομένης μάζης. Διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως τοιαύτης συσκευῆς εἶναι δυνατὸν νὰ διαχωρισθῶσιν ὑλικὰ τῶν ὁποίων αἱ πυκνότητες εἶναι σχεδὸν ἴσαι, ὡς ἐκεῖνα ἅτινα συντίθενται ἀπὸ διάφορα ἰσότοπα δεδομένου στοιχείου.

12-6. Κωνικὸν ἐκκρεμές. Τὸ *κωνικὸν ἐκκρεμὲς* συνίσταται ἐξ ἑνὸς σώματος μάζης m προσδεδεμένον εἰς εὐλύγιστον νῆμα ἐξηρτημένου ἀπὸ ἀκλόνιτον σημεῖον καὶ περιστρεφομένου ἐπὶ ὁριζοντίου κύκλου μὲ ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν πέριξ κατακορύφου ἄξονος. (Εἰκ. 4). Αἱ δύο δυνάμεις αἱ δρῶσαι ἐπὶ τοῦ σώματος εἶναι τὸ βάρος αὐτοῦ mg κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω καὶ ἡ τάσις T τοῦ νήματος διευθυνομένη κατὰ μῆκος αὐτοῦ. Ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων τούτων ἀποτελεῖ τὴν



Εἰκ. 4. Ἓν κωνικὸν ἐκκρεμές.

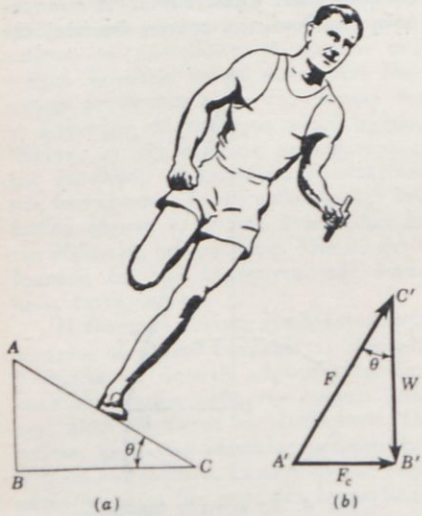
κεντρομόλον δύναμιν, ἥτις διευθύνεται πρὸς τὸ κέντρον τοῦ ὁριζοντίου κύκλου. Ἐπὶ διαφόρων ταχυτήτων περιστροφῆς ἡ γωνία θ δέον νὰ μεταβάλληται οὕτως ὥστε νὰ ἱκανοποιῆται ἡ συνθήκη αὕτη. (Νὰ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἀποδειχθῆ ὅτι ἡ συνισταμένη εἶναι ἴση μὲ mg ἐφ θ).

Μία ἐφαρμογὴ τοῦ κωνικοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ὁ κεντρομόλος ρυθμιστὴς εἰς τὸν ὁποῖον τὸ νῆμα ἀντικαθίσταται ὑπὸ διηρθρωμένων ἀκάμπτων βραχιόνων. Ἐφ' ὅσον ἡ μᾶζα κινεῖται πρὸς τὰ ἔσω ἢ πρὸς τὰ ἔξω, μηχανισμὸς βαλβῖδος ἀνοίγει ἢ κλείει. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην αἱ δυνάμεις δὲν ἀσκοῦνται ἐπὶ ἑνὸς μοναδικοῦ σημείου.

12-7. Κλίσις τοῦ καταστρώματος καμπύλων ὁδῶν. Δρομεύς, κινούμενος ἐπὶ καμπύλης τροχιᾶς, κλίνει τὸ σῶμα του πρὸς τὰ ἔσω ἵνα ἀποκτήσῃ τὴν κεντρομόλον δύναμιν ἥτις ἀναγκάζει αὐτὸν νὰ στρέψῃ (Εἰκ. 5a). Ὁ στίβος δέον ν' ἀσκῇ μίαν πρὸς ἄνω δύναμιν ἐπαρκῆ διὰ ν' ἀντιμετωπίζῃ τὸ βάρος τοῦ δρομέως, ἐνῶ συγχρόνως δέον νὰ παρέχει μίαν ὁριζόντιον κεντρομόλον δύναμιν. Ἐὰν ὁ στίβος εἶναι ἐπίπεδος, ἡ ὁριζοντία δύναμις εἶναι ἐξ ὁλοκλήρου δύναμις τριβῆς. Εἰς



Εἰκ. 5.

τὴν περίπτωσιν ταύτην ἡ δύναμις τριβῆς δυνατὸν νὰ μὴν εἶναι τόσον ἰσχυρὰ ὥστε νὰ προκαλέσῃ ὀξεῖαν στροφήν, ὅταν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ στίβου εἶναι λεία.

Ἐὰν ὁ στίβος εἶναι κεκλιμένος, μέρος τῆς ὁριζοντίας δυνάμεως παράγεται ἀκόμη λόγῳ τῆς τριβῆς, ἀλλὰ τὸ ὑπόλοιπον μέρος αὐτῆς εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς ἀντιδράσεως τῆς ἐπιφανείας. Ἐὰν ἡ γωνία κλίσεως ἔχει καταλλήλως ἐπιλεγῇ, ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ὁ στίβος εἶναι κάθετος πρὸς τὴν ἐπιφάνειάν του καὶ δὲν εἶναι ἀναγκαία ἡ δύναμις τριβῆς.

Διὰ τὴν ἰδεώδη ταύτην περίπτωσιν, ὡς παρίσταται εἰς τὴν Εἰκ. 5b, ἡ ὥσις F τοῦ στίβου εἶναι κάθετος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν AC. Τὸ βάρος W τοῦ δρομέως διευθύνεται κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω. Ἡ συνισταμένη δύναμις F_c εἶναι ἡ ὁριζοντία κεντρομόλος δύναμις. Εἰς τὸ τρίγωνον τῶν δυνάμεων ἡ γωνία θ εἶναι ἡ γωνία κλίσεως τοῦ στίβου:

$$\text{ἐφ}\,\theta = \frac{F_c}{W} = \frac{mv^2/r}{mg} = \frac{v^2}{rg} \qquad (3)$$

Ἡ ἐξίσωσις (3) δεικνύει ὅτι, ἐφ' ὅσον ἡ γωνία τῆς κλίσεως ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ταχύτητα, ἡ κλίσις τοῦ καταστρώματος μιᾶς καμπύλης ὁδοῦ δύναται νὰ κατασκευασθῇ ἰδιεδῶς διὰ μίαν μόνον ταχύτητα. Δι' οἱανδήποτε ἄλλην ταχύτητα, ἡ πρόληψις ὁλισθήσεως ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς δυνάμεως τῆς τριβῆς. Ἡ κλίσις τῶν καμπυλῶν μεγάλων λεωφόρων, μειώνουσαι τὴν πλευρικὴν δύναμιν τριβῆς ἐπὶ τῶν ἐλαστικῶν τῶν αὐτοκινήτων, ἐλαττώνουν μεγάλως τὴν φθορὰν αὐτῶν συμβάλλουσαι ἐπιπροσθέτως εἰς τὴν ἀσφάλειαν.

Παράδειγμα: Καμπύλη λεωφόρου σχηματίζει τόξον τοῦ ὁποίου ἡ ἀκτὶς εἶναι 150 ft. Ἐὰν τὸ κατάστρωμα τῆς λεωφόρου εἶναι πλάτους 30 ft καὶ ἡ ἔξω παρυφή του εἶναι κατὰ 4.0 ft ὑψηλοτέρα τῆς ἔσω, διὰ ποίαν ἰδεώδη ταχύτητα ἔχει προσλάβει τὴν κλίσιν ταύτην;

Ἡ ἐφαπτομένη τῆς γωνίας τῆς κλίσεως εἶναι ὁ λόγος τῆς διαφορᾶς ὕψους μεταξὺ τῶν δύο παρυφῶν καὶ τοῦ πλάτους τῆς ὁδοῦ.

$$\text{ἐφ}\,\theta = 4.0\ \text{ft}/30\ \text{ft}$$

$$\text{ἐφ}\,\theta = \frac{v^2}{gr} \qquad \text{ὅθεν} \qquad v^2 = gr\,\text{ἐφ}\,\theta$$

οὕτω

$$v = \sqrt{\frac{(32\ \text{ft/sec}^2)(150\ \text{ft})(4.0\ \text{ft})}{30\ \text{ft}}} = 25\ \text{ft/sec}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Παράδειγμα : Καμπύλη τῆς ὁποίας τὸ κατάστρωμα δὲν ἔχει κλίσιν ἔχει ἀκτῖνα 242 ft. Ποία εἶναι ἡ μεγίστη ταχύτης μὲ τὴν ὁποίαν ἕνα αὐτοκίνητον δύναται νὰ διαγράψῃ τὴν καμπύλην ταύτην, ἐὰν ὁ συντελεστὴς τῆς στατικῆς τριβῆς μ_s εἶναι 0.81 ;

Ὅταν τὸ κατάστρωμα μιᾶς καμπύλης δὲν παρουσιάζει κλίσιν, ἡ κεντρομόλος δύναμις δέον νὰ παρασχεθῇ ἐξ ὁλοκλήρου ὑπὸ τῆς τριβῆς μεταξὺ τῶν τροχῶν καὶ τῆς λεωφόρου. Ἐφόσον ἡ μόνη δύναμις εἶναι τὸ βάρος,

$$F_c = \mu_s W = m\frac{v^2}{r} = \frac{Wv^2}{gr}$$

ὁπότε : $v^2 = \mu_s gr = (0.81)(32\ \text{ft/sec}^2)(242\ \text{ft})$

$$v = 79\ \text{ft/sec} = 54\ \text{mi/hr}$$

12-8. Καμπυλόγραμμος κίνησις. Συχνάκις ἡ καθαρὰ δύναμις ἡ δρῶσα ἐπὶ ἑνὸς σώματος δὲν εἶναι οὔτε παράλληλος πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεώς του οὔτε κάθετος πρὸς αὐτήν. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν οὔτε ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ οὔτε ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος παραμένουν σταθεραί. Ἡ κίνησις αὕτη δύναται νὰ μελετηθῇ εὐκόλως ἐὰν ἀναλύσωμεν τὴν ἐπιτάχυνσιν εἰς δύο συνιστώσας τὴν μίαν παράλληλον πρὸς τὴν ἀρχικὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως, καὶ τὴν ἄλλην κάθετον πρὸς αὐτήν.

Μία ἀπὸ τὰς πλέον συνήθεις ἐκ τῶν τοιούτων κινήσεων εἶναι ἡ πλανητικὴ κίνησις, εἰς ἣν ἡ δύναμις ἐπὶ τοῦ κινουμένου σώματος εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἀκτῖνος καὶ πάντοτε διευθύνεται πρὸς ἓν σταθερὸν σημεῖον. Τὸ σῶμα κινεῖται ἐπὶ μιᾶς ἐλλείψεως, τοῦ σταθεροῦ σημείου εὑρισκομένου εἰς μίαν τῶν ἑστιῶν της. Ἡ ταχύτης εἶναι μεγαλυτέρα ὅταν τὸ κινούμενον σῶμα εὑρίσκεται πλησιέστερον τῆς ἑστίας, καὶ μικροτέραν ὅταν κινεῖται μακρὰν αὐτῆς. Ἡ κίνησις αὕτη καλεῖται πλανητικὴ ἕνεκα τοῦ ὅτι οἱ πλανῆται κινοῦνται καθ' ὁμοιον τρόπον κατὰ τὰς περιφορὰς των περὶξ τοῦ ἡλίου. Αἱ δυνάμεις βαρύτητος εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἀκτῖνος.

Οἱ τεχνητοὶ δορυφόροι, ὡς οἱ Σποῦτνικς καὶ οἱ Ἐξερευνηταί, ὑπόκεινται εἰς τὸ ἀντίστροφον τετράγωνον τῆς ἕλξεως τῆς γῆς καὶ ἡ κίνησίς των εἶναι σχεδὸν ὁμοία τῆς πλανητικῆς τοιαύτης. Ἡ τροχιά των θὰ ἠδύνατο νὰ εἶναι κυκλικὴ ἐὰν ἡ τελικὴ ταχύτης καὶ ἡ διεύθυνσις ἐκτοξεύσεως αὐτῶν ἦσαν ἀκριβῶς κάθετοι ὥστε νὰ θέσουν τὸν δορυφόρον ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς. Ἐὰν ἡ διεύθυνσις τῆς ἐκτοξεύσεως δὲν εἶναι ὁριζοντία, ἢ ἐὰν ἡ ταχύτης εἶναι μεγαλυτέρα ἢ μικροτέρα τῆς ἀπαιτουμένης διὰ τὴν κίνησιν ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς, ἡ ἐπακολουθοῦσα κίνησις θὰ γίνεται ἐπὶ ἐλλειπτικῆς τροχιᾶς. Τὸ ἐπίπεδον τῆς τροχιᾶς δὲν παραμένει γενικῶς σταθερὸν ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς γῆς, ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι ὁ δορυφόρος ἐκτοξεύεται ἐκ τῆς γῆς ἥτις περιστρέφεται καὶ ἡ περιστροφὴ αὐτὴ ἐξακολουθεῖ καὶ μετὰ τὴν ἐκτόξευσιν.

Ἠλεκτρισμένα σωμάτια ὑπόκεινται εἰς τὸν νόμον τοῦ ἀντιστρόφου τετραγώνου ὡς πρὸς τὴν ἕλξιν μεταξύ των. Ἕνεκα τούτου ἡ τροχιὰ ἑνὸς τοιούτου σωματιδίου, ὡς τοῦ ἠλεκτρου, περιστρεφομένου πέριξ ἑνὸς πυρῆνος ἀτόμου, θὰ ἦτο παρομοία πρὸς τὴν τοιαύτην πλανήτου τινὸς πέριξ τοῦ ἡλίου. Ἡ τροχιά του θὰ ἦτο κατὰ προσέγγισιν κυκλικὴ ἢ ἐλλειπτική. Εἰς τὴν πρώτην εἰκόνα τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου, ὁ Bohr ὑπέθεσεν ὅτι τὰ ἠλεκτρα κινοῦνται ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς (Κεφ. 50).

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἐπὶ *ὁμαλῆς κυκλικῆς κινήσεως* α) ἡ ταχύτης v εἶναι σταθερά, β) ἡ διεύθυνσις τῆς κινήσεως μεταβάλλεται συνεχῶς καὶ ὁμοιομόρφως, γ) ἡ ἐπιτάχυνσις a_c, εἶναι σταθερὰ κατὰ τὸ μέγεθος καὶ διευθύνεται ἐκ τῆς περιφερείας πρὸς τὸ κέντρον τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς. Τὸ μέγεθος τῆς *κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως* δίδεται ὑπὸ

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

ὅπου v εἶναι ἡ γραμμικὴ ταχύτης, r εἶναι ἡ ἀκτὶς καὶ ω ἡ γωνιακὴ ταχύτης.

Ἡ *κεντρομόλος δύναμις* ἥτις προκαλεῖ τὴν κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν, δίδεται ὑπὸ

$$F_c = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Φυγόκεντρος ἀντίδρασις εἶναι ἡ ἐξωτερικὴ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ὑπὸ τοῦ κινουμένου ἀντικειμένου ἐπὶ τοῦ παράγοντος τῆς κεντρομόλου δυνάμεώς του. Τὸ μέγεθος τῆς φυγοκέντρου ἀντιδράσεως εἶναι ἴσον πρὸς τὸ τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.

Ἡ κατάλληλος κλίσις τοῦ καταστρώματος μιᾶς καμπύλης, ἵνα ἀποφευχθῇ ἡ ἀναγκαιότης διὰ μίαν πλευρικῶς δρῶσαν δύναμιν τριβῆς, δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως

$$\frac{v^2}{gr} = \varepsilon\varphi\,\theta$$

Προκειμένου περὶ καμπυλογράμμου κινήσεως ἡ ἐπιταχύνουσα δύναμις δὲν εἶναι οὔτε παράλληλος οὔτε κάθετος πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως. Ἡ ἐπιτάχυνσις αὕτη προκαλεῖ μεταβολὴν τόσον εἰς τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν ὅσον καὶ εἰς τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Ἀναφέρατε μερικὰς πρακτικὰς συσκευάς, διαφόρων τῶν μνημονευθέντων εἰς τὸ Κεφάλαιον τοῦτο, αἵτινες χρησιμοποιοῦν τὰς κεντρομόλους δυνάμεις.

2. Ἀποδείξατε ὅτι αἱ μονάδες τῆς v^2/r εἶναι αἱ τῆς ἐπιταχύνσεως.

3. Διατί ἡ ἐπιτάχυνσις ἑνὸς σώματος κινουμένου δι' ὁμαλῆς κυκλικῆς κινήσεως διευθύνεται πάντοτε πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ;

4. Ἐξηγήσατε τὴν πρότασιν «ἀεροπόρος τις ὑφίσταται $3\,g$, ἀποφεύγων βεβαίαν κατάδυσιν τοῦ ἀεροπλάνου του».

5. Ἐὰν ἕνας βαρὺς κοχλίας δεμένος εἰς τὸ ἄκρον νήματος περιστραφῇ μὲ μεγάλην ταχύτητα, τὸ νῆμα θὰ θραυσθῇ. Ποία δύναμις προκαλεῖ τὴν θραῦσιν τοῦ νήματος ; Δύναται ποτὲ ἡ κεντρομόλος δύναμις νὰ εἶναι μεγαλυτέρα τῆς φυγοκέντρου ἀντιδράσεως ;

6. Ἕν σῶμα εὑρισκόμενον εἰς τὸ ἄκρον νήματος κινεῖται ἐπὶ κατακορύφου κυκλικῆς τροχιᾶς. Ἐὰν τὸ νῆμα ἔλκεται πάντοτε πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου εἶναι δυνατὸν ἡ ταχύτης τοῦ σώματος νὰ εἶναι σταθερά ; Ἐξετάσετε πᾶσαν μεταβολὴν καθὼς καὶ τοὺς λόγους αὐτῆς.

7. Ἕν σῶμα εὑρισκόμενον προσδεδεμένον εἰς τὸ ἄκρον νήματος κινεῖται ἐπὶ κατακορύφου κυκλικῆς τροχιᾶς μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος. Ἐξετάσατε τὴν μεταβολὴν εἰς τὸ μέγεθος καὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως τὴν ὁποίαν δέον ν' ἀσκήσῃ τὸ νῆμα. Ἡ τάσις εἰς τὸ νῆμα διευθύνεται πάντοτε πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ;

8. Ἐξετάσατε τὴν δυνατότητα πτώσεως ἐπιβάτου ἐξ ἀνοικτοῦ ἀεροπλάνου κατὰ τὴν διάρκειαν ἀνακυκλώσεως αὐτοῦ.

9. Συζητήσατε τὴν διαφορὰν μεταξὺ ἐξωτερικῆς ἀνακυκλώσεως καὶ ἐσωτερικῆς τοιαύτης ἑνὸς ἀεροπλάνου.

10. Μία μοτοσυκλέττα τρέχει ἐπὶ κυκλικοῦ στίβου εἰς τὸν ὁποῖον ἡ γωνία κλίσεως τοῦ καταστρώματος σύξάνει ἕως οὗτω καταλήξει εἰς κατακόρυφον τοῖχον. Δύναται ἡ μοτοσυκλέττα νὰ συνεχίσῃ τὴν πορείαν της ἐπὶ τοῦ κατακορύφου τοίχου ; Νὰ ἐξετασθῶσιν αἱ ἐν προκειμένῳ δρῶσαι δυνάμεις.

11. Δύναται μία μοτοσυκλέττα νὰ τρέξῃ ἐπὶ τοῦ κατακορύφου τοίχου μιᾶς κυκλικῆς τροχιᾶς μετὰ τοῦ ἐπιπέδου αὐτῆς εἰς ὁριζοντίαν θέσιν ; Νὰ ἐξετασθῶσιν αἱ δυνάμεις καὶ αἱ ροπαὶ στρέψεως αἱ δρῶσαι ἐν προκειμένῳ.

12. Ν' ἀναλυθοῦν εὐκρινῶς οἱ λόγοι διὰ τοὺς ὁποίους αὐτοκίνητον ἀνατρέπεται ὅταν τρέχῃ λίαν ταχέως ἐπὶ καμπύλης. Ποῖοι τροχοὶ ἐγκαταλείπουν τὸ ἔδαφος πρῶτοι ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ **1.** Ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ ταχύτης δορυφόρου τινὸς ἀκριβῶς ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς ὥστε οὗτος νὰ δύναται νὰ κινῆται ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς πέριξ αὐτῆς; Θεωρήσατε τὴν γῆν ὡς σφαῖραν μὲ ἀκτῖνα 4000 mi.

2. Ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ ταχύτης ἑνὸς δορυφόρου, ἵνα παραμείνῃ ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς 1000 μίλια ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς;
Ἀπ. 2.3×10^4 ft/sec

3. Εἷς ἕνα ἄτομον ἐν ἤλεκτρον κινεῖται περὶ τὸν πυρῆνα ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς ἀκτῖνος 5.3×10^{-11} m μὲ ταχύτητα 2.2×10^6 m/sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ ἤλεκτρου καὶ ἡ κεντρομόλος δύναμις. $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg.

4. Ποία εἶναι ἡ ἐλαχίστη ταχύτης μὲ τὴν ὁποίαν ἓν ἀεροπλάνον δύναται νὰ ἐκτελέσῃ ἀνακύκλωσιν ἀκτῖνος 400 ft, οὕτως ὥστε νὰ μὴν ὑπάρξῃ τάσις διὰ τὸν πιλότον νὰ πέσῃ ἔξω, εὑρισκόμενος εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς τροχιᾶς; Ἀπ. 110 ft/sec

5. Εἷς τὸν ἰσημερινὸν ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις εἶναι περίπου 3.0 cm/sec.^{2} Πόσον ταχέως θὰ ἔπρεπε νὰ περιστρέφεται ἡ γῆ ἵνα καταστῇ τὸ φαινόμενον βάρος ἑνὸς σώματος μηδέν;

6. Λαμβάνοντες τὴν γῆν ὡς σφαῖραν διαμέτρου 13000 km, εὕρατε πόσον μεταβάλλεται ἡ ἐπιτάχυνσις ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν βαρύτητα διὰ τῆς περιστροφῆς τῆς γῆς α) ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ; β) εἰς πλάτος 40^0; γ) εἰς τὸν πόλον; Ἡ μεταβολὴ αὕτη εἶναι αὔξουσα ἢ φθίνουσα ὡς πρὸς τὴν τιμὴν τῆς g; Ἀπ.: 3.4 cm/sec^2, 2.6 cm/sec^2.

7. Μία σφαῖρα 5.0-lb περιστρέφεται ἐπὶ κατακορύφου κυκλικῆς τροχιᾶς προσδεδεμένης εἰς τὸ ἄκρον σχοινίου μήκους 3.0 ft. Ποία εἶναι ἡ μεγίστη ταχύτης περιστροφῆς, δεδομένου ὅτι τὸ σχοινίον δύναται ν' ἀνθέξῃ εἰς τάσιν 60 lb;

8. Αὐτοκίνητον ἔχει μᾶζαν 1500 kg. Ποία κεντρομόλος δύναμις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ διασχίσῃ τοῦτο μίαν ὁμοιόμορφον στροφὴν μήκους 628 m καὶ καμπυλότητος 90^0, μὲ ταχύτητα 60 km/hr;
Ἀπ. 1040 νιοῦτον

9. Σῶμα 2.50-kg στρέφεται ἐπὶ περιφερείας ὁριζοντίου κύκλου εἰς τὸ ἄκρον νήματος 1.50 m μήκους. Ποίαν γωνιακὴν ταχύτητα ἀποκτὸν τὸ σῶμα θὰ θραυσθῇ τὸ σχοινίον ἐὰν τοῦτο δύναται νὰ ἀνθέξῃ φορτίον 50 νιοῦτον;

10. Αὐτοκίνητον 3200-lb κινεῖται μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος 40 mi/hr, ἐπὶ καμπύλης ἀκτῖνος 100 ft. α) Ποία εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσίς του; β) Ποία εἶναι ἡ κεντρομόλος δύναμις ἐπὶ τοῦ αὐτοκινήτου; γ) Ἀπὸ ποῦ παράγεται ἡ δύναμις ταύτη; Ἀπ. 34 ft/sec^2, 3400 lb

11. Σφαῖρα ζυγίζουσα 2.5 lb περιστρέφεται ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς μὲ ταχύτητα 12 ft/sec. Ἐὰν ἡ ἀκτὶς τοῦ κύκλου εἶναι 5.6 ft, ποία εἶναι ἡ κεντρομόλος δύναμις;

12. Μία σφαῖρα περιστρέφεται ἐπὶ περιφερείας κατακορύφου κύκλου, προσδεδεμένη εἰς τὸ ἄκρον σύρματος μήκους 3.0 ft. Νὰ εὑρεθοῦν ἡ μεγίστη καὶ ἐλαχίστη τάσις εἰς τὸ σύρμα ἐὰν ἡ σφαῖρα κινεῖται μὲ ταχύτητα 45 στρ/min. Ἀπ. 6.2 lb, 2.2. lb.

13. Σῶμα τοῦ ὁποίου ἡ μᾶζα εἶναι 0.600 kg περιστρέφεται ἐπὶ περιφερείας κατακορύφου κύκλου, προσδεδεμένη εἰς τὸ ἄκρον νήματος μήκους 0.300 m μὲ σταθερὰν ταχύτητα 2.00 στρ/sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τάσις τοῦ σχοινίου ὅταν τὸ σῶμα εὑρίσκεται α) εἰς τὸ κατώτερον σημεῖον τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου, β) εἰς τὸ ἀνώτερον τοιοῦτον. γ) Νὰ εὑρεθῇ ἡ γωνία τὴν ὁποίαν σχηματίζει τὸ σχοινίον μετὰ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου καὶ ἡ τάσις αὐτοῦ ὅταν τὸ σῶμα εὑρίσκεται ἐπὶ ἑνὸς σημείου τῆς περιφερείας εὑρισκόμενον εἰς τὸ αὐτὸ μετὰ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ὁριζοντίου ἐπιπέδου.

15. Παιδίον κάθηται εἰς ἀπόστασιν 4.0 ft ἐκ τοῦ κέντρου περιστρεφομένης ἐξέδρας. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς μεταξὺ τοῦ παιδίου καὶ τῆς ἐξέδρας εἶναι 0.20. Ποία εἶναι ἡ μεγαλυτέρα γωνιακὴ ταχύτης τὴν ὁποίαν δύναται νὰ προσλάβῃ ἡ ἐξέδρα χωρὶς νὰ προκαλέσῃ τὴν ἐξολίσθησιν τοῦ παιδίου;

16. Παιδίον 100-lb ἵσταται ἐπὶ ἐξέδρας εἰς ἀπόστασιν 10 ft. ἀπὸ τοῦ κέντρου. Ἡ ἐξέδρα στρέφεται μὲ ταχύτητα 4.0 στρ/min. Νὰ εὑρεθῇ ἡ γραμμικὴ ταχύτης τοῦ παιδίου, ἡ ἀκτινική του ἐπιτάχυνσις, ἡ δύναμις τῆς τριβῆς ἥτις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ προληφθῇ ἡ ἐξολίσθησις αὐτοῦ ἀπὸ τῆς ἐξέδρας καὶ ὁ συντελεστὴς στατικῆς τριβῆς ἐὰν εὑρίσκεται εἰς τὸ μεταίχμιον τῆς ἐξολισθήσεως μὲ τὴν ταχύτητα ταύτην.

Ἀπ. 4.2 ft/sec, 1.8 ft/sec², 5,6 lb, 0.056.

17. Μίαν ἡμέραν καθ' ἣν μία ὁδὸς εἶναι ὀλισθηρά, ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς ὁδοῦ εἶναι 0,15. Ποία εἶναι ἡ μεγίστη ταχύτης μὲ τὴν ὁποίαν ἕνα αὐτοκίνητον δύναται νὰ διατρέξῃ καμπύλην αὐτῆς, ἀκτῖνος 150 ft;

18. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς μεταξὺ ἐπισώτρων αὐτοκινήτου καὶ ὁδοῦ εἶναι 0.50, ποία εἶναι ἡ καμπύλη μικροτέρας ἀκτῖνος κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ αὐτοκίνητον δύναται νὰ στραφῇ ἐπὶ τῆς ὁδοῦ ταύτης ἐὰν τὸ κατάστρωμα αὐτῆς εἶναι ὁριζόντιον καὶ τὸ αὐτοκίνητον ἔχει ταχύτητα 30 mi/hr;

Ἀπ. 120 ft

19. Κυκλικὸς στίβος ἔχει μῆκος ἡμίσεος μιλλίου. Ἐὰν οὗτος εἶναι ὁριζόντιος καὶ ὁ συντελεστὴς τριβῆς 0.80 νὰ εὑρεθῇ ἡ μεγίστη ταχύτης μὲ τὴν ὁποίαν κινούμενον τὸ αὐτοκίνητον δύναται νὰ παραμείνῃ ἐπὶ τοῦ στίβου χωρὶς ν' ἀνατραπῇ;

20. Σφαῖρα κυλίεται ἐπὶ τῆς περιφερείας κατακορύφου κύκλου διαμέτρου 40.0 cm, ὅστις ἔχει τοποθετηθῇ ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου. Ἐκ ποίου σημείου ἄνωθεν τοῦ κατωτάτου σημείου τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου δέον ν' ἀφεθῇ ἡ σφαῖρα ἵνα διαγράψῃ μίαν πλήρη περιφέρειαν τοῦ κύκλου ἐὰν τὸ ἥμισυ τῆς ἐνεργείας τῆς σφαίρας δαπανηθῇ, πρὸς ὑπερνίκησιν τῆς τριβῆς;

Ἀπ. 108 cm

21. Μία τέντα φέρει κατακόρυφον ἱστὸν μεθ' ἑνὸς ἐγκαρσίου βραχίονος τοποθετημένου εἰς ἀπόστασιν 40.0 cm ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ ἱστοῦ πρὸς τὴν πλευρὰν τῆς κορυφῆς. Ἀντικειμενόν τι εἶναι ἀνηρτημένον ἐκ σχοινίου μήκους 30 ft ὅπερ εἶναι στερεῶς προσδεδεμένον ἐκ τοῦ ἄκρου τοῦ βραχίονος. Νὰ εὑρεθῇ ἡ γωνιακὴ ταχύτης εἰς ἀκτίνια/sec καὶ εἰς στροφὰς/min ἥτις ἤθελεν προκαλέσῃ τὴν θραῦσιν τοῦ σχοινίου ὅταν τοῦτο σχηματίζῃ γωνίαν 30° μετὰ τῆς κατακορύφου.

22. Σφαῖρα 2.0-lb εἶναι ἀνηρτημένη ἀπὸ ἀγγίστρου ἑνὸς σύρματος μήκους 3.0 ft, τὸ ὁποῖον εἶναι προσδεδεμένον ἐξ ὀροφῆς. Αὕτη τίθεται εἰς κίνησιν περιστρεφομένη ἐπὶ περιφερείας ὁριζοντίου κύκλου μετὰ ταχύτητος τοιαύτης ὥστε τὸ νῆμα νὰ σχηματίζῃ γωνίαν 30° μετὰ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης τῆς σφαίρας καὶ ἡ τάσις εἰς τὸ νῆμα.

Ἀπ. 12 ft/sec, 4.0 lb

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

23. Σῶμα 30.0-kg περιστρέφεται ἐπὶ περιφερείας ὁριζοντίου κύκλου ὑπὸ μορφὴν κωνικοῦ ἐκκρεμοῦς μέσῳ σχοινίου τὸ ὁποῖον δύναται νὰ ἀνθέξῃ τάσιν 392 νιοῦτον. Ὅταν ἡ ταχύτης τοῦ σώματος εἶναι 8.0 m/sec τὸ νῆμα θραύεται. Νὰ εὑρεθῇ ἡ γωνία τὴν ὁποίαν σχηματίζει τὸ νῆμα μετὰ τοῦ κατακορύφου ἐπιπέδου κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην καὶ τὸ μῆκος τοῦ νήματος.

24. Σῶμα 8.0-lb περιστρέφεται ἐπὶ τῆς περιφερείας ὁριζοντίου κύκλου, εὑρισκόμενον εἰς τὸ ἄκρον νήματος μήκους 2.0 ft, μὲ ταχύτητα 72 στροφῶν/min. Νὰ εὑρεθῇ ἡ τάσις τοῦ νήματος καὶ ἡ γωνία τὴν ὁποίαν σχηματίζει τοῦτο μετὰ τῆς ὁριζοντίου. Ἀπ. 28 lb, 17°

25. Αὐτοκίνητον τοῦ ὁποίου οἱ τροχοὶ ἀπέχουν κατὰ 48 in πλαγίως καὶ τοῦ ὁποίου τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται 18 in ὑπὲρ τὸ ἔδαφος, κινεῖται ἐπὶ καμπύλης μὲ ταχύτητα 50 mi/hr. Ὑποθέτοντες ὅτι δὲν ὑρίσταται ὀλίσθησις, νὰ εὑρεθῇ ἡ καμπύλη μικροτέρας ἀκτῖνος τὴν ὁποίαν τὸ αὐτοκίνητον δύναται νὰ διαβῇ κινούμενον μὲ τὴν ὡς ἄνω ταχύτητα, χωρὶς τοῦτο νὰ ἀνατραπῇ.

26. Αὐτοκίνητον τοῦ ὁποίου οἱ τροχοὶ ἀπέχουν ἀλλήλων πλαγίως 54 in καὶ τοῦ ὁποίου τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται 18 in ὑπὲρ τὸ ἔδαφος, διασχίζει καμπύλην ἀκτῖνος 200 ft. Ὑποθέτοντες ἀνυπαρξίαν ἐξολισθήσεως τῶν τροχῶν ἐπὶ τῆς ὁδοῦ, νὰ εὑρεθῇ ἡ μεγίστη ταχύτης καθ' ἣν τὸ αὐτοκίνητον δύναται νὰ διαβῇ τὴν καμπύλην χωρὶς τὸν κίνδυνον ἀνατροπῆς. Ἀπ. 67 mi/hr

27. Εἷς τινας ὁδοὺς αἱ καμπύλαι ἔχουν τοιαύτην κλίσιν ὥστε οἱ ἐπιβάται αὐτοκινήτου τὸ ὁποῖον κινεῖται μὲ ταχύτητα 45 mi/hr ἐπὶ τοιαύτης καμπύλης νὰ μὴν δοκιμάζουν πλευρικὴν ἀπώθησιν. Νὰ εὑρεθῇ ἡ γωνία κλίσεως τοῦ καταστρώματος διὰ κυκλικὴν καμπύλην ἥτις μεταβάλλει τὴν διεύθυνσιν τῆς ὁδοῦ κατὰ 90° εἰς ἀπόστασιν 314 ft κατὰ μῆκος τῆς ὁδοῦ.

28. Αὐτοκίνητον 3200-lb διασχίζει καμπύλην ἀκτῖνος 400 ft μὲ ταχύτητα 60 mi/hr. Τὸ κατάστρωμα ἔχει κλίσιν 20° ὡς πρὸς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον. Ποία δύναμις τριβῆς εἶναι ἀναγκαία ; Ποῖος εἶναι ὁ ἐλάχιστος συντελεστὴς τριβῆς ; Ἀπ. 730 lb, 0.20

29. Καμπύλη ἀκτῖνος 80 ft ἔχει κλίσιν καταστρώματος 15°. Ποία δύναμις τριβῆς εἶναι ἀναγκαία ἵνα αὐτοκίνητον 1500 kg διαβεῖ τὴν καμπύλην μὲ ταχύτητα 60 mi/hr ; Ποῖος εἶναι ὁ ἀπαιτούμενος συντελεστὴς τριβῆς ;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Heike Kamerlingh Onnes

1853–1926. *Ἐγεννήθη εἰς Ὁλλανδίαν. Ἱδρυτὴς τοῦ Cryogenic Ἰνστιτούτου εἰς τὸ Λάϊντεν. Ἔλαβεν τὸ βραβεῖον Νόμπελ Φυσικῆς εἰς ἀναγνώρισιν τῶν ἐρευνῶν του ἐπὶ τῶν ἰδιοτήτων τῆς ὕλης εἰς χαμηλὰς θερμοκρασίας, αἵτινες ἠγαγον, μεταξὺ ἄλλων, καὶ εἰς τὴν παραγωγὴν ρευστοῦ ἡλίου (helium).*

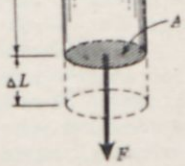
13. ΕΛΑΣΤΙΚΑΙ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΤΕΡΕΩΝ

Ἐξετάζοντες τὰ ἀποτελέσματα τῆς ἐπιδράσεως μιᾶς δυνάμεως ἐπὶ ἑνὸς σώματος παρετηρήσαμεν ὅτι ἐκ τῆς ἐπιδράσεως ταύτης τὸ σῶμα ἀποκτᾶ μίαν κάποια ἐπιτάχυνσιν. Πολλάκις ὅμως παρατηροῦμεν ὅτι αἱ δυνάμεις αὗται ἀντισταθμίζονται ἐξ ὁλοκλήρου ἢ μερικῶς, ὑπὸ ἑτέρων δυνάμεων. Αἱ δυνάμεις αὗται δὲν προκαλοῦν ἐπιτάχυνσιν, ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπὶ τοῦ ὁποίου δροῦν, ἀλλὰ ἑτέρας μεταβολάς. Αἱ μεταβολαὶ αὗται περιλαμβάνουν αὔξησιν ἢ μείωσιν τοῦ μήκους, αὔξησιν ἢ μείωσιν τοῦ ὄγκου καὶ μεταβολὴν τοῦ σχήματος. Αἱ σχέσεις μεταξὺ τῶν ἐφαρμοζομένων δυνάμεων καὶ τῶν προκαλουμένων ὑπ' αὐτῶν παραμορφώσεων εἶναι χαρακτηριστικαὶ τῶν χρησιμοποιηθέντων ὑλικῶν καὶ πολλαὶ ἐκ τῶν ἰδιοτήτων τῶν ὑλικῶν τούτων εἶναι δυνατὸν νὰ ἐκφρασθῶσιν βάσει τῶν σχέσεων τούτων.

13-1. Ἐλαστικότης. Μεταξὺ τῶν πλέον σημαντικῶν ἰδιοτήτων τῶν ὑλικῶν εἶναι αἱ ἐλαστικαὶ αὐτῶν ἰδιότητες. Ἐάν, ἕνα σῶμα ὑφίσταται παραμόρφωσιν τινὰ λόγῳ τῆς ἐπιδράσεως μιᾶς δυνάμεως, καὶ ἡ παραμόρφωσις αὐτὴ ἐξαφανίζεται, μόλις ἤθελεν παύση ἐπιδρῶσα ἡ δύναμις, τοῦ σώματος ἐπανακτόντος τὴν ἀρχικήν του μορφὴν καὶ μέγεθος, τότε λέγομεν ὅτι τοῦτο εἶναι ἐλαστικόν. Κάθε οὐσία, ἐν γένει, εἶναι, μέχρι βαθμοῦ τινος, ἐλαστική.

Ἂς θεωρήσωμεν ἐπίμηκες χαλύβδινον σύρμα ἀνηρτημένον ἐξ ὀροφῆς κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε τὸ ἄνω ἄκρον αὐτοῦ νὰ εἶναι στερεῶς προσηρμοσμένον εἰς τὴν θέσιν του. Διὰ νὰ διατηρηθῇ τὸ σύρμα τεταμένον, ὑποθέτομεν ὅτι λίθος, ἐπαρκοῦς βάρους, εἶναι ἀνηρτημένος εἰς τὸ κάτω ἄκρον αὐτοῦ. Ἡ δύναμις κατὰ μονάδα ἐπιφανείας τῆς διατομῆς τοῦ σύρματος, καθορίζεται ὡς ἡ *τάσις ἐφελκυστοῦ* εἰς τὸ σύρμα. Ἡ δύναμις ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας καλεῖται ἐνίοτε *μονὰς τάσεως*.

Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι L (Εἰκ. 1) παριστᾷ τὸ μῆκος τοῦ σύρματος πρὶν ἢ ἐφαρ-



Εἰκ. 1. Ὁ ἐφελκισμὸς εἶναι ἀνάλογος τῆς τεινούσης δυνάμεως.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μοσθῆ δύναμις ἑλκυσμοῦ ἐπ' αὐτοῦ. Ἐφαρμόζοντας τείνουσα δύναμιν F αὕτη θὰ ἐπιμηκύνῃ τὸ σύρμα κατὰ ποσὸν ΔL. Ὁ λόγος τῆς μηκύνσεως ΔL πρὸς τὸ ἀρχικὸν μῆκος L καλεῖται *ἀνηγμένη μήκυνσις*.

13-2. Τάσις καὶ παραμόρφωσις. Εἰς τὸ ἁπλοῦν παράδειγμα τῆς τάσεως καὶ παραμορφώσεως τῆς παραγρ. 13—1 ἡ δύναμις εἶναι κάθετος πρὸς τὴν θεωρουμένην ἐπιφάνειαν. Γενικῶς ὅμως ἡ δρῶσα δύναμις ἐπὶ ἐπιφανείας τινὸς δὲν ἐφαρμόζεται κατ' ἀνάγκην καθέτως ἐπ' αὐτῆς. Συνήθως, ἐὰν ἡ δύναμις δὲν εἶναι κάθετος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν, ἀναλύομεν ταύτην εἰς δύο συνιστώσας, τὴν κάθετον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν καὶ τὴν παράλληλον πρὸς ταύτην. Ἡ κάθετος συνιστῶσα τείνει νὰ ἐπεκτείνῃ ἢ νὰ συμπιέσῃ τὸ σῶμα. Ἡ παράλληλος τοιαύτη εἰς τὸ νὰ μεταβάλῃ τὸ σχῆμα του. Μέχρι τοῦδε ἐθεωρήσαμεν τὰ στερεὰ σώματα ὡς *ἄκαμπτα*, δηλαδὴ ὡς μὴ ὑφιστάμενα μεταβολὴν τοῦ σχήματός των. Οὐδὲν ὅμως σῶμα εἶναι ἀπολύτως ἄκαμπτον. Τὰ ὑγρὰ παρουσιάζουν μικρὰν ἢ οὐδεμίαν ἀντίστασιν εἰς τὸ νὰ μεταβάλουν τὸ σχῆμα των καὶ συνεπῶς ῥέουν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ἐφαπτομενικῶν δυνάμεων. Τὰ στερεὰ ἐν ἀντιθέσει, ἀνθίστανται εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματός των καὶ ἡ ἀκαμψία των εἶναι σχετικῶς μεγάλη, διαφέρουσα ἀπὸ τῆς μιᾶς οὐσίας εἰς τὴν ἄλλην. Ἐπὶ μακρὸν διαρκοῦσαι ἢ λίαν ἰσχυραὶ ἐφαπτομενικαὶ δυνάμεις δύνανται νὰ προκαλέσουν μεγάλας παραμορφώσεις εἰς τὰ στερεά.

Ἡ τάσις ὁρίζεται ὡς ἡ δύναμις ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας. Ἡ ἐν προκειμένῳ δρῶσα δύναμις δυνατὸν νὰ εἶναι εἴτε κάθετος εἴτε παράλληλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν δράσεώς της. Ἐὰν ἀμφότεραι αἱ συνιστῶσαι συνυπάρχουν, δυνάμεθα νὰ ἐρμηνεύσωμεν τὸ γεγονὸς ὡς συνύπαρξιν δύο τάσεων. Αἱ μονάδες τάσεως προέρχονται διὰ διαιρέσεως μονάδος τινὸς δυνάμεως διὰ μονάδος ἐπιφανείας ὡς λίβρα ἀνὰ τετραγωνικοὺς πόδας, νιοῦτον ἀνὰ τετραγωνικὸν μέτρον, ἢ δύνη ἀνὰ τετραγωνικὸν ἑκατοστόμετρον. Ἡ τάσις δυνατὸν νὰ μὴν κατανέμεται ὁμοιομόρφως εἰς ἅπαντα τὰ μέρη σώματός τινος. Εἰς τὸ παράδειγμα τοῦ σύρματος, ἡ ἐφαρμοσθεῖσα δύναμις αὐξάνει τὴν τάσιν ἐφ' ὅσον ἀνερχόμεθα κατὰ μῆκος αὐτοῦ. Ἐὰν ὑπάρχει διάφορος διατομὴ τοῦ σύρματος, ἡ τάσις μεταβάλλεται.

Ἡ *παραμόρφωσις* ἐξ ἑλκυσμοῦ εἶναι ἡ μεταβολὴ τοῦ μήκους ἀνὰ μονάδα μήκους. Εἰς ἄλλας περιπτώσεις δύναται αὕτη νὰ εἶναι μεταβολὴ εἰς ὄγκον ἀνὰ μονάδα ὄγκου, ἢ δυνατὸν νὰ εἶναι γωνιακή τις παραμόρφωσις. Εἰς ἑκάστην περίπτωσιν ἡ παραμόρφωσις εἶναι ὁ λόγος δύο ὁμοίων ποσοτήτων καὶ ἐὰν χρησιμοποιηθῶσιν αἱ αὐταὶ μονάδες, ἡ παραμόρφωσις ἐκφράζεται ὡς ἕνας καθαρὸς ἀριθμὸς ἄνευ μονάδων.

13-3. Ὁ νόμος τοῦ Hooke. Ὁ Robert Hooke ἐξηκρίβωσεν καὶ διετύπωσεν (1676) νόμον ὅστις καθορίζει τὰς ἐλαστικὰς ἰδιότητας ἑνὸς σώματος. Μελετῶν τὰς δυνάμεις ἐφελκυσμοῦ, παρετήρησεν ὅτι ἡ εἰς μῆκος αὔξησις ἑνὸς σώματος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐφαρμοσθεῖσαν δύναμιν, ἐπὶ μιᾶς μᾶλλον εὐρείας περιοχῆς δυνάμεων. Ἡ παρατήρησις αὕτη δυνατὸν νὰ διατυπωθῇ γενικώτερον ὡς ἑξῆς: *διὰ πᾶσαν ἐλαστικὴν παραμόρφωσιν ἡ τάσις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν παραμόρφωσιν.* Ἡ πρότασις αὕτη ἀποτελεῖ τὸν νόμον τοῦ Hooke. Ὑπὸ τὴν μορφὴν ἐξισώσεως ἔχει:

$$\frac{\text{Τάσις}}{\text{Παραμόρφωσις}} = \text{μία σταθερὰ} \quad (1)$$

Ὁ σταθερὸς οὗτος λόγος τῆς τάσεως πρὸς τὴν παραμόρφωσιν, καλεῖται τὸ *μέτρον τῆς ἐλαστικότητος*. Ὑπάρχουν διάφορα μέτρα ἐλαστικότητος ἅτινα ἐξαρτῶνται ἐκ τῆς παραμορφώσεως ποὺ μία τάσις ἐπιφέρει. Τὸ μέτρον ἐλαστικότητος εἶναι μία χαρακτηριστικὴ σταθερὰ διὰ κάθε ὕλη. Ἐὰν ἡ τάσις ὑπερέβη ἕνα ὡρισμένον ὅριον, τὸ σῶμα δὲν θὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὴν ἀρχικήν του μορφήν, ὅταν πάψῃ νὰ ἐπενεργῇ ἡ τάσις. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα ὑπέστη *μόνιμον παραμόρφωσιν*. *Ὅριον ἐλαστικότητος* ὀνομάζομεν τὴν μικροτέραν τάσιν ἥτις δύναται νὰ προκαλέσῃ μόνιμον παραμόρφωσιν. Διὰ τάσεις ὑπερβαινούσας τὸ ὅριον ἐλαστικότητος ὁ νόμος τοῦ Hooke δὲν ἐφαρμόζεται.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΙΝΑΞ 1. ΕΛΑΣΤΙΚΑΙ ΣΤΑΘΕΡΑΙ

Εἶδος ὕλης	Μέτρον Young lb/in²	Τάσις		Συμπίεσις	
		τάσις ὅριον ἐλαστ. lb/in²	τάσις θραύσ. lb/in²	τάσις θραύσ. lb/in²	σκληρότης εἰς βαθμοὺς Brinell kg/mm²
Ἀλουμίνιον ἐλατὸν	10×10^6	25 000	29 000	50 000	40
Κρᾶμα ἀλουμινίου 20 % νικελίου	9.4	23 000	60 000	110 000	100
Χαλκός, σκληρῶς ἐξελασ.	14	.....	49 000		
Ὕαλος πυριτ.	10		10 000	50 000	
Σίδηρος, κατειργασμένος	27.5	23 500	47 000		
Μόλυβδος ἐξήλασμ.	2.2	.....	3 000		
Φωσφορ. βρούγζος	.....	60 000	80 000		50–200
Πλαστικὰ χυτὴ φαινολ.	1	.....	9 000	23 000	38
Πλαστικὰ πολυστερίνη	0,4		7 000	13 000	25
Ἐλαστικόν, θειωμένον	2	500	2 500		
Χάλυψ ἀνοπτημένος	29	40 000	75 000	.....	150

13-4. Τὸ μέτρον (Modulus) τοῦ Young. Ἡ δύναμις ἡ ἐφαρμοζομένη καθέτως ἐπὶ τῆς διατομῆς ἑνὸς σώματος τείνουσα νὰ ἐπιμηκύνῃ ἢ νὰ συμπιέσῃ τὸ σῶμα καλεῖται δύναμις ἐφελκυσμοῦ. Ὁ λόγος τῆς δυνάμεως ἐφελκυσμοῦ πρὸς τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας διατομῆς, καλεῖται τάσις ἐφελκυσμοῦ. Ὁ λόγος τῆς τάσεως ἐφελκυσμοῦ πρὸς τὴν ἀνοιγμένην μήκυνσιν $\Delta L/L$ καλεῖται τὸ *μέτρον (modulus) τοῦ Young.*

$$Y = \frac{\text{τάσις ἐφελκυσμοῦ}}{\text{ἀνοιγμένη μήκυνσις}} = \frac{F/A}{\Delta L/L} = \frac{FL}{A\,\Delta L} \qquad (2)$$

Παράδειγμα: Ἐκ χαλυβδίνης ράβδου μήκους 20 ft, ὀρθογωνίου διατομῆς 2.0 ἐπὶ 1.0 in ἀναρτᾶται φορτίον 2.0 τόννων. Κατὰ πόσον ἐπιμηκύνεται ἡ ράβδος;

Ἐκ τῆς Ἐξ (2) $\quad \Delta L = \dfrac{FL}{YA}$

$$F = 2.0 \text{ τόννοι} = (2.0 \text{ τόννοι})(200 \text{ lb/τόννον}) = 4000 \text{ lb.}$$

$$A = (2.0 \text{ in} \times 1.0 \text{ in}) = 2.0 \text{ in}^2$$

$$\Delta L = \frac{(4000 \text{ lb})(20 \text{ ft})}{(29 \times 10^6 \text{ lb/in}^2)(2.0 \text{ in}^2)} = 0.0014 \text{ ft} = 0.017 \text{ in.}$$

Τιμαὶ τοῦ Y διά τινας οὐσίας δίδονται εἰς τὸν Πίνακα 1. Δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι αἱ φυσικαὶ διαστάσεις τοῦ Y εἶναι αἱ τῆς δυνάμεως ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας.

Ἂν καὶ ἡ ἐπιμήκυνσις ἐλαστικῆς ταινίας αὐξάνει τὴν δύναμιν τῆς ἐπαναφορᾶς, ἡ τάσις καὶ ἡ παραμόρφωσις δὲν μεταβάλλονται κατ' εὐθεῖαν ἀνάλογα. Ὡς ἐκ τούτου τὸ μέτρον τοῦ Young, διὰ τὰ ἐλαστικὰ σώματα δὲν εἶναι μία σταθερά. Ἐπὶ πλέον, μία ἐπιμηκυνθεῖσα ἐλαστικὴ ταινία δὲν ἐπανέρχεται ἀμέσως εἰς τὸ ἀρχικόν της μέγεθος, εὐθὺς ὡς ἐκλείψῃ ἡ παραμορφοῦσα δύναμις, ἀλλὰ ἀκόμη καὶ ἂν δὲν ἔχομεν ὑπερβῆ τὸ ὅριον ἐλαστικότητος, μέρος τῆς παραμορφώσεως παραμένει ἐπί τινα χρόνον καὶ τὸ σῶμα ἀσυμπτωτικῶς πάλιν ἀναλαμβάνει τὴν ἀρχικήν του μορφήν.

Ἡ ἀδυναμία αὕτη ἑνὸς ἀντικειμένου εἰς τὸ ν' ἀποκτᾷ τὸ ἀρχικόν του μέγεθος καὶ σχῆμα εὐθὺς ὡς ἐκλείψῃ ἡ παραμορφοῦσα δύναμις καλεῖται *ἐλαστικὴ βράδυνσις* ἢ *ὑστέρησις*

Ἡ ἐπιμήκυνσις δεδομένης ράβδου, καλωδίου ἢ ἐλατηρίου παρίσταται ἐνίοτε ὑπὸ ἐξισώσεως τῆς μορφῆς

$$F = ks \qquad (3)$$

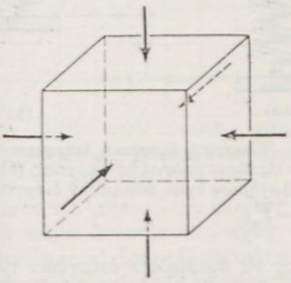
ἥτις ἐκφράζει ὅτι ἡ ἐπιμήκυνσις s, ἐὰν δὲν ἔχωμεν ὑπερβῆ τὸ ὅριον ἐλαστικότητος, εἶναι κατ' εὐθεῖαν ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐπιμηκύνουσαν δύναμιν. Ἡ σταθερὰ k ἢ ὁ λόγος τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν ἐπι-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μήκυνσιν, καλεῖται *σταθερὰ δυνάμεως* καὶ ἐκφράζεται εἰς λίβρας ἀνὰ πόδας, δύνας ἀνὰ ἑκατοστόν, ἢ νιοῦτον ἀνὰ μέτρον.

Ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐγκαρσίας διατομῆς δὲν εἶνσι ἐξ ὁλοκλήρου ἀνεξάρτητος τῆς παραμορφώσεως εἰς τὴν περίπτωσιν δράσεως μιᾶς δυνάμεως, ἀλλὰ μειοῦται κατά τι ἐφόσον αὐξάνει ἡ ἐπιμήκυνσις.

13-5. Ἐλαστικότης ὄγκου, μέτρον (modulus) ἐλαστικότητος ὄγκου. Ἂς θεωρήσωμεν ἕναν κῦβον ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐφ-



Εἰκ. 2. Τάσις ὄγκου. Normal δυνάμεις ἐπὶ τῶν πλευρῶν κύβου.

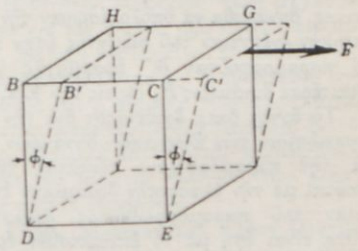
αρμόζονται δυνάμεις normal πρὸς ἑκάστην τῶν πλευρῶν αὐτοῦ καὶ ὁμοιομόρφως κατανεμημέναι ἐπ' αὐτῶν. Ἡ συνισταμένη τῆς ἐφαρμοσθείσης δυνάμεως ἐπὶ ἑκάστης πλευρᾶς δεικνύεται ὑπὸ τῶν ἀνυσμάτων τῆς Εἰκ. 2. Ὁ κῦβος θὰ παραμένῃ ἐν ἰσορροπίᾳ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῶν δυνάμεων τούτων, ἀλλὰ ὁ ὄγκος του θὰ ὑποστῇ μεταβολήν, θὰ μειωθῇ ἐκ τῆς δράσεως τούτων. *Πίεσις* τοῦ ὄγκου εἶναι ἡ normal δύναμις ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας. *Βίασις* ἢ ἀνοιγμένη ἐλάττωσις ὄγκου ($\Delta V/V$) εἶναι ἡ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ἀνὰ μονάδα ὄγκου. Ὁ λόγος τῆς πιέσεως πρὸς τὴν ἐλάττωσιν ὄγκου, καλεῖται ὁ *συντελεστὴς* ἢ τὸ *μέτρον ἐλαστικότητος ὄγκου*

$$B = \frac{\text{πίεσις}}{\text{βίασις ἢ ἀνοιγμένη ἐλάττωσις ὄγκου}} = \frac{F/A}{\Delta V/V} \qquad (4)$$

Ὁ τύπος οὗτος παραμορφώσεως, ὅστις ἀφορᾷ μόνον μεταβολὰς τοῦ ὄγκου, ἐφαρμόζεται ἐπὶ ὑγρῶν ὅσον καὶ ἐπὶ στερεῶν ἐντὸς τῶν ὁρίων ἐλαστικότητος.

Τὸ μέτρον ἐλαστικότητος ὄγκου τῶν ὑγρῶν καὶ στερεῶν εἶναι μεγάλοι ἀριθμοὶ τῆς αὐτῆς τάξεως μεγέθους, καὶ δηλοῦν ὅτι μεγάλαι δυνάμεις ἀπαιτοῦνται διὰ νὰ προκαλέσουν ἀκόμη καὶ ἀσημάντους μεταβολὰς εἰς τοὺς ὄγκους των. Τὰ ἀέρια συμπιέζονται εὐκολώτερον καὶ ὡς ἐκ τούτου τὰ μέτρα ἐλαστικότητος ὄγκου αὐτῶν εἶναι μικρότερα. Ἡ συμπιεστότης ὑλικοῦ τινὸς παρίσταται ὑπὸ τοῦ ἀντιστρόφου τοῦ μέτρου ἐλαστικότητος τοῦ ὄγκου του.

13-6. Ἐλαστικότης ὀλισθήσεως ἢ διατμήσεως. Ἕνας τρίτος τύπος ἐλαστικότητος ἀφορᾷ μεταβολὰς εἰς τὸ σχῆμα. Ὁ τύπος οὗτος καλεῖται *ἐλαστικότης ὀλισθήσεως*. Διὰ τὴν μελέτην τοῦ τύπου τούτου τῆς ἐλαστικότητος, ἂς θεωρήσωμεν ἕναν κῦβον (Εἰκ. 3) προσηρμοσμένον στερεῶς διὰ τῆς κάτω αὐτοῦ πλευρᾶς καὶ εἰς τὴν ἄνω πλευρὰ αὐτοῦ δρῶσαν τὴν ἐφαπτομένην δύναμιν F. Ἡ δύναμις αὕτη ἐξαναγκάζει τὰς ἐπαλλήλους ὁριζοντίας στιβάδας τοῦ κύβου νὰ μετατοπισθῶσιν ἐλαφρῶς. Ἑκάστη γραμμή, ὡς αἱ BD ἢ CE, εἰς τὸν κῦβον, στρέφεται κατὰ γωνίαν φ λόγῳ τῆς διατμητικῆς τάσεως. Ἡ ἐκ τῆς διατμήσεως παραμόρφω-



Εἰκ. 3. Διάτμησις κυβικοῦ ὄγκου κατὰ γωνίαν φ ὑπὸ μιᾶς δυνάμεως F.

σις καθορίζεται διὰ τῆς γωνίας φ, ἐκπεφρασμένης εἰς ἀκτίνια. Διὰ μικρὰς τιμὰς τῆς γωνίας, ἡ $\varphi = BB'/BD$ κατὰ προσέγγισιν. Τάσις διατμήσεως εἶναι ὁ λόγος τῆς δυνάμεως F πρὸς τὸ ἐμβαδὸν A τῆς ἐπιφανείας $BCGH$. Ὁ λόγος τῆς τάσεως διατμήσεως διὰ τῆς ἀντιστοίχου πα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ραμορφώσεως δίδει τὸ *μέτρον διατμήσεως* ἢ *μέτρον στρέψεως* ἢ *συντελεστὴν ἀκαμψίας* n

$$n = \frac{F/A}{\varphi} \qquad (5)$$

ΠΙΝΑΞ. 2. ΜΕΤΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ ΟΓΚΟΥ ΚΑΙ ΜΕΤΡΑ ΔΙΑΤΜΗΣΕΩΣ

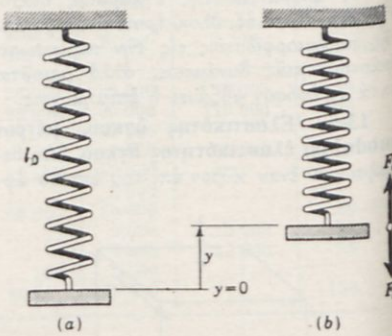
Ὑλικὸν	B εἰς lb/in²	n εἰς lb/in²
Ἀλουμίνιον	11×10^6	3.6×10^6
Χαλκὸς (σκληρὸς)	17	6.1
Χυτοσίδηρος	14	7.4
Ὕαλος	6.5	3.5
Βράχοι	1.5–4	
Χάλυψ	23	11.6
Ὕδωρ	0.30	0
Ὑδράργυρος	36	0

Ὁ ὄγκος τοῦ σώματος δὲν μεταβάλλεται ὑπὸ τῆς ἐκ διατμήσεως παραμορφώσεως.

13-7. Ἐλαστικὴ δυναμικὴ ἐνέργεια. Ὅταν ἐλαφρὸν συμπιέζεται ἢ ἐπιμηκύνεται, ἐναποθηκεύεται ἐνέργεια ἐν αὐτῷ. Μεταβολαὶ εἰς τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν συνδυάζονται μὲ μεταβολὰς τοῦ σχήματος τοῦ ἐλαστικοῦ σώματος. Ὑποθέτοντας ὅτι ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ ἐλατηρίου, εἰς τὴν θέσιν ἣν δεικνύει ἡ Εἰκ. 4*a* εἶναι μηδενική, δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν τοῦ σώματος ὅταν τοῦτο παραμορφοῦται δι' ἐφαρμογῆς μιᾶς ἰδιαιτέρας δυνάμεως F_a ὡς εἰς τὴν Εἰκ. 4*b*.

Τὸ ἔργον ὅπερ δαπανᾶται διὰ τὴν ἀντιμετώπισιν τῶν ἐλαστικῶν δυνάμεων κατὰ τὴν παραμόρφωσιν σώματος τινός, ἰσοῦται μὲ τὴν ἐλαστικὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν τοῦ παραμορφωθέντος σώματος. Αὕτη εἶναι ἴση μὲ τὸ ἐπιτελεσθὲν ἔργον ὑπὸ τῶν ἐφαρμοσθεισῶν δυνάμεων αἵτινες προκαλοῦν τὴν παραμόρφωσιν, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι αἱ δυνάμεις αὗται αὐξάνονται βαθμιαίως ἀπὸ τοῦ μηδενὸς μέχρι τῶν τελικῶν τιμῶν των. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην τὸ ἐλαστικὸν σῶμα δὲν ἀποκτᾷ ἀξιόλογον κινητικὴν ἐνέργειαν.

Ἂς ὑποθέσωμεν ἐλατήριον μήκους l_0 τὸ ὁποῖον ὑφίσταται τάσιν μὴν ὑπερβαίνουσα τὸ ὅριον ἐλαστικότητός του. Διὰ τῆς ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως F_a, πρὸς τὰ ἄνω, τὸ κατώτερον ἄκρον τοῦ ἐλατηρίου συμπιέζεται κατὰ ἓν ποσὸν s. Ἡ μεταβολὴ εἰς δυναμικὴν ἐνέργειαν τοῦ ἐλατηρίου εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἐπιτελεσθὲν διὰ τὴν συμπίεσιν ταύτην ἔργον.



Εἰκ. 4. Ἐλαστικὴ δυναμικὴ ἐνέργεια: (*a*) ἐλατήριον εἰς θέσιν μηδενικῆς ἐνεργείας. (*b*) συμπιεσθὲν ἐλατήριον ἔχων δυναμικὴν ἐνέργειαν ἴσην πρὸς $-\overline{F}_e y$.

Ἐκ τοῦ νόμου τοῦ Hooke ἐξάγεται ὅτι τὸ ἔργον W, τὸ δαπανηθὲν διὰ τὴν συμπίεσιν τοῦ ἐλατηρίου κατὰ τὴν ἀπόστασιν s εἶναι τὸ γινόμενον τῆς μέσης δυνάμεως $\overline{F}$ καὶ τῆς ἀποστάσεως s

$$W = \overline{F}s = \tfrac{1}{2}(0 + ks)s = \tfrac{1}{2}ks^2 \qquad (6)$$

Ἡ ἐλαστικὴ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ ἐλατηρίου εἶναι κατ' εὐθεῖαν ἀνάλογος πρὸς τὴν σταθερὰν τῆς δυνάμεως καὶ τὸ τετράγωνον τῆς συμπιέσεως. Ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια ἔχει τὴν αὐτὴν τιμὴν καὶ δι' ἐπιμήκυνσιν τοῦ αὐτοῦ μεγέθους. Εἰς ἑκάστην περίπτωσιν δαπανᾶται τὸ αὐτὸ ἔργον διὰ τὴν ἀντιμετώπισιν τῆς ἐλαστικῆς δυνάμεως ἵνα προκληθῇ ἡ παραμόρφωσις.

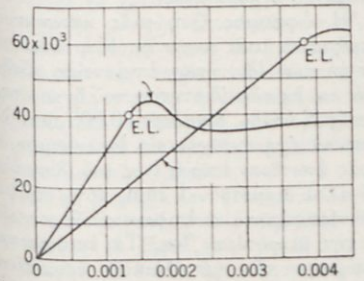
Ἐπὶ συμπιέσεως ὄγκου τὸ ἐπιτελεσθὲν ἔργον εἶναι τὸ γινόμενον τῆς μέσης πιέσεως ἐπὶ τὴν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου.

13-8. Τάσις θραύσεως. Τὸ παρακάτω διάγραμμα (Εἰκ. 5) δεικνύει τὸν τρόπον συμπεριφορᾶς τοῦ χαλκοῦ καὶ τοῦ ἀνοπτημένου χάλυβος ὅσον ἀφορᾶ τὴν μεταβολὴν αὐτῶν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τά-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σεων. Δι' ἕκαστον φορτίον ἡ ἀνοιγμένη μήκυνσις λαμβάνεται ὡς ὁ λόγος τῆς ἐπιμηκύνσεως πρὸς τὸ ἀρχικὸν μῆκος.

Εἰς τὴν περιοχὴν κάτω τοῦ ὁρίου ἐλαστικότητος (E.L.) τὸ σῶμα ἀκολουθεῖ τὸν νόμον τοῦ Hooke καὶ ἐπανέρχεται εἰς



Εἰκ. 5. Ἐλαστικὴ συμπεριφορὰ ἐνίων μετάλλων.

τὸ ἀρχικόν του μῆκος ὅταν ἐκλείψῃ ἡ τάσις. Τὸ σῶμα δυνατὸν ν' ἀνεχθῇ τάσεις ὑπερβαινούσας τὸ ὅριον ἐλαστικότητος, εἰς τὴν περίπτωσιν ὅμως αὐτὴν παρατηρεῖται μόνιμος παραμόρφωσις καὶ τὸ σῶμα δὲν ἀποκτᾷ τὴν προτέραν του μορφήν.

Ἐὰν ἡ ἐφαρμοσθεῖσα τάσις αὐξάνεται συνεχῶς, τὸ σῶμα θὰ θραυσθῇ. Ἡ μεγίστη ἐφαρμοσθεῖσα τάσις εἰς τὴν ὁποίαν ἀντέχει τὸ ὑλικὸν χωρὶς νὰ θραυσθῇ καλεῖται ἡ *τάσις θραύσεως*. Ἂν καὶ ἡ τάσις θραύσεως τοῦ ὑλικοῦ κεῖται λίαν ὑψηλὰ ἐπὶ τῆς καμπύλης τάσεως — ἀνοιγμένης μηκύνσεως, δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐλπίζῃ κανεὶς ὅτι θὰ δύναται τὸ σῶμα τοῦτο νὰ ἀνθέξῃ τοιαύτας τάσεις-φορτία ἐπὶ κατασκευῶν. Ἄξονες καὶ ἄλλα τμήματα μηχανῶν ἅτινα ὑπόκεινται εἰς ἐπανειλημμένας τάσεις, δὲν φορτίζονται ποτὲ πέραν τοῦ ἐλαστικοῦ ὁρίου.

Πάντα, ὅταν ἕνα τμῆμα μιᾶς μηχανῆς ὑποβάλλεται εἰς ἐπανειλημμένας τάσεις ἐπὶ μακρὸν χρονικὸν διάστημα, ἡ ἐσωτερικὴ δομὴ τοῦ ὑλικοῦ μεταβάλλεται. Δι' ἑκάστην ἐπανάληψιν τῆς τάσεως, τὰ μόρια καὶ οἱ κρύσταλλοι ἐπανευθυγραμμίζονται, εἰς ἑκάστην δὲ ἄρσιν τῆς τάσεως, ἡ εὐθυγράμμισις αὕτη διατηρεῖ ποιάν τινα μόνιμον παραμόρφωσιν. Ἐφόσον τοῦτο συνεχίζεται, μερικαὶ περιοχαὶ ἐξασθενοῦν, ἰδιαιτέρως πέριξ περιοχῶν ὅπου ἀναφαίνονται μικροσκοπικαὶ ρωγμαὶ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας. Ἡ ἀπώλεια ἀντοχῆς εἰς ἕνα τμῆμα μηχανῆς, λόγῳ ἐπανειλημμένων τάσεων, εἶναι γνωστὴ ὡς *καταπόνησις (κόπωσις)*. Δεδομένου ὅτι ἀδυναμία ὀφειλομένη εἰς καταπόνησιν ἐπέρχεται συντομώτερον ἐὰν ὑφίστανται ρωγμαί, δέον ὅπως ἀποφεύγεται ἡ χρησιμοποίησις τμημάτων ἐχόντων τοιαύτας. Μεγάλη φροντὶς καταβάλλεται κατὰ τὴν δοκιμασίαν μερῶν ἀεροπλάνου ἵνα ἐξακριβωθῶσιν τυχὸν ὑπάρχουσαι ρωγμαί. Εἰς πολλὰ ἐργοστάσια χρησιμοποιοῦνται ἀκτῖνες x, διὰ ν' ἀνακαλύπτουν κεκρυμμένας ρωγμάς.

13-9. Θερμικαὶ τάσεις. Ὅταν μία κατασκευὴ ὡς π.χ. μία γέφυρα συναρμολογεῖται, δέον κατὰ τὴν κατασκευὴν νὰ ληφθῶσιν ὑπ' ὄψιν μεταβολαὶ εἰς τὸ σχῆμα ὀφειλόμεναι εἰς διακυμάνσεις τῆς θερμοκρασίας. Ἐὰν δὲν ληφθῇ τοιαύτη πρόβλεψις, δυνατὸν αἱ ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις νὰ θραύσουν μέρη τῆς κατασκευῆς. Ὅποιος ἔχει παρατηρήσῃ λιθόστρωτον ἐκ σκυροδέματος θρυμματισθὲν ὑπὸ τῶν δυνάμεων τούτων, κατὰ μίαν θερμὴν ἡμέραν, θὰ ἔχῃ καὶ ἀντίληψιν περὶ τῆς βιαιότητος ἑνὸς τοιούτου φαινομένου.

Ἡ καταλληλότης ἑνὸς ὑλικοῦ διά τινα κατασκευὴν δυνατὸν νὰ ἐξαρτᾶται καὶ ἐξ ἰδιοτήτων διαφόρων τῶν μηχανικῶν τοιούτων τὰς ὁποίας πρὸ ὀλίγου ἀνεφέραμεν. Μεταξὺ αὐτῶν εἶναι τὸ εὔφλεκτον, ἡ ἀπορρόφησις ὑγρασίας, ἡ ἠλεκτρικὴ ἀγωγιμότης καὶ ἡ θερμικὴ τοιαύτη. Διὰ πολλοὺς κατασκευαστικοὺς σκοπούς, ἐν τούτοις, τὰ ὑλικὰ ἐπιλέγονται κυρίως ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ κόστους των καὶ τῶν ἐλαστικῶν αὐτῶν ἰδιοτήτων.

13-10. Μερικαὶ ἐπὶ πλέον ἰδιότητες τῆς ὕλης. Τὰ ὑλικὰ κέκτηνται ἐπίσης διάφορα χαρακτηριστικὰ ἅτινα εἶναι στενῶς συνυφασμένα πρὸς τὰς ἐλαστικὰς αὐτῶν ἰδιότητας. Μεταξὺ αὐτῶν εἶναι τὸ ὄλκιμον, τὸ ἐλατόν, ἡ συμπιεστότης καὶ ἡ σκληρότης.

Τὸ *ὄλκιμον* ἑνὸς ὑλικοῦ εἶναι ἡ ἰδιότης ἥτις παριστᾷ τὴν ἱκανότητα αὐτοῦ εἰς τὸ νὰ πλασθῇ εἰς λεπτὸν σύρμα. Εἰς ὅσον μικροτέρας διαμέτρου σύρματα δύ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νται νὰ δώσῃ τὸ σῶμα, τόσον περισσότερον ὅλκιμον θεωρεῖται.

Τὸ ἐλατὸν ἑνὸς ὑλικοῦ καθορίζεται ἐκ τῆς δυνατότητος τούτου νὰ σφυρηλατηται εἰς ἐπιθυμητὸν σχῆμα. Κατὰ τὰς ἐργασίας ἐφελκυσμοῦ ἢ ἐξελάσεως, ἐφαρμόζονται τάσεις αἵτινες κεῖνται κατὰ πολὺ ὑψηλότερα τοῦ ὁρίου ἐλαστικότητος, οὕτως ὥστε νὰ ἐμφανίζῃ τὸ ὑλικὸν «ροὴν» τινά. Ἐπὶ πολλῶν ὑλικῶν τὸ ὅριον ἐλαστικότητος μειοῦται σημαντικὰ δι' ὑψώσεως τῆς θερμοκρασίας. Συνεπῶς μέθοδοι ἀπαιτοῦσαι τὴν ὕπαρξιν «ροῆς» διεξάγονται συνήθως εἰς ὑψηλὰς θερμοκρασίας.

Ἡ σκληρότης μιᾶς οὐσίας προσδιωρίζετο ἄλλοτε ἐκ τῆς ἱκανότητος της ν' ἀποξέῃ ἄλλα ὑλικά. Ἡ ἰδιότης τῆς σκληρότητος μηχανικῶν ὑλικῶν μετρεῖται σήμερα συνήθως εἰς μονάδας Brinell ἢ Rockwell, αἵτινες διαφέρουν μεταξύ των.

Διὰ νὰ προσδιορίσωμεν τὴν σκληρότητα ἑνὸς σώματος εἰς βαθμοὺς Brinell ὑποβάλλομεν αὐτὸ εἰς τὴν πίεσιν λίαν σκληρᾶς χαλυβδίνης σφαίρας, ὁπότε τὸ σῶμα ὑφίσταται ἀναλόγως τῆς σκληρότητός του μίαν κύλωσιν. Ὁ λόγος τοῦ φορτίου εἰς kg διὰ τῆς ἐπιφανείας τοῦ προκληθέντος κυλώματος εἰς mm^2, μᾶς δίδει τὴν σκληρότητα εἰς μονάδας Brinell.

Ἡ χρησιμοποιουμένη σφαῖρα ἔχει διάμετρον 10 mm, ἀποτελεῖται ἐξ σκληρυμένου χάλυβος καὶ τὸ σύνηθες φορτίον εἶναι 3000 kg, δυνατὸν ὅμως κατὰ τὴν δοκιμασίαν μαλακωτέρων, μὴ σιδηρούχων ὑλικῶν, νὰ χρησιμοποιηθοῦν φορτία 500 kg.

Κατὰ τὴν μέθοδον Rockwell, ἡ σκληρότης ἑνὸς σώματος ὑπολογίζεται ὡς ἑξῆς: διὰ καταλλήλου μηχανῆς καὶ ὑπὸ ὡρισμένον φορτίον, ἐμπιγνύεται ἐντὸς τοῦ σώματος, χαλύβδινον σφαιρίδιον ἢ ἀδαμάντινος κῶνος καὶ μετρεῖται τὸ βάθος τῆς σχηματιζομένης κυλότητος. Εἰς τὴν κλίμακα Rockwelle οἱ μικρότεροι ἀριθμοὶ ἀντιστοιχοῦν εἰς μαλακώτερα ὑλικὰ ὅπου τὸ χαλύβδινον σφαιρίδιον διεισδύει βαθύτερον.

Ἡ σκληρότης δὲν εἶναι θεμελιώδης ἰδιότης τῶν ὑλικῶν, ἀλλὰ σύνθετος τοιαύτη ἐξαρτωμένη ἐκ τῶν μέτρων ἐλαστικότητος, τοῦ ὁρίου ἐλαστικότητος, τῆς σκληρύνσεως προκαλουμένης ἐκ τῆς «κατεργασίας» μετάλλου τινὸς κτλ. Ἐμπειρικαὶ σχέσεις χρησιμοποιοῦνται διὰ τὸν προσδιορισμὸν ἑτέρων ἰδιοτήτων, ἐξ εὐκόλως μετρουμένης σκληρότητος, ἀλλὰ ὅλα τὰ τοιαῦτα πορίσματα εἶναι ἀμφιβόλου ἢ περιωρισμένης ἐγκυρότητος.

Ἡ ὠφέλιμος ζωὴ μιᾶς κατασκευῆς ἢ τμήματος μιᾶς μηχανῆς, ἐξαρτᾶται τόσον ἐκ τῶν ἰδιοτήτων ἐπιφανείας αὐτῆς, ὅσον καὶ ἐκ τῶν ἰδιοτήτων τοῦ ὄγκου της. Μία ἶς ἐξ ὑάλου, διαμέτρου 0.003 mm δύναται νὰ ἔχῃ ἀντοχὴν εἰς ἐφελκυσμὸν 30 φορὰς ἀνωτέραν ἑτέρας ἴνος τοῦ ἰδίου ὑλικοῦ ἀλλὰ διαμέτρου 1 mm, λόγῳ τῆς μεγαλυτέρας ἀπουσίας ἐπιφανειακῶν ρωγμῶν εἰς τὴν μικροτέραν ἴνα. Τὰ ἐπιφανειακὰ στρώματα τῶν μεταλλικῶν ἐργαλείων, ὑαλίνων πλακῶν καὶ ἐλαστικῶν ἐπισώτρων δύνανται νὰ κατεργασθῶσιν κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε νὰ παρεμβληθῶσιν τάσεις συμπιέσεως εἰς τὴν ἐπιφάνειαν αὐτῶν, αὐξανομένης οὕτω τῆς ζωῆς αὐτῶν.

13-11. Σπουδαιότης ὀρθῶν μεθόδων δοκιμασίας. Μία ἐκ τῶν παρουσιαζομένων δυσχερειῶν κατὰ τὴν προσπάθειαν μετρήσεως τῶν ἐλαστικῶν ἰδιοτήτων ὑλικοῦ τινὸς εἶναι ἡ τῆς εὑρέσεως ὁμογενοῦς ἢ τυπικοῦ δείγματος. Ἐὰν ἡ ἐξέτασις γίνῃ εἰς τεμάχιον εὐμέγεθες, οὐδὲν ὑλικὸν παρουσιάζεται εἰς τοιοῦτον μέγεθος ὁμογενές. Βράφος, πλίνθος καὶ σκυρόδεμα ἔχουν δομὴν εὐκόλως ἐξακριβουμένην. Αἱ ἐλαστικαὶ σταθεραὶ διὰ τοιαῦτα ὑλικὰ δὲν πρέπει νὰ λαμβάνωνται ἐκ δειγμάτων ἅτινα δὲν εἶναι ἐπαρκῶς εὐμεγέθη συγκρινόμενα πρὸς τὸ μέγεθος τῶν τεμαχίων ἐκείνων ποὺ τὰ ὡς ἄνω ὑλικὰ χρησιμοποιοῦνται διὰ κατασκευάς. Ἡ ἀντίστασις εἰς τὴν σύνθλιψιν ποικίλλει ἀπὸ 800 μέχρις 3800 lb/in^2 διὰ τὸ σκυρόδεμα, ἐνῶ ἐπὶ γρανίτου κυμαίνεται ἀπὸ 9700 ἕως 34000 $lb/in.^2$

Ἐξ ἴσου σοβαρά, ὅσον καὶ ἡ ὀρθὴ δειγματοληψία, εἶναι ἡ ἐπιλογὴ τῆς διαδικασίας τῆς δοκιμασίας, ἥτις ἐπιτρέπει τὴν μέτρησιν δεδομένης ἰδιότητος τοῦ δείγματος ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας ὑφ' ἃς θέλει τελικῶς χρησιμοποιηθῇ τοῦτο. Πιθανὸν νὰ εἶναι πρόσφορον νὰ μετρηθῇ ἡ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τάσις θραύσεως ἡ τελικὴ ἀντοχὴ χάλυβος ινὸς ὑποβάλλοντες μικρὸν λεῖον κύλινδρον ξ αὐτοῦ, εἰς σταθερῶς αὐξανομένην τάσιν μέχρις ὅτου ἐπέλθῃ ἡ θραῦσις. Ἀλλὰ μία τοιαύτη δοκιμασία παρέχει ἐλλιπεῖς πληροφορίας εἰς τὸ κατὰ πόσον τὸ ὑλικὸν αὐτὸ δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ ὡς ἐξάρτημα μηχανῆς μὲ τὴν ἐπιφάνειάν του μὴ ελανθεῖσα ἢ κατὰ πόσον θὰ ἀνθέξῃ ὅταν ποβάλλεται εἰς ταχέως ἐναλλασσόμενα φορτία ἢ εἰς στρέψιν ἢ εἰς κάμψιν. Μία δοκιμασία διὰ νὰ θεωρηθῇ ἀξιόπιστος καὶ ἔγκυρος δέον νὰ διπλασιάζῃ τὰς συνθήκας τῆς πραγματικῆς χρήσεως.

Πολλαὶ βιομηχανίαι διατηροῦν ἐργαστήρια καὶ μηχανήματα δοκιμασίας διὰ τῶν ὁποίων νὰ ἐξετάζουν τὰς ἰδιότητας τῶν ὑλικῶν τὰ ὁποῖα ἀγοράζουν καὶ διὰ τὸν ἔλεγχον τῆς ποιότητος τῶν προϊόντων των.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἐλαστικότης εἶναι ἡ ἰδιότης ἑνὸς σώματος ἥτις τοῦ ἐπιτρέπει νὰ ἀνθίσταται εἰς τὴν παραμόρφωσιν καὶ ν' ἀνακτᾷ τὴν προτέραν του μορφὴν ἅμα τῇ ἄρσει τῆς παραμορφούσης δυνάμεως.

Τάσις ἐφελκυσμοῦ καλεῖται ὁ λόγος τῆς δυνάμεως πρὸς τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας διατομῆς.

Βίασις ἢ ἀνοιγμένη μήκυνσις καλεῖται ὁ λόγος τῆς αὐξήσεως τοῦ μήκους ὡς πρὸς τὸ ἀρχικὸν τοιοῦτον.

Ἡ μικροτέρα τάσις ἥτις ἐφαρμοζομένη ἐπὶ ἑνὸς σώματος προκαλεῖ μόνιμον παραμόρφωσιν αὐτοῦ, καλεῖται *ὅριον ἐλαστικότητος*.

Ὁ νόμος τοῦ Hooke ἐκφράζει τὸ γεγονός, ὅτι ἐντὸς τῶν ὁρίων ἐλαστικότητος, ἡ τάσις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν παραμόρφωσιν ἢ ὅτι ἡ ἐπιμήκυνσις s εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν F

$$F = ks$$

Τὸ *μέτρον ἐλαστικότητος* εὑρίσκεται διὰ διαιρέσεως τῆς τάσεως διὰ τῆς ἀντιστοίχου παραμορφώσεως.

Τὸ *μέτρον τοῦ Young* εἶναι ὁ λόγος τῆς τάσεως ἐφελκυσμοῦ πρὸς τὴν ἀνοιγμένην μήκυνσιν :

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

Τὸ *μέτρον ἐλαστικότητος ὄγκου* εἶναι ὁ λόγος τῆς πιέσεως πρὸς τὴν βίασιν ἢ ἀνοιγμένην ἐλάττωσιν ὄγκου.

$$B = \frac{F/A}{\Delta V/V}$$

Τὸ μέτρον διατμήσεως ἢ μέτρον στρέψεως εἶναι ὁ λόγος τῆς τάσεως διατμήσεως πρὸς τὴν ἀντίστοιχον παραμόρφωσιν

$$n = \frac{F/A}{\varphi}$$

Ἡ *συμπιεστότης* ὑλικοῦ τινὸς παρίσταται διὰ τοῦ ἀντιστρόφου τοῦ μέτρου ἐλαστικότητος ὄγκου.

Αἱ *μονάδες σκληρότητος* κατὰ Brinell δίδονται διὰ τοῦ λόγου τοῦ φορτίου εἰς kg πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ προκληθέντος κοιλώματος εἰς mm.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Ποῖος εἶναι ὁ σκοπὸς τῆς ἐντάξεως χάλυβος εἰς ὁριζοντίαν δοκὸν ἐξ ὡπλισμένου σκυροδέματος; εἰς ὑποστήλωμα; Τὸ σκυρόδεμα ἔχει ἀνάγκην μεγαλυτέρας ἐνισχύσεως ὅταν εὑρίσκεται ὑπὸ σύνθλιψιν ἢ ὑπὸ τάσιν ἐφελκυσμοῦ;

2. Μία ὁριζοντία δοκὸς ἐκ σκυροδέματος πρόκειται νὰ ὁπλισθῇ διὰ σιδηρῶν ράβδων. Δέον αὗται νὰ τεθῶσιν ἐγγὺς τῆς ἀνωτέρας ἢ τῆς κατωτέρας πλευρᾶς αὐτῆς; Διατί;

3. Ποῖον εἶναι ἐλαστικώτερον, τὸ καουτσοὺκ ἢ ὁ χάλυψ; ὁ ἀὴρ ἢ τὸ ὕδωρ;

4. Ποῖον εἶδος ἐλαστικότητος χρησιμοποιεῖται εἰς κρεμαστὴν γέφυραν; εἰς ἐπίσωστρον αὐτοκινήτου; εἰς ἄξονα κινήσεως αὐτοκινήτου; εἰς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σπειροειδὲς ἐλατήριον; εἰς ἀντλία ἀνυψώσεως ὕδατος; ἐλαστικὰ ὑποπτέρνια;

5. Κατὰ ποίαν σχέσιν συνδέονται τὰ ἀριθμητικὰ μεγέθη α) τῆς παραμορφώσεως, β) τάσεως καὶ γ) τοῦ μέτρου ἐλαστικότητος, μὲ τὰς μονάδας δυνάμεως καὶ μήκους;

6. Δύο σύρματα 40 ft μήκους, ἀποτελούμενα ἐκ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ ἔχουν διαμέτρους τῶν ὁποίων ὁ λόγος εἶναι n. Πόσον θὰ ἐπιμηκυνθῇ τὸ λεπτότερον σύρμα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δεδομένου φορτίου;

7. Ἀνυψωτὴρ εἶναι ἀνηρτημένος ἐκ βαρέους χαλυβδίνου καλωδίου. Ἐὰν τὸ καλώδιον τοῦτο ἀντικαθίστατο ὑπὸ δύο χαλυβδίνων καλωδίων ἐχόντων τὸ αὐτὸ μῆκος ὡς τὸ ἀρχικὸν τοιοῦτον, ἀλλὰ τὴν ἡμίσειαν αὐτοῦ διάμετρον ἕκαστον, ποίαν σχέσιν θὰ εἶχεν τὸ μέγεθος τῆς ἐπιμηκύνσεως τοῦ ζεύγους τῶν λεπτῶν καλωδίων πρὸς τὴν τοῦ ἀρχικοῦ τοιούτου;

8. Δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν λεπτότερον σύρμα εἰς τὸ ἐργαστήριον διὰ νὰ ἐκτιμήσωμεν τὴν εἰς φορτίον ἱκανότητα μεγαλυτέρου καλωδίου ἐκ τοῦ ἰδίου ὑλικοῦ ἐπὶ γεφύρας; Δῶστε ἐξήγησιν.

9. Δύναμίς τις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ θραύσῃ τεμάχιον σύρματος. Ποία δύναμις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ θραύσῃ σύρμα κατεσκευασμένον ἐκ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ ὅπερ ὅμως εἶναι α) διπλασίου μήκους καὶ β) τοῦ αὐτοῦ μήκους, ἀλλὰ διπλασίας διαμέτρου διατομῆς;

10. Ἐκ τῶν ὑλικῶν τοῦ πίνακος 1, ποῖον θὰ ἦτο προτιμώτερον διὰ τὴν κατασκευὴν τοῦ σπειρωτοῦ ἐλατηρίου μιᾶς ἐλατηριωτῆς πλάστιγγος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ἐκ τῶν τιμῶν τοῦ πίνακος 1, νὰ ὑπολογισθῇ τὸ μέτρον τοῦ Young διὰ τὸ ἀλουμίνιον καὶ διὰ τὸν χάλυβα εἰς δύνας ἀνὰ τετραγωνικὸν ἑκατοστόν.

2. Ἐκ τῶν τιμῶν τοῦ πίνακος 1, νὰ ὑπολογισθῇ τὸ μέτρον τοῦ Young διὰ τὸ ἀλουμίνιον καὶ τὸν χάλυβα εἰς νιοῦτον ἀνὰ m^2.

Ἀπ. 6.9×10^{10} νιοῦτον/m^2, 19×10^{10} νιοῦτον/m^2

3. Πόσον θὰ ἐπιμηκυνθῇ ἓν σύρμα ἐκ χάλυβος μήκους 20 ft καὶ διαμέτρου 0.20 in, ὅταν θὰ ἀναρτηθῇ ἐξ αὐτοῦ φορτίον 200 lb;

4. Πόσον θὰ ἐπιμηκυνθῇ μιὰ ράβδος ἐξ ἀνοπτημένου χάλυβος μήκους 100 ft καὶ διατομῆς 0.0400 $in.^2$ ὑπὸ δυνάμεως 1000 lb;

Ἀπ. 1.03 in

5. Μία χαλυβδίνη σιδηροτροχὰ ἔχει μῆκος 40 ft καὶ ἐπιφάνειαν διατομῆς 6.0 in^2. Μεταξὺ θέρους καὶ χειμῶνος μεταβάλλει τὸ μῆκος της κατὰ 0.29 in. Ἐὰν τοποθετηθῇ κατὰ τὸν χειμῶνα, ποία δύναμις παράλληλος πρὸς τὸ μῆκος της θ' ἀπαιτηθῇ διὰ ν' ἀποφευχθῇ ἡ ἐπιμήκυνσις κατὰ τὸ θέρος;

6. Σύρμα μήκους 1000 in. καὶ διατομῆς 0.010 $in.^2$ ὑπόκειται εἰς τὴν τάσιν δυνάμεως 2000 lb. Ποία εἶναι α) ἡ τάσις ἐφελκυσμοῦ, β) ἡ παραμόρφωσις καὶ γ) τὸ μέτρον τοῦ Young;

Ἀπ. 2.0×10^5 lb/in^6, 0.0040, 5.0×10^7 lb/in^2

7. Κοῖλος μεταλλικὸς στύλος ἔχει μῆκος 10.0 ft καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς διατομῆς τοῦ μετάλλου εἶναι 2.5 in^2. Ὅταν τεθῇ ἐπ' αὐτοῦ φορτίον 25.0 τόννων, τὸ μῆκος του μειοῦται κατὰ 0.010 ft. Νὰ ὑπολογισθῇ α) ἡ τάσις, β) ἡ παραμόρφωσις καὶ γ) τὸ μέτρον τοῦ Young.

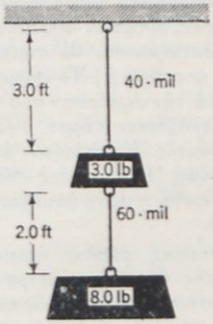
8. Φορτίον 9.0 τόννων τίθεται ἐπὶ κατακορύφου χαλυβδίνου ὑποστηρίγματος 18 ft ὕψους, ἔχοντος ἐπιφάνειαν διατομῆς 3.0 in^2. Ποίαν μείωσιν μήκους θὰ προκαλέσῃ τὸ φορτίον;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

9. Φορτίον 60 τόννων φέρεται ὑπὸ χαλυβδίνης στήλης ἐχούσης μῆκος 24 ft καὶ ἐπιφάνειαν διατομῆς 10.8 in^2. Ποίαν μείωσιν μήκους θὰ προκαλέσῃ τὸ φορτίον τοῦτο;

10. Νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ ἐπιμηκύνσεις σύρματος ἀλουμινίου διαμέτρου 40 mm (0.040 in) καὶ χαλκίνου σύρματος 60 mm, εἰς τὴν Εἰκ. 6. Τὸ μέτρον τοῦ Young διὰ τὸν χαλκὸν εἶναι 14×10^6 lb/in^2.

Ἀπ. 0.0026 ft, 0.00040 ft.



Εἰκ. 6.

11. Ἕνα χαλύβδινον σῦρμα 3.0 ft μήκους καὶ ἕνα χάλκινον σῦρμα 2.0 ft μήκους, ἀμφότερα 0.20 in^2 διατομῆς, προσδένονται μεταξὺ των (ματίζονται) διὰ νὰ ἀντιμετωπίσουν μίαν 200 lb τάσιν. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιμήκυνσις ἑκάστου σύρματος.

12. Φορτίον 25.0 lb ἀναρτᾶται ἀπὸ τοῦ κατωτέρου ἄκρου σύρματος μήκους 10.0 ft καὶ διαμέτρου διατομῆς 0.0254 in. Τὸ ἄνω ἥμισυ τοῦ σύρματος εἶναι σιδηροῦν, καὶ τὸ κάτω ἥμισυ ἐξ ἀλουμινίου. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιμήκυνσις τοῦ σύρματος ἡ παραγομένη ὑπὸ τοῦ φορτίου τούτου.

Ἀπ. 0.40 in.

13. Πολλὰ καλώδια «ὑψηλῆς τάσεως» ἔχουν στερεὰν—συμπαγῆ—ψυχὴν ἐκ χάλυβος διὰ νὰ ἀνέχεται αὕτη τὰ σύρματα ἐξ ἀλουμινίου ἅτινα φέρουν τὸ πλεῖστον τοῦ ρεύματος. Ἂς ὑποτεθῇ ὅτι ὁ χάλυψ ἔχει διάμετρον 0.50 in. καὶ ἕκαστον τῶν 12 συρμάτων ἀλουμινίου 0.13 in καὶ ὅτι ἡ παραμόρφωσις εἶναι ἡ αὐτὴ εἰς τὸν χάλυβα ὅσον καὶ εἰς τὸ ἀλουμίνιον. Ἐὰν ἡ ὁλικὴ τάσις εἶναι 1.0 τόννος, ποία εἶναι ἡ τάσις ἡ ἀνεχομένη ὑπὸ τοῦ χάλυβος;

14. Ἄνευ ραφῆς χαλύβδινον τύμπανον λέβητος ἔχει διάμετρον 48 in. ἐσωτερικῶς καὶ 50 in. ἐξωτερικῶς. Ὅταν ἐδοκιμάσθη δὶς εἰς τὴν κανονικήν του πίεσιν λειτουργίας, ἡ ἐξωτερικὴ περιφέρειά του διεστάλη κατὰ 0.080 in. Ποία ἦτο ἡ δύναμις ἐφελκυσμοῦ ἀνὰ πόδα εἰς τὸ τύμπανον;

Ἀπ. 1.8×10^5 lb.

15. Χαλύβδινον σύρμα 0.201 in. διαμέτρου τανύεται μετσξὺ δύο ἀκάμπτων στηριγμάτων ἀπεχόντων ἀλλήλων 3.00 ft. Φορτίον ἀνηρτημένον εἰς τὸ μέσον τοῦ σύρματος τανύει τοῦτο κατὰ τρόπον ὥστε τὸ μέσον νὰ εὑρίσκεται 2.0 in. κάτωθεν τῆς ἀρχικῆς θέσεως. Νὰ εὑρεθῇ τὸ μέγεθος τοῦ φορτίου. Νὰ ἀμεληθῇ δὲ τὸ βάρος τοῦ σύρματος καὶ νὰ θεωρηθῇ τοῦτο ὡς εὔκαμπτον.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

16. Σῶμα 120-lb ἀνέχεται ὑπὸ δύο κατακορύφων συρμάτων No 24, μήκους ἕκαστον 6.0 ft. Τὸ ἓν εἶναι σιδηροῦν προσδεδεμένον εἰς ἀπόστασιν 4.0 in. (πλαγίως) ἀπὸ τοῦ κέντρου βάρους. Τὸ ἕτερον εἶναι ἐξ ἀλουμινίου. Ἕκαστον σύρμα ἔχει τανυθῇ κατὰ τὸ αὐτὸ ποσόν. Νὰ εὑρεθῇ ἡ δύναμις εἰς ἕκαστον σύρμα, τὸ μέγεθος τῆς τάσεως καὶ ἡ θέσις εἰς ἣν εἶναι προσδεδεμένον τὸ ἐξ ἀλουμινίου σύρμα. Ἡ διάμετρος τοῦ σύρματος No 24 εἶναι 0.0201 in. Ἀπ. 88 lb, 32 lb, 6.1×10^{-2} ft, 11 in.

17. Χαλύβδινον σύρμα διαμέτρου 0.128 in κρέμεται ἐκ στηρίγματος κατακορύφως. Φορτίον 400 lb ἀναρτᾶται εἰς τὸ κατώτερον αὐτοῦ ἄκρον. α) Ποία ἐπιμήκυνσις θὰ σημειωθῇ ἀνὰ πόδα μήκους ὅταν θὰ ἐπικρεμασθῇ τὸ φορτίον; β) Τὸ σύρμα θ' ἀποκτήσῃ καὶ πάλιν τὸ ἀρχικόν του μῆκος μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τοῦ φορτίου;

18. Χαλύβδινον σύρμα 1/2 μιλλίου κρέμεται κατακορύφως ἐντὸς βαθέος φρέατος. Κατὰ πόσον ἐπιμηκύνεται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ ἰδίου αὐτοῦ βάρους; Ἡ πυκνότης τοῦ χάλυβος εἶναι 7.85 gm/cm³. (Ὑπόδειξις: Νὰ εὑρεθῇ ἡ μέση ἐπιμήκυνσις ἀνὰ μονάδα μήκους εἰς τὸ μέσον τοῦ σύρματος). Ἀπ. 0.408 ft.

19. Κυκλικὴ ράβδος διαμέτρου 0,50 in. εἶναι κατασκευασμένη ἐκ κράματος ὅπερ ἔχει μέτρον τοῦ Young 24×10^6 lb/in². Ἐὰν τὸ ὅριον ἐλαστικότητος καὶ θραύσεως συμπίπτουν ἐπὶ ἐπιμηκύνσεως 1 μέρους εἰς τὰ 1000, ποία δύναμις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ θραυσθῇ ἡ ὑπὸ τάσιν ράβδος;

20. Ράβδος ἀλουμινίου μήκους 300 cm καὶ διαμέτρου 0.508 cm, συστέλεται κανονικῶς κατὰ 1.32 cm διὰ ψύξεως ἀπὸ 225° C εἰς τοὺς 25° C. Ποία δύναμις θ' ἀπητεῖτο διὰ νὰ προλάβῃ τὴν συστολὴν ταύτην; Ἀπ. 6.15×10^3 νιοῦτον.

21. Διεπιστώθη ὅτι ἴνες περιπεπλεγμέναι ἐξ ὑάλου εἶναι ἱκαναὶ ν' ἀνθέξουν ἀσυνήθως μεγάλας τάσεις. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ τάσις θραύσεως μιᾶς διαμέτρου 0.00035 in. ἥτις ἐθραύσθη ὑπὸ φορτίον 0.385 οὐγγιῶν.

22. Ὄγκος 200 in³ ὕδατος ὑποστὰς πίεσιν ἠλάττωσε κατὰ 1% τὸν ὄγκον του. Διὰ νὰ διατηρήσῃ τὸν ὄγκον αὐτὸν ἀπαιτεῖται πίεσις 3400 lb/in². Ποῖον εἶναι τὸ μέτρον ἐλαστικότητος ὄγκου τοῦ ὕδατος; Ἀπ. 3.4×10^5 lb/in.²

23. Ποία αὔξησις τάσεως ἀπαιτεῖται διὰ νὰ προκληθῇ αὔξησις κατὰ 1% τῆς πυκνότητος τῆς γλυκερίνης, τῆς ὁποίας ἡ συμπιεστότης εἶναι 22×10^{-12} cm²/dyn;

24. α) Νὰ εὑρεθῇ ἡ κατ' ὄγκον μείωσις 2.0 λιτρῶν ὕδατος ὑποβαλλομένων εἰς πίεσιν 10 ἀτμοσφαιρῶν. Ἡ συμπιεστότης τοῦ ὕδατος εἶναι $1/B = 50 \times 10^{-12}$ cm²/dyn. Πίεσις 1 ἀτμ. εἶναι 1.013×10^6 dyn/cm². β) Ἀπὸ τοῦ πίνακος 2, ποία θὰ ἦτο ἡ κατ' ὄγκον μεταβολὴ διὰ τὸν ὑδράργυρον καὶ σίδηρον ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας; Ἀπ. 1.01 cm³, 0.081 cm³, 0.021 cm³

25. Σφαῖρα ἐξ ὑλικοῦ τινος ἐμβαπτίζεται ἐντὸς ὑγροῦ καὶ ἡ κάθετος δύναμις ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας αὐξάνεται κατὰ 5000 lb/in². Ὁ ὄγκος οὕτω μειοῦται κατὰ 5.0% Ποῖον εἶναι τὸ μέτρον ἐλαστικότητος ὄγκου τοῦ ὑλικοῦ;

26. Εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὠκεανοῦ ἡ normal δύναμις ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας σώματός τινος εἶναι 15 lb/in². Εἰς βάθος 10000 ft ὑπὸ τὴν ἐπιφάνειαν, αὕτη εἶναι 64×10^4 lb/ft². Κατὰ ποῖον κλάσμα μειοῦται

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὁ ὄγκος σφαίρας ἐξ ἀλουμινίου ἐφ' ὅσον καταβιβάζεται ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας εἰς βάθος 10000 ft; Ἀπ. 0.04%

27. Κυβικὸν πινθίον σπόγγου 12 in ὑφίσταται τὴν ἐπίδρασιν δύο παραλλήλων καὶ ἀντιθέτου φορᾶς δυνάμεων 2.5 lb ἑκάστη ἐφηρμοσμένας ἐπὶ ἀντιθέτων πλευρῶν. Ἐὰν ἡ γωνία διατμήσεως εἶναι 0.020 ἀκτίνια, νὰ ὑπολογισθῇ ἡ σχετικὴ μετατόπισις καὶ τὸ μέτρον διατμήσεως.

28. Πλὰξ 4.0-ft ἐκ χάλυβος, πάχους 1.0 in. ἵσταται κατακορύφως μὲ τὸ κατώτερόν της ἄκρον στερεῶς προσηρμοσμένον. Ἐφαρμόζεται ἐπ' αὐτῆς διατμητικὴ τάσις καὶ παρατηρεῖται ὅτι τὸ ἄνω αὐτῆς ἄκρον κινεῖται παραλλήλως πρὸς τὴν κατωτέραν ἀκμὴν κατὰ 0.020 in. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐκ διατμήσεως παραμόρφωσις. Ἀπ. 0.00042

29. Κῦβος 2.0-in. ἐκ ζελατίνης ὑφίσταται μετατόπισιν τῆς ἄνω ἐπιφανείας του κατὰ 1/4 in. ὑπὸ ἐφαπτομενικῆς δυνάμεως 1.0 οὐγγιᾶς. Ποῖον εἶναι τὸ μέτρον διατμήσεως τῆς ζελατίνης;

30. Δύναμις διατμήσεως 3.0 τόννων κατανέμεται ὁμοιομόρφως ἐπὶ τῆς διατομῆς ἀκίδος διαμέτρου 1.5 in. Νὰ εὑρεθῇ ἡ τάσις διατμήσεως. Ἀπ. 1.7 τόννοι/in^2

31. Ὅταν πλινθίον 2.4. kg. εἶναι προσδεδεμένον εἰς τὸ ἄκρον ἐλατηρίου ἀνηρτημένου κατακορύφως, τὸ ἐλατήριον ὑφίσταται ἐπιμήκυνσιν 5.0 cm. Ποία εἶναι ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ ἐπιμηκυνθέντος ἐλατηρίου;

32. Ἐπίμηκες σύρμα κρέμεται κατακορύφως διὰ τοῦ ἄνω ἄκρου αὐτοῦ συνεσφιγμένου. Ὅταν ἐφαρμοσθῇ ροπὴ στρέψεως 2.5 lb-ft ἐπὶ τοῦ ἐλευθέρου ἄκρου, τοῦτο στρέφεται κατὰ γωνίαν 30°. Ποία εἶναι ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ ἐστραμμένου σύρματος; Ἀπάντ.: 0.66 ft-lb.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Max Von Laue

1879–. Ἐγεννήθη εἰς τὸ Πφάφφεντορφ ἐπὶ τοῦ Ρήνου. Καθηγητὴς εἰς Ζυρίχην, Φράνκφουρτ ἐπὶ τοῦ Μάϊν καὶ Βερολῖνον. Ἔλαβεν τὸ 1914 τὸ Βραβεῖον Νόμπελ διὰ τὴν παρ' αὐτοῦ ἀνακάλυψιν τῆς διαθλάσεως τῶν ἀκτίνων Röntgen εἰς τὰ κρύσταλλα.

14. ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΙΚΗ ΚΙΝΗΣΙΣ — ΤΑΛΑΝΤΩΣΙΣ

Τρεῖς τύποι κινήσεως ἔχουν μελετηθῆ εἰς τὰ προηγούμενα κεφάλαια. Ὁ ἁπλούστερος τύπος εἶναι ὁ τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως καθ' ἣν τὸ σῶμα κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν σταθερᾶς ταχύτητος, καὶ δὲν μεταβάλλει τὴν διεύθυνσιν κινήσεώς του. Δεύτερος τύπος κινήσεως, εἶναι ἡ ἐπιταχυνομένη εὐθύγραμμος κίνησις, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος παραμένη σταθερά, τὸ μέτρον ὅμως αὐτῆς μεταβάλλεται. Ἡ κίνησις βλήματος ἐμελετήθη διὰ συνδυασμοῦ τῶν δύο ἁπλῶν τούτων τύπων κινήσεως. Ὁ τρίτος ἐξετασθεὶς τύπος κινήσεως εἶναι ὁ τῆς ὁμαλῆς κυκλικῆς κινήσεως, ὅστις παράγεται ὑπὸ (κεντρομόλου) δυνάμεως σταθεροῦ μεγέθους, ἥτις προσδίδει εἰς τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν τῆς ὁποίας τὸ μέτρον εἶναι σταθερόν, ἡ διεύθυνσίς της συμπίπτει μὲ τὴν τῆς ἀκτῖνος τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς, κι' ἔχει φορὰν πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

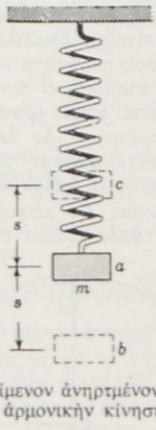
Εἶναι ἔκδηλον ὅτι αἱ δυνάμεις τὰς ὁποίας συνήθως παρατηροῦμεν δὲν εἶναι πάντοτε μηδενικαὶ ἢ σταθεραὶ κατὰ τὸ μέγεθος καὶ τὴν διεύθυνσιν, ἢ σταθεραὶ κατὰ τὸ μέγεθος καὶ μεταβλητῆς διευθύνσεως· κατὰ συνέπειαν λοιπὸν καὶ αἱ κινήσεις τῶν σωμάτων δὲν εἶναι πάντοτε τῶν τύπων τῆς ὁμαλῆς εὐθυγράμμου, εὐθυγράμμου ἐπιταχυνομένης, ὁμαλῆς κυκλικῆς ἢ ἀκόμη συνδυασμοὶ τῶν τριῶν. Γενικῶς, αἱ δυνάμεις αἱ δρῶσαι ἐπὶ ἑνὸς σώματος, μεταβάλλονται τόσον κατὰ τὸ μέγεθος ὅσον καὶ κατὰ τὴν διεύθυνσιν, σχηματίζουσαι περιπλόκους τύπους μὴ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως, οἵτινες δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐρευνηθῶσιν εἰς στοιχειώδες ἐγχειρίδιον Φυσικῆς. Ἐν τούτοις θὰ ἐξετασθῆ ἐδῶ ἕνας σημαντικὸς καὶ συνήθης τύπος μὴ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως ὅστις δύναται ν' ἀναλυθῆ μᾶλλον ἁπλῶς. Ἡ κίνησις αὕτη καλεῖται περιοδικὴ κίνησις.

14-1. Περιοδικὴ κίνησις. Εἷς τύπος κινήσεως, ὅστις εἶναι ἰδιαιτέρως σημαντικὸς εἰς τὴν μηχανικήν, εἶναι ἡ παλινδρομικὴ ἢ δονητικὴ ἢ παλμικὴ κίνησις ἀντικειμένων τὰ ὁποῖα ἐτάθησαν ἢ ἐκάμφθησαν καὶ ἐν συνεχείᾳ ἀρέθησαν ἐλεύθερα. Τοιοῦτον τι ἀντικείμενον κινεῖται παλινδρομικῶς κατὰ μῆκος σταθερᾶς τροχιᾶς, ἐπαναλαμβάνον συνεχῶς σταθερὸν ἀριθμὸν κινήσεων καὶ ἐπιστρέφον εἰς ἑκάστην θέσιν καὶ ταχύτητα μετὰ ὡρισμένην χρονικὴν περίοδον. Ἡ τοιαύτη κίνησις καλεῖται *περιοδικὴ* ἢ *ἁρμονικὴ* κίνησις. Ὁ τύπος αὐτὸς τῆς κινήσεως παράγεται ὑπὸ δυνάμεων αἵτινες μεταβάλλονται καὶ συνεπῶς τὸ σῶμα ἀποκτᾷ μεταβαλλομένας ἐπιταχύνσεις. Ἐνῶ πολλαὶ περιοδικαὶ κινήσεις εἶναι τελείως περιπεπλεγμέναι, δύνανται συνήθως νὰ μελετηθῶσιν ὡς συν-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

δυασμοὶ σχετικῶς ἁπλουστέρων τύπων δονήσεως ἢ παλμικῆς κινήσεως ἢ ταλαντώσεως λεγομένης (vibration). Εἶναι εὐτύχημα ὅτι ἁπλαῖ δονήσεις, ἂν καὶ παραγόμεναι ὑπὸ μεταβαλλομένων δυνάμεων, δύνανται νὰ ἀναλυθῶσιν μᾶλλον εὐκόλως καὶ πλήρως διὰ στοιχειωδῶν μεθόδων.

14-2. Ἁπλῆ ἁρμονικὴ κίνησις. Ὅταν ἐλαστικὸν ἐλατήριον τείνεται ὑπὸ μιᾶς δυνάμεως, τὸ ποσὸν τῆς ἀπαιτουμένης ἐνεργείας εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν παραμόρφωσιν. Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ἓν ἀντικείμενον μάζης m (Εἰκ. 1), ἀνηρτημένον



Εἰκ. 1. Ἀντικείμενον ἀνηρτημένον ἐξ ἐλατηρίου ἐκτελεῖ ἁπλῆν ἁρμονικὴν κίνησιν.

εἰς τὸ ἄκρον σπειροειδοῦς ἐλατηρίου, ἕλκεται πρὸς τὰ κάτω κατ' ἀπόστασιν s κάτωθεν τῆς θέσεως ἰσορροπίας. Τὸ ἐλατήριον ἀσκεῖ δύναμιν ἐπαναφορᾶς ἐπὶ τοῦ ἀντικειμένου, ἡ ὁποία τείνει νὰ ἐπαναφέρει τοῦτο εἰς τὴν ἀρχικήν του θέσιν.

Ἡ δύναμις αὕτη εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μετατόπισιν s, ἀλλὰ ἀντιθέτου φορᾶς.

$$F = -Ks \qquad (1)$$

Ὅταν ἐλευθεροῦται τὸ ἀντικείμενον, ἡ δύναμις ἐπαναφορᾶς παράγει ἐπιτάχυνσιν ἥτις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν F καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐπιταχυνομένην μᾶζαν m

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{K}{m}s = -ks \qquad (2)$$

Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μετατόπισιν, ἀλλὰ ἀντίθετος αὐτῆς ὡς πρὸς τὴν φοράν.

Ἐφ' ὅσον τὸ ἀντικείμενον κινεῖται πρὸς τὴν θέσιν ἰσορροπίας, ἡ ταχύτης του αὐξάνει, ἀλλὰ ἡ δύναμις, καὶ κατὰ συνέπειαν ἡ ἐπιτάχυνσις, μειοῦται μέχρις ὅτου αὕτη καθίσταται μηδενικὴ ὅταν τὸ ἀντικείμενον φθάσῃ εἰς τὴν ἀρχικήν του θέσιν. Λόγῳ τῆς ἀδρανείας του τὸ ἀντικείμενον ἐξακολουθεῖ νὰ κινεῖται καὶ πέραν τῆς θέσεως ἰσορροπίας του, ἀλλὰ εὐθὺς ἀμέσως γεννᾶται μία ἐπιβραδύνουσα δύναμις ἥτις αὐξάνει μέχρις ὅτου τὸ ἀντικείμενον φθάσῃ τὸ σημεῖον c ὅπου σταματᾷ ἀνερχόμενον καὶ ἐπαναρχίζει τὴν διαδρομήν του μὲ ἀντίθετον φοράν. Καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως ταύτης, ἡ καθαρὰ δύναμις καὶ ἡ ἐξ αὐτῆς ἐπιτάχυνσις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μετατόπισιν καὶ ἔχει φορὰν πρὸς τὴν θέσιν ἰσορροπίας. *Ὁ τύπος τῆς παλινδρομικῆς κινήσεως καθ' ὃν ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μετατόπισιν καὶ ἔχει πάντοτε φορὰν πρὸς τὴν θέσιν ἰσορροπίας, καλεῖται ἁπλῆ ἁρμονικὴ κίνησις* (Simple Harmonic Motion—SHM). Ἡ κίνησις αὕτη ἐκτελεῖται πάντοτε κατὰ μῆκος εὐθείας γραμμῆς, τῆς ἐπιταχύνσεως καὶ ἀνυσματικῆς ταχύτητος διαρκῶς μεταβαλλομένων, ἐφόσον τὸ παλινδρομοῦν σῶμα συνεχίζει τὴν κίνησίν του. Ἡ κατ' εὐθεῖαν ἀναλογία ἐπιταχύνσεως καὶ μετατοπίσεως ξεχωρίζει τὴν ἁπλῆν ἁρμονικὴν κίνησιν ἀπὸ πάντας τοὺς λοιποὺς τύπους τῆς παλινδρομικῆς κινήσεως.

Πολὺ ὀλίγα σώματα δονούμενα ἐκτελοῦν κίνησιν ἥτις εἶναι αὐστηρῶς ἁπλῆ ἁρμονική, πολλὰ ὅμως παλινδρομοῦν μετὰ κινήσεως ἥτις εἶναι τόσον ἐγγὺς τῆς ἁπλῆς ἁρμονικῆς ὥστε νὰ δύνανται νὰ ληφθῇ ὡς τοιαύτη, ἄνευ οὐσιώδους λάθους. Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι χαλυβδίνη σφαῖρα εἶναι προσηρμοσμένη εἰς τὸ ἄκρον ἐπιπέδου ἐλάσματος ὅπερ διὰ τοῦ ἑτέρου ἄκρου ἔχει περισφιχθῇ ἐπὶ συσφυκτῆρος, ὡς εἰς τὴν Εἰκ. 2. Ἑλκοντας τὴν σφαῖραν πλαγίως, κάμπτεται τὸ ἔλασμα καὶ παρατηρεῖται δύναμις ἐπαναφορᾶς ἥτις τείνει νὰ κινήσῃ τὴν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σφαῖραν πρὸς τὰ ὀπίσω διὰ νὰ καταλάβῃ τὴν ἀρχικήν της θέσιν. Ἡ δύναμις αὕτη αὐξάνει ὅσον ἡ σφαῖρα μετακινεῖται μακρότερον ἐκ τῆς ἀρχικῆς της θέσεως. Αἱ κινήσεις τῆς σφαίρας εἶναι κατὰ προ-

Εἰκ. 2. Σφαῖρα καὶ ἔλασμα εἰς κατὰ προσέγγισιν ἁπλῆν ἁρμονικὴν κίνησιν.

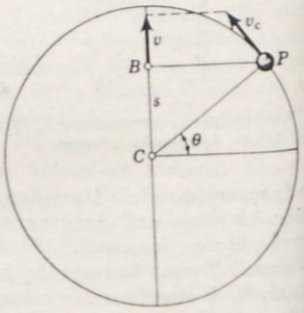
σέγγισιν μόνον, ἁπλῆ ἁρμονικὴ κίνησις, καθόσον αὕτη κινεῖται κατὰ μῆκος τόξου κύκλου, καὶ ὄχι ἐπὶ εὐθείας γραμμῆς, ἡ δὲ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως εἶναι ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου μᾶλλον παρὰ τοιαύτη ἔχουσα φορὰν πρὸς τὴν ἀρχικὴν θέσιν. Ἐν τούτοις, ἐὰν ἡ μετατόπισις εἶναι μικρά, ἡ παρέκκλισις ἀπὸ τῆς ἁπλῆς ἁρμονικῆς κινήσεως εἶναι τόσον ἐλαφρὰ ὥστε νὰ μὴν εἰσάγεται μέγα λάθος διὰ τῆς προϋποθέσεως ὅτι ἡ κίνησις εἶναι ἁπλῆ ἁρμονική. Ἡ κίνησις ἐκκρεμοῦς εἶναι ἐπίσης κατὰ προσέγγισιν ἁπλῆ ἁρμονικὴ κίνησις (SHM).

14-3. Περίοδος, συχνότης καὶ εὖρος. *Περίοδος* T μιᾶς παλινδρομικῆς κινήσεως εἶναι ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ μίαν πλήρη παλινδρόμησιν ἢ ταλάντωσιν. Ἐπὶ πλήρους ταλαντώσεως τὸ δονούμενον σῶμα κινεῖται ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας πρὸς τὸ ἓν ἄκρον τῆς τροχιᾶς, εἰς αὐτὸ ἀλλάζει φορὰν καὶ κινεῖται πρὸς τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας, ἐκεῖθεν πρὸς τὸ ἕτερον ἄκρον τῆς τροχιᾶς καὶ πάλιν ὀπίσω εἰς τὴν θέσιν ἰσορροπίας, ἕτοιμον νὰ ἐπαναλάβῃ τὸν κύκλον.

Συχνότης f μιᾶς παλμικῆς κινήσεως εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν πλήρων ταλαντώσεων ἀνὰ μονάδα χρόνου. Ἡ συχνότης εἶναι τὸ ἀντίστροφον τῆς περιόδου : $f = 1/T$.

Εὖρος ἢ πλάτος μιᾶς παλμικῆς κινήσεως εἶναι ἡ μεγίστη μετατόπισις ἀπὸ τῆς θέσεως τῆς ἰσορροπίας.

14-4. Ὁ κύκλος ἀναφορᾶς. Ὅταν ἕνα σῶμα κινεῖται ὁμαλῶς ἐπὶ περιφερείας κύκλου ἡ κίνησις τῆς προβολῆς τῆς κινήσεως ταύτης ἐπὶ μιᾶς διαμέτρου, εἶναι ἁπλῆ ἁρμονικὴ κίνησις. Εἰς τὴν Εἰκ. 3, τὸ σῶμα P κινεῖται ὁμαλῶς μὲ ταχύτητα v_c καὶ γωνιακὴν ταχύτητα ω ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς. Ἡ προβολὴ B κινεῖται πρὸς τὰ ἄνω καὶ κάτω κατὰ μῆκος τῆς κατακορύφου διαμέτρου. Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι εἰς τὸν χρόνον δίδεται μηδενικὴ τιμὴ ὅταν ἡ προβολὴ B διέρχεται διὰ τῆς θέσεως ἰσορροπίας C, κινουμένη πρὸς τὰ ἄνω. Μετὰ ἀπὸ χρόνον t τὸ περιστρε-



Εἰκ. 3. Κύκλος ἀναφορᾶς διὰ τὴν ἀνάλυσιν ἁπλῆς ἁρμονικῆς κινήσεως.

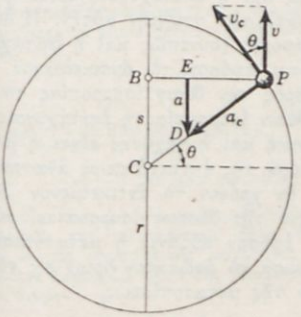
φόμενον σῶμα P θὰ ἔχει κινηθῆ κατὰ γωνίαν $\theta = \omega t$. Κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην ἡ προβολὴ B ἔχει μετατοπισθῆ κατὰ διάστημα :

$$s = r \text{ ημ } \theta = r \text{ ημ } \omega t \qquad (3)$$

Εἰς ἑκάστην θέσιν τοῦ δονουμένου σώματος, ἡ ταχύτης αὐτοῦ εἶναι ἡ συνισταμένη, τῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος εἰς τὸν κύκλον ἀναφορᾶς, ἡ λαμβανομένη

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

παραλλήλως πρὸς τὴν ἐπιλεγεῖσαν διάμετρον καὶ παρομοίως, ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν δόνησιν εἶναι ἡ συνισταμένη τῆς ἐπιταχύνσεως εἰς τὴν κυκλικὴν τροχιάν, ἡ λαμβανομένη παραλλήλως πρὸς τὴν ἐπιλεγεῖσαν διάμετρον. Θεωρήσατε τὴν Εἰκ. 4.



Εἰκ. 4. Ἀνυσματικὴ ταχύτης καὶ ἐπιτάχυνσις ἐκ τοῦ κύκλου ἀναφορᾶς.

Ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης v κατὰ τὴν ταλάντωσιν εἶναι :

$$v = v_c \text{ συν } \theta = r\omega \text{ συν } \omega t \qquad (4)$$

Κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμὴν ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ σώματος εἰς τὸ σημεῖον P εἶναι a_c, διευθυνομένη πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. Ἡ συνισταμένη a τῆς κεντρικῆς ἐπιταχύνσεως τοῦ σώματος P, παραλλήλως πρὸς τὴν ἐπιλεγεῖσαν διάμετρον, εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ B. Ἀπὸ τὴν Εἰκ. 4 ἔχομεν :

$$a = - a_c \text{ ημ } \theta = - a_c \frac{s}{r} \qquad (5)$$

ὅπου a_c εἶναι ἡ κεντρικὴ ἐπιτάχυνσις εἰς τὸν κύκλον ἀναφορᾶς, r εἶναι ἡ ἀκτὶς τοῦ κύκλου ἀναφορᾶς καὶ s εἶναι ἡ μετατόπισις τῆς προβολῆς B. Τὸ ἀρνητικὸν σημεῖον χρησιμοποιεῖται καθόσον τὸ s μετρεῖται πρὸς τὰ ἄνω, ἐνῶ ἡ a ἔχει φορὰν πρὸς τὰ κάτω. Ἀλλὰ $a_c = r\omega^2$, ὅτε

$$a = - r\omega^2 \text{ ημ } \omega t = - \omega^2 s \qquad (6)$$

Ἐξ αὐτοῦ συνάγεται ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ B εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μετατόπισιν, ἀλλὰ ἔχει φορὰν ἀντίθετον πρὸς αὐτήν. Ἐπομένως ἡ κίνησις τοῦ B εἶναι ἁπλῆ ἁρμονικὴ κίνησις, δηλαδὴ ἡ κίνησις τῆς προβολῆς σώματος ἐκτελοῦντος ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν ἐπὶ μιᾶς διαμέτρου, ἀποτελεῖ ἁπλῆ ἁρμονικὴ κίνησιν.

Τὸ παράδειγμα τοῦτο ἁπλῆς ἁρμονικῆς κινήσεως εἶναι λίαν χρήσιμον κατὰ τὴν μελέτην αὐτῆς, καθόσον δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν σχέσεων μεταξὺ ἀνυσματικῆς ταχύτητος, ἐπιταχύνσεως, περιόδου, συχνότητος καὶ εὔρους. Ὁ κύκλος ὁ χρησιμοποιούμενος ἐν προκειμένῳ καλεῖται κύκλος *ἀναφορᾶς*.

Κατὰ τοὺς ὅρους τοῦ κύκλου ἀναφορᾶς ἡ περίοδος τῆς ἁπλῆς ἁρμονικῆς κινήσεως εἶναι ἴση μὲ τὸν χρόνον ὅστις ἀπαιτεῖται διὰ μίαν πλήρη περιφοράν. Τὸ εὖρος τῆς ἁπλῆς ἁρμονικῆς κινήσεως εἶναι ἴσον μὲ τὴν ἀκτῖνα τοῦ κύκλου ἀναφορᾶς καὶ ἡ συχνότης ἴση μὲ τὸν ἀριθμὸν τῶν περιφορῶν ἀνὰ μονάδα χρόνου περὶ αὐτόν. Δι' ἑκάστην ἁρμονικὴν κίνησιν εἶναι δυνατὸν νὰ χαραχθῇ ἐκ τῶν σχέσεων τούτων, ἕνας κύκλος ἀναφορᾶς.

14-5. Περίοδος καὶ συχνότης εἰς τὴν ἁπλῆν ἁρμονικὴν κίνησιν. Ἡ συχνότης f τῆς ἁπλῆς ἁρμονικῆς κινήσεως εἶναι ἡ αὐτὴ ὡς καὶ ἡ συχνότης ἢ ὁ ἀριθμὸς τῶν περιστροφῶν ἀνὰ μονάδα χρόνου εἰς τὸν κύκλον ἀναφορᾶς. Ἡ γωνιακὴ ταχύτης ω εἶναι :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \qquad (7)$$

Ἐκ τῆς Ἐξ. (6)

$$a = - \omega^2 s = - \frac{4\pi^2}{T^2} s \qquad (8)$$

καὶ $$T^2 = - 4\pi^2 \frac{s}{a}$$

$$T = 2\pi \sqrt{- \frac{s}{a}} \qquad (9)$$

Ἡ περίοδος δύναται νὰ ἐκφρασθῇ καὶ κατὰ διάφορον τρόπον ἐπὶ τῇ βάσει τῆς κατευθύνσεως δυνάμεως ἐλατηρίου ἢ ἑτέρου ἀντικειμένου ἥτις παρέχει τὴν δύναμιν ἐπαναφορᾶς. Ἐκ τῆς Ἐξ. (2)

$$- \frac{s}{a} = \frac{m}{K}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐὰν ἀντικαταστήσωμεν τὴν τιμὴν ταύτην — s/a εἰς τὴν Ἐξ. (9), λαμβάνομεν :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \qquad (10)$$

Ἐὰν ἡ μᾶζα m ἐκφράζεται εἰς γραμμάρια καὶ ἡ κατευθύνουσα δύναμις K εἰς δύνας ἀνὰ ἑκατοστόν, ἡ Ἐξ (10) δίδει τὴν περίοδον εἰς δευτερόλεπτα. Ἐὰν ἡ μᾶζα ἐκφράζεται εἰς χιλιόγραμμα καὶ ἡ κατευθύνουσα δύναμις εἰς νιοῦτον ἀνὰ μέτρον, ἡ Ἐξ. (10) δίδει τὴν περίοδον ἐπίσης εἰς δευτερόλεπτα. Εἰς τὸ Βρεταννικὸν σύστημα ἡ μᾶζα ἐκφράζεται εἰς slug ἐκ τοῦ W/g καὶ ἡ κατευθύνουσα δύναμις εἰς λίβρας ἀνὰ πόδα. Ἡ περίοδος, καὶ εἰς τὸ σύστημα αὐτό, δίδεται εἰς δευτερόλεπτα.

Ἡ Ἐξίσωσις (10) ἐκφράζει τὸ γεγονὸς ὅτι ἡ περίοδος εἰς τὴν ἁπλῆν ἁρμονικὴν κίνησιν ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ δύο παραγόντων, τὴν μᾶζαν τοῦ ταλαντευομένου σώματος καὶ τὴν κατευθύνουσαν δύναμιν τοῦ ἑλατηρίου, (ἢ ἑτέρου παράγοντος). Δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι ἡ περίοδος *εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ εὔρους.*

Ἐφαρμογὴ τῆς Ἐξισώσεως (10) θὰ ἀποδείξῃ ὅτι ἐὰν τὸ ἀντικείμενον ἀντικατασταθῇ δι' ἑτέρου, τοῦ ὁποίου ἡ μᾶζα εἶναι τέσσαρας φορὰς μεγαλυτέρα, ἡ περίοδος θὰ διπλασιασθῇ. Ἐάν, ἀντιθέτως, τὸ ἑλατήριον ἀντικατασταθῇ ὑπὸ ἑτέρου, τέσσαρας φορὰς περισσότερον ἀκάμπτου, ἡ περίοδος μειοῦται εἰς τὸ ἥμισυ.

Παράδειγμα : Σφαῖρα 5.0-lb εἶναι προσηρμοσμένη εἰς τὸ ἄκρον ἐπιπέδου ἐλάσματος (Εἰκ. 2). Δύναμις 2.0 lb εἶναι ἐπαρκὴς διὰ νὰ μεταθέσῃ τὴν σφαῖραν 6.0 in πρὸς τὴν μίαν πλευράν. Νὰ εὑρεθῇ ἡ κατευθύνουσα δύναμις καὶ ἡ περίοδος παλινδρομίσεως.

$$K = \frac{F}{s} = \frac{2.0 \text{ lb}}{0.50 \text{ ft}} = 4.0 \text{ lb/ft}$$

$$m = \frac{W}{g} = \frac{5.0 \text{ lb}}{32 \text{ ft/sec}^2} = 0.16 \text{ slug}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.16 \text{ slug}}{4.0 \text{ lb/ft}}} = 1.2 \text{ sec}$$

14-8. Ἐπιτάχυνσις καὶ ταχύτης ἐπὶ ἁπλῆς ἁρμονικῆς κινήσεως. Εἰς τὴν θέσιν τῆς μεγίστης μετατοπίσεως, ἤτοι, εἰς τὰ ἄκρα σημεῖα τῆς κινήσεως, τὸ ταλαντευόμενον ἀντικείμενον, στιγμαίως σταματᾶ. Δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι κατὰ τὴν στιγμὴν καθ' ἣν ἡ ταχύτης του εἶναι μηδενική, ἀσκεῖται ἐπὶ τοῦ σώματος ἡ μεγίστη δύναμις ἐπαναφορᾶς, καὶ ὡς ἐκ τούτου καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι ἡ μεγίστη κατὰ τὴν στιγμὴν αὐτήν. Ἡ δύναμις ἐπαναφορᾶς (συνεπῶς καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις) μειοῦται ἐφόσον τὸ ἀντικείμενον κινεῖται πρὸς τὴν θέσιν ἰσορροπίας του. Εἰς τὴν θέσιν ἰσορροπίας ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι μηδενικὴ καὶ ἡ ταχύτης εἶναι ἡ μεγίστη. Ἡ φορὰ τῆς ἐπιταχύνσεως ἀναστρέφεται καθ' ὃν χρόνον τὸ ἀντικείμενον διέρχεται διὰ τῆς θέσεως ἰσορροπίας, αὐξανομένη ἐφόσον αὐξάνει ἡ μετατόπισις καὶ φθάνουσα τὸ ἀνώτατον ὅριον εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τῆς μετατοπίσεως.

Παράδειγμα : Σῶμα 2.0-lb ταλαντεύεται μὲ ἁπλῆ ἁρμονικὴν κίνησιν εὔρους 3.0 in. καὶ περιόδου 5.0 sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ ἡ ταχύτης α) εἰς τὸ μέσον, β) εἰς τὸ ἄκρον τῆς τροχιᾶς καὶ γ) εἰς τὸ σημεῖον τὸ ἀπέχον 2.0 in. ἀπὸ τοῦ μέσου. Νὰ εὑρεθῇ ἡ δύναμις ἡ ἐφαρμοσθεῖσα ἐπὶ τοῦ σώματος καὶ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἐν αὐτοῦ εἰς σημεῖον ἀπέχον 2.0 in ἀπὸ τοῦ κέντρου.

Δεδομένου ὅτι τὸ εὖρος εἶναι 3.0 in, ἡ ἀκτὶς τοῦ κύκλου ἀναφορᾶς θὰ εἶναι ἐπίσης 3.0 in. Ἡ ταχύτης v_c τοῦ σώματος ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου ἀναφορᾶς εἶναι:

$$v_c = \frac{2\pi r}{T} = \frac{(2\pi)(3.0 \text{ in})}{5.0 \text{ sec}} = 3.8 \text{ in/sec}$$

Εἰς τὸ μέσον τῆς τροχιᾶς, τὸ σῶμα εἰς τὸν κύκλον ἀναφορᾶς κινεῖται παραλλήλως πρὸς τὴν ἐπιλεγεῖσαν διάμετρον καὶ συνεπῶς ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης τοῦ ταλαντευομένου σώματος εἶναι ἡ αὐτὴ ὡς καὶ ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης εἰς τὸν κύκλον ἀναφορᾶς.

$$v_1 = v_c = 3.8 \text{ in/sec} = 0.32 \text{ ft/sec}$$

Εἰς τὸ μέσον, ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς τὸν κύκλον ἀναφορᾶς εἶναι κάθετος πρὸς τὴν διάμετρον καὶ συνεπῶς ἡ συνισταμένη παραλλήλως πρὸς τὴν τροχιὰν τοῦ ταλαντευομένου σώματος εἶναι μηδέν. Συνεπῶς:

$$a_1 = 0$$

Εἰς τὸ ἀκραῖον σημεῖον, ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης εἰς τὸν κύκλον ἀναφορᾶς εἶναι κάθετος πρὸς τὴν τροχιὰν ταλαντώσεως καὶ συνεπῶς δὲν ἔχει συνισταμένην πρὸς τὴν κατεύθυνσιν ταύτην.

$$v_2 = 0$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Εἰς τὸ ἀκραῖον σημεῖον, ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς τὸν κύκλον ἀναφορᾶς εἶναι ἡ αὐτὴ ὡς καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν ταλάντωσιν :

$$a_t = a_c = \frac{v_c^2}{r} = \frac{(3.8 \text{ in/sec})^2}{3.0 \text{ in}} = 4.8 \text{ in/sec}^2$$
$$= 0.40 \text{ ft/sec}^2$$

Διὰ τὸ σημεῖον τὸ κείμενον 2.0 in ἀπὸ τοῦ μέσου, δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὴν ἐπιτάχυνσιν χρησιμοποιοῦντες τὰ ὅμοια τρίγωνα PBC καὶ PED τῆς Εἰκ. (4).

$$\frac{a}{a_c} = \frac{-s}{r}$$

$$a = \frac{-a_c s}{r} = \frac{-(4.8 \text{ in/sec}^2)(2.0 \text{ in})}{3.0 \text{ in}}$$
$$= -3.2 \text{ in/sec}^2 = -0.27 \text{ ft/sec}^2$$

Ἐκ τῆς Εἰκ. 4, ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης εἰς τὴν τροχιὰν τῆς ταλαντώσεως εἶναι ἡ συνιστῶσα v τῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος v_c εἰς τὸν κύκλον ἀναφορᾶς. Ἀπὸ τῆς γεωμετρίας τῆς Εἰκ. 4, ἔχομεν:

$$v = v_c \text{ συν } \theta$$

$$\text{συν } \theta = \frac{BP}{CP} = \frac{\sqrt{(3.0 \text{ in})^2 - (2.0 \text{ in})^2}}{3.0 \text{ in}} = 0.75$$

$$v = (3.8 \text{ in/sec})(0.75) = 2.0 \text{ in/sec}$$
$$= 0.23 \text{ ft/sec}$$

Ἐκ τοῦ δευτέρου νόμου τοῦ Νεύτωνος ἔχομεν:

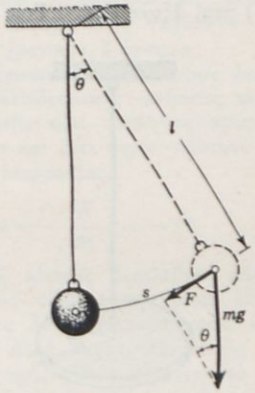
$$F = ma = \frac{2.0}{32} \text{ slug} \times 0.27 \text{ ft/sec}^2 = 0.017 \text{ lb}$$

$$\text{KE} = {}^1\!/_2 mv^2 = \frac{1}{2} \times \frac{2.0}{32} \text{ slug} \times (0.23 \text{ ft/sec})^2$$
$$= 0.0017 \text{ ft/lb}$$

14.7. Τὸ ἁπλοῦν ἐκκρεμές. Μία ἐκ τῶν πλέον κοινῶν κατὰ προσέγγισιν ἁπλῶν ἁρμονικῶν κινήσεων, εἶναι ἡ κίνησις ἑνὸς ἐκκρεμοῦς. Ἕν ἐκκρεμὲς συνιστάμενον ἐκ μικροῦ σχετικῶς βαρέος βαριδίου εἰς τὸ ἄκρον λίαν ἐλαφροῦ νήματος, καλεῖται ἓν *ἁπλοῦν ἐκκρεμές*. Ἐὰν ἐκκρεμὲς μετακινηθῇ ὡς εἰς τὴν Εἰκ. 5, τὸ βάρος mg τοῦ βαριδίου παρέχει μίαν δύναμιν ἐπαναφορᾶς

$$F = -mg \text{ ημ } \theta$$

Ἡ μετατόπισις κατὰ μῆκος τοῦ τόξου εἶναι $s = l\theta$. Ἐξ τούτου λαμβάνομεν ὅτι ἡ δύναμις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ ημ θ, ἐνῷ ἡ μετατόπισις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν θ. Ἡ ἐπαναφέρουσα δύναμις δὲν εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μετατόπισιν. Ἐπὶ πλέον, ἡ ἐπαναφέρουσα δύναμις δὲν ἔχει φορὰν πρὸς τὴν θέσιν ἰσορροπίας, ἀλλὰ μᾶλλον ἐφάπτεται τοῦ τόξου. Κατὰ συνέπειαν δὲν εἶναι ἁπλῆ ἁρμονική. Ἐν



Εἰκ. 5. Ἁπλοῦν ἐκκρεμές.

