



Ε

1

ΦΣΚ

Παραγωγόν Περιεργασία





Ε Ί ΦΣΚ  
Παλαιολόγος - Περιστεράκη

ΠΑΛΑΙΟΛΟΓΟΥ - ΠΕΡΙΣΤΕΡΑΚΗ

# ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΠΡΟΣ ΧΡΗΣΙΝ  
ΤΩΝ ΥΠΟΨΗΦΙΩΝ ΔΙΑ ΤΑΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΤΩΝ ΑΝΩΤΑΤΩΝ ΣΧΟΛΩΝ  
ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΤΩΝ ΑΝΩΤΕΡΩΝ ΤΑΞΕΩΝ  
ΤΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΕΩΣ

ΕΓΚΕΚΡΙΜΕΝΟΝ  
ΥΠΟ ΤΟΥ ΥΠΟΥΡΓΕΙΟΥ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΤΟΜΟΣ Ι

ΜΗΧΑΝΙΚΗ  
ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ  
ΘΕΡΜΟΤΗΣ



66

ΕΚΔΟΣΙΣ ΤΡΙΤΗ ΕΠΗΥΞΗΜΕΝΗ

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΝ ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΥ  
ΑΘΗΝΑΙ - ΡΟΥΖΒΕΛΤ 56



ΣΤΙΧΕΙΑ  
ΦΣΙΚΗΣ

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ  
ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ

E 1 ΦΣΚ  
Παραγωγή - Περιέχει

# ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Πρὸς χρῆσιν  
τῶν ὑποψηφίων διὰ τὰς εἰσαγωγικὰς ἐξετάσεις τῶν Ἀνωτάτων  
Σχολῶν καὶ τῶν μαθητῶν τῶν ἀνωτέρων τάξεων τῶν Σχολείων  
Μέσης Ἐκπαιδεύσεως.

Ἰπὸ

Κ. Δ. ΠΑΛΑΙΟΛΟΓΟΥ  
Καθηγητοῦ τῆς Φυσικῆς εἰς τὸ  
Ἐθν. Μετσόβιον Πολυτεχνεῖον.

καὶ

Σ. Γ. ΠΕΡΙΣΤΕΡΑΚΗ  
Ἐπιμελητοῦ Ἐργαστηρίου Φυσι-  
κῆς τοῦ Πανεπιστημίου Ἀθηνῶν.

Ἐγκριμένον ὑπὸ τοῦ Ἰπουργείου Παιδείας ὡς βοηθητικὸν βιβλίον  
διὰ τοὺς μαθητὰς τῶν Ἀνωτέρων τάξεων τῶν Σχολείων  
Μέσης Ἐκπαιδεύσεως.

ΤΟΜΟΣ Ι

Μηχανικὴ • Ἀκουστικὴ  
Θερμότης

ΕΚΔΟΣΙΣ ΤΡΙΤΗ ΕΠΗΞΗΜΕΝΗ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟΝ ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΝ  
ΧΑΡΙΔΗΜΟΥ Ι. ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΥ  
56 ΟΔΟΣ ΡΟΥΖΒΕΛΤ 56 (ΠΡΟΗΓ. ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ) ΑΘΗΝΑΙ  
1951

Κατεχωρήθη ἐν τῷ βιβλίῳ τῶν προμηθευτῶν  
ἀπ' αὐτοῦ ἀριθμ. 3716 τοῦ 1951

Ψηφιοποιήθηκε ἀπὸ τὸ Ἰνστιτούτο Ἐκπαιδευτικῆς Πολιτικῆς

092  
κλΕ  
ΕΤΒ  
253

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑ  
ΦΥΣΙΚΗΣ

ΕΚΔΟΣΙΣ ΠΡΩΤΗ, ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ 1947

ΕΚΔΟΣΙΣ ΔΕΥΤΕΡΑ, ΜΑΡΤΙΟΣ 1949

ΕΚΔΟΣΙΣ ΤΡΙΤΗ, ΜΑΡΤΙΟΣ 1951

Ἀπαγορεύεται ἡ ἀνατύπωσις τοῦ παρόντος συγγράμματος.  
ἐν ὅλῳ ἢ ἐν μέρει, ἄνευ ἐγγράφου ἀδείας τῶν συγγραφέων.

COPYRIGHT BY C. PALAIOLOGOS AND S. PERISTERAKIS

Τύποις «Ἑλληνικῆς Ἐκδοτικῆς Ἑταιρείας» Α.Ε.—Ἀθήναι, Παλαδιαμαντοπούλου 41.

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Τὸ ἀνὰ χεῖρας βιβλίον ἀποτελεῖ συμπληρωμένην Γυμνασιακὴν Φυσικὴν καὶ προορίζεται κυρίως διὰ τοὺς ἀποφοίτους τῶν Γυμνασίων, οἱ ὅποιοι προτίθενται νὰ προσέλθουν εἰς εἰσαγωγικὰς ἐξετάσεις εἰς τὰς παρ' ἡμῖν Ἀνωτάτας Σχολάς, ὡς καὶ διὰ τοὺς μαθητὰς τῶν Γυμνασίων καὶ Λυκείων, διὰ βοηθητικὸν βιβλίον.

Ὡς ἐκ τούτου, ἐν τῷ βιβλίῳ περιλαμβάνεται ἅπασα ἡ ὕλη τῆς Φυσικῆς ἢ διδασκομένη εἰς τὰ Γυμνάσια, συμφώνως πρὸς τὸ πρόγραμμα τῆς Μέσης Ἐκπαιδεύσεως, συμπληροῦνται ὁμως αὕτη καὶ δι' ἄλλων ἀκόμη κεφαλαίων, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν προγραμμάτων τῶν εἰσαγωγικῶν ἐξετάσεων τῶν Ἀνωτάτων Σχολῶν, εἰς τρόπον ὅσπερ τὸ βιβλίον ν' ἀνταποκρίνεται πλήρως εἰς τὸν σκοπὸν, διὰ τὸν ὁποῖον ἐγγράφη.

Εἰς τὸ τέλος ἐκάστου κεφαλαίου παρατίθεται σειρὰ ζητημάτων καὶ προβλημάτων, διὰ τὴν ἐξάσκησιν τῶν σπουδαστῶν. Οὕτω παρέχεται εἰς τὸν σπουδαστὴν ἡ εὐχέρεια νὰ ἐξασκηθῇ εἰς τὴν ἀνάπτυξιν διαφόρων ζητημάτων τῆς Φυσικῆς, ὡς ταῦτα συνήθως τίθενται κατὰ τὰς εἰσαγωγικὰς ἐξετάσεις. Ἴνα ἐκκληρώσῃ τὸν σκοπὸν τοῦτον ὁ σπουδαστὴς ὀφείλει, μετὰ τὴν μελέτην τοῦ σχετικῶς κεφαλαίου, νὰ ἐκλέγῃ ἐκάστοτε ἐν ἡ περισσότερα ζητήματα ἐκ τῶν παρατιθεμένων, ν' ἀναπτύσῃ ταῦτα ἐγγράφως καί, δι' ἀντιπαραβολῆς ἀκολούθως τοῦ γραπτοῦ του πρὸς τὸ κείμενον τοῦ βιβλίου, νὰ ἐξετάζῃ κατὰ πόσον ἐπραγματεύθῃ τὸ ζήτημα ὀρθῶς.

Ἐξ ἄλλου, τὰ παρατιθέμενα προβλήματα θὰ ἐπιτρέψουν εἰς τὸν σπουδαστὴν νὰ ἐξοικειωθῇ εἰς τὴν λύσιν προβλημάτων τῆς Φυσικῆς, νὰ ἐπαναλάβῃ καὶ νὰ ἐφαρμόσῃ τοὺς τύπους καὶ νὰ ἐθισθῇ εἰς τὴν ὀρθὴν χρῆσιν τῶν μονάδων. Εἰς τὸ τέλος τοῦ βιβλίου παρατίθεται, πρὸς διευκόλυνσιν τῶν σπουδαστῶν, ἡ λύσις ἐνὸς ἐκάστου τῶν τιθεμένων εἰς τὰ διάφορα κεφάλαια προβλημάτων, ἐπίσης δὲ καὶ σειρὰ πινάκων τῶν διαφόρων φυσικῶν σταθερῶν.

Ἡ ἀνάπτυξις τῆς ὕλης ἐγένετο κατὰ τρόπον ἀνταποκρινόμενον πρὸς τὰς συγχρόνους ἀντιλήψεις τὰς ἐπικρατοῦσας διὰ τὴν διδασκαλίαν τῆς Φυσικῆς, οὕτως ὅσπερ τὸ βιβλίον νὰ ἐμφανισθῇ τελείως συγχρονισμένον καὶ ἐνημερωμένον.

Ὡρισμένα κεφάλαια, καίτοι ἀναφερόμενα εἰς οὐσιώδη τῆς Φυσικῆς θέματα, σημειοῦνται δι' ἀστερίσκου. Ταῦτα δύνανται νὰ παραλείπονται ἄνευ βλάβης τῆς συνοχῆς τῶν ἐννοιῶν, ἐφ' ὅσον ὁ χρόνος δὲν συγχωρεῖ τὴν μελέτην αὐτῶν.

Παραδίδοντες οἱ συγγραφεῖς τὰ «Στοιχεῖα Φυσικῆς» εἰς τὴν δημοσιότητα ἔχουν τὴν ἐλπίδα, ὅτι θὰ συντελέσουν εἰς τὴν ἀριωτέραν μόρφωσιν τῶν νεαρῶν σπουδαστῶν τῆς Φυσικῆς. Ἐὰν ἡ προσδοκία αὕτη ἐκκληρωθῇ, θ' ἀποτελέσῃ τοῦτο τὴν μεγίστην διὰ τοὺς συγγραφεῖς ἠθικὴν ἰκανοποίησιν.

Ἀθῆναι, Αὐγούστου 1947.

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ ΤΗΣ ΤΡΙΤΗΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ

Μολονότι εις τὰς γενικὰς γραμμάς ἡ τρίτη ἔκδοσις δὲν διαφέρει οὐσιωδῶς ἀπὸ τὰς προγενεστέραις ἐκδόσεσι τοῦ βιβλίου, ἐν τούτοις ἐγένοντο μερικαὶ τροποποιήσεις ὡς καὶ προσθήκαι ἕνεκα τῶν ἀκολουθῶν λόγων :

Παρὰ πολλῶν συναδέλφων ἐπληροφορήθημεν ὅτι, ἐνῶ τὸ βιβλίον ἐθωροεῖτο σχετικῶς βαρῶ διὰ τοὺς μαθητὰς τῶν κλασικῶν Γυμνασίων, δὲν ἦτο τελείως πλήρες διὰ τοὺς μαθητὰς τῶν Πρακτικῶν Λυκείων καὶ τῶν Γυμνασίων πρακτικοῦ τύπου. Ἔνεκα τοῦ ἀνωτέρου λόγου, ὅπως ἀνταποκριθῶμεν εἰς τὰς ἀπαιτήσεις τῶν κ.κ. συναδέλφων καὶ τῶν μαθητῶν τῶν κλασικῶν Γυμνασίων, ἐξεδώσαμεν εἰς δύο τόμους τὸ βιβλίον ἡμῶν « Μαθηματα Φυσικῆς », εἰς τὸ ὁποῖον περιωρίσαμεν τὴν ὕλην τὴν περιεχομένην εἰς τὰ « Στοιχεῖα Φυσικῆς » καὶ πολλὰ κεφάλαια ἀνεπιτύξαμεν κατὰ τρόπον ἀπλούστερον, προσιτὸν εἰς τοὺς μαθητὰς τῶν κλασικῶν Γυμνασίων. Τὸ βιβλίον « Μαθηματα Φυσικῆς » κυκλοφορεῖ ἤδη καὶ ἐνεκρίθη ὑπὸ τοῦ Ὑπουργείου Παιδείας ὡς βοηθητικὸν βιβλίον διὰ τοὺς μαθητὰς τῶν κλασικοῦ τύπου Γυμνασίων.

Ἐφ' ὅσον ἤδη μὲ τὴν ἔκδοσιν τῶν « Μαθημάτων Φυσικῆς » ἐξυπηρετοῦνται πλήρως οἱ μαθηταὶ τῶν κλασικῶν Γυμνασίων, προέβημεν εἰς τὴν ἐπεξεργασίαν τῆς ἀνὰ χεῖρας τρίτης ἐκδόσεως τοῦ πρώτου τόμου τῶν « Στοιχείων Φυσικῆς », ἵνα προσαρμόσωμεν τὴν ὕλην τοῦ βιβλίου πρὸς τὰς ἀπαιτήσεις τῶν προγραμμάτων τῶν Πρακτικῶν Λυκείων καὶ τῶν Γυμνασίων πρακτικοῦ τύπου. Οὕτω ὁ ἀνὰ χεῖρας πρώτος τόμος τῶν « Στοιχείων Φυσικῆς » ἀποτελεῖ ὁμοῦ μετὰ τοῦ δευτέρου τόμου τοῦ βιβλίου τούτου, τὸ ὁποῖον πραγματεύεται τὰ κεφάλαια τῆς Ὀπτικῆς, Μαγνητισμοῦ, Ἠλεκτρισμοῦ καὶ τῆς Νεωτέρας Φυσικῆς, τὸ πρῶτον πλήρες Ἑλληνικὸν βιβλίον τὸ ὁποῖον ἐκδίδεται συμφώνως πρὸς τὸ ἐπίσημον πρόγραμμα τοῦ Ὑπουργείου Παιδείας διὰ τὰ Πρακτικὰ Λύκεια καὶ Γυμνάσια πρακτικοῦ τύπου καὶ ἀνταποκρίνεται ἐπίσης πλήρως εἰς τὰς ἀπαιτήσεις τῶν εἰσαγωγικῶν ἐξετάσεων ὄλων τῶν Ἀνωτάτων Σχολῶν τοῦ Κράτους.

Αἱ τροποποιήσεις καὶ προσθήκαι ἐγένοντο κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε νὰ περιληφθῇ εἰς τὴν τρίτην ἔκδοσιν ἅπανα ἡ ὕλη ἡ καθοριζομένη ὑπὸ τοῦ ἀναλυτικοῦ προγράμματος διὰ τὰ Πρακτικὰ Λύκεια καὶ Γυμνάσια πρακτικοῦ τύπου.

Προσεθέσαμεν ἐπίσης περισσότερα ἀριθμητικὰ παραδείγματα διὰ τὴν βαθυτέραν κατανόησιν τοῦ κειμένου καὶ διὰ τὴν ἐξάσκησιν τῶν μαθητῶν εἰς τὰς ἐφαρμογὰς τῶν τύπων, καθὼς καὶ πλῆθος παραστατικῶν σχημάτων διὰ τὴν ταχυτέραν κατανόησιν τοῦ κειμένου. Ἐξ ἄλλου, πρὸς ἀποφυγὴν ἀδξήσεως τοῦ ὄγκου τοῦ βιβλίου, ἀφηρέσαμεν ἀριθμὸν τινα προβλημάτων, τὰ ὁποῖα ὁμως δύναται νὰ εὑρῶν οἱ μαθηταὶ εἰς τὸ κυκλοφοροῦν ἤδη βιβλίον μας « Προβλήματα Φυσικῆς », τὸ ὁποῖον ἐπίσης ἔχει ἐγκριθῆ ὑπὸ τοῦ Ὑπουργείου Παιδείας.

Εἰς τὸ τέλος τοῦ βιβλίου προσετέθησαν εἰς ἴδιον κεφάλαιον στοιχειώδεις γνώσεις ἐκ τῆς Μετεωρολογίας, αἱ ὁποῖαι θεωροῦνται σήμερον ὡς ἀπαραίτητοι διὰ τὴν ἀρτίαν μόρφωσιν τῶν μαθητῶν.

Ἐπίσης ἐκρίναμεν σκόπιμον νὰ παραθέσωμεν εἰς τὸ τέλος τοῦ βιβλίου καὶ σύντομον Ἱστορίαν τῆς Φυσικῆς, ἐκ τῆς ὁποίας δεικνύονται τὰ διάφορα στάδια διὰ τῶν ὁποίων διήλθεν ἡ Φυσικὴ προτοῦ φθιάσῃ εἰς τὴν σημερινὴν ἐποχὴν, τὴν χαρακτηριζομένην ὡς ἐποχὴν τῆς ἀτομικῆς ἐνεργείας.

Τοὺς συντελέσαντας εἰς τὴν κατὰ τὸ δυνατόν ἀριωτέραν ἐμφάνισιν τοῦ βιβλίου, κ. *Ι. Μ. Σκαζίκη*ν, ὁ ὁποῖος διευθύνει τὴν «Ἑλληνικὴν Ἐκδοτικὴν Ἑταιρείαν», κ. *Κ. Κεφάλαν*, διευθυντὴν τῆς «Ἀθηναϊκῆς Χαρτοποιίας», τὸν καλλιτέχνην σχεδιαστὴν κ. *Γιάννην Πικρόν*, ὁ ὁποῖος ἐξετέλεσε τὰ σχέδια τοῦ βιβλίου, ὡς καὶ τὸν ταυτογράφον κ. *Ε. Χαλκιδόπουλον*, εὐχαριστοῦμεν καὶ ἀπὸ τῆς θέσεως ταύτης.

Ἐπίσης ἐκφράζομεν τὰς εὐχαριστίας μας εἰς τὸν κ. *Α. Φιλιππίδην*, διὰ τὴν ἐπιμέλειαν τῶν δοκιμίων.

Θέλομεν νὰ ἐλπίζωμεν ὅτι καὶ ἡ ἔκδοσις αὕτη τοῦ πρώτου τόμου τῶν «*Στοιχείων Φυσικῆς*» θὰ τύχῃ τῆς αὐτῆς εὐμενοῦς ὑποδοχῆς τῆς ὁποίας ἔτυχον καὶ αἱ ἄλλαι ἐκδόσεις μας.

Ἀθῆναι, Μάρτιος 1951.



# ΠΙΝΑΞ ΤΩΝ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Όρισμός και περιεχόμενον τῆς Φυσικῆς σ. 1. — Φυσικοὺς νόμους σ. 2. — Παρατήρησις· Πείραμα· Ὑπόθεσις· Θεωρία σ. 2. — Μέτρησις φυσικοῦ μεγέθους σ. 3. — Συστήματα μονάδων μετρήσεως σ. 3. — Διαστάσεις τῶν παραγῶγων μεγεθῶν σ. 4. — Εὐρεσις τῆς ἐξισώσεως διαστάσεων σ. 5. — Σημασία τῶν συστημάτων μονάδων σ. 6. — Διάφορα συνήθη φυσικά μεγέθη καὶ μονάδες μετρήσεως αὐτῶν σ. 7. — Μήκος σ. 7. — Βερνιέρος σ. 8. — Διαστημόμετρον σ. 9. — Παχύμετρον σ. 10. — Ἐπιφάνεια σ. 10. — Ὅγκος σ. 11. — Γωνία σ. 12. — Μᾶζα σ. 13. — Χρόνος σ. 15. — Βάρος σ. 16. — Βάρος καὶ μᾶζα σ. 17. — Πυκνότης σ. 17. — Εἰδικὸν βάρος σ. 18. — Πίσεις σ. 19. — Γραφικὴ παράστασις σ. 20. — Μονόμετρα καὶ ἀνυματικά μεγέθη σ. 21. — Ἀνυματικὴ πρόσθεσις σ. 22. — Ἀνάλυσις ἀνύματος σ. 24. — Ὑλῆ καὶ φυσικαὶ καταστάσεις αὐτῆς σ. 25. — Γενικαὶ γνώσεις ἐπὶ τῆς συγκροτήσεως τῆς ὕλης καὶ τοῦ ὕλιου ἀτόμου σ. 26.

## ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

## ΜΗΧΑΝΙΚΗ

### ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α'

#### ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

Προεισαγωγικαὶ γνώσεις σ. 29. — Κίνησις σ. 30. — Γραφικὴ παράστασις ταχύτητος σ. 32. — Μεταβαλλομένη κίνησις σ. 34. — Α' Εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη κίνησις σ. 35. — Μέση ταχύτης σ. 37. — Νόμοι τῆς εὐθύγραμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως σ. 40. — Ἐλευθέρη πτώσις τῶν σωμάτων σ. 41. — Στιγμαία ταχύτης σ. 41. — Β' Κίνησις ὁμαλὴ ἐπὶ κυκλικῆς τροχιάς σ. 42. — Περίοδος καὶ συχνότης σ. 42. — Γωνιακὴ ταχύτης σ. 43. — Σχέσις μεταξὺ γωνιακῆς ταχύτητος  $\omega$ , περιόδου  $T$  καὶ συχνότητος  $\nu$  σ. 44. — Ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν σ. 44. — Ἀρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων σ. 45. — Ἐφαρμογαί. Α' Βολὴ ὀριζοντία. Β' Βολὴ ὑπὸ γωνίαν. Γ' Κατακόρυφος βολὴ πρὸς τὰ κάτω καὶ ἄνω σ. 45. — Σχετικὴ ἢ φαινομένη ταχύτης σ. 52.

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β'

#### ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΟΥ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

Δύναμις σ. 55. — Χαρακτηριστικὰ δυνάμεως σ. 56. — Μέτρησις δυνάμεως σ. 56. — Δυναμόμετρα σ. 56. — Θεμελιώδεις ἀρχαὶ τῆς Στατικῆς σ. 57. — Σύνθεσις δυνάμεων σ. 58. — Σύνθεσις δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὕλιου σημείου σ. 58. — Ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς συνιστώσας σ. 62. — Σύνθεσις δυνάμεων ἐπιτερουσῶν εἰς διάφορα σημεῖα στερεοῦ σώματος σ. 63. — Ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο ὀμοπαράλληλους συνιστώσας σ. 65. — Σύνθεσις δύο ἀνίσων καὶ ἀντιπαράλληλων δυνάμεων σ. 65. — Σύνθεσις πολλῶν παράλληλων δυνάμεων σ. 66. — Ζεύγος δυνάμεων σ. 68. — Ροπή δυνάμεως ὡς πρὸς ἄξονα περιστροφῆς σ. 67. — Θεώρημα τῶν ροπῶν σ. 68.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ'

## ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

Πρώτον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος σ. 74.—Ἀδράνεια σ. 75.—Δεύτερον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος σ. 77.—Θεμελιώδης νόμος τῆς Δυναμικῆς σ. 79.—Ἐφαρμογαὶ τῶν δύο ἀξιωμάτων σ. 81.—Τρίτον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος σ. 82.—Κεντρομόλος καὶ φυγόκεντρος δύναμις σ. 83.—Διάφοροι περιπτώσεις κεντρομόλου δυνάμεως σ. 86.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ'

## ΕΡΓΟΝ. ΙΣΧΥΣ. ΕΝΕΡΓΕΙΑ. ΟΡΜΗ. ΑΠΛΑΪ ΜΗΧΑΝΑΙ

\*Ἔργον σ. 89.—Περίπτωσης μετατοπίσεως μὴ συμπιπτούσης πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως σ. 90.—Ἐφαρμογὴ εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ἔργου κατὰ τὴν μετατόπισιν βάρους σ. 91.—Ἔργον εἰς τὴν περίπτωσιν σώματος περιστρεφομένου περὶ ἄξονα σ. 92.—Ἴσχύς σ. 93.—Ἐνέργεια σ. 94.—Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας σ. 97.—Ἀπόδοσις καὶ συντελεστὴς ἀποδόσεως σ. 98.—Ὀρμὴ σ. 99.—Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὀρμῆς σ. 101.—Κρούσις σ. 104.

\*Ἀπλαῖ μηχαναὶ σ. 105.—Χρυσοῦς κανὼν τῆς Μηχανικῆς σ. 106.—Μηχανικὸν πλεονέκτημα. Λόγος ταχυτήτων. Ἀπόδοσις σ. 106.—Ἀπλαῖ μηχαναὶ σ. 107.—Μοχλὸς σ. 108.—Συνθήκη ἰσορροπίας σ. 109.—Διατήρησις τοῦ ἔργου σ. 111. Τροχαλία σ. 112.—Πολύστατον σ. 113.—Διαφορικὴ Τροχαλία σ. 113.—Βαροῦλλον σ. 114.—Κεκλιμένον ἐπίπεδον σ. 114.—Σφήν σ. 115.—Κοχλίας σ. 116.—Μετάδοσις κινήσεως δ' ὀδοντωτῶν τροχῶν σ. 117.—Ζυγὸς σ. 118.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε'

## ΒΑΡΥΤΗΣ. ΕΚΚΡΕΜΕΣ

Βαρύτης σ. 123.—Διεύθυνσις τῆς δυνάμεως τῆς βαρύτητος. Νῆμα τῆς στάθμης σ. 123.—Ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος. Βάρος σώματος σ. 124.—Κέντρον βάρους σ. 125.—Ἴσορροπία σ. 127.—Ἐλευθέρα πτώσις τῶν σωμάτων σ. 130.—Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῶν νόμων τῆς ἐλευθέρας πτώσεως σ. 130.—Νεωτέρω πειραματικὴ μέθοδος ἀποδείξεως τῶν νόμων τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων σ. 134.—Ἐπολογισμὸς τῆς ὀλικῆς δυνάμεως τῆς ἐπενεργούσης ἐπὶ σωμάτων εὐρισκομένων ἐν κινήσει σ. 135.—Ἀναλυτικὴ σπουδὴ τῆς βολῆς ὑπὸ γωνίαν σ. 137.—Ἐπίδρασις τῆς ἀντιτάσεως τοῦ ἀέρος εἰς τὴν πτώσιν τῶν σωμάτων καὶ τὴν βολῆν σ. 140.—Πυκνότης καὶ εἰδικὸν βάρος σ. 141.

\*Ἐκκρεμῆς. Σπουδὴ τῆς κινήσεως τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς σ. 143.—Νόμοι τῆς κινήσεως τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς σ. 144.—Ἐφαρμογαὶ τοῦ ἐκκρεμοῦς σ. 146.—Ὁρολογιακὸν ἐκκρεμῆς σ. 146.—Ἐκκρεμῆς Foucault σ. 147.

\*Ἀπλὴ ἁρμονικὴ κίνησις σ. 148.—Θεωρητικὴ ἔρευνα τῆς ἀπλῆς ἁρμονικῆς κινήσεως σ. 149.—Ἐπολογισμὸς τῆς δυνάμεως σ. 150.—Ἐῤῥεσις τοῦ τύπου τοῦ ἐκκρεμοῦς σ. 150.—Σύνθετον ἐκκρεμῆς σ. 151.—Ἀναστρέψιμον ἐκκρεμῆς τοῦ Kater σ. 151.—Παγκόσμιος ἕλιξ. Νόμος τοῦ Νεύτωνος σ. 152.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΣΤ'

## ΤΡΙΒΗ. ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΣ

Τριβὴ σ. 155.—Τριβὴ ὀλισθήσεως σ. 155.—Νόμοι τῆς τριβῆς σ. 156.—Συντελεστὴς τριβῆς σ. 156.—Γωνία τριβῆς σ. 158.—Τριβὴ κυλίσεως σ. 158.—Λιπαντικαὶ οὐσίαι σ. 159.—Ἐλαστικότητα σ. 159.—Σκληρότης σ. 161.

## ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ζ΄

## ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

Θεμελιώδεις ἀρχαὶ τῆς Ὑδροστατικῆς σ. 163.—Ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ὑγροῦ σ. 163.—Πίσεις σ. 164.—Ἐκφρασις τῆς πίσεως διὰ τοῦ ὕψους ὑγρᾶς στήλης σ. 165.—Πίσεις ὑγροῦ ἐν ἰσορροπία σ. 165.—Ὑδροστατικὴ πίσις. Θεμελιώδες θεώρημα τῆς ὑδροστατικῆς σ. 166.—Πίσεις καὶ δυνάμεις ἀσκούμεναι ἐπὶ τοῦ πυθμένου δοχείου σ. 167.—Πίσεις πλευρικαὶ σ. 168.—Ὑδροστατικὸν παράδοξον σ. 170.—Ἀρχὴ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων σ. 171.—Ἄνωσις σ. 172.—Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους σ. 173.—Διάφοροι περιπτώσεις ἀνώσεως σ. 175.—Ἰσορροπία ἐπιπλέοντων σωμάτων σ. 176.—Ἐφαρμογὴ τῆς ἀνώσεως εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῆς πυκνότητος καὶ τοῦ εἰδικοῦ βάρους σ. 178.—Πυκνόμετρα σ. 179.—Ὑδροστατικὴ ἀρχὴ τοῦ Pascal σ. 181.—Ἰσορροπία ὑγρῶν μὴ μιγνυομένων σ. 183.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Η΄

## ΑΕΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

Βᾶρος τῶν ἀερίων σ. 185.—Ἄνωσις τῶν ἀερίων σ. 185.—Ἀτμόσφαιρα σ. 186.—Ἀτμοσφαιρικὴ πίσις σ. 187.—Μέτρησης τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίσεως σ. 188.—Μεταβολὴ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίσεως μετὰ τοῦ ὕψους σ. 190.—Βαρόμετρα σ. 191.—Ἐνδειξις καιροῦ σ. 195.—Μέτρησης τοῦ ὕψους σ. 195.—Συμπιεστότης τῶν ἀερίων. Νόμος τῶν Boyle-Mariotte σ. 195.—Τέλειον ἀέριον σ. 198.—Μίξις τῶν ἀερίων σ. 198.—Νόμος τοῦ Dalton σ. 199.—Διάφοροι ἐφαρμογαὶ τῆς Ἀεροστατικῆς. Ἀερόστατα. Ἀερόπλοια σ. 200.—Μανόμετρα σ. 201.—Μέτρησης τῆς πίσεως τοῦ αἵματος σ. 203.—Σιφώνιον. Σίφων σ. 203.—Ὑδροβολεὺς. Πυροσβεστήρ. Διαλείπων σίφων σ. 204.—Ἱατρικὴ σύριγξ σ. 205.—Ἀντλία. Ὑδραντλία σ. 205.—Ἀεραντλία σ. 206.—Ἀντλία διὰ φλεβὸς ὕδατος σ. 208.—Ἀεραντλία Gaede σ. 208.

Στοιχειώδεις γνώσεις ἐκ τῆς ὑδρο-αεροδυναμικῆς. Ροὴ ὑγροῦ σ. 209.—Γραμμαὶ ροῆς καὶ ταχύτης ροῆς σ. 210.—Στατικὴ καὶ δυναμικὴ πίσις. Θεώρημα τοῦ Bernoulli σ. 210.—Περίπτωσης τριβῆς σ. 211.—Ὑδραραντλία σ. 212.—Ἐκροὴ ὑγροῦ ἐκ πλευρικῆς ὀπῆς δοχείου. Θεώρημα Torricelli σ. 212.—Δοχεῖον ἀνυδράσεως σ. 213.—Δύναμις ἀσκουμένη ὑπὸ φλεβὸς ἐν κινήσει σ. 214.—Ὑδροστρόβιλοι σ. 215.—Ἀεροπλάνον σ. 216.—Ἀεροδυναμικὴ ἐπιφάνεια σ. 217.—Γένεσις δυναμικῆς ἀνώσεως σ. 218.—Πτέρυξ ἀεροπλάνου σ. 219.—Ἀνεμόπτερα σ. 220.

Στοιχεῖα ἐκ τῆς μοριακῆς φυσικῆς. Συνοχή. Συνάφεια. Προσρόφησης σ. 222.—Ἰδιότητες τῶν στερεῶν ἐξαρτώμεναι ἐκ τῆς συνοχῆς σ. 223.—Τριχοειδῆ φαινόμενα σ. 223.—Διαλύματα σ. 224.—Διάχυσις ἀερίων σ. 225.—Ὡσμωσις σ. 225.—Ὄσμωτικὴ πίσις σ. 226.—Διάχυσις καὶ διαπίδυσις τῶν ἀερίων σ. 226.—Ἀπορρόφησης ἀερίων ὑπὸ ὑγρῶν σ. 227.—Κινητικὴ θεωρία τῶν ἀερίων σ. 228.

## ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Θ΄

## ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

Διάδοσις τοῦ ἤχου σ. 231.—Μέτρησης τῆς ταχύτητος διαδόσεως τοῦ ἤχου σ. 232.—Εἶδη ἤχων καὶ γένεσις αὐτῶν σ. 233.—Πειραματικὸς ἔλεγχος τῶν διαφορῶν εἰδῶν ἤχου σ. 235.—Εὐαίσθητος φλόξ σ. 235.—Χαρακτηριστικὰ γνωρίσματα τοῦ ἤχου σ. 236.

Κύματα. Μηχανισμός τῆς διαδόσεως τοῦ ἤχου σ. 237. — Κύματα χόρου σ. 239. — Περιοδικὰ κύματα σ. 240. — Μῆκος κύματος σ. 240. — Ὑδατηρὰ κύματα σ. 242. — Ἥχητικά κύματα σ. 242. — Θεωρητικὴ ἔρευνα τῶν κυμάτων σ. 243. — Γραφικὴ παράστασις ἀρμονικῆς κινήσεως σ. 243. — Ἀνάλυσις περιοδικῆς κινήσεως σ. 245. — Συμβολὴ κυμάτων σ. 246. — Συμβολὴ ἡχητικῶν κυμάτων σ. 247. — Ἀνάκλασις ὑδατηρῶν κυμάτων σ. 248. — Ἀνάκλασις ἡχητικῶν κυμάτων σ. 248. — Πολυσύλλαβος ἤχῳ σ. 249. — Διάθλασις τῶν ἡχητικῶν κυμάτων σ. 249. — Στάσιμα κύματα σ. 250. — Συντονισμός σ. 251. — Συγκροτήσεις καὶ διακροτήματα σ. 254. — Ἀντιχηαία σ. 254. — Ἠχογόνοι πηγαί σ. 255. — Ἀρχὴ Doppler σ. 259.

Στοιχεῖα ἐκ τῆς φυσικῆς θεωρίας τῆς Μουσικῆς. Γενικά σ. 260. — Πρότυπα συχνότητος ἤχων σ. 262. — Γραμμόφωνον σ. 263. — Ὑδρόφωνον σ. 263. — Βυθόμετρον σ. 264.

Φυσιολογικὴ ἀκουστικὴ. Ἀνθρωπίνη φωνὴ σ. 265. — Τὸ ὄργανον τῆς ἀκοῆς σ. 266. — Καθορισμός τῆς διευθύνσεως προελεύσεως τοῦ ἤχου σ. 267.

## ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ

### ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι'

## ΘΕΡΜΟΤΗΣ

Θερμότης σ. 270. — Θερμοκρασία σ. 270. — Θερμομετρία. Θερμόμετρα σ. 271. — Ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον. Βαθμολογία. Θερμομετρικαὶ κλίμακες σ. 272. — Θερμόμετρα μεγίστου καὶ ἐλαχίστου σ. 276. — Ἠλεκτρικὸν θερμόμετρον ἀντιστάσεως σ. 277. — Θερμοηλεκτρικὸν στοιχεῖον σ. 277. — Ὀπτικὸν πυρόμετρον σ. 278. — Αὐτογραφικὰ θερμόμετρα σ. 278. — Θερμικὴ διαστολὴ τῶν σωμάτων σ. 279. — Διαστολὴ τῶν στερεῶν σ. 280. — Κυβικὴ διαστολὴ σ. 282. — Ἐπιφανειακὴ διαστολὴ σ. 283. — Θερμοστάτης σ. 285. — Δύναμις ἀναπτυσσομένη κατὰ τὴν διαστολὴν σ. 285. — Διόρθωσις κλιμάκων σ. 286. — Διαστολὴ ὑγρῶν σ. 287. — Ἀνωμαλία τοῦ ὕδατος σ. 287. — Θερμικὴ συμπεριφορὰ τῶν ἀερίων σ. 289. — Ἀερίων θερμόμετρον Jolly σ. 291. — Ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων σ. 292. — Σημασία τοῦ ἀπολύτου μηδενός σ. 293. — Κανονικαὶ συνθήκαι ἀερίου μάζης σ. 293. — Πυκνότης τῶν ἀερίων σ. 293. — Παγχοσμία σταθερὰ τῶν ἀερίων σ. 295.

Θερμιδομετρία. Μόνας ποσότητος θερμότητος σ. 296. — Ἀρχαὶ τῆς θερμιδομετρίας σ. 296. — Εἰδικὴ θερμότης σ. 297. — Θερμιδομετρικαὶ μετρήσεις. Μέθοδος τῶν μιγμάτων σ. 297. — Νόμος Dulong καὶ Petit σ. 298. — Εἰδικὴ θερμότης τῶν ἀερίων σ. 299. — Θερμότης καύσεως σ. 299. — Φυσικαὶ πηγαὶ θερμότητος σ. 300. — Τροφαὶ καὶ θερμογόνος δύναμις αὐτῶν σ. 300.

Μεταβολὴ τῆς καταστάσεως τῶν σωμάτων. Τῆξις καὶ πήξις σ. 301. — Θερμότης τήξεως σ. 303. — Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν τήξιν σ. 304. — Μεταβολὴ τοῦ σημείου τήξεως μετὰ τῆς πίεσεως σ. 304. — Ἐπίδρασις ξένων προσμίξεων σ. 305. — Ψυχτικὰ μίγματα σ. 305. — Ὑστέρησις πήξεως σ. 305. — Ἐξαέρωσις σ. 306. — Ἐξαέρωσις ἐν τῷ κενῷ σ. 307. — Ἐξάτμισις σ. 308. — Βρασμός σ. 309. — Μεταβολὴ τοῦ σημείου ζέσεως μετὰ τῆς πίεσεως σ. 310. — Χύτρα Papin σ. 310. — Θερμότης ἐξαερώσεως σ. 311. — Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν ἐξαέρωσιν σ. 313. — Ἐξάχνωσις σ. 313. — Ὑγρομετρία σ. 313. — Συμπύκνωσις ὕδατιῶν σ. 315. — Ὑγροποιήσις τῶν ἀερίων σ. 316.

Διάδοσις τῆς θερμότητος. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς σ. 317. — Φαινόμενα ἐξηγούμενα διὰ τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος σ. 319. — Διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς σ. 320. — Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας σ. 323. — Θερμοφόρα σ. 324. — Θερμικὴ ἰσορροπία σ. 325.

Στοιχεῖα ἐκ τῆς Θερμιδυναμικῆς. Μηχανικὴ θεωρία τῆς θερμότητος σ. 325. — Μετατροπὴ μηχανικῆς ἐνεργείας εἰς θερμότητα. Μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος σ. 327. — Πείραμα Joule σ. 329. — Μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον σ. 329. — Ἀπόδοσις σ. 330. — Γενικά περὶ θερμικῶν μηχανῶν σ. 331. — Στοιχειώδης περιγραφὴ τῆς λειτουργίας

γίας ἀτμομηχανῆς σ. 331.—'Ατμοστρόβιλοι σ. 333.—Μηχαναὶ ἐκρήξεως σ. 333.—Μηχαναὶ Diesel σ. 336.—Δίχρονοι μηχαναὶ σ. 337.—Ψυκτικαὶ μηχαναὶ σ. 338.—'Ηλεκτρικὰ ψυγεῖα σ. 339.—'Ανάπτυξις προωστικῆς δυνάμεως διὰ ταχείας ἐκροῆς ἀερίου μάτζης σ. 340.—'Υπερηχητικὴ ταχύτης σ. 342.—'Ενεργειακὴ οἰκονομία σ. 343.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΑ'

## ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΕΙΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΕΚ ΤΗΣ ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΑΣ

Γενικά σ. 348.—Θερμοκρασία σ. 349.—'Ατμοσφαιρικὴ πίεσις σ. 349.—'Ανεμος σ. 350.—Γενικὴ διανομὴ τῶν ἀνέμων. Γήινοι ἄνεμοι σ. 352.—Ταξινομήσις τῶν γηίνων ἀνέμων σ. 352.—'Επίδρασις τῆς ξηρᾶς καὶ τῆς θαλάσσης ἐπὶ τῶν ἀνέμων σ. 353.—'Ετησίαι σ. 354.—'Αὔραι τῶν ὀρέων καὶ κοιλάδων σ. 354.—'Αέριοι μᾶζαι σ. 354.—Μεγάλαι ἀτμοσφαιρικαὶ διαταράξεις (ὕφῆσις, κυκλώνες) σ. 355.—Μέτωπα σ. 355.—'Υγρασία σ. 356.—'Νέφωσις σ. 356.—Κατακρημνίσματα σ. 357.

ΣΥΝΤΟΜΟΣ ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ σ. 358.

ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΕΙΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΕΚ ΤΗΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ σ. 361.

ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΚΑΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΓΕΘΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ. Πίναξ σ. 365.

ΣΥΜΒΟΛΑ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ σ. 366.

ΑΛΦΑΒΗΤΙΚΟΝ ΕΥΡΕΤΗΡΙΟΝ σ. 367.

## ΦΩΤΟΓΡΑΦΙΑΙ ΔΙΑΣΗΜΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΩΝ

SIR ISAAC NEWTON (1641-1727) σελ. 74.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ (287-212 π.Χ.) σελ. 108 καὶ 173.

GALILEO GALILEI (1564-1642) σελ. 144 καὶ 146.

BLAISE PASCAL (1623-1662) σελ. 180.

ROBERT BOYLE (1627-1691) σελ. 197.

OTTO VON GUERICKE (1602-1686) σελ. 207.

HERMANN VON HELMHOLTZ (1821-1894) σελ. 265.

WILLIAM THOMSON (LORD KELVIN) (1824-1907) σελ. 270.

LOUIS JOSEPH GAY-LUSSAC (1778-1850) σελ. 290.

SIR HUMPHRY DAVY (1778-1829) σελ. 319.

JULIUS ROBERT MAYER (1814-1878) σελ. 326.

JAMES PRESCOTT JOULE (1818-1889) σελ. 331.

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1. Ὅρισμὸς καὶ περιεχόμενον τῆς Φυσικῆς. Ὁ ὅρος *Φυσική* ἀπαντᾶται διὰ πρώτην φορὰν εἰς τὸν Ἀριστοτέλη (384-322 π.Χ.), ὅστις συνέγραψε σύγγραμμα ἀναφερόμενον εἰς τὴν Φυσικήν, διασωθὲν μέχρι τῶν ἡμερῶν μας.

Εἰς παλαιότεραν ἐποχὴν, ἡ Φυσική περιλαμβάνετο εἰς τὸν γενικώτερον κλάδον τῆς Φιλοσοφίας τῆς Φύσεως, ἡ ὁποία ὡς ἀντικείμενον μελέτης εἶχε τὰ φαινόμενα, ἅτινα παρατηροῦνται εἰς τὴν *ἄνευ ὀργάνων ὕλην*. Βραδύτερον ὅμως, ἐκ τῆς Φιλοσοφίας τῆς Φύσεως ἀπεσπασθήσαν διάφοροι κλάδοι, οἱ ὅποιοι ἀποτελοῦν σήμερον ἰδιαιτέρας ἐπιστήμας, ὡς εἶναι ἡ Ἀστρονομία, ἡ Χημεία, ἡ Γεωλογία, ἡ Ὄρυκτολογία κ.ἄ., καὶ οὕτως ἀπέμεινεν ἡ Φυσική, ἣτις ἀσχολεῖται μὲ τὴν σπουδὴν ὀρισμένων μόνον γενικῶν φαινομένων, τὰ ὁποῖα παρατηροῦνται εἰς τὴν *ἄνευ ὀργάνων ὕλην*, ὡς εἶναι, παραδείγματος χάριν, τὰ φαινόμενα τῆς κινήσεως τῶν σωμάτων, τῆς ἐπ' αὐτῶν ἐπενεργείας τῶν πάσης φύσεως δυνάμεων κ.ο.κ.

Λόγω τοῦ ἀνωτέρω συνδέσμου τῶν καλουμένων *θετικῶν ἐπιστημῶν* πρὸς τὴν Φυσικήν καὶ δεδομένου, ὅτι αὐτὰ ἐκ τῆς Φυσικῆς λαμβάνουν τὰς βασικὰς γνώσεις, τὰς ὁποίας χρησιμοποιοῦν διὰ τὴν περαιτέρω ἀνάπτυξίν των, προκύπτει ἡ ἰδιάζουσα σπουδαιότης, τὴν ὁποίαν ἔχει ἡ Φυσική διὰ τὴν σπουδὴν ἐν γένει τῶν θετικῶν ἐπιστημῶν.

Σήμερον ὅμως μὲ τὴν καταπληκτικὴν ἐξέλιξιν, τὴν ὁποίαν ἔχει λάβει ἡ Φυσική, αἱ γνώσεις ἐκ τῆς Φυσικῆς δὲν εἶναι μόνον σπουδαιότητος σημασίας διὰ τοὺς μέλλοντας νὰ τραποῦν πρὸς τὴν σπουδὴν τῶν θετικῶν ἐπιστημῶν, ἀλλ' ἀποτελοῦν πρὸς τούτοις ἀπαραίτητον ἐφόδιον διὰ πάντα ἐγκυκλοπαιδικῶς μορφωμένον ἄνθρωπον. Πράγματι σήμερον συναντῶμεν εἰς τὴν καθημερινήν μας ζωὴν πλῆθος πρακτικῶν ἐφαρμογῶν ἀναφερομένων εἰς τὰς νεωτάτας ἀνακαλύψεις τῆς Φυσικῆς, ὡς π.χ. τὸ ἀεροπλάνον, τὸ ραδιόφωνον, τὴν τηλεόρασιν, ὡς καὶ πλείστα ἄλλας πρακτικὰς ἐφαρμογὰς τοῦ ἠλεκτρισμοῦ, αἱ ὁποῖαι μάλιστα ἔχουν μεταβάσει οὐσιωδῶς καὶ τὸν τρόπον διαβιώσεώς μας. Ὅλαι αἱ πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς Φυσικῆς δύνανται νὰ κατανοηθοῦν μόνον διὰ τῆς συστηματικῆς μελέτης αὐτῆς.

2. Φυσικὸς νόμος. Ἡ Φυσική ὡς βασικὸν σκοπὸν τῆς ἐρεῦνης της θέτει τὴν ἀνεύρεσιν τῶν νόμων, τοὺς ὁποίους ἀκολουθοῦν τὰ φαινόμενα.

*Φυσικὸν νόμον φαινομένου τινὸς δνομάζομεν τὴν σχέσιν τὴν ὑφισταμένην μεταξὺ τῶν διαφορῶν μεγεθῶν, τὰ ὁποῖα ὑπεισέρχονται κατὰ τὴν σπουδὴν τοῦ φαινομένου.* Οὕτως, ἐπὶ παραδείγματι, κατὰ τὴν σπουδὴν τοῦ φαινομένου τῆς ἐπιμηκύνσεως, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἑλατήριον ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς τεινύσεως αὐτὸ δυνάμεως, ὁ *φυσικὸς νόμος* ἐκφράζει τὴν σχέσιν τὴν ὑφισταμένην μεταξὺ τοῦ μεγέθους τῆς δυνάμεως (αἴτιον) καὶ τῆς ἀντιστοίχου ἐπιμηκύνσεως

(ἀποτέλεσμα). Ἐκ τῆς ἐρεύνης τοῦ φαινομένου τούτου δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν τὴν ἀκόλουθον πρότασιν: « ἡ ἐπιμήκυνσις εἶναι ἀνάλογος τῆς τεινούσης δυνάμεως », ἡ πρότασις δὲ αὕτη ἀποτελεῖ, εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν, τὸν φυσικὸν νόμον τοῦ φαινομένου.

3. Παρατήρησις - Πείραμα - Ὑπόθεσις - Θεωρία. Ἡ Φυσικὴ εἰς τὴν προσπαθειάν της πρὸς ἀνεύρεσιν τῶν φυσικῶν νόμων βασίζεται ἐπὶ τῆς παρατηρήσεως, τοῦ πειράματος, ὡς καὶ ἐπὶ τῶν ὑποθέσεων καὶ θεωριῶν.

Ἡ παρατήρησις ἐπιτρέπει εἰς ἡμᾶς νὰ συλλέγωμεν γνώσεις ἐκ τῆς ἀπλῆς παρακολουθήσεως τῶν φαινομένων, ὡς ταῦτα παράγονται εἰς τὴν φύσιν, χωρὶς νὰ ἐπηρεάζωμεν καθ' οἷονδήποτε τρόπον τὴν ἐξέλιξιν αὐτῶν. Ἐν τούτοις ἡ ἄμεσος παρατήρησις δὲν καθιστᾷ πάντοτε δυνατὴν τὴν ἐξαγωγήν ἀσφαλῶν συμπερασμάτων, διότι τὸ εἰς τὴν φύσιν συμβαῖνον φαινόμενον δὲν εἶναι ποτὲ μεμονωμένον, ἀλλὰ συνοδεύεται καὶ ὑπὸ ἄλλων φαινομένων καὶ οὕτως ἀγόμεθα εἰς σφαλερὰ συμπεράσματα.

Διὰ τοῦ πειράματος, ὁ παρατηρητὴς ἐπιδιώκει τὴν ἀπλοποίησιν τοῦ παρατηρουμένου φαινομένου διὰ τῆς ἀναπαραγωγῆς, κατὰ τὸ δυνατόν, αὐτοῦ μόνον ἐν τῷ ἐργαστηρίῳ ὑπὸ συνθήκας τοιαύτας, ὥστε νὰ ἀποκλείεται ἡ ἐπίδρασις τῶν παραγόντων ἐκείνων, οἱ ὅποιοι, κατὰ τὴν ἀντίληψίν του, ἐπηρεάζουν τὴν ἐξέλιξιν τοῦ φαινομένου.

Ἐκ τῆς κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον σπουδῆς τῶν φαινομένων θὰ προκύψῃ δι' ἕκαστον φαινόμενον καὶ εἰς νόμος, μὲ τὴν ἀπόδοσιν δὲ τοῦ χρόνου τὸ πλῆθος τῶν φαινομένων θὰ ὠδήγῃ εἰς πλῆθος νόμων ἀσυνδέτων μεταξύ των, οὕτω δὲ θὰ προέκυπτε μεγάλη δυσχέρεια εἰς τὴν ἐκμάθησιν καὶ ἐφαρμογὴν αὐτῶν. Ὁ σκοπὸς τῆς Φυσικῆς ὡς ἐπιστήμης εἶναι ἀκριβῶς ν' ἀνεύρῃ γενικοὺς νόμους, οἱ ὅποιοι νὰ ἐξηγῶν περισσότερα κατὰ τὸ δυνατόν φαινόμενα.

Πρὸς τοῦτο ἡ Φυσικὴ δημιουργεῖ ὑποθέσεις, αἵτινες ὅμως ἔχουν πάντοτε ἀνάγκην πειραματικῆς ἐπιβεβαιώσεως. Ἡ ὑπόθεσις, ἐφ' ὅσον δὲν ἀντιτίθεται πρὸς τὸ πείραμα, δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἐπαρκής. Ἡ ἀξία ὅμως μιᾶς ὑποθέσεως καθίσταται τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον μεγαλύτερος εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐπὶ τῇ βάσει αὐτῆς ἐξηγησθέντων φαινομένων.

Ἐφ' ὅσον ὅλα τὰ συμπεράσματα — εἰς τὰ ὅποια, ἐπὶ τῇ βάσει τῆς τεθείσης ὑποθέσεως, καταλήγομεν μεταγενεστέρως — ἐπαληθεύονται ὑπὸ τοῦ πειράματος, ἡ ὑπόθεσις ἐξελίσσεται εἰς **θεωρίαν**.

Αἱ ὑποθέσεις καὶ αἱ θεωρίαι παρουσιάζουν τὸ πλεονέκτημα, ὅτι ἔχουν καὶ εὐρετικὸν χαρακτῆρα, διότι πολλάκις ὑποδεικνύουν εἰς ἡμᾶς τὸ εἶδος τῶν πειραμάτων, τὰ ὅποια πρέπει νὰ ἐκτελέσωμεν, διὰ τὴν κατανόησιν καὶ ἐξηγησίαν φαινομένων, τὰ ὅποια ἄλλως θὰ ἦτο ἀδύνατον νὰ ἐξηγηθῶν.

Ἄξιον προσοχῆς εἶναι ὅτι, ἐνῶ τὰ ἀποτελέσματα τῶν παρατηρήσεων καὶ τῶν πειραμάτων παραμένουν ἐν τῇ παρόδῳ τοῦ χρόνου, καὶ μάλιστα ἐπὶ τῇ βάσει αὐτῶν δημιουργοῦνται τεχνικοὶ κλάδοι συντελοῦντες εἰς τὴν πρόοδον τοῦ ἀνθρώπου, αἱ θεωρίαι ἔρχονται καὶ παρέρχονται, διότι διαρκῶς εὐρίσκονται ἐν ἐξελίξει.

4. Μέτρησης φυσικοῦ μεγέθους. Κατὰ τὴν προσπάθειάν μας πρὸς ἀνεύρεσιν τῶν φυσικῶν νόμων διὰ τῆς παρατηρήσεως καὶ τοῦ πειράματος, καταφεύγομεν πάντοτε εἰς μετρήσεις διαφόρων φυσικῶν μεγεθῶν. Καλοῦμεν *μέτρησιν φυσικοῦ μεγέθους, τὴν σύγκρισιν αὐτοῦ πρὸς ἕτερον ὁμοειδῆς μέγεθος, τὸ ὁποῖον κατόπιν συμφωνίας θεωροῦμεν ὡς μονάδα.*

Τὸ ἀποτέλεσμα τῆς μετρήσεως εἶναι ἡ εὐρεσις ἀριθμοῦ τινός, ὁ ὁποῖος δεικνύει πόσας φορές τὸ ληφθὲν ὡς μονὰς μέγεθος περιέχεται εἰς τὸ μετρούμενον. Ὁ ἀριθμὸς οὗτος καλεῖται *ἀριθμητικὴ τιμὴ ἢ μέτρον* τοῦ θεωρουμένου μεγέθους.

5. Συστήματα μονάδων μετρήσεως. Συμφώνως πρὸς τὰ ἀνωτέρω (§ 4), δι' ἕκαστον φυσικὸν μέγεθος δεόν νὰ ὑφίσταται καὶ ὀρισμένη μονὰς. Ἐπειδὴ ὅμως τὰ φυσικὰ μεγέθη εἶναι πάρα πολλὰ καὶ ἡ καθιέρωσις δι' ἕκαστον ἐκ τούτων μιᾶς ἀνεξαρτήτου μονάδος θὰ ἀπετέλει μεγίστην δυσχέρειαν, διότι θὰ ἦτο ἀνθρωπίνως ἀδύνατον νὰ συγκρατήσωμεν εἰς τὴν μνήμην μας τόσον μέγαν ἀριθμὸν ἀνεξαρτήτων μονάδων, ἐπεδιώχθη ἡ συστηματοποίησις τῶν μονάδων τούτων, εἰς τρόπον ὥστε διὰ καθορισμοῦ μικροῦ ἀριθμοῦ βασικῶν μονάδων νὰ δυνάμεθα νὰ παράγωμεν ἐξ αὐτῶν ὅλας τὰς ὑπολοίπους.

Οὕτω καθιερώθησαν τὰ συστήματα μονάδων, ἐκ τῶν ὁποίων ἐν ἀρχῇ θέλομεν ἀναφέρει δύο: τὸ *σύστημα μονάδων CGS* ἢ *ἀπόλυτον σύστημα μονάδων* καὶ τὸ *τεχνικὸν σύστημα μονάδων (T. S.)*.

α) Σύστημα μονάδων CGS. Εἰς τὴν Μηχανικὴν τοῦτο θέτει ὡς βάσιν τρία μεγέθη, τὰ ὁποῖα θεωροῦνται ἀνεξάρτητα ἀλλήλων, εἶναι δὲ ταῦτα τὸ *μῆκος*, ἡ *μᾶζα* καὶ ὁ *χρόνος* (Longitudo, Massa, Tempus),

ἅτινα καλοῦνται *θεμελιώδη μεγέθη*. Ὡς μονάδας τῶν μεγεθῶν τούτων θέτομεν, διὰ τὸ μῆκος τὸ *ἐκατοστόμετρον* (centimètre), διὰ τὴν μᾶζαν τὸ *γραμμᾶριον* (gramme) καὶ διὰ τὸν χρόνον τὸ *δευτερόλεπτον* (seconde). Οἷον-δήποτε ἄλλο μέγεθος εἰς τὴν Μηχανικὴν (π. χ. ἡ δύναμις, ἡ ταχύτης) δυνάμενον νὰ ἐκφρασθῇ διὰ τῶν τριῶν ἀνωτέρω μεγεθῶν καλεῖται *παράγωγον μέγεθος*. Ὁ ἀνωτέρω πίναξ 1 δεικνύει τὰ θεμελιώδη μεγέθη, τὰς μονάδας καὶ τὰ διεθνή σύμβολα τοῦ συστήματος CGS.

Τὸ ἀνωτέρω σύστημα μονάδων ἐκλήθη σύστημα CGS, ἐκ τῶν ἀρχικῶν γραμμάτων τῆς διεθνοῦς ὀνομασίας τῶν θεμελιωδῶν μονάδων αὐτοῦ.

Πίναξ 1.—Σύστημα μονάδων CGS

Θεμελιώδες μέγεθος	Σύμβολον	Μονὰς	Σύμβολον μονάδος
Μῆκος	L	Ἐκατοστόμετρον	cm
Μᾶζα	M	Γραμμᾶριον	gr
Χρόνος	T	Δευτερόλεπτον	sec

Πίναξ 2.—Τεχνικὸν σύστημα μονάδων

Θεμελιώδες μέγεθος	Σύμβολον	Μονὰς	Σύμβολον μονάδος
Μῆκος	L	Μέτρον	m
Δύναμις	F	Χιλιόγραμ. βάρους	kgr*
Χρόνος	T	Δευτερόλεπτον	sec

β) Τεχνικὸν σύστημα μονάδων (Τ.Σ.). Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ὡς βάσις τίθενται τρία πάλιν θεμελιώδη μεγέθη, τὸ *μῆκος*, ἡ *δύναμις* καὶ ὁ *χρόνος*, καὶ ὡς μονάδες αὐτῶν λαμβάνονται τὸ *μέτρον*, τὸ *χιλιόγραμμα βάρους* καὶ τὸ *δευτερόλεπτον*. Ὁ πίναξ 2 παριστᾷ τὰ θεμελιώδη μεγέθη, τὰς μονάδας καὶ τὰ διεθνῆ σύμβολα τοῦ τεχνικοῦ συστήματος.

Ἐκ τῆς συγκρίσεως τῶν πινάκων 1 καὶ 2 παρατηροῦμεν τὴν ἀκόλουθον διαφορὰν μεταξύ τοῦ συστήματος CGS καὶ τοῦ Τ. Σ. μονάδων. Εἰς μὲν τὸ σύστημα CGS, ἡ μᾶζα εἶναι θεμελιώδης μέγεθος καὶ ἡ δύναμις *παράγωγον*, ἐνῶ εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα, ἡ δύναμις εἶναι θεμελιώδης μέγεθος καὶ ἡ μᾶζα *παράγωγον*. Εἰς ἀμφοτέρω δὲ τὰ συστήματα, τὸ μῆκος καὶ ὁ χρόνος ἀποτελοῦν θεμελιώδη μεγέθη.

**Παρατήρησις.** Οἱ Ἀγγλοσάξωνες χρησιμοποιοῦν εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς ἀντίστοιχα συστήματα μονάδων, ὡς τὸ FPS, καὶ δὴ: ὡς μονάδα μήκους τὸν *πόδα* (foot), ὡς μονάδα μάζης τὴν *λίμπραν* (pound), καὶ ὡς μονάδα χρόνου τὸ *δευτερόλεπτον* (sec). Ἐκτὸς ὅμως αὐτοῦ, χρησιμοποιοῦν οἱ αὐτοὶ καὶ τὸ σύστημα, εἰς τὸ ὁποῖον ὡς μονὰς δυνάμεως λαμβάνεται τὸ βάρος μάζης 1 λίμπρας, ὡς μονὰς μήκους ὁ πούς, καὶ ὡς μονὰς χρόνου τὸ δευτερόλεπτον. Ἐν τούτοις, προκειμένου περὶ ἐπιστημονικῶν μετρήσεων, ἀντὶ τοῦ συστήματος FPS, καὶ οἱ Ἀγγλοσάξωνες χρησιμοποιοῦν τὸ σύστημα μονάδων CGS.

**6. Διαστάσεις τῶν παραγῶγων μεγεθῶν.** Κάθε φυσικὸν μέγεθος εὐρίσκεται εἰς ὀρισμένην σχέσιν πρὸς τὰ θεμελιώδη μεγέθη καὶ δύναται νὰ παρασταθῇ ὡς συνάρτησις αὐτῶν. Οὕτω π. χ. εἶναι ἐξ ὀρισμοῦ:

$$\text{ἐπιφάνεια } S = \text{μῆκος} \times \text{μῆκος}$$

$$\text{ταχύτης } v = \frac{\text{μῆκος}}{\text{χρόνος}}$$

Γενικῶς, οἰονδήποτε φυσικὸν μέγεθος  $A$  (τοῦ ὁποίου τὴν φύσιν ἀφήνομεν ἀκαθόριστον) ἐκφράζεται, συναρτήσῃ τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν, εἰς τὸ σύστημα CGS, ὑπὸ ἐξισώσεως τῆς μορφῆς:

$$[A] = [M^{\alpha} L^{\beta} T^{\gamma}] \quad (1)$$

ἡ ὁποία καλεῖται *ἐξίσωσις διαστάσεων* τοῦ θεωρουμένου μεγέθους εἰς τὸ σύστημα CGS, καὶ εἰς ἣν οἱ ἐκθέται  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , οἱ ὁποῖοι δύναται νὰ εἶναι ἀριθμοὶ ἀκέραιοι ἢ κλασματικοί, θετικοὶ ἢ ἀρνητικοὶ ἢ καὶ μηδέν, καλοῦνται *διαστάσεις* τοῦ θεωρουμένου μεγέθους εἰς τὸ αὐτὸ σύστημα μονάδων, αἱ δὲ ἀγκύλαι σημαίνουν, ὅτι ἡ σχέσηις δὲν εἶναι *ποσοτικῆ*, ἀλλὰ *ποιοτικῆ*. Π. χ. ὁ τύπος:

$$[S] = [L] \cdot [L] = [L^2]$$

ὑποδηλοῖ, ὅτι τὸ ἔμβαδὸν ἐπιφανείας  $S$  εὐρίσκεται διὰ πολλαπλασιασμοῦ ἐνὸς μήκους ἐπὶ ἄλλο μῆκος, ὡς εἶναι γνωστὸν ἐκ τῆς Γεωμετρίας. Ὁ τύπος οὗτος δύναται νὰ γραφῇ καὶ ὡς ἑξῆς:

$$[S] = [M^0 L^2 T^0]$$

ἥτοι ἡ ἐπιφάνεια ἔχει διαστάσεις 0, 2, 0.

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως διαστάσεων εὐρίσκομεν τὴν μονάδα τοῦ μεγέθους  $A$ , ἐὰν εἰς τὴν

εξίσωσιν διαστάσεων, ἀντί τῶν συμβόλων τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν, θέσωμεν τὰ σύμβολα τῶν ἀντιστοίχων μονάδων αὐτῶν, ὅτε προκύπτει:

$$A = \text{gr}^{\alpha} \cdot \text{cm}^{\beta} \cdot \text{sec}^{\gamma}$$

Τὸ μέγεθος  $A$ , τὸ ὁποῖον ἐκφράζεται διὰ τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν, ὀνομάσαμεν ἤδη παρὰ γωνίον μέγεθος, τὴν δὲ μονάδα αὐτοῦ παρὰ γωνίον μονάδα.

Ἐὰν εἶναι  $\alpha = \beta = \gamma = 0$ , ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων (1) ἀνάγεται εἰς  $[A] = 1$ , τοιοῦτον δὲ μέγεθος καλεῖται *ἀδιάστατον* (ἢ *καθαρὸς ἀριθμὸς*).

Ἐπίσης, εἰς τὸ Τεχνικὸν σύστημα, οἰονδήποτε φυσικὸν μέγεθος  $A$  ἐκφράζεται ὑπὸ ἐξι-  
σώσεως τῆς μορφῆς:

$$[A] = [F^{\alpha} L^{\beta} T^{\gamma}]$$

καὶ διὰ τὴν μονάδα τοῦ θεωρουμένου μεγέθους  $A = \text{kgm}^{\alpha} \cdot \text{m}^{\beta} \cdot \text{sec}^{\gamma}$ .

Ὅστε, διὰ νὰ εὔρωμεν τὴν μονάδα οἰονδήποτε παραγώγου μεγέθους εἰς τὸ CGS ἢ τὸ Τ.Σ., ἀρκεῖ νὰ εὔρωμεν τὴν ἐξίσωσιν διαστάσεων καὶ ἀκολούθως εἰς αὐτὴν νὰ ἀντικαταστήσωμεν τὰ σύμβολα τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν διὰ τῶν συμβόλων τῶν ἀντιστοίχων μονάδων αὐτῶν<sup>1</sup>.

**7. Εὗρεσις τῆς ἐξίσωσεως διαστάσεων.** Πρὸς εὔρεσιν τῆς ἐξίσωσεως διαστάσεων μεγέθους τινὸς ἀναχωροῦμεν, ὡς ἀνωτέρω εἶδομεν, ἐκ τῆς ἐξίσωσεως ὁρισμοῦ αὐτοῦ, ἡ ὁποία δίδεται ἐκ τῆς Γεωμετρίας ἢ τῆς Φυσικῆς. Ἀκολουθῶν, ἀφοῦ λύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν ὡς πρὸς τὸ ζητούμενον μέγεθος, ἐκφράζομεν πάντα τὰ εἰς τὸ δεύτερον μέλος τῆς ἐξίσωσεως ταύτης ὑπὲρσπρόχονα μεγέθη διὰ τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν, εἴτε τοῦ συστήματος CGS εἴτε τοῦ Τ.Σ. Ἐὰν ἡ ἐξίσωσις ὁρισμοῦ περιέχῃ εἰς τὸ δεύτερον μέλος καὶ ἀριθμητικὸν συντελεστήν, οὗτος δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν εἰς τὴν κατάστροφωσιν τῆς ἐξίσωσεως διαστάσεων, διότι, ὡς εἶδομεν, ἀποτελεῖ ἀδιάστατον μέγεθος.

**Παραδείγματα.** Τὰ ἀκόλουθα παραδείγματα διασαφηνίζουν τὰ ἀνωτέρω ἐκτεθέντα. Ἡ *ταχύτης* ὀρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τοῦ διαστήματος τοῦ διανυθέντος εἰς χρόνον  $t$  διὰ τοῦ χρόνου τούτου, ἐπομένως ἐὰν κινητὸν διανύη διάστημα  $s$  εἰς χρόνον  $t$ , ἡ ἐξίσωσις ὁρισμοῦ τῆς ταχύτητος εἶναι  $v = s/t$ , ἡ δὲ ἐξίσωσις διαστάσεων αὐτῆς εἰς τὸ σύστημα CGS εἶναι:

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} = [L T^{-1}]$$

καὶ ἡ μονὰς ταχύτητος εἰς τὸ αὐτὸ σύστημα εἶναι τὸ 1 cm/sec.

Ἡ *ἐπιτάχυνσις* ὀρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος κατὰ τι χρονικὸν διάστημα διὰ τοῦ χρονικοῦ τούτου διαστήματος. Ἐὰν ἡ ταχύτης κινητοῦ μεταβάλλεται κατὰ  $v$  εἰς χρόνον  $t$ , ἡ ἐξίσωσις ὁρισμοῦ τῆς ἐπιτάχυνσεως εἰς τὸ σύστημα CGS εἶναι:  $\gamma = v/t$ , ἡ δὲ ἐξίσωσις διαστάσεων αὐτῆς εἶναι:

$$[\gamma] = \frac{[L T^{-1}]}{[T]} = [L T^{-2}]$$

καὶ ἡ μονὰς τῆς ἐπιτάχυνσεως εἰς τὸ σύστημα CGS εἶναι τὸ 1 cm/sec<sup>2</sup>.

Τέλος, ἡ *δύναμις*  $F$  ὀρίζεται ὡς γινόμενον τῆς μάζης  $m$  ἐπὶ τὴν ἐπιτάχυνσιν  $\gamma$ , ἐπομένως ἡ ἐξίσωσις ὁρισμοῦ αὐτῆς εἶναι  $F = m \cdot \gamma$ , ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων  $[F] = [M L T^{-2}]$

<sup>1</sup> Ἐξαιρέσιν ἀπὸ τοῦ ἀνωτέρω κανόνος ἀποτελεῖ ἡ θερμοκρασία καὶ πάντα τὰ ἐξ αὐτῆς ἐξαριωμένα μεγέθη (ὡς π.χ. ἡ εἰδικὴ θερμότης, συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς κτλ.), τὰ ὁποῖα δὲν ἐντάσσονται εἰς τὸ σύστημα CGS οὔτε εἰς τὸ Τ.Σ., διότι δὲν δύνανται νὰ ἐκφραστοῦν μόνον διὰ τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν τῶν ἀνωτέρω συστημάτων.

και μονάς αυτής εις τὸ σύστημα CGS, τὸ  $1 \text{ gr} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^{-2}$ . Ἡ μονάς αὕτη καλεῖται **δύνη** (Dyn).

Ἐκ τῆς Γεωμετρίας εἶναι γνωστόν, ὅτι ἡ **γωνία**  $\varphi$  ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως  $\varphi = s/r$  (ὅπου  $r$  ἡ ἀκτίς τοῦ κύκλου καὶ  $\varphi$  ἡ ἐπίκεντρος γωνία, ἡ ὁποία βαίνει ἐπὶ τόξου μήκους  $s$ ). Διὰ τὰ εὑρωμεν τὰς διαστάσεις τῆς γωνίας  $\varphi$ , γράφομεν:

$$[\varphi] = \frac{[s]}{[r]} = \frac{\text{μῆκος}}{\text{μῆκος}} = \frac{[L]}{[L]} = L^0 = 1$$

ἄρα ἡ γωνία ἀποτελεῖ ἀδιάστατον μέγεθος.

Ἄλλο ἀδιάστατον μέγεθος εἶναι τὸ μέγεθος  $\pi = 3,14\dots$  ἐκφράζον τὸν λόγον τῆς περιφερείας πρὸς τὴν διάμετρον κύκλου. Διὰ τὰ εὑρωμεν τὰς διαστάσεις τοῦ μεγέθους  $\pi$ , λαμβάνομεν πάλιν τὴν ἐξίσωσιν ὁρισμοῦ αὐτοῦ:

$$\pi = \frac{\text{μῆκος περιφερείας}}{\text{μῆκος διαμέτρου}}$$

ἦτοι:

$$[\pi] = \frac{[L]}{[L]} = L^{1-1} = L^0 = 1$$

ἐξ οὗ προκύπτει, ὅτι τὸ μέγεθος  $\pi$  εἶναι ἀριθμὸς, δηλ. ἀποτελεῖ ἀδιάστατον μέγεθος.

Ἀνάλογα γίνουσι διὰ τὸ τεχνικὸν σύστημα. Οὕτω, πρὸς εὑρεσιν τῆς ἐξισώσεως διαστάσεων τῆς **μάζης**, ἀναχωροῦμεν ἐκ τῆς ἐξισώσεως  $m = F/\gamma$  ἢ ἐξίσωσις διαστάσεων εἶναι:

$$[m] = [F L^{-1} T^2]$$

καὶ ἡ μονάς μάζης τὸ  $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{sec}^2$ . Ἡ μονάς αὕτη καλεῖται **Τεχνικὴ μονάς μάζης** (*T. M. μάζης*) καὶ εἶναι ἴση πρὸς  $9,81 \text{ kg}$ , δηλ. περίπου  $10 \text{ kg}$ .

8\*. Σημασία τῶν συστημάτων μονάδων. Ἡ γνώσις τῶν συστημάτων τῶν μονάδων δὲν ἀποτελεῖ μόνον πολύτιμον ἐφόδιον διὰ τὴν σπουδὴν τῆς Φυσικῆς, ἀλλ' ἔχει καὶ ὅλους ἰδιόζουσαν σημασίαν εἰς τὰς ἐφαρμογὰς διὰ τὴν ἐπίλυσιν τῶν διαφόρων προβλημάτων. Οὕτω, κατὰ τὴν ἐπίλυσιν προβλήματός τινος Φυσικῆς, ἐφαρμόζομεν τὸν κατάλληλον ἐκαστοτε τύπον, τὸν ὅποιον ἐπιλύομεν, ὥστε εἰς τὸ πρῶτον μέλος νὰ ὑπάρχῃ τὸ ἄγνωστον μέγεθος καὶ εἰς τὸ δεύτερον μέλος ὅλα τὰ γνωστά μεγέθη, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν τὰ δεδομένα τοῦ προβλήματος.

Διὰ τῆς γνώσεως τῶν συστημάτων τῶν μονάδων, δυνάμεθα νὰ ἐπαληθεύσωμεν τὴν ὀρθότητα τοῦ τύπου ὡς ἐξῆς: Ὁ χρησιμοποιούμενος τύπος θεωρεῖται ὡς ὀρθός, ἐὰν ἡ ἐξίσωσις ὅλων τῶν ὄρων ἀμφοτέρων τῶν μελῶν τῆς ἐξισώσεως εἶναι, ὡς πρὸς τὰ σύμβολα τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν, τοῦ αὐτοῦ βαθμοῦ ἢ ἄλλως ὁμογενῆς.

Οὕτω, διὰ νὰ διαπιστώσωμεν ἐὰν ὁ τύπος  $v = v_0 + \gamma t$  εἶναι κατ' ἀρχὴν ὀρθός, λαμβάνομεν τὰς διαστάσεις ἀμφοτέρων τῶν μελῶν, ὅτε ἔχομεν:

$$[L T^{-1}] = [L T^{-1}] + [L T^{-2} T] = [L T^{-1}] + [L T^{-1}]$$

ἐξ οὗ βλέπομεν, ὅτι ὅλοι οἱ ὄροι εἶναι τοῦ αὐτοῦ βαθμοῦ ὡς πρὸς  $L$  καὶ  $T$ .

Ἐὰν ὁμοῦς ἡ ὁμοιογένεια τοῦ τύπου τούτου δὲν ἐπαληθεύεται, τοῦτο δηλοῖ ὅτι ὁ τύπος δὲν εἶναι ὀρθός.

\*Ἐστὸ ἤδη ὁ τύπος  $v^2 = v_0^2 + 2\gamma s$  (βλ. σελ. 39). Διὰ νὰ ἐξακριβώσωμεν, ἐὰν οὗτος εἶναι ὀρθός, ἐκφράζομεν ὅλα τὰ μεγέθη διὰ τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν, ὅτε θὰ ἔχομεν:

$$[L T^{-1}]^2 = [L T^{-1}]^2 + [L T^{-2} L]$$

Ὁ ἀριθμὸς 2 δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν, διότι ἀποτελεῖ ἀδιάστατον μέγεθος. Ἐκτελοῦντες τὰς πράξεις ἔχομεν:

$$[L^2 T^{-2}] = [L T^{-1}]^2 + [L^2 T^{-2}]$$

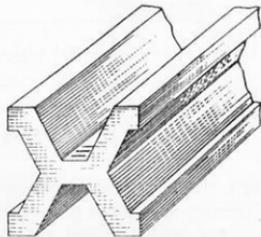
Ἐφ' ὅσον εἰς ὅλους τοὺς ὄρους τὰ  $L$  καὶ  $T$  δὲν εὐρίσκονται μὲ τοὺς ἴδιους ἐκθέτας, ἡ ἐξίσωσις δὲν εἶναι ὁμογενῆς καὶ ὁ τύπος εἶναι ἐσφαλμένος, θὰ εἶναι δὲ ὀρθός, ἐὰν γραφῇ  $v^2 = v_0^2 + 2\gamma s$ .

Επίσης, διά την εὑρεσιν τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς ζητούμενου μεγέθους εἰς προβλήματα τῆς Φυσικῆς, πρέπει αἱ τιμαὶ ὅλων τῶν δεδομένων τοῦ προβλήματος, πρὸ τῆς εἰσαγωγῆς αὐτῶν ἐν τῷ τύπῳ καὶ τῆς ἐκτελέσεως τῶν ὑπολογισμῶν, νὰ ἀνάγονται εἰς ἓν καὶ τὸ αὐτὸ σύστημα μονάδων. Πρὸς τοῦτο, ἐφ' ὅσον δὲν ὀρίζεται τὸ σύστημα μονάδων, δυνάμεθα ἡμεῖς νὰ ἐκλέγωμεν τὸ σύστημα ἐκεῖνο, διὰ τοῦ ὁποίου φθάνομεν εἰς τὸ ἀποτέλεσμα δι' ὀλιγοτέρων ὑπολογισμῶν καὶ ταχύτερον ἢ ἐκλογῇ δὲ αὐτῆ ἀποτελεῖ ζήτημα πείρας.

**9. Διάφορα συνήθη φυσικὰ μεγέθη καὶ μονάδες μετρήσεως αὐτῶν.**  
Κατὰ τὴν μελέτην τῆς Φυσικῆς συναντῶμεν μέγα πλῆθος μεγεθῶν, ἐκ τῶν ὁποίων τὰ μᾶλλον συνήθη εἶναι τὸ *μήκος*, ἡ *ἐπιφάνεια*, ὁ *ὄγκος*, ἡ *μᾶζα*, ὁ *χρόνος*, τὸ *βάρος*, ἡ *πυκνότης*, τὸ *εἰδικὸν βάρος*, ἡ *πίεσις*, τὰ ὁποῖα θέλομεν ἐξετάσει συντόμως ἐνταῦθα.

10. *Μήκος.* Ἡ ἔννοια τοῦ μήκους εἶναι τόσον ἀπλή, ὥστε νὰ μὴ εἶναι δυνατὸν νὰ ὀρισθῇ δι' ἄλλων ἀπλουστερῶν ἐννοιῶν.

Ὡς μονάδα μήκους χρησιμοποιοῦμεν συνήθως εἰς τὴν Φυσικὴν τὸ **ἐκατοστόμετρον (cm)**, τὸ ὁποῖον ἰσοῦται πρὸς ἓν ἑκατοστὸν τοῦ διεθνοῦς **προτύπου μέτρου**<sup>1</sup>. Τὸ πρότυπον μέτρον πραγματοποιεῖται ἀπὸ κανὸνα ἐιδικοῦ σχήματος (σχ. 1) ἐξ ἰριδιούχου λευκοχρῶσου. Ὁ κανὼν φέρει εἰς τὰ ἄκρα αὐτοῦ δύο κυρίας χαραγὰς, τῶν ὁποίων ἡ ἀπόστασις εἶναι περίπου ἴση πρὸς  $10^{-7}$  τοῦ τετάρτου τοῦ μεσημβρινοῦ τῆς Γῆς, ἡ δὲ ἀπόστασις αὐτῆ τῶν κυρίων χαραγῶν κατόπιν διεθνοῦς συμφωνίας ὀρίζει τὸ μέτρον. Τὸ πρότυπον μέτρον φυλάσσεται εἰς τὸ ἐν Σενρες τῆς Γαλλίας Διεθνὲς Γραφεῖον Μέτρων καὶ Σταθμῶν.



Σχ. 1. Σχῆμα τοῦ προτύπου μέτρου.

Ἐκτὸς τῆς ἀνωτέρω μονάδος 1 ἐκατοστόμετρον χρησιμοποιοῦνται καὶ τὰ πολλαπλάσια ἢ ὑποπολλαπλάσια αὐτοῦ, ἦτοι :

$$1 \text{ χιλιόμετρον (km)} = 1000 \text{ μέτρα} = 10^3 \text{ m} = 10^5 \text{ cm.}$$

$$1 \text{ μέτρον (m)} = 100 \text{ ἐκατοστόμετρα} = 10^2 \text{ cm.}$$

$$1 \text{ δεκάτομετρον (dm)} = 1/10 \text{ μέτρον} = 10^{-1} \text{ m} = 10 \text{ cm.}$$

$$1 \text{ ἐκατοστόμετρον (cm)} = 1/100 \text{ μέτρον} = 10^{-2} \text{ m} = 1 \text{ cm.}$$

$$1 \text{ χιλιοστόμετρον (mm)} = 1/1000 \text{ μέτρον} = 10^{-3} \text{ m} = 10^{-1} \text{ cm.}$$

$$1 \text{ μικρὸν (}\mu\text{)} = 1/1\,000\,000 \text{ μέτρον} = 10^{-6} \text{ m} = 10^{-4} \text{ cm.}$$

$$1 \text{ \AA ngstr\AA om (\AA)} = 10^{-10} \text{ m} = 10^{-8} \text{ cm.}$$

Πρὸς χαρακτηρισμὸν τῶν πολλαπλασίων καὶ ὑποπολλαπλασίων τῶν μονάδων, μεταχειρίζομεθα γενικῶς τὰ ἐπόμενα προθέματα :

Χίλιο- ἢ Κίλο- (k)

διὰ τὸ χιλιαπλάσιον.

<sup>1</sup> Εἰς παλαιότεραν ἐποχὴν, τὸ μέτρον καθορίζετο ἐπὶ τῇ βάσει γεωδαιτικῶν μετρήσεων καὶ εἶχεν ὀρισθῆ ὡς τὸ 1/10 000 000 τοῦ τετάρτου τοῦ μεσημβρινοῦ τῆς Γῆς (βλ. § 15). Ὁ τοιοῦτος ὁμως καθορισμὸς τῆς μονάδος μήκους ἐθεωρήθη βραδύτερον ὡς μὴ ἐπισημονικῶς ἀκριβής, διότι τὸ ἀνωτέρω μήκος ὑψίστατο μεταβολὰς ἐν τῇ παραδῶφ τοῦ χρόνου, καὶ ἐπομένως ἡ οὕτω καθορισθεῖσα μονὰς ἦτο μεταβλητὴ μετὰ τοῦ χρόνου.

Μέγα· (Μ)  
Χιλιοστο· ή μιλλι· (m)  
Μικρο· (μ)

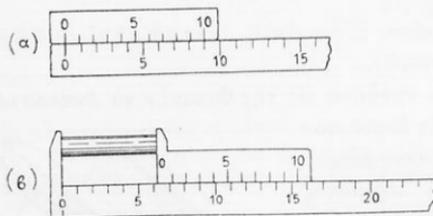
διὰ τὸ ἑκατομμυριαπλάσιον.  
διὰ τὸ χιλιοστόν.  
διὰ τὸ ἑκατομμυριοστόν.

Εἰς τὴν Ἀστρονομίαν χρησιμοποιοῦν μεγαλύτεραν ἀκόμη μονάδα μήκους, τὸ **ἔτος φωτός**, τὸ ὁποῖον εἶναι ἡ ἀπόστασις, τὴν ὁποίαν διατρέχει τὸ φῶς ἐντὸς χρονικοῦ διαστήματος ἴσου πρὸς ἓν ἔτος. Εἶναι δέ :

Ἐν **ἔτος φωτός** = 9 460 800 000 000 χιλιόμετρα =  $9,4608 \cdot 10^{12}$  km.

Εἰς τὴν ναυτιλίαν χρησιμοποιεῖται ὡς μονὰς τὸ **ναυτικὸν μίλιον** = 1852 μέτρα.

**11\*. Βερνιέρος.** Διὰ τῶν συνήθων μετρητικῶν κανόνων, π.χ. συνήθους ὑποδεκαμέτρου, cm καὶ κατ' ἐκτίμησιν μέχρι 0,05 cm. Διὰ τὴν ἀκριβῆ ὁμοῦ ἐκτίμησιν κλασμάτων τῶν ὑποδιαίρεσεων τῆς κυρίας κλίμακος τοῦ μετρητικοῦ κανόνος τάξεως μεγέθους 0,01 cm χρησιμοποιεῖται ὁ **βερνιέρος** (σχ. 2). Οὗτος ἀποτελεῖ κλιμάκιον, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ ὀλισθαίνει κατὰ μήκος τῆς κυρίας κλίμακος, αἱ ὑποδιαίρεσεις τοῦ δὲ εἶναι καθ' ὁρισμένην ἀναλογίαν μικρότεραι τῶν ὑποδιαίρεσεων τῆς κυρίας κλίμακος. Ἐάν π.χ. ἡ ὅλη κλιμαξ τοῦ βερνιέρου ἔῃ μῆκος 9 ὑποδιαίρεσεων (π.χ. 9 mm) τῆς κυρίας κλίμακος καὶ εἶναι ὑποδιηρημένη εἰς 10 ἴσα



Σχ. 2. Βερνιέρος εὐθύγραμμος. Ἀνάγνωσις : 6,3 mm.

μέρη, τότε ἐκάστη ὑποδιαίρεσις τοῦ βερνιέρου εἶναι τὰ 9/10 ἐκάστης ὑποδιαίρεσεως τῆς κλίμακος, ἥτοι εἶναι μικρότερα κατὰ τὸ 1/10 mm αὐτῆς, ὡς δεῖνεται εἰς τὸ σχῆμα 2. α.

Ἡ ἐκτίμησις διὰ τοῦ βερνιέρου γίνεται ὡς ἀκολούθως. Μετὰ τὴν ρύθμισιν, ἡ ὁποία συνίσταται εἰς τὸ νὰ φέρομεν τὴν ἀρχὴν ἢ τὸ μηδὲν τοῦ βερνιέρου εἰς σύμπτωσιν πρὸς τὸ πέρασ τοῦ μετρητέου μήκους, ἀναγινώσκομεν τὴν ὑποδιαίρεσιν τῆς κλίμακος, τὴν ἀμέσως προηγουμένην τοῦ μηδενὸς τοῦ βερνιέρου, ἔστω δὲ αὕτη εἶναι 6, ὡς εἰς τὸ σχῆμα 2. β. Ἡ τιμὴ αὕτη παρέχει τὸ ἀκέραιον μέρος τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς τοῦ μετρομένου μήκους ἵνα δὲ καθορίσωμεν καὶ τὸ δεκαδικὸν μέρος αὐτῆς, δέον νὰ ἐξακριβώσωμεν ποία τῶν διαίρεσεων τοῦ βερνιέρου συμπίπτει πρὸς μίαν τῶν ὑποδιαίρεσεων τῆς κυρίας κλίμακος. Ἐάν π.χ. αὕτη εἶναι ἡ ὑποδιαίρεσις 3 τοῦ βερνιέρου, ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ μήκους εἶναι 6,3 mm.

Γενικῶς, ἐάν ὁ βερνιέρος ἔῃ μῆκος  $n - 1$  ὑποδιαίρεσεων τῆς κυρίας κλίμακος καὶ εἶναι ὑποδιηρημένος εἰς  $n$  ἴσα μέρη, παρέχει προσέγγισιν  $\frac{1}{n}$  τῆς ὑποδιαίρεσεως τῆς κυρίας κλίμακος, ὁ δὲ ἀριθμὸς  $\frac{1}{n}$  καλεῖται **ἀξία τοῦ βερνιέρου**. Ὁ ἀνωτέρω περιγραφεὶς βερνιέρος, ἐπειδὴ χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν μέτρησιν μηκῶν, καλεῖται **εὐθύγραμμος βερνιέρος**.

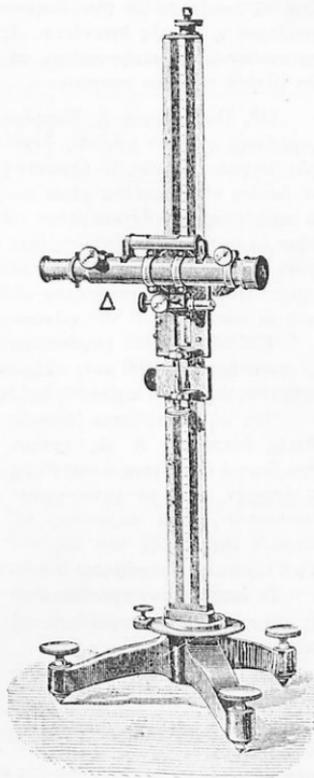
Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζεται ὁμοίως βερνιέρος προσηρμοσμένος εἰς κυκλικὰς κλίμακας (π.χ. γωνιομέτρων ἀκριβείας, σακχαρομέτρων κ.λ.) καλούμενος **κυκλικὸς βερνιέρος**. Οὗτω ἐάν ἡ κυρία κλιμαξ εἶναι ὑποδιηρημένη εἰς μοίρας, ὁ δὲ βερνιέρος ἔῃ μῆκος  $9^{\circ}$  καὶ εἶναι ὑποδιηρημένος εἰς 10 ἴσα μέρη, ἡ ἀξία τοῦ βερνιέρου εἶναι  $1/10^{\circ}$ , ἢ ὅπερ τοῦ αὐτοῦ, 6 πρῶτα λεπτα (6'). Ἐάν λοιπὸν κατὰ τὴν μέτρησιν γωνίας, ἡ ὁποία γίνεται ὁμοίως ὡς καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ εὐθύγραμμου βερ-



Σχ. 3. Κυκλικὸς βερνιέρος. Ἀνάγνωσις :  $35^{\circ} 13'$ .

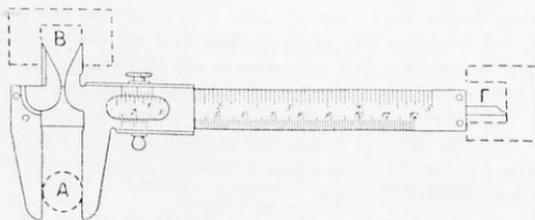
νέρου, τὸ μηδὲν αὐτοῦ συμπίπτει μεταξύ τῶν διαίρεσεων  $10^0$  καὶ  $11^0$  τῆς κυρίας κλίμακος, τὸ ἀκέραιον μέρος τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς τῆς γωνίας θὰ εἶναι  $10^0$ . Ὅπως εὕρωμεν καὶ τὸ ὑπόλοιπον μέρος αὐτῆς ἐξετάζομεν ποία διαίρεσις τοῦ βερνιέρου συμπίπτει πρὸς τινὰ διαίρεσιν τῆς κυρίας κλίμακος, εἰάν π.χ. εἶναι ἡ διαίρεσις 4, τότε τὸ ὑπόλοιπον μέρος τῆς γωνίας εἶναι  $4 \cdot 6 = 24'$ , καὶ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς γωνίας θὰ εἶναι  $10^0 24'$ . Τὸ σχῆμα 3 δεικνύει κλίμακα μετὰ βερνιέρου ἐνὸς γωνιομέτρου. Ἡ κυρία κλίμαξ εἶναι ὑποδιηρημένη εἰς ἡμισυ μοίρας (ἢ ὅπερ τὸ αὐτὸ 30 λεπτά). Ὁ βερνιέρος ἔχει μήκος 29 διαίρεσεων τῆς κυρίας κλίμακος, καὶ φέρει 30 ὑποδιαίρεσεις. Ἄρα ἡ προσέγγιξις τοῦ βερνιέρου εἶναι  $1/30$  τοῦ  $1/2$  τῆς μοίρας, ἴσῳι  $1'$ . Εἰς τὴν ἐν τῷ σχήματι 3 ὑποδεικνυομένην θέσιν τοῦ βερνιέρου ἡ ἀνάγνωσις εἰς μοίρας μὲν εἶναι  $35^0$ , τὸ δὲ ὑπόλοιπον εὐρίσκεται ἐκ τῆς ὑποδιαίρεσως 13 τοῦ βερνιέρου, ἡ ὁποία συμπίπτει πρὸς διαίρεσιν τῆς κυρίας κλίμακος. Ὡστε ἡ ἀκριβὴς τιμὴ τῆς μετρουμένης γωνίας εἶναι  $35^0 13'$ .

12<sup>ο</sup>. Καθετόμετρον. Τὸ ὄργανον τοῦτο χρησιμεύει εἰς τὴν μέτρησιν τῆς κατακόρυφου ἀποστάσεως δύο σημείων. Ἀποτελεῖται (σχ. 4) ἀπὸ κατακόρυφον κυλινδρικήν ἢ πρισματικὴν ράβδον δυναμένην νὰ περιστρέφεται περὶ τὸν ἄξονά της. Ἐπὶ τῆς περιστρεφομένης ράβδου, ἡ ὁποία φέρει κλίμακα ὑποδιαιρουμένην συνήθως εἰς ἑκατοστόμετρον, δύναται νὰ ὀλισθαίνῃ δρομεὺς φέρων διόπτραν Δ με ὀριζόντιον ὀπτικὸν ἄξονα καὶ βερνιέρον. Σκοπεύομεν διὰ τῆς διόπτρας διαδοχικῶς τὰ δύο σημεία, τῶν ὁποίων ζητεῖται ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις, καὶ ἀναγινώσκομεν ἐκάστοτε τῇ βοηθείᾳ τοῦ βερνιέρου τὴν θέσιν τῆς διόπτρας ἐπὶ τῆς κλίμακος τῆς ράβδου. Ἡ διαφορὰ τῶν ἀναγνώσεων δίδει τὸ ζητούμενον μέγεθος τῆς ἀποστάσεως.



Σχ. 4. Καθετόμετρον.

13<sup>ο</sup>. Διαστημόμετρον (κοινῶς καλίμπρα). Τοῦτο χρησιμεύει διὰ τὴν μέτρησιν λίαν μικρῶν μεγθῶν, π.χ. τοῦ πάχους κυλινδρικοῦ στελέχους, τῆς ἐξωτερικῆς ἢ τῆς ἐσωτερικῆς διαμέτρου κοίλου κυλίνδρου κ.λ.



Σχ. 5. Διαστημόμετρον. Εἰς Α μετρᾶται τὸ πάχος π.χ. σώματος, εἰς Β ἡ ἐσωτερικὴ διάμετρος π.χ. κυλίνδρου, εἰς Γ τὸ βάθος π.χ. δοχείου.

συνδεδεμένη πρὸς δρομέα φέροντα καὶ βερνιέρον συνήθως εἰς δέκατον.

Τὸ ὄργανον (σχ. 5) ἀποτελεῖται ἐκ μεταλλικοῦ κανόνος, μήκους συνήθως 10-20 cm, διηρημένου εἰς χιλιοστά (mm). Εἰς τὸ ἄκρον φέρει σιαγόνα, ἄλλη δὲ σιαγὼν δύναται νὰ μετακινήται παράλληλος πρὸς ἑαυτὴν ἐπὶ τοῦ κανόνος,

Ἐνίοτε τὸ ἄκρον τῆς σιαγόνος ἔχει καθωρισμένον πάχος (συνήθως 5 mm), οὕτως ὥστε νὰ δυνάμεθα μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ βερνιέρου νὰ κἀνωμεν μετρήσεις ἑσωτερικῆς διαμέτρου κ. λ. (ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα εἰς Β διὰ διακεκομμένον γραμμῶν). Εἰς τὴν περίπτωσιν ὁμοῦ αὐτὴν πρέπει νὰ προστεθῇ εἰς τὴν ἔνδειξιν τοῦ ὄργανου καὶ τὸ πάχος τῶν 10 mm τῶν δύο σιαγόνων.

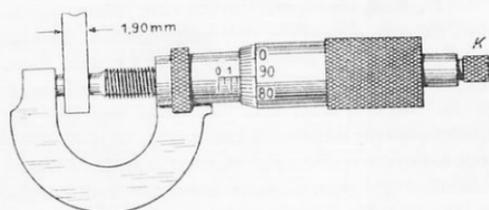
14\*. Παχύμετρον ἢ Μικρόμετρον. Τοῦτο χρησιμεύει διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ πάχους ἐλασμάτων, φύλλων γάρτου, διαμέτρου συρμάτων ἢ ράβδων, εἶναι δὲ ἀκριβέστατον μέσον πρὸς μέτρησιν μηρῶν. Τὸ ὄργανον (σχ. 6) ἀποτελεῖται ἀπὸ τεμάχιον μεταλλικὸν σχήματος U, τοῦ ὁποίου τὸ ἓν σκέλος φέρει μικρομετρικὸν κοχλίαν ἀπολύγοντα εἰς ἐπίπεδον ἐπιφάνειαν. Τὸ πρὸς μέτρησιν ἀντικείμενον τίθεται μεταξύ τοῦ ἄκρου τοῦ κοχλίου καὶ τῆς ἐναντι ἐπιπέδου ἐπιφάνειας. Ὁ κοχλίας ἔχει συνήθως βῆμα 1 mm, ὅταν δὲ περιστραφῇ τὸ ἐπ' αὐτοῦ προσηρμοσμένον τύμπανον κατὰ μίαν πλήρη στροφὴν, τὸ ἄκρον τοῦ κοχλίου προχωρεῖ κατὰ 1 mm. Ὅταν περιστραφῇ κατὰ κλάσμα μίας περιστροφῆς, τὸ ἔμπροσθεν ἄκρον μετακινεῖται κατὰ τὸ αὐτὸ κλάσμα τοῦ χιλιοστομέτρου.

Ἐπὶ τοῦ κοχλίου χαρασσεται κύκλος ὑποδιηρημένος εἰς 100 μέρη, ὁ ὁποῖος ἐπιτρέπει τὴν παρατήρησιν 1/100 μίας πλήρους περιστροφῆς. Ὅταν αἱ ἐπίπεδοι ἐπιφάνειαι βάσεως καὶ κοχλίου ἐφάπτονται, πρέπει ἢ ὑποδιαίρεισι 0 τῆς κλίμακος καὶ τοῦ τυμπάνου νὰ συμπέσθωσι.

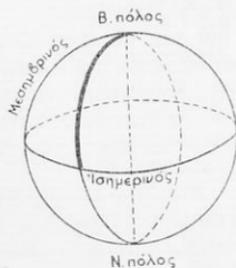
Ἴνα μὴ συμπιέζεται ἰσχυρῶς τὸ ὑπὸ μέτρησιν σῶμα, ὁ κοχλίας εἶναι ἐφοδιασμένος δι' εἰδικῆς διατάξεως Κ εἰς τρόπον ὥστε, ὅταν ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἔλθῃ εἰς ἐπαφὴν πρὸς τὸ μετρούμενον ἀντικείμενον, πᾶσα περαιτέρω περιστροφή τῆς λαβῆς τοῦ κοχλίου νὰ μὴ προκαλῇ προχώρησιν αὐτοῦ.

Τὸ παχύμετρον καλεῖται ἐπίσης *μικρομετρικὸς κοχλίας* ἢ καὶ *Palmer*.

Διὰ μετρήσεις ἐπίσης μεγάλης ἀκριβείας χρησιμοποιοῦμεν τὸ *σφαιρόμετρον*, τὸν *παραβολέα* (Komparator), τὴν *δαιρετικὴν μηχανήν*, *προσοφθάλμιον μικρόμετρον* κ. λ., τὰ ὁποῖα περιγράφονται ἐν λεπτομερείᾳ εἰς εἰδικὰ συγγράμματα Πρακτικῆς Φυσικῆς.



Σχ. 6. Μικρομετρικὸς κοχλίας. Μετρεῖ ἀντικείμενον πάχους 1,90 mm.



Σχ. 7. Τὸ μήκος τοῦ τετάρτου μεσημβρινοῦ τῆς Γῆς σημειοῦται διὰ τῆς παχύτερας γραμμῆς.

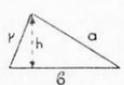
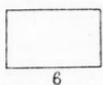
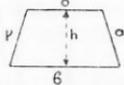
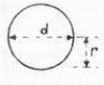
15\*. Ὅρισμός τετάρτου μεσημβρινοῦ. Ἐάν θεωρήσωμεν τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς ὡς ἐπιφάνειαν σφαίρας, τότε ὅλοι οἱ κύκλοι οἱ διερχόμενοι διὰ τῶν δύο πόλων τῆς Γῆς καὶ ἔχοντες ἀκτῖνα ἴσην πρὸς τὴν τῆς Γῆς καλοῦνται *μεσημβρινοί*, ἐνῶ ὁ κύκλος τῆς αὐτῆς ἀκτίνος πρὸς τὸν τοῦ μεσημβρινοῦ, ὁ διερχόμενος διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἐπιφάνειας τῆς Γῆς καὶ κάθετος ἐπὶ τῶν μεσημβρινῶν, καλεῖται *ἰσημερινός* (σχ. 7).

Τέταρτον τοῦ μεσημβρινοῦ εἶναι ἡ ἀπόστασις ἑνὸς πόλου τῆς Γῆς ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ μετρούμενη κατὰ μῆκος μεσημβρινοῦ, ἔχει δὲ τοῦτο μῆκος 10 002 300 μέτρα ἢ κατὰ προσέγγισιν 10 000 000 μέτρα.

16. Ἐπιφάνεια. Ἐκ τῆς μονάδος μήκους ἑκατοστόμετρον, προκύπτει ὡς βασικὴ μονὰς ἐπιφάνειας (S) τὸ *τετραγωνικὸν ἑκατοστόμετρον* ( $\text{cm}^2$ ). Συνήθως ὡς μονάδα ἐπιφάνειας χρησιμοποιοῦμεν καὶ τὸ *τετραγωνικὸν μέτρον* ( $\text{m}^2$ ), εἶναι δὲ 1 *τετραγωνικὸν μέτρον* = 10 000  $\text{cm}^2$ .

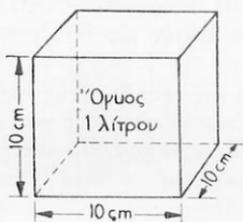
Επίσης εις τὴν πράξιν χρησιμοποιοῦμεν ὡς μονάδα ἐπιφανείας καὶ τὸ **στρέμμα**, εἶναι δὲ 1 στρέμμα (βασιλικόν) = 1000 m<sup>2</sup>, ὡς ἐπίσης καὶ τὸ **ἐκτάριον** εἶναι δὲ 1 ἐκτάριον = 10000 m<sup>2</sup> = 10 στρέμματα.

Προκειμένου περὶ ἐπιφανειῶν ἔχουσῶν γεωμετρικὸν σχῆμα, ὑπολογίζομεν τὴν ἐπιφάνειαν διὰ μετρήσεων ὁρισμένων γραμμικῶν διαστάσεων καὶ ἐπὶ τῇ βάσει γνωστῶν τύπων ἐκ τῆς Γεωμετρίας (σχ. 8). Εἰς περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ ἐπιφάνεια δὲν ἔχει γεωμετρικὸν σχῆμα, μετροῦμεν αὐτὴν κατὰ προσέγγισιν, ἀφοῦ τὴν χωρίσωμεν εἰς ὅσον τὸ δυνατόν περισσότερα μέρη. Ἀκριβέστερον εὐρίσκομεν τὸ ἐμβαδὸν δι' εἰδικῶν συσκευῶν, καλοῦμένων **ἐμβαδομέτρων**.

 <p>Τρίγωνον</p> $S = \frac{b \cdot h}{2}$	 <p>Ὁρθογώνιον</p> $S = a \cdot b$	 <p>Τραπεζίον</p> $S = h \frac{b + \delta}{2}$	 <p>Κύκλος</p> $S = \pi r^2 \text{ ἢ } \frac{\pi d^2}{4}$
---	---	---	--

Σχ. 8. Αἱ τιμαὶ τῶν S παρέχουν τὰ ἀντίστοιχα ἐμβαδά.

17. **Ὅγκος**. Ἐκ τῆς βασικῆς μονάδος μήκους ἑκατοστόμετρον, προκύπτει ὡς βασικὴ μονάς ὄγκου τὸ **κυβικὸν ἑκατοστόμετρον (cm<sup>3</sup>)**. Ἐκτὸς τῆς βασικῆς μονάδος ὄγκου χρησιμοποιοῦν καὶ τὸ **λίτρον (lt)** (σχ. 9), τὸ ὁποῖον πολλὰκις καλεῖται **κυβικὸν δεκατόμετρον** ἢ παλαιότερον **κυβικὴ παλάμη**, ὡς καὶ τὸ **κυβικὸν μέτρον (m<sup>3</sup>)**. Εἶναι δέ :

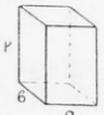
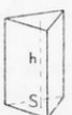
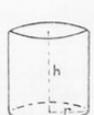


Σχ. 9. Πραγματοποιήσῃς ὄγκου 1 λίτρου.

$$1 \text{ λίτρον (lt)} = \frac{1}{1000} \text{ m}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3 = 10^3 \text{ cm}^3.$$

$$1 \text{ κυβικὸν μέτρον (m}^3) = 1000 \text{ λίτρα.}$$

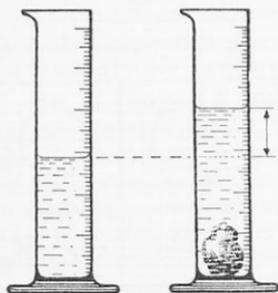
$$1 \text{ κυβικὸν ἑκατοστὸν (cm}^3) = \frac{1}{1\,000\,000} \text{ m}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3.$$

 <p>Ὁρθογώνιον παραλληλεπίπεδον</p> $V = a \cdot b \cdot \gamma$	 <p>Πρίσμα</p> $V = S \cdot h$	 <p>Πυραμῖς</p> $V = \frac{1}{3} S \cdot h$	 <p>Σφαῖρα</p> $V = \frac{4}{3} \pi r^3$	 <p>Κύλινδρος</p> $V = \pi r^2 \cdot h$
---	---	--	---	--

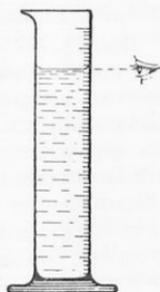
Σχ. 10. Αἱ τιμαὶ τοῦ V παρέχουν τοὺς ἀντίστοιχους ὄγκους.

Προκειμένου περὶ μετρήσεως τοῦ ὄγκου σώματος, ἐφ' ὅσον τοῦτο ἔχει γεωμετρικὸν

σχήμα, π. χ. σφαίρα, κύλινδρος κ.λπ., υπολογίζομεν τὸν ὄγκον διὰ μετρήσεως ὁρισμένων γραμμικῶν διαστάσεων αὐτοῦ καὶ ἐπὶ τῇ βάσει γνωστῶν τύπων ἐκ τῆς Γεωμετρίας (σχ. 10).



Σχ. 11. Ὀγκομέτρησις στερεοῦ.

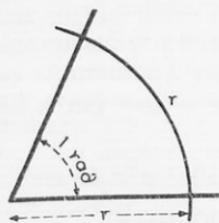


Σχ. 12. Ὀγκομετρικὸς κύλινδρος.

Ἐὰν τὸ σῶμα δὲν ἔχη ἄλλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα, ἐφ' ὅσον μὲν τοῦτο εἶναι στερεόν, υπολογίζομεν τὸν ὄγκον αὐτοῦ δι' ἐκτοπίσεως ὑγροῦ εὐρισκομένου εἰς ὀγκομετρικὸν κύλινδρον (σχ. 11), ἐνῶ προκειμένου περὶ ὑγροῦ, δι' ὀγκομετρικῶν κύλινδρων (σχ. 12) ἢ φιαλῶν. Προκειμένου περὶ ἀερίων, συλλέγομεν ταῦτα ἐντὸς σωλήνων ὀγκομετρικῶν δι' ἐκτοπίσεως ὑδρογύρου ἢ ὕδατος, ὅτε τῇ βοήθειᾳ τοῦ ὀγκομετρικοῦ σωλήνος καθο-

ρίζομεν τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου. Ἐκτενέστερον θὰ μελετήσωμεν τὰς μετρήσεις αὐτὰς εἰς τὰ εἰδικὰ κεφάλαια.

18. Γωνία. Ὡς μονάδα γωνίας λαμβάνομεν τὴν **μοίραν** ( $1^\circ$ ), θεωροῦντες ὅτι γωνία ἀντιστοιχοῦσα εἰς πλήρη κύκλον εἶναι 360 μοιρῶν. Ἡ μοίρα ὑποδιαιρεῖται εἰς 60 πρῶτα λεπτά, ἕκαστον δὲ λεπτὸν εἰς 60 δευτερόλεπτα ( $1^\circ = 60'$ ,  $1' = 60''$ ).



Σχ. 13. Γωνία ἴση πρὸς 1 ἀκτίνιον.

Ἐπίσης ὡς μονάδα γωνίας εἰς τὴν Φυσικὴν λαμβάνεται τὸ **ἀκτίνιον**, τὸ ὁποῖον εἶναι ἡ ἐπίκεντρος γωνία, ἣτις βαίνει ἐπὶ τόξου ἔχοντος μῆκος ἴσον πρὸς τὴν ἀκτίνα (σχ. 13). Σύμβολον τοῦ ἀκτινίου εἶναι τὸ **rad** (**ra-dian**).

Διὰ τὴν μετατροπὴν μιᾶς γωνίας ἀπὸ ἀκτίνας εἰς μοίρας καὶ ἀντιστρόφως, ἰσχύουν αἱ κατωτέρω σχέσεις, τὰς ὁποίας εὐκόλως ἐξαγάγομεν, ὅταν σκεφθῶμεν ὅτι εἰς πλήρη κύκλον ἀντιστοιχοῦν  $2\pi$  ἀκτίνας ἢ  $360^\circ$ .

$$1 \text{ ἀκτίνιον} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57,296^\circ = 57^\circ 17' 45''$$

Ἡ ἄμεσος μέτρησης τῶν γωνιῶν εἰς τὴν Φυσικὴν γίνεται μὲ τὴν βοήθειαν εἰδικῶν συσκευῶν καλουμένων **γωνιομέτρων**, τῶν ὁποίων διακρίνομεν διαφόρους τύπους, ὡς π. χ. τὰ γωνιόμετρα ἐπαφῆς, τὸ μοιρογνομόνιον, τὰ ὀπτικά γωνιόμετρα κ.λπ.

19. Μῆκος περιφερείας. Διὰ νὰ μετρήσωμεν τὴν περιφέρειαν ἑνὸς τροχοῦ, ἀρκεῖ νὰ τοποθετήσωμεν ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ νῆμα εἰς τρόπον, ὅστε νὰ καλύπτῃ ὅλην τὴν περιφέρειαν αὐτοῦ.

Ἐὰν μετρήσωμεν τὸ μῆκος τοῦ νήματος τούτου μὲ τὴν βοήθειαν κανόνος, εὐρίσκομεν ὅτι τοῦτο εἶναι ἴσον πρὸς τὸ γινόμενον τοῦ ἀριθμοῦ 3,14 ἐπὶ τὴν διάμετρον ( $d$ ) τοῦ τροχοῦ. Οὕτως, ἐὰν ὁ τροχὸς ἔχῃ διάμετρον  $d = 50$  cm, εὐρίσκομεν ὅτι τὸ μῆκος τῆς περιφερείας αὐτοῦ εἶναι:  $3,14 \times 50 = 157$  cm.

Ὁ ἀριθμὸς 3,14 ὁ ὁποῖος παριστᾷ κατὰ μεγάλην προσέγγισιν τὸν λόγον τοῦ μήκους

της περιφερείας προς την διάμετρον κύκλου, παριστάται διεθνῶς διὰ τοῦ Ἑλληνικοῦ γράμματος  $\pi$ , ἤτοι:

$$\pi = \frac{\text{μῆκος περιφερείας}}{\text{μῆκος διαμέτρου}}$$

Εἰς τὴν Γεωμετρίαν ἀποδεικνύεται, ὅτι ὁ ἀριθμὸς  $\pi$  εἶναι ἀσύμμετρος, δηλ. περιέχει ἄπειρα δεκαδικὰ ψηφία ( $\pi = 3.14159\dots$ ). Εἰς τὴν πράξιν ὁμως περιορίζομεν τὸν ἀριθμὸν τῶν δεκαδικῶν ψηφίων ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ εἰς δύο.

Ἐντὶ τῆς διαμέτρου  $d$  τοῦ κύκλου χρησιμοποιοῦμεν πολλάκις τὴν ἀκτίνα  $r$  καὶ ἐπειδὴ  $d = 2r$ , θὰ ἔχομεν τὴν σχέσιν:

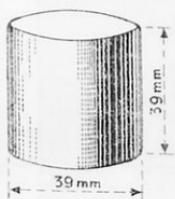
$$\text{μῆκος περιφερείας} = \pi \cdot d = 2 \pi \cdot r.$$

Αἱ γνώσεις αὗται διευκολύνουν τὴν κατανόησιν πολλῶν θεμάτων τῆς Φυσικῆς, ὡς π.χ. τῆς κυκλικῆς ὁμαλῆς κινήσεως, τῆς κεντρομόλου δυνάμεως, τοῦ ἐκκενροῦς κ.λ.π.

## 20. Μάζα. Διὰ τοῦ ὄρου μ ᾱ ζ α νοοῦμεν συνήθως τὸ ποσὸν τῆς ὕλης σώματος τινός.

Ὡς μονάδα μάζης εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιοῦμεν συνήθως τὸ **γραμμάριον μάζης (gr)**, τὸ ὁποῖον ἰσοῦται πρὸς τὸ ἓν χιλιοστὸν τοῦ **πρωτύπου χιλιογράμμου**.

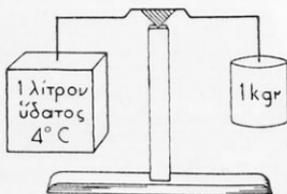
Εἰς παλαιότεραν ἐποχὴν τὸ γραμμάριον ὄριζετο διὰ τῆς μάζης ἐνὸς κυβικοῦ



Σχ. 14. Πρωτότυπον χιλιογράμμιον.

ἐκατοστομέτρου ὕδατος ἀπεσταγμένου καὶ θερμοκρασίας  $4^{\circ} \text{C}$ . Σήμερον ὁ ὄρισμός οὗτος ἔχει ἐγκαταλειφθῆ καὶ τὸ γραμμάριον μάζης ὄριζεται ὡς τὸ  $1/1000$  τοῦ **πρωτύπου χιλιογράμμου**, τὸ ὁποῖον πραγματοποιεῖται ὑπὸ κυλίνδρου ἀπὸ ἰριδιοῦχον λευκόχρυσον (σχ. 14).

Ἡ μάζα τοῦ κυλίνδρου τούτου



Σχ. 15. Ἐν λίτρον ὕδατος  $4^{\circ} \text{C}$  ἔχει μάζαν 1 χιλιογράμμιον.

ἰσοῦται πρὸς τὴν μάζαν ἐνὸς λίτρον ὕδατος ἀπεσταγμένου καὶ θερμοκρασίας  $4^{\circ} \text{C}$  (σχ. 15). Τὸ πρωτότυπον χιλιογράμμιον μάζης φυλάσσεται ἐπίσης ὡς καὶ τὸ πρωτότυπον μέτρον εἰς τὸ Διεθνὲς Γραφεῖον Μέτρων καὶ Σταθμῶν ἐν Sèvres τῆς Γαλλίας.

Ἐκτὸς τῆς μονάδος 1 γραμμάριον χρησιμοποιοῦμεν καὶ ἄλλας μονάδας, αἱ ὁποῖαι εἶναι εἴτε πολλαπλάσια εἴτε ὑποπολλαπλάσια αὐτῆς καὶ αἱ ὁποῖαι ἀναφέρονται εἰς τὸν κάτωθι πίνακα:

$$1 \text{ τόννος (t)} = 1000 \text{ χιλιογράμματα} = 10^3 \text{ kgr} = 10^6 \text{ gr.}$$

$$1 \text{ χιλιογράμμιον (kgr)} = 1000 \text{ γραμμάρια} = 10^3 \text{ gr.}$$

$$1 \text{ γραμμάριον (gr)} = 0,001 \text{ χιλιογράμμιον} = 10^{-3} \text{ kgr} = 1 \text{ gr.}$$

$$1 \text{ χιλιοστόγραμμιον (mgr)} = 0,000\,001 \text{ χιλιογράμμιον} = 10^{-6} \text{ kgr} = 10^{-3} \text{ gr.}$$

$$1 \text{ γάμα (γ)} = 0,000\,001 \text{ γραμμαρίου} = 10^{-6} \text{ gr.}$$

Εἰς τοὺς τεχνικοὺς ὑπολογισμοὺς ὡς βασικὴ μονὰς μάζης λαμβάνεται ἡ *τεχνικὴ μονὰς μάζης*, μὲ σύμβολον *T.M. μάζης*, εἶναι δέ:

$$1 \text{ τεχνικὴ μονὰς μάζης} = 9,81 \text{ χιλιόγραμμα.}$$

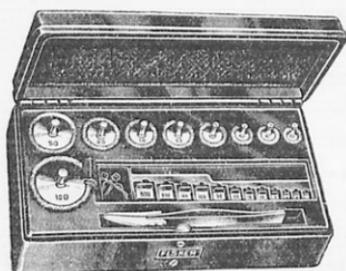
ἢ κατὰ προσέγγισιν:

$$1 \text{ τεχνικὴ μονὰς μάζης} = 10 \text{ χιλιόγραμμα.}$$

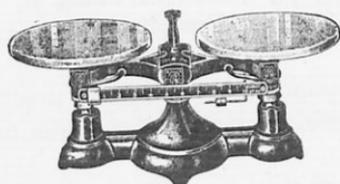
Τὸ βάρος σώματος ἔχοντος μάζαν 1 γραμμαρίου καλεῖται ἐπίσης *γραμμάριον βάρος* καὶ παριστάται συνήθως διὰ τοῦ συμβόλου *gr\**, τοῦ ἀστερισκοῦ τιθεμένου πρὸς ἀντιδιαστολὴν ἀπὸ τὸ γραμμάριον μάζης. Ὁμοίως τὸ βάρος μάζης 1 χιλιογράμμου καλεῖται *χιλιόγραμμον βάρος* (*kg\**), ἀποτελεῖ δὲ τοῦτο θεμελιώδη μονάδα δυνάμεως τοῦ Τ. Σ.

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις, εἰς τὴν Φυσικὴν ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται τὸ *γραμμομόριον* (σύμβολον *Mol*). Παριστᾷ δὲ ἐν γραμμομόριον τόσην μάζαν εἰς γραμμάρια ἐκ τοῦ θεωρουμένου σώματος, ὅσον εἶναι τὸ μοριακὸν βάρος του. Οὕτω τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἶναι 18, ἐπομένως 1 γραμμομόριον (1 *Mol*) ὕδατος ἔχει μάζαν 18 gr ὕδατος κ.ο.κ.

21. *Σταθμὰ.—Ζυγός.* Διὰ τοῦ ὅρου *σταθμὰ* νοοῦμεν μεταλλικὰ τεμάχια, συνήθως κυλινδρικοῦ σχήματος, τῶν ὁποίων ἡ μάζα ἔχει ἐκ τῶν προτέρων ρυθμισθῆ, ὥστε νὰ εἶναι ἴση πρὸς τὸ χιλιόγραμμον ἢ πρὸς πολλαπλάσια ἢ ὑποπολλαπλάσια αὐτοῦ.



Σχ. 16. Σειρὰ σταθμῶν ἐντὸς κυτίου.



Σχ. 17. Συνήθης τύπος ζυγοῦ (Roberval).



Σχ. 18. Νεώτερος τύπος αὐτομάτου ζυγοῦ ἐμπορίου.

Τὰ σταθμὰ βαθμολογοῦνται ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ προτύπου χιλιογράμμου ἢ ἀντιγράφου αὐτοῦ, ἢ δὲ τμῆ εἰς γραμμάρια ἢ κλάσμα αὐτοῦ ἀναγράφεται ἐπὶ τῶν σταθμῶν, τὰ ὅποια εἶναι τοποθετημένα συνήθως ἐντὸς ξυλίνου κιβωτίου (σχ. 16).

Ἡ μέτρησης τῆς μάζης σώματος πραγματοποιεῖται διὰ τοῦ ζυγοῦ (σχ. 17). Εἰς τὸν

ένα των δίσκων του ζυγού τίθεται το σώμα, εις δὲ τὸν ἕτερον τοποθετοῦμεν σταθμὰ μέχρῃς ἀποκαταστάσεως τῆς ἰσορροπίας τοῦ ζυγού, ὅποτε τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμῶν τῶν ἀναγραφόμενων ἐπὶ τῶν σταθμῶν παρέχει τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος. Τελευταίως χρησιμοποιοῦνται ἐιδικοῦ τύπου ζυγοί, οἱ ὅποιοι εἶναι ἐκ τῶν προτέρων βαθμολογημένοι καὶ δὲν ἀπαιτοῦν τὴν χρῆσιν σταθμῶν (σχ. 18).

Ἡ μέτρησις τῆς μᾶζης διὰ τῶν ζυγῶν τοῦτων ἐπιτυγχάνεται ὡς ἐξῆς: Ἐπὶ τῆς πλατῆς ἢ τοῦ δίσκου τοῦ ζυγού τοποθετοῦμεν τὸ σώμα, ὅτε διὰ καταλλήλου μηχανισμοῦ ὁ δείκτης τοῦ ζυγού μετατοπίζεται ἐνόπιον κλίμακος καὶ σταματᾷ ἔναντι ὀρισμένου ἀριθμοῦ, ὁ ὁποῖος παρέχει τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος εἰς χιλιόγραμμα ἢ γραμμάρια.

Εἰς τὴν Ἑλλάδα, εἰς τὸν καθ' ἡμέραν βίον, ὡς μονὰς μᾶζης χρησιμοποιεῖται ἡ *δράκ*, ἢ ὅποια ὑποδιαφεύεται εἰς 400 δράμια. Εἶναι δέ:

$$1 \text{ δράκ} = 1280,3 \text{ γραμμάρια}$$

$$1 \text{ χιλιόγραμμον} = 312,5 \text{ δράμια.}$$

Οἱ Ἀγγλοσάξωνες, ὡς εἶδομεν (βλ. σελ. 4), χρησιμοποιοῦν εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς ὡς μονάδα μᾶζης τὴν *λίμπραν* (pound), ὡς μονάδα μήκους τὸν *πόδα* (foot) καὶ ὡς μονάδα χρόνου τὸ *δευτερόλεπτον* (sec). Ὁ κάτωθι πίναξ δεικνύει τὴν ἀντιστοιχίαν μεταξὺ τῶν διαφόρων μονάδων:

### Μονάδες Ἀγγλοσαξωνικῶν χωρῶν

Μήκος		Ἐπιφάνεια	
1 Ἴντσα (in)	= 2,540 cm	1 τετρ. Ἴντσα (1 in <sup>2</sup> )	= 6,452 cm <sup>2</sup>
1 ποὺς (ft) = 12 in	= 0,305 m	1 τετρ. ποὺς (1 ft <sup>2</sup> )	= 0,093 m <sup>2</sup>
1 ἴαρδα (yd) = 3 ft	= 0,914 m	1 τετρ. μίλιον (1 mil <sup>2</sup> )	= 2,59 km <sup>2</sup>
1 μίλιον (mil)	= 1,609 km		
Ὅγκος		Μᾶζα	
1 κυβικὴ Ἴντσα (1 in <sup>3</sup> )	= 16,387 cm <sup>3</sup>	1 οὐγγία (1 oz. Av)	= 28,35 gr
1 κυβικὸς ποὺς (1 ft <sup>3</sup> )	= 0,0283 m <sup>3</sup>	1 λίμπρα (1 lb Av)	= 453,6 gr
1 κυβικὴ ἴαρδα (1 yd <sup>3</sup> )	= 0,765 m <sup>3</sup>	1 κόκκος (grain)	= 64,8 mgr
1 γαλιόνιον (1 gal)	= 3,785 lt	1 τόννος (1 ton=2000 lb)	= 907,18 kgr

**22. Χρόνος.** Ἡ ἔννοια τοῦ χρόνου εἶναι ἐπίσης τόσο ἀπλή, ὥστε νὰ μὴ εἶναι δυνατὸν νὰ ὀρισθῇ δι' ἄλλων ἀπλουστερώων.

Ὡς βασικὴ μονὰς χρόνου χρησιμεύει τὸ *δευτερόλεπτον*, διὰ τὴν ὁποίαν διεθνῶς ἔχει καθιερωθῆ τὸ σύμβολον **sec**, (κατὰ σύντημσιν τῆς γαλλικῆς λέξεως

seconde). Τὸ δευτερόλεπτον ὀρίσθη εἰς τὸ  $\frac{1}{86400}$  μᾶς μέσης ἡλιακῆς ἡμέρας,

ἀποτελουμένης ἐξ 24 ὥρῶν. Ἡ *ὥρα* (heure ἢ συμβολικῶς **h**) εἶναι μεγαλύτερα τῆς μονάδος δευτερόλεπτον. Περιέχει δὲ μία ὥρα 60 *πρῶτα λεπτά* (ἢ ἀπλῶς λεπτά, minutes καὶ συμβολικῶς **min**), ἕκαστον δὲ λεπτὸν περιέχει 60 *δευτερόλεπτα* (συμβολικῶς **sec**).

Ὁ κάτωθι πίναξ δεικνύει τὴν ἀντιστοιχίαν τῶν ἐν χρήσει μονάδων χρόνου :

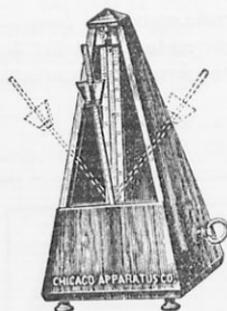
1 ὥρα (h) = 60 λεπτά (min) = 3 600 δευτερόλεπτα (sec).

1 λεπτόν (min) = 1/60 ὥρας = 60 δευτερόλεπτα.

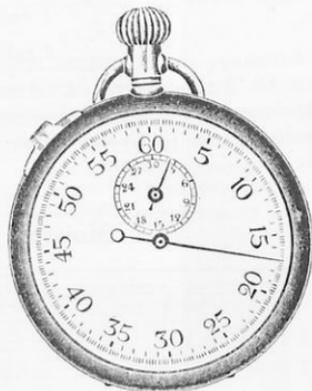
1 δευτερόλεπτον (sec) = 1/3600 ὥρας = 1/60 λεπτοῦ.

Διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ χρόνου δύναται νὰ χρησιμεύσῃ οἰονδήποτε περιοδικὸν φαινόμενον, δηλ. φαινόμενον, τὸ ὁποῖον ἐπαναλαμβάνεται καθ' ὅμοιον τρόπον κατ' ἴσα ἀκριβῶς χρονικά διαστήματα. Οὕτω π.χ. δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν τὸν χρόνον δι' ἀπαριθμήσεως τῶν κτύπων ἑνὸς μετρονόμου ἢ ἄλλου ὄρολογιακοῦ ἐκκρεμοῦς, χρονομέτρου κ.λπ.

Ὁ μετρονόμος (Mälzel) εἶναι ἐκκρεμὸς ἐφωδιασμένον μὲ ἓνα μηχανισμόν παραγωγῆς ρυθμικῶν κτυπημάτων, τῶν ὁποίων ὁ ρυθμὸς (περίοδος) δύναται νὰ μεταβληθῇ ἐντὸς εὐρέων ὁρίων διὰ τῆς μετατοπίσεως ἑνὸς μικροῦ δρομέως, ὁ ὁποῖος εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς ράβδου τοῦ ἐκκρεμοῦς (σχ. 19). Ὅταν μετατοπίσωμεν τὸν δρομέα πρὸς τὰ ἄνω, ὁ ρυθμὸς τῶν κτυπημάτων γίνεται βραδύτερος, ἐνῶ συμβαίνει τὸ ἐναντίον διὰ μεταθέσεως τοῦ δρομέως πρὸς τὰ κάτω. Ὅπισθεν τοῦ δρομέως ὑπάρχει κλίμαξ, ἐπὶ τῆς ὁποίας ἀναγινώσκωμεν πόσα κτυπήματα κάμνει ὁ μετρονόμος κατὰ δευτερόλεπτον. Οὕτως λειτουργεῖ μὲ ὄρολογιακὸν μηχανισμόν δι' ἐλατηρίου.



Σχ. 19. Μετρονόμος.



Σχ. 20. Χρονόμετρον χειρῶς.

Τὸ **χρονόμετρον** (σχ. 20) εἶναι ὄρολόγιον (τοῦτης) μὲ ἓνα μεγάλον δευτερολεπτοδείκτην, ὅστις συνήθως εἰς ἓν λεπτόν (min) ἐκτελεῖ μίαν περιστροφὴν. Ἐκτὸς αὐτοῦ εἰς μικρὸς δείκτης ἐκτελεῖ ἐπὶ ἑνὸς μικροτέρου κύκλου μίαν περιστροφὴν εἰς 30 λεπτά. Διὰ πίεσεως ἐπὶ εἰδικοῦ κομβίου τοῦ μηχανισμοῦ τίθεται εἰς λειτουργίαν τὸ χρονόμετρον καὶ ἐπομένως ἡ κίνησις τοῦ δευτερολεπτοδείκτου. Διὰ δευτέρας πίεσεως σταματᾷ ὁ δείκτης καὶ διὰ τρίτης πίεσεως ἐπανερχοῦνται οἱ δείκται εἰς τὸ μηδέν.

Διὰ τοῦ χρονομέτρου μετροῦμεν τὸν χρόνον, ὅστις ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἐξέλιξιν ἑνὸς φαινομένου, πιέζοντες εἰς τὴν ἀρχὴν καὶ εἰς τὸ τέλος τοῦ φαινομένου τὸ πλῆκτρον. Δυνάμεθα τότε νὰ μετρήσωμεν τὸν κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ παρατηρουμένου φαινομένου μεσολαβήσαντα χρόνον μὲ ἀκρίβειαν 0,1 καὶ 0,01 δευτερολέπτου.

**23. Βάρος.** Ἡ ὕλη παρουσιάζει τὴν ιδιότητα νὰ ἔχη βάρος, δηλ. νὰ ἔλκεται ὑπὸ τῆς Γῆς. **Τὴν δύναμιν, μὲ τὴν ὁποίαν ἔλκει ἡ Γῆ ἐν οἰονδήποτε ὑλικὸν σῶμα εὐρισκόμενον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς, καλοῦμεν βάρος τοῦ σώματος.** Ἐνεκα τοῦ βάρους του, ὅταν ὑλικὸν σῶμα κρατῆται εἰς ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους καὶ ἀφρηθῇ ἐλεύθερον, πίπτει πρὸς τὸ ἔδαφος.

Ὡς βασικὴ μονὰς βάρους εἰς τοὺς τεχνικοὺς ὑπολογισμοὺς χρησιμοποιεῖται τὸ **χιλιόγραμμα βάρους**, τὸ ὁποῖον συμβολίζεται ὡς **kg<sup>r</sup>\***, τοῦ ἀστερίσκου τιθεμένου πρὸς διάρκειαν ἀπὸ τῆς μονάδος μάζης, **χιλιόγραμμα μάζης (kg<sup>r</sup>)**. Παριστᾷ δὲ τὸ **kg<sup>r</sup>\*** τὴν δύναμιν, μὲ τὴν ὁποίαν ἔλκει ἡ Γῆ μάζαν 1 χιλιόγραμμα.

Ἐκτὸς τῆς μονάδος χιλιόγραμματον βάρους χρησιμοποιεῖται εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς καὶ τὸ **γραμμάριον βάρους (gr\*)**, εἶναι δέ :

$$1 \text{ γραμμάριον βάρους (gr*)} = 0,001 \text{ kg*} = 10^{-3} \text{ kg*}.$$

**24. Βάρος καὶ μᾶζα.** Εὐθὺς ἐξ ἀρχῆς κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς Φυσικῆς, πρέπει νὰ τονισθῇ ὅτι **βάρος** καὶ **μᾶζα** εἶναι φυσικὰ μεγέθη ἐντελῶς διάφορα, μολονότι πολλάκις ἐκφράζονται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ. Οὕτω λέγομεν, ὅτι σῶμα τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζαν 5 kg ἔχει καὶ **βάρος** 5 kg\*, ἐν τούτοις διὰ τῶν δύο ἀνωτέρω ἐκφράσεων νοοῦμεν διάφορα ἐντελῶς πράγματα.

Ὅταν λέγομεν, ὅτι σῶμα ἔχει μᾶζαν 5 kg, νοοῦμεν ὅτι τὸ σῶμα τοῦτο περικλείει ποσὸν ὕλης ἴσον πρὸς 5 kg, ἐνῶ ὅταν λέγομεν, ὅτι τὸ αὐτὸ σῶμα ἔχει **βάρος** 5 kg\*, νοοῦμεν ὅτι ἡ Γῆ ἔλκει πρὸς ἑαυτὴν τὸ σῶμα τοῦτο μὲ δύναμιν 5 kg\* καὶ ἐπομένως διὰ νὰ κρατήσωμεν τὸ σῶμα τοῦτο πρέπει νὰ καταβάλωμεν μὴκιν ἰσὴν πρὸς 5 kg\*, ἵνα ἐξουδετερώσωμεν τὸ **βάρος** αὐτοῦ.

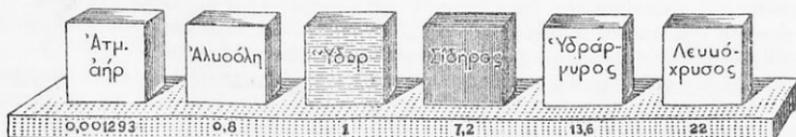
Μία οὐσιώδης διαφορά μεταξὺ μᾶζης καὶ βάρους εἶναι ἡ ἀκόλουθος : Ἡ μᾶζα ἐνὸς σώματος παραμένει ἡ αὐτή, ὅπουδήποτε ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς καὶ ἂν μεταφερθῇ τὸ σῶμα. Τὸ **βάρος** ὁμως τοῦ σώματος **ἐξαρτᾶται** ἐκ τοῦ τόπου, διότι, ὡς θὰ ἴδωμεν λεπτομερῶς εἰς ἄλλην θέσιν, ἡ ἐλκτική δύναμις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ἡ Γῆ ἐπὶ ὕλικου τίνος σώματος ὀρισμένης μᾶζης, μεταβάλλεται μετὰ τοῦ τόπου. Εἰς τὸν αὐτὸν ὅμως τόπον δύο σώματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν τὸ αὐτὸ **βάρος**, ἔχουν καὶ τὴν αὐτὴν μᾶζαν.

**25. Πυκνότης.** Ἡ **πυκνότης** ἐνὸς σώματος **ορίζεται** ὡς τὸ **πηλίκον τῆς μᾶζης τοῦ διὰ τοῦ ὄγκου αὐτοῦ**, ὑποτιθεμένου ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ σώματος εἶναι τελεῖως καὶ ὁμοιομόρφως πλήρης ἐκ τῆς αὐτῆς ὕλης.

Οὕτως ἐὰν **m** ἡ μᾶζα τοῦ σώματος καὶ **V** ὁ ὄγκος αὐτοῦ, ἡ πυκνότης αὐτοῦ **ρ** ορίζεται ἐκ τοῦ πηλίκου :

$$\text{πυκνότης} = \frac{\text{μᾶζα}}{\text{ὄγκος}} \quad \text{ἢτοι :} \quad \rho = \frac{m}{V} \quad (1)$$

δηλ. ἡ πυκνότης ἐκφράζει τὴν μᾶζαν τὴν περιεχομένην εἰς τὴν μονάδα ὄγκου τοῦ σώματος (σχ. 21).



Σχ. 21. Διάφορα σώματα ὑπὸ τὸν αὐτὸν ὄγκον ἔχουν διάφορον μᾶζαν. Ἐὰν δὲ ὁ ὄγκος ἰσοῦται πρὸς 1 cm<sup>3</sup>, οἱ κάτωθεν ἀντιστοιχοῦς ἀναγραφόμενοι ἀριθμοὶ παρῶν τὴν πυκνότητα εἰς gr/cm<sup>3</sup>.

Συνήθως η πυκνότης εκφράζεται λαμβανομένης ως μονάδος μάζης τοῦ γραμμαρίου (gr) καὶ ως μονάδος ὄγκου τοῦ κυβικοῦ ἑκατοστοῦ ( $\text{cm}^3$ ), ὁπότε ἡ *πυκνότης εκφράζεται εἰς γραμμάρια μάζης κατὰ κυβικὸν ἑκατοστὸν* ( $\text{gr}/\text{cm}^3$ ).

Ἐκ τοῦ τύπου (1) προκύπτει ὅτι:

$$m = V \cdot \rho, \quad \text{ἤτοι:} \quad \text{μᾶζα} = \text{ὄγκος} \times \text{πυκνότης.}$$

Δοθέντων δύο ἐκ τῶν ἀνωτέρω μεγεθῶν, δυνάμεθα νὰ εὑρωμεν τὸ τρίτον.

**26. Εἰδικὸν βᾶρος.** *Τὸ εἰδικὸν βᾶρος σώματος ὀρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τοῦ βάρους τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου του*, ὑποτιθεμένου ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ σώματος εἶναι τελείως καὶ ὁμοιομόρφως πλήρης ὕλης.

Οὕτως ἐὰν B τὸ βᾶρος τοῦ σώματος καὶ V ὁ ὄγκος αὐτοῦ, τὸ εἰδικὸν βᾶρος εἰ εκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$\boxed{\text{εἰδικὸν βᾶρος} = \frac{\text{βᾶρος}}{\text{ὄγκος}}} \quad \text{ἤτοι:} \quad \boxed{\varepsilon = \frac{B}{V}} \quad (1)$$

δηλ. τὸ εἰδικὸν βᾶρος ἀντιστοιχεῖ πρὸς τὸ βᾶρος τῆς μονάδος ὄγκου τοῦ σώματος.

Συνήθως τὸ βᾶρος εκφράζεται λαμβανομένης ὡς μονάδος βάρους τοῦ γραμμαρίου ( $\text{gr}^*$ ) καὶ ὡς μονάδος ὄγκου τοῦ κυβικοῦ ἑκατοστοῦ ( $\text{cm}^3$ ), ὁπότε *τὸ εἰδικὸν βᾶρος εκφράζεται εἰς γραμμάρια βάρους κατὰ κυβικὸν ἑκατοστὸν* ( $\text{gr}^*/\text{cm}^3$ ).

Ὅταν ἡ πυκνότης εκφράζεται εἰς  $\text{gr}/\text{cm}^3$  καὶ τὸ εἰδικὸν βᾶρος εἰς  $\text{gr}^*/\text{cm}^3$ , ἀμφότερα τὰ μεγέθη εκφράζονται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ. Οὕτως ἡ πυκνότης τοῦ χαλκοῦ εἶναι  $8,93 \text{ gr}/\text{cm}^3$ , ἀλλὰ καὶ τὸ εἰδικὸν βᾶρος αὐτοῦ εἶναι  $8,93 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$ . Ἔνεκα τοῦ ἀνωτέρω λόγου γίνεται πολλακίς, ἂν καὶ τοῦτο δὲν εἶναι ὀρθόν, χρῆσις τῶν ὄρων πυκνότης καὶ εἰδικὸν βᾶρος ἀδιακρίτως, διότι ἐκ τῶν ἀνωτέρω ὀρισμῶν συνάγεται σαφῶς, ὅτι πυκνότης καὶ εἰδικὸν βᾶρος ἀποτελοῦν μεγέθη οὐσιωδῶς διάφορα, ἀκριβῶς ὅπως μᾶζα καὶ βᾶρος ἀποτελοῦν μεγέθη ἐπίσης οὐσιωδῶς διάφορα.

Ἐκ τοῦ τύπου (1) προκύπτει ὅτι:

$$B = V \cdot \varepsilon, \quad \text{ἤτοι:} \quad \text{βᾶρος} = \text{ὄγκος} \times \text{εἰδικὸν βᾶρος.}$$

Δοθέντων δύο ἐκ τῶν ἀνωτέρω μεγεθῶν, δυνάμεθα νὰ εὑρωμεν τὸ τρίτον.

**27. Μέτρησης τῆς πυκνότητος.** Διὰ νὰ μετρήσωμεν τὴν πυκνότητα σώματος ἀρκεῖ νὰ μετρήσωμεν τὴν μᾶζαν καὶ τὸν ὄγκον του. Ἡ μᾶζα μετράται διὰ τοῦ ζυγοῦ. Ὁ ὄγκος, ἐφ' ὅσον τὸ σῶμα ἔχει ἀπλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα, εὐρίσκεται διὰ καταμετρήσεως τῶν διαστάσεων αὐτοῦ καὶ ἐπὶ τῇ βάσει γνωστῶν τύπων τῆς Γεωμετρίας (βλ. σχ. 10).

Ἐὰν τὸ σῶμα δὲν ἔχη ἀπλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα, βυθίζομεν αὐτὸ ἐντὸς ὀγκομετρικοῦ κυλίνδρου περιέχοντος ὕδωρ ἢ ἄλλο ὕγρον καὶ εὐρίσκομεν τὸν ὄγκον του διὰ μετρήσεως τοῦ ὄγκου τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕγρου (σχ. 11). Ἐὰν ἐκφράσωμεν τὴν μᾶζαν εἰς gr καὶ τὸν ὄγκον εἰς  $\text{cm}^3$ , διὰ διαιρέσεως τῶν δύο τούτων ἀριθμῶν εὐρίσκομεν τὴν πυκνότητα εἰς  $\text{gr}/\text{cm}^3$ , ὁπότε, συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ θὰ εκφράζεται εἰς  $\text{gr}^*/\text{cm}^3$  καὶ τὸ εἰδικὸν βᾶρος τοῦ σώματος. Ὁ ἀκόλουθος πίναξ δεικνύει τὰς πυκνότητας οὐσιῶν τινῶν:

Πυκνότης διαφόρων ουσιών εις gr/cm<sup>3</sup>.

<b>Στερεά</b>	Όρειχαλκος . . . . .	8,60	Έλαιόλαδον . . . . .	0,91
Άδάμας . . . . .	Πάγος . . . . .	0,917	Λινέλαιον . . . . .	0,93
Άνθραξ . . . . .	Σίδηρος (σφυρήλ.) .	7,8	Πετρέλαιον . . . . .	0,8
Άργίλλιον . . . . .	Σίδηρος (χιτώς) .	7,2	Τερεβινθέλαιον . . .	0,87
Άργυρος . . . . .	Τσιμέντον . . . . .	1,5	Υδράργυρος . . . . .	13,6
Κασσίτερος . . . . .	Υάλος . . . . .	2,5	<b>Άέρια</b>	
Καουτσούκ . . . . .	Φελλός . . . . .	0,24	Άζωτον . . . . .	0,0012507
Κηρός . . . . .	Χάλυψ . . . . .	7,7	Άηρ . . . . .	0,001293
Λευκόχρυσος . . . . .	Χαλκός . . . . .	8,93	Άνθρακος διοξ. .	0,0019768
Μάρμαρον . . . . .	Χρυσός . . . . .	19,32	Άνθρακος μον. .	0,0012503
Μόλυβδος . . . . .	Ψευδάργυρος . . . .	7,15	Ήλιον . . . . .	0,000177
Ξύλον (δρυός) . . . .	<b>Υγρά</b>		Όξιγγόνον . . . . .	0,0014292
Ξύλον (πέυκης) . . . .	Αιθήρ 0° C . . . . .	0,735	Υδρογόνον . . . . .	0,0000895
Όρυκτὸν ἄλας . . . . .	Άλκοόλη 20° C . . . .	0,789	Χλώριον . . . . .	0,0032197

28. Πίεσις. *Διὰ τοῦ ὄρου πίεσις νοοῦμεν τὴν δύναμιν τὴν ἀσκουμένην ἐπὶ τῆς μονάδος ἐπιφανείας.* Οὕτως ἐὰν  $F$  ἡ δύναμις ἢ ἐπιπερογούσα ὁμοιομόρφως ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας  $S$ , τότε ἡ πίεσις  $p$  ἐκφράζεται διὰ τῆς σχέσεως:

$$\text{πίεσις} = \frac{\text{δύναμις ἐξασκουμένη ἐπὶ ἐπιφανείας}}{\text{ἐμβαδὸν ἐπιφανείας}} \quad \eta \quad p = \frac{F}{S}$$

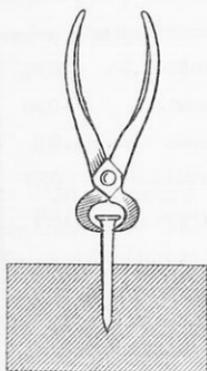
Συνήθως ἡ δύναμις ἐκφράζεται εἰς χιλιόγραμμα βάρους ( $\text{kgf}^*$ ) καὶ ἡ ἐπιφάνεια εἰς τετραγωνικὰ ἑκατοστά ( $\text{cm}^2$ ), ἐπομένως ἡ πίεσις θὰ ἐκφράζεται εἰς  $\text{kgf}/\text{cm}^2$ .

Προκειμένου περὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως, ἐκφράζομεν αὐτὴν εἰς ἑκατοστόμετρα στήλης ὑδραργύρου (συμβολικῶς:  $\text{cm Hg}$ ).

Οὕτως ἐπὶ παραδειγματι, ὅταν λέγωμεν ὅτι ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἶναι  $76 \text{ cm Hg}$ , νοοῦμεν ὅτι δύναμις, ἢ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ ἐπιφανείας ἐμβαδοῦ  $S = 1 \text{ cm}^2$ , ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος κυλινδρικῆς στήλης ὑδραργύρου ἐχούσης ὕψος  $76 \text{ cm}$  καὶ βάσιν  $S = 1 \text{ cm}^2$ .

\*Ἴνα εὐρωμεν τὸ βάρος τῆς στήλης ταύτης, εὐρίσκομεν ἐν ἀρχῇ τὸν ὄγκον αὐτῆς, ὁ ὁποῖος ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τοῦ ὕψους ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν, ἤτοι  $76 \times 1 = 76 \text{ cm}^3$ . Διὰ τὴν εὐρωμεν δὲ τὸ βάρος τῆς στήλης ταύτης ὑδραργύρου εἰς γραμμάρια, πολλαπλασιάζο-

μεν και επί το ειδικόν βάρος του υδραργύρου, ήτοι επί  $13,6 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$  οτε έχομεν:  $76 \times 13,6 = 1033 \text{ gr}^*$  ή  $1,033 \text{ kg}^*$ . Επομένως ή ατμοσφαιρική πίεσις είναι  $1,033 \text{ kg}^*/\text{cm}^2$ , δηλ. κάθε τετραγωνικόν εκατοστόν επί της γήινης επιφανείας λόγω της ατμοσφαιρας υφίσταται δύναμιν  $1,033 \text{ kg}^*$ . Διά των βαρομέτρων ή ατμοσφαιρική πίεσις καθορίζεται εις εκατοστόμετρα (cm) ή χιλιοστόμετρα (mm) στήλης υδραργύρου.



Σχ. 22. Η άσκουμένη δύναμις διανέμεται επί μικράς επιφανείας.

ραστάσεως των μετρήσεων. Ως είδομεν εις την § 2, διά τήν άνεύρεσιν των φυσικων νόμων και την έρμηνείαν των φυσικων φαινομένων, διευκολύνεται τά μέγιστα διά της γραφικής πα-

πειραματικά δεδομένα.

Τείνουσα δύναμις εις $\text{gr}^*$	Έπιμήκυνσις έλατηρίου εις cm
0	0
100	1
200	2
300	3
400	4
500	5

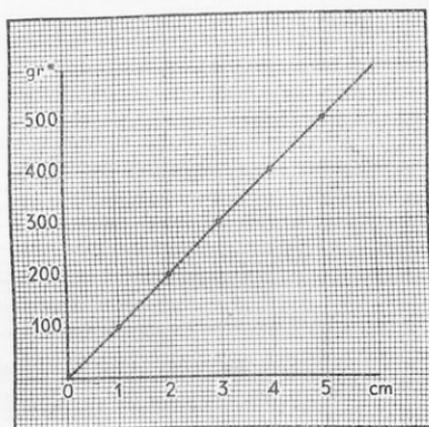
νέργειαν του τείνοντος αυτό βάρους. Αποτέλεσμα των διαφόρων πειραμάτων είναι ή άνεύρεσις δύο σειρών αριθμών, εκ των οποίων ή μὲν μία παριστῆ τὰ έπιμηκύνοντα τὸ έλατήριον βάρη, ή δὲ ἄλλη τὰς αντίστοιχους έπιμηκύνσεις (βλέπε παρατιθέμενον πίνακα).

Η άνεύρεσις του νόμου, ὁ ὁποῖος καθορίζει πῶς μεταβάλλεται ή έπιμήκυνσις του έλατηρίου μετά του τείνοντος βάρους, διά της συγκρίσεως των αριθμών του πίνακος δὲν είναι πάντοτε τόσοον ευχερής. Ως εκ τούτου καταφεύγομεν εις την γραφικὴν παράστασιν των ἀποτελεσμάτων των μετρήσεων, ή ὁποία εις πολλές περιπτώσεις μᾶς δίδει σαφή εικόνα

Εἰς τοὺς τεχνικοὺς ὑπολογισμοὺς ή πίεσις εκφράζεται εις χιλιόγραμμα βάρους κατὰ τετραγωνικόν μέτρον ( $\text{kg}^*/\text{m}^2$ ).

Όταν μία δύναμις διανέμεται ὁμοιομόρφως ἐπὶ μεγάλης επιφανείας, ή ἀναπτυσσομένη πίεσις είναι μικρά. Όταν ὅμως ή αὐτή δύναμις διανέμεται ἐπὶ πολὺ μικρᾶς επιφανείας, ή ἀναπτυσσομένη πίεσις είναι πολὺ μεγάλη (σχ. 22). Η τελευταία αὕτη περίπτωσις ἐμφανίζεται εις ὅλα τὰ κοπιερά ὄργανα, π.χ. μαχαίρι, ψαλίδι, τανάλια, ἐπίσης εις τὰ καρφία.

29. Γραφικὴ παράστασις. Η Φυσική, ἐν τῷ ἔργῳ αὐτῆς διά τήν άνεύρεσιν των φυσικων νόμων και την έρμηνείαν των φυσικων φαινομένων, διευκολύνεται τά μέγιστα διά της γραφικής πα-



Σχ. 23. Η σχέση μεταξύ τεινούσης δυνάμεως και έπιμηκύνσεως ἀποδιδόμενη γραφικῶς.

τοῦ τρόπου, κατὰ τὸν ὁποῖον συμμεταβάλλονται τὰ θεωρούμενα μεγέθη. Οὕτω θεωροῦμεν εἰς τὸ ἐπίπεδον δύο εὐθείας τεμνομένης κατ' ὀρθὴν γωνίαν, τὰς ὁποίας καλοῦμεν ἄξονας, ἐνῶ τὸ σημεῖον τοῖς αὐτὸν καλοῦμεν ἀρχὴν τῶν ἄξόνων. Ἀκολουθῶντος, ὑπὸ ὠρισμένην κλίμακα, καὶ ἀρχόμενοι ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῶν ἄξόνων, ἀναφέρομεν ἐπὶ μὲν τοῦ ὀριζοντίου ἄξονος τὰς τιμὰς τῶν ἐπιμηκύνσεων, ἐπὶ δὲ τοῦ καθέτου πρὸς αὐτὸν τὰς τιμὰς τῶν τεινόντων βαρῶν (σχ. 23).

Οὕτως εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα, εἰς τὴν κλίμακα τῶν ἐπιμηκύνσεων δεχόμεθα, ὅτι μῆκος 1 cm ἀντιστοιχεῖ εἰς ἐπιμήκυνσιν 1 cm, ἐπὶ δὲ τοῦ ἄλλου καθέτου ἄξονος, μῆκος π.χ. 1 cm ἀντιστοιχεῖ εἰς βάρους 100 gr\*. Εἶναι φανερόν, ὅτι ἕκαστον ζεῦγος ἀντιστοιχῶν τιμῶν θὰ καθορίζῃ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἓν σημεῖον. Ἐὰν δὲ τὰ οὕτως ὀριζόμενα σημεῖα ἐνώσωμεν διὰ συνεχῶς γραμμῆς, ἢ προκύπτουσα εὐθεῖα ἢ καμπύλη παριστᾷ γραφικῶς τὸν νόμον τῆς ἐπιμηκύνσεως τοῦ ἔλατηριου, συναρτήσει τοῦ τεινόντος βάρους. Πλεονέκτημα τῆς γραφικῆς παραστάσεως εἶναι, ὅτι δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὴν ἐπιμήκυνσιν τοῦ ἔλατηριου δι' οἰονδήποτε ἄλλο βάρους. Π.χ. διὰ δύναμιν 350 gr\* ἔχομεν ἐπιμήκυνσιν 3,5 cm καὶ ἀντιστρόφως.

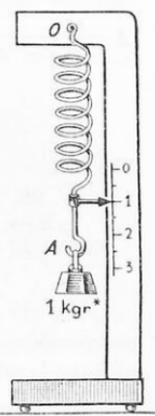
**30. Μονόμετρα καὶ ἀνυσματικά μεγέθη.** Τὰ εἰς τὴν Φυσικὴν παρουσιαζόμενα φυσικὰ μεγέθη διακρίνονται συνήθως εἰς δύο μεγάλας κατηγορίας: εἰς **μονόμετρα** ἢ **ἀριθμητικά** καὶ εἰς **ἀνυσματικά** μεγέθη, τὰ ὁποῖα ἐνίοτε ἀπλούστερον καλοῦνται **ἀνύσματα**.

**Μέγεθος φυσικὸν καλεῖται μονόμετρον, ὅταν τοῦτο καθορίζεται τελείως ἐκ τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς αὐτοῦ καὶ τῆς μονάδος μετρήσεως.** Οὕτω π.χ., ὅταν λέγωμεν, ὅτι σῶμα ἔχει μᾶζαν 5 gr, ἢ μᾶζα ἔχει ὀρισθῆ τελείως διὰ τῆς ἀριθμητικῆς τῆς τιμῆς καὶ τῆς μονάδος μετρήσεως. Ὄθεν, ἡ μᾶζα ἀποτελεῖ μονόμετρον μέγεθος.

**Μέγεθος φυσικὸν καλεῖται ἀνυσματικόν, ὅταν δὲν καθορίζεται τελείως διὰ τῆς ἀριθμητικῆς του τιμῆς καὶ τῆς μονάδος μετρήσεως, ἀλλὰ δέον πρὸς τούτοις νὰ δοθῇ καὶ ἡ διεύθυνσις αὐτοῦ.** Οὕτως, ὅταν λέγωμεν, ὅτι ἀεροπλάνον ἵπταται εἰς ὠρισμένον ὕψος, μὲ ταχύτητα 100 χιλιομέτρων καθ' ὥραν (100 km/h), ἢ ταχύτης δὲν ἔχει ὀρισθῆ τελείως, διότι, διὰ νὰ ὀρισθῇ τελείως, πρέπει νὰ δοθῇ καὶ ἡ διεύθυνσις πρὸς τὴν ὁποίαν τὸ ἀεροπλάνον κατευθύνεται, π.χ. ἡ ταχύτης ἀεροπλάνου εἶναι 100 km/h πρὸς Βορρᾶν.

Γραφικῶς, ἀνυσματικὸν μέγεθος παριστᾶται διὰ τμήματος εὐθείας, τὸ ὁποῖον καλεῖται **ἀνυσμα**. Ἡ ἀρχὴ τοῦ ἀνύσματος παριστᾷ τὸ σημεῖον τοῦ χώρου, εἰς τὸ ὁποῖον ἀναφέρεται τὸ θεωρούμενον ἀνυσματικὸν μέγεθος. Τὸ μῆκος αὐτοῦ, ὑπὸ ὠρισμένην κλίμακα, παρέχει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν αὐτοῦ, καὶ βέλος (→) σημειούμενον εἰς τὸ ἕτερον ἄκρον του ὑποδηλοῖ τὴν διεύθυνσιν αὐτοῦ ἐν τῷ χώρῳ. Οὕτω, ταχύτης 100 km/h μὲ διεύθυνσιν (B → 45° → A) παριστᾶται γραφικῶς ὑπὸ τοῦ ἐν τῷ σχήματι 25 ἀνύσματος.

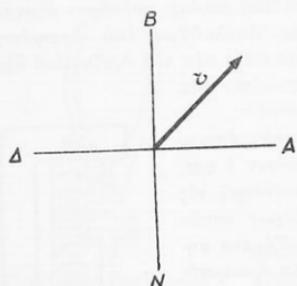
Συμβολικῶς, ἀνυσματικὸν μέγεθος, τοῦ ὁποίου ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ εἶναι A, παριστᾶται διὰ τοῦ συμβόλου  $\vec{A}$  πρὸς διάκρισιν αὐτοῦ ἀπὸ μονομέτρου μεγέθους, τὸ ὁποῖον



Σχ. 24. Ζυγὸς δι' ἔλατηριου.

<sup>1</sup> Ἡ ἀνωτέρω διὰ καλλιγραφικοῦ γράμματος παράστασις ἀνυσματικού μεγέθους χρησιμοποιεῖται εἰς τὰ ἐντυπα συγγράμματα εἰς χειρόγραφα ὅμως καὶ κατὰ τὴν διδασκαλίαν χρησιμοποιεῖται τὸ σύμβολον τοῦ μεγέθους μὲ ἐπιγραμμίην, π.χ.  $\vec{F}$  ἢ  $\vec{F}$ .

παριστάται διά συνήθους γραφῆς. Οὕτως ἡ μᾶζα, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ μονόμετρον μέγεθος, θὰ παριστάται διά τοῦ  $m$ , ἡ δὲ δύναμις, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ ἀνυσματικὸν μέγεθος, θὰ παριστάται διά  $\mathcal{F}$ , ἐνῶ ἀπλῶς  $F$  παριστᾷ τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς δυνάμεως.



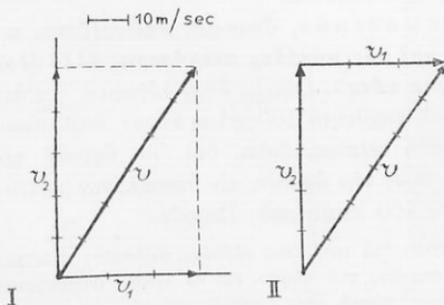
Σχ. 25.  $v = 100 \text{ km/h}$   
 $B \rightarrow 45^\circ \rightarrow A$   
 Κλίμαξ  $20 \text{ km/h} = 4 \text{ mm}$ .

Μονόμετρα μεγέθη εἰς τὴν Μηχανικὴν εἶναι τὸ μῆκος, ἡ ἔμπορικὴ ταχύτης<sup>1</sup>, ὁ χρόνος, τὸ ἔργον, ἡ ἐνέργεια, ἡ ἰσχύς, ἡ μᾶζα, ἡ πυκνότης κτλ., ἀνυσματικά δὲ ἡ μετατόπισις, ἡ ταχύτης, ἡ ἐπιτάχυνσις, ἡ δύναμις, τὸ βῆρος, ἡ ὀρπὴ κτλ.

Προκειμένου περὶ τῶν μονομέτρων μεγεθῶν, ἐφαρμόζεται ὁ συνήθης ἀλγεβρικὸς λογισμὸς, προκειμένου ὅμως περὶ τῶν ἀνυσματικῶν μεγεθῶν, καθιερώθη ἡ χρησιμοποίησις τοῦ ἀνυσματικοῦ λογισμοῦ, διότι οὗτος διευκολύνει τὰ μέγιστα τὴν σπουδὴν τῆς Φυσικῆς.

Εἰς τὴν στοιχειώδη διδασκαλίαν τῆς Φυσικῆς ἀπαιτεῖται ἡ γνώσις μόνον τῶν στοιχειωδῶν πράξεων ἐκ τοῦ ἀνυσματικοῦ λογισμοῦ, ὡς ἐκ τούτου δὲ θὰ περιορισθῶμεν ἐνταῦθα εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῆς ἀνυσματικῆς προσθέσεως.

**31. Ἀνυσματικὴ πρόσθεσις.** Προκειμένου περὶ δύο μονομέτρων μεγεθῶν  $A$  καὶ  $B$ , τὸ ἄθροισμα αὐτῶν εἶναι  $A + B$ , προκειμένου ὅμως περὶ δύο ἀνυσματικῶν μεγεθῶν  $\mathcal{A}$  καὶ  $\mathcal{B}$ , τὸ ἄθροισμα αὐτῶν  $\mathcal{A} + \mathcal{B}$  δὲν εἶναι πάντοτε ἴσον πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν  $A + B$ . Οὕτω, δύο σώματα ἔχοντα μᾶζαν, τὸ ἐν  $5 \text{ gr}$  καὶ τὸ ἄλλο  $3 \text{ gr}$ , ἔχουν συνολικῶς μᾶζαν  $5 + 3 = 8 \text{ gr}$ . Ἐν ὅμως κινητὸν μετέχον δύο κινήσεων, μιᾶς μὲ ταχύτητα  $v_1 = 30 \text{ m/sec}$  πρὸς Ἄνατολὰς καὶ ἐτέρας  $v_2 = 50 \text{ m/sec}$  πρὸς Βορρᾶν, δὲν ἔχει συνολικὴν ταχύτητα ἴσην πρὸς  $30 + 50 = 80 \text{ m/sec}$ .



Σχ. 26. Σύνθεσις ταχυτήτων διά τῆς μεθόδου τοῦ παραλληλογράμμου (I) καὶ διά τῆς μεθόδου τῆς μεταθέσεως (II).

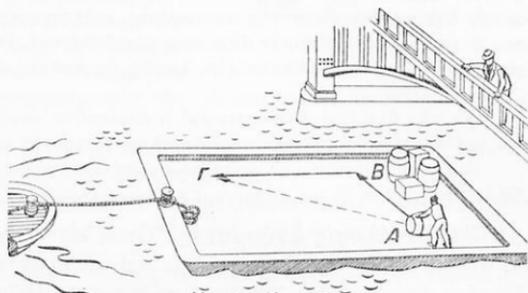
αὐτῶν, ὅποτε ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου παρέχει κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν τὸ ἄθροισμα τῶν δύο ταχυτήτων (σχ. 26, I).

<sup>1</sup> Ἐμπορικὴν ταχύτητα λέγομεν τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διανύει π.χ. ἐν αὐτοκίνητον εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου, ὡς π.χ.  $120 \text{ km/h}$ .

Εἰς τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα καταλήγομεν εὐκολώτερον καὶ διὰ τῆς ἀκολουθοῦ κατασκευῆς. Ἐπειδὴ ἀναφέρομεν τὰ δύο μεγέθη ἐπὶ τῶν πλευρῶν τῆς γωνίας, τὴν ὁποίαν σχηματίζουν αἱ διευθύνσεις αὐτῶν, μεταφέρομεν τὸ ἐν τῶν ἀνυσμάτων, π.χ. τὸ ὀριζόντιον, παραλλήλως ἑαυτῷ, ὥστε ἡ ἀρχὴ του νὰ συμπέσῃ πρὸς τὸ πέρασ τοῦ πρώτου, ἐνοῦντες δὲ τὴν ἀρχὴν τοῦ πρώτου ἀνύσματος καὶ τὸ πέρασ τοῦ δευτέρου εὐρίσκομεν τὸ ζητούμενον ἄθροισμα (σχ. 26, II).

Ἡ τιμὴ τῆς ὁλικῆς ἢ συνισταμένης ταχύτητος  $v$  προκύπτει διὰ συγκρίσεως τοῦ μήκους αὐτῆς πρὸς τὴν κατάλληλον κλίμακα, ὑπὸ ὁποίαν ἐσχεδιάσθησαν καὶ αἱ ταχύτητες  $v_1$  καὶ  $v_2$ .

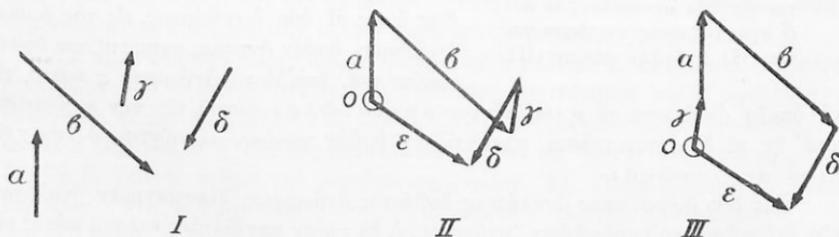
Τὴν σύνθεσιν ταχυτήτων διευκρινίζει τὸ κάτωθι παράδειγμα. Ἐπὶ φορηγίδος (σχ. 27), κινουμένης ἐν σχέσει πρὸς τὴν Γῆν ὑπὸ ταχύτητα π.χ. 4 m/sec κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ὀριζοντίου βέλους ΒΓ, ἐργάτης μετατοπίζει τὸ σῶμα Α ὑπὸ ταχύτητα 2 m/sec ἐν



Σχ. 27. Ἡ διάστικτος γραμμὴ ΑΓ δεικνύει τὴν τροχίαν τοῦ βαρέλιου.

σχέσει τὴν φορηγίδα καὶ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἀντιστοίχου βέλους ΑΒ. Ἐὰν παρατηρητῆς εὐρίσκειται ἀκίνητος ἐπὶ γεφύρας καὶ συγκεντρῶνῃ τὴν προσοχὴν αὐτοῦ ἐπὶ τῆς κινήσεως τοῦ σώματος Α, χωρὶς νὰ λαμβάνῃ ὑπ' ὄψιν του τὰς δύο χωριστὰς κινήσεις, βλέπει ὅτι τὸ σῶμα Α μετατοπίζεται κατὰ τὴν συνισταμένην τῶν δύο ταχυτήτων ΑΓ καὶ ὅτι εἰς ἓν δευτερόλεπτον φθάνει εἰς Γ.

Προηγουμένως ἐξητάσαμεν τὴν περίπτωσιν δύο μόνον ἀνυσματικῶν μεγεθῶν εἰς τὴν περίπτωσιν ὅμως περισσοτέρων, ἐργαζόμεθα ὡς ἑξῆς: Προσθέτομεν κατὰ τὸν προηγουμένως ἐπιτεθέντα τρόπον τὰ δύο πρῶτα ἀνύσματα, τὸ δὲ οὕτω προκύπτον νέον ἄνυσμα προσθέτο-



Σχ. 28. Ἀνυσματικὴ πρόσθεσις 4 ἀνυμάτων  $a, b, c, d$  ἐν ἐπιπέδῳ, διὰ τῆς μεθόδου τοῦ πολυγώνου. Τὸ ε παριστᾷ τὴν συνισταμένην. Ἡ τάξις τῶν ἀνυμάτων κατὰ τὴν πρόσθεσιν εἶναι ἀδιάφορος.

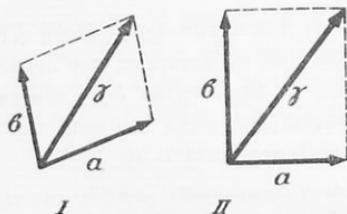
μεν καθ' ὅμοιον τρόπον εἰς τὸ τρίτον καὶ ἐξακολουθοῦμεν ἐργαζόμενοι κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον, ἕως ὅτου ἄθροισωμεν πάντα τὰ δοθέντα ἀνύσματα.

Ἐπειδὴ ὁμοίως ὁ ἀνωτέρω τρόπος ἐργασίας εἶναι ἐπίπονος, ἐφαρμόζομεν κατὰ προτίμησιν τὴν ἀκόλουθον μέθοδον: Ἐστω π.χ. ὅτι ἔχομεν νὰ προσθέσωμεν τὰ τέσσαρα ἀνύσματα  $a, b, p, d$  (σχ. 28, I). Λαμβάνομεν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τυχόν σημεῖον  $O$  καὶ μεταφέρομεν παραλλήλως πρὸς αὐτὸ τὸ ἀνύσμα  $a$ , οὕτως ὥστε νὰ ἀποκτισηῖται ἀρχὴν τὸ  $O$  (σχ. 28, II). Ἀκολούθως, μεταφέρομεν παραλλήλως πρὸς ἑαυτὸ τὸ  $b$ , οὕτως ὥστε ἡ ἀρχὴ του νὰ συμπεσῇ πρὸς τὸ πέρασ τοῦ  $a$ , ὁμοίως μεταφέρομεν τὸ  $p$ , οὕτως ὥστε ἡ ἀρχὴ αὐτοῦ νὰ συμπεσῇ πρὸς τὸ πέρασ τοῦ  $b$ , καὶ τέλος μεταφέρομεν τὸ  $d$ , οὕτως ὥστε ἡ ἀρχὴ αὐτοῦ νὰ συμπεσῇ πρὸς τὸ πέρασ τοῦ  $p$ . Τοιοῦτοτρόπως προκύπτει ἡ πολυγώνιστος ἢ πολυγωνικὴ γραμμὴ  $abd$ , ἡ ὁποία καλεῖται καὶ πολύγωνον τῶν ἀνυσμάτων. Ἐὰν ἐνώσωμεν τὴν ἀρχὴν  $O$  μὲ τὸ πέρασ τοῦ  $d$ , δηλ. τὰ δύο ἄκρα τῆς προκυψάσης τεθλασιμένης γραμμῆς, τότε τὸ προκύπτον ἀνύσμα  $e$  εἶναι τὸ ἀνυσματικὸν ἄθροισμα τῶν δοθέντων ἀνυσμάτων. Τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα εὐρίσκεται ἂν, ἀντὶ τοῦ ἀνυσματος  $a$ , ληφθῇ ὡς πρῶτον οἰονδήποτε ἄλλο ἀνύσμα, ὡς π.χ. τὸ  $p$  (σχ. 28, III).

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει καὶ ὁ ἀκόλουθος κανὼν: "Ἴνα πολλὰ ἀνύσματα ἔχον ἄθροισμα μηδέν, πρέπει τὸ πολύγωνον αὐτῶν νὰ μὴ ἔχη ἀρχὴν καὶ πέρασ, ἀλλὰ νὰ εἶναι κλειστὸν.

Διὰ τὴν ἀνυσματικὴν πρόσθεσιν ἰσχύει ὁ νόμος τῆς ἀντιμεταθέσεως, ἤτοι εἶναι:  $A+B=B+A$ , ἐπίσης ἰσχύει ὁ διαλυτικὸς νόμος:  $A+(B+C)=(A+B)+C$ .

**32. Ἀνάλυσις ἀνυσματος.** Ὅπως εἰς τὸ σχῆμα 28 τὸ ἀνύσμα  $e$  θεωρεῖται ὡς ἄθροισμα τῶν  $a, b, p, d$ , οὕτω καὶ τὸ ἀνύσμα  $e$  δύναται ν' ἀναλυθῇ εἰς τὰ ἀνωτέρω ἀνύσματα. Ἐνῶ ὁμοίως ἡ πρόσθεσις πολλῶν ἀνυσμάτων ἀποτελεῖ πρόβλημα ὠρισμένον, δηλ. ἐπιδεκτικὸν μιᾶς μόνον λύσεως, ἡ ἀνάλυσις δοθέντος ἀνυσματος  $e$  εἰς ἄλλα ἀποτελεῖ πρόβλημα ἄοριστον, διότι



Σχ. 29. Τὸ ἀνύσμα  $p$  ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας  $a$  καὶ  $b$  σχηματίζουσας τυχούσαν γωνίαν (I), ἢ ὀρθὴν γωνίαν (II).

δυνάμεθα νὰ φαντασθῶμεν ἀπείρους τεθλασμένους γραμμᾶς, αἱ ὁποῖαι νὰ ἔχον ὡς ἄκρα τὸ σημεῖον  $O$  καὶ τὸ ἄκρον τοῦ ἀνυσματος  $d$ .

Συνήθως εἰς τὴν Φυσικὴν περιοριζόμεθα εἰς τὴν ἀνάλυσιν ἀνυσματος εἰς δύο συνιστώσας. Ἡ ἀνάλυσις αὕτη δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 29, εἰς τὸ ὁποῖον τὸ ἀνύσμα  $p$ , ἔχει ἀναλυθῇ εἰς τὰ δύο ἀνύσματα  $a$  καὶ  $b$ , τῶν ὁποίων ὁμοίως ἐδόθησαν αἱ διευθύνσεις. Συνήθως ὁμοίως αἱ δύο διευθύνσεις, εἰς τὰς ὁποίας ἀναλύομεν δοθὲν ἀνύσμα, σχηματίζουν ὀρθὴν γωνίαν καί, ἐπειδὴ τὰ ἀνύσματα  $a$  καὶ  $b$ , εἰς

τὰ ὁποῖα ἀναλύεται τὸ  $p$ , καλοῦνται *συνιστώσαι* αὐτοῦ, εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν αἱ δύο συνιστώσαι σχηματίζουν ὀρθὴν γωνίαν, καλοῦνται *ὀρθογώνιοι συνιστώσαι*.

Τὰς δύο διευθύνσεις ἀναλύσεως δοθέντος ἀνυσματος ἀνευρίσκομεν ἀναλόγως τῶν δεδομένων τοῦ πρὸς λύσιν ζητήματος, ἡ δὲ πλέον κατάλληλος ἐκλογὴ αὐτῆς εἶναι ζήτημα ἐξασκήσεως.

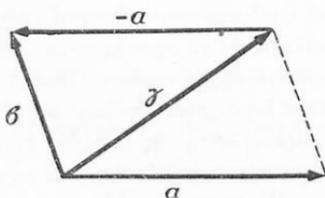
**33\*. Ἀνυσματικαὶ σχέσεις.** Αἱ ἀνυσματικαὶ σχέσεις παρουσιάζουν τὸ πλεονέκτημα, ὅτι εἶναι περιεκτικότεραι τῶν ἀλγεβρικῶν. Οὕτως, ἡ σχέση  $a=b$  δὲν δεικνύει μόνον, ὅτι αἱ ἀριθμητικαὶ τιμαὶ εἶναι ἴσαι, ἤτοι  $a=b$ , ἀλλὰ πρὸς τούτους, ὅτι τὰ δύο ἀνυσματικά μεγέθη εἶναι τῆς αὐτῆς διευθύνσεως. Ἡ  $a=-b$  ὑποδηλοῖ, ὅτι αἱ ἀριθμητικαὶ τιμαὶ εἶναι ἴσαι, ἤτοι  $a=b$ , ἀλλ' αἱ διευθύνσεις τῶν ἀνυσμάτων εἶναι ἀντίθετοι.

**Πολλαπλασιασμός** άνυσματος  $a$  επί θετικόν άριθμητικόν μέγεθος  $\mu$  παρέχει πάλιν άνυσμα  $\beta = \mu \cdot a$ , τὸ ὁποῖον ἔχει τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν πρὸς τὸ  $a$ , ἀλλ' ἡ άριθμητικὴ του τιμὴ εἶναι  $\mu$  φορὰς μεγαλύτερα τῆς τοῦ  $a$ , ἥτοι  $\beta = \mu \cdot a$ . Ἀντιστρόφως, ἡ σχέσις  $\beta = -\mu \cdot a$  παριστᾷ, ὅτι τὰ δύο άνυσματα ἔχουν ἀντιθέτους διευθύνσεις, ἀλλ' ἡ άριθμητικὴ τιμὴ τοῦ  $\beta$  εἶναι  $\mu$  φορὰς μεγαλύτερα τοῦ  $a$ .

Ἡ **διαίρεσις** άνυσματικῶν μεγέθους  $p$ , διὰ τῆς άριθμητικῆς του τιμῆς  $\gamma$ , ἥτοι ἡ παράστασις  $p/\gamma$ , παριστᾷ άνυσμα, τὸ ὁποῖον ἔχει τὴν διεύθυνσιν τοῦ  $p$  καὶ άριθμητικὴν τιμὴν ἴσην πρὸς τὴν μονάδα. Τοιοῦτον άνυσμα καλεῖται **μοναδιαῖον άνυσμα** καὶ χρησιμεύει ἀπλῶς μόνον πρὸς χαρακτηρισμὸν τῆς διευθύνσεως.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι ὁ πολλαπλασιασμός άνυσματος  $a$  επί τὴν άρνητικὴν μονάδα σημαίνει ἀλλαγὴν τῆς διευθύνσεως αὐτοῦ κατὰ  $180^\circ$ .

Ἐπὶ τῇ βάσει τούτου, ἡ άνυσματικὴ **ἀφαίρεσις** τοῦ άνυσματος  $a$  ἀπὸ τοῦ  $p$  ἰσοδυναμεῖ μὲ πρόσθεσιν τοῦ  $-a$  εἰς τὸ  $p$ , ἥτοι  $p - a = p + (-a) = \beta$  (σχ. 30).



Σχ. 30. Τὸ άνυσμα  $\beta$  παριστᾷ τὴν διαφορὰν τῶν άνυσμάτων  $p$  καὶ  $a$ .

**34. Ὑλῃ καὶ φυσικαὶ καταστάσεις αὐτῆς.** Μακροχρόνιοι πειραματικοὶ ἔρευνα κατέδειξαν, ὅτι ἡ ὕλη οὔτε ἐκ τοῦ μηδενὸς δύναται νὰ δημιουργηθῆῖ, ἀλλ' οὔτε καὶ ἡ ὑπάρχουσα ὕλη δύναται νὰ ἐκμηδενισθῆῖ, ἀλλ' ὅτι, κατὰ τὴν ἐξέλιξιν τῶν διαφορῶν φαινομένων, ἡ ὕλη ὑφίσταται ἀπλῶς μεταβολὴν τῆς μορφῆς αὐτῆς. Ὡς ἐκ τούτου, δεχόμεθα εἰς τὴν Φυσικὴν τὸ **ἀξίωμα τῆς ἀφθαρσίας τῆς ὕλης**, τὸ ὁποῖον πολλακίς καλεῖται καὶ **ἀξίωμα τῆς διατηρήσεως τῆς ὕλης** καὶ διατυπῶνται ὡς ἑξῆς: **Ἡ ὕλη οὔτε καταστρέφεται, ἀλλ' οὔτε καὶ ἐκ τοῦ μηδενὸς δύναται νὰ δημιουργηθῆῖ.**

Ἡ ὕλη, καὶ ἐπομένως τὰ φυσικὰ σώματα ἅτινα ἀποτελοῦνται ἐξ αὐτῆς, ἐμφανίζονται εἰς τὴν φύσιν ὑπὸ τρεῖς βασικὰς καταστάσεις ἢ μορφάς, τὴν στερεά, ὑγρὰν καὶ ἀέριον.

Τὰ **στερεὰ** σώματα παρουσιάζουν πολὺ μεγάλην ἀντίστασιν εἰς πᾶσαν μεταβολὴν, εἴτε τοῦ ὄγκου εἴτε τοῦ σχήματος αὐτῶν, ὡς ἐκ τούτου δὲ δυσκόλως παραμορφοῦνται καὶ εἶναι εἰς λίαν μικρὸν βαθμὸν συμπιεστά.

Τὰ **υγρὰ** σώματα παρουσιάζουν ἐλαχίστην ἢ μηδαμινὴν ἀντίστασιν εἰς πᾶσαν μεταβολὴν τοῦ σχήματος αὐτῶν, ἐνῶ ἀντιθέτως ἀντιτάσσουν πολὺ μεγάλην ἀντίστασιν εἰς πᾶσαν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου αὐτῶν. Ὡς ἐκ τούτου, τὰ υγρὰ παραμορφοῦνται εὐχερῶς, π. χ. διὰ τῆς μεταγίσεως αὐτῶν εἰς δοχεῖα διαφόρου σχήματος, ὅτε λαμβάνουν τὸ σχῆμα τοῦ περιέχοντος δοχείου. Ἐξ ἄλλου, εἶναι πολὺ ὀλίγον συμπιεστά, ἀλλ' ἐν πάσῃ περιπτώσει περισσότερον συμπιεστά ἀπὸ τὰ στερεά.

Τὰ **ἀέρια** σώματα δὲν παρουσιάζουν ἀντίστασιν οὔτε εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματος αὐτῶν οὔτε εἰς τὴν αὐξησιν τοῦ ὄγκου αὐτῶν, ἐνῶ ἀντιτάσσουν μικρὰν ἀντίστασιν εἰς τὴν μείωσιν τοῦ ὄγκου αὐτῶν. Ἔνεκα τῶν ἀνωτέρω λόγων, τὰ ἀέρια ἀποτελοῦν σώματα, τὰ ὁποῖα δύναται νὰ ὑποστοῦν οἰανδήποτε παραμόρφωσιν σχήματος, εἶναι εὐκόλως συμπιεστά, ἐνῶ ἐξ ἄλλου ἔχουν τὴν ἰκανότητα νὰ διατείνωνται καὶ νὰ καταλαμβάνουν ὀλόκληρον τὸν προσφερόμενον εἰς αὐτὰ χῶρον.

35. Γενικαὶ γνώσεις ἐπὶ τῆς συγκροτήσεως τῆς ὕλης καὶ τοῦ ὑλικοῦ ἀτόμου. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν, ὅτι ἡ ὕλη εἶναι διαιρετὴ, διότι δυνάμεθα πάντοτε νὰ υποδιαίρεσωμεν ὁμογενὲς σῶμα στερεόν, ὕγρον ἢ ἀέριον εἰς μικρότερα μέρη, πάντοτε δὲ τὰ προκύπτοντα μέρη εἶναι, ὡς πρὸς τὴν συγκρότησιν αὐτῶν, ὅμοια πρὸς τὸ ἀρχικόν σῶμα. Οὕτω δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν φύλλα χρυσοῦ ἢ σύρματα λευκοχρῦσου τάξεως μεγέθους 0,1 mm ἕως 0,000 01 mm. Ἐν τούτοις ἡ υποδιαίρεσις αὕτη τῆς ὕλης δὲν δύναται νὰ συνεχισθῇ ἐπ' ἀπειρον, ἀλλ' ὑφίσταται ἕν ὄριον πέραν τοῦ ὁποίου πᾶσα υποδιαίρεσις εἶναι ἀδύνατος.

Ἡ συστηματικὴ ἔρευνα τῆς ὕλης, γενομένη ἀρχικῶς διὰ τῶν μεθόδων τῆς Χημείας, ὠδήγησεν εἰς τὴν ἀνεύρεσιν τῶν θεμελιωδῶν νόμων τῆς Χημείας, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ὁποίων οἱ χημικοὶ ἤχθησαν εἰς τὴν παραδοχὴν, ὅτι *ἡ ὕλη συγκροτεῖται ἐξ ἀτόμων καὶ μορίων*, οὕτω δὲ διεμόρφωσαν τὴν νεωτέραν *ἀτομικὴν θεωρίαν* τῆς ὕλης, τὴν ὁποίαν πρὸ δύο περὶπου χιλιετηρίδων εἶχον διαισθανθῆ οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες φιλόσοφοι *Δημόκριτος καὶ Λεῦκιππος*.

Ἡ νεωτέρα ἀτομικὴ θεωρία δέχεται, ὅτι ἡ ὕλη ἀποτελεῖται ἐξ ἀπειροελαχίστων σωματίων μὴ περαιτέρω διαιρετῶν οὔτε διὰ χημικῶν οὔτε διὰ φυσικῶν μεθόδων. Τὰ ἀπειροελάχιστα ταῦτα σωματῖα ἐκλήθησαν *ἄτομα*.

Τὰ ἄτομα ἐνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ σώματος εἶναι ὁμοειδῆ καὶ ἔχουν πάντοτε τὴν αὐτὴν μᾶζαν, ἐνῶ τὰ ἄτομα δύο διαφορετικῶν ἀπλῶν σωματίων εἶναι ἀνομοειδῆ καὶ διαφέρουν πρῶτον μὲν ὡς πρὸς τὴν μᾶζαν αὐτῶν καὶ κατὰ δεύτερον λόγον ὡς πρὸς τὰς ιδιότητας αὐτῶν. Ἐνῶ δὲ τὰ ἄτομα ἐθεωροῦντο ὡς ἀπειροελάχιστα σωματῖα, ἐκ τῶν ὁποίων συγκροτοῦνται τὰ ἀπλά σώματα, διὰ τὰ σύνθετα σώματα παρεδέχοντο, ὅτι συνίσταντο ἐκ *μορίων*, τὰ ὁποῖα ὅμως διὰ χημικῆς ἐπενεργείας ἦτο δυνατόν νὰ διασπασθοῦν εἰς τὰ συγκροτοῦντα αὐτὸ ἄτομα.

Αἱ διαστάσεις τῶν μορίων εἶναι λίαν μικραὶ, ἐὰν δὲ φαντασθῶμεν αὐτὰ ὡς ἔχοντα σχῆμα σφαιρικόν, ἡ διάμετρος αὐτῶν εἶναι τάξεως μεγέθους  $10^{-8}$  cm. Σήμερον γνωρίζομεν, ὅτι εἰς ἕν γραμμομόριον οἰουδήποτε σώματος περιέχονται  $6,06 \cdot 10^{23}$  μόρια.

Νεώτεροι ἐρευνᾶ κατέδειξαν, ὅτι τὸ ὑλικὸν ἄτομον δὲν ἀποτελεῖ τὸ τελευταῖον ὄριον διαιρετότητος τῆς ὕλης, ἀλλ' ὅτι καὶ τὸ ὑλικὸν ἄτομον ἀποτελεῖται ἐξ ἀκόμῃ μικροτέρων σωματίων, εἴτε ἠλεκτρικῶς φορτισμένων εἴτε ἄνευ φορτίου. Ὡς δὲ θὰ ἴδωμεν εἰς ἄλλην θέσιν, τὸ ὑλικὸν ἄτομον θεωρεῖται ὡς συγκροτούμενον ἐκ θετικῶς φορτισμένων σωματίων, τῶν *πρωτονίων*, ἐκ σωματίων ἀρνητικῶς ἠλεκτριζμένων, τῶν *ἠλεκτρονίων*, καὶ ἐκ σωματίων ἑστερημένων ἠλεκτρικοῦ φορτίου, τῶν *νετρονίων*. Τὸ φορτίον τῶν θετικῶς φορτισμένων σωματίων εἶναι ἀκριβῶς ἴσον πρὸς τὸ φορτίον τῶν ἀρνητικῶς φορτισμένων, εἰς τρόπον ὥστε τὸ ὑλικὸν ἄτομον ἐμφανίζεται εἰς τὸν ἔξω κόσμον ὡς ἠλεκτρικῶς οὐδέτερον.

Τὸ κεφάλαιον τῆς Φυσικῆς, τὸ πραγματευόμενον ἐν λεπτομερεῖᾳ τὴν συγκρότησιν τοῦ ὑλικοῦ ἀτόμου, ἀνήκει εἰς τὸν κλάδον τῆς *Ἀτομικῆς Φυσικῆς*.

## ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

## Α'. Ζητήματα.

Πώς θεμελιούνται το σύστημα μονάδων CGS και το Τ. Σ. μονάδων και ποία ή διαφορά μεταξύ των δύο συστημάτων.

Ποία ή διάκρισις μεταξύ θεμελιωδών και παραγώγων μονάδων και πώς όρίζονται αί θεμελιώδεις μονάδες εις το σύστημα CGS και εις το Τ. Σ.

Τί όνομάζομεν έξίσωσις διαστάσεων, διαστάσεις φυσικού μεγέθους και ποία ή σημασία αυτών. Πότε έν μέγεθος καλείται άδιάστατον.

Πώς όρίζεται το μέτρον, το χιλιόγραμμον μάζης, το δευτερόλεπτον.

Η έξίσωσις όρισμού του έργου είναι  $A = F \cdot s$ , όπου F ή δύναμις και s ή μετατόπισις. Νά εύρεθῆ ή έξίσωσις διαστάσεων και αί μονάδες μετρήσεως του έργου εις το σύστημα CGS και εις το Τ. Σ. μονάδων.

Η έξίσωσις όρισμού τῆς κινητικῆς ενεργείας είναι  $E_{κιν} = \frac{mv^2}{2}$ , όπου m ή μάζα και v ή ταχύτης. Νά εύρεθῆ ή έξίσωσις διαστάσεων.

Διά συγκρίσεως των έξίσώσεων διαστάσεων του έργου και τῆς κινητικῆς ενεργείας τί συμπέρασμα συνάγετε;

Περιγράψατε τόν εὐθύγραμμον βερνιέρον και έξηγήσατε τόν τρόπον χρήσεως αυτού.

Περιγράψατε τὸ καθετόμετρον και τόν τρόπον χρήσεως αυτού.

Περιγράψατε τὸν μικρομετρικὸν κοχλίαν και τὸν τρόπον χρήσεως αυτού.

Ποία ή διάκρισις μεταξύ μάζης και βάρους.

Τί νοοῦμεν διά των όρων πυκνότης και ειδικὸν βάρος σώματος και πώς συνδέονται τὰ δύο μεγέθη.

Τί νοοῦμεν διά του όρου μάζα και ποτῆαι αί συνήθεις μονάδες μετρήσεως αὐτῆς.

Ποία ή διάκρισις μεταξύ μονομέτρου και άνυσματικου μεγέθους.

## Β'. Προβλήματα.

1. Νά υπολογισθῆ τὸ μήκος 1 μέτρου εις  $\mu$ ,  $mm$  και  $\text{\AA}$ . ('Απ.  $10^6 \mu$ ,  $10^9 mm$ ,  $10^{10} \text{\AA}$ ).
2. Από μίαν άκριβῆ μέτρησιν προκύπτει ότι 1 m περιλαμβάνει 1 553 163 μήκη κύματος τῆς ερυθρᾶς γραμμῆς του καθιμιου. Πόσον είναι τὸ μήκος ενός κύματος, εκφραζόμενον εις mm και εις  $\text{\AA}$ . ('Απ.  $\lambda = 6,43 \cdot 10^{-4} mm = 6,43 \cdot 10^3 \text{\AA}$ ).
3. Τὸ άστρον α του Κενταύρου απέχει από τῆς Γῆς 3,5 ἔτη φωτός. Εις πόσα km άνέρχεται ή άπόστασις αὐτῆ. ('Απ.  $3,31 \cdot 10^{13} km$ ).
4. Πόσος είναι ὁ όγκος ενός γραμμαρίου ύδραργύρου. ('Απ.  $V = 0,073 cm^3$ ).
5. Ποία ή σχέση μεταξύ τῆς μονάδος μάζης του Τ. Σ. μονάδων και τῆς μάζης 1 kgf.
6. Σῶμα ἔχει μάζαν 500 gr. Πόση ή μάζα αυτού εις το Τ. Σ. μονάδων. ('Απ. 0,95 T.M.).
7. Πόση ή μάζα σώματος εις το σύστημα μονάδων CGS και πόση εις το Τ. Σ., όταν τὸ σῶμα τουτο ἔχη βάρος 30 kgf\*. Τί συμπέρασμα συνάγετε; ('Απ. 3,25 T.M., 30 000 gr).
8. Πόσον τὸ βάρος σώματος εις το σύστημα μονάδων CGS, όταν τουτο ἔχη εις το Τ. Σ. βάρος 5 gr\*. ('Απ. 4905 Dyn).
9. Σῶμα ἔχει μάζαν 3 kgf. Πόσον τὸ βάρος του εις το Τ. Σ. μονάδων. ('Απ. 3 kgf\*).
10. Νά μετατραπῆ ταχύτης 1 χιλιόμετρον καθ' ὄραν (1 km/h) εις μονάδας συστήματος CGS. ('Απ. 27,8 cm/sec).

11. Ἡ ταχύτης τοῦ ἡχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι 34000 cm/sec. Πόση ἡ ταχύτης αὐτοῦ εἰς km/h. ('Απ. 1224 km/h).
12. Σιδηρόδρομος κινεῖται μὲ ταχύτητα 80 km/h. Πόση ἡ ταχύτης αὐτοῦ εἰς τὸ T.Σ. μονάδων. ('Απ. 22,2 m/sec).
13. Ἡ ταχύτης κινήτου ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως  $v = at$ , ὅπου  $a = 2\text{m/sec}^2$ . Νὰ κατασκευασθῇ τὸ διάγραμμα τῆς ταχύτητος.
14. Τὸ ὑπὸ κινήτου διανυόμενον διάστημα ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως  $s = at^2$ , ὅπου  $a = 1\text{ cm/sec}^2$ . Νὰ κατασκευασθῇ τὸ διάγραμμα τοῦ διαστήματος.
15. Ἡ ταχύτης κινήτου ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως  $v = a - \beta t$ , ὅπου  $a = 3\text{ cm/sec}$  καὶ  $\beta = 2\text{ cm/sec}^2$ . Νὰ κατασκευασθῇ τὸ διάγραμμα τῆς ταχύτητος.
16. Κινήτων μετέχει δύο ταχυτήτων, μιᾶς 5 cm/sec καὶ ἑτέρας 3 cm/sec, αἱ ὁποῖαι σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν  $30^\circ$ . Νὰ ὑπολογισθῇ γραφικῶς τὸ ἄθροισμα τῶν δύο ταχυτήτων κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν, καθοριζομένην ἐν σχέσει πρὸς τὴν ταχύτητα 3 cm/sec. ('Απ. 7,4 cm/sec,  $\theta = 17^\circ$  περίπου).
17. Ἀτιμόπλοιο ἀναπτύσσει ταχύτητα 7,5 κόμβων συναντᾷ ρεῦμα καθέτου διευθύνσεως καὶ ταχύτητος 4,5 κόμβων. Ποία ἡ ταχύτης μετατοπίσεως τοῦ πλοίου κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν. (1 κόμβος = 1 ναυτικὸν μίλιον κατ' ὄραν καὶ 1 ναυτικὸν μίλιον = 1852 m). Ποία ἡ ταχύτης μετατοπίσεως τοῦ πλοίου, ὅταν τὸ ρεῦμα εἶναι α) τῆς αὐτῆς διευθύνσεως καὶ β) ἀντιθέτου διευθύνσεως πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ πλοίου. ('Απ. 7,5 κόμβοι, 3 κόμβοι).
18. Ἀτιμόπλοιο ἔχον ταχύτητα 7,5 κόμβων δέον νὰ μετατοπίσεται καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν ρεύματος ταχύτητος 4,5 κόμβων. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης μετατοπίσεως τοῦ πλοίου. ('Απ. 6 κόμβοι).
19. Ἀεροπλάνον δέον νὰ μετατοπίσεται πρὸς Βορρᾶν μὲ ταχύτητα 100 mil/h, ἐνῶ ταυτοχρόνως, πνέει ἄνεμος B  $\rightarrow 43^\circ \rightarrow A$  ταχύτητος 40 mil/h. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης τὴν ὁποῖαν ἀναπτύσσει τὸ ἀεροπλάνον. ('Απ. 133 mil/h).
20. Ἀεροπλάνον μετατοπίζεται πρὸς Βορρᾶν μὲ ταχύτητα 100 mil/h ὑπὸ ἄνεμον N  $\rightarrow 45^\circ \rightarrow \Delta$  ταχύτητος 40 mil/h. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης, τὴν ὁποῖαν ἀναπτύσσει τοῦτο κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν. ('Απ. 78 μίλια/h, B  $\rightarrow 22^\circ \rightarrow \Delta$ ).
21. Ἀτιμόπλοιο ρυμουλκεῖται ἔξω τοῦ λιμένος ὑπὸ δύο ρυμουλκῶν, ἕκαστον τῶν ὁποίων ἀσκει ἔλξιν μέσφ σχοινίου δυνάμεως 15 τόννων ἐπὶ τῆς πρῶρας. Ἐὰν ἡ γωνία τῶν δύο σχοινίων εἶναι  $45^\circ$ , νὰ εὔρεθῇ γραφικῶς ἡ συνολικὴ ἔλξις τὴν ὁποῖαν ὑφίσταται τὸ πλοῖον. ('Απ. 27,5 τόννοι).
22. Μᾶζα 7 kgρ συγκρατεῖται ὑπὸ δύο σχοινίων, ἑκάστου σχηματίζοντος γωνίαν  $60^\circ$  πρὸς τὴν κατακόρυφον. Νὰ καθορισθῇ γραφικῶς ἡ τάσις, τὴν ὁποῖαν ὑφίσταται ἕκαστον σχοινίον. ('Απ. 7 kgρ\*,  $120^\circ$ ).
23. Δύναμις 9 kgρ\* ἐνεργεῖ ἐπὶ σημεῖον ὑπὸ γωνίαν  $30^\circ$  ὡς πρὸς τὴν ὀριζοντίαν. Νὰ εὔρεθῶν: ἡ ὀριζοντία καὶ ἡ κατακόρυφος συνιστώσα. ('Απ. 7,8 kgρ\*, 4,5 kgρ\*).
24. Τροχοδρομικὸν ὄχημα σύρεται ὑπὸ δυνάμεως 60 kgρ\*, σχηματίζουσης γωνίαν  $15^\circ$  πρὸς τὴν σιδηροτροχιάν αὐτοῦ. Νὰ εὔρεθῇ ἡ δύναμις ἡ ἐπενεργούσα παραλλήλως πρὸς τὴν τροχιάν, ἡ ὁποία δύναται νὰ παρεμποδίσῃ τὴν κίνησιν τοῦ ὀχήματος ἐπὶ τῆς σιδηροτροχιᾶς. ('Απ. 58 kgρ\*).

## ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

# ΜΗΧΑΝΙΚΗ

## ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

**36. Προεισαγωγικαὶ γνώσεις.** Ἡ *Μηχανικὴ* εἶναι τὸ μέρος τῆς Φυσικῆς, τὸ ὁποῖον ἐξετάζει τὰς διαφόρους κινήσεις τῶν σωμάτων, τὰ αἷτια τὰ ὁποῖα προκαλοῦν αὐτάς, ὡς καὶ τὰς συνθήκας ἰσορροπίας τῶν σωμάτων· ἀποτελεῖ δὲ ἐν ἑκ τῶν θεμελιωδεστέρων μερῶν αὐτῆς.

Κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς Μηχανικῆς, θεωροῦμεν πολλάκις ὅτι τὸ σῶμα παρουσιάζει ἀπείρως μικρὰς διαστάσεις· μὲ ἄλλους λόγους δὲν λαμβάνομεν ὑπ' ὄψιν τὰς διαστάσεις τοῦ σώματος, ἀλλὰ παραδεχόμεθα ὅτι τοῦτο δύναται αἰσθητῶς νὰ θεωρηθῆ ὡς σημεῖον, ὅτε λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα ἀποτελεῖ **ὕλικὸν σημεῖον**. Εἰς περιπτώσεις, κατὰ τὰς ὁποίας δὲν ἐπιτρέπεται νὰ παραμελῶμεν τὰς διαστάσεις τοῦ σώματος, θεωροῦμεν ὅτι τοῦτο ἀποτελεῖται ἐξ ἀπειροπληθῶν ὑλικῶν σημείων συνδεδεμένων πρὸς ἄλληλα, κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε αἱ ἀποστάσεις αὐτῶν νὰ παραμένουν ἀμετάβλητοι ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν ἐξωτερικῶν δυνάμεων. Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει λέγομεν, ὅτι τοῦτο ἀποτελεῖ ἀπολύτως στερεὸν σῶμα ἢ ἀπλῶς **στερεὸν σῶμα**.

Ἐνεκα τοῦ ἀνωτέρω λόγου, ἡ Μηχανικὴ ὑποδιαιρεῖται εἰς **Μηχανικὴν τοῦ ὕλικου σημείου** καὶ εἰς **Μηχανικὴν τοῦ στερεοῦ σώματος**, ἕκαστος δὲ τῶν κλάδων τούτων ὑποδιαιρεῖται πάλιν εἰς τὴν **Κινηματικὴν**, τὴν **Στατικὴν** καὶ τὴν **Δυναμικὴν**.

Ἡ **Κινηματικὴ** ἐξετάζει τὰς κινήσεις, τὰς ὁποίας δύναται νὰ ἐκτελῆ ὕλικὸν σημεῖον ἢ στερεὸν σῶμα, διὰ καθαρῶς ἀναλυτικῆς ὁδοῦ ἢ ἄλλως γεωμετρικῶς, χωρὶς νὰ ἐνδιαφέρεται διὰ τὰ αἷτια τὰ προκαλοῦντα τὴν κίνησιν.

Ἡ **Στατικὴ** ἐξετάζει τὰς συνθήκας ἰσορροπίας δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐπενεργοῦν ἐπὶ ὕλικου σημείου ἢ στερεοῦ σώματος.

Ἡ **Δυναμικὴ**, τέλος, ἀποτελεῖ συνθετώτερον κλάδον, διότι ἐξετάζει τὰς κινήσεις ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὰ προκαλοῦντα αὐτὰς αἷτια.

Κατὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῆς Μηχανικῆς θὰ περιορισθῶμεν κυρίως εἰς τὴν σπουδὴν τῆς Μηχανικῆς τοῦ ὕλικου σημείου, διότι ἡ πλήρης περιγραφή τῆς Μηχανικῆς τοῦ στερεοῦ σώματος ἐκφεύγει τῶν ὁρίων τοῦ βιβλίου τούτου.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α΄.

### ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

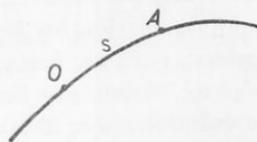
37. Κίνησις. *Υλικὸν σημεῖον καὶ ἐν γένει σῶμα λέγομεν ὅτι κινεῖται, ὅταν μεταβάλλῃ θέσιν εἰς τὸν χῶρον, ἐν σχέσει πρὸς ἕτερον σῶμα, τὸ ὁποῖον κατὰ συνθήκην θεωροῦμεν ὡς ἀκίνητον.*

Εἰς τὴν Φυσικὴν, ἐφ' ὅσον δὲν καθορίζεται ἄλλως, ἀναφέρομεν πάντοτε τὴν κίνησιν τοῦ θεωρουμένου σώματος ὡς πρὸς τὴν Γῆν, τὴν ὁποίαν θεωροῦμεν ὡς ἀκίνητον, χωρὶς νὰ λαμβάνωμεν ὑπ' ὄψιν τὴν ἰδίαν αὐτῆς κίνησιν.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι πᾶσαι αἱ κινήσεις, δεδομένου ὅτι αὐταὶ ἀναφέρονται πρὸς τὴν Γῆν, ἢ ὁποῖα ὅμως πράγματι δὲν εἶναι ἀκίνητος.

Ὁ δρόμος, τὸν ὁποῖον ἀκολουθεῖ ὑλικὸν σημεῖον κατὰ τὴν κίνησιν αὐτοῦ, καλεῖται **τροχιά**, καὶ δύναται νὰ εἶναι **εὐθύγραμμος** ἢ **καμπυλόγραμμος**. Εἰς

περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ τροχιά εἶναι περιφέρεια κύκλου, ἡ κίνησις λέγεται **κυκλική**. Ἐφ' ὅσον ἡ τροχιά εἶναι ἐκ τῶν προτέρων γνωστὴ ὡς πρὸς τὴν μορφήν αὐτῆς, ἢ θέσιν τοῦ κινουμένου ὑλικοῦ σημείου, εἰς ἑκάστην στιγμὴν τοῦ χρόνου, καθορίζεται ὅταν δίδεται ἡ ἐκάστοτε ἀπόστασίς του, μετρούμενη ἐπὶ τῆς τροχιάς του, ἀπὸ ἐτέρου σταθεροῦ σημείου κειμένου ἐπὶ τῆς τροχιάς. Οὕτως, ἐὰν γνωρίζωμεν ἐκ τῶν προτέρων, ὅτι



Σχ. 31. Τροχιά κινήτου.

τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἀκολουθεῖ τὴν εἰς τὸ σχῆμα 31 εἰκονιζομένην καμπυλόγραμμον τροχιάν, ἢ θέσιν αὐτοῦ εἰς ἑκάστην χρονικὴν στιγμὴν, π.χ. εἰς A, καθορίζεται ἐκ τῆς ἀποστάσεως αὐτοῦ  $OA = s$ , μετρούμενης κατὰ μῆκος τοῦ τόξου OA καὶ ἀπὸ τῆς ἀρχῆς O, ἢ ὁποῖα ἀποτελεῖ σταθερὸν σημεῖον, ἤτοι παραμένει ἀκίνητον ἐπὶ τῆς τροχιάς. Ἡ κατὰ μῆκος τῆς τροχιάς τοῦ κινουμένου ὑλικοῦ σημείου A μετρούμενη ἀπόστασις αὐτοῦ ἀπὸ τοῦ σημείου O, τὸ ὁποῖον ἐκλέγεται ὡς ἀρχὴ τῆς κινήσεως, καλεῖται **διάστημα**.

Χαρακτηριστικὰ στοιχεῖα πάσης κινήσεως εἶναι ἡ **ταχύτης** καὶ ἡ **ἐπιτάχυνσις**. Ἄμφότερα δὲ τὰ μεγέθη ταῦτα εἶναι ἀνυσματικά μεγέθη καὶ καθορίζονται τελείως ὅταν δοθοῦν: ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ, ἡ μονὰς μετρήσεως καὶ ἡ διεύθυνσις αὐτῶν.

Οὕτω π.χ. ὅταν λέγωμεν ἀπλῶς, ὅτι ἡ ταχύτης ἑνὸς κινήτου κατὰ τινὰ χρονικὴν στιγμὴν εἶναι 30 ἑκατοστόμετρα κατὰ δευτερόλεπτον (30 cm/sec), διὰ τὴν Φυσικὴν ἢ ταχύτης δὲν ὀρίζεται τελείως· διὰ νὰ ὀρισθῇ πλήρως πρέπει νὰ δοθῇ καὶ ἡ διεύθυνσις, πρὸς τὴν ὁποίαν κινεῖται τὸ σῶμα καὶ ἡ ὁποῖα συμπίπτει πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως. Διὰ τὸ παράδειγμα τοῦτο ἡ ταχύτης τοῦ σώματος εἶναι

πλήρως καθωρισμένη όταν λέγωμεν, ότι τὸ κινητὸν κινεῖται μὲ ταχύτητα 30 cm/sec καὶ μὲ διεύθυνσιν π.χ. πρὸς Βορρᾶν. Ἡ ταχύτης ἐνὸς κινητοῦ ἐντὸς ὄρισμένου χρονικοῦ διαστήματος θεωρεῖται **σταθερὰ (ἀμετάβλητος)**, ὅταν τόσον ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ, ὅσον καὶ ἡ διεύθυνσις αὐτῆς διατηροῦνται σταθεραὶ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τοῦ θεωρουμένου χρονικοῦ διαστήματος.

Ἡ ταχύτης ( $v$ ) **ὀρίζεται ὡς τὸ διανυόμενον διάστημα ὑπὸ τοῦ κινητοῦ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου**, μετράται δὲ ἐκ τοῦ πηλίκου τοῦ διανυομένου διαστήματος διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου.

Ἡ ἐπιτάχυνσις ( $\gamma$ ) **ὀρίζεται ὡς ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου**, μετράται δὲ ἐκ τοῦ πηλίκου τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου, κατὰ τὸν ὅποιον διαρκεῖ ἡ μεταβολή.

38. **Εὐθύγραμμος καὶ ὁμαλὴ κίνησις.** Ἐξ ὅλων τῶν κινήσεων ἀπλουστέρα εἶναι ἡ **εὐθύγραμμος καὶ ὁμαλὴ κίνησις**, ἡ ὁποία χαρακτηρίζεται ἐκ τούτου, ὅτι ἡ ταχύτης αὐτῆς εἶναι σταθερὰ καθ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν, ἥτοι:

$$v = \text{σταθ.}$$

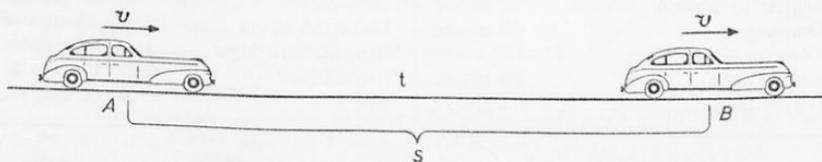
Μὲ ἄλλους λόγους, τὸ κινητὸν κινεῖται ἐπ' εὐθείας γραμμῆς καὶ τὸ εἰς ἐκάστην μονάδα τοῦ χρόνου διανυόμενον ὑπ' αὐτοῦ διάστημα ἔχει πάντοτε τὴν αὐτὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν.

Ἡ ἐξίσωσις τῆς εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῆς κινήσεως, ἐὰν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν, ὅτι τὸ κινητὸν διήνυσε εἰς χρόνον  $t$  τὸ διάστημα  $s$  — δηλαδὴ ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τῆς ἀρχικῆς θέσεως ἐκκινήσεως μέχρι τῆς τελικῆς εἶναι  $s$  —, ἡ δὲ σταθερὰ ταχύτης μὲ τὴν ὁποίαν κινεῖται εἶναι  $v$ , δύναται νὰ γραφῇ ὡς ἀκολούθως:

$$\boxed{\text{ταχύτης} = \frac{\text{διανυόμενον διάστημα}}{\text{χρόνος}}} \quad \eta \quad \boxed{v = \frac{s}{t}} \quad (1)$$

Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ταχύτητος ἀφήνομεν τὸ κινητὸν νὰ κινήθῃ ἐπὶ οἷον-δήποτε χρόνον  $t$  καὶ μετροῦμεν τὸ ἀντίστοιχον διάστημα  $s$ . Τότε συμφώνως πρὸς τὸν ὄρισμὸν τὸ πηλίκον  $s/t$  δίδει τὴν ταχύτητα τοῦ κινητοῦ.

Εἰς τὸ σχῆμα 32 δεικνύεται ἡ ἀλλαγὴ τῆς θέσεως τοῦ αυτοκινήτου, τὸ ὁποῖον



Σχ. 32. Διὰ τὸν ὄρισμὸν τῆς ταχύτητος  $v = s/t$ .

κινεῖται ἀπὸ A εἰς B μὲ σταθερὰν ταχύτητα ἐπὶ εὐθυγράμμου τροχιᾶς. Ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις εἶναι ἡ AB καὶ ὁ χρόνος, ὁ ὁποῖος διέρρησεν ἀπὸ A εἰς B, εἶναι  $t$  δευτερόλεπτα.

Ἐὰν ἡ ταχύτης ἐνὸς σώματος εἶναι γνωστή, ἢ διανυθεῖσα ἀπόστασις δύναται νὰ ὑπολογισθῇ διὰ δεδομένον χρόνον. Εἰς προβλήματα τοιούτου εἴδους ἡ ἐξίσωσις (1) λυομένη ὡς πρὸς  $s$  ἢ  $t$  γίνεται :

$$\boxed{s = v \cdot t} \quad (2) \quad \text{καὶ} \quad \boxed{t = \frac{s}{v}} \quad (3)$$

οἱ τύποι (1), (2) καὶ (3) λύουν ὅλα τὰ προβλήματα τῆς εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῆς κινήσεως.

**Διαστάσεις καὶ μονάδες ταχύτητος.** Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) ἐπὶ τῇ βάσει τῶν προηγουμένων (§ 7), εὐρίσκομεν

$$[v] = [L T^{-1}]$$

ἡ ἐξίσωσις δὲ αὕτη ἰσχύει τόσον διὰ τὸ σύστημα CGS ὅσον καὶ διὰ τὸ τεχνικὸν σύστημα (T. Σ.).

Εἰς τὸ σύστημα CGS ἡ μονὰς ταχύτητος εἶναι τὸ *1 ἐκατοστόμετρον κατὰ δευτερόλεπτον* ( $1 \text{ cm/sec}$  ἢ ἄλλως  $1 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1}$ ), καὶ διὰ τὸ τεχνικὸν σύστημα τὸ *1 μέτρον κατὰ δευτερόλεπτον* ( $1 \text{ m/sec}$  ἢ ἄλλως  $1 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ ): τὴν μονάδα δὲ ταύτην χρησιμοποιοῦμεν εἰς τοὺς τεχνικοὺς ὑπολογισμοὺς ὡς καὶ εἰς πλείεστας ἄλλας πρακτικὰς ἐφαρμογὰς.

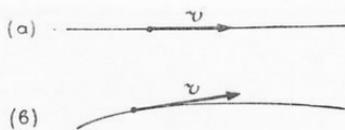
Συχνὰ χρησιμοποιοῦμεν καὶ ἄλλας μονάδας, ὡς π.χ. τὸ *1 χιλιόμετρον καθ' ὥραν* ( $1 \text{ km/h}$ ) ἢ τὸ *1 ναυτικὸν μίλιον καθ' ὥραν*, καλεῖται δὲ ἡ μονὰς αὕτη *κόμβος* καὶ χρησιμοποιεῖται πρὸς χαρακτηρισμὸν τῆς ταχύτητος πλοίων. Οὕτω λέγομεν, ὅτι ἡ ταχύτης ἐνὸς ἀντιτορπιλικοῦ εἶναι 32 κόμβων· τοῦτο σημαίνει ὅτι τὸ ἀντιτορπιλικὸν διανύει ἐντὸς μιᾶς ὥρας 32 ναυτικὰ μίλια ( $1 \text{ ναυτικὸν μίλιον} = 1852 \text{ μέτρα}$ ).

### Πίναξ ταχυτήτων.

Πεζὸς μὲ κανονικὸν βᾶδισμα	1,4 m/sec	Ἀμαξοστοιχία συνήθης	50 km/h
Δρομεὺς	7 m/sec	Ἀμαξοστοιχία ταχεῖα	90 km/h
Τροχοφόρα	15—20 km/h	Σφαῖρα ὄπλου	400—600 m/sec
Λέμβος μὲ κουπιὰ	3 m/sec	Ἀτιμόπλοιο	7—10 m/sec
Ἴστιοφόρα	5 m/sec	Πολεμικὰ πλοῖα	15 m/sec
Αὐτοκίνητον συνήθης	40—100 km/h	Ἦχος εἰς τὸν ἀέρα	340 m/sec
Ἄνεμος μέτριος	10 m/sec	Ἀεροπλάνον	250—700 km/h
Ἄνεμος ἰσχυρὸς	18 m/sec	Φῶς	300 000 km/sec

**39. Γραφικὴ παράστασις ταχύτητος.** Ὅσῳς θέλομεν νὰ ἐκφράσωμεν, ὅτι ἡ ταχύτης εἶναι μέγεθος, τὸ ὁποῖον χαρακτηρίζεται ἀπὸ ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν, παριστῶμεν αὐτὴν δι' ἐνὸς τμήματος εὐθείας, τοῦ ὁποῖου τὸ μῆκος ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα δεικνύει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς ταχύτητος, βέλος δὲ σημειούμενον εἰς τὸ ἐν ἄκρον αὐτοῦ δεικνύει τὴν διεύθυνσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν κινεῖ-

ται τὸ κινητὸν (σχ. 33). Τοιοῦτον τμήμα εὐθείας μετὰ βέλους εἰς τὸ ἄκρον αὐτοῦ καλεῖται, ὡς εἶδομεν, **ἄνυσμα** (βλ. § 30). Οὕτως εἰς τὸ σχῆμα 33 (α), ὅπου ἡ κίνησις εἶναι εὐθύγραμμος, ἡ ταχύτης παριστάται ὡς ἄνυσμα συμπίπτει μετὰ τὴν τροχίαν τοῦ κινητοῦ, ἐνῶ εἰς τὸ σχῆμα 33 (β) τὸ ἄνυσμα τῆς ταχύτητος εἰς καμπυλόγραμμον κίνησιν συμπίπτει μετὰ τὴν ἐφαπτομένην τῆς τροχιάς εἰς ἕκαστον σημεῖον ὅπου θεωροῦμεν, ὅτι εὐρίσκεται τὸ κινητὸν εἰς τὰς διαδοχικὰς μονάδας τοῦ χρόνου.



Σχ. 33. Τὸ ἄνυσμα δεικνύει τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος.

**Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Αὐτοκίνητον χρειάζεται 2 ὥρας διὰ νὰ φθάσῃ εἰς μίαν πόλιν ἀπέχουσαν 120 χιλιόμετρα πρὸς Ἀνατολάς. Ποία ἡ ταχύτης του.**

Ἡ διανυθείσα ἀπόστασις  $s$  εἰς τὸ πρόβλημα εἶναι 120 χιλιόμετρα ( $s = 120$  km) καὶ ὁ διαρρέυσας χρόνος  $t$  εἶναι δύο ὥραι ( $t = 2$  h), ἄρα ἡ ταχύτης τοῦ αυτοκινήτου εἶναι :

$$v = \frac{120}{2} = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

ἦτοι 60 χιλιόμετρα καθ' ὥραν καὶ με διεύθυνσιν πρὸς Ἀνατολάς.

Αἱ μονάδες εἶναι τόσον σπουδαῖαι, ὅσον καὶ οἱ ἀριθμοὶ καὶ πρέπει νὰ περιλαμβάνωνται πάντοτε ἀπαραίτητως εἰς τὴν ἀπάντησιν.

Ἐὰν θέλωμεν νὰ ἐκφράσωμεν τὴν ταχύτητα εἰς m/sec, πρέπει νὰ μετατρέψωμεν τὴν ἀπόστασιν εἰς μέτρα, ἦτοι 120 000 m καὶ τὸν χρόνον εἰς sec, ἦτοι  $2 \cdot 3\,600 = 7\,200$  sec, ὁπότε :

$$v = \frac{120\,000}{7\,200} = 16,67 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

ἦτοι ἡ ταχύτης τοῦ αυτοκινήτου εἶναι 16,67 μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον πρὸς Ἀνατολάς.

**2. Σιδηροδρόμος, ὁ ὁποῖος κινεῖται κατὰ μῆκος εὐθείας τροχιάς με σταθερὰν ταχύτητα, χρειάζεται 8 δευτερόλεπτα, ἵνα διανύσῃ ἀπόστασιν 20 μέτρων. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης του.**

Ἀφοῦ  $s = 20$  m καὶ  $t = 8$  sec, ἡ ταχύτης εἶναι :

$$v = \frac{20}{8} = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

ἦτοι ἡ ταχύτης τοῦ σιδηροδρόμου εἶναι 2,5 μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον.

**3. Ἐὰν σῶμα κινῆται με ταχύτητα 45 ἑκατοστομέτρων κατὰ δευτερόλεπτον (45 cm/sec), πόσον διάστημα εἰς ἑκατοστόμετρα θὰ διανύσῃ εἰς 2 λεπτά.**

Ἐπειδὴ ἡ ταχύτης δίδεται εἰς cm/sec καὶ τὸ διάστημα ζητεῖται εἰς cm, θὰ μετατρέψωμεν τὸν χρόνον 2 λεπτά (2 min) εἰς δευτερόλεπτα (sec). Ἐπειδὴ 1 min = 60 sec, θὰ εἶναι :  $t = 2 \cdot 60 = 120$  sec.

Ἐφαρμόζοντες τὸν τύπον :  $s = v \cdot t$  εὐρίσκομεν :

$$s = 45 \cdot 120 = 5\,400 \text{ cm}$$

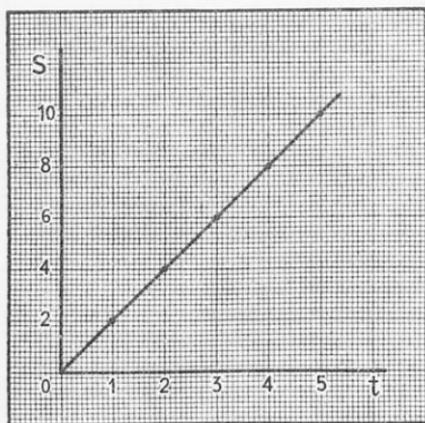
**4. Πλοῖον ταξιδεύει με μέσην ταχύτητα 30 μίλια καθ' ὥραν (30 mil/h). Πόσας ὥρας θὰ χρειασθῇ διὰ νὰ διανύσῃ διάστημα 175 μιλίων.**

Μολονότι εἰς τὸ πρόβλημα τοῦτο ἡ ταχύτης καὶ τὸ διάστημα δὲν εἶναι ἐκπεφρασμένα εἰς θεμελιώδεις μονάδας, ἐν τούτοις δυνάμεθα νὰ λύσωμεν ἀπ' εὐθείας τὸ πρόβλημα, χωρὶς νὰ μετατρέψωμεν τὰ δεδομένα, ἦτοι :

$$t = \frac{s}{v} = \frac{175}{30} = 5,83 \text{ h}$$

ἄρα θὰ χρειασθῇ 5,83 ὥρας, δηλ. περίπου 5 ὥρας καὶ 50 λεπτά.

40\*. Διάγραμμα εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως. Ἐστω ὅτι κινητὸν κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς, ὑπὸ ταχύτητα  $v = 2$  cm/sec, ὅτε εὐρίσκομεν τὸ διανυθὲν ὑπ' αὐ-



Σχ. 34. Τὸ διάγραμμα τοῦ διαστήματος, ὡς πρὸς τὸν χρόνον, εἰς τὴν ὁμαλὴν κίνησιν εἶναι εὐθεῖα γραμμὴ.

περίπτωσιν τῆς εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῆς κινήσεως εἶναι εὐθεῖα γραμμὴ.

**41. Μεταβαλλομένη κίνησις.** Ἡ κίνησις λέγεται μεταβαλλομένη, ὅταν ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ δὲν παραμένῃ σταθερά, ἦτοι :

$$v \neq \text{σταθ.}$$

Εἶδομεν (§ 37), ὅτι ἡ ταχύτης ὡς ἀνυσματικὸν μέγεθος χαρακτηρίζεται ἀπὸ δύο κυρίως στοιχεῖα, τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ τὴν διεύθυνσιν καὶ ὅτι, ὅταν καὶ τὰ δύο στοιχεῖα παραμένουν ἀμετάβλητα, ἡ ταχύτης εἶναι σταθερά. Οὕτω συνάγομεν ἀμέσως, ὅτι ἡ ταχύτης δὲν παραμένει χρονικῶς σταθερά, ὅταν μεταβάλλεται εἴτε τὸ ἓν ἐκ τῶν ἀνωτέρω δύο στοιχείων τῆς ταχύτητος εἴτε καὶ τὰ δύο.

Προκύπτουν λοιπὸν τὰ ἀκόλουθα εἶδη μεταβαλλομένης κινήσεως :

α) **Εὐθύγραμμος μεταβαλλομένη.** Ὅταν ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος διατηρῆται σταθερὰ καὶ μεταβάλλεται ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ αὐτῆς. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἡ διεύθυνσις τῆς ἐπιταχύνσεως συμπίπτει, ὡς θὰ ἴδωμεν, πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος ἢ δύναται νὰ εἶναι καὶ ἀντιθέτου διευσθύνσεως.

β) **Κυκλικὴ ὁμαλὴ κίνησις.** Ὅταν ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος παραμένῃ σταθερὰ καὶ μεταβάλλεται ἡ διεύθυνσις αὐτῆς. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἡ ἐπιτάχυνσις ἔχει, ὡς θὰ ἴδωμεν, ἀριθμητικὴν τιμὴν σταθερὰν καὶ διεύθυνσιν πρὸς τὸ κέντρον αὐτῆς, ἢ ὅποια εἶναι περιφέρεια κύκλου καὶ εἶναι κάθετος πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος.

γ) **Γενικὴ κίνησις.** Ὅταν μεταβάλλωνται τόσοσιν ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος, ὅσον καὶ ἡ διεύθυνσις αὐτῆς. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ ἐπιτάχυνσις μεταβάλλεται κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ κατὰ διεύθυνσιν.

τοῦ διάστημα, εἰς οἵανδήποτε χρονικὴν στιγμήν, ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$s = 2t.$$

Πρὸς κατασκευὴν τοῦ διαγράμματος τῆς κινήσεως, σχηματίζομεν τὸν παρακείμενον πίνακα.

Χρόνος t	Διάστημα s
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8

κα. Ἀκολουθῶντας, λαμβάνομεν ὀρθογωνίους ἄξονας, καὶ τὸν μὲν ὀριζόντιον χαρακτηρίζομεν ὡς ἄξονα τοῦ χρόνου, τὸν δὲ κατακόρυφον ὡς ἄξονα διαστημάτων, καὶ ἐπὶ τούτων ἀναφέρομεν ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα τὰς ἀντιστοιχοῦσας τιμὰς χρόνου καὶ διαστήματος (σχ. 34).

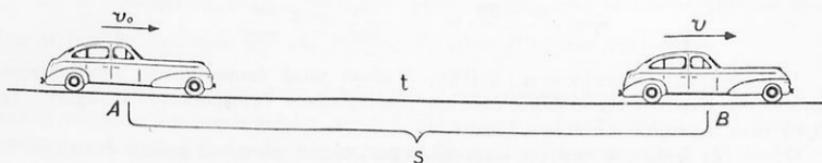
Οὕτω καθορίζομεν εἰς τὸ ἐπίπεδον σειρὰν παραστατικῶν σημείων, τὰ ὅποια ἐνούμενα διὰ συνεχοῦς γραμμῆς, παρέχουν τὸ διάγραμμα τῆς κινήσεως, τὸ ὅποιον εἰς τὴν πε-

Τοιούτου είδους κίνησιν εκτελεῖ π. χ. ὄβις ἐκσφενδογιζομένη ἀπὸ τῆς κάννης πυροβόλου.

Γενικῶς πᾶσα μεταβαλλομένη κίνησις ἔχει ἐπιτάχυνσιν, ἡ ὁποία καθορίζεται τελείως, ὅταν δοθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ καὶ ἡ διεύθυνσις αὐτῆς.

42. Α' — Εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη κίνησις. Ἐξ ὄλων τῶν μεταβαλλομένων κινήσεων ἀπλουστερά εἶναι ἡ εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη κίνησις. Κατὰ τὴν κίνησιν αὐτὴν ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος τοῦ κινητοῦ παραμένει ἀμετάβλητος, δηλαδὴ τὸ σῶμα κινεῖται ἐπ' εὐθείας γραμμῆς, ἡ δὲ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος αὐτοῦ αἰξάνεται κατὰ τὸ αὐτὸ ποσὸν εἰς ἑκάστην μονάδα τοῦ χρόνου, καλεῖται δὲ τὸ ποσὸν τοῦτο **ἐπιτάχυνσις**.

Ὡς ἀπλοῦν παράδειγμα εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως θεωροῦμεν τὸ αὐτοκίνητον τοῦ σχήματος 35. Λόγῳ τῆς ἐπενεργείας σταθερᾶς δυ-



Σχ. 35. Διὰ τὸν ὀρισμὸν τῆς ἐπιτάχυνσεως:  $\gamma = \frac{v - v_0}{t}$ .

νάμεως δημιουργουμένης ὑπὸ τῆς μηχανῆς τοῦ αὐτοκινήτου καὶ μεταδιδομένης εἰς τοὺς τροχοὺς, τὸ αὐτοκίνητον ἐπιταχύνεται σταθερῶς κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεώς του κατὰ μῆκος τῆς εὐθυγράμμου τροχιᾶς του καὶ οὕτως εκτελεῖ κίνησιν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην. Ἐὰν τὸ αὐτοκίνητον ἀναχωρῇ ἐκ τῆς ἠρεμίας, θὰ διέλθῃ μετὰ τινα χρόνον ἀπὸ τὸ Α μετὰ ταχύτητα  $v_0$ , τὴν ὁποίαν καλοῦμεν ἀρχικὴν ταχύτητα, ἐνῷ ἀργότερα διέρχεται ἀπὸ τὸ σημεῖον Β μετὰ μεγαλύτεραν ταχύτητα  $v$ , λόγῳ τῆς ἐπιτάχυνσεως. Ἡ ἀρχικὴ ταχύτης λοιπὸν εἶναι  $v_0$  καὶ ἡ τελικὴ  $v$ .

Ἐὰν ὁ χρόνος, ὁ ὁποῖος ἀπαιτεῖται διὰ νὰ μεταβῇ τὸ αὐτοκίνητον ἀπὸ τοῦ Α εἰς Β, εἶναι  $t$  δευτερόλεπτα, ἡ ἐπιτάχυνσις ( $\gamma$ ) τῆς κινήσεώς του, συμφώνως μὲ τὸν ὀρισμὸν τῆς ἐπιτάχυνσεως (βλ. σελ. 31), ὀρίζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$\text{ἐπιτάχυνσις} = \frac{\text{τελικὴ ταχύτης} - \text{ἀρχικὴ ταχύτης}}{\text{χρόνος διαρρέουσας}} \quad \text{ἢτοι:} \quad \gamma = \frac{v - v_0}{t} \quad (4)$$

Ὄταν τὸ σῶμα ἐκκινή ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ ἀποκτᾷ μετὰ πάροδον χρόνου  $t$  ταχύτητα  $v$ , τότε ἐπειδὴ ἡ ἀρχικὴ ταχύτης  $v_0 = 0$ , ἡ ἐπιτάχυνσις  $\gamma$ , ὡς συνάγεται ἐκ τῆς ἐξισώσεως (4), δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$\gamma = \frac{v}{t} \quad (5)$$

**Διαστάσεις και μονάδες επιταχύνσεως.** Ἡ επιτάχυνσις ἔχει διαστάσεις :

$$[\gamma] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{[L T^{-1}]}{[T]} = [L T^{-2}]$$

Εἰς τὸ **σύστημα CGS** μονὰς επιταχύνσεως εἶναι τό:  $1 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-2}$  ἤτοι :

$$1 \text{ cm/sec}^2$$

Εἰς δὲ τὸ **τεχνικὸν σύστημα (T. Σ)** μονὰς επιταχύνσεως εἶναι τό :

$$1 \text{ m/sec}^2$$

**Ἀριθμητικὸν παράδειγμα.** Ὑποθέσωμεν, ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ αὐτοκινήτου εἰς τὴν θέσιν Α (σχ. 35) εἶναι  $20 \text{ m/sec}$  καὶ εἰς τὴν θέσιν Β εἶναι  $40 \text{ m/sec}$  καὶ ὅτι χρειάζεται 4 δευτερόλεπτα διὰ νὰ μεταβῇ ἀπὸ τοῦ Α εἰς Β. Πόση εἶναι ἡ επιτάχυνσις του.