τούτοις, ἐὰν ἡ θ εἶναι μικρά, δυνάμεθα ν' ἀντικαταστήσωμεν τὸ ημ θ διὰ τῆς θ (εἰς ἀκτίνια) ἄνευ σοβαροῦ λάθους. Ὡς πρὸς τὸν βαθμὸν τοῦτο προσεγγίσεως ἡ κίνησις δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἁπλῆ ἁρμονική. Τότε ἔχομεν :

$$F = ma = -mg\theta = -\frac{mgs}{l}$$

καὶ

$$-\frac{s}{a} = \frac{l}{g}$$

Ἐκ τῆς Ἐξ. (9)

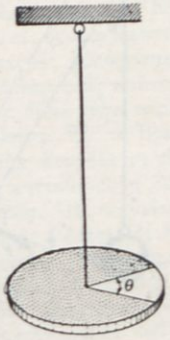
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (11)$$

Ἡ Ἐξίσωσις (11) δεικνύει ὅτι εἰς τὸν ἀναφερόμενον βαθμὸν προσεγγίσεως, ἡ περίοδος ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τοῦ μήκους τοῦ ἐκκρεμοῦς καὶ τῆς ἐκ τῆς βαρύτητος προκαλουμένης ἐπιταχύνσεως. Ἡ περίοδος εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς μάζης τοῦ βαριδίου τοῦ ἐκκρεμοῦς. Ἡ περίοδος ἐπίσης εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ εὔρους ὅταν τοῦτο εἶναι μικρόν. Ἐὰν τὸ εὖρος εἶναι μέγα,

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἡ περίοδος εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν τῶν μικρῶν εὐρῶν.

14-8. Ἁπλῆ στροφικὴ ἁρμονικὴ κίνησις. Ἐὰν ἕνας βαρὺς δίσκος ἀναρτηθῇ εἰς τὸ ἄκρον σύρματος (ἐκκρεμὲς στρέψεως) καὶ στραφῇ κατὰ γωνίαν θ Εἰκ. 6) περὶ ἄξονα κατὰ μῆκος τοῦ σύρματος, τοῦτο ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ δίσκου μίαν ροπὴν ἐπαναφορᾶς ἀνάλογον πρὸς τὴν γωνίαν καθ' ἣν στράφει οὗτος.



Εἰκ. 6. Ἐκκρεμὲς στρέψεως. Ἁπλῆ γωνιακὴ ἁρμονικὴ κίνησις.

$$L = -K_0\theta \qquad (12)$$

Τὸ ἀρνητικὸν σημεῖον τίθεται διότι L καὶ θ εἶναι πάντοτε ἀντιθέτου φορᾶς. Ἡ σταθερὰ K_0 καλεῖται κατευθύνουσα ροπὴ τοῦ σύρματος καὶ ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ μήκους, τῆς διαμέτρου καὶ τοῦ ὑλικοῦ ἐξ οὗ ἀποτελεῖται τοῦτο. Ἡ κατευθύνουσα ροπὴ ἔχει σημαντικὴν σπουδαιότητα κατὰ τὴν κατασκευὴν ὀργάνων εἰς τὰ ὁποῖα ἡ εὐαισθησία ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς συστροφῆς ἑνὸς σύρματος ἢ μιᾶς ἴνός.

Ὅταν τὸ ἐκκρεμὲς ἀφεθῇ ἐλεύθερον, ἡ ροπὴ ἐπαναφορᾶς, παράγει γωνιακὴν ἐπιτάχυνσιν ἀνάλογον πρὸς τὴν γωνιακὴν μετατόπισιν. Ἡ προκαλουμένη κίνησις εἶναι ἁπλῆ στροφικὴ ἁρμονικὴ ταλάντωσις. Ἡ περίοδος ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς κατευθυνούσης ροπῆς τοῦ σύρματος καὶ τῆς ροπῆς ἀδρανείας τοῦ ταλαντευομένου συστήματος. Κατ' ἀναλογίαν πρὸς τὴν Ἐξ. (10) δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τὴν ἐξίσωσιν

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K_0}} \qquad (13)$$

ὅπου K_0 εἶναι ἡ κατευθύνουσα ροπὴ τοῦ σύρματος ἢ τῆς ἴνὸς καὶ I εἶναι ἡ ροπὴ ἀδρανείας τοῦ ταλαντευομένου συστήματος πέριξ ἑνὸς ἄξονος κατὰ μῆκος σύρματος συγκρατήσεως.

Παράδειγμα : Στερεὸς κύλινδρος μάζης 5.0 kg καὶ ἀκτῖνος 6.0 cm. εἶναι ἀνηρτημένος ἐκ κατακορύφου σύρματος ὡς ἓν ἐκκρεμὲς στρέψεως. Ὁ ἄξων τοῦ κυλίνδρου εὑρίσκεται κατὰ μῆκος τῆς γραμμῆς τοῦ σύρματος. Ἡ περίοδος ταλαντεύσεως εἶναι 4.0 sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ κατευθύνουσα ροπὴ τοῦ σύρματος.

$$I = {}^1/_2 mR^2 = {}^1/_2(5.0\text{ kg})(0.060\text{ m})^2$$
$$= 9.08 \times 10^{-3}\text{ kg-m}^2$$

Ἐκ τῆς Ἐξ. (13):

$$K_0 = \frac{4\pi^2 I}{T^2} = \frac{4\pi^2 \times 9.0 \times 10^{-3}\text{ kg-m}^2}{(4.0\text{ sec})^2}$$
$$= 2.2 \times 10^{-2}\text{ m-νιοῦτον/rad}$$

14-9. Συντονισμός. Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ φυσικὴ συχνότης ταλαντώσεως τοῦ συστήματος τοῦ ἀπεικονιζομένου εἰς τὴν Εἰκ. 2, εἶναι 2 ἕως 10 ταλαντώσεις/sec. Ἂς φαντασθῶμεν τώρα ὅτι ἐφαρμόζομεν εἰς αὐτό, καὶ ἐνῶ εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ, ἐξωτερικὴν δύναμιν, ἥτις τὸ ἀναγκάζει νὰ ταλαντευθῇ μὲ συχνότητα 25 ταλαντώσεων /sec. Μετὰ βραχὺ χρονικὸν διάστημα ἡ δύναμις αὕτη θὰ ἀναγκάσῃ τὸ σύστημα νὰ παλινδρομῇ κανονικῶς μὲ τὴν ὡς ἄνω συχνότητα, ἀλλὰ μετὰ λίαν μικρὸν εὖρος, καθόσον ἡ σφαῖρα καὶ τὸ ἔλασμα τείνουν νὰ παλινδρομίσουν μετὰ τοῦ φυσικοῦ των ρυθμοῦ τῶν 10 ταλαντώσεων ἀνὰ δευτερόλεπτον. Κατὰ τὴν διάρκειαν μέρους τοῦ χρόνου, συνεπῶς, τὸ σύστημα, ἀδιεξάγει ἀγῶνα ἐπαναφορᾶς» κατὰ τῆς ἐξωτερικῆς δυνάμεως, τῆς ὁποίας ἡ συχνότης εἶναι 25 πλήρεις ταλαντώσεις ἀνὰ sec. Καλοῦμεν τὴν κίνησιν τοῦ συστήματος εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἐξηναγκασμένην ταλάντωσιν.

Ἂς ὑποθέσωμεν τώρα ὅτι ἡ ἐξωτερικὴ δύναμις ἐνεργεῖ τοιουτοτρόπως ὥστε

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ή συχνότης τοῦ σώματος εἰς ὃ ἐπιδρᾶ νὰ ἐλαττοῦται βαθμιαίως ἀπὸ 25 εἰς 10 ταλαντώσεις ἀνὰ sec προσεγγίζουσα τὴν φυσικὴν συχνότητα τοῦ συστήματος, ἔτσι ὥστε αἱ ἐναλλαγαὶ τῆς κινούσης δυνάμεως ἐπέρχονται ἀκριβῶς τὴν στιγμὴν καθ' ἣν τὸ σύστημα εἶναι ἕτοιμον νὰ δεχθῇ ταύτας. Ὅταν συμβαίνῃ τοῦτο, τὸ εὖρος τῆς ταλαντώσεως αὐξάνεται, διὰ νὰ γίνῃ ἄπειρον ὅταν ἡ συχνότης τῆς ἐξωτερικῆς δυνάμεως γίνῃ ἀκριβῶς ἴση μὲ τὴν ἰδιοσυχνότητα τοῦ συστήματος. Ὑπὸ τὰς συνθήκας ταύτας λέγομεν ὅτι τὸ σύστημα εὑρίσκεται ἐν *συντονισμῷ* πρὸς τὴν ἐξωτερικὴν δύναμιν.

Μικρὰ δύναμις, καταλλήλου ὅμως συχνότητος, δύναται νὰ προκαλέσῃ λίαν μέγα εὖρος ταλαντώσεως ὅταν ἐπενεργῇ ἐπὶ ἐνὸς ἐπιδεχομένου ταλάντωσιν. Ὅλοι ἔχομεν ἀκούσει κρότον αὐτοκινήτου ὅστις καθίσταται ἀκουστὸς μόνον εἰς ὡρισμένας ταχύτητας, ἢ δονήσεις προκαλουμένας ἐπὶ πιάτων, ἐπιτραπεζίων λυχνιῶν, μπουφέδων καὶ παρομοίων, ὑπὸ μουσικῶν ἤχων ἰδιαζούσης συχνότητος. Κινητὴρ λειτουργῶν εἰς τὸ ὑπόγειον θὰ θέσῃ συχνὰ ὑπὸ κραδασμὸν ὡρισμένα ἔπιπλα. Τὸ πρόβλημα τοῦτο τοῦ συντονισμοῦ δύναται νὰ προσλάβῃ ἰδιάζουσαν σπουδαιότητα προκειμένου περὶ βαρέων μηχανημάτων. Τὸ πρόβλημα ἔγκειται εἰς τὸ νὰ εὑρεθῇ τὸ τμῆμα ὅπερ δονεῖται ἐν συντονισμῷ μετὰ τοῦ μηχανήματος καὶ νὰ ἀλλαχθῇ ἡ ἰδιοσυχνότης αὐτοῦ, μεταβάλλοντας τὴν μᾶζαν του ἢ τὴν κατευθύνουσαν δύναμίν του.

Κοινὸν παράδειγμα συντονισμοῦ παρέχεται ὑπὸ τῶν ραδιοκυκλωμάτων. Ὅταν ρυθμίζῃ κανεὶς τὸ ραδιόφωνόν του, ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον μεταβάλλει εἶναι ἡ κατευθύνουσα δύναμις τοῦ ἐλατηρίου τοῦ μηχανικοῦ συστήματος. Ἀλλάσσοντες οὕτω τὴν φυσικὴν συχνότητα, δυνάμεθα νὰ φέρωμεν τὸ κύκλωμα εἰς συντονισμὸν πρὸς τὴν ἐπιθυμητὴν ἠλεκτρικὴν συχνότητα τὴν μεταδιδομένην ὑπὸ τοῦ σταθμοῦ. Αἱ ἐξαναγκασμέναι ταλαντώσεις ἔχουν τόσον μικρὰ εὖρη, ὥστε νὰ μὴν προκαλοῦν οἱονδήποτε ἀξιοσημείωτον ἀποτέλεσμα.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Περιοδικὴ κίνησις εἶναι ἐκείνη ἡ κίνησις καθ' ἣν ἓν σῶμα κινεῖται παλινδρομικῶς ἐπὶ σταθερᾶς τροχιᾶς, ἐπαναλαμβάνον συνεχῶς ὡρισμένην σειρὰν κινήσεων καὶ ἐπιστρέφον εἰς ἑκάστην θέσιν καὶ ἀνυσματικὴν ταχύτητα μετὰ ὡρισμένον χρονικὸν διάστημα.

Ἁπλῆ ἁρμονικὴ κίνησις εἶναι ἐκεῖνος ὁ τύπος παλινδρομικῆς κινήσεως εἰς ὃν ἡ ἐπιτάχυνσις εἶαι ἀνάλογος πρὸς τὴν μετατόπισιν καὶ ἔχει φορὰν πάντοτε πρὸς τὴν θέσιν ἰσορροπίας.

$$a = -\frac{K}{m}s = -ks$$

Ἡ ἁπλῆ κίνησις ἐκτελεῖται πάντοτε κατὰ μῆκος εὐθείας γραμμῆς. Πολλαὶ ταλαντώσεις δὲν εἶναι αὐστηρῶς ἁπλαὶ ἁρμονικαί, ἀλλὰ λόγῳ τῆς στενῆς προσεγγίσεως πρὸς αὐτὰς δύνανται νὰ θεωρηθῶσιν ὡς τοιαῦται ἄνευ σοβαροῦ λάθους.

Ἡ κίνησις τῆς προβολῆς ἐπὶ μιᾶς διαμέτρου, σημείου τινὸς κινουμένου ὁμαλῶς ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ «κύκλου ἀναφορᾶς» εἶναι κίνησις ἁπλῆ ἁρμονική. Ἡ μετατόπισις, ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν ἁπλῆν ἁρμονικὴν κίνησιν, σχετίζονται πρὸς τὸν κύκλον ἀναφορᾶς διὰ τῶν ἀκολούθων ἐξισώσεων :

$$s = r\,\eta\mu\,\omega t$$
$$v = r\omega\,\sigma\upsilon\nu\,\omega t$$
$$a = -r\omega^2\,\eta\mu\,\omega t$$

ὅπου t εἶναι ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος ἵνα ἡ προβολὴ μετακινηθῇ κατὰ διάστημα s ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας καὶ ω εἶναι ἡ γωνιακὴ ἀνυσματικὴ ταχύτης εἰς τὸν κύκλον ἀναφορᾶς.

Περίοδος μιᾶς παλινδρομικῆς κινήσεως εἶναι ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ μίαν πλήρη ταλάντωσιν :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

Συχνότης εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν πλήρων ταλαντώσεων ἀνὰ δευτερόλεπτον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

$$f = \frac{1}{T}$$

Εὖρος τῆς ταλαντώσεως εἶναι ἡ μεγίστη μετατόπισις ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας. Ἡ ἀκτὶς τοῦ κύκλου ἀναφορᾶς εἶναι ἴση πρὸς τὸ εὖρος.

Ἁπλοῦν ἐκκρεμὲς εἶναι τὸ συνιστάμενον ἐκ συμπαγοῦς βαριδίου ἐξηρτημένον ἐκ λίαν ἐλαφροῦ νήματος. Ἡ κίνησίς του εἶναι κατὰ προσέγγισιν ἁπλῆ ἁρμονικὴ κίνησις καὶ ἡ περίοδος δίδεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Τὸ *ἐκκρεμὲς στρέψεως* ἐκτελεῖ ἁπλῆν στροφικὴν ἁρμονικὴν ταλάντωσιν. Ἡ περίοδός του δίδεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{K_0}}$$

Ἡ *κατευθύνουσα ροπὴ* K ὁρίζεται ὡς τὸ ἀρητικὸν πηλίκον τῆς ροπῆς ἐπαναφορᾶς ἥτις ἐπροκάλεσε τὴν στροφὴν κατὰ γωνίαν φ, διὰ τῆς γωνίας ταύτης.

Αὕτη ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ μήκους τῆς διαμέτρου καὶ τοῦ ὑλικοῦ τῆς ράβδου ἢ τοῦ σύρματος.

Συντονισμὸς ἐπέρχεται ὅταν, περιοδικῶς δρῶσα ἐξωτερικὴ δύναμις ἐπὶ συστήματος τοῦ ὁποίου ἡ ἰδιοσυχνότης εἶναι ν_0, ἔχει συχνότητα ν ἴσην μὲ τὴν τοῦ συστήματος. Ὅταν συμβαίνει τοῦτο, ὅταν δηλαδὴ ἡ συχνότης τῆς δρώσης δυνάμεως τείνει νὰ ἐξισωθῇ μὲ τὴν ἰδιοσυχνότητα τοῦ συστήματος, τότε τὸ εὖρος τῆς ταλαντώσεως συνεχῶς αὐξάνεται μέχρις ὅτου ἡ ἐνέργεια ἡ παρεχομένη ὑπὸ τῆς κινούσης δυνάμεως εἶναι ἀκριβῶς ἐπαρκὴς διὰ τὴν ὑπερνίκησιν τῶν τριβῶν τοῦ συστήματος, ὁπότε τὸ εὖρος γίνεται ἄπειρον.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Διατὶ εἶναι συνήθεις εἰς τὴν φύσιν αἱ κατὰ προσέγγισιν ἁπλαῖ ἁρμονικαὶ κινήσεις;

2. Περιγράψατε εὐκρινῶς διατὶ ἡ κίνησις τοῦ ἐμβόλου εἰς τὸν κύλινδρον μιᾶς ἀτμομηχανῆς σιδηροδρόμου διαφέρει τῆς ἁπλῆς ἁρμονικῆς κινήσεως.

3. Πῶς θὰ ἠδυνάμεθα νὰ συνδέσωμεν ἔμβολον εἰς τὸ περιστρεφόμενον μέρος ἠλεκτρικῆς μηχανῆς (rotor) οὕτως ὥστε ἡ κίνησις τοῦ ἐμβόλου νὰ γίνῃ ἁπλῆ ἁρμονική;

4. Ἐντὸς στερεᾶς σφαίρας ὁμοιομόρφου πυκνότητος ἡ δύναμις τῆς ἕλξεως ἐπὶ ἀντικειμένου τινὸς μεταβάλλεται εὐθέως μετὰ τῆς πρώτης δυνάμεως τῆ. ἀποστάσεως ἀπὸ τοῦ κέντρου. Ὑποθέτοντες ὅτι ἡ γῆ ἦτο μία τοιαύτη σφαῖρα καὶ ὅτι θὰ ἦτο δυνατὸν νὰ διανηχθῇ μία ὀπὴ συδέουσα τοὺς δύο πόλους, τί ἤθελεν συμβῇ εἰς ἀντικείμενον ὅπερ θὰ ἐρρίπτετο ἐντὸς τῆς ὀπῆς;

5. Ὑπὸ τίνας συνθήκας ἡ σύνθεσις δύο ἁπλῶν ἁρμονικῶν κινήσεων παράγει συνισταμένην ταλάντωσιν ἥτις εἶναι ἐπίσης ἁπλῆ, ἁρμονική;

6. Ποῖος εἶναι ὁ σκοπὸς τοῦ ἐκκρεμοῦς ἑνὸς ὡρολογίου ἢ τοῦ πολυδρομοῦντος τροχοῦ εἰς τὸ κοινὸν ὡρολόγιον;

7. Ὅταν ἐκκρεμὲς ὡρολόγιον προτρέχει, τί διόρθωσις δέον νὰ γίνῃ ἐπ' αὐτοῦ;

8. Μία σιδηρᾶ σφαῖρα διαμέτρου 1 in. καὶ μία ξυλίνη τοιαύτη τῆς αὐτῆς διαμέτρου ἐξαρτόνται ἐκ κλωστῶν ἴσου μήκους. Ὅταν ἀμφότερα τεθοῦν εἰς ταλάντωσιν, ποίαν σχέσιν ἔχουν αἱ περίοδοί των; Ὑφίστατα καμμία διαφορὰ εἰς τὴν συμπεριφορὰν των; Ἐὰν ναί, διατί;

9. Ἁπλοῦν ἐκκρεμὲς ἔχει περίοδον 2.00 sec εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης καὶ εἰς πλάτος 45°. Ποῖον θὰ εἶναι ποιοτικῶς τὸ ἀποτέλεσμα ἐπὶ τῆς περιόδου ἐὰν τὸ ἐκκρεμὲς εὑρίσκεται καὶ πάλιν εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης α) εἰς τὸν ἰσημερινόν, β) εἰς πλάτος 60°; Ποῖον θὰ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα ἐὰν μεταφερθῇ τοῦτο εἰς ὕψος 5000 ft καὶ εἰς πλάτος 45°;

10. Μικρὰ σφαῖρα ἐξαρτᾶται ἐκ σύρματος ὅπερ διέρχεται ἐκ μιᾶς ὀπῆς τοῦ στηρίγματος του. Ἡ σφαῖρα τίθεται εἰς ταλάντευσιν καὶ τὸ νῆμα ἔλκεται διὰ τῆς ὀπῆς. Περιγράψατε καὶ ἐξηγήσατε τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας. Ἐὰν ἡ ἐνέργεια αὐξάνεται ποία εἶναι ἡ πηγὴ τῆς αὐξημένης ἐνεργείας;

11. Διατὶ βαδίζοντες ἄνδρες ἀνακόπτουν τὸ βῆμα ὅταν διέρχονται ἀπὸ γέφυραν;

12. Χρησιμοποιήσατε τὴν τυπικὴν μέθοδον τῶν μεγίστων καὶ ἐλαχίστων διὰ νὰ ἀποδείξητε ὅτι εἰς τὴν ἁπλῆν ἁρμονικὴν κίνησιν ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι μηδὲν ὅταν ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης εἶναι ἡ μεγίστη καὶ ὅτι ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης εἶναι μηδενικὴ ὅταν ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι μεγίστη.

13. Περιγράψατε μερικὰ συνήθη φαινόμενα εἰς τὰ ὁποῖα ὁ συντονισμὸς παίζει σημαντικὸν ρόλον.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ **1.** Σῶμα 50.0-gm ἀνηρτημένον ἀπὸ ἐλατηρίου προκαλεῖ ἐπιμήκυνσιν αὐτοῦ κατὰ 2.00 cm. Ὅταν ἀντικείμενον τι ἀναρτᾶται ἐκ τοῦ ἐλατηρίου καὶ ἀρχίσῃ νὰ ταλαντεύεται ἡ περίοδός του εἶναι 0.568 sec. Ποία εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ ἀντικειμένου ὅπερ προσεδέθη εἰς τὸ ἐλατήριον;

2. Ἐλατήριον ἐπιμηκύνεται κατὰ 2.00 cm διὰ φορτίου 15.0 gm. Ἐὰν σῶμα μάζης 294 gm προσδεθῇ εἰς τὸ ἐλατήριον καὶ ἀρχίσῃ τοῦτο ταλαντευόμενον μὲ εὖρος 10.0 cm. ποία θὰ εἶναι α) ἡ κατευθύνουσα δύναμις, β) ἡ περίοδος καὶ γ) ἡ μεγίστη ταχύτης τοῦ ταλαντευομένου σώματος; *Ἀπ.* 7350 dyn/cm, 1.26 sec, 50 cm/sec

3. Ὅταν μᾶζα 200 gm προσδεθῇ εἰς κατακόρυφον ἐλατήριον τοῦτο τείνεται κατὰ 9.80 cm. Τὸ σύστημα τίθεται ὑπὸ ταλάντωσιν μετ' εὖρους 5.00 cm. Νὰ εὑρεθῶσιν α) ἡ κατευθύνουσα δύναμις, β) ἡ περίοδος ταλαντώσεως, γ) ἡ μεγίστη ταχύτης τῆς μάζης, δ) ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις ὅταν ἡ μᾶζα εὑρίσκεται 3.00 cm κάτωθεν τοῦ σημείου ἰσορροπίας.

4. Ἐλατήριον τείνεται κατὰ 25.0 cm ὑπὸ φορτίου 200 gr. Ἀντικείμενον 300-gm. προσδένεται εἰς τὸ ἐλατήριον τοῦτο καὶ μετατοπίζεται κατὰ 10.0 cm. ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας. Νὰ εὑρεθῇ ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ συστήματος εἰς τὴν θέσιν ταύτην. Ἀπὸ τῆς μελέτης τῆς ἐνεργείας νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης τοῦ ἀντικειμένου ὅταν τοῦτο ἀπέχει 5.00 cm ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας. *Ἀπ.* 3.92×10^5 ἔργια, 44.2 cm/sec

5. Ἐλατήριον τείνεται κατὰ 12. in. ὑπὸ δυνάμεως 5.00 lb. Σῶμα 2.00-lb προσδένεται ἐπὶ τοῦ ἐλατηρίου, καὶ μετατοπίζεται κατὰ 4.00 in, μετὰ δὲ ἀφήνεται νὰ ταλαντωθῇ μὲ ἁπλῆν ἁρμονικὴν κίνησιν. Νὰ εὑρεθῇ α) ἡ κατευθύνουσα δύναμις, β) ἡ περίοδος, γ) ἡ μεγίστη ταχύτης καὶ δ) ἡ μεγίστη κινητικὴ ἐνέργεια. Ὑπολογίσατε τὸ ἐπιτελεσθὲν ἔργον ὑπὸ τοῦ ἐλατηρίου ὅταν τοῦτο ἔχει ταθῇ κατὰ 4.40 in. Συγκρίνατε τὸ ἔργον τοῦτο μετὰ τῆς μεγίστης κινητικῆς ἐνεργείας.

6. Σῶμα 4.0-kg ταλαντεύεται μὲ ἁπλῆ ἁρμονικὴ κίνησιν μέσῳ ἐλατηρίου. Ἐὰν τὸ εὖρος εἶναι 30 cm. καὶ ὁ χρόνος μιᾶς πλήρους ταλαντεύσεως 0.60 sec νὰ εὑρεθῇ α) ἡ μεγίστη ταχύτης, β) ἡ μεγίστη

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κινητικὴ ἐνέργεια, γ) ἡ ἐλαχίστη κινητικὴ ἐνέργεια καὶ δ) ἡ κατευθύνουσα δύναμις τοῦ ἐλατηρίου.

Ἀπ. 3.1 m/sec, 19 νιοῦτον–m, 0, 440 νιοῦτον–m

7. Σῶμα 50-kg. κραδαίνεται μετὰ ἁπλῆς ἁρμονικῆς κινήσεως εὔρους 25 cm καὶ περιόδου 0.784 sec. α) Ποία εἶναι ἡ μεγίστη αὐτοῦ ταχύτης, β) ἡ μεγίστη κινητικὴ ἐνέργεια καὶ γ) ἡ ἐλαχίστη κινητικὴ ἐνέργεια;

8. Σῶμα 8.0-kg. ἐκτελεῖ ἁπλῆν ἁρμονικὴν κίνησιν εὔρους 30 cm. Ἡ δύναμις ἐπαναφορᾶς εἶναι 60 νιοῦτον ὅταν ἡ μετατόπισις εἶναι 30 cm. Νὰ εὑρεθῇ α) ἡ περίοδος, β) ἡ ἐπιτάχυνσις ὅταν ἡ μετατόπισις εἶναι 12 cm , γ) ἡ μεγίστη ταχύτης καὶ δ) ἡ κινητικὴ καὶ ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια ὅταν ἡ μετατόπισις εἶναι 12 cm.

Ἀπ. 1.3 sec, 3.0 m/sec², 1.5 m/sec, 7.6 τζούλ, 1.4 τζούλ.

9. Σῶμα 2.0-lb ταλαντεύεται μεθ' ἁπλῆς ἁρμονικῆς κινήσεως περιόδου 0.40 sec καὶ εὔρους 5.0 in. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης, ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος κατὰ τὴν στιγμὴν κατὰ τὴν ὁποίαν ἀπέχει 3.0 in ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας.

10. Σῶμα 4.0-lb προσδεδεμένον εἰς ἐλατήριον ἐκτελεῖ ἁπλῆν ἁρμονικὴν κίνησιν εὔρους 5.0 in καὶ περίοδον 0.314 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ α) ἡ μεγίστη ταχύτης τοῦ σώματος, β) ἡ δύναμις ἐπὶ τοῦ σώματος ὅταν ἡ μετατόπισις εἶναι 3.0 in ἐκ τοῦ σημείου ἰσορροπίας καὶ γ) ἡ κατευθύνουσα δύναμις τοῦ ἐλατηρίου.

Ἀπ. 8.3 ft/sec, 12.5 lb, 4.2 lb/in

11. Σῶμα ἀνηρτημένον ἐκ σπειροειδοῦς ἐλατηρίου ταλαντεύεται κατακορύφως μεθ' ἁπλῆς ἁρμονικῆς κινήσεως ἐπὶ ἀποστάσεως 2.0 ft. Ὁ χρόνος διὰ μίαν πλήρη ταλάντωσιν εἶναι 3.0 sec. Νὰ εὑρεθῇ α) ἡ μεγίστη ταχύτης τοῦ σώματος, β) ἡ ταχύτης τοῦ σώματος μετὰ χρόνον 0.38 sec ἀφοῦ τοῦτο διέλθῃ τὸ κατώτερον σημεῖον τῆς τροχιᾶς του καὶ γ) τὴν μεγίστην ἐπιτάχυνσιν τοῦ σώματος.

12. Σῶμα 2.0-lb ταλαντεύεται μεθ' ἁπλῆς ἁρμονικῆς κινήσεως περιόδου 4.0 sec καὶ εὔρους 10.0 in. Νὰ εὑρεθῇ ἡ μεγίστη ταχύτης καὶ ἡ μεγίστη ἐπιτάχυνσις αὐτοῦ. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις ὅταν τὸ σῶμα εὑρίσκεται εἰς θέσιν τοιαύτην ἐκ τοῦ σημείου ἰσορροπίας, τὴν ὁποίαν κατέλαβε εἰς χρόνον ἴσον μὲ τὸ 1/6 τῆς περιόδου. Νὰ εὑρεθῇ ἡ καθαρὰ δύναμις ἐπὶ τοῦ δονουμένου σώματος εἰς τὴν αὐτὴν τὴν θέσιν.

Ἀπ. 1.3 ft/sec, 2.0 ft/sec², 0.65 ft/sec, 1.7 ft/sec², 0.11 lb.

13. Ὁριζοντία πλατφόρμα ἐκτελεῖ ἁπλῆν ἁρμονικὴν κίνησιν κατὰ μῆκος ὁριζοντίας γραμμῆς μετὰ συχνότητος 2.0 sec καὶ εὔρους 3.0 cm. α) Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ μεγίστη ἐπιτάχυνσις. β) Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης ὅταν ἡ μετατόπισις ἀπὸ τοῦ σημείου ἰσορροπίας εἶναι 1.5 cm. γ) Μικρὸν σῶμα τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς πλατφόρμας χωρὶς νὰ μεταβάλει τὴν κίνησιν. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐλαχίστη τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ τῆς στατικῆς τριβῆς οὕτως ὥστε τὸ σῶμα νὰ μὴν ὀλισθήσῃ καὶ πέσει ἐκ τῆς πλατφόρμας.

14. Μία ὁριζοντία πλατφόρμα κινεῖται πρὸς τὰ ἄνω καὶ κάτω ἐκτελοῦσα ἁπλῆν ἁρμονικὴν κίνησιν, εὔρους 6.0 in καὶ περιόδου 0.50 sec. α) Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης τῆς πλατφόρμας ὅταν ἔχει μετατοπισθῇ 5.2 in ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας. β) Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ μεγίστη τιμὴ τῆς ἐπιταχύνσεως. γ) Ἐὰν πλινθίον τοποθετηθῇ ἐπὶ τῆς ἄνω πλευρᾶς τῆς ἐξέδρας καὶ κινεῖται ὁμοῦ μετ' αὐτῆς ἐκτελὸν ἁπλῆν ἁρμο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νικὴν κίνησιν εὖρους 6.0 in ποία εἶναι ἡ μεγίστη συχνότης τὴν ὁποίαν δύναται νὰ ἔχῃ τὸ σύστημα οὕτως ὥστε τὸ πλινθίον νὰ παραμένῃ συνεχῶς ἐν ἐπαφῇ μετὰ τῆς πλατφόρμας;

15. Σῶμα ἐκτελὸν ἁπλῆ ἁρμονικὴν ταλάντωσιν, εὖρους 10.0 cm ἔχει ἐπιτάχυνσιν 20.0 cm/sec^2 ὅταν τοῦτο ἀπέχει 8.00 cm ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας. Ποία εἶναι ἡ περίοδός του;

16. Νὰ εὑρεθῇ ἡ δύναμις ἐπαναφορᾶς σώματος 3.0-lb ἐκτελοῦντος ἁπλῆ ἁρμονικὴν ταλάντωσιν κατὰ τὴν στιγμὴν καθ' ἣν ἡ μετατόπισίς του εἶναι 0.50 in. Ἡ συχνότης του εἶναι 180 ταλαντώσεις/min καὶ τὸ εὖρος 1.5 in

Ἀπ. 1.4 lb

17. Ἁπλοῦν ἐκκρεμὲς χρησιμοποιεῖται διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς τιμῆς τῆς g. Ὅταν τὸ μῆκος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι 98.45 cm καὶ ἡ περίοδος 1.990 sec. νὰ εὑρεθῇ ἡ τιμὴ τῆς g.

18. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ μῆκος ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς τὸ ὁποῖον ἔχει περίοδον 1.000 sec εἰς θέσιν ὅπου ἡ g ἰσοῦται μὲ 981 cm/sec^2.

19. Ἁπλοῦν ἐκκρεμὲς ἔχει μῆκος 45.00 in. Εἰς θέσιν ὅπου ἡ g=32.17 ft/sec^2, ποία θὰ εἶναι ἡ συχνότης του;

20. Ἁπλοῦν ἐκκρεμὲς ἐρυθμίσθη ἀκριβῶς διὰ νὰ ἔχῃ περίοδον 2.00 sec. Ἐὰν τὸ νῆμα ἀναρήσεώς του βραχυνθῇ κατὰ 2.00 in, νὰ εὑρεθῇ ἡ μεταβολὴ τῆς περιόδου, ὑποθέτοντες ὅτι g=32.2 ft/sec^2.

Ἀπ. 0.05 sec

21. Στερεὸς δίσκος ἀκτῖνος 30-cm καὶ μάζης 9.0 kg εἶναι ἀνηρτημένος ὑπὸ μορφὴν ἐκκρεμοῦς στρέψεως. Ἵνα ὁ δίσκος ἐκτελέσῃ μιὰ πλήρη περιστροφήν, πρέπει δύο δυνάμεις, ἑκάστη 22.5 $\times$ 10^6 δυνῶν, νὰ ἐφαρμοσθῶσιν κατὰ τὴν ἐφαπτομένην ἐπὶ τοῦ δίσκου εἰς τὰ δύο ἄκρα τῆς διαμέτρου αὐτοῦ. Ποία εἶναι ἡ ροπὴ στρέψεως καὶ ἡ περίοδος ταλαντώσεως;

22. Στερεὸς κύλινδρος, τοῦ ὁποίου τὸ βάρος εἶναι 16,0 lb καὶ ἡ ἀκτὶς 9.0 in, ἀναρτᾶται ὑπὸ σύρματος μήκους 2.0 ft, ὁ ἄξων δὲ αὐτοῦ συμπίπτει μὲ τὸ σύρμα. Ὁ κύλινδρος περιστρέφεται κατὰ γωνίαν 120^0 ὑπὸ ροπῆς στρέψεως 4.0 lb–ft. Νὰ εὑρεθῇ ἡ κατευθύνουσα ροπὴ τοῦ σύρματος καὶ ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς ὅταν ἀφήνεται ἐλεύθερον.

Ἀπ. 1.0 lb–ft/ἀκτίνιον, 1.7 sec

23. Ἐκκρεμὲς στρέψεως συνίσταται ἐκ κατακορύφου σύρματος ἐκ τοῦ ὁποίου ἀναρτᾶται δίσκος. Ροπὴ στρέψεως 10.0 lb-ft περιστρέφει τὸν δίσκον κατὰ 7.5^0. Ἡ συχνότης τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι 90 ταλαντώσεις/min. Ποία εἶναι ἡ ροπὴ ἀδρανείας τοῦ δίσκου;

24. Ἀκανονίστως διαμορφωμένη ράβδος ἀναρτᾶται ἐκ σύρματος ὅπερ δύναται νὰ περιστραφῇ κατὰ 15.8^0 ὑπὸ ροπῆς στρέψεως 5.25$\times$10^6 cm–dyn. Τὸ σύστημα ὡς ἐκκρεμὲς στρέψεως ταλαντεύεται μὲ περίοδον 0.333 sec. Ποία εἶναι ἡ ροπὴ ἀδρανείας τῆς ράβδου:

Ἀπ. 5.34$\times$10^4 gm–cm^2

25. Ἀκανόνιστον σῶμα ἀνηρτημένον ἐκ σύρματος ταλαντεύεται ὡς ἐκκρεμὲς στρέψεως μὲ περίοδον 1.50 sec. Ὅταν δακτύλιος τοῦ ὁποίου ἡ ροπὴ ἀδρανείας εἶναι 5.25$\times$10^3 gm–cm^2 προστεθῇ εἰς τὸ ἀκανόνιστον σῶμα, ἡ περίοδος γίνεται 1.80 sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ροπὴ ἀδρανείας τοῦ ἀκανονίστου-ἀνομοιομόρφου σώματος.

26. Σφαῖρα 200-gm καὶ ἀκτῖνος 12.0 cm ἀναρτᾶται ἐκ σύρματος ὡς ἐκκρεμὲς στρέψεως. Ἡ συχνότης τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι 0.250 ταλαντώσεις/sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ κατευθύνουσα ροπὴ τοῦ σύρματος καὶ ἡ ἐνέρ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γεια τοῦ συστήματος ὅταν τοῦτο μετατοπίζεται 12.5^0 ἀπὸ τῆς θέσεως ἰσορροπίας. *Ἀπ.* 2.85×10^4 cm–dyn/rad., 677 ἔργια

27. Ἀκανόνιστον σῶμα ἀναρτᾶται ἀπὸ σύρμα διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου τῆς μάζης. Τίθεται εἰς ταλάντωσιν ὡς ἐκκρεμὲς στρέψεως μετὰ περιόδου 1.20 sec. Ὅταν δακτύλιος μάζης 6.00 kg καὶ μέσης ἀκτῖνος 15.0 cm τοποθετηθῇ ἐπὶ τοῦ ἀκανονίστου σώματος μετὰ τοῦ κέντρου τοῦ δακτυλίου ἐπὶ τὸ σύρμα, ἡ περίοδος αὐξάνεται εἰς 3.00 sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ροπὴ ἀδρανείας τοῦ ἀκανονίστου σώματος καὶ ἡ κατευθύνουσα ροπὴ τοῦ σύρματος.

28. Ἐκκρεμὲς στρέψεως ἄρχεται κινούμενον μὲ γωνιακὴν ἐπιτάχυνσιν 15 rad/sec^2 ὅταν ἡ μετατόπισις του εἶναι 90^0.] Ποία εἶναι ἡ συχνότης τοῦ ἐκκρεμοῦς; *Ἀπ.* 0.49 vib/sec

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Sir William H. Bragg **Sir William L. Bragg**

W. H. Bragg: 1862–1942. *Ἐγεννήθη εἰς τὸ Γουέτσγουώρντ, Καμπερλάντ, Καθηγητὴς εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τοῦ Λῆδς, πρώην διευθυντὴς τοῦ ἐργαστηρίου ἐρευνῶν Davy-Faraday. Διεμοιράσθη τὸ βραβεῖον Νόμπελ Φυσικῆς μετὰ τοῦ υἱοῦ του W. L. Bragg, διὰ τὴν συμβολήν του εἰς τὴν μελέτην τῆς δομῆς τῶν κρυστάλλων μέσῳ τῶν ἀκτίνων Χ.*

W. L. Bragg: 1890–. *Ἐγεννήθη εἰς Ἀδελαΐδα, Δυτικὴ Αὐστραλία. Καθηγητὴς εἰς τὸ Καῖμπριτζ ἀπὸ τοῦ 1938.*

15. ΥΓΡΑ ΕΝ ΗΡΕΜΙΑ

Τὰ ὑλικὰ συνήθως κατατάσσονται εἰς στερεά, ὑγρὰ καὶ ἀέρια. Ἡ κλάσις εἰς ἣν κατατάσσεται μία οὐσία ἐξαρτᾶται ἐκ τῶν φυσικῶν συνθηκῶν αἵτινες περιβάλλουν ταύτην κατὰ τὸν χρόνον τῆς παρατηρήσεως. Διὰ μεταβολῆς τῶν συνθηκῶν μία μεμονωμένη οὐσία δύναται νὰ παρατηρηθῇ εἰς οἱανδήποτε τῶν τριῶν καταστάσεων. Ὅλοι γνωρίζομεν τὰς τρεῖς καταστάσεις τοῦ ὕδατος: τὸν πάγον, τὸ ὕδωρ καὶ τὸν ἀτμόν. Ἄλλαι οὐσίαι, ὡς ὁ σίδηρος, καὶ πλεῖστα ἄλλα μέταλλα ἅτινα δὲν ἀπαντῶται συνήθως εἰς τὴν ὑγρὰν ἢ ἀεριώδη κατάστασιν, δύνανται νὰ περιέλθουν εἰς αὐτὰς ἐὰν θερμανθοῦν μὲ θερμοκρασίαν ἀρκοῦντος ὑψηλήν. Αἱ οὐσίαι αἵτινες παρατηροῦνται συνήθως ὡς ἀέρια, δύναται ἅπασαι νὰ ὑγροποιηθῶσιν ἢ νὰ στερεοποιηθῶσιν ἐὰν ἡ θερμοκρασία καταβιβασθῇ ἱκανῶς καὶ ἡ πίεσις καταστῇ ἐπαρκῶς μεγαλυτέρα.

Τὰ στερεὰ εἶναι σώματα ἅτινα διατηροῦν ὡρισμένον σχῆμα καὶ μέγεθος. Τὰ ὑγρὰ ἔχουν ὡρισμένον ὄγκον, ἀλλὰ δὲν ἔχουν ὡρισμένον σχῆμα, λαμβάνουν δὲ τὸ σχῆμα τοῦ δοχείου εἰς τὸ ὁποῖον εὑρίσκονται.

Τὰ ἀέρια δὲν ἔχουν οὔτε ὡρισμένον σχῆμα οὔτε ὡρισμένον ὄγκον, ἀλλὰ πληροῦν οἱονδήποτε δοχεῖον ὅσον μικρὸν καὶ ἐὰν εἶναι τὸ ποσὸν τοῦ ἀερίου τὸ ὁποῖον τίθεται ἐν αὐτῷ. Ὁ ὅρος «ρευστὸν» χρησιμοποιεῖται τόσον διὰ τὰ ὑγρὰ ὅσον καὶ διὰ τὰ ἀέρια.

15-1. Πυκνότης. Μία ἐκ τῶν χαρακτηριστικῶν ἰδιοτήτων ἑκάστου εἴδους ὕλης εἶναι ἡ πυκνότης του. Γνωρίζομεν ὅλοι ἐκ πείρας ὅτι μικρὸν τεμάχιον ὕλης τινὸς εἶναι δυνατὸν νὰ εἶναι βαρύτερον ἑνὸς ἄλλου κατὰ πολὺ μεγαλυτέρου διαφορετικῆς ὕλης. *Ἡ μᾶζα κατὰ μονάδα ὄγκου* οὐσίας τινὸς καλεῖται ἡ πυκνότης αὐτῆς,

$$\varrho = \frac{m}{V} \qquad (1)$$

Αἱ μονάδες πυκνότητος ἐκφράζονται διὰ τοῦ πηλίκου τῆς ἐπιλεγείσης μονάδος μάζης διὰ τῆς μονάδος ὄγκου, ὡς γραμμάρια ἀνὰ κυβ. ἑκατοστόν, χιλιόγραμμα ἀνὰ κυβ. μέτρον, ἢ slug ἀνὰ κυβικὸν πόδα.

Εἶναι ἐνίοτε ἐπιβοηθητικὸν νὰ χρησιμοποιῶμεν καὶ ἕτερον μέγεθος καλούμενον εἰδικὸν βάρος ἢ βάρος ἀνὰ μονάδα ὄγκου.

$$D = \frac{W}{V} \qquad (2)$$

Λόγῳ τοῦ ὅτι $W = pg$, λαμβάνομεν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὴν ἁπλῆν σχέσιν μεταξὺ πυκνότητος καὶ εἰδικοῦ βάρους

$$D = \varrho g \qquad (3)$$

Τὸ εἰδικὸν βάρος συνήθως χρησιμοποιεῖται ὅταν ἐνδιαφερώμεθα δι' ἀποτελέσματα ἐξαρτώμενα ἐκ δυνάμεως, ἐνῶ ἡ πυκνότης χρησιμοποιεῖται ὅταν θεωροῦμεν ἁπλῶς τὴν μᾶζαν. Τιμαὶ πυκνότητος διὰ μερικὰς οὐσίας δίδονται εἰς τὸν Πιν. 1.

ΠΙΝΑΞ 1. ΠΥΚΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΕΙΔΙΚΑ ΒΑΡΗ ΣΤΕΡΕΩΝ ΚΑΙ ΥΓΡΩΝ

Οὐσία	Πυκνότης gr/cm³	Εἰδικὸν βάρος lb/ft³
Αἰθυλικὴ ἀλκοόλη εἰς 20°C	0.79	49.4
Ὕδωρ εἰς 4° C	1.000	62.4
Ὕδωρ εἰς 20° C	0.998	62,3
Βενζίνη	0.68	42
Ὑδράργυρος	13.6	850
Δρῦς	0.8	50
Ἀλουμίνιον	2.7	169
Χαλκὸς	8.89	555
Πάγος	0.92	57
Σίδηρος κατειργασμένος	7.85	490

15-2. Εἰδικὸν βάρος. Τὸ *εἰδικὸν βάρος* οὐσίας τινὸς εἶναι ὁ λόγος τῆς πυκνότητός της πρὸς τὴν πυκνότητα ἄλλης οὐσίας λαμβανομένης ὡς βάσεως συγκρίσεως. Ὡς τοιαύτη βάσις συνήθως ἐκλέγεται τὸ ὕδωρ εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῆς μεγίστης αὐτοῦ πυκνότητος ἤτοι 32.20° Φαρενάϊτ (4° Κελσίου) οὕτω ἐὰν ϱ εἶναι ἡ πυκνότης μιᾶς οὐσίας καὶ ϱ_w ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος, ἡ σχετικὴ πυκνότης τῆς οὐσίας ταύτης εἶναι

$$\text{σχετικὴ πυκνότης} = \frac{\varrho}{\varrho_w} \qquad (4)$$

ἄρα

$$\text{σχετικὴ πυκνότης} = \frac{D}{D_w} \qquad (4α)$$

Ἀφοῦ ἑκάστη τῶν δύο πυκνοτήτων ἔχει τὴν αὐτὴν μονάδα, τὸ πηλίκον των εἶναι καθαρὸς ἀριθμός. Εἶναι εὐκολώτερον νὰ κατατάξωμεν εἰς πίνακα τὴν σχετικὴν πυκνότητα, ἀπὸ τὴν πυκνότητα, αἱ τιμαὶ τῆς ὁποίας εἰς τὸ βρεττανικὸν καὶ μετρικὸν σύστημα μονάδων εἶναι διάφοροι. Δυνάμεθα εὐκολώτερον νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν πυκνότητα ἀπὸ ὅτι τὴν σχετικὴν πυκνότητα, χρησιμοποιοῦντες τὴν Ἐξ. (4):

$$\varrho = (\text{σχετ. πυκν.})\ \varrho_w$$

Αἱ μονάδες πυκνότητος, αἱ οὕτω λαμβανόμεναι, θὰ εἶναι αἱ τοῦ συστήματος ἐκείνου εἰς ὃ ἐκφράζεται ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος.

Ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ἰσοῦται μὲ 1 gm/cm³, δηλ. αἱ πυκνότητες εἰς τὸ σύστημα τοῦτο εἶναι *ἀριθμητικῶς* ἴσαι πρὸς τὰς σχετικὰς πυκνότητας.

15-3. Πίεσις. Ὅταν ὑγρόν τι περιορισθῇ ἐντὸς δοχείου, τοῦτο ἀσκεῖ δύναμιν ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων καὶ τοῦ πυθμένος αὐτοῦ, ἐπὶ τῶν ὁποίων ἐφάπτεται. Ἐὰν τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ, ἡ δύναμις αὕτη εἶναι κάθετος ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῶν τοιχωμάτων καὶ τοῦ πυθμένος εἰς ὅλα τὰ σημεῖα αὐτῆς. *Ἡ κάθετος δύναμις ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας* καλεῖται *πίεσις*. Διὰ συμβόλων:

$$P = \frac{F}{A} \qquad (5)$$

Ἡ πίεσις εἶναι μονόμετρον μέγεθος.

Ἡ ἔννοια τῆς πιέσεως δὲν περιορίζεται εἰς τὰ ὑγρά, ἀλλὰ δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ ὁποτεδήποτε μία δύναμις ἐφαρμόζεται ἐπί τινος ἐπιφανείας. Μία λίαν μεγάλη πίεσις δύναται νὰ προέλθῃ ἐκ τῆς ἐφαρμογῆς ἀκόμη καὶ ἀσθενοῦς δυνάμεως ἐὰν αὕτη δρᾷ ἐπὶ μικρᾶς ἐπιφανείας. Ἀντικείμενα ὡς καρφῖδες καὶ καρφιὰ (ἧλοι) κατασκευάζονται μετ' ὀξειῶν αἰχμῶν οὕτως ὥστε νὰ δημιουργοῦνται ὑψηλαὶ πιέσεις αἵτινες νὰ δύνανται νὰ προκαλέσουν παραμόρφωσιν τῶν ἐπιφανειῶν ἄτινας πιέζουν ἀκόμη καὶ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μιᾶς σχετικῶς ἀσθενοῦς δυνάμεως.

Μία μονὰς πιέσεως δύναται νὰ προέλθῃ ἀπὸ οἱανδήποτε μονάδα δυνάμεως, διαιρουμένην διὰ μονάδος τινὸς ἐπιφανείας.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Αἱ πιέσεις συνήθως ἐκφράζονται εἰς lb/in^2, $newton/m^2$ ἢ dyn/cm^2. Ἐνίοτε πιέσεις ἐκφράζονται καὶ μὲ ἄλλας μονάδας μετρήσεως ὡς εἶναι π.χ. ἡ ἀτμόσφαιρα, ἥτις παριστᾷ πίεσιν ἴσην πρὸς τὴν ἀσκουμένην ὑπὸ τοῦ ἀέρος ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας, ἢ τὸ ἑκατοστὸν στήλης ὑδραργύρου, παριστῶσα πίεσιν ἴσην πρὸς τὴν ἀσκουμένην ὑπὸ στήλης ὑδραργύρου ὕψους 1 cm εἰς τὴν βάσιν αὐτῆς. Ἡ ἔννοια τῆς πιέσεως εἶναι ἰδιαιτέρως χρήσιμος κατὰ τὴν μελέτην τῶν ἰδιοτήτων ὑγρῶν καὶ ἀερίων.

Παράδειγμα : Τὸ ἄκρον πασσάλου ὅστις πρόκειται νὰ ἐμπαγῇ ἐντὸς τοῦ ἐδάφους ἔχει ἐπιφάνειαν 0.50 in^2. Ποία εἶναι ἡ πίεσις ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τοῦ πασσάλου ὅταν ἐφαρμόζεται ἐπ' αὐτοῦ δύναμις 200 lb

$$P = \frac{F}{A} = \frac{200\ \text{lb}}{0.50\ \text{in}^2} = 400\ \text{lb/in}^2$$

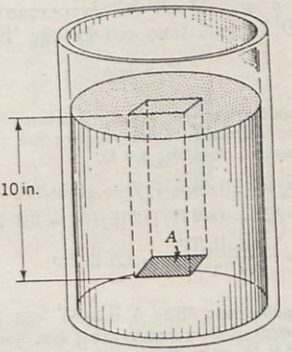
Ἐὰν ἡ δύναμις δὲν κατανέμεται ὁμοιομόρφως ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, ἀλλὰ μεταβάλλεται κατὰ κανονικόν τινα τρόπον, ἡ πίεσις δὲν εἶναι σταθερὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας. Ἡ μέση πίεσις εἶναι $P = \Delta F/\Delta A$, ὅπου ΔF παριστᾷ τὴν κάθετον δύναμιν τὴν δρῶσαν ἐπὶ ἐπιφανείας ΔA. Εἰς οἱονδήποτε σημεῖον τῆς ἐπιφανείας ἡ πίεσις εἶναι:

$$P = \underset{\Delta A \to 0}{\text{ὅριον}} \frac{\Delta F}{\Delta A} \qquad (6)$$

Ἡ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ὑπὸ ὑγροῦ τινὸς εὑρισκομένου ἐν ἠρεμίᾳ ἐπὶ οἱασδήποτε ἐπιπέδου ἐπιφανείας εἶναι κάθετος πρὸς αὐτὴν καὶ δίδεται ὑπὸ τοῦ γινομένου τῆς μέσης πιέσεως ἐπὶ τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας.

15-4. Πίεσις ὀφειλομένη εἰς τὴν βαρύτητα. Τὰ ἄτομα καὶ τὰ μόρια ἐξ ὧν συντίθεται ἓν ὑγρὸν ἕλκονται πρὸς τὴν γῆν συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τοῦ Νεύτωνος περὶ παγκοσμίου ἕλξεως. Συνεπῶς τὰ ὑγρὰ καταλαμβάνουν τοὺς πυθμένας τῶν δοχείων ποὺ εὑρίσκονται καὶ αἱ ἄνω στιβάδες αὐτῶν ἀσκοῦν δυνάμεις ἐπὶ τῶν κάτωθεν αὐτῶν εὑρισκομένων.

Πίεσις εἰς ἕνα σημεῖον ὑγροῦ εἶναι ἡ δύναμις ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας τιθεμένης εἰς τὸ ἐν λόγῳ σημεῖον. Ἂς φαντασθῶμεν ὁριζοντίαν ἐπιφάνειαν A (Εἰκ. 1) ἥτις εὑρίσκεται 10 in. κάτωθεν τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Λόγῳ τοῦ βάρους της, ἡ στήλη τοῦ ὑγροῦ ἡ ἀντιστοιχοῦσα πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ταύτην καὶ εὑρισκομένη ἄνωθεν αὐτῆς, ἀσκεῖ δύναμιν F ἐπ' αὐτῆς.



Εἰκ. 1. Πίεσις εἰς ὑγρόν.

Ἐὰν τὸ ὑγρὸν εἶναι ὕδωρ, ἕκαστος κυβικὸς ποὺς ζυγίζει 62.4 λίβρας καὶ ἑκάστη κυβικὴ ἴντσα ζυγίζει $(62.4/1728)$ lb $= 0.0351$ lb. Ἐὰν λάβωμεν τὴν ἐπιφάνειαν ὡς ἔχουσαν ἐμβαδὸν 2.0 in^2., ὁ ὄγκος ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας εἶναι $(10\ \text{in.})\ (2.0\ \text{in}^2.) = 20\ \text{in}^3$. Ἐξ αὐτῶν συνάγεται ὅτι τὸ βάρος τῆς στήλης τοῦ ὕδατος ὑπεράνω τῆς ἐν λόγῳ ἐπιφανείας εἶναι $(0.036\ \text{lb/in.}^3)\ (20\ \text{in.}^3) = 0.72$ lb, ἴση εἶναι καὶ ἡ ἀσκουμένη δύναμις ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας. Ἡ πίεσις ἄρα ἐπ' αὐτῆς εἶναι:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{0.72\ \text{lb}}{2.0\ \text{in.}^2} = 0.36\ \text{lb/in.}^2$$

15-5. Ὑδροστατικὴ πίεσις. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν πίεσιν P τὴν ὀφειλομένην εἰς τὸ βάρος W στήλης ὑγροῦ τινός, εἶναι ἐπαρκὲς νὰ γνωρίζομεν τὸ εἰδικὸν βάρος D καὶ τὸ βάθος h κάτω τῆς ἐπιφανείας, καθόσον ἡ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ ἐμβαδοῦ A εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος τῆς στήλης τοῦ ὑγροῦ :

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

$$W = hAD$$

$$P = \frac{W}{A} = \frac{hAD}{A}$$

ἄρα $$P = hD \qquad (7)$$

Ἡ πίεσις δύναται ἐπίσης νὰ ἐκφρασθῇ καὶ διὰ τῆς σχέσεώς της πρὸς τὴν πυκνότητα ρ τοῦ ὑδροῦ δι' ἀντικαταστάσεως τοῦ D διὰ τοῦ ἴσου του ἐκ τῆς Ἐξ. (3)

$$P = h\rho g \qquad (8)$$

Παράδειγμα : Νὰ εὑρεθῇ ἡ πίεσις εἰς τὸν πυθμένα δεξαμενῆς πεπληρωμένης διὰ βενζίνης εὑρισκομένου εἰς βάθος 8.0 ft.

Ἐκ τοῦ Πίνακος 1, $D = 42$ lb/ft³.

$$P = hD = (8.0\text{ ft})(42\text{ lb/ft}^3) = 340\text{ lb/ft}^2$$

$$= \frac{340\text{ lb/ft}^2}{144\text{ in}^2/\text{ft}^2} = 2.4\text{ lb/in}^2$$

Παράδειγμα : Ἐὰν ὁ πυθμὴν τοῦ δοχείου τοῦ προηγουμένου παραδείγματος ἔχει διαστάσεις 6.0×8.0 ft, ποία δύναμις ἀσκεῖται ἐπ' αὐτοῦ:

$$F = PA = (340\text{ lb/ft}^2)(6.0\text{ ft})(8.0\text{ ft}) = 16\,000\text{ lb}.$$

Παράδειγμα : Νὰ εὑρεθῇ ἡ πίεσις ἡ ὀφειλομένη εἰς στήλην ὑδραργύρου ὕψους 74.0 cm.

$$P = h\rho g = (74.0\text{ cm})(13.6\text{ gm/cm}^3)(980\text{ cm/sec}^2)$$
$$= 986\,000\text{ dyn/cm}^2.$$

15-6. Πιέσεις ὑγρῶν ἐν ἠρεμίᾳ. Τὰ ἀκόλουθα γενικὰ ἀξιώματα ἰσχύουν προκειμένου περὶ πιέσεων ὑγρῶν ἠρεμούντων.

1. Εἰς πᾶν σημεῖον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, ὑφίσταται πίεσις.

2. Ὡς ἐμφαίνεται ἐκ τῆς Ἐξ. (7) ἡ πίεσις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ βάθος κάτωθεν τῆς ἐπιφανείας.

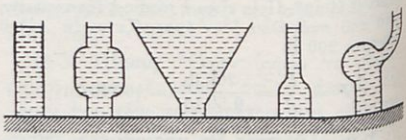
3. Εἰς οἱονδήποτε σημεῖον τοῦ ὑγροῦ εὑρισκομένου ἐν ἠρεμίᾳ, τὸ μέγεθος τῆς δυνάμεως (ὀφειλομένης εἰς τὴν πίεσιν) τῆς ἀσκουμένης ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν εἶναι τὸ αὐτὸ οἱοσδήποτε καὶ ἐὰν εἶναι ὁ προσανατολισμὸς τῆς ἐπιφανείας. Ἐὰν τὸ ἀξίωμα τοῦτο δὲν ἦτο ἀληθές, θὰ ὑφίστατο καθαρὰ δύναμις πρὸς μίαν κατεύθυνσιν καὶ τὸ ὑγρὸν θὰ ἐτίθετο ἐν κινήσει.

4. Ἡ πίεσις εἶναι ἡ αὐτὴ εἰς ἅπαντα τὰ σημεῖα τὰ εὑρισκόμενα εἰς τὴν αὐτὴν στάθμην ἑνὸς ὑγροῦ.

5. Ἡ δύναμις ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν πίεσιν εἶναι παντοῦ κάθετος πρὸς τὰς ἐπιφανείας τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου.

6. Ἡ δύναμις ἡ ἐξασκουμένη ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου ἰσοῦται μὲ τὴν πίεσιν τὴν ἀσκουμένη ἐπ' αὐτοῦ πολλαπλασιαζομένη ἐπὶ τὸ ἐμβαδόν της. Ἡ δύναμις δύναται νὰ εἶναι μεγαλυτέρα, ἴση ἢ μικροτέρα τοῦ βάρους τοῦ ὑγροῦ τοῦ εὑρισκομένου ἐντὸς τοῦ δοχείου.

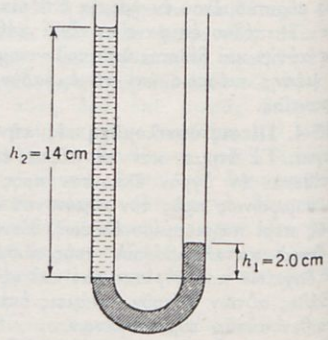
Εἰς τὴν Εἰκ. 2 παριστῶνται διάφορα δοχεῖα, ἔχοντα τὸ αὐτὸ ἐμβαδὸν βάσεως καὶ τὸ αὐτὸ ὕψος ὑγροῦ. Ἡ δύναμις τοῦ ὑγροῦ ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ τῆς βάσεως εἶναι



Εἰκ. 2. Ἡ δύναμις ἐπὶ τοῦ πυθμένος δὲν εἶναι πάντοτε ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ.

ἡ αὐτὴ εἰς ἁπάσας τὰς περιπτώσεις ταύτας ἂν καὶ τὰ βάρη τοῦ ὑγροῦ εἰς τὰ δοχεῖα διαφέρουν εὐρύτατα ἀπ' ἀλλήλων. (Πῶς ἐξηγεῖται ἡ διαφορὰ μεταξὺ τοῦ βάρους τοῦ ὑγροῦ εἰς τὸ δοχεῖον καὶ τῆς ἐπὶ τῆς βάσεως ἀσκουμένης δυνάμεως);

Παράδειγμα : Εἰς σωλῆνα σχήματος U ὁ δεξιὸς βραχίων περιέχει ὑδράργυρον ἐνῶ ὁ ἕτερος



Εἰκ. 3. Στῆλαι ἀνίσου ὕψους δύνανται νὰ προκαλέσουν ἴσας πιέσεις.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὑγρὸν ἀγνήστου πυκνότητος, τῶν ἀντιστοίχων ἐπιπέδων στάθμης παριστωμένων ὡς εἰς τὸ διάγραμμα. Νὰ εὑρεθῇ ἡ πυκνότης τοῦ ἀγνώστου ὑγροῦ.

Εἰς τὸ ἐπίπεδον διαχωρισμοῦ ἡ πίεσις εἶναι ἡ αὐτὴ καὶ εἰς τὰ δύο ὑγρά. Εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦτο ἡ πίεσις εἰς τὸν ὑδράργυρον εἶναι

$$P_1 = h_1\varrho_1 g$$

καὶ ἡ πίεσις εἰς τὸ ἄγνωστον ὑγρὸν εἶναι:

$$P_2 = h_2\varrho_2 g$$

$$P_1 = P_2$$

$$h_1\varrho_1 g = h_2\varrho_2 g$$

$$\varrho_2 = \frac{h_1\varrho_1}{h_2} = \frac{2.0 \text{ cm} \times 13.6 \text{ gm/cm}^3}{14 \text{ cm}}$$

$$= 1.9 \text{ gm/cm}^3$$

15-7. Ἄνωσις — Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους. Καθημεριναὶ παρατηρήσεις μᾶς δεικνύουν ὅτι ὅταν ἕνα ἀντικείμενον τεθῇ ἐντὸς τοῦ ὕδατος, χάνει φαινομενικῶς βάρος καὶ ὅτι δύναται ἀκόμη καὶ νὰ ἐπιπλεύσῃ αὐτοῦ. Εἶναι φανερὸν ὅτι τὸ ὕδωρ ἀσκεῖ μίαν πρὸς τὰ ἄνω κατευθυνομένην δύναμιν ἀνώσεως ἐπὶ τοῦ τιθεμένου ἐντὸς αὐτοῦ σώματος. Ὁ Ἀρχιμήδης, μαθηματικὸς καὶ ἐφευρέτης μέγας, διεπίστωσεν τοῦτο καὶ διετύπωσεν τὸ γεγονὸς αὐτὸ ὡς ἀκολούθως: *σῶμα πλήρως ἢ ἐν μέρει ἐμβαπτιζόμενον ἐντὸς ὑγροῦ ὑφίσταται δύναμιν πρὸς τὰ ἄνω (ἄνωσιν) ἴσην πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.*

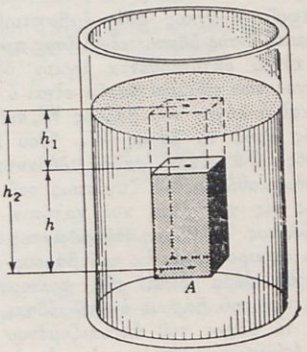
Ἡ ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπαληθευθῇ πειραματικῶς εὐκόλως. Δυνάμεθα νὰ ἐπαγάγωμεν τὴν ἀρχὴν ταύτην ἀπὸ τὴν μελέτην τῆς Εἰκ. 4.

Ἂς θεωρήσωμεν σῶμα τετραγωνικῆς διατομῆς A, ἐμβαπτισμένον ἐντὸς ὑγροῦ ἔχοντος εἰδικὸς βάρος D. Ἐπὶ τῶν παραπλεύρων ἐπιφανειῶν, τὸ ὑγρὸν ἀσκεῖ ὁριζοντίας δυνάμεις αἵτινες ἀλληλοαναιροῦνται. Ἐπὶ τῆς ἄνω ἐπιφανείας τὸ ὑγρὸν ἀσκεῖ μίαν πρὸς τὰ κάτω δύναμιν h_1DA καὶ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πυθμένος μίαν πρὸς τὰ ἄνω τοιαύτην h_2DA.

Ἡ καθαρὰ πρὸς ἄνω δύναμις τῆς ἀνώσεως ἐπὶ τοῦ πλινθίου εἶναι

$$h_2DA - h_1DA = hDA$$

ἥτις εἶναι ἀκριβῶς ἴση μὲ τὸ βάρος (ὄγκος hA ἐπὶ τὸ εἰδικὸν βάρος D) τοῦ ὑπὸ τοῦ σώματος ἐκτοπιζομένου ὕδατος.



Εἰκ. 4. Ἡ πρὸς ἄνω δύναμις ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ ἐμβαπτιζομένου σώματος εἶναι μεγαλυτέρα τῆς πρὸς τὰ κάτω ἀσκουμένης ἐπὶ τῆς ἄνω ἐπιφανείας αὐτοῦ.

Ὁ ἔλεγχος τῆς πλεύσεως τῶν ὑποβρυχίων ἐξαρτᾶται ἐν τινι μέτρῳ ἐκ τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους. Κατὰ τὴν κατάδυσιν τοῦ ὑποβρυχίου πληροῦνται αἱ ὑδαταποθῆκαι καὶ ἡ δύναμις τῆς ἀνώσεως ἐξουδεταιροῦται. Τὸ ὑποβρύχιον φέρεται πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν δι' ἀποβολῆς τοῦ ὕδατος ἐκ τῶν ὑδαταποθηκῶν τούτων διὰ πεπιεσμένου ἀέρος.

15-8. Εἰδικὸν βάρος καὶ σχετικὴ πυκνότης. Μετρήσεις βάσει τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους. Ἡ ἀρχὴ αὕτη ὑποδεικνύει μέθοδον συγκρίσεως τῶν εἰδικῶν βαρῶν μιᾶς οὐσίας καὶ ἑτέρας λαμβανομένης ὡς μέτρον συγκρίσεως.

Ἡ μέτρησις τῆς σχετικῆς πυκνότητος προϋποθέτει τὸν ἀκόλουθον συλλογισμὸν ὅστις διατυποῦται συνοπτικῶς διὰ συμβόλων:

$$\text{Σχετ. Πυκν.} = \frac{\text{Εἰδικὸν βάρος τῆς οὐσίας}}{\text{Εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδατος}}$$

$$= \frac{W_s/V}{W_w/V} = \frac{W_s}{W_w} \quad \text{ἄρα}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

$$\text{Σχετ. Πυκν.} = \frac{\text{βάρος τοῦ σώματος εἰς τὸν ἀέρα}}{\text{φαινομενικὴ ἀπώλεια βάρους ἐν τῷ ὕδατι}} \qquad (9)$$

Ἀφοῦ ὁ ὄγκος ἑνὸς ἐμβαπτισθέντος σώματος ἐντὸς ὕδατος εἶναι ἴσος πρὸς τὸν ὑπ' αὐτοῦ ἐκτοπισθέντα ὄγκον ὕδατος, ὁ λόγος τῶν εἰδικῶν βαρῶν εἶναι ὁ αὐτὸς ὡς καὶ ὁ λόγος τοῦ βάρους W_s τοῦ σώματος πρὸς τὸ βάρος W_w ἴσου ὄγκου ὕδατος. Τὰ βάρη ταῦτα δύνανται νὰ προσδιορισθῶσιν διὰ ζυγίσεως τοῦ δείγματος εἰς τὸν ἀέρα καὶ κατόπιν ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Τὸ βάρος τοῦ σώματος ἐν τῷ ὕδατι ἀφαιρούμενον ἐκ τοῦ βάρους αὐτοῦ εἰς τὸν ἀέρα δίδει τὴν φαινομενικὴν ἀπώλειαν τοῦ βάρους ἐν τῷ ὕδατι, ἥτις εἶναι τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος (συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τοῦ Ἀρχιμήδους). Συνεπῶς, ἡ σχετικὴ πυκνότης δύναται νὰ προσδιορισθῇ διὰ μετρήσεων ὑποδεικνυομένων εἰς τὴν Ἐξ. (9).

Παράδειγμα: Μεταλλικὴ σφαῖρα ζυγίζει 35.2 οὐγγίας εἰς τὸν ἀέρα καὶ 30.8 οὐγγίας ὅταν ἐμβαπτισθῇ εἰς τὸ ὕδωρ. Ποία εἶναι ἡ σχετικὴ πυκνότης αὐτῆς καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ μετάλλου;

Ἐκ τῆς Ἐξ. (9)

$$\text{Σχετικὴ πυκνότης} = \frac{\text{βάρος τοῦ δείγματος εἰς τὸν ἀέρα}}{\text{φαινομενικὴ ἀπώλεια βάρους εἰς τὸ ὕδωρ}}$$

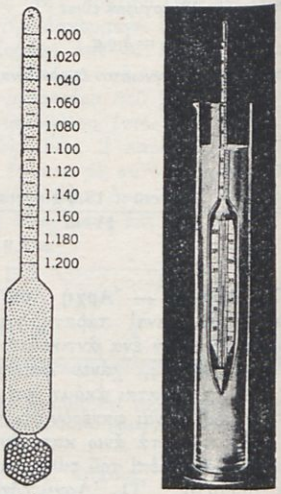
Ἀπώλεια βάρους ἐν τῷ ὕδατι $= 35.2$ οὐγγίαι $- 30.8$ οὐγγίαι $= 4.4.$ οὐγγίαι

$$\text{Σχετικὴ πυκνότης} = \frac{35.2 \text{ οὐγγ.}}{4.4. \text{ οὐγγ.}} = 8.0$$

Ἐκ τῆς Ἐξ. (4*a*)

$$D = (\text{σχετ. πυκν.})\, D_w = (8.0)\ (62.4 \text{ lb/ft}^3) = 500 \text{ lb/ft}^3$$

Ταχεῖς προσδιορισμοὶ τῆς σχετικῆς πυκνότητος ἑνὸς ὑγροῦ εἶναι δυνατὸν νὰ γίνουν δι' ἑνὸς πυκνομέτρου ἢ ἀραιομέτρου. Τὸ ὄργανον τοῦτο (Εἰκ. 5) ἀποτελεῖται ἀπὸ μίαν ὑαλίνην σφαῖρα προσκεκολλημένην εἰς στενὸν στέλεχος καὶ ἰσοζυγισμένη κατὰ τρόπον ὥστε νὰ παραμένῃ ὀρθία ὅταν ἐπιπλέει ἐντὸς ἑνὸς ὑγροῦ. Ἐπιπλέει τοῦ ὕδατος εἰς τοιοῦτον βάθος ὥστε νὰ ἐκτοπίζῃ ἀκριβῶς τὸ βάρος του εἰς ὑγρὸν (ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους). Τὸ στέλεχος εἶναι ἠριθμημένον διὰ νὰ δεικνύῃ τὴν σχετικὴν πυκνότητα τοῦ διαλύματος, βυθίζεται δὲ τόσον



Εἰκ. 5. Ἐπιπλέον πυκνόμετρον (*a*), ἐπιπλέει εἰς τοιοῦτον βάθος ὅσον εἶναι ἀπαραίτητον διὰ νὰ ἐκτοπίσῃ τόσον ὑγρὸν ὅσον εἶναι τὸ ἴδιον αὐτοῦ βάρος (*b*).

περισσότερον ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ σχετικὴ πυκνότης αὐτοῦ.

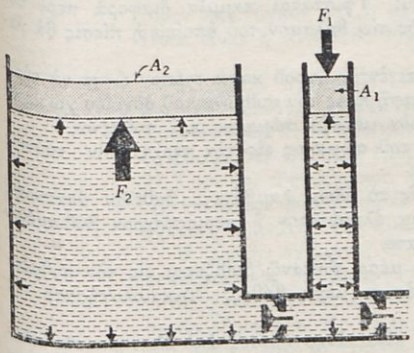
15-9. Ἐξωτερικὴ πίεσις. Ἀρχὴ τοῦ Πασκάλ. Ἡ πρότερον ἀναφερθεῖσα πίεσις εἶναι ἡ ὀφειλομένη εἰς τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ. Ἐὰν ὅμως μία οἱαδήποτε ἐξωτερικὴ πίεσις ἐφαρμοσθῇ εἰς τὸ ὑγρόν, ἡ πίεσις θὰ αὐξηθῇ πέραν τῆς ὑπὸ τῆς Ἐξ. (7) παρεχομένης. Ἡ συνηθεστέρα ἐκ τῶν τοιούτων πιέσεων εἶναι ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν.

Ὁποτεδήποτε μία ἐξωτερικὴ πίεσις ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ οἱουδήποτε ὑγροῦ περιωρισμένου καὶ ἐν ἠρεμίᾳ εὑρισκομένου, ἡ πίεσις ἐπὶ ἑκάστου σημείου τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ αὐξάνει κατὰ τὸ ποσὸν τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως. Τὸ ἀξίωμα τοῦτο ἀποτελεῖ τὴν ἀρχὴν τοῦ Πασκάλ, ἐκ τοῦ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὀνόματος τοῦ Γάλλου φιλοσόφου (1623–1662) ὅστις πρῶτος διετύπωσεν τοῦτο εὐκρινῶς. Αἱ πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ Πασκὰλ γίνονται ἔκδηλοι εἰς τὰ ἐπίσωτρα τῶν αὐτοκινήτων, ὑδραυλικοὺς γρύλλους, ὑδραυλικὰς τροχοπέδας καὶ τοιαύτας ἀέρος.

15-10. Ὑδραυλικὸν πιεστήριον. Τὸ γεγονὸς ὅτι μιὰ ἐξωτερικὴ πίεσις ἐφαρμοζομένη ἐπὶ ἠρεμοῦντος ὑγροῦ αὐξάνει τὴν πίεσιν ἐφ' ὅλων τῶν σημείων τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ κατὰ τὸ ποσὸν τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως, ἔχει μίαν σημαντικὴν ἐφαρμογὴν ἐπὶ μηχανήματος καλουμένου *ὑδραυλικὸν πιεστήριον*. Μικραὶ δυνάμεις ἀσκούμεναι μέσῳ τῆς μηχανῆς ταύτης προκαλοῦν τὴν ἄσκησιν μεγάλων δυνάμεων ὑπὸ ταύτης. Εἰς τὴν Εἰκ. 6, μικρὰ δύναμις F_1 ἀσκεῖται ἐπὶ μιᾶς μικρᾶς



Εἰκ. 6. Ὑδραυλικὸν πιεστήριον.

ἐπιφανείας A_1. Αὕτη αὐξάνει τὴν πίεσιν τοῦ ἐμβόλου ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ κατὰ ποσὸν P. Ἡ δύναμις ἥτις θὰ μεταδοθῇ ἐπὶ τοῦ μεγάλου ἐμβόλου θὰ εἶναι $F_2 = PA_2$, λόγῳ τοῦ ὅτι ἡ αὔξησις τῆς πιέσεως εἰς ἀμφότερα τὰ ἔμβολα εἶναι ἡ αὐτή.

Ἁπλῶς, μεταβαλλομένου τοῦ λόγου τῆς A_2 πρὸς A_1, ἡ δύναμις F_2 δύναται νὰ καταστῇ τόσον μεγάλη ὅσον θὰ ἐχρειάζετο διὰ ν' ἀνέλθῃ τὸ μέγα ἔμβολον. Μεγαλύτερα ἔμβολα ἀπαιτοῦν μεγαλυτέραν μεταφορὰν ὑγροῦ καὶ συνεπῶς ἔχουν βραδυτέραν δρᾶσιν.

Παράδειγμα: Εἰς ἕνα ὑδραυλικὸν πιεστήριον ὁ μικρὸς κύλινδρος ἔχει διάμετρον 1.0 in. ἐνῶ τὸ μεγαλύτερον ἔμβολον 8.0 in. Ἐὰν δύναμις 120 lb ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου, ποία θὰ εἶναι ἡ δύναμις ἐπὶ τοῦ μεγάλου τοιούτου, ἀμελουμένης τῆς τριβῆς;

Ἀφοῦ ἡ πίεσις αὐξάνεται κατὰ τὸ αὐτὸ ποσὸν εἰς ἀμφότερα τὰ ἔμβολα, ἔχομεν

$$P_2 = P_1$$

$$\frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1}$$

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1 = \frac{\pi(4.0\text{ in})^2}{\pi(0.50\text{ in})^2} 120\text{ lb} = 7700\text{ lb}$$

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ:

Πυκνότης μιᾶς οὐσίας εἶναι μᾶζα αὐτῆς ἀνὰ μονάδα τοῦ ὄγκου της

$$\varrho = \frac{m}{V}$$

Εἰδικὸν βάρος εἶναι τὸ βάρος ἀνὰ μονάδα τοῦ ὄγκου του

$$D = \frac{W}{V}$$

Σχετικὴ πυκνότης μιᾶς οὐσίας εἶναι ὁ λόγος τῆς πυκνότητος αὐτῆς πρὸς τὴν πυκνότητα τοῦ ὕδατος.

Πίεσις εἶναι ἡ κάθετος δύναμις ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας

$$P = \frac{F}{A}$$

Εἰς τὸ βάθος h κάτωθεν τῆς ἐπιφανείας, ἡ πίεσις ἡ ὀφειλομένη εἰς ὑγρὸν εἰδικοῦ βάρους D εἶναι:

$$P = hD = h\varrho g$$

Ἡ ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους ἀναφέρει ὅτι σῶμα πλήρως ἢ ἐν μέρει ἐμβαπτιζόμενον ἐντὸς ὑγροῦ ὑφίσταται ἄνωσιν ὑπὸ δυνάμεως ἴσης πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.

Ἡ ἀρχὴ τοῦ Πασκὰλ ἀναφέρει ὅτι ἐὰν μία ἐξωτερικὴ πίεσις ἐπιδρᾷ ἐπὶ ὑγροῦ ἐν ἰορροπίᾳ εὑρισκομένου, αὕτη μεταβιβάζεται δι' ὅλης τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ ἀμετάβλητος καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Λέγοντες ὅτι ἡ πίεσις εἰς ἓν σημεῖον τοῦ ὑγροῦ εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ βάθος, τί προϋπρθέτομεν ὅσον ἀφορᾷ τὴν πυκνότητα αὐτοῦ;

2. Εἷς τινας περιοχὰς κατόπιν ραγδαίας βροχῆς, τὸ ὕδωρ ρέει διὰ νὰ καταλάβῃ τὰς ὑπόγεια τῶν οἰκιῶν. Ὅταν παρεμβληθῶσιν βαλβῖδες διὰ νὰ παρεμποδισθῇ ἡ ροὴ ἐντὸς τῆς οἰκίας, ἡ δύναμις ἐπὶ τοῦ δαπέδου εἶναι ἐνίοτε τόσον ἰσχυρὰ ὥστε ἐνίοτε ἐπαρκεῖ διὰ νὰ θραύσῃ τὸ δάπεδον. Εἷς οἰκοδομικὸς σύμβουλος συνέστησεν ὅτι ἡ βαλβὶς θὰ ἔπρεπε ν' ἀντικατασταθῇ ὑπὸ σωλῆνος ὑπεράνω τοῦ ὀχετοῦ εἰς σημεῖον ὑπεράνω τῆς στάθμης τοῦ ὕδατος. Νὰ σχολιασθῇ τὸ ἀποτέλεσμα τῆς διατάξεως ταύτης ἐπὶ τῆς ἐπὶ τοῦ πατώματος ἀσκουμένης δυνάμεως.

3. Ἀνοικτὸν μανόμετρον ἀποτελούμενον ἐξ ὑαλίνου σωλῆνος κεκαμένου εἰς σχῆμα U διὰ τοῦ ἑνὸς αὐτοῦ σκέλους συνδέεται μὲ τὸν χῶρον τοῦ ὁποίου τὴν πυκνότητα πρόκειται νὰ μετρήσωμεν, διὰ δὲ τοῦ ἑτέρου ἔρχεται εἰς ἐπικοινωνίαν μὲ τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα λόγῳ τοῦ ὅτι εἶναι ἀνοικτόν. Τοῦτο δύναται νὰ περιέχῃ ὑδράργυρον, ὕδωρ, ἢ ἔλαιον σχετικῆς πυκνότητος 0.60. Νὰ διερευνηθοῦν τὰ πλεονεκτήματα καὶ μειονεκτήματα εἰς ἑκάστην περίπτωσιν. Ὑπὸ ποίας συνθήκας θὰ ἦτο ἕκαστον ἐξ αὐτῶν χρήσιμον;

4. Ἀνοικτοῦ μανομέτρου τὸ ἕνα σκέλος ἔχει διάμετρον διπλασίαν τῆς τοῦ ἑτέρου. Κατὰ ποῖον τρόπον τὸ γεγονὸς τοῦτο θὰ ἐπηρέαζεν τὴν λειτουργίαν τοῦ μανομέτρου; Ὑφίσταται καμμία διαφορὰ περὶ τοῦ ποῖον ἄκρον θὰ συνδεθῇ πρὸς τὸν θάλαμον τοῦ ὁποίου ἡ πίεσις θὰ μετρηθῇ;

5. Σῶμα τι ἐμβαπτίζεται ἐντὸς ὑγροῦ κατὰ τρόπον ὥστε νὰ εὑρίσκεται τοῦτο ἐν ἀπολύτῳ ἐπαφῇ πρὸς τὸν πυθμένα τοῦ δοχείου χωρὶς νὰ παρεμβάλλεται καθόλου ὑγρὸν μεταξὺ σώματος καὶ πυθμένος.

Ἐξασκεῖται ἄνωσις ἐπὶ τοῦ σώματος εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην; Ἐξηγήσατε διατί.

6. Ἐάν, κολυμβῶντες εἰς τὸ ὕδωρ, λαμβάνετε βαθεῖαν ἀναπνοήν, θὰ ἐπιπλεύσετε μὲ τὸ σῶμα ὀλιγώτερον ἢ περισσότερον βυθισμένον ἐντὸς τοῦ ὕδατος; Ἐξηγήσατε.

7. Πλοῖον ναυαγῆσαν ἐν μέσῳ ὠκεανῷ βυθίζεται εἰς τὸν πυθμένα ἢ παραμένη αἰωρούμενον εἰς τι μέγα βάθος; Δικαιολογήσατε τὴν σκέψιν σας.

8. Κάδος πλήρης ὕδατος εἶναι ἀνηρτημένος ἀπὸ ἐλατηριωτῆς πλάστιγγος. Ἡ ἔνδειξις τῆς πλάστιγγος θὰ μεταβληθῇ α) ἐὰν τεμάχιον φελλοῦ τοποθετηθῇ εἰς τὸ ὕδωρ τοῦ κάδου καὶ β) ἐὰν τεμάχιον μολύβδου αἰωρηθῇ ἐντὸς τοῦ ὕδατος; Ἐξηγήσατε.

9. Ἐξηγήσατε πῶς θὰ προσδιορισθῇ ἡ σχετικὴ πυκνότης ὑγροῦ τινὸς διὰ ζυγίσεως τοῦ ἐν αὐτῷ αἰωρουμένου στερεοῦ.

10. Ἐλεύθερον ἀερόστατον δύναται νὰ ρυθμισθῇ κατὰ τρόπον ὥστε νὰ ἵπταται εἰς σταθερὸν ὕψος εἰς τὸν ἀέρα, τοῦτο ὅμως δὲν εἶναι δυνατὸν προκειμένου περὶ ὑποβρυχίου ἐν τῷ ὕδατι. Ἀποδείξατε διατὶ συμβαίνει τοῦτο.

11. Διὰ νὰ ἐξασφαλισθῇ μεγαλυτέρα εὐαισθησία, πρέπει νὰ προτιμηθῇ στενὸν ἢ εὐρὺ στέλεχος πυκνομέτρου;

12. Ἀναφέρατε διαφόρους σημαντικὰς χρήσεις τοῦ πυκνομέτρου.

13. Ἐπὶ πυκνομέτρου τὸ ὁποῖον προορίζεται νὰ χρησιμοποιηθῇ ἐπὶ ὑγρῶν ἐλαφροτέρων τοῦ ὕδατος τὸ σημεῖον ἐνάρξεως τῆς κλίμακος εὑρίσκεται ἐγγὺς ἢ ἀπωτέρῳ τοῦ στελέχους; Διατί;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

14. Δύο δοχεῖα μερικῶς δι' ὕδατος πεπληρωμένα συνδέονται διὰ σίφωνος. Ἕκαστον δοχεῖον τίθεται ἐπὶ ἑνὸς δίσκου ζυγοῦ καὶ ἰσοζυγίζονται. Νὰ ἐξηγήσητε τὰς ἐπερχομένας εἰς τὰς θέσεις τῆς πλάστιγγος μεταβολὰς ὅταν α) τεθῇ τεμάχιον ξύλου ἐπὶ τοῦ ἀριστεροῦ δίσκου, β) τεμάχιον ξύλου ἐπιπλέει ἐπὶ τοῦ ἀριστεροῦ δοχείου, γ) μία σιδηρᾶ σφαῖρα ἀνηρτημένη ἐκ νήματος καταβιβάζεται μέχρις ὅτου ἐμβαπτίζεται ὁλόκληρος ἐντὸς τοῦ ἀριστεροῦ δοχείου καὶ δ) ἡ σιδηρᾶ σφαῖρα ἀφήνεται νὰ πέσῃ ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Τὸ πυκνότερον τῶν στοιχείων, τὸ ὅσμιον (osmium), ἔχει σχετικὴν πυκνότητα 22.5. α) Ποῖον εἶναι τὸ βάρος μιᾶς κυβικῆς ἴντσας ὁσμίου; β) Ποῖος εἶναι ὁ ὄγκος 150 lb τοῦ μετάλλου τούτου;

2. Τὸ οὐράνιον ἔχει σχετικὴν πυκνότητα 18.7. α) Ποῖον εἶναι τὸ βάρος μιᾶς κυβικῆς ἴντσας; β) Πόσον μεγάλον ὄγκον θὰ ἠδύνατο κανεὶς νὰ φέρῃ ἐξ αὐτοῦ ἐὰν θὰ ἠδύνατο νὰ σηκώσῃ φορτίον 200 lb;

Ἀπ. 0.675 lb, 296 in^3.

3. Ἡ στάθμη τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος εἰς ὑδαταποθήκην εἶναι 15.0 St ὑπεράνω κυρίου ἀγωγοῦ. Ποία εἶναι ἡ πίεσις ἐπὶ τοῦ κυρίου ἀγωγοῦ ὅταν τὸ ὕδωρ εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ;

4. Μία λίτρα γάλακτος ἔχει μᾶζαν 1032 gm. Περιέχει 4.0 % βούτυρον κατ' ὄγκον καὶ ἡ σχετικὴ πυκνότης τοῦ βουτύρου εἶναι 0.865. Ποία εἶναι ἡ πυκνότης τοῦ ἀποβουτυρωθέντος γάλακτος;

Ἀπ. 1.04 gm/cm^3

5. Σωλὴν σχήματος U χρησιμοποιεῖται διὰ νὰ προσδιορίζεται ἡ σχετικὴ πυκνότης ἐλαίου τινὸς ὅπερ δὲν μιγνύεται μετὰ τοῦ ὕδατος. Χύνεται ὕδωρ ἐντὸς τοῦ κατακορύφου σωλῆνος καὶ κατόπιν προστίθεται τὸ ἔλαιον. Ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὕδατος εὑρίσκεται εἰς τὸ σημεῖον 21.2 cm ἐπὶ τῆς κλίμακος, ἀλλὰ τὸ ἔλαιον εἶναι εἰς τὸ σημεῖον 30.2 cm. Ἡ ἐπιφάνεια διαχωρισμοῦ εὑρίσκεται εἰς τὰ 12.5 cm. Νὰ εὑρεθῇ ἡ σχετικὴ πυκνότης τοῦ ἐλαίου.

6. Σωλὴν σχήματος U τοποθετούμενος κατακορύφως, εἶναι μερικῶς πεπληρωμένος δι' ὑδραργύρου, διάλυμα δὲ ἀγνώστου σχετικῆς πυκνότητος χύνεται ἐντὸς τοῦ ἑνὸς σκέλους. Ἡ ἐπιφάνεια διαχωρισμοῦ τῶν ὑγρῶν εὑρίσκεται εἰς τὰ 6.35 cm τῆς κλίμακος, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου εὑρίσκεται εἰς τὰ 8.46 cm καὶ ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ διαλύματος εἰς τὰ 24.84 cm. Νὰ εὑρεθῇ ἡ σχετικὴ πυκνότης τοῦ διαλύματος.

Ἀπ. 1.55

7. Νὰ εὑρεθῇ ἡ δύναμις ἡ τείνουσα νὰ συνθλίψῃ τὸ ἐξωτερικὸν κέλυφος ἑνὸς ὑποβρυχίου ἐπὶ ἐπιφανείας 2.00 ft^2 ὅταν τὸ σκάφος εὑρίσκεται 100 ft κάτω τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. Ἡ σχετικὴ πυκνότης τοῦ θαλασσίου ὕδατος εἶναι 1.03.

8. Κατὰ τὴν κατασκευὴν ὑπογείου τοίχου ἐκ σκυροδέματος, κατασκευάζεται ξυλότυπος 15.0 ft ὕψους καὶ 30.0 ft μήκους. Ὑφίσταται διάκενον 6.0 in μεταξὺ τοῦ ξυλοτύπου καὶ τῆς ἐκ χώματος πλευρᾶς τοῦ θεμελίου. Μετὰ ἰσχυρὰν βροχὴν τὸ διάκενον τοῦτο πληροῦται ὕδατος εἰς βάθος 8.0 ft. Ποία εἶναι ἡ ἐπὶ τοῦ ξυλοτύπου ἀσκουμένη ὑπὸ τοῦ ὕδατος δύναμις;

Ἀπ. 60000 lb

9. Τὸ ὑάλινον τοίχωμα ἐνυδρείου ἔχει ὕψος 4.0 ft καὶ μῆκος 6.0 ft. Ὅταν τὸ ἐνυδρεῖον πληρωθῇ μέχρι τῶν χειλέων του δι' ὕδατος, ποία εἶναι ἡ ὁλικὴ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ τῆς πλευρᾶς ταύτης;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

10. Κολυμβητικὴ δεξαμενὴ ἔχει μῆκος 50 ft καὶ πλάτος 20 ft, ἔχει κεκλιμένον πυθμένα οὕτως ὥστε τὸ ὕδωρ νὰ ἔχῃ βάθος 4.0 ft εἰς τὸ ἓν ἄκρον καὶ 7 ft εἰς τὸ ἕτερον. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ὁλικὴ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ὑπὸ τοῦ ὕδατος ἐπὶ τοῦ πυθμένος καὶ ἡ ἐφ' ἑκάστου ἄκρου.

Ἀπ. 340 000 lb, 10 000 lb, 31 000 lb

11. Παγόβουνον (παγωμένον γλυκὺ ὕδωρ) πλέει ἐπὶ τῆς θαλάσσης τῆς ὁποίας τὸ ὕδωρ ἔχει σχετικὴ πυκνότητα 1.025. Ποῖον κλάσμα τοῦ ὄγκου τοῦ παγοβούνου ἐξέχει τῆς ἐπιφανείας;

12. Τεμάχιον μετάλλου ἀκανονίστου σχήματος πυκνότητος 7.80 gm/cm³ ζυγίζει 429 gm ὅταν ἔχει πλήρως ἐμβαπτισθῇ ἐντὸς νιτροβενζολίου, ὅπερ ἔχει πυκνότητα 1.20 gm/cm³. Νὰ εὑρεθῇ ὁ ὄγκος τοῦ τεμαχίου τοῦ μετάλλου. *Ἀπ.* 65 cm³

13. Ὅταν μία πολικὴ ἄρκτος πηδᾷ ἐπὶ ἑνὸς παγοβούνου παρατηρεῖται ὅτι τὸ ἐκ 420 lb βάρος της ἀρκεῖ διὰ νὰ βυθίσῃ τὸ παγόβουνον. Ποῖον εἶναι τὸ βάρος τοῦ παγοβούνου;

14. Ποία εἶναι ἡ μικροτέρα ἐπιφάνεια, ἑνὸς ὄγκου πάγου πάχους 1.0 ft ἐπιπλέοντος ἐπὶ γλυκέος ὕδατος ἥτις θὰ ἦτο ἀρκετὴ νὰ ὑποβαστάσῃ ἄνθρωπον ζυγίζοντα 160 lb; *Ἀπ.* 29 ft

15. Πόσοι κυβικοὶ πόδες λεύκης (poplar) (πυκνότητος 25 lb/ft³) δέον νὰ χρησιμοποιηθῶσιν διὰ νὰ ὑποβαστάξουν 10 πρόσωπα τῶν ὁποίων τὸ μέσον βάρος εἶναι 100 lb, ἐὰν χρησιμοποιηθῶσιν διὰ τὴν κατασκευὴν 20 lb σιδήρου;

16. Τεμάχιον χαλκοῦ, σχετικῆς πυκνότητος 8.9, ἔχει μᾶζαν 523 gm, φαίνεται δὲ ὅτι ἐμβαπτιζόμενον ἐν τῷ ὕδατι ἔχει μᾶζαν 447 gm. Εἶναι τὸ σῶμα συμπαγὲς ἢ κοῖλον; Ἐὰν εἶναι κοῖλον, νὰ εὑρεθῇ ὁ ὄγκος τῆς κοιλότητος. *Ἀπ.* 17 cm³

17. Τεμάχιον ξύλου ὅπερ ἔχει διαστάσεις 12.0 × 3.00 × 25.0 cm³ ζυγίζεται εἰς τὸν ἐλεύθερον ἀέρα ἐπὶ ζυγοῦ ἔχοντος ἴσους βραχίονας μετὰ δίσκων καὶ χρησιμοποιοῦντος βάρη ἐξ ὀρειχάλκου. Ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἶναι 1.29 kg/m³. Ἐὰν τὸ ἀποτέλεσμα τῆς ζυγίσεως εἶναι 174.0 gm, νὰ εὑρεθῶσιν α) ὁ ὄγκος τοῦ ξύλου, β) ἡ πυκνότης αὐτοῦ καὶ γ) τὸ ποσοστὸν λάθους τὸ σημειούμενον λόγῳ τῆς ἀμελητέας ἀνώσεως τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ὁ ἀὴρ ἐπὶ τοῦ ξύλου.

18. Τεμάχιον ξύλου, σχετικῆς πυκνότητος 0.60 καὶ μάζης 90.0 gm, φέρει ἐγκοπὴν ἐκ τῆς ὁποίας ἀφηρέθησαν 8.0 gm ξύλου. Ἡ ὀπὴ πληροῦται διὰ μολύβδου. Τὸ ξύλο θὰ ἐπιπλεύσῃ τοῦ ὕδατος ἢ θὰ βυθισθῇ ἐντὸς αὐτοῦ; Διατί;

19. Συμπαγὴς ὑαλίνη σφαῖρα ἔχει βάρος 21.0 lb εἰς τὸν ἀέρα καὶ φαινομενικὸν βάρος 14.0 lb ὅταν ἐμβαπτισθῇ ἐντὸς τερεβινθελαίου. Ὅταν βυθισθῇ ἐντὸς ὕδατος τὸ φαινομενικόν της βάρος εἶναι 11.6 lb. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ σχετικὴ πυκνότης τῆς ὑάλου καὶ τοῦ τερεβινθελαίου. Νὰ εὑρεθῇ ἡ πυκνότης ἑκάστου.

20. Μεταλλικὸς κύλινδρος βάρους 110 lb καὶ ξύλινος τοιοῦτος προσδένονται ὁμοῦ καὶ ἐμβαπτίζονται ἐντὸς ὕδατος. Ὁ μεταλλικὸς κύλινδρος ἔχει ὄγκον 0.200 ft³. α) Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ δύναμις ἀνώσεως ἐπὶ τοῦ μετάλλου. β) Ποία εἶναι ἡ σχετικὴ πυκνότης τοῦ ξύλου ἐὰν τὸ φαινομενικὸν βάρος ἀμφοτέρων τῶν ἀντικειμένων ἐντὸς τοῦ ὕδατος εἶναι 85.0 lb; *Ἀπ.* 12.5 lb, 0.546 lb

21. Ὄγκος 11.5 ft³ σκυροδέματος ζυγίζον 143 lb/ft³ δέον ν'

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἀνυψωθῇ ἀπὸ τῆς κοίτης ποταμοῦ διὰ χαλυβδίνου καλωδίου μήκους 41 ft καὶ διαμέτρου 0.49 in. Πόσον θὰ ταθῇ τὸ καλώδιον καθ' ὃν χρόνον ὁ ὄγκος θὰ εὑρίσκεται ἀκόμη ἐμβαπτισμένος εἰς τὸ ὕδωρ;

22. Τεμάχιον ξύλου ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα 9.00 lb. Μολύβδινον βάρος ἀναρτᾶται ἐκ τοῦ ξύλου καὶ καταβιβάζεται εἰς τὸ ὕδωρ ἕως ὅτου μόνον ὁ μόλυβδος νὰ εὑρίσκεται ἐντὸς αὐτοῦ. Τὸ φαινομενικὸν βάρος τοῦ συστήματος εὑρίσκεται ὅτι εἶναι 15.00 lb. Ὅταν τὸ σύστημα ἐμβαπτισθῇ πλήρως εἰς τὸ ὕδωρ, τὸ φαινομενικὸν βάρος εἶναι 3.00 lb. Νὰ ὑπολογισθῇ α) τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ξύλου, β) ἡ σχετικὴ πυκνότης αὐτοῦ καὶ γ) τὸ φαινομενικὸν βάρος τοῦ συστήματος ἐμβαπτισμένον ἐντὸς ἐλαίου σχετικῆς πυκνότητος 0.800. Ἡ σχετικὴ πυκνότης τοῦ μολύβδου εἶναι 11.3.

Ἀπ. 46.0 lb/ft^3, 0,750, 5.52 lb

23. Κόσμημα κατευσκευασμένον ἐκ χρυσοῦ καὶ ἀργύρου ἔχει μᾶζαν 76.8 gm καὶ σχετικὴν πυκνότητα 18.0. Ὑποθέτοντες τὸν ὄγκον τοῦ κράματος ὡς ἴσον πρὸς τὸν συνδεδυασμένον ὄγκον τῶν μερῶν του, νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ ποσότητες χρυσοῦ καὶ ἀργύρου εἰς τὸ κόσμημα. Ἡ σχετικὴ πυκνότης τοῦ χρυσοῦ εἶναι 19.3 καὶ ἡ τοῦ ἀργύρου 10.5.

24. Χρυσοῦς δακτύλιος φέρων ἀδάμαντα ἔχει μᾶζαν 4.000 gm καὶ φαίνεται νὰ ἔχῃ μᾶζαν 3.750 gm εἰς τὸ ὕδωρ. Νὰ εὑρεθῇ ἡ μᾶζα τοῦ ἀδάμαντος ἐὰν ἡ σχετικὴ πυκνότης τοῦ χρυσοῦ εἶναι 19.3 καὶ τὸ τοῦ ἀδάμαντος 3.50

Ἀπ. 0.310 gm

25. Κῦβος ἐκ ξύλου πλευρᾶς 10.0 cm, πλέει ἐπὶ τῆς διαχωριστικῆς ἐπιφανείας ὕδατος καὶ ἐλαίου μὲ τὴν κατωτέραν αὐτοῦ πλευρὰν ὁριζόντιον καὶ εὑρισκομένην 4.0 cm κάτωθεν τῆς διαχωριστικῆς ἐπιφανείας. Ἡ πυνότης τοῦ ἐλαίου εἶναι 0.60 gm/cm^3. Ποία εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ ξύλου;

26. Πρόκειται νὰ κατασκευασθῇ ἓν πυκνόμετρον τὸ ὁποῖον θὰ χρησιμοποιηθῇ δι' ὑγρὰ ἐλαφρότερα τοῦ ὕδατος καὶ εἰς τὸ ὁποῖον αἱ ὑποδιαιρέσεις τῆς κλίμακος διὰ 0.70 gm/cm^3 καὶ 1.00 gr/cm^3 ἀπέχουν μεταξύ των 10.0 cm, ἐπὶ τοῦ στελέχους διατομῆς 1.0 cm^2. Ποῖος πρέπει νὰ εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ ἔρματος κάτωθεν τῆς ἐνδείξεως 1.00 καὶ ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ συνολικὴ μάζα τοῦ πυκνομέτρου; Πόσον θ' ἀπέχουν ἐκ τῆς ὑποδιαιρέσεως 1.00 αἱ ἐνδείξεις 0.90 καὶ 8.89;

Ἀπ. 23 cm^3, 23 gm, 2.6 cm, 2.9 cm

27. Τὸ ἔμβολον ὑδραυλικοῦ πιεστηρίου καθαρισμοῦ αὐτοκινήτων ἔχει διάμετρον 8.0 in. Ἡ διάταξις λειτουργεῖ δι' ὕδατος ἐκ τοῦ δικτύου τῆς πόλεως. Ποία πίεσις ὕδατος εἶναι ἀναγκαία διὰ ν' ἀνυψώσῃ ἓν αὐτοκίνητον ἐὰν τὸ συνολικὸν ἀνυψούμενον βάρος εἶναι 3142 lb;

28. Ὕδωρ ἐκ τῶν κυρίων ἀγωγῶν τῆς πόλεως μὲ πίεσιν 75 lb/in^2 χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν λειτουργίαν ὑδραυλικοῦ ἀνυψωτῆρος αὐτοκινήτων. Ἐὰν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐμβόλου εἶναι 1.50 ft^2 καὶ ἡ ἀποδοτικότης 90% ποῖον εἶναι τὸ μέγιστον φορτίον τὸ ὁποῖον δύναται νὰ ὑψωθῇ;

Ἀπ. 7.3 τόννοι

29. Ποίου μεγέθους ἔμβολον χρησιμοποιεῖται ἐπὶ ὑδραυλικοῦ ἀνυψωτῆρος, ἐὰν τὸ μέγιστον φορτίον θὰ δύναται ν' ἀνυψώσῃ 5000 lb καὶ ἡ πίεσις τοῦ ὕδατος εἶναι ἡ ἀντίστοιχος τῆς τῶν 100 ft στήλης ὕδατος;

30. Ὁ χειρομοχλὸς ὑδραυλικοῦ πιεστηρίου ἔχει μηχανικὸν πλεονέκτημα 6.0. Ἡ ἐπιφάνεια διατομῆς τοῦ μικροτέρου ἐμβόλου βυθίσεως εἶναι 1.0 in^2 καὶ ἡ τοῦ μεγαλυτέρου εἶναι 15 in^2. Ποῖον φορτίον δύναται

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ν' ἀνυψωθῇ ὑπὸ τοῦ μεγαλυτέρου ἐμβόλου ὅταν ἐφαρμοσθῇ δύναμις 60 lb ἐπὶ τοῦ χειρομοχλοῦ. *Ἀπ.* 5400 lb

31. Τὰ δύο ἔμβολα ὑδραυλικοῦ πιεστηρίου ἔχουν διαμέτρους 1.00 ft καὶ 1.00 in ἀντιστοίχως. α) Ποία εἶναι ἡ ἀσκουμένη δύναμις ὑπὸ τοῦ μεγαλυτέρου ἐμβόλου ὅταν τεθῇ φορτίον 56.0 lb. ἐπὶ τοῦ μικροτέρου; β) Ἐὰν ἡ διαδρομὴ τοῦ μικροτέρου ἐμβόλου εἶναι 1.50 in, ποίαν ἀπόστασιν θὰ διανύσῃ τὸ μεγαλύτερον ἔμβολον μετὰ δέκα κινήσεις τοῦ μικροτέρου;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Charles Glover Barkla

1877–1944. *Ἐγεννήθη εἰς τὸ Widness, Lanchashire. Καθηγητὴς εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τοῦ Ἐδιμβούργου. Ἔλαβεν τὸ βραβεῖον Νόμπελ διὰ τὴν Φυσικὴν λόγῳ τῆς ἀνακαλύψεως τῆς δευτερογενοῦς χαρακτηριστικῆς ἀκτινοβολίας χ τῶν στοιχείων. Τοῦτο ἀπεκάλυψεν τὸν ἀριθμὸν τῶν ἠλεκτρονίων εἰς ἓν ἄτομον καὶ τὰ στοιχεῖα ὅπου ἦσαν ἀκόμη ἄγνωστα. Ὁ Moseley θὰ ἠδύνατο νὰ συμμερισθῇ τὸ βραβεῖον, ἀλλὰ οὗτος ἐφονεύθη εἰς Καλλίπολιν.*

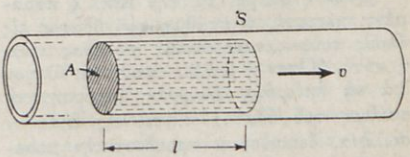
16. ΡΕΥΣΤΑ ΕΝ ΚΙΝΗΣΕΙ

Ἡ δέσμευσις τῆς ὑδραυλικῆς ἰσχύος καὶ ἡ κατασκευὴ ἀποδοτικῶν ὑδροστροβίλων ἀπαιτοῦν γνῶσιν τῆς συμπεριφορᾶς τῶν ρευστῶν ἐν κινήσει. Ἡ ἐκπόνησις σχεδίων ἀεροδυναμικῶν αὐτοκινήτων, συρμῶν καὶ ἀεροπλάνων, βασίζεται ἐπὶ τῆς σπουδῆς τῶν προβλημάτων τῶν ἀφορώντων ρευστὰ ἐν κινήσει–ἰδιαιτέρως τοῦ ἀέρος ἐν κινήσει. Κατανόησις τῶν θεμελιωδῶν ἀρχῶν τῆς πτήσεως καὶ ἡ λειτουργία ἐνίων ὀργάνων τοῦ ἀεροπλάνου ἔπονται μιᾶς λογικῆς ἐπεκτάσεως τῶν ἀρχῶν τῆς μηχανικῆς τῶν ἐν κινήσει ρευστῶν.

Εἴδομεν ὅτι αἱ ἰδιότητες τῶν ὑγρῶν ἐν ἠρεμίᾳ δύνανται νὰ περιγραφῶσιν ὑπὸ τῶν ἁπλῶν ἐννοιῶν τῆς πιέσεως καὶ τοῦ εἰδικοῦ βάρους, διὰ τῆς ἀρχῆς τῆς ἀνώσεως τοῦ Ἀρχιμήδους καὶ τῆς τοῦ Πασκὰλ τῆς μεταδόσεως τῆς πιέσεως. Ὅταν τὰ ὑγρὰ εὑρίσκονται ἐν κινήσει, καθίστανται ἔκδηλοι νέαι ἰδιότητες. Προβλέποντες τὸ τί θὰ συμβῇ, δὲν δυνάμεθα πάντοτε νὰ βασισθῶμεν ἐπὶ τῆς προτέρας ἡμῶν ἐμπειρίας ἢ διαισθήσεως. Ἀλλὰ προσεκτικὴ θεώρησις δεικνύει ὅτι τὰ φαινόμενα τῶν ἐν κινήσει ὑγρῶν δύνανται νὰ περιγραφῶσιν διὰ τῶν ὅρων τῶν γνωστῶν ἤδη ἀρχῶν τῆς μηχανικῆς. Ὁ ὅρος «ρευστὸν» χρησιμοποιεῖται τόσον διὰ τὰ ὑγρὰ ὅσον καὶ διὰ τὰ ἀέρια, χρησιμοποιεῖται δὲ καὶ κατὰ τὴν μελέτην τῶν κοινῶν αὐτῶν ἰδιοτήτων.

16-1. Ροὴ ρευστοῦ. Ἡ γνῶσις τῶν νόμων οἵτινες διέπουν τὴν ροὴν τῶν ρευστῶν εἶναι σημαντικὴ προκειμένου νὰ μελετήσωμεν τὴν διανομὴν ὕδατος, ἀερίου καὶ πετρελαίου δι' ἀγωγῶν καὶ τὴν ἀποτελεσματικὴν μετάδοσιν τῆς ἐνεργείας εἰς ὑδραυλικὰ μηχανήματα.

Ὁ ρυθμὸς ροῆς (παροχὴ) ὑγροῦ τινὸς δι' ἀγωγοῦ ἢ σήραγγος μετρεῖται συνήθως ὡς ὁ ὄγκος ὅστις διέρχεται ὡρισμένην διατομὴν ἀγωγοῦ κατὰ μονάδα χρόνου, ἐκφράζεται δὲ εἰς κυβικὰ μέτρα ἀνὰ δευτερόλεπτον, λίτραι ἀνὰ δευτερόλεπτον, κλπ. Ἐὰν ἡ μέση ταχύτης τοῦ ὑγροῦ ἐπὶ διατομῆς S, εἰς τὴν Εἰκ. 1,

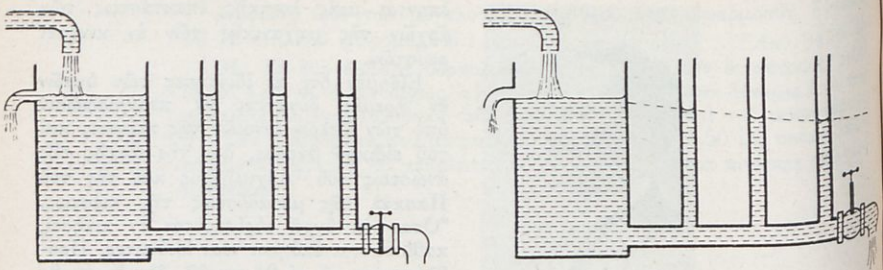


Εἰκ. 1. Ρυθμὸς ροῆς ὑγροῦ μέσῳ ἀγωγοῦ τινός.

εἶναι v, ἡ ἀπόστασις l τὴν ὁποίαν διανύῃ τὸ ρεῦμα εἰς χρόνον t, εἶναι vt.

Αὕτη δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς τὸ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 2. Ἡ τριβὴ προκαλεῖ πτῶσιν τῆς πιέσεως κατὰ μῆκος τοῦ ἀγωγοῦ ἐντὸς τοῦ ὁποίου τὸ ὑγρὸν ρέει.

μῆκος ἑνὸς φανταστικοῦ κυλίνδρου ὅστις διῆλθεν διὰ τῆς διατομῆς S εἰς χρόνον t. Ἐὰν A εἶναι ἡ ἐπιφάνεια τῆς διατομῆς, τότε ὁ ὄγκος τοῦ φανταστικοῦ κυλίνδρου εἶναι $Al = Avt$, καὶ ἡ παροχὴ τοῦ ὑγροῦ δίδεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως:

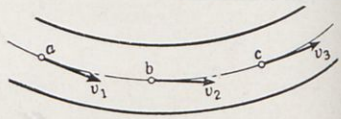
$$R = \frac{Avt}{t} = Av \qquad (1)$$

Ἐπὶ ὑγροῦ ἐν ἠρεμίᾳ ἡ πίεσις εἶναι ἡ αὐτὴ ἐφ' ὅλων τῶν σημείων τοῦ αὐτοῦ ὑψομέτρου. Τοῦτο δὲν ἀληθεύει πλέον ὅταν τὸ ὑγρὸν κινεῖται. Ὅταν τὸ ὕδωρ ρέει ἐντὸς ὁμοιομόρφου ὁριζοντίου ἀγωγοῦ, ὑφίσταται μία πτῶσις τῆς πιέσεως κατὰ τὴν κατεύθυνσιν τῆς ροῆς.

Ἡ πτῶσις τῆς πιέσεως δικαιολογεῖται διὰ τοῦ γεγονότος ὅτι διὰ τὴν διατήρησιν τῆς κινήσεως καταναλίσκεται δύναμις πρὸς ἐξουδετέρωσιν τῶν τριβῶν. Ἐὰν τὸ ὑγρὸν ἐπιταχύνεται τότε ἀπαιτεῖται πρόσθετος δύναμις.

Ὅταν ἡ βαλβὶς εἰς τὴν Εἰκ. 2 παραμένει κλειστή, ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος εἰς ὅλους τοὺς κατακορύφους σωλῆνας εἶναι ἡ αὐτή. Ὅταν ἡ βαλβὶς ἀνοίγεται ὀλίγον διὰ νὰ ἐπιτρέψῃ ἐλαφρὰν ἀπορροήν, ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος πίπτει εἰς ἕκαστον σωλῆνα, δεικνύουσα προοδευτικὴν μείωσιν τῆς πιέσεως κατὰ μῆκος τοῦ ἀγωγοῦ. Ἡ πτῶσις τῆς πιέσεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ταχύτητα τῆς ροῆς. Τὰ ἀποτελέσματα τῆς τριβῆς εἶναι λίαν σοβαρὰ ὅταν τὸ ὕδωρ διανέμεται διὰ κυρίων ἀγωγῶν εἰς πόλεις ἢ ὅταν πετρέλαιον μεταφέρεται εἰς μακρὰς ἀποστάσεις διὰ ἀγωγῶν. Ἀντλητικὰ συγκροτήματα δέον νὰ τοποθετηθῶσιν κατὰ διαστήματα κατὰ μῆκος τῶν ἀγωγῶν τούτων διὰ νὰ διατηροῦν τὴν ροὴν εἰς σταθερὰν ταχύτητα.

16-2. Ρευματικαὶ γραμμαὶ καὶ φλέβες ροῆς. Κατὰ πρῶτον θὰ ἐξετάσωμεν τὴν μόνιμον ἢ στρωτὴν ροήν. Ὑγρὸν ρέον ἐντὸς ἀγωγοῦ (Εἰκ. 3) θὰ ἔχῃ



Εἰκ. 3. Μόνιμος ροή. Ἡ γραμμὴ abc εἶναι μία ρευματικὴ γραμμή.

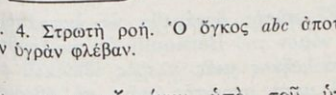
ὡρισμένην ἀνυσματικὴν ταχύτητα v_1 εἰς τὸ a, v_2 εἰς τὸ b, καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς. Ἐὰν παρερχομένου τοῦ χρόνου, ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης οἱουδήποτε μορίου τοῦ ρευστοῦ εὑρισκομένου εἰς τὸ σημεῖον a παραμένει v_1, ἡ τοῦ εἰς τὸ σημεῖον b εὑρισκομένου παραμένει v_2, τότε ἡ ροὴ καλεῖται *μόνιμος* (ἢ *στρωτὴ* ἢ *νηματικὴ*) καὶ ἡ γραμμὴ abc ἥτις παριστᾷ τὴν ἀκολουθουμένην ὑπὸ μορίου τινὸς διαδρομὴν καλεῖται *ρευματικὴ γραμμή*. Αὕτη παριστᾷ τὴν σταθερὰν διαδρομὴν τὴν ἀκολουθουμένην ὑπὸ κανονικῆς συνοδείας μορίων. Ἐπὶ ροῆς μονίμου, ἅπαντα τὰ μόρια τὰ διερχόμενα διὰ τοῦ a διέρχονται ἐπίσης διὰ τοῦ b καὶ c τῆς ρευματικῆς γραμμῆς. Τοῦτο δὲν συμβαίνει ἐπὶ στροβιλώδους (μὴ μονίμου) ροῆς. Ὅταν ἡ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ροὴ δὲν εἶναι στρωτή, δημιουργοῦνται στροβιλισμοὶ καὶ δίναι κατὰ τὴν κίνησιν καὶ οἱ ἀκολουθούμενοι παρὰ τῶν μορίων δρόμοι μεταβάλλονται συνεχῶς.

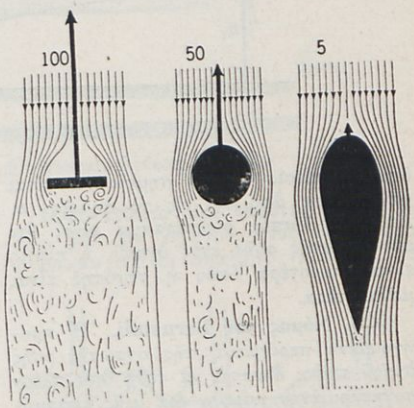
Ἂς φαντασθῶμεν ὁμόκληρον τὴν περιοχὴν εἰς ἣν πραγματοποιεῖται ἡ ροὴ (πεδίον ροῆς) διηρημένην εἰς φλέβας. Ἂν θεωρήσωμεν τμῆμα ἐπιφανείας καὶ ἐξ ἑκάστου σημείου τοῦ περιγράμματος αὐτῆς φέρωμεν τὴν ἀντίστοιχον ρευματικὴν γραμμήν, σχηματίζεται ἡ ὑγρὰ φλέψ. Δυνάμεθα νὰ φαντασθῶμεν τὴν ὑγρὰν φλέβα ὡς συνισταμένην ἐκ δέσμης γραμμῶν ροῆς. Τὸ ὑγρὸν εἰς μίαν φλέβα ροῆς παραμένει ἐντὸς αὐτῆς. Ὑποτίθεται ὅτι ἅπαντα τὰ μόρια τὰ διερχόμενα διὰ δεδομένης διατομῆς φλεβὸς ἔχουν τὴν αὐτὴν διανυματικὴν ταχύτητα. Εἰς περιοχὰς εἰς ἃς αἱ ρευματογραμμαὶ (γραμμαὶ ροῆς) φέρονται κατὰ πυκνὴν δέσμην, ἡ ταχύτης αὐξάνεται (Εἰκ. 4), ὡς τοῦτο δεικνύεται ὑπὸ τῆς Ἐξ. (1) $A_a v_a = A_b v_b$.

Ὅταν ἓν σῶμα κινεῖται ἐντὸς ρευστοῦ, ὁ στροβιλισμὸς αὐξάνει τὴν ἀντίστασιν



Εἰκ. 4. Στρωτὴ ροή. Ὁ ὄγκος *abc* ἀποτελεῖ μίαν ὑγρὰν φλέβαν.

τὴν παρουσιαζομένην ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ κατὰ τοῦ σώματος. Τὸ ἀεροδυναμικὸν σχῆμα ἑνὸς αὐτοκινήτου ἀποσκοπεῖ εἰς τὸ νὰ ἐπιτρέπει στρωτὴν ροὴν ἀέρος ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν του οὕτως ὥστε νὰ μειοῦται ἡ ἀντίστασις ἡ ὁποία θὰ ἐδημιουργεῖτο ὑπὸ στροβιλώδους ροῆς τοῦ ἀέρος. Ἡ Εἰκ. 5 παριστᾷ ἕνα δίσκον, μίαν σφαῖραν καὶ ἀντικείμενον ἀεροδυναμικὸν ἴσων διατομῶν. Τὰ ἀντικείμενα ταῦτα ἔχουν τεθῆ ἐντὸς ρευμάτων ὑγρῶν κινουμένων διὰ τῶν αὐτῶν ταχυτήτων. Αἱ δυνάμεις αἱ ἀπαιτούμεναι διὰ νὰ διατηρηθοῦν ἀκίνητα τὰ ἀντικείμενα ἐντὸς τῶν ρευμάτων ὑποδεικνύονται διὰ τῶν διανυσμάτων. Εἶναι καταφανὴς ἡ μείωσις τῆς δυνάμεως ἥτις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ κρατηθῇ τὸ σῶμα ἀεροδυναμικῆς διαμορφώσεως. Καταδιωκτικὸν ἀεροπλάνον ὑφίσταται ἀντίστασιν ὀφειλομένην εἰς τὸν ἀέρα, ἴσην μὲ ἐκείνην τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τετράγωνος πλάξ 20 in.



Εἰκ. 5. Ἡ δημιουργία στροβίλων ἀναστέλλεται διὰ καταλλήλου διαμορφώσεως τοῦ σώματος.

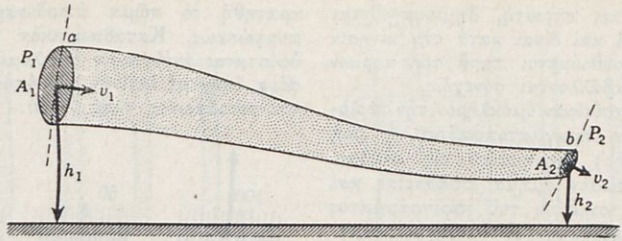
16-3. Ροὴ μέσῳ στενώσεως. Ἂς θεωρήσωμεν ἀσυμπίεστον ὑγρὸν τὸ ὁποῖον ρέει δι' ἀγωγοῦ μεταβαλλομένης διατομῆς (Εἰκ. 6). Δεδομένου ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ ὑγροῦ τοῦ διερχομένου διὰ τῆς διατομῆς A_1 μετὰ ταχύτητος v_1 δέον νὰ εἶναι ἴση πρὸς τὴν μᾶζαν τὴν διερχομένην κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον t διὰ τῆς διατομῆς A_2 μετὰ ταχύτητος v_2, ἔχομεν:

$$A_1 v_1 \varrho t = A_2 v_2 \varrho t \qquad (2)$$

ὅπου ϱ εἶναι ἡ πυκνότης τοῦ ὑγροῦ.

Δύο σημαντικὰ συμπεράσματα ἐξάγονται ἐκ τῆς Ἐξισώσεως ταύτης. Πρῶτον, ἀφοῦ $A_1 v_1 = A_2 v_2$, ἕπεται ὅτι ἡ ταχύτης ροῆς εἰς τὸν ἀγωγὸν εἶναι μεγαλυτέρα εἰς ἐκείνας τὰς περιοχὰς ὅπου ὑφίστανται στένωσις. Περαιτέρω, ἐὰν ὡς εἰς τὴν Εἰκ. 6, ἡ ταχύτης εἶναι μεγαλυτέρα εἰς τὸ σημεῖον b ἀπὸ ὅτι εἰς τὸ σημεῖον a, τὸ ὑγρὸν ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν τινὰ μεταξὺ a καὶ b. Τοῦτο ἀπαιτεῖ μίαν δύναμιν ἐπιταχύνσεως. Ἡ δύναμις αὕτη ἐπιταχύνσεως δύναται νὰ παραχθῇ μόνον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 6. Ροὴ ὑγροῦ εἰς ἀγωγὸν μεταβλητῆς διατομῆς.

ὅταν ἡ πίεσις εἰς τὸ σημεῖον a εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ ὅτι εἰς τὸ σημεῖον b. Δεύτερον λοιπὸν συμπέρασμα εἶναι ὅτι ἐπὶ στρωτῆς ροῆς ἑνὸς ὑγροῦ, ἡ πίεσις εἶναι μικροτέρα ὅπου ἡ ταχύτης εἶναι μεγαλυτέρα.

16-4. Νόμος τοῦ Bernoulli. Ἡ προηγουμένη περιγραφὴ τῆς στρωτῆς ροῆς ὑγροῦ τινός, δύναται νὰ τεθῇ ὑπὸ πλέον συγκεκριμένην μορφὴν διὰ μιᾶς ἐφαρμογῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, ἐπὶ τοῦ ἀσυμπιέστου ὑγροῦ τοῦ ρέοντος μεταξὺ δύο ἐπιπέδων a καὶ b τῆς Εἰκ. 6. Εἰς οἱονδήποτε χρόνον t, ὁ ὄγκος V ὅστις ρέει μέσῳ τοῦ a εἶναι ὁ αὐτὸς πρὸς τὸν ρέοντα διὰ τοῦ b. Δεδομένου ὅτι ἡ πίεσις εἶναι διάφορος εἰς τὰ δύο ἄκρα, ἐπιτελεῖται ἔργον ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ ἀνερχόμενον εἰς $P_1V - P_2V$ (ἀφοῦ ἔργον $= Fs = (PA)(vt) = PV$). Τὸ ἐπιτελούμενον ἔργον εἶναι ἴσον πρὸς τὴν μεταβολὴν τῆς ἐνεργείας (τόσον τῆς δυναμικῆς ὅσον καὶ τῆς κινητικῆς).

$$P_1V - P_2V = (mgh_2 - mgh_1) + (\tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2) \quad (3)$$

Δεδομένου ὅτι $V = m/\varrho$

$$P_1\frac{m}{\varrho} - P_2\frac{m}{\varrho} = (mgh_2 - mgh_1) + (\tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2)$$

Ἁπλοποιοῦντες καὶ ἀνακατατάσσοντες διὰ νὰ συγκεντρώσωμεν τοὺς ὁμοίους ὅρους εἰς τὴν μίαν πλευρὰν τῆς ἐξισώσεως καὶ τοὺς τελικοὺς ὅρους εἰς τὴν ἑτέραν, ἔχομεν:

$$\frac{P_1}{\varrho g} + h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\varrho g} + h_2 + \frac{v_2^2}{2g} \quad (4)$$

Ἕκαστος ὅρος εἰς τὴν μορφὴν ταύτην τῆς Ἐξισώσεως τοῦ Bernoulli, ἔχει τὰς διαστάσεις ἑνὸς μήκους. Εἰς τὴν σχέσιν πίεσις–βάθος, τὸ βάθος h καλεῖται συχνάκις «κεφαλὴ» (head). Κατ' ἀναλογίαν τότε, ἕκαστος ὅρος τῆς Ἐξ. (4) καλεῖται μία κεφαλή. $P/\varrho g$, Pressure head, $v^2/2g$ Velocity head καὶ h Elevatotion head.

Πολλαπλασιασμὸς ἐπὶ ϱg τῆς Ἐξ. (4) μᾶς δίδει:

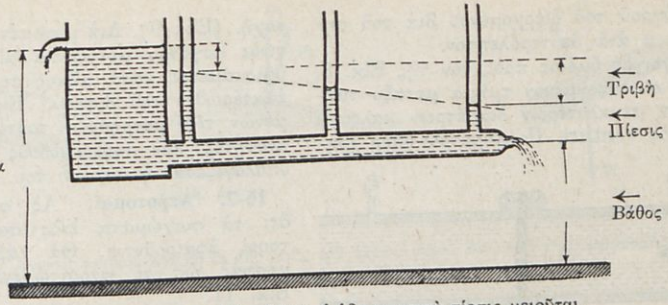
$$P_1 + h_1\varrho g + \frac{v_1^2\varrho}{2} = P_2 + h_2\varrho g + \frac{v_2^2\varrho}{2} \quad (4a)$$

Ἐξ αὐτῆς δυνάμεθα νὰ ἐκφράσωμεν τὸν νόμον τοῦ Bernoulli ὡς ἀκολούθως: Κατὰ μῆκος μιᾶς φλεβὸς ἰδανικοῦ ρευστοῦ μετὰ στρωτῆς ροῆς, τὸ ἄθροισμα τῆς πιέσεως, τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας ἀνὰ μονάδα ὄγκου καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας ἀνὰ μονάδα ὄγκου, ἔχει τὴν αὐτὴν τιμήν.

Ἂν καὶ ὁ νόμος τοῦ Bernoulli ἰσχύει, μόνον προκειμένου περὶ ὑγρῶν ἀσυμπιέστων, καὶ μὴ ἰξωδῶν, ἐφαρμόζεται συχνάκις καὶ ἐπὶ κοινῶν ὑγρῶν μεθ' ἱκανῆς ἀκριβείας, εἰς πολλὰς μηχανικὰς ἐφαρμογάς.

Παράδειγμα: Μέσῳ κεκλιμένου ἀγωγοῦ (Εἰκ. 6) ρέει ὕδωρ μὲ παροχὴ 300 ft^3/min. Εἰς τὴν διατομὴν a, ὅπου ἡ διάμετρος εἶναι 12 in., ἡ πίεσις εἶναι 15 lb/in . Ποία εἶναι ἡ πίεσις εἰς τὴν διατομὴν b, τῆς ὁποίας ἡ διάμετρος εἶναι 6.0 in. καὶ τὸ κέντρον τοῦ ἀγωγοῦ εὑρίσκεται 2.0 ft χαμηλότερον τοῦ a;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 7. Ἐφόσον ἡ τριβὴ αὐξάνει, ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις μειοῦται.

$$A_1v_1 = A_2v_2 = \frac{300\ \text{ft}^3/\text{min}}{60\ \text{sec/min}} = 5.0\ \text{ft}^3/\text{sec}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\pi(6.0\ \text{in})^2}{\pi(3.0\ \text{in})^2} = 4.0$$

$$v_1 = \frac{5.0\ \text{ft}^3/\text{sec}}{\pi(1/2\ \text{ft})^2} = 6.4\ \text{ft/sec}$$

$$v_2 = 4v_1 = 26\ \text{ft/sec}$$

$$P_1 = (15\ \text{lb/in}^2)(144\ \text{in}^2/\text{ft}^2) = 2200\ \text{lb/ft}^2$$

Διὰ τὸ ὕδωρ, $D = 62.4\ \text{lb/ft}^3$ καὶ συνεπῶς $\rho = 1.94\ \text{slug/ft}^3$. Ἐκ τῆς ἐξ. (4) λαμβάνομεν

$$\frac{P_1}{\varrho g} + h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\varrho g} + h_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$P_2 = P_1 + \varrho g(h_1 - h_2) + \frac{\varrho}{2}(v_1^2 - v_2^2)$$

$$= 2200\ \text{lb/ft}^2 + (62.4\ \text{lb/ft}^3)(2.0\ \text{ft})$$

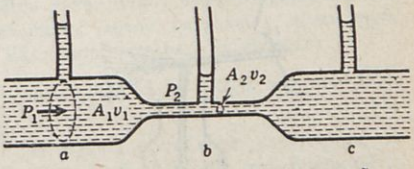
$$+ \frac{1.94\ \text{slug/ft}^3}{2}[(6.4\ \text{ft/sec})^2 - (26\ \text{ft/sec})^2]$$

$$= 2200\ \text{lb/ft}^2 + 120\ \text{lb/ft}^2 - 620\ \text{lb/ft}^2$$

$$= 1700\ \text{lb/ft}^2 = 12\ \text{lb/in}^2$$

16-5. Ἀποτελέσματα τῆς τριβῆς κατὰ τὴν ροήν. Ὑπαρχούσης τριβῆς, μέρος τῆς ἐνεργείας ρέοντος ρεύματος μετατρέπεται εἰς θερμότητα. Ὡς ἐκ τούτου παρατηρεῖται βαθμιαία μείωσις τῆς πιέσεως κατὰ μῆκος τῆς διευθύνσεως τῆς ροῆς (Εἰκ. 7). Κατ' ἀναλογίαν πρὸς τοὺς ὅρους τῆς Ἐξ (4) ἡ μείωσις τῆς πιέσεως ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν τριβὴν χαρακτηρίζεται ὡς «τριβὴ κεφαλὴ» (friction head). Τοῦτο δὲ ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα κατὰ τὴν ἔξοδον τοῦ ρευστοῦ ἐκ τοῦ ἀγωγοῦ ἡ ταχύτης καὶ ἡ παροχὴ νὰ ἐλαττοῦνται.

16-6. Πίεσις καὶ ταχύτης. Ὅταν ὕδωρ ρέει δι' ἀγωγοῦ τινος ὅστις ἔχει στένωσιν εἰς ἓν σημεῖον, (Εἰκ. 8), τὸ



Εἰκ. 8. Ροὴ μέσῳ στενώσεως. Μείωσις τῆς πιέσεως συνοδεύεται ἀπὸ αὔξησιν τῆς ταχύτητος.