Δι' ἀντικατάστασός εἰς τὸν τύπον τῶν τιμῶν ἔχομεν :

$$\gamma = \frac{40 - 20}{4} = \frac{20}{4} \frac{\text{m}}{\text{sec}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

Ἡ ἀπάντησις ἀναγινώσκεται ὡς ἑξῆς: 5 μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον ἀνά δευτερόλεπτον, καὶ σημαίνει ὅτι εἰς τὸ τέλος ἐκάστου παρεχομένου δευτερολέπτου ἡ ταχύτης ἔχει ἀύξηθῆ κατὰ 5 μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον.

Οὕτως ἐὰν ἡ ἀρχικὴ ταχύτης εἶναι  $20 \text{ m/sec}$ , εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου δευτερολέπτου θὰ εἶναι  $25 \text{ m/sec}$ , εἰς τὸ τέλος τοῦ δευτέρου δευτερολέπτου  $30 \text{ m/sec}$ , εἰς τὸ τέλος τοῦ τρίτου δευτερολέπτου  $35 \text{ m/sec}$  καὶ εἰς τὸ τέλος τοῦ τετάρτου δευτερολέπτου  $40 \text{ m/sec}$ .

**43. Τύπος τῆς τελικῆς ταχύτητος.** Δι' ἐπιλύσεως τοῦ τύπου (4) ὡς πρὸς  $v$  ἐκφράζομεν τὴν τελικὴν ταχύτητα  $v$  διὰ τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος  $v_0$ , τῆς επιταχύνσεως  $\gamma$  καὶ τοῦ χρόνου  $t$ . Πράγματι δι' ἀπλοῦ ἀλγεβρικοῦ μετασχηματισμοῦ προκύπτει :

$$v = v_0 + \gamma t \quad (6)$$

Εἰς τὸ δεύτερον μέλος, ὁ πρώτος ὄρος ( $v_0$ ) παριστᾷ τὴν ἀρχικὴν ταχύτητα καὶ ὁ δεύτερος ( $\gamma \cdot t$ ) τὴν συνολικὴν αὕξησιν τῆς ταχύτητος εἰς χρόνον  $t$ .

Ἡ επιτάχυνσις εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς επιταχυνομένην κίνησιν εἶναι σταθερά, διότι διατηρεῖ καὶ τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ τὴν διεύθυνσιν αὐτῆς ἀμετάβλητον, δύναται δὲ νὰ εἶναι θετικὴ, ὅτε ἡ κίνησις λέγεται **επιταχυνομένη**, ἢ ἀρνητικὴ, ὁπότε ἡ κίνησις λέγεται **ἐπιβραδυνομένη**.

Ἡ επιτάχυνσις εἶναι θετικὴ, ὅταν ἔχη τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν πρὸς τὴν τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος, ὁπότε συντελεῖ εἰς αὕξησιν τῆς ταχύτητος, ἀρνητικὴ δὲ ὅταν ἔχη ἀντίθετον διεύθυνσιν πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος, ὅτε συντελεῖ εἰς ἐλάττωσιν αὐτῆς.

**Ἀριθμητικὰ παραδείγματα.** 1. Σῶμα μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα  $50 \text{ cm/sec}$  ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν  $8 \text{ cm/sec}^2$  ἐπὶ 5 δευτερόλεπτα. Ποία ἡ τελικὴ ταχύτης αὐτοῦ.

Τὰ γνωστὰ ποσὰ εἶναι:  $v_0 = 50 \text{ cm/sec}$ ,  $\gamma = 8 \text{ cm/sec}^2$  καὶ  $t = 5 \text{ sec}$ . Ἀντικαθιστώντες οὕτω τὰς τιμὰς ταύτας εἰς τὴν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν (6) ἔχομεν :

$$v = 50 + 8 \cdot 5 = 90 \text{ cm/sec}.$$

2. *Αυτοκίνητον κινείται υπό ταχύτητα 100 m/sec και ύφισταται λόγω λειτουργίας των φρένων επιτάχυνον  $-5 \text{ m/sec}^2$  επί 8 δευτερόλεπτα. Πόση ή ταχύτης αυτού είς τὸ τέλος τοῦ χρονικοῦ τούτου διαστήματος.*

Τὰ δεδομένα εἶναι  $v_0 = 100 \text{ m/sec}$  καὶ  $\gamma = -5 \text{ m/sec}^2$ , ὅτε ἐκ τοῦ τύπου (6) προκύπτει ὅτι:

$$v = 100 - 5 \cdot 8 = 100 - 40 = 60 \text{ cm/sec.}$$

Ἐάν εἰς τὴν ἐπιβραδυνομένην κίνησιν ἢ ἐπιβράδυνσις δὲν δίδεται ὡς ἀρνητικὴ ἐπιτάχυνσις, ἀλλ' ἀπλῶς λέγομεν, ὅτι ἡ ἐπιβράδυνσις τοῦ αυτοκινήτου εἶναι  $5 \text{ m/sec}^2$ , τότε ὁ τύπος (6) πρὸ τῆς χρησιμοποιήσεώς του πρέπει νὰ γραφῆ:

$$v = v_0 - \gamma t \quad (6')$$

ὅτε πάλιν καταλήγομεν εἰς τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα.

Ἐκ τοῦ τύπου (6') παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ κινητὸν δὲν κινεῖται ἐπ' ἄπειρον, ἀλλὰ θὰ ἔλθῃ στιγμή κατὰ τὴν ὁποίαν θὰ σταματήσῃ. Τοῦτο ὁμοῦ πραγματοποιεῖται, ὅταν ἡ τελικὴ ταχύτης  $v$  γίνῃ ἴση πρὸς μηδέν καὶ ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ νὰ μηδενισθῇ ἡ ταχύτης δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου (6'), ἐάν θέσωμεν  $v = 0$ , ὁπότε ἔχομεν:  $v_0 - \gamma t = 0$  καὶ  $t = v_0/\gamma$ .

Εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα εἶναι  $t = \frac{100}{5} = 20 \text{ sec}$ , ἤτοι τὸ αυτοκίνητον θὰ σταματήσει μετὰ 20 δευτερόλεπτα ἀπὸ τῆς στιγμῆς τῆς λειτουργίας τῶν φρένων του.

44. *Ἐκκίνησις ἐκ τῆς ἠρεμίας.* Ὅταν σῶμα ἐκκινήσῃ ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ ἐκτελεῖ κίνησιν ἐπιταχυνομένην τότε, ἐπειδὴ  $v_0 = 0$ , ἡ ἐπιτάχυνσις  $\gamma$  δίδεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν  $\gamma = v/t$  ὁπότε διὰ μετασχηματισμοῦ αὐτῆς προκύπτει:

$$v = \gamma \cdot t \quad (7)$$

*Ἀριθμητικὸν παράδειγμα.* Ἀεροπλάνον ἐκκινεῖται ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ κινούμενον εὐθύγραμμως ἐπὶ 8 δευτερόλεπτα ἔχει ἀποκτήσει ταχύτητα 60 χιλιομέτρων καθ' ὥραν ( $v = 60 \text{ km/h}$ ). Ποία ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς  $\text{m/sec}^2$ .

Ἐπειδὴ ὁ χρόνος δίδεται εἰς δευτερόλεπτα καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις ζητεῖται εἰς  $\text{m/sec}^2$ , πρέπει ἡ ταχύτης ἀπὸ  $\text{km/h}$  νὰ ἐκφρασθῇ εἰς  $\text{m/sec}$ . Ἐπειδὴ  $60 \text{ km} = 60\,000 \text{ m}$  καὶ  $1 \text{ ὥρα} = 3\,600 \text{ sec}$ , θὰ ἔχομεν:

$$v = \frac{60\,000}{3\,600} = 16,7 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

Ἐκ δὲ τοῦ τύπου (7) εὐρίσκομεν:  $\gamma = \frac{16,7}{8} = 2,08 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ .

45. *Μέση ταχύτης.* Ὡς εἶδομεν, μία ταχύτης εἶναι σταθερά, ὅταν ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος ὡς καὶ ἡ διεύθυνσις παραμένουν σταθεραί. Τὸ κινητὸν τότε κινεῖται ἐπ' εὐθείας καὶ εἰς ἕκαστον δευτερόλεπτον διανύει πάντοτε τὸ ἴδιον διάστημα.

Εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν τὸ σῶμα ἔχει μεταβλητὴν ταχύτητα, διότι εἰς ἴσους χρόνους, π.χ. εἰς ἕκαστον δευτερόλεπτον, δὲν διανύει τὸ αὐτὸ διάστημα. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην εἰσάγομεν τὴν μέσην ταχύτητα ( $\bar{v}$ ), ἡ ὁποία ὁρίζεται ἐκ τῆς σχέσεως:

$$\bar{v} = \frac{s}{t}$$

ὅπου  $t$  ὁ συνολικὸς χρόνος ποῦ ἀπητήθη διὰ νὰ διανυθῇ ἡ ὅλη ἀπόστασις  $s$ . Οὕ-

τως ή μέση ταχύτης ίσοῦται πρὸς τὴν σταθερὰν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν ἔπρεπε νὰ ἔχη τὸ κινητὸν, ἵνα τοῦτο εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον διανύῃ τὸ αὐτὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διανύει μὲ μεταβαλλομένην ταχύτητα.

Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως, ἐπειδὴ εἰς ἑκάστην μονάδα τοῦ χρόνου ἡ ταχύτης αὐξάνεται κατὰ τὸ αὐτὸ ποσόν, π.χ.  $v_0$ ,  $v_0 + \gamma$ ,  $v_0 + 2\gamma$  κ.ο.κ., βλέπομεν ὅτι ἡ ταχύτης μεταβάλλεται κατὰ πρόδον ἀριθμητικὴν, ἐπομένως ἡ μέση τιμὴ τῆς ταχύτητος ἐντὸς τοῦ χρονικοῦ διαστήματος  $t$  θὰ εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἡμίθροισμα τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος  $v_0$  καὶ τῆς τελικῆς  $v$ , ἦτοι :

$$\boxed{\text{μέση ταχύτης} = \frac{\text{ἀρχικὴ ταχύτης} + \text{τελικὴ ταχύτης}}{2}} \quad \text{ἦτοι:} \quad \boxed{\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}} \quad (8)$$

Ἐὰν τὸ σῶμα δὲν ἔχη ἀρχικὴν ταχύτητα, ὁπότε  $v_0 = 0$ , τότε  $\bar{v} = v/2$ .

**Ἀριθμητικὸν παράδειγμα.** Ἐὰν ἀπαιτοῦνται 5 δευτερόλεπτα διὰ νὰ αὐξηθῇ ἡ ταχύτης ἐνὸς σώματος ἀπὸ 20 cm/sec εἰς 50 cm/sec, ποία εἶναι : α) ἡ μέση ταχύτης καὶ β) ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις.

Τὰ δεδομένα ποσὰ εἶναι  $t = 5$  sec,  $v_0 = 20$  cm/sec καὶ  $v = 50$  cm/sec. Δι' ἀντικαταστάσεως τῶν τιμῶν εἰς τὴν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν (8) ἔχομεν :

$$\bar{v} = \frac{20 + 50}{2} = 35 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

Τὸ διανυόμενον διάστημα εὐρίσκεται ἐκ τῆς σχέσεως τῆς ὁμαλῆς κινήσεως  $s = v \cdot t$ , ὅπου τὸ  $v$  θὰ ἀντικατασταθῇ μὲ τὸ  $\bar{v}$ , τὸ δὲ  $t$  ἰσοῦται πρὸς 5 sec. Συνεπῶς ἔχομεν :

$$s = 35 \cdot 5 = 175 \text{ cm.}$$

**46. Τύποι τῆς κινήσεως.** Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ διαστήματος εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν, δὲν δυνάμεθα νὰ ἐφαρμόσωμεν τὸν γνωστὸν τύπον  $s = v \cdot t$  τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως, διότι ἐνταῦθα τὸ  $v$  δὲν παραμένει σταθερὸν, ἀλλ' ἔχει διαρκῶς μεταβαλλομένην τιμὴν. Δυνάμεθα ὅμως νὰ ἐφαρμόσωμεν τὸν τύπον :

$$s = \bar{v} \cdot t$$

διότι ἡ μέση ταχύτης ( $\bar{v}$ ) εἶναι ἐξ ὁρισμοῦ σταθερὰ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως. Ἐκ τῆς σχέσεως (8), ἂν τεθῇ ἡ ἀρχικὴ ταχύτης  $v_0 = 0$  καὶ κληθῇ  $v$  ἡ ταχύτης ἡ ἀποκτωμένη μετὰ χρόνον  $t$ , προκύπτει :

$$\bar{v} = \frac{v}{2} = \frac{\gamma t}{2}$$

Διὰ τῆς σχέσεως  $s = \bar{v} \cdot t$  λαμβάνομεν :

$$s = \frac{\gamma t}{2} \cdot t = \frac{1}{2} \gamma t^2$$

Ὅταν τὸ κινητὸν ἔχη ἀρχικὴν ταχύτητα  $v_0$  ἡ μέση ταχύτης εἶναι :

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v_0 + \gamma t}{2}$$

τὸ δὲ διανυόμενον διάστημα εἰς χρόνον  $t$  εἶναι :

$$s = \left( v_0 + \frac{\gamma t}{2} \right) t = v_0 t + \frac{1}{2} \gamma t^2$$

Οὕτω διὰ τὸ διάστημα προκύπτουν οἱ τύποι :

$$\boxed{s = \frac{1}{2} \gamma t^2} \quad (9) \quad \text{καὶ} \quad \boxed{s = v_0 t + \frac{1}{2} \gamma t^2} \quad (10)$$

Ἐξ ἄλλου διὰ τὴν ταχύτητα εὗρομεν ἤδη τοὺς τύπους :

$$\boxed{v = \gamma t} \quad (11) \quad \text{καὶ} \quad \boxed{v = v_0 + \gamma t} \quad (12)$$

Ἐάν ἐκ τοῦ τύπου (11) λάβωμεν τὴν τιμὴν  $t$ , ἥτοι  $t = v/\gamma$ , καὶ ἀντικαταστήσωμεν αὐτὴν εἰς τὸν τύπον (9), εὐρίσκομεν :

$$s = \frac{1}{2} \gamma \cdot \frac{v^2}{\gamma^2}$$

ἀπλοποιῶντες δὲ καὶ ἀπαλείφοντες τοὺς παρονομαστές, εὐρίσκομεν :

$$v^2 = 2 \gamma s \quad \eta \quad \boxed{v = \sqrt{2 \gamma s}} \quad (13)$$

Ὅμοίως, ἐάν ἐκ τῆς ἐξίσωσως (12) λάβωμεν τὴν τιμὴν τοῦ χρόνου :

$$t = \frac{v - v_0}{\gamma}$$

καὶ ἀντικαταστήσωμεν αὐτὴν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (10), εὐρίσκομεν :

$$s = v_0 \frac{v - v_0}{\gamma} + \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{v - v_0}{\gamma} \right)^2$$

$$s = \frac{v_0 \cdot v - v_0^2}{\gamma} + \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{v^2 - 2v \cdot v_0 + v_0^2}{\gamma^2} \right)$$

Ἐκτελοῦντες τὴν ἀναγωγὴν τῶν ὁμοίων ὄρων καὶ τὰς σχετικὰς ἀπλοποιήσεις, εὐρίσκομεν μετὰ τὴν ἀπαλοιφὴν τῶν παρονομαστῶν :

$$v^2 = v_0^2 + 2 \gamma s \quad \eta \quad \boxed{v = \sqrt{v_0^2 + 2 \gamma s}} \quad (14)$$

**Παρατήρησις.** Τοὺς ἀνωτέρω τύπους ἐπεξεργαζόμεθα ὀλίγον ἐκτενῶς διὰ νὰ δεῖξομεν, πῶς διὰ συνδυασμοῦ δύο ἤδη εὐρεθέντων βασικῶν τύπων εὐρίσκομεν τρίτον χρήσιμον δι' ἐπιλυσιν σχετικῶν προβλημάτων.

**Ἀριθμητικὰ παραδείγματα.** 1. Σῶμα μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 50 cm/sec ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 8 cm/sec<sup>2</sup> ἐπὶ 5 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ διάστημα, τὸ ὅποσον διανύει τὸ κινητὸν εἰς τὸν χρόνον τοῦτον.

Θὰ ἐφαρμόσωμεν τὸν τύπον:  $s = v_0 t + \frac{1}{2} \gamma t^2$ . Τὰ δεδομένα εἶναι:  $v_0 = 50$  cm/sec,

$\gamma = 8 \text{ cm/sec}^2$ ,  $t = 5 \text{ sec}$  και δι' αντίκαταστάσεως αὐτῶν εἰς τὸν τύπον λαμβάνομεν:

$$s = 50 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5^2 = 350 \text{ cm.}$$

2. *Ἀυτοκίνητον κινεῖται ὑπὸ ταχύτητα 100 m/sec και ὑφίσταται λόγω λειτουργίας τῶν φρένων ἐπιτάχυνσιν  $-5 \text{ m/sec}^2$  ἐπὶ 8 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ διάστημα ποὺ διανύει τὸ κινητὸν ἐντὸς 8 sec.*

Θὰ χρησιμοποιήσωμεν τὸν τύπον:  $s = v_0 t + \frac{1}{2} \gamma t^2$ . Δεδομένα εἶναι:  $v_0 = 100 \text{ m/sec}$ ,  $\gamma = -5 \text{ m/sec}^2$  και  $t = 8 \text{ sec}$ . Δι' ἀντικαταστάσεως αὐτῶν εἰς τὸν τύπον ἔχομεν:

$$s = 100 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8^2 = 640 \text{ m.}$$

3. *Εἰς τὸ ἀνωτέρω πρόβλημα νὰ καθορισθῇ πόσον διάστημα θὰ διανύσῃ τὸ αὐτοκίνητον ἀπὸ τῆς στιγμῆς τῆς λειτουργίας τῶν φρένων του μέχρις οὗτο σταματήσῃ.*

Θὰ ἐφαρμόσωμεν τὸν τύπον  $s = v_0 t + \frac{1}{2} \gamma t^2$ , ὅπου  $v_0 = 100 \text{ m/sec}$  και  $\gamma = -5 \text{ m/sec}^2$ , ὁ δὲ χρόνος  $t$  θὰ ὑπολογισθῇ ἐκ τοῦ τύπου (6'), ἤτοι  $t = \frac{v_0}{\gamma} = \frac{100}{5} = 20 \text{ sec}$ , ὁπότε δι' ἀντικαταστάσεως εὐρίσκομεν:

$$s = 100 \cdot 20 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 20^2 = 1000 \text{ m.}$$

Τὸ αὐτὸ πρόβλημα δύναται νὰ λυθῇ εὐκολώτερον διὰ τοῦ τύπου:  $v^2 = v_0^2 - 2 \gamma s$ , ἐὰν θέσωμεν  $v = 0$ , ὅτε προκύπτει:  $v^2 = v_0^2 - 2 \gamma s = 0$ . Θέτοντες δὲ  $v_0 = 100 \text{ m/sec}$  και  $\gamma = -5 \text{ m/sec}^2$  εὐρίσκομεν  $100^2 = 10 \cdot s$  και  $s = \frac{10000}{10} = 1000 \text{ m}$ .

Τὸ διάστημα  $s = v_0^2 / 2 \gamma$ , τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ διανύσῃ τὸ κινητὸν διὰ νὰ σταματήσῃ κατὰ τὴν ἐπιβραδυνομένην κίνησιν, καλεῖται *μέγιστον διάστημα*.

4. *Σιδηρόδρομος κινεῖται ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα 15 χιλιομέτρων καθ' ὥραν και αἰφνης ὑφίσταται ὑπὸ τῆς μηχανῆς ἐπιτάχυνσιν  $5 \text{ m/sec}^2$  ἐπὶ διαδρομῆς 0,1 χιλιομέτρων. Ποία ἡ τελικὴ ταχύτης αὐτοῦ.*

Τὸ πρόβλημα τοῦτο λύεται εὐκολώτερον, ἐὰν μετατρέψωμεν τὴν ταχύτητα τοῦ σιδηροδρόμου εἰς  $\text{m/sec}$  και τὴν διαδρομὴν εἰς μέτρα. Οὕτω θὰ εἶναι:  $v_0 = \frac{15 \cdot 1000}{3600} = 4,25 \text{ m/sec}$ ,  $s = 100 \text{ m}$ . Ἐφαρμόζομεν τὸν τύπον:  $v^2 = v_0^2 + 2 \gamma s$ , ὁπότε ἔχομεν:

$$v^2 = 4,25^2 + 2 \cdot 5 \cdot 100 = 1018 \text{ και } v = \sqrt{1018} = 31,6 \text{ m/sec ἢ } v = \frac{31,6 / 1000 \text{ km}}{1 / 3600 \text{ h}} = 114 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

ἤτοι ἡ τελικὴ ταχύτης τοῦ σιδηροδρόμου εἶναι  $v = 114$  χιλιόμετρα καθ' ὥραν.

47. *Νόμοι τῆς εὐθύγραμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως. Οἱ τύποι (7) και (9) παρέχουν τοὺς νόμους τῆς εὐθύγραμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως, ὅταν τὸ σῶμα ἀναχωρῇ ἐκ τῆς ἡρεμίας· οἱ νόμοι δὲ οὗτοι εἶναι οἱ ἀκόλουθοι:*

1. *Ἡ ταχύτης εἶναι ἀνάλογος τοῦ χρόνου.*

2. *Τὸ διανυόμενον διάστημα εἶναι ἀνάλογον τοῦ τετραγώνου τοῦ χρόνου.*

48. Ανακεφαλαίωσης. Οί τύποι οι λύνοντες όλα τα προβλήματα της εὐθύγραμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως εἶναι :

Ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος	Μετ' ἀρχικῆς ταχύτητος καὶ ἐπιταχύνσεως	Μετ' ἀρχικῆς ταχύτητος καὶ ἐπιβραδύνσεως
$v = \gamma t$	$v = v_0 + \gamma t$	$v = v_0 - \gamma t$
$s = \frac{1}{2} \gamma t^2$	$s = v_0 t + \frac{1}{2} \gamma t^2$	$s = v_0 t - \frac{1}{2} \gamma t^2$
$v = \sqrt{2\gamma s}$	$v = \sqrt{v_0^2 + 2\gamma s}$	$v = \sqrt{v_0^2 - 2\gamma s}$

Ἡ ἐπιτάχυνσις, εἶδομεν, ὅτι δύναται νὰ εἶναι θετική, ὅταν ἡ διεύθυνσις αὐτῆς συμπίπτῃ πρὸς τὴν τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος, ὅτε ἡ κίνησις εἶναι ἐπιταχυνομένη, ἢ ἀρνητική ὅταν ἡ διεύθυνσις αὐτῆς εἶναι ἀντίθετος πρὸς τὴν τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος, ὁπότε ἡ κίνησις εἶναι ἐπιβραδυνομένη.

Ἡ ἐπιβράδυνσις δίδεται συνήθως ὡς ἀρνητικὴ ἐπιτάχυνσις. Π. χ. ὅταν λέγωμεν, ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι  $\gamma = -5 \text{ m/sec}^2$ , νοοῦμεν κίνησιν ἐπιβραδυνομένην. Ἐὰν δὲ ἡ δοθεῖσα ἐπιτάχυνσις τεθῇ εἰς τοὺς τύπους τοὺς ἀναφερομένους εἰς κίνησιν μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα, βλέπομεν ὅτι τὸ σημεῖον τῶν δευτέρων ὄρων ἀλλάσσει. Ἐὰν ὅμως δίδεται, ὅτι ἡ ἐπιβράδυνσις εἶναι  $\gamma = 5 \text{ m/sec}^2$ , πρέπει πρὸ τῆς ἀντικαταστάσεως τῆς τιμῆς τῆς ἐπιβραδύνσεως ν' ἀλλάξωμεν τὸ σημεῖον τῶν δευτέρων ὄρων τῶν σχετικῶν τύπων, ὁπότε προκύπτουν αἱ ἐξισώσεις τῆς τρίτης στήλης τοῦ πίνακος.

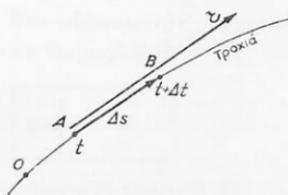
49. Ἐλευθέρᾳ πτώσει τῶν σωμάτων. Ἡ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἕλξεως τῆς Γῆς ἐλευθέρᾳ πτώσει τῶν σωμάτων εἶναι κίνησις εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη καὶ ἰσχύουν καὶ δι' αὐτήν, ὡς θὰ ἴδωμεν εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς βαρῦτητος, οἱ αὐτοὶ τύποι.

Ἡ σταθερὰ ἐπιτάχυνσις δι' ὠρισμένον τινὰ τόπον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, τὴν ὁποίαν ἔχουν τὰ ἐλευθέρως πλίντονα σώματα, παριστάται διὰ τοῦ γραμμικοῦ  $g$ , ἡ δὲ ἀριθμητικὴ τιμὴ αὐτῆς εἶναι διὰ μέσα πλάτη περίπου  $981 \text{ cm/sec}^2$ . Ἡ πτώσις θεωρεῖται ἐλευθέρᾳ, ὅταν δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος. Εἰς τοὺς πρακτικοὺς ὑπολογισμοὺς λαμβάνεται χάριν εὐκολίας  $g = 1000 \text{ cm/sec}^2$ .

50\*. Στιγμαία ταχύτης. Ἐστω κινητὸν κινούμενον ἐπὶ τῆς τυχούσης καμπυλογραμμίου τροχιάς (σχ. 36) καὶ ὅτι κατὰ τινὰ χρονικὴν στιγμὴν εὐρίσκειται εἰς τὸ σημεῖον Α. Ἡ θέσις αὐτοῦ καθορίζεται ὑπὸ τοῦ μήκους τοῦ τόξου  $OA = s$ , λογιζομένου ἐκ τινος σημείου Ο, ὅπερ λαμβάνεται κατὰ συνθήκην ὡς ἀρχὴ μετρήσεως τῶν ἀποστάσεων. Μετὰ παρέλευσιν λίαν μικροῦ χρονικοῦ διαστήματος  $\Delta t$ , τὸ κινητὸν θὰ φθάσῃ εἰς τὴν θέσιν Β, διανθὼν τὸ λίαν μικρὸν τόξον  $AB = \Delta s$ . Ἐντὸς τοῦ χρονικοῦ διαστήματος  $\Delta t$  δυνάμεθα, ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος, νὰ ταυτίσωμεν τὸ τόξον  $AB$  πρὸς τὴν χορδὴν  $AB$  καὶ πρὸς τοῦτοις νὰ θεωρήσωμεν τὴν κίνησιν τοῦ σώματος κατὰ μῆκος τοῦ διαστήματος  $AB$  ὡς εὐθύγραμμον καὶ ὁμαλὴν. Τότε ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος ἐντὸς τοῦ ἀπειροστοῦ διαστήματος θὰ παρέχεται ἀπὸ τὸν τύπον:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

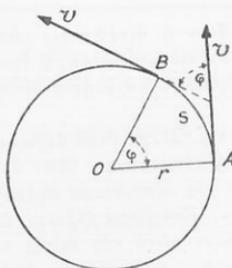
Ἡ τιμὴ αὕτη παριστᾷ, κατὰ μεγάλῃν προσέγγισιν, καὶ τὴν ταχύτητα τοῦ κινητοῦ εἰς τὸ



Σχ. 36. Ἡ ταχύτης  $v$  εἶναι ἐφαπτομένη τῆς τροχιάς εἰς τὸ θεωρούμενον σημεῖον.

σημείων Α' τούτο δὲ ἀληθεύει, τόσον μᾶλλον ὅσον τὸ χρονικὸν διάστημα  $\Delta t$ , καὶ ἐπομένως τὸ μήκος τοῦ τόξου  $\Delta s$ , εἶναι μικρότερον. Ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος συμπίπτει πρὸς τὴν ἐφαπτομένην εἰς τὸ σημεῖον Α, διότι ὅταν τὰ σημεῖα Α καὶ Β κείνται λίαν πλησίον ἀλλήλων, ἡ χορδὴ ΑΒ συμπίπτει αἰσθητῶς πρὸς τὴν ἐφαπτομένην ἐπὶ τῆς τροχιάς εἰς τὸ σημεῖον Α. Τοιουτοτρόπως καταλήγομεν εἰς τὸ συμπέρασμα, ὅτι ἡ ταχύτης ὑλικῶν σημείων, κινουμένων ἐπὶ καμπυλογράμμου τροχιάς, εἰς πᾶσαν χρονικὴν στιγμήν ἔχει διεύθυνσιν συμπίπτουσαν πρὸς τὴν ἐφαπτομένην τῆς τροχιάς εἰς τὴν θέσιν, εἰς τὴν ὁποίαν εὐρίσκειται τὸ κινητὸν, ἢ δὲ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος εἶναι ἴση πρὸς  $\frac{\Delta s^1}{\Delta t}$ .

51. Β'—Κίνησις ὁμαλὴ ἐπὶ κυκλικῆς τροχιάς. Ἐστω ὅτι ὑλικὸν σημεῖον



Σχ. 37. Ἡ ταχύτης  $v$  ἔχει διεύθυνσιν τὴν ἐφαπτομένην εἰς ἐκάστην θέσιν τοῦ κινητοῦ.

Α (σχ. 37) κινεῖται ἐπὶ περιφερείας κύκλου, κατὰ τοιοῦτον ὁμοῦ τρόπον, ὥστε εἰς ἐκάστην μονάδα τοῦ χρόνου νὰ διαγράφῃ τόξον τοῦ αὐτοῦ μήκους. Τότε ἡ κίνησις τοῦ ὑλικῶν σημείου καλεῖται *κυκλικὴ ὁμαλὴ κίνησις*. Ἡ κίνησις αὕτη εἶναι προδήλως μεταβαλλομένη, διότι ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος παραμένει σταθερά, μεταβάλλεται ὁμοῦ συνεχῶς ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος, ἢ ὁποία συμπίπτει πάντοτε πρὸς τὴν ἐφαπτομένην ἐπὶ τῆς τροχιάς εἰς τὰς διαφόρους θέσεις τοῦ κινητοῦ.

Τοιαύτην κίνησιν ἐκτελεῖ ἓν σημεῖον τροχοῦ, π.χ. σφονδύλου μηχανῆς, στρεφομένου ὑπὸ σταθερὸν ἀριθμὸν στροφῶν ἀνά μονάδα χρόνου.

Οὕτως ἐὰν τὸ κινητὸν, εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου, εὐρίσκειται εἰς τὴν θέσιν Α καὶ μετὰ παρέλευσιν χρόνου  $t$  εὐρίσκειται εἰς τὴν θέσιν Β, δεχθῶμεν δὲ ὅτι τὸ τόξον  $AB = s$ , τότε τὸ πηλίκον  $s/t$  ὀρίζει τὸ μέτρον τῆς ταχύτητος ἢ ἄλλως τῆς γραμμικῆς ταχύτητος τοῦ κινητοῦ, ἥτοι:  $v = s/t$ .

52. Περίοδος καὶ συχνότης. Χαρακτηριστικὰ μεγέθη τῆς κυκλικῆς κινήσεως εἶναι ἡ *περίοδος* καὶ ἡ *συχνότης*.

Ἐξ ἄλλου ἡ συχνότης παριστᾷ τὸν ἀριθμὸν τῶν περιφορῶν τοῦ σώματος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου καὶ συμβολίζεται διὰ τοῦ γράμματος  $\nu$ .

Ἐξ ἄλλου ἡ περίοδος παριστᾷ τὸν χρόνον ἐξ ὁποίου τὸ σῶμα ἐκτελεῖ ἓν πλήρη περιφορὰν καὶ συμβολίζεται διὰ τοῦ γράμματος  $T$ .

Ἐξ ἄλλου ἡ συχνότης παριστᾷ τὸν ἀριθμὸν τῶν περιφορῶν τοῦ σώματος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου καὶ συμβολίζεται διὰ τοῦ γράμματος  $\nu$ .

Ἐξ ἄλλου ἡ περίοδος παριστᾷ τὸν χρόνον ἐξ ὁποίου τὸ σῶμα ἐκτελεῖ ἓν πλήρη περιφορὰν καὶ συμβολίζεται διὰ τοῦ γράμματος  $T$ .

Ἐξ ἄλλου ἡ συχνότης παριστᾷ τὸν ἀριθμὸν τῶν περιφορῶν τοῦ σώματος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου καὶ συμβολίζεται διὰ τοῦ γράμματος  $\nu$ .

Ἐξ ἄλλου ἡ περίοδος παριστᾷ τὸν χρόνον ἐξ ὁποίου τὸ σῶμα ἐκτελεῖ ἓν πλήρη περιφορὰν καὶ συμβολίζεται διὰ τοῦ γράμματος  $T$ .

Ἐξ ἄλλου ἡ συχνότης παριστᾷ τὸν ἀριθμὸν τῶν περιφορῶν τοῦ σώματος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου καὶ συμβολίζεται διὰ τοῦ γράμματος  $\nu$ .

$$\boxed{\nu = \frac{1}{T}} \quad \text{ἥτοι:} \quad \boxed{\text{συχνότης} = \frac{1}{\text{περίοδος}}} \quad (1)$$

Ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων τῆς συχνότητος εἶναι:

$$[\nu] = \left[ \frac{1}{T} \right] = [T^{-1}]$$

<sup>1</sup> Τὸ σύμβολον  $\Delta$  ὑποδηλοῖ πολὺ μικρὰν, ἀλλὰ πεπερασμένην (μετρητέαν) μεταβολὴν τοῦ ἀντιστοιχοῦ μεγέθους.

Είναι προφανές ότι η περίοδος, ως χρόνος, μετράται εις μονάδας χρόνου (sec). Έξ άλλου εκ τῆς σχέσεως (1) προκύπτει, ότι η συχνότης μετράται εις  $\frac{1}{\text{sec}}$ , δηλ.  $\text{sec}^{-1}$ . Η μονάς αὕτη καλεῖται καὶ **Hertz (Hz)** ἢ *κύκλος κατὰ δευτερόλεπτον* καὶ συμβολίζεται τότε ὡς 1 c/sec ἢ CPS (Cycle per second).

Εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα, προκειμένου περὶ στροφομένου περὶ ἄξονα σώματος, ἡ συχνότης ἐκφράζεται συνήθως εἰς *στροφὰς κατὰ λεπτόν*.

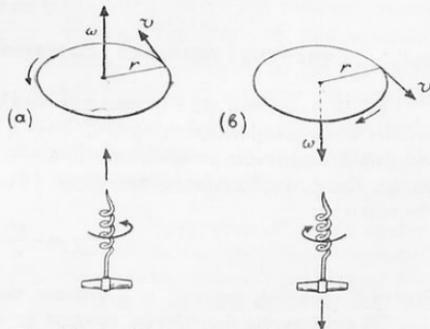
Οὕτως εἰς τὸ σχῆμα 37 ἐὰν νὰ ἐπανέλθῃ τὸ κινητὸν εἰς τὴν ἀρχικὴν του θέσιν Α, ἀφοῦ διαγράψῃ διὰ μίαν φορὰν ὁλόκληρον τὴν περιφέρειαν, ἀπαιτῆται χρόνος  $t = \frac{1}{10}$  sec, ἡ περίοδος εἶναι ἀκριβῶς ἴση πρὸς  $\frac{1}{10}$  sec, ἡ δὲ συχνότης εἶναι 10 στροφὰι ἀνά δευτερόλεπτον ( $\nu = 10 \text{ sec}^{-1}$  ἢ 10 Hz).

**53. Γωνιακὴ ταχύτης.** Κατὰ τὸ χρονικὸν διάστημα  $t$ , ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος τοῦ κινητοῦ μεταβάλλεται κατὰ γωνίαν  $\varphi$ , ἡ ὁποία ἰσοῦται πρὸς τὴν ἐπίκεντρον γωνίαν τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τόξον  $s$  (σχ. 37).

Ἐπὶ τῇ βάσει τῆς γωνίας  $\varphi$  καὶ τοῦ χρόνου  $t$  ὁρίζεται ἡ γωνιακὴ ταχύτης  $\omega$  τοῦ κινητοῦ, ὑπὸ τῆς σχέσεως :

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \quad \text{ἢτοι:} \quad \text{γωνιακὴ ταχύτης} = \frac{\text{γωνία στροφῆς}}{\text{χρόνος}} \quad (1)$$

Ἡ γωνιακὴ ταχύτης  $\omega$  παριστᾶται γραφικῶς δι' ἀνύσματος, τὸ ὁποῖον συμβατικῶς λαμβάνεται ὡς κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τῆς κυκλικῆς τροχιάς (σχ. 38). Ἡ διεύθυνσις τοῦ ἀνύσματος  $\omega$  ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν διεύθυνσιν κινήσεως τοῦ σώματος, ὡς εἰς τὸ σχῆμα τοῦτο ἐμφαίνεται. Δηλαδή ἡ διεύθυνσις τοῦ ἀνύσματος τῆς γωνιακῆς ταχύτητος εὐρίσκεται ἐκ τῆς διευσθύνσεως, κατὰ τὴν ὁποίαν προχωρεῖ δεξιὸς κοχλίας (π. χ. ἐκποματιστής), ὅταν περιστρέφεται κατὰ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος ἐπὶ τῆς κυκλικῆς τροχιάς.



Σχ. 38. Διεύθυνσις τοῦ ἀνύσματος  $\omega$  τῆς γωνιακῆς ταχύτητος διὰ τὰς δύο φορὰς κινήσεως τοῦ σώματος.

**Διαστάσεις καὶ μονάδες γωνιακῆς ταχύτητος.** Ἐκ τοῦ τύπου (1), ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι ἡ γωνία  $\varphi$  ἀποτελεῖ ἀδιάστατον μέγεθος (βλ. § 7), τότε ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων τῆς γωνιακῆς ταχύτητος εἶναι :

$$[\omega] = \frac{[\varphi]}{[t]} = \frac{1}{[T]} = [T^{-1}]$$

καὶ μονάς αὕτης τό :

$$\frac{1}{\text{sec}} \quad \text{ἢ} \quad 1 \text{ sec}^{-1}$$

Ίσχύει δὲ καὶ διὰ τὰ δύο συστήματα μονάδων. Ἐπειδὴ ὁμως εἰς ἀμφότερα τὰ συστήματα ἡ μονὰς γωνίας εἶναι τὸ ἀκτίνιον (rad), συνήθως ὡς μονὰς τῆς γωνιακῆς ταχύτητος λαμβάνεται τὸ:

$$1 \text{ ἀκτίνιον/sec (1 rad/sec)}$$

ἢ ὅποια συμπίπτει πρὸς τὴν μονάδα  $\text{sec}^{-1}$ .

Οὕτω, ἐὰν  $\omega = 35 \text{ rad/sec}$ , εἶναι ἐπίσης  $\omega = 35 \text{ sec}^{-1}$ .

**54. Σχέσις μεταξὺ γωνιακῆς ταχύτητος  $\omega$ , περιόδου  $T$  καὶ συχνότητος  $\nu$ .** Ὄταν τὸ σῶμα εἰς χρόνον μιᾶς περιόδου  $T$  διαγράφῃ μίαν πλήρη περιφέρειαν, στρέφεται κατὰ  $2\pi$  ἀκτίνια. Συμφώνως πρὸς τὸν ὀρισμὸν τῆς γωνιακῆς ταχύτητος (βλ. τύπον 1 § 53) θὰ εἶναι  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , ἐπειδὴ δὲ ἐξ ἄλλου  $\nu = \frac{1}{T}$  προκύπτει ἐπίσης  $\omega = 2\pi\nu$ . Τὸ  $\omega$  καλεῖται **πολλάκις καὶ κυκλικὴ συχνότης** καὶ ἐκφράζει τὸν ἀριθμὸν τῶν περιόδων τῶν περιεχομένων εἰς  $2\pi$  δευτερόλεπτα.

**55. Σχέσις μεταξὺ τῆς ταχύτητος  $v$  καὶ τῆς γωνιακῆς ταχύτητος  $\omega$ .** Εἶναι προφανές, ὅτι ὅλα τὰ σημεῖα σώματος περιστρεφομένου ὁμαλῶς περὶ ἄξονα διαγράφουν εἰς χρόνον  $t$  τὴν αὐτὴν γωνίαν  $\varphi$  καὶ συνεπῶς ἔχουν τὴν αὐτὴν γωνιακὴν ταχύτητα  $\omega$ . Δὲν συμβαίνει ὁμως τὸ ἴδιον προκειμένου περὶ τῆς γραμμικῆς ταχύτητος  $v$  τῶν σημείων τούτων. Πράγματι, τὰ σημεῖα τοῦ σώματος εἰς χρόνον μιᾶς περιόδου  $T$  διαγράφουν περιφέρειάς, τῶν ὁποίων τὸ μῆκος εἶναι τόσον μεγαλύτερον, ὅσον ἡ ἀπόστασις τοῦ θεωρουμένου σημείου ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς εἶναι μεγαλύτερα. Τοῦτο φαίνεται καὶ ἐκ τῆς ἐξισώσεως  $v = s/t = 2\pi r/T$  καὶ ἐπειδὴ  $2\pi/T = \omega$  προκύπτει ὅτι:

$$v = \omega \cdot r$$

ἥτοι: **ταχύτης (γραμμικῆ) = γωνιακὴ ταχύτης  $\times$  ἀκτὶς τροχιάς.**

**56. Ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν.** Ἡ κυκλικὴ ὁμαλὴ κίνησις, εἶδομεν, ὅτι εἶναι μεταβαλλομένη κίνησις, διότι ἡ ταχύτης διατηρεῖ σταθερὰν ἀριθμητικὴν τιμὴν, ἐνῶ ἡ διεύθυνσις μεταβάλλεται διαρκῶς. Ἐπομένως κατ' ἀνάγκην ἔχει ἐπιτάχυνσιν τῆς ὁποίας, ὅπως ἀποδεικνύεται κατωτέρω (βλ. § 64), ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ παρέχεται ὑπὸ τῶν τύπων:

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad (1)$$

ὅπου  $v$  ἡ γραμμικὴ ταχύτης,  $\omega$  ἡ γωνιακὴ ταχύτης καὶ  $r$  ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιάς.

Ἡ ἐπιτάχυνσις διευθύνεται πάντοτε ἐκ τῆς περιφερείας πρὸς τὸ κέντρον καὶ ἔνεκα τοῦ λόγου τούτου καλεῖται **κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις**· συντελεῖ δὲ ἀπλῶς εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς διευθύνσεως τῆς ταχύτητος, ἐνῶ ἀφήνει ἀμετάβλητον τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν αὐτῆς.

**Ἀριθμητικὸν παράδειγμα.** Σφόνδυλος μηχανῆς ἔχει ἀκτῖνα  $r = 3$  μέτρα. Νὰ υπολογισθῇ ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις, δεδομένου ὅτι ἐκτελεῖ εἰς ἓν πρῶτον λεπτόν ( $1 \text{ min}$ ) 38 στροφάς.

Τὸ θεωρούμενον σημεῖον τοῦ σφονδύλου ἀπέχει ἀπὸ τοῦ κέντρου αὐτοῦ κατὰ  $3\text{m}$ , ἥτοι εἶναι  $r = 3\text{m} = 300 \text{ cm}$ . Ἐξ ἄλλου εἶναι  $\nu = \frac{38}{60} = 0,63 \text{ Hz}$ , καὶ συνεπῶς ἡ κυκλικὴ συχνότης εἶναι:

$$\omega = 2\pi\nu = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,63 = 3,95 \text{ Hz.}$$

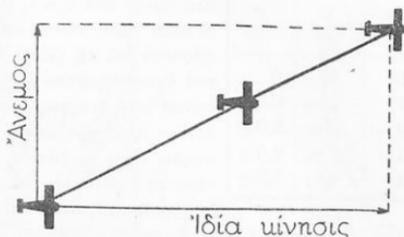
Ἐφαρμόζοντας τὴν γνωστὴν σχέσιν  $\gamma = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$ , ἀντικαθιστῶντες τὰ γνωστὰ καὶ ἐργαζόμενοι εἰς τὸ σύστημα μονάδων CGS λαμβάνομεν :

$$\gamma = 3,95^2 \cdot 300 = 4680 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

57. Ἀρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων. Ἡ κινηματικὴ συμπληροῦται ὑπὸ σπουδαιότατης ἐμπειρικῆς ἀρχῆς, ἣτις καλεῖται *ἀρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων* καὶ διατυποῦται ὡς ἑξῆς :

*Ἐὰν κινητὸν μετέχῃ δύο κινήσεων, ἐκάστη τούτων ἐκτελεῖται ὅλως ἀνεξαρτήτως τῆς ἐτέρας, καὶ ἡ θέσις εἰς τὴν ὁποίαν τὸ κινητὸν φθάνει, μετὰ παρέλευσιν ὁρισμένου χρόνου, εἶναι ἡ αὐτὴ, εἴτε ἐκάστη τῶν κινήσεων ἐκτελεῖται χωριστὰ, καὶ δὴ ἀνεξαρτήτως τοῦ τρόπου τῆς διαδοχῆς αὐτῶν, εἴτε ἐὰν ἀμφότεραι αἱ κινήσεις ἐκτελοῦνται ταυτοχρόνως.*

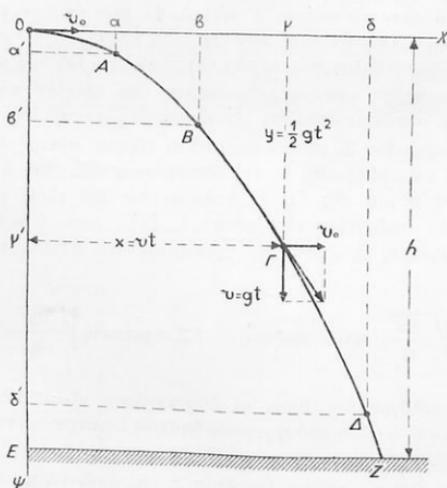
Εὐκόλως δεικνύεται, ὅτι ἡ θέσις εἰς τὴν ὁποίαν φθάνει τὸ κινητὸν, ἐφ' ὅσον μετέχῃ τῶν δύο κινήσεων, εἶναι τὸ ἄκρον τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου



Σχ. 39. Ὑπὸ τὴν σύγχρονον ἐπίδρασιν τῆς ἰδίας κινήσεως καὶ τῆς ἐκ τοῦ ἀνέμου, τὸ ἀεροπλάνον κινεῖται κατὰ τὴν διαγώνιον τοῦ παραλληλογράμμου.

τῶν διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν διαστημάτων, τὰ ὁποῖα τὸ κινητὸν θὰ διήνυε εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, ἐὰν μετείχε τῆς μιᾶς μόνον κινήσεως. Ἐφ' ὅσον αἱ δύο κινήσεις εἶναι ὁμοειδεῖς, π. χ. εὐθύγραμμοι καὶ ὁμαλαί, τὸ κινητὸν θὰ κινῆται ἐπὶ τροχιᾷ, ἡ ὁποία συμπίπτει πρὸς τὴν διαγώνιον τοῦ παραλληλογράμμου, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 39.

58. Ἐφαρμογαί. Α'—*Βολὴ ὀριζοντία*. Ἐστω, ὅτι πυροβόλον, εὐρισκόμενον εἰς ὕψος  $h$  ἀπὸ τοῦ εδάφους, βάλει βλήμα ὀριζοντίως, με ἀρχικὴν ταχύτητα  $v_0$ . Τὸ βλήμα ἐξερχόμενον τοῦ πυροβόλου μετέχῃ δύο κινήσεων, μιᾶς εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῆς, κατὰ διεύθυνσιν ὀριζοντίαν, καὶ ἐτέρας εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κατὰ τὴν κατακόρυφον, λόγῳ τῆς ἐλξεως τῆς Γῆς. Ὡς ἐκ τούτου, τὸ βλήμα ἐν τῇ κινήσει αὐτοῦ θὰ εὐρίσκηται εἰς τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον, τὸ ὀριζόμενον ὑπὸ τῆς κατακόρυφου καὶ



Σχ. 40. Παραβολικὴ τροχιὰ βλήματος ἐκσφηνδοιζόμενου ὀριζοντίως.

τῆς ὀριζοντίας τοῦ ταχύτητος. Πρὸς εὐθεσίαν τῆς τροχιᾶς τοῦ κινητοῦ, λαμβάνομεν ὀρθογώνιους ἄξονας, — OX ὀριζόντιον κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος  $v_0$ , καὶ OY

κατακόρυφον (σχ. 40). Αί εξισώσεις κινήσεως θά είναι, κατά την οριζοντιάν διεύθυνσιν:

$$x = v_0 t, \text{ και κατά την κατακόρυφον: } y = \frac{1}{2} g t^2.$$

\*Ηδη σχηματίζομεν τὸν κάτωθι πίνακα τῶν τιμῶν τῶν  $x$  καὶ  $y$  διὰ τὰς διαφόρους τιμὰς τοῦ  $t$ , ὀρίζοντες δὲ καταλλήλους κλίμακας διὰ τὸ  $v_0$  καὶ  $g$ , ἀναφέρομεν τὰς τιμὰς αὐτοῦ ἐπὶ τῶν δύο ἀξόνων, ἐργαζόμενοι ὡς ἐξῆς: Εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου, δηλαδὴ πρὸ

t sec	x cm	y cm
0	0	0
1	$1 \cdot v_0$	0,5·g
2	$2 \cdot v_0$	2,0·g
3	$3 \cdot v_0$	4,5·g
4	$4 \cdot v_0$	8,0·g

τῆς ἐκκινήσεως τοῦ βλήματος, ὅτε  $t = 0$ , θά εἶναι  $x = 0$  καὶ  $y = 0$ . Διὰ τιμὰς τοῦ  $t = 1, 2, 3, \dots$  sec προκύπτουν αἱ εἰς τὸν παρακείμενον πίνακα τιμαὶ τῶν  $x$  καὶ  $y$ . Τὰς τιμὰς τῶν  $x$  καὶ  $y$  τοῦ πίνακος, ἀναφέρομεν ἐπὶ τῆ βάσει τῶν ὀρισθεῶν κλίμακων ἐπὶ τῶν δύο ἀξόνων τοῦ διαγράμματος ἐργαζόμενοι ὡς ἐξῆς: Ἐὰν τὸ κινητὸν μετέχη μιᾶς μόνον τῶν κινήσεων, π.χ. μόνον τῆς ὀριζοντίας, διανύει μετὰ παρέλευσιν μιᾶς χρονικῆς μονάδος ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῆς κινήσεως τὸ διάστημα  $Oa = v_0$ , ἐὰν δὲ μετέχη μόνον τῆς κατακόρυφου κινήσεως, διανύει τὸ διάστημα  $Oa' = 0,5 \cdot g$ . Ἐὰν ὅμως μετέχη ταυτοχρόνως τῶν δύο κινήσεων, μετὰ παρέλευσιν μιᾶς χρονικῆς μονάδος ἀπὸ τῆς ἀρχῆς φθάνει εἰς τὸ σημεῖον  $A$ , ἄκρον τῆς διαγωνίου τῶν  $Oa$  καὶ  $Oa'$ , συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων.

Ὅμοιως τὸ κινητὸν, ἐὰν μετέχη μιᾶς μόνον τῶν κινήσεων, π.χ. τῆς ὀριζοντίας, μετὰ παρέλευσιν δύο χρονικῶν μονάδων ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῆς κινήσεως διανύει τὸ διάστημα  $O\beta = 2v_0$ , ἐνῶ ἐὰν μετέχη μόνον τῆς κατακόρυφου κινήσεως διανύει τὸ διάστημα  $O\beta' = 2g$ . Ἐφ' ὅσον ὅμως μετέχει καὶ τῶν δύο κινήσεων εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, θά φθάσῃ εἰς τὸ σημεῖον  $B$ , τὸ ὅποιον συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων εἶναι τὸ ἄκρον  $B$  τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ  $O\beta$  καὶ  $O\beta'$ .

Καθ' ὅμοιον τρόπον σκεπτόμενοι εὐρίσκομεν τὰ σημεῖα  $\Gamma$  καὶ  $\Delta$ , ἐκ τῶν ὁποίων τὸ πρῶτον εἶναι τὸ ἄκρον τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν  $O\gamma = 3v_0$  καὶ  $O\gamma' = 4,5 g$ , τὸ δὲ δεύτερον τὸ ἄκρον τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν  $O\delta = 4v_0$  καὶ  $O\delta' = 8 g$ .

Ἐὰν ἐνώσωμεν τὰ σημεῖα αὐτὰ διὰ συνεχῆς γραμμῆς, εὐρίσκομεν τὴν τροχιάν τὴν ὅποιαν θά ἀκολουθήσῃ τὸ κινητὸν καὶ ἥτις ἀποδεικνύεται ὅτι εἶναι καμπύλη παραβολή.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι τὸ σημεῖον  $Z$ , εἰς τὸ ὅποιον τὸ βλήμα πίπτει ἐξ ὕψους  $h$  θά συναστήσῃ τὸ ἔδαφος, δύναται νὰ καθορισθῇ ἐκ τῆς ἀποστάσεως  $EZ$ . Ἐπειδὴ δὲ αἱ δύο κινήσεις ἐκτελοῦνται ἀνεξαρτήτως ἢ μίᾳ τῆς ἄλλης, ἡ ἀπόστασις  $EZ$  εἶναι τὸ διάστημα, τὸ ὅποιον θά διανύσῃ τὸ κινητὸν ὀριζοντιῶς εἰς χρόνον  $t$ , ὅστις εἶναι ὁ χρόνος τὸν ὅποιον τὸ βλήμα, πίπτει κατακόρυφως ἐξ ὕψους  $h$ , χρειάζεται ἵνα φθάσῃ τὸ ἔδαφος (§ 47).

Ἐπειδὴ δὲ  $h = \frac{1}{2} g t^2$ , εὐρίσκομεν:  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$  καὶ ἐπομένως:  $EZ = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$ .

Ἐνταῦθα ἡ τροχιὰ τοῦ κινητοῦ εἶναι καμπυλόγραμμος, διότι αἱ δύο κινήσεις εἶναι ἀνομοειδεῖς, ἤτοι ἢ μίᾳ εὐθύγραμμος καὶ ὁμαλὴ καὶ ἢ ἄλλῃ εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη.

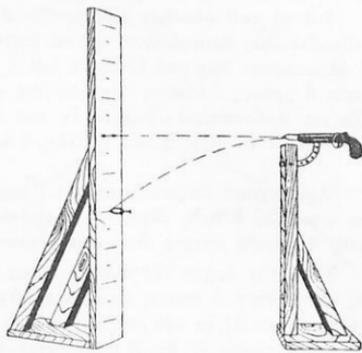
Ἡ ταχύτης τοῦ σώματος εἰς τὸ σημεῖον τῆς τροχιᾶς του, π.χ. τὸ  $\Gamma$  (σχ. 40), εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν δύο ταχυτήτων, τὰς ὁποίας ἔχει εἰς χρόνον  $t$  — δηλαδὴ τῆς ὀριζοντίας, ἢ ὅποια εἶναι σταθερὰ καὶ ἴση πρὸς  $v_0$ , καὶ τῆς κατακόρυφου, ἢ ὅποια ἰσοῦται πρὸς  $gt$ . Ἐπειδὴ δὲ αἱ δύο συνιστάσαι ταχύτητες εἶναι κάθετοι ἐπ' ἀλλήλας, ἡ τιμὴ τῆς ταχύτητος ἐπὶ τῆς τροχιᾶς εἰς  $\Gamma$ , τῆς ὁποίας ἡ διεύθυνσις συμπίπτει πρὸς τὴν τῆς ἐφαπτομένης εἰς  $\Gamma$ , παρέχεται ὑπὸ τοῦ τύπου:

$$\text{ταχύτης εἰς } \Gamma = \sqrt{v_0^2 + g^2 \cdot t^2}$$

Οὔτω, διὰ  $v_0 = 600 \text{ m/sec}$ ,  $g = 10 \text{ m/sec}^2$  καὶ  $t = 30 \text{ sec}$ , προκύπτει:  
 ταχύτης εἰς  $\Gamma = \sqrt{600^2 + 10^2 \cdot 30^2} = 671 \text{ m/sec}$  περίπου.

Ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ σώματος κατὰ τινὰ στιγμὴν εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν ἐπιταχύνσεων τῶν δύο κινήσεων. Εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσην ἢ καθ' ὀριζόντιαν διεύθυνσιν κίνησις τοῦ σώματος γίνεται μετὰ ταχύτητα  $v_0 = \text{σταθ.}$  καὶ συνεπῶς  $\gamma = 0$ , ἐνῶ ἡ ἑτέρα κίνησις λαμβάνουσα χώραν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους, ἔχει ἐπιτάχυνσιν σταθερὰν  $g$ . Συνεπῶς ἡ ὀλικὴ ἐπιτάχυνσις τοῦ βλήματος εἶναι διαρκῶς ἴση πρὸς τὸ  $g$ .

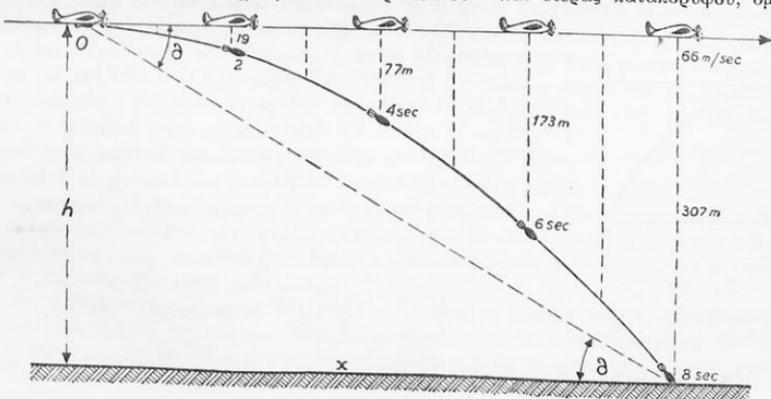
Εἰς τὴν διάταξιν τοῦ σχ. 41, πιστόλιον δι' ἐλατηρίου ἐκσφενδονίζει βλήμα, καὶ δεικνύεται ἡ παραβολικὴ τροχιά τὴν ὁποίαν τοῦτο ἀκολουθεῖ. Δυνάμεθα νὰ ἐπαληθεύσωμεν τοὺς ἀνωτέρω τύπους διὰ μετρούσεως, ἐπὶ ξυλίνου μετρικοῦ κανόνος εὐρισκομένου εἰς ὠρισημένην γνωστήν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ πιστολίου, τῆς κατακορύφου ἀποστάσεως τῆς θέσεως εἰς τὴν ὁποίαν ἐνσφηνοῦται τὸ βλήμα, ἐν σχέσει μετὰ τὴν ὀριζόντιαν διεύθυνσιν.



Σχ. 41. Πειραματικὴ διάταξις διὰ τὴν ἐκσφενδόνισιν βλήματος εἰς ὀριζόντιαν βολήν.

59. Βομβαρδισμὸς ἀπὸ ἀεροπλάνου. Ἐφαρμογὴν τῆς ὀριζοντίας βολῆς ἀποτελεῖ ὁ βομβαρδισμὸς ἀπὸ ἀεροπλάνου, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχ. 42. Τὸ ἀεροπλάνον ἵπταται εἰς σταθερὸν ὕψος καὶ κινεῖται ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, διὰ νὰ βομβαρδισθῇ δὲ στόχος εὐρισκόμενος ἐπὶ τοῦ ἐδάφους πρέπει ὁ ἀεροπόρος ν' ἀφήσῃ τὴν βόμβαν εἰς ὠρισημένην ὀριζοντίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ στόχου.

Ἡ βόμβα, ἀφιεμένη ἐλευθέρω, μετέχει δύο κινήσεων, μιᾶς ὀριζοντίας—ἢ ταχύτης τῆς ὁποίας συμπίπτει πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ ἀεροπλάνου— καὶ ἑτέρας κατακορύφου, ὁμαλῶς



Σχ. 42. Βομβαρδισμὸς ἀπὸ ἀεροπλάνου, στόχου εὐρισκομένου ἐπὶ τοῦ ἐδάφους.

ἐπιταχυνομένης ὑπὸ τὴν ἐπιτάχυνσιν  $g$  τῆς βαρύτητος. Συνεπεία τῶν δύο τούτων κινήσεων, ἡ βόμβα ἀκολουθεῖ τὴν παραβολικὴν τροχίαν τοῦ σχήματος καὶ οὕτω ἐπιτυγχάνει τὸν στόχον. Ἄξιον παρατηρήσεως εἶναι ὅτι, ὅταν ἡ βόμβα φθάσῃ ἐπὶ τοῦ στόχου, τὸ ἀεροπλάνον

εύρσκεται ἐπὶ τῆς κατακορύφου τῆς διερχομένης διὰ τοῦ στόχου, τοῦτο δὲ προδήλως ἰσχύει, ὅταν δὲν λαμβάνομεν ὑπ' ὄψιν τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος. Εἰς τὴν πραγματικότητα, λόγῳ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος, ἡ βόμβα ἐπὶ τοῦ στόχου δὲν εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου τῆς ἀγομένης ἐκ τῆς θέσεως τοῦ ἀεροπλάνου, ἀλλ' ὀλίγον ὀπισθεν αὐτῆς.

Διὰ τὰ καθορίσωμεν τὴν γωνίαν  $\theta$ , ὑπὸ τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ σκοπεύσῃ τὸν στόχον βομβαρδιστικὸν ἀεροπλάνον διὰ νὰ ἐπιτύχῃ αὐτόν, ἀπαιτοῦνται δύο στοιχεῖα, τὸ ὕψος ( $h$ ) τοῦ ἀεροπλάνου ἀπὸ τοῦ ἐδάφους τῆς βόμβας καὶ ἡ ταχύτης αὐτοῦ. Πράγματι ἐκ τοῦ ὕψους  $h$  ὑπολογίζεται ἡ ὀριζοντία ἀπόστασις ( $x$ ). Τότε ἐκ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου, τοῦ ὁποίου ἡ μία κάθετος πλευρὰ εἶναι τὸ ὕψος  $h$  καὶ ἡ ἄλλη, ἡ ὀριζοντία ἀπόστασις  $x$ , εὐρίσκομεν:  $\epsilon\phi\theta = h/x$ .

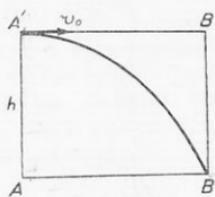
**Ἀριθμητικὰ παραδείγματα.** 1. *Ἀεροπλάνον ἵπταται εἰς ὕψος  $h = 100$  m μὲ ταχύτητα  $v = 200$  km/h. Ζητεῖται ὁ χρόνος, ὁ ὁποῖος θὰ μεσολαβῆσῃ ἀφ' ἧς στιγμῆς θὰ εἰσφθῆ ἡ βόμβα μέχρις ὅτου αὐτὴ συναντήσῃ τὸν στόχον.*

Κατὰ τὴν ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, ὁ ζητούμενος χρόνος  $t$  εἶναι ἴσος πρὸς τὸν χρόνον, ὁ ὁποῖος ἀπαιτεῖται, ὅπως ἡ βόμβα ἀφαιμένη ἐλευθέρῳ (δηλ. μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα  $v_0 = 0$ ) ἐκ τοῦ αὐτοῦ ὕψους  $h$  φθάσῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους.

Εἶναι προφανές, ὅτι ὁ ζητούμενος χρόνος εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος τῆς βόμβας, ἥτις εἶναι ἡ ἴδια μὲ τὴν τοῦ ἀεροπλάνου. Ὁ ζητούμενος ὁμοῦ χρόνος δίδεται ἀπὸ τὴν γνωστὴν ἐξίσωσιν  $s = \frac{1}{2} g t^2$ . Δι' ἐπιλύσεως ὡς πρὸς  $t$  λαμβάνομεν  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ , ὅπου ἐπέθη ἀντὶ  $s$  τὸ ὕψος  $h$ .

Πρὶν προχωρήσωμεν εἰς τὴν ἀλγεβρικὴν λύσιν τοῦ προβλήματος πρέπει νὰ ἐκλέξωμεν τὸ κατάλληλον σύστημα μονάδων. Ὡς τοιοῦτον ἐκλέγομεν τὸ CGS. Οὕτω ἔχομεν διὰ τὰ δεδομένα  $h = 100$  m  $= 10^4$  cm καὶ κατὰ προσέγγισιν  $g = 10^3$  cm/sec<sup>2</sup>. Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὴν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν λαμβάνομεν:  $t = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^4}{10^3}} = \sqrt{20} = 4,5$  sec.

2. *Βαρὺ σῶμα ἀφίεται νὰ πέσῃ ἀπὸ ἀεροπλάνου ἵπταμένου εἰς ὕψος 500 m μὲ ταχύτητα 360 km/h. Εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ποδὸς τῆς κατακορύφου θὰ πέσῃ.*



Σχ. 43.

Ζητεῖται τὸ μῆκος  $AB = s$  (σχ. 43). Τοῦτο ἴσοῦται πρὸς τὸ μῆκος  $A'B'$  τὸ ὁποῖον θὰ διήνευε τὸ σῶμα λόγῳ τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος  $v$ . Ὁ χρόνος  $t$  ὁ ἀπαιτούμενος ὅπως διανυθῆ τὸ διάστημα  $A'B'$  εἶναι ἴσος πρὸς τὸν χρόνον τὸν ἀπαιτούμενον, ὅπως τὸ σῶμα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους τοῦ διανύσῃ τὸ διάστημα  $h$ . Ὁ τελευταῖος οὗτος χρόνος εὐρίσκεται ἀπὸ τὴν σχέσιν:

$$h = \frac{1}{2} g t^2.$$

$$\text{*} \text{ Ἦτοι: } t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500}{10}} = 10 \text{ sec.}$$

\*Ἦδη τὸ διάστημα  $AB$  εὐρίσκομεν ἐκ τῆς σχέσεως  $s = vt$ , ὅπου θέτομεν  $t = 10$  sec καὶ

$$v = 360 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 360 \cdot 10^5 \frac{\text{cm}}{\text{h}} = \frac{3600 \cdot 10^4}{3600} \frac{\text{cm}}{\text{sec}} = 10^4 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

Ἦτοι:  $s = 10^4 \cdot 10 = 10^5$  cm  $= 10^3$  m  $= 1$  km. Ἐπομένως τὸ βλήμα θὰ πέσῃ ἐπὶ σημεῖον Β ἀπέχοντος 1 χιλιόμετρον ἀπὸ τοῦ ποδὸς τῆς κατακορύφου Α.

60. Β'—Βολὴ ὑπὸ γωνίαν. \*Ἐστὼ ὅτι πυροβόλον ὄπλον εὐρισκόμενον ἐπὶ τοῦ ἐδάφους

βάλλει βλήμα υπό αρχικήν ταχύτητα  $v_0$ , σχηματίζουσιν γωνίαν  $\theta$  ως πρὸς τὴν ὀριζοντίαν ΟΓ. Πρὸς εὐρεσιν τῆς τροχιάς, τὴν ὁποίαν ἀκολουθεῖ τὸ κινητὸν, ἀναφέρομεν τὰς τιμὰς τοῦ προηγουμένου πίνακος εἰς τοὺς ἄξονας ΟΧ καὶ ΟΨ, ἐργαζόμενοι δὲ καθ' ὅμοιον τρόπον εὐρίσκομεν τὴν καμπύλην ΟΓΔ (σχ. 44). Τὸ βλήμα συναναίτῃ τὸ ἔδαφος εἰς τὸ σημεῖον Γ, ἢ δὲ ἀπόστασις ΟΓ καλεῖται **βεληγενές**.

Πρὸς εὐρεσιν τῆς ταχύτητος καὶ ἐπιταχύνσεως τοῦ κινητοῦ καθ' ἑκάστην στιγμὴν εἰς τι τυχόν σημεῖον τῆς τροχιάς του ἐργαζόμεθα, ὡς ἐλέχθη καὶ εἰς τὴν περιπτώσιν τῆς ὀριζοντίας βολῆς.

Ἐπὶ τῆς σπουδῆς τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων θὰ ἐπανέλθωμεν ἐκτενέστερον εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Βαρύτητος.

### 61. Γ'—Κατακόρυφος βολὴ πρὸς τὰ κάτω.

Ἐφ' ὅσον τὸ σῶμα βάλλεται κατακόρυφος πρὸς τὰ κάτω ὑπὸ ἀρχικὴν ταχύτητα  $v_0$ , ἡ κίνησις αὐτῆ δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς σύνθετος, ἴητοι ἐκ μιᾶς ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα  $v_0$  καὶ ἑτέρας εὐθύγραμμου, ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης με ἐπιτάχυνσιν  $g$ , τῆς ὁποίας ἡ διεύθυνσις συμπίπτει πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος  $v_0$ . Ἐπομένως πρέπει νὰ ἔχωμεν διὰ τὴν ταχύτητα καὶ τὸ διάστημα, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων:

$$v = v_0 + gt \quad \text{καὶ} \quad s = v_0 t + \frac{1}{2} gt^2$$

62. Δ'—Κατακόρυφος βολὴ πρὸς τὰ ἄνω. Ἐφ' ὅσον τὸ σῶμα βάλλεται ὑπὸ ταχύτητα  $v_0$  κατακόρυφος πρὸς τὰ ἄνω, ἡ κίνησις αὐτοῦ δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς σύνθετος, ἴητοι ἐκ μιᾶς κινήσεως εὐθύγραμμου καὶ ὁμαλῆς, ὑπὸ ταχύτητα  $v_0$ , διευθυνομένης κατακόρυφος πρὸς τὰ ἄνω, καὶ ἑτέρας εὐθύγραμμου, ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης ὑπὸ ἐπιτάχυνσιν  $g$ , διευθυνομένης κατακόρυφος πρὸς τὰ κάτω, ἴητοι ἐχούσης διεύθυνσιν ἀντίθετον τῆς διευθύνσεως τῆς ταχύτητος  $v_0$ . Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, θὰ ἔχωμεν:

$$v = v_0 - gt, \quad \text{καὶ} \quad s = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$$

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. 1. Ἄνθρωπος εὐρισκόμενος ἐπὶ κωδωνοστασίου, εἰς ὕψος 60 m ἀπὸ τοῦ ἔδαφους, βάλλει κατακόρυφος ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω λίθον με ταχύτητα 15 m/sec. Ζητεῖται, με ποίαν ταχύτητα φθάνει ὁ λίθος εἰς τὸ ἔδαφος καὶ πόσον χρόνον θὰ χρειασθῇ πρὸς τοῦτο.

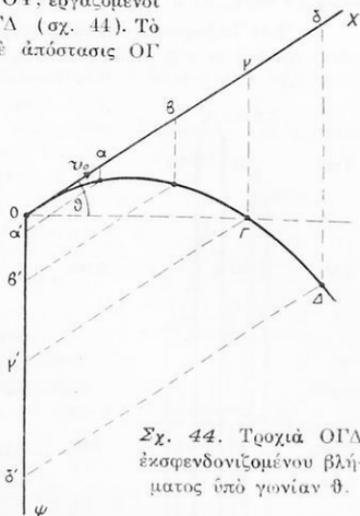
Ἐάν λάβωμεν πρὸς ἀπλοποιήσιν τῶν ὑπολογισμῶν  $g = 10 \text{ m/sec}^2$ , τότε συμφώνως πρὸς τοὺς ἀνωτέρω τύπους τῆς κατακόρυφου βολῆς πρὸς τὰ κάτω, ἐάν θέσωμεν  $v_0 = 15 \text{ m/sec}$  καὶ  $s = 60 \text{ m}$ , εὐρίσκομεν διὰ τὸν χρόνον τὴν δευτεροβάθμιον ἐξίσωσιν:

$$5t^2 + 15t - 60 = 0$$

ἡ ὁποία ἐπιλυομένη παρέχει μίαν ρίζαν θετικὴν  $t = 2,27 \text{ sec}$ , ἐνῶ ἡ ἑτέρα ὡς ἀρνητικὴ ἀπορρίπτεται.

Ἡ ταχύτης εὐρίσκεται ἐκ τοῦ τύπου  $v = v_0 + gt$ , ἐάν θέσωμεν  $v_0 = 15 \text{ m/sec}$ ,  $g = 10 \text{ m/sec}^2$  καὶ  $t = 2,27 \text{ sec}$ , ὅτε εἶναι:  $v = 15 + 10 \cdot 2,27 = 37,7 \text{ m/sec}$ .

2. Λίθος βάλλεται κατακόρυφος πρὸς τὰ ἄνω, με ἀρχικὴν ταχύτητα 38 m/sec



Σχ. 44. Τροχιά ΟΓΔ ἐκσφενδονιζομένου βλήματος ὑπὸ γωνίαν  $\theta$ .

(σχ. 45). Να υπολογισθῇ: α) ὁ χρόνος, τὸν ὁποῖον χρειάζεται ὁ λίθος διὰ νὰ ἀποκτήσῃ τὸ μέγιστον ὕψος, β) τὸ μέγιστον ὕψος, γ) ὁ χρόνος, τὸν ὁποῖον χρειάζεται διὰ νὰ κατέλθῃ ἐκ νέου, δ) ἡ ταχύτης, τὴν ὁποίαν θὰ ἔχῃ, ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος.

α) Ἐάν λάβωμεν πρὸς ἀπλοῦστευσιν τῶν ὑπολογισμῶν  $g = 10 \text{ m/sec}^2$ , εὐρίσκομεν τὸν χρόνον ἀνόδου ἐκ τῆς σχέσεως  $v = v_0 - gt$ , ἐάν θέσωμεν  $v = 0$ ,  $v_0 = 38 \text{ m/sec}$  δεδομένου ὅτι εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον ἡ ταχύτης εἶναι μηδέν, ὅτε εὐρίσκομεν:

$$38 - 10 \cdot t = 0 \quad \text{καὶ} \quad t = 3,8 \text{ sec}$$

β) Τὸ μέγιστον ὕψος ὑπολογίζομεν ἐκ τοῦ τύπου:  $s = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ , ἐάν θέσωμεν  $v_0 = 38 \text{ m/sec}$ ,  $t = 3,8 \text{ sec}$  καὶ  $g = 10 \text{ m/sec}^2$ , ὅτε θὰ ἔχωμεν:

$$s = 38 \cdot 3,8 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (3,8)^2 = 72,2 \text{ m}$$

Εἰς τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα καταλήγομεν, ἐάν μεταξὺ τῶν τύπων  $v = v_0 - gt$  καὶ  $s = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$  ἀπαλείψωμεν τὸν χρόνον, ὅτε εὐρίσκομεν  $v^2 = v_0^2 - 2gs$ . Ἐάν εἰς τὸν τύπον τοῦτον θέσωμεν  $v = 0$ , προκύπτει:

$$s = v_0^2 / 2g.$$

Θέτοντες εἰς τὸν τύπον τοῦτον  $v_0 = 38 \text{ m/sec}$  καὶ  $g = 10 \text{ m/sec}^2$ , εὐρίσκομεν  $s = 72,2 \text{ m}$ .

γ) Ὁ χρόνος, κατὰ τὸν ὁποῖον θὰ κατέλθῃ τὸ σῶμα ἐκ τοῦ μέγιστου ὕψους, εὐρίσκεται ἐκ τοῦ τύπου  $s = gt^2/2$ , λαμβανομένου ὑπ' ὄψιν ὅτι ὁ λίθος θ' ἀρχίσῃ, ἀπὸ τοῦ ἀνωτάτου ὕψους, νὰ κατέρχεται μὲ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην. Ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως, ἐάν θέσωμεν  $s = 72,2 \text{ m}$ ,  $g = 10 \text{ m/sec}^2$ , εὐρίσκομεν:

$$t^2 = \frac{2s}{g} = \frac{144,4}{10} = 14,44 \text{ sec} \quad \text{καὶ} \quad t = 3,8 \text{ sec},$$

ἥτοι τὸ σῶμα, διὰ νὰ κατέλθῃ ἐκ τοῦ μέγιστου ὕψους, ἐχρειάσθῃ τὸσον χρόνον ὅσον διὰ νὰ ἀνέλθῃ.

δ) Ἡ ταχύτης, μετὰ τὴν ὁποίαν θὰ φθάσῃ ὁ λίθος ἐκ νέου εἰς τὸ ἔδαφος, εἶναι  $v = gt$ . Οὕτω, ἐάν θέσωμεν  $g = 10 \text{ m/sec}^2$  καὶ  $t = 3,8 \text{ sec}$ , εὐρίσκομεν  $v = 38 \text{ m/sec}$ , ἥτοι ἡ ταχύτης, μετὰ τὴν ὁποίαν φθάνει ὁ λίθος εἰς τὸ ἔδαφος, εἶναι ἴση πρὸς τὴν ταχύτητα, μετὰ τὴν ὁποίαν ἐβλήθη πρὸς τὰ ἄνω.

3. Ἀπὸ κωδωνοστασίου ὕψους 60 m, ἄνθρωπος βάλλει κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω λίθον, ὑπὸ ταχύτητα 25 m/sec (σχ. 46). Ζητεῖται, πόσον χρόνον θὰ χρειασθῇ ὁ λίθος διὰ νὰ φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος.

Πρὸς λύσιν τοῦ συνθέτου τούτου προβλήματος, σκεπτόμεθα ὡς ἑξῆς: Ἐν πρώτοις, ὁ ἄνθρωπος, εὐρισκόμενος εἰς ὕψος 60 m ἀπὸ τοῦ ἐδάφους, βάλλει τὸν λίθον κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω, ὑπὸ ἀρχικὴν ταχύτητα 25 m/sec. Κατὰ τὴν φάσιν ταύτην, ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη καὶ ὁ λίθος θ' ἀνέρχεται μέχρις ὅτου ἡ ταχύτης αὐτοῦ μηδενισθῇ. Ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος ὑπολογίζεται ἐκ τοῦ τύπου  $v = v_0 - gt$ , ἐάν τεθῇ  $v = 0$ ,  $v_0 = 25 \text{ m/sec}$  καὶ  $g = 10 \text{ m/sec}^2$ . Δι' ἐπιλύσεως αὐτοῦ ὡς πρὸς  $t$  εὐρίσκομεν:

$$t = \frac{v_0}{g} = \frac{25}{10} = 2,5 \text{ sec}$$

Το ύψος, εις τὸ ὅποιον θ' ἀνέλθῃ ὁ λίθος ἀπὸ τῆς θέσεως ἀπὸ τῆς ὁποίας ἐβλήθη, δύναται νὰ εὐρεθῇ ἐκ τοῦ τύπου  $s = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ , ἐὰν τεθῇ ἐν αὐτῷ  $v_0 = 25 \text{ m/sec}$ ,  $t = 2,5 \text{ sec}$  καὶ  $g = 10 \text{ m/sec}^2$ , ὅτε θὰ ἔχωμεν:

$$s = 25 \cdot 2,5 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2,5^2 = 31,2 \text{ m}$$

ἤτοι ὁ λίθος θ' ἀνέλθῃ εἰς ὕψος 31,2 m ἀπὸ τοῦ κωδωνοστασίου ἢ  $60 + 31,2 = 91,2 \text{ m}$  ἀπὸ τοῦ ἐδάφους.

Ἀπὸ τοῦ ὕψους τούτου ὁ λίθος θὰ ἀρχίσῃ νὰ κατέρχεται μετὰ κίνησιν εὐθύγραμμον, ὁμαλῶς ἐπιταχυομένην, ὑπὸ ἐπιτάχυνσιν  $g = 10 \text{ m/sec}^2$ . Ὅπως εὐρωμεν τὸν χρόνον, τὸν ὅποιον θὰ χρειασθῇ τὸ σῶμα διὰ νὰ φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος, ἐφαρμόζομεν τὸν τύπον  $s = g t^2 / 2$ , εἰς τὸν ὅποιον θέτομεν  $s = 91,2 \text{ m}$ ,  $g = 10 \text{ m/sec}^2$  καὶ ἐπιλύομεν αὐτὸν ὡς πρὸς  $t$ , ὅτε θὰ ἔχωμεν:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 91,2}{10}} = 4,2 \text{ sec.}$$

Ἐπομένως, ὁ συνολικὸς χρόνος τοῦ ἐχειριάσθῃ ὁ λίθος, ἀπὸ τῆς στιγμῆς τοῦ ἐξεσφενδονίσθῃ ἀπὸ τοῦ κωδωνοστασίου κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω, μέχρις ὅτου φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος εἶναι:

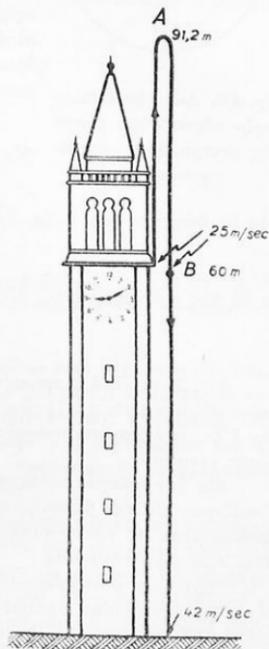
$$t = 2,5 + 4,2 = 6,7 \text{ sec.}$$

Ἡ ταχύτης, μετὰ τὴν ὁποίαν θὰ φθάσῃ ὁ λίθος εἰς τὸ ἔδαφος ἐξ ὕψους 91,2 m, εὐρίσκεται ἐκ τῆς σχέσεως  $v = g t$ , ἐὰν θέσομεν  $g = 10 \text{ m/sec}^2$  καὶ  $t = 4,2 \text{ sec}$ , ὅτε προκύπτει  $v = 42 \text{ m/sec}$ .

63. Σύγκρισις κατακορύφου βολῆς πρὸς τὰ ἄνω καὶ τῆς ἐλευθέρως πτώσεως σώματος ἐκ τοῦ μεγίστου ὕψους. Ἐκ τῆς σπουδῆς τῆς κατακορύφου βολῆς συναγομεν ὅτι τὸ σῶμα, ὅταν βληθῇ κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω, ἀνέρχεται μέχρι μεγίστου ὕψους, τὸ ὅποιον καθορίζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως  $h = v_0^2 / 2g$ , καὶ χρειάζεται πρὸς τοῦτο χρόνον  $t = v_0 / g$ . Ὅταν ὅμως φθάσῃ εἰς τὸ μέγιστον ὕψος, ἡ ταχύτης του ἔχει μηδενισθῇ καὶ τότε ἀρχίζει νὰ πίπτῃ ἐλευθέρως. Ὡς ὅμως εὐκόλως ἐκ τῶν τύπων δεικνύεται, τὸ σῶμα διέρχεται ἐκ διαφόρων σημείων, — τὰ ὁποῖα ἀπέχουν ἀπὸ τοῦ ἐδάφους ἐξ ἴσου κατὰ τὴν ἄνοδον καὶ τὴν κάθοδον —, μετὰ τὴν αὐτὴν πάντοτε ταχύτητα. Τοῦτο δεικνύεται καὶ εἰς τὸ σχῆμα 45, ὅπου εἰς τὰ σημεῖα, διὰ τῶν ὁποίων διέρχεται τὸ σῶμα, ἀναγράφονται, ἀντιστοίχως, καὶ αἱ χρονικαὶ στιγμαὶ καθ' ἃς πραγματοποιεῖται ἡ διέλευσις. Αἱ χρονικαὶ αὗται στιγμαὶ λογίζονται ἀπὸ τῆς στιγμῆς, καθ' ἣν τὸ σῶμα βάλλεται ἐκ τοῦ ἐδάφους κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω, ὑπὸ ταχύτητα π.χ.  $v_0 = 38 \text{ m/sec}$ . Ὅταν τὸ σῶμα φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος, ἡ ταχύτης αὐτοῦ εἶναι 38 m/sec.

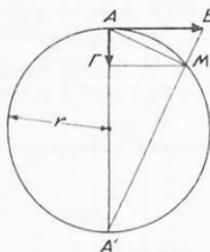
64. Εὐρεσις τοῦ τύπου τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως. Σηριζόμενοι εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν τὸν τύπον  $\gamma = v^2 / r$ , ὁ ὅποιος ἐκφράζει τὴν κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν εἰς τὴν κυκλικὴν ἰσοταχὴ κίνησιν (βλ. σελ. 44).

Θεωρήσομεν τὸ κινητὸν τὴν στιγμὴν, κατὰ τὴν ὁποίαν εὐρίσκεται εἰς Α (σχ. 47). Μετὰ παρέλευσιν πεπερασμένου, ἀλλὰ λίαν μικροῦ, χρονικοῦ διαστήματος  $t$ , τοῦτο θὰ διαγραφῇ τὸ τόξον  $AM = vt$ , ὅπου  $v$  ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ. Ἐὰν προβάλωμεν τὸ Μ ἐπὶ τῆς



Σχ. 46. Σῶμα, βαλλόμενον κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω, ὑπὸ ὀρισμένην ἀρχικὴν ταχύτητα, φθάνει εἰς προκαθορισμένον ὕψος καὶ καταπίπτει μετὰ αὐξανόμενῃν ταχύτητα.

διαμέτρου  $AA'$ , τότε δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν, ὅτι ἡ κίνησις κατὰ μῆκος τοῦ τόξου  $AM$  εἶναι σύνθετος κίνησις, ἥτοι ἐκ μιᾶς εὐθυγράμμου καὶ ὀμαλῆς, ὑπὸ ταχύτητα  $v$ , κατὰ τὴν



**Σχ. 47.** Διὰ τὴν ἀναλυτικὴν εὐρεσιν τοῦ τύπου τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως.

ἐφαπτομένην εἰς  $A$ , καὶ ἄλλης εὐθυγράμμου καὶ ὀμαλῶς ἐπιταχυνομένης κατὰ διεύθυνσιν κάθετον ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην. Λόγῃ τῆς πρώτης κινήσεως, τὸ κινητὸν διανύει εἰς χρόνον  $t$  τὸ διάστημα  $AB = vt$ , λόγῃ δὲ τῆς δευτέρας, τὸ διάστημα  $AI' = \gamma t^2/2$  καὶ, ὑπὸ τὴν ταυτόχρονον ἐπενέργειαν τῶν δύο κινήσεων, τὸ κινητὸν εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον θὰ φθάσῃ εἰς  $M$ , τὸ ὅποιον εἶναι τὸ ἄκρον τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν  $AB$  καὶ  $AG$ , δεδομένου ὅτι τὸ σχῆμα  $AGMB$ , λόγῃ τῆς μικρότητος τοῦ χρόνου  $t$ , δύναται ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος νὰ θεωρηθῇ ὡς παραλληλόγραμμον. Ἐπειδὴ ὅμως τὸ τόξον  $AM$  εἶναι μικρόν, δυνάμεθα ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος νὰ γράψωμεν τὰς ἰσότητας:

$$\text{τόξον } AM = \text{χορδὴ } AM = vt.$$

Ἐκ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου  $AMA'$  εὐρίσκομεν:

$$(AM)^2 = (AG)^2 + (AA')^2$$

ἐὰν δὲ θέσωμεν  $AA' = 2r$ , ὅπου  $r$  ἡ ἀκτίς τῆς τροχιάς, εὐρίσκομεν:

$$v^2 \cdot t^2 = \frac{1}{2} \gamma t^2 \cdot 2r$$

ἐκ δὲ τῆς σχέσεως ταύτης εὐρίσκομεν εὐκόλως:

$$\gamma = \frac{v^2}{r}$$

65\*. Σχετικὴ ἢ φαινομένη ταχύτης. Εἰς τὴν σπουδὴν τῆς κινηματικῆς τοῦ ὑλικοῦ σημείου εἶδομεν (βλ. § 37), ὅτι τὴν κίνησιν τοῦ ὑλικοῦ σημείου ἀναφέρομεν πάντοτε ὡς πρὸς τὴν  $\Gamma\eta\eta$ , τὴν ὁποίαν θεωροῦμεν ἀκίνητον, χωρὶς νὰ λαμβάνομεν δηλ. ὑπ' ὄψιν τὴν ἰδίαν αὐτῆς κίνησιν.

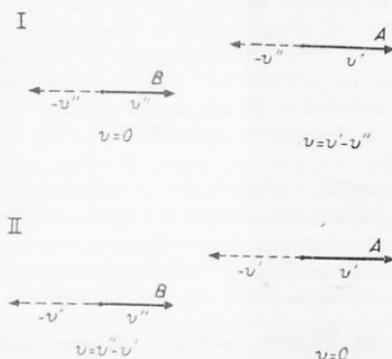
Εἰς τὴν πραγματικότητα ὁμοῦς ἡ  $\Gamma\eta$  κινεῖται καὶ ἐπομένως ὄλαι αἱ κινήσεις, τὰς ὁποίας ἐξετάζομεν εἰς τὴν Φυσικὴν εἶναι *σχετικαὶ κινήσεις*. Ἐνεκα τοῦ λόγου τούτου πολλάκις ὑπεισέρχεται εἰς τὴν Φυσικὴν ἡ ἔννοια τῆς σχετικῆς ἢ φαινομένης ταχύτητος, ἡ ὁποία καθορίζεται ὡς ἀκολούθως:

\*Ἐστω ὅτι σιδηροδρομικὸς συρμὸς  $A$  (σχ. 48, I) κινεῖται ὑπὸ ταχύτητα  $v'$  ἐν σχέσει πρὸς

τὴν  $\Gamma\eta\eta$ , τὴν ὁποίαν θεωροῦμεν ὡς ἀκίνητον, καὶ ὅτι ἕτερος συρμὸς  $B$  κινεῖται ἐν σχέσει πρὸς τὴν  $\Gamma\eta\eta$  ὑπὸ ταχύτητα  $v''$  καὶ κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, δεχόμεθα δὲ ὅτι ὁ συρμὸς  $A$  προπορεύεται τοῦ  $B$  καὶ ὅτι πρὸς τούτους ἡ ταχύτης τοῦ  $A$  εἶναι μεγαλύτερα τῆς τοῦ  $B$ , ἥτοι  $v' > v''$ . Παρατηρητῆς εὐρισκόμενος ἐπὶ τοῦ συρμοῦ  $B$  δὲν βλέπει τὸν συρμὸν  $A$  κινούμενον ὑπὸ ταχύτητα  $v'$ , ἀλλὰ ὑπὸ διάφορον ταχύτητα καὶ ἡ ταχύτης τοῦ συρμοῦ  $A$  ἐν σχέσει πρὸς τὸν συρμὸν  $B$  καλεῖται τότε σχετικὴ ταχύτης ἢ φαινομένη ταχύτης.

Πρὸς εὐρεσιν τῆς σχετικῆς ταχύτητος τοῦ συρμοῦ  $A$  ἐν σχέσει πρὸς τὸν  $B$  σκεπτόμεθα ὡς ἑξῆς:

Φανταζόμεθα, ὅτι καὶ εἰς τοὺς δύο συρμούς μεταδίδομεν ταχύτητα ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν τοῦ  $B$ : τότε ὁ μὲν συρμὸς  $B$  θὰ

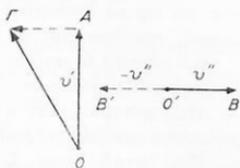


**Σχ. 48.** Διὰ τὴν σχετικὴν ταχύτητα.

παραμένει ακίνητος, ἐνῶν ὁ Α ἄκινηται ἐν σχέσει πρὸς τὸν Β ὑπὸ ταχύτητα  $v' - v''$ , ἢ ὅποια παριστᾷ τὴν σχετικὴν ταχύτητα τοῦ Α ἐν σχέσει πρὸς τὸν Β. Μὲ ἄλλους λόγους, παρατηρητὴς εὐρισκόμενος ἐντὸς τοῦ συρμοῦ Β θὰ λέγῃ, ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ συρμοῦ Α ἐν σχέσει πρὸς τὸν Β εἶναι  $v' - v''$ .

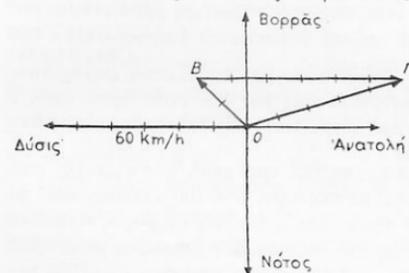
Ἀντιστρόφως, εἰάν θέλωμεν νὰ εὐρωμεν τὴν σχετικὴν ταχύτητα τοῦ συρμοῦ Β ἐν σχέσει πρὸς τὸν Α, μεταδίδομεν εἰς ἀμφοτέρους τοὺς συρμούς ταχύτητα ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν τοῦ Α (σχ. 48, II), ὅτε ὁ μὲν συρμὸς Α θὰ ἀκινήσῃ, ἐνῶν ὁ Β θὰ κινήται ὑπὸ ταχύτητα  $v' - v'$  ἐν σχέσει πρὸς τὸν Α καὶ ἐπειδὴ  $v'' < v'$  ἔπεται ὅτι  $v' - v' < 0$ . Ἐπομένως παρατηρητὴς εὐρισκόμενος ἐπὶ τοῦ Α θὰ ἀντιλαμβάνεται, ὅτι ὁ συρμὸς Β κινεῖται πρὸς τὰ ὀπίσω. Τὴν αὐτὴν μέθοδον εφαρμόζομεν καὶ ὅταν αἱ ταχύτητες δὲν ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, ἀλλὰ σχηματίζουν γωνίαν.

Ὁῦτω, εἰάν ὁ εἰς συρμὸς κινήται ὑπὸ ταχύτητα  $v'$ , παρισταμένην ὑπὸ τοῦ ἀνύσματος ΟΑ (σχ. 49), καὶ ὁ Β ὑπὸ ταχύτητα  $v''$ , παρισταμένην ὑπὸ τοῦ ἀνύσματος ΟΒ, ὅπως εὐρωμεν τὴν σχετικὴν ταχύτητα τοῦ Α ὡς πρὸς τὸν Β, εφαρμόζομεν εἰς τὸ σύστημα τῶν δύο συρμῶν τὴν ἴσην καὶ ἀντίθετον ταχύτητα πρὸς τὴν  $v''$ , ἢ ὅποια θὰ παριστᾷται ὑπὸ τοῦ ἀνύσματος ΟΒ', ὅτε ἡ σχετικὴ ταχύτης τοῦ Α ὡς πρὸς τὸν Β, δηλαδή ἡ ταχύτης τὴν ὁποίαν ἔχει ὁ συρμὸς Α, διὰ παρατηρητὴν εὐρισκόμενον ἐπὶ τοῦ Β, θὰ παρέχεται κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν ὑπὸ τοῦ ἀνύσματος ΟΓ, συνισταμένης τῶν ἀνυσμάτων ΟΑ =  $v'$  καὶ ΑΓ = ΟΒ =  $-v''$ .



Σχ. 49.

**Ἀριθμητικὸν παράδειγμα:** Σιδηροδρομικὸς συρμὸς κινεῖται ὑπὸ ταχύτητα 60 km/h πρὸς Δυσίς, ἐνῶν αὐτοκίνητον μεταπορίζεται ὑπὸ ταχύτητα 20 km/h κατὰ διεύθυνσιν βορειοδυτικὴν. Νὰ εὐρεθῇ ἡ ταχύτης κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν τοῦ αὐτοκινήτου, διὰ παρατηρητὴν εὐρισκόμενον ἐντὸς τοῦ συρμοῦ.



Σχ. 50. Ἡ ΟΓ δεικνύει τὴν σχετικὴν ταχύτητα τοῦ αὐτοκινήτου ὡς πρὸς τὸν συρμὸν.

Ἐπὶ τοῦ συρμοῦ. Εἶναι δὲ ΟΓ = 50 km/h πρὸς διεύθυνσιν  $B \rightarrow 72,5^\circ \rightarrow A$  περίπου.

Πρὸς τοῦτο σχηματίζομεν τὸ διάγραμμα (σχ. 50) λαμβάνοντες κλίμακα 1 cm = 20 km/h. Εἰς τὸ σύστημα συρμοῦ καὶ αὐτοκινήτου προσθέτομεν τὴν ἴσην καὶ ἀντίθετον ταχύτητα τοῦ συρμοῦ, ὅτε ὁ μὲν συρμὸς ἀκινήτεϊ, ἐνῶν αἱ δύο ταχύτητες ΟΒ καὶ ΒΓ, προστιθέμεναι ἀνυσματικῶς, παρέχουν ὡς συνισταμένην τὴν ΟΓ, ἢ ὅποια παριστᾷ τὴν ταχύτητα ὑπὸ τὴν ὁποίαν φαίνεται κινούμενον τὸ αὐτοκίνητον, διὰ παρατηρητὴν εὐρισκόμενον ἐντὸς τοῦ συρμοῦ.

## ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

### Α'. Ζητήματα.

Ποίαις κινήσεσι ἐξετάσαμεν εἰς τὸ κεφάλαιον τοῦτο καὶ ποῖα τὰ κινηματικά χαρακτηριστικά ἐκάστης αὐτῶν.

Δώσατε τὸν ὀρισμὸν τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως.

Τί καλοῦμεν ἐπιτάχυνσιν καὶ ποῖαι αἱ ἐξισώσεις διαστάσεων καὶ μονάδες μετρήσεως αὐτῆς.

Ποιοὶ αἱ τύποι οἱ χρησιμοποιούμενοι διὰ τὴν λύσιν προβλημάτων τῆς εὐθυγράμμου, ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως καὶ διὰ τὴν κυκλικὴν ἰσοταχὴ κίνησιν.

Τί ονομάζομεν επιτρόχιον επιτάχυνσιν καί τί κεντρομόλον. Ποία κινήσεις ἔχει μόνον επιτρόχιον καί ποία μόνον κεντρομόλον επιτάχυνσιν.

Ποῖον τὸ περιεχόμενον τῆς ἀρχῆς τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων καί ποία ἡ σημασία αὐτῆς εἰς τὴν Μηχανικὴν.

Νά ἀποδειχθῶν, ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἀρχῆς τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, οἱ τύποι τῆς εὐθύγραμμου ὁμαλῶς επιταχυνομένης κινήσεως καί τῆς εὐθύγραμμου ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένης κινήσεως.

Νά εὐρεθῆ, ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἀρχῆς τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, ὁ τύπος ὁ παρέχων τὴν κεντρομόλον επιτάχυνσιν κατὰ τὴν κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν.

Νά δειχθῆ, ὅτι εἰς εὐθύγραμμον ὁμαλῶς επιταχυνομένην κίνησιν, ἀνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, τὰ εἰς τὰ διαδοχικὰ δευτερόλεπτα διανυόμενα διαστήματα βαίνουν ὡς οἱ ὄροι ἀριθμητικῆς προόδου, καί νά ὑπολογισθῆ ὁ λόγος αὐτῆς.

Νά εὐρεθῆ ὁ γενικὸς τύπος ὁ παρέχων τὸ διανυόμενον διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικῶν χρονικῶν μονάδων.

Πῶς μεταβάλλεται ἡ επιτάχυνσις, ἡ ταχύτης καί τὸ διάστημα, μετὰ τοῦ χρόνου, εἰς τὴν περίπτωσιν σώματος πλίντοντος ἐλευθέρως.

Πῶς μεταβάλλεται ἡ ταχύτης σώματος, μετὰ τοῦ διανυομένου διαστήματος, εἰς τὴν περίπτωσιν σώματος πλίντοντος ἐλευθέρως.

Νά δοθῶν οἱ τύποι οἱ συνδεδεότες τὴν ταχύτητα, τὴν γωνιακὴν ταχύτητα καί ἐπιτάχυνσιν εἰς τὴν κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν.

Νά δοθῶν οἱ ὅρισμοί τῆς κυκλικῆς ὁμαλῆς κινήσεως, τῆς ταχύτητος καί γωνιακῆς ταχύτητος, τῆς συχνότητος, τῆς περιόδου, ὡς καί αἱ μονάδες αὐτῶν.

## Β'. Προβλήματα.

1. Τί εἶδους κινήσιν ἐκφράζει ἡ σχέση  $v = a - \beta t$ , ὅπου  $a = 10 \text{ cm/sec}^2$  καί  $\beta = 2 \text{ cm/sec}^2$  εἰς τὸ σύστημα CGS. Νά ὑπολογισθῆ τὸ ὑπὸ τοῦ κινήτου διανυόμενον διάστημα εἰς 4 sec. (Ἄπ. 24 cm)

2. Ἀεροπλάνον κινούμενον ἐπ' εὐθείας, μὲ κίνησιν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς επιταχυνομένην, ἀξιάνει τὴν ταχύτητα αὐτοῦ ἀπὸ 100 km καθ' ὥραν εἰς 160 km καθ' ὥραν ἐντὸς 3 λεπτῶν. Ποία ἡ επιτάχυνσις αὐτοῦ καί ποῖον τὸ ὑπ' αὐτοῦ διανυθὲν διάστημα, μέχρις ἀποκτίσεως τῆς τελικῆς ταχύτητος, εἰς μονάδας CGS. (Ἄπ.  $\gamma = 9,22 \text{ cm/sec}^2$ ,  $s = 64,5 \cdot 10^4 \text{ cm}$ .)

3. Κινητὸν κινεῖται εὐθύγραμμως καί ὁμαλῶς, μὲ ταχύτητα  $v = 100 \text{ cm/sec}$ , ἀλλ' αἴφνης ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεώς του, τῆς ὁποίας ἡ τιμὴ εἶναι  $\gamma = 15 \text{ cm/sec}^2$ . Ζητεῖται, ποία θὰ εἶναι ἡ ταχύτης καί τὸ διανυθὲν διάστημα μετὰ πάροδον 10 sec ἀπὸ τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς ἐπιταχύνσεως. (Ἄπ.  $v = 250 \text{ cm/sec}$ ,  $s = 1750 \text{ m}$ .)

4. Ἡ Σελήνη κινεῖται ἰσοταῶς ἐπὶ περιφερείας κύκλου, τῆς ὁποίας τὸ κέντρον εὐρίσκεται εἰς τὸ κέντρον τῆς Γῆς. Νά ὑπολογισθῆ ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ Σελήνη, γνωστοῦ ὄντος ὅτι ἡ ἀκτίς τῆς τροχιάς τῆς εἶναι  $R = 384\,415,5 \text{ km}$  καί ἡ περίοδος τῆς κινήσεως αὐτῆς 27 ἡμέραι 7 ὥραι 43 λεπτά 12 δευτερόλεπτα. Τὸ ἐξαγόμενον νά δοθῆ εἰς μονάδας CGS. (Ἄπ.  $\gamma = 0,27 \text{ cm/sec}^2$ .)

5. Ὑλικὸν σημεῖον ἀφίεται νά πέσῃ ἐξ ὕψους 100 m ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τοῦ βάρους του ( $g = 10 \text{ m/sec}^2$ ). Μετὰ πάροδον 3 sec ἀπὸ τῆς ἀφέσεως τοῦ πρώτου σώματος, δεύτερον σῶμα βάλλεται κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω. Ζητεῖται, πόση πρέπει νά εἶναι ἡ ἀρχικὴ ταχύτης τοῦ δευτέρου σώματος, ἵνα ἀμφότερα φθάσουν εἰς τὸ ἔδαφος ταυτοχρόνως. (Ἄπ.  $v_0 = 60,7 \text{ m/sec}$ .)

6. Βλήμᾶ τι ῥίπτεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω, μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 50 m/sec. Μετὰ 2 sec ἕτερον βλήμα ῥίπτεται, ἐπίσης κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω, μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 80 m/sec. Ζητεῖται, α) πότε καί εἰς ποῖον ὕψος θὰ συναντηθῶν τὰ δύο βλήματα καί β) ἡ ταχύτης ἐκάστου βλήματος κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς συναντήσεως ( $g = 10 \text{ m/sec}^2$ ). (Ἄπ.  $t = 3,6 \text{ sec}$ ,  $h = 115,2 \text{ m}$ ,  $v_1 = 14 \text{ m/sec}$ ,  $v = 64 \text{ m/sec}$ .)

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β'

### ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΟΥ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

66. Ἡ στατική τοῦ ὑλικοῦ σημείου καὶ ἡ στατική τοῦ στερεοῦ σώματος ἐξετάζουσι τὰς συνθήκας ἰσορροπίας δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐπενεργοῦν ἐφ' ἑνὸς ὑλικοῦ σημείου ἢ ἐπὶ διαφόρων ὑλικῶν σημείων ἑνὸς στερεοῦ σώματος.

Κατὰ τὴν μελέτην τοῦ κεφαλαίου τούτου θὰ σπουδάσωμεν κυρίως τὴν στατικήν τοῦ ὑλικοῦ σημείου, ἐκ δὲ τῆς στατικῆς τοῦ στερεοῦ σώματος θὰ ἐξετάσωμεν εἰδικὰς τινὰς μόνον περιπτώσεις, διότι ἡ πλήρης μελέτη τῆς στατικῆς τοῦ στερεοῦ σώματος ἐκφεύγει τῶν ὁρίων τοῦ ἀνὰ χεῖρας βιβλίου.

67. **Δύναμις.** Τὴν ἔννοιαν τῆς δυνάμεως ἀντιλαμβάνομεθα καλῶς ἐκ τῆς προσπαθείας, τὴν ὁποίαν καταβάλλομεν, ὁσάκις θέλομεν ν' ἀνυψώσωμεν ἐκ τοῦ ἐδάφους βαρὺ σῶμα.

Πράγματι, ἐκ πείρας γνωρίζομεν, ὅτι ἡ Γῆ ἔλκει τὰ σώματα, ἡ ἔλξις δὲ αὕτη τῆς Γῆς ἀποτελεῖ δύναμιν ἢ ὁποῖα, ὡς ἤδη ἐμάθομεν (βλ. § 23), εἰς τὴν εἰδικὴν αὐτὴν περίπτωσιν καλεῖται **βάρος** τοῦ σώματος. Διὰ τὴν ἀνυψώσωμεν ὅθεν ἐν σῶμα ἐκ τοῦ ἐδάφους καταβάλλομεν προσπάθειαν, ἡ ὁποῖα εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν προέρχεται ἐκ τῶν μυόνων τῆς χειρὸς μας καὶ καλεῖται εἰδικώτερον **μυϊκὴ δύναμις**.

Ἐξ ἄλλου γνωρίζομεν, ἐπίσης ἐκ πείρας, ὅτι διὰ τὴν ἀντιθέτου εἰς κίνησιν ἐν ἀντικείμενον εὐρισκόμενον ἐν ἀκίνησίᾳ, π. χ. ἐν αὐτοκίνητον, πρέπει ἢ νὰ ὤθηθῆ τοῦτο, π. χ. ἐκ τῶν ὀπισθεν διὰ καταβολῆς μυϊκῆς δυνάμεως, ἢ νὰ τεθῆ εἰς λειτουργίαν ἢ μηχανή του, ἢ ὁποῖα παρέχει τότε τὴν κινήθειον δύναμιν. Εἰς ἄλλα τροχοφόρα μεταφορικά μέσα ἡ κινήθειος δύναμις παρέχεται ὑπὸ τοῦ σύροντος ταῦτα ἵππου.

Ἐὰν ἐξ ἄλλου ἐπενεργῆ ἐπὶ σώματος δύναμις καὶ τοῦτο δὲν τίθεται εἰς κίνησιν, τότε κατ' ἀνάγκην ἐπὶ τοῦ σώματος τούτου θὰ ἐπενεργῆ καὶ ἄλλη δύναμις ἴση καὶ ἀντιθέτου διευθύνσεως πρὸς τὴν πρώτην. Τότε λέγομεν, ὅτι αἱ δύο δυνάμεις ἐξουδετεροῦνται ἀμοιβαίως ἢ ἄλλως ὅτι ἰσορροποῦν.

Αἱ δυνάμεις, τὰς ὁποίας χρησιμοποιεῖ ὁ ἄνθρωπος διὰ τὰς ἀνάγκας αὐτοῦ, εἶναι ποικίλης προελεύσεως· π. χ. μυϊκαὶ ἢ ζωϊκαὶ δυνάμεις (ἄνθρωπος, ἵππος), ἢ δύναμις ἀνέμου, ἢ δύναμις ρέοντος ὕδατος, ἢ ἠλεκτρικὴ δύναμις, ἢ μαγνητικὴ δύναμις, ἢ βαρῦτης, δηλ. ἡ ἔλξις τῆς Γῆς, ἢ ὁποῖα μάλιστα εἶναι καὶ ἡ γνωστοτέρα εἰς ἡμᾶς δύναμις.

Ἡ Στατική, ὡς εἶδομεν, ἀσχολεῖται μὲ τὴν σπουδὴν τῆς ἰσορροπίας τῶν δυνάμεων, ἢ δὲ Δυναμικὴ μὲ τὴν σπουδὴν τῶν κινήσεων, ἐν συνδυασμῶ πρὸς τὰς δυνάμεις.

68. Χαρακτηριστικά δυνάμεως. Γραφική παράσταση. Μία δύναμις έχει τρία χαρακτηριστικά: τὸ *σημεῖον ἐφαρμογῆς*, τὴν *διεύθυνσιν* καὶ τὴν *ἐντάσιν* ἢ *ἀριθμητικὴν τιμὴν*.

Γραφικῶς ἡ δύναμις παριστᾶται ὑπὸ ἀνύσματος OF, δηλ. ὑπὸ τμήματος εὐθείας φέροντος εἰς τὸ ἐν ἄκρον βέλος (σχ. 51).

Ἡ ἀρχὴ O τοῦ ἀνύσματος ἀποτελεῖ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως, παριστᾷ δηλ. τὸ ὑλικὸν σημεῖον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐπενεργεῖ ἡ δύναμις. Τὸ μήκος OF ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα, τὴν ὁποίαν ὀρίζομεν ἡμεῖς, παρέχει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς δυνάμεως, ἐνῶ τὸ βέλος δεικνύει τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως, δηλ. τὴν διεύθυνσιν πρὸς τὴν ὁποίαν θὰ ἐκινεῖτο τὸ ὑλικὸν σημεῖον, ἐὰν οὐδεμίᾳ ἄλλῃ δυνάμει ἐξασκῆται ἐπ' αὐτοῦ.

Σχ. 51. Γραφικὴ  
παράσταση δυνά-  
μεως.

Διὰ νὰ εἶναι ὅθεν μία δύναμις πλήρως ὀρισμένη, πρέπει ἐκτὸς τοῦ *σημεῖου ἐφαρμογῆς* νὰ γνωρίζωμεν τὴν *ἀριθμητικὴν τιμὴν* καὶ τὴν *διεύθυνσιν* τῆς δυνάμεως. Συνήθως ἡ εὐθεῖα, ἐπὶ τῆς ὁποίας κεῖται τὸ ἄνυσμα OF, καλεῖται *εὐθεῖα ἐπενεργείας* (ἢ *φορεὺς*) τῆς δυνάμεως.

Ἐνίοτε εἰς τὴν δύναμιν ἀποδίδεται καὶ τέταρτον χαρακτηριστικόν, ἡ *φορὰ*. Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει τὸ βέλος τοῦ ἀνύσματος δεικνύει τὴν φορὰν τῆς δυνάμεως, ἐνῶ ἡ εὐθεῖα ἐπὶ τῆς ὁποίας κεῖται τὸ ἄνυσμα OF, δηλ. ἡ εὐθεῖα τῆς ἐπενεργείας τῆς δυνάμεως, παρέχει τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως.

69. Μέτρησις δυνάμεως. Ἡ μέτρησις τῆς ἐντάσεως τῆς δυνάμεως δύναται νὰ γίνῃ εἴτε διὰ μετρήσεως τῆς ἐπιταχύνσεως, τὴν ὁποίαν μεταδίδει ἡ δύναμις ἐπενεργοῦσα ἐπὶ σώματος ὀρισμένης μάζης (δυναμικὴ μέθοδος), εἴτε διὰ μετρήσεως τῆς παραμορφώσεως, τὴν ὁποίαν προκαλεῖ ἡ δύναμις ἐπενεργοῦσα ἐπὶ σώματος (στατικὴ μέθοδος).

α) *Δυναμικὴ μέθοδος*. Δύο δυνάμεις θεωροῦνται ὡς ἴσαι, ὅταν ἐκάστη τούτων ἐπενεργοῦσα χωριστὰ ἐπὶ σώματος τινὸς μεταδίδει τὴν αὐτὴν ἐπιτάχυνσιν. Ἡ μία τῶν δυνάμεων οὕτων θεωρεῖται διπλασία, τριπλασία κ.ο.κ. τῆς ἄλλης, ὅταν αὐτὴ μεταδίδῃ ἐπιτάχυνσιν, ἡ ὁποία εἶναι διπλασία, τριπλασία κ.ο.κ. τῆς ἐπιταχύνσεως, τὴν ὁποίαν μεταδίδει ἡ ἄλλη.

β) *Στατικὴ μέθοδος*. Δύο δυνάμεις εἶναι ἴσαι, ὅταν ἐκατέρα τούτων, ἐπενεργοῦσα ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σώματος, προκαλῆ παραμόρφωσιν τοῦ αὐτοῦ μεγέθους. Ἡ μία τῶν δυνάμεων εἶναι διπλασία, τριπλασία κ.ο.κ. τῆς ἄλλης, ὅταν ἡ παραμόρφωσις, τὴν ὁποίαν αὐτὴ προκαλεῖ, εἶναι διπλασία, τριπλασία κ.ο.κ. τῆς παραμορφώσεως, τὴν ὁποίαν προκαλεῖ ἡ ἄλλη.

70. Δυναμόμετρα. Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς τιμῆς τῶν δυνάμεων κατὰ τὴν στατικὴν μέθοδον, ἡ ὁποία κυρίως ἐφαρμόζεται εἰς τὴν πρᾶξιν, χρησιμοποιοῦμεν εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται *δυναμόμετρα*. Τὰ ὄργανα ταῦτα βαθμολογοῦνται ἐκ τῶν προτέρων, ἡ δὲ βαθμολογία αὐτῶν στηρίζεται ἐπὶ τῆς γνωστῆς ἀρχῆς καθ' ἣν, ἐφ' ὅσον ἡ δύναμις δὲν ὑπερβαίνει ὀρισμένον ὄριον, τὸ μέγεθος τῆς παραμορφώσεως εἶναι ἀνάλογον τῆς ἐπενεργούσης δυνάμεως.

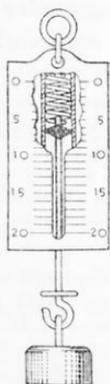
Ἀπλούστατον τύπον δυναμομέτρου ἀποτελεῖ ὁ *ξυγὸς δι' ἐλατηρίου* (κοινῶς

**πανταράκι**) (σχ. 52 και 53), ή δὲ βαθμολογία αὐτοῦ γίνεται ἐπὶ τῇ βάσει τῆς πειραματικῆς διατάξεως τοῦ σχ. 24 τῆς σελ. 21. Εἰς τὴν πρῶξιν, χρησιμοποιοῦνται σήμερον ποικίλοι τύποι δυναμομέτρων, τῶν ὁποίων ἡ κατασκευὴ στηρίζεται ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς (σχ. 24).

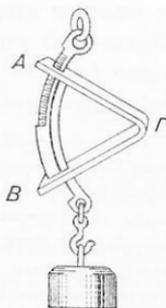
Ἄλλος τύπος δυναμομέτρου, τὸ ὁποῖον χρησιμεύει διὰ τὴν μέτρησιν μεγάλων δυνάμεων, π.χ. τῆς δυνάμεως ἔλξεως ἀτμομηχανῆς, εἶναι τὸ δυναμόμετρον (σχ. 55).



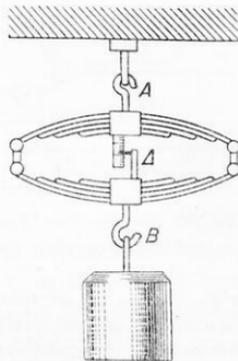
Σχ. 52.



Σχ. 53.



Σχ. 54.



Σχ. 55.

Σχ. 52 - 53. Δυναμόμετρα με σπειροειδῆς ἐλατήριον. — Σχ. 54. Δυναμόμετρον κεκαμμένον εἰς σχῆμα γωνίας ἀναλόγως τοῦ μεγέθους τοῦ ἐξαρτημένου βάρους, τὸ σκέλος ΑΓ πλησιάζει πρὸς τὸ ΒΓ. — Σχ. 55. Δυναμόμετρον διὰ τὴν μέτρησιν μεγάλων δυνάμεων.

Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ πολλαπλὰ ἐλαστικά ἐλάσματα Α καὶ Β, τὰ ὁποῖα συζευγνύονται καταλλήλως μεταξύ των. Ἐάν τὸ ἄνω μέρος Α ἐξαρτηθῆ ἀπὸ ἀκλόνητου στηρίγματος, τὸ δὲ κάτω Β φορτισθῆ διὰ βάρους, τότε τὰ δύο ἐλάσματα ἀπομακρύνονται, ἡ δὲ ἀπόστασις αὐτῶν μετρεῖται ἐκάστοτε ἐπὶ κλίμακος προσηρμοσμένης εἰς τὸ ἄνω ἐλασμα Α μετὰ τὴν βοήθειαν δείκτου Δ, προσηρμοσμένου μονίμως εἰς τὸ κάτω ἐλασμα Β. Διὰ τοῦ δυναμομέτρου τούτου δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν δυνάμεις, τῶν ὁποίων τὸ μέγεθος εἶναι πολλῶν ἑκατοντάδων χιλιογράμμων. Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἔλξεως ἀτμομηχανῆς, τὸ ἐλασμα Β συνδέεται πρὸς τὴν ἀτμομηχανὴν καὶ τὸ Α πρὸς τὸν συρμόν.

Ὡς βασικὴ μονὰς τῆς δυνάμεως εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα χρησιμεύει τὸ **1 χιλιόγραμμα βάρους (kg<sup>\*</sup>)**. Ἐνίοτε χρησιμοποιεῖται καὶ τὸ **1 γραμμάριον βάρους (gr<sup>\*</sup>)**. Εἶναι δέ, ὡς γνωστόν,  $1 \text{ gr}^* = 0,001 \text{ kg}^*$ .

Εἰς τὰς ἐπιστημονικὰς ἐφαρμογὰς ὡς βασικὴ μονὰς δυνάμεως χρησιμοποιεῖται ἡ **δύνη (Dyn)**, ἡ ὁποία ἀνήκει εἰς τὸ σύστημα μονάδων CGS, εἶναι δὲ  $1 \text{ gr}^* = 981 \text{ δύναι}$ .

**71. Θεμελιώδεις ἀρχαὶ τῆς Στατικῆς.** Ἡ στατικὴ τοῦ ὑλικοῦ σημείου καὶ τοῦ στερεοῦ σώματος θεμελιούται ἐπὶ τῶν ἀκολουθῶν ἀρχῶν:

1) **Δύο δυνάμεις ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, ἐφηρμοσμένοι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλι-**

κοῦ σημείου, *ισορροποῦν*, δηλ. οὐδὲν ἀποτέλεσμα ἔχουν ἐπὶ τοῦ σώματος (σχ. 56, I).

β) Δύο δυνάμεις ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, ἐφηρμοσμένοι εἰς δύο διάφορα σημεῖα στερεοῦ σώματος, *ισορροποῦν*, όταν αἱ εὐθεῖαι ἐπιτελεῖται αὐτῶν κείνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας (σχ. 56, II). Αἱ ἀνωτέρω



δύο ἀρχαί, ὡς ἐμπειρικά, εἶναι ἀναπόδεικτοι.



γ) Ἐὰν μία δύναμις εἶναι ἐφηρμοσμένη ἐπὶ ἐνὸς σημείου στερεοῦ σώματος, ἐπιτρέπεται νὰ μεταφέρωμεν τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς εἰς ἕτερον σημεῖον ἐπὶ τοῦ σώματος, κείμενον ὁμοῦς ἐπὶ τῆς εὐθείας ἐπιτελεῖται τῆς δυνάμεως.



Τοῦτο δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν ὡς ἑξῆς: Ἐστω ἡ δύναμις  $F_1$ , ἐπιτελεῖται εἰς τὸ σημεῖον O (σχ. 56, III). Θὰ δείξωμεν, ὅτι τὴν δύναμιν ταύτην  $F_1$  εἶναι δυνατόν νὰ μεταφέρωμεν εἰς σημεῖον O', τὸ ὁποῖον κείται ἐπὶ τῆς εὐθείας ἐπιτελεῖται τῆς δυνάμεως  $F_1$ , χωρὶς τὸ ἀποτέλεμά της νὰ μεταβληθῆ. Πράγματι, ἐὰν εἰς τὸ O' ἐφαρμόσωμεν τὴν δύναμιν  $F_3$ , διὰ νὰ μὴ μεταβληθῆ ἡ κατάσταση τοῦ σώματος, πρέπει εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον νὰ ἐφαρμοσθῆ ἡ ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς αὐτὴν  $F_2$ . Κατὰ τὴν προηγουμένην ὁμοῦς ἀρχὴν (β), ἡ δύναμις  $F_2$ , ἐφηρμοσμένη εἰς τὸ O', καὶ ἡ δύναμις  $F_1$ , ἐφηρμοσμένη εἰς τὸ O, ἀναρροῦνται ἀμοιβαίως. Ἐπομένως δυνάμεθα νὰ τὰς ἀπομακρύνωμεν, χωρὶς νὰ μεταβληθῆ ἡ κατάσταση τοῦ σώματος. Οὕτω βλέπομεν, ὅτι ἀπομένει ἡ δύναμις  $F_3$ , ἐφηρμοσμένη εἰς τὸ σημεῖον O' κείμενον ἐπὶ τῆς εὐθείας ἐπιτελεῖται τῆς εἰς O ἐφηρμοσμένης δυνάμεως.

Σχ. 56. Θεμελιώδεις Ἀρχαὶ τῆς Στατικῆς.

Παρατήρησις. Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω, ἡ δύναμις, ὡς ἀνυσματικὸν μέγεθος, παρουσιάζει τὴν ἀκόλουθον ιδιότητα, ἡ ὁποία διακρίνει αὐτὴν ἀπὸ τῶν ἄλλων ἀνυσματικῶν μεγεθῶν, π.χ. ταχύτητος, ἐπιταχύνσεως κτλ. Ἐνῶ δηλαδὴ διὰ τὴν ταχύτητα, ἐπιτάχυνσιν κτλ. ἐπιτρέπεται παράλληλος μετατόπισις τῶν παραστατικῶν αὐτῶν ἀνυσμάτων, προκειμένου περὶ τῆς δυνάμεως δὲν ἐπιτρέπεται παράλληλος μετατόπισις, ἀλλὰ μόνον μετατόπισις αὐτῆς κατὰ μῆκος τῆς εὐθείας ἐπιτελεῖται τῆς.

72. Σύνθεσις δυνάμεων. Καλοῦμεν *σύνθεσιν* δύο ἢ περισσοτέρων δυνάμεων τὴν ἀντικατάστασιν αὐτῶν ὑπὸ μιᾶς μόνον δυνάμεως, ἡ ὁποία θὰ ἐπιφέρει τὸ αὐτὸ ὡς καὶ ἐκεῖναι ἀποτέλεσμα. Συνήθως ἡ νέα δύναμις καλεῖται *συνισταμένη*.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω εἶναι πρόδηλον, ὅτι ἡ σύνθεσις τῶν δυνάμεων ἰσοδυναμεῖ μὲ πρόσθεσιν αὐτῶν καὶ ἐπομένως, ἐφ' ὅσον ἡ δύναμις ἀποτελεῖ ἀνυσματικὸν μέγεθος, ἰσχύουν διὰ τὴν πρόσθεσιν τῶν δυνάμεων ὅσα ἐλέχθησαν εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ἀνυσματικῆς πρόσθεσεως (§ 31), ὑπὸ τὴν ἐπιφύλαξιν πάντοτε τῆς ἀνωτέρω παρατηρήσεως.

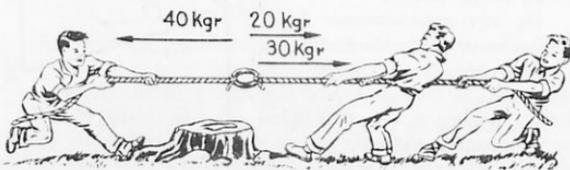
73. Σύνθεσις δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου. α) *Σύνθεσις δυνάμεων κειμένων ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας*. Ἐὰν δύο δυνάμεις ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, ἢ συνισταμένη ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν

ἀριθμητικῶν τιμῶν τῶν δοθεισῶν δυνάμεων καὶ ἔχει τὴν αὐτὴν πρὸς ἐκείνας διεύθυνσιν (σχ. 57, α).

Ἐὰν αἱ δύο δυνάμεις ἔχουν ἀντίθετον διεύθυνσιν, τότε ἡ συνισταμένη αὐτῶν ἰσοῦται πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν τῶν δοθεισῶν δυνάμεων, ἡ δὲ διεύθυνσις αὐτῆς συμπίπτει πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς μεγαλυτέρας τῶν δυνάμεων (σχ. 57, β).

Τέλος, ἐὰν πολλαὶ δυνάμεις ἐπιτενεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ἐπὶ ὑλικῷ σημείῳ, καὶ ὀρισμένα ἐξ αὐτῶν ἔχουν διεύθυνσιν πρὸς τὰ δεξιὰ, ἄλλαι δὲ κατὰ τὴν ἀντίθετον διεύθυνσιν,

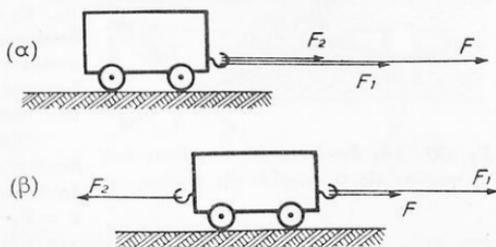
ἦτοι πρὸς τ' ἀριστερά, ἡ συνισταμένη αὐτῶν ἰσοῦται πρὸς τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν δοθεισῶν δυνάμεων, ὑπὸ τὸν ὅρον ὅτι θεωροῦμεν π.χ. ὡς θετικὰς τὰς δυνάμεις τὰς διευθυνομένας πρὸς τὰ δεξιὰ, καὶ ὡς ἀρνητικὰς τὰς διευθυνομένας πρὸς τ' ἀριστερά. Ἡ διεύθυνσις τῆς συνισταμένης καθορίζεται ἐκ τοῦ σημείου τοῦ ἀλγεβρικοῦ ἄθροισματος.



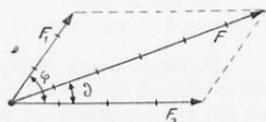
Σχ. 58. Αἱ δυνάμεις 20 kgr\* καὶ 30 kgr\* ἔχουν συνισταμένην 50 kgr\* ἡ ὁποία, μετὰ τῆς δυνάμεως 40 kgr\* ἐπιτενεργούσης κατ' ἀντίθετον διεύθυνσιν, παρέχει ὡς συνισταμένην 10 kgr\* διευθυνομένην δεξιὰ.

β) **Σύνθεσις δυνάμεων σχηματίζουσῶν γωνίαν.** Ἐστω ὅτι αἱ δυνάμεις  $F_1$  καὶ  $F_2$  ἐπιδρῶν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικῷ σημείῳ καὶ ὅτι αἱ διευθύνσεις αὐτῶν σχηματίζουσιν γωνίαν  $\varphi$  (σχ. 59). Ἡ συνισταμένη αὐτῶν θὰ παριστᾶται κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν ὑπὸ τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων, ἐπομένως ἡ συνισταμένη αὐτῶν εὐρίσκεται διὰ γραφικῆς κατασκευῆς. Λογιστικῶς ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς συνισταμένης ὑπολογίζεται εἰς τὴν § 75.

Πρακτικὴν ἐφαρμογὴν τῶν ἀνωτέρω δεικνύει τὸ σχῆμα 60, ὅπου ἐπὶ λέμβου εὐρισκομένης ἐντὸς ποταμοῦ ἐφαρμόζονται αἱ δυνάμεις  $F_1$  καὶ  $F_2$ , μεταβιβαζόμεναι διὰ σχοινίων ἀπὸ τῶν δύο ὄχθων τοῦ ποταμοῦ, ὅπου ἡ λέμβος μετατοπίζεται κατὰ τὴν διαγώνιον τοῦ παραλληλογράμμου, ἡ

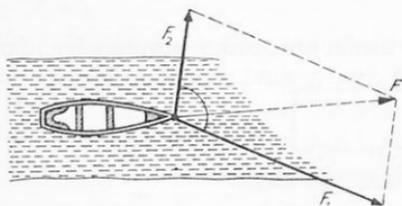


Σχ. 57. Ἡ δύναμις  $F$  εἶναι ἰσοδύναμος πρὸς τὰς δύο δυνάμεις  $F_1$  καὶ  $F_2$ .



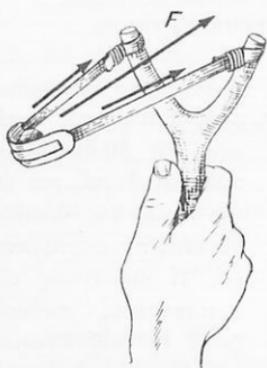
Σχ. 59. Ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου  $F$  παριστᾶ κατὰ μέγεθος καὶ διεύθυνσιν τὴν συνισταμένην  $F_1$  καὶ  $F_2$ .

ὅποια δεικνύει τὴν διεύθυνσιν τῆς συνισταμένης. Ἐπίσης, εἰς τὴν σφενδόνην (σχ. 61) τὸ βλῆμα κινεῖται κατὰ τὴν συνισταμένην δύναμιν  $F$ .



Σχ. 60. Δύο δυνάμεις ἐπιτενεργοῦσαι ὑπὸ γωνίαν εἰς τι σημεῖον τῆς λέμβου.

πίπτει πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς μεγαλύτερας τῶν δυνάμεων.



Σχ. 61. Εἰς τὰ δύο σκέλη τῆς σφενδόνης ἐπιτενεργοῦν δυνάμεις τῶν ὁποίων συνισταμένη εἶναι ἡ  $F$ .

γ) **Σύνθεσις πολλῶν δυνάμεων διαφόρων διευθύνσεων.** Ὅταν αἱ εἰς τὸ κοινὸν σημεῖον ἐφαρμογῆς ἐπιτενεργοῦσαι δυνάμεις εἶναι περισσότεραι τῶν δύο, συνθέτομεν ἐν ἀρχῇ δύο ἐξ αὐτῶν καὶ εἰς τὴν προκύπτουσαν δύναμιν συνθέτομεν κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον τὴν τρίτην δύναμιν κ.ο.κ. Ὅπως αἱ δυνάμεις  $F_1, F_2, F_3, F_4$  (σχ. 62) ἔχουν συνισταμένην τὴν  $F$ .

Εἰς τὴν περίπτωσιν ὅμως δυνάμεων περισσοτέρων τῶν δύο, φθάνομεν πολὺ συντομώτερον εἰς τὸ ἀποτέλεσμα διὰ κατασκευῆς τῆς πολυγωνικῆς γραμμῆς (§ 31), ὅτε συνάγεται καὶ ἡ ἀκόλουθος πρότασις. **Ἴνα πολλαὶ δυνάμεις,**

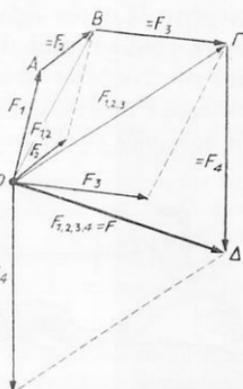
**ἐπιτενεργοῦσαι ἐπὶ ἐνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, ἰσορροποῦν, πρέπει ἡ πολυγωνικὴ αὐτῶν γραμμὴ, ἡ ὁποία καλεῖται καὶ πολύγωνον τῶν δυνάμεων, νὰ εἶναι κλειστὴ.**

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι τὸ πρόβλημα τῆς εὐρέσεως τῆς συνισταμένης πολλῶν δυνάμεων, ἐπιτενεργουσῶν ἐπὶ ἐνὸς ὕλικου σημείου, ἐπιδέχεται πάντοτε μίαν ὠρισμένην λύσιν.

74. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς συνθέσεως δύο δυνάμεων. Ἡ πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς συνθέσεως δύο δυνάμεων ἐφηρμοσμένων εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον δεικνύεται κατὰ προσέγγυσιν διὰ τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 63. Τὰ βάρη ἀποτελοῦν τρεῖς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἐφηρμοσμένοι εἰς ἓν κοινὸν σημεῖον καὶ ἰσορροποῦν. Ἐάν ἐπὶ τῶν δύο νημάτων μεταφέρωμεν ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα τὰς δυνάμεις  $F_1$  καὶ  $F_2$ , αἱ ὁποῖαι γραφικῶς παριστῶνται ὑπὸ τῶν ἀντιστοίχων ἀνυσμάτων, καὶ ἐπὶ τῆ βάσει αὐτῶν σχηματίσωμεν τὸ παραλληλόγραμμον καὶ φέρωμεν τὴν διαγώνιον αὐτοῦ, τότε αὕτη θεωρούμενη ὡς ἄνυσμα εἶναι ἀκριβῶς ἰση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν δύναμιν  $F_3$ , ἐξ οὗ συνάγεται, ὅτι ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου παρέχει κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν τὴν συνισταμένην. Ἡ ἀπόδειξις πραγματοποιεῖται εὐκόλως, ἐάν προσαρμωθῶν καταλλήλως ἐπὶ μαυροπίνακος αἱ δύο τροχαλῖαι

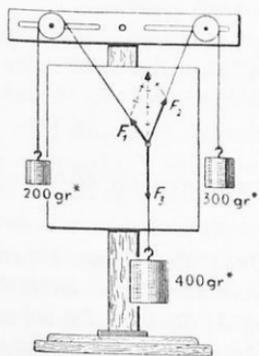
**Παρατήρησις.** Ἐάν ἡ γωνία τῶν δυνάμεων  $F_1, F_2$  εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, ὅτε αἱ δύο δυνάμεις ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, τότε ἡ συνισταμένη αὐτῶν ἔχει ἀριθμητικὴν τιμὴν ἴσην πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν τῶν δοθεισῶν δυνάμεων, ἤτοι:  $F = F_1 + F_2$ .

Ἐάν ὅμως ἡ γωνία  $\varphi = 180^\circ$ , ὅτε αἱ δύο δυνάμεις ἔχουν ἀντίθετον διεύθυνσιν, τότε ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς συνισταμένης εἶναι:  $F = F_1 - F_2$ , ἡ δὲ διεύθυνσις αὐτῆς συμ-

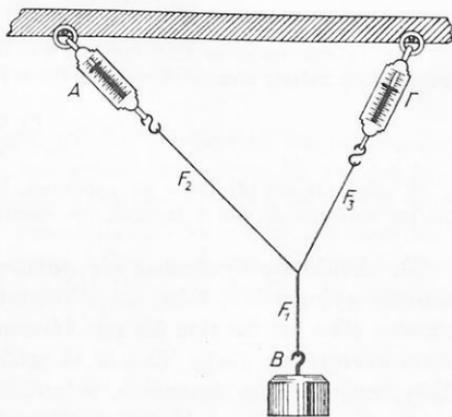


Σχ. 62. Σύνθεσις 4 δυνάμεων  $F_1, F_2, F_3, F_4$ :  $F_1 + F_2 = F_{1,2}$ ;  $F_{1,2} + F_3 = F_{1,2,3}$ ;  $F_{1,2,3} + F_4 = F_{1,2,3,4} = F$ .

όποτε με την βοήθειαν κλιμάκας δυνάμεθα νά σχηματίσωμεν ἐπὶ τοῦ πίνακος τὸ διάγραμμα. Ἀντίστοιχον πείραμα δεικνύεται καὶ διὰ τοῦ σχήματος 64.



Σχ. 63. Πειραματικὴ διάταξις συνθέσεως δυνάμεως διὰ βαρῶν. (Παραλληλόγραμμον τῶν δυνάμεων).



Σχ. 64. Πειραματικὴ διάταξις συνθέσεως δυνάμεων δι' ἑνὸς βάρους καὶ δύο δυναμομέτρων.

**Ἀριθμητικὸν παράδειγμα.** Ἐστω οὖι ζητεῖται ἡ εὐρεσις τῆς συνισταμένης δύο δυνάμεων  $F_1 = 2,5 \text{ kgr}^*$  καὶ  $F_2 = 4 \text{ kgr}^*$ , σχηματίζουσῶν μεταξύ των γωνίαν  $\varphi = 60^\circ$ . Νά εὐρεθῇ γραφικῶς ἡ συνισταμένη αὐτῆς κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν.

Πρὸς τοῦτο, μετὰ τὴν βοήθειαν μοιρογνωμονίου, σχηματίζομεν τὴν γωνίαν  $\varphi = 60^\circ$  (σχ. 59) καὶ ἐπὶ τῶν πλευρῶν αὐτῆς μεταφέρομεν τὰς δυνάμεις  $F_1$  καὶ  $F_2$ , ὀρίζοντες τὴν κλίμακα κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε  $1 \text{ kgr}^*$  νά παριστᾶται ὑπὸ μήκους  $1 \text{ cm}$ , ὅποτε ἡ δύναμις  $F_1$  θά παριστᾶται ὑπὸ μήκους  $2,5 \text{ cm}$  καὶ ἡ  $F_2$  ὑπὸ μήκους  $4 \text{ cm}$ . Ἀκολουθῶν μετὰ τὴν βοήθειαν τριγώνου σχηματίζομεν τὸ παραλληλόγραμμον τῶν δυνάμεων καὶ σύρομεν ἐκ τῆς κορυφῆς τῆς γωνίας  $\varphi$  τὴν διαγώνιον αὐτοῦ, ὅποτε αὕτη παριστᾶ κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν τὴν συνισταμένην τῶν δοθεισῶν δυνάμεων.

Τὸ μήκος τῆς διαγωνίου, μετρούμενον δι' ὑποδεκαμέτρου, εὐρίσκεται ἴσον πρὸς  $6 \text{ cm}$  ἑπομένως, συμφώνως πρὸς τὴν ὀρισθεῖσαν κλίμακα, ἡ τιμὴ τῆς συνισταμένης τῶν δοθεισῶν δυνάμεων εἶναι περίπου  $6 \text{ kgr}^*$  καὶ ἡ διεύθυνσις αὐτῆς καθορίζεται ἐκ τῆς γωνίας  $\theta$ , τὴν ὁποίαν σχηματίζει πρὸς τὴν δυνάμιν  $F_2$ . Ἡ γωνία αὕτη μετρούμενη διὰ μοιρογνωμονίου εὐρίσκεται περίπου ἴση πρὸς  $25^\circ$ .

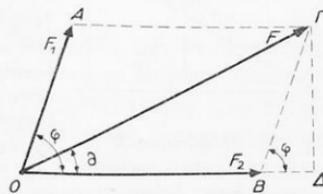
**75°.** Ἀναλυτικὸς προσδιορισμὸς τῆς συνισταμένης δύο δυνάμεων. Τὴν συνισταμένην δύο δυνάμεων  $F_1$  καὶ  $F_2$  (σχ. 65) δυνάμεθα, ὡς εἶδομεν, νά εὐρωμεν διὰ τῆς κατασκευῆς τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων. Δυνάμεθα ὁμῶς καὶ ἀναλυτικῶς νά υπολογίσωμεν αὐτήν. Ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς συνισταμένης εὐρίσκεται ἐκ τοῦ γνωστοῦ τύπου :

$$(OG)^2 = (OA)^2 + (OB)^2 + 2(OA)(OB) \text{ συν}\varphi$$

$$\text{ἢ: } F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 F_2 \text{ συν}\varphi$$

(1)

Τὴν διεύθυνσιν τῆς συνισταμένης καθορίζομεν διὰ τῆς γωνίας  $\theta$ , τὴν ὁποίαν σχημα-



Σχ. 65. Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν στοιχείων τῆς συνισταμένης.

τίξει π.χ. πρὸς τὴν δύναμιν  $F_2$ . Πρὸς τοῦτο, προβάλλομεν τὴν  $ΟΓ$  ἐπὶ τῆς  $ΟΒ$ , ὅτε ἐκ τοῦ τριγώνου  $ΟΓΔ$  ἔχομεν :

$$ΓΔ = ΟΔ \cdot \epsilon\phi\theta \quad \text{καὶ} \quad \epsilon\phi\theta = \frac{ΓΔ}{ΟΔ}$$

Ἄλλ' ἐκ τοῦ τριγώνου  $ΓΑΒ$  ἔχομεν  $ΓΔ = ΒΓ \cdot \eta\mu\phi = F_1 \cdot \eta\mu\phi$  καὶ  $ΒΔ = ΒΓ \cdot \sigma\upsilon\nu\phi = F_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\phi$ . Πρὸς τούτους εἶναι:  $ΟΔ = ΟΒ + ΒΔ = F_2 + F_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\phi$ , ὅθεν εἶναι :

$$\epsilon\phi\theta = \frac{F_1 \cdot \eta\mu\phi}{F_2 + F_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\phi} \quad (2)$$

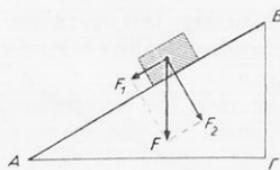
Οἱ τύποι (1) καὶ (2) λύουν τὸ πρόβλημα, διότι ὁ πρῶτος παρέχει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς συνισταμένης καὶ ὁ δεύτερος τὴν διεύθυνσιν αὐτῆς.

**76. Ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς συνιστώσας.** Ὅπως μία δύναμις δύναται ν' ἀντικαταστήσῃ πολλὰς ἄλλας καὶ ν' ἀποτελέσῃ τὴν συνισταμένην τῶν δοθεισῶν δυνάμεων, οὕτω καὶ δοθεῖσα δύναμις δύναται ν' ἀναλυθῇ εἰς ἄλλας, αἱ ὁποῖα καλοῦνται **συνιστώσαι** αὐτῆς. Ἐνῶ δὲ τὸ πρόβλημα τῆς εὐρέσεως τῆς συνισταμένης πολλῶν δυνάμεων εἶναι ὄρισμένον, τὸ πρόβλημα τῆς ἀναλύσεως δυνάμεως εἰς συνιστώσας εἶναι ἀόριστον. Πράγματι, ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων  $F_1, F_2, F_3, F_4$  τοῦ σχήματος 62 εἶναι ἡ  $F$ . Εἶναι ὅμως προδήλον ὅτι καὶ ἡ  $F$  δύναται ν' ἀναλυθῇ εἰς τὰς  $F_1, F_2, F_3, F_4$ . Ἐν τούτοις δὲν ὑπάρχει μία μόνον λύσις ἀναλύσεως τῆς δυνάμεως  $F$  εἰς συνιστώσας, ἀλλ' ἄπειροι.

Συνήθως ἀναλύομεν δοθεῖσαν δύναμιν εἰς δύο συνιστώσας, αἵτινες σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν  $\phi$ . Ἐάν  $\phi = 90^\circ$ , αἱ δύο συνιστώσαι καλοῦνται **ὀρθογώνιοι συνιστώσαι**.

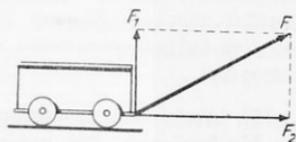
**77. Ἐφαρμογαὶ ἀναλύσεως δυνάμεως.** Χαρακτηριστικαὶ περιπτώσεις ἀναλύσεως δυνάμεως εἰς δύο ὀρθογωνίους συνιστώσας δεικνύονται εἰς τὰ σχήματα 66 καὶ 67.

Εἰς τὸ σχ. 66 δεικνύεται ἡ περίπτωσις σώματος εὐρισκομένου ἐπὶ κεκλιμένου κατακορύφου  $ΑΒ$ . Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπενεργεῖ τὸ βάρος αὐτοῦ  $F$ , τὸ ὁποῖον διευθύνεται κατακορύφως. Ἡ δύναμις ὅμως  $F$  ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας, τὴν  $F_2$  κάθετον ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου καὶ τὴν  $F_1$  παράλληλον πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον. Ἐκ τούτων ἡ  $F_2$  ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου,



**Σχ. 66.** Ἡ δύναμις  $F$  ἀναλύεται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἡ μία τῶν συνιστωσῶν νὰ ἔχη τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως.

ἐνῶ ἡ  $F_1$  τείνει νὰ μετατοπίσῃ τὸ σῶμα πρὸς τὰ κάτω ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου καὶ ἐπομένως, διὰ νὰ διατηρηθῇ ἐν ἰσορροπία ἐπ' αὐτοῦ, πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ τοῦ σώματος δύναμις ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν  $F_1$ . Ἡ συνιστώσα  $F_1$  εἶναι τὸσον



**Σχ. 67.** Ἡ ὀριζοντία μετατόπισις τοῦ ἀμαξίου ὀφείλεται εἰς τὴν συνιστώσαν δύναμιν  $F_1$ .

μικροτέρα, ὅσον ἡ κλίσις τοῦ ἐπιπέδου, ἢ ἄλλως ἡ γωνία  $ΒΑΓ$  εἶναι μικροτέρα.

Εἰς τὸ σχῆμα 67 δεικνύεται δύναμις  $F$  ἐπενεργοῦσα ἐπὶ τροχοφόρου ἀμαξίου. Ἡ δύναμις  $F$  ἀναλύεται εἰς δύο ὀρθογωνίους συνιστώσας, τὴν  $F_2$  παράλληλον πρὸς τὸ ὀριζόντιον ἔδαφος, ἡ ὁποία ἐπειδὴ προκαλεῖ τὴν μετατόπισιν τοῦ ἀμαξίου καλεῖται κινητικὴ.

ριος συνιστώσα καὶ τὴν  $F_1$  κάθετον ἐπὶ τὴν πρώτην, ἢ ὁποία καλεῖται καὶ κατακόρυφος συνιστώσα, ἀντισταθμίζεται δὲ αὐτὴ ὑπὸ τοῦ βάρους τοῦ ἀμαξίου.

78. Σύνθεσις δυνάμεων ἐπενεργουσῶν εἰς διάφορα σημεῖα στερεοῦ σώματος. Τὸ πρόβλημα τοῦτο θὰ ὑποδιαρέσωμεν εἰς δύο μέρη: 1) Δυνάμεις ὁμοεπίπεδοι, ὅταν δηλ. αἱ εὐθεῖαι ἐπενεργείας τῶν δυνάμεων κείνται εἰς τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον. 2) Δυνάμεις παράλληλοι.

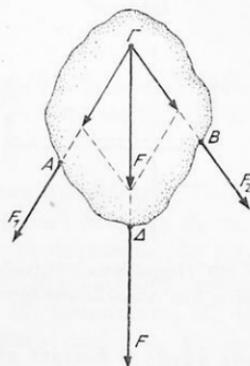
1) **Δυνάμεις ὁμοεπίπεδοι.** Ἐστω ὅτι αἱ δυνάμεις  $F_1$  καὶ  $F_2$  ἐπενεργοῦν εἰς τὰ σημεῖα  $A$  καὶ  $B$ , αἱ δὲ εὐθεῖαι ἐπενεργείας τῶν κείνται εἰς τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον. Αὗται προεκβαλλόμεναι συναντῶνται εἰς ἓν σημεῖον  $\Gamma$  (σχ. 68), εἰς τὸ ὁποῖον δυνάμεθα νὰ μεταφέρωμεν τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τῶν  $F_1$  καὶ  $F_2$ , ὅτε προκύπτουν δύο δυνάμεις ἐφηρμοσμένα εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον  $\Gamma$ , αἱ ὁποῖαι γνωρίζομεν ἤδη ὅτι παρέχουν ὡς συνισταμένην τὴν  $F$ . Τὴν δυνάμιν  $F$  δυνάμεθα ἤδη νὰ μεταφέρωμεν ἐπὶ τῆς εὐθείας ἐπενεργείας τῆς, ὥστε νὰ ἔξῃ σημεῖον ἐφαρμογῆς τὸ  $\Delta$ .

Ἐὰν ἔχωμεν δυνάμεις περισσοτέρας τῶν δύο, δυνάμεθα νὰ ἐργασθῶμεν καθ' ὅμοιον τρόπον, συντάζοντες πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν δύο πρώτων δυνάμεων τὴν τρίτην καὶ προχωροῦντες καθ' ὅμοιον τρόπον μέχρις ἐξαντλήσεως ὅλων τῶν δυνάμεων. Δυνάμεθα δὲ καὶ εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν νὰ εὔρωμεν τὸ μέγεθος τῆς συνισταμένης διὰ κατασκευῆς τῆς πολυγωνικῆς γραμμῆς (βλ. σ. 60). Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι τὸ πρόβλημα τῆς συνθέσεως πολλῶν ὁμοεπιπέδων δυνάμεων, ἐπενεργουσῶν εἰς διάφορα σημεῖα στερεοῦ σώματος, ἐπιδέχεται πάντοτε λύσιν.

2) **Δυνάμεις παράλληλοι.** Ἐστω ὅτι ἐπὶ στερεοῦ σώματος (σχ. 69, II) ἐπενεργοῦν εἰς τὰ σημεῖα  $A$  καὶ  $B$  δυνάμεις  $F_1$  καὶ  $F_2$  ὁμοπαράλληλοι, ἤτοι παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς διευθύνσεως. Ἡ κοινὴ διεύθυνσις τῶν δυνάμεων δεχόμεθα, ὅτι εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν εὐθείαν  $AB$  τὴν ἐνοῦσαν τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς αὐτῶν, διότι, ἐὰν δὲν συμβαίνει τοῦτο, δυνάμεθα νὰ μετατοπίσωμεν τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς μιᾶς τῶν δυνάμεων κατὰ μῆκος τῆς εὐθείας ἐπενεργείας αὐτῆς, ὥστε νὰ πληροῦται ἡ συνθήκη αὕτη.

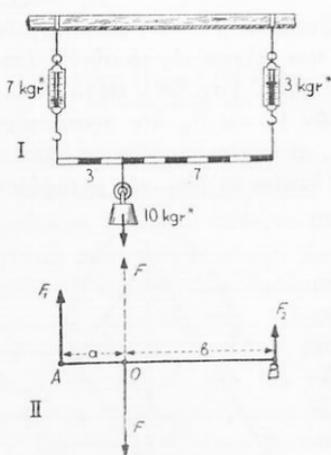
Τὴν σύνθεσιν τῶν δυνάμεων τούτων θὰ σπουδάσωμεν ἐν ἀρχῇ πειραματικῶς καὶ ἀκολούθως θὰ ἐξετάσωμεν τὸ ζήτημα τοῦτο θεωρητικῶς εἰς ἄλλην θέσιν (βλ. § 84, Ροπή δυνάμεως ὡς πρὸς ἄξονα περιστροφῆς).

Ἐστω ὅτι ἀπὸ ἀκλόνητου δοκοῦ (σχ. 69, I) ἐξαρτῶμεν καταλλήλως δύο δυνάμετρα διὰ σχοινίων καὶ εἰς τὸ κάτω μέρος αὐτῶν προσαρμύζομεν ράβδον στερεὰν ἀμελητέου βάρους, ὑποδιηρημένην εἰς δέκα ἴσα μέρη, ἐκάστου μέρους λαμβανομένου ὡς μονάδος μήκους. Ἀκολούθως, ἀπὸ σημείου τῆς ράβδου ἀπέχοντος κατὰ τρεῖς



Σχ. 68. Ἡ δυνάμις  $F$  ἐφηρμοσμένη εἰς τὸ  $\Delta$ , ἀντικαθιστᾷ τὰς ὁμοεπιπέδους δυνάμεις  $F_1$  καὶ  $F_2$ .

μονάδας από τοῦ πρὸς τ' ἄριστερά ἄκρου αὐτῆς προσαρμύζομεν βάρους  $10 \text{ kg}^*$ , ὅποτε βλέπομεν, ὅτι ἡ ράβδος μετατοπίζεται ὀλίγον παραλλήλως πρὸς ἑαυτὴν καὶ τέλος ἰσορροπεῖ, ἐνῶ τὸ πρὸς τ' ἄριστερά δυναμόμετρον δεικνύει βάρους  $7 \text{ kg}^*$  καὶ τὸ πρὸς τὰ δεξιὰ βάρους  $3 \text{ kg}^*$ . Ἐφ' ὅσον τὸ σύστημα τῶν τριῶν δυνάμεων  $7 \text{ kg}^*$ ,  $3 \text{ kg}^*$  καὶ  $10 \text{ kg}^*$  ἰσορροπεῖ, ἔπεται ὅτι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς δυνάμεως  $10 \text{ kg}^*$  ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τοῦ ἀποτελέσματος τῶν δυνάμεων  $7 \text{ kg}^*$  καὶ  $3 \text{ kg}^*$ , ἥτοι ἡ δύναμις  $10 \text{ kg}^*$  εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν ὡς ἄνω δυνάμεων.



Σχ. 69. Πειραματικὴ διάταξις συνθέσεως δύο παραλλήλων δυνάμεων.

**μογῆς αὐτῆς  $O$  διαιρεῖ τὴν εὐθείαν  $AB$  εἰς δύο τμήματα, τὰ ὅποια εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα τῶν δοθεισῶν δυνάμεων.**

Τ' ἄνωτέρω περιλαμβάνονται εἰς τὰς σχέσεις :

$$F = F_1 + F_2 \quad (1) \quad \eta \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{OB}{OA} \quad (2)$$

αἱ ὁποῖαι λύουν τὸ πρόβλημα τῆς συνθέσεως δύο ὀμοπαρᾶλλήλων δυνάμεων. Ἐπειδὴ ὅμως εἰς τοὺς ἄνωτέρω τύπους οὐδὲν στοιχεῖον ὑπερέσχεται, ἐξαρτώμενον ἐκ τοῦ προσανατολισμοῦ τῶν ὀμοπαρᾶλλήλων δυνάμεων ἐν σχέσει πρὸς τὴν εὐθείαν  $AB$ , συνάγομεν ὅτι ἡ θέσις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης τῶν ὀμοπαρᾶλλήλων δυνάμεων εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ κοινῶν προσανατολισμοῦ αὐτῶν. Ἐπίσης, ἡ θέσις αὐτοῦ παραμένει ἀμετάβλητος, ἐὰν ἡ ἔντασις ἀμφοτέρων τῶν δυνάμεων πολλαπλασιασθῇ ἢ διαιρεθῇ διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ. Πολλάκις τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης τῶν ὀμοπαρᾶλλήλων δυνάμεων καλεῖται **κέντρον τῶν παραλλήλων δυνάμεων**.

Εἰς τὴν περίπτωσιν περισσοτέρων ὀμοπαρᾶλλήλων δυνάμεων, συνθέτομεν πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν δύο πρώτων τὴν τρίτην καὶ ἐργαζόμεθα καθ' ὅμοιον τρόπον μέχρις ἐξαντλήσεως ὅλων τῶν δυνάμεων. Οὕτω καταλήγομεν πάλιν εἰς τὸ

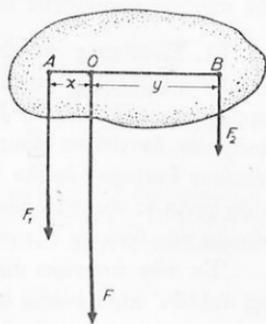
συμπέρασμα, ὅτι τὸ πρόβλημα τῆς συνθέσεως πολλῶν ὁμοπαράλληλων δυνάμεων ἐπιδέχεται πάντοτε λύσιν.

79. Ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο ὁμοπαράλληλους συνιστώσας. Ἐστω ἡ δύναμις  $F$ , ἐφαρμοσμένη εἰς τὸ σημεῖον  $O$ , καὶ  $F_1$ ,  $F_2$  αἱ συνιστώσαι αὐτῆς (σχ. 70).

Ἐφ' ὅσον ἡ  $F$  πρέπει νὰ εἶναι συνισταμένη τῶν  $F_1$  καὶ  $F_2$ , θὰ ἔχωμεν τὰς σχέσεις:

$$F = F_1 + F_2 \quad \text{καὶ} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{OB}{OA} = \frac{y}{x}$$

Εἰς τὸ πρόβλημα τοῦτο ἔχομεν τέσσαρας ἀγνώστους, τοὺς  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $x$  καὶ  $y$ , καὶ δύο μόνον ἐξισώσεις, ἐπομένως τὸ πρόβλημα εἶναι ἀόριστον. Διὰ νὰ καταστή ὀρισμένον, πρέπει οἱ ἀγνώστοι νὰ περιορισθοῦν εἰς δύο, εἰς τρόπον ὥστε νὰ ἔχωμεν σύστημα δύο ἐξισώσεων μὲ δύο ἀγνώστους. Οὕτω, ἐὰν δοθῇ π. χ. ἡ μία τῶν συνιστωσῶν  $F_1$  καὶ ἡ ἀπόστασις  $x$ , τὸ πρόβλημα ἐπιδέχεται ὀρισμένην λύσιν.



Σχ. 70. Ἡ δύναμις  $F$  ἀντικαθιστᾷ τὰς  $F_1$  καὶ  $F_2$ .

80. Σύνθεσις δύο ἀνίσων καὶ ἀντιπαράλληλων δυνάμεων. Ἐστώσαν δύο ἄνισοι καὶ ἀντιπαράλληλοι (παράλληλοι καὶ ἀντίρροποι) δυνάμεις  $F_1$  καὶ  $F_2$  (σχ. 71). Τὴν δύναμιν  $F_1$  ἀναλύομεν, ὡς ἐλέχθη ἤδη (§ 79), εἰς δύο ὁμοπαράλληλους δυνάμεις, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία  $F'_2$  ἐφαρμόζεται εἰς τὸ  $B$  καὶ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν  $F_2$ , καὶ ἡ ἄλλη  $F$  ἐφαρμόζεται εἰς τὸ  $O$ , οὕτως ὥστε νὰ ἰσχύουν αἱ σχέσεις:

$$F_1 = F + F'_2 \quad (1) \quad \text{καὶ} \quad \frac{OA}{AB} = \frac{F'_2}{F} \quad (2)$$

Σχ. 71. Ἡ δύναμις  $F$  εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν  $F_1$  καὶ  $F_2$ .

Ἐφ' ὅσον αἱ  $F'_2$  καὶ  $F$  εἶναι συνιστώσαι τῆς  $F_1$ , δυνάμεθα ν' ἀντικαταστήσωμεν αὐτὴν διὰ τῶν

συνιστωσῶν τῆς, ὁπότε τὸ σύστημα τῶν δύο ἀντιπαράλληλων δυνάμεων ἀνάγεται εἰς τὰς τρεῖς παράλληλους δυνάμεις  $F$ ,  $F'_2$  καὶ  $F_2$ . Αἱ δύο ὅμως εἰς  $B$  ἐφαρμοσμένοι δυνάμεις ἐξουδετεροῦνται καὶ οὕτως ἀπομένει ἡ  $F$ , ἡ ὁποία εἶναι συνισταμένη τῶν δοθεισῶν δυνάμεων. Ἐκ τῶν σχέσεων (1) καὶ (2) εὐρίσκομεν:

$$F = F_1 - F'_2 \quad \text{ἢ} \quad F = F_1 - F_2 \quad (3)$$

καὶ

$$OA = AB \cdot \frac{F_2}{F_1 - F_2} \quad (4)$$

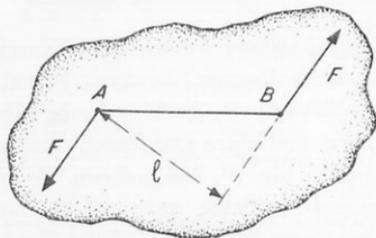
Ἐκ τῶν σχέσεων τούτων προκύπτει ἡ ἀκόλουθος πρότασις: **Ἡ συνισταμένη δύο ἀνίσων καὶ ἀντιπαράλληλων δυνάμεων ἔχει ἔντασιν ἴσην πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν ἐντάσεων τῶν δοθεισῶν, τὸ δὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς  $O$  καθο-**

ρίζεται εκ τῆς ἀποστάσεως αὐτοῦ  $OA$  ἀπὸ τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς μεγαλύτερας τῶν δυνάμεων καὶ ἡ ὁποία δίδεται εκ τῆς σχέσεως (4). Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι ἡ διεύθυνσις τῆς συνισταμένης συμπίπτει πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς μεγαλύτερας τῶν δυνάμεων, τὸ δὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς κεῖται πέραν τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς μεγαλύτερας τῶν δυνάμεων.

**81. Σύνθεσις πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων.** Ἐὰν ἔχωμεν σύστημα πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ μία ὁμάς ἀπαρτίζεται ἀπὸ δυνάμεως ὁμοπαρallήλων, ἡ δὲ ἄλλη ὁμάς ἀποτελεῖ ἐπίσης σύστημα ὁμοπαρallήλων δυνάμεων, ἀντιθέτου ὁμοῦ διευθύνσεως τῆς πρώτης ὁμάδος, τότε δυνάμεθα νὰ συνθέσωμεν ἑκατέραν ὁμάδα τῶν δοθεισῶν δυνάμεων χωριστά, ὁπότε τελικῶς θὰ προκύψῃ γενικῶς σύστημα δύο ἀνίσων καὶ ἀντιπαρallήλων δυνάμεων, τῶν ὁποίων δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὴν συνισταμένην κατὰ τὸν προηγουμένως ἐκτεθέντα τρόπον.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν, ὅτι τὸ πρόβλημα τῆς εὐρέσεως τῆς συνισταμένης πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων εἶναι πάντοτε ἐπιδεκτικὸν λύσεως.

**82. Ζεύγος δυνάμεων.** Ἐὰν εἰς τὸν τύπον 4 τῆς § 80 δεχθῶμεν, ὅτι αἱ ἀνισοὶ καὶ ἀντιπαρallήλοι δυνάμεις  $F_1$  καὶ  $F_2$  τείνουσι νὰ γίνουσι ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἴσαι, τότε παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ ἀπόστασις  $OA$  ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον αὐξάνεται· ἐν ἄλλοις λόγοις τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς  $O$  τῆς συνισταμένης τῶν δύο δυνάμεων ἀπομακρύνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἀπὸ τοῦ  $A$ . Ἐὰν δὲ ἐν τέλει γίνῃ  $F_1 = F_2$ , τὸ σημεῖον  $O$  ἐξαφανίζεται εἰς τὸ ἄπειρον, ἡ περίπτωσις δὲ αὕτη λογικῶς ἐρμηνευομένη σημαίνει, ὅτι συνισταμένη δὲν ὑφίσταται. Οὕτω καταλήγομεν εἰς



Σχ. 72. Ζεύγος δυνάμεων.

τὸ συμπέρασμα, ὅτι σύστημα δύο ἴσων καὶ ἀντιπαρallήλων δυνάμεων δὲν δύναται ν' ἀντικατασταθῇ ὑπὸ μιᾶς δυνάμεως, λέγομεν δὲ ὅτι ἀποτελεῖ **ζεύγος δυνάμεων**.

Τὸ σύστημα τῶν δυνάμεων  $F$  (σχ. 72) ἀποτελεῖ **ζεύγος δυνάμεων** καί, ἐφ' ὅσον δὲν παρέχει συνισταμένην, δὲν δύναται νὰ προκαλέσῃ μεταφορὰν τοῦ σώματος ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐπιδρᾷ, ἀλλὰ μόνον περιστροφικὴν κίνησιν περὶ ἄξονα κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων τοῦ ζεύγους.

Ἐκαστον ζεύγος καθορίζεται εκ τῆς  $\rho o\pi\eta\varsigma$  αὐτοῦ. Ὀνομάζομεν δὲ  **$\rho o\pi\eta\varsigma$  ζεύγους τὸ γινόμενον μιᾶς τῶν δυνάμεων ἐπὶ τὴν κάθετον ἀπόστασιν αὐτῶν, ἡ ὁποία συνήθως καλεῖται βραχίων τοῦ ζεύγους**.

Οὕτως, ἐὰν  $F$  ἡ μία τῶν ἴσων δυνάμεων καὶ  $l$  ὁ βραχίων τοῦ ζεύγους, ἡ  $\rho o\pi\eta\varsigma$  αὐτοῦ  $M$  ἔχει ἀριθμητικὴν τιμὴν:

$$M = F \cdot l$$

Ἐπειδὴ ἐξ ἄλλου τὸ ζεύγος δύναται νὰ στρέψῃ τὸ σῶμα εἴτε κατὰ τὴν φορὰν

τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὥρολογίου, εἴτε κατὰ τὴν ἀντίστροφον φοράν, καθιερώθη ὅπως, ὅταν τὸ ζεύγος στρέφῃ τὸ σῶμα κατὰ φοράν ἀντίθετον τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὥρολογίου, ἡ ροπή του λογίζεται ὡς θετική, ὡς ἀρνητική δὲ ὅταν στρέφῃ τὸ σῶμα κατ' ἀντίθετον φοράν.

Τὸ σχῆμα 73 δεικνύει ἐφαρμογὰς ζεύγους δυνάμεων.

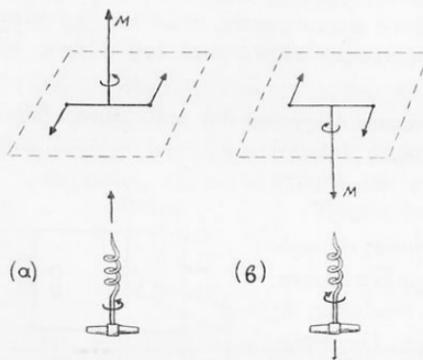
**Διαστάσεις καὶ μονάδες ροπῆς.** Ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως δυνάμεθα νὰ εὗρωμεν τὰς ἑξισώσεις διαστάσεων καὶ τὰς μονάδας ροπῆς εἰς τὰ συστήματα CGS καὶ T.S. μονάδων.

α) **Σύστημα μονάδων CGS.**  $[M] = [MLT^{-2}][L] = [ML^2 T^{-2}]$ .

καὶ μονὰς τὸ  $1 \text{ gr} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-2}$  ἢ  $1 \text{ Dyn} \cdot \text{cm}$ .

β) **Τεχνικὸν σύστημα.**  $[M] = [FL]$  καὶ μονὰς τὸ  $1 \text{ kg} \cdot \text{m}$  (χιλιογραμμόμετρον).

**83. Γραφικὴ παράστασις ροπῆς.** Ἡ ροπή ζεύγους παριστάται συνήθως δι' ἀνύσματος, τὸ ὁποῖον καλεῖται **παραστατικὸν ἄνυσμα τῆς ροπῆς**, εἶναι κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ ζεύγους (σχ. 74) καὶ καθορίζει συγχρόνως τὸν ἄξονα περιστροφῆς τοῦ σώματος ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ ζεύγους.



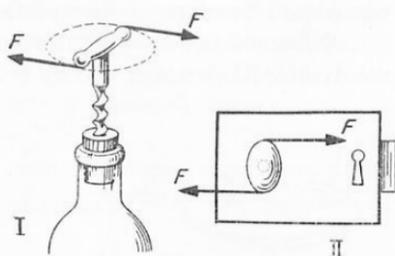
Σχ. 74. Τὸ ἄνυσμα M εἶναι τὸ παραστατικὸν ἄνυσμα τῆς ροπῆς τοῦ ζεύγους: α) δεξιόστροφον, β) ἀριστερόστροφον.

Ἡ φορά τῆς ροπῆς τοῦ ζεύγους εὐρίσκεται διὰ συνδυασμοῦ τῆς φορᾶς περιστροφῆς τοῦ σώματος μετὰ τῆς προχωρήσεως τοῦ δεξιόστροφου κοχλίου.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι, ὅταν ζεύγος δίδεται διὰ τοῦ παραστατικοῦ ἄνυσματος τῆς ροπῆς του, εἶναι τελείως ὀρισμένον, διότι ἔχομεν τὸν προσανατολισμὸν τοῦ ἐπιπέδου αὐτοῦ ἐν τῷ

χώρῳ, τὸ μέγεθος τῆς ροπῆς του καὶ τὴν φοράν περιστροφῆς.

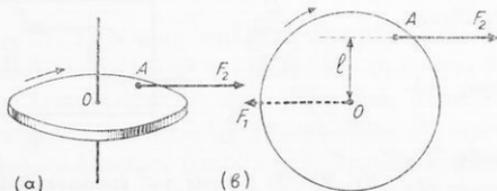
**84. Ροπή δυνάμεως ὡς πρὸς ἄξονα περιστροφῆς.** Ἐστω ὅτι στερεὸν σῶμα πραγματοποιούμενον ὑπὸ τροχοῦ ἢ δίσκου (σχ. 75, α) στρέφεται περὶ ἄξονα O, ὃ ὁποῖος διατηρεῖ ἀμετάβλητον θέσιν εἰς τὸν χώρον (π.χ. διὰ στηρίξεως τοῦ ἄξονος ἐπὶ σταθερῶν ἐδράνων). Ἐπὶ τοῦ σώματος φανταζόμεθα, ὅτι ἐπιδρᾷ ἡ δύναμις F, ἡ ὁποία, χάριν ἀπλότητος δεχόμεθα, ὅτι κεῖται ἐν ἐπιπέδῳ καθέτῳ ἐπὶ τὸν ἄξονα περιστροφῆς. Εἶναι φανερόν, ὅτι ἡ δύναμις αὕτη τείνει νὰ περιστρέφῃ



Σχ. 73. Ἡ κίνησις τοῦ ἐκποματιστοῦ I καὶ τῆς χειρολαβῆς θύρας II, γίνεται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ζεύγους δυνάμεων.

τὸ σῶμα περὶ τὸν ἄξονα περιστροφῆς κατὰ τὴν φοράν τοῦ βέλους· καὶ διὰ τὴν ἐξετάσωμεν τὸ ἀποτέλεσμα τῆς περιστροφῆς σκεπτόμεθα ὡς ἑξῆς:

Φαντασθῶμεν, ὅτι ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπιδράῃ καὶ ἡ δύναμις  $F_1$  (σχ. 75, β) ἴση καὶ ἀντιπαράλληλος πρὸς τὴν  $F_2$  καὶ εἰς τρόπον, ὥστε ἡ εὐθεῖα ἐπενεργείας αὐτῆς νὰ διέρχεται διὰ τοῦ ἄξονος. Ἡ δύναμις  $F_1$  προδήλως οὐδὲν ἀποτέλεσμα ἔχει, διότι ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ μονίμου ἄξονος. Αἱ δυνάμεις ὅμως  $F_2$  καὶ  $F_1$  ἀποτελοῦν, ὡς γνωστόν, ζεύγος καὶ ἐπομένως τὸ ἀποτέλεσμα τοῦ ζεύγους τούτου ἀνάγεται εἰς μόνον τὸ ἀποτέλεσμα τῆς δυνάμεως  $F_2$ .



Σχ. 75. Τὸ ἀποτέλεσμα τῆς ἐπιδράσεως τῆς δυνάμεως  $F_2$  ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὴν ροπήν  $F_2 \cdot l$ , ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἄξονα O.

Τὸ ζεύγος ὅμως ( $F_2, F_1$ ) χαρακτηρίζεται ὑπὸ τῆς ροπῆς τοῦ  $M = F_2 \cdot l$ , ὅπου  $l$  ὁ βραχίον αὐτοῦ καὶ ἐπομένως τὸ γινόμενον  $F_2 \cdot l$  χαρακτηρίζει ἐπίσης καὶ τὸ ἀποτέλεσμα τῆς δυνάμεως  $F_2$  ἐπὶ τοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον εἶναι στρεπτὸν ἐπὶ σταθερὸν ἄξονα.

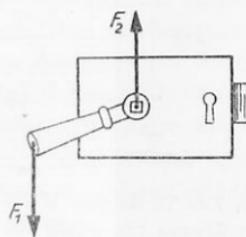
Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὁ ἀκόλουθος ὁρισμὸς ροπῆς δυνάμεως ὡς πρὸς ἄξονα περιστροφῆς. **Ροπή δυνάμεως ὡς πρὸς ἄξονα, ἐφ' ὅσον ἡ δύναμις κεῖται ἐν ἐπιπέδῳ καθέτῳ πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς, καλεῖται τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν κάθετον ἀπόστασιν αὐτῆς ἀπὸ τοῦ ἄξονος τῆς περιστροφῆς.**

Ἐὰν ἡ εὐθεῖα ἐπενεργείας τῆς δυνάμεως διέρχεται διὰ τοῦ ἄξονος, ὅτε ἡ κάθετος ἀπόστασις αὐτῆς ἀπὸ τοῦ ἄξονος, ἢ ἄλλως ὁ βραχίον τῆς δυνάμεως, εἶναι μηδέν, τότε καὶ ἡ ροπή τῆς δυνάμεως εἶναι μηδέν.

Τὸ σχῆμα 76 ἐπεξηγεῖ τὴν ροπήν δυνάμεως εἰς περιπτώσιν χειρολαβῆς, συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω ἐκτιθέμενα.

Διὰ τὰς ἐξισώσεις διαστάσεων ροπῆς δυνάμεως, ὡς καὶ τὰς μονάδας μετρήσεως ἰσχύουν, ὅσα ἐλέγχθησαν καὶ διὰ τὴν ροπήν ζεύγους.

Ἀναλόγως τῆς θέσεως, τὴν ὁποίαν ἔχει ἡ δύναμις ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς αὐτῆς, δύναται ἡ περιστροφή νὰ εἶναι εἴτε δεξιόστροφος, ὅτε ἡ ροπή καλεῖται **δεξιόστροφος**, εἴτε ἀριστερόστροφος. Συνήθως τὰς ἀριστεροστροφούς ροπὰς θεωροῦμεν ὡς θετικὰς καὶ τὰς δεξιόστροφους ὡς ἀρνητικὰς.



Σχ. 76. Ἐπὶ τῆς χειρολαβῆς ἐξασκεῖται ροπή.

**85. Θεώρημα τῶν ροπῶν.** Προκαίμενον περὶ ροπῆς δυνάμεως, ἰσχύει ἡ ἀκόλουθος πρότασις, ἡ ὁποία ἔχει σπουδαιότατην σημασίαν εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς: **Ἐὰν πολλαὶ ὁμοεπίπεδοι δυνάμεις (κεῖμεναι ἐν ἐπιπέδῳ καθέτῳ ἐπὶ τὸν ἄξονα) ἐπενεργοῦν ἐπὶ σώματος στρεπτοῦ περὶ σταθερὸν**

ἄξονα, ἢ ροπή τῆς συνισταμένης, ὡς πρὸς τὸν αὐτὸν ἄξονα, ἰσοῦται πρὸς τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δοθεισῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν αὐτὸν ἄξονα. Οὕτως, ἐὰν ἡ δύναμις  $F_1$  ἔχη, ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς, βραχίονα  $l_1$ , ἡ δύναμις  $F_2$  ἔχει βραχίονα  $l_2$ , ἡ  $F_3$  ἔχει βραχίονα  $l_3$ , ἡ δὲ συνισταμένη αὐτῶν  $F$  ἔχει βραχίονα  $l$ , τότε θὰ ἰσχύη ἡ ἀλγεβρική σχέσηις:

$$F \cdot l = F_1 \cdot l_1 + F_2 \cdot l_2 + F_3 \cdot l_3 + \dots \quad (1)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (1) προκύπτει: Ἵνα σῶμα στρεπτόν περὶ ἄξονα ἰσορροπῇ ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν πολλῶν δυνάμεων, πρέπει, συμφώνως πρὸς τὰ ἀνωτέρω, ἢ εὐθεία ἐπενεργείας τῆς συνισταμένης νὰ συναντᾷ τὸν ἄξονα περιστροφῆς, ὅτε ὁμως ὁ βραχίον τῆς συνισταμένης εἶναι μηδὲν καὶ ἐπομένως ἡ ροπή τῆς συνισταμένης εἶναι ἴση πρὸς τὸ μηδέν. Ἐκ τούτου συνάγομεν τὴν ἀκόλουθον σπουδαίαν πρότασιν:

Ἵνα πολλαὶ ὁμοεπίπεδοι δυνάμεις ἐπενεργοῦσαι ἐπὶ στερεοῦ σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα ἰσορροποῦν, πρέπει τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν αὐτῶν ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς νὰ εἶναι μηδέν. Ἡ σχέσηις αὕτη περιλαμβάνεται εἰς τὴν ἐξίσωσιν:

$$F_1 \cdot l_1 + F_2 \cdot l_2 + F_3 \cdot l_3 + \dots = 0.$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν ὅτι, Ἵνα σῶμα στρεπτόν περὶ ἄξονα ἰσορροπῇ, πρέπει εἴτε ἡ συνισταμένη τῶν ἐπ' αὐτοῦ ἐπενεργουσῶν δυνάμεων νὰ εἶναι μηδέν εἴτε, ἐὰν αὕτη δὲν εἶναι μηδέν, ἡ ροπή αὐτῆς ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς νὰ εἶναι μηδέν.

**Παράδειγμα** (ἐκ τοῦ σχ. 77). Ἐστω:

Δύναμις	Βραχίον δύναμεις
$F_1 = 16 \text{ kgr}^*$	$l_1 = 7 \text{ cm}$
$F_2 = 10 \text{ kgr}^*$	$l_2 = 4 \text{ cm}$
$F_3 = 6 \text{ kgr}^*$	$l_3 = 12 \text{ cm}$

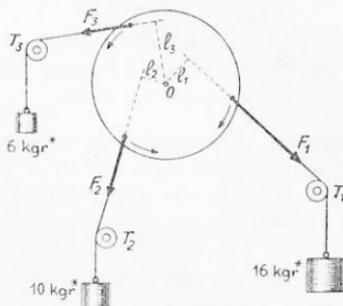
Ροπή
$M_1 = -112 \text{ kgr}^* \cdot \text{cm}$
$M_2 = +40 \text{ kgr}^* \cdot \text{cm}$
$M_3 = +72 \text{ kgr}^* \cdot \text{cm}$
$M_1 + M_2 + M_3 = 0$

86\*. Ἐφαρμογαὶ θεωρήματος ροπῶν. α) Ἐπὶ τοῦ στελέχους AB (σχ. 78) στρεπτοῦ περὶ ἄξονα O ἐπενεργοῦν δυνάμεις  $F_1$  καὶ  $F_2$  κείμεναι ἐπὶ ἐπιπέδου καθέτου ἐπὶ τὸν ἄξονα. Διὰ νὰ ἰσορροπῇ τὸ στέλεχος, πρέπει συμφώνως πρὸς τὸ θεώρημα τῶν ροπῶν, νὰ εἶναι  $F_1 l_1 - F_2 l_2 = 0$  ἢ  $F_1 l_1 = F_2 l_2$ , ἤτοι αἱ ροπαὶ νὰ ἔχουν ἴσας ἀριθμητικὰς τιμὰς.

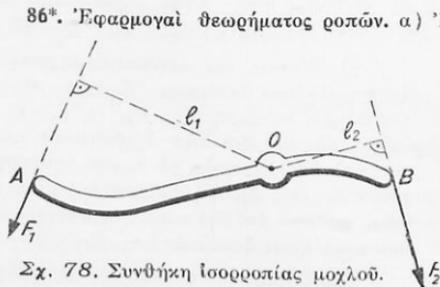
Ἐκ τῆς ἀνω σχέσεως προκύπτει:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}$$

δηλαδὴ αἱ δυνάμεις εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν βραχίωνων αὐτῶν. Ἡ συνθήκη αὕτη ἀποτελεῖ τὴν *συνθήκην ἰσορροπίας τοῦ μοχλοῦ*.



Σχ. 77. Ἴσορροπία τριῶν ροπῶν.

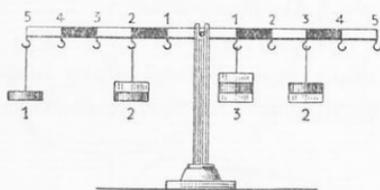


Σχ. 78. Συνθήκη ἰσορροπίας μοχλοῦ.

Εἰς τὸ σχῆμα 79 ὑπάρχει ἰσοροπία, διότι :

$$1 \times 5 + 2 \times 2 = 3 \times 1 + 2 \times 3 \quad \text{καὶ} \quad (1 \times 5 + 2 \times 2) - (3 \times 1 + 2 \times 3) = 0.$$

β) *Ἐῤῥεσις τῆς συνισταμένης δύο ὁμοπαράλληλων δυνάμεων.* Ἐστωσαν αἱ ὁμοπαράλληλοι δυνάμεις, τῶν ὁποίων αἱ ἀριθμητικαὶ τιμαὶ ἢ αἱ ἐντάσεις εἶναι  $F_1$  καὶ  $F_2$ , ἐφαρμοσμένα εἰς τὰ σημεῖα A καὶ B στερεοῦ σώματος (σχ. 80). Ἐκ τοῦ πειράματος (βλ. § 78, 2) γνωρίζομεν, ὅτι αἱ δυνάμεις αὗται ἔχουν συνισταμένην, ἢ ὅποια εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς δοθείσας. Ἀλλὰ καὶ θεωρητικῶς συνάγεται, ὅτι ἡ συνισταμένη εἶναι ὁμοπαράλληλος πρὸς τὰς δοθείσας, διότι οὐδεὶς λόγος συντρέχει, ὥστε νὰ μὴ συμβαίη τούτο.



Σχ. 79. Πειραματικὴ διάταξις διὰ τὸ θεώρημα τῶν ροπῶν.

κολουθήσῃ νὰ παραμένῃ ὡς τοιαύτη, ἐὰν φαντασθῶμεν ἄξονα κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ σχήματος, εἴτε εἰς A εἴτε εἰς B. Ἐὰν ἐφαρμόσωμεν τὸ θεώρημα τῶν ροπῶν ὡς πρὸς ἄξονα εἰς A, θὰ ἔχωμεν :

$$F \cdot x = F_2 \cdot a \quad (1)$$

ἐὰν δὲ ἐφαρμόσωμεν τὸ αὐτὸ θεώρημα ὡς πρὸς ἄξονα εἰς B, θὰ ἔχωμεν :

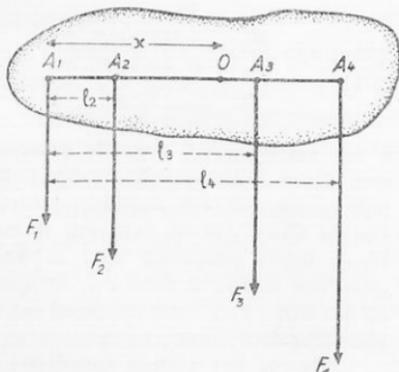
$$F \cdot y = F_1 \cdot a \quad (2)$$

Διὰ προσθέσεως τῶν δύο ἐξισώσεων κατὰ μέλη καὶ λαμβάνοντες ὑπ' ὄψιν ὅτι  $x + y = a$ , εὐρίσκομεν :

$$F = F_1 + F_2 \quad (3)$$

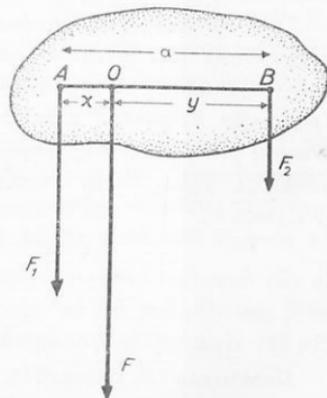
διὰ διαιρέσεως δὲ αὐτῶν κατὰ μέλη, εὐρίσκομεν :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{y}{x} = \frac{OB}{OA} \quad (4)$$



Σχ. 81. Διὰ τὴν εῤῥεσιν τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης πολλῶν ὁμοπαράλληλων δυνάμεων.

θεώρημα τῶν ροπῶν ὡς πρὸς ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ  $A_1$ .



Σχ. 80. Διὰ τὴν σύνθεσιν ὁμοπαράλληλων δυνάμεων.

Αἱ ἐξισώσεις αὗται εἶναι ὅμοιαι πρὸς τὰς ἐξισώσεις (1) καὶ (2) τῆς § 78. (2)

γ) *Ἐῤῥεσις τῆς συνισταμένης πολλῶν ὁμοπαράλληλων δυνάμεων.* Ἐστωσαν αἱ ὁμοπαράλληλοι δυνάμεις  $F_1, F_2, F_3$  κ.ο.κ., αἱ ὁποῖαι δίδονται διὰ τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν τῶν, καὶ δεχθῶμεν, ὅτι τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς αὐτῶν  $A_1, A_2, A_3, A_4$  κείνται ἐπὶ μίας εὐθείας καθέτου ἐπὶ τὴν κοινὴν διεύθυνσιν τῶν ὁμοπαράλληλων δυνάμεων (σχ. 81).

Ὅπως εῤῥωμεν τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης αὐτῶν F, δεχόμεθα ὅτι τούτο εὐρίσκεται εἰς O καὶ ἐφαρμόζομεν τὸ

Είναι πρόδηλον, ὅτι ἡ ροπή τῆς δυνάμεως  $F_1$  ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἰς  $A_1$  εἶναι μηδέν, διότι τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς κεῖται ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

Ἐάν δὲ διὰ  $l_2, l_3, l_4$  καλέσωμεν ἀντιστοίχως τοὺς βραχίονας τῶν δυνάμεων  $F_2, F_3, F_4$  ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἄξονα εἰς  $A_1$  καὶ διὰ  $x$  τὴν ἀπόστασιν  $OA_1$ , ἦτοι τὸν βραχίονα τῆς συνισταμένης  $F$  ὡς πρὸς τὸν αὐτὸν ἄξονα, θὰ ἔχωμεν :

$$Fx = F_2 l_2 + F_3 l_3 + F_4 l_4$$

Ἐάν δὲ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι  $F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$  ἔπεται ὅτι :

$$x = \frac{F_2 l_2 + F_3 l_3 + F_4 l_4}{F_1 + F_2 + F_3 + F_4}$$

Παράδειγμα. Ἐάν  $F_1 = 1 \text{ kgf}^*$ ,  $F_2 = 1,3 \text{ kgf}^*$ ,  $F_3 = 1,5 \text{ kgf}^*$  καὶ  $F_4 = 2 \text{ kgf}^*$  ὑποθέσωμεν δὲ ὅτι  $l_2 = 50 \text{ cm}$ ,  $l_3 = 200 \text{ cm}$ ,  $l_4 = 300 \text{ cm}$ , θὰ εἶναι :

$$x = \frac{1,3 \cdot 50 + 1,5 \cdot 200 + 2 \cdot 300}{1 + 1,3 + 1,5 + 2} = \frac{965}{5,8} = 165 \text{ cm.}$$

δ) Πρακτικὴν ἐφαρμογὴν τῆς περιπτώσεως σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα δεικνύει τὸ σχῆμα 82. Ὁ ἄξων περιστροφῆς συμπίπτει μὲ τὴν διεύθυνσιν  $OO$ . Εἰς τὸ ἓν ἄκρον ἡ δύναμις  $F$  παριστᾷ τὸ βάρος τοῦ ἀνθρώπου, τὸ ὁποῖον ἰσορροπεῖται ὑπὸ τῆς δυνάμεως  $f$ , ἐφηρμοσμένης εἰς τὸ κέντρον βάρους τῆς σανίδος καὶ ἡ ὁποία παριστᾷ τὸ βάρος αὐτῆς. Δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν, ἔχομεν :

$$f \cdot L - F \cdot l = 0$$

ὅπου  $L$  καὶ  $l$  παριστοῦν τοὺς βραχίονας τῶν δυνάμεων, τοῦ ἀρνητικοῦ σημείου δικαιολογούμενου ἐκ τοῦ ὅτι αἱ δυνάμεις τείνουν νὰ περιστρέφουν τὸ σῶμα κατ' ἀντιθέτους φορὰς. Ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως προκύπτει :

$$f \cdot L = F \cdot l$$

Οὕτω, ἐάν εἰς ἄνθρωπος ἔχῃ βάρος  $70 \text{ kgf}^*$ , εἶναι δὲ  $l = 0,60 \text{ m}$  καὶ  $L = 1,80 \text{ m}$ , τότε, δι' ἀντικαταστάσεως τῶν τιμῶν εἰς τὸν ἀνωτέρω τύπον, εὐρίσκομεν :  $f \cdot 1,80 = 70 \cdot 0,6$  ἔξ οὗ προκύπτει τὸ βάρος τῆς σανίδος  $f = 23,3 \text{ kgf}^*$ .

## ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

### Α'. Ζητήματα.

Πῶς ὀρίζεται ἡ δύναμις καὶ ποῖα τὰ χαρακτηριστικὰ αὐτῆς.

Τί νομιάζομεν σύνθεσιν δυνάμεων, συνισταμένην καὶ συνιστώσας δυνάμεως.

Εἰς ποίας περιπτώσεις τὸ πρόβλημα τῆς ἀντικαταστάσεως πολλῶν δυνάμεων ὑπὸ μιᾶς ἐπιδέχεται λύσιν καὶ εἰς ποίας περιπτώσεις δὲν ἐπιδέχεται.

Τί καλοῦμεν ζεύγος δυνάμεων, ὡς καὶ ροπήν ζεύγους.

Ποία ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων καὶ αἱ μονάδες ροπῆς. Πῶς παριστᾶται γραφικῶς ἡ ροπή ζεύγους.



Σχ. 82. Ἡ ροπή τοῦ βάρους τοῦ ἀνθρώπου ὡς πρὸς τὸν ἄξονα  $OO$  ἰσορροπεῖ τὴν ροπήν τοῦ βάρους τῆς δοκοῦ ὡς πρὸς τὸν αὐτὸν ἄξονα.

Τί καλοῦμεν ἀνάλυσιν δυνάμεως καὶ τίνι τρόπῳ δυνάμεθα ν' ἀναλύσωμεν δοθεῖσαν δύναμη εἰς δύο συνιστώσας σχηματιζούσας γωνίαν.

Πότε αἱ συνιστώσαι δυνάμεις καλοῦνται ὀρθογώνιοι.

Νὰ δειχθῆ, ὅτι τρεῖς δυνάμεις ἴσαι, ἐπενεργοῦσαι ἐπὶ ἐνὸς ὕλικου σημείου καὶ σχηματίζουσαι ἀνά δύο γωνίαν  $120^\circ$ , ἰσορροποῦν.

Νὰ ἀναλυθῆ τὸ βάρος σώματος εὐρισκομένου ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου εἰς δύο ὀρθογώνιους συνιστώσας, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον.

Νὰ ἐκφραστοῦν αἱ δύο συνιστώσαι διὰ τοῦ βάρους τοῦ σώματος καὶ τῆς γωνίας κλίσεως τοῦ ἐπιπέδου.

Σφαῖρα μάζης  $m$  ἐξαρτάται διὰ νήματος ἀπὸ ἀκλόνητου σημείου. Ἐὰν ἡ σφαῖρα ἐκτοπισθῆ ἀπὸ τῆς θέσεως ἰσορροπίας καὶ ἀφεθῆ ἐλευθέρω, φέρεται πρὸς τὰ κάτω. Νὰ δειχθῆ, ποῖαι εἶναι αἱ δυνάμεις αἱ ἐπενεργοῦσαι ἐπὶ τῆς σφαίρας καὶ πῶς ἐκφράζεται ἡ κινήτηριος δύναμις συναρτήσῃ τῆς γωνίας ἐκτροπῆς.

Ποίας ἰδιότητος ἔχει τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης παραλλήλων δυνάμεων.

## Β'. Προβλήματα.

1. Δύο δυνάμεις  $3 \text{ kgr}^*$  καὶ  $4 \text{ kgr}^*$  ἐπενεργοῦν κατ' ὀρθὴν γωνίαν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὕλικου σημείου. Νὰ εὐρεθῆ ἡ συνισταμένη αὐτῶν: α) γραφικῶς, β) λογιστικῶς.

(Ἄπ.  $F = 5 \text{ kgr}^*$ ).

2. Δύναμις  $F_1 = 7 \text{ kgr}^*$  ἐπενεργεῖ ἐπὶ ὕλικου σημείου, ὁμοῦ μετὰ ἐτέρας δυνάμεως  $F_2$ . Γνωστοῦ ὄντος, ὅτι ἡ συνισταμένη αὐτῶν εἶναι  $25 \text{ kgr}^*$  καὶ ἡ δύναμις  $F_1$  εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν συνισταμένην, νὰ ὑπολογισθῆ ἡ δύναμις  $F_2$ .

(Ἄπ.  $F_2 = 26 \text{ kgr}^*$ ).

3. Ἐπὶ τῆς κορυφῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπενεργοῦν κατὰ τὴν μίαν πλευρὰν αὐτῆς αἱ δυνάμεις  $21 \text{ kgr}^*$  καὶ  $18 \text{ kgr}^*$ , καὶ ἐπὶ τῆς ἐτέρας αἱ δυνάμεις  $27 \text{ kgr}^*$  καὶ  $53 \text{ kgr}^*$ . Νὰ ὑπολογισθῆ ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων.

(Ἄπ.  $F = 89 \text{ kgr}^*$ ).

4. Σῶμα βάρους  $159 \text{ kgr}^*$  εὐρισκόμενον ἐπὶ ὀριζοντίας τραπέζης, ὑπόκειται εἰς τὴν ἐπενεργεῖαν δύο δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ἐφ' ἐνὸς σημείου αὐτοῦ, καὶ ὑπὸ γωνίαν  $90^\circ$ , παράλληλως πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῆς τραπέζης, εἶναι δὲ  $F_1 = 28 \text{ kgr}^*$  καὶ  $F_2 = 45 \text{ kgr}^*$ . Πόση ἡ συνισταμένη αὐτῶν καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις, τὴν ὁποίαν αὐτὴ μεταδίδει εἰς τὸ σῶμα.

(Ἄπ.  $F = 53 \text{ kgr}^*$ ,  $\gamma = 3,27 \text{ m/sec}^2$ ).

5. Τρεῖς ὁμοεπίπεδοι δυνάμεις ἐπενεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὕλικου σημείου, εἶναι δὲ  $F_1 = 9 \text{ kgr}^*$ ,  $F_2 = 21 \text{ kgr}^*$  καὶ  $F_3 = 15 \text{ kgr}^*$ . Πρὸς τούτοις γωνία  $(F_1, F_2) = 56^\circ$  καὶ γωνία  $(F_2, F_3) = 104^\circ$ . Νὰ καθορισθῆ γραφικῶς ἡ συνισταμένη αὐτῶν κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν.

(Ἄπ.  $23,64 \text{ kgr}^*$ ,  $73^\circ 30'$  πρὸς τὴν  $F_1$ ).

6. Δύναμις  $F = 10 \text{ Dyn}$  ἐπενεργεῖ ἐπὶ ὕλικου σημείου, σχηματίζουσα γωνίαν  $60^\circ$  πρὸς τὰ ἄνω ὡς πρὸς τὴν ὀριζοντίαν. Τὸ αὐτὸ ὅμως ἀποτέλεσμα πρὸς τὴν ἀνωτέρω δύναμιν ἔχουν δύο δυνάμεις, ἡ  $F_1$  διευθυνομένη ὀριζοντίως καὶ ἡ  $F_2$  διευθυνομένη κατακορυφῶς. Νὰ εὐρεθοῦν αἱ  $F_1$  καὶ  $F_2$ .

(Ἄπ.  $F_1 = 5 \text{ Dyn}$ ,  $F_2 = 5\sqrt{3} \text{ Dyn}$ ).

7. Ἡ συνιστώσα δυνάμεως κατὰ τινὰ διεύθυνσιν εἶναι  $5 \text{ kgr}^*$  καὶ κατὰ τὴν κάθετην πρὸς αὐτὴν  $15 \text{ kgr}^*$ . Νὰ ὑπολογισθῆ ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως.

(Ἄπ.  $\varphi = 71^\circ 34'$ ).

8. Δύο δυνάμεις  $10 \text{ Dyn}$  καὶ  $5 \text{ Dyn}$  ἐπενεργοῦν ὑπὸ γωνίαν  $140^\circ$ . Νὰ ὑπολογισθῆ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς συνισταμένης καὶ ἡ διεύθυνσις αὐτῆς.

(Ἄπ.  $F = 6,957 \text{ Dyn}$ ,  $\theta = 27^\circ 31'$ ).

9. Δύναμις  $10 \text{ kgr}^*$  ἐπενεργεῖ ὀριζοντίως μετὰ ἐτέρας δυνάμεως  $F$ , σχηματίζουσης γωνίαν  $\theta$  πρὸς τὴν ὀριζοντίαν. Ἡ συνισταμένη τῶν δύο τούτων δυνάμεων εἶναι  $4 \text{ kgr}^*$  καὶ σχηματίζει γωνίαν  $20^\circ$  πρὸς τὴν ὀριζοντίαν. Νὰ εὐρεθοῦν, ἡ δύναμις  $F$  καὶ ἡ γωνία  $\theta$ .

(Ἄπ.  $F = 6,4 \text{ kgr}^*$ ,  $\theta = 167^\circ 30'$ ).

10. Εἰς τὰ δύο ἄκρα εὐθείας  $AB = 44 \text{ cm}$  ἐφαρμοζόνται αἱ δύο ὁμοπαράλληλοι δυνάμεις  $F_1 = 7 \text{ kgr}^*$ ,  $F_2 = 15 \text{ kgr}^*$ . Νὰ εὐρεθῆ ἡ συνισταμένη αὐτῶν καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς.

(Ἄπ.  $30 \text{ cm}$ ).

11. Ἐπὶ τῶν τεσσάρων κορυφῶν τετραγώνου, πλευρᾶς 50 cm, ἐπενεργοῦν τέσσαρες δυνάμεις ὁμοπαράλληλοι 33 kgf\*, 11 kgf\*, 44 kgf\* καὶ 12 kgf\*. Νὰ καθορισθῆ ἡ θέσις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης διὰ τῆς ἀποστάσεως αὐτοῦ ἀπὸ δύο καθέτων πλευρῶν τοῦ τετραγώνου. ('Απ.  $x = 27,5$  cm,  $y = 28$  cm).
12. Δύναμις  $F = 180$  kgf\* ἐπενεργεῖ εἰς τὸ σημεῖον Α στερεοῦ σώματος. Ζητεῖται ν' ἀναλυθῆ ἡ δύναμις αὕτη εἰς δύο ὁμοπαράλληλους συνιστώσας ἐφηρμοσμένας εἰς τὰ ἄκρα  $A_1$  καὶ  $A_2$  τῆς εὐθείας  $A_1$ , Α,  $A_2$ , εἰς τρόπον ὥστε αἱ δύο συνιστώσαι νὰ ἔχουν μεταξὺ τῶν λόγον 2 : 7. Νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ τιμαὶ τῶν δύο συνιστωσῶν. ('Απ.  $F_1 = 40$  kgf\*,  $F_2 = 140$  kgf\*).
13. Δύο ἐργάται κρατοῦν τὰ δύο ἄκρα ράβδου, ἀπὸ τῆς ὁποίας εἶναι ἐξηρητημένον βάρους 140 kgf\*. Νὰ ὑπολογισθῆ, πῶς διανέμεται τὸ βάρος ἐπὶ τῶν δύο ἐργατῶν, ὅταν τοῦτο ἀπέχῃ ἀπὸ τοῦ ἐνὸς ἄκρου Α τῆς ράβδου κατὰ 0,75 m καὶ ἀπὸ τοῦ ἄκρου Β κατὰ 1 m. ('Απ.  $F_1 = 80$  kgf\*,  $F_2 = 60$  kgf\*).
14. Ἐργάτης μεταφέρει φορτίον 230 kgf\* μὲ τὴν βοήθειαν μονοτρόχου ἀμαξίου, τὸ δὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς τοῦ βάρους ἀπέχει κατὰ  $1/3$  m ἀπὸ τοῦ ἄξονος τοῦ τροχοῦ καὶ κατὰ 1,2 m ἀπὸ τῆς εὐθείας τῆς ἐνούσης τὰς δύο χεῖρας τοῦ ἐργάτου. Νὰ ὑπολογισθῆ ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ὁ ἄξων τοῦ τροχοῦ, καὶ ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν καταβάλλει ὁ ἐργάτης. ('Απ. 180 kgf\*, 50 kgf\*).
15. Ράβδος ὁμογενῆς μήκους 90 cm φέρει εἰς τὸ ἐν ἄκρον αὐτῆς πρὸς τ' ἀριστερὰ βάρους 1 kgf\*, καὶ εἰς τὸ ἕτερον βάρους 0,5 kgf\*. Ἐὰν εἰς τὸ μέσον τῆς ράβδου τοποθετηθῆ ἄξων περιστροφῆς, εἰς ποῖαν ἀπόστασιν ἀπ' αὐτοῦ πρέπει νὰ προστεθῆ βάρους 1,5 kgf\* ἵνα τὸ σύστημα ἰσορροπῆ. ('Απ. 15 cm).
16. Ράβδος ΑΒ, μήκους 70 cm, ὑποστηρίζεται δι' ἄξονος ἀπέχοντος κατὰ 45 cm ἀπὸ τοῦ πρὸς τὰ δεξιὰ ἄκρου Β τῆς ράβδου. Ἡ ράβδος φορτίζεται ὑπὸ βάρους 0,5 kgf\*, ἐφηρμοσμένου εἰς Β, ὑπὸ βάρους 1,5 kgf\* ἐφηρμοσμένου εἰς Γ, ἀπέχοντος 18 cm ἀπὸ τοῦ Β, ὑπὸ τοῦ βάρους 2 kgf\* ἐφηρμοσμένου εἰς Δ, ἀπέχοντος 10 cm ἀπὸ τοῦ Γ, καὶ ὑπὸ τοῦ βάρους 6 kgf\* ἐφηρμοσμένου εἰς Ε, ἀπέχοντος 22 cm ἀπὸ τοῦ Δ. Ζητεῖται τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῆ εἰς Α, ἵνα ἡ ράβδος ἰσορροπῆ. ('Απ. 2,68 kgf\*).
17. Εἰς ποῖον σημεῖον πρέπει νὰ ὑποστηρικθῆ ράβδος ΑΒ, μήκους 2,10 m, εἰς τρόπον ὥστε μᾶζα 3 kgf ἐξαριωμένη ἀπὸ τοῦ Α νὰ ἰσορροπῆται ὑπὸ μᾶζης 4,5 kgf ἐφηρμοσμένης εἰς τὸ ἕτερον αὐτῆς ἄκρον Β. ('Απ. 1,26 m).
18. Ὅμογενῆς ράβδος μήκους 70 cm ἔχει βάρους 2 kgf\* καὶ δύναται νὰ περιστρεφῆται περὶ σταθερὸν ἄξονα, εὐρισκόμενον εἰς ἀπόστασιν 25 cm ἀπὸ τοῦ πρὸς τ' ἀριστερὰ ἄκρου αὐτῆς. Ζητεῖται, πόση δύναμις πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῆ εἰς τὸ πρὸς τ' ἀριστερὰ ἄκρον τῆς ράβδου καὶ καθέτως πρὸς αὐτήν, ἵνα αὕτη ἰσορροπῆ. ('Απ. 0,8 kgf\*).
19. Τὰ σημεία ἐφαρμογῆς δύο ὁμοπαράλληλων δυνάμεων εὐρίσκονται εἰς ἀπόστασιν 48 cm ἀπ' ἀλλήλων, ἡ δὲ συνισταμένη αὐτῶν εἶναι 30 kgf\* καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς αὐτῆς ἀπέχει κατὰ 8 cm ἀπὸ τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς μεγαλυτέρας τῶν δυνάμεων. Νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ ἐντάσεις τῶν δύο δυνάμεων. ('Απ.  $y = 5$  kgf\*,  $x = 25$  kgf\*).
20. Δύο ἀντιπαράλληλοι δυνάμεις 8 kgf\* καὶ 12 kgf\* ἔχουν σημεία ἐφαρμογῆς ἀπέχοντα κατὰ 15 cm ἀπ' ἀλλήλων. Ζητεῖται ἡ ἔντασις τῆς συνισταμένης αὐτῶν καὶ ἡ ἀπόστασις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς ἀπὸ τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς ἀπὸ τῆς μεγαλυτέρας τῶν δυνάμεων. ('Απ. 30 cm).
21. Δοκὸς μήκους 1,80 m ἰσορροπεῖ, ὅταν ὑποστηρίζεται εἰς ἀπόστασιν 10 cm ἀπὸ τοῦ ἐνὸς ἄκρου αὐτῆς. Ἐὰν εἰς τὸ ἕτερον ἄκρον τῆς ράβδου τοποθετηθῆ βάρους 50 kgf\*, πόσον βάρους πρέπει νὰ τεθῆ εἰς τὸ πρῶτον ἄκρον τῆς ράβδου, ἵνα ἀποκατασταθῆ ἡ ἰσορροπία. ('Απ. 850 kgf\*).
22. Ἐπὶ αἰώρας (κ. κούνιας) διὰ δοκοῦ μήκους 3,60 m ἄνθρωπος ζυγίζων 75 kgf\* καὶ εὐρισκόμενος εἰς τὸ ἐν ἄκρον τῆς αἰώρας ἰσορροπεῖ δύο παιδιά, ἕκαστον βάρους 50 kgf\*, εὐρισκόμενα εἰς τὸ ἕτερον ἄκρον. Νὰ καθορισθῆ ἡ ἀπόστασις τοῦ ἀνθρώπου ἀπὸ τῆς θέσεως ὑποστηρίξεως τῆς δοκοῦ. ('Απ. 206 cm).

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ΄

### ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

87. Ἡ *Δυναμικὴ* ἐξετάζει τὰς κινήσεις, τὰς ὁποίας δύναται νὰ ἐκτελεῖ ὑλικὸν σημεῖον ἢ στερεὸν σῶμα, ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὰ αἷτια τὰ προκαλοῦντα τὴν κίνησιν. Εἰς τὸ κεφάλαιον τοῦτο θὰ περιορισθῶμεν κυρίως εἰς τὴν σπουδὴν τῆς δυναμικῆς τοῦ ὑλικοῦ σημείου, διότι ἡ σπουδὴ τῆς δυναμικῆς τοῦ στερεοῦ σώματος ἐξέρχεται τοῦ πλαισίου τοῦ βιβλίου τούτου.

Θεμελιωταὶ τῆς δυναμικῆς εἶναι ὁ *Γαλιλαῖος* καὶ ὁ *Νεύτων*, βάσις δὲ τῆς σπουδῆς τῆς δυναμικῆς εἶναι κυρίως τρία δεδομένα ἐκ τῆς ἐμπειρίας, τὰ ὁποία, ἐπειδὴ διὰ πρώτην φορὰν διετυπώθησαν ἐπιστημονικῶς ὑπὸ τοῦ Νεύτωνος, εἶναι γνωστὰ ὡς *ἄξιώματα τοῦ Νεύτωνος*.



SIR ISAAC NEWTON (1641 - 1727)

Ἕλληνας Μαθηματικὸς καὶ Φυσικός. Καθηγητὴς τοῦ Πανεπιστημίου Cambridge. Συγγραφεὺς τοῦ περιφήμου βιβλίου «*Ἀρχαὶ τῆς φιλοσοφίας τῆς φύσεως*» (Principia).

τῆς φύσεως τοῦ ἐδάφους, διανύει διάφορον διάστημα, μέχρις ὅτου ἡρεμήσῃ, καὶ μάλιστα τὸ διανύμενον διάστημα εἶναι τόσον μεγαλύτερον, ὅσον περισσότερον λεῖον εἶναι τὸ ἔδαφος.

Ἡ παρατήρησις αὕτη δεικνύει, ὅτι ἡ αἰτία, διὰ τὴν ὁποίαν ἡρεμεῖ ἡ σφαῖρα,

88. Πρῶτον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος. Τὸ ἀξίωμα τοῦτο διατυπῶνται ὡς ἑξῆς: *Σῶμα ἡρεμοῦν οὐδέποτε δύναται νὰ κινήθῃ ἀφ' ἑαυτοῦ· ἐὰν δὲ κινήται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς, οὐδέποτε δύναται νὰ ἡρεμήσῃ ἀφ' ἑαυτοῦ.*

Τὸ πρῶτον μέρος τοῦ ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος εἶναι πρόδηλον, ἐνῶ τὸ δεύτερον φαίνεται ἐκ πρώτης ὄψεως μὴ ἐπαληθεύμενον ὑπὸ τῆς ἐμπειρίας. Πράγματι, ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ἐὰν ἐκσφενδονίσωμεν ἐπὶ ὀριζοντίου ἐδάφους μικρὰν σφαῖραν, αὕτη, ἀφοῦ διανύσῃ ὠρισμένον διάστημα, φαίνεται ἐκ πρώτης ὄψεως ὅτι ἡρεμεῖ ἀφ' ἑαυτῆς. Προσεκτικωτέρως ὅμως παρατήρησις τοῦ φαινομένου τούτου ἄγει εἰς τὰ ἀκόλουθα: Ἐὰν ἐκσφενδονίσωμεν διαδοχικῶς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐπὶ ἐδάφους διαφόρου φύσεως, βλέπομεν ὅτι ἡ σφαῖρα, ἀναλόγως

είναι ἡ φύσις τοῦ ἐδάφους ἐπὶ τοῦ ὁποίου αὕτη κινεῖται, μὲ ἄλλους λόγους ἢ τριβή.

Ἐκ τούτου ἀγόμεθα κατ' ἐπέκτασιν εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι, ἐὰν ἦτο δυνατὸν νὰ ἐκμηδενίσωμεν τὴν τριβήν, ἢ σφαῖρα, ἐκσφενδονιζομένη ἐπὶ ἐδάφους, ἐπὶ τοῦ ὁποίου αὕτη νὰ δύναται νὰ κινήθῃ ἄνευ τριβῆς, θὰ ἐξακολούθησεν νὰ κινήται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς ἐπ' ἀπειρον. Τὸ ὡς ἄνω ὅμως συμπέρασμα δὲν εἶναι ἐπιδεικτικὸν πειραματικῆς ἐπαληθεύσεως, διότι ἡ ἐκμηδένισις τῶν τριβῶν εἶναι εἰς ἡμᾶς ἀδύνατος. Ἐν τούτοις δεχόμεθα, ὅτι καὶ τὸ δεύτερον μέρος τοῦ ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος ἀληθεύει, διότι διὰ τῆς παραδοχῆς αὐτοῦ ἡ Φυσικὴ οὐδέποτε κατέληξε μέχρι σήμερον εἰς συμπεράσματα ἀντιφάσκοντα πρὸς τὴν ἐμπειρίαν. Τὸ αἴτιον, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὴν μετάβασιν σώματος ἐκ τῆς ἠρεμίας εἰς τὴν κίνησιν ἢ ἐκ τῆς κινήσεως εἰς τὴν ἠρεμίαν, καλοῦμεν **δύναμιν**.

Ἐκ τοῦ πρώτου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος προκύπτουν τὰ ἀκόλουθα συμπεράσματα :

1. *Ἐὰν ἐπὶ σώματος δὲν ἐπενεργῇ δύναμις, τὸ σῶμα ἢ θὰ ἠρεμῇ ἢ θὰ κινήται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς.*

2. *Ἐὰν ἐπὶ σώματος ἐπενεργῇ δύναμις, τὸ σῶμα θὰ ἐκτελῇ κίνησιν μεταβαλλομένην καὶ θὰ ἔχη ἐπομένως ἐπιτάχυνσιν.*

3. *Ἐὰν σῶμα ἔχη ἐπιτάχυνσιν, ὁπότε κατ' ἀνάγκην ἐπ' αὐτοῦ ἐπενεργεῖ δύναμις, καὶ αἴφνης παύσῃ ἐπενεργοῦσα ἡ δύναμις, τὸ σῶμα θὰ ἐξακολουθήσῃ κινούμενον εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς, μὲ ταχύτητα, ἣτις ἴσουςται κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν πρὸς τὴν ταχύτητα, τὴν ὅποیان εἶχε τὸ κινητὸν κατὰ τὴν στιγμὴν, καθ' ἣν ἡ δύναμις ἔπαυσεν ἐπενεργοῦσα.*

Ἐπειδὴ ἡ μετάβασις ἐκ τῆς ἠρεμίας εἰς τὴν κίνησιν ἢ ἐκ τῆς κινήσεως εἰς τὴν ἠρεμίαν ἢ ἡ μετάδοσις ἐπιταχύνσεως εἰς σῶμα ἀποτελοῦν γενικῶς μεταβολὴν τῆς κινήσεως καταστάσεως τοῦ σώματος, τὸ πρῶτον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος δύναται νὰ διατυπωθῇ καὶ ὡς ἑξῆς: **Σῶμα οὐδέποτε δύναται ἀφ' ἑαυτοῦ νὰ μεταβάλῃ τὴν κινήσεωσιν του κατάστασιν.**

89. **Ἄδρανεια.** Ἐκ τοῦ πρώτου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος προκύπτει, ὅτι ἡ ὕλη ἐμφανίζει τὴν χαρακτηριστικὴν ιδιότητα νὰ παρουσιάσῃ « ἀντίστασιν » εἰς πᾶσαν μεταβολὴν τῆς κινήσεως τῆς καταστάσεως. Τὴν ιδιότητα ταύτην τῆς ὕλης καλοῦμεν **ἀδράνειαν**, διὰ τὸν λόγον δὲ τούτον καὶ τὸ πρῶτον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος καλεῖται πολλάκις **ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας**.

Τὰ ἀποτελέσματα τῆς ἀδρανείας ἐκδηλοῦνται τόσον ἐντονώτερα, ὅσο μᾶλλον ἀπετόμως ἐπιδιώκομεν νὰ προκαλέσωμεν τὴν μεταβολὴν τῆς κινήσεως καταστάσεως τῶν σωμάτων. Οὕτω, ἐὰν ἐπιδιώκομεν νὰ θέσωμεν βαθμιαίως εἰς κίνησιν σῶμα ἠρεμοῦν, τὸ σῶμα φαίνεται ὡς ἐκουσίως ὑπακοῦον εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς κινήσεως του καταστάσεως, χωρὶς νὰ ἐκδηλώσῃ οὐσιώδη ἀντίστασιν· ἐὰν ὅμως ἐπιδιώξωμεν ἀπετόμως νὰ τὸ θέσωμεν εἰς κίνησιν, τὸ σῶμα ἐκδηλώνει μεγάλην ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς κινήσεως του καταστάσεως.

Παραδείγματα τῶν ἀποτελεσμάτων τῆς ἀδρανείας συναντῶμεν ἄφθονα εἰς τὸν καθ' ἡμέραν βίον. Οὕτω, οἱ ἐπιβάται τροχιοδρομικοῦ ὀχήματος εὐρισκομένου ἐν κινήσει κλίνουν

ἀποτόμως πρὸς τὰ ἔμπροσ, ὅταν ὁ ὀδηγός, ἐν ὄψει κινδύνου, προκαλῆ ἀπότομον τροχοπέδησιν (φρενάρισμα) τοῦ ὀχήματος. Ὁμοίως, ἐάν ἄπειρος ὀδηγός προκαλέσῃ τὴν ἀπότομον ἐκκίνησιν τοῦ ὀχήματος, τότε ὅλοι οἱ ἐπιβάται κλίνουν ἀποτόμως πρὸς τὰ ὀπίσω.

Διὰ τὸν αὐτὸν λόγον, προκειμένου νὰ κατέλθῃ τις ἀπὸ ὀχήματος εὐρισκομένου ἐν κινήσει, ὀφείλει κατὰ τὴν κατάβασιν νὰ κλίνη τὸ σῶμά του πρὸς τὰ ὀπίσω, ἵνα μὴ καταπέσῃ ἐπὶ τοῦ εδάφους.

Λίαν διδακτικὸν παράδειγμα τῆς ἐκδηλώσεως τῆς ἀδραναείας εἶναι καὶ τὸ ἀκόλουθον:

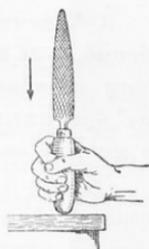


Θύρα ἀνοικτὴ δύναται νὰ κλεισθῇ ἀπλῶς δι' ἑλαφρὰς ὠθήσεως αὐτῆς μετ' ὀλίγον δάκτυλον τῆς χειρός· ἐάν ὅμως βάλωμεν ἐναντίον τῆς θύρας διὰ πιστολίου, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ σφαῖρα διαπερᾷ τὴν θύραν, χωρὶς ὅμως νὰ ἐπιφέρῃ τὸ κλείσιμον αὐτῆς.

Ὁμοίως εἰς τὸ σχῆμα 83, ὅταν σύρωμεν ἡπίως, θραύεται τὸ ἄνω σχοινίον διότι, λόγῳ τῆς ἡπίας μεταβολῆς τῆς κινήσεως καταστάσεως τῆς σφαίρας, αὕτη ἐκδηλῶνει πολὺ μικρὰν ἀντίστασιν λόγῳ τῆς ἀδραναείας τῆς καί, ὡς ἐκ τούτου, τὸ ἄνω σχοινίον, ὡς εὐρισκόμενον ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τοῦ βάρους τῆς σφαίρας καὶ τῆς ἐλκτικῆς δυνάμεως τῆς ἀσοκμηγῆς μέσῳ τοῦ κάτω σχοινίου, θραύεται. Ἐάν ὅμως σύρωμεν ἀποτόμως, τότε ἐπιδιώκομεν νὰ μεταβάλωμεν ἀποτόμως τὴν κινήσειν κατὰστασιν τῆς σφαίρας· ὡς ἐκ τούτου αὕτη ἐκδηλῶνει πολὺ μεγάλην ἀντίστασιν καὶ ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου θραύεται τὸ κάτω σχοινίον.

Ἐπίσης, ἐάν ἡ σφαῖρα εἶναι προσδεδεμένη διὰ σχοινίου καὶ κεῖται ἐπὶ τοῦ εδάφους, ἐάν ἐπιδιώξωμεν ἐνεργῶντες ἐπὶ τοῦ σχοινίου νὰ ἀνυψώσωμεν αὐτὴν ἀποτόμως, δὲν κατορθοῦμεν τοῦτο, διότι θραύεται τὸ σχοινίον, διὰ τὸν ἀνωτέρω ἐκτεθέντα λόγον.

Ὅταν θέλωμεν νὰ στερεώσωμεν λίμαν ἐπὶ τῆς ξυλολαβῆς αὐτῆς (σχ. 84), τοποθετοῦμεν ἀρχικῶς αὐτὴν ἐπὶ τῆς ξυλολαβῆς καὶ κρατοῦντες τὴν ξυλολαβὴν διὰ τῆς χειρός, εἰς κατακόρουον θέσιν, κινῶμεν αὐτὴν ἀποτόμως, ὥστε νὰ προσκρούσῃ ἐπὶ ἀκλονήτου κολύματος, π.χ. τῆς τραπέζης ἐργασίας (πάγκου). Διὰ τῆς κινήσεως ταύτης μεταδίδομεν ἐπιτάχυνσιν εἰς τὴν λίμαν καὶ ἐπομένως ταχύτητα καί, ὅταν ἡ ξυλολαβὴ προσκρούσῃ ἐπὶ τοῦ ἀκλονήτου



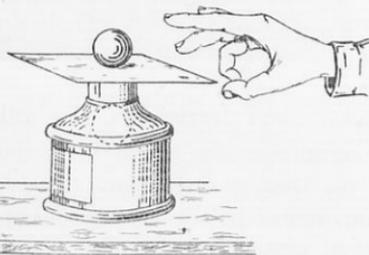
Σχ. 84. Στερεώσις λίμας ἐπὶ ξυλολαβῆς.

Σχ. 83. Ἡ σφαῖρα ἔχει μᾶζαν 10 kgf περίπου. Ἐάν σύρωμεν ἡπίως, θραύεται τὸ ἄνω σχοινίον, ἐάν δὲ σύρωμεν ἀποτόμως, θραύεται τὸ κάτω.

κολύματος, ἀκίνηται, ἐνῶ ἡ λίμα λόγῳ τῆς ἀδραναείας τῆς ἐπιδιώκει νὰ διατηρήσῃ τὴν κίνησιν αὐτῆς, οὕτω δὲ εἰσχωρεῖ βαθύτερον ἐπὶ τῆς ξυλολαβῆς.

Εἰς τὸ σχῆμα 85, ὅταν σύρωμεν ὀριζοντίως καὶ ἡπίως τὸ χαρτόνιον, ἡ σφαῖρα παρακολουθεῖ αὐτὸ εἰς τὴν κίνησιν του, διότι συγκρατεῖται ἐπ' αὐτοῦ λόγῳ τῆς τριβῆς μεταξὺ τῆς ἐπιφανείας στηρίζεως τῆς σφαίρας καὶ τοῦ χαρτονίου. Ἐάν ὅμως κτυπήσωμεν ἀποτόμως τὸ χαρτόνιον, λόγῳ τῆς ἐντόνου ἐκδηλώσεως τῆς ἀδραναείας τῆς σφαίρας, — ἐπειδὴ ἐπιδιώκομεν νὰ θέσωμεν ἀποτόμως εἰς κίνησιν αὐτὴν — ἡ δύναμις ἀδραναείας ὑπερνικᾷ τὴν τριβὴν καὶ οὕτω τὸ μὲν χαρτόνιον ἐκτοξεύεται, ἡ δὲ σφαῖρα πίπτει ἐντὸς τοῦ δοχείου.

Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ὅσον περισσότερο εἶναι τὸ ποσὸν τῆς ὕλης, ἥτοι

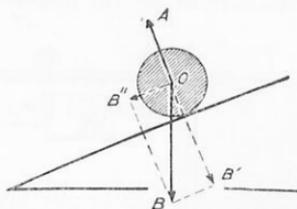


Σχ. 85. Δι' ἀποτόμου ἐκτινάξεως τοῦ χαρτονίου ἡ σφαῖρα πίπτει ἐντὸς τοῦ δοχείου.

ὅσον μεγαλυτέραν μᾶζαν ἔχει τὸ σῶμα, τόσον τοῦτο παρουσιάζει μεγαλυτέραν ἀδράνειαν καὶ ἐπομένως δυνάμειθι νὰ λέγομεν, ὅτι *ἡ μᾶζα ἀποτελεῖ μέτρον τῆς ἀδρανείας τοῦ σώματος.*

90. Δεύτερον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος. Τὸ δεύτερον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος διατυπῶται ὡς ἑξῆς: *Δύναμις σταθερὰ ἐπενεργουσα ἐπὶ σώματος μεταδίδει εἰς αὐτὸ κίνησιν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην.*

Ἐὰν ἀφήσωμεν μικρὰν σφαῖραν νὰ πῆλθῃ ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου (σχ. 86), εὐρίσκομεν διὰ τοῦ πειράματος, ὅτι ἡ κίνησις εἶναι εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη. Ἐὰν ἐξετάσωμεν λεπτομερέστερον τὴν ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου εὐρίσκομένην σφαῖραν, παρατηροῦμεν ὅτι αὕτη εὐρίσκεται ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν δύο δυνάμεων, τοῦ βάρους τῆς

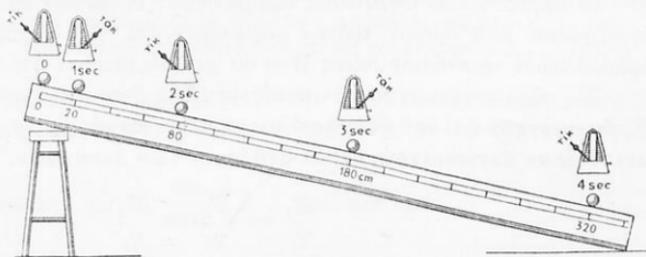


Σχ. 86. Κεκλιμένον ἐπίπεδον.

Β διευθυνομένου κατακορυφῶς πρὸς τὰ κάτω καὶ τῆς ἀντιδράσεως Α τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου διευθυνομένης καθέτως ἐπὶ τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον καὶ πρὸς τὰ ἄνω. Τὸ βάρος ὅμως Β ἀναλύεται εἰς δύο ὀρθογώνιους συνιστώσας, τὴν Β' κάθετον ἐπὶ τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, ἢ ὁποῖα ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς Α, ἐνῶ ἡ ἄλλη συνιστώσα, ἢ Β'', ἢ παράλληλος πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, ἀποτελεῖ τὴν κινήτηρον δύναμιν.

Ἐπὶ τῆς σφαίρας λοιπὸν ἐπενεργεῖ μόνον ἡ δύναμις Β'', ἡ ὁποία εἶναι σταθερὰ καί, ὡς ἐκ τοῦ πειράματος δεικνύεται, μεταδίδει εἰς αὐτὴν κίνησιν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην.

Πράγματι, ἐὰν ρυθμίσωμεν τὴν κίνησιν τοῦ χρονομέτρου (μετρονόμου), οὕτως ὥστε εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου κτυπήματος μετὰ τὸ ἀρχικὸν κτύπημα νὰ φθάσῃ εἰς τὴν διαίρεσιν



Σχ. 87. Πειραματικὴ διάταξις διὰ τὴν σπουδὴν τοῦ 2ου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος.

20, κατὰ τὸ ἐπόμενον κτύπημα θὰ φθάσῃ εἰς τὸ 80, κατὰ τὸ ἀμέσως ἐπόμενον εἰς τὸ 180 καὶ τέλος εἰς τὸ 320 (σχ. 87). Ἦτοι *τὰ διανυόμενα διαστήματα εἶναι ἀνάλογα τῶν τετραγώνων τῶν χρόνων.*

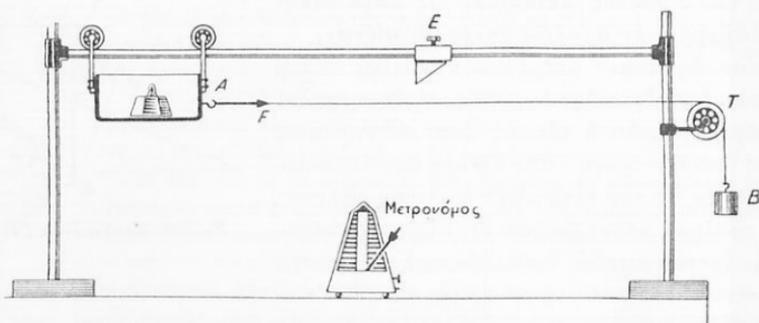
Ἐξ ἐξετάσεως ἤδη, ποῖα εἶναι τὰ μηχανικὰ ἐκεῖνα μεγέθη, τὰ ὁποῖα δυνάμειθι νὰ μεταβάλλωμεν, ὅταν ἔχωμεν ἓν σῶμα, τὸ ὁποῖον δύναται ἐλευθέρως νὰ κινῆται ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν σταθερᾶς δυνάμεως.

Ἄπλους συλλογισμὸς δεικνύει, ὅτι δύο εἶναι τὰ μεταβλητὰ μεγέθη: ἡ *τιμὴ*



της δυνάμεως και η μάζα του σώματος. Λιά να καθορίσωμεν πώς επιδρά ἕκαστον μέγεθος εἰς τὴν κίνησιν τοῦ σώματος καταφεύγομεν εἰς τὸ πείραμα.

Πρὸς τοῦτο ἐκτελοῦμεν μίαν σειρὰν πειραμάτων, διατηροῦντες τὴν μάζαν τοῦ σώματος σταθερὰν καὶ μεταβάλλοντες τὴν δύναμιν. Εἰς τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 88 ἐφαρμόζομεν εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ νήματος βάρος  $B = 20 \text{ gr}^*$ , προσδιορίζομεν δὲ μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ μετρονόμου τὰ διανυόμενα διαστήματα ἐντὸς



Σχ. 88. Ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τοῦ βάρους B τὸ ἀμάξιον ἀποκτᾷ ἐπιτάχυνσιν. (E, κόλυμα διὰ τὸ ἀμάξιον).