ὕδωρ ἀναγκαίως ἐπιταχύνει τὴν ροήν του μόλις εἰσέλθῃ εἰς τὴν περιοχὴν τῆς στενώσεως, καὶ ὡς εἴδομεν ὑφίσταται μείωσις τῆς πιέσεως μεταξὺ τοῦ a καὶ b. Ἂς ἐξετάσωμεν τὴν περίπτωσιν ὁριζοντίου ἀγωγοῦ. Ἐφαρμόζοντες τὸν νόμον τοῦ Bernoulli, λαμβάνομεν :

$$\frac{P_1}{\varrho} + \frac{v_1^2}{2} = \frac{P_2}{\varrho} + \frac{v_2^2}{2} \qquad (5)$$

Συνδυάζοντες τὴν Ἐξ (5) μετὰ τῆς Ἐξ (2) λαμβάνομεν:

$$P_1 - P_2 = \frac{\varrho}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$

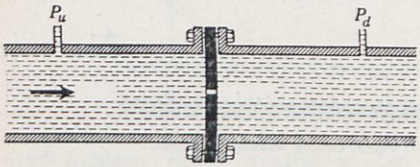
$$= \frac{\varrho v_1^2}{2}\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right) \qquad (6)$$

Ἡ Ἐξίσωσις (6) δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς παροχῆς τοῦ ὑγροῦ, ἤτοι τοῦ ὄγκου

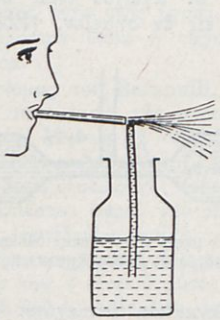
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τοῦ ὑγροῦ τοῦ διερχομένου διὰ τοῦ σημείου *α* ἀνὰ δευτερόλεπτον.

Ἀγωγὸς ὅμοιος πρὸς τὸν τῆς Εἰκ. 8, ἔχων συνεσφιγμένον τμῆμα μεταξὺ τμημάτων μεγαλυτέρων διαμέτρων καλεῖται ἀγωγὸς venturi. Πυκνόμετρον ὅπερ χρησιμοποιεῖ τοιοῦτον σωλῆνα καὶ ἔχει διαμετρηθῇ κατὰ τὴν Ἐξ (6), καλεῖται *βεντουριόμετρον*.



Εἰκ. 9. Τύπος πυκνομέτρου μετὰ στενώσεως.



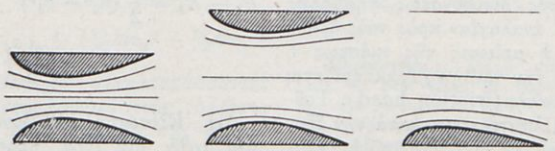
Εἰκ. 10. Ὁ νόμος τοῦ Bernoulli, ἐφαρμοζόμενος ἐπὶ τοῦ ψεκαστῆρος.

Ἑτέρα σημαντικὴ ἐφαρμογὴ τοῦ νόμου τοῦ Bernoulli εἶναι τὰ πυκνόμετρα μετὰ στενώσεως (orifice-type). Ἕνας λεῖος δίσκος φέρων ὀπὴν ἐπακριβῶς διαμεμετρημένην, τίθεται εἰς ρεῦμα τοῦ ὁποίου ἐπιδιώκεται νὰ μετρηθῇ ἡ παροχή. (Εἰκ. 9). Διὰ μανομέτρου ἢ ἄλλου τινὸς ὀργάνου μετρῶνται αἱ πιέσεις αἱ ὑφιστάμεναι κατὰ μῆκος τοῦ ρεύματος, ἑκατέρωθεν τοῦ δίσκου. Ἐκ τῶν δεδομένων τῶν μετρήσεων τούτων, τῆς πυκνότητος καὶ τοῦ ἰξώδους τοῦ ὑγροῦ ὑπολογίζεται ἡ παροχή του.

16-7. Ἀεροτομαί. Ἂς φαντασθῶμεν ὅτι τὰ τοιχώματα ἑνὸς σωλῆνος βεντουρὶ ἀφαιροῦνται. Θὰ λάβωμεν τότε μορφὰς ὡς αἱ παριστώμεναι εἰς τὴν Εἰκ. 11.

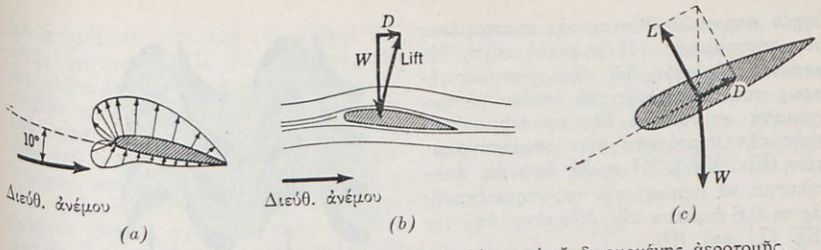
Ἡ ἐγγὺς ρευματογραμμὴ ἀκολουθεῖ τὴν κυρτωμένην ἐπιφάνειαν ἐξ ἐπαφῆς. Ἐπὶ μεγαλυτέρας ἀποστάσεως ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας αἱ ρευματογραμμαὶ εἶναι ὀλιγώτερον κυρταὶ καὶ εἰς ἀπόστασιν τετραπλασίαν τοῦ μήκους τῆς χορδῆς τῆς καμπυλότητος καθίσταται ἀμελητέα. Ἡ αὔξησις τῆς ταχύτητος τοῦ ἀέρος ἐπὶ τῆς ἄνω καμπύλης ἐπιφανείας ἐπιφέρει μείωσιν τῆς πιέσεως ἐπ' αὐτῆς. Ἐπειδὴ ἡ πίεσις εἰς τὴν κάτω πλευρὰν τῆς πτέρυγος εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ἀσκουμένης ἐπὶ τῆς ἄνω κυρτῆς πλευρᾶς αὐτῆς, ἡ πτέρυξ ὑφίσταται δυναμικὴν ἄνωσιν. Οἱαδήποτε ἐπιφάνεια ἔχουσα σχῆμα τοιοῦτον ὥστε νὰ ὑφίσταται δυναμικὴν ἄνωσιν ὑπὸ τοῦ ἀέρος διὰ μέσου τοῦ ὁποίου κινεῖται, καλεῖται *ἀεροτομή*. Ὡς ἐκ τούτου αἱ πτέρυγες, τὰ πτερύγια, τὰ πηδάλια καὶ αἱ ἕλικες ἑνὸς ἀεροπλάνου εἶναι ἀεροτομαί.

Ὅταν μία ἀεροτομὴ εἶναι κεκλιμένη πρὸς τὰ ἄνω, ὀλίγας μόνον μοίρας ἐν σχέσει πρὸς τὴν διεύθυνσιν τοῦ πνέοντος ἀνέμου, αἱ ρευματικαὶ γραμμαὶ πρὸς τὸ ἄνω μέρος τῆς ἐπιφανείας τῆς πτέρυγος πυκνοῦνται, ἐνῶ ἀντιθέτως πρὸς τὸ κάτω μέρος ἀραιοῦνται καὶ ὡς ἐκ τούτου ἡ πίεσις ἐπὶ τῆς κάτω ἐπιφανείας εἶναι



Εἰκ. 11. Ἀεροτομαί.

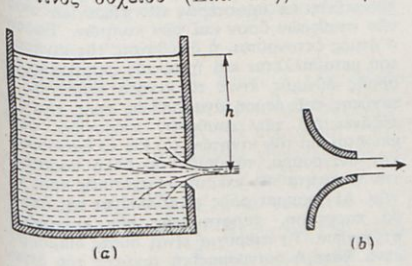
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 12. Ἄνωσις προκαλουμένη ἐκ τῆς ροῆς τοῦ ἀέρος πέριξ διερχομένης ἀεροτομῆς.

μεγαλυτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς κατὰ ποσὸν ὑποδεικνυόμενον ὑπὸ τῶν βελῶν εἰς τὴν Εἰκ. 12. Ἐπὶ τῆς ἀνωτέρας ἐπιφανείας ἡ πίεσις εἶναι μικροτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς, συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τοῦ Bernoulli. Ἀποτέλεσμα τῶν δύο τούτων γεγονότων, ἀλλὰ κυρίως τοῦ δευτέρου, εἶναι ἡ δημιουργία τῆς αἰρούσης δυνάμεως L. Τὸ διάνυσμα W παριστᾷ τὸ βάρος τῆς πτέρυγος καὶ τὸ D τὴν ὀπισθέλκουσαν τὴν ὀφειλομένην εἰς τὴν τριβήν. Ἡ ὥσις τῆς ἕλικος καὶ ἡ δυναμικὴ ἄνωσις προστίθενται διὰ νὰ συσχηματίσουν κλειστὸν πολύγωνον (συνισταμένη μηδὲν) ὅταν ἡ πτέρυξ κινεῖται μετὰ σταθερᾶς ταχύτητος.

16-8. Ἐκροὴ ὑγροῦ ἐκ πλευρικῆς ὀπῆς δοχείου. Ὅταν ὑγρὸν ῥέει ἐξ ὀπῆς μικροῦ ἐμβαδοῦ, φερούσης ὀξείας ἀκμὰς ἐκ τινὸς δοχείου (Εἰκ. 13), τὸ ἐκρέον



Εἰκ. 13. Ἐκροὴ ὑγροῦ ἐκ πλευρικῆς ὀπῆς.

ὑγρὸν ἀποκτᾷ κινητικὴν ἐνέργειαν εἰς βάρος τοῦ ἐναπομένοντος ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ δοχείου. Μὴ ὑφισταμένης τριβῆς, ἡ κινητικὴ ἐνέργεια, ἐὰν μετετρέπετο καὶ πάλιν εἰς δυναμικὴν τοιαύτην, θὰ ἦτο ἐπαρκὴς διὰ ν' ἀνυψώσῃ τὸ ἐκρεύσαν ὑγρὸν εἰς τὴν στάθμην τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ δοχείου.

Ὑγρὸν μάζης m ἐγκαταλεῖπον τὴν ὀπὴν μὲ ταχύτητα v ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν $\frac{1}{2}mv^2$. Ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ ἰδίου αὐτοῦ ὑγροῦ ὅταν ἀσκεῖται ἐπὶ τῆς ἀνωτέρας αὐτοῦ ἐπιφανείας εἶναι mgh. Ἐξισοῦντες ταύτας λαμβάνομεν :

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = mgh \quad \text{ἢ} \quad v^2 = 2gh \quad \text{καὶ} \quad v = \sqrt{2gh} \tag{7}$$

Ἡ σχέσις αὕτη εἶναι γνωστὴ ὡς τὸ *θεώρημα τοῦ Toricelli* καὶ διατυποῦται ὡς ἑξῆς: Ὑγρὸν ῥέον ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς βαρύτητος δι' ὀπῆς, εὑρισκομένης πλευρικῶς καὶ εἰς βάθος h ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας, ἔχει ταχύτητα ἴσην πρὸς ἐκείνην τὴν ὁποίαν θὰ ἐλάμβανε ἐὰν ἔπιπτε ἐλευθέρως ἀπὸ τοῦ ἰδίου ὕψους.

Δεδομένου ὅτι ἡ πίεσις P εἰς βάθος h κάτωθεν τῆς ἐπιφανείας ὑγροῦ εἶναι ἴση μὲ ϱgh, ἡ Ἐξ. (7) δύναται νὰ διατυπωθῇ ἐπίσης ὡς κατωτέρω :

$$v^2 = \frac{2P}{\varrho} \tag{8}$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη ἐφαρμόζεται ἐπίσης προκειμένου περὶ ἐκροῆς ἀερίου ὑπὸ πίεσιν P.

Τὰ ἀνωτέρω ἰσχύουν μόνον κατὰ προσέγγισιν. Κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ροῆς, αἱ ρευματογραμμαὶ ἐξ ὅλων τῶν μερῶν τοῦ δοχείου συγκεντροῦνται πρὸς τὴν ὀπὴν καὶ τὸ ρεῦμα συστέλλεται κάπως κατὰ τὴν διατομὴν ἐξωθεν τῆς ὀπῆς λόγῳ τῆς ἀδρανείας ποὺ ἀποκτᾷ τὸ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὑγρὸν παρακολουθώντας τὰς κυρτουμένας ρευματογραμμάς. Ἡ συστολὴ αὕτη δύναται νὰ ἐκλείψῃ διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως στομίου ἐκροῆς τοῦ ὁποίου τὰ τοιχώματα κυρτοῦνται ἵνα προσαρμοσθοῦν πρὸς τὴν κυρτότητα τῶν ρευματογραμμῶν (Εἰκ. 13b). Ἡ τριβὴ ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νὰ μειώνῃ τὴν ταχύτητα ἐκροῆς εἰς τὸ 0.6 περίπου τῆς διδομένης ὑπὸ τῆς Ἐξ. (7) καὶ (8).

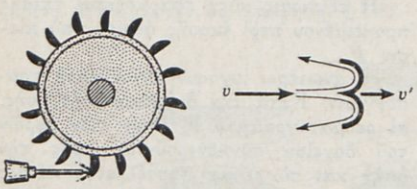
Παράδειγμα : Δεξαμενὴ περιέχουσα ὕδωρ φέρει ὀπὴν 1.0 in.² εἰς μίαν τῶν καθέτων πλευρῶν αὐτῆς, 9.0 ft κάτωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ εἰς τὴν δεξαμενήν. α) Νὰ εὑρεθῶσιν ἡ ταχύτης ἐκροῆς ὑποθέτοντες ὅτι δὲν χάνεται ἐνέργεια . β) Ὑποθέτοντες τὴν διατομὴν τοῦ ρεύματος ἔξωθεν τῆς ὀπῆς στενουμένην εἰς τὸ 0.64 τῆς ἐπιφανείας τῆς ὀπῆς ἐκροῆς, νὰ εὑρεθῇ ἡ παροχή.

Ἐκ τῆς Ἐξ. (7)

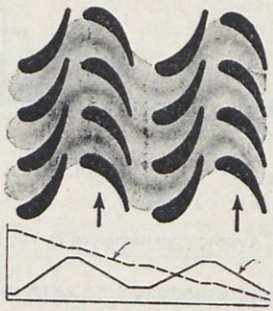
$$v = \sqrt{2gh}$$
$$= \sqrt{2 \times 32 \text{ ft/sec}^2 \times 9.0 \text{ ft}}$$
$$= 24 \text{ ft/sec}$$

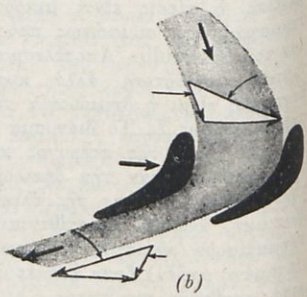
Ταχύτης ροῆς = (ἐπιφάνεια διατομῆς) (ταχύτης)
$$= (0.64)(1.0 \text{ in}^2)(24 \text{ ft/sec})$$
$$= (0.64)\left(\frac{1.0}{144} \text{ ft}^2\right)(24 \times 60 \text{ ft/min})$$
$$= 6.4 \text{ ft}^3/\text{min}$$

16-9. Στρόβιλοι. Εἰς ἕνα στρόβιλον ἡ διεύθυνσις τῆς ροῆς ὕδατος, ἀτμοῦ, ἢ καιομένων ἀερίων μεταβάλλεται, διὰ τῆς παρεμβολῆς πτερυγίων, ἡ παραγομένη δὲ δύναμις ἐκ τῆς μεταβολῆς τῆς ὁρμῆς, χρησιμοποιεῖται διὰ νὰ περιστρέψῃ τὸν τροχὸν εἰς τὴν περιφέρειαν τοῦ ὁποίου εἶναι προσηρμοσμένα τὰ πτερύγια. Δι' ἀποτελεσματικὴν λειτουργίαν, τὰ πτερύγια τοῦ στροβίλου θὰ πρέπει νὰ εἶναι



Εἰκ. 14. Λειτουργία τροχοῦ ὑδροστροβίλου Pelton.





Εἰκ. 15. Ἀτμοστρόβιλος. (*a*) Εἰς στρόβιλον ἀντιδράσεως ὁ ἀτμὸς ἐκτονοῦται ἐπὶ ἐναλλασσομένων δακτυλίων σταθερῶν καὶ κινουμένων πτερυγίων τὰ ὁποῖα δρῶσιν ὡς ὠθηταί. Τὸ διάγραμμα παριστᾷ δύο στάδια. Ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ προσπίπτει ἐπ' ἀμφοτέρων τῶν πτερυγίων τόσον τῶν σταθερῶν ὅσον καὶ τῶν κινητῶν. Ἐφόσον ὁ ἀτμὸς ἐκτονοῦται, ἡ διεύθυνσις τῆς κινήσεώς του μεταβάλλεται καὶ ἡ ἐκ τῆς μεταβολῆς τῆς ὁρμῆς δύναμις κινεῖ τὰ κινητὰ πτερύγια. Ἡ ταχύτης τοῦ ἀτμοῦ ἀναφορικῶς πρὸς τὴν γῆν αὐξάνει ἐπὶ τῶν σταθερῶν πτερυγίων, ἀλλὰ μειοῦται ἐπὶ τῶν κινητῶν. (*b*) Εἰς τὸ διανυσματικὸν διάγραμμα, τὰ ὁριζόντια βέλη παριστοῦν τὴν ταχύτητα τῶν πτερυγίων σχετικῶς πρὸς τὴν γῆν. Αἱ γραμμαὶ ροῆς εἶναι ἐκεῖναι τὰς ὁποίας θὰ παρετήρη, παρατηρητὴς τῶν κινουμένων πτερυγίων. Τὰ πτερύγια εἶναι οὕτως διαμορφωμένα ὥστε ἡ διανυσματικὴ ταχύτης τοῦ ἀτμοῦ ἡ σχετικὴ πρὸς τὰ κινούμενα πτερύγια νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς ἐπιφανείας τῶν πτερυγίων τόσον κατὰ τὴν εἴσοδον του ὅσον καὶ κατὰ τὴν ἔξοδόν του.

κατὰ τοιοῦτον τρόπον διαμορφωμένα ὥστε τὸ προσπῖπτον ρευστὸν νὰ ρέει ὁμαλῶς ἐπ' αὐτῶν. Ἐπίσης τοῦτο δέον ν' ἀπορέῃ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τοῦ στροβίλου μετὰ τῆς μικροτέρας δυνατῆς ταχύτητος. Ἡ Εἰκ. 14 παριστᾷ πῶς τοῦτο ἐπιτελεῖται ἐπὶ τροχοῦ Pelton.

Ἐὰν αἱ διανυσματικαὶ ταχύτητες τόσον ὑγρᾶς φλεβὸς ὅσον καὶ τοῦ σκαφιδίου τοῦ ὑδροτροχοῦ εἶναι v καὶ v' ἀντιστοίχως, καὶ ἐὰν v' εἶναι τὸ ἥμισυ τῆς v, τότε ἡ διανυσματικὴ ταχύτης τοῦ ἐξερχομένου ὕδατος σχετικῶς πρὸς τὸ ἔδαφος θὰ εἶναι μηδενικὴ καὶ τὸ σύνολον τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τοῦ ὕδατος τῆς φλεβὸς θὰ μετατραπῇ εἰς ὠφέλιμον ἔργον. Πρακτικῶς ὅμως ἡ ἀπόδοσις τῶν ὑδροστροβίλων ἀνέρχεται εἰς 70% μέχρις 90%. Ἡ Εἰκ. 15 δεικνύει ἕνα ἀτμοστρόβιλον εἰς τὸν ὁποῖον ἡ διεύθυνσις τῆς ροῆς τοῦ μετὰ μεγάλης ταχύτητος κινουμένου ἀτμοῦ μεταβάλλεται ἐπανειλημμένως διὰ τῆς κατ' ἐναλλαγὴν διελεύσεως αὐτοῦ ἀπὸ τὰ πτερύγια καὶ ἀπὸ τοὺς ἀκινήτους ἀτμοσωλῆνας, μέχρις ὅτου τὸ πλεῖστον τῆς ἐνεργείας του παραληφθῇ ὑπὸ τοῦ συστήματος.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ:

Ἡ παροχὴ ἑνὸς ὑγροῦ μέσῳ σωλῆνος τινὸς μετρεῖται ὡς ὁ ὄγκος ὅστις διέρχεται διατομὴν τινὰ ἀνὰ μονάδα χρόνου

$$R = Av$$

Ἐπὶ στρωτῆς ροῆς ὑγροῦ τινὸς ἡ πίεσις εἶναι μικροτέρα εἰς τὰ σημεῖα ἐκεῖνα ποὺ ἡ ταχύτης εἶναι ἡ μεγαλυτέρα.

Ἐπὶ στρωτῆς ροῆς ἰδανικοῦ ρευστοῦ κατὰ μῆκος μιᾶς φλεβὸς *ὁ νόμος τοῦ Bernoulli* καθορίζει, ὅτι τὸ ἄθροισμα τῆς πιέσεως τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας ἀνὰ μονάδα ὄγκου καὶ τῆς κινητικῆς τοιαύτης, εἶναι σταθεραί,

$$\frac{P_1}{\varrho g} + h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\varrho g} + h_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Ἡ ἀρχὴ τοῦ Bernoulli βρίσκει ἐφαρμογὴν ἐπὶ τοῦ βεντουριομέτρου τὸ ὁποῖον χρησιμεύει εἰς τὴν μέτρησιν τῆς παροχῆς ἑνὸς ὑγροῦ.

Οἱοδήποτε σῶμα κινούμενον ἐντὸς τοῦ ἀέρος ἔχει ἐπιφανείας κατὰ τοιοῦτον τρόπον κατασκευασμένας ὥστε νὰ ὑφίσταται δυναμικὴν ἄνωσιν ὑπὸ τοῦ ἀέρος μέσῳ τοῦ ὁποίου κινεῖται, καλεῖται δὲ *ἀεροτομή*.

Ἡ ταχύτης μετὰ τῆς ὁποίας ἐν ὑγρὸν ἐκρέει ἐκ πλευρικῆς ὀπῆς ἑνὸς δοχείου δίδεται ὑπὸ τοῦ *θεωρήματος τοῦ Toricelli*

$$v = \sqrt{2gh}$$

Ἐπὶ στροβίλου ἡ μεταβολὴ τῆς ὁρμῆς τοῦ ὑγροῦ ἥτις προέρχεται ἐκ τῆς ὡς τοῦτο ἀλλαγῆς τῆς διευθύνσεως τῆς ροῆς ὑπὸ τῶν πτερυγίων, ἀναγκάζει τὸν ἄξονα νὰ περιστρέφηται.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Διατὶ ἡ ροὴ ὕδατος ἀπὸ κρουνοῦ τινὸς μειοῦται ὅταν ἀνοιχθῇ ἕτερος κρουνὸς τῆς αὐτῆς δεξαμενῆς;

2. Νὰ ἐξετασθῇ ἡ ἀλήθεια τῆς κάτωθι προτάσεως: «Τὰ ὑγρὰ ἔχουν μηδενικὸν συντελεστὴν στατικῆς τριβῆς».

3. Νὰ δοθῇ λεπτομερὴς περιγραφὴ τοῦ φαινομένου τῆς ροῆς ὑγροῦ. Ποῖα εἶναι τὰ αἴτια τῆς ροῆς;

4. Περιγράψατε τέσσαρας ἐφαρμογὰς τῇ ἀρχῇ τοῦ Bernoulli.

5. Διατὶ μαρμάρινοι βῶλοι δὲν πίπτουν κατακορύφως εἰς κύλινδρον ὕδατος;

6. Πῶς ἀναρροφᾶται ὁ ἀὴρ ἐντὸς πετρελαιοκαυστῆρος;

7. Ἐὰν εἷς ἄνθρωπος ἵσταται πλησίον ταχέως κινουμένου συρμοῦ, ὑφίσταται κίνδυνος νὰ πέσῃ ἐπ' αὐτοῦ;

8. Τὶ εἶναι αὐτὸ ποὺ προκαλεῖ τὸν κυματισμὸν σημαίας; Τί εἶναι ἐκεῖνο ὅπερ ἀναγκάζει σφαῖραν μπέηζ μπώλλ νὰ διαγράφῃ καμπύλην;

9. Διατὶ ἡ ταχύτης ροῆς ὑγροῦ τινὸς ἐκ μικρᾶς πλευρικῆς ὀπῆς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μιᾶς δεξαμενῆς ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ βάθους τῆς ὀπῆς κάτωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ;

10. Δέσμη ὕδατος προσβάλλει ἐπιφάνειαν τινά· ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ἐν συνεχείᾳ τὸ ὕδωρ ῥέει μετ' ἀμελητέας ταχύτητος. Νὰ ἐξαχθῇ παράστασις διὰ τὴν ὑπὸ τῆς δέσμης ἀσκουμένην δύναμιν.

11. Διατὶ ἀπαιτεῖται διαφορὰ πιέσεως ἵνα ὑγρόν τι δυνηθῇ νὰ διέλθῃ διὰ μέσου ὁριζοντίου σωλῆνος ὁμοιομόρφου διαμέτρου;

12. Πῶς θὰ ἐπηρεάσῃ ἡ αὔξησις τοῦ ὕψους τὴν διαφορὰν πιέσεως ἐπὶ τῆς ἄνω καὶ κάτω ἐπιφανείας μιᾶς πτέρυγος ἀεροπλάνου; Δικαιολογήσατε τὴν ἀπάντησίν σας ἀναφερόμενοι εἰς τὴν Ἐξ. (4).

13. Ταθεῖσα ἐλαστικὴ ταινία τυλίσσεται πέριξ μιᾶς σφαίρας πίγκπόγκ. Ἡ σφαῖρα ἐκτινάσσεται πρὸς τὰ ἐμπρὸς διὰ τῆς ἐλαστικῆς ταινίας, ἥτις ἀναγκάζει τὴν σφαῖραν νὰ περιστρέφεται κατὰ τὴν πρὸς τὰ πρόσω διεύθυνσιν. Ἡ σφαῖρα θ' ἀνυψωθῇ ἢ θὰ καταπέσῃ;

14. Ἐξηγήσατε κατὰ ποῖον τρόπον θὰ ρίψετε μίαν σφαῖραν διὰ νὰ διαγράψῃ αὕτη καμπύλην τροχιὰν καὶ κατὰ ποῖον διὰ νὰ πέσῃ ἁπλῶς;

15. Ὕδωρ ῥέει ἐντὸς ὁριζοντίου ἀγωγοῦ μετ' ἀνομοιομόρφου διατομῆς. Ἐξετάσετε ἂν μικρὰ τυπικὴ μᾶζα ὑγροῦ θὰ παραμείνῃ ἐν ἰσορροπίᾳ ἐφόσον τὸ ὕδωρ διέρχεται τοῦ ἀγωγοῦ.

16. Ἐξηγήσατε τῇ βοηθείᾳ διαγραμμάτων διατὶ μία σφαῖρα θὰ ἐξακολουθήσῃ νὰ περιστρέφεται ὅταν εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς πλευρᾶς δέσμης ἀέρος.

17. Δύο ὑψηλοὶ κύλινδροι κληροῦνται δι' ὑγροῦ μέχρι τοῦ αὐτοῦ ὕψους. Ὁ εἷς περιέχει ὕδωρ, ὁ ἕτερος ὑδράργυρον. Εἰς ποῖον κύλινδρον ἡ πίεσις εἶναι μεγαλυτέρα εἰς δεδομένον βάθος; Ἐὰν διανοιγοῦν ὀπαὶ ἐπὶ τοῦ τοιχώματος περὶ τὸ μέσον τῶν κυλίνδρων, ἀπὸ ποῖον θὰ ἐκτιναχθῇ τὸ ὑγρὸν μετὰ τῆς μεγαλυτέρας ταχύτητος; Ποία δέσμη θὰ ἐκτιναχθῇ μακρότερον πρὶν ἢ πέσῃ ἐπὶ τῆς τραπέζης ὅπου οἱ κύλινδροι στηρίζονται;

18. Δύναται ἡ βραδεῖα πτῶσις ἑνὸς ἀλεξιπτώτου νὰ ἐπεξηγηθῇ διὰ τοῦ νόμου τοῦ Bernoulli;

19. Ἐξηγήσατε διατὶ τὸ ὕδωρ συγκεντροῦται εἰς σταγόνας ὅταν πίπτει ἐλευθέρως, ἐνῶ ῥέει κατὰ συνεχὲς ῥεῦμα ἐπὶ κατακορύφου σωλῆνος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ **1.** Ὕδωρ ἐκρέει ἀπὸ σωλῆνος ἐσωτερικῆς διαμέτρου 2.0 cm μὲ παροχὴν 8.0 λίτρων/min. Ποία εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ ὕδατος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος;

2. Ὑγρὸν ῥέει ἐντὸς σωλῆνος ἐσωτερικῆς διαμέτρου 1.5 in μὲ μέσην ταχύτητα 3.5 ft/sec. Ποία εἶναι ἡ παροχὴ εἰς γαλλόνια ἀνὰ λεπτόν; (1 gal = 231 in^3) *Ἀπ.* 19 γαλλόνια/min

3. Δεξαμενὴ ὀξυγόνου ἔχει ἐσωτερικὸν ὄγκον 3.00 ft^3 καὶ ἡ ἀρχικὴ πίεσις μανομέτρου εἶναι 180 lb/in^2. Ἡ δεξαμενὴ συνδέεται πρὸς δᾶδα ὀξυακετυλενίου ἥτις χρησιμοποιεῖ ὀξυγόνον μετὰ πιέσεως 5.00 lb/in^2 καὶ παροχῆς 0.40 ft^3/min. Πόσον θὰ διαρκέσῃ τὸ ἀπόθεμα ὀξυγόνου;

4. Ποία εἶναι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἑκάστου κυβικοῦ ποδὸς ὕδατος εἰς ῥεῦμα ὅπερ κινεῖται μετὰ ταχύτητος 64 ft/sec; *Ἀπ.* 4000 ft-lg

5. Ποῖον ἔργον καταναλίσκεται κατὰ τὸν ἐξαναγκασμὸν διελεύσεως 50 ft^3 ὕδατος μέσῳ ἀγωγοῦ ½ in ἐὰν ἡ διαφορὰ πιέσεως εἰς τὰ δύο ἄκρα τοῦ σωλῆνος εἶναι 15 lb/in^2;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

6. Ὑγρὸν σχετικῆς πυκνότητος 0.90 ῥέει ἐντὸς ὁριζοντίου ἀγωγοῦ διαμέτρου 6.0 cm. Εἰς τομέα τινὰ αὐτοῦ ὅπου παρατηρεῖται στένωσις καὶ ἡ διάμετρος του γίνεται 4.2 cm ἡ πίεσις τοῦ ὑγροῦ εἶναι μικροτέρα ἀπὸ τῆς τοῦ κυρίου ἀγωγοῦ κατὰ 16 000 dyn/cm². Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης τοῦ ὑγροῦ εἰς τὸν ἀγωγόν. Ἀπ. 110 cm/sec

7. Βεντουριόμετρον ἔχον ἐμβαδὸν διατομῆς τῆς στενώσεως 5.0 in² συνδέεται πρὸς σωλῆνα διατομῆς 12 in². Ἡ πίεσις εἰς μὲν τὸν σωλῆνα εἶναι 22 lb/in², εἰς δὲ τὴν στένωσιν 16 lb/in², ὅταν τὸ ὕδωρ ῥέει μὲ στρωτὴν ροὴν διὰ μέσου τοῦ βεντουριομέτρου. Ποία εἶναι ἡ παροχὴ εἰς ft³/sec;

8. Ὁριζόντιος σωλὴν διατομῆς 4.0 in² φέρει στένωσιν διατομῆς 1.0 in². Βενζίνη (εἰδικοῦ βάρους 42 lb/ft³) ῥέει μὲ ταχύτητα 6.0 ft/sec ἐντὸς τοῦ εὐρυτέρου σωλῆνος ὅπου ἡ πίεσις εἶναι 10.0 lb/in². Νὰ εὑρεθῶσιν: α) ἡ ταχύτης καὶ β) ἡ πίεσις ἐντὸς τῆς στενώσεως.
Ἀπ. 24 ft/sec, 7.5 lb/in²

9. Ἔλαιον σχετικῆς πυκνότητος 0.85 ῥέει ἐντὸς ἀγωγοῦ διαμέτρου 3.0 cm, ὑπὸ πίεσιν 1.6×10^6 dyn/cm². Εἰς μίαν στένωσιν ὁ ἀγωγὸς ἔχει διάμετρον 2.0 cm καὶ ἡ πίεσις εἶναι 1.0×10^6 dyn/cm². Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ παροχὴ τοῦ ἐλαίου εἰς τὸν ἀγωγόν.

10. Ὕδωρ ῥέει στρωτῶς διὰ σωλῆνος μὲ παροχὴν 64 ft³/min. Μανόμετρον τοποθετεῖται εἰς τομέα ὅπου ἡ διάμετρος εἶναι 4.0 in, παρέχει δὲ ἔνδειξιν 16 lb/in². Νὰ προσδιορισθῇ ἡ πίεσις εἰς τομέα τοῦ σωλῆνος ὅπου ἡ διάμετρος εἶναι εἰς 2.0 in. Ἀπ. 0.9 lb/in² (πίεσις μανομέτρου)

11. Βεντουριόμετρον παρουσιάζει διαφορὰν πιέσεως 7.5 lb/in² μεταξὺ τῆς στενώσεως, ἐσωτερικῆς διαμέτρου 0.25 in καὶ τῆς κανονικῆς διατομῆς διαμέτρου 1.0 in. Πόσα γαλλόνια διέρχονται ἀνὰ δευτερόλεπτον;

12. Ὕδωρ ῥέον ἐντὸς ἀγωγοῦ μὲ ταχύτητα 1.0 ft/sec διέρχεται διὰ στενώσεως (σχ. 8) τῆς ὁποίας τὸ ἐμβαδὸν διατομῆς ἰσοῦται μὲ τὸ ἓν δέκατον τοῦ τῆς κανονικῆς διατομῆς τοῦ σωλῆνος. Ποία εἶναι ἡ μείωσις τῆς πιέσεως τοῦ ὕδατος εἰς τὴν στένωσιν; Ἀπ. 0.67 lb/in²

13. Εἰς πείραμα ἐντὸς ἀεροδυναμικῆς σήραγγος ἐξηκριβώθη ὅτι ἡ πίεσις ἐπὶ τῆς ἀνωτέρας ἐπιφανείας ἀεροτομῆς εἶναι 12.95 lb/in² ἐνῶ εἰς τὴν κάτω ἐπιφάνειαν 13.05 lb/in². Ποία εἶναι ἡ δυναμικὴ ἄνωσις πτέρυγος τοῦ σχήματος τούτου ἐὰν αὕτη ἔχει μῆκος 24 ft καὶ πλάτος 5.0 ft;

14. Ἀεροπλάνον ζυγίζον 800 lb ἔχει ἐπιφάνειαν πτερύγων 120 ft². Ποία διαφορὰ πιέσεως ἐπὶ τῶν δύο πλευρῶν τῆς πτέρυγος ἀπαιτεῖται διὰ νὰ συγκρατηθῇ τὸ ἀεροπλάνον εἰς ὁριζοντίαν πτῆσιν;
Ἀπ. 0.046 lb/in²

15. α) Μὲ ποίαν ταχύτητα ῥέει τὸ ὕδωρ ἀπὸ ὀπῆς κειμένης 25 ft κάτωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας; β) νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης ἐκροῆς τοῦ ὕδατος ἐκ τῆς ὀπῆς ταύτης ἐὰν ἐφαρμοσθῇ πρόσθετος πίεσις 20 lb/in² ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος.

16. Ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ὕδατος, ἐντὸς δεξαμενῆς ἐναποθηκεύσεως εὑρισκομένου, κεῖται 9.0 ft ὑπεράνω τῆς στάθμης κρουνοῦ τοποθετημένου εἰς μίαν τῶν πλευρῶν τῆς δεξαμενῆς. α) Μὲ ποίαν ταχύτητα θὰ ἐκρεύσῃ τὸ ὕδωρ ἐκ τοῦ κρουνοῦ ἐὰν ἡ τριβὴ εἶναι ἀμελητέα; β) Μέχρι ποίου ὕψους θ' ἀνέλθῃ τὸ ὕδωρ τοῦτο ἐὰν τὸ ῥύγχος τοῦ κρουνοῦ ἀναστραφῇ πρὸς τὰ ἄνω; Ἀπ. 24 ft/sec, 9.0 ft

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

17. Ὕδωρ εὑρίσκεται ἀναποθηκευμένον ἐντὸς δεξαμενῆς μέχρι ὕψους 24 ft. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ διάμετρος κυκλικῆς ὀπῆς, ἀεροδυναμικῶς διεμορφωμένης, εὑρισκομένης εἰς τὴν βάσιν τῆς δεξαμενῆς ὥστε ἡ παροχὴ ἐξ αὐτῆς νὰ εἶναι 1.0 γαλόνιον/min.

18. Ὕδωρ ὑπὸ ὑδροστατικὸν ὕψος 24 ft ρέει μὲ ταχύτητα 9.0 ft/sec εἰς κεκλιμένην σήραγγα. Ἀμελουμένης τῆς τριβῆς, νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης τοῦ ὕδατος εἰς σημεῖον ὅπου τὸ ὑδροστατικὸν ὕψος εἶναι 12 ft; *Ἀπ.* 29 ft/sec

19. Ἡ στάθμη ὕδατος ἐντὸς δεξαμενῆς διατηρεῖται 4.0 ft ὑπεράνω τοῦ κέντρου ὀπῆς εὑρισκομένης ἐπὶ τῆς πλευρᾶς τῆς δεξαμενῆς. Ἡ ὀπὴ ἔχει διάμετρον μιᾶς ἴντσας, ἀλλὰ τὸ ρεῦμα στενοῦται εἰς τὰ δύο τρίτα τῆς διαμέτρου ταύτης, μόλις διέλθῃ ἐκ τῆς ὀπῆς. Ποία εἶναι ἡ παροχὴ ἐκ τῆς ὀπῆς;

20. Ρεῦμα ὕδατος ἐκρέει ἐξ ὀπῆς κειμένης εἰς ὕψος 6.0 ft ὑπεράνω τῆς βάσεως κατακορύφου σωλῆνος καὶ προσβάλλει τὸ ἔδαφος εἰς ὁριζοντίαν ἀπόστασιν 48 ft. Ποία ἡ ἀπόστασις τῆς ὀπῆς κάτωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος; *Ἀπ.* 96 ft

21. Πυροσβεστικὸς σωλὴν ἐκτοξεύει 32 lb ὕδατος ἀνὰ δευτερόλεπτον, διὰ τῆς ὁριζοντίας δὲ δέσμης αὐτοῦ προσβάλλει κατακόρυφον τοῖχον μὲ ταχύτητα 75 ft/sec. Ἐὰν μόριον ὕδατος ἀναπηδᾷ μὲ ταχύτητα ὁμοίαν ἐκείνης μὲ τὴν ὁποίαν προσέπεσε κινούμενον ἐπὶ τῆς αὐτῆς διευθύνσεως ποία εἶναι ἡ ὁλικὴ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ὑπὸ τοῦ ὕδατος ἐπὶ τοῦ τοίχου;

22. Τροχὸς Pelton κινεῖται ὑπὸ δέσμης ὕδατος ἥτις ἔχει διάμετρον διατομῆς 3.0 in καὶ προσπίπτει μὲ ταχύτητα 120 ft/sec. α) Πόση ἐνέργεια παρέχεται ἀνὰ δευτερόλεπτον; β) Ἐὰν ἡ ἀπόδοσις εἶναι 75% ποίαν ἱπποδύναμιν δύναται ν' ἀναπτύξῃ ὁ τροχός;

Ἀπ. 83 000 ft-lb, 110 hp

23. Ἡ θερμοπηγὴ Castle εἰς τὸ πάρκον τοῦ Yellowstone ἐκτινάσσει στήλην ὕδατος ὕψους 250 ft εἰς τὸν ἀέρα. Κατὰ πόσον ἡ πίεσις τοῦ ὕδατος εἰς τὴν βάσιν τῆς στήλης ὑπερβαίνει τὴν ἀτμοσφαιρικὴν τοιαύτην;

24. Κάδος βάρους 1.0 km δύναται νὰ χωρέσῃ 10 km ὕδατος, γεμίζει δὲ ἐντὸς 12 sec δι' ὕδατος ὑπὸ ρέοντος κρουνοῦ. Τὴν στιγμὴν κατὰ τὴν ὁποίαν ὁ κάδος εἶναι κατὰ τὸ ἥμισυ πεπληρωμένος, ὁ ζυγὸς ἐπὶ τοῦ ὁποίου εὑρίσκεται δίδει ἔνδειξιν 6.5 km. Ποία εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ ρέοντος ὕδατος τὴν στιγμὴν ἐκείνην, ὑποθέτοντες ὅτι δὲν ὑφίσταται ἀπώλεια ὕδατος ἐκ διασπορᾶς; *Ἀπ.* 5.9 m/sec

25. Κατὰ τὴν κατασκευὴν κτηρίου τινός, κονίαμα εἰς ὑγρὰν κατάστασιν μεταφέρεται τῇ βοηθείᾳ ἀντλίας εἰς τὸν δεύτερον ὄροφον εὑρισκόμενον εἰς ὕψος 21.0 ft ἄνωθεν τῆς ἀντλίας. Ὁ σωλὴν μεταφορᾶς εἰς τὴν βάσιν του ἔχει διάμετρον 5.0 in καὶ εἰς τὸ ἄνω μέρος ἀπ' ὅπου ἐκρέει τὸ κονίαμα 3.0 in. Τὸ κονίαμα ζυγίζει 150 lb/ft³ καὶ σφενδονίζεται μὲ παροχὴν 45 ft³/min. Ἂν ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ 50% τῆς ἐνεργείας δαπανᾶται διὰ τὴν ὑπερνίκισιν τῶν τριβῶν, νὰ εὑρεθῇ α) ἡ ταχύτης τοῦ κονιάματος εἰς τὸ ἄνω μέρος τοῦ σωλῆνος, β) ἡ ταχύτης τοῦ κονιάματος ὅταν εἰσέρχεται εἰς τὸν σωλῆνα ἐκτοξεύσεως.

26. Ὁ ἀνεφοδιασμὸς ἀεροπλάνου διὰ καυσίμων, ἐπιτελεῖται μὲ ρυθμὸν 50 γαλλ/λεπτὸν (1.0 ft³ = 7.5 γαλλόνια). Ὁ ἀγωγὸς ἀνεφοδιασμοῦ εἶναι εὔκαμπτος σωλὴν διαμέτρου 3.0 in συνδεόμενος πρὸς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἀντλίαν κειμένην 3.0 ft ἄνωθεν τοῦ ἐδάφους. Ἡ βενζίνη (σχετικῆς πυκνότητος 0.72) διοχετεύεται εἰς τὸ ἀεροπλάνον εὑρισκόμενον 15.0 ft ἄνωθεν τοῦ ἐδάφους διὰ τοῦ ρύγχους τοῦ σωλῆνος διαμέτρου 2.0 in. Νὰ εὑρεθῇ α) ἡ ταχύτης τοῦ καυσίμου εἰς τὸ ρύγχος, β) ἡ ταχύτης τῶν καυσίμων εἰς τὸν ἀγωγὸν ἐγγὺς τῆς ἀντλίας καὶ γ) ἡ πίεσις εἰς τὸν ἀγωγὸν ἐγγὺς τῆς ἀντλίας. *Ἀπ.* 5.1 ft/sec, 2.3 ft/sec, 19 lb/in²

27. Ὕδωρ ρέει πρὸς τὰ κάτω διὰ μέσου κατακορύφου σωλῆνος κατεσκευασμένου ἐξ ὑλικοῦ θερμομονωτικοῦ· εἰς ἓν τμῆμα του ὁ σωλὴν φέρει στένωσιν διαμέτρου ἴσης πρὸς τὸ ἕνα τρίτον τῆς κανονικῆς. Ἡ πίεσις καὶ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος εἰς τὸ τμῆμα τῆς στενώσεως εἶναι 1.0 atm καὶ 20°C ἀντιστοίχως. Εἰς σημεῖον εὑρισκόμενον 10.0 m ὑπεράνω τῆς στενώσεως αἱ τιμαὶ θερμοκρασίας καὶ πιέσεως εἶναι 4.5 atm καὶ 19°C. Ποία εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ ὕδατος εἰς τὸ στένωμα;

28. Ὑδατοδεξαμενὴ εἶναι πεπληρωμένη μέχρις τοῦ ὕψους τῶν 10.0 ft δι' ἁλμυροῦ ὕδατος ἔχοντος σχετικὴν πυκνότητα 1.10. Ἐὰν ὑπάρχει μία μικρὰ ὀπὴ εἰς τὴν πλευρὰν τῆς δεξαμενῆς 2.0 ft ἄνωθεν τοῦ πυθμένος της, μὲ ποίαν ταχύτητα θὰ ἐκρεύσῃ τὸ ὕδωρ ἐξ αὐτῆς;

29. Ἐσεῖς καὶ Ἀστὴρ κινηματογράφου ναυαγεῖτε εἰς νῆσον τῆς Νοτίου Θαλάσσης. Κατὰ τύχην αὕτη εὑρίσκει ἕνα λευκοσιδηροῦν δοχεῖον τετραγώνου διατομῆς 40×40 cm καὶ ὕψους 70 cm κείμενον ἐπὶ τοῦ αἰγιαλοῦ. Ἀποφασίζετε νὰ κατασκευάσετε ἐξ αὐτοῦ ἕνα καταιονιστῆρα ἀνοίγοντας 20 ὀπὰς ἐπὶ τοῦ πυθμένος, ἑκάστη τῶν ὁποίων ἔχει ἐμβαδὸν 0.10 cm². Ἐὰν αὕτη θέλει νὰ μείνῃ ὑπὸ τὸν καταιονιστῆρα ἐπὶ 5.0 λεπτά, θὰ ἐπαρκέσῃ τὸ ὕδωρ τοῦ δοχείου πρὸς τοῦτο;

30. Ὑδροστρόβιλος κινεῖται ὑπὸ ὕδατος πίπτοντος ἐξ ὕψους 60 ft. Ἐὰν ἡ παροχὴ τοῦ ὕδατος εἶναι 480 ft³/min, νὰ προσδιορισθῇ τὸ ἀνώτατον ὅριον τῆς δυνάμεως τὴν ὁποίαν δύναται νὰ παραγάγῃ. *Ἀπ.* 54 hp

31. Δεξαμενὴ τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως τῆς ὁποίας εἶναι 10.0 ft² καὶ τὸ ὕψος της 20.0 ft, φέρει εἰς τὴν βάσιν της ἀντλίαν ἥτις δέον ν' ἀντλήσῃ τὸ ὕδωρ 90.0 ft ὑπεράνω αὐτῆς μετὰ ταχύτητος ἐξόδου 16.0 ft/sec. Ἡ ἀντλία καὶ ὁ κινητὴρ εἶναι συνδεδυασμένοι δι' ἀπόδοσιν 50%. Ὅταν ἡ ἀντλία ἀρχίσῃ νὰ λειτουργῇ ἡ ἔνδειξις ἐπὶ τοῦ μετρητοῦ κιλοβατωρῶν εἰς τὴν γραμμὴν παροχῆς ρεύματος τοῦ κινητῆρος εἶναι 7308.9 κιλοβατῶραι. Ποία θὰ εἶναι ἡ ἔνδειξις τοῦ μετρητοῦ ὅταν ἐκκενωθῇ ἡ δεξαμενή;

32. Ἡ παροχὴ μιᾶς ἀντλίας κενοῦ, εἶναι σχεδὸν ἀνεξάρτητος τῆς πιέσεως ἐπὶ εὐρείας κλίμακος πιέσεων. Ὅταν μία τοιαύτη ἀντλία παροχῆς 10 λίτρων/λεπτόν, συνδεθῇ πρὸς κλειστὸν σύστημα περιέχον ἀέρα ὑπὸ ἀρχικὴν πίεσιν 76.0 cm Hg ἡ πίεσις μειοῦται εἰς 38.0 cm Hg εἰς χρόνον 6.00 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ κατὰ προσέγγισιν χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ νὰ ὑποβιβασθῇ ἡ πίεσις εἰς 0.100 mmHg. *Ἀπ.* 78 sec

33. Ἡ παροχὴ ὕδατος δι' ὑδροστρόβιλον ἔχει συνολικὸν ὑδροστατικὸν ὕψος 80.0 ft. καὶ ρέει ἐπ' αὐτοῦ μὲ ρυθμὸν 55.1 ft³/sec. Ὁ ὑδροστρόβιλος παρέχει ροπὴν στρέψεως 1750 lb/ft ἐπὶ 1200 στροφῶν/λεπτόν. α) Ποία εἶναι ἡ ἱπποδύναμις τοῦ στροβίλου; β) Ποία εἶναι ἡ ἀποδοτικότης του;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Max Planck

1858–1947. *Ἐγεννήθη εἰς Κίελον. Διεδέχθη τὸν Kirchhoff εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τοῦ Βερολίνου. Ἔλαβεν τὸ βραβεῖον Νόμπελ Φυσικῆς διὰ τὴν συμβολήν του εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῆς Φυσικῆς διὰ τῆς θεωρίας τῶν κβάντων.*

17. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Πᾶσα ὕλη, εἴτε στερεά, εἴτε ὑγρά, εἴτε ἀέριος, συνίσταται ἐκ μορίων ἄτινα ἀλληλοέλκονται. Εἰς τὰ στερεὰ τὰ μόρια εὑρίσκονται σχετικῶς ἐγγὺς ἀλλήλων καὶ αἱ δυνάμεις ἕλξεως εἶναι ἀρκούντως ἰσχυραὶ διὰ νὰ συγκρατοῦν ταῦτα ὑπὸ μορφὴν κανονικῶν σχημάτων καὶ νὰ τὰ διατηροῦν ὑπὸ καθωρισμένον ὄγκον καὶ σχῆμα. Εἰς τὰ ὑγρὰ τὰ μόρια εὑρίσκονται, κατὰ μέσον ὅρον, περισσότερον ἀπομεμακρυσμένα ἀλλήλων, συνεπῶς δὲ αἱ δυνάμεις εἶναι μικρότεραι καὶ ἐνῶ διατηροῦν ὡρισμένον ὄγκον προσλαμβάνουν τὸ σχῆμα τοῦ δοχείου εἰς τὸ ὁποῖον εὑρίσκονται. Εἰς τὰ ἀέρια αἱ ἀποστάσεις μεταξὺ τῶν μορίων εἶναι μεγαλύτεραι συγκρινόμεναι πρὸς τὸ μέγεθός των καὶ αἱ δυνάμεις ἕλξεως εἶναι μικραὶ συγκρινόμεναι πρὸς τὰς τῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν. Συνεπῶς ταῦτα δὲν ἔχουν οὔτε ἴδιον σχῆμα οὔτε ὡρισμένον ὄγκον, ἀλλὰ καταλαμβάνουν ὅλον τὸν διαθέσιμον χῶρον καὶ ὡς ἐκ τούτου προσλαμβάνουν καὶ τὸ σχῆμα τοῦ χώρου τούτου.

17-1. Ἀήρ. Τὸ κοινότερον τῶν ἀερίων εἶναι ὁ ἀήρ, μῖγμα διαφόρων ἀερίων, ἀλλὰ κυρίως ἀζώτου καὶ ὀξυγόνου. Ἐπειδὴ ὁ ἀὴρ ἀπαντᾶται παντοῦ καὶ πάντοτε, σπανίως παρατηροῦμεν τὰς δυνάμεις τὰς ὁποίας οὗτος ἀσκεῖ, ἐκτὸς ἐὰν αὗται καθίστανται τόσον ἰσχυραὶ ὥστε νὰ προκαλοῦν ἐνόχλησιν, δυσφορίαν ἢ καταστροφὴν τινά.

Εἶναι κοινὴ ἡ ἔκφρασις «ἐλαφρὸν ὡς ὁ ἀήρ», διὰ τὸν χαρακτηρισμὸν ἑνὸς ἀντικειμένου. Παρὰ ταῦτα ὅμως ὁ ἀὴρ ἔχει βάρος δεδομένου ὅτι ἑλκύεται ὑπὸ τῆς γῆς, ὡς καὶ κάθε ἄλλη οὐσία, τὸ δὲ συνολικὸν βάρος του εἶναι τρομακτικόν, περίπου 6×10^{15} τόννοι. Τὸ τεράστιον τοῦτο βάρος ἀσκεῖ πάντοτε πίεσιν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, ἀλλὰ δεδομένου ὅτι αἱ ἀκτινικαὶ αὗται δυνάμεις κατανέμονται ἐφ' ὁλοκλήρου τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς, ἡ πίεσις εἰς μικρὸν τμῆμα αὐτῆς εἶναι ἐλαχίστη.

17-2. Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. Δεδομένου ὅτι ὁ ἀὴρ ἔχει βάρος, ἀσκεῖ δύναμιν ἐπὶ οἱουδήποτε ἀντικειμένου εὑρισκομένου ἐντὸς αὐτοῦ. Ἡ δύναμις ποὺ ἀσκεῖται ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας καλεῖται ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. Ἡ πίεσις αὕτη, ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας εἶναι περίπου 14.7 lb/in². Ὡς ἀποτέλεσμα τῆς πιέσεως ταύτης εἶναι ἡ ἄσκησις μεγάλων δυνάμεων ἀκόμη καὶ ἐπὶ μετρίως εὐρέων ἐπιφανειῶν. Ἐπὶ κοινοῦ παραθύρου, ὅπερ ἔχει διαστάσεις 3.0 ft ἐπὶ 6.0 ft, ἡ δύναμις αὕτη εἶναι (14.7 lb/in²) (36 in) (72 in) = 38000 lb = 19 τόννοι. Εὐτυχῶς ἡ μεγάλη αὕτη δύναμις ἀντισταθμίζεται πλήρως ὑπὸ ἑτέρας δυνάμεως ἴσης

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κατὰ τὸ μέγεθος, ἀλλὰ ἀτιθέτου φορᾶς ἥτις ἀσκεῖται ἐπὶ τῆς ἄλλης πλευρᾶς τοῦ παραθύρου ὑπὸ τοῦ ἀέρος. Κοινὸν παράθυρον ἐκτεθειμένον εἰς τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν μόνον ἐκ τῆς μιᾶς πλευρᾶς δὲν θὰ ἦτο δυνατὸν ἀφ' ἑαυτοῦ ν' ἀνθέξῃ εἰς τόσον μεγάλην δύναμιν. Ἐὰν ἦτο δυνατὸν ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ νὰ ἐκλείψῃ αἰφνιδίως πέριξ μιᾶς οἰκίας, αἱ πιέσεις αἵτινες ὑφίσταντο εἰς τὸ ἐσωτερικὸν ἐκ τῆς ὑπάρξεως ἀέρος θὰ ἠδύναντο νὰ προκαλέσουν ἔκρηξιν αὐτῆς.

Ἐὰν δοχεῖον, κοινὸν τοιοῦτο ἐκ λευκοσιδήρου, κλεισθῇ ἀεροστεγῶς καὶ ἐξαχθῇ ὁ ἀὴρ ἐκ τοῦ ἐσωτερικοῦ του, τοῦτο ταχέως συνθλίβεται λόγῳ τῆς ἐκ τῶν ἔξωθεν ἀσκουμένης ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Τὸ γεγονὸς τοῦτο χρησιμοποιεῖται διὰ πολλὰς ἐφαρμογάς. Ὅταν ρύγχος π.χ. εἰσαχθῇ ἐντὸς σίτου ἢ ἄλλου χαλαροῦ ὑλικοῦ, καὶ ἀναρροφηθῇ ὁ ἀὴρ ἀπὸ τὸ ἐσωτερικόν του, τότε ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις προωθεῖ τὸ ὑλικὸν πρὸς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ ρύγχους ἀναρροφήσεως.

Φορτηγὰ αὐτοκίνητα ἢ σκάφη δύνανται νὰ φορτωθῶσιν ἢ νὰ ἐκφορτωθῶσιν λίαν ταχέως διὰ τοῦ τρόπου αὐτοῦ.

17-3. Ἄνωσις. Ἡ παρὰ τοῦ ἀέρος ἢ ἄλλου τινὸς ἀερίου ἀσκουμένη ἄνωσις οὐδόλως εἶναι ἀμελητέα. Ἀερόστατον ἀνέρχεται, ὑφιστάμενον δύναμιν ἀνώσεως ἴσην πρὸς τὸ βάρος τοῦ παρ' αὐτοῦ ἐκτοπιζομένου ἀέρος. Ἡ διαφορὰ τῆς ἀνώσεως ἀπὸ τὸ ὁλικὸν βάρος τοῦ ἀεροστάτου καλεῖται ἀνυψωτικὴ δύναμις. Ὅταν ὑφίσταται τοιαύτη δύναμις δηλαδὴ ὅταν ἡ ἄνωσις εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ βάρους τοῦ ἀεροστάτου, τοῦτο ἀνέρχεται.

Ἐφόσον τοῦτο ἀνέρχεται, ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις μειοῦται καὶ τὸ ἀερόστατον διαστέλλεται, ἀλλὰ ταυτοχρόνως ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος καθίσταται μικροτέρα οὕτως ὥστε ἡ ἄνωσις κατὰ μονάδα ὄγκου νὰ μειοῦται. Τὸ ἀερόστατον θ' ἀνυψοῦται μέχρις ὅτου τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀέρος εἰς τὴν νέαν θέσιν καταστῇ ἴσον πρὸς τὸ ὁλικὸν βάρος τοῦ ἀεροστάτου.

Ἡ δύναμις ἀνώσεως τοῦ ἀέρος ἐπὶ στερεῶν εἶναι ὀλιγώτερον σημαντική, διότι αὕτη ἀποτελεῖ μόνον μικρὸν κλάσμα τοῦ βάρους των. Ἐν τούτοις προκειμένης ἀκριβοῦς σταθμίσεως δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ παραληφθῇ ἡ ὑπὸ τοῦ ἀέρος ἀσκουμένη ἄνωσις.

ΠΙΝΑΞ 1. ΠΥΚΝΟΤΗΣ ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΗ ΠΥΚΝΟΤΗΣ ΕΝΙΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

(Ὑπὸ συνθήκας 0°C καὶ 760 mmHg)

Ἀέριον	Πυκν. εἰς gm/liter	Εἰδικὸν βάρος εἰς lb/ft³	Σχετικὴ πυκνότ. (ὡς πρὸς τὸν ἀέρα)
Ἀήρ	1.293	0.081	1.000
Διοξείδιον ἄνθρακος	1.977	0.123	1.529
Ὑδρογόνον	0.090	0.0056	0.069
Ἥλιον	0.178	0.011	0.138
Ἄζωτον	1.251	0.078	0.967
Ὀξυγόνον	1.429	0.089	1.105
Ἀτμὸς 100° K. ...	0.598	0.037	0.462

Παράδειγμα: Ὀρειχάλκινα σταθμὰ χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν ζύγισιν κυλίνδρου ἀλουμινίου τοῦ ὁποίου ἡ μᾶζα εἶναι περίπου 89 gm. Ποῖον λάθος εἰσάγεται ἐὰν ἡ δύναμις ἀνώσεως τοῦ ἀέρος ($\varrho = 0.0013$ gm/cm³) δὲν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν:

$$\varrho_{\text{Ὀρειχάλκου}} = 8.9 \text{ gm/cm}^3$$

$$\varrho_{\text{Ἀλουμινίου}} = 2.7 \text{ gm/cm}^3$$

$$V = \frac{m}{\varrho}$$

$$V_{\text{Ὀρ.}} = \frac{89 \text{ gm}}{8.9 \text{ gm/cm}^3} = 10 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Ἀλ.}} = \frac{89 \text{ gm}}{2.7 \text{ gm/cm}^3} = 33 \text{ cm}^3$$

Ἡ διαφορὰ ὄγκου V τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀέρος ἐπὶ τῶν δύο δίσκων τοῦ ζυγοῦ εἶναι:

$$V = V_{\text{Ἀλ.}} = V_{\text{Ὀρ.}} = 33 \text{ cm}^3 - 10 \text{ cm}^3 = 23 \text{ cm}^3$$

Ἐξ οὗ ἀποδεικνύεται ὅτι τὸ λάθος κατὰ τὴν ζύγισιν τῆς μάζης εἶναι:

$$m = V\varrho = 23 \text{ cm}^3 \times 0.0013 \text{ gm/cm}^3 = 0.030 \text{ gm}$$

Τὸ εἰσαγόμενον λάθος ἀποτελεῖ μικρὸν μόνον κλάσμα τῆς ὁλικῆς μάζης, ἀλλὰ εἰς πολλὰ πειράματα ὅπου ἡ ἀκρίβεια παίζει σημαντικὸν ρόλον, λάθος 0.030 gm. ἐπὶ 89 gm εἶναι πολὺ μέγα διὰ νὰ μὴν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν.

Παράδειγμα: Ἀεροστάτον δέον νὰ δράσῃ εἰς ὕψος ὅπου τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀέρος εἶναι 0.060 lb/ft³. Ποῖον φορτίον δύναται νὰ συγκρατήσῃ ἐὰν τοῦτο ἔχει ὄγκον 800 ft³ εἰς τὸ ὕψος

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τοῦτο καὶ εἶναι πεπληρωμένον δι' ὑδρογόνου, $D = 0.0050$ lb/ft³; Τὸ βάρος W_σ τοῦ σάκκου εἶναι 30 lb.

$$W = VD$$

Βάρος ἐκτοπιζομένου ἀέρος:

$$W_{\dot{a}\epsilon\rho.} = 800 \text{ ft}^3 \times 0.060 \text{ lb/ft}^3 = 48 \text{ lb}$$

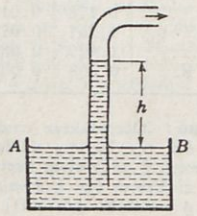
Βάρος ὑδρογόνου:

$$W_{\dot{\upsilon}\delta\rho.} = 800 \text{ ft}^3 \times 0.0050 \text{ lb/ft}^3 = 4 \text{ lb}$$

Τὸ ἀνεχόμενον φορτίον εἶναι :

$$L = W_{\dot{a}\epsilon\rho.} - W_{\dot{\upsilon}\delta\rho.} - W_\sigma = 48 \text{ lb} - 4 \text{ lb} - 30 \text{ lb} = 14 \text{ lb}$$

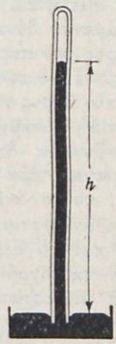
17-4. Τὸ ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον. Ἐὰν ἐπιμήκης κατακόρυφος σωλὴν εἰσα-



Εἰκ. 1. Ὅταν ἀφαιρεθῇ ὁ ἀὴρ ἀπὸ τοῦ σωλῆνος, ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἐξαναγκάζει τὸ ὑγρὸν νὰ ἀνέλθῃ ἐντὸς αὐτοῦ.

χθῇ ἐντὸς ὑγροῦ καὶ ἐξαχθῇ ἐξ αὐτοῦ ὁ ἀήρ, τὸ ὑγρὸν θὰ ἀνέλθῃ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἐξαναγκαζόμενον πρὸς τοῦτο ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως (Εἰκ. 1) Τὸ ὑγρὸν θ' ἀνέλθῃ μέχρις ὅτου ἡ πίεσις εἰς τὸν σωλῆνα λόγῳ τοῦ εἰς αὐτὸν ἐναπομείναντος ἀέρος ἐξισωθῇ μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικὴ πίεσιν εἰς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ. Εἰς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ AB, ἡ πίεσις εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικήν. Ἐὰν ἦτο δυνατὸν νὰ ἀφαιρέσωμεν ὅλην τὴν ποσότητα τοῦ ἀέρος τοῦ εὑρισκομένου ὑπεράνω τοῦ ὑγροῦ εἰς τὸν σωλῆνα, τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑγροῦ ὑπεράνω τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας θὰ ἔδιδεν τὸ ἄμεσον μέτρον τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Τοιούτου τύπου ὄργανον καλεῖται *βαρόμετρον*. Τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος, τὸ ἀναγκαῖον διὰ τὴν χρῆσιν του ὡς βαρομέτρου ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς πυκνότητος τοῦ χρησιμοποιουμένου ὑγροῦ, διὰ τὸ ὑγρὸν $P = hpg$. Τὸ πλέον ἱκανοποιητικὸν ὑγρὸν διὰ βαρόμετρον εἶναι ὁ ὑδράργυρος. Λόγῳ τῆς ὑψηλῆς του πυκνότητος (13.6 gm/cm³) ἡ στήλη ἡ ἀνεχομένη ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως ἔχει ὕψος μόλις 30 in περίπου, ἐνῶ ἐὰν ἤθελεν χρησιμοποιηθῇ ὕδωρ ὁ σωλὴν θὰ ἔπρεπε νὰ ἔχῃ ὕψος περισσότερον τῶν 30 ft. Ὁ ὑδράργυρος ἔχει τὸ πρόσθετον πλεονέκτημα ὅτι δὲν ἐξατμίζεται ἀμέσως εἰς συνήθεις θερμοκρασίας καὶ συνεπῶς ἡ πίεσις ἡ ὀφειλομένη εἰς τὸν ἀτμὸν του εἰς τὸν ὑπερκείμενον τῆς στήλης χῶρον εἶναι λίαν μικρά.

Ἓν ἁπλοῦν ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον δύναται νὰ κατασκευασθῇ διὰ πληρώσεως ἑνὸς ὑαλίνου σωλῆνος μήκους 3-ft δι' ὑδραργύρου, ἐμπωματιζομένου τοῦ ἄκρου του κατὰ τρόπον ὥστε νὰ μὴν παγιδευθῇ ἐντὸς αὐτοῦ ἀὴρ καὶ ἀναστροφῆς του ἐντὸς λεξάνης ὑδραργύρου, ὡς παρίσταται εἰς τὸ σχῆμα 2. Ὅταν τὸ πῶμα ἀφαιρεθῇ, μέρος τοῦ ὑδραργύρου ἐκρέει τοῦ σωλῆνος καὶ ἡ ἀνωτέρα ἐπιφάνεια κατέρχεται εἰς θέσιν χαμηλοτέραν ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ σωλῆνος. Τὸ ὕψος τῆς στήλης ὑδραργύρου ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας τῆς λεκάνης καλεῖται βαρομετρικὸν ὕψος καὶ ἔχει τιμὴν περίπου 30 in. ἐγγὺς



Εἰκ. 2. Ἀρχὴ ἐπὶ τῆς ὁποίας βασίζεται τὸ ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον.

τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. Ἐὰν ὅταν πληροῦμεν τὸν σωλῆνα ἐπιτρέπομεν εἰς τὸν ἀέρα νὰ εἰσέλθῃ ἐντὸς τοῦ χώρου τοῦ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κειμένου ὑπὲρ τὴν στήλην ὑδραργύρου, τὸ βαρόμετρον θὰ παρέχῃ λίαν ταπεινὰς ἐνδείξεις λόγῳ τῆς παρὰ τοῦ ἐγκλεισθέντος ἀέρος ἀσκουμένης πιέσεως.

Κοινὸς τύπος ὑδραργυρικοῦ βαρομέτρου συνίσταται ἐξ οὐσιαστικῶς ἐσφραγισμένου σωλῆνος τεθέντος ἐντὸς λεκάνης εἰς ἣν ἡ στάθμη τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας δύναται νὰ ρυθμισθῇ οὕτως ὥστε αὕτη ν' ἀχθῇ πρὸς τὸ τέρμα τῆς κλίμακος, τὸ χαρακτηριζόμενον ὑπὸ μικροῦ σημείου εἰς τὰ πλευρὰ τοῦ σωλῆνος. Διαβαθμίσεις σημειοῦνται μόνον ἐγγὺς τῆς κορυφῆς ὅπου τίθεται δείκτης ὑποβοηθῶν τὴν ἀνάγνωσιν τῶν ἐνδείξεων. Τὰ βαρόμετρα χρησιμοποιοῦνται εἰς τεχνικὰ ἐργαστήρια, μετεωρολογικὰ παρατηρητήρια καὶ ἀκόμη ἐπὶ πλοίων διὰ τὴν λῆψιν ἀκριβῶν ἐνδείξεων τῆς βαρομετρικῆς πιέσεως.

17-5. Μεταβολαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Αἱ βαρομετρικαὶ ἐνδείξεις εἶναι κατὰ πολὺ χαμηλότεραι εἰς μεγάλα ὕψη, ἀπὸ τὰς τοιαύτας τὰς σημειουμένας εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης, δεδομένου ὅτι τὸ βάρος τοῦ ἀέρος εἰς τὰ κατώτερα στρώματα τῆς ἀτμοσφαίρας εἶναι κατὰ πολὺ μεγαλύτερον. Ἡ μείωσις ἐφόσον ἀνερχόμεθα εἰς μεγαλύτερα ὕψη δὲν εἶναι ὁμαλὴ ὡς τοῦτο συμβαίνει προκειμένου περὶ ὑγροῦ, δεδομένου ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος μειοῦται διὰ τῆς αὐξήσεως τοῦ ὕψους.

Εἰς οἱονδήποτε ὕψος, ἡ βαρομετρικὴ πίεσις μεταβάλλεται ἀπὸ ἡμέρας εἰς ἡμέραν. Ἡ συνήθης ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις συγκρατεῖ στήλην ὑδραργύρου εἰς τὸ ὕψος τῶν 76.00 cm (29.92 in) εἰς πλάτος 45° καὶ εἰς τὸ ὕψος τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. Ἡ βαρομετρικὴ πίεσις συνήθως ἐκφράζεται διὰ τῶν ἐνδείξεων τοῦ ὕψους στήλης ὑδραργύρου, ἀλλὰ δύναται νὰ μετατραπῇ εἰς ἑτέρας μονάδας πιέσεως διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως τῆς σχέσεως:

$$P = hD \quad (\text{ἢ} \quad P = h\rho g)$$

Παράδειγμα : Νὰ ἐκφρασθῇ ἡ συνήθης ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἰς lb/in.² καὶ εἰς dyn/cm².

$$D = 13.60 \times 62.4 \text{ lb/ft}^3 \frac{1}{1728 \text{ in.}^3/\text{ft}^3}$$

$$P = hD = 29.92 \text{ in.} \frac{13.60 \times 62.4}{1728} \text{ lb/in.}^3$$

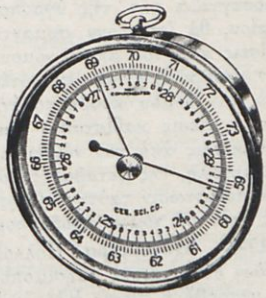
$$= 14.7 \text{ lb/in.}^2$$

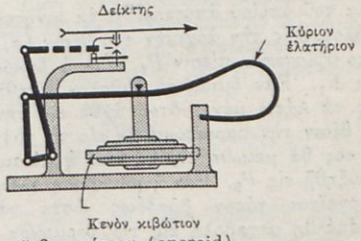
$$P = h\rho g = 76.00 \text{ cm} \times 13.60 \text{ gm/cm}^3 \times 980 \text{ cm/sec}^2$$

$$= 1\,013\,000 \text{ dyn/cm}^2$$

Δεδομένου ὅτι ἡ dyn/cm² εἶναι λίαν μικρά, χρησιμοποιεῖται μία μεγαλυτέρα, ἡ μονὰς πιέσεως Bar ἥτις ἰσοῦται πρὸς 1 000 000 dyn/cm². Εἰς τὴν Μετεωρολογίαν ἔχει καθιερωθῇ διεθνῶς ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις νὰ ἐκφράζεται εἰς millibar (mb). Ἡ μονὰς αὕτη ἰσοῦται μὲ ἕνα χιλιοστὸν τοῦ Bar ἢ 1000 dyn/cm². Ἡ συνήθης ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἰσοῦται κατὰ προσέγγισιν μὲ 1013 millibar (mb).

17-6. Σύνηθες μεταλλικὸν βαρόμετρον. Τὸ ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον εἶναι ὁ πλέον ἀξιόπιστος τύπος βαρομέτρου, ἀλλὰ δὲν εἶναι εὐκόλως φορητόν, καθόσον



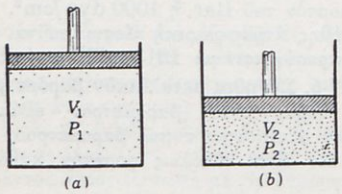


Εἰκ. 3. Συνήθης τύπος μεταλλικοῦ βαρομέτρου (aneroid).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ή κατασκευή του ἀπαιτεῖ ὅπως τοῦτο εὑρίσκεται εἰς κατακόρυφον θέσιν. Ὅπου ἡ χρῆσις βαρομέτρου ἐπιβάλλει μετακίνησιν, χρησιμοποιεῖται ἕτερος τύπος, ὁ καλούμενος *μεταλλικὸν βαρόμετρον ἢ ἀνεροειδές*. Τὸ οὐσιῶδες χαρακτηριστικὸν ἑνὸς συνήθους μεταλλικοῦ βαρομέτρου εἶναι (Εἰκ. 3) ἓν μεταλλικὸν κυτίον μὲ τὴν ἄνω ἐπιφάνειαν αὐτοῦ πτυχωτὴ ὥστε νὰ εἶναι περισσότερον εὔκαμπτος, καὶ κενὸν ἀέρος. Τὸ κυτίον τείνει νὰ παραμορφωθῇ ὑπὸ τὴν πίεσιν τοῦ ἀέρος, ἀλλὰ ἓν ἰσχυρὸν ἐλατήριον ἀντισταθμίζει τὴν δύναμιν τὴν ὀφειλομένην εἰς τὴν πίεσιν τοῦ ἀέρος καὶ προλαμβάνῃ τὴν σύνθλιψιν. Ἐφόσον ἡ πίεσις τοῦ ἀέρος μεταβάλλεται, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ μεταλλικοῦ κυτίου κινεῖται ἐλαφρῶς πρὸς τὰ ἔσω ἢ ἔξω, καὶ ἡ μικρὰ δὲ αὕτη κίνησις πολλαπλασιαζομένη διὰ συστήματος εὐαισθήτων μοχλῶν μεταδίδεται εἰς βελόνην κινουμένην ἔμπροσθεν ἠριθμημένης κλίμακος.

17-7. Συμπιεστότης τῶν ἀερίων. Νόμος τοῦ Boyle. Ὁποτεδήποτε ποσότης ἀερίου ἐγκλεισθῇ ἐντὸς δοχείου ἀσκεῖ πίεσιν. Ἂς θεωρήσωμεν δοχεῖον ὡς τὸ παριστώμενον ὑπὸ τῆς Εἰκ. 4, ἓν τοίχωμα τοῦ ὁποίου ἀποτελεῖται ἐκ κινητοῦ ἐμβόλου. Εἰς τὴν ἀρχικήν του θέσιν (a), τοῦτο ὑφίσταται πίεσιν P_1 ὅταν ὁ ὄγκος εἶναι V_1. Ἐάν, ὅμως, τὸ ἔμβολον κινηθῇ πρὸς τὰ κάτω μέχρι ὅτου ἀχθῇ εἰς τὴν νέαν θέσιν τὴν παριστωμένην εἰς τὸ (b), ὁ ὄγκος θὰ μειωθῇ εἰς V_2 ἐνῶ ἡ πίεσις θὰ αὐξηθῇ εἰς P_2. Ἐὰν ἡ μεταβολὴ αὕτη διενεργεῖται τόσον βραδέως ὥστε νὰ μὴν ἐπέλθῃ μεταβολὴ εἰς τὴν θερμοκρασίαν, ὁ ὄγκος ὁ κατεχόμενος ὑπὸ τοῦ ἀερίου εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν πίεσιν:



Εἰκ. 4. P-V σχέσις· t σταθερά.

$$V \propto \frac{1}{P} \qquad (1)$$

ἢ τὸ γινόμενον τῆς πιέσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον εἶναι σταθερόν, ἤτοι:

$$P_1V_1 = P_2V_2 \qquad (2)$$

Ἡ σχέσις αὕτη ἐκφράζει τὸν νόμον τοῦ Boyle, κληθέντα οὕτω ἐκ τοῦ ὀνόματος τοῦ Ἰρλανδοῦ φυσικοῦ Robert Boyle (1627–1691), ὅστις πρῶτος διετύπωσεν τοῦτον.

Ὁ νόμος αὐτὸς δύναται νὰ διατυπωθῇ ὡς ἑξῆς: Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν τὸ γινόμενον τῆς πιέσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον, δεδομένης ἀερίου μάζης, παραμένει πάντοτε σταθερόν, ἤτοι

$$PV = k \qquad (3)$$

Παράδειγμα : Ὁ ὄγκος ἀερίου ὑπὸ κανονικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν (76.0 cmHg) ἰσοῦται μὲ 200 in.³ Ποῖος θὰ εἶναι ὁ ὄγκος ὅταν ἡ πίεσις ἰσοῦται μὲ 80 cm Hg, ἐὰν ἡ θερμοκρασία παραμένει ἀμετάβλητος;

Ἐκ τῆς Ἐξ. (2)

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$76 \text{ cm} \times 200 \text{ in.}^3 = 80 \text{ cm} \times V_2$$

$$V_2 = {}^{76}/_{80} \times 200 \text{ in.}^3 = 1\overline{90} \text{ in.}^3$$

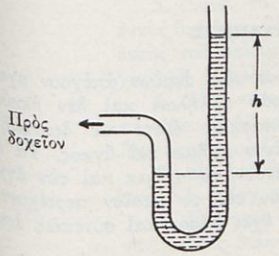
Ὁ νόμος τοῦ Boyle εἶναι κατὰ προσέγγισιν μόνον ἀληθὴς ἐπὶ εὐρέων περιοχῶν θερμοκρασίας καὶ πιέσεως. Ὑφίστανται ἐν τούτοις συνθῆκαι ὑφ' ἃς οὗτος δὲν ἐφαρμόζεται. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία προσεγγίζει τὴν τῆς ὑγροποιήσεως τοῦ ἀερίου, θὰ ὑπάρξουν σημαντικαὶ παρεκκλίσεις ἀπὸ τοῦ ἁπλοῦ νόμου. Ἡ εἰς ὄγκον μεταβολὴ εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τῆς ὑπὸ τοῦ νόμου προβλεπομένης. Ἐπίσης ἐὰν ἡ πίεσις καθίσταται λίαν ὑψηλή, ἡ ἀπόκκλισις ἀπὸ τοῦ νόμου τοῦ Boyle εἶναι μεγάλη, τῆς μεταβολῆς τοῦ ὄγκου εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην οὔσης μικροτέρας τῆς ὑπὸ τοῦ νόμου προβλεπομένης.

17-8. Μανόμετρα. Πολλοὶ τύποι ὀργάνων δύνανται νὰ χρησιμοποιηθῶσιν διὰ νὰ μετρηθῇ ἡ πίεσις ἑνὸς ἀερίου. Μερικὰ ἐξ αὐτῶν, ὡς τὸ βαρόμετρον, μετροῦν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἀμέσως τὴν ὁλικὴν πίεσιν, ἄλλα ὅμως μετροῦν μόνον τὴν διαφορὰν μεταξὺ τῆς πιέσεως τοῦ ἀερίου καὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. *Ἡ διαφορὰ αὐτὴ πιέσεων καλεῖται μανομετρικὴ πίεσις.*

Εἷς ἐκ τῶν ἁπλουστέρων τύπων *μανομέτρων* εἶναι τὸ παριστώμενον εἰς τὴν Εἰκ. 5 μετὰ τοῦ σωλῆνος του κεκαμένου



Εἰκ. 5. Ἁπλοῦν μανόμετρον μὲ σωλῆνα σχήματος U

εἰς σχῆμα U. Ἡ διαφορὰ τῆς πιέσεως τοῦ ἀερίου ἐκ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς τοιαύτης μετρεῖται ἐκ τῆς ὑψομετρικῆς διαφορᾶς h τῆς στάθμης τοῦ ὑγροῦ εἰς τὰ δύο σκέλη τοῦ σωλῆνος. Τὸ ὑγρὸν δύναται νὰ εἶναι ὑδράργυρος, εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ πίεσις δίδεται ἀμέσως εἰς cm/Hg ἢ οἱονδήποτε ἕτερον ὑγρὸν τὸ ὁποῖον δὲν ἀντιδρᾷ μετὰ τοῦ ἀερίου καὶ δὲν εἶναι λίαν πτητικόν. Ἡ μέτρησις δύναται νὰ μετατραπῇ εἰς ἑκατοστὰ ὑδραργύρου διὰ χρησιμοποιήσεως τῆς ἐξισώσεως (8), Κεφ. 15,

$$h_{\mathrm{Hg}}\varrho_{\mathrm{Hg}} = h_{l}\varrho_{l}$$

ὅπου οἱ δεῖκται Hg καὶ l, ἀντιστοίχως, ἀναφέρονται εἰς τὸν ὑδράργυρον καὶ τὸ χρησιμοποιηθὲν ὑγρόν.

Ἕτερα μανόμετρα χρησιμοποιοῦν τὴν δύναμιν τὴν ἀσκουμένην ἐπὶ τοῦ ἄκρου ἐμβόλου τινὸς ὑπὸ τοῦ ἀερίου, τῆς δυνάμεως ταύτης ἀντισταθμιζομένης ὑπὸ γνωστοῦ βάρους. Ἄλλα πάλιν ἐκμεταλλεύονται τὴν προκαλουμένην ὑπὸ τῆς πιέσεως παραμόρφωσιν ἐλαστικῆς μεμβράνης.

Αἱ μανομετρικαὶ πιέσεις δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ χρησιμοποιηθῶσιν εἰς τὴν ἐξίσωσιν τοῦ νόμου τοῦ Boyle. Ὁποτεδήποτε ἡ ἐνδεικνυομένη πίεσις εἶναι μανομετρικὴ τοιαύτη, δέον νὰ προστεθῇ ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἰς ταύτην πρὶν ἢ χρησιμοποιηθῇ αὕτη εἰς τὸν νόμον.

Παράδειγμα: Ἐλαστικὸν ἐπίσωτρον αὐτοκινήτου, τοῦ ὁποίου ὁ ὄγκος εἶναι 1500 in³., διαπιστοῦται διὰ μανομέτρου ὅτι ἔχει πίεσιν 20.0 lb/in². Πόσος ἀὴρ (ὑπὸ κανονικὴν πίεσιν) δέον νὰ συμπιεσθῇ ἐντὸς αὐτοῦ διὰ νὰ ἀνέλθῃ ἡ πίεσις εἰς 35.0 lb/in²;

Αἱ 1500 in³. ἀέρος τοῦ ἐπισώτρου ὑπὸ πίεσιν 20 lb/in². συμπιέζονται εἰς μικρότερον ὄγκον ὑπὸ πίεσιν 35.0 lb/in².

$$P_1V_1 = P_2V_2$$
$$P_1 = 20.0\ \mathrm{lb/in^2.} + 14.7\ \mathrm{lb/in^2.} = 34.0\ \mathrm{lb/in^2}$$
$$P_2 = 35.0\ \mathrm{lb/in^2.} + 14.7\ \mathrm{lb/in^2.} = 49.7\ \mathrm{lb/in^2}$$
$$(34.7\ \mathrm{lb/in.^2})(1500\ \mathrm{in.^3}) = (49.7\ \mathrm{lb/in^2})V_2$$
$$V_2 = 1050\ \mathrm{in^3}.$$

Ὁ ὄγκος τοῦ προστεθέντος ἀέρος εἰς τὸ ἐπίσωτρον εἶναι

$$1500\ \mathrm{in^3} - 1050\ \mathrm{in.^3} = 450\ \mathrm{in.^3}$$

ὅταν τὸ μανόμετρον δεικνύει πίεσιν ἴσην μὲ 35.0 lb/in².

Ὁ ὄγκος αὐτὸς ὅταν ἡ πίεσις εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικήν, θὰ ὑπολογισθῇ ἐκ τοῦ Νόμου τοῦ Boyle.

$$14.7\ \mathrm{lb/in^2} \times V = 49.7\ \mathrm{lb/in.^2} \times 450\ \mathrm{in.^3}$$
$$V = \frac{49.7}{14.7}450\ \mathrm{in.^3} = 1500\ \mathrm{in.^3}$$

17-9. Ἐλαστικότης ὄγκου τῶν ἀερίων. Ἐὰν ἡ πίεσις ἐπὶ ἐγκλείστου ἀερίου αὐξηθῇ, ὁ ὄγκος μειοῦται συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τοῦ Boyle. Ὅταν ἡ πίεσις μειωθῇ, τὸ ἀέριον ἐπανέρχεται εἰς τὸν ἀρχικόν του ὄγκον. Τὸ ἀέριον δηλαδὴ ἔχει τὴν ἰδιότητα τῆς ἐλαστικότητος τοῦ ὄγκου.

Ἐὰν ἡ θερμοκρασία παραμείνῃ σταθερὰ καὶ κατὰ τὴν συμπίεσιν καὶ κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν, ἐκ τῆς ἐξισώσεως (4) Κεφ. 13, λαμβάνομεν τὸ μέτρον ἐλαστικότητος ὄγκου:

$$B = \frac{\text{πίεσις}}{\text{μεταβολὴ ὄγκου}} = \frac{\Delta P}{\Delta V/V} = V\frac{\Delta P}{\Delta V} \tag{4}$$

Δυνατὸν νὰ χρησιμοποιηθῇ ἀρνητικὸν πρόσημον ἐὰν αὔξησις τῆς πιέσεως προκαλεῖ μείωσιν τοῦ ὄγκου.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐὰν ἡ πίεσις αὐξηθῇ κατὰ μικρὸν ποσὸν $\Delta P (P + \Delta P)$ ὁ ὄγκος μειοῦται κατὰ μικρὸν ποσὸν τοῦ ΔV $(V - \Delta V)$.

Ἐκ τοῦ νόμου τοῦ Boyle,

$$PV = (P + \Delta P)(V - \Delta V)$$
$$= PV + V\Delta P - P\Delta V - \Delta P\Delta V$$

Ἀφοῦ ΔP καὶ ΔV εἶναι ποσὰ μικρά, τὸ γινόμενόν των δύναται ν' ἀμεληθῇ καὶ οὕτω θὰ ἔχωμεν:

$$PV = PV + V\Delta P - P\Delta V$$
$$V\Delta P = P\Delta V$$
$$\frac{\Delta P}{\Delta V} = \frac{P}{V}$$

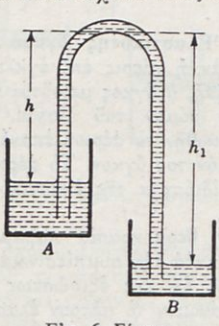
Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς Ἐξ. (4) ἔχομεν

$$B = V\frac{\Delta P}{\Delta V} = V\frac{P}{V}$$

ἄρα $B = P$

Οὕτω ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν τὸ μέτρον ἐλαστικότητος ὄγκου ἑνὸς ἀερίου ἰσοῦται πρὸς τὴν πίεσίν του.

17-10. Ὁ Σίφων. Ὁ σίφων (siphon) (Εἰκ. 6) εἶναι μία ἁπλῆ διάταξις κοινῶς χρησιμοποιουμένη διὰ τὴν μετάγγισιν ὑγρῶν ἀπὸ δοχείου τινὸς εἰς ἕτερον.



Εἰκ. 6. Σίφων.

Συνίσταται κυρίως ἐξ ἀνεστραμμένου σωλῆνος σχήματος U πεπληρωμένου δι' ὑγροῦ. Ἡ ἐκροὴ τοῦ ὑγροῦ ἐκ τοῦ A πρὸς τὸ B ὀφείλεται εἰς τὴν διαφορὰν πιέσεως εἰς τὴν νοητὴν ἐγκαρσίαν τομήν. Ἡ διαφορὰ αὐτὴ εἶναι $h_1\rho g - h\rho g$, ἡ παραγομένη ἐξ αὐτῆς καθαρὰ πίεσις ἐξαναγκάζει τὸ ὑγρὸν νὰ ρεύσῃ ἀπὸ τοῦ A πρὸς τὸ B δεδομένου ὅτι ἡ στάθμη τοῦ ὑγροῦ εἰς τὸ A εὑρίσκεται ὑψηλοτέρα ἀπ' ὅτι εἰς τὸ B. Ὁ σίφων δὲν θὰ λειτουργήσῃ ἐὰν τὸ ὕψος h εἶναι μεγαλύτερον ἀπὸ τὸ ὕψος στήλης ἐκ τοῦ ὑγροῦ τούτου, τὴν ὁποίαν δύναται νὰ κρατήσῃ ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις $(h = P/\rho g)$.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Τὰ μόρια τῶν ἀερίων ἀπέχουν σχετικῶς μακρὰν ἀλλήλων καὶ δὲν ἐλκύουν ἄλληλα ἐπαρκῶς ὥστε νὰ διατηρῆται καθωρισμένον σχῆμα καὶ ὄγκος. Τὰ ἀέρια λαμβάνουν τὸ σχῆμα καὶ τὸν ὄγκον τοῦ δοχείου εἰς τὸ ὁποῖον περιέχονται.

Ὁ ἀὴρ ἔχει βάρος καὶ συνεπῶς ἀσκεῖ πίεσιν.

Ἡ δύναμις ἀνώσεως ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ σωμάτων εὑρισκομένων ἐντὸς ἀερίου τινὸς εἶναι ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀερίου.

Τὸ *βαρόμετρον* εἶναι ἓν ὄργανον χρησιμοποιούμενον διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Ὑπάρχουν τόσον ὑδραργυρικὰ ὅσον καὶ μεταλλικὰ βαρόμετρα (aneroid – ἄνευ ὑδραργύρου).

Ἡ κανονικὴ βαρομετρικὴ πίεσις ἰσοῦται μὲ 76.00 cmHg (29.92 inHg) εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης καὶ εἰς πλάτος 45^0. Τοῦτο ἰσοδυναμεῖ περίπου μὲ 14.7 lb/in². Ἡ πίεσις ἐλαττοῦται αὐξανομένου τοῦ ὕψους καὶ ποικίλλει ἀπὸ καιροῦ εἰς καιρὸν εἰς μίαν καὶ τὴν αὐτὴν θέσιν. Ἡ πίεσις ἐπίσης ἐκφράζεται εἰς *millibars*. Ἓν millibars ἰσοῦται μὲ 1000 dyn/cm².

Ὁ *νόμος τοῦ Boyle* ἀναφέρει ὅτι ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν τὸ γινόμενον τῆς πιέσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον δεδομένης ἀερίου μάζης, παραμένει πάντοτε σταθερὸν

$$PV = k$$

Ἡ *μανομετρικὴ πίεσις* εἶναι ἡ διαφορὰ τῆς πιέσεως ἑνὸς ἀερίου ἀπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν τοιαύτην. Ἡ μανομετρικὴ πίεσις δὲν δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ εἰς τὸν νόμον τοῦ Boyle.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Ἀναφέρατε μερικὰ ἐκ τῶν σχετικῶν πλεονεκτημάτων καὶ μειονεκτημάτων τοῦ συνήθους μεταλλικοῦ τύπου βαρομέτρου.

2. Ἀποδείξατε κατὰ τρόπον σαφῆ διατὶ ἡ σταθερὰ k εἰς τὴν ἐξίσωσιν $PV = k$ τοῦ νόμου τοῦ Boyle δὲν εἶναι καθαρὸς ἀριθμός, ἀλλὰ ἔχει τὰς διαστάσεις ἔργου.

3. Διατὶ ἡ θύρα ἑρμαρίου δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ κλείσῃ μετὰ πατάγου;

4. Διατὶ ὑφίσταται περισσότερος κίνδυνος νὰ ἐνδώσῃ ἀεροφυλάκιον εἰς τὸ ὁποῖον ἡ πίεσις εἶναι 100 lb/in² παρὰ ὑδατοδεξαμενὴ εἰς ἣν ἡ πίεσις εἶναι ἐπίσης 100 lb/in²;

5. Διατὶ τὸ ἔργον ἀνορύξεως σήραγγος κάτωθεν ποταμοῦ γίνεται ἐντὸς θαλάμου ὑψηλῆς πιέσεως; Τί προσδιορίζει τὸ μέγεθος τῆς πιέσεως ἐντὸς τοῦ θαλάμου; Ποῖος κίνδυνος ὑφίσταται ἐὰν ἡ πίεσις εἶναι πολὺ χαμηλὴ ἢ πολὺ ὑψηλή;

6. Ἐπὶ κοινοῦ τύπου δεξαμενῆς ποσίμου ὕδατος, μία μεγάλη φιάλη περιέχουσα ὕδωρ εἶναι ἐβαπτισμένη καὶ σχεδὸν ἐπιπλέει. Διατὶ τὸ ὕδωρ δὲν ὑπερχειλίζῃ οὐδόλως ταύτης;

7. Θὰ ἦτο δυνατὸν νὰ κατασκευασθῇ ἀερόστατον τὸ ὁποῖον νὰ ἠδύνατο νὰ ἀνέρχεται μέχρις ὅτου φθάσῃ εἰς τὴν σελήνην;

8. Εἴς τινα ὄργανα ἡ πίεσις δέον νὰ μεταδοθῇ ἐπὶ σημαντικὸν χρόνον καὶ εἰς διάφορα ἀπὸ πλευρᾶς ὕψους ἐπίπεδα. Ποῖαι διαφοραὶ ὑπάρχουν κατὰ τὴν χρησιμοποίησιν, μεταξὺ ἀερίου καὶ ὑγροῦ; Ποῖα μειονεκτήματα;

9. Ἀναφέρατε τὴν φυσικὴν ἀρχὴν ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ λειτουργία α) τοῦ πυκνομέτρου, β) τῶν ὑδραυλικῶν φρένων, γ) τοῦ ἀναροφητῆρος, δ) τοῦ ὑδραργυρικοῦ βαρομέτρου καὶ ε) ἑνὸς ἀεροπλοίου.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Βαρομετρικὴ πίεσις 30 in Hg νὰ ἐκφρασθῇ εἰς lb/ft² [καὶ εἰς lb/in².

2. Ὑποβρύχιον κατεσκευάσθη διὰ ν' ἀνθέξῃ εἰς πίεσιν 220 lb/in.² Μέχρι ποίου βάθους δύναται νὰ κατέλθῃ ἐντὸς τοῦ ὠκεανοῦ;
Ἀπ. 495 ft

3. Ἀνὴρ βάρους 165 lb πλέει μὲ ὁλόκληρον σχεδὸν τὸ σῶμα του κάτωθεν τῆς ἐπιφανείας λίμνης. Ποῖος εἶναι ὁ ὄγκος του;

4. Ποία εἶναι ἡ καθαρὰ ἀνυψωτικὴ δύναμις ἀεροστάτου περιέχοντος 400 m³ ὑδρογόνου, ἐὰν κενὸν ἔχει μάζαν 250 kg καὶ ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἶναι 1200 gm/m³;
Ἀπ. 194 kg

5. Νὰ εὑρεθῇ ἡ μᾶζα (διορθουμένη διὰ ἄνωσιν) τεμαχίου ξύλου μπάλσα (πυκνότης = 0.12 gm/cm³) ὅπερ ἰσορροπεῖται ὑπὸ ὀρειχαλκίνου βάρους 0.500 kg (πυκνότης = 8.5 gm/cm³) εἰς 20°C.

6. Ὄγκος ὑλικοῦ τοῦ ὁποίου ἡ σχετικὴ πυκνότης εἶναι 2.50 διαπιστοῦται, ὅτι ἔχει μᾶζαν 32.240 gm μετρουμένη διὰ ζυγοῦ ἴσων βραχιόνων μετὰ ὀρειχαλκίνων σταθμῶν. Νὰ εὑρεθῇ τὸ σφάλμα τῆς ζυγίσεως λόγῳ τῆς ἀνώσεως τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ὁ ἀὴρ καὶ ἡ πραγματικὴ μᾶζα.
Ἀπ. 0.011 gm, 32.251 gm

7. Κυλινδρικὸν ὑάλινον δοχεῖον ἀκτῖνος 5.0 cm καλύπτεται δι' ὑαλίνης πλακὸς ἥτις ἐφάπτεται καλῶς μάζης 200 gm. Ποία εἶναι ἡ συνολικὴ δύναμις ἡ ἀπαιτουμένη διὰ νὰ ἐγερθῇ ἡ πλὰξ ἐὰν ἀπὸ τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ δοχείου ἔχει κενωθῇ μέρος τοῦ ἀέρος καὶ ἡ πίεσις ἐντὸς αὐτοῦ ἰσοῦται μὲ 60 cm Hg;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

8. Ἀέριον καταλαμβάνει ὄγκον 2.0 ft^3 ὑπὸ πίεσιν 30 in Hg. Ποῖον ὄγκον ἤθελεν καταλάβῃ ὑπὸ πίεσιν 25 in Hgr; Νὰ ὑποτεθῇ ὅτι ἡ θερμοκρασία παραμένει ἀμετάβλητος. Ἀπ. 2.4 ft^3

9. Μέχρι ποίου κλάσματος τοῦ ἀρχικοῦ του ὄγκου συμπιέζεται ὁ ἀὴρ ἐντὸς καταδυτικοῦ κώδωνος, ὅταν οὗτος κατέρχεται εἰς βάθος 60 ft ἐντὸς ἁλμυροῦ ὕδατος σχετικῆς πυκνότητος 1.026, τοῦ ὕψους τοῦ βαρομέτρου ὄντος 30 in; Ποία πίεσις ἀέρος ἤθελεν ἀπαιτηθῇ διὰ νὰ ἀποκλεισθῇ ἡ εἴσοδος ὕδατος εἰς τὸν κώδωνα;

10. Ὁμοιόμορφος στήλη ἀέρος ἔχει μῆκος 50 cm ὑπὸ ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Αὕτη συμπιέζεται εἰς 40 cm διὰ προσθέτου πιέσεως 18 cm Hg. Ποία εἶναι ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις; Ἀπ. 72 cm Hg

11. Μέχρι ποίου βάθους δέον νὰ καταδυθῇ καταδυτικὸς κώδων 5.0 ft ὕψους, ἵνα τὸ ὕδωρ ἀνέλθῃ ἐντὸς αὐτοῦ 3.0 ft; Ἡ βαρομετρικὴ ἔνδειξις εἶναι 30 in Hg.

12. Ὁ ὄγκος φυσαλίδος ἀέρος αὐξάνεται εἰς τὸ 10πλοῦν κατὰ τὴν ἄνοδον αὐτῆς ἀπὸ τοῦ πυθμένος τῆς λίμνης πρὸς τὴν ἐπιφάνειάν της. Ἐὰν ἡ ἔνδειξις τοῦ βαρομέτρου εἶναι 30.0 in καὶ ἡ θερμοκρασία τῆς φυσαλλίδος τοῦ ἀέρος εἶναι σταθερά, ποῖον εἶναι τὸ βάθος τῆς λίμνης; Ἀπ. 306 ft

13. Ἐπίσωτρον ποδηλάτου ἔχει χωρητικότητα 200 in^3, ὅταν διογκωθῇ πλήρως μέχρις πιέσεως 3.0 atm. Ἐὰν τὸ ἐπίσωτρον εἶναι ἀρχικῶς ἐντελῶς κενὸν ἀέρος, νὰ εὑρεθῇ ὁ ὄγκος τοῦ ἀέρος, ὑπὸ κανονικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ὅστις θ' ἀπητεῖτο διὰ νὰ πληρώσῃ τοῦτο.

14. Σωλὴν μήκους 120 cm, κλειστὸς κατὰ τὸ ἓν αὐτοῦ ἄκρον, εἶναι ἡμιπεπληρωμένος δι' ὑδραργύρου. Ἀνατρέπεται ἐντὸς λεκάνης ὑδραργύρου κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε νὰ μὴν ἐκφύγῃ ὁ ἀὴρ ἐκ τοῦ σωλῆνος. Ἐὰν ἡ βαρομετρικὴ πίεσις εἶναι 75 cm, ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος; Ἀπ. 27 cm

15. Ὁμοιόμορφος τριχοειδὴς σωλήν, κλειστὸς κατὰ τὸ ἓν ἄκρον αὐτοῦ καὶ τοποθετημένος εἰς ὁριζοντίαν θέσιν περιέχει στήλην ἀέρος 24 cm παγιδευθεῖσαν μεταξὺ τοῦ κλειστοῦ ἄκρου αὐτοῦ καὶ τοῦ ὄγκου τοῦ ὑδραργύρου τοῦ ἔχοντος μῆκος 36 cm. Ἡ βαρομετρικὴ πίεσις εἶναι 72 cm Hg. Ποῖον θὰ εἶναι τὸ μῆκος τῆς παγιδευθείσης στήλης ἀέρος ἐὰν ὁ σωλὴν στραφῇ εἰς κατακόρυφον θέσιν α) μετὰ τοῦ κλειστοῦ ἄκρου ἐστραμμένου πρὸς τὰ κάτω; β) μετὰ τούτου ἐστραμμένου πρὸς τὰ ἄνω;

16. Βαρόμετρον, ὅπερ δὲν ἀπηλλάγη ἐντελῶς τοῦ ἀέρος, παρέχει ἔνδειξιν 76.0 cm ὅταν ἡ ὀρθὴ ἔνδειξις εἶναι 77.0 cm. Τὸ ἐσωτερικὸν ὕψος τῆς κορυφῆς τοῦ σωλῆνος τοῦ βαρομέτρου ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὴν λεκάνην εἶναι 85 cm. Νὰ εὑρεθῇ τὸ πραγματικὸν βαρομετρικὸν ὕψος ὅταν τὸ ὕψος τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸ ἐλαττωματικὸν βαρόμετρον εἶναι 75.0 cm. Ἀπ. 75.9

17. Βαρόμετρον περιέχει μικρὰν ποσότητα ἀέρος ἐντὸς τοῦ χώρου τοῦ εὑρισκομένου ἄνωθεν τῆς στήλης ὑδραργύρου καὶ ὡς ἐκ τούτου παρέχει ἔνδειξιν 28.0 in ὅταν ἡ βαρομετρικὴ πίεσις εἶναι 29.0 in. Ὅταν τὸ βαρόμετρον δεικνύει 29.0 in, ἡ πραγματικὴ πίεσις εἶναι 30.2 in. Ποία εἶναι ἡ ἀληθὴς τιμὴ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως ὅταν δεικνύει 26.0 in;

18. Ἀνοικτὸν μανόμετρον σχήματος U χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν μέτρησιν τῆς πιέσεως ἀερίου εἰς δεξαμενήν. Τὸ μανόμετρον περιέχει ἔλαιον σχετικῆς πυκνότητος 0.80. Ποία εἶναι ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου εἰς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἡμέραν καθ' ἣν τὸ βαρόμετρον ὑδραργύρου δεικνύει 75.0 cm καὶ τὸ ἔλαιον ἵσταται 20 cm ὑψηλότερον εἰς τὸν ἀνοικτὸν βραχίονα τοῦ μανομέτρου ἀπὸ τὸν ἐπικοινωνοῦντα μὲ τὸ μετρούμενον ἀέριον;
Ἀπ. 76.2 cm Hg

19. Εἰς σωλῆνα σχήματος J, ὄγκος 5.0 cm^3 ἀέρος ἔχει παγιδευθῇ ὅταν ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸν ἀνοικτὸν σωλῆνα εὑρίσκεται 60 cm ὑψηλότερον ἀπ' ὅτι εἰς τὸν κλειστόν. Ἐὰν τὸ βαρομετρικὸν ὕψος εἶναι 72 cm ποία θὰ εἶναι ἡ διαφορὰ στάθμης εἰς τοὺς δύο σωλήνας διὰ νὰ ἀναγκασθῇ ὁ ἀὴρ νὰ προσλάβῃ ὄγκον 6.0 cm^3.

20. Ὁ ὄγκος ἐπισώτρου εἶναι 1500 in^3 ὅταν ἡ πίεσις εἶναι 30 lb/in^2 ὑπεράνω τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. α) Ποῖον ὄγκον θέλει καταλάβῃ ὁ ἀὴρ ὁ εὑρισκόμενος ἐντὸς τοῦ ἐπισώτρου, ὑπὸ πίεσιν ἴσην μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικήν; Ὑποθέσατε ὅτι ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἶναι 15 lb/$in.^2$ β) Πόσος ἀὴρ θέλει ἐξέλθῃ τοῦ ἐπισώτρου ὅταν ἀφαιρεθῇ ἡ βαλβίς;
Ἀπ. 4500 $in.^3$, 3000 $in.^3$

21. Φυσαλὶς ἀέρος καταλαμβάνει ὄγκον 12 cm^3 ὅταν εὑρίσκεται 8.0 μέτρα κάτωθεν ἐπιφανείας ἐλαίου εἰς δεξαμενήν. Τὸ ἔλαιον ἔχει σχετικὴν πυκνότητα 0.80 καὶ ὁ ἀὴρ ὑπεράνω αὐτοῦ ἔχει κανονικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Ποία εἶναι ἡ δύναμις ἀνώσεως ἐπὶ τῆς φυσαλλίδος ὅταν αὕτη εὑρίσκεται ἀκριβῶς κάτωθεν τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐλαίου;

22. Κύλινδρος ὀξυγόνου ἔχει ὄγκον 1.5 ft^3 καὶ τὸ μανόμετρόν του δεικνύει 200 lb/$in.^2$ Μετὰ τὸ ἄνοιγμα τῆς βαλβίδος τὸ μανόμετρον δεικνύει 150 lb/$in.^2$ Πόσους κυβικοὺς πόδας θέλει καταλάβῃ τὸ διαφυγὲν ὀξυγόνον εἰς ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν; Ὑποθέσατε τὴν θερμοκρασίαν σταθεράν.
Ἀπ. 5.0 ft^3

23. Ὕδωρ εἰσάγεται ἐντὸς δεξαμενῆς ἀεροστεγῶς κεκλεισμένης χωρητικότητος 1000 γαλλονίων, συμπιέζον τὸν ἐντὸς αὐτῆς ἀέρα μέχρις ὅτου τὸ μανόμετρον δείξει 60.0 lb/in. Πόσον ὕδωρ περιέχει τότε ἡ δεξαμενή; β) Ἐὰν 200 γαλλόνια ὕδατος ἀφαιροῦνται ποία θὰ εἶναι ἡ ἔνδειξις τοῦ μανομέτρου; Νὰ ὑποτεθῇ ὅτι ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἶναι 15.0 lb/in.

24. Δεξαμενὴ περιέχουσα 24 ft^3 ὀξυγόνου ὑπὸ ἀπόλυτον πίεσιν 150 lb/in^2, συνδέεται διὰ μικροῦ σωλῆνος πρὸς δευτέραν δεξαμενὴν περιέχουσαν 48 ft^3 ἀζώτου ὑπὸ ἀπόλυτον πίεσιν 120 lb/$in.^2$ Ὑποθέτοντες ὅτι ἡ θερμοκρασία εἰς ἀμφοτέρας τὰς δεξαμενὰς ἔχει τὴν αὐτὴν τιμήν, ὁ ὄγκος τοῦ συνδετικοῦ σωλῆνος εἶναι ἀμελητέος καὶ δὲν ἐπέρχεται μεταβολὴ θερμοκρασίας, νὰ εὑρεθῇ ἡ πίεσις τῶν ἀερίων ὅταν ἀναμιχθῶσιν;
Ἀπ. 130 lb/$in.^2$

25. Δεξαμενὴ ἐναποθηκεύσεως ἔχει χωρητικότητα 30.0 γαλ. Ὕδωρ εἰσάγεται ἐντὸς τῆς δεξαμενῆς καὶ συμπιέζει τὸν ἐντὸς αὐτῆς εὑρισκόμενον ἀέρα. Αὐτόματος διακόπτης ἀκινητεῖ τὴν ἀντλίαν εἰσαγωγῆς τοῦ ὕδατος, ὅταν τὸ μανόμετρον δεικνύῃ πίεσιν τῶν 45 lb/$in.^2$ Ὑποθέτοντες ὅτι ἡ εἰσαγωγὴ τοῦ ὕδατος ἄρχισε, ὅταν ἡ δεξαμενὴ ἦτο πλήρης ἀέρος ὑπὸ πίεσιν ἴσην μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικήν, πόσα γαλλόνια ὕδατος θὰ εἰσαχθοῦν ἐντὸς αὐτῆς πρὶν ἢ ὁ αὐτόματος διακόπτης λειτουργήσῃ;

26. Σφαῖρα ὑδατοσφαιρίσεως βάρους 0.60 lb φουσκώνεται ἕως ὅτου τὸ μανόμετρον δείξει πίεσιν 60 lb/in. Ὁ ἐσωτερικὸς αὐτῆς ὄγκος εἶναι τότε 300 in^3 καὶ ὁ ἀὴρ στεγανοῦται διὰ μεταλλικοῦ βάκτρου διαμέτρου 0.125 in, κινουμένου ἐντὸς τοῦ στελέχους τῆς βαλβίδος. α) Ποία δύναμις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ συγλρατηθῇ τὸ βάκτρον εἰς τὴν θέσιν του.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

β) Ποία δύναμις ἴνα βυθισθῇ ἡ σφαῖρα εἰς ὕδωρ σχετικῆς πυκνότητος 1.03. Νὰ ἀμεληθῇ τὸ πάχος τοῦ κόμμιος. γ) Ποῖον ὄγκον θὰ καταλάβῃ ὁ ἀὴρ τῆς σφαίρας ἐὰν ἀφεθῇ ἐλεύθερος εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν, κενουμένης ταύτης πλήρως; δ) Ἡ σφαῖρα θὰ ζυγίζει περισσότερον ὅταν εἶναι κενὴ ἢ ὅταν εἶναι πεπληρωμένη δι' ἀέρος; Διατί;

Ἀπ. 0.74 lb, 10 lb, 1500 in.^{3}

27. Φυσαλλὶς ὄγκου 1.0 cm^3 ἐγκαταλείπει ἀεροσωλῆνα 30 ft κάτωθεν τοῦ ὕδατος. Ποῖος θὰ εἶναι ὁ ὄγκος της ὅταν αὕτη φθάσῃ εἰς τὴν ἐπιφάνειαν, ὑποθέτοντες τὴν θερμοκρασίαν σταθεράν;

28. Φιάλη ἐξ ἧς δέον ν' ἀφαιρεθῇ ἡ ἀὴρ περιέχει 2400 cm^3 ἐξ αὐτοῦ εἰς πίεσιν 76 cm Hgr. Ἀεραντλία δύναται ν' ἀφαιρέσῃ 160 cm^3 ἀέρος κατὰ τὴν πρώτην πρὸς ἄνω διαδρομὴν τοῦ ἐμβόλου της. Ποία θὰ εἶναι ἡ πίεσις ἐντὸς τῆς φιάλης εἰς τὸ τέρμα τῆς πέμπτης πρὸς τὰ ἄνω διαδρομῆς; *Ἀπ.* 55 cm Hg

29. Ἡ πίεσις εἰς σύστημα κενοῦ χρησιμοποιουμένου διὰ τὴν ἀργιλλιοποίησιν κατόπτρων τηλεσκοπίου, ἀναγινώσκεται εἰς μανόμετρον McLeod ὡς 5.0×10^{-2} mm Hg. Νὰ ἐκφρασθῇ ἡ πίεσις αὕτη εἰς α) millibar καὶ β) εἰς ἀτμόσφαιρες.

30. Ὑάλινος τριχοειδὴς σωλὴν ἐσφραγισμένος κατὰ τὸ ἓν ἄκρον αὐτοῦ περιέχει ξηρὸν ἀέρα καὶ μίαν slug ὑδραργύρου μήκους 2.4 cm ὅστις ἐπενεργεῖ ὡς ἔμβολον ἐγκλεῖον τὸν ἀέρα. Ὅταν ὁ σωλὴν κρατηθῇ κατακορύφως μετὰ τοῦ ἐσφραγισμένου ἄκρου πρὸς τὰ κάτω, τὸ μῆκος τῆς στήλης τοῦ ἀέρος εἶναι 36.0 cm. Ὅταν ὁ σωλὴν ἀναστραφῇ, ὁ ὑδράργυρος κατέρχεται μέχρις ὅτου τὸ μῆκος τῆς στήλης τοῦ ἀέρος γίνει 38.6 cm. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. *Ἀπ.* 69 cm Hg

31. Εἷς καρτεσιανὸς δύτης συνίσταται ἐξ ἀνεστραμμένου δοκιμαστικοῦ σωλῆνος, περιέχοντος ὕδωρ καὶ ἀέρα, ἐπιπλέοντος ἐντὸς εὐρυστόμου φιάλης ἥτις περιέχει ὕδωρ καὶ τῆς ὁποίας τὸ ἄνοιγμα καλύπτεται ὑπὸ ἐλαστικοῦ φύλλου ὥστε νὰ καθίσταται ἀεροστεγής. Ὁ δοκιμαστικὸς σωλὴν ἐπιπλέει μὲ τὸ ἄκρον αὐτοῦ προεξέχον τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος κατὰ 0.60 cm, ὅταν τὸ μῆκος τῆς στήλης τοῦ ἀέρος εἰς τὸ σωλῆνα εἶναι 3.6 cm. Πόσον πρέπει ν' αὐξηθῇ ἡ πίεσις ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ (διὰ πιέσεως τοῦ ἐλαστικοῦ φύλλου), ἵνα βυθισθῇ τελείως ὁ δοκιμαστικὸς σωλὴν ἐντὸς τοῦ ὕδατος, ὅταν τὸ βαρόμετρον δεικνύει πίεσιν 72 cm Hg;

32. Σωλήν, διατομῆς 0.5 cm^2 χρησιμοποιεῖται ὡς σίφων. α) Πόσον κατώτερον τῆς στάθμης τοῦ ὕδατος εἰς τὸ ἀνώτερον δοχεῖον δέον νὰ εὑρίσκεται τὸ κάτω ἄνοιγμα τοῦ σίφωνος διὰ νὰ ἐκρεύσῃ τὸ ὕδωρ μὲ ταχύτητα 330 cm/sec; β) Ποία θὰ εἶναι ἡ παροχὴ εἰς λίτρας ἀνὰ λεπτόν; γ) Ποῖαι θὰ ἦταν αἱ ἀπαντήσεις εἰς τὸ (α) καὶ (β) ἐὰν τὸ ὕδωρ ἀντεκαθιστᾶτο διὰ πετρελαίου, σχετικῆς πυκνότητος 0.90;

Ἀπ. 55.6 cm, 9.9 λίτραι/min

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Johannes Stark

1874–1957. Ἐγεννήθη εἰς τὸ Σικενχόφ, τῆς Βαυαρίας, Καθηγητὴς εἰς Γκοτίνγκην καὶ Βύρτεμπούργκ. Ἔλαβεν τὸ βραβεῖον Νόμπελ Φυσικῆς διὰ τὴν ἀνακάλυψιν τοῦ ἀποτελέσματος τοῦ Doppler ἐπὶ τῶν διαυλικῶν ἀκτίνων καὶ τοῦ διαχωρισμοῦ τῶν φασματικῶν γραμμῶν ἐπὶ τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου.

18. ΜΟΡΙΑΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΥΛΗΣ

Κατὰ τὴν ἐξέτασιν τῶν ἰδιοτήτων τῶν ὑγρῶν καὶ τῶν ἀερίων ὑπεθέσαμεν ὅτι τὰ ὑγρὰ συντίθενται ἐκ μικρῶν σωματιδίων καλουμένων «μορίων» καὶ ὅτι ταῦτα διαφέρουν τῶν ἀερίων κατὰ τὴν ἐν τῷ χώρῳ κατανομὴν καὶ κατὰ τὰς μεταξὺ των μορίων δρώσας δυνάμεις. Αἱ ὑποθέσεις αὗται εὑρίσκονται ἐν συμφωνίᾳ πρὸς τὰς τρεχούσας ἰδέας τὰς ἀφορώσας τὴν δομὴν τῆς ὕλης.

Τὰ πλεῖστα τῶν συμπερασμάτων εἰς τὰ ὁποῖα καταλήγομεν εἰς ὅσον ἀφορᾷ τὴν μοριακὴν φύσιν τῆς ὕλης, εἶναι ἀποτέλεσμα ἐμμέσων παρατηρήσεων, καθόσον τὰ μόρια εἶναι πάρα πολὺ μικρὰ καὶ συνεπῶς εἶναι ἀδύνατον νὰ παρατηρηθῶσιν διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ, ἢ ἀκόμη καὶ διὰ τῶν τελειοτέρων ὀπτικῶν μικροσκοπίων. Ἐκ τῆς παρατηρήσεως τῶν ἀποτελεσμάτων μεγάλων ὁμάδων μορίων, καθόσον εἶναι δύσκολον νὰ παρατηρήσωμεν μεμονωμένα μόρια, σχηματίζομεν εἰκόνα διὰ τὴν ἑκάστοτε διάταξιν καὶ συμπεριφορὰν τῶν μορίων. Κατόπιν τούτου δοκιμάζομεν διὰ πειραμάτων τὰ ἀποτελέσματα τὰ ὑπὸ τῆς θεωρίας προβλεπόμενα. Ἡ παρατήρησις δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ διεξαχθῇ εἰ μὴ μόνον ἐπὶ μεγάλου ἀριθμοῦ μορίων κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον ἢ ἐπὶ τῶν ἐμμέσων ἀποτελεσμάτων τῶν καθ' ἕκαστα μεμονωμένων μορίων. Συνεπῶς μόνον ἔμμεσα ἀποτελέμσατα ὑπόκεινται εἰς παρατήρησιν.

18-1. Θεμελιώδεις ὑποθέσεις. Ἀποτολμοῦντες τὴν διατύπωσιν θεωρίας περὶ τῆς μοριακῆς φύσεως τῆς ὕλης, ἐκκινοῦμεν ἀπὸ σειρὰν ὑποθέσεων. Αἱ ὑποθέσεις θεωροῦνται ἔγκυροι ἐὰν τὰ προβλεπόμενα ἀποτελέσματα ἐπαληθεύονται διὰ πειράματος.

Ὑποθέτομεν ὅτι ἅπασα ἡ ὕλη συντίθεται ἐκ μικροτάτων σωματιδίων καλουμένων μορίων. Ὅλα τὰ μόρια μιᾶς ὁμογενοῦς οὐσίας εἶναι μεταξύ των ὅμοια.

Αἱ χημικαὶ ἰδιότητες προσδιορίζονται ἀπὸ τοῦ χαρακτῆρος τῶν μορίων, ἀλλὰ αἱ φυσικαὶ τοιαῦται ἐξαρτῶνται ἐπίσης καὶ ἐκ τῶν ἀσκουμένων δυνάμεων μεταξὺ τῶν μορίων, ὡς καὶ τῆς σχέσεως τῶν δυνάμεων τούτων πρὸς τὰς μεταξὺ τῶν μορίων ἀποστάσεις. Ἐπίσης ἡ κίνησις τῶν μορίων δέον νὰ λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν.

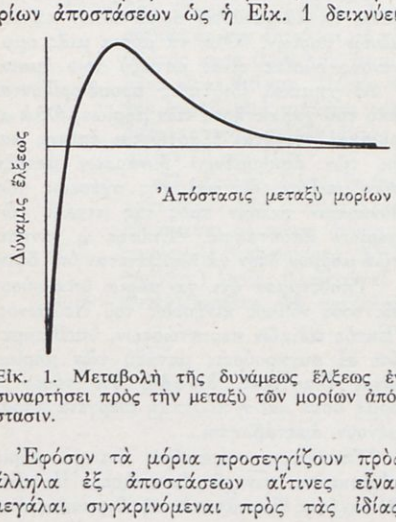
Ὑποθέτομεν ὅτι τὰ μόρια ὑπακούουν εἰς τοὺς νόμους κινήσεως τοῦ Νεύτωνος. Ἐκτὸς εἰδικῶν περιπτώσεων, ὑποθέτομεν ὅτι αἱ συγκρούσεις μεταξὺ τῶν μορίων εἶναι ἐλαστικαί, δηλαδή, ὅτι τόσον ἡ ὁρμὴ ὅσον καὶ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια παραμένουν ἀμετάβλητοι.

Ὑποτίθεται περαιτέρω ὅτι τὰ μόρια εὑρίσκονται συνεχῶς ἐν κινήσει. Ἡ μέση δὲ ταχύτης ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς θερμοκρασίας.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐκ τῆς ἐξετάσεως τῶν φυσικῶν ἰδιοτήτων τῶν στερεῶν, ὑγρῶν καὶ ἀερίων, δυνάμεθα νὰ ἐξαγάγωμεν μερικὰ συμπεράσματα εἰς ὅσον ἀφορᾶ τὰς δυνάμεις αἵτινες ἀσκοῦνται μεταξὺ τῶν μορίων. Οὕτω, διὰ νὰ διασπάσωμεν ἓν στερεὸν εἶναι ἀναγκαῖον ν' ἀσκήσωμεν μᾶλλον ἰσχυρὰς δυνάμεις τάσεως. Ἐκ τούτου συμπεραίνομεν ὅτι αἱ δυνάμεις ἕλξεως μεταξὺ τῶν μορίων τους εἶναι μεγάλαι. Λίαν μικρότεραι δυνάμεις ἀπαιτοῦνται διὰ νὰ διαχωρισθῶσιν τμήματα, ὑγρῶν καὶ ἐπὶ ἀερίων τὰ μόρια, ἐὰν ἀφεθοῦν ἐλεύθερα, διαχωρίζονται ἄνευ τῆς ἀσκήσεως ἐξωτερικῶν δυνάμεων.

Τὰ γεγονότα ταῦτα δεικνύουν ὅτι ἐφόσον ἡ μεταξὺ τῶν μορίων ἀπόστασις αὐξάνει, ἡ δύναμις τῆς ἕλξεως μειοῦται ταχέως. Ἐπίσης, παρατηροῦμεν ὅτι ἀπαιτοῦνται λίαν ἰσχυραὶ δυνάμεις συμπιέσεως διὰ νὰ μειωθῇ ὁ ὄγκος στερεοῦ τινὸς ἢ ὑγροῦ. Δέον κατὰ συνέπειαν νὰ συμπεράνωμεν ὅτι ὅταν ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν μορίων εἶναι πολὺ μικρά, ὑφίστανται ἀνωστικαὶ δυνάμεις καὶ ὅτι αἱ δυνάμεις αὗται αὐξάνουν λίαν ταχέως ἐφόσον ἡ μεταξὺ τῶν μορίων ἀπόστασις μειοῦται. Αἱ δυνάμεις δέον νὰ μεταβάλλωνται συναρτήσει τῶν μεταξὺ τῶν μορίων ἀποστάσεων ὡς ἡ Εἰκ. 1 δεικνύει.

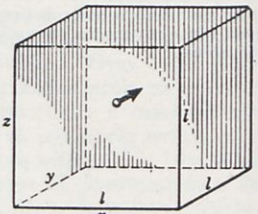


Εἰκ. 1. Μεταβολὴ τῆς δυνάμεως ἕλξεως ἐν συναρτήσει πρὸς τὴν μεταξὺ τῶν μορίων ἀπόστασιν.

Ἐφόσον τὰ μόρια προσεγγίζουν πρὸς ἄλληλα ἐξ ἀποστάσεων αἵτινες εἶναι μεγάλαι συγκρινόμεναι πρὸς τὰς ἰδίας αὐτῶν διαστάσεις, αἱ ἀσκούμεναι μεταξὺ αὐτῶν δυνάμεις ἕλξεως εἶναι κατ' ἀρχὰς λίαν μικραί. Ἐν συνεχείᾳ, ἐπὶ ἐγγυτέρας προσεγγίσεως, ἀναπτύσσεται μεγαλυτέρα δύναμις ἕλξεως ἥτις φθάνει τὴν ἀνωτάτην αὐτῆς τιμήν, κατέρχεται κατόπιν εἰς τὸ μηδὲν καὶ τελικῶς καθίσταται δύναμις ἀπώσεως ἥτις αὐξάνει ταχέως ἐφόσον περαιτέρω μειοῦται ἡ ἀπόστασις.

18-2. Πίεσις εἰς ἀέριον τι. Ἐὰν αἱ ὑποθέσεις μας εἰς ὅσον ἀφορᾶ τὴν μοριακὴν φύσιν τῆς ὕλης εἶναι ὀρθαί, δέον νὰ ἄγουν πρὸς τοὺς νόμους οἵτινες παρετηρήθησαν κατὰ τὴν συμπεριφορὰν τῶν ἀερίων.

Ἂς θεωρήσωμεν ἀέριον περιεχόμενον ἐντὸς κιβωτίου σχήματος κύβου τοῦ ὁποίου ἡ ἀκμὴ εἶναι l. (Εἰκ. 2). Ἂς ὑπο-



Εἰκ. 2. Ἡ πίεσις εἰς ἕνα ἀέριον ἔχει σχέσιν μὲ τὴν μοριακὴν κίνησιν.

θέσωμεν ὅτι ὑπάρχουν n μόρια εἰς ἑκάστην μονάδα ὄγκου τοῦ ἀερίου, καὶ ἂς ἐξετάσωμεν ἓν τῶν κινουμένων μορίων. Ἡ ταχύτης του v δύναται ν' ἀναλυθῇ εἰς τρεῖς ὀρθογωνίους συνιστώσας v_x, v_y καὶ v_z συνδεομένων διὰ τῆς ἐξισώσεως:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \qquad (1)$$

Ἂς λάβωμεν τὴν x συνιστῶσαν τῆς κινήσεως. Ὅταν τὸ μόριον προσκρούσει ἐπὶ τῆς πλευρᾶς yz τοῦ κιβωτίου, ἀναπηδᾷ μετὰ τῆς ταχύτητός του ἀμεταβλήτου, ἀλλὰ κινούμενον κατ' ἀντίθετον φοράν, ἤτοι, $v_x = -v'_x$. Ἐὰν ἡ x συνιστῶσα τῆς ὁρμῆς πρὸ τῆς συγκρούσεως ἦτο mv_x, ἡ μετὰ τὴν σύγκρουσιν εἶναι $-mv_x$. Ἡ μεταβολὴ συνεπῶς εἰς τὴν συνιστῶσαν ταύτην τῆς ὁρμῆς εἶναι $2mv_x$. Ἐάν, ἐφόσον τὸ μόριον κινεῖται, ἡ ἀ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

πόστασις τὴν ὁποίαν διανύει κατὰ τὴν x κατεύθυνσιν, μεταξὺ ὡρισμένου ἀριθμοῦ συγκρούσεων πρὸς τὴν πλευρὰν ταύτην εἶναι $2l$, ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ τὰς συγκρούσεις ταύτας εἶναι $2l/v_x$ καὶ συνεπῶς ὑφίστανται $v_x/2l$ συγκρούσεις ἀνὰ μονάδα χρόνου. Ἡ μεταβολὴ τῆς ὁρμῆς ἀνὰ μονάδα χρόνου ἐπὶ τῆς πλευρᾶς ταύτης εἶναι:

$$2mv_x \times v_x/2l = mv_x^2/l$$

Δεδομένου ὅτι ἡ μεταβολὴ εἰς τὴν ὁρμὴν ἀνὰ μονάδα χρόνου ἰσοῦται μὲ δύναμιν, συμφώνως πρὸς τὸν δεύτερον νόμον τοῦ Νεύτωνος, τὸ ἓν αὐτὸ μόριον ἀσκεῖ δύναμιν F_1 ἐπὶ τῆς πλευρᾶς ταύτης (καὶ ἐπὶ τῆς ἀντιθέτου τοιαύτης) διδομένην ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$F_1 = \frac{mv_x^2}{l} \qquad (2)$$

Ἀλλὰ ἐὰν n εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν μορίων ἀνὰ μονάδα ὄγκου, τότε ὑπάρχουν ἐντὸς κιβωτίου nl^3 μόρια. Ἡ μέση ὁλικὴ δύναμις ἐπὶ τῆς πλευρᾶς yz δίδεται ὑπό:

$$F_{yz} = (nl^3)\frac{\overline{mv_x^2}}{l} = nl^2\overline{mv_x^2} \qquad (3)$$

ὅπου $\overline{v_x^2}$ εἶναι ὁ μόσος ὅρος τῶν τετραγώνων τῶν x συνιστωσῶν τῶν διανυσματικῶν ταχυτήτων.

Ἐκ τῆς Ἐξ. (1) δυνάμεθα νὰ ἐκφράσωμεν τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν $\frac{1}{2}mv^2$ τοῦ μορίου διὰ τῆς σχέσεως:

$$\tfrac{1}{2}mv = \tfrac{1}{2}mv_x^2 + \tfrac{1}{2}mv_y^2 + \tfrac{1}{2}mv_z^2$$

Δυνάμεθα νὰ συνδυάσωμεν τὴν ἐνέργειαν μετὰ τῶν τριῶν συνιστωσῶν τῆς διανυσματικῆς ταχύτητος. Κατὰ μέσον ὅρον ἡ ἐνέργεια δι' ἅπαντα τὰ μόρια θὰ διαιρεθῇ ἐξ ἴσου μεταξὺ τῶν τριῶν συνιστωσῶν τῆς κινήσεως.

$$\tfrac{1}{2}\overline{mv^2} = \tfrac{1}{2}\overline{mv_x^2} + \tfrac{1}{2}\overline{mv_y^2} + \tfrac{1}{2}\overline{mv_z^2}$$

καὶ

$$\overline{mv_x^2} = \overline{mv_y^2} = \overline{mv_z^2} = (1/3)\overline{mv^2} \qquad (4)$$

Ἀπὸ τῆς ἐξ. (3)

$$F_{yz} = 1/3\, nl^2\overline{mv^2} \qquad (5)$$

Ὡς γνωστὸν πίεσις εἶναι ἡ δύναμις ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας. Ἡ ἐπιφάνεια τῆς πλευρᾶς τοῦ κιβωτίου ἔχει ἐμβαδὸν l^2.

Ἔχομεν λοιπόν:

$$P = \frac{F_{yz}}{l^2} = \frac{(1/3)nl^2\overline{mv^2}}{l^2}$$

$$P = (1/3)\, nm\overline{v^2} \qquad (6)$$

Εἰς τὴν ἐξίσωσιν (6) χρησιμοποιοῦμεν τὸν μέσον ὅρον τῶν τετραγώνων τῶν ταχυτήτων τῶν μορίων. Εἰς οἱονδήποτε ἀέριον αἱ ταχύτητες τῶν μορίων του διαφέρουν εὐρέως μεταξύ των. Ἡ ταχύτης ἡ χρησιμοποιηθεῖσα εἰς τὴν ἐξ. (6) εἶναι ἡ τετραγωνικὴ ρίζα τοῦ μέσου τετραγώνου τῶν ταχυτήτων καὶ καλεῖται *ρίζα τοῦ μέσου τετραγώνου* τῆς τιμῆς τοῦ v.

Βάσει τῶν ὅρων τῆς μέσης κινητικῆς ἐνεργείας δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τὴν ἐξ. (6) ὡς ἑξῆς:

$$P = (2/3)\, n(\tfrac{1}{2}m\overline{v^2}) \qquad (7)$$

Εἰς ἀέριον ὄγκου V, ὁ ἀριθμὸς τῶν μορίων εἶναι $N = Vn$. Ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν ἀμφοτέρους τοὺς ὅρους τῆς ἐξ. (7) ἐπὶ V, λαμβάνομεν:

$$PV = 2/3\, N(\tfrac{1}{2}m\overline{v^2}) \qquad (8)$$

Ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ θερμοκρασία συνδυάζεται πρὸς τὸν μέσον ὅρον τῆς κινητικῆς ἐνεργείας, ὁ δεξιὸς ὅρος τῆς ἐξ. (8) εἶναι μία σταθερὰ διὰ δεδομένην θερμοκρασίαν καὶ ἡ ἐξ. (8) τότε ἀνάγεται εἰς τὸν νόμον τοῦ Boyle.

Παράδειγμα: Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ τετραγωνικὴ ρίζα τοῦ μέσου τετραγώνου τῆς ταχύτητος τῶν μορίων τοῦ ὀξυγόνου ὑπὸ πίεσιν 76.0 cm Hg καὶ θερμοκρασίαν 0°C, ὅταν ἡ πυκνότης τοῦ ὑδρογόνου εἶναι 0.00143 gm/cm³.

Χρησιμοποιοῦμεν τὴν ἐξ. (6):

$$P = 1/3\, nm\overline{v^2}$$

Δεδομένου ὅτι:

$$nm = \varrho \qquad P = \frac{1}{3}\varrho\overline{v^2} \qquad \text{ἢ} \qquad \overline{v^2} = \frac{3P}{\varrho}$$

$$P = h\varrho g = 76.0 \text{ cm} \times 13.6 \text{ gm/cm}^3 \times 980 \text{ cm/sec}^2$$

$$= 1\,013\,000 \text{ dyn/cm}^2$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

$$v^2 = \frac{3P}{\varrho} = \frac{3 \times 1\,013\,000\ \text{dyn/cm}^2}{0.00143\ \text{gm/cm}^3}$$

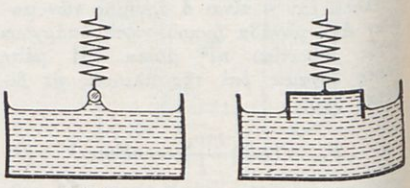
$$v = \sqrt{\frac{3 \times 1\,013\,000}{0.00143}}\ \text{cm/sec} = 46\,100\ \text{cm/sec}$$

Ἡ ταχύτης αὕτη προσεγγίζει τὴν τῆς βολίδος τυφεκίου.

18-3. Συνοχὴ καὶ συνάφεια. Ἡ δύναμις διὰ τῆς ὁποίας ὁμοειδῆ μόρια ἕλκουν ἄλληλα καλεῖται *συνοχή*. Αἱ δυνάμεις συνοχῆς ἐπὶ στερεῶν εἶναι μεγάλαι, καθόσον τὰ μόρια αὐτῶν κεῖνται ἐγγὺς ἀλλήλων. Ἐὰν ἓν στερεὸν θραυσθῇ, εἶναι δύσκολον νὰ ἐξαναγκάσωμεν τὰ μόρια αὐτοῦ νὰ ἔλθουν καὶ πάλιν εἰς τόσον πλησίον ἀλλήλων, ὥστε αἱ δυνάμεις αὖται νὰ καταστῶσιν καὶ πάλιν μεγάλαι. Ὅταν σιδηρᾶ ράβδος θραυσθῇ, τὰ τεμάχια εἶναι δυνατὸν νὰ προσαρμοσθοῦν καὶ πάλιν, ἀλλὰ δὲν εἶναι δυνατὸν ἡ συνοχὴ αὐτῶν νὰ εἶναι ἡ αὐτὴ ὡς ἡ ἀρχική. Ἐν τούτοις, θερμαίνοντες τὸν σίδηρον ἕως ὅτου μαλακώσῃ καὶ σφυρηλατοῦντες τοῦτον, εἶναι δυνατὸν νὰ φέρωμεν τὰ μόρια καὶ πάλιν τόσον ἐγγὺς ἀλλήλων ὥστε ἡ συνοχὴ αὐτῶν νὰ καταστῇ ἐπαρκὴς διὰ νὰ συγκολληθῇ ἡ ράβδος. Τοπικὴ θέρμανσις μέχρις ὅτου τὸ μέταλλον ἀρχίζει νὰ ῥέῃ, δύναται νὰ φέρῃ τόσον ἐγγὺς τὰ μόρια ὅσον ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ἐπιτευχθῇ καὶ πάλιν πλήρης συνοχὴ αὐτῶν. Δύο κοιναὶ πλάκες ὑάλου ἢ δύο πλινθία χάλυβος ὅταν προσεγγίσουν ἄλληλα ἐμφανίζουν μικρὰν συνάφειαν καθόσον ἐφάπτονται μόνον ἐπὶ ὀλίγων σημείων. Εἶναι ἐν τούτοις δυνατόν, νὰ λειάνωμεν τὰς ἐπιφανείας ταύτας τόσον καλῶς, οὕτως ὥστε ὅταν τὰς φέρωμεν εἰς ἐπαφὴν αἱ δυνάμεις συναφείας νὰ καταστῶσιν λίαν μεγάλαι, ὥστε ὁ διαχωρισμὸς αὐτῶν νὰ πραγματοποιεῖται δυσχερῶς.

Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας μεταξὺ δύο διαφορετικῶν οὐσιῶν, ἢ εἰς μῖγμα, ἑτεροειδῆ μόρια ἕλκουν ἄλληλα. Ἡ ἕλξις αὕτη ἑτεροειδῶν μορίων καλεῖται *συνάφεια*. Ἡ κόλλα συνάπτεται τοῦ ξύλου, ἡ κόλλησις (καλάϊ) συνάπτεται τοῦ ὀρειχάλκου. Αἱ δυνάμεις συναφείας δύνανται ἐνίοτε νὰ εἶναι ἰσχυρότεραι τῶν τῆς συνοχῆς. Πράγματι τὸ σχετικὸν μέγεθος τῶν δυνάμεων συνοχῆς καὶ συναφείας προσδιορίζει τὴν φύσιν τῆς ἐπιφανείας μεταξὺ δύο ἐν ἐπαφῇ οὐσιῶν.

18-4. Φαινόμενα ἐπιφανείας ὑγρῶν. Ἂς ὑποθέσωμεν εὐθὺ τεμάχιον σύρματος ἀνηρτημένον διὰ τοῦ μέσου του καὶ εἰς ὁριζοντίαν θέσιν ἀπὸ ἐλατηρίου. Τὸ ἐλατήριον τείνεται ὑπὸ τοῦ βάρους τοῦ σύρματος. Ἐὰν τὸ σύρμα ἐμβαπτισθῇ ἐντὸς ὑγροῦ ὅπερ περιβρέχει τοῦτο καὶ ἐν συνεχείᾳ ἐλκυσθῇ ἀκριβῶς ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ὡς εἰς τὴν Εἰκ. (3), παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ἐλατήριον τείνεται περισσότερον ἀπὸ προηγουμένως. Εἶναι φανερὸν ὅτι τὸ ὑμένιον τοῦ ὑγροῦ ὅπερ ἐκτείνεται μεταξὺ τοῦ σύρματος καὶ τοῦ ὑγροῦ ἀσκεῖ δύναμιν F ἐπὶ τοῦ σύρματος. Ἐὰν τὸ μῆκος τοῦ σύρματος αὐξηθῇ, παρατηρεῖται ὅτι ἡ F αὐξάνει ἀναλόγως. Οὕτως ἡ δύναμις φαίνεται ὅτι εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ μῆκος τοῦ ὑμενίου.



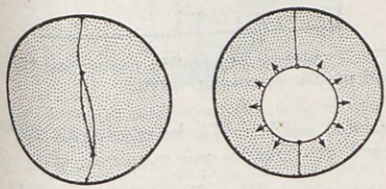
Εἰκ. 3. Ὑμένιον ἐπιφανείας.

Εἰς τὴν Εἰκ. (3) παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὑμένιον ἔχει δύο πλευράς. Δυνάμεθα νὰ ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ μῆκος τοῦ ὑμενίου εἶναι διπλάσιον τοῦ μήκους τοῦ σύρματος. Τὴν ὑπόθεσιν ταύτην ἐλέγχομεν, χρησιμοποιοῦντες κατὰ πρῶτον δακτύλιον σύρματος, εἰς τὸν ὁποῖον θὰ ὑφίσταται ὑμένιον ἐφ' ἑκάστης τῶν πλευρῶν τοῦ σύρματος καὶ κατόπιν ἐπίπεδον κύκλον τῆς αὐτῆς ἀκτῖνος. Εἰς τὸν δίσκον δὲν ὑφίσταται παρὰ ἓν μοναδικὸν ὑμένιον πέριξ τῆς περιφερείας του. Ἐὰν ἐκτελέσωμεν τὰ πειράματα ταῦτα παρατηροῦμεν ὅτι ἡ δύναμις ἡ ὀφειλομένη εἰς τὸ ὑμένιον εἶναι δύο φορὰς μεγαλυτέρα ἐπὶ τοῦ δακτυλίου ἀπὸ τὴν τοῦ δίσκου, γεγονὸς ἐπιβεβαιοῦν τὴν ὑπόθεσίν μας. Ἐὰν πειραματισθῶμεν ἐπὶ διαφόρων ὑ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γρῶν, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ δύναμις ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τοῦ χρησιμοποιηθέντος ὑγροῦ. Ἡ δύναμις ἐπίσης ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἀερίου τοῦ εὑρισκομένου ὑπεράνω τοῦ ὑγροῦ.

Ἐὰν νῆμα φέρον βρόγχον δεθῇ ἐγκαρσίως ἐπὶ πλαισίου ἐκ σύρματος (Εἰκ. 4α) καὶ τὸ πλαίσιον ἐμβαπτισθῇ ἐντὸς διαλύματος σάπωνος, τὸ ὑμένιον θὰ καλύψῃ ὁλόκληρον τὸ πλαίσιον καὶ ὁ βρόγχος



Εἰκ. 4. Ὁ βρόχος λαμβάνει κυκλικὸν σχῆμα λόγῳ ἐπιφανειακῆς τάσεως.

δύναται νὰ ἔχῃ οἱονδήποτε σχῆμα. Ἐὰν ἐν τούτοις τὸ ὑμένιον θραυσθῇ ἐντὸς τοῦ βρόγχου τότε ἀμέσως ὁ βρόγχος καθίσταται κυκλικὸς ὡς ἀπεικονίζεται εἰς τὴν Εἰκ. 4b.

18-5. Ἐπιφανειακὴ τάσις. Τὰ πειράματα ταῦτα δεικνύουν ὅτι τὸ ἐπιφανειακὸν ὑμένιον ἀσκεῖ δύναμιν κάθετον πρὸς οἱανδήποτε γραμμὴν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Ἡ τοιαύτη δύναμις πρέπει νὰ εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα μοριακῶν δυνάμεων.

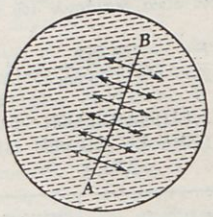
Ἐὰν ἡ ἐπιφάνεια εἶναι ἐπίπεδος, ἡ δύναμις καθέτως τῆς γραμμῆς, πρὸς μίαν διεύθυνσιν, εἶναι ἴση κατὰ τὸ μέγεθος πρὸς τὴν δρῶσαν κατὰ τὴν ἀντίθετον τοιαύτην καὶ ὡς ἐκ τούτου ὑφίσταται ἰσορροπία (Εἰκ. 5). Ἐν τούτοις, ἐὰν τὸ ὑμένιον θραυσθῇ ἐπὶ τῆς μιᾶς πλευρᾶς (Εἰκ. 4b) ἡ ἐπιφάνεια εἶναι οὕτως διεμορφωμένη ὥστε αἱ δυνάμεις δὲν κεῖνται κατ' ἀντίθετον φορὰν πρὸς ἀλλήλας, καὶ δὲν προκαλοῦν ἰσορροπίαν.

Ἡ δύναμις κατὰ μονάδα μήκους, καθέτως πρὸς τοιαύτην γραμμὴν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, καλεῖται συντελεστὴς ἐπιφανειακῆς τάσεως

$$T = \frac{F}{L} \qquad (9)$$

ὅπου F εἶναι δύναμις δρῶσα καθέτως πρὸς γραμμὴν μήκους L.

Μονὰς τοῦ συντελεστοῦ ἐπιφανειακῆς τάσεως δύναται νὰ εἶναι οἱαδήποτε μονὰς δυνάμεως διαιρουμένη δι' οἱασδήποτε μονάδος μήκους. Δεδομένου ὅτι αἱ δυνάμεις εἶναι μικραὶ συνηθίζεται νὰ χρησι-

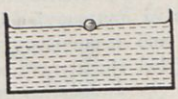


Εἰκ. 5. Δυνάμεις δρῶσαι καθέτως πρὸς φανταστικήν τινα γραμμὴν τῆς ἐπιφανείας.

μοποιεῖται ὡς μονὰς ἡ dyne, ὡς μονὰς δὲ μήκους τὸ cm, οὕτως ὥστε ἡ T νὰ δίδεται εἰς δύνας ἀνὰ ἑκατοστόν. Ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις εἶναι τὸ αἴτιον πολλῶν φαινομένων τὰ ὁποῖα δὲν θ' ἀνεμένοντο νὰ ἐκδηλωθοῦν εἰς ὑγρὰ ἐν ἠρεμίᾳ.

Μία χαλυβδίνη βελόνη ἔχει τόσον μεγάλην πυκνότητα ὥστε ἡ δύναμις ἀνώσεως τοῦ ὕδατος ἐπ' αὐτῆς, δὲν εἶναι ἐπαρκὴς διὰ νὰ ἐξουδετερώσῃ τὸ βάρος της, καὶ βυθίζεται.

Ἐν τούτοις ἐὰν ἐπαλειφθῇ ἐλαφρῶς δι' ἐλαίου, οὕτως ὥστε τὸ ὕδωρ νὰ μὴν διαβρέχῃ αὐτὴν καὶ τοποθετηθῇ μετὰ μεγάλης προσοχῆς ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, ἵνα μὴ



Εἰκ. 6. Ἡ δύναμις ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν ἐπιφανειακὴν τάσιν εἶναι ἐπαρκὴς διὰ νὰ κρατήσῃ βελόνην ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας.

διαρραγῇ τὸ ὑμένιον, αὕτη θὰ ἐπιπλεύσῃ (Εἰκ. 6).

Σημειώσατε ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ ἔχει ὑποστεῖ ταπείνωσιν κάτωθεν τῆς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

βελόνης οὕτως ὥστε τὸ ὑμένιον νὰ δύναται ν' ἀσκῇ ὡστικὴν δύναμιν.

Παράδειγμα: Ἡ μεγίστη (maximum) δύναμις, (ἐπιπροσθέτως τῆς δυνάμεως ἥτις ἀπαιτεῖται πρὸς ἐξουδετέρωσιν τοῦ βάρους), ἡ ἀπαιτουμένη διὰ νὰ ἐφελκύσῃ πλαίσιον ἐκ σύρματος (Εἰκ. 3) μήξους 5.00 cm ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας ὕδατος, εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 20°C, εἶναι 728 dyn. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις τοῦ ὕδατος.

Δεδομένου ὅτι τὸ ὑμένιον ἔχει δύο πλευράς, τὸ μῆκος του εἶναι διπλάσιον τοῦ μήκους τοῦ σύρματος.

$$T = \frac{F}{L} = \frac{F}{2l} = \frac{728 \text{ dyn}}{2 \times 5.00 \text{ cm}} = 72.8 \text{ dyn/cm}$$

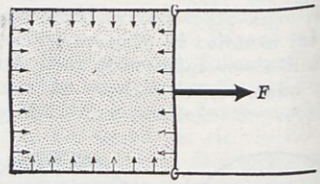
ΠΙΝΑΞ 1. ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΤΑΣΙΣ ΔΙΑ ΚΑΘΑΡΑ ΥΓΡΑ ΕΝ ΕΠΑΦΗ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΑΕΡΑ

Ὑγρὸν	Θερμοκρ. εἰς °C	T dyn/cm
Βενζόλιον	20	27.6
	50	24.7
Τετραχλωριοῦχος ἄνθραξ	20	26.8
Αἰθυλικὴ ἀλκοόλη	20	22.3
	50	19.8
Μεθυλικὴ ἀλκοόλη	20	22.6
	50	20.1
Ὑδράργυρος	20	465
Ὕδωρ	10	74.2
	20	72.8
	50	67.9
Ὑγρὸς μόλυβδος	400	445
Ὑγρὸς κασσίτερος	400	520

Ἂς θεωρήσωμεν τετράγωνον πλαίσιον ἐκ σύρματος (Εἰκ. 7), μία τῶν πλευρῶν τοῦ ὁποίου εἶναι κινητή. Ἐὰν τὸ πλαίσιον ἐμβαπτισθῇ ἐντὸς διαλύματος σάπωνος οὕτως ὥστε νὰ δημιουργῇ ὑμένιον εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ τετραγώνου, θὰ ἀναπτυχθῇ δύναμις ἐπὶ τῆς κινητῆς πλευρᾶς ἥτις θὰ μειώσῃ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ βρόχου. Διὰ νὰ διατηρηθῇ ἡ κινητὴ πλευρὰ ἐν ἰσορροπίᾳ δέον νὰ ἐφαρμοσθῇ δύναμις F. Δεδομένου ὅτι καὶ αἱ δύο πλευραὶ τοῦ ὑμενίου ἀσκοῦν δύναμιν ἐπὶ τοῦ σύρματος, ἔχομεν:

$$F = LT = 2lT \qquad (10)$$

ὅπου l εἶναι τὸ μῆκος τοῦ κινητοῦ σύρματος. Ἐὰν τὸ κινητὸν σύρμα ἐφελκυσθῇ βραδέως κατ' ἀπόστασιν s οὕτως ὥστε ν' αὐξηθῇ ἡ ἐπιφάνεια, ἡ δύναμις F παραμένει σταθερὰ ἐφόσον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ



Εἰκ. 7. Δύναμις ἀνὰ μονάδα μήκους καὶ ἔργον ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας ὑμενίου.

ὑμενίου αὐξάνει. Τὸ ἐπιτελούμενον ἔργον κατὰ τὴν κίνησιν τοῦ σύρματος εἶναι

$$W = Fs = 2lsT \qquad (11)$$

Ἀλλὰ ἡ αὔξησις εἰς τὴν ἐπιφάνειαν A τοῦ διπλοῦ ὑμενίου (ἔμπροσθεν καὶ ὄπισθεν) ἰσοῦται μὲ $2ls$.

Οὕτως ἔχομεν:

$$W = AT$$

ἢ

$$T = \frac{W}{A} \qquad (12)$$

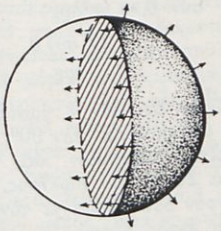
Οὕτως ὁ συντελεστὴς ἐπιφανειακῆς τάσεως δύναται ἐπίσης νὰ θεωρηθῇ, ὡς τὸ ἔργον τὸ καταναλισκόμενον διὰ ν' αὐξήσωμεν τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ, διὰ τῆς ἀντιστοίχου αὐξήσεως τῆς ἐπιφανείας. Ὁ συντελεστὴς ἐπιφανειακῆς τάσεως δύναται οὕτω νὰ ἐκφρασθῇ εἰς erg/cm². Ἡ μονὰς αὕτη εἶναι ἰσοδύναμος πρὸς μίαν dyn/cm².

Ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις τείνει νὰ ἐλαττώσῃ τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, εἰς τὸ ἐλάχιστον δυνατόν. Οὕτω τὸ ὑμένιον τῆς Εἰκ. 7 τείνει νὰ συσταλῇ μέχρις ὅτου τὸ ἐμβαδὸν καταστῇ μηδέν. Ἐπίσης ἕνα σταγονίδιον λαμβάνει τὸ σχῆμα ἐκεῖνον τὸ ὁποῖον θὰ καταστήσῃ τὴν ἐπιφάνειάν του μικροτέραν, δηλαδή, τὸ σφαιρικόν, καθόσον τοῦτο θὰ παραμείνῃ ἀδιατάρακτον ὑπὸ τοῦ βάρους του.

18-6. Πίεσις ὀφειλομένη εἰς ἐπιφανειακὴν τάσιν. Ἐντὸς ὑγροῦ σταγονιδίου

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἡ πίεσις εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ἐξωτερικῆς τοιαύτης. Τὸ σφαιρικόν του σχῆμα εἶναι μία ἔνδειξις τῆς διαφορᾶς πιέσεως. Ἂς θεωρήσωμεν τὸ σταγονίδιον τοῦ σχήματος 8. Ἡ ὑπερπίεσις ΔP ἐντὸς



Εἰκ. 8. Δυνάμεις παράγουσαι πίεσιν εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ σταγονιδίου.

τοῦ σταγονιδίου προκαλεῖ τὴν ἐπίδρασιν μιᾶς δυνάμεως ἐπὶ ἑκάστου στοιχείου τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ, καθέτως πρὸς τὸ στοιχεῖον τοῦτο. Ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων αὐτῶν εἶναι δύναμις κάθετος πρὸς τὴν διατομὴν τοῦ σταγονιδίου καὶ ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τῆς ὑπερπιέσεως, ἐπὶ τὸ ἐμβαδὸν τῆς διατομῆς

$$F = \Delta P \times \pi r^2$$

Ἡ δύναμις αὕτη εἶναι ἴση μὲ τὴν δύναμιν τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ὑποθετικὸν ὑμένιον ἕλκοντας πρὸς τὸ κέντρον τὴν περίμετρον τῆς διατομῆς τοῦ σταγονιδίου.

$$F = 2\pi r T$$

Οὕτως : $\Delta P \times \pi r^2 = 2\pi r T$

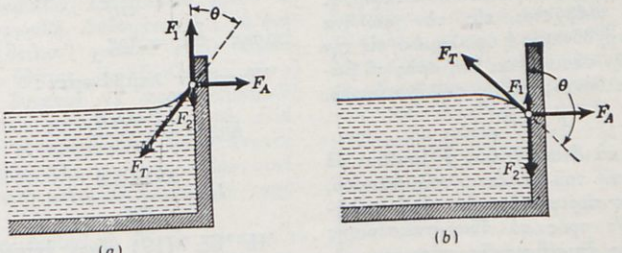
ἢ

$$\Delta P = \frac{2T}{r} \qquad (13)$$

18-7. Ἐπαφὴ ὑγρῶν, στερεῶν καὶ ἀερίων. Ὅταν ὑγρὸν εὑρίσκεται ἐντὸς δοχείου, τότε τρεῖς οὐσίαι εὑρίσκονται ἐν ἐπαφῇ, τὸ ὑγρόν, τὸ ἄνωθεν αὐτοῦ ἀέριον καὶ τὸ δοχεῖον. Δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν ὅτι ὑφίσταται μία δύναμις παράλληλος πρὸς ἑκάστην ἐπιφάνειαν διαχωρισμοῦ. Ἐπιπροσθέτως ὑφίσταται μία δύναμις συναφείας μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ καὶ τῶν τοῦ στερεοῦ. Ἡ δύναμις αὕτη εἶναι κάθετος πρὸς τὸ τοίχωμα τοῦ δοχείου.

Τὸ σημεῖον εἰς τὸ ὁποῖον αἱ τρεῖς οὐσίαι ἐφάπτονται ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τεσσάρων δυνάμεων, ἡ ὑγρὰ δὲ ἐπιφάνεια θὰ διαμορφωθῇ ἀφ' ἑαυτῆς κατὰ τρόπον ὥστε ἡ συνθήκη αὕτη νὰ πραγματοποιηθῇ. Γενικῶς ἡ ὑγρὰ ἐπιφάνεια ἐγγὺς τοῦ σημείου τούτου, θὰ κυρτωθῇ. Δύο τοιοῦτοι συνδυασμοὶ παριστῶνται εἰς τὴν Εἰκ. 9. Εἰς τὴν Εἰκ. 9α ἡ δύναμις συναφείας εἶναι σχετικῶς μεγάλη, τὸ ὑγρὸν διαβρέχει τὸ στερεὸν καὶ ἡ ὑγρὰ ἐπιφάνεια καθίσταται ἀμφίκοιλος. Εἰς τὴν Εἰκ. 9b ἡ δύναμις συναφείας εἶναι σχετικῶς μικροτέρα, τὸ ὑγρὸν δὲν διαβρέχει τὸ στερεὸν καὶ ἡ ἐπιφάνεια καθίσταται ἀμφίκυρτος. Ἐὰν ἀχθῇ ἐφαπτομένη τῆς ἀμφικύρτου ἢ ἀμφικοίλου ἐπιφανείας εἰς τὸ σημεῖον ἐπαφῆς, αὕτη, σχηματίζει γωνίαν θ μετὰ τοῦ τοιχώματος.

Ἡ γωνία αὕτη καλεῖται *ἡ γωνία συνεπαφῆς*. Ὅταν τὸ ὑγρὸν διαβρέχει τὸ στερεόν, ἡ γωνία συνεπαφῆς εἶναι μικροτέρα τῶν 90°, ἐὰν ὅμως δὲν διαβρέχει τοῦτο, εἶναι μεγαλυτέρα τῶν 90°. Με-



Εἰκ. 9. Γωνία συνεπαφῆς θ. Αἱ δυνάμεις F_1, F_2 καὶ F_T εἶναι παράλληλοι πρὸς μίαν τῶν ἐπιφενειῶν ἐπαφῆς. Ἡ F_A παριστᾷ τὴν δύναμιν συναφείας.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

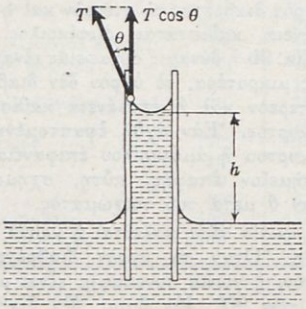
ρικαὶ γωνίαι ἐπαφῆς δίδονται εἰς τὸν πίνακα 2.

ΠΙΝΑΞ 2. ΓΩΝΙΑΙ ΕΠΑΦΗΣ ΜΕΤΑΞΥ ΚΑΘΑΡΩΝ ΥΓΡΩΝ ΚΑΙ ΚΑΘΑΡΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

Στερεὸν	Ὑγρὸν	θ, εἰς μοίρας
Ὕαλος	Ὕδωρ	0
Ὕαλος	Αἰθυλικὴ ἀλκοόλη	0
Ὕαλος	Ὑδράργυρος	128
Παραφίνη .	Ὕδωρ	107

18-8. Τριχοειδές. Εἶναι κοινὴ ἡ παρατήρησις ὅτι τὸ ὕδωρ ἀνέρχεται εἰς λεπτοὺς ὑαλίνους σωλῆνας. Ἐὰν νῆμα ἔχει τὸ ἓν αὐτοῦ ἄκρον ἐντὸς λεκάνης ὕδατος, τὸ ὕδωρ θὰ ἀνέλθῃ εἰς τὸ νῆμα ἐπ' ἀρκετὸν μῆκος αὐτοῦ.

Εἰς τὸν σωλῆνα τὸν παριστώμενον εἰς τὴν Εἰκ. 10 τὸ ὑγρὸν διαβρέχει τὸν



Εἰκ. 10. Ἄνοδος ὑγροῦ εἰς τριχοειδῆ σωλῆνα.

σωλῆνα σχηματίζον γωνίαν συνεπαφῆς θ. Τὸ ὑγρὸν ἀνέρχεται εἰς τὸν σωλῆνα μέχρις ὅτου ἡ δύναμις ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν ἐπιφανειακὴν τάσιν εἶναι ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἀνελθόντος εἰς τὸν σωλῆνα ὑγροῦ.

$$F = W$$

Ἡ πρὸς τὰ ἄνω δύναμις F ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τοῦ μήκους τοῦ ὑμενίου, δηλαδή, τῆς περιφερείας $2\pi r$ τοῦ σωλῆνος καὶ τῆς πρὸς τὰ ἄνω συνιστώσης T συν θ τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως.

$$F = 2\pi r T \text{ συν } \theta \qquad (14)$$

Τὸ βάρος τοῦ ἀνελθόντος ὑγροῦ ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τοῦ ὄγκου $\pi r^2 h$ καὶ τοῦ βάρους κατὰ μονάδα ὄγκου ρg.

$$W = \pi r^2 h \rho g \qquad (15)$$

$$2\pi r T \text{ συν } \theta = \pi r^2 h \rho g$$

ὅθεν
$$h = \frac{2T \text{ συν } \theta}{r\rho g} \qquad (16)$$

Σημειοῦμεν ὅτι, ἐὰν ἡ γωνία συνεπαφῆς εἶναι μεγαλυτέρα τῶν 90^0, τὸ συνημίτονον εἶναι ἀρνητικὸν καὶ τὸ ὑγρὸν κατέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος. Δηλαδή, ἐὰν τὸ ὑγρὸν δὲν διαβρέχει τὸν σωλῆνα, κατέρχεται ἐντὸς αὐτοῦ.

Παράδειγμα : Ὁ σωλὴν ὑδραργυρικοῦ βαρομέτρου ἔχει διάμετρον 3.00 mm. Ποῖον λάθος εἰσάγεται εἰς τὰς ἐνδείξεις λόγῳ τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως;

Διὰ τὸν ὑδράργυρον:

$$\theta = 128^0 \text{ συν } \theta = -0.616$$

$$h = \frac{2T \text{ συν } \theta}{r\rho g}$$

$$h = \frac{2(465 \text{ dyn/cm})(-0.616)}{0.15 \text{ cm} \times 13.6 \text{ gm/cm}^3 \times 980 \text{ cm/sec}^2}$$

$$= -0.286 \text{ cm} = -2.86 \text{ mm}$$

Τὸ ἀρνητικὸν πρόσημον δεικνύει ὅτι ἡ ἔνδειξις εἶναι κατωτέρα τῆς ὀρθῆς τοιαύτης.

Ἡ καμπύλη ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εἰς τὸν τριχοειδῆ σωλῆνα εἶναι ἔνδειξις ὅτι ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ δὲν εἶναι ἡ αὐτὴ ὡς ἡ ἐξωτερική. Ἡ διαφορὰ εἰς τὴν πίεσιν εἶναι :

$$\Delta P = \frac{F}{A} = \frac{2\pi r T \text{ συν } \theta}{\pi r^2} = \frac{2T \text{ συν } \theta}{r} \qquad (17)$$

ἐπίσης
$$\Delta P = h\rho g \qquad (18)$$

Ἐντεῦθεν λαμβάνομεν :

$$h\rho g = \frac{2T \text{ συν } \theta}{r}$$

$$h = \frac{2T \text{ συν } \theta}{r\rho g} \qquad (19)$$

Ἡ Ἐξ. (19) εἶναι ἐντελῶς ἴδια μὲ τὴν Ἐξ (16).

Εἰς τὴν ἐπιφάνειαν διαχωρισμοῦ με-

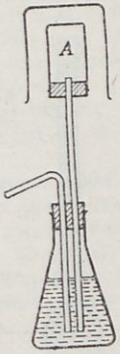
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ταξύ δύο ὑγρῶν, ὑφίσταται ἐπίσης μία τάσις παρομοία πρὸς τὴν ἐπιφανειακήν, ἥτις καλεῖται ἐνδοεπιφανειακὴ τάσις.

18-9. Διάχυσις. Ἐὰν φιάλη ἀμμωνίας ἀνοιχθῇ εἰς μίαν γωνίαν κλειστοῦ δωματίου, ἡ ὀσμὴ καθίσταται ταχέως αἰσθητὴ εἰς ἅπαντα τὰ σημεῖα τοῦ δωματίου ἂν καὶ δὲν ὑφίστανται ἐντὸς αὐτοῦ ρεύματα ἀέρος. Τὰ μόρια τῆς ἀμμωνίας φθάνουν τὸν παρατηρητὴν διὰ τῆς ἰδίας αὐτῶν κινήσεως. Τὰ μόρια εἰς τὸν ἀέρα τοῦ δωματίου εἶναι σχετικῶς μακρὰν ἀπ' ἀλλήλων. Ἐφόσον τὰ μόρια τῆς ἀμμωνίας κινοῦνται διέρχονται διὰ μέσου τῶν μορίων τοῦ ἀέρος μετὰ συμπτωματικῶν συγκρούσεων. Μερικὰ ἐξ αὐτῶν καταφέρουν καὶ φθάνουν ἐπὶ ὅλων τῶν τμημάτων τοῦ κλειστοῦ χώρου ἐντὸς βραχέος χρόνου. Τὸ φαινόμενον τοῦτον καθ' ἣν τὰ μόρια μιᾶς οὐσίας εἰσέρχονται ἐντὸς τῶν μορίων τῆς ἄλλης, λόγῳ τῆς μοριακῆς κινήσεως, καλεῖται *διάχυσις*. Ἐὰν τὸ ἀέριον εἶναι περιωρισμένον ἐντὸς μικροῦ δοχείου καὶ ἡ πίεσις μειοῦται, ἡ διάχυσις ἐπιτελεῖται ταχύτερον, καθόσον τὰ μόρια τοῦ ἀερίου κεῖνται μακρότερον ἀλλήλων καὶ αἱ συγκρούσεις εἶναι ὀλιγώτερον συχναί.

Τὸ φαινόμενον τῆς διαχύσεως παρατηρεῖται ἐπίσης εἰς τὰ ὑγρά, ὡς καὶ εἰς τὰ ἀέρια. Τοῦτο δύναται νὰ ἀποδειχθῇ διὰ τῆς ρίψεως μερικῶν κρυστάλλων θειϊκοῦ χαλκοῦ ἐντὸς φιάλης ὕδατος. Μόλις ἀρχίσουν οἱ κρύσταλλοι νὰ διαλύονται, τὸ μπλὲ χρῶμα παρατηρεῖται κατὰ πρῶτον εἰς τὸν πυθμένα, βραδέως δὲ ἐξαπλοῦται τοῦτο πρὸς τὰ ἄνω. Μετὰ πάροδον μερικῶν ἑβδομάδων, ὅλον τὸ ὑγρὸν θὰ χρωσθῇ. Δεδομένου ὅτι τὸ διάλυμα τοῦ θειϊκοῦ χαλκοῦ εἶναι πυκνότερον τοῦ ὕδατος, ἡ ἐξάπλωσις αὐτοῦ δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ πραγματοποιηθῇ διὰ ρευμάτων μεταγωγῆς, ὡς θὰ συνέβαινεν ἐὰν οἱ κρύσταλλοι ἦσαν ἀνηρτημένοι πλησίον τῆς κορυφῆς. Ἐὰν συνέβαινε τοῦτο ἡ μῖξις θὰ ἐπιτελεῖτο ταχύτερον.

Διάχυσις ἀερίων ἢ ὑγρῶν εἶναι λίαν συνήθης ἐπίσης. Ἐλαφρὸν ἀέριον, ὡς τὸ ὑδρογόνον, διέρχεται ταχέως μέσῳ πορώδους πηλίνου δοχείου. Ἐν τοιοῦτον πορῶδες δοχεῖον, τοποθετημένον ὡς τὸ Α τοῦ σχήματος 11, μετὰ σωλῆνος



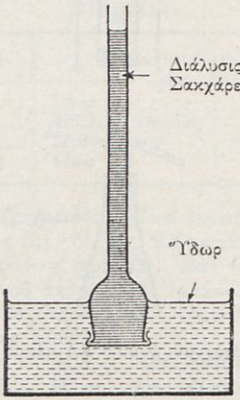
Εἰκ. 11. Διάχυσις ἀερίου διὰ μέσου πορώδους πώματος.

προεκτεινομένου ἐντὸς δοχείου ὕδατος, πληροῦται δι' ἀέρος. Ὅταν δοχεῖον, περιέχον ὑδρογόνον, καλύπτει τὸ πορῶδες πῶμα, τὸ ὑδρογόνον διαχέεται ἐντὸς τοῦ δοχείου ταχύτερον ἀπὸ ὅτι διαχέεται πρὸς τὰ ἔξω ὁ ἀήρ. Ὡς ἐκ τούτου ἡ πίεσις αὐξάνεται ἐντὸς τοῦ συστήματος καὶ τὸ ὕδωρ ἐκχέεται τῆς ληκύθου.

18-10. Ὠσμωσις. Μερικαὶ οὐσίαι, ὡς ἡ μεμβράνη ἢ φυτικὰ ὑλικά, ἔχουν τὴν ἰδιότητα νὰ ἐπιτρέπουν εἰς ὡρισμένα μόρια νὰ διέρχωνται ἐξ αὐτῶν καὶ νὰ διαχέονται εἰς τὸν χῶρον. Ἂς ὑποθέσωμεν μεμβράνην προσδεδεμένην ἐπὶ τῆς διευρυνθείσης βάσεως ἑνὸς δοκιμαστικοῦ σωλῆνος καὶ ἐντὸς αὐτοῦ μικρὰν ποσότητα διαλύματος σακχάρεως (Εἰκ. 12). Ὅταν ὁ σωλὴν οὗτος ἐμβαπτισθῇ ἐντὸς τοῦ ὕδατος, λαμβάνει χώρα διαπίδυσις δηλαδὴ τὰ μόρια αὐτοῦ διέρχονται τὴν μεμβράνην, καὶ διαχέονται ἐντὸς τοῦ διαλύματος, τὰ μόρια ὅμως τῆς σακχάρεως δὲν δύνανται νὰ διέλθουν αὐτὴ καὶ νὰ διαχυθοῦν εἰς τὸ ὕδωρ. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καθ' ὃ λαμβάνει χώραν διαπίδυσις ὑγροῦ ἐντὸς διαλύματος τοῦ ὁποίου τὸ ἓν τῶν συστατικῶν δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ διέρχεται διὰ τῆς μεμβράνης καλεῖται

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὥσμωσις. Τὸ ὑγρὸν ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος μέχρις ὅτου ἡ πίεσις ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν στήλην τοῦ ἀνερχομένου ὑγροῦ εἶναι ἐπαρκὴς διὰ νὰ ἐπιφέρῃ ἰσορροπίαν μεταξὺ τῶν ταχυτήτων διαπιδύσεως κατὰ τὰς δύο διευθύνσεις.



Εἰκ. 12. Ὥσμωσις.

Ἡ πίεσις ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται πρὸς ἐξίσωσιν τῶν ταχυτήτων διαπιδύσεως, καλεῖται *ὡσμωτικὴ πίεσις*.

Ἡ ὥσμωσις παίζει σπουδαῖον ρόλον εἰς τὴν φυτικὴν καὶ ζωϊκὴν ζωήν, καθόσον προσδιορίζει τὴν ροὴν τῶν ὑγρῶν διὰ μέσου μεμβρανῶν. Ἐὰν καρποὶ ἢ λαχανικὰ τεθῶσιν ἐντὸς ποσίμου ὕδατος, ἡ ἐπιδερμὶς αὐτῶν διαστέλλεται, δυνατὸν δὲ καὶ νὰ διαρραγῇ, δεδομένου ὅτι τὸ ὕδωρ διαπιδᾷ ταύτην καὶ διαχέεται ἐντὸς τοῦ καρποῦ. Ἐὰν ἀντιθέτως οἱ καρποὶ ἢ τὰ λαχανικὰ τεθῶσιν ἐντὸς διαλύματος σακχάρεως ἢ ἅλατος, τὸ ἐντὸς αὐτῶν ὕδωρ δύναται νὰ διέλθῃ τὴν ἐπιδερμίδα καὶ νὰ διαχυθῇ ἐντὸς τοῦ διαλύματος, μὲ ἀποτέλεσμα νὰ ρικνωθῇ ὁ καρπός.

18-11. Κίνησις Brown. Μεμονωμένα μόρια, λόγῳ τῆς σμικρότητός των δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ καταστοῦν ὁρατά, δυνατὸν ὅμως νὰ παρατηρηθῶσιν τὰ ἀπολέσματα τῶν συγκρούσεων αὐτῶν μετὰ μικρῶν σωματιδίων, ἅτινα δύνανται νὰ γίνουν ὁρατὰ τῇ βοηθείᾳ μικροσκοπίου. Ἐὰν κόμμι χρώματος κιτρίνου διαλυθῇ ἐντὸς ἀλκοόλης, μικρὰ δὲ ποσότης αὐτοῦ χυθῇ ἐντὸς πινακίου περιέχοντος ὕδωρ, σχηματίζεται ἐν λίαν λεπτὸν γαλάκτωμα. Ὅταν τοῦτο ἐξετασθῇ διὰ μικροσκοπίου, τὰ σωματίδια παρατηροῦνται κινούμενα λίαν ἀτάκτως. Ἡ κίνησις αὕτη καλεῖται *κίνησις Brown*, ἐκ τοῦ ὀνόματος τοῦ Μπράουν (1827) ὅστις πρῶτος παρετήρησεν ταύτην. Ἡ κίνησις αὕτη ὀφείλεται εἰς τὰς συγκρούσεις τῶν μορίων μετὰ τῶν σωματιδίων. Ἑκάστη σύγκρουσις ἀναγκάζει τὸ σωματίδιον νὰ κινηθῇ πρὸς μίαν διεύθυνσιν. Δεδομένου ὅμως ὅτι τὸ αὐτὸ σωματίδιον ὑφίσταται κρούσεις ἐκ διαφόρων διευθύνσεων, ἀναγκάζεται νὰ ἐκτρέπεται ἄλλοτε πρὸς τὴν μίαν διεύθυνσιν καὶ ἄλλοτε πρὸς τὴν ἄλλην, μὲ συνέπειαν νὰ παρατηρεῖται συνεχὴς καὶ ἄτακτος κίνησις αὐτοῦ. Ἡ κίνησις Brown ἀποδεικνύει ὅτι τὰ μόρια τῶν σωμάτων εὑρίσκονται εἰς συνεχῆ κίνησιν ἥτις καὶ καλεῖται *μοριακὴ κίνησις*.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἡ *μοριακὴ θεωρία* βασίζεται ἐπὶ σειρᾶς ὑποθέσεων. Αἱ ὑποθέσεις αὗται ἀποδεικνύονται πειραματικῶς οὕτως ὥστε ἡ θεωρία νὰ ἐδραιοῦται.

Αἱ θεμελιώδεις αὗται ὑποθέσεις εἶναι αἱ ἑξῆς : Πᾶσα ὕλη συνίσταται ἐκ μορίων εὑρισκομένων εἰς ἀέναον κίνησιν. Οἱ Νόμοι τοῦ Νεύτωνος ὑποτίθενται ὅτι ἰσχύουν. Κατὰ τὰς συγκρούσεις μεταξὺ τῶν μορίων ἰσχύουν οἱ νόμοι περὶ διατηρήσεως ὁρμῆς καὶ κινητικῆς ἐνεργείας. Τὰ μόρια ἀσκοῦν δυνάμεις ἐπ' ἀλλήλων, αἵτινες ἐξαρτῶνται ἐκ τῆς μεταξὺ αὐτῶν ἀποστάσεως.

Ἡ *πίεσις* ἀερίου τινὸς δίδεται ὑπὸ τῆς παραστάσεως :

$$P = {}^1/_3 n m \overline{v^2}$$

Συνοχὴ καλοῦμεν τὸ ἀποτέλεσμα τῶν δυνάμεων συνοχῆς, αἵτινες *ἐμφανίζονται* μεταξὺ ὁμοειδῶν μορίων. Τὸ ἀποτέλεσμα τῶν δυνάμεων ἐκείνων αἵτινες ἐμφανίζονται μεταξὺ ἑτεροειδῶν μορίων καλεῖται *συνάφεια*.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ὑγροῦ ὑφίσταται μία *ἐπιφανειακὴ τάσις*. Αὕτη ἰσοῦται ἀριθμητικῶς πρὸς τὴν δύναμιν τὴν ἐνεργοῦσαν ἐπὶ τῆς μονάδος μήκους τοῦ ζημένιου ἐπιφανείας

$$T = \frac{F}{L}$$

Ὁ συντελεστὴς ἐπιφανειακῆς τάσεως ἐκφράζεται συνήθως εἰς δύνας ἀνὰ ἑκατοστόν.

Ὅταν λεπτὸς σωλὴν ἐμβαπτισθῇ ἐντὸς ὑγροῦ, τοῦτο θὰ ἀνέλθῃ ἢ θὰ κατέλθῃ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, ἀναλόγως τοῦ ἐὰν διαβρέχῃ ἢ ὄχι αὐτόν. Τὸ ὕψος εἰς τὸ ὁποῖον ἀνέρχονται δίδεται διὰ τῆς παραστάσεως

$$h = \frac{2T\,\text{συν}\,\theta}{rgg}$$

Διάχυσις εἶναι τὸ φαινόμενον ἐκεῖνο καθ' ὃ τὰ μόρια μιᾶς οὐσίας εἰσέρχονται ἐντὸς τῶν μορίων μιᾶς ἄλλης, λόγῳ τῆς μοριακῆς κινήσεως αὐτῶν.

Ἡ *ὥσμωσις* εἶναι ἡ πρὸς ὡρισμένην διεύθυνσιν διάχυσις διὰ μέσου ἡμιπερατῆς μεμβράνης ἢ πορώδους σώματος.

Κίνησις Brown καλεῖται ἡ κίνησις ἐκείνη τὴν ὁποίαν προσλαμβάνει μικρὸν σωματίδιον, εὑρισκόμενον ἐν αἰωρήσει ἐντὸς ὑγροῦ, λόγῳ τῶν κρούσεων τὰς ὁποίας ὑφίσταται τοῦτο ἐκ τῶν ἐν κινήσει εὑρισκομένων μορίων τοῦ ὑγροῦ.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Ποίους λόγους ἔχετε νὰ πιστεύητε εἰς τὴν ὕπαρξιν τῶν μορίων;

2. Ποία εἶναι ἡ ἔνδειξις ὅτι τὰ μόρια ἑνὸς ἀερίου εὑρίσκονται εἰς συνεχῆ κίνησιν;

3. Ἀναφέρατε τοὺς λόγους διὰ τοὺς ὁποίους πιστεύετε ὅτι τὰ μόρια ἑνὸς ὑγροῦ εὑρίσκονται ἐν κινήσει.

4. Κατὰ τί διαφέρει ἡ κίνησις τῶν μορίων εἰς ἕνα ἀέριον, ἐκ τῆς κινήσεως αὐτῶν εἰς ὑγρὸν ἢ στερεόν;

5. Ἀποδείξατε ὅτι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἐκπεφρασμένη εἰς γραμμάρια, εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ἅπαντα τὰ ἀέρια, εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν.

6. Ὅταν τεμάχια κόμμιος καμφορᾶς ρίπτονται ἐντὸς ὕδατος κινοῦνται κατὰ τρόπον ἀκατάστατον. Ἐξηγήσατε διατί.

7. Ἐξηγήσατε διατὶ ὁ μηνίσκος δι' ὁρισμένα ὑγρὰ ἐντὸς τριχοειδῶν σωλήνων εἶναι ἀμφίκυρτος ἐνῶ εἰς ἕτερα δύναται νὰ εἶναι ἀμφίκοιλος.

8. Τετηγμένος μόλυβδος χύνεται μέσῳ κρησάρας ἀπὸ τῆς κορυφῆς πύργου ἐκχύσεως καὶ παραλαμβάνεται ὑπὸ ὕδατος εἰς τὸν πυθμένα τοῦ πύργου. Διατὶ τὰ τεμάχια τοῦ μολύβδου καθίστανται σφαιρικά;

9. Ἀποδείξατε διατὶ ἡ πίεσις ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν ἐπιφανειακὴν τάσιν, ἐντὸς φυσαλλίδος δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου $P = 4T/r$.

10. Πρέπει ἡ ἔνδειξις ἑνὸς βαρομέτρου νὰ διορθωθῇ λόγῳ τῆς τριχοειδοῦς ταπεινώσεως; Ἐξηγήσατε διατί.

11. Ἐὰν δύο πομφόλυγες σάπωνος ἀκτῖνος 10 cm καὶ 20 cm ἀντιστοίχως, ἡνοῦντο διὰ σωλῆνος χωρὶς νὰ διαρραγοῦν, τί θὰ συνέβαινεν; Διατί;

12. Ποῖον ἀποτέλεσμα ἔχει ἡ χαλαρότης τοῦ ἐδάφους εἰς ἕναν κῆπον, ἐπὶ τῆς ἀπωλείας ὕδατος ἐξ ἐξατμίσεως, κατὰ τὸ θέρος;

13. Ποία εἶναι ἡ σπουδαιότης τῆς τριχοειδοῦς δράσεως εἰς τὴν ἐπιτυχίαν συστήματος ἀρδεύσεως;

14. Ποῖαι φυσικαὶ ἀρχαὶ ἐφαρμόζονται, ὅταν κηλὶς κηροῦ ἀφαιρεῖται ἐξ ἐνδυμάτων, δι' ἐπιθέσεως ἀπ' αὐτῆς ἀπορροφητικοῦ χάρτου καὶ διελεύσεως ἐπ' αὐτοῦ θερμοῦ σιδήρου;

15. Ὅταν τὸ κάτω ἄκρον μικροῦ τριχοειδοῦς σωλῆνος ἐμβαπτισθῇ ἐντὸς ὕδατος, δὲν θὰ δυνηθῇ τὸ ὕδωρ νὰ ἐκρεύσῃ ἐκ τοῦ ἄνω ἄκρου αὐτοῦ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Εἰς περίπτωσιν ὅμως πού κλάδος δένδρου ἀποκοπεῖ, ὁ χυμὸς αὐτοῦ θὰ ἐκρεύσῃ ἐκ τῆς τομῆς. Δῶστε ἐξήγησιν τούτου.

16. Διατὶ ἡ ἀλκοόλη δύναται νὰ διαφύγῃ ἐκ ψυγείου αὐτοκινήτου ἐνῶ τὸ ὕδωρ αὐτοῦ παραμένει;

17. Ὑάλινος ράβδος τοποθετεῖται, ἐνίοτε, εἰς τὸ στόμιον μιᾶς φιάλης ὅταν ἐκχέεται ἐξ αὐτῆς ὑγρὸν εἰς ἄλλο δοχεῖον. Ἐξηγήσατε τὴν χρησιμότητα τῆς ράβδου.

18. Δείξατε ἕνα σχέδιον διὰ τὴν κατασκευὴν δοχείου κρέμας ἢ σιροπίου ἅτινα δὲν θὰ ὑπόκειντο εἰς σταλαγμόν.

19. Εἶναι ἡ διάχυσις σημαντικὸν δεδομένον διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς συνθέσεως τοῦ ἀέρος εἰς διάφορα ὑψομετρικῶς ἐπίπεδα;

20. Ἀποδείξατε πῶς ἡ ὥσμωσις καὶ τὸ τριχοειδὲς παίζουν σημαντικὸν ρόλον κατὰ τὴν τροφοδότησιν ἑνὸς φυτοῦ.

21. Κατὰ τὴν κίνησιν Brown, μικρὰ σωματίδια τίθενται εἰς ἀκανόνιστον κίνησιν διὰ τοῦ βομβαρδισμοῦ αὐτῶν ὑπὸ μορίων ἀερίου. Μεγαλύτερα σώματα τίθενται ποτὲ εἰς κίνησιν διὰ βομβαρδισμοῦ ὑπὸ μορίων ἀερίου; Δώσατε παραδείγματα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ **1.** Ὑπάρχουν 6.02×10^{23} μόρια εἰς μάζαν οἱουδήποτε ἀερίου, ἴσην ἀριθμητικῶς πρὸς τὴν μοριακήν του μᾶζαν.

Πόσα μόρια ὑπάρχουν εἰς ἓν cm^3 ἀζώτου ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας;

2. Ὁ χαλκὸς ἔχει ἀτομικὴν μᾶζαν 63.6 καὶ σχετικὴν πυκνότητα 8.9. Ποῖος εἶναι ὁ μέσος ὄγκος ἀνὰ ἄτομον; *Ἀπ.* 1.2×10^{-23} cm^3

3. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ρίζα τοῦ μέσου τετραγώνου τῆς ταχύτητος τῶν μορίων ὀξυγόνου εἰς 0^0C καὶ εἰς πίεσιν 76.0 cm Hg ὅταν ἡ πυκνότης εἶναι 1.429 gm/λίτρον.

4. Ἐκ τῶν δεδομένων τοῦ Πίνακος 1, Κεφ. 17, νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ρίζα τοῦ μέσου τετραγώνου τῆς ταχύτητος εἰς θερμοκρασίαν 0^0C, τῶν μορίων α) τοῦ διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος, β) τοῦ ὑδρογόνου καὶ γ) τοῦ ἀζώτου. *Ἀπ.* 3.92×10^4 cm/sec, 1.84×10^5 cm/sec, 4.92×10^4 cm/sec

5. Ἡ ρίζα τοῦ μέσου τετραγώνου τῆς ταχύτητος τῶν ἀτόμων τοῦ ἡλίου ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας εἶναι 1.30×10^3 m/sec. Ποία εἶναι ἡ πυκνότης τοῦ ἡλίου ὑπὸ τὰς συνθήκας ταύτας;

6. Ὀξυγόνον περιέχεται ἐντὸς κυλίνδρου εἰς θερμοκρασίαν 0^0C καὶ ὑπὸ normal ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου ἐν συνεχείᾳ αὐξάνεται, μέχρις ὅτου ἡ πίεσις διπλασιασθῇ. Ἀμελουμένης οἱασδήποτε αὐξήσεως τοῦ ὄγκου τοῦ κυλίνδρου, νὰ εὑρεθῇ ἡ ρίζα τοῦ μέσου τετραγώνου τῆς ταχύτητος εἰς τὴν θερμοκρασίαν ταύτην.

Ἀπ. 6.46×10^4 cm/sec

7. Ἐὰν ἡ μέση ἀπόστασις μεταξὺ συγκρουομένων μορίων διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος, ὑπὸ κανονικὰς (standard) συνθήκας, εἶναι 6.29×10^{-4} cm, ποῖος εἶναι ὁ χρόνος μεταξὺ τῶν συγκρούσεων;

8. Ὑπὸ normal συνθήκας ἡ μέση ἀπόστασις τὴν ὁποίαν διανύει μόριον ὑδρογόνου μεταξὺ διαδοχικῶν συγκρούσεων εἶναι 1.83×10^{-5} cm. Νὰ ὑπολογισθῇ α) ὁ χρόνος μεταξὺ τῶν συγκρούσεων καὶ β) ἡ συχνότης αὐτῶν. *Ἀπ.* 1.00×10^{-10} sec, 1.00×10^{10}/sec

9. Φιάλη 1.00-λίτρας περιέχει 2.68×10^{22} μόρια ὀξυγόνου, ἕκαστον μάζης 5.31×10^{-23} gm καὶ ἔχοντα ρίζα μέσου τετραγώνου ταχύτητος 4.61×10^4 cm/sec. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ πίεσις εἰς τὴν φιάλην καὶ ν' ἀναχθῇ αὕτη εἰς ἀτμοσφαίρας.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

10. Μία βελόνη ἔχει μῆκος 2.5 in. Ὑποθέτοντες ὅτι αὕτη δὲν ἔχει διαβραχῆ, πόσον βάρος δέον νὰ ἔχῃ αὕτη διὰ νὰ ἐξακολουθήσῃ νὰ ἐπιπλέῃ ἐπὶ τοῦ ὕδατος; Ἀπ. 920 dyn

11. Πλαίσιον ἐκ σύρματος μήκους 4.0 cm (Εἰκ. 3) ἐμβαπτίζεται ἐντὸς διαλύματος σάπωνος, $T = 30$ dyn/cm, καὶ ἀνυψοῦται 2.0 cm ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Πόσον ἔκτακτον ἔργον ἐπετελέσθη λόγῳ τῆς ὑπάρξεως τῆς ἐκ σάπωνος μεμβράνης;

12. Τὸ ὑλικὸν ἐκ τοῦ ὁποίου ἀποτελεῖται ἕνα σύρμα ἔχει σχετικὴν πυκνότητα 8.50. Ἐὰν τὸ σύρμα δὲν διαβρέχεται ὑπὸ τοῦ ὕδατος, ποία θὰ εἶναι ἡ μεγίστη διάμετρος τὴν ὁποίαν ὅταν τοῦτο ἔχῃ θὰ δύναται νὰ ἐπιπλέῃ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος; Ἀπ. 1.49 mm

13. Σύρμα διαμέτρου 1.00 mm δὲν διαβρέχεται ὑπὸ τοῦ ὕδατος. Ποία εἶναι ἡ μεγίστη σχετικὴ πυκνότης τὴν ὁποίαν ὅταν ἔχει τὸ σύρμα δύναται νὰ ἐπιπλέῃ ἐπὶ τοῦ ὕδατος;

14. Εἰς ποῖον ὕψος θ' ἀνέλθῃ ὕδωρ, ἐντὸς τριχοειδοῦς σωλῆνος ἀκτῖνος 0.50 mm; Ἀπ. 3.0 cm

15. Εἰς ποῖον ὕψος θὰ ἀνέλθῃ ἐντὸς σωλῆνος ἐσωτερικῆς διαμέτρου 0.60 mm, ὑγρὸν σχετικῆς 0.80 καὶ ἐπιφανειακῆς τάσεως 30 dyn/cm; (Ἡ γωνία συνεπαφῆς εἶναι 0^0).

16. Ὁ σωλὴν ἑνὸς ὑδραργυρικοῦ βαρομέτρου ἔχει ἐσωτερικὴν διάμετρον 5.0 mm. Ποῖον τὸ λάθος αὐτοῦ λόγῳ τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως; Ἀπ. —1.7 mm

17. Ὀλίγον ἀπεσταγμένον ὕδωρ, ἐντὸς τριχοειδοῦς σωλῆνος, ἀναμιγνύεται μετὰ ρύπου ὅστις δὲν ἐπηρεάζει αἰσθητῶς τὴν πυκνότητά του οὔτε τὴν ἐπιφανειακὴν τάσιν του, ἀλλὰ μεταβάλλει τὴν γωνίαν συνεπαφῆς ἀπὸ 0^0 εἰς 20^0. Ἐὰν ὁ σωλὴν ἔχει διάμετρον 0.30 mm, ποίαν μεταβολὴν εἰς τὸ ὕψος του θὰ ὑποστῇ τὸ ὕδωρ;

18. Ποία εἶναι ἡ πίεσις ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν ἐπιφανειακὴν τάσιν, ἐντὸς πομφόλυγος ἐκ σάπωνος διαμέτρου 4.0 cm, ἂν T διὰ τὸ διάλυμα σάπωνος εἶναι 30 dyn/cm; Ἀπ. 60 dyn/cm^2

19. Φυσαλλὶς ἀέρος διαμέτρου 4.00 mm, σχηματίζεται ἐντὸς ὕδατος. Κατὰ πόσον ἡ ἐντὸς τῆς φυσαλλίδος πίεσις ὑπερβαίνει τὴν ὑδροστατικὴν τοιαύτην, εἰς τὴν στάθμην της;

20. Σταγονίδιον ὑδραργύρου ἔχει διάμετρον 0.800 mm. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ὑπερπίεσις, ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν ἐπιφανειακὴν τάσιν, ἐντὸς τοῦ σταγονιδίου. Ποία εἶναι ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ σταγονιδίου ἐὰν ὑφίσταται standard ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις; Ἀπ. 2.32×10^4 dyn/cm^2, 1.036×10^6 dyn/cm^2

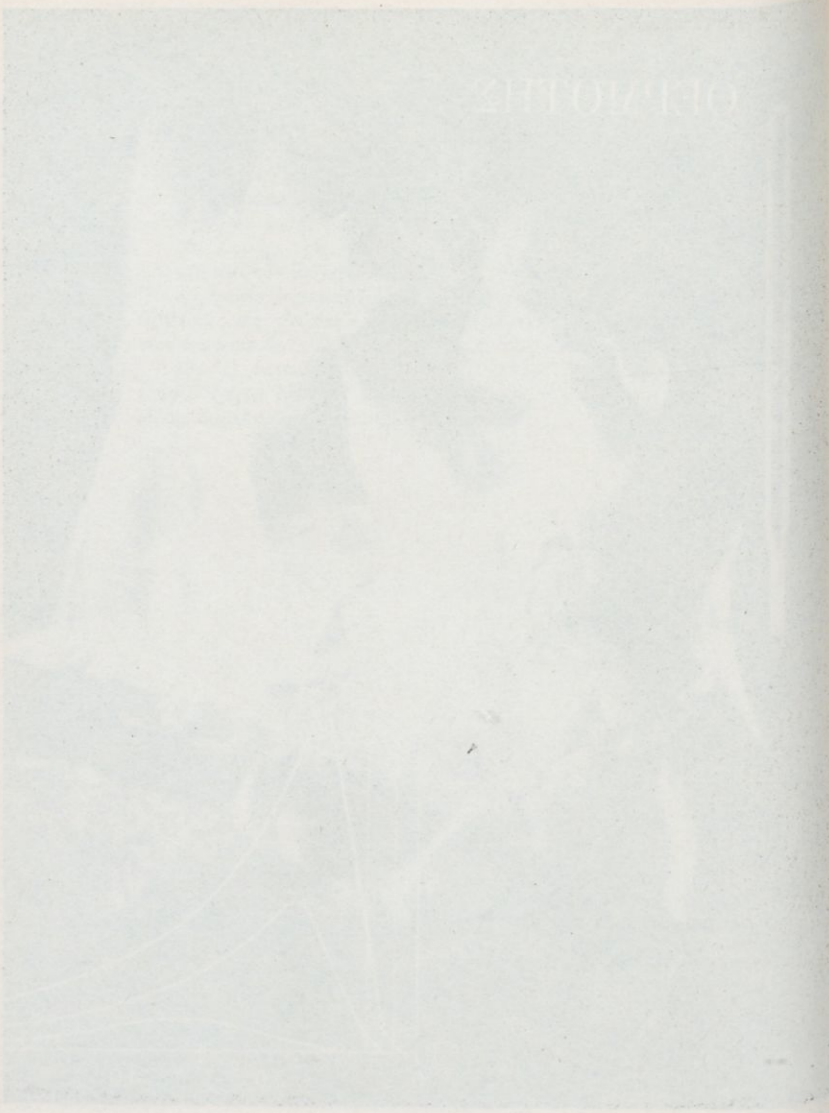
21. Ὑγρὸν σχετικῆς πυκνότητος 0.85, διὰ τὸ ὁποῖον ἡ γωνία συνεπαφῆς εἶναι μηδέν, ἀνέρχεται εἰς ὕψος 12.00 mm ἐντὸς τριχοειδοῦς σωλῆνος διαμέτρου 2.00 mm. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις τοῦ ὑγροῦ.

22. Ἔλαιόν τι τοῦ ὁποίου ἡ γωνία συνεπαφῆς πρὸς ὕαλον εἶναι 24^0 καὶ ἡ πυκνότης του 0.90 gm/cm^3, ἀνέρχεται 3.2 cm ἐντὸς τριχοειδοῦς σωλῆνος διαμέτρου 1.0 mm. Ποία εἶναι ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις εἰς τὸ ἔλαιον; Ἀπ. 77 dyn/cm

23. Δύο κατακόρυφοι ὑάλιναι πλάκες ἀπέχουσαι ἀλλήλων 1.00 mm, ἐμβαπτίζονται ἐντὸς ἐλαίου. Εἰς ποῖον ὕψος θ' ἀνέλθῃ τὸ ὕδωρ μεταξὺ τῶν πλακῶν;

24. Δύο ἐπίπεδοι πλάκες ὑάλου κρατοῦνται εἰς κατακόρυφον θέσιν, ἀπέχουσαι μεταξύ των 0.80 mm, μὲ τὰ κατώτερα αὐτῶν ἄκρα ἐντὸς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Charles Edouard Guillaume

1861–1938. *Ἐγεννήθη εἰς τὸ Φλεριέ, Ἑλβετίας. Διευθυντὴς τοῦ Διεθνοῦς Γραφείου Μέτρων καὶ Σταθμῶν, τῶν Σεβρῶν. Τοῦ ἀπενεμήθη τὸ 1920 τὸ βραβεῖον Νόμπελ Φυσικῆς διὰ τὴν ἀνακάλυψίν του ἐπὶ τῶν ἀνωμαλιῶν τῶν κραμάτων νικελίου—χάλυβος (συμπεριλαμβανομένου καὶ τοῦ κράματος invar) καὶ τῆς σπουδαιότητος αὐτῶν εἰς τὴν φυσικὴν ἀκριβείας.*

19. ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ. ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΑΥΤΗΣ — ΘΕΡΜΙΚΗ ΔΙΑΣΤΟΛΗ

Εἰς πολλὰς βιομηχανικὰς ἐπεξεργασίας εἶναι ἀναγκαῖον ὅπως ἡ πρώτη ὕλη (τὸ ὑλικὸν) θερμανθῇ πρὸ τῆς ἐνάρξεως τῆς ἐπεξεργασίας. Εἰς τὰς περιπτώσεις αὐτάς, μέγας παράγων διὰ τὴν ἐπιτυχίαν αὐτῆς, εἶναι ἡ γνῶσις τοῦ χρόνου τῆς διακοπῆς τῆς θερμάνσεως. Εἰς πολλὰς συγχρόνους βιομηχανικὰς ἐπεξεργασίας, ἡ ἐξασφάλισις ἑνὸς ὁμοιομόρφου προϊόντος, ἔχοντος τὰς ἐπιδιωκομένας ἰδιότητας, ἀπαιτεῖ ἀκριβῆ μέτρησιν καὶ ἔλεγχον τῆς θερμοκρασίας κατὰ τὴν διάρκειαν αὐτῶν τῶν ἐπεξεργασιῶν. Παρ. χάριν, εἰς τὰς μεταλλουργικὰς βιομηχανίας, τὰ χαρακτηριστικὰ τοῦ ὑπὸ ἐπεξεργασίαν μετάλλου, ἐπηρεάζονται σοβαρῶς, ὑπὸ τῶν διαφόρων θερμοκρασιῶν εἰς ἃς ὑπεβλήθη τοῦτο κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ἐπεξεργασίας.

Ἡ εὐξία καὶ ἡ ἀποδοτικότης τῶν ἀνθρωπίνων ὑπάρξεων ἐπηρεάζεται ὑπὸ τῆς θερμοκρασίας τοῦ περιβάλλοντός των. Ὁ ἰδεώδης κλιματισμὸς τοῦ ἀέρος ἀπαιτεῖ μέτρησιν καὶ ἔλεγχον τῆς θερμοκρασίας.

Ὁ κοινότερος τύπος τοῦ ὀργάνου μετρήσεως τῆς θερμοκρασίας, χρησιμοποιεῖ τὰς ἰδιότητας διαστολῆς ὡρισμένων σωμάτων, ὑλικῶν.

19-1. Αἴσθησις θερμοκρασίας. Δυνάμεθα ν' ἀποφανθῶμεν περὶ τῆς θερμοκρασίας ἑνὸς ἀντικειμένου ψαύοντας τοῦτο. Ἐὰν εἶναι πολὺ θερμόν, αἰσθανόμεθα τοῦτο χωρὶς νὰ τὸ ἐγγίσωμεν. Ἀλλά, ὑπὸ ὡρισμένας συνθήκας, ἡ αἴσθησις θερμοκρασίας εἶναι πολὺ ἀβάσιμος ὁδηγός. Παρ. χάριν, ἐὰν τὸ χέρι μας εὑρίσκετο προηγουμένως ἐντὸς θερμοῦ ὕδατος, τὸ χλιαρὸν ὕδωρ θὰ μᾶς φανῇ ψυχρόν, ἐνῶ ἐὰν τὸ χέρι μας εὑρίσκετο ἐντὸς ψυχροῦ ὕδατος, τὸ αὐτὸ χλιαρὸν ὕδωρ θὰ μᾶς φανῇ θερμόν. Ἐὰν ἐξέλθωμεν εἰς τὸ ὕπαιθρον κατὰ μίαν ψυχρὰν ἡμέραν καὶ πιάσωμεν ἕνα τεμάχιον ξύλου θὰ τὸ αἰσθανθῶμεν ὡς ψυχρόν. Ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας ἕνα τεμάχιον χάλυβος θὰ μᾶς φανῇ ἀκόμη ψυχρότερον.

Ἀμφότερα τὰ παραδείγματα ταῦτα ἀποδεικνύουν ὅτι ἡ αἴσθησις τῆς θερμότητος ἢ τοῦ ψύχους ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς μεταδόσεως τῆς θερμότητος ἢ τοῦ ψύχους ὑπὸ τῆς χειρός μας. Ὁ χάλυψ φαίνεται ψυχρότερος τοῦ ξύλου διότι εἶναι καλύτερος ἀγωγὸς τῆς θερμότητος ἀπ' ὅτι τὸ ξύλον καὶ προσλαμβάνει ἀπὸ τὸ χέρι μας θερμότητα κατὰ πολὺ ταχύτερον τοῦ χάλυβος.

19-2. Ροὴ θερμοκρασίας. Ἡ αἴσθησις τὴν ὁποίαν ἔχομεν διὰ νὰ κρίνωμεν ἐὰν ἓν ἀντικείμενον εἶναι θερμὸν ἢ ψυχρόν, δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὴν μέτρησιν τῆς θερμοκρασίας, ἀλλ' ἁπλῶς μᾶς ἐπιτρέπει νὰ κατανοήσωμεν ἐπαρκῶς τὴν ἔννοιαν αὐτῆς. *Ἡ θερ-*

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μοκρασία ἑνὸς ἀντικειμένου εἶναι ἐκείνη ἡ ἰδιότης αὐτοῦ ἥτις προσδιορίζει τὴν διεύθυνσιν τῆς ροῆς τῆς θερμότητος μεταξὺ αὐτοῦ καὶ τοῦ περιβάλλοντός του. Ἐὰν ἡ θερμότης ρέει ἀπὸ ἑνὸς ἀντικειμένου, τότε λέγομεν ὅτι ἡ θερμοκρασία του εἶναι ἀνωτέρα τοῦ περιβάλλοντος του. Ἐὰν συμβαίνει τὸ ἀντίθετον, τότε ἡ θερμοκρασία του εἶναι κατωτέρα. Ἡ ἀπάντησις εἰς τὸ ἐρώτημα *πόσον* ἀνωτέρα ἢ *πόσον* κατωτέρα εἶναι, ἀπαιτεῖ μίαν τυποποιημένην (standard) μέθοδον μετρήσεως καὶ ἕνα εἶδος ὀργάνου βαθμολογημένου, διὰ νὰ διαπιστοῦται ἡ διαφορὰ τῆς θερμοκρασίας βάσει τοῦ προτύπου συστήματος μετρήσεως. Ἓν τοιοῦτον ὄργανον καλεῖται *θερμόμετρον*.

19-3. Θερμόμετρα. Ὑπάρχουν πολλὰ εἴδη θερμομέτρων, καθόσον ἅπασαι σχεδὸν αἱ ἰδιότητες τῆς ὕλης τῶν ἀντικειμένων (ἐξαιρέσει τῆς μάζης) μεταβάλλονται μεταβαλλομένης τῆς θερμοκρασίας. Ὁ βαθμὸς οἱασδήποτε τοιαύτης μεταβολῆς δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὴν μέτρησιν τῆς θερμοκρασίας. Διὰ νὰ δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ, τὸ μέγεθος τῆς μεταβολῆς ταύτης δέον ν' ἀντιστοιχῇ κατά τινα τρόπον πρὸς τὴν γνωστὴν μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας ἥτις προκαλεῖ ταύτην. Ἡ ἁπλουστέρα περίπτωσις εἶναι ἐκείνη εἰς τὴν ὁποίαν ἴσαι μεταβολαὶ εἰς τὴν ἰδιότητα, ἀντιστοιχοῦν πρὸς ἴσας μεταβολὰς εἰς τὴν θερμοκρασίαν. Τοῦτο εἶναι κατὰ προσέγγισιν μόνον ἀληθές, διὰ τὸ μῆκος στήλης ὑδραργύρου ἐντὸς ἑνὸς τριχοειδοῦς ὑαλίνου σωλῆνος συνδεομένου μὲ μίαν μικρὰν ὑαλίνην σφαῖραν.

Ὅταν ἕνα ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον θερμανθῇ, ὁ ὑδράργυρος διαστέλλεται περισσότερον τῆς ὑάλου καὶ ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ τριχοειδοῦς σωλῆνος. Ἡ θέσις τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ τριχοειδοῦς, ὅταν ἡ σφαῖρα εὑρίσκεται ἐντὸς τηκομένου πάγου, λαμβάνεται ὡς σημεῖον ἀναφορᾶς. Μία τοιαύτη θερμοκρασία ἀναφορᾶς, ἐκλεγεῖσα ἐπειδὴ εὐκόλως ἀναπαράγεται, καλεῖται *σταθερὸν σημεῖον*.

Ἐὰν ἡ σφαῖρα τεθῇ ἐν ἐπαφῇ μετά τινος ἄλλου ἀντικειμένου καὶ ὁ ὑδράργυρος ἀνέλθη ὑπεράνω τοῦ σταθεροῦ σημείου τοῦ καθορισθέντος ὑπὸ τοῦ τηκομένου πάγου, τότε τὸ ἀντικείμενον τοῦτο ἔχει ὑψηλοτέραν θερμοκρασίαν. Ἐὰν ὁ ὑδράργυρος κατέλθῃ κάτω τοῦ σταθεροῦ σημείου, τότε ἡ θερμοκρασία εἶναι χαμηλοτέρα. Ἡ ἀπάντησις τοῦ κατὰ πόσον ὑψηλότερα ἀνῆλθεν ἢ κατὰ πόσον χαμηλότερα κατῆλθεν, εἶναι δυνατὸν νὰ καθορισθῇ μόνον δι' ἐπιλογῆς ἑνὸς ἄλλου σταθεροῦ σημείου οὕτως ὥστε τὸ μεταξὺ τῶν δύο σημείων τούτων διάστημα νὰ δύναται νὰ διαιρεθῇ εἰς τὸν πρόσφορον ἀριθμὸν μονάδων, βάσει τῶν ὁποίων εἶναι δυνατὸν νὰ συγκρίνωνται αἱ μεταβολαὶ τῆς θερμοκρασίας, ἢ ὅπως διαφορετικὰ λέγωμεν, νὰ μετρηθῶσιν αὗται.

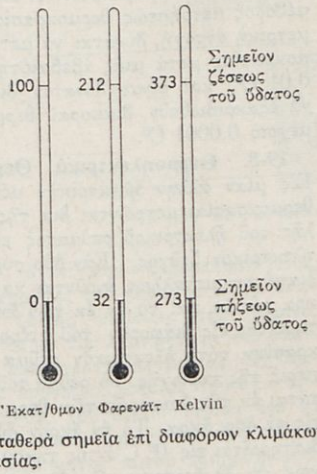
Τὸ ἄλλον σταθερὸν σημεῖον ποὺ ἐξελέξαμεν εἶναι τὸ κανονικὸν σημεῖον ζέσεως τοῦ ὕδατος, εἰς τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδρατμοῦ ὑπεράνω καθαροῦ ὕδατος τὸ ὁποῖον βράζει ὑπὸ πίεσιν μιᾶς standard ἀτμοσφαίρας. Δεδομένου ὅτι ἡ θερμοκρασία εἰς ἣν βράζει τὸ ὕδωρ ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς πιέσεως, εἶναι ἀναγκαῖον νὰ καθορίσωμεν τὸ σταθερὸν τοῦτο σημεῖον βάσει μιᾶς σταθερᾶς (standard) πιέσεως.

Πολλαὶ ἐκ τῶν εὐχερῶς ἀναπαραγομένων θερμοκρασιῶν δύνανται νὰ χρησιμοποιηθῶσιν ὡς σταθερὰ σημεῖα. Παραδείγματος χάριν, τὸ σημεῖον ζέσεως τοῦ ὀξυγόνου ὡς τὸ κατώτερον σταθερὸν σημεῖον καὶ τὸ σημεῖον τήξεως τῆς πλατίνης ὡς τὸ ἀνώτερον σταθερὸν σημεῖον, χρησιμοποιοῦνται ἐνίοτε. Αἱ θερμοκρασίαι τοιούτων σταθερῶν σημείων βασίζονται ἐπὶ τῆς ἀρχικῆς διαφορᾶς μεταξὺ τοῦ σημείου πήξεως τοῦ ὕδατος καὶ τοῦ σημείου ζέσεως αὐτοῦ.

19-4. Κοιναὶ θερμομετρικαὶ κλίμακες. Δύο θερμομετρικαὶ κλίμακες εὑρίσκονται εἰς συνήθη χρῆσιν: μία ἡ *ἑκατοντάβαθμος* κλῖμαξ (προτεάθη ὑπὸ τοῦ Σουηδοῦ Ἀστρονόμου Celcius) ἥτις διαιρεῖ τὴν σταθερὰν ἀπόστασιν εἰς 100 ἴσα μέρη καλούμενα *βαθμοὶ Κελσίου* (1°C) καὶ ἄλλη ἡ κλῖμαξ Φαρενάϊτ (Fahrenheit), ἥτις διαιρεῖ τὸ σταθερὸν διάστημα εἰς 180 ἴσα μέρη καλούμενα *βαθμοὶ Φαρενάϊτ* (1°F) (Εἰκ.1). Ὁ βαθμὸς Κελσίου παριστᾷ ἓν εὐρύτερον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

διάστημα θερμοκρασίας ἀπὸ τὸν βαθμὸν Φαρενάϊτ. Ἕνας βαθμὸς Φαρενάϊτ εἶναι ἴσος πρὸς τὰ 5/9 τοῦ ἑνὸς βαθμοῦ Κελσίου. Ἡ ἀνάγνωσις ἐπὶ τῆς ἑκατονταβάθμου κλίμακος Κελσίου δεικνύει ἀμέσως τὸ διάστημα μεταξὺ τῆς σχετικῆς θερμοκρασίας καὶ τοῦ κατωτέρου σταθεροῦ σημείου, δεδομένου ὅτι τοῦτο συμβολίζεται διὰ τοῦ μηδενός. Ἡ κλῖμαξ Φαρενάϊτ εἶναι περισσότερον δυσχερὴς



Εἰκ. 1. Σταθερὰ σημεῖα ἐπὶ διαφόρων κλιμάκων θερμοκρασίας.

κατὰ τὴν χρῆσιν της ἐπειδὴ ὄχι μόνον τὸ σταθερὸν διάστημα ἔχει διαιρεθῆ εἰς 180 μέρη, ἀντὶ τῶν 100, ἀλλὰ ἐπίσης ἐπειδὴ ἡ θερμοκρασία βάσεως, ἡ τοῦ τηκομένου πάγου, συμβολίζεται διὰ τῶν 32°. Ἡ κλῖμαξ Φαρενάϊτ χρησιμοποιεῖται εἰς πολλὰς Ἀγγλοφώνους χώρας, ἐνῶ σχεδὸν ὅλαι αἱ ἄλλαι χρησιμοποιοῦν τὴν ἑκατονταβάθμον κλίμακα Κελσίου. Τὸ νὰ ὑπάρχουν ἐν χρήσει δύο θερμομετρικαὶ κλίμακες προκαλεῖ ἐνόχλησιν, εἶναι ὅμως σχετικῶς εὔκολον νὰ μετατρέπωμεν θερμοκρασίας ἀπὸ τὴν μίαν κλίμακα εἰς τὴν ἄλλην.

Δι' οἱανδήποτε τῶν δύο θερμομετρικῶν κλιμάκων αἵτινες χρησιμοποιοῦν τὸ σημεῖον πήξεως καὶ τὸ σημεῖον ζέσεως τοῦ ὕδατος, ὡς σταθερῶν σημείων, ἡ θερμοκρασία εἶναι δυνατὸν νὰ μετατραπῇ ἀπὸ τῆς μιᾶς εἰς τὴν ἄλλην, διὰ μιᾶς ἁπλῆς ἀναλογίας. Διὰ τὴν ἑκατονταβάθμον καὶ τὴν κλίμακα Φαρενάϊτ, ἡ σχέσις αὕτη εἶναι:

$$\frac{C - 0^0}{F - 32^0} = \frac{100^0 - 0^0}{212^0 - 32^0} \qquad (1)$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη ἀνάγεται εἰς:

$$\frac{C}{F - 32^0} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9}$$

Αὕτη δύναται νὰ ἐπιλυθῇ εἴτε ὡς πρὸς τὸ C εἴτε ὡς πρὸς τὸ F διὰ νὰ δώσῃ:

$$C = {}^5/_9(F - 32^0) \qquad (2)$$

$$F = {}^9/_5 C + 32^0 \qquad (3)$$

Τὰ ἀκόλουθα ἀριθμητικὰ παραδείγματα θὰ χρησιμεύσουν διὰ τὴν ἐξάσκησίν μας ἐπὶ τῶν ὡς ἄνω τύπων.

Παράδειγμα: Ἑκατοντάβαθμον θερμόμετρον Κελσίου δεικνύει θερμοκρασίαν 36.6°C. Ποία θὰ ἦτο ἡ ἔνδειξις ἑνὸς θερμομέτρου Φαρενάϊτ εἰς τὴν θερμοκρασίαν ταύτην;

Ὁ ἀριθμὸς τῶν βαθμῶν Κελσίου ἄνω τοῦ 0° εἶναι 36.6. Ἡ θερμοκρασία αὕτη θὰ εἶναι (${}^9/_5$) 36.6 ἢ 65.9 βαθμοὶ Φαρενάϊτ, ἄνωθεν τοῦ σημείου πήξεως τοῦ ὕδατος. Ἡ ἔνδειξις εἰς τὴν κλίμακα Φαρενάϊτ θὰ εἶναι: $65.9 + 32.0^0 = 97.9^0$ F.

Παράδειγμα: Θερμόμετρον Φαρενάϊτ δεικνύει θερμοκρασίαν 14° F. Ποία εἶναι ἡ ἀντίστοιχος ἔνδειξις ἐπὶ τῆς ἑκατονταβάθμου κλίμακος;

Ἡ θερμοκρασία τῶν 14° F ἰσοῦται μὲ $32^0 - 14^0 = 18$ F°, κάτω τοῦ σημείου πήξεως τοῦ ὕδατος. Ἕνα διάστημα θερμοκρασίας 18 F° ἰσοῦται πρὸς ${}^5/_9$ (18°) = 10 C°. Συνεπῶς ἡ ἔνδειξις ἐπὶ τῆς ἑκατονταβάθμου κλίμακος εἶναι 10 βαθμοὶ κάτω τοῦ σημείου πήξεως τοῦ ὕδατος, ἤ

$$0^0 - 10^0 = -10^0 \text{ C}$$

Παράδειγμα: Ἡ ἐνδεδειγμένη θερμοκρασία ἑνὸς δωματίου εἶναι 72° F. Ποία εἶναι ἡ θερμοκρασία αὕτη ἐκφραζομένη εἰς βαθμοὺς ἑκατονταβάθμου κλίμακος;

$$C = {}^5/_9(72^0 - 32^0) = {}^5/_9(40^0) = 22^0 \text{ C}$$

19-5. Συντελεσταὶ μετατροπῆς θερμοκρασιῶν. Ἐκ τοῦ τρόπου κατὰ τὸν ὁποῖον τὸ σταθερὸν διάστημα ὑποδιαιρεῖται εἰς τὰς δύο κλίμακας (Εἰκ. 1) καθίσταται φανερὸν ὅτι $100\ \text{C}^0 = 180\ \text{F}^0$. Διαιροῦντες ἕκαστον μέλος τῆς ἐξισώ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σεως ταύτης διὰ 180 F^0 καὶ ἐν συνεχείᾳ διὰ 100 C^0, λαμβάνομεν:

$$\frac{5\ C^0}{9\ F^0} = 1 = \frac{9\ F^0}{5\ C^0} \qquad (4)$$

Οἱ συντελεσταὶ οὗτοι μετατροπῆς δύνανται νὰ χρησιμοποιηθῶσιν διὰ τὴν εὐχερῆ μετατροπὴν θερμοκρασιῶν ἀπὸ τῆς μιᾶς κλίμακος εἰς τὴν ἄλλην.

Ὅταν ἐκφράζωμεν *μίαν θερμοκρασίαν*, γράφομεν δίπλα ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν ἕνα τῶν κοινῶν συμβόλων ^0C, ^0F κτλ. Ἐν προκειμένῳ ἐκφράζοντες τὴν *διαφορὰν θερμοκρασίας* ἐχρησιμοποιήσαμεν τὰ σύμβολα C^0 καὶ F^0 ἀντὶ τῶν λέξεων *βαθμοὶ ἑκατονταβάθμου* κλίμακος καὶ *βαθμοὶ Φαρενάιτ*.

Παράδειγμα: Ἐπὶ μίαν περίοδον 50 ἐτῶν, αἱ ὁριακαὶ θερμοκρασίαι εἰς τὰς Ἀθήνας διέφερον μεταξὺ των κατὰ 116 βαθμοὺς Φαρενάιτ. Ἐκφράσατε τὴν διαφορὰν ταύτην εἰς βαθμοὺς ἑκατονταβάθμου κλίμακος.

$$116\ F^0 = {}^5/_9(116)\ C^0 = 64.4\ C^0$$

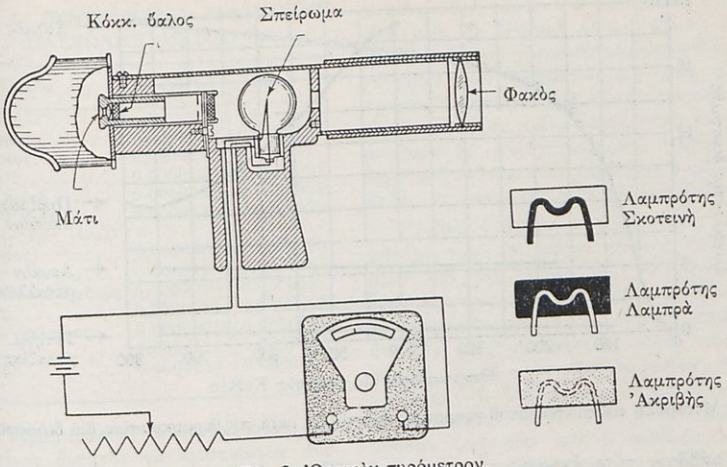
19-6. Θερμόμετρα διαστολῆς. Ἡ ἰδιότης, ἡ πλέον χρησιμοποιουμένη εἰς τὰ θερμόμετρα, εἶναι ἡ διαστολή. Ἡ διαστολὴ αὕτη δύναται νὰ εἶναι ἡ τοιαύτη ἑνὸς ὑγροῦ, ἑνὸς στερεοῦ ἢ ἑνὸς ἀερίου. Ὁ ὑδράργυρος ἐντὸς ὑαλίνου σωλῆνος δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ ἐπὶ μιᾶς περιοχῆς θερμοκρασίας μεταξὺ σημείου πήξεως τοῦ ὑδραργύρου (—38.9°C) καὶ τοῦ σημείου καθ' ὃ ἡ ὕαλος καθίσταται μαλακὴ (περίπου 500° C). Διὰ θερμοκρασίας κάτω τοῦ σημείου πήξεως τοῦ ὑδραργύρου, δύνανται νὰ χρησιμοποιηθῶσιν ἕτερα ὑγρά, ὡς ἡ ἀλκοόλη, ἢ τὸ πεντάνιον. Ἡ διαστολὴ ἑνὸς στερεοῦ ἢ ἑνὸς ἀερίου δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ ἐπὶ μιᾶς πολὺ μεγαλυτέρας περιοχῆς θερμοκρασιῶν.

19-7 Θερμόμετρα ἀντιστάσεως. Ἠλεκτρικαὶ μέθοδοι μετρήσεως θερμοκρασιῶν ἐφαρμόζονται ἐπὶ εὐρείας περιοχῆς θερμοκρασιῶν καὶ εἶναι δεκτικαὶ μεγάλης ἀκριβείας. Ἡ μεταβολὴ τῆς ἠλεκτρικῆς ἀντιστάσεως μὲ τὴν θερμοκρασίαν, χρησιμοποιεῖται συχνὰ διὰ τὰς μετρήσεις θερμοκρασιῶν. Ἕν θερμόμετρον ἀντιστάσεως συνίσταται ἐκ μικροῦ σπειρώματος σύρματος, συνήθως ἐκ πλατίνης, ἐντὸς καταλλήλου προστατευτικῆς θήκης. Διὰ τῆς μετρήσεως τῆς ἠλεκτρικῆς ἀντιστάσεως τὴν ὁποίαν παρουσιάζει τὸ σπείρωμα εἰς διαφόρους γνωστὰς θερμοκρασίας, δυνάμεθα νὰ σχεδιάσωμεν μίαν καμπύλην συναρτήσεως ἀντιστάσεως–θερμοκρασίας καὶ οὕτω νὰ βαθμολογήσωμεν τὸ σπείρωμα ὡς ἓν θερμόμετρον. Ἡ ἀκριβεστέρα μέθοδος μετρήσεως θερμοκρασίας, θερμομετρικὴ ἀντοχή, δύναται νὰ μετρήσῃ θερμοκρασίας μετὰ μιᾶς ἀβεβαιότητος μόνον 0.01 C^0, καὶ εἶναι δυνατὸν διὰ ταύτης νὰ ἐξακριβωθοῦν διαφοραὶ θερμοκρασίας μέχρις 0.0001 C^0.

19-8. Θερμοηλεκτρικὰ Θερμόμετρα. Εἰς μίαν ἄλλην ἠλεκτρικὴν μέθοδον, αἱ θερμοκρασίαι μετρῶνται διὰ τῆς μεταβολῆς τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος εἰς θερμοηλεκτρικὸν ζεῦγος. Ἐὰν δύο σύρματα ἐκ διαφόρων μετάλλων ἑνοῦνται κατὰ τὰ ἄκρα αὐτῶν, καὶ τὸ ἓν ἐκ τῶν ἄκρων διατηρεῖται εἰς διάφορον τοῦ ἑτέρου θερμοκρασίαν, τότε ἠλεκτρικὸν ρεῦμα διαρρέει πέριξ τῆς περιοχῆς. Τὸ ρεῦμα τοῦτο ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς *διαφορᾶς* τῶν θερμοκρασιῶν εἰς τὰ δύο ἄκρα. Τὸ ἓν ἄκρον δύναται νὰ διατηρεῖται εἰς 0° C ἐντὸς τηκομένου πάγου, τὸ δὲ ὄργανον τῆς ἠλεκτρικῆς μετρήσεως δύναται νὰ εἶναι βαθμολογημένον κατὰ τρόπον ὥστε νὰ δεικνύῃ ἀμέσως τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἑτέρου ἄκρου. Τὰ θερμοηλεκτρικὰ ζεύγη ἔχουν μεγάλην εὐαισθησίαν καὶ εὐρεῖαν περιοχὴν χρησιμοποιήσεως. Δι' αὐτῶν εἶναι δυνατὸν νὰ μετρηθῶσιν θερμοκρασίαι εἰς οἱανδήποτε πρόσφορον ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ὑπὸ δοκιμασίαν σώματος. Τὰ θερμοηλεκτρικὰ ζεύγη εἶναι ἐπαρκῶς ἀνθεκτικὰ καὶ εὐθηνά, καὶ διὰ τοῦτο εὑρίσκουν πολλὰς ἐφαρμογὰς εἰς τὴν βιομηχανίαν. Πολλὰ μικρὰ θερμοηλεκτρικὰ ζεύγη εἶναι δυνατὸν νὰ συνδεθῶσιν κατὰ σειρὰν καὶ ν' ἀποτελέσουν *θερμοηλεκτρικὴν στήλην* ἱκανὴν νὰ μετρήσῃ τὴν ἀκτινοβολίαν ἑνὸς ἀστέρος.

19-9. Ὀπτικὸν πυρόμετρον. Ἐπὶ λίαν ὑψηλῶν θερμοκρασιῶν χρησιμοποιοῦνται εἰδικὰ θερμόμετρα, καλούμενα *πυρόμε-*

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 2. Ὀπτικὸν πυρόμετρον.

τρα. Εἰς τὸ ὀπτικὸν πυρόμετρον (Εἰκ. 2), ἡ λαμπρότης τοῦ πυρακτωμένου ἀντικειμένου (ἐντὸς καμίνου, παρ. χάριν), συγκρίνεται μὲ τὴν λαμπρότητα τοῦ σπειρώματος μιᾶς προτύπου λυχνίας. Ἡ θερμοκρασία προσδιορίζεται ἐκ τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος τοῦ ἀπαιτουμένου διὰ νὰ θερμάνῃ τὸ σπείρωμα τῆς λυχνίας, μέχρις ὅτου ἡ λαμπρότης αὐτοῦ ἐξισωθῇ πρὸς τὴν λαμπρότητα τοῦ ὑπὸ ἐξέτασιν λίαν θερμοῦ σώματος.

Ἡ μέτρησις τῆς θερμοκρασίας διὰ τῶν πυρομέτρων βασίζεται εἰς τὸ γεγονὸς ὅτι τὸ χρῶμα ἑνὸς ἀντικειμένου μεταβάλλεται ἀναλόγως τῆς θερμοκρασίας του. Αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας τὸ ἀντικείμενον κατ' ἀρχὰς καθίσταται σκοτεινέρυθρον, ἐπὶ ὑψηλοτέρας τοιαύτης καθίσταται ζωηρὸν καὶ τελικῶς καθίσταται λευκὸν εἰς λίαν ὑψηλὰς θερμοκρασίας. Αἱ μεταβολαὶ αὐταὶ τοῦ χρώματος δύνανται νὰ χρησιμοποιηθῶσιν πρὸς μέτρησιν τῆς θερμοκρασίας.

19-10. Γραμμικὴ διαστολή. Σχεδὸν ἅπαντα τὰ ὑλικὰ διαστέλλονται αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας των. Ἐν στερεὸν μεταβάλλει ἁπάσας τὰς γραμμικὰς αὐτοῦ διαστάσεις καὶ συνεπῶς τὸν ὄγκον του. Τὰ ὑγρὰ καὶ τὰ ἀέρια, μὴ ἔχοντα ἴδιον σχῆμα, ὑφίστανται μόνον διαστολὴν κατ' ὄγκον. Ὅσον ἀφορᾷ τὰ στερεὰ ἐνδιαφερόμεθα κυρίως διὰ τὴν γραμμικὴν αὐτῶν διαστολήν.

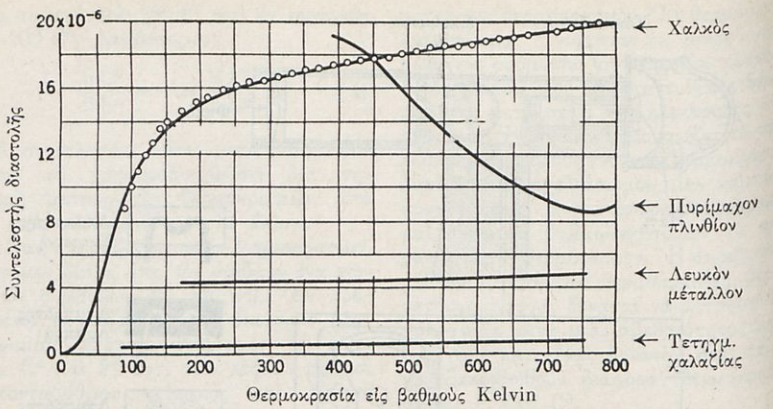
Ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς καθορίζεται ὡς ἡ μεταβολὴ τοῦ μήκους τῆς μονάδος μήκους, ὅταν ἡ θερμοκρασία ὑψωθῇ κατὰ ἕναν βαθμόν. Διὰ συμβόλων:

$$\bar{\alpha} = \frac{L_t - L_0}{L_0 \, \Delta t} \qquad (5)$$

ὅπου $\bar{\alpha}$ εἶναι ὁ μέσος συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς διὰ τὴν περιοχὴν θερμοκρασίας πέριξ τῆς t, L_0 καὶ L_t εἶναι τὸ ἀρχικὸν καὶ τὸ τελικὸν μῆκος, ἀντιστοίχως.

Μετρήσεις τῆς μεταβολῆς κατὰ μῆκος καὶ τοῦ ὁλικοῦ μήκους, ἐκφράζονται πάντοτε διὰ τῆς αὐτῆς μονάδος μήκους. Συνεπῶς ἡ τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ γραμμικῆς διαστολῆς θὰ εἶναι μὲν ἀνεξάρτητος τῆς χρησιμοποιουμένης μονάδος μήκους, ἀλλὰ θὰ ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς χρησιμοποιουμένης μονάδος θερμοκρασίας καὶ δέον νὰ δίδεται εἰς βαθμοὺς ἑκατονταβάθμου κλίμακος ἢ εἰς βαθμοὺς Φαρενάϊτ, ἀναλόγως τῆς περιπτώσεως. Ἐὰν θεωρήσωμεν ΔL ὅτι παριστᾶ τὴν εἰς μῆκος μεταβολὴν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 3. Μεταβολὴ τοῦ συντελεστοῦ γραμμικῆς διαστολῆς, μετὰ τῆς θερμοκρασίας, διὰ διάφορα ὑλικά.

μιᾶς ράβδου, τότε ἔχομεν:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta t \qquad (6)$$

Τὸ τελικὸν μῆκος θὰ εἶναι

$$L_t = L_0 + \Delta L = L_0 + \alpha L_0 \Delta t$$
$$= L_0(1 + \alpha \Delta t) \qquad (7)$$

Παράδειγμα: Ράβδος χαλκοῦ ἔχει μῆκος 8.0 ft εἰς θερμοκρασίαν 68° F καὶ συντελεστὴν γραμμικῆς διαστολῆς 0.0000094 ἀνὰ F°. Ποία θὰ εἶναι ἡ κατὰ μῆκος αὔξησις αὐτῆς ἐὰν θερμανθῇ εἰς 110° F;

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta t = (8.0 \text{ ft})(0.0000094/\text{F}^\circ) \times (110^\circ\text{F} - 68^\circ\text{F}) = 0.0032 \text{ ft}$$

Παράδειγμα: Χαλύβδινον ἔμβολον μηχανῆς ἔχει διάμετρον 10.000 cm εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 30.0° C. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν θὰ ἔχῃ τοῦτο διάμετρον 9.986 cm;

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{9.986 \text{ cm} - 10.000 \text{ cm}}{(10.000 \text{ cm})(0.000011/\text{C}^\circ)} = -\overline{130} \text{ C}^\circ$$

Συνεπῶς ἡ ἀπαιτουμένη θερμοκρασία εἶναι:

$$t = 30.0^\circ\text{C} - \overline{130}^\circ\text{C} = -\overline{100}^\circ\text{C}$$

Ἀκριβεῖς μετρήσεις δεικνύουν ὅτι διὰ μίαν δεδομένην τιμὴν τοῦ ᾱ, αἱ Ἐξισώσεις (6) καὶ (7) εἶναι ἀνεπαρκεῖς διὰ νὰ ἐκφράσουν τὴν διαστολὴν ἑνὸς ὑλικοῦ καθ' ὅλην τὴν περιοχὴν τῆς κλίμακος τῶν θερμοκρασιῶν, καθ' ὅτι αὕτη μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας (Εἰκ. 3). Ὅταν ἡ θερμοκρασία ἑνὸς στερεοῦ ὑψοῦται, τοῦτο διαστέλλεται καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις. Διεπιστώθη ὅμως ὅτι ὡρισμένα σώματα παρουσιάζουν διάφορον συντελεστὴν διαστολῆς κατὰ μῆκος διαφόρων ἀξόνων. Ἐν τούτοις, πολλὰ ἀπὸ τὰ συνήθη σώματα ἔχουν τὰς αὐτὰς ἰδιότητας πρὸς ἀπάσας τὰς διευθύνσεις. Τὰ σώματα ταῦτα καλοῦνται *ἰσότροπα*.

Τὸ γεγονὸς ὅτι διάφορα στερεὰ ἔχουν διαφόρους συντελεστὰς διαστολῆς καὶ τὸ ὅτι ὁ συντελεστὴς διαστολῆς διὰ δεδομένον ὑλικὸν εἶναι δυνατὸν νὰ μεταβάλεται κατά τι διὰ τῆς θερμοκρασίας, δημιουργεῖ πολλὰ προβλήματα εἰς τὴν βιομηχανίαν. Ἐὰν μία κατασκευή, παρ. χάριν μία κάμινος, εἶναι δυνατὸν νὰ κατασκευασθῇ ἐξ ὑλικῶν ἅτινα διαστέλλονται ὁμοιομόρφως ἐπὶ εὐρέων περιοχῶν θερμοκρασίας, ἡ κατασκευὴ αὕτη θὰ διατηρηθῇ καλύτερον καὶ περισσότερον, παρὰ ἐὰν ἐχρησιμοποιοῦντο ὑλικὰ μὲ διάφορον συντελεστὴν διαστολῆς. Ὅταν εἶναι ἀδύνατον νὰ εὑρεθῶσιν κατάλληλα ὑλικὰ τὰ ὁποῖα νὰ διαστέλλωνται ὁμοιομόρφως, δέον νὰ ὑπολογίζωνται κατὰ τὴν κατασκευὴν ἀνοχαί, διὰ τὰς μεγάλας δυνάμεις αἵτινες ἤθελον ἀναπτυχθῆ, λόγῳ τοῦ γεγονότος ὅτι τὰ διάφορα τμήματα τῆς κατασκευῆς θὰ διεστέλλοντο κατ' ἀνίσους βαθμούς. Μερικὰ ὑλικὰ ἅτινα ἐπὶ δεδο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΙΝΑΞ 1. ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΑΙ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΔΙΑΣΤΟΛΗΣ (ΜΕΣΟΙ)

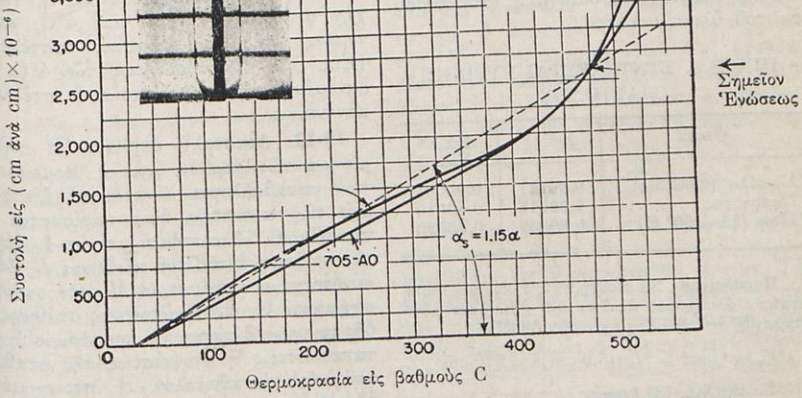
Ὑλικὸν	Κατὰ C°	Κατὰ F°
Ἀλουμίνιον	0.000022	0.000012
Ὀρείχαλκος	0.000019	0.000011
Χαλκὸς	0.000017	0.0000094
Ὕαλος, κοινὴ	0.0000095	0.0000053
Ὕαλος, Pyrex	0.0000036	0.0000020
Invar (κρᾶμα νίκελ-χάλυβος)	0.0000009	0.0000005
Σίδηρος	0.000012	0.0000067
Δρῦς, ἰνῶν κατὰ μῆκος	0.000005	0.000003
Πλατίνη	0.0000089	0.0000049
Τετηγμ. χαλαζίας	0.00000059	0.00000033
Χάλυψ	0.000011	0.0000061
Tangsten	0.0000043	0.0000024

μένης θερμοκρασίας συνεργάζονται καλῶς, εἶναι δυνατὸν νὰ ἐμφανίσουν ἀνεπαρκῆ συνεργασίαν λόγῳ τοῦ ὅτι οἱ συντελεσταὶ διαστολῆς αὐτῶν δυνατὸν νὰ μεταβληθοῦν σημαντικῶς διὰ τῶν μεταβολῶν τῆς θερμοκρασίας.

Τὸ Tungsten εἶναι ἓν μέταλλον τὸ ὁποῖον διαστέλλεται κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ὡς καὶ ἡ ὕαλος. Τὸ Tungsten, ἡ πλατίνη καὶ τὸ Dumet (ἕνα κρᾶμα) εἶναι ὑλικὰ συχνάκις χρησιμοποιούμενα διὰ τὴν σύντηξιν τῶν συρμάτων εἰς τοὺς ἠλεκτρικοὺς λαμπτῆρας μὲ τὴν βάσιν τοῦ ὑαλίνου κελύφους των, ἐπίσης ἐπὶ λυχνιῶν ἀκτίνων X, καὶ παρομοίων, καθόσον ἡ διαστολὴ τούτων τῶν μετάλλων συμβαδίζῃ μετὰ τῆς τοιαύτης καταλλήλων ὑάλων.

Ἡ Εἰκ. 4 δεικνύει τὴν στενὴν συμφωνίαν τῶν καμπυλῶν ψύξεως τοῦ Fernico καὶ τῆς ὑάλου 705–AO ἀπὸ τῆς θερμοκρασίας πυρακτώσεως μέχρι τῆς θερμοκρασίας δωματίου. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἐὰν γίνῃ συνδυασμὸς ὑάλου καὶ μετάλλου κατὰ τὴν θερμοκρασίαν πυρακτώσεως, ἡ ὕαλος καὶ τὸ μέταλλον θὰ συστέλλωνται κατὰ τὸν αὐτὸν ρυθμόν, ἐφόσον ψύχονται καὶ ὁ συνδυασμὸς θὰ παραμείνῃ ἀπηλλαγμένος παραμορφώσεων ἐκ τάσεων, διαρκούσης τῆς ψύξεως καὶ μέχρις ὅτου οὗτος φθάσει τὴν θερμοκρασίαν δωματίου.

Ὁ μέσος συντελεστὴς διαστολῆς μεταξὺ τῆς θερμοκρασίας δωματίου καὶ τῆς θερ-



Εἰκ. 4. Συστολὴ μετάλλου Fernico καὶ ὑάλου 705-AO. Ὁ μέσος συντελεστὴς διαστολῆς μεταξὺ τῆς θερμοκρασίας δωματίου καὶ τῆς θερμοκρασίας πυρακτώσεως εἰς ἣν ἡνώθησαν ταῦτα παρίσταται διὰ τοῦ α_s.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μοκρασίας πυρακτώσεως εἰς ἣν ἠνώθησαν ταῦτα παρίσταται διὰ τοῦ *as*.

Τὸ εἰς τὰ ἄνω ἀριστερὰ τοῦ διαγράμματος ἰδιαίτερον τμῆμα δίδει φωτοελαστικὴν παραστατικὴν εἰκόνα (Κεφ. 48) τῆς ἀναπτυχθείσης τάσεως κατὰ τὴν δοκιμαστικὴν συνένωσιν τῶν δύο τούτων ὑλικῶν, εἰς τὴν θερμοκρασίαν ἀνοπτήσεως. Αἱ γραμμαὶ εἶναι εὐθεῖαι μέχρις ἑνὸς ἑκατοστοῦ τῆς βαθμολογημένης κλίμακος, ἐμφανίζουσαι ὅτι ἡ ἀναπτυχθεῖσα τάσις εἶναι ὀλιγωτέρα τῶν 0.002 newton/mm².

19-11. Διαστολὴ ὄγκου. *Συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς ἑνὸς ὑλικοῦ, εἶναι ἡ κατ' ὄγκον μεταβολὴ ἀνὰ μονάδα ὄγκου τῆς θερμοκρασίας αὐξανομένης κατὰ ἕναν βαθμον.* Καὶ διὰ συμβόλων:

$$\beta = \frac{V_t - V_0}{V_0 \Delta t} \qquad (8)$$

ὅπου β εἶναι ὁ μέσος συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς, V_t ὁ ὄγκος εἰς θερμοκρασίαν t, V_0 ὁ ὄγκος εἰς 0°C (32°F) καὶ Δt εἶναι ἡ μεταβολὴ θερμοκρασίας.

Ὑφίσταται μία ἁπλῆ σχέσις μεταξὺ τοῦ γραμμικοῦ καὶ κυβικοῦ συντελεστοῦ διαστολῆς ἑνὸς ἰσοτρόπου στερεοῦ.

$$\beta = 3\alpha \qquad \text{(κατὰ προσέγγισιν)} \qquad (9)$$

Ἡ σχέσις αὕτη δύναται νὰ ἐξακριβωθῇ διὰ τῆς μελέτης τῆς διαστολῆς ἑνὸς κύβου ἐκ τοῦ ὑλικοῦ τούτου.

ΠΙΝΑΞ 2. ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΑΙ ΚΥΒΙΚΗΣ ΔΙΑΣΤΟΛΗΣ

Οὐσία	ἀνὰ C°	ἀνὰ F°
Ἀλκοόλη (αἰθυλικὴ) ..	0.0011	0.00061
Ὑδράργυρος	0.00018	0.00010
Ὕδωρ (15—100° C) ...	0.00037	0.00020

Παράδειγμα: Νὰ εὑρεθῇ ἡ εἰς ὄγκον μεταβολὴ σφαίρας ἀλουμινίου ἀκτῖνος 5.0 cm, ὅταν αὕτη θερμανθῇ ἀπὸ τοῦ 0° μέχρι τῶν 300°C.

$$V_0 = {}^4/_3\pi r^3 = {}^4/_3\pi (5.0 \text{ cm})^3 = 520 \text{ cm}^3$$

Ἐκ τῆς Ἐξ. (8) ἔχομεν:

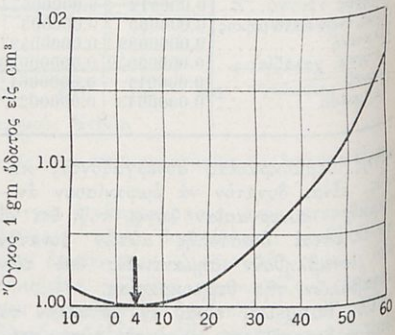
$$V_t - V_0 = \beta V_0 \Delta t$$
$$\beta = 3\alpha = 3(2.2 \times 10^{-5}/\text{C}^\circ)$$

Συνεπῶς ἡ εἰς ὄγκον μεταβολὴ εἶναι:

$$V_t - V_0 = 3(2.2 \times 10^{-5}/\text{C}_0)(520 \text{ cm}^3)(300 \text{ C}^\circ) = 10 \text{ cm}^3$$

Ἡ εἰς ὄγκον μεταβολὴ μιᾶς σφαίρας εἶναι ἡ αὐτὴ εἴτε αὕτη εἶναι συμπαγὴς εἴτε κοίλη ἐσωτερικῶς.

Αἱ περισσότερον ἀκριβεῖς σχέσεις διὰ τὴν κατ' ὄγκον διαστολὴν εἶναι ὅμοιαι πρὸς τὰς προηγουμένως περιγραφείσας διὰ τὴν γραμμικὴν διαστολήν.



Εἰκ. 5. Διαστολὴ τοῦ ὕδατος (ἐκτόνωσις).

Γενικῶς ἓν ὑγρὸν διαστέλλεται ὅταν αὐξάνεται ἡ θερμοκρασία του. Τὸ ὕδωρ ἀποτελεῖ μίαν σημαντικὴν ἐξαίρεσιν εἰς τὸν κανόνα τοῦτον, καθόσον εἰς τὴν περιοχὴν ἀπὸ τοῦ 0 μέχρι τῶν 4°C, αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας συστέλλεται (Εἰκ. 5). Ὑπεράνω ὅμως τῶν 4°C, αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας διαστέλλεται κανονικῶς.

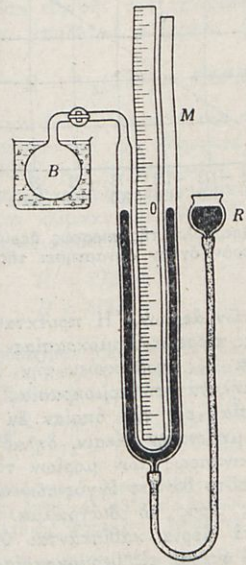
19-12. Διαστολὴ ἀερίων. Ἡ συμπεριφορὰ τῶν ἀερίων ὅταν ἡ θερμοκρασία των μεταβάλλεται δύναται νὰ ἐξετασθῇ διὰ τῆς συσκευῆς ἥτις παρίσταται εἰς τὴν Εἰκ. 6. Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ἓν ἀέριον περιορίζεται ἐντὸς τοῦ κώδωνος B, ὅστις συνδέεται μὲ μανόμετρον M μετὰ σωλῆνος σχήματος U, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου δύναται νὰ προσαρμοσθῇ διὰ ταπεινώσεως ἢ ἀνυψώσεως τῆς στάθμης τοῦ εἰς τὸ κύπελλον R περιεχομένου ὑδραργύρου.

Ὅταν ὁ κώδων ὁ περιέχων τὸ ἀέριον τεθῇ ἐντὸς τηκομένου πάγου, αἱ στάθμαι

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τοῦ ὑδραργύρου δύνανται νὰ προσαρμοσθῶσιν πρὸς τὴν ἔνδειξιν μηδὲν ἐπὶ τῆς βαθμολογημένης κλίμακος.

Ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου P_0 εἶναι τότε ἀκριβῶς ἴση μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικήν. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ κώδωνος αὐξηθῇ μέχρι τ, τόσον ὁ ὄγκος ὅσον καὶ ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου θ' αὐξηθοῦν, θὰ γίνῃ δὲ τοῦτο ἀντιληπτὸν ἐκ τῆς μεταβολῆς εἰς τὰς στάθμας τοῦ ὑδραργύρου. Εἶναι πρόσφορον διὰ τὴν προκειμένην δοκιμασίαν νὰ



Εἰκ. 6. Θερμόμετρον ἀερίων.

διατηροῦμεν, εἴτε τὴν πίεσιν εἴτε τὸν ὄγκον, εἰς σταθερὰν τιμήν, ἵνα δυνηθῶμεν νὰ μελετήσωμεν τὴν μεταβολὴν τὴν ἐπερχομένην εἰς τὸν ἕτερον παράγοντα διὰ τῆς μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας. Ὑποῦντες τὸ κύπελλον, τὸ περιέχον τὸν ὑδράργυρον, εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπαναφέρωμεν τὴν εἰς τὴν ἀριστερὰν στήλην στάθμην τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὴν ἔνδειξιν 0. Τὸ ἀέριον τότε καταλαμβάνει τὸν ἀρχικόν του ὄγκον. Ἡ πίεσίς του P_t δύναται νὰ εὑρεθῇ διὰ μετρήσεως τῆς διαφορᾶς εἰς τὰς στάθμας τῶν στηλῶν τοῦ ὑδραργύρου καὶ προσθέσεως ταύτης εἰς τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.

Ἂς συμβολίσωμεν διὰ τοῦ γ τὸν *θερμικὸν συντελεστὴν πιέσεως* ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον. Τότε θὰ ἔχωμεν.

$$\gamma = \frac{P_t - P_0}{P_0\,\Delta t} \qquad (10)$$

Ἀντικατάστασις τῶν παρατηρηθεισῶν τιμῶν τῶν P_t, P_0 καὶ Δt εἰς τὴν Ἐξ. (10), δίδει τὴν τιμὴν τοῦ γ διὰ τὸ χρησιμοποιηθὲν ἀέριον. Πειράματα τοῦ τύπου τούτου, προσεκτικῶς ἐκτελούμενα ἐπὶ πολλῶν διαφόρων ἀερίων, δίδουν τὸ ἐνδιαφέρον ἀποτέλεσμα ὅτι ἡ τιμὴ τοῦ γ εἶναι περίπου ἡ αὐτὴ δι' ἅπαντα τὰ ἀέρια, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου δὲν εἶναι λίαν ὑψηλή. Ἡ εὑρεθεῖσα διὰ τὸ γ τιμὴ εἶναι:

$$\gamma = {}^1/_{273}/\mathrm{C}^0 = 0.00366/\mathrm{C}^0$$

Δηλαδή, ἡ πίεσις οἱουδήποτε ἀερίου, ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, θὰ μεταβάλλεται κατὰ τὸ ${}^1/_{273}$ τῆς πιέσεώς του εἰς 0^0C, ὅταν ἡ θερμοκρασία μεταβληθῇ κατὰ ἕναν βαθμὸν ἑκατονταβάθμου κλίμακος.

Ἡ συσκευὴ δύναται νὰ τροποποιηθῇ, ἵνα διατηρῇ τὸ ἀέριον εἰς σταθερὰν πίεσιν ἐνῶ ἡ εἰς τὸν ὄγκον του μεταβολὴ νὰ ἀναγινώσκεται ἐκ τῆς μετατοπίσεως τοῦ ὑδραργύρου. Ὁ θερμικὸς συντελεστὴς ὄγκου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, συμβολιζόμενος μὲ β δύναται τότε νὰ ληφθῇ διὰ τῆς Ἐξ. (8). Διαπιστοῦται ὅτι: ὅταν ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου δὲν εἶναι πάρα πολὺ ὑψηλή, ἡ τιμὴ τοῦ β εἶναι κατὰ προσέγγισιν ἡ αὐτὴ δι' ἅπαντα τὰ ἀέρια, καὶ ὅτι ἰσοῦται μὲ τὴν τιμὴν τοῦ γ, ἤτοι:

$$\beta = {}^1/_{273}/\mathrm{C}^0 = 0.00366/\mathrm{C}^0$$

Εἶναι φανερὸν ἐκ τῆς συμπεριφορᾶς των, ὅτι τὰ ἀέρια δύνανται νὰ χρησιμοποιηθῶσιν ὡς θερμομετρικαὶ οὐσίαι. Τὰ ἀεριοθερμόμετρα (Εἰκ. 6), συνήθως, τύπου σταθεροῦ ὄγκου, πεπληρωμένα διὰ ξηροῦ ἀέρος, ἀζώτου, ὑδρογόνου ἢ ἡλίου, ἐχρησιμοποιήθησαν εὐρέως εἰς ἐπιστημονικὰς ἐργασίας, ὅπου ἡ ἀκρίβειά των, ὑπεραντισταθμίζει τὸ μειονέκτημα ὅτι εἶναι δυσκίνητα. Ἓν ἀεριοθερμόμετρον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

εἶναι βαθμολογημένον ὡς ἑξῆς: ὡς κατώτερον σταθερὸν σημεῖον λαμβάνεται ἡ πίεσις P_0 τοῦ ἀερίου ἤτις ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ τηκομένου πάγου, ὡς ἀνώτερον δὲ τοιοῦτον ἡ πίεσις P_s ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ζέοντος ὕδατος. Μία ἄγνωστος θερμοκρασία t καθορίζεται τότε ἐκ τῆς πιέσεως P_t τοῦ ἀερίου εἰς τὴν θερμοκρασίαν ταύτην, οὕτω :

$$t = \frac{P_t - P_0}{P_s - P_0} 100^{\circ}\text{C} \qquad (11)$$

19-3. Ἀπόλυτος κλῖμαξ θερμοκρασίας. Μία σημαντικὴ συνέπεια τῶν πειραμάτων τούτων, ἅτινα ἀπέδειξαν ὅτι ἅπαντα τὰ ἀέρια ἔχουν κατὰ προσέγγισιν τὰς αὐτὰς τιμὰς διὰ τοὺς συντελεστὰς β καὶ γ, εἶναι ἡ ἵδρυσις μιᾶς νέας κλίμακος θερμοκρασίας, γνωστῆς ὡς *ἀπόλυτος κλῖμαξ*. Ἡ διαμόρφωσις τῆς κλίμακος ταύτης γίνεται δι' ἀντικαταστάσεως τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς τοῦ γ, εἰς τὴν ἐξίσωσιν (10), ἤτοι:

$$P_t = P_0\left(1 + \frac{t}{273}\right) \qquad (12)$$

$$P_t = \frac{P_0}{273}(273 + t)$$

Καθορίζεται μία νέα κλῖμαξ εἰς τὴν ὁποίαν τὸ μέγεθος ἑκάστου βαθμοῦ εἶναι τὸ αὐτὸ ὡς καὶ εἰς τὴν ἑκατοντάβαθμον κλίμακα, ἡ δὲ ἀπόλυτος θερμοκρασία T τοῦ ἀερίου δίδεται ὑπὸ τῆς Ἐξισώσεως:

$$T = 273 + t \qquad (13)$$

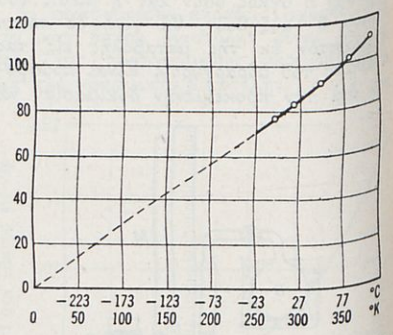
Τότε ἡ Ἐξ. (12) γράφεται:

$$P_t = \frac{P_0}{273} T \text{ (σταθερὸς ὄγκος)} \qquad (14)$$

δεικνύουσα ὅτι ἡ πίεσις ἑνὸς ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀπόλυτον αὐτοῦ θερμοκρασίαν. Ἡ Ἐξ. (13) θὰ ἦτο δυνατόν, νὰ ἐξαχθῇ ἐξ ἴσου καλῶς ἐκ θερμομέτρου σταθερᾶς πιέσεως ἀερίων, χρησιμοποιουμένης τῆς Ἐξ. (8) καὶ τῆς $\beta = {}^1/_{273}$.

$$V_t = \frac{V_0}{273} T \qquad (15)$$

Ἐξέτασις τῆς Ἐξ. (14) καὶ τοῦ διαγράμματος τῆς Εἰκ. 7 γεννᾷ ἓν ἐρώτημα θεμελιώδους σπουδαιότητος: ὑφίσταται ἀπόλυτον μηδὲν θερμοκρασίας; Μία ἀπάντησις εἰς τὸ ἐρώτημα τοῦτο δὲν εἶναι δυνατὴ ἐκ μόνης τῆς μελέτης τῆς συμπε-



Εἰκ. 7. Μεταβολὴ τῆς πιέσεως ἀερίου τινὸς ὑπὸ σταρερὸν ὄγκον συναρτήσει τῆς θερμοκρασίας.

ριφορᾶς τῶν ἀερίων. Ἡ προέκτασις τῆς καμπύλης πιέσεως-θερμοκρασίας εἰς τὸ διάγραμμα 7, ὑποδεικνύει τὴν ὕπαρξιν μιᾶς χαμηλοτάτης θερμοκρασίας: ἤτοι θερμοκρασίας εἰς τὴν ὁποίαν ἓν ἀέριον θὰ εἶχεν μηδενικὴν πίεσιν, δηλαδὴ ἀνυπαρξίαν κινήσεως τῶν μορίων του. Τὸ σημεῖον τοῦτο θὰ ἦτο ἐγγὺς τῶν -273°C, συμφώνως πρὸς τὸ διάγραμμα. Ἀλλὰ ἅπαντα τὰ ἀέρια καθίστανται ὑγρὰ ἢ ἀκόμη καὶ στερεὰ εἰς θερμοκρασίας πλησιάζουσας τὸ ἀπόλυτον μηδὲν καὶ ἔτι περαιτέρω, τὰ γ καὶ β δὲν εἶναι σταθερὰ δι' ἀέρια ἐγγὺς τῶν θερμοκρασιῶν εἰς ἃς ταῦτα ὑγροποιοῦνται.

Ἔχομεν ἀνάγκην κλίμακος θερμοκρασιῶν ἤτις νὰ εἶναι ἀνεξάρτητος τῶν ἰδιοτήτων μιᾶς συγκεκριμμένης οὐσίας. Ὑφίσταται τοιαύτη κλῖμαξ, γνωστὴ ὡς ἡ *κλῖμαξ Kelvin*, ἢ *ἡ ἀπόλυτος θερμοδυναμικὴ κλῖμαξ*. Αὕτη εἶναι μία ἰδεατὴ κλῖμαξ βασιζομένη ἐπί τινων θεμελιωδῶν νόμων (Κεφ. 22). Εὐτυχῶς, αἱ θερμοκρασίαι ἐπὶ τῆς θερμοδυναμικῆς κλίμακος εἶναι ταυτόσημοι πρὸς τὰς ἐπὶ τῆς ἀπολύτου κλίμακος τῶν ἀερίων ἀνα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

φερομένας. Θερμοκρασίαι ἐπὶ τῆς ἀπολύτου ἑκατονταβάθμου κλίμακος χαρακτηρίζονται διὰ τοῦ συμβόλου °K.

Ἡ ἀπόλυτος θερμοκρασία δύναται ἐπίσης νὰ παρασταθῇ βάσει τῶν βαθμῶν Φαρενάϊτ διὰ τῆς σχέσεως:

$$R = {}^9/_5 K \qquad (16)$$

ὅπου τὸ R παριστᾷ τὴν θερμοκρασίαν ἐπὶ ἀπολύτου κλίμακος Φαρενάϊτ ἢ τοῦ Rankine. Οὕτω ἡ θερμοκρασία ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς τὴν τοῦ τηκομένου πάγου ἐπὶ τῆς ἀπολύτου κλίμακος Φαρενάϊτ, εἶναι :

$$R = {}^9/_5(273) = 492^0 R \qquad (17)$$

Δεδομένου ὅτι ἡ θερμοκρασία τοῦ τηκομένου πάγου ἐπὶ τῆς κλίμακος Φαρενάϊτ εἶναι 32°F, μία θερμοκρασία F ἐπὶ τῆς κλίμακος Φαρενάϊτ, μετατρέπεται εἰς τὴν ἀπόλυτον κλίμακα Φαρενάϊτ ἢ Rankine διὰ τῆς ἐξισώσεως:

$$R = 492^0 + (F - 32)$$
$$R = 460^0 + F \qquad (18)$$

Παράδειγμα : Μετατρέψατε τοὺς 20°C καὶ —20°C, εἰς βαθμοὺς τῆς ἀπολύτου ἑκατονταβάθμου (Kelvin) κλίμακος.

$$K = 273^0 + 20^0 = 293^0 K$$
$$K = 273^0 + (-20^0) = 253^0 K$$

Παράδειγμα : Μετατρέψατε τὴν θερμοκρασίαν τῶν 68°F καὶ —5°F εἰς βαθμοὺς τῆς ἀπολύτου κλίμακος Φαρενάϊτ (Rankine).

$$R = 460^0 + 68^0 = 528^0 R$$
$$R = 460^0 + (-5^0) = 455^0 R$$

19-14. Νόμοι τῶν ἀερίων. Παρετηρήσαμεν ὅτι ἡ πίεσις, ὁ ὄγκος καὶ ἡ θερμοκρασία ἑνὸς ἀερίου εἶναι ἀλληλένδετα. Εἰς τὸ Κεφ. 17, ἐξητάσαμεν τὴν σχέσιν μεταξὺ τῆς πιέσεως P καὶ τοῦ ὄγκου V, ὅταν ἡ θερμοκρασία παραμένει σταθερά, δηλαδὴ ὅταν τὸ γινόμενον πιέσεως καὶ ὄγκου παραμένει σταθερόν, ἤτοι:

$$PV = k \qquad (19)$$

Ἡ σχέσις αὕτη εἶναι γνωστὴ ὡς *Νόμος τοῦ Boyle.*

Εἰς τὸ παρὸν Κεφάλαιον εἴδομεν ὅτι ὑφίσταται μία σχέσις μεταξὺ θερμοκρασίας καὶ πιέσεως, ὅταν ὁ ὄγκος παραμένει ἀμετάβλητος καὶ ἑτέρα τοιαύτη μεταξὺ θερμοκρασίας καὶ ὄγκου, ὅταν ἡ πίεσις διατηρεῖται σταθερά. Αἱ σχέσεις αὗται, ἐκφράζονται ἁπλῶς, ἐὰν χρησιμοποιηθῇ μία ἀπόλυτος κλῖμαξ θερμοκρασίας (Kelvin ἢ Rankine).

Ἐκ τῆς Ἐξ. (14) ἔχομεν:

$$\frac{P}{T} = k \qquad (\text{ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον}) \qquad (20)$$

καὶ ἐκ τῆς Ἐξ. 15) ἔχομεν:

$$\frac{V}{T} = k \qquad (\text{ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν}) \qquad (21)$$

Αἱ δύο αὗται ἐξισώσεις ἐκφράζουν τοὺς *νόμους τοῦ Charles : Ἐὰν ὁ ὄγκος ἑνὸς περιωρισμένου ἀερίου εἶναι σταθερός, ἡ πίεσις εἶναι κατ' εὐθεῖαν ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν,* ἤ

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \qquad (22)$$

Ἐὰν ἡ πίεσις ἑνὸς περιωρισμένου ἀερίου διατηρεῖται ἀμετάβλητος, ὁ ὄγκος εἶναι κατ' εὐθεῖαν ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν, ἤ

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \qquad (23)$$

19-15. Ὁ γενικὸς νόμος τῶν ἀερίων. Οἱ τρεῖς ἀνωτέρω διατυπωθέντες νόμοι τῶν ἀερίων, δύνανται νὰ συνδυασθῶσιν εἰς ἕνα ἐνιαῖον νόμον ὅστις νὰ ἐφαρμόζεται ἀνεξαρτήτως ἐὰν οἱ παράγοντες μεταβάλλωνται μεμονωμένως ἢ ταυτοχρόνως. Ὁ *γενικὸς περὶ ἀερίων νόμος* δύναται νὰ γραφῇ ὑπὸ μορφὴν ἐξισώσεως ὡς ἑξῆς:

$$PV = mR'T \qquad (24)$$

ὅπου m ἡ μᾶζα τοῦ ἀερίου καὶ R' μία σταθερά. Συχνάκις ἡ μᾶζα τοῦ ἀερίου ἐκφράζεται εἰς γραμμάρια-μοριακὰ M καὶ ὁ νόμος ἀερίων γράφεται:

$$PV = MRT \qquad (25)$$

Ἐὰν P μετρεῖται εἰς dyn/cm^3, V εἰς cm^3 καὶ T εἰς βαθμοὺς Kelvin, ἡ σταθερὰ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΙΝΑΞ 3. ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΑΙ ΔΙΑΣΤΟΛΗΣ ΟΓΚΟΥ ΑΕΡΙΩΝ

Οὐσία	Θερμοκρασία εἰς °C	Πίεσις εἰς cm Hg	Συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς ἀνὰ C°	Συντελεστὴς πιέσεως ἀνὰ C°
Ἀήρ	0–100	0.6	.....	376.66×10^{-5}
	0–100	25	.....	365.80
	0–100	76	367.1×10^{-5}	366.50
	0–100	100	367.28	367.44
	0–100	2000	.....	388.66
Ὑδρογόνον	0–100	76.4	366.00	365.04
Διοξείδιον ἄνθρακος	0–100	100	374.10	372.48
Διθειοῦχος ἄνθραξ (σολφοῦρο)	0–100	76	390.3	384.5

ἀερίου R ἔχει τὴν τιμὴν

$R = 8.317 \times 10^7$ ἔργια/γραμμομόριον K°

Ἐὰν χρησιμοποιήσωμεν τοὺς περιορισμοὺς τοὺς διατετυπωμένους εἰς τοὺς εἰδικοὺς νόμους, ὁ γενικὸς τοιοῦτος μᾶς ὁδηγεῖ εἰς τὰς κάτωθι ἁπλουστέρας ἐκφράσεις: Ἐὰν ἡ μᾶζα καὶ ἡ θερμοκρασία παραμένουν σταθεραί, ἡ Ἐξ. (24) γράφεται $PV = k$ (νόμος τοῦ Boyle). Ἐὰν m καὶ V εἶναι σταθερά, ἔχομεν $P/T = k_1$, ἐνῶ ἐὰν P καὶ m εἶναι σταθερά, τότε ἔχομεν: $V/T = k_2$. Αἱ σχέσεις αὗται ἐκφράζουν τοὺς νόμους τοῦ Charles.

Κατὰ τὴν χρησιμοποίησιν τοῦ γενικοῦ νόμου τῶν ἀερίων θὰ ἦτο σκοπιμότερον ἴσως νὰ τὸν γράψωμεν ὑπὸ ἄλλας μορφάς. Ἐὰν διαιρέσωμεν ἀμφότερα τὰ μέλη τῆς Ἐξ. (24), διὰ mT, ἔχομεν

$$\frac{P_1V_1}{m_1T_1} = \frac{P_2V_2}{m_2T_2} \qquad (26)$$

ἢ ἀφοῦ ἡ πυκνότης $\varrho = m/V$,

$$\frac{P_1}{\varrho_1T_1} = \frac{P_2}{\varrho_2T_2} \qquad (27)$$

Ὁ γενικὸς νόμος τῶν ἀερίων δύνανται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ νὰ μελετηθοῦν οἱαιδήποτε μεταβολαὶ εἰς τὰς συνθήκας τῶν ἀερίων, ἐφόσον χρησιμοποιοῦνται *ἀπόλυτοι* θερμοκρασίαι καὶ *πλήρεις* πιέσεις. Μανόμετρα δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ χρησιμοποιηθῶσιν εἰς τὸν γενικὸν νόμον τῶν ἀερίων.

Παράδειγμα: Δοχεῖον χωρητικότητος 5000-cm³, περιέχει 4.90 gm ἑνὸς ἀερίου, ὅταν ἡ πίεσις εἶναι 75.0 cmHg καὶ ἡ θερμοκρασία 50° C. Ποία θὰ εἶναι ἡ πίεσις 6.00 gm τοῦ ἀερίου τούτου περιωριζομένου ἐντὸς δοχείου χωρητικότητος 2000-cm³ ὑπὸ θερμοκρασίαν 0° C;

Ἐκ τῆς Ἐξ. (26) ἔχομεν:

$$\frac{P_1V_1}{m_1T_1} = \frac{P_2V_2}{m_2T_2}$$

$$\frac{P_1 \times 2000\ \text{cm}^3}{6.00\ \text{gm} \times 273^\circ\ \text{K}} = \frac{75.0\ \text{cm Hg} \times 5000\ \text{cm}^3}{4.90\ \text{gm} \times 323^\circ\text{K}}$$

$$P_1 = 194\ \text{cm Hg}$$

Παράδειγμα: Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀερίου εἰς 32° F καὶ πίεσιν 29.92 inHg, εἶναι 0.081 lb/ft³. Ποῖον εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος αὐτοῦ εἰς ὕψος ὅπου ἡ πίεσις εἶναι 13.73 in Hg καὶ ἡ θερμοκρασία —40° F;

Ἐκ τῆς Ἐξ. (27) λαμβάνομεν:

$$\frac{P_1}{D_1T_1} = \frac{P_2}{D_2T_2}$$

$$T_1 = 32^\circ + 460^\circ = 492^\circ\ \text{R}$$

$$T_2 = -40^\circ + 460^\circ = 420^\circ\ \text{R}$$

$$\frac{29.92\ \text{in.}}{0.081\ \text{lb/ft}^3 \times 492^\circ\text{R}} = \frac{13.73\ \text{in.}}{D_2 \times 420^\circ\text{R}}$$

$$D_2 = 0.044\ \text{lb/ft}^3$$

Παράδειγμα: Ἀὴρ εἰς πίεσιν 14.7 lb/in² συμπιέζεται ἐντὸς δεξαμενῆς τῆς ὁποίας ὁ ὄγκος εἶναι 42.5 ft³. Ποῖος ὄγκος ἀέρος δέον νὰ συμπιεσθῇ ἐντὸς αὐτῆς διὰ νὰ δείξῃ τὸ μανόμετρον πίεσιν 55.3 lb/in², ἐὰν ἡ θερμοκρασία ὑψωθῇ ἀπὸ τοὺς 70 εἰς τοὺς 80° F κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς συμπιέσεως;

$$P_1 = 14.7\ \text{lb/in.}^2$$

$$P_2 = 14.7\ \text{lb/in.}^2 + 55.3\ \text{lb/in.}^2 = 70.0\ \text{lb/in.}^2$$

$$T_1 = 70^\circ + 460^\circ = 530^\circ\text{R}$$

$$T_2 = 80^\circ + 460^\circ = 540^\circ\text{R}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Δεδομένου ὅτι ἡ m εἶναι σταθερά, ἔχομεν:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

$$\frac{14.7 \text{ lb/in.}^2 \times V_1}{530^0 \text{R}} = \frac{70.0 \text{ lb/in.}^2 \times 42.5 \text{ ft}_3}{540^0 \text{R}}$$

$$V_1 = 199 \text{ ft}^3$$

Δεδομένου ὅτι ἐντὸς τῆς δεξαμενῆς ὑπῆρχον 42.5 ft³ ἀέρος κατὰ τὴν ἔναρξιν, ὁ ὄγκος τὸν ὁποῖον ἤθελεν καταλάβῃ ὁ προστεθεὶς ἀὴρ εἰς ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν εἶναι

$$V = 199 \text{ ft}^3 - 42.5 \text{ ft}^3 = 157 \text{ ft}^3$$

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Θερμοκρασία ἑνὸς ἀντικειμένου εἶναι ἡ ἰδιότης ἐκείνη ἥτις προσδιορίζει τὴν διεύθυνσιν τῆς ροῆς τῆς θερμότητος μεταξὺ αὐτοῦ καὶ τοῦ περιβάλλοντός του.

Ἡ κλῖμαξ ἑνὸς θερμομέτρου καθορίζεται δι' ἐκλογῆς ὡς *σταθερῶν σημείων* δύο εὐκόλως ἀναπαραγομένων θερμοκρασιῶν (θερμοκρασία τηκομένου πάγου καὶ σημεῖον ζέσεως τοῦ ὕδατος), διαιρουμένου τοῦ μεταξὺ αὐτῶν διαστήματος εἰς ἴσα μικρὰ διαστήματα καὶ προσδιορισμοῦ αὐθαιρέτου μηδενός.

Μετατροπαὶ θερμοκρασιῶν διδομένων εἰς βαθμοὺς ἑκατονταβάθμου κλίμακος, εἰς βαθμοὺς Fahrenheit γίνονται διὰ τῶν σχέσεων:

$$F = {}^9/_5 C + 32^0$$

$$C = {}^5/_9 (F - 32^0)$$

Συντελεστὴς διαστολῆς εἶναι ἡ μεταβολὴ (κατὰ τὸ μῆκος ἢ κατὰ τὸν ὄγκον) τῆς μονάδος (τοῦ μήκους ἢ τοῦ ὄγκου), ὅταν ἡ θερμοκρασία ὑψωθῇ κατὰ ἕναν βαθμόν.

$$\alpha = \frac{L_t - L_0}{L_0 \Delta t}$$ (συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς)

$$\beta = \frac{V_t - V_0}{V_0 \Delta t}$$ (συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς)

Ἡ διαστολὴ ἑνὸς ὑλικοῦ εἶναι ἴση πρὸς τὸ γινόμενον τοῦ συντελεστοῦ διαστολῆς τοῦ ἀρχικοῦ μεγέθους (μήκους ἢ ὄγκου) καὶ τῆς μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας. Συμβολικῶς:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta t \quad \text{καὶ} \quad \Delta V = \beta V_0 \Delta t$$

Οἱ συντελεσταὶ πιέσεως ἐκ διαστολῆς καὶ κυβικῆς διαστολῆς ἁπάντων τῶν ἀερίων εἶναι περίπου ἴσοι πρὸς ${}^1/_{273}$ ἀνὰ C^0.

Μετατροπαὶ θερμοκρασίας διδομένης εἰς βαθμοὺς ἀπολύτου ἑκατονταβάθμου κλίμακος (Kelvin), εἰς βαθμοὺς ἀπολύτου κλίματος Φαρενάϊτ (Rankine) καὶ ἀντιστρόφως, γίνονται βάσει τῶν σχέσεων:

$$K = 273^0 + C$$

$$R = 460^0 + F$$

Ἡ γενικὴ μορφὴ τῆς ἐξισώσεως τῶν ἀερίων εἶναι:

$$\frac{P_1V_1}{m_1T_1} = \frac{P_2V_2}{m_2T_2}$$

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Ἀναφέρατε διαφόρους μεθόδους μετρήσεως θερμοκρασιῶν καὶ ἐκθέσατε τοὺς παράγοντας οἵτινες περιορίζουν τὴν ἐφαρμογὴν τούτων. Ποῖα μέσα διαθέτομεν διὰ τὴν μέτρησιν τῶν ὑψηλοτέρων θερμοκρασιῶν;

2. Ποῖοι παράγοντες δέον νὰ ληφθῶσιν ὑπ' ὄψιν προκειμένου νὰ κατασκευασθῇ εὐαίσθητον θερμόμετρον;

3. Ποῖαι προφυλάξεις εἶναι ἀναγκαῖαι διὰ τὴν διασφάλισιν ἀκριβοῦς ἀναγνώσεως, ὅταν χρησιμοποιεῖται θερμόμετρον μεθ' ὑγροῦ ἐγκλεισμένου ἐντὸς ὑαλίνου σωλῆνος;

4. Περιγράψατε προσεκτικῶς τὰ στάδια καθορισμοῦ μιᾶς κλίμακος θερμομέτρου.