1, 2 καὶ 3 δευτερολέπτων, τὰ ὁποῖα εὐρίσκομεν ἀντιστοίχως ἴσα πρὸς 30 cm, 80 cm, 180 cm καὶ ἐκ τοῦ τύπου  $s = \frac{1}{2} \gamma t^2$  ἢ  $\gamma = \frac{2s}{t^2}$  εὐρίσκομεν τὴν ἐπιτάχυνσιν:  $\gamma = 40 \text{ cm/sec}^2$ . Ἐὰν ἀκολούθως ἐφαρμόσωμεν διπλάσιον βάρος, δηλ.  $B = 40 \text{ gr}^*$ , ἐργαζόμενοι καθ' ὅμοιον τρόπον εὐρίσκομεν, ὅτι  $\gamma = 80 \text{ cm/sec}^2$  καὶ τέλος, ἐὰν ἐφαρμόσωμεν τριπλάσιον βάρος  $B = 60 \text{ gr}^*$ , εὐρίσκομεν ὅτι  $\gamma = 120 \text{ cm/sec}^2$ .

Ἐκ τῶν μετρήσεων τούτων συνάγομεν ὅτι: **ὅταν δυνάμεις σταθεραὶ  $F_1, F_2, F_3$  ἐπενεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σώματος, αἱ ἐπιταχύνσεις  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ , τὰς ὁποίας μεταδίδουν ἀντιστοίχως, εἶναι ἀνάλογοι τῶν δυνάμεων.** Ἡ ἀναλυτικῶς:

$$\frac{F_1}{\gamma_1} = \frac{F_2}{\gamma_2} = \frac{F_3}{\gamma_3}$$

Ἀκολούθως ἐκτελοῦμεν δευτέραν σειρὰν μετρήσεων ἀφήνοντας τὴν κινητήριον δύναμιν ἀμετάβλητον καὶ μεταβάλλοντες τὴν μάζαν τοῦ σώματος.

Εἰς τὴν προηγουμένην σειρὰν πειραμάτων τὸ συνολικὸν βάρος τοῦ κινουμένου σώματος ἦτο  $500 \text{ gr}^*$  καὶ ἐπομένως ἡ μάζα του ἦτο  $500 \text{ gr}$ , ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δὲ δυνάμεως π.χ.  $60 \text{ gr}^*$  ἐλάμβανεν ἐπιτάχυνσιν  $120 \text{ cm/sec}^2$ . Ἐὰν ἤδη διὰ καταλλήλου τρόπου αὐξήσωμεν τὸ βάρος τοῦ κινουμένου σώματος εἰς  $1000 \text{ gr}^*$ , ὁπότε ἡ μάζα του καθίσταται  $1000 \text{ gr}$ , ἦτοι διπλασία, διατηρήσωμεν δὲ τὴν αὐτὴν κινητήριον δύναμιν, ἦτοι  $60 \text{ gr}^*$ , εὐρίσκομεν ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις, τὴν ὁποίαν λαμβάνει εἶναι:  $\gamma = 60 \text{ cm/sec}^2$ , δηλ. τὸ ἡμισυ τῆς προηγουμένης. Ἦτοι ἡ αὐτὴ κινητήριος δύναμις ἐπενεργοῦσα ἐπὶ σώματος διπλασίας μάζης μεταδίδει ἐπιτάχυνσιν

δύο φορές μικρότεραν. Ἐκ τοῦ πειράματος τούτου συνάγομεν ὅτι: *"Ὅταν ἡ ἴδια δύναμις ἐπενεργῇ ἐπὶ διαφόρων μαζῶν, αἱ ἐπιταχύνσεις, τὰς ὁποίας μεταδίδει, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν μαζῶν.*

Οὕτω, ἐὰν δύναμις σταθερὰ ἐπενεργῇ ἐπὶ σωμάτων διαφόρων μαζῶν  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  καὶ μεταδίδῃ εἰς αὐτὰ ἐπιταχύνσεις  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$ , θὰ ἔχωμεν:

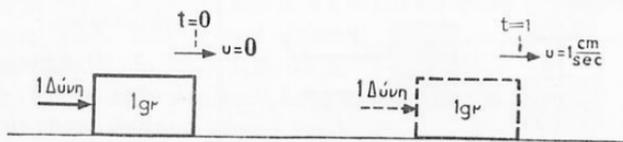
$$m_1 \cdot \gamma_1 = m_2 \cdot \gamma_2 = m_3 \cdot \gamma_3.$$

91. **Θεμελιώδης νόμος τῆς Δυναμικῆς.** Τὰ ἀνωτέρω περιγραφέντα πειραματικά ἀποτελέσματα περιλαμβάνονται εἰς τὴν γενικὴν ἐξίσωσιν:

$$F = k \cdot m \cdot \gamma$$

ἐνθα  $k$  σταθερὰ ποσότης ἐξαρτωμένη ἐκ τῶν μονάδων. Εἰς τὰ ἤδη ἀναπτυχθέντα (§ 5) ἐν χρήσει συστήματα μονάδων, δυνάμεθα διὰ καταλλήλου ἐκλογῆς τῶν μονάδων νὰ ἐπιτύχωμεν, ὥστε  $k = 1$  καὶ οὕτω νὰ ἀπαλλαγῶμεν τοῦ συντελεστοῦ τούτου.

**Μονάδες μάζης καὶ δυνάμεως.** α) **Σύστημα μονάδων CGS.** Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο, ὅπως ἐπιτύχωμεν  $k = 1$  λαμβάνομεν ὡς **μονάδα μάζης** τὸ γραμματίον μάζης (1 gr), τοῦ ὁποίου ὁ ὀριζόμενος ἐδῶθη εἰς τὴν § 20, καὶ ὡς **μονάδα ἐπιταχύνσεως** τὸ 1 cm/sec<sup>2</sup>, ὀρίζομεν δὲ ὡς **μονάδα δυνάμεως τὴν δυνάμιν, ἢ ὁποία ἐπενεργοῦ-**



Σχ. 89. Δύναμις 1 δύνης, ἐπενεργοῦσα ἐπὶ σώματος μάζης 1 gr εὐρισσομένου ἐν ἠρεμίᾳ, μεταδίδει εἰς αὐτὸ ἐπιτάχυνσιν 1 cm/sec<sup>2</sup>, καὶ ἐπομένως, εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου δευτερολέπτου, τὸ σῶμα ἔχει ἀποκτήσει ταχύτητα  $v=1$  cm/sec καὶ διανύσει διάστημα 0,5 cm.

σα ἐπὶ μάζης 1 γραμματίου μεταδίδει εἰς αὐτὴν ἐπιτάχυνσιν 1 cm/sec<sup>2</sup>. Ἡ οὕτως ὀριζομένη μονὰς ἐκλήθη **δύνη (Dyn)** (σχ. 89), ὡς δὲ ἤδη εἶναι γνωστὸν (§ 7) εἶναι:

$$1 \text{ Dyn} = 1 \text{ gr} \cdot 1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} \quad \text{ἢ} \quad 1 \text{ gr} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^{-2}$$

β) **Τεχνικὸν σύστημα μονάδων.** Ἡ μονὰς μάζης ἢ χρησιμοποιουμένη ὑπὸ τῶν τεχνικῶν δὲν εἶναι θεμελιώδης μονὰς, ἀλλὰ παράγωγος, καλεῖται δὲ **τεχνικὴ μονὰς μάζης** καὶ παριστάται διὰ τοῦ συμβόλου **T. M. μάζης**, ἐνῶ ἡ μονὰς δυνάμεως **χιλιογράμμον βάρους (kgr\*)** ἀποτελεῖ θεμελιώδη μονάδα διὰ τὸ τεχνικὸν σύστημα. Ἡ μονὰς αὕτη (1 kgr\*) λαμβάνεται ὡς τὸ βῆρος τοῦ προτύπου χιλιογράμμου (σχ. 14). **Ἡ τεχνικὴ μονὰς μάζης ὀρίζεται ὡς ἡ μᾶζα σώματος, τὸ ὁποῖον ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως 1 kgr\* λαμβάνει ἐπιτάχυνσιν 1 m/sec<sup>2</sup>, ἦτοι:**

$$1 \text{ T.M. μάζης} = \frac{1 \text{ kgr}^*}{1 \text{ m/sec}^2} \quad \text{ἢ} \quad 1 \text{ kgr}^* \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{sec}^2$$

Ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ ἀνωτέρω ὀρισμοῦ τῶν μονάδων, ἰσχύει γενικῶς διὰ τὸ σύστημα μονάδων CGS καὶ τὸ τεχνικὸν σύστημα ἡ σχέσις :

$$\mathbf{F} = m \cdot \gamma$$

ἥτοι

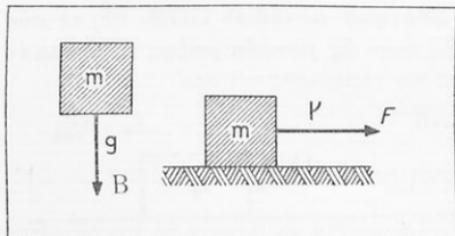
$$\text{δύναμις} = \text{μᾶζα} \times \text{ἐπιτάχυνσις}$$

(1)

Ἡ σχέσις αὕτη ἀποτελεῖ *θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς* καὶ ὑποδηλοῖ ὅτι, ἐφ' ὅσον ἐπὶ σώματός τινος ἐπιδρῶ δύναμις, τὸ σῶμα θ' ἀποκτήσῃ ἐπιτάχυνσιν ἀνάλογον τῆς δυνάμεως.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω πειραμάτων, προκύπτει δι' εὐκόλου συλλογισμοῦ, ὅτι ἡ διεύθυνσις τῆς ἐπιταχύνσεως συμπίπτει πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως.

Ἀναλόγως τῆς ἐπιδρώσης δυνάμεως προσδίδεται ἐπὶ τῆς μᾶζης  $m$  διάφορος ἐπιτάχυνσις. Οὕτω εἰς τὸ σχ. 90 (ἀριστερὰ) τὸ βᾶρος  $B$  προσδίδει ἐπιτάχυνσιν  $g$ , ἐνῶ (δεξιὰ) ἡ δύναμις  $F$  προσδίδει ἐπιτάχυνσιν  $\gamma$ , διδομένην ἀπὸ τὴν σχέσιν  $F = m \cdot \gamma$ .



Σχ. 90. Ἐπεξήγησις τοῦ δευτέρου ἀξιώματος.

**92. Συμπεράσματα τοῦ δευτέρου ἀξιώματος.** Ἐκ τοῦ δευτέρου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος, προκύπτουν τὰ ἀκόλουθα συμπεράσματα :

1. Ἡ δύναμις εἶναι ἀνυσματικὸν μέγεθος καὶ ἡ ἀνυσματικὴ ἐξίσωσις ὀρισμοῦ αὐτῆς εἶναι :  $F = m \cdot \gamma$ , ἥτοι ἡ δύναμις εἶναι ἀνυσμα ἔχον τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν πρὸς τὸ ἀνυσμα τῆς ἐπιταχύνσεως.

2. Ἐὰν μία καὶ ἡ αὐτὴ δύναμις ἐπενεργῇ ἐπὶ δύο διαφόρων μαζῶν, μεταδίδει εἰς αὐτὰς ἐπιταχύνσεις, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν μαζῶν.

Οὕτω, ἐὰν ἡ δύναμις  $F$  ἐπενεργῇ ἐπὶ σώματος μᾶζης  $m_1$  καὶ μεταδίδῃ εἰς αὐτὸ ἐπιτάχυνσιν  $\gamma_1$ , θὰ ἔχωμεν, ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ τύπου (1) τῆς § 91,  $F = m_1 \cdot \gamma_1$ . Ἐὰν ἡ αὐτὴ δύναμις ἐπενεργῇ ἐπὶ σώματος μᾶζης  $m_2$  καὶ μεταδίδῃ εἰς αὐτὸ ἐπιτάχυνσιν  $\gamma_2$ , θὰ ἔχωμεν  $F = m_2 \cdot \gamma_2$ .

Ἐκ τῶν δύο ὡς ἄνω σχέσεων, εὐρίσκομεν εὐκόλως  $m_1 \cdot \gamma_1 = m_2 \cdot \gamma_2$  ἥτοι :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \quad (1)$$

Ἡ τελευταία αὕτη σχέσις ἐκφράζει τὴν προηγουμένην πρότασιν.

3. Ἐὰν ἐπὶ σώματος ἐπενεργούσιν δύο ἢ περισσότεραι δυνάμεις, τὸ ἀποτελεσματικὸν ἐκάστης τῶν δυνάμεων οὐδόλως ἐπηρεάζεται ἐκ τοῦ ἀποτελέσματος τῆς ἐτέρας.

Ἡ πρότασις αὕτη εἶναι ἄμεσος συνέπεια τῆς ἀρχῆς τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων (§ 57) καὶ τοῦ δευτέρου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος.

Είς πολλά συγγράμματα η πρότασις αὕτη ἀναφέρεται ὡς ἴδιον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος καὶ καλεῖται *διαλυτικὸν ἀξίωμα*.

93. Ἐφαρμογαὶ τῶν δύο ἀξιωμάτων. α) *Βάρος σώματος*. Γνωρίζομεν, ὅτι τὸ βάρος σώματός τινος εἶναι ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ἡ ἔλξις τῆς Γῆς ἐπ' αὐτοῦ. Ἐξ ἄλλου, τὰ σώματα ἀφιέμενα ἐλεύθερα πίπτουν ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τοῦ βάρους των, ἡ δὲ κίνησις αὐτῶν εἶναι εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυομένη καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις αὐτῶν παριστᾶται διὰ τοῦ συμβόλου  $g$ , ἔχουσα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς καὶ εἰς μέσα πλάτη ἀριθμητικὴν τιμὴν ἴσην περίπου πρὸς  $981 \text{ cm/sec}^2$ . Ἐπομένως, ἐὰν  $m$  ἡ μᾶζα τοῦ σώματος καὶ  $B$  τὸ βάρος τοῦ σώματος, θὰ εἶναι :

$$B = m \cdot g \quad (1)$$

Ἐὰν θέσωμεν  $m = 1 \text{ gr}$ , ἐπειδὴ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους ἡ ἀσκουμένη ἐπιτάχυνσις εἶναι  $981 \text{ cm/sec}^2$  ἔπεται, ὅτι ἡ ἐπιδρῶσα δύναμις ἐπὶ μάζης  $1 \text{ gr}$  κατὰ τὴν ἔξισωσιν (1) εἶναι  $981 \text{ Dyn}$ , ἥτοι :

$$B = m \cdot g = 1 \text{ gr} \times 981 \text{ cm/sec}^2 = 981 \text{ Dyn}.$$

Ἐξ ἄλλου, ἐὰν θέσωμεν  $m = 1 \text{ T.M.}$  μάζης, ἐπειδὴ ἡ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους ἀποκτωμένη ἐπιτάχυνσις εἶναι  $9,81 \text{ m/sec}^2$  (εἶναι πρὸς τούτους γνωστὸν ἐξ ὁρισμοῦ, ὅτι ἐπὶ  $1 \text{ T.M.}$  μάζης δύναμις  $1 \text{ kg}^*$  προκαλεῖ ἐπιτάχυνσιν  $1 \text{ m/sec}^2$ ), ἔπεται ὅτι ἡ ἐκ τῆς βαρῦτητος δύναμις (δηλ. τὸ βάρος) ἐπὶ  $1 \text{ T.M.}$  μάζης εἶναι  $9,81 \text{ kg}^*$ , ἥτοι :

$$B = m \cdot g = 1 \text{ T.M.} \mu\acute{\alpha}\zeta\eta\varsigma \times 9,81 \text{ m/sec}^2 = 9,81 \text{ kg}^*.$$

Ἐνίοτε ὡς μονὰς βάρους (καὶ γενικῶς δυνάμεως) λαμ-

βάνεται τὸ  $\frac{1}{1000} \text{ kg}^*$  καὶ καλεῖται *γραμμᾶριον βάρους* ( $\text{gr}^*$ ).

β) *Σχέσις μεταξὺ τῶν μονάδων δυνάμεως*.

Συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω δύναμις  $1 \text{ kg}^*$  παριστᾶ τὸ βάρος μάζης  $1 \text{ kg}$ .

Ἐπειδὴ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως ταύτης τὸ σῶμα πίπτει μὲ ἐπιτάχυνσιν  $981 \text{ cm/sec}^2$ , προκύπτει δι' ἐφαρμογῆς τῆς θεμελιώδους ἐξισώσεως  $B = m \cdot g$ , ὅτι :

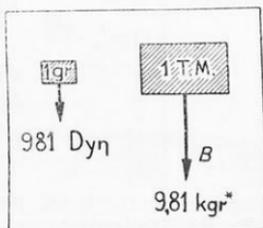
$$1 \text{ kg}^* = 1000 \text{ gr} \times 981 \text{ cm/sec}^2 = 981 \text{ 000 Dyn},$$

$$\delta\tau\epsilon : \quad 1 \text{ gr}^* = 981 \text{ Dyn}$$

Τὸ βάρος σώματος εἰς γραμμᾶρια βάρους ( $\text{gr}^*$ ) καὶ ἡ μᾶζα αὐτοῦ εἰς γραμμᾶρια ( $\text{gr}$ ) ἐκφράζονται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ. Ἦτοι, σῶμα ἔχον μᾶζαν  $5 \text{ gr}$  ἔχει ἐπίσης βάρος  $5 \text{ gr}^*$ . Δέον ὅμως νὰ σημειωθῇ ὅτι, εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην, ἡ μᾶζα καὶ τὸ βάρος δὲν ἐκφράζονται εἰς ἓν καὶ τὸ αὐτὸ σύστημα μονάδων.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι ἡ ὕλη παρουσιάζει δύο χαρακτηριστικὰ ἰδιότητας : τὴν *ἀδράνειαν* (βλ. πρῶτον ἀξίωμα Νεύτωνος) καὶ τὴν *βαρῦτητα*.

γ) *Σχέσις μεταξὺ T.M. μάζης καὶ kg*. Γνωρίζομεν, ὅτι δύναμις  $1 \text{ kg}^*$



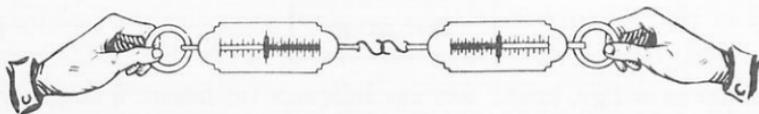
Σχ. 91. Μᾶζα  $1 \text{ gr}$  ἔχει βάρος  $981 \text{ Dyn}$ , ἐνῶ μᾶζα  $1 \text{ T.M.}$  ἔχει βάρος  $9,81 \text{ kg}^*$ .

μεταδίδει εις 1 Τ.Μ. μάζης επιτάχυνσιν  $1 \text{ m/sec}^2$ , ἐνῶ ἐξ ἄλλου δύναμις  $1 \text{ kgr}^*$ , ἐφηρμοσμένη ἐπὶ μάζης  $1 \text{ kgr}$ , μεταδίδει επιτάχυνσιν  $9,81 \text{ m/sec}^2$ . Ἐπειδὴ δὲ αἱ ἐπιταχύνσεις εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν μαζῶν, ἔπεται ὅτι :

$$1 \text{ Τ.Μ. μάζης} = 9,81 \text{ kgr}, \text{ δηλ. περίπου } 10 \text{ kgr μάζης.}$$

**94. Τρίτον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος.** Τὸ ἀξίωμα τοῦτο διατυπῶται ὡς ἑξῆς :  
*Ἐὰν σῶμα Α ἐπενεργῇ ἐπὶ ἐτέρου σώματος Β μετ' ὠρισμένην δύναμιν, τότε καὶ τὸ σῶμα Β ἐπενεργῇ ἐπὶ τοῦ Α μετὰ δυνάμεως ἴσης, ἀλλ' ἀντιθέτου διευθύνσεως.*

Ἐὰν τὴν ἐπενέργειαν τοῦ πρώτου τῶν σωμάτων ἐπὶ τοῦ δευτέρου καλέσωμεν



Σχ. 92. Ἡ δρᾶσις εἶναι ἀκριβῶς ἴση πρὸς τὴν ἀντίδρασιν.

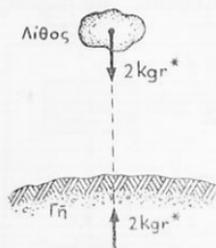
**δρᾶσιν**, τὴν δὲ ἐπενέργειαν τοῦ δευτέρου ἐπὶ τοῦ πρώτου **ἀντίδρασιν**, τὸ τρίτον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος δύναται νὰ διατυπωθῇ καὶ ὡς ἑξῆς :  
**Εἰς πᾶσαν δρᾶσιν ἀναπτύσσεται ἴση ἀντίδρασις.**

Ἐκ τοῦ ἀξιώματος τούτου προκύπτει, ὅτι οὐδέποτε ἐν τῇ φύσει ἀναφαίνεται ἡ ἐπενέργεια μιᾶς μόνης δυνάμεως, ἀλλ' αὐταὶ ἀναφαίνονται ἀνὰ δύο, ἐκ τούτων δὲ ἡ μία ἀποτελεῖ τὴν δρᾶσιν καὶ ἡ ἄλλη τὴν ἀντίδρασιν.

Τὸ ἀνωτέρω ἀξίωμα δὲν ἰσχύει μόνον, ὅταν τὰ σώματα εὐρίσκονται εἰς ἐπαφὴν ἢ συνδέονται διὰ συνδέσμων (σχ. 92), ἀλλὰ καὶ ὅταν εὐρίσκονται εἰς ἀπόστασιν ἀπ' ἀλλήλων. Οὕτω π.χ. ἡ Γῆ ἔλκει ὅλα τὰ ἐν τῇ γειτονίᾳ αὐτῆς εὐρισκόμενα σώματα, τὰ ὁποῖα ἀσκοῦν ἐπίσης ἴσην καὶ ἀν-

τίθετον ἔλξιν ἐπὶ τῆς Γῆς (σχ. 93). Ἐπίσης, ἐὰν ἐπὶ τραπέζης τοποθετήσωμεν βαρὺ σῶμα, τοῦτο πιέζει τὴν τραπέζαν κατὰ τὴν θέσιν ὑποστηρίξεώς του, ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω, ἀλλὰ καὶ ἡ τραπέζα, λόγῳ ἐλαστικῆς παραμορφώσεως αὐτῆς, πιέζει τὸ σῶμα ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω μετὰ δυνάμεως τῆς αὐτῆς ἐντάσεως. Ἐπίσης, ὅταν κρατῶμεν διὰ τῆς χειρὸς μας σφαῖραν (σχ. 94), αὕτη λόγῳ τοῦ βάρους τῆς πιέζει τὴν χειρὰ μας (δρᾶσις), οἱ μὲν ὅμως τῆς χειρὸς μας ἀντιδρῶν καὶ ἐξασκοῦν δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον (ἀντίδρασις) καὶ δὲν ἀφήνουν τὴν σφαῖραν νὰ πέσῃ. Πρέπει πάντοτε νὰ ἔχωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι δρᾶσις καὶ ἀντίδρασις ἐφαρμόζονται ἐπὶ δύο διαφόρων σωμάτων.

Περὶ τῆς δρᾶσεως καὶ ἀντιδράσεως.



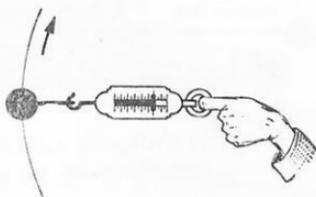
Σχ. 93. Περίπτωσης δρᾶσεως καὶ ἀντιδράσεως.



Σχ. 94. Ἡ σφαῖρα ἐξασκεῖ δύναμιν (δρᾶσιν), ἀλλὰ ἡ χεὶρ ἀντιδρᾷ μετ' ἴσην δύναμιν (ἀντίδρασιν).

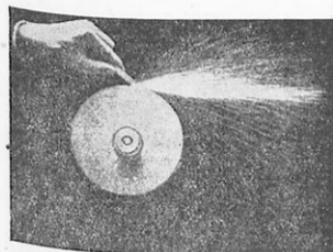
σφαῖραν (σχ. 94), αὕτη λόγῳ τοῦ βάρους τῆς πιέζει τὴν χειρὰ μας (δρᾶσις), οἱ μὲν ὅμως τῆς χειρὸς μας ἀντιδρῶν καὶ ἐξασκοῦν δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον (ἀντίδρασις) καὶ δὲν ἀφήνουν τὴν σφαῖραν νὰ πέσῃ. Πρέπει πάντοτε νὰ ἔχωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι δρᾶσις καὶ ἀντίδρασις ἐφαρμόζονται ἐπὶ δύο διαφόρων σωμάτων.

95. **Κεντρομόλος και φυγόκεντρος δύναμις.** Φαντασθώμεν, ότι από τοῦ ἑνὸς ἄκρου νήματος ἔξαρθώμεν μικρὰν σφαῖραν καὶ διὰ τοῦ ἑτέρου ἄκρου αὐτοῦ, τὸ ὁποῖον κρατοῦμεν διὰ τῆς χειρὸς μας, θέτομεν τὴν σφαῖραν εἰς περιστροφικὴν κίνησιν, εἰς τρόπον ὥστε νὰ διαγραφῆ, εἰς κατακόρυφον ἐπίπεδον, περιφέρειαν κύκλου. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν, ὅτι τὸ νῆμα διατείνεται ὡς ἐὰν ἐπενήρχει ἐπ' αὐτοῦ δύναμις, τὴν ὁποῖαν δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν, ἐὰν μεταξὺ νήματος καὶ σφαίρας παρεμβάλωμεν κατάλληλον δυναμόμετρον (σχ. 95). Ἐὰν ἀφήσωμεν τὸ νῆμα ἐλεύθερον, τότε ὁ λίθος παύει νὰ κινῆται ἐπὶ περιφερείας κύκλου, ἀλλ' ἔξακολουθεῖ νὰ κινῆται κατὰ τὴν εφαπτομένην τῆς τροχιάς του, εἰς τὸ σημεῖον ὅπου εὐρίσκειτο κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς ἀφέσεως τοῦ νήματος.



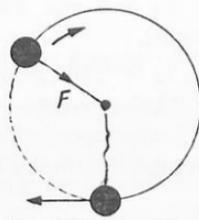
Σχ. 95. Τὸ δυναμόμετρον μετρᾷ τὴν ἀναγκαίαν διὰ τὴν περιστροφὴν κεντρομόλον δύναμιν.

Τὴν περίπτωσιν ταύτην δεικνύομεν πειραματικῶς ἐπίσης μὲ τὸν σμυριδοτροχὸν (σχ. 96), ὅπου τὰ κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν ἀκονιζομένου ἀντικειμένου ἀποσώμενα διάπτρα σωματῖα κινουῦνται κατὰ τὴν εφαπτομένην τοῦ σμυριδοτροχοῦ εἰς τὸ σημεῖον τῆς ἀποσπασεώς των.



Σχ. 96. Οἱ σπινθηρὲς ἐκτινασσόμενοι κινουῦνται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς εφαπτομένης.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι διὰ νὰ κινῆται τὸ σῶμα ἐπὶ περιφερείας κύκλου ἀπαιτεῖται, ὅπως ἐπιδρῶσιν συνεχῶς ἐπ' αὐτοῦ μία δύναμις (F), διευθυνομένη πρὸς τὸ κέντρον



Σχ. 97. Ὄταν τὸ νῆμα θραυσθῆ, τὸ σῶμα κινεῖται κατὰ τὴν εφαπτομένην τῆς τροχιάς.

τῆς περιφερείας. Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σχήματος 97 τοιαύτην δύναμιν ἔξασκεῖ ἐπὶ τῆς σφαίρας ἡ χεὶρ μέσφ τοῦ νήματος καὶ αὐτὴν ἀκριβῶς μετρᾷ τὸ δυναμόμετρον. Ἡ ἐν λόγῳ δύναμις καλεῖται **κεντρομόλος δύναμις** καὶ παρέχεται ὑπὸ σχέσεως :

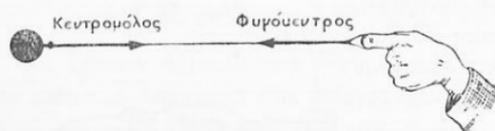
$$F = m \cdot \gamma = m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r \quad (1)$$

ὅπου  $\frac{v^2}{r}$  εἶναι ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις (βλ. § 56), ἣτις διευθύνεται πρὸς τὸ κέντρον τῆς περιφερείας, ὅπως καὶ ἡ κεντρομόλος δύναμις.

Ἐὰν T παριστᾷ τὴν περίοδον τῆς κινήσεως καὶ ν τὴν συχνότητα, καὶ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι  $v = 1/T$  καὶ  $\omega = 2\pi\nu$ , τότε δι' εἰσαγωγῆς τῶν T καὶ ν εἰς τὴν ἔξισωσιν (1) προκύπτει :

$$F = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot m \cdot r = 4\pi^2 \cdot \nu^2 \cdot m \cdot r$$

Ἐνωτέρω εἶδομεν, ὅτι διὰ νὰ κινῆται ἐν σῶμα ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς ὁμαλῶς πρέπει νὰ ἐπιδρᾷ ἐπ' αὐτοῦ κεντρομόλος δύναμις, ἡ ὁποία εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσηιν μεταβιβάζεται μέσῳ τοῦ νήματος ἐπὶ τῆς κινουμένης σφαίρας καὶ τῆς ὁποίας ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ παρέχεται ὑπὸ τοῦ τύπου (1). Συμφώνως ὅμως πρὸς τὸ τρίτον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος καὶ ἡ σφαῖρα ἀντιδρᾷ μετὰ δυνάμεως ἴσης καὶ ἀντιθέτου, ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται μέσῳ τοῦ νήματος



Σχ. 98. Ἡ ἀντίδρασις πρὸς τὴν κεντρομόλον ἐφαρμόζεται ἐπὶ τῆς χειρός.

ἐπὶ τῆς χειρός. Τὴν δύναμιν ταύτην, ἣτις γίνεται αἰσθητὴ εἰς τὴν χειρὰ μας, καλοῦμεν **φυγόκεντρον δύναμιν**. Ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ αὐτῆς παρέχεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1), ἡ δὲ διεύθυνσίς της εἶναι ἀντίθετος πρὸς τὴν τῆς κεντρομόλου (σχ. 98).

Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω τύπων συναγόνται οἱ ἀκόλουθοι νόμοι: **Ἡ κεντρομόλος (ἢ ἡ φυγόκεντρος δύναμις) εἶναι:**

- α) ἀνάλογος τῆς μάζης τοῦ κινητοῦ,
- β) ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος,
- γ) ὑπὸ τὴν αὐτὴν ταχύτητα ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτίνας τῆς τροχιᾶς,
- δ) ὑπὸ τὴν αὐτὴν γωνιακὴν ταχύτητα ἀνάλογος τῆς ἀκτίνας τῆς τροχιᾶς.

Ὅσάκις κινητὸν διαγράφει τμήμα καμπύλης τροχιᾶς, τοῦτο δύναται νὰ θεωρηθῆ κατὰ προσέγγισιν ὡς τμήμα περιφερείας καὶ ἐπομένως θὰ ἰσχύουν διὰ τὴν κεντρομόλον δύναμιν ὅσα ἐλέχθησαν προηγουμένως.

96\*. Διερεύνησις τῶν ἐξισώσεων (1). α) Ἐὰν διὰ μίαν στιγμὴν πύση νὰ ἐξασκήται κεντρομόλος δύναμις (ὅτε  $F = 0$ ), τὸ σῶμα δὲν διαγράφει πλέον κυκλικὴν τροχίαν, ἀλλὰ κινεῖται κατὰ τὴν ἐφαπτομένην εἰς ἐκεῖνο τὸ σημεῖον τῆς περιφερείας, εἰς τὸ ὁποῖον ἔπαυσε νὰ ἐξασκῆται ἡ δύναμις  $F$ . Τὴν περίπτωσιν ταύτην δεικνύομεν πειραματικῶς μὲ τὸν συμριδοτροχόν (σχ. 96).

β) Δι' ὄρισμένην ἀκτίνα τῆς τροχιᾶς καὶ ὄρισμένην περίοδον ἀπαιτεῖται κεντρομόλος δύναμις, τόσον μεγαλύτερα ὅσον ἡ μᾶζα  $m$  εἶναι μεγαλύτερα.

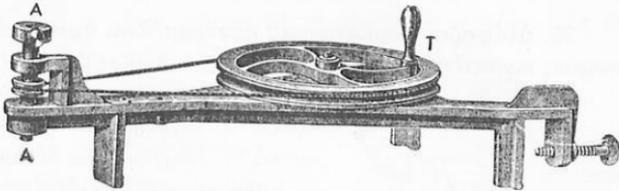
γ) Διὰ νὰ ἐπιτύχωμεν κυκλικὴν κίνησιν μάζης τινὸς ἐπὶ τροχιᾶς ὄρισμένης ἀκτίνας ἀπαιτεῖται κεντρομόλος δύναμις, ἣτις εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος  $v$  ἢ τῆς γωνιακῆς ταχύτητος  $\omega$ .

δ) Διὰ περιστροφὴν ἴσων μαζῶν ἐπὶ περιφερείας διαφόρου ἀκτίνας  $r$ , ὑπὸ τὴν αὐτὴν ταχύτητα  $v$ , ἀπαιτεῖται τοσοῦτον μεγαλύτερα δύναμις ὅσον ἡ ἀκτίς εἶναι μικροτέρα, ἐνῶ ὑπὸ τὴν αὐτὴν γωνιακὴν ταχύτητα  $\omega$  ἀπαιτεῖται κεντρομόλος δύναμις ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀκτίνα.

Ἡ ἀνωτέρω διερεύνησις ἀναφέρεται εἰς πειραματικὴν διάταξιν, ὡς ἡ τοῦ σχήματος 96. Ἰσχύει ἐν τούτοις γενικῶς, ἀσχετῶς ἂν εἰς τὴν θέσιν τῆς σφαίρας φαντασθῶμεν οἰονδὴ ποτε ὄχημα (αὐτοκίνητον, τροχιόδρομον ἢ δρομέα).

Διὰ τὴν ἐπαλήθευσιν τῶν ἀνωτέρω ἀναφερομένων νόμων χρησιμοποιεῖται ἡ χειροκίνητος συσκευὴ ἢ εἰκονιζομένη εἰς τὸ σχῆμα 99, ἡ ὁποία ὀνομάζεται **φυγόκεντρικὴ μηχανή**.

**Ἀριθμητικὸν παράδειγμα.** Σῶμα μάζης 0,250 kgρ προοδευόμενον εἰς τὸ ἄκρον νήματος μήκους ἑνὸς μέτρον ἐκτελεῖ 60 στροφάς κατὰ λεπτόν. Ζητεῖται ποία ἡ ἐξασκουμένη κεντρομόλος δύναμις.



Σχ. 99. Εἰς τὸ ἄνω ἄκρον Α τοῦ ἄξονος τῆς φυγόκεντρικῆς μηχανῆς προσαρμύζονται αἱ διάφοροι συσκευαί.

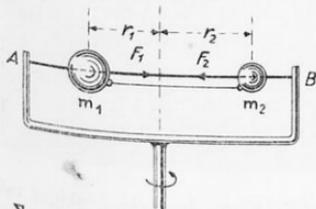
Πρὸς τοῦτο χρῆσιμοποιούμεν τὸν τύπον  $F = 4\pi^2 v^2 m r$ . Ἵνα προσδιορίσωμεν τὴν συχνότητα  $v$ , διαιροῦμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν στροφῶν ἀνά λεπτόν διὰ τοῦ 60, διὰ νὰ εὑρωμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν στροφῶν κατὰ δευτερόλεπτον, ὁπότε λαμβάνομεν  $v = 60/60 = 1$  στροφή κατὰ sec, ἐνῶ ἐξ ἄλλου  $m = 250$  gr. Ἐπίσης ἔχομεν  $r = 100$  cm καὶ  $\pi = 3,14$ , ἐπομένως :

$$F = 4 \cdot 3,14^2 \cdot 1^2 \cdot 250 \cdot 100 = 986000 \text{ Dyn}$$

Ἐπειδὴ  $10^6$  Dyn =  $10^3$  gr\* ἔχομεν  $F = 986$  gr\*, ἤτοι ἡ κεντρομόλος δύναμις εἶναι κατὰ μεγάλην προσέγγισιν ἴση πρὸς 1 kgρ\*. Ἀλλὰ καὶ ἡ ἐκ τοῦ κινουμένου σώματος προερχομένη δύναμις καὶ μέσω τοῦ νήματος ἐπενεργεῖ εἰς τῆς χειρὸς μας, ἤτοι ἡ φυγόκεντρος δύναμις, εἶναι ἐπίσης 1 kgρ\*.

**Παρατήρησις.** Γενικῶς, τὸ ζήτημα τῆς κεντρομόλου καὶ φυγόκεντρος δυνάμεως ἀποτελεῖ ἀρκούντως λεπτὸν μηχανικὸν πρόβλημα, τὸ ὁποῖον ὅμως δὲν εἶναι δυνατὸν ν' ἀναπτυχθῆ λεπτομερῶς εἰς βιβλίον στοιχειωδῶν γνώσεων. Γενικῶς διὰ παρατηρητὴν, ὁ ὁποῖος περιγράφει τὸ φαινόμενον τῆς σφενδόνης ἀπὸ τοῦ ἐδάφους, ἤτοι μὴ μετέχων τῆς κινήσεως τῆς σφαιρας, ὑφίσταται ἡ κεντρομόλος δύναμις καὶ ἡ ἀντίδρασις πρὸς αὐτὴν προκαλεῖ τὴν τάσιν τοῦ νήματος. Ἐνῶ ἀντιθέτως διὰ παρατηρητὴν, ὁ ὁποῖος περιγράφει τὴν κίνησιν τῆς σφενδόνης μετέχων τῆς κινήσεως αὐτῆς, ὑφίσταται ἡ φυγόκεντρος δύναμις, ἡ ὁποία δι' αὐτὸν ἀποτελεῖ δύναμιν ἀδραναείας.

**97\*. Ἴσορροπία δύο φυγόκεντρικῶν δυνάμεων.** Ἐπὶ τοῦ ὀριζοντιοῦ στελέχους AB δύνανται νὰ ὀλισθαίνουν με ἑλαφρὰν τριβὴν δύο μεταλλικαὶ σφαῖραι ἀνίσων μαζῶν  $m_1$  καὶ  $m_2$ , αἱ ὁποῖαι εἶναι συνδεδεμέναι διὰ σχοινίου ἢ ἀλύσου (σχ. 100). Ὅταν τὸ σύστημα τίθεται με τὴν βοήθειαν φυγόκεντρικῆς μηχανῆς εἰς κίνησιν, τότε ἡ φυγόκεντρος δύναμις τῆς μάζης  $m_1$  παρέχει διὰ μέσου τοῦ σχοινίου τὴν κεντρομόλον δύναμιν διὰ τὴν  $m_2$ , ἐνῶ ἀντιστρόφως ἡ φυγόκεντρος δύναμις τῆς  $m_2$ , ἐπενεργεῖ ὡς κεντρομόλος δύναμις διὰ τὴν  $m_1$ . Τὸ σύστημα προδήλως θὰ ἰσορροπῆ ὅταν :



Σχ. 100. Ὁ ἄξων περιστροφῆς εὑρίσκεται εἰς τὸ κοινὸν κέντρον μάζης τῶν δύο σφαιρῶν.

$$m_1 \omega^2 r_1 = m_2 \omega^2 r_2$$

διότι τότε αἱ φυγόκεντροι δυνάμεις ἰσορροποῦν. Ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως προκύπτει ὅτι :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

Δηλαδή ὁ ἄξων περιστροφῆς πρέπει νὰ εὐρίσκεται εἰς τὸ κοινὸν κέντρον μάζης ἢ βάρους τῶν δύο σφαιρῶν.

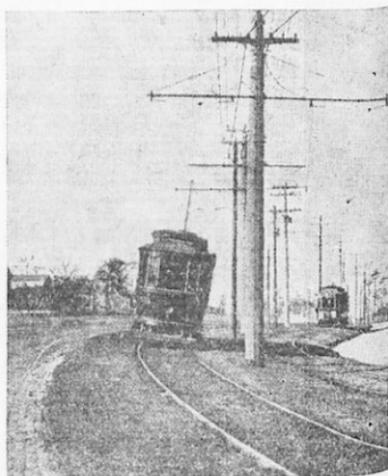
**98. Διάφοροι περιπτώσεις κεντρομόλου δυνάμεως.** Εἰς τὴν περίπτωσιν δρομέως κινουμένου ἀρχικῶς ἐπὶ εὐθυγράμμου στίβου καὶ ἀκολουθῶς ἐπιθυμοῦντος νὰ διαγράψῃ τὸ καμπύλον τμήμα τοῦ στίβου, πρέπει ἡ ταχύτης του νὰ ἀλλάξῃ διεύθυνσιν, ἄρα πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ μία δυνάμις (κεντρομόλος). Τοῦτο ἐπιτυγχάνεται διὰ κλίσεως τοῦ δρομέως. Τὴν κεντρομόλον δυνάμιν, ἣτις διευθύνεται πρὸς τὸ κέντρον τῆς περιφερείας εἰς τὴν ὁποίαν ἀνήκει τὸ τόξον, ἀνευρίσκομεν διὰ τῆς συνθέσεως τῶν ἐξῆς δύο δυνάμεων: α) τοῦ βάρους  $B$  τοῦ δρομέως καὶ β) τῆς δυνάμεως  $A$  ἣτις παριστᾷ τὴν ἀντίδρασιν τοῦ ἐδάφους (σχ. 101). Ἡ συνισταμένη  $F$  τῶν δύο τούτων δυνάμεων παριστᾷ τὴν κεντρομόλον δυνάμιν. Ἄν ὁ δρομεὺς θελήσῃ νὰ διαγράψῃ τὴν αὐτὴν τροχίαν μὲ μεγαλύτεραν ταχύτητα, ἐπειδὴ συμφώνως πρὸς τὴν ἐξίσωσιν (1) ἀπαιτεῖται πρὸς τοῦτο μεγαλύτερα κεντρομόλος δύναμις, κλίνει αὐτομάτως περισσότερον τὸ σῶμά του πρὸς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ στίβου, ὁπότε ἡ νέα συνισταμένη τῶν δυνάμεων  $A$  καὶ  $B$  γίνεται μεγαλύτερα. Πρὸς ἀποφυγὴν ἀνατροπῆς ἢ ἐξολισθήσεως δρομέων διαγραφόντων καμπύλας τροχίας δίδουν μικρὰν κλίσιν τοῦ στίβου πρὸς τὸ κέντρον αὐτοῦ. Ὁ δρομεὺς κλίνει ὁμοίως τὸ σῶμά του πρὸς τὰ ἔσω τῆς καμπύλης τροχίας. Εἰς τὰς δύο ὡς ἄνω κλίσεις (στίβου καὶ δρομέως) ὁφείλεται ἡ ἐμφάνισις τῆς κεντρομόλου δυνάμεως  $F$  (σχ. 101), ἀπαραίτητον ὡς γνωστὸν διὰ τὴν κίνησιν ἐπὶ κυκλικῆς τροχίας.

**Σχ. 101.** Πρὸς ἀποφυγὴν ἀνατροπῆς ὁ δρομεὺς κλίνει τὸ σῶμα του πρὸς τὰ ἔσω τῆς τροχίας.

τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ στίβου, ὁπότε ἡ νέα συνισταμένη τῶν δυνάμεων  $A$  καὶ  $B$  γίνεται μεγαλύτερα. Πρὸς ἀποφυγὴν ἀνατροπῆς ἢ ἐξολισθήσεως δρομέων διαγραφόντων καμπύλας τροχίας δίδουν μικρὰν κλίσιν τοῦ στίβου πρὸς τὸ κέντρον αὐτοῦ. Ὁ δρομεὺς κλίνει ὁμοίως τὸ σῶμά του πρὸς τὰ ἔσω τῆς καμπύλης τροχίας. Εἰς τὰς δύο ὡς ἄνω κλίσεις (στίβου καὶ δρομέως) ὁφείλεται ἡ ἐμφάνισις τῆς κεντρομόλου δυνάμεως  $F$  (σχ. 101), ἀπαραίτητον ὡς γνωστὸν διὰ τὴν κίνησιν ἐπὶ κυκλικῆς τροχίας.

Κατ' ἀναλογίαν πρὸς τὰ ἀνωτέρω ἵππεὺς καὶ ποδηλάτης κλίνουν μετὰ τοῦ ἵππου ἢ τοῦ ποδηλάτου πρὸς τὰ ἔσω τῆς τροχίας.

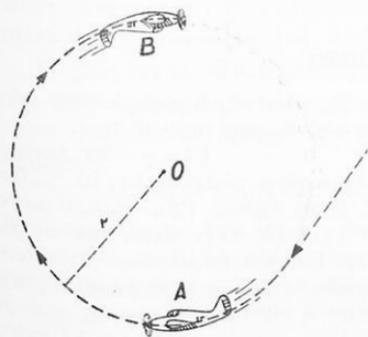
Διὰ τὸν αὐτὸν λόγον εἰς τὰς σιδηροδρομικὰς γραμμάς (σχ. 102), εἰς ἃς περιοχὰς αὗται δεικνύουν καμπυλότητα, ἡ ἐσωτερικὴ πρὸς τὸ κέντρον σιδηροτροχία τοποθετεῖται ὀλίγον χαμηλότερον τῆς ἐξωτερικῆς, οὕτω δὲ προκαλεῖται αὐτό-



**Σχ. 102.** Εἶναι ἐμφανὴς ἡ κλίσις τοῦ τροχιοδρομικοῦ ὀχήματος ὡς εὐκόλως φαίνεται διὰ τῆς συγκρίσεως μετὰ τοὺς παρακαεμένους στύλους.

ματος κλίσις τῶν βαγονίων. Ἐτερον παράδειγμα εἶναι ἡ ἀνακύκλωσις, ἡ ὁποία δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 103, ὅπου ἡ σφαῖρα δύναται νὰ ἐκτελέσῃ τὴν ἀνακύκλωσιν χωρὶς νὰ πέσῃ ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον, ἀλλὰ ἐξέρχεται ἐκ τοῦ ἄλλου μέρους τῆς τροχιάς, ἐφ' ὅσον ἀφίεται νὰ πέσῃ ἐκ καταλλήλου ὕψους.

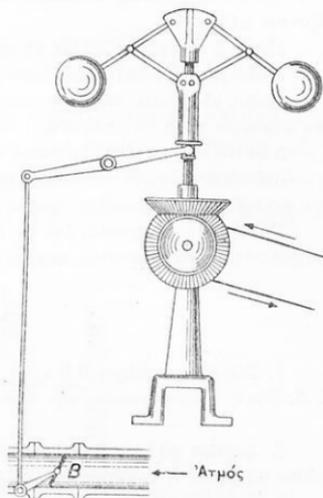
Ἡ διὰ τὴν ἀνακύκλωσιν ἀναγκαῖα κεντρομόλος δύναμις προέρχεται ἐκ τῆς σιδηροτροχιάς, ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ ἐπὶ τῆς σφαίρας.



Σχ. 104. Ἀνακύκλωσις ἀεροπλάνου.  
(Looping the loop)

Τοιαύτην κίνησιν ἐκτελοῦν καὶ οἱ ἀεροπόροι κατὰ τὰς ἀκροβατικὰς ἀσκήσεις (σχ. 104).

Αἱ φυγοκεντρικαὶ ἀντλῖαι, τὰ φυγοκεντρικὰ στροφόμετρα, οἱ φυγοκεντρικοὶ διαχωριστήρες κ.λ.π. ἀποτελοῦν ἐπίσης πρακτικὰς ἐφαρμογὰς τῆς φυγοκέντρον δυνάμεως. Ἐφαρμογὴν ἐπίσης ὁμοίαν ἀποτελεῖ ὁ ρυθμιστὴς τοῦ Watt (σχ. 105), ὅστις χρησιμεύει διὰ τὴν ρύθμισιν τῆς εἰσαγωγῆς ρευστῶν (ὑδατος, ἀερίων, κυρίως ὁμοῦ ὕδρατιῶν) εἰς διαφόρους κινητήριους μηχανάς.



Σχ. 105. Περιστρεφόμενου τοῦ ἄξονος, αἱ σφαῖραι ἀπομακρύνονται καὶ παρασύρουν πρὸς τὰ ἄνω εἰς κίνησιν τὸ σύστημα τῶν σφαιρῶν. Οὕτω ἡ δικλῖς B ἀνοίγει.

## ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

### Α'. Ζητήματα.

Εἰς τί ἀσχολεῖται ἡ δυναμικὴ τοῦ ὕλικου σημείου.

Ποῖον τὸ περιεχόμενον τοῦ πρώτου ἀξιωματοῦ τοῦ Νεύτωνος καὶ ποῖα τὰ ἐξ αὐτοῦ προκύπτοντα συμπεράσματα.

Τί καλοῦμεν ἄδρανεϊαν. Πότε αὐτὴ ἐκδηλοῦται ἐντονώτερον. Δώσατε ὀρισμένα παραδείγματα ἐκδηλώσεως τῆς ἀδρανεϊας.

Ποῖον τὸ περιεχόμενον τοῦ δευτέρου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος καὶ ποῖα τὰ ἐξ αὐτοῦ προκύπτοντα συμπεράσματα.

Ποῖον τὸ περιεχόμενον τοῦ τρίτου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος.

Ποῖα αἱ μονάδες δυνάμεως εἰς τὸ σύστημα CGS καὶ τὸ Τ. Σ. μονάδων καὶ πῶς σχετίζονται αὐταί.

Ποῖα ἡ μονὰς μάζης εἰς τὰ συστήματα CGS καὶ Τ. Σ. καὶ πῶς αὐταί σχετίζονται.

Πότε ἐμφανίζεται ἡ φυγόκεντρος δύναμις καὶ κατὰ τί διαφέρει αὐτὴ τῆς κεντρομόλου.

Ποῖοι οἱ νόμοι τῆς φυγόκεντρος δυνάμεως καὶ πῶς αὐτὴ ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στροφῶν κατὰ δευτερόλεπτον τοῦ κινουμένου σώματος.

Δώσατε μερικά παραδείγματα ἐκδηλώσεως τῆς φυγόκεντρος δυνάμεως.

Διὰ ποῖον λόγον αἱ σιδηροτροχίαι παρουσιάζουν γωνίαν κλίσεως ὡς πρὸς τὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον εἰς καμπύλην τροχίαν.

Νὰ δειχθῇ γραφικῶς, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἐπενεργουσῶν δυνάμεων, ἡ θέσις ἰσορροπίας ποδηλατιστοῦ διαγραφοντος κυκλικὴν τροχίαν.

## Β'. Προβλήματα.

1. Σῶμα ἔχει βάρους  $3,5 \text{ kgf}^*$ . Πόση εἶναι ἡ μάζα αὐτοῦ εἰς τὸ σύστημα CGS καὶ τὸ Τ. Σ. Πόση ἡ ἐπιτάχυνσις, τὴν ὁποίαν μεταδίδει εἰς αὐτὸ δύναμις  $10,5 \cdot 10^6 \text{ Dyn}$ .

(Ἄπ.  $\gamma = 300 \text{ cm/sec}^2$ ).

2. Δοχεῖον πλήρες ὕδατος περιστρέφεται ἐν κατακορύφῳ κύκλῳ ἀκτίνους  $0,8 \text{ m}$ . Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ ταχύτης, ἵνα τὸ ὕδωρ διατηρηθῇ ἐν τῷ δοχείῳ. (Ἄπ.  $v = 2,80 \text{ m/sec}$ ).

3. Σχοινίον παρουσιάζει ἄνοσχὴν θραύσεως  $10 \text{ kgf}^*$ . Εἰς τὸ ἐν ἄκρον τοιοῦτου σχοινίου μήκους  $2 \text{ m}$  ἐξαρτᾶται σῶμα βάρους  $3 \text{ kgf}^*$  καὶ διὰ τοῦ ἑτέρου ἄκρου τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν, διαγράφον ἐν ὀριζοντίῳ ἐπιπέδῳ κύκλον μὲ ταχύτητα αὐξανομένην βαθμηδόν, μέχρις ὅτου τὸ σχοινίον θραυσθῇ. Ζητεῖται ἡ ταχύτης τοῦ σώματος κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς θραύσεως τοῦ σχοινίου. (Ἄπ.  $v = 8,1 \text{ m/sec}$ ).

4. Σῶμα συνδέεται εἰς τὸ ἄκρον νήματος μήκους  $1,2 \text{ m}$  καὶ διὰ τοῦ ἑτέρου ἄκρου τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν ἐν κατακορύφῳ κύκλῳ. Ζητεῖται, πόσος πρέπει νὰ εἶναι τοῦλάχιστον ὁ ἀριθμὸς τῶν στροφῶν εἰς  $1 \text{ λεπτόν}$ , ἵνα τὸ σῶμα δύναται νὰ παραμῆνῃ εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς τροχιάς. (Ἄπ.  $N = 27,3 \text{ στρ. λεπτόν}$ ).

5. Αὐτοκίνητον κινεῖται μὲ ταχύτητα  $25 \text{ km/h}$ , δύναμις δὲ  $40 \cdot 10^6 \text{ Dyn}$  προερχομένη ἐκ τῶν τροχοπέδων του σταματᾷ τὸ αὐτοκίνητον ἐντὸς  $15 \text{ sec}$ . Πόση ἡ μάζα του εἰς  $\text{kgf}$ . (Ἄπ.  $m = 864 \text{ kgf}$ ).

6. Πόση δύναμις ἀπαιτεῖται εἰς  $\text{kgf}^*$ , διὰ νὰ μεταδώσῃ εἰς σῶμα μάζης  $20 \text{ kgf}$  ἐπιτάχυνσιν  $8 \text{ m/sec}^2$ . (Ἄπ.  $F = 16,33 \text{ kgf}^*$ ).

7. Σῶμα μάζης  $100 \text{ kgf}$  ἀναχωρεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ ἀποκτᾷ ταχύτητα  $v = 1,6 \text{ m/sec}$  εἰς  $t = 8 \text{ sec}$ . Πόση ἡ ἐπιτάχυνσις  $\gamma$  καὶ πόση ἡ δύναμις  $F$ , ἡ ὁποία κινεῖ τὸ σῶμα. Τὰ ἀποτελέσματα νὰ δοθοῦν εἰς τὸ σύστημα CGS. (Ἄπ.  $\gamma = 20 \text{ cm/sec}^2$ ,  $F = 2 \cdot 10^6 \text{ Dyn}$ ).

8. Δύναμις  $F = 30 \cdot 10^6 \text{ Dyn}$  ἐφαρμόζεται ἐπὶ μάζης  $40 \text{ kgf}$ . Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης  $v$  εἰς  $\text{m/sec}$ , τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα εἰς  $2 \text{ λεπτά}$ . (Ἄπ.  $v = 900 \text{ m/sec}$ ).

9. Ποῖαν ἐπιτάχυνσιν μεταδίδει δύναμις  $70 \text{ kgf}^*$ , ἐφαρμοζομένη ἐπὶ σώματος μάζης  $40 \text{ kgf}$  καὶ διευσθυνομένη πρὸς τὰ ἄνω ( $g = 980 \text{ cm/sec}^2$ ). (Ἄπ.  $\gamma = 735 \text{ cm/sec}^2$ ).

10. Ποδηλατιστὴς ζυγίζει μετὰ τοῦ ποδηλάτου  $90 \text{ kgf}^*$  καὶ κινεῖται ἐπὶ κυκλικοῦ ποδηλατοδρομίου (στίβου) παρουσιάζοντος κλίσιν. Ἡ διάμετρος τῆς τροχιάς, τὴν ὁποίαν διαγράφει εἶναι  $40 \text{ m}$  καὶ ἡ ταχύτης του  $30 \text{ km}$  καθ' ὥραν. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κλίσις τῆς τροχιάς καὶ ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ στίβου ἐκ μέρους τοῦ ποδηλατιστοῦ.

(Ἄπ.  $\phi = 190,9'$ ,  $95,27 \text{ kgf}^*$ ).

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ'

### ΕΡΓΟΝ. ΙΣΧΥΣ. ΕΝΕΡΓΕΙΑ. ΟΡΜΗ. ΑΠΛΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ

99. Ἔργον. Λέγομεν ὅτι *δύναμις παράγει ἔργον, διὰν προκαλῆ μετατόπισιν τοῦ σώματος ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐπενεργεῖ*. Οὕτω, ἐὰν ἐργάτης ἀνυψῶν ἄνω βάρους εἰς ὄρισμένον ὕψος, παράγει ἔργον, διότι α) ἐφαρμόζει ἐπὶ τοῦ σχοινοῦ δύναμιν διὰ νὰ ἐξουδετερώσῃ τὸ βάρος  $B$  τοῦ σώματος, β) σύρει πρὸς τὸ μέρος τοῦ κάτω ἄκρον τοῦ σχοινοῦ, μὲ ἄλλους δηλαδὴ λόγους μετατοπίζει τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως (σχ. 106).

Γενικῶς διὰ τὴν Φυσικὴν ὑπάρχει ἔργον, ὅταν ὑπάρχῃ δύναμις καὶ μετατόπισις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως.

Ἐὰν ὁ ἐργάτης ἀπλῶς συγκρατῆ διὰ τοῦ σχοινοῦ τὸ σῶμα χωρὶς ν' ἀνυψῶν αὐτό, μολονότι καταβάλλει προσπάθειαν, ἀπὸ ἀπόψεως Φυσικῆς, οὗτος δὲν παράγει ἔργον.

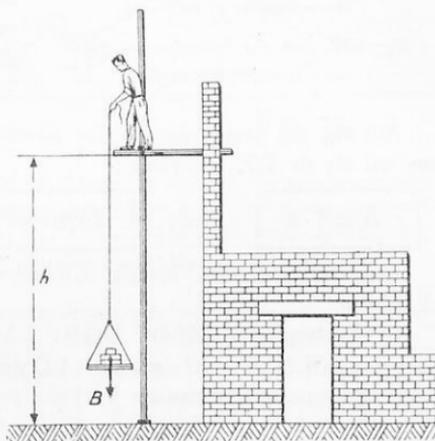
Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σχήματος 106, τὸ ἔργον τὸ ὁποῖον παράγει ὁ ἐργάτης εἶναι ἀνάλογον τοῦ βάρους, δηλαδὴ ὅταν ὁ ἐργάτης ἀνυψῶν βάρους  $10 \text{ kgf}^*$  εἰς ὕψος  $1 \text{ m}$ , παράγει ἔργον διπλάσιον ἢ ὅταν ἀνυψῶν βάρους  $5 \text{ kgf}^*$

εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος. Ἐπίσης εἶναι ἀνάλογον τῆς μετατοπίσεως, δηλαδὴ ἐὰν ὁ ἐργάτης ἀνυψῶν βάρους  $5 \text{ kgf}^*$  εἰς ὕψος  $2 \text{ m}$ , παράγει ἔργον διπλάσιον ἢ ὅταν ἀνυψῶν βάρους  $5 \text{ kgf}^*$  εἰς ὕψος  $1 \text{ m}$ . Ὡς ἐκ τούτου λέγομεν ὅτι: *τὸ ἔργον δυνάμεως σταθερᾶς (κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν), τῆς ὁποίας τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς μετατοπίζεται κατὰ τὴν ἰδίαν αὐτῆς διεύθυνσιν, μετρεῖται ὑπὸ τοῦ γινομένου τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν μετατόπισιν*. Ἦτοι ἐὰν  $A$  παριστᾷ τὸ ἔργον,  $F$  τὴν δύναμιν καὶ  $s$  τὴν μετατόπισιν, τὸ ἔργον ἐκφράζεται διὰ τῆς σχέσεως:

$$A = k \cdot F \cdot s$$

ὅπου  $k$  παριστᾷ συντελεστὴν ἐξαρτώμενον ἐκ τῶν μονάδων, καὶ ὁ ὁποῖος διὰ καταλλήλου ἐκλογῆς αὐτῶν δύναται νὰ γίνῃ ἴσος πρὸς τὴν μονάδα.

**Μονάδες ἔργου.** Εἰς τὸ σύστημα CGS, *ὀρίζομεν ὡς μονάδα ἔργου τὸ ἔργον*



Σχ. 106. Ὁ ἐργάτης ἀνυψῶν τὸ βάρος  $B$  παράγει ἔργον  $A = B \cdot h$ .

τὸ παραγόμενον ὑπὸ δυνάμεως 1 δύνης (Dyn), ὅταν αὕτη μετατοπίζη τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της κατὰ 1 ἑκατοστόμετρον, ἐκλήθη δὲ ἡ μονὰς αὕτη ἔργιον (Erg) καὶ διὰ τῆς τοιαύτης ἐκλογῆς τῆς μονάδος ἔργου ἐπιτυγχάνομεν, ὥστε εἰς τὸ σύστημα CGS νὰ εἶναι  $k=1$ , ἐπομένως:

$$1 \text{ Erg} = 1 \text{ Dyn} \cdot 1 \text{ cm}$$

Ἐκτὸς τῆς θεμελιώδους μονάδος Erg χρησιμοποιεῖται καὶ ἡ μονὰς Joule (Τζάουλ, J), εἶναι δέ:

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg}$$

Εἰς τὸ Τ. Σ. ὀρίζομεν ὡς μονάδα ἔργου, τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ δυνάμεως 1  $\text{kg}^*\text{m}$ , ὅταν μετατοπίζη τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της κατὰ 1 m (σχ. 107), καλεῖται δὲ ἡ μονὰς αὕτη χιλιογραμμόμετρον ( $\text{kg}^*\text{m}$ ) καὶ διὰ τῆς τοιαύτης ἐκλογῆς τῆς μονάδος ἐπιτυγχάνομεν εἰς τὸ Τ. Σ. ὥστε  $k=1$ , καὶ ἐπομένως:

$$1 \text{ kg}^*\text{m} = 1 \text{ kg}^* \cdot 1 \text{ m}$$

Διὰ τῆς ὡς ἄνω ἐκλογῆς τῶν μονάδων ἰσχύει, τόσον εἰς τὸ σύστημα CGS ὅσον καὶ εἰς τὸ Τ. Σ., ἡ σχέσις:

$$A = F \cdot s$$

ἢτοι:

$$\text{ἔργον} = \text{δύναμις} \times \text{μετατόπισις}$$

(1)

**Διαστάσεις ἔργου.** Ἐκ τῆς σχέσεως (1) εὐρίσκομεν ὡς ἑξῆς ὡσιν διαστάσεων τοῦ ἔργου:

α) Σύστημα μονάδων CGS:  $[A] = [M L^2 T^{-2}]$

καὶ μονὰς τὸ  $1 \text{ gr} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-2} = 1 \text{ Dyn} \cdot 1 \text{ cm} = 1 \text{ Erg}$

β) Τεχνικὸν σύστημα:  $[A] = [F][L]$  καὶ μονὰς τὸ  $1 \text{ kg}^*\text{m}$ .

**Συσχέτισις τῶν ἀνωτέρω μονάδων ἔργου.** Γνωρίζομεν, ὅτι:

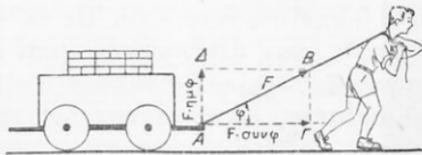
$$1 \text{ kg}^* = 981\,000 \text{ Dyn} \quad \text{καὶ} \quad 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}, \quad \text{ἐπομένως:}$$

$$1 \text{ kg}^*\text{m} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Dyn} \cdot \text{cm} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg} = 9,81 \text{ Joule} \quad \text{ἢ}$$

$$1 \text{ Joule} = \frac{1}{9,81} \text{ kg}^*\text{m} = 0,102 \text{ kg}^*\text{m}.$$

100. Περίπτωσης μετατοπίσεως μὴ συμπιπτούσης πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως. Ἐστω ὅτι ἐπὶ ὀχήματος ἐπιδοῦ ἡ δύναμις F (σχ. 108) σχηματίζουσα πρὸς τὴν τροχίαν τοῦ ὀχήματος τυχούσαν γωνίαν φ. Τὴν δύναμιν F ἀναλύομεν εἰς δύο ὀρθογωνίους συνιστώσας, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία διευθθίνεται ὀριζοντίως κατὰ τὴν μετατόπισιν, καὶ τῆς ὁποίας ἡ τιμὴ εἶναι  $F \cdot \text{συν} \varphi$ , ὅποτε ἡ ἄλλη θὰ εἶναι κάθετος ἐπὶ τὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον. Ἡ κάθετος ὅμως συνιστώσα δὲν συντελεῖ εἰς τὴν μετατόπισιν τοῦ σώματος, ἐπομένως αὕτη δὲν παράγει ἔργον ἢ ἄλλως τὸ εἰς αὐτὴν ἀντιστοιχοῦν ἔργον εἶναι μηδέν, ἐνῶ ἡ ὀριζοντία συνιστώσα παράγει ἔργον τοῦ ὁποίου ἡ τιμὴ εἶναι:

$$A = F \cdot s \cdot \text{συν} \varphi$$



Σχ. 108. Ἡ δύναμις F · σιν φ εἶναι ἡ κινητήριος δύναμις.

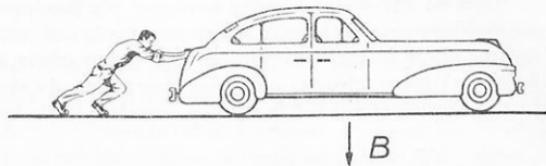
όπου  $\varphi$  ή γωνία ή σχηματιζομένη μεταξύ της διεύθυνσεως της δυνάμεως  $F$  και της διεύθυνσεως μετατοπίσεως  $s$ . Ούτω συναγομέν τας ακόλουθους προτάσεις :

α) Τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον παράγει σταθερὰ δύναμις, ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς μετατοπίσεως ἐπὶ τὴν συνιστώσαν τῆς δυνάμεως κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς μετατοπίσεως, ἢ ἄλλως, τὴν προβολὴν τῆς δυνάμεως ἐπὶ τῆς μετατοπίσεως.

β) "Όταν τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς δυνάμεως σταθερᾶς μετατοπίζεται καθέτως ἐπὶ τὴν μετατόπισιν, ἡ δύναμις δὲν παράγει ἔργον, ἢ ἄλλως, τὸ ἔργον αὐτῆς εἶναι μηδέν.

Ἐξ ἄλλου ἐκ τοῦ τύπου  $A = F \cdot s \cdot \sin\varphi$ , ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι  $s \cdot \sin\varphi$  παριστᾷ τὴν προβολὴν  $s'$  τῆς μετατοπίσεως ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως, τότε προκύπτει  $A = F \cdot s'$ , ἐκ τοῦ τύπου δὲ τούτου προκύπτει καὶ ἡ ἀκόλουθος πρότασις : τὸ ἔργον δυνάμεως σταθερᾶς ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν προβολὴν τῆς μετατοπίσεως ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως.

Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σχήματος 109 ὁ ἄνθρωπος ὠθεῖ αὐτοκίνητον, τὸ ὁποῖον μετατοπίζεται ὀριζοντίως. Εἶναι προφανές, ὅτι εἰς τὴν μετακίνησιν ταύτην οὐδόλως συμμετέχει τὸ βάρος  $B$ , διότι ἔχει διεύθυνσιν κάθετον ἐπὶ τὴν μετατόπισιν.



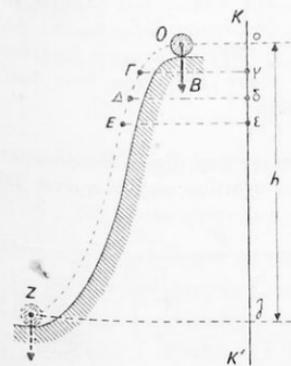
Σχ. 109. Τὸ βάρος, ὡς κάθετος ἐπὶ τὴν μετατόπισιν δύναμις, δὲν παράγει ἔργον, ἐνῶ ὁ ἄνθρωπος παράγει ἔργον ἴσον πρὸς τὴν δύναμιν, τὴν ὁποίαν καταβάλλει ἐπὶ τὴν ἀπόστασιν μετατοπίσεως τοῦ αὐτοκινήτου.

Διὰ τὸ ἔργον γενικῶς ἰσχύει ἡ ἀκόλουθος πρότασις, τὴν ὁποίαν δεχόμεθα ἄνευ ἀποδείξεως : Ἐὰν πολλαὶ δυνάμεις, ἐπιπεραγοῦσαι ἐπὶ σώματος, παρέχουν συνισταμένην, τὸ ἔργον τῆς συνισταμένης διὰ πάσαν μετατόπισιν τοῦ σώματος ἰσοῦται πρὸς τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ἔργων τῶν συνιστωσῶν.

Διερεῦνησις. Ἐκ τοῦ τύπου  $A = F \cdot s \cdot \sin\varphi$  παρατηροῦμεν ὅτι, ὅταν  $\varphi = 0$  (ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως συμπίπτει πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς μετατοπίσεως), εἶναι  $A = F \cdot s$ , ἐνῶ ὅταν  $\varphi = 90^\circ$  (ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως κάθετος ἐπὶ τὴν μετατόπισιν) τότε  $A = 0$ . Ἐὰν  $0^\circ < \varphi < 90^\circ$  τότε  $\sin\varphi > 0$  καὶ τὸ ἔργον παριστᾶται ὑπὸ θετικοῦ ἀριθμοῦ, καλεῖται δὲ πολλάκις καὶ **κινητήριον ἔργον**. Ἐὰν  $90^\circ < \varphi < 180^\circ$ , τότε  $\sin\varphi < 0$ , τὸ δὲ ἔργον ἐκφράζεται ὑπὸ ἀρνητικοῦ ἀριθμοῦ καὶ καλεῖται **ἀνθιστάμενον ἔργον**.

Οὔτω, ὅταν καταβάλλωμεν μυσικὴν δύναμιν πρὸς ἐξουδετέρωσιν τοῦ βάρους τοῦ σώματος καὶ προκαλοῦμεν κατακόρυφον ἀνύψωσιν τοῦ σώματος, τὸ ἔργον τῆς μυσικῆς δυνάμεως εἶναι θετικὸν καὶ ἐπομένως **κινητήριον**, ἐνῶ τὸ ἔργον τοῦ βάρους τοῦ σώματος εἶναι ἀρνητικὸν καὶ ἐπομένως **ἀνθιστάμενον**.

Σχ. 110. Τὸ ἔργον τοῦ βάρους  $B$  ἀπὸ  $O$  εἰς  $Z$ , εἶναι :  $A = B \cdot h$ .



101. Ἐφαρμογὴ εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ἔργου κατὰ τὴν μετατόπισιν βάρους. Ἐστω ὅτι σῶμα βάρους  $B$  μετατοπίζεται ἐκ τοῦ  $O$  εἰς  $Z$  (σχ. 110) ἀκολουθοῦν τυχόντα δρόμον  $ΟΓΑΕΖ$ . Τὸ βάρος  $B$  τοῦ σώματος ἀποτελεῖ δύναμιν σταθερὰν διευθυνομένην κατὰ τὴν κατακόρυφον.

Θεωρήσωμεν, ὅτι τὸ σῶμα μετατοπίζεται κατὰ τὴν  $ΟΓ$ . Ἐὰν δεχθῶμεν, ὅτι ἡ μετατόπισις αὕτη εἶναι πολὺ μικρὰ, ἢ ἄλλως, ὡς λέγομεν, ἀπειροστή, ἡ  $ΟΓ$  δύναται νὰ ἐξομοιωθῇ

άνευ αισθητοῦ σφάλματος πρὸς τμήμα εὐθείας, τοῦ ὁποίου ἡ προβολὴ ἐπὶ τὴν κατακόρυφον ΚΚ' ἢ ἄλλως τὴν διεύθυνσιν τοῦ βάρους Β, εἶναι ἡ ογ, ὅτε συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, τὸ ἀντιστοιχοῦν ἔργον κατὰ τὴν ἀπειροστὴν μετατόπισιν ΟΓ θὰ εἶναι ἴσον πρὸς Β · ογ. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον εὐρίσκομεν, ὅτι τὰ ἀντίστοιχα ἔργα κατὰ τὰς μετατοπίσεις ΓΔ, ΔΕ κ.λ.π., τὰς ὁποίας θεωροῦμεν ἐπίσης ὡς ἀπειροστάς, θὰ εἶναι Β · γδ, Β · δε κ.λ.π. Τὸ συνολικὸν ὄθεν ἔργον τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν μετατόπισιν ΟΓΔΕΖ θὰ εἶναι :

$$A = B \cdot \text{ογ} + B \cdot \text{γδ} + B \cdot \text{δε} + \dots = B(\text{ογ} + \text{γδ} + \text{δε} + \dots).$$

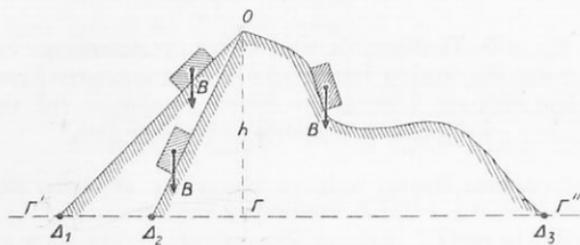
Ἐάν τεθῆ  $\text{ογ} + \text{γδ} + \text{δε} + \dots = h$ , ὅπου  $h$  ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις τῶν σημείων Ο καὶ Ζ εὐρίσκομεν :

$$A = B \cdot h$$

Οὕτω προκύπτει ἡ ἀκόλουθος πρότασις : **Τὸ ἔργον βάρους ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τοῦ βάρους ἐπὶ τὴν κατακόρυφον μετατόπισιν αὐτοῦ.**

Ὡστε εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς δυνάμεως τῆς βαρύτητος ἢ ἄλλως τοῦ βάρους, τὸ ἔργον εἶναι ἀνεξάρτητον τοῦ δρόμου μεταξὺ τῆς ἀρχῆς καὶ τοῦ τέλους τῆς μετατοπίσεως, ἀλλ' ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τῆς κατακόρυφου ἀποστάσεως αὐτῶν, ὡς τοῦτο δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 111, ὅπου τὸ ἔργον εἶναι τὸ αὐτό, οἰοσδήποτε καὶ ἂν εἶναι ὁ ἀκολουθοῦμενος δρόμος μεταξὺ τοῦ σημείου Ο καὶ τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου Γ'Γ''· διότι συμφώνως πρὸς τὰ προηγουμένα τὸ ἔργον τοῦτο ἰσοῦται πρὸς Β · ΟΓ, ὅπου ΟΓ =  $h$  παριστᾷ τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τοῦ σημείου Ο ἀπὸ τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου Γ'Γ''.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι : ὅταν σῶμα βαρὸν μετατοπίζεται ἐπὶ ὀριζοντίου ἐδάφους, τὸ ἔργον τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸ βᾶρος εἶναι μηδέν, διότι  $h = 0$ , ἐνῶ τὸ ἔργον τὸ ἀπαιτούμενον διὰ τὴν κίνησιν τοῦ σώματος ἐπὶ ὀριζοντίου ἐδάφους καὶ ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα δὲν εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον βαρῦ-

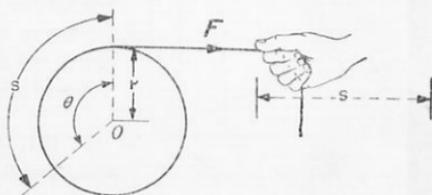


**Σχ. 111.** Οἰοσδήποτε καὶ ἂν εἶναι ὁ δρόμος ὁ ἀκολουθοῦμενος μεταξὺ Ο καὶ τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου Γ'Γ'' ἢ ἔκφρασις τοῦ ἔργου τοῦ βάρους Β εἶναι πάντοτε  $A = B \cdot h$ .

μηδέν, διότι πρέπει νὰ ὑπερνικηθῆ ἡ τριβή, ἡ ὁποία εἶναι ἄριστον εἶναι τὸ σῶμα καὶ ὅσον ὀλιγότερον λειὸς εἶναι ὁ δρόμος.

**102\*.** Ἔργον εἰς τὴν περίπτωσιν σώματος περιστρεφομένου περὶ ἄξονα. Θεωρήσωμεν, ὅτι τύμπανον περιστρέφεται περὶ ἄξονα Ο μὲ τὴν βοήθειαν σχοινίου περιτυλιγμένου ἐπὶ τῆς περιφέρειας του, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 112. Ἐάν ἐπὶ τοῦ σχοινίου ἐπιδρᾷ ἡ δύναμις F καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς μετατοπίζεται κατὰ  $s$ , τότε προκύπτει ἔργον  $A = F \cdot s$ .

Ἐξ ἄλλου, ἡ ροπή τῆς δυνάμεως F ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς τοῦ τυμπάνου, εἶναι  $M = F \cdot r$ , ὅπου  $r$  ἡ ἀκτίς τοῦ τυμπάνου καὶ ἐπομένως  $F = M/r$  καὶ  $A = Ms/r$ . Ἐφ' ὅσον ὁμως τὸ σημεῖον τοῦ σχοινίου, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐπενεργεῖ ἡ δύναμις F, μετατοπίζεται κατὰ  $s$ , ὡς εὐκόλως συνάγεται ἐκ τοῦ σχήματος, τὸ τύμπανον περιστρέφεται κατὰ τὴν γωνίαν  $\theta$  καὶ ἕκαστον σημεῖον ἐπὶ τῆς περιφέρειας τοῦ τυμ-



**Σχ. 112.** Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ ἔργου περιστροφῆς.

πάνου διαγράφει τόξον  $s$ , είναι δὲ γων.  $\theta = s/r$ . Ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἀνωτέρω σχέσεως, ὁ τύπος ὁ παρέχων τὸ ἔργον γράφεται:  $A = M \cdot \theta$

Ἦτοι: τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ σώματος περιστρεφομένου περὶ ἄξονα, ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν ροπῆς, ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς ροπῆς ἐπὶ τὴν γωνίαν περιστροφῆς τοῦ σώματος.

103. Ἴσχύς. Καλοῦμεν ἰσχύον τὸ πηλίκον τοῦ ἔργου, τὸ ὁποῖον παράγεται ἐντὸς τοῦ χρόνου  $t$  διὰ τοῦ χρόνου τούτου. Οὕτως ὑπὸ τὴν ἄνω προϋπόθεσιν, ἐὰν καλέσωμεν  $A$  τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ δυνάμεως εἰς χρόνον  $t$ , ἡ ἰσχύς  $N$  θὰ παρέχεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$\boxed{\text{ισχύς} = \frac{\text{ἔργον}}{\text{χρόνος}}} \quad \text{ἦτοι:} \quad \boxed{N = \frac{A}{t}} \quad (1)$$

Ἡ ἀναγκαίωτης τῆς εἰσαγωγῆς τῆς ἐννοίας τῆς ἰσχύος προέκυψεν ἐκ τοῦ ἀκολουθοῦ λόγου: Μία μηχανὴ ὁσονδήποτε μικρὰ δύναται νὰ ἀποδώσῃ ὁσονδήποτε μεγάλην ποσότητα ἔργου, ἀρκεῖ ν' ἀφήσωμεν αὐτὴν νὰ ἐργάζεται ἐπὶ ἀπεριόριστον χρονικὸν διάστημα. Ἐν τούτοις ἀπὸ βιομηχανικῆς ἀπόψεως, μία μηχανὴ θεωρεῖται τόσο πολυτιμότερα, ὅσον περισσότερον ἔργον δύναται νὰ ἀποδώσῃ εἰς ὀρισμένον χρονικὸν διάστημα, π.χ. εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου, ἦτοι 1 sec.

Συμφώνως πρὸς τὰ πορίσματα τῆς ἀκτινεργείας, ἐν γραμμάριον τοῦ ἀκτινεργοῦ στοιχείου ράδιον, μέχρις ὅτου τοῦτο μεταβληθῆ εἰς μὴ ἀκτινεργὸν στοιχεῖον, παρέχει ἔνεκα τῆς ἀκτινοβολίας αὐτοῦ κολοσσιαῖον ποσὸν ἐνεργείας, τὸ ὁποῖον ὅμως εἶναι βιομηχανικῶς ἄχρηστον, διότι παρέχεται εἰς πολὺν μεγάλον χρονικὸν διάστημα (περίπου 2500 ἔτη) καὶ ἐπομένως ἡ ἰσχύς, ἦτοι ἡ ἐνέργεια ἡ παρεχομένη ὑπ' αὐτοῦ εἰς 1 sec, εἶναι βιομηχανικῶς ἀσήμαντος.

Ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι  $A = F \cdot s$  καὶ  $s/t = v$ , ἔπεται ἐκ τοῦ τύπου (1), ὅτι  $N = F \cdot s/t = F \cdot v$  (2), ἦτοι, ὅτι ἡ ἰσχύς ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν ταχύτητα μετατοπίσεως. Ὅμοίως ἐκ τοῦ τύπου (1) εὐρίσκομεν  $A = N \cdot t$  (3).

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) εὐρίσκομεν τὴν ἐξίσωσιν διαστάσεων καὶ τὴν μονάδα ἰσχύος εἰς τὸ σύστημα CGS καὶ τὸ T. Σ.

**Διαστάσεις καὶ μονάδες ἰσχύος. α) Σύστημα μονάδων CGS:**

$$[N] = \frac{[ML^2 T^{-2}]}{[T]} = [ML^2 T^{-3}]$$

καὶ μονὰς τὸ  $1 \text{ gr} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-3} = 1 \text{ Erg/sec}$

$$\beta) \text{ Τεχνικὸν σύστημα: } [N] = \frac{[FL]}{[T]} = [FLT^{-1}]$$

καὶ μονὰς τὸ  $1 \text{ kgr} \cdot \text{m/sec}$ .

**Ἄλλαι μονάδες ἰσχύος.** Ἐκτὸς τῆς μονάδος Erg/sec χρησιμοποιοῦμεν πολὺς εἰς τὰς ἐφαρμογὰς καὶ τὴν μονάδα **Watt (W, Βάττ)**.

Εἶναι δὲ  $1 \text{ Watt} = 1 \text{ Joule/sec} = 10^7 \text{ Erg/sec}$ . Ἐξ αὐτῆς προκύπτει:

$$1 \text{ Joule} = 1 \text{ Watt} \cdot 1 \text{ sec.}$$

Ἐπίσης χρησιμοποιεῖται καὶ τὸ **kilowatt (kW, κिलοβάττ)**, εἶναι δέ:

$$1 \text{ kW} = 1000 \text{ Watt}$$

Ἐπίσης, ἀντὶ τῆς μονάδος  $\text{kgr} \cdot \text{m/sec}$ , χρησιμοποιεῖται ἐν τῇ πράξει ὁ **ἵππος**

(σύμβολον HP ή PS εκ του ἄγγλικου Horse power και του γερμανικου Pferde-stärke), είναι δέ:  $1 \text{ Ἴππος (HP)} = 75 \text{ kgr} \cdot \text{m/sec}$ .

Μεταξὺ Ἴππου, Watt και kilowatt ὑφίστανται αἱ ἀκόλουθοι σχέσεις:

$$75 \text{ kgr} \cdot \text{m} = 75 \cdot 9,81 = 736 \text{ Joule},$$

$$\text{ἄρα } 1 \text{ HP} = 736 \text{ Joule/sec} = 736 \text{ Watt} = 0,736 \text{ kW}.$$

$$\text{και } 1 \text{ Watt} = 0,102 \text{ kgr} \cdot \text{m/sec} \text{ και } 1 \text{ kW} = 1,359 \text{ HP}.$$

**Μεγάλοι μονάδες ἔργου.** Ἐκ τῶν μονάδων ἰσχύος, Ἴππος και κίλοβάττ, προκύπτουν αἱ ἀκόλουθοι μεγαλύτεραι μονάδες ἔργου: Ὁ ὠριαῖος Ἴππος (HPH) και τὸ κίλοβαττῶριον ἢ ὠριαῖον κίλοβάττ (kWh) εἶναι δέ:

$$1 \text{ HPH} = 75 \cdot 3\,600 = 270\,000 \text{ kgr} \cdot \text{m}.$$

$$\text{και } 1 \text{ kWh} = 1\,000 \cdot 3\,600 = 3\,600\,000 \text{ Joule}.$$

**Τιμαὶ τινες ἰσχύος διὰ διαφόρους περιπτώσεις.**

Ἀνθρώπος εἰς ἐργασίαν κανονικὴν μακρᾶς διαρκείας . . . . .	0,1 HP
Ἴππος ἢ βοῦς, περίπου . . . . .	1 HP
Κινητὴ ἐκρήξεως . . . . .	5—500 HP
Ἀτμομηχανὴ σιδηροδρόμου . . . . .	1 000 — 4 000 HP
Ἀτμομηχανὴ μεγάλων πλοίων, μέχρι . . . . .	10 000 — 50 000 HP
Γεννήτρια μεγάλων κέντρων παραγωγῆς ἠλεκτρ. ἐνεργείας, περίπου . . . . .	500 000 HP
Αἱ τιμαὶ αὗται δέον νὰ θεωρηθῶν ἀπλῶς ὡς παρέχουσαι ἰδέαν τινὰ τῆς ἰσχύος τῆς χρησιμοποιουμένης εἰς τὰς διαφόρους περιπτώσεις.	

**104. Ἐνέργεια.** Ὄταν ἀνυψῶμεν ἐκ τοῦ ἐδάφους κατακορύφως σῶμα βάρους B (σχ. 113) εἰς ὕψος h, τότε παράγομεν ἔργον B · h, τὸ ὁποῖον ὅμως δὲν χάνεται, ἀλλ' ἀποταμιεύεται ἐπὶ τοῦ σώματος. Πράγματι, ἐὰν συνδέσωμεν τὸ ἀνυψωθὲν σῶμα πρὸς τὸ ἐν ἄκρον νήματος διερχομένου διὰ τῆς αὐλακῆς λίαν εὐκινήτου τροχαλίας, εἰς δὲ τὸ ἕτερον ἄκρον τοῦ σχοινίου συνδέσωμεν ἄλλο σῶμα εὐρισκόμενον ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, τοῦ ὁποῖου ὅμως τὸ βᾶρος νὰ εἶναι κατὰ τι μικρότερον ἀπὸ τὸ τοῦ πρώτου σώματος, τότε, ἐὰν ἀφήσωμεν τὸ πρῶτον σῶμα ἐλεύθερον, βλέπομεν ὅτι τοῦτο κατέρχεται βραδέως, ἐνῶ ταυτοχρόνως ἀνυψῶναι τὸ ἕτερον σῶμα σχεδὸν μέχρι τοῦ αὐτοῦ ὕψους. Ἄρα τὸ ἀνυψωθὲν σῶμα λόγῳ τῆς θέσεως αὐτοῦ ἐν σχέσει πρὸς τὸ ἔδαφος, ἢ ἄλλως πρὸς τὴν Γῆν, δύναται νὰ παραγάγῃ ἔργον.

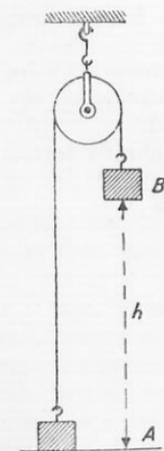
Γενικῶς λέγομεν, ὅτι σῶμα ἐγκλείει ἐνέργειαν, ὅταν τοῦτο ἔχη τὴν ἰκανότητα νὰ παραγάγῃ (ν' ἀποδίδῃ) ἔργον.

Συμφάνως πρὸς τ' ἀνωτέρω τὸ ἀνυψωθὲν εἰς τὸ προηγουμένον παράδειγμα σῶμα ἐγκλείει εἰς τὴν νέαν του θέσιν ἐνέργειαν.

Εἰς τὴν Μηχανικὴν ἡ ἐνέργεια ἐμφανίζεται ὑπὸ δύο μορφάς: ὡς **δυναμικὴ ἐνέργεια** ( $E_{δυν}$ ) και ὡς **κίνητικὴ ἐνέργεια** ( $E_{κιν}$ ).

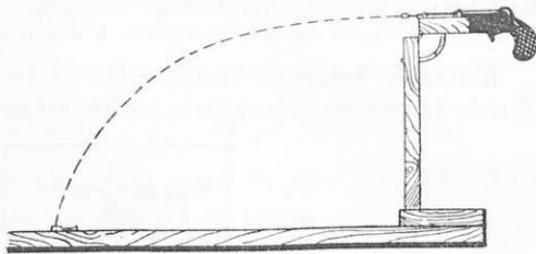
**Δυναμικὴν ἐνέργειαν** ἔχει π.χ. σῶμα εὐρισκόμενον εἰς ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους ἢ λόγῳ τῆς θέσεως αὐτοῦ ὡς πρὸς ἕτερον σῶμα. Ἐπίσης σῶμα τὶ δύναται νὰ ἐγκλείῃ δυναμικὴν ἐνέργειαν

λόγῳ τῆς καταστάσεως αὐτοῦ. Οὕτω διὰ νὰ ἐκτείνωμεν ἐν ἐλατήριον δαπανῶμεν



Σχ. 113. Τὸ εἰς ὕψος h εὐρισκόμενον βᾶρος B ἐγκλείει δυναμικὴν ἐνέργειαν.

ἐπὶ τοῦ ἐλατηρίου ἔργον, τὸ ὁποῖον ἀποταμεύεται ἐπ' αὐτοῦ ὡς δυναμικὴ ἐνέργεια. Ὅμοίως διὰ νὰ συμπιέσωμεν ἐλατήριο καταναλίσκομεν ἔργον, ὡς ἐπίσης διὰ νὰ συμπιέσωμεν ἀέριον καταναλίσκομεν ἔργον, τὸ ὁποῖον ἀποταμεύεται ἐπ' αὐτῶν ὡς δυναμικὴ ἐνέργεια. Πράγματι, ἐὰν τὸ πεπιεσμένον ἐλατήριο ἀφελθῆ ἐλεύθερον, ἐπανέρχεται εἰς τὴν ἀρχικὴν του κατάστασιν καὶ ἐφ' ὅσον συνδεθῆ μὲ διάταξιν τινὰ ἀποδίδει ἔργον ἴσον πρὸς τὸ καταλωθὲν κατὰ τὴν συμπίεσίν του. Τοῦτο εὐρίσκει ἐφαρμογὴν εἰς τὰ

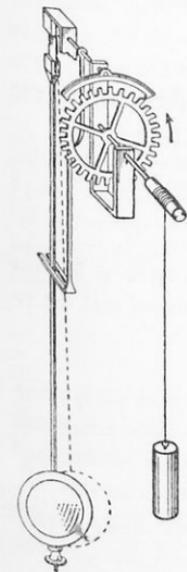


Σχ. 114. Τὸ βλήμα εὐρίσκόμενον ἐντὸς τοῦ πιστολίου ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ ἐλατηρίου ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν, ἐνῶ ὅταν ἐκσφενδονίζεται ἐξ αὐτοῦ ἀποκτᾷ κινητικὴν ἐνέργειαν.

μηχανικὰ πιστόλια, ὅπου χρησιμοποιεῖται ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ πεπιεσμένου ἐλατηρίου διὰ τὴν ἐκσφενδόνισιν βλημάτων (σχ. 114).

Ἡ τιμὴ τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἶναι ἴση μὲ τὸ δαπανηθὲν ἔργον, ὅπως τὸ σῶμα ἀχθῆ εἰς τὴν τελικὴν κατάστασιν του. Οὕτως εἰς τὸ παράδειγμα τῆς ἀνυψώσεως τοῦ βάρους ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια σώματος ἰσοῦται πρὸς τὸ ἔργον τὸ καταναλίσκομενον διὰ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ βάρους εἰς ὕψος  $h$ , ἥτοι  $B \cdot h$  καὶ ἐπομένως :

$$E_{δυν} = B \cdot h \quad (1)$$



Σχ. 115. Διάταξις μεταδόσεως ἔξωθεν ἐνεργείας εἰς τὸ ἐκκρεμές διὰ κατερχομένου βάρους.

βαρίδιον, ἥτοι νὰ ἀποταμεύσωμεν εἰς αὐτὸ νέον ποσὸν δυναμικῆς ἐνεργείας.

Προκειμένου περὶ παραμορφώσεως ἐλατηρίου ἢ συμπίεσεως ἀερίων, ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν ἐγκλείει τὸ σῶμα, εἶναι ἴση πρὸς τὸ καταλωθὲν ἔργον, τὸ ὁποῖον προεκάλεσε τὴν παραμόρφωσιν τοῦ ἐλατηρίου ἢ τὴν συμπίεσιν τοῦ αἵριου.

Λίαν χαρακτηριστικὸν παράδειγμα σώματος ἐγκλειόντος δυναμικὴν ἐνέργειαν καὶ ἀποδίδοντος αὐτὴν ρυθμικῶς πρὸς ἐπιτέλειαν ἔργου εἶναι τὸ σύστημα τοῦ ὀρολογιακοῦ ἐκκρεμοῦς (σχ. 115). Οὕτω διὰ τῆς ἀνυψώσεως τοῦ βαριδίου καταναλίσκομεν ἔργον, τὸ ὁποῖον ἀποταμεύεται εἰς αὐτὸ ὡς δυναμικὴ ἐνέργεια. Ὅταν ὁμως τὸ ἐκκρεμές τίθεται εἰς κίνησιν, τότε διὰ τοῦ ὀρολογιακοῦ μηχανισμοῦ τὸ βαρίδιον κατέρχεται ρυθμικῶς, οὕτω δὲ ἀποδίδει ρυθμικῶς ἐνέργειαν, ἡ ὁποία συντελεῖ εἰς τὴν ἐξουδετέρωσιν τῶν ἐκ τριβῆς ἀπωλειῶν καὶ οὕτως ἡ κίνησις τοῦ ἐκκρεμοῦς δύναται νὰ διατηρηθῆ π.χ. ἐπὶ 24 ὥρας, ἕως ὅτου τὸ βαρίδιον κατέλθῃ εἰς τὴν κατωτάτην του θέσιν, ὅποτε τὸ ὀρολόγιον σταματᾷ. Λιὰ νὰ ἐξακολουθήσῃ τὸ ὀρολόγιον τὴν κίνησιν αὐτοῦ, πρέπει νὰ ἀνυψώσωμεν ἐκ νέου τὸ

Εἰς τὰ συνήθη ὥρολόγια (χειρός, τσέπης) ἡ ἐνέργεια ἀποταμιεύεται ἐπὶ ἐλατηρίου. Πράγματι κατὰ τὴν διάτασιν τοῦ ἐλατηρίου τοῦ ὥρολογίου διὰ τῆς χειρός μας (κούρ-δισμος ὥρολογίου) καταναλισκόμεν ἔργον, τὸ ὅποιον ἀποταμιεύεται ἐπὶ τοῦ ἐλατηρίου ὡς δυναμικὴ ἐνέργεια, ἡ ὁποία μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ ὥρολογιακοῦ μηχανισμοῦ ἀποδίδεται ρυθμικῶς ὑπὸ τοῦ ἐλατηρίου καὶ οὕτω διατηρεῖται ἡ κίνησις αὐτοῦ π.χ. ἐπὶ 24 ἢ 36 ὥρας.

**Κινητικὴν ἐνέργειαν** ἐγκλείουν ὅλα τὰ ἐν κινήσει εὐρισκόμενα σώματα. Αὕτη, ὡς ἀποδεικνύεται, ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως :

$$E_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} m v^2 \quad (2)$$

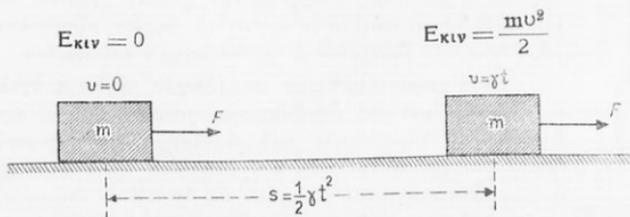
Ἦτοι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἰσοῦται πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ γινομένου τῆς μάζης τοῦ σώματος ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος αὐτοῦ. Δηλαδή ἰσοῦται πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς κινητηρίου δυνάμεως καταναλισκόμενον ἔργον διὰ τὴν μετάδοσιν εἰς τὸ σῶμα ταχύτητος  $v$ , ἧτοι διὰ τὴν ὑπερνήκησιν τῆς ἀδρανείας τοῦ σώματος. Οὕτω, ἔστω ὅτι δυνάμεις σταθερὰ  $F$  ἐπιδρῶσα συνεχῶς ἐπὶ σώματος μάζης  $m$  μετατοπίζει αὐτὸ εἰς χρόνον  $t$  κατὰ διάστημα  $s$  καὶ μεταδίδει τελικῶς εἰς αὐτὸ ταχύτητα  $v$ . Ἐὰν διὰ  $\gamma$  καλέσωμεν τὴν ἐπιτάχυνσιν τοῦ σώματος, θὰ ἔχωμεν τὰς σχέσεις :

$$F = m\gamma \quad s = \frac{1}{2} \gamma t^2 \quad v = \gamma t$$

Ἐκ τῶν δύο πρώτων εὐρίσκομεν :  $Fs = m\gamma^2 t^2 / 2$  καὶ ἐπὶ τῇ βάσει τῆς τρίτης σχέσεως :

$$E_{\text{κιν}} = F \cdot s = \frac{1}{2} m v^2$$

ἧτοι, τὸ ἔργον τῆς δυνάμεως διὰ τὴν μετάδοσιν εἰς τὸ σῶμα ταχύτητος  $v$  ἰσοῦται πρὸς τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν αὐτοῦ (σχ. 116). Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι τὸ ἔργον καὶ ἡ ἐνέργεια ἐκφράζονται διὰ τῶν αὐτῶν μονάδων.



Σχ. 116. Σῶμα μάζης  $m$  ἐπιταχυνόμενον ἐκ τῆς ἠρεμίας ἐπὶ χρόνον  $t$  ὑπὸ δυνάμεως  $F$  ἀποκτῶ κινητικὴν ἐνέργειαν  $mv^2/2$ .

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἐκφράζει τὸ ἔργον, τὸ ὅποιον κατηναλώθη ὑπὸ τῆς κινητηρίου δυνάμεως, ἡ ὁποία παραλαμβάνει τὸ σῶμα ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ κινεῖ τοῦτο μέχρι μεταδόσεως εἰς αὐτὸ τῆς ἐπιθυμητῆς ταχύτητος.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Ὅβις βάρους 50 kgf\* ἐκφεύγει ἀπὸ τοῦ στομίου κἀνης πυροβόλου μὲ ταχύτητα 600 m/sec\* πόση ἡ κινητικὴ ἐνέργεια αὐτῆς.

Διὰ τὴν ἔχωμεν τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν εἰς τὸ σύστημα CGS, πρέπει εἰς τὸν τύπον (2) νὰ θέσωμεν  $m = 50 \text{ kgf} = 50 \cdot 10^3 \text{ gr}$ , τὴν δὲ ταχύτητα  $v = 600 \text{ m/sec} = 600 \cdot 10^2 \text{ cm/sec}$ , ὅτε δι' ἀντικαταστάσεως λαμβάνομεν :

$$E_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot (6 \cdot 10^4)^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 36 \cdot 10^8 = 90 \cdot 10^{12} \text{ Erg}$$

$$\text{ἤτοι:} \quad E_{\text{κιν}} = 9 \cdot 10^{13} \text{ Erg} = \frac{9 \cdot 10^{13}}{10^7} = 9 \cdot 10^6 \text{ Joule}$$

Τεχνικὸν σύστημα. Ἐὰν δεχθῶμεν  $g = 10 \text{ m/sec}^2$  θὰ εἶναι  $m = 50/10 = 5 \text{ T.M.}$

μάζης καὶ  $E_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (600)^2 = 900\,000 = 9 \cdot 10^5 \text{ kgf}^* \cdot \text{m.}$

105. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας. Ἐκ πολυαίθμων καὶ μακροχρονίων πειραματικῶν ἐρευνῶν κατεδείχθη ὅτι, προκειμένου περὶ μηχανικῶν φαινομένων, ἡ ἐνέργεια, εἴτε δυναμικὴ εἴτε κινητικὴ εἶναι, οὔτε ἐκ τοῦ μηδενὸς δύναται νὰ δημιουργηθῆ, ἀλλ' οὔτε καὶ ἐκμηδενίζεται (Mayer).

Ἐὰν σῶμα ἀποκτᾷ ὀριζόμενον ποσὸν ἐνεργείας, τοῦτο εἶναι πάντοτε ἴσον πρὸς τὸ ἔξωθεν καταναλωθὲν ἔργον, ὡς π.χ. κατὰ τὴν ἀνύψωσιν βαρέος σώματος ἐκ τοῦ ἐδάφους εἰς ὀριζόμενον ὕψος. Ἐξ ἄλλου, ἐὰν ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν σῶμά τι ἐγκλείει, ἐλαττωθῆ, ἢ ἐλάττωσις εἶναι πάντοτε ἴση πρὸς τὸ ὑπὸ τοῦ σώματος ἀποδιδόμενον ἔργον, ὡς π.χ. συμβαίνει κατὰ τὴν πτώσιν τοῦ σώματος ἐξ ὕψους.

Ἐστω ὅτι σῶμα μάζης  $m$  εὐρίσκεται εἰς ὕψος  $h$  ἀπὸ τοῦ ἐδάφους. Τὸ σῶμα ὡς γνωστὸν ἐγκλείει δυναμικὴν ἐνέργειαν  $E_{\text{δυν}} = B \cdot h = m \cdot g \cdot h$ . Ἐὰν τὸ σῶμα ἀφεθῆ νὰ πέσῃ ἐλευθέρως, ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος θὰ ἔχη ἀποκτήσει ταχύτητα  $v$  καὶ κινητικὴν ἐνέργειαν  $E_{\text{κιν}} = mv^2/2$ . Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας πρέπει νὰ εἶναι:  $mgh = mv^2/2$ , ἐκ τῆς σχέσεως δὲ ταύτης εὐρίσκομεν :

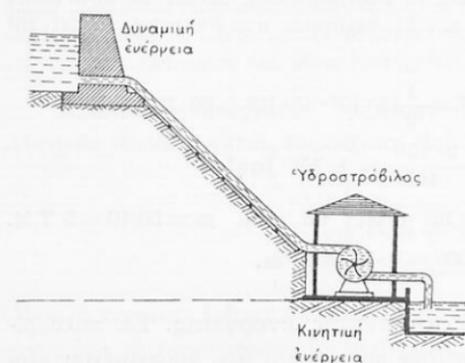
$$v = \sqrt{2gh}$$

Τὴν σχέσιν ταύτην εὔρομεν εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς κινηματικῆς δι' ἄλλης ὁδοῦ. Εἰς οἰανδήποτε ἄλλην ἐνδιάμεσον θέσιν τὸ σῶμα θὰ ἔχη  $E_{\text{δυν}}$  καὶ  $E_{\text{κιν}}$ , τὸ ἄθροισμα ὅμως αὐτῶν εἶναι πάντοτε ἴσον πρὸς τὴν ἀρχικὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι ἡ ἐνέργεια οὔτε ἐκ τοῦ μηδενὸς δύναται νὰ δημιουργηθῆ, ἀλλ' οὔτε καὶ ἐκμηδενίζεται, ἀλλὰ μόνον δύναται νὰ μετατρέπεται ἀπὸ  $E_{\text{δυν}}$  εἰς  $E_{\text{κιν}}$  καὶ ἀντιστρόφως, ἢ νὰ μεταβιβάζεται ἀπὸ ἐνὸς σώματος εἰς ἄλλο.

Ἡ ἐνέργεια ὅμως δὲν ἐμφανίζεται ἀπλῶς μόνον ὡς μηχανικὴ ἐνέργεια, ἀλλὰ καὶ ὑπὸ ἄλλας μορφάς, αἱ συνηθέστεραι τῶν ὁποίων εἶναι ἡ *θερμικὴ*, ἡ *χημικὴ* καὶ ἡ *ηλεκτρικὴ ἐνέργεια*. Ἐὰν δὲ θεωρήσωμεν *ἀποκεκλεισμένον σύστημα* σωμάτων, δηλαδὴ σύστημα, εἰς τὸ ὁποῖον νὰ μὴ δύναται νὰ μεταβιβαθῆ ἐνέργεια πρὸς τὰ ἔξω, ἀλλ' οὔτε καὶ νὰ προσληφθῆ ἐνέργεια ἐκ τῶν ἔξω, τὸ ἄθροισμα ὅλων τῶν ποσῶν τῆς ἐνεργείας ὑπὸ διαφόρους μορφάς παραμένει χρονικῶς ἀμετά-

βλητον και ὅ,τι μόνον παρατηρεῖται, εἶναι ἡ μετατροπὴ τῆς ἐνεργείας ἀπὸ τῆς μᾶς μορφῆς εἰς τὴν ἄλλην. Τῷ ἀνωτέρῳ ἐκφράζουν *τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας*, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ τὸ θεμέλιον τῆς Φυσικῆς καὶ ἀποκλείει τὴν πραγματοποίησιν τοῦ *ἀεικινήτου*, δηλ. μηχανῆς ἡ ὁποία νὰ δημιουργῇ ἐνέργειαν ἐκ τοῦ μηδενός.



**Σχ. 117.** Τὸ ὕδωρ εὐρισκόμενον εἰς ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν. Πίπτων ὁμως πρὸς τὸ ἐδαφος ἀποκτᾷ κινητικὴν ἐνέργειαν, ἡ ὁποία δύναται νὰ μετατραπῇ εἰς ὠφέλιμον ἔργον μέσῳ ὑδραυλικοῦ τροχοῦ.

τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας. Τὸ σχῆμα 117 δεικνύει μετατροπὴν τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν.

Ἐνάλογος ἀρχὴ εἶδομεν (§ 34), ὅτι ἰσχύει καὶ διὰ τὴν ὕλην. Τελευταίως ὁμως ἐκ διαφόρων θεωρητικῶν ἐρευνῶν, αἱ ὁποῖαι εἰς πολλὰς περιπτώσεις ἔτυχον πειραματικῆς ἐπαληθεύσεως καὶ ἰδιαιτέρως κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη διὰ τῆς πραγματοποίησεως τῆς βόμβας ἀτόμου, ἡ Φυσικὴ ἔφθασεν εἰς τὴν παραδοχὴν, ὅτι ἡ μᾶζα καὶ ἡ ἐνέργεια ἀποτελοῦν μορφὰς μᾶς καὶ τῆς αὐτῆς ὄντοτητος καὶ ὅτι ἐπομένως αἱ δύο ἀνωτέρω ἀρχαὶ συγχωνεύονται εἰς μίαν,

**106. Ἀπόδοσις καὶ συντελεστὴς ἀποδόσεως.** Κατὰ τὴν μετατροπὴν ἐνεργείας (ὡς π. χ. εἰς σχ. 117) παρατηροῦμεν ἐν τῇ πράξει, ὅτι ἐξ ὀρισμένου ποσοῦ διατιθεμένης ἐνεργείας δὲν εἶναι δυνατόν νὰ μεταβληθῇ εἰς ἐνέργειαν χρησιμοποισίμων διὰ τὰς ἀνάγκας μας, ἢ ἄλλως εἰς ὠφέλιμον ἐνέργειαν, ἅπαν τὸ διατιθέμενον ποσόν, ἀλλὰ μέρος αὐτοῦ μετατρέπεται εἰς ἕτερον μορφήν ἐνεργείας, ἡ ὁποία δι' ἡμᾶς εἶναι ἀνωφελὴς καὶ ὡς ἐκ τούτου χαρακτηρίζομεν τὸ ποσὸν τοῦτο τῆς ἐνεργείας ὡς *ἀπώλειαν*. Οὕτω π. χ. εἰς τὴν Μηχανικὴν εἶναι ἀδύνατον ἐν τῇ πράξει νὰ μετατρέψωμεν ὀρισμένον ποσὸν διατιθεμένης δυναμικῆς ἐνεργείας εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν, διότι λόγῳ τῶν ἀναποφεύκτων τριβῶν μέρος τῆς ἀρχικῆς ἐνεργείας μετατρέπεται εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία χαρακτηρίζεται ὡς ἀπώλεια. Εἰς πάσας ἐν γένει τὰς μετατροπὰς θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν:

$$\text{διατιθεμένη ἐνέργεια} = \text{ὠφέλιμος ἐνέργεια} + \text{ἀπώλεια.}$$

**Καλοῦμεν συντελεστὴν ἀποδόσεως ( $\eta$ ) τὸν λόγον τῆς ὠφέλιμου ἰσχύος πρὸς τὴν ἀρχικῶς διατιθεμένην ἰσχύν, ἥτοι:**

$$\eta = \frac{N_{\text{ὠφέλ.}}}{N_{\text{διατ.}}}$$

Ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεως ἐκφράζεται ὑπὸ ἀριθμοῦ, ὁ ὁποῖος εἶναι πάντοτε μικρότερος τῆς μονάδος, ἐνῶ ἡ ἑκατοστιαία ( $\%$ ) τιμὴ αὐτοῦ καλεῖται *ἀπόδοσις*. Π. χ. ἐὰν ἐγκατάστασις ἔχη συντελεστὴν ἀποδόσεως 0,7 ἢ ἀπόδοσις εἶναι 70  $\%$ .

Δηλ. ἐὰν διαθέτουμεν ἰσχὺν 70 ἵππων, ἡ ἀφέλιμος ἰσχύς θὰ εἶναι  $70 \cdot 0,7 = 49$  ἵππων.

Οὕτως εἰς τὰς θερμικὰς μηχανάς, κατὰ τὴν μετατροπὴν θερμότητος εἰς ἔργον ἡ ἀπόδοσις εἶναι περίπου 30 % , ἐνῶ εἰς ἠλεκτρικὰς ἐγκαταστάσεις, κατὰ τὴν μετατροπὴν ἠλεκτρικῆς ἐνεργείας εἰς μηχανικὸν ἔργον, ἡ ἀπόδοσις εἶναι περίπου 85 - 90 % .

**107. Ὅρμη. Τὸ γινόμενον τῆς μάζης σώματος εὐρισκομένου ἐν κινήσει ἐπὶ τὴν ταχύτητα αὐτοῦ καλεῖται ὄρμη.**

Ἡ ὄρμη ( $\mathcal{J}$ ), ὡς γινόμενον τοῦ ἀριθμητικοῦ μεγέθους μάζα ἐπὶ τὸ ἀνυσματικὸν μέγεθος ταχύτης ἀποτελεῖ ἐπίσης ἀνυσματικὸν μέγεθος. Ἐπομένως εἶναι :

$$\mathcal{J} = mv \quad (1)$$

**Ἐξισώσεις διαστάσεων καὶ μονάδες.**

α) Σύστημα CGS. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) λαμβάνομεν:  $[\mathcal{J}] = [MLT^{-1}]$  καὶ μονὰς τὸ  $1 \text{ gr} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}$ .

β) Τεχνικὸν σύστημα. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) λαμβάνομεν :

$$[\mathcal{J}] = [ML^{-1} T^2 LT^{-1}] = [FT] \text{ καὶ μονὰς τὸ } 1 \text{ kgm} \cdot \text{sec}.$$

**108\*. Προσδιορισμὸς ἐπιταχυνούσης δυνάμεως. Ὡθησις δυνάμεως.** Ἐστω ὅτι ἐπὶ σώματος μάζης  $m$ , εὐρισκομένου ἐν ἠρεμίᾳ, ἐπιδρᾷ ἡ σταθερὰ δύναμις  $F$ . Γνωρίζομεν, ὅτι αὕτη μεταδίδει εἰς τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν σταθεράν  $\gamma$ , εἶναι δέ :

$$F = m \cdot \gamma \quad (1)$$

Ἐὰν ἡ δύναμις ἐπενεργῇ ἐπὶ χρόνον  $t$ , τὸ σῶμα εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου τούτου θὰ ἔχῃ ἀποκτήσει ταχύτητα  $v = \gamma t$ . Ἐκ τῆς ἰσότητος ταύτης εὐρίσκομεν  $\gamma = v/t$  καὶ ἀντικαθιστώντες τὴν τιμὴν τοῦ  $\gamma$  εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) εὐρίσκομεν :

$$F = \frac{m v}{t} \quad (2)$$

Ἡ σχέση (2) ἐκφράζει τὴν ἀκόλουθον πρότασιν: **Ἡ ἐπιταχύνουσα δύναμις ἰσοῦται πρὸς τὴν ὄρμην, τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα ἀνὰ μονάδα χρόνου.** Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης λαμβάνομεν εὐκόλως :

$$F \cdot t = m v \quad (3)$$

Τὸ γινόμενον δυνάμεως  $F$  ἐπὶ τὸν χρόνον ἐπενεργείας αὐτῆς  $t$  καλεῖται ὠθησις ἢ συντομοῦτερον ὤσις τῆς δυνάμεως καὶ ἡ σχέση (3) ἐκφράζει τὴν πρότασιν: **Ἡ ὤσις δυνάμεως ἰσοῦται πρὸς τὴν ὄρμην.**

Ἐὰν τὸ σῶμα, πρὸ τῆς ἐπενεργείας τῆς δυνάμεως, ἔχῃ ἀρχικὴν ταχύτητα  $v_0$ , ἡ δὲ δύναμις  $F$  ἔχῃ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν πρὸς τὴν  $v_0$  καὶ ἐπιδρᾷ ἐπὶ χρόνον  $t$ , εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου τούτου θὰ εἶναι:  $v = v_0 + \gamma t$ . Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης εὐρίσκομεν:  $\gamma = \frac{v - v_0}{t}$ , ἀντικαθιστώντες δὲ τὴν τιμὴν τοῦ  $\gamma$  εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) εὐρίσκομεν :

$$F = \frac{m v - m v_0}{t} \quad (4)$$

Εἰς τὸν τύπον (4) παρατηροῦμεν, ὅτι  $m v_0$  παριστᾷ τὴν ἀρχικὴν ὄρμην τοῦ σώματος καὶ  $m v$  τὴν τελικὴν, ἐνῶ  $m v - m v_0$  παριστᾷ τὴν μεταβολὴν τῆς ὄρμης εἰς χρόνον  $t$ . Ἐπομένως ἡ σχέση (4) ἐκφράζει τὴν ἀκόλουθον πρότασιν: **Ἡ ἐπιταχύνουσα δύναμις ἰσοῦται:**

πρὸς τὴν ἀνὰ μονάδα χρόνου μεταβολὴν τῆς ὀρμῆς. Ἡ πρότασις αὕτη ἀποτελεῖ γενικωτέραν ἔκφρασιν τοῦ δευτέρου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος (§ 90).

Ἐκ τῆς σχέσεως (4) λαμβάνομεν εὐκόλως :

$$Ft = mv - mv_0 \quad (5)$$

Ἡ σχέσηις αὕτη ἐκφράζει τὴν ἀκόλουθον πρότασιν: *Ἡ ὡσις δυνάμεως ἰσοῦται πρὸς τὴν μεταβολὴν τῆς ὀρμῆς.* Αἱ σχέσεις (4) καὶ (5) διὰ  $v_0 = 0$  ἀνάγονται εἰς τὰς (2) καὶ (3).

Ἐπειδὴ τὰ μεγέθη  $F \cdot t$  καὶ  $m \cdot v$  ἔχουν τὰς αὐτὰς ἐξισώσεις διαστάσεων καὶ ἐπομένως μετροῦνται διὰ τῆς αὐτῆς μονάδος, ἐπικρατεῖ τάσις μεταξὺ τῶν νεωτέρων Φυσικῶν, ὅπως δι' ἀμφοτέρωτα τὰ μεγέθη χρησιμοποιῆται ὁ ὀρος *ὀρμή*.

**Ἀριθμητικὸν παράδειγμα.** *Κινητὸν μάζης 10 gr ἔχει ταχύτητα 50 cm/sec καὶ ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν δυνάμεως σταθερᾶς, τῆς ὁποίας ἡ διεύθυνσις συμπίπτει πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος, ἀποκτᾷ εἰς χρόνον 5 sec ταχύτητα 100 cm/sec. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιταχύνουσα δύναμις.*

$$\text{Ἐκ τοῦ τύπου (4) εὐρίσκομεν: } F = \frac{100 \cdot 10 - 50 \cdot 10}{5} = 100 \text{ Dyn}$$

**Ἐφαρμογαί.** Ἐκ τῆς ἐξίσωσως (2) συνάγομεν, ὅτι σῶμα εὐρισκόμενον ἐν κινήσει δὲν ἠμπορεῖ νὰ σταματήσῃ ἀκαριαίως καί, ὅσον μικρότερον εἶναι τὸ ἀπαιτούμενον χρονικὸν διάστημα διὰ νὰ σταματήσῃ, τόσον μεγαλύτερα ἢ ἀπαιτουμένη δύναμις. Οὕτω βόμβα, ἡ ὁποία ῥίπτεται ἀπὸ ἀεροπλάνου εὐρισκομένου εἰς ὕψος ὀλίγων χιλιάδων μέτρων, φθάνουσα κάτω ἔχει μεγάλην ὀρμὴν. Ὅταν προσπίπτῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἢ ἐπὶ χαλυβδίνου καταστρώματος πλοίου, εἴτε πρέπει νὰ σταματήσῃ εἰς βραχὺ χρονικὸν διάστημα εἴτε νὰ διατρυπήσῃ τὸ κατάστρωμα. Ἐπειδὴ ὅμως κατὰ τὴν πρόσκρουσιν τῆς βόμβας ἐπὶ τοῦ καταστρώματος ἀναπτύσσεται κολοσσιαία δύναμις λόγω τῆς μικρᾶς διαρκείας τῆς κρούσεως, τὸ χαλύβδινον κατάστρωμα δὲν δύναται νὰ παράσῃ τὴν ἀπαιτουμένην δύναμιν διὰ τὸ σταμάτημα τῆς ὀβίδος· διὰ τοῦτο δὲ αὕτη διαπερᾷ τὸ κατάστρωμα.

Ἐξ ἄλλου κατὰ τὴν πρόσκρουσιν τῆς βόμβας ἐπὶ τοῦ καταστρώματος, ἡ δύναμις δὲν ἔχει σταθερὰν τιμὴν καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς προσκρούσεως, ἀλλὰ μεταβάλλεται μεταξὺ ἐκτενῶν ὀρίων, ἡ δὲ ἐξίσωσις (2) δύναται νὰ χρησιμεύσῃ πρὸς προσδιορισμὸν τῆς μέσης δυνάμεως κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς προσκρούσεως. Ἡ τιμὴ τῆς δυνάμεως εἰς πᾶσαν στιγμὴν κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς προσκρούσεως θὰ ἦτο γνωστὴ, ἐὰν ἦτο γνωστὴ ἡ ταχύτης μεταβολῆς τῆς ὀρμῆς· ἐπειδὴ ὅμως τὸ μέγεθος τοῦτο δὲν εἶναι εὐκόλον νὰ μετρηθῇ, δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὴν δύναμιν διὰ τοῦ μεγέθους τῆς παραμορφώσεως, τὴν ὁποίαν προκαλεῖ.

**Ἀριθμητικὸν παράδειγμα.** Πρὸς κατανόησιν τοῦ μεγέθους τῆς δυνάμεως, ἡ ὁποία ἀναπτύσσεται εἰς περιπτώσιν καθ' ἣν αὐτοκίνητον προσκρούει ἐπὶ ἀκλονήτου κωλύματος καὶ σταματᾷ ἐντὸς βραχυτάτου χρονικοῦ διαστήματος, ἀναφέρομεν τὸ κάτωθι παράδειγμα: **Ἀυτοκίνητον 1 τόνου ὑπὸ ταχύτητα 50 km/h προσκρούει ἐπὶ ἀκλονήτου κωλύματος καὶ σταματᾷ ἐντὸς 0,1 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ δύναμις.**

Ἐργαζόμεθα μὲ τὸ Τ.Σ. μονάδων καὶ ἐφαρμόζομεν τὴν ἐξίσωσιν (4), λαμβάνοντες δὲ ὑπ' ὄψιν ὅτι  $g = 10 \text{ m/sec}^2$ , ἡ μάζα τοῦ αὐτοκινήτου εἶναι 1000 kg, διαιρουμένη διὰ 10 μετατρέπεται εἰς τεχνικὰς μονάδας (T.M.), ἥτοι  $m = 100 \text{ T.M}$  μάζης. Ἡ ταχύτης τοῦ αὐτοκινήτου εἰς m/sec θὰ εἶναι  $v = 50 \cdot 10^3 / 3600 = 14 \text{ m/sec}$ , ὅθεν τιθεμένου εἰς τὸν τύπον  $v = 0$  καὶ  $v_0 = 14 \text{ m/sec}$  καὶ  $t = 0,1 \text{ sec}$ , εὐρίσκομεν :

$$F = \frac{100 \cdot 14}{0,1} = - 14000 \text{ kgr}^*$$

\*Ἦτοι, ἡ ἀπαιτουμένη δύναμις διὰ τὸ σταμάτημα τοῦ αὐτοκινήτου εἶναι 14000 kgr\* καὶ τὸ ἀρνητικὸν σημεῖον δικαιολογεῖται, διότι ἡ δύναμις αὕτη πρέπει νὰ εἶναι ἀντιθέτου διευθύνσεως τῆς ταχύτητος τοῦ αὐτοκινήτου, ἐφ' ὅσον λόγω τῆς προσκρούσεως ἡ ταχύτης

του αυτοκινήτου εκμηδενίζεται. Είς την ως άνω αναπτυσσομένην δύναμιν οφείλονται αι καταστρεπτικαί συνέπειαι κατά την πρόσκρουσιν αυτοκινήτου επί ακλονήτου κολύματος, ως και έν γένει κατά τας συγκρούσεις.

109\*. Πρόβλημα σφυροκοπήματος καρφίου. *Σφυρίον μάζης  $m = 1$  kgf και κινούμενον υπό ταχύτητα  $v = 6$  m/sec κτυπά την κεφαλήν καρφίου, το όποιον εξαγωγάζεται να εισχωρήση έντός τεμαχίου ξύλου (σχ. 118). Έάν το κτύπημα διαρκή 0,01 sec, να υπολογισθή: α) ή όρμη του σφυρίου, β) ή μέση δύναμις, γ) ή απόστασις κατά την οποίαν εισχωρεί το καρφίον έντός του ξύλου. (Δεχόμεθα  $g = 10$  m sec<sup>2</sup>).*

α) Η όρμη υπολογίζεται εκ του τύπου:  $Ft = mv - mv_0$ . Είναι όμως εις την προκειμένην περίπτωσιν  $v = 0$ ,  $v_0 = 6$  cm/sec και  $m = 0,1$  T.M. μάζης, ότε εύρισκομεν:

$$F \cdot t = -0,1 \cdot 6 = -0,6 \text{ kgf} \cdot \text{sec}$$

β) Η μέση δύναμις υπολογίζεται εκ της σχέσεως:

$$F = -\frac{0,6}{0,01} = -60 \text{ kgf}^*$$

Τό άρνητικόν σημείον δικαιολογείται, διότι ή δύναμις ή όποια σταματά τό σφυρίον είναι άντιθέτου διευθύνσεως προς την κίνησιν αυτού.

γ) Διά να εύρωμεν την απόστασιν διεισδύσεως του καρφίου, εφαρμόζομεν την άρχην της διατηρήσεως της ενεργείας, εξισούντες την κινητικην ενέργειαν του σφυρίου προς τό έργον της δυνάμεως F. Ούτω, εάν καλέσωμεν x την απόστασιν διεισδύσεως, θα έχωμεν:

$$\frac{1}{2} mv^2 = F \cdot x \quad \text{και} \quad x = \frac{mv^2}{2F} = \frac{0,1 \cdot 36}{2 \cdot 60} = 0,03 \text{ m}$$

Τόν υπολογισμόν της απόστάσεως s δυνάμεθα να εκτελέσωμεν και κατ' άλλον τρόπον.

Ούτω, επειδή ή κίνησις του καρφίου είναι όμαλώς επιβραδυνομένη, ή μέση ταχύτης ( $\bar{v}$ ) του καρφίου θα είναι κατ' άπόλυτον τιμήν:

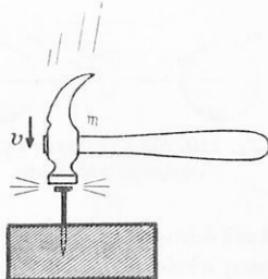
$$\bar{v} = \left| \frac{v - v_0}{2} \right| = \frac{6}{2} = 3 \text{ m/sec}$$

και επομένως τό διάστημα s θα είναι:

$$s = \bar{v} \cdot t = 3 \cdot 0,01 = 0,03 \text{ m}$$

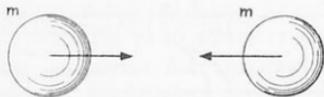
110. Άρχη της διατηρήσεως της όρμης. Έκ του πρώτου αξιώματος του Νεύτωνος γνωρίζομεν ότι, έφ' όσον σώμα εύρίσκεται έν κινήσει χωρίς να επενεργή επ' αυτού δύναμις, τό σώμα κινείται εύθυγράμμως και όμαλώς, ήτοι υπό σταθεράν ταχύτητα. Διά να μεταβληθή ή ταχύτης του σώματος, πρέπει να επενεργήση επ' αυτού δύναμις. Όταν όμως ή ταχύτης του σώματος παραμένη κατά την κίνησιν σταθερά, έπεται ότι και ή όρμη του σώματος, κινουμένου χωρίς την επενέργειαν δυνάμεως, είναι σταθερά και διά να μεταβληθή ή όρμη του σώματος πρέπει να επενεργήση επ' αυτού δύναμις. Τό αυτό ισχύει όχι μόνον δι' έν σώμα, αλλά και διά σύστημα σωμάτων, ή δέ άρχη της διατηρήσεως της όρμης διατυπώνται ως εξής: **Η όρμη σώματος ή συστήματος σωμάτων, έφ' όσον δέν επενεργεί έξωτερική δύναμις, διατηρείται σταθερά.**

\*Έάν όμως επί συστήματος σωμάτων επενεργήση έξωτερική δύναμις, ή όρμη



Σχ. 118. Διά σφυροκοπήματος του καρφίου υπενεργείται ή άντίστασις του ξύλου.

του συστήματος δύναται είτε να αυξηθῆ ἢ να ἐλαττωθῆ, ἀλλὰ κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς μεταβολῆς ταύτης εἰς ἕτερον σύστημα σωμάτων ἀναφαίνεται ἴση ἐλάττωσις ἢ αἰξίσις τῆς ὀρμῆς. Οὕτω, αἱ δύο σφαῖραι τῆς αὐτῆς μάζης, αἱ ὁποῖαι κινούνται μὲ ἴσας ταχύτητας ἀλλὰ κατ' ἀντίθετον διεύθυνσιν (σχ. 119), ἀποτελοῦν σύστημα σωμάτων τῶν ὁποίων ἡ ὀρμὴ ἔχει ἄθροισμα μηδέν, διότι τῆς μιᾶς ἡ ὀρμὴ θὰ εἶναι  $mv$  καὶ τῆς ἄλλης —  $mv$ , ἐπειδὴ ἡ ταχύτης τῆς δευτέρας ἔχει ἀντίθετον διεύθυνσιν ἀπὸ τὴν τῆς πρώτης. Ἐπομένως:  $mv - mv = 0$ .



Σχ. 119. Διὰ τὴν ἀρχὴν τῆς διατήρησεως τῆς ὀρμῆς.

Αἱ δύο σφαῖραι θὰ ἔλθῃ στιγμή κατὰ τὴν ὁποίαν θὰ συγκρουσθοῦν καὶ ἐκάστη τούτων θὰ ἀσκή δύναμιν μικροτάτης διάρκειας ἐπὶ τῆς ἐτέρας. Ἐπειδὴ ὁμως πρὸ τῆς συγκρούσεως αὐτῶν εἶχον ἄθροισμα ὀρμῶν μηδέν, πρέπει, συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τῆς διατηρήσεως τῆς ὀρμῆς, καὶ μετὰ τὴν σύγκρουσιν, ἤτοι μετὰ τὴν ἔκλειψιν τῶν δυνάμεων, τὸ ἄθροισμα τῶν ὀρμῶν αὐτῶν νὰ παραμένῃ μηδέν.

Οὕτω, εἰς τὴν περίπτωσιν χαλυβδίνων σφαιρῶν, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἐλαστικά, μετὰ τὴν σύγκρουσιν αὐταὶ ἀποχωρίζονται, ἀλλ' αἱ ταχύτητές των πρέπει νὰ ἔχουν τιμὴν τοιαύτην, ὥστε τὸ ἄθροισμα τῶν ὀρμῶν νὰ παραμένῃ πάλιν μηδέν.

Παράδειγμα τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὀρμῆς εἶναι ἡ ἀνάκρουσις (κλότσισμα) τῶν πυροβόλων. Πράγματι, πρὸ τῆς ἐκπυροσοκροτήσεως ἡ ὀρμὴ πυροβόλου καὶ ὀβίδος εἶναι μηδέν, διότι ἀρχικῶς ἡ ταχύτης ἀμφοτέρων εἶναι μηδέν. Ὄταν τὸ πυροβόλον ἐκπυροσοκροτῆ, ἡ ὀβίς ἀποκτᾷ ὀρμὴν μὲ διεύθυνσιν πρὸς τὰ ἐμπρός, ἐνῶ τὸ πυροβόλον ἀποκτᾷ ὀρμὴν πρὸς τὰ ὀπίσω, εἰς τρόπον ὥστε τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα νὰ εἶναι πάλιν μηδέν.

Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ἐκπυροσοκροτήσεως τοῦ πυροβόλου, δυνάμεις ἐπενεργοῦν καὶ ἐπ' αὐτοῦ καὶ ἐπὶ τῆς ὀβίδος, αἱ δυνάμεις ὁμως αὐταὶ δὲν εἶναι ἐξωτερικαί, ἀλλ' ἐσωτερικαὶ τοῦ συστήματος πυροβόλου - ὀβίς. Ἐὰν ὁμως ἐξετάσωμεν ἀπλῶς μόνον τὴν ὀβίδα, δι' αὐτὴν ἡ δύναμις εἶναι ἐξωτερικὴ καὶ προκαλεῖ μεταβολὴν τῆς ὀρμῆς τοῦ σώματος. Συμφώνως ὁμως πρὸς τὸ τρίτον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος, αἱ δυνάμεις δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἀναφανῆται μόνη, ἀλλὰ πρέπει νὰ ἐμφανισθῆ ἢ ἴση καὶ ἀντίθετος ἐπ' αὐτῆς, ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ ἐπὶ τοῦ πυροβόλου καὶ προκαλεῖ ἐπ' αὐτοῦ τὴν ἀνάπτυσιν ὀρμῆς ἴσης κατὰ μέγεθος, ἀλλ' ἀντίθετον διεύθυνσιν πρὸς τὴν τῆς ὀβίδος.

**Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Πυροβόλον ὄπλον ἔχει βλήμα μάζης 60 gr, ἐνῶ ἡ μάζα τοῦ πυροβόλου εἶναι 5000 gr, τὸ βλήμα δὲ ἀποκτᾷ κατὰ τὴν ἐκπυροσοκρότησιν ταχύτητα 600 m/sec. Πόση εἶναι ἡ ταχύτης ἀνακρούσεως τοῦ πυροβόλου.**

Ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὴν σχέσιν, ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν ὀρμῶν πρὸ τῆς ἐκπυροσοκροτήσεως καὶ μετὰ τὴν ἐκπυροσοκρότησιν πρέπει νὰ εἶναι μηδέν, ἐὰν καλέσωμεν διὰ  $v_1$  τὴν ταχύτητα τοῦ βλήματος καὶ διὰ  $v_2$  τὴν ταχύτητα τοῦ πυροβόλου μετὰ τὴν ἐκπυροσοκρότησιν, τότε, ἐὰν  $m_1$  ἡ μάζα τοῦ βλήματος καὶ  $m_2$  ἡ μάζα τοῦ πυροβόλου, πρέπει αἱ ἀλγεβρικαὶ τιμαὶ τῶν ὀρμῶν τοῦ πυροβόλου νὰ εἶναι κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν ἴσαι, ἀλλὰ νὰ ἔχουν τὴν ἀντίθετον διεύθυνσιν. Ἡ ἰσότης τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν ἐκφράζεται διὰ τῆς σχέσεως:

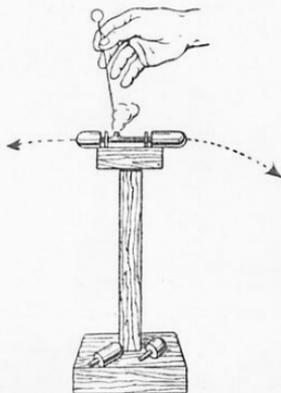
$$m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \text{ἔξ οὗ} \quad v_2 = \frac{m_1}{m_2} \cdot v_1$$

Ἐὰν δὲ θέσωμεν εἰς τὸν τελευταῖον τύπον τὰ δεδομένα, εὐρίσκωμεν  $v_2 = 7,2 \text{ m/sec}$ , καὶ ἐκ τοῦ ἐξαγομμένου τούτου βλέπομεν, ὅτι ἡ ταχύτης ἀνακρούσεως τοῦ πυροβόλου εἶναι κατὰ πολὺ μικροτέρα τῆς τοῦ βλήματος, διότι ἡ μάζα τοῦ πυροβόλου εἶναι κατὰ πολὺ μεγαλύτερα τῆς τοῦ βλήματος.

**Παρατήρησις.** Ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὀρμῆς ἀναφέρεται προδήλως εἰς τὸ ἀνυσματικὸν ἄθροισμα τῶν ὀρμῶν, ἐνῶ τὸ ἄθροισμα τῶν ἀπολύτων ὀρμῶν δὲν παραμένει σταθερόν, ἀλλ' αὐξάνεται.

111\*. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὀρμῆς. Τὴν ἀνωτέρω ἀρχὴν δυνάμεθα νὰ δείξωμεν διὰ μικρᾶς βλητικῆς συσκευῆς (σχ. 120), ἣ ὅποια δύναται νὰ ἐκσφενδονίξῃ ταυτοχρόνως δύο βλήματα διαφόρων μάζων καὶ εἰς τὴν ὅποιαν ἡ κινητήριος δύναμις εἶναι ἡ πίεσις τῶν ἀερίων τῶν προερχομένων ἐκ τῆς καύσεως τῆς πυρίτιδος. Ἐὰν  $m_1, m_2$  αἱ μάζαι τῶν δύο βλημάτων, διὰ νὰ ἰσχύσῃ ἡ σχέσις  $m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$ , πρέπει ἡ ταχύτης τοῦ βλήματος τοῦ ἔχοντος τὴν μικροτέραν μάζαν  $m_1$  νὰ εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ταχύτητος τοῦ βλήματος μεγαλυτέρας μάζης  $m_2$ . Πράγματι, διὰ μετρήσεως τῶν ἀποστάσεων, εἰς τὰς ὅποιας φθάνουν τὰ βλήματα ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, εἰς τὰς ὁποίας νὰ ὑπολογίσωμεν τὰς ταχύτητας  $v_1$  καὶ  $v_2$ , αἱ ὁποῖαι ἐπαληθεύουν τὴν ἀνωτέρω σχέσιν.

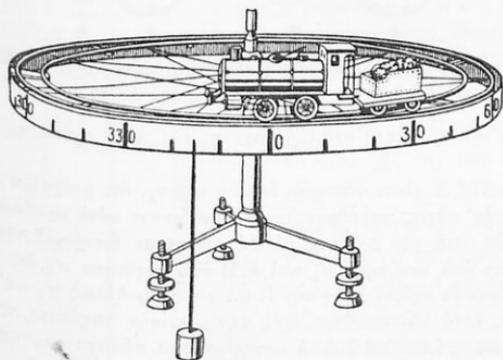
Λίαν χαρακτηριστικὸν ἐπίσης πείραμα εἶναι ἡ κίνησις μικροῦ σιδηροδρόμου ἐπὶ σιδηροτροχιᾶς ἐχούσης σχῆμα κυκλικὸν (σχ. 121), ἣ ὅποια δύναται νὰ περιστρέφεται μὲ ἐλαφρὰν τριβὴν περὶ κατακόρυφον ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου. Τὸ πείραμα δεικνύει ὅτι, ὅταν ὁ σιδηροδρόμος κινήται κατὰ τὴν μίαν φοράν, ἡ σιδηροτροχιὰ στρέφεται περὶ τὸν ἄξονά της κατὰ τὴν ἀντίθετον φοράν.



Σχ. 120. Ἐπαλήθευσις τῆς ἀρχῆς διατηρήσεως τῆς ὀρμῆς διὰ διπλοῦ πιστολίου.

112\*. Ἐφαρμογαί. Χαρακτηριστικὰ παραδείγματα, εἰς τὰ ὅποια ἀναφαίνεται ἡ ἀρχὴ

τῆς διατηρήσεως τῆς ὀρμῆς, εἶναι τὰ ἀκόλουθα. Πυροβόλον μετὰ τοῦ βλήματός του ἀποτελεῖ ἀποκεκλεισμένον σύστημα. Ἐὰν ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῆς ἐσωτερικῆς δυνάμεως, ὀφειλομένης εἰς τὴν πίεσιν τῶν ἀερίων τῶν προερχομένων ἐκ τῆς καύσεως τῆς πυρίτιδος, τὸ βλήμα μάζης  $m$  ἀποκτήσῃ ταχύτητα  $v$  καὶ ἐπομένως ὀρμὴν  $mv$ , τότε καὶ τὸ πυροβόλον μάζης  $m'$  ἀποκτᾷ ταχύτητα  $v'$ , ἔχουσαν διεύθυνσιν ἀντίθετον τῆς  $v$  καὶ ὀρμὴν  $m'v'$  ἀντίθετον τῆς  $mv$ . Συμφώνως δὲ πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὀρμῆς, πρέπει νὰ εἶναι  $mv = -m'v'$  καὶ  $mv + m'v' = 0$ ,

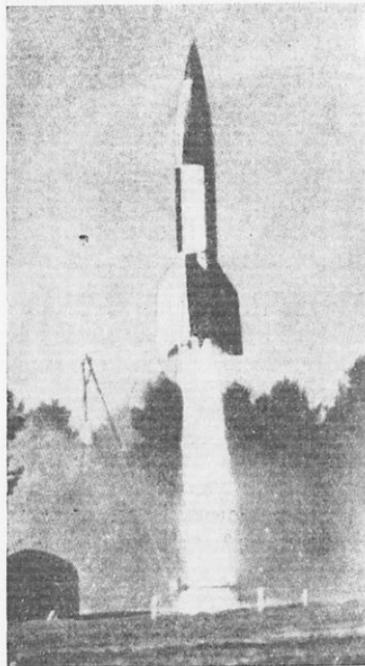


Σχ. 121. Πειραματικὴ διάταξις δεικνύουσα τὴν ἀρχὴν διατηρήσεως τῆς ὀρμῆς.

ἢτοι ἡ συνολικὴ ὀρμὴ πρὸ καὶ μετὰ τὴν ἐκπυροσοχότησιν παρέμεινεν ἀμετάβλητος. Ὁμοίως, ὅταν ἐπιβάτης μάζης  $m$  ἴσταται ἀκίνητος ἐντὸς πλοιαρίου μάζης  $m'$ , ἐπίσης ἀκινήτου πλησίον ἀποβάθρας, ἡ συνολικὴ ὀρμὴ τοῦ συστήματος ἐπιβάτης + πλοιαρίου εἶναι μηδέν. Ἐὰν ὁμοῦ ὁ ἐπιβάτης ἐπιχειρήσῃ διὰ πηδημάτος νὰ ἐξέλθῃ ἐκ τοῦ πλοιαρίου εἰς τὴν ἀποβάθραν μὲ ταχύτητα  $v$ , ἀποκτᾷ ὀρμὴν  $mv$ , ὅποτε καὶ τὸ πλοιαρίον μετατοπίζεται μὲ τα-

χύτητα  $v'$  διευθύνσεως αντίθετου προς την  $v$  και άποκτᾶ ὄρμη  $m'v'$ . Είναι δὲ πάλιν  $mv = -m'v'$  ἢ  $mv + m'v' = 0$ , ἥτοι ἡ συνολικὴ ὄρμη παραμένει πάλιν ἀμετάβλητος.

Σπουδαιωτάτην ἐφαρμογὴν εὐρίσκει ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὄρμης εἰς τὰ ἀεροπροωθούμενα βλήματα ἢ βόμβας (πυραύλους) (σχ. 122) καὶ εἰς τὰ ἀεροπλανοῦμενα ἀεροπλάνα.

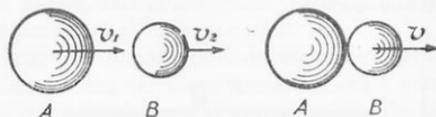


Σχ. 122. Βλήμα τύπου V2 πυραύλου κατά τὴν στιγμὴν τῆς ἐκκινήσεώς του.

Λόγω τῆς καύσεως τοῦ καυσίμου, μᾶζα ἀερίου ἐκβάλλεται ἐκ τοῦ ὀπισθίου μέρους τῆς βόμβας ἢ τοῦ ἀεροπλάνου ὑπὸ μεγάλην ταχύτητα. Ἡ ἐξερχομένη μᾶζα ἀερίου ἔχει λόγῳ τῆς ταχύτητος αὐτῆς ὄρμη  $m$  διευθυνομένην πρὸς τὰ ὀπίσω.

Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὄρμης γεννᾶται ἀντιδραστικὴ ὄρμη ἐπὶ τῆς βόμβας ἢ τοῦ ἀεροπλάνου διευθυνομένη πρὸς τὰ ἔμπροσθεν, ἡ ὁποία προωθεῖ τὴν βόμβαν ἢ τὸ ἀεροπλάνον. Ἐπειδὴ ὁμως ἡ μᾶζα τοῦ ἐκβαλλομένου ἀερίου εἶναι σχετικῶς μικρά, πρέπει τὰ ἀέρια νὰ ἐκβάλλονται ὑπὸ ἐξόχως μεγάλας ταχύτητος εἰς τρόπον, ὥστε ἡ ἀντιδραστικὴ ὄρμη νὰ δύναται νὰ μεταδώσῃ σημαντικὴν ταχύτητα εἰς τὸ σῶμα τῆς βόμβας ἢ τοῦ ἀεροπλάνου, τῶν ὁποίων ἡ μᾶζα εἶναι πολὺ μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν μᾶζαν τῶν ἐκβαλλομένων ἀερίων.

113\*. Κρούσις. Φαντασθῶμεν, ὅτι δύο σφαῖραι A καὶ B κινοῦνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα ἀντιστοίχως  $v_1$  καὶ  $v_2$  καὶ κατὰ τὴν



Σχ. 123. Αἱ δύο μὴ ἐλαστικαὶ σφαῖραι A καὶ B μετὰ τὴν κρούσιν κινοῦνται ὡς ἓν σῶμα.

αὐτὴν διεύθυνσιν (σχ. 123), εἶναι δὲ  $v_1 > v_2$ , ὅτε ἡ σχετικὴ ταχύτης τῆς A ἐν σχέσει πρὸς τὴν B εἶναι  $v_1 - v_2$ .

Ἐπειδὴ ἡ σφαῖρα B προηγείται τῆς A, εἶναι φανερόν, ἐπειδὴ  $v_1 > v_2$ , ὅτι ἡ σφαῖρα A θὰ προφθάσῃ τὴν B καὶ θὰ ἐπιπέσῃ ἐπ' αὐτῆς· καλοῦμεν δὲ τὸ φαινόμενον αὐτὸ **κρούσιν**.

Δεχόμεθα πρὸς τούτους, ὅτι εὐθὺς μετὰ τὴν κρούσιν αἱ δύο σφαῖραι ἀποχωρίζονται καὶ ὅτι ἡ A κινεῖται μετὰ τὴν κρούσιν ὑπὸ ταχύτητα  $v'_1$  καὶ ἡ B ὑπὸ ταχύτητα  $v'_2$ , ὅτε ἡ σχετικὴ ταχύτης τῆς A μετὰ τὴν κρούσιν ἐν σχέσει πρὸς τὴν B θὰ εἶναι προδήλως  $v'_1 - v'_2$ .

Ὁ λόγος τῆς σχετικῆς ταχύτητος μετὰ τὴν κρούσιν πρὸς τὴν σχετικὴν ταχύτητα πρὸ τῆς κρούσεως, ἀλλὰ μὲ ἀντίθετον σημεῖον, ἀποτελεῖ διὰ τὰ συγκρουόμενα σώματα χαρακτηριστικὴν σταθερὰν καὶ καλεῖται **συντελεστὴς κρούσεως** ( $\kappa$ ).

Οὕτω ἔχομεν :

$$\kappa = - \frac{v'_1 - v'_2}{v_1 - v_2} = \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - v_2}$$

Ἡ σχέσηος αὕτη ἀνεκαλύφθη περαματικῶς ὑπὸ τοῦ Νεύτωνος.

Ἐφ' ὅσον ὁ συντελεστὴς κρούσεως  $\kappa = 1$ , ἡ κρούσις λέγεται **τελειῶς ἐλαστικὴ**, ὡς τοῦτο συμβαίνει περίπου μὲ δύο χαλυβδίνας σφαῖρας. Ἐὰν  $\kappa = 0$ , ἡ κρούσις καλεῖται **τελειῶς μὴ ἐλαστικὴ**, ὡς τοῦτο συμβαίνει περίπου μὲ δύο σφαῖρας ἀπὸ μολυβδόν. Εἰς τὴν περίπτωσιν μολυβδίνων σφαιρῶν, αὐταὶ μετὰ τὴν κρούσιν δὲν ἀποχωρίζονται, ἀλλ' ἡ μία

προσκολλάται ἐπὶ τῆς ἄλλης καὶ κινούνται περαιτέρω ὡς ν' ἀπετέλουν ἓν μόνον σῶμα (σχ. 123). Δι' ὅλας τὰς ἄλλας μὴ ἐλαστικές κρούσεις ἡ τιμὴ τοῦ  $\kappa$  κυμαίνεται μεταξύ 1 καὶ 0.

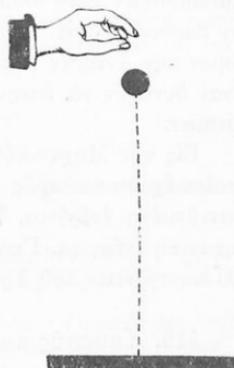
Παράδειγμα ἐλαστικῆς κρούσεως, μετ' τιμὴν τοῦ  $\kappa$  μὴ διαφέρουσαν πολὺ ἀπὸ τὴν μονάδα, εἶναι ἡ ἀναπήδησις τῆς μπάλας ποδοσφαίρου, ὅταν αὕτη προσκρούῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους. Ἐπίσης, παράδειγμα τελείας ἐλαστικῆς κρούσεως ἀποτελεῖ σφαῖρα χαλυβδίνῃ (σχ. 124), ἀφιεμένη νὰ πέσῃ ἐξ ὕψους ἐπὶ χαλυβδίνης πλακῆς, ὅτε αὕτη μετὰ τὴν κρούσιν ἀναπηδᾷ ἀνερχομένη εἰς τὸ αὐτὸ σχεδὸν ὕψος ἐξ ὃ ὑπέπεσε.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Σφαῖρα μάζης  $m_1 = 500$  gr κινεῖται ὑπὸ ταχύτητα  $v_1 = 50$  cm/sec καὶ προφθάνει ἐτέραν σφαῖραν μάζης  $m_2 = 1000$  gr, κινουμένην ὑπὸ ταχύτητα  $v_2 = 25$  cm/sec. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς κρούσεως εἶναι  $\kappa = 0,80$ , νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ ταχύτητες τῶν δύο σφαιρῶν μετὰ τὴν κρούσιν.

Πρὸς λύσιν τοῦ προβλήματος τούτου, θὰ μεταχειρισθῶμεν τὴν ἐξίσωσιν (1), ὑπὸ τὴν μορφήν:  $v_2' - v_1' = \kappa (v_1 - v_2)$  ἔν συνδυασμῷ πρὸς τὴν ἐξίσωσιν τὴν ἐκφράζουσαν τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὀρμῆς:  $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$ .

Ἀντικαθιστώντες εἰς τὰς ἀνωτέρω ἐξισώσεις τὰ ἀριθμητικὰ δεδομένα εὐρίσκομεν μετὰ τὰς σχετικὰς ἀναγωγὰς:  $v_2' - v_1' = 20$   $2v_2' + v_1' = 100$ .

Ἐκ τῶν δύο τούτων ἐξισώσεων εὐρίσκομεν:  $v_2' = 40$  cm/sec καὶ  $v_1' = 20$  cm/sec.



Σχ. 124. Ἐλαστικὴ κρούσις.

## ΑΠΛΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ

114. Γενικά. Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ἐργάτου, ὁ ὁποῖος ἀνυψώνει τὸ βάρος B, εἶδομεν (§ 99), ὅτι οὗτος καταβάλλει δύναμιν F ἴσην καὶ ἀντιθέτου διευθύνσεως ὡς πρὸς τὸ ἀνυψούμενον βάρος (ἀντίστασιν). Τὴν ἐργασίαν τῆς ἀνυψώσεως τοῦ βάρους B δύναται νὰ ἐκτελέσῃ πολὺ εὐκολώτερον ὁ ἐργάτης, εἰάν ἀντὶ νὰ ἔλκῃ τὸ σχοινίον ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω χρησιμοποίησιν μίαν τροχαλίαν T, τὴν ὁποίαν στερεώνει ἐπὶ ἀκλονήτου σημείου, διὰ τῆς αὐλακῆς δὲ τῆς ὁποίας διέρχεται τὸ σχοινίον, ὁπότε ὁ ἐργάτης δύναται ν' ἀνυψώσῃ τὸ βάρος B σύμφων τὸ σχοινίον ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω (σχ. 125). Τοῦτο ὅμως, ὡς ἐκ πείρας γνωρίζομεν, ἀποτελεῖ δι' αὐτὸν ἐργασίαν εὐκολωτέραν ἢ εἰάν οὗτος σύρῃ τὸ σχοινίον ἀπ' εὐθείας ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Ἡ ὡς ἄνω χρησιμοποιουμένη τροχαλία, διὰ μέσου τῆς ὁποίας ὁ ἐργάτης ἀνυψώνει τὸ βάρος B, ἀποτελεῖ ἀπλὴν μηχανήν.

Σχ. 125. Ἡ τροχαλία εἶναι ἀπλὴ μηχανή.

Γενικῶς εἰς τὴν Φυσικὴν καλοῦμεν ἀπλὴν μηχανήν πᾶσαν διάταξιν, ἡ ὁποία μᾶς ἐπιτρέπει νὰ χρησιμοποιήσωμεν διαθέσιμον δύναμιν κατὰ τὸν πλεονεκτικώτερον τρόπον, διὰ νὰ ὑπερνηκίσωμεν δοθεῖσαν ἀντίστασιν,

**π.χ. ν° ανυψώσωμεν βάρος τι.** Ούτως εις τὴν περίπτωσιν τῆς τροχαλίας χρησιμοποιούμεν κατὰ πλεονεκτικώτερον τρόπον τὴν μυϊκὴν μας δύναμιν πρὸς ἀνύψωσιν βάρους Β, διότι ἀλλάσσομεν τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως χωρὶς νὰ μεταβάλλωμεν τὴν ἔντασιν αὐτῆς. Εἰς ἄλλας περιπτώσεις ἀπλῶν μηχανῶν θὰ ἴδωμεν, ὅτι εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπερνηκίσωμεν δεδομένην ἀντίστασιν καταβάλλοντες μικροτέραν δύναμιν.

Εἰς τὴν Μηχανικὴν, περιοριζόμεθα εἰς τὴν σπουδὴν τῶν μηχανῶν ἐκεῖνων, αἱ ὁποῖαι ἔχουν καθαρῶς μηχανικὸν χαρακτῆρα καὶ εἰς τὰς ὁποίας, τόσον ἡ ἀρχικῶς διατιθεμένη ἐνέργεια, ὅσον καὶ ἡ ὑπὸ τῆς μηχανῆς ἀποδοδιδομένη, εἶναι καθαρῶς μηχανικὴ ἐνέργεια. Γενικῶς, εἰς τὰς ἄνω μηχανὰς λαμβάνει χώραν μετατροπὴ τῶν δύο παραγόντων τοῦ ἔργου, ἥτοι τῆς μετατοπίσεως καὶ τῆς δυνάμεως.

**115. Χρυσοῦς κανὼν τῆς Μηχανικῆς.** Φαντασθῶμεν, ὅτι ἄνθρωπος πρόκειται νὰ ἀνυψώσῃ φορτίον 300 kgf\* εἰς ὕψος 5 m. Εἶναι φανερόν, ὅτι τὸ ἔργον τοῦτο δὲν δύναται νὰ ἐκτελεσθῇ ὑπὸ τοῦ ἀνθρώπου ἀπ' εὐθείας, ἄνευ ὑποδιαρέσεως τοῦ βάρους, διότι ὁ ἄνθρωπος δὲν δύναται ν' ἀνυψώσῃ βάρος 300 kgf\*. Δύναται ὅμως νὰ ἐκτελέσῃ τὸ ἔργον τοῦτο τμηματικῶς, δι' ὑποδιαρέσεως τοῦ βάρους π.χ. εἰς 10 ἴσα μέρη, ἕκαστον ἐκ 30 kgf\*, ὅτε θὰ ἐκτελεσθῇ εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις συνολικὸν ἔργον 1 500 kgf\*m. Διὰ τῆς χρησιμοποίησεως ὅμως καταλλήλου μηχανῆς (π.χ. πολυσπᾶστου), εἶναι δυνατὸν εἰς τὸν ἄνθρωπον νὰ ἐκτελέσῃ τὸ ἔργον τοῦτο χωρὶς νὰ ὑποδιαρέσῃ τὸ βάρος, ἀλλ' εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἐπὶ τοῦ ἐνὸς ἄκρου τῆς μηχανῆς θὰ ἐπιενεργῇ τὸ βάρος  $F_1 = 300 \text{ kgf}^*$ , ἐνῶ ἐπὶ τοῦ ἐτέρου ἄκρου τῆς μηχανῆς ὁ ἄνθρωπος θὰ ἐφαρμόζῃ δύναμιν  $F_2 = 30 \text{ kgf}^*$  πρὸς ἰσορροπήσιν αὐτοῦ. Ἐξ ἄλλου, ἐνῶ τὸ πρὸς ἀνύψωσιν βάρος  $F_1 = 300 \text{ kgf}^*$  θὰ μετατοπίζεται ἐπὶ δρόμον μήκους  $l_1 = 5 \text{ m}$ , ἡ δύναμις  $F_2$  θὰ ἐπιδρᾷ ἐπὶ δρόμου μήκους  $l_2 = 50 \text{ m}$ , εἰς τρόπον ὥστε νὰ προκύπτῃ ἡ σχέσις :

$$F_1 l_1 = F_2 l_2$$

Οὕτως **ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν χάνεται εἰς δρόμον, οἱ δὲ διανυόμενοι δρόμοι εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν δυνάμεων.** Ἡ ἀνωτέρω πρότασις ἀποτελεῖ τὸν **χρυσοῦν κανόνα τῆς Μηχανικῆς.**

**116\*. Μηχανικὸν πλεονέκτημα.** Λόγος ταχυτήτων. Ἀπόδοσις. α) **Μηχανικὸν πλεονέκτημα.** Προκειμένου περὶ ἀπλῶν μηχανῶν, καλούμεν μηχανικὸν πλεονέκτημα (Μ.Π.) τὸν λόγον τῆς ἀντίστασεως ἢ φορτίου διὰ τῆς καταβαλλομένης δυνάμεως πρὸς ἰσορροπήσιν αὐτοῦ, ἥτοι :

$$\text{Μηχανικὸν πλεονέκτημα} = \frac{\text{Φορτίον}}{\text{Δύναμις}} = \frac{F_{\Phi}}{F_{\delta}} \quad (1)$$

**Παράδειγμα.** Ἐὰν μηχανὴ εἶναι κατεσκευασμένη οὕτως, ὥστε διὰ δυνάμεως  $F_{\delta} = 25 \text{ kgf}^*$  νὰ ἰσορροποῦμεν φορτίον  $F_{\Phi} = 500 \text{ kgf}^*$ , τότε θὰ εἶναι :  $\text{Μ. Π.} = \frac{500}{25} = 20.$

Γενικῶς δὲ αἱ ἀπλαῖ μηχαναὶ ἔχουν μηχανικὸν πλεονέκτημα μεγαλύτερον τῆς μονάδος.

β) **Λόγος ταχυτήτων.** Ἐάν ἡ δύναμις  $F_{\delta}$  μετατοπίσῃ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς κατὰ  $S_{\delta}$  εἰς χρόνον  $t$ , τότε εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ἀντιστάσεως ἢ φορτίου  $F_{\varphi}$  μετατοπίζεται κατὰ  $s_{\varphi}$ . Ἐάν δὲ διὰ  $v_{\varphi}$  καὶ  $v_{\delta}$  καλέσωμεν ἀντιστοίχως τὰς ταχυτήτας μετατοπίσεως τῶν σημείων ἐφαρμογῆς φορτίου καὶ δυνάμεως, τότε θὰ εἶναι :

$$t = \frac{s_{\varphi}}{v_{\varphi}} \quad \text{καὶ} \quad t = \frac{s_{\delta}}{v_{\delta}} \quad \text{ἢ} \quad \frac{v_{\delta}}{v_{\varphi}} = \frac{s_{\delta}}{s_{\varphi}} \quad (2)$$

Τὸ πηλίκον τοῦτο τῶν ταχυτήτων (ἢ τὸ ἴσον πρὸς αὐτὸ τῶν μετατοπίσεων) καλοῦμεν **λόγον ταχυτήτων** ( $\Delta T$ ), ἦτοι :

$$\text{Λόγος ταχυτήτων} = \frac{\text{Ταχύτης δυνάμεως}}{\text{Ταχύτης φορτίου}} = \frac{\text{Μετατόπισις δυνάμεως}}{\text{Μετατόπισις φορτίου}} \quad (3)$$

γ) **Ἀποδοσις.** Εἰς ὅλας τὰς πραγματικὰς ἐφαρμογὰς τῶν ἀπλῶν μηχανῶν δὲν ἰσχύει ἀκριβῶς ἡ ἐξίσωσις τοῦ χρυσοῦ κανόνος. Πράγματι λόγῳ τῶν ἀναποφεύκτων τριβῶν τὸ ἀποδιδόμενον ἔργον εἶναι μικρότερον τοῦ προσφερομένου. Εἰς τὰς μηχανὰς (ἀπλᾶς ἢ συνθέτους) ἐπιδιώκεται πάντοτε, ὅπως ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῶν δύο ἀνωτέρω ἔργων εἶναι ὅσον τὸ δυνατόν μικροτέρα. Ἐκφράζομεν δὲ τὰς ἐκ τριβῶν ἀπωλείας διὰ τοῦ μεγέθους **ἀπόδοσις**. Καλοῦμεν ἀπόδοσις ἢ ἀπώλειαν τὸν λόγον τοῦ ἔργου (ὠφελίμου ἔργου), τοῦ παραγομένου ὑπὸ τοῦ φορτίου κατὰ τὴν χρονικὴν διάστημα, πρὸς τὸ ἔργον (διατιθέμενον ἔργον), τὸ παραγόμενον ὑπὸ τῆς δυνάμεως κατὰ τὸ αὐτὸ χρονικὸν διάστημα, ἦτοι :

$$\text{Ἀπόδοσις} = \frac{\text{Ἔργον φορτίου}}{\text{Ἔργον δυνάμεως}} = \frac{F_{\varphi} \cdot s_{\varphi}}{F_{\delta} \cdot s_{\delta}} \quad (4)$$

Ἡ ἐξίσωσις ὁμως (4) ἐπὶ τῇ βάσει τῶν (1) καὶ (2) δύναται νὰ γραφῇ :

$$\text{Ἀπόδοσις} = \frac{F_{\varphi} \cdot s_{\varphi}}{F_{\delta} \cdot s_{\delta}} = \frac{F_{\varphi} / F_{\delta}}{s_{\delta} / s_{\varphi}} = \frac{M. Π.}{\Lambda. T.} \quad (5)$$

ἦτοι, ἡ ἀπόδοσις ἀπλῆς μηχανῆς ἰσοῦται πρὸς τὸν λόγον τοῦ Μ. Π. καὶ τοῦ Λ. Τ. Εἰς περίπτωσιν μηχανῆς ἄνευ ἀπωλειῶν (ἀπληγαμένης τριβῶν), ἡ ἀπόδοσις ἰσοῦται πρὸς τὴν μονάδα καὶ ἐπομένως Μ. Π. = Λ. Τ. Εἰς περίπτωσιν ὁμως μηχανῆς μετ' ἀπωλειῶν, ἡ ἀπόδοσις εἶναι μικροτέρα τῆς μονάδος καὶ ἐπομένως Μ. Π. < Λ. Τ.

Οὕτω, εἰς τὴν προηγουμένην μηχανὴν ἄνευ ἀπωλειῶν, ἡ μετατόπισις τῆς δυνάμεως εἶναι 20 φορές μεγαλύτερα τῆς τοῦ φορτίου, ἐπομένως θὰ εἶναι Λ. Τ. = 20, ἦτοι :

$$\text{Ἀπόδοσις} = \frac{M. Π.}{\Lambda. T.} = \frac{20}{20} = 1, \quad \text{ἢ ἄλλως : } 100 \%.$$

**Ἀριθμητικὸν παράδειγμα.** Ἐστω ὅτι μηχανὴ εἶναι κατεσκευασμένη, οὕτως ὥστε νὰ ἔχῃ Λ. Τ. = 12, καὶ ὅτι ἡ ἐφαρμοζομένη δύναμις  $F_{\delta} = 10 \text{ kgr}^*$  ἰσορροπεῖ φορτίον  $100 \text{ kgr}^*$ .

Τὸ Μ. Π. τῆς μηχανῆς εἶναι προδήλως  $100 : 10 = 10$ , ἐπειδὴ δὲ τοῦτο εἶναι μικρότερον τοῦ Λ. Τ., ἡ μηχανὴ παρουσιάζει ἀπωλείας, ἡ δὲ ἀπόδοσις αὐτῆς εἶναι :

$$\text{Ἀπόδοσις} = \frac{M. Π.}{\Lambda. T.} = \frac{10}{12} = 0,83 \quad \text{ἢ ἄλλως } 83 \%.$$

**Παρατήρησις.** Συνήθως τὸ μηχανικὸν πλεονέκτημα καλεῖται καὶ **πραγματικὸν μηχανικὸν πλεονέκτημα**, ἐνῶ ὁ λόγος ταχυτήτων καλεῖται καὶ **θεωρητικὸν μηχανικὸν πλεονέκτημα**.

117. **Ἀπλαῖ μηχαναί.** Αἱ συνθετώτεροι τῶν μηχανῶν, ὅταν ἀναλυθῶν, δεικνύεται ὅτι ἀποτελοῦνται ἐκ στοιχειωδῶν διατάξεων καλουμένων **ἀπλῶν μηχανῶν**,

αί ὁποῖαι διακρίνονται εἰς δύο βασικοὺς τύπους : εἰς τὸν *μοχλὸν* καὶ εἰς τὸ *κεκλιμένον ἐπίπεδον*. Εἰς τὰς ἀπλᾶς μηχανὰς τύπου μοχλοῦ καταλέγονται ὁ μοχλός, ἡ τροχαλία, τὸ πολύσπαστον, τὸ βαροῦλκον, ἡ διαφορική τροχαλία, ὡς καὶ οἱ διάφοροι τύποι τροχῶν. Εἰς τὰς ἀπλᾶς μηχανὰς τύπου κεκλιμένου ἐπιπέδου ἀνήκουν τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, ὁ σφὴν καὶ ὁ κοχλίας.



#### ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ (287 - 212 π. Χ.)

Ἕλλην Μαθηματικός, Φυσικός καὶ Μηχανικός. Μαθητὴς τοῦ Εὐκλείδου. Ἦτο γνώστης τῶν ιδιοτήτων τῶν μοχλῶν καὶ πολυσπαστῶν. Ἐκαμε διαφόρους ἀνακαλύψεις εἰς τὴν Γεωμετρίαν καὶ Μηχανικὴν.

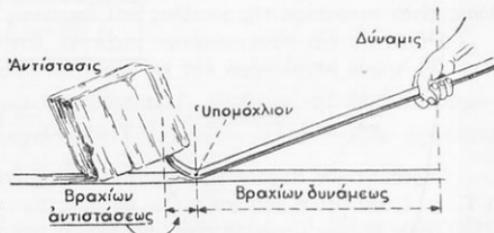
ἀντίστασις, ἐνῶ ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται πρὸς ἰσορροπίην καὶ ὑπερνίκησιν τῆς ἀντιστάσεως, καλεῖται δύναμις.

Γενικῶς, ἡ ἀπόστασις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς ἀντιστάσεως ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς, ὅταν αὕτη διευθύνεται καθέτως ἐπὶ τὸν μοχλόν, καλεῖται *μοχλοβραχίων ἀντιστάσεως* ἢ ἀπλῶς *βραχίων ἀντιστάσεως* καὶ ἡ ἀπόστασις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως, ὅταν αὕτη διευθύνεται ἐπίσης καθέτως ἐπὶ τὸν μοχλόν ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς, καλεῖται *μοχλοβραχίων δυνάμεως* ἢ ἀπλῶς *βραχίων δυνάμεως*.

Ὁ ἄξων περιστροφῆς τοῦ μοχλοῦ (λοστοῦ) εὐρίσκεται εἰς τὸ σημεῖον Ο καὶ καλεῖται *ὑπομόχλιον* (σχ. 127). Ὅταν τὸ ὑπομόχλιον Ο εὐρίσκεται μεταξὺ

118. Σπουδὴ ἀπλῶν μηχανῶν. Ἡ σπουδὴ τῆς ἰσορροπίας ἐν γένει τῶν ἀπλῶν μηχανῶν γίνεται κατὰ τρεῖς τρόπους: α) Διὰ τῆς σπουδῆς τῶν συνθηκῶν ἰσορροπίας τῶν ἐπὶ τῆς μηχανῆς ἐπενεργουσῶν δυνάμεων. β) Δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν (§ 85). γ) Δι' ἐφαρμογῆς τοῦ ἀξιώματος τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας ἢ ἄλλως τοῦ χρυσοῦ κανόνος τῆς Μηχανικῆς.

119. Μοχλός. *Καλοῦμεν μοχλὸν σῶμα στερεὸν στρεπτὸν περὶ ἄξονα*. Ἡ συνθηθετέρα μορφή μοχλοῦ εἶναι ράβδος στρεπτή περὶ ἄξονα, ὡς εἰς σχῆμα 126. Συνήθως ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν πρόκειται νὰ ὑπερνικήσωμεν διὰ τοῦ μοχλοῦ, καλεῖται

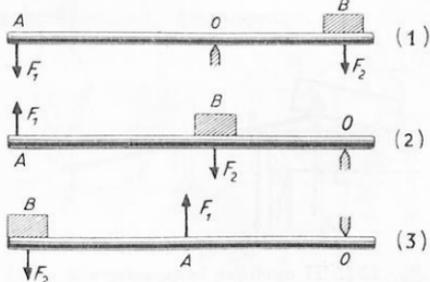


Σχ. 126. Χαρακτηριστικὰ στοιχεῖα μοχλοῦ (λοστοῦ).

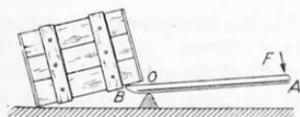
ἀντιστάσεως B και δυνάμεως  $F_1$ , ο μοχλός καλείται **πρώτου είδους** (σχ. 127, 1).

Όταν η αντίστασις B εϋρίσκεται μεταξϋ υπομοχλίου O και δυνάμεως  $F_1$ , ο μοχλός καλείται **δευτέρου είδους** (σχ. 127, 2). Τέλος όταν η δύναμις  $F_1$  εϋρίσκεται μεταξύ υπομοχλίου και ἀντιστάσεως, ο μοχλός καλείται **τρίτου είδους** (σχ. 127, 3).

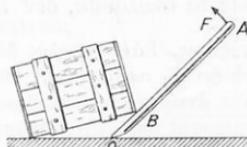
**Παρατήρησις.** Τελευταίως τούς μοχλούς διακρίνομεν εις μοχλούς με δύο βραχίοναs, όταν δηλ. τὸ υπομόχλιον εϋρίσκεται μεταξύ δυνάμεως και ἀντιστάσεως (σχ. 128) και εις μοχλούς με ἕνα βραχίονα, όταν δηλ. τὸ υπομόχλιον εϋρίσκεται εις τὸ ἓν ἄκρον τοϋ μοχλοϋ (σχ. 129).



Σχ. 127. Τὰ τρία είδη μοχλῶν.



Σχ. 128. Μοχλός με δύο βραχίοναs (1ον είδος).



Σχ. 129. Μοχλός με ἕνα βραχίονα (2ον είδος).

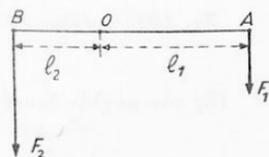
Οὔτως ο μοχλός πρώτου είδους είναι μοχλός με δύο βραχίοναs, ἐνῶ οί μοχλοί δευτέρου και τρίτου είδους είναι μοχλοί με ἕνα βραχίονα.

**120. Συνθήκη ισορροπίας.** Εἰς τὰ προηγούμενα είδομεν (βλ. σελ. 69) ὅτι, όταν ἐπὶ σώματος στρεπτοϋ περὶ ἄξονα ἐπανερογούν δύο διάφοροι δυνάμειs και τὸ σῶμα ἰσορροπῆ, τότε αἱ ροπαὶ τῶν δύο δυνάμεων ὡs πρὸs τὸν ἄξονα περιστροφῆs εἶναι ἴσαι. Ἄρα ἡ συνθήκη ἰσορροπίας τοϋ μοχλοϋ (σχ. 130) εἶναι, ὅτι ἡ ροπή τῆs ἀντιστάσεως  $F_2 l_2$  ὡs πρὸs τὸν ἄξονα O και ἡ ροπή τῆs δυνάμεως  $F_1 l_1$  ὡs πρὸs τὸν αὐτὸν ἄξονα πρέπει νὰ εἶναι ἴσαι, ἥτοι :

$$F_1 l_1 = F_2 l_2 \quad \text{ἢ} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} \quad (1)$$

δηλ. ὁ λόγος τῆs δυνάμεως πρὸs τὴν ἀντίστασιν εἶναι ἀντίστροφος τοϋ λόγου τοϋ βραχίονοs τῆs δυνάμεως πρὸs τὸν βραχίονα τῆs ἀντιστάσεως.

Εἰς τὸ σχῆμα 131 δεικνύεται ἰσορροπία μοχλοϋ, τοϋ ὁποῖου τὸ υπομόχλιον εϋρίσκεται εις O, ἡ δὲ δύναμις  $F_3$  παριστᾶ τὴν συνισταμένην τῶν  $F_1$  και  $F_2$  δρῶσαν ἐπὶ τοϋ υπομοχλίου.

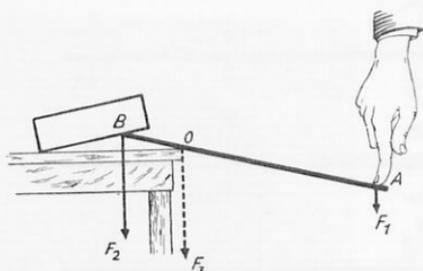


Σχ. 130. Διὰ τὴν συνθήκην ἰσορροπίας μοχλοϋ.

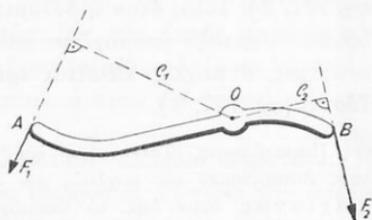
Ἐὰν οί δύο βραχίονεs εἶναι ἴσοι, τότε  $F_1 = F_2$ , ἡ συνθήκη δὲ αὐτὴ πραγμα-

τοποιείται εις τὸν ζυγόν. Ἡ ὡς ἄνω συνθήκη ἰσχύει ὄχι μόνον διὰ τὸν μοχλὸν τοῦ πρώτου εἴδους, ἀλλὰ καὶ δι' ὅλα ἐν γένει τὰ εἶδη τῶν μοχλῶν.

Εἰς τὴν ἀνωτέρω περιπτώσιν, ὡς καὶ



Σχ. 131. Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας τοῦ μοχλοῦ ὑπὸ τὴν ἐπενεργεσίαν τῶν παραλλήλων δυνάμεων  $F_1$  καὶ  $F_2$  ἐστὶν  $F_1 \cdot OA = F_2 \cdot OB$  (βλ. σελ. 64).

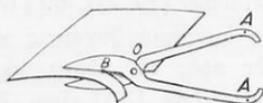


Σχ. 132. Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας εἶναι  $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$ .

ἐν γένει εἰς τὰ ἀκόλουθα, δὲν λαμβάνομεν ὑπ' ὄψιν τὸ ἴδιον βάρος τοῦ μοχλοῦ.

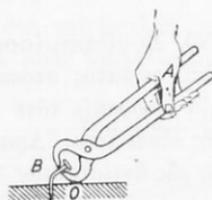
**Παρατήρησις.** Ἐάν ὁ μοχλὸς δὲν εἶναι εὐθύς, ἀλλ' ἔχει τὴν μορφήν τοῦ σχήματος 132, δεχθῶμεν δὲ ὅτι  $F_1$  παριστᾷ τὴν δύναμιν καὶ  $F_2$  τὴν ἀντίστασιν, αἱ ὁποῖαι δὲν εἶναι παράλληλοι, τότε ἀντίστοιχοι μοχλοβραχίονες  $l_1$  καὶ  $l_2$  εἶναι αἱ ἀποστάσεις τοῦ ὑπομοχλίου ἢ ἄξονος περιστροφῆς ἀπὸ τὴν εὐθείαν ἐπενεργείας τῶν ἀντιστοίχων δυνάμεων. Ἡ συνθήκη ὅμως ἰσορροπίας τοῦ μοχλοῦ παραμένει ἡ ἴδια.

**121. Παραδείγματα μοχλῶν.** Ἐκ τῶν ἀνωτέρω παρατηροῦμεν ὅτι, ὅσον ὁ μοχλοβραχίων δυνάμεως εἶναι μεγαλύτερος τοῦ μοχλοβραχίονος ἀντιστάσεως, τόσον ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν καταβάλλομεν διὰ νὰ υπερνικήσωμεν δεδομένην ἀντίστασιν, εἶναι μικροτέρα. Ὡς ἐκ τοῦ σχήματος 126 δεικνύεται, μὲ τὸν μοχλὸν πρώτου εἴδους κερδιζόμεν εἰς δύναμιν.



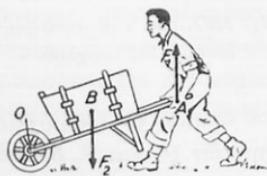
Σχ. 133. Ψαλίδι.

Τὸ ψαλίδι (σχ. 133), ἢ τανάλια (σχ. 134) ἀποτελοῦν πρακτικὰς ἐφαρμογὰς μοχλῶν πρώτου εἴδους.

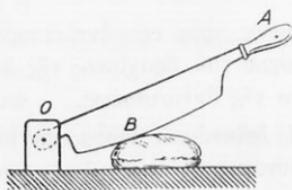


Σχ. 134. Τανάλια.

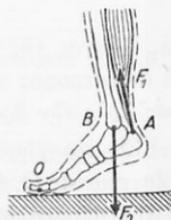
Εἰς τὸν μοχλὸν δευτέρου εἴδους ἰσχύει ἡ αὐτὴ συνθήκη ἰσορροπίας καί, ἐπειδὴ



Σχ. 135. Χειραμάξιον.



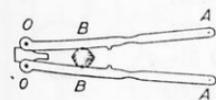
Σχ. 136. Μάχαιρα κοπῆς.



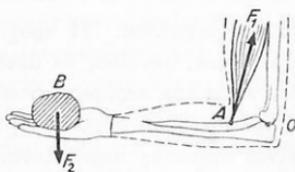
Σχ. 137. Πούς.

ὁ μοχλοβραχίων δυνάμεως εἶναι μεγαλύτερος τοῦ μοχλοβραχίου ἀντιστάσεως, κερδίζομεν εἰς δύναμιν.

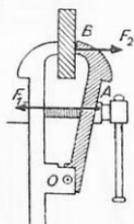
Τὰ σχήματα 135 ἕως 138 δεικνύουν πρακτικὰς ἐφαρμογὰς μοχλῶν δευτέρου εἴδους.



Σχ. 138. Καρποθραύστis.



Σχ. 139. Ἀντίχειρ.

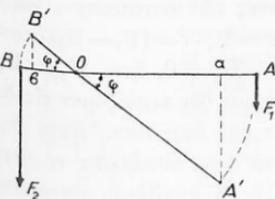


Σχ. 140. Μέγγενη.

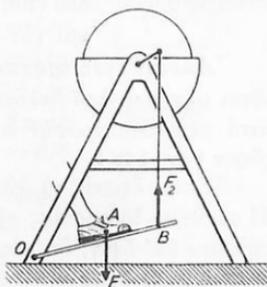
Εἰς τὸν μοχλὸν τρίτου εἴδους ἰσχύει ἡ αὐτὴ συνθήκη ἰσοροπίας\* ἐπειδὴ δὲ ὁ μοχλοβραχίων δυνάμεως εἶναι μικρότερος τοῦ μοχλοβραχίου ἀντιστάσεως, δὲν κερδίζομεν εἰς δύναμιν.

Τὰ σχήματα 139 ἕως 141 ἀποτελοῦν πρακτικὰς ἐφαρμογὰς μοχλῶν τρίτου εἴδους.

122. Διατήρησις τοῦ ἔργου. Φαντασθῶμεν, ὅτι μοχλὸς BOA περιστρέφεται κατὰ γωνίαν φ πολὺ μικρὰν καὶ λιαν βραδείως (σχ. 142). Εἶναι φανερόν, ὅτι τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ἀντιστάσεως  $F_2$  θὰ ἔλθῃ εἰς  $B'$  καὶ τὸ τῆς δυνάμεως  $F_1$  εἰς  $A'$ . Τὸ ἔργον τῆς ἀντιστάσεως  $F_2$  εὐρίσκεται, ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὴν ἀντίστασιν ἐπὶ τὴν μετατόπισιν, ἢ ὅποια ἰσοῦται μὲ τὸ τόξον  $BB'$ . Λόγω τῆς μικρότητος τῆς γωνίας φ ἀντὶ τοῦ τόξου  $BB'$  λαμβάνομεν τὸ μῆκος  $B'\beta$ , ὅτε ἔχομεν :



Σχ. 142. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τοῦ ἔργου.



Σχ. 141. Σμυροδοτροχός.

$$* \text{ Ἔργον ἀντιστάσεως} = F_2 \cdot (B'\beta).$$

\* Ἀναλόγως δὲ διὰ τὴν δύναμιν θὰ ἔχομεν :

$$* \text{ Ἔργον δυνάμεως} = F_1 (A'a).$$

\* Ἐξ ἄλλου ἐπειδὴ ὁ μοχλὸς ἐν ἀρχῇ εὐρίσκεται ἐν ἰσοροπίᾳ, εἶναι :

$$F_2 \cdot (OB) = F_1 (OA) \quad \text{καὶ} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{OA'}{OB'}$$

\* Ἐπίσης ἐκ τῶν ὁμοίων ὀρθογωνίων τριγώνων  $OA'a$  καὶ  $OB'\beta$  προκύπτει ὅτι :

$$\frac{B'\beta}{A'a} = \frac{OB'}{OA'} = \frac{OB}{OA} = \frac{F_1}{F_2}$$

ἐκ τῶν σχέσεων τούτων προκύπτει ὅτι  $F_1 \cdot (A'a) = F_2 (B'\beta)$ .

\* Ἦτοι, τὸ ἔργον τῆς δυνάμεως κατὰ τὴν μετατόπισιν τοῦ μοχλοῦ εἶναι ἴσον

πρὸς τὸ ἔργον τῆς ἀντιστάσεως. Δηλαδή: *δ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν τὸ χάνομεν εἰς δρόμον, οἱ δὲ διανυόμενοι δρόμοι εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν δυνάμεων.* (Χρυσοὺς κανὼν τῆς Μηχανικῆς).

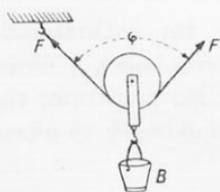


Σχ. 143. Ἀμετάθετος τροχαλία.

123. Τροχαλία. Ἡ τροχαλία ἀποτελεῖται ἀπὸ δίσκον, συνήθως ἐκ μετάλλου ἢ ξύλου, φέροντα κατὰ τὴν περιφέρειαν αὐλακα ἐπὶ τῆς ὁποίας τοποθετεῖται σχοινίον ἢ ἄλυσος. Ὁ δίσκος εἶναι στρεπτός περὶ ἄξονα, ὅστις διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου του καὶ στηρίζεται ἐπὶ στελέχους κεκαμμένου εἰς σχῆμα Π, τὸ ὁποῖον καλεῖται *τροχαλιοθήκη*. Τροχαλιῶν διακρίνομεν δύο εἴδη: τὴν *ἀμετάθετον* ἢ *παγίαν* (σχ. 143) καὶ τὴν *μεταθετὴν* ἢ *ἐλευθέραν* (σχ. 144).

**Ἀμετάθετος τροχαλία.** Εἰς αὐτὴν ἡ τροχαλιοθήκη στερεοῦται μονίμως ἀπὸ ἀκλονήτου ὑποστηρίγματος, εἰς τρόπον ὥστε, κατὰ τὴν περιστροφὴν αὐτῆς περὶ ἄξονα, ἡ τροχαλία δὲν μετατοπίζεται εἰς τὸν χῶρον (σχ. 143).

Ἐστω ὅτι εἰς τὰ δύο ἄκρα τοῦ σχοινίου ἐφαρμόζονται δυνάμεις  $F_1$  καὶ  $F_2$ . Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας εὐρίσκεται δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῶν ῥοπῶν. Ἄν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι εἰς τὴν τροχαλίαν οἱ δύο βραχίονες τῶν δυνάμεων εἶναι αἱ ἀκτῖνες  $r$  τῆς περιφέρειᾶς τῆς τροχαλίας, θὰ ἔχωμεν:  $F_1 \cdot r - F_2 \cdot r = (F_1 - F_2) \cdot r = 0$  καὶ ἐπειδὴ  $r$  εἶναι διάφορον τοῦ μηδενός, ἔχομεν:  $F_1 - F_2 = 0$ , ἢτοι  $F_1 = F_2$ .



Σχ. 145. Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας τῆς τροχαλίας εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς διευθύνσεως τῶν ἐπιπερογούσων δυνάμεων.

Ὅστε διὰ τῆς ἀμεταθέτου τροχαλίας δὲν κερδίζομεν εἰς δύναμιν, ἀλλ' ἀπλῶς διευκολύνομεν τὴν ἐργασίαν. Ἄντι δηλ. νὰ σύρωμεν ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω, δυνάμεθα νὰ ἀνυψώσωμεν τὸ βῆρος διὰ μέσου τῆς ἀμεταθέτου τροχαλίας, σύροντες ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω (σχ. 125).

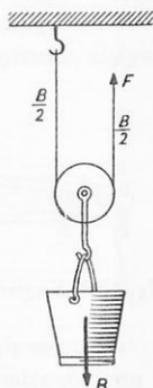
Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας παραμένει ἀμετάβλητος καὶ ὅταν αἱ δύο δυνάμεις δὲν εἶναι παράλληλοι, ἀλλὰ σχηματίζουν γωνίαν μεταξύ των (σχ. 145) εἰς τὴν περίπτωσιν ὅμως αὐτὴν μεταβάλλεται ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ὁ ἄξων, ἥτις, λαμβανομένου ὑπ' ὄψιν ὅτι εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν δύο ἴσων δυνάμεων, παρέχεται, ὡς εὐκόλως δεικνύεται, διὰ τῆς σχέσεως:

$$B = 2 F \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{\varphi}{2}.$$

Ἐὰν  $\varphi = 0^\circ$ , εἶναι  $B = 2 F$ .

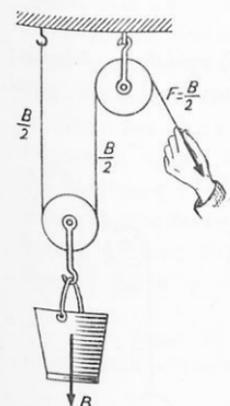
**Μεταθετὴ τροχαλία.** Αὕτη ἀποτελεῖ ἀνεστραμμένην ἀμετάθετον τροχαλίαν, εἰς τὸ ἄγκιστρον δὲ τῆς τροχαλιοθήκης ἐξαρτᾶται τὸ βῆρος  $B$  (σχ. 144). Τὸ ἐν τῶν σχοινίων τῆς τροχαλίας ἐξαρτᾶται ἀπὸ ἀκλονήτου σημείου, ἐνῶ ἐπὶ τοῦ ἄλλου ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις. Εἶναι φανερόν ὅτι, ἐπειδὴ τὸ βῆρος  $B$  διαμοιράζεται ἐξ ἴσου ἐπὶ τῶν δύο σχοινίων, θὰ εἶναι  $F = B/2$ .

Διὰ τῆς μεταθετῆς τροχαλίας κερδίζομεν εἰς δύναμιν.



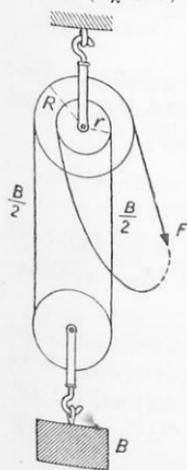
Σχ. 144. Μεταθετὴ τροχαλία.

124. Πολύσπαστον. Ἐάν τὴν μεταθετὴν τροχαλίαν συνδυάσωμεν πρὸς ἀμετάθετον τροχαλίαν, προκύπτει τὸ **πολύσπαστον** (σχ. 146). Λίαν συνήθης τύπος πολυσπάστου εἶναι ὁ ἀποτελούμενος ἐκ συστήματος 2 ἢ 3 ἀμεταθέτων τροχαλιῶν ἔχουσῶν κοινὴν τὴν τροχαλιοθήκην καὶ ἐξ ἰσαριθμῶν μεταθετῶν τροχαλιῶν ἔχουσῶν ἐπίσης κοινὴν τροχαλιοθήκην. Αἱ τροχαλίας συνδέονται διὰ σχοινίου, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 147, εἰς δὲ τὸ κατώτερον ἄκρον τῆς τροχαλιοθήκης τῶν μεταθετῶν τροχαλιῶν ἀναρτᾶται τὸ πρὸς ἀνύψωσιν βᾶρος B.



Σχ. 146. Συνδυασμὸς μεταθετῆς καὶ ἀμεταθέτου τροχαλίας.

Γραμμά (σχ. 148)



Σχ. 148. Διὰ τὴν συνθήκην ἰσορροπίας διαφορικῆς τροχαλίας.

καὶ εἰς τοὺς ὀδόντας τῶν ὀδοντωτῶν τροχῶν, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ

Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας εὐρίσκεται, ἔάν ἐξετάσωμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν σχοινίων, ἐπὶ τῶν ὁποίων διαμοιράζεται ἡ ἐπενέργεια τοῦ βάρους B. Εἰς τὸ σχῆμα 147 ἡ ἐπενέργεια μοιράζεται ἐπὶ 6 σχοινίων, ἐπομένως ἡ συνθήκη ἰσορροπίας εἶναι:  $F = B/6$ .

125\*. Διαφορικὴ τροχαλία. Ἡ διαφορικὴ τροχαλία εἰκονίζεται εἰς τὸ θεωρητικὸν διά-

γράμμα (σχ. 148) καὶ ἀποτελεῖται ἐκ διδύμου ἀμεταθέτου τροχαλίας, τῆς ὁποίας αἱ δύο τροχαλίας ἔχουν διαφόρους ἀκτίνας, καὶ ἐκ μιᾶς μεταθετῆς τροχαλίας.

Αἱ τροχαλίας αὗται συνδέονται διὰ σχοινίου ἀνευ πέρατος, ἥτοι ἀτέρμονος. Ἐάν διὰ R καλέσωμεν τὴν ἀκτίνα τῆς μεγάλης ἀμεταθέτου τροχαλίας, διὰ r τῆς μικρᾶς καὶ ἐξαρθήσωμεν ἀπὸ τῆς μεταθετῆς τροχαλίας τὸ βᾶρος B, τὸ ὁποῖον διαμοιράζεται ἐξ ἴσου ἐπὶ τῶν δύο σχοινίων ἐκατέρωθεν τῆς μεταθετῆς τροχαλίας, δυνάμεθα νὰ ἰσοροπήσωμεν αὐτὸ διὰ τῆς δυνάμεως F.

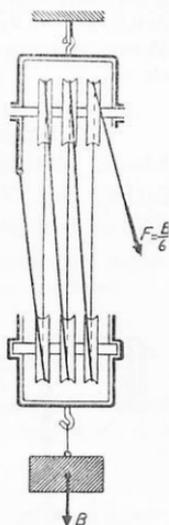
Ἐάν ἐφαρμόσωμεν τὸ θεώρημα τῶν ροπῶν, ὡς πρὸς ἄξονα περιστροφῆς τὸν ἄξονα τῆς διδύμου ἀμεταθέτου τροχαλίας, θὰ εἶναι:

$$F \cdot R + \frac{B}{2} \cdot r - \frac{B}{2} \cdot R = 0$$

καὶ 
$$F = \frac{R-r}{2R} \cdot B \quad (1)$$

ἥτοι, ἡ δύναμις F ἢ ἰσοροποῦσα τὸ ἐξηρημέμενον βᾶρος B εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον ἡ διαφορὰ τῶν ἀκτίνων τῶν τροχαλιῶν τῆς διδύμου τροχαλίας εἶναι μικροτέρα.

Εἰς τὴν πράξιν αἱ τροχαλίας ἀντικαθίστανται δι' ὀδοντωτῶν τροχῶν, τὸ δὲ σχοινίον διὰ σιδηρᾶς ἀλύσου, τῆς ὁποίας οἱ κρίκοι ἐμπλέκονται εἰς τοὺς ὀδόντας τῶν ὀδοντωτῶν τροχῶν, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ



Σχ. 147. Πολύσπαστον.



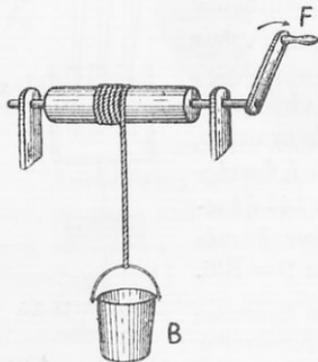
Σχ. 149. Διαφορικὴ τροχαλία με ἀλύσον.

σχῆμα 149.

Ἐάν διὰ  $Z$  καλέσωμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν ὀδόντων τοῦ μεγαλύτερου τῶν τροχῶν καὶ  $z$  τοῦ μικροτέρου τῶν τροχῶν, τοῦ πρὸς τὸ ἄνω μέρος διδύμου ὀδοντωτοῦ τροχοῦ, θὰ εἶναι  $2\pi R = \beta Z$  καὶ  $2\pi r = \beta z$ , ὅπου  $\beta$  ἡ ἀπόστασις τῶν κέντρων δύο διαδοχικῶν ὀδόντων τῶν ὀδοντωτῶν τροχῶν, ὅτε ἡ σχέσις (1) δι' ἀντικατάστασιν τῶν τιμῶν τῶν  $R$  καὶ  $r$  ἀνάγεται εἰς τήν:

$$F = \frac{Z-z}{2Z} \cdot B$$

**126. Βαροῦλκον.** Τὸ βαροῦλκον ἀποτελεῖται ἐκ στερεοῦ κυλίνδρου, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν μετὰ τὴν βοήθειαν μοχλοῦ (κ. μανιβέλλα) (σχ. 150). Ἐπὶ τοῦ βαροῦλκου στηρίζεται μονίμως τὸ ἐν ἄκρον σχοινοῦ, τὸ ὁποῖον ἀκολούθως περιελίσσεται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ. Εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ σχοινοῦ ἀναρτᾶται τὸ πρὸς ἀνύψωσιν βάρος  $B$ , ἐνῶ εἰς τὸ ἄκρον τοῦ μοχλοῦ ἐπιδρᾷ ἡ δύναμις  $F$ .



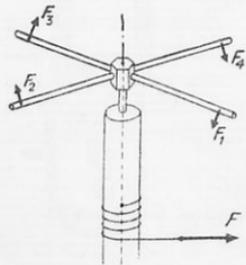
Σχ. 150. Βαροῦλκον.

Ἐάν θεωρήσωμεν τὸ βαροῦλκον ἐν τομῇ (σχ. 151), ἡ ἀκτίς τοῦ μικροῦ κύκλου  $r$  παριστᾷ τὴν ἀκτίνα τοῦ βαροῦλκου, ἡ ὁποία εἶναι καὶ βραχίον τῆς ἀντιστάσεως, ἐνῶ ἡ ἀκτίς

τοῦ μεγάλου κύκλου  $R$  ἡ ὁποία εἶναι καὶ βραχίον δυνάμεως, παριστᾷ τὸ μήκος τοῦ μοχλοῦ, εἰς τὸ ἄκρον τοῦ ὁποίου ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις  $F$ . Δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν, διὰ τὴν περίπτωσιν ἰσορροπίας λαμβάνομεν:

$$B \cdot r - F \cdot R = 0, \quad \text{ἐξ οὗ: } F = \frac{r}{R} \cdot B$$

ἦτοι ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἰσορροπεῖ ὄρισμένον βάρος, εἶναι τόσο μικροτέρα, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ ἀκτίς τοῦ βαροῦλκου καὶ ὅσον μεγαλύτερον τὸ μήκος τοῦ μοχλοῦ.



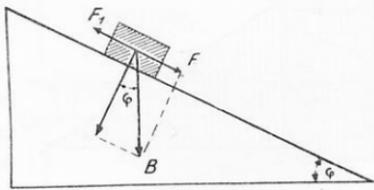
Σχ. 152. Ἐργάτης.

Ἐάν ὁ ἄξων τοῦ βαροῦλκου, ἀντὶ νὰ τοποθετηθῇ ὀριζοντίως, διαταχθῇ κατακορυφῶς, τότε προκύπτει ἕτερα ἀπλή μηχανή, ἡ ὁποία καλεῖται **εργάτης** (σχ. 152) καὶ διὰ τὴν ὁποῖαν ἰσχύει ἡ αὐτὴ συνθήκη ἰσορροπίας. Ὁ **εργάτης** χρησιμεύεται διὰ τὴν ἔλξιν βαρέων ἀντικειμένων.

**127. Κεκλιμένον ἐπίπεδον.** Τοῦτο ἀποτελεῖται ἐκ στερεᾶς δοκοῦ παρουσιαζούσης κλίσιν πρὸς τὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον, χρησιμοποιεῖται δὲ κυρίως διὰ τὴν ἀνύψωσιν ἢ καταβίβασιν βαρέων ἀντικειμένων.

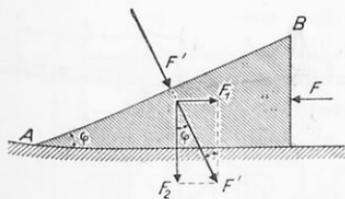
Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας εὐρίσκεται ὡς ἐξῆς: Ἐάν ἐπὶ κεκλιμένον

επιπέδου γωνίας  $\varphi$  εύρσκεται σώμα βάρους  $B$ , τούτο αναλύεται εις δύο συνιστώσας, μίαν παράλληλον πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον καὶ ἐτέραν κάθετον πρὸς αὐτὸ (σχ. 153). Ἡ κάθετος συνιστώσα ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου καὶ ἐπομένως παραμένει μόνον ἡ παράλληλος πρὸς αὐτὸ (κινητήριος συνιστώσα), ἡ ὁποία τείνει νὰ κινήσῃ τὸ σῶμα πρὸς τὰ κάτω ἵνα δὲ τὸ σῶμα ἰσορροπῆ εἰς τὴν θέσιν του, πρέπει ἐπ' αὐτοῦ νὰ ἐπιδρῶ ἴση καὶ ἀντίθετος δύναμις  $F_1$ . Ὡς εὐκόλως ἐκ τοῦ σχήματος δεικνύεται:  $F = F_1 = B \eta \mu \varphi$ , ἥτοι ἡ δύναμις  $F_1$  εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον ἡ γωνία  $\varphi$  τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου εἶναι μικροτέρα.



Σχ. 153. Συνθήκη ἰσορροπίας σώματος ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου.

128\*. Σφήν. Ἡ μηχανὴ αὐτῆς τύπου κεκλιμένου ἐπιπέδου ἔχει εὐρυτάτην ἐφαρμογὴν καὶ ἀποτελεῖται ἐκ πρίσματος, συνήθως ἀπὸ ξύλου ἢ σίδηρου, ἔχοντος τομὴν ὀρθογώνιον ἢ συνήθως ἰσοσκελοῦς τριγώνου. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ὁ σφήν καλεῖται ἀπλοῦς (σχ. 154) καὶ εἰς τὴν δευτέραν διπλοῦς (σχ. 155).



Σχ. 154. Ὅσον ὁ σφήν εἶναι ὀξύτερος, διὰ τόσον μικροτέρας δυνάμεως  $F$  ἀντιμετωπίζεται ἡ δύναμις  $F'$ .

ποίου στηρίζεται ὁ σφήν, ἡ δὲ ἄλλη, ἡ  $F_1$ , παράλληλος πρὸς αὐτὸ. Ἡ πρώτη τῶν συνιστώσων ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τοῦ ὑποστηρίγματος, ἐνῶ ἡ δευτέρα  $F_1$  τείνει νὰ μετατοπίσῃ τὸν σφήνα καί, ἵνα οἷτος συγκρατηθῆ, πρέπει νὰ ἐνεργήσωμεν διὰ δυνάμεως  $F$  ἴσης καὶ ἀντιθέτου πρὸς τὴν  $F_1$ . Εἶναι δέ, ὡς εὐκόλως ἐκ τοῦ σχήματος 154 δεικνύεται:

$$F_1 = F = F' \eta \mu \varphi$$

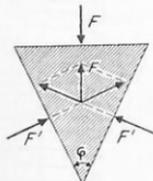
ὥστε ἡ ἀναγκαία δύναμις  $F$  εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον ἡ γωνία  $\varphi$  εἶναι μικροτέρα, ἥτοι ὅσον ὁ σφήν εἶναι ὀξύτερος.

Εἰς τὴν περίπτωσιν διπλοῦ σφηνῶν ἔχοντος τομὴν ἰσοσκελοῦς τριγώνου, αἱ δυνάμεις  $F'$  τὰς ὁποίας πρέπει νὰ ὑπερνικηθώμεν, εἶναι κάθετοι ἐπὶ τὰς πλευράς τοῦ τριγώνου (σχ. 155). Αἱ δυνάμεις αὗται συντιθέμεναι παρέχουν συνισταμένην  $F$ , ἡ ὁποία προδήλως ἀποτελεῖ διαγώνιον ῥόμβου καὶ τείνει νὰ μετατοπίσῃ τὸν σφήνα πρὸς τὰ ἄνω. Ἴνα ὁ σφήν συγκρατηθῆ, πρέπει νὰ ἐπενεργήσῃ δύναμις  $F$  ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν  $F'$ . Ὡς εὐκόλως συνάγεται ἐκ τοῦ σχήματος εἶναι:

$$\frac{F}{2} = F' \cdot \eta \mu \frac{\varphi}{2} \quad \eta \quad F = 2F' \cdot \eta \mu \frac{\varphi}{2}$$

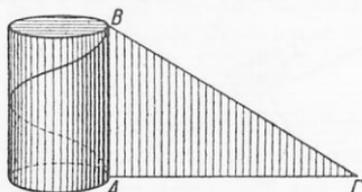
ἥτοι, ἡ δύναμις  $F$  εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον ὁ σφήν εἶναι ὀξύτερος.

Ἐφαρμογὴν τοῦ σφηνῶς ἀποτελοῦν ὄλα τὰ τιμητικὰ ὄργανα, ὡς ἡ μάχαιρα, τὸ ξυράφιον κ.τ.λ.



Σχ. 155. Συνθήκη ἰσορροπίας διπλοῦ (ἰσοσκελοῦς) σφηνῶς.

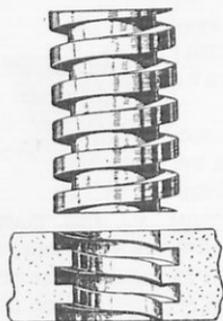
129. Κοχλίας. Ὁ κοχλίας ἀποτελεῖ μίαν ἐκ τῶν κυριωτέρων ἀπλῶν μηχανῶν καὶ ἔχει σπουδαιότητας πρακτικὰς ἐφαρμογὰς.



Σχ. 156. Τρόπος γενέσεως σπειρώματος κοχλίου.

Ἐὰν τεμάχιον χάρτου, ἔχοντος ὀρθογώνιον τριγωνικὸν σχῆμα, περιελθῶμεν ἐπὶ κυλίνδρου, δεικνύεται διὰ ποίου τρόπου ἐκ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου προκύπτει ὁ κοχλίας (σχ. 156). Ἡ ὑποτείνουσα ΒΓ ὀρίζει μίαν γραμμὴν ἐπὶ τοῦ κυλίνδρου τῆς μορφῆς τοῦ σχήματος, ἣ ὀνομάζεται **στερεὰ ἔλιξ**. Ἐὰν εἰς τὸν κύλινδρον προσθέσωμεν συνεχῆ προεξοχὴν τῆς μορφῆς τῆς στερεᾶς ἔλικος, ἔχομεν τὸν κοχλίας. Σωλὴν δὲ μὲ ἐσωτερικὴν ἐσοχὴν ἀναλόγου μορφῆς καὶ διαστάσεων δίδει τὸ **περικόχλιον**.

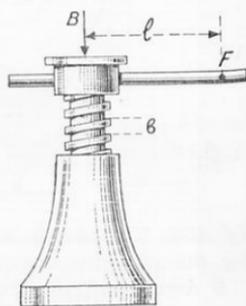
Εἰς τὸν κυρίως κοχλίαν τὸ σπείρωμα εἶναι ἐξέχον (σχ. 157), ἐνῶ εἰς τὸ περικόχλιον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιστρέφεται καὶ μετατοπίζεται ὁ κοχλίας, τὸ σπείρωμα εἶναι εἰσέχον. Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν σπειρῶν τοῦ κοχλίου καλεῖται **βῆμα** αὐτοῦ καί, ὅταν ὁ κοχλίας ἐκτελῇ μίαν πλήρη περιστροφὴν, οὗτος ὑφίσταται μετατόπισιν ἴσην πρὸς τὸ βῆμα αὐτοῦ.



Σχ. 157. Κοχλίας μετὰ περικόχλιου.

Ἡ εἰκὼν (σχ. 158) δεικνύει μηχανὴν ἀποτελουμένην ἐκ τοῦ συνδυασμοῦ δύο ἀπλῶν μηχανῶν, τοῦ κοχλίου καὶ τοῦ μοχλοῦ, καὶ ἀποτελεῖ συνήθη ἀνυψωτικὴν μηχανήν.

Ἡ εἰκὼν (σχ. 158) δεικνύει μηχανὴν ἀποτελουμένην ἐκ τοῦ συνδυασμοῦ δύο ἀπλῶν μηχανῶν, τοῦ κοχλίου καὶ τοῦ μοχλοῦ, καὶ ἀποτελεῖ συνήθη ἀνυψωτικὴν μηχανήν.



Σχ. 158. Ἀνυψωτικὴ αὐτοκινήτου (κοινῶς γούλλος).

Ἄνωτέρω μηχανῆς εὐρίσκεται ὡς ἐξῆς: Ὑποθέσωμεν, ὅτι εἰς τὸ ἄκρον τοῦ μοχλοῦ ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις  $F$  καὶ ἐπὶ τοῦ κοχλίου ἐπενεργεῖ τὸ βάρος  $B$  σώματος. Ὅταν ὁ μοχλὸς ἐκτελῇ μίαν πλήρη περιστροφὴν, ἡ μετατόπισις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως  $F$  εἶναι  $2\pi l$  καὶ τὸ ἀντιστοιχοῦν ἔργον εἶναι  $F \cdot 2\pi l$ . Ταυτοχρόνως τὸ βάρος  $B$  μετατοπίζεται πρὸς τὰ ἄνω κατὰ τὸ βῆμα  $\beta$  τοῦ κοχλίου, ἐπομένως τὸ ἀντιστοιχοῦν ἔργον εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν θὰ εἶναι  $B \cdot \beta$ . Ἐὰν ἡδη ἐφαρμόσωμεν τὸν χρυσοῦν κανόνα (βλ. σελ. 106), εὐρίσκομεν:

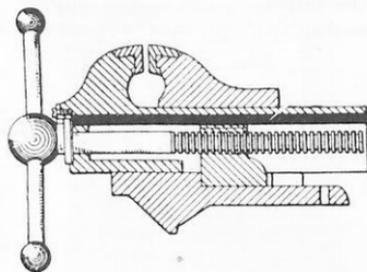
$$F \cdot 2\pi l = B \cdot \beta \quad \eta \quad F = \frac{\beta}{2\pi l} \cdot B$$

ἦτοι, ἡ δύναμις ἡ ἐφαρμοζομένη πρὸς ἰσορροπήσιν τοῦ βάρους  $B$  εἶναι τόσον μικρότερα, ὅσον τὸ βῆμα τοῦ κοχλίου εἶναι μικρότερον.

130\*. Ὁ κοχλίας ἐκτὸς τῆς εὐρυτάτης ἐφαρμογῆς, τὴν ὁποίαν εὐρίσκει εἰς τὰς μηχανάς (π.χ. πιεστήρια κτλ.), ἔχει εὐρυτάτην ἐφαρμογὴν καὶ εἰς τὰ ὄργανα ἀκριβείας δι' ἐπιστημονικὰς μετρήσεις.

Τὸ σχῆμα 159 δεικνύει τύπον συνθέτου μηχανῆς (μέγγενη), ἡ ὁποία συνδυάζει τὴν ἀρχὴν τοῦ κοχλίου καὶ τὴν ἀρχὴν τοῦ μοχλοῦ.

130\*. Ἀτέρμων κοχλίας. Ἐτέρα μηχανὴ λίαν διαδεδομένη εἶναι ὁ ἀτέρμων κοχλίας, ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖ συνδυασμὸν κοχλίου καὶ ὀδοντωτοῦ τροχοῦ (σχ. 160). Μία πλήρης περιστροφή τοῦ κοχλίου περιστρέφει τὸν ὀδοντωτὸν τροχὸν κατὰ διάστημα ἴσον μεταξὺ δύο διαδοχικῶν ὀδόντων αὐτοῦ. Ἐὰν ὁ τροχὸς ἔχῃ  $z$  ὀδόντας, τότε δέον τὸ ἄκρον τοῦ μοχλοῦ νὰ ἐκτελέσῃ  $z$  περιστροφάς, ἤτοι νὰ διανύσῃ δρόμον  $2\pi Rz$ , ἵνα ὁ τροχὸς καὶ τὸ μετ' αὐτοῦ στερεὸς συνεξευγμένον τύμπανον ἐκτελέσῃ μίαν περιστροφήν,



Σχ. 159. Σύνθετος μηχανὴ ἀποτελουμένη ἐκ κοχλίου καὶ μοχλοῦ. Συνδίκτωρ (κοινῶς μέγγενη).

ὅτε τὸ φορτίον  $B$  ἀνυψοῦται κατὰ  $2\pi r$ , ὅπου  $r$  ἡ ἀκτίς τοῦ τυμπάνου. Δι' ἐφαρμογῆς τοῦ χρυσοῦ κανόνος τῆς Μηχανικῆς, θὰ ἔχομεν :

$$2\pi Rz \cdot F = 2\pi r \cdot B \text{ καὶ } F = \frac{r}{R} \cdot \frac{1}{z} \cdot B.$$

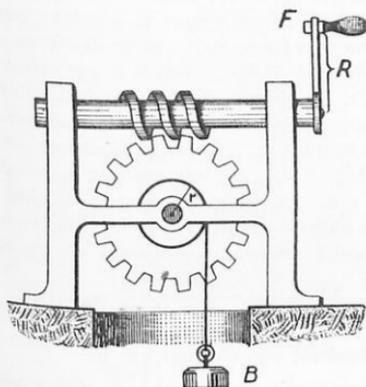
Τὸ μηχανικὸν πλεονέκτημα (Μ.Π.) τοῦ ἀτέρμωνος κοχλίου εἶναι :

$$\text{Μ.Π.} = \frac{B}{F} = \frac{R \cdot z}{r}$$

Παράδειγμα. Ἐστω  $R = 50 \text{ cm}$ ,  $r = 5 \text{ cm}$ ,  $z = 100$  καὶ  $B = 1000 \text{ kg}^*$ , θὰ εἶναι :

$$F = \frac{5}{50} \cdot \frac{1}{100} \cdot 1000 = 1 \text{ kg}^*$$

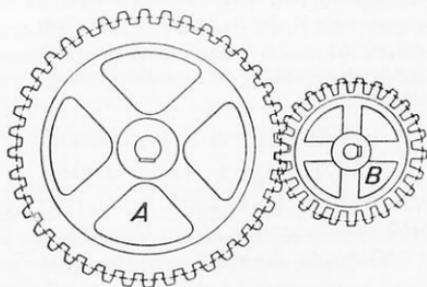
$$\text{καὶ } \text{Μ.Π.} = \frac{1000}{1} = 1000.$$



Σχ. 160. Ἀτέρμων κοχλίας.

131\*. Μετάδοσις κινήσεως δι' ὀδοντωτῶν τροχῶν. Εἰς τὴν προᾶξιν παρουσιάζεται ἡ περίπτωσις τῆς μεταβιβάσεως ἰσχύος ἀπὸ τοῦ ἄξονος μιᾶς μηχανῆς εἰς τὸν ἄξονα ἄλλης μηχανῆς. Τοῦτο δύναται νὰ γίνῃ, ἐὰν ἐφοδιασθῶμεν τοὺς δύο ἄξονας τῶν μηχανῶν διὰ καταλλήλων τροχαλιῶν καὶ συνεξωμεν αὐτοὺς δι' ἱμάντος.

Ἐν τούτοις ὁ τρόπος οὗτος τῆς μεταβιβάσεως ἰσχύος ἀπὸ τοῦ ἄξονος μιᾶς μηχανῆς εἰς τὸν ἄξονα ἑτέρας εἶναι μειονεκτικός, διότι παρατηρεῖται ὀλίγη ἀπώλεια τοῦ ἰσχύος, ἡ ὁποία ἐξαρτᾶται τόσο ἐκ τοῦ ἱμάντος ὅσον καὶ ἐκ τοῦ εἶδους τῆς μεταβιβαζομένης ἰσχύος· ἡ ὀλίγη ἀπώλεια ἀποφεύγεται, ἐὰν ἡ μεταβίβασις γίνῃ ὄχι δι' ἱμάντος, ἀλλὰ δι' ὀδοντωτῶν τροχῶν προσαρμοζομένων ἐπὶ τῶν ἄξόνων τῆς μηχανῆς καὶ τῶν



Σχ. 161. Ὄδοντωτοὶ τροχοί.

όποιων οί ὀδόντες ἐμπλέκονται μεταξύ των. Ἐστω ὅτι δύο τροχοί Α καὶ Β (σχ. 161 ἔχουν ἀκτίνας  $r_A$  καὶ  $r_B$  καὶ ἀριθμὸν ὀδόντων  $n_A$  καὶ  $n_B$ . Ἐπειδὴ ὁ ἀριθμὸς τῶν ὀδόντων εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν περιφέρειαν, καὶ ἐπομένως πρὸς τὴν ἀκτίνα, θὰ εἶναι :

$$\frac{n_A}{n_B} = \frac{r_A}{r_B}$$

Ἐπειδὴ δὲ ἐξ ἄλλου αἱ ταχύτητες σημείων τῶν περιφερειῶν τῶν ὀδόντων πρέπει νὰ ἔχουν κοινὴν τιμὴν  $v$ , εἶναι δὲ  $v = \omega r$ , τότε ὁ λόγος  $V$  τῶν γωνιακῶν ταχυτήτων τῶν δύο τροχῶν θὰ εἶναι :

$$V = \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{\frac{v}{r_A}}{\frac{v}{r_B}} = \frac{r_B}{r_A} = \frac{n_B}{n_A}$$

ἦτοι ὁ λόγος τῶν γωνιακῶν ταχυτήτων εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ὀδόντων.

Ἡ διάταξις τοῦ σχήματος 162 δεικνύει μηχανισμόν διὰ δύο ὀδοντωτῶν τροχῶν, διὰ τοῦ ὁποίου δυνάμεθα νὰ πολλαπλασιάσωμεν τὴν ροπὴν δυνάμεως. Οὕτω ὁ ὀδοντωτὸς τροχὸς Α, τοῦ ὁποίου οἱ ὀδόντες ἐμπλέκονται πρὸς τοὺς ὀδόντας τοῦ μεγαλύτερου τροχοῦ Β, μεταδίδει μέσφ τῆς κινητηρίου διατάξεως, πρὸς τὴν ὅποιαν εἶναι συνεζευγμένους διὰ τοῦ ἄξονος, δύναμιν  $F$  τῆς ὁποίας ἡ ροπή εἶναι  $Fr$ . Ἡ δύναμις  $F$ , ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται καὶ ἐπὶ τοῦ μεγαλύτερου τροχοῦ ἀκτίνας  $R$ , δημιουργεῖ ροπὴν  $FR$ , οὕτω δὲ ἡ ροπή αὐξάνεται κατὰ λόγον  $R/r$ , ἐνῶ ἡ ταχύτης περιστροφῆς ἠλαττώθη κατὰ λόγον  $r/R$ . Εἰς τοὺς ὀδοντωτοὺς τροχοὺς ὁ ἀριθμὸς τῶν ὀδόντων εἶναι ἀνάλογος τῶν ἀκτίνων τῶν τροχῶν καὶ δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τὴν σχέσιν :

Σχ. 162. Ὀδοντωτὸς τροχός.

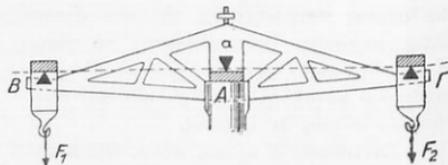
$$\frac{\text{ροπή Α}}{\text{ροπή Β}} = \frac{r}{R} = \frac{n_B}{n_A}$$

ὅπου  $n_A$  ὁ ἀριθμὸς τῶν ὀδόντων τοῦ Α καὶ  $n_B$  ὁ ἀριθμὸς τῶν ὀδόντων τοῦ Β.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι αἱ γωνιακαὶ ταχύτητες περιστροφῆς τῶν δύο τροχῶν εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀδόντων. Οὕτω ἐὰν ὁ τροχὸς Α ἔχη 8 ὀδόντας καὶ ὁ Β 24, τότε ὁ λόγος τῶν στροφῶν θὰ εἶναι  $24 : 8 = 3$ , ἦτοι, ὅταν ὁ τροχὸς Α ἐκτελεῖ τρεῖς περιστροφάς, ὁ Β θὰ ἐκτελεῖ μίαν. Ἐξ ἄλλου, ἡ ροπή εἰς Α θὰ εἶναι, ἐν σχέσει πρὸς τὴν ροπὴν εἰς Β, ὡς 8 : 24 ἢ 1 : 3. Τοιαῦτα διατάξεις ὀδοντωτῶν τροχῶν ὑπάρχουν εἰς τὸ κιβώτιον ταχυτήτων τῶν αὐτοκινήτων, εἰς ὠρολόγια κ.λ.π.

132. Ζυγός. Ὁ ζυγός ἀποτελεῖ ἐπίσης ἀπλήν μηχανὴν τύπου μοχλοῦ, λόγφ δὲ τῶν ἰδιαζουσῶν ἐφαρμογῶν αὐτοῦ περιγράφομεν αὐτὸν ἰδιαιτέρως.

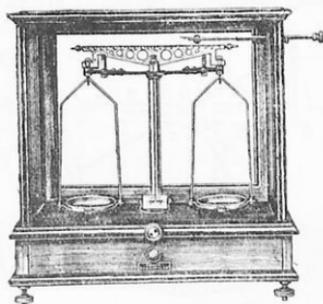
Ὁ ζυγός, ὡς ἀπλή μηχανή, ἀποτελεῖ μοχλὸν μὲ δύο ἴσους βραχίονας καὶ ἐπομένως εἰς αὐτὸν ὁ ἄξων περιστροφῆς κεῖται εἰς τὸ μέσον. Τὸ κύριον μέρος αὐτοῦ εἶναι ἡ **φάλαγξ** (σχ. 163), ἡ ὁποία κατασκευάζεται ἐξ ἐλαφροῦ καὶ ἀνθεκτικοῦ μετάλλου καὶ ἔχει τὸ σχῆμα πρισμα-



Σχ. 163. Φάλαγξ ζυγοῦ. Διακρίνονται αἱ τρεῖς πρισματικά ἀκμαὶ Α, Β, Γ.

τικής ράβδου. Ἡ φάλαγξ, κατὰ τὸ μέσον αὐτῆς, φέρει πρισματικὴν ἀκμὴν ἐκ χάλυβος ἢ ἐξ ἄλλης σκληρᾶς οὐσίας (ἀγάλτου κ.τ.λ.), διὰ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἐπὶ ὀριζοντίας χαλυβδίνης πλακός, τοποθετημένης ἐπὶ κατακορυφου στήλης, ἣτις στερεοῦται μονίμως ἐπὶ τῆς βάσεως τοῦ ζυγοῦ.

Εἰς τὰ ἄκρα τῆς φάλαγγος τοποθετοῦνται πρὸς τούτοις δύο πρισματικαὶ ἀκμαί, ἀπὸ τῶν ὁποίων ξεχωρτῶνται οἱ δύο ἰσοβαρεῖς δίσκοι τοῦ ζυγοῦ. Εἰς τὸ σχῆμα 164 εἰκονίζεται ζυγὸς λίαν χρήσιμος εἰς ἐπιστημονικὰ ἐργαστήρια.



Σχ. 164. Ἐργαστηριακὸς ζυγός.

Ὁ ζυγὸς θεωρεῖται ὡς ἀκριβής, ὅταν ἡ φάλαγξ παραμένῃ ὀριζοντία, ἐφ' ὅσον οἱ δίσκοι εἶναι εἴτε ἀφόρτιστοι εἴτε φορτισμένοι δι' ἴσων βαρῶν. Ἡ συνθήκη δὲ ἀκριβείας τοῦ ζυγοῦ εἶναι, ὅτι οἱ δύο βραχίονες αὐτοῦ πρέπει νὰ εἶναι ἀκριβῶς ἴσοι.

Ἡ **εὐαισθησία** τοῦ ζυγοῦ καθορίζεται ἐκ τῆς γωνίας, κατὰ τὴν ὁποίαν ἀποκλίνει ἡ φάλαγξ τοῦ ζυγοῦ ἀπὸ τῆς ὀριζοντίας θέσεως, διὰ τῆς προσθήκης ὀρισμένου βάρους, π.χ. 0,001 gr\* ἐπὶ τοῦ ἐνὸς τῶν δίσκων αὐτοῦ. Ὅσον μεγαλύτερα εἶναι αὕτη, τόσον περισσότερον εὐαίσθητος εἶναι ὁ ζυγός.



Σχ. 165. Ἀρχαῖος Αἰγυπτιακὸς ζυγός (1000 π.Χ.).

Ἡ **Μέθοδος διπλῆς ζυγίσεως**. Εἰς περιπτώσιν καθ' ἣν ὁ ζυγὸς δὲν εἶναι ἀκριβής, δηλ. δὲν ἔχει ἴσους βραχίονας, εὐρίσκομεν τὸ ἀκριβὲς βᾶρος τοῦ σώματος διὰ διπλῆς ζυγίσεως.

Ὅτῳ θέτομεν τὸ σῶμα, βάρους ἀγνώστου  $B$ , ἐπὶ τοῦ πρὸς τ' ἀριστερὰ δίσκου τοῦ ζυγοῦ εἰς τὸν ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ βραχίον  $l_1$  καὶ ἰσορροποῦμεν αὐτὸν διὰ σταθμῶν  $\sigma_1$  τιθεμένων ἐπὶ τοῦ δεξιῷ δίσκου τοῦ ζυγοῦ, εἰς τὸν ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ βραχίον  $l_2$ , ὅποτε ἡ φάλαγξ πρέπει νὰ διατίθεται ὀριζοντίας. Δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς τῆς φάλαγγος θὰ ἔχωμεν:  $B l_1 = \sigma_1 l_2$ .

Ἄλλα τοποθετοῦμεν τὸ σῶμα ἐπὶ τοῦ πρὸς τὰ δεξιὰ δίσκου τοῦ ζυγοῦ καὶ ἰσορροποῦμεν αὐτὸν διὰ σταθμῶν  $\sigma_2$  τιθεμένων ἐπὶ τοῦ πρὸς τ' ἀριστερὰ δίσκου τοῦ ζυγοῦ, ὅποτε θὰ ἔχωμεν πάλιν:  $B l_2 = \sigma_2 l_1$ . Ἐκ τῶν ἀνωτέρω δύο σχέσεων, διὰ πολλαπλασιασμοῦ αὐτῶν κατὰ μέλη εὐρίσκομεν:  $B = \sqrt{\sigma_1 \cdot \sigma_2}$ .

Δυναμέθα καὶ κατ' ἄλλον τρόπον ν' ἀποφύγωμεν τὸ σφάλμα τῆς ἀνισότητος τῶν βραχιόνων τοῦ ζυγοῦ, ἐὰν χρησιμοποιήσωμεν μόνον τὸν ἓνα ἐκ τῶν βραχιόνων αὐτοῦ.

Πρὸς τοῦτο ἐπὶ τοῦ ἐνὸς τῶν δίσκων τοῦ ζυγοῦ τοποθετοῦμεν τὸ σῶμα καὶ ἰσορροποῦμεν τὸν ζυγὸν τοποθετοῦντες ἐπὶ τοῦ ἐτέρου τῶν δίσκων ἔρμα (π.χ. σκάγια μολύβδου ἢ ἄμμον κ. ἄ.). Ἀκολούθως ἀφαιροῦμεν τὸ σῶμα καὶ ἐπαναφέρομεν τὴν ἰσορροπίαν τοποθετοῦντες ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ δίσκου σταθμὰ, ὅτε ταῦτα θὰ παρέχουν τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος.

**Συνθήκη ἰσορροπίας ζυγοῦ.** Ἐστω  $A_1 A_2$  ἡ φάλαγξ τοῦ ζυγοῦ, στρεπτή περὶ τὸ

μέσον αὐτῆς  $O$ , εἶναι δὲ  $OA_1 = OA_2 = l$  (σχ. 166). Εἶναι φανερόν ὅτι, ἵνα ἡ φάλαγξ ἰσορροπῇ ὀριζοντιῶς, πρέπει αἱ εἰς τὰ ἄκρα αὐτῆς ἐφερμοσμένοι δυνάμεις  $F_1$  καὶ  $F_2$  νὰ εἶναι ἴσαι. Ἐὰν ὅμως  $F_2 > F_1$ , τότε ἡ φάλαγξ δὲν θὰ ἰσορροπῇ ἐν ὀριζοντιᾷ θέσει, ἀλλὰ θὰ λάβῃ ἄλλην θέσιν ἰσορροπίας, ἡ ὁποία θὰ σχηματίζῃ γωνίαν  $\varphi$ , ὡς πρὸς τὴν ὀριζοντιάν θέσιν. Ἡ γωνία  $\varphi$  καθορίζεται ὡς ἀκολούθως: Δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν ὡς πρὸς τὸν ἄξονα  $O$ , ἔχομεν:

$$F_1 \cdot a + B \cdot x - F_2 \cdot a = 0$$

ἔνθα  $B$  τὸ βάρος τῆς φάλαγγος. Ἄλλ' εἶναι:

$a = l \sin \varphi$ , καὶ  $x = s \eta \mu \varphi$ , ὅπου  $s = OK$  ἡ ἀπόστασις τοῦ κέντρου βάρους  $K$  τῆς φάλαγγος ἀπὸ τοῦ  $O$ , καὶ ἐπομένως:

$$F_1 \cdot l \sin \varphi + B \cdot s \eta \mu \varphi - F_2 \cdot l \sin \varphi = 0,$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὐρίσκομεν:  $\eta \varphi = \frac{F_2 - F_1}{B \cdot s} \cdot l$

Σχ. 166. Αἱ ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ ἐπιενεργοῦσαι δυνάμεις.

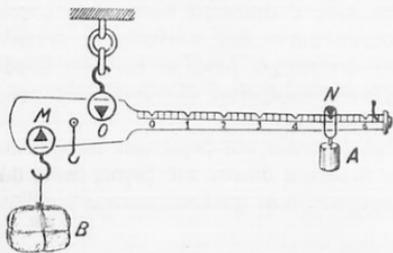
Διὰ μικρὰς γωνίας  $\varphi$  ἔχομεν:  $\eta \varphi = \varphi$ . Θεωροῦντες ἤδη τὸ πηλίκον  $\frac{\varphi}{F_2 - F_1}$  ὡς μέτρον τῆς εὐαισθησίας τοῦ ζυγοῦ λαμβάνομεν:

$$\frac{\varphi}{F_2 - F_1} = \frac{l}{B \cdot s}$$

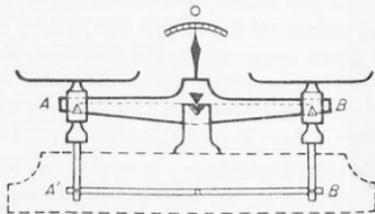
Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ εὐαισθησία τοῦ ζυγοῦ εἶναι τόσον μεγαλύτερα, ὅσον τὸ βάρος τῆς φάλαγγος τοῦ ζυγοῦ εἶναι μικρότερον, τὸ μήκος τῶν βραχιόνων μεγαλύτερον καὶ ἡ ἀπόστασις κέντρου βάρους ἀπὸ τοῦ ἄξονος μικροτέρα. Ἐπειδὴ αἱ δύο πρῶται τῶν ἀνωτέρω συνθηκῶν εὐαισθησίας τοῦ ζυγοῦ ἀντιτίθενται πρὸς ἀλλήλας, διὰ τὴν κατασκευὴν τοῦ ζυγοῦ ἀκριβείας λαμβάνεται μέριμνα ὥστε, διὰ καταλλήλου συμβιβασμοῦ τῶν ἀνωτέρω ἀντιτιθεμένων συνθηκῶν, νὰ ἐπιτυγχάνεται ἡ μεγαλύτερα δυνατὴ εὐαισθησία.

Ἐκ τῶν προηγουμένων συνάγεται, ὅτι ἵνα ἡ φάλαγξ ἰσορροπῇ ὀριζοντιῶς, πρέπει  $\eta \varphi = 0$ , τοῦτο δὲ ἐπιτυγχάνεται μόνον ὅταν  $F_2 - F_1 = 0$ , ἤτοι  $F_1 = F_2$ .

Εἰς τὴν προᾶξιν συναντῶμεν διαφορῶς τύπους ζυγῶν. Λίαν συνήθης εἶναι ὁ **ρωμαϊκὸς ζυγὸς** (σχ. 167), ὅστις εἶναι μο-



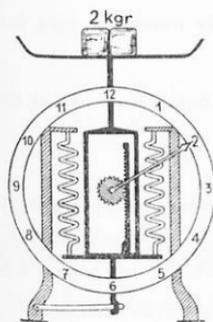
Σχ. 167. Ρωμαϊκὸς ζυγός. Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας εἶναι  $B \cdot OM = A \cdot ON$ .



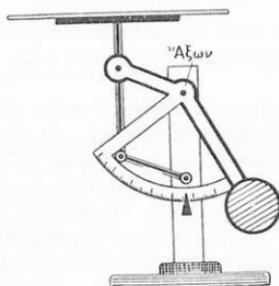
Σχ. 168. Ἀρθρωτὸς ζυγὸς Roberval.

χλὸς μὲ δύο ἀνίσους βραχίονας. Τὸ ὑπὸ ζύγιον βάρος  $B$  ἐξαρτᾶται ἀπὸ τοῦ ἄκρου τοῦ μικροτέρου βραχίονος καὶ ἰσορροπεῖται διὰ βάρος  $A$  μετατιθεμένον κατὰ μῆκος τοῦ μεγαλυτέρου βραχίονος.

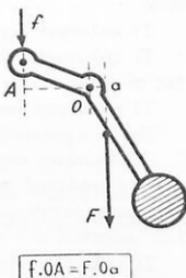
Λίαν συνήθης ἐν χρήσει εἶναι καὶ ὁ **ζυγὸς Roberval**, δι' ἀρθρωτοῦ παραλ-



Σχ. 169. Ζυγὸς οικιακῆς χρήσεως.

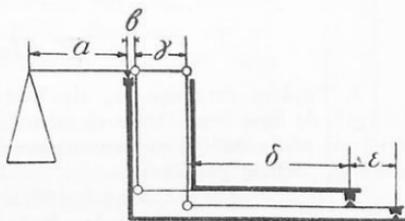


Σχ. 170. Ἀρθρωτὸς ζυγὸς καὶ συνθήκη ἰσοροπίας αὐτοῦ.



ληλογράμιμου (σχ. 168 καὶ 17), ὁ **οικιακὸς ζυγὸς** (σχ. 169) ὡς καὶ ὁ **ζυγὸς ἐπι-στολῶν** (σχ. 170) ὑπὸ διαφόρους αὐ-τοῦ μορφάς.

Εἰς τὴν κατηγορίαν τῶν ζυγῶν ἀνήκει καὶ ἡ **δεκατεύουσα πλάστιγξ** (σχ. 171), εἰς τὴν ὁποίαν ἡ σχέσις τῶν βραχιόνων εἶναι  $\alpha : \beta = 10 : 1$ . Ἐπίσης πρέπει νὰ εἶναι  $\beta : \gamma = \varepsilon : \delta$ , διὰ νὰ δύναται τὸ βᾶρος νὰ τοποθετηθῇ εἰς οἰονδήποτε μῆρος τῆς τραπέζης τῆς πλάστιγγος.



Σχ. 171. Ἡ συνθήκη ἰσοροπίας πλάστιγγος εἶναι  $B \cdot \beta = B' \cdot \alpha$  (ὅπου  $B = \beta \alpha$  ρος σώματος,  $B' = \beta$  ἄρος σταθμῶν).

## ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

### Α'. Ζητήματα.

Τί καλοῦμεν ἔργον δυνάμεως. Ποῖαι αἱ ἐξισώσεις διαστάσεων αὐτοῦ εἰς τὰ συστήματα CGS καὶ T. Σ., αἱ ἀντίστοιχοι μονάδες καὶ αἱ μεταξύ αὐτῶν σχέσεις.

Πότε μία δύναμις δὲν παράγει ἔργον, ἔστω καὶ ἂν μετατοπίζεται τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της.

Ἄνθρωπος μὲ τεταμένην τὴν χεῖρά του ὀριζοντίως πρὸς τὰ ἔμπροσ κρατεῖ βᾶρος χωρὶς νὰ μετατοπίσῃ αὐτό. Ὁ ἄνθρωπος παράγει ἔργον;

Τί καλοῦμεν ἰσχύον. Ποῖαι αἱ ἐξισώσεις διαστάσεων ἰσχύος εἰς τὸ σύστημα CGS καὶ εἰς τὸ T. Σ. Ποῖαι αἱ μονάδες μετρήσεως καὶ αἱ μεταξύ αὐτῶν σχέσεις.

Τί καλοῦμεν ἐνέργειαν καὶ ὑπὸ ποίας μορφάς ἐμφανίζεται ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια.

Ὑπὸ ποίας μορφάς ἐμφανίζεται ἡ ἐνέργεια ἐν γένει εἰς τὴν φύσιν καὶ πῶς διατυπώνεται ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας.

Διὰ ποῖον λόγον κλίμαξ μὲ βαθμίδας μεγάλου ὕψους θεωρεῖται μᾶλλον κοπιαστική, ἐν συγκρίσει πρὸς κλίμακα μὲ βαθμίδας μικροῦ ὕψους.

Διὰ ποῖον λόγον ἀνηφορικὸς δρόμος θεωρεῖται κοπιωδέστερος ἐν συγκρίσει πρὸς ὀριζόντιον.

Τί καλοῦμεν ἀπόδοσιν κατὰ τὴν μέτρησιν ἐνεργείας.

Τί καλοῦμεν ὀρμὴν σώματος ἐν κινήσει καὶ ποῖα αἱ ἐξισώσεις διαστάσεων καὶ αἱ μονάδες αὐτῆς.

Τί καλοῦμεν ὄσιν δυνάμεως καὶ ποῖα ἡ σχέσις αὐτῆς πρὸς τὴν ὀρμὴν.

Ποῖαν πρακτικὴν ἐφαρμογὴν ἔχει ἡ ὀρμὴ.

Τί καλοῦμεν μηχανάς καὶ τί ἀπλᾶς μηχανάς. Πῶς γίνεται ἡ σπουδὴ ἀπλῆς μηχανῆς.

Τί ἐκφράζει ὁ χρυσοῦς κανὼν τῆς Μηχανικῆς.

Πόσας κατηγορίας ἀπλῶν μηχανῶν διακρίνομεν καὶ ποῖα τὰ εἶδη τῶν συνηθεστέρων ἀπλῶν μηχανῶν τῶν ἀνηφουσῶν εἰς ἐκάστην κατηγορίαν.

Τί καλοῦμεν μηχανικὸν πλεονέκτημα καὶ λόγον ταχυτήτων ἀπλῆς μηχανῆς.

Τί καλοῦμεν ἀπόδοσιν μηχανῆς καὶ πῶς σχετίζεται αὕτη πρὸς τὸ μηχανικὸν πλεονέκτημα καὶ τὸν λόγον ταχυτήτων.

Ἐκ τῶν διαφορῶν χρησιμοποιουμένων εἰς τὸν καθ' ἡμέραν βίον ὀργάνων καὶ ἔργα λείων νὰ κατονομασθοῦν ὀριζόμενα καὶ νὰ καθορισθῇ εἰς ποῖαν κατηγορίαν ἀπλῶν μηχανῶν ἀνήκουν ταῦτα.

### Β'. Προβλήματα .

1. Ἐργάτης μεταφέρει εἰς οἰκοδομὴν 28 πλίνθους, ἐκάστη τῶν ὁποίων ἔχει βάρους 3,5 kg<sup>r</sup>\*, εἰς ὕψος 6 m. Πόσον τὸ παραγόμενον ἔργον, ἐὰν τὸ βάρους τοῦ ἐργάτου εἶναι 75 kg<sup>r</sup>\*, καὶ πόσον θὰ ἦτο τὸ ἀπαιτούμενον ἔργον, ἐὰν τὸ ἀνωτέρω φορτίον τῶν πλίνθων ἀνυψοῦτο τῇ βοηθείᾳ βαρούλκου. ('Απ. 1038 kg<sup>r</sup>\*m, 588 kg<sup>r</sup>\*m).

2. Πεζὸς στρατιώτης, ὅστις ἔχει ἴδιον βάρους 72 kg<sup>r</sup>\* καὶ τοῦ ὁποίου ὁ ὄπλισμός ἔχει βάρους 23 kg<sup>r</sup>\*, ἐκτελεῖ 110 βήματα. Καθ' ἕκαστον βῆμα ἀνυψώνει τὸ σῶμά του κατὰ 3 cm. Πόσον τὸ παραγόμενον ἔργον. Ἐὰν τὰ 110 βήματα ἐκτελοῦνται εἰς 1 λεπτόν, πόση ἡ ἰσχὺς εἰς ἔππους καὶ kW. ('Απ. A = 313,5 kg<sup>r</sup>\*m, N = 0,07 HP).

3. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ εἰς ἔππους ἰσχὺς μιᾶς ἀντλίας, ἡ ὁποία πρέπει νὰ ἀνυψώσῃ 36 kg<sup>r</sup>\* ὕδατος εἰς ὕψος 25 m ἐντὸς 1 sec. ('Απ. N = 12 HP).

4. Ὅβις βάρους 7 kg<sup>r</sup>\* ἐκφεύγει ἀπὸ τοῦ στομίου πυροβόλου μὲ ταχύτητα 720 m/sec. Πόση ἡ κινητικὴ ἐνέργεια αὐτῆς. ('Απ. E<sub>κιν</sub> = 181 440 kg<sup>r</sup>\*m).

5. Πόσον ἔργον ἀπαιτεῖται ἵνα εἰς σῶμα βάρους 8 kg<sup>r</sup>\* προκαλέσωμεν, αὔξησιν τῆς ταχύτητος ἀπὸ 4 m/sec εἰς 7 m/sec. ('Απ. A = 13,45 kg<sup>r</sup>\*m).

6. Πόση εἶναι ἡ ἀντίστασις, τὴν ὁποίαν δύναται νὰ ὑπερνικήσῃ ἰσχὺς 5 ἔππων, ὅταν τὸ σῶμα κινῆται μὲ ταχύτητα 0,2 m/sec. ('Απ. 1875 kg<sup>r</sup>\*).

7. Πόσον χρόνον χρειάζεται ἀνυψωτικὴ μηχανὴ ἰσχύος 25 ἔππων, διὰ νὰ ἀνυψώσῃ βάρους 6 000 kg<sup>r</sup>\* εἰς ὕψος 7,5 m. ('Απ. t = 24 sec).

8. Ἀντλία ἰσχύος 5 ἔππων πρόκειται νὰ τεθῇ εἰς κίνησιν ὑπὸ ἠλεκτρικοῦ κινητήρος. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἰσχὺς τοῦ κινητήρος εἰς kW, ὅταν ἡ μεταβίβασις τῆς ἐνεργείας ἀπὸ τοῦ κινητήρος εἰς τὴν ἀντλίαν γίνεται ὑπὸ συντελεστὴν ἀποδόσεως 0,7. ('Απ. 5,26 kW).

9. Ἐκ σταθερᾶς τροχαλίας ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἐνός σχοινίου αὐτῆς βάρους 50 kg<sup>r</sup>\*. Ζητεῖται ἡ δύναμις, ἡ ὁποία πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ τοῦ ἐτέρου ἄκρου, ἵνα τὸ σύστημα ἰσορροπῇ. Ἐπίσης νὰ ὑπολογισθῇ ἡ πίεσις τοῦ ἄξονος, ὅταν ἡ γωνία τῶν δυνάμεων εἶναι 0°, 30°, 60°, 120°. ('Απ. 100 kg<sup>r</sup>\*, 96,6 kg<sup>r</sup>\*, 86,6 kg<sup>r</sup>\*, 50 kg<sup>r</sup>\*).

10. Βαρούλκον ἔχει ἀκτῖνα 12 cm, ὁ δὲ μοχλὸς αὐτοῦ εἶναι 0,6 m. Ζητεῖται, πόση δύναμις πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ εἰς τὸ ἄκρον τοῦ μοχλοῦ, ἵνα αὕτη ἰσορροπῇ βάρους 325 kg<sup>r</sup>\*. ('Απ. 65 kg<sup>r</sup>\*).

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε'

### ΒΑΡΥΤΗΣ. ΕΚΚΡΕΜΕΣ

133. Βαρύτης. *Βαρύτητα καλοῦμεν τὴν ιδιότητα ὄλων ἐν γένει τῶν ὀλικῶν σωμάτων νὰ ἔλκωνται ὑπὸ τῆς Γῆς, βάρος δὲ ἡ δύναμις βαρύτητος τὴν ἔλξιν, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ἡ Γῆ ἐπὶ τῶν διαφόρων σωμάτων.*

Δι' ἀκριβῶν πειραμάτων κατεδείχθη, ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις, τὴν ὁποίαν λαμβάνουν τὰ διάφορα σώματα λόγῳ τῆς βαρύτητος, εἶναι ὅλως ἀνεξάρτητος τῆς φύσεως αὐτῶν καὶ ἀκριβῶς ἡ αὐτὴ διὰ πάντα τὰ σώματα. Ἐκ τούτου συνάγομεν ὅτι, ὅταν διάφορα σώματα ἀφήνονται ἐλεύθερα ἐξ ὠρισμένου ὕψους ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, πίπτουν μετὰ τῆς αὐτῆς ταχύτητος, ὑποτιθεμένου βεβαίως, ὅτι κατὰ τὴν κίνησιν τοῦ σώματος οὐδεμία ἄλλη δύναμις ἐπενεργεῖ ἐπ' αὐτῶν πλην τῆς δυνάμεως τῆς βαρύτητος.

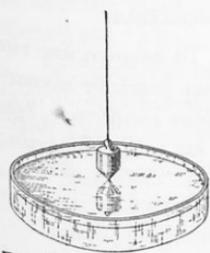
Τοῦτο ἀπέδειξε πειραματικῶς ὁ Νεύτων διὰ τοῦ κλασικοῦ πειράματος τοῦ σωλήνος, ὁ ὁποῖος εἶναι γνωστός μὲ τὸ ὄνομά του. Ὁ σωλήν τοῦ Νεύτωνος (σχ. 172) ἀποτελεῖται ἐξ ὑαλίνου σωλήνος μήκους περίπου 2 m, φέροντος στόμιον καὶ στρόφιγγα, ἐντὸς τοῦ ὁποίου ἔχουν εἰσαχθῆ διάφορα σώματα ὡς π.χ. σφαῖρα ἐκ μολύβδου, πτερόν κ.τ.λ. Ἐὰν ἐντὸς τοῦ σωλήνος ὑπάρχη ἀήρ, ἀναστρέψωμεν δὲ τοῦτον ἀποτόμως, παρατηροῦμεν, ὅτι τὰ ἐντὸς αὐτοῦ σώματα δὲν πίπτουν ταυτοχρόνως, ἀλλ' ὅτι τελευταῖον ὄλων πίπτει τὸ πτερόν· τοῦτο δὲ ὀφείλεται εἰς τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος. Ἐὰν ὅμως δι' ἀεραντλίας ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα ἐκ τοῦ σωλήνος καὶ ἐκτελέσωμεν πάλιν τὸ αὐτὸ πείραμα, παρατηροῦμεν, ὅτι πάντα ἀδιακρίτως τὰ ἐντὸς τοῦ σωλήνος σώματα πίπτουν ταυτοχρόνως.



Σχ. 172.  
Σωλήν τοῦ  
Νεύτωνος.

134. Διεύθυνσις τῆς δυνάμεως τῆς βαρύτητος. Νῆμα τῆς

στάθμης. Τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως τῆς βαρύτητος παρέχει τὸ νῆμα τῆς στάθμης (σχ. 173), τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἐκ μικρᾶς σφαίρας μολύβδου ἢ, κατὰ προτίμησιν, ἐξ ὀρειχαλκίμου κυλίνδρου, ἀπολήγοντος εἰς κῶνον καὶ προσδεδεμένου καταλλήλως εἰς τὸ ἐν ἄκρον νήματος, τοῦ ὁποίου τὸ ἄλλο ἄκρον κρατοῦμεν διὰ τῆς χειρὸς ἢ ἐξαρτῶμεν ἀπὸ σταθεροῦ σημείου. Τὸ νῆμα τῆς στάθμης, ὅταν ἰσορροπῆ, λαμβάνει τοιαύτην διεύθυνσιν, ὥστε νὰ δεικνύῃ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως τῆς



Σχ. 173. Νῆμα τῆς στάθμης.

βαρύτητος, διότι πρᾶγματι τοῦτο δὲν δύναται νὰ ἰσορροπῆ, εἰμὴ μόνον ὅταν

λαμβάνη τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐπ' αὐτοῦ ἐπενεργούσης δυνάμεως. Ἐὰν πλησίον τοῦ πρώτου νήματος τῆς στάθμης τοποθετήσωμεν καὶ δεύτερον ἢ ἐὰν ἐντὸς αἰθούσης διανείωμεν διάφορα νήματα στάθμης, παρατηροῦμεν, ὅτι ἐν καταστάσει ἰσορροπίας ἅπαντα διατίθενται αἰσθητῶς παραλλήλως πρὸς ἑαυτά. Ἡ διεύθυνσις τοῦ



Σχ. 174. Ἐλεγχος ὀριζοντιότητος ἐπιφανείας δι' ἀλφάδιου.

νήματος τῆς στάθμης εἰς ἓνα τόπον καλεῖται **κατακόρυφος**, πᾶν δὲ ἐπίπεδον κάθετον ἐπὶ τὴν κατακόρυφον καλεῖται **ὀριζόντιον ἐπίπεδον**.

Τὸ νῆμα τῆς στάθμης χρησιμοποιεῖται εὐρέως εἰς

τὴν προᾶξιν, τόσον ὑπὸ τὴν ἀνωτέρω περιγραφεῖσαν μορφήν, ὅσον καὶ ὑπὸ ἄλλας μορφάς, π.χ. **ἀλφάδιον** (σχ. 174) ὑπὸ τῶν οἰκοδόμων διὰ τὴν κατακόρυφον διάταξιν τῶν τοίχων, ὡς καὶ εἰς πλεῖστα ὄργανα ἐπιστημονικῶν μετρήσεων (ζυγός, θεοδόλιχος κ.ἄ.)

**Παρατήρησις.** Ἡ Γῆ ἔλκει πάντα τὰ σώματα πρὸς τὸ κέντρον αὐτῆς, ἐπομένως καὶ ἡ διεύθυνσις τοῦ νήματος τῆς στάθμης, ἐφ' ὅσον θεωροῦμεν τὴν Γῆν ὡς σφαιρικὴν, διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου αὐτῆς. Δύο ὄθεν νήματα στάθμης, πλησίον ἀλλήλων εὐρισκόμενα, δὲν εἶναι πράγματι παράλληλα, διότι ταῦτα συγκλίνουν πρὸς τὸ κέντρον τῆς Γῆς. Δυνάμεθα ὅμως, λόγω τῆς μεγάλης ἀποστάσεως ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς Γῆς, ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος, νὰ θεωρήσωμεν αὐτὰ ὡς παράλληλα.

Ἐὰν ἡ ἀπόστασις δύο τόπων ἰσοῦται πρὸς τὸ τέταρτον γήινου μεσημβρινοῦ, ἥτοι 10 000 χιλιόμετρα, τῆς Γῆς ὑποτιθεμένης σφαιρικῆς, ἡ γωνία μεταξὺ τῶν δύο κατακόρυφων τῶν τόπων θὰ εἶναι 90°. Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν δύο τόπων, τῶν ὁποίων αἱ κατακόρυφοι σχηματίζουν γωνίαν 1°, εἶναι:

$$\frac{10\,000}{90} = 111,111 \text{ km} \quad \eta \quad 111\,111 \text{ μέτρα.}$$

Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο τόπων, τῶν ὁποίων αἱ κατακόρυφοι σχηματίζουν γωνίαν 1 πρώτου λεπτοῦ (min), εἶναι:

$$\frac{10\,000}{90 \cdot 60} = 1,852 \text{ km} \quad \eta \quad 1852 \text{ μέτρα.}$$

Ἡ ἀπόστασις αὕτη λαμβάνεται ὡς μονὰς μήκους καὶ καλεῖται **ναυτικὸν μίλιον**. Ἐὰν δύο νήματα στάθμης ἀπέχουν μεταξὺ τῶν περίπου 1,85 m, δηλ. κατὰ ἓν χιλιεστὸν τοῦ ναυτικοῦ μιλίου, ἡ γωνία μεταξὺ αὐτῶν εἶναι περίπου ἓν χιλιεστὸν τοῦ πρώτου λεπτοῦ ἢ 0,06 τοῦ δευτέρου λεπτοῦ, ἡ ὁποία δὲν εἶναι δυνατόν νὰ μετρηθῇ. Δι' αὐτὸν τὸν λόγον νήματα στάθμης τοποθετημένα ἐπὶ τροπέζης ἢ ἐντὸς δωματίου θεωροῦνται παράλληλα.

**135. Ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος. Βάρος σώματος.** Τὰ σώματα ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῆς ἔλξεως τῆς Γῆς, ἀφιέμενα ἐλεύθερα πίπτουν καὶ ἐκτελοῦν κίνησιν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς ἐπιταχυνόμενην, ἢ δὲ ἐπιτάχυνσις, τὴν ὁποίαν λαμβάνουν, ἔχει καθορισθῆ δι' ἀκριβεστάτων μετρήσεων καὶ εἰς μέσα πλάτη, ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης, εἶναι περίπου:

$$g = 9,81 \text{ m/sec}^2$$

Ἐξ ἀκριβῶν παρατηρήσεων κατεδείχθη, ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος μεταβάλλεται μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ πλάτους τοῦ τόπου καὶ τοῦ ὕψους ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης.

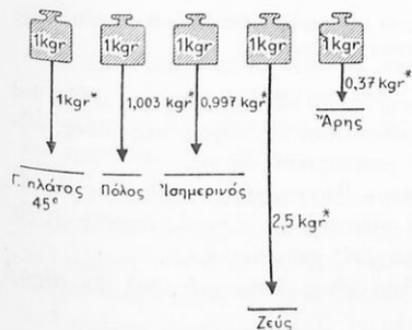
Ἐκ τοῦ δευτέρου ἀξιωματος τοῦ Νεύτωνος προκύπτει ἡ θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς δυναμικῆς:  $F = m \cdot \gamma$ . Ἐὰν ἡ δύναμις  $F$  παριστᾷ τὴν δύναμιν τῆς βαρύτητος ἢ ἄλλως τὸ βάρος  $B$  τοῦ σώματος, καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις  $\gamma$  παριστᾷ τὴν γῆνιν ἐπιτάχυνσιν  $g$ , τότε προκύπτει ἡ ἐξίσωσις:

$$B = m \cdot g \quad \text{ἢτοι:} \quad \text{βάρος σώματος} = \text{μᾶζα} \times \text{ἐπιτάχυνσις βαρύτητος}$$

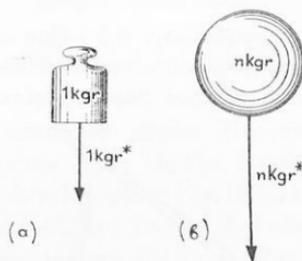
Ἡ ἐξίσωσις αὕτη δεικνύει, ὅτι σῶμα μάζης  $m$  ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του  $B$ , κινεῖται εἰς τὸ κενὸν ὑπὸ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν  $g$ .

Λόγω τῆς ἀπὸ τόπου εἰς τόπον μεταβολῆς τῆς τιμῆς  $g$  προκύπτει, ὅτι καὶ τὸ βάρος ὀρισμένης μάζης  $m$  μεταβάλλεται ἀντιστοίχως (σχ. 175). Ἡ μεταβολὴ αὕτη εἶναι γενικῶς μικρὰ καὶ μετροῦται μόνον δι' εὐπαθῶν συσκευῶν.

Κατὰ γενομένους ὑπολογισμοὺς ἡ ἐπιτάχυνσις ἐπὶ τοῦ Ἑλίου εἶναι 28 φορές μεγαλυτέρα τῆς γῆνινς ἐπιταχύνσεως (ἢτοι 28  $g$ ), ἐπὶ δὲ τῆς Σελήνης 0,2  $g$ .



Σχ. 175. Ἡ δύναμις, μεθ' ἧς ἔλκεται μᾶζα 1  $kg$ , μεταβάλλεται ἀναλόγως τοῦ τόπου.



Σχ. 176. Ἡ δύναμις εἰς  $kg^*$  καὶ ἡ μᾶζα εἰς  $kg$  παριστῶνται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ.

Οὕτω μᾶζα, ἡ ὁποία ἔχει βάρος εἰς τὴν Γῆν 1  $kg^*$ , θὰ ζυγίξῃ ἐπὶ τοῦ Ἑλίου 28  $kg^*$ , ἐπὶ δὲ τῆς Σελήνης 0,2  $kg^*$ .

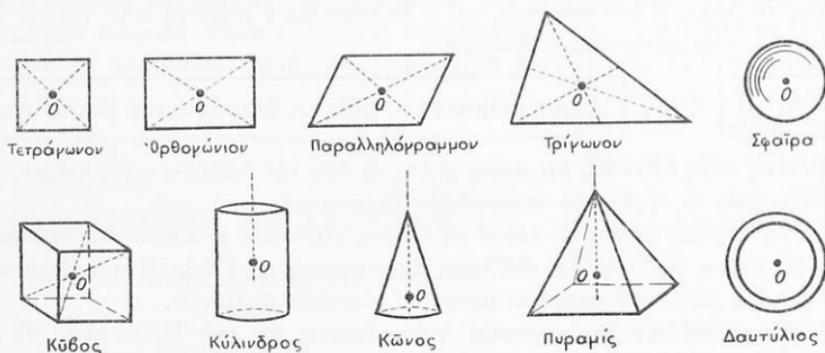
Ὡς φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 175 ἡ μᾶζα τοῦ 1  $kg$  ἔλκεται ὑπὸ δυνάμεως 2,5  $kg^*$  εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ Διὸς καὶ ὑπὸ δυνάμεως 0,37  $kg^*$  εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ Ἄρεως.

Τὸ βάρος τοῦ σώματος, ὡς εἰδικὴ περίπτωσης δυνάμεως, ἐκφράζεται εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα εἰς χιλιόγραμμα βάρους ( $kg^*$ )· πολλάκις δὲ καὶ εἰς γραμμάρια βάρους ( $gr^*$ ), ἐνῶ εἰς τὸ σύστημα CGS ἐκφράζεται εἰς δύνας ( $Dyn$ ).

**136. Κέντρον βάρους. Τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τοῦ βάρους τοῦ σώματος καλεῖται κέντρον βάρους τοῦ σώματος.**

Προκειμένου περὶ ὁμογενῶν σωμάτων, δηλ. σωμάτων, τῶν ὁποίων ὁ χῶρος πληροῦται ὁμοιομόρφως ὑπὸ ὕλης καὶ τὰ ὁποῖα ἔχουν ἀπλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα, τὸ κέντρον βάρους κατέχει ὀρισμένην θέσιν ἐξαρτωμένην ἐκ τοῦ σχήματος τοῦ σώματος. Οὕτως ἐὰν τὸ σῶμα ἔχει σχῆμα λεπτῆς ράβδου, τὸ κέντρον βάρους εὐρί-

σεται εις τὸ μέσον αὐτῆς. Εἰς τὸ σχῆμα 177 δεικνύεται ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους  $O$  διαφόρων ὁμογενῶν σωμάτων ἐχόντων γεωμετρικὸν σχῆμα. Οὕτω βλέπομεν,

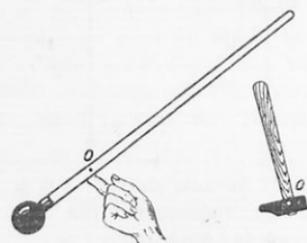


Σχ. 177. Εἰς τὰ σώματα ἀπλοῦ σχήματος τὸ κέντρον βάρους  $O$  καθορίζεται ὡς τομὴ ὁρισμένων γεωμετρικῶν στοιχείων.

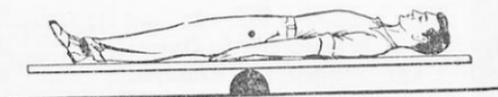
εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ κύβου καὶ τῆς σφαίρας, ὅτι τὸ κέντρον βάρους κεῖται ἐπὶ τοῦ γεωμετρικοῦ κέντρου αὐτῶν, ἐνῶ προκειμένου περὶ κυλίνδρον, πυραμίδος, κώνου, τὸ κέντρον βάρους εὐρίσκεται ἐπὶ τοῦ γεωμετρικοῦ ἄξονος.

Τὸ κέντρον βάρους σώματος δύναται νὰ πίπτῃ ἔξω τοῦ σώματος, ὡς π.χ. εἰς δακτύλιον, εἰς κοίλην σφαῖραν, εἰς σκαμνίον κ.λ.π.

Ἐὰν σῶμα εἶναι ἑτερογενές, δηλ. ἐν μέρος



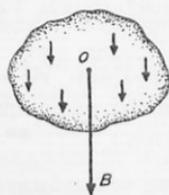
Σχ. 178. Διὰ τὸ κέντρον βάρους ἑτερογενοῦς σώματος.



Σχ. 179. Προσδιορισμὸς τοῦ κέντρου βάρους τοῦ ἀνθρωπίνου σώματος.

αὐτοῦ εἶναι βαρύτερον ἀπὸ τὸ ὑπόλοιπον μέρος, τότε τὸ κέντρον βάρους  $O$  εὐρίσκεται πλησιέστερον ἢ καὶ ἐντὸς τοῦ βαρύτερου μέρους τοῦ σώματος, ὡς π.χ. εἰς ράβδον ἐκ ξύλου φέρουσαν βαρεῖαν μεταλλικὴν λαβὴν ἢ εἰς σφυρίον (σχ. 178).

Τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἀνθρωπίνου σώματος σημειοῦται εἰς τὸ σχ. 179 διὰ στιγμῆς.



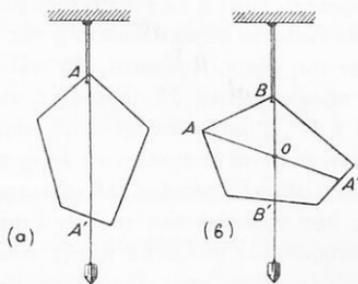
Σχ. 180. Τὸ  $O$  εἶναι τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τοῦ βάρους τοῦ σώματος.

137. Τὸ κέντρον βάρους ἀποτελεῖ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης παραλλήλων δυνάμεων. Στερεὸν σῶμα δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἀποτελούμενον ἐκ μεγάλου ἀριθμοῦ σωματίων πολὺ μικρῶν, τῶν ὁποίων αἱ σχετικαὶ θέσεις παραμένουν ἀμετάβλητοι. Τὰ βάρη τῶν σωματίων τούτων (σχ. 180) θεωροῦνται ὡς δυνάμεις παράλληλοι, τῶν ὁποίων ἡ συνιστα-

μένη B, ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα αὐτῶν, παρέχει τὸ βάρος τοῦ σώματος. Τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς O τῆς συνισταμένης εἶναι τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος.

138. Πειραματικὸς προσδιορισμὸς τοῦ κέντρον βάρους. Τὸ κέντρον βάρους σώματος ἔχοντος μορφήν πλακῶς δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν διὰ τῆς μεθόδου τῆς διπλῆς ἐξαρτήσεως (σχ. 181). Οὕτως ἐξαρτῶμεν τὸ σῶμα ἀπὸ τοῦ A, ὅτε τὸ κέντρον βάρους θὰ εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς AA'. Ἀκολούθως ἐξαρτῶμεν τὸ σῶμα ἐκ τοῦ B, ὅποτε τὸ κέντρον βάρους θὰ κεῖται ἐπὶ τῆς BB'. Ἐπομένως τοῦτο θὰ κεῖται ἐπὶ τοῦ σημείου O, τὸ ὁποῖον εἶναι ἡ τομὴ τῶν AA' καὶ BB'.

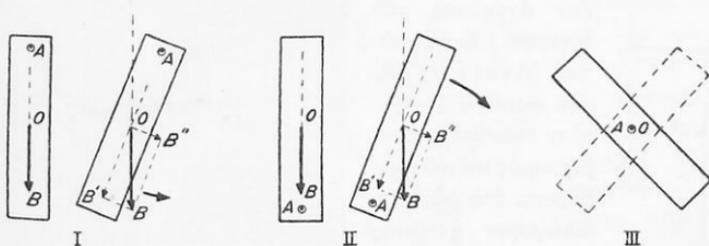
Ἐπίσης τὸ κέντρον βάρους ράβδου δύναται νὰ εὐρεθῇ δι' ἀπλῆς στηρίξεως, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 178 ὅπου, ὅταν τὸ σῶμα ὑποστηρίξεται εἰς τὴν κατάλληλον θέσιν, π.χ. εἰς O, διὰ τοῦ δακτύλου, τοῦτο ἰσορροπεῖ καὶ ἐπομένως εἰς τὸ O εὐρίσκεται τὸ κέντρον βάρους.



Σχ. 181. Πειραματικὸς προσδιορισμὸς κέντρον βάρους πλακῶς.

139. Ἴσορροπία. Διὰ νὰ σπουδιάσωμεν τὴν ἰσορροπίαν σώματος, εἴτε ἐξαρτῶμεν τὸ σῶμα ἀπὸ νήματος ἢ ἄξονος εἴτε τοποθετοῦμεν αὐτὸ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἢ ἐπὶ τραπέζης.

α) Ἴσορροπία σώματος στρεπτοῦ περὶ σταθερὸν ἄξονα. Θεωρήσωμεν σῶμα στρεπτὸν περὶ σταθερὸν ἄξονα καὶ ὑποκείμενον ἀπλῶς εἰς τὴν ἐπενέργειαν τοῦ βάρους του, ἔστω δὲ ὅτι ὁ ἄξων περιστροφῆς A τοῦ σώματος (σχ. 182, I) εὐρίσκεται ἄνωθεν τοῦ κέντρον βάρους O. Τὸ σῶμα προδήλως ἰσορροπεῖ, ὅταν ἡ ἐκ τοῦ κέντρον βάρους αὐτοῦ O ἀγομένη κατακόρυφος συναντᾷ τὸν ἄξονα. Ἐὰν ὁμως



Σχ. 182. I εὐσταθής, II ἀσταθής, III ἀδιάφορος ἰσορροπία.

ἐκτοπίσωμεν τὸ σῶμα ἀπὸ τῆς θέσεως ἰσορροπίας του, εἰς τρόπον ὥστε τὸ κέντρον βάρους νὰ μετατεθῇ, τὸ σῶμα δὲν δύναται νὰ ἰσορροπῇ εἰς τὴν νέαν του θέσιν.

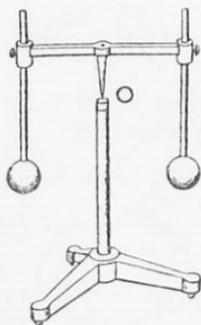
Πράγματι τὸ βάρος αὐτοῦ B, ἐφηρμοσμένον εἰς O, ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας, τὴν B', ἡ ὁποία ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τοῦ σταθεροῦ ἄξονος, καὶ τὴν B'', ἡ ὁποία ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νὰ ἐπαναφέρῃ τὸ σῶμα εἰς τὴν ἀρχικὴν του θέσιν. Ἡ ὡς ἄνω κατάστασις ἰσορροπίας τοῦ σώματος, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ σῶμα ἐκτοπιζόμενον ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας ἐπανέρχεται εἰς αὐτήν, καλεῖται *εὐσταθής* καὶ χαρακτηρι-

στικόν γνώρισμα αὐτῆς εἶναι, ὅτι τὸ κέντρον βάρους εὐρίσκεται, ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἄξονα, εἰς τὴν κατωτάτην δυνατὴν θέσιν, διὰ τὴν ὁποίαν ἀντιστοιχεῖ ἐλαχίστη τιμὴ δυναμικῆς ἐνεργείας.

Ἐστω ἤδη, ὅτι τὸ σῶμα εὐρίσκεται εἰς τὴν θέσιν τοῦ σχήματος 182, II, ὅπου ἰσορροπεῖ, διότι ἡ ἐκ τοῦ κέντρου βάρους ἀγομένη κατακόρυφος συναντᾷ τὸν ἄξονα. Ἐὰν ὅμως τὸ σῶμα ἐκτοπισθῇ τῆς θέσεως ταύτης, τὸ σῶμα δὲν ἰσορροπεῖ εἰς τὴν νέαν του θέσιν. Πράγματι, ἐὰν πάλιν ἀναλύσωμεν τὸ βάρος B εἰς δύο συνιστώσας, ὡς προηγουμένως, θὰ προκύψῃ ἡ συνιστώσα B', ἐξουδετερουμένη ὑπὸ τοῦ ἄξονος, καὶ ἡ B'', ἡ ὁποία ἀνατρέπει τὸ σῶμα καὶ δὲν ἐπαναφέρει αὐτὸ εἰς τὴν ἀρχικὴν του θέσιν, ἀλλὰ τὸ ἀναγκάζει νὰ λάβῃ τὴν θέσιν τῆς εὐσταθοῦς ἰσορροπίας. Ἡ κατάστασις αὕτη ἰσορροπίας τοῦ σώματος, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ σῶμα ἐκτοπιζόμενον ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας του δὲν ἐπανέρχεται εἰς αὐτήν, καλεῖται **ἀσταθῆς** καὶ χαρακτηριστικόν γνώρισμα αὐτῆς εἶναι, ὅτι τὸ κέντρον βάρους ἔχει τὴν ἀνωτάτην θέσιν ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἄξονα, εἰς τὴν ὁποίαν ἀντιστοιχεῖ μεγίστη τιμὴ δυναμικῆς ἐνεργείας.

Τέλος, ἐὰν ὁ ἄξων ἐξαρτήσεως τοῦ σώματος διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ (σχ. 182, III), τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ εἰς πᾶσαν θέσιν αὐτοῦ ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἄξονα καὶ ὡς ἐκ τούτου ἡ κατάστασις ἰσορροπίας καλεῖται **ἀδιάφορος**.

Γενικῶς, εἰς τὴν εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, ὅταν ἐκτοπίζωμεν τὸ σῶμα, λαμβάνει χώ-



Σχ. 183. Διὰ μετατοπίσεως τῶν σφαιρῶν ἐπιτυγχάνομεν τὰ τρία εἶδη ἰσορροπίας.

ραν ἀνύψωσις τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ. Ἀντιθέτως εἰς τὴν ἀσταθῆ ἰσορροπίαν προκύπτει ὑποβιβασμὸς τοῦ κέντρου βάρους, ἐνῶ εἰς τὴν ἀδιάφορον ἢ θέσιν τοῦ κέντρου βάρους παραμένει εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος (ἀμετάβλητος).

β) **Σῶμα στηριζόμενον δι' ἐνὸς σημείου.** Ἐστω σῶ-



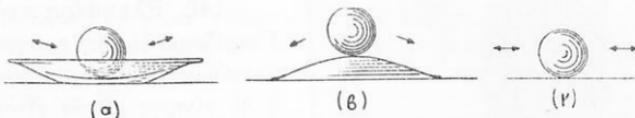
Σχ. 184. Ὁ ἄνθρωπος ἰσορροπεῖ ἐφ' ὅσον ἢ διὰ τοῦ κέντρου βάρους κατακόρυφος διέρχεται διὰ τοῦ σημείου στηρίξεως.

μα (σχ. 183) στηριζόμενον ἐπὶ ἐπιπέδου ἐπιφανείας δι' ἐνὸς μόνου σημείου O. Τὸ σύστημα εὐρίσκεται ἐν ἰσορροπία, ὅταν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ ἀγομένη κατακόρυφος διέρχεται διὰ τοῦ σημείου στηρίξεως O, εἶναι δὲ ἡ ἰσορροπία

ευσταθής, όταν το κέντρον βάρους κείται κάτωθεν τοῦ σημείου στηρίξεως, ὡς π.χ. εἰς τὸ σχῆμα 183. Ἐὰν ὅμως τόποθετήσωμεν τὰς δύο σφαίρας οὕτως, ὥστε νὰ εὐρισκονται ἄνωθεν τοῦ ὀριζοντίου στελέχους, ἡ ἰσορροπία εἶναι ἀσταθής, διότι τὸ κέντρον βάρους κείται ἄνωθεν τοῦ σημείου στηρίξεως. Εἰς τὸ σχῆμα 184 δεικνύεται ἀθλητῆς εὐρισκόμενος ἐν ἰσορροπία.

Ἐπίσης εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς στηρίξεως δι' ἐνὸς σημείου, δυνάμεθα νὰ πραγμα-

τοποιήσωμεν καὶ τὰ τρία εἶδη ἰσορροπίας διὰ σφαίρας στηριζομένης ἐπὶ κοίλης, κυρτῆς ἢ ὀριζοντίας ἐπι-



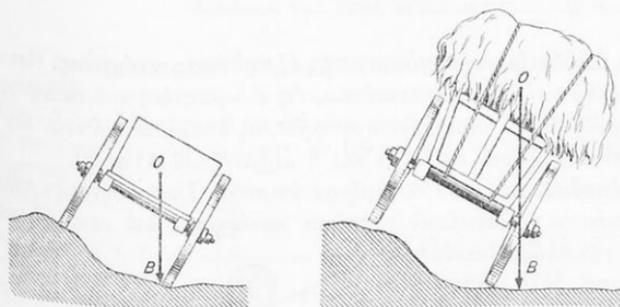
Σχ. 185. Ἴσορροπία σφαίρας ἐπὶ διαφόρων ἐπιφανειῶν.

φινείας. Εἰς τὴν θέσιν α (σχ. 185), ἡ ἰσορροπία εἶναι **εὐσταθής**, διότι μετατοπιζομένης τῆς σφαίρας τὸ κέντρον βάρους αὐτῆς ἀνέρχεται εἰς τὴν θέσιν β ἢ ἰσορροπία εἶναι **ἀσταθής**, διότι τὸ κέντρον βάρους κατέρχεται εἰς δὲ τὴν θέσιν γ **ἀδιάφορος**, διότι τὸ κέντρον βάρους αὐτῆς οὔτε ἀνέρχεται οὔτε κατέρχεται.

γ) **Περίπτωσης σώματος στηριζομένου διὰ δύο σημείων.** Τὸ σῶμα εὐρίσκεται ἐν γένει ἐν ἰσορροπία, ὅταν ἢ ἐκ τοῦ κέντρον βάρους ἀγομένη κατακόρυφος συναντᾷ τὴν εὐθείαν τὴν ἐνοῦσαν τὰ δύο σημεία στηρίξεως, ἢ ὅποια καλεῖται **εὐθεῖα στηρίξεως**. Ἡ ἰσορροπία τοῦ σώματος εἶναι εὐσταθής, ὅταν τὸ κέντρον βάρους κείται κάτωθεν τῆς εὐθείας στηρίξεως.

δ) **Σῶμα στηριζόμενον διὰ περισσοτέρων τῶν δύο σημείων.** Εἰς τὴν περίπτωσιν σώματος στηριζομένου διὰ πολλῶν σημείων, ὡς π.χ. τραπέζης, τρίποδος,

καθίσματος, κ.τ.λ., καλοῦμεν **βάσιν στηρίξεως** αὐτοῦ, τὴν ἐπιφάνειαν τὴν περικλειομένην ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ σχήματος, τὸ ὁποῖον προκύπτει δι' ἐνώσεως τῶν ἀκραίων σημείων στηρίξεως αὐτοῦ δι' εὐθειῶν. Σῶμα δὲ ἔχον βάσιν στηρίξεως εὐρίσκεται εἰς εὐσταθῆ ἰσορρο-

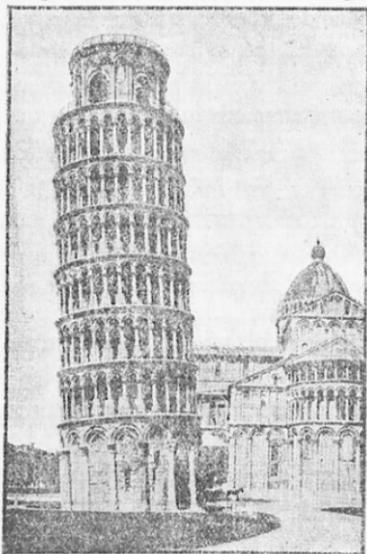


Σχ. 186. Τὸ ἀμάξιον ἀνατρέπεται, ὅταν ἢ ἐκ τοῦ κέντρον βάρους κατακόρυφος πίπτει ἔξω τῆς βάσεως στηρίξεως.

πίαν, ὅταν ἢ ἐκ τοῦ κέντρον βάρους αὐτοῦ ἀγομένη κατακόρυφος συναντᾷ τὴν βάσιν (σχ. 186).

Περίπτωσιν ἐφαρμογῆς τῶν ἀνωτέρω ἐκτεθέντων ἀποτελεῖ ὁ ὀνομαστὸς κεκλιμένος **πύργος τῆς Πίζης** ἐν Ἰταλία (σχ. 187). Τὸ ὕψος τοῦ πύργου εἶναι 55,2 μ καὶ λόγῳ καθιζήσεως τοῦ ἐδάφους κατὰ τὴν ἐποχὴν τῆς κατασκευῆς, ὑπέστη κλί-

σιν  $5^{\circ} 30'$ . Βραδύτερον ἢ κλίσις ἠδῆθήθη, πρὸς ἀποφυγὴν δὲ καταρρέουσας ἐλήφθησαν μέτρα διὰ τὸν ὑποβιβασμὸν τοῦ κέντρου βάρους τοῦ πύργου, δι' ἀφαιρέσεως τῶν εἰς τὴν κορυφὴν του μεγάλων κωδῶνων καὶ στερεώσεως τοῦ ὑπεδάφους.



Σχ. 187. Ὁ ἱστορικός κεκλιμένος πύργος τῆς Πίζης.

**140. Ἐλευθέρα πτώσις τῶν σωμάτων.**  
Γνωρίζομεν ἐκ τῶν προηγουμένων (§ 133), ὅτι τὰ σώματα πίπτουν ταυτοχρόνως εἰς τὸ κενόν, ἢ δὲ κίνησις αὐτῶν εἶναι εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη. Ἐκ τούτου συνάγομεν, ὅτι οἱ νόμοι τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων εἶναι οἱ ἴδιοι πρὸς τοὺς νόμους τῆς εὐθύγραμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως, τοὺς ὁποίους ἐσπουδάσαμεν ἤδη (§ 47). Ἐνταῦθα ἀναφέρομεν ἀπλῶς τοὺς νόμους τῆς ἐλευθέρας πτώσεως τῶν σωμάτων (ἀνευ ἀρχικῆς ταχύτητος).

**1. Πάντα τὰ σώματα εἰς τὸ κενὸν πίπτουν ταυτοχρόνως.**

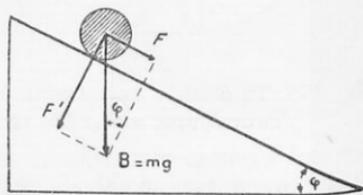
**2. Τὸ διάστημα τὸ διανυόμενον ὑπὸ σώματος πίπτοντος εἰς τὸ κενὸν εἶναι ἀνάλογον τοῦ τετραγώνου τοῦ χρόνου.**

**3. Ἡ ταχύτης σώματος πίπτοντος εἰς τὸ κενὸν εἶναι ἀνάλογος τοῦ χρόνου.**

**141. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῶν νόμων τῆς ἐλευθέρας πτώσεως.** Πειραματικῶς, ὃ μὲν πρῶτος τῶν νόμων ἀποδεικνύεται, ὡς εἶδομεν, διὰ τοῦ σωλήνος τοῦ Νεύτωνος, οἱ δὲ δύο ἄλλοι διὰ διαφόρων συσκευῶν, αἱ ὁποῖαι καλοῦνται μηχαναὶ τῆς πτώσεως, ὡς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον καὶ ἡ μηχανὴ τοῦ Atwood.

**α) Κεκλιμένον ἐπίπεδον.** Διὰ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου ἐπιβραδύνομεν τὴν κίνησιν τοῦ πίπτοντος σώματος, διότι ὅταν τὸ σῶμα κατέρχεται ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου, δὲν ὑφίσταται τὴν πλήρη ἐπενέργειαν τοῦ βάρους αὐτοῦ  $B = mg$ , ἀλλὰ μιᾶς μόνον συνιστώσεως αὐτοῦ, τῆς  $F = m\gamma = mg \cdot \eta\mu\phi$ , παραλλήλου πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, ἐνῶ ἡ ἑτέρα συνιστώσα  $F'$ , ὡς κάθετος ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως αὐτοῦ, ὡς δεικνύεται ἐν σχήματι 188.

Ἡ δύναμις  $F$  εἶναι τόσον μικροτέρα ἀπὸ τὸ βᾶρος  $B$  τοῦ σώματος, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ γωνία  $\phi$ , καὶ ἐπομένως ἡ ἐπιτάχυνσις  $\gamma = g \eta\mu\phi$ , τὴν ὁποίαν λαμβάνει τὸ σῶμα εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον ἡ γωνία  $\phi$  εἶναι μικροτέρα. Λόγῳ τῆς βραδείας κινήσεως



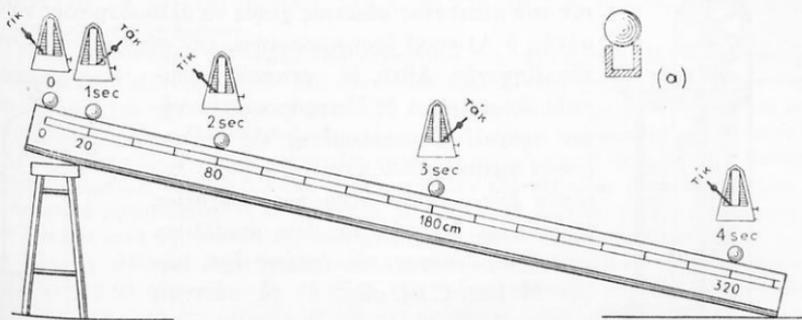
Σχ. 188. Κεκλιμένον ἐπίπεδον.

τοῦ σώματος, δυνάμεθα εὐχερῶς νὰ παρακολουθήσωμεν αὐτὸ καὶ νὰ σπουδάσωμεν τοὺς νόμους τῆς κινήσεως αὐτοῦ.

**Παράδειγμα.** Ἐστω ὅτι  $\varphi = 30^\circ$  καὶ  $g = 9,81 \text{ m/sec}^2$ , τότε θὰ εἶναι  $\gamma = g \eta\mu \varphi = 9,81 \cdot \eta\mu 30^\circ$  καὶ, δεδομένου ὅτι  $\eta\mu 30^\circ = 0,5$ , θὰ εἶναι  $\gamma = 9,81 \cdot 0,5 = 4,905$ , ἤτοι ἡ νέα ἐπιτάχυνσις θὰ εἶναι  $4,9 \text{ m/sec}^2$ , δηλαδὴ τὸ ἡμισυ τῆς ἐπιταχύνσεως εἰς τὴν ἐλευθέραν πτώσιν καὶ οὕτω τὸ σῶμα θὰ κινῆται βραδύτερον.

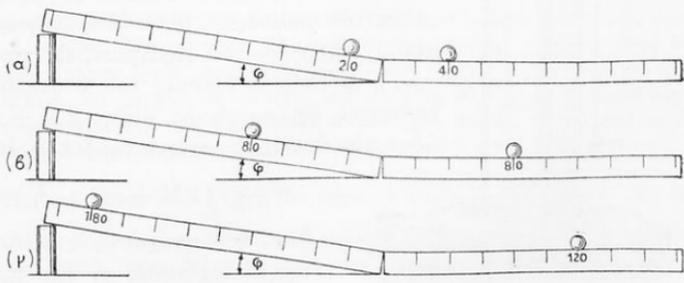
**Πείραμα.** Ἡ ἀπόδειξις τοῦ δευτέρου νόμου γίνεται ὡς ἐξῆς: Ἐκλέγομεν ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου μῆκος π.χ. 320 cm εἰς τρόπον ὥστε, ὅταν ἡ σφαῖρα ἀφήνεται ἐλευθέρᾳ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, νὰ χρειάζεται 4 δευτερόλεπτα (sec), ἵνα διανύσῃ τὴν ἀπόστασιν ταύτην (σχ. 189).

Ἐάν ἤδη μὲ τὴν βοήθειαν καταλλήλου ἐμποδίου διακόψωμεν τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας εἰς ἀπόστασιν 20 cm ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, βλέπομεν ὅτι χρειάζε-



Σχ. 189. Κεκλιμένον ἐπιπέδον διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῶν νόμων τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων. (α) Τομὴ δοκοῦ κυλίσεως τῆς σφαίρας.

ται 1 δευτερόλεπτον διὰ νὰ διανύσῃ τὴν ἀπόστασιν ταύτην. Ἐάν ἀκολουθῶς διακόψωμεν τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας εἰς ἀπόστασιν 80 cm ἀπὸ τῆς κορυφῆς, βλέπομεν, ὅτι ἡ σφαῖρα χρειάζεται 2 δευτερόλεπτα διὰ νὰ διανύσῃ τὴν ἀπόστασιν ταύτην καὶ τέλος, ἐάν διακόψωμεν τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας εἰς ἀπόστασιν 180 cm ἀπὸ τῆς ἀρχῆς, ἡ σφαῖρα χρειάζεται 3 sec, ἵνα διανύσῃ τὸ διάστημα τοῦτο. Οὕτω βλέπομεν, ὅτι εἰς χρόνους 1, 2, 3 καὶ 4 sec τὰ διανυόμενα διαστήματα εἶναι 20, 80, 180, 320 cm ἢ  $20 \times 1$ ,  $20 \times 2^2$ ,  $20 \times 3^2$ ,  $20 \times 4^2$ , ἤτοι εἶναι ἀνάλογα τῶν τετραγώνων τῶν χρόνων.

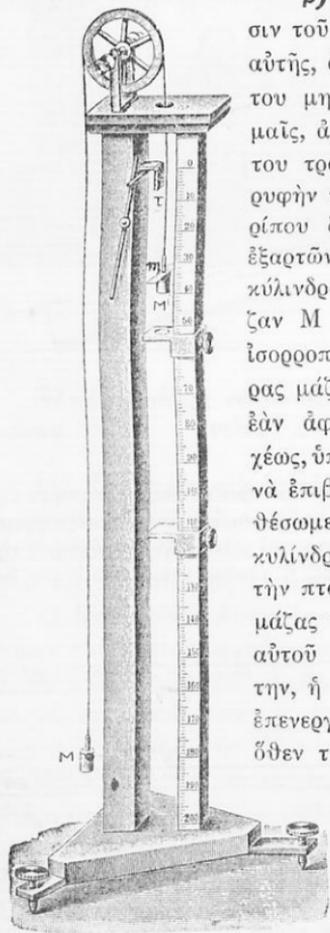


Σχ. 190. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ νόμου τῶν ταχυτήτων.

Ὁ τρίτος νόμος, ὁ νόμος τῶν ταχυτήτων ἀποδεικνύεται ὡς ἐξῆς. Τοποθετοῦμεν εἰς τὸ κάτω ἄκρον τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου ὀριζόντιαν σανίδα (σχ. 190), εἰς τρόπον ὥστε,

ὅταν ἡ σφαῖρα κατέρχεται ἀπὸ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, νὰ εἰσχωρῇ εἰς τὴν αὐλακὰ τὴν ὑπάρχουσαν ἐπὶ τῆς ὀριζοντίας σανίδος· τότε, ἐπειδὴ παύει νὰ ὑφίσταται ἡ κινητήριος δύναμις, αὕτη θὰ ἐξακολουθῇ νὰ κινῆται ἐντὸς τῆς αὐλακὸς εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς λόγῳ τῆς κεκτημένης ταχύτητος καὶ ἀρκεῖ, διὰ νὰ εὐρωμεν τὴν ταχύτητα μετὰ τῆς ὁποίας εἰσχωρεῖ ἐντὸς τῆς αὐλακὸς, νὰ μετρήσωμεν τὸ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου διανυόμενον διάστημα, τὸ ὁποῖον παρέχει τὴν ταχύτητα.

Οὕτως ἐὰν ἀφήνωμεν τὴν σφαῖραν νὰ πίπτῃ ἐξ ἀποστάσεως 20 cm, 80 cm, 180 cm (σχ. 190 α, β, γ) ἀπὸ τῆς θέσεως προσαρμογῆς τῆς ὀριζοντίας σανίδος πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, γνωρίζομεν ἤδη, ὅτι οἱ χρόνοι καθόδου τῆς σφαίρας θὰ εἶναι ἀντιστοίχως 1, 2, 3, 4 sec· ἐὰν δὲ μετροῦμεν κατὰ τὸν ἀνωτέρω τρόπον τὰς ταχύτητας κινήσεως τῆς σφαίρας ἐπὶ τῆς ὀριζοντίας σανίδος, εὐρίσκομεν ὅτι αὗται εἶναι π.χ. 40, 80, 120 cm/sec ἢ  $40 \times 1$ ,  $40 \times 2$ ,  $40 \times 3$ . Ἦτοι αἱ ταχύτητες εἶναι ἀνάλογοι τῶν χρόνων.



Σχ. 192. Μηχανὴ Atwood.

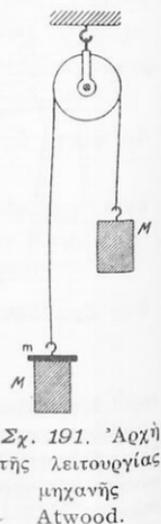
**β) Μηχανὴ Atwood.** Διὰ νὰ ἐπιβραδύνῃ τὴν κίνησιν τοῦ πίπτοντος σώματος χωρὶς νὰ ἀλλοιώσῃ τοὺς νόμους αὐτῆς, ὁ Atwood ἐχρησιμοποίησε τὴν φέρουσαν τὸ ὄνομα τοῦ μηχανήν. Αὕτη, ἐν γενικαῖς γραμμαῖς, ἀποτελεῖται ἐξ ἐλαφρᾶς καὶ εὐκινήτου τροχαλίας, στηριζομένης εἰς τὴν κορυφὴν κατακορύφου κανόνος, μήκους περίπου δύο μέτρων. Ἀπὸ τῆς τροχαλίας ἐξαρτῶνται διὰ νήματος δύο μεταλλικοὶ κύλινδροι, ἕκαστος τῶν ὁποίων ἔχει μάζαν  $M$  (σχ. 191), οὕτω δὲ τὸ σύστημα ἰσορροπεῖ. Ἐτερον σῶμα πολὺ μικροτέρας μάζης  $m$ , τὸ ὁποῖον ἔχει βάρους  $mg$ , ἐὰν ἀφεντῇ ἐλεύθερον, πίπτει πολὺ ταχέως, ὑπὸ ἐπιτάχυνσιν  $g$ . Δυνάμεθα ὅμως νὰ ἐπιβραδύνωμεν τὴν κίνησιν αὐτοῦ, ἐὰν θέσωμεν τὸ σῶμα τοῦτο ἐπὶ τοῦ ἐνὸς τῶν κυλίνδρων τῆς μηχανῆς, ὁπότε τοῦτο κατὰ τὴν πτώσιν του παρασύρει καὶ τὰς δύο μάζας τῶν κυλίνδρων, οὕτω δὲ ἡ κίνησις αὐτοῦ ἐπιβραδύνεται. Πράγματι, εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην, ἡ κινητήριος δύναμις τοῦ συστήματος εἶναι  $mg$  καὶ ἐπενεργεῖ ἐπὶ συνολικῆς μάζης  $2M + m$ . Ἐφαρμοζόντες ὅθεν τὴν θεμελιώδη σχέσιν τῆς § 135, λαμβάνομεν:

$$mg = (2M + m)\gamma \quad \eta \quad \gamma = \frac{m}{2M + m}g$$

ἦτοι, ἡ ἐπιτάχυνσις  $\gamma$  εἶναι πολὺ μικροτέρα τῆς ἐπιταχύνσεως  $g$ . Ἐὰν π.χ. λάβωμεν  $M = 100$  gr καὶ  $m = 5$  gr, τότε θὰ εἶναι:

$$\gamma = \frac{5}{205} \cdot 981 = 24 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

Λόγῳ τῆς μικρᾶς ἐπιταχύνσεως, τὸ σύστημα κινεῖται πολὺ βραδύτερον, χωρὶς



Σχ. 191. Ἀρχὴ τῆς λειτουργίας μηχανῆς Atwood.

τὸ εἶδος τῆς κινήσεως νὰ μεταβάλλεται καὶ οὕτω δυνάμεθα, τῇ βοηθείᾳ μετρικοῦ κανόνος καὶ χρονόμετρου, ὡς τὸ τοῦ Mälzel (βλ. σχ. 19), νὰ ἐπαληθεύσωμεν τὸν νόμον τῶν διαστημάτων.

Οὕτως ἐκλέγομεν τὸ πρόσθετον βάρος κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ὁ κύλινδρος μετὰ τοῦ προσθέτου βάρους νὰ χρειάζεται 4 δευτερολέπτα, ἵνα διανύσῃ διάστημα 160 cm ἐπὶ τοῦ κατακορυφου κανόνος, ὅπου εἶναι τοποθετημένος δίσκος πλήρης διὰ τὴν συγκράτησιν τοῦ κυλίνδρου. Ἐὰν ἤδη τοποθετήσωμεν τὸν δίσκον εἰς ἀπόστασιν 10 cm ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῆς κλίμακος (ὑποδιαίρεσις μηδέν), βλέπομεν ὅτι ὁ κύλινδρος χρειάζεται, ἵνα διανύσῃ τὴν ἀπόστασιν αὐτὴν, 1 δευτερολέπτον (1 sec). Ἐὰν τοποθετήσωμεν τὸν δίσκον εἰς ἀπόστασιν 40 cm, ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος εἶναι 2 sec καὶ τέλος ἐὰν τοποθετήσωμεν τὸν δίσκον εἰς ἀπόστασιν 90 cm, ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος εἶναι 3 sec.

Ἐκ τούτου βλέπομεν, ὅτι τὰ εἰς χρόνους 1, 2, 3 καὶ 4 sec διανυόμενα διαστήματα εἶναι 10, 40, 90 καὶ 160 cm, ἤτοι  $10 \times 1$ ,  $10 \times 2^2$ ,  $10 \times 3^2$ ,  $10 \times 4^2$ , δηλαδὴ ἀνάλογα τῶν τετραγώνων τῶν χρόνων.

Πρὸς ἐπαλήθευσιν τοῦ νόμου τῶν ταχυτήτων διὰ τῆς μηχανῆς Atwood, ἐργαζόμεθα ὡς ἑξῆς: Γνωρίζομεν (βλ. § 88) ὅτι, ἐὰν σῶμα ἐκτελῇ εὐθύγραμμον, ὁμαλῶς ἐπιταχυνόμεν κίνησιν ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν σταθερᾶς δυνάμεως καὶ ἀφῆρης ἢ δύναμις αὐτῆ παύσῃ ἐπενεργοῦσα, τὸ σῶμα ἐξακολουθεῖ νὰ κινῆται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς, μετὰ ταχύτητα ἴσην πρὸς τὴν ταχύτητα τὴν ὁποίαν τοῦτο εἶχε κατὰ τὴν στιγμὴν, καθ' ἣν ἡ δύναμις ἔπαυσε νὰ ἐπενεργῇ ἑπομένως, ἐὰν θέλωμεν νὰ προσδιορίσωμεν τὴν ταχύτητα κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην, ἀρκεῖ νὰ προσδιορίσωμεν τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον θὰ διανύσῃ τὸ σῶμα ἐπὶ μίαν χρονικὴν μονάδα, μετὰ τὴν παύσιν τῆς ἐπενεργείας τῆς κινητηρίου δυνάμεως.

Ἐὰν π.χ. θέλωμεν διὰ τῆς μηχανῆς Atwood νὰ προσδιορίσωμεν τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σύστημα κατὰ τὸ τέλος τῆς πρώτης χρονικῆς μονάδος, φροντίζομεν νὰ ἀπομακρύνωμεν κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην τὸν πρόσθετον μᾶζαν, ὅποτε ταῦν νὰ ὑφίσταται ἢ κινήτηριος δύναμις.

Τοῦτο ἐπιτυγχάνεται, ἐὰν εἰς ἀπόστασιν 10 cm ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τοποθετήσωμεν δίσκον μετὰ κεντρικὴν ὀπήν, ἢ ὁποία ν' ἀφήνῃ μὲν τὸν κύλινδρον νὰ διερχεται ἐλευθέρως, νὰ συγκρατῇ ὅμως τὸ πρόσθετον βάρος.

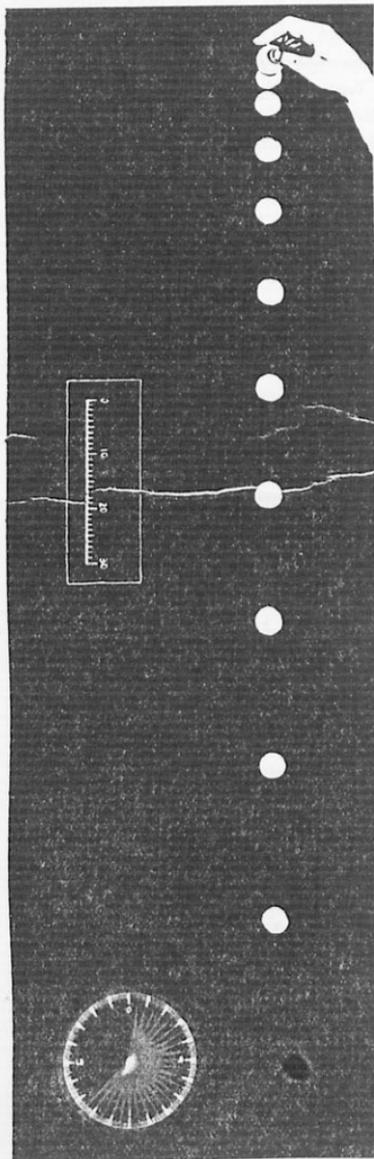
Οὕτως ὅταν ὁ δίσκος μετὰ τὴν ὀπήν εὐρίσκεται εἰς τὴν θέσιν 10 cm καὶ ὁ πλήρης δίσκος εἰς 30 cm, βλέπομεν ὅτι ὁ κύλινδρος, ἀφοῦ εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου δευτερολέπτου φθάσῃ εἰς τὸν δίσκον μετ' ὀπῆς, ἀφήνει τὸ πρόσθετον βάρος καὶ φθάνει εἰς τὸν δεύτερον δίσκον μετὰ παρέλευσιν ἐνὸς ἀκόμῃ δευτερολέπτου, ἤτοι ἡ ταχύτης τοῦ κυλίνδρου εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου δευτερολέπτου εἶναι 20 cm/sec. Ἐὰν ἀκολουθῶς ὁ μετ' ὀπῆς δίσκος τεθῇ εἰς 40 cm, τότε ὁ πλήρης δίσκος πρέπει νὰ τεθῇ εἰς 80 cm, ἵνα δεχθῇ τὸν κύλινδρον ἐντὸς μιᾶς χρονικῆς μονάδος, ἤτοι ἡ ταχύτης τοῦ κυλίνδρου εἰς τὸ τέλος τῆς δευτέρας μονάδος εἶναι 40 cm/sec. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἐργαζόμενοι εὐρίσκομεν, ὅτι ἡ ταχύτης εἰς τὸ τέλος τῆς τρίτης χρονικῆς μονάδος εἶναι 60 cm/sec, εἰς τὸ τέλος τῆς τετάρτης 80 cm/sec. Ἦτοι αἱ κτηθεῖσαι ταχύτητες εἰς χρόνον 1, 2, 3 καὶ 4 sec εἶναι ἀντιστοίχως 20, 40, 60, 80 cm/sec ἢ  $20 \times 1$ ,  $20 \times 2$ ,  $20 \times 3$ ,  $20 \times 4$ , δηλαδὴ ἀνάλογοι τῶν χρόνων.

**Παρατήρησις.** Ἐκ τοῦ τύπου  $s = \frac{1}{2}gt^2$ , ἐὰν θέσωμεν  $t = 1$  sec, εὐρίσκομεν, ὅτι τὸ διανυόμενον ὑπὸ τοῦ πίπτοντος σώματος διάστημα ἐντὸς ἐνὸς δευτερολέπτου ἰσοῦται πρὸς τὸ ἕμισυ τῆς ἐπιταχύνσεως αὐτοῦ. Τοῦτο ἄλλως τε δεικνύεται πειραματικῶς διὰ τῶν διατάξεων τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου καὶ τῆς μηχανῆς Atwood.

Οὕτως ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, ὅπου ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι 9,81 m/sec<sup>2</sup>, τὸ διανυόμενον διάστημα ὑπὸ τοῦ ἐλευθέρως πίπτοντος σώματος ἐντὸς 1 δευτερολέπτου εἶναι 4,9 μέτρα. Ἐὰν μεταφέρωμεν τὸ σῶμα ἐπὶ τοῦ Ἥλιου, ὅπου ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι 28 φορές μεγαλύτερα, ἤτοι 28 · 9,81 m/sec<sup>2</sup>, τὸ διανυόμενον διάστημα εἰς 1 sec θὰ εἶναι  $28 \cdot 9,81/2 = 137$

μέτρα. Ἐάν τέλος τὸ σῶμα μεταφερθῆ εἰς τὴν Σελήνην, ὅπου ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος

εἶναι  $0,2 \cdot 9,81 \text{ m/sec}^2$ , τὸ διανυόμενον διάστημα εἶναι  $0,2 \cdot 9,81/2 = 0,98 \text{ m}$ , ἤτοι περίπου 1 μέτρον.



Σχ. 193. Φωτογραφική μέθοδος διὰ τὴν σπουδὴν τῆς κινήσεως σφαιρῶν πιπτούσης ἐλευθέρως.

πλήρη περιστροφὴν, αἱ δὲ ὑποδιαίρεσις εἰς τὴν περιφέρειαν αὐτοῦ ἀντιστοιχοῦν

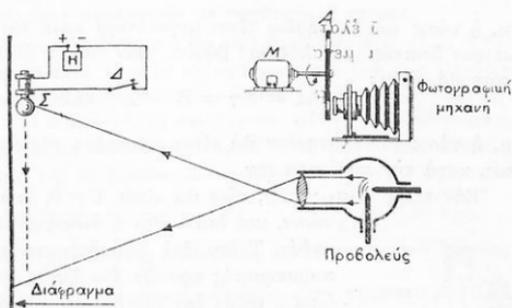
142. Νεωτέρα πειραματικὴ μέθοδος ἀποδείξεως τῶν νόμων τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων. Προκειμένου περὶ τῆς πειραματικῆς ἐπαληθεύσεως τῶν νόμων τῆς ἐλευθέρως πτώσεως τῶν σωμάτων, εἰς παλαιότεραν ἐποχὴν, ἐπειδὴ ἡ τεχνικὴ τῶν πειραματικῶν ἔρευνῶν δὲν ἦτο ἄρκετὰ προηγμένη, αἱ χρησιμοποιούμεναι πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον μέθοδοι συνίσταντο κυρίως εἰς τὴν χρησιμοποίησιν διατάξεων, διὰ τῶν ὁποίων ἐπετυγχάνετο, ὥστε ἡ πτώσις τῶν σωμάτων νὰ εἶναι βραδυτέρα· οὗτω δὲ ἐχρησιμοποιήθησαν διὰ τὴν πειραματικὴν ἔρευναν τῆς ἐλευθέρως πτώσεως τῶν σωμάτων εἴτε ἡ μηχανὴ τοῦ Atwood (σελ. 132) εἴτε τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον (σελ. 130).

Μὲ τὴν ἀπόροδον ὅμως τοῦ χρόνου ἐπενοήθησαν τελειότεραι διατάξεις, διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτυγχάνεται ἡ ἄμεσος ἐπαλήθευσις τῶν νόμων τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων, χωρὶς νὰ ἐπιβραδύνωμεν τὴν κίνησιν πτώσεως αὐτῶν. Ἡ εἰκὼν (σχ. 193) δεικνύει φωτογραφικὴν ἀποτύπωσιν τῶν θέσεων τοῦ πίπτοντος σώματος κατὰ τὰς διαδοχικὰς χρονικὰς μονάδας, ἡ ὁποία ἐπιτυγχάνεται διὰ τῆς φωτογραφικῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 194. Ἡ διάταξις συνίσταται εἰς τὸν διαλείποντα φωτισμὸν τοῦ πίπτοντος σώματος κατ' ἴσα χρονικὰ διαστήματα, ὅτε ἐπὶ τῆς φωτογραφικῆς πλακῶς ἀποτυποῦνται αἱ θέσεις τοῦ σώματος κατὰ τὰ διαδοχικὰ ἴσα χρονικὰ διαστήματα φωτισμοῦ, ἕκαστον τῶν ὁποίων λαμβάνεται ὡς μονὰς χρόνου.

Ἐκτὸς τῆς φωτογραφήσεως τῶν θέσεων τοῦ πίπτοντος σώματος, φωτογραφοῦνται ταυτοχρόνως ἡ θέσις τοῦ δείκτου ὥρολογιακοῦ μηχανισμοῦ, εἰς τὸν ὁποῖον ὁ δείκτης συνεχῶς κινούμενος ἐκτελεῖ εἰς 2 sec μίαν

είς 1/100 sec. Ἡ θέσις τοῦ δείκτου φωτογραφεῖται ταυτοχρόνως μετὰ τῆς θέσεως τοῦ σώματος εἰς ἐκάστην φωτεινὴν ἀναλαμπήν.

Ὁ φακὸς τῆς φωτογραφικῆς μηχανῆς παραμένει εἰς τὸν σκοτεινὸν θάλαμον καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς πτώσεως ἀνοικτὸς καὶ ἐπὶ τῆς φωτογραφικῆς πλακὸς ἀποτυπῶνται ἡ θέσις τοῦ πίπτοντος σώματος κατὰ τὰ διαδοχικὰ χρονικὰ διαστήματα αὐτοῦ, ἐνῶ ταυτοχρόνως ἀποτυπῶνται ἐπὶ τῆς πλακὸς ἡ θέσις τοῦ δείκτου τοῦ ὥρολογιακοῦ μηχανισμοῦ κατὰ τὰς ἀντιστοιχοῦς χρονικὰς στιγμὰς. Ἐπὶ τῆς πλακὸς ἀποτυπῶνται πρὸς τούτοις κλίμαξ εἰς cm, διὰ τῶν ὁποίων μετροῦμεν τὰ διανυόμενα διαστήματα. Ἐκ τῆς φωτογραφικῆς αὐτῆς λήψεως



Σχ. 194. Πλήρης διάταξις διὰ τὴν λήψιν τῆς φωτογραφίας τοῦ σχήματος 193.

δεικνύεται εὐκόλως, ὅτι τὰ διανυόμενα διαστήματα εἶναι ἀνάλογα τῶν τετραγώνων τῶν χρόνων, ὅτι ἡ ταχύτης εἶναι ἀνάλογος τοῦ χρόνου καὶ ἐπομένως ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως εἶναι σταθερὰ καὶ κατὰ μέσον ὄρον ἴση πρὸς 980 cm/sec<sup>2</sup>.

Εἰς τὸ σχῆμα 194 δεικνύεται ἡ διάταξις διὰ τὴν λήψιν τῆς φωτογραφίας. Ἀριστερὰ δεικνύεται συνδεσμολογία ἠλεκτρομαγνήτου μετὰ ἠλεκτρικῆς πηγῆς (H) καὶ διακόπτου Δ. Κατὰ τὸ ἀνοίγημα τοῦ διακόπτου ἡ σφαῖρα πίπτει ἐλευθέρως, ἐνῶ δεξιὰ δεικνύεται ὁ προβολεὺς (τόξον ἀνθρακός), ἡ φωτογραφικὴ μηχανὴ καὶ τὸ διάφραγμα A μετ' ὀπῶν, προσηρμοσμένον ἐπὶ τοῦ ἠλεκτρικοῦ κινητήρος M.

143\*. Ὑπολογισμὸς τῆς ὀλικῆς δυνάμεως, τῆς ἐπενεργούσης ἐπὶ σωμάτων εὐρισκομένων ἐν κινήσει. α) Ἐστω ὅτι σιδηροδρομικὸς συρμὸς εὐρίσκεται ἐν κινήσει, καὶ καλέσωμεν ὀλικὴν δύναμιν ( $F_{ολ}$ ) τὴν πραγματικὴν ἐπὶ τοῦ συρμοῦ ἐπενεργοῦσαν δύναμιν. Ἐφ' ὅσον ὁ συρμὸς κινεῖται ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, γνωρίζομεν, ὅτι ἡ ὀλικὴ δύναμις  $F_{ολ}$ , ἡ ὁποία εἶναι ἡ συνισταμένη τῆς κινητηρίου δυνάμεως  $F_1$  καὶ τῆς τριβῆς  $F_2$ , αἱ δὲ δύο αὐταὶ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, θὰ εἶναι μηδέν, ἤτοι:

$$F_{ολ} = F_1 - F_2 = 0,$$

οὗτω δὲ ὁ συρμὸς δὲν ἔχει ἐπιτάχυνσιν. Ἐὰν ὁμως ὁ συρμὸς ἔχῃ ἐπιτάχυνσιν  $\gamma$ , ἡ κινητήριος δύναμις  $F_1$  πρέπει νὰ ἔχῃ μεγαλυτέραν τιμὴν ἢ προηγουμένως καὶ τότε θὰ εἶναι:

$$F_{ολ} = F_1 - F_2 = m \cdot \gamma.$$

β) Ἐστω ἥδη, ὅτι παρατηρητὴς εὐρίσκεται ἐντὸς ἀνελκυστήρος καὶ κρατεῖ εἰς τὰς χεῖρας του δυναμόμετρον ἀπὸ τοῦ ὁποίου εἶναι ἐξηρητημένον σῶμα μάζης  $m$ . Τὸ ἐλατήριο, ὡς γνωστόν, διατείνεται καὶ ὑφίσταται οὗτω τάσιν  $T$ , ἡ ὁποία εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὸ βάρος  $B = mg$  τοῦ σώματος. Ἐφ' ὅσον ὁ ἀνελκυστήρ ἤρμευε ἢ κινεῖται μετὰ σταθερὰν ταχύτητα, ἡ ὀλικὴ δύναμις ἢ ἐπενεργοῦσα ἐπὶ τοῦ σώματος εἶναι μηδέν. Ἐὰν ὁμως ὁ ἀνελκυστήρ ἀνέρχεται μετὰ ἐπιτάχυνσιν  $\gamma$ , παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἔνδειξις τοῦ δυναμομέτρου αὐξάνεται, τοῦτο δὲ ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς: Εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν, ὑφίσταται ὀλικὴ δύ-

ναμς, ή όποία παρέχεται υπό τής σχέσεως  $F_{ολ} = -m\gamma$ , του άρνητικού σημείου όφειλομένου εις τό ότι ή έπιτάχυνσις  $\gamma$  είναι άντιθέτου διευθύνσεως ή ή έπιτάχυνσις  $g$ , τής όποιás τήν διεύθυνσιν θεωρούμεν ώς θετικήν, και ή όποία ίσοται πρός τήν διαφοράν βάρους και τάσεως, ήτοι :

$$F_{ολ} = -m\gamma = B - T \quad \text{και} \quad T = B + m \cdot \gamma$$

ήτοι, ή τάσις του έλατηρίου είναι μεγαλύτερα κατά τόν όρον  $m\gamma$ , και έπομένως τό δυναμόμετρον δεικνύει μεγαλύτερον βάρος. Έάν όμως ό άνελκυστή κατέρχεται υπό έπιτάχυνσιν  $\gamma$ , τότε θά είναι :

$$F_{ολ} = m\gamma = B - T \quad \text{και} \quad T = B - m \cdot \gamma$$

ήτοι, ή τάσις του έλατηρίου θά είναι μικροτέρα τής άντιστοιχούσης εις τό βάρος του σώματος, κατά τήν ποσότητα  $m\gamma$ .

Έάν τέλος είναι  $\gamma = g$ , τότε θά είναι  $T = 0$ , ήτοι τό δυναμόμετρον δέν θά ύφίσταται

τάσιν, και διά τόυτο ή ένδειξις αυτού θά είναι μηδέν. Τούτο επί παραδείγματι συμβαίνει, όταν παρατηρητής κρατών ένα ζυγόν δι' έλατηρίου, ό όποιος φέρει επί του δίσκου αυτού σώμα βάρους τινός, πηδήση έξ ύψους πρός τό έδαφος, ότε, καθ' όλην τήν διάρκειαν τής κινήσεώς του, ή ένδειξις του ζυγού θά είναι μηδέν (σχ. 195).



Σχ. 195. Όταν πίπτει ό άνθρωπος εις τόν άέρα, τό βάρος του σώματος έκμηδενίζεται.

μηδέν, αλλά θά έχη άπόλυτον τιμήν  $F = m \cdot \gamma$ . Έπειδή όμως ό άνελκυστή έχει βάρος

8 000 kgr\*, θά έχη μάζαν 8 000 kgr ή 800 T.M. μάξης και έπομένως ή έπιταχύνουσα δύναμις, ή όποία συμπίπτει πρός τήν όλικήν δύναμιν, δέν θά είναι μηδέν, αλλά ίση πρός  $F_{ολ} = 800 \cdot 1,2 = 960 \text{ kgr}^*$ , έπομένως θά έχομεν :

$$F_{ολ} = -m\gamma = B - T \quad \text{και} \quad \text{άντικαθιστώντες εύρίσκομεν} :$$

$$F_{ολ} = -960 = 8\ 000 - T \quad \text{και} \quad T = 8\ 000 + 960 = 8\ 960 \text{ kgr}^*$$

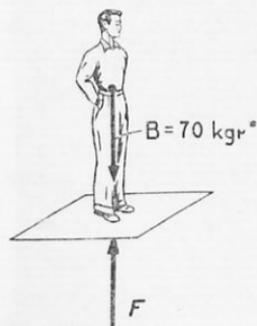
ήτοι ή τάσις του συρματοσχοίνου ηύξήθη κατά 960 kgr\*.

2) "Άνθρωπος έχει βάρος 70 kgr\* και εύρίσκεται έντός άνελκυστήρος, ό όποιος άνέρχεται με έπιτάχυνσιν 2,5 m/sec<sup>2</sup>. Πόση είναι ή δύναμις, τήν όποιαν άσκει τό δάπεδον επί του ανθρώπου (σχ. 197).

Έφ' όσον ό άνελκυστή άκινητεί ή άνέρχεται άνευ έπιταχύνσεως, ό άνθρωπος εύρίσκειται έν ίσορροπία και τό δάπεδον άσκει επ' αυτού δύναμιν ίσην πρός 70 kgr\* διευθυνομένην πρός τά άνω. Όπως ό άνθρωπος έπιταχυνθή πρός τά άνω υπό έπιτάχυνσιν  $\gamma = 2,5 \text{ m/sec}^2$ , άπαιτείται δύναμις  $F = m \cdot \gamma$ . Έάν ληφθῆ  $g = 10 \text{ m/sec}^2$ , ή



Σχ. 196. Η όλική συνισταμένη δύναμις είναι ίση πρός  $B - T$ .



Σχ. 197. Η όλική συνισταμένη δύναμις είναι ίση πρός  $B - F$ .

ήτοι ή τάσις του συρματοσχοίνου ηύξήθη κατά 960 kgr\*.

μάζα του ανθρώπου θά είναι  $70/10 = 7$  T.M. μάζης, και η επιταχύνουσα δύναμις, διευθυνομένη προς τὰ ἄνω, θά είναι  $F = 7 \cdot 2,5 = 17,5 \text{ kg}^*$ , και η ὀλική δύναμις τὴν ὁποίαν θά ἐξασκῆ τὸ δάπεδον ἐπὶ τοῦ ἀνθρώπου θά είναι  $17,5 + 70 = 87,5 \text{ kg}^*$ .

3) Ἀνελκυστήρ βάρους  $2000 \text{ kg}^*$  ἐξαρτᾶται ἀπὸ συρματοσχοίνο, τὸ ὁποῖον εἶναι ἐφροδιασμένον με ἀντίβαρον  $3200 \text{ kg}^*$ . Πόση εἶναι ἡ βραχυτέρα ἀπόστασις, εἰς τὴν ὁποίαν θά σταματήσῃ ὁ ἀνελκυστήρ, διὰν κατέρχεται με ταχύτητα  $2 \text{ m/sec}$ .

Ἡ μεγίστη δύναμις, ἡ ὁποία δύναται νὰ ἐπενεργῆ ἐπὶ τοῦ ἀνελκυστήρος, εἶναι  $3200 - 2000 = 1200 \text{ kg}^*$  διευθυνομένη πρὸς τὰ ἄνω. Ἡ μάζα τοῦ ἀνελκυστήρος, διὰ  $g = 10 \text{ m/sec}^2$ , εἶναι  $m = 2000/10 = 200$  T.M. μάζης, ἡ δὲ ἐπιτάχυνσις τὴν ὁποίαν μεταδίδει εἰς αὐτὸν ἡ δύναμις  $1200 \text{ kg}^*$  εἶναι  $\gamma = 1200/200 = 6 \text{ m/sec}^2$ . Ἡ ἐπιτάχυνσις αὕτη ἔχει διευθύνσιν πρὸς τὰ ἄνω, ὁ δὲ ἀνελκυστήρ θά κινῆται μέχρις ὅτου ἡ ταχύτης αὐτοῦ  $2 \text{ m/sec}$  ἐκμηδενισθῆ.

Ἐὰν ὄθεν ἐφαρμοσῶμεν τὸν τύπον τῆς ἐπιβραδυνομένης κινήσεως,  $v = v_0 - \gamma t$ , και θέσομεν  $v = 0$ ,  $v_0 = 2 \text{ m/sec}$  και  $\gamma = 6 \text{ m/sec}^2$ , εὐρίσκομεν:  $t = \frac{v_0}{\gamma} = \frac{2}{6} = 0,33 \text{ sec}$ .

Εἰς τὸ χρονικὸν τοῦτο διάστημα, ὁ ἀνελκυστήρ θά διανύσῃ διάστημα, ὑπολογιζόμενον ἐκ τοῦ τύπου  $s = v_0 t - \frac{1}{2} \gamma t^2$  και, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀριθμητικῶν δεδομένων, προκύπτει  $s = 0,33 \text{ m}$ .

4) Ἀπὸ τῆς μηχανῆς Atwood (σχ. 192) ἐξαρτῶνται δύο κύλινδροι, τῶν ὁποίων αἱ μάζαι εἶναι  $m_1 = 30 \text{ gr}$  και  $m_2 = 40 \text{ gr}$ . Νὰ ὑπολογισθῆ ἡ ἐπιτάχυνσις και ἡ τάσις τοῦ νήματος. Θεωροῦμεν τὸ σύστημα τῶν δύο μαζῶν ὡς σύνολον και δὲν λαμβάνομεν ὑπ' ὄψιν τὴν μάζαν τοῦ σχοινοῦ, οὗτο δὲ εὐρίσκομεν ὅτι ἡ συνολικὴ δύναμις ἡ ἐπενεργοῦσα ἐπὶ τοῦ συστήματος εἶναι  $F = mg = (m_2 - m_1)g$ . Ἐὰν δέ, χάριν ἀπλουστεύσεως, λάβομεν  $g = 1000 \text{ cm/sec}^2$ , προκύπτει:  $F = (40 - 30)1000 = 10000 \text{ Dyn}$ .

Ἐπειδὴ ὁμοίως, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως  $F$ , ἀμφοτέραι αἱ μάζαι τοῦ συστήματος πρέπει νὰ ἐπιταχύνωνται και λαμβανομένου ὑπ' ὄψιν, ὅτι ἡ συνολικὴ μάζα εἶναι  $m = m_1 + m_2 = 30 + 40 = 70 \text{ gr}$ , θά εἶναι:

$$\gamma = \frac{F}{m} = \frac{10000}{70} = 143 \text{ cm/sec}^2.$$

Πρὸς ὑπολογισμὸν τῆς τάσεως τοῦ νήματος, θεωροῦμεν κατ' ἰδίαν μίαν τῶν μαζῶν, τὴν  $m_2$ . Ἐπ' αὐτῆς ἐπενεργεῖ, ἀφ' ἑνὸς μὲν τὸ βάρος αὐτῆς  $m_2 g$ , διευθυνομένον πρὸς τὰ κάτω και ἀφ' ἑτέρου ἡ τάσις τοῦ νήματος, διευθυνομένη πρὸς τὰ ἄνω· ἐπομένως ἡ δύναμις, ἡ ὁποία προκαλεῖ κίνησιν πρὸς τὰ κάτω τῆς μάζης  $m_2$  ὑπὸ ἐπιτάχυνσιν  $\gamma$ , εἶναι  $m_2 \gamma$  και ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως  $m_2 g - T = m_2 \gamma$ , ἐξ ἧς εὐρίσκομεν:  $T = m_2 (g - \gamma)$ .

Ἐπομένως ἐπὶ τῇ βάσει τῶν δεδομένων, εὐρίσκομεν:  $T = 40(1000 - 143) = 34280 \text{ Dyn}$ .

Ἐὰν ἐξετάσωμεν κατ' ἰδίαν τὴν ἑτέραν τῶν μαζῶν  $m_1$ , βλέπομεν ὅτι ἐπ' αὐτῆς ἐπενεργεῖ τὸ βάρος αὐτῆς  $m_1 g$ , διευθυνομένον πρὸς τὰ κάτω, και ἡ τάσις τοῦ νήματος  $T$  διευθυνομένη πρὸς τὰ ἄνω· ὄθεν ἡ δύναμις ἡ προκαλοῦσα τὴν ἐπιτάχυνσιν αὐτῆς πρὸς τὰ ἄνω θά εἶναι ἡ  $m_1 \gamma$ , ἐπομένως θά ἔχωμεν τὴν ἐξίσωσιν:  $m_1 g - T = -m_1 \gamma$ , ὄθεν:

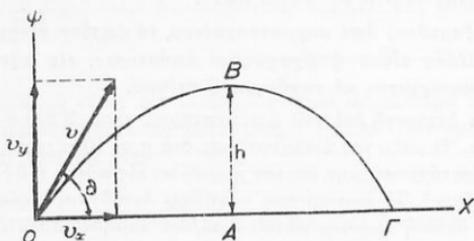
$$T = m_1 (g + \gamma) \quad \eta \quad T = 30(1000 + 143) = 34290 \text{ Dyn}$$

ἴτοι, εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις εὐρίσκομεν τὴν αὐτὴν τιμὴν τάσεως. Ἡ μικρὰ διαφορὰ τιμῶν κατὰ  $10 \text{ Dyn}$  ὀφείλεται εἰς τὰς προσεγγίσεις πού ἐδέχθημεν πρὸς ἀπλουστεύσιν τῶν ὑπολογισμῶν.

144\*. Ἀναλυτικὴ σπουδὴ τῆς βολῆς ὑπὸ γωνίαν. Τὸ πρόβλημα τῆς βολῆς, τόσον τῆς ὀριζοντίας ὅσον και τῆς ὑπὸ γωνίαν, ἐσπουδάσαμεν διὰ γραφικῆς κατασκευῆς εἰς τὴν § 58, ἡ μέθοδος δὲ αὕτη παρέχει εἰς πρώτην προσέγγισιν ἰκανοποιητικὰ ἀποτελέσματα. Ἡδη θά ἐξετάσωμεν τὸ πρόβλημα τῆς βολῆς ὑπὸ γωνίαν δι' ἀναλυτικῆς μεθόδου.

\*Ἐστο ὅτι τὸ σῶμα βάλλεται ὑπὸ ἀρχικὴν ταχύτητα  $v$ , σχηματίζουσαν γωνίαν  $\theta$  ὡς

πρὸς τὸν ὀριζόντιον ἄξονα  $OX$  (σχ. 198). Ἡ τροχιά τοῦ βλήματος γνωρίζομεν ἐκ τῆς γραφικῆς κατασκευῆς, ὅτι εἶναι παραβολή. Πρὸς καθορισμὸν τοῦ μεγίστου ὕψους, εἰς τὸ ὁποῖον ἀνέρχεται τὸ βλήμα, ἀναλύομεν τὴν ἀρχικὴν ταχύτητα  $v$  εἰς δύο ὀρθογωνίους συνιστώσας κατὰ τὸν ἄξονα  $OX$  καὶ  $O\Psi$ , τὰς ὁποίας ἀντιστοίχως παριστῶμεν διὰ  $u_x$  καὶ  $u_y$ . Ἐκ τοῦ σχήματος εὐρίσκομεν εὐκόλως :



Σχ. 198. Διὰ τὴν ἀναλυτικὴν σπουδὴν τῆς βολῆς ὑπὸ γωνίαν.

ἡ ὁποία παραμένει σταθερά, καὶ ἐκ τῆς κατακορύφου βολῆς πρὸς τὰ ἄνω ὑπὸ ἀρχικὴν ταχύτητα  $u_y$ , ἡ ταχύτης δὲ ἀνόδου εἶναι μεταβλητὴ μετὰ τοῦ χρόνου, παρεχομένη ὑπὸ τοῦ τύπου  $u_y - gt$ .

Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, τὸ μέγιστον ὕψος  $h$ , τὸ ὁποῖον ἀποκτᾷ τὸ βλήμα, εἶναι ἴσον πρὸς τὸ μέγιστον ὕψος, τὸ ὁποῖον ἀποκτᾷ τὸ βλήμα βαλλόμενον κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω ὑπὸ τὴν ταχύτητα  $u_y$ , ἥτοι εἶναι :

$$h = \frac{u_y^2}{2g} = \frac{v^2 \eta\mu^2 \theta}{2g} \quad (3)$$

Ἐπειδὴ ἐκ τῆς σπουδῆς τῆς κατακορύφου πρὸς τὰ ἄνω βολῆς γνωρίζομεν ὅτι, ὅσον χρόνον χρειάζεται τὸ κινητὸν διὰ ν' ἀποκτῆσιν τὸ μέγιστον ὕψος, ἴσον χρόνον χρειάζεται διὰ νὰ κατέλθῃ ἐκ τοῦ ὕψους τούτου εἰς τὴν ἀρχικὴν του θέσιν καὶ θὰ ἔχῃ τὴν ἰδίαν ταχύτητα  $u_y$ , τότε ἐάν δεχθῶμεν, ὅτι τὸ σῶμα πίπτει ἐκ τοῦ μεγίστου ὕψους ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, θὰ εἶναι :  $u_y = gt$ , καί :

$$t = \frac{u_y}{g} = \frac{v \eta\mu \theta}{g} \quad (4)$$

Ἐπειδὴ δὲ ὁ χρόνος ἀνόδου εἶναι ἴσος πρὸς τὸν τῆς καθόδου, ἐάν  $T = 2t$  καλέσωμεν τὴν συνολικὴν διάρκειαν ἀνόδου καὶ καθόδου, θὰ ἔχωμεν, ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἐξισώσεως (4) :

$$T = \frac{2 v \eta\mu \theta}{g} \quad (5)$$

Πρὸς ὑπολογισμὸν τῆς ἀποστάσεως  $OG = R$ , ἡ ὁποία παριστᾷ τὸ βεληνεκές, δεχόμεθα ὅτι, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, ὅσον χρόνον χρειάζεται τὸ βλήμα βαλλόμενον κατακορύφως νὰ ἀνέλθῃ καὶ νὰ κατέλθῃ, ἐπὶ τὸν αὐτὸν χρόνον θὰ κινήται τὸ βλήμα ὀριζοντίως ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα  $u_x$ , ἐπομένως θὰ εἶναι :

$$R = u_x \cdot T$$

Ἐάν δὲ εἰς τὸν τύπον τοῦτον ἀντικαταστήσωμεν τὰς τιμὰς τῶν  $u_x$  καὶ  $T$ , λαμβανομένας ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καὶ (5), εὐρίσκομεν :

$$R = \frac{2 v^2 \eta\mu \theta \sigma\upsilon\upsilon \theta}{g}$$

καὶ ἐάν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ὅτι :  $2 \eta\mu \theta \sigma\upsilon\upsilon \theta = \eta\mu 2 \theta$ , προκύπτει :

$$R = \frac{v^2}{g} \eta\mu 2 \theta \quad (6)$$

Έκ του τύπου τούτου παρατηρούμεν, ότι τὸ βεληνεκὲς λαμβάνει τὴν μεγίστην τιμὴν, ὅταν  $2\theta = 90^\circ$  ἢ  $\theta = 45^\circ$ , ὡς τοῦτο δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 199. Ἐξ ἄλλου, ἐπειδὴ :

$$\eta\mu 2\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \eta\mu(\pi - 2\theta) = \eta\mu 2\theta$$

ἔπεται ὅτι, ἐὰν ἡ βολὴ γίνεται ὑπὸ δύο γωνίας,  $\theta$  καὶ  $\frac{\pi}{2} - \theta$ , τῶν ὁποίων τὸ ἄθροισμα εἶναι  $90^\circ$ , δηλ.  $15^\circ$  καὶ  $75^\circ$  ἢ  $30^\circ$  καὶ  $60^\circ$  κ.ο.κ., πραγματοποιεῖται τὸ αὐτὸ βεληνεκὲς, ὡς τοῦτο δεικνύεται ὑπὸ τοῦ σχήματος 199.

**Ἐφαρμογή.** Σφαῖρα βάλεται ὑπὸ ἀρχικὴν ταχύτητα  $50 \text{ m/sec}$ , ἣ ὁποία σχηματίζει γωνίαν  $60^\circ$  πρὸς τὴν ὁριζοντίαν. Νὰ ὑπολογισθῇ :

α) ὁ χρόνος κινήσεως τῆς σφαίρας, β) τὸ μέγιστον ὕψος, γ) τὸ βεληνεκὲς ( $g = 10 \text{ m/sec}^2$ ).

Ὁ χρόνος κινήσεως δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου (5) εἰς τὸν ὁποῖον, ἐὰν ἀντικαταστήσωμεν τὰ δεδομένα, εὐρίσκομεν :

$$T = \frac{2 \cdot 50 \cdot 0,866}{10} = 8,66 \text{ sec.}$$

Τὸ μέγιστον ὕψος ὑπολογίζεται ἐκ τοῦ τύπου (3), ἐκ τοῦ ὁποίου εὐρίσκομεν :

$$h = \frac{(50)^2 \cdot (0,866)^2}{20} = 93,75 \text{ m.}$$

Τὸ βεληνεκὲς ὑπολογίζεται ἐκ τοῦ τύπου (6), ἐξ οὗ εὐρίσκομεν :

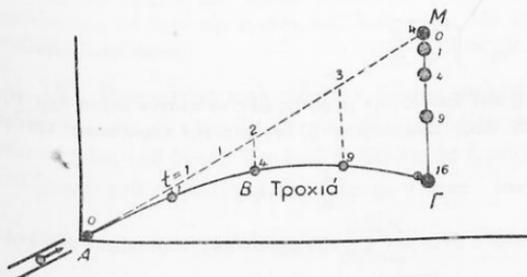
$$R = \frac{50^2 \cdot 0,866}{10} = 216,5 \text{ m.}$$

**145\*.** Πρόβλημα πιθήκου καὶ κυνηγοῦ. Ὑποθέσωμεν, ὅτι κυνηγὸς παρατηρεῖ πῖθηκον ἐπὶ δένδρου καὶ θέλει νὰ κτυπήσῃ αὐτόν. Πρὸς τοῦτο σκοπεύει μὲ τὸ ὄπλον του καί, καθ'

ἣν στιγμὴν τὸ βλήμα ἐκφεύγει ἀπὸ τὴν κάννην τοῦ ὄπλου, ὁ πῖθηκος πίπτει κατακορόφως ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος.

Τὸ βλήμα καὶ ὁ πῖθηκος θὰ συναντηθοῦν εἰς τὸν ἀέρα, ἀνεξαρτήτως τῆς ταχύτητος τοῦ βλήματος.

Πράγματι, ἐὰν φαντασθῶμεν ὅτι δὲν ὑφίσταται ἡ βαρύτης, τὸ μὲν βλήμα θ' ἀκολουθήσῃ τὴν εὐθύγραμμον τροχιάν, ἣ ὁποία δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 200, ἐνθ' ὁ πῖθηκος θὰ παραμένῃ εἰς Μ. Ἐὰν ὁμως ὑποθέσωμεν, ὅτι ὑφίσταται καὶ ἡ βαρύτης, τότε τὸ μὲν βλήμα θ' ἀκολουθῇ τροχιάν ΑΒΓ, ὁ δὲ πῖθηκος θὰ



Σχ. 200. Τὸ βλήμα συναντᾷ πάντοτε τὴν πίπτουσαν σφαῖραν.

σταται καὶ ἡ βαρύτης, τότε τὸ μὲν βλήμα θ' ἀκολουθῇ

ἀκολουθη τὴν τροχίαν ΜΓ. Ἐκ τούτου προκύπτει ὅτι, δι' ἕκαστον κλάσμα δευτερολέπτου, τὸ βλήμα καὶ ὁ πίθηκος διανύουν κατακορυφῶς πρὸς τὰ κάτω ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς βαρύτητος πάντοτε τὸ αὐτὸ διάστημα, οὕτω δὲ τὸ βλήμα συναντᾷ τὸν πίθηκον εἰς Γ. Ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ βλήματος, τόσον μικρότερος θὰ εἶναι ὁ χρόνος συναντήσεως καὶ τόσον μικρότερα ἡ ἀπόστασις ΜΓ.

146\*. Ἐπίδρασις τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος εἰς τὴν πτώσιν τῶν σωμάτων καὶ τὴν βολήν. Εἰς τὰ προηγουμένα ὑπεθέσαμεν, ὅτι τὸ σῶμα ἢ τὸ βλήμα κινεῖται ἐν τῷ κενῷ ἢ, ἐὰν κινῆται εἰς τὸν ἀέρα, ἡ ταχύτης αὐτοῦ εἶναι πολὺ μικρά. Ἐφ' ὅσον ὁμως ἡ ταχύτης τοῦ βλήματος εἶναι μεγάλη, 5 ἕως 100 m/sec καὶ ἄνω, τότε ὑπειέρχεται ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος λόγῳ τριβῆς τοῦ σώματος ἢ τοῦ βλήματος καὶ τοῦ ἀέρος, ἡ ἀντίστασις δὲ αὕτη ἐπιβραδύνει τὴν κίνησιν τοῦ σώματος ἢ τοῦ βλήματος.

Ἐφ' ὅσον ἡ σχετικὴ ταχύτης τοῦ σώματος καὶ ἀέρος εὐρίσκεται ἐντὸς τῶν ἄνω ἐκτεθέντων ὁρίων, ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος μεταβάλλεται κατὰ τοὺς ἀκολουθούτους νόμους, ὅταν τὸ σῶμα ἔχει συμμετρίαν ἐκ περιστροφῆς :

1) Ἀναλόγως τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος.

2) Διὰ σώματα γεωμετρικῶς ὅμοια, εἶναι ἀνάλογος τῆς κυρίας τομῆς τοῦ σώματος.

Ὡς κυρίαν τομὴν τοῦ σώματος νοοῦμεν τὴν μεγίστην ἐγκαρσίαν τομὴν τοῦ σώματος κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως αὐτοῦ.

α) Ἐπίδρασις τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος ἐπὶ τῶν πιπτόντων σωμάτων. Ὅταν τὸ σῶμα πίπτῃ εἰς τὸν ἀέρα, ἐπιτεροῦν δύο δυνάμεις, τὸ βάρος τοῦ  $B = m \cdot g$ , τὸ ὁποῖον καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς πτώσεως παραμένει σταθερὸν, καὶ ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος, ἀντιθετὴ εἰς τὸ βάρος τοῦ σώματος, ἡ ὁποία δὲν εἶναι σταθερά, ἀλλ' αὐξάνεται, ὡς εἶδομεν, ἀναλόγως τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος καὶ παρέχεται ἐκ τοῦ τύπου  $kSv^2$ , ὅπου  $S$  ἡ ἐπιφάνεια τῆς κυρίας τομῆς τοῦ σώματος καὶ  $k$  συντελεστής, ὁ ὁποῖος ἔχει τιμὴν σταθερὰν δι' ὅλα τὰ γεωμετρικῶς ὅμοια σχήματα.

Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι, ἐπειδὴ ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος αὐξάνεται ἀναλόγως τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος, τὸ δὲ βάρος τοῦ σώματος παραμένει σταθερὸν, δι' ὠρισμένην ταχύτητα  $v_{00}$ , τὴν ὁποίαν καλοῦμεν *ὁρικὴν ταχύτητα*, ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἐξουδετερώνει τὸ βάρος τοῦ σώματος, ἤτοι :

$$m \cdot g = k \cdot S \cdot v_{00}^2 \quad (1)$$

Ἀπὸ τῆς στιγμῆς ταύτης παύει ὑφισταμένη ἡ κινητήριος δύναμις καὶ τὸ σῶμα θὰ ἐξακολουθῇ κινούμενον ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, τὴν ὁρικὴν.

Ἐκ τοῦ τύπου (1) ὑπολογίζεται εὐκόλως ἡ ὁρικὴ ταχύτης :

$$v_{00} = \sqrt{\frac{m \cdot g}{k \cdot S}} \quad (2)$$

Ὁ τύπος (2) δύναται νὰ γραφῇ καὶ ὑπὸ ἄλλην μορφήν, ἐὰν τὸ πίπτον σῶμα ἔχῃ τὴν μορφήν σφαίρας καὶ ἀποτελεῖται ἐξ ὕλης πυκνότητος  $\rho$ , ὅτε εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην θὰ εἶναι :

$$S = \pi r^2 \quad \text{καὶ} \quad m = V \cdot \rho = \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \rho$$

Ἐὰν δὲ τὰς ἄνω τιμὰς τῶν  $S$  καὶ  $r$  θέσωμεν εἰς τὴν σχέσιν (2), εὐρίσκομεν εὐκόλως :

$$v_{00} = \sqrt{\frac{4 \text{ gr} \cdot \rho}{3k}}$$

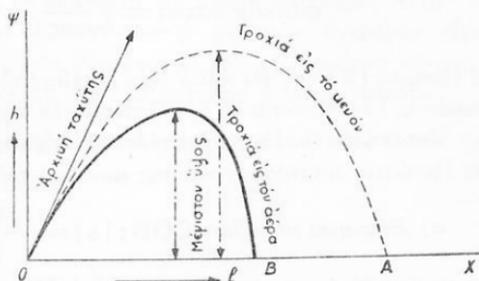
Ἐπὶ τῆς ὁρικῆς ταχύτητος, τὴν ὁποίαν ἀποκοτῶν τὰ σώματα πίπτοντα εἰς τὸν ἀέρα, στηρίζεται ἡ λειτουργία τῶν ἀ λ ε ξ ι π τ ῶ τ ω ν (σχ. 201).

Πράγματι, επειδή το άλεξιπτωτον έχει πολύ μεγάλην επιφάνειαν όταν είναι άνοιχτόν, εϋθύς ως ο άλεξιπτωτιστής εύρεθῆ εἰς τὸν αέρα, ἢ αντίστασις, τὴν ὁποίαν δημιουργεῖ τὸ άλεξιπτωτον, εἶναι πολύ μεγάλη, οὕτω δὲ εἰς βραχύτατον χρονικὸν διάστημα ἐξουδετεροῦται τὸ βάρος τοῦ άλεξιπτωτιστοῦ, χωρὶς οὗτος νά προλάβῃ ν' ἀποκτήσῃ μεγάλην ταχύτητα λόγω ἐπιταχύνσεως.

Ἡ ὁριζή ταχύτης, μετὰ τὴν ὁποίαν φθάνει ὁ άλεξιπτωτιστής εἰς τὸ ἔδαφος, εἶναι ἡ αὐτὴ μετὰ ἐκείνην τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ, ὅταν πηδᾷ ἐξ ὕψους 3-4 μέτρων.



Σχ. 201. Άλεξιπτωτιστής κατερχόμενος.



Σχ. 202. Ἡ αντίστασις τοῦ αέρος ἐλαττώνει τὸ μέγιστον ὕψος καὶ τὸ βεληνεκές.

Ὅταν πίπτῃ λεπτή βροχή (ψυχάλιξη), αἱ σταγόνες τῆς βροχῆς φθάνουν μετὰ πολλὰ μικρὰν ὁριζήν ταχύτητα, ἐνῶ αἱ σταγόνες ραγδαίως βροχῆς φθάνουν μετὰ μεγάλην σχετικῶς ὁριζήν ταχύτητα, διότι τὸ βάρος αὐτῶν ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ αέρος εἰς μεγαλύτερον χρονικὸν διάστημα ἢ εἰς τὰς σταγόνας τῆς λεπτῆς βροχῆς.

β) Ἐπίδρασις τῆς ἀντιστάσεως τοῦ αέρος ἐπὶ τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων. Μεγίστην ἐπίδρασιν ἔχει ἡ ἀντίστασις τοῦ αέρος καὶ ἐπὶ τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων τοῦ πυροβόλου καὶ τῶν βομβῶν ἀεροπλάνου, ἢ ὅποια ἐπιβραδύνει τὴν κίνησιν αὐτῶν (σχ. 202). Ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ βλήματος, τόσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ ἀντίστασις ποὺ συναντᾷ εἰς τὸν αέρα καὶ τόσον περισσότερο ἀπέχει ἡ τροχιά ἀπὸ τῆς παραβολικῆς μορφῆς.

Εἰς τὴν πρῶξιν, κατ' ἀρχὰς ὑπολογίζομεν τὴν θεωρητικὴν τροχιάν τοῦ βλήματος, μὴ λαμβάνοντες ὑπ' ὄψιν τὴν τριβήν, καὶ ἀκολούθως, ἐὰν ὑπάρχῃ ἀνάγκη, ἐπιφέρομεν τὰς ἀπαιτούμενας διορθώσεις.

147. Πυκνότης καὶ εἰδικὸν βάρος σώματος. α) Πυκνότης. Ὡς εἶδομεν (§ 25), ἡ πυκνότης ὁμογενοῦς σώματος ὀρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τῆς μάζης m τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου V αὐτοῦ ἢ ἄλλως, ὡς ἡ μάζα ἢ περιεχομένη εἰς τὴν μονάδα τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος. Οὕτω εἶναι :

$$\text{πυκνότης} = \frac{\text{μάζα}}{\text{ὄγκος}} \quad \text{ἦτοι:} \quad \rho = \frac{m}{V} \quad (1)$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη συνδέει τρία μεγέθη: πυκνότητα, μάζαν καὶ ὄγκον' ἐπομένως, ὅταν δίδονται δύο ἐξ αὐτῶν, ἐκ τῆς ἐξίσωσεως ὑπολογίζεται τὸ τρίτον.

**Διαστάσεις καὶ μονάδες πυκνότητος.** Ἐκ τῆς ἐξίσωσεως (1) δυνάμεθα νά εὑροῦμεν τὰς ἐξισώσεις διαστάσεων καὶ τὰς μονάδας τῆς πυκνότητος.

α) **Σύστημα μονάδων CGS**:  $[\rho] = [ML^{-3}]$  και μονάς: τὸ  $1 \text{ gr/cm}^3$ .

β) **Τεχνικὸν σύστημα (Τ.Σ.)**:  $[\rho] = \frac{[FL^{-1} T^2]}{[L^3]} = [F L^{-4} T^2]$

και μονάς: τὸ  $1 \text{ kgr}^* \cdot \text{m}^{-4} \cdot \text{sec}^2$ .

β) **Εἰδικὸν βάρος**. Καλοῦμεν εἰδικὸν βάρος σώματος ὁμογενοῦς τὸ πηλίκον τοῦ βάρους  $B$  σώματος διὰ τοῦ ὄγκου  $V$  αὐτοῦ, ἢ ἄλλως, τὸ βάρος τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν μονάδα ὄγκου τοῦ σώματος. Οὕτως εἶναι:

$$\text{εἰδικὸν βάρος} = \frac{\text{βάρος}}{\text{ὄγκος}} \quad \text{ἦτοι:} \quad \varepsilon = \frac{B}{V} \quad (2)$$

Ἡ ἐξίσωσις (2) συνδέει πάλιν τρία μεγέθη: τὸ βάρος, τὸν ὄγκον καὶ τὸ εἰδ. βάρος ἐπομένως, ἐὰν δίδωνται τὰ δύο ἐξ αὐτῶν, ἐκ τῆς ἐξισώσεως ὑπολογίζεται τὸ τρίτον.

**Διαστάσεις καὶ μονάδες εἰδικοῦ βάρους**. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2) εὐρίσκομεν τὰς ἐξισώσεις διαστάσεων καὶ τὰς μονάδας τοῦ εἰδικοῦ βάρους:

α) **Σύστημα μονάδων CGS**:  $[\varepsilon] = \frac{[MLT^{-2}]}{[L^3]} = [M L^{-2} T^{-2}]$

και μονάς: τὸ  $1 \text{ gr} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sec}^{-2}$  ἢ  $1 \text{ Dyn/cm}^3$ .

β) **Τεχνικὸν σύστημα (Τ.Σ.)**:  $[\varepsilon] = [FL^{-3}]$  και μονάς: τὸ  $1 \text{ kgr}^*/\text{m}^3$ .

Ἐν τῇ πράξει γίνεται πολλάκις χρῆσις καὶ τῆς μονάδος  $1 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$ .

Ἡ ἐξίσωσις (2) δύναται νὰ λάβῃ καὶ ἄλλην μορφήν, ἐὰν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν, ὅτι  $B = mg$ , ὅπου  $m$  ἡ μᾶζα τοῦ σώματος. Πράγματι, εἶναι  $\varepsilon = m \cdot g/V$ , ἐξ ἧς, λαμβανομένου ὑπ' ὄψιν ὅτι  $m/V = \rho$ , προκύπτει:

$$\varepsilon = \rho \cdot g \quad (3)$$

ἦτοι: τὸ εἰδικὸν βάρος σώματος ἰσοῦται πρὸς τὴν πυκνότητα αὐτοῦ ἐπὶ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος.

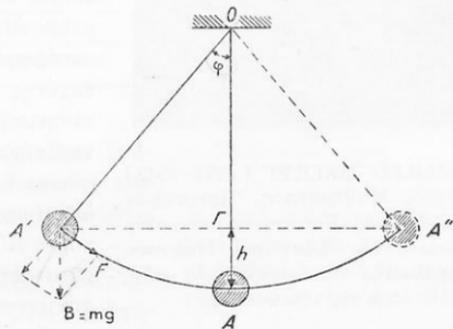
**Παρατήρησις**. Ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ, εἰς τὸ Τ.Σ. ἀντὶ τῆς μᾶζης  $m$  χρησιμοποιεῖται τὸ πηλίκον  $B/g$ , ὅπου  $B$  τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ  $g$  ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος, κατ' ἀνάλογον δὲ τρόπον, ἀντὶ τῆς πυκνότητος χρησιμοποιεῖται τὸ εἰδικὸν βάρος, διαιρεθὲν διὰ τοῦ  $g$ . Ἐφ' ὅσον τὸ εἰδικὸν βάρος ἐκφράζεται εἰς  $\text{gr}^*/\text{cm}^3$  καὶ ἡ πυκνότης εἰς  $\text{gr}/\text{cm}^3$ , αἱ ἀριθμητικαὶ τιμαὶ τῶν δύο τούτων μεγεθῶν συμπίπτουν. Οὕτως ἡ πυκνότης τοῦ ἀργιλοῦ εἶναι  $2,7 \text{ gr}/\text{cm}^3$ , ἀλλὰ καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος αὐτοῦ ἐκφράζεται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ, ἦτοι εἶναι  $2,7 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$ . Τοῦτο εἶναι ἄμεσος συνέπεια τῆς σχέσεως (3), ἐὰν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν, ὅτι  $1 \text{ gr}^* = 981 \text{ Dyn}$ . Διὰ τὸν λόγον τοῦτον, ἐσφαλμένως ὅμως, γίνεται πολλάκις ἀδιακρίτως χρῆσις τῶν ὀρων **πυκνότης** καὶ **εἰδικὸν βάρος**, ἐφ' ὅσον οὗτοι ὑποδηλοῦν μεγέθη ἐντελῶς διαφόρου φύσεως.

Εἰς τὰ ἀνωτέρω δέον νὰ προσεθῇ ὅτι, ὅταν ἡ πυκνότης ἐκφράζεται εἰς  $\text{gr}/\text{cm}^3$  καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος εἰς  $\text{gr}^*/\text{cm}^3$ , ἀμφοτέρω τὰ μεγέθη δὲν εἶναι ἐκπεφρασμένα εἰς τὸ αὐτὸ σύστημα μονάδων, διότι ἡ πυκνότης ἐκφράζεται εἰς τὸ CGS, ἐνῶ τὸ εἰδικὸν βάρος ἐκφράζεται εἰς θεμελιώδεις μονάδας εἰς οὐδὲν ἐκ τῶν δύο συστημάτων ἀνηκούσας.

## ΕΚΚΡΕΜΕΣ

148. Ἡ σπουδὴ τοῦ ἐκκρεμοῦς διαιρεῖται εἰς δύο μέρη: εἰς τὴν σπουδὴν τοῦ ἀπλοῦ ἢ *μαθηματικοῦ* ἐκκρεμοῦς καὶ εἰς τὴν τοῦ *φυσικοῦ* ἢ *συνθέτου* ἐκκρεμοῦς, τοῦ ὁποίου ὅμως ἡ σπουδὴ ἐκφεύγει τῶν ὁρίων τοῦ βιβλίου. Εἰς τὴν Φυσικὴν, *καλοῦμεν ἀπλοῦν ἐκκρεμὲς ὑλικὸν σημεῖον ἐξηρητημένον ἀπὸ ἀκλονήτου σημείου διὰ νήματος ἀνευ βάρους καὶ μὴ ἐλαστικοῦ*. Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τούτου προκύπτει, ὅτι τὸ ἀπλοῦν ἐκκρεμὲς ἀποτελεῖ ἔννοια καθαρῶς θεωρητικὴν, μὴ δυναμένην νὰ πραγματοποιηθῇ, εἰς τοῦτο δὲ ὀφείλεται καὶ ὁ χαρακτηρισμὸς αὐτοῦ ὡς μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς· τουναντίον, τὸ *σύνθετον ἢ φυσικὸν ἐκκρεμὲς εἶναι πραγματοποιήσιμον καὶ συνίσταται ἐκ σώματος βαρέος, δυναμένου νὰ περιστρέφεται περὶ ἄξονα μὴ διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ*.

149. Σπουδὴ τῆς κινήσεως τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς. Ἐστω ὑλικὸν σημεῖον σφαιρικοῦ σώματος μάζης  $m$ , ἐξηρητημένον διὰ νήματος ἀπὸ τοῦ σημείου  $O$  (σχ. 203), ἐνῶ  $B$  παριστᾷ τὸ βάρος αὐτοῦ. Τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἰσορροπεῖ μόνον κατὰ τὴν κατακόρυφον, διότι τότε τὸ βάρος ἐξουδετεροῦται ὑπὸ ἴσης δυνάμεως ἐξασκουμένης ἐπὶ τοῦ ὑλικοῦ σημείου ἀπὸ τὸ σημεῖον ἐξαρτήσεως μέσῳ τοῦ νήματος. Ἐάν ὅμως ἐκτοπίσωμεν τὸ ἐκκρεμὲς καὶ φέρωμεν τοῦτο εἰς τὴν θέσιν  $A'$ , ὥστε νὰ ὑποστῇ τοῦτο τὴν κατακόρυφον ἀνύψωσιν



Σχ. 203. Κίνησις αιώρησεων ἐκκρεμοῦς.

ΑΓ, εἰς τὴν νέαν θέσιν τὸ ἐκκρεμὲς δὲν ἰσορροπεῖ. Πράγματι, τὸ βάρος αὐτοῦ  $B = mg$  δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς δύο συνιστώσας, μίαν κατὰ τὴν προέκτασιν τοῦ νήματος  $OA'$ , ἐξουδετερουμένην ὑπὸ τῆς ἐξαρτήσεως, καὶ ἑτέραν, τὴν  $F$ , συνεπεία τῆς ὁποίας τὸ ἐκκρεμὲς, ὅταν ἀφεθῇ ἐλεύθερον, κινεῖται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως ταύτης. Ἐάν διὰ  $\varphi$  παραστήσωμεν τὴν γωνίαν  $A'OA$  τότε, ὡς ἐκ τοῦ σχήματος φαίνεται, εἶναι  $F = mg \cdot \eta\mu\varphi$ , ἥτοι ἡ κινητήριος συνιστώσα τοῦ ἐκκρεμοῦς, ἐφ' ὅσον τοῦτο κατέρχεται ἐκ τοῦ  $A'$  πρὸς  $A$  διαγράφον τὸ τόξον  $A'A$ , βαίνει ἐλαττωμένη καὶ μηδενίζεται, ὅταν τὸ ἐκκρεμὲς φθάσῃ εἰς τὴν ἀρχικὴν θέσιν  $OA$  τῆς ἰσορροπίας του. Μολονότι ὅμως ἡ κινητήριος συνιστώσα εἰς τὴν θέσιν  $OA$  μηδενίζεται, τὸ ἐκκρεμὲς δὲν ἰσορροπεῖ, ἀλλ' ἐξακολουθεῖ κινούμενον ἕνεκα τοῦ ἀκολουθοῦ λόγου: Ὅταν τὸ ἐκκρεμὲς φέρεται ἐκ τῆς θέσεως  $OA$  εἰς τὴν  $OA'$ , ὑφίσταται τὴν κατακόρυφον ἀνύψωσιν  $AG$ , συνεπεία δὲ τούτου καταναλίσκεται ἕξωθεν ἔργον  $A = mg \cdot h$ , τὸ ὁποῖον ὅμως δὲν χάνεται, ἀλλ' ἀποταμιεύεται εἰς τὴν νέαν θέσιν τοῦ ἐκκρεμοῦς ὡς δυναμικὴ ἐνέργεια. Ὅταν ὅμως τὸ ἐκκρεμὲς ἀφεθῇ ἐλεύθερον καὶ φέρεται ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῆς κινητηρίου συνιστώσεως πρὸς τὰ

κάτω, επιταχύνεται και αποκτᾶ κινητικήν ἐνέργειαν. Κατὰ τὴν διαδρομὴν ὄθεν ὕλικου σημείου ἀπὸ  $A'$  εἰς  $A$ , ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς κινητικήν,



**GALILEO GALILEI** (1564-1642)  
Ἰταλὸς Μαθηματικὸς, Ἀστρονόμος  
καὶ Φυσικὸς. Καθηγητὴς τῶν μαθη-  
ματικῶν εἰς Πίζαν καὶ Πάδουαν.  
Θεμελιωτὴς τῆς πειραματικῆς μεθό-  
δου εἰς τὴν Φυσικήν.

ὅταν δὲ τὸ ἐκκρεμὲς διέρχεται διὰ τῆς θέσεως ἰσορροπίας  $OA$ , ὅλη ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια ἔχει μετατραπῆ εἰς κινητικήν καὶ εἰς τὴν θέσιν ταύτην τὸ ὕλικὸν σημεῖον ἔχει τὴν μεγίστην ταχύτητα. Ἀλλὰ λόγῳ τῆς κτηθείσης ταχύτητος τὸ ὕλικὸν σημεῖον ἐξακολουθεῖ κινούμενον καὶ πέραν τῆς θέσεως  $OA$ , διαγράφον τὸ τόξον  $AA''$ . Κατὰ τὴν διάρκειαν ὅμως τῆς κινήσεως αὐτοῦ κατὰ μῆκος τοῦ τόξου τούτου, ἡ κίνησις εἶναι επιβραδυνόμενη. Συνεπεία τούτου, ἐνῶ τὸ ἐκκρεμὲς ἀνέρχεται ἐκ νέου καὶ αποκτᾶ δυναμικὴν ἐνέργειαν, ἡ κινητικὴ αὐτοῦ ἐνέργεια ἐλαττοῦται καί, ὅταν τὸ ἐκκρεμὲς φθάσῃ εἰς τὸ σημεῖον  $A''$ , τὸ ὅποῖον εὐρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ κατακόρυφον ὕψος ἀπὸ τοῦ  $A$ , ὡς καὶ τὸ  $A'$ , ἡ ταχύτης τοῦ ἐκκρεμοῦς μηδενίζεται καὶ ὅλη ἡ κινητικὴ του ἐνέργεια ἔχει μετατραπῆ εἰς δυναμικὴν. Εἰς τὴν θέσιν  $A''$  τὸ ἐκκρεμὲς εὐρίσκεται ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας ὡς εἰς  $A'$ , καὶ ἐπομένως ἄρχεται κατερχόμενον, διαγράφον τὸ τόξον  $A''A$ , ἐνῶ ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια αὐτοῦ μετατρέπεται ἐκ νέου εἰς κινητικήν. Ὅταν τοῦτο πάλιν διέλθῃ διὰ τοῦ  $A$ , ἐξακολουθεῖ κινούμενον κατὰ μῆκος τοῦ τόξου  $AA'$ , ἡ δὲ κ-

ινητικὴ του ἐνέργεια μετατρέπεται ἐκ νέου εἰς δυναμικὴν καὶ τὸ φαινόμενον τοῦτο, ἐφ' ὅσον δὲν λαμβάνουν χώραν ἀπώλειαι ἐνεργείας, ἐξακολουθεῖ ἐπ' ἄπειρον.

Τὴν ὡς ἄνω κίνησιν τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς καλοῦμεν *κίνησιν αἰωρήσεων ἢ ταλαντώσεων*. Συνίσταται δὲ αὕτη εἰς τὴν περιοδικὴν μεταβολὴν τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἰς κινητικήν καὶ τἀνάπαλιν. Εἰς τὰ σημεῖα  $A'$  καὶ  $A''$  ἡ ἐνέργεια τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι δυναμικὴ καὶ εἰς  $A$  εἶναι κινητικὴ, ἐνῶ εἰς τὰς ἐνδιάμεσους θέσεις εἶναι ἐν μέρει δυναμικὴ καὶ ἐν μέρει κινητικὴ. Τὸ ἄθροισμα δὲ αὐτῶν εἶναι πάντοτε ἴσον πρὸς τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν εἰς  $A'$  ἢ  $A''$  ἢ πρὸς τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν εἰς  $A$ .

**150. Νόμοι κινήσεως τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς.** Ἡ μετάβασις τοῦ ἐκκρεμοῦς (σχ. 203) ἀπὸ τῆς θέσεως  $OA'$  εἰς τὴν  $OA''$  καλεῖται *ἀπλῆ αἰώρησις* καὶ ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος πρὸς τοῦτο *διάρκεια τῆς ἀπλῆς αἰωρήσεως*. Ἡ μετάβασις τοῦ ἐκκρεμοῦς ἀπὸ τῆς θέσεως  $OA'$  εἰς  $OA''$  καὶ ἡ ἐπ' αὐτὴν ἀπόδοσις ἐκ νέου εἰς τὴν θέσιν  $OA'$  ἀποτελεῖ *πλήρη αἰώρησιν*, ὁ δὲ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος πρὸς τοῦτο καλεῖται *περίοδος* τῆς κινήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς. Τὸ μῆκος  $OA$  καλεῖται *μῆκος τοῦ*

άπλου εκκρεμοῦς, ἡ δὲ γωνία Α'ΟΑ'' καλεῖται **πλάτος** τῆς αἰωρήσεως. Πολλάκις ὡς πλάτος τῆς αἰωρήσεως λαμβάνεται τὸ ἕμισυ τῆς ἀνωτέρω γωνίας καί, προκειμένου περὶ αἰωρήσεων μικροῦ πλάτους, τοῦτο καθορίζεται ἐκ τοῦ μήκους τοῦ τόξου Α'Α'' εἰς cm, ὅποτε ἐξ αὐτοῦ δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν γωνίαν Α'ΟΑ'. Τούτων δοθέντων, ἐὰν T καλέσωμεν τὴν περίοδον κινήσεως τοῦ εκκρεμοῦς, l τὸ μήκος αὐτοῦ καὶ ὑποθέσωμεν, ὅτι τὸ πλάτος τῶν αἰωρήσεων εἶναι μικρόν, μὴ ὑπερβαῖνον τὰς 2<sup>ο</sup> ἕως 3<sup>ο</sup>, οἱ νόμοι τοῦ εκκρεμοῦς περιλαμβάνονται εἰς τὸν τύπον :

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

ἢτοι :

$$\text{περίοδος} = 2 \pi \sqrt{\frac{\text{μῆκος εκκρεμοῦς}}{\text{ἐπιτάχυνσις βαρύτητος}}}$$

καὶ διατυπῶνται ὡς ἀκολούθως :

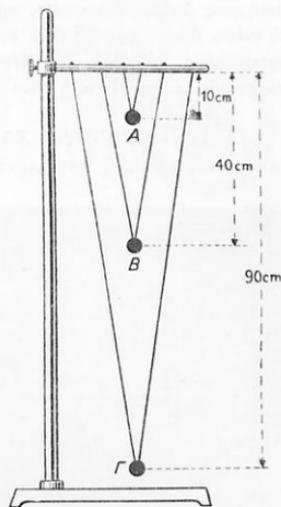
**1. Αἱ αἰωρήσεις μικροῦ πλάτους εἶναι ἰσόχρονοι·** ἢ κατ' ἄλλην διατύπωσιν, ἡ περίοδος τῆς κινήσεως δὲν ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ πλάτους τῶν αἰωρήσεων.

Ὁ νόμος οὗτος ἀποδεικνύεται ὡς ἐξῆς : Ἐὰν ἐκτοπίσωμεν ἐν εκκρεμῆς, ὡς εἰς τὸ σχῆμα 204, καὶ ἀφήσωμεν αὐτὸ ἐλεύθερον, δυνάμεθα μετροῦντες διὰ χρονόμετρον τὴν διάρκειαν π.χ. 50 αἰωρήσεων, νὰ προσδιορίσωμεν τὴν περίοδον τοῦ εκκρεμοῦς. Ἐκ τῆς παρατηρήσεως ταύτης δεικνύεται ὅτι, ἐφ' ὅσον ἡ ἀρχικὴ ἐκτροπὴ τοῦ εκκρεμοῦς εἶναι μικρὰ (δηλ. τάξεως μεγέθους 1 - 10 cm), ἡ περίοδος τῆς κινήσεως εὐρίσκεται πάντοτε ἀνεξάρτητος τοῦ πλάτους. Ἡ ἀνωτέρω ιδιότης τοῦ εκκρεμοῦς χρησιμοποιεῖται πρακτικῶς εἰς τὴν κατασκευὴν ὥρολογίων πρὸς μέτρησιν τοῦ χρόνου.

**2. Ἡ περίοδος τῆς κινήσεως εἶναι ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τοῦ μήκους τοῦ εκκρεμοῦς.**

Ὁ νόμος οὗτος ἐπαληθεύεται διὰ χρησιμοποίησεως διαφόρων πρακτικῶς ἀπλῶν εκκρεμῶν διαφόρου μήκους (σχ. 204). Οὕτω κατ' ὄν χρόνον τὸ εκκρεμὲς μήκους 90 cm ἐκτελεῖ μίαν πλήρη αἰωρήσιν, τὸ εκκρεμὲς μήκους 40 cm ἐκτελεῖ δύο πλήρεις αἰωρήσεις καὶ τὸ εκκρεμὲς 10 cm ἐκτελεῖ τρεῖς πλήρεις αἰωρήσεις.

Ἐκ τοῦ αὐτοῦ τύπου συνάγομεν, ὅτι ἡ περίοδος τῆς κινήσεως ἐξαρτᾶται καὶ ἀπὸ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος. Τοῦτο δὲ ἔχει σπουδαιότατην σημασίαν, διότι ἐπιτρέπει τὴν διὰ τοῦ εκκρεμοῦς μέτρησιν τῆς ἐπιτάχυνσεως τῆς βαρύτητος καὶ τῆς



Σχ. 204. Τὰ μήκη τοῦ εκκρεμοῦς ἔχουν πρὸς ἄλληλα ὡς οἱ ἀριθμοὶ 1 : 4 : 9, ὅτε αἱ περίοδοι αὐτῶν εἶναι ὡς 1 : 2 : 3.

μεταβολῆς αὐτῆς· μέθοδος ἣτις ἀποτελεῖ μίαν τῶν ἀκριβεστέρων πρὸς μέτρησιν τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος.

**Παρατήρησις.** Ἐκ τοῦ πειράματος δεικνύεται ὅτι· ἡ περίοδος ἐνὸς πρακτικῶς ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς μάζης. Τοῦτο ἀποδεικνύεται συνήθως διὰ τῆς χρησιμοποήσεως ἀπλῶν ἐκκρεμῶν, πραγματοποιουμένων ἐκ νήματος λεπτοῦ τοῦ αὐτοῦ μήκους, εἰ τὸ κάτω ἄκρον τῶν ὁποίων ἐξαρτῶνται μικραὶ σφαιραὶ ἐκ διαφόρου οὐσίας, π.χ. μολύβδου, ὀρειχάλκου, χάλυβος, ἔλεφαντοστοῦ κτλ., ὅποτε διὰ προσδιορισμοῦ τῆς περιόδου αὐτῶν βλέπομεν, ὅτι αὕτη εἶναι ἡ ἴδια δι' ὅλα τὰ ἐκκρεμῆ.

**151. Ἐφαρμογαὶ τοῦ ἐκκρεμοῦς.** Μία τῶν κυριωτέρων ἐφαρμογῶν τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἡ χρησιμοποίησις αὐτοῦ πρὸς προσδιορισμὸν τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος, ἣτοι τοῦ  $g$ . Οὕτως ἐὰν τὸν τύπον τῆς σελ. 145, τὸν παρέχοντα τὴν ἐξίσωσιν τῆς κινήσεως ἐκκρεμοῦς, ἐπιλύσωμεν ὡς πρὸς  $g$ , λαμβάνομεν :

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$



Ὁ Γαλιλαῖος εἰς νεαρὰν ἡλικίαν παρετήρησε τὰς αἰωρήσεις τοῦ πολυελαίου τοῦ καθεδρικοῦ ναοῦ τῆς Πίζης μετρῶν τὸν χρόνον μὲ τὸν σφυγμὸν του. Ἡ παρατήρησις αὕτη τὸν ὠδήγησεν εἰς τὴν ἀνακάλυψιν τοῦ ὁρολογιακοῦ ἐκκρεμοῦς.

Ἐκ τοῦ αὐτοῦ τύπου, λύοντες αὐτὸν ὡς πρὸς  $l$ , δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ μήκος τοῦ ἔχοντος περίοδον 2 sec ἐκκρεμοῦς, τὸ ὁποῖον διὰ τόπον, ὅπου ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος εἶναι  $981 \text{ cm/sec}^2$ , ἴσοῦται περίπου πρὸς 99,4 cm. Τοιοῦτον ἐκκρεμὲς καλεῖται **ἐκκρεμὲς δευτερολέπτων**, διότι ἡ ἀπλῆ αἰώρησις αὐτοῦ ἔχει διάρκειαν 1 sec.

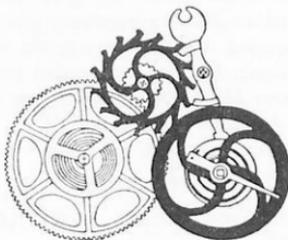
Εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς δεχόμεθα, ὅτι τὸ ἐκκρεμὲς δευτερολέπτων εἰς τὰ μέσα πλάτη ἔχει μήκος περίπου 1 m. Εἶναι φανερόν, ὅτι τὸ ἐκκρεμὲς δευτερολέπτων ἔχει διάφορον μήκος εἰς τὸν Ἰσημερινὸν ἢ εἰς τοὺς πόλους τῆς Γῆς, λόγῳ μεταβολῆς τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος.

**152. Ὁρολογιακὸν ἐκκρεμὲς.** Εἰς τὸ σύνθετον ἐκκρεμὲς, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ καὶ τὸ πρακτικῶς πραγματοποιήσιμον ἐκκρεμὲς, ἐφ' ὅσον δὲν ὑφίστανται ἀπώλειαι ἐκ τριβῆς, ἢ κινήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς, ἀπαξ ὡς τοῦτο ἐκτραπῆ τῆς θέσεως ἰσορροπίας, διατηρεῖται ἐπ' ἄπειρον, τοῦ πλάτους τῆς αἰωρήσεως διατηρουμένου σταθεροῦ. Εἰς τὴν πραγματικότητά ὁμοῦς, ἐπειδὴ ἡ τελεία ἐκμηδένισις τῆς τριβῆς εἶναι εἰς ἡμᾶς ἀδύνατος, τὸ πλάτος τῶν αἰωρήσεων δὲν διατηρεῖται σταθερόν, ἀλλὰ συνεχῶς ἐλαττοῦται, διότι μέρος τῆς διατιθεμένης ἐνεργείας, μεθ' ἐκάστην μετατροπὴν τῆς ἐνεργείας ἀπὸ δυναμικῆς εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν καὶ τάνάταλιν, καταναλίσκεται εἰς τὴν ὑπερνίκησιν τῶν τριβῶν, οὕτω δὲ ἐπέρχεται στιγμὴ, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ ἐκκρεμὲς ἠρμεῖ, ὅτε ὅλη ἡ ἀρχικῶς ἀποταμιευθεῖσα εἰς αὐτὸ ἐνέργεια καταναλώθη ὑπὸ τῆς τριβῆς· διὰ νὰ τεθῆ δὲ πάλιν τὸ ἐκκρεμὲς εἰς κίνησιν πρέπει νὰ ἐκποπίσωμεν ἐκ νέου αὐτὸ ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσορροπίας διὰ καταναλώσεως ἑξῶθεν ἰσοπόσου ἔρ-

γυ. 'Εάν ὁμῶς ἔχωμεν λάβει πρόνοιαν νὰ ἀντικαθιστῶμεν μεθ' ἐκάστην αἰώρησιν τὸ καταναλωθὲν εἰς τριβὴν ποσὸν ἐνεργείας, τότε εἶναι δυνατόν νὰ διατηρητῆι τὸ πλάτος τῆς αἰωρήσεως σταθερόν, ἢ μέθοδος δὲ αὐτὴ ἐφαρμόζεται εἰς τὰ ὄρολογιακὰ ἐκκρεμῆ.

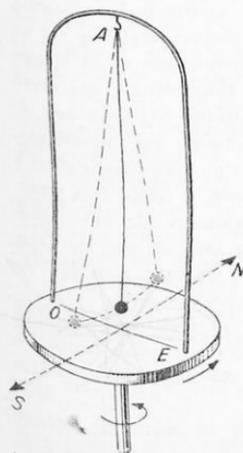
Εἰς παλαιότεραν ἐποχὴν, διὰ τὴν διατήρησιν τῆς κινήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς ἐπὶ ὀρισμένον χρονικὸν διάστημα, ἐχρησιμοποιεῖτο ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια σώματος συνδεδεμένου καταλλήλως πρὸς τὸν ὄρολογιακὸν μηχανισμόν διὰ σχοινίου, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 11δ.

Σήμερον χρησιμοποιεῖται κατὰ κανόνα ἐλατήριο (σχ. 205), τὸ ὁποῖον διὰ καταναλώσεως ἔξωθεν ἔργου (κούρδισμα ὄρολογίου) ἀποκτᾷ δυναμικὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποίαν ἀκολούθως μεταδίδει μέσῳ τοῦ ὄρολογιακοῦ μηχανισμοῦ ρυθμικῶς καὶ οὕτω διατηρεῖ τὴν κίνησιν αὐτοῦ. Οὕτω εἰς τὸ σχ. 205 τὸ ἔν ἄκρον τοῦ ἐλικοειδοῦς ἐλατηρίου εἶναι στερεωμένον ἐπὶ τοῦ αἰωρηκοῦ (δεξιά), ὅστις οὕτω ἐκτελεῖ ταλαντώσεις. Ἡ πρὸς τοῦτο ἀπαιτούμενη ἐνέργεια παρέχεται ὑπὸ ἰσχυροῦ ἐλατηρίου (ἀριστερὰ) διὰ μέσου ὀδοντωτῶν τροχῶν, τοῦ τροχοῦ διαφυγῆς (μέσον ἄνω) καὶ τῆς ἀγκύρας (δεξιὰ ἄνω).



Σχ. 205. Μηχανισμὸς ὄρολογίου τσέπης.

153\*. **Ἐκκρεμὲς Foucault.** Ἡ διάταξις αὕτη ἐχρησιμοποιήθη τὸ πρῶτον ὑπὸ τοῦ **Foucault** πρὸς ἀπόδειξιν τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς. Ἡ ἀπόδειξις αὕτη στηρίζεται ἐπὶ τῆς ιδιότητος, τὴν ὁποίαν ἔχει τὸ ἐκκρεμὲς νὰ διατηρῆ ἀμετάβλητον τὸ ἐπίπεδον τῆς αἰωρήσεως αὐτοῦ. Πράγματι, ἡ δύναμις ἢ προκαλοῦσα τὴν κίνησιν τοῦ ἐκκρεμοῦς ἐπενεργεῖ ἐν τῷ κατακόρυφῳ ἐπιπέδῳ, ἐντὸς τοῦ ὁποίου αἰωρεῖται τὸ ἐκκρεμὲς, ὅπερ, ὡς ἐκ τούτου, διατηρεῖ τὸ ἐπίπεδον αἰωρήσεως αὐτοῦ ἀμετάβλητον καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν ἀκόμη, καθ' ἣν ἐπὶ τοῦ νήματος ἔξαρτήσεως ἐπενεργεῖ δύναμις τείνουσα νὰ προκαλέσῃ στρέψιν τοῦ νήματος· διότι αὕτη ὡς μόνον ἀποτέλεσμα ἔχει νὰ περιστρέψῃ τὸ νῆμα καὶ τὸ ἐξ αὐτοῦ ἐξηρηγμένον σῶμα περὶ ἑαυτό. Τὴν ὡς ἄνω διατήρησιν τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς δυνάμεθα νὰ δεῖξωμεν διὰ τῆς εἰς τὸ σχῆμα 206 εἰκονιζομένης διατάξεως. Αὕτη ἀποτελεῖται ἐκ μεταλλικοῦ πλαισίου OAE διατασσομένου κατακόρυφως καὶ δυναμένου νὰ τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν περὶ κατακόρυφον ἄξονα τῆ βοηθητικῆ καταλλήλου περιστροφικῆς μηχανῆς. Ἀπὸ τοῦ σημείου A ἐξαρτᾶται διὰ νήματος μικρὰ σφαῖρα, ἢ ὁποία ἀποτελεῖ ἐκκρεμὲς. Ἐάν θέσωμεν εἰς κίνησιν τὸ ἐκκρεμὲς οὕτως, ὥστε τοῦτο νὰ ἐκτελῇ αἰωρήσεις, καὶ περιστρέψωμεν κατὰ τὴν πλαισίον περὶ κατακόρυφον ἄξονα, παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ ἐκκρεμὲς διατηρεῖ τὸ ἀρχικὸν ἐπίπεδον αἰωρήσεως αὐτοῦ.



Σχ. 206. Πειραματικὴ διάταξις διὰ τὸ ἐκκρεμὲς Foucault.

Ἡ ὡς ἄνω περίπτωσις τῆς διατηρήσεως τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς πραγματοποιεῖται ἀπολύτως ἐπὶ τῶν πόλων τῆς Γῆς καὶ διὰ παρατηρητὴν εὐρισκόμενον ἔξω τῆς Γῆς. Διὰ παρατηρητὴν ὁμῶς, ὁ ὁποῖος συμμετεῖχε τῆς κινήσεως τῆς Γῆς, τὸ ἐπίπεδον αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς φαίνεται στρεφόμενον κατὰ φερὰν ἀντίθετον τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς καὶ ἐντὸς μίας ἡμέρας ἐκτελεῖ μίαν πλήρη περιστροφὴν. Ἐάν δὲ δεχθῶμεν, ὅτι τὸ ἐπίπεδον αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς ἐντὸς 24 ὡρῶν στρέφεται κατὰ 360°, ἔπεται ὅτι ἐντὸς μίας ὥρας θὰ περιστρέφεται κατὰ γωνίαν 15°. Εἰς ἄλλας περιοχὰς τοῦ Βορείου ἡμισφαιρίου, τὸ ἐπίπεδον αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς φαίνεται, διὰ παρατηρητὴν ἐπὶ τῆς Γῆς εὐρισκόμενον, ὅτι στρέφεται,

ἀλλ' ἡ ὠριαία γωνία περιστροφῆς εἶναι μικροτέρα τῶν  $15^\circ$ , εἰς τόπον δὲ γεωγραφικοῦ πλάτους  $\varphi$  ἡ ὠριαία γωνία περιστροφῆς  $\psi = 15 \eta \mu \varphi$ .

Ὁ **Foucault** ἀπέδειξε τὴν περιστροφὴν τῆς Γῆς περὶ τὸν ἀξονά της δι' ἐκκρεμοῦς ἀποτελουμένου ἐκ σώματος μήκους 79 m, ἐξηρημένου ἀπὸ τῆς ὀροφῆς τοῦ Πανθεοῦ τῶν Παρισίων καὶ ἀπολήγοντος εἰς σφαῖραν ἐκ γαλοῦ βάρους 25 kg<sup>τ</sup>. Εἰς τὸ κάτω μέρος τῆς σφαίρας ἦτο προσηρμοσμένη μικρὰ ἀκίς, ἡ ὁποία κατὰ τὴν αἰώρησιν τοῦ ἐκκρεμοῦς ἐχάρασσεν ἐπὶ ἐπιπέδου στρώματος ἄμμου, εὐρισκομένου ἀμέσως κάτωθεν τῆς ἀκίδος, τὸ ἴχνος τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως. Ἐκ τῆς μεταβολῆς τῆς θέσεως τοῦ ἴχνους τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς ἐπὶ τοῦ ἀμμόδου στρώματος ἀπέδειξεν ὁ **Foucault** τὴν περὶ ἀξονα περιστροφὴν τῆς Γῆς.

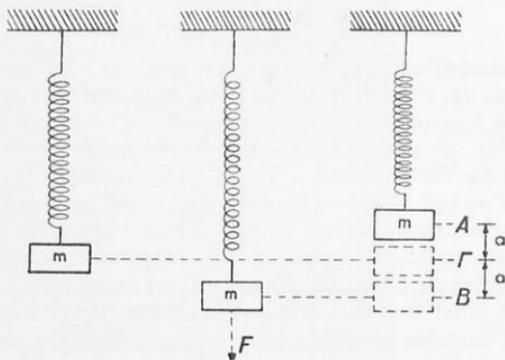
## ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

154\*. Μέχρι τοῦδε ἐσπουδάσαμεν τὰς ἀκολουθοῦσας κινήσεις: τὴν εὐθύγραμμον καὶ ὁμαλὴν, τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς μεταβαλλομένην καὶ τὴν κυκλικήν. Ἐκ τῶν τριῶν τούτων κινήσεων μόνον ἡ εὐθύγραμμος καὶ ὁμαλὴ κίνησις δὲν ἔχει ἐπιτάχυνσιν, ἐνῶ αἱ δύο ἄλλαι ἔχουν ἐπιτάχυνσιν. Ἐκτὸς τῶν κινήσεων τούτων ἐξετάσαμεν καὶ τὴν κίνησιν τῶν βλημάτων, ἡ ὁποία εἶναι σύνθετος κίνησις, ἀποτελουμένη ἐκ δύο κινήσεων, μιᾶς εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῆς καὶ ἑτέρας εὐθυγράμμου ὁμαλῶς μεταβαλλομένης, τῶν ὁποίων ὅμως αἱ διευθύνσεις σχηματίζουν ὠρισμένην γωνίαν μεταξύ των.

Ἐκ τῶν κινήσεων τούτων ἡ κυκλικὴ ἰσοταχῆς ἀποτελεῖ *περιοδικὴν* κίνησιν, διότι μετὰ πάροδον τοῦ αὐτοῦ πάντοτε χρονικοῦ διαστήματος, τὸ ὁποῖον καλεῖται *περίοδος* τῆς κινήσεως, τὸ κινούμενον σῶμα διέρχεται διὰ τῆς ἰδίας θέσεως καὶ κινεῖται μετὰ τὴν αὐτὴν ταχύτητα κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν.

Ἐτέρα περιοδικὴ κίνησις εἶναι ἡ *ἀπλὴ ἁρμονικὴ*, ἡ ὁποία ἔχει σπουδαιοτάτην σημασίαν εἰς τὴν σπουδὴν τοῦ ἐκκρεμοῦς, ὡς καὶ εἰς ἄλλα κεφάλαια τῆς Φυσικῆς, π.χ. τὴν Ἀκουστικὴν, Ὀπτικὴν κ.ο.κ.

Ἐτέρα περιοδικὴ κίνησις εἶναι ἡ *ἀπλὴ ἁρμονικὴ*, ἡ ὁποία ἔχει σπουδαιοτάτην σημασίαν εἰς τὴν σπουδὴν τοῦ ἐκκρεμοῦς, ὡς καὶ εἰς ἄλλα κεφάλαια τῆς Φυσικῆς, π.χ. τὴν Ἀκουστικὴν, Ὀπτικὴν κ.ο.κ.

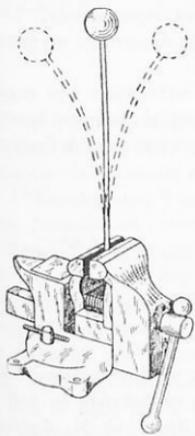


Σχ. 207. Ἡ μᾶζα  $m$  ἐκτελεῖ ἁρμονικὴν κίνησιν περὶ τὴν μέσσην θέσιν ἰσορροπίας.  $ΑΓ = ΓΒ = \alpha$  εἶναι τὸ πλάτος τῆς κινήσεως.

Πρὸς κατανόησιν τῆς ἀπλῆς ἁρμονικῆς κινήσεως ἐξετάζομεν τὰ ἀκόλουθα παραδείγματα: Ἀπὸ ἀκλόνητου σημείου ἐξαρτῶμεν ἐλατήριον (σχ. 207), ἐνῶ εἰς τὸ κάτω ἄκρον αὐτοῦ ἐξαρτῶμεν σῶμα ὠρισμένης μάζης  $m$ . Τὸ σῶμα διατείνει, λόγῳ τοῦ βάρους του, τὸ ἐλατήριον ὀλίγον καὶ τέλος ἰσορροπεῖ.

Ἐὰν ἤδη σύρῳμεν διὰ τῆς χειρὸς τὸ ἐξηρημένον σῶμα πρὸς τὰ κάτω, εἰς τρόπον ὥστε τὸ ἐλατήριον νὰ διαταθῇ ὀλίγον, τὸ δὲ σῶμα λάβῃ τὴν θέσιν Β, καὶ ἀφήσωμεν ἀκλόλouthos τὸ σῶμα ἐλεύθερον, παρατηροῦμεν, ὅτι τοῦτο δὲν ἰσορροπεῖ, ἀλλὰ ταλαντεύεται περὶ τὴν μέσσην θέσιν ἰσορροπίας καὶ μεταξύ τῶν ἄκρων θέσεων Β καὶ Α. Ἡ τοιαύτη κίνησις τοῦ σώματος, ἡ ὁποία διαρκεῖ ἐπ' ἄπειρον, ἐφ' ὅσον δὲν ὑφίστανται ἀπώλειαι, καλεῖται *ἀπλὴ ἁρμονικὴ κίνησις*. Ἡ ἀπόστασις  $ΓΒ = ΓΑ = \alpha$  καλεῖται *πλάτος* τῆς κινήσεως, ὁ δὲ χρόνος διὰ τὴν μετάβασιν ἀπὸ Γ εἰς Β, ἀπὸ Β εἰς Γ, ἀπὸ Γ εἰς Α καὶ τέλος ἀπὸ Α εἰς Γ καλεῖται *περίοδος* τῆς κινήσεως. Μετὰ πάροδον χρονικοῦ διαστήματος ἴσου πρὸς τὴν περίοδον ( $T$ ) τὸ κινούμενον σῶμα διέρχεται διὰ τῶν ἰδίων θέσεων καὶ κινεῖται μετὰ τὴν αὐτὴν ταχύτητα κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν.

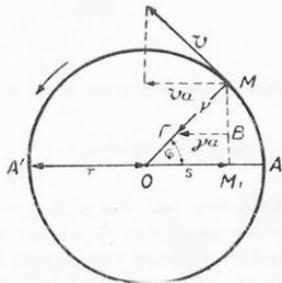
Όμοιος, εάν εις τὸ ἐν ἄκρον χαλυβδίνου στελέχους (σχ. 208) ἐξαετήσωμεν μικρὰν σφαίραν, στερεώσωμεν δὲ μονιμῶς τὸ ἕτερον ἄκρον τοῦ στελέχους, εἰς τρόπον ὥστε τοῦτο νὰ διατίθεται κατακορυφῶς, ἐκτοπίσωμεν δὲ ὀλίγον διὰ τῆς χειρὸς τὴν σφαίραν πρὸς τὰ πλάγια καὶ ἀφήσωμεν αὐτὴν ἀκολουθῶς ἑλευθέραν, τότε ἡ κίνησις τῆς σφαίρας εἶναι, εἰς πρώτην προσέγγισιν, ἀπλῆ ἀρμονικὴ, διότι ὅταν τὸ τῶσον, τὸ ὁποῖον διαγράφει τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, εἶναι πολὺ μικρὸν, δύναται τοῦτο νὰ ταυτισθῆ ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος πρὸς τὴν χορδὴν του.



Σχ. 208. Ἡ μικρὰ σφαίρα ἐκτελεῖ ἀρμονικὴν κίνησιν.

155\*. Θεωρητικὴ ἐρευνα τῆς ἀπλῆς ἀρμονικῆς κινήσεως. Ἐστω ὅτι σῶμα ἀνηγμένον εἰς ὕψικὸν σημεῖον κινεῖται ἰσοταχῶς ἐπὶ περιφερείᾳ κύκλου ἀκτίνος  $r$  ὑπὸ ταχύτητα, ἢ ὁποῖα διεθύνεται πάντοτε κατὰ τὴν εφαπτομένην τῆς τροχιάς, ἐνῶ ἡ ἀριθμητικὴ τῆς τιμῆς  $v$  παραμένει σταθερὰ (σχ. 209).

Ὡς ἀρχὴν τοῦ χρόνου θεωροῦμεν τὴν στιγμὴν καθ' ἣν τὸ κινητὸν εὐρίσκειται εἰς  $A$ , ὅτε μετὰ παρέλευσιν χρονικοῦ διαστήματος  $t$  τὸ κινητὸν θά εὐρί-



Σχ. 209. Διὰ τὴν ἀναλυτικὴν σπουδὴν τῆς ἀρμονικῆς κινήσεως.

σκειται εἰς  $M$ , κινούμενον κατὰ τὴν φορὰν τοῦ βέλους. Ἐκ τοῦ σχήματος προκύπτει εὐκόλως ὅτι, καθ' ὃν χρόνον τὸ κινητὸν κινεῖται διαγράφον τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ἢ προβολὴ αὐτοῦ  $M_1$  ἐπὶ τῆς διαμέτρου  $AA'$  κινεῖται καλινδρομικῶς ἐπ' αὐτῆς περὶ τὸ σημεῖον  $O$ , τὸ ὁποῖον καλεῖται κέντρον τῆς κινήσεως τοῦ  $M_1$ . Ἡ ὡς ἄνω κίνησις τῆς προβολῆς  $M_1$  τοῦ  $M$  ἐπὶ τῆς διαμέτρου  $AA'$  ἀποτελεῖ ἀρμονικὴν κίνησιν.

Ἡ ταχύτης τοῦ  $M_1$  ἐπὶ τῆς διαμέτρου  $AA'$  συμπίπτει πρὸς συνιστώσαν  $v_a$  τῆς ταχύτητος  $v$  κατὰ τὴν παράλληλον πρὸς τὴν διάμετρον  $AA'$ . Ἐπειδὴ  $v_a$  εἶναι μεταβλητὴ μετὰ τοῦ χρόνου, ἔπεται ὅτι ἡ ἀπλῆ ἀρμονικὴ κίνησις εἶναι μεταβαλλομένη.

Ἡ ἐπιτάχυνσις  $\gamma$  τῆς κυκλικῆς ἰσοταχοῦς κινήσεως γνωρίζομεν, ὅτι εἶναι κεντρομόλος, διεθύνεται δηλαδὴ πάντοτε ἐκ τῆς περιφερείας πρὸς τὸ κέντρον, ἐνῶ ἡ ἐπιτάχυνσις  $\gamma_a$  τῆς ἀρμονικῆς κινήσεως συμπίπτει πρὸς τὴν συνιστώσαν τῆς ἐπιταχύνσεως  $\gamma$  κατὰ τὴν παράλληλον πρὸς τὴν διάμετρον  $AA'$ .

Ἐάν δὲ τὴν ἐκάστοτε ἀπόστασιν  $OM_1$  τοῦ σημείου  $M_1$  ἀπὸ τοῦ κέντρου  $O$  τῆς κινήσεως καλέσωμεν ἀπόκλισιν τοῦ κινητοῦ καὶ παραστήσωμεν αὐτὴν διὰ  $s$ , τότε, ὡς εὐκόλως δεῖκνύεται ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων  $OM_1M$  καὶ  $\Gamma BM$ , θά εἶναι:

$$\frac{\Gamma B}{\Gamma M} = \frac{OM_1}{OM} \quad \eta \quad \frac{\gamma_a}{\gamma} = \frac{s}{r} \quad \text{καὶ} \quad \gamma_a = \frac{\gamma}{r} \cdot s. \text{ Εἶναι ὁμοίως (βλ. σελ. 44) } \gamma = \frac{v^2}{r} \text{ ὅτε } \gamma_a = \frac{v^2}{r^2} \cdot s$$

Καὶ ἐπειδὴ  $v^2/r^2$  ἀποτελεῖ σταθερὰν ποσότητα, δυνάμεθα νὰ γράψωμεν, ἐάν θέσωμεν  $\frac{v^2}{r^2} = k$ , ὅπου  $k$  σταθερὰ ποσότης, ὅτε:

$$\gamma_a = ks \quad (1)$$

Ἐπειδὴ ὁμοίως ἡ ἀπόκλισις μετρεῖται κατὰ τὴν διεύθυνσιν ἐξ  $O$  πρὸς  $M$  ὡς θετικὴ, ἢ  $\delta'$  ἐπιτάχυνσις  $\gamma_a$  διεθύνεται κατ' ἀντίθετον διεύθυνσιν, ἐάν  $s$  παριστᾷ τὸ ἄνυσμα τῆς ἀποκλίσεως καὶ  $\gamma_a$  τὸ ἄνυσμα τῆς ἐπιταχύνσεως, θά εἶναι:

$$\gamma_a = -ks \quad (2)$$

Αί σχέσεις (1) και (2) εκφράζουν την ακόλουθον πρότασιν: *Ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν ἀπλὴν ἀρμονικὴν κίνησιν ἔχει ἀριθμητικὴν τιμὴν, ἡ ὁποία εἶναι ἀνάλογος τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς τῆς ἀποκλίσεως καὶ ἔχει πάντοτε ἀντίθετον διεύθυνσιν πρὸς αὐτήν.*

Ὁ κύκλος διαμέτρου  $AA'$  καλεῖται συνήθως *κύκλος ἀναφορᾶς* τῆς ἀρμονικῆς κινήσεως.

156\*. Περίοδος καὶ συχνότης ἀρμονικῆς κινήσεως. Ἐάν διὰ  $T$  καλέσωμεν τὴν περίοδον τῆς κυκλικῆς κινήσεως, τότε, ἐπειδὴ εἰς τὸ χρονικὸν τοῦτο διάστημα τὸ κινητὸν διανύει ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα διάστημα, τὸ ὅποιον ἰσοῦται πρὸς πλήρη περιφέρειαν, θὰ ἔχωμεν:

$$v \cdot T = 2\pi r \quad \text{καὶ} \quad v = \frac{2\pi r}{T} \quad (3)$$

Ἐάν δὲ τὴν ἄνω τιμὴν τοῦ  $v$  θέσωμεν εἰς τὴν ἐξίσωσιν  $k = \frac{v^2}{r^2}$  εὐρίσκομεν:  $k = \frac{4\pi^2}{T^2}$  (4)

καὶ ἐξ αὐτῆς εὐρίσκομεν:  $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}} = 2\pi \frac{r}{v}$  (5)

Ἡ ὡς ἄνω τιμὴ ἐκφράζει προδήλως καὶ τὴν περίοδον τῆς ἀρμονικῆς κινήσεως, διότι ὅσον χρόνον χρειάζεται τὸ κινητὸν κινούμενον ἐπὶ τῆς περιφερείας κύκλου νὰ διανύσῃ ἐκ τοῦ  $A$  ἀρχόμενον πλήρη περιφέρειαν διὰ νὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὴν ἀρχικὴν του θέσιν, τὸ  $M_1$  ἀρχόμενον τῆς κινήσεως αὐτοῦ ἐκ τοῦ  $A$  χρειάζεται τὸν αὐτὸν χρόνον διὰ νὰ μεταβῇ ἐκ τοῦ  $A$  εἰς  $A'$  καὶ νὰ ἐπιστρέψῃ ἐκ νέου εἰς  $A$ .

Ἐξ ἄλλου, ἐάν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὰς σχέσεις:  $\frac{\gamma\alpha}{\gamma} = \frac{s}{r}$  καὶ  $\gamma = \frac{v^2}{r}$  (6)

εὐρίσκομεν ἑτέραν ἔκφρασιν διὰ τὴν περίοδον, ἣτοι:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{s}{\gamma\alpha}}$ .

Ἡ συχνότης  $\nu$  καὶ ἡ περίοδος  $T$  συνδέονται διὰ τῆς γνωστῆς σχέσεως:  $\nu = \frac{1}{T}$

157\*. Ὑπολογισμὸς τῆς δυνάμεως. Ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος τοῦ ἐκτελοῦντος τὴν ἀρμονικὴν κίνησιν, ἐάν  $m$  παριστᾷ τὴν μάζαν τοῦ σώματος, παριστάται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$F = m k s$$

*Ἐφαρμογή.* Ἡ περίοδος τῆς κινήσεως τοῦ σώματος μάζης  $m$  τοῦ ἐξηρημένου ἀπὸ ἐλατηρίου (σχ. 207) ὑπολογίζεται ἐπὶ τῇ βάσει τῆς σχέσεως:

$$T = 2\pi/\sqrt{k} \quad (1)$$

Ἐπειδὴ προκειμένου περὶ τοῦ ἐλατηρίου εἶναι, ὡς εἶδομεν,  $F = c \cdot s$ , ὅπου  $c$  ἡ σταθερὰ τοῦ ἐλατηρίου, ἣτοι ἡ δύναμις ἡ προκαλοῦσα ἐπιμήκυνσιν αὐτοῦ κατὰ 1 cm, ἔπεται διὰ θὰ εἶναι:

$$F = c s = m k s$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης προκύπτει  $k = c/m$  καὶ δι' ἀντικατάστασεως τῆς τιμῆς τοῦ  $k$  εἰς τὸν τύπον (1) εὐρίσκομεν:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}$$

158\*. Εὐρεσις τοῦ τύπου τοῦ ἐκκρεμοῦς. Θεωρήσωμεν τὴν χρονικὴν στιγμήν, καθ' ἣν τὸ σῶμα τοῦ ἐκκρεμοῦς εὐρίσκεται εἰς τὴν θέσιν  $B$  (σχ. 210), ὅπου ἡ  $OB$  σχηματίζει μετὰ τῆς κατακορύφου  $OA$  τὴν γωνίαν  $\theta$ . Ἡ κινήτριος δύναμις, ἡ ὁποία ἐξαναγκάζει τὴν σφαῖραν νὰ κινῆται, εἶναι  $F = mg \cdot \eta\mu \theta$ . Ἐάν ὁμως ἡ γωνία  $\theta$  εἶναι πολὺ μικρὰ ( $1^\circ - 2^\circ$ ),

τότε δυνάμεθα νὰ θέσωμεν ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος: ἡμ  $\theta = \theta$ , ὅτε θὰ εἶναι  $F = mg \cdot \theta$ . Ἐξ ἄλλου, τὸ τόξον  $AB = s$  ἀποτελεῖ τόξον κύκλου ἀκτίνας  $OA = l$ , ἐπομένως θὰ εἶναι  $s = l \cdot \theta$  καὶ  $\theta = s/l$  ὅτε προκύπτει:

$$F = mg \frac{s}{l} \quad \text{καὶ} \quad \gamma = \frac{F}{m} = \frac{g}{l} \cdot s$$

ὅπου  $\gamma$  ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ B, ἐάν δὲ τὴν σταθερὰν ποσότητα  $g/l$  καλέσωμεν  $k$ , εὐρίσκομεν  $\gamma = ks$ . Ἐκ τοῦ τύπου τούτου συνάγομεν, ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ B εἶναι ἀνάλογος τῆς ἐκάστοτε ἀποστάσεως αὐτοῦ ἀπὸ τοῦ A.

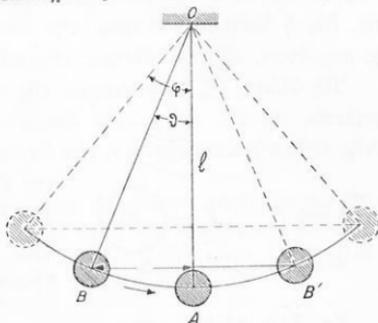
Ἐπειδὴ ὅμως ἡ γωνία  $\theta$  εἶναι πολὺ μικρά, εἶναι δυνατόν νὰ ταυτίσωμεν ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος τὸ τόξον  $BAB'$  πρὸς τὴν χορδὴν αὐτοῦ  $BB'$ , ὅτε τὸ B δεχόμεθα, ὅτι κινεῖται παλινδρομικῶς ἐπὶ τῆς  $BB'$  περὶ τὴν μέσσην θέσιν ἰσορροπίας A καὶ ἐπομένως τὸ τόξον  $AB = s$  θὰ παριστᾷ τὴν ἐκάστοτε ἀπόκλισιν τοῦ κινήτου. Ἐάν δὲ λογιώσωμεν τὴν ἀπόκλισιν  $AB = s$  ἐκ τοῦ A πρὸς B ὡς θετικὴν καὶ παραστήσωμεν αὐτὴν ὡς ἄνυσμα, τότε ἡ ἐπιτάχυνσις  $\gamma$  θεωρουμένη ὡς ἄνυσμα θὰ ἔχη πάντοτε τὴν ἀντίθετον διεύθυνσιν ἀπὸ τὴν ἀπόκλισιν, ἥτοι θὰ ἰσχύη ἡ ἄνυσματικὴ σχέσηις:

$$p = -k \cdot s$$

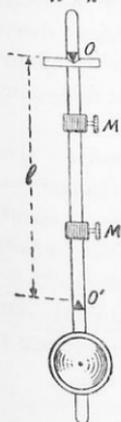
Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης συνάγομεν, συμφώνως πρὸς τὰ ἐκτιθέμενα εἰς τὴν § 155, ὅτι ἡ κίνησις τοῦ B κατὰ μῆκος τῆς  $BB'$  εἶναι ἀπλῆ ἁρμονικὴ κίνησις.

Ἡ περίοδος τῆς κινήσεως παρέχεται ἀπὸ τὴν σχέσιν  $T = 2\pi/\sqrt{k}$ , ἐάν δὲ λάβωμεν ὅτ' ὄψιν ὅτι  $k = g/l$  εὐρίσκομεν:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \quad \eta \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$



Σχ. 210. Διὰ τὴν εὐρεσιν τοῦ τύπου τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς.



Σχ. 211. Ἐκκρεμὲς Kater.

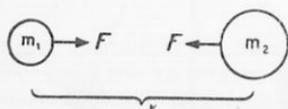
**159\***, Σύνθετον ἐκκρεμὲς. Ὅλα τὰ ἐκκρεμῆ, τὰ ὅποια χρησιμοποιοῦνται εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς, ἀποτελοῦν σύνθετα ἐκκρεμῆ, ἡ θεωρία δὲ τοῦ συνθέτου ἐκκρεμοῦς ἀνάγεται εἰς τὴν ἀνεύρεσιν τοῦ μῆκους ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς, τὸ ὅποιον νὰ εἶναι ἰσόχρονον πρὸς τὸ σύνθετον ἐκκρεμὲς ἢ ἀνάπτυξις ὅμως τῆς θεωρίας ταύτης ἐκφεύγει τῶν ὁρίων τοῦ βιβλίου τούτου. Ἀρκούμεθα ὡς ἐκ τούτου ἀπλῶς νὰ περιγράψωμεν τὸ *ἀναστρέψιμον ἐκκρεμὲς τοῦ Kater*, τὸ ὅποιον εἶναι λίαν διαδεδομένον εἰς τὰς ἐπιστημονικὰς μετρήσεις διὰ τὸν καθορισμὸν τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρῦτητος καὶ τῶν μεταβολῶν αὐτῆς.

**160\***, Ἀναστρέψιμον ἐκκρεμὲς Kater. Τοῦτο πραγματοποιεῖται ὡς ἔξῃς: Ἐπὶ κατακόρυφον μεταλλικὸν στελέχους προσαρμύζονται εἰς δύο σημεία αὐτοῦ δύο ἄκμαι  $O, O'$  (σχ. 211), ἀπὸ τῶν ὁποίων δυνάμεθα νὰ ἐξαρθώμεν τὸ ἐκκρεμὲς. Εἰς τὸ κατώτερον ἄκρον τοῦ ἐκκρεμοῦς τοποθετοῦμεν φακοειδὲς σῶμα μεταλλικόν, ἐνῶ μεταξὺ τῶν δύο ἄκμων τοποθετοῦμεν δύο μεταλλικὰς μάζας δυναμένας νὰ ὀλισθαίνουν κατὰ μῆκος τοῦ στελέχους καὶ νὰ στερεοῦνται εἰς διαφόρους θέσεις αὐτοῦ. Διὰ πειραματισμοῦ καθορίζομεν τὴν θέσιν τῶν μεταθετῶν μαζῶν κατὰ τρόπον ὥστε, εἴτε ἐξαρθῶμεν τὸ ἐκκρεμὲς ἀπὸ τοῦ ἄξονος O εἴτε ἀναστρέψωμεν αὐτὸ καὶ ἐξαρθῶμεν ἀπὸ τοῦ ἄξονος  $O'$ , ἡ περίοδος τῆς κινήσεώς του νὰ παραμῆνῃ ἀμετάβλητος. Ὅταν ἐπιτύχωμεν

τοῦτο, ἡ ἀπόστασις τῶν  $O O' = l$  τῶν δύο ἀξόνων, ὡς δεικνύεται ἐκ τῆς θεωρίας, παρέχει τὸ μήκος τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς τοῦ ἰσοχρόνου πρὸς τὸ σύνθετον. Δι' εἰσαγωγῆς τῆς τιμῆς τοῦ  $l$  εἰς τὸν τύπον τοῦ ἐκκρεμοῦς καὶ μετρήσεως τῆς περιόδου  $T$  εὐρίσκομεν τὴν τιμὴν τοῦ  $g$ .

**161\*. Παγκόσμιος ἔλξις. Νόμος τοῦ Νεύτωνος.** Κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς βαρύτητος εἶδομεν, ὅτι ἡ  $\Gamma\eta$  ἔλκει πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σώματα καὶ ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις, τὴν ὁποίαν ταῦτα ὑφίστανται κατὰ τὴν πτώσιν των, εἶναι ἡ αὐτὴ διὰ πάντα ἀνεξαιρέτως τὰ σώματα· ἐκ τῆς παρατηρήσεως δὲ ταύτης προκύπτει, ὅτι ἡ ἐλκτικὴ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ἡ  $\Gamma\eta$  ἐπὶ τῶν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σωμάτων, εἶναι ἀνάλογος τῆς μάζης αὐτῶν.

Ἐξ ἄλλου, ἐξ ὑπολογισμοῦ τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως τῆς Σελήνης, ἣτις ὀφείλεται εἰς τὴν ἔλξιν, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ἐπ' αὐτῆς ἡ  $\Gamma\eta$ , καὶ διὰ συγκρίσεως αὐτῆς πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν, τὴν ὁποίαν μεταδίδει ἡ  $\Gamma\eta$  εἰς τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς ἢ τὰ πλησίον πρὸς αὐτὴν εὐρισκόμενα σώματα, εὐρέθη, ὅτι ἡ ἔλξις τῆς  $\Gamma\eta$  εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως τῶν σωμάτων ἀπὸ τοῦ κέντρου αὐτῆς.



Σχ. 212. Αἱ δύο μάζαι ἔλκονται ἀμοιβαίως, μὲ δύναμιν  $F$  τῆς αὐτῆς ἐντάσεως.

Ἡ ἔλξις τῶν σωμάτων δὲν ὑφίσταται μόνον εἰς τὴν περιπτώσιν ταύτην. Ἡ  $\Gamma\eta$  ἔλκει ἐπίσης ὅλα τὰ οὐράνια σώματα καὶ ἔλκεται ὑπ' αὐτῶν. Ἡ ἔλξις τοῦ Ἡλίου ἐπὶ τῆς  $\Gamma\eta$  εἶναι ἡ κεντρομόλος δύναμις ἡ ἀναγκάζουσα τὴν  $\Gamma\eta$  νὰ διαγράψῃ

τὴν περὶ τὸν Ἡλίον τροχιάν τῆς, ὡς ἐπίσης ἡ ἔλξις τῆς  $\Gamma\eta$  ἐπὶ τῆς Σελήνης ἀναγκάζει αὐτὴν νὰ περιστρέφεται περὶ τὴν  $\Gamma\eta$ . Τὸ σχῆμα 212 δεικνύει τὴν ἀμοιβαίαν ἔλξιν δύο σφαιρῶν μάζης  $m_1$   $m_2$ , τῶν ὁποίων τὰ κέντρα εὐρίσκονται εἰς ἀπόστασιν  $r$  μεταξύ των.

Τὰ φαινόμενα τῆς βαρύτητος καὶ αἱ κινήσεις τῶν οὐρανίων σωμάτων ἐξηγοῦνται, ἐὰν δεχθῶμεν τὴν ὑπαρξίν ἐλκτικῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται μεταξὺ οἰωνδήποτε ὑλικῶν σωμάτων καὶ αἱ ὁποῖαι ἀκολουθοῦν ὠρισμένον νόμον, τὸν ὁποῖον διετύπωσεν ὁ Νεύτων· ἐκλήθη δὲ ἕνεκα τῆς γενικότητος αὐτοῦ, **νόμος τῆς γενικῆς παγκοσμίου ἔλξεως** (1686). Οὗτος διατυπῶνται ὡς ἀκολούθως :

**Δύο ὑλικά σημεῖα ἔλκονται ἀναλόγως τοῦ γινομένου τῶν μαζῶν των  $m_1$  καὶ  $m_2$  καὶ ἀντιστρόφως ἀναλόγως τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως  $r$  αὐτῶν.** Ἦτοι :

$F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	Νόμος τοῦ Νεύτωνος
---	--------------------

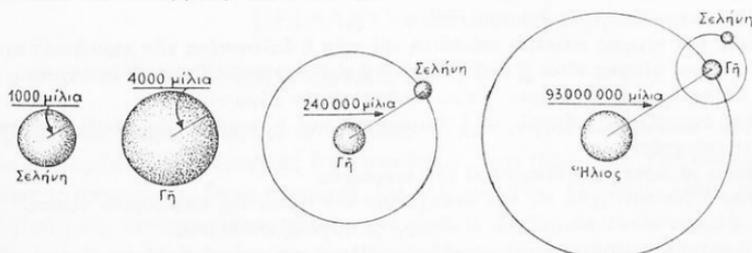
Ἐνθα  $k$  εἶναι **παγκόσμιος σταθερὰ (σταθερὰ τῆς παγκοσμίου ἔλξεως)**, τῆς ὁποίας ἡ τιμὴ εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς φύσεως τῆς ὕλης καὶ ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τῶν μονάδων.

Ἡ σταθερὰ  $k$  εὐρέθη ἐκ μετρήσεων ὅτι ἰσοῦται πρὸς 0,000 000 066 74 ἢ ὑπὸ συντομωτέραν γραφὴν :

$$k = 6,674 \cdot 10^{-8} \text{ Dyn} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{gr}^{-2}.$$

Ἡ βαρύτης ἀποτελεῖ μερικὴν περίπτωσιν τῆς γενικῆς παγκοσμίου ἔλξεως, διότι τὸ ἐν τῶν σωμάτων τὸ ἀποτελεῖ ἡ Γῆ.

**Παρατήρησις.** Ὁ νόμος τῆς παγκοσμίου ἔλξεως ἀπέκτησε σπουδαιοτάτην σημασίαν, ὅταν ὁ *Νεύτων* διὰ θεωρητικῆς ὁδοῦ, ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ νόμου τούτου καὶ τῶν ἄλλων γενι-



**Σχ. 213.** Ἄν ἡ τροχιά τῆς Γῆς θεωρηθῇ κυκλική, τὸ κέντρον αὐτῆς ἀπέχει ἀπὸ τοῦ κέντρον τοῦ Ἡλίου κατὰ 93 000 000 μίλια. Ἡ ἀκτίς τῆς τροχιάς τῆς Σελήνης κινουμένης περὶ τὴν Γῆν εἶναι 240 000 μίλια. Ἡ ἀκτίς τῆς Γῆς εἶναι 4 000 μίλια καὶ τῆς Σελήνης 1 000 μίλια (1 μίλιον = 1,6 km).

κῶν ἀρχῶν τῆς Μηχανικῆς, κατόρθωσε νὰ εὑρῇ τοὺς νόμους τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν περὶ τὸν Ἡλίον, τοὺς ὁποίους εἶχεν ἀνεύρει προγενεστέρως ὁ **Kepler** ἐξ ἀστρονομικῶν παρατηρήσεων.

Λόγω τῆς γενικῆς παγκοσμίου ἔλξεως, ἡ Σελήνη διατηρεῖ τὴν τροχιάν της περὶ τὴν Γῆν καὶ ἡ Γῆ τὴν τροχιάν της περὶ τὸν Ἡλίον (σχ. 213).

## ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

### Α'. Ζητήματα.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὅρου βαρύτης. Πῶς καθορίζεται ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως τῆς βαρύτητος καὶ ποία ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς επιταχύνσεως τῆς βαρύτητος.

Τί καλοῦμεν βάρους σώματος καὶ ποιαί αἱ ἐξισώσεις καὶ μονάδες μετρήσεως αὐτοῦ εἰς τὸ σύστημα CGS καὶ τὸ T.Σ.

Πότε ἡ μᾶζα σώματος καὶ τὸ βᾶρος αὐτοῦ ἐκφράζονται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ. Εἶναι τὰ δύο μεγέθη ἐκπεφρασμένα εἰς ἕνιαῖον σύστημα μονάδων;

Τί καλοῦμεν κέντρον βάρους σώματος.

Ποιοὶ οἱ τύποι τῆς βολῆς ὑπὸ γωνίαν καὶ ποια συμπεράσματα συνάγονται ἐκ τῆς διερευνήσεως αὐτῶν.

Τί ἐπίδρασιν ἔχει ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἐπὶ τῶν πιπτόντων σωμάτων.

Τί καλοῦμεν ὀρικὴν ταχύτητα.

Πῶς λειτουργεῖ τὸ ἀλεξίπτωτον.

Ποία ἡ ἐπίδρασις τοῦ ἀέρος εἰς τὴν κίνησιν τῶν βλημάτων.

Τί καλοῦμεν πυκνότητα σώματος καὶ ποιαί αἱ ἐξισώσεις διαστάσεων καὶ μονάδες αὐτῆς εἰς τὰ συστήματα CGS καὶ T.Σ.

Τί καλοῦμεν εἰδικὸν βᾶρος σώματος καὶ ποιαί αἱ ἐξισώσεις διαστάσεων καὶ αἱ μονάδες αὐτοῦ εἰς τὸ CGS καὶ τὸ T.Σ.

Ποία σχέσις ὑφίσταται μεταξὺ πυκνότητος καὶ εἰδικοῦ βάρους καὶ πότε ἡ πυκνότης καὶ τὸ εἰδικὸν βᾶρος ἐκφράζονται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ.

Τί καλοῦμεν ἀπλοῦν ἔκκρεμῆς. Λόσατε ἔριμνεῖαν τῆς κινήσεως ἀπλοῦ ἔκκρεμοῦς καὶ ποῖοι οἱ νόμοι τῆς κινήσεως αὐτοῦ. Εἰς ποῖον μαθηματικὸν τύπον περιλαμβάνονται οἱ ἀνωτέρω νόμοι.

Ποῖα ἡ περίοδος τῆς κινήσεως διαφόρων ἀπλῶν ἔκκρεμῶν, τῶν ὁποίων τὰ μῆκη ἔχουν ὡς οἱ ἀριθμοὶ 1, 2, 4.

Τί καλεῖται ἔκκρεμῆς δευτερολέπτων.

Πότε μία κίνηση καλεῖται περιοδικὴ καὶ ποῖα ἡ ἀπλουστέρα τῶν περιοδικῶν κινήσεων.

Τί εἶδους κίνησης εἶναι ἡ ἀπλῆ ἀρμονικὴ καὶ πῶς καθορίζεται ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ περίοδος αὐτῆς, ὡς καὶ ἡ δύναμις ἡ προκαλοῦσα τὴν ἐν λόγῳ κίνησην.

Πῶς ἐκφράζεται ἡ ἀπόκλισις, ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ ἡ ταχύτης ἀρμονικῆς κινήσεως συναρτήσει τοῦ χρόνου.

Ποῖαι αἱ πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ τοῦ ἔκκρεμοῦς.

Πῶς ὁ Νεύτων ἤχηθῃ εἰς τὴν ἀνακάλυψιν τοῦ νόμου τῆς παγκοσμίου ἔλξεως.

Διὰ πόσιον τύπου ἐκφράζεται ὁ νόμος τῆς παγκοσμίου ἔλξεως.

Τί καλοῦμεν σταθερὰν τῆς παγκοσμίου ἔλξεως καὶ ποῖα ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ αὐτῆς εἰς τὸ σύστημα CGS.

## Β'. Προβλήματα.

1. Σῶμα ἔχει μᾶζαν 5 gr, πόσον εἶναι τὸ βάρος αὐτοῦ εἰς τὸ CGS καὶ τὸ T. Σ.

(Ἄπ. 4905 Dyn, 5 gr\*)

2. Νὰ εὐρεθῇ τὸ κέντρον μάζης τῆς περιμέτρου ὀρθογωνίου τριγώνου, τοῦ ὁποίου αἱ δύο κάθετοι πλευραὶ ἔχουν, ἀντιστοίχως, μῆκος 3 cm καὶ 4 cm. (Ἄπ. 1 cm, 1,5 cm).

3. Ἐπὶ μηχανῆς Atwood, οἱ δύο ἐξηρητημένοι κύλινδροι ἔχουν βάρος 96 gr\* καὶ 104 gr\*. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ συστήματος. (Ἄπ.  $\gamma = 39, 24 \text{ cm/sec}^2$ ).

4. Εἰς μηχανὴν Atwood, οἱ δύο κύλινδροι ἔχουν ἕκαστος βάρος 198 gr\*, τὸ δὲ πρόσθετον βάρος εἶναι 4 gr\*. Πόση εἶναι : α) ἡ ἐπιτάχυνσις, β) ἡ ταχύτης καὶ τὸ διάστημα μετὰ 3 sec, γ) ποῖον διάστημα διανύει εἰς 2 sec τὸ σύστημα, ὅταν εἰς τὸ τέλος τοῦ τρίτου δευτερολέπτου ἀφαιρεθῇ τὸ πρόσθετον βάρος.

(Ἄπ.  $\gamma = 9,81 \text{ cm/sec}^2$ ,  $v = 29,43 \text{ cm/sec}$ ,  $s = 44,15 \text{ cm}$ ,  $s = 58,86 \text{ cm}$ ).

5. Ἐπὶ μηχανῆς Atwood ὑφίσταται πρόσθετον βάρος 6 gr\*, μεταδίδει δὲ τοῦτο ἐπιτάχυνσιν  $\gamma = 29,43 \text{ cm/sec}^2$ . Πόσον εἶναι τὸ βάρος ἑκάστου τῶν κυλινδρῶν καὶ ποῖος ὁ λόγος τῆς προσθέτου μάζης πρὸς τὴν συνολικῶς κινουμένην τοιαύτην. (Ἄπ. 97 gr, 3/100).

6. Ποῖα ἡ τιμὴ τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος εἰς τὸν Ἰσημερινόν, ὅταν τὸ μῆκος τοῦ ἔκκρεμοῦς, τοῦ ὁποίου ἡ περίοδος ἴσουςται πρὸς 1 sec, εἶναι 991,03 mm.

(Ἄπ.  $g = 977,1 \text{ cm/sec}^2$ ).

7. Ὄταν ἔκκρεμῆς εἰς ἕνα τόπον ἔχη μῆκος 1 m καὶ ἐντὸς 4 λεπτῶν ἐκτελῇ 119 πλήρεις αἰωρήσεις, πόσον θὰ εἶναι τὸ μῆκος τοῦ ἔκκρεμοῦς, τοῦ ὁποίου ἡ περίοδος τῆς κινήσεως εἰς τὸν αὐτὸν τόπον εἶναι 1 sec. (Ἄπ. 24,5 cm).

8. Σῶμα βάλλεται ὑπὸ ἀρχικὴν ταχύτητα  $v = 80 \text{ m/sec}$  καὶ ὑπὸ γωνίαν 30° πρὸς τὰ ἄνω ἐν σχέσει πρὸς τὴν ὀριζοντίαν. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ μέγιστον ὕψος, ὁ χρόνος κινήσεως τοῦ σώματος, μέχρις ὅτου ἐπανέλθῃ εἰς τὸ ἔδαφος, καὶ τὸ βελτηνecές ( $g = 10 \text{ m/sec}^2$ ).

(Ἄπ. 80 m, 8 sec, 554,2 m).

9. Λίθος βάλλεται ὀριζοντίως ἀπὸ ὕψους 45 m καὶ ὑπὸ ταχύτητα 15 m/sec. Πότε καὶ ποῦ θὰ συναντήσῃ τὸ ἔδαφος καὶ ὑπὸ ποίαν ταχύτητα ( $g = 10 \text{ m/sec}^2$ ). (Ἄπ. 3 sec, 45 m).

10. Ἡ Γῆ καὶ ἡ Σελήνη ἔχουν μάζας, τῶν ὁποίων ὁ λόγος εἶναι 81 : 1, ἡ δὲ ἀπόστασις τῶν κέντρων αὐτῶν εἶναι 382 420 km. Ποῦ εὐρίσκεται τὸ κέντρον βάρους αὐτῶν.

(Ἄπ. 4664 km).

11. Ἡ συχνότης τῆς κινήσεως ἔκκρεμοῦς εἶναι  $0,8 \text{ sec}^{-1}$ . Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ μῆκος αὐτοῦ ( $g = 1000 \text{ cm/sec}^2$ ).

(Ἄπ.  $l = 39,7 \text{ cm}$ ).

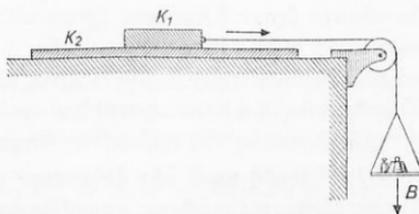
## ΤΡΙΒΗ. ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΣ

162. **Τριβή.** Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ὅταν σῶμα κινῆται ὀλισθαῖνον εἴτε κυλιόμενον ἐπὶ ὀριζοντίας ἐπιφανείας ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, διὰ τὴν διατήρησιν τῆς κινήσεως ἀπαιτεῖται, ὅπως ἐπενεργῇ ἐπὶ τοῦ σώματος δύναμις. Πρὸς διατήρησιν δηλαδὴ τῆς κινήσεως ἀπαιτεῖται κατανάλωσις ἔργου, διότι ἄλλως τὸ σῶμα μετὰ βραχὺ χρονικὸν διάστημα ἐπανέρχεται ἀφ' ἑαυτοῦ εἰς τὴν ἠρεμίαν. Ἐφ' ὅσον ὅμως, μολονότι ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπενεργεῖ δύναμις, τοῦτο κινεῖται ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, δέον κατ' ἀνάγκην νὰ δεχθῶμεν, ὅτι κατ' ὄλην τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως ἐπενεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος δύναμις ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν κινήτηριον δύναμιν.

Ἡ δύναμις αὕτη, ἡ ὁποία καλεῖται **δύναμις τριβῆς** ἢ συντομώτερον **τριβή**, ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νὰ ἐπαναφέρῃ τὸ σῶμα εἰς τὴν ἠρεμίαν εὐθὺς ὡς ἡ κινήτηριος δύναμις ἐκλείψῃ. Ὄθεν ἡ τριβὴ εἶναι δύναμις, ἡ ὁποία διευθύνεται ἀντιθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος, κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ὁποίας ἀναφαίνεται. Κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος παρατηροῦμεν ὅτι, λόγῳ τοῦ καταναλισκομένου ἔργου, ἀναπτύσσεται θερμότης, ἡ ὁποία προκαλεῖ αὐξήσιν τῆς θερμοκρασίας τῶν τριβομένων σωμάτων. Ἐφ' ὅσον τὸ σῶμα κινεῖται ὀλισθαῖνον, ἡ τριβὴ καλεῖται **τριβὴ ὀλισθήσεως**, ἐνῶ, ὅταν κινῆται κυλιόμενον, ἡ τριβὴ καλεῖται **τριβὴ κυλίσεως**.

Ἐξ ἄλλου γνωρίζομεν, ὅτι εἶναι δυσκολώτερον νὰ θέσωμεν εἰς κίνησιν σῶμα εὐρισκόμενον εἰς ἠρεμίαν, παρὰ νὰ διατηρήσωμεν τὴν κίνησιν αὐτοῦ ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, ὅταν τὸ σῶμα ἤθελε τεθῆ εἰς κίνησιν. Ἐνεκα τοῦ λόγου τούτου διακρίνομεν τὴν **κινητικὴν τριβὴν** (**τριβὴ κινήσεως**), ἡ ὁποία εἶναι ἴση, ἀλλ' ἀντιθέτως διευθύνσεως πρὸς τὴν δύναμιν, τὴν ἀπαιτουμένην διὰ τὴν διατήρησιν τῆς ταχύτητος τοῦ κινουμένου σώματος σταθερᾶς, ἐνῶ ἡ **στατικὴ τριβὴ** (**τριβὴ ἠρεμίας**) εἶναι ἴση, ἀλλ' ἀντιθέτως διευθύνσεως πρὸς τὴν δύναμιν τὴν ἀπαιτουμένην διὰ τὴν ἐκκίνησιν τοῦ σώματος, εἶναι δὲ ἡ κινητικὴ τριβὴ μικροτέρα τῆς στατικῆς.

163. **Τριβὴ ὀλισθήσεως.** Ἐστω, ὅτι ἐπὶ τραπέζης (σχ. 214) τοποθετοῦμεν στερεῶς πλάκα ἐπίπεδον ἐκ ξύλου  $K_2$ , ἐπὶ τῆς ὁποίας δύναται νὰ κινῆται ὀλισθαῖνον ἔλκνηθρον πραγματοποιούμενον ὑπὸ πρισματικοῦ σώματος  $K_1$  ἐκ τῆς αὐτῆς οὐσίας ὡς καὶ ἡ  $K_2$ . Τὸ ἔλκνηθρον δύναται νὰ τίθεται εἰς κίνησιν ὑπὸ τοῦ βάρους  $B$ . Διὰ καταλλήλου φορτίσεως

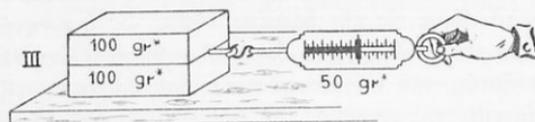
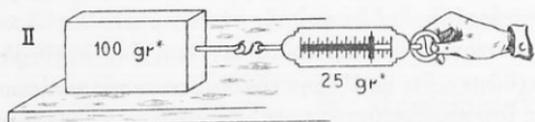
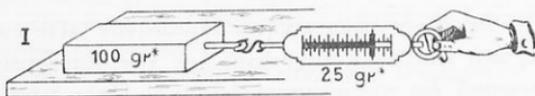


Σχ. 214. Τριβόμετρον Coulomb. Τὸ ἔλκνηθρον τίθεται εἰς κίνησιν μέσῳ τοῦ σχοινοῦ, ἀπὸ τοῦ ἄκρου τοῦ ὁποίου ἐξαρτᾶται τὸ βᾶρος  $B$ .

του δισκαρίου διά βάρους δυνάμεθα νά ἐπιτύχωμεν, ὥστε τὸ ἔλκνηθρον νά κινηται ἰσοταχῶς, ἐν τοιαύτῃ δὲ περιπτώσει ἡ κινήτηριος δύναμις ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς τριβῆς, ἣτις εἶναι δύναμις κειμένη εἰς τὸ ἐπίπεδον συνεπαφῆς τῶν δύο σωμάτων καὶ ἀντιθέτου διευθύνσεως πρὸς τὴν κινήτηριον δύναμιν. Ἡ ὡς ἄνω διάταξις καλεῖται *τριβόμετρον* τοῦ **Coulomb**.

164. Νόμοι τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως. Προκειμένου περὶ τῆς κινήτικῆς τριβῆς ὀλισθήσεως ὁ **Coulomb** ἀνεῦρε διὰ τοῦ πειράματος τοὺς ἀκολούθους νόμους :

1) Ἡ δύναμις τριβῆς εἶναι ἀνάλογος τῆς καθέτου δυνάμεως, ἡ ὁποία πιέζει πρὸς ἀλλήλας τὰς τριβομένης ἐπιφανείας.



Σχ. 215. Ἡ δύναμις τῆς τριβῆς εἶναι ἀνάλογος τῆς καθέτου δυνάμεως (I καὶ III) καὶ ἀνεξάρτητος τοῦ ἐμβαδοῦ τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν (I καὶ II).

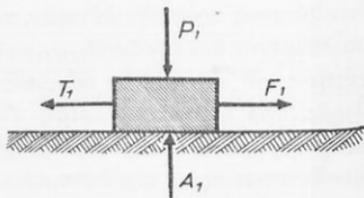
Ὁ νόμος οὗτος δεικνύεται ἀπλούστερον πειραματικῶς διὰ τοῦ σχήματος 215, I καὶ III, ὅπου ἐπὶ δύο σωμάτων τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας τὸ ἐν ἔχει διπλάσιον βάρος τοῦ ἄλλου. Δηλαδή ἡ κάθετος δύναμις εἰς III εἶναι διπλασία ἢ εἰς I, ὁπότε καὶ ἡ δύναμις τῆς τριβῆς ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς III (50 gr\*), καὶ ἡ ὁποία δεικνύεται διὰ τοῦ δυναμομέτρου III, εἶναι διπλασία τῆς ἀντιστοιχοῦσης εἰς τὸ I, ἡ ὁποία δεικνύεται διὰ τοῦ δυναμομέτρου I (25 gr\*).

2) Ἡ τριβὴ ἐπενεργεῖ πάντοτε κατὰ διεύθυνσιν κάθετον πρὸς τὴν κάθετον δύναμιν, ἔχει ἀντίθετον διεύθυνσιν πρὸς τὴν κίνησιν καὶ εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ἐμβαδοῦ τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν.

Ὁ νόμος οὗτος δεικνύεται πειραματικῶς διὰ τοῦ σχ. 215, I καὶ II, ὅπου τὰ δύο σώματα ἔχουν διαφόρους ἐπιφανείας, ἀλλὰ ὑφίσταται ἡ αὐτὴ κάθετος δύναμις, ὅτε αἱ ἐνδείξεις τῶν δυναμομέτρων I καὶ II εἶναι αἱ αὐταὶ (25 gr\*), δηλαδή ἡ δύναμις τριβῆς εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς ἐκτάσεως τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν.

3) Ἡ τριβὴ κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως εἶναι, εἰς πρώτην προσέγγισιν, ἀνεξάρτητος τῆς ταχύτητος.

Οἱ νόμοι (1) καὶ (2) ἰσχύουν τόσον διὰ τὴν στατικήν, ὅσον καὶ διὰ τὴν κινήτικὴν τριβὴν.



Σχ. 216. Ἡ δύναμις  $F_1$  εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν δύναμιν τριβῆς  $T_1$ , ἡ ὁποία ἰσοῦται μετὰ τὸ γινόμενον τῆς καθέτου πίεσεως  $P_1$  ἐπὶ τὸν συντελεστὴν τριβῆς  $\eta$ .

165. Συντελεστὴς τριβῆς. Ἐάν διαδοχικῶς φορτίσωμεν μικρὸν ἔλκνηθρον διὰ τῶν βαρῶν  $P_1, P_2, P_3$  (σχ. 216), διὰ νά θέσωμεν τοῦτο εἰς εὐθύγραμμον καὶ ὁμαλὴν κίνησιν ἤτοι ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, ἀπαιτεῖται νά ἐπενεργήσωμεν ἐπ' αὐτοῦ μετὰ δύναμιν  $F_1, F_2,$

$F_3$  κ.ο.κ., ή δύναμις δὲ αὐτὴ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν τριβὴν  $T_1, T_2, T_3$  κ.ο.κ., ἢ ὁποῖα προδήλως ἐπενεργεῖ πάντοτε κατ' ἀντίθετον διεύθυνσιν πρὸς τὴν κίνησιν. Ἐὰν ὁμως σχηματίσωμεν τὰ πηλίκια τριβῆς καὶ φορτίου, εὐρίσκομεν, ὅτι ἔχουν τιμὴν σταθερὰν ἥτοι εἶναι :

$$\eta = \frac{T_1}{P_1} = \frac{T_2}{P_2} = \frac{T_3}{P_3} = \text{σταθ.}$$

Ἡ σταθερὰ παριστάται διὰ τοῦ γράμματος  $\eta$  καὶ καλεῖται *συντελεστὴς τριβῆς δλισθήσεως*, ἀποτελεῖ δέ, ὡς πηλίκον δύο ὁμοειδῶν ποσῶν, ἀδιάστατον μέγεθος καὶ εἶναι καθαρὸς ἀριθμὸς.

Ἐκ τῆς σχέσεως  $T/P = \eta$ , εὐρίσκομεν :

$$T = \eta P,$$

ἥτοι, ἡ *δύναμις τριβῆς ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς καθέτου δυνάμεως ἐπὶ τὸν συντελεστὴν τριβῆς*.

Ὁ συντελεστὴς τριβῆς δύναται νὰ ὀρισθῇ καὶ κατὰ τὸν ἀκόλουθον τρόπον. Εἰς τὴν κινήτηριον δύναμιν  $F$  ἀντιτάσσεται ἡ δύναμις τριβῆς  $T$  καὶ εἰς τὴν κάθετον πίεσιν  $P$  ἀντιτίθεται ἡ ἀντίδρασις τῆς τραπέζης  $A$ . Οὕτω ὁ συντελεστὴς τριβῆς δύναται νὰ ὀρισθῇ ὡς ὁ λόγος τῆς δυνάμεως τριβῆς  $T$  πρὸς τὴν κάθετον ἀντίδρασιν  $A$ , ἥτοι  $\eta = T/A$ . Ὁ ὀρισμὸς ὁμοῦς οὗτος ἄγει εἰς τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα ὡς καὶ ὁ προηγούμενος, διότι :

$$F = T \text{ καὶ } B = A \text{ ὡς καὶ } F/B = T/A = \eta.$$

Κατωτέρω δίδομεν τὸν συντελεστὴν τριβῆς  $\eta$  διὰ διάφορα ὑλικά. Οὕτω ἔχομεν : ξύλον ἐπὶ ξύλου σκληροῦ  $\eta = 0,25 - 0,50$ . Ξύλον ἐπὶ ξύλου μὲ στρωμα σάπινος  $\eta = 0,20$ . Μέταλλον ἐπὶ ξύλου  $\eta = 0,50 - 0,60$ . Μέταλλον ἐπὶ μετάλλου ξηροῦ  $\eta = 0,15 - 0,20$ . Μέταλλον ἐπὶ μετάλλου ὑγροῦ  $\eta = 0,30$ . Δέρμα ἐπὶ ξύλου  $\eta = 0,27 - 0,38$ . Δέρμα ἐπὶ μετάλλου  $\eta = 0,58$ .

*Ἀριθμητικαὶ ἐφαρμογαί. 1) Πλᾶξ βάρους 25 kgr\* τοποθετεῖται ἐπὶ ὀριζοντίας λείας ἐπιπέδου ἐπιφανείας, ἡ δὲ δύναμις, ἢ ὁποῖα πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ διὰ νὰ μεταδώσωμεν εἰς αὐτὴν σταθερὰν ταχύτητα, εἶναι 2,5 kgr\*. Πόση εἶναι ἡ κινήτικὴ τριβὴ δλισθήσεως ὡς καὶ ὁ συντελεστὴς τριβῆς δλισθήσεως.*

Ἐφ' ὅσον ἡ κινήτηριος δύναμις εἶναι 2,5 kgr\*, ἡ δύναμις τριβῆς ἢ ἀπλῶς ἡ τριβή, ἢ ὁποῖα εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν πρώτην, θὰ εἶναι ἐπίσης  $T = 2,5 \text{ kgr*}$ . Ἡ κάθετος δύναμις ἐπὶ τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν εἶναι τὸ βάρος τοῦ σώματος, ἥτοι  $P = 25 \text{ kgr*}$ , ὅθεν ὁ συντελεστὴς τριβῆς θὰ εἶναι :

$$\eta = \frac{T}{P} = \frac{2,5}{25} = 0,10$$

*2) Ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου τοποθετεῖται πλᾶξ ἔχουσα βάρους  $B$ . Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς μεταξὺ τοῦ ὑλικοῦ τῆς πλακὸς καὶ τοῦ ὑλικοῦ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου εἶναι  $\eta$ , πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ γωνία  $\varphi$  τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ἵνα ἡ πλᾶξ κατέρχεται τοῦτο μὲ σταθερὰν ταχύτητα.*

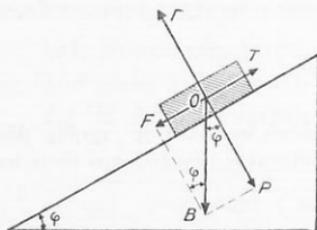
Εἶναι προδήλον, ὅτι ἡ πλᾶξ θὰ κατέρχεται ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, ὅταν ἡ τριβή, ἢ ὁποῖα ἔχει πάντοτε διεύθυνσιν ἀντίθετον τῆς κινήσεως, ἐξουδετερῶναι τὴν κινήτηριον δύναμιν. Ἐπὶ τῆς πλακὸς ἐπενεργεῖ τὸ βάρος  $B$ , τὸ ὁποῖον ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία  $P$ , κάθετος ἐπὶ τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, παριστᾷ τὴν κάθετον δύναμιν, τὴν πιέζουσαν τὰς δύο τριβομένας ἐπιφανείας, καὶ τῆς ὁποίας ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ εἶναι  $B \cdot \sin \varphi$ , ἐνῶ ἡ ἄλλη  $F$  εἶναι παράλληλος πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, παριστᾷ δὲ τὴν κινήτηριον συνιστώσαν, ἡ τιμὴ τῆς ὁποίας εἶναι  $F = B \cdot \eta \mu \varphi$  (σχ. 217).

Εἶναι φανερόν, ὅτι ἐπὶ τοῦ σώματος ἐκτὸς τῆς δυνάμεως τριβῆς  $T$  τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον ἐξασκεῖ καὶ ἑτέραν δύναμιν  $\Gamma$  ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν  $P$ . Τοῦτο προκύπτει ἐκ τοῦ ὅτι οὐδεμία κίνησις λαμβάνει χώραν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως  $P$ .

166. Γωνία τριβής. "Ινα ή πλάξ κατέρχεται επί του κεκλιμένου επιπέδου υπό σταθεράν ταχύτητα, πρέπει ή κινητήριος συνιστώσα να είναι ίση προς την δύναμιν τριβής  $T$ . Συμφώνως όμως προς τή άνωτέρω, εάν ή ό συντελεστής τριβής όλισθήσεως, θά είναι  $T = \eta B \text{ συν } \varphi$ , επομένως διά να κατέρχεται ή πλάξ επί του κεκλιμένου επιπέδου υπό σταθεράν ταχύτητα πρέπει :

$$F = B \eta \mu \varphi = \eta B \text{ συν } \varphi. \quad (1)$$

Έκ τής σχέσεως δέ ταύτης εύρίσκομεν :  $\epsilon \varphi \varphi = \eta$ , ήτοι, όταν ή πλάξ, όλισθαίνουσα κατέρχεται επί του κεκλιμένου επιπέδου υπό σταθεράν ταχύτητα, ή εφαπτομένη τής γωνίας κλίσεως του κεκλιμένου επιπέδου ίσοῦται προς τόν συντελεστήν τριβής όλισθήσεως. Η ως άνω γωνία  $\varphi$ , τής οποίας ή εφαπτομένη



Σχ. 217. Κεκλιμένον επίπεδον.

ίσοῦται προς τόν συντελεστήν τριβής καλεῖται *γωνία τριβής*.

Έκ τής άνω σχέσεως (1) προκύπτει ότι, διά να μετατοπίσωμεν ἔλκηθρον υπό σταθεράν ταχύτητα επί όριζοντίου επιπέδου, ή δύναμις  $F$ , τήν οποίαν πρέπει να εφαρμόσωμεν καί ή όποία χρησιμεύει προς έξουδετέρωσιν τής τριβής όλισθήσεως, εύρίσκεται, εάν εις τό δεύτερον μέρος του τύπου (1) θέσωμεν  $\varphi = 0$ , ότε εύρίσκομεν :  $F = \eta B$ .

Σπουδαιοτάτην εφαρμογήν τής τριβής συναντῶμεν εις τās τροχοπέδας (κ. φρένα).

Άριθμητικά παραδείγματα. 1. "Ελκήθρον μετατοπίζεται επί όριζοντίου εδάφους, εάν τό φορτίον του είναι 1000 kgf\* ό δέ συντελεστής τριβής είναι 0,10, πόση είναι ή δύναμις διά να προκαλέση τήν μετατόπισιν του ἔλκήθρου υπό σταθεράν ταχύτητα.

Είναι φανερόν, ότι ή απαιτούμενη δύναμις πρέπει να έξουδετερώη τήν τριβήν, επομένως  $F = 0,10 \cdot 1000 = 100 \text{ kgf}^*$ .

2. Σώμα βάρους  $B$  εύρίσκεται επί κεκλιμένου επιπέδου σχηματίζοντος γωνίαν  $\varphi = 45^\circ$  ως προς τό όριζόντιον επίπεδον. "Εάν ό συντελεστής τριβής είναι  $\eta = 0,5$  να δειχθῆ, ότι ή κίνησις του σώματος είναι επιταχυνομένη και να εύρεθῆ ή επιτάχυνσις.

Διά τήν περίπτωσιν όμαλής κινήσεως ισχύει ή σχέση  $\epsilon \varphi \varphi = \eta$ . Θέτοντες  $\eta = 0,5$  εύρίσκομεν τήν γωνίαν τριβής  $\varphi = 26,5^\circ$ . "Επειδή εις τό πρόβλημα έχομεν γωνίαν  $45^\circ$  δηλ. μεγαλύτεραν τής γωνίας τριβής, ἔπεται ότι ή συνιστώσα  $F$  είναι μεγαλύτερα τής τριβής  $T$  (σχ. 217). Άποτέλεσμα τούτου είναι, ότι τό σώμα αφιέμενον ελεύθερον επιταχύνεται.

Πρός εύρεσιν τής επιτάχυνσεως  $\gamma$  χρησιμοποιούμεν τήν σχέσιν. Δύναμις =  $\mu \alpha \lambda \alpha \times$  επιτάχυνσις. Η κινητήριος δύναμις είναι ή διαφορά μεταξύ τής συνιστώσεως  $F$  καί τής τριβής  $T$ , ήτοι :  $F - T = m \gamma$ .

Θέτοντες  $F = B \eta \mu \varphi$ ,  $T = \eta P = \eta B \text{ συν } \varphi$  καί  $m = \frac{B}{g}$  λαμβάνομεν :

$$B \eta \mu \varphi - \eta B \text{ συν } \varphi = \frac{B}{g} \cdot \gamma$$

καί εξ αὐτῆς λαμβάνομεν εύκόλως :  $\epsilon \varphi \varphi - \eta = \frac{\gamma}{g \text{ συν } \varphi}$  καί τέλος :

$$\gamma = g \text{ συν } \varphi (\epsilon \varphi \varphi - \eta) = 0,71 \cdot 981 (1 - 0,5) = 0,71 \cdot 981 \cdot 0,5 = 348 \text{ cm/sec}^2.$$

Παρατηρούμεν προσέτι, ότι ή επιτάχυνσις είναι ανεξάρτητος του βάρους του σώματος.

167. Τριβή κυλίσεως. "Όταν σώμα μετατοπίζεται κυλιόμενον, τότε πάλιν ύπεισέρχεται ή τριβή, ή όποία όμως εις τήν περίπτωσιν ταύτην καλεῖται *τριβή κυλίσεως*. Η τριβή κυλίσεως είναι κατά πολύ μικρότερα τής τριβής όλισθήσεως. Διά τόν λόγον τούτον ή ανακάλυψις του τροχου θεωρεῖται ως μία τών σημαντικωτέρων ανακαλύψεων, διότι, ἐνῶ εις τὰ αρχαῖα ὄχηματα ή κίνησις ἦτο κίνησις όλισθήσεως, διά τής ανακαλύψεως του τροχου ή κίνησις τών ὀχημάτων μετετρέπη εις κίνησιν κυλίσεως, οὕτω δέ ἀπαιτεῖται πολύ μικροτέρα

δύναμις πρὸς ὑπερνίκησιν τῆς τριβῆς. Τοῦτο ἄλλως τε παρατηροῦμεν εἰς τὴν περίπτωσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἀγχοφόροι θέλουν νὰ μεταφέρουν βαρὺ ἀντικείμενον. Ἀντὶ νὰ ὠθοῦν αὐτὸ στηριζόμενον ἀπ' εὐθείας ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ὅτε πρὸς ὑπερνίκησιν τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως πρέπει νὰ καταβάλουν μεγάλην δύναμιν, τοποθετοῦν τὸ σῶμα ἐπὶ κυλίνδρων ἐκ σιδήρου ἢ ξύλου, εἰς τρόπον ὥστε νὰ μετατρέψουν τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως εἰς τριβὴν κυλίσεως. Ἐπίσης διὰ τὸν αὐτὸν λόγον ἐφοδιάζομεν τὰς βάσεις ἢ τοὺς πόδας στηρίξεως διαφόρων βαρέων ἀντικειμένων διὰ τροχῶν, διότι κατὰ τὴν μετατόπισιν αὐτῶν ἔχομεν νὰ ἀντιμετωπίσωμεν τὴν κατὰ πολὺ μικροτέραν τριβὴν κυλίσεως ἀπὸ τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως.

Ἐπίσης εἰς τοὺς ἄξονας τῶν μηχανῶν, ἐφ' ὅσον τὰ ἔδρανα (κουζινέτα) αὐτῶν εἶναι ἐφοδιασμένα δι' ἐνσφαιρωμένων τριβέων (ρουλεμάν) (σχ. 218), ἡ τριβὴ τῶν ἄξόνων ἀνάγεται εἰς τριβὴν κυλίσεως.

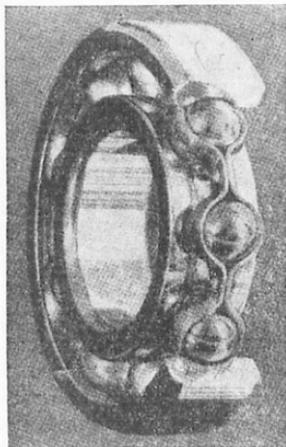
168. Λιπαντικαὶ οὐσίαι. Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως, ὡς καὶ ἡ τριβὴ κυλίσεως, ἐλαττοῦται σημαντικῶς διὰ χρησιμοποίησεως λιπαντικῶν οὐσιῶν, ἧτοι: λίπους, ἐλαίου, τάλκ κτλ., δύνανται δὲ ἡ τιμὴ αὐτοῦ νὰ κατέλθῃ μέχρι 0,005. Ἐξ ἄλλου, διὰ τῆς παρεμβολῆς τῶν λιπαντικῶν οὐσιῶν, αἱ ὁποῖα πληροῦν τὰς ἀνωμαλίας τῶν προστριβομένων ἐπιφανειῶν, ἡ τριβὴ λαμβάνει χώραν μεταξὺ στρωμάτων λιπαντικῶν οὐσιῶν καὶ ὄχι ἀπ' εὐθείας μεταξὺ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν ἄξόνων καὶ ἐδράνων.

169. Ἐλαστικότης. Κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς Μηχανικῆς ὑπεθέσαμεν, ὅτι τὰ ὑλικά σώματα εἶναι ἀπολύτως στερεὰ, δηλ. ὅτι αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐπενεργοῦν ἐπ' αὐτῶν οὐδεμίαν ἀπολύτως προκαλοῦν μεταβολήν, εἴτε τοῦ σχήματος εἴτε τοῦ ὄγκου αὐτῶν. Ἡ ὑπόθεσις ὁμοῦς αὕτη δὲν ἰσχύει εἰς τὴν πραγματικότητα, διότι σῶμα ἀπολύτως στερεὸν δὲν ὑπάρχει πράγματι εἰς τὴν φύσιν.

Ὅλος ἀντιθέτως παρατηροῦμεν, ὅτι ὅλα τὰ ἐν τῇ φύσει σώματα, τόσον κατὰ τὸν ὄγκον ὅσον καὶ κατὰ τὸ σχῆμα μεταβάλλονται ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῶν ἐπ' αὐτῶν ἐπενεργουσῶν δυνάμεων. Ἡ ἰδιότης αὕτη τῶν στερεῶν σωμάτων νὰ παραμορφοῦνται ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν ἐξωτερικῶν δυνάμεων καλεῖται **ἐλαστικότης**, τὰ δὲ ἐν τῇ φύσει ὑπάρχοντα στερεὰ σώματα, ὡς ἐκ τῆς ἀνωτέρω ἰδιότητος αὐτῶν, καλοῦνται **ἐλαστικὰ σώματα**. Τὸ κεφάλαιον τῆς Φυσικῆς, τὸ ὁποῖον ἐξετάζει τὰ στερεὰ ὑλικά σώματα ὄχι ὡς ἀπολύτως στερεὰ, καλεῖται **ἐλαστικότης**.

Ἡ παραμόρφωσις τῶν στερεῶν σωμάτων ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν ἐξωτερικῶν δυνάμεων δύναται νὰ εἶναι εἴτε παροδικὴ εἴτε μόνιμος. Οὕτω, ὅταν πιέζωμεν διὰ τῆς χειρὸς μας τόπι ἀπὸ καουτσούκ, τοῦτο παραμορφοῦται, ἀλλ' ἡ παραμόρφωσις του εἶναι παροδικὴ διότι, ὅταν ἀφήσωμεν τὸ τόπι ἐλεύθερον, βλέπομεν, ὅτι τοῦτο ἀναλαμβάνει ἀφ' ἑαυτοῦ τὴν ἀρχικὴν του μορφήν.

Ὅλος ἀντιθέτως, ἐὰν κτυπήσωμεν σφαῖραν ἀπὸ μόλυβδον ἰσχυρῶς μὲ σφυρίον, βλέπομεν ὅτι ἡ σφαῖρα παραμορφοῦται, ἡ δὲ παραμόρφωσις παραμένει καὶ μετὰ τὴν πάροδον τοῦ κτυπήματος, δεδομένου ὅτι ἡ μολυβδίνη σφαῖρα δὲν ἠμπορεῖ ν' ἀναλάβῃ ἀφ' ἑαυτῆς τὸ ἀρχικόν της σχῆμα.



Σχ. 218. Ἐνσφαιρὸς τριβεὺς (ρουλεμάν) πρὸς μετατροπὴν τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως εἰς τριβὴν κυλίσεως.

Ἄλλα καὶ τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα δεικνύουν παροδικὴν παραμόρφωσιν, παύουν νὰ δεικνύουν τὴν ιδιότητα ταύτην, ὅταν αἱ ἐντάσεις τῶν ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπενεργουσῶν δυνάμεων ὑπερβῶν ὠρισμένον ὄριον, τὸ ὁποῖον καλεῖται **ὄριον ἐλαστικότητος**, ὅτε καὶ τὰ σώματα ταῦτα ὑφίστανται μόνιμον παραμόρφωσιν.

**Ἐφ'** ὅσον ἡ ἐνταση τῶν ἐπενεργουσῶν δυνάμεων ἐπὶ σώματος κεῖται κάτω τοῦ ὁρίου τῆς ἐλαστικότητος, αἱ παραμορφώσεις τοῦ σώματος, δηλ. ἡ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου του ἢ τοῦ μήκους, εἶναι ἀνάλογος τῆς ἐντάσεως τῶν παραμορφουσῶν δυνάμεων. Ἡ ἀνωτέρω πρότασις ἀποτελεῖ τὸν **νόμον τοῦ Hooke**.

Τοῦτο δεικνύομεν πειραματικῶς διὰ τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 24 (σελ. 21), ἡ ὁποία ἀποτελεῖ καὶ τὴν ἀρχὴν τῆς πραγματοποιήσεως τοῦ ἔργου δι' ἐλατηρίου (κοινῶς κανταράκι), τὸν ὁποῖον περιγράφομεν εἰς τὴν σελ. 56.

Ἐπίσης, ἡ διάταξις τοῦ σχήματος 219 δεικνύει, ὅτι ἡ ἐπιμήκυνσις τοῦ χαλυβδίνου σύρματος ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ κάτωθεν αὐτοῦ ἐξηρητημένου βάρους εἶναι ἀνάλογος τοῦ τείνοντος βάρους B καί, ἐφ' ὅσον ἡ τιμὴ αὐτοῦ εἶναι κάτω τοῦ ὁρίου τῆς ἐλαστικότητος, ἐὰν ἀπομακρύνωμεν τὸ τεῖνον βᾶρος, τὸ σύρμα ἀναλαμβάνει ἀφ' ἑαυτοῦ τὸ ἀρχικόν του μήκος. Ἐὰν ὅμως τὸ τεῖνον βᾶρος λάβῃ τιμὴν μεγαλυτέραν τοῦ ὁρίου ἐλαστικότητος, τότε ἡ ἐπιμήκυνσις παραμένει καὶ μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τοῦ τείνοντος βάρους. Ἐὰν δὲ ἐξακολουθήσωμεν ν' αὐξάνωμεν τὸ τεῖνον βᾶρος, ἐπέρχεται στιγμή κατὰ τὴν ὁποίαν παρατηρεῖται θραύσις τοῦ σύρματος. Ὁ κάτωθι πίναξ δεικνύει εἰς kgr\* τὸ ἀπαιτούμενον βᾶρος διὰ τὴν θραύσιν συρμάτων ἐκ διαφόρων ὕλικῶν, τῶν ὁποίων ἡ ἐγκαρσία τομῆ εἶναι 1 mm<sup>2</sup>.

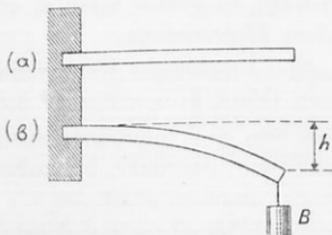
Μόλυβδος 2,6 kgr*	Λευκόχρυσος 43 kgr*	Σίδηρος 77 kgr*
*Αργυρος 3,7 kgr*	Χαλκός 51 kgr*	Χάλυψ 91 kgr*

Σχ. 219. Μέτρησις τῆς ἐπιμηκύνσεως τοῦ σύρματος, προκαλουμένης ὑπὸ βάρους B.



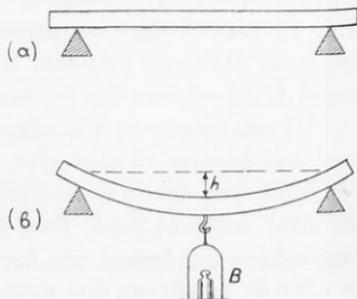
Ἐκ τῶν σωμάτων τούτων ὁ **χάλυψ** δεικνύει τὴν ιδιότητα τῆς ἐλαστικότητος εἰς μέγιστον βαθμόν, ἐνῶ ὁ **μόλυβδος** εἰς ἐλάχιστον βαθμόν. Εἰς τὸ σχ. 219 ἡ ἐλαστικότης τοῦ σώματος ἐκδηλοῦται διὰ τοῦ **ἐφελκυσμοῦ**.

Ἡ ἐλαστικότης ὅμως δύναται νὰ ἐκδηλωθῇ καὶ διὰ **κάμψεως**, ὡς π.χ. εἰς τὸ σχ. 220, ὅπου ἡ ράβδος εἶναι στερεωμένη κατὰ τὸ ἓν ἄκρον καὶ φορτίζεται ὑπὸ βάρους B κατὰ τὸ ἕτερον ἄκρον αὐτῆς, ὅτε ἡ ράβδος ὑφίσταται κάμψιν, καλεῖται δὲ τὸ μέγεθος **h** βέλος κάμψεως.



Σχ. 220. Κάμψις. Στήριξις δι' ἓνὸς σημείου.

Ἡ κάμψις ἐκδηλοῦται καὶ κατ' ἄλλον τρόπον ὡς π.χ. εἰς τὸ σχῆμα 221,



Σχ. 221. Κάμψις. Στήριξις διὰ δύο σημείων.

ὅπου ἡ ράβδος στηρίζεται κατὰ τὰ δύο αὐτῆς ἄκρα, ἐνῶ κατὰ τὸ μέσον αὐτῆς φορτίζεται

ὑπὸ τοῦ βάρους B, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὴν κάμψιν τῆς ράβδου. Καί· εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην τὸ μέγεθος  $h$  καλεῖται βέλος κάμψεως.

Ἐξ ἄλλου ἡ ἐλαστικότητα σώματος δύναται νὰ ἐκδηλωθῇ δι' ὀλισθήσεως ἢ στρέψεως ὡς τοῦτο παρατηρεῖται εἰς τοὺς ἄξονας περιστροφῆς μηχανῶν κ.λ.π.

170\*. Σκληρότης. Ἡ ἀντίστασις, τὴν ὁποῖαν ἀντιτάσσει σῶμά τι (π.χ. ὀρυκτόν), ὅταν δι' αἰχμηροῦ ἢ ὀξεοῦ ὄργανου προσπαθῶμεν νὰ διεισδύσωμεν μεταξὺ τῶν μορίων του, καλεῖται *σκληρότης* τοῦ σώματος. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς σκληρότητος τῶν σωμάτων ὁ Mohs καθόρισε κλίμακα ἀντιστοιχοῦσαν εἰς δέκα βαθμοὺς σκληρότητος, ἕκαστος δὲ βαθμὸς ἀντιπροσωπεύεται ὑπὸ ἑνὸς ἐκ τῶν μᾶλλον διαδεδομένων ὀρυκτῶν, ὡς ὁ ἑναντι πίναξ :

Σκληρομετρικὴ κλίμαξ Mohs

1. Τάλκης	6. Ὁρθόκλαστον
2. Γύψος	7. Χαλασίαις
3. Ἀσβεστίτης	8. Τοπάξιον
4. Φθορίτης	9. Κοροῦνδιον
5. Ἀπατίτης	10. Ἀδάμας

Ἡ διὰ τῆς κλίμακος τοῦ Mohs δοκιμασία τῆς σκληρότητος στηρίζεται εἰς τὸ ὅτι α) ἐκ δύο σωμάτων σκληρότερον εἶναι τὸ χαράσσει τὸ ἄλλο καὶ β) ὅταν δύο σώματα ἀλληλοχαράσσονται ἢ δὲν ἀλληλοχαράσσονται, ἔχουν τὴν αὐτὴν σκληρότητα.

## ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

### Α'. Ζητήματα.

Τί νοοῦμεν διὰ τῶν ὄρων τριβῆ καὶ δύναμις τριβῆς.

Πότε ἡ τριβὴ καλεῖται ὀλισθήσεως. Ποῖοι οἱ νόμοι, τοὺς ὁποίους ἀκολουθεῖ ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως.

Τί καλοῦμεν συντελεστὴν τριβῆς ὀλισθήσεως καὶ τί ἄλλο γνωρίζετε περὶ αὐτοῦ.

Τί καλοῦμεν γωνίαν τριβῆς καὶ πῶς καθορίζεται αὐτή.

Πῶς ὑπολογίζεται ἡ δύναμις τριβῆς καὶ ποῖα ἡ σχέση μεταξὺ αὐτῆς καὶ τῆς κινήσεως τῆς δυνάμεως σώματος.

Πῶς δυνάμεθα νὰ μειώσωμεν τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως.

Πότε ἡ τριβὴ καλεῖται κυλίσεως καὶ διὰ ποῖον λόγον εἰς τὴν πρᾶξιν προτιμῶμεν τὴν τριβὴν κυλίσεως ἀπὸ τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως.

Διὰ ποῖον λόγον χρησιμοποιοῦμεν εἰς τὰ διάφορα ὀχήματα τροχοῦς.

Διὰ ποῖον λόγον εἰς τὰ ἔδρανα τῶν στρεφομένων ἄξόνων χρησιμοποιοῦμεν ἑνσφαιροὺς τριβεῖς.

Εἰς ποῖαν περίπτωσιν ἐπιδιώκομεν πρακτικῶς τὴν χρησιμοποίησιν τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως καὶ τί φαινόμενον παρατηρεῖται εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν.

Τί νοοῦμεν διὰ τῶν ὄρων ἐλαστικότητος καὶ ἐλαστικά σώματα.

Ποῖον τὸ περιεχόμενον τοῦ νόμου τοῦ Hooke.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὄρου ὄριον ἐλαστικότητος καὶ τί συμβαίνει, ὅταν ὑπερβαίνομεν τὸ ὄριον ἐλαστικότητος.

Εἰς ποῖας περιπτώσεις ἐκδηλοῦται ἡ ἐλαστικότης τῶν σωμάτων.

### Β'. Προβλήματα.

1. Δύναμις 65 kgf\* διευθυνομένη ὀριζοντίως ἔλκει ἐπὶ ὀριζοντίου ἐδάφους ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα ἔλκητρον ὀλισθαίνον, βάρους 1200 kgf\*. Πόσος ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως. (\*Απ.  $\eta = 0,054$ ).

2. Κιβώτιον βάρους 50 kg<sup>\*</sup> τοποθετείται ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου γωνίας 30° καὶ ἰσορροπεῖ. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως εἶναι 0,3, πόση ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐπε-  
νεργεῖ ἐπὶ τοῦ κιβωτίου. ('Απ.  $F = 12 \text{ kg}^*$ ).

3. Σῶμα ἔχον βάρους 250 kg<sup>\*</sup> μετατοπίζεται ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα κατὰ 6 m ἐπὶ ὀριζοντίου ἐδάφους, ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν ὀριζοντίας δυνάμεως 37 kg<sup>\*</sup>. Νὰ εὑρεθῇ ὁ συντε-  
λεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως. Ποῦ κατηναλώθη τὸ παραχθὲν ἔργον. ('Απ.  $\eta = 0,15$ ).

4. Δύναμις ὀριζοντία 6 kg<sup>\*</sup> ἐφαρμόζεται ἐπὶ μάζης 10 kg εὐρισκομένης ἐν ἡρεμίᾳ ἐπὶ ὀριζοντίας ἐπιφανείας. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0,40, πόση ἡ ἐπιτάχυνσις  
τῆς μάζης. ('Απ.  $\gamma = 2 \text{ m/sec}^2$ ).

5. Σῶμα κείται ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου μήκους 30 cm καὶ μεταβλητῆς γωνίας, ἀρχί-  
ζει δὲ νὰ κατέρχεται, ὅταν τὸ ὕψος τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου εἶναι 10,8 cm. Ζητοῦνται, ἡ  
γωνία τριβῆς καὶ ὁ συντελεστὴς τριβῆς ἡρεμίας. ('Απ.  $\varphi = 21^\circ$ ,  $\eta = 0,384$ ).

6. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς μεταξὺ τῶν ἐν ἐπαφῇ ἐπιφανειῶν εἶναι 0,20, πόση δύ-  
ναμις ἀπαιτεῖται, παραλλήλως πρὸς κεκλιμένον ἐπίπεδον γωνίας 30°, διὰ νὰ μεταδώσῃ εἰς  
σῶμα μάζης 50 kg ἐπιτάχυνσιν πρὸς τὰ ἄνω κατὰ 0,6 m/sec<sup>2</sup>. ('Απ.  $F = 36,66 \text{ kg}^*$ ).