5. Ποῦ ἀποδίδετε τὸ γεγονὸς ὅτι τὰ ὑγρὰ καὶ τὰ στερεὰ διαστέλλονται γενικῶς θερμαινόμενα;

6. Ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς θὰ ἦτο διάφορος ἐὰν ἐχρησιμοποιεῖτο ἡ ἴντσα ὡς μονὰς μήκους ἀντὶ τοῦ ἑκατοστομέτρου; Ἐὰν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἐχρησιμοποιεῖτο ἡ κλίμαξ Fahrenheit ἀντὶ τῆς ἑκατονταβάθμου; Ἐξηγήσατε διατί;

7. Παρατήρησις γενομένη ἐπὶ τῆς διαστολῆς ὑγροῦ περιεχομένου ἐντὸς κώδωνος ἢ σωλῆνος δὲν ἀποδίδει τὴν πραγματικὴν διαστολὴν τοῦ ὑγροῦ. Ἐξηγήσατε διατί.

8. Τὸ ἐκ τῆς διαστολῆς προκαλούμενον σφάλμα θὰ εἶναι μεγαλύτερον ἐπὶ ὑαλίνου θερμομέτρου χρησιμοποιοῦντος ἐν ὑγρὸν ἢ ἐπὶ τοιούτου φέροντος ἀέριον: Ἐξηγήσατε διατί;

9. Ὑποδείξατε διαφόρους πρακτικὰς χρήσεις τῆς διαφορετικῆς διαστολῆς δύο διαφόρων ὑλικῶν. Εἰς τίνας περιπτώσεις ἡ διαφορετικὴ διαστολὴ εἶναι ἀνεπιθύμητος;

10. Περιγράψατε τὴν ἐνέργειαν ἑνὸς ἀντισταθμισμένου κατὰ τῆς θερμότητος παλινδρομοῦντος τροχοῦ ὡρολογίου.

11. Εἰς τὰς βιομηχανίας λαμπτήρων φωτισμοῦ, ἐχρησιμοποιεῖτο σύρμα πλατίνης πρὸς σύντηξιν τῶν συρμάτων μετὰ τῆς ὑάλου. Ἀποδείξατε βάσει τοῦ πίνακος I διατὶ τοῦτο ἦτο πραγματοποιήσιμον.

12. Χαλύβδινον βῦσμα ἐφαρμόζει ἐντὸς ὀπῆς ἐπὶ ὀρειχαλκίνης πλακός. Ποῖον θὰ εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα ἐπὶ τοῦ βαθμοῦ προσαρμογῆς μεταξὺ αὐτῶν, ἐὰν ἐθερμαίνετο μόνον τὸ βῦσμα; Ἐὰν ἐθερμαίνετο μόνον ἡ πλάξ; Ἐὰν ἐμφότερα ἐθερμαίνοντο ἐξ ἴσου;

13. Ἀποδείξατε ὅτι ὁ συντελεστὴς ἐπιφανειακῆς διαστολῆς εἶναι περίπου διπλάσιος τοῦ τῆς γραμμικῆς τοιαύτης καὶ ὁ συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς περίπου τριπλάτιος τοῦ συντελεστοῦ τῆς γραμμικῆς.

14. Περιγράψατε συντόμως τὴν διαστολὴν τοῦ ὕδατος ἐγγὺς τῶν 4° C. Ἀναφέρατε μερικὰς ἐκ τῶν συνεπειῶν τῆς συμπεριφορᾶς ταύτης τοῦ ὕδατος;

15. Ποῖοι εἶναι οἱ περιορισμοὶ τοὺς ὁποίους θὰ συνήντα τις ἐὰν θὰ ἤθελεν νὰ χρησιμοποιήσῃ θερμόμετρον μετὰ σωλῆνος πεπληρωμένου δι' ὕδατος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ **1.** Ὑγρὸν ὀξυγόνον ὑφίσταται πῆξιν εἰς τοὺς —218.4° C καὶ ζέει εἰς τοὺς —183.0° C. Ἐκφράσατε τὰς θερμοκρασίας ταύτας εἰς τὴν κλίμακα Φαρενάϊτ.

2. Μετατρέψατε —14°C, 20°C καὶ 60°C εἰς βαθμοὺς Φαρενάϊτ. Μετατρέψατε 98°F, —13°F καὶ 536°F εἰς ἑκατονταβάθμους ἐνδείξεις.
Ἀπ. 6.8°F, 68°F, 140°F, 37°C, —25°C, 280°C

3. Ποία εἶναι ἡ κατὰ προσέγγισιν θερμοκρασία ὑγιοῦς ἀνθρώπου εἰς βαθμοὺς ἑκατονταβάθμου κλίμακος;

4. Ὑπολογίσατε τὴν θερμοκρασίαν εἰς τὴν ὁποίαν αἱ ἐνδείξεις ἑνὸς θερμομέτρου Φαρενάϊτ καὶ ἑνὸς ἑκατονταβάθμου εἶναι αἱ αὐταί.
Ἀπ. —40°

5. Διαφορὰ θερμοκρασίας 26° βαθμῶν ἐπὶ τῆς ἑκατονταβάθμου κλίμακος πρὸς ποίαν διαφορὰν ἐπὶ τῆς κλίμακος Φαρενάϊτ ἀντιστοιχεῖ;

6. Θερμόμετρον μετ' αὐθαιρέτου κλίμακος ἴσων ὑποδιαιρέσεων καταγράφει —20° εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ τηκομένου πάγου καὶ +90° εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ σημείου ζέσεως τοῦ ὕδατος. Νὰ ὑπολογισθῇ (α) ἡ ἑκατοντάβαθμος θερμοκρασία ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς 50° τοῦ θερμομέτρου τούτου, (β) ἡ θερμοκρασία Φαρενάϊτ ἡ ἀντιστοιχοῦσα πρὸς ἔνδειξιν —10° τοῦ θερμομέτρου τούτου. *Ἀπ.* 64°C, 48°F

7. Ἐπὶ κλίμακος θερμομέτρου προταθείσης ὑπὸ τοῦ Ἀνδρέα Cel-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

sius (Κελσίου) κατὰ τὸ 1742, ἡ ἔνδειξις 100 ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ζέοντος ὕδατος καὶ ἡ ἔνδειξις 0 εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ τηκομένου πάγου. Μετατρέψατε θερμοκρασίαν 68° F εἰς τὴν κλίμακα ταύτην τοῦ Κελσίου.

8. Ἐπὶ ὑποθετικῆς κλίμακος θερμοκρασίας X, ἡ θερμοκρασία τηκομένου πάγου χαρακτηρίζεται ὡς 40° καὶ ἡ θερμοκρασία ζέσεως τοῦ ὕδατος διὰ 160°. Δι' ἑτέραν κλίμακα Y αἱ ἀντίστοιχοι τιμαὶ εἶναι —20° καὶ 180° ἀντιστοίχως. Νὰ μετατρέψητε ἀνάγνωσιν 20° τῆς κλίμακος X εἰς τὴν ἀντίστοιχον τῆς κλίμακος Y. Ἀπ. —53°Y

9. Σιδηροῦς ἀτμαγωγὸς ἑνώνει δύο σημεῖα ἀπέχοντα 100 m ἀλλήλων. Ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀγωγοῦ κυμαίνεται μεταξὺ τῶν —20 καὶ +180°C. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς τοῦ σιδήρου εἶναι 12×10^{-6} ἀνὰ βαθμὸν Κελσίου, ποία εἶναι ἡ περιοχὴ ἐντὸς τῆς ὁποίας θὰ κινεῖται σύνδεσμος ἐκτονώσεως τοποθετούμενος ἐπὶ τῆς γραμμῆς;

10. Τὸ κατώτερον ἄκρον κατακορύφου ἀτμαγωγοῦ σωλῆνος μήκους 50 ft, ἀνέχεται ἀκάμπτως ὑπὸ ἀναρτῆρος ἐξηρτημένου ἀπὸ τῆς ὀροφῆς τοῦ ἰσογείου. Ὅταν ὁ ἀγωγὸς ἔχει θερμοκρασίαν 40°F, θερμαντικὸν σῶμα προσκεκολλημένον ἀκάμπτως εἰς τὸ ἀνώτερον ἄκρον αὐτοῦ ἀποτίθεται ἐπὶ τοῦ πατώματος τῆς σοφίτας. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀπόστασις κατὰ τὴν ὁποίαν ὑπεγείρεται τὸ θερμαντικὸν σῶμα ἀπὸ τοῦ ἐδάφους ὅταν ὁ σιδηροῦς ἀγωγὸς φθάνει τοὺς 220°F. Ἀπ. 0.72 in.

11. Χαλυβδίνη γέφυρα ἔχει μῆκος 200 ft. εἰς τοὺς 0°C. Ἡ θερμοκρασία ἔχει ἐτησίας διακυμάνσεις ἀπὸ –25 ἕως 45°C. Ποία εἶναι ἡ κατὰ τὸ μῆκος διαφορὰ τῆς γεφύρας εἰς τὰ δύο ταῦτα ἀκραῖα ὅρια;

12. Ἡ ὀρειχάλκινος κλῖμαξ ἑνὸς ὑδραργυρικοῦ βαρομέτρου δίδει τὸ ἀκριβὲς μῆκος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου εἰς τοὺς 0°C. Ἐὰν τὸ βαρόμετρον δεικνύῃ 740 mm εἰς τοὺς 25°C, ποία εἶναι ἡ ἔνδειξις ὅταν ἡ ὀρειχάλκινος κλῖμαξ διορθωθῇ εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ 0° C, ἐπίσης δὲ ἐπέλθῃ διόρθωσις εἰς τὴν διαστολὴν τοῦ ὑδραργύρου (ὅστις μειώνει τὴν πυκνότητά του); Ὁ συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 1.82×10^{-4} ἀνὰ βαθμὸν Κελσίου καὶ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς τοῦ ὀρειχάλκου 1.84×10^{-5} ἀνὰ βαθμὸν Κελσίου. Ἀπ. 737 mm

13. Ἔμβολον ἐξ ἀλουμινίου τοῦ ὁποίου ἡ διάμετρος εἶναι 3000 in εἰς θερμοκρασίαν 0°C, τίθεται ἐντὸς χαλυβδίνου κυλίνδρου. Ἡ ἀνοχὴ (ἡ διαφορὰ ἀκτίνων) εἰς τὴν θερμοκρασίαν ταύτην εἶναι 0.0050 in. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν τοῦ ἐμβόλου καὶ κυλίνδρου θὰ μηδενισθῇ τὸ μεταξὺ αὐτῶν διάκενον; Ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς τοῦ χάλυβος εἶναι 12×10^{-6} ἀνὰ C°, καὶ τοῦ ἀλουμινίου 24×10^{-6} ἀνὰ C°.

14. Τροχὸς ἔχει περιφέρεια 3.00 ft. Σιδηρᾶ περιφέρεια μήκους 2.992 ft εἶναι προσηρμοσμένη ἐπὶ τῆς ἐσωτερικῆς αὐτοῦ ὄψεως. Πόσον δέον ν' αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία αὐτῆς διὰ νὰ ὀλισθήσῃ ἐντὸς τοῦ τροχοῦ; Ἀπ. 200 C°

15. Ἐπὶ σωλῆνος ὀρειχάλκου, ἐκτελοῦνται μετρήσεις εἰς θερμοκρασίαν 25°C διὰ χαλυβδίνου κανόνος ὅστις ἔχει ἀριθμιθῇ εἰς τὴν θερμοκρασίαν 0°C. Τὸ ἀποτέλεσμα τῆς μετρήσεως εἶναι 645 cm. Νὰ εὑρεθῇ τὸ μῆκος τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν μέτρησιν αὐτὴν ἐὰν ὁ σωλὴν καὶ ὁ κανὼν εὑρίσκοντο εἰς θερμοκρασίαν 0°C.

16. Χαλυβδίνη μετροταινία, ἀριθμηθεῖσα εἰς θερμοκρασίαν 0°C χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν μέτρησιν γαιῶν ὑπὸ θερμοκρασίαν 25°C.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ποῖον ποσοστὸν λάθους θὰ ἐπακολουθήσῃ εἰς κατὰ μῆκος μετρήσεις ὀφειλόμενον εἰς τὴν διαστολὴν τῆς μετροταινίας; *Ἀπ.* 0.028%

17. Τὰ ἄκρα μιᾶς χαλυβδίνης ράβδου μήκους 2.00 ft ἐχούσης διατομὴν 1.00 in^2 εἶναι προσκεκολλημένα ἐπ' ἀκάμπτων στηριγμάτων, ὅταν αὕτη ἔχει θερμοκρασίαν 212°F. Ἐὰν ἀφεθῇ νὰ ψυγῇ εἰς τοὺς 92° F χωρὶς νὰ ὑποστῇ ἐπιβράχυνσιν, ποία θὰ εἶναι ἡ ἐπ' αὐτῆς ἀναπτυχθησομένη τάσις; Τὸ μέτρον τοῦ Young διὰ τὸν χάλυβα εἶναι 30×10^6 lb/in^2 καὶ ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς 6.1×10^{-6} ἀνὰ F°.

18. Χαλυβδίνη ράβδος, εἰς θερμοκρασίαν 25°C, συσφίγγεται ὑπὸ συνδήκτορος (μέγγενης). Ἡ ράβδος ὑποβάλλεται εἰς πίεσιν 5400 lb/in^2. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν δέον ν' ἀχθῇ ἡ ράβδος ἵνα ἡ πίεσις ἐπ' αὐτῆς ὑποβιβασθῇ εἰς τὸ μηδέν; Ὑποθέσατε ὅτι ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν σιαγόνων τοῦ συνδήκτορος παραμένει σταθερά. Τὸ μέτρον τοῦ Young διὰ τὸν χάλυβα εἶναι 30×10^6 lb/in^2, καὶ ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς 12×10^{-6} ἀνὰ C°. *Ἀπ.* 10°C.

19. Λεπτὸν φύλλον ἐξ ὀρειχάλκου εἰς θερμοκρασίαν 10°C ἔχει ἴσην ἐπιφάνειαν μὲ φύλλον χάλυβος εὑρισκόμενον ὅμως εἰς θερμοκρασίαν 20°C. Εἰς ποίαν κοινὴν θερμοκρασίαν, ἐὰν ὑφίστανται τοιαύτη, ἀμφότερα τὰ φύλλα θὰ ἔχουν τὴν αὐτὴν ἐπιφάνειαν; Οἱ συντελεσταὶ γραμμῆς διαστολῆς εἶναι διὰ μὲν τὸν χάλυβα 12×10^{-6} ἀνὰ C°, διὰ τὸν ὀρείχαλκον 20×10^{-6} ἀνὰ C°.

20. Κατακόρυφος κυλινδρικὸς ὑάλινος σωλὴν μήκους 100 cm εἶναι κλειστὸς κατὰ τὸ ἓν ἄκρον αὐτοῦ. Μέχρι ποίου ὕψους δέον νὰ πληρωθῇ δι' ὑδραργύρου ἵνα ὁ ὄγκος ὑπεράνω αὐτοῦ παραμείνῃ σταθερὸς ἐφόσον ἡ θερμοκρασία μεταβάλλεται; Διὰ τὴν ὕαλον, $a = 8.0 \times 10^{-6}$ ἀνὰ C°, διὰ τὸν ὑδράργυρον $\beta = 182 \times 10^{-6}$ ἀνὰ C°.

21. Εἰς λυχνίαν πυρακτώσεως, τὰ σύρματα συνίστανται ἐκ χαλκίνης ἐπενδύσεως ἥτις περιβάλει ψυχὴν ἐκ νικελίου-χάλυβος. Οἱ συντελεσταὶ γραμμικῆς διαστολῆς εἶναι 16.6×10^{-6} ἀνὰ C° καὶ 5.9×10^{-6} ἀντιστοίχως. Τὸ ἐξ ὑάλου στέλεχος τοῦ λαμπτῆρος ἔχει συντελεστὴν διαστολῆς 9.2×10^{-6} ἀνὰ C°, ἑκάστου ἀριθμοῦ ἐκ τῶν ἀνωτέρω ὄντος μέσου ὅρου διὰ τὴν περιοχὴν ἀπὸ 0 μέχρι 300°C. Ποῖος δέον νὰ εἶναι ὁ λόγος μεταξὺ τῆς διαμέτρου τῆς ψυχῆς πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ὅλου σύρματος, ὥστε τοῦτο νὰ ἔχῃ τὸν αὐτὸν συντελεστὴν ἀκτινικῆς διαστολῆς ὡς καὶ ἡ ὕαλος; (Νὰ μὴ ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν τὰ ἀποτελέσματα ἅτινα ἤθελον προκληθῇ ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι ὁ χαλκὸς καὶ ὁ χάλυψ δὲν διαστέλλονται ἐλευθέρως κατὰ μῆκος τοῦ σύρμακος).

22. Στεφάνη ἐξ ἀλουμινίου μὲ λεπτὰ τοιχώματα πρόκειται νὰ περιστραφῇ πέριξ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς της κατὰ τὴν διάρκειαν ἀλλαγῆς θερμοκρασίας. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἑκατοστιαία μεταβολὴ τῆς ροπῆς ἀδρανείας αὐτῆς ὅταν ἡ θερμοκρασία αὐξηθῇ κατὰ ἕναν βαθμὸν ἑκατονταβάθμου κλίμακος ἐπὶ θερμοκρασίας 20°C. Ἀπ. 0.0044%

23. Ἐπιθυμεῖται νὰ ἐπιτευχθῇ ἀνοχὴ (διαφορὰ ἀκτῖνος) 0.10 mm μεταξὺ ἑνὸς ἐμβόλου ἐξ ἀλουμινίου ($\alpha_1 = 25.0 \times 10^{-6}$/C°) καὶ σιδηροῦ κυλίνδρου ($\alpha_2 = 12.0 \times 10^{-6}$/C°) ὅταν ὁ κύλινδρος ἔχει θερμοκρασίαν 120°C καὶ τὸ ἔμβολον 220°C. Ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ ἀρχικὴ ἀνοχὴ ὅταν ἀμφότερα εὑρίσκονται εἰς θερμοκρασίαν 20°C, ἐὰν ἡ διάμετρος τοῦ κυλίνδρου εἶναι τότε 10.0 cm; *Ἀπ.* 0.29 mm

24. Σιδηροῦν βαρέλιον 50 γαλλονίων γεμίζεται διὰ βενζίνης ὅταν ἡ θερμοκρασία εἶναι 50°F. Πόση βενζίνη θὰ ὑπερκχειλίσῃ ὅταν ἡ θερμο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κρασία ὑψοῦται εἰς τοὺς 110°F; Ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς τοῦ χάλυβος εἶναι 10×10^{-6} ἀνὰ C°, ὁ συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς τῆς βενζίνης εἶναι 0.00096 ἀνὰ C°. Ἀπ. 1.6 γαλλ.

25. Ἀέριον καταλαμβάνει χῶρον 200 cm^3 εἰς τοὺς 100°C. Νὰ εὑρεθῇ ὁ ὄγκος του εἰς τοὺς 0°C, ὑποθέτοντες σταθερὰν πίεσιν.

26. Μανόμετρον τῶν ἐλαστικῶν αὐτοκινήτων δεικνύει πίεσιν 32 lb/in^2, ὅταν ὁ ἀὴρ εἰς τὸ ἐπίσωτρον ἔχει θερμοκρασίαν 10°C. Μετὰ πορείαν ἐπὶ χρόνον τινὰ τὸ ἐπίσωτρον θερμαίνεται μέχρι 30°C. Νὰ ὑπολογίσητε τὴν πίεσιν ἥτις ἤθελεν καταγραφῇ τότε ὑπὸ τοῦ μανομέτρου. Ἀπ. 35 lb/$in.^2$

27. Ὁ συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς τοῦ ἀέρος ὑπὸ ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν εἶναι 0.0037 ἀνὰ C°. Ποῖον ὄγκον ἤθελον καταλάβῃ 10 m^3 ἀέρος ὅταν ἡ θερμοκρασία θὰ ὑψοῦτο ἀπὸ 0° εἰς 100°C; εἰς −100°C; καὶ εἰς 200°C;

28. Κατὰ θερμὴν ἡμέραν, ἡ θερμοκρασία εἶναι 35°C. Τὰ ἐπίσωτρα ἑνὸς αὐτοκινήτου πιέζονται μέχρις 30 lb/in^2. Ποία θὰ εἶναι ἡ πίεσις τοῦ ἀέρος ἐντὸς αὐτῶν κατὰ τὴν νύχτα ὅταν ἡ θερμοκρασία πίπτει εἰς τοὺς 20°C.; Ἀπ. 28 lb/$in.^2$

29. Ἀέριον κατέχει χῶρον 2.0 ft^3 ὑπὸ πίεσιν 30 in Hg. Ποῖον ὄγκον ἤθελεν καταλάβῃ ὑπὸ πίεσιν 25 in Hg; Ὑποθέσατε ὅτι ἡ θερμοκρασία παραμένει ἀμετάβλητος.

30. Ἀέριον καταλαμβάνει 50 ft^3 εἰς τοὺς 100°C. Νὰ εὑρεθῇ ὁ ὄγκος του εἰς τοὺς 20.0°C, ὑποθέτοντες σταθερὰν πίεσιν. Ἀπ. 39 ft^3.

31. Δοθέντος 200 ft^3 ὀξυγόνου εἰς τοὺς 5°C καὶ εἰς πίεσιν 76 cm Hg, νὰ εὑρεθῇ ὁ ὄγκος του εἰς τοὺς 30°C καὶ ὑπὸ πίεσιν 80 cm Hg.

32. Εἷς κύλινδρος κεκλεισμένος κατὰ τὸ ἓν ἄκρον αὐτοῦ, φέρει ἔμβολον εἰς τὸ ἕτερον. Ὄγκος 2.0 ft^3 ξηροῦ ἀέρος ἐγκλεισθεὶς ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἀσκεῖ πίεσιν (ἀπόλυτον) 15 lb/in^2 ὅταν ἡ θερμοκρασία εἶναι 68°F.

Τὸ ἔμβολον συμπιέζει τὸν ἀέρα μέχρις ὅτου ὁ ὄγκος αὐτοῦ καταστεῖ 0.20 ft^3, ἡ θερμοκρασία δὲ ἀνέρχεται πρὸς στιγμὴν εἰς τοὺς 180°F, καὶ κατόπιν μειοῦται βραδέως εἰς τοὺς 68°F. α) Ποίαν πίεσιν ἀσκεῖ ὁ ἀὴρ ὅταν ἡ θερμοκρασία ἐπανῆλθεν εἰς τοὺς 68°F; β) Ποία εἶναι ἡ κατὰ προσέγγισιν τιμὴ τῆς μεγίστης ἐπιτευχθείσης πιέσεως; Ἀπ. 150 lb/in, 180 lb/$in.^2$

33. Ὁ ὄγκος ἑνὸς ἐπισώτρου εἶναι 1500 in^3 ὅταν ἡ πίεσίς του εἶναι 30 lb/in^2 ὑπὲρ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Ποῖον ὄγκον ἤθελεν καταλάβῃ ὁ ἀὴρ οὗτος ὑπὸ ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν (15 lb/in^2); Ποία ποσότης ἀέρος θὰ ἐκφύγῃ τοῦ ἐπισώτρου ὅταν ἀφαιρεθῇ ἡ βαλβίς;

34. Συγκρίνατε τὰς πυκνότητας τοῦ ἀέρος εἰς τὸν πυθμένα καὶ τὸ στόμιον μεταλλευτικοῦ φρέατος ὅταν αἱ θερμοκρασίαι καὶ αἱ πιέσεις εἶναι ἀντιστοίχως 5°C καὶ 31 in Hg εἰς τὸν πυθμένα καὶ 20°C καὶ 30 in Hg εἰς τὸ στόμιον. Ἀπ. $\rho_b/\rho_t = 1.09$.

35. Μᾶζα ὑάλου ἔχει ὄγκον 6.0 ft^3 εἰς 40°C καὶ πίεσιν 76 cm Hg. Νὰ εὑρεθῇ ὁ ὄγκος αὐτῆς εἰς τοὺς −15°C καὶ 57 cm Hg.

36. Ἡ πυκνότης τοῦ ὀξυγόνου εἶναι 1.43 gm/λίτρον εἰς θερμοκρασίαν 0°C. καὶ ὑπὸ πίεσιν 1.0 ἀτμ. Ἐὰν κύλινδρος 20 λιτρῶν πληροῦται ὀξυγόνου ὑπὸ πίεσιν 25 ἀτμ. καὶ θερμοκρασίαν 27°C, ποία εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ ὀξυγόνου ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου; Ἀπ. 650 gm

37. Ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου εἰς ἀερικὸν θερμόμετρον εἶναι 76.5 cm Hg

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

εἰς τοὺς 27.0°C. Κατὰ πόσον θὰ αὐξηθῇ ἡ πίεσις ὅταν ἡ θερμοκρασία ἀνέλθῃ κατὰ 1.0 C°;

38. Κύλινδρος ὀξυγόνου πληροῦται δι' αὐτοῦ ὑπὸ ἀπόλυτον πίεσιν 1000 lb/in² εἰς τοὺς 17°C. Ὁ ἐσωτερικὸς ὄγκος τοῦ κυλίνδρου εἶναι 1.00 ft³. Τὸ ὀξυγόνον χρησιμοποιεῖται διὰ πτήσεις εἰς μεγάλα ὕψη ὑπὸ ἀπόλυτον πίεσιν 10 lb/in καὶ θερμοκρασίαν −27°C. Πόσοι κυβικοὶ πόδες ὀξυγόνου εἶναι δυνατὸν νὰ χορηγηθῶσιν ὑπὸ τοῦ κυλίνδρου ὑπὸ τὰς συνθήκας ταύτας; Ἀπ. 85 ft³.

39. Ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀέρος τοῦ παρεχομένου εἰς κάμινον, ὑψοῦται ἀπὸ 27 ἕως 77°C. Ἐὰν μᾶζα ὀξυγόνου εἰς ἕκαστον κυβικὸν πόδα τοῦ παρεχομένου ἀέρος παραμένει ἡ αὐτή, κατὰ ποῖον ποσοστὸν ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν δέον νὰ μεταβληθῇ ἡ πίεσις τοῦ ἀέρος;

Ἀπ. Ν' αὐξηθῇ κατὰ 17%

40. α) Ἐκφράσατε τὸ σημεῖον ζέσεως τοῦ ὀξυγόνου −183°C, διὰ τῆς κλίμακος Kelvin καὶ Rankine. β) Ποῖον εἶναι τὸ σημεῖον τήξεως τοῦ ἀργύρου, 961°C, ἐφ' ἑκάστης τῶν κλιμάκων τούτων;

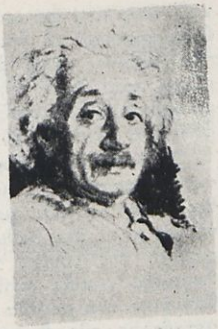
Ἀπ. 90°K, 162°R, 1234°K, 2221°R

41. α) Μετατρέψατε 40°C καὶ −5°C εἰς βαθμοὺς τῆς κλίμακος Kelvin. β) Μετατρέψατε −45°F καὶ 50°F εἰς βαθμοὺς τῆς κλίμακος Rankine.

42. Εἷς ἀεροστεγὴς κύλινδρος μήκους 300 cm εἶναι διηρημένος εἰς δύο μέρη ὑπὸ ἐλευθέρως κινουμένου, ἀεροστεγοῦς, θερμομονωτικοῦ ἐμβόλου. Ὅταν ἡ θερμοκρασία εἰς τοὺς δύο θαλάμους εἶναι ἴση πρὸς 27°C, τὸ ἔμβολον εὑρίσκεται εἰς ἀπόστασιν 100 cm ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἄκρου τοῦ κυλίνδρου. Κατὰ ποῖον μῆκος θὰ κινηθῇ τὸ ἔμβολον ἐὰν τὸ ἀέριον εἰς τὸ μικρότερον τμῆμα τοῦ κυλίνδρου θερμανθῇ εἰς τοὺς 74°C καὶ ἡ θερμοκρασία εἰς τὸ μεγαλύτερον τμῆμα παραμείνῃ σταθερά; Ὑποθέσατε ὅτι ὁ γενικὸς περὶ ἀερίων νόμος ἰσχύει. Ἀπ. 10 cm

43. Δύο φιάλαι τῶν 5.0 λίτρων συνδέονται διὰ βραχέος σωλῆνος μετὰ στρόφιγγος διακοπῆς. Εἰς τὴν μίαν φιάλην χορηγεῖται ἥλιον εἰς τοὺς 27°C μέχρις ὅτου ἡ πίεσις εἰς τὴν φιάλην ταύτην ἀνέλθῃ εἰς 130 mm Hg. Ἐντὸς τῆς ἑτέρας φιάλης παρέχεται ἄζωτον μέχρις ὅτου, εἰς τοὺς 77°C, ἡ πίεσις εἰς τὴν φιάλην ταύτην ἀνέλθῃ εἰς τὰ 210 mm Hg. Τότε ἀνοίγεται ἡ στρόφιγξ. Ἀφοῦ ἀποκατασταθῇ ἡ ἰσορροπία ἡ στρόφιγξ κλείνεται καὶ μία τῶν φιαλῶν φέρεται καὶ πάλιν εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 27°C. Ποία θὰ εἶναι τώρα ἡ πίεσις εἰς τὴν φιάλην ταύτην;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Albert Eïstein

1879–1955. *Ἐγεννήθη εἰς τὸ Οὖλμ τῆς Βυρτεμβέργης. Διευθυντὴς τοῦ Ἰνστιτούτου Φυσικῆς τοῦ Αὐτοκράτορος Γουλιέλμου, Βερολῖνον. Ἰσόβιον μέλος τοῦ Ἰνστιτούτου προηγμένων σπουδῶν, Πρίνστον, ἀπὸ τοῦ 1933. Ἔλαβεν τὸ 1921 τὸ βραβεῖον Νόμπελ διὰ τὰ ἐπιτεύγματα αὐτοῦ εἰς τὸ πεδίον τῆς μαθηματικῆς φυσικῆς καὶ εἰδικῶς διὰ τὴν ἀνακάλυψίν του τοῦ νόμου τοῦ φωτοηλεκτρικοῦ ἀποτελέσματος.*

20. ΠΟΣΟΤΗΤΕΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

Ἀφοῦ κατεννοήθη ἡ ἔννοια τῆς θερμοκρασίας, ἀπητήθησαν πολλὰ ἔτη ἐπιστημονικῆς ἐρεύνης πρὶν ἢ καθορισθῇ ἡ πραγματικὴ φύσις τῆς *θερμότητος*. Ἀκόμη καὶ σήμερον ὑπάρχουν πολλοὶ ἄνθρωποι οἵτινες δὲν παρατηροῦν προσεκτικῶς τὴν διαφορὰν μεταξὺ τῶν σημαντικῶν τούτων τεχνικῶν ὅρων. Συντόμως ἀνεγνωρίσθη ὅτι μία διαφορὰ θερμοκρασίας μεταξὺ δύο ἀντικειμένων ἐπιφέρει ροὴν θερμότητος ὅταν ἔλθουν ταῦτα εἰς θερμικὴν ἐπαφήν. Ἡ πραγματικὴ φύσις τοῦ «πράγματος» ὅπερ ρέει ὑπὸ τὰς συνθήκας ταύτας δὲν προσδιωρίσθη εὐκρινῶς παρὰ μόνον κατὰ τὸ 1840. Ἡ ἀνάπτυξις αὕτη ἐξηρτᾶτο ἐκ τῆς *μετρήσεως* τῶν ποσοτήτων θερμότητος.

20-1. Ἡ ἔννοια τῆς θερμότητος. Διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία ἑνὸς ἀντικειμένου, εἶναι ἀναγκαῖον εἴτε νὰ προσθέσωμεν θερμότητα εἰς αὐτὸ ἔκ τινος πηγῆς ἀνωτέρας θερμοκρασίας, ἢ νὰ ἐπιτελέσωμεν ἔργον ἐπ' αὐτοῦ. Εἶναι δυνατὸν νὰ θερμάνωμεν τὰς χεῖρας μας τρίβοντες αὐτὰς μεταξύ των. Τὸ ἐπιτελούμενον ὑπὸ τῆς τριβῆς ἔργον μετατρέπεται εἰς θερμότητα καὶ αὐξάνει τὴν ἐπιφανειακὴν θερμοκρασίαν τῶν χειρῶν. Ὅταν ἓν σύρμα θραύεται διὰ ταχείας ἐπαναληπτικῆς κάμψεως, μέρος τοῦ ἐπιτελουμένου ἔργου μετατρέπεται εἰς θερμότητα καὶ τὸ σύρμα θερμαίνεται. Ὅταν ἥλος (καρφοβελόνη) ἀποσπᾶται ἐκ σανίδος, ἀπαιτεῖται ἔργον λόγῳ τῆς ἀσκουμένης μεταξὺ τοῦ ξύλου καὶ τοῦ ἥλου τριβῆς. Τὸ ἔργον παράγει θερμότητα, ἥτις θερμαίνει τὸ ξύλον καὶ τὸν ἥλον. Διογκοῦντες ἐπίσωτρον αὐτοκινήτου διὰ χειραντλίας ἀπαιτεῖται ἔργον. Μέρος τοῦ ἀσκουμένου ἔργου παράγει θερμότητα ἥτις θερμαίνει τὴν ἀντλίαν, τὸ ἐπίσωτρον καὶ τὸν ἀέρα. Ἡ θερμότης εἶναι μία *μορφὴ ἐνεργείας* τὴν ὁποίαν κέκτηνται τὰ μόρια τῆς ὕλης λόγῳ τῆς κινήσεώς των. Ἡ θερμότης δὲν πρέπει νὰ συγχέηται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ἥτις προσδιορίζει τὴν διεύθυνσιν μεταδόσεως τῆς θερμότητος.

Ὑποθέσατε ὅτι ἀντλοῦμεν ἕναν κάδον ὕδατος ἀπὸ τὸν ὠκεανόν. Ἡ θερμοκρασία του εἶναι ἡ αὐτὴ ὅπως καὶ τοῦ ὠκεανοῦ, ἀλλὰ τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος (ἐνεργείας) εἰς τὸν κάδον ὕδατος εἶναι ἀπειροστὸν ἐν συγκρίσει πρὸς τὴν ἐν τῷ ὠκεανῷ περιεχομένην ποσότητα ταύτης. Ἡ θερμότης δύναται νὰ μετρηθῇ βάσει οἱασδήποτε μονάδος δυναμένης νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὴν μέτρησιν ἐνεργείας, ὡς τὸ joule, ἢ ἡ κιλοβαττώρα. Ἱστορικῶς, ἐν τούτοις, αἱ ποσότητες θερμότητος ἔχουν μετρηθῇ εἰς θερμίδας ἢ ἀγγλικὰς θερμικὰς μονάδας, τῶν ὁποίων

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

οἱ ὁρισμοὶ καθωρίσθησαν βάσει τῶν πρώτων ἀρχικῶν πειραμάτων ἐπὶ τῆς φύσεως τῆς θερμότητος. Ἡ θερμοκρασία δέον νὰ μετρῆται βάσει ἑνὸς ἀνεξαρτήτως καθορισθέντος προτύπου.

20-2. Μονάδες θερμότητος. Ἓν τῶν ἀποτελεσμάτων τῆς προσθήκης θερμότητος εἰς τὸ ὕδωρ, ἢ εἰς ἑτέραν οὐσίαν, εἶναι ἡ ὕψωσις τῆς θερμοκρασίας. Ἡ ποσότης θερμότητος ἡ ἀναγκαία διὰ νὰ ὑψώσῃ τὴν θερμοκρασίαν μιᾶς λίβρας ὕδατος κατὰ ἕνα βαθμὸν Φαρενάϊτ, εἶναι σχεδὸν σταθερὰ ἐπὶ τῆς περιοχῆς θερμοκρασιῶν ἀπὸ 32 ἕως 212° F. Τὸ γεγονὸς τοῦτο ὑποδεικνύει μίαν πρόσφορον μονάδα πρὸς χρῆσιν κατὰ τὴν μέτρησιν τῆς θερμότητος.

Ἡ μονὰς αὕτη καλεῖται *Βρεττανικὴ μονὰς θερμότητος* (Btu) καὶ εἶναι τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος τὸ ἀπαιτούμενον διὰ νὰ ὑψώσῃ τὴν θερμοκρασίαν μιᾶς λίβρας ὕδατος, κατὰ ἕνα βαθμὸν Φαρενάϊτ.

Εἰς τὸ μετρικὸν σύστημα ἡ ἀντίστοιχος μονὰς καλεῖται *θερμίς*. Ἡ θερμὶς ὁρίζεται ὡς τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία ἑνὸς γραμμαρίου ὕδατος κατὰ ἕνα βαθμὸν ἑκατονταβάθμου κλίμακος. Μία Btu ἰσοδυναμεῖ περίπου μὲ 252 θερμίδας.

Εἰς τὸ σύστημα mks, μονὰς θερμότητος εἶναι ἡ *χιλιοθερμὶς* (kcal) ἢ χιλιογραμμοθερμίς*, δηλαδὴ τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος τὸ ἀπαιτούμενον διὰ νὰ ὑψώσῃ τὴν θερμοκρασίαν ἑνὸς χιλιογράμμου ὕδατος κατὰ ἕνα βαθμὸν ἑκατονταβάθμου κλίμακος.

Δεδομένου ὅτι ἡ ἀπαιτουμένη ποσότης θερμότητος διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία μιᾶς μονάδος μάζης τοῦ ὕδατος κατὰ ἕναν βαθμὸν δὲν εἶναι ἐντελῶς σταθερὰ καθ' ὅλην τὴν ἔκτασιν τῆς περιοχῆς τῆς θερμοκρασίας, οἱ ὁρισμοὶ τῆς Btu καὶ τῆς θερμίδος δέον νὰ θεωρηθοῦν ὡς οἱ μέσαι τιμαί, ἐντὸς τῆς περιοχῆς τῆς περιλαμβανομένης μεταξὺ τοῦ σημείου πήξεως καὶ ζέσεως τοῦ ὕδατος.

20-3. Εἰδικὴ θερμότης. Ἡ θερμότης ἡ ἀπαιτουμένη διὰ νὰ μεταβάλῃ τὴν θερμοκρασίαν μιᾶς μονάδος μάζης μιᾶς οὐσίας κατὰ ἕνα βαθμὸν εἶναι χαρακτηριστικὴ τῆς οὐσίας ταύτης. Ἡ *εἰδικὴ θερμότης**, μιᾶς οὐσίας ὁρίζεται ὡς ἡ θερμότης ἀνὰ μονάδα μάζης καὶ βαθμὸν μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας

$$c = \frac{Q}{m\Delta t} \qquad (1)$$

ὅπου c εἶναι ἡ εἰδικὴ θερμότης, Q ἡ προστεθεῖσα θερμότης εἰς τὸ ὑλικὸν μάζης m καὶ Δt εἶναι ἡ ὕψωσις τῆς θερμοκρασίας αὐτοῦ. Εἰς τὸ Βρεττανικὸν σύστημα ἡ εἰδικὴ θερμότης (σημειώσατε ὅτι εἰς τὸ Βρετ. σύστημα τὸ m τῆς ΄Εξ. (1) ἀντικαθίσταται διὰ τοῦ βάρους), ἐκφράζεται εἰς βρεττανικὰς μονάδας θερμότητος ἀνὰ λίβραν καὶ βαθμὸν Φαρενάϊτ, καὶ εἰς τὸ μετρικὸν σύστημα, εἰς θερμίδας ἀνὰ γραμμάριον καὶ βαθμὸν ἑκατονταβάθμου. Λόγῳ τοῦ τρόπου καθορισμοῦ τῆς Btu καὶ τῆς θερμίδος, ἡ εἰδικὴ θερμότης οὐσίας τινὸς εἰς μετρικὰς μονάδας εἶναι ἡ αὐτὴ ἀριθμητικῶς ὡς αὐτὴ ἐκφράζεται εἰς τὸ Βρεττ. σύστημα. Τοῦτο σημαίνει παρ. χάριν ὅτι, ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ἄλατος, ἡ ὁποία εἶναι 0.204 Btu/lb F°, εἶναι ἐπίσης 0.204 cal/gm C°. Τὸ ὕδωρ ἔχει εἰδικὴν θερμότητα κατὰ πολὺ μεγαλυτέραν ἀπὸ τὴν τῶν πλείστων κοινῶν ὑλικῶν.

Γνωρίζοντες τὴν εἰδικὴν θερμότητα c ἑνὸς ὑλικοῦ, δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν θερμότητα Q τὴν ἀπαιτουμένην διὰ νὰ μεταβληθῇ ἡ θερμοκρασία μάζης m αὐτοῦ, ἀπὸ τῆς ἀρχικῆς τιμῆς t_i εἰς

Διαιτολόγοι πραγματευόμενοι περὶ μεταβολισμοῦ τροφῆς, χρησιμοποιοῦν τὸν ὅρον «Θερμίς», (συχνάκις γραφόμενον διὰ κεφαλαίων διὰ νὰ ἀντιδιαστέλλεται πρὸς τὴν «μικρὰν θερμίδα») διὰ νὰ ἐκφράσουν ὅ,τι ὡρίσαμεν ὡς χιλιοθερμίδα. Ἡ ἔκφρασις ὅτι «ὑπάρχουν 63 Θερμίδες εἰς τεμάχιον λευκοῦ ἄρτου» σημαίνει ὅτι περίπου 63 χιλιοθερμίδες θὰ ἐλευθερωθοῦν ὅταν τὸ ἀποξηρανθὲν δεῖγμα τοῦ ἄρτου θὰ καῇ πλήρως, εἰς ἀτμόσφαιραν ὀξυγόνου ἐντὸς θερμιδομέτρου.

* Μερικοὶ συγγραφεῖς καλοῦν τὴν ποσότητα ταύτην θερμικὴν ἱκανότητα τῆς οὐσίας καὶ καθορίζουν τὴν εἰδικὴν θερμότητα ὡς τὸν λόγον τῆς θερμικῆς ἱκανότητος τῆς οὐσίας πρὸς τὴν τοῦ ὕδατος.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΙΝΑΞ 1. ΕΙΔΙΚΑΙ ΘΕΡΜΟΤΗΤΕΣ

Οὐσίαι	*cal/gr C°* ἢ *Btu/lb F°*
Ἀλκοόλη	0.60
Ἀλουμίνιον	0.212
Ὀρείχαλκος	0.090
Ἄνθραξ (γραφίτης)	0.160
Χαλκός	0.092
Αἰθυλενογλυκόλη	0.528
Ἅλας (soda)	0.16
Χρυσός	0.0316
Ὑδρογόνον (εἰς 15° C καὶ σταθερὰν πίεσιν)	3.389
Πάγος	0.51
Σίδηρος	0.117
Μόλυβδος	0.030
Ὑδράργυρος	0.033
Ἄργυρος	0.056
Ὕδωρ (ἐξ ὁρισμοῦ)	1.00
Ὑδρατμός (εἰς 100° C καὶ σταθερὰν πίεσιν)	0.482
Ψευδάργυρος	0.093

τὴν τιμὴν t_f, ἐκ τῆς σχέσεως

$$Q = mc(t_f - t_i) \qquad (1\alpha)$$

Παράδειγμα: Πόση θερμότης ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία 2.5 lb ἀλκοόλης ἀπὸ τῆς θερμοκρασίας χώρου (69°F) εἰς τὸ σημεῖον ζέσεως αὐτῆς (173°F);

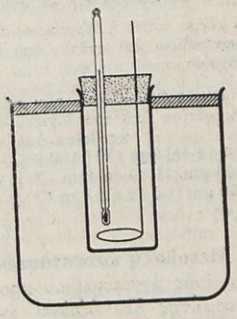
$$Q = (2.5 \text{ lb})(0.60 \text{ Btu/lb F°})(173°\text{F} - 68°\text{F}) = 160 \text{ Btu}.$$

20-4. Μέθοδος τῶν μιγμάτων. Ὁ πειραματικὸς προσδιορισμὸς τῆς εἰδικῆς θερμότητος μετάλλου τινὸς διὰ τῆς μεθόδου τῶν μιγμάτων συνίσταται οὐσιαστικῶς εἰς τὴν προσθήκην γνωστῆς μάζης μετάλλου εὑρισκομένης εἰς γνωστὴν ὑψηλὴν θερμοκρασίαν, ἐντὸς γνωστῆς μάζης ὕδατος εὑρισκομένην ἐπίσης εἰς γνωστὴν χαμηλὴν θερμοκρασίαν καὶ τὸν προσδιορισμὸν τῆς ἐπακολουθούσης θερμικῆς ἰσορροπίας.

Ἡ θερμότης ἡ ἀπορροφηθεῖσα ὑπὸ τοῦ ὕδατος καὶ τοῦ περιέχοντος αὐτὸ δοχείου δύναται νὰ ἐξισωθῇ πρὸς τὴν ἀποβληθεῖσαν θερμότητα ὑπὸ τοῦ θερμοῦ μετάλλου. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἄγνωστος εἰδικὴ θερμότης.

$$\text{ἀπωλεσθεῖσα θερμότης} = \text{κτηθεῖσα θερμότης} \qquad (2)$$

Ἡ ἀπωλεσθεῖσα θερμότης ὑπὸ τοῦ θερμοῦ ἀντικειμένου ἰσοῦται μὲ $m_x c_x \Delta t_x$, ὅπου m_x εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ ἀντικειμένου, c_x εἶναι ἡ εἰδικὴ θερμότης αὐτοῦ καὶ Δt_x ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας του. Ἡ κτηθεῖσα θερμότης ὑπὸ τοῦ δοχείου καὶ τοῦ ὕδατος θὰ εἶναι $m_c c_c \Delta t_c + m_w c_w \Delta t_w$, ὅπου m_c καὶ c_c εἶναι ἡ μᾶζα καὶ ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ δοχείου καὶ m_w καὶ c_w εἶναι ἡ μᾶζα καὶ ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ὕδατος ἐντὸς τοῦ δοχείου. Ἡ μεταβολὴ θερμοκρασίας Δt_c ἀναφέρεται εἰς τὸ δοχεῖον καὶ ἡ Δt_w εἶναι ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος. Διὰ νὰ μειωθῇ εἰς τὸ ἐλάχιστον ἡ ἐναλλαγὴ θερμότητος μετὰ τοῦ περιβάλλοντος, χρησιμοποιεῖται συνήθως δίτοιχον



Εἰκ. 1. Θερμιδόμετρον διπλῶν τοιχωμάτων.

δοχεῖον (Εἰκ. 1) διὰ τὰ θερμιδομετρικὰ πειράματα. Τοιοῦτον δοχεῖον καλεῖται θερμιδόμετρον.

Παράδειγμα: Ὅταν 2.00 lb ὀρειχάλκου ἐχοντος θερμοκρασίαν 212°F ρίπτονται ἐντὸς 5.00 lb ὕδατος θερμοκρασίας 35.0°F ἡ ἐπακολουθοῦσα θερμοκρασία εἶναι 41.2°F. Νὰ εὑρεθῇ ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ὀρειχάλκου.

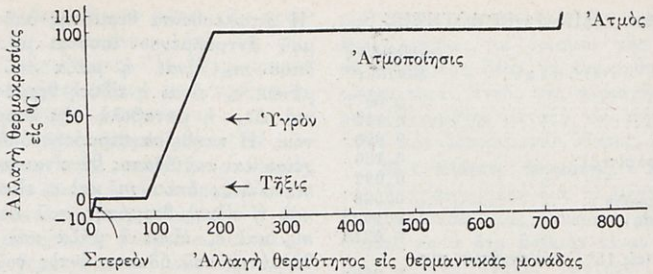
Θερμότης ἀπωλεσθεῖσα ὑπὸ τοῦ ὀρειχάλκου = θερμότης κτηθεῖσα ὑπὸ τοῦ ὕδατος.

$$m_B c_B \Delta t_B = m_w c_w \Delta t_w$$

$$(2.00 \text{ lb}) c_B (212°\text{F} - 41.2°\text{F}) = (5.00 \text{ lb}) \times (1.00 \text{ Btu/lb F°})(41.2°\text{F} - 35.0°\text{F})$$

$$c_B = \frac{(5.00 \text{ lb})(1.00 \text{ Btu/lb F°})(41.2°\text{F} - 35.0°\text{F})}{(2.00 \text{ lb})(212°\text{F} - 41.2°\text{F})} = 0.091 \text{ Btu/lb F°}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 2. Θερμότης ἀπαιτουμένη διὰ νὰ μεταβληθῇ 1 gm πάγου θερμοκρασίας — 10°C εἰς ἀτμὸν θερμοκρασίας 110°C.

Παράδειγμα: 'Ογδοήκοντα γραμμάτια σιδηρῶν σφαιριδίων θερμοκρασίας 100.0°C, ρίπτονται ἐντὸς 200 gm ὕδατος θερκοκρασίας 20.0°C, περιεχόμενα εἰς σιδηροῦν δοχεῖον μάζης 50 gm. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπακολουθοῦσα θερμοκρασία.

Εἰς τὸ μῖγμα τοῦτο ἡ θερμοκρασία ἀπόλλυται ἐκ τῶν σφαιριδίων καὶ κτᾶται ὑπὸ τοῦ ὕδατος καὶ τοῦ δοχείου.

Θερμότης ἀπωλεσθεῖσα ὑπὸ τῶν σφαιριδίων = θερμότης κτηθεῖσα ὑπὸ τοῦ δοχείου + θερμότης κτηθεῖσα ὑπὸ τοῦ ὕδατος

$$(80\text{ gm})(0.12\text{ cal/gm C}^0)(100.0^0\text{C} - t) = (200\text{ gm})(1.00\text{ cal/gm C}^0)(t - 20.0^0\text{C}) + (50\text{ gm})(0.12\text{ cal/gm C}^0)(t - 20.0^0\text{C})$$

$$t = 24^0\text{C}$$

20-5. Μεταβολὴ καταστάσεως. "Απασα ἡ παρ' ἑνὸς ἀντικειμένου προσλαμβανομένη θερμότης δὲν ὑψώνει ἀναγκαίως τὴν θερμοκρασίαν του. 'Εκπληκτικῶς μεγάλαι ποσότητες ἐνεργείας ἀπαιτοῦνται διὰ νὰ ἐπιτελέσουν τὸ ἀπαιτούμενον διὰ τὸν διαχωρισμὸν τῶν μορίων ἔργον, ὅταν στερεὰ μεταβάλλωνται εἰς ὑγρὰ καὶ ὑγρὰ μεταβάλλωνται εἰς ἀέρια. 'Η στερεὰ φάσις τοῦ ὕδατος εἶναι πάγος. 'Ο πάγος ἔχει εἰδικὴν θερμότητα περίπου 0.5 cal/gm C⁰, καὶ τὸ ὕδωρ 1 cal/gm C⁰.

Διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία 1 gm πάγου ἀπὸ —1 εἰς 0°C, ἀπαιτεῖται ½ cal θερμικῆς ἐνεργείας. Διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία 1 gm ὕδατος εἰς τὴν ὑγρὰν φάσιν ἀπὸ 0 εἰς 1°C, ἀπαιτεῖται 1 cal. Διὰ νὰ τακῇ 1 gm πάγου ἀπαιτοῦνται 80 cal, ἂν καὶ ἡ θερμοκρασία δὲν μεταβάλλεται καὶ τὸ μέγα τοῦτο ποσὸν θερμότητος καταναλίσκεται διὰ τὴν μεταβολὴν τῆς καταστάσεως ἀπὸ στερεᾶς εἰς ὑγράν. 'Η θερμότης ἀνὰ μονάδα μάζης, ἡ ἀπαιτουμένη διὰ νὰ μεταβάλῃ οὐσίαν τινὰ ἀπὸ τὴν στερεὰν κατάστασιν εἰς τὴν ὑγρὰν τοιαύτην, ὑπὸ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ σημείου τήξεως αὐτῆς, καλεῖται *θερμότης τήξεως*.

$$L_f = \frac{Q}{m} \qquad (3)$$

'Η θερμότης τήξεως L_f ἐκφράζεται εἰς Btu ἀνὰ λίβραν ἢ εἰς θερμίδας ἀνὰ γραμμάριον. 'Η θερμότης τήξεως τοῦ πάγου εἶναι περίπου 144 Btu/lb, ἢ 80 cal/gm. 'Ενῶ αἱ εἰδικαὶ θερμότητες εἶναι ἀριθμητικῶς αἱ αὐταὶ εἰς τὰς Βρεττανικὰς καὶ μετρικὰς μονάδας, ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς θερμότητος τήξεως εἰς τὸ μετρικὸν σύστημα ἐκφραζομένη, ἰσοῦται μὲ τὰ $^5/_9$ τῆς τοῦ Βρεττανικοῦ συστήματος.

20-6. Θερμότης ἐξαερώσεως. "Οταν 1 gm πάγου τακῇ, ποσὸν θερμότητος 100 cal ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ὑψώσῃ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ὕδατος ἀπὸ τοῦ σημείου τήξεως εἰς τὸ σημεῖον ζέσεως αὐτοῦ. 'Εφόσον ἐξακολουθοῦμεν προσθέτοντες θερμότητα εἰς τὸ σημεῖον ζέσεως, ἡ θερμοκρασία παραμένει ἡ αὐτὴ μέχρις ὅτου τὸ ὑγρὸν μεταβληθῇ ἐξ ὁλοκλήρου εἰς ἀτμόν. Τὰ στάδια μέσῳ τῶν ὁποίων διέρχεται ἐν γραμμάριον πάγου θερμαινόμενον ἀπὸ τοῦ σημείου τήξεως μέχρι τοῦ τῆς ἐξατμίσεως παριστῶνται ὑπὸ κλίμακα εἰς τὴν Εἰκ. 2. 'Η ποσότης θερμότητος ἀνὰ μονάδα μάζης, ἡ ἀπαιτουμένη διὰ νὰ μετατραπῇ ἐν ὑγρὸν ἀπὸ τῆς ὑγρᾶς φάσεως εἰς τὴν τοῦ ἀτμοῦ, χωρὶς νὰ μεταβληθῇ ἡ θερ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μοκρασία του καλεῖται *θερμότης ἐξαερώσεως (ἀτμοποιήσεως)*.

$$L_v = \frac{Q}{m} \qquad (4)$$

Ἡ θερμότης ἐξαερώσεως συνήθως μετρεῖται ἐπὶ τοῦ κανονικοῦ σημείου ζέσεως ὑγροῦ τινος. Ἀλλὰ ἑκάστοτε ἡ L_v μετρεῖται, ὑπὸ διαφορετικὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως, καὶ ἡ τιμὴ αὐτῆς ἐξαρτᾶται ἐκ τῶν συνθηκῶν αὐτῶν. Διὰ τὸ ὕδωρ ἡ θερμότης ἐξαερώσεως L_v εἶναι περίπου 540 cal/gm ἢ 970 Btu/lb. Τὸ ποσὸν τοῦτο τῆς θερμότητος εἶναι κατὰ πολὺ μεγαλύτερον τοῦ ἀπαιτουμένου διὰ νὰ θερμανθῇ τὸ ὕδωρ ἀπὸ τοῦ σημείου τήξεως μέχρι τοῦ τῆς ζέσεως. Ποῦ μεταβαίνει ἡ ἐνέργεια αὕτη κατὰ τὴν μεταβολὴν καταστάσεως εἶναι δυνατὸν νὰ κατανοηθῇ καλύτερον ἐὰν σκεφθῶμεν ὅτι τὸ ὑγρὸν ἀποτελεῖται ἐκ μυριάδων μορίων στενῶς συνηθροισμένων, ἀλλὰ μᾶλλον ἀκανονίστως, συγκρινόμενα πρὸς τὴν κανονικὴν διάταξιν τῶν κρυστάλλων τῶν ἀποτελούντων ἓν στερεόν. Ἓν γραμμάριον ὕδατος καταλαμβάνει χῶρον 1 cm^3 ὑπὸ μορφὴν ὑγροῦ. Τὸ αὐτὸ ποσὸν ὕδατος (καὶ συνεπῶς ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς μορίων) εἰς κατάστασιν ἀτμοῦ καὶ ὑπὸ πίεσιν 1 ἀτμ. καὶ θερμοκρασίαν 100° C, πληροῖ χῶρον 1671 cm^3 ἀντὶ τοῦ 1 cm^3. Τὸ ποσὸν θερμότητος τὸ ἀπαιτηθὲν διὰ νὰ ἐξατμίσῃ τὸ ὕδωρ ἐδαπανήθη διὰ νὰ ἐπιτελεσθῇ ἔργον κατὰ τῆς ἀτμοσφαίρας καὶ διὰ νὰ διαχωρισθῶσιν τὰ μόρια εἰς κατὰ πολὺ μεγαλυτέρας ἀποστάσεις ἀπὸ ἐκείνας εἰς τὰς ὁποίας εὑρίσκοντο κατὰ τὴν ὑγρὰν κατάστασιν.

Παράδειγμα: Πόση θερμότης ἀπαιτεῖται διὰ νὰ μεταβληθοῦν 50 lb πάγου θερμοκρασίας 15° F, εἰς ἀτμὸν θερμοκρασίας 212° F;

Θερμότης διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ πάγου εἰς τὸ σημεῖον τήξεως αὐτοῦ
= (50 lb)(0.51 Btu/lb F°)(32° F − 15° F)
= 430 Bt

Θερμότης διὰ νὰ τακῇ ὁ πάγος
= (50 lb)(144 Btu/lb) = 7200 Btu

Θερμότης διὰ νὰ θερμανθῇ τὸ ὕδωρ μέχρι τοῦ σημείου βρασμοῦ του
= (50 lb)(1.0 Btu/lb F°)(212°F − 32°F)
= 9000 Btu

Θερμότης διὰ νὰ ἐξαερωθῇ τὸ ὕδωρ
= (50lb)(970 Btu/lb) = 48 000 Btu

Ὁλικὴ ἀπαιτηθεῖσα θερμότης :

Q = (430 + 7200 + 9000 + 48 000) Btu
= 64 000 Btu

Σημειώσατε ὅτι εἰς τὸ ἄθροισμα τοῦτο, αἱ 430 εἶναι ἀμελητέαι καὶ δύνανται νὰ παραραθῶσιν, δεδομένου ὅτι ὑπάρχει ἀμφίβολον ψηφίον εἰς τὴν θέσιν τῶν χιλιάδων εἰς τὰς 48 000.

20-7. Μέτρησις τῆς θερμότητος τήξεως. Αἱ θερμότητες τήξεως καὶ ἐξαερώσεως, ὡς καὶ αἱ εἰδικαὶ θερμότητες, προσδιορίζονται ὑπὸ θερμιδομετρικῶν πειραμάτων. Ἡ μόνη ἐπιβαλλομένη μεταβολὴ εἰς τὴν Ἐξ. (2) εἶναι ἡ προσθήκη ὅρου δίδοντος τὴν ἀπαιτουμένην ποσότητα θερμότητος διὰ νὰ μεταβληθῇ ἡ κατάστασις.

Παράδειγμα: Ὅταν 150 gm πάγου εἰς 0° C μιγνύονται μετὰ 300 gm ὕδατος 50° C ἡ ἐπακολουθοῦσα θερμοκρασία εἶναι 6.7° C. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ θερμοκρασία τήξεως τοῦ πάγου.

Ἡ παρὰ τοῦ πάγου προσλαμβανομένη θερμότης θὰ ἰσοῦται μὲ τὴν θερμότητα τὴν μέλλουσα νὰ τήξῃ τοῦτον (οὗτος εὑρίσκεται εἰς 0° C ὅταν τεθῇ εἰς τὸ θερμιδόμετρον) σὺν τὴν ἀπαιτουμένην θερμότητα διὰ νὰ θερμάνῃ τὸ προκύπτον ὕδωρ εἰς τὴν τελικὴν θερμοκρασίαν μόλις ἤθελεν οὗτος τακῇ ὁλοσχερῶς: ἤτοι:

$$Q_g = m_i L_i + m_i c_w (t_f - 0)$$

ὅπου Q_g παριστᾷ τὴν προσλαμβανομένην θερμότητα ὑπὸ τῆς μάζης m_i τοῦ τηκομένου πάγου, τοῦ ὁποίου ἡ θερμότης τήξεως L_i πρόκειται νὰ μετρηθῇ, c_w εἶναι ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ὕδατος ὅπερ ἦτο πάγος πρὶν ἢ τακῇ καὶ t_f εἶναι ἡ τελικὴ θερμοκρασία. Ἡ θερμότης τὴν ὁποίαν χάνει τὸ θερμιδόμετρον καὶ τὸ ὕδωρ θὰ εἶναι

$$Q_l = m_c c_c \Delta t_c + m_w c_w \Delta t_w$$

ὅπου τὰ σύμβολα ἔχουν ἐννοίας ἀναλόγους πρὸς τὰς τῆς ἀκολούθου ἐξισώσεως (2).

Θερμότης ἀπωλεσθεῖσα ὑπὸ τοῦ ὕδατος
= (300 gm)(1.00 cal/gm C°)(50.0°C − 6.7°C)
= 13 000 cal

Ἀπαιτηθεῖσα θερμότης διὰ νὰ τακῇ ὁ πάγος
= (150 gm)L_i

Ἀπαιτηθεῖσα θερμότης διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ παγωμένου ὕδατος εἰς τὴν τελικὴν θερμοκρασίαν
= (150 gm)(1.00 cal/gm C°)(6.7° C − 0°C)
= 1000 cal

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

'Απωλεσθεῖσα θερμότης = κτηθεῖσα θερμότης

$$13\,000\ \text{cal} = (150\ \text{gm})L_i + 1000\ \text{cal}$$

$$L_i = 80.0\ \text{cal/gm}$$

Οἱονδήποτε πρόβλημα, μεθόδου μίξεως, δύναται νὰ ἐπιλυθῇ διὰ τῆς αὐθαιρέτου ἐπιλογῆς τυπικῆς τινὸς καταστάσεως καὶ μεταγενεστέρου ὑπολογισμοῦ τῆς θερμότητος ἥτις ἤθελεν κτηθῇ ἢ ἀπωλεσθῇ ὑφ' ἑκάστου ὑλικοῦ κατὰ τὴν μετάβασιν αὐτοῦ ἀπὸ τῆς ἀρχικῆς καταστάσεώς του εἰς τὴν ἐπιλεγεῖσαν τυπικὴν τοιαύτην.

Παράδειγμα: 'Εὰν 150 gm πάγου θερμοκρασίας 0° C προστεθῶσιν ἐντὸς 200 gm ὕδατος εὑρισκομένου εἰς δοχεῖον ἐξ ἀλουμινίου μάζης 100 gm θερμοκρασίας 30° C, ποία θὰ εἶναι ἡ ἐπακολουθοῦσα θερμοκρασία;

'Εν προκειμένῳ ἐπιλέγομεν ὕδωρ εἰς 0° C ὡς τυπικὴν κατάστασιν. 'Εν συνεχείᾳ συγκρίνομεν τὴν κτηθεῖσαν ὑπὸ τοῦ πάγου θερμότητα κατὰ τὴν μετάβασίν του εἰς τὴν τυπικὴν κατάστασιν, μετὰ τῆς θερμότητος τῆς ἀπωλεσθείσης ὑπὸ τοῦ ὕδατος καὶ τοῦ δοχείου ψυχομένων εἰς τοὺς 0° C.

Θερμότης προσλαμβανομένη ὑπὸ τοῦ πάγου κατὰ τὴν τῆξιν

$$= (150\ \text{gm})(80.0\ \text{cal/gm}) = 12\,000\ \text{cal}$$

Θερμότης ἀπολεσθεῖσα ὑπὸ τοῦ δοχείου

$$= (100\ \text{gm})(0.212\ \text{cal/gm C°})(30°\text{C} - 0°\text{C}) = 640\ \text{cal}$$

Θερμότης ἀπωλεσθεῖσα ὑπὸ τοῦ ὕδατος

$$= (200\ \text{gm})(1.0\ \text{cal/gm C°})(30°\text{C} - 0°\text{C}) = 6000\ \text{cal}$$

Δεδομένου ὅτι ἡ τῆξις ὁλοκλήρου τοῦ πάγου θ' ἀπήτει περισσοτέραν θερμότητα (12 000 cal) περισσότερον τῆς διαθεσίμου ὑπὸ τοῦ ὕδατος καὶ τοῦ δοχείου, δὲν θὰ τακῇ ὁλόκληρος ἡ ποσότης τοῦ πάγου. 'Η τελικὴ θερμοκρασία θὰ εἶναι τότε 0° C. 'Η ποσότης τοῦ ἀπομένοντος πάγου θὰ εἶναι τότε :

$$m = \frac{(12000 - 6600)}{80.0\ \text{cal/gm}} = 67\ \text{gm}$$

20-8. 'Εξαέρωσις. 'Η ἐξαέρωσις εἶναι ἡ μεταβολὴ μιᾶς οὐσίας εἰς τὴν κατάστασιν ἀτμοῦ ἢ ἀερίου. 'Η ἐξαέρωσις δύναται νὰ ἐπέλθῃ κατὰ τρεῖς τρόπους. "Οταν ὑγρόν τι περιορίζεται εἰς κλειστὸν δοχεῖον ἐπέρχεται κατάστασις ἰσορροπίας: μόρια ἐγκαταλείπουν συνεχῶς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ σχηματίζοντα ἀτμόν. Τὰ μόρια αὐτὰ τοῦ ἀτμοῦ συνεχῶς προσβάλλουν τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ εἰσερχόμενα ἐντὸς αὐτοῦ καὶ πάλιν. "Οταν ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐγκαταλειπόντων τὴν ὑγρὰν ἐπιφάνειαν μορίων ἰσοῦται πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν μορίων ἅτινα εἰσέρχονται ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον, τότε λέγομεν ὅτι ὁ ἀτμὸς εἶναι *κεκορεσμένος*. 'Η πίεσις τοῦ κεκορεσμένου ἀτμοῦ καλεῖται πίεσις τοῦ ἀτμοῦ (τάσις κεκορεσμένων ἀτμῶν), εἶναι δὲ αὕτη χαρακτηριστικὴ τῆς οὐσίας καὶ τῆς θερμοκρασίας, ἀλλὰ ἀνεξάρτητος τοῦ ὄγκου τοῦ ἀτμοῦ.

'Εξάτμισις καλεῖται ἡ ἐξαέρωσις ἑνὸς ὑγροῦ ἥτις λαμβάνει χώραν μόνον εἰς τὴν ἐπιφάνειαν αὐτοῦ. Αὕτη ἐπιτελεῖται ἄνευ ὁρατῆς διαταραχῆς. Ὑγρὰ ἀφηνόμενα ἐντὸς ἀκαλύπτων δοχείων ἐξαφανίζονται γενικῶς δι' ἐξατμίσεως μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου. 'Ο ρυθμὸς ἐξατμίσεως ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ὑγροῦ καὶ τινων ἄλλων παραγόντων ὡς ἡ θερμοκρασία, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ, ὁ βαθμὸς ἀερισμοῦ καὶ ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ πίεσις. 'Η ἐξάτμισις εἶναι φαινόμενον προκαλοῦν ψύξιν ἀφ' ἧς στιγμῆς τὰ μόρια τοῦ ὑγροῦ τὰ ὁποῖα ἔχουν τὴν περισσοτέραν ἐνέργειαν καθίστανται ἱκανὰ πρὸς διαφυγὴν ἐκ τοῦ ὑγροῦ. Ταχεῖα ἐξάτμισις δύναται νὰ ψύξῃ τὸ ἐναπομένον ὑγρὸν καὶ πολλάκις νὰ πήξῃ τοῦτο.

Βρασμὸς καλεῖται ἡ ἐξαέρωσις ἑνὸς ὑγροῦ, ἥτις ἐπιτελεῖται ὄχι μόνον ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας αὐτοῦ ἐπιφανείας, ἀλλὰ ὑπὸ μορφὴν φυσαλλίδων ὁ ἀτμὸς νὰ παράγεται καὶ εἰς τὸ ἐσωτερικὸν αὐτοῦ. Οὗτος συνοδεύεται ὑπὸ ἀναταραγμοῦ τοῦ ὑγροῦ ἐφόσον ἀνέρχονται αἱ φυσαλλίδες, ποὺ διαστέλλονται καὶ ρηγνύονται. Τὸ σημεῖον ζέσεως ὑγροῦ τινος εἶναι ἡ θερμοκρασία κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ του εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀσκουμένην ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ πίεσιν. 'Η θερμοκρασία εἰς ἣν ἐν ὑγρὸν βράζει ὑπὸ τὴν τυπικὴν πίεσιν, ἤτοι τῶν 76.0 cm Hg, καλεῖται κανονικὸν σημεῖον ζέσεως αὐτοῦ.

'Εξάχνωσις εἶναι ἡ μεταβολὴ ἑνὸς στερεοῦ εἰς ἀτμόν, ἀμέσως, χωρὶς τοῦτο νὰ διέλθῃ ἐκ τῆς ὑγρᾶς καταστάσεως. 'Ενδύματα ἀναρτηθέντα διὰ στέγνωσιν κατὰ ψυχρὰν τινα ἡμέραν δυνατὸν νὰ παγώσουν καὶ μετέπειτα νὰ στεγνώσουν. Στερεὸν διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος ἐξαχνοῦται ἄνευ ὑγράνσεως τοῦ περιέχοντος αὐτὸ δοχείου, ἐξ οὗ καὶ τὸ ὄνομα αὐτοῦ «ξηρὸς πάγος».

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

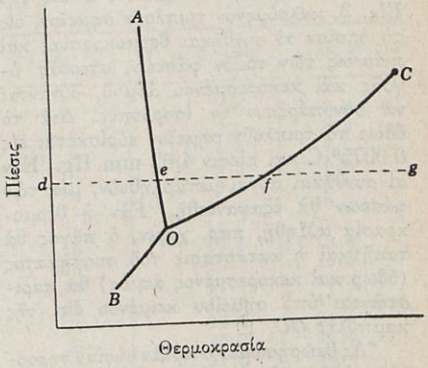
Ἡ ὁσμὴ τῆς στερεᾶς καμφορᾶς καὶ τῆς ναφθαλίνης (βῶλοι διὰ τὸν σκῶρον) ἀποτελεῖ τεκμήριον ὅτι ἐξαχνοῦνται ταῦτα εἰς τὴν θερμοκρασίαν χώρου.

20-9. Ἐπίδρασις τῆς πιέσεως ἐπὶ τῆς μεταβολῆς τῆς καταστάσεως. Εἶναι γνωστὸν τὸ γεγονὸς ὅτι εἰς μεγάλα ὕψη ὅπου ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἶναι μειωμένη, τὸ ὕδωρ βράζει εἰς θερμοκρασίας κατωτέρας ἐκείνων τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. Ἀφ' ἑτέρου, ἐὰν ἡ πίεσις ἐπὶ τῆς ὑγρᾶς ἐπιφανείας αὐξάνεται ἐντὸς ἀτμολέβητος ἢ μιᾶς ὑπὸ πίεσιν χύτρας, ὁ βρασμὸς ἐπιτελεῖται εἰς θερμοκρασίας ἀνωτέρας τοῦ κανονικοῦ σημείου ζέσεως. Βρασμὸς δύναται νὰ προκληθῇ εἴτε δι' αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας ὑγροῦ τινος μέχρις ὅτου ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ του εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ ἀσκουμένην πίεσιν, εἴτε διὰ τῆς μειώσεως τῆς ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ πιέσεως μέχρι τῆς τιμῆς τῆς πιέσεως τοῦ κεκορεσμένου ἀτμοῦ. Ἡ καμπύλη ἐξαερώσεως τῆς Εἰκ. 3 παριστᾷ συνθήκας ἰσορροπίας μεταξὺ τῆς ὑγρᾶς καὶ τῆς καταστάσεως ἀτμοῦ τοῦ ὕδατος.

Ἡ ἐξαέρωσις τοῦ ὕδατος ἐπιφέρει μεγάλην αὔξησιν τοῦ ὄγκου τοῦ κατεχομένου ὑπὸ τῶν μορίων. Συνεπῶς αὔξησις τῆς πιέσεως προκαλεῖ ὕψωσιν τοῦ σημείου ζέσεως. Τὸ ὕδωρ δύναται νὰ βράσῃ ὑπὸ μειωμένην πίεσιν, εἰς θερμοκρασίας μικροτέρας τῶν 100° C, ὡς ὑποδεικνύεται ὑπὸ τῆς καμπύλης *OC* τῆς Εἰκ. 3.

Ἡ πῆξις ἑνὸς ὑγροῦ συνοδεύεται ὑπὸ μεταβολῆς τοῦ ὄγκου του, ἂν καὶ ἡ μεταβολὴ αὕτη εἶναι κατὰ πολὺ μικροτέρα τῆς σημειουμένης εἰς περίπτωσιν ἐξαερώσεως. Διὰ μερικὰς οὐσίας, ὡς τὸ ὕδωρ, αἵτινες διαστέλλονται κατὰ τὴν πῆξιν, αὔξησις τῆς πιέσεως μειώνει τὸ σημεῖον πήξεως. Ἡ γραμμὴ *OA* εἰς τὴν Εἰκ. 3 εἶναι ἡ καμπύλη πήξεως διὰ τὸ ὕδωρ. Ἕκαστον σημεῖον ἐπ' αὐτῆς παριστᾷ μίαν πίεσιν καὶ μίαν θερμοκρασίαν εἰς ἃς ὁ πάγος καὶ τὸ ὕδωρ δύνανται νὰ συνυπάρξουν ἐν ἰσορροπίᾳ, τῶν σχετικῶν ποσοτήτων αὐτῶν παραμενόντων ὡς ἔχουν, ἐὰν δὲν προστεθῇ θερμότης ἢ ἐὰν δὲν ἀφαιρεθῇ τοιαύτη.

Εἰς τὴν παγοδρομίαν ἢ εἰς τὴν παγοπεδιλοδρομίαν ἐν στρῶμα πάγου ἢ χιόνος τήκεται, ἀκόμη καὶ ἐὰν ἡ θερμοκρασία εἶναι κάτω τοῦ 0° C, λόγῳ τῆς στιγμιαίας αὐξήσεως τῆς πιέσεως. Τὸ ὑμένιον τοῦ ὕδατος λιπαίνει τὸ παγοπέδιλον ἢ τὸ σκι



Εἰκ. 3. Διάγραμμα τριπλοῦ σημείου δι' οὐσίαν ὡς τὸ ὕδωρ (δὲν ἐσχεδιάσθη βάσει κλίμακος).

καὶ ἐπαναπηγνύεται ἀμέσως ὡς ἡ πίεσις μειωθῇ, καθόσον ἡ θερμοκρασία εἶναι κάτω τοῦ 0° C. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται *ἐπανάπηξις*.

20-10. Τριπλοῦν σημεῖον. Ἐπραγματεύθημεν τρεῖς καταστάσεις ἰσορροπίας, τὴν μεταξὺ ὑγροῦ καὶ ἀτμοῦ, τὴν μεταξὺ στερεοῦ καὶ ὑγροῦ καὶ τὴν μεταξὺ στερεοῦ καὶ ἀτμοῦ. Εἰς ἑκάστην περίπτωσιν ἡ θερμοκρασία ἰσορροπίας ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς πιέσεως. Ἡ ἐξάρτησις αὕτη δύναται νὰ παρασταθῇ καταλλήλως εἰς διάγραμμα ἰσορροπίας εἰς τὸ ὁποῖον αἱ συντεταγμέναι τῶν σημείων τῶν ἐπ' αὐτῶν φερομένων παριστοῦν θερμοκρασίας καὶ τὰς ἀντιστοίχους πιέσεις δι' ἰσορροπίαν μεταξὺ δύο καταστάσεων τῆς οὐσίας.

Εἰς τὴν Εἰκ. 3, ἡ καμπύλη ἰσορροπίας *OC* δεικνύει τὴν ὕψωσιν τοῦ σημείου ζέσεως τῆς οὐσίας διὰ παραλλήλου αὐξήσεως τῆς πιέσεως. Ἡ καμπύλη *BO* παριστᾷ τὴν αὔξησιν τοῦ σημείου ἐξαχνώσεως μετὰ παραλλήλου αὐξήσεως τῆς πιέσεως. Ἡ καμπύλη *OA* εἶναι τυπικὴ δι' οὐσίαν, ὅπως τὸ ὕδωρ, ἡ ὁποία διαστέλλεται κατὰ τὴν πῆξιν καὶ παριστᾷ διὰ μίαν τοιαύτην

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

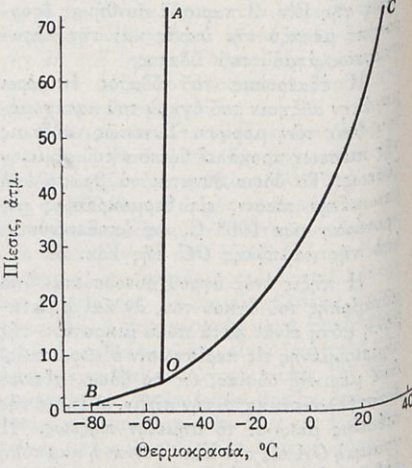
οὐσίαν, τὴν πτῶσιν τοῦ σημείου τήξεως αὐξανομένης τῆς πιέσεως.

Δύναται νὰ καταδειχθῇ ὅτι δι' οἱανδήποτε οὐσίαν αἱ τρεῖς καμπύλαι ἰσορροπίας τέμνονται εἰς κοινὸν σημεῖον, *O* εἰς τὴν Εἰκ. 3, καλούμενον *τριπλοῦν σημεῖον*, εἰς τὸ ὁποῖον αἱ συνθῆκαι θερμοκρασίας καὶ πιέσεως τῶν τριῶν φάσεων, στερεᾶς, ὑγρᾶς καὶ κεκορεσμένου ἀτμοῦ, δύνανται νὰ συνυπάρξουν ἐν ἰσορροπίᾳ. Διὰ τὸ ὕδωρ τὸ τριπλοῦν σημεῖον εὑρίσκεται εἰς 0.0075° C καὶ πίεσιν 4.62 mm Hg. Ἐὰν αἱ συνθῆκαι αὗται μεταβληθοῦν, μία τῶν φάσεων θὰ ἐξαφανισθῇ. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία αὐξηθῇ, παρ. χάριν, ὁ πάγος θὰ τακῇ καὶ ἡ κατάστασις τοῦ συστήματος (ὕδωρ καὶ κεκορεσμένος ἀτμὸς) θὰ παριστῶνται ὑπὸ σημείου κειμένου ἐπὶ τῆς καμπύλης *OC*.

Ἂς θεωρήσωμεν στερεὰν οὐσίαν τηρουμένην ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ἐνῷ ἡ θερμοκρασία της αὐξάνεται βαθμιαίως. Εἰς ἑκάστην θερμοκρασίαν ἡ κατάστασίς της θὰ παρίσταται ὑπὸ σημείου ἐπὶ τῆς γραμμῆς *dg* εἰς τὴν Εἰκ. 3. Ἡ οὐσία θὰ παραμένῃ στερεὰ ἀπὸ τοῦ *d* μέχρι τοῦ *e*. Εἰς τὸ *e*, ὅπερ παριστᾷ τὴν θερμοκρασίαν τήξεως, ἡ οὐσία δύναται νὰ παραμείνῃ ἐν ἰσορροπίᾳ μετὰ τοῦ ὑγροῦ. Ἀπὸ τοῦ *e* ἕως τοῦ *f* ἡ οὐσία θὰ εὑρίσκεται ὑπὸ μορφὴν ὑγροῦ. Εἰς τὸ *f* τὸ ὑγρὸν καὶ ὁ κεκορεσμένος ἀτμὸς δύνανται νὰ συνυπάρχουν. Τοῦτο εἶναι τὸ σημεῖον ζέσεως τῆς οὐσίας εἰς τὴν ἐπιλεγεῖσαν πίεσιν. Ἐπὶ ὑψηλοτέρων θερμοκρασιῶν, κατὰ μῆκος τῆς *fg*, ὁ ἀτμὸς θὰ καταστῇ ὑπέρθερμος παύων νὰ εἶναι κεκορεσμένος.

20-11. Κρίσιμον σημεῖον. Εἶναι δυνατὸν νὰ διεξαχθῇ διδακτικὸν πείραμα, μετὰ τῶν καταλλήλων προφυλάξεων, χρησιμοποιουμένου ἰσχυροῦ ὑαλίνου σωλῆνος, εἰς τὸν ὁποῖον ἔχουν κλεισθῇ ἑρμητικῶς ὑγρὸν διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος καὶ ἀτμὸς αὐτοῦ. Ἐφόσον ὁ σωλὴν θερμαίνεται βραδέως, ὁ μηνίσκος (τὸ ὅριον μεταξὺ ὑγροῦ καὶ ἀτμοῦ) παρατηρεῖται ὅτι παραμένει πρακτικὸς στάσιμος, καθιστάμενος πλέον ἐπίπεδος ἐφόσον αὐξάνει ἡ θερμοκρασία. Εἰς τοὺς 31° C ὁ μηνίσκος ἐξαφανίζεται. Ἡ πυκνότης τοῦ ὑγροῦ ἐμειώθη μετὰ τῆς αὐξούσης θερμοκρασίας καὶ ἡ πυκνότης τοῦ ἀτμοῦ ηὐξήθη μέχρις ὅτου κατέστη ἴση μὲ τὴν τοῦ ὑγροῦ εἰς τοὺς 31°C. Ἡ θερμοκρασία, εἰς τὴν ὁποίαν αἱ πυκνότητες ὑγροῦ καὶ ἀτμοῦ οὐσίας τινὸς καθίστανται ἴσαι, καλεῖται *κρίσιμος θερμοκρασία*. Ἡ πίεσις τοῦ κεκορεσμένου ἀτμοῦ εἰς τὴν θερμοκρασίαν ταύτην καλεῖται ἡ κρίσιμος πίεσις.

Ἀτμὸς τηρούμενος ὑπὲρ τὴν κρίσιμον αὐτοῦ θερμοκρασίαν οὐδέποτε θὰ σχηματίσῃ μηνίσκον, δηλαδή, οὐδέποτε θὰ ὑγροποιηθῇ ὁσονδήποτε ἰσχυρῶς καὶ ἐὰν συμπιεσθῇ. Ὑπεράνω τῆς κρισίμου θερμοκρασίας καὶ ὑπὸ ὑψηλὴν πίεσιν, ὁ ἀτμὸς δυνατὸν νὰ καταστῇ τόσον πυκνὸς καὶ τόσον ἀσυμπίεστος ὅσον καὶ τὸ ὑγρὸν εἰς χαμηλοτέρας θερμοκρασίας. Ἡ καμπύλη ἐξαερώσεως *OC* εἰς τὴν Εἰκ. 3 ἢ εἰς τὴν Εἰκ. 4 *τερματίζεται* εἰς τὸ κρίσιμον σημεῖον *C*. Διὰ τὸ ὕδωρ, τὸ κρίσιμον σημεῖον



Εἰκ. 4. Διάγραμμα τριπλοῦ σημείου διὰ τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος.

εὑρίσκεται εἰς τοὺς 374° C καὶ ὑπὸ πίεσιν 274 ἀτμοσφαιρῶν.

Ὅταν οὐσία εἰς τὴν ἀεριώδη αὐτῆς κατάστασιν εὑρίσκεται κάτω τῆς κρισίμου αὐτῆς θερμοκρασίας, καλεῖται *ἀτμός*, ὅταν δὲ εὑρίσκεται ὑπεράνω ταύτης κα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

λεῖται ἀέριον. Μόνον ἀέρια εἰς θερμοκρασίαν ἀρκετὰ ὑψηλοτέραν τῆς κρισίμου θερμοκρασίας εὑρισκόμενα, ὑπακούουν εἰς τοὺς νόμους τῶν ἀερίων. Ἐγγὺς τῆς κρισίμου θερμοκρασίας σημειοῦνται ἔντονοι ἀποκλίσεις ἀπὸ τοὺς νόμους τῶν ἀερίων. Ἐπὶ κεκορεσμένων ἀτμῶν ἡ πίεσις εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ὄγκου.

20-12. Ὑγρασία. Τὸ ὕδωρ ἀπαντᾶται πάντοτε εἰς τὴν ἀτμοσφαῖραν εἰς μίαν ἢ περισσοτέρας τῶν φυσικῶν αὐτοῦ μορφῶν, στερεάν, ὑγρὰν καὶ ἀτμόν. Ὁ ἀόρατος ἀτμὸς ὑφίσταται πάντοτε εἰς ποσότητας αἵτινες ποικίλλουν ἐπὶ εὐρείας περιοχῆς, ἐπίσης σταγόνες ὕδατος (βροχὴ ἢ νέφη) ἢ κρύσταλλοι πάγου (χιὼν ἢ νέφος) ὑφίστανται συνήθως πάντοτε.

Ἐὰν εἰς ἀβαθὲς δοχεῖον ἀφεθῇ τὸ ὕδωρ ἀκάλυπτον ἐντὸς μεγάλου δωματίου, τὸ ὑγρὸν θὰ ἐξαφανισθῇ ταχέως ἂν καὶ τὸ ὕδωρ θὰ ὑφίσταται ὡς ἀόρατος ἀτμός. Ἐὰν παρόμοιον δοχεῖον ὕδατος τεθῇ ἐντὸς μικροῦ κλειστοῦ χώρου, ἡ ἐξάτμισις ἀρχίζει ὡς καὶ πρότερον, ἀλλὰ μετά τινα χρόνον αὕτη καθίσταται βραδυτέρα καὶ ἀρχίζουν νὰ συμπυκνοῦνται σταγονίδια ἐπὶ τῶν τοίχων τοῦ κλειστοῦ χώρου. Τότε λέγομεν ὅτι ὁ ἀὴρ εἶναι *κεκορεσμένος*. Ὅταν ἐπληρώθη ἡ τοιαύτη συνθήκη, ἡ προσθήκη περισσοτέρου ἀτμοῦ ὕδατος ἁπλῶς ἐπιφέρει συμπύκνωσιν ἴσης ποσότητος αὐτοῦ. Ἡ ποσότης τοῦ ὑδρατμοῦ ἡ ἀπαιτουμένη διὰ τὸν κορεσμὸν ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς θερμοκρασίας (Πίναξ 2)· ὅσον ὑψηλοτέρα ἡ θερμοκρασία τόσον μεγαλυτέρα ποσότης ἀτμοῦ ὕδατος ἀπαιτεῖται διὰ νὰ προκληθῇ κορεσμός. Ἐὰν ὁ ἀὴρ δὲν εἶναι κεκορεσμένος, δύναται νὰ κατασταθῇ τοιοῦτος εἴτε διὰ προσθήκης περισσοτέρου ἀτμοῦ ὕδατος ἢ διὰ μειώσεως τῆς θερμοκρασίας μέχρις ὅτου ὁ ὑφιστάμενος ἀτμὸς ὕδατος παραγάγῃ συμπύκνωσιν. Ἡ θερμοκρασία εἰς τὴν ὁποίαν δέον νὰ ψυχθῇ ὁ ἀήρ, ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, ἵνα παραχθῇ συμπύκνωσις, καλεῖται *σημεῖον δρόσου*. Ἐὰν ποτήριον ὕδατος περισυλλέγει ὑγρασίαν ἔξωθεν αὐτοῦ, ἡ θερμοκρασία του εἶναι κάτω τοῦ σημείου δρόσου.

Ὅταν ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀέρος μειωθῇ μέχρι τοῦ σημείου δρόσου, ἐπέρχεται συμπύκνωσις ἐὰν ὑφίστανται πυρῆνες, πέριξ τῶν ὁποίων δύνανται νὰ σχηματισθῶσιν σταγονίδια. Οἱ πυρῆνες οὗτοι δύνανται νὰ εἶναι μικροσκοπικοὶ κρύσταλλοι ἅλατος, μόρια καπνοῦ, ἢ ἄλλα μόρια ἅτινα προσλαμβάνουν ταχέως ὕδωρ. Εἰς τὸν ἐλεύθερον ἀέρα ὑπάρχουν σχεδὸν πάντοτε τοιαῦτα σωματίδια. Εἰς κλειστὸν χῶρον ὅπου τοιαῦτα σωματίδια ἐλλείπουν, ἡ θερμοκρασία δύναται νὰ ὑποβιβασθῇ κάτω τοῦ σημείου δρόσου χωρὶς νὰ ἐπακολουθήσῃ συμπύκνωσις. Ὁ ἀὴρ λέγομεν τότε ὅτι εἶναι *ὑπερκεκορεσμένος*.

Εἰς μίγμα ἀερίων, ὡς ὁ ἀήρ, ἡ πίεσις

ΠΙΝΑΞ 2. ΚΕΚΟΡΕΣΜΕΝΟΣ ΥΔΡΑΤΜΟΣ

Δεικνύων τὴν πίεσιν P καὶ πυκνότητα ρ ὑδατώδους ἀτμοῦ κεκορεσμένου εἰς θερμοκρασίαν t· ἢ δεικνύων τὸ σημεῖον ζέσεως t τοῦ ὕδατος καὶ πυκνότητα ρ τοῦ ἀτμοῦ ἀντιστοιχοῦσαν εἰς πίεσιν P

t, εἰς °C	P, εἰς mm Hg	ρ, εἰς gr/cm³
−10	2.0	2.2×10
− 5	3.0	3.3
0	4.6	4.9
5	6.5	6.8
10	9.2	9.4
12	10.5	10.7
14	12.0	12.1
16	13.6	13.6
18	15.5	15.6
20	17.6	17.3
22	19.8	19.4
24	22.4	21.8
26	25.2	24.4
30	31.8	30.4
40	55.1	51.1
50	92.3	83.2
60	149.2	130.5
70	233.5	198.4
80	355.1	298.8
90	525.8	424.1
95	634.0	505
96	657.7	523
97	682.1	541
98	707.3	560
99.0	733.3	579
100.0	760.0	598
101	787.5	618
102	815.9	639
110	1074.5	827
120	1489	1122
200	11.650	7840

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἡ ἀσκουμένη ὑπὸ τοῦ ἀερίου εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν μερικῶν πιέσεων τῶν ἀσκουμένων ὑπὸ τῶν καθ' ἕκαστα ἀερίων. Τὸ μέρος τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως τὸ ὀφειλόμενον εἰς τὸν ὑδρατμόν, καλεῖται *πίεσις ὑδρατμοῦ* αὐτῆς. Ὅταν ὁ ἀὴρ εἶναι κεκορεσμένος, ἡ πίεσις ἡ ἀσκουμένη ὑπὸ τοῦ ὑδρατμοῦ καλεῖται *πίεσις κεκορεσμένου ἀτμοῦ*.

Ἡ μᾶζα τοῦ ὑδρατμοῦ ἀνὰ μονάδα ὄγκου τοῦ ἀέρος καλεῖται *ἀπόλυτος ὑγρασία*. Αὕτη συνήθως ἐκφράζεται εἰς κόκκους ἀνὰ κυβικὸν πόδα ἢ εἰς γραμμάρια ἀνὰ κυβικὸν μέτρον. *Εἰδικὴ ὑγρασία* εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ ὑδρατμοῦ ἀνὰ μονάδα μάζης τοῦ ἀέρος καὶ ἐκφράζεται εἰς γραμμάρια ἀνὰ χιλιόγραμμον, ἢ εἰς κόκκους ἀνὰ λίβραν κ.τ.λ. Ἡ εἰδικὴ ὑγρασία εἶναι χρησιμωτέρα ἐφόσον παραμένει σταθερὰ ὅταν ἡ πίεσις καὶ ἡ θερμοκρασία μεταβάλλονται ἐνῶ ἡ ἀπόλυτος ὑγρασία ποικίλλει λόγῳ τῆς μεταβολῆς κατ' ὄγκον τοῦ περὶ οὗ πρόκειται ἀέρος.

20-13. Σχετικὴ ὑγρασία. Ἡ *σχετικὴ ὑγρασία* καθορίζεται ὡς ὁ λόγος τῆς πραγματικῆς πιέσεως τοῦ ἀτμοῦ πρὸς τὴν πίεσιν τοῦ κεκορεσμένου τοιούτου εἰς τὴν θερμοκρασίαν ταύτην. Αὕτη κοινῶς ἐκφράζεται ὡς ἑκατοστιαῖον ποσοστόν. Εἰς τὸ σημεῖον δρόσου ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἶναι 100%. Ἐκ τῆς γνώσεως τῆς θερμοκρασίας καὶ τοῦ σημείου τῆς δρόσου, εἶναι δυνατὸν ἀμέσως νὰ προσδιορισθῇ ἡ σχετικὴ ὑγρασία διὰ τῆς χρήσεως τοῦ πίνακος τῶν πιέσεων τοῦ ἀτμοῦ.

Παράδειγμα: Εἰς μετεωρολογικὸν δελτίον ἡ θερμοκρασία δίδεται ὡς 68° F καὶ τὸ σημεῖον δρόσου εἰς τοὺς 50° F. Ποία εἶναι ἡ σχετικὴ ὑγρασία;

Διὰ νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὸν πίνακα 2, πρέπει νὰ μετατρέψωμεν τὰς ἀνωτέρω θερμοκρασίας εἰς τὴν ἑκατονταβάθμον κλίμακα:

$$C = {}^5/_9(F - 32^\circ)$$
$$C_1 = {}^5/_9(68^\circ - 32^\circ) = {}^5/_9(36^\circ) = 20^\circ\text{C}$$
$$C_2 = {}^5/_9(50^\circ - 32^\circ) = {}^5/_9(18^\circ) = 10^\circ\text{C}$$

Ἐκ τοῦ Πίνακος εὑρίσκομεν τὰς πιέσεις τοῦ ἀτμοῦ

$P_1 = 17.6$ mm Hg = πίεσις κεκορεσμένου ἀτμοῦ

$P_2 = 9.2$ mm Hg = πραγματικὴ πίεσις ἀτμοῦ

$$\text{Σχετικὴ ὑγρασία} = \frac{P_2}{P_1}$$
$$= \frac{9.2 \text{ mm Hg}}{17.6 \text{ mm Hg}} = 0.52 = 52\%$$

Ὁποτεδήποτε ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀέρος ἤθελεν μειωθῇ μέχρι τοῦ σημείου τῆς δρόσου, ἐπακολουθεῖ συμπύκνωσις. Ὅταν τὸ σημεῖον δρόσου εἶναι ἄνω τοῦ σημείου πήξεως, σχηματίζονται σταγονίδια ὕδατος. Ὅταν εἶναι κάτω τοῦ σημείου τούτου, σχηματίζονται κρύσταλλοι πάγου. Ὁ σχηματισμὸς δρόσου, πάχνης, νεφῶν καὶ ὁμίχλης εἶναι παραδείγματα τοῦ φαινομένου τούτου. Ἡ ψῦξις δυνατὸν νὰ ἐπέρχεται ἐκ τῆς ἐπαφῆς μετὰ ψυχρᾶς ἐπιφανείας, διὰ μίξεως μετὰ ψυχροῦ ἀέρος ἢ δι' ἐκτονώσεως τοῦ ἀνερχομένου ἀέρος.

20-14. Φάσεις τῆς ὕλης. Μεταξὺ τῶν συνήθων ὑλικῶν ὑφίστανται πολλὰ ἅτινα δὲν ἔχουν καθωρισμένα σημεῖα τήξεως. Παρ. χάριν τὸ βούτυρον καὶ ἡ ὕαλος. Ἐντὸς καμίνου, ἡ ὕαλος θὰ μαλακώσῃ βραδέως μέχρις ὅτου ἀρχίσει νὰ ρέῃ ἐλευθέρως, ἂν καὶ εἰς τὰς συνήθεις θερμοκρασίας εἶναι ἐντελῶς στερεά. Ὅταν αὕτη εἶναι στερεὰ δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ὑπερψυχθὲν ὑγρόν, ρέει ἀλλὰ λίαν βραδέως. Δεδομένου ὅτι δὲν ἔχει καθωρισμένον σημεῖον τήξεως δὲν ἔχει καὶ θερμότητα τήξεως.

Ἡ εἰδικὴ θερμότης τῆς ὑάλου μεταβάλλεται ὑψουμένης τῆς θερμοκρασίας. Τοιαῦται μεταβολαὶ ὑποδηλοῦν ἀλλαγὰς εἰς τὴν διάταξιν τῶν μορίων. Μετρήσεις τῆς εἰδικῆς θερμότητος δύνανται νὰ χρησιμοποιηθοῦν παρὰ τοῦ κεραμουργοῦ μηχανικοῦ κατὰ τὴν μελέτην τῶν ἐπερχομένων εἰς τὰ προϊόντα κεραμικῆς μεταβολῶν, συνεπείᾳ τῶν μεταβολῶν τῆς θερμοκρασίας.

Πολλὰ ὑλικὰ ἀποσυντίθενται εἰς ὑψηλὰς θερμοκρασίας καὶ συνεπῶς δὲν ὑφίστανται εἰς ὑγρὰν ἢ ἀεριώδη κατάστασιν. Μερικὰ δυνατὸν νὰ ὑφίστανται εἰς ὑγρὰν κατάστασιν, ἀλλὰ ἀποσυντίθενται πρὶν φθάσουν τὴν ἀεριώδη κατάστασιν

Δεδομένου ὅτι τὰ χημικὰ στοιχεῖα δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἀποσυντεθῶσιν διὰ θερμάνσεως, ἅπαντα δύνανται νὰ ὑπάρχωσιν εἰς τὴν στερεάν, ὑγρὰν καὶ ἀεριώδη κατάστασιν. Πολλὰ ἐξ αὐτῶν ἔχουν περισσοτέρας τῆς μιᾶς στερεὰς καταστάσεις, ὡς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ φωσφόρου, ὅστις εἶναι γνωστὸς ὑπὸ τρεῖς στερεὰς φάσεις: τὴν μέλανα, σχηματιζομένην ὑπὸ λίαν ἰσχυρὰς πιέσεις, καὶ ὑπὸ τὰς πλέον γνωστὰς μορφάς, τὴν κιτρίνη καὶ τὴν ἐρυθρᾶ. Τὸ κονιοποιημένον θεῖον προέρχεται ἐξ ἀμέσου μεταβάσεως τοῦ ἀτμοῦ τοῦ θείου εἰς τὴν στερεὰν κατάστασιν. Ἐὰν ἡ κόνις αὕτη τηχθῇ καὶ κατόπιν ψυχθῇ στερεοποιεῖται κανονικῶς.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Θερμότης εἶναι μία μορφὴ ἐνεργείας.

Αἱ συνηθέστερον χρησιμοποιούμεναι μονάδες θερμότητος εἶναι ἡ *θερμὶς* καὶ ἡ *Βρεττανικὴ μονὰς θερμότητος*.

Ἡ *θερμὶς* ὁρίζεται ὡς τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος τὸ ἀπαιτούμενον διὰ νὰ ὑψώσῃ τὴν θερμοκρασίαν ἑνὸς γραμμαρίου ὕδατος κατὰ 1 C^0.

Ἡ *Βρεττανικὴ μονὰς* ὁρίζεται ὡς τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος τὸ ἀπαιτούμενον διὰ νὰ ὑψώσῃ τὴν θερμοκρασίαν μιᾶς λίβρας ὕδατος κατὰ 1° F.

Ἡ *εἰδικὴ θερμότης* οὐσίας τινὸς ὁρίζεται ὡς ἡ θερμότης ἀνὰ μονάδα μάζης καὶ βαθμόν, ἡ ἀπαιτουμένη διὰ νὰ ὑψώσῃ τὴν θερμοκρασίαν τῆς οὐσίας (μονάδες: cal/gm C^0 ἢ Btu/lb F_0).

Ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ὕδατος μεταβάλλεται τόσον ἀνεπαισθήτως μετὰ τῆς θερμοκρασίας ὥστε διὰ τοὺς πλείστους σκοποὺς νὰ λαμβάνηται αὕτη ὡς σταθερὰ (1 cal/gm C^0) μεταξὺ 0 καὶ 100° C.

Ἡ ἀπωλεσθεῖσα ἢ ἡ κτηθεῖσα θερμότης παρὰ σώματός τινος, μεταβαλλομένης τῆς θερμοκρασίας, δίδεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως:

$$Q = mc\,\Delta t$$

Ἐντὸς ἑνὸς *θερμιδομέτρου* ἡ ἀπωλεσθεῖσα θερμότης ὑπὸ τῶν θερμῶν σωμάτων εἶναι ἴση πρὸς τὴν κτηθεῖσαν θερμότητα ὑπὸ τῶν ψυχρῶν σωμάτων.

Θερμότης τήξεως καλεῖται ἡ θερμότης ἀνὰ μονάδα μάζης ἡ ἀπαιτουμένη διὰ νὰ μεταβάλῃ μίαν οὐσίαν ἀπὸ στερεὰν εἰς ὑγρὰν ὑπὸ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ σημείου τήξεως αὐτῆς.

Ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου εἶναι κατὰ προσέγγισιν 80 cal/gm ἢ 144 Btu/lb.

Θερμότης ἐξαερώσεως (ἀτμοποιήσεως) καλεῖται τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος ἀνὰ μονάδα μάζης τὸ ἀπαιτούμενον διὰ νὰ μεταβάλῃ οὐσίαν τινὰ ἀπὸ ὑγρὰν εἰς ἀτμόν, χωρὶς νὰ μεταβληθῇ ἡ θερμοκρασία της.

Ἡ θερμότης ἀτμοποιήσεως τοῦ ὕδατος εἰς τὸ κανονικὸν σημεῖον ζέσεως αὐτοῦ εἶναι περίπου 540 cal/gm ἢ 970 Btu/lb. Ἐξαρτᾶται αὕτη ἐκ τῆς θερμοκρασίας εἰς τὴν ὁποίαν ἐπιτελεῖται ἡ ἀτμοποίησις.

Τὸ σημεῖον ζέσεως ὑγροῦ τινος εἶναι ἡ θερμοκρασία εἰς τὴν ὁποίαν ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ του εἶναι ἴση πρὸς τὴν πίεσιν τὴν ἀσκουμένην ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ.

Τὸ σημεῖον ζέσεως ἑνὸς ὑγροῦ ὑψοῦται δι' αὐξήσεως τῆς πιέσεως.

Τὸ σημεῖον πήξεως τοῦ ὕδατος καὶ ὀλίγων ἑτέρων ὑλικῶν ἅτινα διαστέλλονται κατὰ τὴν πῆξιν, ταπεινοῦται δι' αὐξήσεως τῆς πιέσεως. Τὸ σημεῖον πήξεως οὐσίας τινὸς ἥτις συστέλλεται κατὰ τὴν πῆξιν, ὑψοῦται δι' αὐξήσεως τῆς πιέσεως.

Τὸ *τριπλοῦν σημεῖον* εἶναι ἡ κατάστασις πιέσεως καὶ θερμοκρασίας εἰς τὴν ὁποίαν αἱ τρεῖς φάσεις τῆς ὕλης δύνανται νὰ συνυπάρξουν ἐν ἰσορροπίᾳ.

Κρίσιμον σημεῖον εἶναι ἡ κατάστασις πιέσεως καὶ θερμοκρασίας εἰς ἣν ἓν ὑγρὸν καὶ ὁ ἀτμός του εἶναι δυσδιάκριτα. Ἡ κρίσιμος θερμοκρασία εἶναι ἡ ὑψηλοτέρα θερμοκρασία εἰς ἣν ἀέριον δύναται νὰ ὑγροποιηθῇ δι' ἐξασκήσεως πιέσεως.

Ἀπόλυτος ὑγρασία καλεῖται ἡ μᾶζα τοῦ ὑδρατμοῦ ἀνὰ μονάδα ὄγκου τοῦ ἀέρος. Εἰδικὴ ὑγρασία καλεῖται ἡ μᾶζα τῶν ὑδρατμῶν ἀνὰ μονάδα μάζης τοῦ ἀέρος.

Σχετικὴ ὑγρασία ὁρίζεται ὡς ὁ λόγος τῆς πραγματικῆς πιέσεως τοῦ ἀτμοῦ πρὸς τὴν πίεσιν τοῦ κεκορεσμένου ἀτμοῦ εἰς τὴν θερμοκρασίαν ταύτην.

Σημεῖον δρόσου καλεῖται ἡ θερμοκρασία εἰς ἣν δέον νὰ ψυχθῇ ὁ ἀήρ, ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, διὰ νὰ προκαλέσῃ συμπύκνωσιν τῶν ὑδρατμῶν, λόγῳ κορεσμοῦ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Ποία εἶναι ἡ διάκρισις μεταξὺ ποσότητος θερμότητος καὶ θερμοκρασίας;

2. Ποία εἶναι ἡ πειραματικὴ ἀπόδειξις ἐκ τῆς ὁποίας ἀποφαινόμεθα ὅτι ἡ θερμότης εἶναι μορφὴ ἐνεργείας; Τὸ γεγονὸς τοῦτο πρὸς ποίαν γενικὴν ἀρχὴν ἄγει;

3. Ποία εἶναι ἡ φυσικὴ διάκρισις μεταξὺ στερεοῦ, ὑγροῦ καὶ ἀερίου; Ποία εἶναι ἡ διάκρισις μεταξὺ ἀτμοῦ καὶ ἀερίου;

4. Ποῖον προκαλεῖ περισσότερον σοβαρὸν ἔγκαυμα, τὸ ζέον ὕδωρ ἢ ὁ ἀτμός; Διατί;

5. Ποῖον θὰ ἦτο δυνατὸν νὰ ἐκραγῇ μετὰ μεγαλυτέρας βιαιότητος, ὑψηλῆς πιέσεως ἀτμολέβης ἢ δεξαμενὴ περιέχουσα πεπιεσμένον ἀέρα ὑπὸ τὴν αὐτὴν πίεσιν; Διατί;

6. Μέχρι ποίας χαμηλῆς θερμοκρασίας εἶναι δυνατὸν νὰ ἀναγκάσωμεν τὸ ὕδωρ νὰ βράσῃ;

7. Ποίαν κατὰ προσέγγισιν τιμὴν θ' ἀνεμένατε νὰ εὕρητε, διὰ τὴν θερμότητα ἀτμοποιήσεως τοῦ ὕδατος εἰς τὸ 0^0 C;

8. Ὑψηλὸς κατακόρυφος σωλὴν κλείεται κατὰ τὸν πυθμένα του, πληροῦται ὕδατος καὶ θερμαίνεται κάτωθεν αὐτοῦ διὰ λυχνίας Bunsen. Ὕδωρ καὶ ἀτμὸς ἐκπηδοῦν τούτου δίκην φυσικοῦ θερμοπίδακος. Ἐξηγήσατε διατί.

9. Ἐνίοτε τοποθετοῦμεν λεκάνην ὕδατος ἐντὸς ἀποθήκης ὀπωρῶν διὰ νὰ διατηρηθῇ ἡ ἐντὸς αὐτῆς θερμοκρασία ὑπεράνω τῶν 30^0 F κατὰ τὴν διάρκειαν ψυχρᾶς νυκτός. Ἐξηγήσατε διατί.

10. Ὑποθέσατε ὅτι διὰ νὰ προσδιορισθῇ ἡ θερμοκρασία τῆς φλογὸς μιᾶς λυχνίας Bunsen, θερμαίνετε ἕνα σιδηροῦν δακτύλιον (ροδέλλα) εἰς τὴν φλόγαν καὶ κατόπιν τὸν ρίπτετε ἐντὸς ὕδατος. α) Καταγράψατε τὰς μετρήσεις τὰς ὁποίας ἠθέλατε κάμει. β) Ποίας φυσικὰς σταθερὰς θὰ ἀναζητούσατε πρὶν ἢ προβῆτε εἰς τοὺς ὑπολογισμούς; γ) Συμβολίσατε τὰ δεδομένα εἰς τὸ (α) καὶ (β) καὶ γράψατε τὴν ἐξίσωσιν ἀπὸ τῆς ὁποίας θὰ ὑπελογίζατε τὴν θερμοκρασίαν *t*. δ) Ἀναμένετε ὅτι ὁ προσδιορισμὸς τῆς θερμοκρασίας θὰ εἶναι ἀκριβής; Ἐξηγήσατε ἐν βραχεῖ.

11. Διατὶ οἱ τοῖχοι θεμελιώσεως δέον νὰ προεκτείνονται κάτωθεν τῆς γραμμῆς παγετοῦ;

12. Βάσει τῆς μοριακῆς θεωρίας τί συμβαίνει ὅταν ὑγρόν τι ἐξατμίζεται; Διατί ὑγρόν τι ψύχεται διὰ τῆς ἐξατμίσεως;

13. Τεμάχιον ἀπορροφητικοῦ χάρτου τοποθετεῖται ἐντὸς εὐρυστόμου φιάλης περιεχούσης αἰθέρα μετὰ τμήματος τοῦ χάρτου προέχοντος ἑκατέρωθεν τοῦ στομίου αὐτῆς. Ταχέως παρατηρεῖται «παγετὸς» ἐπὶ τοῦ προέχοντος τμήματος τοῦ ἀπορροφητικοῦ χάρτου. Ἐξηγήσατε διατί.

14. Πῶς συντελεῖ ἡ ἐπανάπτηξις εἰς τὴν κίνησιν παγετῶνος τινός;

15. Διατί ἐνίοτε οἱ σωλῆνες τοῦ ἀτμοῦ θραύονται κατὰ τὸν χειμῶνα;

16. Ἡ θερμοκρασία εἰς τὸν πυθμένα βαθέων φρεάτων ὕδατος εἶναι σχεδὸν σταθερά. Ποίαν θερμοκρασίαν ὑποθέτετε ὅτι θὰ λάβωμεν εἰς τὸ βάθος μιᾶς λίμνης; Ἐξηγήσατε.

17. Ποία συνθήκη δέον νὰ πληρωθῇ πρὶν ἢ ἀέριόν τι δύναται νὰ ὑγροποιηθῇ διὰ πιέσεως.

18. Εἰς σύστημα θερμάνσεως ὅπερ κυκλοφορεῖ θερμὸν ἀέρα ἐντὸς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μιᾶς οἰκίας, εἶναι συνήθως ἐπιθυμητὸν νὰ προστίθεται ὑγρασία εἰς τὸν ἀέρα. Ἐξηγήσατε διατὶ τοῦτο εἶναι ἀναγκαῖον.

19. Τί εἶναι ἀκριβῶς τὸ σημεῖον δρόσου καὶ τί ὑποδεικνύει; Τὸ σημεῖον δρόσου εἶναι σταθερὸν σημεῖον, μὲ τὴν ἔννοιαν κατὰ τὴν ὁποίαν θεωρεῖται τοιοῦτον τὸ σημεῖον πήξεως;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Κυάθιον μάζης 200 gm (εἰδικὴ θερμότης 0.20 cal/gm C^0) προσλαμβάνει θερμότητα ἐκ τοῦ ἐντὸς αὐτοῦ περιεχομένου καφὲ καὶ αὐξάνει τὴν θερμοκρασίαν του ἀπὸ 70^0 εἰς 180^0 F. Ποῖον εἶναι τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος ταύτης;

2. Εἰς κυλινδρικὴν ὑδατοδεξαμενὴν διαμέτρου 3.0 m τίθεται ὕδωρ μέχρι βάθους 4.5 m. Ποία θὰ εἶναι ἡ ὕψωσις τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος ἀνὰ ὥραν, ἐὰν 1.5 cal/sec εἰσέρχεται ἐντὸς αὐτῆς δι' ἑκάστου cm^2 τοῦ πυθμένος; Νὰ μὴν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ θερμότης ἥτις προσλαμβάνεται ὑπὸ τοῦ σώματος τῆς δεξαμενῆς. *Ἀπ.* 12 C^0/ὥραν

3. Ἐὰν 1000 λίτραι ἀέρος εἰς θερμοκρασίαν 27^0 C καὶ πίεσιν 1.0 ἀτμ. ἔχουν μᾶζαν 1115 gm καὶ εἰδικὴν θερμότητα ἐπὶ σταθερᾶς πιέσεως 0.24 cal/gm C^0, πόση θερμότης ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου τούτου ἀπὸ 27 εἰς 177^0 C, ἐπὶ σταθερᾶς πιέσεως;

4. Μία μπαταρία αὐτοκινήτου 15 kg ὅταν εἶναι πλήρως φορτισμένη ἀποδίδει περίπου 3.0×10^6 joules ἠλεκτρικῆς ἐνεργείας. α) Κατὰ πόσον ἤθελεν ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία τῆς μπαταρίας ἐὰν ἄπασα ἡ ἐνέργεια αὕτη μετετρέπετο εἰς θερμότητα, χωρὶς νὰ διαφύγῃ μέρος αὐτῆς; Ἡ μέση εἰδικὴ θερμότης τῶν ὑλικῶν τῆς μπαταρίας εἶναι 0.25 cal/gm C^0. β) Ἐὰν ἀντιθέτως, ἡ ἐνέργεια αὕτη ἐχρησιμοποιεῖτο διὰ νὰ ἀνυψωθῇ ἡ μπαταρία μέχρι ποίου ὕψους θ' ἀνυψοῦτο αὕτη; *Ἀπ.* 1$\overline{9}$0 C^0, 2.0×10^4 m

5. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ποσότης ἐνεργείας ἡ ἀπαιτουμένη διὰ τὴν θέρμανσιν τοῦ ἀέρος μιᾶς οἰκίας διαστάσεων $30 \times 50 \times 40$ ft ἀπὸ 10 εἰς 70^0 F. Ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἶναι περίπου 0.080 lb/ft^3 καὶ ἡ εἰδικὴ θερμότης αὐτοῦ κατὰ προσέγγισιν 0.24 Btu/lb F^0. Συζητήσατε τὰ δεδομένα ἐφ' ὧν ἐστηρίχθησαν οἱ ὑπολογισμοί σας.

6. Μία μεταλλικὴ ταινία 45-gm ἔχει εἰδικὴν θερμότητα 0.10 cal/gm C^0, καὶ συντελεστὴν γραμμικῆς διαστολῆς 8.4×10^{-6} ἀνὰ C^0. Ἡ ταινία θερμαίνεται μέχρι 200^0 C καὶ κατόπιν τίθεται ἐντὸς 40 gm ὕδατος, ὅπερ εὑρίσκεται ἀρχικῶς ἐν ἰσορροπίᾳ μετὰ 4.0 gm πάγου, ἐντὸς δοχείου μάζης 50 gm. Ὅταν ἐπαναποκαθίσταται ἡ ἰσορροπία, τὸ μῆκος τῆς λωρίδος L, βάσει τοῦ μήκους L_0 εἰς τοὺς 200^0 C, εὑρίσκεται ὅτι εἶναι $L = L_0\,(1 - 1.6 \times 10^{-3})$. Νὰ εὑρεθῇ ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ δοχείου. *Ἀπ.* 0.2 cal/gm C^0

7. Δεξαμενὴ χωρητικότητος 10.0 ft^3 ἔχει ἡμιπληρωθῇ διὰ γλυκερίνης. Τὸ εἰδικὸν βάρος τῆς γλυκερίνης εἶναι 76.6 lb/ft^3 καὶ ἡ εἰδικὴ θερμότης αὐτῆς 0.57 Btu/lb F^0. α) Πόση θερμότης ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία τῆς γλυκερίνης ἀπὸ 40 εἰς 70^0 F ; β) Ἐὰν παρείχετο θερμότης εἰς τὴν γλυκερίνην μετὰ ρυθμοῦ 570 Btu/min, κατὰ ποῖον ρυθμὸν θὰ ὑψοῦτο ἡ θερμοκρασία της ;

8. Μία μολυβδίνη σφαῖρα 3.0 lb θερμοκρασίας 160^0 F ρίπτεται ἐντὸς 5.0 lb ἐλαίου (εἰδικῆς θερμότητος 0.60 Btu/lb F^0) θερμοκρασίας 70^0 F περιεχομένου ἐντὸς χαλκίνου δοχείου 4.0 lb. Ὑποθέτοντες ὅτι αἱ ἀνταλλαγαὶ θερμότητος περιορίζονται εἰς τὸ σύστημα τοῦτο, ποίαν θερμοκρασίαν θέλει τελικῶς ἀποκτήσει τὸ μῖγμα τοῦτο ; *Ἀπ.* 72^0 F

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

9. Χυτοσιδηροῦν τεμάχιον 100 lb, ἐψύχθη ἀπὸ τοὺς 1 300° F (θερμέρυθρον) εἰς τοὺς 200° F τιθέμενον ἐντὸς ὕδατος τοῦ ὁποίου ἡ ἀρχικὴ θερμοκρασία ἦτο 50° F. α) Πόσον ὕδωρ ἐχρησιμοποιήθη; Ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ σιδήρου εἶναι κατὰ προσέγγισιν 0.12 Btu/lb F° διὰ τὴν ὡς ἄνω περιοχὴν θερμοκρασιῶν. Ποῖον ἀποτέλεσμα τῆς θερμότητος δὲν ἐλήφθη ὑπ' ὄψιν κατὰ τοὺς ὑπολογισμούς σας;

10. Ἐντὸς ὀρειχαλκίνου θερμιδομέτρου μάζης 200 gm ὑπάρχουν 100 gm ὕδατος. Διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος καὶ τοῦ δοχείου 5.0 C° ἀπαιτοῦνται 590 cal. Ποία εἶναι ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ὀρειχάλκου; Ἀπ. 0.090 cal/gm C°

11. Ὅταν 200 gm ἀλουμινίου θερμοκρασίας 100° C, ρίπτονται ἐντὸς θερμιδομέτρου ἐξ ἀλουμινίου μάζης 120 gr καὶ περιέχοντος 150 gm πετρελαίου 15° C, τὸ μῖγμα ἀνέρχεται εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 50° C. Ποία εἶναι ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ πετρελαίου;

12. Θερμιδόμετρον περιέχει 660 gm τερεβινθελαίου θερμοκρασίας 10.6° C. Ὅταν προστεθοῦν εἰς αὐτὸ 147 gm ἀλκοόλης θερμοκρασίας 75.0° C, ἡ θερμοκρασία ἀνέρχεται εἰς τοὺς 25.2° C. Ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ τερεβινθελαίου εἶναι 0.466 cal/gr C° καὶ τὸ θερμιδόμετρον εἶναι ἰσοδύναμον θερμικῶς πρὸς 30 gm ὕδατος. Νὰ εὑρεθῇ ἡ εἰδικὴ θερμότης τῆς ἀλκοόλης. Ἀπ. 0.67 cal/gm C°

13. Ἕνα 30-gm τεμάχιον πάγου θερμοκρασίας 20°C ρίπτεται ἐντὸς θεμιδομέτρου μάζης 25.0 gm καὶ εἰδικῆς θερμότητος 0.20 cal/gm C°, περιέχοντος 100 gm ὕδατος θερμοκρασίας 35.0°C. Ἡ τελικὴ ἰσορροπία τῆς θερμοκρασίας, διορθουμένη ὡς πρὸς τὰς θερμικὰς διαρροάς, εἶναι 7.2°C. Ποία εἶναι ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ πάγου;

14. Μία σιδηρᾶ σφαῖρα 150 gm, θερμοκρασίας 95°C ρίπτεται ἐντὸς κοιλότητος μιᾶς στήλης πάγου. Διαπιστοῦται ἐν συνεχείᾳ ὅτι ἡ κυλότης περιέχει 21.0 gm ὕδατος. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου. Ἀπ. 79.4 cal/gm

15. Ἡ θερμοκρασία δείγματος τετηγμένου μολύβδου, ἐγγὺς τῆς θερμοκρασίας τῆς στερεοποιήσεως του, μειοῦται μετὰ ρυθμοῦ 6.0 C°/min. Ἐὰν ὁ μόλυβδος συνεχίζει νὰ χάνῃ θερμότητα μετὰ τοῦ αὐτοῦ ρυθμοῦ, χρειάζεται δὲ 35.0 min διὰ νὰ στερεοποιηθῇ πλήρως, ποία εἶναι ἡ θερμότης τήξεως αὐτοῦ; Ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ τετηγμένου μολύβδου εἶνοι 0.030 cal/gm C°.

16. Ὅταν 1.445 gm ἄνθρακος καῶσιν πλήρως ἐντὸς εἰδικοῦ θερμιδομέτρου, ἡ θερμοκρασία τῶν ἐντὸς αὐτοῦ 2510 gm ὕδατος ὑψοῦται ἀπὸ 74.85 εἰς 82.65° F. α) Πόση θερμότης προσδίδεται εἰς τὸ ὕδωρ συνεπείᾳ τῆς καύσεως τοῦ ἄνθρακος; β) Ποία εἶναι ἡ θερμότης καύσεως τοῦ ἄνθρακος; Ἀπ. 10 900 cal, 7540 cal/gm

17. Μία σιδηρᾶ σφαῖρα θερμοκρασίας 210° F ρίπτεται ἐντὸς κοιλότητος στήλης πάγου. Ἐὰν αὕτη τήξῃ 0.14 lb πάγου ψυχομένη εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτοῦ, ποία εἶναι ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ σιδήρου;

18. Πόση ἐνέργεια δέον ν' ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τὸ σπείρωμα ψυγείου, ὅταν δίσκος ἐξ ἀλουμινίου, περιέχον 3.0 lb ὕδατος εὑρίσκεται ἐντὸς αὐτοῦ, καὶ τὸ περιεχόμενον ὕδωρ ἀπὸ τῆς θερμοκρασίας τῶν 70° F παγώνει καὶ ἐν συνεχείᾳ ὁ πάγος ψύχεται μέχρι τῶν 10° F; Ἀπ. 580 Btu

19. Πόσον ὕψος (εἰς ἴντσας) βροχῆς, θερμοκρασίας 50° F ἀπαιτεῖται διὰ νὰ τήξῃ στρῶμα πάγου πάχους 0.25 in;

20. Κάδος ἐξ ἀλουμινίου 2.0 lb, περιέχει 20 lb ὕδατος 70° F. Ποία

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μᾶζα πάγου εἰς τὸ σημεῖον τήξεως δέον νὰ τεθῇ ἐντὸς τοῦ κάδου διὰ νὰ ψύξῃ τὸ ὕδωρ εἰς τοὺς 50° F, ὑποθέτοντες ὅτι ἡ ἀνταλλαγὴ θερμότητος περιορίζεται εἰς τὸν κάδον καὶ τὸ περιεχόμενόν του; Ἀπ. 2.5 lb

21. Ὕδωρ θερμαίνεται ἐντὸς λέβητος ἀπὸ 100 εἰς 284° F, ὑπὸ πίεσιν 54.4 lb/in², καὶ ἀναβράζει. Ἡ θερμότης ἀτμοποιήσεως τοῦ ὕδατος εἰς τοὺς 284° F εἶναι 511 cal/gr ἢ 920.7 Btu/lb. Πόση θερμότης ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία καὶ νὰ ἐξατμίσῃ 500 γαλλόνια ὕδατος;

22. Πόσαι θερμίδες ἀπαιτοῦνται διὰ νὰ μετατρέψουν 20.0 gm ὕδατος θερμοκρασίας 25° C, εἰς ἀτμὸν 150° C; Ὑποθέσατε ὅτι ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ διὰ τὴν εἰδικὴν θερμότητα τοῦ ἀτμοῦ εἶναι 0.50. Ἀπ. 13 000 cal

23. Μέθοδος βιομηχανικὴ ἀπαιτεῖ ὅπως 40 kg ὕδατος ἀνὰ λεπτὸν αὐξάνουν τὴν θερμοκρασίαν των ἀπὸ 10 εἰς 60° C, διὰ συμπυκνώσεως ἀτμοῦ εἰς χάλκινον σπείρωμα σωλῆνος ἐμβαπτισμένον ἐντὸς ὕδατος. Ἐὰν ὁ ἀτμὸς εἰσέρχεται ἐντὸς τοῦ σπειρώματος εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 120° C καὶ ἐγκαταλείπει τοῦτο ὑπὸ μορφὴν ὕδατος εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 82° C, πόσα kg ἀτμοῦ δέον νὰ διέρχωνται διὰ τοῦ σπειρώματος ἀνὰ λεπτόν;

24. Πόσαι Btu ἀπαιτοῦνται διὰ νὰ μετατρέψουν 50 lb πάγου 12° F, εἰς ἀτμὸν θερμοκρασίας 232° F; Ἀπ. 66 000 Btu

25. Χάλκινον δοχεῖον ζυγίζον 0.50 lb καὶ περιέχον 2.0 lb πάγου, ἀμφοτέρων εἰς τοὺς 20° F, τίθεται ἐντὸς θερμιδομέτρου ἀμελητέας θερμοχωρητικότητος, περιέχον 6.0 lb ὕδατος θερμοκρασίας 70° F. Ποία μᾶζα ἀτμοῦ εἰς τοὺς 212° F θὰ ἔπρεπε νὰ συμπυκνωθῇ ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου, διὰ νὰ θερμάνῃ τὸ μῖγμα εἰς τοὺς 70° F;

26. Εἰς δωμάτιον θερμοκρασίας 24° C, τὸ σημεῖον δρόσου εἶναι 12° C, ὡς τοῦτο δεικνύεται πειραματικῶς. Ποία εἶναι ἡ σχετικὴ ὑγρασία;

27. Εἰς ποίαν περίπτωσιν ὁ ἀὴρ περιέχει περισσότερον ὑδρατμόν: α) ὅταν ἡ θερμοκρασία εἶναι 32° F, καὶ τὸ σημεῖον δρόσου 32° F, ἢ β) ὅταν ἡ θερμοκρασία εἶναι 80° F, καὶ τὸ σημεῖον δρόσου 50° F; Ποία εἶναι ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἰς ἑκάστην περίπτωσιν;

28. Ἀὴρ εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 22° C καὶ σχετικὴν ὑγρασίαν 70%, ψύχεται εἰς τοὺς 18° C. Ποία εἶναι τότε ἡ σχετική του ὑγρασία;

29. Ἡ σχετικὴ ὑγρασία ἑνὸς δωματίου εἶναι 60% εἰς τοὺς 20° C. α) Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ σχετικὴ ὑγρασία ἐὰν ἡ θερμοκρασία πέσῃ εἰς τοὺς 15° C. β) Ποῖον εἶναι τότε τὸ σημεῖον τῆς δρόσου;

30. Ποία εἶναι ἡ τιμὴ τῆς σχετικῆς ὑγρασίας εἰς δωμάτιον ὅπου ἡ θερμοκρασία εἶναι 26° C καὶ εἰς τὸ ὁποῖον δρόσος ἀρχίζει νὰ σχηματίζεται ἐπὶ τῆς ἐξωτερικῆς ἐπιφανείας φιάλης παγωμένου ὕδατος εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 10° C; Ἀπ. 37%

31. Ποσότης ἀέρος 2.00 m³ διέρχεται διὰ ἀφυγραντικοῦ σωλῆνος περιέχοντος P_2O_5. Ἀφαιροῦντες ἅπασαν τὴν ὑγρασίαν ἐκ τοῦ ἀέρος, τὸ βάρος τοῦ σωλῆνος αὐξάνεται κατὰ 30.0 gm. Ἐν συνεχείᾳ αἱ μετρήσεις ἐπαναλαμβάνονται ἐπὶ ἴσου ὄγκου κεκορεσμένου ἀέρος εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. Τὸ βάρος τοῦ ἀφυγραντικοῦ σωλῆνος αὐξάνεται κατὰ 40.0 gm. Ποία α) ἦτο ἡ ἀπόλυτος ὑγρασία καὶ β) ἡ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀρχικοῦ δείγματος ἀέρος;

32. Ἡ πίεσις κεκορεσμένου ὑδρατμοῦ εἰς 23° C καὶ 12° C, εἶναι ἴση πρὸς 21.0 καὶ 10.5 mm Hg ἀντιστοίχως. Ποία εἶναι ἡ σχετικὴ ὑ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γρασία ὅταν ἡ θερμοκρασία εἶναι 23.0° C, τὸ σημεῖον δρόσου 12° C καὶ τὸ ὕψος τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸ βαρόμετρον 30 in;

33. Πόσαι λίβραι ὕδατος δέον νὰ ἐξατμισθῶσιν εἰς αἴθουσαν διαλέξεων διαστάσεων $50 \times 20 \times 100$ πόδας διὰ νὰ αὐξηθῇ ἡ σχετικὴ ὑγρασία ἀπὸ 20 εἰς 60%, τῆς θερμοκρασίας παραμενούσης σταθερᾶς εἰς τοὺς 70° F. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ κεκορεσμένου ὑδρατμοῦ εἰς τοὺς 70° F, εἶναι 0.00112 lb/ft³.

34. Πόσα γραμμάρια ὕδατος δέον νὰ ἐξατμισθῶσιν ἐντὸς αἰθούσης $20 \times 40 \times 6.0$ μέτρα διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ σχετικὴ ὑγρασία ἀπὸ 10 εἰς 60%, ὅταν ἡ θερμοκρασία παραμένει σταθερὰ εἰς τοὺς 20° C; *Ἀπ.* 42 kg

35. Ἐξωτερικὸς ἀὴρ 30° C καὶ σχετικῆς ὑγρασίας 90%, φέρεται ἐντὸς συστήματος κλιματισμοῦ, ὅπου ἀρχικῶς ψύχεται διὰ καταιονισμοῦ ὕδατος εἰς τοὺς 12° C καὶ κατόπιν θερμαίνεται εἰς τοὺς 22° C ἄνευ προσθήκης ὑγρασίας. α) Ποία εἶναι ἡ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ κλιματισθέντος ἀέρος; β) Πόση ὑγρασία ἀφηρέθη ἐξ ἑκάστου κυβικοῦ μέτρου ἀέρος;

36. Ἀεροστεγὲς δωμάτιον περιέχει 65 m³ ἀέρος, θερμοκρασίας 22° C, ὑπὸ πίεσιν 760 mm Hg καὶ σχετικὴν ὑγρασίαν 20%. α) Ποῖον εἶναι τὸ σημεῖον τῆς δρόσου εἰς τὸ δωμάτιον; β) Πόσοι ὑδρατμοὶ πρέπει νὰ προστεθοῦν εἰς τὸν ἀέρα τοῦ δωματίου, διὰ νὰ αὐξηθῇ ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἰς 50%; γ) Ἐὰν ἅπαντες οἱ ὑδρατμοὶ οἱ εὑρισκόμενοι εἰς τὸν ἀέρα τοῦ δωματίου ἀφηροῦντο, ποία θὰ ἦτο ἡ πίεσις ἡ ἀσκουμένη ὑπὸ τοῦ ἀέρος, ἐὰν ἡ θερμοκρασία παρέμενεν εἰς τοὺς 22° C;

Ἀπ. −2° C, 380 gm 756 mmHg

37. Σταγονίδιον ὕδατος παραμηρεῖται ἐντὸς τοῦ χώρου τοῦ εὑρισκομένου ἄνωθεν τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου εἰς βαρόμετρον, ὅταν ἡ θερμοκρασία εἶναι 25° C. α) Ποία διόρθωσις δέον νὰ γίνῃ εἰς τὰς ἐνδείξεις τοῦ βαρόμετρου; β) Ὑποθέσατε ὅτι 1.0×10^{-5} gm ὕδατος ἐπαγιδεύθησαν εἰς τὸν ὄγκον τῶν 5.0 cm³, τὸν ὑπερκείμενον τοῦ ὑδραργύρου· ποία θὰ ἦτο ἡ ἐπιβαλλομένη διόρθωσις; γ) Κατὰ πόσον θὰ ἔπρεπε νὰ τροποποιηθῇ ἡ διόρθωσις δι' ὕψωσιν τῆς θερμοκρασίας κατὰ 1° ἀπὸ τῶν 25° C, εἰς ἑκάστην περίπτωσιν;

38. Τὸ ἐσφραγισμένον ἄκρον σωλῆνος βαρομέτρου εὑρίσκεται εἰς τὴν ἔνδειξιν τῶν 85.0 cm ἐπὶ τῆς κλίμακος. Τὸ βαρόμετρον τηρούμενον εἰς σταθερὰν θερμοκρασίαν, δεικνύει 72.4 καὶ 75.2 cm, ἀντιστοίχως, ὅταν θὰ ἔδει νὰ δεικνύῃ 73.9 καὶ 77.1. Ὁ ὑπεράνω τοῦ ὑδραργύρου χῶρος περιέχει ἀέριον, ἀτμὸν ἐν ἰσορροπίᾳ ἢ ἀμφότερα; Ἐξηγήσατε τί.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Niels Bohr

1885–. *Ἐγεννήθη εἰς Κοπεγχάγην τῆς Δανίας. Διευθυντὴς τοῦ Ἰνστιτούτου Θεωρητικῆς Φυσικῆς, Κοπεγχάγης. Τὸ 1922 ἔλαβεν τὸ βραβεῖον Νόμπελ Φυσικῆς διὰ τὴν ἀξίαν τῶν μελετῶν του ἐπὶ τῆς δομῆς τῶν ἀτόμων καὶ τῆς ἐξ αὐτῶν ἐκπεμπομένης ἀκτινοβολίας.*

21. ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

Ἡ θερμότης εἶναι ἡ πλέον κοινὴ μορφὴ ἐνεργείας. Ἕκαστον ἀντικείμενον τὸ ὁποῖον βλέπομεν ἢ πιάνομεν κέκτηται θερμικὴν ἐνέργειαν. Ἡ θερμότης συνεχῶς διαδίδεται ἀπὸ σώματος εἰς σῶμα.

Συχνάκις ἀπασχολούμεθα μὲ τὴν θερμότητα καὶ τὴν ροήν της. Ἐνίοτε θέλομεν νὰ τὴν μεταφέρωμεν ἀπὸ τῆς μιᾶς θέσεως εἰς ἑτέραν, ἀπὸ ἑνὸς κλιβάνου εἰς τὰ δωμάτια μιᾶς οἰκίας ἢ ἀπὸ τῆς μηχανῆς αὐτοκινήτου εἰς τὸν περιβάλλοντα ἀέρα. Εἰς ἄλλας περιπτώσεις θέλομεν νὰ προλάβωμεν τὴν ροὴν τῆς θερμότητος, ὡς π.χ. ἀπὸ θερμαινόμενον δωμάτιον πρὸς τὸ ψυχρὸν ἐξωτερικὸν ἢ ἀπὸ τὸ πρόσθιον μέρος τοῦ ὀργάνου ὅπερ χρησιμοποιεῖται διὰ συγκολλήσεις μετάλλων πρὸς τὴν χεῖρα τοῦ χειριστοῦ. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ἀντιμετωπίζομεν τὸ πρόβλημα τῆς ἀνυπαρξίας τελείων ἀγωγῶν θερμότητος. Τὸ δεύτερον δὲ πρόβλημα, τὸ τῆς ἐναποθηκεύσεως τῆς θερμότητος, περιπλέκεται ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι δὲν ὑφίστανται τελεία θερμικὴ μόνωσις, οὕτως ὥστε νὰ μὴ δυνάμεθα νὰ περιορίσωμεν πλήρως τὴν θερμότητα.

Ἵνα δυνηθῶμεν νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὴν θερμότητα κατὰ τὸν πλέον ὠφέλιμον τρόπον, εἶναι ἀναγκαῖον νὰ γνωρίσωμεν τοὺς νόμους τοὺς διέποντας τὴν διάδοσιν αὐτῆς.

21-1. Ροὴ θερμότητος. Ἡ θερμότης πάντοτε διαδίδεται κατὰ τὸν ἕνα ἢ τὸν ἄλλον τρόπον, ὁποτεδήποτε ὑφίσταται οἱαδήποτε διαφορὰ θερμοκρασίας. Ἀκριβῶς ὅπως τὸ ὕδωρ ρέει πρὸς τὰ κάτω ἐπὶ ἑνὸς λόφου, διευθυνόμενον πρὸς τὴν ταπεινοτέραν δυνατὸν στάθμην, οὕτω καὶ ἡ θερμότης, ἀφιωμένη ἐλευθέρα, ρέει πρὸς τὰ κάτω τοῦ λόφου τῆς θερμοκρασίας, θερμαίνουσα πάντοτε τὰ ψυχρὰ ἀντικείμενα, δαπάναις τῶν ἄλλων. Ὁ ρυθμὸς κατὰ τὸν ὁποῖον ἡ θερμότης ρέει ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἀνωφερείας τοῦ λόφου θερμοκρασίας, ὅσον καὶ ἐκ τῶν ἰδιοτήτων τῶν ὑλικῶν διὰ μέσου τῶν ὁποίων αὕτη θὰ ρεύσῃ. Ἡ διαφορὰ θερμοκρασίας ἀνὰ μονάδα ἀποστάσεως καλεῖται *θερμοβαθμίς*, κατ' ἀναλογίαν πρὸς τὴν ἰδέαν τοῦ ἀποτόμου τῆς κλίσεως ἥτις προσδιορίζει τὸν ρυθμὸν τῆς ροῆς τοῦ ὕδατος.