7. Ἄνθρωπος κρατεῖ διὰ τῶν δύο χειρῶν του βιβλίον βάρους 1,5 kg<sup>\*</sup> καὶ πιέζει  
αὐτὸ ὀριζοντίως, εἰς τρόπον ὥστε τὸ βιβλίον νὰ συγκρατηθῇ καὶ νὰ μὴ καταπίπτῃ. Ἐὰν  
ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν καταβάλλει ἐκάστη τῶν χειρῶν εἶναι 4 kg<sup>\*</sup>, πόσος ὁ συντελεστὴς  
τριβῆς μεταξὺ βιβλίου καὶ χειρῶν. ('Απ.  $\eta = 0,19$ ).

8. Κιβώτιον βάρους 100 kg<sup>\*</sup> ἀνυψοῦται, διὰ κεκλιμένου ἐπιπέδου μήκους 12 m καὶ  
ὑψους 6 m, διὰ μέσου σχοινίου διατιθεμένου παραλλήλως πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον. Νὰ  
ὑπολογισθῇ ἡ τάσις τοῦ νήματος, ὅταν τὸ κιβώτιον ἀνέρχεται τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον ὑπὸ  
σταθερὰν ταχύτητα, γνωστοῦ ὄντος ὅτι ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0,30. ('Απ.  $T = 76 \text{ kg}^*$ ).

9. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως, μεταξὺ σώματος καὶ τῆς ἐπιφανείας ἐπὶ τῆς  
ὁποίας κινεῖται ὀλισθαίνον, εἶναι 0,18, ἐνῶ ἡ ἐπιφάνεια παρουσιάζει κλίσιν 15° ὡς πρὸς τὸ  
ὀριζόντιον ἐπίπεδον. Ἐὰν τὸ σῶμα ἔχῃ βάρους 150 kg<sup>\*</sup>, πόση δύναμις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ  
διατηρήσῃ τὴν κίνησιν αὐτοῦ: α) πρὸς τὰ ἄνω ἐπὶ τῆς κεκλιμένης ἐπιφανείας, ὑπὸ σταθε-  
ρὰν ταχύτητα, καὶ β) πρὸς τὰ κάτω, ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα. ('Απ. 65 kg<sup>\*</sup>, 12,8 kg<sup>\*</sup>).

10. Λίθος βάρους 5 kg<sup>\*</sup> εὐρισκόμενος ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου μήκους 5 m καὶ ὕψους  
3 m κατέρχεται ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ὀλισθαίνον. Ζητοῦν-  
ται, ὁ συντελεστὴς τριβῆς, ἡ δύναμις τριβῆς καὶ ἡ γωνία τριβῆς.  
('Απ.  $\eta = 0,75$ , 3 kg<sup>\*</sup>,  $\varphi = 37^\circ$ ).

11. Πόση εἶναι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ σῶμα μάζης 29 kg, ὅταν κα-  
τέλθῃ ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου μήκους 24 m καὶ γωνίας κλίσεως 30°, δεδομένου ὅτι ὁ συν-  
τελεστὴς τριβῆς εἶναι 0,20. ('Απ. 234 kg<sup>\*</sup>m).

12. Ἐλκηθρον, τὸ ὁποῖον μετὰ τοῦ φορτίου του ἔχει βάρους 72 kg<sup>\*</sup>, τίθεται εἰς κίνη-  
σιν ὑπὸ ἀνθρώπου καταβάλλοντος ὀριζοντίαν δύναμιν 13 kg<sup>\*</sup> ἐπὶ χρόνον 3 sec. Ὁ συντε-  
λεστὴς τριβῆς εἶναι 0,02. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον θὰ διανύσῃ τὸ ἔλκηθρον,  
ὅταν ὁ ἄνθρωπος παύῃ νὰ ἔλκῃ αὐτό. ('Απ.  $s = 57,6 \text{ m}$ ).

## ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

171. Ἡ Μηχανικὴ τῶν ρευστῶν περιλαμβάνει τὴν σπουδὴν τῆς ἰσορροπίας καὶ τῆς κινήσεως τῶν ρευστῶν. Ὡς ρευστὰ εἰς τὴν Φυσικὴν νοοῦμεν τὰ ὑγρά καὶ τὰ ἀέρια, τὰ ὁποῖα ἐξετάζονται εἰς ἰδιαιτερον κεφάλαιον, λόγῳ ἰδιαζουσῶν ἰδιοτήτων τὰς ὁποίας παρουσιάζουν καὶ ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ὁποίων διακρίνονται ἀπὸ τὰ στερεὰ σώματα (§ 34).

Ἐκ τῆς Μηχανικῆς τῶν ρευστῶν θὰ σπουδάσωμεν κυρίως τὴν Ὑδροστατικὴν καὶ Ἀεροστατικὴν, αἱ ὁποῖαι ἐξετάζουν τὰ ρευστὰ ἐν καταστάσει ἰσορροπίας, ἐνῶ ἐκ τῆς Ὑδροαεροδυναμικῆς, ἡ ὁποία ἐξετάζει τὰ ρευστὰ ἐν κινήσει, ἐλάχιστα μόνον θέματα θὰ ἐξετάσωμεν, διότι ἡ σπουδὴ τοῦ κεφαλαίου τούτου ἐκφεύγει τῶν ὁρίων τοῦ ἀνὰ χεῖρας βιβλίου.

### ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ζ'

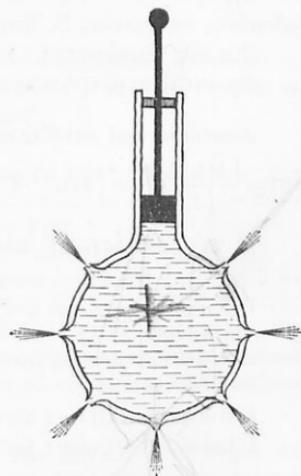
#### ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

Ἡ Ὑδροστατικὴ ἀσχολεῖται μὲ τὴν σπουδὴν τῶν ὑγρῶν εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας· δεχόμεθα δὲ ὅτι τὰ ὑγρά ἔχουν ὠρισμένον ὄγκον καὶ ὅτι εἶναι πρακτικῶς ἀσυμπίεστα.

172. Θεμελιώδεις ἀρχαὶ τῆς Ὑδροστατικῆς. 1. Ὑγρὸν εὐρισκόμενον ἐν ἰσορροπίᾳ ἐντὸς δοχείου ἐξασκεῖ ἐπὶ οἰουδήποτε μέρους τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου δύναμιν διευθυνομένην πρὸς τὰ ἔξω αὐτοῦ.

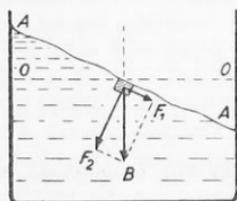
2. Ἡ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ μικροῦ τμήματος ἐπιφανείας τοιχώματος εἶναι κάθετος ἐπὶ τὸ τοίχωμα καὶ ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ του (σχ. 222).

173. Ἐλευθέρᾳ ἐπιφάνειᾳ ὑγροῦ. Ὅταν ὑγρὸν ὑπόκειται εἰς τὴν ἐπίδρασιν τῆς βαρύτητος, τότε, ὡς ἐκ τῆς εὐκωνησίας τῶν μορίων αὐτοῦ, ἡ ἐλευθέρᾳ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ, ἐν ἰσορροπίᾳ εὐρισκομένου, πρέπει νὰ διατίθεται καθέτως ἐπὶ τὴν δύναμιν τῆς βαρύτητος, ἥτοι ὀριζοντιῶς, ὑποτιθεμένου ὅτι ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ δὲν ἐπιδρῶν ἄλλαι δυνάμεις. Διότι, ἐὰν ἡ ἐλευθέρᾳ ἐπιφάνεια ἦτο ἡ ΑΑ (σχ. 223) καὶ θεωρήσωμεν



Σχ. 222. Διὰ πίεσεως τοῦ ἐμβολῆος ἐξασκῶνται δυνάμεις κάθετοι ἐπὶ τὰ τοιχώματα τοῦ δοχείου.

ένα μικρόν τμήμα τοῦ ὑγροῦ, τὸ βάρος  $B$  αὐτοῦ δύναται νὰ ἀναλυθῆ εἰς τὰς συνιστώσας  $F_1, F_2$ . Ἐκ τούτων ἡ συνιστώσα  $F_1$  θέτει εἰς κίνησιν τὸ ὑγρὸν καὶ εἶναι φανερόν, ὅτι αὕτη θὰ μηδενισθῆ, ὅταν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ γίνῃ ὀριζοντία (θέσις  $OO$ ). Τοῦτο δεῖκνύεται διὰ τοῦ νήματος τῆς στάθμης (βλ. § 134).



Σχ. 223. Τὸ ὑγρὸν ἠρεμεῖ, ὅταν ἡ στάθμη καταστῆ ὀριζοντία.

Ἐφαρμογὴν τῶν ἀνωτέρω ἀποτελεῖ ἡ **ἀεροστάθμη** (σχ. 224), ἡ ὁποία χρησιμεύει διὰ τὴν ὀριζοντίωσιν διαφόρων βάρων, ὡς π.χ. εἰς ὀπτικά ὄργανα, ζυγοῦς κ. ἄ.



Σχ. 224. Ὑπόδειγμα ἀεροστάθμης.

**174. Πίεσις.** Κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς Ὑδροστατικῆς συναντῶμεν συχνὰ τὸ μέγεθος **πίεσις**. Θεωρήσωμεν, ὅτι ἐπὶ ἐπιπέδου ἐπιφανείας  $S$  ἐπενεργεῖ δύναμις  $F$ , κάθετος ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν καὶ ὁμοιομόρφως κατανεμημένη ἐπ' αὐτῆς. Ὡς εἶδομεν εἰς τὴν εἰσαγωγὴν (βλ. σελ. 19), **καλοῦμεν πίεσιν ( $p$ ) τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως τῆς ἀσκουμένης ἐπὶ ἐπιφανείας  $S$  διὰ τοῦ ἔμβαδοῦ τῆς ἐπιφανείας ταύτης ἢ ἄλλως τὴν δύναμιν τὴν ἀσκουμένην ἐπὶ τῆς μονάδος ἐπιφανείας.**

Ἐπομένως εἶναι :

$$p = \frac{F}{S} \quad (1)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης εὐρίσκομεν τὴν συνολικὴν δύναμιν  $F$  τὴν ἀσκουμένην ἐπὶ δεδομένης ἐπιφανείας  $S$ , ἥτοι :  $F = p S$ .

Ἐκ τῆς ἐξίσωσος (1) δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὴν ἐξίσωσιν διαστάσεων καὶ τὰς μονάδας μετρήσεως τῆς πίεσεως, ὡς ἀκολούθως :

**Διαστάσεις καὶ μονάδες πίεσεως.** α) **Σύστημα μονάδων CGS.**

$$[p] = \frac{[MLT^{-2}]}{[L^2]} = [ML^{-1}T^{-2}], \text{ καὶ μονάς: τὸ } 1 \text{ gr} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{sec}^{-2}, \text{ ἢ } 1 \text{ Dyn/cm}^2.$$

β) **Τεχνικὸν σύστημα μονάδων.**  $[p] = \frac{[F]}{[L^2]} = [FL^{-2}]$ , καὶ μονάς: τὸ  $1 \text{ kgr}^*/\text{m}^2$ .

Προκειμένου περὶ τοῦ συστήματος μονάδων CGS, ἡ μονὰς πίεσεως  $1 \text{ Dyn/cm}^2$  καλεῖται **mikrobar** ( $\mu\text{B}$ ), ἐνῶ πίεσις  $10^6 \text{ Dyn/cm}^2$  καλεῖται **Bar** ( $\text{B}$ ). Ἐκτὸς τούτων, χρησιμοποιεῖται καὶ ἡ μονὰς **millibar** ( $\text{mB}$ ). Ὁθῶς εἰς τὸ σύστημα CGS ἔχομεν τὰς ἀκολουθοῦσας μονάδας πίεσεως :

$$1 \text{ mikrobar } (\mu\text{B}) = 1 \text{ Dyn/cm}^2 = 1 \text{ gr/cm} \cdot \text{sec}^2.$$

$$1 \text{ Bar} = 10^6 \mu\text{B}, \text{ καὶ } 1 \text{ millibar} = 10^3 \mu\text{B} = 10^{-3} \text{ Bar}.$$

Ἐκτὸς τῶν μονάδων τούτων χρησιμοποιεῖται ἐν τῇ πράξει καὶ ἡ **τεχνικὴ ἀτμόσφαιρα** ( $1 \text{ at}$ ), εἶναι δέ :

$$1 \text{ at} = 1 \text{ kgr}^*/\text{cm}^2$$

Ἐκτὸς τῆς τεχνικῆς ἀτμοσφαιράς, χρησιμοποιεῖται εἰς τὴν Φυσικὴν καὶ ἡ **φυσικὴ ἀτμόσφαιρα** (1 **Atm**) εἶναι δέ :

$$1 \text{ Atm} = 1,033 \text{ kg}^*/\text{cm}^2$$

Αὕτη ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαιράς. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι : 1 at = 0,968 Atm. Περαιτέρω θὰ γνωρίσωμεν καὶ ἄλλας μονάδας πίεσεως (βλ. § 199).

175. Ἐκφρασις τῆς πίεσεως διὰ τοῦ ὕψους ὑγρᾶς στήλης. Εἰς τὴν ὕδροστατικὴν ἐπεκράτησεν ἡ συνήθεια νὰ ἐκφράζωμεν τὴν πίεσιν διὰ τοῦ ὕψους ὑγρᾶς στήλης, νοοῦντες οὕτω τὸ βάρος στήλης ἐκ τοῦ ὑγροῦ, ἐχούσης βάσιν 1  $\text{cm}^2$  καὶ ὕψος τὸ τῆς ὑγρᾶς στήλης. Οὕτως, ἐὰν ἔχωμεν κυλινδρικήν στήλην ὑγροῦ εἰδικοῦ βάρους  $\epsilon$  καὶ βάσεως ἐμβαδοῦ  $S$ , λαμβάνομεν ἐκ τῆς ἐξισώσεως ὁρισμοῦ τῆς πίεσεως :

$$p = \frac{F}{S} = \frac{Sh \cdot \epsilon}{S} = h \cdot \epsilon$$

ὅπου ἀντὶ  $F$  ἐτέθη τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ τοῦ περιεχομένου εἰς κύλινδρον βάσεως  $S$  καὶ ὕψους  $h$ . Ἄρα ἔχομεν :

$$p = h \cdot \epsilon \quad (1)$$

Ἄν ληφθῆ ὑπ' ὄψιν, ὅτι  $\epsilon = \rho g$ , ὅπου  $\rho$  ἡ πυκνότης τοῦ ὑγροῦ καὶ  $g$  ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος, ἡ ἀνωτέρω σχέσις (1) γίνεται :

$$p = h \cdot \rho g$$

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα : 1. Ποίαν πίεσιν ἀσκεῖ στήλη ὑδραργύρου ὕψους 30  $\text{cm}$  καὶ τομῆς 1  $\text{cm}^2$ . (Πυκνότης ὑδραργύρου  $\rho = 13,6 \text{ gr}/\text{cm}^3$  καὶ  $g = 981 \text{ cm}/\text{sec}^2$ ).

Ἡ πίεσις εἶναι :

$$p = 30 \cdot 13,6 \cdot 981 = 4 \cdot 10^5 \text{ Dyn}/\text{cm}^2 \quad \eta$$

$$p = 30 \cdot 13,6 = 408 \text{ gr}^*/\text{cm}^2.$$

2. Ἐπὶ ἐμβόλου ἐμβαδοῦ 100  $\text{cm}^2$  ἐπιτίθεται βάρος 10  $\text{kg}^*$ . Πόσον ὕψος στήλης ὕδατος ἰσορροπεῖ. Ἐὰν ἀντὶ ὕδατος τεθῆ ὑδραργύρος, πόσον τὸ ἀντίστοιχον ὕψος.

Ἡ πίεσις ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου εἶναι  $p = \frac{F}{S} = \frac{10}{100} = 0,1 \frac{\text{kg}^*}{\text{cm}^2} = 100 \frac{\text{gr}^*}{\text{cm}^2}$ .

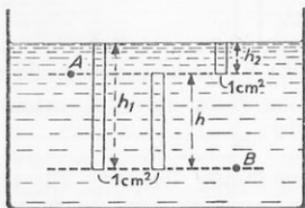
Ἐὰν τὸ ὕψος τῆς ὑδατίνης στήλης ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐμβόλου κληθῆ  $h$  καὶ  $\epsilon$  εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ, ἔχομεν :  $\epsilon h = 100 \frac{\text{gr}^*}{\text{cm}^2}$ .

Θέτοντες  $\epsilon = 1 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$  διὰ τὴν περίπτωσιν τοῦ ὕδατος λαμβάνομεν :  $h = 100/1 = 100 \text{ cm}$ .

Διὰ τὴν περίπτωσιν ὑδραργύρου, τοῦ ὁποίου τὸ εἰδικὸν βάρος εἶναι  $\epsilon = 13,6 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$ , λαμβάνομεν :  $h = 100/13,6 = 7,36 \text{ cm}$ .

176. Πίεσις ὑγροῦ ἐν ἰσορροπίᾳ. Ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ὑγρὸν ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ περιέχοντος αὐτὸ δοχείου, δύναται νὰ ἔχη διπλὴν προέλευσιν, εἴτε δηλ. νὰ προέρχεται ἐκ τοῦ βάρους τοῦ ὑγροῦ, εἴτε ἐκ δυνάμεως ἐπιφερομένης ἐπ' αὐτοῦ δι' ἐμβολέως. Ἡ πίεσις ἢ προερχομένη ἐκ τοῦ βάρους τοῦ ὑγροῦ δύναται νὰ θεωρηθῆ ὡς ἀμελητέα, ἐφ' ὅσον ἡ ἑξωτερικὴ πίεσις εἶναι πολὺ μεγαλύτερα τῆς προερχομένης ἐκ τοῦ βάρους τοῦ ὑγροῦ.

177. Ὑδροστατικὴ πίεσις. Θεμελιώδες θεώρημα τῆς Ὑδροστατικῆς. Θεωρήσωμεν ὑγρὸν εὐρισκόμενον ἐν ἰσορροπίᾳ ἐντὸς δοχείου. Ὡς γνωστόν, ἡ ἐλευθέρη ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ θὰ εἶναι ὀριζόντιον ἐπίπεδον. Εἶναι φανερόν, ὅτι εἰς τὰς περιοχὰς τοῦ ὑγροῦ τὰς εὐρισκομένας κάτωθεν τῆς ἐλευθέρης ἐπιφανείας αὐτοῦ, ἡ πίεσις θὰ εἶναι μεγαλύτερα λόγω τοῦ βάρους τῶν ὑπερκειμένων στρωμάτων ὑγροῦ. Ἐὰν δὲ θεωρήσωμεν σημεῖον Α (σχ. 225) εὐρισκόμενον ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου, ἀπέχοντος κατὰ  $h_2$  ἀπὸ τῆς ἐλευθέρης ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, εἶναι φανερόν ὅτι ἡ πίεσις, ἡ ὁποία θὰ ὑφίσταται εἰς τὸ βάθος τοῦτο, θὰ ἰσοῦται πρὸς  $p_2 = h_2 \cdot \epsilon$ ,



Σχ. 225. Ἐπεξήγησις τῆς θεμελιώδους προτάσεως τῆς Ὑδροστατικῆς.

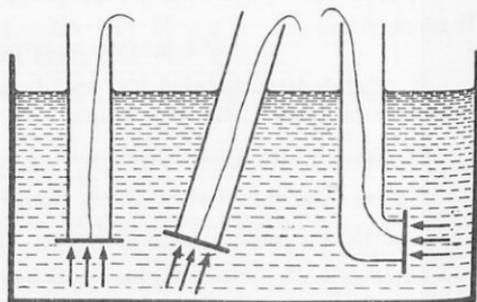
δηλ. θὰ εἶναι ἴση πρὸς τὸ βάρος ὑγρᾶς στήλης ἐχούσης βάσιν 1 τετραγωνικὸν ἑκατοστὸν ( $1 \text{ cm}^2$ ) καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τοῦ Α ἀπὸ τῆς ἐλευθέρης ἐπιφανείας. Ἐὰν ἤδη θεωρήσωμεν καὶ ἄλλο σημεῖον Β εὐρισκόμενον εἰς βάθος  $h_1 > h_2$  ἀπὸ τῆς ἐλευθέρης ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, θὰ εἶναι :  $p_1 = h_1 \cdot \epsilon$ . Δι' ἀφαιρέσεως τῶν δύο ἐξισώσεων κατὰ μέλη εὐρίσκομεν :

$$p_1 - p_2 = (h_1 - h_2) \epsilon = h \epsilon.$$

Ἡ σχέση αὕτη ἐκφράζει τὴν ἀκόλουθον θεμελιώδη πρότασιν τῆς Ὑδροστατικῆς : **Ἡ διαφορὰ τῶν πιέσεων μεταξὺ δύο σημείων εὐρισκομένων ἐντὸς μάζης ὑγροῦ ἐν ἰσορροπίᾳ καὶ εἰς διάφορον βάθος ἀπὸ τῆς ἐλευθέρης ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος ὑγρᾶς στήλης ἐχούσης βάσιν  $1 \text{ cm}^2$  καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τῶν δύο θεωρουμένων σημείων.**

Ἡ ὡς ἄνω πίεσις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ὑγρὸν λόγω τοῦ βάρους του εἰς πᾶν σημεῖον εὐρισκόμενον ἐντὸς τῆς μάζης αὐτοῦ, καλεῖται **ὕδροστατικὴ πίεσις**. Ἐκτὸς τῆς ἀνωτέρω πίεσεως ὑφίσταται καὶ ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, τὴν ὁποίαν δὲν λαμβάνομεν ὑπ' ὄψιν προκειμένου περὶ διαφορῶν πιέσεων, διότι αὕτη ἀπαλείφεται.

178. Μέτρησις τῆς ὕδροστατικῆς πίεσεως. Ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐν ὑγρῷ ἐπὶ μιᾶς ἐπιφανείας, εὐρίσκεται, ὅτι εἶναι κάθετος ἐπ' αὐτὴν καὶ ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ τῆς ἐπιφανείας.



Σχ. 226. Ἡ πίεσις εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ τῆς πιεζομένης ἐπιφανείας.

α) Κατὰ τρόπον ἀπλούστατον δυνάμεθα νὰ δεῖξωμεν, ὅτι ἡ πίεσις εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ, διὰ τῶν τριῶν σωλήνων τοῦ σχήματος 226, τῶν ὁποίων οἱ πυθμένες ἀποτελοῦνται ἐκ λεπτοῦ καὶ ἐλαφροῦ μετάλλου. Ἐάν, κρατοῦντες ἐν ἀρχῇ τοὺς πυθμένες ἐν ἐπαφῇ πρὸς τοὺς σωλήνας διὰ τῶν νημάτων, βυθίσωμεν αὐτοὺς ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, τότε οἱ πυθμένες συγκρατοῦνται, λόγω τῶν κάτωθεν ἐπ' αὐτῶν ἀσκουμένων δυνάμεων καὶ οὕτω δυνάμεθα ν' ἀφήσωμεν ἐλεύθερα τὰ νήματα. Μολονότι δὲ αἱ ἐπιφάνειαι τῶν πυθμένων αὐ-

τῶν εἶναι διαφόρως προσανατολισμένοι, αἱ δυνάμεις αἱ ἀσκούμεναι ἐπ' αὐτῶν ἔχουν τὴν ἴδιαν τιμὴν, ἐφ' ὅσον οὗτοι εὐρίσκονται εἰς τὸ αὐτὸ βάθος. Πράγματι, οἱ πυθμένες παρατηροῦμεν, ὅτι ἀποσπῶνται, ὅταν ἕκαστος κύλινδρος πληροῦται ὕδατος μέχρι τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ εἰς τὸ δοχεῖον.

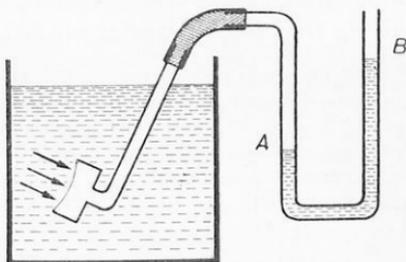
Ἐκ τοῦ πειράματος τούτου συνάγεται, ὅτι ἡ πίεσις εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ τῆς ἐπιφανείας ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ καὶ ἴση πρὸς τὸ βάρος ὑγρᾶς στήλης ἐχούσης βάσιν  $1 \text{ cm}^2$  καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τοῦ κέντρου τῆς ἐπιφανείας ἀπὸ τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.

Ἐξ ἄλλου, εἰάν ἐντὸς ἐνὸς τῶν κύλινδρων θέσωμεν ὕδωρ, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ δίσκος ἀποσπᾶται μόνον, ὅταν τὸ ὕδωρ ἐντὸς τοῦ κύλινδρου φθάσῃ εἰς τὸ αὐτὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον, ὅπου εὐρίσκεται τὸ ἔξωθεν ὕδωρ. Οὗτω συνάγουμεν τὴν ἀκόλουθον πρότασιν:

**Ἐπὶ λιαν λεπτῆς ἐπιπέδου ἐπιφανείας βυθισμένης ἐντὸς ὑγροῦ ἐξασκοῦνται, ἐπὶ τῶν δύο ὀψεων αὐτῆς, δυνάμεις κάθειοι ἐπ' αὐτὴν ἴσαι καὶ ἀντίθετοι.**

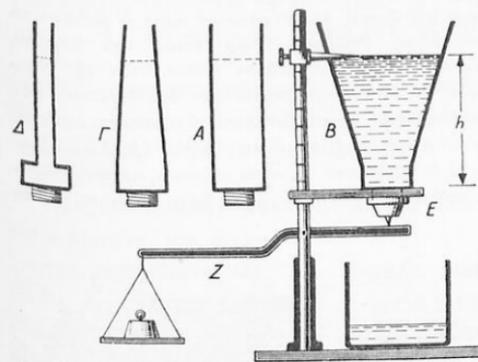
β) Ἄλλη διάταξις χρησιμεύουσα διὰ τὸν αὐτὸν σκοπὸν δεῖκνυται εἰς τὸ σχῆμα 227. Αὕτη ἀποτελεῖται ἐκ μεταλλικῆς κάψης κλειομένης κατὰ τὴν μίαν ἐπιφάνειαν δι' ἐλαστικῆς μεμβράνης, ἢ δὲ ἑτέρα ἔπιφάνεια αὐτῆς συζωνοῦν διὰ μεταλλικοῦ σωλήνος καουτσούκ πρὸς τὸ ἄκρον τοῦ ὑαλίνου σωλήνος Α, δις κεκαμμένον κατ' ὀρθὴν γωνίαν, ἔχοντος τὸ ἄκρον Β ἀνοικτὸν καὶ χρησιμεύοντος ὡς μανομέτρου.

Ἐάν ἡ κάψα εἶναι ἐκτὸς τοῦ δοχείου, τὸ ὑγρὸν εἰς τὰ δύο σκέλη τοῦ μανομέτρου εὐρί-



Σχ. 227. Μέτρησις τῆς πίεσεως ἐντὸς ὑγροῦ.

σκεται εἰς τὴν αὐτὴν στάθμην. Ἐάν ὁμως βυθισθῇ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, λόγῳ τῆς ἀσκουμένης ὑδροστατικῆς πίεσεως ἐπὶ τῆς μεμβράνης, αὕτη παραμορφοῦται καὶ πιέζει τὸν εἰς Α ἀέρα, οὗτω δὲ ἡ στάθμη τοῦ ὑγροῦ κατέρχεται εἰς Α καὶ ἀνέρχεται εἰς Β, ἢ δὲ πίεσις καθορίζεται ἐκ τοῦ ὕψους τῆς ὑγρᾶς στήλης τοῦ ἀντιστοιχοῦντος μεταξὺ τῶν δύο σταθμῶν τοῦ ὑγροῦ εἰς Α καὶ Β. Ἐάν τὸ κέντρον τῆς κάψης διατηρῆται εἰς τὴν αὐτὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ὅπως ὁδηγεῖται ἐν τῇ στήλῃ τοῦ μανομέτρου παραμένει ἀμετάβλητον. Ἐάν ὁμως ἡ κάψα βυθίζεται περισσότερον ἢ ὀλιγώτερον, τὸ ὕψος



Σχ. 228. Διάταξις διὰ τὴν πειραματικὴν ἀπόδειξιν τῶν πίεσεων, αἵτινες ἐξασκοῦνται ἐπὶ τοῦ πυθμένος.

τῆς στήλης καὶ ἐπομένως ἡ πίεσις αὐξάνεται ἢ ἑλαττοῦται.

### 179. Πίεσις καὶ δυνάμεις ἀσκούμεναι ἐπὶ τοῦ πυθμένος δοχείου.

Θεωρήσωμεν δοχεῖον περιέχον ὑγρὸν εἰδικῷ βάρους  $\epsilon$  (σχ. 228) καὶ ἔστω  $h$  ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις τοῦ πυθμένος ἀπὸ τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Ἡ πίεσις εἰς οἰονδήποτε σημεῖον τοῦ πυθμένος εἶναι  $p = h \cdot \epsilon$ . Ἐάν ὁ πυθμὴν ἔχη ἐπιφάνειαν  $S$ , τότε ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν οὗτος θὰ ὑφίσταται, εἶναι

$F = p \cdot S = h \cdot \epsilon \cdot S$ , ήτοι: *Η δύναμις, την όποιαν ύφίσταται πυθμὴν δοχείου λόγω τοῦ βάρους τοῦ περιεχομένου ὑγροῦ, ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος ὑγρᾶς στήλης ἐχούσης βάσιν τὸν πυθμὴνα καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν αὐτοῦ ἀπὸ τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.*

Ἐκ τούτων προκύπτει, ὅτι ἡ δύναμις, τὴν όποιαν ύφίσταται ὁ πυθμὴν, εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς ποσότητος τοῦ περιεχομένου εἰς τὸ δοχεῖον ὑγροῦ καὶ ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τῆς ἐκτάσεως τοῦ πυθμένου καὶ ἐκ τῆς κατακόρυφου ἀποστάσεως αὐτοῦ ἀπὸ τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ἐν ἰσορροπία ὑγροῦ.

*Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. 1. Εἰς δοχεῖον περιέχεται ὕδωρ. Πόση εἶναι ἡ πίεσις εἰς σημεῖόν τι τοῦ πυθμένου εὐρισκόμενον εἰς 1,5 m κάτω τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας.*

Δίδονται  $h = 1,5 \text{ m} = 150 \text{ cm}$  καὶ  $\epsilon = 1 \text{ gr}^*/\text{cm}^3 = 981 \text{ Dyn/cm}^3$ . Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὴν γνωστὴν σχέσιν  $p = \epsilon h$  λαμβάνομεν:  $p = 981 \cdot 150 = 147000 \text{ Dyn/cm}^2 = 150 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$ .

2. *Ποία ἡ δύναμις, ἡ όποία ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ πυθμένου δοχείου κυλινδρικοῦ, διαμέτρου  $d = 10 \text{ cm}$ , τὸ όποῖον πληροῦται δι' ὕδατος  $\epsilon = 1 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$  μέχρις ὕψους 25 cm.*

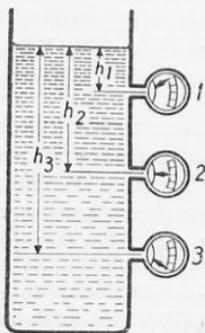
Ἡ πίεσις εἰς σημεῖόν τι τοῦ πυθμένου θὰ εἶναι:

$$p = h \cdot \epsilon = 25 \cdot 1 = 25 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$$

ἡ δὲ συνολικὴ δύναμις  $F$ , τὴν όποιαν ύφίσταται ὁ πυθμὴν ἐπιφανείας  $S$ , θὰ εἶναι:

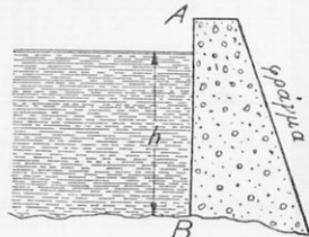
$$F = p \cdot S = p \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \frac{25 \cdot 3,14 \cdot 10^2}{4} = 1962 \text{ gr}^*.$$

*Πειραματικὴ ἀπόδειξις.* Ἐπὶ καταλλήλου βάσεως (σχ. 228) κοχλιοῦται κυλινδρικὸν δοχεῖον ἄνευ πυθμένου. Ὁ πυθμὴν τοῦ δοχείου, ἀποτελούμενος π. χ. ἐκ δίσκου μεταλλικοῦ, εἶναι προσηρμοσμένος ἐπὶ τοῦ ἐνὸς ἄκρου φάλαγγος ζυγοῦ καὶ, διὰ σταθμῶν τιθεμένων ἐπὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐτέρας φάλαγγος ἐξηρημένου δίσκου τοῦ ζυγοῦ, ἐπιτυγχάνομεν ὥστε ὁ πυθμὴν νὰ κλείη ὕδατοστεγῶς τὸ δοχεῖον. Ἐάν ἀκολουθῶς θέσωμεν ὕδωρ ἐντὸς τοῦ δοχείου, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ πυθμὴν ἀποσπᾶται μόνον, ὅταν τὸ ὕδωρ ἀνέλθῃ μέχρις ὕψους  $h$ , τὸ όποῖον σημειοῦμεν διὰ δείκτου. Ἐάν ἦδη, χωρὶς νὰ μεταβάλωμεν τὰ σταθμὰ, τοποθετήσωμεν διαδοχικῶς ἀντὶ τοῦ κυλινδρικοῦ δοχείου ἄλλα δοχεῖα (Α, Γ, Δ) διαφόρου σχήματος καὶ ἐκτελέσωμεν τὸ αὐτὸ πείραμα, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ πυθμὴν ἀποσπᾶται, ὅταν τὸ ὕδωρ φθάσῃ πάντοτε εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος  $h$ .



Σχ. 229. Ἡ πλευρική πίεσις εἶναι ἐκάστοτε διάφορος καὶ ἀνάλογος τοῦ ὕψους τῆς ὑγρᾶς στήλης.

**180. Πιέσεις πλευρικαί.** Ἡ πίεσις εἰς τι τοίχωμα δοχείου ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος ὑγρᾶς στήλης ἐχούσης βάσιν  $1 \text{ cm}^2$  καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τοῦ θεωρουμένου σημείου τοῦ τοιχώματος ἀπὸ τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Πειραμα-



Σχ. 230. Σχηματικὴ διάταξις ὕδατοφράγματος.

τικῶς δεικνύεται τοῦτο διὰ τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 229, ὅπου τὸ μανόμετρον (3) δεικνύει μεγαλυτέραν πίεσιν ἀπὸ τὰ μανόμετρα (2) καὶ (1). Ἐφαρμογὴν τῶν

βάθη ή πίεσις ἔχει τιμὰς ἐνδιαμέσους. Ἡ ἴδια κατανομή ὑφίσταται καὶ διὰ τὰς δυνάμεις  $F$  (σχ. 232) τὰς ἐξασκουμένας ἐπὶ ὀριζοντίων λαορίδων, εἰς τὰς ὁποίας φανταζόμεθα, ὅτι χωρίζομεν τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ φράγματος, ὡς τοῦτο δεικνύεται ὑπὸ τῶν βελῶν τοῦ σχήματος 232 (α).

Ἡ συνολικὴ δύναμις ἐπὶ τοῦ φράγματος εἶναι ἀκριβῶς ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων τούτων, εὐρίσκεται δὲ αὕτη, ὡς δεικνύεται θεωρητικῶς, διὰ τῆς σχέσεως: συνισταμένη δύναμις = μέση τιμὴ πίεσεως  $\times$  ἐπιφάνεια φράγματος.

Ἡ μέση τιμὴ πίεσεως ( $\bar{p}$ ) εἶναι ἐκεῖνη, ἣτις ἐξασκεῖται εἰς σημεῖον τοῦ φράγματος εὐρισκόμενον εἰς βάθος  $H/2$ , ὅπου  $H$  τὸ ὕψος τοῦ φράγματος.

Ἡ συνολικὴ δύναμις εἶναι καὶ αὕτη κάθετος ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ φράγματος, ὁ καθορισμὸς ὅμως τῆς θέσεώς της εἶναι ἀδύνατον νὰ γίνη μὲ τὴν βοήθειαν μόνον στοιχειωδῶν μαθηματικῶν γνώσεων. Ἀποδεικνύεται, ὅτι τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς αὐτῆς εὐρίσκεται εἰς ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ πυθμένος ἴσην πρὸς τὸ ἓν τρίτον τοῦ ὕψους.

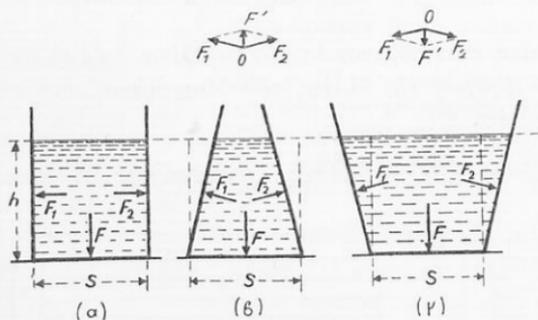
**Ἀριθμητικὸν παράδειγμα.** Φράγμα λίμνης ἔχει ὕψος 9 m καὶ μῆκος  $l = 30$  m. Ποία ἢ ἐπ' αὐτοῦ ἐξασκουμένη δύναμις ( $F_{ολ}$ ).

Ἐφαρμόζοντες τὰ ἀνωτέρω εἰς τὰ δεδομένα τοῦ προβλήματος ἔχομεν: Μέση τιμὴ πίεσεως:

$$\bar{p} = \epsilon \cdot \frac{H}{2} = 1 \cdot \frac{900}{2} = 450 \frac{\text{gr}^*}{\text{cm}^2}$$

καὶ  $F_{ολ} = \bar{p} \cdot S = \bar{p} \cdot H \cdot l = 450 \cdot 900 \cdot 3000 = 122 \cdot 10^7 \text{ gr}^* \text{ ἢ } 122 \cdot 10^4 \text{ kg}^* \text{ ἢ } 1220 \text{ t}^*.$

182. Ὑδροστατικὸν παράδοξον. Τὰ τρία δοχεῖα τοῦ σχήματος 233, τὰ ὁποία ἔχουν πυθμένα τῆς αὐτῆς ἐκτάσεως καὶ πληροῦνται ὕδατος μέχρι τοῦ αὐτοῦ ὕψους, μολονότι ὁ πυθμὴν εἰς ἕκαστον τῶν δοχείων ὑφίσταται, συμφώνως πρὸς τὰ ἀνωτέρω λεχθέντα, τὴν αὐτὴν δύναμιν, ἐν τούτοις τιθέμενα ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ δεικνύουν διαφορὰν βάρους, διότι ὁ ζυγὸς δεικνύει πάντοτε τὸ βᾶρος τοῦ περιεχομένου ὕδατος εἰς ἕκαστον τῶν δοχείων.

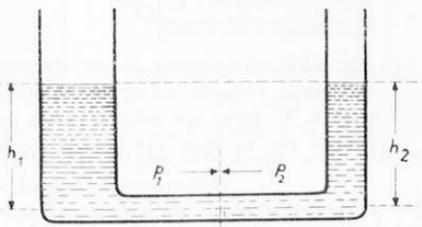


Σχ. 233. (α) Τὸ βᾶρος  $B$  τοῦ ὕδατος ἰσοῦται μὲ τὴν ἐπὶ τοῦ πυθμένος ἐξασκουμένην δύναμιν  $F$ . (β) Τὸ βᾶρος  $B$  τοῦ ὕδατος ἰσοῦται μὲ τὴν δύναμιν  $F$  ἡλατωμένην κατὰ τὴν συνισταμένην  $F'$  τῶν πλευρικῶν δυνάμεων, ἥτοι  $B = F - F'$ . (γ) Τὸ βᾶρος  $B$  τοῦ ὕδατος ἰσοῦται μὲ τὴν δύναμιν  $F$  ἠϋξημένην κατὰ τὴν συνισταμένην  $F'$ , ἥτοι:  $B = F + F'$ .

κατακορύφους συνιστώσας πρὸς τὰ κάτω, ἐνῶ αἱ ὀριζόντιοι ἐξουδετερῶνται. Ἡ δὲ συνισταμένη ὄλων τῶν δυνάμεων ἰσοῦται πρὸς τὸ βᾶρος τοῦ περιεχομένου ὕδατος.

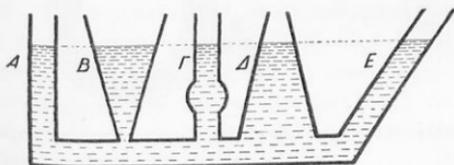
Ὡς ἐκ τοῦ ἀνωτέρου πειράματος δεικνύεται, τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ καὶ ἡ δύναμις ἐπὶ ἐπιφανείας, π.χ. τοῦ πυθμένους δοχείου, εἶναι ἔννοιαι ἐντελῶς διάφοροι, διότι ἡ δύναμις ἐπὶ τῆς θεωρουμένης ἐπιφανείας παρέχεται ὑπὸ τοῦ τύπου  $F = p \cdot S$ , ὅπου  $p$  ἡ πίεσις καὶ  $S$  ἡ ἐπιφάνεια, ἢ δὲ ὡς ἄνω ἔκφρασις προδήλως οὐδεμίαν σχέσιν ἔχει μὲ τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ. Ἐπειδὴ εἰς τὴν ἐποχὴν τοῦ Pascal αἱ ἀνωτέρω ἔννοιαι δὲν εἶχον πλήρως διευκρινισθῆ, διὰ τοῦτο τὸ πείραμα τοῦ σχήματος 233 ἐκλήθη *ὑδροστατικὸν παράδοξον*.

**183. Ἀρχὴ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων.** Ἐὰν εἰς τὴν συσκευὴν τοῦ σχήματος 234 τεθῆ ὕδωρ ἢ ἄλλο ὑγρὸν, ὅταν ἀποκατασταθῆ ἰσορροπία, ἡ στάθμη τοῦ ὑγροῦ εὐρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον. Πράγματι, ἐὰν θεωρήσωμεν ἐγκαρσίαν τομὴν εἰς τὸν ὀριζόντιον σωλῆνα καὶ καλέσωμεν διὰ  $h_1$  καὶ  $h_2$  τὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς ἐλευθέρου ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, αἱ ἐκατέρωθεν πιέσεις ἐπὶ τῆς τομῆς θὰ εἶναι ἀντιστοίχως:  $p_1 = h_1 \cdot \epsilon$  καὶ  $p_2 = h_2 \cdot \epsilon$  ( $\epsilon = \text{εἰδ. βάρος ὑγροῦ}$ ). Ἐπειδὴ ὁμοῦς τὸ ὑγρὸν εὐρίσκεται ἐν ἰσορροπία, θὰ εἶναι  $h_1 \epsilon = h_2 \epsilon$ , ἤτοι:  $h_1 = h_2$ .

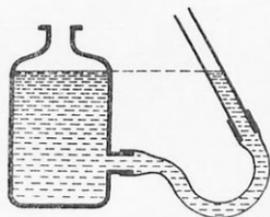


Σχ. 234. Συγκοινωνοῦντα δοχεῖα.

Τὸ ἀνωτέρω φαινόμενον καλεῖται *ἀρχὴ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων*, δεικνύεται δὲ πρὸς τούτους καὶ διὰ τῶν σχημάτων 235 καὶ 236 καὶ εὐρίσκει μεγάλας ἐφαρμογὰς ἐν τῇ πράξει, ὡς εἰς τὴν διανομὴν τοῦ



Σχ. 235. Εἰς τὰ πέντε δοχεῖα, μολονότι εἶναι διαφόρου σχήματος, ἡ ἐλευθέρου ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εὐρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον.

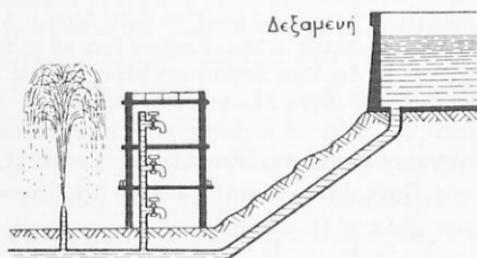


Σχ. 236. Μετακινούντες τὸν ὑάλινον σωλῆνα κατὰ διαφόρους διευθύνσεις βλέπομεν πάντοτε, ὅτι ἡ ἐλευθέρου ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εὐρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον.

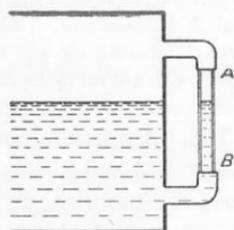
ὑδατος, εἰς τοὺς πίδακας (σχ. 237), εἰς τοὺς ὑδροδείκτας (σχ. 238), καὶ τὰ ἀρτεριανὰ φρέατα (σχ. 239) κτλ.

Ἐὰν εἰς τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 240 θέσωμεν ὑδροάγγυρον καὶ ἀκολουθῶς εἰς τὸ ἐν σκέλος προσθέσωμεν ὕδωρ, παρατηροῦμεν, ὅτι αἱ στάθμαι τοῦ ὑγροῦ εὐρίσκονται εἰς διάφορα ἐπίπεδα. Ἐὰν φέρωμεν τὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον ἀπὸ τῆς ὀκτῆς ἐπιφανείας τῶν δύο ὑγρῶν εἰς τὸ ἐν σκέλος τοῦ σωλῆνος, τότε αἱ πιέσεις, αἱ ὁποῖα ὑφίστανται ἐκατέρωθεν τῆς ἐγκαρσίας τομῆς, εἶναι:  $p_1 = h_1 \cdot \epsilon_1$  καὶ  $p_2 = h_2 \cdot \epsilon_2$ , ὅπου  $h_1$  τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδροάγγυρου ὑπὲρ τὸ ὀριζόντιον ἐπίπε-

δον εις τὸ ἐν σκέλος καὶ  $\epsilon_1$  τὸ εἰδ. βάρος αὐτοῦ, καὶ  $h_2$ ,  $\epsilon_2$  τὰ ἀντίστοιχα μεγέθη

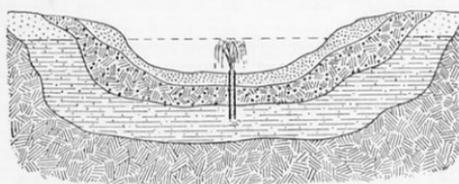


Σχ. 237. Διοχέτευσις ὕδατος εἰς κατοικίαν ἐκ δεξαμενῆς ἐγκατεστημένης εἰς ὑψηλότεραν περιοχὴν. Τὸ ὕψος τοῦ πίδακος λόγφ τριβῆς δὲν φθάνει εἰς τὸ ὕψος τοῦ ὕδατος τῆς δεξαμενῆς.

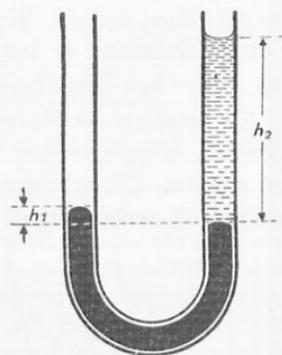


Σχ. 238. Ὁ ὑδροδείκτης AB δεῖκνύει τὴν στάθμην τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ δοχείου.

διὰ τὸ ἕτερον σκέλος. Αἱ πιέσεις αἱ προερχόμεναι ἐκ τῶν ὑγρῶν στηλῶν κάτωθεν τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου δὲν λαμβάνονται ὑπ' ὄψιν, διότι ἐξουδετεροῦνται. Δεδομένου ὅτι τὸ ὑγρὸν εὐρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, εἶναι:  $h_1 \epsilon_1 = h_2 \epsilon_2$ ,



Σχ. 239. Τὸ ὕδατοφόρον στρώμα περικλείεται μεταξύ δύο ἀδιαβρόχων στρωμάτων.



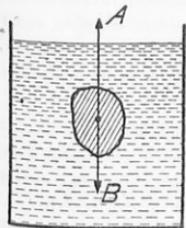
Σχ. 240. Συγκοινωνοῦντα δοχεῖα μετ' ὑγρὰ διαφόρου πυκνότητος.

καὶ  $h_1 : h_2 = \epsilon_2 : \epsilon_1$ , ἤτοι: τὰ ὕψη τῶν στηλῶν εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα τῶν εἰδικῶν βαρῶν τῶν ὑγρῶν.

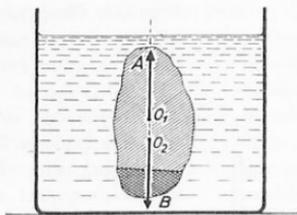
184. Ἄνωσις. Ὅταν ὑλικὸν σῶμα εὐρίσκεται ἐμβαπτισμένον ἐντὸς ὑγροῦ, ὑφίσταται ἐκ μέρους τοῦ ὑγροῦ δυνάμεις κατὰ πάσας τὰς διευθύνσεις, αἱ ὁποῖαι εἶναι κάθετοι ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας εἰς κάθε σημεῖον τοῦ σώματος. Αἱ δυνάμεις αὗται ἀνάγονται ἐν γένει εἰς μίαν συνισταμένην, ἣ ὁποία καλεῖται **ἀνωσις**, διευθυνομένην ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς αὐτῆς καλεῖται **κέντρον ἀνώσεως**.

Ἐὰν τὸ σῶμα εἶναι ὁμογενὲς καὶ εἶναι βυθισμένον τελείως ἐντὸς τοῦ ὕδατος, τὸ κέντρον τῆς ἀνώσεως συμπίπτει πρὸς τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος καί, ἐφ' ὅσον ἡ ἀνωσις εἶναι ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ σώματος, τότε τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ ἐντὸς

τοῦ ὑγροῦ (σχ. 241). Τὸ σῶμα εὐρίσκεται εἰς ἀδιάρητον ἰσορροπίαν, διότι ἰσορροπεῖ οἰοσδήποτε καὶ ἂν εἶναι ὁ προσανατολισμὸς τοῦ σώματος ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ. Ἐὰν ὅμως τὸ σῶμα εἶναι ἑτερογενὲς καὶ τὸ βάρος αὐτοῦ

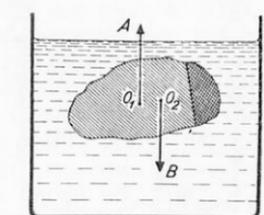


Σχ. 241. Ὄταν  $A = B$  τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ εἰς οἰονδήποτε βάθος καὶ ὑπὸ οἰονδήποτε προσανατολισμῶν.



Σχ. 242.

Τὸ σῶμα (σχ. 242) εὐρίσκεται εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, διότι κατὰ τὴν μετατόπισίν του (σχ. 243) ἐμφανίζεται ζεύγος δυνάμεως ἐπαναφορᾶς.



Σχ. 243.

εἶναι ἴσον πρὸς τὴν ἄνωσιν, τότε τὸ κέντρον ἀνώσεως δὲν συμπίπτει πρὸς τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος (σχ. 242). Τὸ σῶμα τότε ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ ἰσορροπεῖ μόνον, ὅταν τὸ κέντρον τῆς ἀνώσεως εὐρίσκεται ἀνωθεν τοῦ κέντρον βάρους του καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου, καὶ μάλιστα εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην εὐρίσκεται εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν.

Πράγματι, ἐὰν ἐκτοπίσωμεν τὸ σῶμα ἀπὸ τῆς ἰσορροπίας του καὶ φέρωμεν τοῦτο εἰς τὴν θέσιν τοῦ σχήματος 243, τότε παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ ἄνωσις καὶ τὸ κέντρον βάρους σχηματίζουν ζεύγος δυνάμεων, τὸ ὁποῖον τείνει νὰ ἐπαναφέρῃ τὸ σῶμα εἰς τὴν κατάστασιν εὐσταθοῦς ἰσορροπίας.

Γιὰ τὸν λόγον τοῦτον τὰ σκάφανδρα ἐρματίζονται, ἐνθ' εἰς τὰ πλοῖα τὰ βαρύτερα ἀντικείμενα, ὡς π. χ. αἱ μηχαναί, ὡς καὶ τὸ ἔρμα εἰς τὰ ὑποβρύχια τοποθετοῦνται εἰς ὅσον τὸ δυνατὸν χαμηλότερον σημεῖον, ὑποβιβαζομένου οὕτω καὶ τοῦ κέντρον τοῦ βάρους των.

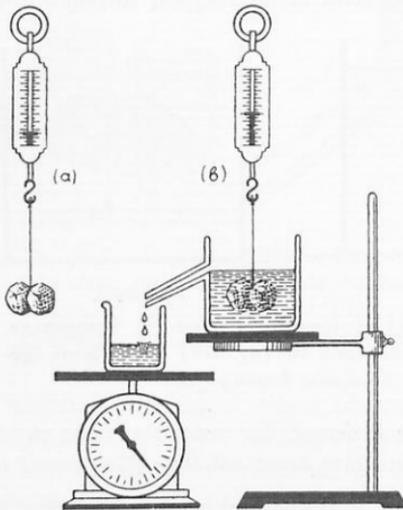
185. Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους. Ὁ Ἀρχιμήδης διετύπωσε τὴν ἀκόλουθον ἀρχὴν: **Πᾶν σῶμα, ἐμβαπτίζομενον ἐντὸς ὑγροῦ ἐν ἰσορροπία, χάνει ἐκ τοῦ βάρους του τόσον, ὅσον εἶναι τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.**

Πειραματικὴ ἀπόδειξις. Ἀπὸ ζυγοῦ δι' ἐλατηρίου ἐξαερωμένον διὰ νήματος σῶμα π.χ.



Σχ. 244. Ὁ Ἀρχιμήδης πρῶτος διετύπωσε τὴν ὑδροστατικὴν ἀρχὴν, ἣ ὁποία φέρει τὸ ὄνομά του. Ἡ εἰκὼν παριστᾷ τὸν Ἀρχιμήδη ἀποδιώκοντα μὲ τὴν φράσιν «μή μου τοὺς κύκλους τάραττε» τοῖς στρατιώταις, οἱ ὅποιοι ἤθελον νὰ τὸν συλλάβουν κατὰ τὴν ἄλωσιν τῶν Συρακοσῶν.

λίθον, καὶ εὐρίσκομεν τὸ βάρος αὐτοῦ εἰς τὸν ἀέρα (σχ. 245, α). Ἀκολουθῶς ἐπὶ βάσεως (σχ. 245, β) τοποθετοῦμεν δοχεῖον φέρον πλαγίως σωλῆνα ἐκροῆς καὶ ἐπὶ τοῦ δίσκου ἐτέρου δυναμομετρικοῦ ζυγοῦ τοποθετοῦμεν ἕτερον δοχεῖον. Ἐντὸς τοῦ πρώτου δοχείου τοποθετοῦμεν ὕδωρ μέχρις ὅτου ἡ στάθμη αὐτοῦ φθάσῃ τὸ ὕψος τοῦ σωλῆνος ἐκροῆς καὶ βυθίζομεν τὸ σῶμα ἐντὸς τοῦ ὕδατος.



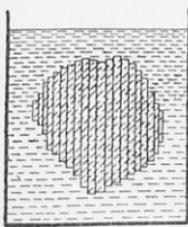
Σχ. 245. α) Ζύγισις τοῦ λίθου εἰς τὸν ἀέρα. β) Ἡ ἀπώλεια βάρους τοῦ λίθου ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπισθέντος ὑγροῦ.

Ἐπειδὴ ὁμοῦ τὸ ἐκτοπιζόμενον ὕδωρ ἐκρέει διὰ τοῦ σωλῆνος ἐκροῆς πρὸς τὸ κάτωθι αὐτοῦ δοχεῖον, τὸ εὐρίσκόμενον ἐπὶ τοῦ δυναμομετρικοῦ ζυγοῦ, δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὸ βάρος του, τὸ ὅποιον εὐρίσκομεν ἴσον πρὸς τὸ βάρος, τὸ ὅποιον ἔχασε τὸ σῶμα.

Ἡ θεωρητικὴ ἀπόδειξις. Θεωρητικῶς, ἡ πρότασις αὕτη δύναται νὰ ἀποδειχθῇ διὰ τοῦ ἀκολουθοῦντος συλλογισμοῦ: Φαντασθῶμεν ὑγρὸν εὐρίσκόμενον ἐν ἰσορροπία. Διὰ τῆς φαντασίας δυνάμεθα νὰ ἀποχωρίσωμεν ἐκ τῆς μάζης αὐτοῦ τούτου τοῦ ὑγροῦ ὀρισμένον ὄγκον (σχ. 246). Ὁ ὄγκος αὐτὸς ὑφίσταται ἐκ μέρους τοῦ ὑπολοίπου ὑγροῦ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι εἶναι κάθετοι ἐπὶ τῆς ἐξωτερικῆς ἐπιφανείας αὐ-

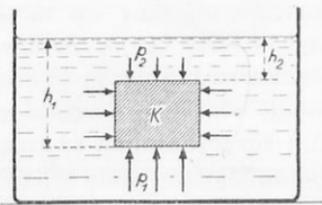
τοῦ, ἐφ' ὅσον δὲ τὸ ὑγρὸν εὐρίσκεται ἐν ἰσορροπία, ἔπεται ὅτι ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων τῶν ὀφειλομένων εἰς τὴν ὑδροστατικὴν πίεσιν θὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος τοῦ διὰ τῆς φαντασίας ἀποχωρισθέντος ὄγκου ὑγροῦ, διότι ἄλλως οὗτος δὲν θὰ ἠδύνατο νὰ ἰσορροπῇ. Ἐὰν ἤδη φαντασθῶμεν, ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ ἀποχωρισθέντος ὑγροῦ στερεοποιεῖται, χωρὶς νὰ ἐπέλθῃ οὐδεμία ἄλλη μεταβολή, εἶναι

φανερὸν, ὅτι ἡ διανομὴ τῶν δυνάμεων δὲν θὰ μεταβληθῇ καὶ ἐπομένως οὔτε ἡ συνισταμένη αὐτῶν (ἡ ἄνωσις). Ἐκ τούτου συνάγομεν, ὅτι ἡ ἄνωσις θὰ εἶναι πάλιν ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἀποχωρισθέντος ὄγκου ρευστοῦ.



Σχ. 246.

τοῦ διὰ τῆς φαντασίας ἀποχωρισθέντος ὄγκου ὑγροῦ, διότι ἄλλως οὗτος δὲν θὰ ἠδύνατο νὰ ἰσορροπῇ. Ἐὰν ἤδη φαντασθῶμεν, ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ ἀποχωρισθέντος ὑγροῦ στερεοποιεῖται, χωρὶς νὰ ἐπέλθῃ οὐδεμία ἄλλη μεταβολή, εἶναι



Σχ. 247. Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ἄνωσεως. Αἱ πλευρικοὶ δυνάμεις ἐξουδετεροῦνται ἀμοιβαίως.

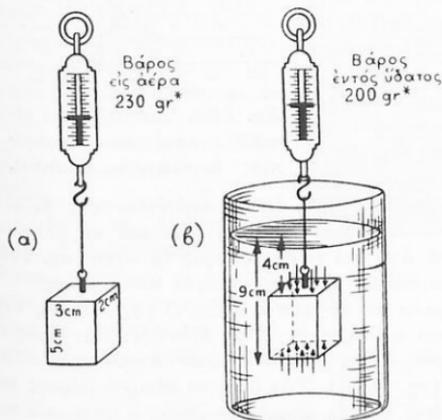
φανερὸν, ὅτι ἡ διανομὴ τῶν δυνάμεων δὲν θὰ μεταβληθῇ καὶ ἐπομένως οὔτε ἡ συνισταμένη αὐτῶν (ἡ ἄνωσις). Ἐκ τούτου συνάγομεν, ὅτι ἡ ἄνωσις θὰ εἶναι πάλιν ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἀποχωρισθέντος ὄγκου ρευστοῦ.

**Ἐπιφανειακὸς ὑπολογισμὸς τῆς ἄνωσεως.** Δυνάμεθα πρὸς τούτους νὰ δεῖξωμεν δι' ὑπολογισμοῦ τὴν ἀρχὴν τοῦ Ἀρχιμήδους. Πράγματι ἡ ἄνωσις τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ σῶμα  $K$  (σχ. 247), εἶναι ἴση πρὸς  $S(p_1 - p_2) = S \cdot \epsilon(h_1 - h_2)$ , ὅπου  $\epsilon$  τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ καὶ  $S$  ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐγκαρσίας τομῆς τοῦ σώματος.

**Εφαρμογή.** Ούτω, εάν ύποθεθῆ, ὅτι τὸ ὑγρὸν εἶναι ὕδωρ ( $\epsilon = 1 \text{ gr}^*/\text{cm}^3 = 981 \text{ Dyn}/\text{cm}^2$ ) καὶ τὸ σῶμα ἔχει ἐγκορσίαν τομῆν  $6 \text{ cm}^2$  ( $2 \times 3$ ), ἢ δὲ ἄνω ἐπιφάνεια αὐτοῦ εὐρίσκεται εἰς βάθος  $4 \text{ cm}$  καὶ ἡ κάτω ἐπιφάνεια εἰς βάθος  $9 \text{ cm}$ , ἢ ἄνωσις  $A$  θὰ εἶναι :

$$A = \epsilon \cdot V = 6 \cdot (9 - 4) = 30 \text{ gr}^* = 30 \cdot 981 = 29430 \text{ Dyn}.$$

Ὡς ὁμως εὐκόλως δεικνύεται, εάν ἐξαρθήσωμεν τὸ σῶμα ἀπὸ ζυγοῦ δι' ἐλατηρίου (σχ. 248), οὗτος εἰς τὸν ἀέρα δεικνύει, ὅτι τὸ σῶμα ἔχει βάρους π.χ.  $230 \text{ gr}^*$ . Εάν ἐμβαπτισθῆ τούτο ἐντὸς τοῦ ὕδατος, τὸ δυναμόμετρον δεικνύει βάρους  $200 \text{ gr}^*$  καὶ ἐπομένως τὸ βάρους, τὸ ὁποῖον ἔχασεν εἶναι ἴσον πρὸς τὸ βάρους (εἰς  $\text{gr}^*$ ) τοῦ ἐκτοπισθέντος ὕδατος, τοῦ ὁποῖου ὁ ὄγκος θὰ εἶναι προδήλως  $30 \text{ cm}^3$ , ἢτοι ὅσος ὁ ὄγκος τοῦ σώματος  $6 \times 5 = 30 \text{ cm}^3$ .



Σχ. 248. Ἡ ἀπώλεια βάρους ὀφείλεται εἰς τὴν διαφορὰν πιέσεων ἐπὶ τῆς ἄνω καὶ κάτω βάσεως τοῦ σώματος.

**186. Διάφοροι περιπτώσεις ἀνώσεως.** Προκειμένου περὶ τῆς ἀνώσεως, διακρίνομεν τρεῖς περιπτώσεις: Οὕτω, εάν καλέσωμεν  $B$  τὸ βάρους τοῦ σώματος καὶ  $A$  τὴν ἄνωσιν, θὰ ἔχωμεν: 1)  $B > A$ . Τὸ σῶμα βυθίζεται. 2)  $B = A$ . Τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ.

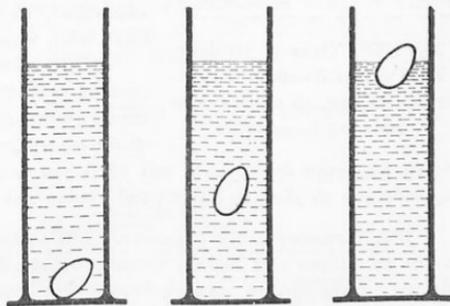


Σχ. 249. Κολυμβητῆς τοῦ Καρτεσίου.

3)  $B < A$ . Τὸ σῶμα βυθιζόμενον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ καὶ ἀφιέμενον ἐλεύθερον ἐπανέρχεται καὶ ἐπιπλεῖ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, βυθιζόμενον μόνον ἐν μέρει, εἰς τρόπον ὥστε τὸ βάρους τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρους τοῦ σώματος.

Τὰς τρεῖς ταῦτας περιπτώσεις δεικνύομεν διὰ τοῦ κλασικοῦ πειράματος τοῦ **κολυμβητοῦ τοῦ Καρτεσίου** (σχ. 249). Διὰ ρυθμίσεως τῆς πιέσεως, τὴν ὁποῖαν ἐπιφέρομεν διὰ τῆς χειρὸς μας ἐπὶ τῆς μεμβράνης, ἀφήνομεν νὰ εἰσέρχεται μεγάλη ἢ μικρὰ ποσότης ὕδατος ἐντὸς τοῦ εἰς σχῆμα ἀνθρωπαρίου πλωτήρος  $O$ , καὶ μεταβάλλομεν οὕτω τὸ βάρους αὐτοῦ, τῆς ἀνώσεως παραμενοῦσης ἀμεταβλήτου.

Τὰ σχήματα 250-252 δεικνύουν ἐπίσης τὰς ἀνωτέρω τρεῖς περιπτώσεις. Οὕτω τὸ ὄν βυθίζεται εἰς ὕδωρ καθαρόν (σχ. 250), ἐνῶ ἰσορροπεῖ ἐντὸς καταλλήλου διαλύματος μαγειρικοῦ ἄλατος (σχ. 251) καὶ ἐπιπλεῖ ἐντὸς κεκορεσμένου διαλύματος μαγειρικοῦ ἄλατος. Λιὰ τὸ πείραμα τούτου ἀπαιτεῖται ἡ χρησιμοποίησις νομποῦ ὡσοῦ, διότι ὄν παλαιόν, τοῦ ὁποῖου ὁ θύλακος ἀέρος ἔχει μεγεθυνθῆ, δύναται νὰ ἐπιπλέῃ εἰς τὴν ἐπιφάνειαν καὶ τοῦ καθαροῦ ὕδατος.



Σχ. 250.

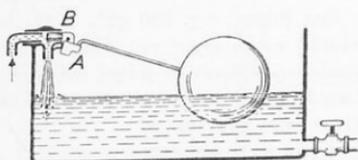
Σχ. 251.

Σχ. 252.

Αἱ τρεῖς περιπτώσεις ἀνώσεως.

Ἐφαρμογὰς τῶν ἀνωτέρω συναντῶμεν εἰς τὰ ὑποβρύχια (βλέπε κατωτέρω), τὰ φορητὰ πλοῖα, τοὺς ἀσφαλιστικούς πλωτῆρας (σχ. 253) τὰς πλωτὰς δεξαμενὰς (σχ. 258) κτλ.

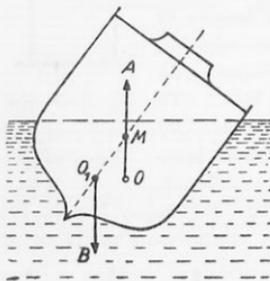
187. Ἴσορροπία ἐπιπλέοντων σωμάτων. Ὡς εἶδομεν,



Σχ. 253. Αυτόματος διακόπτης κρουνοῦ χρησιμοποιούμενος εἰς δεξαμενὰς ὕδατος (τεπόζιτα) κ.λ.π.

εἰς Α, ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον ἀνώσεως  $O$ , τὸ ὁποῖον συμπίπτει πρὸς τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἐκποπιζομένου ὑγροῦ. Αἱ δύο αὗται δυνάμεις εἶναι ἴσαι καὶ παράλληλοι, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ ἄνωσις διευθύνεται πρὸς τὰ ἄνω καὶ τὸ βᾶρος πρὸς τὰ κάτω (σχ. 254) καὶ ἀποτελοῦν ζεύγος δυνάμεων, τὸ ὁποῖον ἐπιδιώκει τὴν περιστροφὴν τοῦ σώματος.

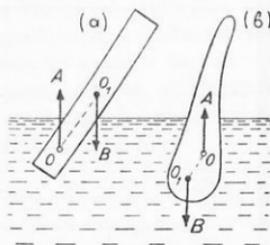
Ἐὰν τὸ κέντρον βάρους  $O_1$  κεῖται ὑπεράνω τοῦ κέντρον ἀνώσεως  $O$  (σχ. 254, α), τότε τὸ σῶμα ἐκποπιζόμενον ὀλίγον ἀνατρέπεται καὶ ἡ ἰσορροπία εἶναι *ἀσταθής*. Ἐὰν ὅμως τὸ κέντρον βάρους κεῖται ὑπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως, τὸ σῶμα ἀνορθοῦται (σχ. 254, β). Ἐὰν ὅθεν τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος κεῖται ὑπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως, ἡ ἰσορροπία τοῦ ἐπιπλέοντος σώματος εἶναι *εὐσταθής*.



Σχ. 255. Ὅταν τὸ μέτακεντρον κεῖται ἄνωθεν τοῦ κέντρον βάρους, τὸ πλοῖον ἔχει εὐσταθῆ ἰσορροπίαν.

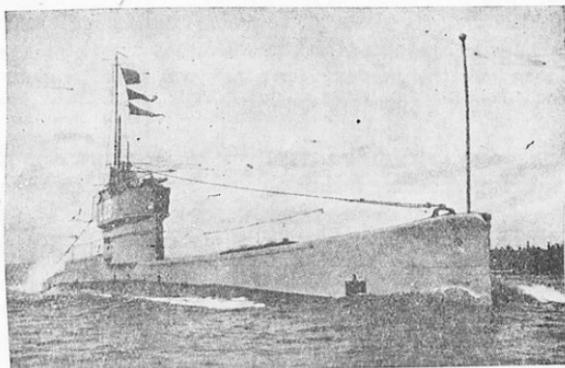
ρος τὰ βαρύτερα ἀντικείμενα καὶ τὰ βαρῆα φορτία, διὰ νὰ ὑποβιβάσουν ὅσον τὸ δυνατόν περισσότερον τὸ κέντρον βάρους τοῦ πλοίου καὶ καταστήσουν τοῦτο εὐσταθέστερον.

188. Ἐφαρμογαὶ τῆς ἀνώσεως. α) Ἐποβρύχια. Ταῦτα ἀποτελοῦν πλοῖα, τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ πλέουν εἴτε ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης εἴτε νὰ καταδύονται ὑπὸ τὴν ἐπιφάνειαν αὐτῆς καὶ νὰ πλέουν ὑποβρυχίως (σχ. 256). Πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον τὸ σκάφος τοῦ πλοίου κατασκευάζεται διπλοῦν. Ὅπως τὸ ἐξωτερικὸν σχῆμα τοῦ σκάφους ρυθμίζεται εἰς τρόπον ὥστε τοῦτο νὰ παρουσιάσῃ καλὴν εὐστάθειαν, ὅταν πλέῃ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης ἐπίσης δὲ τὸ ἐξωτερικὸν σκάφος κατασκευάζεται ἰσχυρότερον, ὥστε νὰ ἀντέλλῃ εἰς τὴν πίεσιν, τὴν ὁποίαν ὑποφέρει ἐν καταδύσει. Τὸ διάστημα μεταξὺ τῶν δύο σκαφῶν χωρίζεται εἰς διαμερίσματα, εἰς τὴν ὁποίαν εἰσάγεται ἕκαστον ἕνα θάλασσον πρὸς κατάδυσιν τοῦ ὑποβρυχίου (σχ. 257). Ὅταν τὸ ὑποβρύχιον πρόκειται νὰ ἀναδύθῃ, τότε τῇ βοήθειᾳ πεπιεσμένου ἀέρος ἐκδιώκεται τὸ ὕδωρ ἀπὸ τῶν ἐν λόγῳ διαμερισμάτων καὶ τοιοῦτο τρόπον τὸ ὑποβρύχιον ἀναδύεται.



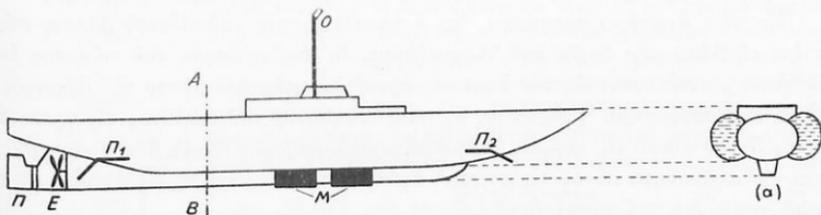
Σχ. 254. Ἀσταθῆς καὶ εὐσταθῆς κατάστασις ἰσορροπίας ἐπιπλέοντος σώματος.

Ἡ κίνησις τόσον εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης, ὅσον καὶ ἐν καταδύσει γίνεται διὰ τῶν αὐτῶν μηχανῶν, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης ὡς κινήτριος μηχανὴ τῶν ἐλίκων χρησιμεύουν κινήτριες ἐσωτερικῆς καύσεως, ἐνῶ ἐν καταδύσει χρησιμοποιοῦνται ἠλεκτροκινήτριες κινούμενοι διὰ τοῦ ρεύματος συστοιχίας ἠλεκτρικῶν συσσωρευτῶν, οἱ ὅποιοι φορτίζονται καθ' ὄν χρόνον τὸ ὑποβρύχιον πλέει εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης.



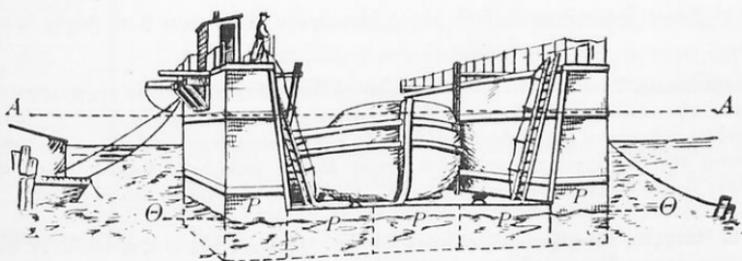
Σχ. 256. Ὑποβρύχιον πλέον εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης.

Κατὰ τὴν διάρκειαν ἐν γένει τῆς ἀναδύσεως καὶ καταδύσεως, ἐφ' ὅσον τὸ ὑποβρύχιον εὐρίσκεται ἐν κινήσει, ἡ ἐργασία διευκολύνεται διὰ τῶν πηδαλίων βάρους, διὰ τῶν ὁποίων τηρεῖται τὸ ὑποβρύχιον εἰς ὀρισμένον βάθος.



Σχ. 257. Τομὴ ὑποβρυχίου. Ο, παριστᾷ τὸ περισκόπιον. Π, πηδάλιον. Ε, ἑλιξ. Π<sub>1</sub>, Π<sub>2</sub>, πηδάλια βάρους. Μ, ἀντίβαρα ἀσφαλείας. (α) Τομὴ κατὰ τὴν ΑΒ τοῦ ὑποβρυχίου, ὅπου διακρίνονται καὶ αἱ ἀποθήκαι ὕδατος.

β) Πλωταὶ δεξαμεναί. Οὗτω καλοῦνται εἰδικὰ σκάφη, τὰ ὁποῖα χρησιμεύουν κυρίως



Σχ. 258. Πλωτὴ δεξαμενή. Τὸ σκάφος εὐρίσκεται ἤδη ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. διὰ τὴν ἐπισκευὴν μεγάλων ἢ μικρῶν πλοίων. Ταῦτα ἀνερχόμενα ἐπὶ τῆς πλωτῆς δεξαμενῆς ὑψίστανται τὴν ἐπισκευὴν καὶ ἀκολούθως ρίπτονται πάλιν εἰς τὴν θάλασσαν.

Όττω, όταν τὰ διαμερίσματα P, P, P... τῆς δεξαμενῆς εἶναι πλήρη ὕδατος, ἡ δεξαμενὴ βυθίζεται μέχρι τῆς γραμμῆς A... A (σχ. 258). Ὅταν τὸ πλοῖον εἰσχωρήσῃ ἐντὸς τῆς δεξαμενῆς, ἐκκενώνουν τὸ ὕδωρ ἀπὸ τῶν διαμερισμάτων δι' ἀντλιῶν, μέχρις ὅτου ἡ δεξαμενὴ ἀνέλθῃ εἰς τὴν γραμμὴν Θ... Θ, ὁπότε τὸ πλοῖον εὐρίσκεται καθ' ὁλοκληρίαν ἔξω τῆς θαλάσσης. Εἰς τὴν θέσιν ταύτην ἡ δεξαμενὴ ἐκτοπίζει τόσον ὕδωρ, ὥστε τὸ βάρος αὐτοῦ νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος: δεξαμενῆς + πλοίου.

189. Ἐφαρμογὴ τῆς ἀνώσεως εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῆς πυκνότητος καὶ τοῦ εἰδικοῦ βάρους. Ἀπὸ τῆς μιᾶς φάλαγγος ζυγοῦ ἔξαρθόμεν διὰ νήματος στερεὸν σῶμα καὶ ἰσορροποῦμεν τὸ βάρος αὐτοῦ εἰς τὸν ἀέρα δι' ἀντιβάρου. Ἐὰν ἤδη ἐμβαπτίσωμεν τὸ σῶμα ἐντὸς ὕδατος, τὸ σῶμα ὑφίσταται ἄνωσιν καὶ ὡς ἐκ τούτου ἡ ἰσορροπία τοῦ ζυγοῦ καταστρέφεται, ἵνα δὲ ἐπαναφέρωμεν αὐτὴν προσθέτομεν σταθμὰ. Εἶναι φανερόν, ὅτι τὸ βάρος τῶν σταθμῶν τούτων παριστᾷ τὴν ἄνωσιν. Ἐὰν τὸ ὕδωρ, ἐντὸς τοῦ ὁποίου ἐμβαπτίζεται τὸ σῶμα, ἔχῃ θερμοκρασίαν  $4^{\circ} \text{C}$ , τὸ δὲ βάρος τῶν σταθμῶν ἐκφράζεται εἰς  $gr^*$ , τότε, ἐπειδὴ προκειμένου περὶ τοῦ ὕδατος τὸ βάρος αὐτοῦ εἰς  $gr^*$  καὶ ὁ ὄγκος αὐτοῦ εἰς  $cm^3$  ἐκφράζονται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ, ἔπεται ὅτι ὁ ἀριθμὸς ὁ ἐκφράζων τὸ βάρος εἰς  $gr^*$  τῶν σταθμῶν τῶν ἰσορροποῦντων τὴν ἄνωσιν, ἐκφράζει καὶ τὸ βάρος εἰς  $gr^*$  ὄγκου ὕδατος ἴσου πρὸς τὸν τοῦ σώματος καὶ ἐπομένως τὸν ὄγκον τοῦ σώματος εἰς  $cm^3$ .

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι ὁ προσδιορισμὸς τοῦ εἰδικοῦ βάρους σώματος ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους, δι' ἐμβαπτίσεως τοῦ σώματος ἐντὸς τοῦ ὕδατος, συνίσταται εἰς τὸν ἕμμεσον προσδιορισμὸν τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος εἰς κυβικὰ ἑκατοστόμετρα. Ἐπομένως, ἔχοντες τὸ βάρος τοῦ σώματος εἰς γραμμάρια καὶ τὸν ὄγκον αὐτοῦ εἰς κυβικὰ ἑκατοστά, προσδιορίζομεν τὸ εἰδ. βάρος εἰς  $gr^*/cm^3$ , ἢ καὶ τὴν πυκνότητα αὐτοῦ εἰς  $gr/cm^3$ , ἔφ' ὅσον τὰ δύο μεγέθη, ὡς εἶδομεν (§ 26), ἐκφράζονται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ.

Ἐὰν τὸ σῶμα διαλύεται εἰς τὸ ὕδωρ, προσδιορίζομεν τὴν ἄνωσιν αὐτοῦ ἐν σχέσει πρὸς ἄλλο ὑγρὸν γνωστοῦ εἰδικοῦ βάρους, π.χ. ἔλαιον, ἐν τῷ ὁποίῳ τὸ σῶμα δὲν διαλύεται, ὅτε θὰ ἔχωμεν:

$$\frac{B}{\beta} = \frac{B}{\beta'} \cdot \frac{\beta'}{\beta} \quad (1)$$

ὅπου B τὸ βάρος τοῦ σώματος,  $\beta'$  τὸ βάρος ἴσου ὄγκου ἐλαίου καὶ  $\beta$  τὸ βάρος ἴσου ὄγκου ὕδατος.

**Παρατήρησις.** Ἐπειδὴ εἶναι πολὺ δύσκολον νὰ διατηρῶμεν ὕδωρ εἰς θερμοκρασίαν  $4^{\circ} \text{C}$ , ἐκτελοῦμεν τὴν μέτρησιν μὲ ὕδωρ συνήθους θερμοκρασίας καὶ διορθώνομεν τὸ ἔξαγόμενον ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ τύπου (1), δεδομένου ὅτι, εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν, ὁ λόγος  $\beta'/\beta$  θὰ παριστᾷ τὸν λόγον τοῦ βάρους ἴσου ὄγκου ὕδατος συνήθους θερμοκρασίας πρὸς τὸ βάρος ἴσου ὄγκου ὕδατος θερμοκρασίας  $4^{\circ} \text{C}$ , τὸ ὁποῖον παρέχεται ἀπὸ πίνακα.

190. Μέτρησις τοῦ σχετικοῦ εἰδικοῦ βάρους. Ὁ λόγος τῆς μᾶζης σώματος πρὸς τὴν μᾶζαν ἴσου ὄγκου ὕδατος  $4^{\circ} \text{C}$  καλεῖται *σχετικὴ πυκνότης* πρὸς διάκρισιν ἀπὸ τοῦ ὅρου πυκνότης (βλ. σελ. 17). Ἐνῶ ὁ λόγος τοῦ βάρους σώματος πρὸς τὸ βάρος ἴσου ὄγκου ὕδατος  $4^{\circ} \text{C}$  καλεῖται *σχετικὸν εἰδικὸν βάρος*, πρὸς διάκρισιν ἀπὸ τοῦ ὅρου εἰδικὸν βάρος. Εἶναι προφανές, ὅτι ἡ σχετικὴ πυκνότης καὶ τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος ἐκφράζονται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ.

Πρὸς ἀκριβῆ προσδιορισμὸν τοῦ σχετικοῦ εἰδ. βάρους χρησιμεύει ἡ *λήκυθος*, συνηθεστέρα μορφή τῆς ὁποίας εἶναι ἡ εἰς τὸ σχῆμα 259 εἰκονιζομένη.

α) *Υγρὰ*. Ζυγίζομεν τὴν λήκυθον κενήν, ἀκολούθως πλήρη ὑγροῦ καὶ τέλος πλήρη ὕδατος. Ἐὰν ἀφαιρέσωμεν τὸ βῆρος τῆς ληκύθου, θὰ ἔχωμεν τὸ βῆρος τοῦ ὑγροῦ καὶ τοῦ ὕδατος :

$$\text{σχετικὸν εἰδικὸν βῆρος} = \frac{\text{βῆρος τοῦ ὑγροῦ}}{\text{βῆρος ἴσου ὄγκου ὕδατος}}$$

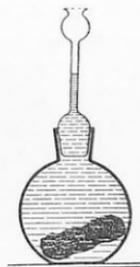
Διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ἐκφράζεται καὶ ἡ σχετικὴ πυκνότης.

**Παράδειγμα.** Ἡ λήκυθος κενὴ καὶ τελείως ξηρὰ ἔχει βῆρος 400 gr\*, πλήρης ὕδατος ἔχει βῆρος 900 gr\* καὶ πλήρης βενζίνης ἔχει βῆρος 775 gr\*.

$$\text{Βῆρος βενζίνης} \quad 775 - 400 = 375 \text{ gr}^*$$

$$\text{Βῆρος ὕδατος} \quad 900 - 400 = 500 \text{ gr}^*$$

$$\text{σχετικὸν εἰδικὸν βῆρος βενζίνης} = \frac{375}{500} = 0,75.$$



Σχ. 259. Ἡ λήκυθος πληροῦται πάντοτε μέχρι τῆς χαραγῆς τοῦ κόμματος.

β) *Στερεὰ*. Εἰς τὸν ἓνα τῶν δίσκων ζυγοῦ τίθεται τὸ σῶμα, παραπλεύρως αὐτοῦ ἡ λήκυθος πλήρης ὕδατος, τὸν δὲ ζυγὸν ἰσορροποῦμεν με ἀντίβαρον τιθέμενον εἰς τὸν ἕτερον τῶν δίσκων αὐτοῦ. Ἀπομακρύνομεν τὸ σῶμα καὶ εἰς τὴν θέσιν αὐτοῦ τοποθετοῦμεν σταθμὰ, διὰ νὰ ἰσορροπήσῃ ὁ ζυγός, τὰ ὁποῖα παρέχουν τὸ βῆρος τοῦ σώματος

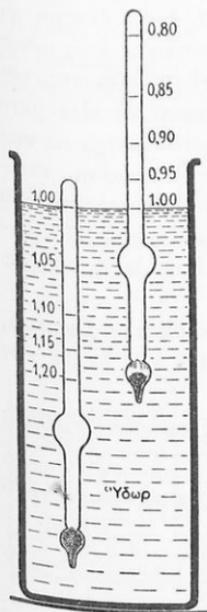
εἰς τὸν ἀέρα, τὸ ὁποῖον ἔστω ὅτι εἶναι 57 gr\*. Ἀκολούθως βυθίζομεν τὸ σῶμα ἐντὸς τῆς ληκύθου καὶ πληροῦμεν αὐτὴν μέχρι τοῦ αὐτοῦ σημείου τῆς χαραγῆς ὡς καὶ πρότερον δι' ὕδατος, ὅτε τὸ βῆρος, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ προσθέσωμεν διὰ τὴν ἀποκατάστασιν τῆς ἰσορροπίας, ἔστω ὅτι εἶναι 5 gr\*, ὅτε τὸ βῆρος τοῦτο ἐκφράζει τὸ βῆρος τοῦ ἐκτοπισθέντος ὕδατος, τὸ ὁποῖον ἔχει ὄγκον ἴσον πρὸς τὸν τοῦ σώματος ἐντὸς τῆς ληκύθου· ἐπομένως ἔχομεν :

$$\text{σχετ. εἰδ. βῆρος} = \frac{\text{βῆρος σώματος}}{\text{βῆρος ἴσου ὄγκου ὕδατος}} = \frac{57}{5} = 11,4.$$

**Παρατήρησις.** Ὅλαι αἱ ἀνωτέρω μέθοδοι δὲν παρέχουν τὸ ἀκριβὲς εἰδικὸν βῆρος, ἀλλὰ προσεγγίζουσιν τὴν αὐτοῦ ἱκανοποιητικὴν διὰ τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς. Ἐκ τοῦ οὗτως ὁμως ὀριζομένου εἰδικοῦ βάρους εἶναι δυνατόν διὰ καταλλήλων διορθώσεων νὰ εὑρωμεν τὸ ἀκριβὲς εἰδικὸν βῆρος.

**191. Πυκνόμετρα.** Τὰ *πυκνόμετρα*, τὰ ὁποῖα ὀνομάζονται πολλάκις καὶ *ἀραιόμετρα*, εἶναι ὄργανα λίαν διαδεδομένα, διότι ἐπιτρέπουν τὸν ταχὺν καὶ σχετικῶς ἀκριβῆ προσδιορισμὸν τῆς πυκνότητος τῶν ὑγρῶν.

Τὰ πυκνόμετρα ἐν γένει ἀποτελοῦν πλατῆρας, οἱ ὁποῖοι συνίστανται ἐκ κοίλου ὑαλίνου κυλινδρικοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον εἰς τὸ κάτω μέρος ἀπολήγει εἰς διόγκωσιν ἐμαρτισμένην καταλλήλως, συνήθως δι' ὑδραργύρου ἢ χόνδρων μολύβδου (σκάγια). Πρὸς τὰ ἄνω τὰ πυκνόμετρα ἀπολήγουν εἰς τὸ στέλεχος, ἤτοι εἰς ἐπιμήκη λεπτοδιαμετρικὸν σωλήνα (σχ. 260).



Σχ. 260. Πυκνόμετρα ἐντὸς κυλίνδρου.

Ἡ ἀρχὴ τῆς λειτουργίας τῶν πυκνομέτρων εἶναι ἡ ἀκόλουθος: Ὅταν τὸ πυ-

κνόμετρον τίθεται ἐντὸς ὑγροῦ, βυθίζεται μέχρι τοιούτου σημείου, ὥστε αἱ ἐπ' αὐτοῦ ἐπενεργοῦσαι δυνάμεις νὰ ἰσορροποῦν, δηλ. τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ, ἢ ἄλλως ἢ ἄνωσις, νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος τοῦ πυκνομέτρου. Ἐπομένως, ὅσον



**BLAISE PASCAL (1623 - 1662)**  
Γάλλος Φιλόσοφος καὶ Μαθηματικός.  
Ἐδημοσίευσεν ἔργα ἀναφερόμενα εἰς τὴν Γεωμετρίαν, Ὑδροστατικὴν, Ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς μεταδόσεως τῆς πιέσεως ἐντὸς τῶν ὑγρῶν.

μικροτέραν πυκνότητα ἔχει τὸ ὑγρὸν, τόσον περισσότερο θὰ βυθίζεται τὸ πυκνόμετρον ἢ ὅσον μεγαλυτέραν πυκνότητα ἔχει τὸ ὑγρὸν, τόσον ὀλιγώτερον θὰ βυθίζεται τὸ πυκνόμετρον. Διὰ νὰ χρησιμοποιηθῇ τὸ πυκνόμετρον, πρέπει προηγουμένως νὰ βαθμολογηθῇ, γίνεται δὲ τοῦτο ἐπὶ τῇ βάσει προτύπων ὑγρῶν, τῶν ὁποίων ἡ πυκνότης εἶναι ἐκ τῶν προτέρων γνωστή, ἡ δὲ βαθμολογία ἀναγράφεται ἐπὶ κλίμακος κατὰ μῆκος τοῦ στελέχους τοῦ πυκνομέτρου. Εἰς τὸ σχῆμα 260 δεικνύεται πυκνόμετρον, τὸ ὁποῖον χρησιμεύει διὰ πυκνότερα τοῦ ὕδατος ὑγρά καὶ ἕτερον δι' ἀραιότερα. Διὰ τὴν χρησιμοποίησιν τῶν πυκνομέτρων πρὸς μέτρησιν πυκνότητων περιλαμβανομένων ἐντὸς ἑκτενῶν ὁρίων, ἐπειδὴ ἡ πραγματοποιήσις ἐνὸς μόνου τοιούτου πυκνομέτρου εἶναι ἀδύνατος, καθότι τὸ στέλεχος θὰ ἔπρεπε νὰ εἶχε μέγα μῆκος, κατασκευάζονται πυκνόμετρα εἰς σειρὰς περιεχούσας συνήθως 6 τοιαῦτα, τὰ ὁποῖα διαφέρουν μεταξύ των ὡς πρὸς τὸ ἔξω καὶ τὴν βαθμολογίαν. Τὰ γ α λ α κ τ ὀ μ ε -

τ ρ α, οἶνο πνευματόμετρα κ.τ.λ. στηρίζονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς, διαφέρουν δὲ μόνον ὡς πρὸς τὸν τρόπον τῆς βαθμολογίας.

Πυκνόμετρα ἐπίσης αὐθαιρέτου βαθμολογίας εἶναι τὰ **πυκνόμετρα Baumé**, τὰ ὁποῖα χρησιμεύουν κυρίως διὰ τὸν ἔλεγχον τῶν πυκνοτήτων τῶν ὑγρῶν τῶν χρησιμοποιουμένων εἰς συσσωρευτάς.

Ἡ σχέσις τῶν βαθμῶν Baumé πρὸς τὴν πυκνότητα παρέχεται ἀπὸ εἰδικούς πίνακας ἢ δι' ὑπολογισμοῦ ὡς κατωτέρω.

Ἐμπειρικοὶ τύποι μετατροπῆς βαθμῶν **Baumé** εἰς εἰδικὸν βάρος καὶ ἀντιστρόφως:

α) Ὑγρά ἐλαφρότερα τοῦ ὕδατος:

$$\text{Εἰδ. βάρος} = \frac{140}{\text{βαθμοὶ Baumé} + 130}$$

$$\text{Βαθμοὶ Baumé} = \frac{140}{\text{εἰδ. βάρος}} - 130$$

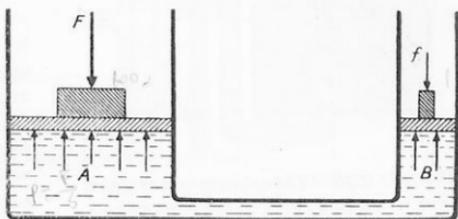
β) Ὑγρά βαρύτερα τοῦ ὕδατος:

$$\text{Εἰδ. βάρος} = \frac{145}{145 - \text{βαθμοὶ Baumé}}$$

$$\text{Βαθμοὶ Baumé} = 145 - \frac{145}{\text{εἰδ. βάρος}}$$

192. **Υδροστατική αρχή του Pascal.** Ἡ ἀρχὴ τοῦ Pascal καθορίζει τὸν τρόπον τῆς μεταδόσεως πίεσεως ἐντὸς ὑγροῦ, τὸ ὁποῖον ὑποτίθεται ὡς μὴ ὑποκειμένον εἰς τὴν ἐπενέργειαν τῆς βαρύτητος, καὶ διατυπῶνται ὡς ἑξῆς: **Ἐὰν εἷς τι σημεῖον ὑγροῦ ἐν ἰσορροπία εὗρισκόμενον καὶ μὴ ὑποκειμένου εἰς τὴν ἐπενέργειαν τῆς βαρύτητος ἐπιφέρωμεν ὠρισμένην πίεσιν, αὕτη μεταδίδεται δι' ὅλης τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ ἀναλλοίωτος κατὰ πάσας τὰς διενθύνσεις, εἶναι δὲ αὕτη πάντοτε κἀθετος ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου.**

**Πειραματικὴ ἀπόδειξις.** Αὕτη γίνεται διὰ τῆς ἐν σχήματι 261 εἰκονιζομένης διατάξεως, ἣ ὁποία ἀποτελεῖται ἐκ δύο δοχείων συγκοινωνούντων διὰ κοινοῦ ὀχετοῦ. Εἰς τὸ πρὸς τ' ἀριστερὰ δοχεῖον τοποθετεῖται εὐκίνητος ἐμβολὸς ἐπιφανείας  $S$  κλειὸν ὕδατοστεγῶς, ἐπίσης εἰς τὸ πρὸς τὰ δεξιὰ ἐφαρμόζεται ὅμοιος ἐμβολὸς ἐπιφανείας  $s$ . Ἐὰν ἐπὶ τοῦ ἐμβολῶς  $S$  ἐφαρμόσωμεν δύναμιν  $F$ , τότε ἡ πίεσις ἢ ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ θὰ εἶναι  $p = F/S$ , ἣ ὁποία μεταβιβάζεται μὲσφ τοῦ ὑγροῦ εἰς τὴν κάτω ἐπιφάνειαν τοῦ ἐμβολῶς  $s$  καί, διὰ νὰ μὴ διαταραχθῇ ἡ ἰσορροπία, πρέπει νὰ ἐξασκήσωμεν δύναμιν  $f$ , εἰς τρόπον ὥστε νὰ εἶναι  $p = f/s$ . Ἐκ τῶν ἀνωτέρω εὗρισκόμεν:



Σχ. 261. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς ἀρχῆς τοῦ Pascal.

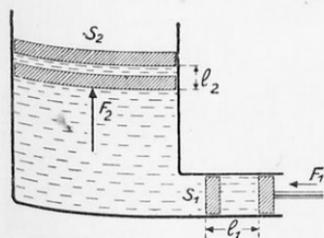
$$\frac{F}{S} = \frac{f}{s}$$

$$\frac{\text{δύναμις ἐπὶ μεγάλου ἐμβόλου}}{\text{ἐπιφάνεια μεγάλου ἐμβόλου}} = \frac{\text{δύναμις ἐπὶ μικροῦ ἐμβόλου}}{\text{ἐπιφάνεια μικροῦ ἐμβόλου}}$$

$$\text{μηχανικὸν πλεονέκτημα} = \frac{\text{δύναμις ἐπὶ μεγάλου ἐμβόλου}}{\text{δύναμις ἐπὶ μικροῦ ἐμβόλου}}$$

**Ἐφαρμογή.** Ἐστω ὅτι  $S/s = 100$  καὶ  $F = 100 \text{ kgf}^*$ , τότε εἶναι:  $f = 1 \text{ kgf}^*$  ἥτοι: ἰσορροποῦμεν δύναμιν  $100 \text{ kgf}^*$  ἐπὶ τοῦ μεγάλου ἐμβολῶς διὰ δυνάμεως  $1 \text{ kgf}^*$  ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβολῶς ἢ δύναμιν  $2000 \text{ kgf}^*$ , διὰ δυνάμεως  $20 \text{ kgf}^*$ .

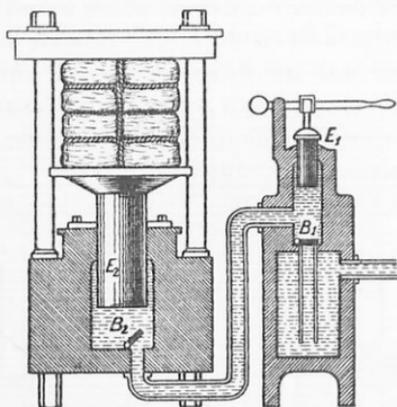
**Θεωρητικὴ ἀπόδειξις.** Θεωρήσωμεν ὑγρὸν εὐρισκόμενον ἐντὸς δοχείου, τὸ ὁποῖον εἰς δύο τυχούσας περιοχὰς αὐτοῦ κλείεται ὕδατοστεγῶς δι' εὐκινήτων καὶ ἀνευ βάρους ἐμβολῶν, τῶν ὁποίων αἱ ἐπιφάνειαι ἔστωσαν  $S_1$  καὶ  $S_2$  (σχ. 262). Ἐὰν φαντασθῶμεν, ὅτι ἐπὶ τοῦ ἑνὸς ἐμβολῶς ἐπιτεταχθεῖ δύναμις  $F_1$  ὁμοιομόρφως κατανεμημένη ἐπὶ ὁλοκλήρου τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ, τότε οὗτος, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως ταύτης, μετατίθεται πρὸς τὰ ἔσω, κατὰ μῆκος  $l_1$ , ὁ δὲ ἕτερος



Σχ. 262. Διὰ τὴν θεωρητικὴν ἀπόδειξιν τῆς ἀρχῆς τοῦ Pascal.

ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως ταύτης, μετατίθεται πρὸς τὰ ἔσω, κατὰ μῆκος  $l_1$ , ὁ δὲ ἕτερος

έμβολός μετατοπίζεται προς τὰ ἔξω κατά μήκος  $l_2$ , εἰς τρόπον ὥστε νὰ εἶναι :



Σχ. 263. Ὑδραυλικὸν πιεστήριον.

τὸ ὑγρὸν ὡς τέλειον ρευστόν, ἤτοι ἀπηλλαγμένον τριβῆς. Ἐπὶ τῆ βάσει ὁμοῦ τῆς ἐξιούσας

(1) εὐρίσκομεν ὅτι εἶναι:  $F_2 / l_2 = p_1 \cdot S_2 \cdot l_2$ , ἐκ τῆς ὁποίας εὐρίσκομεν  $F_2 = p_1 S_2$  καὶ

$$p_1 = \frac{F_2}{S_2} \quad (2)$$

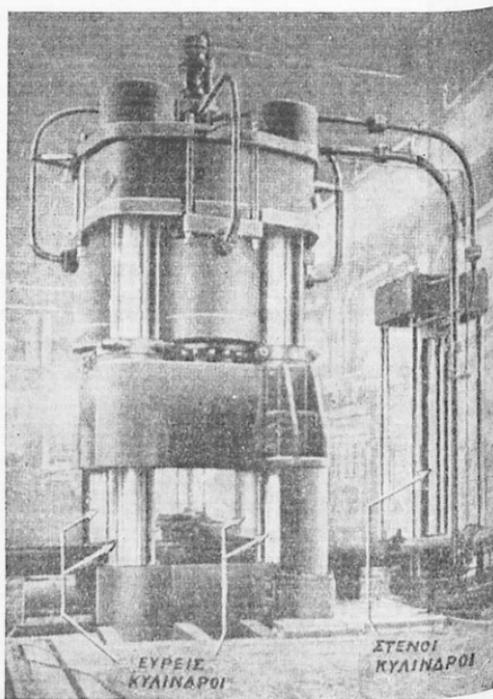
ἡ παράστασις ὁμοῦ  $F_2/S_2$  παριστᾷ τὴν πίεσιν  $p_2$ , τὴν ὁποίαν ἄσκει τὸ ὑγρὸν ἐπὶ τοῦ ἐμβολέως  $S_2$ , ἐπομένως εὐρίσκομεν  $p_1 = p_2$ .

Τὰ ἀνωτέρω ἐκτεθέντα, τὰ ὁποῖα ἰσχύουν διὰ τὴν ἐπιφάνειαν τῶν ἐμβολέων  $S_1$  καὶ  $S_2$ , οὔτινες ἀποτελοῦν τμήματα μεταθετὰ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, ἰσχύουν προφανῶς καὶ δι' οἰονδήποτε ἄλλο τμήμα τῶν τοιχωμάτων αὐτοῦ, ἐφ' ὅσον ἡ ἐκλογή τῶν περιοχῶν  $S_1$  καὶ  $S_2$  ἐγένετο ὅλως αὐθαίρετος.

Ἐν τῷ ὑδραυλικῷ πιεστήριῳ, τομῆ τοῦ ὁποίου δεῖκνύεται ἐν σχήματι 263. Ἐάν ὁ λόγος τῶν μοχλοβραχιόνων εἶναι 5 : 1, τότε δύναμις π. χ. 10 kg<sup>r</sup>\*, ἐφαρμοζομένη εἰς τὸ ἄκρον τοῦ μοχλοῦ, μεταβιβάζεται ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβολέως  $E_1$  ὡς δύναμις 50 kg<sup>r</sup>\*. Ἐάν δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μεγάλου ἐμβολέως  $E_2$  εἶναι 1000 φορές μεγαλύτερα τῆς τοῦ μικροῦ, ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἀναπτύσσει τὸ πιεστήριον, εἶναι 50 000 kg<sup>r</sup>\*. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζονται

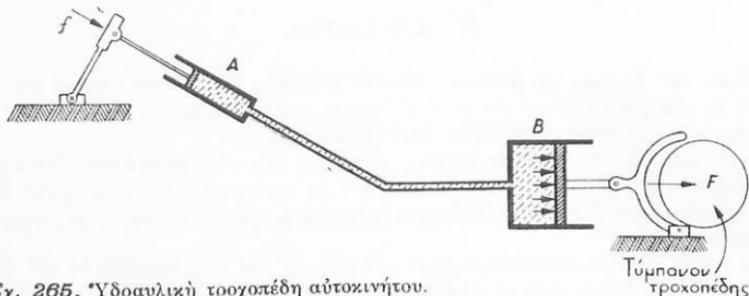
$$l_1 \cdot S_1 = l_2 \cdot S_2 \quad (1)$$

δεδομένου ὅτι τὸ ὑγρὸν εἶναι ἀσυμπιέστον. Τὸ ὑπὸ τῆς δυνάμεως  $F_1$  παραγόμενον ἔργον κατὰ τὴν μετατόπισιν τοῦ ἐμβολέως εἶναι  $F_1 l_1 = p_1 \cdot S_1 l_1$ , ὅπου ὑποτίθεται ὅτι  $p_1 = F_1/S_1$  παριστᾷ τὴν πίεσιν ἐπὶ τῆς ἐπιφάνειας τοῦ ἐμβολέως  $S_1$ . Συμφώνως ὁμοῦ πρὸς τὸ ἀξίωμα τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ τῆς δυνάμεως  $F_1$  κατὰ τὴν μετατόπισιν τοῦ ἐμβολέως  $S_1$  δεόν νὰ εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἔργον τῆς δυνάμεως  $F_2$  κατὰ τὴν μετατόπισιν τοῦ ἑτέρου ἐμβολέως κατὰ τὸ διάστημα  $l_2$ , ἤτοι πρέπει νὰ εἶναι  $F_2 l_2 = p_1 \cdot S_1 l_1$  ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν, ὅτι ἡ μετατόπισις τοῦ ὑγροῦ λαμβάνει χώραν ἄνευ ἀπωλειῶν ἐνεργείας, πράγμα τὸ ὁποῖον συμβαίνει εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν, διότι ἔχομεν δεχθῆ



Σχ. 264. Ὑδραυλικὸν πιεστήριον μεταλλοβιομηχανίας, δι' ἐξάσκησιν δυνάμεων μέχρι 10 000 τόννων.

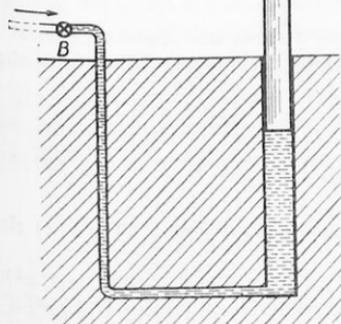
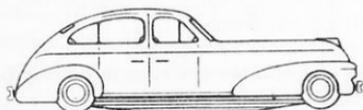
και αι υδραυλικαι τροχοπέδα (φρένα). Οὕτω, εις υδραυλικήν τροχοπέδην αυτοκινήτου (σχ. 265) χρησιμοποιείται, ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ, ὑγρὸν ἔλαιον, δύναμις δέ  $f$ , ἀσκοιμένη μέσῳ ἐμ-



Σχ. 265. Ὑδραυλική τροχοπέδη αυτοκινήτου.

βόλου Α μικρῆς ἐπιφανείας, δημιουργεῖ ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου μεγάλης ἐπιφανείας Β δύναμιν  $F$ , ἡ ὁποία μεταβιβάζεται εις τὴν πρὸς αὐτὸ συνεζευγμένην τροχοπέδην.

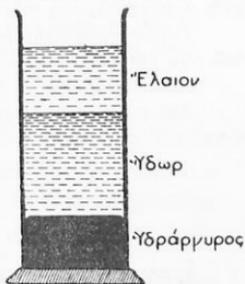
Ὅμοιως τὸ σχῆμα 266 δεικνύει υδραυλικὸν πιεστήριον ἀνυψοῦν αυτοκινήτου πρὸς ἐπιθεώρησιν καὶ λίπανσιν. Ἡ πίεσις ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ μέσῳ πεπιεσμένου ἀέρος εις Β.



Σχ. 266. Ἀνυψωτικὴ διάταξις αυτοκινήτου.

### 193. Ἴσορροπία ὑγρῶν μὴ μιγνυομένων.

Ἐντὸς ὑγροῦ, ἐν ἰσορροπίᾳ εὐρισκομένου, ἡ στάθμη ἢ ἀποτελοῦσα τὴν ἐπιφάνειαν, ὅπου ἡ πίεσις ἔχει τὴν αὐτὴν τιμὴν εἰς ὅλα τὰ σημεῖα αὐτῆς, εἶναι, ὡς εἶδομεν (§ 173), εἰς μικρὰν περιοχὴν, ὀριζόντιον ἐπίπεδον.



Σχ. 267. Τὰ μὴ μιγνυόμενα ὑγρά διατάσσονται ἀναλόγως τῆς πυκνότητος αὐτῶν.

Ἐὰν ἐντὸς δοχείου τοποθετήσωμεν διάφορα

ὑγρά μὴ μιγνυόμενα, π. χ. ὑδράργυρον, ὕδωρ, ἔλαιον καὶ ἀναταράξωμεν αὐτά, παρατηροῦμεν ὅτι, μετὰ τὴν ἀποκατάστασιν ἰσορροπίας, αἱ διαχωρίζουσαι αὐτὰ ἐπιφάνειαι εἶναι ὀριζόντια ἐπίπεδα καὶ διατάσσονται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἡ πυκνότης αὐτῶν νὰ βαίνει ἀύξανόμενη ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω (σχ. 267).

## ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

## Α'. Ζητήματα.

Δώσατε τὸν ὀρισμὸν τῆς πίεσεως. Ποῖαι αἱ ἐξισώσεις διαστάσεων πίεσεως καὶ αἱ μονάδες εἰς τὸ σύστημα CGS καὶ εἰς τὸ Τ. Σ. \* Ἄλλαι μονάδες ὑπάρχουν :

Ποῖαι εἶναι αἱ θεμελιώδεις ἀρχαὶ τῆς Ὑδροστατικῆς.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὄρου ὑδροστατικῆ πίεσις καὶ πῶς αὕτη ἐκφράζεται. Ποῖα πρότασις ἰσχύει διὰ τὴν ὑδροστατικὴν πίεσιν.

Πῶς καθορίζεται ἡ δύναμις, τὴν ὁποῖαν ὑφίσταται ὁ πυθμὴν δοχείου περιέχοντος ὑγρὸν ἐν ἰσορροπία.

Διὰ ποῖον λόγον ἡ συνισταμένη ὄλων τῶν πιέσεων ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων καὶ ἐπὶ τοῦ πυθμένους δοχείου ἰσοῦται πρὸς τὸ βᾶρος τοῦ περιεχομένου ὑγροῦ.

Νὰ δειχθῇ ἀναλυτικῶς ἡ συνθήκη ἰσορροπίας συγκοινωνούντων δοχείων : α) εἰς τὴν περίπτωσιν ἐνὸς ὑγροῦ, β) εἰς τὴν περίπτωσιν δύο ὑγρῶν διαφόρου πυκνότητος.

\* Ἀναφέρατε διαφόρους πρακτικὰς ἐφαρμογὰς τῆς ἀρχῆς τῶν συγκοινωνούντων δοχείων.

Τί νοοῦμεν μὲ τὸν ὄρον ἄνωσις, πῶς ὀφείλεται αὕτη καὶ πῶς ὑπολογίζεται.

Πῶς δεικνύομεν καὶ μετροῦμεν πειραματικῶς τὴν ἄνωσιν.

Πῶς διατυπῶται ἡ ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους καὶ ποῖας ἐφαρμογὰς ἔχει αὕτη.

Διὰ ποῖον λόγον πρέπει νὰ ἀποφεύγωμεν τὸν ὀρισμὸν τοῦ εἰδικοῦ βάρους ὡς τὸν λόγον τοῦ βάρους τοῦ σώματος πρὸς τὸ βᾶρος ἴσου ὄγκου ὕδατος 4<sup>0</sup> C.

Πῶς διατυπῶται ἡ ἀρχὴ τοῦ Pascal, ἐπὶ τῆ βᾶσει τίνων ἀρχῶν δύναται ν' ἀποδειχθῇ ἀναλυτικῶς καὶ πῶς αὕτη ἀποδεικνύεται πειραματικῶς.

Ποῖαν πρακτικὴν ἐφαρμογὴν ἔχει ἡ ἀρχὴ τοῦ Pascal. Πῶς αὕτη πραγματοποιεῖται καὶ πῶς χρησιμοποιεῖται.

Πῶς δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν τὸ εἰδικὸν βᾶρος στερεῶν καὶ ὑγρῶν σωμάτων.

Διὰ ποῖον σκοπὸν χρησιμεύουν τὰ πυκνόμετρα. Πῶς ταῦτα κατασκευάζονται καὶ πῶς διακρίνονται ἀναλόγως τοῦ εἴδους τῆς βαθμολογίας τῶν.

## Β'. Προβλήματα.

1. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ πίεσις, τὴν ὁποῖαν ἀσχεῖ στήλη ὕδατος ὕψους 20 m : α) εἰς Dyn/cm<sup>2</sup>, β) εἰς gr\*/m<sup>2</sup>, γ) εἰς kgr\*/cm<sup>2</sup>.

(\* Ἀπ. 1,962 · 10<sup>6</sup> Dyn/cm<sup>2</sup>, 2 000 gr\*/cm<sup>2</sup>, 20 000 kgr\*/m<sup>2</sup>).

2. Εἰς πόσον βάθος ἀπὸ τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας ὑγροῦ εἰδικοῦ βάρους 0,75 gr\*/m<sup>3</sup> ἢ πίεσις ἡ δημιουργουμένη ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ εἶναι 24 gr\*/cm<sup>2</sup>. (\* Ἀπ. 32 cm).

3. Δεξαμενὴ ἔχει μῆκος 6 m, πλάτος 4 m καὶ βάθος 2 m. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ δύναμις εἰς kgr\*, τὴν ὁποῖαν ὑφίσταται ὁ πυθμὴν, ὅταν ἡ δεξαμενὴ εἶναι : α) πλήρης ὕδατος, β) ὅταν κατὰ τὰ 0,75 εἶναι πλήρης ὑγροῦ εἰδικοῦ βάρους 8 gr\*/cm<sup>3</sup>.

(\* Ἀπ. 48 000 kgr\*, 288 000 kgr\*).

4. Σφαῖρα χαλκοῦ ἔχει βᾶρος 890 gr\*, βυθιζομένη δὲ ἐντὸς τοῦ ὕδατος χάνει ἐκ τοῦ βάρους τῆς 112,25 gr\*. Ἡ σφαῖρα εἶναι πλήρης ἢ κοίλη ; Καὶ εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν πόσος ὁ ὄγκος τῆς κοιλότητος. (\* Ἀπ. 12,58 cm<sup>3</sup>).

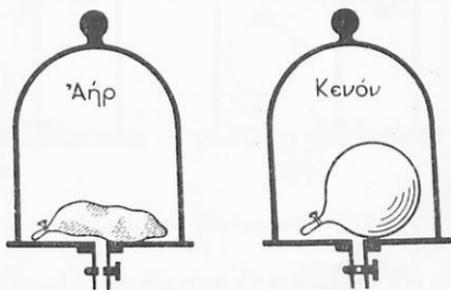
5. Πόσον τὸ βᾶρος εἰς gr\* σφαίρας χαλκοῦ ἀκτίνος 4 cm, ὅταν αὕτη βυθίζεται ἐντὸς πετρελαίου εἰδικοῦ βάρους 0,84 gr\*/cm<sup>3</sup> (εἰδ. βᾶρος χαλκοῦ 8,9 gr\*/cm<sup>3</sup>). (\* Ἀπ. 2149,7 gr\*).

6. Κύλινδρος ἐκ ξύλου πυκνότητος 0,6 gr/cm<sup>3</sup> ἰσορροπεῖ ἐντὸς ὕδατος. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ ὄγκος τοῦ κυλίνδρου ὁ εὐρισκόμενος ἔξω τοῦ ὕδατος. (\* Ἀπ. 0,4).

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Η'

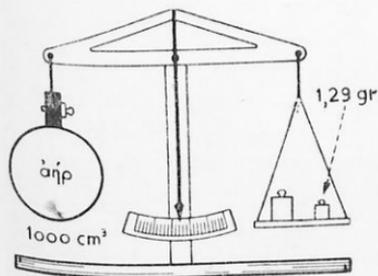
### ΑΕΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

194. Ἡ Ἐαεροστατική ἀσχολεῖται μὲ τὴν σπουδὴν τῶν ἀερίων, εὗρισκομένων εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας. Τὰ ἀέρια ἀποτελοῦν τὴν ἀπλουστέραν μορφήν τῆς ὕλης, ἔχουν δὲ ὡς χαρακτηριστικὸν γνώρισμα, ὅτι τὰ μόρια αὐτῶν παρουσιάζουν μεγάλην ἐκκίνησιν. Ἡ σπουδὴ τῶν φαινομένων, τὰ ὁποῖα ἐμφανίζονται εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας, χωρίζεται ἀπὸ τὴν Ὑδροστατικὴν, λόγῳ ἰδιαζουσῶν ἰδιοτήτων, τὰς ὁποίας τὰ ἀέρια παρουσιάζουν ἐν συγκρίσει πρὸς τὰ ὑγρά. Αἱ ἰδιότητες δὲ αὐτὰ εἶναι αἱ ἑξῆς: α) Τὰ ἀέρια ἔχουν τὴν ἰδιότητα τῆς ἐκτάσεως, δηλ. τείνουν νὰ καταλάβουν πάντα τὸν προσφερόμενον εἰς αὐτὰ ὄγκον (σχ. 268).



Σχ. 268. Δι' ἀφαιρέσεως τοῦ ἀέρος δι' ἀεραντλίας ἡ κύστις ὑπὸ τὸν κώδωνα αὐτῆς διογκοῦται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον.

β) Εἶναι πολὺ περισσότερον συμπιεστὰ ἀπὸ τὰ ὑγρά. Πᾶσαι αἱ ἀρχαί, τὰς ὁποίας ἐσπουδάσαμεν εἰς τὴν Ὑδροστατικὴν, ἰσχύουν καὶ διὰ τὰ ἀέρια. Εἰς τὴν Ἐαεροστατικὴν ἐξετάζονται μόνον αἱ ἰδιότητες

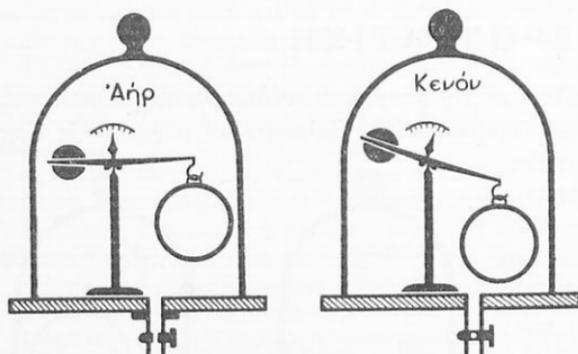


Σχ. 269. Διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ βάρους τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος.

195. Βάρος τῶν ἀερίων. Τὰ ἀέρια, ὅπως καὶ ὅλα τὰ ἄλλα σώματα, ὑπόκεινται εἰς τὴν ἐλξιν τῆς Γῆς καὶ ἐπομένως δεδομένη ἀέριος μᾶζα παρουσιάζει ὄρισμένον βᾶρος. Προκειμένου διὰ τὸ μᾶλλον σύνηδες ἀντιπροσωπευτικὸν ἀέριον σῶμα ἐπὶ τῆς Γῆς, τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα, ἐκ μετρήσεων κατεδείχθη ὅτι 1 λίτρον ἀέρος (δηλ. 1000 cm<sup>3</sup>) ἔχει βᾶρος 1,293 gr\*, ἐνῶ 1 m<sup>3</sup> ἀέρος ἔχει βᾶρος 1,293 kgf\*, ὑπὸ θερμοκρασίαν 0°C καὶ πίεσιν 760 mm στηλῆς ὕδαργύρου (σχ. 269).

196. Ἄνωσις τῶν ἀερίων. Σῶμα εὗρισκόμενον ἐντὸς ἀερίου μάζης ὑφίσταται, ὡς καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ὑγρῶν, κατὰ πάσας τὰς διευθύνσεις δυνάμεις

καθέτους ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν αὐτοῦ. Ἡ συνισταμένη ὅλων τῶν δυνάμεων τούτων εἶναι δύναμις διευθυνομένη ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω, ἢ ὁποῖα, ὡς εἰς τὴν περιπτώσιν τῆς Ὑδροστατικῆς, καλεῖται **ἄνωσις**, ἢ δὲ ἀριθμητικὴ τιμὴ αὐτῆς ἰσοῦται πρὸς τὸ βῆρος τοῦ ὑπὸ τοῦ σώματος ἐκτοπιζομένου ὄγκου τοῦ ἀερίου. Ἡ ἄνωσις τῶν ἀερίων δεικνύεται διὰ τῆς ἐν σχήματι 270 συσκευῆς, ἢ ὁποῖα καλεῖται **βαροσκόπιον**.



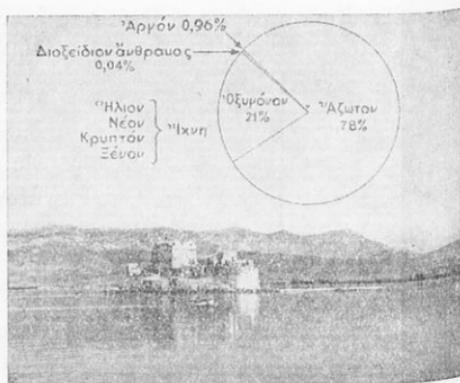
Σχ. 270. Βαροσκόπιον ὑπὸ τὸν κώδωνα ἀεραντλίας.

Ἡ κοίλη σφαιρὰ ἰσορροπεῖται εἰς τὸν ἀέρα ὑπὸ τοῦ ἀντιβάρου, ἔχοντος λίαν μικρὸν ὄγκον. Ἐὰν τὸ σύστημα τεθῆ ὑπὸ τὸν κώδωνα τῆς ἀεραντλίας καὶ ἀφαιρεθῆ ὁ ἀήρ, ἢ ἰσορροπία καταστρέφεται, διότι προηγουμένως ἡ σφαιρὰ ὑρίστατο μεγαλυτέραν ἄνωσιν ἀπὸ τὸ ἀντίβαρον.

Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι, ὅταν ζυγίζωμεν σῶμα εἰς τὸν ἀέ-

ρα, δὲν εὐρίσκομεν τὸ πραγματικὸν βῆρος αὐτοῦ, τὸ ὁποῖον καλεῖται **πραγματικὸν ἢ ἀπόλυτον βῆρος**, ἀλλὰ τὸ **φαινόμενον βῆρος** αὐτοῦ, διότι ὑπεισέρχεται ἡ ἄνωσις τοῦ ἀέρος. Ἐνεκα τοῦ ἀνωτέρω λόγου, εἰς τὰς ζυγίσεις ἀκριβείας, ἵνα ἔχωμεν τὸ πραγματικὸν βῆρος τοῦ σώματος, δεόν νὰ ἐπιφέρωμεν τὴν σχετικὴν διόρθωσιν τοῦ ἀποτελέσματος τῆς ζυγίσεως.

**197. Ἀτμόσφαιρα.** Ἀτμόσφαιραν καλοῦμεν τὸ ἀέριον περιβλήμα τὸ εὐρισκόμενον περὶ τὴν Γῆν, τὸ ὁποῖον, ὡς γνωστὸν, ἀποτελεῖται ἐξ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, ὅστις εἶναι κυρίως μίγμα δεξυγόνου 23,01 % κατὰ βῆρος καὶ 20,93 % κατ' ὄγκον καὶ ἀζώτου 75,51 % κατὰ βῆρος καὶ 78,1 % κατ' ὄγκον (σχ. 271). Ἐξ ἄλλου, ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω δύο ἀερίων, ὑπάρχουν εἰς τὸν ἀέρα καὶ ἄλλαι προσμίξεις, ὡς εὐγενῆ ἀέρια, διοξειδίου τοῦ ἀνθρακος καὶ ὑδρογόνον. Ἡ ὡς ἄνω σύνθεσις τῆς ἀτμοσφαιρας δὲν παραμένει σταθερά, ἀλλὰ μεταβάλλεται μετὰ τοῦ ὕψους, δεικνύεται δέ, ὅτι ὅσον ἀνερχόμεθα εἰς ὕψος αὐξάνεται ἡ περιεκτικότης εἰς ἀζώτον, ἐνῶ ἀπὸ ὕψους 70-80 km καὶ ἄνω ἀπὸ ἀτμοσφαιρας ἀζώτου μεταπίπτομεν εἰς ἀτμό-



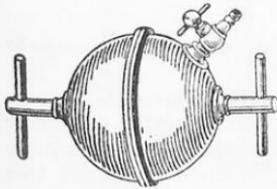
Σχ. 271. Κατ' ὄγκον σύστασις τῆς ἀτμοσφαιρας ὑπεράνω τῆς θαλάσσης.

σφαιραν υδρογόνου. Το πλησιέστερον πρὸς τὸ ἔδαφος, κατώτερον στρώμα τῆς ἀτμοσφαιρας, ὕψους μέχρι 10 χιλιομ., καλεῖται **τροποσφαιρα**, ἐκεῖθεν τῆς ὁποίας εὐρίσκεται ἡ **στρατοσφαιρα**.

Εἰς τὸ σχῆμα 272 δεικνύονται αἱ ἐξερευνήσεις αἱ γενόμεναι εἰς τὰ διάφορα ὕψη τῆς ἀτμοσφαιρας (εἰς μίλια) καὶ ἀναγράφεται ἀντιστοίχως ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἰς χιλιοστὰ στήλης ὕδραργύρου.

Τὸ ὕψος τῆς ἀτμοσφαιρας δὲν εἶναι ἀκριβῶς γνωστόν, ὑπολογίζεται δὲ διὰ διαφόρων μεθόδων, ὅτι εἶναι μεταξὺ 100 καὶ 900 χιλιομέτρων.

**198. Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις.** Ὡς εἶδομεν, ὁ ἀτμο-

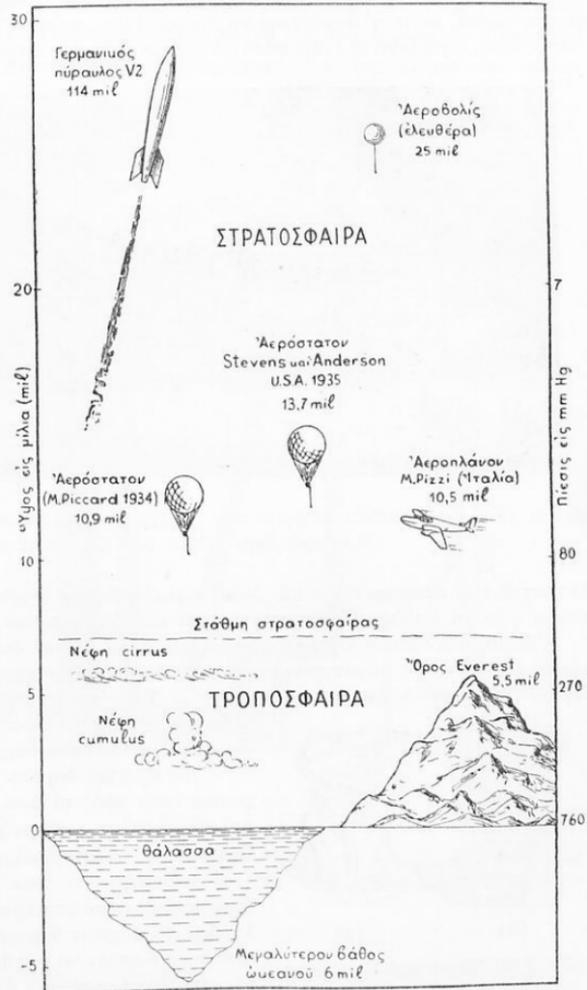


Σχ. 273. Ἡμισφαίρια Μαγδεμβούργου.

σφαιρικὸς ἀήρ ἔχει βάρος, ἐπομένως ἐφ' ὅσον εὐρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ πιέζει τὰ σώματα τὰ εὐρισκόμενα ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαιρας.

Ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις δεικνύεται διὰ πλείστων πειραμάτων, μεταξὺ τῶν ὁποίων ὀνομαστότερον ἀπὸ ἱστορικῆς ἀπόψεως εἶναι τὸ πείραμα τῶν **ἡμισφαιριῶν τοῦ Μαγδεμβούργου** (σχ. 273 καὶ 274).

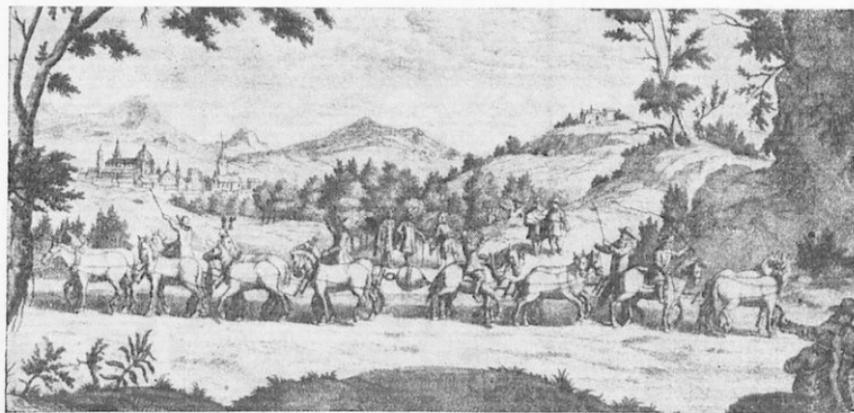
Ἡ συσκευή αὕτη, ἐπινοηθεῖσα ὑπὸ τοῦ τότε δημάρχου τοῦ Μαγδεμβούργου **Otto von Guericke**, ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο κοίλα μεταλλικὰ ἡμισφαίρια διαμέτρου 10 ἕως 15 cm μὲ λίαν παχέα τοιχώματα. Τὰ χεῖλη τοῦ ἑνὸς ἐξ αὐτῶν φέρουν δερμάτινον δακτύλιον λιπαμένον, διὰ νὰ γίνεται ὅσον τὸ δυνατόν καλυτέρα ἡ ἐπαφή τῶν δύο ἡμισφαιριῶν, τὸ αὐτὸ



Σχ. 272. Διάφορα δεδομένα διὰ τὴν ἀτμόσφαιραν.

δὲ ἡμισφαίριον φέρει καὶ στρόφιγγα, ἀπὸ τῆς ὁποίας εἶναι δυνατόν ν' ἀφαιρεθῇ ὁ ἀτμοσφαιρικός ἀήρ δι' ἀντλίας.

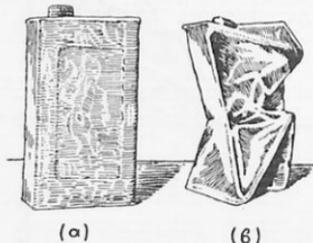
Ἐφ' ὅσον τὰ ἡμισφαίρια περιέχουν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα, δυνάμεθα εὐκόλως ν' ἀποχωρίσωμεν αὐτά, διότι ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις ἐντὸς καὶ ἐκτὸς τῆς σφαιρας εἶναι ἡ αὐτή. Ὅταν ὅμως ἀφαιρεθῇ ὁ ἐντὸς αὐτῶν ὑπάρχων ἀήρ, ἀπαιτεῖται νὰ καταβληθῇ πολὺ μεγάλῃ



Σχ. 274. Τὸ ἱστορικὸν πείραμα τῶν ἡμισφαιρίων, ἐκτελεσθὲν ὑπὸ τοῦ Δημάρχου τοῦ Μαγδεμβούργου Otto von Guericke τὸ 1654.

δύναμις διὰ ν' ἀποχωρισθοῦν τὰ ἡμισφαίρια, τοῦτο δὲ ὀφείλεται εἰς τὴν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν, ἡ ὁποία ἐπιδρᾷ ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τῶν ἡμισφαιρίων.

Ἐπίσης, ἐὰν καλύψωμεν τὸ στόμιον ποτηρίου ὕδατος διὰ φύλλον χάρτου καὶ ἀναστρέψωμεν τὸ ποτήριον, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὕδωρ δὲν χύνεται, διότι τὸ φύλλον τοῦ χάρτου συγκρατεῖται ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως. Τὴν ὑπαρξίν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως δυνάμεθα νὰ δεῖξωμεν ἐπίσης διὰ τοῦ ἀκολουθοῦντος λίαν ἀπλοῦ καὶ διδακτικοῦ πειράματος.



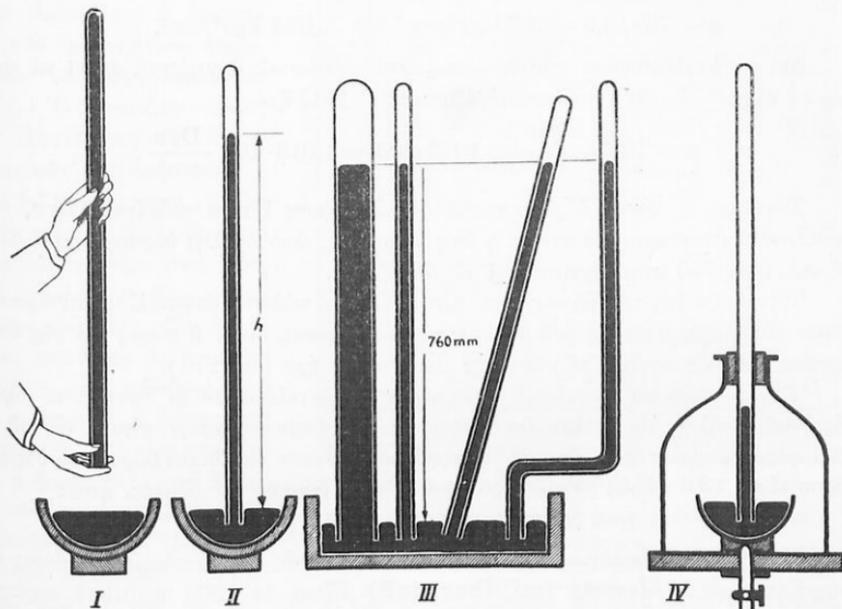
Σχ. 275. Ὅταν ἀπὸ τὸ δοχεῖον (α) ἀφαιρεθῇ ὁ ἀήρ, συνθλίβεται ὡς δεῖκνύεται εἰς (β).

Ἐξῶθεν ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων αὐτοῦ ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως. Τὸ αὐτὸ πείραμα δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν, ἐὰν ἐπὶ τοῦ δοχείου προσαρμόσωμεν καταλλήλως μόνιμον σωλῆνα, διὰ μέσου τοῦ ὁποίου τῇ βοήθειᾳ ἀεραντλίας ἀφαιροῦμεν τὸν ἐντὸς τοῦ δοχείου ὑπάρχοντα ἀέρα.

199. Μέτρησις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως. Ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἀσκει ἡ ἀτμόσφαιρα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, διὰ τὴν δύναμιν νὰ καθορισθῇ καθ' ὅμοιον τρόπον ὡς καὶ ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις, ἴσται ἐκ τοῦ ὕψους τῆς ἀτμοσφαιρας καὶ ἐκ

τῆς πυκνότητος τοῦ ἀέρος. Ἐπειδὴ ὁμοίως οὔτε τὸ ὕψος τῆς ἀτμοσφαίρας γνωρίζομεν, ἀλλ' οὔτε καὶ κατὰ ποῖον νόμον μεταβάλλεται ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος μετὰ τοῦ ὕψους ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, δὲν δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ βῆρος τῆς ἀντιστοίχου ἀερίου στήλης. Διὰ τοῦτο προσδιορίζομεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν ἐμμέσως.

Πρῶτος ὁ **Torricelli** (1643) ἐπέτυχεν τὴν μέτρησιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως διὰ τῆς ἀκολουθούσης πειραματικῆς διατάξεως: Σωλὴν ὑάλινος μήκους 90 cm



Σχ. 276.

Σχ. 277.

Σχ. 278.

Σχ. 279.

Σχ. 276-277. Πείραμα Torricelli. Σχ. 278. Τὸ ὕψος τῆς βαρομετρικῆς στήλης εἶναι ἀνεξάρτητον τῆς μορφῆς καὶ τῆς κλίσεως τοῦ σωλήνος. Σχ. 279. Βαρομετρικὸς σωλὴν κάτωθεν κώδωνος ἀεραντίας.

περίπου, κλειστὸς κατὰ τὸ ἓν ἄκρον, πληροῦται τελείως διὰ καθαροῦ καὶ ἀπηλλαγμένου ὑγρασίας ὑδραργύρου. Κλείομεν ἀκολουθῶς τὸ ἀνοικτὸν ἄκρον τοῦ σωλήνος διὰ τοῦ δακτύλου καὶ ἀναστρέφομεν αὐτὸν ἐντὸς λεκάνης περιεχομένης ὑδραργύρου (σχ. 276). Ἐὰν μετὰ τοῦτο ἀπομακρύνωμεν τὸν δάκτυλον, παρατηροῦμεν, ὅτι ὁ ὑδραργύρος κατέρχεται ὀλίγον εἰς τὸν σωλῆνα καὶ τέλος ἰσορροπεῖ εἰς ὕψος 76 cm περίπου ἀπὸ τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης (σχ. 277).

Εἶναι φανερόν, ὅτι εἰς τὸν ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου χῶρον τοῦ σωλήνος δὲν ὑπάρχει ἀήρ. Ὁ χῶρος οὗτος καλεῖται **βαρομετρικὸς θάλαμος**, ἐντὸς αὐτοῦ δὲ λέγομεν ὅτι ἐπικρατεῖ **βαρομετρικὸν κενόν**. Τὸ βῆρος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἰσορροπεῖται προδήλως ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως τῆς ἀσκουμένης ἐπὶ τῆς

ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου ἐν τῇ λεκάνῃ, ἢ ὁποία μεταδίδεται ὡς γνωστόν (§ 192) καὶ κάτωθεν τῆς τομῆς τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἐν τῇ λεκάνῃ.

Ἐκ τοῦ πειράματος Torricelli δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν ἐκ τοῦ βάρους τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης τῆς ἰσορροπούσης τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἐπὶ τῇ προϋποθέσει ὅτι ἡ τομὴ τῆς στήλης ὅ λαμβάνεται ἴση πρὸς  $1 \text{ cm}^2$ . Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν ἀντιστοιχοῦσαν πίεσιν (σχ. 278) εἰς  $\text{gr}^*/\text{cm}^2$ , χρησιμοποιοῦμεν τὴν σχέσιν:  $p = h\varepsilon$ , ὅπου  $h = 76 \text{ cm}$  καὶ  $\varepsilon = 13,6 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$ , ἦτοι:

$$p = 76 \cdot 13,6 = 1033 \text{ gr}^*/\text{cm}^2 \quad \text{ἢ} \quad 1,033 \text{ kgr}^*/\text{cm}^2.$$

Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν ἀντιστοιχοῦσαν πίεσιν εἰς  $\text{Dyn}/\text{cm}^2$ , ἀρκεῖ νὰ τρέψωμεν τὰ  $\text{gr}^*$  εἰς  $\text{Dyn}$  πολλαπλασιάζοντες ἐπὶ 981, ἦτοι:

$$p = 1033 \frac{\text{gr}^*}{\text{cm}^2} = 1033 \cdot 981 = 1,013 \cdot 10^6 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}.$$

Συνήθως ἡ πίεσις ὑδραργυρικῆς στήλης ὕψους  $1 \text{ mm}$  καλεῖται **Torr**, καὶ ἐπομένως ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἢ ἰσορροπομένη ὑπὸ στήλης ὑδραργύρου ὕψους  $76 \text{ cm}$ , δηλ.  $760 \text{ mm}$ , ἀντιστοιχεῖ εἰς  $760 \text{ Torr}$ .

Ἐὰν ἡ λεκάνη τοῦ ὑδραργύρου τεθῇ ὑπὸ τὸν κώδωνα ἀεραντλίας καὶ ἀραιώσωμεν τὸν ἀέρα, ἡ στήλη τοῦ βαρομέτρου κατέρχεται, διότι ἡ πίεσις ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης εἶναι μικροτέρα (σχ. 279).

Ἐὰν τὸ πείραμα Torricelli θελήσωμεν νὰ ἐκτελέσωμεν δι' ὕδατος, τὸ ὕψος τῆς ὑγρᾶς στήλης, τὸ ὁποῖον θὰ ἰσορροπῇ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, θὰ εἶναι  $13,6$  φορές μεγαλύτερον τῆς τοῦ ὑδραργύρου, καθόσον τὸ εἰδικὸν βᾶρος τοῦ ὑδραργύρου εἶναι  $13,6$  φορές μεγαλύτερον τοῦ εἰδικοῦ βάρους τοῦ ὕδατος, ἦτοι:

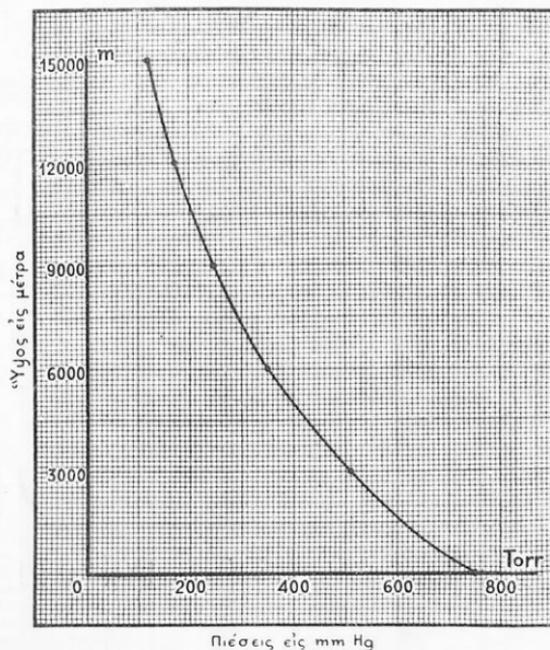
$$h = 76 \cdot 13,6 = 1033 \text{ cm} \quad \text{ἢ} \quad 10,33 \text{ m}.$$

Εἰς τὴν Μετεωρολογίαν ἔχει καθιερωθῆ διεθνῶς ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις νὰ ἐκφράζεται εἰς **μῖλλιμπάρ (millibar, mB)**. Εἶναι δὲ  $1000 \text{ millibar}$  περίπου  $750 \text{ mm Hg}$ , δηλαδή  $1 \text{ mB} = 3/4 \text{ mm Hg} = 3/4 \text{ Torr}$ .

Μονάδες μετρήσεως πιέσεων	
$1 \text{ mm Hg (1 Torr)}$	$= 1,36 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$
$p \text{ cm Hg}$	$= p \cdot 0,0136 \text{ kgr}^*/\text{cm}^2$
$73,5 \text{ cm Hg} = 10 \text{ m H}_2\text{O} = 1 \text{ at}$	$= 1 \text{ kgr}^*/\text{cm}^2$
$76 \text{ cm Hg} = 1 \text{ Atm}$	$= 1,033 \text{ kgr}^*/\text{cm}^2$
$1 \text{ Millibar (mB)} = 10^3 \text{ Dyn}/\text{cm}^2, \quad 760 \text{ Torr} = 1013,3 \text{ mB}$	

**200. Μεταβολὴ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους.** Ὡς γνωστόν, ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης εἶναι  $0,001293 \text{ gr}/\text{cm}^3$ , ἐνῶ ἡ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου (Hg) εἶναι  $13,595 \text{ gr}/\text{cm}^3$ , ἦτοι ἡ πυκνότης τοῦ Hg εἶναι περίπου  $10\,500$  φορές μεγαλύτερα τῆς πυκνότητος τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος.

Επομένως, ίνα η ατμοσφαιρική πίεσις ἐλαττωθῆ κατὰ 1 mm στήλης Hg, πρέπει νὰ ἀνέλθωμεν εἰς ὕψος 10500 mm ἢ 10,5 m ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης, ἐφ' ὅσον δὲ ἀνερχόμεθα εἰς ὕψος, συναντῶμεν μικροτέραν ατμοσφαιρικήν πίεσιν, διότι ἀφαιρεῖται ἡ ἐπίδρασις τῶν ὑποκειμένων στρωμάτων τοῦ ατμοσφαιρικοῦ ἀέρος. Ὁ ἀνωτέρω νόμος τῆς ἐλαττώσεως τῆς ατμοσφαιρικῆς πίεσεως κατὰ 1 mm δι' ἀνοδὸν κατὰ 10,5 m ἰσχύει μόνον δι' ὕψος μὴ ὑπερβαῖνον μέτρα τινά, διότι, διὰ μεγαλύτερα ὕψη ἢ πυκνότης τοῦ ἀέρος δὲν παραμένει σταθερά, ἀλλὰ μεταβάλλεται μετὰ τοῦ ὕψους καὶ ὡς ἐκ τούτου ὁ νόμος τῆς μεταβολῆς τῆς ατμοσφαιρικῆς πίεσεως μετὰ τοῦ ὕψους δὲν εἶναι τόσο ἀπλοῦς, ἀλλὰ δὲν εἶναι τόσο ἀπλοῦς, ἀλλὰ πολυπλοκώτερος. Ἡ καμπύλη τοῦ σχήματος 280 δεικνύει τὸν τρόπον τῆς μεταβολῆς τῆς ατμοσφαιρικῆς πίεσεως μετὰ τοῦ ὕψους.



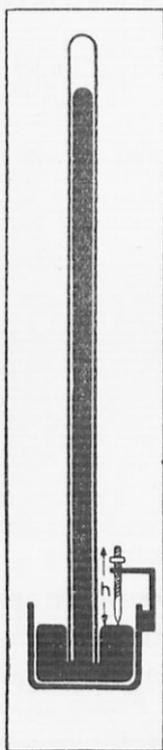
Σχ. 280. Μεταβολὴ τῆς ατμοσφαιρικῆς πίεσεως μετὰ τοῦ ὕψους.

201. **Βαρόμετρα.** Πρὸς μέτρησιν τῆς ατμοσφαιρικῆς πίεσεως χρησιμοποιοῦμεν εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **βαρόμετρα**, ἀκριβέστερα τῶν ὁποίων εἶναι τὰ ὑδραργυρικά. Τὸ ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον κατ' ἀρχὴν ἀποτελεῖ ἐφαρμογὴν τῆς διατάξεως Torricelli (§ 199), εἰς τὴν ὁποίαν, μετὰ τὴν βοήθειαν παρακεμιμένης κλίμακος, μετροῦμεν τὸ ἐκάστοτε ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης. Ὑπάρχουν διάφοροι τύποι ὑδραργυρικῶν βαρομέτρων, ἐκ τῶν ὁποίων περιγράφομεν τοὺς μᾶλλον συνήθεις:

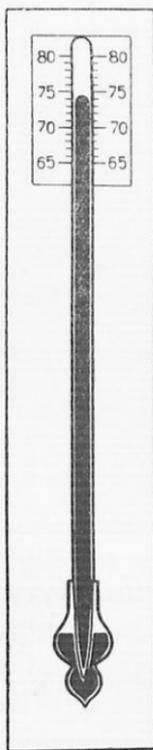
α) **Κανονικὸν βαρόμετρον.** Τοῦτο ἀποτελεῖται ἐκ σωλῆνος ὑαλίνου, ὅστις μετὰ τῆς λεκάνης στερεοῦται ἀμεταθέτως ἐπὶ σανίδος κατακορύφου (σχ. 281). Πρὸς μέτρησιν τῆς βαρομετρικῆς πίεσεως, μετροῦμεν δι' ἀκριβοῦς ὄργανον (καθετομέτρον, βλ. σελ. 9) τὴν ἀπόστασιν τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς σωλῆνος μέχρι τῆς ἄνω ἀκμῆς τοῦ κοιλίου, προσθέτομεν δὲ εἰς αὐτὴν τὸ γνωστὸν ὕψος ἢ τῆς ἀκμῆς τοῦ κοιλίου ἀπὸ τῆς σταθερᾶς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης. Τὸ ὄργανον τοῦτο χρησιμοποιεῖται κυρίως εἰς Μετεωρολογικοὺς σταθμοὺς διὰ τὴν σύγκρισιν τῶν ἄλλων τύπων βαρομέτρων.

Τὸ σχῆμα 282 παριστᾷ παραλλαγὴν τοῦ κανονικοῦ βαρομέτρου. Τοῦτο ὅμως δὲν εἶναι τόσο ἀκριβὲς ὡς τὸ κανονικόν, διότι μεταβάλλεται ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τῆς λεκάνης, λόγῳ τῆς σχετικῶς μικρᾶς ἐπιφανείας αὐτῆς.

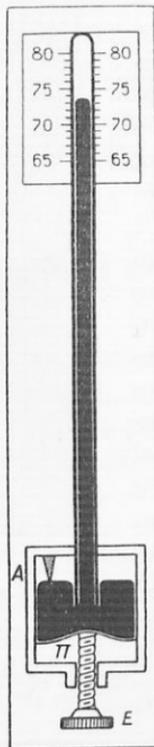
β) **Βαροόμετρον Fortin.** Τοῦτο εἶναι ἐκ τῶν μάλλον εὐχρηστών ὑδραργυρικῶν βαρομέτρων, διότι παρουσιάζει τὸ οὐσιῶδες πλεονέκτημα, ὅτι δύναται νὰ μετα-



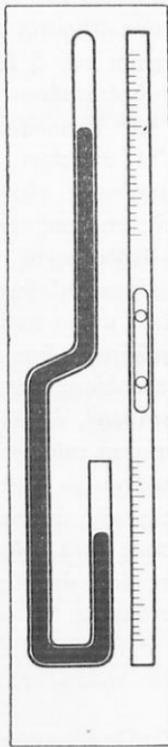
Σχ. 281.



Σχ. 282.



Σχ. 283.



Σχ. 284.

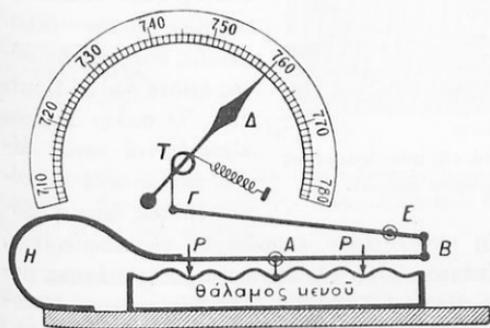
Διάφοροι ἐν χρῆσει τύποι ὑδραργυρικῶν βαρομέτρων.

φέρεται ἄνευ κινδύνου θραύσεως, λόγῳ τῆς καταλλήλου κατασκευῆς του (σχ. 283). Ὁ πυθμὴν Π τῆς λεκάνης εἶναι δερμάτινος καὶ δύναται, μετὰ τὴν βοήθειαν κοιλίου E, ν' ἀνυψῶνται ἢ νὰ καταβιβάζεται, μεταβαλλομένης οὕτω τῆς χωρητικότητος τῆς λεκάνης. Ἡ λεκάνη καὶ ὁ βαρομετρικὸς σωλὴν περιβάλλονται ὑπὸ μεταλλικοῦ περιβλήματος, ἐνῶ εἰς τὸ ἄνω μέρος τοῦ μεταλλικοῦ περιβλήματος τοῦ βαρομετρικοῦ σωλήνος ὑπάρχει κλιμαξ, εἰς τρόπον ὥστε νὰ δυνάμεθα νὰ μετρώμεν τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἀπὸ τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου ἐν τῇ λεκάνῃ. Ἡ κλιμαξ εἶναι βαθμολογημένη εἰς mm, τῆς βαθμολογίας λογιζομένης ἀπὸ τοῦ ἄκρου μικρᾶς ἀκίδος A ἐξ ἑλεφαντοστοῦ. Διὰ τὴν ἐκτέλεσιν μετρήσεως ρυθμιζομεν διὰ τοῦ κοιλίου E τὴν χωρητικότητα τῆς λεκάνης, ὥστε τὸ ἄκρον τῆς ἀκίδος νὰ

εφάπτεται τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὴν λεκάνη, ὅτε μετροῦμεν διὰ τῆς κλίμακος τὸ ἀντίστοιχον ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης. Διὰ τὴν μεταφέρωμεν ἀκινδύνως τὸ ὄργανον, ἀρκεῖ διὰ τοῦ κοιλίου E νὰ σμικρύνωμεν τὴν χωρητικότητα τῆς λεκάνης, ὅτε ὁ ὑδραργυρος ἀνέρχεται εἰς τὸν βαρομετρικὸν σωλήνα καὶ πληροῖ τελείως αὐτόν.

γ) **Σιφωνοειδὲς βαρόμετρον.** Τοῦτο δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 284. Τὸ μικρότερον σκέλος, ἀνοικτὸν πρὸς τὰ ἄνω, ἐπέχει θέσιν λεκάνης, τὸ δὲ μεγαλύτερον σκέλος εἶναι κλειστὸν πρὸς τὰ ἄνω. Ἡ διαφορὰ στάθμης τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὰ δύο σκέλη τοῦ βαρομέτρου, μετρομένη ἐπὶ τῆς παρακειμένης κλίμακος, παρέχει τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης.

**202. Μεταλλικὰ βαρόμετρα.** Ἐκτὸς τῶν ὑδραργυρικῶν βαρομέτρων, λίαν διαδεδομένα εἶναι ἐπίσης τὰ μεταλλικὰ βαρόμετρα, μεταξὺ τῶν ὁποίων δύο κυρίως τύποι εἶναι ἐν χρήσει, ὁ τοῦ Vidi καὶ ὁ τοῦ Bourdon.

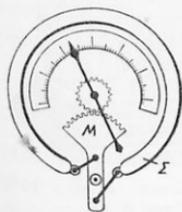


Σχ. 285. Σχηματικὴ διάταξις βαρομέτρου Vidi.



Σχ. 286. Βαρόμετρον Vidi.

**Τὸ βαρόμετρον Vidi** δεικνύεται ἐν τομῇ εἰς τὸ σχῆμα 285. Ἀποτελεῖται ἐκ μεταλλικῆς κάψης κενῆς ἀέρος, στηριζομένης συνήθως ἐπὶ ξυλίνης βάσεως. Ἡ ἄνω ἐπιφάνεια P-A-P τῆς κάψης εἶναι πτυχωτή, οὕτως ὥστε αὕτη νὰ παρουσιάξῃ μεγαλυτέραν ἐπιφάνειαν εἰς τὴν ἔξωθεν ἐπιφερομένην πίεσιν. Κατὰ τὸ σημεῖον A ἡ πτυχωτὴ ἐπιφάνεια συνδέεται πρὸς πολλαπλασιαστικὸν σύστημα μοχλῶν, τοῦ ὁποίου τὸ ἄκρον Γ συνδέεται πρὸς νῆμα μικροῦ μήκους· τοῦτο δὲ διέρχεται διὰ μικρᾶς τροχαλίας T, ἐπὶ τῆς ὁποίας εἶναι προσηρμοσμένος δείκτης Δ, ἐνῶ τὸ ἕτερον ἄκρον τοῦ νήματος συνδέεται πρὸς ἑλατήριον.

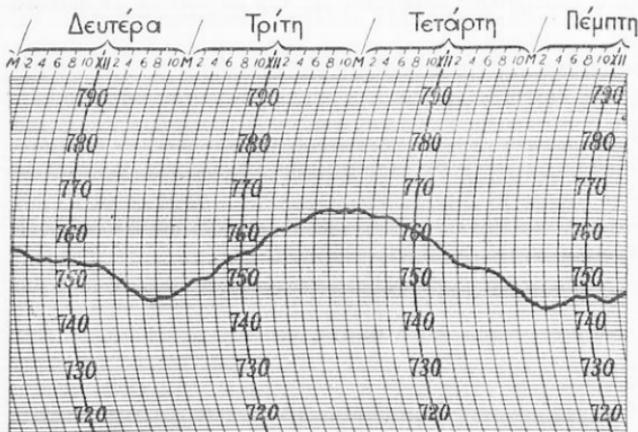


Σχ. 287. Σχηματικὴ διάταξις βαρομέτρου Bourdon.

Ὅταν ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις αὐξάνεται, τὸ εὐκαμπτον κάλυμμα τῆς κάψης ὠθεῖται πρὸς τὰ κάτω εἰς A, οὕτω δὲ κατέχεται τὸ ἄκρον B τοῦ συστήματος τῶν μοχλῶν καί, λόγῳ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς εἰς E, τὸ ἄκρον Γ ἀνέρχεται.

Ὡς ἐκ τούτου, ὁ δείκτης Δ, ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τοῦ ἑλατηρίου, μετατοπίζεται πρὸς τὰ δεξιὰ.

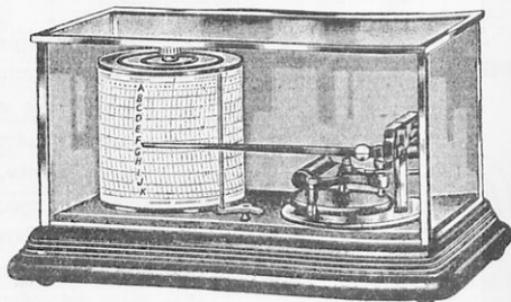
Τὸ ἀντίστροφον συμβαίνει, ὅταν ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις ἐλαττοῦται, ὅτε ὁ δείκτης κινεῖται κατ' ἀντίθετον διεύθυνσιν. Τὸ ὄργανον τοῦτο βαθμολογεῖται ἐν συγκρίσει πρὸς ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον ἢ πρὸς ἄλλας διατάξεις, αἱ ὁποῖαι ἐπιτρέπουν τὴν ἀνάπτυξιν γνωστῶν πιέσεων. Τὸ σχῆμα 286 δεικνύει φωτογραφίαν βαρομέτρου Vidi.



Σχ. 288. Φύλλον χάρτου βαρογράφου μετὰ τῆς καταγραφείσης καμπύλης κατὰ τὴν διάρκειαν τεσσάρων ἡμερῶν.

τερικὴ πλευρὰ αὐτοῦ νὰ παρουσιάξῃ μεγαλυτέραν ἐπιφάνειαν τῆς ἐσωτερικῆς, ὁπότε, συνεπεία τούτου, ἡ πρώτη ὑφίσταται, λόγῳ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως, μεγαλυτέραν δύναμιν. Ἐὰν ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις ἀυξομειοῦται, τὰ δύο σκέλη τοῦ σωλήνος πλησιάζουν ἢ ἀπομακρύνονται, ἡ κίνησις δὲ αὕτη μεταδίδεται διὰ καταλήλου μηχανισμοῦ εἰς δείκτην, δυνάμενον νὰ κινήται πρὸς τῶν διαιρέσεων κλίμακος. Τὸ βαρόμετρον Bourdon βαθμολογεῖται καθ' ὅμοιον τρόπον ὡς καὶ τὸ τοῦ Vidi.

203. Βαρογράφος. Τὰ μεταλλικὰ βαρόμετρα, διὰ καταλήλου τροποποιήσεως αὐτῶν, δύνανται νὰ χρησιμοποιηθοῦν ὡς αὐτογραφικὰ βαρόμετρα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **βαρογράφοι**. Τὰ ὄργανα ταῦτα παρέχουν καμπύλην καταγραφομένην ἐπὶ κυλίνδρου κεκαλυμμένου διὰ φύλλου χάρτου, εἰδικῶς χαρακωμένου (σχ. 288), καὶ περιστρεφομένου ἰσοταχῶς δι' ὠρολογιακοῦ μηχανισμοῦ (σχ. 289). Ἡ διάρκεια μιᾶς πλήρους περιστροφῆς δύναται, ἀναλόγῳ τῶν ἀναγκῶν, νὰ ρυθμισθῇ 24ωρος, ἑβδομαδιαία κ.τ.λ. Τὸ σχῆμα 290 δεικνύει τομὴν βαρογράφου τύπου Richard.

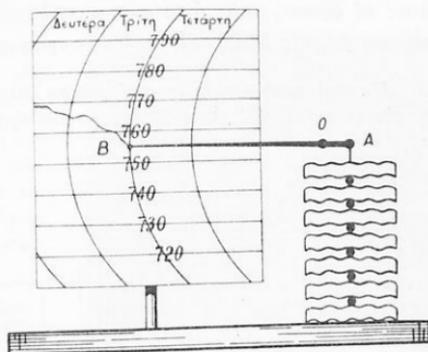


Σχ. 289. Βαρογράφος τύπου Vidi.

204. Ένδειξεις καιρού. Έχει παρατηρηθῆ, ὅτι αἱ μεταβολαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως συνοδεύονται ὑπὸ μεταβολῆς τοῦ καιροῦ. Γενικῶς ἔχει παρατηρηθῆ ὅτι, ὅταν ἡ βαρομετρικὴ πίεσις ἦ, ὡς συνήθως λέγομεν, τὸ βαροόμετρον πίπτῃ συνεχῶς, ἔχομεν βροχὴν, ἀπὸτομος δὲ πτώσις τοῦ βαρομέτρου συνεπάγεται βίαιον ἄνεμον. Γενικῶς πτώσις τοῦ βαρομέτρου (σχηματισμὸς κυκλῶνος) προλέγει κακὸν καιρὸν, ἐνῶ ἀντιθέτως ἀνοδος τοῦ βαρομέτρου (σχηματισμὸς ἀντικυκλῶνος) προμηνύει καλὸν καιρὸν.

Ἔνεκα τοῦ λόγου τούτου ἐπὶ τῆς κλίμακος τῶν μεταλλικῶν βαρομέτρων ὑπάρχουν ἐνδείξεις ὅσον ἀφορᾷ τὸν καιρὸν, π.χ. λίαν ξηρὸς, καλὸς, βροχὴ κ.ο.κ., αἱ ὁποῖα ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰς κάτωθι πίεσεις:

Λίαν ξηρὸς . . . . .	785 mm Hg
Σταθερὸς . . . . .	776 > >
Καλὸς καιρὸς . . . . .	767 > >
Μεταβλητὸς . . . . .	758 > >
Βροχὴ ἢ ἄνεμος . . . . .	749 > >
Ραγδαία βροχὴ . . . . .	739 > >
Θύελλα . . . . .	731 > >



Σχ 290. Αὐτογραφικὸς βαρογράφος μετὰ πολλαπλῶν τυμπάνων, τύπου Richard.

Γενικῶς ἡ βαρομετρικὴ πίεσις ἀποτελεῖ σπουδαῖον στοιχείον διὰ τὴν πρόγνωσην τοῦ καιροῦ, ἡ ὁποία εἶναι μεγίστης σημασίας σήμερον διὰ τὴν ἀεροπορίαν, ναυτιλίαν, γεωργίαν, ὡς καὶ δι' ἄλλους κλάδους.

205. Μέτρησις τοῦ ὕψους. Τὰ μεταλλικὰ βαροόμετρα χρησιμεύουν σήμερον εὐρύτατα εἰς τὴν ἀεροπορίαν, διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ ὕψους. Οὕτως, ὡς ἀνωτέρω εἶδομεν, ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις μεταβάλλεται μετὰ τοῦ ὕψους, ἡ δὲ μεταβολὴ αὕτη ἐκφράζεται διὰ τύπον κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον πολυπλόκων. Τὰ πρὸς τὸν σκοπὸν τούτου χρησιμοποιούμενα μεταλλικὰ βαροόμετρα φέρουν διελθὴν βαθμολογίαν, ἥτοι βαθμολογίαν εἰς mm στήλης Hg διὰ τὴν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν καὶ εἰς μέτρα διὰ τὸ ὕψος.

206. Συμπιεστότης τῶν ἀερίων. Νόμος τῶν Boyle-Mariotte<sup>1</sup>. Ὑποθέσωμεν ὅτι, τῆς θερμοκρασίας παραμενούσης ἀμεταβλήτου, ἀέριος μᾶζα ἔχει ὑπὸ πίεσιν  $p_1$  ὄγκον  $V_1$ , ὑπὸ πίεσιν  $p_2$  ὄγκον  $V_2$ , ὑπὸ πίεσιν  $p_3$  ὄγκον  $V_3$  κ.ο.κ. Ἐὰν σχηματίσωμεν τὰ γινόμενα  $p_1 V_1, p_2 V_2, p_3 V_3$  κ.ο.κ., εὐρίσκομεν ὅτι:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = p_3 V_3 = \dots = \text{σταθ.} \quad (1)$$

Ἡ σχέση αὕτη ἐκφράζει κατὰ γενικώτερον τρόπον τὸν νόμον τῶν Boyle-Mariotte, ὁ ὁποῖος διατυπῶνται ὡς ἑξῆς: Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν, τὸ γινόμενον τῆς πίεσεως  $p$  ἐπὶ τὸν ὄγκον  $V$  δεδομένης ἀερίου μᾶζης παραμένει πάντοτε σταθερὸν, ἥτοι:

$$p \cdot V = \text{σταθ.}$$

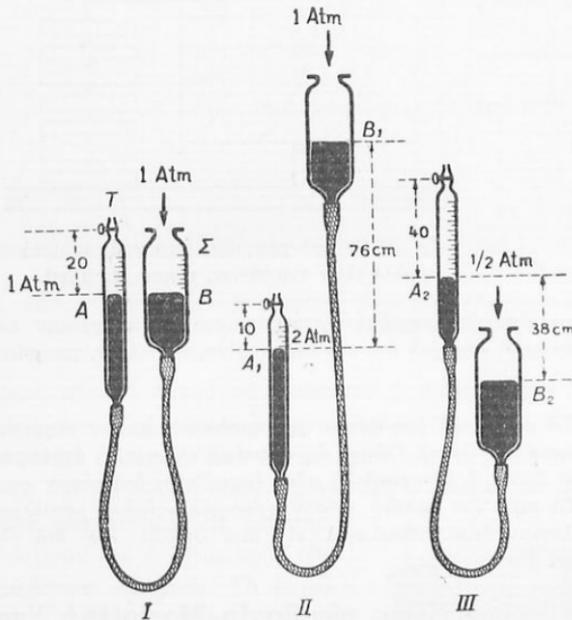
1. Ἐπειδὴ τὸ φαινόμενον τῆς συμπιεστότητος τῶν ἀερίων ἐμελετήθη συγχρόνως ὑπὸ τῶν Boyle (1662) καὶ Mariotte (1676), ὁ νόμος οὗτος ἐκλήθη: νόμος τῶν Boyle-Mariotte.

Ἐὰν περιορισθῶμεν εἰς τὰ δύο πρῶτα μέλη τῆς σχέσεως (1), ἔχομεν :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}$$

ἦτοι : *οἱ ὄγκοι, τοὺς ὁποίους καταλαμβάνει ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν δεδομένη ἀέριος μᾶζα, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν πιέσεων.*

**Πειραματικὴ ἀπόδειξις τοῦ νόμου Boyle - Mariotte.** Πρὸς τοῦτο χρησιμοποιούμεν τὴν εἰς τὸ σχῆμα 291 εἰκονιζομένην συσκευήν. Ἀυτὴ ἀποτελεῖται ἐκ δύο ὑαλίνων σωληθῶν ἐκ τῶν ὁποίων ὁ εἰς T, βαθμολογημένος, δύναται νὰ κλείεται κατὰ τὸ ἄνω μέρος ὑπὸ στρόφιγγος, ἐνῶ ὁ ἄλλος Σ εἶναι ἀνοικτὸς κατὰ τὸ ἄνω ἄκρον. Ἀμφότεροι οἱ σωληθνες συνδέονται διὰ τῶν κάτω ἄκρων αὐτῶν δι' ἐλαστικὸν σωληθνος καὶ ἐντὸς τοῦ συστήματος τίθεται ἀνάλογος ποσότης ὕδαργυρου.



Σχ. 291. Διὰ τὴν πειραματικὴν ἀπόδειξιν τοῦ νόμου Boyle - Mariotte.

**Προκαταρκτικὸν πείραμα.** Ἀφῆνομεν τὴν στρόφιγγα τοῦ σωληθνος T ἀνοικτὴν καὶ ρυθμιζομεν τὴν θέσιν τοῦ σωληθνος Σ κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἡ ἐλευθέρᾳ ἐπιφάνεια τοῦ ὕδαργυρου εἰς τὸν σωληθνα T νὰ εὐρίσκειται ἀπέναντι τῆς διαιρέσεως π. χ. 20, ὅποτε ὁ ὄγκος τοῦ ἀέρος ὁ εὐρισκόμενος εἰς τὸν σωληθνα T εὐρίσκειται προδήλως ὑπὸ τὴν αὐτὴν πίεσιν (σχ. 291, I) (βλ. ἄρχην τῶν συγκοινωνούντων δοχείων). Ἡ πίεσις παρέχεται ὑπὸ βαρομέτρου εὐρισκόμενον!

πλησίον τῆς συσκευῆς, ἔστω δὲ ὅτι αὐτὴ ἰσορροπεῖται ὑπὸ ὕψους ὕδαργυρικῆς στήλης 76 cm.

**1ον Πείραμα.** Κλείομεν τὴν στρόφιγγα τοῦ σωληθνος T καὶ ἀνυψοῦμεν τὸν σωληθνα Σ, εἰς τρόπον ὥστε ἡ ἐλευθέρᾳ ἐπιφάνεια τοῦ ὕδαργυρου εἰς τὸν σωληθνα T νὰ φθάσῃ μέχρι τῆς ὑποδιαίρέσεως 10, δηλαδὴ μέχρι ὅτου ὁ ὄγκος τοῦ ἀποκεκλεισμένου ἀέρος εἰς τὸν σωληθνα T ἐλαττωθῇ εἰς τὸ ἥμισυ τοῦ ἀρχικοῦ (σχ. 291, II). Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις τῶν σταθμῶν  $A_1 B_1$  τοῦ ὕδαργυρου εἰς τοὺς δύο σωληθνας T καὶ Σ ἰσοῦται περίπου πρὸς 76 cm. Ἐκ τούτου συνάγομεν, ὅτι ἡ πίεσις τοῦ ἀέρος εἰς τὸν σωληθνα T ὑπερτερεῖ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως

Ὅγκος ἀέρος εἰς cm <sup>3</sup>	Διαφορὰ στάθμης Hg μεταξὺ δύο δοχείων εἰς cm	Πίεσις ἀποκεκλ. ἀέρος εἰς cm Hg
20	0	76
10	76 × 1	76 × 2
6 <sup>2</sup> / <sub>3</sub>	76 × 2	76 × 3
5	76 × 3	76 × 4

κατά 76 cm Hg και επομένως εδιπλασιάσθη. Ήτοι: *Όταν ο όγκος του αέρος εις τον σωλήνα T ελαττωταί εις τὸ ἥμισυ, ἡ πίεσις αὐτοῦ διπλασιάζεται.*

Ἐάν δὲ ἐξακολουθοῦμεν ἀνυψοῦντες τὸν σωλήνα Σ καὶ ἐκτελοῦμεν τὰς ἀντιστοιχίας ἀναγνώσεις, δυνάμεθα νὰ σχηματίσωμεν τὸν ἀνωτέρω πίνακα.

Ἐκ τῆς συγκρίσεως τῶν τιμῶν τοῦ ὄγκου τῆς πρώτης στήλης καὶ τῶν τιμῶν τῆς πίεσεως τῆς τρίτης στήλης, εὐρίσκομεν ὅτι, προκειμένου περὶ ἐλαττώσεως τοῦ ὄγκου τοῦ αερίου, οἱ ὄγκοι μεταβάλλονται ἀντιστρόφως ἀναλόγως τῆς πίεσεως.

**2ον Πείραμα.** Ἐπαναφέρομεν τοὺς δύο σωλήνας T καὶ Σ, διατηρουμένης ἀνοικτῆς τῆς στρόφιγγος τοῦ T εἰς τὴν αὐτὴν θέσιν ὡς καὶ εἰς τὸ προκαταρκτικὸν πείραμα (σχ. 291, I), κλείομεν ἀκολούθως τὴν στρόφιγγα τοῦ T καὶ ὑποβιβάζο-

Όγκος αέρος εἰς cm <sup>3</sup>	Διαφορὰ στάθμης Hg μεταξὺ δύο δοχείων εἰς cm	Πίεσις ἀπο- κεκλ. αέρος εἰς cm
20	0	76 × 1
40	76 × 1/2	76 × 1/2
60	76 × 2/3	76 × 1/3
80	76 × 3/4	76 × 1/4



ROBERT BOYLE (1627 - 1691)

Ἄγγλος ἐπιστήμων, ἀσχοληθεὶς κυρίως εἰς τὴν Χημείαν καὶ τὴν Φυσικὴν. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς συμπίεστότητος τῶν αερίων, συνετέλεσεν εἰς τὴν βελτίωσιν τῶν ἀεραντλιῶν κενοῦ καὶ ἀπέδειξεν, ὅτι ὁ ἦχος δὲν διαδίδεται διὰ τοῦ κενοῦ.

μεν τὸν σωλήνα Σ, μέχρις ὅτου ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις A<sub>2</sub> B<sub>2</sub> τῶν σταθμῶν τοῦ ὑδραργύρου καταστῆ ἴση πρὸς 38 cm (σχ. 291, III). Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸν σωλήνα T κατέρχεται μέχρι τῆς διαίρεσεως 40, ἥτοι ὁ ὄγκος τοῦ αέρος διπλασιάζεται, ἐνῶ ἡ πίεσις αὐτοῦ ἰσορροπεῖται ὑπὸ στήλης ὑδραργύρου 38 cm, ἥτοι τὸ ἥμισυ τῆς ἀρχικῆς. Ἐπαναλαμβάνοντες τὸ αὐτὸ πείραμα, δυνάμεθα νὰ σχηματίσωμεν τὸν ἀνωτέρω πίνακα. Ἐκ τῆς συγκρίσεως τῶν τιμῶν ὄγκου αέρος καὶ πίεσεως εἰς τὸν σωλήνα T εὐρίσκομεν ὅτι, καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν αὐξήσεως τοῦ ὄγκου ἢ ἄλλως εἰς τὴν περίπτωσιν πίεσεων μικροτέρων τῆς ἀτμοσφαιρικής, οἱ ὄγκοι μεταβάλλονται ἀντιστρόφως ἀναλόγως τῶν πίεσεων.

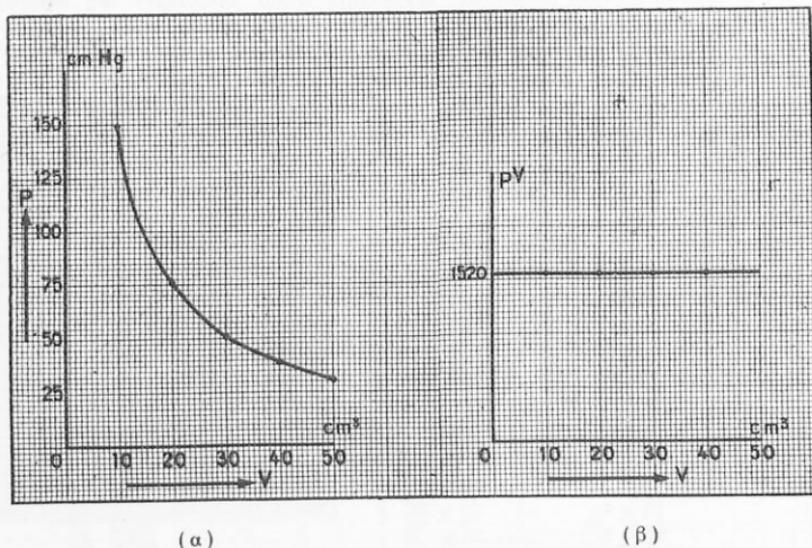
Όγκος V αερίου	Πίεσις p εἰς cm Hg	Γινόμενον pV
5	304	1520
10	152	1520
20	76	1520
30	50,67	1520
40	38	1520
50	30,4	1520

**Γραφικὴ παράστασις.** Ἐκ τῶν ἀριθμητικῶν δεδομένων τῶν δύο ἀνωτέρω πινάκων, δυνάμεθα νὰ σχηματίσωμεν τὸν ἔναντι πίνακα.

Ἐκ τοῦ πίνακος τούτου παρατηροῦμεν ὅτι, ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία διατηρεῖται σταθερά, οἱ ὄγκοι εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν πίεσεων ἢ, ὅπερ τὸ αὐτὸ, τὸ γινόμενον πίεσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον παραμένει σταθερόν.

Ἐάν εἰς διάγραμμα ὀρθογωνίων ἀξόνων ἀναφέρομεν τὰς τιμὰς τοῦ ὄγκου καὶ τῆς πίεσεως καὶ ἀκολούθως ἐνώσωμεν τὰ παραστατικά σημεῖα τὰ ἀντιστοιχοῦντα εἰς ἕκαστον ζεύγος ἀντιστοιχῶν τιμῶν πίεσεων καὶ ὄγκου,

προκύπτει ή καμπύλη (α) του σχήματος 292, ή όποια αναπαριστᾶ γραφικῶς τόν νόμον Boyle - Mariotte. Ἐκτός του ἀνωτέρω τρόπου γραφικῆς παραστάσεως του νόμου Boyle -



Σχ. 292. Γραφική παράστασις του νόμου Boyle - Mariotte.

α) Μεταβολή πίεσεως  $p$ , μετά του όγκου  $V$ , β) Μεταβολή του γινομένου  $pV$  μετά του όγκου  $V$ .

Mariotte, υπάρχει και άλλος. Οὕτω, ἐάν ἀναφέρωμεν εἰς τοὺς ἄξονας τὰς τιμὰς του γινομένου  $pV$  καὶ τὰς τιμὰς του όγκου, ή παραστατική γραμμή, κατὰ τήν περίπτωσιν ταύτην, θὰ εἶναι εὐθεῖα παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα τῶν όγκων (σχ. 292, β).

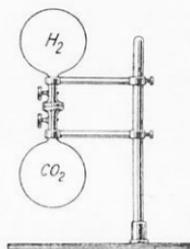
207\*. Τέλειον ἀέριον. Ἡ ὥς ἄνω πειραματική ἐπαλήθευσις του νόμου τῶν Boyle - Mariotte ἐγένετο εἰς εποχίην, καθ' ἣν ή τεχνική τῶν μετρήσεων δὲν εἶχεν ἐπαρκῶς προαχθῆ. Βραδύτερον ὅμως, διὰ τῆς ἐπινοήσεως ἀκριβεστέρων ὀργάνων μετρήσεως, κατεδείχθη, ὅτι οὐδὲν τῶν ἐν τῇ φύσει ὑπαρχόντων ἀερίων ἀκολουθεῖ ἐπακριβῶς τὸν νόμον τῶν Boyle - Mariotte.

Πρὸς διατήρησιν ὅμως τῆς μέχρι τῆς εποχῆς ἐκείνης συντελεσθείσης ἐργασίας, ή Φυσική ἐδέχθη τὸν τύπον του *τελείου ἀερίου*, τὸ ὅποῖον ἀποτελεῖ θεωρητικὴν ἔννοιαν καὶ διὰ τὸ ὅποῖον δέχεται, ὅτι ἀκολουθεῖ ἐπακριβῶς τὸν νόμον τῶν Boyle - Mariotte. Ἐκ τῆς πειραματικῆς σπουδῆς καταδεικνύεται ὅτι, ὑπὸ τὰς συνήθεις συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως, ὅσον περισσότερον ἀπέχει τὸ ἀέριον ἀπὸ τῶν συνθηκῶν ὑγροποιήσεως αὐτοῦ, τόσον περισσότερον πλησιάζει πρὸς τὸν τύπον του τελείου ἀερίου. Οὕτω, διὰ τὸ ὑδρογόνον, τὸ ὀξυγόνον καὶ τὸ ἥλιον, δυνάμεθα νὰ δεχθῶμεν, ὑπὸ τὰς συνήθεις συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως, ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος, ὅτι τὰ ἀέρια ταῦτα συμπεριφέρονται ἀκριβῶς ὡς ὁ τύπος του τελείου ἀερίου, ἤτοι ἀκολουθοῦν ἐπακριβῶς τὸν νόμον τῶν Boyle - Mariotte. Τούναντίον, τὸ  $CO_2$  καὶ  $SO_2$ , τὰ ὅποια ὑπὸ συνήθεις συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως δὲν ἀπέχουν πολὺ ἀπὸ τῶν συνθηκῶν ὑγροποιήσεως αὐτῶν, παρατηρήθη, ὅτι δεικνύουν οὐσιώδεις ἀποκλίσεις ἀπὸ του νόμου τῶν Boyle - Mariotte.

208. Μίξις τῶν ἀερίων. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν, ὅτι δύο ή περισσότερα ἀέρια διαφόρου φύσεως, μὴ ἐπιδρώντα ὁμως χημικῶς ἐπ' ἀλλήλων, εὕρισκόμενα εἰς κοινὸν δοχεῖον, λόγῳ τῆς ιδιότητος τὴν ὅποιαν παρουσιάζουν τὰ ἀέρια νὰ τείνουν

νά καταλάβουν πάντα τὸν προσφερόμενον εἰς αὐτὰ ὄγκον, μινγνύονται τελείως. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται *μῖξις* ἢ *διάχυσις* τῶν ἀερίων. Πειραματικῶς ὑπὸ τοῦ **Berthollet** κατεδείχθη ὅτι, ἐὰν ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν ἀναμινγνύωμεν δύο ἢ καὶ περισσότερα ἀέρια εἰς τὸν αὐτὸν χῶρον, ἢ τελικὴ πίεσις τοῦ μίγματος ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν μερικῶν πιέσεων. Καλοῦμεν δὲ *μερικὴν πίεσιν*, τὴν πίεσιν τὴν ὁποίαν θὰ εἶχε ἕκαστον τῶν ἀερίων, ἐὰν ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν καταλάμβανε μόνον τοὺν ὄγκον τοῦ μίγματος.

209. Πειραματικὴ διάταξις τῆς μίξεως τῶν ἀερίων (Berthollet). Ἐκ δύο δοχείων συζκοινωνούντων μεταξύ των διὰ στροφιγγῶν, ἐπιτροπεουσῶν τὴν ἀποκατάστασιν ἐπικοινωνίας μεταξύ αὐτῶν (σχ. 293), τὸ μὲν ἐν πληροῦται ὑδρογόνου, τὸ δὲ ἄλλο διοξειδίου τοῦ ἀνθρακος ὑπὸ τὴν αὐτὴν πίεσιν, τοῦ ὁποίου ἡ πυκνότης εἶναι 22 φορὰς μεγαλυτέρα τῆς τοῦ  $H_2$ . Τὰ δοχεῖα τοποθετοῦνται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε τὸ δοχεῖον τοῦ  $CO_2$  νὰ εὐρίσκειται κάτωθεν τοῦ δοχείου  $H_2$  καὶ εἰς χῶρον σταθερᾶς θερμοκρασίας. Ὄταν τὰ δύο δοχεῖα λάβουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν, ἀνοίγονται αἱ στροφιγγες, ὥστε νὰ ἀποκατασταθῇ ἐπικοινωνία μεταξύ αὐτῶν. Ἐὰν μετὰ παρέλευσιν ἀρκετοῦ χρόνου, παρατηροῦμεν ὅτι ἕκαστον τούτων περιλαμβάνει ὑπὸ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν τὰ δύο ἀέρια καὶ ὅτι ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου μίγματος εἰς ἕκαστον δοχεῖον ἰσοῦται πρὸς τὴν ἀρχικὴν πίεσιν. Πράγματι, ἀρχικῶς ἕκαστον τῶν ἀερίων ἔχει ὄγκον  $V$  ὑπὸ πίεσιν  $p$ . Ἐὰν δὲ τὸ ἀέριον καταλάβῃ ὄγκον  $2V$ , ἡ πίεσις εἶναι  $p/2$ .



Σχ. 293. Συσκευή Berthollet.

210\*. Νόμος τοῦ Dalton. Ὑπὸ δεδομένην σταθερὰν θερμοκρασίαν, ἡ πίεσις μίγματος ἀερίων ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν μερικῶν πιέσεων ἐκάστου τῶν ἀερίων. Ὡς μερικὴν πίεσιν ἐκάστου τῶν ἀερίων νοοῦμεν, ὡς ἄνωτέρω ἐλέχθη, τὴν πίεσιν, τὴν ὁποίαν θὰ εἶχε τὸ θεωρούμενον ἀέριον, ἐὰν καταλάμβανε μόνον τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν.

Ἀναλυτικὴ ἔκφρασις. Ἐστω ὅτι ὑπὸ θερμοκρασίαν  $t$ ,

$$\begin{array}{l} \text{ἀέριον 1 ἔχει ὄγκον } v_1 \text{ ὑπὸ πίεσιν } p_1 \\ \text{» 2 » » } v_2 \text{ » » } p_2 \\ \text{» 3 » » } v_3 \text{ » » } p_3 \end{array}$$

καὶ ὅτι, ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν, θέτομεν αὐτὰ ἐντὸς δοχείου ὄγκου  $V$ . Πρὸς εὐρεσιν τῆς πίεσεως τοῦ μίγματος, πρέπει νὰ ὑπολογίσωμεν τὰς μερικὰς πιέσεις  $p_1'$ ,  $p_2'$ ,  $p_3'$ .

Συμφώνως πρὸς τὸν νόμον Boyle - Mariotte, θὰ ἔχωμεν τὰς σχέσεις:

$$p_1' V = p_1 v_1, \quad p_2' V = p_2 v_2, \quad p_3' V = p_3 v_3$$

$$\text{ἔς ὧν ὑπολογίζομεν τὰς μερικὰς πιέσεις: } p_1' = \frac{p_1 v_1}{V}, \quad p_2' = \frac{p_2 v_2}{V}, \quad p_3' = \frac{p_3 v_3}{V}$$

ἢ δὲ πίεσις  $p$  τοῦ μίγματος θὰ εἶναι:

$$P = p_1' + p_2' + p_3' = \frac{p_1 v_1}{V} + \frac{p_2 v_2}{V} + \frac{p_3 v_3}{V}$$

ἔς ἧς προκύπτει:

$$PV = p_1 v_1 + p_2 v_2 + p_3 v_3$$

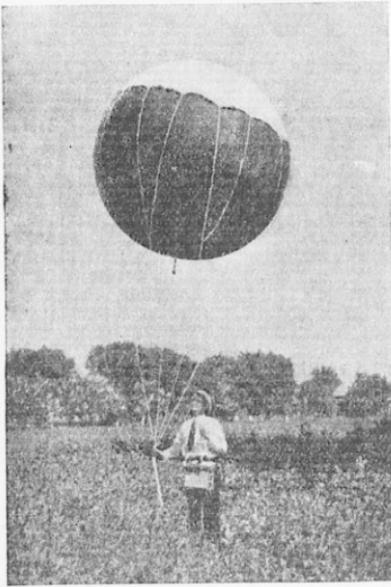
Ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως προκύπτει ἐπίσης, ὅτι:

$$V = \frac{p_1 v_1}{P} + \frac{p_2 v_2}{P} + \frac{p_3 v_3}{P}$$

Οὕτω προκύπτει ἡ πρότασις: *Ὁ ὄγκος μίγματος ἀερίων ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ὄγκων, τοὺς ὁποίους θὰ κατελάμβανε ἕκαστον τῶν ἀερίων ὑπὸ τὴν πίεσιν τοῦ μίγματος.*

### 211. Διάφοροι ἐφαρμογαὶ τῆς Ἀεροστατικῆς. *Ἀερόστατα. Ἀερόπλοια.*

Πρακτικὴν ἐφαρμογὴν τῆς ἀνώσεως τοῦ ἀέρος ἀποτελοῦν τὰ ἀερόστατα καὶ ἀερόπλοια. Τὸ ἀερόστατον, ὑπὸ τὴν ἀπλουστέραν αὐτοῦ μορφήν, ἀποτελεῖται ἀπὸ σάκκον ἐξ ὑφάσματος ἐλαφροῦ καὶ ἀδιαβρόχου. Ὄταν ὁ σάκκος πληροῦται ἀερίου ἐλαφροτέρου τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, ἢ ἄνωσιν τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ὁ σάκκος εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ συνολικοῦ βάρους σάκκου καὶ ἀερίου. Οὕτως, ἀφιεμένου τοῦ ἀεροστάτου ἐλευθέρου, παρατηροῦμεν ὅτι τοῦτο ἀνέρχεται εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν, μέχρις ὅτου συναντήσῃ στρώματα ἀραιότερα, ὅτε ἡ ἀνοδος ἀνακόπτεται, διότι τὸ βᾶρος του ἰσορροπεῖται ἀκριβῶς ὑπὸ τῆς ἀνώσεως, ἐφ' ὅσον βεβαίως τὸ περίβλημα αὐτοῦ εἶναι τόσον ἀνθεκτικόν, ὥστε νὰ μὴ διαρραγῇ λόγφ ἐλαττώσεως τῆς ἔξωθεν πίεσεως (σχ. 294). Τοιαῦτα ἀερόστατα χρησιμοποιοῦνται σήμερον εἰδύτατα διὰ μετεωρολογικὰς παρατηρήσεις εἴτε ὡς ἐλεύθερα εἴτε ὡς δέσμια ἀερόστατα, τοῦ παρατηρητοῦ καὶ τῶν συσκευῶν τοποθετουμένων ἐντὸς μικρᾶς λέμβου ἐξαρτωμένης διὰ καταλλήλου ἐξαρτήσεως ἀπὸ τοῦ ἀεροστάτου. Ὡς ἀέριον



Σχ. 294. Ἐλεύθερον ἀερόστατον διὰ μετεωρολογικὰς παρατηρήσεις.

πληρώσεως αὐτοῦ χρησιμοποιεῖται ὑδρογόνον ἢ ἥλιον. Μεγίστην ἐφαρμογὴν εἰς τὰς μετεωρολογικὰς ἐρεῦνας ἔχουν ἰδίως τὰ ἐλεύθερα ἀερόστατα, εἰς τὰ ὁποῖα τοποθετοῦνται αὐτογραφικὰ ὄργανα ἐφωδιασμένα δι' ἀλεξιπτώτων. Τὰ ἀερόστατα ταῦτα, τὰ ὁποῖα πληροῦνται δι' ὑδρογόνου, ἀνέρχονται εἰς μεγάλα ὕψη, ὅπου τὸ περίβλημα αὐτῶν διαρρηγνύεται, τὰ αὐτογραφικὰ ὅμως ὄργανα φθάνουν ἀσφαλῆ εἰς τὴν Γῆν διὰ τῆς λειτουργίας τῶν ἀλεξιπτώτων αὐτῶν. Ἐπίσης δέσμια ἀερόστατα χρησιμοποιοῦνται σήμερον διὰ στρατιωτικὸς σκοποὺς — εἴτε ὡς παρατηρητήρια εἴτε διὰ τὴν ἀντιαεροπορικὴν ἀμυναν.

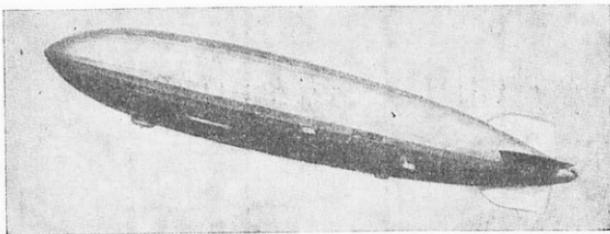
Ἐὰν ἀερόστατον εἶναι πλήρες ὑδρογόνου καὶ καλέσωμεν τὸ εἶδ. βᾶρος τούτου  $\epsilon_v$ , ἐκπεφρασμένον εἰς  $\text{kg}^*/\text{m}^3$ , ὑπὸ τὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν τῆς πληρώσεως τοῦ ἀεροστάτου, καὶ  $\epsilon_a$  καλέσωμεν τὸ εἶδ. βᾶρος τοῦ ἀτμ. ἀέρος, τότε ἡ διαφορὰ  $\epsilon_a - \epsilon_v$  ἐκφράζει, εἰς  $\text{kg}^*/\text{m}^3$ , τὴν διαφορὰν μεταξὺ ἀνώσεως καὶ βάρους τοῦ ἀεροστάτου κατὰ  $\text{m}^3$ . Ἐὰν δὲ ἡ χωρητικότης τοῦ ἀεροστάτου εἶναι  $V \text{ m}^3$ , τὸ δὲ περίβλημα αὐτοῦ μετὰ τῆς λέμβου κτλ. ἔχῃ βᾶρος  $B$  (μὴ λαμβανομένου ὑπ' ὄψιν τοῦ ὄγκου αὐτῶν), ἡ τιμὴ τῆς ἀνυψωτικῆς δυνάμεως τοῦ ἀεροστάτου εἶναι:

$$F = V (\epsilon_a - \epsilon_v) - B \text{ kg}^*.$$

Τὰ ἀερόπλοια εἶναι ἀερόστατα διευθυνόμενα (σχ. 295). Διὰ πηδαλίων προσηρμοσμένων ἐπὶ τοῦ ἀερόπλοιου δυνάμεθα νὰ διευθύνωμεν αὐτὸ κατὰ βούλησιν καὶ νὰ τὸ ἐπανα-

φέρωμεν εἰς τὸ σημεῖον τῆς ἀναχωρήσεως. Διὰ τὴν λειτουργίαν ὅμως τῶν πηδαλίων, εἶναι ἀνάγκη τὸ ἀερόστατον νὰ εἶναι ἐφωδιασμένον διὰ μηχανισμοῦ μεταδίδοντος εἰς αὐτὸ προωστικὴν κίνησιν· τοῦτο δὲ ἐπιτυγχάνεται δι' ἐλίκων κινουμένων εἰς τὸν ἀέρα μετὰ τὴν βοήθειαν κινητῶν ἐσωτερικῶν καύσεως.

Ἡ ὡς ἄνω ἀπαιτήσις ἐπέβαλλεν ἰδιάζουσαν κατασκευὴν διὰ τὰ ἀερόπλοια, μολοντί ἡ ἀρχή, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζονται, εἶναι ἡ αὐτὴ πρὸς τὴν τῶν ἀερόστατων. Πρὸς ἐξοικονόμησιν τῆς ἰσχύος τῶν κινητῶν εἰς τὰ σύγχρονα ἀερόπλοια, δίδουν εἰς τὸ σκάφος ἰδιάζον ἀεροδυναμικὸν σχῆμα οὕτως, ὥστε ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἢ ἀντιτιθεμένη εἰς τὴν πρόωσιν τοῦ ἀερόπλοιου νὰ εἶναι ἐλαχίστη. Ἴνα δὲ ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος παραμένῃ κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς πορείας ἀμετάβλητος, πρέπει καὶ τὸ σχῆμα καὶ ὁ ὄγκος τοῦ ἀερόπλοιου νὰ παραμένουν ἀμετάβλητα. Τοῦτο κατορθοῦται διὰ τῆς κατασκευῆς τοῦ σκελετοῦ τοῦ ἀερόπλοιου ἐξ ἐλαφρῶν καὶ ἀνθεκτικῶν μεταλλικῶν κραμάτων καὶ ἀκολούθως δι' ἐξωτερικῆς περικαλύψεως διὰ περιβλήματος λείου καὶ ἐλαφροῦ. Τὸ σκάφος πληροῦται ἐσωτερικῶς διὰ σάκκων πλήρων ἀερίου ἡλίου, τὸ ὅποιον δὲν ἔχει τὴν ἰδιότητα τοῦ ὕδρογόνου νὰ σχηματῆται μετὰ τοῦ ὀξυγόνου κροτοῦν μίγμα. Διὰ τὴν διατήρησιν τῆς εὐσταθείας τοῦ ἀερόπλοιου χρησιμοποιοῦνται πηδάλια βάθους, ὡς καὶ κατακόρυφα πτερύγια, καταλλήλως διατασσόμενα ἐπὶ τοῦ σώματος τοῦ ἀερόπλοιου.



Σχ. 295. Τύπος συγχρόνου ἀερόπλοιου.

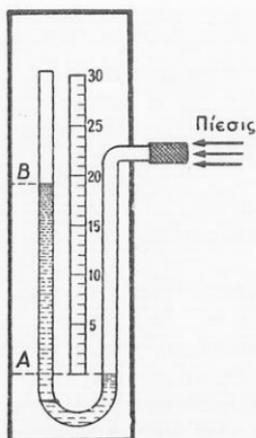
**212. Μανόμετρα.** Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς πίεσεως τῶν εἰς χῶρον τινὰ περικλειομένων ἀερίων, ἀτμοῦ κτλ. μεταχειρίζομεθα συσκευάς, αἱ ὁποῖαι καλοῦνται **μανόμετρα**. Διακρίνομεν δύο τύπους μανομέτρων, ἐκεῖνα εἰς τὰ ὁποῖα γίνεται χρῆσις ὑγροῦ καὶ τὰ μεταλλικὰ μανόμετρα.

**Α) Μανόμετρα δι' ὑγροῦ.** Ταῦτα διακρίνομεν εἰς δύο τύπους: τὸ ἀνοικτὸν καὶ τὸ κλειστὸν μανόμετρον.

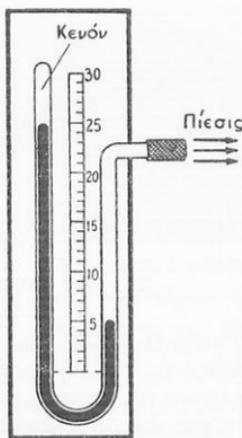
**Ἀνοικτὸν μανόμετρον.** Τοῦτο εἰκονίζεται εἰς τὸ σχῆμα 296, ὡς ὑγρὸν δὲ χρησιμοποιεῖται, ἀναλόγως τῶν συνθηκῶν χρησιμοποιήσεως, ὑδράργυρος, ὕδωρ, οἰνόπνευμα κτλ. Ἡ ἐκάστοτε πίεσις παρέχεται ὑπὸ τῆς διαφορᾶς ὕψους τῆς ὑγρᾶς στήλης AB. Διὰ τοῦ ἀνοικτοῦ μανομέτρου δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν καὶ πίεσεις μικροτέρας τῆς ἀτμοσφαιρικῆς. Διὰ καταλλήλου συνδεσμολογίας πολλῶν μικροτέρων σωλῆνων, δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν ἀρκούντως μεγάλας πίεσεις, διότι διὰ τῆς διατάξεως ταύτης κατορθοῦμεν νὰ ὑποδιαρέσωμεν τὴν ἀπαιτουμένην μεγάλου ὕψους ὑδραγωγρικὴν στήλην εἰς ἀριθμὸν μικροτέρων στηλῶν.

**Κλειστὸν μανόμετρον.** Λίαν συνήθης τύπος κλειστοῦ μανομέτρου δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 298. Εἰς αὐτὸ, ὡς ὑγρὸν χρησιμοποιεῖται ὑδράργυρος, ἡ δὲ βαθμολόγησις γίνεται ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ νόμου τῶν Boyle - Mariotte ἢ διὰ συγκρίσεως αὐτοῦ πρὸς ἀνοικτὸν μανόμετρον.

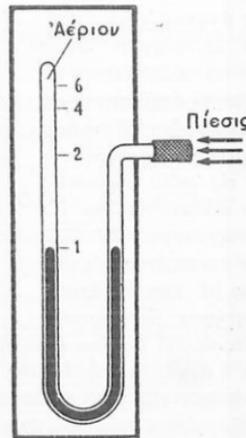
Λίαν ἐν χρήσει μανόμετρον, διὰ μετρήσεις πιέσεων μικροτέρων τῆς ἀτμοσφαιρικῆς, εἶναι τὸ **κολοβὸν βαρόμετρον** (σχ. 297), τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ ἐφαρμογὴν τοῦ σιφωνοειδοῦς



Σχ. 296.



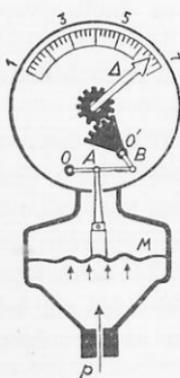
Σχ. 297.



Σχ. 298.

Διάφοροι τύποι μανομέτρων δι' ὑγρῶν. Σχ. 296, ἀνοικτόν. Σχ. 297, κολοβόν, διὰ πιέσεις μικροτέρας τῆς ἀτμοσφαιρικῆς. Σχ. 298, κλειστόν, διὰ πιέσεις μεγαλυτέρας τῆς ἀτμοσφαιρικῆς.

βαρομέτρον (βλ. § 201). Εἰς τὸ μανόμετρον τοῦτο ὁ κύριος βαρομετρικὸς σωλὴν ἔχει μῆκος πολὺ μικρότερον τῶν 76 cm καὶ ἐπομένως, ὑπὸ τὴν συνήθη ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, οὗτος εἶναι πλήρης ὑδραργύρου. Ἐὰν συνδέσωμεν τὸ ἀνοικτόν ἄκρον τοῦ σωλήνος πρὸς ἀεραντλίαν, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅταν ἡ ἀντλήσις τοῦ ἀέρος προχωρήσῃ ἀρκετά, τότε ὁ ὑδράργυρος εἰς τὸν βαρομετρικὸν σωλήνα κατέρχεται, ἐνῶ ἀνέρχεται εἰς τὸν ἕτερον σωλήνα, ἡ δὲ πίεσις μετράται ὑπὸ τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης, τῆς ὁποίας τὸ ὕψος ἰσοῦται πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν σταθμῶν τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὰ δύο σκέλη τοῦ κολοβοῦ βαρομέτρον.



Σχ. 299. Μανόμετρον τύπου Vidi.

**Β) Μεταλλικὰ μανόμετρα.** Εὐχρηστος τύπος μεταλλικοῦ μανομέτρον εἶναι τὸ **μανόμετρον διὰ μεμβράνης** (τύπου Vidi), τοῦ ὁποῖου ἡ λειτουργία ἔχει ὡς ἐξῆς: Τὸ ὑπὸ πίεσιν  $p$  αέριον εἰσχωρεῖ διὰ τοῦ κάτωθεν σωλήνος καὶ πιέζει τὴν πτυχωτὴν μεμβράνην  $M$  (σχ. 299), ἡ ὁποία οὕτω μετατίθεται πρὸς τὰ ἄνω, ἡ δὲ κίνησις αὐτῆς διὰ τοῦ κεντρικοῦ στελέχους καὶ τοῦ μηχανισμοῦ μεταβιβάζεται εἰς τὸν δείκτην  $\Delta$ , ὁ ὁποῖος κινεῖται πρὸ τῶν ὑποδιαίρεσεων βαθμολογημένης κλίμακος. Τὰ σημεῖα  $A$  καὶ  $B$  ἀποτελοῦν ἀρθρώσεις καὶ τὰ  $O$  καὶ  $O'$  σημεῖα μόνιμου στηριξέως. Ἐπίσης τὸ σχῆμα 300 δεικνύει μεταλλικὸν μανόμετρον διὰ σωλήνος τύπου Bour-

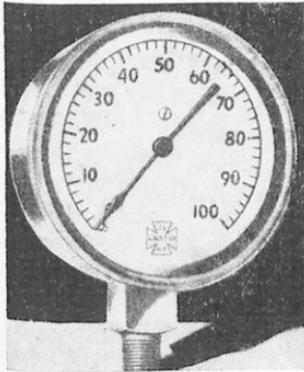


Σχ. 300. Μανόμετρον τύπου Bourdon.

don, τοῦ ὁποῖου ἡ λειτουργία κατανοεῖται εὐκόλως, ἐὰν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ὅτι τὰ  $A$

και Β αποτελούν ἀριθρώσεις και τὸ Ο σημεῖον μονίμου στηρίξεως. Τὰ ὄργανα ταῦτα βαθμολογοῦνται διὰ συγκρίσεως αὐτῶν πρὸς ἀνοικτὸν μανόμετρον.

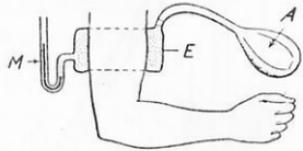
213. Μέτρησις τῆς πίεσεως τοῦ αἵματος. Ἡ μέτρησις τῆς πίεσεως τοῦ αἵματος γίνεται τῇ βοηθείᾳ κλειστοῦ ἐλαστικοῦ σωλήνος Ε, ὁμοίου περιήτου πρὸς τὸν ἀεροθάλαμον αὐ-



Σχ. 301. Συνήθης μορφή μεταλλικοῦ μανομέτρου.

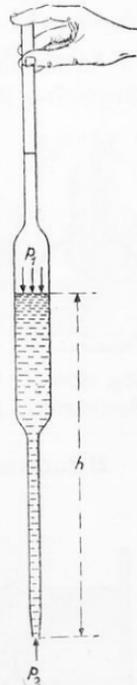
τοζινητόν, ὁ ὁποῖος προσαρμόζεται στερεῶς εἰς τὸ ἀνώτερον μέρος τοῦ βραχίονος τοῦ ἀσθενοῦς (σχ. 302).

Μὲ τὴν βοήθειαν μικροῦ συμπιεστοῦ Α εἰσάγεται ἐντὸς τοῦ ἀεροθαλάμου ἀήρ, μέχρις ὅτου λόγω τῆς πίεσεως ῥυλεισθῇ ἡ ἀρτηρία, εἰς τρόπον ὥστε νὰ μὴ ἀκούεται ὁ σφυγμὸς ὑπὸ τοῦ ἱατροῦ, ὅταν οὗτος ἀκροᾶται διὰ τοῦ στηθοσκοπικοῦ ἀκουστικοῦ. Ἡ πίεσις τοῦ ἀέρος μετράται τότε τῇ βοηθείᾳ ὑδραγωγικοῦ Μ ἢ και μεταλλικοῦ μανομέτρου, ἐκ ταύτης δὲ καθορίζεται και ἡ πίεσις τοῦ αἵματος.



Σχ. 302. Σφυγμομανόμετρον.

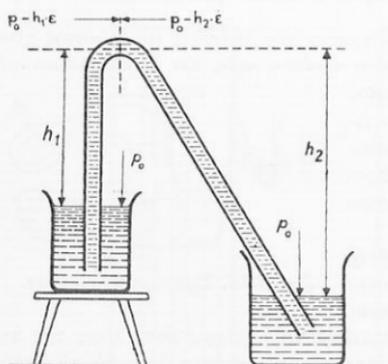
214. Σιφώνιον. Τὸ σιφώνιον χρησιμεύει διὰ τὴν μετάγγισιν μικρῶν ποσοτήτων ὑγροῦ, δεικνύεται δὲ εἰς τὸ σχῆμα 303. Ὄταν τὸ ὄργανον βυθίζεται ἐντὸς τοῦ δοχείου, πληροῦται δι' ὑγροῦ. Ἐὰν κλείσωμεν τὸ ἄνω μέρος διὰ τοῦ δακτύλου και ἀνασύρωμεν αὐτὸ ἔξω τοῦ κυλίνδρου, τότε ἐν ἀρχῇ ἐκρέουσι ὀλίγαι σταγόνες ὑγροῦ και ἀκολουθῶς ἡ ἐκροὴ τοῦ ὑγροῦ παύει, διότι ἡ πίεσις  $p_1$  εἶναι μικροτέρα τῆς πίεσεως  $p_2$  εἰς τὸ κάτω ἄκρον. Διὰ τὴν περίπτωσιν ἰσορροπίας ἰσχύει μεταξὺ τῶν πιέσεων εἰς τὸ κάτω ἀνοικτὸν ἄκρον ἡ ἐξῆς σχέσις:  $p_1 + \epsilon \cdot h = p_2$ . Ἀνοίγοντες ἢ κλείοντες τὸ ἄνω ἄκρον δυνάμεθα νὰ ρυθμίζωμεν κατὰ βούλησιν τὴν ἐκροήν. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζονται και τὰ **σταγονόμετρα**.



Σχ. 303. Σιφώνιον.

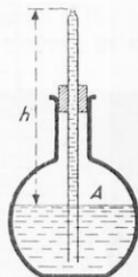
215. Σίφων. Ἡ μορφή τοῦ σίφωνος δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 304, ἡ δὲ ἐκροὴ τοῦ ὑγροῦ ὀφείλεται εἰς τὴν διαφορὰν πίεσεως εἰς τὴν νοητὴν ἐγκαρσίαν τομήν. Πράγματι, ἀριστερὰ ἢ πίεσις εἶναι:  $p = p_0 - h_1 \epsilon$ , και δεξιὰ:  $p' = p_0 - h_2 \epsilon$  ὅπου  $p_0$  ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις και  $\epsilon$  τὸ εἰδ. βάρος τοῦ ὑγροῦ. Ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως εὐρίσκομεν  $p - p' = (h_2 - h_1) \epsilon$ , και ἐπειδὴ  $h_2 > h_1$ , ἔπεται ὅτι  $p - p' > 0$ , ὅθεν  $p > p'$ . Ὁ σίφων, διὰ νὰ λειτουργήσῃ, πρέπει προηγουμένως νὰ διεγερθῇ, τοῦτο δὲ ἐπιτυγχάνεται εἴτε δι' ἀναρροφήσεως τοῦ ὑγροῦ ἐκ τοῦ ἐλευθέρου τοῦ ἄκρου, ὥστε νὰ ἐκδιωχθῇ ὁ ἐντὸς αὐτοῦ ἀήρ, εἴτε διὰ πληρώσεως τοῦ σωλήνος πρὸ τῆς χρησιμοποιήσεώς του δι' ὑγροῦ.

Ἵνα δὲ προκύπτῃ ἔκροή, πρέπει τὸ στόμιον τῆς ἔκροῦς νὰ εὐρίσκειται εἰς στάθμην χαμηλοτέραν τῆς στάθμης τοῦ ὑγροῦ ἐν τῷ δοχείῳ.



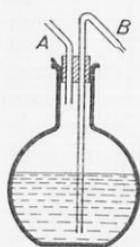
Σχ. 304. Σίφων.

216. Ὑδροβολεὺς - Πυροσβεστήρ. Τὸ σχῆμα 305 παριστᾷ τὸ **δοχεῖον τοῦ Ἡρώου** (Ἡρῶν ὁ Ἀλεξανδρεὺς ἀκμάσας περὶ τὸ 100 π.Χ.). Ἐὰν διὰ τοῦ στομίου τοῦ σωλήνος προσφυσήσωμεν ἀέρα, αὐξάνεται ἡ πίεσις εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ δοχείου Α καί, ἐὰν ἀκολουθῶς ἀφήσωμεν ἀνοικτὸν τὸ στόμιον τοῦ σωλήνος, σχηματίζεται πίδαξ.



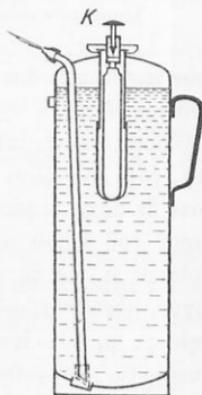
Σχ. 305. Δοχεῖον Ἡρώου

Ἄλλῃ μορφῇ τῆς διατάξεως εἶναι ὁ **ὑδροβολεὺς** (σχ. 306), ὁ ὁποῖος χρησιμοποιεῖται ἰδίως εἰς τὰ χημικὰ ἐργαστήρια. Διὰ προσφυσήσεως ἀπὸ τοῦ στομίου



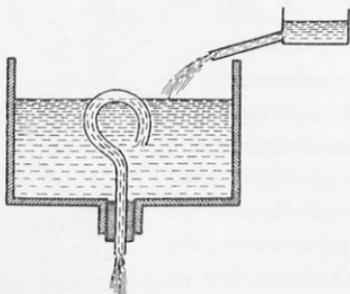
Σχ. 306. Ὑδροβολεὺς.

Α τοῦ σωλήνος, λόγῳ τῆς προκαλουμένης αὐξήσεως τῆς πίεσεως ἐκρέει ὕδωρ ἀπὸ τοῦ στομίου Β τοῦ σωλήνος. Ἡ αὐτὴ ἀρχὴ ἐφαρμόζεται καὶ εἰς τοὺς **πυροσβεστήρας** (σχ. 307). Εἰς τούτους διὰ κτυπήματος καταφερομένου ἐπὶ τοῦ κομβίου Κ, ἀνοίγεται τὸ στόμιον φιάλης περιεχοῦσης διοξειδίου τοῦ ἀνθρακός ὑπὸ μεγάλην πίεσιν, οὕτω δὲ τὸ ἀποσβεστικὸν ὑγρὸν, τὸ ὁποῖον ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ εἶναι ἀλατοῦχον διάλυμα, ἐκσπενδονίζεται ὑπὸ μορφήν ὑγρᾶς φλεβῆς.



Σχ. 307. Πυροσβεστήρ.

217\*. Διαλείπων σίφων. Εἰς τὸ σχῆμα 308 δεικνύεται τύπος σίφωνος, διὰ τοῦ ὁποῖου ἐπιτυγχάνεται διαλείπουσα ἔκροή τοῦ ὕδατος. Οὕτω, ὅταν ὁ σίφων καλυφθῇ τελείως ὑπὸ ὕδατος, ἀρχίζει ἡ ἔκροή αὐτοῦ, ἡ ὁποία ἐξακολουθεῖ μέχρις ὅτου ἡ ἐλευθέρῃ ἐπιφάνεια τοῦ ὕδατος κατέλθῃ κάτω τοῦ ἀνοικτοῦ στομίου τοῦ σίφωνος ἐν τῷ δοχείῳ.

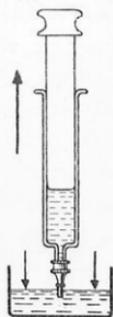


Σχ. 308. Διαλείπων σίφων.

γῶν ὕδατος, αἱ ὁποῖαι παρουσιάζουν κανονικὰς διαλείψεις ἔκροῦς.

218. **Ίατρικὴ σύριγξ.** Εἰς τὸ σχῆμα 309 δεικνύεται ὁ τρόπος τῆς λειτουργίας τῆς ἱατρικῆς σύριγγος χρησιμοποιουμένης διὰ τὰς ἐνέσεις.

Ὅταν ἀνυψοῦμεν τὸ ἔμβολον, τότε τὸ ὑγρὸν εἰσχωρεῖ ἐντὸς τῆς σύριγγος. Ἐὰν ἤδη προσαρμοσώμεν ἐπ' αὐτῆς τὴν βελόνην (σωλήνα), δυνάμεθα διὰ πίεσεως τοῦ ἐμβόλου πρὸς τὰ κάτω νὰ διαβιβάσωμεν μέσῳ τῆς βελόνης τὸ ὑγρὸν ἐντὸς τοῦ ἀνθρωπίνου ὁργανισμοῦ. —

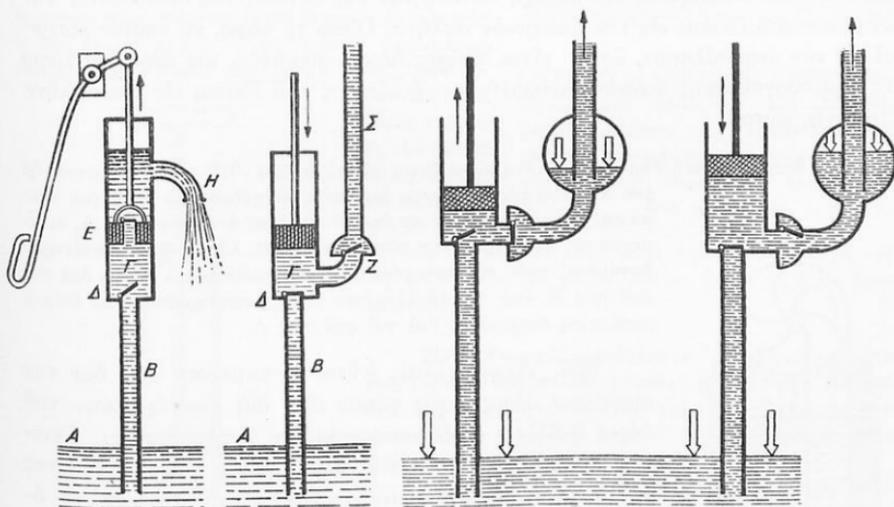


Σχ. 309.  
Σύριγξ.

219. **Ἄντλια.** Σπουδαιότατην ἐφαρμογὴν τῆς ἐπιδράσεως τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως ἀποτελοῦν οἱ διάφοροι τύποι τῶν ἀντλιῶν, τῶν ὁποίων ὅμως ἡ σπουδὴ ἀποτελεῖ ἀντικείμενον τῆς Τεχνικῆς Φυσικῆς. Ὡς ἐκ τούτου ἐνταῦθα θὰ περιορισθῶμεν μόνον εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῶν γενικῶν ἀρχῶν τῆς λειτουργίας των.

Αἱ ἀντλία γενικῶς διακρίνονται εἰς δύο μεγάλους τύπους: εἰς τὰς ὑδραντλίας καὶ εἰς τὰς ἀεραντλίας.

220. **Ὑδραντλία.** Ἐκ τούτων λίαν διαδεδομένα εἶναι αἱ ἐμβολοφόροι ἀντλία, αἱ ὁποῖα ὑποδιαιροῦνται εἰς **ἀναρροφητικὰς** καὶ **καταθλιπτικὰς**.



Σχ. 310.

Ἀναρροφητικὴ  
ἀντλία.

Σχ. 311.

Καταθλιπτικὴ  
ἀντλία.

Σχ. 312.

Λειτουργία καταθλιπτικῆς ἀντλίας  
μὲ ἀεροθάλαμον.

Κύριον ὄργανον τῶν ἀντλιῶν τούτων εἶναι ὁ ἐκ χυτοσιδήρου κύλινδρος, αἱ βαλβίδες Δ καὶ Ζ καὶ τὸ ἔμβολον Ε.

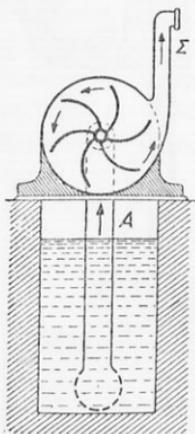
Εἰς τὴν **ἀναρροφητικὴν ἀντλίαν** (σχ. 310) τὸ ἔμβολον φέρει κεντρικὴν ὀπήν, ἣ ὁποία κλείεται διὰ βαλβίδος καὶ ἀνοίγει ὠθουμένη ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Ἐπίσης εἰς τὴν βάσιν τῶν κυλίνδρων ὑπάρχει ἄλλη βαλβίς Δ, ἣ ὁποία ἀνοίγει ἐπι-

σης ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἀπομονώνει τὸν κύλινδρον ἀπὸ τοῦ ἀναρροφητικού σωλήνος Β. Ἐν ἀρχῇ, ὅταν τὸ ἔμβολον εὐρίσκεται εἰς τὴν κατωτάτην θέσιν αὐτοῦ εἰς τὸν κύλινδρον, αἱ δύο βαλβίδες εἶναι κλεισταί. Μετὰ τινος ἐμβολισμοῦ τὸ ὕδωρ ὠθούμενον ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως πληροῖ τὸν ἀναρροφητικὸν σωλήνα καὶ τὸν κύλινδρον. Ἐὰν ἤδη ὠθήσωμεν τὸ ἔμβολον πρὸς τὰ κάτω, τότε κλείει ἡ βαλβὶς Δ καὶ ἀνοίγει ἡ βαλβὶς τοῦ ἐμβόλου, ὅποτε τὸ ὕδωρ διερχόμενον διὰ τῆς ὀπῆς αὐτοῦ πληροῖ τὸν ἄνωθεν τοῦ ἐμβόλου χῶρον, τοῦ ὁποίου ἡ στάθμη κατὰ τοὺς ἐπομένους ἐμβολισμοὺς ἀνέρχεται μέχρι τῆς ὀπῆς τοῦ πλευρικοῦ σωλήνος ἐκροῆς Η, ἐκ τοῦ ὁποίου ἀκολουθῶς ἐκρέει τὸ ὕδωρ.

Εἰς τὴν **καταθλιπτικὴν ἀντλίαν** (σχ. 311) τὸ ἔμβολον δὲν φέρει ὀπήν· εἰς τὸν πυθμένα τοῦ κυλίνδρου προσαρμύζεται πλευρικὸς σωλήν Σ, ὁ ὁποῖος εἰς τὸ κάτω μέρος φέρει τὴν βαλβίδα Ζ, ἣτις ἀνοίγει ὠθουμένη ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Ὅταν ἀνυψοῦμεν τὸ ἔμβολον, εἰσχωρεῖ ὕδωρ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου καὶ πληροῖ αὐτόν. Ὅταν καταβιβάζωμεν τὸ ἔμβολον, κλείει ἡ βαλβὶς τοῦ κυλίνδρου καὶ ἀνοίγει ἡ τοῦ πλευρικοῦ σωλήνος καὶ οὕτως εἰσχωρεῖ ἐντὸς αὐτοῦ ὕδωρ.

Αἱ καταθλιπτικαὶ ἀντλῖαι ἐφοδιάζονται διὰ καταλλήλου ἀεροθαλάμου (σχ. 312), ὁ ὁποῖος ἐπιτρέπει τὴν συνεχῆ λειτουργίαν τῆς ἀντλίας καὶ διευκολύνει τὴν ἀνύψωσιν τοῦ ὕδατος εἰς τὸν πλευρικὸν σωλήνα. Οὕτω τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον εἰσχωρεῖ εἰς τὸν ἀεροθάλαμον, ὅστις εἶναι πλήρης ἀέρος, συμπιέζει τὸν ἀέρα καὶ λόγῳ τῆς δημιουργουμένης πίεσεως διευκολύνεται ἡ εἴσοδος τοῦ ὕδατος εἰς τὸν σωλήνα ἀπαγωγῆς αὐτοῦ.

221. **Φυγοκεντρικὴ ὕδραντλία.** Αὕτη εἰκονίζεται εἰς τὸ σχῆμα 313. Διὰ περιστροφῆς τοῦ περὶ κεντρικοῦ ἄξονος ὑπὸ τινος κινητήρος, τὸ ἐντὸς τοῦ τυμπάνου ὑγρὸν, προερχόμενον ἐκ τοῦ σωλήνος ἀναρροφῆσεως Α, τιθέμενον εἰς περιστροφικὴν κίνησιν ὠθεῖται, λόγῳ τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως, πρὸς τὴν περιφέρειαν τοῦ τυμπάνου καὶ ἐκρέει διὰ τοῦ σωλήνος Σ, ἐνῶ τὸ ἐκβαλλόμενον ὕδωρ ἀναπληροῦται ὑπὸ ἐτέρας ποσότητος εἰσροῦσης διὰ τοῦ σωλήνος Α.

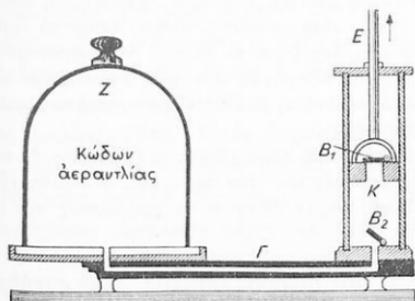


Σχ. 313. Φυγοκεντρικὴ ὕδραντλία.

222. **Ἄεραντλῖαι.** Αὗται χρησιμεύουν εἴτε διὰ τὴν συμπίεσιν ἀέρος ἐντὸς χώρου εἴτε διὰ τὴν ἀραίωσιν τοῦ ἀέρος ἢ ἄλλου αερίου περιεχομένου ἐντὸς δοχείου. Γενικῶς, ὡσάντις προκαλοῦμεν ἀραίωσιν ἀέρος ἢ αερίου ἐκ τινος δοχείου, λέγομεν ὅτι δημιουργοῦμεν εἰς αὐτὸ **κενόν**, τὸ ὁποῖον καθορίζεται ἐκ τῆς πίεσεως τοῦ ἀέρος ἢ αερίου ἐν τῷ δοχείῳ, ἐκφραζομένης εἰς χιλιοστὰ στήλης ὕδραργύρου ἢ, ὅπερ τὸ αὐτό, εἰς Τογγ. Αἱ παλαιότερον χρησιμοποιούμεναι ἀντλῖαι ἦσαν κατὰ κανόνα ἐμβολοφόροι, μετὰ τὴν πρόοδον ὅμως τῆς τεχνικῆς τοῦ κενοῦ αὗται ἐξετοπίσθησαν καθ' ὁλοκληρίαν, ἀντικατασταθεῖσαι ὑπὸ ἀντλιῶν ἐτέρου τύπου.

223. **Ἐμβολοφόροι ἀεραντλῖαι.** Τὸ σχῆμα 314 δεικνύει ἀπλούστατον τύπον ἐμβολοφόρου ἀεραντλίας συγκοινωνούσης διὰ μέσου καταλλήλου ὄχητος Γ πρὸς τὸν χῶρον Ζ τὸν περικλειόμενον ὑπὸ τοῦ δίσκου τῆς ἀντλίας καὶ τοῦ κώδωνος.

“Όταν ο έμβολεύς Ε κινείται πρὸς τὰ ἄνω, ἡ βαλβίς Β<sub>1</sub> παραμένει κλειστή καὶ ἀνοίγει ἡ βαλβίς Β<sub>2</sub>. Ὁ ἀήρ τότε ἐκ τοῦ χώρου Ζ εἰσχωρεῖ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου Κ τῆς ἀν-



Σχ. 314. Ἐμβολοφόρος ἀεραντία.

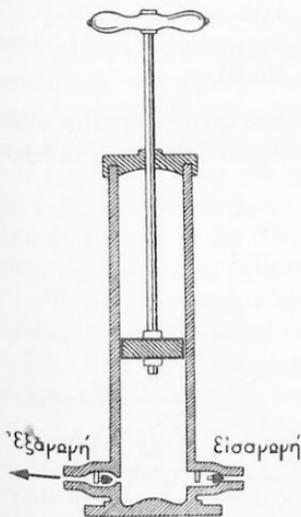
τίας. “Όταν ἀκολούθως ὁ έμβολεύς κατέρχεται, κλείει ἡ βαλβίς Β<sub>2</sub> καὶ ἀνοίγει ἡ βαλβίς Β<sub>1</sub>, οὕτως ὥστε ὁ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου τῆς ἀντλίας ἀήρ ἐκφεύγει πρὸς τὰ ἄνω. Μεθ’ ἕκαστον έμβολισμόν ὁ ἀήρ ἐκ τοῦ χώρου Ζ καθίσταται ἀραιότερος, μέχρις ὅτου ἡ πίεσις τοῦ ἀέρος εἰς τὸν χώρον αὐ-

τὸν δὲν εἶναι ἰκανὴ ν’ ἀνοίξῃ τὴν βαλβίδα Β<sub>2</sub>.” Ἔνεκα τοῦ λόγου τούτου τὸ κενόν, τὸ ὁποῖον παράγεται, δὲν εἶναι ὑψηλὸν καὶ ὡς ἐκ τούτου αἱ ἀντλίας τοῦ τύπου τούτου ἔχουν σήμερον ἐγκαταλειφθῆ.



ΟΤΤΟ VON GUERICKE (1602-1686).

Ἐξηγήματις δῆμαρχος τοῦ Μαγδεμβούργου, πόλεως τῆς Γερμανίας. Κατεσκεύασε τὴν πρώτην ἀεραντίαν ὡς καὶ τὴν μηχανὴν παραγωγῆς ἡλεκτρισμοῦ διὰ τριβῆς.



Σχ. 315. Ἀεραντία ποδηλάτου.

224\*. Ἀεραντία ποδηλάτου. Ἀπλούστατον τύπον έμβολοφόρου ἀεραντίας ἀποτελεῖ ἡ ἀεραντία ποδηλάτου, ἡ ὁποία χρησιμοποιεῖται καὶ σήμερον διὰ τὴν συμπίεσιν ἀέρος ἐντὸς τοῦ ἀεροθαλάμου τοῦ τροχοῦ ποδηλάτου.

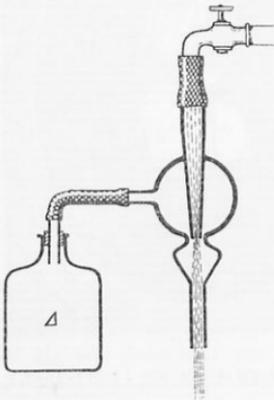
Αὕτη ἀποτελεῖται ἐκ μεταλλικοῦ κυλίνδρου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου δύναται νὰ κινῆται έμβολον, τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζει ἀεροστεγῶς ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου (σχ. 315). Εἰς τὸν πυθμένα τοῦ κυλίνδρου ὑπάρχουν δύο ἀγωγοί, οἱ ὁποῖοι δύναται νὰ κλείουν ἀεροστεγῶς διὰ καταλλήλων βαλβίδων.

Ἡ λειτουργία τῆς ἀντλίας ποδηλάτου ἔχει ὡς ἐξῆς: Ὁ εἰς κατὰ τὸν πυθμένα τοῦ κυλίνδρου ἀγωγὸς

συγκοινωνεῖ πρὸς τὴν ἀτμόσφαιραν, ὁ δὲ ἄλλος συνδέεται πρὸς τὸν ἀεροθάλαμον ποδηλάτου. “Όταν ἀνυψοῦται ὁ έμβολεύς τότε, λόγω τῆς ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἐπικρατούσης, μικροτέρας τῆς ἀτμοσφαιρικής, πίεσεως, ἀνοίγει ἡ βαλβίς εἰσαγωγῆς, ἡ ὁποία εἶναι καταλλήλως ρυθμιζόμενη πρὸς τὸν σκοπὸν τούτον. “Όταν τὸ έμβολον ἀνέλθῃ εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον καὶ ὁ

χώρος τοῦ κυλίνδρου πληρωθῆ καθ' ὀλοκληρίαν ὑπὸ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, τότε ἀρχίζομεν νὰ καταβιβάζωμεν τὸ ἔμβολον. Ὡς ἐκ τῆς καταβιβάσεως τοῦ ἐμβόλου, ἡ βαλβὶς εἰσαγωγῆς πιεζομένη ὑπὸ τοῦ συμπιεζομένου ἀέρος κλείει, ἐνῶ ἀνοίγει ἡ βαλβὶς ἐξαγωγῆς, ἡ ὁποία συγκοινωνεῖ πρὸς τὸν ἀεροθάλαμον καὶ οὕτως ὁ ἀήρ εισχωρεῖ ἐντὸς αὐτοῦ. Ὄταν τὸ ἔμβολον φθάσῃ εἰς τὸ κατώτατον σημεῖον τῆς διαδρομῆς, ἀρχίζομεν ἐκ νέου ν' ἀνιψοῦμεν αὐτό, ὅτε ὡς ἐκ τῆς διατάξεως αὐτῆς κλείει ἡ βαλβὶς τῆς ἐξαγωγῆς, ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῆς μεγαλυτέρας πίεσεως τοῦ ἀέρος εἰς τὸν ἀεροθάλαμον, ἐνῶ ἡ βαλβὶς εἰσαγωγῆς ἀνοίγει, καὶ τὸ φαινόμενον ἐπαναλαμβάνεται κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον.

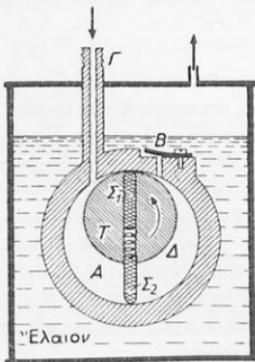
Ἡ ὡς ἄνω ἀντλία, ἐὰν ὁ σωλὴν εἰσαγωγῆς συνδεθῆ πρὸς χώρον, π. χ. δοχεῖον ἐκ τοῦ ὁποίου θέλομεν νὰ ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα, καὶ ὁ σωλὴν ἐξαγωγῆς πρὸς τὴν ἀτμόσφαιραν, δύναται νὰ χρησιμεύσῃ καὶ ὡς ἀεραντλία κενοῦ.



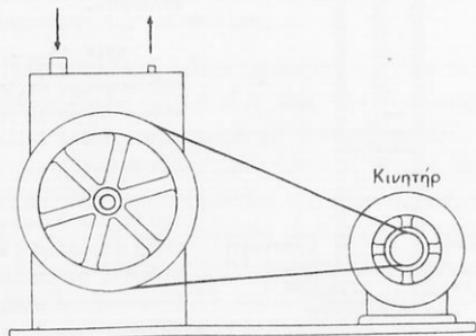
Σχ. 316. Ἀντλία διὰ φλεβὸς ὕδατος.

225. Ἀντλία διὰ φλεβὸς ὕδατος. Λίαν συνήθης καὶ εὐχρηστος τύπος εἶναι ἡ ἀντλία διὰ φλεβὸς ὕδατος (σχ. 316). Εἰς αὐτὴν τὸ ὕδωρ ἐκρῆει ἀπὸ σωλῆνος παρουσιάζοντος στενὸν στόμιον ἐκροῆς πρὸς ἕτερον εὐρύτερον σωλῆνα κείμενον κάτωθεν. Κατὰ τὴν ἐκροήν του τὸ ὕδωρ συμπαρασύρει καὶ τὸν ἀέρα, οὕτω δὲ προκαλεῖται ἐλάττωσις τῆς πίεσεως εἰς τὸ δοχεῖον Δ, πρὸς τὸ ὁποῖον συγκοινωνεῖ ἡ ἀντλία διὰ τοῦ πρὸς τ' ἀριστερὰ πλευρικοῦ σωλῆνος. Αἱ ἀντλίας τοῦ τύπου τούτου κατασκευάζονται συνήθως ἐξ ὕδαλου, ἀλλὰ καὶ ἐκ μετάλλου. Τὸ διὰ τῆς τοιαύτης ἀντλίας ἐπιτυγχανόμενον κενὸν φθάνει περίπου τὰ 15 mmHg (15 Torr).

226. Ἀεραντλία Gaede. Λίαν διαδεδομένος τύπος ἀεραντλίας εἶναι σήμερον ἡ ἀεραντλία Gaede διὰ τύμπανου, ἡ ὁποία εἰκονίζεται ἐν τομῇ εἰς τὸ σχῆμα



Σχ. 317. Τομὴ ἀεραντλίας Gaede.



Σχ. 318. Ἡ ἀεραντλία Gaede συνδεδεμένη μετ' ἑλμάντα πρὸς ἠλεκτρικὸν κινητήρα.

317. Ὄταν τὸ τύμπανον Τ τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν, ὁ ὄγκος τοῦ χώρου Α, ὁ ὁποῖος μέσφ τοῦ σωλῆνος Γ συγκοινωνεῖ πρὸς τὸ δοχεῖον, ἐκ τοῦ ὁποῖου

θέλομεν ν' αφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα, αὐξάνεται, ἐνῶ ὁ ὄγκος τοῦ χώρου  $\Delta$ , ὁ ὁποῖος συγκοινωνεῖ μέσῳ τῆς βαλβίδος  $B$  καὶ τοῦ σωλήνος ἐξαγωγῆς πρὸς τὸν ἔξω χῶρον, ἐλαττοῦται. Συνεπεία τούτου, κατὰ τὴν περιστροφὴν τοῦ τυμπάνου, ἀἴρ εἰσχωρεῖ συνεχῶς ἐκ τοῦ δοχείου, ὁ ὁποῖος ἀκολουθῶς συμπιέζεται ἐντὸς τοῦ χώρου  $\Delta$ , οὕτω δὲ ἀνοίγει ἡ βαλβίς  $B$  καὶ ὁ ἀἴρ ἐκρῆει εἰς τὸν ἔξω χῶρον. Πρὸς ἐπίτευξιν καλῆς στεγανότητος τῆς βαλβίδος καὶ τῶν θέσεων τῶν ἀξονικῶν ἐδράνων, τὸ ὅλον σῶμα τῆς ἀντλίας τίθεται ἐντὸς δοχείου, τὸ ὁποῖον πληροῦται δι' ἐλαίου. Οἱ σύρτα  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  μετὰ τῶν συνδεόντων αὐτοὺς ἐλατηρίων, χρησιμεύουν πρὸς ἀποκατάστασιν στεγανότητος μεταξὺ τῶν δύο χώρων  $A$  καὶ  $\Delta$ . Διὰ τοιούτων ἀντλιῶν δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν ἀραιώσιν μέχρι πιέσεως  $0,002 \text{ Torr}$  ( $2 \cdot 10^{-3} \text{ mm Hg}$ ).

## ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΕΙΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΕΚ ΤΗΣ ΥΔΡΟ-ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

**227. Προεισαγωγικαὶ γνώσεις.** Τὰ φαινόμενα, τὰ ὁποῖα παρατηροῦνται κατὰ τὴν κίνησιν ἐν γένει τῶν ρευστῶν, ἤτοι τῶν ὑγρῶν καὶ τῶν ἀερίων, ἐξετάζονται συνήθως ἀπὸ κοινοῦ ὑπὸ τοῦ γενικωτέρου κεφαλαίου τῆς Φυσικῆς, τὸ ὁποῖον καλεῖται *ὑδρο-αεροδυναμική*. Πράγματι, ἐφ' ὅσον ἡ ταχύτης κινήσεως τῶν ἀερίων δὲν ὑπερβαίνει τὰ 150 ἕως 200 m/sec, ἡ συμπεριποίησις τῶν ἀερίων οὐδεμίαν οὐσιώδη ἐπίδρασιν ἔχει ἐπὶ τῶν φαινομένων τῆς κινήσεως αὐτῶν καί, ὡς ἐκ τούτου, ἀπὸ ἀπόψεως κινήσεως τὰ φαινόμενα, τὰ ὁποῖα παρατηροῦνται κατὰ τὴν κίνησιν τῶν ἀερίων, εἶναι ἐντελῶς ὅμοια πρὸς τὰ φαινόμενα τῆς κινήσεως τῶν ὑγρῶν καὶ ἀκολουθοῦν τοὺς ἰδίους νόμους· ἔνεκα δὲ τοῦ λόγου τούτου δικαιολογεῖται ἡ ἀπὸ κοινού σπουδὴ τῶν φαινομένων τῆς κινήσεως τῶν ὑγρῶν καὶ τῶν ἀερίων.

Μολονότι ἡ σπουδὴ τοῦ κεφαλαίου τῆς ὑδρο-αεροδυναμικῆς παρουσιάζει μέγιστον ἐνδιαφέρον, λόγῳ τῶν πολλαπλῶν πρακτικῶν ἐφαρμογῶν αὐτῆς, ἰδίως μετὰ τὴν καταπληκτικὴν διάδοσιν καὶ ἀνάπτυξιν τοῦ αεροπλάνου κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη, εἶναι ἐν τούτοις, ἂν ὄχι ἀδύνατος, τουλάχιστον λίαν δυσχερὴς ἡ πλήρης ἀνάπτυξις αὐτῆς εἰς στοιχειώδεις βιβλίον Φυσικῆς.

Ἐνεκα τοῦ ἀνωτέρω λόγου θὰ περιορισθῶμεν εἰς τὴν ἀνάπτυξιν ὠρισμένων γνώσεων ἐκ τῆς ὑδρο-αεροδυναμικῆς καὶ μάλιστα ἐκεῖνων, διὰ τῶν ὁποίων δύνανται νὰ ἐξηγηθῶν πολλὰ φαινόμενα τῆς κινήσεως τῶν ρευστῶν ἔχοντα μεγάλην σχέσιν μὲ πρακτικὰς ἐφαρμογὰς, τὰς ὁποίας συναντῶμεν εἰς τὸν καθ' ἡμέραν βίον.

**228. Ροὴ ὑγροῦ.** Ὅταν ὑγρὸν τι δὲν εὐρίσκεται εἰς ἠρεμίαν, ἀλλὰ κινεῖται, λέγομεν, ὅτι ὑφίσταται ροὴ τοῦ ὑγροῦ. Ἐπομένως αἱ ἔννοιαι *ροὴ ὑγροῦ* καὶ *κίνησις ὑγροῦ* ἐμφράζουσι ἐν καὶ τὸ αὐτὸ πρᾶγμα. Οὕτω, ὅταν εὐρισκόμεθα πρὸ τῆς ὄχθης ποταμοῦ καὶ ἐξετάζωμεν τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕδατος, ἀντιλαμβανόμεθα τὴν κίνησιν τοῦ ὕδατος διὰ τῆς παρακολουθήσεως τῆς κινήσεως τῶν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ ἐλαφρῶν σωμάτων, τὰ ὁποῖα παρασύρονται ὑπὸ τοῦ ρεύματος τοῦ ὕδατος, ὀφειλομένου εἰς τὴν ροὴν αὐτοῦ.

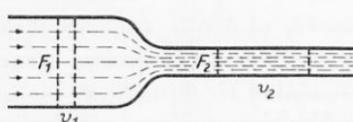
Ἐφ' ὅσον ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος εἶναι ἡ ἴδια καὶ ὁ ποταμὸς παρουσιάζει τὸ αὐτὸ εὐρος εἰς ὅλας τὰς περιοχὰς τῆς ἐπιφανείας τοῦ ποταμοῦ, ἡ ταχύτης ροῆς εἶναι ἡ αὐτὴ, ὅταν ἰδίως ἐξετάζωμεν περιοχὴν τοῦ ποταμοῦ, ἡ ὁποία νὰ εὐρίσκεται εἰς σημαντικὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τῶν ὄχθων αὐτοῦ, ὅτε ἡ κίνησις τοῦ ρευστοῦ δὲν ἐπηρεάζεται οὐσιωδῶς ὑπὸ τῆς τριβῆς.

Ἐὰν ὁμως θεωρήσωμεν περιοχὴν τοῦ ποταμοῦ, ὅπου οὗτος ἀποστενεύεται, καὶ ἐξετάσωμεν τὴν ταχύτητα ροῆς, βλέπομεν, ὅτι ἡ ταχύτης καθίσταται μεγαλυτέρα. Τοῦτο συμβαίνει διότι, ἐπειδὴ τὸ ὕδωρ ὑποτίθεται πρακτικῶς ἀσμπίεστον, δι' ἐκάστης ἐγκαρσίας τομῆς τοῦ ποταμοῦ πρέπει νὰ διέρχεται πάντοτε ἡ αὐτὴ ποσότης ὕδατος καὶ ἐπομένως εἰς περιοχάς, ὅπου ἡ ἐγκαρσία τομῆ τοῦ ποταμοῦ παρουσιάζει ἐπιφάνειαν μεγάλην, ἡ ταχύτης ροῆς πρέπει νὰ εἶναι μικρὰ καὶ εἰς περιοχὴν, ὅπου ἡ ἐγκαρσία τομῆ εἶναι μικροτέρα, ἡ ταχύτης ροῆς πρέπει νὰ εἶναι μεγαλυτέρα, εἰς τρόπον ὥστε νὰ ἰσχύῃ εἰς πᾶσαν περιοχὴν τοῦ ποταμοῦ ἡ σχέση: **Ἐπιφάνεια × ταχύτης ροῆς = σταθερά**, ἥτοι:

$$S \cdot v = \text{σταθ.}$$

Ἡ ἄνω σχέση ἀποτελεῖ θεμελιώδη σχέσιν τῆς ὑδροδυναμικῆς καὶ ἰσχύει, ὅταν ἡ κίνησις τοῦ ὕδατος εἶναι σχετικῶς βραδεία καὶ δὲν συναντᾷ κωλύματα, ὅτε ἡ ροὴ καλεῖται **μόνιμος** καὶ χαρακτηρίζεται ἐκ τοῦ ὅτι ἡ ταχύτης ροῆς εἰς ἐκάστην περιοχὴν τοῦ ποταμοῦ εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ χρόνου, δηλαδὴ οἰονδήποτε σωματίον κινουμένων διέρχεται διὰ τινος περιοχῆς τοῦ ποταμοῦ πάντοτε μὲ τὴν ἰδίαν ταχύτητα, χαρακτηριστικὴν διὰ τὴν θεωρουμένην περιοχὴν.

229. Γραμμαὶ ροῆς καὶ ταχύτης ροῆς. Θεωροῦμεν ὀχετόν, εἰς τὸν ὅποιον λαμβάνει



**Σχ. 319.** Εἰς τὸ εὐρὺ μέρος τοῦ σωλήνος ἡ ταχύτης ροῆς εἶναι μικρὰ, ἐνῶ εἰς τὸ στενὸν μεγάλη.

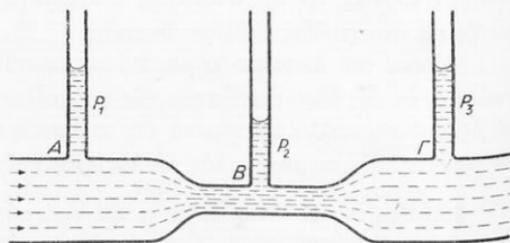
ἀραιαί, ἥτοι ἡ πυκνότης αὐτῶν εἶναι μικρὰ· ἐνῶ εἰς τὴν περιοχὴν, ὅπου ἡ ταχύτης ροῆς εἶναι  $v_2 > v_1$  βλέπομεν, ὅτι ἡ πυκνότης τῶν γραμμῶν ροῆς εἶναι μεγάλη. Οὕτω συνάγομεν τὴν ἀκόλουθον σχέσιν:

**Ταχύτης ροῆς μικρὰ → Πυκνότης γραμμῶν ροῆς μικρὰ.**

**Ταχύτης ροῆς μεγάλη → Πυκνότης γραμμῶν ροῆς μεγάλη.**

230\*. Στατικὴ καὶ δυναμικὴ πίεσις. **Θεώρημα τοῦ Bernoulli.** Θεωρήσωμεν ἤδη τὴν συσκευήν τοῦ σχήματος 320. Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ ὑάλινον σωλῆνα, διὰ τοῦ ὁποίου λαμβάνει χώραν ροὴ ὕδατος, λόγῳ τοῦ ὅτι τὸ ἐν ἄκρον συνδέεται πρὸς κατάλληλον διάταξιν, διὰ τῆς ὁποίας εἰσχωρεῖ εἰς τὴν συσκευήν ὕδωρ ὑπὸ πίεσιν μεγαλυτέραν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς. Πλευρικῶς πρὸς τὸν σωλῆνα συνδέονται οἱ λεπτοὶ κατακόρυφοι σωλῆνες εἰς τὰς περιοχάς Α, Β καὶ Γ, οἱ ὅποιοι χρησιμεύουν ὡς μανόμετρα.

Ἐὰν κλείσωμεν τὸ πρὸς τὰ δεξιὰ ἄκρον διὰ τῆς παλάμης, ὥστε νὰ παρεμποδίσωμεν τὴν ἀνάπτυξιν ροῆς, τότε, ἐπειδὴ τὸ ὕδωρ θὰ εὐρισκεται εἰς ἰσορροπίαν, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῶν συγκοινωνούντων δοχείων, τὸ ὕδωρ θὰ ἔχῃ τὴν αὐτὴν στάθμην καὶ εἰς τοὺς τρεῖς σωλῆνας καὶ τὸ ὕψος τῆς ὑγρᾶς στήλης χρησιμεύει πρὸς μέτρησιν τῆς στατικῆς πίεσεως. Ἐὰν ὁμως ἀπομακρύνωμεν τὴν χειρὰ μᾶς, ὥστε ν' ἀναπτυχθῇ ροή, τότε ἡ στατικὴ πίεσις εἰς Β εἶναι μικροτέρα ἢ εἰς Α καὶ Γ.



**Σχ. 320.** Τὸ ὕψος τοῦ ὑγροῦ εἰς τοὺς σωλῆνας δεικνύει τὴν κατανομὴν τῶν πιέσεων κατὰ μῆκος τοῦ ἀγωγοῦ.

Ἐάν συνδυάσωμεν τὸ ἀνωτέρω φαινόμενον πρὸς τὴν ταχύτητα ροῆς, παρατηροῦμεν, ὅτι εἰς τὴν περιοχὴν Β, ὅπου ἡ ταχύτης ροῆς εἶναι μεγαλύτερα ἢ εἰς τὰς περιοχὰς Α καὶ Γ, ἡ στατικὴ πίεσις εἶναι μικροτέρα ἢ εἰς Α καὶ Γ.

Τοῦτο δικαιολογεῖται, διότι λόγῳ τῆς ροῆς δημιουργεῖται ἕτερον εἶδος πίεσεως, τὸ ὁποῖον ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως  $\rho v^2/2$ , ὅπου  $\rho$  ἡ πυκνότης τοῦ ρευστοῦ, καὶ ἡ ὁποία καλεῖται *δυναμικὴ πίεσις*: ἡ δὲ συνολικὴ πίεσις, ἡ ὁποία εἶναι σταθερὰ εἰς ἐκάστην περιοχὴν τῆς ροῆς, ἰσοῦται πάντοτε πρὸς τὸ ἄθροισμα τῆς στατικῆς καὶ δυναμικῆς πίεσεως. Οὕτω εὑρομεν θεμελιώδη σχέσιν τῆς μονίμου ροῆς, ἡ ὁποία ἐκφράζεται ὡς ἑξῆς:

συνολικὴ πίεσις = στατικὴ πίεσις + δυναμικὴ πίεσις = σταθ., ἥτοι:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (1)$$

ὅπου  $p_1$ ,  $v_1$  ἡ πίεσις καὶ ἡ ταχύτης ροῆς εἰς Α καὶ  $p_2$ ,  $v_2$  ἡ πίεσις καὶ ἡ ταχύτης ροῆς εἰς Β. Ἡ ἄνω σχέσις γράφεται γενικώτερα:

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{σταθ.} \quad (2)$$

Ἦτοι: εἰς μόνιμον ροὴν τὸ ἄθροισμα τῆς στατικῆς καὶ δυναμικῆς πίεσεως παραμένει δι' ἐκάστην περιοχὴν σταθερόν.

Ἡ ἀνωτέρω πρότασις ἐκφράζει τὸ θεμελιώδες θεώρημα τοῦ Bernoulli διὰ τὴν ὑδροδυναμικὴν. Ἐκ τῆς σχέσεως (2) ἐάν ὑποθεθῇ  $v = 0$ , τότε προκύπτει  $p_{\text{ολ}} = \text{σταθ.}$ , ἥτοι ἡ σταθερὰ εἰς τὴν ἐξίσωσιν (2) ἐκφράζει τὴν στατικὴν πίεσιν, ἡ ὁποία ἐπικρατεῖ εἰς περιοχὴν τῆς ροῆς, ὅπου ἡ ταχύτης ροῆς πρακτικῶς εἶναι μηδέν, καλεῖται δὲ ἡ πίεσις *συνολικὴ πίεσις* καὶ παριστάται διὰ  $p_{\text{ολ}}$ . Ἐπὶ τῇ βίασει τῶν ἀνωτέρω ὁ τύπος (2) γράφεται:

$$p_{\text{ολ}} = p + \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (3)$$

Ἦτοι ἡ συνολικὴ πίεσις εἰς ἐκάστην περιοχὴν μονίμου ροῆς ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῆς στατικῆς καὶ δυναμικῆς πίεσεως.

Ἡ σχέσις (3) ἰσχύει διὰ τὴν περίπτωσιν, καθ' ἣν αἱ δύο περιοχαὶ ροῆς εὐρίσκονται εἰς τὴν αὐτὴν στάθμην. Εἰς περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν αἱ δύο ἐξεταζόμενα περιοχαὶ π.χ. Α καὶ Β δὲν εὐρίσκονται εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος ἀπὸ τῆς βασικῆς στάθμης (π.χ. τοῦ ἐδάφους), ἀλλ' ἡ μία εὐρίσκεται εἰς ὕψος  $h_1$  καὶ ἡ ἄλλη εἰς ὕψος  $h_2$ , τότε τὸ θεώρημα τοῦ Bernoulli ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 + h_1 \rho g = p_2 + \frac{1}{2} \rho_2 v_2^2 + h_2 \rho g \quad (4)$$

ἢ γενικώτερον ὑπὸ τῆς σχέσεως:

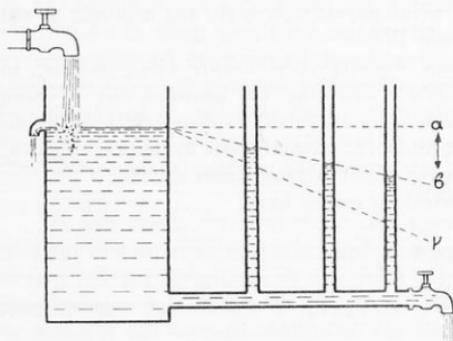
$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + h \rho g = \text{σταθ.} \quad (5)$$

231\*. Περίπτωσις τριβῆς. Τὰ ἀνωτέρω ἐπιτιθέμενα ἰσχύουν, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι θεωροῦμεν τὸ ὑγρὸν ἢ ἐν γένει τὸ ρευστὸν πρακτικῶς ἀπηλλαγμένον τριβῆς.

Τὰ φαινόμενα ὁμως ἀλλοιοῦνται ἐν τῇ πραγματικότητι λόγῳ τοῦ φαινομένου τῆς τριβῆς, ἕνεκα τῆς ὁποίας προκύπτει ἀπώλεια πίεσεως πρὸς ὑπερνέησιν αὐτῆς. Οὕτω λόγῳ τῆς τριβῆς εἰς τὴν περιοχὴν Γ, μολοντοὶ ἡ τομὴ εἶναι ἡ αὐτὴ ὡς καὶ εἰς τὴν περιοχὴν Α, ἐν τούτοις ἡ στατικὴ πίεσις εἶναι πράγματι μικροτέρα εἰς Γ ἢ εἰς Α.

Τὴν ἐπίδρασιν τῆς τριβῆς δεκνόμεναι ἡ εἰς τὸ σχῆμα 321 εἰκονιζομένη διάταξις, διὰ τῆς ὁποίας διατηροῦμεν σταθερὰν τὴν στάθμην τοῦ ὕδατος εἰς τὸ πρὸς τ' ἀριστερὰ δοχεῖον, τὸ ὁποῖον χρησιμεύει ὡς δεξαμενῆ. Ἐάν ἡ πρὸς τὰ δεξιὰ στρόφιγγις εἶναι κλειστή, ὥστε τὸ ὕδωρ νὰ εὐρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, τότε ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος εἰς τὴν δεξαμενὴν καὶ εἰς τοὺς πλευρικοὺς μανομετρικοὺς σωλήνας, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῶν συγκοινωνούντων δοχείων, εἶναι ἡ αὐτή. Ἐάν ἡδη ἀνοίξωμεν ὀλίγον τὴν στρόφιγγα, ὥστε νὰ παραχθῇ ροὴ

ώρισμένης παροχής (δηλ. να ρέει ώρισμένος όγκος ύδατος ανά μονάδα χρόνου), τότε βλέπομεν ότι, όσον περισσότερον άπέχει ό



Σχ. 321. "Όταν τó ύγρón ρέει, ή πίεσις βαίνει ελαττουμένη κατά μήκος τού όριζοντίου σωλήνος.

πρός άλληλα καλείται δέ ή τριβή αύτη τών κινουμένων μορίων *έσωτερική τριβή* τού ύγρú ή καί *ξζώδες* καί έχει μεγίστην σημασίαν, όταν ύγρά μεταφέρονται διά σωληνώσεων εις μεγάλας άποστάσεις.

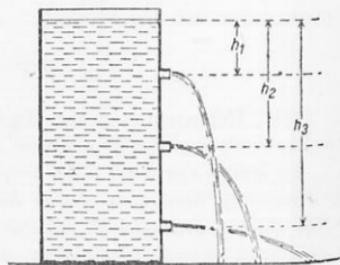
Ότω, διά τήν μεταφοράν π. χ. πετρελαίου από τās πετρελαιοπηγάς εις τούς τόπους καταναλώσεως εύρισκομένους εις μεγάλας άποστάσεις διά συστήματος σωληνώσεως μεγάλου μήκους, άπαιτούνται προς ύπερνίκησιν τής τριβής άντλία προς ανάπτυξιν λίαν μεγάλης πίεσεως διά να διατηρήσουν τήν κίνησιν τού πετρελαίου έντός τών σωληνώσεων· εις ένδιαμέσους μάλιστα θέσεις τοποθετούνται πρόσθετοι άντλία διά τήν ένίγχυσιν τής πίεσεως προς διατήρησιν κανονικής ροής τού πετρελαίου έντός τών σωληνώσεων.

232. *Ύδραεραντία.* Άπλουστάτην έφαρμογήν τού θεωρήματος τού Bernoulli άποτελεί ή ύδραεραντία, ή όποία εικονίζεται εις τó σχήμα 316.

Τó άνωτερον μέρος τής άντλίας συνδέεται προς στρόφιγγα ύδατος ή προς έγκατάστασιν παροχής ύδατος υπό πίεσιν, ότε πραγματοποιείται ροή ύδατος, τής όποίας αί γραμμιαί ροής εικονίζονται δι' έστιγμένων γραμμών.

Εις τήν περιοχήν τής άποστενωσεως, λόγω τής μεγάλης πυκνότητος γραμμών ροής, ή στατική πίεσις καθίσταται πολύ μικρά, μικρότερα τής άτμοσφαιρικής, ούτω δέ άήρ εισχωρεί εκ τού πλευρικού σωλήνος, συγκοινωνούντος προς τó δοχείον Δ. εκ τού όποιου θέλομεν να αφαιρέσωμεν τόν άέρα, εις τόν άεροθάλαμον τής αεραντίας καί ό άήρ άκολούθως παρασύρεται εις τήν περιοχήν τής άποστενωσεως υπό τού εκρέοντος ύδατος.

233\*. Έκροή ύγρú εκ πλευρικής όπης δοχείου. Θεώρημα *Torricelli*. Θεωρήσωμεν τó δοχείον (σχ. 322), τó όποιον φέρει εις διαφόρους άποστάσεις από τής έλευθέρας έπιφανείας τού ύγρú πλευρικός όπας εκροής. "Όπως ύπολογίσωμεν τήν ταχύτητα εκροής τού ύγρú από τής όπης, εύρισκομένης εις άπόστασιν  $h_3$  από τής έλευθέρας έπιφανείας αύτου, εις τó δοχείον, εφαρμόζωμεν διά τήν περιοχήν τής έλευθέρας έπιφανείας τού ύγρú καί διά τήν



Σχ. 322. Η διαδρομή τής ύγρúς φλεβός έξαρτάται εκ τής θέσεως τής όπης.

περιοχήν τῆς ὀπῆς ἐκροῆς τὸ θεώρημα τοῦ Bernoulli ὑπὸ τὴν γενικωτέραν του μορφήν (τύπος 4 σελ. 211), ὅτε προκύπτει ἡ κάτωθεν ἐξίσωσις, ἐφ' ὅσον δεχόμεθα ὡς βασικὴν στάθμην διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ ὕψους ( $h = 0$ ) τὴν περιοχὴν τῆς ὀπῆς :

$$p + \frac{1}{2} \rho v_3^2 + h_3 \rho g = p' + \frac{1}{2} \rho v^2$$

Ἐπειδὴ αἱ πιέσεις  $p$  καὶ  $p'$  εἰς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕγρου καὶ εἰς τὴν περιοχὴν τῆς ὀπῆς εἶναι ἴσαι, διότι ἴσούνται πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἐνῶ ἐξ ἄλλου ἡ ταχύτης  $v_3$  τῆς ροῆς κατὰ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕγρου, λόγῳ τῆς λίαν μεγάλης διαμέτρου τοῦ δοχείου ἐν σχέσει πρὸς τὴν διάμετρον τῆς ὀπῆς, εἶναι πρακτικῶς ἴση πρὸς μηδέν, τότε ἐκ τῆς ἀνωτέρω σχέσεως εὐρίσκομεν τὴν ταχύτητα ἐκροῆς :

$$v = \sqrt{2gh_3} \quad (1)$$

Εἰς τὸ αὐτὸ ἐξαγόμενον δυνάμεθα νὰ καταλήξωμεν καὶ διὰ τοῦ ἀκολουθοῦ ὑπολογισμοῦ : Μᾶζα ὕγρου  $m$  ἐκρέουσα ἐκ τῆς ὀπῆς ὑπὸ ταχύτητα  $v$  ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν  $mv^2/2$ . Ἡ αὐτὴ μᾶζα ὕγρου εὐρισκομένη εἰς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕγρου ἐν τῷ δοχείῳ καὶ εἰς ὕψος  $h_3$  ἀπὸ τῆς ὀπῆς ἐκροῆς ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν  $mgh_3$ . Ἐπειδὴ ἡ ἐκροὴ ὑποτίθεται, ὅτι γίνεται ἄνευ ἀπωλειῶν ἐνεργείας, δεδομένου ὅτι παραμελοῦμεν τὴν τριβὴν, θὰ ἔχομεν :

$$\frac{1}{2} mv^2 = mgh_3$$

ἐξ ὅ ἔορῃσκομεν πάλιν τὴν σχέσιν (1). Οὕτω προκύπτει τὸ θεώρημα Torricelli, τὸ ὁποῖον διατυπῶται ὡς ἑξῆς :

**Ἡ ταχύτης ἐκροῆς ὕγρου ἀπὸ ὀπῆς, εὐρισκομένης εἰς ὠρισμένην ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὕγρου, εἶναι ἴση πρὸς τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν θὰ ἀπέκτα ἡ μᾶζα τοῦ ὕγρου, ἐὰν ἐπιπτε κατακορυφῶς ἐκ τοῦ αὐτοῦ ὕψους.**

Πειραματικῶς τὸ θεώρημα Torricelli δεικνύεται διὰ τῆς ἐν σχήματι 322 εἰκονιζομένης διατάξεως, ἐκ τῆς ὁποίας δεικνύεται ὅτι, ὅσον περισσότερον ἀπέχει ἡ ὀπὴ ἐκροῆς ἀπὸ τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὕγρου, τόσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ταχύτης ἐκροῆς.

**Παράδειγμα. Δεξαμενὴ περιέχουσα ὕδρω ἔχει πλευρικὴν ὀπὴν τομῆς  $2 \text{ cm}^2$  ἀπέχουσαν κατὰ  $3 \text{ m}$  ἀπὸ τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος εἰς τὴν δεξαμενὴν. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης ἐκροῆς.**

Ἐὰν δεχθῶμεν  $g = 10 \text{ m/sec}^2$ , εὐρίσκομεν  $v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 3} = \sqrt{60} = 7,75 \text{ m/sec}$ .

Πραγματικῶς, ἡ ταχύτης εἶναι μικρότερα, διότι ἡ ἐκροὴ δὲν εἶναι ἀπληραγμένη τριβῶν. Ἐὰν δεχθῶμεν, ὅτι ἡ ἀπώλεια τῆς ταχύτητος λόγῳ τριβῶν εἶναι  $40\%$ , ἡ πραγματικὴ ταχύτης ἐκροῆς θὰ εἶναι  $7,75 \cdot \frac{40}{100} = 4,65 \text{ m/sec}$ . Ἐκ τῆς ταχύτητος ἐκροῆς ὑπολογίζομεν τὴν παροχὴν, ἢτοι τὸν ὄγκον τοῦ ἐκρέοντος ὕγρου εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου, πολλαπλασιάζοντες τὴν πραγματικὴν ταχύτητα ἐκροῆς ἐπὶ τὴν ἐγκαρσίαν τομὴν τῆς ὀπῆς ἐκροῆς.

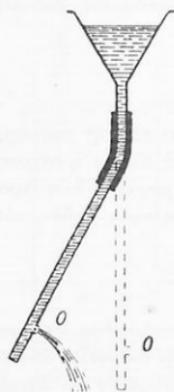
Εἰς τὸ προηγούμενον παράδειγμα ὑπετέθη, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῆς ὀπῆς εἶναι  $2 \text{ cm}^2$  ἢ  $2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ , ἐπομένως ἡ παροχὴ, ἢτοι ὁ ὄγκος τοῦ ἐκρέοντος ὕγρου εἰς  $1 \text{ sec}$ , θὰ εἶναι :

$$\text{Παροχὴ} = S \cdot v = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 4,65 = 9,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{sec}$$

ἢτοι εἰς  $1$  πρῶτον λεπτὸν ( $1 \text{ min}$ ) θὰ εἶναι  $0,056 \text{ m}^3/\text{min}$ . Ἡ ἀπώλεια ταχύτητος λόγῳ τριβῆς δύνανται νὰ μειωθῇ διὰ καταλλήλου διασκευῆς τῶν χειλέων τῆς ὀπῆς ἐκροῆς.

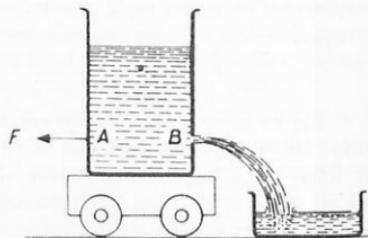
**234. Δοχεῖον ἀντιδράσεως.** Ἔστω, ὅτι δοχεῖον ἐν σχήματι χωνίου (σχ. 323) συγκοινωνεῖ δι' ἐλαστικοῦ σωλήνος πρὸς κατακορυφον σωλήνα. Ἐφ' ὅσον ὁ σωλὴν εἶναι κλειστός, αἱ πλευρικῶς ἀσκούμεναι πιέσεις ὡς ἴσαι καὶ ἀντίθετοι ἐξουδετερῶνται ἀμοιβαίως. Ἐὰν

ὅμως εἰς τινὰ περιοχὴν τοῦ σωλήνος, π.χ. εἰς τὸ κατώτερον σημεῖον  $O$ , ἀνοίξωμεν ὀπήν, ὥστε νὰ παραχθῇ ἐκροή ὑγροῦ, ἢ πρὸς τὰ δεξιὰ πίσεις εἰς τὴν περιοχὴν ἐκροῆς δὲν ὑφίσταται, οἷτω δὲ ἀπομένει ἢ πρὸς τὰ ἀριστερὰ πίσεις ἢ ὅποια, ἐφ' ὅσον διαρκεῖ ἡ ἐκροή, ἐκτρέπει τὸν κατακόρυφον σωλήνα πρὸς τ' ἀριστερὰ τῆς κατακορύφου θέσεως αὐτοῦ.



**Σχ. 323.** Ὅταν τὸ ὑγρὸν ἐκρέη ἐκ τῆς ὀπῆς  $O$ , ὁ σωλήν ἐκτρέπεται τῆς κατακορύφου.

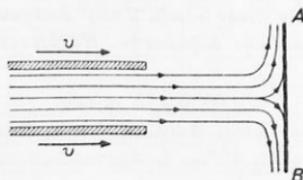
Λίαν διδακτικὸν εἶναι ἐπίσης τὸ ἀκόλουθον πείραμα. Δοχεῖον (σχ. 324) φέρον ὑγρὸν καὶ ἔχον παρὰ τὸν πυθμένα του ὅτιν κλεισμένην διὰ πώματος τοποθετεῖται ἐπὶ τροχοφόρου ἀμάξιου δυναμένου νὰ κινῆται μὲ ἐλαφρὰν τριβὴν. Ἐφ' ὅσον ἡ παρὰ τὸν πυθμένα ὀπή εἶναι κλειστή, αἱ πλευρικαὶ πίσεις εἰς τὴν περιοχὴν τῆς ὀπῆς καὶ εἰς τὴν ἀπέναντι αὐτῆς περιοχὴν τοῦ δοχείου ἐξουδετερῶνται ἀμοιβαίως. Ἐάν ὅμως ἀφαιρέσωμεν τὸ πῶμα, ὥστε νὰ παραχθῇ ἐκροή ὑγροῦ, τότε ἢ πρὸς τ' ἀριστερὰ πίσεις δὲν ἐξουδετερῶνται καὶ τὸ ἀμάξιον ὑπὸ τὴν ἐπενεργεῖαν τῆς δυνάμεως  $F$  μετατοπίζεται κατὰ διεύθυνσιν ἀντίθετον τῆς ἐκροῆς.



**Σχ. 324.** Τὸ δοχεῖον, λόγῳ τῆς ἐκροῆς, μετατοπίζεται ἀντιθέτως πρὸς τὴν ὑγρὰν φλέβαν.

**235\*.** Δύναμις ἀσκουμένη ὑπὸ ὑγρᾶς φλεβῆς ἐν κινήσει. Ὑποθέσωμεν, ὅτι ἀπὸ κυλινδρικοῦ αὐλοῦ ἐκσφενδονίζεται ὑγρὰ φλέβη ὑπὸ ταχύτητα ροῆς  $v$ , ἢ ὅποια προσκρούει ἐπὶ ἐπιπέδου πλακῶς  $AB$  (σχ. 325), εἰς τρόπον ὥστε ἡ ταχύτης ροῆς  $v$  νὰ εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πλακῶς.

Μετὰ τὴν πρόσκρουσιν τῆς ὑγρᾶς φλεβῆς ἐπὶ τῆς πλακῶς, τὸ ὑγρὸν κινεῖται παραλλήλως πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν καὶ πρὸς τὰ ὅρια τῆς πλακῶς, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα.



**Σχ. 325.** Πρόσκρουσις ὑγρᾶς φλεβῆς ἐπὶ ἀκλονήτου τοιχώματος.

Ἐάν  $\rho$  παριστῇ τὴν πυκνότητα τοῦ ὑγροῦ καὶ  $S$  τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐγκαρσίας τομῆς τῆς φλεβῆς, τότε ἡ μονὰς ὄγκου τοῦ ὑγροῦ ἔχει μᾶζαν  $m = \rho$  καὶ ἡ ὀρμὴ αὐτῆς θὰ εἶναι  $mv = \rho v$ . Ἐξ ἄλλου ἡ μᾶζα τοῦ ὑγροῦ ἢ προσπίπτουσα ἐπὶ τῆς πλακῶς εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου εὐρίσκεται, ἐάν πολλαπλασιάσωμεν τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐγκαρσίας τομῆς τῆς φλεβῆς ἐπὶ τὴν ταχύτητα ροῆς καὶ ἐπὶ τὴν πυκνότητα, ἧτοι θὰ εἶναι  $S\rho v$ , ἢ δὲ ὀρμὴ τῆς μᾶζης ταύτης τοῦ ὑγροῦ θὰ εἶναι  $S\rho v^2$ .

Ἡ ὀρμὴ αὕτη ἐκμηδενίζεται κατὰ τὴν πρόσκρουσιν τῆς ὑγρᾶς μᾶζης ἐπὶ τῆς ἀκλονήτου πλακῶς. Ἐξ ἄλλου γνωρίζομεν (βλ. σελ. 99), ὅτι ἡ μεταβολὴ τῆς ὀρμῆς ἀνά μονάδα χρόνου ἰσοῦται πρὸς τὴν δύναμιν, ἢ ὅποια προκαλεῖ αὐτήν. Ἐπειδὴ δὲ ἡ μεταβολὴ  $S\rho v^2$  γίνεται ἐντὸς μᾶς χρονικῆς μονάδος, ἡ δύναμις θὰ εἶναι:

$$F = S \rho v^2$$

Συμφώνως ὅμως πρὸς τὸ ἀξίωμα δράσεως καὶ ἀντιδράσεως (βλ. § 94) ἡ πλάξ ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ ὕδατος δύναμιν ἰσην καὶ ἀντίθετον. Ἡ δύναμις ἢ ἀντιστοιχοῦσα εἰς τὴν μονάδα ἐπιφανείας, ἧτοι ἡ πίσις  $p$ , εἶναι:

$$p = \frac{F}{S} = \rho v^2$$

Ἐάν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πλακῶς διαρρυθμισθῇ ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 326, εἰς τρόπον ὅστε νὰ παρουσιάσῃ κοίλα μέρη, τότε, ὅταν ἡ ὑγρὰ φλέψ προσκρούῃ ἐπὶ τῆς πλακῶς, ἡ διεύθυνσις κινήσεως τοῦ ὑγροῦ ἀναστρέφεται, κατὰ τὴν ἀναστροφήν δὲ ἡ ταχύτης ροῆς εἶναι ἴση, ἀλλ' ἀντιθέτου διευθύνσεως τῆς ταχύτητος, τὴν ὁποίαν εἶχε κατὰ τὴν σιγμὴν τῆς προσκρούσεως. Ὡς ἐκ τῆς νέας ταύτης ταχύτητος ἀναστροφῆς ἡ μᾶζα τοῦ ὑγροῦ ἀποκτᾷ ὀρμὴν ἴσην πρὸς  $-S\rho v^2$  καὶ ἡ συνολικὴ μεταβολὴ τῆς ὀρμῆς θὰ εἶναι  $S\rho v^2 - (-S\rho v^2) = 2S\rho v^2$ .

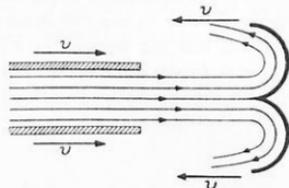
Ἡ ἀναπτυσσομένη δύναμις θὰ εἶναι :

$$F = 2S\rho v^2$$

ἡ δὲ δύναμις ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς τὴν μονάδα ἐπιφανείας, ἴσῳ ἡ πίεσις  $p'$  θὰ εἶναι :

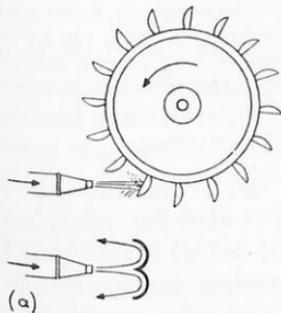
$$p' = \frac{F}{S} = 2\rho v^2$$

Ἡ ἀνωτέρω ἀρχὴ ἐφαρμόζεται εἰς πολλοὺς τύπους ὑδροστροβίλων, εἰς τοὺς ὁποίους αἱ ἐπιφάνειαι τῶν πτερυγίων εἶναι παρομοίας μορφῆς πρὸς τὴν τοῦ σχήματος 326. Διὰ τῆς τοιαύτης διατάξεως τὸ ὕδωρ, ὅταν προσκρούῃ ἐπὶ τῆς πτερυγιακῆς ἐπιφανείας, ὑφίσταται εὐθὺς ἀμέσως ἀναστροφήν τῆς κινήσεως αὐτοῦ, ἡ ὁποία ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τὴν αἴθρῃσιν τῆς δυνάμεως τῆς ἀσκομένης ἐπὶ τῶν πτερυγίων τοῦ στροβίλου, οὗτω δὲ αὐξάνεται ἡ παραγομένη μηχανικὴ ἰσχύς.

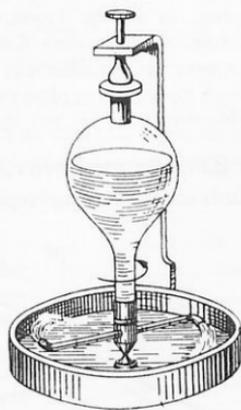


Σχ. 326. Κατὰ τὴν ἀναστροφήν τοῦ ὑγροῦ, τοῦτο ἐξασκεῖ δύναμιν ἐπὶ τοῦ πτερυγίου.

**236. Ὑδροστρόβιλοι.** Οὗτοι ἀποτελοῦν μηχανάς, διὰ τῶν ὁποίων, τῇ βοήθειᾳ πτερυγίων προσηρμοσμένων κατὰ τὴν περιφέρειαν δίσκου στρεπτοῦ περὶ ἄξονα διερχομένου διὰ τοῦ κέντρου αὐτοῦ, προκαλοῦμεν μεταβολὴν τῆς διευθύνσεως ροῆς ἢ ἄλλως τῆς ταχύτητος ὑγρᾶς φλεβός, ἡ ὁποία ἐκσφενδονιζομένη ἀπὸ καταλλήλου αὐλοῦ προσκρούει ἐπὶ τῶν πτερυγίων τοῦ κινητοῦ δίσκου τοῦ ὑδροστροβίλου.



Ἐκ τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος ροῆς προκύπτει, συμφώνως πρὸς τὰ προηγουμένως ἐκτιθέμενα, μεταβολὴ τῆς ὀρμῆς τῆς μάζης τοῦ ὕδατος, ἡ ὁποία προσκρούει ἐπὶ τοῦ κινητοῦ δίσκου, οὗτω δὲ δημιουργεῖται δύναμις, ἡ ὁποία θέτει εἰς κίνησιν τὸν δίσκον ἢ τροχὸν τοῦ ὑδροστροβίλου.



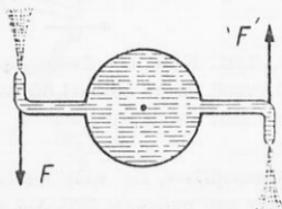
Σχ. 328. Στοιχειώδης διάταξις ὑδραυλικοῦ στροβίλου.

Εἰς τὸ σχ. 327 δεικνύεται στοιχειώδης διάγραμμα ὑδροστροβίλου τύπου Pelton.

Ἐάν διὰ  $v$  καλέσωμεν τὴν ταχύτητα ροῆς τῆς ὑγρᾶς φλεβός καὶ διὰ  $v'$  τὴν ταχύτητα τῶν πτερυγίων καὶ ἐάν ὑποθεθῇ, ὅτι  $v' = v/2$ , τότε ἡ ταχύτης τοῦ ἐξερχομένου ὕδατος ἀπὸ τοῦ ὑδροστροβίλου εἶναι μηδὲν καὶ ὅλη ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῆς μάζης τοῦ

ύδατος τῆς φλεβὸς μετατρέπεται εἰς ὠφέλιμον ἔργον. Πρακτικῶς ἡ ἀπόδοσις τῶν ὕδρο-  
στροβίλων ἀνέρχεται εἰς 70 % μέ-  
χρις 90 %.

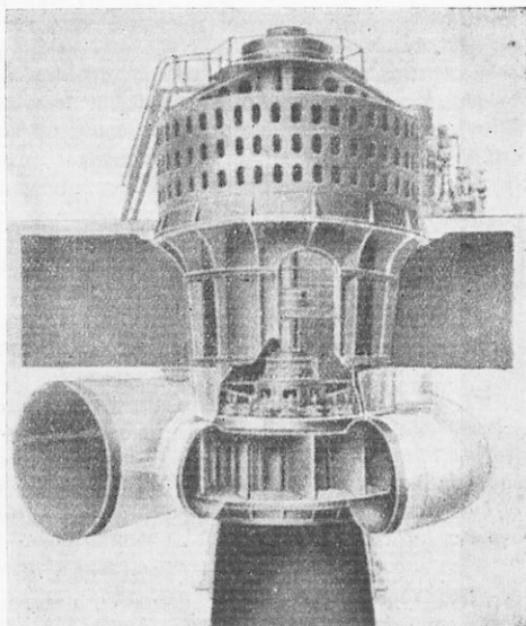
237. Ὑδραυλικὸς στρόβιλος δι'  
ἐκροῆς. Εἰς τὸ σχῆμα 328 δεικνύεται  
διάταξις, διὰ τῆς ὁποίας ἐκ τῆς ἐκ-  
ροῆς τοῦ ὕγρου διὰ δύο ὀπῶν καταλ-  
λήλως διατεταγμένων δημιουργεῖται  
ζεύγος δυνάμεων (σχ. 329) λόγῳ



Σχ. 329. Ὁριζοντία προβολή  
τοῦ ὑδραυλικοῦ στροβίλου.

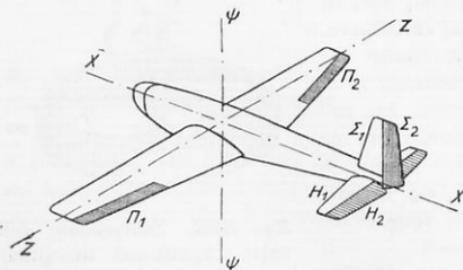
ἀντιδράσεως, τὸ ὅποion προκαλεῖ πε-  
ριστροφικὴν κίνησιν.

Ὁ ὕδροστροβίλος τοῦ σχήμα-  
τος 330 δὲν λειτουργεῖ ἐπὶ τῆς ἀρ-  
χῆς τῆς ἀντιδράσεως τῆς δημιουρ-  
γουμένης δι' ἐκροῆς ὕγρου, ἀλλ' ἐκ  
τῆς πίεσεως, τὴν ὁποίαν ἀσκει ἐπὶ  
τοῦ περυγιοφόρου ἄξονος ἡ ροὴ ὕ-  
δατος ἢ προερχομένη ἀπὸ κατάλλη-  
λον ὑδατόπλωσιν (βλ. καὶ σχ. 117).



Σχ. 330. Γιγαντιαῖος ὕδροστροβίλος ἀναπτύσσει  
ισχὺν 70 000 ἵππων. Τὸ βάρος του μετὰ τῆς ἐπ' αὐ-  
τοῦ συνεζευγμένης γεννητριάς εἶναι περίπου 700 τόν-  
νοι, ὁ ἀριθμὸς στροφῶν εἶναι 107 κατὰ λεπτόν, ἢ  
δὲ ἀπόδοσις του 93 %. Εἰς τὸ ἄνω μέρος δεικνύεται  
ἡ ἠλεκτρικὴ γεννητρία.

238. Ἀεροπλάνον. Τὸ ἀεροπλάνον, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὸ ἀερόστατον καὶ τὸ  
ἀερόπλοιο, εἶναι βαρύτερον τοῦ ἀέρος, στηρίζεται ὅμως ἐν αὐτῷ διὰ πτερυγιακοῦ

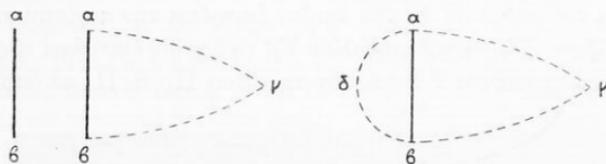


Σχ. 331. Πηδάλια ἀεροπλάνου.

Ἐν γενικαῖς γραμμαῖς, τὸ ἀεροπλάνον (σχ. 331) ἀποτελεῖται ἐκ τῶν ἀκολουθῶν  
μερῶν : 1) Ἐκ τῆς ἀτράκτου, 2) ἐκ τῶν πτερυγίων στηρίξεως, 3) ἐκ τοῦ συστήματος

συστήματος καί, μὲ τὴν βοήθειαν ἑ-  
λικος κινουμένης διὰ κινητήρος, με-  
τατοπίζεται ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἀέρα.  
Ἐκ τῆς μετατοπίσεως τοῦ πτερυγια-  
κοῦ συστήματος ἐν σχέσει πρὸς τὸν  
ἀέρα δημιουργεῖται τεχνητῶς ἄνεμος  
(σχετικὸς ἄνεμος) ἢ ἄλλως ροή, λόγῳ  
τοῦ ὁποίου, ὡς θὰ ἴδωμεν κατωτέρω,  
ἀναπτύσσεται ἐπὶ τοῦ πτερυγιακοῦ  
συστήματος ἡ **ἀεροδύναμις**, ἣτις στη-  
ρίζει τὸ ἀεροπλάνον εἰς τὸν ἀέρα.

Διὰ τὴν ἐλάττωσιν τῆς ἀντίστασως τῆς πλακὸς  $\alpha\beta$  προσαρμύζομεν εἰς τὸ ὀπίσθιον μέρος αὐτῆς τὴν ἐπιφάνειαν  $\alpha\gamma\beta$  (σχ. 334) καὶ εἰς τὸ πρόσθιον μέρος αὐτῆς τὴν  $\alpha\delta\beta$ , ὅτε

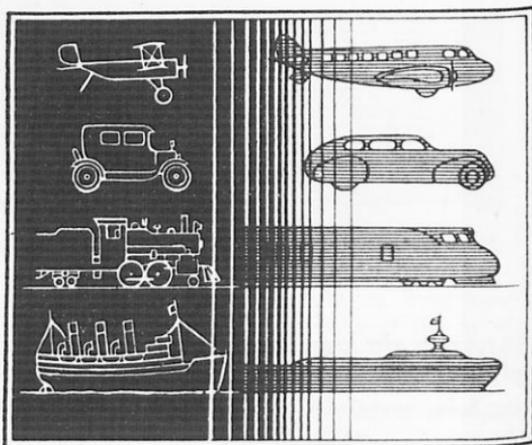


Σχ. 334. Γένεσις ἀεροδυναμικῆς μορφῆς.

προκύπτει ἡ ἐπιφάνεια  $\alpha\delta\beta\gamma\alpha$ , ἡ ὁποία, ἐνῶ παρουσιάζει τὴν αὐτὴν μετωπικὴν ἐπιφάνειαν  $\alpha\beta$  ὡς καὶ ἡ πλάξ, εἰς τὸ ρευστὸν ἐν τούτοις δεικνύει πολὺ μικροτέραν ἀντίστασιν. Ἡ ἐπιφάνεια ἐλαχίστης ἀντίστασως, λόγῳ τῆς ὁμοιότητος αὐτῆς πρὸς τὴν ἐπι-

φάνειαν τοῦ σώματος τῶν ἰχθύων, ἐκλήθη *ἰχθυοειδὴς ἐπιφάνεια*. Ἐντὶ ὅμως τοῦ ὅρου τούτου ἐπεκράτησε γενικῶς ὁ ὅρος *ἀεροδυναμικὴ ἐπιφάνεια*.

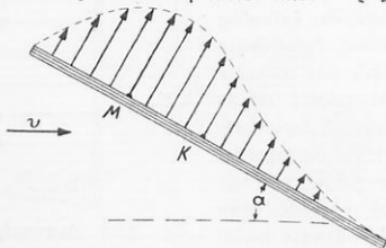
Τὸ σχῆμα 335 δεικνύει τὴν τροποποίησιν παλαιωτέρων κατασκευῶν μεταφορικῶν μέσων, ὥστε νὰ ἀποκτήσουν ταῦτα ἀεροδυναμικὴν μορφήν, λόγῳ τῆς ὁποίας ἐλαττοῦται ἡ ἀντίστασις, τὴν ὁποίαν συναντοῦν κατὰ τὴν κίνησιν, ἐξοικονομουμένης οὕτω τῆς καταναλισκομένης ἰσχύος.



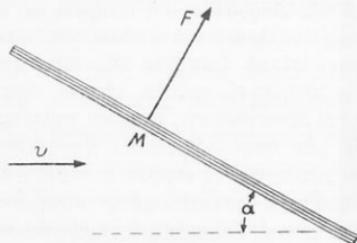
Σχ. 335. Μεταφορικὰ μέσα παλαιωτέρου καὶ νεωτέρου (ἀεροδυναμικοῦ) τύπου.

240\*. Γένεσις δυναμικῆς ἀνώσεως. Φαντασθῶμεν ἥδη, ὅτι ἡ πλάξ δὲν διατίθεται καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἀνέμου, ἀλλὰ σχηματίζει γωνίαν ἐν σχέσει πρὸς αὐτὴν (σχ. 336). Ἐὰν ἐξετάσωμεν τὴν διανομὴν πιέσεων ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς πλακὸς, παρατηροῦμεν, ὅτι αὕτη εἰκονίζεται ὑπὸ τῆς καμπύλης τοῦ σχήματος 336. Ἀποτέλεσμα τῆς νέας ταύτης κατανομῆς τῶν πιέσεων εἶναι, ὅτι ἡ συνισταμένη αὐτῶν ἢ ἄλλως ἢ ἀεροδύναμις δὲν εἶναι ἐφηρμοσμένη εἰς τὸ  $K$ , ἦτοι τὸ κέντρον πιέσεως  $M$  δὲν συμπίπτει πλέον

πρὸς τὸ κέντρον βάρους  $K$  τῆς πλακὸς, ἀλλὰ μετα-



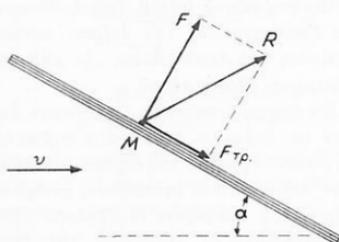
Σχ. 336. Διανομὴ πιέσεων ἐπὶ πλακὸς προσβαλλομένης ὑπὸ γωνίαν.



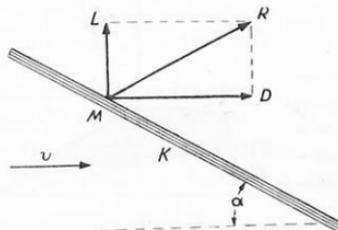
Σχ. 337. Συνισταμένη πιέσεων  $F$ , κέντρον πιέσεως  $M$ .

τοπίζεται πρὸς τὰ ἄνω, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 337, ἢ δὲ πρὸς τὰ ἄνω μετατόπισις

του ζέντρου πίεσεως  $M$  είναι τόσον μεγαλύτερα ὅσον ἡ γωνία  $\alpha$ , ἡ ὁποία καλεῖται *γωνία προσβολῆς*, καθίσταται μικροτέρα. Ἐξ ἄλλου, ἐπειδὴ ἡ πλάξ περιρρέεται ὑπὸ τοῦ ρευστοῦ, δημιουργεῖται λόγῳ τριβῆς μεταξὺ τοῦ ρευστοῦ καὶ τῆς πλακός, ἡ δύναμις  $F_{\tau\sigma}$  ἡ ὁποία εἰκονίζεται εἰς τὸ σχῆμα 338, αἱ δὲ δυνάμεις  $F$  καὶ  $F_{\tau\sigma}$  συντιθέμεναι παρέχουν ὡς συνισταμένην τὴν δύναμιν  $R$ , ἡ ὁποία ἀποτελεῖ τὴν πραγματικὴν *ἀεροδύναμιν* καὶ ἡ ὁποία δὲν εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πλακός, ἀλλὰ παρουσιάζει ἑλαφρὰν κλίσιν πρὸς τὰ



Σχ. 338. Ἡ  $R$  εἶναι συνισταμένη τῆς ἀεροπίεσεως  $F$  καὶ τῆς δυνάμεως τριβῆς  $F_{\tau\sigma}$ .



Σχ. 339. Ἀνάλυσις τῆς ἀεροδύναμεις  $R$  εἰς συνιστώσας.

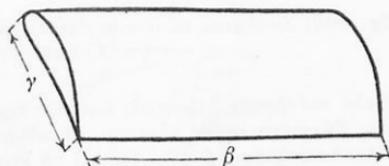
κάτω. Ἡ δύναμις ὅμως  $R$  ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας, μίαν  $L$ , κάθετον ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς ροῆς καὶ τὴν  $D$  παράλληλον πρὸς αὐτὴν (σχ. 339). Ἡ πρώτη τῶν συνιστωσῶν, ἡ  $L$ , καλεῖται *δυναμικὴ ἄνωσις* καὶ συντελεῖ εἰς τὴν στήριξιν τῆς πλακός, ἡ δὲ ἄλλη, ἡ  $D$ , τείνει νὰ κινήσῃ τὴν πλάκα κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ροῆς καὶ ἐπομένως, ἵνα ἡ πλάξ ἰσοροπῇ ἐν τῇ θέσει ταύτῃ, δέον ἡ  $D$  νὰ ἐξουδετερωθῇ ὑπὸ ἴσης καὶ ἀντιθέτου δυνάμεως, ὡς π.χ. συμβαίνει εἰς τὸν χαρταετόν, ὅπου αὕτη ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς τάσεως τοῦ σχοινοῦ.

Εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν ἡ πλάξ κινεῖται ἐν ἀκίνητῳ ρευστῷ, ὡς π.χ. συμβαίνει εἰς τὴν πτέρυγα ἀεροπλάνου, ἡ δύναμις αὕτη ἀποτελεῖ ἀντίστασιν, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν *δυναμικὴν ἀντίστασιν*, καὶ ἣτις ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς προωστικῆς δυνάμεως τῆς δημιουργουμένης ἐκ τῆς περιστροφῆς τῆς ἔλικος ὑπὸ τοῦ κινητήρος τοῦ ἀεροπλάνου.

241\*. Πτέρυξ ἀεροπλάνου. Ὅσα προηγουμένως ἐξεθέσαμεν διὰ τὴν ἐπίπεδον πλάκα δυνάμεθα, μὲ μικρὰς τροποποιήσεις, νὰ ἐπαναλάβωμεν καὶ διὰ τὴν πτέρυγα ἀεροπλάνου. Εἰς τὰς πτέρυγας ἀεροπλάνου δίδουν μορφὴν ὡς ἡ τοῦ σχήματος 340, εἰς τρόπον ὅστε ἐγκαρσία τομὴ αὐτῆς, δι' ἐπίπεδον παραλλήλου πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ροῆς, νὰ ἔχῃ τὴν ἐν τῷ σχήματι 340 (ἀριστέρῳ ἄκρον τοῦ σχεδίου) δεκνυομένην μορφὴν. Ἡ ὡς ἄνω τομὴ καλεῖται τεχνικῶς *ἀεροτομὴ* (profile ἢ aerofoil). Ὡς ἐπιφάνεια τῆς πτέρυγος λαμβάνεται ἡ ἐπιφάνεια τῆς κατώσεως  $S = \beta\gamma$  (σχ. 340).

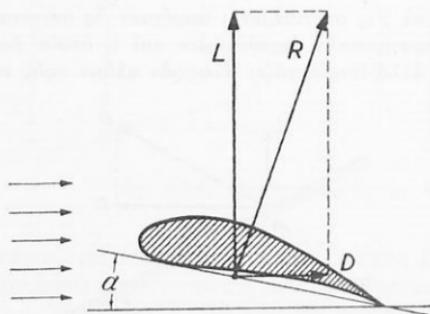
Συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω ἐκτεθέντα, ἐφ' ὅσον ἡ γωνία προσβολῆς εἶναι  $\alpha$ , ἐπὶ τῆς πτέρυγος ἀναπτύσσεται ἡ ἀεροδύναμις  $R$ . τῆς ὁποίας τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς δεχόμεθα, ὅτι εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς χορδῆς τῆς πτέρυγος. Ἡ δύναμις αὕτη ἀναλύεται εἰς δύο ὀρθογωνίους συνιστώσας (σχ. 341), ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία,  $L$ , εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν σχετικὴν ταχύτητα τοῦ ἀνέμου καὶ ἀποτελεῖ τὴν *δυναμικὴν ἄνωσιν*, ἡ δὲ ἕτερα,  $D$ , ἡ *δυναμικὴ ἀντίστασις*, εἶναι παράλληλος πρὸς αὐτήν.

Εἰς τὸ σχῆμα 342 I δεκνύεται ἡ περίπτωσις ἀεροπλάνου ἐκτελοῦντος ὀριζοντίαν πτήσιν, δηλαδὴ χωρὶς νὰ κερδίζῃ ὕψος. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ δυναμικὴ ἄνωσις ἐξουδε-



Σχ. 340. Μορφὴ πτέρυγος ἀεροπλάνου.

τερώνει τὸ βάρος τοῦ ἀεροπλάνου, ἢ δὲ ἔλξις τοῦ κινητήρος ἐξουδετερώνει τὴν δυναμικὴν ἀντίστασιν (ὀπισθέλκουσαν). Εἰς τὸ σχῆμα 342 II δεικνύεται ἡ περίπτωσις ἀεροπλάνου εὐρισκομένου ἐν καταστάσει ἀνόδου. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἡ ἔλξις τοῦ κινητήρος ἐξουδετερώνει τὴν δυναμικὴν ἀντίστασιν καὶ τὴν συνιστώσαν τοῦ βάρους τοῦ ἀεροπλάνου κατὰ τὸν διαμήκη ἀξόνα αὐτοῦ, ἐνῶ ἡ δυναμικὴ ἄνωσις ἐξουδετερώνει τὴν ἑτέραν συνιστώσαν τοῦ βάρους τοῦ ἀεροπλάνου, τὴν κάθετον ἐπὶ τὸν διαμήκη ἀξόνα αὐτοῦ.



Σχ. 341. Ἀνάλυσις τῆς ἀεροδυναμικῆς  $R$  ἐπὶ πτέρυγος εἰς τὰς συνιστώσας  $L$  καὶ  $D$ .

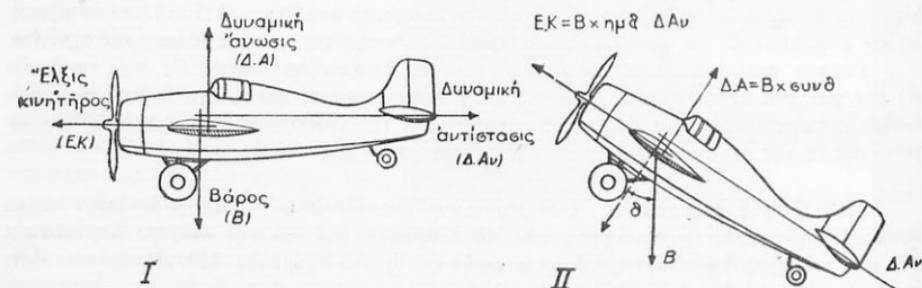
Τὸ ἀεροπλάνου εἶναι, ὡς εἶδομεν, ἐφωδιασμένον μὲ διάφορα συστήματα πηδαλίων (ὑψους, κατευθύνσεως κλπ.) ὡς καὶ ἄλλων ρυθμιστικῶν περιγυακῶν διατάξεων, ἐπιτρεποῦσών τὴν ἐκτέλεσιν διαφόρων ἰδιαίτουσῶν κινήσεων (π.χ. ἀκροβασιῶν).

242\*. Ἀνεμόπτερα. Ταῦτα διαφέρουν τῶν ἀεροπλάνων, διότι στεροῦνται κινητήρος καὶ

ἔλικος, καὶ ἐπομένως εἰς αὐτὰ ἡ ἀλειτουργομένη ἰσχύς διὰ τὴν πτήσιν παρέχεται ὑπὸ τοῦ ἐν κινήσει ἀέρος, ἴτοι ὑπὸ τοῦ ἀνέμου.

Γενικῶς, ἡ σπουδὴ τῶν ἀνεμοπτέρων καὶ ἡ δι' αὐτῶν πτήσις ἀποτελεῖ ἰδιαίτερον κλάδον, ὁ ὁποῖος χαρακτηρίζεται διὰ τοῦ ὄρου **ἀνεμοπορία**.

\*Υπόδειγμα τοιοῦτου εἴδους πτήσεως βλέπομεν εἰς τὰ ἀρπακτικὰ πτηνά, ὡς π.χ. τὸν



Σχ. 342. Συνθήκαι, αἱ ὁποῖαι πρέπει νὰ πληροῦνται εἰς ἀεροπλάνου κατὰ τὴν ὀριζοντίαν πτήσιν (I) καὶ κατὰ τὴν πτήσιν ἀνόδου (II).

ἀετόν, τὸν ἰέρακα, ἐπίσης εἰς διάφορα νηκτικὰ ἢ ἄλλα πτηνά, ὡς τὸν γλάρον, τὸν πελαργόν, κτλ. Τὰ πτηνά ταῦτα δύνανται νὰ αἰωροῦνται ἐπὶ μακρὸν εἰς τὸν ἀέρα, νὰ διανύουν μεγάλα διαστήματα, ἀκόμη δὲ καὶ νὰ κερδίζουν ὕψος, χωρὶς οὐδαμῶς νὰ κινῶν τὰς πτέρυγας αὐτῶν.

Γενικῶς, ὅταν ὁ κινητὴρ τοῦ ἀεροπλάνου παύσῃ νὰ λειτουργῇ, τοῦτο μεταπίπτει εἰς πτήσιν ὀλισθήσεως. Ἴνα ἐν τῇ καταστάσει ταύτῃ διατηρήσῃ τὸ ὕψος του, πρέπει νὰ ὑφίσταται τὴν ἐπενέργειαν ἀνιόντος ρεῦματος ἀέρος, τοῦ ὁποῖου ἡ ταχύτης νὰ εἶναι μεγαλύτερα τῆς ταχύτητος βυθίσεως. Προκειμένου περὶ βαρέων ἀεροπλάνων, εἶναι ἀδύνατον νὰ πραγματοποιηθῇ ἡ ἀνωτέρω συνθήκη, διότι ταῦτα κέχτηνται πολὺ μεγάλην ταχύτητα βυθίσεως. Τοῦναντίον ὅμως ἡ συνθήκη αὕτη πραγματοποιεῖται εὐχερῶς εἰς τὰ ἀνεμόπτερα, τῶν ὁποίων ἡ ταχύτης βυθίσεως εἶναι μικρά. Τοιοῦτον π.χ. ἰσχυρὸν ἀνιόν ρεῖμα ἀέρος πραγματοποιεῖται περὶ τὴν πρόμην ταχυπλῶν πλοίων. Εἰς τὴν περιοχὴν δὲ ταύτην συγκεντρῶνται

οί γλάροι, οτινες άνεμοποροϋντες παρακολουθοϋν τὰ πλοία καί κερδίζουν υψος χωρίς οϋδαμῶς νά κινουῦν τὰς πτέρυγας αὐτῶν (σχ. 343).

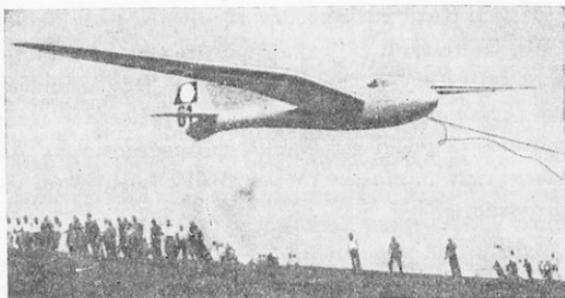
Ἡ ἐκκίνησις άνεμοπτέρων γίνεται κατὰ διαφόρους τρόπους (σχ. 344). Ὅταν τὸ άνε-



Σχ 343. Γλάροι άνεμοποροϋντες δι' ἐκμεταλλεύσεως τοῦ άνιόντος ρεύματος τοῦ ἀναπτυσσομένου περὶ τὴν πρῶμην ταχυπλοῦ πλοίου.

μόπτερον εϋρίσκειται ἐπὶ κλιτῶς, προσδένονται εἰς τὸ ἐμπρόσθιον μέρος αὐτοῦ δύο σχοινία ἐξ ἐλαστικοῦ, τὰ ὁποῖα διατείνονται ἰσχυρῶς ὑπὸ τοῦ προσωπικοῦ τῆς ἐκκινήσεως, ἐνῶ τὸ άνεμόπτερον τηρεῖται ἀκίνητον κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς διατάσεως τῶν σχοινίων, συγκροτούμενον ἐκ τῆς οὐρᾶς αὐτοῦ ὑπὸ ἄλλου προσωπικοῦ.

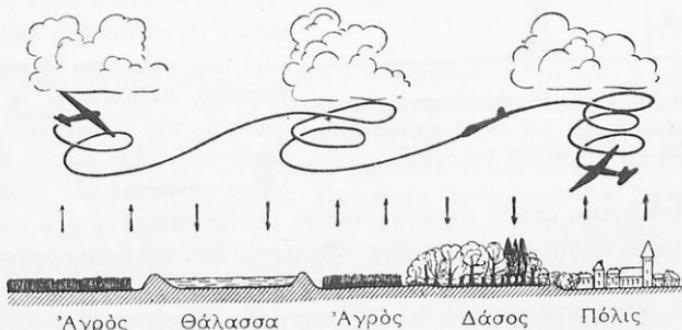
Ὅταν τὰ ἐμπρόσθια σχοινία διαταθοῦν ἰκανῶς, τότε δι' ἀφέσεως τῶν ὀπισθίων σχοινίων συγκρατήσεως τὸ άνεμόπτερον ἐκσφενδονίζεται μετὰ σημαντικῆς ταχύτητος πρὸς τὰ ἐμπρός. Εἰς ὁμαλὸν πεδίου ἢ ταχύτης ἢ ἀπαιτουμένη διὰ τὴν ἐκκίνησιν τοῦ άνεμοπτέρου παρέχεται ὑπὸ αὐτοκινήτου.



Σχ 344 Ἄνεμόπτερον κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς ἐκκινήσεώς του.

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις τὸ άνεμόπτερον ρυμουλκεῖται ὑπὸ ἀεροπλάνου καί, ἀφοῦ ἀποκτήσῃ ἄριστον υψος, ἀποσύρεται τὸ σχοινίον ρυμουλκῆσεως.

Αἱ καλύτεραι συνθήκαι διὰ τὰς πτήσεις άνεμοπτέρων ἀπαντῶνται εἰς τὰς κλιτῶς τῶν ὄρεων καί μάλιστα εἰς ἐξείνας, αἱ ὁποῖαι παρουσιάζουν ἀπότομον κλίσιν, διότι ὅσον μεγα-



Σχ. 345. Πηγῆς άνεμοπτέρου ἐκμεταλλουμένου άνιόντα καί κατιόντα ρεύματα ἀέρος.

λυτέρα εἶναι ἡ κλίσις, τὸσον μεγαλύτερα καί ἢ πρὸς τὰ ἄνω διευθυνομένη συνιστῶσα τοῦ ἀνέμου, ἢ ὁποῖα πρῆπει νά εἶναι τᾶζεως μεγέθους 1 — 3 m/sec.

Όττω, εάν ή κλίσις είναι 30°, ό δέ όριζόντιος άνεμος έχη ταχύτητα 5 m/sec, παράγει εις την περιοχην της κλιτύος συνιστώσα του άνέμου προς τα άνω 3 m/sec περίπου. Επίσης, καλαί συνθηκαι δια την πτησιν άνεμοπτέρων άπαντώνται και εις άποκρήμους άκτάς.

Έφ' όσον το άνεμόπτερον εύρίσκεται εις τον άέρα, εις περιοχάς μέν, όπου συναντά άνιον ρεύμα, κερδίζει εις ύψος, όταν δέ άκολουθως συναντήση κατιόν ρεύμα άέρος, έκτελει πτησιν όλισθήσεως και χάνει εις ύψος. Το άνεμόπτερον, συναντών περαιτέρω άνιον ρεύμα άέρος, κερδίζει έκ νέου εις ύψος και ούτω καθεξής (σχ. 345).

Τό ύψος πτήσεως δι' άνεμοπτέρου έχει φθάσει περίπου τάς 9000 μέτρων, ή διάρκεια πτήσεως τάς 50 ώρας και ή απόστασις πτήσεως περίπου τά 700-800 km.

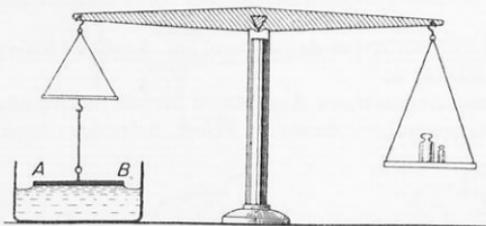
## ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΚ ΤΗΣ ΜΟΡΙΑΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

243. Κατά την σπουδην της Φυσικης δέν έλάβομεν μέχρι τούδε ύπ' όψιν, ότι ή ύλη άποτελείται έκ μοριών και άτόμων, αλλά τούναντίον έθεωρήσαμεν, ότι αύτη άποτελει έν συνεχές σύνολον ή μέσον. Έξ άλλου έδέχθημεν, ότι ή ύλη συγκροτείται έξ άτόμων και μοριών και ότι μεταξύ αυτών επιδροούν δυνάμεις, αί όποια συγκροτούν τά μόρια εις ώρισμένας άποστάσεις άπ' άλλήλων' αναλόγως δέ της έντάσεως των δυνάμεων τούτων ή ύλη εμφανίζεται υπό τάς τρεις αύτης φυσικάς καταστάσεις.

244. Συνοχή. Συνάφεια. Προσρόφσις. Αί μοριακά δυνάμεις, αί έκδηλούμεναι έσωτερικώς μεταξύ των μοριών ένός και του αύτου σώματος, καλοῦνται

**δυνάμεις συνοχής** και τό άποτέλεσμα αυτών **συνοχή** του σώματος. Αί μοριακά δυνάμεις, αί όποια έκδηλούνται έξωτερικώς μεταξύ των μοριών δύο διαφόρων σωμάτων, έστω και όμοειδών, όταν ταύτα φέρονται εις στενωτάτην έπαφήν μεταξύ των, καλοῦνται **δυνάμεις συναφείας**, έκδηλοῦνται δέ εις την περιοχην της έπαφής των δύο σωμάτων και τό άποτέλεσμα αυτών καλείται **συνάφεια** των σωμάτων. Η

συνάφεια έκδηλοῦται μεταξύ στερεού-στερεού, μεταξύ στερεού-υγρού και μεταξύ στερεού-αερίου, εις την τελευταίαν όμως περίπτωσιν άντι του όρου **συνάφεια** χρησιμοποιείται ό όρος **προσρόφσις**. Η εις τό σχήμα 346 εικονιζομένη διάταξις δεικνύει και μετρά πειραματικώς την συνάφειαν των σωμάτων. Ένεκα της συναφείας ό κονιορτός (κ. σκόνη) επικάθηται επί των αντικειμένων' επίσης λόγω της συναφείας δυνάμεθα να γράφωμεν δια μολυβδοκονδύλου ή δια μελάνης επί του χάρτου είτε δια κιμωλίας επί του μαυροπίνακος.



Σχ. 346. Λόγω των δυνάμεων συναφείας, ό ύάλινος δίσκος AB του ζυγοῦ συγκρατείται επί της έπιφανείας του υγρού.

245. **Ιδιότητες τῶν στερεῶν ἐξαρτώμεναι ἐκ τῆς συνοχῆς.** Ἡ ιδιότης τῆς ἐλαστικότητος τῶν στερεῶν σωμάτων, τὴν ὁποίαν ἐσπουδάσαμεν εἰς τὸ οἰκτεῖον κεφάλαιον, ὀφείλεται εἰς τὴν συνοχήν, δηλ. τὴν ὑπαρξίν τῶν μοριακῶν δυνάμεων. Ἀλλὰ καὶ πλείσται ἄλλαι ιδιότητες τῶν στερεῶν σωμάτων ἐξαρτῶνται ἐκ τῆς συνοχῆς, ὡς π.χ. ἡ σκληρότης, τὸ εὐθραστον, τὸ ὄγκιμον, τὸ ἐλατὸν τῶν σωμάτων.

Προκειμένου περὶ δύο στερεῶν σωμάτων λέγομεν, ὅτι τὸ ἓν εἶναι **σκληρότερον** τοῦ ἄλλου, ὅταν τὸ πρῶτον χαράσῃ τὸ δεύτερον. Οὕτω π.χ. ὁ ἀδάμας εἶναι τὸ σκληρότερον ὄλων τῶν σωμάτων, διότι χαράσσει ὅλα τὰ σώματα, ἐνῶ δὲν χαράσσεται ὑπὸ οὐδενὸς ἐξ αὐτῶν.

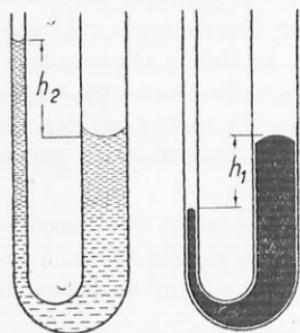
Μεταξὺ δύο σωμάτων ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον θραύεται εὐκολώτερον διὰ σφυροκοπημάτων, θεωρεῖται σχετικῶς περισσότερον **εὐθραστον** ἀπὸ τὸ ἄλλο. Οὕτω, ἡ ὕαλος καὶ ὁ πάγος εἶναι πολὺ εὐθραστα σώματα, ἐνῶ τὸ ἀντίθετον συμβαίνει μὲ τὸν μόλυβδον καὶ τὸν χαλκόν.

Τὸ **ὄγκιμον** τῶν σωμάτων καθορίζομεν διὰ τοῦ μεγέθους τῆς διαμέτρου τῶν σωμάτων, τὰ ὁποῖα δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν δι' αὐτῶν, ὅσον δὲ μικροτέρα εἶναι ἡ διάμετρος, τόσον περισσότερον ὄγκιμον θεωρεῖται τὸ σῶμα. Οὕτω, ὁ λευκὸ-χρυσὸς ἀποτελεῖ πολὺ ὄγκιμον σῶμα, διότι δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν πολὺ μικρῶς διαμέτρου σύματα, π.χ. τάξεως μεγέθους  $10^{-5}$  cm. Ἐπίσης ἡ ὕαλος, ὅταν ἔχη ἐπαρκῶς θερμοανθῆ, ἀποτελεῖ πολὺ ὄγκιμον σῶμα. Πράγματι, ἐὰν κρατοῦντες διὰ τῶν χειρῶν μας ἀπὸ τὰ δύο ἄκρα λεπτὴν ὑαλίνην ράβδον θερμάνωμεν αὐτὴν ἐπαρκῶς εἰς τὸ μέσον, ὥστε νὰ καταστῇ μαλακὴ, τότε, ἐὰν διατείνωμεν αὐτὴν ταχέως διὰ τῶν δύο ἄκρων, εἶναι δυνατόν νὰ σχηματισθοῦν νήματα ὑάλου τόσον λεπτά, ὥστε νὰ εἶναι σχεδὸν ἀόρατα διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ.

Τὸ **ἐλατὸν** τῶν σωμάτων καθορίζεται ἐκ τῆς λεπτότητος τῶν φύλλων, τὰ ὁποῖα δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν ἐξ αὐτῶν. Ὁ χρυσός, ὁ ἄργυρος κτλ. εἶναι λίαν ἐλατὰ σώματα, διότι δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν ἐξ αὐτῶν φύλλα μικροτάτου πάχους. Τὰ γνωστὰ φύλλα ἐκ κασσιτέρου ἢ ἀργιλίου εἰς τὰ κυτία σιγαρέττων ἢ σοκολάτας, τὰ ὁποῖα ἔχουν πάχος  $10 \mu$  ( $= 10^{-3}$  cm), ἀποδεικνύουν ἐπίσης τὸ ἐλατὸν τῶν ἀνωτέρω μετάλλων.

246. **Τριχοειδῆ φαινόμενα.** Λόγω τῶν μοριακῶν δυνάμεων παρατηροῦνται διάφορα φαινόμενα, τὰ ὁποῖα ἐκ πρώτης ὄψεως φαίνονται, ὅτι ἀντιτίθενται εἰς τὰς ἀρχὰς τῆς ὑδροστατικῆς. Οὕτως ἐὰν ἐντὸς στενοῦ ὑαλίνου κυλίνδρου θέσωμεν ποσότητα ὕδατος, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅταν ἀποκατασταθῇ ἰσορροπία, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ δὲν εἶναι ὀριζόντιον ἐπίπεδον, ἀλλὰ κοίλη. Τοῦτο συμβαίνει, διότι ἡ συνοχὴ τῶν μορίων τοῦ ὕδατος εἶναι μικροτέρα τῆς συναφείας τῶν μορίων τοῦ ὕδατος πρὸς τὰ μόρια τῆς ὑάλου, ἐν τοιαύτῃ δὲ περιπτώσει λέγομεν, ὅτι τὸ ὕδωρ διαβρέχει τὴν ὕαλον. Ἐὰν ὅμως ἀντὶ ὕδατος θέσωμεν εἰς τὸν κύλινδρον ὑδραργυρον, παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ δὲν εἶναι ὀριζόντιον ἐπίπεδον, ἀλλὰ κυρτὴ πρὸς τὰ ἄνω. Τοῦτο συμβαίνει, διότι ἡ συνοχὴ τῶν μορίων τοῦ ὑδραργύρου εἶναι μεγαλύτερα τῆς συναφείας τῶν μορίων τοῦ ὑδραργύρου πρὸς τὴν ὕαλον. Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει λέγομεν, ὅτι ὁ ὑδραργυρὸς δὲν διαβρέχει τὴν ὕαλον.

Ἐπίσης, ἐὰν εἰς σύστημα δύο συγκοινωνούντων σωλήνων, ἐκ τῶν ὁποίων ὁ εἰς ἔχει διάμετρον λίαν μικράν, τάξεως μεγέθους τριχός (καὶ ὡς ἐκ τούτου καλεῖται *τριχοειδής*) θέσωμεν ὕδωρ, τὸ ὁποῖον γνωρίζομεν



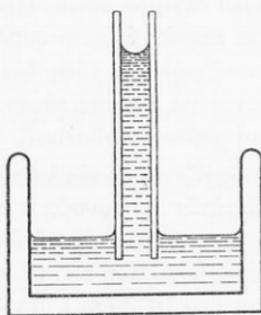
Σχ. 347. Συμπεριφορὰ ὕδατος καὶ ὑδραργύρου ἐντὸς τριχοειδοῦς σωλήνων.

ὕγρων εἰς τριχοειδεῖς σωλήνας (σχ. 348), ἐφ' ὅσον τὸ ὑγρὸν διαβρέχει τὸ τοῖχωμα τοῦ σωλήνος, κατεδείχθη, ὅτι αὕτη εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτίνος τοῦ σωλήνος, ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς πυκνότητος τοῦ ὑγροῦ καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ συντελεστὴν ἐξαρτώμενον ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ὑγροῦ, ὁ ὁποῖος καλεῖται *σταθερὰ τριχοειδοῦς* τοῦ ὑγροῦ.

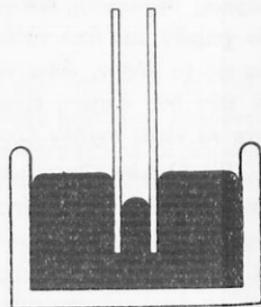
#### 247. Διαλύματα. Πολ-

λά στερεὰ σώματα τιθέμενα ἐντὸς διαφόρων ὑγρῶν βαθμηδὸν ἐξαφανίζονται, ἀλλ' ἡ παρουσίᾳ τῶν μορίων τοῦ στερεοῦ σώματος ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ δύναται νὰ ἐξακριβωθῇ διὰ διαφόρων μέσων. Οὕτω, ἐὰν ἐντὸς δοχείου περιέχοντος τέϊον θέσωμεν μικρὸν ποσὸν σακχάρου ἢ ἐὰν ἐντὸς ποτηρίου περιέχοντος ὕδωρ θέσωμεν ποσότητα μαγειρικοῦ ἁλατος, παρατηροῦμεν, ὅτι τόσον τὸ στερεὸν σάκχαρον, ὅσον καὶ τὸ στερεὸν ἅλας ἐξαφανίζονται, διὰ τῆς γεύσεως ὅμως δυνάμεθα νὰ ἐξακριβώσωμεν τὴν παρουσίαν τῶν μορίων αὐτῶν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ. Τὸ ὡς ἄνω προκύπτον ὁμογενὲς μοριακὸν μίγμα καλεῖται *διάλυμα*.

Ἐὰν εἰς τὴν περιπτώσιν τοῦ ὕδατος καὶ τοῦ μαγειρικοῦ ἁλατος ἐξακολουθήσωμεν νὰ προσθέτομεν εἰς τὸ ὕδωρ μαγειρικὸν ἅλας, παρατηροῦμεν ὅτι ἐπέρχεται στιγμή, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ προστιθέμενον ἅλας παραμένει ἀδιάλυτον, ἐν τοιαύτῃ δὲ περιπτώσει λέγομεν, ὅτι τὸ διάλυμα κατέστη *κεκορησμένον*. Ἐὰν ὅμως αὐξήσωμεν τὴν θερμοκρασίαν τοῦ διαλύματος, παρατηροῦμεν, ὅτι ἐκ τοῦ στερεοῦ δύναται νὰ διαλυθῇ ἀκόμη μεγαλύτερα ποσότης, ὅπωςδήποτε ὅμως θὰ φθάσωμεν πάλιν εἰς νέαν κατάστασιν *κόρου*, ἀντιστοιχοῦσαν εἰς



Σχ. 348.  
Τριχοειδὴς ἀνύψωσις.



Σχ. 349.  
Τριχοειδὴς ταπείνωσις.

τήν θεωρουμένην θερμοκρασίαν. Ἐάν ἀντιστρόφως ψύξωμεν τὸ κεκορεσμένον διάλυμα μέ-  
χει τῆς ἀρχικῆς του θερμοκρασίας, τότε θὰ ἀποβληθῆ ἕκ τοῦ διαλύματος στερεὸν ἄλας,  
εἰς τρόπον ὥστε τὸ διάλυμα νὰ διατηρήσῃ τὴν ἑκατοστιαίαν σύνθεσιν εἰς ὕδωρ καὶ ἄλας,  
τὴν ὁποίαν εἶχε πρὸ τῆς θερμοκλίσεως.

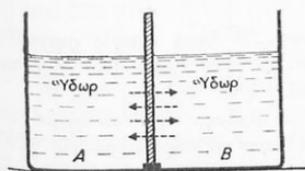
Ἐκτός τῶν ἀνωτέρω διαλυμάτων διακρίνομεν καὶ διαλύματα στερεῶν ἐντὸς στερεῶν,  
τὰ ὁποῖα καλοῦνται *στερεὰ διαλύματα*, εἶναι δὲ ταῦτα γνωστά εἰς τοὺς μεταλλουργούς. Οὕτω  
τὸ μέταλλον τῶν ἀργυρῶν νομισμάτων εἶναι στερεὸν διάλυμα 90 % Ag καὶ 10 % Cu,  
τῶν χρυσῶν 90 % Au καὶ 10 % Cu κ.ο.κ. Συνήθως τὰ ἀνωτέρω στερεὰ διαλύματα κα-  
λοῦνται *κράματα*.

**248\*. Διάχυσις ὑγρῶν.** Ὅταν μικρὰν ποσότητα κρυσταλλοειδοῦς ὑδατικοῦ διαλύματος θεικοῦ  
χαλκοῦ θέσωμεν εἰς τὸν πυθμένα ὑαλίνου κυλίνδρου καὶ τῇ βοήθειᾳ σιφονίου πληρώ-  
σωμεν μετὰ προσοχῆς τὸ ὑπόλοιπον τοῦ κυλίνδρου δι' ὕδατος χωρὶς νὰ προκαλέσωμεν ἀνα-  
τάραξιν, βλέπομεν, ὅτι τὸ διάλυμα τοῦ θεικοῦ χαλκοῦ ὡς πυκνότερον παραμένει εἰς τὸν  
πυθμένα καὶ τὸ ὕδωρ χωρίζεται ἀπὸ τοῦ θεικοῦ χαλκοῦ διὰ σαφῶς διακρινομένης ὀριζῆς  
ἐπιφανείας. Ἐάν ἀφήσωμεν ὅμως τὸν κύλινδρον εἰς ἡρεμον χώρον, παρατηροῦμεν μετὰ τινα  
χρόνον ἕκ τοῦ ἀναφανισμένου χρωματισμοῦ, ὅτι τὰ μόρια τοῦ θεικοῦ χαλκοῦ φέρονται  
πρὸς τὰ ἄνω καὶ μετὰ παρέλευσιν ἀρκετῶν μηνῶν ἅπαν τὸ ὑγρὸν ἐν τῷ κυλίνδρῳ ἔχει  
κρυσταλλοποιήσασθαι. Ἡ ὡς ἄνω εἰσχώρησις τῶν μορίων τοῦ θεικοῦ χαλκοῦ ἐντὸς τοῦ  
ὑδατος εἶναι ἄμεσος συνέπεια τῆς κινήσεως τῶν μορίων αὐτοῦ.

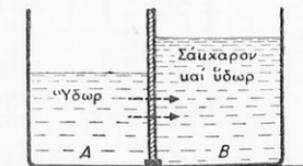
Τὸ ἀνωτέρω φαινόμενον καλεῖται *διάχυσις* καὶ προκεκλιμένον περὶ θεικοῦ χαλκοῦ καὶ  
ὑδατος ἡ ταχύτης τῆς διαχύσεως εἶναι μικρὰ, διότι τὰ μόρια τοῦ ὑδατος εὐρίσκονται λίαν  
πληθύνον ἀλλήλων καὶ οὕτω παρακλύθουσι μεγάλως τὴν κίνησιν τῶν μορίων τοῦ χαλκοῦ.

Τὸ φαινόμενον τῆς διαχύσεως παρατηρεῖται καὶ μετὰ τὴν δύο στερεῶν, ἢ παραγωγῆ  
ὅμως τούτου εἶναι δυσχερεστέρα, διότι τὰ ἄτομα αὐτῶν δὲν δύνανται νὰ κινῶνται ἐλευθε-  
ρως, ἀλλ' ἐκτελοῦν κινήσιν ταλαντώσεων μόνον περὶ τὴν θέσιν ἰσορροπίας αὐτῶν. Ἐν τού-  
τοις παρατηρεῖται ὅτι, ἐάν λεπτὸν φύλλον χρυσοῦ τοποθετηθῆ ἐπὶ τεμαχίου μολύβδου καὶ  
τὸ σύνολον θερμοκλίθῃ, ὁ χρυσοῦς εἰσχωρεῖ βραδύτατα ἐντὸς τοῦ μολύβδου.

**249. Ὄσμωσις.** Θεωρήσωμεν, ὅτι ἐντὸς τοῦ δοχείου (σχ. 350) θέτομεν ὕδωρ καὶ δια-  
χωρίζομεν τὸ δοχεῖον εἰς δύο διαμερίσματα τῇ βοήθειᾳ διαφραγμάτος (π.χ. ἡμιπερατῆς



Σχ. 350. Ἡ διαπίδνσις κατὰ  
τάς δύο διευθύνσεις γίνεται  
ὑπὸ τὴν αὐτὴν ταχύτητα.



Σχ. 351. Ἡ διαπίδνσις κατὰ  
τάς δύο διευθύνσεις γίνεται  
ὑπὸ διάφορον ταχύτητα.

τῶν διαμερισμάτων ἐμφανίζεται ὁμοιομόρφως χρωματισμένον. Ἡ χρωῖσις αὐτὴ τοῦ ὑδατος  
δεικνύει ἀναμφισβητήτως, ὅτι λαμβάνει χώραν *διάχυσις* ἢ *διαπίδνσις* διὰ μέσου τοῦ διαφρά-  
γματος. Ἐπειδὴ ἕξ ἄλλου ἢ σιάθμη τοῦ ὑδατος εἰς ἀμφοτέρω τὰ διαμερίσματα παραμένει  
εἰς τὸ αὐτὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον, συνάγομεν, ὅτι ἡ ταχύτης τῆς διαπίδνσεως εἶναι ἡ αὐτὴ  
κατ' ἀμφοτέρας τὰς διευθύνσεις.

Ἐποθέσωμεν ἤδη, ὅτι ἐντὸς τοῦ ὑδατος τοῦ ἐνὸς διαμερισματος, π.χ. τοῦ B, ἀντὶ νὰ  
προσθεσωμεν χρώμα διαλύομεν ποσότητα σακχάρου (σχ. 351). Τὰ μόρια τοῦ σακχάρου,  
ἐπειδὴ εἶναι μεγαλύτερα, δὲν δύνανται νὰ διέλθουν διὰ τῆς μεμβράνης καὶ οὕτω παρεμπο-

δίξουν τὰ μόρια τοῦ ὕδατος ἐντὸς τοῦ διαμερίσματος Β νὰ διαπιδύσουν διὰ μέσου τῆς μεμβράνης πρὸς τὸ διαμέρισμα Α, συνεπεία δὲ τούτου ἡ ταχύτης διαπιδύσεως τοῦ ὕδατος ἐκ τοῦ Β πρὸς τὸ Α εἶναι μικροτέρα τῆς ταχύτητος διαπιδύσεως τῶν μορίων τοῦ ὕδατος ἐκ τοῦ Α πρὸς τὸ Β. Ἄμεσος συνέπεια τούτου εἶναι, ὅτι ὕδωρ συσσωρεύεται ἐντὸς τοῦ διαμερίσματος Β, οὕτω δὲ μετὰ τινὰ χρόνον παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ στάθμη τοῦ ὑγροῦ εἰς τὰ δύο διαμερίσματα δὲν εὐρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον, ἀλλὰ εἰς μὲν τὸ Α κατέρχεται, ἐνῶ εἰς τὸ Β ἀνυψοῦται.

Ἡ διαπίδυσις ἐξακολουθεῖ μέχρις ὅτου ἡ πίεσις τῆς ὑγρᾶς στήλης, ἡ ὁποία ἔχει ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τῶν ἐλευθέρων ἐπιφανειῶν τοῦ ὑγροῦ εἰς τὰ δύο δοχεῖα, λάβῃ τοιαύτην τιμὴν, ὥστε νὰ ἐπιφέρῃ ἐξίσωσιν τῶν ταχυτήτων διαπιδύσεως εἰς ἀμφοτέρω τὰ διαμερίσματα. Οὕτω διὰ τοῦ ὄρου ὠσμώσεως νοοῦμεν τὴν διαπίδυσιν ἐνὸς ὑγροῦ ἐντὸς διαλύματος, τοῦ ὁποίου τὸ ἐν τῶν συστατικῶν δὲν εἶναι δυνατόν νὰ διέρχεται διὰ τῆς μεμβράνης.

**250. Ὄσμωτικὴ πίεσις.** Τὸ φαινόμενον τῆς ὠσμώσεως ἐρευνᾶται ποσοτικῶς διὰ τῆς ἐν σχ. 352 διατάξεως, ὅπου ὁ πυθμὴν τοῦ ὑαλίνου δοχείου ἔχει ἀντικατασταθῆ διὰ ἡμιπερατῆς μεμβράνης καὶ πληροῦται διὰ διαλύματος σακχάρου, ἐνῶ κατὰ τὸ ἄνω ἄκρον κλείεται διὰ διατρήτου πώματος καουτσούκ, διὰ τοῦ ὁποίου διέρχεται λεπτὸς ὑαλινὸς σωλὴν. Ἡ συσκευὴ ἀκολουθῶς βυθίζεται ἐντὸς δοχείου περιέχοντος καθαρὸν ὕδωρ. Ὡς ἐλέχθη προηγουμένως, τὸ ὕδωρ εἰσχωρεῖ ἐντὸς τοῦ διαλύματος τοῦ σακχάρου, συνεπεία δὲ τούτου ὑγρὸν ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, ἡ δὲ ὠσμωσις διαρκεῖ ἐπὶ τὸσον χρόνον, μέχρις ὅτου τὸ ὕψος  $h$  τῆς ὑγρᾶς στήλης ἐν τῷ σωλῆνι λάβῃ τοιαύτην τιμὴν, ὥστε ἡ ὑπ' αὐτῆς ἀσκουμένη πίεσις νὰ ἐξισώσῃ τὰς ταχύτητας διαπιδύσεως κατὰ τὰς δύο διευθύνσεις. Οὕτω προκύπτει ὁ ἀκόλουθος ὀρισμὸς τῆς ὠσμωτικῆς πίεσεως. Ὄσμωτικὴ πίεσις διαλύματος καλεῖται ἡ πίεσις ἐκείνη, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται πρὸς ἐξίσωσιν τῶν ταχυτήτων διαπιδύσεως. Διὰ τὸ σάκχαρον καὶ πολλὰς ἄλλας οὐσίας ἡ ὠσμωτικὴ πίεσις εἶναι ἀνάλογος τῆς συμπεκνώσεως τοῦ διαλύματος.



Σχ. 352. Μέτρησης τῆς ὠσμωτικῆς πίεσεως

**Παραδείγματα ὠσμώσεως.** Ἡ ξηρὰ σταφίς ριπτομένη ἐντὸς ὕδατος διογκοῦται, διότι τὸ ὕδωρ εἰσχωροῦν διὰ διαπίδυσως ἐν αὐτῇ διαλύει τὸ σάκχαρον.

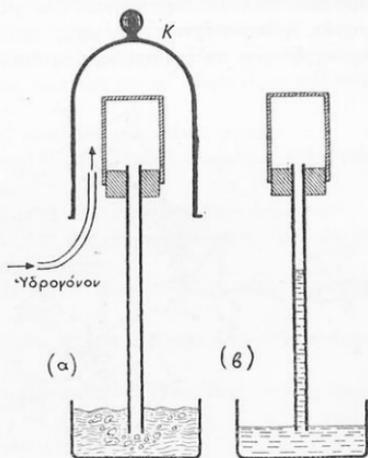
Ἰδιότης ἡμιπερατῆς μεμβράνης ἔχει τὸ δέρμα τῶν ἰχθύων. Ἰχθυῖες ἄλμυρῶν ὑδάτων μεταφερόμενοι εἰς γλυκὺ ὕδωρ διογκοῦνται καὶ ἀποθνήσκουν λόγῳ διαπίδυσως γλυκέος ὕδατος διὰ τοῦ δερματός των, ἐνῶ οἱ τῶν γλυκέων ὑδάτων μεταφερόμενοι εἰς ἄλμυρον ὕδωρ ὑφίστανται συρρίκνωσιν (ξηραίνονται). Τὸ δέρμα τοῦ ἀνθρώπου μὴ ἔχον ἰδιότητα ἡμιπερατῆς μεμβράνης τοῦ ἐπιτρέπει ἀκίνδυνον κολύμβησιν καὶ εἰς ἄλμυρὰ καὶ εἰς γλυκέα ὕδατα.

Λίαν ἐνδιαφέροντα παραδείγματα διαπίδυσως ἔχομεν καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν βιολογικῶν φαινομένων. Οὕτως αἱ τροφαὶ μετὰ τὴν συντέλεσιν τῆς πέψεως εἰσχωροῦν εἰς τὰ ἐντόσθια, αἱ δὲ θρεπτικαὶ οὐσίαι διὰ διαπίδυσως διὰ μέσου τῶν τοιχωμάτων τῶν αἰμοφόρων ἀγγείων εἰσέρχονται εἰς τὸ αἷμα καὶ διὰ τῆς κυκλοφορίας φέρονται πρὸς τὰ κύτταρα τοῦ ὄργανισμοῦ. Ἐξ ἄλλου, τὸ ὀξυγόνον ἐκ τοῦ αἵματος εἰσέρχεται ἐντὸς τῶν κυττάρων, ἐνῶ τὸ διοξειδίου τοῦ ἀνθρακός διαπιδύει ἐκ τῶν τοιχωμάτων τῶν κυττάρων πρὸς τὸ κυκλοφοροῦν αἷμα.

**251\*. Διάχυσις καὶ διαπίδυσις τῶν ἀερίων.** Ἐξ ὅλων τῶν σωματίων τὰ ἀέρια εἶναι

ἐκεῖνα, τὰ ὅποια δεικνύουν ἐντόνος τὸ φαινόμενον τῆς διαχύσεως. Οὕτω, ἐὰν ἐκπωματίσω-  
μεν φιάλην περιέχουσαν ἀμμωνίαν, παρατηροῦμεν, ὅτι ἐντὸς ὀλίγων λεπτῶν ἡ ὁσμὴ τῆς ἀμ-  
μονίας διαχέεται ἐφ' ὅλου τοῦ δοματίου. Ἡ μεγάλη ταχύτης διαπιδύσεως τῶν αερίων ὀφεί-  
λεται κυρίως εἰς τὴν μεγάλην εὐκίνησιν τῶν μορίων αὐτῶν.

Ἐν γένει αέρια καὶ ἀτμοί, ἐφ' ὅσον ἀποτελοῦνται ἐκ μορίων σχετικῶς μεγάλου μεγέ-  
θους καὶ μεγάλης μάζης, δεικνύουν μικροτέραν ταχύτητα διαπιδύσεως ἀπὸ τὰ αέρια, τῶν  
ὁποίων τὰ μόρια εἶναι μικροῦ μεγέθους καὶ μικρᾶς μάζης. Οὕτως ὁ ἀήρ παρουσιάζει μι-  
κροτέραν ταχύτητα διαπιδύσεως ἀπὸ τὸ ὑδρογόνον. Τοῦτο δυνάμεθα νὰ δεῖξωμεν διὰ τῆς  
ἀκολούθου συσκευῆς. Ἐπὶ δοχείου πορώδους ἐκ πορσελάνης προσαρμύζομεν καταλλήλως  
ὑάλινον ἐπιμήκη σωλῆνα καὶ κλειόμεν ἀκολούθως τὸ δοχεῖον ἀεροστεγῶς. Τὴν συ-  
σκευὴν ταύτην τοποθετοῦμεν κατακορύφως, οὕτως ὥστε ὁ σωλῆν κατὰ τὸ κάτω ἄκρον  
αὐτοῦ νὰ βυθίζεται ἐντὸς δοχείου περιέχοντος ὕδωρ, τὸ ὅποιον προηγουμένως ἔχομεν  
χρωματίσει δι' ἐρυθροῦ χρώματος. Ἐπειδὴ ἐντὸς καὶ ἐκτὸς τοῦ δοχείου ὑπάρχει  
ἀήρ, ἡ δὲ ταχύτης διαπιδύσεως κατ' ἀμφοτέρως τὰς διευθύνσεις εἶναι ἡ αὐτή, ἡ πίεσις  
ἐντὸς τοῦ δοχείου ἰσοῦται πρὸς τὴν ἐξωτερικὴν, τὴν ἀτμοσφαιρικὴν, οὕτω δὲ τὸ ὕδωρ δὲν  
ἀνέρχεται ἐν τῷ σωλῆνι. Ἐὰν ὅμως ἄνωθεν τοῦ  
δοχείου πορσελάνης τοποθετήσωμεν ὑάλινον κώ-  
δωνα καὶ διοχετεύσωμεν ἐν αὐτῷ ἕκ τινος ἀεριο-  
φυλακίου ὑδρογόνον, ἐπειδὴ τὸ ὑδρογόνον δια-  
πιδύει ταχύτερον πρὸς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ δοχείου  
παρὰ ὁ ἀήρ πρὸς τὰ ἔξω, ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ  
δοχείου αὐξάνεται, οὕτω δὲ ἀπὸ τὸ κάτω ἄκρον  
τοῦ σωλῆνος ἐκλύονται φυσαλλίδες (σχ. 353, α).  
Ἐὰν ἀκολούθως ἀπομακρύνωμεν τὸν κώδωνα,  
τότε, ἐπειδὴ τὸ ἐντὸς τοῦ δοχείου πορσελάνης  
ὑδρογόνον διαπιδύει πρὸς τὰ ἔξω ταχύτερον ἢ ὁ  
ἐξωτερικὸς ἀήρ πρὸς τὰ ἔνδον τοῦ δοχείου, ἡ  
πίεσις ἐντὸς τοῦ δοχείου ἐλαττοῦται, οὕτω δὲ  
τὸ ὕδωρ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς  
πίεσεως ἀνέρχεται εἰς τὸν κατακόρυφον σωλῆ-  
να (σχ. 353, β).



Σχ. 353. (α) Ἡ ἐκλύσις φυσαλλίδων  
δηλοῖ ὑπερπίεσιν ἐντὸς τοῦ πορώδους  
δοχείου, (β) ἡ ἀνύψωσις τῆς στάθμης  
τοῦ ὕδατος εἰς τὸν σωλῆνα δηλοῖ πίε-  
σιν μικροτέραν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς.

252\*. Ἀπορρόφησις αερίων ὑπὸ ὑγρῶν. Ὁ-  
ταν ὕδωρ εὐρισκόμενον ἐν δοχείῳ θερμαίνεται  
ἐλαφρῶς, παρατηροῦμεν, ὅτι ἀναφαίνονται μικραὶ  
φυσαλλίδες προσκολλώμεναι ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων  
τοῦ δοχείου, ὀφειλόμεναι εἰς τὸν ἐντὸς τοῦ ὕδα-  
τος διαλελυμένον ἐξ ἀπορροφήσεως ἀέρα, ὁ ὁποῖος  
ἐκλύεται διὰ τῆς θερμαίνσεως. Ἐνεκα τοῦ λόγου  
τούτου τὸ ὕδωρ κατὰ τοὺς θερμοῦς μῆνας τοῦ ἔ-  
τους ἀποβάλλει μέγα μέρος τοῦ ἐν αὐτῷ διαλελυμένου ἀέρος καὶ ἰχθύες διαβιόντες ἐντὸς  
τοῦ ὕδατος ἀβασθῶν λιμνῶν ἀσφυκτιοῦν ἔνεκα τοῦ ἀνωτέρω λόγου.

Ἡ διαλυτότης τῶν αερίων ἐντὸς ὑγρῶν ἐλαττοῦται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ἡ δὲ μᾶζα  
τοῦ διαλυομένου αερίου ἐντὸς ὑγροῦ ἔξαεραταί μεγάλως ἐκ τῆς πίεσεως καὶ μάλιστα εἶναι  
ἀνάλογος τῆς πίεσεως, ἐνῶ ὁ ὄγκος τοῦ διαλυομένου αερίου εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς πίεσεως.  
Ἐξ ἄλλου, ἡ διαλυτότης ἔξαεραταί πρὸς τούτους τόσον ἐκ τῆς φύσεως τοῦ αερίου, ὅσον καὶ  
ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ὑγροῦ. Εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν τὸ ὕδωρ ἀπορροφᾷ ὄγκον διοξει-  
δίου τοῦ ἀνθρακος ἴσον πρὸς τὸν ἴδιον αὐτοῦ ὄγκον, ἐνῶ ἀπορροφᾷ 30 φορὰς μικρότερον  
ὄγκον ὀξυγόνου καὶ 60 φορὰς μικρότερον ὄγκον ἀζώτου ἀπὸ τὸν ἴδιον αὐτοῦ ὄγκον. Οὕτω  
δυνάμεθα ἐντὸς τοῦ ὕδατος ἢ τοῦ οἴνου ὑπὸ μεγάλῃν πίεσιν νὰ διαλύσωμεν πολὺ μεγαλυ-

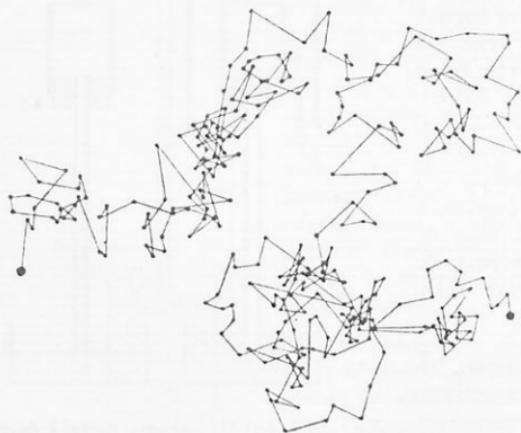
τέραν ποσότητα διοξειδίου του άνθρακος ή υπό την συνήθη ατμοσφαιρικήν πίεσιν. Ἐάν ὅμως ἐλαττώσωμεν τὴν πίεσιν, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ διαλελυμένον αέριον ἐκλύεται ἀθρόως, ὡς π.χ. συμβαίνει κατὰ τὴν ἐκπομάτισιν φιαλῶν περιχοῦσῶν αεριοῦχα ποτά. Ἐπίσης δυνάμεθα ν' ἀπαλλάξωμεν τὸ ὕδωρ τοῦ διαλελυμένου αέρος, ἐάν ἐλαττώσωμεν τὴν ἐπ' αὐτοῦ ἀσκουμένην πίεσιν τοποθετοῦντες τοῦτο ὑπὸ τὸν κώδωνα ἀεραντλίας.

**253\*. Κινητικὴ θεωρία τῶν αέριων.** Ὅλα ἐν γένει τὰ φαινόμενα τῆς διαχύσεως, τῆς διαπιδύσεως τῶν αέριων, τῆς ὁσμωτικῆς πίεσεως, ἐξηγοῦνται ἀβιάστως διὰ τῆς παραδοχῆς, ὅτι τὰ μόρια καὶ τὰ ἄτομα τῶν σωμάτων δὲν εὐρίσκονται ἐν ἠρεμίᾳ, ἀλλ' εἰς συνεχῆ καὶ ἀέναον κίνησιν, ἣ ὅποια καλεῖται *μοριακὴ κίνησις*. Τὴν κίνησιν τῶν μορίων τῶν ὑγρῶν δυνάμεθα νὰ δειξώμεν διὰ τοῦ κλασικοῦ πειράματος, τὸ ὁποῖον εἶναι γνωστὸν ὡς *κίνησις Μπράουν (Brown)*.

Ὅπως ὁ Ἄγγλος βοτανικὸς **Robert Brown** (1827) παρατήρησε διὰ τοῦ μικροσκοπίου, ὅτι μικρότατα σωματίδια αἰωρούμενα ἐντὸς τοῦ ὕδατος εὐρίσκονται εἰς ζωηρὰν καὶ ἄτακτον κίνησιν, ἣ ὅποια εἶναι τόσο ἐντονωτέρα, ὅσον μικρότερα εἶναι τὰ σωματίδια. Ἐάν παρακολουθήσωμεν τὴν κίνησιν ἑνὸς μόνου σωματίου, παρατηροῦμεν, ὅτι τοῦτο διαγράφει τροχιάν, ἣ ὅποια ἔχει τὴν μορφήν πολυθλάστου γραμμῆς (σχ. 354). Τοῦτο δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν πολὺ εὐχερῶς, ἐάν διαλύσωμεν ρητίνην ἐντὸς οἰνοπνεύματος καὶ ρίψωμεν

μικρὰν ποσότητα ἐξ αὐτοῦ ἐντὸς ποτηρίου περιέχοντος ὕδωρ. Τὸ προκύπτον γαλάκτωμα περιέχει μικρότατα σωματίδια ἐκ παραφίνης, ἐάν δὲ σταγόνα ἐκ τούτου θέσωμεν ἐπὶ ὑαλίνης πλακῆς καὶ παρατηρήσωμεν αὐτὴν διὰ μικροσκοπίου ἱκανῆς μεγεθύνσεως, βλέπομεν σαφῶς ἐκδηλουμένην τὴν κίνησιν Brown.

Ἐν ἔτει 1879 ὁ **Sir William Ramsay** ἐξήγησε τὴν μυστηριώδη ταύτην κίνησιν, ὡς προερχομένην ἐκ τοῦ βομβαρδισμοῦ τῶν ἐξόχως μικρῶν σωματίων τῶν αἰωρουμένων ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ ὑπὸ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ τοῦ περιβάλλοντος τὸ θεωρούμενον σωματίον, καὶ τὰ ὅποια εὐρίσκονται εἰς συνεχῆ καὶ ἀέναον



Σχ. 354. Κίνησις Brown.

κίνησιν. Πράγματι, τὰ ἐν κινήσει μόρια τοῦ ὑγροῦ προσπίπτουν ἐπὶ τοῦ σωματίου καὶ συνεπεία τῶν προσκρούσεων τούτων τὸ σωματίον ἄλλοτε μὲν ἐκτρέπεται κατὰ τὴν μίαν διεύθυνσιν, ἄλλοτε κατὰ τὴν ἄλλην, εἰς τοῦτο δὲ ὀφείλεται ἡ συνεχὴς καὶ ἄτακτος κίνησις αὐτοῦ, τῆς ὁποίας ἡ ζωηρότης εἶναι τόσο μεγαλυτέρα, ὅσον τὸ αἰωρούμενον σωματίον εἶναι μικρότερον. Ἐκ τῆς ὡς ἄνω παρατηρήσεως τῆς κινήσεως τοῦ ἐντὸς τοῦ ὕδατος αἰωρουμένου σωματίου καταδεικνύεται δι' ἐμμέσου ὁδοῦ ἡ μοριακὴ κίνησις.

Ἀναλόγως κινήσεις δεῖκνουν τὰ μόρια καπνοῦ ἢ κοινοῦ αἰωρούμενα ἐντὸς τοῦ αέρος, μάλιστα δὲ αἱ κινήσεις αὗται δύνανται νὰ παρατηρηθοῦν διὰ μικροτέρας μεγεθύνσεως, διότι τὰ μόρια τῶν αέριων, λόγῳ τῆς μεγαλυτέρας ἀποστάσεως αὐτῶν ἀπ' ἀλλήλων, ἐκτελοῦν μεγαλυτέραν διαδρομὴν κατὰ τὴν κίνησιν αὐτῶν.

Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω ἀντιλήψεων, ἐδημιουργήθη ἡ *κινητικὴ θεωρία τῆς ὕλης*, ἣ ὅποια διεμορφώθη τὸ πρῶτον εἰς τὰ αέρια ὑπὸ τῶν **Clausius, Boltzmann** καὶ **Max-**

well, δεδομένου ότι τὰ ἀέρια ἀποτελοῦν τὴν ἀπλουστέραν μορφήν τῆς ἕλης, οὕτω δὲ διεμορφώθη ἡ *κινητικὴ θεωρία τῶν ἀερίων*.

## ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

## Α'. Ζητήματα.

Πόσον εἶναι τὸ βάρος εἰς  $\text{kg}^* 1 \text{ m}^3$  ἀέρος, ἀζώτου, ὕδρογόνου, ὀξυγόνου, ἡλίου. Τί συμπέρασμα συνάγετε.

Τί ὀνομάζομεν ἀτμόσφαιραν καὶ ποία ἡ σύνθεσις αὐτῆς.

Ποῦ ὀφείλεται ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις καὶ πῶς αὕτη μετρᾶται.

Κατὰ πόσους τρόπους δυνάμεθα νὰ ἐκφράσωμεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.

Πῶς μεταβάλλεται ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις μετὰ τοῦ ὕψους.

Εἰς τί χρησιμεοῦν τὰ βαρόμετρα καὶ ποιοὶ οἱ συνήθεις ἐν χρήσει τύποι βαρομέτρων.

Πῶς οἱ ἀερόπλοιοι καθορίζουν τὸ ἐκάστοτε ὕψος, εἰς τὸ ὁποῖον εὐρίσκονται.

Πῶς ὀρίζεται ἡ ἄνωσις τῶν ἀερίων καὶ ποίας ἐφαρμογὰς ἔχει αὕτη.

Πῶς λειτουργεῖ τὸ σιφώνιον καὶ ὁ σίφων. Πῶς λειτουργοῦν αἱ ὑδραντλία καὶ ποιοὶ οἱ συνηθέστεροι τύποι αὐτῶν.

Εἰς τί χρησιμεοῦν αἱ ἀεραντλία καὶ ποιοὶ οἱ συνηθέστεροι τύποι αὐτῶν.

Ἐπὶ ποίας ἀρχῆς στηρίζονται τὰ ἀερόστατα καὶ ἀερόπλοια. Τί ὀνομάζομεν ἀνυψωτικὴν δυνάμιν ἀεροστάτου καὶ πῶς ὑπολογίζεται αὕτη.

Ποῖος ὁ νόμος συμπίεστότητος τῶν ἀερίων καὶ πῶς οὗτος διατυπώται ἀναλυτικῶς.

Κατὰ ποῖον τρόπον παριστᾶται γραφικῶς ὁ νόμος τῆς συμπίεστότητος τῶν ἀερίων.

Ποία ἡ διαφορὰ μεταξὺ πραγματικοῦ καὶ τελείου ἀερίου.

Νὰ καθορισθῇ ἡ διανομὴ τῶν πιέσεων ἐπὶ ἐπιπέδου πλακῶς ὅταν αὕτη διατίθεται καθέτως ἢ σχηματίζει γωνίαν πρὸς τὴν διεύθυνσιν ροῆς.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὄρου γραμμαῖ ροῆς καὶ ποία σχέσις ὑπάρχει μεταξὺ πυκνότητος γραμμῶν ροῆς καὶ ταχύτητος ροῆς.

Ποῖον τὸ περιεχόμενον τοῦ θεωρήματος Bernoulli καὶ πῶς δεικνύεται τοῦτο πειραματικῶς.

Τίνα ἐπίδρασιν ἔχει ἡ τριβὴ ἐπὶ τοῦ φαινομένου τῆς ροῆς.

Ποῖον τὸ περιεχόμενον τοῦ θεωρήματος Torricelli.

Ἐξηγήσατε πῶς ἐπίπεδος πλάξ δύναται νὰ στηριχθῇ εἰς τὸν ἀέρα καὶ ἐπεκτεῖνατε τὰ συμπεράσματά σας ἐπὶ πτέρυγος ἀεροπλάνου.

Πῶς ὀρίζομεν τὴν δυναμικὴν ἄνωσιν καὶ τὴν δυναμικὴν ἀντίστασιν.

Πῶς γίνεται ἡ πτήσις δι' ἀνεμοπτότερου.

Ἐξηγήσατε ἐκ ποίων μερῶν ἀποτελεῖται τὸ σύστημα διευθύνσεως ἀεροπλάνου.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὄρου μοριακαὶ δυνάμεις καὶ τί γνωρίζετε περὶ αὐτῶν.

Πῶς συμπεριφέρεται ἡ ἐλευθέρη ἐπιφάνεια ὑγρῶν.

Ποία ἡ διάκρισις μεταξὺ συνοχῆς καὶ συναφείας.

Ποῖα αἱ ιδιότητες τῶν στερεῶν, αἱ ὁποῖα ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὴν συνάφειαν. Δώσατε παραδείγματα.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὄρου τριχοειδῆ φαινόμενα. Δώσατε μερικὰ παραδείγματα καὶ εἰς ποῖαν αἰτίαν ὀφείλονται αὐτά.

Τί καλοῦμεν ἐν γένει διάλυμα καὶ τί κεκορησμένον διάλυμα.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὄρου ὠσμωσις καὶ πῶς δεικνύομεν ταύτην. Πῶς μετρᾶται ἡ ὠσμωτικὴ πίεσις.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὄρου διαπίδυσιν τῶν ἀερίων καὶ πῶς αὕτη δεικνύεται.

**Β'. Προβλήματα .**

1. Πόση είναι η δύναμις ή άσκουμένη επί εκάστης έδρας κυβικού δοχείου, πλευράς 12,5 cm, όταν η άτμοσφαιρική πίεσις ισορροπείται υπό στήλης ύδατος ύψους 10,2 m.

(Άπ. 156,25 · 10<sup>6</sup> Dyn).

2. Όταν υδραργυρικών βαρομέτρων δεικνύη 74 cm Hg, ποία θα είναι η ένδειξις βαρομέτρου δι' ύδατος, ως και βαρομέτρου δια γλυκερίνης, πυκνότητος 1,26 gr/cm<sup>3</sup>.

(Άπ. 1006 cm, 799 cm).

3. Δίδεται ζευγος ημισφαιρίων Μαγδεμβούργου διαμ. 5 cm. Η άτμοσφαιρική πίεσις είναι 73 cm Hg. Ζητείται, πόση είναι η δύναμις ή απαιτουμένη δια τον άποχωρισμόν αυτών, α) όταν το έσωτερικόν αυτών είναι τελείως κενόν άέρος, β) όταν εις το έσωτερικόν η πίεσις είναι 25 cm Hg.

(Άπ. 19,5 kgr\*, 12,8 kgr\*).

4. Άηρ εγκλείεται εις δοχείον κυλινδρικόν και κατακόρυφον δι' έμβολέως έχοντος βάρος 3,9 kgr\* και επιφάνειαν 26 cm<sup>2</sup>. Έάν η άτμοσφαιρική πίεσις είναι 0,85 kgr\*/cm<sup>2</sup>, πόση είναι η πίεσις του έγκεκλεισμένου άέρος.

(Άπ 1 kgr\*/cm<sup>2</sup>).

5. Άεροπόρος ευρισκόμενος εις ύψος βλέπει, ότι το βαρομέτρών του δεικνύει πίεσιν 10 cm Hg. Έάν η μέση πυκνότης του άέρος είναι 0,0013 gr/cm<sup>3</sup>, πόσον είναι το ύψος από του έδάφους.

(Άπ. 6900 m).

6. Η μέση πυκνότης του άέρος έντός ουρανοξύστου είναι 0,0012 gr/cm<sup>3</sup>, ένω το βαρομέτρων δεικνύει 74 cm Hg εις το έδαφος. Έάν ο ουρανοξύστης έχη ύψος 300 m, α) πόση η ένδειξις του βαρομέτρου εις την κορυφήν του, και β) πόση θα είναι η πρόσθετος δύναμις ή έξασκουμένη επί του άκουστικού τυμπάνου άνθρώπου κατερχομένου από της κορυφής εις το έδαφος, όταν η επιφάνεια του τυμπάνου είναι 0,30 cm<sup>2</sup>.

(Άπ. 71,35 cm Hg, 10,8 gr\*).

7. Βαρομετρικός σωλήν έχει μήκος 85 cm και τομήν 1 cm<sup>2</sup>, η δε υδραργυρική στήλη έχει ύψος 75 cm. Έν τω σωλήνι εισάγεται ποσότης άέρος, η όποία υπό την άτμοσφαιρικήν πίεσιν καταλαμβάνει όγκον 1 cm<sup>3</sup>. Νά υπολογισθ η πτώσις της υδραργυρικής στήλης.

(Άπ. 5 cm).

8. Βαρομετρικός σωλήν έχει μήκος 80 cm και έγκασίαν τομήν 4 cm<sup>2</sup>. Πόσος όγκος άέρος δέον να εισαχθ η έξωθεν, δια να προκληθ η πτώσις της υδραργυρικής στήλης κατά 9,5 cm. Η άτμοσφαιρική πίεσις είναι 75 cm Hg.

(Άπ. 7,35 cm).

9. Η πυκνότης αερίου εις 95 cm Hg είναι 0,5 γραμμάρια κατά λίτρον. Πόση η πυκνότης αυτού εις gr/cm<sup>3</sup> υπό πίεσιν 76 cm Hg.

(Άπ. 0,0004 gr/cm<sup>3</sup>).

10. Καταδυόμενος κώδων κυλινδρικός μήκους 2,7 m βυθίζεται, με το άνοικτόν μέρος προς τα κάτω, έντός ύδατος, μέχρι βάθους 6 m. Εις πόσον ύψος θα άνέλθ η το ύδωρ έντός του κώδωνος. Η άτμοσφαιρική πίεσις ισορροπείται υπό στήλης ύδατος ύψους 10,2 m.

(Άπ. 1 m).

11. Η πίεσις του άέρος έντός δοχείου είναι 3,2 at. Νά υπολογισθ η η πίεσις εις cm Hg, όταν ο άηρ άραιωθ η έσωτερικώς κατά 0,25 του όγκου του.

(Άπ. 177 cm Hg).

12. Έλαττωματικόν βαρομέτρων έχον σωλήνα τομής 1 cm<sup>2</sup> και μήκος 80 cm δεικνύει 74 cm Hg, όταν η άκριβής πίεσις είναι 76 cm. Νά υπολογισθ η ο όγκος του περιεχομένου άέρος υπό την άτμοσφαιρικήν πίεσιν.

(Άπ. 0,16 cm<sup>3</sup>).

13. Άσφαλιστική βαλβίς λέβητος έχει επιφάνειαν 5 cm<sup>2</sup>. Έάν η πίεσις του άτμου δέν πρέπει να υπερβ η τα 5 kgr\*/cm<sup>2</sup>, πόσον βάρος πρέπει να προστεθ η επί της βαλβίδος, ώστε αυτη ν' άνοιξη, όταν η πίεσις αύξηθ η εις την άνωτέρω τιμήν.

(Άπ. 25 kgr\*).

14. Δοχείον περιέχει 30 λίτρας όξυγόνου υπό πίεσιν 5 kgr\*/cm<sup>2</sup> και εκ τούτου έξάγομεν ποσότητα όξυγόνου, η όποία υπό την αυτην θερμοκρασίαν και υπό πίεσιν 1 kgr\*/cm<sup>2</sup> καταλαμβάνει όγκον 12 λίτρων. Ζητείται η πίεσις του άπομένουτος αερίου.

(Άπ. 4,6 kgr\*/cm<sup>2</sup>).

# ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

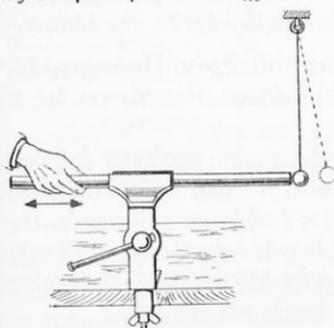
## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Θ'

### ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

254. Ἡ Ἀκουστικὴ ἀποτελεῖ τὸ κεφάλαιον τῆς Φυσικῆς τὸ πραγματευόμενον εἰδικῶς τὰ φαινόμενα τοῦ ἤχου. Ἡ *χο*ν γενικῶς καλοῦμεν τὸ αἷτιον, τὸ ὁποῖον

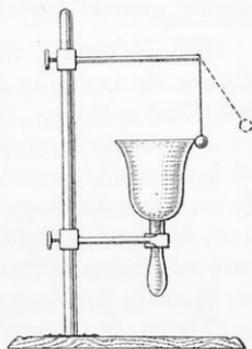
διεγείρει τὸ αἰσθητήριον τῆς ἀκοῆς.

Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ὅταν σῶμα παράγῃ ἤχον, τὰ μέρη αὐτοῦ εὐρίσκονται εἰς ταχεῖαν παλμικὴν κίνησιν, ὡς π.χ. τοῦτο συμβαίνει εἰς μεμβράνην τεταμένην ἢ εἰς ράβδον (σχ. 355) ἢ εἰς κώδωνα (σχ. 356), ὅταν



Σχ. 355. Ἡ ράβδος τριβομένη τίθεται εἰς παλμικὴν κίνησιν.

τὰ σῶματα ταῦτα παράγουν ἤχον.

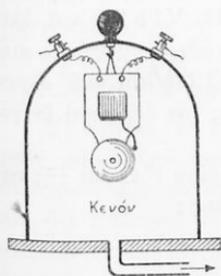


Σχ. 356. Ὁ τρόπος δονήσεως τοῦ ἔκκρεμοῦς ὑποδηλοῖ τὸν τρόπον δονήσεως τοῦ ἠχοῦντος κώδωνος.

### 255. Διάδοσις τοῦ ἤχου.

Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ἵνα ἀντιληφθῶμεν τὸν ἤχον, τὸν ὁποῖον παράγει ἠχογόνον σῶμα, πρέπει μεταξὺ τοῦ ἠχογόνου σώματος καὶ τοῦ αἰσθητηρίου τῆς ἀκοῆς νὰ παρεμβάλλεται ὑλικὸν σῶμα, δηλ. ὕλη ἢ ὁποία νὰ παρουσιάῃ ἐλαστικότητα καὶ πυκνότητα.

**Διὰ τοῦ κενοῦ χώρου ὁ ἤχος δὲν διαδίδεται.** Τοῦτο δεικνύεται διὰ τοῦ ἀκολουθοῦντος κλασικοῦ πειράματος: Ἡλεκτρικὸς κώδων (σχ. 357) τίθεται ἐντὸς τοῦ κώδωνος ἀεραντλίας. Ἐφ' ὅσον εἰς τὸν χώρον εὐρίσκεται αἴρ, ἀκούομεν τὸν ἤχον τὸν παραγόμενον ὑπὸ τοῦ ἠλεκτρικοῦ κώδωνος. Ἐὰν ὁμως θέσωμεν τὴν ἀεραντλίαν εἰς κίνησιν καὶ ἀρχίσωμεν νὰ ἀφαιροῦμεν βαθμηδὸν τὸν ἀέρα, παρατηροῦ-



Σχ. 357. Ὅταν ὁ κώδων τῆς ἀεραντλίας εἶναι κενὸς ἀέρος, ὁ ἤχος δὲν ἀκούεται.

μεν, ὅτι ὁ ἤχος ἐξασθενεῖ ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον καὶ ἐπέρχεται στιγμὴ καθ' ἣν, ὅταν τὸ κενὸν προχωρήσῃ ἐπαρκῶς, παύομεν ν' ἀκούομεν τὸν ἤχον, μολοντί διὰ

μέσου τοῦ ὑαλίνου δοχείου βλέπομεν, ὅτι τὸ πληκτρον κρούει τὸ κωδώνιον. Ἐὰν ἀκολουθῶς ἀφήσωμεν νὰ εισέλθῃ ἐκ τῶν ἔξω ἀήρ, ὁ ἦχος ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἐνισχύεται.

Ἐκ πείρας ἐπίσης γνωρίζομεν, ὅτι ὁ ἦχος δὲν διαδίδεται ἀκαριαίως, ἀλλ' ὑπὸ πεπερασμένην ταχύτητα. Τοῦτο ἀντιλαμβανόμεθα, ὅσῳκις ἐκ μιᾶς ἀποστάσεως παρατηροῦμεν ἐκπυρσοκροτοῦν πυροβόλον, ὁπότε βλέπομεν πρῶτον τὴν λάμπιν τῆς ἐκπυρσοκροτήσεως καὶ κατόπιν ἀκούομεν τὸν ἦχον αὐτῆς.

Τὰ δύο ἀνωτέρω φαινόμενα, φωτεινὸν καὶ ἀκουστικόν, ἦτοι λάμπις καὶ ἦχος, παράγονται ταυτοχρόνως, ἀλλὰ τὸ φῶς, λόγῳ τῆς ἐξόχως μεγάλης ταχύτητος διαδόσεως αὐτοῦ, δύναται νὰ θεωρηθῇ, διὰ τὰς συνήθεις γηϊνας ἀποστάσεις, ὅτι διαδίδεται σχεδὸν ἀκαριαίως, ἐνῶ ὁ ταυτοχρόνως παραγόμενος ἦχος, λόγῳ τῆς ἀσυγκρίτως μικροτέρας ταχύτητος διαδόσεως αὐτοῦ, καθίσταται ἀντιληπτὸς μόνον μετὰ πάροδον χρονικοῦ διαστήματος, ἀπὸ τοῦ ὁποίου ἀντιλαμβανόμεθα τὴν λάμπιν.

**256. Μέτρησις τῆς ταχύτητος διαδόσεως τοῦ ἤχου.** Πειραματικῶς, ἡ μέτρησις τῆς ταχύτητος διαδόσεως τοῦ ἤχου εἰς τὰ διάφορα μέσα γίνεται διὰ τῶν ἀκολουθῶν μεθόδων.

Προκειμένου περὶ **ὕγρῶν** καὶ **ἀερίων**, μετροῦμεν τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ ἤχου στηριζόμενοι εἰς τὴν κολοσσαίαν διαφορὰν, ἡ ὁποία ὑφίσταται μετὰξὺ τῆς ταχύτητος διαδόσεως τοῦ ἤχου καὶ τῆς ταχύτητος διαδόσεως τοῦ φωτός. Πράγματι, ὡς ἀνωτέρω ἐξεθέσαμεν, ὅταν βλέπομεν ἐξ ἰκανῆς ἀποστάσεως νὰ ἐκπυρσοκροτῇ πυροβόλον, βλέπομεν πρῶτον τὴν λάμπιν καὶ ἀκολουθῶς ἀκούομεν τὸν κρότον, λόγῳ τῆς διαφόρου ταχύτητος διαδόσεως τοῦ φωτός καὶ τοῦ ἤχου.

Ὅντως, ὡς εἶδομεν, τὰ φαινόμενα **λάμπις** καὶ **ἦχος** παράγονται ταυτοχρόνως, ἐπειδὴ ὅμως τὸ φῶς διαδίδεται, διὰ τὰς συνήθεις γηϊνας ἀποστάσεις, πρακτικῶς ἀκαριαίως, βλέπομεν πρῶτον τὴν λάμπιν τῆς ἐκπυρσοκροτήσεως καὶ κατόπιν ἀκούομεν τὸν κρότον.

Στηριζόμενοι ἐπὶ τοῦ φαινομένου τούτου οἱ **Regnault**, **Violle** κ.ἄ. ἐμέτρησαν τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ ἤχου, ἡ ὁποία, ὑπὸ συνήθεις συνθήκας πίεσεως καὶ θερμοκρασίας ( $15^{\circ}\text{C}$ ), εἶναι περίπου  $340\text{ m/sec}$  ἢ  $1224\text{ km καθ' ὥραν}$ .

Προκειμένου περὶ τῆς ταχύτητος διαδόσεως τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα καὶ ἐν γένει εἰς τὰ ἀέρια, αὕτη αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

Μεταξὺ τῆς ταχύτητος διαδόσεως τοῦ ἤχου εἰς θερμοκρασίαν  $t^{\circ}\text{C}$  καὶ τῆς ταχύτητος διαδόσεως  $c_0$  εἰς θερμοκρασίαν  $0^{\circ}\text{C}$  ὑφίσταται ἡ σχέσις :

$$c = c_0 \sqrt{1 + \alpha t}$$

ὅπου:  $c_0 = 331\text{ m/sec}$  καὶ  $\alpha$  ὁ θερμικὸς συντελεστὴς τῶν ἀερίων  $1/273 = 0,00367\text{ grad}^{-1}$  ( $1^{\circ}\text{C}$ ).

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηριζόμενοι οἱ **Colladon** καὶ **Sturm** καὶ βραδύτερον ὁ **Martí** ἐμέτρησαν τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ ἤχου εἰς τὸ ὕδωρ, εὐρέθη δὲ ὅτι αὕτη εἰς  $15^{\circ}\text{C}$  εἶναι, διὰ τὸ θαλάσσιον ὕδωρ, ἴση περίπου πρὸς  $1500\text{ m/sec}$ . Ἡ μέτρησις τῆς διαδόσεως τοῦ ἤχου εἰς τὰ στερεὰ δι' ἀμέσου μεθόδου στηρίζεται

εις τὴν μεγάλην διαφορὰν ταχύτητος διαδόσεως τοῦ ἤχου μεταξὺ στερεῶν καὶ ἀερίων.

Ὁ κάτωθι πίναξ παρέχει τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς διάφορα μέσα ὑπὸ διαφόρων θερμοκρασιᾶς.

### Ταχύτης ἤχου εἰς διάφορα μέσα.

Μέσον	Θερμοκρασία °C	Ταχύτης εἰς m/sec	Μέσον	Θερμοκρασία °C	Ταχύτης εἰς m/sec
Ἄηρ ξηρὸς . . .	0	331	Ὅρειχαλκος . . .	20	3000
Υδρογόνον . . .	0	1261	Χαλκός . . . . .	20	3560
Διοξ. ἀνθρακος . .	0	258	Γρανιτικὸν πέτρωμ.	20	3950
Υδωρ . . . . .	0	1440	Ἐλαιον . . . . .	—	5000—6000
Ἀλκοόλη . . . . .	13	1241	Ξύλον . . . . .	—	3000—4000
Θαλάσσιον ὕδωρ .	15	1500	Σίδηρος . . . . .	—	5100
Ἀργίλλιον . . . . .	20	5104			

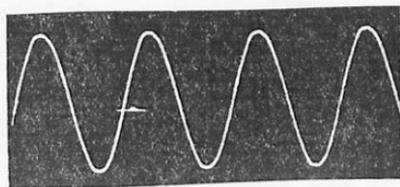
257. Εἶδη ἤχων καὶ γένεσις αὐτῶν. Εἰς τὴν Φυσικὴν, ἐφ' ὅσον ἐξετάζομεν τὸν ἤχον διὰ τοῦ αἰσθητηρίου τῆς ἀκοῆς, χαρακτηρίζομεν αὐτὸν ὡς κρότον, τόνον καὶ φθόγγον.

α) **Κρότος.** Ὁ κρότος εἶναι, ἐν γένει, ἤχος βραχυτάτης διαρκείας καὶ προκαλεῖ εἰς ἡμᾶς δυσάρεστον συναίσθημα. Οὕτως ὁ ἤχος ὁ παραγόμενος κατὰ τὸν ἐκπωματισμὸν φιάλης, κατὰ τὸ σχίσσιμον ὑφάσματος, κατὰ τὴν θραύσιν ξύλου, κατὰ τὴν ἐκπυροκρότησιν ὄπλου, ὁ ἤχος βροντῆς κ.ο.κ. ἀποτελοῦν περιπτώσεις, κατὰ τὰς ὁποίας ὁ παραγόμενος ἤχος ἀντιστοιχεῖ εἰς κρότον. Ἡ ἀκριβὴς μελέτη τῆς κινήσεως τοῦ ἀέρος, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς κρότους, κατέδειξεν ὅτι αὕτη εἶναι ἀνώμαλος (δηλ. τόσον τὸ πλάτος ὅσον καὶ ἡ συχνότης καὶ ἡ φάσις μεταβάλλονται ταχέως καὶ ἀκανόνιστως καθ' ὅμοιον τρόπον, καθ' ὃν ἀκανόνιστως μεταβάλλεται καὶ ἡ ἐντύπωσις, τὴν ὁποίαν οὗτος προκαλεῖ εἰς ἡμᾶς). **Ἐν γένει, ὁ κρότος ἀντιστοιχεῖ εἰς περιπτώσιν ἐλαχίστου ἀριθμοῦ ταλαντώσεων, τῶν ὁποίων τὸ πλάτος ἀπὸ ἐξόχως μεγάλης τιμῆς ἐλαττοῦται ἀποτόμως εἰς λίαν μικρὸν χρόνον.**

β) **Τόνος.** Ὁ τόνος, ὁ ὁποῖος πολλακίς καλεῖται καὶ ἀπλοῦς ἤχος, παράγεται μόνον ὑπὸ ὀρισμένων ὀργάνων εἰς τὰ ἐργαστήρια, χαρακτηρίζεται δ' ἐκ τούτου, ὅτι ἡ κίνησις τῶν σωματίων τοῦ ἀέρος, τὴν ὁποίαν διεγείρουν οἱ τόνοι, εἶναι ἀπλῆ ἀρμονικὴ κίνησις, ὡς τοῦτο συμβαίνει καὶ διὰ τὰ ἐν κινήσει σωματῖα τῶν ἠχογόνων αὐτῶν ὀργάνων (σχ. 358).

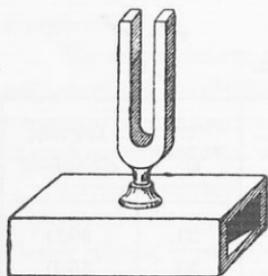
Διὰ τὴν παραγωγὴν τῶν τόνων χρησιμοποιοῦνται εἰς τὰ ἐργαστήρια τὰ διαπασῶν καὶ αἱ σειρήνες.

**Διαπασῶν.** Τοῦτο ἀποτελεῖ σπουδαιότατον ὄργανον εἰς τὴν πειραματικὴν ἔρευναν τῆς

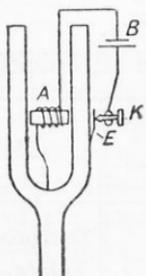


Σχ. 358. Φωτογραφία τόνου.

Ἄκουστικῆς καὶ συνίσταται ἐκ πρισματικῆς ράβδου ἀπὸ χάλυβα, καμπτομένης εἰς σχῆμα U, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 359. Τὸ διαπασῶν διεγείρεται συνήθως πρὸς παραγωγὴν ἤχου, εἴτε τῇ βοηθειᾷ ξυλίνου πλήκτρον



Σχ. 359. Διαπασῶν ἐπὶ ξυλίνου κιβωτίου.



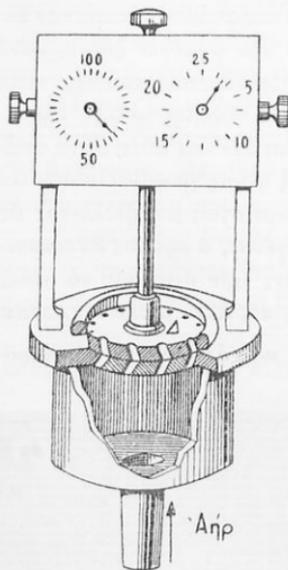
Σχ. 360. Ἡλεκτρομαγνητικὸν διαπασῶν.

εἴτε δι' ἠλεκτρομαγνητικῆς διατάξεως (σχ. 360), ὅπου B παριστᾷ ἠλεκτρικὴν στήλην καὶ AEK τὴν ἠλεκτρομαγνητικὴν διάταξιν διεγέρσεως τοῦ διαπασῶν.

**Σειρῆν.** Ἀπλούστερος τύπος εἶναι ἡ *σειρῆν δι' ὀπῶν* (*σειρῆν Seebeck*). Αὕτη πραγματοποιεῖται ὡς ἀκολουθῶς: Δίσκος μεταλλικὸς φέρει ὀπὰς κατὰ μῆκος συγκεντρικῶν περιφερειῶν, αἱ ὁποῖαι ἐφ' ἐκάστης περιφερείας ἀπέχουν ἐξ ἴσου μεταξύ τῶν (σχ. 361). Ὁ δίσκος οὗτος προσαρμύζεται ἐπὶ καταλλήλου κινητήρου καὶ τίθεται τοιοῦτοτρόπως εἰς περιστροφικὴν κίνησιν. Ἐάν, καθ' ὃν χρόνον ὁ δίσκος περιστρέφεται, προσφυσήσωμεν καθέτως ἐπὶ τοῦ δίσκου, τῇ βοηθειᾷ ἐκ καταλλήλου φουσητήρου, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ σειρῆν ἀποδίδει ἤχον, τοῦ ὁποίου ἡ γένεσις ἐξηγεῖται ὡς ἐξῆς: Ὅταν ὁ δίσκος τῆς σειρῆνος εὐρίσκειται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν, τὸ προσφυσώμενον ρεῦμα ἀέρος προκαλεῖ διὰ

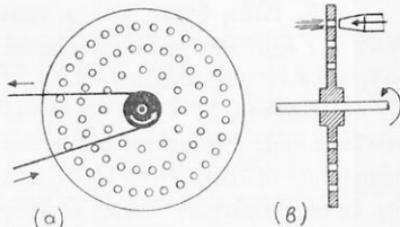
μέσου τῶν ὀπῶν τῆς σειρῆνος περι-  
δικὰς μεταβολὰς τῆς πιέ-  
σεως τοῦ πέ-  
ριξ ἀέρος, δε-  
δομένου ὅτι

μικροῦ σωληνός, ρεῦμα ἀέρος προερχόμενον



Σχ. 362. Σειρῆν Gagniard de la Tour.

ὁ ἀήρ ἐξέρχεται ἐκ τῶν αὐλῶν τοῦ τυμπάνου καὶ εἰσέρχεται ἐντὸς τῶν αὐλῶν τοῦ κινητοῦ δίσκου, δημιουργεῖται ἐπὶ τούτων πλευρικὴ δύναμις, ἡ ὁποία θέτει τὸν κινητὸν δίσκον εἰς



Σχ. 361. Σειρῆν Seebeck. Διάτρητος δίσκος καὶ τομὴ φουσητήρου.

διὰ τοῦ στομίου τοῦ σωληνίσκου διέρχεται περιοδικῶς ἄλλοτε μὲν ὀπή, ἄλλοτε δὲ τὸ πλήρες μέρος τοῦ δίσκου, τὸ ὁποῖον ἀνακόπτει τὴν ροήν.

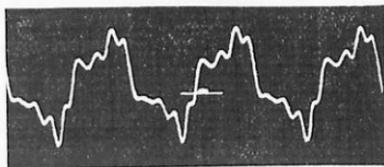
Ἐκτὸς τῆς σειρῆνος δι' ὀπῶν ὑπάρχουν καὶ ἄλλοι τύποι, ὡς π.χ. ἡ σειρῆν Gagniard de la Tour, ἡ ὁποία ὁμοῦς ἐλάχιστα χρησιμοποιεῖται σήμερον.

Ἡ ἐνέργεια διὰ τὴν κίνησιν τῆς *σειρῆνος Gagniard de la Tour* (σχ. 362) καὶ τὴν παραγωγὴν τοῦ ἤχου προέρχεται ἀπὸ πεπιεσμένον ἀέρα, ὁ ὁποῖος εἰσάγεται εἰς κυλινδρικὸν τύμπανον ἐφοδιασμένον δι' αὐλῶν, οἱ ὁποῖοι ἀπολήγουν εἰς ὀπὰς διατεταγμένας κατὰ περιφέρειαν ἐπὶ τῆς ἄνω ἐπιφανείας τοῦ τυμπάνου. Ἀνωθεν τοῦ τυμπάνου ὑπάρχει δίσκος Δ δυνάμενος νὰ περιστρέφεται περὶ ἄξονα καὶ φέρον περιφερειακοὺς αὐλοὺς, τῶν ὁποίων οἱ ἄξονες παρουσιάζουν κλίσιν ἐν σχέσει πρὸς τοὺς ἀντιστοίχους αὐλοὺς τοῦ τυμπάνου, ὡς δεικνύεται λεπτομερικῶς εἰς τὸ ὡς ἄνω σχῆμα. Διὰ τῆς τοιαύτης διατάξεως τῶν αὐλῶν, ὅταν

περιστροφικήν κίνησιν. Ἐπειδὴ ὁμως ἡ ἐκροή ἐκ τῶν ὀπῶν τοῦ κινητοῦ δίσκου εἶναι διαλείπουσα, δημιουργοῦνται περιοδικαὶ διαταράξεις τοῦ ἀέρος, οὗτω δὲ γεννᾶται ὁ ἦχος, ὁ παραγόμενος ὑπὸ τῆς σειρήνης. Εἰς τὸ ἄνω μέρος τοῦ ἄξονος τῆς σειρήνης προσαρμύζεται καταλλήλως ὄρολογιακὸς μηχανισμὸς διὰ τὸν καθορισμὸν τῶν στροφῶν τοῦ ἄξονος εἰς ὀρισμένον χρονικὸν διάστημα, συνήθως ἐν δευτερόλεπτον.

γ) **Φθόγγος.** Τοὺς ἦλους τούτους παράγομεν δι' ὄλων τῶν ἐν χρήσει μουσικῶν ὄργάνων, ὡς ἐπίσης καὶ διὰ τῆς φωνῆς. Χαρακτηριστικὸν τῶν φθόγγων εἶναι, ὅτι ἀποτελοῦνται, ὡς θὰ ἴδωμεν, ἐκ μίγματος πολλῶν ἀπλῶν ἦχων.

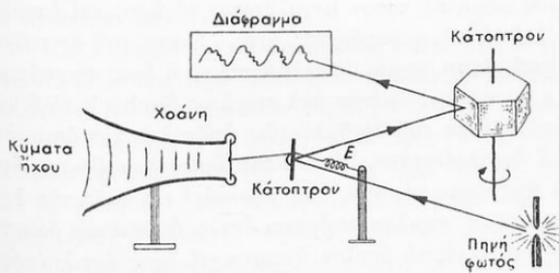
Ἐὰν διὰ καταλλήλου διατάξεως ἀναλύσωμεν ἀπλοῦν ἦχον καὶ φθόγγον, βλέπομεν ὅτι ἡ καμπύλη, τὴν ὁποίαν παρέχει ὁ φθόγγος, εἶναι πολύπλοκος, ἡ δὲ μορφή αὐτῆς ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ὄργάνου, τὸ ὁποῖον παράγει τὸν ἦχον (σχ. 363).



Σχ. 363. Φωτογραφία φθόγγου.

258\*. Πειραματικὸς ἔλεγχος τῶν διαφόρων εἰδῶν ἦχου. Διὰ τὴν σπουδὴν τοῦ εἶδους τῶν διαφόρων ἦχων εἰς παλαιότεραν ἐποχὴν ἐχρησιμοποιοῦντο διάφοροι μέθοδοι, ὡς π.χ. διὰ καταγραφῆς τῆς καμπύλης αὐτῶν ἐπὶ ἠθαλωμένης πλακῆς, διὰ μανομετρικῆς φλογῆς κτλ. Πᾶσαι ὁμως αἱ μέθοδοι αὗται ἐξετοπίσθησαν, ἀντικατασταθεῖσαι

ὑπὸ τῆς διατάξεως **φωνοδείκτου** τοῦ Miller. Αὕτη ἀποτελεῖται ἐξ ἀκουστικῆς χοάνης (σχ. 364) εἰς τὸν πυθμένα τῆς ὁποίας τοποθετεῖται καταλλήλῳν ἐλαστικὸν διάφραγμα (συνήθως ἐξ ὑάλου). Εἰς τὸ μέσον τούτου προσαρμύζεται νήμα μεταξῆς, τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ τῆς αὐλακῆς μικρᾶς, ἀλλὰ λιάν εὐκινήτου τροχαλίας, ἐνῶ τὸ ἕτερον ἄκρον τοῦ νήματος προσδένεται εἰς τὸ ἐν ἄκρον ἐλατη-



Σχ. 364. Φωνοδείκτης. Διάταξις ἀναλύσεως τοῦ ἦχου.

ρίου E, τοῦ ὁποίου τὸ ἕτερον ἄκρον στερεοῦται μονίμως. Ἐπὶ τοῦ ἄξονος τῆς τροχαλίας προσαρμύζεται μικρὸν ἐπίπεδον κάτοπτρον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου προσπίπτει λεπτὴ δέσμη ἀκτίνων φωτεινῆς πηγῆς. Τὸ ἐξ ἀνακλάσεως εἰδωλὸν τῆς πηγῆς δεχόμεθα ἐπὶ περιστρέψοντος συστήματος κατόπτρου, διὰ τῶν ὁποίων διευθύνομεν τὸ εἰδωλὸν ἐπὶ καταλλήλου πετάσματος.

Τελευταίως, ἡ σπουδὴ τοῦ ἦχου γίνεται διὰ μετατροπῆς τῶν μηχανικῶν κραδασμῶν εἰς ἠλεκτρικοὺς κραδασμοὺς, οἱ ὁποῖοι, ἐνισχυόμενοι δι' ἐνισχυτῶν διὰ τριόδων λυχνιῶν, δύνανται ἀκολούθως νὰ διεγείρουν καταλλήλως αὐτογραφικὰς διατάξεις. Εἰς τὸ σχῆμα 358 δεικνύεται ἡ φωτογραφία τῆς καμπύλης τοῦ ἀπλοῦ ἦχου, τὸν ὁποῖον παρέχει διαπασῶν, ἐνῶ εἰς τὸ σχῆμα 363 δεικνύεται ἡ φωτογραφία, τὴν ὁποίαν παρέχει ὁ φθόγγος, ὁ ὁποῖος εἶναι σύνθετος ἦχος, ἀποτελούμενος ἐκ τῆς μίξεως πολλῶν ἀπλῶν ἦχων, τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες εὐρίσκονται εἰς ὀρισμένην γέσιν μεταξὺ τῶν.

259\*. **Εὐαίσθητος φλόξ.** Ἐκτὸς τῆς ἀνωτέρω διατάξεως, ἡ ὁποία χρησιμεύει ὄχι μόνον διὰ τὸν πειραματικὸν ἔλεγχον τῶν ἦχων, ἀλλὰ καὶ διὰ τὸν ἔλεγχον τῆς διαδόσεως ἠχητι-

κων κυμάτων, δηλ. ως φωρατής των ήχητικῶν κυμάτων, χρησιμοποιοῦμεν καὶ τὴν *εὐαίσθητον φλόγα*, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ τὸν ἀπλούστερον τύπον φωρατοῦ ήχητικῶν κυμάτων.

Αὕτη εἰκονίζεται εἰς τὸ σχῆμα 365 καὶ ἀποτελεῖται ἐξ ἐπιμήκους καὶ στενῆς φλογός, π.χ. ἐκ φωταερίου τὸ ὁποῖον ἐκρέει, ὑπὸ τὴν κατάλληλον πίεσιν, ἀπὸ λεπτοῦ σωλήνος ἐκροῆς. Εὐθύς ὡς διὰ τῆς περιοχῆς τῆς ἐκροῆς τοῦ αἵριου διέλθει ήχητικὸν κύμα, ἡ παροχὴ τοῦ φωταερίου ἐξαρτωμένη ἀπὸ τὴν ὑπεράνω τοῦ σωλήνος ἐκροῆς πίεσιν τοῦ αἵρος διαταράσσεται, ἡ φλόξ καθίσταται οὕτω ἀσταθῆς καὶ τὸ μήκος αὐτῆς μειοῦται σημαντικῶς.

**260. Χαρακτηριστικὰ γνωρίσματα τοῦ ήχου.** Διὰ τοῦ αἰσθητηρίου τῆς ἀκοῆς ἀποδίδομεν εἰς τὸν ήχον τρία χαρακτηριστικὰ γνωρίσματα: τὸ *ὕψος*, τὴν *ἐντασιν* καὶ τὴν *χροιάν* ἢ *ποιόν*.

α) *Ὑψος*. Τὸ ὕψος ἀποτελεῖ τὸ χαρακτηριστικὸν ἐκεῖνο γνωρίσμα τοῦ ήχου, ἔνεκα τοῦ ὁποίου ἀποφαινόμεθα, ὅτι ὁ ήχος τὸν ὁποῖον ἀκούομεν εἶναι ὀξύς ἢ βαρῦς. **Τὸ ὕψος τοῦ ήχου ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν πλήθρων παλμῶν τοῦ ήχογόνου σώματος κατὰ δευτερόλεπτον, ἢ ἄλλως ἐκ τῆς συχνότητος τῆς παλμικῆς κινήσεως αὐτοῦ.** Ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ συχνότης τοῦ ήχογόνου σώματος, τόσοσιν μεγαλύτερον τὸ ὕψος καὶ ἐπομένως

Σχ. 365. Εὐαίσθητος φλόξ. (α) Διαμόρφωσις τῆς φλογός.

λόγου, ἀντὶ τοῦ ὅρου *ὕψος τοῦ ήχου* χρησιμοποιεῖται συχνὰ ὁ ὅρος *συχνότης τοῦ ήχου*. Εἰς τὴν περίπτωσιν ήχου παραγομένου ὑπὸ σειρήνος Seebeck τὸ ὕψος τοῦ ήχου καθορίζεται ἐκ τοῦ γινομένου τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ὀπῶν ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν στροφῶν τοῦ δίσκου κατὰ δευτερόλεπτον. Ἐκ πείρας ὁμως γνωρίζομεν, ὅτι πᾶσα συχνότης κινήσεως τοῦ ήχογόνου σώματος δὲν προκαλεῖ εἰς ἡμᾶς τὴν ἐντύπωσιν ήχου, ἀλλὰ μόνον συχνότητες περιλαμβανόμεναι ἐντὸς ὄρισμένων ὁρίων.

Τὸ κατώτατον ὄριον συχνότητος, εἰς τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ ήχος ἀντιληπτός, εἶναι 16 παλμοὶ ἢ ταλαντώσεις κατὰ δευτερόλεπτον. Ὅσον ἀφορᾷ τὸ ἀνώτατον ὄριον τῆς ήχητικῆς συχνότητος, τοῦτο δὲν εἶναι τελείως καθορισμένον. Σήμερον παραδέχονται, ὅτι ὁ μέσος ὅρος τοῦ ἀνωτέρω ὁρίου εἶναι 20 000 ταλαντώσεις κατὰ δευτερόλεπτον καὶ εἶναι ὀλίγον ὑψηλότερον δι' ἄτομα νεαρᾶς ηλικίας (μέχρις 24 000 ταλαντώσεων κατὰ sec), ὀλίγον δὲ χαμηλότερον δι' ἄτομα προκεχωρημένης ηλικίας (μέχρι 14 000 ταλαντώσεων κατὰ sec). Τελευταίως ἐπεκράτησεν, ὥστε συχνότητος κατωτέρας τοῦ κάτω ὁρίου συχνότητος νὰ καλοῦμεν *ὑποήχους*, καὶ συχνότητος πλέον τοῦ ἄνω ὁρίου νὰ καλοῦμεν *ὑπερήχους*. Εἶναι ὁμως φανερόν, ὅτι οὔτε ὁ ὑπόήχος οὔτε ὁ ὑπερήχος εἶναι ἀντιληπτοὶ διὰ τοῦ αἰσθητηρίου τῆς ἀκοῆς.

Οἱ ὑπερήχοι ἔτυχον τελευταίως σπουδαιωτάτων πρακτικῶν ἐφαρμογῶν, ὡς εἰς βυθομετρήσεις θαλασσῶν, βιολογικὰς ἐπενεργείας κλπ.

**Μέτρησις τοῦ ὕψους τοῦ ήχου.** Ἡ ἀπλούστερα μέθοδος μετρήσεως τοῦ ὕψους τοῦ ήχου εἶναι ἡ ἀκόλουθος. Διεγείρομεν ἀφ' ἐνός μὲν τὸν ήχογόνον σῶμα καὶ ἀφ' ἑτέρου τὴν σειρήνα καὶ προσπαθοῦμεν διὰ ρυθμίσεως τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στροφῶν τῆς σειρήνος κατὰ

δευτερόλεπτον νὰ ἐπιτύχωμεν, ὥστε αὐτὴ νὰ παράγῃ ἦχον ἰσοῦσῃ πρὸς τὸν τοῦ ἠχογόνου σώματος. Τοῦτο δυνάμεθα ν' ἀντιληφθῶμεν εὐχερῶς διὰ τοῦ αἰσθητηρίου τῆς ἀκοῆς. Τὸ γινόμενον τῶν ὁπῶν τοῦ δίσκου τῆς σειρήνης ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν στροφῶν αὐτοῦ κατὰ δευτερόλεπτον παρέχει τὴν συχνότητα ἢ, ἄλλως, τὸ ὕψος τοῦ ἐξεταζομένου ἤχου.

β) **Ἔντασις.** Ἡ ἔντασις ἀποτελεῖ τὸ χαρακτηριστικὸν ἐκείνου γνώρισμα τοῦ ἤχου, τὸ προκαλοῦν εἰς ἡμᾶς τὴν ἰδιάζουσαν ἐντύπωσιν, ἐπὶ τῇ βίσει τῆς ὁποίας ἀποφαινόμεθα, ὅτι ὁ ἦχος τὸν ὁποῖον ἀκούομεν εἶναι ἰσχυρὸς ἢ ἀσθενής.

Πειραματικῶς κατεδείχθη, ὅτι ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει ἠχογόνον σῶμα, ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ πλάτους τῶν ταλαντώσεων αὐτοῦ καὶ εἶναι τόσον μεγαλύτερα, ὅσον τὸ πλάτος τῶν ταλαντώσεων τοῦ ἠχογόνου σώματος εἶναι μεγαλύτερον.

γ) **Χροιά.** Ἐκ πείρας γνωρίζομεν, ὅτι διὰ τοῦ αἰσθητηρίου τῆς ἀκοῆς δυνάμεθα, ὅταν ἀκούομεν δύο ἰσοῦσφεις ἤχους παραγομένους ταυτοχρόνως, π.χ. ὑπὸ δύο διαφόρων μουσικῶν ὄργάνων, νὰ διακρίνωμεν τοὺς δύο τούτους ἤχους ἀπ' ἀλλήλων. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὴν *χροιάν* ἢ τὸ *ποιὸν* τοῦ ἤχου.

Ἐκ τῆς πειραματικῆς σπουδῆς τῶν φθόγγων τῶν παραγομένων ὑπὸ διαφόρων μουσικῶν ὄργάνων κατεδείχθη, ὅτι οἱ φθόγγοι ἀποτελοῦν μίγμα διαφόρων τόνων ἢ ἀπλῶν ἤχων, ἐκ τῶν ὁποίων ὁ εἷς, ὁ ὁποῖος καλεῖται *θεμελιώδης*, παρουσιάζει ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ τὴν μεγαλύτεραν ἔντασιν, ἐνῶ οἱ λοιποὶ ἔχουν συχνότητα, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἀκέραια πολλαπλάσια τῆς συχνότητος τοῦ θεμελιώδους, καὶ παρουσιάζουν ἐν γένει ἔντασιν μικροτέραν τῆς ἐντάσεως τοῦ θεμελιώδους, καλοῦνται δὲ *ἀνώτεροι ἀρμονικοί*.

Κατὰ συμφωνίαν, ὁ θεμελιώδης καλεῖται συνήθως καὶ *πρῶτος ἀρμονικός*, ἐνῶ οἱ ἄλλοι ἀνώτεροι ἀρμονικοὶ καλοῦνται *δεύτερος*, *τρίτος ἀρμονικός* κ.ο.κ., ἀναλόγως τοῦ πολλαπλασίου τῆς συχνότητος ἐν σχέσει πρὸς τὸν πρῶτον ἀρμονικόν.

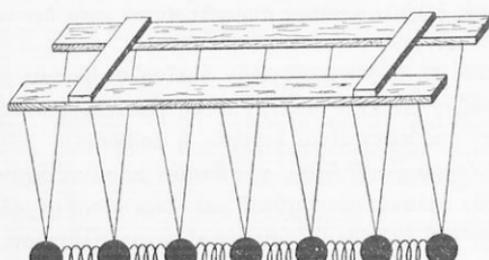
Προκειμένου περὶ φθόγγου, τὸ ὕψος αὐτοῦ καθορίζεται ἐκ τῆς συχνότητος τοῦ θεμελιώδους. Ὁ τόνος ἢ ἀπλοῦς ἦχος δὲν ἔχει χροιάν, ὡς ἐκ τούτου δὲν προκαλεῖ ἐν γένει εἰς ἡμᾶς εὐάρεστον συναίσθημα καὶ συνήθως θεωρεῖται ὡς κενὸς ἦχος, μόνον δὲ διὰ τῆς τεχνικῆς προσιμίξεως εἰς αὐτὸν ἀνωτέρων ἀρμονικῶν λαμβάνει ὁ τόνος χαρακτηριστικὴν χροιάν, ἢ ὁποία προκαλεῖ εἰς ἡμᾶς τὸ εὐχάριστον συναίσθημα.

## Κ Υ Μ Α Τ Α

261. **Μηχανισμὸς τῆς διαδόσεως τοῦ ἤχου.** Κατὰ τὴν μελέτην τοῦ τρόπου τῆς διαδόσεως τοῦ ἤχου εἰσάγεται ἡ ἔννοια τοῦ *μέσου*. Τὸ μέσον διαδόσεως θεωροῦμεν, ὅτι δὲν ἀποτελεῖται ἐκ μορίων ἢ ἀτόμων, ἀλλ' ἐκ σωματίων πληρούντων τὸν χῶρον ἄνευ τῆς ὑπάρξεως διακένων. Τὰ σωματῖα τοῦ μέσου θεωροῦμεν πρὸς τοῦτοις, ὅτι δὲν εἶναι ἀνεξάρτητα ἀπ' ἀλλήλων, ἀλλ' ὅτι συνδέονται μεταξύ των δι' ἐλαστικῶν δυνάμεων, ἥτοι ὅτι εἶναι *ἐλαστικῶς συνεξευγμένα*. Δυνάμεθα οὕτω νὰ φαντασθῶμεν, εἰς πρώτην προσέγγισιν, τὴν εἰς τὸ σχῆμα 366 εἰκόνα διὰ τὴν διάταξιν τῶν σωματίων, τὰ ὁποῖα παριστῶνται διὰ μικρῶν σφαιρῶν, ἐνῶ ἡ ἀμοιβαία σύζευξις αὐτῶν πραγματοποιεῖται διὰ μικρῶν ἐλατηρίων. Ἐὰν ἐκτοπίσωμεν τὸ πρῶτον τῶν σωματίων ἀπὸ τῆς θέσεως ἰσορροπίας του, ἢ διατάραξις ἢ προκαλουμένη εἰς τὸ πρῶτον σωματίον δὲν μεταδίδεται ἀκαριαίως ἀπὸ τοῦ ἐνὸς εἰς τὸ ἄλλο, ἀλλ' ὑπὸ πεπερα-



σιμένην ταχύτητα. Ὅσον τὸ σωματίον τοῦ μέσου εὐρίσκεται εἰς μεγαλύτεραν ἀπό-



Σχ. 366. Πειραματικὴ διάταξις συζεύξεως σωματίων καὶ ἐξήγησις τῆς γενέσεως διαμήκων κυμάτων.

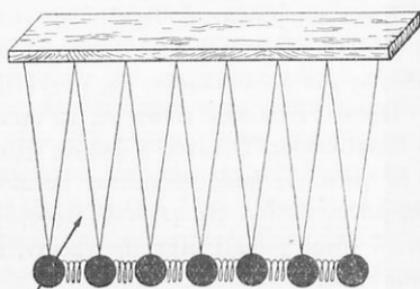
στασι ἀπὸ τοῦ ἀρχικῶς διαταραχθέντος, εἰς τόσον μεταγενεστέραν στιγμὴν διαδίδεται ἡ διατάραξις μέχρις αὐτοῦ. Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ἀέρος δεχόμεθα, ὅτι τὸ σωματίον πραγματοποιεῖται ὑπὸ μικροτάτου ὄγκου ἀέρος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περικλείεται μέγας ἀριθμὸς μορίων.

262. **Κύματα.** Ἡ ὡς ἄνω διάδοσις διαταράξεως ἐντὸς ἐλαστικοῦ μέσου ὑπὸ πεπερασμένην ταχύτητα καλεῖται εἰς τὴν Φυσικὴν γενικῶς **κῦμα**, κατ' ἀναλογίαν πρὸς τὸν τρόπον, κατὰ τὸν ὁποῖον διαδίδεται ἐπιφανείας ὑγροῦ εὐρισκομένου εἰς ἰσοροπίαν, ὡς π.χ. εἰς τὴν θάλασσαν.

Τὰ εἰς τὴν Ἀκουστικὴν συναντώμενα κύματα διακρίνονται, ἀπὸ ἀπόψεως κινήσεως τῶν σωματίων, εἰς δύο κυρίως κατηγορίας: τὰ **διαμήκη** καὶ τὰ **ἐγκάρσια** κύματα.

**Διαμήκη κύματα** καλοῦνται ἐκεῖνα, εἰς τὰ ὁποῖα τὰ σωματία τοῦ μέσου κινουῦνται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς διαδόσεως τοῦ κύματος. Τοιοῦτον διάμηκες κῦμα παράγεται, ἐὰν καθ' ἓνα οἰονδήποτε τρόπον ἐξαναγκάσωμεν τὸ πρῶτον τῶν σωματίων τοῦ μέσου (σχ. 366) νὰ ἐκτελῇ π.χ. ἁρμονικὴν κίνησιν κατὰ τὴν εὐθεῖαν A, συμπίπτουσιν πρὸς τὴν εὐθεῖαν διαδόσεως τοῦ κύματος B, ὅποτε ἡ διατάραξις ἐκ τοῦ πρώτου μορίου μεταβιβάζεται βαθμιαίως ἐπὶ τῶν ὑπολοίπων, τὰ ὁποῖα ἐκτελοῦν κινήσεις τοῦ αὐτοῦ εἶδους, ἤτοι ὅλα τὰ σωματία τοῦ μέσου κινουῦνται ἐπὶ τῆς εὐθείας, πρὸς τὴν ὁποῖαν εἶναι παράλληλος ἡ διεύθυνσις διαδόσεως τοῦ κύματος.

**Ἐγκάρσια κύματα** καλοῦνται ἐκεῖνα, εἰς τὰ ὁποῖα τὰ σωματία τοῦ μέσου κινουῦνται κατὰ τὴν εὐθεῖαν A, καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς διαδόσεως τοῦ κύματος B. Τοιοῦτον ἐπὶ παραδείγματι κῦμα παράγεται εἰς τὸ σχῆμα 367, ὅταν

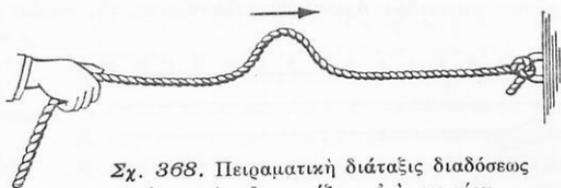


Σχ. 367. Πειραματικὴ διάταξις συζεύξεως σωματίων καὶ ἐξήγησις τῆς γενέσεως ἐγκάρσιων κυμάτων.

Ψηφιοποιήθηκε ἀπὸ τὸ Ἰνστιτούτο Ἐκπαιδευτικῆς Πολιτικῆς

το πρώτον σωματίον εκτοπισθῆ κατά την διεύθυνσιν τοῦ βέλους A, καθέτου ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως B.

Τὴν γένεσιν ἐγκαρσίου κύματος δυνάμεθα ν' ἀντιληφθῶμεν διὰ τεταμένων χορδῶν ἢ σχοινίων. Οὕτως ἐὰν θεωρήσωμεν ἐπίμηκες σχοινίον στερεωμένον κατὰ τὸ ἐν ἄκρον αὐτοῦ ἀπὸ ἀκλονήτου σημείου, ἐνῶ τὸ ἕτερον ἄκρον αὐτοῦ κρατοῦμεν διὰ τῆς χειρός, καὶ μεταδώσωμεν εἰς αὐτὸ διὰ τῆς χειρός μας ἓνα παλμόν, μετατοπίζοντες π.χ. τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ



Σχ. 368. Πειραματικὴ διάταξις διαδόσεως ἐγκαρσίας διαταράξεως ἐπὶ σχοινίου.

σχοινίου πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἐπαναφέροντες ἀμέσως αὐτὸ εἰς τὴν ἀρχικὴν του θέσιν, παρατηροῦμεν (σχ. 368), ὅτι ἡ διατάραξις προχωρεῖ κατὰ μῆκος τοῦ σχοινίου ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἄκρου πρὸς τὸ ἕτερον. Τὸ κύμα τοῦτο εἶναι ἐγκάρσιον, διότι τὰ σωματία τοῦ σχοινίου κινουῦνται καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τοῦ κύματος.

Τόσον τὰ ἐγκάρσια ὅσον καὶ τὰ διαμήκη κύματα διακρίνονται: α) εἰς **διαδιδόμενα** ἢ **μετατοπιζόμενα**, ὅπου λαμβάνει χώραν μεταβίβασιν τῆς φάσεως καὶ τῆς ἐνεργείας ἀπὸ σημείου εἰς σημεῖον τοῦ μέσου, καὶ β) εἰς **στάσιμα κύματα**, ὅπου ἡ φάσις δὲν μετατοπίζεται (βλ. § 278). Γενικῶς, κατὰ τὴν διάδοσιν τῶν διαμήκων καὶ ἐγκαρσίων κυμάτων, δὲν λαμβάνει χώραν μεταφορὰ μάζης ἢ ἄλλως βλῆς, ἀλλὰ μόνον διάδοσιν ἐνεργείας, ἐνῶ τὰ σωματία τοῦ μέσου κινουῦνται μόνον ἐλαφρῶς περὶ τὴν μέσιν θέσιν ἰσορροπίας αὐτῶν.

263\*. Κύματα χώρου. Μέχρι τοῦδε ἐξητάσαμεν περιπτώσεις, κατὰ τὰς ὁποίας τὸ κύμα διαδίδεται μόνον κατὰ μίαν διεύθυνσιν. Ἐὰν ὅμως τὸ μέσον, ἢ ἐν γένει τὸ σῶμα, παρουσιάξῃ τὴν αὐτὴν ἔκτασιν καὶ κατὰ τὰς τρεῖς διαστάσεις αὐτοῦ, πρὸς τούτοις δὲ τὸ μέσον παρουσιάξῃ καθ' ὅλην τὴν ἔκτασιν αὐτοῦ τὰς αὐτὰς ιδιότητες, δηλ. εἶναι **ἰσότροπον**, τότε ἡ διατάραξις ἢ παραγομένη εἰς τινα περιοχὴν τοῦ μέσου διαδίδεται μετὰ τῆς αὐτῆς ταχύτητος κατὰ πάσας τὰς διευθύνσεις καὶ ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει λέγομεν, ὅτι ἔχομεν **κύμα χώρου**. Τοιοῦτον π.χ. κύμα χώρου, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς κύμα πίεσεως, εἶναι τὸ παραγόμενον ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ θαλασίου ὕδατος ὑπὸ βόμβας βυθοῦ. Πράγματι, κατὰ τὴν ἐκρήξιν τῆς βόμβας, παράγεται εἰς τὴν περιοχὴν τῆς ἐκρήξεως ἀτόμοις μεταβολὴ τῆς πίεσεως, ἢ ὅποια μεταδίδεται ὑπὸ πεπερασμένην ταχύτητα κατὰ πάσας τὰς διευθύνσεις. Ἐὰν δεχθῶμεν, ὅτι εἰς χρόνον  $t = 0$  ἀναφαίνεται ἡ διατάραξις ἐκ τῆς πηγῆς προελεύσεως εἰς τινα περιοχὴν τοῦ μέσου, εἶναι πρόδηλον, ὅτι μετὰ παρέλευσιν χρόνου  $t$  αὕτη θὰ ἔξῃ μεταδοθῆ ἐπὶ ἐπιφανείας σφαιρῆς ἀκτίως  $r = c \cdot t$  ὅπου  $c$  παριστᾷ τὴν ταχύτητα διαδόσεως τῆς διαταράξεως, ἥτοι τὸ διάστημα κατὰ τὸ ὁποῖον αὕτη μεταδίδεται ἐντὸς 1 sec εἰς τὸ θεωρούμενον μέσον. Ἐφ' ὅσον τὸ μέσον εἶναι **ἰσότροπον**, εἰς χρόνον  $t$  ἡ διατάραξις θὰ ἔξῃ μεταδοθῆ ἐφ' ὅλων τῶν σωματίων τοῦ μέσου τῶν εὐρισκομένων ἐπὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας, ἢ ὅποια καλεῖται **ἐπιφάνεια κύματος** καὶ τῆς ὁποίας κέντρον εἶναι τὸ κέντρον τῆς διαταράξεως. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην τὸ κύμα καλεῖται **σφαιρικόν**.

Ἐὰν θεωρήσωμεν μικρὸν τμήμα τῆς σφαιρικῆς ἐπιφανείας, τὸ ὁποῖον νὰ εὐρίσκεται εἰς μεγάλην ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ κέντρον τῆς διαταράξεως, τότε τὸ τμήμα τοῦτο δύναται νὰ θεωρηθῆ, ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος, ὡς ἐπίπεδον κύμα, διὰ τὸ ὁποῖον τὸ κέντρον διαταρά-

ξωος εϋρίσκεται εις ἄπειρον ἀπόστασιν. Ὡς ἀκτίνα τοῦ κύματος νοοῦμεν πᾶσαν διεϋθύνσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ κύμα διαδίδεται καὶ ἡ ὁποία εἶναι πάντοτε κάθετος ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κύματος.

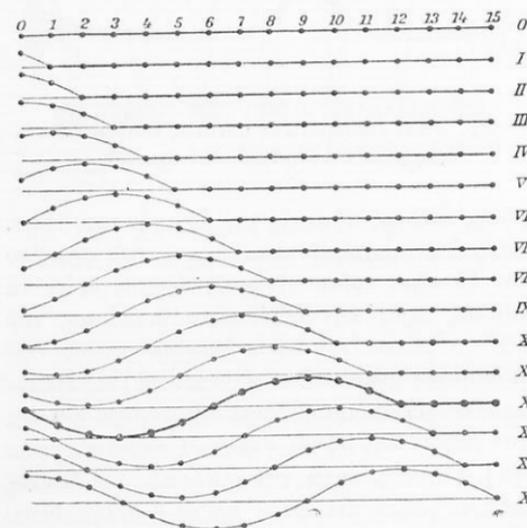
264. Περιοδικὰ κύματα. Μήκος κύματος. *Οὕτω καλοῦμεν τὰ κύματα τὰ προκαλούμενα εἰς ἓν μέσον ὑπὸ διαταράξεως ἐχούσης περιοδικὸν χαρακτήρα.* Ἐὰν ἡ διατάραξις ἔχη τὸν χαρακτήρα ἀρμονικῆς ταλαντώσεως, τῆς ὁποίας ἡ ἐξίσωσις εἶναι τῆς μορφῆς

$s = a \sin \omega t$ , τῆς αὐτῆς μορφῆς θὰ εἶναι καὶ τὸ περιοδικὸν κύμα, τὸ ὁποῖον πολλάκις καλεῖται *ἀρμονικὸν* ἢ καὶ *ἡμιτονοειδὲς κύμα*.

Τὴν γένεσιν ἡμιτονοειδῶν κυμάτων δυνάμεθα νὰ κατανοήσωμεν εὐκόλως διὰ τῆς ἀκολουθοῦσης εἰκόνας.

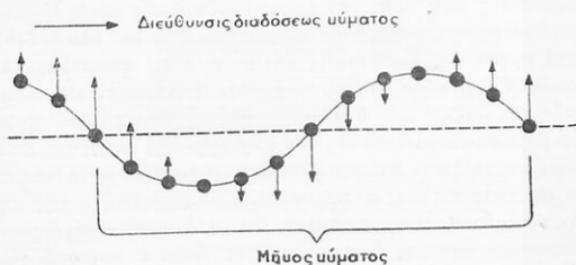
Θεωρήσωμεν κατὰ τινὰ διεϋθύνσιν τοῦ μέσου 16 σωματία διατεταγμένα ἐπὶ εὐθείας εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας (σχ. 369). Τὰ σωματία ταῦτα, προδήλως, δὲν εἶναι ἀνεξάρτητα ἀπ' ἀλλήλων, ἀλλ' εἶναι συνεζευγμένα μεταξύ των δι' ἐλαστικῶν δυνάμεων.

Ἐὰν τὸ πρῶτον σωματίον 0 κατὰ τινὰ στιγμήν τοῦ χρόνου, τὴν ὁποίαν θεωροῦμεν ὡς ἀρχὴν τοῦ χρόνου, λόγῳ οἰασθήτε αἰτίας ἀρχεται ἐκτελοῦν ἀρμονικὴν κίνησιν περιόδου  $T$ , κάθετον πρὸς τὴν εὐθείαν ἰσορροπίας, τότε μετὰ παρέλευσιν  $1/12$  τῆς περιόδου τὸ σωμα-



Σχ. 369. Σχηματισμὸς διαδιδόμενου ἐγκάρσιου κύματος.

τιον 0 ἔχει ἐκτραπῆ πρὸς τὰ ἄνω, ἐνῶ τὸ 1 εϋρίσκεται ἀκόμη εἰς ἰσορροπίαν (εἰκ. I). Μετὰ παρέλευσιν ἑτέρου  $1/12$  τῆς περιόδου ἡ ἐκτροπὴ τοῦ σωματίου 0 ἔχει γίνει μεγαλύτερα, ἐνῶ τὸ σωματίον 1 μόλις ἀρχεται ἐκτρεπόμενον πρὸς τὰ ἄνω, τὸ δὲ σωματίον 2 εϋρίσκεται ἀκόμη εἰς ἠρεμίαν (εἰκὼν II). Μετὰ παρέλευσιν ἑτέρου  $1/12$  τῆς περιόδου τὸ σωματίον 0 ἀρχίζει νὰ κατέρχεται, τὸ 1 ἔχει λάβει τὴν μεγίστην πρὸς τὰ ἄνω ἀπόκλισιν, ἐνῶ τὸ σωματίον 4 εϋρίσκεται ἀκόμη εἰς ἠρεμίαν (εἰκὼν IV). Παρακολουθοῦντες κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον εἰς τὴν εἰκόνα τὰς στιγμιαίας θέσεις τῶν διαφόρων σωματίων, παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ κίνησις, μετὰ παρέλευσιν χρόνου μᾶς περιόδου ἀπὸ τῆς στιγμῆς καθ' ἣν ἤρχισε νὰ κινῆται τὸ σωματίον 0, ἔχει μεταδοθῆ μέχρι τοῦ 12 σωματίου (εἰκὼν XII).



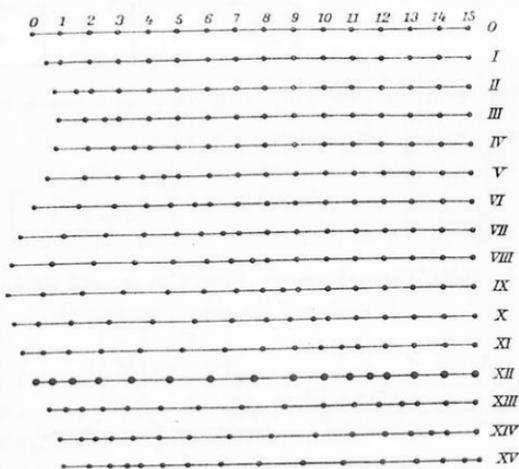
Σχ. 370. Φάσεις κινήσεως σωματίων εἰς ἐγκάρσιον κύμα κατὰ τινὰ χρονικὴν στιγμήν. Τὰ βέλη παριστοῦν τὸ κατὰ τὴν ἰδίαν στιγμήν μέγεθος τῆς ταχύτητος τῶν σωματίων.

Ἡ ἀπόστασις εἰς τὴν ὁποίαν διαδίδεται εἰς τὸ μέσον ἡ ἀρχικὴ διατάραξις, ἐντὸς χρόνου μιᾶς περιόδου, καλεῖται *μῆκος κύματος*. Μετὰ παρέλευσιν καὶ ἑτέρων 12<sup>ων</sup> τῆς περιόδου, αἱ στιγμιαῖα θέσεις τῶν 16 σωματίων εἰκονίζονται εἰς XIII, XIV, XV. Ἐκ τούτου βλέπομεν, ὅτι τὸ *μῆκος κύματος δύναται νὰ ὁρισθῇ καὶ ὡς ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν σημείων εὐρισκομένων ὑπὸ τὴν αὐτὴν φάσιν κινήσεως*.

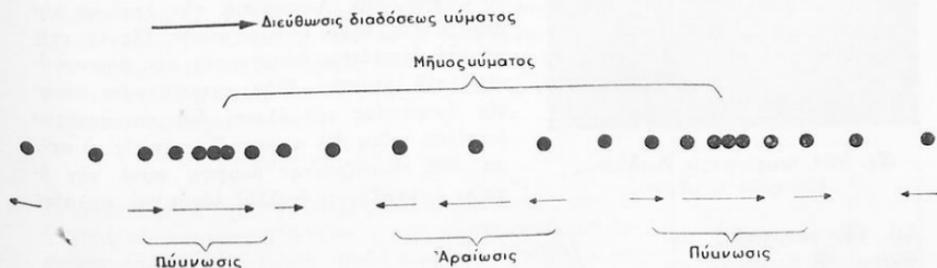
Εἰς τὸ σχῆμα 370 εἰκονίζεται ἡ στιγμιαία εἰκὼν τῶν θέσεων μετὰ τῶν φάσεων τῶν διαφόρων σωματίων κατὰ τινὰ χρονικὴν στιγμὴν.

Εἰς τὸ σχῆμα 371 δεικνύεται ἡ κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον γένεσις *διαμήκους κύματος*, εἰς τὸ ὅποιον τὰ σωματῖα τοῦ μέσου κινουῦνται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς διαδόσεως. Εἰς τὴν περιπτώσιν ταύτην παρατηροῦμεν, ὅτι εἰς ἄλλας μὲν περιοχὰς προκύπτει συμπύκνωσις σωματίων, εἰς ἄλλας δὲ ἀραιώσεις.

Εἰς τὸ σχῆμα 372 εἰκονίζεται ἡ στιγμιαία εἰκὼν τῶν θέσεων μετὰ τῶν φάσεων κινήσεως τῶν διαφόρων σωματίων. Ἐκεῖ, ὅπου τὰ σωματῖα κινουῦνται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς διαδόσεως τοῦ κύματος, σχηματίζεται συμπύκνωσις σωματίων, ἐνῶ εἰς τὰς περιοχὰς ὅπου κινουῦνται κατὰ διεύθυνσιν ἀντίθετον, παρατηρεῖται ἀραιώσεις.



Σχ. 371. Σχηματισμὸς διαδόσεως διαμήκους κύματος.



Σχ. 372. Φάσεις κινήσεων σωματίων εἰς διαμήκη κύμα, κατὰ τινὰ χρονικὴν στιγμὴν.

Ἐγκάρσια ἐν γένει κύματα γεννῶνται εἰς τὰ στερεὰ σώματα, τὰ ὁποῖα παρουσιάζουν ἐλαστικότητα ὄγκου καὶ ἐλαστικότητα ὀλισθήσεως, ἐνῶ *διαμήκη* κύματα παράγονται εἰς μέσα, τὰ ὁποῖα παρουσιάζουν μόνον ἐλαστικότητα ὄγκου καὶ στεροῦνται ἐλαστικότητος ὀλισθήσεως. Ὡς ἐκ τούτου, εγκάρσια κύματα δύναται νὰ παραχθοῦν μόνον εἰς τὰ στερεὰ σώματα, εἰς τὰ ὁποῖα ὅμως δύναται ἐπίσης νὰ παραχθοῦν καὶ διαμήκη κύματα. Τοῦναντίον, εἰς τὰ ὑγρὰ καὶ ἀέρια σώματα δύναται νὰ παραχθοῦν μόνον διαμήκη κύματα.

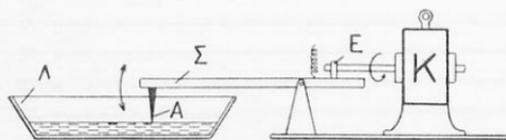
Μεταξὺν μήκους κύματος  $\lambda$ , ταχύτητος διαδόσεως  $c$  καὶ περιόδου κινήσεως  $T$  τῆς διαταράξεως ὑφίσταται ἡ θεμελιώδης σχέσηις :

$$\boxed{\lambda = c \cdot T} \quad \eta \quad \boxed{c = \lambda / T} \quad (1)$$

Ἐὰν δὲ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι ἡ συχνότης  $\nu$  καὶ ἡ περίοδος  $T$  συνδέονται διὰ τῆς σχέσεως  $\nu = \frac{1}{T}$ , προκύπτει ὁ ἐξῆς τύπος :

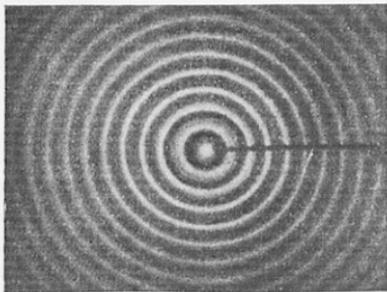
$$\boxed{c = \lambda \cdot \nu}$$

265\*. Ὑδατηρὰ κύματα. Εἶναι λίαν γνωστὰ εἰς ἡμᾶς τὰ κύματα τὰ προκαλούμενα διὰ



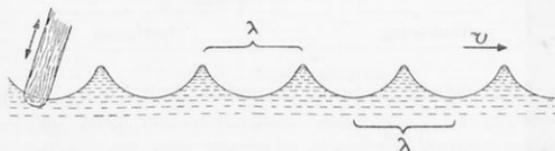
Σχ. 373. Πειραματικὴ διάταξις παραγωγῆς ὑδατηρῶν κυμάτων.

τὸ κοινὸν κέντρον εὐρίσκεται εἰς τὴν περιοχὴν τῆς διαταράξεως. Πειραματικῶς δυνα-



Σχ. 374. Φωτογραφία διαδόσεως ὑδατηρῶν κυμάτων.

ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος. Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν κορυφῶν δύο διαδοχικῶν λόφων καὶ τῶν βαθυτέρων σημείων δύο διαδοχικῶν κοιλάδων καλεῖται *μήκος τοῦ κύματος* ( $\lambda$ ).



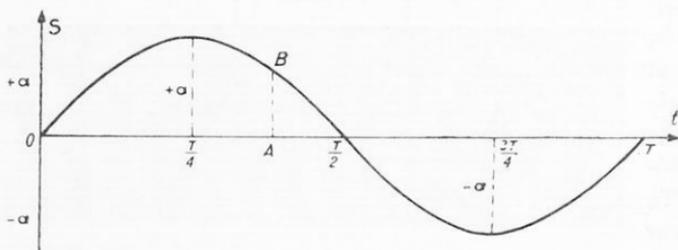
Σχ. 375. Κατακόρυφος τομὴ δεικνύουσα τοὺς λόφους καὶ τὰς κοιλάδας.

266. Ἡχητικὰ κύματα. Τὰ κύματα, τὰ ὁποῖα προκαλοῦνται εἰς τὸν ἀέρα ὑπὸ τῶν ἠχογόνων σωμάτων, καλοῦνται *ἠχητικὰ κύματα*. Οὕτως, διὰν



ξυγος ἀντιστοίχων τιμῶν τῶν  $s$  καὶ  $t$  θὰ ὀρίξῃ ἐν σημείον ἐν τῷ ἐπιπέδῳ, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 377.

Ἐάν τὰ οὕτω ὀριζόμενα σημεία ἐνώσωμεν διὰ συνεχοῦς γραμμῆς, προκύπτει καμπύλη, ἡ ὁποία δεικνύει τὸν νόμον τῆς μεταβολῆς τῆς ἀποκλίσεως μετὰ τοῦ χρόνου, καλεῖται δὲ *ἡμιτονοειδής*. Οὕτω, ἡ ἀπόκλις τοῦ κινητοῦ, ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς τὴν χρονικὴν στιγμὴν  $OA$ , θὰ παρέχεται ὑπὸ τοῦ μήκους  $AB$  καὶ οὕτω καθεξῆς.



Σχ. 377. Γραφικὴ παράστασις τῆς μεταβολῆς τῆς ἀποκλίσεως εἰς ἀρμονικὴν κίνησιν.

ἄνευ σημασίας, ἀποκτᾶ ὁμως σημασίαν, ὅταν ἔχωμεν δύο ἀρμονικὰς κινήσεις. Οὕτω, ἔστωσαν αἱ κινήσεις :

$$s_1 = a_1 \eta \mu \omega t = a_1 \eta \mu 2\pi \frac{t}{T}$$

$$s_2 = a_2 \eta \mu (\omega t + \varphi) = a_2 \eta \mu \left( \frac{t}{T} + \frac{\varphi}{2\pi} \right)$$

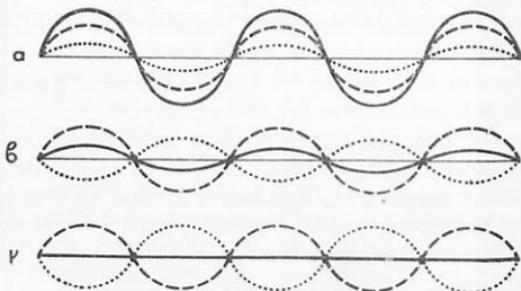
Αἱ δύο αὐταὶ κινήσεις ἔχουν τὴν αὐτὴν κυκλικὴν συχνότητα, ἀλλὰ ἔχουν διάφορα πλάτη καὶ διαφόρους φάσεις καὶ ἐπομένως λέγομεν, ὅτι παρουσιάζουν μεταξὺ τῶν *διαφορὰν φάσεως*.

Ἐάν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν, διὰ τὴν συσχέτισιν τῶν φάσεων, τὴν φάσιν τῆς  $s_1$ , τότε λέγομεν ὅτι ἡ  $s_2$  προηγεῖται τῆς  $s_1$  κατὰ τὴν γωνίαν  $\varphi$ , ἥτοι παρουσιάζουν μεταξὺ τῶν διαφορὰν φάσεως  $\varphi$ . Ἐάν ἡ σταθερὰ φάσεως εἶναι μηδέν, αἱ δύο παραστατικαὶ καμπύλαι θὰ εἶναι ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 378 (α), εἰς τὸ ὅποιον ἡ μία κίνησις παριστᾶται ὑπὸ τῆς κάτω καμπύλης δι' ἑστιαγμένης γραμμῆς (.....) καὶ ἡ ἄλλη ὑπὸ τῆς μεσαίας καμπύλης, διὰ δια-

λειπούσης γραμμῆς (---). Λόγω τῶν δύο τούτων κινήσεων, τῶν ὁποίων θὰ συμμετέχη τὸ κινητόν, αἱ ἀποκλίσεις, τὰς ὁποίας τούτο ὑφίσταται, εἶναι διαρκῶς τοῦ αὐτοῦ σημείου.

Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων (§ 57), θὰ προκύψῃ συνισταμένη κίνησις, τῆς ὁποίας τὸ πλάτος  $a$  θὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα  $a_1 + a_2$  τῶν πλατῶν τῶν δύο κινήσεων, ἢ δὲ ἐκάστοτε ἀπόκλις τοῦ κινητοῦ θὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ἀποκλίσεων ἐκάστης τῶν κινήσεων, ὡς δεικνύεται ὑπὸ τῆς καμπύλης διὰ συνεχοῦς παχίας γραμμῆς (—). Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην λέγομεν, ὅτι αἱ δύο κινήσεις εὐρίσκονται ἐν *συμφωνίᾳ φάσεως*.

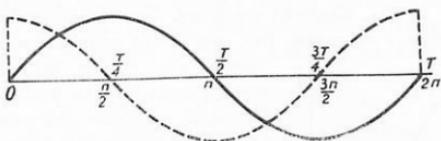
Ἐάν ὁμως  $\varphi = \pi$ , τότε αἱ παραστατικαὶ καμπύλαι τῶν δύο κινήσεων θὰ εἶναι διατε-



Σχ. 378. Σύνθεσις δύο ἀρμονικῶν κινήσεων : α) ἐν συμφωνίᾳ φάσεως, β) ἐν ἀντιθέσει φάσεως με ἄνισα πλάτη, γ) ἐν ἀντιθέσει φάσεως με ἴσα πλάτη.

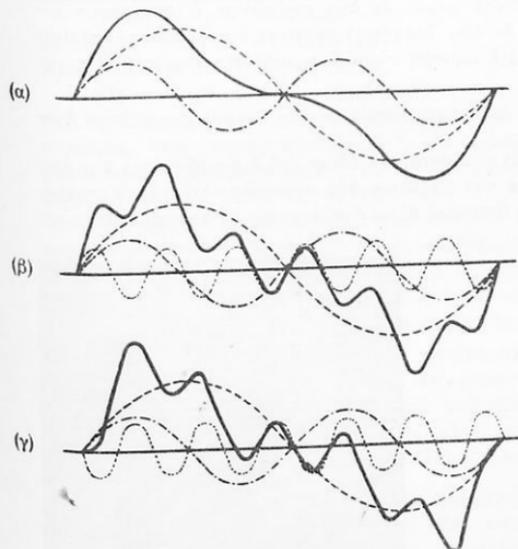
ταγμένα ως εις τὸ σχῆμα 378 (β). Ἐκ τοῦ αὐτοῦ σχήματος βλέπομεν, ὅτι ἐκ τῆς καμπύλης (.....) καὶ τῆς καμπύλης (---), αἱ ἀποκλίσεις εἶναι διαρκῶς ἀντιθέτων σημείων καὶ, εἰς ἐκάστην στιγμήν τοῦ χρόνου, ἡ συνισταμένη ἀπόκλισις τοῦ κινήτου θὰ εἶναι  $s = s_1 - s_2$  καὶ τὸ πλάτος τῆς συνισταμένης κινήσεως θὰ εἶναι  $a = a_1 - a_2$ , ὡς δεικνύεται διὰ τῆς καμπύλης διὰ παχείας γραμμῆς (σχ. 378, β).

Ἐάν ὁμως τὰ πλάτη τῶν δύο κινήσεων εἶναι ἴσα, ἤτοι  $a_1 = a_2$ , τότε θὰ εἶναι  $a = 0$  καὶ εἰς ἐκάστην στιγμήν τοῦ χρόνου θὰ ἔχωμεν  $s = 0$ , ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 378, (γ), διὰ παχείας συνεχοῦς εὐθείας γραμμῆς, ἣτοι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς μῆς κινήσεως ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τοῦ ἀποτελέσματος τῆς ἄλλης. Ὅταν ἡ διαφορά φάσεως μεταξύ τῶν δύο κινήσεων εἶναι  $\pi$ , τότε αἱ δύο κινήσεις λέγομεν, ὅτι εὐρίσκονται εἰς ἀντίθεσιν φάσεως. Εἰς τὸ σχῆμα 379 εἰκονίζονται δύο κινήσεις παρουσιάζουσαι διαφορὰν φάσεως  $\pi/2$ . Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι δύο ἄρμονικαὶ κινήσεις τῆς αὐτῆς περιόδου προστιθέμεναι παρέχουν ὡς συνισταμένην κίνησιν ἐπίσης ἄρμονικὴν (σχ. 378, α, β,).



Σχ. 379. Διάγραμμα δύο ἄρμονικῶν κινήσεων παρουσιάζουσῶν διαφορὰν φάσεως  $\pi/2$ .

270\*. Ἀνάλυσις περιοδικῆς κινήσεως. Θεωρήσωμεν δύο ἄρμονικὰς κινήσεις, ὡς δεικνύονται δι' ἐστιγμένης γραμμῆς εἰς τὸ σχ. 380 (α). Ἡ μία τούτων (---) ἔχει περίοδον διπλασίαν, καὶ ἑπομένως συχνότητα τὸ ἕμισυ τῆς ἄλλης (-.-.-.-), ἐνῶ ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ παρουσιάζουν διάφορα πλάτη.



Σχ. 380. Ἀνάλυσις περιοδικῆς κινήσεως εἰς τὸν θεμελιώδη καὶ τοὺς ἄρμονικοὺς της.

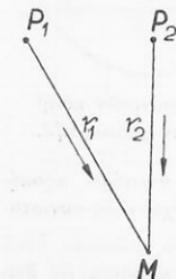
Δυνάμεθα νὰ εὐρωμεν τὴν μορφήν τῆς συνισταμένης κινήσεως, ἐάν προσθέσωμεν ἀλγεβρικῶς τὰς τεταγμένες αὐτῶν διὰ διαφορῶν χρονικῶν στιγμῶν καὶ συνδέσωμεν τὰ ἄκρα τῶν τεταγμένων τούτων διὰ συνεχοῦς γραμμῆς. Τότε βλέπομεν, ὅτι πάλιν ἡ συνισταμένη κίνησις, τῆς ὁποίας ἡ ἀπόκλισις μεταβάλλεται κατὰ νόμον (τὸν ὁποῖον δεικνύει ἡ καμπύλη διὰ συνεχοῦς γραμμῆς), εἶναι κίνησις περιοδική, ἀλλ' ὄχι πλέον ἄρμονική.

Ἀντιστρόφως ἐπίσης ἡ περιοδικὴ κίνησις, ἡ ὁποία παριστᾶται διὰ τῆς πλήρους γραμμῆς (σχ. 380, α) δύναται ν' ἀναλυθῇ εἰς τὰς δύο ἄρμονικὰς κινήσεις, αἱ ὁποῖαι παριστῶνται εἰς τὸ σχῆμα αὐτὸ δι' ἐστιγμένων γραμμῶν. Ἐνεκα τοῦ ἀνωτέρω λόγου, ἡ σπουδὴ τῆς ἄρμονικῆς κινήσεως ἔχει σπουδαιο-

τάτην σημασίαν εἰς τὴν Φυσικὴν, διότι, ὡς κατέδειξεν ὁ **Fourier**, οἰαδήποτε περιοδικὴ κίνησις δύναται, ὑπὸ ὀρισμένης προϋποθέσεως, νὰ ἀναλυθῇ εἰς ἄθροισμα πολλῶν ἄλλων ἀπλῶν ἄρμονικῶν κινήσεων, τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες εἶναι ἀκεραία πολλαπλασία μῆς ὀρισμένης συχνότητος, ἡ ὁποία καλεῖται *θεμελιώδης* ἢ κατὰ συνθήκην *πρώτη ἄρμονικὴ*, ὀρισμένης συχνότητος, ἡ ὁποία καλεῖται *ἄρμονικαὶ ἀνωτέρας τάξεως*. Οὕτως εἰς τὸ σχῆμα 380 (α), δεῖνται διὰ παχείας γραμμῆς ἢ προκύπτουσα περιοδικὴ κίνησις διὰ τῆς προσθέσεως τῆς

θεμελιώδους ή πρώτης αρμονικής και της δευτέρας, εις τὸ 380 (β), ή προκύπτουσα κίνησις διὰ προσθέσεως τῆς 1ης, 2ας και 6ης, και εις τὸ σχῆμα 380 (γ), ή κίνησις ή προκύπτουσα ἐκ τῆς 1ης, 2ας και 6ης, ἀλλ' ὑπὸ διαφορὰν φάσεως διάφορον ή εις 380 (β). Ἐπιπροσέτι, αἱ περιοδικαὶ κινήσεις, αἱ παριστώμεναι ὑπὸ τῶν καμπύλων διὰ παχείας γραμμῆς, δύνανται ν' ἀναλυθῶν εις ἀπλᾶς ἀρμονικὰς κινήσεις, αἱ ὁποῖαι εἰκονίζονται δι' ἐστιγμένον γραμμῶν.

271. Συμβολὴ κυμάτων. Φαντασθῶμεν, ὅτι εις ἓν μέσον ὑφίστανται δύο πηγαὶ διαταράξεων *σύγχρονοι*, δηλ. τῆς αὐτῆς περιόδου και τῆς αὐτῆς φάσεως, ἐντοπισμένοι εις δύο κέντρα  $P_1$  και  $P_2$  (σχ. 381). Εἶναι φανερόν, ὅτι ἐξ ἑκάστου κέντρου θὰ προέρχωνται κύματα διαδιδόμενα κατὰ πάσας τὰς διευθύνσεις και ἐπομένως τὸ σωματίον τοῦ μέσου  $M$  θὰ προσβάλλεται κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμὴν τοῦ χρόνου ὑπὸ τῶν κυμάτων τῶν προερχομένων ἐξ ἀμφοτέρων τῶν κέντρων  $P_1$  και  $P_2$ . Ὡς ἐκ τούτου, ή κίνησις τοῦ σωματίου εις  $M$ , συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων (§ 57), θὰ εἶναι ή συνισταμένη τῶν κινήσεων, τὰς ὁποίας θὰ ἐξετέλει, ἐὰν προσεβάλλετο ὑπὸ τοῦ ἑνὸς μόνον κύματος. Συμφώνως ὅμως πρὸς τὰ ἐν § 268, ἐὰν αἱ δύο κινήσεις φθάνουν εις  $M$  ἐν συμφωνίᾳ φάσεως, θὰ ἐνισχύωνται ἀμοιβαίως, ἐνῶ ἐὰν φθάνουν ὑπὸ ἀντίθεσιν φάσεως, ή μία θὰ ἀντιτίθεται εις τὴν ἄλλην και μάλιστα, ἐὰν τὰ πλάτη τῶν κινήσεων εἶναι ἴσα, τὸ σημεῖον  $M$  θὰ παραμῆνῃ ἀκίνητον. Τὸ φαινόμενον τῆς προσβολῆς τοῦ σημείου  $M$  τοῦ μέσου ἐκ δύο συμφώνων ή συγχρόνων κυμάτων, προερχομένων ἐκ δύο διαφόρων κέντρων διαταράξεως, καλεῖται *συμβολὴ κυμάτων* και ή σπουδὴ αὐτοῦ ἔχει μεγίστην σημασίαν εις τὴν Φυσικὴν.

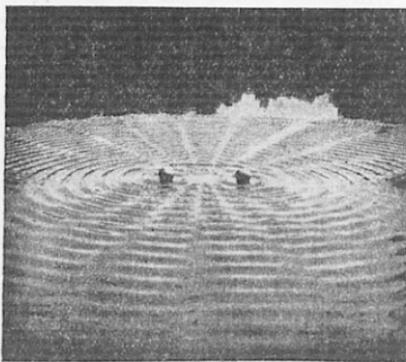


Σχ. 381. Διὰ τὴν ἐξήγησιν τῆς συμβολῆς κυμάτων.

*συμβολὴ κυμάτων* και ή σπουδὴ αὐτοῦ ἔχει μεγίστην σημασίαν εις τὴν Φυσικὴν.

272\*. Συμβολὴ ὑδατηρῶν κυμάτων. Διὰ τὴν κατανόησιν τῆς συμβολῆς κυμάτων ἀναχωροῦμεν ἀπὸ τοῦ ἀκολουθοῦντος πειράματος.

Ἐντὸς εὐρείας λεκάνης (βλ. σχ. 373) τοποθετοῦμεν ὕδωρ και διαταράσσομεν τὴν ἐπιφάνειαν αὐτοῦ εις δύο διάφορα σημεῖα με τὴν βοήθειαν δύο στελεχῶν παλλομένων συγχρόνως. Ἐκαστον διαταρασσόμενον σημεῖον ἀποτελεῖ ὅλως ἀνεξάρτητον κέντρον ἐκπομπῆς κυ-



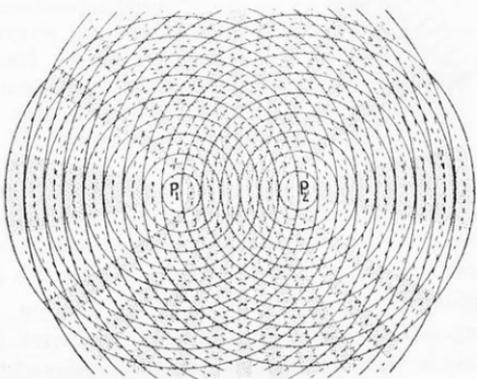
Σχ. 382. Φωτογραφία ἐκ συμβολῆς δύο ὑδατηρῶν κυμάτων.



Σχ. 383. Μεγέθυνσις τμήματος τῆς εἰκόνας τοῦ σχήματος 382.

μάτων ὑπὸ μορφήν συγκεντριῶν κύκλων και εις τὰς περιοχὰς, ὅπου συναντῶνται τὰ κύματα ταῦτα λέγομεν, ὅτι λαμβάνει χώραν *συμβολὴ τῶν κυμάτων*. Τὸ ἀποτέλεσμα τῆς συμβολῆς εἶναι, ὅτι εἷς τινὰς μὲν περιοχὰς συμβολῆς τῶν κυμάτων βλέπομεν, ὅτι ἐλαφρὰ σω-

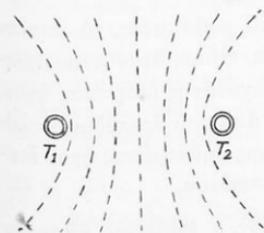
μάτια, τὰ ὁποῖα ἔχομεν προηγουμένως ρίψει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, π. γ. τεμάχια φελοῦ, κινουῦνται ζωηρῶς, ἐνῶ εἰς ἄλλας περιοχὰς τὰ σωματίδια ἡρεμοῦν ἢ κινουῦνται πολὺ ἀσθενῶς. Εἰς τὰς περιοχὰς ὅπου τὰ σωματίδια κινουῦνται ζωηρῶς, αἱ διαταρᾶξεις αἱ προερχόμεναι ὑπὸ τῶν δύο κέντρων κυμάτων ἐνισχύουσι ἢ μία τὴν ἄλλην, ἥτοι προστίθενται, ὅποτε λέγομεν, ὅτι αἱ διαταρᾶξεις *συμβάλλουσι ὑπὸ συμφωνίαν φάσεως*. Ἴνα δὲ συμβῆ τούτο, πρέπει ἢ διαφορά τῶν δρόμων τῶν διαταρᾶξεων ποῦ διανύουσιν, μέχρις ὅτου αὐτὰ φθάσουν εἰς τὸ θεωρούμενον σημεῖον, νὰ εἶναι ἴση πρὸς ἀκέραιον ἀριθμὸν ἡμίσεων μήκους κύματος. Εἰς τὸ σχῆμα 382 αἱ περιοχαί, ὅπου τὰ σωματίδια κινουῦνται ζωηρῶς, δεικνύονται ὑπὸ τῶν στενῶν σκιερῶν λωρίδων. Εἰς τὰς περιοχὰς, ὅπου τὰ σωματίδια κινουῦνται ἀσθενῶς ἢ ἡρεμοῦν, αἱ διαταρᾶξεις δὲν προστίθενται, ἀλλὰ τὸ ἀποτέλεσμα τῆς μιᾶς ἀναίρεται ὑπὸ τῆς ἄλλης, ὅποτε λέγομεν, ὅτι αἱ διαταρᾶξεις *συμβάλλουσι ὑπὸ ἀντίθεισιν φάσεως*· διὰ νὰ συμβῆ δὲ τούτο πρέπει ἢ διαφορά τῶν δρόμων αὐτῶν νὰ εἶναι ἴση πρὸς περιττὸν ἀριθμὸν ἡμίσεων μήκους κύματος. Εἰς τὸ σχῆμα 382 αἱ περιοχαί, ὅπου τὰ σωματῖα ἀκίνητων, δεικνύεται ὑπὸ τῶν φωτεινῶν λωρίδων.



Σχ. 384. Σχηματικὴ παράστασις (στιγμιότυπον) τῶν σημείων τοῦ χώρου, ὅπου παρατηρεῖται ἐνίσχυσις καὶ ἐξασθένεισι τῶν κυμάτων.

Οὕτω διὰ τῶν ὑδατηρῶν κυμάτων δυνάμεθα ν' ἀντιληφθῶμεν σαφῶς τὸ φαινόμενον τῆς συμβολῆς.

Εἰς τὸ σχῆμα 384, τὰ  $P_1$  καὶ  $P_2$  παριστοῦν δύο κέντρα διαταρᾶξεως, ἥτοι πηγὰς κυμάτων ὁμοίας πρὸς τὴν προηγουμένης περιγραφείσαν (σχ. 382). Τὰ ἐξ αὐτῶν προερχόμενα κύματα κατὰ τῖνα στιγμὴν παριστῶνται διὰ τῶν συγκεντρικῶν περιφερειῶν κύκλου, ἐκ τῶν ὁποίων αἱ μὲν εἰκονίζονται διὰ παχείας γραμμῆς ἀντιστοιχοῦν εἰς λόφους, ἐνῶ αἱ διὰ λεπτιῆς γραμμῆς ἀντιστοιχοῦν εἰς κοιλάδας καὶ ἐπομένως ἢ ἀπόστασις δύο διαδοχικῶν δι' ὁμοίας γραμμῆς κύκλων ἰσοῦται πρὸς τὸ μήκος τοῦ κύματος.

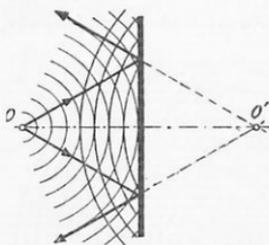


Σχ. 385. Κατὰ μήκος τῶν ἐστιγμένω γραμμῶν ἔχομεν ἐνίσχυσις, ἐνῶ διὰ τὰς ἐνδιαμέσους θέσεις ἔχομεν ἀπόσβειν.

Ὁ γεωμετρικὸς τόπος τῶν σημείων, εἰς τὰ ὁποῖα παρατηρεῖται ἐνίσχυσις τῆς κινήσεως τῶν σωματιῶν τοῦ ὕδατος, παριστᾶται ὑπὸ τῶν σκιασμένων περιοχῶν, ἐνῶ ὁ γεωμετρικὸς τόπος τῶν σημείων, εἰς τὰ ὁποῖα ἢ μία κίνησις ἀναίρει τὴν ἄλλην, εἰκονίζεται ὑπὸ τῶν μὴ σκιασμένων περιοχῶν.

273. Συμβολὴ ἡχητικῶν κυμάτων. Τὸ φαινόμενον τῆς συμβολῆς δὲν παρατηρεῖται μόνον εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ὑδατηρῶν κυμάτων, ἀλλὰ παρατηρεῖται γενικῶς εἰς τὰ πάσης φύσεως κύματα καὶ ἐπομένως δεόν νὰ παρατηρηθῆ καὶ εἰς τὰ ἡχητικὰ κύματα. Τὴν συμβολὴν τῶν ἡχητικῶν κυμάτων δυνάμεθα νὰ δεῖξωμεν πειραματικῶς διὰ τῆς ἀκολουθοῦ διατάξεως: Ἐπὶ τραπέζης τοποθετούμεν εἰς μικρὰν ἀπόστασιν ἀπ' ἀλλήλων (περίπου 1 μέτρον) δύο ὁμοια τηλέφωνα  $T_1, T_2$  (σχ. 385), τὰ ὁποῖα διεγείρομεν, ὥστε νὰ παράγουν ἦχον. Ἐὰν περιφερῶμεθα εἰς ἀπόστασιν 2-3 μέτρων περίξ τῶν τηλεφῶνων, ἀντιλαμβανόμεθα εἰς ὠρισμένας μὲν θέσεις ἦχον ἰσχυρόν, εἰς ἄλλας δὲ ἦχον ἀσθενῆ.

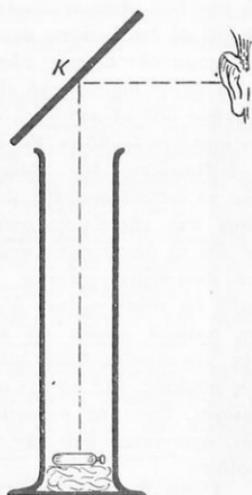
274. **Ἀνάκλασις ὑδατηῶν κυμάτων.** Θεωρήσωμεν λεκάνην ὀρθογωνίου σχήματος, εἰς τὴν ὁποίαν θέτομεν ὕδωρ. Ἐὰν διαταράξωμεν πρὸς στιγμὴν τὸ ὕδωρ τῆς λεκάνης εἰς τι σημεῖον τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ, π.χ. ἐὰν ἀφήσωμεν νὰ πῆλουν ἀπὸ σιφώνιον σταγόνες ὕδατος ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος τῆς λεκάνης, τότε παρατηροῦμεν, ὅτι δημιουργοῦνται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος κύματα, ὑπὸ μορφήν συγκεντροεικῶν κύκλων, τὰ ὁποῖα διαδίδονται περαιτέρω καί, ὅταν προσκρούσουν ἐπὶ τοῦ τοιχώματος τῆς λεκάνης, ἐπιστρέφουν πρὸς τὰ ὀπίσω, ἤτοι ἀνακλῶνται. Τὰ ἀνακλῶμενα ὁμοῦς κύματα δὲν ἔχουν ὡς κέντρον τὸ ἀρχικὸν κέντρον διαταράξεως  $O$ , ἀλλὰ τὸ συμμετρικὸν σημεῖον αὐτοῦ ὡς πρὸς τὸ τοίχωμα τῆς λεκάνης  $O'$  (σχ. 386).



Σχ. 386. Ἀνάκλασις κυμάτων.

275. **Ἀνάκλασις ἡχητικῶν κυμάτων.** Ἥχῳ.

Τὴν ἀνάκλασιν τῶν ἡχητικῶν κυμάτων ἀντιλαμβανόμεθα διὰ τοῦ ἀκολουθοῦ ἀπλουστάτου πειράματος: Ἐντὸς ὑαλίνου κυλίνδρου (σχ. 387) τοποθετοῦμεν μικρὸν ὥρολόγιον καὶ εἰς τὸ στόμιον τοῦ κυλίνδρου τοποθετοῦμεν μίαν πλάκα  $K$ , π.χ. ἐπίπεδον κάτοπτρον, ὁπότε ἀκούομεν τὸν ἦχον τῆς μηχανῆς τοῦ ὥρολογίου μόνον, ὅταν τὸ οὖς μας τεθῆ εἰς τὴν εἰς τὸ σχῆμα δεικνυομένην περιοχὴν. Ἐὰν τὸ οὖς τοποθετηθῆ ἔξω τῆς περιοχῆς ταύτης, ὁ ἦχος τοῦ ὥρολογίου δὲν γίνεται ἀκουστός.



Σχ. 387. Ἀνάκλασις τοῦ ἦχου ὥρολογίου.

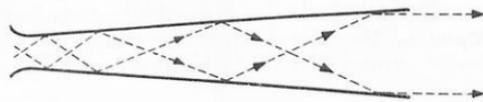
Ἀρίστην ὁμοῦς ἀποδείξιν τῆς ἀνακλάσεως τῶν ἡχητικῶν κυμάτων ἢ ἄλλως τοῦ ἦχου ἀποτελεῖ τὸ φαινόμενον τῆς ἠχοῦς.

Ἐν γένει **ἠχώ** παράγεται, ὡσάκις ἦχος ἀνακλᾶται ἐπὶ κωλύματος, τὸ ὁποῖον ἀπέχει ἕκ τῆς ἠχογόνου πηγῆς περισσότερον ἀπὸ 17 μέτρα. Οὕτω, ὅταν παρατηρητῆς εὐρίσκειται πρὸ ἐπιπέδου κωλύματος καὶ ἐκφωνῆ βραχυτάτης διαρκείας ἦχον, εὐρίσκειται δὲ εἰς ἀπόστασιν μεγαλυτέραν τῶν 17 μέτρων ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου κωλύματος, π.χ. τοίχου, ἀκούει μετὰ τὴν ἔκλειψιν τῆς ἐντυπώσεως τοῦ πρώτου ἦχου ἕτερον ἦχον ἐξ ἀνακλάσεως, ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖ τὴν ἠχώ τοῦ πρώτου.

Γνωρίζομεν ὅτι, ὅταν τὸ οὖς ὑφίσταται ἐξωτερικὸν ἐρεθισμὸν, ἢ ἐντύπωσιν ἐξακολουθεῖ νὰ παραμένῃ ἐπὶ χρονικὸν διάστημα  $1/10$  sec καὶ μετὰ τὴν ἔκλειψιν τοῦ ἐρεθισμοῦ. Κατὰ τὸ χρονικὸν ὁμοῦς τοῦτο διάστημα ὁ ἦχος διανύει 34 m καὶ ἐπομένως, ἵνα παρατηρητῆς ἀντιληφθῆ τὸν ἐξ ἀνακλάσεως ἦχον κεχωρισμένως ἀπὸ τοῦ ἀπ' εὐθείας, πρέπει ἢ ἀπόστασις του ἀπὸ τοῦ κωλύματος νὰ εἶναι μεγαλυτέρα τῶν 17 m. Εἰς πολλὰς περιπτώσεις, ἐφ' ὅσον ὁ ἦχος ἀνακλᾶται ὄχι ἐπὶ ἐνός κωλύματος, ἀλλ' ἐπὶ περισσότερον εὐρισκομένων εἰς καταλλήλους ἀποστάσεις, εἶναι δυνατόν, ἀντὶ ἐνός ἦχου ἐξ ἀνακλάσεως νὰ ἀκούσωμεν διαδοχικῶς περισσότερους, τὸ φαινόμενον δὲ τοῦτο ἀποτελεῖ τὴν **πολλαπλῆν ἠχώ**. Ἐὰν ὁμοῦς ἢ ἀπόστασις τοῦ τοιχώματος, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἀνακλᾶται ὁ ἦχος, εἶναι μικροτέρα τῶν 17 m, τότε ὁ παρατηρητῆς ἀκούει τὸν ἐξ ἀνακλάσεως ἦχον πρὸ τῆς ἐκλείψεως τοῦ ἀπ' εὐθείας, οὕτω δὲ ὁ ἐξ ἀνακλάσεως ἦχος φαίνεται ὡς προέκτασις τοῦ ἀρχικοῦ. Τὸ φαινόμενον

τοῦτο καλεῖται *ἀντήχησις*. Οὕτως εἰς κλειστοὺς χώρους τὸ φαινόμενον τῆς ἀντηχήσεως χρησιμεύει πρὸς ἐνίσχυσιν τῆς ἀκουστικῆς ἐντυπώσεως, διότι ὁ ἐξ ἀνακλάσεως ἤχου μίγνυται μετὰ τοῦ ἀπ' εὐθείας καί, ἐφ' ὅσον ἡ ἀντήχησις λαμβάνει χώραν λίαν ταχέως, τὸ φαινόμενον αὐτὸ συντελεῖ εἰς τὴν βελτίωσιν τῆς ἀκουστικῆς. Τοῦναντίον, ἐὰν ἡ ἀντήχησις λαμβάνῃ χώραν λίαν βραδέως, τότε αὕτη μίγνυται μετὰ μεταγενεστέρου ἤχου, οὕτω δὲ προκαλεῖ ἀσάφειαν εἰς τὴν ἀκουστικὴν ἐντύπωσιν, ὡς τοῦτο συμβαίνει π.χ. εἰς χώρους κενούς καὶ μεγάλους, οἷον ἐκκλησίας, ἀμφιθέατρα κ. ἄ. Λίαν χαρακτηριστικὸν παράδειγμα ἀντηχήσεως ἀποτελεῖ ὁ ἀντίλαλος τῆς βροντῆς.

Ἐπὶ τοῦ φαινομένου τῆς ἀνακλάσεως τοῦ ἤχου στηρίζεται ἡ συγκέντρωσις τῆς ἐνεργείας τῶν ἡχητικῶν κυμάτων πρὸς ὠρισμένην κατεύθυνσιν διὰ τοῦ *τηλεβόου* (σχ. 388). Ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα, διὰ πολλαπλῶν ἀνακλάσεων τῶν ἡχητικῶν κυμάτων ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ ἡχητικοῦ σωλήνος, ἡ ἡχητικὴ ἐνέργεια συγκεντρῶνται πρὸς ὠρισμένην κατεύθυνσιν. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζεται καὶ ἡ λειτουργία τῶν *φωναγωγῶν σωλήνων*, τῶν ἐγκατεστημένων εἰς ἀτμόπλοια, ξενοδοχεῖα κ.λ.π.



Σχ. 388. Συγκέντρωσις ἡχητικῶν κυμάτων διὰ πολλαπλῶν ἀνακλάσεων αὐτῶν εἰς τὸν ἡχητικὸν τηλεβόαν.

276. Πολυσύλλαβος ἤχῳ. Ὑποθέσωμεν, ὅτι ἡ λειτουργία τῆς ἠχογόνου πηγῆς δὲν εἶναι βραχυτάτης διαρκείας, ἀλλὰ διαρκεῖ π.χ. ἐπὶ  $1/10$  sec. ὅτε ὁ ἤχος, τὸν ὁποῖον ἀντιλαμβάνομεθα, θὰ διαρκῇ  $1/10 + 1/10 = 1/5$  sec καί, διὰ τὰ ἔχοντες σαφῆ ἤχῳ ὑπὸ τὰς ἀνωτέρω συνθήκας, πρέπει νὰ παρέχεται τοῦλάχιστον χρονικὸν διάστημα  $1/5$  sec μεταξύ τῆς ἐκπομπῆς τῶν ἀπ' εὐθείας κυμάτων καὶ τῶν ἐπιστροφικῶν ἐξ ἀνακλάσεως. Εἰς  $1/5$  sec ὁ ἤχος διανύει ἀπόστασιν  $340/5 = 68$  m καὶ ἐπομένως, διὰ τὴν ἀκουσθῆ σαφῆς ἤχῳ, πρέπει τὸ ἀνακλαστικὸν κώλυμα ν' ἀπέχη τοῦλάχιστον 34 m ἀπὸ τῆς ἠχογόνου πηγῆς. Ἀνάλογος ὑπολογισμὸς δύναιται νὰ γίνῃ διὰ ἤχον μεγαλυτέρας διαρκείας τοῦ  $1/10$  sec.

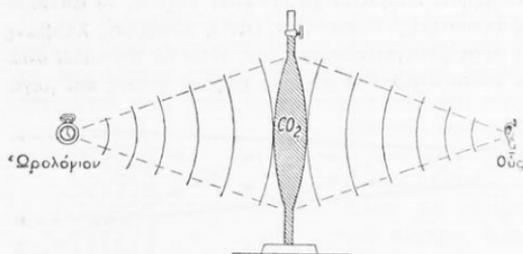
Ἐὰν παρατηρητῆς ἐκφωνῆ συλλαβὰς ὑπὸ ρυθμῶν μεγαλύτερον τῶν πέντε κατὰ δευτερόλεπτον, αὐταὶ δὲν δύνανται νὰ διακριθῶν ἀπ' ἀλλήλων, τοῦτο δὲ δηλοῖ ὅτι ἡ ἐντύπωσις τῆς συλλαβῆς διαρκεῖ ἐπὶ  $1/5$  τοῦ δευτερολέπτου. Ἐπειδὴ εἰς τὸ χρονικὸν τοῦτο διάστημα ἀντιστοιχεῖ, ὡς εἶδομεν, ἀπόστασις διαδόσεως τοῦ ἤχου 68 m, πρέπει, διὰ τὴν ἀκουσθῆ ἤχῳ, τὸ ἀνακλαστικὸν κώλυμα νὰ εὑρίσκειται εἰς ἀπόστασιν 34 m. Ἐὰν ὁμοίως ὁ παρατηρητῆς ἐκφωνῆ τὰς συλλαβὰς ὑπὸ ρυθμῶν 5 κατὰ δευτερόλεπτον καὶ αἴφνης παύσῃ τὸν ὁμιλῆ, τότε, ἐὰν ἡ ἀπόστασις τοῦ ἀνακλαστικοῦ κωλύματος εἶναι 34 m, θὰ ἀντιληφθῆ ὡς ἡχῳ μόνον τὴν τελευταίαν συλλαβὴν. Ἐὰν προτιθέται οὗτος ν' ἀκούσῃ π ο λ υ σ ύ λ λ α β ο ν ἤ χ ῳ π.χ. ἐκ x συλλαβῶν, ἡ ἀπόστασις αὐτοῦ ἀπὸ τοῦ ἀνακλαστικοῦ κωλύματος πρέπει νὰ εἶναι  $34 \cdot x$  μέτρα.