21-2. Τύποι διαδόσεως θερμότητος. Ὑπάρχουν τρεῖς τρόποι κατὰ τοὺς ὁποίους διαδίδεται ἡ θερμότης. Δεδομένου ὅτι ἡ θερμότης αὐτὴ καθ' ἑαυτὴν εἶναι ἡ ἐνέργεια τῆς μοριακῆς δραστηριότητος, ὁ ἁπλούστερος τρόπος διαδόσεως τῆς θερμότητος, καλούμενος ἀγωγή, εἶναι ἡ ἄμεσος μεταβίβασις τῆς μοριακῆς διαταραχῆς μέσω οὐσίας τινὸς διὰ τῶν συγκρούσεων τῶν γειτονευόντων μορίων. Τὰ μέταλλα περιέχουν τὰ καλούμενα

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

«ἐλεύθερα» ἠλεκτρόνια ἄτινα καθιστοῦν ταῦτα καλοὺς ἀγωγοὺς τοῦ ἠλεκτρισμοῦ. Τὰ ἠλεκτρόνια ταῦτα συντελοῦν ἐπίσης εἰς τὴν ἀγωγὴν τῆς θερμότητος, οὕτω δὲ τὰ μέταλλα ἔχουν ἰσχυρὰς θερμικὰς ἀγωγιμότητας. (Πίναξ 1).

ΠΙΝΑΞ 1. ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΑΙ ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΟΣ (ΕΓΓΥΣ τῶν 20°C)

Οὐσία	cal/(cm² sec C°/cm)	Btu/(ft² hr F°/in)
Ἄργυρος	0.990	2870
Χαλκός	0.918	2660
Ἀλουμίνιον	0.504	1460
Χάλυψ	0.11	320
Δρῦς, κατὰ μῆκος ἰνῶν	0.048	140
Σκυρόδεμα	0.0041	12.0
Ὕαλος	0.0025	7.2
Πλίνθος	0.0017	5.0
Ὕδωρ	0.0014	4.1
Ὑδρογόνον	0.00038	1.1
Φελλὸς	0.00010	0.30
Ὑαλοβάμβαξ	0.00009	0.27
Ἀήρ	0.000053	0.15

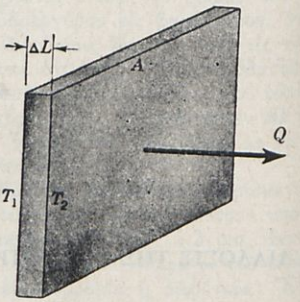
Ἡ *διὰ μεταφορᾶς διάδοσις* τῆς θερμότητος ἐπιτελεῖται διὰ πραγματικῆς μεταφορᾶς τοῦ θερμοῦ ὑλικοῦ ἀπὸ τῆς μιᾶς θέσεως εἰς τὴν ἄλλην. Ἡ διάδοσις τῆς θερμότητος ἐπιτελεῖται ἐπίσης διὰ συνδυασμοῦ *ἀκτινοβολίας καὶ ἀπορροφήσεως*. Κατὰ τὴν ἀκτινοβολίαν, ἡ θερμικὴ ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς ἀκτινοβόλον ἐνέργειαν, φύσεως ὁμοίας πρὸς τὴν τοῦ φωτός. Πράγματι μέρος τῆς τοιαύτης ἀκτινοβόλου ἐνεργείας εἶναι φῶς. Ἐφόσον εὑρίσκεται ὑπὸ μορφὴν ἀκτινοβολίας, ἡ ἐνέργεια δύναται νὰ διατρέξῃ μεγίστην ἀπόστασιν πρὶν ἢ ἀπορροφηθῇ ἢ ἐπαναμεταβληθῇ εἰς θερμότητα. Παρ. χάριν, ἐνέργεια ἀκτινοβολουμένη ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἡλίου μετατρέπεται εἰς θερμότητα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς μόνον μετὰ ὀκτὼ λεπτὰ ἀργότερον.

21-3. Ἀγωγιμότης. Τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος ὅπερ ῥέει διὰ σώματος τινὸς (διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς) ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ χρόνου τῆς ροῆς, ἐκ τῆς ἐπιφανείας διὰ τῆς ὁποίας ῥέει, τῆς θερμοβαθμίδος καὶ τοῦ εἴδους τοῦ ὑλικοῦ. Τοῦτο διατυποῦται διὰ τῆς ἐξισώσεως

$$Q = kAt\frac{\Delta T}{\Delta L} \qquad (1)$$

ὅπου k ὁ *συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος* τοῦ ὑλικοῦ, A εἶναι τὸ ἐμβαδὸν μετρούμενον κατ' ὀρθὴν γωνίαν πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ροῆς θερμότητος, t εἶναι ὁ χρόνος καθ' ὃν συνεχίζεται ἡ ροὴ καὶ $\Delta T/\Delta L$ εἶναι ἡ μέση θερμοβαθμίς. Τὸ σύμβολον ΔT παριστᾷ τὴν διαφορὰν θερμοκρασίας μεταξὺ δύο παραλλήλων ἐπιφανειῶν ἀπεχουσῶν ἀλλήλων κατὰ ΔL (Εἰκ. 1).

Εἰς τὸ Βρεττ. σύστημα, αἱ ποσότητες αὗται συνήθως μετρῶνται διὰ τῶν ἀκολούθων μονάδων: Q εἰς Btu, A εἰς τετρ. πόδας, t εἰς ὥρας, ΔT εἰς F° καὶ ΔL εἰς ἴντσας. Ὁ συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος k ἐκφράζεται τότε εἰς Btu/ft²hr F°/in). Ἡ ἀντίστοιχος μονὰς τοῦ k εἰς τὸ μετρικὸν σύστημα εἶναι cal/(cm²sec C°/cm).



Εἰκ. 1. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς μέσῳ λεπτῆς πλακός.

Παράδειγμα: Τοῖχος πάχους 3.0 in, ἐκ πυριμάχων πλίνθων, k = 8.0 Btu/(ft²hr/in), ἔχει τὴν μίαν ἐπιφάνειαν θερμοκρασίας 335° F καὶ τὴν ἑτέραν τοιαύτην 80°F. Νὰ εὑρεθῇ α) ἡ θερμοβαθμὶς εἰς τὸν πλίνθον καὶ β) ἡ δι' ἀγωγῆς μεταδοθεῖσα θερμότης μέσῳ ἐπιφανείας 1.0 ft² εἰς 1.0 ἡμέραν.

α) θερμοβαθμὶς $\Delta T/\Delta L$

$$= \frac{335°\text{F} - 80°\text{F}}{3.0\text{ in.}} = 85\text{ F°/in.}$$

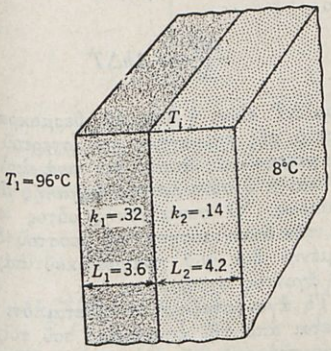
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

β) μεταδοθεῖσα θερμότης $Q = \dfrac{kA(T_1 - T_2)t}{L}$

$$= \frac{8.0\ \text{Btu}/(\text{ft}^2\,\text{hr}\,\text{F}^\circ/\text{in})\ 1.0\ \text{ft}^2 \times 225\ \text{F}^\circ \times 24\ \text{hr}}{3.0\ \text{in.}}$$

$$= 16000\ \text{Btu}$$

Παράδειγμα : Θερμότης ἄγεται μέσῳ συνθέτου τοίχου ἀποτελουμένου ἐκ παραλλήλων διαστρώσεων δύο ὑλικῶν, οἱ συντελεσταὶ θερμικῆς ἀγωγιμότητος τῶν ὁποίων εἶναι 0.32 καὶ 0.14 $\text{cal}/(\text{cm}^2\,\text{sec}\,\text{C}^\circ/\text{cm})$ καὶ ἔχουν πάχος 3.6 καὶ 4.2 cm, ἀντιστοίχως (Εἰκ. 2). Αἱ θερμοκρασίαι



Εἰκ. 2. Ἀγωγὴ τῆς θερμότητος μέσῳ συνθέτου τοίχου.

τῶν ἐξωτερικῶν ἐπιφανειῶν τοῦ τοίχου εἶναι 96° καὶ 8.0° C. Νὰ εὑρεθῶσιν (α) ἡ θερμοκρασία T_i τῆς ἐσωτερικῆς ἐνδιαμέσου ἐπιφανείας καὶ (β) ἡ θερμοβαθμὶς εἰς ἕκαστον τομέα τοῦ τοίχου.

Ἐπὶ σταθερᾶς ροῆς, ἡ αὐτὴ ποσότης θερμότητος, ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας, διέρχεται διὰ τῆς πρώτης στρώσεως, ἀνὰ μονάδα χρόνου, ὡς καὶ διὰ τῆς δευτέρας τοιαύτης.

$$\frac{1}{A}\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{k_1(T_1 - T_i)}{L_1} = \frac{k_2(T_i - T_2)}{L_2}$$

ἢ $$\frac{k_1 L_2}{k_2 L_1}(T_1 - T_i) = T_i - T_2$$

$$\frac{0.32}{0.14} \times \frac{4.2}{3.6}(96^\circ - T_i) = T_i - 8.0^\circ$$

$$T_i = 72^\circ\text{C}$$

Θερμοβαθμὶς εἰς τὸ πρῶτον στρῶμα

$$= \frac{(96 - 72)\text{C}^\circ}{3.6\ \text{cm}} = 6.7\ \text{C}^\circ/\text{cm}$$

Θερμοβαθμὶς εἰς τὸ δεύτερον στρῶμα

$$= \frac{(72 - 8)\text{C}^\circ}{4.2\ \text{cm}} = 15\ \text{C}^\circ/\text{cm}$$

Ἡ γενικὴ ἐξίσωσις διὰ σταθερὰν μονοδιάστατον ροὴν θερμότητος δύναται νὰ γραφῇ

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -kA\frac{\Delta T}{\Delta s} \qquad (2)$$

ὅπου τὸ ἀρνητικὸν σημεῖον εἰσάγεται λόγῳ τοῦ ὅτι ἡ θερμοκρασία μειοῦται πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ροῆς τῆς θερμότητος.

Ὑφίστανται μεγάλαι διαφοραὶ εἰς τὰς θερμικὰς ἀγωγιμότητας τῶν διαφόρων ὑλικῶν. Τὰ ἀέρια ἔχουν λίαν ταπεινὰς ἀγωγιμότητας. Τὰ ὑγρὰ ἐπίσης εἶναι γενικῶς λίαν κακοὶ ἀγωγοί. Αἱ ἀγωγιμότητες τῶν στερεῶν ποικίλουν ἐπὶ εὐρείας περιοχῆς, ἀπὸ τὰς λίαν ταπεινὰς τιμὰς τῶν ἰνῶν ἀμιάντου ἢ τοῦ πλίνθου, μέχρι τῶν σχετικῶς λίαν ὑψηλῶν τιμῶν διὰ τὰ πλεῖστα τῶν μετάλλων. Ἰνώδη ὑλικά, ὡς μάλλινον ὕφασμα ἢ ἀμίαντος εἶναι λίαν κακοὶ ἀγωγοὶ (ἢ καλὰ μονωτικὰ ὑλικὰ) ὅταν εἶναι ξηρά. Ἐὰν ὑγρανθῶσιν, μεταδίδουν τὴν θερμότητα μᾶλλον καλῶς. Ἐν τῶν δυσκόλων προβλημάτων κατὰ τὴν χρησιμοποίησιν τῶν ὑλικῶν τούτων διὰ μονώσεις εἶναι τὸ πῶς θὰ διατηρηθοῦν ταῦτα ξηρά.

21-4. Διάδοσις διὰ μεταφορᾶς. Ἡ διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς ἐντὸς ὑγροῦ ἢ ἀερίου συνδυάζεται πρὸς διαφορὰς πιέσεως, προκαλουμένων συνήθως ὑπὸ τοπικῶν μεταβολῶν τῆς πυκνότητος. Ὕψωσις θερμοκρασίας συνοδεύεται, ἀπὸ μείωσιν τῆς πυκνότητος εἰς τὰ πλεῖστα τῶν ὑγρῶν. Ἐκ τοῦ λόγου τούτου ἐὰν ἐφαρμοσθῇ θερμότης ἐπὶ τοῦ πυθμένος ἑνὸς ὑγροῦ, τὸ εἰς τὸν πυθμένα ἀραιότερον ὑγρὸν ἀντικαθίσταται ὑπὸ ἑτέρου μεγαλυτέρας πυκνότητος ἐκ τῶν ἄνω προερχομένου. Τὴν κίνησιν ταύτην συνοδεύει διάδοσις τῆς θερμότητος ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω, ἥτις καλεῖται *φυσικὴ* ἢ *ἐλευθέρα διάδοσις διὰ μεταφορᾶς*. Ἡ κυκλοφορία τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος εἶναι ἓν παράδειγμα φυσικῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς, ὡς ἐπίσης ἡ κυκλοφορία θερμοῦ ὕδατος εἰς σήνηθες σύστημα θερμάνσεως (καλοριφὲρ) τῶν οἰκιῶν. Ἐνίοτε αἱ διαφοραὶ πιέσεων προκαλοῦνται μη-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

χανικῶς, ὑπὸ ἀντλίας, ἀνεμιστῆρος ἢ ὑπὸ φυσητῆρος, κ.λ.π., ὁπότε ἡ διάδοσις τῆς θερμότητος λέγομεν ὅτι ἐπέρχεται δι' *ἐξηναγκασμένης μεταφορᾶς*. Εἰς ἁπάσας τὰς περιπτώσεις τῆς διαδόσεως διὰ μεταφορᾶς, ἡ θερμότης διαδίδεται ἐντὸς ἢ ἐκτὸς τοῦ ρεύματος τοῦ ὑγροῦ εἰς κάποιον σημεῖον τῆς διαδρομῆς του.

Δεδομένου ὅτι ἡ διάδοσις διὰ μεταφορᾶς εἶναι λίαν ἀποτελεσματικὴ μέθοδος διαδόσεως τῆς θερμότητος, δέον τοῦτο νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν κατὰ τὴν μελέτην συστήματος μονώσεως. Ἐὰν ἀφεθῶσιν μεγάλα διάκενα ἀέρος μεταξὺ τῶν τοίχων οἰκίας τινός, σχηματίζονται ἀμέσως μεγάλα ρεύματα διαδόσεως τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς καὶ μεγάλη ποσότης αὐτῆς χάνεται. Ἐὰν ὅμως, οἱ χῶροι ἀέρος, ἔχουν κατανεμηθῇ εἰς μικράς, μεμονωμένας περιοχάς, δὲν σχηματίζονται μεγάλα ρεύματα διαδόσεως θερμότητος διὰ μεταφορᾶς καὶ οὕτω μικρὰ μόνον ποσότης θερμότητος χάνεται διὰ τῆς μεθόδου ταύτης. Διὰ τὸν λόγον τοῦτον τὸ μονωτικὸν ὑλικὸν τὸ χρησιμοποιούμενον εἰς τὰ τοιχώματα ἑνὸς ψυγείου ἢ εἰς οἰκίας, εἶναι πορῶδες ὑλικὸν-φελλός, ὀρυκτοβάμβαξ, ὑαλοβάμβαξ, ἢ ἕτερα ὑλικὰ ὁμοίας φύσεως. Δὲν εἶναι κακοὶ ἀγωγοὶ αὐτὰ καθ' ἑαυτὰ μόνον, ἀλλὰ ἔχουν εἰς τὸ σῶμα των μικρὰ διάκενα ἀέρος, ἄτινα εἶναι λίαν κακοὶ ἀγωγοὶ καὶ συγχρόνως εἶναι τόσον μικρὰ ὥστε δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ δημιουργηθοῦν ρεύματα διαδόσεως τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς.

21-5. Ἀποτελέσματα τῶν ὁρικῶν στρωμάτων ἐπὶ τῆς μεταβιβάσεως τῆς θερμότητος. Ὅταν ρευστὸν χαμηλῆς θερμοκρασίας κυκλοφορῇ κατὰ μῆκος θερμαινομένου τοίχου, θερμότης μεταβιβάζεται ἐξ αὐτοῦ πρὸς τὸ ρευστόν. Ὁ Langmuir (1912) ἐμελέτησεν τὴν κατάστασιν ταύτην, ὑποθέτων ὅτι ἡ θερμότης μεταβιβάζεται δι' ἀγωγῆς μέσῳ λεπτοῦ στρώματος ρευστοῦ ἐγγὺς τοῦ τοίχου κειμένου, (ὁρικὸν στρῶμα), στρώματος περιλαμβάνοντος κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον, τὴν περιοχὴν τῆς στρωτῆς ροῆς, πρὸς τὴν περιοχὴν εἰς ἣν ἡ θερμοκρασία τοῦ περιβάλλοντος διατηρεῖται διὰ στροβιλώδους ροῆς. Ἐκ τοῦ ὁρικοῦ στρώματος ἡ θερμότης διαδίδεται πρὸς τὸ ὑπόλοιπον ρευστὸν διὰ μεταφορᾶς. Δηλαδὴ κατὰ τὴν μεταβίβασιν τῆς θερμότητος ἀπὸ στερεοῦ τοιχώματος εἰς ὑγρὸν ἢ ἀέριον, λαμβάνουν χώραν καὶ οἱ δύο τρόποι τῆς διαδόσεως, δι' ἀγωγῆς καὶ διὰ μεταφορᾶς.

Ἡ θερμικὴ ροὴ $\Delta Q/\Delta t$ ἡ μεταβιβαζομένη ἐκ τῆς ἐπιφανείας A τοῦ στερεοῦ πρὸς τὸ ρευστόν, παρέχεται ὑπὸ τοῦ τύπου

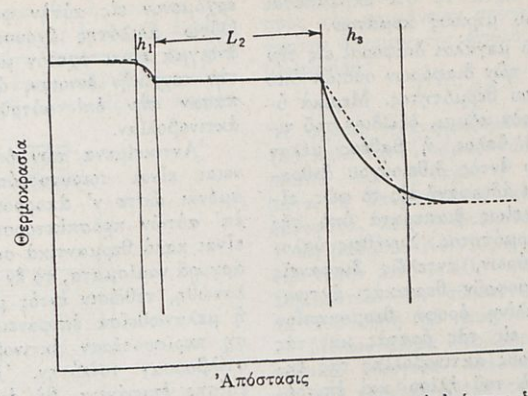
$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = Ah\Delta T \qquad (3)$$

ὅπου ΔT εἶναι ἡ διαφορὰ θερμοκρασίας μεταξὺ τῆς ἐπιφανείας τοῦ στερεοῦ καὶ τοῦ ρευστοῦ εἰς ἀπόστασιν τινὰ ἀπ' αὐτοῦ καὶ h ὁ *συντελεστὴς θερμικῆς μεταβιβάσεως*. Ὁ συντελεστὴς οὗτος παριστᾷ τὴν ἀγωγιμότητα τοῦ ρευστοῦ διαρρουμένην διὰ τοῦ πραγματικοῦ πάχους τοῦ ἄγοντος στρώματος.

Τὸ ἄγον στρῶμα ὑποτίθεται ὅτι ἐκτείνεται ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τοῦ τοίχου, μέχρι τῆς περιοχῆς ὅπου συναντᾶται ἡ θερμοκρασία τοῦ κυρίου σώματος τοῦ ρευστοῦ, προϋποθέτοντες ὅτι ἡ θερμοβαθμὶς διὰ μέσου τοῦ ἄγοντος στρώματος εἶναι σταθερὰ καὶ ἴση πρὸς τὴν πραγματικῶς ὑφισταμένην ἐπὶ τοῦ τοίχου. Τὸ πάχος τοῦ ἄγοντος στρώματος εἶναι κατά τι μεγαλύτερον ἀπὸ τὸ πάχος τῆς περιοχῆς τῆς ἀδιαταράκτου ροῆς. Ὁ συντελεστὴς θερμικῆς μεταβιβάσεως ὡς ἐξαρτᾶται ἐκ πολλῶν παραγόντων: ἐκ τῆς φύσεως τοῦ τοιχώματος τοῦ ἀγωγοῦ τοῦ ρευστοῦ (συμπεριλαμβανομένης τῆς κυρτότητος καὶ διευθύνσεως αὐτοῦ), τῆς ταχύτητος, τῆς πυκνότητος, τοῦ ἰξώδους, τῆς εἰδικῆς θερμότητος καὶ τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τοῦ ρευστοῦ καὶ τῆς δημιουργίας ἐξατμίσεως ἢ συμπυκνώσεως ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ τοιχώματος τοῦ φέροντος τὸ ὑγρόν.

Κατὰ τὴν σταθερὰν ροὴν τῆς θερμότητος μέσῳ τοιχώματος διαχωρίζοντος δύο ρευστὰ (π.χ. ὕδωρ, χάλυψ, ἀήρ, ὡς εἰς τὴν Εἰκ. 3), ἡ θερμότης διέρχεται δια-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 3. Πτῶσις τῆς θερμοκρασίας μέσῳ καλοῦ ἀγωγοῦ καὶ τῶν μὴ ἀγόντων ὁρικῶν στρωμάτων ἐπ' ἀμφοτέρων τῶν πλευρῶν (συνεχὴς γραμμή). Ἡ ἐστιγμένη γραμμὴ δεικνύει πτῶσιν θερμοκρασίας βασιζομένην ἐπὶ τοῦ πραγματικοῦ πάχους τῶν ὁρικῶν στρωμάτων τοῦ ρευστοῦ.

δοχικῶς διὰ τῶν τριῶν στρώσεων, μὲ τὸν αὐτὸν ρυθμὸν

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = k_1 \frac{\Delta T_1}{L_1} A = k_2 \frac{\Delta T_2}{L_2} A = k_3 \frac{\Delta T_3}{L_3} A$$

ὅπου οἱ ἀριθμοὶ 1 καὶ 3 ἀναφέρονται εἰς τὰ ὁρικὰ στρώματα τοῦ ρευστοῦ καὶ ὁ 2 εἰς τὸ τοίχωμα. Ἐὰν ΔT εἶναι ἡ ὁλικὴ διαφορὰ θερμοκρασίας διὰ μέσου τῶν τριῶν στρωμάτων, ἡ ἐπακολουθοῦσα θερμικὴ ροὴ εἶναι :

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{A \Delta T}{1/h_1 + L_2/k_2 + 1/h_3} \qquad (4)$$

Ἐὰν δὲ ὑφίσταντο ὁρικὰ στρώματα ἡ ἐξ. (4) θὰ ἐλάμβανε τὴν ἁπλουστέραν μορφὴν τῆς ἐξ (1).

Παράδειγμα : Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ θερμικὴ ροὴ ἀνὰ ὥραν, μέσῳ ὑαλοσκεπάστου παραθύρου ἐπιφανείας 15 ft^2 καὶ πάχους $^1/_4$ in., ὅταν ἡ ἐσωτερικὴ θερμοκρασία εἶναι 70°F καὶ ἡ ἐξωτερικὴ 20°F. Ὁ συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τῆς ὑάλου εἶναι 5.8 Btu/(hr ft^2 F°/in) καὶ ὁ συντελεστὴς θερμικῆς μεταβιβάσεως διὰ τὸν ἀέρα εἶναι περίπου 2 Btu/(hr ft^2 F°).

Ἐκ τῆς ἐξ. (4) ἔχομεν :

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{15 \text{ ft}^2 (70 - 20)\text{F}^\circ}{\frac{2}{2 \text{ Btu/(hr ft}^2 \text{F}^\circ)} + \frac{^1/_4 \text{ in.}}{5.8 \text{ Btu/(hr ft}^2 \text{F}^\circ\text{/in.)}}}$$

$$= 720 \text{ Btu/hr}$$

Σημειώσατε ὅτι ἐὰν δὲν ἐλαμβάνοντο ὑπ' ὄψιν τὰ ὁρικὰ στρώματα τοῦ ἀέρος, ἡ θερμικὴ ροὴ θὰ ἀνήρχετο εἰς τὸν μέγαν ἀριθμὸν τῶν 17 000 Btu/hr.

21-6. Ἀκτινοβολία. Ἡ μετάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας δὲν ἀπαιτεῖ ὑλικὸν μέσον διὰ τὴν πραγματοποίησίν της. Ἡ ἐνέργεια διέρχεται διὰ τοῦ χώρου μεταξὺ ἡλίου καὶ γῆς καὶ ὅταν ἀπορροφηθῇ καθίσταται θερμικὴ ἐνέργεια. Ἡ ἐνέργεια ἡ ἀποβαλλομένη ὑπὸ τοῦ θερμανθέντος σπειρώματος ἠλεκτρικοῦ λαμπτῆρος, διατρέχει τὸν χῶρον μεταξὺ τοῦ σπειρώματος καὶ τῆς ὑάλου ἂν καὶ δὲν ὑπάρχει ἀέριον ἐντὸς τοῦ κώδωνος. Ἐνέργεια τῆς φύσεως ταύτης ἐκπέμπεται ὑφ' ὅλων τῶν σωμάτων. Σῶμα ὅπερ ἀπορροφᾷ τὴν ἀκτινοβόλον ταύτην ἐνέργειαν, τὴν μετατρέπει εἰς θερμότητα, μετ' ἐπακολουθούσης αὐξήσεως τῆς κινήσεως τῶν μορίων του.

Ἅπαντα τὰ θερμὰ σώματα ἐκπέμπουν ἀκτινοβόλον ἐνέργειαν. Ἡ ἀκτινοβόλος ἐνέργεια ἡ ἐκπεμπομένη ὑπὸ μιᾶς θερμάστρας συναντᾷ ἀντικείμενον ἐπὶ τοῦ ὁποίου μερικῶς ἀνακλᾶται, μερικῶς ἀπορροφᾶται καὶ μερικῶς ἐκπέμπεται. Συμπεριφέρεται ἀπολύτως ὅμοια μὲ τὸ φῶς, δὲν προκαλεῖ ὅμως τὸ αἴσθημα τῆς ὁράσεως. Ἡ θερμικὴ ἀκτινοβολία διαφέρει

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τῆς φωτεινῆς κατὰ τὸ ὅτι ἐκπέμπεται ἐπὶ μακροτέρου μήκους κυμάτων.

Ὑφίστανται μεγάλαι διαφοραὶ εἰς τὴν διαπερατότητα τῶν διαφόρων οὐσιῶν ὑπὸ τῆς ἀκτινοβόλου θερμότητος. Μερικὰ ὑλικά, ὡς σκληρὸν κόμμι, ὀξείδιον τοῦ νικελίου, εἰδικαὶ ὕαλοι, ἢ βαθέος μέλαν διάλυμα ἰωδίου ἐντὸς διθειούχου ἄνθρακος, ἄτινα εἶναι ἀδιαφανῆ εἰς τὸ φῶς, εἶναι σχεδὸν τελείως διαπερατὰ ὑπὸ τῆς ἀκτινοβόλου θερμότητος. Συνήθεις ὑαλοπίνακες παραθύρων, ἐντελῶς διαφανεῖς ὀπτικῶς, ἀπορροφοῦν θερμικὰς ἀκτινοβολίας. Ἡ ὑαλίνη ὀροφὴ θερμοκηπίου εἶναι διαφανὴς εἰς τὰς ὁρατὰς καὶ τὰς σχεδὸν ὑπερύθρους ἀκτινοβολίας τὰς ἐκπεμπομένας ὑπὸ τοῦ ἡλίου καὶ ἐπιτρέπουν τὴν εἴσοδον εἰς αὐτάς. Ἡ ἐνέργεια των μετατρέπεται εἰς θερμότητα ὅταν ἀπορροφηθοῦν ὑπὸ τῶν ἐντὸς τοῦ θερμοκηπίου ἀντικειμένων. Τὰ ἀντικείμενα ταῦτα καθίστανται θερμότερα καὶ ἐκπέμπουν ἐνέργειαν καὶ αὐτά. Ἀλλὰ δεδομένου ὅτι αἱ θερμοκρασίαι των δὲν εἶναι ὑψηλαί, ἡ θερμικὴ ἀκτινοβολία τὴν ὁποίαν ἐκπέμπουν δὲν εἶναι ὁμοία πρὸς ἐκείνην τὴν ὁποίαν ἀρχικῶς ἐδέχθησαν. Ἡ ὕαλος δὲν μεταδίδει τὴν θερμικὴν ταύτην ἀκτινοβολίαν καὶ συνεπῶς ἡ ὑπὸ τῶν ἐν τῷ θερμοκηπίῳ σωμάτων ἀκτινοβολουμένη ἐνέργεια δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐξέλθῃ τούτου. Ἔν θερμοκήπιον λοιπὸν δρᾷ ὡς παγὶς ἐνεργείας καὶ δεδομένου ὅτι αἱ θερμικαὶ ἀπώλειαι δι' ἀκτινοβολίας καὶ διὰ μεταφορᾶς προλαμβάνονται, ἡ θερμοκρασία ἐντὸς αὐτοῦ εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ἐξωτερικῆς τοιαύτης, ὅταν τοῦτο δέχεται κατ' εὐθεῖαν τὸ ἡλιακὸν φῶς.

21-7. Τὸ ἰδεῶδες θερμαντικὸν σῶμα. Ὡς ἰδεῶδες μέλαν σῶμα ὁρίζεται ἐκεῖνο ὅπερ ἀπορροφᾷ ἅπασαν τὴν ἐπ' αὐτοῦ προσπίπτουσαν ἀκτινοβολίαν. Εἰς τὴν πραγματικότητα, ἰδανικῶς μέλαν σῶμα, δὲν ὑπάρχει. Αἰθαλομένη ἐπιφάνεια ὅμως δύναται νὰ θεωρηθῇ κατὰ προσέγγισιν ὡς τοιοῦτον. Ὀπὴ διατρηθεῖσα ἐπὶ τοῦ τοιχώματος μεταλλικοῦ σωλῆνος φαίνεται σκοτεινοτέρα τῆς περιβαλλούσης αὐτὴν ἐπιφανείας, καθόσον ἅπαν τὸ εἰσερχόμενον εἰς αὐτὴν φῶς ἀπορροφᾶται. Οὕτω κοιλότης ἔχουσα μικρὸν μόνον ἄνοιγμα εἶναι σχεδὸν μέλαν σῶμα κατὰ τὴν τεχνικὴν ἔννοιαν, ὡς ἀπορροφὸν ἅπασαν τὴν ἐπ' αὐτοῦ προσπίπτουσαν ἀκτινοβολίαν.

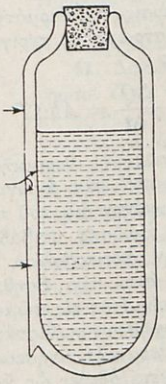
Ἀντικείμενα τῶν ὁποίων αἱ ἐπιφάνειαι εἶναι τοιουτοτρόπως κατασκευασμέναι ὥστε ν' ἀπορροφοῦν καλῶς τὴν ἐπ' αὐτῶν προσπίπτουσαν ἀκτινοβολίαν, εἶναι καλὰ θερμαντικὰ σώματα. Ἐὰν δύο ἀργυρᾶ νομίσματα, τὸ ἓν τῶν ὁποίων ἐμελανώθη, τεθῶσιν ἐντὸς μικροῦ κλιβάνου, ἡ μελανωθεῖσα ἐπιφάνεια θ' ἀπορροφήσῃ περισσότεραν ἀκτινοβολίαν ἀπὸ τὴν στίλβουσαν τοιαύτην. Ἡ μελανωθεῖσα ἐπίσης ἐπιφάνεια, θὰ ἀκτινοβολήσῃ ταχύτερον ἀπὸ τὴν στιλβωμένην τοιαύτην, ἐὰν ἀφεθῶσιν ἀμφότεραι εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. Τὸ μέλαν σῶμα εἶναι καὶ τὸ ἰδεῶδες θερμαντικὸν τοιοῦτον.

21-8. Θεωρία τῶν ἀνταλλαγῶν. Ὁ ρυθμὸς μὲ τὸν ὁποῖον σῶμα τι ἀκτινοβολεῖ ἐνέργειαν ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τῆς θερμοκρασίας του καὶ τῆς φύσεως τῆς ἐπιφανείας του. Ὁ ρυθμὸς τῆς ἀκτινοβολίας αὐξάνει λίαν ταχέως ἐφόσον ὑψοῦται ἡ θερμοκρασία. Ἀλλὰ ἅπαντα τὰ σώματα ἀκτινοβολοῦν. Ὁ Prevost διετύπωσεν ὑπὸ μορφὴν θεωρήματος τὴν ἰδέαν ὅτι, ἅπαντα τὰ σώματα ἀκτινοβολοῦν συνεχῶς θερμότητα πρὸς τὸ περιβάλλον των καὶ δέχονται τοιαύτην ἐξ αὐτοῦ. Ὅταν ἡ θερμοκρασία σώματος τινὸς παραμένει σταθερά, τοῦτο προσλαμβάνει θερμότητα μετὰ τοῦ αὐτοῦ ρυθμοῦ καθ' ὃν καὶ ἀκτινοβολεῖ ταύτην. Τεμάχιον μετάλλου ἀφεθὲν εἰς τὸν ἥλιον αὐξάνει τὴν θερμοκρασίαν του μέχρις ὅτου ἀρχίζει νὰ χάνῃ αὐτὴν μὲ ρυθμὸν ὅμοιον ἐκείνου μὲ τὸν ὁποῖον τὴν προσλαμβάνει. Τεμάχιον πάγου ἀκτινοβολεῖ ἐνέργειαν κατὰ ρυθμὸν βραδύτερον τῆς χειρὸς ἀτόμου, κρατουμένην ἐγγὺς αὐτοῦ καὶ οὕτω φαίνεται ψυχρόν, ἐνῶ θερμανθεὶς σίδηρος ἀκτινοβολεῖ ἐνέργειαν ταχύτερον τῆς χειρὸς καὶ οὕτω φαίνεται θερμός.

Μία φιάλη «θερμὸς» (Εἰκ. 4) ἀπεικονίζει τὸν τρόπον καθ' ὃν αἱ ἀρχαὶ τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος δύνανται νὰ ἐφαρ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μοσθῶσιν διὰ νὰ μειωθῇ ἡ ποσότης τῆς θερμότητος τῆς ρεούσης ἐντὸς (ἢ ἐκτὸς) δοχείου τινός. Αὕτη συνίσταται ἐκ δύο φιαλῶν, τῆς μιᾶς ἐντὸς τῆς ἄλλης, εὑρισκομένων ἐν ἐπαφῇ μόνον εἰς τὸν λαιμὸν



Εἰκ. 4. Δοχεῖον ἢ Bewar θερμός.

αὐτῶν. Ὁ χῶρος μεταξὺ τῶν δύο φιαλῶν ἔχει καταστεῖ κενὸς ἀέρος καὶ αἱ ἐπιφάνειαι ἔχουν ἐπαργυρωθῇ. Αἱ διαδόσεις ἐξ ἀγωγῆς μειοῦνται εἰς τὸ ἐλάχιστον διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως λίαν μικρᾶς ἐπιφανείας ταπεινῆς ἀγωγιμότητος ὑλικοῦ. Αἱ διαδόσεις ἐπίσης τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς ἐλαττοῦνται, διὰ τῆς ἀφαιρέσεως τοῦ ἀέρος. Ἡ διάδοσις δι' ἀκτινοβολίας καθίσταται μικροτέρα λόγῳ τοῦ ὅτι ὁ ἐστιλβωμένος ἄργυρος δρᾷ ὡς πτωχὸς πομπὸς διὰ τὴν μίαν ἐπιφάνειαν καὶ πτωχὸς ἀπορροφητὴς διὰ τὴν ἑτέραν τοιαύτην.

21-9. Ρυθμὸς ἀκτινοβολίας. Ὁ νόμος ὅστις ἐκφράζει τὴν ὁλικὴν ἐνέργειαν ἁπάντων τῶν μηκῶν κυμάτων τῶν ἀκτινοβολουμένων ἐκ τοῦ μέλανος σώματος, ἐπὶ δεδομένης θερμοκρασίας, διετυπώθη ἀρχικῶς ὑπὸ τοῦ Stefan ἐπὶ τῇ βάσει προσεκτικῶν μετρήσεων τῆς ἐνεργείας τῆς ἀκτινοβολουμένης ἀπὸ τῆς κοιλότητος μέλανος τινὸς σώματος. Μεταγενεστέρως ὁ Bolzmann διετύπωσεν τὸν αὐτὸν νόμον στειριχθεὶς ἐπὶ τῆς θερμοδυναμικῆς θεωρίας. Ὁ ρυθμὸς P κατὰ τὸν ὁποῖον ἐνέργεια ἀκτινοβολεῖται ὑπὸ μέλανος τινὸς σώματος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τούτου καὶ τὴν τετάρτην δύναμιν τῆς ἀπολύτου αὐτοῦ θερμοκρασίας

$$P = \sigma A T \qquad (5)$$

Ἡ σχέσις ἡ ἐκφραζομένη ὑπὸ τῆς ἐξ. (5) καλεῖται *ὁ νόμος τῶν Stefan–Bolzmann*. Ἐὰν ἡ ἰσχὺς P ἐκφράζεται εἰς βάττ, ἡ ἐπιφάνεια A εἰς τετραγωνικὰ ἑκατοστά, καὶ ἡ ἀπόλυτος θερμοκρασία T εἰς βαθμοὺς Kelvin, ἡ σταθερὰ σ ἔχει τὴν τιμὴν 5.70×10^{-12} watt/cm^2(K^0)^4. Σημειωτέον ὅτι σῶμα τι μὴ μέλαν θ' ἀκτινοβολήσῃ μὲ μικρότερον ρυθμόν.

Μέλαν σῶμα θερμοκρασίας T ἀκτινοβολεῖ ἐνέργειαν καὶ δέχεται τοιαύτην ἐκ τοῦ περιβάλλοντός του θερμοκρασίας T_0. Συμφώνως πρὸς τὸ θεώρημα τοῦ Prevost, περὶ ἀνταλλαγῶν θερμότητος, ὁ καθαρὸς ρυθμὸς μὲ τὸν ὁποῖον τὸ σῶμα ἐκλύει θερμότητα δι' ἀκτινοβολίας, ἰσοῦται μὲ τὴν διαφορὰν μεταξὺ τοῦ ρυθμοῦ μὲ τὸν ὁποῖον χάνει ἐνέργειαν καὶ ἐκείνου μὲ τὸν ὁποῖον προσλαμβάνει τοιαύτην:

$$P = \sigma A (T^4 - T_0^4) \qquad (6)$$

Διὰ τὴν περίπτωσιν μικρῶν διαφορῶν θερμοκρασίας, ὁ ρυθμὸς ψύξεως, ὁ ὀφειλόμενος εἰς τὴν διάδοσιν δι' ἀγωγῆς, διὰ μεταφορᾶς καὶ δι' ἀκτινοβολίας, συνδεδυασμένων, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν διαφορὰν θερμοκρασίας

$$P = bA(T - T^0) \qquad (7)$$

Οὗτος εἶναι *ὁ νόμος τοῦ Νεύτωνος περὶ ψύξεως*. Εἶναι μία ἔγκυρος προσέγγισις διὰ τὴν διάδοσιν τῆς θερμότητος ἀπὸ θερμαντικοῦ τινὸς μέσου εἰς ἓν δωμάτιον, τὴν ἀπώλειαν θερμότητος διὰ τῶν τοίχων ἑνὸς δωματίου ἢ τὴν ψῦξιν κυαθίου καφφὲ ἐπὶ τῆς τραπέζης.

Παράδειγμα : Ποία ἰσχὺς ἀκτινοβολεῖται ἀπὸ σπείρωμα κατασκευασμένον ἀπὸ tungsten μήκους 20 cm καὶ διαμέτρου 0.010 mm, ὅταν τοῦτο διατηρεῖται εἰς θερμοκρασίαν 2500°K ἐντὸς κώδωνος λαμπτῆρος κενοῦ ἀέρος ; Τὸ tungsten ἀκτινοβολεῖ μὲ ρυθμὸν 30 % τοῦ ρυθμοῦ ἑνὸς μέλανος σώματος εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. Ἂς μὴ ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν αἱ ἐκ τῆς ἀγωγιμότητος ἀπώλειαι.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

$A = \pi(0.0010\ \text{cm})(20\ \text{cm}) = 0.0628\ \text{cm}^2$
$T^4 = (2500^0\text{K})^4 = 39.1 \times 10^{12}(^0\text{K})^4$

Ἐκ τῆς ἐξ. (5).

$P = 0.30\ \sigma AT^4$
$P = (0.30)[5.70 \times 10^{-12}\ \text{watt/cm}^2(\text{K}^0)^4] \times (0.0628\ \text{cm}^2)[39.1 \times 10^{12}(\text{K}^0)^4] = 4.2$ watts

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Θερμότης εἶναι ἡ πλέον συνήθης μορφὴ ἐνεργείας.

Οἱ τρεῖς τρόποι κατὰ τοὺς ὁποίους ἡ θερμότης δύναται νὰ διαδοθῇ ἀπὸ τῆς μιᾶς θέσεως εἰς τὴν ἄλλην εἶναι: *ἡ δι' ἀγωγῆς, διὰ μεταφορᾶς καὶ δι' ἀκτινοβολίας-ἀπορροφήσεως.*

Ἡ *ἀγωγὴ* εἶναι ἡ διάδοσις τῆς θερμότητος ἀπὸ μορίου εἰς μόριον διὰ μέσου σώματος τινός, ἡ διὰ σωμάτων ἐν ἐπαφῇ εὑρισκομένων.

Θερμοβαθμὶς εἶναι ἡ διαφορὰ θερμοκρασίας ἀνὰ μονάδα ἀποστάσεως κατὰ μῆκος τῆς διευθύνσεως τῆς θερμικῆς ροῆς. Ἡ μονὰς αὐτῆς δύναται νὰ εἶναι: βαθμοὶ ἑκατονταβάθμου ἀνὰ ἑκατοστόν, βαθμοὶ Φαρενάϊτ ἀνὰ ἴντσαν, κτλ.

Ὁ *συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος* k εἶναι μία ποσότης ἥτις δηλοῖ τὸ πόσον καλῶς μία οὐσία ἀγάγει τὴν θερμότητα. Αἱ μονάδες τοῦ συντελεστοῦ k εἶναι: εἰς τὸ μετρικὸν σύστημα cal/(cm²sec C⁰/cm) καὶ εἰς τὸ Βρεττανικὸν Btu/(ft²hr F⁰/in)

$$k = \frac{Q}{At(\Delta T/\Delta T)}$$

Ἡ *διὰ μεταφορᾶς διάδοσις* τῆς θερμότητος ὀφείλεται εἰς τὴν κίνησιν τῆς ὕλης.

Ἡ διέλευσις τῆς θερμότητος διὰ μέσου ὁρικοῦ στρώματος περιγράφεται ὑπὸ τῆς σχέσεως

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = Ah\Delta T$$

ὅπου ὁ συντελεστὴς θερμικῆς μεταβιβάσεως h παριστᾷ τὴν ἀγωγιμότητα τοῦ ὑγροῦ διαιρουμένην διὰ τοῦ πραγματικοῦ πάχους τῆς ἀγούσης στιβάδος.

Κατὰ τὴν *ἀκτινοβολίαν*, ἡ ἐνέργεια μεταδίδεται ἄνευ τῆς βοηθείας ὑλικοῦ μέσου, ἀπὸ σώματος εἰς σῶμα, ὅπου κατόπιν *ἀπορροφήσεως* καθίσταται καὶ πάλιν ἐνέργεια θερμικῆς κινήσεως. Ἡ ἀκτινοβόλος ἐνέργεια ὁδεύει ὡς καὶ ἓν ἠλεκτρομαγνητικὸν κῦμα.

Καλοὶ ἀπορροφηταὶ ἀκτινοβολίας εἶναι ἐπίσης καλοὶ πομποί. Τὸ *μέλαν σῶμα* εἶναι τέλειος ἀπορροφητὴς ἀκτινοβολίας καὶ ἰδεῶδες θερμαντικὸν σῶμα.

Τὸ σύνολον τῆς ἀκτινοβολουμένης ἐνεργείας ἀνὰ μονάδα χρόνου ὑπὸ μέλανος τινὸς σώματος εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν τετάρτην δύναμιν τῆς ἀπολύτου αὐτοῦ θερμοκρασίας (νόμος τῶν Stefan—Bolzmann).

$$P = \sigma AT^4$$

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Ποῖα εἴδη σωμάτων εἶναι καλοὶ μονωταί; Διατί;

2. Διατὶ ὁ σίδηρος φαίνεται ψυχρότερος, κατὰ τὴν ἀφήν, ἀπὸ τὸ ξύλον κατὰ ψυχρὰν ἡμέραν τοῦ χειμῶνος;

3. Τεμάχιον χάρτου σφιχτὰ περιτυλιγμένον ἐπὶ ὀρειχαλκίνης ράβδου καὶ τιθέμενον ἐπὶ φλογὸς ἀερίου δὲν καίεται. Ἐὰν περιτυλιχθῇ πέριξ τεμαχίου ξύλου καίεται ταχέως. Διατί;

4. Ἐξηγήσατε διατὶ ὑγρανθεὶς δάκτυλος δυνατὸν νὰ ψυχθῇ ταχέως τιθέμενος ἐπὶ τεμαχίου μετάλλου κατὰ ψυχρὰν ἡμέραν, ἐνῶ δὲν θὰ συμβῇ τοῦτο εἰς περίπτωσιν ποὺ τεθεῖ ἐπὶ τεμαχίου ξύλου.

5. Δύνασθε νὰ ὑποδείξητε συσκευὴν διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως τῆς ὁποίας ν' ἀποδείξητε τὰς διαφορὰς τῶν θερμικῶν ἀγωγιμοτήτων διαφόρων μετάλλων, δίδουσαν ἀποτελέσματα μὴ ἐξαρτώμενα ἐκ τῶν διαφορῶν τῶν εἰδικῶν θερμοτήτων;

6. Ποῖος εἶναι ὁ ρόλος τῆς μοριακῆς δράσεως κατὰ τὴν διὰ μεταφορᾶς καὶ ἀγωγῆς διάδοσιν τῆς θερμότητος;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

7. Διατὶ καπνοδόχος «ἀναρροφᾷ»—τραβᾷ—ἀσθενῶς, μόλις ἀναφθῇ ἡ πυρὰ κάτωθεν αὐτῆς;

8. Ὁ θερμὸς ἀὴρ ὑπεράνω πυρᾶς, ἀνέρχεται ἢ ὠθεῖται πρὸς τὰ ἄνω; Ἐξηγήσατε.

9. Διατὶ κοῖλος τοῖχος πεπληρωμένος δι' ὀρυκτοῦ ἐρίου εἶναι καλύτερος μονωτὴς ἀπὸ τὸν ἁπλῶς πεπληρωμένον δι' ἀέρος τοιοῦτον;

10. Ποῖος εἶναι ὁ λόγος τῆς τοποθετήσεως ἀδρανοῦς ἀερίου ἐντὸς τῶν συγχρόνων ἠλεκτρικῶν λαμπτήρων ἐκ tungsten;

11. Δοκιμαστικὸς σωλὴν πληροῦται δι' ὕδατος καὶ κλείνεται κατὰ τρόπον ὥστε ἡ φλὸξ λυχνίας Βοῦνσεν νὰ ἐφάπτεται μόνον τοῦ ἄνω τμήματος τοῦ σωλῆνος. Παρατηρεῖται ὅτι τὸ κατώτερον τμῆμα τοῦ σωλῆνος δύναται νὰ κρατηθῇ ἐπ' ἀόριστον, χωρὶς ὁ κρατὼν τοῦτο νὰ αἰσθανθῇ πόνον. Ἐὰν ἐν τούτοις ἡ θέσις τῆς χειρὸς καὶ τῆς φλογὸς ἐναλλαγοῦν τότε δὲν εἶναι δυνατὸν πλέον νὰ κρατηθῇ ἐπὶ μακρότερον ὁ σωλήν. Τί συμπεραίνετε ἐκ τῶν παρατηρήσεων τούτων;

12. Ἀγωγοὶ διὰ τὴν διὰ θερμοῦ ἀέρος θέρμανσιν, κατασκευάζονται συνήθως ἐκ στίλβοντος μετάλλου. Ἡ προσθήκη στρώματος φύλλου ἀμιάντου, ἐπὶ τοῦ ἀγωγοῦ, εἶναι δυνατὸν νὰ προκαλέσῃ θερμικὴν ἀπώλειαν διὰ τῆς ἐπιφανείας. Ἐξηγήσατε διατί.

13. Ἐξηγήσατε διατὶ μία φιάλη «θερμὸς» περιορίζει εἰς τὸ ἐλάχιστον τὰς ἀπωλείας ἐνεργείας ἐκ μεταφορᾶς, ἀγωγῆς καὶ ἀκτινοβολίας.

14. Περιγράψατε μέσον ὅπερ χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν ἀνακάλυψιν ὑπαρχούσης ἀκτινοβόλου ἐνεργείας.

15. Ποῦ ἀποδίδετε τὴν ἀποτελεσματικότητα τῶν θερμοκηπίων εἰς τὸ νὰ διατηροῦν τὰ φυτὰ θερμά;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Πόση θερμότης διαβιβάζεται ἐντὸς 1.0 ὥρας μέσῳ σιδηρᾶς πλακός, πάχους 2.0 cm καὶ ἐμβαδοῦ 1000 cm^2, τῶν θερμοκρασιῶν ἀμφοτέρων τῶν πλευρῶν τηρουμένων εἰς 0 καὶ 20^0 C, ἀντιστοίχως;

2. Ψυγεῖον κατεσκευασμένον ἐκ ξύλου πάχους 5.0 cm ἔχει πραγματικὴν ἐπιφάνειαν 12 000 cm^2 καὶ συντελεστὴν θερμικῆς ἀγωγιμότητος 0.00027 cal/(cm^2 sec C^0/cm). Πόσος πάγος ἐντὸς τοῦ ψυγείου ἤθελεν τακῇ ἀνὰ 24ωρον ἐὰν ἡ ἐξωτερικὴ θερμοκρασία εἶναι 25^0 καὶ ἡ ἐσωτερικὴ τοιαύτη 5^0 C; *Ἀπ.* 14 kg

3. Μικρὰ λίμνη καλύπτεται ὑπὸ στρώματος πάγου πάχους 2.0 cm [συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος 0.0040 cal/(cm^2 sec C^0/cm)]. Ἡ θερμοκρασία τῆς κατωτέρας ἐπιφανείας τοῦ πάγου εἶναι 0^0 C καὶ ἡ τῆς ἀνωτέρας ἐπιφανείας αὐτοῦ -10^0 C. Κατὰ ποῖον ρυθμὸν διαδίδεται ἡ θερμότης δι' ἑκάστου m^2 τοῦ πάγου; Ποία εἶναι ἡ διεύθυνσις ροῆς τῆς θερμικῆς ἐνεργείας;

4. Χαλκίνη χύτρα, τῆς ὁποίας ὁ πυθμὴν ἔχει ἐπιφάνειαν 0.20 ft^2 καὶ πάχος 0.062 in, τίθεται ὑπεράνω φλογὸς ἀερίου. Ὑποθέτοντες ὅτι ἡ μέση θερμοκρασία τῆς ἐξωτερικῆς ἐπιφανείας τοῦ χαλκοῦ εἶναι 300^0 F καὶ τῆς τοῦ ὕδατος ἐντὸς τῆς χύτρας εὑρίσκεται εἰς τὸ κανονικὸν σημεῖον τοῦ βρασμοῦ του, πόση θερμότης διαδίδεται διὰ τοῦ πυθμένος εἰς 1.0 min; Ὁ συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τοῦ χαλκοῦ εἶναι 2480 Btu/(ft^2 hr F^0/in). *Ἀπ.* 11.7×10^3 Btu

5. Πόση θερμότης διαδίδεται δι' ἀγωγῆς μέσῳ φύλλου ὑαλοπίνακος, $k = 0.0024$ cal/(cm^2 sec C^0/in), ἔχοντος διαστάσεις 3.0 m ἐπὶ 2.0 m καὶ πάχος 5.00 mm, ὅταν ἡ θερμοκρασία τῶν ἐπιφανειῶν εἶναι 20 καὶ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

—10° C ἀντιστοίχως; Διατί, σημαντικῶς ὀλιγωτέρα θερμότης, μεταβιβάζεται δι' ὑαλοπίνακος ἔχοντος τὰς αὐτὰς διαστάσεις ὅταν ἡ θερμοκρασία τοῦ δωματίου εἶναι 20° C καὶ ἡ ἐξωτερικὴ τοιαύτη —10° C;

6. Ἡ τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ θερμικῆς ἀγωγιμότητος εἶναι γνωστὴ εἰς cal/(cm² sec C°/cm). Διὰ τίνος παράγοντος δέον νὰ πολλαπλασιασθῇ ἡ τιμὴ αὕτη διὰ νὰ ἐκφρασῃ τὸ αὐτὸ εἰς Btu/(ft² hr F°/in); *Ἀπ.* 2901

7. Εἷς συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος ἐκφράζεται εἰς μονάδας Btu/(ft² hr F°/in). Ἐξαγάγατε παραστάσεις ἐκφραζούσας τὴν τιμήν του εἰς α) cal/(cm² sec C°/cm) καὶ β) εἰς joule/(cm² sec C°/cm).

8. Χαλκίνη ράβδος τῆς ὁποίας ἡ διάμετρος εἶναι 2.0 cm καὶ τὸ μῆκος της 50 cm, ἔχει τὸ μὲν ἕνα αὐτῆς ἄκρον ἐντὸς ζέοντος ὕδατος καὶ τὸ ἕτερον ἐντὸς θήκης ψυχομένης ὑπὸ ρέοντος ὕδατος ὅπερ εἰσέρχεται εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 10° C. Ὁ συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τοῦ χαλκοῦ εἶναι 1.02 cal/(cm² sec C°/cm). Ἐὰν 200 gr. ὕδατος ρέουν διὰ τῆς θήκης εἰς 6.0 min, κατὰ πόσον ὑψοῦται ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος τούτου; *Ἀπ.* 10 C°

9. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τῆς δρυὸς εἶναι 1.02 Btu/(ft² hr F°/in), πόση θερμότης θὰ διέλθῃ εἰς 24 ὥρας διὰ δρυΐνης θυρὸς ἐχούσης διαστάσεις 3.0 ἐπὶ 7.0 ft καὶ πάχος 1.5 in, ὅταν ἡ ἐσωτερικὴ καὶ ἡ ἐξωτερικὴ θερμοκρασία εἶναι 72° καὶ 10° F, ἀντιστοίχως;

10. Ὅταν τὸ ἓν ἄκρον χαλκίνης ράβδου μήκους 30 cm καὶ διαμέτρου 8.00 mm τηρεῖται ἐντὸς ζέοντος ὕδατος εἰς τοὺς 100° C καὶ τὸ ἕτερον ἄκρον τηρεῖται ἐντὸς πάγου, παρατηρεῖται ὅτι 1.2 gr πάγου τήκονται ἀνὰ λεπτόν. Ποῖος εἶναι ὁ συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τῆς ράβδου; *Ἀπ.* 0.96 cal/(cm² sec C°/cm)

11. Θεωρήσωμεν μεταλλικὴ ράβδον, καλῶς μεμονωμένην κατὰ μῆκος τῶν πλευρῶν της, ἡ ὁποία θερμαίνεται κατὰ τὸ ἓν ἔκρον αὐτῆς. Νὰ κατασκευασθῇ διάγραμμα τῆς θερμοκρασίας t συναρτήσει. τῆς ἀποστάσεως x ἀπὸ τοῦ ἑτέρου ἄκρου. Ἡ μόνωσις ἀφαιρεῖται: νὰ σχεδιασθῇ διάγραμμα τῆς t ἐν συναρτήσει πρὸς τὴν x διὰ τὴν περίπτωσιν ταύτην, ἐὰν ὑφίσταται αἰσθητὴ ἀπώλεια θερμότητος ἐκ τῶν πλευρῶν τῆς ράβδου. Ποία εἶναι ἡ σχέσις τῆς θερμοβαθμίδος $\Delta t/\Delta x$ πρὸς τὴν x εἰς ἕκαστον διάγραμμα;

12. Κατὰ προσέγγισινι αἱ τιμαὶ τῶν συντελεστῶν θερμικῶν ἀγωγιμοτήτων διὰ τὰ ἀκόλουθα ὑλικὰ ἔχουν ὡς ἕπεται: δρῦς, 1.02 Btu/(hr ft² F°/in), πλίνθος 4,5, σκυρόδεμα 7.5. Ποῖον πάχος ἐξ ἑκάστου τῶν ὑλικῶν τούτων θὰ εἶχεν τὴν αὐτὴν μονωτικὴν τιμὴν ὡς 0.50 in φελλοῦ (συντελεστοῦ ἀγωγιμότητος 0.30). *Ἀπ.* 1.7 in, 7.5 in, 12,5 in.

13. Ἡ θερμικὴ μόνωσις μαλλίνου χειροκτίου δύναται κατ' οὐσίαν νὰ θεωρηθῇ ὡ διάστρωμα ἠρεμοῦντος ἀέρος πάχους 3.0 mm, συντελεστοῦ ἀγωγιμότητος 5.7×10^{-5} cal/(cm² sec C°/cm). Πόσην θερμότητα χάνει εἷς ἄνθρωπος, ἀνὰ λεπτόν, ἐκ τῆς χειρός του, ἐπιφανείας 200 cm² καὶ θερμοκρασίας ἐπιδερμίδος 35° C, κατὰ χειμερινὴν ἡμέραν θερμοκρασίας —5° C;

14. Ράβδος ἔχει μῆκος L ὅταν εὑρίσκεται ὑπὸ ὁμοιόμορφον θερμοκρασίαν T_0. Ἐὰν ἓν ἄκρον τῆς ράβδου διατηρεῖται εἰς τὴν T_0 ἐνῶ τὸ ἕτερον θερμαίνεται εἰς τὴν θερμοκρασίαν T_1, νὰ εὑρεθῇ παράστασις δίδουσα τὸ μῆκος τῆς ράβδου ὅταν ἐπετεύχθη κατάστασις σταθερά. Ἡ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ράβδος εἶναι θερμικῶς μεμονωμένη κατὰ τὸ μῆκος της καὶ ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς αὐτῆς εἶναι α. Ἀπ. $\frac{1}{2}La(T_1 - T_0)$

15. Τὸ ἓν ἄκρον μιᾶς ράβδου μήκους 40.0 cm καὶ διατομῆς 2.0 cm² εὑρίσκεται ἐντὸς ἀτμολούτρου, ἐνῶ τὸ ἕτερον ἔχει τεθῇ ἐντὸς πάγου. Παρατηρεῖται ὅτι 13.3 gm πάγου ἐτάκησαν ἐντὸς 13 sec ἐκ τῆς θερμότητος τῆς μεταβιβαζομένης εἰς αὐτὸν ὑπὸ τῆς ράβδου. Ποῖος εἶναι ὁ συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότης τῆς μεταλλικῆς ράβδου;

16. Χαλκίνη ράβδος τῆς ὁποίας ἡ διάμετρος εἶναι 2.0 cm καὶ τὸ μῆκος 50 cm, ἔχει τὸ μὲν ἕνα αὐτῆς ἄκρον ἐντὸς ζέοντος ὕδατος καὶ τὸ ἕτερον ἐντὸς στήλης πάγου. Ὁ συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τοῦ χαλκοῦ εἶναι 1.02 cal/(cm² sec C⁰/cm). Πόσος πάγος θὰ τακῇ ἐντὸς 1.0 ὥρας ἐὰν 25% τῆς θερμότητος διαφεύγει κατὰ τὴν διάδοσιν;

Ἀπ. 220 gm

17. Πλοῖον ἔχει χαλύβδινον σκάφος πάχους 2.54 cm τοῦ ὁποίου ὁ συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος εἶναι 0.11 cal/(cm² sec C⁰/cm). Στρῶμα μονωτικοῦ ὑλικοῦ πάχους 5.0 cm ἔχον συντελεστὴν θερμικῆς ἀγωγιμότητος 10×10^{-5} cal/(cm² sec C⁰/cm), περιβάλλει τὸ σκάφος. Ὅταν ἡ θερμοκρασία ἐντὸς τοῦ πλοίου εἶναι 25⁰ C καὶ τοῦ περιβάλλοντος ὕδατος 5.0⁰ C, ποία εἶναι ἡ θερμοκρασία ἐπὶ τῆς ἐσωτερικῆς ἐπιφανείας τοῦ χαλυβδίνου σκάφους; Ποία εἶναι ἡ διαφορὰ θερμοκρασίας μεταξὺ τοῦ ἐσωτερικοῦ καὶ τοῦ ἐξωτερικοῦ τοῦ μονωτικοῦ στρώματος; Πόσαι θερμίδες μεταβιβάζονται δι' ἑκάστου τετρ. μέτρου τοῦ σκάφους ἀνὰ λεπτόν;

18. Τοῖχος μονώσεως συνίσταται ἐκ στρώματος πάχους 4.0 in ἐξ ὑλικοῦ μὲ συντελεστὴν θερμικῆς ἀγωγιμότητος k_1 καὶ ἐξ ἑτέρου τοιούτου πάχους 8.0 in τοῦ ὁποίου ὁ συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος k_2 εἶναι ἴσος πρὸς $4k_1$. Αἱ ἐξωτερικὴ καὶ ἐσωτερικὴ ἐπιφάνειαι τηροῦνται εἰς −10⁰ C καὶ 76⁰ C ἀντιστοίχως. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ θερμοκρασία T_x εἰς τὸ μεταξὺ τῶν δύο στρωμάτων διάκενον. Ἀπ. 47⁰ C

19. Κατὰ χειμερινὴν ἡμέραν, ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀέρος ἦτο 20⁰ F. Ἡ θερμοκρασία ἀμέσως ὑποκάτω σκυροδέματος τῆς ὁδοῦ πάχους 3.0 in εἶναι 5⁰ F. α) Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ σταθερὰ ροὴ τῆς θερμότητος κατὰ τετρ. πόδα διὰ μέσου τοῦ σκυροδέματος. Ποία εἶναι ἡ διεύθυνσις τῆς ροῆς ταύτης; Ὁ συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τοῦ σκυροδέματος εἶναι 6.0 Btu/(hr ft² F⁰/in). β) Πόσον πάχος δέον νὰ ἔχῃ στρῶμα πάγου ἐπὶ τοῦ σκυροδέματος τούτου, ἵνα μειωθῇ ἡ σταθερὰ ροὴ θερμότητος ἀνὰ τετρ. πόδα κατὰ 75% τῆς ἀρχικῆς τιμῆς; Ὁ συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τοῦ πάγου εἶναι 12 Btu/(ft² hr F⁰/in).

20. Σύνθετος τοῖχος ἀποτελεῖται ἐκ τριῶν στρώσεων πάχους ἑκάστης μιᾶς ἴντσας, τῶν ὁποίων οἱ συντελεσταὶ θερμικῆς ἀγωγιμότητος εἶναι 0.010, 0.020 καὶ 0.030 Btu/(ft² hr F⁰/in) ἀντιστοίχως. Ποῖον συντελεστὴν θερμικῆς ἀγωγιμότητος θὰ ἔδῃ νὰ εἶχε μοναδικὴ στρῶσις ὑλικοῦ πάχους 3.0 in διὰ νὰ μεταβιβάζῃ τὴν αὐτὴν ροὴν θερμότητος διὰ τὴν αὐτὴν διαφορὰν θερμοκρασίας; Ἀπ. 0.016 Btu/(sec ft² F⁰/in.)

21. Τὸ τοίχωμα βιομηχανικοῦ ψυγείου εἶναι κατεσκευασμένον ἐκ σκυροδέματος πάχους 8.0 in, ὅπερ ἔχει συντελεστὴν θερμικῆς ἀγωγιμότητος 7.5 Btu/(ft² hr F⁰/in), καὶ εἶναι ἐπιστρωμένον διὰ φύλλων φελλοῦ πάχους 2.0 in, ἔχοντος συντελεστὴν θερμικῆς ἀγωγιμότητος 0.32 Btu/(ft² hr F⁰/in). Ἡ θερμοκρασία ἐντὸς τοῦ ψυγείου διατηρεῖται εἰς τοὺς 40⁰ F ἐνῶ ἡ ἐξωτερικὴ θερμοκρασία εἶναι 80⁰ F. Νὰ εὑρεθῇ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

α) ἡ θερμοκρασία τῆς ἐξωτερικῆς ἐπιφανείας τοῦ φελλοῦ καὶ β) ἡ θερμότης ἡ μεταδιδομένη δι' ἑκάστου τετρ. ποδὸς τοιχώματος εἰς μίαν ἡμέραν.

22. Μονωθὲν ἑρμάριον, διὰ τὴν ἐναποθήκευσιν «ξηροῦ πάγου», συνίσταται ἐκ ξύλου πεύκης, ἐπενδεδυμένον δι' ὑαλοβάμβακος. Αἱ ἐξωτερικαὶ διαστάσεις τοῦ κυβομόρφου ἑρμαρίου εἶναι 2 πόδες ἐπὶ 4. Τὸ ξύλον ἔχει πάχος 0.50 in καὶ συντελεστὴν ἀγωγιμότητος 0.78 Btu/(ft² hr F⁰/in). Τὸ στρῶμα τοῦ ὑαλοβάμβακος ἔχει πάχος 1.5 in καὶ συντελεστὴν ἀγωγιμότητος 0.29 Btu/(ft² hr F⁰/in). Πόση θερμότης διαβιβάζεται ἐντὸς τοῦ ψυγείου (—97⁰ F) ἐκ τοῦ δωματίου (72⁰ F) κατὰ τὴν διάρκειαν μίας ἡμέρας; *Ἀπ.* 17 000 Btu

23. Μὲ ποίαν ταχύτητα ἤθελεν ψυχθῆ κυάθιον θερμοῦ καφφὲ διὰ μόνης τῆς ἀκτινοβολίας; Καταγράψατε τὰς διαφόρους ὑποθέσεις καὶ ὑπολογίσατε τὸν ρυθμὸν ψύξεως κατὰ βαθμοὺς ἀνὰ λεπτόν.

24. Χιὼν ἔχουσα πυκνότητα 0.100 gm/cm³ ἐπικαλύπτεται δι' αἰθάλης διὰ νὰ καταστῇ τέλειος ἀπορροφητής. Ἐὰν ἡ ἡλιακὴ ἀκτινοβολία προσδίδει 0.50 cal/cm² κατὰ λεπτόν, μέχρι ποίου βάθους ἡ χιὼν ἤθελε τακῇ ἐντὸς μιᾶς ὥρας; *Ἀπ.* 3.8 cm

25. Στερεὰ σφαῖρα τίθεται ἐντὸς θαλάμου κενοῦ ἀέρος, τοῦ ὁποίου τὰ τοιχώματα διατηροῦνται εἰς θερμοκρασίαν 100⁰ C. Τὰ τοιχώματα συμπεριφέρονται ὡς μέλανα σώματα, ἀλλὰ τὸ ρυθμὸς ἀκτινοβολίας τῆς σφαίρας ἐν σχέσει πρὸς αὐτὰ ἰσοῦται μὲ τὸ ἥμισυ τοῦ ρυθμοῦ ἀκτινοβολίας τῶν τοιχωμάτων (δηλαδὴ ἡ ἀκτινοβολία της εἶναι 0.5). α) Συγκρίνατε τὸν ρυθμὸν τῆς ἀκτινοβολίας ἐνεργείας ἀπὸ τῆς στερεᾶς σφαίρας πρὸς τὸν ρυθμὸν τῆς ἀπορροφήσεως ἐνεργείας μετὰ παρέλευσιν μακροῦ χρόνου. β) Συγκρίνατε τὸν ρυθμὸν τῆς ἀκτινοβολίας ἐνεργείας ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας ὑπὸ τῆς μικρᾶς σφαίρας πρὸς τὸν ρυθμὸν ἀκτινοβολίας ἐνεργείας ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας τῶν περιβαλλόντων τοίχων. γ) Ὑποθέσατε ὅτι ἡ θερμοκρασία τῶν τοιχωμάτων αὐξάνεται μέχρις 200⁰ C. Μετὰ παρέλευσιν μακροῦ χρόνου, ποῖον θὰ εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς συγκρίσεως τοῦ ρυθμοῦ ἀκτινοβολίας ἀπὸ τὴν μικρὰν σφαῖραν πρὸς τὸν ρυθμὸν αὐτῆς ὑπὸ τὰς ἀρχικὰς συνθήκας;

26. Ἡ θερμοκρασία τοῦ ἡλίου εἶναι περίπου 6000⁰ K, ὅταν δὲ οὗτος εὑρίσκεται ἀκριβῶς κατακορύφως ἡ ἀκτινοβολία του εἶναι ἰσοδύναμος πρὸς 2.0 cal/(cm² min). Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ μείωσις τοῦ ρυθμοῦ τούτου τῆς μεταδόσεως θερμότητος ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ ἡλίου ἤθελεν πέσῃ εἰς τοὺς 500⁰ C. *Ἀπ.* 0.50 cal/(cm² min) ἢ 29%

27. Κατὰ ποῖον ρυθμὸν ὁ ἥλιος χάνει ἐνέργειαν διὰ τῆς ἀκτινοβολίας; Ἡ θερμοκρασία τοῦ ἡλίου εἶναι περίπου 6000⁰ K καὶ ἡ ἀκτίς του 3.3 × × 10⁵ μίλλια.

28. Σπείρωμα ἐκ tungsten ἐντὸς λαμπτῆρος, φθάνει τὴν θερμοκρασίαν τῶν 2000⁰ K ὅταν ἡ ἰσχύς του εἶναι 16 watt. Ὑποθέτοντες ὅτι τὸ σπείρωμα ἀκτινοβολεῖ θερμότητα ὡς μελανὸν σῶμα, ποία ἰσχὺς δέον νὰ παρασχεθῇ διὰ νὰ διατηρηθῇ τὸ σπείρωμα εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 3000⁰ K;

29. Ἡ γῆ δέχεται ἐνέργειαν ἐκ τοῦ ἡλίου μὲ μέσον ὅρον 0.135 watt/cm². Ἡ μέση θερμοκρασία τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς εἶναι 15⁰ C. Ὑποθέτοντες τὴν γῆν ἀκτινοβολοῦσαν ὡς μέλαν σῶμα, νὰ ὑπολογισθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ ἐνδοαστρικοῦ χώρου. Νὰ σχολιάσετε τὸ ἀποτέλεσμα.

30. Ἡ θερμοκρασία σπειρώματος tungsten ὅταν τοῦτο εὑρίσκεται

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἐν λειτουργίᾳ ἐντὸς κώδωνος λαμπτῆρος κενοῦ ἀέρος, εἶναι 2450° K. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας τοῦ σπειρώματος, λαμπτῆρος 25 watt, ἐὰν τὸ tungsten ἀκτινοβολεῖ 0.30 τοῦ ρυθμοῦ ἀκτινοβολίας ἑνὸς (μέλαν σῶμα) ἰδεώδους θερμαντικοῦ σώματος. *Ἀπ.* 0.41 cm^2

31. Πόσαι θερμίδες ἀνὰ δευτερόλεπτον θ' ἀκτινοβοληθοῦν ἀπὸ σφαιρικὸν μέλαν σῶμα διαμέτρου 15.0 cm θερμοκρασίας 800° C;

32. Μελανωθεῖσα σφαῖρα χαλκοῦ (πυκνότητος 8.9 gm/cm^3 καὶ εἰδικῆς θερμότητος 0.093 cal/gm C^0 διαμέτρου 10.0 cm ψύχεται ἐντὸς χώρου κενοῦ ἀέρος, τοῦ ὁποίου τὰ τοιχώματα τηροῦνται εἰς 0° C. Πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται ἵνα ἡ σφαῖρα ψυχθῇ ἀπὸ τοὺς 228° εἰς τοὺς 227° C; Λάβετε ὡς β ἐκ τῆς Ἐξ. (7) ἴσον μὲ 3.4×10^{-4} cal/cm^2 sec (K^0). *Ἀπ.* 18 sec

33. Κάδος πλήρης ὕδατος, περιέχον ἠλεκτρικὸν θερμαντικὸν στοιχεῖον, ὑψοῦται εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 80° F ἄνωθεν τῆς τοῦ περιβάλλοντός του, ὅταν ἡ παρεχομένη εἰς αὐτὸν ἰσχὺς τοῦ θερμαντικοῦ στοιχείου εἶναι 120 watt. Τὸ δοχεῖον καὶ τὸ ὕδωρ μαζύ, ἰσοδυναμοῦν πρὸς 3.0 lb ὕδατος. Ποῖος θὰ εἶναι ὁ ἀρχικὸς ρυθμὸς ψύξεως ὅταν πάψῃ νὰ λειτουργῇ τὸ θερμαντικὸν στοιχεῖον;

34. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀκτινοβολία, εἰς βὰττ ἀνὰ τετραγωνικὸν ἑκατοστόν, ἡ ἐκπεμπομένη ὑπὸ πλινθίου χαλκοῦ εἰς τοὺς 200° καὶ εἰς τοὺς 1000° C. Ἡ ὀξειδωμένη ἐπιφάνεια τοῦ χαλκοῦ ἀκτινοβολεῖ 0.60 τοῦ ρυθμοῦ ἑνὸς μέλανος σώματος. *Ἀπ.* 0.17 watt/cm^2, 9.0 watt/cm^2

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Robert Andrews Millikan

1868—1953. Ἐγεννήθη εἰς Μόρισον τοῦ Ἰλλινόϊς. Διευθυντὴς τοῦ Ἐργαστηρίου Φυσικῆς τοῦ Norman Bridge, Ἰνστιτοῦτον Τεχνολογίας τῆς Καλιφορνίας. Ἔλαβεν τὸ βραβεῖον Νόμπελ διὰ τὴν Φυσικήν, διὰ τὸ ἔργον του ἐπὶ τοῦ στοιχειώδους ἠλεκτρικοῦ φορτίου καὶ τοῦ φωτοηλεκτρικοῦ ἀποτελέσματος.

22. ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

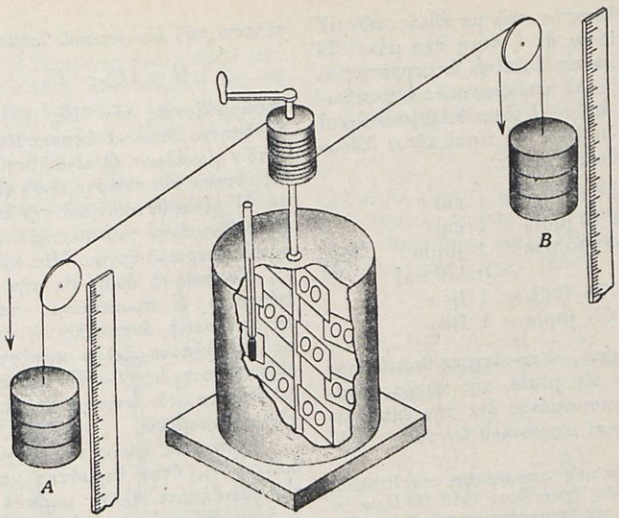
Ἡ Θερμοδυναμικὴ πραγματεύεται τὰς ποσοτικὰς σχέσεις μεταξὺ τῆς θερμότητος καὶ τῶν ἄλλων μορφῶν ἐνεργείας, ἰδιαιτέρως δὲ τῆς μηχανικῆς τοιαύτης. Εἰς ἑκάστην ἐφαρμογήν, ἡ θερμοδυναμικὴ πραγματεύεται ἓν σαφῶς καθωρισμένον *σύστημα* (ἀέριον περιωρισμένον ὑπὸ κυλίνδρου καὶ ἐμβόλου, ἠλεκτοχημικὴν στήλην κ.λ.π.) ὅπερ ἔχει κατασκευασθῆ διὰ ν' ἀλληλαντιδρᾷ πρὸς τὸ περιβάλλον του ἐπιτελόντας οὕτω μίαν ὠφέλιμον λειτουργίαν.

22-1. Θερμοδυναμικὰ φαινόμενα. Ἡ κατάστασις ἑνὸς συστήματος δύναται νὰ ἐκφρασθῇ βάσει ὡρισμένων ὅρων (παρ. χάριν, πίεσιν, ὄγκον ἀνὰ μονάδα μάζης, θερμοκρασίαν) καλουμένων *μεταβλητῶν τῆς καταστάσεως*. Διὰ τοῦ ὅρου *θερμοδυναμικὸν φαινόμενον ἢ ἀλλαγὴ τῆς καταστάσεως* ἐννοεῖται οἱαδήποτε μεταβολὴ εἰς τὸ σύστημα (ὁσονδήποτε μικρὰ καὶ ἂν εἶναι) ἤτις ἐπιφέρει ἀλλαγὰς εἰς τὰς μεταβλητὰς ταύτας. Μία ἀλλαγὴ τῆς *φάσεως*, ὅμως, ἀναφέρεται εἰς μίαν περισσότερον θεμελιώδη μεταβολὴν τῆς φυσικῆς μορφῆς, ὡς ἀπὸ ὑγροῦ εἰς ἀτμόν, ἢ μεταβολὴν ἀπὸ μιᾶς κρυσταλλικῆς μορφῆς εἰς ἑτέραν. Ἡ θερμοδυναμικὴ δὲν ἀσχολεῖται μὲ λεπτομερεῖς ὑποθέσεις περὶ ἀτομικῆς δομῆς ἢ περὶ τῶν ἀκριβῶν μηχανισμῶν διὰ τῶν ὁποίων ἡ ἐνέργεια ἀνταλλάσσεται. Αἱ προβλέψεις της εἶναι ἀνεξάρτητοι τῶν τοιούτων ὑποθέσεων περὶ τοῦ συστήματος.

Τὸ ὅτι ἡ θερμοδυναμικὴ εἶναι πρακτικὸν θέμα διευκρινίζεται διὰ τῶν μελετῶν τοῦ Sadi Carnot (1796—1832) ἐν τῇ προσπαθείᾳ του νὰ βελτιώσῃ τὴν ἀποδοτικότητα τῶν ἀτμομηχανῶν. Μία ἀτμομηχανὴ μετατρέπει τὴν θερμότητα (τὴν ὑπάρχουσαν εἰς τὸν ἀτμὸν) εἰς ὠφέλιμον μηχανικὴν ἐνέργειαν. Ἐπιθυμοῦμεν νὰ γνωρίσωμεν τὴν σχέσιν μεταξὺ θερμότητος καὶ μηχανικῆς ἐνεργείας, καὶ τὸ ποσὸν ἐκεῖνον ἐκ τῆς ἀρχικῆς ἐνεργείας τοῦ ἀτμοῦ τὸ ὁποῖον δύναται νὰ μετατραπῇ εἰς ὠφέλιμον ἔργον. Τὰ ἐρωτήματα ταῦτα δύνανται νὰ ἱκανοποιηθοῦν ἐκ τῶν δύο νόμων τῆς θερμοδυναμικῆς. Ἀμφότεροι οἱ νόμοι εἶναι ἁπλοῖ καὶ γενικοί. Οὗτοι ἐφαρμόζονται ὄχι μόνον ἐπὶ τῆς θερμικῆς ἐνεργείας, ἀλλὰ ἐπίσης ἐπὶ πολλῶν φαινομένων ὡς αἱ χημικαὶ ἀντιδράσεις καὶ ἠλεκτρικοὶ μετασχηματισμοί, ὅπου τὸ σύστημα εἶναι πρακτικῶς ἐν ἰσορροπίᾳ, πρὸς τὸ περιβάλλον του.

22-2. Ἔργον καὶ θερμότης. Εἰς πολλὰς γνωστὰς περιπτώσεις καταβάλλεται ἔργον πρὸς ὑπερνίκησιν τῆς τριβῆς καὶ οὕτω παράγεται θερμότης. Αἱ τροχοπέδαι π.χ. θερμαίνονται κατὰ τὴν ἀνακοπὴν τῆς κινήσεως αὐτοκινήτου ἢ συρμοῦ. Ἐπίσης ἐργαλεῖον κρατούμενον ἐπὶ ἀκονιστικοῦ τροχοῦ καθίσταται θερμόν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



(9)

Εἰκ. 1. Ἡ συσκευὴ Joule, χρησιμοποιουμένη διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς ἰσοτιμίας θερμότητος καὶ μηχανικοῦ ἔργου.

Ἡ συνεχὴς ἐξέλιξις τῆς θερμότητος κατὰ τὴν διάρκειαν διατρήσεως ἑνὸς τηλεβόλου, ὑπέβαλεν εἰς τὸν Κόμητα Rumford (1753—1814) τὴν ἰδέαν τῆς ὑπάρξεως μιᾶς ὡρισμένης σχέσεως μεταξὺ τῆς καταναλισκομένης μηχανικῆς ἐνεργείας καὶ τῆς παραγομένης θερμότητος. Περὶ τὸ 1800 ἐξετέλεσεν μερικὰς μετρήσεις καὶ συνέκρινεν τὸ *ἀναλωθὲν μηχανικὸν ἔργον*, πρὸς τὴν παραχθεῖσαν *θερμότητα*, μετρηθεῖσαν διὰ τῆς θερμάνσεως τοῦ ὕδατος. Διεπίστωσεν ὅτι αἱ δύο ποσότητες ἔχουν σταθερὸν λόγον καὶ συνεπέρανεν ὅτι ἡ θερμότης εἶναι μορφὴ ἐνεργείας, ληφθείσης, κατὰ τὰ πειράματά του διὰ μετασχηματισμοῦ τῆς μηχανικῆς τοιαύτης.

Ἡ διορατικότης τοῦ Rumford καὶ ἡ διάγνωσις τῆς ἀληθοῦς φύσεως τῆς θερμότητος ὡς μιᾶς μορφῆς ἐνεργείας, ἐπεβεβαιώθη διὰ πειραμάτων βελτιωμένης ἀκριβείας, ἐκτελεσθέντων κατὰ τὰ ἑπόμενα ἔτη ὑπὸ τῶν Joule, Rowland, Callendar καὶ Barnes. Ὁ Joule κατεσκεύασεν συσκευὴν ἀποτελουμένην ἐκ πτερυγίων, ἅτινα ἠδύναντο νὰ περιστραφῶσιν ἐντὸς τοῦ ὕδατος ὑπὸ ζεύγους πιπτόντων βαρῶν (*A* καὶ *B* εἰς Εἰκ. 1). Ἡ ἀναταραχὴ τοῦ ὕδατος παρήγαγεν θερμότητα. Ἡ παραγομένη θερμότης ὑπολογίζεται ἐκ τῆς ὑψώσεως τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος καὶ τοῦ περιέχοντος τοῦτο δοχείου. Τὸ μηχανικὸν ἔργον τὸ ἐπιτελούμενον ὑπὸ τῆς κινήσεως τῶν πτερυγίων ὑπολογίζεται ἐκ τῶν βαρῶν τῶν πιπτόντων σωμάτων καὶ τῆς ἀποστάσεως τὴν ὁποίαν διανύουν κατερχόμενα. Ἐκ σειρᾶς πειραμάτων διὰ τῆς συσκευῆς ταύτης ὁ Joule διεπίστωσεν ὅτι ὁ λόγος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν μονάδων ἔργου πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν παραγομένων μονάδων θερμότητος ἦτο πάντοτε ὁ αὐτός.

Ὁ ἀριθμὸς τῶν μονάδων ἔργου ἀνὰ μονάδα θερμότητος καλεῖται τὸ *μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος*. Οὕτω, ἐὰν ἔργον W μετατρέπεται εἰς θερμότητα Q, ἔχομεν:

$$W = JQ \qquad (1)$$

ὅπου J (ἀπὸ τὸν Joule) εἶναι μία στα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

θερά, ἀνεξάρτητος τοῦ μεγέθους τῶν W ἢ Q, ἐξαρτᾶται δὲ ἡ τιμή της μόνον ἐκ τῶν μονάδων εἰς ἃς εἶναι ἐκπεφρασμέναι αἱ W καὶ Q. Αἱ πειραματικῶς ἐζηκριβωμέναι τιμαὶ διὰ τὸ J εἶναι 4.10 joules/cal καὶ 778 ft-lb/Btu. Αἱ τιμαὶ αὗται δίδουν τὰς ἀκολούθους σχέσεις:

$$\begin{aligned} 4.19 \times 10^7 \text{ erg} &= 1 \text{ cal} \\ 4.19 \text{ joule} &= 1 \text{ cal} \\ 1 \text{ newton-m} &= 1 \text{ joule} \\ &= 0.239 \text{ cal} \\ 778 \text{ ft-lb} &= 1 \text{ Btu} \\ 1055 \text{ joule} &= 1 \text{ Btu} \end{aligned} \qquad (2)$$

Κατ' ἐπέκτασιν, αἱ ποσότητες θερμότητος ἐκφράζονται εἰς joule, τῆς αὐτῆς μονάδος χρησιμοποιουμένης διὰ τὴν ἔκφρασιν ἠλεκτρικοῦ καὶ μηχανικοῦ ἔργου.

Παράδειγμα: Οἱ καταρράκται τοῦ Ribbon, εἰς τὸ Yosemite, ἔχουν ὕψος 1612 ft. Ποία θὰ ἦτο ἡ ὕψωσις τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος ἐὰν ἡ δυναμική του ἐνέργεια μετετρέπετο εἰς θερμότητα ἄνευ ἀπωλείας;

Ἐνέργεια μετασχηματιζομένη ἀνὰ λίβραν ὕδατος
$$= (1.00 \text{ lb})(1612 \text{ ft}) = 1610 \text{ ft-lb}$$

$$\text{Παραγομ. θερμότης} = \frac{1610 \text{ ft-lb}}{778 \text{ ft-lb/Btu}} = 2.06 \text{ Btu}$$

$$\text{Αὔξησις θερμοκρασίας } \Delta t = \frac{Q}{mc}$$

$$= \frac{2.06 \text{ Btu}}{(1.00 \text{ lb})(1.00 \text{ Btu/lb F}^\circ)} = 2.06 \text{ F}^\circ$$

Δέον νὰ σημειωθῇ, ὅτι ὡς ἀναφέρεται εἰς τὸ Κεφ. 20 - 3, εἰς τὸ Βρεττ. σύστημα, ἡ εἰδικὴ θερμότης, ἐκφράζεται μὲ ὅρους τῆς μονάδος βάρους.

22-3. Πρῶτος νόμος Θερμοδυναμικῆς. Ὅταν εἰς μίαν οὐσίαν προστίθεται θερμότης, προκαλεῖται αὔξησις τῆς ἐσωτερικῆς ἐνεργείας αὐτῆς. Ἡ αὔξησις αὕτη τῆς ἐσωτερικῆς ἐνεργείας ἐκδηλοῦται δι' αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας, τῆς πιέσεως ἢ διὰ μεταβολῆς κατὰ τὴν φάσιν. Ἐὰν κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον ἡ οὐσία ἐπιτελεῖ ἐξωτερικὸν ἔργον, π.χ. διαστέλλεται, ἡ ἀπαιτουμένη θερμότης Q θὰ ἰσοῦται μὲ τὴν θερμότητα τὴν ἀπαιτουμένην διὰ νὰ μεταβάλῃ τὴν ἐσωτερικήν της ἐνέργειαν ἀπὸ U_1 ὅπου ἦτο ἀρχικῶς, εἰς U_2 σὺν τὴν ἀπαιτουμένην τοιαύτην, διὰ τὴν ἐπιτέλεσιν τοῦ ἐξωτερικοῦ ἔργου W. Ἤτοι:

$$Q = (U_2 - U_1) + W \qquad (3)$$

Ἐφαρμόζοντες τὴν Ἐξ. (3), ἅπασαι αἱ ποσότητες δέον νὰ ἐκφρασθῶσιν διὰ τῶν αὐτῶν μονάδων· Q εἶναι θετικὸν διὰ τὴν θερμότητα τὴν εἰσερχομένην εἰς τὸ σύστημα, W εἶναι θετικὸν διὰ τὴν ἐνέργειαν τὴν ἀποβαλλομένην τοῦ συστήματος ὑπὸ μορφὴν ἐξωτερικοῦ ἔργου. Μία αὐθαίρετος τιμὴ δύναται νὰ δοθῇ εἰς τὴν ἐσωτερικὴν ἐνέργειαν U προκειμένου περὶ τυπικῆς καταστάσεως ἀναφορᾶς· ἡ τιμὴ ταύτης εἰς οἱασδήποτε ἄλλην κατάστασιν καθορίζεται τότε ὡς $Q - W$ ποὺ εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ἅπαντα τὰ φαινόμενα τὰ συνδέοντα τὰς καταστάσεις.

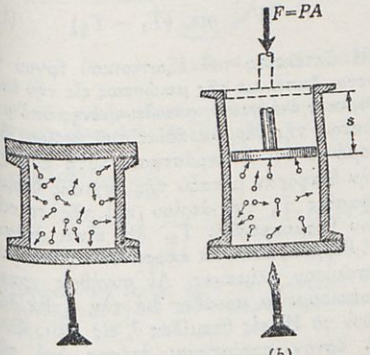
Ὁ *πρῶτος νόμος τῆς θερμοδυναμικῆς* ὁρίζει ὅτι, ὅταν θερμότης μετατρέπεται εἰς οἱανδήποτε ἄλλην μορφὴν ἐνεργείας, ἢ ὅταν ἄλλαι μορφαὶ ἐνεργείας μετατρέπονται εἰς θερμότητα τὸ ὁλικὸν ποσὸν τῆς ἐνεργείας (θερμότης σὺν ἕτεραι μορφαὶ) εἶναι σταθερόν. Ὁ πρῶτος νόμος ἐπεκτείνεται διὰ νὰ ἐφαρμοσθῇ εἰς τὰς ἐνδιαμέσους μεταβολὰς ἀπασῶν τῶν μορφῶν ἐνεργείας καὶ οὕτω ἐπεκταθεὶς καταλήγει εἰς τὸν νόμον τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια, ἡ ἐκ τῆς βαρύτητος δυναμικὴ τοιαύτη, ἡ θερμότης, αἱ ἠλεκτρικὴ καὶ μαγνητικὴ ἐνέργειαι καὶ ἡ ἐνέργεια τῆς χημικῆς ἀντιδράσεως, εἶναι κατ' ἀρχήν, μετατρέψιμοι ἡ μία πρὸς τὴν ἄλλην, ἄνευ ἀπωλείας ἢ προσκτήσεως ἐνεργείας. Ἂν καὶ ὁ νόμος τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας δὲν εἶναι δυνατὸν ν' ἀποδειχθῇ ἀμέσως, συμφωνεῖ πρὸς εὐρεῖαν κλίμακα ἐμπειρίας καὶ τὰ πολλὰ ἐπιστημονικὰ συμπεράσματα, τὰ βασιζόμενα ἐπὶ τῆς ἀρχῆς ταύτης, ἐπεβεβαιώθησαν διὰ πειραμάτων.

22-4. Εἰδικὴ θερμότης ἑνὸς ἀερίου. Ἡ θερμότης, ἡ ἀναγκαία, διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία ἑνὸς ἀερίου ἐξαρτᾶται ἐκ τῶν συνθηκῶν ὑπὸ τὰς ὁποίας εὑρίσκεται τοῦτο. Ἐὰν τὸ ἀέριον διατηρεῖται ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, ὡς ἀπεικονίζεται εἰς τὴν Εἰκ. 2α, ἡ προσληφθεῖσα θερμότης μετατρέπεται ἐξ ὁλοκλήρου εἰς ἐσωτερικὴν ἐνέργειαν, ὑπὸ μορφὴν μοριακῆς κινητικῆς ἐνερ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γείας, ὑψουμένης οὕτω τῆς θερμοκρασίας αὐτοῦ. Ἡ θερμότης ἀνὰ μονάδα μάζης καὶ βαθμόν, ἡ ἀπαιτουμένη διὰ νὰ ὑψώσῃ τὴν θερμοκρασίαν ὑπὸ τὰς συνθήκας ταύτας καλεῖται *εἰδικὴ θερμότης ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον*, c_v.

Ὅταν τὸ ἀέριον εἶναι περιωρισμένον ἐντὸς κυλίνδρου κάτωθεν ἐμβόλου ὅπερ διατηρεῖ σταθερὰν πίεσιν (Εἰκ. 2b), τὸ



Εἰκ. 2. Εἰδικὴ θερμότης ἀερίου (α) ἐπὶ σταθεροῦ ὄγκου, (β) ἐπὶ σταθερᾶς πιέσεως.

ἀέριον θὰ διασταλῇ θερμαινόμενον. Δηλαδὴ ἐπιτελεῖ ἔργον κινώντας τὸ ἔμβολον. Συνεπῶς διὰ νὰ μεταβληθῇ ἡ ἐσωτερικὴ ἐνέργεια τοῦ ἀερίου καὶ νὰ ἐπιτελέσῃ τοῦτο ἐξωτερικὸν ἔργον, δέον ὅπως χορηγηθῇ θερμότης. Ἡ θερμότης ἀνὰ μονάδα μάζης καὶ βαθμόν, ἡ ἀπαιτουμένη διὰ νὰ ὑψώσῃ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν καλεῖται *ἡ εἰδικὴ θερμότης ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν* c_p. Δεδομένου ὅτι ἡ μεταβολὴ τῆς ἐσωτερικῆς ἐνεργείας εἶναι ἡ αὐτὴ εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις, ἡ εἰδικὴ θερμότης ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν c_p, εἶναι μεγαλυτέρα τῆς εἰδικῆς θερμότητος ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον c_v, λόγῳ τοῦ ὅτι ἐπιτελεῖται ἐπὶ πλέον ἐξωτερικὸν ἔργον ὅταν τὸ ἀέριον διαστέλλεται ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν. Διὰ τὸν ἀέρα καὶ διὰ τὰ διατομικὰ ἀέρια, ὡς τὸ ὑδρογόνον, ἄζωτον καὶ τὸ ὀξυγόνον, ὁ λόγος τῶν εἰδικῶν θερμοτήτων $\gamma = c_p/c_v$ εἶναι 1.40. Διὰ ἄλλα ἀέρια ἡ τιμὴ τοῦ γ κεῖται μεταξὺ 1.00 καὶ 1.67.

Τὸ ἔργον τὸ ἐπιτελούμενον ὑπὸ ἀερίου τινὸς κινοῦντος ἔμβολον κατὰ ἀπόστασιν s ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν P (Εἰκ. 2b) εἶναι:

$$W = Fs = PAs$$

Ἀλλὰ As εἶναι ἡ μεταβολὴ εἰς ὄγκον ΔV τοῦ ἀερίου. Συνεπῶς τὸ ἐπιτελούμενον ἔργον ὑπὸ ἑνὸς διαστελλομένου ἀερίου, ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν εἶναι:

$$W = P\Delta V \qquad (4)$$

Ἐκ τῶν Ἐξ. (3) καὶ (4) καὶ τοῦ γενικοῦ νόμου τῶν ἀερίων, ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, λαμβάνομεν:

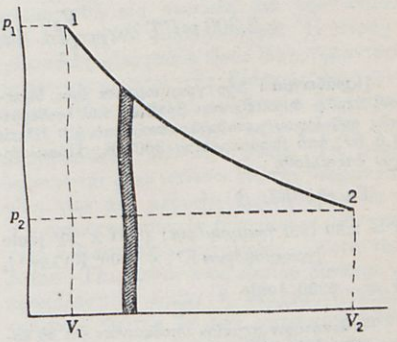
$$\Delta Q_p = \Delta U + mR\,\Delta T$$

$$c_p = \frac{1}{m}\frac{\Delta Q_p}{\Delta T} = \frac{1}{m}\frac{\Delta U}{\Delta T} + \frac{mR}{m}\frac{\Delta T}{\Delta T}$$

$$c_v = \frac{1}{m}\frac{\Delta Q_v}{\Delta T} = \frac{1}{m}\frac{\Delta U}{\Delta T}$$

καὶ συνεπῶς $c_p = c_v + R \qquad (5)$

22-5. Ἔργον ἐπιτελούμενον ὑπὸ διαστελλομένου ἀερίου. Ὡς παράδειγμα μεταχειρισμοῦ τῆς θερμότητος εἰς ἔργον μελετῶμεν περίπτωσιν καθ' ἣν ἓν ἀέριον θερμαίνεται καὶ ἐξαναγκάζεται νὰ ἐπιτελέσῃ ἐξωτερικὸν ἔργον διαστελλόμενον ἀπὸ τῆς καταστάσεως 1 εἰς τὴν κατάστασιν 2, Εἰκ. 3. Ἡ διαστολὴ δύναται νὰ



Εἰκ. 3. Ἡ ἐπιφάνεια ὑπὸ τὴν καμπύλην πίεσις—ὄγκος, παριστᾷ ἔργον.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

θεωρηθῇ ὡς ἀποτελουμένη ἐξ ἀπειροστῶν διαστολῶν, παριστωμένων διὰ σκιαγραφήσεως, εἰς οἱανδήποτε τῶν ὁποίων ἡ πίεσις δύναται νὰ ὑποτεθῇ σταθερά. Τὸ ἔργον ΔW τὸ ἀπαιτούμενον δι' ἀπειροστὴν διαστολὴν εἶναι τὸ γινόμενον τῶν PΔV, ἐκ τῆς 'Εξ. (4). Τὸ ἔργον τὸ ἐπιτελεσθὲν κατὰ τὴν διάρκειαν ὁλοκλήρου τῆς διαστολῆς εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν ἐπιφανειῶν ἁπάντων τῶν κατακορύφων στοιχείων τῶν ὑπὸ τὴν καμπύλην εὑρισκομένων.

$$W = \sum \frac{V_2}{V_1} P\Delta V \qquad (6)$$

Τὰ ἀποτελέσματα τῶν τριῶν σημαντικωτέρων τύπων διαστολῆς θὰ ἀναφερθῶσιν κατωτέρω.

'Ισόθερμος διαστολὴ ἐπέρχεται ὅταν τὸ ἀέριον διαστέλλεται ἄνευ μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας του. Δι' ἀέριον διαστελλόμενον ἰσοθέρμως, ὁ ἰδανικὸς νόμος καθίσταται

$$PV = mRT = \text{σταθερὸν} = K \qquad (7)$$

Τὸ ἐπιτελεσθὲν ἔργον εἶναι

$$W = PV \log_e \frac{V_1}{V_2} \qquad (8)$$

'Η ἐξίσωσις (7) δύναται νὰ γραφῇ καὶ ὡς κάτωθι (συνδιαζομένη μὲ τὴν (8):

$$W = mRT \log_e \frac{V_2}{V_1}$$

$$= 2.303\, mRT \log_{10} \frac{V_2}{V_1} \qquad (9)$$

Παράδειγμα : Δύο γραμμομόρια ἑνὸς ἰδανικοῦ ἀερίου συμπιέζονται βραδέως καὶ ἰσοθερμικῶς τοῦ ὄγκου μεταβαλλομένου ἀπὸ 4.0 ft³ εἰς 1.0 ft³, ὑπὸ θερμοκρασίαν 300° K. Πόσον ἔργον ἐπετελέσθη ;

'Εκ τῆς 'Εξ. (9)

$W = 2.30$ (2.0 γραμμομόρια) (8.31 × 10^3 joule /γραμμομόριον K°) × (300° K) $\log \frac{1}{4}$

$W = -6900$ Joule

Τὸ ἀρνητικὸν σημεῖον ὑποδεικνύει ὅτι τὸ ἔργον τοῦτο ἐπετελέσθη ἐπὶ τοῦ ἀερίου ὑπὸ ἐξωτερικοῦ παράγοντος.

'Αδιαβατικὴ διαστολὴ συντελεῖται ἄνευ τῆς προσθήκης ἢ ἀφαιρέσεως θερμότητος. 'Η πίεσις καὶ ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου τοῦ ὑφισταμένου ἀδιαβατικὴν μεταβολὴν σχετίζονται διὰ τῆς ἐξισώσεως

$$PV^\gamma = \text{σταθερὰ} \qquad (10)$$

ὅπου γ εἶναι ὁ λόγος μεταξὺ c_p / c_v. Τὸ ἐπιτελεσθὲν ἔργον ὑπὸ τοῦ διαστελλομένου ἀερίου εἶναι:

$$W = mc_v\,(T_1 - T_2) \qquad (11)$$

'Η ἐκτέλεσις τοῦ ἐξωτερικοῦ ἔργου γίνεται δαπάναις τῆς μειώσεως εἰς τὴν ἐσωτερικὴν ἐνέργειαν, συνοδευομένης ὑπὸ μειώσεως τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀερίου. Δεδομένου ὅτι ἡ παράστασις αὕτη περιέχει τὴν διαφορὰν μεταξὺ τῆς ἀρχικῆς θερμοκρασίας T_1 τοῦ ἀερίου καὶ τῆς τελικῆς του θερμοκρασίας T_2, δὲν εἶναι ἀνάγκη αἱ θερμοκρασίαι νὰ ἐκφρασθῶσιν ἐπὶ μιᾶς ἀπολύτου κλίμακος. Αἱ συνήθως χρησιμοποιούμεναι μονάδες διὰ τὴν c_v θὰ δώσουν τὸ W εἰς θερμίδας ἢ εἰς Btu, ἀλλὰ τὸ ἔργον παρίσταται ἐπίσης ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας ὑπὸ τὴν καμπύλην πίεσις—ὄγκος καὶ δύναται νὰ μετατραπῇ εἰς ἄλλας μονάδας (π.χ. joule) χρησιμοποιουμένης τῆς καταλλήλου τιμῆς διὰ τὸ J, μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος.

Διαστολὴ ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν παρίσταται ὑπὸ ὁριζοντίας γραμμῆς εἰς τὴν Εἰκ. 3. καὶ τὸ ἐπιτελεσθὲν ἔργον παρίσταται ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας κάτωθεν τῆς γραμμῆς ταύτης.

$$W = P(V_2 - V_1) \qquad (12)$$

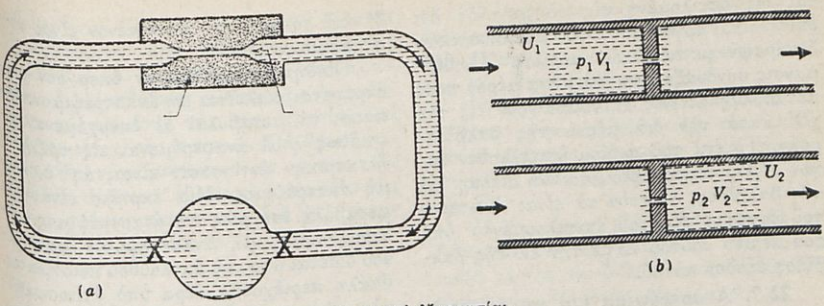
Παράδειγμα : 'Αὴρ ὅστις καταλαμβάνει 5.0 ft³ εἰς πίεσιν μανομέτρου 15 lb/in², διαστέλλεται ἰσοθερμίως εἰς τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν καὶ κατόπιν ψύχεται ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν μέχρις ὅτου ἀποκτήσῃ τὸν ἀρχικόν του ὄγκον. Ὑπολογίσατε τὸ ἔργον τὸ ἐπιτελεσθὲν ὑπὸ τοῦ ἀερίου.

'Ο ὄγκος V_B τοῦ ἀερίου μετὰ τὴν διαστολὴν λαμβάνεται ἐκ τοῦ νόμου τοῦ Boyle :

$$V_B = \frac{P_A V_A}{P_B} =$$

$$\frac{(15 + 14.7)\,(144)\ \text{lb/ft}^2 (5.0\ \text{ft}^3)}{(14.7 \times 144)\ \text{lb/ft}^2} = 10\ \text{ft}^3$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 4. Στραγγαλιστικαὶ ἐξεργασίαι.

Τὸ ἐπιτελεσθὲν ἔργον κατὰ τὴν ἰσοθερμικὴν διαστολὴν εἶναι ἀπὸ τῆς Ἐξ. (8)

$$W_{AB} = PV \log_e \frac{V_B}{V_A}$$

$$= (14.7 \times 144)\ \text{lb/ft}^2 = 10\ \text{ft}^3 \ln \frac{10}{5}$$

$$= 15\,000\ \text{ft} - \text{lb}$$

Τὸ ἐπιτελεσθὲν ἔργον, κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς μεταβολῆς τοῦ ὄγκου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν εἶναι, ἐκ τῆς Ἐξ. (12)

$$W_{BC} = P_B(V_B - V_C)$$

$$= (14.7 \times 144)\ \text{lb/ft}^2(10 - 5)\ \text{ft}^3$$

$$= 11\,000\ \text{ft-lb}$$

Συνεπῶς τὸ ὑπὸ τοῦ ἀερίου ἐπιτελεσθὲν ἔργον εἶναι

$$W_{AC} = 15\,000 - 11\,000 = 4000\ \text{ft-lb}$$

22-6. Στραγγαλιστικαὶ ἐξεργασίαι. Ὁ James Joule ἐν συνεργασίᾳ μετὰ τοῦ William Thomson (Λόρδου Kelvin) διηρεύνησε τὰς δυνάμεις μεταξὺ τῶν μορίων ἑνὸς ἀερίου διερχομένου μέσῳ βαλβίδος διαστολῆς διὰ μέσου πορώδους βύσματος Θεωρήσατε ἓν ἀέριον ἐξαναγκαζόμενον ὑπὸ ἀντλίας νὰ κυκλοφορήσῃ ὡς παρίσταται εἰς τὴν Εἰκ. 4 Παρακολουθήσατε δεῖγμα ἀερίου μεταξὺ φανταστικῶν ἐμβόλων παριστώμενον διὰ διακεκομμένων γραμμῶν εἰς τὴν Εἰκ. 4b. Ἐφόσον τὸ ἀέριον διέρχεται διὰ τοῦ βύσματος ἢ τῆς στραγγαλιστικῆς βαλβῖδος ἐπιτελεῖται ἔργον ἴσον πρὸς P_1V_1 ἐπὶ τοῦ ἐκλεγέντος δείγματος ὑπὸ τοῦ ἀερίου τοῦ ὄπισθεν αὐτοῦ εὑρισκομένου, ἐπὶ τῆς πλευρᾶς τῆς ὑψηλῆς πιέσεως. Ἐφόσον τοῦτο διέρχεται διὰ τῆς βαλβῖδος τὸ ἀέριον ἐπιτελεῖ ἔργον ἴσον πρὸς P_2V_2 ἐπὶ τοῦ ἀερίου τοῦ πρὸ αὐτοῦ εὑρισκομένου. Ἡ διαστολὴ γίνεται ἐντὸς θερμικῶς μεμονωμένου θαλάμου. Τὸ ρεῦμα ταχυτήτων εἶναι, εἰς ἀμφοτέρας τὰς πλευρὰς τῆς βαλβῖδος, τὸ αὐτό. Ἐκ τούτου ὁ πρῶτος νόμος τῆς θερμοδυναμικῆς δίδει:

$$Q = (U_2 - U_1) + W = 0$$

Ἀλλὰ τὸ καθαρὸν ἔργον εἶναι $W = P_2V_2 - P_1V_1$, συνεπῶς ἔχομεν

$$U_1 + P_1V_1 = U_2 + P_2P_2 = \text{σταθερὰ} \quad (13)$$

Τὸ ἀποτέλεσμα τοῦτο ἐφαρμόζεται ἐφ' ὅλων τῶν ὑγρῶν καὶ εἶναι σημαντικῆς σπουδαιότητος εἰς τὴν μηχανικὴν τοῦ ἀτμοῦ καὶ εἰς τὴν ψῦξιν. Ἡ ποσότης $U + PV$ καλεῖται *θερμοχωρητικότης*. Ἡ θερμοχωρητικότης ἀνὰ μονάδα μάζης ἔχει καταρτισθῆ εἰς πίνακας διὰ τὸν ἀτμὸν καὶ διὰ πολλὰ ψυκτικὰ ὑγρά. Ἡ στραγγαλιστικὴ ἐξεργασία εἶναι λίαν σημαντικὴ προκειμένου περὶ τῆς δράσεως ἑνὸς ψυγείου. Αὕτη εἶναι ἡ ἐξεργασία ἥτις προκαλεῖ τὴν πτῶσιν τῆς θερμοκρασίας τὴν ἀναγκαιοῦσαν διὰ τὴν ψῦξιν. Τὰ ὑγρὰ ὑφίστανται μίαν πτῶσιν εἰς τὴν θερμοκρασίαν των καὶ μερικὴν ἀτμοποίησιν κατὰ τὴν στραγγαλιστικὴν ἐξεργασίαν. Ἐν τούτοις, ἡ διαστολὴ — ἐκτόνωσις — κατὰ τοὺς Joule—Thomson, ἑνὸς ἀερίου δύναται νὰ προκαλέσῃ ἢ ψῦξιν ἢ θέρμανσιν, ἐξαρτωμένου τούτου ἐκ τοῦ χρησιμοποιηθέντος ἀερίου καὶ τῆς ἀρχικῆς θερμοκρασίας καὶ πιέσεως. Ἡ ψῦξις εὐκόλως ἑρμηνεύε-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ται ὡς ὀφειλομένη εἰς τὸ γεγονὸς ὅτι ἐπιτελεῖται ἔργον κατὰ τῶν ἐφελκυστικῶν δυνάμεων μεταξὺ τῶν μορίων. Ἡ θέρμανσις συνδυάζεται κατὰ μέγα μέρος πρὸς μεταβολὰς αἴτινες ἐπισυμβαίνουν εἰς τὰς PV κατὰ τὴν διὰ μέσου τῆς βαλβῖδος ροήν. Τὸ ἐπὶ τοῦ ἀερίου ἐπιτελεσθὲν ἔργον P_1V_1, ὅπερ πρόκειται νὰ διέλθῃ διὰ τῆς βαλβῖδος, δυνατὸν νὰ εἶναι ἀνώτερον τοῦ ἔργου P_2V_2 τοῦ ἐπιτελουμένου ὑπὸ τοῦ ἀερίου τούτου κατὰ τὴν ἐκ τῆς βαλβῖδος ἔξοδον αὐτοῦ.

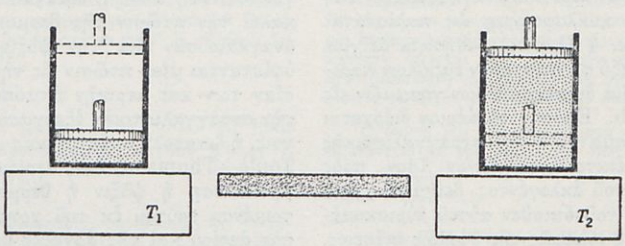
22-7. Ἀναστρέψιμα καὶ μὴ ἀναστρέψιμα φαινόμενα. Οἱονδήποτε φαινόμενον ὅπερ δύναται ν' ἀναστραφῇ πρὸς τὴν ἀντίθετον φοράν, δι' ἀπειροστῆς μεταβολῆς τῶν συνθηκῶν, καλεῖται *ἀναστρέψιμον φαινόμενον*. Οὐδεμία πραγματικὴ μεταβολὴ εἶναι *πλήρως* ἀναστρέψιμος, πολλὰ ὅμως φαινόμενα λαμβάνοντα χώραν βραδέως εἶναι *πρακτικῶς* ἀναστρέψιμα.

Ἡ βραδεῖα συμπίεσις ἐλατηρίου εἶναι πρακτικῶς ἓν ἀναστρέψιμον φαινόμενον. Ἐὰν ἡ συμπιέζουσα δύναμις μειωθῇ ἐλαφρῶς, τὸ ἐλατήριον διαστέλλεται καὶ ἐπιτελεῖ ἔργον ἴσον πρὸς ἐκεῖνο ὅπερ ἠσκήθη κατὰ τὴν συμπίεσιν αὐτοῦ. Ἡ βραδεῖα ἐξάτμισις οὐσίας ἐντὸς μονωμένου δοχείου εἶναι πρακτικῶς ἀναστρέψιμος, καθόσον ἐὰν ἡ θερμοκρασία μειωθῇ ἐλαφρῶς, δυνατὸν νὰ προκληθῇ συμπύκνωσις, ἐπιστρέφουσα ἐνέργειαν εἰς τὸν θερμαντῆρα, μέχρις ὅτου, τόσον αὐτὸς ὅσον καὶ ἡ οὐσία ἐπανέλθουν εἰς τὴν ἀρχικήν των κατάστασιν. Ἡ βραδεῖα συμπίεσις ἑνὸς ἀερίου δύναται νὰ μεταβληθῇ εἰς διαστολήν, δι' ἐλαφρᾶς μειώσεως τῆς δυνάμεως τῆς ἀσκουμένης ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου, συνεπῶς δὲ καὶ τὸ τοιοῦτον φαινόμενον εἶναι ἀναστρέψιμον.

Οἱοδήποτε φαινόμενον ὅπερ δὲν ἀναστρέφεται, καλεῖται μὴ ἀναστρέψιμον. Ἁπασαι αἱ μεταβολαὶ αἱ ἐπερχόμεναι αἰφνιδίως ἢ αἱ ἀναφερόμεναι εἰς τριβὴν ἢ ἠλεκτρικὴν ἀντίστασιν εἶναι, ἀφ' ἑαυτῶν μὴ ἀναστρέψιμοι. Μία ἔκρηξις εἶναι μία μεταβολὴ ἰσχυρῶς μὴ ἀναστρέψιμος. Ἕτερος τύπος μὴ ἀναστρεψίμου φαινομένου δίδεται ὑπὸ τοῦ ἀκολούθου πειράματος. Φιάλη περιέχουσα ἀέρα ὑπὸ ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, συνδέεται διὰ σωλῆνος καὶ στρόφιγγος πρὸς δευτέραν τοιαύτην κενὴν ἀέρος. Ἐὰν ἀνοιχθῇ ὁ διακόπτης ὁ ἀὴρ εἰσορμᾷ ἐντὸς τῆς ὑπὸ κενὸν εὑρισκομένης φιάλης μέχρις ὅτου ἡ πίεσις εἰς ἀμφοτέρας ἐξισωθῇ. Διὰ τὴν διαστολὴν τοῦ ἀερίου ὑπὸ τὰς συνθήκας αὐτάς, δὲν παρεσχέθη ἔργον ἐκ τῶν ἔξω, ἐν τούτοις τὸ ἀέριον δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὴν ἀρχικήν του θέσιν καὶ εἰς τὴν ἀρχικήν του κατάστασιν ἄνευ τῆς ἐπενεργείας ἐπ' αὐτοῦ δυνάμεως ἐκ μιᾶς ἐξωτερικῆς πηγῆς. Ἡ διεργασία αὕτη εἶναι μὴ ἀναστρέψιμος.

Κύκλος τις εἶναι διαδοχὴ μεταβολῶν, ἥτις τελειώνει διὰ τῆς ἐπαναφορᾶς τοῦ σώματος ἢ τοῦ συστήματος εἰς τὴν ἀρχικήν του κατάστασιν. Κύκλος ἀναστρέψιμος εἶναι κύκλος εἰς τὸν ὁποῖον ἅπασαι αἱ μεταβολαὶ εἶναι ἀναστρέψιμοι.

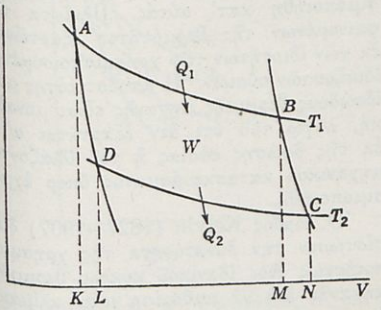
22-8. Ὁ κύκλος τοῦ Καρνό. Ὁ Carnot προέβη εἰς σημαντικὰς θερμοδυναμικὰς μελέτας χρησιμοποιῶν μίαν ἰδανικήν, ἀναστρέψιμον θερμικὴν μηχανήν, ἥτις ἐλειτούργει διὰ τῆς ἀκολουθίας ἰσοθερμικῶν καὶ ἀδιαβατικῶν σταδίων, γνωστῶν ὡς ὁ



Εἰκ. 5.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κύκλος τοῦ *Carnot*. Ἡ μηχανὴ δύναται ν' ἀποτελῆται ἀπὸ κύλινδρον (Εἰκ. 5) ἐφωδιασμένον δι' ἐμβόλου καὶ πεπληρωμένου δι' οἱασδήποτε οὐσίας ἥτις διαστέλλεται αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας καὶ ἐλαττουμένης τῆς πιέσεως. Θὰ θεωρήσωμεν τὴν χρησιμοποιουμένην οὐσίαν ὡς ἰδεῶδες ἀέριον. Ἡ ἀρχικὴ κατάστασις ἀερίου τούτου παρίσταται διὰ τοῦ γράμματος A εἰς τὴν Εἰκ. 6. Ὡς πρῶτον στά-



Εἰκ. 6.

διον, ὁ κύλινδρος τίθεται ἐν ἐπαφῇ πρὸς πηγὴν θερμότητος καὶ τὸ ἀέριον ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ταύτης διαστέλλεται ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν T_1 προσλαμβάνον θερμότητα Q_1, τῆς μεταβολῆς ταύτης παριστωμένης ὑπὸ τῆς ἰσοθέρμου καμπύλης AB. Κατόπιν ὁ κύλινδρος μονοῦται καὶ ἡ διαστολὴ συνεχίζεται. Ἡ διαστολὴ αὕτη εἶναι ἀδιαβατική, κατὰ μῆκος τῆς BC καὶ ἡ θερμοκρασία πίπτει ἀπὸ τῆς T_1 εἰς T_2. Ἐν συνεχείᾳ ὁ κύλινδρος τοποθετεῖται ἐπὶ πηγῆς θερμότητος ὑπὸ θερμοκρασίαν T_2 καὶ τὸ ἀέριον ὑφίσταται ἰσόθερμον συμπίεσιν, κατὰ μῆκος τῆς CD, τῆς θερμότητος συμπιέσεως Q_2 μεταδιδομένης πρὸς τὴν πηγὴν τῆς ταπεινῆς θερμοκρασίας. Τελικῶς ὁ κύλινδρος μονοῦται καὶ πάλιν καὶ ἡ συμπίεσις συνεχίζεται ἀδιαβατικῶς, κατὰ μῆκος τῆς DA, τοῦ ἀερίου τώρα θερμαινομένου εἰς τὴν ἀρχικὴν του θερμοκρασίαν T_1.

Ἂς ἐξετάσωμεν τὴν σημασίαν τοῦ διαγράμματος τοῦ κύκλου τοῦ Carnot (Εἰκ. 6).

Ἡ ἐπιφάνεια $ABMKA$ παριστᾷ τὴν ἐνέργειαν Q_1 τὴν λαμβανομένην ἐκ τῆς θερμῆς πηγῆς καὶ μετατρεπομένην εἰς ἔργον W, ὅταν κινεῖ τὸ ἔμβολον.

Ἡ ἐπιφάνεια $BCNMB$ παριστᾷ τὴν ἐνέργειαν τὴν ληφθεῖσαν ἐκ τῆς δρώσης οὐσίας (ἰδανικοῦ ἀερίου), κατὰ τὴν ψῦξιν αὐτῆς ἀπὸ τῆς θερμοκρασίας T_1 εἰς τὴν T_2.

Ἡ ἐπιφάνεια $CNLDC$ παριστᾷ τὴν ἐνέργειαν τὴν ληφθεῖσαν ἐκ τῆς ἐξωτερικῆς πηγῆς καὶ δοθεῖσαν εἰς τὴν δρῶσαν οὐσίαν ὡς θερμότης Q_2.

Ἡ ἐπιφάνεια $ADLKA$ παριστᾷ τὴν ἐνέργειαν τὴν ληφθεῖσαν ἐκ τῆς ἐξωτερικῆς πηγῆς καὶ ἐπαναφέρουσα τὴν δρῶσαν οὐσίαν, ἐκ τῆς θερμοκρασίας T_2 εἰς τὴν T_1.

Τὸ ἔργον τὸ ἐπιτελεσθὲν ὑπὸ τοῦ ἀερίου κατὰ τὴν διαστολήν του ἀπὸ τοῦ A εἰς τὸ B καὶ ἐκεῖθεν πρὸς τὸ C ἰσοῦται πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τὴν περικλειομένην ὑπὸ τῶν ἄνω καμπυλῶν, $ABCNKA$. Τὸ ἔργον τὸ ἐπιτελεσθὲν ἐπὶ τοῦ ἀερίου κατὰ τὴν συμπίεσιν ἀπὸ τοῦ C ἕως τὸ D καὶ ἐκεῖθεν μέχρι τοῦ A ἰσοῦται μὲ τὴν μικρὰν ἐπιφάνειαν ὑπὸ τὰς κατωτέρας καμπύλας $CDAKNC$. Ἡ περιοχὴ $ABCDA$ ἰσοῦται πρὸς τὸ καθαρὸν ὠφέλιμον ἔργον τὸ ἐπιτελεσθὲν ὑπὸ τῆς θερμικῆς μηχανῆς κατὰ τὴν διάρκειαν ἑνὸς κύκλου. Τὸ ἔργον τοῦτο εἶναι ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῆς Q_1, τῆς ἐνεργείας ἥτις λαμβάνεται ἐκ τῆς θερμῆς πηγῆς καὶ τῆς Q_2, τῆς ἐνεργείας ἥτις προσδίδεται πρὸς τὴν ψυχρὰν δεξαμενήν.

$$\text{Ἀποδοτικότης} = \frac{\text{ἐξαγόμενον ἔργον}}{\text{εἰσαγόμενον ἔργον}}$$

$$= \frac{\text{ἐπιφάνεια } ABCDA}{\text{ἐπιφάνεια } ABMKA} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad (14)$$

Ὑπεθέσαμεν ὅτι ἡ χρησιμοποιουμένη οὐσία ἦτο ἰδεῶδες ἀέριον, καὶ τοῦτο ἵνα βοηθηθῶμεν εἰς τὴν διατύπωσιν τῶν ἐργασιῶν τοῦ Carnot. Ἐν τούτοις τὰ ἀποτελέσματα (ἰσότης 14) εἶναι ἀνεξάρτητα τῆς φύσεως τῆς χρησιμοποιουμένης οὐσίας.

22-9. Δεύτερος νόμος τῆς Θερμοδυναμικῆς. Εἰς ἕκαστον τῶν περιγραφέντων κύκλων τῆς θερμικῆς μηχανῆς, παρετηρήσαμεν ὅτι ὁλόκληρος ἡ ποσότης τῆς χορη-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γηθείσης εἰς τὴν μηχανὴν θερμότητος, δὲν μετετράπη εἰς ὠφέλιμον ἔργον. Μέρος τῆς θερμότητος ἀποβάλλεται πάντοτε πρός τινα ἐξωτερικὴν δεξαμενήν. Τοῦτο ἀληθεύει δι' ἁπάσας τὰς θερμικὰς μηχανὰς καὶ ἄγει πρὸς τὴν σπουδαίαν γενίκευσιν, τὴν γνωστὴν ὡς δεύτερον νόμον τῆς θερμοδυναμικῆς: *εἶναι ἀδύνατον διὰ μίαν θερμικὴν μηχανήν, νὰ μεταβιβάσῃ θερμότητα ἀπὸ ἑνὸς σώματος εἰς ἕτερον ἔχον ὑψηλοτέραν θερμοκρασίαν, ἐὰν δὲν βοηθηθῇ πρὸς τοῦτο ὑπὸ ἐξωτερικῆς ἐνεργείας.*

Ἡ θερμότης ἐκ τῆς ἰδίας αὐτῆς φύσεως ρέει ἀπὸ τῆς ὑψηλοτέρας θερμοκρασίας πρὸς τὴν ταπεινοτέραν τοιαύτην. Εἶναι ἀδύνατον νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὴν κολοσσιαίαν ποσότητα θερμότητος τὴν ὑπάρχουσαν εἰς τοὺς ὠκεανούς, παρ. χάριν, διὰ νὰ κινήσωμεν μίαν μηχανήν, ἐκτὸς ἐὰν δύναται νὰ εὑρεθῇ μία δεξαμενὴ εἰς ταπεινοτέραν θερμοκρασίαν ἐντὸς τῆς ὁποίας ἡ μηχανὴ δύναται νὰ ἀποφορτίσῃ θερμότητα.

Ὁποτεδήποτε λαμβάνει χώρα μετάδοσις θερμότητος ἀπὸ πηγὴν ταπεινῆς θερμοκρασίας εἰς ὑψηλοτέραν τοιαύτην, ἀπαιτεῖται κατανάλωσις ἐνεργείας ἀπὸ ἐξωτερικὴν τινα πηγήν. Τοῦτο συμβαίνει εἰς ἠλεκτρικὸν ψυγεῖον, εἰς τὸ ὁποῖον χρησιμοποιεῖται ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια διὰ νὰ ἀντλήσῃ θερμότητα ἀπὸ τοῦ ψυχροῦ ἐσωτερικοῦ του πρὸς τὸ θερμότερον δωμάτιον (χῶρον).

Ἐκ τοῦ δευτέρου νόμου τῆς θερμοδυναμικῆς συμπεραίνεται, ὅτι μία μηχανὴ τύπου Carnot (ἀναστρέψιμος) ἔχει μεγαλυτέραν ἀποδοτικότητα ἀπὸ οἱανδήποτε ἄλλην θερμικὴν μηχανὴν λειτουργοῦσαν μεταξὺ τῶν αὐτῶν ὁρίων θερμοκρασίας. Ἐὰν ὑποθέσωμεν τὸ ἀντίθετον, τότε ἡ πλέον ἀποτελεσματικὴ μηχανή, θὰ ἦτο δυνατὸν νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ νὰ κινήσῃ τὴν ἀναστρέψιμον μηχανὴν ὡς ἀντλίαν θερμότητος, ὁπότε θὰ εἴχαμεν ἓν αὐτενεργοῦν ζεῦγος, μεταδίδον θερμότητα ἀπὸ τῆς ταπεινοτέρας εἰς τὴν ὑψηλοτέραν θερμοκρασίαν. Ἀλλὰ τοῦτο εἶναι ἀντίθετον πρὸς τὴν ἐμπειρίαν. Ὡς ἀποτέλεσμα τοῦ συλλογισμοῦ τούτου δυνάμεθα νὰ συμπεράνωμεν ὅτι ἡ ἀποδοτικότης μιᾶς μηχανῆς Carnot (ἀναστρεψίμου) παριστᾷ τὴν μεγίστην ἀποδοτικότητα τὴν ὁποίαν δύναται νὰ ἔχῃ οἱαδήποτε θερμικὴ μηχανὴ εἰς δεδομένας θερμοκρασίας.

22-10. Ἀπόλυτος ἢ κλῖμαξ θερμοκρασιῶν Kelvin. Εἰς ἑκάστην τῶν μεθόδων μετρήσεως θερμοκρασιῶν αἰτίνες συνεζητήθησαν εἰς προγενέστερα Κεφάλαια, τὰ ἀποτελέσματα ἐξαρτῶνται ἐκ τῆς ἰδιαζούσης θερμομετρικῆς οὐσίας ἥτις ἐχρησιμοποιήθη κατ' αὐτάς. Πλεῖστα τῶν φαινομένων τῆς θερμότητος ἐξαρτῶνται ἐκ τῶν ἰδιοτήτων τῶν χρησιμοποιουμένων ἰδιαζουσῶν οὐσιῶν. Ἡ ἀποδοτικότης μιᾶς ἰδεώδους θερμικῆς μηχανῆς εἶναι μοναδική, λόγῳ τοῦ ὅτι δὲν ἐξαρτᾶται αὕτη ἐκ τῆς δρώσης οὐσίας ἢ τοῦ ἰδιάζοντος μηχανικοῦ κατασκευάσματος ὅπερ ἐχρησιμοποιήθη.

Ὁ λόρδος Kelvin (1827—1907) διεπίστωσεν τὴν δυνατότητα τῆς χρησιμοποιήσεως ἑνὸς ἰδανικοῦ κύκλου θερμικῆς μηχανῆς διὰ νὰ καθορίσῃ μίαν κλίμακα θερμοκρασιῶν ἡ ὁποία θὰ ἦτο ἀπόλυτος κατὰ τὴν ἔννοιαν ὅτι αὕτη δὲν θὰ ἐξηρτᾶτο ἐκ τῆς θερμομετρικῆς οὐσίας. Ὑπέδειξεν ὅτι αἱ θερμοκρασίαι ἐπὶ τῆς ἀπολύτου κλίμακος καθορίζονται ἐκ τῆς σχέσεως

$$\text{ἀποδοτικότης} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \qquad (15)$$

δίδουσαν:

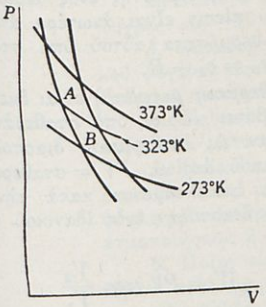
$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \qquad (16)$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη ὁρίζει ὅτι δύο οἱαδήποτε θερμοκρασίαι ἔχουν τὸν αὐτὸν λόγον ὡς καὶ αἱ ποσότητες θερμότητος αἱ ἀπορροφώμεναι ἢ ἀποβαλλόμεναι εἰς ἕνα κύκλον Carnot, λειτουργοῦντα μεταξὺ τῶν δύο τούτων θερμοκρασιῶν.

Ὑποθέσωμεν ἕνα κύκλον Carnot λειτουργοῦντα μεταξὺ δύο ὡρισμένων σταθερῶν θερμοκρασιῶν, π.χ. τοῦ σημείου ζέσεως τοῦ ὕδατος (373° K) καὶ σημείου πήξεως (273° K). Θὰ ὑφίσταται μία ἐπιφάνεια παριστῶσα τὸ ὠφέλιμον ἔργον (Εἰκ. 7). Δυνάμεθα νὰ ὁρίσωμεν τὴν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

θερμοκρασίαν (323° Κ) εἰς τὸ μέσον μεταξὺ τοῦ σημείου ζέσεως καὶ τοῦ σημείου πήξεως ὡς τὸ σημεῖον κατὰ τὸ ὁποῖον μία μηχανὴ Carnot λειτουργοῦσα μεταξὺ τοῦ σημείου ζέσεως καὶ τοῦ μέσου σημείου ἐπιτελεῖ τὸ αὐτὸ ἔργον, τὸ παριστώμενον ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας A, ὡς τὸ ἔργον τὸ



Εἰκ. 7.

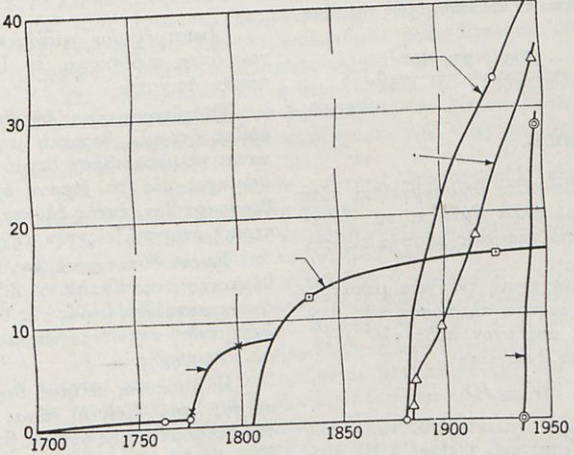
παριστώμενον ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας B, ἐπιτελούμενον ὑπὸ μιᾶς μηχανῆς Carnot, λειτουργούσης μεταξὺ τοῦ μέσου τούτου σημείου καὶ τοῦ σημείου πάγου. Εἶναι ἔκδηλον ὅτι τὸ οὕτω καθοριζόμενον ἐνδιάμεσον διάστημα δύναται νὰ ὑποδιαιρεθῇ κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ ἡ κλῖμαξ νὰ ἐπεκταθῇ πρὸς ὑψηλοτέρας ἢ ταπεινοτέρας θερμοκρασίας. Ἡ θερμοκρασία εἰς τὴν ὁποίαν μία μηχανὴ Carnot δὲν ἀποβάλλει θερμότητα, θὰ ἦτο τὸ μηδὲν τῆς ἀπολύτου κλίμακος θερμοκρασιῶν. Τὸ ἀπόλυτον μηδὲν θὰ ἠδύνατο νὰ θεωρηθῇ ὡς ἡ φθίνουσα θερμοκρασία T_2 μιᾶς μηχανῆς Carnot, λειτουργούσης μετ' ἀποδοτικότητος 100%.

Ἡ θερμοδυναμικὴ κλῖμαξ θερμοκρασιῶν ἢ κλῖμαξ Kelvin, εἶναι ἡ αὐτὴ ὡς καὶ ἡ ἀπόλυτος κλῖμαξ, ἡ προσδιοριζομένη ὑπὸ ἑνὸς ἰδανικοῦ ἀερίου. Αἱ θερμοκρασίαι ἐπὶ τῆς ἀπολύτου ταύτης κλίμακος, προσδιορίζονται ἐν τῇ πράξει διὰ ἑνὸς ἀερικοῦ θερμομέτρου, τῶν ἐνδείξεων διορθουμένων λόγῳ τῆς ἀποκλίσεως τοῦ ἰδιάζοντος ἀερίου ἀπὸ τοῦ ἰδανικοῦ νόμου τῶν ἀερίων, ὡς ὑπελογίσθησαν ἐκ μερικῶν ἄλλων πειραμάτων.

22-11. Ἀποδοτικότης τῶν θερμικῶν μηχανῶν. Ἡ ἰδανικὴ ἢ θερμοδυναμικὴ ἀποδοτικότης μιᾶς θερμικῆς μηχανῆς καθορίζεται ὑπὸ τῆς Ἐξ. (15).

$$\text{Ἰδανικὴ ἀποδοτικότης} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$= 1 - \frac{T_2}{T_1} \qquad (17)$$



Εἰκ. 8. Βελτίωσις ἀποδοτικότητος θερμικῶν μηχανῶν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Λόγῳ τῶν θερμικῶν ἀπωλειῶν καὶ τῆς τριβῆς, πραγματικὴ μηχανὴ οὐδέποτε ἐπιτυγχάνει τὴν ὑπὸ τῆς 'Εξ. (17) προσδιοριζομένην ἀποδοτικότητα. Ἡ ἰδανικὴ ἀποδοτικότης παραμένει ὡς τὸ ἀνώτατον ὅριον ἀποδοτικότητος οἱασδήποτε θερμικῆς μηχανῆς.

Διὰ νὰ βελτιωθῇ ἡ ἀποδοτικότης μιᾶς πραγματικῆς μηχανῆς εἶναι φανερόν, ἀπὸ τῆς ἐξισώσεως (17) ὅτι θὰ ἔπρεπε νὰ χρησιμοποιῶμεν ὑψηλὴν θερμοκρασίαν εἰσόδου καὶ ταπεινὴν θερμοκρασίαν ἐξόδου. Ἡ χρησιμοποίησις τοῦ ψυχροῦ ὕδατος, ἐντὸς συμπυκνωτοῦ τινος, δύναται νὰ ὑποβιβάσῃ τὴν T_2 ἀπὸ περίπου 100° C εἰς περίπου 40° C. Μεγάλοι ἀτμοστρόβιλοι, δυνατὸν νὰ ἔχουν θερμοκρασίαν εἰσόδου T_1 μέχρι ὑψους 600° C καὶ ἀεριοστρόβιλοι ἔτι ὑψηλοτέραν. Πρακτικὸν ὅριον τίθεται ὑπὸ τῶν ἀλλοιώσεων αἵτινες ὑφίστανται τὰ θερμικὰ χαρακτηριστικὰ τοῦ ὑψιθέρμου ἀτμοῦ καὶ ὑπὸ τῆς ἀντοχῆς τῶν πτερυγίων τοῦ στροβίλου. Ἡ βελτίωσις τῶν ἀποδοτικοτήτων εἰς τὰς θερμικὰς μηχανὰς ἀπεικονίζεται ὑπὸ τοῦ διαγράμματος Εἰκ. 8.

Παράδειγμα : Μία ἁπλῆ ἀτμομηχανὴ δέχεται ἀτμὸν ἀπὸ τοῦ λέβητος εἰς 180°C (περίπου 150 lb/in² ἢ πίεσις μανομέτρου) καὶ ἀποβάλλει αὐτὸν ἀμέσως εἰς τὸν ἐλεύθερον ἀέρα εἰς τοὺς 100°C. Ποῖον εἶναι τὸ ἀνώτατον ὅριον τῆς ἀποδοτικότητός της ;

$$\frac{(180 + 273)^\circ\text{K} - (100 + 273)^\circ\text{K}}{(180 + 273)^\circ\text{K}} = 0.176$$

$$= 17.6\%$$

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἡ ἐνέργεια οὔτε δημιουργεῖται οὔτε καταστρέφεται, ἀλλὰ δύναται νὰ μετασχηματισθῇ ἀπὸ τῆς μιᾶς μορφῆς εἰς τὴν ἄλλην.

Ὅταν ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς θερμότητα τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν μετασχηματισθεῖσαν ἐνέργειαν

$$W = JQ$$

ὅπου j καλεῖται *μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος*. Τιμαὶ τοῦ j εἶναι 4.19 joule/cal καὶ 778 ft-lb/Btu.

Ὁ *πρῶτος νόμος τῆς θερμοδυναμικῆς* ὁρίζει ὅτι: ὅταν ἡ θερμότης μετασχηματίζεται εἰς ἑτέραν μορφὴν ἐνεργείας τὸ ὁλικὸν ποσὸν τῆς ἐνεργείας εἶναι σταθερὸν

$$Q = (U_2 - U_1) + W$$

Ἡ εἰδικὴ θερμότης ἑνὸς ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν εἶναι ἀνωτέρα ἀπὸ τὴν εἰδικὴν θερμότητα αὐτοῦ ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, $c_p = c_v + R$.

Ἰσοθερμικὴ μεταβολὴ εἶναι ἐκείνη ἧτις λαμβάνει χώραν ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν. Δι' ἰσοθερμικὴν διαστολὴν ἑνὸς ἰδανικοῦ ἀερίου, PV = σταθερά. Τὸ ἔργον τὸ ἐπιτελούμενον κατὰ τὴν ἰσοθερμικὴν διαστολὴν ἑνὸς ἰδανικοῦ ἀερίου εἶναι:

$$W = PV \log_e \frac{V_2}{V_1}$$

Ἀδιαβατικὴ μεταβολὴ εἶναι ἐκείνη καθ' ἣν δὲν ὑφίσταται ἀνταλλαγὴ θερμότητος μετὰ τοῦ περιβάλλοντος. Διὰ τὴν ἀδιαβατικὴν διαστολὴν ἑνὸς ἰδανικοῦ ἀερίου, PV^γ = σταθερά. Τὸ ἔργον, τὸ ἐπιτελούμενον κατὰ τὴν ἀδιαβατικὴν διαστολὴν ἑνὸς ἰδανικοῦ ἀερίου εἶναι:

$$W = mc_v (T_1 - T_2)$$

Ἀναστρέψιμον φαινόμενον εἶναι ἐκεῖνον ὅπερ εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ ἀνὰ πᾶσαν στιγμήν.

Ὁ *δεύτερος νόμος τῆς θερμοδυναμικῆς* ὁρίζει ὅτι μία θερμικὴ μηχανὴ δὲν δύναται νὰ μεταβιβάσῃ θερμότητα ἀπὸ ἑνὸς σώματος εἰς τὸ ἕτερον ἔχον ἀνωτέραν θερμοκρασίαν, ἐκτὸς ἐὰν παρασχεθῇ ἐξωτερικὴ ἐνέργεια εἰς τὴν μηχανήν.

Ἔργον δύναται νὰ ληφθῇ ἀπὸ πηγὴν θερμικῆς ἐνεργείας μόνον δι' διεργασίας ἡ ὁποία μεταδίδει μέρος τῆς θερμότητος εἰς δεξαμενήν, κατωτέρας θερμοκρασίας, ἀπὸ τὴν τῆς πηγῆς.

Ἡ *ἀπόλυτος κλῖμαξ θερμοκρασίας ἢ κλῖμαξ τοῦ Kelvin*, εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς θερμομετρικῆς οὐσίας, βασιζομένη ἐπὶ τῆς ἀποδοτικότητος μιᾶς ἰδανικῆς θερμικῆς μηχανῆς.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ μεγίστη ἀποδοτικότης μιᾶς θερμικῆς μηχανῆς, ἥτις ἐφοδιάζεται διὰ θερμότητος εἰς τὴν θερμοκρασίαν T_1 καὶ ἀποβάλλει τοιαύτην εἰς δεξαμενὴν καὶ εἰς τὴν θερμοκρασίαν T_2, εἶναι:

$$\text{ἀποδοτικότης} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Πότε ἡ διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς εἶναι ἀναστρέψιμον φαινόμενον; Πότε μὴ ἀναστρέψιμον;

2. Διατὶ ὁ ἀὴρ ὁ ἐκφεύγων ἐξ ἀεροθαλάμου ἐπισώτρου φαίνεται ψυχρὸς εἰς τὴν χεῖρα;

3. Θερμότης μεταδίδεται ἀπὸ τὸ ψυχρὸν ἐσωτερικὸν ἑνὸς ἠλεκτρικοῦ ψυγείου εἰς τὸ θερμότερον περιβάλλον. Ἀποδείξατε ὅτι τοῦτο δὲν ἀποτελεῖ παράβασιν τοῦ δευτέρου νόμου τῆς θερμοδυναμικῆς.

4. Ἐκθέσατε τὰς διαδοχικὰς μεταμορφώσεις ἄτινας τὸ ἡλιακὸν φῶς ὑφίσταται μετατρεπόμενον εἰς ἐνέργειαν ἑνὸς ἠλεκτρικοῦ λαμπτῆρος.

5. Ποία ἐκ τῶν ἀκολούθων ἰδιοτήτων εἶναι ἡ σοβαρωτέρα διὰ τὴν ἐπιλογὴν ἑνὸς ψυκτικοῦ ὑγροῦ διὰ ψυγεῖον κυκλικῆς διεργασίας: α) ὑψηλὴ εἰδικὴ θερμότης, β) ὑψηλὴ εἰδικὴ βαρύτης, γ) ὑψηλὴ θερμότης ἀτμοποιήσεως ἢ δ) ὑψηλὴ πίεσις ἀτμοῦ;

6. Ποῖον εἶναι τὸ σπουδαιότερον χαρακτηριστικόν, ὑλικοῦ καταλλήλου πρὸς χρησιμοποίησίν του ὡς δρῶσα οὐσία εἰς στρόβιλον: α) ταπεινὸν ἰξῶδες, β) ταπεινὸν σημεῖον ψύξεως ἢ γ) ὑψηλὸν σημεῖον ζέσεως;

7. Τί ἀπογίνεται ἡ ἀποβαλλομένη ἐνέργεια;

8. Τί ἀπογίνεται τὸ ἔργον τὸ ἐπιτελούμενον ὑπὸ ἀντλίας κατὰ τὴν συμπίεσιν ἀέρος;

9. Λέγεται ὅτι ἀπαιτοῦνται 3 000 Kg-cal (τροφῆς) ἑκάστην ἡμέραν διὰ τὸν μέσον ἔφηβον. Τί ἀπογίνεται ἡ ἐνέργεια αὕτη;

10. Τί προσδιορίζει τὴν ἀποδοτικότητα τῶν θερμικῶν μηχανῶν; Διατὶ αὕτη εἶναι γενικῶς τόσον χαμηλή;

11. Συζητήσατε τὸν συλλογισμὸν ὅστις ἄγει εἰς τὴν ἰδέαν τῆς δημιουργίας μιᾶς ἀπολύτου θερμοκρασίας. Ἐξηγήσατε τὰ ἀναγκαῖα στάδια τὰ ἀπαιτούμενα διὰ τὸν καθορισμὸν μιᾶς ἀπολύτου κλίμακος. Εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπάρξουν κλίμακες περισσότερες ἀπὸ μία;

12. Ἐξηκριβώθη ὅτι ἡ θερμοκρασία τοῦ ἐνδοαστρικοῦ χώρου εἶναι 2°K. Ποία ἔννοια δέον νὰ ἀποδοθῇ εἰς τὴν διαβεβαίωσιν ταύτην;

13. Περιγράψατε τὴν κατάστασιν ἑνὸς («ἀερίου») ὑπὸ θερμοκρασίαν ἀπολύτου μηδενός.

14. Ἐξηγήσατε πόσον ταπειναὶ θερμοκρασίαι εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπιτευχθοῦν μὲ πεπιεσμένα ἀέρια.

15. Κατασκευάζοντες λουτρὸν ψύξεως ἢ ἀτμοπαγίδα, διατί θέτομεν ἀκετόνην ἢ ἀλκοόλην ἐπὶ τοῦ «ξηροῦ πάγου»;

16. Ποίαν πρακτικὴν ἀξίαν ἔχει ὁ ὑγρὸς ἀήρ; τὸ ὑγρὸν ἥλιον;

17. Μέχρι ποίας θερμοκρασίας δύναται νὰ θερμανθῇ μία δεδομένη μᾶζα; Μέχρι τίνος βαθμοῦ δύναται νὰ ψυχθῇ μία δεδομένη μᾶζα;

18. Δύο δείγματα ἀερίου εὑρισκόμενα ἀρχικῶς εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν, συμπιέζονται μεταβάλλοντας τὸν ὄγκον V αὐτῶν εἰς τὸν ὄγκον $\frac{1}{2}V$, τὸ ἓν ἐξ αὐτῶν ἰσοθερμικῶς καὶ τὸ ἕτερον ἀδιαβατικῶς. Εἰς ποῖον δεῖγμα ἡ πίεσις εἶναι ἀνωτέρα;

19. Ὑπὸ ποίαν μορφήν, δεδομένου εἴδος καυσίμου, θὰ παραγάγῃ τὴν μεγίστην θερμότητα ἐὰν ἡ καῦσις ἤρξατο εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

καὶ ἐὰν ἴσαι ποσότητες καυσίμου ἐκάησαν τελείως: α) εἰς λεπτῶς διηρημένην στερεάν, β) εἰς ὑγρὰν καὶ γ) ὑπὸ μορφὴν ἀτμοῦ;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Χάλκινον θερμιδόμετρον, εἰδικῆς θερμότητος 0.10 cal/gm C^0 καὶ μάζης 300 gm, περιέχει 120 gm παγομένου ὕδατος καὶ 50 gm πάγου. Τὸ μῖγμα ἀναδεύεται ὑπὸ περιστρεφομένου πτερυγίου ἀπαιτοῦντος ροπὴν στρέψεως ἐκ 10^8 cm-dyn διὰ νὰ κινηθῇ Ποῖος θὰ ἦτο ὁ ἀριθμὸς τῶν στροφῶν ὁ ἀναγκαῖος διὰ νὰ ὑψώσῃ τὸ μῖγμα εἰς τοὺς 25°C;

2. Ὑπολογίσατε μίαν τιμὴν διὰ τὸ μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος, ἐκ τῶν ἀκολούθων δεδομένων, ληφθέντων διὰ συσκευῆς ὁμοίας πρὸς τὴν τῆς Εἰκόνος 1. Ὁλικὴ μᾶζα ἐπιτρεπομένης πτώσεως = 2 600 gm. Ἀπόστασις πτώσεως = 160 cm. Ἀριθμὸς καθόδων = 20. Ἡ ὕψωσις τῆς θερμοκρασίας εἰς τὸ θερμιδόμετρον ὅπερ ἦτο θερμικῶς ἰσοδύναμον πρὸς 630 gm ὕδατος, ἀνῆλθεν κατὰ 0.3°C. Πειραματικὰ λάθη θὰ ἦτο δυνατὸν νὰ ὁδηγήσουν πρὸς τιμὴν διὰ *J* ἥτις θὰ ἦτο πολὺ μεγάλη ἢ πολὺ μικρά; Διατί; *Ἀπ.* 4.3 joule/cal

3. Χάλκινον θερμιδόμετρον 250 gm περιέχει 550 gm ἐλαίου. Τὸ ἔλαιον ἀναδεύεται ὑπὸ χαλυβδίνου πτερυγίου 300 gm. Ζεῦγος ροπῶν 6.0×10^6 cm-dyn ἐφαρμόζεται διὰ νὰ περιστρέψῃ τὸ πτερύγιον. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ὕψωσις θερμοκρασίας ἡ παραγομένη μετὰ 1 000 περιστροφάς. Αἱ εἰδικαὶ θερμότητες εἶναι: χαλκὸς 0.092, ἔλαιον 0.511 καὶ χάλυψ 0.114 cal/gm C^0.

4. Μολυβδίνη σφαῖρα 5.0 lb, εἰδικῆς θερμότητος 0.032 Btu/lb F^0, ρίπτεται πρὸς τὰ κάτω ἀπὸ κτηρίου ὕψους 50 ft μετ' ἀρχικῆς κατακορύφου ταχύτητος 20 ft/sec. Ἐὰν τὸ ἥμισυ τῆς ἐνεργείας κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς προσκρούσεως ἐπὶ τοῦ ἐδάφους μετατραπῇ εἰς θερμότητα καὶ ἀπορροφηθῇ ὑπὸ τῆς σφαίρας, ποία θὰ εἶναι ἡ ὕψωσις τῆς θερμοκρασίας της; *Ἀπ.* 1.1 F^0

5. Ὑδράργυρος πίπτει ἐξ ὕψους 12 m ἐπὶ μὴ ἀγωγίμου ἐπιφανείας. Κατὰ πόσον ὑψοῦται ἡ θερμοκρασία τοῦ ὑδραργύρου; Ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 0.033 cal/gm C^0.

6. Μὲ ποίαν ταχύτητα, μολυβδίνη βολὶς θερμοκρασίας 20°C δέον νὰ προσβάλῃ σιδηροῦν στόχον, ἵνα ἡ θερμότης ἡ ἐκ τῆς προσκρούσεως παραγομένη εἶναι ἀκριβῶς ἐπαρκὴς διὰ νὰ τήξῃ τὴν βολίδα ὑποθέτοντες ὅτι δὲν ἀπωλέσθη θερμότης εἰς τὸ περιβάλλον; Ὁ μόλυβδος ἔχει εἰδικὴν θερμότητα 0.032 cal/gm C^0, τὸ σημεῖον τήξεως αὐτοῦ εἶναι 327°C καὶ ἡ θερμότης τήξεως 5.4 cal/gm. *Ἀπ.* 360 m/sec.

7. Κυλινδρικὸς ὀρειχάλκινος αὐλὸς κλειστὸς κατὰ τὰ ἄκρα ἔχει ἐσωτερικὸν μῆκος 150 cm καὶ εἶναι πλήρης διὰ 175 gm ὕδατος. Ὁ αὐλὸς περιέχει 36 gm μολυβδίνων σφαιριδίων. Ἀπὸ τῆς κατακορύφου θέσεως ὁ αὐλὸς ἀναστρέφεται ταχέως ἐπὶ 250 φοράς. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ὕψωσις τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος. Νὰ μὴν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ θερμικὴ ἱκανότης τοῦ ὀρειχάλκου καὶ ὁ χῶρος ὁ καταλαμβανόμενος ὑπὸ τοῦ μολύβδου.

8. Ποία ποσότης βουτύρου (6 000 cal/gm) ἤθελεν παράσχῃ τὴν ἀπαιτουμένην ἐνέργειαν εἰς ἄτομον 160 lb διὰ νὰ ἀνέλθῃ εἰς τὴν κορυφὴν τοῦ ὄρους Washington, ὕψους 6288 ft;

9. Τροχοπέδαι ἔχουν τοποθετηθῇ εἰς αὐτοκίνητον βάρους 2.5 τόννων, κατὰ τρόπον ὥστε τοῦτο κατέρχεται ἐκ λόφου μεθ' ὁμοιομόρφου ταχύτητος. Πόση θερμότης ἀναπτύσσεται εἰς τὰς τροχοπέδας ἐὰν τὸ αὐτοκίνητον κατέρχεται κατακόρυφον ἀπόστασιν 400 ft;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

10. Συρμὸς 200 τόννων μειώνει τὴν ταχύτητά του ἀπὸ 40 εἰς 30 μίλλια/ὥραν, εἰς χρονικὸν διάστημα 0.50 min. Ἐὰν τὸ σύνολον τοῦ ἔργου τοῦ ἀσκηθέντος ἐπὶ τῶν τροχοπεδῶν λόγῳ τριβῆς, μετατραπῇ εἰς θερμότητα, νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀναπτυχθεῖσα θερμότης. Ἀπ. 12 000 Btu.

11. Κατὰ τὴν διάτρησιν ὀπῆς ἐπὶ χυτοσιδηροῦ τεμαχίου, παρέχεται ἰσχὺς μετὰ ρυθμοῦ 0.40 ἵππων ἐπὶ 2.5 λεπτά. Πόσαι Btu θερμότητος ἀνεπτύχθησαν;

12. Πόση θερμότης (εἰς Btu) παράγεται διὰ τῆς διὰ τριβῆς ἀναστολῆς τῆς κινήσεως στροφάλου 112 lb περιστρεφομένου μὲ 1.0 στροφὴν/sec, ἐὰν ἡ μᾶζα του εἶναι συγκεντρωμένη εἰς τὴν παρυφὴν μέσης ἀκτῖνος 2.0 ft; Ἀπ. 0.35 Btu

13. Φορητὴ γεννήτρια ἀναπτύσσει 15 kw/hr ἠλεκτρικῆς ἐνεργείας, ἐνῶ ἡ πετρελαιομηχανή της καταναλίσκει 2.0 γαλλόνια καυσίμου τοῦ ὁποίου ἡ θερμαντικὴ τιμὴ εἶναι 13×10^4 Btu/lb. Ποία εἶναι ἡ ἀποδοτικότης τῆς γεννητρίας;

14. Πόσοι τόννοι γαιάνθρακος ἀναλίσκονται ἀνὰ ὥραν ὑπὸ ἀτμομηχανῆς μετὰ ρυθμοῦ 3000 ἵππων, ἐὰν ἡ θερμότης καύσεως τοῦ ἄνθρακος εἶναι 12 000 Btu/lb καὶ ἡ καθολικὴ ἀποδοτικότης εἶναι 9.0%; Ἀπ. 3.5 τόν.

15. Ποῖον εἶναι τὸ κόστος τοῦ ἀπαιτουμένου ἄνθρακος διὰ νὰ παραχθῇ μία κιλοβαττώρα ἠλεκτρικῆς ἐνεργείας, ἐὰν ὁ ἄνθραξ κοστίζει 1.0 δρχ. τὸ χιλιόγραμμον, ἡ θερμότης καύσεως εἶναι 9500 cal/gm καὶ ἡ καθολικὴ ἀποδοτικότης εἶναι 25%;

16. Ἀτμομηχανὴ λειτουργεῖ μετὰ συνολικῆς ἀποδοτικότητος 15%. Πόση θερμότης δέον νὰ χορηγεῖται πρὸς αὐτὴν ἀνὰ ὥραν ἵνα ἀναπτύξῃ ἰσχὺν 3.0 ἵππων; Ἀπ. 5.1×10^4 Btu

17. Ποία εἶναι ἡ πραγματικὴ ἀποδοτικότης ἀεριομηχανῆς καταναλισκούσης 22 ft^3 ἀερίου ἀνὰ ὥραν, ὅταν ἀποδίδει 1.1 ἵππον, τοῦ ἀερίου ἔχοντος θερμαντικὴν τιμὴν 550 Btu/ft^3;

18. Ἐὰν ἡ ἐνέργεια τοῦ καυσίμου ἐχρησιμοποιῆτο πλήρως πόσα γαλλόνια βενζίνης (θερμότης καύσεως 21 000 Btu/lb) θ' ἀπητοῦντο διὰ νὰ κινήσουν αὐτοκίνητον 3600 lb πρὸς τὴν κορυφὴν ὄρους ὕψους 5 000 ft; Τὸ βάρος ἑνὸς γαλλονίου βενζίνης εἶναι 6.2 lb. Ἀπ. 0.18 γαλλ.

19. Πλοῖον 10 000 τόννων ἀνυψοῦται 16 πόδας ἐντὸς θυροπλοίων διώρυγος. α) Ποῖον εἶναι τὸ θερμικὸν ἰσοδύναμον (εἰς Btu) τοῦ ἐπιτελεσθέντος ἔργου; β) Πόσος γαιάνθραξ ἠναλώθη (θερμαντικῆς τιμῆς 12 000 Btu/lb) διὰ νὰ παραχθῇ ἡ ἐνέργεια αὕτη;

20. Ἓν ἰδανικὸν ἀέριον ἔχει $\gamma = 1.67$. α) Νὰ ὑπολογισθῶσιν αἱ γραμμοριακαὶ εἰδικαὶ θερμότητες C_p καὶ C_v. Δεῖγμα τοῦ ἀερίου τούτου ὄγκου 0.70 m^3 ἀρχικῶς ὑπὸ πίεσιν 4.5×10^4 newton/m^2 συμπιέζεται ἀδιαβατικῶς εἰς ὄγκον 0.50 m^3. Νὰ εὑρεθοῦν β) ἡ τελικὴ πίεσις καὶ γ) ὁ λόγος τῆς τελικῆς πρὸς τὴν ἀρχικὴν θερμοκρασίαν.
Ἀπ. 4.95, 2.97 Kcal/Kmole K⁰, 7.9×10^4 newton/m^2, 1.3

21. Ὄγκος 1500 cm^3 ἀέρος θερμοκρασίας 20⁰ C καὶ πίεσιν 76 mm Hg, περιορίζεται ἐντὸς κυλίνδρου φέροντος ἔμβολον ἄνευ τριβῶν. Πόσον ἐξωτερικὸν ἔργον ἐπιτελεῖται ὑπὸ τοῦ παγιδευμένου ἀέρος διαστελλομένου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ἐφόσον ἡ θερμοκρασία του ὑψοῦται εἰς τοὺς 100⁰ C; Ἐκ τῆς θερμότητος ἡ ὁποία δέον νὰ παρασχεθῇ διὰ νὰ ἐπέλθῃ ἡ μεταβολὴ αὕτη, πόση ἀναλίσκεται εἰς ἐξωτερικὸν ἔργον; Ἡ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

εἰδικὴ θερμότης τοῦ ἀέρος ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν εἶναι 0.237 cal/gm C^0.

22. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀτμοῦ εἰς τοὺς 212° F εἶναι 0.0373 lb/ft³. Ποῖον εἶναι τὸ θερμικὸν ἰσοδύναμον τοῦ διαστελομένου ὕδατος (εἰδικὸν βάρος 60 lb/ft³ εἰς τοὺς 212° F) εἰς ἀτμὸν κατὰ τῆς δυνάμεως τῆς ὀφειλομένης εἰς τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν; Ποῖον κλάσμα τῆς ὁλικῆς θερμότητος ἀτμοποιήσεως παριστᾶ τοῦτο; Ἀπ. 73 Btu/lb, 7.5%

23. Ποσότης ἀέρος ὑπὸ πίεσιν 76 cm Hg, συμπιέζεται ἀδιαβατικῶς εἰς τὰ δύο τρίτα τοῦ ἀρχικοῦ του ὄγκου. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ τελικὴ πίεσις.

24. Ποσότης ἀέρος ὑπὸ πίεσιν 76 cm Hg συμπιέζεται αἰφνιδίως εἰς τὸ ἥμισυ τοῦ ὄγκου του. α) Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ νέα πίεσις. β) Ποία θὰ ἦτο ἡ πίεσις ἐὰν ἡ μεταβολὴ ἦτο ἰσόθερμος;

Ἀπ. 200 cm Hg, 150 cm Hg

25. Ἡ γραμμοριακὴ θερμικὴ ἱκανότης, ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν διὰ τὸ ἄζωτον εἰς 0° C εἶναι 6.78 Kcal/Kmole K°. Νὰ εὑρεθῇ ἡ εἰδικὴ θερμότης ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον.

26. Ὑποθέσατε ὅτι ἔχετε ἓν ἰδανικὸν ἀέριον διὰ τὸ ὁποῖον $\gamma = 1.50$, εὑρισκόμενον ἀρχικῶς ὑπὸ πίεσιν 1.0 atm. Τὸ ἀέριον συμπιέζεται εἰς τὸ ἥμισυ τοῦ ἀρχικοῦ του ὄγκου. Ποία εἶναι ἡ τελικὴ πίεσις ἐὰν ἡ συμπίεσις εἶναι α) ἰσόθερμος; β) ἀδιαβατική; Ἀπ. 2.0 ἀτμ., 2.8 ἀτμ.

27. Νὰ ἐξαχθῇ σχέσις, βάσει τῆς ὁποίας, αἱ ἐνδείξεις τῆς κλίμακος Fahrenheit, νὰ μετατρέπωνται εἰς ἀντιστοίχους τῆς κλίμακος Kelvin.

28. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν αἱ ἐνδείξεις ἐπὶ τῆς κλίμακος Fahrenheit καὶ Kelvin εἶναι αἱ αὐταί;

29. Ποία εἶναι ἡ θερμοδυναμικὴ ἀποδοτικότης ἀτμομηχανῆς ἥτις λειτουργεῖ μὲ θερμοκρασίαν λέβητος εἰς 875° F καὶ θερμοκρασίαν συμπυκνωτοῦ 77° C;

30. Εἷς συνδυασμὸς ὑδραργυρο-ἀτμο-στροβίλου παραλαμβάνει κεκορεσμένον ἀτμὸν ὑδραργύρου ἀπὸ λέβητα εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 875° F καὶ ἀποβάλλει αὐτὸν διὰ νὰ θερμάνῃ ἀτμολέβητα εἰς τοὺς 460° F. Ὁ ἀτμοστρόβιλος δέχεται ἀτμὸν εἰς τὴν θερμοκρασίαν ταύτην καὶ ἀποβάλλει τοῦτον εἰς συμπυκνωτὴν εἰς τοὺς 100° F. Ποία εἶναι ἡ μεγίστη ἀποδοτικότης τοῦ συνδυασμοῦ; Ἀπ. 58.0%

31. Μία ἰδανικὴ ἀεριομηχανὴ λειτουργεῖ κατὰ κύκλον Carnot μεταξὺ 227° C καὶ 127° C. Αὕτη ἀπορροφᾷ 5.0×10^0 cal εἰς τὴν ἀνωτάτην θερμοκρασίαν. Ποῖον ποσὸν ἔργου (joule) εἶναι δυνατὸν νὰ ἀποδώσῃ ἡ μηχανὴ αὕτη θεωρητικῶς;

32. Εἰσαγομένη θερμότης 10.0 Kcal/sec εἰς τοὺς 180° C παραλαμβάνεται ὑπὸ μιᾶς ἀναστρεψίμου θερμικῆς μηχανῆς ἥτις ἀποβάλλει ταύτην ἐντὸς δεξαμενῆς ταπεινῆς θερμοκρασίας εἰς τοὺς 80° C. Νὰ εὑρεθῇ α) ἡ ἀποδοτικότης τῆς μηχανῆς, β) ἡ εἰς ἰσχὺν ἀπόδοσις αὐτῆς καὶ γ) τὸ ποσὸν τῆς ἀποβαλλομένης θερμοκρασίας ἀνὰ λεπτόν.

Ἀπ. 22%, 9.2 kw, 470 kcal/min

33. Μία μηχανὴ ἐργάζεται κατὰ ἕνα κύκλον Carnot μεταξὺ τῶν θερμοκρασιῶν 105° C καὶ 15° C. Ἐὰν τὸ ἔργον τὸ ἐπιτελούμενον εἰς τὸν κύκλον 1200 newton-m, πόση θερμότης προσλαμβάνεται εἰς τὴν ἀνωτάτην θερμοκρασίαν;

34. Εἰς μηχανικὸν ψυγεῖον τὰ σπειρώματα χαμηλῆς θερμοκρασίας ἔχουν θερμοκρασίαν −37° C καὶ τὸ συμπεπιεσμένον ἀέριον εἰς τὸν συμπυκνωτὴν ἔχει θερμοκρασίαν 62° C. Ποία εἶναι ἡ μεγίστη θεωρητικὴ ἀποδοτικότης;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

35. Ἂς θεωρήσωμεν ἕνα μηχανικὸν ψυγεῖον ὡς θερμικὴν μηχανὴν μεταδίδουσαν θερμότητα ἀπὸ τὰ ψυχθέντα σπειρώματα εἰς -10^0 C πρὸς τὸ δωμάτιον τοῦ ὁποίου ἡ θερμοκρασία εἶναι 20^0 C. Πόσας κιλοβαττώρας ἠλεκτρικῆς ἐνεργείας ἀπαιτεῖται διὰ τὸν σχηματισμὸν 4.0 lb πάγου θερμοκρασίας -10^0 C ἀπὸ ὕδωρ 20^0 C;

36. Θεωρήσατε μίαν ἰδανικήν, ἀναστρέψιμον θερμικὴν μηχανὴν ἥτις μεταδίδει θερμότητα ἀπὸ δωματίου θερμοκρασίας 17^0 C πρὸς τὸ ἐξωτερικὸν περιβάλον θερμοκρασίας -5^0 C. α) Ποία εἶναι ἡ μεγίστη ἀποδοτικότης τῆς μηχανῆς ταύτης; β) Ἐὰν ἡ θερμικὴ μηχανὴ ἀναστραφῇ καὶ χρησιμοποιεῖται διὰ ν' ἀντλήσῃ θερμότητα ἐκ τῶν ἔξωθεν ἐντὸς τοῦ δωματίου, τῆς ἐνεργείας παρεχομένης ὑπὸ ἠλεκτρικοῦ κινητῆρος, πόσα joule θερμότητος θὰ χορηγηθοῦν εἰς τὸ δωμάτιον διὰ καταναλώσεως 1.0 joule ἠλεκτρικῆς ἐνεργείας; Ἀπ. 0.076, 13 joule

37. Μονοκύλινδρος τετράχρονος ἀεριομηχανὴ λειτουργεῖ μὲ μέσην πραγματικὴν πίεσιν 175 lb/in^2. Ἔχει διαδρομὴν ἐμβόλου 6.0-in. ἐπιφάνειαν αὐτοῦ 12.0 $in.^2$ καὶ ταχύτητα 2600 στροφῶν/min. Ποία εἶναι ἡ ἐνδεδειγμένη ἱπποδύναμις τῆς μηχανῆς;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Karl Manne Georg Siegbahn

1886–. *Ἐγεννήθη εἰς τὸ Ὄρεμπρο τῆς Σουηδίας. Καθηγητὴς εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τῆς Οὐψάλα, ἀργότερον διευθυντὴς τοῦ Ἰνστιτούτου Ἐρευνῶν διὰ τὴν Φυσικήν, τῆς Στοκχόλμης. Τὸ 1924 τοῦ ἀπενεμήθη τὸ Βραβεῖον Νόμπελ τῆς Φυσικῆς διὰ τὰς ἐρεύνας του καὶ τὰς ἀνακαλύψεις του εἰς τὸ διὰ ἀκτίνων Χ λειτουργοῦν φασματοσκόπιον.*

23. ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

Ἓν ἐκ τῶν προβλημάτων τῆς συγχρόνου βιομηχανίας εἶναι ἡ μεταβίβασις ἐνεργείας ἀπὸ τὸ μέρος ὅπου ὑφίσταται εἰς τὸ μέρος ὅπου δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ ἀποτελεσματικότερον. Αἱ κυριώτεραι μέθοδοι διὰ τῶν ὁποίων ἡ ἐνέργεια μεταβιβάζεται ἀπὸ τόπου εἰς τόπον, εἶναι ἡ διὰ τῆς κινήσεως σωματιδίων, ἡ διὰ τῆς ἐν σώματι κινήσεως μεγάλων μαζῶν τοῦ ὑλικοῦ καὶ ἡ διὰ τῆς κυματικῆς κινήσεως. Ἑκάστη ἐξ αὐτῶν τῶν μεθόδων μεταβιβάσεως ἐνέχει καὶ μίαν μεγάλην σπουδαιότητα εἰς τὸν εἰδικὸν αὐτῆς τομέα.

Ἡ μεταφορὰ ἠλεκτρικῆς ἐνεργείας διὰ καλωδίων ἀποτελεῖ παράδειγμα μεταβιβάσεως σωματιδίων. Φορτισμένα σωματίδια (ἠλεκτρόνια - electron) κινοῦνται μέσῳ ἑνὸς καλωδίου διὰ νὰ προμηθεύσουν ἐνέργειαν εἰς ἓν σημεῖον τοῦ κυκλώματος. Ἡ θερμικὴ ἐνέργεια ἄγεται μέσῳ μεταλλικῆς ράβδου διὰ τῶν συγκρούσεων μεταξὺ μορίων καθὼς ταράσσονται ἐντὸς τοῦ μετάλλου. Ρεύματα ἀέρος δημιουργούμενα διὰ τῆς ἀνίσου θερμάνσεως τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς μεταβιβάζουν ἐνέργειαν ἡ ὁποία δύναται νὰ χαλιναγωγηθῇ πρὸς ὅποιον σημεῖον φυσᾷ ὁ ἄνεμος. Αἱ παλίρροιαι τῶν ὠκεανῶν εἶναι μία ἄλλη πηγὴ ἐνεργείας ἑνὸς ὑγροῦ σώματος.

Ἡ ἡλιακὴ ἐνέργεια φθάνει εἰς ἡμᾶς εἰς μεγάλας ποσότητας. Τὸ μέγιστον τμῆμα της ἔρχεται ὑπὸ μορφὴν κυματικῆς κινήσεως. Ἡ ἀκτινοβόλος ἐνέργεια διασχίζει τὸ διάστημα μεταξὺ ἡλίου καὶ γῆς ἄνευ σωματιδίων ἀλλ' οὐδὲ καὶ διὰ σωματικῆς κινήσεως ἑνὸς ὑγροῦ. Οἱ ἦχοι φθάνουν εἰς τὰ αὐτιά μας μέσῳ κυμάτων εἰς τὸν ἀέρα ὁ ὁποῖος μᾶς περιβάλλει. Τὰ σήματα τοῦ ἀσυρμάτου εἶναι κύματα χρησιμοποιούμενα διὰ τὴν μετάδοσιν μουσικῆς ἢ ὁμιλίας. Κύματα εἰς σύρματα ἢ ἀέρινους στήλους χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν παραγωγὴν μουσικῶν ἤχων. Ὅλα τὰ κύματα ἔχουν ὡρισμένας κοινὰς ἰδιότητας.

23-1. Κύματα. Ἐὰν ρίψωμεν λίθον ἐντὸς μιᾶς ἠρέμου δεξαμενῆς ὕδατος, προκαλεῖται κάποια διαταραχὴ εἰς τὸ σημεῖον ὅπου ὁ λίθος πίπτει εἰς τὸ ὕδωρ. Ἐν τούτοις, ἡ διαταραχὴ δὲν περιορίζεται εἰς τὸ μέρος ἐκεῖνο μόνο ἀλλὰ ἐξαπλοῦται πρὸς τὰ ἔξω ὥστε τελικῶς νὰ φθάνῃ εἰς ὅλα τὰ μέρη τῆς δεξαμενῆς.

Ὅταν ὁ λίθος πίπτει εἰς τὸ ὕδωρ, θέτει ἐν κινήσει τὰ σωματίδια τοῦ ὕδατος μὲ τὰ ὁποῖα ἔρχεται εἰς ἐπαφήν. Τὰ σωματίδια αὐτὰ θέτουν ἐν κινήσει τὰ γειτονικὰ πρὸς αὐτὰ σωματίδια. Μὲ τὴν σειρὰν των τὰ τελευταῖα προκαλοῦν παρομοίαν κίνησιν εἰς ἄλλα καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς ἕως ὅτου ἡ διαταραχὴ φθάσει εἰς σωματίδια εὑρισκόμενα εἰς τὸ ἄκρον τῆς δεξαμενῆς. Εἰς

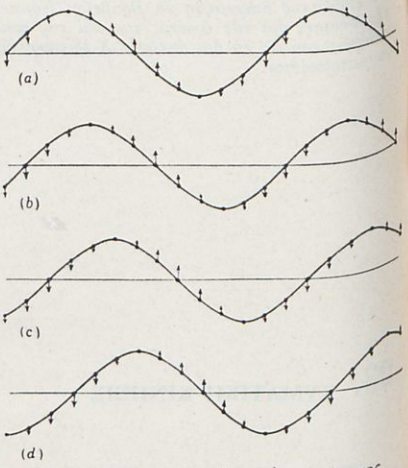
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὅλην αὐτὴν τὴν διαταραχὴν οὐδὲν σωματίδιον ἀπομακρύνεται τῆς ἀρχικῆς του θέσεως. Μόνο ἡ διαταραχὴ κινεῖται μέσῳ τοῦ ὕδατος. Ἡ συμπεριφορὰ αὐτὴ χαρακτηρίζει ὅλας τὰς κυματικὰς κινήσεις. Τὰ σωματίδια κινοῦνται κατὰ βραχείας τροχιὰς περὶ τὴν ἀρχικήν των θέσιν καὶ συνεπῶς ἐν κῦμα κινεῖται διὰ μέσου τοῦ κέντρου-μέσου. *Κῦμα εἶναι μία διατάραξις ἥτις κινεῖται διὰ μέσου ἑνὸς μέσου* κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε, εἰς οἱονδήποτε σημεῖον ἡ μετατόπισις (ἢ ἄλλως τὸ ποσὸν κατὰ τὸ ὁποῖον διαφέρει) νὰ εἶναι συνάρτησις τοῦ χρόνου, ἐνῶ εἰς οἱανδήποτε στιγμὴν ἡ μετατόπισις νὰ εἶναι συνάρτησις τῆς θέσεως τοῦ σημείου. Τὸ μέσον ὡς ἓν σύνολον δὲν μετατοπίζεται πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως τοῦ κύματος.

Ἡ κίνησις τοῦ κύματος διὰ τοῦ μέσου εἶναι ἓν ἀποτέλεσμα τῆς ἐνεργείας τῶν μορίων τοῦ μέσου ἐπ' ἀλλήλων. Ὅθεν ἓν κῦμα σωματιδίων δύναται νὰ διαδίδεται *μόνον ἐντὸς ἑνὸς ἐλαστικοῦ μέσου*. Ἐὰν τὰ σωματίδια ἦσαν ἐντελῶς ἀνεξάρτητα ἀλλήλων, κανένα κῦμα δὲν θὰ ἠδύνατο νὰ περάσῃ διὰ τοῦ μέσου.

Ὑπάρχουν διάφοροι κατηγορίαι κυμάτων, ταξινομοῦνται δὲ συμφώνως πρὸς τὴν κίνησιν τῶν χωριστῶν σωματιδίων. Αἱ συνηθέστεροι κατηγορίαι εἶναι τὰ *ἐγκάρσια* κύματα καὶ τὰ *διαμήκη* κύματα, παρατηροῦνται ὅμως συχνὰ καὶ ἄλλαι κατηγορίαι.

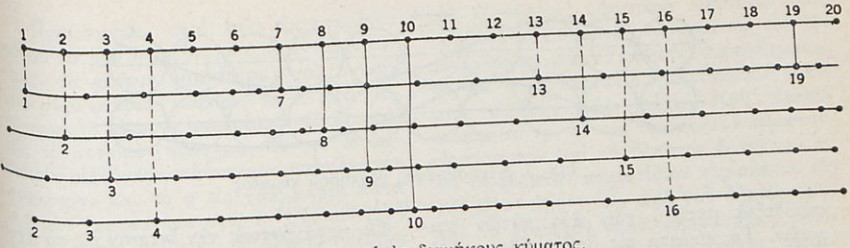
23-2. Ἐγκάρσια κύματα. Ὅταν αἱ κινήσεις τῶν χωριστῶν σωματιδίων τοῦ μέσου εἶναι κάθετοι πρὸς τὴν διεύθυνσιν πρὸς τὴν ὁποίαν προχωρεῖ τὸ κῦμα, τοῦτο καλεῖται *ἐγκάρσιον κῦμα*. Ἓν τοιοῦτον κῦμα διαδίδεται κατὰ μῆκος τεντωμένου σχοινίου ἐὰν ἕνα μέρος του μετατοπισθῇ ἐλαφρῶς πρὸς διεύθυνσιν εὑρισκομένην εἰς ὀρθὴν γωνίαν πρὸς τὸ σχοινίον καὶ ἐν συνεχείᾳ ἀφεθῇ ἐλεύθερον. Εἰς τὴν Εἰκ. 1 παρίστανται διάφορα διαδοχικὰ στάδια τῆς κινήσεως τῶν σωματιδίων διὰ τοῦ μέσου, τὰ ὁποῖα ἀκολουθῇ ἐν ἐγκάρσιον κῦμα. Ὑποτίθεται ὅτι ἕκαστον σωματίδιον ταλαντεύεται μὲ ἁπλᾶς ἁρμονικὰς κινήσεις περὶ τῆς θέσεως ἰσορροπίας του ἐπὶ τῆς εὐθείας γραμμῆς, τῆς τροχιᾶς τῆς ταλαντώσεως οὔσης καθέτου ἐπὶ τὴν γραμμὴν αὐτήν. Ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιά, ἕκαστον διαδοχικὸν σωματίδιον εὑρίσκεται εἰς τὴν ἐπομένην φάσιν τῆς ταλαντώσεώς του. Τὰ τόξα δεικνύουν τὸ μέγεθος καὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἀνυσματικῆς ταχύτητος ἑκάστου εἰκονιζομένου σωματιδίου. Εἰς τὴν Εἰκ. 1α ἡ θέσις καὶ ἡ ἀνυσματικὴ ταχύτης τῶν ἐκλεγέντων σωματιδίων τοῦ μέσου δεικνύονται κατὰ μίαν δοθεῖσαν στιγμήν. Ἀρχίζοντες ἐξ ἀριστερῶν, τὰ τρία πρῶτα σωματίδια φαίνονται νὰ κινοῦνται πρὸς τὰ κάτω, τὸ τέταρτον νὰ εὑρίσκεται εἰς τὸ τέλος τῆς τροχιᾶς του καὶ πρὸς στιγμὴν ἐν ἀκινησίᾳ, καὶ τὰ ἑπόμενα πέντε νὰ κινοῦνται πρὸς τὰ ἄνω καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς. Εἰς τὴν Εἰκ. 1b, c καὶ d



Εἰκ. 1. Κίνησις ἑνὸς ἐγκαρσίου κύματος.

φαίνονται αἱ θέσεις καὶ ταχύτητες τῶν ἰδίων σωματιδίων εἰς διαδοχικὰ ἴσα χρονικὰ διαστήματα μετὰ τὸ α. Παρατηροῦμεν ὅτι ἐνῶ οὐδὲν σωματίδιον κινεῖται μόνον πρὸς τὰ δεξιά, τὸ σχῆμα τοῦ μέσου, ἤτοι, τὸ κῦμα, κινεῖται πρὸς τὰ δεξιά. Καθὼς συνεχίζεται ἡ πρὸς τ' ἄνω καὶ κάτω κίνησις τῶν σωματιδίων, τὸ κῦμα κινεῖται ὁλοὲν καὶ μακρύτερον πρὸς τὰ δεξιά. Τὸ κῦμα ἄρα εἶναι ἐν ἐγκάρσιον κῦμα.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 2. Κίνησις ἑνὸς διαμήκους κύματος.

Μόνον ὅταν τὰ σωματίδια εὑρίσκονται ἀρκετὰ πλησίον ὥστε νὰ ἀσκοῦν σχετικῶς μεγάλας δυνάμεις ἐπ' ἀλλήλων, δύνανται νὰ λάβουν τὸ ἓν πρὸς τὸ ἄλλο τὴν θέσιν αὐτοῦ τοῦ τύπου τῆς ταλαντώσεως. Εἰς τὰ ἀέρια, τὰ μόρια δὲν δύνανται, λόγῳ τῆς μεγάλης μεταξύ των ἀποστάσεως, νὰ μεταδώσουν τοιαύτην κίνησιν καὶ ἑπομένως ἓν ἐγκάρσιον κῦμα δὲν προχωρεῖ διὰ μέσου ἑνὸς ἀερίου.

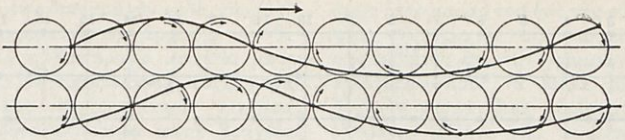
23-3. Διαμήκη κύματα. Ὅταν αἱ κινήσεις ἑκάστου σωματιδίου τοῦ μέσου εἶναι παράλληλοι πρὸς τὴν διεύθυνσιν κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ κῦμα διαδίδεται, τὰ κύματα καλοῦνται *διαμήκη*. Εἰς τὴν Εἰκ. 2, δεικνύονται διαδοχικαὶ θέσεις ἐκλεγέντων σωματιδίων. Εἰς τὴν *a*, τὰ σωματίδια εὑρίσκονται εἰς τὰς θέσεις ἰσορροπίας των. Εἰς τὴν *b* βλέπομεν τὰς θέσεις των εἰς κάποιαν στιγμὴν μετὰ τὴν ἔναρξιν τῆς ταλαντώσεως δι' ἁπλῶν ἁρμονικῶν κινήσεων. Διαδοχικαὶ θέσεις μετὰ ἀπὸ ἴσα χρονικὰ διαστήματα διακρίνονται εἰς τὴν *c*, *d* καὶ *e*. Παρατηροῦμεν ὅτι μολονότι ἕκαστον σωματίδιον ἁπλῶς ταλαντεύεται περὶ τὴν θέσιν ἰσορροπίας του, *μία* διαμόρφωσις ἢ διάταξις σωματιδίων, κινεῖται σταθερῶς πρὸς τὰ δεξιά. Τὸ διάμηκες κῦμα κινεῖται πρὸς τὰ δεξιὰ μέσῳ τοῦ μέσου.

Εἰς τὰς *b*, *c*, *d* καὶ *e*, ἡ διανομὴ τῶν σωματιδίων δὲν εἶναι ὁμοιόμορφος. Εἰς μερικὰ μέρη εἶναι πλησιέστερα ἀπὸ τὸ κανονικὸν καὶ εἰς ἄλλα ἀπέχουν περισσότερον τοῦ κανονικοῦ. Αὐταὶ αἱ συμπιέσεις (πυκνώσεις) καὶ ἀραιώσεις διαδέχονται ἀλλήλας μέσῳ τοῦ μέσου. Τὸ κῦμα τοῦτο καλεῖται καὶ *συμπιεστικὸν κῦμα*. Τὰ ἠχητικὰ κύματα εἶναι διαμήκη (συμπιεστικὰ) κύματα. Σημειώσατε ὅτι τὸ maximum ἢ τὸ minimum τῆς συμπιέσεως δὲν συμπίπτει πρὸς τὴν maximum μετατόπισιν. Εἰς τὴν Εἰκ. 2*b* τὸ maximum τῆς πιέσεως εὑρίσκεται εἰς τὰ σωματίδια 7 καὶ 19, ἀλλὰ διὰ τὰ σωματίδια ὅμως αὐτὰ ἡ μετατόπισις εἶναι μηδέν. Οὕτως εὑρίσκομεν maximum πίεσιν καὶ μετατόπισιν μηδὲν εἰς τὰ σωματίδια 8 καὶ 20 τῆς *c*, 9 τῆς *d* καὶ 10 τῆς *e*. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον παρατηρεῖται minimum πίεσις ἐκεῖ ὅπου ἡ μετατόπισις εἶναι μηδὲν ὅπως εἰς τὴν *b* 1 καὶ 13, *c* 2 καὶ 14, *d* 3 καὶ 15, *e* 4 καὶ 16. Τὸ κῦμα πιέσεως, ἤτοι, τὸ κῦμα ὅπου ἡ πίεσις θεωρεῖται ὡς ἡ ποικίλλουσα ἰδιότης, εὑρίσκεται ἐκτὸς φάσεως μετὰ τοῦ κύματος μετατοπίσεως κατὰ 90^0 ἢ ἓν τέταρτον κύματος.

Ὁποιοδήποτε ἐλαστικὸν μέσον δύναται νὰ μεταδώσῃ συμπιεστικὸν κῦμα. Τὰ στερεά, τὰ ὑγρὰ καὶ τὰ ἀέρια εἶναι ὅλα κατάλληλα μέσα διὰ τὴν διάδοσιν συμπιεστικῶν κυμάτων. Τὰ ἐλαστικὰ κύματα εἰς τὰ ἀέρια καὶ τὰ ὑγρὰ εἶναι διαμήκη· εἰς τὰ στερεὰ δύνανται νὰ εἶναι εἴτε διαμήκη εἴτε ἐγκάρσια ἢ καὶ ἀμφότερα.

23-4. Ὑδατηρὰ κύματα. Εἰς ἕνα ὑγρὸν ἡ κίνησις τῶν σωματιδίων δὲν δύναται νὰ εἶναι οὔτε καθαρῶς ἐγκαρσία οὔτε καθαρῶς διαμήκης, ἀλλὰ συνδυασμὸς τῶν δύο. Εἰς τὴν τελευταίαν περίπτωσιν, ἡ τροχιὰ ἑνὸς ἀκολουθουμένου ὑπὸ τοῦ σωματιδίου εἶναι εἴτε κύκλος εἴτε ἔλλειψις. Εἰς τὴν Εἰκ. 3 βλέπομεν τὰς τροχιὰς ἐκλεγέντων σωματιδίων, τὰς θέσεις των καὶ τὸ σχῆμα τῶν κυμάτων εἰς δύο διαφόρους χρόνους, τοῦ κύματος μετακινηθέντος πρὸς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 3. Κίνησις ἑνὸς ὑδατηροῦ κύματος.

τὰ δεξιὰ μεταξὺ τῶν δύο αὐτῶν στιγμῶν. Τὰ κύματα εἰς βαθέα ὕδατα ἀνήκουν εἰς τὸν τύπον αὐτόν.

23-5. Ἰδιότητες κυμάτων. Παρατηροῦντες τὰ κύματα, σημειώνομεν μερικὰ ἀπὸ τὰ χαρακτηριστικά των. Τὰ κύματα διαδίδονται ὁμοιομόρφως μὲ καθωρισμένην ταχύτητα μέσῳ ἑνὸς ὁμοιομόρφου μέσου. Ὡσαύτως, ἐὰν παρατηρήσωμεν ἓν μόνον σημεῖον, βλέπομεν ὅτι τὰ κύματα περνοῦν ἀπὸ τὸ σημεῖον αὐτὸ κατὰ κανονικὰ χρονικὰ διαστήματα. Εἰς τὰς κυματικὰς κινήσεις πρέπει νὰ λαμβάνωνται ὑπ' ὄψιν οἱ παράγοντες τῆς κυματικῆς ταχύτητος, συχνότητος, φάσεως, μήκους κύματος καὶ εὖρους.

23-6. Ταχύτης διαδόσεως ἑνὸς κύματος. Ταχύτης ἑνὸς κύματος εἶναι ἡ διανυομένη ἀπόστασις κατὰ μονάδα χρόνου. Ἡ ταχύτης ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸν τύπον τοῦ κύματος, τὰς ἰδιότητας τοῦ μέσου καὶ εἰς μερικὰς περιπτώσεις, τὴν συχνότητα τοῦ κύματος. Μερικαὶ περιπτώσεις εἶναι ἀρκετὰ ἐνδιαφέρουσαι ὥστε νὰ μᾶς ἀναγκάζουν νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τοὺς παράγοντας οἵτινες καθορίζουν τὴν ταχύτητα τοῦ κύματος.

Εἷς ἐκ τῶν συνήθων τύπων κύματος εἶναι τὸ ἐγκάρσιον κῦμα εἰς ἓν εὐλύγιστον σχοινίον. Ἐὰν τὸ σχοινίον, ποὺ εἶναι προσδεδεμένον κατὰ τὸ ἓν ἄκρον καὶ τὸ ἄλλον κρατεῖται ἔτσι ὥστε ἡ ἔντασις νὰ εἶναι μικρά, τραβηχθῇ καὶ τεντωθῇ, τὸ κῦμα κατέρχεται ἀργὰ πρὸς τὰ κάτω τοῦ σχοινίου. Ἐὰν ἡ ἔντασις αὐξηθῇ, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ κῦμα προχωρεῖ ταχύτερον. Ἐὰν χρησιμοποιηθῇ ἓν βαρὺ σχοινίον, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ κῦμα προχωρεῖ ἀργότερα παρὰ ὅταν χρησιμοποιηθῇ ἐλαφρότερον σχοινίον. Ἡ ταχύτης τοῦ κύματος αὐτοῦ τοῦ τύπου καθορίζεται ὑπὸ δύο παραγόντων: τὴν ἔντασιν εἰς τὸ σχοινίον καὶ τὴν μᾶζαν κατὰ μονάδα μήκους τοῦ σχοινίου

$$v = \sqrt{\frac{F}{m/l}} \qquad (1)$$

ὅπου v ἡ ταχύτης τοῦ κύματος, F ἡ ἔντασις εἰς τὸ σχοινίον, καὶ m/l ἡ μᾶζα κατὰ μονάδα μήκους τοῦ σχοινίου. Εἰς τὸ σύστημα μονάδων cgs, τὸ F ἐκφράζεται εἰς δύνας, τὸ m/l εἰς γραμμάρια κατὰ ἑκατοστόμετρον καὶ συνεπῶς τὸ v θὰ εἶναι εἰς ἑκατοστόμετρα κατὰ δευτερόλεπτον. Εἰς τὰς συνήθεις Βρεττανικὰς μονάδας, τὸ m ἐκφράζεται εἰς slug (W/g), τὸ F εἰς λίμπρας, τὸ l εἰς πόδας καὶ τὸ v εἰς πόδας κατὰ δευτερόλεπτον. Εἰς τὸ σύστημα mks, τὸ m εἶναι εἰς χιλιόγραμμα, τὸ l εἰς μέτρα, τὸ F εἰς νιοῦτον καὶ τὸ v εἰς μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον.

Παράδειγμα: Σχοινίον μήκους 80 cm ἔχει μᾶζαν 0.288 gm. Ποία εἶναι ἡ ταχύτης ἑνὸς ἐγκαρσίου κύματος εἰς τὸ σχοινίον αὐτὸ ὅταν τοῦτο τεντωθῇ ὑπὸ βάρους 2.0 kg;

$$v = \sqrt{\frac{F}{m/l}}$$

$$\frac{m}{l} = \frac{0.288 \text{ gm}}{80 \text{ cm}} = 0.0036 \text{ gm/cm}$$

$$F = mg = 2000 \text{ gm} \times 980 \text{ cm/sec}^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2000 \text{ gm} \times 980 \text{ cm/sec}^2}{0.0036 \text{ gm/cm}}}$$

$$= 2.3 \times 10^4 \text{ cm/sec} = 230 \text{ m/sec}$$

Ἡ ταχύτης ἑνὸς συμπιεστικοῦ κύματος εἰς ἓν ἐλαστικὸν μέσον ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸ μέτρον (modulus) ἐλαστικότητος E τοῦ μέσου καὶ τὴν πυκνότητά του ρ. Ἡ ταχύτης δίδεται διὰ τοῦ τύπου

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad (2)$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Προκειμένου περὶ ἑνὸς ἐκτεταμένου μέσου (ὑγροῦ ἢ ἀερίου), τὸ E ἀντιπροσωπεύει τὸ μέτρον (modulus) τοῦ ὄγκου. Διὰ μίαν στερεὰν ράβδον, τὸ E ἀντιπροσωπεύει τὸ μέτρον (modulus) τοῦ Young. Εἰς τὸ μετρικὸν σύστημα, ἐὰν τὸ E ἐκφρασθῇ εἰς δύνας κατὰ τετραγωνικὸν ἑκατοστόμετρον καὶ τὸ ϱ εἰς γραμμάρια κατὰ κυβικὸν ἑκατοστόμετρον, ἡ Ἐξίσωσις (2) μᾶς δίδει τὴν ταχύτητα εἰς ἑκατοστόμετρα κατὰ δευτερόλεπτον. Εἰς τὸ Βρεττανικὸν σύστημα, τὸ E ἐκφράζεται εἰς λίμπρας κατὰ τετραγωνικὸν πόδα μᾶλλον παρὰ εἰς λίμπρας κατὰ τετραγωνικὴν ἴντσαν. Ἡ πυκνότης ϱ, (D/g), πρέπει νὰ ἐκφρασθῇ εἰς slug κατὰ κυβικὸν πόδα. Ἡ ταχύτης θὰ εἶναι τότε εἰς πόδας κατὰ δευτερόλεπτον. Εἰς τὸ σύστημα mks, τὸ E εἶναι εἰς νιοῦτον κατὰ τετραγωνικὸν μέτρον, τὸ ϱ εἰς χιλιόγραμμα κατὰ κυβικὸν μέτρον καὶ τὸ v εἰς μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον.

Παράδειγμα: Ὑπολογίσατε τὴν ταχύτητα ἑνὸς συμπιεστικοῦ κύματος εἰς μίαν σιδηρᾶν ράβδον τῆς ὁποίας τὸ εἰδικὸν βάρος εἶναι 7.7 καὶ τὸ modulus Young αὐτῆς 27.5×10^6 lb/in.^{2}

$$v = \sqrt{\frac{E}{\varrho}} = \sqrt{\frac{Eg}{D}}$$

$$E = (27.5 \times 10^6) \text{ lb/in}^2 = (27.5 \times 10^6 \times 144) \text{ lb/ft}^2$$

$$D = (7.7 \times 62.4) \text{ lb/ft}^3$$

$$v = \sqrt{\frac{(27.5 \times 10^6 \times 144) \text{ lb/ft}^2 \times 32 \text{ ft/sec}^2}{(7.7 \times 62.4) \text{ lb/ft}^3}} = 1.6 \times 10^4 \text{ ft/sec}$$

23-7. Φάσις, συχνότης, περίοδος καὶ μῆκος κύματος. Ὅλα τὰ σωματίδια τοῦ μέσου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου ὑφίσταται μία κυματικὴ κίνησις, ταλαντεύονται περὶ τὰς αὐτῶν ἀντιστοίχους θέσεις ἰσορροπίας των κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον, ἀλλὰ φθάνουν τὰς ἀντιστοίχους θέσεις εἰς τὰς τροχιάς των κατὰ διάφορους χρόνους. Αὐταὶ αἱ σχετικαὶ θέσεις ἀντιπροσωπεύουν τὴν *φάσιν* τῆς κινήσεως. Δύο σωματίδια εὑρίσκονται εἰς τὴν ἰδίαν φάσιν ἐὰν ἔχουν τὴν αὐτὴν μετατόπισιν καὶ κινοῦνται κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν. Εἰς τὴν Εἰκ. 1a, τὸ δεύτερον καὶ τὸ δέκατον τέταρτον σωματίδιον εὑρίσκονται εἰς τὴν ἰδίαν ἀπόστασιν ὑπεράνω τοῦ ἄξονος καὶ ἀμφότερα κινοῦνται πρὸς τὰ κάτω καὶ συνεπῶς εὑρίσκονται εἰς τὴν αὐτὴν φάσιν. Εἰς τὰ ἑπόμενα διαγράμματα, τὰ δύο αὐτὰ σωματίδια εὑρίσκονται πάντοτε εἰς τὴν ἰδίαν φάσιν. Καθ' ὅμοιον τρόπον τὸ τρίτον καὶ τὸ δέκατον πέμπτον, τὸ τέταρτον καὶ τὸ δέκατον ἕκτον κ.λ.π. Τὸ δωδέκατον σωματίδιον εὑρίσκεται εἰς τὴν ἰδίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ἄξονος ὅσον καὶ τὸ δεύτερον ἀλλὰ εὑρίσκεται μᾶλλον κάτω παρὰ ὑπεράνω τοῦ ἄξονος. Συνεπῶς τὰ δύο αὐτὰ σωματίδια δὲν εὑρίσκονται εἰς τὴν ἰδίαν φάσιν. Ἐὰν δύο κύματα κινοῦνται μέσῳ τοῦ αὐτοῦ μέσου, λέγομεν ὅτι εὑρίσκονται ἐν φάσει ἐὰν αἱ κινήσεις τῶν σωματιδίων αἱ ὀφειλόμεναι εἰς τὰ δύο κύματα εὑρίσκονται ἐν φάσει.

Ἐὰν παρατηρήσωμεν τὰ κύματα καθὼς διέρχονται ἀπὸ ἓν σημεῖον, θὰ ἴδωμεν ὅτι τοῦτο γίνεται κατὰ κανονικὰ χρονικὰ διαστήματα. Ὁ ἀριθμὸς τῶν κυμάτων τῶν διερχομένων ἀπὸ ἓν σημεῖον κατὰ μονάδα χρόνου εἶναι ἡ *συχνότης* f τῆς κυματικῆς κινήσεως. Ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ τὴν διέλευσιν ἑνὸς μόνου κύματος καλεῖται *περίοδος* T τῆς κυματικῆς κινήσεως. Ἡ συχνότης εἶναι συνεπῶς τὸ ἀντίστροφον τῆς περιόδου

$$f = \frac{1}{T} \qquad (3)$$

Ἡ φάσις τοῦ ταλαντευομένου σωματιδίου δύναται νὰ ἐκφρασθῇ εἰς ὅρους τῆς περιόδου τῆς κινήσεως τῆς ταλαντώσεως. Εἶναι τὸ κλάσμα τῆς περιόδου τοῦ χρόνου ὁ ὁποῖος ἔχει παρέλθη ἀπὸ τῆς διαβάσεως τοῦ σωματιδίου ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας του κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεώς του κατὰ τὴν θετικὴν διεύθυνσιν. Ἡ φάσις δύναται νὰ ἐκφρασθῇ εἰς χρόνον, ἤτοι, ὡς ἓν κλάσμα μιᾶς περιόδου ἢ εἰς μέτρον γωνίας ὅπου ἕνας πλήρης κύκλος ἀντιπροσωπεύει 360^0 ἢ 2π ἀκτίνια. Οὕτω εἰς τὴν Εἰκ. 1 τὸ ἕβδομον καὶ τὸ δέκατον ἕνατον σωματίδιον διέρχονται ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας καὶ κινοῦνται κατὰ τὴν θετικὴν διεύθυνσιν. Ἡ φάσις ἑνὸς ἑκάστου τῶν σωματιδίων αὐτῶν εἶναι μηδέν. Ἓν-δωδέκατον μιᾶς περιόδου ἔχει παρέλθει ἀφ' ὅτου τὸ ἕκτον σωμα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τίδιον εὑρίσκετο εἰς τὴν θέσιν ἰσορροπίας. Ἡ φάσις του προπορεύεται οὕτω κατὰ ἓν δωδέκατον τῆς περιόδου ἢ 30^0 ἢ $2\pi/12$ ἀκτίνια τῆς φάσεως τοῦ ἑβδόμου. Ὁμοίως τὸ τέταρτον σωματίδιον ἔχει μίαν φάσιν ἑνὸς τετάρτου τῆς περιόδου ἢ 90^0 ἢ $\pi/2$ ἀκτίνια. Τὸ ὄγδοον σωματίδιον καθυστερεῖ κατὰ ἓν - δωδέκατον τῆς περιόδου τῆς φάσεως τοῦ ἑβδόμου. Ἡ φάσις του θὰ ἦτο ἓν - δωδέκατον ἀρνητικὸν τῆς περιόδου ἢ -30^0 ἢ $-\pi/6$ ἀκτίνια.

Ἡ μετατόπισις τοῦ σωματιδίου δύναται νὰ ἐκφρασθῇ εἰς ὅρους τῆς γωνίας φάσεως. Ἐὰν τὸ y ἀντιπροσωπεύει τὴν μετατόπισιν δοθέντος σωματιδίου καὶ τὸ A τὸ μάξιμουμ μετατοπίσεως

$$y = A \text{ ημ } \theta \qquad (4)$$

Ἡ γωνία θ ἰσοῦται μὲ μηδὲν ὅταν ἡ φάσις εἶναι μηδὲν ὅπως ὁρίζεται ἀνωτέρω. Ἐφ' ὅσον ἡ θ μεταβάλλεται ἀπὸ 0 εἰς 2π κατὰ τὸν χρόνον μιᾶς περιόδου T, δυνάμεθα νὰ γράψωμεν

$$\theta = \frac{2\pi}{T}\, t$$

ἢ $\theta = 2\pi ft$. Τότε

$$y = A \text{ ημ } \frac{2\pi}{T}\, t = \text{A ημ } 2\pi ft \qquad (5)$$

ὅπου t εἶναι ὁ χρόνος εἰς δευτερόλεπτα μετὰ τὴν φάσιν μηδέν.

Τὸ *μῆκος κύματος* εἶναι ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν σωματιδίων εὑρισκομένων εἰς τὴν αὐτὴν φάσιν. Εἰς τὴν Εἰκ. 1, τὸ μῆκος κύματος, εἶναι ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τοῦ δευτέρου ἕως τοῦ δεκάτου τετάρτου σωματιδίου, ἀπὸ τοῦ τρίτου ἕως τοῦ δεκάτου πέμπτου, κ.λ.π. Θὰ παραστήσωμεν τὸ μῆκος κύματος διὰ τοῦ γράμματος λ.

Ὑφίσταται μία ἁπλῆ σχέσις μεταξὺ ταχύτητος, συχνότητος καὶ μήκους κύματος, ἡ ὁποία ἰσχύει διὰ κύματα ὅλων τῶν κατηγοριῶν. Ἡ σχέσις αὐτὴ ἐκφράζεται διὰ τῆς σημαντικῆς ἐξισώσεως

$$v = f\lambda \qquad (6)$$

Ἐὰν τὸ κῦμα διέλθῃ ἐξ ἑνὸς μέσου εἰς ἄλλο, ἡ ταχύτης μεταβάλλεται. Κατὰ τὴν ἐξέλιξιν αὐτὴν ἡ συχνότης παραμένει ἡ ἰδία, ἀλλὰ τὸ μῆκος κύματος θὰ μεταβληθῇ ἀναλόγως πρὸς τὴν ταχύτητα· ἐὰν τὸ v αὐξάνει, αὐξάνει ἐπίσης καὶ τὸ λ.

Παράδειγμα: Ἓν συμπιεστικὸν κῦμα συχνότητος 250 κατὰ δευτερόλεπτον δημιουργεῖται ἐντὸς σιδηρᾶς ῥάβδου καὶ διέρχεται ἀπὸ τῆς ῥάβδου εἰς τὸν ἀέρα. Ἡ ταχύτης τοῦ κύματος εἶναι 1.6×10^4 ft/sec εἰς τὸν σίδηρον καὶ 1.1×10^3 ft/sec εἰς τὸν ἀέρα. Νὰ εὑρεθῇ τὸ μῆκος κύματος εἰς ἕκαστον ὑλικόν.

Εἰς τὸν σίδηρον

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1.6 \times 10^4 \text{ ft/sec}}{250/\text{sec}} = 64 \text{ ft}$$

Εἰς τὸν ἀέρα

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1.1 \times 10^3 \text{ ft/sec}}{250/\text{sec}} = 4.4 \text{ ft}$$

23-8. Εὖρος—Μεταβίβασις ἐνεργείας. Τὸ εὖρος ἑνὸς κύματος εἶναι τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ εὖρος τῆς ταλαντώσεως τῶν σωματιδίων τοῦ μέσου. Τὸ *εὖρος* εἶναι τὸ μάξιμουμ τῆς μετατοπίσεως τοῦ σωματιδίου ἀπὸ τῆς θέσεως ἰσορροπίας του. Εἰς τὴν μελέτην τῆς κυματικῆς κινήσεως, ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ εὖρους ἐνέχει σημασίαν λόγῳ τῆς σχέσεώς του πρὸς τὴν μεταβίβασιν τῆς ἐνεργείας.

Εἰς ὅλα τὰ κύματα, ἡ ἐνέργεια μεταδίδεται μέσῳ τοῦ μέσου κατὰ τὴν διεύθυνσιν τὴν ὁποίαν ἀκολουθεῖ τὸ κῦμα. Ἕκαστον σωματίδιον τοῦ μέσου ἔχει ἐνέργειαν ταλαντώσεως καὶ μεταβιβάζει ἐνέργειαν πρὸς τὰ ἑπόμενα σωματίδια.

Εἰς τὴν ἁπλῆν ἁρμονικὴν κίνησιν, ὅπου δὲν ὑφίσταται ἀπόσβεσις (damping), ἀλλ' εἶναι *ἀμείωτος*, ἡ ἐνέργεια τοῦ ταλαντευομένου σωματιδίου μεταβάλλεται ἀπὸ κινητικὴ εἰς δυναμικὴν καὶ τανάπαλιν, ἐνῷ ἡ ὁλικὴ ἐνέργεια παραμένει σταθερά. Δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν αὐτὴν τὴν σταθερὰν ἐνέργειαν εὑρίσκοντες τὸ μάξιμουμ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας

$$W = \frac{1}{2}\, m\,(v_{max})^2 = \frac{1}{2}\, m \left(\frac{2\pi A}{T}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}\, m\,(2\pi f A)^2 = 2\pi^2 m f^2 \text{A}^2 \qquad (7)$$

ὅπου A εἶναι τὸ εὖρος τῆς ταλαντώσεως,

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

T ἡ περίοδος, f ἡ συχνότης καὶ m ἡ μᾶζα τοῦ ταλαντευομένου σωματιδίου.

Καθὼς ἐν κῦμα περνᾶ μέσῳ τοῦ μέσου, ἡ ἐνέργεια κατὰ μονάδα ὄγκου εἰς τὸ μέσον εἶναι ἡ ἐνέργεια κατὰ σωματίδιον ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν n τῶν σωματιδίων κατὰ μονάδα ὄγκου

$$\frac{W}{V} = n2\pi^2 mf^2A^2 \qquad (8)$$

Ἀλλὰ nm εἶναι ἡ πυκνότης ϱ τοῦ μέσου. Συνεπῶς

$$\frac{W}{V} = 2\pi^2\varrho f^2A^2 \qquad (9)$$

Ἡ μεταβίβασις ἐνεργείας κατὰ μονάδα χρόνου κατὰ μονάδα ἐπιφανείας καθέτου πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως τοῦ κύματος καλεῖται ἔντασις I τοῦ κύματος. Ἡ ἐνέργεια ἡ ὁποία μεταδίδεται μέσῳ μιᾶς τοιαύτης ἐπιφανείας κατὰ μονάδα χρόνου εἶναι ἐκείνη ἡ ὁποία παριέχεται εἰς ἕναν κύλινδρον μὲ σταυροειδῆ τομὴν ἴσην πρὸς τὴν μονάδα καὶ μῆκος ἀριθμητικῶς ἴσον πρὸς τὴν ταχύτητα v τοῦ κύματος. Ἀπὸ τὴν Ἐξίσωσιν (9)

$$I = 2\pi^2 v\varrho f^2A^2 \qquad (10)$$

Βλέπομεν ὅτι ἡ ἔντασις εἶναι κατ' εὐθεῖαν ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τοῦ εὔρους καὶ πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς συχνότητος.

Παράδειγμα: Ἡ ταχύτης ἑνὸς τυχόντος συμπιεστικοῦ κύματος εἰς τὸν ἀέρα εἰς κανονικὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν εἶναι 330 m/sec. Ἕν σημεῖον-πηγὴ συχνότητος 600 κατὰ sec ἐκπέμπει ἐνέργειαν ὁμοιομόρφως πρὸς ὅλας τὰς κατευθύνσεις μὲ ρυθμὸν 5.00 watt. Ποία εἶναι ἡ ἔντασις τοῦ κύματος εἰς μίαν ἀπόστασιν 20.0 m ἀπὸ τῆς πηγῆς; Ποῖον τὸ εὖρος τοῦ κύματος ἐκεῖ;

Εἰς μίαν ὁμόκεντρον σφαιρικὴν ἐπιφάνειαν ἡ ἐνέργεια ἀπὸ ἑνὸς σημείου-πηγῆς ἐξαπλοῦται ἐπὶ μιᾶς ἐκτάσεως $4\pi r^2$.

$$I = \frac{W}{tA} = \frac{P}{A} = \frac{5.00 \text{ watt}}{\pi \times (20.0 \text{ m})^2} = 3.98 \times 10^{-3} \text{ watt/m}^2$$

Ἐκ τοῦ Πίνακος 1, Κεφ. 17, δι' ἀέρα $\varrho = 1.29$ gm/λίτρα $= 1.29$ kg/m^3. Ἐκ τῆς Ἐξ (10)

$$A^2 = \frac{I}{2\pi^2 v\varrho f^2}$$

$$= \frac{3.98 \times 10^{-3} \text{ watt/m}^2}{2\pi^2(330 \text{ m/sec})(1.29 \text{ kg/m}^3)(300/\text{sec})^2}$$

$$= 1.32 \times 10^{-12} \text{ m}^2$$

$$A = 1.15 \times 10^{-6} \text{ m} = 1.15 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

Ὅταν ἕνα κῦμα προχωρεῖ ἔξω κατὰ ἓν ὁμοιόμορφον μέσον ἐξ ἑνὸς σημείου-πηγῆς, ἡ ἐνέργεια εἰς κάποιαν στιγμὴν διέρχεται διὰ τῆς ἐπιφανείας μιᾶς σφαίρας. Εἰς μίαν ἄλλην στιγμὴν ἀργότερα ἡ ἰδία ἐνέργεια διέρχεται διὰ μιᾶς μεγαλυτέρας σφαιρικῆς ἐπιφανείας. Ἡ ποσότης ἐνεργείας κατὰ μονάδα ἐπιφανείας ἀνὰ δευτερόλεπτον, ἡ ἔντασις, εἶναι μικροτέρα εἰς τὴν δευτέραν ἐπιφάνειαν παρὰ εἰς τὴν πρώτην. Ἐφ' ὅσον ἡ ὁλικὴ ἐνέργεια κατὰ μονάδα χρόνου εἶναι ἡ ἰδία καὶ εἰς τὰς δύο ἐπιφανείας, ἡ ἔντασις εἶναι ἀντίστροφως ἀνάλογος πρὸς τὸ ἐμβαδὸν $4\pi r^2$ τῆς ἐπιφανείας.

$$I = \frac{k_1}{4\pi r^2} = \frac{k_2}{r^2} \qquad (11)$$

Ἡ Ἐξίσωσις (11) ἐκφράζει τὸ γεγονὸς ὅτι ἡ ἔντασις ἑνὸς κύματος ἐκ μιᾶς μικρᾶς πηγῆς μεταβάλλεται ἀντιστρόφως πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως ἐκ τῆς πηγῆς ὅταν τὸ κῦμα παρεκκλίνει ὁμοιομόρφως πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις.

Ἐὰν εἰς τὴν θέσιν ἑνὸς σημείου-πηγῆς ἔχομεν μίαν γραμμὴν ὡς πηγήν, ἡ ἐνέργεια ἐξαπλοῦται ἐπὶ μιᾶς κυλινδρικῆς ἐπιφανείας. Καὶ πάλιν ἡ ἐνέργεια ἐξαπλοῦται ἐπὶ διαδοχικῶς μεγαλυτέρων ἐπιφανειῶν καὶ ἡ ἔντασις εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὸ ἐμβαδὸν $2\pi rl$ τῆς κυλινδρικῆς ἐπιφανείας

$$I = \frac{k_3}{2\pi rl} = \frac{k_4}{r} \qquad (12)$$

Διὰ τὴν κυλινδρικὴν ἀπόκλισιν, ἡ ἔντασις εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν πρώτην δύναμιν τῆς ἀποστάσεως.

Ἐὰν μία ἐπίπεδος πηγὴ εἶναι μεγάλη, δηλ. μεγάλη ἐν συγκρίσει πρὸς τὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς πηγῆς, ἡ ἐπιφάνεια ἐπὶ τῆς ὁποίας ἐξαπλοῦται ἡ ἐνέργεια εἶναι ἐν ἐπίπεδον καὶ τὰ ἐμβαδὰ τῶν διαδο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

χικῶν ἐπιπέδων εἶναι τὰ ἴδια. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ ἔντασις εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν ἀπόστασιν.

Καθὼς ἓν κῦμα περνάει μέσῳ ἑνὸς οἱουδήποτε ὑλικοῦ μέσου, ἐνέργεια ἀπορροφᾶται ἀπὸ τὸ μέσον. Οὕτω ἡ ἐνέργεια διερχομένη ἐξ ἑκάστης ἐπιφανείας καὶ ὡς ἐκ τούτου καὶ ἡ ἔντασις, μειοῦνται ταχύτερον ἀπ' ὅτι ἀναμένεται ἀπὸ μόνην τὴν μεταβολὴν τοῦ ἐμβαδοῦ. Ἡ μείωσις τῆς ἐντάσεως ἡ ὀφειλομένη εἰς ἀπορρόφησιν ὀνομάζεται *ἀπόσβεσις* (damping) καὶ τὸ κῦμα τοῦ ὁποίου ἡ ἔντασις μειοῦται ἐκ τῆς αἰτίας αὐτῆς ὀνομάζεται *ἀποσβενόμενον κῦμα*.

23-9. Μερικὰ χαρακτηριστικὰ τῆς κυματικῆς κινήσεως. Ὁσάκις ἓν κῦμα ἐκκινεῖ ἐκ μιᾶς πηγῆς κατὰ ἓν ὁμοιόμορφον μέσον, τοῦτο *διαδίδεται κατ' εὐθείας γραμμάς*. Ὅταν κρίνωμεν τὴν θέσιν ἑνὸς ἀντικειμένου διὰ τῆς ὁράσεως ἢ τοῦ ἤχου, πάντοτε προϋποθέτομεν αὐτὸ τὸ χαρακτηριστικὸν τῶν κυμάτων τοῦ φωτὸς ἢ τοῦ ἤχου. Εἰς τὰ σύνορα ἑνὸς μοναδικοῦ μέσου τὸ κῦμα δύναται νὰ *ἀνακλᾶται*. Τὰ ὑδατηρὰ κύματα ἀνακλῶνται εἰς τὰς ὄχθας τῆς δεξαμενῆς· τὰ ἠχητικὰ κύματα ἀνακλῶνται εἰς τοίχους ἢ ἄλλας μεγάλας ἐπιφανείας· τὰ κύματα φωτὸς ἀνακλῶνται διὰ καθρεπτῶν.

Ἂν τὸ κῦμα περάσῃ ἀπὸ ἓν μέσον εἰς ἄλλο ὅπου ὑφίσταται διαφορετικὴ ταχύτης, ἡ διεύθυνσις τῆς διαδρομῆς ἀλλάσσει. Τὸ φαινόμενον αὐτὸ καλεῖται *διάθλασις*. Ἡ διάθλασις ἐπίσης ἀπαντᾶται καὶ ἐντὸς ἑνὸς μὴ ὁμοιομόρφου μέσου. Ἡ κάμψις τοῦ φωτὸς καθὼς διέρχεται ἀπὸ τοῦ ἀέρος εἰς τὴν ὕαλον ἑνὸς φακοῦ καὶ ἐπανεξέρχεται εἰς τὸν ἀέρα πάλι, εἶναι ἓν παράδειγμα διαθλάσεως.

Ὅταν δύο κύματα διαδίδωνται συγχρόνως μέσῳ ἑνὸς μόνου μέσου, ἕκαστον κῦμα προχωρεῖ ὡς ἐὰν τὸ ἄλλο νὰ μὴν ὑφίστατο. Ὑπ' αὐτὴν τὴν ἔννοιαν τὰ κύματα δὲν ἀλληλοσυγκρούονται. Ἐν τούτοις, εἰς ἕκαστον σημεῖον εἰς τὸ μέσον, ἡ προκαλουμένη διαταραχὴ εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν κατ' ἰδίαν διαταραχῶν. Εἰς σημεῖα ὅπου τὰ δύο κύματα φθάνουν ἐν φάσει μεταξὺ των, ἡ διαταραχὴ εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν δύο καὶ ὑφίσταται ἕνα μάξιμουμ. Εἰς τὰ σημεῖα ἐκεῖνα ὅπου τὰ δύο κύματα φθάνουν ἐκτὸς φάσεως κατὰ 180^0, ἡ διαταραχὴ εἶναι ἡ διαφορὰ τῶν δύο καὶ εἰς τὰ σημεῖα αὐτὰ ὑπάρχει μίνιμουμ διαταραχῆς. Τὸ φαινόμενον αὐτὸ εἶναι γνωστὸν ὡς *συμβολή*. Ἐκεῖ ὅπου τὰ κύματα φθάνουν ἐν φάσει ἡ συμβολὴ εἶναι *ἐποικοδομητική*· ἐκεῖ ὅπου φθάνουν 180^0 ἐκτὸς φάσεως, ἡ συμβολὴ εἶναι *καταστροφική*.

Ἡ κάμψις ἑνὸς κύματος γύρω ἑνὸς ἐμποδίου καλεῖται *περίθλασις*. Περίθλασις παρατηρεῖται καθὼς κύματα ὑδατηρὰ κάμπτονται γύρω μιᾶς ράβδου τοποθετημένης ἐντὸς τοῦ ὕδατος ἢ καθὼς ὁ ἦχος διέρχεται ἀπὸ ἑνὸς δωματίου διὰ μέσου τῆς θύρας καὶ ἐξαπλοῦται ἐντὸς ἑνὸς δευτέρου δωματίου.

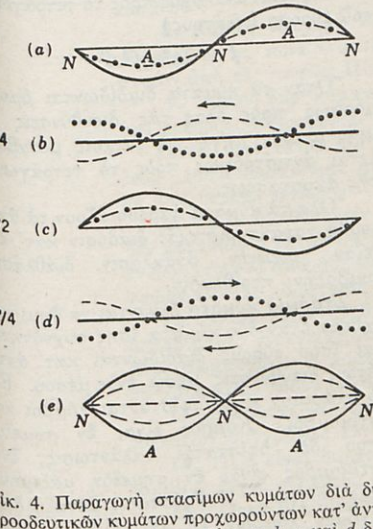
Ἡ κατ' εὐθεῖαν γραμμὴν διάδοσις, ἡ ἀνάκλασις, ἡ διάθλασις, ἡ συμβολὴ καὶ ἡ περίθλασις εἶναι κοινὰ χαρακτηριστικὰ ὅλων τῶν κυμάτων. Ἡ παρουσία ἢ ἀπουσία των χρησιμεύουν ὡς ἕνας ἔλεγχος διὰ τὴν διαπίστωσιν τοῦ κατὰ πόσον ἕνα φαινόμενον ἔχει κυματικὴν φύσιν.

23-10. Στάσιμα κύματα. Ὅταν δύο συρμοὶ κυμάτων τῆς ἰδίας συχνότητος καὶ εὔρους καὶ ἔχοντα κανονικὰς φασικὰς σχέσεις, διαδίδωνται πρὸς ἀντιθέτους κατευθύνσεις μέσῳ ἑνὸς μέσου, δημιουργοῦνται *στάσιμα κύματα* ἢ *ἀκίνητα*. Στάσιμα κύματα δύνανται νὰ δημιουργηθοῦν ὑπὸ κυμάτων ἀπὸ δύο χωριστὰς πηγὰς διαδιδόμενα κατὰ τὸ ἴδιον μέσον. Εἶναι συνηθέστερον, ἐν τούτοις, ὅταν ἀνακλῶνται κύματα ἐκ μιᾶς μόνον πηγῆς. Π.χ. δύναταί τις νὰ προσδέσῃ τὸ ἓν ἄκρον ἑνὸς νήματος εἰς ἓν ἄγκιστρον ἐπὶ ἑνὸς τοίχου καὶ νὰ δημιουργήσῃ κύματα ἐντὸς τοῦ νήματος κινῶντας τὸ ἐλεύθερον ἄκρον. Τὰ κύματα τὰ διαδιδόμενα πρὸς τὸν τοῖχον ἀνακλῶνται εἰς τὸ προσηρμοσμένον σταθερὸν ἄκρον καὶ ἀπομακρύνονται ἐκ τοῦ τοίχου. Ἐὰν τὸ νῆμα ἔχει τὸ κατάλληλον μῆκος, αἱ δύο σειραὶ τῶν διαδιδομένων κυμάτων παράγουν στάσιμα κύματα.

Ἡ παραγωγὴ στασίμων κυμάτων κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον παρίσταται εἰς τὴν Εἰκ. 4.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Εἰς τὸ διάγραμμα αὐτό, κύματα διαδιδόμενα πρὸς τὰ δεξιὰ παρίστανται διὰ κοκκιδωτῶν καμπυλῶν καὶ τὰ διαδιδόμενα πρὸς τὰ ἀριστερὰ διὰ διακεκομμένων καμπυλῶν. Τὸ κῦμα - συνισταμένη παρίσταται διὰ τῆς παχείας γραμμῆς. Εἰς τὸ *a* τὰ δύο κύματα συμπίπτουν καὶ ἡ συνισταμένη μετατοπίσεως τοῦ καλωδίου εἰς ἕκαστον σημεῖον εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν δύο μετατοπίσεων τῶν ὀφειλομένων εἰς ἑκα-



Εἰκ. 4. Παραγωγὴ στασίμων κυμάτων διὰ δύο προοδευτικῶν κυμάτων προχωρούντων κατ' ἀντίθετον διεύθυνσιν· αἱ καμπύλαι *a*, *b*, *c* καὶ *d* δεικνύουν τὴν μετατόπισιν πρὸς τὰ δύο κύματα καὶ τὴν συνισταμένην μετατοπίσεως εἰς κλάσματα μιᾶς περιόδου 0, $T/4$, $T/2$, καὶ $3T/4$· ἡ καμπύλη *e* δεικνύει τὴν θέσιν τῶν κόμβων *N* καὶ τὸν ἀντικομβον *A* εἰς τὸ στάσιμο κῦμα.

στον τῶν κυμάτων. Ἡ συνισταμένη καμπύλη μετατοπίσεως εἶναι ὁμοία πρὸς ἑκάστην τῶν καμπυλῶν, ἀλλὰ διπλοῦ εὔρους. Ἓν τέταρτον περιόδου ἀργότερον (*b*), ἕκαστον κῦμα ἔχει προχωρήσει ἓν τέταρτον μήκους κύματος. Αἱ μετατοπίσεις εἰς ἕκαστον σημεῖον εἶναι ἴσαι εἰς μέγεθος ἀλλὰ ἀντιθέτου διευθύνσεως καὶ ἡ συνισταμένη μετατοπίσεως εἶναι παντοῦ μηδέν. Εἰς τὰς Εἰκ 4*c* καὶ *d* βλέπομεν τὰς εἰδικὰς καὶ συνισταμένας μετατοπίσεις τοῦ καλωδίου κατὰ τὴν ἡμίσειαν καὶ τὰ τρία τέταρτα μιᾶς περιόδου. Αἱ συνιστάμεναι μετατοπίσεις διὰ μίαν ὁλόκληρον περίοδον φαίνονται εἰς τὴν Εἰκ. 4*e*. Διακρίνεται ὅτι εἰς ὡρισμένα σημεῖα, σημειούμενα μὲ *N*, δὲν ὑφίσταται καμμία μετατόπισις τοῦ καλωδίου εἰς οἱονδήποτε χρόνον. Τὰ σημεῖα αὐτὰ τὰ ἄνευ ταλαντώσεως καλοῦνται *κόμβοι*. Εἰς ἄλλα σημεῖα, σημειούμενα μὲ *A* ἡ μετατόπισις ποικίλει ἀπὸ τὸ μηδὲν ἕως τὸ μάξιμουμ. Τὰ σημεῖα αὐτὰ ὅπου παρατηρεῖται τὸ μάξιμουμ τῆς ταλαντώσεως καλοῦνται *ἀντίκομβοι* ἢ βρόχοι (θηλειαί). Εἰς τοὺς κόμβους τὰ ἀρχικὰ καὶ τὰ ἀνακλώμενα κύματα πάντοτε ἀλληλοακυρώνουν τὰς ἐπιδράσεις των, ἐνῶ εἰς τοὺς βρόχους τὰ δύο κύματα προστίθενται καὶ παράγουν τὸ μάξιμουμ τῆς διαταραχῆς. Κόμβοι καὶ ἀντίκομβοι ὑφίστανται μόνο εἰς *στάσιμα* κύματα. Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ κόμβου καὶ παρακειμένου ἀντικόμβου εἶναι ἓν τέταρτον μήκους κύματος. Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν κόμβων ἢ μεταξὺ δύο διαδοχικῶν ἀντικόμβων εἶναι τὸ ἥμισυ τοῦ μήκους κύματος. Τὰ περισσότερα ταλαντευόμενα σώματα ταλαντεύονται ὁμαλῶς κατὰ ἕναν τοιοῦτον τρόπον ὥστε νὰ δημιουργοῦνται στάσιμα κύματα ἐντὸς τοῦ σώματος. Εἰς τὰ μουσικὰ ὄργανα, αἱ χορδαὶ ἢ ἡ στήλη ἀέρος ἢ ἄλλα ταλαντευόμενα μέρη ἔχουν σειρὰς στασίμων κυμάτων μὲ τοὺς κόμβους των καὶ τοὺς ἀντικόμβους των.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Τὸ *κῦμα* εἶναι μιὰ διαταραχὴ ἥτις διαδίδεται διὰ μέσου ἑνὸς μέσου.

Ἡ ἐνέργεια μεταβιβάζεται διὰ κυμάτων.

Εἰς τὰ *ἐγκάρσια κύματα*, τὰ σωματίδια τοῦ μέσου ταλαντεύονται κατὰ τροχιὰς καθέτους πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως τοῦ κύματος. Εἰς τὰ *διαμήκη κύματα*, αἱ τροχιαὶ κατὰ τὰς ὁποίας ταλαντεύονται τὰ σωματίδια εἶναι παράλληλοι πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως τοῦ κύματος.

Ταχύτης ἑνὸς κύματος εἶναι ἡ διανυομένη ἀπόστασις κατὰ μονάδα χρόνου.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ ταχύτης ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ εἶδος τοῦ κύματος καὶ τὰς ἰδιότητας τοῦ μέσου. Διὰ τὸ ἐγκάρσιον κῦμα ἐπὶ ἑνὸς σχοινίου

$$v = \sqrt{\frac{F}{m/l}}$$

Διὰ τὸ διάμηκες ἢ συμπιεστικὸν κῦμα

$$v = \sqrt{\frac{E}{\varrho}}$$

Συχνότης εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν κυμάτων μὲ τὰ ὁποῖα διέρχεται ἓν σημεῖον κατὰ δευτερόλεπτον.

Περίοδος εἶναι ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ νὰ διέλθῃ ἓν κῦμα ἀπὸ ἑνὸς δοθέντος σημείου.

$$f = \frac{1}{T}$$

Μῆκος κύματος λ εἶναι ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο παρακειμένων σωματιδίων ἐν τῇ ἰδίᾳ φάσει.

Δύο σωματίδια εὑρίσκονται ἐν τῇ αὐτῇ *φάσει* ἢ *ἐν φάσει* ἐὰν ἔχουν τὴν ἰδίαν μετατόπισιν ἀπὸ τῆς θέσεως ἰσορροπίας καὶ κινοῦνται πρὸς τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν.

Ἡ μετατόπισις εἰς ἓν χρόνον t δίδεται διὰ

$$y = A \text{ ημ } \frac{2\pi}{T} t = A \text{ ημ } 2\pi f t$$

Ἡ ταχύτης v, ἡ συχνότης f καὶ τὸ μῆκος κύματος λ συνδέονται διὰ τῆς σχέσεως

$$v = f\lambda$$

Τὸ *εὖρος* εἶναι ἡ maximum μετατόπισις ἑνὸς σωματιδίου κατὰ τὴν κυματικὴν κίνησιν.

Ἡ *ἔντασις* ἑνὸς κύματος εἶναι ἡ μεταβίβασις ἐνεργείας κατὰ μονάδα χρόνου κατὰ μονάδα ἐπιφανείας καθέτου πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως τοῦ κύματος. Ἡ ἔντασις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τοῦ εὔρους (πλάτους)

$$I = 2\pi^2 v \varrho f^2 A^2$$

Ὅταν τὰ κύματα διαδίδωνται ὁμοιομόρφως πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις ἐκ μιᾶς μικρᾶς πηγῆς, ἡ ἔντασις μεταβάλλεται ἀντιστρόφως πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως.

Ὅλα τὰ κύματα παρουσιάζουν τὰ ἀκόλουθα χαρακτηριστικά: διάδοσιν κατ' εὐθεῖαν γραμμήν, ἀνάκλασιν, διάθλασιν, συμβολήν, περίθλασιν.

Στάσιμα κύματα δύνανται νὰ δημιουργηθοῦν ὅταν δύο κύματα ἴσης συχνότητος καὶ ἴσου εὔρους διαδίδωνται κατ' ἀντιθέτους διευθύνσεις μέσῳ ἑνὸς μέσου. Εἰς τὸ στάσιμον κῦμα ὑφίστανται κόμβοι καὶ ἀντίκομβοι. *Κόμβος* εἶναι ἓν σημεῖον ὅπου δὲν ὑφίσταται ταλάντωσις, ἐνῶ *ἀντίκομβος* εἶναι ἓν σημεῖον μάξιμουμ ταλαντώσεως. Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ διαδοχικῶν κόμβων (ἢ ἀντικόμβων) εἶναι τὸ ἥμισυ μήκους κύματος.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Περιγράψατε ἐν ἁπλοῦν παράδειγμα τὸ ὁποῖον νὰ ἐξηγῇ τὰ διαμήκη κύματα καὶ τὰ ἐγκάρσια κύματα. Ἀπὸ τί ἀποτελεῖται ἕκαστον κῦμα;

2. Ὁ ἄνεμος καθὼς πνέει ὑπεράνω ἀγροῦ μὲ σίτον δημιουργεῖ μίαν σειρὰν κυμάτων. Περιγράψατε τὴν κίνησιν τῶν κυμάτων καθὼς καὶ τῶν κορυφῶν τῶν φυτῶν.

3. Σχεδιάσατε διάγραμμα τὸ ὁποῖον νὰ παριστᾷ κάποιαν μορφὴν κυματικῆς κινήσεως καὶ δείξατε πέντε χαρακτηριστικὰ ἑνὸς κύματος. Ὁρίσατε ἕκαστον.

4. Δύναται νὰ δημιουργηθῇ κυματικὴ κίνησις τοιαύτη ὥστε τὰ μέρη τοῦ μέσου νὰ ταλαντεύωνται διὰ γωνιώδους ἁπλῆς ἁρμονικῆς κινήσεως; Ἐὰν ναί, περιγράψατε ἓν τοιοῦτον κῦμα.

5. Ὅταν ἐξητάσθησαν τὰ ἐγκάρσια καὶ τὰ διαμήκη κύματα, ὑπεθέσαμεν ὅτι τὰ σωματίδια ταλαντεύονται κατ' ἁπλᾶς ἁρμονικὰς κινή-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σεις. Θὰ ἠδύνατο νὰ ὑπάρξῃ ἑκάτερος τῦπος κύματος ἐὰν ἡ κίνησις τῆς ταλαντώσεως δὲν ἦτο ἁπλῶς ἁρμονική;

6. Ἐὰν μία καὶ ἡ αὐτὴ διαταραχὴ ἐκπέμπει ἐγκάρσια καὶ διαμήκη κύματα συγχρόνως διαδιδόμενα μὲ γνωστὰς ταχύτητας ἐντὸς τοῦ μέσου, πῶς θὰ ἠδύνατο νὰ καθωρισθῇ ἡ ἀπόστασις ἕως τὸ σημεῖον τῆς διαταραχῆς;

7. Σχεδιάσατε διάγραμμα τὸ ὁποῖον νὰ δεικνύῃ δύο ἐγκάρσια κύματα α) ἔχοντα τὸ αὐτὸ μῆκος κύματος ἀλλὰ εὖρος κατ' ἀναλογίαν 2/1, β) ἔχοντα τὸ αὐτὸ εὖρος ἀλλὰ μήκη κύματος κατ' ἀναλογίαν 1/2 καὶ γ) ἔχοντα τὸ αὐτὸ εὖρος καὶ τὸ αὐτὸ μῆκος κύματος ἀλλὰ διαφορὰν φάσεως κατὰ 90^0.

8. Καθὼς ὑδατηρὰ κύματα ἐξαπλοῦνται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας μιᾶς μικρᾶς λίμνης, ποία ἡ μεταβολὴ τῆς ἐντάσεως ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς πηγῆς; Ποία ἡ μεταβολὴ εἰς τὸ εὖρος;

9. Ὅταν δύο κύματα συμβάλλουν, τὸ ἓν ἀλλάσσει τὴν πρόοδον τοῦ ἑτέρου; Ἐξηγήσατε.

10. Τί ὑφίσταται μία κυματικὴ κίνησις ὅταν φθάσῃ εἰς τὰ σύνορα ἑνὸς μέσου; Διακρίνατε μεταξὺ τῶν ἐπιδράσεων εἰς ἓν «ἐλεύθερον» καὶ ἓν «σταθερὸν» σύνορον.

11. Ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι ὁ στερεὸς τοῖχος μεταξὺ δύο δωματίων δὲν μεταδίδει ἠχητικὸν κῦμα, εἶναι δυνατὸν ὁ ἦχος ὁ παραγόμενος εἰς τὸ ἓν δωμάτιον νὰ ἀκουσθῇ εἰς τὸ ἕτερον; Ἐὰν ναί, ποῖαι ἐξελίξεις λαμβάνουν χώραν εἰς τὰς κυματικὰς κινήσεις;

12. Ὅταν παρατηρηθῇ ἓν νέον φαινόμενον εἰς τὸ ὁποῖον συντελεῖται μεταβίβασις ἐνεργείας, προβάλει τὸ ἐρώτημα, κατὰ πόσον πρόκειται περὶ σωματιδίου ἢ κυματικοῦ φαινομένου. Ποῖα πειράματα δύνανται νὰ χρησιμοποιηθοῦν ὡς δοκιμή;

13. Δύνανται νὰ ὑπάρχουν περισσότεραι τῆς μιᾶς σειραὶ στασίμων κυμάτων συγχρόνως ἐντὸς ἑνὸς μόνου μέσου;

14. Πῶς εἶναι δυνατὸν νὰ ἐντοπισθοῦν αἱ θέσεις κόμβων καὶ ἀντικόμβων ἐντὸς σώματος εὑρισκομένου ἐν ταλαντώσει;

15. Ὅταν μία ὁμοιόμορφος μεταλλικὴ πλάξ κρατεῖται ἀπὸ τὸ μέσον της καὶ ἡ ἀκμή της εἶναι ἠλειμμένη μὲ μίαν ρητινώδη οὐσίαν, ταλαντεύεται. Πῶς εἶναι δυνατόν, χρησιμοποιοῦντες ἄμμο ἐπὶ μιᾶς τοιαύτης πλακός, νὰ εὕρωμεν τὰς θέσεις τῶν κόμβων;

16. Πῶς θὰ ἠδύνατο νὰ χρησιμοποιηθῇ λεπτὴ κόνις ἐπὶ τοῦ σώματος ἑνὸς βιολίου διὰ νὰ διαπιστώσωμεν τὸν τρόπον ταλαντώσεως τοῦ βιολιοῦ;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Σχοινίον ἔχει μῆκος 6.00 m καὶ ζυγίζει 2.00 νιοῦτον. Κρέμεται κατακορύφως καὶ σηκώνει ἓν βάρος 8.00 kg. Ὑπολογίσατε τὴν ταχύτητα ἑνὸς ἐγκαρσίου κύματος εἰς τὸ σχοινίον.

2. Χορδὴ πιάνου ἔχει μῆκος 2.5 ft καὶ ζυγίζει 6.0 oz. Ἐὰν αὕτη ἐκτεθῇ ὑπὸ δυνάμεως 1000 lb, ποία θὰ εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ δημιουργουμένου κύματος ὅταν τὸ σφυρίον πλήξῃ τὴν χορδήν; Ἀπ. 460 ft/sec

3. Ὀρειχάλκινον καλώδιον (εἰδικὸν βάρος 8.50) διαμέτρου 0.800 mm ἐκτείνεται ὑπὸ δυνάμεως 120 νιοῦτον. Ποία εἶναι ἡ ταχύτης ἑνὸς ἐγκαρσίου κύματος εἰς τὸ καλώδιον;

4. Ἀπὸ τὰ δεδομένα τῶν Πινάκων 1 τῶν Κεφ. 13 καὶ 15 ὑπολογίσατε τὴν ταχύτητα ἑνὸς συμπιεστικοῦ κύματος εἰς μίαν ράβδον ἐκ κατειργασμένου σιδήρου. Ἀπ. 1.61×10^1 ft/sec

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

James Franck

Gustav Hertz

Franck: 1882–. *Ἐγεννήθη εἰς Ἀμβοῦργον. Διευθυντὴς τοῦ Φυσικοῦ Ἰνστιτούτου τοῦ Πανεπιστημίου τῆς Γοττίγγης. Καθηγητὴς τῆς Φυσικῆς Χημείας εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τοῦ Σικάγου. Τὸ Βραβεῖο Νόμπελ τῆς Φυσικῆς διὰ τὸ 1925 ἀπενεμήθη εἰς τοὺς Franck καὶ Hertz διὰ τὴν ὑπ' αὐτῶν ἀνακάλυψιν τῶν νόμων τῶν διεπόντων τὴν σύγκρουσιν ἑνὸς ἠλεκτρονίου καὶ ἑνὸς ἀτόμου.*

Hertz: 1887–. *Ἐγεννήθη εἰς Ἀμβοῦργον. Διευθυντὴς τοῦ Φυσικοῦ Ἰνστιτούτου τοῦ Πανεπιστημίου τῆς Χάλλης.*

24. ΗΧΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

Μαθαίνουμε πολλὰ περὶ τοῦ κόσμου ὁ ὁποῖος μᾶς περιβάλλει διὰ τοῦ ἤχου. Μικροσκοπικαὶ ποσότητες ἐνεργείας μεταφερόμεναι διὰ τῶν ἠχητικῶν κυμάτων τονώνουν τὴν αἰσθησίαν. Τρία στάδια εἶναι ἀπαραίτητα διὰ τὴν παραγωγὴν τῆς αἰσθήσεως τοῦ ἤχου. Ἡ ὅλη διαδικασία πρέπει νὰ ἀρχίσῃ ἀπὸ μίαν ἠχογόνον πηγήν ἡ ὁποία διὰ τῶν κραδασμῶν της παρέχει ἐνέργειαν πρὸς τὸ μέσον ποὺ τὴν περιβάλλει. Τὸ μέσον μεταδίδει τὴν ἐνέργειαν αὐτὴν ἐκ τῆς πηγῆς εἰς τὸν δέκτην μέσῳ ἑνὸς ἠχητικοῦ κύματος. Ὅταν τὸ κῦμα φθάσῃ εἰς ἕναν δέκτην, ἐνέργεια μεταβιβάζεται εἰς τὸν δέκτην. Ἐὰν ὁ δέκτης εἶναι τὸ οὖς (αὐτί), παράγεται μία αἴσθησις ἤχου.

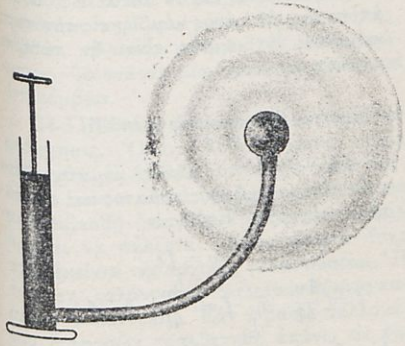
24-1. Ἡ φύσις τοῦ ἤχου. Ὁ ἦχος δύναται νὰ ὁρισθῇ ψυχολογικῶς ἢ φυσικῶς. Ἀπὸ τῆς πρώτης ἀπόψεως λέγομεν ὅτι ἦχος εἶναι ἡ αἴσθησις ἡ παραγομένη ὅταν ἡ ἰδία ἡ διαταραχὴ φθάσῃ εἰς τὸ αὐτί. Ἀπὸ τῆς δευτέρας ἀπόψεως ὅτι ὁ ἦχος εἶναι τὸ *ἐλατήριον* τὸ ὁποῖον εἶναι εἰς θέσιν νὰ παραγάγῃ τὴν αἴσθησιν τοῦ ἤχου. Τὸ κατὰ πόσον εἶναι ἀναγκαῖος ἕνας παρατηρητὴς διὰ τὴν ὕπαρξιν ἤχου ἐξαρτᾶται ἀποκλειστικῶς ἀπὸ τὸν ὁρισμὸν τὸν ὁποῖον θὰ χρησιμοποιήσωμεν. Διὰ τοὺς σκοπούς μας θὰ κάμωμεν χρῆσιν τοῦ δευτέρου ἢ φυσικοῦ, ὁρισμοῦ.

Ὡς βοήθεια διὰ τὴν ἀπεικόνισιν τῆς παραγωγῆς τοῦ ἤχου, ὑποθέσατε ὅτι ἓν μικρὸν μπαλλόνι ἐξ ἐλαστικοῦ φουσκώνεται μερικῶς καὶ προσαρμόζεται εἰς μίαν ἀντλίαν ποδηλάτου. Ἐὰν τὸ ἔμβολον τῆς ἀντλίας ὠθηθῇ ταχέως πρὸς τὰ κάτω, τὸ μπαλλόνι διαστέλλεται καὶ τὸ γειτονικὸν στρῶμα τοῦ ἀέρος συμπιέζεται. Τὸ στρῶμα αὐτὸ θὰ συμπιέσῃ μὲ τὴν σειρά του τὸ ἑπόμενον καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς. Ἡ συμπίεσις ἡ ὁποία ἐξεκίνησεν ἀπὸ τὴν διαστολὴν τοῦ μπαλλονίου θὰ ἀπομακρυνθῇ τοιουτοτρόπως ἀπὸ τῆς πηγῆς εἰς τὸ περιβάλλον μέσον. Ἐὰν τὸ ἔμβολον ἀνασυρθῇ, τὸ μπαλλόνιον συστέλλεται καὶ τὸ παρακείμενον στρῶμα ἀέρος ἀραιοῦται. Ὅπως εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς συμπιέσεως, ἡ ἀραίωσις ἀπομακρύνεται ἀπὸ τῆς πηγῆς. Ἐὰν τὸ ἔμβολον κινηθῇ πρὸς τὰ ἄνω καὶ πρὸς τὰ κάτω κατὰ κανονικὰ διαστήματα, μία ἐναλλαγὴ συμπιέσεων καὶ ἀραιώσεων θὰ ξεκινήσῃ ἀπὸ τὴν πηγὴν (Εἰκ. 1). Μία τοιαύτη τακτικὴ διαδοχὴ διαταραχῶν ἀπὸ τὴν πηγὴν συνιστᾷ μίαν κυματικὴν κίνησιν. Ἡ συμπίεσις (πύκνωσις) καὶ ἡ ἐπακολουθοῦσα ἀραίωσις ἀποτελοῦν ἕνα συμπιεστικὸν κῦμα (compressional wave).

Ἐὰν ἡ πρὸς τὰ ἄνω καὶ πρὸς τὰ κάτω κίνησις τοῦ ἐμβόλου γίνῃ μὲ ἀρκετὴν ταχύτητα, ἕνας παρατηρητὴς εἰς τὴν γει-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τονικὴν περιοχὴν θὰ εἶναι εἰς θέσιν νὰ ἀκούσῃ ἦχον καθὼς ἡ διαταραχὴ θὰ φθάνῃ εἰς τὸ αὐτί του. Αὐτὰ τὰ συμπιεστικὰ κύματα δύνανται νὰ προκαλέσουν τὴν αἴσθησιν τοῦ ἤχου καὶ ἀναφέρονται ὡς ἠχητικὰ κύματα.



Εἰκ. 1. Τὰ κύματα συμπιέσεως παράγονται ἀπὸ μιὰ διαστολὴ καὶ συστολὴ τοῦ μπαλλονιοῦ.

24-2. Πηγαὶ ταλαντώσεων (κραδασμῶν). Ὁποιοδήποτε σῶμα, ἔχον τὰς ἰδιότητας τῆς ἀδρανείας καὶ τῆς ἐλαστικότητος, δύναται νὰ τεθῇ σὲ ταλάντωσιν. Τὰ πλεῖστα, ἀλλὰ ὄχι ὅλα, τὰ σώματα δύνανται νὰ ταλαντεύωνται κατὰ πολλοὺς τρόπους καὶ δι' ἕκαστον ἐξ αὐτῶν ὑφίσταται μία συνδεδεμένη συχνότης. Εἰς ἕκαστον τύπον ταλαντώσεως δημιουργεῖται μία σειρὰ στασίμων κυμάτων ἐντὸς τοῦ σώματος. Τὰ τοιαῦτα στάσιμα κύματα δύνανται νὰ εἶναι ἐγκάρσια ἢ διαμήκη ἀναλόγως τοῦ σχήματος καὶ τῶν χαρακτηριστικῶν τοῦ ἐν ταλαντώσει εὑρισκομένου σώματος.

Ἐκ τῶν κοινοτέρων πηγῶν ἤχου εἶναι ἕνας παλλόμενος σπάγγος. Ἐὰν τανυσμένον σχοινίον τραβηχθῇ, κύματα προχωροῦν κατὰ μῆκος τοῦ σχοινίου καὶ ἀνακλῶνται εἰς τὰ ἄκρα. Πολλαὶ σειραὶ στασίμων κυμάτων μποροῦν νὰ δημιουργηθοῦν. Στὴν πραγματικότητα, εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπάρξουν ὅλα τὰ στάσιμα κύματα, ἐφ' ὅσον τὰ δύο ἄκρα εἶναι κόμβοι. Εἰς τὴν Εἰκ. 2 βλέπομεν τρία τοιαῦτα κύματα. Δι' ἕκαστον ὑφίσταται ἕνας κόμβος εἰς κάθε ἄκρον. Εἰς τὸ a δὲν ὑπάρχει ἄλλος κόμβος καὶ συνεπῶς τὸ μῆκος τοῦ σπάγγου εἶναι ἴσον μὲ μῆκος κύματος. Εἰς τὸ b ὑπάρχει ἕνας κόμβος εἰς τὸ μέσον καὶ τὸ μῆκος τοῦ σπάγγου εἶναι ὁλόκληρον μῆκος κύματος, ἐνῶ εἰς τὸ c ὑπάρχουν δύο μήκη κύματος. Τὸ μῆκος τοῦ σπάγγου καθορίζει τὰ μήκη κύματος τῶν στασίμων κυμάτων τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ δημιουργηθοῦν ἐντὸς αὐτοῦ. Αὐτὰ τὰ μήκη κύματος εἶναι ἐκεῖνα διὰ τὰ ὁποῖα τὸ μῆκος l τοῦ σπάγγου εἶναι ἕνας ἀκέραιος ἀριθμὸς τμημάτων ἡμίσεως μήκους κύματος

$$l = n\frac{\lambda}{2} \qquad (1)$$

ὅπου τὸ n εἶναι ἕνας οἱοσδήποτε ἀκέραιος ἀριθμός.

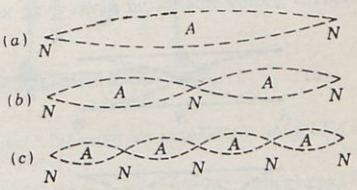
Ἐφ' ὅσον ἡ ταχύτης εἶναι ἡ ἰδία δι' ὅλα τὰ κύματα,

$$v = f\lambda$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2l/n} = \frac{vn}{2l}$$

Αἱ πιθαναὶ συχνότητες ταλαντώσεως εἶναι μία κατωτάτη συχνότης $v/2l$, ὅταν τὸ n εἶναι 1, καὶ τὰ πολλαπλάσια αὐτῆς τῆς κατωτάτης συχνότητος. Πολλαὶ ἀπὸ τὰς συχνότητας αὐτὰς ὑφίστανται συγχρόνως ὅταν ἕνας σπάγγος ὑφίσταται ταλάντωσιν προκειμένου νὰ παράγῃ ἦχον.

Αἱ συχνότητες αἱ παριστώμεναι διὰ τῆς κατωτάτης συχνότητος, τῆς ὀνομα-



Εἰκ. 2. Κόμβος ταλαντώσεως ἑνὸς σχοινίου.

ζομένης *θεμελιώδους*, καὶ ὅλα τὰ πολλαπλάσιά των καλοῦνται *ἁρμονικοί*. Καλοῦνται πρῶτος, δεύτερος, τρίτος κ.λ.π. ἁρμονικὸς συμφώνως πρὸς τὸν ἀριθμὸν τοῦ πολλαπλασίου τοῦ n. Θεμελιώδης εἶναι ὁ πρῶτος ἁρμονικός. Οἱ ἀνώτεροι ἁρμονικοὶ καλοῦνται *ὑπέρτονοι*. Εἰς τὴν περί-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

πτωσιν τοῦ παλλομένου σπάγγου ὁ πρῶτος ὑπέρτονος εἶναι ὁ δεύτερος ἁρμονικός.

Παράδειγμα: Σπάγγος μήκους 80 cm ἔχει μᾶζαν 0.064 gm καὶ τανύεται ὑπὸ δυνάμεως 9.6×10^6 δυνῶν. Ποία ἡ συχνότης τῆς βασικῆς ταλαντώσεως (vibration);

Ἀπὸ τὴν Ἐξ. (1), Κεφ. 23,

$$v = \sqrt{\frac{F}{m/l}} = \sqrt{\frac{9.6 \times 10^6 \text{ dyn}}{0.064 \text{ gm}/80 \text{ cm}}} = 1.09 \times 10^5 \text{ cm/sec}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1.09 \times 10^5 \text{ cm/sec}}{2 \times 80 \text{ cm}} = 680 \text{ vib/sec}$$

Ἕνας σπάγγος συνήθως ταλαντεύεται κατὰ διαφόρους τρόπους ταυτοχρόνως. Τὰ ἀντίστοιχα εὖρη τῶν διαφόρων τρόπων ἐξαρτόνται ἀπὸ τὴν δυσκαμψίαν τοῦ σπάγγου, τὸ σημεῖον ἀπ' ὅπου τίθεται ἐν ταλαντώσει καὶ ἀπὸ τὸν τρόπον τῆς προκλήσεώς του.

Μία ἄλλη συνήθης πηγὴ ἤχου εἶναι ἡ παλλομένη στήλη ἀέρος. Μία τοιαύτη στήλη δύναται νὰ εἶναι ἀνοικτὴ εἰς τὸ ἓν ἄκρον καὶ κλειστὴ εἰς τὸ ἄλλο ἢ ἀνοικτὴ καὶ εἰς τὰ δύο ἄκρα. Οἱ σωλῆνες ὀργάνων καὶ τὰ πνευστὰ μουσικὰ ὄργανα εἶναι συνήθη παραδείγματα παλλομένων στηλῶν ἀέρος.

Ὅταν μία στήλη ἀέρος πάλλεται τὰ κύματα ἀνακλῶνται καὶ εἰς τὰ ἀνοικτὰ καὶ εἰς τὰ κλειστὰ ἄκρα, ἐνῶ δημιουργοῦνται στάσιμα κύματα. Εἰς τὸν σωλῆνα τὸ κλειστὸν ἄκρον πρέπει νὰ εἶναι ἕνας κόμβος N ἐνῶ τὸ ἀνοικτὸν ἄκρον πρέπει νὰ εἶναι ἕνας ἀντίκομβος A. Εἰς τὴν Εἰκ. 3 βλέπομεν διαφόρους δυνατὰς σειρὰς κόμβων καὶ ἀντικόμβων δι' ἕνα κυλινδρικὸν σωλῆνα κλειστὸν εἰς τὸ ἓν ἄκρον. Εἰς τὸ a ὑπάρχει ἕνας κόμβος εἰς τὸ ἓν ἄκρον καὶ ἕνας ἀντίκομβος εἰς τὸ ἄλλο. Ἐφ' ὅσον ἡ ἀπόστασις ἀπὸ ἑνὸς κόμβου εἰς τὸν παρακείμενον ἀντίκομβον εἶναι ἓν τέταρτον μήκους κύματος

$$l = \frac{\lambda}{4} \quad \text{ἢ} \quad \lambda = 4l$$

Εἰς τὸ b τὸ μῆκος κύματος εἶναι τρία τέταρτα μήκους κύματος καὶ εἰς τὸ c πέντε τέταρτα. Ἐφ' ὅσον

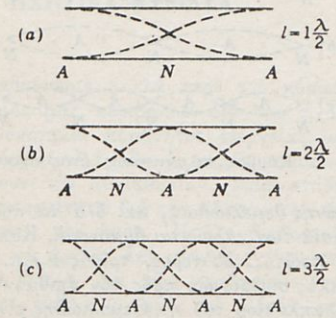
$$v = f\lambda$$

$$f = \frac{1v}{4l} \quad \text{ἢ} \quad f = \frac{3v}{4l} \quad \text{ἢ} \quad f = \frac{5v}{4l}$$

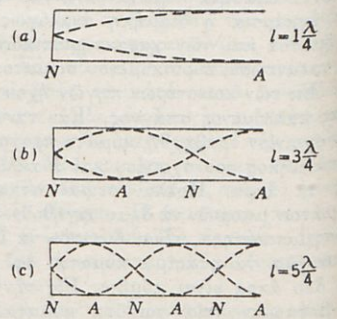
Αἱ πιθαναὶ συχνότητες εἶναι μία κατωτάτη τιμὴ $v/4l$ καὶ τὰ *περιττὰ* (μονὰ) πολλαπλάσια αὐτῆς τῆς κατωτάτης συχνότητος. Μόνο περιττοὶ ἁρμονικοὶ παρουσιάζονται καὶ ὁ πρῶτος ὑπέρτονος εἶναι ὁ τρίτος ἁρμονικός.

Εἰς μίαν στήλην ἀέρος ἀνοικτὴν καὶ εἰς τὰ δύο ἄκρα, πρέπει νὰ ὑπάρχῃ ἀντίκομβος εἰς κάθε ἄκρον (Εἰκ. 4). Εἰς τὸ a ἔχομεν μῆκος κύματος 1/2

$$l = \frac{\lambda}{2} \qquad \lambda = 2l$$



Εἰκ. 3. Ταλάντωσις στήλης ἀέρος εἰς κλεισμένον θάλαμον.



Εἰκ. 4. Ταλάντωσις στήλης ἀέρος εἰς ἀνοικτὸν θάλαμον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

εἰς τὸ b ἔχομεν δύο ἥμισυ μήκη κύματος καὶ εἰς τὸ c τρία ἥμισυ μήκη κύματος. Ὅπως καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ παλλομένου σπάγγου, εἶναι κι' ἐδῶ δυνατὴ μία κατωτάτη συχνότης καὶ ὅλα τὰ πολλαπλάσιά της.

Εἰς ἕκαστον παλλόμενον σῶμα, εἴτε πρόκειται περὶ σπάγγου, ἀέρος, στήλης, ράβδου, πλακός, κώδωνος ἢ ἄλλου σώματος, ὑφίστανται μία σειρὰ κόμβων καὶ ἀντικόμβων.

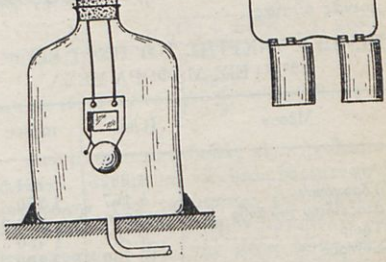
24-3. Ἐξηναγκασμένη ταλάντωσις καὶ μετήχησις. Ὅσάκις ἓν παλλόμενον σῶμα συζευχθῇ μὲ ἓν δεύτερον σῶμα κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε νὰ εἶναι δυνατὸν νὰ μεταβιβασθῇ ἐνέργεια, τὸ δεύτερον σῶμα ἀρχίζει νὰ πάλλεται μὲ συχνότητα ἴσην πρὸς ἐκείνην τῆς ἀρχικῆς ταλαντώσεως. Ἡ τοιαύτη ταλάντωσις καλεῖται ἐξηναγκασμένη ταλάντωσις. Ἐὰν ἡ βάσις παλλομένου διαπασῶν τοποθετηθῇ ἐπάνω εἰς ἕνα τραπέζι, τὸ τραπέζι ἐξαναγκάζεται νὰ πάλλεται. Ὁ συνδυασμὸς αὐτὸς ἐκπέμπει ἐνέργειαν ταχύτερον ἀπ' ὅτι θὰ ἠδύνατο μόνο τὸ διαπασῶν. Ὁμοίως, παλλόμενος σπάγγος δὲν εἶναι εἰς θέσιν νὰ μεταβιβάζῃ ἐνέργειαν εἰς τὸν περιβάλλοντα ἀέρα ἐκτὸς ἐὰν συζευχθῇ πρὸς κάποιον ἠχητικὸν πίνακα.

Ὅσάκις τὸ συζευχθὲν σῶμα ἔχει φυσικὴν συχνότητα ταλαντώσεως ἴσην πρὸς τὴν τῆς πηγῆς, ὑφίσταται κατάστασις μετηχήσεως (Κεφ. 14). Ὑπ' αὐτὰς τὰς συνθήκας ὁ ταλαντωτὴς ἀπελευθερώνει περισσοτέραν ἐνέργειαν κατὰ μονάδα χρόνου καὶ ὁ ἦχος ἐνισχύεται σημαντικῶς. Συνεπῶς ἡ ἐξωτερικὴ δύναμις ἡ παρεχομένη εἰς ἓν σύστημα μετηχήσεως πρέπει νὰ αὐξηθῇ εἰ δ' ἄλλως αἱ ταλαντώσεις του θὰ ἀποσβεσθοῦν συντόμως.

Ἡ ἐνίσχυσις τοῦ ἦχου διὰ μετηχήσεως καὶ ἡ ἐπακολουθοῦσα ἀπελευθέρωσις μεγάλων ποσοτήτων ἐνεργείας ἔχει πολλὰς χρησίμους καὶ πολλὰς δυσαρέστους συνεπείας. Ἡ μετήχησις τοῦ μεγαφώνου ραδιοφώνων εἰς ὡρισμένας συχνότητας παράγει μίαν ἀπαράδεκτον διαστρέβλωσιν τοῦ λόγου ἢ τῆς μουσικῆς. Ἡ μετήχησις ὅμως τῆς στήλης ἀέρος εἰς σωλῆνα ὀργάνου εὐρύνει τὸν ἄλλως σχεδὸν μὴ ἀκουόμενον ἦχον τοῦ παλλομένου ἐκτοξευτοῦ ἀέρος.

24-4. Μέσον μεταδόσεως. Ἡ κίνησις μιᾶς παλλομένης πηγῆς δημιουργεῖ κύματα εἰς ἓν περιβάλλον ἐλαστικὸν μέσον. Ἀνεξαρτήτως τοῦ ἐὰν ἡ ταλάντωσις τῆς πηγῆς εἶναι ἐγκάρσιος ἢ διαμήκης, τὸ δημιουργούμενον κῦμα εἰς τὸ περιβάλλον μέσον εἶναι συμπιεστικὸν κῦμα, ἡ συχνότης τοῦ ὁποίου εἶναι ἡ ἰδία μὲ τὴν συχνότητα ταλαντώσεως τῆς πηγῆς. Ἐὰν ἡ συχνότης εὑρίσκεται ἐντὸς τῆς ἀκτῖνος εὐαισθησίας τοῦ αὐτιοῦ, τὸ κῦμα εἶναι ἠχητικὸν κῦμα.

Ἐφ' ὅσον ἓν ἠχητικὸν κῦμα περιλαμβάνει συστολὴν καὶ διαστολὴν κάποιου ὑλικοῦ, ὁ ἦχος δύναται νὰ μεταδοθῇ μόνον μέσῳ ἑνὸς ὑλικοῦ μέσου ἔχοντος μᾶζαν καὶ ἐλαστικότητα. Οὐδεὶς ἦχος δύναται νὰ μεταδοθῇ διὰ τοῦ κενοῦ. Τὸ γεγονὸς αὐτὸ δύναται νὰ ἐπιδειχθῇ πειραματικῶς διὰ τῆς ἐφαρμογῆς ἠλεκτρικοῦ κώδωνος ἐντὸς δοχείου καὶ τῆς ἀντλήσεως τοῦ ἀέρος ἐνῶ ἠχῇ ὁ κώδων (Εἰκ. 5). Καθὼς



Εἰκ. 5. Ἡ πηγὴ δὲν μεταδίδεται μέσῳ ἑνὸς κενοῦ

ἀφαιρεῖται ὁ ἀήρ, ὁ ἦχος καθίσταται ὁλοὲν ἀσθενέστερος ἕως ὅτου τελικῶς παύει, καθίσταται ὅμως καὶ πάλιν ἀκουστὸς ἐὰν ἐπιτραπῇ εἰς τὸν ἀέρα νὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὸ δοχεῖον.

Τὰ ἠχητικὰ κύματα διαδίδονται διὰ μέσου οἱουδήποτε ἐλαστικοῦ ὑλικοῦ. Εἴμεθα ὅλοι ἐξοικειωμένοι πρὸς τοὺς ἦχους τοὺς μεταδιδομένους μέσῳ τῶν παραθύρων, τοίχων καὶ δαπέδων ἑνὸς κτηρίου. Τὰ ὑπο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

βρύχια ἀναγνωρίζονται διὰ τῶν ἐντὸς τοῦ ὕδατος ἠχητικῶν κυμάτων τῶν παραγομένων ὑπὸ τῶν ἑλίκων των. Ὁ ἦχος πλησιάζοντος σιδηροδρόμου δύναται νὰ ἀκουσθῇ μέσῳ κυμάτων διατρεχόντων τὰς σιδηροτροχιὰς καθὼς καὶ μέσῳ τῶν μεταδιδομένων διὰ τοῦ ἀέρος. Εἰς ὅλα τὰ ὑλικὰ αἱ ἐναλλασσόμεναι συμπιέσεις καὶ ἀραιώσεις μεταδίδονται κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον ὅπως καὶ εἰς τὸν ἀέρα.

24-5. Ταχύτης τοῦ ἤχου. Ἐὰν παρακολουθῇ κανεὶς τὸν πυροβολισμὸν τυφεκίου ἀπὸ σημαντικὴν ἀπόστασιν, θὰ ἴδῃ τὸν καπνὸν τῆς ἐκπυρσοκροτήσεως πρὶν ἀκούσῃ τὸν πυροβολισμόν. Ἡ καθυστέρησις αὐτὴ ἀντιπροσωπεύει τὸν χρόνον ὁ ὁποῖος ἀπαιτεῖται διὰ νὰ διασχίσῃ ὁ ἦχος τὴν ἀπόστασιν μεταξὺ τοῦ ὅπλου καὶ τοῦ παρατηρητοῦ (τὸ φῶς φθάνει σχεδὸν στιγμιαίως). Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εὑρίσκεται ἀπ' εὐθείας διὰ τῆς μετρήσεως τοῦ χρόνου τοῦ ἀπαιτουμένου διὰ νὰ διανυθῇ ὑπὸ τῶν κυμάτων μετρηθεῖσα ἀπόστασις. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου μεταβάλλεται ἀναλόγως τῆς ὕλης τὴν ὁποίαν διασχίζει. Ὁ Πίναξ 1 παρουσιάζει τὰς τιμὰς τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου εἰς διαφόρους κοινὰς οὐσίας.

ΠΙΝΑΞ 1. ΤΑΧΥΤΗΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ ΕΙΣ 0° C (32° F) ΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΑ ΜΕΣΑ

Μέσον	ft/sec	m/sec
Ἀήρ	1 087	331.5
Ὑδρογόνον	4 167	1 270
Διοξείδιον τοῦ ἄνθρ.	846	258.0
Ὕδωρ	4 757	1 450
Σίδηρος	16 730	5 100
Ὕαλος	18 050	5 500

Ἐφ' ὅσον τὰ ἠχητικὰ κύματα εἶναι διαμήκη (συμπιεστικὰ) ἡ ταχύτης v δίδεται ἐκ τῆς Ἐξ (2), Κεφ. 23,

$$v = \sqrt{\frac{E}{\varrho}} \qquad (2)$$

ὅπου E εἶναι τὸ μέτρον (modulus) ὄγκου διὰ τὰ ὑγρὰ ἢ τὸ μέτρον τοῦ Young διὰ στερεὰς ράβδους καὶ ϱ ἡ πυκνότης τοῦ μέσου.

Ἐὰν τὸ E ἐκφρασθῇ εἰς δύνας κατὰ τετραγωνικὸν ἑκατ. καὶ τὸ ϱ εἰς γραμμ. κατὰ κυβικὸν ἑκατ. ἡ Ἐξ. (2) μᾶς δίδει τὴν ταχύτητα εἰς ἑκατ. κατὰ δευτερόλεπτον. Ἐὰν τὸ E ἐκφρασθῇ εἰς λίμπρας κατὰ τετραγωνικὸν πόδα καὶ τὸ ϱ (D/g) εἰς slug κατὰ κυβικὸν πόδα, ἡ Ἐξ. (2) μᾶς δίδει τὴν ταχύτητα εἰς πόδας κατὰ δευτερόλεπτον. Ἐὰν τὸ E ἐκφρασθῇ εἰς νιοῦτον κατὰ τρετραγωνικὸν μέτρον καὶ τὸ ϱ εἰς χιλιόγραμμα κατὰ κυβικὸν μέτρον, ἡ Ἐξ. (2) μᾶς δίδει τὴν ταχύτητα εἰς μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον.

Εἰς ἓν ἀέριον εὑρισκόμενον εἰς σταθερὰν θερμοκρασίαν, τὸ μέτρον (modulus) ὄγκου (Κεφ. 17) εἶναι ἡ πίεσις P τοῦ ἀερίου. Ὅταν ἠχητικὰ κύματα διαδίδονται μέσῳ ἑνὸς ἀερίου, αἱ συμπυκνώσεις καὶ ἀραιώσεις (Εἰκ. 6) συμβαίνουν τόσο γρήγορα ὥστε αἱ ἀλλαγαὶ νὰ εἶναι πρακτικῶς ἀδιάβατοι. Τὸ ἀδιάβατον μέτρον ὅριον τῆς ἐλαστικότητος ἰσοῦται μὲ γ φορὰς τὸ ἰσοθερμικὸν μέτρον P, ὅπου γ εἶναι ὁ λόγος τῆς εἰδικῆς θερμότητος τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν πρὸς τὴν εἰδικὴν θερμότητα εἰς σταθερὸν ὄγκον ($\gamma = 1.40$ διὰ τὸν ἀέρα καὶ ἄλλα διατομικὰ ἀέρια). Διὰ τὰ ἀέρια ἑπομένως

$$v = \sqrt{\frac{E}{\varrho}} = \sqrt{\gamma \frac{P}{\varrho}} \qquad (3)$$

Παράδειγμα: Ὑπολογίσατε τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς τὰς χαλυβδίνας τροχιὰς σιδηροδρομικῆς γραμμῆς. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ χάλυβος εἶναι 420 lb/ft³ καὶ τὸ μέτρον τοῦ Young διὰ τὸν χάλυβα εἶναι 29×10^6 lb/in²

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\varrho}} = \sqrt{\frac{Yg}{D}}$$

$$= \sqrt{\frac{(29 \times 10^6 \text{ lb/in.}^2)(144 \text{ in.}^2/\text{ft}^2)(32 \text{ ft/sec}^2)}{490 \text{ lb/ft}^3}}$$

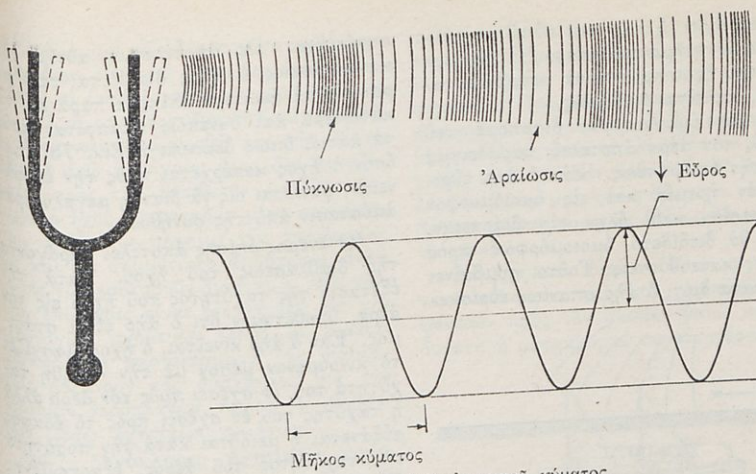
$$v = 16\,000 \text{ ft/sec}$$

Παράδειγμα: Ποία ἡ θεωρητικὴ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸ ὑδρογόνον ὑπὸ κανονικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν καὶ 0° C.

Ἀπὸ τὸν Πίνακα 1, Κεφ. 17, ἡ πυκνότης τοῦ ὑδρογόνου εἶναι 0.090 gm/liter.

$$\varrho = 0.090 \text{ gm/liter} = 0.000090 \text{ gm/cm}^3$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 6. Παράστασις ἑνὸς ἠχητικοῦ κύματος.

$$P = 76.0\text{ cm ὑδραργύρου} = 76.0\text{ cm} \times 13.6\,\frac{\text{gm}}{\text{cm}^3}$$

$$\times 980\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} = 1.01 \times 10^6\,\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$$

$$v = \sqrt{\gamma\frac{P}{\varrho}} = \sqrt{\frac{1.40(1.01 \times 10^6\text{ dyn/cm}^2)}{0.000090\text{ gm/cm}^3}}$$

$$v = 1\bar{2}0\,000\text{ cm/sec} = 1\bar{2}00\text{ m/sec}$$

'Η ταχύτης τοῦ ἤχου μεταβάλλεται μὲ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ μέσου διὰ τοῦ ὁποίου μεταδίδεται. Διὰ τὰ στερεὰ καὶ τὰ ὑγρὰ ἡ μεταβολὴ αὐτὴ τῆς ταχύτητος εἶναι μικρὰ καὶ συνήθως δυνάμεθα νὰ τὴν ἀγνοήσωμεν. Διὰ τὰ ἀέρια, ἐν τούτοις, ἡ μεταβολὴ εἶναι μᾶλλον μεγάλη. 'Ο γενικὸς νόμος τῶν ἀερίων μᾶς δίδει τὴν σχέσιν μεταξὺ πιέσεως, θερμοκρασίας καὶ πυκνότητος

$$\frac{P}{\varrho} = RT$$

Διὰ τῆς ἀντικαταστάσεως τοῦ P/ϱ εἰς τὴν 'Εξ (3), εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς ἓν ἀέριον μεταβάλλεται ἀναλόγως πρὸς τὴν σχέσιν

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \qquad (4)$$

ὅπου v_1 καὶ v_2 εἶναι αἱ ταχύτητες εἰς τὰς *ἀπολύτους* θερμοκρασίας T_1 καὶ T_2 ἀντιστοίχως.