**Παράδειγμα.** Ἄνθρωπος εὐρισκόμενος πρὸ ἀνακλαστικοῦ κωλύματος ἐκφωνεῖ συλλαβὰς ὑπὸ τὸν ρυθμὸν πέντε συλλαβῶν κατὰ δευτερόλεπτον. Ἐὰν ἀντιλαμβάνεται τὰς τελευταίας τέσσαρας συλλαβὰς ὡς ἡχῳ, πόση ἡ ἀπόστασις αὐτοῦ ἀπὸ τοῦ κωλύματος.

Συμφάνως πρὸς τ' ἀνωτέρω λεχθέντα διὰ τὴν πολυσύλλαβον ἤχῳ, ἡ ἀπόστασις αὐτοῦ ἀπὸ τοῦ κωλύματος θὰ εἶναι:  $34 \cdot 4 = 136$  m.

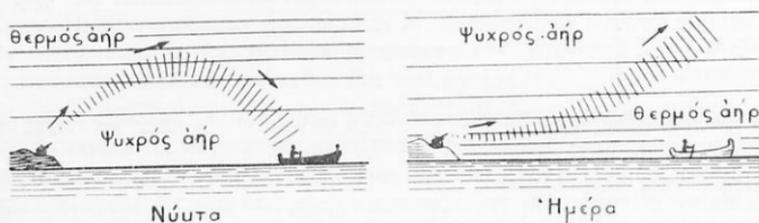
277\*. Διάθλασις τῶν ἡχητικῶν κυμάτων. Πειραματικῶς δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν τὴν διάθλασιν τῶν ἡχητικῶν κυμάτων διὰ τῆς κατασκευῆς φακοῦ ἐκ λεπτοῦ χάρτου ἢ λεπτῆς ἐλαστικῆς μεμβράνης, τὸν ὁποῖον πληροῦμεν διὰ  $\text{CO}_2$  (σχ. 389). Ἐὰν ἀφήσωμεν νὰ προσπέσῃ ἐπὶ τοῦ φακοῦ τούτου δέση ἀκουστικῶν ἀκτίνων, παρατηροῦμεν, ὅτι αὐταὶ συγκεντρῶνται ἐπὶ ὠρισμένου σημείου πρὸς τὸ ἕτερον μέρος τοῦ φακοῦ, ὡς ἀκριβῶς συμβαίνει καὶ εἰς τὰς συνήθεις ὀπτικές ἀκτίνες, ὅταν προσπίπτουν ἐπὶ συγκλίνοντος φακοῦ.

Ἐκ τοῦ φαινομένου τῆς διαθλάσεως καὶ ἀνακλάσεως τῶν ἡχητικῶν κυμάτων ἐξηγοῦνται διάφορα φαινόμενα, ὡς π. χ. αἱ παρατηρούμεναι ζῶναι σιγῆς. Τὸν σχηματισμὸν τῆς ζώνης σιγῆς δεῖκνύει τὸ σχῆμα 390, ὅπου ἐν καιρῷ νυκτὸς κύματα προερχόμενα ἐκ τῆς ἠχογόνου πηγῆς (π. χ. πυροβόλου), λόγῳ τῆς διαθλάσεως καὶ ὀκτικῆς ἀνακλάσεως ἐπὶ τῶν ἀνωτέρων στρωμάτων θερμοῦ ἀέρος, ὅπου ἡ ταχύτης διαδόσεως τῶν ἡχητικῶν κυμάτων καθίσταται μεγαλυτέρα, ὁ ἦχος καθίσταται ἀντιληπτός ἐκ μεγάλης ἀποστάσεως, ὅπου δὲν ἀνεμνετο, ἐνῶ εἰς τὸν μεταξύ χώρον δημιουργοῦνται περιοχαὶ σιγῆς. Τὸ ἀντίστροφον συμβαίνει ἐν καιρῷ



Σχ. 389. Διάθλασις κυμάτων διὰ φακοῦ  $\text{CO}_2$ .

ἡμέρας, ὡς δεῖκνύεται εἰς τὸ ἕτερον σχῆμα. Ἐκ τοῦ φαινομένου τούτου, διὰ πειραματισμοῦ μὲ

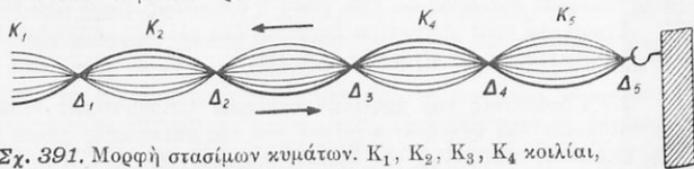


Σχ. 390. Ἀνάκλασις καὶ διάθλασις ἡχητικῶν κυμάτων.

βαρεῖς ἦχους προερχομένους ἐκ βαρέων πυροβόλων, φαίνεται ὅτι κατὰ μεγάλην πιθανότητα εἰς τὴν στρατόσφαιραν — εἰς ὕψος 40-60 km — ὑφίστανται λίαν θερμὰ στρώματα ἀέρος.

**278. Στάσιμα κύματα.** Διὰ τὴν σπουδὴν τοῦ φαινομένου τῶν στασίμων κυμάτων ἀναχωροῦμεν ἀπὸ τοῦ ἀκολουθοῦντος πειράματος: Στερεοῦμεν τὸ ἐν ἄκρον σχοινίου, ὡς δεῖκνύεται εἰς τὸ σχῆμα 368, ἐπὶ ἀκλονήτου σημείου, ἐνῶ κρατοῦντες τὸ ἄλλο ἄκρον διὰ τῆς χειρὸς μεταδίδομεν εἰς αὐτὸ παλμικὴν κίνησιν κινουντες καταλλήλως τὴν χεῖρά μας. Οὕτω δημιουργοῦμεν ἐπὶ τοῦ σχοινίου κύμα, τὸ ὁποῖον διαδίδεται κατὰ μῆκος αὐτοῦ, ἔνεκα δὲ τοῦ λόγου τούτου καλεῖται *διαδιδόμενον κύμα* καὶ τὸ ὁποῖον, φθάνον εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ σχοινίου τὸ προσοριζόμενον ἐπὶ τοῦ ἀκλονήτου κωλύματος, ἀνακλᾶται ἐπ' αὐτοῦ καὶ ἐπιστρέφει πρὸς τὰ ὀπίσω.

Οὕτως ἐπὶ τοῦ σχοινίου μετὰ τινα χρόνον θὰ ὑπάρχουν δύο διαδιδόμενα κύματα, τὸ ἀπ' εὐθείας καὶ τὸ ἐξ ἀνακλάσεως, τὰ ὁποῖα διαδίδονται κατ' ἀντιθέτους διευθύνσεις. Ἐκ τῆς συνυπάρξεως τῶν δύο τούτων κυμάτων προκύπτει τὸ γνωστὸν ἤδη φαινόμενον τῆς συμβολῆς. Μετὰ παρέλευσιν χρονικοῦ τινος διαστήματος ἀπὸ τῆς διεγέρσεως τοῦ σχοινίου καὶ ἐφ' ὅσον ἡ συχνότης τῆς ἀρχικῆς διεγέρσεως εὐρίσκεται εἰς τὴν κατάλληλον σχέσιν πρὸς τὸ μῆκος τοῦ σχοινίου, λαμβάνει τοῦτο τὴν εἰς τὸ σχῆμα 391



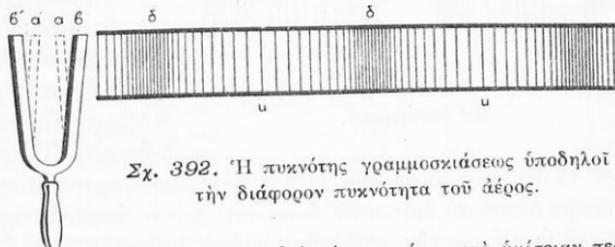
Σχ. 391. Μορφή στασίμων κυμάτων.  $K_1, K_2, K_3, K_4$  κοιλίαι,  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$  δεσμοί.

κνυομένην μορφήν. Οὕτω βλέπομεν, ὅτι εἰς τὸ σχοινίον ὑπάρχουν ὀριομέναι περιοχαὶ  $K_1, K_2, K_3$ , ὅπου τοῦτο πάλλεται ὑπὸ μέγιστον πλάτος κινήσεως, καλοῦνται δὲ αὐταὶ *κοιλίαι*, ἐνῶ ὑπάρχουν καὶ ἄλλαι περιοχαὶ  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$  ὅπου τὸ σχοινίον παραμένει ἀκίνητον, καλοῦνται δὲ αὐταὶ *δεσμοί*.

Τὸ ἀνωτέρω περιγραφόμενον φαινόμενον ἀποτελεῖ τὰ *στάσιμα κύματα* καὶ ἔχει σπουδαιότητα σημασίαν εἰς τὴν Φυσικὴν. Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν δεσμῶν ἢ δύο διαδοχικῶν κοιλιῶν ἰσοῦται πάντοτε πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ μήκους κύματος. Γενικῶς οἱ ἤχοι οἱ ἀποδιδόμενοι ὑπὸ τῶν ἐγχόρδων μουσικῶν ὀργάνων εἶναι ἀποτέλεσμα στασίμων κυμάτων.

Ἡ ἀνωτέρω περιπτώσις ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν παραγωγὴν στασίμων κυμάτων, ὅταν τὰ δύο διαδιδόμενα κύματα εἶναι ἐ γ α ρ σ ι α.

Ἀνάλογον ὅμως φαινόμενον δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν καὶ ἐπὶ *διαμήκων κυμάτων*, ὡς π.χ. εἰς ἀέριον στήλην περικλειομένην ἐντὸς σωλήνος, ὅτε σχηματίζονται περιοχαί, ὅπου ἡ πυκνότης παραμένει σταθερὰ καὶ ἄλλαι, ὅπου ἡ πυκνότης μεταβάλλεται ἐντὸς

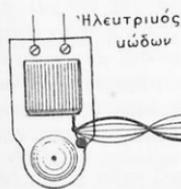


Σχ. 392. Ἡ πυκνότης γραμμοσιάζσεως ὑποδηλοῖ τὴν διάφορον πυκνότητα τοῦ ἀέρος.

εὐρέον ὀρίων ἀρχίζουσα ἀπὸ μεγίστης πυκνότητος διὰ νὰ μεταπέσῃ μετὰ ἡμίσειαν περιόδου εἰς ἐλαχίστην (σχ. 392). Ἡ ἀπόστασις δὲ μεταξὺ δύο διαδοχικῶν μεγίστων πυκνότητος ἢ δύο διαδοχικῶν ἐλαχίστων πυκνότητος ἰσοῦται ἐπίσης πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ μήκους κύματος. Τ' ἀνωτέρω κύματα ἐκλήθησαν *στάσιμα*, διότι αἱ κοιλίαι καὶ οἱ δεσμοὶ διατηροῦν ἀμετάβλητον θέσιν εἰς τὸ μέσον.

**279. Πειραματικὴ διάταξις στασίμων κυμάτων.** Ἡ πειραματικὴ ἐπίδειξις τῶν στασίμων κυμάτων γίνεται διὰ τῆς *συσκευῆς τοῦ Melde*, τῆς ὁποίας ἀπλούστατον τύπον δεικνύει τὸ σχῆμα 393.

Ἐπὶ τοῦ πλήκτρον συνήθους ἠλεκτρικοῦ κώδωνος συνδέομεν νῆμα συνήθως ἐκ βάμβακος, τοῦ ὁποίου τὸ ἄκρον διέρχεται διὰ τροχαλίας καὶ φορτίζεται ὑπὸ μικροῦ βάρους, ἵνα τὸ νῆμα διαταθῇ ἐλαφρῶς.



Σχ. 393. Ἀπλὴ διάταξις στασίμων κυμάτων.

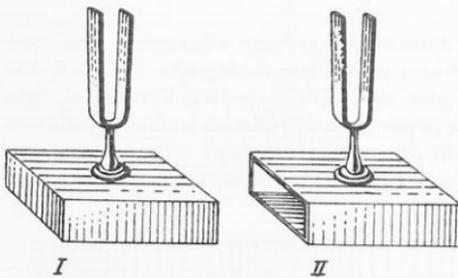
Ἐάν κλείσωμεν τὸ ἠλεκτρικὸν κύκλωμα, τὸ πλήκτρον δονεῖται διεγείρον κύματα τοῦ νήματος, ἢ ὁποία διαδιδομένη μέχρι τοῦ ἄλλου ἄκρου τοῦ νήματος ἀνακλᾶται καὶ ἐπιστρέφει πρὸς τὰ ὀπίσω, οὕτω δὲ ἐκ συμβολῆς τῶν δύο κυμάτων τοῦ ἀπ' εὐθείας καὶ ἐξ ἀνακλάσεως δημιουργοῦνται τὰ

στάσιμα κύματα, ὡς δεικνύεται ἐκ τῶν ἀναφαινομένων δεσμῶν καὶ κοιλιῶν. Διὰ μεταβολῆς τῆς συχνότητος τῆς κινήσεως τοῦ πλήκτρον, ἦτοι διὰ μεταβολῆς τοῦ τείνοντος βάρους, δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν διαφόρους διαμορφώσεις τῆς χορδῆς.

**280. Συντονισμός.** Θεωρήσωμεν τὰ δύο διαπασῶν I καὶ II, τὰ ὁποία εἶναι ἐντελῶς ὅμοια καὶ ἐπομένως παράγουν ἤχον τῆς αὐτῆς συχνότητος ἢ ἄλλως τοῦ αὐτοῦ ὕψους (σχ. 394).

Ἐάν διεγείρωμεν καταλλήλως τὸ ἐν τῶν διαπασῶν, ὥστε νὰ παράγῃ ἤχον,

τότε βλέπομεν, ὅτι καὶ τὸ δεύτερον διαπασῶν τίθεται ὁμοίως εἰς δόνησιν. Ἐὰν ὅμως ἀντικαταστήσωμεν τὸ διαπασῶν II δι' ἑτέρου διαφόρου συχνότητος καὶ ἐπα-



Σχ. 394. Δύο διαπασῶν ὅμοια εὐρίσκόμενα ἐν συντονισμῷ.

ναλάβωμεν τὸ πείραμα, βλέπομεν ὅτι τὸ διαπασῶν II δὲν τίθεται εἰς δόνησιν. Διὰ τὴν ἐπιτυχίαν τοῦ πειράματος εἶναι ἀπαραίτητος ἡ τοποθέτησις τῶν δύο διαπασῶν ἐπὶ δύο ὁμοίων ξυλίνων κιβωτιῶν (ἀντηχείων).

Τὸ ἀνωτέρω φαινόμενον ἐξηγεῖται ὡς ἐξῆς: Τὸ διαπασῶν I, ὅταν ἤχη, δημιουργεῖ εἰς τὸν περιβάλλοντα χῶρον ἠχητικὰ κύματα, τὰ ὁποῖα διαδιδόμενα εἰς τὸν χῶρον μεταφέρουν ἐνέργειαν. Ὄταν τὰ κύματα συναντή-

σουν τὸ δεύτερον διαπασῶν, μέρος τῆς ἐνεργείας αὐτῶν καταναλίσκεται εἰς τὴν διέγερσιν αὐτοῦ, τὸ διαπασῶν ὅμως τότε μόνον ὑπακούει καὶ ἤχει, δηλαδὴ χρησιμοποιεῖ ὠφελίμως τὴν καταναλισκομένην ἐνέργειαν, ὅταν ἡ συχνότης αὐτοῦ συμπίπτῃ πρὸς τὴν συχνότητα τῶν διεγειρόντων αὐτὸ κυμάτων, δηλαδὴ πρὸς τὴν συχνότητα τοῦ διαπασῶν I. Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει λέγομεν, ὅτι τὰ δύο διαπασῶν εὐρίσκονται ἐν **συντονισμῷ**.

Γενικῶς δὲ λέγομεν, ὅτι δύο σώματα δυνάμενα νὰ ἐκτελοῦν ταλαντώσεις εὐρίσκονται ἐν συντονισμῷ, ὅταν ἔχουν τὴν αὐτὴν συχνότητα.

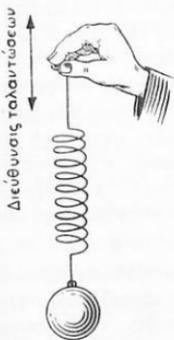
Ἡ πρακτικὴ σημασία τοῦ συντονισμοῦ ἔγκειται εἰς τὸ ὅτι τὸ ἓνα σῶμα δύναται νὰ παραλαμβάνῃ ἐκ τοῦ ἄλλου μέγιστον ποσὸν ἐνεργείας.

Πρὸς καλυτέραν κατανόησιν τοῦ φαινομένου τοῦ συντονισμοῦ ἀναχωροῦμεν ἐκ τοῦ ἀκολουθοῦντος πειράματος. Ἐὰν ἐξετάσωμεν τὴν περίπτωσιν τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς (§ 149), παρατηροῦμεν, ὅτι ἐν ἀρχῇ ἐκτοπιζόμεν τὸ ἐκκρεμὸς ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας του καὶ ἀκολουθῶς ἀφήνομεν αὐτὸ ἐλεύθερον, ὅτε γνωρίζομεν, ὅτι τὸ ἐκκρεμὸς ἐκτελεῖ κινήσιν αἰωρήσεων, ἡ ὅποια ἐδειξάμεν, ὅτι εἶναι περιοδικὴ κίνησις, τῆς ὁποίας ἡ περίοδος παρέχεται ὑπὸ τοῦ γνωστοῦ τύπου τοῦ ἐκκρεμοῦς. Ἐπίσης, ἐὰν ἀπὸ ἐλατηρίου, μονίμως ἐξηρητημένου κατὰ τὸ ἐν ἄκρον, ἐξαρθήσωμεν εἰς τὸ ἕτερον ἄκρον σῶμα μάζης  $m$ , ἐκτοπίσωμεν δὲ κατακορύφως τὸ σῶμα καὶ ἀφήσωμεν αὐτὸ ἀκολουθῶς ἐλεύθερον, παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ σῶμα ἐκτελεῖ κινήσιν ταλαντώσεων, ἡ περίοδος τῶν ὁποίων παρέχεται ἐκ τοῦ τύπου  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}$ , ὅπου  $m$  ἡ μάζα τοῦ σώματος (καὶ ἐλατηρίου) καὶ  $c$  ἡ σταθερὰ τοῦ ἐλατηρίου.

Εἰς ἀμφοτέρας τὰς ἀνωτέρω περιπτώσεις, κατὰ τὰς ὁποίας διεγείρομεν ἀρχικῶς τὸ σύστημα καὶ ἀκολουθῶς ἀφήνομεν αὐτὸ ἐλεύθερον, βλέπομεν, ὅτι τοῦτο ἐκτελεῖ ταλαντώσεις, τῶν ὁποίων ἡ περίοδος καθορίζεται ἀπλῶς ἐξ ὠρισμένων φυσικῶν σταθερῶν τοῦ συστήματος. Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει λέγομεν, ὅτι τὸ σύστημα ἐκτελεῖ **ἐλευθέρως ταλαντώσεις** ἢ ὅτι ταλαντεύεται ἐλευθέρως. Ἡ περίοδος τοῦ συστήματος καλεῖται **ἰδία ἢ φυσικὴ περίοδος**, ὁμοίως ἡ συχνότης αὐτοῦ καλεῖται **ἰδία ἢ φυσικὴ συχνότης**.

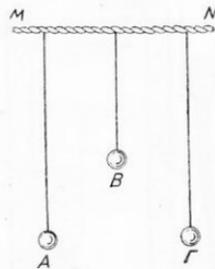
Φαντασθῶμεν ἤδη, ὅτι τὸ σπειροειδὲς ἐλατήριον τοῦ σχήματος 395 δὲν ἐξαρτᾶται ἀπὸ ἀκλονήτου σημείου, ἀλλὰ κρατεῖται ὑπὸ τῆς χειρὸς μας, ἡ ὅποια δὲν παραμένει ἀκίνητος ἀλλ' ἐκτελεῖ κατακορύφως κινήσιν παλινδρομικὴν, ἥτις δεχόμεθα ὅτι εἶναι ἁρμονικὴ. Ἡ κίνησις αὕτη μεταδίδεται προδήλως καὶ εἰς τὸ σύστημα τοῦ ἐλατηρίου, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς ἀπ' αὐτοῦ ἐξηρητημένης μάζης, τὸ ὁποῖον εἰδικώτερον καλεῖται **συντονιστής**, πρὸς διάκρισιν ἀπὸ

της χειρός ἡμῶν, ἡ ὁποία, ὡς διεγείρουσα τὴν κίνησιν τοῦ συστήματος, καλεῖται **διεγέρτης**. Εἶναι φανερόν, ὅτι ἡ περιοδικὴ αὕτη διεγερσις, ἡ ὁποία ἐπιτελεῖται συνεχῶς ἐπὶ τοῦ συντονιστοῦ, ὅστις, ὡς ἐκ τῶν προηγουμένων γνωρίζομεν, ἀποτελεῖ ταλαντευόμενον σύστημα ἔχον



Σχ. 395. Διὰ τὴν σπουδὴν τοῦ συντονισμοῦ.

ὀρισμένην φυσικὴν περίοδον ἢ συχνότητα, ἐξαναγκάζει αὐτὸν νὰ κινήθῃ, οὔτω δὲ παρατηροῦμεν, ὅτι ὁ συντονιστὴς ἄρχεται νὰ ταλαντεύεται ἄλλ' ἢ εἰς ἀντιθέτως ἐπιπέδον τῆς κινήσεως αὐτοῦ, βλέπομεν, ὅτι αὕτη εἶναι διάφορος τῆς φυσικῆς αὐτοῦ περιόδου. Ἐν τῇ αὐτῇ περιπτώσει λέγομεν, ὅτι ὁ συντονιστὴς δὲν ἐκτελεῖ ἐλευθέρως ταλαντώσεις, ἀλλὰ **βεβιασμένας ἢ ἐξηναγκασμένας**. Ἐάν ὅμως μεταβάλωμεν τὴν συχνότητα τῆς κινήσεως τῆς χειρός ὡς, εἰς τρόπον ὅστε αὕτη νὰ πλησιάζῃ ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον τὴν φυσικὴν συχνότητα τῆς κινήσεως τοῦ συντονιστοῦ, τότε παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ πλάτος τῆς κινήσεως τοῦ συντονιστοῦ ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον αὐξάνεται, ὅταν δὲ ἡ συχνότης τῆς κινήσεως τῆς χειρός μας συμπίπτῃ πρὸς τὴν φυσικὴν συχνότητα τοῦ συντονιστοῦ, τὸ πλάτος τῆς κινήσεως αὐτοῦ καθίσταται μέγιστον. Ἐν τῇ αὐτῇ



Σχ. 396. Διάταξις συντονισμοῦ μετ' ἐκκρεμῆ.

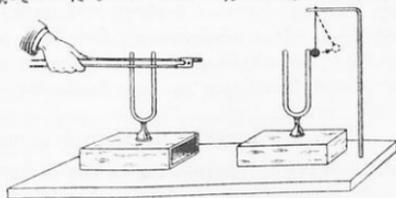
περιπτώσει λέγομεν, ὅτι μεταξὺ διεγέρτου καὶ συντονιστοῦ ὀφίσταται **συντονισμός**.

Λίαν διδακτικὸν πείραμα διὰ τὸν συντονισμὸν δεῖκνυται τὸ σχῆμα 396. Ἀπὸ τοῦ σχοινοῦ MN ἐξαρτώμεν τρία ἐκκρεμῆ A, B, Γ ἐκ τῶν ὁποίων τὰ A καὶ Γ εὐρίσκονται ἐν συντονισμῷ, διότι ἔχουν τὴν αὐτὴν περίοδον.

Ἐάν ἐκτοπίσωμεν τὸ ἐκκρεμὲς A ἀπὸ τῆς θέσεως ἰσορροπίας καὶ ἀφήσωμεν αὐτὸ ἀζωλόυτως ἐλευθέρου, τότε ἐνέργεια μεταβιβάζεται ἐκ τοῦ ἐκκρεμοῦς A μέσῳ τοῦ σχοινοῦ MN εἰς τὰ ἐκκρεμῆ B καὶ Γ. Ἐπειδὴ ὅμως τὸ ἐκκρεμὲς Γ εἶναι συντονισμένον πρὸς τὸ A, προσλαμβάνει τὴν μεταδιδόμενην ἐνέργειαν καὶ ἄρχεται κινούμενον μετ' αὐξανόμενον πλάτος αἰωρήσεως, ἐνῷ τὸ πλάτος τοῦ A ἐλαττοῦται. Ὅταν τὸ πλάτος τοῦ A μηδενισθῇ, ὅτε τοῦτο ἴσῃ μετ' ἀπολείψαντος, τὸ πλάτος τοῦ Γ ἔχει μέγιστην τιμὴν. Ἀκολουθῶς ἡ ἐνέργεια μεταδίδεται ἐκ τοῦ Γ πρὸς τὸ A κ.ο.κ. Καθ' ὅλην ὅμως τὴν διάρκειαν τῆς ἐναλλαγῆς τῆς ἐνεργείας μεταξὺ τῶν συντονισμένων ἐκκρεμῶν A καὶ Γ τὸ ἐκκρεμὲς B παραμένει ἀπαθὲς, δηλαδὴ ἀκίνητον.

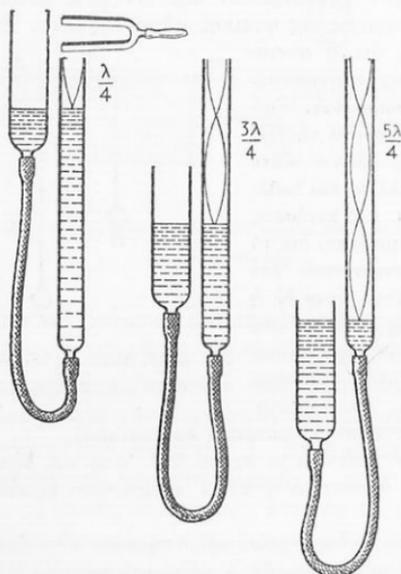
281. Ἐφαρμογὴ τοῦ φαινομένου τοῦ συντονισμοῦ εἰς τὴν Ἀκουστικὴν. Τὸ φαινόμενον τοῦ συντονισμοῦ, τὸ ὁποῖον εἰς γενικὰς ἐξητάσαμεν ἠδὴ ἀνωτέρω, εὐρίσκει σπουδαιότητα ἐφαρμογὴν εἰς τὴν Ἀκουστικὴν. Ὡς γνωστόν, διαπασῶν ὡς ἠχογόνος πηγὴ ἀποτελεῖ ταλαντευόμενον σύστημα καὶ ἐπομένως χαρακτηρίζεται ὑπὸ τῆς ἰδίας αὐτοῦ συχνότητος, ἣτις συμπίπτει πρὸς τὴν συχνότητα τοῦ ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει. Συμφώνως πρὸς τὰ ἐκτιθέμενα εἰς τὴν γενικὴν σπουδὴν τοῦ συντονισμοῦ, δύο διαπασῶν λέγομεν, ὅτι εὐρίσκονται εἰς συντονισμόν, ὅταν ἔχουν τὴν ἰδίαν φυσικὴν συχνότητα.

Τὴν σημασίαν τοῦ συντονισμοῦ εἰς τὴν Ἀκουστικὴν καταδεικνύει τὸ ἀκόλουθον πείραμα. Ἐάν ἐντὸς δωματίου τοποθετήσωμεν διαπασῶν, ὡς τὸ τοῦ σχήματος 397, καὶ εἰς ἀπόστασιν τινα ἀπ' αὐτοῦ τοποθετήσωμεν ἕτερον διαπασῶν, τὸ ὁποῖον νὰ εὐρίσκειται εἰς συντονισμόν πρὸς τὸ πρῶτον, δηλ. ἀμφότερα τὰ διαπασῶν νὰ ἔχουν τὴν αὐτὴν φυσικὴν



Σχ. 397. Ὅταν διεγερθῇ τὸ ἐν διαπασῶν μηχανικῶς διεγείρεται καὶ τὸ ἕτερον λόγῳ τοῦ συντονισμοῦ.

συχνότητα, παρατηρούμεν ὅτι, ἐὰν διεγείρωμεν τὸ ἓν τῶν διαπασῶν ὥστε νὰ παράγῃ ἦχον, τότε καὶ τὸ δεύτερον διεγείρεται καὶ παράγει ἐπίσης ἦχον. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἐξηγείται διὰ τῆς παραδοχῆς, ὅτι τὰ δύο διαπασῶν δὲν εἶναι ἀνεξάρτητα ἀπ' ἀλλήλων, ἀλλ' εἶναι συνευγευμένα διὰ τοῦ μεταξὺ αὐτῶν παρεμβαλλομένου ἀέρος καὶ ἐπομένως ἡ ἐνέργεια ἐκ τοῦ ἑνὸς διαπασῶν μεταβιβάζεται εἰς τὸ ἕτερον, ἢ δὲ μεταβίβασις αὕτη τῆς ἐνεργείας συν-



Σχ. 398. Ἐνίσχυσις τοῦ ἦχου παράγεται, ὅταν ἡ ἀέριος στήλη τοῦ δοχείου ἰσοῦται πρὸς  $1/4$ ,  $3/4$ ,  $5/4$  τοῦ μήκους κύματος.

στήλης, καθ' ἣν παρατηρεῖται ἡ συνήχησις, δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὸ μήκος τοῦ κύματος.

282. Συγκροτήσεις ἢ διακροτήματα. Ἐφ' ὅσον αἱ συχνοτήτες δύο διαπασῶν ἐν διεγέρσει δὲν συμπίπτουν, ἀκούομεν περιοδικῶς μέγιστα καὶ ελάχιστα, καλεῖται δὲ τὸ φαινόμενον τοῦτο *συγκροτήσεις ἢ διακροτήματα*. Ὄταν αἱ δύο συχνοτήτες πλησιαζοῦν νὰ γίνων ἴσαι τότε αἱ συγκροτήσεις διαδέχονται ἀλλήλας πολὺ βραδέως. Ἐφ' ὅσον ὅμως ἡ διαφορὰ συχνοτήτων αὐξάνεται, ἡ διαδοχὴ τῶν συγκροτήσεων γίνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ταχύτερα καὶ τέλος αὗται μίγνυνται εἰς ἓνα ἦχον, ὃ ὁποῖος καλεῖται *ἦχος ἐκ διαφορᾶς* καὶ ἔχει μικροτέραν συχνότητα ἀπὸ τὰς συχνοτήτας τῶν δύο ἦχων, οἱ ὅποιοι συντελοῦν εἰς τὴν γένεσιν αὐτοῦ. Ἀνάλογον πείραμα δυνάμεθα νὰ πραγματοποιήσωμεν καὶ διὰ δύο χορδῶν.

283. Ἄντηχεῖα. Διὰ τὴν ἐνίσχυσιν τοῦ ἦχου τῶν διαπασῶν χρησιμοποιοῦμεν τὰ *ἀντηχεῖα*. Ἀπλούστατον τύπον ἀντηχείου ἀποτελεῖ τὸ ξύλινον κιβώτιον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου στηρίζεται τὸ διαπασῶν (σχ. 394) καὶ τὸ ὁποῖον εἶναι ἀνοικτὸν κατὰ τὸ ἓν μέρος.

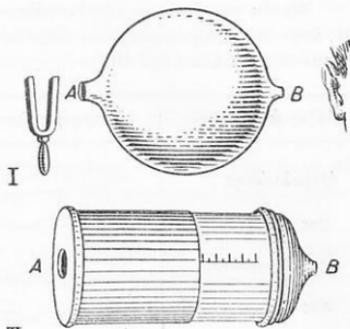
Διὰ νὰ παραχθῇ ὅμως ἐνίσχυσις τοῦ ἦχου, πρέπει τὸ μήκος τοῦ ἀντηχείου νὰ εὑρίσκηται εἰς ὠρισμένην σχέσιν πρὸς τὴν συχνότητα τοῦ ἦχου τοῦ παραγομένου ὑπὸ τοῦ διαπασῶν, εἰς τρόπον ὥστε ἡ ἀέριος στήλη ἢ ἐγκλειομένη ἐντὸς τοῦ ἀντη-

τελεῖται ὑπὸ τὴν καλύτεραν ἀπόδοσιν, ὅταν τὰ δύο διαπασῶν εὑρίσκωνται εἰς συντονισμόν. Ἐάν ὅμως τὸ δεύτερον διαπασῶν δὲν παρουσιάξῃ τὴν αὐτὴν φυσικὴν συχνότητα πρὸς τὸ πρῶτον, ἢ μεταβίβασις τῆς ἐνεργείας γίνεται ὑπὸ κακὴν ἀπόδοσιν, παρατηροῦμεν δὲ ὅτι τὸ δεύτερον διαπασῶν εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην δὲν διεγείρεται.

Ἄλλο πείραμα χαρακτηριστικὸν εἰς τὴν ἀπόδειξιν τῆς σημασίας τοῦ συντονισμοῦ εἶναι τὸ ἀκόλουθον. Ἄνωθεν τοῦ ἀνωτέρου ἄκρου ὑαλίνου σωλήνος (σχ. 398), ὅστις ἔχει διάμετρον ὀλίγων ἑκατοστῶν καὶ ὃ ὁποῖος εἶναι πλήρης ὕδατος καὶ συγκοινωνεῖ δι' ἐλαστικοῦ σωλήνος διὰ τοῦ κατωτέρου ἄκρου αὐτοῦ πρὸς μικρὰν δεξαμενὴν ὕδατος, τοποθετοῦμεν διαπασῶν, τὸ ὁποῖον παράγει ἦχον γνωστῆς συχνοτήτος. Ἐάν μεταβάλωμεν δι' ἀνυψώσεως ἢ καταβιβάσεως τῆς δεξαμενῆς τὴν στάθμην τοῦ ὕδατος καὶ ἐπομένως τὸ μήκος τῆς ἀερίου στήλης τῆς εὐρισκομένης ἀνωθεν τῆς στάθμης τοῦ ὕδατος, τότε παρατηροῦμεν ὅτι, μόνον ὅταν ἡ στήλη λάβῃ ὠρισμένον μήκος, ἐξαρτώμενον ἐκ τῆς συχνοτήτος τοῦ ἦχου τοῦ διαπασῶν, αὕτη συνηχεῖ μετ' αὐτοῦ, οὕτω δὲ ἀκούομεν ἔντονον ἦχον. Διὰ μετρήσεως τοῦ μήκους τῆς ἀερίου

χείου, όταν διεγείρεται, να δύναται να παραγάγη ἦχον τῆς αὐτῆς συχνότητος πρὸς τὸν τοῦ διαπασῶν. Μὲ ἄλλους λόγους παράγεται ἐνίσχυσις τοῦ ἦχου, ὅταν ὁ ἀέριος ὄγκος τοῦ ἀντηχείου καὶ τὸ διαπασῶν εὐρίσκονται ἐν συντονισμῷ.

Ἐκτὸς τοῦ ἀνωτέρω ἀντηχείου, διὰ τὰς ἐρεῦνας εἰς τὴν Ἀκουστικὴν χρησιμοποιοῦμεν καὶ ἄλλους τύπους ἀντηχείων, τὰ ὁποῖα κατασκευάζονται ἐκ μετάλλου, ὡς π.χ. τὸ ἀντηχείον τοῦ **Helmholtz** (σχ. 399, I) καὶ τὸ ἀντηχείον τοῦ **König** (σχ. 399, II), εἰς τὸ ὁποῖον μάλιστα δυνάμεθα νὰ μεταβάλλωμεν τὸν ὄγκον τῆς ἀερίου στήλης, δηλαδὴ νὰ μεταβάλλωμεν τὴν συχνότητα τοῦ ἦχου, τὴν ὁποῖαν αὕτη δύναται νὰ παράγη.



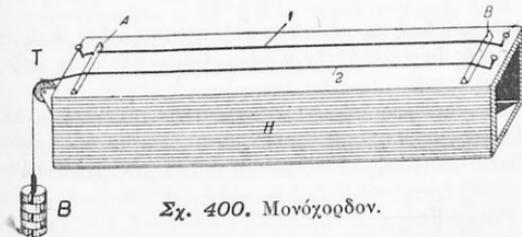
Σχ. 399. Ἀντηχέια. I, Helmholtz. II, König.

284. Ἠχογόνοι πηγαί. Εἰς τὴν Φυσικὴν, ἐκτὸς τῶν διαπασῶν καὶ τῶν σειρήνων, χρησιμοποιοῦμεν ὡς ἠχογόνους πηγάς τὰς *χορδὰς*, τοὺς *ἠχητικούς σωλήνας*, τὰς *μεταλλικὰς πλάκας* ἢ *μεμβράνας*, τοὺς *κώδωνας* κ. ἄ.

**Α' Χορδαί.** Ἐφαρμογὴν εὐρίσκουν αἱ χορδαί εἰς τὸ γνωστὸν μουσικὸν ὄργανον *πιάνο*, τὸ ὁποῖον φέρει ἐπὶ καταλλήλῳ πλαισίου 88 χορδὰς διαφόρου μήκους καὶ διαμέτρου καὶ 88 πλήκτρα, διὰ τῶν ὁποίων δυνάμεθα νὰ πλήττωμεν τὰς χορδὰς καὶ νὰ ἀναγκάζωμεν αὐτὰς νὰ παράγουν ἦχους.

Ἐκάστη χορδῆ, ὡς εὐκόλως παρατηροῦμεν εἰς τὸ πιάνο, παράγει ἦχον ὀρισμένης συχνότητος καὶ μάλιστα οἱ βαρεῖς ἦχοι παράγονται ἀπὸ τὰς ἐπιμήκεις καὶ μεγάλης διαμέτρου χορδὰς, ἐνῶ οἱ ὀξεῖς ἦχοι παρέχονται ὑπὸ τῶν μικροῦ μήκους καὶ λεπτῶν χορδῶν. Ἐπομένως βλέπομεν, ὅτι ἡ συχνότης τοῦ ἦχου, τὸν ὁποῖον παράγει χορδῆ ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ μήκους καὶ τῆς διαμέτρου αὐτῆς.

Ἐπίσης ἐὰν ἐξετάσωμεν ὀρισμένην χορδὴν οἰοδηῖτοτε ἐγγύρδου ὄργάνου, ὡς π.χ. τοῦ πιάνου, βλέπομεν ὅτι ἡ συχνότης τοῦ ἦχου, τὸν ὁποῖον παράγει, ἐξαρτᾶται καὶ ἐκ τῆς τάσεως τῆς χορδῆς, ὡς τοῦτο παρατηροῦμεν, ἐὰν μεταβάλλωμεν διὰ καταλλήλου κλειδίου τὴν τάσιν τῆς χορδῆς.



εὐρίσκομεν δὲ μάλιστα ὅτι, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ τάσις, τόσον ὀξύτερος εἶναι ὁ ἦχος, τὸν ὁποῖον παράγει ἡ χορδῆ. Τοὺς νόμους τῶν χορδῶν δυνάμεθα νὰ σπουδάσωμεν δι' εἰδικῆς συσκευῆς, ἡ ὁποία καλεῖται *ἠχόμετρον* ἢ *μονόχορδον* (σχ. 400).

Τοῦτο ἀποτελεῖται ἐκ ξυλίνου κιβωτίου εἰς τὸ ἐν ἄκρον τοῦ ὁποίου στερεοῦνται μονίμως τὰ ἄκρα δύο χορδῶν (1) καὶ (2). Ἐκ τούτων, ἡ μὲν (1) κατὰ τὸ ἔτερον αὐτῆς ἄκρον στερεοῦται μονίμως, τῆς τάσεως αὐτῆς ρυθμιζομένης διὰ περιστροφῆς κοχλίου. Τῆς ἑτέρας στερεοῦται μονίμως, τῆς τάσεως αὐτῆς ρυθμιζομένης διὰ τροχαλίας T καὶ διατείνεται αὕτη διὰ βαρῶν B, τὰ ὁποῖα ρυθμίζονται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἡ χορδῆ (2) νὰ παρέχη ἦχον τῆς αὐτῆς συχνότητος πρὸς τὸν τῆς (1), ὁ ὁποῖος εἶναι γνωστός ἐκ τῶν προτέρων.

Ἐκ τῆς πειραματικῆς σπουδῆς τῶν χορδῶν δεικνύεται, ὅτι ἐπ' αὐτῆς ἀναπτύσσονται

στάσιμα κύματα και ότι μία χορδή ανάλογως του τρόπου διεγέρσεως αυτής δύναται να παρέχει είτε τον θεμελιώδη (ή πρώτον αρμονικόν), είτε οιονδήποτε άλλον αρμονικόν ανωτέρας τάξεως, ήτοι ή χορδή παρέχει τον θεμελιώδη και όλους τους αρμονικούς ήχους.

Ὡς ἐκ του τρόπου τῆς διατάξεως τῆς χορδῆς τὰ δύο ἄκρα αὐτῆς ἀποτελοῦν δεσμούς καί, ὅταν ή χορδή παρέχῃ τὸν θεμελιώδη ἢ πρῶτον ἀρμονικόν, ἐπὶ τοῦ μέσου αὐτῆς σχηματίζεται μία κοιλία (σχ. 401).

Τάξις ἀρμονικῶν	Μορφή ταλαντώσεως	Μήκος κύματος	Συχνότης
Θεμελιώδης		$\lambda_1$	$\nu_1$
2ος ἀρμονικός		$\lambda_2 = 1/2 \lambda_1$	$2\nu_1$
3ος ἀρμονικός		$\lambda_3 = 1/3 \lambda_1$	$3\nu_1$
4ος ἀρμονικός		$\lambda_4 = 1/4 \lambda_1$	$4\nu_1$

Σχ. 401. Χορδή παράγουσα ἀρμονικούς ἀνωτέρας τάξεως.

Ἐάν διὰ  $\lambda_1$  καλέσωμεν τὸ μήκος κύματος τοῦ θεμελιώδους καὶ διὰ  $l$  τὸ μήκος τῆς χορδῆς, εἶναι  $\lambda_1 = 2l$ .

Ὅταν ή χορδή παρέχῃ τὸν ἀρμονικόν δευτέρας τάξεως, ή διαμόρφωσις τῆς χορδῆς εἶναι τοιαύτη, ὥστε νὰ ἐμφανίζονται τρεῖς δεσμοὶ καὶ δύο κοιλίαι· εἶναι δὲ τότε  $\lambda_2 = l = \frac{1}{2} \lambda_1$  καὶ γενικῶς διὰ τὸν ἀρμονικόν τάξεως  $n$  θὰ εἶναι  $\lambda_n = \frac{1}{n} \lambda_1 = \frac{2l}{n}$  (σχ. 401).

Ἐκ τῆς θεωρητικῆς σπουδῆς τῶν χορδῶν δεικνύεται, ὅτι ή ταχύτης διαδόσεως ἐγκαταλείπει κατὰ μήκος χορδῆς ἐκφράζεται ὑπὸ τύπου:

$$c = \sqrt{\frac{F}{\delta}} \quad (1)$$

ὅπου  $F$  ή τείνουσα τὴν χορδὴν δύναμις καὶ  $\delta$  ή γραμμικὴ πυκνότης τῆς χορδῆς, δηλ. ή μᾶζα ή ἀντιστοιχοῦσα εἰς μήκος τῆς χορδῆς ἴσον πρὸς τὴν μονάδα. Οὕτω, ἐάν  $m$  ή μᾶζα τῆς χορδῆς καὶ  $l$  τὸ μήκος αὐτῆς, εἶναι  $\delta = m/l$ .

Ἐάν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι διὰ τὸν ἀρμονικόν τάξεως  $n$  ἰσχύει ή σχέσις  $\nu_n = c \cdot \lambda_n$  ὅπου  $\nu_n$  ή συχνότης αὐτοῦ καὶ  $c$  ή ταχύτης διαδόσεως, εὐρίσκομεν  $\nu_n = c/\lambda_n$ . Ἐάν δὲ πρὸς τοῦτους λάβωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι  $\lambda_n = 2l/n$ , τότε ὁ τύπος (1) δύναται νὰ γραφῇ ὑπὸ τὴν μορφήν:

$$\nu_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F}{\delta}} \quad (2)$$

Ὁ τύπος οὗτος δύναται νὰ τροποποιηθῇ ὡς ἐξῆς. Ἐάν διὰ  $l$  καλέσωμεν τὸ μήκος τῆς χορδῆς, διὰ  $r$  τὴν ἀκτίνα αὐτῆς καὶ  $\rho$  τὴν πυκνότητα τῆς ὕλης ἐξ ἧς ἀποτελεῖται, θὰ εἶναι  $m = \pi r^2 \cdot l \cdot \rho$ , ὅπου  $m$  ή μᾶζα τῆς χορδῆς. Ἐπειδὴ δὲ  $\delta = m/l$ , προκύπτει  $\delta = \pi r^2 \rho$  καὶ ἐάν τὴν τιμὴν ταύτην τοῦ  $\delta$  ἀντικαταστήσωμεν εἰς τὸν τύπον (2), προκύπτει:

$$\nu_n = \frac{n}{2lr} \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot \rho}} \quad (3)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (2) συνάγομεν τοὺς ἀκολουθούτους νόμους τῶν χορδῶν:

1) Ἡ συχνότης τοῦ ἤχου εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ μήκους τῆς χορδῆς. Δηλαδή εἰς δύο ὁμοίας χορδὰς εὐρισκομένης ὑπὸ τὴν αὐτὴν τάσιν καὶ τῶν ὁμοίων τὰ μήκη

εύρισκονται εις λόγον 1:2 αἱ συχνότητες τῶν ἤχων εὐρίσκονται εις λόγον 2:1, ἴτοι ἡ χορδὴ διπλασίου μήκους παρέχει ἤχον, τοῦ ὁποίου ἡ συχνότης εἶναι τὸ ἕμισυ τῆς συχνότητος τοῦ ἤχου τῆς ἄλλης χορδῆς.

2) \**Ἡ συχνότης τοῦ ἤχου εἶναι ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς εἰξῆς τῆς τεινούσης δυνάμεως τῆς χορδῆς.* Δηλαδή ἐάν χορδὴ ὑπὸ τεινούσαν δύναμιν 4 kgf\* παρέχῃ ἤχον συχνότητος 100 παλμῶν κατὰ sec, διὰ ν' ἀνυψώσωμεν τὴν συχνότητα εἰς 200 παλμοὺς κατὰ sec ἀπαιτεῖται τεινούσα δύναμις 16 kgf\*.

3) \**Ἡ συχνότης εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς εἰξῆς τῆς γραμμικῆς πυκνότητος.* Τοῦτο παρατηροῦμεν εἰς τὰ ἔγχορδα ὄργανα, ὅπου αἱ παχύτεραι χορδαὶ παράγουν βαρύτερους φθόγγους τῶν ἄλλων. Ἐπίσης τοῦτο παρατηροῦμεν εἰς τὸ πιάνο, ὅπου αἱ χορδαὶ αἱ παράγουσαι τοὺς βαρεῖς ἤχους εἶναι περιεπιλεγμένοι διὰ σύρματος πρὸς αὔξησιν τοῦ βάρους αὐτῶν.

\**Αριθμητικὸν παράδειγμα. Χορδὴ μήκους 110 cm καὶ μάζης 160 gr ὑφίσταται τάσιν  $7,64 \cdot 10^7$  Dyn. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ συχνότης τοῦ ὑπ' αὐτῆς παραγομένου θεμελιώδους ἤχου.*  
Ἡ γραμμικὴ πυκνότης τῆς χορδῆς εἶναι  $160/110 = 1,45$  gr/cm, ἐνῶ διὰ τὸν θεμελιώδη ἤχον εἶναι  $n = 1$ , ἐπομένως:

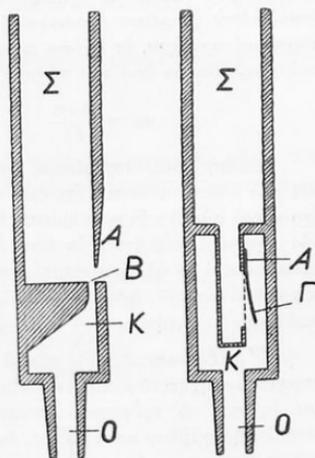
$$v = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F}{\delta}} = \frac{1}{2 \cdot 110} \sqrt{\frac{7,64 \cdot 10^7}{1,45}} = 33 \text{ sec}^{-1}$$

**Β'. Ἡχητικοὶ σωλήνες.** Εἰς τὴν Φυσικὴν, ἡ *χητικὸς σωλήνας* καλοῦμεν *σωλήνα ἐκ ξύλου ἢ μετάλλου, εἰς τοὺς ὁποίους, διὰ προσφουσώσεως ρεύματος ἀέρος ἀπὸ στομίου, προκαλοῦμεν διατάραξιν τῆς στήλης τοῦ περιχομένου εἰς τὸν σωλήνα ἀερίου.* Εἰς τὸν σωλήνα τοῦ σχήματος 402 ὁ ἀήρ, εἰσερχόμενος διὰ τοῦ Ο εἰς Κ, ἐξέρχεται διὰ τοῦ στομίου εἰς Β, ὅτε εἰς τὸ χεῖλος Α δημιουργεῖται ἐστία διαταράξεως τῆς ἀερίου στήλης. Εἰς τὸν σωλήνα τοῦ σχήματος 403 ὁ ἀήρ εἰσχωρεῖ διὰ τοῦ Ο καὶ ἐμβάλλει εἰς παλμικὴν κίνησιν τὴν γλωττίδα ΑΓ.

Ἡ παραγωγή ἤχου ὑπὸ ἠχητικοῦ σωλήνος ἐξηγεῖται ἐπὶ τῇ βάσει τῆς θεωρίας τῶν στασίμων κυμάτων. Εἰς τοὺς κλειστοὺς κατὰ τὸ ἄνω ἄκρον σωλήνας ἡ περιοχὴ αὐτῆ ἀντιστοιχεῖ εἰς δεσμόν καὶ τὸ κάτω μέρος, ἐκ τοῦ ὁποίου διεγείρεται ὁ σωλήν, ἀποτελεῖ κοιλίαν. Εἰς τὸν σωλήνα ἀναφαίνονται δεσμοὶ καὶ κοιλίαι, τῶν ὁποίων αἱ θέσεις ἐξαρτῶνται ἐκ τοῦ γραμμικοῦ μήκους τοῦ σωλήνος. Οὗτος δύναται νὰ παράγῃ εἴτε τὸν θεμελιώδη ἤχον εἴτε ὠρισμένους ἁρμονικοὺς ἀνωτέρως τάξεως. Εἰς τὸ σχῆμα 404 δεικνύονται αἱ θέσεις τῶν δεσμῶν καὶ κοιλῶν εἰς κλειστὸν ἠχητικὸν σωλήνα, ὅταν οὗτος παράγῃ τὸν θεμελιώδη ἢ πρῶτον ἁρμονικὸν καὶ τοὺς ἁρμονικοὺς τρίτης καὶ πέμπτης τάξεως. Τὸ μήκος κύματος τοῦ θεμελιώδους ἰσοῦται πρὸς τὸ τετραπλάσιον τοῦ γραμμικοῦ μήκους τοῦ σωλήνος.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι: *κλειστὸς ἠχητικὸς σωλήν δύναται νὰ παρέχῃ τὸν θεμελιώδη ἤχον καὶ τοὺς ἁρμονικοὺς περιττῆς τάξεως.* Ἡ συχνότης  $v_n$  τοῦ παρεχομένου ἤχου ἐν σχέσει πρὸς τὸ μήκος τοῦ σωλήνος  $l$  δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου:

$$v_n = \frac{(2n-1)c}{4l}$$



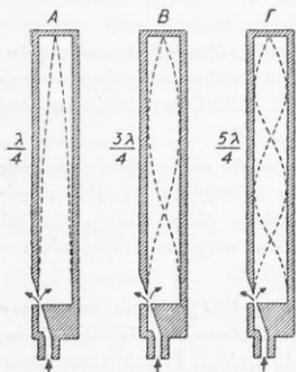
Σχ. 402.

Σχ. 403.

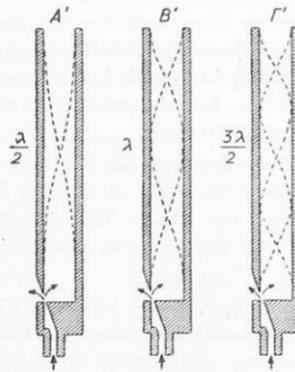
Ἡχητικὸς σωλήν διεγείρομενος διὰ στομίου (σχ. 402) ἢ διὰ γλωττίδος (σχ. 403).

Ἡ παρεχομένου ἤχου ἐν σχέσει πρὸς

όπου  $c$  ή ταχύτης διαδόσεως του ήχου εντός της αερίου στήλης και  $v_n$  ή συχνότης του αρμονικου. Είς την περίπτωση καθ' ην το άνω μέρος του σωλήνος είναι άνοιχτόν, ή περιοχή αὐτη θ' αντιστοιχῆ εἰς κοιλίαν, ὡς επίσης κοιλίαν ἀποτελεῖ καὶ ή περιοχή διεγέρσεως του σωλήνος. Τό σχῆμα 405 δεικνύει τήν διανομήν των κοιλιών καὶ δεσμών, όταν άνοιχτός ήχητικός σωλήν παρέχη τόν θεμελιώδη ἢ πρῶτον άρμονικόν, τόν δεύτερον



Σχ. 404. Κλειστοὶ ήχητικοὶ σωλήνες.



Σχ. 405. Άνοιχτοὶ ήχητικοὶ σωλήνες.

καὶ τόν τρίτον. Τό μήκος κύματος του θεμελιώδους ἰσοῦται πρὸς τό διπλάσιον του γραμμικοῦ μήκους του σωλήνος.

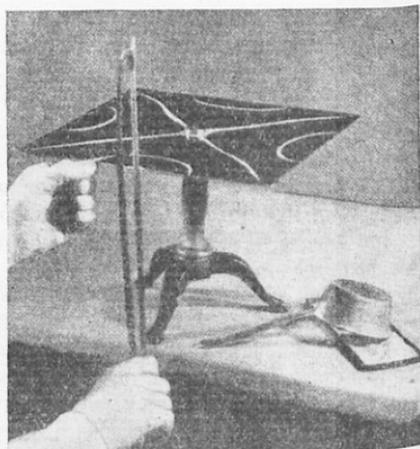
Ἐκ τῶν άνωτέρω προκύπτει, ὅτι άνοιχτός ήχητικός σωλήν δύναται νά παρέχη, ἐκτός του θεμελιώδους ἢ πρῶτου άρμονικου ήχου, καὶ ὅλους τούς λοιπούς άρμονικούς. Ἡ συχνότης  $v_n$  του σωλήνος, δίδεται ὑπό του τύπου :

$$v_n = \frac{n \cdot c}{2l}$$

Ἐπίσης, διά συγκρίσεως τῶν σχημάτων 404 καὶ 405 δεικνύεται, ὅτι διά νά παράγουν ήχους του αὐτου μήκους κύματος ή συχνότητος, δύο ήχητικοὶ σωλήνες, ἐκ τῶν ὁποίων ὁ εἰς κλειστός καὶ ὁ ἄλλος άνοιχτός, πρέπει τό μήκος του άνοιχτου ήχητικού σωλήνος νά εἶναι διπλάσιον του μήκους του κλειστου.

**Γ'. Πλάκες.** Ἐκτός τῶν άνωτέρω άναφερομένων ήχητικῶν πηγῶν ὑπάρχουν καὶ ἄλλαι, ὡς π.χ. τό τρίγωνον, ἀποτελούμενον ἐκ μεταλλικῆς ράβδου κεκαμμένης, ὥστε νά λάβη σχῆμα τριγώνου, αἱ πλάκες (gong), οἱ κώδωνες, οἱ ὁποιοὶ ἀποτελοῦνται ἐκ καταλλήλως διαμορφωμένων πλακῶν καὶ τὰ διάφορα τύμπανα.

Ἐπὶ τῆς μεταλλικῆς πλακός (σχ. 406) κατά τήν κατάλληλον διεγέρσιν αὐτῆς παράγονται κύματα ἐγκάρσια (δηλ. τὰ σωματίδια τῆς πλακός δονοῦνται κατά διεύθυνσιν κάθετον ἐπ' αὐτήν), τὰ ὁποία ἀνακλώμενα εἰς τὰ πέρατα τῆς πλακός δημιουργοῦν στάσιμα κύματα. Ἄντι δεσμικῶν σημείων ἐμφανίζονται ἐπὶ τῆς πλακός δεσμικαὶ γραμμαί, τό σχῆμα δὲ αὐτῶν ποικίλλει ἀναλόγως του τρόπου διεγέρσεως. Εἰς τό σχῆμα 406 δεικνύεται



Σχ. 406. Διά λευκοῦ χρώματος παριστῶνται αἱ δεσμικαὶ γραμμαί. Ἡ διεγέρσιν γίνεται διά τόξου συρομένου εἰς τό χεῖλος τῆς πλακός.

ή μορφή των δεσμικών γραμμών, όταν ή πλάξ διεγείρεται κατά τινα ώρισμένον τρόπον.

Πρός τούτου επί μεταλλικής πλακός διασπείρεται όμοιομόρφως λευκή άμμος και με την βοήθειαν τούτου διεγείρομεν την χορδήν, ώστε να παράγη ήχον, ότε βλέπομεν, ότι ή άμμος συσσωρεύεται αναλόγως του παραγομένου ήχου υπό της πλακός εις ώρισμένας θέσεις. Αί περιοχαί όπου συσσωρεύεται ή άμμος δεικνύουν τās δεσμικάς γραμμάς, όπου τά σωματία της πλακός παραμένουν άκίνητα. Τά ούτω προκύπτοντα σχήματα είναι γνωστά ως *σχήματα του Chladni* (Χλάντιν).

**285\*.** Αρχή Doppler. *Επίδρασις της κινήσεως επί του ύψους του ήχου.* Όταν ήχογονόν σώμα εύρίσκειται έν κινήσει έν σχέσει προς παρατηρητήν, τó ύψος του ήχου, τó όποιον άντιλαμβάνεται ούτος, είναι έν γένει διάφορον του ύψους του ήχου, τó όποιον παράγει τó ήχογόνον σώμα· τó φαινόμενον τούτο ήρουνήθη υπό του Doppler και εκλήθη *αρχή ή φαινόμενον Doppler*.

Επειδή τó ύψος του ήχου εξαρτάται εκ του αριθμού των κυμάτων, τά όποια δέχεται τó ους εις έν δευτερόλεπτον, εάν μὲν ή ήχογόνος πηγή ή εκπέμπουσα ήχον συχνότητος  $v$  και κινουμένη υπό ταχύτητα  $v$  πλησιάζει ή άπομακρύνεται από άκίνητον παρατηρητήν, ή συχνότης του υπό του παρατηρητού άντιλαμβανομένου ήχου είναι:

$$v' = v \frac{v}{V \pm v}$$

όπου  $V$  ή ταχύτης διαδόσεως του ήχου, ένϋ τó σημεϊον (+) ισχύει, όταν ή ήχογόνος πηγή πλησιάζη προς τόν παρατηρητήν, ότε ούτος θ' άντιλαμβάνεται ήχον όξύτερον, ένϋ τó σημεϊον (-) ισχύει, όταν ή ήχογόνος πηγή άπομακρύνεται, ότε ó παρατηρητής θ' άντιλαμβάνεται ήχον βαρύτερον.

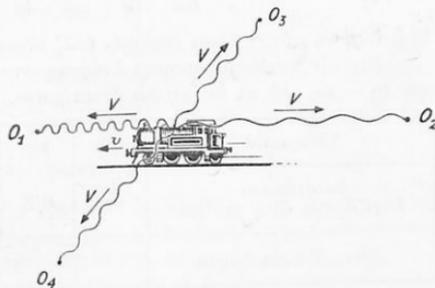
Εάν ó παρατηρητής κινηται και ή πηγή παραμένη άκίνητος, τότε θά ισχύη ó τύπος:

$$v' = v \frac{V \pm v}{V}$$

όπου τó σημεϊον (+) ισχύει διά παρατηρητήν πλησιάζοντα προς την πηγήν, ότε ούτος θ' άντιλαμβάνεται ήχον όξύτερον, ένϋ τó σημεϊον (-) ισχύει διά παρατηρητήν άπομακρυνόμενον από της πηγής, ότε ούτος θ' άντιλαμβάνεται ήχον βαρύτερον.

Εις την περίπτωσιν κινουμένης άτμομηχανής, όταν δύο παρατηρηταί εύρίσκονται εις την αυτήν περίπου απόστασιν καθέτως προς την διεύθυνσιν κινήσεως της άμαξοστοιχίας, ως π. χ. οί  $O_3$  και  $O_4$  (σχ. 407), άντιλαμβάνονται τόν ήχον με τó πραγματικόν του ύψος, ένϋ διά παρατηρητήν εύρισκόμενον εις την θέσιν  $O_1$  ó ήχος φαίνεται όξύτερος και διά τόν παρατηρητήν  $O_2$  ó ήχος βαρύτερος.

Δι' έκαστον νέον κύμα παραγομένου υπό της σειρήνος, ή άτμομηχανή είναι εις πλέον άπομακρυσμένην θέσιν από τó προγενέστερον κύμα διά τόν παρατηρητήν τόν εύρισκόμενον εις  $O_2$  και εις πλέον πλησιεστέραν θέσιν προς τó προγενέστερον κύμα διά τόν παρατηρητήν τόν εύρισκόμενον εις  $O_1$ .



**Σχ. 407.** Αί κυματοειδείς γραμμαι παριστοιχύν ήχητικά κύματα με διάφορον μήκος κύματος.  $V$  παριστᾶ την σταθεράν ταχύτητα του ήχου προς όλας τās διευθύνσεις και  $v$  την ταχύτητα της άτμομηχανής.

## ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΚ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΜΟΥΣΙΚΗΣ

286\*. "Όταν αἱ συχνότητες δύο ἤχων, τοὺς ὁποίους ἀκούομεν ταυτοχρόνως, εὐρίσκονται εἰς ἀπλὴν μεταξὺ αὐτῶν ἀριθμητικὴν σχέσιν, προκαλοῦν εἰς ἡμᾶς γενικῶς εὐάρεστον συναίσθημα. Ὁ λόγος τῶν δύο τούτων συχνοτήτων, ὁ ὁποῖος ἐκφράζεται γενικῶς ὑπὸ ἀναγώγου κλάσματος, ἀποτελεῖ μέτρον τοῦ μουσικοῦ διαστήματος. Ὁρισμένα ἐκ τῶν διαστημάτων τούτων χρησιμοποιοῖ ἡ μουσικὴ καὶ ὡς ἐκ τούτου καλοῦνται *μουσικὰ διαστήματα*. Εἰς τὸν ἔναντι πίνακα ἀναγράφονται ὁ λόγος τῶν συχνοτήτων τοῦ βαρυτέρου ἤχου πρὸς τὸν ὀξύτερον καὶ τὰ ἀντίστοιχα μουσικὰ διαστήματα. Ὁρισμένη μελωδία δὲν ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἀπολύτου ἀριθμοῦ τῶν παλμῶν ἢ ἐν γένει τῶν συχνοτήτων, ἐξ ὧν αὕτη ἀποτελεῖται, ἀλλ' ἐκ τῶν διαστημάτων αὐτῆς.

Ἐκ τῆς σπουδῆς τῶν ἐντυπώσεων, τὰς ὁποίας προκαλοῦν τὰ ἀνωτέρω διαστήματα, δεικνύεται, ὅτι ταῦτα προκαλοῦν εὐάρεστον συναίσθημα, ὅταν ὁ λόγος τῶν συχνοτήτων ἐκφράζεται δι' ἀπλῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν, οἱ ὁποῖοι ὁμως δὲν πρέπει νὰ ὑπερβαίνουν τὸν ἀριθμὸν 7. Ἡ ταυτόχρονος παραγωγή τόνων περισσοτέρων τῶν δύο λέγομεν, ὅτι ἀποτελεῖ *συγχορδίαν*. Ἰδιάζουσιν δὲ σημασίαν ἔχει ἡ ἐκ τριῶν τόνων συγχορδία, ἡ ὁποία πολλακίς καλεῖται *τριχορδία* ἢ *τριφωνία*, ἐὰν δὲ ὁ ἀριθμὸς τῶν τόνων εἶναι τέσσαρες, ἔχομεν *τετραχορδίαν* ἢ *τετραφωνίαν*. Γενικῶς, τοὺς φθόγγους κατατάσσομεν εἰς κλίμακα, νοοῦντες διὰ τοῦ ὄρου κλίμαξ τὴν καθ' ὀρισμένον νόμον διαδοχῆν τῶν μουσικῶν φθόγγων, τοὺς ὁποίους καλοῦμεν *βαθμίδας τῆς κλίμακος*.

Οἱ ἐντὸς τοῦ διαστήματος 1 : 2, τὸ ὅποιον καλεῖται *ὀγδόη*, χρησιμοποιούμενοι μουσικοὶ φθόγγοι χαρακτηρίζονται ὑπὸ ὀρισμένων συμβόλων, τὰ ὁποῖα ἐπαναλαμβάνονται εἰς ἐκάστην ὀγδόην καὶ ἀναλόγως τοῦ ὕψους χαρακτηρίζονται ὑπὸ δεικτῶν. Οὕτως εἰς τὴν *διατονικὴν* ἢ *φυσικὴν κλίμακα* τὰ χρησιμοποιούμενα σύμβολα διὰ τοὺς φθόγγους εἶναι τὰ ἑξῆς:

do re mi fa sol la si do.

Ἡ ὀνομασία αὐτῶν εἶναι ἰταλική, ἀλλ' εἶναι καὶ διεθνῶς ἐν χρῆσει.

Εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα ἀναγράφονται οἱ φθόγγοι, τὰ διαστήματα — λογιζόμενα ἀπὸ τοῦ do —, ὡς καὶ τὰ διαδοχικὰ διαστήματα.

Ὄνομασία	do	re	mi	fa	sol	la	si	do
Διαστήματα λογιζόμενα ἀπὸ τοῦ do	1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2
Σχετικὰ διαστήματα	9/8	10/9	16/15	9/8	10/9	9/8	16/15	

Ἐκ τοῦ πίνακος τούτου παρατηροῦμεν ὅτι, ἐὰν θεωρήσωμεν, ὅτι ὁ φθόγγος do πραγματοποιεῖται διὰ 24 παλμῶν κατὰ sec (Hertz), αἱ διάφοροι συχνότητες τῶν διαδοχικῶν φθόγγων θὰ εὐρίσκονται διὰ πολλαπλασιασμοῦ ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀντιστοίχων διαστημάτων. Π. χ. διὰ νὰ εὐρωμεν τὴν συχνότητα τοῦ φθόγγου mi, ἀρκεῖ νὰ πολλαπλασιάσωμεν τὴν συχνότητα 24 ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν 5/4. Οὕτως ὁ κάτωθι πίναξ δεικνύει τὰς ἀντιστοίχους συχνότητας τῶν φθόγγων τῆς ἀνωτέρω κλίμακος:

do re mi fa sol la si do  
24 27 30 32 36 40 45 48

Μία κλίμαξ περιλαμβάνει 7 φθόγγους, ἐνῶ αἱ διαδοχικαὶ ἐπτάδες περιλαμβάνουν φθόγγους, τῶν ὁποίων ἡ συχνότης εἶναι διπλασία, τετραπλασία καὶ γενικῶς πολλαπλασία τῶν ἀξιοῦσθαι δυνάμεων τοῦ 2 τῶν ἐμονοῦμων φθόγγων τῆς θεμελιώδους κλίμακος. Ὁ φθόγγος, ἐκ τοῦ ὁποῦ ἀρχίζει ἡ μουσικὴ κλίμαξ, καλεῖται *θεμελιώδης ἢ τονικός φθόγγος*.

Ἐὰν ἐξετάσωμεν τὸν προηγουμένον πίνακα, εἰς τὸν ὁποῖον ἀναγράφονται τὰ διαδοχικὰ διαστήματα τῆς κλίμακος, τῆς ὁποίας θεμελιώδης φθόγγος εἶναι τὸ do, παρατηροῦμεν ὅτι ὑφίστανται τρία μόνον διαδοχικὰ διαστήματα, ἧτοι 9/8, 10/9, 16/15. Τὸ πρῶτον διάστημα, ὅπερ εἶναι καὶ τὸ μεγαλύτερον, καλεῖται *μείζων τόνος*, τὸ δεύτερον *ἐλάσσων τόνος* καὶ τὸ τρίτον *μῖζον ἡμιτόνιον*. Κατὰ ταῦτα, τὰ διαδοχικὰ διαστήματα τῆς ἐπτάδος τοῦ do περιλαμβάνουν δύο τόνους, ἡμιτόνιον, τρεῖς τόνους καὶ ἓν ἡμιτόνιον. Ὁ μείζων καὶ ὁ ἐλάσσων τόνος διαφέρουν ἐλάχιστα μεταξύ των, ὁ λόγος δὲ μεταξύ τῶν διαστημάτων τοῦ μείζονος καὶ τοῦ ἐλάσσονος τόνου εἶναι  $9/8 : 10/9 = 81/80$ , καλεῖται δὲ τὸ διάστημα τοῦτο *κόμμα συντονικῶν* καὶ συνήθως ἐν τῇ πράξει παραλείπεται, καθόσον δὲν εἶναι δυνατόν νὰ διακριθῇ παρὰ μόνον ὑπὸ ἀτόμων ἔχοντων λιαν μεγάλην ἐξάσκησην.

Εἰς παλαιότεραν ἐποχὴν, ἀντὶ τῶν διαστημάτων τῆς ἀνωτέρω ἀναφερομένης ἐπτάδος, ἐχρησιμοποιοῦντο μόνον 4 διαστήματα ἧτοι: 1, 4/3, 3/2 καὶ 2. Διὰ τῶν φθόγγων τούτων ἐπραγματοποιεῖτο ἡ λύρα τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων. Μελωδία ὅμως εἶναι ἀδύνατον νὰ ἐκτελεσθῶν διὰ τῆς ἀνωτέρω ἀπλῆς κλίμακος, δύνανται ὅμως αὐταὶ νὰ πραγματοποιηθῶν διὰ τῶν ἐν χρήσει σήμερον μουσικῶν κλιμακῶν.

Ἐκ πείρας ὅμως κατεδειχθῆ, ὅτι ἡ ἀνωτέρω ἀναφερομένη κλίμαξ τοῦ do εἶναι ἀνεπαρκῆς διὰ τὰς ἀνάγκας τῆς μουσικῆς, καὶ ὡς ἐκ τούτου διεμορφώθησαν καὶ ἄλλαι κλίμακες, ἐπὶ τῶν ὁποίων ἀσχολεῖται ἰδιαίτερος ἡ θεωρία τῆς μουσικῆς. Ἐνταῦθα θὰ περιορισθῶμεν εἰς τὴν ἀναγραφὴν τῆς *ἰσοχρωματικῆς ἢ συγκεκραμένης* κλίμακος, ἡ ὁποία χρησιμοποιεῖται σήμερον εἰς τὸ κλειδοκύμβαλον (πίانو) καὶ εἰς ὅλα ἐν γένει τὰ μουσικὰ ὄργανα, τὰ ὅποια δύνανται νὰ παράγουν ὠρισμένους ἤχους, π.χ. κιθάρα, μανδολίνον κτλ. Ἡ κλίμαξ αὕτη παράγεται ἐκ τῆς διατονικῆς κλίμακος, ἐὰν τὰ μεταξύ τῶν 7 φθόγγων περιλαμβανόμενα διαστήματα ἀντικατασταθῶν διὰ 12 ἴσων. Ἡ διατονικὴ κλίμαξ, ὡς εἶδομεν, περιλαμβάνει 5 τόνους καὶ 2 ἡμιτόνια, ἰσοδυναμοῦντα πρὸς 12 ἡμιτόνια. Ἐὰν εἰσαγάγωμεν ἐν μόνον ἡμιτόνιον διὰ τὰ 12 διαστήματα μεταξύ τοῦ θεμελιώδους do<sub>1</sub> καὶ τῆς ὀγδῆς do<sub>2</sub>, θὰ ἔχωμεν  $x^{12} = 2$ , ἧτοι:

$$x = \sqrt[12]{2} = 1,05946.$$

Ἡ συγκεκραμένη κλίμαξ ἐπεκράτησε γενικῶς καὶ χρησιμοποιεῖται σήμερον εἰς τὴν μουσικὴν. Οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες ἐχρησιμοποιοῦν τὴν *Πυθαγόρειον κλίμακα*, ἔχουσαν ὡς βάσιν τὰ διαστήματα 3/2 καὶ 2, συγκροτεῖται δὲ αὕτη ἐκ διαδοχικῶν ἤχων, τῶν ὁποίων τὰ διαστήματα ἔχουν ὡς ἐξῆς:

$$1 \quad 9/8 \quad 81/64 \quad 4/3 \quad 3/2 \quad 27/16 \quad 243/128 \quad 2$$

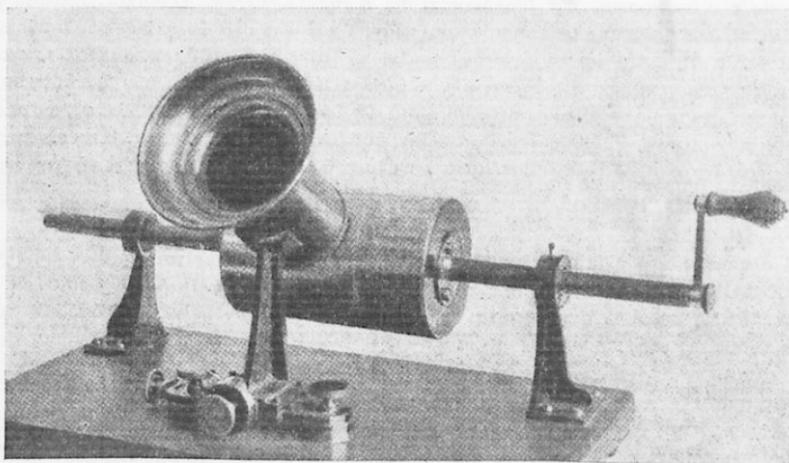
ἡ κλίμαξ ὅμως αὕτη δὲν χρησιμοποιεῖται εἰς τὴν νεωτέραν μουσικὴν.

Ἐκάστη κλίμαξ χαρακτηρίζεται ἐκ τῆς τελείας μείζονος συγχορδίας, ἡ ὁποία ἀποτελεῖται ἐκ τῆς συμπαραγωγῆς τριῶν τόνων, τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες ἔχουν πρὸς ἀλλήλας ὡς οἱ ἀριθμοὶ 4 : 5 : 6, καὶ ἐκ τῆς τελείας ἐλάσσονος συγχορδίας, ἡ ὁποία προκύπτει διὰ τῆς συγχρόνου παραγωγῆς τριῶν φθόγγων, τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες ἔχουν πρὸς ἀλλήλας ὡς 10 : 12 : 15. Ἀμφότεραι αἱ συγχορδίαὶ προκαλοῦν εὐάρεστον συναίσθημα, ἡ μᾶλλον ὅμως εὐάρεστος εἶναι ἡ πρώτη.

**Παρατήρησις.** Ἐν γένει ἡ τεχνικὴ τῆς Μουσικῆς, διὰ τὴν παραγωγὴν τῶν ἀναγκασιούτων εἰς αὐτὴν ἤχων, χρησιμοποιεῖ τὰ μουσικὰ ὄργανα καὶ τὴν ἀνθρωπίνην φωνήν. Τὰ μουσικὰ ὄργανα διαίρονται εἰς δύο μεγάλας κατηγορίας, εἰς τὰ *πνευστά*, τῶν ὁποίων ἡ λειτουργία βασίζεται ἐπὶ τῶν ἠχητικῶν σωλήνων, καὶ εἰς τὰ *ἐγχορδα*, τῶν ὁποίων ἡ λειτουργία βασίζεται ἐπὶ τῶν χορδῶν.

287\*. Πρότυπα συχνότητας ήχων. Είναι έντελως αυθαίρετον και έναπόκειται επομένως εις την έκλογόν μας, ποίαν συχνότητα θά αποδώσωμεν εις τὸν βασικὸν φθόγγον κλίμακος, πρὸς χαρακτηρισμὸν τῆς συχνότητος τῶν ἤχων ἀνωτέρας καὶ κατωτέρας συχνότητος αὐτοῦ. Τοῦτο κυρίως ἰσχύει διὰ τὴν περίπτωσιν ἑνὸς μόνου ὄργάνου. Προκειμένου ὁμως περὶ ὀρχήστρας, ὅπου ὅλα τὰ ὄργανα πρέπει νὰ εἶναι συντονισμένα πρὸς τὸν αὐτὸν βασικὸν φθόγγον, πρὸς ἀποφυγὴν παραφωνιῶν, ἡ ἐκλογή τοῦ βασικοῦ τούτου τόνου ἀποτελεῖ ζήτημα διεθνoῦς συνεννόησεως. Ἡ Φυσικὴ παραδέχεται ὡς βασικὸν ἤχον τὸ do συχνότητος 256 Hertz (ἦτοι 2<sup>8</sup>). Ἐν τούτοις, τὸ ὕψος τὸ ὁποῖον ἀποδίδουν οἱ μουσικοὶ εις τὸν αὐτὸν ἤχον εἶναι 264 Hertz. Τὸ ὕψος τοῦτο βασίζεται ἐπὶ βασικοῦ φθόγγου τοῦ la, συχνότητος 440 Hertz, ὁ ὁποῖος συμπίπτει πρὸς τὸ μέσον ὕψος τῆς ἀνθρωπίνης φωνῆς, καὶ ἐτέθη ὡς βάσις προτύπου συχνότητος εις τὴν μουσικὴν, καλεῖται δὲ ὁ φθόγγος, ὁ ἀντιστοιχῶν εις τὴν ἀνωτέρω συχνότητα, *πρότυπος τόνος*. Εἰς παλαιότεραν ἐποχὴν, εις τὴν μουσικὴν ἐχρησιμοποιεῖτο ὡς πρότυπος φθόγγος τὸ la συχνότητος 435 Hertz. Ὁ πρότυπος τόνος παρέχεται ὑπὸ ἑνὸς ὄργάνου τῆς ὀρχήστρας, ἐπὶ τῇ βάσει δὲ αὐτοῦ συντονίζονται ὅλα τὰ ἄλλα ὄργανα αὐτῆς.

288. Φωνογράφος. Ὁ φωνογράφος εἶναι συσκευή, διὰ τῆς ὁποίας χαράσσομεν ἐπὶ καταλλήλου ἐπιφανείας ἤχον τινά, τὸν ὁποῖον δυνάμεθα νὰ ἀναπαράγωμεν κατὰ βούλησιν. Εἰς παλαιότεραν ἐποχὴν ὁ φωνογράφος ἀπετελεῖτο ἐκ κυλινδρικοῦ τυμπάνου ἐκ κηροῦ, στρεφομένου περὶ ἄξονα ἐπὶ τοῦ ὁποίου κατεγράφετο ὁ ἦχος (σχ. 408). Διὰ τὴν καταγραφὴν τοῦ ἤχου ἐχρησιμοποιεῖτο χοάνη



Σχ. 408. Φωνογράφος τοῦ Edison.

μετὰ διαφράγματος, τὸ ὁποῖον ὁμως ἔφερεν εις τὸ κέντρον λεπτὴν καὶ σκληρὰν ἀκίδα, δυνάμενη νὰ χαράσῃ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον, ἐπὶ τοῦ ἐκ κηροῦ κυλίνδρου, ὁ ὁποῖος, ἐκτὸς τῆς περιστροφῆς του περὶ ἄξονα, εἶχε καὶ μεταφορικὴν κίνησιν κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονος, κατεγράφετο ἕλικοειδὴς γραμμὴ, τῆς ὁποίας αἱ ἀνωμαλῖαι ἀνταπεκρίνοντο πρὸς τοὺς κραδασμοὺς τοῦ πρὸ τῆς χοάνης παραγομένου ἤχου.

Ἐὰν ὁ κύλινδρος, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἔχει ἀποτυπωθῆ προηγουμένως ἦχος, τεθῆ εἰς περιστροφικὴν κίνησιν καὶ ἐπ' αὐτοῦ τοποθετηθῆ ὑπὸ ἐλαφρὰν πίεσιν τὸ ἀνωτέρω διάφραγμα μετὰ τῆς χοάνης, τότε ἡ ἀκίς τοῦ διαφράγματος, διερχομένη διὰ τῶν ἀνωμαλιῶν τῆς ἑλικοειδοῦς γραμμῆς, μεταδίδει εἰς τὸ διάφραγμα ἀντιτοίχους κραδασμούς, οἱ ὁποῖοι μεταδίδονται πάλιν εἰς τὸν ἀέρα, οὕτω δὲ ἐπιτυγχάνεται ἡ ἀναπαραγωγή τοῦ ἤχου.

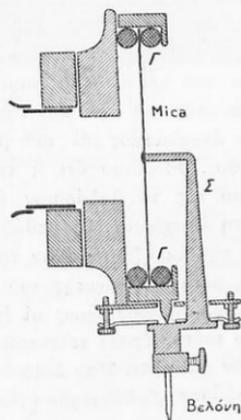
Ἡ πρώτη ἐργασία, τῆς ἀποτυπώσεως δηλαδὴ τῆς φωνῆς ἐπὶ τοῦ κυλίνδρου, καλεῖται **φωνοληψία**. Σήμερον διὰ τὴν φωνοληψίαν δὲν χρησιμοποιοῦνται κύλινδροι ἀλλὰ δίσκοι, ἡ δὲ ἀκίς ἢ βελόνη τοῦ διαφράγματος καταγράφει τὴν φωνὴν κατὰ μῆκος σπειροειδοῦς γραμμῆς ἐπὶ τοῦ δίσκου.

Ἡ ὡς ἄνω καταγραφή τῆς φωνῆς δι' ὀμίλιας τοῦ ἐκφωνητοῦ πρὸ χοάνης εἰς τὸ ἔτερον ἄκρον τῆς ὁποίας εὐρίσκεται τὸ διάφραγμα μετὰ τῆς βελόνης, καὶ ἡ ὁποία καλεῖται **μηχανικὴ καταγραφή**, ἀντικατεστάθῃ σήμερον ὑπὸ τῆς **ἠλεκτρικῆς καταγραφῆς**.

Πρὸς τοῦτο ὁ ἐκφωνητὴς τοποθετεῖται πρὸ μικροφώνου, διὰ τοῦ ὁποίου οἱ κραδασμοὶ τοῦ ἀέρος μετατρέπονται εἰς ὁμορρυθμοὺς ἠλεκτρικοὺς κραδασμούς, οἵτινες ἐνισχύονται ὑπὸ καταλλήλου ἐνισχυτοῦ μεταβιβάζονται διὰ γραμμῆς καὶ ἀκολούθως διέρχονται διὰ καταλλήλου ἠλεκτρομαγνήτου, ὁ ὁποῖος θέτει εἰς κίνησιν τὴν βελόνην καταγραφῆς. Οὕτω διὰ τῆς διατάξεως ταύτης ἐπιτυγχάνεται, ὥστε ἡ καταγραφή νὰ γίνεται εἰς εἰδικούς θαλάμους, οἱ ὁποῖοι ἀπέχουν ἀπὸ τοῦ χώρου, εἰς τὸν ὁποῖον εὐρίσκεται ὁ ἐκφωνητὴς, εἶναι δὲ οὕτω δυνατὴ ἡ καταγραφή μιᾶς συναυλίας, ὅποτε τὸ μικρόφωνον τοποθετεῖται εἰς τὴν αἰθούσαν ἐκτελέσεως καὶ συνδέεται ἀκολούθως διὰ γραμμῆς πρὸς τὸν θάλαμον καταγραφῆς.

Ἐκ τοῦ κηρίνου δίσκου σχηματίζεται δι' ἠλεκτρολυτικῆς ὁδοῦ μεταλλικὸν ἐκ χαλκοῦ ἀρνητικὸν ἀνάτυπον, τὸ ὁποῖον χρησιμεύει ὡς μήτρα (καλοῦσι) διὰ τὴν παραγωγὴν σειρᾶς φωνογραφικῶν πλακῶν, αἱ ὁποῖαι διατίθενται εἰς τὸ ἐμπόριον.

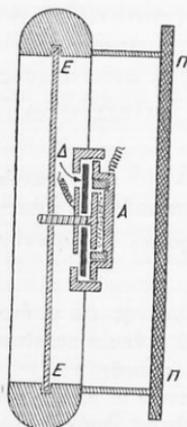
**289. Γραμμόφωνον.** Ἡ συσκευή μετὰ τὴν ὁποίαν ἀναπαράγομεν τὸν ἦχον καλεῖται **γραμμόφωνον** εἰς ταύτην τὸ κύριον ὄργανον εἶναι τὸ **φωνογραφικὸν τύμπανον** (σχ. 409). Τοῦτο ἀποτελεῖται ἐκ διαφράγματος ἀπὸ μαρμαρυγίας (mica), τὸ ὁποῖον στερεοῦται μετὰξὺ τῶν ἐκ καουτσούκ τεμαχίων Γ. Τὸ μέσον τοῦ διαφράγματος διὰ τοῦ στελέχους Σ συνδέεται πρὸς τὴν βελόνην. Ὅταν ὁ δίσκος διέρχεται πρὸ τῆς βελόνης, αὕτη δονεῖται ἀναλόγως τῶν ἀνωμαλιῶν, τὰς ὁποίας φέρει ὁ δίσκος. Ἡ δόνησις αὕτη μέσφ τοῦ στελέχους Σ μεταβιβάζεται εἰς τὸ διάφραγμα, τὸ ὁποῖον τοιοιτοτρόπως δημιουργεῖ ρυθμικὰς μεταβολὰς πίεσεως τοῦ ἀέρος, ἧτοι παράγει ἠχητικὰ κύματα ὅμοια πρὸς τὰ ἀρχικὰ ἠχητικὰ κύματα καὶ διὰ τοῦ τρόπου τούτου ἀναπαράγεται ἡ φωνή.



Σχ. 409. Διάταξις φωνογραφικοῦ τυμπάνου μετὰ τῆς βελόνης.

**290\*. Ὑδρόφωνον.** Τὸ ὑδρόφωνον κατ' ἀρχὴν ἀποτελεῖ μικρόφωνον, τὸ ὁποῖον τροποποιεῖται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ δύναται νὰ λειτουργῇ ὑποβρυχίως καὶ νὰ ἀνιχνεύῃ οὕτω κυματικὰς διαταρᾶξεις παραγομένας ἐντὸς τοῦ ὕδατος.

Τὸ μικρόφωνον εἶναι τοῦ τύπου διὰ κόκκων ἄνθρακος καὶ τοποθετεῖται ἐντὸς ὑδατοστεγοῦς κάψης στηριζομένης εἰς τὸ κέντρον ἐλαστικοῦ διαφράγματος ἀπὸ χάλυβα, τὸ ὁποῖον στερεοῦται ἐπὶ βαρέος μεταλλικοῦ δακτυλίου.



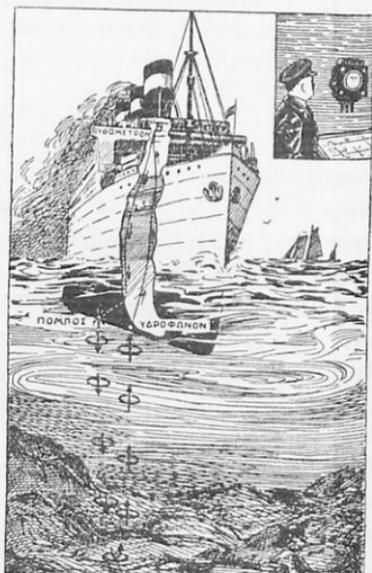
Σχ. 410. Τομή ὑδροφώνου.

Ὅταν ἤχητικά κύματα προσβάλλουν τὸ διάφραγμα, οἱ μηχανικοὶ κραδαμοὶ τοῦ διαφράγματος μετατρέπονται εἰς ἠλεκτρικούς, οἱ ὁποῖοι δι' ἀγωγῶν μεταβιβάζονται εἰς τὸν δέκτην. Ἐπειδὴ τὸ ἀποτέλεσμα εἶναι τὸ αὐτό, εἴτε τὰ ἤχητικά κύματα ἔρχονται ἐκ τῶν ἔμπροσθεν εἴτε ἐκ τῶν ὀπίσθεν, τῇ βοηθείᾳ καταλλήλου πλακῶς ΠΠ ἀποφράσσεται ἡ ὀπισθία ὕψις τοῦ ἐλαστικοῦ διαφράγματος καὶ οὕτω τὸ ὄργανον δεικνύει μονόπλευρον λειτουργίαν, δηλ. ἀντιδρᾷ μόνον εἰς ἤχητικά κύματα προσπίπτοντα ἐπὶ τῆς προσθίας ὕψους. Διὰ βραδείας περιστροφῆς τοῦ ὑδροφώνου δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὴν διεύθυνσιν προελεύσεως τῶν ἤχητικῶν κυμάτων μὲ ἀκριβῆσαν.

Εἰς τὸ σχῆμα 410 δεικνύεται τομὴ ὑδροφώνου, ὅπου ΕΕ παριστᾷ τὸ χαλύβδινον ἐλαστικὸν διάφραγμα, Α τὸ μικρόφωνον, ΠΠ πλάκα ἀποφράξεως καὶ Δ δίσκον ἐκ καουτσούκ.

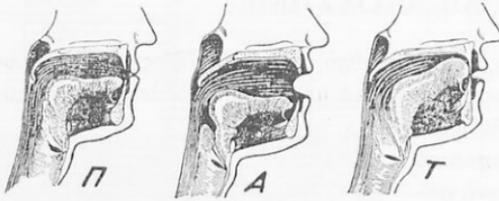
291\*. Βυθόμετρον. Τελευταίως, δι' ἀκριβεῖς βυθομετρήσεις χρησιμοποιοῦν τὰ ἤχητικά κύματα (ὑπερηχητικά). Πρὸς τοῦτο, ἐπὶ τοῦ πλοίου ὑπάρχει εἰς τὸ κατώτατον μέρος αὐτοῦ, πομπὸς κατευθυνομένων ὑπερηχητικῶν κυμάτων, τὰ δ' ἐξ αὐτῶν ἐκπεμπόμενα κύματα ἀνακλῶνται ἐπὶ τοῦ βυθοῦ καὶ ἐπιστρέφουν πρὸς τὸ πλοῖον, ἀνιχνεύονται δὲ διὰ καταλλήλου δέκτου. Ἐκ τοῦ χρόνου τοῦ παρερχομένου μεταξὺ τῆς ἐκπομπῆς τοῦ ἤχου καὶ τῆς λήψεως αὐτοῦ κατόπιν ἀνακλάσεως ἐπὶ τοῦ βυθοῦ καθορίζεται τὸ βάθος, δεδομένου ὅτι ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου εἰς τὸ θαλάσσιον ὕδωρ εἶναι γνωστή. Ἡ μόνη δυσχέρεια τῆς μεθόδου ταύτης συνίσταται εἰς τὴν ἀκριβῆ μέτρησιν τοῦ χρονικοῦ διαστήματος μεταξὺ ἐκπομπῆς τοῦ σήματος καὶ λήψεως αὐτοῦ, σήμερον ὁμως αἱ ἐγκαταστάσεις τοῦ τύπου τούτου ἔχουν τελειοποιηθῆ εἰς μέγιστον βαθμὸν καὶ εἶναι λίαν διαδεδομένα ὑπὸ τὸν τεχνικὸν ὄρον **βυθόμετρον** (Fathometer).

Τὸ σχῆμα 411 δεικνύει τὴν σύνθεσιν ἐνὸς βυθομέτρου. Ἡ συσκευή ἀποτελεῖται ἐκ τριῶν κυρίων μερῶν: τοῦ πομποῦ, τοῦ δέκτου (ὑδροφώνου) καὶ τοῦ ἐνδεικτικοῦ μηχανήματος. Τὰ δύο πρῶτα μέρη εὐρίσκονται ὑπὸ τὸ ὕδωρ καὶ ἐγκαθίστανται καταλλήλως εἰς δύο διαφόρους θέσεις κειμένας ἐπὶ τῆς τρύπιδος τοῦ πλοίου, ἐνῶ τὸ ἐνδεικτικὸν μηχανῆμα τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς γαφύρας τοῦ πλοίου.



Σχ. 411. Βυθομετρήσεις διὰ συσκευῆς ἐγκατεστημένης εἰς πλοῖον.

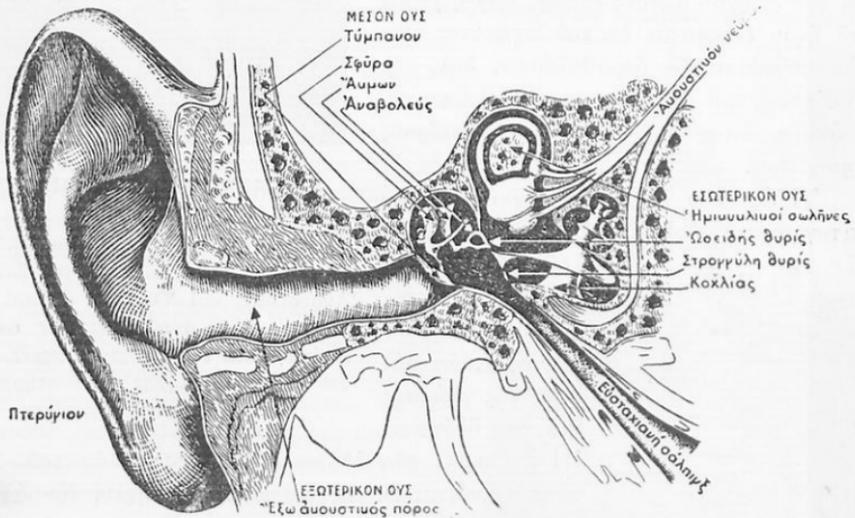
τόσον μεγαλύτερα ή συχνότες κινήσεως αὐτῆς. Οἱ οὗτω παραγόμενοι ἦχοι περιλαμβάνουν ὅλους ἐν γένει τοὺς ἦχους τοὺς ἀντιστοιχοῦντας εἰς τὰ φωνήεντα καὶ σύμφωνα, ἐξαιρέσει τῶν ἦχων τῶν ἀντιστοιχοῦντων εἰς ὀρισμένα σύμφωνα, ὡς π.χ. τὰ τ, π, κ, σ καὶ ἄλλα, εἰς τὴν παραγωγὴν τῶν ὁποίων δὲν συμμετέχουν αἱ φωνητικαὶ χορδαὶ καὶ ὡς ἐκ τούτου καλοῦνται **ἄφωνοι ἦχοι**. Παραδέχονται δὲ ὅτι οἱ ἄφωνοι ἦχοι διεγείρονται ὑπὸ ὀρισμένων κραδασμῶν ἐντὸς τῆς κοιλότητος τοῦ στόματος.



Σχ. 413. Διαμόρφωσις τῆς κοιλότητος τοῦ στόματος πρὸς παραγωγὴν τῶν ἦχων π, α, τ.

δὲν μεταβάλλομεν τὴν τάσιν καὶ ἐπομένως τὴν συχνότητα τῆς κινήσεως τῶν φωνητικῶν χορδῶν, ἀλλὰ ἀλλοιώνομεν τὸ σχῆμα τῆς κοιλότητος τοῦ στόματος ὡς καὶ τῆς γλώσσης, οὗτω δὲ ἐπέρχεται μεταβολὴ τῆς χροῖας ἢ τοῦ ποιοῦ τοῦ ἦχου λόγῳ ἐνισχύσεως ἐκάστοτε διαφόρων ἁρμονικῶν. Τοῦτο ἐπεβεβαιώθη διὰ τεχνητῆς ἀπομιμήσεως, ἥτοι ἀναπαραγωγῆς τῶν ἦχων τῶν φωνηέντων. Τὸ παρατιθέμενον σχῆμα 413 δεικνύει τὰς μεταβολὰς εἰς τὸ σχῆμα τοῦ στόματος κατὰ τὴν ἐκφώνησιν φωνηέντων καὶ συμφώνων.

**293. Τὸ ὄργανον τῆς ἀκοῆς.** Τὸ οὖς (σχ. 414) διαιρεῖται εἰς τρία μέρη: τὸ ἐξωτερικόν, τὸ μέσον καὶ τὸ ἐσωτερικόν ἢ τὸν λαθύρινθον. Τὸ



Σχ. 414. Σχηματικὴ παράστασις τοῦ δεξιοῦ ὠτός τοῦ ἀνθρώπου.

**ἐξωτερικόν οὖς** περιλαμβάνει τὸ πτερύγιον καὶ τὸν ἀκουστικὸν πόρον, ὁ ὁποῖος κλείεται διὰ μεμβράνης, ἣτις καλεῖται **τύμπανον**. Τὸ **μέσον οὖς** συγκοινωνεῖ διὰ τῆς εὐσταχιανῆς σάλπιγγος πρὸς τὴν κοιλότητα τοῦ στόματος καὶ εἶναι πλήρες ἀέρος, εἰς τὸ μέσον δὲ αὐτοῦ εὐρίσκεται ἄλλσος ἐκ τριῶν ὀσταρίων, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ πρῶτον, ἢ σφύρα, στηρίζεται ἐπὶ τοῦ τυμπάνου. Τὸ **ἐσωτερικόν οὖς** ἢ λαθύ-

ρινθος αποτελείται εκ τῆς αἰθούσης, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ὁ ἀναβολεὺς, τῶν ἡμικυκλικῶν σωλῆνων καὶ τοῦ κοιλίου. Τὰ μέρη ταῦτα, τῶν ὁποίων αἱ κοιλότητες εἶναι πεπληρωμένα δι' ὑγροῦ, εἶναι φύσεως ὀστεώδους ἢ ὑμένωδους. Τὸ τύμπανον, μετὰ τῶν ἀνωτέρω ἀναφερομένων τριῶν ὀσταρίων, χρησιμεύει ὡς μηχανικὸν σύστημα μοχλῶν διὰ τὴν μεταβίβασιν τῶν κραδασμῶν ἀπὸ τοῦ ἀέρος, ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖ μέσον μικρᾶς πυκνότητος, εἰς τὸ ὑγρὸν τὸ ὁποῖον εἶναι πολὺ πυκνότερον τοῦ ἀέρος. Διὰ τοῦ μηχανικοῦ τούτου συστήματος, ἡ μεταβιβαζομένη πίεσις εἰς τὸν ἀναβολέα εἶναι 30-50 φορὰς μεγαλυτέρα ἢ εἰς τὸ τύμπανον. Τὸ ἐσωτερικὸν οὖς εἶναι ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον ἔχει ἰδιάζουσαν σημασίαν διὰ τὴν ἀκοήν, διότι εἰς αὐτὸ ἀπολῆγουν τὰ ἀκουστικὰ νεῦρα. Ἐπίσης ἐν αὐτῷ ὑπάρχει καὶ τὸ **ὄργανον τοῦ Corti**, τοῦ ὁποίου ὁ σκελετὸς ἀποτελεῖται ἐκ πολυαρθρῶν λεπτῶν στυλίσκων, καλουμένων στυλίσκων τοῦ Corti καὶ οἱ ὁποῖοι εἶναι συντονισμένοι πρὸς τοὺς ἤχους, τοὺς ὁποίους δύναται ν' ἀντιληφθῆ τὸ αἰσθητήριον τῆς ἀκοῆς.

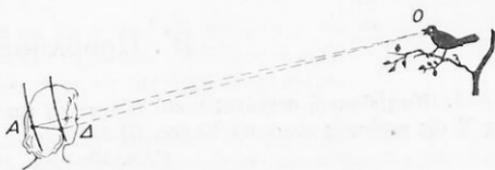
Ἐκαστος τῶν στυλίσκων τούτων συγκοινωνεῖ πρὸς ἓν ἄκρον νεύρου, τὸ ὁποῖον διεγείρεται μηχανικῶς, ὅταν ὁ στυλίσκος τεθῆ εἰς παλμικὴν κίνησιν. Ὁ ἔρεθισμὸς οὗτος μεταβιβάζεται διὰ τοῦ ἀκουστικοῦ νεύρου εἰς τὸ ἀκουστικὸν κέντρον τοῦ ἐγκεφάλου καὶ οὕτω γεννᾶται τὸ αἶσθημα τῆς ἀκοῆς. Τὸ ἐξωτερικὸν καὶ μέσον μέρος τοῦ ὠτός χρησιμεύουν διὰ τὴν πρόσληψιν καὶ μεταβίβασιν τῶν ἐξωθεν παραγομένων ἡχητικῶν κυμάτων πρὸς τὸ ἐσωτερικὸν μέρος τοῦ ὠτός, διὰ τοῦ ὁποίου διεγείρεται τὸ ὄργανον τοῦ Corti.

294\*. Καθορισμὸς τῆς διευθύνσεως προελεύσεως τοῦ ἤχου. Ἡ ἰκανότης ἡμῶν νὰ καθορίζωμεν τὴν διεύθυνσιν προελεύσεως τοῦ ἤχου στηρίζεται ἐπὶ τῆς συνεργασίας ἀμφοτέρων τῶν ὠτων.

Ἐὰν ὁ ἤχος δὲν προέρχεται ἀκριβῶς ἐκ τῶν ἔμπροσθεν καὶ τῶν ὀπισθεν, τότε ὁ ἤχος διὰ νὰ φθάσῃ εἰς ἀμφοτέρω τὰ ὠτα δεικνύει διαφόρους δρόμους καὶ ἡ διαφορά χρόνου, ἢ ὁποία παρατηρεῖται εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον ὀλιγώτερον διαφέρει τὸ τρίγωνον OAD ἀπὸ ἰσοσκελὲς τρίγωνον (σχ. 415).

Ἡ μικροτάτη αὕτη διαφορά χρόνου λαμβάνει μεγίστην τιμὴν, ὅταν ὁ ἤχος προέρχεται ἐξ ἀκριβῶς πλευρικῆς διευθύνσεως. Οὕτω, ἐὰν δεχθῶμεν, ὅτι ἡ ἀπόστασις τῶν δύο ὠτων εἶναι 17 cm, ἡ διαφορά αὕτη ἀνέρχεται εἰς  $0,17/340 = 1/200$  sec. Ἐὰν ἡ διαφορά τῶν δρόμων εἶναι 1 cm, ἡ διαφορά χρόνου ἀνέρχεται εἰς  $1/34000$  sec καὶ μὲ τὴν μικρὰν ταύτην διαφοράν ἀντιλαμβανόμεθα τὴν διεύθυνσιν.

Τὴν ἀκρίβειαν διὰ τὸν καθορισμὸν τῆς διευθύνσεως, τὴν ὁποίαν ἔχει τὸ οὖς, δεικνύομεν διὰ τοῦ ἀκολούθου πειράματος. Λαμβάνομεν τεμάχιον καουτσούκ καὶ τοποθετοῦμεν αὐτὸ ἐπὶ τῆς πλάτης, ἐνῶ τὰ δύο ἄκρα αὐτοῦ προσαρμύζομεν εἰς τὰ ὠτα. Ἐὰν τις κτυπᾷ ἑλαφρῶς τὸν σωλῆνα, δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὸ ἀντίστοιχον σημεῖον τοῦ σωλῆνος, δυνάμεθα μάλιστα ἐπακριβῶς νὰ ἐξακριβώσωμεν τὸ μέσον τοῦ σωλῆνος.



Σχ. 415. Διεύθυνσις ἤχου.

## ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

## Α'. Ζητήματα.

Τί ονομάζομεν ἐν γένει ἤχον καὶ εἰς ποίαν κατάστασιν εὐρίσκεται σῶμα, ὅταν παράγῃ ἤχον.

Πόσα εἶδη ἤχων διακρίνομεν καὶ διὰ ποίων μέσων παράγονται οὗτοι.

Περιγράψατε τοὺς συνηθεστέρους τύπους σειρήνων.

Πῶς ἐλέγχομεν πειραματικῶς τὰ διάφορα εἶδη τῶν ἤχων.

Ποῖα τὰ χαρακτηριστικὰ γνωρίσματα τοῦ ἤχου.

Ποῦ ὀφείλεται ἡ χροιά τοῦ ἤχου.

Πῶς δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν τὸ ὕψος τοῦ ἤχου.

Ἐκ ποίων στοιχείων ἐξαρτᾶται ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου.

Πῶς δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ ἤχου.

Δώσατε τὸν ὀρισμὸν τοῦ μήκους κύματος καὶ ποῖα ἡ θεμελιώδης σχέσις ἢ συνδέουσα αὐτὸ πρὸς τὴν ταχύτητα διαδόσεως, τὴν περίοδον καὶ τὴν συχνότητα.

Περιγράψατε τὸ φαινόμενον τῆς συμβολῆς τῶν κυμάτων καὶ ποῖα συμπεράσματα συνάγετε ἐξ αὐτοῦ.

Περιγράψατε τὸ φαινόμενον τῶν στασίμων κυμάτων καὶ ποῖα συμπεράσματα συνάγετε.

Τί εἶδους κύματα ἀναπτύσσονται εἰς τὰ στερεά, ὑγρά καὶ ἀέρια.

Τί καλοῦμεν ἐν γένει συντονισμὸν καὶ ποῖα ἡ σημασία αὐτοῦ εἰς τὴν μετάδοσιν τῆς ἐνεργείας.

Ποίας ἐφαρμογὰς ἔχει τὸ φαινόμενον τοῦ συντονισμοῦ εἰς τὴν Ἀκουστικὴν.

Περιγράψατε τὰς χορδὰς καὶ τοὺς ἠχητικούς σωλήνας ὡς ἠχογόνους πηγὰς καὶ ἐκθέσατε ποίους νόμους ἀκολουθοῦν.

Τί καλοῦμεν ἠχὸ καὶ ἐπὶ ποίου φαινομένου αὕτη στηρίζεται.

Ποῖα εἶναι ἡ συνθήκη διὰ τὴν παραγωγὴν πολυσυλλάβου ἠχοῦς.

Περιγράψατε ἐν συντόμῳ τὸ ὄργανον τῆς ἀκοῆς.

Περιγράψατε ἐν συντόμῳ τὰ φωνητικὰ ὄργανα.

## Β'. Προβλήματα.

1. Πόση εἶναι ἡ συχνότης  $\nu$  καὶ ἡ κυκλικὴ συχνότης  $\omega$  σωματίου, τοῦ ὁποίου ἡ περίοδος  $T$  τῆς κινήσεως εἶναι α) 10 sec, β)  $10^{-6}$  sec.

(Ἄπ.  $10^{-1}$  Hz,  $10^6$  Hz,  $0,628$  sec $^{-1}$ ,  $6,28 \cdot 10^6$  sec $^{-1}$ ).

2. Τὸ πλάτος ἐνὸς κύματος εἶναι 6 cm καὶ ἡ περίοδος 5 sec. Πόση θὰ εἶναι ἡ ἀπόκλισις ἐνὸς σωματίου, τὸ ὅποῖον κινεῖται ἐπὶ 251 sec. (Ἄπ. 5,64 cm).

3. Πόση εἶναι ἡ περίοδος σωματίου ἀέρος παλλομένου, ὅταν τὸ μήκος τοῦ κύματος εἶναι  $\lambda = 0,68$  m (ταχύτης ἤχου 340 m/sec). (Ἄπ.  $2 \cdot 10^{-8}$  sec).

4. Διαπασῶν παράγει ἤχον συχνότητος  $\nu = 435$  sec $^{-1}$ . Πόσον εἶναι τὸ μήκος τοῦ κύματος  $\lambda$  εἰς τὸν ἀέρα (ταχύτης ἤχου 340 m/sec). (Ἄπ. 0,781 m).

5. Νὰ εὐρεθῇ ὁ λόγος τῶν συχνότητων  $\nu : \nu'$  δύο χορδῶν μήκους  $l = 1,2$  m καὶ  $l' = 1,125$  m, εὐρισκομένων κατὰ τὰ λοιπὰ ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας. (Ἄπ. 15 : 16).

6. Αἱ τάσεις  $F$  καὶ  $F'$  δύο χορδῶν εὐρίσκονται ἐν λόγῳ 81 : 64. Ποῖος ὁ λόγος τῶν συχνότητων αὐτῶν  $\nu$  καὶ  $\nu'$  ὑπὸ τὰς αὐτὰς λοιπὰς συνθήκας. (Ἄπ. 9 : 8).

7. Πόση είναι η ταχύτης διαδόσεως του ήχου εις τὸν ἀέρα, εις θερμοκρασίαν  $16^{\circ}\text{C}$ , ὅταν  $c_0 = 331$  m/sec. ('Απ. 340 m/sec).

8. Ὁ ήχος ὁ παραγόμενος ὑπὸ ἐργάτου κρούοντος διὰ σφύρας σιδηροτροχίαν χαλυβδίνην, ἀκούεται ὑπὸ παρατηρητοῦ διὰ μέσου τῆς σιδηροτροχιάς, εις χρόνον 1,4 sec ταχύτερον ἢ διὰ τοῦ ἀέρος θερμοκρασίας  $15^{\circ}\text{C}$ . Πόσον ἀπέχει ὁ παρατηρητὴς ἀπὸ τοῦ ἐργάτου. ('Απ. 510 m).

9. Χορδὴ μήκους 130 cm καὶ μάζης 5 gr κατὰ cm διατείνεται ὑπὸ βάρους 15 kgf\*. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ συχνότης τοῦ ήχου. ('Απ.  $v = 42,6$  sec $^{-1}$ ).

10. Παρατηρητὴς βλέπει ἐργάτην κτυπῶντα ἀντικείμενον διὰ σφύρας, ἀλλὰ ἀντιλαμβάνεται τὴν κρούσιν τῆς σφύρας καὶ τὸν ήχον σχεδὸν συγχρόνως. Ὅταν ὁμοῦς ὁ ἐργάτης παύῃ νὰ κρούῃ διὰ τῆς σφύρας, ὁ παρατηρητὴς ἀντιλαμβάνεται ἕνα ἀκόμη ήχον. Ἐὰν αἱ κρούσεις ἐγίνοντο κανονικῶς ὑπὸ τοῦ ἐργάτου, μὲ ρυθμὸν 60 κατὰ min, πόση ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τοῦ παρατηρητοῦ καὶ τοῦ ἐργάτου. ('Απ. 340 m).

11. Χαλυβδίνη χορδὴ διαμέτρου 1 mm καὶ μήκους 1 m ἐξαρτᾶται ἀπὸ ἀκλονήτου σημείου καὶ φορτίζεται διὰ μάζης 10 kgf ἐξαρμομένης εις τὸ κατώτερον ἄκρον αὐτῆς. Ποία ἡ θεμελιώδης συχνότης τῶν ἐλασίων αὐτῆς κρυσταλλῶν. ('Απ.  $v = 64$  sec $^{-1}$ ).

12. Διαπασῶν τηρεῖται ἄνωθεν ἀερίου στήλης σωλήνος, τοῦ ὁποίου ὁ πυθμὴν πραγματοποιεῖται ὑπὸ στάθμης ὕδατος. Ἐὰν τὸ μήκος τῆς ἀερίου στήλης, λογιζομένης ἀπὸ τῆς στάθμης τοῦ ὕδατος, εἶναι 34,2 cm, καὶ ἡ ἀέριος στήλη συνηεῖ πρὸς τὸ διαπασῶν, πόση ἡ συχνότης τοῦ ήχου τῶν διαπασῶν. ('Απ.  $v = 248,5$  sec $^{-1}$ ).

13. Διαπασῶν συχνότητος 320 sec $^{-1}$  συνηεῖ εις ἀέριον στήλην μήκους 26,3 cm καὶ θερμοκρασίας  $20^{\circ}\text{C}$  περιεχομένης εις σωλήνα κλειστὸν κατὰ τὸ ἓν ἄκρον. Πόση ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ήχου εις θερμοκρασίαν  $0^{\circ}\text{C}$ . ('Απ. 323 m/sec).

14. Διαπασῶν συχνότητος 530 sec $^{-1}$  τηρεῖται πλησίον ἀνοικτοῦ κατ' ἀμφοτέρω τὰ ἄκρα σωλήνος περιέχοντος ἀέρα, καὶ μήκους 60 cm, ὅτε ὁ σωλήν συνηεῖ πρὸς τὸν θεμελιώδη ήχον τοῦ διαπασῶν. Νὰ καθορισθῇ ἡ θέσις τῶν δεσμῶν καὶ κοιλῶν καὶ νὰ καθορισθῇ ἐπίσης ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ήχου εις τὸν ἀέρα. ('Απ. 318 m/sec).

15. Διαπασῶν συχνότητος 320 sec $^{-1}$  τηρεῖται πρὸ τοῦ στομίου σωλήνος πλήρους ἀέρος, τοῦ ὁποίου ὁ πυθμὴν πραγματοποιεῖται ὑπὸ μεταθετοῦ ἐμβολέως. Ἐνίσχυσις τοῦ ήχου παρατηρεῖται διὰ δύο διαδοχικὰς θέσεις τοῦ ἐμβολέως ἀπεχούσας κατὰ 53 cm. Νὰ ἐξηγηθῇ τὸ φαινόμενον καὶ νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ήχου εις τὸν ἀέρα. ('Απ. 339 m/sec).

16. Ἡχητικὸς σωλήν ἔχει μῆκος 2 m. Νὰ καθορισθῇ ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους ὡς καὶ τοῦ ἀμέσως μετ' αὐτοῦ παρατηρουμένου ἁρμονικοῦ: α) ὅταν ὁ σωλήν εἶναι ἀνοικτός, β) ὅταν ὁ σωλήν εἶναι κλειστός (ταχύτης ήχου εις τὸν ἀέρα = 340 m/sec).

('Απ. 85 sec $^{-1}$ , 170 sec $^{-1}$ , 42,5 sec $^{-1}$ , 127,5 sec $^{-1}$ ).

17. Ἐπιμήκης ὕαλινος σωλήν, ἀνοικτὸς κατ' ἀμφοτέρω τὰ ἄκρα, βυθίζεται ἐν μέρει ἐντὸς κυλίνδρου περιέχοντος ὕδατος, ἐνῶ πρὸ τοῦ ἀνωτέρου ἄκρου αὐτοῦ τοποθετεῖται διαπασῶν παράγον ήχον συχνότητος 512 παλμῶν κατὰ sec. Συνήχησις παρατηρεῖται, ὅταν τὸ ἐκτὸς τοῦ ὕδατος μῆκος τοῦ σωλήνος εἶναι 50 cm καὶ 84 cm, ὅχι ὁμοῦς καὶ εις ἐνδιάμεσον θέσιν. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ήχου εις τὸν ἀέρα. ('Απ. 348 m/sec).

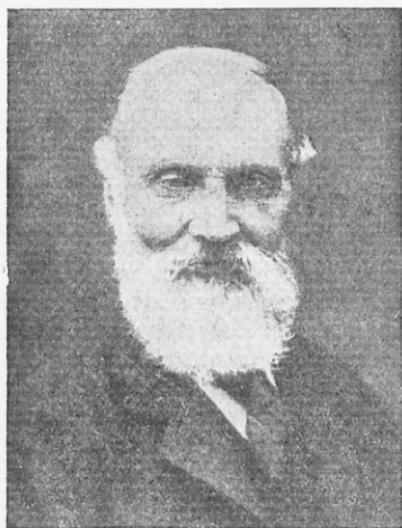
18. Σειρὴν ἔχει 16 ὀπὰς, περιστρέφεται ὑπὸ συχνότητα 300 στροφῶν εις 10 sec καὶ παρέχει τότε ήχον τοῦ αὐτοῦ ἤφους πρὸς διαπασῶν. Ποία ἡ συχνότης τοῦ διαπασῶν καὶ ποῖος ὁ ἀριθμὸς στροφῶν τῆς σειρῆνος, διὰ νὰ παρέχῃ ήχον κατὰ μίαν πέμπτην ἀνώτερον τοῦ ήχου τοῦ διαπασῶν. ('Απ. 720 sec $^{-1}$ , 45 στρ/sec).

## ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ

### ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι΄

### ΘΕΡΜΟΤΗΣ

295. Καλοῦμεν *θερμότητα* τὸ αἷτιον, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ εἰς ἡμᾶς τὸ αἰσθημα τοῦ *θερμοῦ* ἢ τοῦ *ψυχροῦ*.



WILLIAM THOMSON (LORD KELVIN)  
(1824 - 1907)

Καθηγητὴς τῆς Φυσικῆς εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τῆς Γλασκώβης. Διάσημος ἐρευνητὴς τῆς Θερμότητος καὶ τοῦ Ἠλεκτρισμοῦ. Θεμελιωτὴς τῆς ἀπολύτου θερμομετρικῆς κλίμακος. Ἐφευρέτης πολλῶν ὀργάνων τῆς Φυσικῆς.

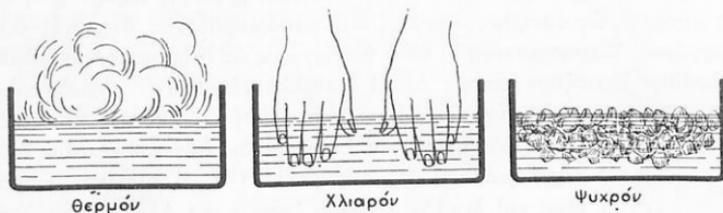
ἀριστεράν. Ἐὰν μετὰ τινα χρόνον βυθίσωμεν ἀμφοτέρους τὰς χεῖρας εἰς χλιαρὸν ὕδωρ, τότε διὰ τῆς δεξιᾶς χεῖρός ἔχομεν τὴν ἐντύπωσιν, ὅτι τὸ ὕδωρ εἶναι θερμὸν καὶ διὰ τῆς ἀριστερᾶς, ὅτι τοῦτο εἶναι ψυχρὸν. Ἦτοι, διὰ τῆς αἰσθήσεως τῆς ἀφῆς ὄχι μόνον ἀπατηλὴν ἐντύπωσιν ἔχομεν, ἀλλὰ πρὸς τούτους δὲν εἴμεθα εἰς θέσιν νὰ καθορίσωμεν ποσοτικῶς κατὰ πόσον ἐν σῶμα εἶναι θερμότερον ἐνὸς ἄλλου.

Διὰ τῆς αἰσθήσεως τῆς ἀφῆς ἀντιλαμβανόμεθα, ἐὰν σῶμα εἶναι θερμότερον ἄλλου· ἀλλ' ἢ ἐντύπωσις, τὴν ὁποῖαν ἔχομεν διὰ τῆς ἀφῆς, δὲν εἶναι πολλακίς ἀκριβής, ἐξαχτωμένη, ὡς θὰ ἴδωμεν κατωτέρω, ἐκ τῶν ἀρχικῶν συνθηκῶν ὑπὸ τὰς ὁποίας εὐρίσκόμεθα.

296. *Θερμοκρασία*. Εἰς τὴν σπουδὴν τῆς θερμότητος εἰσάγεται τὸ πρῶτον ἡ ἔννοια τῆς *θερμοκρασίας*, ἡ ὁποία μάλιστα ἀποτελεῖ καὶ τὸ μέγεθος ἐκεῖνο, ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ ὁποίου δυνάμεθα νὰ χαρακτηρίζωμεν ποσοτικῶς κατὰ πόσον ἐν σῶμα εἶναι θερμότερον ἄλλου. Εἰς τὴν εἰσαγωγὴν τῆς ἔννοιᾶς τῆς *θερμοκρασίας* ἀγόμεθα ἐκ τοῦ ἀκολούθου λόγου. Διὰ τῆς ἀφῆς δυνάμεθα, ὡς εἶδομεν, νὰ ἐξακριβώσωμεν, ἐὰν ἐν σῶμα εἶναι θερμότερον ἄλλου. Ἐν τούτοις ὅμως ἢ ἐντύπωσις, τὴν ὁποῖαν ἔχομεν διὰ τῆς ἀφῆς, εἶναι πολλακίς ἀπατηλή, ὡς τοῦτο καταδεικνύει τὸ κάτωθι πείραμα.

Λαμβάνομεν δύο δοχεῖα καὶ ἐντὸς τοῦ ἐνὸς ἐξ αὐτῶν θέτομεν πάγον, ἐντὸς δὲ τοῦ δευτέρου θερμὸν ὕδωρ (σχ. 416). Εἰς τὸ πρῶτον δοχεῖον βυθίζομεν τὴν δεξιάν χεῖρα καὶ εἰς τὸ ἄλλο τὴν

Ἐκ τῆς παρατηρήσεως γνωρίζομεν ὅτι, ὅταν θερμαίνωμεν σῶμα, αἱ διαστάσεις αὐτοῦ μεταβάλλονται. Ἀλλὰ καὶ ἄλλα ἐπίσης χαρακτηριστικὰ μεγέθη τῶν σωμάτων, ὡς π.χ. ἡ πυκνότης, ὁ δείκτης διαθλάσεως, ἡ ἠλεκτρικὴ ἀντίστασις κ.ἄ. μεταβάλλονται, ὅταν τὰ σώματα θερμαίνονται. Ἐκ τῆς παρατηρήσεως ἐπίσης γνωρίζομεν, ὅτι τὸ ὕδωρ ὑπὸ τὴν συνήθη



Σχ. 416. Ἡ ἀφῆ δὲν παρέχει ἀσφαλῆ ἐκτίμησιν τῆς θερμοκρασίας.

θερμοκρασίαν εὐρίσκειται ἐν ὑγρᾷ καταστάσει, ψυχόμενον δ' ἐπαρκῶς λαμβάνει στερεὰν κατάστασιν, ἐνῶ, ἀντιθέτως, θερμαίνόμενον ἐπαρκῶς μεταπίπτει εἰς τὴν ἀέριον κατάστασιν. Εἶναι ὁμῶς φανερόν, ὅτι πᾶσαι αἱ ἀνωτέρω μνημονεύμεναι μεταβολαὶ συνδέονται στενῶτατα πρὸς τὴν θερμοκινῆν κατάστασιν τοῦ σώματος ἢ πρὸς μέγεθος χαρακτηριστικὸν αὐτῆς, τὸ ὁποῖον καλοῦμεν **θερμοκρασίαν** τοῦ σώματος.

**297. Θερμομετρία. Θερμόμετρα.** Ἐπειδὴ διὰ τῆς ἀφῆς οὔτε ἐπακριβῶς δυνάμεθα πάντοτε νὰ ἐκτιμήσωμεν, ἐὰν ἀπλῶς σῶμα τι εἶναι πράγματι θερμότερον ἄλλου, οὔτε καὶ νὰ καθορίσωμεν ποσοτικῶς κατὰ πόσον ἐν σῶμα εἶναι θερμότερον ἄλλου, δηλαδὴ ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ ἐνὸς σώματος εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τοῦ ἄλλου, χρησιμοποιοῦμεν πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον μίαν ἐκ τῶν ἀνωτέρω μνημονευόμενων μεταβολῶν, ὡς π.χ. τὴν μεταβολὴν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ὁ ὄγκος σώματος διὰ θερμάνσεως. Τὰ ἐπὶ τῇ βᾶσει τῆς ἀνωτέρω ἀρχῆς λειτουργοῦντα ὄργανα καλοῦνται **θερμόμετρα**.

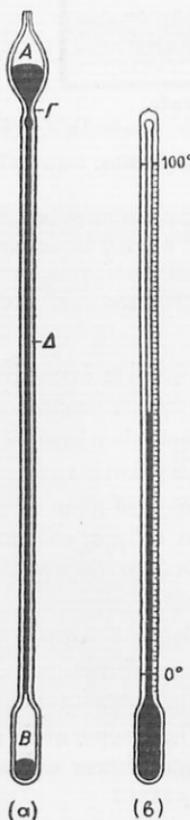
Εἶναι φανερόν, ὅτι διὰ τὴν πραγματοποίησιν τοῦ θερμομέτρου δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν καὶ οἰονδήποτε ἄλλο χαρακτηριστικὸν μέγεθος τοῦ σώματος, ὡς π.χ. τὴν πίεσιν (**ἀερικὸν θερμόμετρον**, βλ. σελ. 291) ἢ τὴν ἠλεκτρικὴν ἀντίστασιν (**ἠλεκτρικὰ θερμόμετρα**, βλ. σελ. 277). Τὸ κεφάλαιον τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀσχολεῖται μὲ τὴν περιγραφὴν τῶν διαφόρων τύπων θερμομέτρων καὶ τῶν μεθόδων μετρήσεως τῶν θερμοκρασιῶν, καλεῖται **θερμομετρία**.

Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ὅταν θέσωμεν εἰς ἐπαφὴν δύο σώματα, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ ἐν εἶναι θερμότερον τοῦ ἄλλου καὶ τὰ ὁποῖα ἐπομένως εὐρίσκονται ὑπὸ διάφορον θερμοκρασίαν, μετὰ παρέλευσιν ὀρισμένου χρονικοῦ διαστήματος αἱ θερμοκρασίαι τῶν δύο σωμάτων ἐξισοῦνται. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἀποτελεῖ τὴν **ἀρχὴν τῆς ἐξισώσεως τῶν θερμοκρασιῶν**, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ μέτρησις τῆς θερμοκρασίας διὰ τῶν θερμομέτρων. Πράγματι, ἐὰν εἶναι γνωστὴ ἡ θερμοκρασία, τὴν ὁποίαν λαμβάνει τὸ ἐν τῶν σωμάτων μετὰ τὴν ἀποκατάστασιν τῆς ἐξισώσεως τῶν θερμοκρασιῶν, θὰ γνωρίζομεν καὶ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἄλλου σώματος κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμὴν. Εἶναι ὁμῶς φανερόν ὅτι, ὅπως καθορίσωμεν τὴν θερμοκρασίαν, τὴν ὁποίαν εἶχε τὸ ἐν σῶμα πρὸ τῆς ἀποκαταστάσεως τῆς ἐπαφῆς πρὸς τὸ ἕτερον, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ τὸ θερμόμετρον, πρέπει τοῦτο νὰ μὴ ἀπορροφᾷ ἢ ἐλάχιστον ποσὸν θερμότητος ἐκ τοῦ πρώτου σώματος, εἰς τρόπον ὅστε ἡ ἐπαφὴ αὐτοῦ πρὸς τὸ θερμόμετρον νὰ μὴ μεταβάλλῃ αἰσθητῶς τὴν θερμοκρασίαν, τὴν ὁποίαν εἶχε πρὸ τῆς ἐπαφῆς.

298. Ὑδραργυρικὸν θερμομέτρον. Ἐκ τῶν μᾶλλον συνήθων ἐν χρήσει θερμομέτρων εἶναι τὸ *ὑδραργυρικὸν θερμομέτρον*, εἰς τὸ ὁποῖον ὡς θερμομετρικὸν σῶμα χρησιμοποιεῖται ὁ ὑδράργυρος. Ἡ ἐκτίμησις τῆς θερμοκρασίας γίνεται διὰ μετρήσεως τῆς ἀξίσεως τοῦ ὄγκου ὠρισμένης μάζης ὑδραργύρου, διὰ θερμάνσεως αὐτῆς ἢ, ὡς συνήθως λέγομεν, διὰ καθορισμοῦ τῆς θερμοκτικῆς διαστολῆς τοῦ ὑδραργύρου. Ἐχρησιμοποιήθη δὲ ὁ ὑδράργυρος ὡς θερμομετρικὸν σῶμα, ἕνεκα τῶν ἀκολουθῶν ἰδιοτήτων αὐτοῦ: α) Ἡ διαστολὴ αὐτοῦ εἶναι σημαντικὴ. β) Δύναται εὐχερῶς νὰ παρασκευασθῇ ἐν καθαρῷ καταστάσει. γ)

Εἶναι ἀδιαφανῆς καὶ ἐπομένως διακρίνεται εὐκόλως διὰ μέσου τῆς ὑάλου τοῦ θερμομέτρου. δ) Ἔχει ταπεινὸν σημεῖον πήξεως καὶ ὑψηλὸν σημεῖον ζέσεως. ε) Δὲν δεικνύει συνάφειαν πρὸς τὴν ὑαλον καὶ ἐπομένως δὲν προσφύεται ἐπὶ τοῦ σωλήνος τοῦ θερμομέτρου. στ) Προσλαμβάνει ταχέως τὴν θερμοκρασίαν τοῦ σώματος, πρὸς τὸ ὁποῖον τίθεται ἐν ἐπαφῇ.

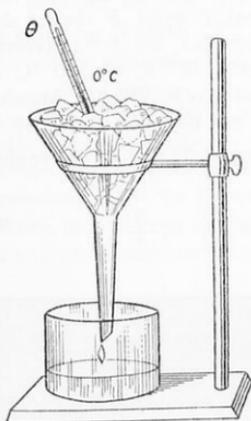
Γενικῶς, τὸ ὑδραργυρικὸν θερμομέτρον ἀποτελεῖται ἐκ δοχείου ἐξ ὑάλου ἔχοντος σχῆμα σφαιρικὸν ἢ κυλινδρικόν. Ἐπὶ τοῦ θερμομετρικοῦ δοχείου προσκολλᾶται διὰ συντήξεως ἐπιμήκης καὶ πολὺ μικρᾶς διαμέτρου τριχοειδῆς ἰσοδιαμετρικῆς σωλῆν, ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖ τὸ στέλεχος τοῦ θερμομέτρου. Ἐντὸς τοῦ θερμομετρικοῦ δοχείου Β τίθεται ἡ κατάλληλος ποσότης ὑδραργύρου, ἡ ὁποία ἀκολουθῶς θερμαίνεται μέχρι βρασμοῦ, πρὸς τελείαν ἐκδιώξιν τοῦ ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου (χώρος Α) εὐρισκομένου ἀέρος, καὶ τέλος τὸ ἀνοικτὸν ἄκρον τοῦ σωλήνος κλείεται διὰ συντήξεως τῆς ὑάλου εἰς Γ (σχ. 417). Οὕτω, ἄνωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου ὑπάρχει λίαν προκεχωρημένον κενόν, ἀποφυγομένης οὕτω τῆς ὀξειδώσεως τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου, ὡς καὶ τοῦ κινδύνου θραύσεως τοῦ σωλήνος ἐκ τῆς συμπίεσεως τοῦ ἄνωθεν αὐτῆς ἀέρος ὑπὸ τῆς κατὰ τὴν χρῆσιν ἀνερχομένης εἰς τὸν σωλῆνα ὑδραργυρικῆς στήλης. Ἐξ ἄλλου, ἐπειδὴ ὁ ὄγκος τοῦ ὑδραργύρου ἐν τῷ θερμομετρικῷ δοχείῳ εἶναι κατὰ πολὺ μεγαλύτερος τοῦ ὄγκου τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸ στέλεχος, ἡ διαστολὴ τοῦ ὑδραργύρου ἀναφέρεται καθ' ὀλοκληρίαν εἰς τὸν ὑδράργυρον τοῦ δοχείου, ἡ δὲ ὑδραργυρικὴ στήλη τοῦ στελέχους χρησιμεύει ἀπλῶς ὡς δείκτης διὰ τὴν ἀξίσην τοῦ ὄγκου τοῦ ὑδραργύρου ἐν τῷ δοχείῳ.



Σχ. 417. α) Κατασκευηθεῖ θερμομέτρον. β) Ἐτοιμὸν θερμομέτρον.

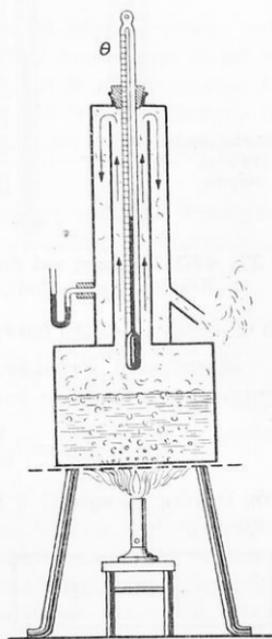
299. Βαθμολογία τοῦ θερμομέτρου. *Θερμομετρικαὶ κλίμακες.* Ἐὰν τὸ οὕτω κατασκευασθὲν θερμομέτρον βυθίσωμεν ἐντὸς δοχείου περιέχοντος ἀπεσταγμένον ὕδωρ, τὸ ὁποῖον ψύχομεν καταλλήλως, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη εἰς τὸν σωλῆνα, λόγῳ συστολῆς τοῦ ὑδραργύρου, κατέρχεται, εὐθὺς ὅμως ὡς ἀρχίσῃ τὸ ὕδωρ νὰ στερεοποιῆται, ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη παραμένει στάσιμος. Εἰς

τὴν θέσιν ταύτην τοῦ θερμομέτρου σημειοῦμεν τὴν θερμοκρασίαν μηδὲν (0), ἡ ὁποία δεχόμεθα ὅτι παριστᾷ τὴν θερμοκρασίαν πήξεως τοῦ ὕδατος ἢ, ὅπερ τὸ αὐτό, τοῦ τρικομένου πάγου. Εἰς τὸ σχῆμα 418 δεικνύεται πρακτικὴ διάταξις καθορισμοῦ τοῦ μηδενὸς τοῦ θερμομέτρου. Τὸ θερμομέτρον βυθίζεται ἐντὸς δοχείου περιέχοντος τριμματα καθαροῦ πάγου, εὐρισκομένου εἰς κατάστασιν τήξεως. Ἀκολουθῶς θερμαίνομεν τοῦτο ἐντὸς θερμοαντήρος (σχ. 419), ὅτε παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη ἀνέρχεται καί, ὅταν τὸ ὕδωρ ἀρχίσῃ νὰ βράζῃ, βλέπομεν, ὅτι ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη παραμένει στάσιμος, ἀκόμη καὶ ὅταν τὸ θερμομετρικὸν δοχεῖον εὐρισκῆται ὀλίγον ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας τοῦ βράζοντος ὕδατος, εἰς τρόπον ὥστε νὰ προσβάλλεται ὑπὸ τῶν ἀτμῶν αὐτοῦ. Εἰς τὴν θέσιν ταύτην, ἐφ' ὅσον τὸ βαρόμετρον δεικνύει 76 cm Hg, σημειοῦμεν τὴν θερμοκρασίαν 100, ἡ ὁποία δεχόμεθα, ὅτι παριστᾷ τὴν θερμοκρασίαν τῶν ἀτμῶν τοῦ ζέοντος ὕδατος ὑπὸ πίεσιν 76 cm Hg. Τὸ μεταξὺ 0 καὶ 100 διάστημα ὑποδιαιρεῖται



Σχ. 418. Προσδιορισμὸς τοῦ 0°C ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου.

εἰς ἑκατὸν ἴσα μέρη καὶ ἕκαστον τούτων ἀποτελεῖ 1 βαθμὸν (**grad**)



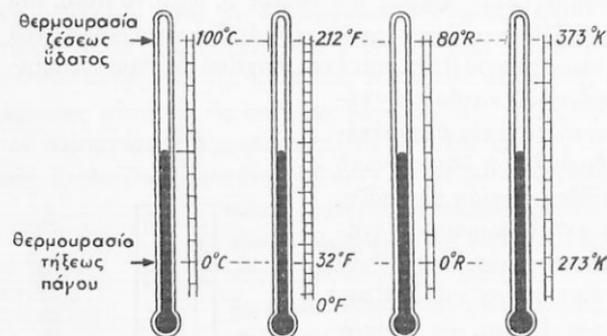
Σχ. 419. Θερμοαντήρ. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν 100°C.

τῆς **ἐκατονταβάθμου κλίμακος**. Ἡ ὑποδιαίρεσις ἐπεκτείνεται καθ' ὅμοιον τρόπον καὶ ἄνωθεν τοῦ 100 καὶ κάτωθεν τοῦ μηδενός. Αἱ θερμοκρασίαι κάτω τοῦ μηδενός χαρακτηρίζονται ὡς ἀρνητικαί, αἱ δὲ ἄνω τοῦ μηδενός ὡς θετικαί. Διὰ νὰ δηλώσωμεν, ὅτι εἰς ἀριθμὸς ἀναφέρεται εἰς βαθμοὺς θερμοκρασίας, χρησιμοποιοῦμεν τῶν αὐτῶν συμβολισμὸν, διὰ τοῦ ὁποίου χαρακτηρίζομεν εἰς τὰ Μαθηματικὰ τὰς μοίρας. Οὕτω π.χ. — 15° παριστᾷ θερμοκρασίαν 15 βαθμῶν κάτω τοῦ μηδενός, ἐνῶ + 35° παριστᾷ θερμοκρασίαν 35 βαθμῶν ἄνω τοῦ μηδενός. Ἡ ἐκατοντάβαθμος κλίμαξ, ἐπειδὴ προετάθη ὑπὸ τοῦ Σουηδοῦ ἀστρονόμου Anders **Celsius** (κατὰ τὸ ἔτος 1742), καλεῖται συνήθως καὶ **κλίμαξ Κελσίου (C)**. Οὕτως ὁ συμβολισμὸς + 30°C ἐκφράζει θερμοκρασίαν 30 βαθμῶν Κελσίου ἄνω τοῦ μηδενός.

**Κλίμαξ Fahrenheit.** Αὕτη προετάθη ὑπὸ τοῦ Ὀλλανδοῦ φυσικοφιλοσόφου **Fahrenheit** κατὰ τὸ 1709 καὶ εἶναι ἐν χρῆσει σήμερον ὑπὸ τῶν Ἀγγλων καὶ Ἀμερικανῶν. Ἐν αὐτῇ, ὡς σταθερὸν σημεῖον 0 ἐτέθη ἡ συνήθης θερμοκρασία τῶν ψυχροτέρων ἡμερῶν τῆς περιοχῆς τοῦ Danzig, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν θερμοκρασίαν ψυχτικοῦ μίγματος χιό-

νος, άμμωνιακού άλατος και μαγειρικού άλατος, ως έτερον δέ σταθερόν σημειον ελήφθη ή

κανονική θερμοκρασία του άνθρακίνου σώματος, ή οποία ώρίσθη αυθαιρέτως εις 96.



Σχ. 420. Κλίμακες και βαθμολογία των θερμομέτρων Κελσίου, Fahrenheit, Ρεομόρου και Kelvin.

100 °C αντίστοιχούν εις 180 °F ή ο λόγος μεταξύ βαθμών F και βαθμών C είναι 9 : 5.

**Μετατροπή βαθμών.** Η μετατροπή βαθμών Κελσίου εις βαθμούς Fahrenheit δύναται να γίνη δι' απλής αναλογίας ως εξής :

$$\frac{C - 0^{\circ}}{F - 32^{\circ}} = \frac{100^{\circ} - 0^{\circ}}{212^{\circ} - 32^{\circ}} \quad \eta \quad \frac{C}{F - 32^{\circ}} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9}$$

Αυτή, λυομένη ως προς C ή F, παράχει :

$$C = \frac{5}{9} (F - 32^{\circ})$$

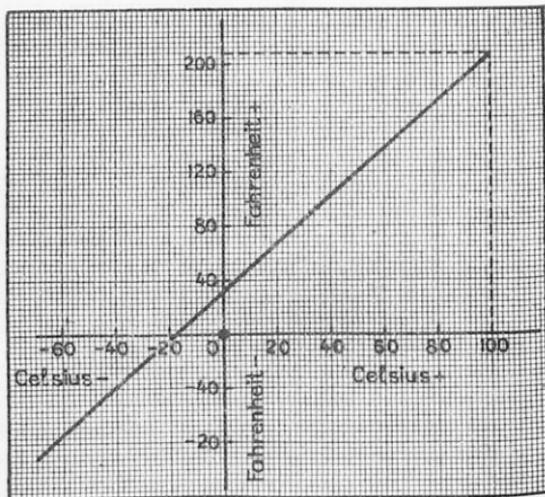
$$F = \frac{9}{5} C + 32^{\circ}$$

**Παραδείγματα. 1.** Θερμόμετρον Κελσίου δεικνύει θερμοκρασίαν 36,6 °C. Ποία θά είναι ή αντίστοιχος ένδειξις θερμομέτρου Fahrenheit.

$$F = \frac{9}{5} 36,6 + 32 = 65,9 + 32 = 97,9 \text{ } ^{\circ}\text{F}$$

**2.** Θερμόμετρον Fahrenheit δεικνύει θερμοκρασίαν 14 °F. Ποία θά είναι ή αντίστοιχος ένδειξις θερμομέτρου Κελσίου.

$$C = \frac{5}{9} (14 - 32) = -\frac{5}{9} \cdot 18 = -10 \text{ } ^{\circ}\text{C}.$$



Σχ. 421. Γραφική παράστασις διά την ταχείαν άναγωγήν βαθμών Κελσίου εις βαθμούς Φαρεναίτ και αντίστροφως.

Διά την μετατροπήν βαθμών Κελσίου εις βαθμούς Fahrenheit και αντίστροφως δύ-

νάται νά χρησιμεύσῃ τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 421. Οὕτω βλέπομεν π.χ., ὅτι εἰς 60 °C ἀντιστοιχοῦν 140 °F καὶ 80 °F εἰς 26 °C κ.ο.κ.

Εἰς τὸ σχῆμα 420 δεικνύονται ὑδραργυρικά θερμομέτρα διαφόρων θερμομετρικῶν κλιμάκων.

**Κλίμαξ Ρεαumur.** Αὕτη προετάθη ὑπὸ τοῦ Γάλλου φιλοσόφου Réaumur κατὰ τὸ ἔτος 1731 καὶ τὸ 0<sup>ο</sup> αὐτῆς ἀντιστοιχεῖ πρὸς τὸ 0 °C, ἐνῶ 80<sup>ο</sup> R ἀντιστοιχοῦν εἰς 100 °C. Τὸ μεταξὺ 0 καὶ 80 διάστημα ὑποδιαιρεῖται εἰς 80 ἴσα μέρη καὶ ἐν τούτων καλεῖται βαθμὸς Réaumur. Ἡ κλίμαξ αὕτη, ἡ ὁποία πολλάκις καλεῖται καὶ ὀγδοηκοντάβαθμος, δὲν χρησιμοποιεῖται σχεδὸν σήμερον, διατηρεῖται δὲ μόνον, εἰς περιορισμένην ὅμως χρῆσιν, ἐν Σκανδιναβίᾳ καὶ Ὀλλανδίᾳ.

**Κλίμαξ Kelvin.** Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω κλιμάκων γίνεται χρῆσις εἰς τὴν Φυσικὴν καὶ τῆς κλίμακος Kelvin (K) ἢ ἀπολύτου κλίμακος (σχ. 420), τὴν ὁποίαν θὰ ἐξετάσωμεν εἰς ἄλλην θέσιν (βλ. σελ. 290).

**Παρατήρησις.** Ὡς ἐκ τοῦ τρόπου, κατὰ τὸν ὁποῖον εἰσάγεται εἰς τὴν θερμότητα τὸ μέγεθος θερμοκρασίας, τοῦτο ἐξ ὅλων τῶν μεγεθῶν, ἅτινα γνωρίζομεν μέχρι σήμερον, ἀποτελεῖ ἐξαίρεσιν, μὴ δυνάμενον νά ἐκφρασθῇ διὰ τῶν τριῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν τοῦ συστήματος CGS. Ὡς ἐκ τούτου, πάντα τὰ θερμοκλιμακία, ὡς ἐξαρτώμενα ἐκ τῆς θερμοκρασίας, δὲν δύνανται νά ὑπαχθῶν εἰς τὸ σύστημα CGS, ὡς μὴ δυνάμενα νά ἐκφρασθῶν διὰ τῶν τριῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν αὐτοῦ.

300. Ὅρια χρησιμοποίησεως ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου. Ἐπειδὴ ὁ ὑδράργυρος πηγνυται εἰς  $-38,9^{\circ}\text{C}$  καὶ βράζει εἰς  $+756,7^{\circ}\text{C}$ , τὸ ὑδραργυρικὸν θερμομέτρον δύναται νά χρησιμοποιηθῇ μεταξὺ τῶν ὁρίων  $-38,9^{\circ}$  καὶ  $300^{\circ}\text{C}$ . Λι' ἀνωτέρας θερμοκρασίας μέχρις  $700^{\circ}\text{C}$ , χρησιμοποιοῦμεν θερμομέτρα κατασκευαζόμενα ἐκ δυστήκτου ὑάλου (ὑάλος ἐκ χαλαζίου), ἄνωθεν ὅμως τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου δὲν ὑφίσταται κενόν, ἀλλ' ἄζωτον ἢ διοξειδίου τοῦ ἀνθρακος ὑπὸ πίεσιν. Διὰ θερμοκρασίας κατωτέρας τῶν  $-38,9^{\circ}\text{C}$  χρησιμοποιοῦμεν θερμομέτρα ἔχοντα ὡς θερμομετρικὸν ὑγρὸν οἰνόπνευμα ( $-100^{\circ}\text{C}$ ), ἢ πεντάνιον ( $-190^{\circ}\text{C}$ ).

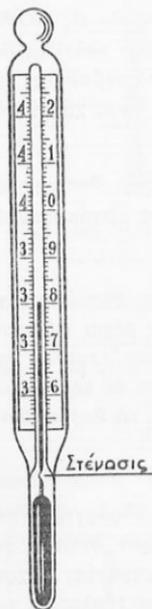
Γενικῶς, ὅλα τὰ ἀνωτέρω περιγραφέντα θερμομέτρα χρησιμοποιοῦν ὡς θερμομετρικὸν σῶμα ὑγρὸν καὶ ἐπομένως τὰ ὅρια θερμοκρασίας, ἐντὸς τῶν ὁποίων δύναται νά χρησιμοποιηθῶν τὰ θερμομέτρα ταῦτα, εἶναι  $-190^{\circ}\text{C}$  καὶ  $+700^{\circ}\text{C}$ . Διὰ θερμοκρασίας ταπεινότερας ἢ ἀνωτέρας τῶν ὁρίων τούτων καταφεύγομεν εἰς ἄλλα μέσα, ἐπὶ τῶν ὁποίων θὰ ἐπαλέθωμεν εἰς ἄλλην θέσιν.

Ἡ μέτρησις τῆς θερμοκρασίας διὰ τῶν θερμομέτρων παρουσιάζει ὀρισμένα σφάλματα, τὰ ὁποῖα εἶναι γνωστὰ καὶ δύναται νά διορθωθῶν δι' ὑπολογισμοῦ. Ἐν τούτοις, ἐπειδὴ τὰ σφάλματα ταῦτα ἀναφέρονται εἰς μετρήσεις μεγάλης ἀκριβείας καὶ, ἐπειδὴ ἡ τεχνικὴ κατασκευὴ τῶν θερμομέτρων ἔχει προχωρήσει σήμερον σημαντικῶς, ὥστε νά ἐλαττωθῶν τὰ σφάλματα ταῦτα εἰς μέγιστον βαθμὸν, δὲν θ' ἀσχοληθῶμεν μετ' ἐπιμέλειαν τῶν φηνόντων.

Ἡ εὐαισθησία τῶν θερμομέτρων, ἡ ὁποία εἶναι τόσο μεγαλύτερα, ὅσον τὸ δοχεῖον τοῦ θερμομέτρου εἶναι μεγαλύτερον καὶ ἡ διάμετρος τοῦ σωλῆνος μικροτέρα, ἔχει αὐξηθῆ σημαντικῶς, εἰς τρόπον ὥστε νά δυνάμεθα μετ' ἀκριβείας νά μετρήσωμεν μεταβολὴν θερμοκρασίας  $0,01^{\circ}\text{C}$  καὶ ἔτι μικροτέραν.

301. **Θερμόμετρα μεγίστου και ελαχίστου.** Ἀπλούστατον τύπον θερμομέτρου μεγίστου ἀποτελεῖ τὸ σύνηθες *ιατρικὸν θερμοόμετρον* (σχ. 422). Τοῦτο εἶναι ὑδραργυρικὸν θερμοόμετρον, εἰς τὸ ὁποῖον τὸ στέλεχος, εἰς τὸ σημεῖον κατὰ τὸ ὁποῖον προσαρμόζεται ἐπὶ τοῦ δοχείου, παρουσιάζει μικρὰν ἀποστένωσιν. Οὕτως, ὅταν ὁ ὑδράργυρος διαστέλλεται, εἰσχωρεῖ διὰ μέσου τῆς ἀποστενώσεως ἐντὸς τοῦ στελέχους, ὁπότε παρατηροῦμεν, ὅτι ὁ ὑδράργυρος ἀνέρχεται ἐν αὐτῷ μέχρις ὅτου δεῖξῃ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ σώματος.

Ὅταν ὁμοῦς ὁ ὑδράργυρος, λόγῳ ψύξεως τοῦ θερμομέτρου, συστέλλεται, τότε ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη διακόπτεται εἰς τὸ σημεῖον τῆς ἀποστενώσεως καὶ παραμένει εἰς τὴν θέσιν, εἰς τὴν ὁποίαν εὐρίσκειτο, ὅταν ἦτο εἰς ἐπαφὴν πρὸς τὸ σῶμα τοῦ ἀσθενοῦς, δεικνύουσα οὕτω τὴν μεγίστην θερμοκρασίαν. Ἴνα τὸ θερμοόμετρον χρησιμοποιηθῇ ἐκ νέου, πρέπει, δι' ἐλαφρῶν τιναγμῶν, ν' ἀναγκάσωμεν τὸν ὑδράργυρον τοῦ στελέχους νὰ κατέλθῃ μέχρι τοῦ κατωτάτου δυνατοῦ σημείου.

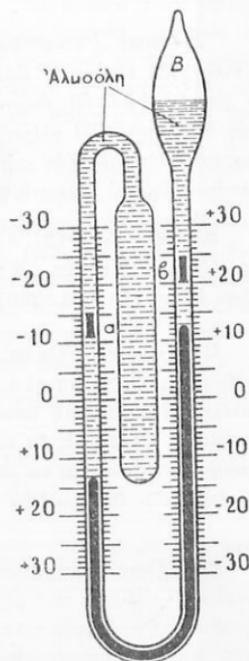


Σχ. 422. Ἴατρικὸν θερμοόμετρον.

Ἄλλος τύπος θερμομέτρου μεγίστου καὶ ελαχίστου εἶναι τὸ *θερμοόμετρον Six*. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἐκ κυλινδρικοῦ δοχείου, πρὸς τὸ ὁποῖον συνάπτεται στέλεχος κεκαμμένον, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 423, καὶ ἀπολήγον ἄνωθεν εἰς κλειστὸν χώρον Β. Ὡς θερμομετρικὸν ὑγρὸν χρησιμεύει ἀλκοόλη, γλυκερίνη ἢ τολουόλη, ἡ ὁποία πληροῖ ἐν μέρει καὶ τὸ στέλεχος τοῦ θερμομέτρου. Ἀκολουθῶς τὴν στήλην ἀλκοόλης διαδέχεται ὑδραργυρικὴ στήλη, ἡ ὁποία ἐπέχει θέσιν δείκτου, καὶ τέλος τὸ θερμοόμετρον, ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸ ἕτερον σκέλος πληροῦται διὰ τοῦ αὐτοῦ θερμομετρικοῦ ὑγροῦ τοῦ περιεχομένου εἰς τὸ δοχεῖον, εἰς τρόπον ὥστε νὰ ἀπομένῃ κενὸν μικρὸν μόνον μέρος τοῦ χώρου Β, ἐν τῷ ὁποίῳ ὑπάρχει ἀήρ ὑπὸ ἠλαττωμένην πίεσιν. Ἐπὶ τῶν δύο ἐλευθέρων ἐπιφανειῶν τοῦ ὑδραργύρου εὐρίσκειται δύο μικροὶ στυλιόκοι ἐκ σιδήρου, α καὶ β, οἱ ὁποῖοι, τῇ βοήθειᾳ ἐλατηρίου ἢ ἄλλης διατάξεως, δύναται νὰ μετατοπίζονται ἐντὸς τοῦ στελέχους ὑπὸ ἐλαφρὰν τριβὴν.

Ὅταν τὸ δοχεῖον τοῦ θερμομέτρου θερμαίνεται, τὸ ἐν αὐτῷ ὑγρὸν, λόγῳ τῆς διαστολῆς του, διερχόμενον ἐλευθέρως διὰ μέσου τοῦ διακένου τοῦ δείκτου α, ὡθεὶ τὸ πρὸς τὰ ἀριστερὰ σκέλος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης πρὸς τὰ κάτω, ἐνῶ ὁ δείκτης α παραμένει εἰς τὴν θέσιν του συγκρατούμενος λόγῳ τῆς τριβῆς πρὸς τὸ τοίχωμα τοῦ σωλήνος. Τουναντίον, τὸ πρὸς τὰ δεξιὰ σκέλος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἀνέρχεται καὶ παρασύρει μετ' αὐτῆς τὸν ἀντίστοιχον δείκτην β, τὸ δὲ ἄνωθεν αὐτῆς ὑγρὸν εἰσχωρεῖ εἰς τὸν χώρον Β καὶ συμπέζει τὸν ἐν αὐτῷ ὑπάρχοντα ἀέρα.

Ὅταν τὸ κυλινδρικὸν δοχεῖον τοῦ θερμομέτρου ἀποψύχεται, ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη, λόγῳ τῆς πύσεως τοῦ εἰς τὸν χώρον Β ἀέρος, ἐκτελεῖ τὴν ἀντίθετον κίνησιν ἢ προηγου-



Σχ. 423. Θερμοόμετρον μεγίστου καὶ ελαχίστου.

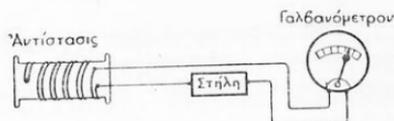
μένως. Ἡ μεγίστη θερμοκρασία δεικνύεται ὑπὸ τῆς δεξιᾶς κλίμακος, διὰ τῆς διαιρέσεως τῆς ἀντιστοιχοῦσης εἰς τὸ ἄκρον τοῦ δείκτη β, τὸ ἐστραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑδραργύρου, ἐνῷ ἡ ἐλαχίστη θερμοκρασία δεικνύεται καθ' ὅμοιον τρόπον ὑπὸ τῆς πρὸς τ' ἀριστερὰ κλίμακος. Τὸ ὄργανον, μεθ' ἑκάστην παρατήρησιν, δέον νὰ ἐπαναφέρεται εἰς τὴν κανονικὴν του κατάστασιν, τοῦτο δὲ ἐπιτυγχάνεται, ἐὰν μετατοπίσωμεν μετὰ τὴν βοήθειαν μικροῦ μαγνήτου τοὺς δύο δείκτας, ὥστε νὰ ἐφάπτονται τῶν ἐπιφανειῶν τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης.

302\*. Ἡλεκτρικὸν θερμομέτρον ἀντίστασως. Ἡ ἀντίστασις τῶν μεταλλικῶν ἀγωγῶν αὐξάνεται ἐν γένει μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Ἐπομένως εἶναι φανερόν, ὅτι διὰ τῆς χρησιμοποίησεως καταλλήλου ἀγωγοῦ, ὡς π.χ. μικροῦ πηνίου συνδεδεμένου πρὸς διάταξιν δυνάμην νὰ μετῶ τὴν ἀντίστασιν αὐτοῦ, δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ τοῦτο ὡς θερμομέτρον. Ὅργανα δὲ τοῦ τύπου τούτου, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται σήμερον εὐρύτατα, καλοῦνται **ἠλεκτρικὰ θερμομέτρα** (σχ. 424).

Οὗτω π.χ. τοποθετοῦντες ὑπὸ τὸ ἔδαφος καὶ εἰς διάφορα βάθη τὰ θερμομετρικὰ πηνία καὶ μετροῦντες τὴν ἀντίστασιν αὐτῶν εἰς διαφόρους ὥρας καὶ ἀπὸ ἡμέρας εἰς ἡμέραν, δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὸν τρόπον, καθ' ὃν εἰσχωρεῖ ἡ θερμότης εἰς τὸ ἔδαφος καὶ νὰ καθορίσωμεν τὴν κατανομὴν τῆς θερμοκρασίας εἰς διάφορα βάθη ὑπὸ τὸ ἔδαφος.

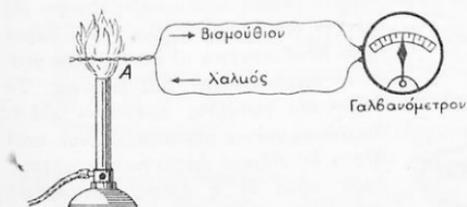
Ἐξ ἄλλου γνωρίζομεν, ὅτι ὁ λευκοχρῶσος τίθεται εἰς 1755 °C· ἐπομένως, ἐὰν κατασκευάσωμεν πηνίον ἐκ σώματος λευκοχρῶσου, δυνάμεθα διὰ τούτου νὰ μετρήσωμεν πολὺ ὑψηλὰς θερμοκρασίας, ὡς π.χ. νὰ καθορίσωμεν τὸ σημεῖον τήξεως τοῦ χαλκοῦ, τὸ ὁποῖον ἀνέρχεται εἰς 1083 °C, ὡς ἐπίσης νὰ καθορίσωμεν τὴν θερμοκρασίαν καμίνου.

Τελευταίως ἔχον κατασκευασθῆ αὐτογραφικαὶ διατάξεις, αἱ ὁποῖαι λειτουργοῦν ἐπὶ τῇ βάσει τῶν θερμομέτρων τούτων καὶ καταγράφου ἀυτομάτως καὶ συνεχῶς τὰς μεταβολὰς τῆς θερμοκρασίας.



Σχ. 424. Ἡλεκτρικὸν θερμομέτρον.

303\*. Θερμοηλεκτρικὸν στοιχείον. Διὰ τὴν μέτρησιν ἰδίως πολὺ ὑψηλῶν θερμοκρασιῶν χρησιμοποιεῖται καὶ τὸ **θερμοηλεκτρικὸν στοιχείον**, ἀποτελούμενον ἀπὸ δύο σώματα τὸ ἓν ἐκ λευκοχρῶσου καὶ τὸ ἄλλο ἀπὸ ροδιολευκοχρῶσου (δηλ. κράμα λευκοχρῶσου περιέχον 10% ρόδιον) ἢ ἀπὸ βισμούθιον καὶ χαλκόν (σχ. 425) αὐτογενῶς συγκολλημένα (ἄνευ δηλαδή παρεμβολῆς συγκολλητικῆς οὐσίας).



Σχ. 425. Θερμοηλεκτρικὸν στοιχείον.

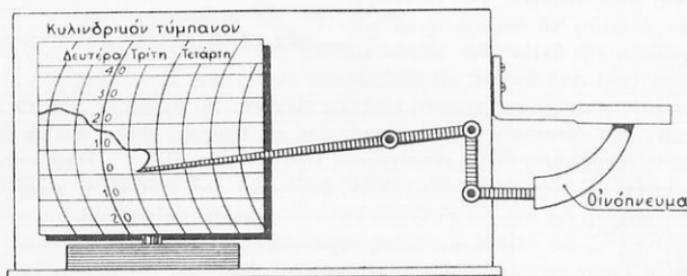
Ἡλεκτρικὸν κύκλωμα, ὡς δεικνύεται ἐκ τοῦ γαλβανομέτρου, ἠλεκτρικὸν ρεῦμα ἔχον τὴν φοράν τῶν βελῶν (βλ. τομ. II, κεφ. Θερμοηλεκτρισμός).

Τὰ θερμοηλεκτρικὰ στοιχεῖα δύνανται νὰ ἐλέγξουν ἐπίσης πολὺ μικρὰν ἀνύψωσιν θερμοκρασίας. Οὗτω διὰ θερμοηλεκτρικοῦ στοιχείου ἀποτελουμένου ἐκ λευκοχρῶσου καὶ βισμούθιου ἐγκλεισμένου ἐντὸς ὑαλίνου σωλήνος, ἀπὸ τὸν ὁποῖον ἔχει ἀφαιρεθῆ ὁ ἀήρ, δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν τὴν αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας, τὴν ὁποῖαν προκαλεῖ ἡ ἀκτινοβολία τῶν πλανητῶν καὶ τινῶν ἀπλανῶν ἀστέρων.

**304\*.** Ὀπτικὸν πυρόμετρον. Τὰ ὄργανα ταῦτα χρησιμεύουν διὰ τὴν μέτρησιν λίαν ὑψηλῶν θερμοκρασιῶν καὶ χρησιμοποιοῦνται κυρίως εἰς τὴν μεταλλουργίαν διὰ τὴν μέτρησιν τῆς λαμπρότητος τῆς ἐρυθρᾶς ἀκτινοβολίας τοῦ διαπύρου σώματος, συγκρινομένης πρὸς πρότυπον πηγὴν ἐρυθρᾶς ἀκτινοβολίας, π.χ. ἠλεκτρικῆς λυχνίας πυρακτώσεως, τῆς ὁποίας μεταβάλλομεν τὴν λαμπρότητα τοῦ νήματος διὰ μεταβολῆς τῆς ἐντάσεως τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος, μέχρι ὅτου ἡ λαμπρότης τῆς λυχνίας συμπίσῃ πρὸς τὴν λαμπρότητα τοῦ ἐξετάζομένου θερμοῦ σώματος.

Τελευταίως, ἐπειδὴ αἱ ἀνάγκαι τῆς ἀκριβοῦς μετρήσεως τῆς θερμοκρασίας εἰς διαφόρους μεταλλουργικὰς ἢ ἄλλας βιομηχανίας ἠξήθησαν σημαντικῶς, ἐπενοήθησαν διάφοροι τύποι ὀπτικῶν πυρομέτρων, τὰ ὁποῖα ἔχουν βαθμολογηθῆ καταλλήλως καὶ παρέχουν δι' ἀμέσου ἀναγνώσεως τὴν θερμοκρασίαν τοῦ θερμοῦ σώματος.

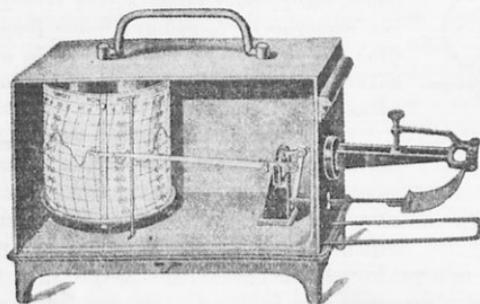
**305\*.** Αὐτογραφικὰ θερμομέτρα. Ταῦτα ἀποτελοῦνται κυρίως ἀπὸ σωλῆνα μεταλλικὸν παρουσιάζοντα πεπλατυσμένην τομὴν καὶ ὁ ὁποῖος πληροῦται τελείως ὑπὸ οἴνοπνεύματος ἢ πετρελαίου (σχ. 426, 427). Λόγῳ μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας ὁ ὄγκος τοῦ ὕγρου τείνει



Σχ. 426. Διάταξις αὐτογραφικοῦ θερμομέτρου.

ν' αὐξηθῆ, συνεπεία δὲ τούτου μεταβάλλεται ἡ πίεσις ἢ ἀσκουμένη ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ σωλῆνος. Οὕτω προκύπτουν δυνάμεις προκαλοῦσαι ἐλαστικὰς παραμορφώσεις τοῦ σωλῆνος, αἱ ὁποῖαι μεγεθυνόμεναι διὰ καταλλήλων μηχανικῶν διατάξεων μεταβιβάζονται εἰς

δείκτην, τοῦ ὁποίου τὸ ἐλεύθερον ἄκρον εἶναι ἐφωδιασμένον μὲ κατάλληλον γραφίδα ἐφωδιασμένην διὰ μελάνης. Τὸ ἄκρον τῆς γραφίδος ἐφάπτεται κυλινδρικοῦ τυμπάνου περιστρεφομένου περὶ ἄξονα δι' εἰδικῶν ὥρολογιακοῦ μηχανισμοῦ· οὕτω δὲ ἡ γραφὶς καταγράφει αὐτομάτως τὰς διαφορὰς κινήσεις τοῦ δείκτου ἐπὶ τεμαχίου χάρτου καταλλήλως ὑποδηρημένου καὶ προσηρμοσμένου ἐπὶ τῆς παραπλευροῦ ἐπιφανείας τοῦ κυλινδρικοῦ τυμπάνου.



Σχ. 427. Αὐτογραφικὸν θερμομέτρον.

πρὸς ὑδραργυρικὸν θερμομέτρον καὶ χρησιμοποιοῦνται εἰς τοὺς Μετεωρολογικοὺς σταθμοὺς διὰ τὴν συνεχῆ παρακολούθησιν τῶν μεταβολῶν τῆς θερμοκρασίας ἐντὸς μακρῶν χρονικῶν διαστημάτων, π.χ. ἡμέρας, ἑβδομάδος, μηνός.

## Πίναξ θερμοκρασιών.

Κανονικόν σημεῖον βρασμοῦ τοῦ ὑγροῦ ἀέρος . . . . .	— 191 °C
Ταπεινότερα μετρηθεῖσα θερμοκρασία ἀέρος πλησίον τοῦ ἐδάφους . . . . .	— 76 °C
Μέση θερμοκρασία τοῦ ὑγροῦ ἀνθρώπου . . . . .	37 °C
Θερμοκρασία πυρετοῦ . . . . .	39 — 42 °C
Θερμοκρασία ἐρυθροπυρωμένου σιδήρου . . . . .	700 °C
Σημεῖον τήξεως τοῦ σιδήρου . . . . .	1530 °C
Νήματα πυρακτωμένα ἠλεκτρικοῦ λαμπτήρος φωτισμοῦ . . . . .	2180 °C
Θερμοκρασία ἀερίων εἰς κρατήρας βολταϊκοῦ πύξου . . . . .	4000 °C
Θερμοκρασία εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ Ἡλίου . . . . .	6000 °C

**306. Θερμικὴ διαστολὴ τῶν σωμάτων.** Τὰ σώματα ἐν γένει θερμαίνονται αὐξάνονται κατὰ τὰς διαστάσεις αὐτῶν, ἐν ἄλλοις λόγοις, ὁ ὄγκος αὐτῶν μεταβάλλεται διὰ θερμάνσεως. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλοῦμεν **θερμικὴν διαστολήν**. Ὅλιγα μόνον σώματα δεικνύουν ἀνωμαλίαν ὡς πρὸς τὸ φαινόμενον τοῦτο, ὡς π.χ. τὸ καουτσούκ, τὸ ὁποῖον θερμαίνομενον συστέλλεται, ἢ ποροελάνη, ἣτις ἐπίσης θερμαινομένη συστέλλεται καὶ διατηρεῖ τὴν συστολήν καὶ μετὰ τὴν ψύξιν αὐτῆς κ. ἄ.

Ἐξ ὅλων τῶν σωμάτων τὰ στερεὰ διαστέλλονται ὀλιγώτερον. Τὰ ὑγρά δεικνύουν μεγαλύτεραν διαστολήν ἀπὸ τὰ στερεά. Τὰ ἀέρια διαστέλλονται περισσότερον ἐξ ὅλων τῶν σωμάτων.

Πειραματικῶς δεικνύομεν τὴν διαστολήν τῶν στερεῶν διὰ τῆς ἐν σχήματι 428 συσκευῆς. Ἐὰν ἡ σφαῖρα Σ ἔχη διάμετρον ὀλίγον μικροτέραν τῆς διαμέτρου τοῦ δακτυλίου Δ, ὥστε νὰ διέρχεται ἐλευθέρως δι' αὐτοῦ, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅταν θερμανθῇ ἐπαρκῶς, δὲν διέρχεται πλέον διὰ τοῦ δακτυλίου. Ἀντιθέτως, ἐὰν ἡ σφαῖρα ἔχη διάμετρον ὀλίγον μεγαλύτεραν τῆς τοῦ δακτυλίου, ὥστε νὰ μὴ διέρχεται δι' αὐτοῦ, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅταν θερμάνομεν ἐπαρκῶς τὸν δακτύλιον, ἢ σφαῖρα διέρχεται δι' αὐτοῦ.

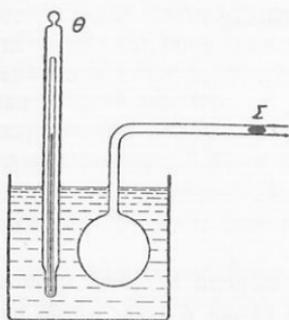
Σχ. 428. Θερμικὴ διαστολὴ μεταλλικῆς σφαίρας.

Τὴν διαστολήν τῶν ὑγρῶν δεικνύομεν διὰ τῆς ἐν σχήματι 429 συσκευῆς ἀποτελουμένης ἐξ ὑάλου. Ἐὰν θερμάνομεν τὴν συσκευήν, παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ ὑγρὸν ἐν ἀρχῇ κατέρχεται εἰς τὸν σωλῆνα, ὡς ἐὰν τοῦτο ὑφίστατο συστολήν. Τοῦτο ὁμῶς συμβαίνει, ἐπειδὴ τὰ τοιχώματα τοῦ δοχείου, εὐρισκόμενα εἰς ἄμεσον ἐπαφὴν πρὸς τὴν πηγὴν θερμότητος, θερμαίνονται ταχύτερον ἢ τὸ ὑγρὸν. Ἐὰν ὁμῶς ἐξακολουθήσωμεν νὰ θερμαίνομεν, παρατηροῦμεν, ὅτι πράγματι τὸ ὑγρὸν διαστέλλεται, διότι τοῦτο ἀνέρχεται εἰς τὸν σωλῆνα.



Σχ. 429. Θερμικὴ διαστολὴ ὑγροῦ.

Διὰ τὴν διαστολὴν τῶν ἀερίων χρησιμεύει ἡ ἐν σχήματι 430 εἰκονιζομένη συσκευή, ἀποτελουμένη ἐξ ὑάλου, ἐν τῇ ὁποία διὰ μικρῆς εὐκινήτου σταγόνας ὑδραργύρου ἀποκλείομεν ὠρισμένην ποσότητα ἀέρος. Ἐὰν βυθίσωμεν τὸ σφαιρικὸν δοχεῖον ἐντὸς λουτροῦ θερμοῦ ὕδατος, παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ ἐξ ὑδραργύρου σταγὼν μετατοπίζεται πρὸς τὰ ἔξω.



Σχ. 430. Θερμικὴ διαστολὴ ἀερίου.

**307. Διαστολὴ τῶν στερεῶν.** Προκειμένου περὶ τῶν στερεῶν διακρίνομεν κυρίως *γραμμικὴν* καὶ *κυβικὴν* ἢ *κατ' ὄγκον διαστολὴν*. *Γραμμικὴ λέγεται ἡ διαστολὴ, ὅταν ἐξετάζωμεν ταύτην μόνον κατὰ τὴν μίαν διάστασιν*, ὅτε τὸ στερεὸν ἔχει σχῆμα ἐπιμήκους ράβδου, εἰς τὴν ὁποίαν αἱ δύο ἄλλαι διαστάσεις εἶναι ἀμελητέαι ἐν σχέσει πρὸς τὸ μήκος αὐτῆς. *Κυβικὴ ἢ κατ' ὄγκον λέγεται ἡ διαστολὴ, ὅταν ἐξετάζωμεν ταύτην καὶ κατὰ τὰς τρεῖς διαστάσεις τοῦ σώματος*. Ἐνίοτε διακρίνομεν καὶ *ἐπιφανειακὴν* διαστολὴν, ὅταν δηλαδὴ ἐξετάζωμεν τὴν διαστολὴν τοῦ σώματος κατὰ τὰς δύο αὐτοῦ διαστάσεις, ὁπότε δίδομεν εἰς τὸ σῶμα τὴν μορφήν λεπτῆς πλακῆς.

**308. Γραμμικὴ διαστολή.** Ἐστω ὅτι ράβδος ἐκ τίνος οὐσίας ἔχει εἰς θερμοκρασίαν  $0^{\circ}\text{C}$  μήκος  $l_0$ . Ἐὰν θερμάνωμεν τὴν ράβδον εἰς  $t^{\circ}$ , τὸ μήκος αὐτῆς γίνεται  $l_t$ , ἡ δὲ συνολικὴ αὐξήσις τῆς ράβδου εἶναι  $l_t - l_0$ . Ἐκ τοῦ πειράματος δεικνύεται, ὅτι ἡ συνολικὴ αὐξήσις τοῦ μήκους τῆς ράβδου εἶναι ἀνάλογος τοῦ ἀρχικοῦ μήκους αὐτῆς  $l_0$  καὶ τῆς ἀνυψώσεως τῆς θερμοκρασίας. Τὰ ἀνωτέρω ἐκφράζονται διὰ τοῦ τύπου:

$$l_t - l_0 = \alpha \cdot l_0 t \quad (1)$$

ἐξ οὗ:

$$\alpha = \frac{l_t - l_0}{l_0 t} \quad (2)$$

ὅπου  $\alpha$  εἶναι συντελεστὴς ἐξαρτώμενος ἐκ τοῦ ὕλικου τῆς ράβδου καὶ ὁ ὁποῖος καλεῖται *συντελεστὴς τῆς γραμμικῆς διαστολῆς*.

Ἡ σχέσις (2) παρέχει τὴν φυσικὴν σημασίαν τοῦ συντελεστοῦ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς. Ἦτοι ὁ συντελεστὴς τῆς γραμμικῆς διαστολῆς ἐκφράζει τὴν αὐξησιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ράβδος ἐκ τοῦ θεωρουμένου ὕλικου, μήκους ἴσου πρὸς τὴν μονάδα μήκους, π. χ. 1 m, δι' αὐξησιν τῆς θερμοκρασίας κατὰ  $1^{\circ}\text{C}$ . Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω τύπου (1) εὐρίσκομεν ὅτι:

$$l_t = l_0 (1 + \alpha t)$$

Ὁ κάτωθι πίναξ παρέχει τὰ ἀριθμητικὰς τιμὰς τῶν συντελεστῶν γραμμικῆς διαστολῆς σωμάτων τινῶν εἰς  $1/\text{grad}$  (ἢ  $\text{grad}^{-1}$ ):

Ἐλαιον . . . 0,000 009	Ἀργίλιον . . . 0,000 022	Χαλκός . . . 0,000 016
Ὄρειχαλκος 0,000 019	Σίδηρος . . . 0,000 012	Μόλυβδος . . . 0,000 029
Λευκόχρυσος 0,000 009	Ψευδάργυρος 0,000 029	Μπετόν . . . 0,000 012

Ἐστω π.χ. ὅτι ράβδος σιδηρᾶ μήκους 1 m θερμαίνεται κατὰ 50°. Ἐκ τοῦ τύπου (1) ὑπολογίζοντες τὴν μεταβολὴν τοῦ μήκους τῆς ράβδου εὐρίσκομεν, ὅτι :

$$0,000\,012 \cdot 1 \cdot 50 = 0,006 \text{ m} \quad \text{ἤτοι} \quad 6 \text{ mm.}$$

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω πίνακος συνάγομεν, ὅτι ράβδοι ἢ σύρματα τοῦ αὐτοῦ μήκους, ἀλλ' ἐκ διαφόρων οὐσιῶν, ὅταν θερμαίνωνται κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν βαθμῶν ὑφίστανται διαφορῶν ἐπιμηκύνσεις. Ἐκ τοῦ αὐτοῦ πίνακος βλέπομεν, ὅτι οἱ συντελεσταὶ γραμμικῆς διαστολῆς τοῦ σιδήρου καὶ τοῦ σκυροκονιάματος (μπετόν) ἔχουν τὴν αὐτὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν, δηλ. 0,000 012 grad<sup>-1</sup>, τοῦτο δὲ ἔχει μεγίστην σημασίαν εἰς τὰς κατασκευάς.

Εἰς τὰ ἀνωτέρω ὑποτίθεται, ὅτι ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς θερμοκρασίας, ὡς τοῦτο δεχόμεθα διὰ τὰς συνήθεις ἐφαρμογὰς. Πράγματι ὅμως ὁ συντελεστὴς α ἐξαρτᾶται καὶ ἐκ τῆς θερμοκρασίας, τοῦτο δὲ λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν εἰς περιπτώσεις μετρήσεων μεγάλης ἀκριβείας. Οὕτω ὁ συντελεστὴς α ἔχει ἄλλην τιμὴν, ὅταν αὐξάνωμεν τὴν θερμοκρασίαν ἀπὸ 10 °C εἰς 11 °C καὶ ἄλλην ἀπὸ 100 °C εἰς 101 °C.

309\*. Γενικὸς τύπος γραμμικῆς διαστολῆς. Ἐστω, ὅτι δίδεται τὸ μῆκος τῆς ράβδου  $l_1$  εἰς τὴν θερμοκρασίαν  $t_1$  καὶ ζητεῖται νὰ εὑρωμεν τὸ μῆκος αὐτῆς  $l_2$  εἰς τὴν θερμοκρασίαν  $t_2$ , γνωστοῦ ὅντος ὅτι ὁ συντελεστὴς τῆς γραμμικῆς διαστολῆς εἶναι α.

Πρὸς λύσιν τοῦ προβλήματος τούτου καλοῦμεν  $l_0$  τὸ μῆκος τῆς ράβδου εἰς τὴν θερμοκρασίαν 0 °C, ὅτε, συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, θὰ ἔχομεν :

$$l_1 = l_0(1 + \alpha t_1) \quad \text{καὶ} \quad l_2 = l_0(1 + \alpha t_2)$$

διὰ διαιρέσεως κατὰ μέλη τῶν δύο τούτων τύπων εὐρίσκομεν:  $\frac{l_2}{l_1} = \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1}$

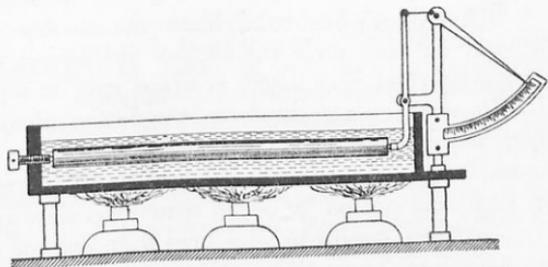
Ἐὰν ἤδη πολλαπλασιάσωμεν ἀμφοτέρους τοὺς ὄρους τοῦ δευτέρου κλάσματος ἐπὶ  $1 - \alpha t_1$  θὰ προκύψῃ:  $\frac{l_2}{l_1} = \frac{(1 + \alpha t_2)(1 - \alpha t_1)}{1 - \alpha^2 t_1} = (1 + \alpha t_2)(1 - \alpha t_1)$ .

Ὁ ὄρος  $\alpha^2 t_1$ , ἐπειδὴ τὸ μέγεθος α εἶναι πολὺ μικρὸν, παραλείπεται πρὸ τῆς μονάδος. Ἐὰν ἤδη ἐπιλύσωμεν τὴν σχέσιν ὡς πρὸς  $l_2$  καὶ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὴν ἀνωτέρω παρατήρησιν ὡς πρὸς τὴν δευτέραν δύναμιν τοῦ α, προκύπτει ἡ σχέση:  $l_2 = l_1[1 + \alpha(t_2 - t_1)]$ .

Ὁ τύπος οὗτος εἶναι ὁ θεμελιώδης τύπος τῆς γραμμικῆς διαστολῆς εἰς τὸν ὁποῖον, ἂν ὑποθεθῇ  $t_1 = 0$ , προκύπτει ὁ τύπος (1) τῆς § 308. Ἐὰν θέσωμεν:  $t_2 - t_1 = \Delta t$ , προκύπτει ἡ σχέση:

$$l_2 = l_1(1 + \alpha \cdot \Delta t) \quad (1)$$

310. Πειραματικὴ ἀποδείξις τῆς γραμμικῆς διαστολῆς. Τὴν γραμμικὴν διαστολὴν δεκνόμεν διὰ τῆς ἐν σχήματι 431 εἰκονιζομένης συσκευῆς. Ἡ πρὸς ἐξέτασιν ράβδος στερεοῦται μονίμως κατὰ τὸ πρὸς τὰ ἀριστερὰ ἄκρον αὐτῆς, ἐνῶ πρὸς τὰ δεξιὰ δύναται νὰ διαστελλεταὶ ἐλευθέρως. Τὸ πρὸς τὰ δεξιὰ ἄκρον τῆς ράβδου εὐρίσκεται εἰς ἐπαφὴν πρὸς τὸ ἄκρον τοῦ ἐνὸς βραχίονος τοῦ

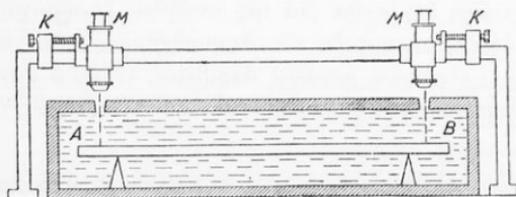


Σχ. 431. Διὰ τὴν σπουδὴν τῆς γραμμικῆς διαστολῆς.

Ἐξέτασιν ράβδος στερεοῦται μονίμως κατὰ τὸ πρὸς τὰ ἀριστερὰ ἄκρον αὐτῆς, ἐνῶ πρὸς τὰ δεξιὰ δύναται νὰ διαστελλεταὶ ἐλευθέρως. Τὸ πρὸς τὰ δεξιὰ ἄκρον τῆς ράβδου εὐρίσκεται εἰς ἐπαφὴν πρὸς τὸ ἄκρον τοῦ ἐνὸς βραχίονος τοῦ

μοχλοῦ, ἐνῶ τὸ ἄκρον τοῦ ἐτέρου βραχίονος τοῦ μοχλοῦ συνδέεται πρὸς δείκτην, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ μετακινητῆι πρὸ τῶν διαιρέσεων κλίμακος καταλλήλως βαθμολογημένης. Ἡ ράβδος εἶναι τοποθετημένη ἐντὸς λουτροῦ, τοῦ ὁποῦτου δυνάμεθα νὰ μεταβάλλωμεν τὴν θερμοκρασίαν μετὰ τὴν βοήθειαν λύχων οἰονπνεύματος ἢ φωταερίου. Ὅταν ἡ θερμοκρασία τῆς ράβδου αὐξάνεται, τὸ πρὸς τὰ δεξιὰ ἄκρον τῆς ὠθεῖ τὸ κάτω ἄκρον τοῦ μοχλοῦ, οὕτω δὲ ἀναγκάζει αὐτὸν νὰ περιστραφῆι περὶ τὸν ἄξονά του καὶ διὰ τοῦ ἄνω ἄκρου αὐτοῦ μετακινεῖ δείκτην πρὸ κλίμακος. Διὰ καταλλήλου βαθμολογίας τῆς κλίμακος δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν καὶ τὸ μέγεθος τῆς διαστολῆς.

311\*. Μέθοδος ἀκριβείας προσδιορισμοῦ τοῦ συντελεστοῦ γραμμικῆς διαστολῆς. Ἡ πρὸς ἕλεγχον ράβδος AB στηρίζεται ἐπὶ πρισματικῶν ἀκμῶν εὐρισκομένων εἰς τὸν πυθμένα λεκάνης. Ἐντὸς τῆς λεκάνης τίθεται ὕδωρ, εἰς τὸ ἄνω δὲ μέρος αὐτῆς τοποθετοῦνται δύο μικροσκόπια MM διὰ τὴν σκόπευσιν, δυνάμενα νὰ μετατοπίζωνται διὰ τῶν μικρομέτρων K K (σχ. 432).



Σχ. 432. Ἡ μετάθεσις τῶν μικροσκοπίων M γίνεται διὰ τῶν κοχλιῶν K, τῶν ὁποίων τὰ τύμπανα φέρουν κλίμακας εἰς κλάσματα τοῦ χιλιοστοῦ.

Ἡ μέτρησις γίνεται ὡς ἐξῆς:

Ἐπὶ τῆς ράβδου AB ὑπάρχουν δύο χαραγαὶ εὐρισκόμεναι εἰς γνωστὴν ἀπόστασιν, εἰς θερμοκρασίαν 15 °C ἐλεγχομένην δι' εὐαίσθητου θερμομέτρου, τὰς ὁποίας σκοπεύομεν διὰ τῶν μικροσκοπίων καὶ σημειοῦμεν τὰς ἀντιστοίχους ἀναγνώσεις. Ἀκολούθως διαβιβάζομεν εἰς τὴν συσκευὴν ὕδωρ ἀνωτέρας θερμοκρασίας καί, ὅταν ἀποκατασταθῆι θερμοκρῖσις, σκοπεύομεν ἐκ νέου διὰ τῶν μικροσκοπίων ρυθμίζοντες αὐτὰ διὰ τῶν μικρομέτρων, ὥστε νὰ ἐμφανισθοῦν εἰς τὴν αὐτὴν θέσιν τοῦ ὀπτικοῦ πεδίου αὐτῶν αἱ δύο χαραγαὶ καὶ ἀναγινώσκομεν τὰς νέας ἐνδείξεις τῶν μικρομέτρων.

Διὰ συγκρίσεως τῶν νέων ἐνδείξεων πρὸς τὰς ἀρχικὰς εὐρίσκομεν τὴν νέαν ἀπόστασιν τῶν δύο χαραγῶν καὶ ἐξ αὐτῶν τὴν διαστολὴν τῆς ράβδου. Ἐπειδὴ εἶναι γνωστὴ ἡ ἀρχικὴ ἀπόστασις AB τῶν δύο χαραγῶν, ἐπίσης δὲ γνωρίζομεν καὶ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας, εἶναι δυνατόν, βάσει τῆς μετρηθείσης διαστολῆς, νὰ καθορίσωμεν ἐκ τοῦ γνωστοῦ τύπου (1) τῆς § 309 τὸν συντελεστὴν τῆς γραμμικῆς διαστολῆς μὲ μεγάλην ἀκρίβειαν.

312. Κυβικὴ διαστολή. Κατὰ τὴν σπουδὴν διαστολῆς ράβδου ἢ σύρματος ἐλάβομεν ὑπ' ὄψιν μόνον τὴν αὐξήσιν τοῦ μήκους, διότι αἱ ἄλλαι δύο διαστάσεις τῆς ράβδου εἶναι πολὺ μικραὶ ἐν σχέσει πρὸς τὸ μήκος αὐτῆς.

Προκειμένου περὶ σωμάτων, τῶν ὁποίων αἱ τρεῖς διαστάσεις (μῆκος, πλάτος, ὕψος) δὲν διαφέρουν οὐσιαστικῶς, προκύπτει αὐξήσιν τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος καὶ ἡ διαστολή αὕτη καλεῖται **κυβικὴ ἢ κατ' ὄγκον διαστολή**. Οὕτως εἶδομεν (σχ. 428), ὅτι μεταλλικὴ σφαῖρα ἐν ψυχρᾷ καταστάσει δύναται νὰ διέρχεται διὰ δακτυλίου, ἐὰν ὅμως αὕτη θερμανθῆι, τότε λόγῳ αὐξήσεως τοῦ ὄγκου αὐτῆς δὲν διέρχεται διὰ τοῦ δακτυλίου. Ὅπως δὲ διεκρίναμεν συντελεστὴν γραμμικῆς διαστολῆς, οὕτω διακρίνομεν καὶ συντελεστὴν κυβικῆς διαστολῆς, ὁ ὁποῖος ἐκφράζει τὴν αὐξήσιν, τὴν ὁποῖαν ὑφίσταται ἡ μονὰς τοῦ ὄγκου δι' αὐξήσιν τῆς θερμοκρασίας κατὰ 1 °C.

**Συντελεστὴς τῆς κυβικῆς διαστολῆς.** Ἐστω ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον

διαστάσεων  $A_1, B_1, \Gamma_1$  εις θερμοκρασίαν  $t_1$  (σχ. 433). Ἐὰν θερμάνωμεν αὐτὸ εἰς θερμοκρασίαν  $t_2$ , αἱ διαστάσεις αὐτοῦ θὰ εἶναι :

$$A_2 = A_1 (1 + \alpha \Delta t), \quad B_2 = B_1 (1 + \alpha \Delta t), \quad \Gamma_2 = \Gamma_1 (1 + \alpha \Delta t),$$

ὅπου  $\Delta t = t_2 - t_1$  καὶ  $\alpha$  ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς. Ἐὰν δὲ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι  $V_2 = A_2 \cdot B_2 \cdot \Gamma_2$  καὶ  $V_1 = A_1 \cdot B_1 \cdot \Gamma_1$  παριστοῦν τοὺς ὄγκους τοῦ παραλληλεπιπέδου εἰς θερμοκρασίας  $t_2$  καὶ  $t_1$ , εὐρίσκομεν διὰ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ἀνωτέρω τριῶν ἐξισώσεων :  $V_2 = V_1 (1 + \alpha \Delta t)^3$ . Ὁ τύπος οὗτος, λόγῳ τῆς μικρότητος τοῦ  $\alpha$ , δύναται ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος νὰ γραφῇ :

$$V_2 = V_1 (1 + 3\alpha \Delta t) \quad (1)$$

Ὁ συντελεστὴς  $3\alpha$ , ὁ ὁποῖος εἶναι τριπλασίος τοῦ συντελεστοῦ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς, καλεῖται **συντελεστὴς τῆς κυβικῆς διαστολῆς**. Οὕτω διὰ τὸν σίδηρον ὁ συντελεστὴς τῆς γραμμικῆς διαστολῆς εἶναι  $\alpha = 0,000\,012 \text{ grad}^{-1}$ , ἐνῶ ὁ συντελεστὴς τῆς κυβικῆς διαστολῆς θὰ εἶναι :  $0,000\,012 \cdot 3 = 0,000\,036 \text{ grad}^{-1}$ .

Ὁ τύπος (1) εἶναι θεμελιώδης διὰ τὴν κυβικὴν διαστολὴν.

**313. Ἐπιφανειακὴ διαστολή.** Ἐὰν  $S_1$  καλέσωμεν τὴν ἐπιφανείαν σώματος εἰς  $t_1$  καὶ  $S_2$  τὴν ἐπιφανείαν αὐτοῦ εἰς  $t_2$ , εὐρίσκομεν, σκεπτόμενοι ὡς προηγουμένως :

$$S_2 = S_1 (1 + 2\alpha \Delta t)$$

**314\*. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος μετὰ τῆς θερμοκρασίας.** Ἐστω ὅτι σῶμα μάζης  $m$  ἔχει εἰς θερμοκρασίαν  $t_1$  ὄγκον  $V_1$  καὶ πυκνότητα  $\rho_1$ , ἐνῶ τὰ αὐτὰ μεγέθη εἰς θερμοκρασίαν  $t_2$  εἶναι  $V_2$  καὶ  $\rho_2$ . Προδήλως ἔχομεν τὰς σχέσεις  $m = V_1 \rho_1 = V_2 \rho_2$ . Ἐὰν δὲ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν καὶ τὸν τύπον (1) τῆς § 312, εὐρίσκομεν :

$$\rho_1 = \rho_2 (1 + 3\alpha \Delta t)$$

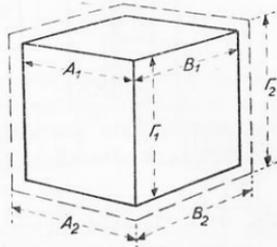
ἔξ οὗ ὑπολογίζομεν τὴν πυκνότητα  $\rho_2$  ἐκ τῆς  $\rho_1$  καὶ ἐκ τῆς αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας  $\Delta t$ .

**315. Ἐφαρμογαί.** Ἐὰν συνενώσωμεν στερεῶς δύο εὐθεῖα ἰσομήκη ἑλάσματα, τὰ ὁποῖα νὰ παρουσιάζουν διάφορον διαστολὴν, π.χ. τὸ ἓν ἐκ σιδήρου ( $\alpha = 0,000\,012 \text{ grad}^{-1}$ ) καὶ τὸ ἕτερον ἐξ ὀρείχαλκου ( $\alpha = 0,000\,019 \text{ grad}^{-1}$ ) καὶ θερμάνωμεν τὸ διμεταλλικὸν τοῦτο ἑλάσμα, παρατηροῦμεν, ὅτι κάμπτεται, ἐνῶ ἐὰν ψυχθῇ κάμπτεται κατ' ἀντίθετον φερόν (σχ. 434).

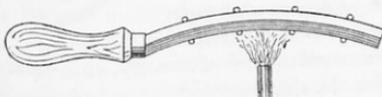
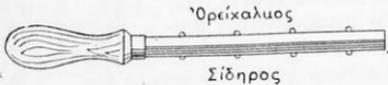
Τοιαῦτα διμεταλλικὰ ἑλάσματα χρησιμοποιοῦνται εἰς **θερμοστατικὰς διατάξεις** ἠλεκτρικῶν κλιβάνων, ἠλεκτρικῶν ψυγείων, ἠλεκτρικῶν καμίνων κτλ., καὶ διὰ τούτων πραγματοποιεῖται ἡ αὐτόματος διακοπὴ τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος, εὐθὺς ὡς ἡ θερμοκρασία τοῦ χώρου ὑπερβῇ ὠρισμένην ὀρικτὴν τιμὴν.

Σχ. 434. Ἡ κάμψις τῆς ράβδου προέρχεται ἀπὸ τὴν διάφορον τιμὴν τοῦ συντελεστοῦ διαστολῆς τῶν δύο μετάλλων.

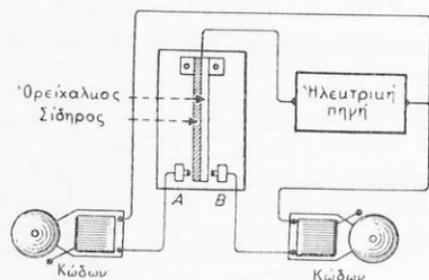
Εἰς τὸ σχῆμα 435 δεικνύεται διμεταλλικὸν ἑλάσμα ἀπὸ ὀρείχαλκου καὶ σιδήρου, τὸ ὁποῖον



Σχ. 433. Λόγῳ τῆς αὐξήσεως τῶν ἀκμῶν τοῦ παραλληλεπιπέδου προκύπτει αὐξήσις τοῦ ὄγκου.

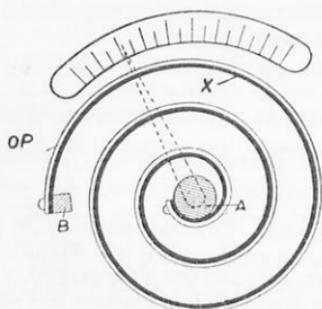


συνδέεται εις ηλεκτρικόν κύκλωμα ηλεκτρικοῦ κώδωνος. Διὰ τῆς διατάξεως ταύτης, ὅταν ἡ θερμοκρασία τοῦ περιβάλλοντος ἀνέρχεται ἢ κατέρχεται κατὰ ὀρισμένον ἀριθμὸν βαθμῶν,



Σχ. 435. Διάταξις διμεταλλικοῦ ἐλάσματος μετὰ ηλεκτρικῶν κωδῶνων.

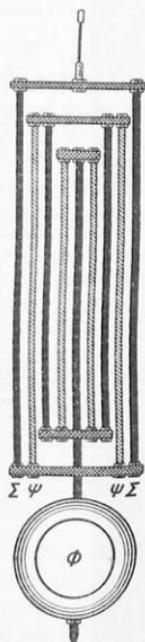
αὐτὰ διμεταλλικὰ ἐλάσματα χρησιμοποιοῦνται εις τὴν κατασκευὴν τῶν **μεταλλικῶν θερμομέτρων**. Οὕτως, ἐὰν διὰ διμεταλλικοῦ ἐλάσματος ἐξ ὀρειχάλκου καὶ χαλκοῦ κατασκευά-



Σχ. 436. Μεταλλικὸν θερμομέτρον ἐκ διμεταλλικοῦ ἐλάσματος.

σμεν σπειραν (σχ. 436) καὶ στερεώσωμεν τὸ ἐν ἄκρον αὐτῆς B ἐπὶ καταλλήλου βάσεως, τὸ δ' ἕτερον ἄκρον αὐτῆς προσαρμόσωμεν ἐπὶ τυμπάνου στρεπτοῦ περὶ ἄξονα, καὶ ἀκολουθῶς θερμάνωμεν τὴν σπειραν, παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ ἄκρον τοῦ ἐπὶ τοῦ τυμπάνου στερεωμένου δείκτου μετατοπίζεται πρὸς τῶν διαίρεσεων τῆς κλίμακος τοῦ ὄργανου, ἢ ὅποια εἶναι βαθμολογημένη εἰς βαθμοὺς Κελσίου διὰ συγκρίσεως πρὸς ὑδραργυρικὸν θερμομέτρον.

Ἐπίσης, διμεταλλικὰ ἐλάσματα χρησιμοποιοῦνται πρὸς κατασκευὴν τοῦ αἰωρητοῦ τῶν συνήθων ὥρολογιακῶν μηχανισμῶν, εἰς τρόπον ὅστε



Σχ. 438. Διμεταλλικὸν ἐκκρεμές.

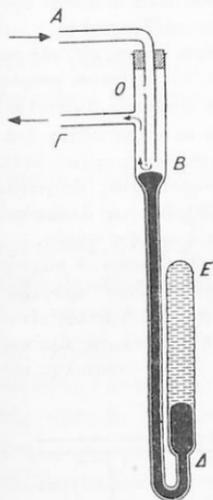
Ἐνάλογος μέθοδος ἐφαρμόζεται ἐπίσης εἰς τὴν διατήρησιν τῆς περιόδου τῶν ὥρολογιακῶν ἐκκρεμῶν, ἀνεξαρτήτου ἀπὸ τῶν μεταβολῶν τῆς θερμοκρασίας. Οὕτως εἰς τὸ σχῆμα 438 τὸ φακοειδὲς σῶμα Φ ἐξαρτᾶται διὰ μέσου τῶν σιδηρῶν ράβδων Σ, τῶν ὁποίων τὸ μήκος εἶναι  $l_0$  καὶ τῶν ὁποίων ἢ πρὸς τὰ κάτω διαστολὴ ἐξουδετεροῦται ἐκ τῆς πρὸς τὰ ἄνω

διαστολῆς τῶν ἐκ ψευδαργύρου ράβδων  $\Psi$  μήκους  $l_{\psi}$ , τῶν ὁποίων τὰ μήκη εἰς θερμοκρασίαν  $t$  ἐκλέγονται οὕτως ὥστε  $2l_{\sigma} - l_{\psi}$  νὰ παραμένῃ σταθερὸν εἰς πᾶσαν θερμοκρασίαν. Οὕτω, ἐὰν ἡ θερμοκρασία αὐξηθῇ κατὰ  $\Delta t$ , τὸ νέον μήκος θὰ εἶναι  $2l_{\sigma} (1 + 0,0000123 \Delta t)$ ,  $- l_{\psi} (1 + 0,0000274 \Delta t)$  ἵνα δὲ τὸ μήκος τοῦτο εἶναι ἴσον πρὸς τὸ προηγουμένον πρέπει νὰ ἰσχύῃ ἡ σχέσις  $2l_{\sigma} \cdot 0,0000123 = l_{\psi} \cdot 0,0000274$ , ἢ

$$l_{\sigma} = \frac{l_{\psi} 274}{2 \cdot 123} = 1,114 l_{\psi}.$$

316\*. **Θερμοστάτης.** Εἰς πολλὰς περιπτώσεις διὰ τὴν σπουδὴν διαφόρων φαινομένων, ὡς π.χ. κατὰ τὴν μέτρησιν τοῦ συντελεστοῦ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς, εἶναι ἀνάγκη νὰ διατηροῦμεν τὴν θερμοκρασίαν τῆς συσκευῆς σταθεράν. Ἡ διατήρησις σταθερᾶς θερμοκρασίας ἐπιτυγχάνεται δι' εἰδικῆς διατάξεως, ἡ ὁποία καλεῖται *ρυθμιστὴς θερμοκρασίας* ἢ *θερμοστάτης*.

Προκειμένου περὶ θερμοστατῶν, οἱ ὁποῖοι θερμαίνονται διὰ φωταερίου χρησιμοποιεῖται ὁ εἰς τὸ σχῆμα 439 εἰκονιζόμενος ρυθμιστὴς θερμοκρασίας. Τὸ φωταερίον διαβιβάζεται εἰς τὸν λύχνον μέσῳ τοῦ σωλήνος  $A$ , οὗτω δὲ τὸ φωταερίον τροφοδοτεῖται ἀκολουθεῖ τὸν δρόμον  $ABG$ . Ὁ σωλὴν  $B$



Σχ. 439. Διάταξις θερμοστατου στηριζομένη ἐπὶ τῆς θερμοικῆς διαστολῆς τῶν ὑγρῶν.

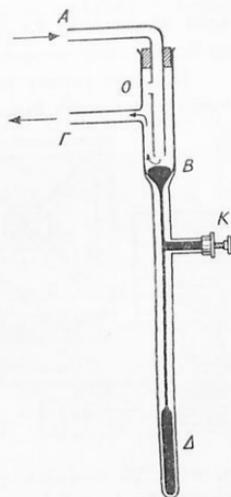
Τὸ κατώτερον ἡμισυ τῆς συσκευῆς εἶναι ἐμβαπτισμένον ἐντὸς λουτροῦ, τοῦ ὁποίου ἐπιδιώκομεν σταθερότητα θερμοκρασίας. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ λουτροῦ αὐξηθῇ ἔστω καὶ κατὰ κλάσμα βαθμοῦ, τότε ἡ τολουόλη, ἡ ὁποία εἶναι πολὺ εὐαίσθητος, διαστελλεται, ὥθει τὸν ὑδράργυρον πρὸς τὰ ἄνω καὶ οὕτω ἀποκλείεται εἰς  $B$  ἡ παροχὴ φωταερίου. Διὰ νὰ μὴ ἀποσβεσθῇ ὁμοῦς τελείως ὁ λύχνος, ὁ σωλὴν παροχῆς τοῦ φωταερίου φέρει εἰς  $O$  μικρὰν ὀπλὴν, ἡ ὁποία παρέχει μικρὰν ποσότητα φωταερίου καὶ συντηρεῖ οὕτω μικρὰν φλόγα εἰς τὸν λύχνον.

Λόγῳ διακοπῆς τῆς κανονικῆς παροχῆς φωταερίου, τὸ λουτρόν τείνει νὰ

ψυχθῇ, ὅτε ἡ τολουόλη συστέλλεται, οὕτω δὲ ὁ ὑδράργυρος κατέρχεται καὶ ἀποκαθίσταται ἐκ νέου ἡ κανονικὴ παροχὴ φωταερίου.

Ὁ ρυθμιστὴς θερμοκρασίας βυθίζεται εἰς τὸ λουτρόν, ὥστε τὸ δοχεῖον τὸ περιέχον τὴν τολουόλην νὰ εὐρίσκειται τελείως ἐντὸς τοῦ λουτροῦ.

Τὸ σχῆμα 440 δεικνύει ἕτερον τύπον θερμοστατοῦ, ὁ ὁποῖος λειτουργεῖ μόνον μὲ ὑδράργυρον χωρὶς τολουόλην. Ἡ πλευρικὴ διάταξις  $K$  χρησιμεύει, ὅπως ρυθμιζόμεν τὸν θερμοστάτην διὰ διαφόρους θερμοκρασίας διὰ μεταβολῆς τῆς στάθμης τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸ δοχεῖον  $B$  μὲ τὴν βοήθειαν μικρομετρικοῦ κοχλίου  $K$ .

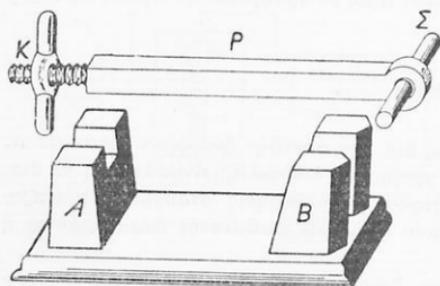


Σχ. 440. Θερμοστάτης διὰ φωταερίου.

317. Δύναμις ἀναπτυσσομένη κατὰ τὴν διαστολήν. Τὸ φαινόμενον τοῦτο δεικνύεται



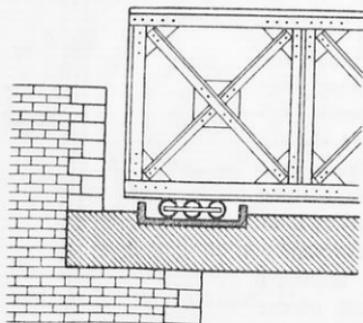
διά τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 441. Αὕτη ἀποτελεῖται ἐκ ράβδου P ἐκ χυτοσιδήρου, μήκους 20-30 cm καὶ τομῆς 4 cm<sup>2</sup>. Ἐν ἀρχῇ θερμαίνομεν ἐπαρκῶς τὴν ράβδον καὶ ἀκολουθῶς στερεώνομεν αὐτὴν μονίμως μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ κοχλίου K καὶ τοῦ ραβδίου Σ ἐπὶ τοῦ βάθρου AB. Ὅταν ἡ ράβδος ψύχεται, παρατηροῦμεν, ὅτι ἀναπτύσσεται τοιαύτη δύναμις, ὥστε προκαλεῖ τὴν θραῦσιν τοῦ ραβδίου Σ.



Σχ. 441. Συσκευή διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς ἀναπτυσσομένης δυνάμεως κατὰ τὴν ψύξιν προθερμανθείσης σιδηρᾶς ράβδου.

διηρᾶς κατασκευᾶς, π.χ. γεφυρῶν, λαμβάνεται πάντοτε πρόνοια, ὥστε νὰ ἀφήνεται μικρὸν περιθώριον πρὸς ἀποφυγὴν τῶν δυνάμεων τῶν ἀναπτυσσομένων λόγῳ θερμικῆς διαστολῆς.

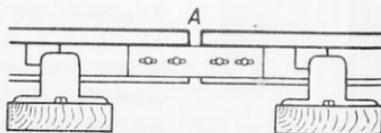
Πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτου αἱ σιδηραὶ γέφυραι στηρίζονται κατὰ τὰ ἄκρα αὐτῶν διὰ καταλλήλων τροχῶν, διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτρέπεται ἡ ἐλευθέρη διαστολὴ τῆς γεφύρας (σχ. 442).



Σχ. 442. Τὸ ἐν ἄκρον σιδηρᾶς γεφύρας στηριζομένης ἐπὶ τροχῶν διὰ τὴν ἀντιμετώπισιν τῆς διαστολῆς.

Ἐπίσης εἰς τὰς σιδηροτροχιὰς ἀφήνεται μικρὸν διάκενον A (σχ. 443), διὰ νὰ ἀποφεύγεται διὰ τὸν ἀνωτέρω λόγον ἡ κάμψις αὐτῶν.

Ἐπίσης, ὑάλινον δοχεῖον ἀρκετοῦ πάχους θραύεται, ὅταν τὸ θερμάνομεν ἀνευ προφυλάξεως. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι ἡ ὕαλος εἶναι κακὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος καὶ τὰ ἀμέσως θερμαίνόμενα μέρη αὐτῆς λόγῳ διαστολῆς τεί-



Σχ. 443. Τὸ χάσμα A χρησιμεύει διὰ τὴν ἐλευθέραν διαστολῆν.

νον νὰ αὐξηθῶν περισσότερο ἀπὸ τὰ γειτονικά τῶν μέρη. Τοῦναντίον, δοχεῖον ὑάλινον ἀπὸ χαλαζίαν ἢ ἄλλην κατάλληλον ὕαλον (ὡς τὰ ποτήρια ζέσεως, χημικαὶ φιάλαι κτλ.) δὲν θραύεται λόγῳ τῆς μικρᾶς διαστολῆς τῆς εἰδικῆς ταύτης ὕαλου.

318. Διορθώσεις κλιμάκων. Ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ γνωστοῦ τύπου (1) τῆς § 309 τῆς θερμικῆς διαστολῆς δυνάμεθα νὰ ἐπιφέρωμεν διορθώσεις ἐπὶ τῶν ἐνδείξεων μετρικῶν κανόνων ἀκριβείας, τῶν ὁποίων ἡ βαθμολογία ἰσχύει δι' ὠρισμένην θερμοκρασίαν. Πρὸς ἀποφυγὴν τῶν διορθώσεων τούτων ἐπενοήθησαν κράματα μεταλλικά, τῶν ὁποίων ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς εἶναι πρακτικῶς μηδέν. Τοιοῦτον π.χ. κράμα εἶναι τὸ Invar (Invariable, ἀμετάβλητον), ἀποτελούμενον ἐκ χάλυβος + περίπου 34% νικελίου.

**319. Διαστολή υγρών.** Εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν υγρῶν, διακρίνομεν μόνον κυβικὴν διαστολὴν καὶ ἐπομένως ἰσχύουν, ὅσα ἐλέχθησαν διὰ τὴν κυβικὴν διαστολὴν τῶν στερεῶν, ὅπου ὁ συντελεστὴς  $\beta$  ἀντικαθίσταται ἀπλῶς διὰ τοῦ  $\alpha$  παριστώοντος τὸν συντελεστὴν κυβικῆς διαστολῆς τοῦ υγροῦ. Ἐξ ἄλλου, τὰ υγρά διὰ νὰ θερμομανθοῦν πρέπει νὰ τίθενται ἐντὸς δοχείων καὶ ἐπομένως κατὰ τὴν θέρμανσιν προκύπτει τόσον αὔξησις τοῦ ὄγκου τοῦ υγροῦ, ὅσον καὶ τοῦ δοχείου.

Ἐνεκα τοῦ λόγου τούτου διακρίνομεν, προκειμένου περὶ τῶν υγρῶν, **πραγματικὴν ἢ ἀπόλυτον καὶ φαινομένην διαστολὴν.**

Κατὰ τὴν πραγματικὴν διαστολὴν λαμβάνομεν ὑπ' ὄψιν καὶ τὴν διαστολὴν τοῦ δοχείου, δηλαδὴ εἰς τὴν παρατηρουμένην διαστολὴν πρέπει νὰ συνυπολογίζωμεν τὴν διαστολὴν τοῦ δοχείου, ἐνῶ φαινομένη διαστολὴ εἶναι ἡ παρατηρουμένη διαστολή, ὅταν δηλαδὴ δὲν λαμβάνωμεν ὑπ' ὄψιν τὴν διαστολὴν τοῦ δοχείου.

Ἐκ τούτου προκύπτει, ὅτι ἡ φαινομένη διαστολὴ ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ὑλικοῦ τοῦ δοχείου. Οὕτω, προκειμένου περὶ τῶν υγρῶν, διακρίνομεν συντελεστὴν πραγματικῆς διαστολῆς  $\alpha_{\pi}$  καὶ συντελεστὴν φαινομένης διαστολῆς  $\alpha_{\phi}$ , μεταξύ δ' αὐτῶν ὑφίσταται ἡ σχέσις :

$$\alpha_{\pi} = \alpha_{\phi} + k$$

ὅπου  $k$  ὁ συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς τῆς ὕλης τοῦ δοχείου. Ὁ συντελεστὴς  $\alpha_{\pi}$  ἀποτελεῖ χαρακτηριστικὴν σταθερὰν τοῦ υγροῦ, ὁ δὲ  $\alpha_{\phi} = \alpha_{\pi} - k$  ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ συντελεστοῦ  $k$ , χαρακτηρίζοντος τὴν ὕλην τοῦ δοχείου καὶ δύναται οὗτος νὰ εἶναι θετικὸς ἐὰν  $\alpha_{\pi} > k$ , μηδὲν ἐὰν  $\alpha_{\pi} = k$  καὶ ἀρνητικὸς ἐὰν  $\alpha_{\pi} < k$ .

Ἐν γένει τὰ υγρά διαστελλονται περισσότερο ἀπὸ τὰ στερεά, ὁ δὲ συντελεστὴς τῆς ἀπολύτου διαστολῆς ποικίλλει ἀπὸ υγροῦ εἰς υγρόν. Οὕτως ὁ συντελεστὴς τῆς ἀπολύτου διαστολῆς τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 8 φορές μεγαλύτερος τοῦ συντελεστοῦ τῆς κυβικῆς διαστολῆς τοῦ χώρου ὑαλίνου δοχείου καὶ ὁ τοῦ οἴνουπνεύματος 42 φορές μεγαλύτερος, λαμβανομένου ὑπ' ὄψιν, ὅτι τὰ κοῖλα στερεὰ σώματα διαστελλονται, ὡς ἐὰν ἦσαν πλήρη. Ὁ κάτωθι πίναξ δίδει τὴν κατ' ὄγκον κυβικὴν

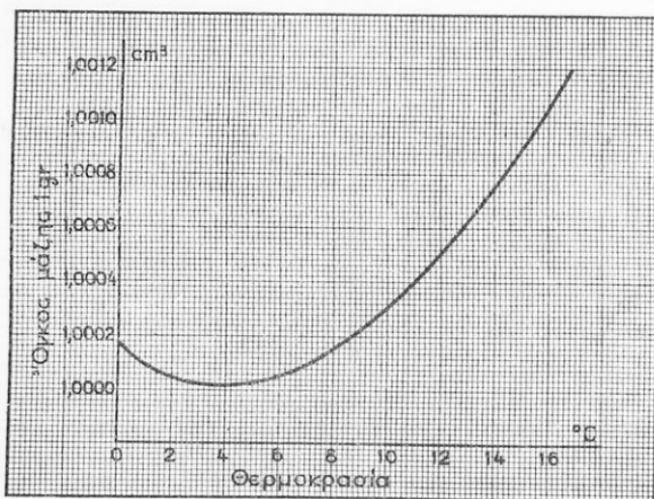
διαστολὴν μερικῶν υγρῶν εἰς  $\frac{1}{\text{grad}}$  διὰ  $18^{\circ} \text{C}$  :

Αἰθίη . . .	0,001 62	Πετρέλαιον . . .	0,000 96	Υδραργυρος	0,000 18
Ἀλκοόλη . . .	0,001 10	Τερεβινθέλαιον	0,000 98	Υδωρ . . .	0,000 13

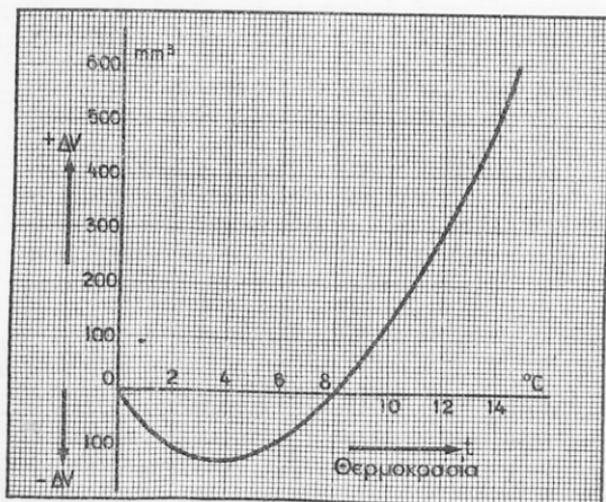
**320. Ἀνωμαλία τοῦ ὕδατος.** Τὸ ὕδωρ παρουσιάζει ἰδιάζουσαν ἀνωμαλίαν, διότι μεταξύ  $0^{\circ} \text{C}$  καὶ  $+4^{\circ} \text{C}$  θερμαίνομενον συστέλλεται, ἐνῶ ἄνω τῆς θερμοκρασίας  $+4^{\circ} \text{C}$  καὶ τὸ ὕδωρ ἀκολουθεῖ κανονικὴν πορείαν, ἥτοι θερμαίνομενον διαστελλεται. Τὸ σχῆμα 444 δεικνύει τὴν μεταβολὴν τοῦ εἰδικοῦ ὄγκου (ὄγκου μάζης 1 gr) τοῦ ὕδατος μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ἐκ τοῦ ὁποίου βλέπομεν, ὅτι οὗτος ἔχει τὴν ἐλαχίστην τιμὴν εἰς θερμοκρασίαν  $+4^{\circ} \text{C}$ .

Ἐξ ἄλλου τὸ σχῆμα 445 δεικνύει τὴν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου  $\Delta V$  μετὰ τῆς θερμοκρα-

σίας. Ἡ καμπύλη αὕτη δεικνύει τὴν ἐλάττωσιν ἢ αὐξήσιν τοῦ ὄγκου 1 λίτρου εἰς



Σχ. 444. Μεταβολὴ τοῦ εἰδικοῦ ὄγκου τοῦ ὕδατος μετὰ τῆς θερμοκρασίας.



Σχ. 445. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου  $\Delta V$  (εἰς  $\text{mm}^3$ ), μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ἑνὸς λίτρου ὕδατος.

δεικνύει τὰς τιμὰς τῆς πυκνότητος τοῦ ὕδατος εἰς διαφόρους θερμοκρασίας, ἐκ τῶν ὁποίων καταφαίνεται σαφῶς, ὅτι τὸ ὕδωρ εἰς 4°C παρουσιάζει τὴν μεγίστην πυκνότητα.

0°C εἰς  $\text{mm}^3$  ἀπεσταγμένου ὕδατος διὰ θέρμανσιν ἀπὸ 0° ἕως 14°C. Ὅταν τὸ ὕδωρ θερμαίνεται ἀπὸ 0°C μέχρι 4°C, τότε ὁ ὄγκος αὐτοῦ ἐλαττοῦται, ἐνῶ ἀπὸ 4 ἕως 8°C αὐξάνεται, καὶ εἰς θερμοκρασίαν 8°C ὁ ὄγκος τοῦ λαμβάνει τὴν αὐτὴν τιμὴν, τὴν ὅτιαν εἶχε εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ 0°C.

Ἐὰν ἡ θερμοκρασία αὐξηθῇ ἄνω τῶν 8°C, ὁ ὄγκος τοῦ ὕδατος βαίνει συνεχῶς αὐξανόμενος.

Ἀντιστρόφως, ἐὰν τὸ ὕδωρ λαμβάνεται εἰς 14°C καὶ ἀκολουθῶς ψύχεται, ὁ ὄγκος αὐτοῦ ἐλαττοῦται μέχρι τῆς θερμοκρασίας 4°C, ἐνῶ, ἐὰν ψύχεται ἀπὸ 4° μέχρι 0°C, ὁ ὄγκος αὐτοῦ αὐξάνεται.

Ἔνεκα τοῦ ἀνωτέρω λόγου, ὁ συντελεστὴς ἀπολύτου διαστολῆς τοῦ ὕδατος μεταξὺ 0° καὶ +4°C εἶναι ἀρνητικός, καὶ ἄνω τῶν +4°C θετικός, ἐνῶ εἰς τὴν περιοχὴν +4°C ὁ συντελεστὴς ἀπολύτου διαστολῆς τοῦ ὕδατος εἶναι περίπου μηδέν.

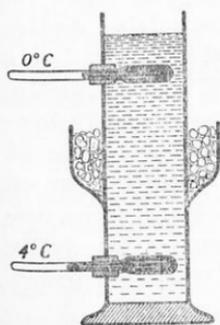
Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι ἡ **πυκνότης τοῦ ὕδατος εἰς θερμοκρασίαν 4°C ἔχει τὴν μεγίστην τιμὴν.**

Ὁ ἀκόλουθος πίναξ

Πυκνότης τοῦ ὕδατος εἰς  $\text{gr/cm}^3$  εἰς διαφόρους θερμοκρασίας.

Θερμοκρασία	Πυκνότης	Θερμοκρασία	Πυκνότης	Θερμοκρασία	Πυκνότης
0°C	0,99987	5	9,99999	10	0,99973
1	0,99993	6	0,99997	11	0,99963
2	0,99997	7	0,99993	12	0,99953
3	0,99999	8	0,99988	13	0,99940
4	1,00000	9	0,99981	14	0,99927

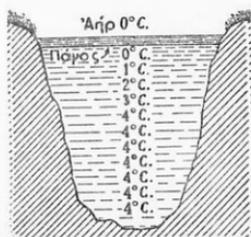
**Πειραματική ἀπόδειξις.** Πειραματικῶς δεικνύομεν τὴν ἀνωμαλίαν τοῦ ὕδατος διὰ τῆς ἐν σχήματι 446 συσκευῆς. Τὸ κυλινδρικόν δοχεῖον πληροῦται δι' ὕδατος καὶ ψύχεται κατὰ τὸ μέσον διὰ πάγου. Παρὰ τὸν πυθμένα τοῦ δοχείου ὡς καὶ εἰς τὴν κορυφήν, ὑπάρχουν πλευρικαὶ ὀπαί, διὰ τῶν ὁποίων τοποθετοῦμεν δύο θερμομέτρα. Παρακολουθοῦντες τὰς ἔνδειξεις τῶν θερμομέτρων βλέπομεν, ὅτι ἐν ἀρχῇ τὸ ἀνωτέρον θερμομέτρον οὐδεμίαν δεικνύει μεταβολὴν θερμοκρασίας, ἐνῶ εἰς τὸ κατώτερον θερμομέτρον βλέπομεν, ὅτι ἡ θερμοκρασία κατέρχεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον, ἀλλ' ὅταν ἡ ἔνδειξις αὐτοῦ γίνῃ  $+4^\circ\text{C}$ , αὕτη διατηρεῖται σταθερά, ἐνῶ ἡ ἔνδειξις τοῦ ἀνωτέρου θερμομέτρου κατέρχεται μέχρι τοῦ μηδενός. Ἡ ἐξήγησις προκύπτει εὐκόλως, ὅταν



Σχ. 446. Διάταξις πρὸς ἀπόδειξιν τῆς διαφορᾶς πυκνοτήτων τοῦ ὕδατος εἰς  $0^\circ\text{C}$  καὶ  $4^\circ\text{C}$ .

ληφθῆ ὑπ' ὄψιν, ὅτι τὸ ὕδωρ εἰς  $4^\circ\text{C}$  ἔχει τὴν μεγίστην πυκνότητα. Ἡ ἀνωμαλία αὕτη τοῦ ὕδατος ἔχει μεγίστην σημασίαν καὶ διὰ τὴν οἰκονομίαν τῆς φύσεως.

Πράγματι, τὸ ὕδωρ τῶν κατωτέρων στρωμάτων τῶν θαλασσῶν καὶ τῶν λιμνῶν οὐδέποτε εἶναι δυνατόν νὰ ψυχθῆ κάτω τῶν  $+4^\circ\text{C}$ , ἔστω καὶ ἂν ἡ θερμοκρασία κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν αὐτῶν κατέλθῃ κάτω τοῦ μηδενός, ὅτε στερεοποιεῖται μόνον τὸ κατ' ἐπιπόλην στρώμα τοῦ ὕδατος, ἐνῶ τὸ κάτωθεν αὐτοῦ ὕδωρ διατηρεῖ θερμοκρασίαν  $+4^\circ\text{C}$  (σχ. 447).



Σχ. 447. Τὸ ὕδωρ εἰς τὰ κατώτερα στρώματα διατηρεῖ συνεχῶς θερμοκρασίαν  $4^\circ\text{C}$ .

321. **Θερμικὴ συμπεριφορὰ τῶν ἀερίων. α) Θέρμανσις ἀερίου ὑπὸ σταθερᾶν πίεσιν.** Ἐστω ὅτι ἀέριος μᾶζα τίθεται ἐντὸς δοχείου κλειομένου ἄνωθεν ἀεροστεγῶς δι' εὐκινήτου ἐμβολέως. Ἐὰν θερμάνωμεν τὸ ἀέριον, ὁ ἐμβολεὺς μετατοπίζεται, οὕτω δὲ ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου αὐξάνεται, ἐνῶ ἡ πίεσις αὐτοῦ παραμένει σταθερά. Ἐστω  $V_0$  ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου εἰς  $0^\circ\text{C}$  καὶ  $V_t$  ὁ ὄγκος αὐτοῦ εἰς θερμοκρασίαν  $t^\circ$ . Ἐφ' ὅσον ἡ πίεσις παραμένει σταθερά ( $p_0$ ) θὰ εἶναι, ὡς δεικνύεται διὰ τοῦ πειράματος:

$$V_t = V_0 (1 + \alpha t)$$

(1)

ὅπου  $\alpha$  ἀριθμητικὸς συντελεστής, ὁ ὁποῖος καλεῖται **θερμικὸς συντελεστής τοῦ**

αερίου υπό σταθεράν πίεσιν (ή συντελεστής διαστολής των αερίων υπό σταθεράν πίεσιν), εκφράζεται δὲ εἰς 1/grad (δηλ. grad<sup>-1</sup>).

Ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ α, ὡς κατεδείχθη ἐκ μετρήσεων εἶναι ἴση πρὸς:

$$\alpha = 0,00367 = \frac{1}{273} \text{ grad}^{-1}$$

καὶ εἶναι ἡ αὐτὴ ἐν γένει δι' ὅλα τὰ αἷρια, ἀνεξαρτήτως τῆς φύσεως αὐτῶν.

**Ἀπόλυτος θερμοκρασία.** Ἐὰν ὡς κατώτατον σημεῖον τῆς θερμομετρικῆς κλίμακος ὀρίσωμεν τὴν θερμοκρασίαν — 273 °C, τότε ἡ θερμομετρικὴ κλίμαξ, ἡ ὀριζομένη ὅταν λάβωμεν ὡς μηδὲν τὴν ἀνωτέρω θερμοκρασίαν, καλεῖται **ἀπόλυτος κλίμαξ ἢ κλίμαξ Kelvin**, ἐνῶ ἡ θερμοκρασία — 273 °C καλεῖται **ἀπόλυτον μηδέν**. Τὴν θερμοκρασίαν τὴν λογιζομένην ἀπὸ τοῦ ἀπολύτου μηδενὸς θὰ καλοῦμεν **ἀπόλυτον θερμοκρασίαν** καὶ θὰ παριστῶμεν αὐτὴν διὰ **T**. Οὕτω, θερμοκρασία  $t$  °C ἀντιστοιχεῖ εἰς ἀπόλυτον θερμοκρασίαν  $T = 273 + t$  βαθμοὶ Kelvin (°K).

Ὁ τύπος (1) δύναται νὰ γραφῆ:

$$V_t = V_0 \alpha \left( \frac{1}{\alpha} + t \right) = \frac{V_0}{273} \cdot T$$

λαμβανομένου δὲ ὑπ' ὄψιν, ὅτι  $V_0/273$  ἀποτελεῖ σταθερὰν ποσότητα, συνάγομεν, ὅτι **ὁ ὄγκος τοῦ αερίου, θερμαινομένου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, εἶναι ἀνάλογος τῆς ἀπολύτου θερμοκρασίας**. Ἡ σχέσις (1) ἐκφράζει τὸν **νόμον τοῦ Gay-Lussac**, ὁ ὁποῖος κατ' ἄλλους καλεῖται **νόμος τοῦ Charles**.

**β) Θέρμανσις αερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον.** Ὅταν αἷριον θερμαίνεται εἰς

κλειστὸν δοχεῖον, διατηρουμένου τοῦ ὄγκου αὐτοῦ σταθεροῦ, αὐξάνεται ἡ πίεσις αὐτοῦ, διὰ τὴν μεταβολὴν δὲ ταύτην τοῦ αερίου ἰσχύει ἡ σχέσις:

$$p = p_0 (1 + \alpha' t) \quad (1)$$

ὅπου  $p$  ἡ πίεσις τοῦ αερίου εἰς θερμοκρασίαν  $t$ ,  $p_0$  ἡ πίεσις εἰς θερμοκρασίαν  $0^\circ$ , ἐνῶ ὁ συντελεστὴς  $\alpha'$  καλεῖται **θερμικὸς συντελεστὴς πίεσεως**. Ὡς δὲ πειραματικῶς ἐδείχθη, εἶναι  $\alpha' = \alpha = 1/273 \text{ grad}^{-1}$  δι' ὅλα τὰ αἷρια.

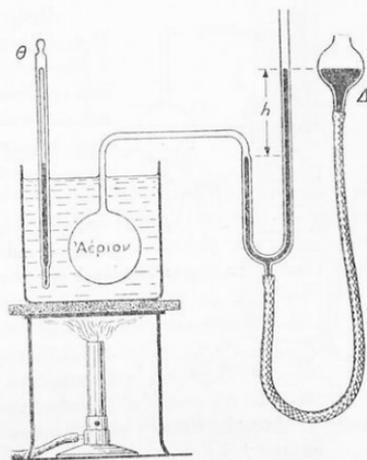
Δι' εισαγωγῆς τῆς ἀπολύτου θερμοκρασίας  $T$  εὐρίσκομεν, σκεπτόμενοι καθ' ὅμοιον τρόπον ὡς καὶ προηγουμένως :

$$p = \frac{p_0}{273} \cdot T$$

ἦτοι ἡ πίεσις ἀερίου θερμαινομένου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον εἶναι ἀνάλογος τῆς ἀπολύτου θερμοκρασίας του.

Τὸ σχῆμα 448 δεικνύει συσκευὴν διὰ τὴν θερμοκρασίαν ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον. Οὕτω, ἔστω ὅτι ἀέριος μᾶζα τίθεται ἐντὸς σφαιρικοῦ δοχείου καταλήγοντος εἰς διάταξιν, ὡς εἰς τὸ δεξιὸν μέρος τοῦ σχήματος 448 φαίνεται. Τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου καθορίζει ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸ ἀριστερὸν σκέλος τοῦ δις κεκαμμένου σωλῆνος, ὃ ὁποῖος χρησιμεύει ὡς μανόμετρον.

Ἐὰν θερμαίνωμεν τὸ ἀέριον, τότε, λόγῳ τῆς διαστολῆς αὐτοῦ, ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου κατέρχεται εἰς τὸ σκέλος τοῦ μανομέτρου τὸ συγκοινωνοῦν πρὸς τὸ δοχεῖον, ἐπαναφέρομεν δὲ τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου εἰς τὴν ἀρχικὴν του τιμὴν δι' ἀνυψώσεως τοῦ δοχείου Δ. Ἐὰν τὸ ἀέριον ψύχεται, τότε ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη ἀνέρχεται εἰς τὸ αὐτὸ σκέλος, ἐπαναφέρομεν δὲ τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου εἰς τὴν ἀρχικὴν τιμὴν διὰ ταπεινώσεως τοῦ δοχείου Δ. Οὕτω ἡ αὔξησις τῆς πίεσεως κατὰ τὴν θέρμανσιν τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον μετροῦται ὑπὸ τοῦ ὕψους  $h$  τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης.



Σχ. 448. Συσκευή διὰ τὴν θέρμανσιν ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον.

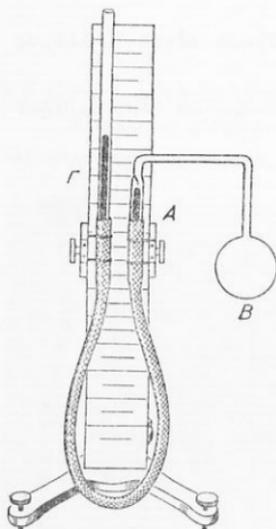
**Παρατήρησις.** Ὡς κατεδείχθη ἐκ μεταγενεστέρων ἀκριβεστέρων πειραματικῶν ἐρευνῶν, διὰ τὰ πραγματικὰ ἀέρια οὐδέποτε ἰσχύει ἡ σχέσις  $\alpha = \alpha'$ , ἐὰν ὅμως τὸ ἀέριον εἶναι τέλειον, ἰσχύει δηλαδὴ δι' αὐτὸ ὁ νόμος τῶν Boyle - Mariotte (§ 206), τότε εἶναι  $\alpha = \alpha'$ . Πράγματι, ἔστω μᾶζα ἀέριος, ἡ ὁποία ὑπὸ θερμοκρασίαν  $0^{\circ}$  καὶ πίεσιν  $p_0$  ἔχει ὄγκον  $V_0$ . Ὅπως ἐπιτύχομεν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας ἀπὸ  $0^{\circ}$  εἰς  $t^{\circ}$ , δυνάμεθα νὰ ἐργασθῶμεν ὡς ἑξῆς: α) Διατηροῦμεν τὴν πίεσιν  $p_0$  σταθεράν καὶ αὐξάνομεν τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀερίου ἀπὸ  $0^{\circ}$  εἰς  $t^{\circ}$ , ὅτε ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου θὰ λάβῃ τὴν τιμὴν  $V_0 (1 + \alpha t)$ . β) Διατηροῦμεν τὸν ὄγκον  $V_0$  σταθερὸν καὶ αὐξάνομεν τὴν θερμοκρασίαν ἀπὸ  $0^{\circ}$  εἰς  $t^{\circ}$ , ὅτε ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου θὰ λάβῃ τὴν τιμὴν  $p = p_0 (1 + \alpha' t)$ . Ἐφαρμόζοντες ἤδη τὸν νόμον τῶν Boyle - Mariotte εἰς τὰς δύο τελικὰς καταστάσεις τοῦ ἀερίου τὰς ἀντιστοιχοῦσας εἰς (α) καὶ (β), δεδιόμενοι ὅτι τὸ ἀέριον ὑποτίθεται τέλειον, εὐρίσκομεν  $p_0 V_0 (1 + \alpha t) = p_0 V_0 (1 + \alpha' t)$ , ἢ ἡς προκύπτει :

$$\alpha = \alpha'$$

322. Ἀερίκον θερμόμετρον Jolly. Διὰ τὴν κατασκευὴν θερμομέτρων ἀκριβείας ἀπαιτεῖται ἡ ἐκλογὴ θερμομετρικοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον νὰ παρουσιάσῃ ὁμοίομορφον διαστολὴν ἐντὸς ἐκτενῶν ὁρίων θερμοκρασίας. Ἐξ ὄλων τῶν σωμάτων τὰ ἀέρια δεικνύουν τὴν ιδιότητα ταύτην, μεταξὺ δὲ τούτων ἄριστα θεωροῦνται τὸ ὕδρογόνον καὶ τὸ ἥλιον θερμό-

μετρον δέ, τὸ ὁποῖον χρησιμοποιεῖ ἀέριον ὡς θερμομετρικὸν σῶμα, καλεῖται *ἀερικὸν θερμομέτρον*.

Τὸ σχῆμα 449 δεικνύει ἀπλοῦν τύπον ἀερικοῦ θερμομέτρου ἀποτελουμένου ἐκ σφαιρικοῦ δοχείου B συνδεομένου διὰ στενωτάτου σωλήνος πρὸς εὐρύτερον σωλήνα A. Οἱ σωλήνες A καὶ Γ συνδέονται δι' ἐλαστικοῦ σωλήνος καὶ πληροῦνται δι' ὑδραργύρου, ἐνῶ ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου δύναται νὰ μεταβάλλεται δι' ἀνυψώσεως ἢ καταβιβάσεως τοῦ σωλήνος Γ κατὰ μήκος τῆς κλίμακος. Ἡ σφαῖρα B πληροῦται ὑπὸ ξηροῦ ἀερίου.

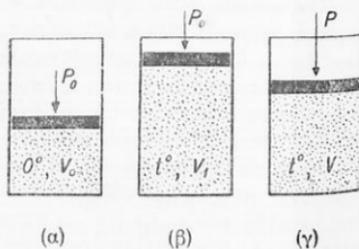


Σχ. 449. Ἀερικὸν θερμομέτρον Jolly.

Πρὸς βαθμολογίαν τοῦ ὄργανου βυθίζομεν τὴν σφαῖρα B ἐντὸς τηκομένου πάγου καὶ ρυθμίζομεν τὸν σωλήνα Γ, ὥστε ὁ ὑδραργύρος νὰ εὐρίσκειται εἰς τὴν αὐτὴν στάθμην εἰς τοὺς δύο σωλήνας A καὶ Γ καὶ ἀναγινώσκομεν ἐπακριβῶς τὴν θέσιν τῆς στάθμης τοῦ ὑδραργύρου ἐπὶ τῆς κλίμακος. Ἀκολούθως θέτομεν τὸ δοχεῖον B ἐντὸς χώρου περιέχοντος ἀτμοῦς προερχομένους ἀπὸ ὕδαρ, τὸ ὁποῖον βράζει ὑπὸ τὴν κανονικὴν πίεσιν 760 mmHg.

Τὸ ἀέριον διατέλλεται καὶ ὠθεῖ οὕτω τὸν ὑδραργύρον πρὸς τὰ κάτω, ἀνυψοῦμεν δὲ βαθμιαίως τὸν σωλήνα Γ, εἰς τρόπον ὥστε ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸν σωλήνα A νὰ παραμῆναι ἀμετάβλητος εἰς τὴν ἀρχικὴν τῆς θέσιν, ὅτε καὶ ὁ ἀρχικὸς ὄγκος τοῦ ἀερίου κατὰ τὴν θέριανσιν θὰ παραμῆναι ἀμετάβλητος. Ἐάν ἤδη μετρήσωμεν τὴν διαφορὰν στάθμης τοῦ ὑδραργύρου εἰς τοὺς σωλήνας Γ καὶ A καὶ καλέσωμεν αὐτὴν  $h$ , αὕτη ταυτοχρόνως μετρεῖ καὶ τὴν μεταβολὴν τῆς πίεσεως τοῦ ἀερίου. Οὕτω βλέπομεν, ὅτι εἰς μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας μεταξύ  $0^\circ$  καὶ  $100^\circ \text{C}$  ἀντιστοιχεῖ μεταβολὴ πίεσεως κατὰ  $h$  cm στήλης ὑδραργύρου. Εἰς μεταβολὴν κατὰ  $50^\circ \text{C}$  ἀντιστοιχεῖ μεταβολὴ κατὰ  $0,5$  h κ.ο.κ. Τὸ ἀερικὸν θερμομέτρον εἶναι λίαν ὀγκῶδες καὶ δύσχρηστον, ὡς ἐκ τούτου δὲ δὲν ἐνδείκνυται διὰ συνήθεις μετρήσεις θερμοκρασίας· χρησιμοποιεῖται ὁμοίως διὰ τὸν ἀκριβῆ ἔλεγχον προτύπων ὑδραργυρικῶν θερμομέτρων, διὰ τῶν ὁποίων ἀκολούθως ἐλέγχομεν τὰ συνήθη ἐν χρήσει θερμομέτρα.

**323. Ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων.** Ἐστω ἀέριος μάζα, ἡ ὁποία ὑπὸ θερμοκρασίαν  $0^\circ$  καὶ πίεσιν  $p_0$  ἔχει ὄγκον  $V_0$  (σχ. 450, α), καὶ αἷ ἐξετάσωμεν ποῖος θὰ εἶναι ὁ ὄγκος αὐτῆς  $V$  ὑπὸ θερμοκρασίαν  $t^\circ$  καὶ πίεσιν  $p$  (σχ. 450, γ). Πρὸς εὐρεσιν τοῦ τελικοῦ ὄγκου τοῦ ἀερίου φανταζόμεθα δύο διαδοχικὰς μεταβολάς. Διατηροῦμεν ἐν ἀρχῇ τὴν πίεσιν τοῦ ἀερίου σταθεράν ( $p_0$ ) καὶ αὐξάνομεν τὴν θερμοκρασίαν ἀπὸ  $0^\circ$  εἰς  $t$ , ὅτε ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου  $V_0$ , συμφώνως πρὸς τὸν τύπον (1) τῆς § 321, θὰ λάβῃ τὴν τιμὴν  $V_1 = V_0 (1 + \alpha t)$  (σχ. 450, β). Διατηροῦντες ἤδη σταθεράν τὴν θερμοκρασίαν, αὐξάνομεν τὴν πίεσιν ἀπὸ  $p_0$  εἰς  $p$ , ὅτε προκύπτει ἡ κατάστασις 450 (γ). Ἐπειδὴ τὸ ἀέριον ὑποτίθεται τέλειον, θὰ ἰσχύῃ διὰ τὰς καταστάσεις αὐτοῦ (γ)  $V$ ,  $p$ ,  $t$  καὶ (β)  $V_0 (1 + \alpha t)$ ,  $p_0$ ,  $t$ , αἱ ὁποῖαι  $\chi^{\alpha'}$



Σχ. 450. Διὰ τὴν ἐξίσωσιν τῶν τελείων ἀερίων.

ρακτηρίζονται από την ίδιαν θερμοκρασίαν, ο νόμος τῶν Boyle - Mariotte, ἦτοι :

$$p V = p_0 V_0 (1 + \alpha t).$$

Ὅμοιως, ἐὰν θελήσωμεν νὰ ὑπολογίσωμεν τὸν ὄγκον  $V'$  τῆς αὐτῆς ἀερίου μάζης ὑπὸ θερμοκρασίαν  $t'$  καὶ πίεσιν  $p'$ , σκεπτόμενοι καθ' ὅμοιον τρόπον θὰ εὑρωμεν :

$$p' V' = p_0 V_0 (1 + \alpha t').$$

Ἐπειδὴ  $p_0$  καὶ  $V_0$  εἶναι δεδομένα, τὸ γινόμενον  $p_0 V_0$  παριστᾷ σταθερὰν ποσότητα, οὗτω δὲ δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τὴν σχέσιν :

$$\boxed{\frac{p V}{1 + \alpha t} = \text{σταθ.}} \quad (1)$$

Ἡ σχέσης αὕτη καλεῖται *ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων*.

324. Σημασία τοῦ ἀπολύτου μηδενός. Ἐκ τοῦ τύπου (1) τῆς σελίδος 290, ἐὰν τεθῇ  $t = -273^\circ\text{C}$ , προκύπτει  $p = 0$ , δηλαδὴ τὸ ἀέριον δὲν ἀσκει πίεσιν ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου. Ἐὰν ὁμοῦ δεχθῶμεν, ὅτι ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου ὀφείλεται εἰς τὰς προσκρούσεις τῶν ὑπὸ μεγάλην ταχύτητα κινουμένων μορίων τοῦ ἀερίου ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, — τοῦτο δὲ θέτει ὡς βάσιν ἡ κινητικὴ θεωρία τῶν ἀερίων —, δεόν νὰ δεχθῶμεν, ὅτι εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ μηδενός τὰ μόρια τοῦ ἀερίου δὲν πρέπει νὰ κινουῦνται, ἀλλὰ νὰ εὐρίσκονται ἐν ἠρεμίᾳ.

Ἐξ ἄλλου, ἐκ τοῦ τύπου (1) τῆς σελ. 289, ἐὰν θέσωμεν  $t = -273^\circ\text{C}$ , εὐρίσκομεν  $V = 0$ , τὸ ἐξαγόμενον ὁμοῦ τοῦτο εἶναι ἀπαράδεκτον, διότι ἐφ' ὅσον, ὡς εἶδομεν, εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενός τὰ μόρια εὐρίσκονται ἐν ἀκινήσει, ταῦτα πρέπει νὰ καταλαμβάνουν ἓνα ὀρισμένον, ἔστω καὶ λίαν μικρὸν, ὄγκον.

Τὸ ἀπαράδεκτον τοῦτο ἀποτέλεσμα προκύπτει, διότι οἱ νόμοι τῶν ἀερίων, οἱ ὁποῖοι ἐκφράζονται διὰ τῶν ἀνωτέρω ἀναφερομένων τύπων, εἶναι νόμοι προσεγγίσεως καὶ ἰσχύουν διὰ τὰ πραγματικὰ αέρια μόνον, ὅταν ἡ θερμοκρασία δὲν εἶναι πολὺ ταπεινὴ.

Νεώτεροι καὶ ἀκριβέστεροι μετρήσεις καθορίζουν τὴν ἀντιστοιχίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενός πρὸς τὴν κλίμακα Κελσίου εἰς  $-273,16^\circ$ . Τὸ ἀπόλυτον μηδὲν εἶναι ἀδύνατον νὰ πραγματοποιηθῇ καὶ ἀποτελεῖ θεωρητικὴν θερμοκρασίαν ἢ δὲ ταπεινότερα θερμοκρασία, ἢ ὁποῖα ἔχει πραγματοποιηθῇ, εἶναι 0,0044 βαθμοὶ ἀπολύτου θερμοκρασίας.

325. Κανονικαὶ συνθήκαι ἀερίου μάζης. Ἀέριος μᾶζα λέγομεν, ὅτι εὐρίσκεται ὑπὸ *κανονικὰς συνθήκας*, ὅταν αὕτη εὐρίσκεται ὑπὸ πίεσιν 76 cm Hg καὶ θερμοκρασίαν  $0^\circ\text{C}$ . Ὅπως δὲ ἀναγάγωμεν τὸν ὄγκον  $V$  ἀερίου μάζης εὐρισκομένης ὑπὸ θερμοκρασίαν  $t^\circ$  καὶ πίεσιν  $p$  εἰς κανονικὰς συνθήκας, ἀναχωροῦμεν ἐκ τοῦ τύπου  $pV = p_0 V_0 (1 + \alpha t)$ . Ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι εἰς τὴν πίεσιν  $p_0$  ἀντιστοιχεῖ ὕψος ὑδαραγωγικῆς στήλης 76 cm, καὶ εἰς τὴν πίεσιν  $p$  ὕψος  $h$  cm καὶ ὅτι  $p : p_0 = h : 76$ , τότε δι' ἐπιλύσεως τοῦ ἀνωτέρω τύπου ὡς πρὸς  $V_0$ , εὐρίσκομεν :

$$V_0 = \frac{V}{1 + \alpha t} \cdot \frac{h}{76} \quad (1)$$

Δι' ἐπιλύσεως τοῦ τύπου (1) ὡς πρὸς  $V$ , λύομεν τὸ ἀντίστροφον πρόβλημα.

326. Πυκνότης τῶν ἀερίων. *Καλοῦμεν πυκνότητα ἀερίου τὴν μᾶζαν τῆς μονάδος τοῦ ὄγκου τοῦ ἀερίου ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας*. Οὗτω, διὰ τὸν ἀέρα ἡ πυκνότης αὐτοῦ εἶναι 0,001293 gr/cm<sup>3</sup>, διὰ τὸ ὕδρογόνον 0,000089 gr/cm<sup>3</sup> κ.ο.κ. Γνωρίζοντες δὲ τὴν πυκνότητα τοῦ ἀερίου ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας, εὐρί-

σκομεν, ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ τύπου (1) τῆς § 325, τὴν πυκνότητα αὐτοῦ ὑπὸ οἰανδῆποτε ἄλλην θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν, λαμβάνοντες ὑπ' ὄψιν ὅτι  $V_0 = m/\rho_0$  καὶ  $V = m/\rho$ , ὅπου  $m$  ἡ μᾶζα τοῦ ἀερίου, ἐνῶ  $\rho_0$  ἡ πυκνότης αὐτοῦ ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας καὶ  $\rho$  ἡ πυκνότης ὑπὸ θερμοκρασίαν  $t$  καὶ πίεσιν  $h$  εἰς cm Hg.

Ἐκτὸς τῆς πυκνότητος τῶν ἀερίων τῆς ὀρισθείσης κατὰ τὸν ἀνωτέρω τρόπον, χρῆσιμοποιούμεν εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς καὶ τὴν *σχετικὴν πυκνότητα* ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα. Καλοῦμεν δὲ *σχετικὴν πυκνότητα* ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα τὸν λόγον τῆς μᾶζης ἀερίου πρὸς τὴν μᾶζαν ἴσου ὄγκου ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, λαμβανομένων ἀμφοτέρων ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως. Εἶναι πρόδηλον ὅτι, ἐάν  $\rho_0$  παριστᾷ τὴν πυκνότητα ἀερίου ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας, ἡ σχετικὴ πυκνότης αὐτοῦ  $\rho_a$  εὐρίσκεται ἐκ τῆς σχέσεως:

$$\rho_a = \frac{\rho_0}{0,001293}$$

327. Ἐτέρα μορφή τῆς ἐξίσωσως τῶν τελείων ἀερίων. Ἡ ἐξίσωσις τῶν ἀερίων:

$$pV = p_0 V_0 (1 + \alpha t) \text{ μετασχηματιζομένη δύναται νὰ γραφῆ, } pV = p_0 \cdot V_0 \cdot \alpha \left( \frac{1}{\alpha} + t \right)$$

ἐάν δὲ ληφθῆ ὑπ' ὄψιν ὅτι  $\alpha = \frac{1}{273}$ ,  $T = 273 + t$ , προκύπτει:  $pV = \frac{p_0 V_0}{273} \cdot T$ .

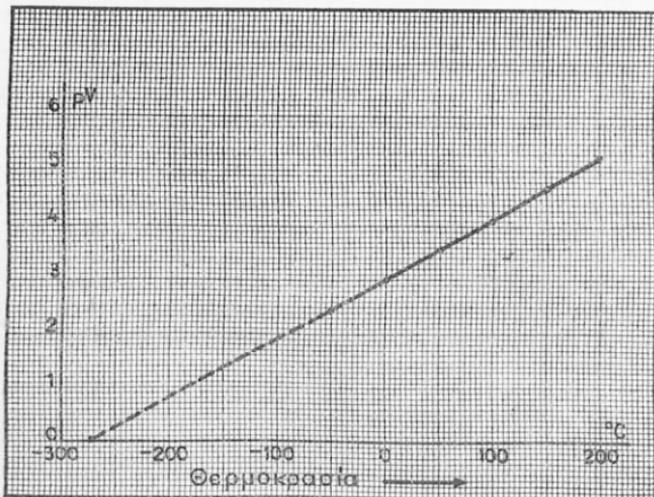
Ἐπειδὴ δὲ ἡ παράστασις  $p_0 V_0 / 273 = C$  ἀποτελεῖ σταθερὰν ποσότητα, θὰ εἶναι:

$$pV = CT \quad (1)$$

**Ἐπολογισμὸς τοῦ C.** Ἐάν δεχθῶμεν, ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ ἀερίου εἶναι 1 gr καὶ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι:  $p_0 = 1,013 \cdot 10^6$  Dyn/cm<sup>2</sup> εἶναι ἡ πίεσις ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς ὑδραργυρικὴν στήλην ὕψους 76 cm, καὶ ὅτι  $V_0 = 1/\rho_0$ , ὅπου  $\rho_0$  ἡ πυκνότης τοῦ ἀερίου ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας, προκύπτει, ὅτι ἡ σταθερὰ ποσότης C ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$C = \frac{1,013 \cdot 10^6}{273 \cdot \rho_0} \quad (2)$$

ἦτοι, ἐφ' ὅσον λαμβάνομεν μᾶζαν ἀερίου ἴσην πρὸς 1 gr, ἡ σταθερὰ C, ἡ ὁποία καλεῖται *εἰδικὴ σταθερὰ*, ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ἀερίου καὶ δύναται αὕτη νὰ ὑπολογισθῆ εὐκόλως δι' ἕκαστον ἀέριον, ἐάν γνωρίζωμεν τὴν πυκνότητα αὐτοῦ  $\rho_0$  ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας. Ἐπειδὴ ἡ ἐξίσωσις ὀρισμοῦ τῆς σταθερᾶς C εἶναι



Σχ. 451. Γραφικὴ παράστασις τῆς ἐξίσωσως τῶν τελείων ἀερίων.

$C = p_0 V_0 / 273$ , τὸ δὲ γινόμενον  $p_0 V_0$  ἔχει τὰς διαστάσεις ἔργου, ἐνῶ ὁ ἀριθμὸς 273 ἐκφράζει θερμοκρασίαν, ἔπεται ὅτι ἡ σταθερὰ C θὰ ἐκφράζεται εἰς Erg/grad. Ἡ τιμὴ τῆς

σταθεράς C εξαρτάται ἐν γένει ἐκ τῶν μονάδων τῶν χρησιμοποιουμένων διὰ τὴν μέτρησιν τῶν  $\rho_0$  καὶ  $V_0$ . Ἐὰν ἀντὶ μάζης 1 gr λαμβάνωμεν μᾶζαν m gr, εἶναι  $C_m = m C$ .

Ἡ καμπύλη τοῦ σχήματος 451 παριστᾷ γραφικῶς τὴν ἐξίσωσιν (1), ὅπου εἰς τὸν ἕνα ἄξονα ἀναφέρεται ἡ ἀπόλυτος θερμοκρασία, ἀνηγμένη εἰς βαθμοὺς Κελσίου, καὶ εἰς τὸν κατακόρυφον τὸ γινόμενον  $pV$ . Ἡ καμπύλη προδήλως εἶναι εὐθεία γραμμή, τῆς ὁποίας τμημα εἰκονίζεται ὑπὸ τῆς πλήρους γραμμῆς. Αὕτη προεκτεινομένη δι' ἐστιγμένης γραμμῆς συναντᾷ τὸν ἄξονα τῶν θερμοκρασιῶν εἰς τὴν θερμοκρασίαν  $-273^\circ\text{C}$  ἢ τὸ ἀπόλυτον μηδέν, ὅπου ἡ τιμὴ τοῦ  $pV$ , ἐφ' ὅσον βεβαίως θὰ ἐξηκολούθει νὰ ὑφίσταται ἡ ἀέριος κατάστασις, καθίσταται ἴση πρὸς μηδέν. Ἐπειδὴ ὁμως τοῦτο εἶναι ἀδύνατον, συνάγομεν ὅτι τὸ ἀπόλυτον μηδέν ἀποτελεῖ θεωρητικὴν ἔννοιαν.

328\*. Παγκοσμία σταθερὰ τῶν αερίων. Ἐκ τοῦ τύπου (2) τῆς § 327 παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ σταθερὰ C εξαρτάται ἐκ τῆς φύσεως τοῦ αερίου, διότι εἰς τὸν τύπον ὑπεισέρχεται ἡ πυκνότης αὐτοῦ. Ἐὰν ἀντὶ 1 gr αερίου λαμβάνωμεν μᾶζαν ἴσην πρὸς 1 γραμμιομόριον (1 Mol) (βλ. § 20), τότε ἡ ἀντίστοιχος τιμὴ τῆς σταθερᾶς θὰ εἶναι  $M \cdot C$ , ὅπου M τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ αερίου.

Ὡς δι' ὑπολογισμοῦ δεικνύεται, τὸ γινόμενον  $M \cdot C$  ἔχει τὴν αὐτὴν τιμὴν δι' ὅλα τὰ αέρια, ἀνεξαρτήτως τῆς φύσεως αὐτῶν. Τὸ ἀνωτέρω γινόμενον παριστᾶται διεθνῶς διὰ τοῦ συμβόλου R καὶ καλεῖται *παγκοσμία σταθερὰ τῶν αερίων*. Ἐκ μετρήσεων κατεδειχθῆ ὅτι εἶναι:

$$R = 8,3144 \cdot 10^7 \frac{\text{Erg}}{\text{Grad} \cdot \text{Mol}}$$

Πράγματι ἐὰν ὑπολογίσωμεν τὰς τιμὰς τῆς σταθερᾶς C διὰ διάφορα αέρια καὶ πολλαπλασιάσωμεν αὐτὴν ἐπὶ τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ αερίου, εὐρίσκομεν, ὅτι τὸ γινόμενον  $MC$  ἔχει τὴν αὐτὴν τιμὴν δι' ὅλα τὰ αέρια, ὡς δεικνύεται διὰ τρία αέρια εἰς τὸν κάτωθι πίνακα:

Ἀέριον	Πυκνότης	Σταθερὰ C	Μορ. βάρος	Σταθερὰ $R = C \cdot M$
Ἵδρογόνον . . . . .	0,0000895	$41,25 \cdot 10^6$	2,0154	$8,316 \cdot 10^7$
Ὄξυγόνον . . . . .	0,0014292	$2,597 \cdot 10^6$	32	$8,312 \cdot 10^7$
Ἄζωτον . . . . .	0,0012507	$2,967 \cdot 10^6$	28,02	$8,314 \cdot 10^7$

Δι' εἰσαγωγῆς τῆς παγκοσμίου σταθερᾶς τῶν αερίων, ἡ ἐξίσωσις αὐτῶν γράφεται:

$$p \cdot V_{\text{Mol}} = RT \quad (1)$$

ὅπου  $V_{\text{Mol}}$  παριστᾷ τὸν *μοριακὸν ὄγκον*, ἧτοι τὸν ὄγκον, τὸν ὁποῖον καταλαμβάνει μᾶζα αερίου ἴση πρὸς 1 Mol ὑπὸ θερμοκρασίαν T καὶ πίεσιν p. Ἐὰν θέλωμεν νὰ εὐρωμεν τὸν μοριακὸν ὄγκον ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας, ἀρκεῖ ἐν τῷ τύπῳ (1) νὰ θέσωμεν:

$$p = 1,013 \cdot 10^6 \text{ Dyn/cm}^2, \quad T = 273^0, \quad \text{ὅτε προκύπτει: } V_{\text{Mol}} = 22414,5 \text{ cm}^3$$

ἡ τιμὴ δὲ αὕτη, ὡς δεικνύεται ἐκ τοῦ ἀνωτέρω τύπου, εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ αέρια. Ἐὰν ἡ μᾶζα τοῦ αερίου εἶναι n Mol, ὁ δὲ ὄγκος αὐτῆς V ὑπὸ θερμοκρασίαν T καὶ πίεσιν p, τότε, ἐπειδὴ  $V = n V_{\text{Mol}}$ , ἔπεται:

$$pV = n \cdot RT \quad (2)$$

Ἡ σχέσις (2) καλεῖται *τύπος τοῦ Clapeyron*.

329\*. Σχέσις πυκνότητος αερίου καὶ μοριακοῦ βάρους. Οἱ Avogadro καὶ Ampère διετύπωσαν, προκειμένου περὶ τῶν αερίων, τὴν ἀκόλουθον ὑπόθεσιν: *Ἴσοι ὄγκοι αερίων περιέχουν, ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως, τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν μορίων.*

Γνωρίζομεν ὅμως, ὅτι μᾶζαι διαφόρων ἀερίων ἴσαι πρὸς 1 Mol καταλαμβάνουν, ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως, τὸν αὐτὸν ὄγκον, ὡς δεικνύεται εἰς τὸν τύπον (1) τῆς § 328. Ἐκ τούτου προκύπτει, ὅτι τὰ μοριακὰ βάρη τῶν ἀερίων εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰς ὡς πρὸς τὸν ἀέρα πυκνότητας αὐτῶν. Ἐὰν δὲ ὡς πρότυπον ἀέριον λάβωμεν τὸ ὀξυγόνον, τοῦ ὁποίου τὸ μοριακὸν βᾶρος εἶναι 32 καὶ ἡ ὡς πρὸς τὸν ἀέρα πυκνότης 1,1053, καλέσωμεν δὲ  $M$  τὸ μοριακὸν βᾶρος ἑτέρου τυχόντος ἀερίου καὶ  $\rho_a$  τὴν ὡς πρὸς τὸν ἀέρα πυκνότητα αὐτοῦ, θὰ ἔχωμεν  $M : 32 = \rho_a : 1,1053$ , ἐκ τῆς σχέσεως δὲ ταύτης εὐρίσκομεν :

$$M = 28,95 \cdot \rho_a.$$

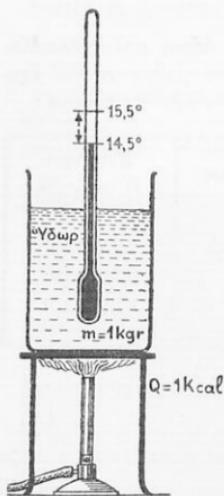
Οὕτω, διὰ προσδιορισμοῦ τῆς  $\rho_a$  δι' ἀέριον ἢ δι' οὐσίαν, ἡ ὁποία δύναται νὰ ἐξαερωθῇ χωρὶς ὅμως νὰ ὑποστῇ χημικὴν ἀλλοίωσιν, εὐρίσκομεν ἐκ τοῦ ἄνω τύπου τὸ μοριακὸν τῆς βᾶρος.

## ΘΕΡΜΙΔΟΜΕΤΡΙΑ

**330. Μονὰς ποσότητος θερμότητος.** Ἡ θερμιδομετρία ἀποτελεῖ τὸ κεφάλαιον τῆς Φυσικῆς, τὸ ὁποῖον ἀσχολεῖται εἰς τὴν μέτρησιν ποσοτήτων θερμότητος, π.χ. τῆς ποσότητος θερμότητος τῆς ἐκλυομένης κατὰ τὴν καύσιν σώματος, τῆς ποσότητος θερμότητος τῆς ἀπαιτουμένης διὰ νὰ θερμάνωμεν σῶμα καθ' ὄρισμένον ἀριθμὸν βαθμῶν κ.ο.κ.

*Ὡς μονὰς ποσότητος τῆς θερμότητος ὠρίσθη ἡ θερμὶς (calorie), ἡ ὁποία παριστᾶται διὰ τοῦ cal, καθορίζεται δὲ ὡς τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας 1 gr ὕδατος κατὰ 1 °C.* Ἐκτὸς αὐτῆς, χρησιμοποιεῖται εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς καὶ ἡ *χιλιοθερμὶς (kilocalorie)* μὲ σύμβολον kcal, εἶναι δὲ 1 kcal = 1000 cal.

*Παρατήρησις.* Εἰς τὰς συνθήκας ἐφαρμογὰς δεχόμεθα, ὅτι ἡ θερμὶς εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τῆς ἀρχικῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος. Πράγματι ὅμως τοῦτο δὲν ἀληθεύει καὶ διὰ τοῦτο, εἰς περιπτώσεις ἀκριβείας, δεόν νὰ δίδεται ἡ ἀρχικὴ θερμοκρασία. Συνήθως ἡ θερμὶς ὀρίζεται μεταξὺ τῶν θερμοκρασιῶν 14,5 °C καὶ 15,5 °C (σχ. 452).



**Σχ. 452.** Διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας ὕδατος μάζης 1 kg κατὰ 1 °C (14,5° ἕως 15,5°) ἀπαιτεῖται ποσότης θερμότητος 1 kcal.

**331. Ἀρχαὶ τῆς θερμιδομετρίας.** Ἡ θερμιδομετρία ἀναπτύσσεται ἐπὶ τῇ βάσει τῶν δύο ἀκολουθίων ἀρχῶν :

1) *Τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας σώματος καθ' ὄρισμένον ἀριθμὸν βαθμῶν, εἶναι ἀνάλογον τῆς μάζης τοῦ σώματος καὶ ἀνάλογον τῆς ἀνυψώσεως τῆς θερμοκρασίας.*

2) *Τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον καταναλίσκεται διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας σώματος καθ' ὄρισμένον ἀριθμὸν βαθμῶν, εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἀποδιδόμενον ὑπὸ τοῦ σώματος, ὅταν τοῦτο ἀποψύχεται κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν βαθμῶν.*

Τούτο δεικνύεται, ἐὰν ἀναμίξωμεν εἰς κοινὸν δοχεῖον 1 kgf ὕδατος 0 °C καὶ 1 kgf ὕδατος 100 °C, ὁπότε προκύπτουν 2 kgf ὕδατος 50 °C.

**332. Εἰδικὴ θερμότης.** Καλοῦμεν *εἰδικὴν θερμότητα σώματος τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἀνύψωσιν μάζης 1 gr σώματος κατὰ 1 °C*. \*Ἐστω σῶμα μάζης  $m$  gr καὶ εἰδικῆς θερμότητος  $c$ . Διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας 1 gr κατὰ 1 °C, θ' ἀπαιτηθῆ ποσὸν θερμότητος  $c$  cal διὰ  $m$  gr καὶ δι' ἀνύψωσιν κατὰ  $t_2 - t_1$  βαθμούς, θὰ ἀπαιτηθῆ ποσὸν θερμότητος :

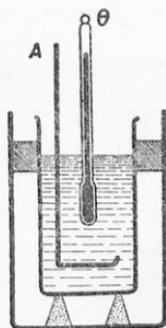
$$Q = m c \cdot (t_2 - t_1).$$

\*Ἐκ τοῦ τύπου τούτου εὐρίσκομεν εὐκόλως, ὅτι ἡ εἰδικὴ θερμότης ἐκφράζεται εἰς  $\text{cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$ .

\*Ἡ εἰδικὴ θερμότης ὅλων ἐν γένει τῶν σωμάτων εἶναι μικροτέρα τῆς μονάδος· ἐξαίρεσιν ἀποτελοῦν τὰ ἀέρια ὑδρογόνον καὶ ἥλιον, ἐνῶ διὰ τὸ ὕδωρ ἰσοῦται πρὸς τὴν μονάδα. Τὸ γινόμενον  $mc$  καλεῖται *θερμοχωρητικότητα*, ἐκφράζεται δὲ εἰς  $\text{cal}/\text{grad}$ · πολλαπλῶς τὸ αὐτὸ γινόμενον καλεῖται *ἄξια εἰς ὕδωρ* ἢ *ἰσοδύναμον εἰς ὕδωρ*.

**333. Θερμιδομετρικαὶ μετρήσεις.** Αὗται διεξάγονται ἐντὸς εἰδικῶν συσκευῶν, αἱ ὁποῖα καλοῦνται *θερμιδόμετρα*. Τὰ συνήθη θερμιδόμετρα ἀποτελοῦνται γενικῶς ἐκ δοχείου μεταλλικοῦ καλῆς θερμοκῆς μονώσεως, εἰς τὸ ὁποῖον συνήθως τίθεται ὕδωρ.

Τύπος τοιοῦτου θερμιδομέτρου δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 453, ὅπου τὸ ἐσωτερικὸν δοχεῖον εἶναι τὸ κυρίως θερμιδομετρικὸν δοχεῖον, τὸ δὲ ἕτερον δοχεῖον χρησιμεύει διὰ τὴν θερμοκῆν μόνωσιν τοῦ πρώτου, μέσφ τοῦ παρεμβαλλομένου μεταξὺ τῶν τοιχωμάτων αὐτῶν στρώματος ἀέρος. Τὰ δοχεῖα διὰ τὴν θερμοκῆν μεταξὺ τῶν ἀπομόνωνσιν στηρίζονται ἐπὶ βάθρων ἀποτελουμένων ἐξ οὐσίας, ἡ ὁποία εἶναι κακὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος, ὡς π.χ. φελλοῦ.



Σχ. 453. Θερμιδόμετρον διὰ τὴν μέθοδον τῶν μιγμάτων.

**334. Ἐφαρμογαί.** Μέθοδος τῶν μιγμάτων. \*Ἐστω, ὅτι ἐπιδιώκομεν νὰ προσδιορίσωμεν τὴν εἰδικὴν θερμότητα  $c$  σώματος. Θερμαίνομεν γνωστὴν μάζαν  $m$  gr τοῦ σώματος ἐντὸς θερμοκῆς ἢ κλιβάνου μέχρι θερμοκρασίας γνωστῆς  $t$ , θέτομεν ἐν τῷ θερμιδομέτρῳ ποσότητα ὕδατος  $M$  gr καὶ διὰ θερμιδομέτρου προσδιορίζομεν τὴν θερμοκρασίαν αὐτοῦ θ. Ἀκολούθως μεταφέρομεν τὸ σῶμα ταχέως ἐκ τοῦ κλιβάνου καὶ βυθίζομεν αὐτὸ ἐντὸς τοῦ ὕδατος τοῦ θερμιδομέτρου καὶ ἀναδεύομεν, εἴτε διὰ τοῦ θερμιδομέτρου, εἴτε δι' ἄλλου ἀναδευτήρος καλῶς, μέχρις ἀποκαταστάσεως θερμοκῆς ἰσορροπίας, ὁπότε τὸ ὕδωρ καὶ τὸ σῶμα ἀποκοτῶν κοινὴν θερμοκρασίαν  $\tau$ . Τὸ σῶμα μάζης  $m$ , ψυχθὲν ἀπὸ  $t$  εἰς  $\tau$ , ἀπέδωκε ποσὸν θερμότητος  $mc(t - \tau)$ , τὸ ὁποῖον παρελήφθη ὑπὸ τοῦ ὕδατος, τοῦ ὁποῖου ἡ θερμοκρασία ἀνυψώθη ἀπὸ θ εἰς  $\tau$ , ἤτοι τὸ ὕδωρ προσέλαβε ποσὸν θερμότητος  $M(\tau - \theta)$ . Ἐπομένως θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν :

$$mc(t - \tau) = M(\tau - \theta).$$

\*Ὁ τύπος ὁμοῦ οὗτος δὲν εἶναι ἀκριβής, διότι δὲν ἐλήφθη ὑπ' ὄψιν τὸ ποσὸν θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπερροφήθη ὑπὸ τοῦ θερμιδομετρικοῦ δοχείου. Πρὸς τοῦτο, ἀρκεῖ νὰ ὑπο-

λογίσωμεν τὴν θερμοχωρητικὴν αὐτοῦ (ἢ τὴν ἀξίαν εἰς ὕδωρ)  $\mu\gamma$ , ὅπου  $\mu$  ἡ μᾶζα τοῦ θερμιδομέτρου καὶ  $\gamma$  ἡ γνωστὴ εἰδικὴ θερμότης τῆς ὕλης τοῦ θερμιδομετρικοῦ δοχείου καὶ νὰ προσθέσωμεν αὐτὴν εἰς τὴν μᾶζαν  $M$  τοῦ ὕδατος, ὅποτε θὰ ἔχομεν:

$$mc(t - \tau) = (M + \mu\gamma)(\tau - \theta).$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης ὑπολογίζομεν τὴν ἄγνωστον εἰδικὴν θερμότητα  $c$ . Ἡ μέθοδος αὕτη εἶναι γνωστὴ ὡς *μέθοδος τῶν μιγμάτων*.

Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον προσδιορίζομεν τὴν εἰδικὴν θερμότητα ὑγρῶν, τὰ ὅποια θέτομεν ἐντὸς λεπτοτοίχων δοχείων, τῶν ὁποίων εἶναι γνωστὴ ἡ θερμοχωρητικότης.

**Ἀριθμητικὸν παράδειγμα.** Ἔστω, ὅτι μᾶζα 450 gr μολύβδου θερμαίνεται ἀρχικῶς εἰς 100 °C καὶ φέρεται ἐντὸς θερμιδομέτρου περιέχοντος 100 gr ὕδατος, εἰς τὸ ὁποῖον συνυπολογίζεται καὶ ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ θερμιδομέτρου, ἀρχικῆς θερμοκρασίας 10 °C. Ὄταν ἀποκατασταθῇ ἡ ἰσορροπία, ἡ θερμοκρασία τοῦ θερμιδομέτρου εἶναι 21,5 °C. Πόση εἶναι ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ μολύβδου.

Ὁ μολύβδος, εἰσαγόμενος εἰς τὸ θερμιδομέτρον, ψύχεται ἀπὸ 100 °C εἰς 21,5 °C καὶ ἐπομένως ἀποδίδει ποσὸν θερμότητος:

$$Q = 450 \cdot x (100 - 21,5) \text{ cal}$$

ὅπου  $x$  ἡ ἄγνωστος εἰδικὴ θερμότης τοῦ μολύβδου. Ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος τοῦ θερμιδομέτρου ἀνέρχεται ἀπὸ 10 °C εἰς 21,5 °C, ἐπομένως τοῦτο ἀπορροφᾷ θερμότητα:

$$Q' = 100 (21,5 - 10) \text{ cal}.$$

Συμφώνως πρὸς τὸ ἀξίωμα τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας πρέπει νὰ εἶναι  $Q = Q'$ , ἤτοι:

$$450 \cdot x (100 - 21,5) = 100 (21,5 - 10)$$

ἐξ ἧς λαμβάνομεν:

$$x = \frac{100 (21,5 - 10)}{450 (100 - 21,5)} = 0,033 \frac{\text{cal}}{\text{gr} \cdot \text{grad}}$$

Ἄρα ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ μολύβδου εὐρέθη 0,033 cal/gr.grad.

*Εἰδικὴ θερμότης στερεῶν καὶ ὑγρῶν εἰς 18 °C εἰς  $\frac{\text{cal}}{\text{gr} \cdot \text{grad}}$*

Ἀργίλιον . . . . . 0,21	Ἀργυρος . . . . . 0,056	Μπετόν . . . . . 0,21
Μόλυβδος . . . . . 0,032	Ὀρεῖχαλκος . . . . . 0,092	Ὑδωρ . . . . . 1,00
Σιδηρός . . . . . 0,11	Ἰαλός . . . . . 0,19	Πετρέλαιον . . . . . 0,50
Λιθάνθραξ . . . . . 0,25	Πάγος . . . . . 0,49	Ὑδράργυρος . . . . . 0,033
Χαλκός . . . . . 0,09	Ξύλον . . . . . 0,33	Ἀλκοόλη . . . . . 0,57

**Παρατήρησις.** Γενικῶς ἡ εἰδικὴ θερμότης τῶν ὑγρῶν εἶναι μεγαλύτερα τῆς τῶν στερεῶν. Ἐξαιρέσειν ἀπὸ τοῦ κανόνος τούτου ἀποτελεῖ ὁ ὑδράργυρος.

Διὰ τὰ πλεῖστα τῶν στερεῶν ἡ εἰδικὴ θερμότης αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας βραδέως, μέχρι τοῦ σημείου τήξεως αὐτῶν. Οὕτω τὸ ὕδωρ εἰς στερεὰν κατάστασιν (πάγος) ἔχει εἰδικὴν θερμότητα περίπου 0,5 cal/gr.grad, ἐνῶ ἡ τιμὴ αὐτοῦ εἰς ὑγρὰν κατάστασιν εἶναι περίπου 1. Ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ στερεοῦ μολύβδου εἶναι 0,033 cal.gr<sup>-1</sup>.grad<sup>-1</sup>, ἐνῶ ἐν ὑγρῷ καταστάσει εἶναι 0,064 cal.gr<sup>-1</sup>.grad<sup>-1</sup>.

**335. Νόμος Dulong καὶ Petit.** Καλοῦμεν *ἀτομικὴν θερμότητα τὸ γινόμενον τοῦ ἀτομικοῦ βάρους ἐπὶ τὴν εἰδικὴν θερμότητα*. ἐκφράζει δὲ αὕτη τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον χρειάζεται διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας κατὰ 1 °C ἑνὸς γραμματόμου, δηλ. μάζης ἕκ τοῦ σώματος ἐκπεφρασμένης εἰς gr, ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ διὰ τοῦ ὁποῖου ἐκφράζεται καὶ τὸ ἀτομικὸν βᾶρος. Οὕτω

τὸ ἀτομικὸν βάρος τοῦ χαλκοῦ εἶναι περίπου 64, ἓνα δὲ γραμμοάτομον χαλκοῦ ἀντιπροσωπεύει μᾶζαν 64 gr. Ἐξ ἄλλου ἢ εἰδικὴ θερμότης τοῦ χαλκοῦ εἶναι 0,09 cal/gr·grad, ἐπομένως ἢ ἀτομικὴ θερμότης αὐτοῦ, ἦτοι τὸ ποσοῦν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον χρειάζεται, ἵνα ἡ θερμοκρασία 64 gr χαλκοῦ ἀύξηθῇ κατὰ 1 °C, εἶναι 5,76 cal/grad·Mol καὶ κατὰ προσέγγισιν 6 cal/grad·Mol. Προκειμένου περὶ τῶν μετάλλων, δεόν νὰ σημειωθῇ, ὅτι τὸ γραμμοάτομον συμπίπτει πρὸς τὸ γραμμομόριον (Mol). Προκειμένου περὶ τῶν στοιχείων μετάλλων οἱ **Dulong** καὶ **Petit** διετύπωσαν τὸν ἀκόλουθον νόμον: **Ἡ ἀτομικὴ θερμότης τῶν στοιχείων μετάλλων εἶναι σταθερὰ καὶ ἴση περίπου πρὸς 6 cal·grad<sup>-1</sup>·Mol<sup>-1</sup>.**

**336. Εἰδικὴ θερμότης τῶν ἀερίων.** Ὄταν θερμαίνωμεν σῶμα ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν ἢ ὑπὸ οἰανδήποτε ἄλλην πίεσιν, λόγῳ τῆς διαστολῆς αὐτοῦ ἀπαιτεῖται κατανάλωσις ἔργου, τὸ ὁποῖον, προκειμένου περὶ τῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν, ἔχει τόσον μικρὰν τιμὴν, ὥστε νὰ παραλείπεται καὶ ἐπομένως νὰ μὴ λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν εἰς τὸν καθορισμὸν τῆς εἰδικῆς θερμότητος.

Εἰς τὴν περίπτωσιν ὅμως τῶν ἀερίων, λόγῳ τῆς μεγάλης διαστολῆς αὐτῶν, τὸ ἔργον διαστολῆς δὲν δύναται νὰ παραλείπεται. Ὡς ἐκ τούτου ἀγόμεθα νὰ διακρίνωμεν διὰ τὰ ἀέρια **εἰδικὴν θερμότητα ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ( $c_p$ )**, ὅταν θερμαίνωμεν τὸ ἀέριον ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, καὶ **εἰδικὴν θερμότητα ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον ( $c_v$ )**, ὅταν θερμαίνωμεν τὸ ἀέριον ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον. Μεταξὺ τῶν δύο εἰδικῶν θερμότητων ὑφίσταται ἡ σχέση  $c_p > c_v$  διότι, ὅταν θερμαίνωμεν τὸ ἀέριον ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, πρέπει νὰ καταναλώσωμεν μεγαλύτερον ποσοῦν θερμότητος πρὸς ἀντιμετώπισιν τοῦ ἔργου διαστολῆς.

	$c_p$	$c_v$
Ἄηρ	0,240	0,1715
Ὁξυγόνον	0,219	0,157
Ἄζωτον	0,248	0,177
Ἵδρογόνον	3,41	2,42

Ἐκ τῶν δύο εἰδικῶν θερμότητων ἡ  $c_p$  δύναται νὰ μετρηθῇ ἀμέσως διὰ τὸ πειράματος, ἐνῶ ἡ  $c_v$  μετρεῖται ἐμμέσως διὰ μετρήσεως τοῦ λόγου  $\kappa = c_p : c_v$ , ὁ ὁποῖος ἔχει μεγίστην σπουδαιότητα εἰς τὴν θερμοκίνη σπουδὴν τῶν ἀερίων.

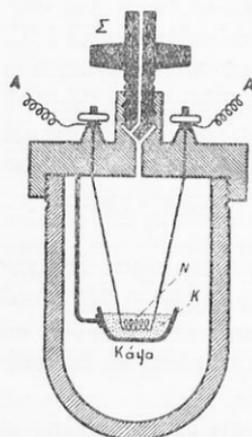
Ὁ ἀνωτέρω πῖναξ δίδει τὰς εἰδικὰς θερμότητας ἀερίων τινῶν εἰς 18 °C εἰς cal·gr<sup>-1</sup>·grad<sup>-1</sup>.

**Παρατήρησις.** Ἐκ τῶν ἀνωτέρω πινάκων εἰδικῆς θερμότητος παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ εἰδικὴ θερμότης τῶν σωμάτων εἶναι ἐν γένει μικροτέρα τῆς μονάδος. Ἐξαιρέσειν ἀποτελοῦν μερικὰ σώματα, ὡς π.χ. τὸ ὕδωρ, τοῦ ὁποῖου ἡ εἰδικὴ θερμότης εἶναι ἴση πρὸς τὴν μονάδα, τὸ ὕδρογόνον, τοῦ ὁποῖου ἡ εἰδικὴ θερμότης ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν εἶναι 3,41 cal·gr<sup>-1</sup>·grad<sup>-1</sup>.

**337. Θερμότης καύσεως.** Εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς χρησιμοποιοῦμεν ὀρισμένας οὐσίας ἀπαντώσας εἰς τὴν φύσιν, αἱ ὁποῖαι καίόμεναι παρέχουν θερμότητα. Αἱ οὐσίαι αὗται καλοῦνται **καύσιμα** καὶ εἶναι στερεὰ, ὑγρὰ ἢ ἀέρια σώματα. **Στερεὰ καύσιμα**: Τοιαῦτα εἶναι οἱ διάφοροι ἄνθρακες (ἄνθρακίτης, λιθάνθραξ, **Σιερεὰ καύσιμα**: Τοιαῦτα εἶναι τὸ πετρέλαιον καὶ ὀρισμένα παράγωγα ἀλιγνίτης κτλ.). **Υγρὰ καύσιμα**, εἶναι τὸ πετρέλαιον καὶ ὀρισμένα παράγωγα ἀ-

τοῦ. **Ἄερια καύσιμα** εἶναι φυσικά αέρια περιέχοντα ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ μεθάνιον. Ἐκτὸς τῶν φυσικῶν καυσίμων ἔχομεν καὶ τεχνητὰ καύσιμα, ὡς τὸ κώκ, ξυλάνθραξ, οἰνόπνευμα, συνθετικὴ βενζίνη, ἀσετυλίνη κτλ.

Καλοῦμεν **θερμότητα καύσεως τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἐκλύεται ὑπὸ μάξης 1 gr ἢ 1 kgr τῆς οὐσίας καιομένης τελείως.**



Σχ. 454. Θερμιδομετρικὴ ὄβις.

Ἡ θερμότης καύσεως προσδιορίζεται πειραματικῶς διὰ τῆς θερμιδομετρικῆς ὄβιδος (σχ. 454). Αὕτη ἀποτελεῖται ἐκ χυτοσιδηροῦ δοχείου μὲ παχέα τοιχώματα, κλειομένου εἰς τὸ ἄνω μέρος ἀεροστεγῶς διὰ κοχλιωτοῦ πώματος. Ἐντὸς τῆς ὄβιδος τοποθετεῖται κάψα πρὸς ὑποδοχὴν ποσότητος ἐκ τοῦ ὑποέλεγχον καυσίμου καὶ ὁ χώρος τῆς ὄβιδος πληροῦται δι' ὄξυγόνου ὑπὸ πίεσιν, εἰς τρόπον ὅστε νὰ ὑπάρχη περίσσεια ἐξ αὐτοῦ διὰ τὴν καύσιν. Ἡ διέγερσις τῆς καύσεως τῆς οὐσίας γίνεται μέσῳ λεπτοῦ σύρματος N, θερμαινομένου δι' ἠλεκτρικοῦ ρεύματος, διαβιβαζομένου ἔξωθεν μέσῳ τῶν ἀκροδεκτῶν ΑΑ. Ἡ ὅλη ὄβις πρὸ τῆς λειτουργίας αὐτῆς τίθεται ἐντὸς θερμιδομετρικοῦ δοχείου περιέχοντος ὕδωρ. Ἡ θερμότης ἢ ἐκλυομένη κατὰ τὴν καύσιν χρησιμεύει διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος, οὗτω δὲ δύναται νὰ ὑπολογισθῇ ἢ κατὰ τὴν καύσιν ἐκλυομένη θερμότης.

Ἐκτὸς τῆς ἡλιακῆς θερμότητος χρησιμοποιοῦμεν εἰς τὸν καθ' ἡμέραν βίον καὶ ἄλλας πηγὰς θερμότητος, ὡς π.χ. τὰ διάφορα καύσιμα, ὅπως ὁ ἄνθραξ, τὸ πετρέλαιον κ.ά.

Ὁ κάτωθι πίναξ δεικνύει τὴν θερμότητα καύσεως διὰ τὰ μᾶλλον ἐν χρήσει καύσιμα :

Θερμότης καύσεως εἰς cal/gr.

Υδρογόνον . . . . .	34 000	Κώκ . . . . .	7 000
Βενζίνη . . . . .	10 500	Φωταέριον . . . . .	6-7 000 (=4,4 cal/lit)
Ἐλαιον μηχανῶν . . . . .	10 000	Λιγνίτης . . . . .	3-5 000
Ἀνθρακίτης . . . . .	8-9 000	Ξύλον . . . . .	3-4 000
Λιθάνθραξ . . . . .	7-8 000	Τύρφη . . . . .	3 500

338\*. Φυσικαὶ πηγαὶ θερμότητος. Ἡ σπουδαιότερα πηγὴ θερμότητος διὰ τοὺς κατοίκους τῆς Γῆς εἶναι ὁ ἥλιος. Ὅταν αἱ ἡλιακαὶ ἀκτίνες προσπίπτουν καθέτως, ἕκαστον τετραγωνικὸν ἑκατοστόμετρον ἐπὶ τῶν ἀνωτάτων ὀρίων τῆς ἀτμοσφαιρας δέχεται ποσὸν θερμότητος 1,94 cal εἰς ἕκαστον πρῶτον λεπτόν, ἐπὶ τῆς Γῆς δὲ φθάνουν περίπου τὰ 2/3 τοῦ ἀνωτέρω ποσοῦ θερμότητος, ἐνῶ τὸ 1/3 ἀπορροφᾶται ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαιρας.

Λόγῳ τῆς θερμότητος τῆς ἐγκλειομένης εἰς τὰ ἔγκατα τῆς Γῆς (ἠφαιστεια, θερμαὶ πηγαι) ἢ θερμοκρασία εἰς ἀνθρακωρυχεῖα καὶ μεταλλεῖα αὐξάνεται ἐφ' ὅσον κατερχόμεθα εἰς βάθος, ἢ δὲ αὔξησης τῆς θερμοκρασίας ἀντιστοιχεῖ περίπου πρὸς 1°C κατὰ 33 m.

Αἱ ἡμερήσιαι μεταβολαὶ τῆς θερμοκρασίας εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς δὲν γίνονται αἰσθηταὶ εἰς βάθος 1—2 m, ἐνῶ αἱ ἐτήσιαι ἐξαφανίζονται εἰς βάθος 20 m καὶ διὰ τοῦτο εἰς φρέατα βάθους περὶ τὰ 20 m τὸ ὕδωρ διατηρεῖ σταθερὰν θερμοκρασίαν τὴν κατὰ τὸν χειμῶνα, ὅσον καὶ κατὰ τὸ θέρος.

339. Τροφαὶ καὶ θερμογόνοις δύνამις αὐτῶν. Αἱ τροφαί, αἱ ὁποῖαι χρησιμεύουν διὰ τὴν διατήρησιν ἡμῶν, ὅταν τρώγονται, ὑφίστανται ὀξειδῶσιν (βρα-

δεΐαν καΰσιν) ἐντὸς τοῦ ὄργανισμοῦ. Ἐκ τῆς ὀξειδώσεως ταύτης ἀναπτύσσεται θερμότης, ἡ ὁποία ἀντιπροσωπεύει τὴν ἀπαιτουμένην ἐνέργειαν διὰ τὴν αὔξησιν τοῦ σώματος, τὴν ἐργασίαν καὶ τὴν διατήρησιν τοῦ ὄργανισμοῦ εἰς ὑγιᾶ κατάστασιν.

Ἐὰν γνωρίζωμεν τὴν ἐκλυομένην θερμότητα κατὰ τὴν καΰσιν 1 gr ἐξ ἑκάστης τροφῆς (καλεῖται δὲ τὸ ποσὸν τοῦτο τῆς θερμότητος **θερμογόνος δύναμις** τῆς τροφῆς), εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν ἀπαιτουμένην ποσότητα τροφῆς διὰ ν' ἀναπτυχθῇ ἐντὸς τοῦ ὄργανισμοῦ τὸ ἀναγκαῖον ποσὸν θερμότητος.

Ἡ ἐξέτασις τῶν διαφορῶν τροφίμων, ἀπὸ ἀπόψεως θερμογόνου δυνάμεως, γίνεται διὰ τῆς θερμοδομετρικῆς ὀβίδος κατὰ τὸν ἀνωτέρω περιγραφέντα τρόπον. Εἰς τὸν ἀνωτέρω πίνακα ἀναγράφεται ἡ θερμογόνος δύναμις τῶν διαφορῶν τροφίμων.

Πίναξ θερμίδων διαφορῶν τροφίμων.

Εἶδος	kcal ἀνά kgr	Εἶδος	kcal ἀνά kgr
* Ἄρτος λευκός	2 580	* Ὄρουζα	3 250
Βούτυρον κωπὸν	7 600	Ὀίνος	650
Γεώμηλα	950	Πορτοκάλια	550
Κρέας	1 500-2 500	Σάκχαρον	2 500
Λίπος	8 750	Τυρὸς	3 890
Λαχανικά	240	Φασόλια	2 570

## ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

Ἐν ἐκ τῶν σπουδαιότερων ἀποτελεσμάτων τῆς θερμότητος ἐπὶ τῶν σωμάτων εἶναι ἡ μεταβολὴ τῆς καταστάσεως αὐτῶν. Οὕτω σῶμα στερεὸν δύναται διὰ θερμάνσεως νὰ μεταβληθῇ εἰς ὑγρὸν (**τῆξις**) εἴτε ἀπ' εὐθείας εἰς ἀέριον (**ἐξάχνωσις**). Τέλος σῶμα ὑγρὸν διὰ θερμάνσεως καθίσταται ἀέριον (**ἐξάέρωσις**).

340. Τῆξις καὶ πήξις. *Τῆξις* καλοῦμεν τὴν μετάβασιν σώματος ἐκ τῆς στερεᾶς εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν, ἐνῶ τὸ ἀντίστροφον φαινόμενον καλεῖται *πήξις*.

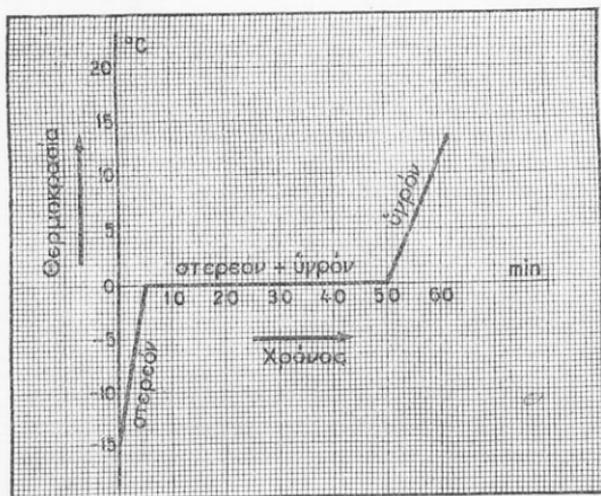
**Νόμοι τῆς τήξεως καὶ πήξεως.** 1) Ἐκαστὸν στερεὸν σῶμα ἀρχεται τῆ-  
κόμενον (ἢ πηγνύμενον) εἰς ὠρισμένην θερμοκρασίαν, ἡ ὁποία καλεῖται  
**θερμοκρασία τήξεως** (ἢ πήξεως) τοῦ σώματος.

2) Εὐθὺς ὡς ἀρχίσῃ ἡ τήξις (ἢ πήξις) τοῦ σώματος, ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ παραμένει σταθερὰ μέχρις ὅτου δόλοκλήρωσις ἢ ποσότης τοῦ σώματος **τακῆ** (ἢ **πηχθῆ**).

Οἱ ἀνωτέρω νόμοι ἰσχύουν μόνον διὰ τὰ κρυσταλλικά σώματα, τὰ ὁποία μεταβαίνουν ἀποτόμως ἐκ τῆς στερεᾶς εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν καὶ οὕτω ἔχουν σαφῶς ἐκπεφρασμένον σημεῖον τήξεως (πήξεως). Οὕτω, ὁ μόλυβδος μεταβαίνει ἀποτόμως ἐκ τῆς στερεᾶς εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν καὶ ἀντιστρόφως, ὡς ἐκ τούτου δὲ ἔχει σαφῶς ἐκπεφρασμένον σημεῖον τήξεως. Δὲν συμβαίνει ὅμως τὸ αὐτὸ

καί με τὴν ὕαλον, διότι διὰ τὴν ἀναμεταβολὴν ἐκ τῆς στερεᾶς εἰς τὴν ὑγρὴν κατάστασιν διέρχεται δι' ὄλων τῶν ἐνδιαμέσων καταστάσεων.

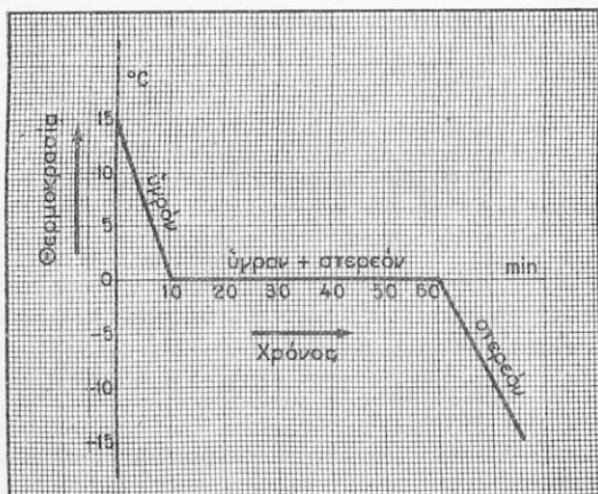
Ἡ καμπύλη τοῦ σχήματος 455 δεικνύει τὸν τρόπον, κατὰ τὸν ὁποῖον ἀυξάνεται ἡ θερμοκρασία, ὅταν



Σχ. 455. Μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας τοῦ πάγου κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς τήξεως.

ὑδατος, ἐξακολουθεῖ παραμένονσα σταθερὰ μέχρι χρονικοῦ διαστήματος ἐξαερωμένου ἐκ τῆς ἀρχικῆς ποσότητος τοῦ πάγου, ὅτε ὅλος ὁ πάγος μετατρέπεται εἰς ὕδωρ. Ἀπὸ τῆς στιγμῆς ταύτης, ἐὰν ἐξακολουθοῦμεν θερμαίνοντες, ἡ θερμοκρασία τοῦ ὑγροῦ ἀυξάνεται.

Ἐξ ἄλλου, ἡ καμπύλη τοῦ σχήματος 456 δεικνύει τὴν μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας, ὅταν ψύχωμεν τὸ ὕδωρ διὰ τὴν ἀναμεταβολὴν αὐτὸ εἰς πάγον. Οὕτω, τὸ ὕδωρ ψύχεται ἀπὸ  $+15^{\circ}\text{C}$ , ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ κατέρχεται μέχρι τοῦ μηδενὸς καὶ τότε ἀρχίζει ἡ πήξις αὐτοῦ. Καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς πήξεως, ἡ θερμοκρασία παραμένει σταθερὰ,



Σχ. 456. Μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας ὑδατος κατὰ τὴν πήξιν.

μέχρις ότου όλη ή ποσότης του ύδατος στερεοποιηθή, όποτε εξακολουθούντες νά ψύχωμεν περισσότερον, παρατηροϋμεν, ότι ή θερμοκρασία του πάγου κατέρχεται.

Σημείον τήξεως σωμάτων τινών εις °C υπό πίεσιν 760 mm Hg.

Βολφράμιον . . . . .	3 350	Άργίλιον . . . . .	660	Κηρός . . . . .	62
Λευκόχρυσος . . . . .	1 750	Ψευδάργυρος . . . . .	420	Πάγος . . . . .	0
Σίδηρος . . . . .	1 500	Μόλυβδος . . . . .	327	Υδράργυρος . . . . .	— 39
Χυτοσίδηρος . . . . .	1 200	Κασσίτερος . . . . .	230	Άλκοόλη . . . . .	— 114
Χρυσός . . . . .	1 063	Παραφίνη . . . . .	62	Αιθήρ . . . . .	— 116

341. Θερμότης τήξεως. *Καλοϋμεν θερμότητα τήξεως, τό ποσόν τής θερμότητος, τό όποιον απαιτείται, όπως 1 gr του σώματος, υπό την θερμοκρασίαν του σημείου τήξεως, μεταβληθή εις ύγρον τής αυτής θερμοκρασίας.* Ούτω, διά νά μεταβάλωμεν 1 gr πάγου 0 °C εις ύδωρ 0 °C, απαιτούνται περίπου 80 cal. Έπειδή δέ τό ποσόν τουτό τής θερμότητος δέν επιδρά επί του θερμομέτρου, διότι καθ' όλην την διάρκειαν του φαινομένου τής τήξεως ή θερμοκρασία διατηρείται σταθερά, εκλήθη *λανθάνουσα θερμότης*.

Άντιστρόφως, όταν 1 gr ύδατος 0 °C μεταβάλλεται εις πάγον 0 °C, αποδίδει ποσόν θερμότητος 80 cal. Ούτω διά νά τήξωμεν 25 gr πάγου θερμοκρασίας 0 °C και νά μεταβάλωμεν αυτόν εις ύδωρ θερμοκρασίας 0 °C θ' απαιτηθή ποσόν θερμότητος  $Q = 25 \cdot 80 = 2\ 000$  cal.

Άριθμητικόν παράδειγμα. Έστω ότι θερμοδομετρικόν δοχείον περιέχει 200 gr ύδατος, συνυπολογιζόμενης και τής θερμοχωρητικότητος του θερμοδομέτρου, και ότι ή αρχική θερμοκρασία αυτου είναι 30 °C. Έντός του θερμοδομέτρου ρίπτομεν τεμάχιον 25 gr πάγου θερμοκρασίας 0 °C και εν τέλει παρατηροϋμεν, ότι ή τελική θερμοκρασία του ύδατος του θερμοδομέτρου είναι 18 °C. Πόση είναι ή θερμότης τήξεως του πάγου.

Ούτω τό ποσόν θερμότητος τό αποδοθέν υπό του ύδατος θερμοδομέτρου είναι:

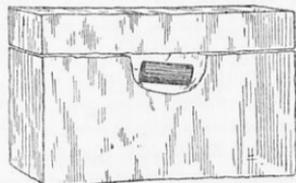
$$Q = 200 (30 - 18) = 2400 \text{ cal.}$$

Τό ποσόν τουτό τής θερμότητος κατηναλώθη άφ' ενός μόν διά νά μεταβάλη 25 gr πάγου 0 °C εις ύδωρ 0 °C, απαιτείται δέ πρός τουτό ποσόν θερμότητος  $25 \cdot x$ , όπου  $x$  ή θερμότης τάξεως του πάγου, άφ' ετέρου δέ διά την άνύψωσιν τής θερμοκρασίας 25 gr ύδατος από 0 °C εις 18 °C, πρός τουτό δέ απαιτείται ποσόν θερμότητος  $25 \cdot 18 = 450$  cal, ήτοι: ποσόν θερμότητος διά τήξιν πάγου και άνύψωσιν τής θερμοκρασίας του εκ τής τάξεως προελθόντος ύδατος:

$$Q_1 = 25x + 450 \text{ cal.}$$

Συμφώνως πρός τό άξίωμα τής διατηρήσεως τής ενεργείας, πρέπει νά είναι:  $Q = Q_1$ , ότε θα έχομεν:

$$2400 = 25x + 450 \text{ και } x = \frac{2400 - 450}{25} = 78 \text{ cal/gr.}$$



Σχ. 457. Θερμιδόμετρον Black.

342. Θερμιδόμετρον Black. Τουτό αποτελείται εκ τεμαχίου πάγου τιθεμένου εντός καταλήλου δοχείου και επί τής επιφανείας του όποιου σχηματίζομεν μικράν κοιλότητα (σχ. 457). Άζολούθως λαμβάνομεν ποσότητα μάξης  $m$  εκ του σώματος, του όποιου θέλομεν νά προσδιορίσωμεν την ειδικήν θερμότητα, και θερμαίνομεν τουτό μέχρι τής θερμοκρασίας  $t$ , κατόπιν δέ φέρομεν αυτό ταχέως επί τής κοιλότητος του πάγου. Τό σώμα ψύχεται μέχρι του 0 °C και

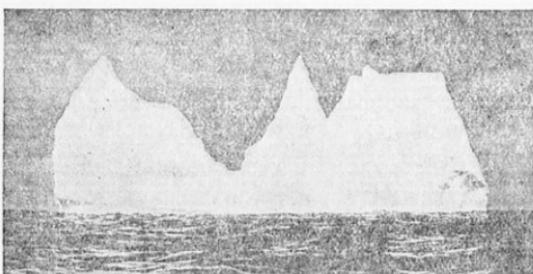
ἀποδίδει ποσὸν θερμότητος  $m \cdot c \cdot t$ , τὸ ὁποῖον ἐχρησιμοποιήθη διὰ τὴν τήξιν μάζης  $M$  gr πάγου, καθοριζομένης διὰ ζυγίσεως τοῦ ὕδατος τοῦ προελθόντος ἐκ τῆς τήξεως τοῦ πάγου, ὁπότε θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν:  $m \cdot c \cdot t = M \cdot 80$ , ἐκ τῆς ὁποίας προσδιορίζεται ἡ ἀγνωστος εἰδικὴ θερμότης  $c$ .

**Ἀριθμητικὸν παράδειγμα.** Στερεὸν σῶμα μάζης 200 gr καὶ θερμοκρασίας 100 °C τοποθετεῖται ἐντὸς τοῦ θερμομέτρου Black, ὁπότε τήκει πάγον 24 gr. Νὰ εὑρεθῇ ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ σώματος.

Οὕτω ἔχομεν:

$$c = \frac{M \cdot 80}{m \cdot t} \quad \text{καὶ} \quad c = \frac{24 \cdot 80}{200 \cdot 100} = \frac{1920}{20000} = 0,096 \quad \frac{\text{cal}}{\text{gr} \cdot \text{grad}}$$

**343. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν τήξιν.** Εἰς τὰ πλεῖστα τῶν σωμά-



Σχ. 458. Παγόβουον ἐπιπλέον εἰς τὴν θάλασσαν.

των, ἡ τήξις αὐτῶν συνοδεύεται ὑπὸ ἀξήσεως τοῦ ὄγκου καὶ ἐπομένως ἡ πυκνότης τοῦ στερεοῦ εἶναι μεγαλύτερα τῆς τοῦ ὕγρου, ἐνῶ τὸ ἀντίστροφον συμβαίνει κατὰ τὴν πήξιν. Τοῦναντίον, εἰς μερικὰ σώματα, ὡς π.χ. τὸ ὕδωρ, ἡ τήξις συνοδεύεται ὑπὸ ἐλαττώσεως τοῦ ὄγκου καὶ ἐπομένως ἡ πυκνότης τοῦ πάγου εἶναι μικρότερα τῆς τοῦ ὕδατος. Οὕτως ἡ πυκνότης τοῦ πάγου εἰς 0 °C

εἶναι 0,917 gr/cm<sup>3</sup>, ἐνῶ τοῦ ὕδατος εἰς 0 °C εἶναι 0,99987 gr/cm<sup>3</sup>. Λόγω τῆς μικροτέρας πυκνότητος τοῦ πάγου ἀπὸ τὸ θαλάσιον ὕδωρ, παρατηροῦνται τὰ **παγόβουνα** εἰς τὰς πολικὰς θαλάσσας (σχ. 458). Ὁ ὄγκος τοῦ παγοβούνου εἶναι βυθισμένος ἐντὸς τῆς θαλάσσης κατὰ τὰ 0,9 τοῦ ὄγκου αὐτοῦ, ἐνῶ τὸ ὑπόλοιπον 0,1 ἐξέχει τοῦ θαλασίου ὕδατος.

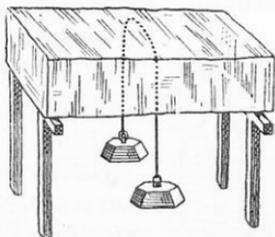
**Παρατήρησις.** Ἡ ἀνωμαλία αὕτη τοῦ ὕδατος, συνδυαζομένη μετὰ τῆς ἐτέρας ἀνωμαλίας, καθ' ἣν τὸ ὕδωρ παρουσιάζει εἰς 4 °C τὴν μεγαλύτεραν του πυκνότητα, ἔχει σπουδαιότατην σημασίαν εἰς τὴν οἰκονομίαν τῆς φύσεως, διότι κατὰ τὸν χειμῶνα στερεοποιοῦνται μόνον τὰ κατ' ἐπιπολὴν στρώματα τῶν λιμνῶν καὶ τῶν θαλασσῶν καὶ ὁ πάγος ἐπιπλέει βυθιζόμενος μόνον κατὰ τὰ 0,9 τοῦ ὄγκου του. Οὕτω, τὸ σχηματισθὲν στρώμα πάγου παρακωλύει τὴν ψύξιν τῶν ὑποκειμένων στρωμάτων, διότι οὗτος ἀποτελεῖ κακὸν ἀγωγὸν τῆς θερμότητος (βλ. σχ. 447).

Ἐξ ἄλλου, λόγῳ τῆς διαστολῆς, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ ὕδωρ στερεοποιούμενον, ἀναπτύσσονται ἐξόχως μεγάλαι δυνάμεις, ὅταν τοῦτο στερεοποιεῖται εἰς περιορισμένον χωρὸν. Οὕτω τὸ ὕδωρ τῶν βροχῶν τὸ συσσωρευόμενον ἐντὸς τῶν ρωγμῶν τῶν βράχων, ὅταν στερεοποιῆται κατὰ τὸν χειμῶνα, προκαλεῖ ρῆξιν τῶν βράχων καὶ ἐπιφέρει ἀποσάθρωσιν αὐτῶν.

**344. Μεταβολὴ τοῦ σημείου τήξεως μετὰ τῆς πίεσεως.** Διὰ τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα τηκόμενα ὑφίστανται αἰΐξιν τοῦ ὄγκου των, αἰΐξιν τῆς ἐξωθεν πίεσεως προκαλεῖ αἰΐξιν τοῦ σημείου τήξεως, ἐνῶ τὸ ἀντίστροφον συμβαίνει διὰ τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα τηκόμενα ὑφίστανται ἐλάττωσιν τοῦ ὄγκου αὐτῶν. Οὕτω διὰ τὸν πάγον, ὁ ὁποῖος ἔχει θερμοκρασίαν

ταπεινότεραν του μηδενός, το σημείον τήξεως είναι  $0^{\circ}\text{C}$  υπό πίεσιν 76 cm Hg, ἐνῶ, ἐάν ἡ πίεσις ἀυξηθῆ κατά 1 ἀτμόσφαιραν, το σημείον τήξεως του πάγου καθίσταται  $-0,0075^{\circ}\text{C}$ , εἰς τὴν αἰτίαν δὲ ταύτην ὀφείλεται τὸ φαινόμενον τῆς ἀναπήξεως του πάγου, τὸ ὁποῖον δεικνύεται διὰ τῆς ἐν σχήματι 459 διατάξεως.

Ἐάν τεμαχίον πάγου περιβάλλομεν κατὰ τὸ μέσον αὐτοῦ διὰ λεπτοῦ σύρματος σιδηροῦ καὶ φορτισομεν ἀκολούθως αὐτὸ διὰ βαρῶν, παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ σύρμα διέρχεται βραδέως ἐξ ὀλοκλήρου διὰ τοῦ πάγου, χωρὶς οὗτος νὰ κοπῆ εἰς δύο μέρη. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς: Εἰς τὰ σημεία τῆς ἀνωτέρας ἐπιφανείας τοῦ πάγου, ὅπου ἐφάπτεται τὸ σύρμα, ἡ πίεσις εἶναι κατὰ πολὺ ἀνωτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς, ὡς ἐκ τούτου δὲ ὁ πάγος δὲν δύναται νὰ εὐρίσκηται ὑπὸ στερεάν κατάστασιν καὶ οὕτω τήκεται, ὅποτε τὸ σύρμα, ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῶν κάτωθεν ἐξηρηγμένων βαρῶν, εἰσχωρεῖ πρὸς τὸ ἐσωτερικόν. Μόλις ὅμως εἰσχωρήσῃ εἰς τὸ ἐσωτερικόν, παύει ἄνωθεν νὰ ὑφίσταται ἡ πίεσις καὶ ὡς ἐκ τούτου τὸ ὕδωρ ἀναπύγνυται, τὸ φαινόμενον δὲ αὐτὸ ἐξακολουθεῖ καθ' ὅμοιον τρόπον, μέχρις ὅτου τὸ σύρμα ἐξέλθῃ ἐκ τοῦ τεμαχίου τοῦ πάγου.



Σχ. 459. Ἀνάπηξις τοῦ πάγου.

345. Ἐπίδρασις ξένων προσμίξεων. Τὸ σημείον τήξεως σώματος ὑπὸ σταθεράν θερμοκρασίαν ἀποτελεῖ χαρακτηριστικὴν σταθεράν τοῦ σώματος καὶ ὁ καθορισμὸς αὐτοῦ ἀποτελεῖ εὐκόλον μέσον διὰ νὰ ἐξακριβώσωμεν, ἐάν τὸ σῶμα περιέχῃ νοθεῖαν. Οὕτω π.χ. ἡ καθαρά ναφθαλίνη τήκεται εἰς  $78^{\circ}\text{C}$ , ἐάν ὅμως εἰς δειγμα ναφθαλίνης ἐξακριβώσωμεν, ὅτι τὸ σημείον τήξεως αὐτῆς εἶναι διάφορον τῶν  $78^{\circ}\text{C}$  ὑπὸ τὴν κανονικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, συνάγομεν ὅτι τὸ δειγμα τῆς ναφθαλίνης περιέχει ξένας προσμίξεις, ἥτοι εἶναι νοθευμένη.

Ἡ παρουσία ὄθεν ξένων προσμίξεων ἐπιδραῖ οὐσιωδῶς ἐπὶ τοῦ σημείου τήξεως τῶν σωμάτων, ἐπὶ τοῦ φαινομένου δὲ τούτου στηρίζεται ἡ κατασκευὴ διαφόρων κρυσμάτων, τῶν ὁποίων τὸ σημείον τήξεως εἶναι πολὺ ταπεινότερον τῶν συνιστούντων τὸ κρᾶμα μετάλλων.

Οὕτω τὸ μέταλλον **Rose**, τὸ ὁποῖον εἶναι κρᾶμα 48,66% Bi (σημείον τήξεως  $269,2^{\circ}$ ), 24% Pb ( $326,9^{\circ}\text{C}$ ), 27,34% Sn ( $231,5^{\circ}\text{C}$ ), ἔχει σημείον τήξεως  $99^{\circ}\text{C}$ . Ὁμοίως τὸ κρᾶμα **Wood**, ἀποτελούμενον ἐκ 52,43% Bi ( $269,2^{\circ}$ ), 25,84% Pb ( $326,9^{\circ}$ ), 14,73% Sn ( $231,5^{\circ}$ ), 7% Cd ( $320^{\circ}$ ), ἔχει σημείον τήξεως  $75,5^{\circ}\text{C}$ . Ἐπίσης, κρᾶμα καλίου καὶ νατρίου εἶναι 97,6 $^{\circ}\text{C}$ .

Προκειμένου περι κρᾶματος ἐκ δύο μετάλλων, παρατηρεῖται, δι' ὠριμένην σύνθεσιν αὐτοῦ, ὅτι ὑπάρχει μία θερμοκρασία καθ' ἣν στερεοποιῶνται ταυτοχρόνως καὶ τὰ δύο συστατικά. Ἡ θερμοκρασία αὕτη καλεῖται **σημείον εὐτηξίας** καὶ εἶναι ταπεινότερα τοῦ σημείου τήξεως τῶν δύο μετάλλων.

346. Ψυχτικὰ μίγματα. Ἐπὶ τῶν ἀνωτέρω στηρίζεται ἡ ιδιότης μίγματος πάγου καὶ μαγειρικοῦ ἁλατος νὰ προκαλῆ ταπεινώσιν τῆς θερμοκρασίας μέχρις  $-22^{\circ}\text{C}$ , ὅταν ἀποτελῆται ἐκ 3 μερῶν πάγου καὶ 1 μέρους ἁλατος. Ἐπίσης, μίγμα ἐκ 4 μερῶν πάγου καὶ 6 μερῶν χλωριοῦχος ἀσβεστίου ὑποβιβάζει τὴν θερμοκρασίαν μέχρι  $-40^{\circ}\text{C}$ .

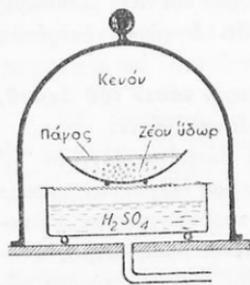
347. Ὑστερήσις πήξεως. Τὸ ὕδωρ ὑπὸ καταλλήλους συνθήκας δύναται νὰ ψυχθῆ κάτω τοῦ μηδενός, χωρὶς νὰ παρατηρηθῆ πῆξις αὐτοῦ. Τὸ φαινόμενον τοῦτο δὲν παρατηρεῖται μόνον εἰς τὸ ὕδωρ, ἀλλὰ καὶ εἰς ἄλλα σώματα, συμβαίνει δὲ μόνον κατὰ τὴν μεταβάσιν τῶν σωμάτων ἐκ τῆς ὑγρᾶς εἰς τὴν στερεάν κατάστασιν, ὅχι ὅμως καὶ ἀντιστρόφως.

Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται **ὑστερήσις πήξεως** (ἢ **ὑπέριξησις**). Εἰς τὸ σχῆμα 460 δεικνύεται διάταξις, διὰ τῆς ὁποίας δύναμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν ψύξιν τοῦ ὕδατος μέχρι  $-10^{\circ}\text{C}$  χωρὶς τοῦτο νὰ στερεοποιηθῆ. Τὸ ἐν ὑστερήσει πήξεως ὕδωρ εὐρίσκηται ἐν ἀσταθεῖ κατάστασει, διότι ἀρκεῖ νὰ διαταράξωμεν ἐλαφρῶς τὸ ὕδωρ ἢ νὰ ρίψωμεν ἐν αὐτῷ κρυστάλλιον



γματι, ὅταν ὁ σκύλος ἀσθμαίνει, δημιουργεῖ ρεῖμα ἀέρος, τὸ ὁποῖον οὕτω παρασύρει τὸν δι' ὑδρατμῶν κεκορεσμένον ἀέρα καὶ προκαλεῖ τὴν ἀντικατάστασιν αὐτοῦ ὑπὸ ξηροτέρου ἀέρος, διευκολύνοντος τὴν ἐξάτμισιν.

Ἐν γένει πάσα ἐξ οἰσодήποτε αἰτίας ταχεῖα ἐξάτμισις προκαλεῖ ταχεῖαν πτώσιν τῆς θερμοκρασίας. Τοῦτο δεικνύεται διὰ τοῦ ἀκολουθοῦντος πειράματος :

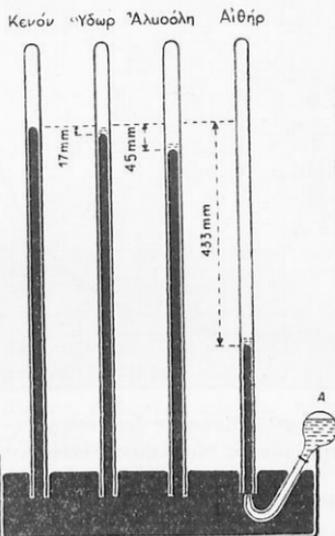


Σχ. 463. Ἐάν ἡ ἀντλίας ἐξακολουθῇ, παρατηροῦμεν βρασμὸν τοῦ ὕδατος μετ' ὀλίγον πῆξιν τοῦ ὕδατος.

μεταβληθῆ ποσότης ἐκ τοῦ ὕδατος εἰς ὑδρατμὸν, παρέχεται ὑπὸ τῆς ὑπολοίπου μάζης τοῦ ὕδατος, ἡ ὁποία ψύχεται μέχρι τοιοῦτου βαθμοῦ, ὥστε νὰ μεταβληθῆ εἰς πάγον. Οὕτω μετ' ὀλίγον βλέπομεν, ὅτι τὸ ὕδωρ ταυτοχρόνως βράζει καὶ πήγνυται. Τὸ θεικὸν δὲν χρησιμεύει διὰ νὰ ἀπορροφᾷ τοὺς ὑδρατμοὺς εὐθὺς ὡς παράγονται οὗτοι, διότι ἄλλως ἡ παρουσία τῶν ὑδρατμῶν θὰ παρημποδίζε τὸν σχηματισμὸν τοῦ ἀναγκαιοῦντος βαθμοῦ κενῶ.

Τὴν ἐξαέρωσιν ὑγροῦ δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν κυρίως κατὰ τρεῖς τρόπους : α) δι' ἐξαερώσεως ἐν τῷ κενῷ, β) δι' ἐξατμίσεως, γ) διὰ βρασμοῦ.

349. Ἐξαερώσις ἐν τῷ κενῷ. Αὕτη ἐπιτυγχάνεται διὰ τῆς ἐν σχήματι 464 διατάξεως, ἐν τῇ ὁποῖα ὁ ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου χῶρος ἀποτελεῖ κενόν, ὡς ἐν τῷ πειράματι Torricelli. Διὰ τοῦ σωλῆνος Α δυνάμεθα νὰ εἰσαγάγωμεν ἐν τῷ βαρομετρικῷ θαλάμῳ κατὰ μικρὰς σταγόνας διάφορα ὑγρά. Οὗτος ἐάν εἰς τὸν ἓνα σωλῆνα εἰσαγάγωμεν εἰς τὸν βαρομετρικὸν θάλαμον σταγόνα ὕδατος, αὕτη ἐξαερούται ὀλοσχερῶς καὶ ἀκαριαίως, μεταβαλλομένη εἰς ἀτμὸν ὕδατος, ἐνῶ ταυτοχρόνως ὁ ὑδραργῦρος κατέρχεται εἰς τὸν σωλῆνα, λόγῳ τῆς ὑπὸ τοῦ ἀτμοῦ ἀσκουμένης πίεσεως. Ὑπὸ τὴν κατάστασιν ταύτην ὁ ἀτμός, ἥτις τὸ ἀέριον τὸ προερχόμενον ἐκ τῆς ἐξαερώσεως τοῦ ὑγροῦ, καλεῖται **ἀκόρεστος**. Ἐάν εἰσαγά-



Σχ. 464. Διὰ τὴν ἐξαερώσιν ἐν τῷ κενῷ. Οἱ σωλῆνες περιέχουν κεκορεσμένους ἀτμοὺς διαφόρων ὑγρῶν, οἱ ὅποιοι δεικνύουν διάφορον μεγίστην τάσιν. Α, διάταξις εἰσαγωγῆς ὑγροῦ εἰς τοὺς σωλῆνας.

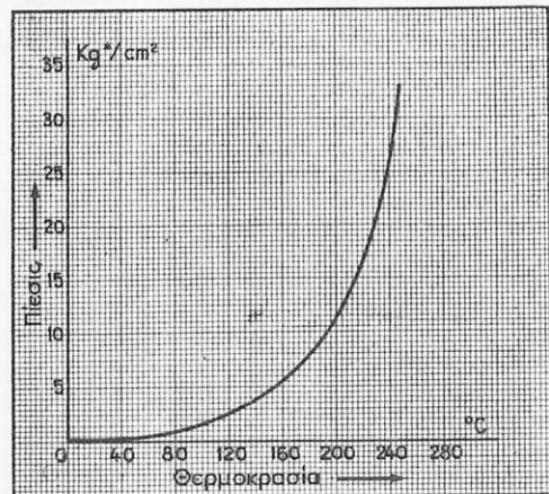
γομεν δευτέραν, τρίτην κ.ο.κ. σταγόνα ύδατος, παρατηρούμεν επαναλαμβανόμενον τὸ αὐτὸ φαινόμενον. Ἐν τέλει ὅμως ἐπέρχεται στιγμή, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ εἰσαγομένη σταγὼν ύδατος δὲν ἐξαερούται, ἀλλὰ παραμένει ὡς ὑγρὸν ἐπὶ τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου. Ὅταν συμβῆ τούτο, λέγομεν ὅτι ὁ χῶρος ἐκορέσθη ἀτμῶν, ὁ δὲ ἀτμὸς καλεῖται **κεκορεσμένος**.

Τὴν πίεσιν, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ἀτμὸς, καλοῦμεν ἐιδικώτερον **τάσιν τοῦ ἀτμοῦ**, εἰς δὲ τὴν κατάστασιν κόρου ὁ ἀτμὸς παρουσιάζει τὴν **μεγίστην τάσιν**.

Οἱ ἀκόρεστοι ἀτμοὶ συμπεριφέρονται ὡς τὰ ἀέρια καὶ ἐπομένως ἰσχύουν δι'

αὐτοὺς ὅσα ἐλέχθησαν προκειμένου περὶ τῶν ἀερίων. Οἱ κεκορεσμένοι ὅμως ἀτμοὶ ἀκολουθοῦν ὅλως διαφόρους νόμους, οἱ ὁποῖοι εἶναι οἱ ἀκόλουθοι :

α) **Ἡ μέγιστη τάσις τῶν ἀτμῶν εἶναι ἀνεξάρητος τοῦ ὄγκου**. Πράγματι, ὅταν ἐλαττοῦμεν τὸν ὄγκον κεκορεσμένου ἀτμοῦ, ἡ πίεσις αὐτοῦ δὲν αὐξάνεται, ἀλλὰ μέρος τοῦ ἀτμοῦ ὑγροποιεῖται, ἐνῶ, ὅταν αὐξάνωμεν τὸν ὄγκον κεκορεσμένου ἀτμοῦ, ἡ πίεσις αὐτοῦ πάλιν παραμένει ἀμετάβλητος, ὑγρὸν ὅμως τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται ἐν ἐπαφῇ πρὸς τὸν ἀτμὸν ἐξαερούται.



Σχ. 465. Καμπύλη δεικνύουσα τὴν μεταβολὴν τῆς μεγίστης τάσεως τῶν ἀτμῶν ὕδατος μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

β) **Ἡ μέγιστη τάσις τῶν ἀτμῶν αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας**. Ὁὔτως, ἐνῶ ἡ πίεσις τοῦ κεκορεσμένου ἀτμοῦ εἰς θερμοκρασίαν 100 °C εἶναι περίπου 1 kg\*/cm<sup>2</sup>, εἰς θερμοκρασίαν 160 °C εἶναι περίπου 5 kg\*/cm<sup>2</sup> καὶ εἰς θερμοκρασίαν 240 °C περίπου 30 kg\*/cm<sup>2</sup> (σχ. 465).

γ) **Ἡ μέγιστη τάσις τῶν ἀτμῶν ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ὑγροῦ**. Ὁὔτως ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν ἡ μέγιστη τάσις τῶν ἀτμῶν τῆς ἀλκοόλης εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τῶν ἀτμῶν τοῦ ὕδατος, ἐνῶ ἡ μέγιστη τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ αἰθέρος εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ἀλκοόλης.

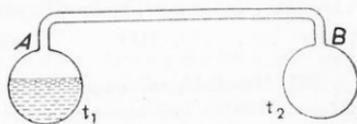
350. **Ἐξάτμισις**. Καλεῖται **ἐξάτμισις ἢ βραδεῖα παραγωγὴ ἀτμῶν**, ἣτις λαμβάνει χώραν μόνον κατὰ τὴν ἐλευθέρως ἐπιφανείαν τοῦ ὑγροῦ. Ὅλα τὰ ὑγρά ἐν γένει ἐξατμίζονται, ἐκεῖνα ὅμως τὰ ὁποῖα δεικνύουν ταχεῖαν ἐξάτμισιν καλοῦνται **πτητικὰ**, ὡς π.χ. ὁ αἰθέρ, ἡ βενζίνη. Ὑπάρχουν ὅμως ὠριμένα ὑγρά, τὰ ὁποῖα δὲν ἀναδίδουν ἀτμούς εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν, ὡς π.χ. τὸ θεικὸν ὀξύ, τὸ ἔλαιον κ.ἄ.

Ὅνομαζόμεν *ταχύτητα ἑξατμίσεως τὴν μᾶζαν τοῦ ἑξαερούμενου ὑγροῦ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου*. Ἡ ταχύτης τῆς ἑξατμίσεως εἶναι τόσον μεγαλύτερα, ὅσον ἢ ἕκτασις τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ εἶναι μεγαλύτερα, ὅσον ἢ θερμοκρασία εἶναι μεγαλύτερα, ὅσον ἢ ἐπιφερομένη ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ πίεσις μικρότερα καὶ ὅσον ἢ περιβάλλουσα ἀτμόσφαιρα εἶναι πτωχότερα εἰς ἀτμούς.

351. Ἐφαρμογή. Ἀρχὴ τῆς ψυχρᾶς παρεΐας ἢ τοῦ Watt. Εἰς τὴν ὑαλίνην συσκευὴν τοῦ σχήματος 466, τίθεται εἰς τὸ δοχεῖον Α ὕδωρ, ἐνῶ εἰς τὸ Β ὑπάρχουν μόνον ὕδρατμοί. Ἐάν τὸ δοχεῖον Α τηρῆται εἰς θερμοκρασίαν  $t_1$  μεγαλύτεραν τῆς θερμοκρασίας  $t_2$  ἐν τῷ δοχείῳ Β, τότε ἰσορροπία δὲν δύναται νὰ ὑπάρξῃ, διότι ἡ μεγίστη τάσις τῶν ἀτμῶν εἰς Α εἶναι μεγαλύτερα ἢ εἰς Β, οὕτω δὲ τὸ ὑγρὸν ἑξαερούμενον μεταβιβάζεται ἐκ τοῦ Α εἰς τὸ Β, ὅπου ἐκ νέου ὑγροποιεῖται.

Οὕτω συνάγομεν ὅτι, ὅταν ἀτμὸς εὐρίσκειται ἐντὸς δοχείου εἰς ἐπαφὴν πρὸς τὸ ὑγρὸν του, δὲν ἐπικρατῆ δὲ ἡ ἰδία θερμοκρασία εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ δοχείου, ἢ μεγίστη τάσις τοῦ ἀτμοῦ ἐντὸς αὐτοῦ εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τὴν ταπεινότεραν θερμοκρασίαν.

Ἡ ἀρχὴ τοῦ Watt εὐρίσκει ἐφαρμογὰς εἰς τὰς ἀποστάξεις (βλ. § 360) καὶ ἰδιαιτέρως εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς πρὸς ἐλάττωσιν τῆς πίεσεως καὶ ὑγροποίησιν τῶν ἀτμῶν (ψυγεία).



Σχ. 466. Διὰ τὴν ἀρχὴν τῆς ψυχρᾶς παρεΐας.

352. Βρασμός. Ὅταν θερμαίνωμεν ὑγρὸν, π.χ. ὕδωρ ἐν ποτηρίῳ ζέσεως, βλέπομεν, ὅτι ἐν ἀρχῇ ἀναφαίνονται μικραὶ φυσαλίδες ὀφειλόμεναι εἰς τὸν ἐντὸς τοῦ ὕδατος διαλελυμένον ἀέρα, ὁ ὁποῖος διὰ τῆς θερμάνσεως ἐκλύεται. Ἀκολουθῶς ἀναφαίνονται μικραὶ φυσαλίδες ἀτμοῦ, αἱ ὁποῖαι, φερόμεναι πρὸς τὰ ἄνω, συναντοῦν ψυχρότερα στρώματα τοῦ ὕδατος καὶ ὑγροποιοῦνται, εἰς τοῦτο δὲ ὀφείλεται ὁ χαρακτηριστικὸς συριγμὸς (σιγμὸς) τοῦ ὕδατος, ὁ ὁποῖος πάντοτε προηγείται τοῦ φαινομένου τοῦ βρασμοῦ. Τέλος παρατηρεῖται ἀνάπτυξις μεγαλύτερων φυσαλίδων ἀτμοῦ ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ, αἱ ὁποῖαι ἀνέρχονται πρὸς τὰ ἄνω καὶ φθάνουν μέχρι τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ὅπου διαρρηγνύονται. Ἀπὸ τῆς στιγμῆς ταύτης λέγομεν, ὅτι ἄρχεται τὸ φαινόμενον τοῦ βρασμοῦ, τὸ ὁποῖον συνίσταται εἰς τὴν ἀθρόαν ἀνάπτυξιν φυσαλίδων ἀτμοῦ καθ' ὅλην τὴν μᾶζαν τοῦ ὑγροῦ.

Νόμοι τοῦ βρασμοῦ. Τὸ φαινόμενον τοῦ βρασμοῦ ἀκολουθεῖ τοὺς ἑξῆς νόμους:

1) Ὁ βρασμός ὑγροῦ ἄρχεται πάντοτε εἰς ὠρισμένην θερμοκρασίαν, ἢ ὅποια ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ὑγροῦ καὶ ἐξ ὠρισμένων ἄλλων συνθηκῶν. Ἡ θερμοκρασία, κατὰ τὴν ὁποῖαν ἄρχεται ὁ βρασμός τοῦ ὑγροῦ, καλεῖται θερμοκρασία ἢ σημεῖον βρασμοῦ ἢ σημεῖον ζέσεως τοῦ ὑγροῦ.

2) Ὅταν ὑγρὸν βράξῃ, ἢ θερμοκρασία αὐτοῦ παραμένει σταθερὰ μέχρι τελείας ἑξαερώσεως τοῦ ὑγροῦ.

3) Ὅταν ὑγρὸν βράξῃ, ἢ θερμοκρασία τοῦ ἀτμοῦ του, ἀμέσως ἀνωθεν τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας του, συμπίπτει πρὸς τὴν θερμοκρασίαν ἐκείνην,

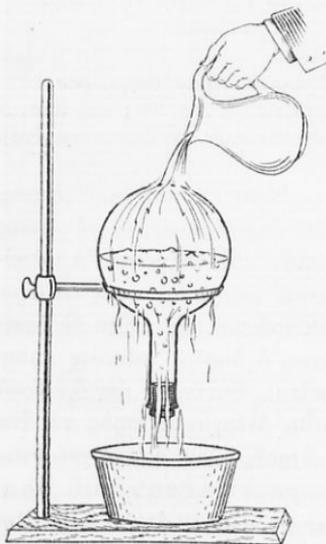
κατά την οποίαν ή μεγίστη τάσις του ατμού του Ισοϋται πρὸς τὴν ἔξωθεν ἀσκουμένην πίεσιν.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι τὸ σημεῖον ζέσεως ὑγροῦ ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἔξωθεν ἐπιφερομένης πίεσεως, ὡς ἐκ τούτου δὲ ἐκφράζομεν τὸ σημεῖον ζέσεως ὑγροῦ εἰς πίεσιν 76 cm Hg, καλοῦμεν δὲ τοῦτο **κανονικὸν σημεῖον ζέσεως**.

Ὁ κατωτέρω πίναξ δίδει τὰ σημεῖα ζέσεως σωμάτων τινῶν εἰς °C καὶ ὑπὸ πίεσιν 760 mm Hg.

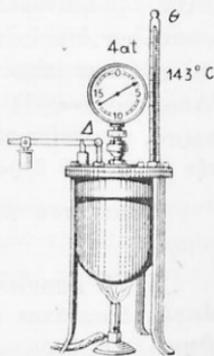
Αἰθὴρ . . . . .	35 °C	Πετρέλαιον . . . . .	115 °C	Μόλυβδος . . . . .	370 °C
Ἄλκοόλη . . . . .	78	Τερεβινθέλαιον . . . . .	161	Χρυσός. . . . .	2500
Ὑδωρ . . . . .	100	Ὑδράργυρος . . . . .	357	Σίδηρος. . . . .	3000

353. Μεταβολὴ τοῦ σημείου ζέσεως μετὰ τῆς πίεσεως. Τὸ ὕδωρ ὑπὸ πίεσιν 760 Torr βράζει εἰς 100 °C, ἐνῶ ὑπὸ πίεσιν 733,4 Torr βράζει εἰς 99 °C καὶ ὑπὸ πίεσιν 786,2 Torr βράζει εἰς 101 °C. Ἐν γένει αὔξησις τῆς πίεσεως ἐπιφέρει αὔξησιν τοῦ σημείου ζέσεως, καὶ ἀντίθετον δὲ συμβαίνει, ὅταν ἡ πίεσις ἐλαττωταί. Τοῦτο εἶναι ἄμεσος συνέπεια τοῦ τρίτου νόμου τοῦ βρασμοῦ.



Σχ. 467. Πείραμα Franklin.

Τὴν ταπεινώσιν τοῦ σημείου ζέσεως δι' ἐλαττώσεως τῆς ἐπιφερομένης ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ πίεσεως δεικνύομεν διὰ τῆς ἐν σχήματι 467 διατάξεως, ὀφειλομένης εἰς τὸν **Franklin**. Τὸ ἐν τῇ φιάλῃ ὕδωρ βράζομεν παρατεταμένως πρὸς ἐκδίωξιν τοῦ ἀέρος καὶ ἀκολούθως κλείομεν τὴν φιάλην ἀεροστεγῶς δι' ἐλαστικοῦ πώματος καὶ ἀναστρέφομεν αὐτήν. Ἄνωθεν τοῦ ὑγροῦ δὲν ὑφίστανται παρὰ μόνον αἱ ἀτμοὶ του, ἡ δὲ πίεσις ἰσοϋται πρὸς τὴν μεγίστην τάσιν αὐτοῦ. Ἐάν ψύχωμεν κατὰ τὸ ἄνω μέρος τὸ δοχεῖον, ἡ μεγίστη τάσις τῶν ἀτμῶν ἐλαττωταί καὶ οὕτω βλέπομεν, ὅτι τὸ ἕγρον ἀρχίζει ἐκ νέου νὰ βράζῃ. Ἐξ ἄλλου, ὕδωρ τιθέμενον ὑπὸ τὸν κώδωνα ἀεραντλίας δύναται νὰ βράσῃ εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν, ὅταν ἡ πίεσις ἐλαττωθῇ σημαντικῶς. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζεται τὸ **ὕψιμετρικὸν θερμομέτρον**, διὰ τοῦ ὁποίου, προσδιορίζοντες τὴν θερμοκρασίαν ζέσεως τοῦ ὕδατος, δυνάμεθα ἀκολού-



Σχ. 468. Χύτρα Papin μετ' ἀσφαλιστικῆς βαλβίδος, μανομέτρου καὶ θερμομέτρου.

θως [διὰ πινάκων νὰ καθορίσωμεν τὸ ὕψος.

354. Χύτρα **Papin**. Αὕτη ἀποτελεῖ τὴν ἀρχὴν τῶν ἀτμολεβήτων καὶ εἰκονίζεται εἰς τὸ σχῆμα 468. Ὁ βραστήρ ἀποτελεῖται ἐκ δοχείου μεταλλικοῦ μὲ παχέα ἀνθεκτικὰ τοιχώματα καὶ κλείεται ἀεροστεγῶς διὰ πώματος φέροντος ἀσφαλιστικὴν δικλίδαν, ὁπλὴν διὰ τὴν εἰσοδοχὴν θερμομέτρου καὶ ἑτέραν ὁπλὴν συγκοινωνοῦσαν πρὸς μανόμετρον.

Διὰ τῆς διατάξεως ταύτης δυνάμεθα νὰ θερμάνωμεν τὸ ὕδωρ ἄνω τῆς θερμοκρασίας τῶν 100 °C, χωρὶς νὰ παρατηρηθῇ βρασμὸς αὐτοῦ.

Πράγματι, ἐφ' ὅσον τὸ δοχεῖον κλείεται ἀεροστεγῶς, εἶναι φανερόν, ὅτι τὸ ὕδωρ θὰ εὐρίσκειται ὑπὸ τὴν πίεσιν τοῦ ἀτμοῦ του καὶ τοῦ ἀέρος ἐν τῷ δοχείῳ, ἐπομένως ἡ συνολικὴ ἐπ' αὐτοῦ πίεσις εἰς πᾶσαν θερμοκρασίαν εἶναι πάντοτε ἀνωτέρα τῆς μεγίστης τάσεως τοῦ ἀτμοῦ, οὕτω δέ, συμφώνως πρὸς τὸν τρίτον νόμον τοῦ βρασμοῦ, τὸ ὕδωρ ἐν τῷ δοχείῳ εἶναι ἀδύνατον νὰ βράσῃ. Διὰ τῆς διατάξεως ταύτης ἐπιτυγχάνομεν εἰς τοὺς λέβητας τὴν αὐξήσιν τῆς πίεσεως τοῦ ἀτμοῦ δι' αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος. Ὅταν δὲ ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ καταστῇ ἱκανὴ νὰ ἀνοίξῃ τὴν δικλῖδα, παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ πίεσις ἐλαττοῦται ἀποτόμως, ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος πίπτει εἰς 100 °C καὶ τὸ ὕδωρ ἀναβράζει βιαίως.

355. Θερμότης ἔξαερώσεως. Καλοῦμεν *θερμότητα ἔξαερώσεως τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται, ἵνα 1 gr ὑγροῦ ὑπὸ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ βρασμοῦ τοῦ μεταβληθῇ εἰς κεκορεσμένον ἀτμὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας*. Οὕτω διὰ τὸ ὕδωρ ὑπὸ πίεσιν 76 cm Hg ἡ θερμοκρασία βρασμοῦ εἶναι 100 °C καὶ ἐπομένως ἡ θερμότης ἔξαερώσεως τοῦ ὕδατος εἶναι τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται, ὅπως 1 gr ὕδατος θερμοκρασίας 100 °C μεταβληθῇ εἰς κεκορεσμένον ἀτμὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας.

Ἐκ μετρήσεων καθορίσθη, ὅτι ἡ θερμότης ἔξαερώσεως τοῦ ὕδατος εἰς 100 °C εἶναι 539,1 cal/gr. Ἡ θερμότης ἔξαερώσεως ὑγροῦ ἐξαρτᾶται ἐν γενεὶ ἐκ τῆς θερμοκρασίας.

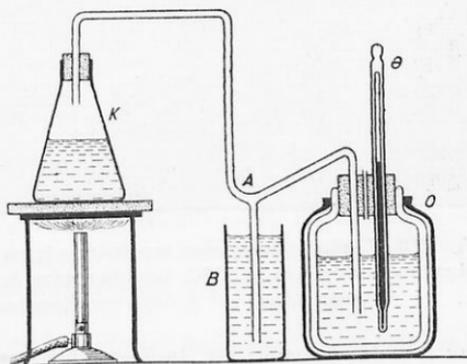
Ἐπειδὴ, ὅταν ὑγρὸν βράξῃ, ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ διατηρεῖται σταθερὰ καὶ ἐπομένως τὸ προσφερόμενον ἔξωθεν ποσὸν θερμότητος δὲν ἐπιδοῦν ἐπὶ τοῦ θερμομέτρου, ἡ θερμότης ἔξαερώσεως καλεῖται ἐνίοτε *λανθάνουσα θερμότης*. Ἡ λανθάνουσα θερμότης ἔξαερώσεως δεῖκνύσεται διὰ τῆς ἐν σχήματι 469 συσκευῆς, διὰ τῆς ὁποίας μάλιστα δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν τὴν θερμότητα τῆς ἔξαερώσεως π. χ. τοῦ ὕδατος.

Εἰς τὸ σχῆμα 469 ὁ εἰς K παραγόμενος ἀτμὸς ὕδατος εἰσχωρεῖ μέσω τοῦ ἀπαγωγοῦ σωλήνος εἰς τὸ ὕδωρ τοῦ θερμοδομέτρου O, ὅπου ὑγρατιοῦμενος ἀποδίδει θερμότητα, ἐξ ἧς ἀνυψοῦται ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος. Εἰς B συλλέγονται οἱ τυχόν κατὰ τὴν μεταβάσιν ὑγρατιοῦμενοι ὕδατμοί.

**Παράδειγμα.** Ἐστω ὅτι τὸ θερμοδομετρον (σχ. 469) περιέχει 3085 gr\* ὕδατος, συνυπολογιζομένης εἰς αὐτὸ καὶ τῆς ἀξίας εἰς ὕδωρ τοῦ θερμοδομέτρου, καὶ ὅτι ἡ ἀρχικὴ θερμοκρασία του εἶναι 5,6 °C. Ἐντὸς τοῦ θερμοδομέτρου συμπυκνοῦνται 112 gr ὕδατμοῦ θερμοκρασίας 100 °C, τελικῶς δὲ εὐρίσκομεν, ὅτι ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος ἀνῆλθεν εἰς 27,8 °C. Τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον παρελήφθη ὑπὸ τοῦ θερμοδομέτρου, ἴσουςται προδήλως πρὸς τὴν μᾶζαν τοῦ ὕδατος ἐπὶ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας, ἦτοι: ποσὸν θερμότητος προσληφθὲν ὑπὸ θερμοδομέτρου:

$$Q = 3085 (27,8 - 5,6) = 68487 \text{ cal.}$$

Τὸ ποσὸν τοῦτο τῆς θερμότητος ἀπεδόθη ὑπὸ 112 gr ἀτμοῦ θερμοκρασίας 100 °C ὑγροποιηθέντος πρὸς ὕδωρ θερμοκρασίας 100 °C, τὸ ὁποῖον ἴσουςται πρὸς  $112 \cdot x$  cal, ὅπου  $x$  ἡ θερμότης ἔξαερώσεως εἶναι ἴση πρὸς τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀποδίδει 1 gr ἀτμοῦ θερμοκρασίας 100 °C, ὅταν ὑγρατιοῦται, πρὸς



Σχ. 469. Συσκευή μετρήσεως τῆς θερμότητος ἔξαερώσεως τοῦ ὕδατος.

ὕδωρ 100 °C), ὡς καὶ ἐκ τοῦ ποσοῦ τῆς θερμότητος  $112 (100 - 27,8) = 8086 \text{ cal}$ , τὸ ὅποιον ἀπεδόθη ὑπὸ μάζης 112 gr ὕδατος ψυχθείσης ἀπὸ 100 °C εἰς 27,8 °C.

Ἐπομένως, τὸ ποσὸν θερμότητος τὸ ἀποβληθὲν ὑπὸ τοῦ ὑγροποιηθέντος ἀτμοῦ 100 °C πρὸς ὕδωρ 100 °C καὶ ψύξεως τοῦ ὕδατος ἀπὸ 100 °C εἰς 27,8 °C εἶναι :

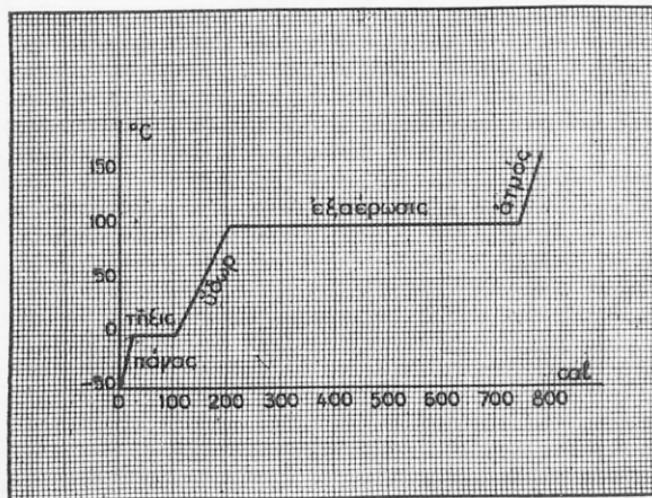
$$Q_1 = 112 x + 8086 \text{ cal.}$$

Συμφώνως πρὸς τὸ ἀξίωμα τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας πρέπει  $Q = Q_1$  καὶ ἐξισοῦντες τ' ἀνωτέρω ποσά, ἔχομεν :  $68487 = 112 x + 8086$ , ἐξ ἧς προκύπτει :

$$x = \frac{68487 - 8086}{112} = 539 \text{ cal}$$

ἦτοι, διὰ νὰ μεταβληθῇ 1 gr ὕδατος θερμοκρασίας 100 °C, ἀπορροφᾷ ποσὸν θερμότητος 539 cal, ἐνῶ ἐξ ἄλλου τὸ αὐτὸ ποσὸν θερμότητος ἀποδίδει 1 gr ἀτμοῦ 100 °C ὑγροποιούμενον πρὸς ὕδωρ θερμοκρασίας 100 °C.

356\*. Συνδεδασμένη σπουδὴ τήξεως καὶ βρασμοῦ. Ἡ καμπύλη τοῦ σχήματος 470 δεικνύει τὴν μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας τεμαχίου πάγου, τὸ ὅποιον θερμαίνομεν. Ἐν ἀρχῇ τήκεται πρὸς ὕδωρ καὶ ἀκολούθως τὸ ὕδωρ διὰ βρασμοῦ ἐξ-



Σχ. 470. Γραφικὸν διάγραμμα μεταβολῆς τῆς καταστάσεως 1 gr πάγου ἀρχομένης ἀπὸ  $-50$  °C, διὰ τοῦ ὁποίου δεικνύεται ἡ θερμότης τήξεως καὶ ἡ θερμότης ἐξαστερίσεως.

καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς ἐξαστερίσεως διὰ βρασμοῦ, μολονότι προσδίδομεν ἔξωθεν θερμότητα, ἡ θερμοκρασία διατηρεῖται σταθερὰ μέχρις ὀλοκληρωτικῆς μεταβολῆς τοῦ ὕδατος εἰς ἀτμὸν.

Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν θερμαίνοντας τὸν ἀτμὸν, ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ αὐξάνεται. Εἰς τὸ διάγραμμα (σχ. 470), εἰς τὸν ὀριζόντιον ἄξονα ἀναφέρεται τὸ προσδιδόμενον ποσὸν θερμότητος εἰς θερμίδας (cal), ἐνῶ εἰς τὴν κατακόρυφον αἰ ἀντίστοιχοι θερμοκρασίαι. Αἱ λανθάνουσαι θερμότητες τήξεως καὶ ἐξαστερίσεως καθορίζονται ὑπὸ τῶν μηκῶν τῶν τμημάτων τῆς παραστατικῆς καμπύλης, τὰ ὅποια εἶναι παράλληλα πρὸς τὸν ἄξονα τῶν θερμίδων, ὅταν εἶναι γνωστὴ ἡ μᾶζα τοῦ ἀρχικοῦ τεμαχίου πάγου. Ἐκ τοῦ αὐτοῦ σχήματος

επίσης δεικνύεται, ότι η θερμότης τήξεως είναι κατά πολύ μικροτέρα της θερμότητος εξαερώσεως.

**Ἀριθμητικὸν παράδειγμα.** *Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ συνολικὸν ποσὸν θερμότητος διὰ τὴν μετατροπὴν 50 gr πάγου θερμοκρασίας  $-20^{\circ}\text{C}$  εἰς ἀτμὸν  $140^{\circ}\text{C}$ .*

α) Πρὸς ἀνώψωσιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ πάγου ἀπὸ  $-20^{\circ}\text{C}$  εἰς  $0^{\circ}\text{C}$ , ἦτοι τὸ σημεῖον τήξεως αὐτοῦ, ἐὰν  $0,5$  ἢ εἰδ. θερμότης τοῦ πάγου, θὰ ἀπαιτηθῇ ποσὸν θερμότητος:

$$Q_1 = 50 \cdot 0,5 \cdot 20 = 500 \text{ cal.}$$

β) Διὰ τὴν τήξιν τοῦ πάγου  $0^{\circ}\text{C}$  πρὸς ὕδωρ  $0^{\circ}\text{C}$ , θὰ ἀπαιτηθῇ ποσὸν θερμότητος:

$$Q_2 = 50 \cdot 80 = 400 \text{ cal.}$$

γ) Διὰ τὴν ἀνώψωσιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος ἀπὸ  $0^{\circ}\text{C}$  εἰς  $100^{\circ}\text{C}$ , θὰ ἀπαιτηθῇ ποσὸν θερμότητος:

$$Q_3 = 50 \cdot 100 = 5000 \text{ cal.}$$

δ) Διὰ τὴν εξαέρωσιν τοῦ ὕδατος  $100^{\circ}\text{C}$  εἰς ἀτμὸν  $100^{\circ}\text{C}$  θ' ἀπαιτηθῇ ποσὸν θερμότητος:

$$Q_4 = 50 \cdot 540 = 27\,000 \text{ cal.}$$

ε) Τέλος, διὰ τὴν ἀνώψωσιν τῆς θερμοκρασίας ἀτμοῦ  $100^{\circ}\text{C}$  εἰς  $140^{\circ}\text{C}$ , ἐὰν  $0,5$  ἢ εἰδ. θερμότης τοῦ ἀτμοῦ, θ' ἀπαιτηθῇ ποσὸν θερμότητος:

$$Q_5 = 50 \cdot 0,5 \cdot 40 = 1\,000 \text{ cal.}$$

Τὸ συνολικὸν ποσὸν θερμότητος θὰ εἶναι:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 = 500 + 400 + 5000 + 27000 + 1000 = 33900 \text{ cal.}$$

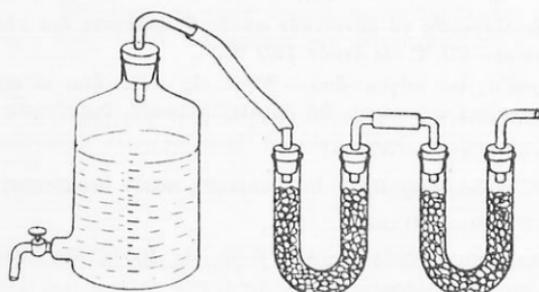
**357. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν εξαέρωσιν.** Ἡ πυκνότης τοῦ ἀτμοῦ ὑγροῦ τινος εἶναι ἐν γένει κατὰ πολύ μικροτέρα τῆς πυκνότητος τοῦ ὑγροῦ. Οὕτως ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἰς  $100^{\circ}\text{C}$  εἶναι  $0,958 \text{ gr/cm}^3$  καὶ ὁ ὄγκος ποσότητος  $1 \text{ gr}$  εἶναι  $1,044 \text{ cm}^3$ , ἐνῶ, εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν, ἡ πυκνότης τοῦ ὑδρατμοῦ εἶναι  $0,00059 \text{ gr/cm}^3$  καὶ ὁ ὄγκος ποσότητος  $1 \text{ gr}$  εἶναι  $1\,700 \text{ cm}^3$ , ἦτοι περίπου  $1\,700$  φορές μεγαλύτερος τοῦ ὄγκου  $1 \text{ gr}$  ὕδατος  $100^{\circ}\text{C}$ .

**358. Ἐξάχνωσις.** Τὰ σώματα γενικῶς, ὑπὸ τὰς συνήθεις συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως, μεταβαίνουν ἐκ τῆς στερεᾶς εἰς τὴν ἀέριον κατάστασιν, ἀφοῦ προηγουμένως διέλθουν διὰ τῆς ὑγρᾶς καταστάσεως. Παράδειγμα τοιοῦτον ἀποτελεῖ ὁ πάγος, ὡς δεικνύεται εἰς τὴν καμπύλην τοῦ σχήματος 470. Ὑπάρχουν ὁμως σώματα τὰ ὅποια, ὑπὸ τὰς συνήθεις συνθήκας, μεταβαίνουν ἐκ τῆς στερεᾶς ἀμέσως εἰς τὴν ἀέριον κατάστασιν, χωρὶς προηγουμένως νὰ διέλθουν διὰ τῆς ὑγρᾶς καταστάσεως. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται **εξάχνωσις** καὶ παρατηρεῖται π.χ. ὑπὸ συνήθεις συνθήκας εἰς τὸ ἰώδιον.

Ἄλλὰ καὶ ὁ πάγος, ὑπὸ καταλλήλους συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως, δύναται νὰ ὑποστῇ **εξάχνωσιν**, δηλ. νὰ μεταβληθῇ εἰς ἀτμὸν χωρὶς νὰ διέλθῃ διὰ τῆς ἐνδιαμέσου ὑγρᾶς καταστάσεως.

**359. Ὑγραμετρία.** Ἐν γένει ἡ ἀτμόσφαιρα περιέχει ὑδρατμούς, ὁ δὲ καθορισμὸς τῆς περιεκτικότητος αὐτῆς εἰς ὑδρατμούς ἀποτελεῖ ἀντικείμενον, μὲ τὸ ὅποιον ἀσχολεῖται ἡ ὑγραμετρία. Καλοῦμεν **ἀπόλυτον ὑγρασίαν** τὸ ποσὸν τῶν ὑδρατμῶν τῶν περιεχομένων ἐν τῷ ἀτμοσφαιρικῷ ἀέρι ἀνὰ μονάδα ὄγκου· π.χ.  $1 \text{ cm}^3$  ἢ  $1 \text{ m}^3$  ὑπὸ δεδομένην θερμοκρασίαν.

Ὁ προσδιορισμὸς τοῦ ποσοῦ τῶν ὑδατιῶν γίνεται τῇ βοηθειᾷ ὑγροσκοπικῶν οὐσιῶν. Πρὸς τοῦτο χρησιμεύει ἡ ἐν σχήματι 471 συσκευή, ἐν τῇ



Σχ. 471. Ἀπόλυτον ὑγρόμετρον (Regnault).

Καλοῦμεν *σχετικὴν ὑγρασίαν τὸν λόγον τοῦ ποσοῦ τῶν ὑδατιῶν, οἱ ὅποιοι ὑπάρχον ἐν τῇ ἀτμόσφαιρᾳ, πρὸς τὸ ποσὸν τῶν ὑδατιῶν ἐν αὐτῇ, ἐὰν ὁ ἀῆρ ἦτο κεκορεσμένος ὑδατιῶν*. Ἐπειδὴ τὸ ποσὸν τῶν ὑδατιῶν εἶναι ἀνάλογον τῆς τάσεως αὐτῶν, ἀντὶ τοῦ λόγου τῶν μαζῶν δυνάμεθα, πρὸς καθορισμὸν τῆς σχετικῆς ὑγρασίας, νὰ λαμβάνωμεν τὸν λόγον τῶν ἀντιστοιχῶν τάσεων. Ἐστω  $t$  ἡ θερμοκρασία τῆς ἀτμοσφαιρας κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς παρατηρήσεως. Ἐὰν ψύξωμεν τὸν ἀέρα μέχρι τοιοῦτου σημείου, ὥστε οὗτος νὰ καταστῇ κεκορεσμένος ὑδατιῶν, εἰς τρόπον ὥστε ἐπὶ μεταλικῆς πλακῶς ν' ἀποτίθεται δρόσος (ἢτοι σταγόνες ὑδατιῶν), τότε ἡ θερμοκρασία αὕτη  $t'$  καλεῖται *θερμοκρασία δρόσου*.

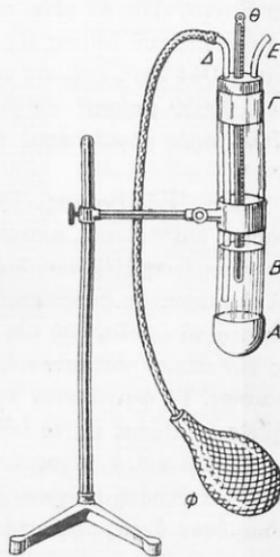
Πρὸς προσδιορισμὸν τῆς σχετικῆς ὑγρασίας, εὐρίσκωμεν ἐκ τῶν πινάκων τὰς μεγίστας τάσεις τοῦ ἀτμοῦ τὰς ἀντιστοιχοῦσας εἰς τὰς θερμοκρασίας  $t'$  καὶ  $t$ , ὅτε ὁ λόγος αὐτῶν, πολλαπλασιαζόμενος ἐπὶ τοῖς ἑκατόν, παρέχει τὴν ἐπὶ τοῖς ἑκατόν σχετικὴν ὑγρασίαν.

Πρὸς μέτρησιν τῆς σχετικῆς ὑγρασίας χρησιμοποιοῦνται ὠρισμένα συσκευαί, αἱ ὅποια καλοῦνται *ὑγρόμετρα*.

**Ἵγρόμετρον δρόσου.** Τοῦτο ὑπὸ τὴν στοιχειώδη αὐτοῦ μορφήν πραγματοποιεῖται κατὰ τὸν ἀκόλουθον τρόπον. Ἐπὶ ὑαλίνου δοκιμαστικοῦ σωλήνος  $B$  προσκολλᾶται κατὰ τὸν πυθμένα αὐτοῦ κάψα  $A$  ἀπὸ στιλβωμένου μετάλλου (σχ. 472). Ἀνωθεν ὁ σωλὴν κλείεται διὰ πώματος ἐκ καουτσούκ φέροντος τρεῖς ὀπὰς, διὰ δύο τῶν ὁποίων διέρχονται δύο σωλήνες  $\Delta$  καὶ  $E$ , ἡ δὲ τρίτη χρησιμεύει διὰ τὸ θερμομέτρον  $\Theta$ , ἐνῶ ἐντὸς τοῦ σωλήνος τίθεται ποσότης λίαν πτητικοῦ ὑγροῦ, π.χ. αἰθέρος.

Ὁ σωλὴν  $\Delta$  συγκοινωνεῖ κατὰ τὸ ἐν ἄκρον πρὸς φυσητήρα  $\Phi$ , ἐνῶ τὸ ἕτερον ἄκρον αὐτοῦ εἰσχωρεῖ ἐντὸς τοῦ αἰθέρος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου βυθίζεται καὶ τὸ δοχεῖον τοῦ θερμομέτρου. Ὁ σωλὴν  $E$  χρησιμεύει ἀπλῶς διὰ τὴν ἀπαγωγὴν τῶν ἀτμῶν τοῦ αἰθέρος.

Διὰ χειρισμοῦ τοῦ φυσητήρος  $\Phi$  προκαλοῦμεν ἐντὸς τοῦ αἰθέρος ρεῖμα ἀέρος, οὗτο δὲ ἐπέρχεται ταχεῖα ἐξαέρωσις αὐτοῦ, τὸ δὲ ἀπαιτούμενον ποσὸν θερμότητος διὰ τὴν ἐξαέρωσιν προέρχεται ἐκ τοῦ ὑγροῦ αἰθέρος, ὁ ὁποῖος οὕτω ἀπο-

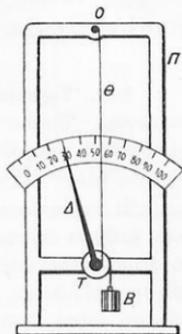


Σχ. 472. Ἵγρόμετρον δρόσου.

ψύχεται, ὡς δεικνύεται ἐκ τοῦ θερμομέτρου Θ, καὶ ψύχει οὕτω τὸν περίξ τῆς μεταλλικῆς κάψης ἀέρα. Ὡς ἐκ τῆς ψύξεως τοῦ ἀέρος ἐπέρχεται στιγμή, κατὰ τὴν ὁποίαν οὗτος καθίσταται κεκορεσμένος, ὅτε ἐπὶ τῆς μεταλλικῆς κάψης Α ἀποτίθεται δρόσος καὶ οὕτω ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς θαμβοῦται. Κατὰ τὴν στιγμήν ταύτην ἀναγινώσκωμεν τὴν θερμοκρασίαν, τὴν ὁποίαν δεικνύει τὸ θερμομέτρον. Ἀκολουθῶς ἀφήνωμεν τὸν αἰθέρα ἤρεμον, ὅτε βλέπομεν, ὅτι μετὰ πάροδον μικροῦ χρονικοῦ διαστήματος ἡ δρόσος ἐξαφανίζεται ἀπὸ τῆς μεταλλικῆς κάψης, ὅτε αὐτὴ ἀναλαμβάνει τὴν ἀρχικὴν τῆς στιλπνότητα. Κατὰ τὴν στιγμήν ταύτην σημειοῦμεν τὴν θερμοκρασίαν ἐνδείξεως τοῦ θερμομέτρου καὶ ὡς θερμοκρασίαν δρόσου λαμβάνομεν τὸν μέσον ὄρον τῶν δύο θερμοκρασιῶν τῆς ἐμφανίσεως καὶ ἐξαφανίσεως τῆς δρόσου.

**Ἰγρομέτρον διὰ τριχός.** Ἡ ἐν σχήματι 473 διάταξις δεικνύει λίαν συνήθη τύπον Ἰγρομέτρου διὰ τριχός. Τὸ ὄργανον τοῦτο στηρίζεται ἐπὶ τῆς ιδιότητος, τὴν ὁποίαν παρουσιάζει θριξὶ ἀνθρωπίνης κόμης νὰ διαστέλλεται, ὅταν εὐρίσκειται ἐν ὑγρᾷ ἀτμοσφαιρᾷ, καὶ νὰ συστέλλεται, ὅταν εὐρίσκειται ἐν ξηρᾷ ἀτμοσφαιρᾷ.

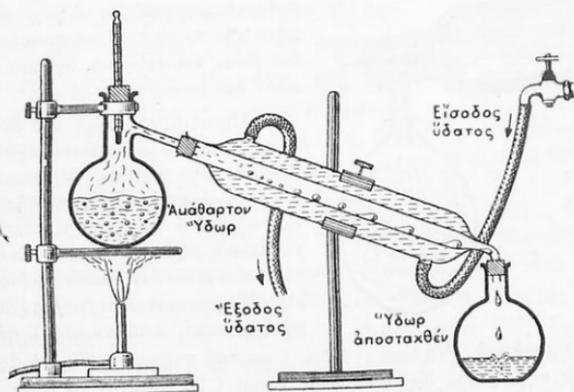
Ἡ θριξὶ Θ, καταλλήλως καθαριζομένη, ἐξαρτᾶται ἀπὸ ἀκρονήτου σημείου Ο τοῦ πλαισίου Π, ἐνῶ τὸ κατώτερον ἄκρον αὐτῆς, ἀφοῦ διέλθῃ δι' εὐκινήτου τροχαλίας Τ, φορτίζεται διὰ βάρους Β. Ἐπὶ τῆς τροχαλίας τοποθετεῖται ὁ δείκτης Δ, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ μετακινήται πρὸ τῶν διαίρεσεων κλίμακος.



Σχ. 473. Ἰγρομέτρον τριχός.

**360. Συμπύκνωσις ὑδρατμῶν.** Οἱ ἀτμοὶ ἐν γένει μεταπίπτουν διὰ τῆς ψύξεως εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν, τὸ δὲ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται **ὑγροποίησης** ἢ **συμπύκνωσις τῶν ἀτμῶν.**

Τὸ φαινόμενον τοῦτο χρησιμοποιεῖται εἰς τὴν ἀπόσταξιν, διὰ τῆς ὁποίας δυνάμεθα π.χ. ἐκ τοῦ πηγαίου ὕδατος, τὸ ὁποῖον περιέχει ξένας προσμίξεις ἐν διαλύσει, νὰ παρασκευάσωμεν καθαρὸν ἢ, ἄλλως, ἀπεσταγμένον ὕδωρ. Πρὸς τοῦτο, θερμαίνομεν τὸ ὕδωρ ἐντὸς καταλλήλου δοχείου, ὅποτε οἱ παραγόμενοι ἀτμοὶ αὐτοῦ διέρχονται δι' ἀπαγωγῆς σωλήνος, ὁ ὁποῖος ψύχεται διὰ καταλλήλου ψυκτῆρος (σχ. 474). Οἱ ἀτμοὶ ὑγροποιοῦνται καὶ τὸ οὕτω προκύπτον ἀπεσταγμένον ὕδωρ συλλέγεται εἰς ὑποδοχέα.



Σχ. 474. Συσκευή ἀποστάξεως.

Ἡ ἀπόσταξις χρησιμοποιεῖται τὰ μέγιστα εἰς τὴν βιομηχανίαν, πρὸς ἀποχωρισμὸν διαφόρων ὑγρῶν, ἐχόντων διάφορον σημείον ζέσεως, ἐκ μίγματος αὐτῶν, ὅτε

ή απόσταξις καλείται, ειδικώτερον, **κλασματική απόσταξις**. Ούτω, διὰ τῆς μεθόδου τῆς κλασματικῆς ἀποστάξεως, δυνάμεθα ἐκ τοῦ ἀκαθάρτου πετρελαίου νὰ ἐξαγάγωμεν τὰ διάφορα προϊόντα αὐτοῦ, ἤτοι τοὺς διαφόρους τύπους βενζίνης, τὸ φωτιστικὸν πετρέλαιον κ.ο.κ.

361\*. Ὑδροποιήσις τῶν ἀερίων. Σήμερον γνωρίζομεν, ὅτι ὅλα ἐν γένει τὰ ἀέρια ὑδροποιούνται. Ὁρισμένα ἀέρια, ὡς τὸ διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος, τὸ διοξειδίου τοῦ θείου, τὸ χλωρίον, ἢ ἀμμωνία ὑδροποιούνται εὐκόλως, ἐνῶ ἄλλα, ὡς ὁ αἶθρ, τὸ ὀξυγόνο, ὕδρογόνο, ἄζωτο, ἥλιον καὶ ἄλλα ὑδροποιούνται δυσκόλως.

Ἡ συστηματικὴ ἔρευνα τῆς ὑδροποιήσεως τῶν ἀερίων κατέδειξεν, ὅτι δι' ἕκαστον ἀέριον ὑπάρχει ὀρισμένη θερμοκρασία, καλουμένη **κρίσιμος θερμοκρασία**, ἄνωθεν τῆς ὁποίας τὸ ἀέριον εἶναι ἀδύνατον νὰ ὑδροποιηθῆ, εἰς ὅσονδήποτε μεγάλην συμπίεσιν καὶ ἂν ὑποβληθῆ. Ἀντιθέτως, ἐὰν τὸ ἀέριον εὐρίσκειται ὑπὸ θερμοκρασίαν κατωτέραν τῆς κρίσιμου, δύναται τοῦτο νὰ ὑδροποιηθῆ δι' ἀπλῆς συμπίεσεως. Ἡ πίεσις, ὑπὸ τὴν ὁποίαν ἀέριον ὑδροποιεῖται ὑπὸ τὴν κρίσιμον αὐτοῦ θερμοκρασίαν, καλεῖται **κρίσιμος πίεσις**, ὁ δὲ ὄγκος, τὸν ὁποῖον καταλαμβάνει τὸ ἀέριον ὑπὸ τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν καὶ κρίσιμον πίεσιν, καλεῖται **κρίσιμος ὄγκος**. Τὰ τρία μεγέθη, κρίσιμος θερμοκρασία, κρίσιμος πίεσις καὶ κρίσιμος ὄγκος ἀποτελοῦν χαρακτηριστικὰ μεγέθη ἐκάστου ἀερίου.

Διὰ τὸ διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος ( $\text{CO}_2$ ) κατεδείχθη, ὅτι ἡ κρίσιμος θερμοκρασία αὐτοῦ εἶναι  $+31,3^\circ\text{C}$  καὶ, ἐφ' ὅσον τὸ ἴδιον τοῦτο εὐρίσκειται ὑπὸ θερμοκρασίαν κατωτέραν τῶν  $+31,3^\circ\text{C}$ , δύναται νὰ ὑδροποιηθῆ δι' ἀπλῆς συμπίεσεως, ἔνεκα δὲ τοῦ λόγου τούτου τὸ διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος θεωρεῖται ὡς ἀέριον εὐκόλως ὑδροποιούμενον. Ἡ κρίσιμος θερμοκρασία τοῦ ὀξυγόνου εἶναι  $-118,8^\circ\text{C}$ , τοῦ ἄζωτου  $-147^\circ\text{C}$ , τοῦ ὕδρογόνου  $-241^\circ\text{C}$ , τοῦ ἥλιου  $-268^\circ\text{C}$ . Ἐπειδὴ δὲ τὰ ἀέρια ταῦτα ἔχουν ταπεινὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν, θεωροῦνται ὡς δυσκόλως ὑδροποιούμενα, διότι διὰ νὰ ὑδροποιηθῶν πρέπει προηγουμένως νὰ ψυχθῶν κάτω τῆς κρίσιμου θερμοκρασίας, ὅτε εἶναι δυνατόν νὰ ὑδροποιηθῶν διὰ συμπίεσεως αὐτῶν.



Σχ. 475. Παραγωγή χιόνος (ξηροῦ πάγου) δι' ὀβίδος διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος.

Προκειμένου περὶ τοῦ διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος, κατεδείχθη, ὅτι ὑπὸ τὴν συνήθη θερμοκρασίαν δυνάμεθα νὰ ὑδροποιήσωμεν αὐτὸ διὰ συμπίεσεως μέχρις 60 ἀτμοσφαιρῶν. Τὸ ὑγρὸν  $\text{CO}_2$ , τὸ ὁποῖον εἶναι λίαν διαδοσμένον εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς (ἀεριοῦχα ποτά, μπύραν κλπ.), φέ-

ρεται εἰς τὸ ἐμπόριον ἐντὸς χυτοσιδηρῶν δοχείων (ὀβίδων), ὡς τοῦ σχήματος 475, με ἀρκετὰ παχέα τοιχώματα. Τὸ ἐντὸς τῆς ὀβίδος ὑδροποιούμενον ὑγρὸν  $\text{CO}_2$  δύναται νὰ ἐξέλθῃ εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν ἀπὸ καταλλήλου στομίου, τὸ ὁποῖον ἀνοίγεται μέσθ κοχλιωτοῦ πώματος. Ἐὰν δεχθῶμεν τὸ ἐξερχόμενον ὑγρὸν ἐντὸς μαλλίνου σάκκου, τὸ ψυχρὸν τὸ παραγόμενον ἐκ τῆς ἀποτονώσεως καὶ ἐξατμίσεως μέρους τοῦ ὑγροῦ εἶναι ἀρκετόν, ὥστε νὰ προκαλέσῃ τὴν στερεοποίησιν τοῦ ὑπολοίπου, τὸ ὁποῖον συλλέγομεν ὑπὸ μορφήν χιόνος (**ξηροῦ πάγου**) ἐντὸς τοῦ σάκκου καὶ τοῦ ὁποίου ἡ θερμοκρασία εἶναι  $-79^\circ\text{C}$ .

Ἐκ τοῦ κατωτέρω πίναξ δίδει τὰς κρίσιμους θερμοκρασίας καὶ κρίσιμους πιέσεις σωματιῶν τινῶν.

	Κρίσιμος θερμοκρασία εἰς $^{\circ}\text{C}$	Κρίσιμος πίεσις εἰς $\text{kg}^*/\text{cm}^2$		Κρίσιμος θερμοκρασία εἰς $^{\circ}\text{C}$	Κρίσιμος πίεσις εἰς $\text{kg}^*/\text{cm}^2$
$^{\circ}\text{Hλιον}$ . . . . .	- 268	2,3	Διοξ. ἄνθρακος	+ 31	75
$^{\circ}\text{Υδρογόνον}$ . . . . .	- 240	13	$^{\circ}\text{Αμμονία}$ . . . . .	+ 132	119
$^{\circ}\text{Αξωτον}$ . . . . .	- 147	35	$^{\circ}\text{Αιθία}$ . . . . .	+ 194	38
$^{\circ}\text{Αήρ}$ . . . . .	- 141	38	$^{\circ}\text{Αλκοόλη}$ . . . . .	+ 243	63
$^{\circ}\text{Οξυγόνον}$ . . . . .	- 119	51	$^{\circ}\text{Υδωρ}$ . . . . .	+ 374	226

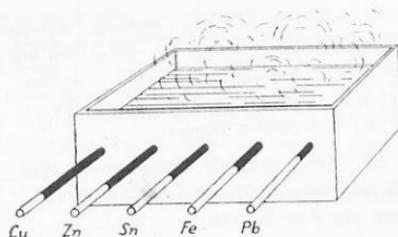
## ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

Ἡ μεταβίβασις τῆς θερμότητος ἀπὸ σώματος εἰς σῶμα γίνεται γενικῶς κατὰ τρεῖς τρόπους, ἥτοι δι' **ἀγωγῆς**, διὰ **μεταφορᾶς** καὶ δι' **ἀκτινοβολίας**.

362. **Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς.** Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, εἰς κρατούσας διὰ τῆς χειρὸς ἀπὸ τοῦ ἐνὸς ἄκρου ἐπιμήκη μεταλλικὴν ράβδον, π.χ. ἐκ χαλκοῦ, πλησιάζομεν τὸ ἕτερον ἄκρον αὐτῆς εἰς ἔντονον πηγὴν θερμότητος, μετὰ παρέλευσιν μικροῦ χρονικοῦ διαστήματος τὸ διὰ τῆς χειρὸς κρατούμενον ἄκρον τῆς ράβδου καθίσταται τόσον θερμὸν, ὥστε νὰ μὴ δυνάμεθα πλέον νὰ τὸ κρατῶμεν.

Κατὰ τὴν ὥς ἄνω διάδοσιν τῆς θερμότητος κατὰ μῆκος τῆς ράβδου, αὕτη μεταβιβάζεται ἀπὸ μορίου εἰς μόριον τοῦ σώματος, χωρὶς νὰ παρατηρηθῆται μετατόπισις τῆς ὕλης τοῦ σώματος ὡς συνόλου οὔτε σχετικὴ μετατόπισις τῶν μερῶν τοῦ σώματος. Ὁ ὡς ἄνω τρόπος τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος καλεῖται δι' **ἀγωγῆς**.

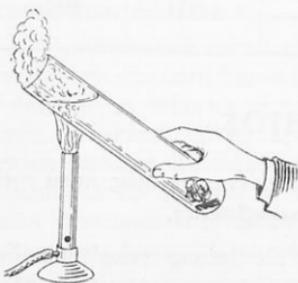
Τὴν συμπεριφορὰν τῶν στερεῶν σωμάτων, ἀπὸ ἀπόψεως διαδόσεως τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς, δυνάμεθα νὰ δειξομεν διὰ τῆς ἐν σχήματι 476 εἰκονιζομένης διατάξεως. Ἐπὶ δοχείου πλήρους ὕδατος προσαρμύζονται ράβδοι ἐκ διαφόρων μετάλλων τῶν αὐτῶν διαστάσεων (ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιὰ, ἐκ χαλκοῦ, ψευδαργύρου, κασσιτέρου, σιδήρου, μολύβδου), αἱ ὁποῖαι καθ' ὄλον τὸ μῆκος αὐτῶν περικαλύπτονται ὑπὸ στρώματος θερμοσκοπικῆς οὐσίας μεταβαλλούσης τὸ χρῶμα αὐτῆς διὰ θερμάνσεως καὶ τῆς ὁποίας τὸ χρῶμα ἀπὸ ἐρυθροῦ μεταβάλλεται, εἰς  $80^{\circ}\text{C}$ , εἰς καστανόχρουν. Ἐάν ἤδη θερμάνωμεν τὸ ὕδωρ μέχρι βρασμοῦ, παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ ἐκ χαλκοῦ ράβδος ὑφίσταται μεταβολὴν χρώματος πολὺ ταχύτερον ἢ αἱ ἄλλαι ράβδοι, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα ὑπὸ τῶν σκιερῶν στηλῶν.



Σχ. 476. Συσκευή διὰ τὴν σύγκρισιν τῆς θερμοκῆς ἀγωγιμότητος τῶν μετάλλων.

Τὰ υγρά παρουσιάζουν ἐπίσης θερμικὴν ἀγωγιμότητα, ἀλλ' εἰς λίαν μικρὸν βαθμὸν. Οὕτως, ἐὰν εἰς δοκιμαστικὸν σωλῆνα (σχ. 477) περιέχοντα ὕδωρ, εἰσαγάγωμεν τεμάχιον πάγου ἐρματισμένον διὰ μολύβδου, εἰς τρόπον ὥστε ὁ πάγος νὰ φέρεται εἰς τὸν πυθμένα τοῦ σωλῆνος, δυνάμεθα νὰ θερμάνωμεν τὸν σωλῆνα εἰς τὴν ἄνω περιοχὴν αὐτοῦ μέχρι βρασμοῦ τοῦ ὕδατος, χωρὶς ὁ ὑποκείμενος πάγος νὰ τακῆ λόγῳ τῆς λίαν μικρᾶς ἀγωγιμότητος τοῦ ὕδατος.

Ὅπως τὰ υγρά, οὕτω καὶ τὰ ἀέρια δεικνύουν θερμικὴν ἀγωγιμότητα, ἀλλὰ πολὺ μικράν, εἰς τοῦτο δὲ ὀφείλεται ἡ **σφαιροειδῆς κατάστασις** τῶν ὑγρῶν, καθ'



Σχ. 477. Ἀπόδειξις τῆς μικρᾶς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τοῦ ὕδατος.

ἢν σταγόνες ὕδατος, ὅταν ρίπτωνται ἐπὶ λίαν θερμῆς πλακῆς, διατηροῦνται ἐπὶ ἀρκετὸν χρόνον (σχ. 478). Ἐξηγεῖται δὲ τὸ φαινόμενον τοῦτο διὰ τῆς παραδοχῆς, ὅτι ἀρχικῶς σχηματίζεται μεταξὺ πλακῆς καὶ σταγόνος στρώμα ἀτμοῦ, τὸ ὁποῖον εἶναι κακὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος καὶ δὲν ἐπιτρέπει τὴν ἐξαέρωσιν τῆς σταγόνος, ἢ ὁποία ἐπιτυγχάνεται μόνον, ὅταν ἡ πλάξ ψυχθῆ ἑπαρκῶς, ὥστε νὰ μὴ ἐπαρκῆ διὰ τὴν διατήρησιν ἱκανοῦ πάχους στρώματος ὑδρατμῶν, ὅτε ἡ σταγὼν ἐρχομένη εἰς ἐπαφὴν πρὸς τὴν πλάκα ἐξαερούται ἀκαριαίως.

Ἐκ τῆς σπουδῆς τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τῶν στερεῶν κατεδείχθη, ὅτι τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ τῆς ἐγκαρσίας τομῆς τοῦ σώματος, κατὰ μῆκος τοῦ ὁποίου αὕτη διαδίδεται εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου ἢ, ἄλλως, ἡ ταχύτης ἀγωγῆς τῆς θερμότητος εἶναι :

α) Ἐνάλογος τῆς ἐπιφανείας τῆς τομῆς καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν διάδοσεως τῆς θερμότητος.

β) Ἐνάλογος τῆς πτώσεως τῆς θερμοκρασίας ἀνὰ μονάδα μήκους.

Οὕτω, ἐὰν διὰ  $Q$  καλέσωμεν τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ σώματος ὁμοιομόρφου ἐγκαρσίας τομῆς  $S \text{ cm}^2$  εἰς χρόνον  $t \text{ sec}$  καί, ἐὰν ὑποθέσωμεν, ὅτι μεταξὺ τῶν δύο ἄκρων ἐγκαρσιῶν τομῶν τοῦ σώματος, ἀπεχουσῶν κατὰ  $l \text{ cm}$ , ὑπάρχει διαφορὰ θερμοκρασίας  $\theta_2 - \theta_1$ , θὰ εἶναι :

$$Q = k \cdot \frac{\theta_2 - \theta_1}{l} \cdot S \cdot t$$

ὅπου  $k$  παριστᾷ σταθερὸν συντελεστήν, ὁ ὁποῖος καλεῖται **συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος**, ἀποτελεῖ δὲ χαρακτηριστικὴν σταθεράν τῶν σωμάτων. Ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως προκύπτει εὐκόλως, ὅτι ὁ συντελεστὴς  $k$  θὰ ἐκφράζεται εἰς  $\text{cal} \cdot \text{grad}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1}$ .

Μὲ ἄλλους λόγους, ὁ συντελεστὴς  $k$  ἐκφράζει τὸ ποσὸν θερμότητος, τὸ ὁποῖον διέρχεται ἐντὸς  $1 \text{ sec}$  διὰ μέσου ἐγκαρσίας τομῆς  $1 \text{ cm}^2$ , καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν ῥοῆς τῆς θερμότητος, ὅταν ἡ πτώσις τῆς θερμοκρασίας ἀνὰ μονάδα μήκους ἰσοῦται πρὸς  $1 \text{ grad}$ . Εἰς τὸν κάτωθι πίνακα ἀναγράφονται αἱ τιμαὶ τοῦ συντελεστοῦ  $k$  διὰ τινες οὐσίας.

Συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας διαφόρων ουσιών

Ουσία	k		Ουσία	k	
	grad · cm · sec			grad · cm · sec	
Άηρ . . . . .	0,00057		Πλίνθοι . . . . .	0,0015	
Υδρογόνο . . . . .	0,00034		Άμμος ξηρά . . . . .	0,00093	
Αργίλιον . . . . .	0,48		Μέταξα . . . . .	0,00095	
Χαλκός . . . . .	0,908		Ξύλον . . . . .	0,0003—0,0009	
Υαλος παραθύρων . . . . .	0,0025		Πάγος . . . . .	0,005	
Άργυρος . . . . .	1,006		Υδωρ . . . . .	0,0012	

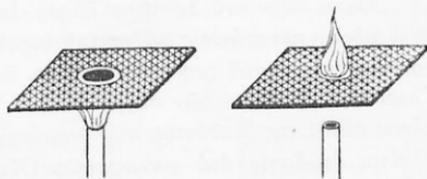
Έκ του άνωτέρω πίνακος βλέπομεν, ότι ο άηρ, ή ύαλος, οί πλίνθοι, το ξύλον κτλ. άποτελοϋν κακούς άγωγούς της θερμότητος, ένφ το άργίλιον και ο χαλκός άποτελοϋν καλούς άγωγούς της θερμότητος, ο δέ άργυρος άριστον άγωγόν αύτης.

363. Φαινόμενα εξηγουμένα διά τής θερμικής αγωγιμότητος. Έάν εις τον αυτον χώρον ύπαρχουν σώματα μεταλλικά και εκ ξύλου, ή δέ θερμοκρασία του χώρου είναι κάτω της του ανθρωπίνου σώματος, τά μεταλλικά αντικείμενα, όταν έγγιζομεν αυτά διά τής χειρός μας, φαίνονται ψυχρότερα των ξυλίνων. Τοϋτο συμβαίνει, διότι τά μέταλλα, ως καλοί άγωγοί της θερμότητος, διαχέουν την θερμότητα, την οποίαν προσλαμβάνουν εκ της χειρός μας καθ' όλην την επιφάνειαν αυτών, ένφ εις τά εκ ξύλου, το όποιον είναι κακός άγωγός της θερμότητος, ή θερμότης έντοπίζεται εις την περιοχην έπαφής της χειρός μας, οϋτω δέ άποφαινόμεθα, ότι το ξύλινον σώμα είναι θερμότερον του μεταλλικού. Διά τον αυτον λόγον, μεταλλικόν αντικείμενον θερμόν προκαλεί εις ήμάς έντονότερον αίσθημα ή ξύλινον.

Έάν άνωθεν φλογός φέρωμεν μεταλλικόν



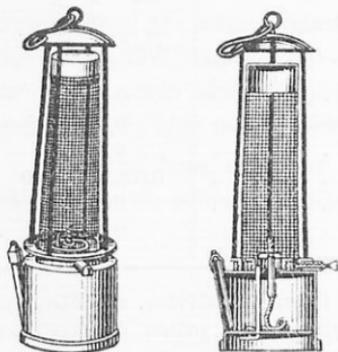
SIR HUMPHRY DAVY (1778 - 1829)  
 Άγγλος Φυσικός και Χημικός διατέλεσας καθηγητής εις το ίδρυμα Royal Institution του Λονδίνου και πρόεδρος της Βασιλικής Έταιρείας. Άνεκάλυψε το κάλιο και νάτριο, ως και το βολταϊκόν τόξον. Συνέβαλε εις την ανάπτυξιν τής Θερμοδυναμικής.



Σχ. 479. Λόγω της παρενθέσεως του πλέγματος ή θερμότης του ανημιμένου μέρους της φλογός άπάγεται προς όλας τάς διευθύνσεις· οϋτω το ύπόλοιπον μέρος της φλογός δεν άνάπτει.

πλέγμα (σχ. 479), παρατηρούμεν, ότι ή φλόξ δεν διαπερᾶ τοϋτο, διότι λόγω της αγωγιμότητος του πλέγματος, όλη ή θερμότης, την οποίαν προσλαμβάνει εκ της φλογός μεταδίδεται

ἐφ' ὅλης τῆς μάζης αὐτοῦ καὶ ἀκολούθως εἰς τὸ περιβάλλον. Συνεπεία τούτου τὰ ἀέρια τῆς φλογός, μετὰ τὴν διόδον διὰ τοῦ πλέγματος, ἔχουν ἀποφυχθῆ, εἰς τρόπον ὥστε νὰ μὴ εἶναι πλέον δυνατόν νὰ διατηρηθῆ ἡ καύσις αὐτῶν.



Σχ. 480. Ἀσφαλιστικὸς λύχνος Davy. Ἀριστερὰ δεικνύεται προοπτικῶς καὶ δεξιὰ ἡ τομὴ τοῦ λύχνου.

Ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω ἀρχῆς στηρίζεται ἡ λειτουργία τῆς **λυχνίας Davy** (σχ. 480), ἡ χρησιμοποιουμένη εἰς τὰ ὄρυχεα πρὸς προφύλαξιν ἀπὸ ἐκρήξεων ἐκ τοῦ ἀναφλεξίμου ἀερίου μεθανίου. Ἀπὴ ἀποτελεῖται ἐκ θρυαλλίδος περιβαλλομένης ὑπὸ κυλίνδρου, ὁ ὁποῖος φέρει περιβλήμα ἐκ μεταλλικοῦ πλέγματος.

Ἐάν ὑπῆρχε εἰς τὴν περιοχὴν τῆς λυχνίας ἀναφλεξιμὸν ἀέριον, τοῦτο εἰσχωρεῖ διὰ τοῦ πλέγματος ἐν τῷ ἐσωτερικῷ τῆς λυχνίας ὅπου ἀναφλέγεται, χωρὶς ὅμως ἡ καύσις νὰ μεταδίδεται καὶ εἰς τὸν ἔξω χώρον, οὕτω δὲ οἱ ἐργάται προειδοποιοῦνται καὶ ἀπομακρυνόμενοι διαφεύγουν τὸν κίνδυνον.

Οἱ κακοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος χρησιμοποιοῦνται διὰ τὰς θερμοκῆς μονώσεις, ἤτοι πρὸς προφύλαξιν θερμῶν σωμάτων ἀπὸ τῆς ἀποψύξεως ἢ ψυχρῶν σωμάτων ἀπὸ τῆς θερμάνσεως. Ὡς θερμο-

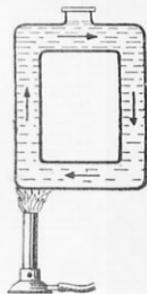
μονωτικὰ σώματα θεωροῦνται ὁ φελλός, χρησιμοποιούμενος εἰς τὰ ψυχεῖα, ὁ ἀμιάντος, χρησιμοποιούμενος εἰς τοὺς ἀτμαγωγούς σωλήνας κτλ.

**364. Διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς.** Ὁ τρόπος οὗτος τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος παρατηρεῖται εἰς τὰ ὑγρά καὶ τὰ ἀέρια. Ὅταν θερμαίνωμεν ὑγρὸν ἢ ἀέριον, τότε, λόγῳ τῆς ἀναπτύξεως διαφορᾶς θερμοκρασίας μεταξὺ τῶν διαφόρων μερῶν αὐτοῦ, προκύπτουν μεταβολαὶ πικνότητος, εἰς δὲ τὰ ἀέρια μεταβολαὶ πίεσεως, αἱ ὁποῖαι πάλιν ἔχουν ὡς ἐπακόλουθον μεταβολὰς πικνότητος, οὕτω δὲ ἡ ἰσορροπία καταστρέφεται.

Ἔνεκα ὅθεν τοῦ ἀνωτέρω λόγου λαμβάνει χώραν μετατόπισις μάζης τοῦ υγροῦ ἢ ἀερίου, ἤτοι ροὴ τοῦ ρευστοῦ, ἡ ὁποία ἐπιδιώκει τὴν ἐξίσωσιν τῶν θερμοκρασιῶν. Ὁ τρόπος οὗτος τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος καλεῖται **διάδοσις διὰ μεταφορᾶς**. Οὕτω, ἐάν εἰς φιάλην θέσωμεν ὕδωρ καὶ ἐντὸς αὐτοῦ διασκορπίσωμεν πριονίδια ξύλου, ἀκολούθως δὲ θερμάνωμεν κάτωθεν τὸ ὕδωρ, τότε παρατηροῦμεν τὴν κίνησιν τοῦ ὕδατος διὰ παρακολουθήσεως τῆς κινήσεως τῶν πριονιδίων (σχ. 481).



Σχ. 481. Ροὴ ὕδατος ἐντὸς φιάλης λόγῳ μεταφορᾶς.



Σχ. 482. Ἡ ροὴ τοῦ ὕδατος γίνεται κατὰ τὴν φοράν τῶν βελῶν.

Ἐπίσης τὴν ὡς ἄνω κίνησιν τοῦ ὕδατος δυνάμεθα νὰ δεῖξωμεν καὶ διὰ τῆς ἐν σχήματι 482 συσκευῆς.

Σπουδαιωτάτην ἐφαρμογὴν τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς

συναντῶμεν εἰς τὰς **κεντρικὰς θερμάνσεις**, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 483.

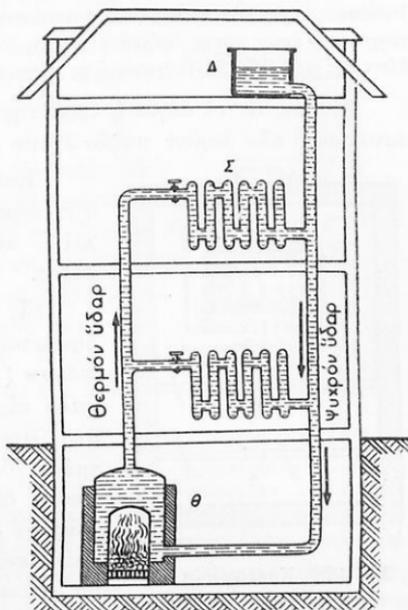
Εἰς Θ τοποθετεῖται ὁ θερμαντήρ μετὰ τοῦ λέβητος. Διὰ θερμάνσεως τοῦ ὕδατος δημιουργεῖται, λόγῳ τοῦ φαινομένου τῆς μεταφορᾶς, ροὴ θερμοῦ ὕδατος μέσῳ τοῦ πρὸς τ' ἄριστερά πλευρικοῦ σωλήνος πρὸς τὰ ἄνω, τὸ ὁποῖον ὕδωρ εἰσχωρεῖ διὰ τῶν ἐπὶ τούτῳ σωλήνων εἰσαγωγῆς εἰς τὰ θερμαντικὰ σώματα (Σ) τῶν διαφόρων διαμερισμάτων, ἀπὸ τῶν ὁποίων, διὰ τῶν ἐπὶ τούτῳ σωλήνων ἐξαγωγῆς καὶ τοῦ πρὸς τὰ δεξιὰ πλευρικοῦ σωλήνος, ἐπανέρχεται εἰς τὸν λέβητα. Εἰς Δ ὑπάρχει μικρὰ δεξαμενὴ μὲ ὕδωρ χρησιμεύουσα ὡς ἐξαερωτῆς καὶ διὰ τὴν διαστολὴν τοῦ θερμαινομένου ὕδατος.

Λίαν συνήθης μέθοδος διὰ τὴν παροχὴν θερμοῦ ὕδατος διὰ τὰς οἰκιακὰς ἀνάγκας εἶναι ὁ **θερμοσίφων**, ὁ ὁποῖος δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 484.

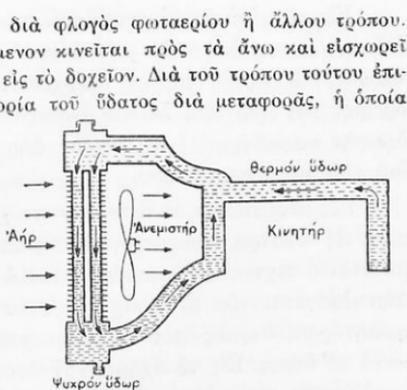
Τὸ ψυχρὸν ὕδωρ εἰσχωρεῖ ἐντὸς τοῦ δοχείου ὕδατος διὰ καταλλήλου σωλήνος, ὁ ὁποῖος φθάνει μέχρι μικρᾶς ἀποστάσεως ἀπὸ τοῦ πυθμένου. Τὸ ψυχρὸν ὕδωρ εἰσχωρεῖ ἀκολουθίως ἐντὸς τοῦ παρακειμένου ὀψισειδοῦς σωλήνος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου θερμαίνεται διὰ φλογὸς φωταερίου ἢ ἄλλου τρόπου. Τὸ ὕδωρ θερμαινόμενον κινεῖται πρὸς τὰ ἄνω καὶ εἰσχωρεῖ ἐκ νέου ἐκ τῶν ἄνω εἰς τὸ δοχεῖον. Διὰ τοῦ τρόπου τούτου ἐπιτυγχάνεται κυκλοφορία τοῦ ὕδατος διὰ μεταφορᾶς, ἡ ὁποία διαρκεῖ, μέχρις ὅτου ὅλη ἡ ποσότης τοῦ ὕδατος τοῦ δοχείου διέλθῃ διὰ τοῦ ὀψισειδοῦς σωλήνος καὶ θερμανθῇ. Εὐθὺς ὡς ἀνοίγει στρόφιγξ κρουνοῦ θερμοῦ ὕδατος εἰς τι διαμέρισμα τῆς οἰκίας, τότε ἐκ

Σχ. 484. Θερμοσίφων.

τοῦ κρουνοῦ ἐκρέει θερμὸν ὕδωρ προερχόμενον ἐκ τοῦ θερμοσίφωνος μέσῳ τοῦ ἀγωγοῦ θερμοῦ ὕδατος τοῦ εὐρισκομένου εἰς τὴν κορυφὴν τοῦ δοχείου.



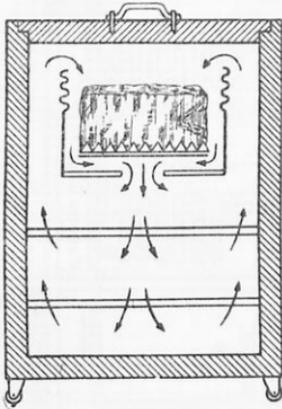
Σχ. 483. Παραστατικὴ διάταξις κεντρικῆς θερμάνσεως οἰκοδομῆς.



Σχ. 485. Τρόπος ψύξεως μηχανῆς αὐτοκινήτου.

Ἡ διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς εὐρίσκει ἐπίσης ἐφαρμογὴν εἰς τὸ ψυκτικὸν σύστημα τῶν κινητήρων ἐσωτερικῆς καύσεως τῶν χρησιμοποιουμένων εἰς τ' αὐτοκίνητα, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 485. Τὸ θερμὸν ὕδωρ, τὸ ὁποῖον προέρχεται ἀπὸ τὸν μανδύαν τὸν περιβάλλοντα τοὺς κυλίνδρους τῆς μηχανῆς, ὀδεύει διὰ τοῦ κεντρικοῦ μέρους τῆς σωληνώσεως πρὸς τὴν περιοχὴν τοῦ ἀνεμιστήρος καὶ τῆς ἀεροψυχομένης ἐπιφανείας καὶ κατερχόμενον ἐντὸς αὐτῆς ὑφίσταται ψύξιν, ὅπου τὸ ψυχρὸν ὕδωρ εἰσχωρεῖ ἐκ νέου εἰς τὸν μανδύαν τῆς μηχανῆς, ἐπιτυγχανομένης οὕτω συνεχοῦς κυκλοφορίας τοῦ ὕδατος διὰ μεταφορᾶς.

Ἐπίσης εἰς τὰ ἀέρια ἡ θερμότης διαδίδεται διὰ μεταφορᾶς. Τοιαῦται δὲ μετατοπίσεις τῶν αερίων μαζῶν ἔχουν μεγίστην σημασίαν εἰς τὴν Μετεωρολογίαν.

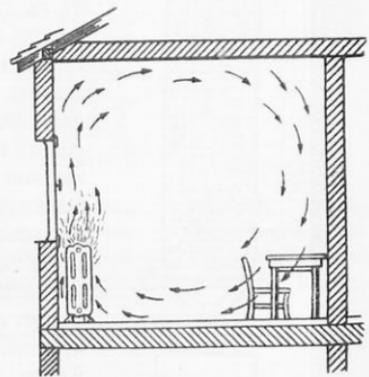


Σχ. 486. Κυκλοφορία ἀέρος ἐντὸς ψυγείου διὰ πάγου.

Εἰς τὴν παραγωγὴν ρευμάτων μεταφορᾶς ἀέρος ὀφείλεται ἡ λειτουργία τῶν συνήθων **ψυγείων διὰ πάγου** (σχ. 486). Εἰς τὸ ἀνώτατον μέρος τοῦ ψυγείου εὐρίσκεται ἡ ἀποθήκη τοῦ πάγου, θερμὸς δὲ ἀήρ εἰσχωρεῖ εἰς αὐτὴν καὶ ἐξέρχεται κατεψυγμένος διὰ τῆς κάτωθεν ὑπαρχούσης ὀπῆς, ἐξακολουθεῖ δὲ νὰ κατέρχεται πρὸς τὰ κάτω εἰς τὰ διάφορα διαμερίσματα τοῦ ψυγείου, ὁπότεν, θερμαινόμενος λόγῳ τῆς ἐπαφῆς αὐτοῦ πρὸς τὰ θερμὰ ἀντικείμενα τὰ εὐρισκόμενα ἐντὸς τοῦ ψυγείου, ἀνέρχεται ἐκ τῶν πλευρῶν πρὸς τὰ ἄνω καὶ εἰσχωρεῖ ἐκ νέου εἰς τὴν ἀποθήκην πάγου ὅπου ψύχεται ἐκ νέου, καὶ τὸ φαινόμενον ἐπαναλαμβάνεται τὸ αὐτό.

Εἰς τὸ αὐτὸ φαινόμενον ὀφείλεται καὶ ὁ ἐξαερισμὸς μεγάλων χώρων, διότι ὁ ἀήρ ὁ ἐκπνεόμενος ὑπὸ τῶν πνευμόνων μας εἶναι θερμὸς, καὶ ὡς ἐκ τούτου ἀνέρχεται πρὸς τὴν ὀροφήν καὶ ἐξέρχεται ἐκ τοῦ ἀνοικτοῦ πρὸς τὴν ὀροφήν παραθύρου, ἐνῶ ψυχρὸς ἀήρ εἰσχωρεῖ διὰ τοῦ κάτω παραθύρου.

Εἰς περίπτωσιν πολυσυχάστων χώρων, ὡς π.χ. εἰς θέατρα, κινηματογράφους κτλ., ἐφαρμόζεται ὁ τεχνητὸς ἀερισμὸς, ὁπότε ὁ καθαρὸς ἀήρ εἰσάγεται εἰς τὸ οἶκμα διὰ καταλλήλων φυσητήρων, θερμὸς τὸν χειμῶνα καὶ ψυχρὸς κατὰ τὸ θέρος. Εἰς τὸ σχῆμα 487 δεικνύεται ἡ κυκλοφορία τοῦ ἀέρος ἐντὸς δωματίου, ὅπου ὑπάρχει τὸ θερμοφόρον σῶμα ἐγκαταστάσεως κεντρικῆς θερμάνσεως δι' ὕδατος (καλοριφέρ).



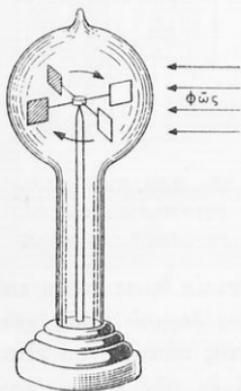
Σχ. 487. Θέρμανσις δωματίου διὰ μεταφορᾶς.

Ἐπίσης εἰς τὴν γένεσιν ρεύματος διὰ μεταφορᾶς ἀέρος στηρίζεται ἡ χρησιμο-



λον θερμότητα. Ούτως ἄλλα μὲν διαπερῶνται ὑπ' αὐτῆς καὶ καλοῦνται **θερμοπερατά**, ἐνῶ ἄλλα, εἰς ἐλάχιστον μόνον βαθμὸν διαπερῶμενα, καλοῦνται **μὴ θερμοπερατά**. Ἐξ ἄλλου, ἢ ποσότης τῆς ἀπορροφωμένης ὑπὸ τῶν σωμάτων ἀκτινοβόλου θερμότητος ἐξαρτᾶται ἐν μεγάλῳ βαθμῷ ἐκ τῆς φύσεως καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σώματος. Οὕτω σώματα παρουσιάζοντα τραχεῖαν καὶ σκοτεινοῦ χρώματος ἐπιφάνειαν ἀπορροφοῦν περισσοτέραν ἀκτινοβόλου θερμότητα καὶ ἐπομένως θερμαίνονται περισσότερον ἢ τὰ σώματα τὰ ἔχοντα λείαν καὶ ἀνοικτοῦ χρώματος ἐπιφάνειαν.

Εἰς τὰς ἀνωτέρω ιδιότητας τῆς ἀκτινοβόλου θερμότητος ὀφείλεται καὶ τὸ γεγονός, ὅτι ἔνδυμα σκοτεινοῦ χρώματος φαίνεται λίαν θερμὸν, ὅταν ἐκτίθεται εἰς τὰς ἡλιακὰς ἀκτῖνας. Ἐξ ἄλλου σώματα, τὰ ὁποῖα ἀπορροφοῦν καλῶς τὴν θερμότητα, ἀκτινοβολοῦν αὐτὴν ἐπίσης καλῶς, ἐνῶ σώματα, τὰ ὁποῖα ἀκτινοβολοῦν κακῶς τὴν θερμότητα, ἀπορροφοῦν ἐπίσης κακῶς αὐτὴν. Ἐκ τούτου ἐξηγεῖται διὰ



Σχ. 490. Ἀκτινόμετρον Crookes.

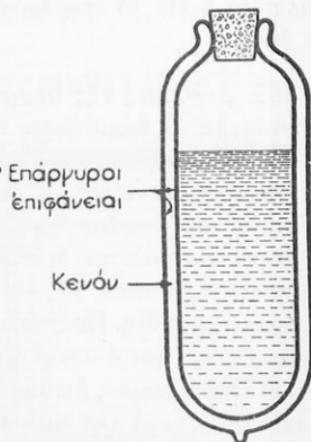
αἱ στιλπναὶ πλευραὶ καὶ ὡς ἐκ τούτου θερμαίνονται καὶ μεταδίδουν τὴν θερμότητα αὐτῶν εἰς τὰ ὀλίγα μόρια τοῦ ἀέρος τοῦ εὗρισκομένου εἰς ἐπαφὴν πρὸς αὐτάς. Τὰ ἀέρια μόρια ἐκφεύγουν ἐκ τῶν ἠθαιλωμένων πλευρῶν καί, ὡς ἐκ τῆς δημιουργουμένης ἀντιδράσεως κατ' ἀντίθετον διεύθυνσιν, ὁ πτερυγοφόρος ἄξων τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν. Ἐὰν ὁ χῶρος ἦτο πλήρης ἀέρος, ἢ προκαλουμένη ἀντίδρασις, ἐπειδὴ εἶναι πολὺ μικρά, δὲν θὰ ἦτο δυνατόν νὰ ὑπερνικῆσῃ τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος.

**366. Θερμοφόρα (Thermos).** Ταῦτα ἀποτελοῦνται ἐξ ὑαλίνων δοχείων μὲ διπλὰ τοιχώματα, μεταξὺ τῶν ὁποίων ὁμως ἔχει ἀφαιρεθῆ ὁ ἀήρ (σχ. 491). Ἐπειδὴ τὸ κενὸν εἶναι κακὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος, δεδομένου ὅτι δὲν ὑπάρχουν ἀέρια μόρια πρὸς ἀπαγωγὴν θερμότητος δι' ἀγωγῆς, ἐπίσης δὲ καὶ ἡ ὕαλος, δὲν εἶναι δυνατόν νὰ προκληθῆ ἀπώλεια θερμότητος ἐξ

Ἐπίσης, λόγῳ τοῦ κενοῦ τοῦ ὑπάρχοντος μεταξὺ

ποῖον λόγον θερμάστρα κατεσκευασμένη ἀπὸ λαμπρῶς ἐστιλβωμένου μετάλλου ἀκτινοβολεῖ, εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, πολὺ ὀλιγώτερον ποσὸν θερμότητος ἀπὸ θερμάστραν κατασκευασθεῖσαν ἀπὸ μέλαν τραχὺ μετάλλου. Ἔνεκα τοῦ λόγου τούτου αἱ θερμάστρα κατασκευάζονται ἀπὸ τραχὺν χυτοσίδηρον καὶ χρωματίζονται μὲ στρῶμα αἰθάλης.

Συσκευή λίαν εὐαίσθητος εἰς τὴν ἀκτινοβολίαν θερμότητος εἶναι τὸ **ἀκτινόμετρον** (σχ. 490). Τοῦτο ἀποτελεῖται ἐκ πτερυγοφόρου ἄξωνος φέροντος 4 πτερυγία, τὰ ὁποῖα εἶναι κατὰ τὴν μίαν ἐπιφάνειαν ἐπιστρωμένα δι' αἰθάλης. Τὸ σύστημα τοῦτο τῶν πτερυγίων κλείεται ἐντὸς σχεδὸν ἀεροκενοῦ σωλήνος, ἀλλ' εἰς τρόπον ὥστε νὰ δύναται νὰ περιστρέφεται. Αἱ ἠθαιλωμένα πλευραὶ τῶν πτερυγίων ἀπορροφοῦν πολὺ μεγαλύτερον ποσοστὸν τῆς ἀκτινοβόλου θερμότητος ἢ



Σχ. 491. Θερμοφόρον. (Δοχείον Dewar).

ἀγωγιμότητος. τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, δὲν

είναι δυνατόν νά παραχθῆ ἀπώλεια λόγῳ μεταφορᾶς θερμότητος, τέλος δὲ δι' ἐπαργυρώσεως τῶν δοχείων παρεμποδίζομεν νά εἰσχωρήσῃ ἐκ τῶν ἔξω θερμότης. Ἐξ ἄλλου καὶ ἡ ἐπιλιβωμένη ὕαλος δὲν μεταδίδει πολὺ ταχέως ἐξ ἀκτινοβολίας θερμότητα πρὸς τὰ ἔξω. Ἔνεκα τοῦ λόγου τούτου, ἐάν ἐντὸς τοιοῦτου δοχείου εἰσαγάγωμεν θερμὸν ἢ ψυχρὸν σῶμα, τοῦτο θὰ διατηρήσῃ τὴν θερμοκρασίαν του, χωρὶς αὐτὴ νά ἐπηρεάζεται ἐκ τῶν ἐξωτερικῶν συνθηκῶν.

367\*. **Θερμικὴ ἰσορροπία.** Ἐάν ἐντὸς θαλάμου σταθερᾶς θερμοκρασίας, τοῦ ὁποίου τὰ τοιχώματα εἶναι θερμοικῶς μεμονωμένα, εἰς τρόπον ὥστε νά μὴ δύναται νά εἰσχωρήσῃ θερμότης ἔξωθεν, ἀλλ' οὔτε καὶ ἐκ τοῦ θαλάμου νά μεταβιβάζεται θερμότης εἰς τὸν ἔξω χώρον, θέσομεν διάφορα σώματα διαφόρου θερμοκρασίας, παρατηροῦμεν ὅτι ταῦτα, μετὰ παρέλευσιν χρόνου τινός, λαμβάνουν ὅλα τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. Τοῦτο, κατὰ τὸν **Prevost**, συμβαίνει, διότι τὰ σώματα ἀκτινοβολοῦν συνεχῶς θερμότητα τὰ μὲν πρὸς τὰ δέ, ὡς ἐπίσης καὶ τὰ τοιχώματα τοῦ θαλάμου, τὰ ὅποια ἀκτινοβολοῦν ὡσαύτως θερμότητα. Οὕτω μετὰ τινα χρόνον ἀποκαθίσταται σταθερὰ θερμοκρασία, ὅτε ἕκαστον σῶμα ἀκτινοβολεῖ πρὸς τὰ ἄλλα τόσον ποσὸν θερμότητος, ὅσον δέχεται ἐξ ἀκτινοβολίας.

## ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΚ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

368. Τὸ κεφάλαιον τῆς θερμοδυναμικῆς ἐξετάζει κυρίως τὴν μετατροπὴν τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον ὡς καὶ τὴν ἀντίστροφον μετατροπὴν.

Πρῶτοι οἱ **Rumford** καὶ **Humphry Davy** ὑπεστήριξαν, ὅτι ἡ θερμότης δέον νά ἀποδοθῆ εἰς κίνησιν καὶ ἐπομένως ὅτι αὕτη ἀποτελεῖ μορφήν τῆς ἐνεργείας.

**Συμφώνως πρὸς τὰς νεωτέρας ἀντιλήψεις ὅσον ἀφορᾷ τὴν φύσιν τῆς θερμότητος, δεχόμεθα ὅτι αὕτη ὀφείλεται εἰς τὴν κίνησιν τῶν μορίων τῶν σωμάτων.** Οὕτω δεχόμεθα, ὅτι τὰ μόρια τῶν σωμάτων εὐρίσκονται εἰς διηλεκτὴ καὶ ἄτακτον κίνησιν καὶ ἐπομένως ἕκαστον μόριον ἐγκλείει, λόγῳ τῆς κινήσεως αὐτοῦ, κινήτικὴν ἐνέργειαν.

**Τὸ ἄθροισμα τῆς κινήτικῆς ἐνεργείας ὅλων τῶν μορίων, ἐκ τῶν ὁποίων συγκροτεῖται δεδομένη ποσότης ὕλης, καλεῖται ἐσωτερικὴ ἐνέργεια,** ἡ ὁποία ἐκδηλοῦται εἰς ἡμᾶς μακροσκοπικῶς ἢ, ἄλλως, ἐκδηλοῦται εἰς τὸν ἔξω κόσμον ὡς **θερμότης.**

Ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος παραμένει σταθερά, καὶ ἡ ἐσωτερικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος παραμένει σταθερά. Ἐάν ὅμως προσδίδωμεν εἰς τὸ σῶμα θερμότητα ἔξωθεν, τότε αὐξάνεται ἡ ταχύτης κινήσεως τῶν μορίων καὶ ἐπομένως αὐξάνεται ἡ ἐσωτερικὴ ἐνέργεια αὐτῶν, τοῦτο δὲ ἐκδηλοῦται εἰς τὸν ἔξω κόσμον δι' αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος· τὸ ἀντίθετον ὅμως συμβαίνει ὅταν τὸ σῶμα ἀποψύχεται.

Ἡ Μηχανικὴ θεωρία τῆς θερμότητος ἀνεπτύχθη κυρίως ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀερίων, διότι ταῦτα ἀποτελοῦν τὴν ἀπλουστάτην μορφήν τῆς ὕλης.

369. **Μηχανικὴ θεωρία τῆς θερμότητος.** Ἐκ τῆς σπουδῆς τῶν ἀερίων καὶ τῶν ἀτμῶν δεικνύεται, ὅτι τὰ σώματα ταῦτα ἀποτελοῦνται ἐκ μορίων, τὰ ὅποια εὐρίσκονται εἰς ἄτακτον καὶ ἀέναον κίνησιν, ἔνεκα δὲ τοῦ λόγου τούτου τὰ ἀέρια

και οι ατμοί αποτελούν σώματα, τα οποία παρουσιάζουν την ιδιότητα της εκτάσεως, δηλαδή τείνουν να καταλάβουν πάντα τον προσφερόμενον εις αυτά όγκον.

Εάν αέριον είναι έγκλεισμένον εντός κλειστού χώρου, π.χ. δοχείου, τα μόρια κατά την άτακτον κίνησιν αυτών προσκρούουν επί των τοιχωμάτων του δοχείου, από των οποίων αναπηδούν εκ νέου, το μέσον δέ αποτέλεσμα των προσκρούσεων



JULIUS ROBERT MAYER (1814-1878)

Γερμανός Ιατρός και φυσικοφιλόσοφος.  
Όνομαστός δια τας έρεύνας αυτού εις την θερμότητα.

εξόχως μεγάλης ταχύτητας, αι όποια εξαρτώνται εκ της θερμοκρασίας και της πίεσεως.

Τα μόρια του ατμοσφαιρικού αέρος υπό θερμοκρασίαν  $0^{\circ}\text{C}$  και πίεσιν  $76\text{ cm Hg}$  έχουν ταχύτητα  $485\text{ m/sec}$ . Η ταχύτης αυτή ίσοῦται περίπου προς την ταχύτητα βλήματος πυροβόλου όπλου.

Η διάμετρος των μορίων, θεωρουμένων σφαιρικών, είναι τάξεως μεγέθους  $0,000\,000\,02\text{ cm}$  έως  $0,000\,000\,03$  (δηλ.  $2 \cdot 10^{-8}$  έως  $3 \cdot 10^{-8}\text{ cm}$ ).

Η μάζα ενός μορίου υδρογόνου είναι  $3,4 \cdot 10^{-24}\text{ gr}$ , υπό του αυτού δέ αριθμού εκφράζεται και το βάρος αυτού εις  $\text{gr}^*$ .

Τα βάρη των μορίων άλλων αερίων εύρισκονται δια πολλαπλασιασμού του βάρους του ατόμου του υδρογόνου επί το μοριακόν βάρος του αερίου. Οὔτω το βάρος ενός μορίου όξυγόνου είναι  $32 \cdot 1,7 \cdot 10^{-24} = 54 \cdot 10^{-24}\text{ gr}^*$ .

Η μέση απόστασις των μορίων ποικίλλει από  $2 \cdot 10^{-7}$  έως  $3 \cdot 10^{-7}\text{ cm}$ .

Εις  $1\text{ cm}^3$  οίουνδήποτε αερίου υπό θερμοκρασίαν  $0^{\circ}\text{C}$  και πίεσιν  $76\text{ cm Hg}$  περιέχονται  $27,1 \cdot 10^{18}$  μόρια (**Αριθμός Avogadro**).

τουτών των μορίων επί των τοιχωμάτων εκδηλοῦται ως πίεσις του αερίου επί των τοιχωμάτων του περιέχοντος αυτά δοχείου. Μολονότι το μέγεθος των μορίων των αερίων είναι πολύ μικρόν, ώστε να μη είναι δυνατόν να καταστούν αντιληπτά, εν τούτοις η Φυσική έπενόησε μεθόδους, δια των οποίων κατορθώσε να καθορίση το μέγεθος, την μάζαν, και την ταχύτητα αυτών, ως και τον αριθμόν των μορίων των περιεχομένων εις  $1\text{ cm}^3$  ή εις  $1$  γραμμομόριον αερίου. Η ανάπτυξις των μεθόδων τούτων, τας όποίας πραγματεύεται η **κινητική θεωρία της ύλης**, υπερβαίνει τα όρια του βιβλίου τούτου, και ως εκ τούτου θα περιορισθώμεν να εκθέσωμεν εν συντόμῳ τα κυριώτερα των συμπερασμάτων, εις τα όποια κατέληξεν η άνωτέρω μνημονευομένη θεωρία.

Οὔτω κατεδείχθη, ότι τα μόρια των αερίων κατά την κίνησιν αυτών έχουν

Εἰς 1 γραμμομόριον οἰοῦδήποτε ἀερίου, ἦτοι εἰς 2 gr ἕδρογόνου, 32 gr ὀξυγόνου, 28 gr ἀζώτου, περιέχονται πάντοτε  $6 \cdot 10^{23}$  μόρια. (**Ἄριθμὸς Loschmidt**).

Τὰ ἀνωτέρω ἐκτιθέμενα, τὰ ὁποῖα προέκυψαν ἐκ τῆς θεωρητικῆς σπουδῆς τῶν ἀερίων ἐπὶ τῇ βάσει ὠρισμένων προϋποθέσεων καὶ δι' ἐφαρμογῆς τῶν νόμων τῆς Μηχανικῆς, ἐπεξετάθησαν ἀκολουθῶν καὶ ἐπὶ τῶν ὑγρῶν καὶ στερεῶν, εἰς τὰ ὁποῖα ὅμως αἱ κινήσεις τῶν μορίων δὲν εἶναι τόσον ἐλεύθεραι, ὡς εἰς τὴν περιπτώσειν τῶν ἀερίων.

Οὕτω π.χ., προκειμένου περὶ τῶν στερεῶν, δέχονται ὅτι αἱ κινήσεις τῶν μορίων ἀνάγονται εἰς μικροσκοπικὰς ταλαντώσεις περὶ τὴν μέσην θέσιν ἰσορροπίας αὐτῶν, αἱ ὁποῖαι ἔχουν τὸν χαρακτῆρα ἀρμονικῆς κινήσεως.

Ἐφ' ὅσον μᾶζα ἀερίου εὐρίσκεται εἰς ὠρισμένην θερμοκρασίαν, τὰ μόρια αὐτῆς ἔχουν ὠρισμένην ταχύτητα  $v$ , ἐὰν δὲ ἡ μᾶζα τοῦ μορίου εἶναι  $m$ , τοῦτο θὰ ἔχη, λόγῳ τῆς ταχύτητός του, κινητικὴν ἐνέργειαν  $mv^2/2$ . Ἐὰν δὲ ἀθροίσωμεν κατὰ τινα στιγμὴν ὅλας τὰς κινητικὰς ἐνεργείας τὰς ἀντιστοιχοῦσας εἰς ὅλα τὰ μόρια τῆς θεωρουμένης μάζης, τὸ ἀθροισμα τοῦτο ἀποτελεῖ τὴν ἐσωτερικὴν ἐνέργειαν τοῦ ἀερίου ἢ τοῦ σώματος, ἢ ὁποῖα ἐκδηλοῦται εἰς ἡμᾶς μακροσκοπικῶς ἢ, μὲ ἄλλους λόγους, εἰς τὸν ἔξω κόσμον ὡς θερμότης.

Ἐὰν προσδιδώμεν ἔξωθεν εἰς τὸ σῶμα θερμότητα, αὕτη ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νὰ καθιστᾷ ζωηροτέραν τὴν κίνησιν τῶν μορίων, δηλαδὴ νὰ αὐξάνῃ τὴν ταχύτητα αὐτῶν καὶ ἐπομένως τὴν συνολικὴν κινητικὴν ἐνέργειαν τῶν μορίων ἢ, μὲ ἄλλους λόγους, συντελεῖ εἰς τὴν αὐξήσιν τῆς ἐσωτερικῆς ἐνεργείας τοῦ σώματος. Ἡ αὐξήσις ὅμως αὕτη τῆς ἐσωτερικῆς ἐνεργείας τοῦ σώματος ἐκδηλοῦται εἰς τὸν ἔξω κόσμον ὡς αὐξήσις τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος. Τὸ ἀντίθετον συμβαίνει, ὅταν τὸ σῶμα ψύχεται, δηλαδὴ ἀποδίδει εἰς τὸν ἔξω κόσμον θερμότητα.

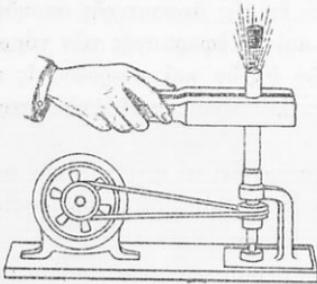
Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι, συμφώνως πρὸς τὰς νεωτέρας ἀντιλήψεις, ἡ θερμότης ἀποτελεῖ μίαν μορφήν τῆς ἐνεργείας, ὡς ἐπίσης ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια (§ 104), ἡ χημικὴ ἐνέργεια, ἡ ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια ἀποτελοῦν ἑτέρας μορφὰς τῆς ἐνεργείας.

**370. Μετατροπὴ μηχανικῆς ἐνεργείας εἰς θερμότητα. Μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος.** Ἡ μετατροπὴ αὕτη εἶναι ἀπλουσιότης καὶ δύναται νὰ γίνῃ δι' ἀπλῶν μέσων, συναντῶμεν δὲ αὐτὴν εἰς πᾶν βῆμα τῆς καθημερινῆς μας ζωῆς.

Οὕτω τὸν χειμῶνα ἀσυνασθήτως τρίβομεν τὰς χεῖράς μας διὰ νὰ θερμανθοῦν, διότι τὸ καταναλισκόμενον ὑπὸ τῆς μυικῆς μας δυνάμεως ἔργον πρὸς ὑπερνίκησιν τῆς τριβῆς μετατρέπεται εἰς θερμότητα. Αἱ τροχοπέδα (τὰ φρένα) τῶν αὐτοκινήτων θερμαίνονται, τὸ δὲ καταναλισκόμενον ἔργον πρὸς συγκράτησιν τῶν τροχῶν μετατρέπεται εἰς θερμότητα τριβῆς, ἐνίοτε μάλιστα ἡ ἀναπτυσσομένη θερμότης εἶναι τόσον μεγάλη, ὥστε αἱ τροχοπέδα θερμαίνονται μέχρις ἐπικινδύνου βαθμοῦ, τείνοντος νὰ θέσῃ αὐτὰς ἐκτὸς λειτουργίας (κόλλημα φρένων). Ἐξ ἄλλου, τὸ φαινόμενον τῆς παραγωγῆς θερμότητος ἐκ τριβῆς ἦτο γνωστὸν εἰς τοὺς ἀρχαι-

γόνους ανθρώπους, οί οποίοι παρήγον πῦρ διὰ τῆς καταλλήλου τριβῆς δύο λίθων.

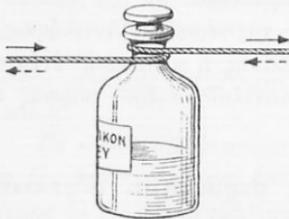
Λίαν διδακτικόν πείραμα τῆς ἀναπτύξεως διὰ τριβῆς θερμότητος δεικνύει ἡ εἰς τὸ σχῆμα 492 εἰκονιζομένη διάταξις. Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ κατακόρυφον με-



Σχ. 492. Παραγωγή θερμότητος διὰ τριβῆς.

στολήν αὐτοῦ. Διὰ τοῦ τρόπου τούτου δυνάμεθα νὰ ἐκπωματίσωμεν ὑάλινον δοχεῖον, τοῦ ὁποίου τὸ ὑάλινον πῶμα ἔχει προσκολληθῆ ἰσχυρῶς εἰς αὐτό.

Τὴν ἀνάπτυξιν θερμότητος διὰ καταναλώσεως μηχανικοῦ ἔργου δυνάμεθα νὰ δείξωμεν καὶ διὰ τοῦ **αεροθλίπτου**. Οὗτος ἀποτελεῖται ἐξ ὑάλινου κυλίνδρου μὲ παχέα τοιχώματα (σχ. 494), ἐντὸς τοῦ ὁποίου δύναται νὰ κινῆται ἐμβολεύς, ἐφαρμόζων ὁμῶς ἀεροστεγῶς. Ἐπὶ τῆς κάτω ἐπιφανείας τοῦ ἐμβολέως τοποθετοῦμεν μικρὰν ποσότητα εὐφλέκτου ὕλης (ἴσκας) καὶ ἀκολουθῶς ὠθοῦμεν τὸν ἐμβολέα ταχέως πρὸς τὰ κάτω, εἰς τρόπον ὥστε νὰ συμπιέσωμεν ἀποτόμως



Σχ. 493. Ὁ ἐκπωματισμὸς ἐπιτυγχάνεται διὰ τριβῆς.

τὸ ἀποκεκλεισμένον ἀέριον. Τὸ ἔργον τὸ καταναλισκόμενον διὰ τὴν συμπίεσιν τοῦ ἀερίου μετατρέπεται εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία, λόγῳ τῆς μεγάλης ταχύτητος μετὰ τῆς ὁποίας συμπιέζομεν τὸ ἀέριον, δὲν προφθάνει νὰ μεταδοθῆ πρὸς τὰ ἔξω (ἀδιαβατικὴ μεταβολή), οὕτω δὲ προκαλεῖ ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀερίου μέχρι τοιούτου βαθμοῦ, ὥστε νὰ ἐπέλθῃ ἀνάφλεξις τῆς εὐφλέκτου ὕλης.

Προκειμένου διὰ τὴν ἐνέργειαν, εἶδομεν (§ 105) ὅτι ἰσχύει ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, ἡ ὁποία εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς μετατροπῆς μηχανικοῦ ἔργου εἰς θερμότητα ἢ τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον διατυπῶνται ὡς ἑξῆς: **Ὅταν μηχανικὴ ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς θερμότητα εἴτε, ἀντιστρόφως, θερμότης μετατρέπεται εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν, ὁ λόγος τῶν δύο ποσοτήτων ἐνεργείας ἀποτελεῖ σταθερὰν ποσότητα.** Πρῶτος ὁ **J. Robert Mayer** κατώρθωσε διὰ θεωρητικῆς ὁδοῦ νὰ ὑπολογίσῃ τὴν ἀνωτέρω σχέσιν. Ἀκολουθῶς δὲ

Ἐπίσης εἰς τὸ σχῆμα 493 ἡ τριβὴ τοῦ σχοινίου ἀναπτύσσει θερμότητα, ἡ ὁποία θερμαίνει τὸν λαμὸν τοῦ δοχείου καὶ οὕτω προκαλεῖ δια-



Σχ. 494. Ἀεροθλίπτου.

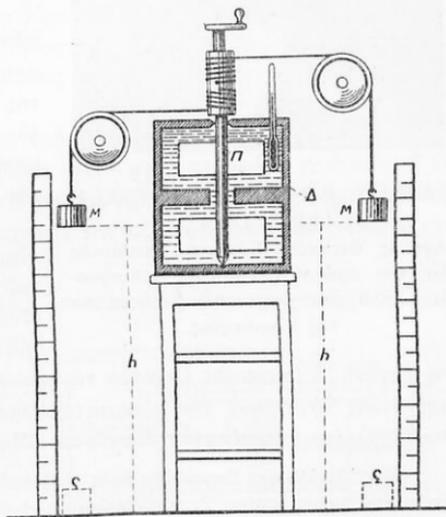
ἐκ μετρήσεων κατεδείχθη, ὅτι: **1 kcal εἶναι ἰσοδύναμος πρὸς 426,81 kgr\*m.**  
 Εἰς τὰς ἐφαρμογὰς δεχόμεθα ὅτι: **1 kcal ἰσοδυναμεῖ πρὸς 427 kgr\*m.** Τὸ μέγεθος τοῦτο καλεῖται **μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος.**

Μετατροπὴ μηχανικῶν μονάδων ἐνεργείας εἰς μονάδας θερμικῆς ἐνεργείας

427 kgr*m	=	1 kcal
1 kgr*m	=	1/427 kcal
1 HPh	=	75 · 3600 : 427 = 632 kcal
1 Joule	=	1/9,81 kgr*m = 1000 / (9,81 · 427) = 0,239 cal
1 kWh	=	3 600 000 Joule = 860 kcal

**371. Πείραμα Joule.** Ὁ Joule κατώρθωσε ν' ἀνεύρη πρώτος, πειραματικῶς, τὴν σχέσιν μεταξὺ μηχανικοῦ ἔργου καὶ θερμότητος, διὰ τῆς εἰς τὸ σχῆμα 495 εἰκονιζομένης θερμοδομετρικῆς διατάξεως.

Ἐντὸς θερμοδομέτρου Δ βυθίζεται πτερυγιοφόρος ἄξων Π, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν, μὲ τὴν βοήθειαν τῶν δύο μαζῶν Μ. Λόγω τῆς τριβῆς τῶν πτερυγίων τοῦ ἄξωνος ἐντὸς τοῦ ὕδατος τοῦ θερμοδομέτρου ἀναπτύσσεται θερμότης, ἡ ὁποία προκαλεῖ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ θερμοδομέτρου, μετρούμενης διὰ θερμομέτρου. Τὸ καταναλισκόμενον μηχανικὸν ἔργον καθορίζεται ἐκ τοῦ ὕψους  $h$  τῆς πτώσεως καὶ ἐκ τοῦ μεγέθους τοῦ βάρους, διὰ πολλαπλασιασμοῦ τῶν δύο τούτων μεγεθῶν. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ κατερχομένου βάρους δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν, διότι ἡ κἀπόδος αὐτοῦ εἶναι λίαν βραδεῖα. Ἐξ ἄλλου, ἡ ἀναπτυσσομένη θερμότης μετράται ἐκ τῆς μάζης τοῦ ὕδατος, τῆς θερμοχωρητικότητος τοῦ θερμοδομέτρου καὶ τῆς ἀνυψώσεως τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος (§ 332).



Σχ. 495. Μηχανὴ Joule διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ μηχανικοῦ ἰσοδυναμοῦ τῆς θερμότητος.

**372. Μετατροπὴ θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον.** Ἡ μετατροπὴ θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον δὲν ἀποτελεῖ φαινόμενον τόσον ἀπλοῦν, ὡς ἡ ἀντίστροφος μετατροπὴ, ἔνεκα δὲ τοῦ λόγου τούτου ὁ ἄνθρωπος μόλις πρὸ 100 ἐτῶν κατώρθωσε νὰ ἐπιτύχῃ τὴν μετατροπὴν θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον, ὅταν δηλαδὴ ἀνεκάλυψε τὰς θερμικὰς μηχανάς.

Πράγματι, διὰ τὴν μετατροπὴν τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον, πρέπει ἀπαραιτήτως νὰ διαθέσωμεν δύο πηγὰς θερμότητος (δεξαμενὰς θερμότητος), ἐκ τῶν ὁποίων ἢ μία νὰ εὐρίσκειται εἰς ἀνωτέραν θερμοκρασίαν καὶ ἢ ἄλλη εἰς κατωτέραν, καὶ νὰ διαθέτωμεν πρὸς τούτοις κατάλληλον μηχανήν.



JAMES PRESCOTT JOULE  
(1818-1889)

Ἄγγλος Φυσικός. Κατέστη ὀνομαστός διὰ τοῦ πρώτου πειράματος τοῦ προσδιορισμοῦ τοῦ μηχανικοῦ ἰσοδυναμοῦ τῆς θερμότητος.

μηχανή, ἢ ὁποία θὰ ἠδύνατο νὰ μετατρέπη τὴν θερμότητα τῆς θαλάσσης εἰς μηχανικὸν ἔργον καὶ τὴν πραγματοποιήσῃ τῆς ὁποίας ἀποκλείει ἐπίσης ἡ Φυσική, καλεῖται **ἀεικίνητον δευτέρου εἴδους**.

**373.** Ἀπόδοσις. Συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, εἰς μίαν θερμικὴν μηχανήν ἢ δεξαμενὴ ἀνωτέρας θερμοκρασίας  $T_1$ , εἰς ἀπολύτους βαθμούς, παρέχει τὸ ποσὸν θερμότητος  $Q_1$ , καὶ ἐν μέρος αὐτῆς  $Q_2$  μεταβιβάζεται διὰ τῆς μηχανῆς εἰς τὴν δεξαμενὴν κατωτέρας θερμοκρασίας  $T_2$ , τὸ δὲ ὑπόλοιπον  $Q_1 - Q_2$  μετατρέπεται εἰς μηχανικὸν ἔργον δυνάμενον νὰ χρησιμοποιηθῇ ἐπωφελῶς.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι ἡ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς ἐκφράζεται ἐκ τοῦ λόγου τοῦ ποσοῦ τῆς θερμότητος  $Q_1 - Q_2$ , τὸ ὁποῖον μετατρέπεται εἰς ὠφέλιμον μηχανικὸν ἔργον, πρὸς τὸ ἀρχικῶς ὑπὸ τῆς θερμικῆς δεξαμενῆς ἀνωτέρας θερμοκρασίας παρεχόμενον ποσὸν θερμότητος  $Q_1$ , ἥτοι :

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Θεωρητικῶς δεικνύεται, ὅτι ἡ ἀπόδοσις ἐκφράζεται καὶ ὑπὸ τῆς σχέσεως :

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Ἡ ὡς ἄνω ὑπολογιζομένη ἀπόδοσις εἶναι θεωρητικὴ, ἐνῶ ἡ πραγματικὴ, διὰ λόγους τοὺς ὁποίους δὲν δυνάμεθα ν' ἀναφέρωμεν εἰς τὸ βιβλίον τοῦτο, εἶναι κατὰ πολὺ μικροτέρα.

Ούτως εἶναι εἰς ἀτμομηχανήν, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ θερμικὴ δεξαμενὴ ἀνωτέρας θερμοκρασίας εἶναι ὁ λέβης, δεχθῶμεν ὅτι  $T_1 = 573 \text{ }^\circ\text{K}$ , ὡς θερμικὴ δὲ δεξαμενὴ ταπεινότερας θερμοκρασίας εἶναι τὸ ψυγεῖον, δεχθῶμεν δὲ  $T_2 = 323 \text{ }^\circ\text{K}$  ( $^\circ\text{K} = \text{βαθμοὶ Kelvin}$ ), ἡ θερμικὴ ἀπόδοσις τῆς μηχανῆς θὰ εἶναι :

$$\eta = \frac{573 - 323}{573} = 0,44 \quad \text{ἤτοι } 44 \%$$

Ἡ ἀπόδοσις ἐν γένει τῶν θερμικῶν μηχανῶν εἶναι πολὺ μικρὰ.

**374. Γενικὰ περὶ θερμικῶν μηχανῶν.** Αἱ θερμικαὶ μηχαναί, αἱ ὁποῖαι χρησιμεύουν πρακτικῶς εἰς τὴν μετατροπὴν τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον, διακρίνονται εἰς τὰς ἀκολούθους κατηγορίας :

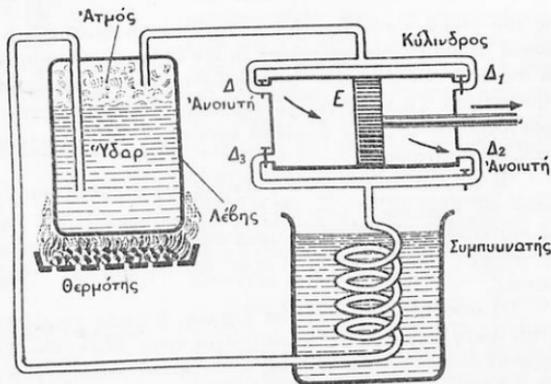
α) **Μηχαναὶ θερμοῦ ἀέρος.** Εἰς τὰς μηχανὰς τοῦ τύπου τούτου χρησιμοποιεῖται ἡ πίεσις ἀέρος, ἡ προερχομένη ἐκ τῆς θερμάνσεως ἀποκελεισμένης ποσότητος ἀέρος, ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖ τὸ μεταβαλλόμενον σῶμα.

β) **Μηχαναὶ ἐκρήξεως.** Εἰς τὰς μηχανὰς τοῦ τύπου τούτου εἰσάγεται ἐν κλειστῷ κυλίνδρῳ ἐκρηκτικὸν μίγμα ἀερίου - ἀέρος, τὸ ὁποῖον ἀναφλέγεται καταλλήλως. Ὡς ἐκ τῆς ἀναπτυσσομένης θερμότητος κατὰ τὴν ἀνάφλεξιν τοῦ μίγματος, ἀναπτύσσεται ἀπότομος ἀνύψωσις τῆς πίεσεως τῶν ἀερίων τῆς καύσεως, τὴν ὁποίαν ἐκμεταλλεύομεθα.

γ) **Ἀτμομηχαναί.** Εἰς τὰς μηχανὰς τοῦ τύπου τούτου χρησιμοποιοῦμεν τὴν πίεσιν ἀτμοῦ ὕδατος, ὁ ὁποῖος καταλαμβάνει κατὰ πολὺ μεγαλύτερον ὄγκον ἢ τὸ ὕδωρ ἐν ὑγρῇ καταστάσει, καὶ τοῦ ὁποίου ἡ πίεσις αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

δ) **Ἀτμοστρόβιλοι.** Καὶ εἰς τὰς μηχανὰς ταύτας χρησιμοποιοῦμεν ἐπίσης τὴν πίεσιν τοῦ ἀτμοῦ.

**375. Στοιχειώδης περιγραφὴ τῆς λειτουργίας ἀτμομηχανῆς.** Ἡ μηχανὴ περιλαμβάνει, διὰ τὴν λειτουργίαν αὐτῆς, τὸν λέβητα, ὁ ὁποῖος περιέχει ὕδωρ θερμαινόμενον κάτωθεν, ἐνῶ ἀνωθεν αὐτοῦ δημιουργεῖται ἀτμὸς ὑπὸ πίεσιν (σχ. 496). Ὁ ἀτμὸς εἰσχωρεῖ ἐκ τοῦ λέβητος πρὸς τὸν κύλινδρον, μέσῳ τῆς βαλβίδος Δ, ἡ ὁποία ἀνοίγει καὶ ὠθεῖ τὸν ἐμβολέα Ε πρὸς τὰ δεξιὰ, ἐνῶ ἡ βαλβὶς Δ<sub>2</sub> παραμένει ἀνοικτὴ συγκοινωνοῦσα πρὸς τὸν συμπυκνωτήν, ὅπου ἐπικρατεῖ μικρὰ πίεσις. Ὄταν ὁ ἐμβολεὺς φθάσῃ εἰς τὸ ἄκρον τῆς διαδρομῆς του, ἀνοίγει ἡ βαλβὶς Δ<sub>1</sub> ὡς καὶ ἡ Δ<sub>3</sub>, ἐνῶ κλείουν αἱ Δ καὶ Δ<sub>2</sub>. Συνεπεία εἰσορῆς ἀτμοῦ ἐκ τῆς Δ<sub>1</sub> ὁ ἐμβολεὺς κινεῖται πρὸς τὰ ἀριστερά, λόγῳ τῆς πίεσεως τοῦ ἀτμοῦ, καὶ

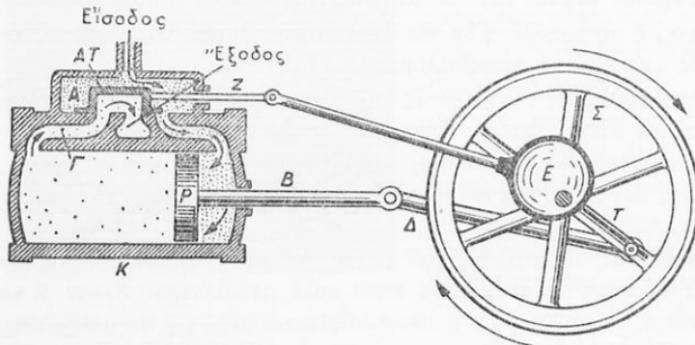


Σχ. 496. Ἀρχὴ τῆς λειτουργίας ἀτμομηχανῆς.

Ὄταν ὁ ἐμβολεὺς φθάσῃ εἰς τὸ ἄκρον τῆς διαδρομῆς του, ἀνοίγει ἡ βαλβὶς Δ<sub>1</sub> ὡς καὶ ἡ Δ<sub>3</sub>, ἐνῶ κλείουν αἱ Δ καὶ Δ<sub>2</sub>. Συνεπεία εἰσορῆς ἀτμοῦ ἐκ τῆς Δ<sub>1</sub> ὁ ἐμβολεὺς κινεῖται πρὸς τὰ ἀριστερά, λόγῳ τῆς πίεσεως τοῦ ἀτμοῦ, καὶ

εκδιώκει τὸν ἀποτονωθέντα ἀτμὸν πρὸς τὸν συμπυκνωτήν, ὅπου συμπυκνοῦται καὶ ἐπαναφέρεται ἐκ νέου εἰς τὸν λέβητα.

Εἰς τὸ σχῆμα 497 δεικνύεται ἐν τομῇ συνήθους τύπος ἀτμομηχανῆς, τῆς ὁποίας ἡ λειτουργία ἔχει ὡς ἐξῆς: Ὁ ἀτμὸς κατὰ τὴν ἑναρξιν τῆς λειτουργίας τῆς μηχανῆς εἰσχωρεῖ ὑπὸ πίεσιν ἐκ τοῦ λέβητος (πηγὴ θερμοτήτος ὑψηλῆς θερμοκρασίας) διὰ τοῦ σωλῆνος εἰσόδου καὶ διοχετεύεται διὰ τοῦ ὀχετοῦ εἰς Α ὑπὸ σταθεράν πίεσιν εἰς τὸν κύλινδρον, οὗτω δὲ ὠθεῖ τὸν ἐμβολέα Ρ πρὸς τ' ἀριστερά, διότι ἡ ἐπὶ τῆς ἄλλης ὄψεως αὐτοῦ ἀσκοιμένη πίεσις εἶναι μικροτέρα (ἀτμοσφαιρική πίεσις), καθότι ἡ περιοχὴ πρὸς τ' ἀριστερά τοῦ ἐμβολέως συγκοινωνεῖ πρὸς τὴν ἔξοδον. Ἡ πίεσις ἡ ὠθηῖσα τὸν ἐμβολέα διατηρεῖται σταθερά, μέχρις ὁρισμένου σημείου τῆς διαδρομῆς του, ὁπότε κλείεται διὰ τοῦ ἀτμοσύρτου ΑΤ ἡ παροχὴ ἀτμοῦ. Τότε ὁμως παύει ἡ εἰσροὴ ἀτμοῦ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου, ὁ δ' ἐν αὐτῷ καὶ πρὸς τὰ δεξιὰ



Σχ. 497. Τομὴ ἀτμομηχανῆς. ΑΤ, ἀτμοσύρτης. Α καὶ Γ, ὀχετοί. Κ, κύλινδρος. Ρ, ἐμβολόν. Β, βάκιτρον. Δ, διωστήρ. Τ, στρόφαλος. Ε, ἔκκεντρον. Σ, σφόνδυλος.

τοῦ ἐμβολέως ἀποκλεισμένοις ἀτμὸς διὰ περαιτέρω προωθήσεως τοῦ ἐμβολέως ἀποτονωταί. Περὶ τὸ τέλος τῆς διαδρομῆς τοῦ ἐμβολέως ἀνοίγει πάλιν ὁ ὀχετὸς Α, οὗτω δὲ ὁ κύλινδρος τίθεται διὰ τοῦ ἀτμοσύρτου εἰς συγκοινωνίαν μετὰ τὴν ἔξοδον τοῦ ἀτμοῦ πρὸς τὴν ἀτμόσφαιραν ἢ τὸ ψυγεῖον (πηγὴ θερμοτήτος ταπεινοτέρας θερμοκρασίας), ὅτε ἡ πίε-

σις τοῦ ἀτμοῦ πίπτει ἀποτόμως. Κατὰ τὴν στιγμὴν ὁμως ταύτην λαμβάνει ἐκ νέου χώραν εἰσροὴ ἀτμοῦ εἰς τὸν κύλινδρον ἐκ τοῦ λέβητος, συνεπεία δὲ τούτου ὁ ἐμβολεὺς ὠθεῖται πρὸς τὰ δεξιὰ καὶ εκδιώκει τὸν ἀποτονωθέντα προηγουμένως ἀτμὸν, ὅστις συμπυκνοῦται εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν (ἢ τὸ ψυγεῖον) καὶ οὕτως ἐπαναλαμβάνονται πάλιν αἱ αὐτὰ φάσεις ὡς προηγουμένως. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι ὁ ἀτμοσύρτης ρυθμίζει τὴν εἰσροὴν ἀτμοῦ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου.

Ἡ ὡς ἄνω παλινδρομητικὴ κίνησις τοῦ ἐμβόλου ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου μετατρέπεται, διὰ μέσου τοῦ βάκιτρον Β (σχ. 497), τοῦ διωστήρος Δ, τοῦ στρόφαλου Τ καὶ τοῦ ἐκκέντρον Ε, εἰς περιστροφικὴν, ἐνῶ Σ παριστᾷ σφόνδυλον, ὅστις διατηρεῖ ὁμοίωμορρον τὴν λειτουργίαν τῆς μηχανῆς καὶ χρησιμεύει πρὸς τούτους διὰ τὴν μεταβίβασιν τῆς κινήσεως διὰ μέσου ἱμάντος.

Ἡ ἀνωτέρω περιγραφείσα μηχανή, ἡ ὁποία ἀποτελεῖται ἐξ ἑνὸς μόνον κυλίνδρου, καλεῖται *ἀπλῆ μηχανή*. Αἱ ἀτμομηχαναὶ ὅμως ὅλων τῶν νεωτέρων πλοίων εἶναι *σύνθετοι μηχαναὶ* ἀποτελούμεναι ἐκ δύο, τριῶν ἢ καὶ τεσσάρων κυλίνδρων. Ὁ αὐτὸς ἀτμὸς εἰσέρχεται διαδοχικῶς εἰς ἕκαστον τῶν κυλίνδρων, τῶν ὁποίων ἡ διατομὴ διαδοχικῶς εἶναι ἠϋξημένη, δεδομένου ὅτι κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ ἐλαττοῦται, ἐνῶ ὁ ὄγκος αὐτοῦ αὐξάνεται. Διὰ τῆς τοιαύτης βαθμιαίας ἐκτονώσεως τοῦ ἀτμοῦ ἀπὸ κυλίνδρου εἰς κύλινδρον ἐπέρχεται μεγάλη οἰκονομία, διότι ὁ ἀτμὸς δὲν ἀποβάλλεται ἐκ τῆς μηχανῆς ἐμὴ μόνον, ὅταν ὅλη ἡ ἐνέργεια αὐτοῦ ἔχει ἀποδοθῆ.

Ἐπίσης αἱ μηχαναὶ τῶν σιδηροδρόμων εἶναι σύνθετοι μηχαναὶ, εἰς τὰς ὁποίας οἱ δύο κύλινδροι εὐρίσκονται πρὸς τὸ ἔξω μέρος τῆς μηχανῆς, ἐνῶ οἱ ὑπόλοιποι ἐντὸς αὐτῆς, ἡ

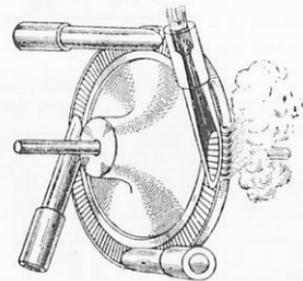
δὲ ἐκτόνωσις τοῦ ἀτμοῦ γίνεται ἀπ' εὐθείας εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν, χωρὶς νὰ χρησιμοποιητῆται συμπυκνωτὴς μετὰ ψυγείου, ὡς συμβαίνει εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς πλοίου.

**376. Ἀτμοστρόβιλοι.** Εἰς τοὺς ἀτμοστρόβιλους ἡ κίνησις εἶναι ἀπ' εὐθείας περιστροφικὴ, ἀποτελοῦνται δὲ οὗτοι ἐξ ἄξονος ἐφοδιασμένου διὰ τροχῶν ἢ δίσκων, οἱ ὅποιοι εἰς τὰ ἄκρα αὐτῶν φέρον καμπυλωτὰ πτερυγία. Διὰ τῆς ροῆς δὲ ἀτμοῦ ὑπὸ πίεσιν ἐπὶ τῶν πτερυγίων τίθεται ὁ τροχὸς εἰς περιστροφικὴν κίνησιν περὶ τὸν ἄξονά του (σχ. 498).

Ἀτμοστρόβιλων ὑπάρχουν διάφοροι τύποι, ὡς ὁ τοῦ de Laval (σχ. 498) κ.ά., οἱ ὅποιοι παρουσιάζουν ἀπόδοσιν μεγαλυτέραν τῆς ἀτμομηχανῆς.

Τελευταίως ἡ ἀπόδοσις τῶν ἀτμομηχανῶν ἐβελτιώθη διὰ τῆς χρησιμοποιοῦσεως ὑπερθέρμων ἀτμῶν. Ἡ ἀπόδοσις τῶν μηχανῶν ποικίλλει ἀπὸ 12-25%, ἐνῶ ἡ ἀπόδοσις τῶν ἀτμοστρόβιλων φθάνει μέχρι 30-35%.

**377. Μηχαναὶ ἐκρήξεως.** Αἱ μηχαναὶ αὗται, αἱ ὅποια καλοῦνται καὶ *μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως*, ἀποτελοῦνται ἐκ κυλίνδρου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου δύναται νὰ κινήται ἐμβολεὺς. Ὁ κύλινδρος φέρει πρὸς τὰ ἄνω δύο βαλβίδας, ἡ πρὸς τὰ δεξιὰ, λέγεται βαλβὶς εἰσαγωγῆς, ἡ δὲ ἄλλη,

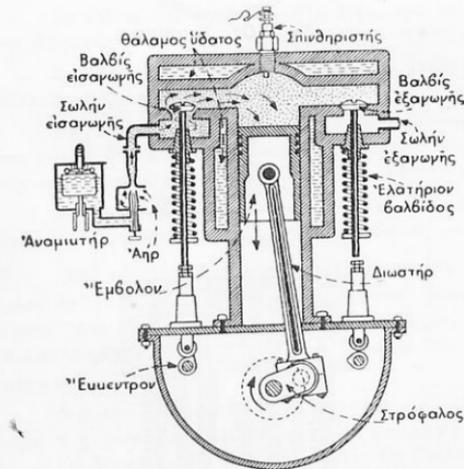


Σχ. 498. Ἀτμοστρόβιλος Laval.

ἡ πρὸς τ' ἀριστερά, βαλβὶς ἐξαγωγῆς (σχ. 499). Αἱ φάσεις αἱ ἐκτελούμεναι κατὰ τὴν λειτουργίαν μηχανῆς ἐσωτερικῆς καύσεως εἶναι αἱ ἀκόλουθοι :

**1η Φάσις : Ἀναρρόφσις (Εἰσαγωγή)** . Τὸ μίγμα εἰσέρχεται εἰς τὴν κορυφὴν τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τὴν βαλβίδα εἰσαγωγῆς, λόγω τῆς ἐλαττώσεως τῆς πίεσεως εἰς τὸν κύλινδρον, τῆς δημιουργουμένης ἀπὸ τὸ κατερχόμενον ἔμβολον. Γενικῶς τὸ μίγμα προσλαμβάνεται ἀπὸ τὴν μηχανήν, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ὡς ἀντλία. Ὁ ἐμβολεὺς εὐρίσκειται κατ' ἀρχὰς εἰς τὸ ἀνώτατον ἄκρον τῆς διαδρομῆς του καὶ, ὅταν ἀρχίσῃ νὰ κατέρχεται, ἀνοίγει ἀμέσως ἡ βαλβὶς εἰσαγωγῆς καὶ τὸ καύσιμον ἀέριον εἰσχωρεῖ, ἕνεκα τοῦ ἀνωτέρω ἐκτεθέντος λόγου, ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου. Ἡ βαλβὶς ἐξαγωγῆς εἶναι κλειστὴ (σχ. 500).

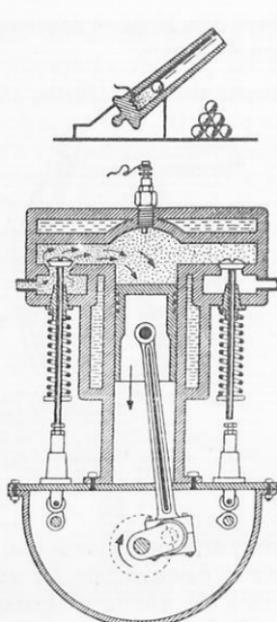
**2α Φάσις : Συμπύεσις.** Ὅταν ὁ κύλινδρος πληρωθῇ ὑπὸ τοῦ μίγματος, ἡ βαλβὶς εἰσαγωγῆς κλείει καὶ τὸ μίγμα διατηρεῖται εἰς τὸν κύλινδρον, διότι καὶ



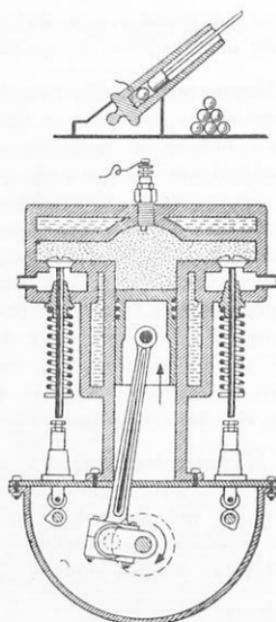
Σχ. 499. Μονοκύλινδρος μηχανὴ ἐκρήξεως ἐν τομῇ.

ἡ βαλβὶς ἐξαγωγῆς εἶναι πάντοτε κλειστὴ. Ὅταν ὁ ἐμβολεὺς φθάσῃ εἰς τὸ κατώτατον σημεῖον τῆς διαδρομῆς του, ἀρχεται κινούμενος πρὸς τ' ἄνω, ὅτε αἱ δύο βαλβίδες παραμένουν κλεισταὶ καὶ τὸ καύσιμον ἀέριον συμπιέζεται (σχ. 501).

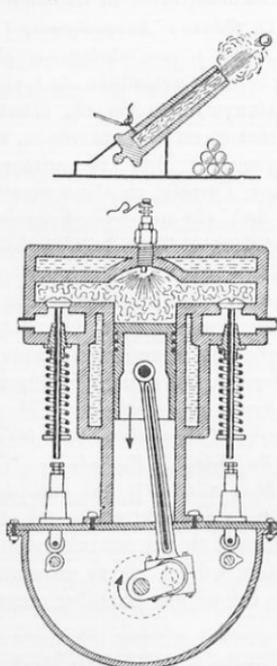
**3η Φάσις : Ἐκρηξις.** Ὅταν τὸ ἀέριον συμπιεσθῇ ἐπαρκῶς, μετὰ τὴν βοήθειαν ἐιδικῆς διατάξεως λειτουργούσης δι' ἠλεκτρικοῦ ρεύματος, τὸ καύσιμον ἀναφλέγεται καὶ ἐπακολουθεῖ ἔκρηξις. Αἱ δύο βαλβίδες ἐξακολουθοῦν νὰ παραμένουν κλεισταὶ (σχ. 502). (Τὸ καύ-



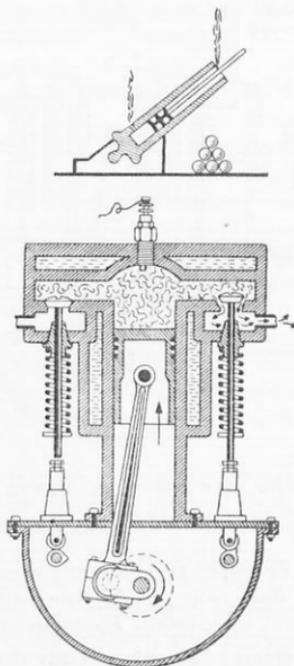
Σχ. 500. Ἀναρρόφσις.



Σχ. 501. Συμπέσις.



Σχ. 502. Ἐκρηξις.



Σχ. 503. Ἐξαγωγή.

Σχ. 500 - 503. Αἱ τέσσαρες κύριαι φάσεις μηχανῆς ἐκρήξεως.

σιμον καιόμενον ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἀποτελεῖ τὴν δεξαμενὴν θερμότητος ἀνωτέρας θερμοκρασίας (βλ. σελ. 330).

**4η Φάσις :** *Αὐξήσις ἀπότομος τῆς πίεσεως.* Λόγω τῆς κατὰ τὴν ἔκρηξιν ἀναπτυσσομένης θερμότητος, ἡ πίεσις τῶν ἀερίων τῆς καύσεως αὐξάνεται ἀποτόμως.

**5η Φάσις :** *Ἀποτόνωσις.* Ὡς ἐκ τῆς ἀποτόμου αὐξήσεως τῆς πίεσεως ὁ ἔμβολος ὠθείται βιαίως πρὸς τὰ κάτω καὶ οὕτω τὰ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου εὐρισκόμενα ἀέρια ἀποτονοῦνται, ἡ φάσις δὲ αὕτη ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν ἀπόδοσιν ἔργου ὑπὸ τῆς μηχανῆς.

**6η Φάσις :** *Ἀπότομος ἐλάττωσις τῆς πίεσεως.* Ἡ βαλβὶς ἐξαγωγῆς ἀνοίγει, ὅτε ἡ πίεσις ἐλαττοῦται ἀποτόμως. (Ἡ ἀτμόσφαιρα ἀποτελεῖ τὴν δεξαμενὴν θερμότητος ταπεινότερας θερμοκρασίας).

**7η Φάσις :** *Ἐξαγωγή.* Τὸ ἔμβολον, τὸ ὁποῖον τώρα εἶναι χαμηλά, ἀνέχεται πάλιν καὶ ἐκδιώκει τὰ ἀέρια τῆς καύσεως μέσῳ τῆς βαλβίδος ἐξαγωγῆς, ἥτις ἐν τῷ μεταξὺ ἦνοιξεν. Ἡ βαλβὶς ἀναρροφήσεως εἶναι πάντοτε κλειστὴ (σλ. 503).

Αἱ κυρίως ὅμοιαι φάσεις, αἱ ὁποῖαι εἰς τὴν πρᾶξιν χαρακτηρίζουν τὴν λειτουργίαν τῆς ἀνωτέρου μηχανῆς ἑσωτερικῆς καύσεως, εἶναι : ἡ ἀναρρόφησις (1), ἡ συμπίεσις (2), ἡ ἔκρηξις (3) καὶ ἡ ἐξαγωγή (7). Ἐπειδὴ δὲ ἡ ὥς ἄνω λειτουργία διεξάγεται εἰς τέσσαρας χρόνους, ἡ μηχανὴ καλεῖται καὶ *τετράχρονος μηχανή*.

Τὰ διαγράμματα τῶν σχημάτων 500 ἕως 503 δεικνύουν τὴν λειτουργίαν μιᾶς μηχανῆς συγκρινομένην μετὰ τὴν λειτουργίαν ἑνὸς τηλεβόλου. Πράγματι τὸ ἔμβολον ἐπέγει ἐν σχέσει μετὰ τὸ ἐκρηκτικὸν μίγμα τὴν ἴδιαν θέσιν τοῦ βλήματος ἐν σχέσει μετὰ τὴν πυρίτιδα. Οὕτω ἔχομεν :

**1η Φάσις.** Ἡ πυρίτις ἐτέθη ἐντὸς τοῦ τηλεβόλου, ἡ δὲ πυροδοτικὴ διάταξις παραμένει ἀδρανής.

**2α Φάσις.** Ἡ πυρίτις συμπιέζεται ἐντὸς τοῦ τηλεβόλου καὶ ἡ πυροδοτικὴ διάταξις ἐξακολουθεῖ παραμένουσα ἀδρανής.

**3η Φάσις.** Ἡ πυροδοτικὴ διάταξις διεγείρει τὴν ἀνάφλεξιν τῆς πυρίτιδος, ὅτε λαμβάνει χώραν ἔκρηξις καὶ ἀπότομος ἀποτόνωσις τῶν ἀερίων τῶν προελθόντων ἀπὸ τὴν καύσιν τῆς πυρίτιδος. Οὕτω τὸ βλήμα ὠθεῖται βιαίως πρὸς τὰ ἔξω.

**4η Φάσις.** Ἡ πυροδοτικὴ διάταξις ἀδρανεῖ μετὰ τὴν ἔκρηξιν, εἰς τρόπον ὥστε τὸ τηλεβόλον νὰ τροφοδοτηθῇ ἐκ νέου ἀνιδύνας μετὰ πυρίτιδα.