Παράδειγμα: Ποία εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἰς θερμοκρασίαν 25°C;

'Απὸ τὸν Πίνακα 1, ἡ ταχύτης εἰς 0°C εἶναι 1087 ft/sec.

$$\frac{v_{25^\circ\text{C}}}{1087\text{ ft/sec}} = \sqrt{\frac{(273+25)^\circ\text{K}}{273^\circ\text{K}}} = \sqrt{\frac{298^\circ\text{K}}{273^\circ\text{K}}}$$

$$v_{25^\circ\text{C}} = (1087\text{ ft/sec})\sqrt{\frac{298^\circ}{273^\circ}} = 11\bar{4}0\text{ ft/sec}$$

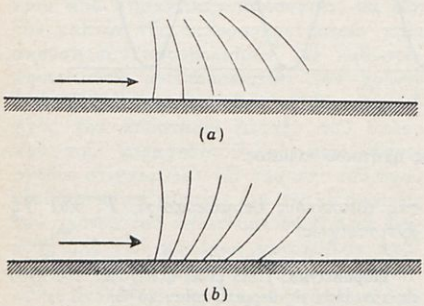
Διὰ μικρὰς μεταβολὰς εἰς τὴν θερμοκρασίαν, δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν τὴν μεταβολὴν τῆς ταχύτητος ὡς σταθερὰν ποσότητα διὰ κάθε βαθμὸν μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας. Εἰς τὸν ἀέρα αὐτὴ εἶναι περίπου 2 ft/sec κατὰ C° (1.1 ft/sec κατὰ F°) προκειμένου περὶ θερμοκρασιῶν πλησίον τοῦ 0°C. 'Η μεταβολὴ προστίθεται ἐὰν ἡ θερμοκρασία ἀνέλθῃ καὶ ἀφαιρεῖται ἐὰν ἡ θερμοκρασία κατέλθῃ.

24-6. Διάθλασις τοῦ ἤχου. 'Εντὸς ἑνὸς ὁμοιομόρφου μέσου εὑρισκομένου ἐν ἠρεμίᾳ ὁ ἦχος διαδίδεται μὲ σταθερὰν ταχύτητα πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις. 'Εάν, ἐν τούτοις, τὸ μέσον δὲν εἶναι ὁμοιόμορφον, ὁ ἦχος δὲν θὰ διασπαρῇ ὁμοιομόρφως ἀλλὰ ἡ διεύθυνσις τῆς πορείας μετα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

βάλλεται διότι ἡ ταχύτης εἶναι μεγαλυτέρα εἰς ἓν τμῆμα τοῦ μέσου. Ἡ κάμψις-κλίσις τοῦ ἤχου πρὸς τὸ νὰ μεταβάλῃ ταχύτητα, καλεῖται *διάθλασις*.

Ἡ μὴ ὁμοιόμορφος διασπορὰ τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα ἀποτελεῖ παράδειγμα αὐτῆς τῆς ἐπιδράσεως. Ἐὰν ὁ ἀὴρ εὑρίσκετο ἐν ἠρεμίᾳ καὶ εἰς ὁμοιόμορφον θερμοκρασίαν καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν, ὁ ἦχος θὰ διεδίδετο ὁμοιομόρφως πρὸς ὅλας τὰς κατευθύνσεις. Τοῦτο συμβαίνει σπανιώτατα διότι ὁ ἀὴρ σπανίως εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ καὶ ἡ θερμοκρασία δὲν εἶναι σχεδὸν ποτὲ ὁμοιόμορφος. Κατὰ μίαν διαυγῆ θερινὴν ἡμέραν, ἡ ἐπιφάνεια τῆς γῆς θερμαίνεται καὶ ὁ ἀμέσως συνεχόμενος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ἀὴρ ἔχει πολὺ ὑψηλοτέραν θερμοκρασίαν ἀπὸ τὰ ἀνώτερα στρώματα. Ἐφ' ὅσον ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου αὐξάνῃ, ὁ ἦχος διαδίδεται ταχύτερον πλησίον τῆς ἐπιφανείας παρὰ εἰς ἀνώτερα ἐπίπεδα. Ὡς συνέπεια αὐτῆς τῆς διαφορᾶς τῆς ταχύτητος, τὸ κῦμα κάμπτεται ἀπομακρυνόμενον τῆς ἐπιφανείας, ὅπως βλέπομεν εἰς τὴν Εἰκ. 7*α*. Διὰ τὸν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας παρατηρητήν, ὁ ἦχος δὲν φαίνεται νὰ ἀπομακρύνεται κατὰ μίαν τοιαύτην ἡμέραν, ἐφ' ὅσον ὑφίσταται ἀπόκλισις ἀπ' αὐτοῦ.



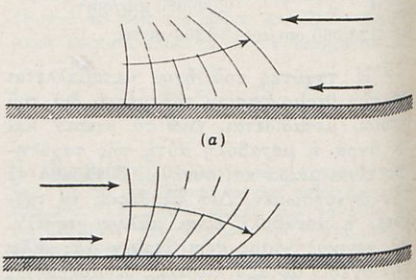
(*α*)

(*b*)

Εἰκ. 7. Διάθλασις ἤχου κατὰ τὴν διαφορὰν θερμοκρασιῶν

Κατὰ μίαν διαυγῆ νύκτα, τὸ ἔδαφος ψύχεται ταχύτερον ἀπὸ τὸν ὑπερκείμενον ἀέρα καὶ συνεπῶς τὸ στρῶμα τοῦ ἀέρος τὸ ἐφαπτόμενον πρὸς τὸ ἔδαφος δύναται νὰ ψυχθῇ περισσότερον ἀπὸ τὰ ἀνώτερα στρώματα. Ὡς ἀποτέλεσμα αὐτῆς τῆς καταστάσεως, ὁ ἦχος διαδίδεται ταχύτερον εἰς τὰ ἀνώτερα ἐπίπεδα παρὰ εἰς τὰ κατώτερα καὶ συνεπῶς κάμπτεται πρὸς τὰ κάτω, ὅπως δεικνύει ἡ Εἰκ. 7b. Ἐφ' ὅσον ὁ ἦχος κατέρχεται πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν, φαίνεται ὡς νὰ διανύῃ μεγαλυτέραν ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς συνήθους.

Ὁ ἄνεμος ἐπίσης ἀποτελεῖ παράγοντα τῆς διαθλάσεως τοῦ ἤχου. Κατὰ τὴν ἐξέτασιν τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα, ὑποθέτομεν ὅτι ὁ ἀὴρ εἶναι στάσιμος. Ἐὰν ὁ ἀὴρ κινεῖται, ὁ ἦχος διασχίζει τὸ κινούμενον μέσον μὲ τὴν συνήθη ταχύτητά του, *ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἀέρα* ἀλλὰ ἡ ταχύτης του ἐν σχέσει πρὸς τὸ ἔδαφος αὐξάνεται ἢ μειοῦται κατὰ τὴν ποσότητα τῆς ταχύτητος τοῦ ἀέρος, ἐξαρτωμένης ἀπὸ τὸ κατὰ πόσον ὁ ἀὴρ κινεῖται πρὸς τὴν ἰδίαν κατεύθυνσιν ὡς καὶ ὁ ἦχος ἢ πρὸς τὴν ἀντίθετον. Ἐὰν ἡ ταχύτης τοῦ ἀέρος εἶναι διάφορος εἰς ποικίλα ἐπίπεδα, ἡ κατεύθυνσις τοῦ ἤχου μεταβάλλεται, ὡς δεικνύει ἡ Εἰκ. 8. Ἡ τριβὴ προκαλεῖ τὴν μείωσιν τῆς ταχύτητος τοῦ ἀνέμου εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ἐν συγκρίσει πρὸς τὰ ἀνώτερα ἐπίπεδα καὶ κατὰ συνέπειαν ὁ ἦχος ὁ πορευόμενος ἀντιστρόφως πρὸς τὸν ἄνεμον κάμπτεται πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἐγκαταλείπει τὴν ἐπιφάνειαν ἐνῷ ὁ πορευόμενος μὲ οὖριον ἄνεμον κάμπτεται πρὸς τὰ κάτω. Ὡς ἀποτέλεσμα, ὁ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας παρατηρητὴς ἀναφέρει ὅτι ὁ ἦχος διαδίδεται ταχύτερον μὲ οὖριον τὸν ἄνεμον παρὰ ἀντιθέτως πρὸς αὐτόν.



(*α*)

(*b*)

Εἰκ. 8. Διάθλασις ἤχου κατὰ τὸν χειμῶνα

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

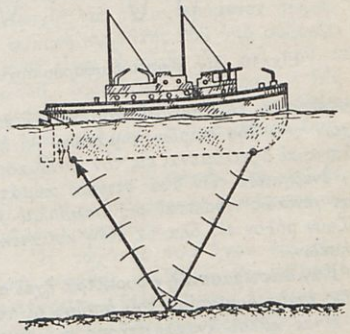
Συνδυασμοὶ τῶν δύο προαναφερθέντων νομένων δύνανται νὰ προκαλέσουν ἐπιάσεις αἱ ὁποῖαι φαίνονται πολὺ περίερι. Ὁ ἦχος εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπερβῇ α ὅρος καὶ νὰ ἀκουσθῇ ἀπὸ τὴν ἄλλην ευρὰν ἐνῶ παρόμοιοι ἦχοι δὲν μεταδίνται πρὸς τὴν ἀντίθετον κατεύθυνσιν. χνὰ ὁ ἦχος «ὑπερπηδᾶ» μίαν περιοχήν, οι, ἀκούγεται πλησίον τῆς πηγῆς καὶ ὡς καὶ εἰς σημαντικὴν ἀπόστασιν, ἀλλὰ ι εἰς τὸ μεσολαβοῦν διάστημα. Μία τοιύτη ἐπίδρασις εἶναι ἐνοχλητικὴ εἰς τὴν ειτουργίαν συσκευῶν ὅπως αἱ κεραῖαι μίχλης. Τὰ ἀποτελέσματα τῆς διαθλάεως αὐξάνουν τὰς δυσχερείας διὰ τὴν ντόπισιν ἀεροπλάνων, ὅπλων ἢ ὑποβρυίων μέσῳ ἠχητικῶν κυμάτων.

24-7. Ἀνάκλασις ἠχητικῶν κυμάων. Τὰ ἠχητικὰ κύματα ἀνακλῶνται ἐξ πιφανείας ὅπως ἐκ τοίχων, ὀρέων, νερῶν ἢ τοῦ ἐδάφους. Σπανίως ἀκούγεται ἦχος ἄνευ τῶν συνοδευόντων ἀνακλάσεων, διαιτέρως εἰς τὸ ἐσωτερικὸν κτιρίου ὅπου οἱ τοῖχοι καὶ τὰ ἔπιπλα παρέχουν τὰς ἀνακλαστικὰς ἐπιφανείας. Ἡ «πλάσις» (rolling) τοῦ κεραυνοῦ ὀφείλεται κατὰ μέγα μέρος εἰς τὰς διαδοχικὰς ἀνακλάσεις ἀπὸ νέφη καὶ γηίνας ἐπιφανείας.

Τὸ αὐτὶ εἶναι εἰς θέσιν νὰ διακρίνῃ δύο ἤχους κεχωρισμένως μόνο ἐφ' ὅσον θὰ φθάσουν εἰς αὐτὸ μὲ διαφορὰν τουλάχιστον 0.1 δευτ. Ἄλλως συγχωνεύονται ἐντὸς τοῦ ἀκουστικοῦ μηχανισμοῦ καὶ δίδουν τὴν ἐντύπωσιν ἑνὸς καὶ μοναδικοῦ ἤχου. Ἐὰν ἦχος βραχείας διαρκείας ἀνακλασθῇ πρὸς τὸν παρατηρητὴν μετὰ παρέλευσιν 0.1 δευτ. ἢ περισσότερον, ἀκούγεται ὡς ἐπανάληψις τοῦ ἀρχικοῦ ἤχου, ὡς ἠχώ. Διὰ νὰ ὑπάρξῃ ἠχώ, ἡ ἀνακλῶσα ἐπιφάνεια πρέπει νὰ εὑρίσκεται εἰς ἀπόστασιν τουλάχιστον 55 ποδῶν ἐφ' ὅσον ὁ ἦχος, πορευόμενος μὲ ταχύτητα 1100 ft/sec θὰ διανύσῃ τοὺς 110 ft ἀπὸ τὸν παρατηρητὴν πρὸς τὸν ἀνακλαστῆρα καὶ πανάπαλιν εἰς 0.1 sec.

Ἡ ἀνάκλασις τῶν ἠχητικῶν κυμάτων χρησιμεύει καὶ εἰς τὸν καθορισμὸν τοῦ βάθους τῶν ὠκεανῶν (Εἰκ. 9). Ἠχητικὸς παλμὸς ἀποστέλλεται ὑπὸ τὸ ὕδωρ ἀπὸ ἕνα πλοῖον. Κατόπιν ἀνακλάσεως ἀπὸ τὸν πυθμένα τῆς θαλάσσης, ὁ ἦχος διαπιστοῦται ὑπὸ ὑποβρυχίου δέκτου τοποθετημένου ἐπὶ τοῦ πλοίου καὶ τὸ χρονικὸν διάστημα σημειοῦται ἐπὶ εἰδικῆς συσκευῆς. Ἐὰν ὁ παρερχόμενος χρόνος καὶ ἡ ταχύτης τοῦ ὕδατος εἶναι γνωστά, δύναται νὰ ὑπολογισθῇ τὸ θαλάσσιον βάθος εἰς τὸ σημεῖον ἐκεῖνο. Οὕτω μετρήσεις δύνανται νὰ λαμβάνουν χώραν συνεχῶς καθὼς θὰ κινεῖται τὸ πλοῖον.

Τὰ ἠχητικὰ κύματα δύνανται ἐπίσης νὰ ἀνακλῶνται καὶ ὑπὸ καμπύλων ἐπιφανειῶν πρὸς τὸν σκοπὸν ὅπως καταστῇ δυνατὴ ἡ μετακίνησις περισσοτέρας ἐνερ-

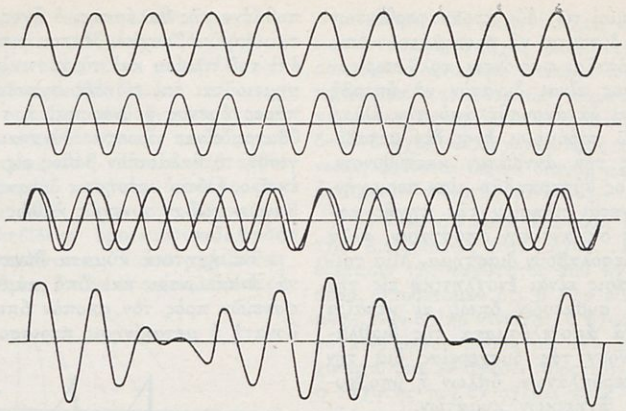


Εἰκ. 9. Μέτρησις βυθοῦ ὠκεανοῦ.

γείας πρὸς τὴν κατεύθυνσιν τὴν ὁποίαν ἐπιθυμοῦμεν, καθιστῶντες οὕτω τὸν ἦχον εὐκρινέστερον εἰς ἀπόστασιν. Ὁ καμπύλος ἠχητικὸς πίναξ, ὁ τοποθετημένος ὄπισθεν τοῦ ὁμιλητοῦ ἐντὸς αἰθούσης διαλέξεων, ρίπτει πρὸς τὰ ἐμπρὸς μερικὰ ἐκ τῶν ἠχητικῶν κυμάτων τὰ ὁποῖα ἄλλως θὰ διεσκορπίζοντο πρὸς ποικίλας κατευθύνσεις καὶ θὰ ἐχάνοντο διὰ τὸ ἀκροατήριον. Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον, δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν κέρας διὰ τὴν συγκέντρωσιν ἠχητικῶν κυμάτων καὶ τὴν μετάδοσιν τῆς ἐνεργείας των εἰς τὸ αὐτὶ ἢ ἄλλον ἀνιχνευτήν.

24-8. Συμβολὴ τῶν κυμάτων — Διακροτήματα (Συγκροτήσεις). Ὅσάκις δύο ἠχητικαὶ κινήσεις διασχίζουν τὴν αὐτὴν περιοχὴν συγχρόνως, ἡ κίνησις τῶν σωματιδίων ἐντὸς τοῦ μέσου θὰ εἶναι τὸ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 10. Δύο κύματα διαφόρου συχνότητος συνιστάμενα ἐξ αἰτίας διακροτημάτων.

ἀποτέλεσμα τῶν συνδεδυασμένων διαταραχῶν τῶν δύο σειρῶν κυμάτων. Αἱ ἐπιδράσεις αἱ ὀφειλόμεναι εἰς τὸν συνδυασμὸν τῶν ἐνεργειῶν τῶν δύο σειρῶν κυμάτων εἶναι γενικῶς γνωσταὶ ὡς *συμβολαὶ* καὶ παίζουν ρόλον εἰς ὅλα τὰ εἴδη κυματικῶν κινήσεων.

Ἐὰν διαπεραστικὴ σφυρίκτρα ἠχεῖ συνεχῶς ἐντὸς δωματίου τοῦ ὁποίου οἱ τοῖχοι εἶναι καλοὶ ἀνακλασταῖρες τοῦ ἤχου, παρατηρητὴς κινούμενος ἐντὸς τοῦ δωματίου θὰ παρατηρήσῃ ὅτι ὁ ἦχος εἶναι ἐξαιρετικῶς ἰσχυρὸς εἰς ὡρισμένα σημεῖα καὶ ὑπερβολικῶς ἀσθενὴς εἰς ἄλλα. Εἰς μέρη ὅπου μία συμπίεσις τοῦ ἀνακλωμένου κύματος φθάνει συγχρόνως πρὸς τὴν συμπίεσιν ἑνὸς ἀπ' εὐθείας κύματος, αἱ ἐπιδράσεις των προστίθενται καὶ ὁ ἦχος εἶναι ἰσχυρός. Εἰς ἄλλα μέρη ὅπου ἡ ἀραίωσις τοῦ ἑνὸς κύματος φθάνει ὁμοῦ μετὰ τῆς συμπιέσεως τοῦ ἄλλου, αἱ ἐπιδράσεις των μερικῶς ἢ ὁλικῶς ἀκυροῦνται καὶ ὁ ἦχος εἶναι ἀσθενής.

Ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὸ φαινόμενον τῆς συμβολῆς ἐν τῷ χώρῳ, ἔχομεν δύο σειρὰς ἠχητικῶν κυμάτων ἐλαφρῶς *διαφόρου συχνότητος*, ἀποστελομένων διὰ τοῦ ἀέρος συγχρόνως. Ὁ παρατηρητὴς θὰ σημειώσῃ μίαν κανονικὴν διόγκωσιν καὶ ἕναν κανονικὸν μαρασμὸν (ξεθώριασμα) τοῦ ἤχου, φαινόμενον τὸ ὁποῖον καλεῖται *διακροτήματα*. Ἐφ' ὅσον αἱ συμπιέσεις καὶ ἀραιώσεις εὑρίσκονται εἰς μεγαλυτέραν μεταξύ των ἀπόστασιν εἰς τὴν μίαν σειρὰν τῶν κυμάτων παρὰ εἰς τὴν ἄλλην, κάποια στιγμὴ δύο συμπιέσεις θὰ φθάσουν ὁμοῦ εἰς τὸ αὐτὶ τοῦ παρατηρητοῦ καὶ ὁ ἦχος θὰ εἶναι ἰσχυρός. Ὀλίγον ἀργότερον μία συμπίεσις ἐκ τῆς μιᾶς σειρᾶς τῶν κυμάτων φθάνει ὁμοῦ μετὰ τῆς ἀραιώσεως τῆς ἄλλης καὶ ὁ ἦχος εἶναι ἀσθενής. Ὁ ἀριθμὸς τῶν κατὰ δευτερόλεπτον διακροτημάτων ἰσοῦται πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν δύο συχνοτήτων. Οὕτω, εἰς τὴν Εἰκ. 10, συνδυάζονται δύο σειραὶ κυμάτων συχνότητος 10 vib/sec καὶ 12 vib/sec καὶ προκύπτει συνιστάμενον κῦμα τὸ ὁποῖον κυμαίνεται εἰς εὖρος 12 πλὴν 10 ἢ 2 φορὰς κατὰ δευτερόλεπτον. Διακροτήματα ἐπιδεικνύονται εὐκόλως διὰ τῆς ἠχήσεως ὁμοίων διαπασῶν, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ ἓν ἔχει φορτωθῆ διὰ τῆς τοποθετήσεως τεμαχίου μαλακοῦ κηροῦ ἐπὶ τῆς μιᾶς μύτης (σκέλους), μειουμένης οὕτω ἐφαφρῶς τῆς συχνότητος τοῦ διχαλωτοῦ διαπασῶν.

24-9. Ἀπορρόφησις τοῦ ἤχου. Καθὼς κυματικὴ κίνησις διασχίζει ἓν μέσον, ἕνα μέρος τῆς ὁμαλῆς κινήσεως τῶν σωματιδίων ἐν τῇ κυματικῇ κινήσει μετατρέπεται εἰς ἀνώμαλον κίνησιν (θερμότης). Τοῦτο συνιστᾶ *ἀπορρόφησιν* ἐνεργείας ἀπὸ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ό κῦμα. Εἰς μερικὰς ὕλας γίνεται πολὺ μικρὰ ἀπορρόφησις ἤχου κατὰ τὴν διέλευσίν του, εἰς ἄλλας ἡ ἀπορρόφησις εἶναι μεγάλη. Πορώδη ὑλικά, ὅπως ἡ τσόχα εἶναι καλοὶ ἀπορροφηταὶ τοῦ ἤχου, ἐφ' ὅσον ἐν μεγάλο μέρος τῆς ἐνεργείας μετατρέπεται εἰς θερμικὴν ἐνέργειαν ἐντὸς τῶν πόρων. Ὁσάκις εἶναι ἀπαραίτητον νὰ μειωθῇ ὁ ἦχος ὁ μεταδιδόμενος διὰ τοίχων ἢ πατωμάτων ἢ ὁ ἀνακλώμενος ἀπὸ τοίχους, πρέπει νὰ χρησιμοποιηθῇ ὕλη ἡ ὁποία νὰ εἶναι καλὸς ἀπορροφητής. Χαλιά, ὑφάσματα, πορώδη ὑλικὰ χρησιμοποιοῦνται πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτόν.

24-10. Ἡ ἀρχὴ τοῦ Doppler περὶ ἀλλαγῆς τῆς συχνότητος. Ὅποιος ἔχει σταθῇ πλησίον σιδηροδρομικῆς γραμμῆς καὶ ἔχει ἀκούσει τὸν κώδωνα ἢ τὴν σφυρίκτρα διερχομένου συρμοῦ ἢ ἔχει ἀκούσει τὴν κόρνα διερχομένου αὐτοκινήτου πιθανὸν νὰ ἔχῃ παρατηρήσει τὴν ἀξιοσημείωτον πτῶσιν τοῦ τόνου ἡ ὁποία συντελεῖται καθὼς διέρχεται πρὸ αὐτοῦ ἡ πηγὴ τοῦ ἤχου. Ἡ κίνησις τῆς πηγῆς τοῦ ἤχου ἐν σχέσει πρὸς τὸν παρατηρητὴν εἶναι ἐκείνη ἡ ὁποία προκαλεῖ τὴν μεταβολὴν εἰς τὸν τόνον. Ὁ Doppler (1845) ἀπεσαφήνισεν τὴν ἀρχὴν αὐτὴν προκειμένου διὰ τὸν ἦχον. Ἡ ἐπίδρασις Doppler ἀπαντᾶται εἰς οἱαδήποτε κυματικὴν κίνησιν καὶ ὁδηγεῖ πράγματι εἰς ἰδιαιτέρως σημαντικὰς συνεπείας διὰ τὴν μελέτην τοῦ φωτός.

Ἡ σχετικὴ κίνησις, ἡ ὑπεύθυνος διὰ τὴν ἐπίδρασιν Doppler, δύναται νὰ παραχθῇ εἴτε διὰ τῆς κινήσεως τῆς πηγῆς τοῦ ἤχου εἴτε διὰ κινήσεως τοῦ παρατηρητοῦ (ἢ δι' ἀμφοτέρων). Ἐὰν ἡ πηγὴ καὶ ὁ παρατηρητὴς πλησιάσουν ἀλλήλους, ἡ προφανὴς συχνότης αὐξάνεται ἐνῷ ἐὰν ἀπομακρυνθοῦν ἀλλήλων μειοῦται.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Ἦχος εἶναι ἕνα εἶδος διαταραχῆς τὴν ὁποίαν δύναται νὰ συλλάβῃ τὸ αὐτί. Ἡ διαταραχὴ προκαλεῖται διὰ τῆς *ταλαντώσεως* ὑλικοῦ τινος σώματος.

Ἡ ταλάντωσις δύναται νὰ ὑπάρξῃ ἐντὸς σωμάτων τὰ ὁποῖα ἔχουν τὰς ἰδιότητας τῆς ἀδρανείας καὶ τῆς ἐλαστικότητος. Ἐκεῖναι μόνον αἱ συχνότητες ταλαντώσεων εἶναι δυναταὶ διὰ τὰς ὁποίας δύνανται νὰ δημιουργηθοῦν στάσιμα κύματα ἐντὸς τοῦ σώματος. Ἡ ταλάντωσις τῆς κατωτάτης συχνότητος καλεῖται *θεμελιώδης*. Ὅλαι αἱ ἄλλαι καλοῦνται *ὑπέρτονοι*. Αἱ ταλαντώσεις τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες εἶναι ἀκέραια πολλαπλάσια τῆς συχνότητος τῆς θεμελιώδους καλοῦνται *ἁρμονικοί*. Ἡ θεμελιώδης εἶναι ὁ πρῶτος ἁρμονικός.

Ἐξηναγκασμέναι ταλαντώσεις δημιουργοῦνται ἐντὸς ἐλαστικοῦ σώματος ὅταν συζευχθῇ μὲ ταλαντευόμενον σῶμα. Ἐὰν ἡ φυσικὴ συχνότης τοῦ ὑπὸ σύζευξιν σώματος εἶναι ἡ αὐτὴ ὡς καὶ τοῦ ταλαντωτοῦ, ὑφίστανται *μετήχησις*. Εἰς τὴν μετήχησιν ἔχομεν ταχεῖαν μετάδοσιν ἐνεργείας καὶ μίαν συνισταμένην–ἰσχυρότερον ἦχον.

Ὁ ἦχος μεταδίδεται διὰ τοῦ ἀέρος ἢ ἄλλης ὕλης ὑπὸ μορφὴν *συμπιεστικῶν* (διαμήκων) κυμάτων.

Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα ὑπὸ συνήθης συνθήκας θερμοκρασίας εἶναι περίπου 1100 ft/sec. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου ἐντὸς ἀερίου ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ εἶδος τοῦ ἀερίου καὶ τὴν θερμοκρασίαν. Εἶναι ἀνεξάρτητον τῆς πιέσεως καὶ τῆς συχνότητος.

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

Ἡ ταχύτης ἤχου ἐντὸς ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν τῆς ἀπολύτου θερμοκρασίας.

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

Ἠχητικὸν κῦμα *διαθλᾶται* ἐὰν ἡ ταχύτης δὲν εἶναι ἡ ἰδία εἰς ὅλα τὰ τμήματα τοῦ μέσου ἢ ἐὰν μέρη τοῦ μέσου κινοῦνται. Δύναται ἐπίσης νὰ *ὑποστῇ διάθλασιν* καθὼς διέρχεται ἀπὸ ἑνὸς μέσου εἰς ἄλλο.

Δημιουργεῖται *ἠχὼ* ὅταν ἀνακλώμενον ἠχητικὸν κῦμα ἐπιστρέψῃ εἰς τὸν παρατηρητὴν ἐντὸς 0.1 τοῦ δευτερολέπτου ἢ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

περισσότερον μετὰ τὴν ἄφιξιν τοῦ ἀρχικοῦ κύματος, ὥστε νὰ συλληφθῇ εὐκρινὴς ἐπανάληψις τοῦ ἀρχικοῦ ἤχου.

Δύο σειραὶ κυμάτων τῆς αὐτῆς συχνότητος δύνανται νὰ ἐνισχυθοῦν ἢ νὰ ἐξουδετερωθοῦν ἀμοιβαίως εἰς μίαν δεδομένην θέσιν. Τοῦτο καλεῖται *συμβολή*.

Διακροτήματα ἐμφανίζονται ὅταν δύο πηγαὶ μὲ ἐλαφρῶς *διαφόρους* συχνότητας ἠχήσουν ταυτοχρόνως. Ὁ προκύπτων ἦχος περιοδικῶς ἀνέρχεται καὶ πίπτει εἰς ἔντασιν καθὼς τὰ κύματα ἀλληλοενισχύονται καὶ ἀλληλοεξουδετεροῦνται ἐναλλάξ.

Ἡ *ἀπορρόφησις* ἐμφανίζεται ὅταν ἡ ὁμαλὴ κίνησις τῶν σωματίων ἐντὸς κύματος μετατρέπεται εἰς ἀνώμαλον κίνησιν (θερμότητα).

Ἡ φαινομένη συχνότης πηγῆς ἤχου μεταβάλλεται ἐὰν ὑπάρχει σχετικὴ κίνησις μεταξὺ πηγῆς καὶ παρατηρητοῦ. Τοῦτο καλεῖται *Ἀρχὴ τοῦ Doppler*. Ἡ συχνότης ἀνέρχεται ὅταν πηγὴ καὶ παρατηρητὴς πλησιάζουν ἀλλήλους, κατέρχεται δὲ ὅταν ἀπομακρύνωνται.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Ἐξηγήσατε διατὶ τὸ κτύπημα διὰ τῆς ἄκρης τοῦ ὄνυχος ἐπὶ ὑφασματίνου καλύμματος βιβλίου παράγει μουσικὸν τόνον.

2. Ἐξηγήσατε πῶς εἶναι δυνατὸν νὰ θραυσθοῦν τὰ παράθυρα ἀπὸ ἔκρηξιν ἡ ὁποία ἔλαβε χώραν εἰς ἀπόστασιν ἀρκετῶν μιλλίων.

3. Ποῖαι ἐνδείξεις ὑπάρχουν περὶ ὑπάρξεως στασίμων κυμάτων ἐντὸς ταλαντευομένου σώματος;

4. Τὸ κῦμα τὸ εὑρισκόμενον ἐντὸς ταλαντευομένου σπάγγου εἶναι ἠχητικὸν κῦμα; Ἐὰν ὄχι εἰς ποῖον εἶδος κυμάτων ἀνήκει;

5. Ἐξηγήσατε τὴν ταλάντωσιν ἐντὸς σωλῆνος ὀργάνου. Ποίου εἴδους κύματα ὑπάρχουν ἐντὸς τοῦ σωλῆνος;

6. Ἐξηγήσατε πῶς δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν κατὰ προσέγγισιν τὴν ἀπόστασιν εἰς μίλλια, θυέλλης μετὰ κεραυνῶν, διὰ τῆς μετρήσεως τοῦ ἀριθμοῦ τῶν δευτερολέπτων τὰ ὁποῖα παρέρχονται μεταξὺ τῆς ἀστραπῆς καὶ τῆς ἀφίξεως τοῦ ἤχου τοῦ κεραυνοῦ καὶ διὰ τῆς διαιρέσεως τοῦ ἀποτελέσματος διὰ πέντε.

7. Διατί ὁ ἦχος μεταδίδεται ταχύτερον εἰς τὰ στερεὰ παρὰ εἰς τὰ ἀέρια;

8. α) Ἐὰν ἄτομον εἰσπνεύσῃ ὑδρογόνον καὶ ὁμιλήσῃ ἐν συνεχείᾳ, ποίαν μεταβολὴν θὰ παρουσιάσουν τὰ χαρακτηριστικὰ τῆς φωνῆς του; β) Ποία μεταβολὴ θὰ ἐπήρχετο εἰς τὴν κατάστασιν ἐὰν ἐχρησιμοποιεῖτο διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος;

9. Διατί μεταβάλλεται ἡ ταχύτης ἠχητικοῦ κύματος ἐντὸς ἀερίων μὲ τὴν θερμοκρασίαν;

10. Ἀναφέρατε μερικὰ κοινὰ παραδείγματα μετηχούντων ταλαντώσεων.

11. Ἀναφέρατε παραδείγματα τῆς σπουδαιότητος τῆς μετηχήσεως εἰς τὰ μουσικὰ ὄργανα.

12. Ὑπὸ ποίας συνθήκας θὰ πρέπει νὰ ἀποφεύγεται ἡ μετήχησις εἰς τὰ μουσικὰ ὄργανα;

13. Εἶναι ἀληθὲς ὅτι ἀκούομεν καλύτερα κατὰ μίαν δροσερὰν, ὑγρὰν ἡμέραν παρὰ μίαν θερμὴν καὶ ξηρὰν τοιαύτην; Ἐξηγήσατε.

14. Ἐξηγήσατε σαφῶς, διὰ τῆς χρήσεως καταλλήλων διαγραμμάτων, τὰς συνθήκας αἱ ὁποῖαι εἶναι ἀναγκαῖαι διὰ τὴν «ὑπερπήδησιν» τοῦ ἤχου.

15. Πῶς δύναται νὰ ἀχθῇ εἰς ἑστίαν ἡ ἐνέργεια ἠχητικοῦ κύματος;

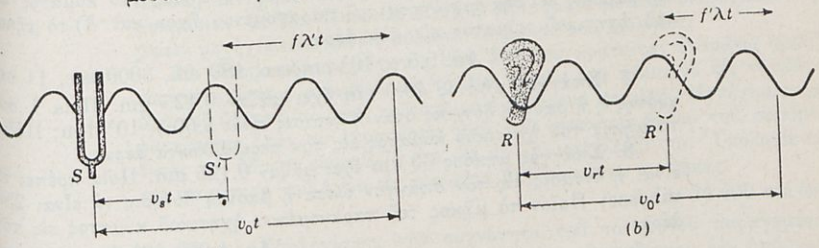
16. Εἰς τὸν τάφον τοῦ Ἀγαμέμνονος εἰς τὰς Μυκήνας, ἄτομον ἑστάμενον εἰς ἀπόστασιν ὀλίγων ποδῶν ἀπὸ τοῦ τοίχου δύναται νὰ ἀκούῃ τὸν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ψίθυρον ἄλλου ἀτόμου εἰς τὸ ἀντίστοιχον σημεῖον τῆς ἀπέναντι πλευρᾶς εἰς ἀπόστασιν 50 ποδῶν. Εἰς τὰ ἐνδιάμεσα σημεῖα, ὁ ἦχος δὲν ἀκούγεται. Ἐξηγήσατε.

17. Ποία ἡ χρησιμότης τῶν διακροτημάτων διὰ τὸν συντονισμὸν μουσικοῦ ὀργάνου;

18. Ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου ἀπὸ μικρὰν πηγὴν μειοῦται ἀναλόγως τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως. Ποία ἡ ἐπίδρασις τῆς ἀπορροφήσεως τοῦ μέσου ἐπὶ τῆς σχέσεως αὐτῆς;



Εἰκ. 11. Ἀρχὴ τοῦ Doppler.

19. Κατόπιν ἐξετάσεως τῆς Εἰκ. 11*a*, δείξατε ὅτι ἡ προφανὴς συχνότης f' πηγῆς κινουμένης μὲ ταχύτητα v_s πρὸς στάσιμον δέκτην εἶναι

$$f' = \left(\frac{v^0}{v_0 - v_s}\right) f$$

ὅπου v_0 ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου.

20. Δείξατε ὅτι διὰ παρατηρητὴν ἀπομακρυνόμενον μὲ ταχύτητα v_r ἀπὸ στάσιμον πηγὴν ἤχου (Εἰκ. 11*b*) ἡ φανερὰ συχνότης εἶναι

$$f' = \left(\frac{v_0 - v_r}{v_0}\right) f$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ *Ὑποθέσατε ὅτι ἡ θερμοκρασία εἶναι 20°C ἐκτὸς ἐὰν ἀναφέρεται ἄλλως.*

1. Τανυσμένον χαλύβδινον καλώδιον ταλαντεύεται μὲ βασικὴν συχνότητα 240 vib/sec. Ποία ἡ συχνότης τῶν ταλαντώσεων ἐὰν ἡ ἔντασις εἰς τὸ καλώδιον διπλασιασθῇ;

2. Σπάγγος μήκους 36 in. ὑποβάλλεται εἰς μίαν ἔντασιν 30 lb καὶ δονεῖται 500 φορὰς κατὰ δευτερόλεπτον. Ποῖος ὁ ρυθμὸς ταλαντώσεως τοῦ σπάγγου ἐὰν ἡ ἔντασις μειωθῇ εἰς 15 λίμπρας;
Ἀπ. 350 vib/sec

3. Χορδὴ μήκους 80 cm τανύεται ὑπὸ βάρους 8.0 kg. Ἡ μᾶζα κατὰ μονάδα μήκους εἶναι 4.0×10^{-5} kg/m. Ὑπολογίσατε α) τὴν ταχύτητα τοῦ ἐγκαρσίου κύματος εἰς τὴν χορδήν, β) τὴν συχνότητα τοῦ θεμελιώδους καὶ τοῦ δευτέρου ὑπέρτονου.

4. Ὑπολογίσατε τὴν ἔντασιν εἰς τανυσμένην χορδὴν δονουμένην μὲ συχνότητα, ὁ τρίτος ὑπέρτονος τῆς ὁποίας ἰσοῦται πρὸς τὴν συχνότητα τοῦ δευτέρου ὑπέρτονου τοῦ παραγομένου ὅταν ἡ ἔντασις εἶναι 12 lb.
Ἀπ. 6.8 lb

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

5. Ὑπολογίσατε τὴν ἔντασιν εἰς τανυσμένον σπάγγον διὰ τὸν ὁποῖον ἡ συχνότης τῆς θεμελιώδους ταλαντώσεως ἰσοῦται πρὸς τὴν συχνότητα τοῦ δευτέρου ὑπέρτονου ὅταν ἡ ἔντασις εἶναι 4.96×10^5 dyn.

6. Τὸ ἀλουμίνιον ἔχει εἰδικὸν βάρος 2.6 καὶ μέτρον Young 7.8×10^{11} dyn/cm^2. Ράβδος ἐξ ἀλουμινίου μήκους 90 cm διασταυροῦται εἰς τὸ μέσον της καὶ τίθεται ἐν διαμήκει δονήσει κατόπιν πλήγματος δι' ὑφάσματος περιέχοντος κολοφώνιον. Ὑπολογίσατε α) τὴν ταχύτητα τοῦ συμπιεστικοῦ κύματος εἰς τὴν ράβδον, β) τὸ μῆκος τοῦ κύματος εἰς τὴν ράβδον, γ) τὴν συχνότητα τοῦ παραγομένου ἤχου καὶ δ) τὸ μῆκος τοῦ ἠχητικοῦ κύματος εἰς τὸν ἀέρα.

Ἀπ. 5.5×10^5 cm/sec, 180 cm, 3000/sec, 11 cm

7. Σπάγγος μήκους 40.0 cm ἔχει μᾶζαν 0.125 gm. Ποία ἡ συχνότης ἢ ἡ βασικὴ δόνησις ὅταν ἡ ἔντασις εἶναι 5.00×10^5 dyn; Ποῖον τὸ μῆκος τοῦ ἠχητικοῦ κύματος εἰς τὸν περιβάλλοντα ἀέρα;

8. Σπάγγος μήκους 60 cm ἔχει μᾶζαν 0.125 gm. Ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ ἔντασις εἰς τὸν σπάγγον ὥστε ἡ βασικὴ δόνησις νὰ εἶναι 250 vib/sec; Ποῖον τὸ μῆκος τοῦ παραγομένου ἠχητικοῦ κύματος εἰς τὸν ἀέρα; Ἀπ. 1.9×10^6 dyn, 130 cm

9. Καπνὸς διακρίνεται νὰ ἐκπέμπεται ἀπὸ ἀτμομηχανὴν 1.8 δευτερόλεπτα πρὶν ἀκουσθῇ ὁ ἦχος. Πόσον ἀπέχει ὁ συρμός;

10. Λίθος ρίπτεται ἀπὸ ὕψωμα ἐντὸς λίμνης εὑρισκομένης 100 ft χαμηλότερα. Μετὰ πόσην ὥραν θὰ ἀκουσθῇ ἡ σύγκρουσις; Ἀπ. 2.6 sec

11. Λίθος ρίπτεται ἐντὸς φρέατος ὀρυχείου βάθους 400 ft. Μετὰ πόσην ὥραν θὰ ἀκουσθῇ ἡ σύγκρουσις;

12. Ἀεροπλάνον ἵπταται πρὸς ἀνατολὰς μέσῳ νεφῶν μὲ ταχύτητα 250 mi/hr εἰς ὕψος 8000 ft. Εἰς ὡρισμένην στιγμὴν ὁ ἦχος τοῦ ἀεροπλάνου δίδει τὴν ἐντύπωσιν εἰς τὸν ἐπὶ τοῦ ἐδάφους παρατηρητὴν ὅτι προέρχεται ἀπὸ σημεῖον ἀκριβῶς ὑπεράνω αὐτοῦ. Ποία ἡ κατὰ προσέγγισιν θέσις τοῦ ἀεροπλάνου;

Ἀπ. 2700 ft ἀνατολικῶς τοῦ παρατηρητοῦ

13. Εἰς ὁμιχλώδη ἀτμόσφαιραν, φάρος ἐκπέμπει ἠχητικὰ σήματα συγχρόνως ὑπὸ τὸ ὕδωρ (0° C) καὶ διὰ τοῦ ἀέρος (10° C). Σκάφος ἀπέχει 1000 m ἀπὸ τοῦ φάρου. Πόσον ἀργότερον φθάνει τὸ ἓν σῆμα ἀπὸ τὸ ἄλλο;

14. Ὁ ἦχος τοῦ τορπιλισμοῦ πλοίου λαμβάνεται ὑπὸ τοῦ ὑποβρυχίου ἀνιχνευτοῦ περιπολικοῦ σκάφους, 18 sec πρὶν ἀκουσθῇ διὰ τοῦ ἀέρος. Πόσον ἀπέχει τὸ πλοῖον; Λάβετε τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου ἐντὸς τοῦ θαλασσίου ὕδατος ὡς 4800 ft/sec . Ἀπ. 4.9 mi

15. Χρησιμοποιοῦντες τὴν Ἐξίσωσιν (4), πιστοποιήσατε τὴν δήλωσιν ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα αὐξάνει περίπου 2 ft/sec διὰ κάθε αὔξησιν ἑνὸς βαθμοῦ Κελσίου εἰς τὴν θερμοκρασίαν ἀπὸ 0° C.

16. Ἡ πυκνότης τοῦ ὀξυγόνου εἶναι δεκαεξαπλασία τῆς τοῦ ὑδρογόνου. Δι' ἀμφότερα τὸ $\gamma = 1.40$. Ἐὰν ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἶναι 1041 ft/sec εἰς τὸ ὀξυγόνον εἰς 0° C, ποία ἡ ταχύτης εἰς τὸ ὑδρογόνον;

Ἀπ. 4160 ft/sec

17. Ἐκκινοῦντες ἀπὸ τὰ δεδομένα τοῦ Πίνακος 1, Κεφ. 17, ὑπολογίσατε τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς τὸ ἄζωτον ὑπὸ ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν καὶ θερμοκρασίαν 77° C.

18. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸ ὀξυγόνον ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

εἶναι 314 m/sec καὶ εἰς τὸν ἀέρα 331 m/sec, α) ποία θὰ ἦτο ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα μίαν ἡμέραν κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ θερμοκρασία εἶναι 27° C καὶ ἡ βαρομετρικὴ πίεσις εἶναι 73.0 cm ὑδραργύρου; β) Τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ H_2 εἶναι 2.016 καὶ τοῦ O_2 εἶναι 32.00. Ποία ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸ H_2 ὑπὸ τοιαύτας συνθήκας;

Ἀπ. 347 m/sec, 1250 m/sec

19. Διαπασῶν συχνότητος 300 ἀνὰ sec χρησιμοποιεῖται διὰ νὰ προκαλέσῃ μετήχησιν ἐντὸς ἑνὸς κλειστοῦ σωλῆνος πλήρους ἀέρος εἰς θερμοκρασίαν 20°C. Ποία θὰ εἶναι ἡ ἀπόστασις μεταξὺ διαδοχικῶν σημείων μετηχήσεως καθὼς αὐξάνει τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος;

20. Διαπασὼν συχνότητος 800 ἀνὰ sec κρατεῖται ὑπεράνω σωλῆνος μετηχήσεως ἀνοικτοῦ εἰς τὸ ἄνω ἄκρον καὶ κλειστοῦ εἰς τὸ κάτω ὑπὸ τοῦ ὕδατος, τὸ ὕψος τοῦ ὁποίου δύναται νὰ ποικίλῃ. Μετήχησις παρατηρεῖται ὅταν αἱ ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ ἀνοικτοῦ ἄκρου τοῦ σωλῆνος ἐντὸς τοῦ ὕδατος εἶναι 9.75 cm, 31.25 cm καὶ 52.75 cm. Ὑπολογίσατε τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα ὑπὸ τοιαύτας συνθήκας.

Ἀπ. 340 cm/sec

21. α) Ὑπολογίσατε τὴν συχνότητα τοῦ τόνου τοῦ παραγομένου ὅταν ἀὴρ φυσᾶ μέσῳ τῶν ὀπῶν περιστρεφομένου δίσκου ἐὰν ὑπάρχουν 20 ὀπαὶ καὶ ὁ δίσκος περιστρέφεται μὲ ρυθμὸν 1800 περιστροφῶν/min. β) Ποῖον τὸ μῆκος τοῦ ἠχητικοῦ κύματος εἰς τὸν ἀέρα ὅταν ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἶναι 1120 ft/sec;

22. Σφυρίκτρα κλειστὴ εἰς τὸ ἓν ἄκρον ἔχει θεμελιώδη συχνότητα 160 vib/sec. Ποία ἡ συχνότης τοῦ πρώτου δυνατοῦ ὑπέρτονου;

Ἀπ. 480 vib/sec

23. Μουσικὸν ὄργανον παράγει θεμελιώδη τόνον DO = 264 vib/sec Δοθέντος ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἶναι 336 m/sec, ποῖος εἶναι ὁ βραχύτερος κλειστὸς σωλὴν ὁ ὁποῖος θὰ μετηχήσῃ εἰς τὸν πρῶτον ὑπέρτονον (δεύτερος ἁρμονικὸς) DO′ τὸν ἐκπεμπόμενον ὑπὸ τοῦ ὀργάνου;

24. Ὁ πρῶτος ὑπέρτονος ἀνοικτοῦ σωλῆνος ὀργάνου ἔχει τὴν ἰδίαν συχνότητα μὲ τὸν πρῶτον ὑπέρτονον κλειστοῦ σωλῆνος μήκους 12 ft. Ποῖον τὸ μῆκος τοῦ ἀνοικτοῦ σωλῆνος;

Ἀπ. 16 ft

25. Ὅταν ἠχητικὸν κῦμα εἰσέρχεται ἐντὸς μέσου διαφόρου ἀκουστικῆς πυκνότητος, ἡ ταχύτης του μεταβάλλεται ἀλλὰ ἡ συχνότης παραμένει σταθερά. Ποία θὰ εἶναι ἡ μεταβολὴ εἰς τὸ μῆκος τοῦ κύματος ὅταν ἦχος συχνότητος 1000/sec περνᾶ ἀπὸ τὸν ἀέρα ἀπὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος;

26. Ἡ ἠχὼ πυροβολισμοῦ ἀκούγεται 5.0 sec μετὰ τὴν πυροδότησιν τοῦ ὅπλου ὑπὸ τοῦ κυνηγοῦ. Πόσον ἀπέχει ἀπ' αὐτοῦ ἡ ἐπιφάνεια ἡ ὁποία ἀνακλᾶ τὸν ἦχον;

Ἀπ. 2800 ft

27. Λέμβος πλησιάζει ὑψηλὸν κάθετον ὕψωμα. Ὅταν ριφθῇ ἡ ἄγκυρα, ἀκούεται ἡ ἠχὼ μετὰ παρέλευσιν 1.5 sec. Πόσον ἀπέχει ἡ λέμβος ἀπὸ τὸ ὕψωμα;

28. Συσκευὴ μετρήσεως τοῦ βάθους ἐκπέμπει σῆμα συχνότητος 36 000 vib/sec ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Ἡ αἰφνιδία ὁρμὴ ἢ ὤθησις ἀνακλᾶται ἐκ τῆς κοίτης τοῦ ὠκεανοῦ καὶ ἐπιστρέφει εἰς τὴν συσκευὴν 0.60 sec μετὰ τὴν ἐκπομπὴν τοῦ σήματος. α) Ποῖον τὸ βάθος τοῦ ὕδατος; β) Ποῖον τὸ μῆκος τοῦ κύματος ἐντὸς τοῦ ὕδατος; γ) Ποία ἡ συχνότης τοῦ κύματος εἰς τὸν ἀέρα; δ) Ποῖον τὸ μῆκος τοῦ κύματος εἰς τὸν ἀέρα;

Ἀπ. 1400 ft, 0.13 ft, 36000 vib/sec, 0.028 ft

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

29. Συσκευὴ προσδιορισμοῦ τοῦ βάθους τῶν ὠκεανῶν παράγει ἕνα σῆμα 60 000 vib/sec ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Ἡ ταχύτης τοῦ κύματος εἰς τὸ ὕδωρ εἶναι 4600 ft/sec. Μία ὤθησις ἀνακλᾶται ἀπὸ τὸν πυθμένα τοῦ ὠκεανοῦ καὶ ἐπιστρέφει εἰς τὴν συσκευὴν 0.75 sec μετὰ τὴν ἐκπομπήν τοῦ σήματος. α) Ποῖον τὸ βάθος τοῦ ὕδατος; β) Ποῖον τὸ μῆκος τοῦ κύματος εἰς τὸ ὕδωρ; γ) Ποία ἡ συχνότης τοῦ κύματος εἰς τὸν ἀέρα;

30. Χάριν πειράματος μελετητὴς συνδέει δύο ἐλαστικοὺς σωλήνας μὲ κυτίον περιέχων διαπασῶν κινούμενον δι' ἠλεκτρισμοῦ καὶ κρατεῖ τὰ ἄλλα ἄκρα τῶν σωλήνων εἰς τ' αὐτιά του. Ὁ σωλὴν βαθμιαίως καθίσταται ἐπιμηκέστερος τοῦ ἄλλου καὶ ὅταν ἡ διαφορὰ μήκους εἶναι 7.0 in., ὁ ἦχος τὸν ὁποῖον συλλαμβάνει εἶναι ὁ ἐλάχιστος. Ποία ἡ συχνότης τοῦ διαπασών; (Χρησιμοποιήσατε $v = 1100$ ft/sec) *Ἀπ.* 940 vib/sec

31. Δίσκος σειρῆνος ἔχει ἠχητικὰς ὀπάς, κατὰ ὁμοιόμορφα διαστήματα. Ὅταν ἡ σειρὴν περιστρέφεται 1674 ἢ 1686 περιστρ./λεπτόν, παράγει 2.0 διακροτήματα κατὰ δευτερόλεπτον μὲ ἦχον σταθερᾶς συχνότητος. Ποία ἡ συχνότης τῆς σταθερᾶς πηγῆς;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Jean Perrin

1870–1942. *Ἐγεννήθη εἰς τὴν Λίλλην. Καθηγητὴς εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τῶν Παρισίων. Τὸ 1926 τοῦ ἀπενεμήθη τὸ Βραβεῖον Νόμπελ τῆς Φυσικῆς διὰ τὴν ἐργασίαν του ἐπὶ τῆς ἀναστολῆς εἰς τὴν κατασκευὴν τῆς ὕλης καὶ ἰδιαιτέρως διὰ τὴν ἀνακάλυψιν τῆς ἰσορροπίας τῆς καθιζήσεως.*

25. ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

Ἡ ἐπιστήμη τῆς *ἀκουστικῆς* περιλαμβάνει τὴν παραγωγὴν καὶ τὴν μετάδοσιν τοῦ ἤχου καθὼς καὶ τὴν σχέσιν του πρὸς τὴν αἴσθησιν τῆς ἀκοῆς. Ἔχομεν ἤδη ἐξετάσει τὰ προκύπτοντα προβλήματα κατὰ τὴν παραγωγὴν καὶ μετάδοσιν τοῦ ἤχου, τώρα δὲ ἐνδιαφερόμεθα πρωταρχικῶς διὰ τὰ φαινόμενα αὐτὰ ἐφ' ὅσον ἐπιδροῦν ἐπὶ τῆς αἰσθήσεως τῆς ἀκοῆς.

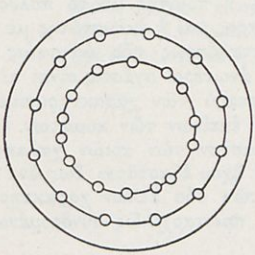
Ὁ ἀκουστικὸς μηχανισμὸς εἶναι εἰς θέσιν νὰ δέχεται συμπιεστικὰ κύματα ἐντὸς τῶν ὁρίων τῆς εὐαισθησίας του καὶ νὰ μετατρέπῃ τὸν ἐρεθισμὸν εἰς αἴσθησιν ἀκοῆς. Τὸ αὐτὶ εἶναι εἰς θέσιν νὰ ἀναλύῃ τὰ κύματα τὰ ὁποῖα φθάνουν εἰς αὐτό, κάνοντας διάκρισιν μεταξὺ δύο ἢ περισσοτέρων ἤχων οἱ ὁποῖοι καταφθάνουν συγχρόνως ἐφ' ὅσον οἱ ἤχοι διαφέρουν εἰς ἕνα ἢ περισσότερα ἀπὸ τὰ ἑξῆς χαρακτηριστικά: *ὕψος (ὀξύτης) (pitch), ποιότητα–χροιὰ (timbre)* καὶ *ἀκουστότης (μεγαλοφωνία).* Ἕκαστον τῶν χαρακτηριστικῶν τούτων εἶναι στενῶς συνδεδεμένον πρὸς τὰ φυσικὰ χαρακτηριστικὰ τοῦ ἠχητικοῦ κύματος τὸ ὁποῖον φθάνει εἰς τὸ αὐτί. Τὸ ὕψος συνδέεται πρωτίστως μὲ τὴν συχνότητα, ἡ ποιότης μὲ τὸ *πολυσύνθετον* τοῦ κύματος καὶ ἡ ἀκουστότης μὲ τὸν *ρυθμὸν* μεταδόσεως τῆς *ἐνεργείας* εἰς τὸ αὐτί. Αἱ ἀνωτέρω σχέσεις εἶναι αἱ κυριώτεραι μεταξὺ τῶν χαρακτηριστικῶν τοῦ ἤχου καὶ ἐκείνων τῶν κυμάτων. Ἐν τούτοις, ἕκαστον τῶν τριῶν χαρακτηριστικῶν τοῦ ἤχου ἐξαρτᾶται ἔως ἕνα σημεῖον καὶ ἐκ τῶν δύο ἄλλων χαρακτηριστικῶν τῶν μὴ πρωταρχικῶς συνδεομένων πρὸς αὐτό.

Ὅλα τὰ συμπιεστικὰ κύματα δὲν εἶναι εἰς θέσιν νὰ διεγείρουν τὸ αἰσθητήριον τῆς ἀκοῆς. Μερικὰ κύματα πιθανὸν νὰ μὴν μεταδίδουν ἀρκετὴν ἐνέργειαν ὥστε νὰ ἐρεθίσουν τὴν αἴσθησιν μολονότι τὸ κατώφλιον τοῦτο εἶναι ἀξιοσημειώτως χαμηλὸν (Εἰκ. 5). Ἄλλα μεταδίδουν ὑπερβολικὴν ἐνέργειαν καὶ τὸ αἴσθημα λαμβάνει περισσότερον τὴν μορφὴν πόνου παρὰ ἤχου. Ἐὰν ἡ συχνότης εἶναι πολὺ χαμηλή, δὲν παράγεται καμμία αἴσθησις ἤχου, δύναταί τις ὅμως νὰ αἰσθανθῇ τὴν μεταβολὴν τῆς πιέσεως. Τὰ συμπιεστικὰ κύματα τῶν ὁποίων ἡ συχνότης εἶναι μικροτέρα ἐκείνης πρὸς τὴν ὁποίαν τὸ αὐτὶ παρουσιάζει εὐαισθησίαν, καλοῦνται *ὑπόηχα* κύματα. Ἀφ' ἑτέρου, ἐὰν ἡ συχνότης εἶναι πολὺ ὑψηλή, δὲν παράγεται καμμία αἴσθησις ἤχου. Εἶναι δυνατὸν νὰ διαπιστωθοῦν αὐτὰ τὰ κύματα ὑψηλῆς συχνότητος διὰ μέσων ἄλλων πλὴν τοῦ ὠτὸς καὶ τὸ θέμα ἔχει εὑρύτατα μελετηθῆ. Τὰ κύματα αὐτὰ καλοῦνται *ὑπέρηχα.*

25-1. Μουσικοὶ τόνοι. Ἡ αἴσθησις τὴν ὁποίαν περιγράφομεν ὡς ἕναν *μουσικὸν τόνον* παράγεται ὑπὸ μιᾶς *ὁμαλῆς* δια-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

δοχῆς συμπιέσεων καὶ τῶν ἐπακολουθούντων ἀραιώσεων αἱ ὁποῖαι φθάνουν εἰς τὸ αὐτί. Ἐὰν οἱ κραδασμοὶ τῆς πηγῆς ἀπέχουν κανονικὰ χρονικὰ διαστήματα, ἡ πηγὴ θὰ παράγῃ μουσικὸν τόνον· ἔχει καθωρισμένην συχνότητα. Ἄλλαι πηγαὶ κραδασμῶν πιθανὸν νὰ μὴν διατηροῦν μίαν μόνον συχνότητα καὶ συνεπῶς νὰ μὴ παράγουν μουσικοὺς τόνους μολονότι προκαλοῦν αἴσθησιν ἤχου. Ἐὰν ἐκτοξευτὴρ ἀέρος κατευθύνεται πρὸς τὰ ἔξω, μὲ ὁπὰς κανονικῶς διανεμημένας ὡς εἰς τὸν δίσκον τῆς Εἰκ. 1, μία κανονικὴ (ὁμαλὴ)



Εἰκ. 1. Ἕνας δίσκος.

διαδοχὴ πνοῶν ἀέρος θὰ διέρχεται διὰ τῶν ὀπῶν καθὼς θὰ περιστρέφεται ὁ δίσκος. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον παράγεται ἠχητικὸν κῦμα τὸ ὁποῖον προκαλεῖ μουσικὸν τόνον. Ἐὰν ὁ ἐκτοξευτὴρ διευθυνθῇ πρὸς τὸν ἐσωτερικὸν κῦκλον ὅπου αἱ ὀπαὶ εἶναι ἀκανόνιστοι, αἱ πνοαὶ θὰ εἶναι ἀνώμαλοι καὶ θὰ παραχθῇ *μικροῦ ὕψους ἦχος*. Οἱ ἄλλοι ἦχοι δὲν μποροῦν νὰ ὑπαχθοῦν εἰς τοὺς μουσικοὺς τόνους διότι εἶναι τόσον βραχείας διαρκείας ὥστε τὸ αὐτὶ εἶναι ἀνίκανον νὰ διακρίνῃ τὴν ὁμαλὴν διαδοχὴν τῶν παλμῶν. Ἦχοι ὅπως ὁ παραγόμενος ὑπὸ πυροβολισμοῦ ὅπλου ἢ ὀξέως κτυπήματος ἐπὶ τραπέζης διὰ κανόνος, ὑπάγονται εἰς αὐτὸ τὸ εἶδος. Δὲν ὑφίσταται σαφὴς διαχωριστικὴ γραμμὴ μεταξὺ τοιούτων ἤχων καὶ μουσικῶν τόνων. Ὅταν μικρὸν τεμάχιον ξύλου πέσῃ ἐπὶ τραπέζης, ὑπάρχει μικρὰ ἔνδειξις τόνου, ὅταν ὅμως ριφθοῦν διαδοχικῶς μικρὰ τεμάχια διαφόρων μηκῶν, τὸ ἓν κατόπιν τοῦ ἄλλου, τὸ αὐτὶ εὐκόλως διαπιστώνει τὴν παραλλαγὴν τοῦ ἤχου.

Ὁ *θόρυβος* δύναται νὰ ὁρισθῇ *ὡς οἱοσδήποτε ἀνεπιθύμητος ἦχος*. Ἐπὶ τῇ βάσει αὐτοῦ τοῦ ὁρισμοῦ, οἱοσδήποτε ἦχος δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς θόρυβος διὰ παρατηρητήν τινα εἴτε εἶναι εἴτε δὲν εἶναι μουσικὸς τόνος.

25-2. Ὕψος καὶ συχνότης. Τὸ *ὕψος* εἶναι τὸ χαρακτηριστικὸν τοῦ ἤχου διὰ τοῦ ὁποίου τὸ αὐτὶ τὸν τοποθετεῖ ἐπὶ μουσικῆς κλίμακος (σκάλας). Τὸ αὐτὶ τοποθετεῖ ἕκαστον μουσικὸν τόνον, ἀλλ' ὄχι καὶ τοὺς ἄλλους ἤχους. Ὅταν τανυσμένος σπάγγος τραβηχθῇ, παράγεται ἦχος ὁ ὁποῖος προκαλεῖ μίαν δεδομένην αἴσθησιν ὕψους. Ἐὰν αὐξηθῇ ἡ ἔντασις τοῦ σπάγγου, ἡ ὀξύτης καθίσταται ὑψηλοτέρα. Ἔχομεν ἤδη ἀνεύρει ὅτι ἡ αὔξησις τῆς ἐντάσεως εἰς σπάγγον αὐξάνει τὴν συχνότητα τῶν κραδασμῶν του. Τὸ κύριον φυσικὸν χαρακτηριστικὸν τὸ συνδεόμενον πρὸς τὸ ὕψος εἶναι ἡ *συχνότης* τοῦ ἠχητικοῦ κύματος.

Ἡ συχνότης πρὸς τὴν ὁποίαν παρουσιάζει εὐαισθησίαν τὸ ἀνθρώπινον αὐτὶ ποικίλει σημαντικῶς κατὰ τὸ ἄτομον. Διὰ τὸν ὁμαλὸν μέσον ὅρον αὐτιοῦ, κυμαίνεται ἀπὸ 20 ἕως 20 000 vib/sec. Τὰ ὅρια αὐτὰ καθορίζονται διὰ τοῦ ἐλέγχου μεγάλου ἀριθμοῦ ἀτόμων μὲ ὁμαλὴν ἐμφάνισιν. Τὸ ἀνώτατον ὅριον κατέρχεται, γενικῶς, καθὼς ἀνέρχεται ἡ ἡλικία τοῦ ἀτόμου.

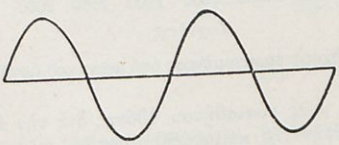
Ἡ ἱκανοποιητικὴ ἀναπαραγωγὴ τοῦ λόγου καὶ τῆς μουσικῆς δὲν ἀπαιτεῖ ἔκτασιν συχνοτήτων τόσην ὥστε νὰ καλύπτῃ ὁλόκληρον τὴν εὐαισθησίαν τοῦ ὠτός. Διὰ νὰ ἐπιτύχωμεν ἱκανοποιητικὴν πιστότητα ἀναπαραγωγῆς, ἀπαιτεῖται ἔκτασις ἀπὸ 100 ἕως 8000 vib/sec διὰ τὸν λόγον καὶ ἀπὸ 40 ἕως 14000 vib/sec διὰ μουσικὴν ὀρχήστρας.

Ἡ περιοχὴ συχνότητος τῶν περισσοτέρων συστημάτων ἀναπαραγωγῆς τοῦ ἤχου, ὅπως τὸ ραδιόφωνον, τὸ τηλέφωνον καὶ ὁ φωνογράφος εἶναι σημαντικῶς μικροτέρα ἀπὸ τὴν ἀκουστικὴν περιοχὴ τοῦ ὠτός. Ἕνας καλὸς ραδιοφωνικὸς πομπὸς καὶ δέκτης εἰς ραδιοφωνικὴν ταινίαν δύναται νὰ καλύψῃ περιοχὴν ἀπὸ 40 ἕως 8000 vib/sec. Ἡ περιωρισμένη αὕτη περι-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

οχὴ τοῦ ἐπιτρέπει νὰ ἀναπαραγάγῃ τὸν λόγον πιστῶς ἀλλὰ ἀφαιρεῖ ἀπὸ τὴν ποιότητα τῆς ὀρχηστρικῆς μουσικῆς. Ἐὰν τὸ πεδίον συχνοτήτων περιωρισθῇ ἔτι περισσότερον, ἡ ποιότης τῆς ἀναπαραγωγῆς μειοῦται ἀντιστοίχως.

Ἀπολύτου πιστότητος ἀναπαραγωγή, θὰ ἀπαιτοῦσεν ὅπως τὸ ἐκπεμπόμενον ὑπὸ τοῦ συστήματος κῦμα εἶναι ἀκριβῶς ὅμοιον πρὸς ἐκεῖνο τῆς ἀρχικῆς πηγῆς τόσον ὅσον ἀφορᾷ τὰς ὑπαρχούσας συχνότητας ὅσον καὶ τὰ σχετικὰ εὖρη τῶν διαφόρων συχνοτήτων. Ἡ ἀναπαραγωγὴ ὑψηλῆς–πιστότητος ἐπιχειρεῖ νὰ πλησιάσῃ αὐτὴν τὴν κατάστασιν.

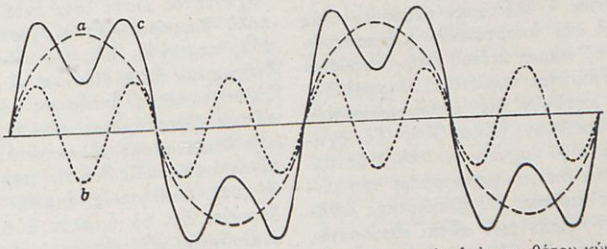


Εἰκ. 2. Ὅταν πίεσις εἶναι συνδεδεμένη πρὸς τὸν χρόνον ἑνὸς ἠχητικοῦ κύματος μιᾶς ἀρχικῆς συχνότητος, λαμβάνεται μία ἁπλῆ καμπύλη.

Μολονότι τὸ ὕψος εἶναι κυρίως συνδεδεμένον μὲ τὴν συχνότητα, ἄλλοι παράγοντες ἐπιρρεάζουν ὡσαύτως τὴν αἴσθησιν. Αὔξησις εἰς τὴν ἔντασιν ὑψώνει τὴν ὀξύτητα τοῦ τόνου ὑψηλῆς–συχνότητος ἀλλὰ κατεβάζει τὸ ὕψος τοῦ τόνου χαμηλῆς–συχνότητος. Τὸ ὕψος συνθέτου τόνου ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν κατασκευὴν τῶν ὑπερτόνων του. Εἰς μερικὰς περιπτώσεις τὸ ὕψος ἀντιστοιχεῖ πρὸς μίαν συχνότητα ἡ ὁποία δὲν εἶναι παροῦσα. Τόνοι βραχυτάτης διαρκείας ἔχουν χαμηλότερον ὕψος ἀπὸ ἐκείνους μακροτέρας διαρκείας εἰς τὴν αὐτὴν συχνότητα.

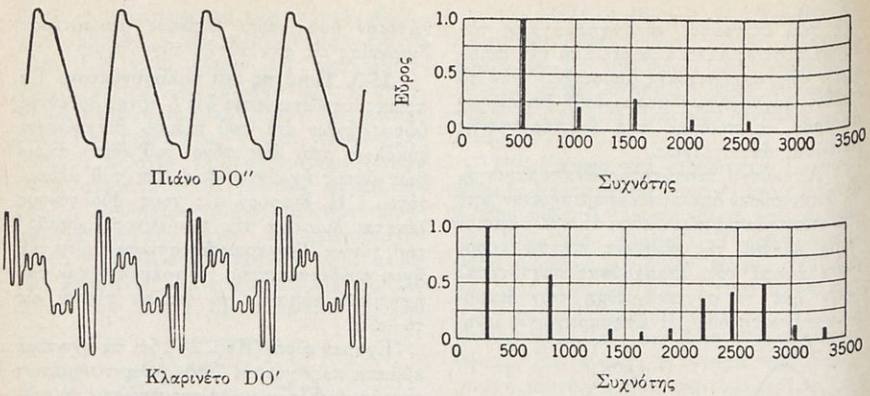
25-3. Ποιότης καὶ πολυσύνθετον. Ἐκ πείρας ἀποδεικνύεται ὅτι ὁ τόνος δοθέντος ὕψους ἤχων ἐπὶ τοῦ πιάνου, διακρίνεται εὐκόλως ἀπὸ ἕνα τόνο τοῦ ἰδίου ἀκριβῶς ὕψους ἠχοῦντος π.χ. ἐπὶ τοῦ κλαρινέτου. Ἡ διαφορὰ εἰς τοὺς δύο τόνους λέγεται διαφορὰ τῆς *ποιότητος (χροιᾶς)* τοῦ τόνου. Τὸ χαρακτηριστικὸν τοῦτο τοῦ ἤχου συνδέεται πρὸς τὸ πολυσύνθετον τοῦ ἠχητικοῦ κύματος τὸ ὁποῖον φθάνει εἰς τὸ αὐτί.

Ἔχομεν εὕρει (Κεφ. 24) ὅτι τὰ ἠχητικὰ κύματα παράγονται ὑπὸ ταλαντευομένων σωμάτων. Εἰς μερικὰς περιπτώσεις τὸ σῶμα ταλαντεύεται μὲ μίαν μόνον συχνότητα ἐνῶ τὰ πλεῖστα τῶν σωμάτων ταλαντεύονται κατὰ τρόπον πολὺ σύνθετον. Τὸ ἠχητικὸν κῦμα τὸ ἐκπεμπόμενον ὑπὸ τοιούτου ταλαντευομένου σώματος ἀποτελεῖ συνδυασμὸν ὅλων τῶν ὑφισταμένων εἰς τὸν συνδυασμὸν ταλαντώσεων. Ἐὰν συνθέσωμεν καμπύλην τῆς μεταβολῆς τῆς πιέσεως (ἤτοι, τῆς διαφορᾶς μεταξὺ τῆς κυματικῆς πιέσεως καὶ τῆς ὁμαλῆς πιέσεως τοῦ ἀέρος) πρὸς τὸν χρόνον τοῦ κύματος τοῦ ἐκπεμπομένου ὑπὸ διαπασῶν, ἡ προκύπτουσα καμπύλη εἶναι ἡ τῆς Εἰκ. 2. Ἐφ' ὅσον τὸ διαπασῶν δονεῖται μὲ μίαν μόνον συχνότητα, ἡ καμπύλη εἶναι μία ἁπλῆ ἡμίτονη καμπύλη τῆς ὁποίας ἡ συχνότης εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ ἐκείνην τοῦ διαπασῶν. Ἐὰν δεύτερον διαπασῶν μὲ συχνότητα τριπλασίαν τοῦ πρώτου ἀλλὰ εὖρος ἴσον πρὸς τὸ ἥμισυ, ἠχήσῃ ὁμοῦ μετὰ τοῦ πρώτου, τὰ δύο κύματα συνδυάζονται ὡς δεικνύει ἡ Εἰκ. 3. Ἡ πίεσις εἰς ἕκα-



Εἰκ. 3. Συνδυασμὸς δύο ἁπλῶν κυμάτων *a* καὶ *b* ὑπὸ μορφὴν ἑνὸς συνθέτου κύματος c.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 4. Κυματικαὶ μορφαὶ καὶ διανομὴ συχνότητος εἰς ἤχους παραγομένους ὑπὸ μουσικοῦ ὀργάνου.

στον σημεῖον εἶναι τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν χωριστῶν πιέσεων. Προσθέτοντες τὰς τεταγμένας τοῦ *a* καὶ *b* εἰς ἕκαστον σημεῖον, εὑρίσκομεν τὴν τεταγμένην τοῦ συνθέτου κύματος *c*.

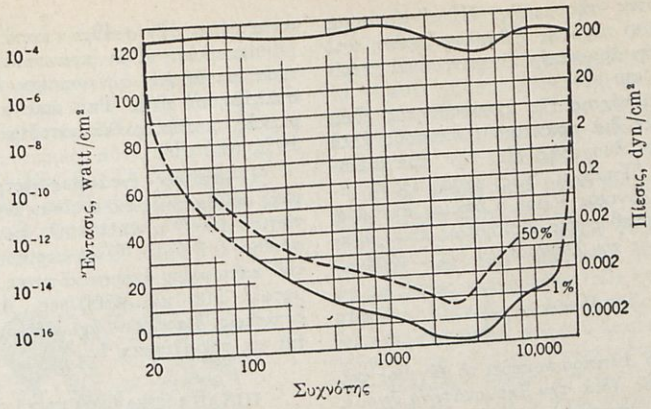
Ἕκαστον σῶμα ταλαντευόμενον μὲ περισσοτέρας τῆς μιᾶς συχνότητας ἐκπέμπει ἕνα σύνθετον κῦμα. Ἡ συνθετικότης, ἡ ὁποία καθορίζει τὴν ποιότητα τοῦ ἤχου, ἐλέγχεται ὑπὸ τοῦ ἀριθμοῦ καὶ τῆς σχετικῆς ἐντάσεως τῶν ὑπαρχόντων ὑπερτόνων. Ὁ «ἁγνὸς» (pure) τόνος (ὄχι ὑπέρτονοι) δυνατὸν νὰ μὴν εἶναι τόσον εὐχάριστος ὅσον ὁ «πλούσιος» τόνος βιολίου, ὁ ὁποῖος περιέχει δέκα ἢ περισσοτέρους ὑπερτόνους. Κάθε σύνθετον κῦμα δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς ἕναν ἀριθμὸν ἁπλῶν κυμάτων. Ὅσον περισσότερον σύνθετον εἶναι τὸ κῦμα, τόσον μεγαλύτερος εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν ὑπερτόνων οἱ ὁποῖοι συντελοῦν εἰς τὴν δημιουργίαν του.

Εἰς τὴν Εἰκ. 4 βλέπομεν τὰς κυματικὰς μορφὰς καὶ τὴν ὑπερτονικὴν κατασκευὴν τοῦ ἤχου τοῦ παραγομένου ὑπὸ διαφόρων ὀργάνων. Τοιαῦται κυματικαὶ μορφαὶ δύνανται νὰ ληφθοῦν διὰ ταλαντωσκοπίου καθοδικῶν ἀκτίνων (Κεφ. 39). Τὸ ἠχητικὸν κῦμα συλλαμβάνεται ὑπὸ ἑνὸς μικροφώνου, τὸ ὁποῖον μετατρέπει τὰς μεταβολὰς τῆς πιέσεως εἰς ἠλεκτρικὰς ὠθήσεις. Μὲ τὴν σειρὰν των αὗται εὐρύνονται καὶ προκαλοῦν τὴν κίνησιν ἑνὸς σημείου ἐπὶ μιᾶς εὐαισθήτου ὀθόνης διὰ τὴν ἀναγραφὴν τῆς κυματικῆς μορφῆς.

25-4. Ἀκουστότης καὶ ἔντασις. *Ἀκουστότης* ἑνὸς ἤχου εἶναι τὸ μέγεθος τῆς ἀκουστικῆς αἰσθήσεως τῆς παραγομένης ὑπὸ τοῦ ἤχου. Ἡ συνδεομένη πρὸς αὐτὴν φυσικὴ ποσότης, ἡ *ἔντασις*, ἀναφέρεται εἰς τὸν ρυθμὸν μὲ τὸν ὁποῖον ἡ ἠχητικὴ ἐνέργεια ρέει διὰ μέσου μονάδος ἐπιφανείας. Ἡ ἔντασις δύναται ἐπίσης νὰ ἐκφρασθῇ εἰς ὅρους τῆς μεταβολῆς τῆς πιέσεως, ἐφ' ὅσον ἡ ταχύτης τῆς ροῆς τῆς ἐνεργείας εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς μεταβολῆς τῆς πιέσεως.

Ἡ ἀκουστότης ἐξαρτᾶται τόσον ἀπὸ τὴν ἔντασιν ὅσον καὶ ἀπὸ τὴν συχνότητα. Διὰ δοθεῖσαν συχνότητα μία αὔξησις τῆς ἐντάσεως παράγει αὔξησιν τῆς ἀκουστότητος ἀλλὰ ἡ εὐαισθησία τοῦ ὠτὸς εἶναι τόσον διάφορος εἰς τὰς ποικίλας κλίμακας συχνότητος ὥστε ἴσαι ἐντάσεις παράγουν πολὺ διαφορετικὰς αἰσθήσεις εἰς διαφόρους περιοχάς. Εἰς τὴν Εἰκ. 5 βλέπομεν διάγραμμα ὅπου δίδονται αἱ σχέσεις μεταξὺ συχνότητος, ἐντάσεως καὶ ἀκοῆς. Ἐντάσεις εὑρισκόμεναι κάτωθι τῆς γραμμῆς τῆς δεικνυούσης τὸ κατώφλιον τῆς ἀκοῆς εἶναι ἀνεπαρκεῖς διὰ τὴν παραγωγὴν οἱασδήποτε αἰσθήσεως ἀκοῆς. Ἡ καμπύλη δεικνύει ὅτι τὸ ὁμαλὸν αὐτὶ εἶναι πλέον εὐαίσθητον εἰς κλίμακα συχνοτήτων ἀπὸ 2000 ἕως 4000 vib/sec, ἤτοι ἐντὸς τῶν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 5. Ὅρια ἀκουστικότητος.

ἀνωτέρω ὁρίων ἀπαιτεῖται ἡ ἐλαχίστη ἐνέργεια διὰ τὴν πρόκλησιν ἠχητικῆς αἰσθήσεως. Ἡ ἔντασις ἡ ἀπαιτουμένη διὰ τὴν ἀκοὴν εἰς πλησίον περιοχάς, τὰ ἀνώτερα καὶ κατώτερα ὅρια ἀκουστικότητος εἶναι πολλάκις πολλαπλάσια τῆς ἀναγκαίας εἰς περιοχὴν μεγίστης εὐαισθησίας.

Ἡ ὁμαλὴ καμπύλη κατωφλίου ἀντιπροσωπεύει τὸν μέσον ὅρον πολλῶν ἀτόμων. Δι' ἓν ἄτομον μόνον, ἡ καμπύλη δὲν θὰ ἦτο ὁμαλὴ ἀλλὰ θὰ παρουσίαζεν πληθώραν ἀνόδων καὶ καθόδων. Ἡ καμπύλη κατωφλίου εἰς τὴν Εἰκ. 5, ἀντιπροσωπεύει τὰ πλέον εὐαίσθητα ὦτα. Ἀπὸ μεγάλην ὁμάδα ἐξετασθέντων, μόνον 1% ἦσαν εἰς θέσιν νὰ ἀκούσουν ἤχους ἐντάσεως μικροτέρας αὐτοῦ τοῦ ὁρίου-κατωφλίου. Ἡ διακεκομένη γραμμὴ δεικνύει τὰ κατώφλια κάτω τῶν ὁποίων τὸ 50% τῆς ὁμάδος δὲν ἦσαν εἰς θέσιν νὰ ἀκούσουν.

Ἐὰν ἡ ἔντασις καταστῇ πολὺ μεγάλη, ἡ αἴσθησις λαμβάνει τὴν μορφὴν αἰσθήματος πόνου μᾶλλον παρὰ ἀκοῆς. Τοῦτο ὑποδεικνύεται διὰ τῆς ἄνω καμπύλης ἡ ὁποία ἀντιπροσωπεύει τὰ κατώφλια τοῦ αἰσθήματος. Μόνον εἰς τὴν περιοχὴν τῆς ἐντάσεως καὶ συχνότητος, τὴν ὑπὸ τῶν δύο καμπυλῶν περιεχομένην, ὑφίσταται αἴσθησις ἀκοῆς.

Εἰς τὴν περιοχὴν τῆς maximum εὐαισθησίας, τὸ αὐτὶ δύναται νὰ ἀκούσῃ ἤχους ἐπὶ εὐρυτάτης κλίμακος ἐντάσεως. Εἰς τὸ κατώφλιον ἀκουστικότητος, ἡ ἔντασις εἰς τὸ αὐτὶ εἶναι ἀπιστεύτως μικρά, περίπου 10^{-16} watt/cm². Εἰς τὸ κατώφλιον τοῦ αἰσθήματος, ἡ maximum ἔντασις τὴν ὁποίαν καταγράφει τὸ αὐτὶ ὡς ἦχον εἶναι περίπου 10^{-4} watt/cm². Ἡ maximum ἔντασις ἐπὶ τῆς κλίμακος αὐτῆς ἰσοῦται οὕτω μὲ χίλια δισεκατομμύρια φορὰς τὸ minimum. Ἡ εὐαισθησία τοῦ ὠτὸς εἰς τὰς μεταβολὰς τῆς πιέσεως εἶναι μεγίστη. Εἰς τὸ κατώφλιον ἀκουστικότητος ἡ πίεσις τοῦ κύματος κυμαίνεται ἀπὸ τοῦ κανονικοῦ μόνον κατὰ 0.0002 dyn/cm² καὶ διὰ τοὺς πλέον ἐντόνους ἤχους κατὰ 200 dyn/cm² περίπου. Διὰ τοὺς ἐντονωτάτους ἤχους ἡ μεταβολὴ τῆς πιέσεως εἶναι περίπου ἓν ἑκατομμύριον φορὰς μεγαλυτέρα ἀπὸ ἐκείνην τῆς ἐλαχίστης ἐντάσεως.

Εἰς ἠχητικὸν κῦμα τὰ σωματίδια τοῦ ἀέρος τὰ λαμβάνοντα μέρος εἰς τὴν ταλάντωσιν δὲν κινοῦνται οὔτε μακρὰν οὔτε ταχέως. Χρησιμοποιοῦντες τὴν Ἐξ. (10), Κεφ. 23, δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ εὖρος τῶν σωματιδίων εἰς μετρίαν συχνότητα, ἔστω 2000 vib/sec. Διὰ τοὺς ἐντονωτάτους ἤχους (κατώφλιον αἰσθήματος) ἡ μετατόπισις εἶναι μόνον περίπου 5.4×10^{-3} cm, ἐνῶ εἰς τὸ κατώφλιον τῆς ἀκοῆς εἶναι περίπου τὸ ἓν ἑκατομμυριο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

στὸν αὐτῆς τῆς τιμῆς. Ἡ ἀντίστοιχος maximum ταχύτης ἡ ὑπολογιζομένη ἀπὸ τὴν ἁπλῆν ἁρμονικὴν κίνησιν εἶναι περίπου 68 cm/sec.

Ἡ μέτρησις τῆς ἀκουστότητος εἶναι σημαντικὴ διὰ πρακτικοὺς σκοποὺς ἀλλὰ ἀποβαίνει δυσχερὴς εἰς τὴν πραγματοποίησιν. Ὑπάρχει ἕνας κατὰ προσέγγισιν ψυχολογικὸς νόμος ὁ ὁποῖος ἀναφέρει ὅτι τὸ μέγεθος τῆς αἰσθήσεως εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὸν λογάριθμον τῆς ἐντάσεως:

$$S = k \log \frac{I}{I_0} \qquad (1)$$

ὅπου τὸ S ἀντιπροσωπεύει τὸ μέγεθος τοῦ αἰσθήματος (διὰ τὴν ἀκουστότητα ἤχου), τὸ I τὴν ἔντασιν καὶ τὸ I_0 τὴν ἔντασιν εἰς ἓν ἐπίπεδον ἀναφορᾶς. Ὁ νόμος οὗτος καλεῖται Νόμος τῶν Weber-Fechner. Δὲν ἀντιπροσωπεύει ἀκριβῶς τὴν σχέσιν μεταξὺ ἀκουστότητος καὶ ἐντάσεως διὰ τὸν ἦχον, ἀλλὰ ἀποτελεῖ προσέγγισιν διὰ «ἄγνους» τόνους εἰς τὰς πλείστας συχνότητας. Διὰ τοὺς συνθέτους τόνους, ἐν τούτοις, δὲν ὑφίσταται ἁπλῆ σχέσις.

Ἀντὶ τῆς αἰσθήσεως S, δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὴν *στάθμην ἐντάσεως* α, ὁριζομένην διὰ τῆς ἐξισώσεως:

$$\alpha = \log \frac{I}{I_0} \qquad (2)$$

Ὑφίσταται κέρδος μιᾶς μονάδος εἰς τὴν στάθμην τῆς ἐντάσεως ὅταν ἡ πραγματικὴ *ἰσχὺς* τοῦ δευτέρου ἤχου εἶναι δεκαπλασία τῆς τοῦ πρώτου. Κατὰ συνέπειαν συνηθίζεται νὰ ἀναφέρωμεν τὰς διαφορὰς μεταξὺ τῶν σταθμῶν ἐντάσεως δύο ἤχων ὡς ὁ *ἐκθέτης* τοῦ 10, πρᾶγμα ποὺ δίδει τὸν λόγον τῶν δυνάμεων. Ἡ μονὰς τοῦ ἐκθέτου καλεῖται *μπὲλ* (bel), ἐκ τοῦ Alexander Graham Bell (1847–1922), τοῦ ὁποίου αἱ ἔρευναι ἐπὶ τοῦ ἤχου εἶναι περίφημοι. Ἐὰν ἦχος ἔχει δεκαπλασίαν δύναμιν ἀπὸ ἄλλον, ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῶν σταθμῶν ἐντάσεώς των εἶναι 1 bel. Τὸ bel εἶναι μία δύσχρηστος μεγάλη μονὰς καὶ ὡς ἐκ τούτου γενικῶς χρησιμοποιεῖται τὸ δέκατον τοῦ bel ὡς μονάς. Μία μεταβολὴ εἰς τὴν ἔντασιν κατὰ 26% μετατρέπει τὴν στάθμην κατὰ 1 db (decibel). Αὐτὴ εἶναι πρακτικῶς ἡ μικροτέρα μεταβολὴ τὴν ὁποίαν δύναται νὰ συλλάβῃ τὸ αὐτί. Ὑπὸ ἀρίστας ἐργαστηριακὰς συνθήκας διαπιστοῦται μεταβολὴ 10% (0.4 db).

Ἡ στάθμη ἐντάσεως μετρεῖται ἀπὸ μιᾶς συμβατικῶς ἐκλεγεῖσαν ἔντασιν. Ἔντασις 10^{-10} μ watt/cm² ἐκλέγεται ὡς στάθμη 0 ἢ 0 db. Εἶναι περίπου ἡ ἔντασις τοῦ κατωφλίου ἀκουστικότητος διὰ τόνους μεταξὺ 500 καὶ 2500/sec. Αἱ στάθμαι ἐντάσεως διαφόρων ἤχων περιλαμβάνονται εἰς τὸν Πίνακα 1.

ΠΙΝΑΞ 1. ΣΤΑΘΜΗ ΕΝΤΑΣΕΩΣ ΩΡΙΣΜΕΝΩΝ ΗΧΩΝ

Πηγή	*Decibels (Δέκατα τοῦ μπὲλ)*
Μέσος ὅρος κατωφλίου ἀκοῆς	0
Ἥσυχος κατοικία, σύνηθες δωμάτιον ὑποδοχῆς	40
Συνήθης συνομιλία (3 ft)	70
Κίνησις εἰς τὴν γωνίαν δρόμου μεγάλης πόλεως	80
Ἐργοστάσιον ἀτμολεβήτων	100
Κατώφλιον πόνου	120
Ἀπογείωσις DC4 (150 ft)	120
Ἀπογείωσις F3D (μηχανὴ J34) ...	140
Μηχανὴ τύπου J-57	160–170

Παράδειγμα: Μικρὰ πηγὴ ἤχου ἀκτινοβολεῖ ἀκουστικὴν ἐνέργειαν ὁμοιομόρφως πρὸς ὅλας τὰς κατευθύνσεις μὲ ρυθμὸν 1.5 watt. Ὑπολογίσατε τὴν ἔντασιν καὶ τὴν στάθμην ἐντάσεως εἰς ἓν σημεῖον 25 m ἀπὸ τῆς πηγῆς ἐὰν α) δὲν ὑφίσταται ἀπορρόφησις καὶ β) ἐὰν 2% τῆς ἐνεργείας ἀπορροφᾶται εἰς κάθε 5 m.

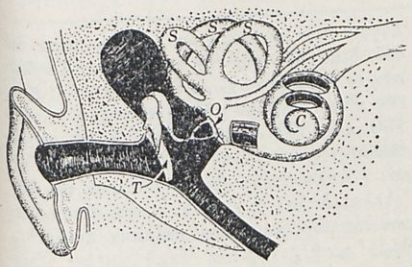
α) $$I = \frac{P}{A} = \frac{1.5 \text{ watt}}{4\pi (2500 \text{ cm})^2}$$
$$= 1.9 \times 10^{-8} \text{ watt/cm}^2$$
$$a = \log \frac{I}{I_0} = \log \frac{1.9 \times 10^{-8} \text{ watt/cm}^2}{10^{-16} \text{ watt/cm}^2}$$
$$= \log (1.9 \times 10^8)$$
$$= 8.3 \text{ bel} = 83 \text{ db}$$

β) Ἐὰν ὑπάρχει ἀπορρόφησις 10 %

$$I = 0.90 \times 1.9 \times 10^{-8} \text{ watt/cm}^2 = 1.7 \text{ watt/cm}^2$$
$$a = \log . \frac{1.7 \times 10^{-8}}{10^{-16}} = \log . (1.7 \times 10^8)$$
$$= 8.2 \text{ bel} = 82 \text{ db}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

25-5. Τὸ οὖς (αὐτί). Τὸ αὐτὶ εἶναι κατ' οὐσίαν συσκευὴ ἡ ὁποία μεταδίδει καὶ μεγενθύνει τὰς μεταβολὰς τῆς πιέσεως αἱ ὁποῖαι φθάνουν εἰς αὐτὸ ὑπὸ μορφὴν ἠχητικῶν κυμάτων. Ἀποτελεῖται ἀπὸ τρία μέρη, τὸ ἐξωτερικὸν αὐτί, τὸ μέσον καὶ τὸ ἐσωτερικὸν (Εἰκ. 6). Τὸ ἔξω τμῆμα ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸ ἐξωτερικὸν αὐτὶ ἢ τὸ πτερύγιον-κόγχην καὶ τὸν ἀκουστικὸν πόρον. Ὁ πόρος χωρίζεται ἀπὸ τὸ μέσον



Εἰκ. 6. Διάγραμμα τοῦ ὠτός.

αὐτὶ διὰ μεμβράνης καλουμένης *τύμπανον T*. Εἰς τὸ μέσον αὐτὶ ὑπάρχουν τρία μικρὰ ὀστάρια: ἡ σφύρα, ὁ ἄκμων καὶ ὁ ἀναβολεὺς τὰ ὁποῖα μεταδίδουν τὰς μεταβολὰς τῆς πιέσεως εἰς τὸ ἔσω αὐτί. Ἡ σφῦρα εἶναι προσηρμοσμένη εἰς τὸ τύμπανον, καὶ ὁ ἀναβολεὺς εἰς μίαν μεμβράνην *O* ἡ ὁποία χωρίζει τὸ μέσον ἀπὸ τὸ ἔσω οὖς. Τὰ τρία ὀστάρια ἀποτελοῦν ἓν σύστημα μοχλῶν οὕτω διατεταγμένων ὥστε νὰ αὐξάνουν τὴν δύναμιν. Ἐπὶ πλέον, ἡ ἔκτασις τοῦ ἀναβολέως τοῦ στηριζομένου ἐπὶ τῆς μεμβράνης εἰς τὸ ἔσω αὐτὶ εἶναι πολὺ μικροτέρα τῆς τοῦ ἀκουστικοῦ τυμπάνου. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον αἱ μεταβολαὶ τῆς πιέσεως αὐξάνουν 30 ἕως 60 φοράς. Τὸ ἔσω αὐτὶ εἶναι πλῆρες ὑγροῦ. Οἱ ἡμικυκλικοὶ πόροι *S* εἶναι ὄργανα ἰσορροπίας καὶ δὲν συμμετέχουν εἰς τὴν ἀκοήν. Ὁ κοχλίας *C* εἶναι πράγματι τὸ τελικὸν ὄργανον ἀκοῆς ὅπου εἰσέρχεται τὸ νεῦρον. Ἐδῶ αἱ μεταβολαὶ τῆς πιέσεως διὰ κραδασμῶν ἐξάπτουν τὴν αἴσθησιν τοῦ ἤχου.

Εἶναι δυνατὸν ἠχητικοὶ κραδασμοὶ νὰ προσπεράσουν τὸ ἔξω καὶ τὸ μέσον αὐτὶ καὶ νὰ ὁδηγηθοῦν διὰ τοῦ ὀστοῦ κατ' εὐθεῖαν πρὸς τὸ ἔσω αὐτί. Εἷς τύπος ἀκουστικῶν ἔχει σχεδιασθῆ ὥστε νὰ γίνεται χρῆσις αὐτῆς τῆς διὰ τοῦ ὀστοῦ μεταδόσεως. Ἄλλοι εἶναι ἐνισχυταὶ αὐξάνοντες τὴν ἐνέργειαν ἡ ὁποία φθάνει εἰς τὸ τύμπανον.

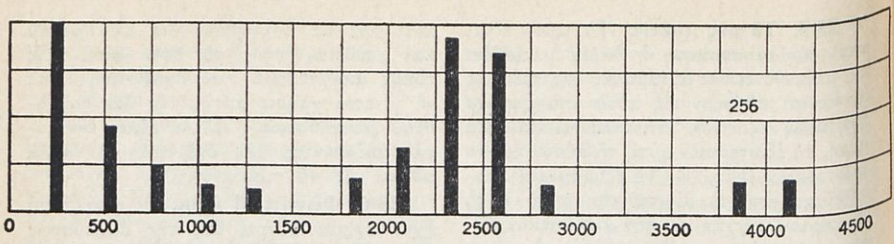
25-6. Φωνητικοὶ ἤχοι. Οἱ φωνητικοὶ ἤχοι σχηματίζονται διὰ τῆς διελεύσεως ἀέρος μέσῳ τῶν φωνητικῶν χορδῶν, τῶν χειλέων καὶ τῶν ὀδόντων. Καθὼς τὸ ρεῦμα ἀέρος περνᾶ μέσῳ τῶν φωνητικῶν χορδῶν, τίθενται ἐν κραδασμῷ. Αἱ ποιλότητες τῆς μύτης καὶ τοῦ λαιμοῦ ἀποτυπώνουν ἀντηχητικὰ χαρακτηριστικὰ ἐπὶ τῶν δονήσεων αὐτῶν διὰ τὴν παραγωγὴν ἤχων λόγου. Ὅλοι οἱ ἤχοι φωνηέντων καὶ μερικοὶ ἐκ τῶν ἤχων τῶν συμφώνων παράγονται κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον. Ἄλλοι ἤχοι καλούμενοι ἄφωνοι, π.χ. φ, σ, θ, σ, (παχὺ ὡς τὸ γαλλικὸν sh), τ καὶ κ παράγονται διὰ τῆς διελεύσεως τοῦ ἀέρος ὑπεράνω τῶν ὀδόντων καὶ τῆς γλώσσης ἄνευ χρήσεως τῶν φωνητικῶν χορδῶν. Τὰ ἔμφωνα σύμφωνα ὅπως μπ, ντ, γκ, τζ, β καὶ ζ εἶναι συνδυασμοὶ τῶν δύο μεθόδων.

ΠΙΝΑΞ 2. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑΙ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΗΧΩΝ ΦΩΝΗΕΝΤΩΝ

Ἤχοι φωνήεντος	Χαμηλὴ συχνότης	Ὑψηλὴ συχνότης
α (μακρὸν)	550	2100
α (βραχὺ)	825	1200
ι (μακρὸν)	375	2400
ε	550	1900
ι (βραχὺ)	450	2200
ο (μακρὸν)	500	850
ου	400	800

Οἱ διάφοροι ἤχοι φωνηέντων δημιουργοῦνται διὰ τῆς μεταβολῆς τοῦ σχήματος τοῦ ἀντηχητικοῦ χώρου ὥστε νὰ ὑπερτιμηθοῦν αἱ διάφοροι συχνότητες. Ἕκαστος ἦχος φωνήεντος ἔχει ὡρισμένας χαρακτηριστικὰς ὁμάδας συχνότητος ὅπως φαίνεται εἰς τὸ διάγραμμα συχνοτήτων τῆς Εἰκ. 7 καὶ τοῦ Πίνακος 2. Αἱ παρεχόμεναι τιμαὶ ἀποτελοῦν τὸν μέσον ὅρον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Εἰκ. 7. Διάγραμμα συχνότητος ἤχων φωνηέντων.

καὶ ὑφίσταται σημαντικὴ κύμανσις ἀναλόγως τοῦ ἀτόμου καὶ ἀναλόγως τοῦ χρόνου δι' ἕκαστον ἄτομον. Ἐὰν εἷς ἐκ τῶν ἤχων αὐτῶν τοῦ λόγου διέλθῃ διὰ ἠχητικοῦ φίλτρου τὸ ὁποῖον ἀπορροφᾷ τὰς συχνότητας εἰς τὴν περιοχὴν ἑνὸς τῶν χαρακτηριστικῶν συχνοτήτων, ὁ ἦχος τοῦ φωνήεντος δὲν διακρίνεται πλέον.

25-7. Μουσικὴ κλῖμαξ. Ἡ πλέον ἁπλῆ μουσικὴ ἀποτελεῖται ἀπὸ διαδοχικοὺς μουσικοὺς τόνους τοῦ ἰδίου ἢ διαφόρου ὕψους. Τοῦτο συνιστᾷ μίαν μελῳδίαν. Οἱαδήποτε διαδοχὴ ὕψους δύναται νὰ ἐκλεγῇ, ἀλλὰ ἔχει διαπιστωθῇ ὅτι τὸ ἀποτέλεσμα εἶναι περισσότερον εὐχάριστον ἐὰν ὁ λόγος τῶν συχνοτήτων διαδοχικῶν τόνων εἶναι λόγος μικρῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν. Διὰ τῆς χρήσεως αὐτοῦ τοῦ δεδομένου κατασκευάζομεν μίαν *μουσικὴν κλίμακα* καὶ χρησιμοποιοῦμεν εἰς τὴν μελῳδίαν μόνον τὰς συχνότητας αἱ ὁποῖαι ἐμφανίζονται εἰς τὴν κλίμακα.

Δύο τόνοι ἠχοῦντες ὁ εἷς κατόπιν τοῦ ἄλλου ἢ καὶ συγχρόνως συνιστοῦν ἓν *διάστημα*. Τὸ αὐτὸ ἀναγνωρίζει τὰ διαστήματα εἰς τὴν μουσικὴν κλίμακα διὰ τῶν λόγων τῶν συχνοτήτων μᾶλλον παρὰ διὰ τῶν διαφορῶν εἰς τὴν συχνότητα. Τὸ διάστημα μεταξὺ συχνοτήτων 600 καὶ 1200/sec εἶναι τὸ ἴδιον μὲ τὸ διάστημα μεταξὺ 150 καὶ 300/sec ἐφ' ὅσον ὁ λόγος εἰς ἑκάστην περίπτωσιν εἶναι $^{2}/_{1}$. Αὐτὴ εἶναι ἡ ἁπλουστέρα ἀναλογία μετὰ τὴν $^{1}/_{1}$. Ἄλλαι ἁπλαῖ ἀναλογίαι χρησιμοποιούμεναι εἰς τὴν μουσικὴν κλίμακα εἶναι $^{3}/_{2}$, $^{4}/_{3}$, $^{5}/_{3}$, $^{5}/_{4}$, $^{9}/_{8}$ καὶ $^{15}/_{8}$.

25-8. Διατονικὴ κλῖμαξ. Ἡ Διατονικὴ κλῖμαξ ἀποτελεῖται ἀπὸ ὀκτὼ νότας μὲ συχνότητας τοιαύτας ὥστε τὰ διαστήματα μεταξὺ τῆς πρώτης νότας καὶ τῶν ὑπολοίπων νὰ εἶναι ἀκριβῶς τὰ δοθέντα. Ἡ συχνότης τῆς πρώτης νότας ἐκλέγεται συμβατικῶς. Ἐν συνεχείᾳ καθορίζονται αἱ ἄλλαι. Ὑποθέσατε ὅτι τὸ μέσον C εἰς τὸ πιάνον προσαρμόζεται εἰς 256 vib/sec. Τότε αἱ συχνότητες καὶ τὰ διαστήματα εἶναι τὰ ἀναφερόμενα εἰς τὸν Πίνακα 3.

Παρατηροῦμεν ὅτι ὑπάρχουν τρία διαστήματα μεταξὺ διαδοχικῶν νοτῶν, $^{9}/_{8}$ ὁ μείζων τόνος, $^{10}/_{9}$ ὁ ἐλάσσων καὶ $^{16}/_{15}$ τὸ ἡμιτόνιον. Δίδονται ἐπίσης ὀνομασίαι εἰς τὰ διαστήματα τὰ μεταξὺ τῆς βασικῆς

ΠΙΝΑΞ 3. ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΙΣ ΤΗΝ ΔΙΑΤΟΝΙΚΗΝ ΚΛΙΜΑΚΑ

Νότα	DO	RE	MI	FA	SOL	LA	SI	DO′
Συχνότης, ἐπιστημονικὸν ὕψος	256	288	320	341	384	427	480	512
ὕψος συναυλίας	264	297	330	352	396	440	495	528
Λόγοι πρὸς C	1	$^{9}/_{8}$	$^{5}/_{4}$	$^{4}/_{3}$	$^{3}/_{2}$	$^{5}/_{3}$	$^{15}/_{8}$	2
Λόγος πρὸς προηγουμένην συχνότητα		$^{9}/_{8}$	$^{10}/_{9}$	$^{16}/_{15}$	$^{9}/_{8}$	$^{10}/_{9}$	$^{9}/_{8}$	$^{16}/_{15}$
Τριάδες	4		5	4	6	5		6
		(6)			4		5	

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΙΝΑΞ 4. ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΟΣ ΕΙΣ ΜΟΥΣΙΚΑΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ

Διάστημα	Νότα												
	DO	RE♭ DO#	RE	MI♭ RE#	MI	FA	SOL♭ FA#	SOL	LA♭ SOL#	LA	SI♭ LA#	SI	DO'
Διατονικὸν διάστημα	1.000	....	1.125	1.200	1.200	1.333	....	1.500	1.600	1.667	....	1.895	2.000
Συγκεκραμένον διάστημα	1.000	1.059	1.122	1.189	1.260	1.335	1.414	1.498	1.587	1.682	1.782	1.888	2.000

συχνότητος καὶ τῶν ἄλλων συχνοτήτων. Ἐφ' ὅσον ὁ λόγος $^2/_1$ ἐμφανίζεται εἰς τὴν ὀγδόην νόταν, τὸ διάστημα αὐτὸ καλεῖται *ὀκτάβα*. Ὁμοίως, ὁ λόγος $^5/_4$ καλεῖται μεῖζον τρίτον, τὸ $^4/_3$ μεῖζον τέταρτον, τὸ $^3/_2$ μεῖζον πέμπτον καὶ τὸ $^5/_3$ μεῖζον ἕκτον.

Τὸ αὐτὶ ἀναγνωρίζει ὡς ἁρμονικὰς τρεῖς νότας ὅταν αἱ συχνότητες εἶναι ἀνάλογοι πρὸς τοὺς ἀριθμοὺς 4, 5 καὶ 6. Ὁ συνδυασμὸς αὐτὸς καλεῖται *μείζων τριάς*. Ἡ μείζων διατονικὴ κλῖμαξ ἀποτελεῖται ἀπὸ τρεῖς μείζονας τριάδας ὡς ἐμφαίνεται εἰς τὸν Πίνακα 3.

25-9. Συμφωνία καὶ παραφωνία. Ὅταν δύο νόται ἠχήσουν ὁμοῦ ἢ ἡ μία κατόπιν τῆς ἄλλης, προκαλοῦν εὐχαρίστησιν ἐὰν τὸ διάστημα εἶναι ἁπλοῦς λόγος. Ὁ τοιοῦτος συνδυασμὸς καλεῖται *συμφωνία*. Ὅλοι οἱ ἄλλοι συνδυασμοὶ εἶναι *παραφωνίαι*.

Δὲν ὑφίσταται ἀσφαλῶς τρόπος ἐλέγχου κατὰ πόσον ἡ ἀναλογία τῶν συχνοτήτων εἶναι «ἁπλῆ» ἐπειδὴ ἡ ἀπόφασις ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ποιοτικὴν ἐξάσκησιν τοῦ παρατηρητοῦ. Ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον φαίνεται ὡς παραφωνία εἰς ἕνα παρατηρητὴν δυνατὸν νὰ θεωρηθῇ ὡς συμφωνία ὑπὸ ἑτέρου.

Παραφωνίαι ἐμφανίζονται ὅταν σχηματίζονται συχνότητες διακροτημάτων περίπου 10 καὶ 50 καθὼς ἠχοῦν συγχρόνως αἱ δύο νόται. Ἡ συχνότης διακροτήματος δύναται νὰ σχηματισθῇ ὑπὸ τῶν θεμελιωδῶν συχνοτήτων ἢ ὑπὸ οἱουδήποτε ζεύγους ὑπερτόνων ἀπαντομένων μεταξὺ τῶν συνθέτων τόνων. Οὕτω παραφωνίαι δὲν ὑφίστανται εἰς τοὺς «ἀγνοὺς» τόνους πλὴν τῶν χαμηλῶν συχνοτήτων. Ἡ συμφωνία ὑποδηλοῖ τὴν ἀπουσίαν παραφωνίας.

25-10. Ὁμαλῶς συγκεκραμένη κλῖμαξ. Τὰ διαστήματα τῆς διατονικῆς κλίμακος εἶναι μεγαλύτερα ἀπ' ὅτι εἶναι ἐπιθυμητὸν συνήθως εἰς τὴν μουσικήν. Ἐν τούτοις, ἐὰν προσπαθήσωμεν νὰ διχάσωμεν τὰ μεγαλύτερα διαστήματα εἰς ἡμίτονα, εἶναι ἀδύνατον νὰ εὑρεθῇ μία συχνότης ἡ ὁποία νὰ διαιρέσῃ τὸ διάστημα ἱκανοποιητικῶς. Π.χ. τὸ ἡμίτονον ὑπεράνω τοῦ Sol δὲν θὰ ἔχῃ τὴν αὐτὴν συχνότητα μὲ τὸ ἡμίτονον κάτω τοῦ La. Δηλαδὴ ἐπ' αὐτῆς τῆς κλίμακος, τὸ Sol# διαφέρει ἀπὸ τὸ La♭. Διὰ νὰ ὑπερνικηθῇ αὐτὴ ἡ δυσχέρεια, δημιουργεῖται κλῖμαξ 12 ἴσων διαστημάτων ἢ ἡμιτόνων. Ἐὰν τὸ x ἀντιπροσωπεύει τὸ ἡμιτονικὸν διάστημα, τότε $(x)^{12} = 2$ ἢ $x = 2^{1/12} = 1.059$ περίπου. Αὐτὴ ἡ κλῖμαξ ὁμαλῶν διαστημάτων καλεῖται *ὁμαλῶς συγκεκραμένη* κλῖμαξ καὶ χρησιμοποιεῖται σήμερον εἰς τὴν μουσικήν. Ὁ Bach ἔγραψεν τὰς συνθέσεις του διὰ «καλῶς συγκεκραμένα ἔγχορδα» διὰ νὰ ἀποδείξῃ τὴν χρησιμότητα τῶν ὁμαλῶς συγκεκραμένων κλιμάκων εἰς τὴν ἀλλαγὴν ἀπὸ ἑνὸς κλειδιοῦ εἰς ἄλλο. Μόνον ὀξύτατον αὐτὶ θὰ ἀναγνωρίσῃ τὴν διαφορὰν μεταξὺ τῶν ὁμαλῶς συγκεκραμένων καὶ διατονικῶν κλιμάκων. Εἰς τὸν Πίνακα 4 ἔχομεν σύγκρισιν τῶν διαστημάτων.

25-11. Παραγωγὴ τοῦ ἤχου. Κάθε ταλαντευόμενον σῶμα τοῦ ὁποίου ἡ συχνότης εὑρίσκεται ἐντὸς τῆς περιοχῆς ἀκουστικότητος παράγει ἦχον ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὅτι δύναται νὰ μεταβιβάσῃ εἰς τὸ μέσον ἀρκετὴν ἐνέργειαν ὥστε νὰ φθάσῃ τὸ κατώφλιον ἀκουστικότητος. Ἀκόμη καὶ μετὰ τὴν ἄφιξιν εἰς τὸ ὅριον, εἶναι πολλάκις ἀπαραίτητος ἡ εὔρυνσις-ἀναπαραγωγὴ τοῦ ἤχου ὥστε νὰ ἀκουσθῇ εἰς τὸ σημεῖον ὅπου σταθμεύει ὁ ἀκροατής. Πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτὸν ἠχητικαὶ συσκευαὶ καὶ μεγάφωνα χρησιμοποιοῦνται διὰ νὰ ἐπιτευχθῇ ἡ αὔξησις τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου.

Ὅταν χρησιμοποιηθῇ ἠχητικὴ συσκευὴ αἱ ταλαντώσεις μεταβιβάζονται κατ' εὐθεῖαν εἰς αὐτὸν καὶ τὸν ἐξαναγκάζουν νὰ ταλαντευθῇ. Οἱ συνδεδυασμένοι ταλαντώσεις εἶναι εἰς θέσιν νὰ παράσχουν μεγαλυτέραν ἐνέργειαν εἰς τὸν ἀέρα παρὰ μόνος ἡ ἀρχικὴ ταλάντωσις. Ἐὰν ἡ ἠχητικὴ συσκευὴ ἀναπαράγει πιστῶς τὰς ταλαντώσεις, δὲν πρέπει νὰ ὑφίστανται συχνότητες μετηχήσεως διότι μία τοιαύτη μετήχησις θὰ μεταβάλῃ τὴν ποιότητα τοῦ παραγομένου ἤχου.

Τὸ μεγάφωνον χρησιμοποιεῖται διὰ νὰ αὐξήσῃ τὴν ἔντασιν τοῦ ἐκπεμπομένου ἤχου, εἴτε διὰ ἠλεκτρικῆς ἀναπαραγωγῆς εἴτε διὰ μετηχήσεως. Δύο τύποι χρησιμοποιοῦνται γενικῶς: ὁ ἀπ' εὐθείας ταλαντωτής, ὅπως τὸ κωνικὸν μεγάφωνον τὸ συνήθως χρησιμοποιούμενον εἰς τὰ ραδιόφωνα καὶ ὁ τύπου κέρατος. Ὁ ἀπ' εὐθείας ταλαντωτὴς χρησιμοποιεῖται συνηθέστερον λόγῳ τῆς ἁπλότητός του καὶ τοῦ μικροῦ χώρου τὸν ὁποῖον καταλαμβάνει. Ὁ τύπου κέρατος ἀποτελεῖται ἀπὸ διάφραγμα λειτουργοῦν ἠλεκτρικῶς ἢ μηχανικῶς καὶ συζευγμένου μὲ ἓν κέρας. Ἡ στήλη ἀέρος τοῦ κέρατος παράγει μετήχησιν εὐρυτάτης κλίμακος συχνότητας καὶ τοιουτοτρόπως αὐξάνει τὴν ἔντασιν τοῦ μεταδιδομένου ἤχου. Τὸ μεγάφωνον μετὰ κέρατος εἶναι ἰδιαιτέρως κατάλληλον διὰ συστήματα εὐρυτάτης ἐπικοινωνίας μὲ τὸ κοινόν.

25-12. Ἀνιχνευταὶ ἤχου. Τὸ κανονικὸν ἀνθρώπινον αὐτὶ ἀποτελεῖ ἐξαιρετικῶς ἱκανὸν καὶ εὐαίσθητον ἀνιχνευτὴν τοῦ ἤχου ἀλλὰ διὰ πολλοὺς λόγους χρησιμοποιοῦνται μηχανικοὶ ἢ ἠλεκτρικοὶ ἀνιχνευταί. Ὁ συνηθέστερος τύπος ἀνιχνευτοῦ εἶναι τὸ μικρόφωνον ὅπου αἱ διακυμάνσεις εἰς τὴν πίεσιν τοῦ ἠχητικοῦ κύματος ἐξαναγκάζουν ἕνα διάφραγμα νὰ ταλαντευθῇ. Ἡ ταλάντωσις αὐτὴ μὲ τὴν σειρά της, μετατρέπεται εἰς ἐναλλασσόμενον ἠλεκτρικὸν ρεῦμα μέσῳ ἀλλαγῆς τῆς ἀντιστάσεως ἢ παραγωγῆς ἠλεκτροκινητηρίου δυνάμεως. Διὰ πλήρη ἀναπαραγωγήν, ἡ ἀνταπόκρισις τοῦ μικροφώνου θὰ πρέπει νὰ εἶναι ὁμοιόμορφος ἐφ' ὅλης τῆς κλίμακος συχνότητος. Μία τοιαύτη ἰδεώδης κατάστασις οὐδέποτε πραγματοποιεῖται ἀλλὰ ἐν καλῶς σχεδιασθὲν ὄργανον θὰ προσεγγίσῃ τὴν ἀνταπόκρισιν ταύτην. Μικρόφωνα χρησιμοποιοῦνται ὅταν εἶναι ἀναγκαῖον νὰ ἀναπαραχθῇ, νὰ καταγραφῇ ἢ νὰ εὐρυνθῇ ὁ ἦχος.

Παραβολικοὶ ἀνακλαστῆρες δύνανται νὰ χρησιμοποιηθοῦν ὡς συσκευαὶ συγκεντρώσεως τοῦ ἤχου ὅταν ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου εἶναι τόσον μικρὰ ὥστε ἀδυνατεῖ νὰ ἐπιρρεάσῃ τὸ αὐτὶ ἢ ἄλλους ἀνιχνευτὰς ἢ ἐκεῖ ὅπου ἐπιθυμεῖται ἕνα πλήρως κατευθυντήριον ἀποτέλεσμα. Ὁ ἦχος συγκεντρώνεται εἰς τὴν ἑστίαν τοῦ ἀνακλαστῆρος καὶ τοποθετεῖται μικρόφωνον ὡς ἀνιχνευτής. Οἱ τοιοῦτοι ἀνακλαστῆρες θὰ πρέπει νὰ εἶναι μεγάλοι συγκρινόμενοι πρὸς τὸ μῆκος κύματος τοῦ λαμβανομένου ἤχου καὶ κατὰ συνέπειαν δὲν εἶναι χρήσιμοι διὰ χαμηλὰς συχνότητας.

25-13. Ἐντοπισμὸς τοῦ ἤχου. Μολονότι ἕνα αὐτὶ μπορεῖ νὰ δώσῃ πληροφορίας σχετικῶς μὲ τὴν κατεύθυνσιν μιᾶς πηγῆς ἤχου, ἡ χρῆσις δύο αὐτιῶν εἶναι ἀπαραίτητος ἐὰν ἀπαιτεῖται μεγάλη ἀκρίβεια. Ἡ κρίσις ἐπὶ τῆς κατευθύνσεως ὀφείλεται εἰς διαφορὰν μεταξὺ τῶν ἐντυπώσεων τῶν λαμβανομένων εἰς τὰ δύο αὐτιά. Αὐταὶ αἱ διαφοραὶ ὀφείλονται εἰς τὴν διαφορὰν ὡς πρὸς τὴν ἠχητικότητα ἢ ὡς πρὸς τὸν χρόνον τῆς ἀφίξεως. Αὐτὴ καλεῖται *δυωτικὴ* (binaural) ἐπίδρασις. Ὡρισμένοι τύποι ἐντοπιστῶν τοῦ ἤχου ὑπερβάλλουν αὐτὴν τὴν ἐπίδρασιν διὰ τῆς τοποθετήσεως δύο ἀκουστικῶν σαλπίγγων εἰς ἀπόστασιν ἀρκετῶν ποδῶν μεταξύ των καὶ συνδεομένων μὲ τὰ δύο αὐτιά. Ἡ συσκευὴ ἐν συνεχείᾳ στρέφεται ἕως ὅτου εὑρεθῇ κάθετος πρὸς τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἤχου. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἡ ἀκρίβεια τῆς ἐντοπίσεως αὐξάνεται.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

25-14. Μετήχησις. Ἀκουστικὴ τῶν Ἀμφιθεάτρων. Ὁ ἦχος ἅπαξ κι' ἐκκινήσῃ ἐντὸς δωματίου, θὰ ἀνακλᾶται συνεχῶς ἀπὸ τοὺς τοίχους ἕως ὅτου ἡ ἔντασίς του μειωθῇ εἰς σημεῖον ὥστε νὰ μὴν ἀκούεται πλέον. Ἐὰν οἱ τοῖχοι εἶναι καλοὶ ἀνακλασταὶ τῶν ἠχητικῶν κυμάτων—π.χ. σκληρὸν ἐπίχρισμα ἢ μάρμαρο—ὁ ἦχος δυνατὸν νὰ ἀκούεται ἐπὶ ἀρκετὸν χρόνον μετὰ τὴν παῦσιν τοῦ ἀρχικοῦ ἤχου. Ἡ ἐπαναλαμβανομένη ἀνάκλασις ἡ ὁποία ἀπολήγει εἰς αὐτὴν τὴν ἐπιμονὴν τοῦ ἤχου καλεῖται *μετήχησις (reverbreration)*.

Εἰς ἀμφιθέατρον ἢ αἴθουσαν διδασκαλίας, ἡ ὑπερβολικὴ ἀνάκλασις πιθανὸν νὰ μὴν εἶναι ἐπιθυμητὴ διότι ὁ ἦχος ὁμιλίας ἢ ὁ μουσικὸς τόνος θὰ συνεχίσῃ νὰ ἀκούεται διὰ συνεχῶν ἀνακλάσεων ἐνῶ θὰ ἐκπέμπεται ὁ ἑπόμενος ἦχος. Ἡ πρακτικὴ θεραπεία εἶναι ἡ κάλυψις μέρους τῶν τοίχων δι' ὑλικοῦ ἀπορροφόντος τὸν ἦχον, συνήθως διὰ πορώδους οὐσίας ὅπως ἡ τσόχα, διὰ συμπιεσμένου χάρτου, διὰ ἀνωμάλου ἐπιχρίσματος ἢ δι' ὑφάσματος. Ἡ ὁμαλὴ κίνησις τῶν μορίων τοῦ ἀέρος, τὰ ὁποῖα συνιστοῦν τὰ ἠχητικὰ κύματα, μετατρέπεται εἰς ἀνωμάλους κινήσεις (θερμότητα) ἐντὸς τῶν πόρων τοιούτων ὑλικῶν καὶ κατὰ συνέπειαν ἀνακλᾶται ὀλιγωτέρα ἠχητικὴ ἐνέργεια.

Ὑποθέσατε ὅτι ἦχος, τοῦ ὁποίου ἡ ἔντασις εἶναι ἓν ἑκατομμύριον φορὰς μεγαλυτέρα ἀπὸ τοῦ ἀσθενεστέρου δυναμένου νὰ ἀκουσθῇ ἤχου, παράγεται ἐντὸς δοθείσης αἰθούσης. Ὁ χρόνος ὁ ὁποῖος ἀπαιτεῖται διὰ νὰ χαθῇ ὁ ἦχος καὶ νὰ μὴν ἀκούεται λέγεται *χρόνος μετηχήσεως* τῆς αἰθούσης. Κάποια μετήχησις εἶναι ἐπιθυμητή, ἰδιαιτέρως εἰς αἰθούσας συναυλιῶν, διότι ἄλλως ἡ αἴθουσα ἠχεῖ ὡς «νεκρά». Δι' ἀμφιθέατρον μετρίου μεγέθους ὁ ἀνακλαστικὸς χρόνος θὰ πρέπῃ νὰ ἀνήκῃ εἰς τὴν τάξιν τοῦ 1 ἕως 2 sec. Προκειμένου δι' ἐργαστήριον ἢ ἐργοστάσιον, θὰ πρέπει βεβαίως νὰ διατηρῆται εἰς μικροτέρας τιμάς, διότι ἡ νέκρωσις τοῦ ἤχου ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα εἰς τοιαύτας περιπτώσεις, τὴν μεγαλυτέραν ἀπόδοσιν ἐκ μέρους τῶν ἐργατῶν, μὲ μικροτέραν νευρικὴν ἔντασιν.

Ὁ κατὰ προσέγγισιν ἀνακλαστικὸς χρόνος αἰθούσης ἐκφράζεται διὰ τοῦ τύπου:

$$T = \frac{0.049V}{\Sigma(kA)} \qquad (3)$$

ὅπου T ὁ χρόνος εἰς δευτερόλεπτα, V ὁ ὄγκος τῆς αἰθούσης εἰς κυβικοὺς πόδας καὶ ΣkA ἡ *ὁλικὴ ἀπορρόφησις* ὅλων τῶν ἐν αὐτῇ ὑλικῶν. Ἡ ὁλικὴ ἀπορρόφησις ὑπολογίζεται διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ ἐμβαδοῦ A, εἰς τετραγωνικοὺς πόδας, ἑκάστου εἴδους ὑλικοῦ ἐντὸς τῆς αἰθούσης ἐπὶ τὸν *συντελεστὴν ἀπορροφήσεως* k (Πίναξ 5) καὶ τῆς προσθέσεως τῶν γινομένων.

Ὁ συντελεστὴς ἀπορροφήσεως εἶναι ἁπλῶς τὸ κλάσμα τῆς ἠχητικῆς ἐνεργείας τὸ ὁποῖον ἀπορροφᾶ δοθὲν ὑλικὸν καθ' ἑκάστην ἀνάκλασιν. Π.χ. ἓν ἀνοικτὸν παράθυρον ἔχει συντελεστὴν 1, ἐφ' ὅσον ὅλος ὁ ἦχος ὁ ὁποῖος τὸ πλήττει ἐκ τοῦ ἐσωτερικοῦ τοῦ δωματίου θὰ ἐχάνετο διὰ τὴν αἴθουσαν.

ΠΙΝΑΞ 5. ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΑΙ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΕΩΣ ΔΙΑ ΗΧΟΥΣ ΜΕΣΟΥ ΥΨΟΥΣ

Ἀνοικτὸν παράθυρον	1.00
Συνήθη ἐπιχρίσματα	0.034
Ἀκουστικὰ ἐπιχρίσματα	0.20–0.30
Χαλιὰ	0.15–0.20
Χρωματισμένον ξύλον	0.03
Τσόχα, πάχους 1 ἴντσας .	0.58
Ὑφάσματα	0.40–0.75
Μάρμαρον	0.01

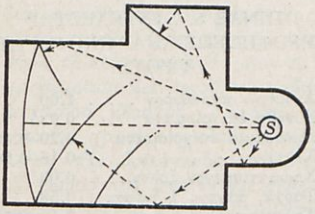
Τὸ μάρμαρον, ἐξ ἄλλου, ἀποδεικνύεται ὅτι ἔχει τιμὴν 0.01, ὅπερ σημαίνει ὅτι ἀπορροφᾶ μόνον τὸ 1% τῆς ἠχητικῆς ἐνεργείας καθ' ἑκάστην ἀνάκλασιν. Ἡ ἐξίσωσις (3) συνήθως δίδει ἱκανοποιητικὰ ἀποτελέσματα διὰ πολὺ μεγάλας ἢ πολὺ μικρὰς αἰθούσας, δι' αἰθούσας μὲ πολὺ μεγάλην ἀπορρόφησιν ἢ δι' αἰθούσας παραδόξου σχήματος.

Διὰ τῆς Ἐξ. (3) δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὰς ποσότητας τῶν ἀπορροφητικῶν ὑλικῶν αἱ ὁποῖαι ἀπαιτοῦνται διὰ τὴν μείωσιν τοῦ χρόνου μετηχήσεως δοθέντος δωματίου εἰς τὴν ἐπιθυμητὴν τιμήν. Αἱ ἀπορροφητικαὶ ἐπιφάνειαι δύ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νανται νὰ τοποθετηθοῦν ὁπουδήποτε ἐντὸς τῆς αἰθούσης, ἐφ' ὅσον τὰ κύματα θὰ τὰς πλήξουν ὁπωσδήποτε πολλὰς φοράς. Εἰς ἀμφιθέατρον, ἐν τούτοις, δὲν πρέπει νὰ τοποθετηθοῦν πολὺ πλησίον τῶν ἐκτελεστῶν.

Ἐκτὸς τῆς ἐπιτεύξεως τῆς optimum ποσότητος συνεχοῦς μετηχήσεως, ὁ σχεδιαστὴς ἀμφιθεάτρου θὰ πρέπει νὰ βεβαιωθῇ ὅτι δὲν ὑφίστανται ἀνεπιθύμητοι ἐπιδράσεις ὀφειλόμεναι εἰς ὁμαλὴν ἀνάκλασιν ἢ συγκέντρωσιν τῶν ἠχητικῶν κυμάτων εἰς ἑστίαν. Καμπυλωταὶ ἐπιφάνειαι μεγάλης ἐκτάσεως θὰ πρέπει γενικῶς νὰ ἀποφεύγονται, ἀλλὰ μεγάλαι ἐπίπεδοι ἀνακλαστικαὶ ἐπιφάνειαι ὄπισθεν ἢ παραπλεύρως τῶν ἐκτελεστῶν δύνανται νὰ χρησιμεύσουν διὰ τὴν πλέον ἀποτελεσματικὴν ἐκπομπὴν τοῦ ἤχου πρὸς τὸ ἀκροατήριον. Τὰ νεκρὰ σημεῖα, ὀφειλόμενα εἰς συμβολὴν κατ' εὐθεῖαν καὶ ἐν ἀνακλάσει ἤχων, πρέπει νὰ ἀποκλείωνται διὰ καταλλήλου σχεδίου τῆς αἰθούσης.



Εἰκ. 8. Σχέδιο ἀμφιθεάτρου δεικνῦον ἀνακλάσεις ἐκ τῶν τοίχων.

Τὰ ἀκουστικὰ χαρακτηριστικὰ τοῦ σχεδίου ἀμφιθεάτρου δύνανται νὰ ἐρευνηθοῦν πρὸ τῆς ἐκτελέσεως τῆς οἰκοδομῆς διὰ πειραμάτων ἐπὶ προτύπου τομῆς τοῦ κτηρίου ἐντὸς κυματοειδοῦς δεξαμενῆς (Εἰκ. 8). Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον εἶναι δυνατὸν νὰ παρατηρηθῇ ἡ ἀνάκλασις κυμάτων ἐκκινησάντων ἀπὸ τὴν σκηνὴν καὶ τυχὸν μειονεκτήματα εἰς τὸ σχέδιον νὰ ἐπανορθωθοῦν πρὸ τῆς οἰκοδομήσεως.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Οἱ ἤχοι διαφέρουν ὡς πρὸς τὸ *ὕψος* (συχνότης τοῦ ἤχου), τὴν *ποιότητα* (χροιὰν) καὶ τὴν *ἀκουστότητα*.

Μουσικὸς τόνος παράγεται διὰ τῆς ὁμαλῆς διαδοχῆς συμπιέσεων (πυκνώσεων) καὶ τῶν ἐπακολουθούντων ἀραιώσεων.

Ἄτονος ἦχος παράγεται ὑπὸ ἀνωμάλου διαδοχῆς συμπιέσεων καὶ ἀραιώσεων ἢ ὑπὸ διαταραχῆς τοιαύτης βραχείας διαρκείας ὥστε τὸ αὐτὶ νὰ καθίσταται ἀνίκανον νὰ διακρίνῃ ὁμαλὴν διαδοχήν.

Ὁ *θόρυβος* εἶναι οἱοσδήποτε ἀνεπιθύμητος ἦχος.

Ὁ *τόνος* τοῦ ἤχου συνδέεται μὲ τὰ φυσικὰ χαρακτηριστικὰ τῆς *συχνότητος* τῆς ταλαντώσεως. Ὁ μέσος ὅρος εὐαισθησίας τοῦ ἀνθρωπίνου αὐτιοῦ ἔχει ὡς ὅρια συχνότητος ἀπὸ 20 ἕως 20.000 vib/sec.

Ἡ *ποιότης* τοῦ ἤχου ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν *συνθετικότητα* τοῦ κύματος, ἤτοι, ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν καὶ τὴν σχετικὴν ἐπικράτησιν τῶν ὑπερτόνων.

Ἀκουστότης ἑνὸς ἤχου εἶναι τὸ μέγεθος τῆς ἀκουστικῆς αἰσθήσεως.

Ἡ *ἔντασις* τοῦ ἤχου εἶναι ἡ ἐνέργεια κατὰ μονάδα ἐπιφανείας ἀνὰ μονάδα χρόνου.

Ἡ *στάθμη τῆς ἐντάσεως* εἶναι ὁ λογάριθμος τοῦ λόγου τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου πρὸς μίαν ἐκλεγεῖσαν συμβατικῶς ἔντασιν. Τὸ *bel* καὶ τὸ *decibel* εἶναι μονάδες τῆς στάθμης ἐντάσεως. Ἓν bel εἶναι ἡ μεταβολὴ εἰς τὴν στάθμην τῆς ἐντάσεως ἡ ὁποία ἀντιπροσωπεύει δεκαπλῆν ἀναλογίαν ἰσχύος.

$$\alpha = \log \frac{I}{I_0}$$

Ἡ *μουσικὴ κλῖμαξ* εἶναι μία διαδοχὴ τόνων ἐχόντων ἁπλῆν σχέσιν μεταξύ των.

Ἡ συνεχὴς μετήχησις εἶναι ἡ ἐπιμονὴ τοῦ ἤχου ἐντὸς περικεκλεισμένου χώρου ἡ ὀφειλομένη εἰς ἐπανειλημμένας ἀνακλάσεις τῶν κυμάτων. Δύναται νὰ μειωθῇ διὰ τῆς τοποθετήσεως οὐσίας ἀπορροφητικῆς τοῦ ἤχου ἐπὶ τῶν τοίχων.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Όλα τὰ συμπιεστικὰ κύματα δὲν δύνανται νὰ κληθοῦν ἠχητικὰ κύματα. Ἀπὸ ποίων ἀπόψεων δύνανται νὰ διαφέρουν τῶν ἠχητικῶν κυμάτων;

2. Ἐὰν δύο «ἄγνοὶ» τόνοι ἔχουν τὴν αὐτὴν συχνότητα καὶ εὖρος, δύναται τὸ αὐτὶ νὰ τοὺς διακρίνῃ μεταξύ των;

3. Σχεδιάσατε ἁπλοῦν κῦμα καὶ τὸν πρῶτον ἁρμανικὸν ὑπέρτονον κατὰ μῆκος τοῦ αὐτοῦ ἄξονος, λαμβάνοντες τὸ εὖρος τοῦ τελευταίου ὡς ἴσον πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ θεμελιώδους. Συνδυάσατε τὰ δύο γραφικῶς προσθέτοντες τὰς τεταγμένας τῶν δύο καμπυλῶν εἰς διάφορα σημεῖα, ἐνθυμούμενοι ὅτι αἱ τεταγμέναι πρέπει νὰ ἀθροίζωνται ἀλγεβρικῶς. Ἐὰν ἡ προκύπτουσα καμπύλη θεωρηθῇ ὅτι ἀντιπροσωπεύει σύνθετον κῦμα, ποῖον χαρακτηριστικὸν τῆς καμπύλης ἀποκαλύπτει τὴν ποιότητα τοῦ ἤχου;

4. Σχεδιάσατε ἁπλοῦν κῦμα καὶ τὸν πρῶτον ἁρμονικὸν ὑπέρτονον αὐτοῦ 45° ἐκτὸς φάσεως μὲ τὸν βασικὸν καὶ τὸ εὖρος ἴσον πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ βασικοῦ. Συνδυάσατε τὰ δύο γραφικῶς προσθέτοντες τὰς τεταγμένας εἰς διάφορα σημεῖα. Συγκρίνατε τὴν προκύπτουσαν καμπύλην πρὸς ἐκείνην τῆς ἐρωτήσεως 3. Ἡ μορφὴ τοῦ κύματος εἶναι ἡ ἰδία; Ἡ συνθετικότης εἶναι ἡ ἰδία; Οἱ δύο συνδυασμοὶ κανονικῶς διακρίνονται;

5. Τίνι τρόπῳ δύναται νὰ ἀπομονωθῇ καὶ νὰ διαπιστωθῇ ὁ ὑπέρτονος μουσικοῦ τόνου;

6. Ποῖος ὁ σκοπὸς τοῦ κέρατος τὸ ὁποῖον χρησιμοποιεῖται μερικὰς φορὰς ὡς βοηθητικὸν τῆς ἀκοῆς;

7. Ἓν μέτρον θορύβου ὑποδιαιρεῖται εἰς δέκατα τοῦ bel. Τί ἀκριβῶς μετρεῖ;

8. Ποῖα πλεονεκτήματα παρουσιάζει ἡ ὁμαλῶς συγκεκραμένη κλῖμαξ ἐν σχέσει πρὸς τὴν διατονικὴν κλίμακα;

9. Διατί ἡ ἀπορρόφησις τοῦ ἤχου λαμβάνεται πολὺ ὑπ' ὄψιν εἰς τὴν ἀρχιτεκτονικήν; Ποία ἡ φυσικὴ σημασία τῆς ἀπορροφήσεως; Πῶς πραγματοποιεῖται; Τί συμβαίνει εἰς τὴν ἐνέργειαν τοῦ ἀπορροφηθέντος ἠχητικοῦ κύματος;

10. Εἰς ἀμφιθέατρον μὲ ξύλινα καθίσματα πῶς ἐπιδρᾷ ἡ παρουσία μεγάλου ἀκροατηρίου ἐπὶ α) τῆς μετηχήσεως καὶ β) τοῦ μέσου ὅρου ἀκουστότητος τοῦ ἤχου;

11. Ποία ἀπὸ τὰς ἀκολούθους ἐνεργείας θὰ ἀπέβαινεν ἀποτελεσματικωτέρα εἰς τὴν μείωσιν τοῦ χρόνου μετηχήσεως ἐντὸς ἀμφιθεάτρου ὅπου τὸ ἀκροατήριον καταλαμβάνει ξύλινα καθίσματα: α) Νὰ ζητηθῇ ἀπὸ τοὺς ἀκροατὰς νὰ ἐγερθοῦν, β) Νὰ ἀνοιχθοῦν τὰ παράθυρα ἢ γ) νὰ ἀνοιχθοῦν αἱ θῦραι πρὸς τὰς συνεχομένας αἰθούσας;

12. Μία αἴθουσα θεωρεῖται ἰδεώδης διὰ μουσικήν, μία ἄλλη δι' ὁμιλίας. Ποία ἐξ αὐτῶν εἶναι πιθανώτερον νὰ ἔχῃ μακροτέραν χρονικὴν περίοδον μετηχήσεως;

13. Ἐὰν ὁ χρόνος μετηχήσεως ἀμφιθεάτρου εἶναι πολὺ μακρᾶς διαρκείας, πῶς δυνάμεθα νὰ τὸν βραχύνωμεν ἐπαρκῶς;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Τὸ ἀνθρώπινον αὐτὶ ἀνταποκρίνεται εἰς συχνότητας κυμαινομένας ἀπὸ 20 cycles/sec ἕως 20.000 cycles/sec περίπου. Ὑπολογίσατε τὰ μήκη κύματος τὰ ἀντιστοιχοῦντα εἰς αὐτὰς τὰς συχνότητας, α) διὰ ἠχητικὰ κύματα εἰς τὸν ἀέρα καὶ β) διὰ ἠχητικὰ κύματα ἐντὸς τοῦ ὕδατος.

2. Ποῖον τὸ μῆκος κύματος ἤχου εἰς τὸν ἀέρα πρὸς τὸ ὁποῖον τὸ αὐτὶ εἶναι περισσότερον εὐαίσθητον; *Ἀπ.* 0.36 ft

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Μουσείο Εικονιστικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

0020638127
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΒΟΥΛΗΣ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής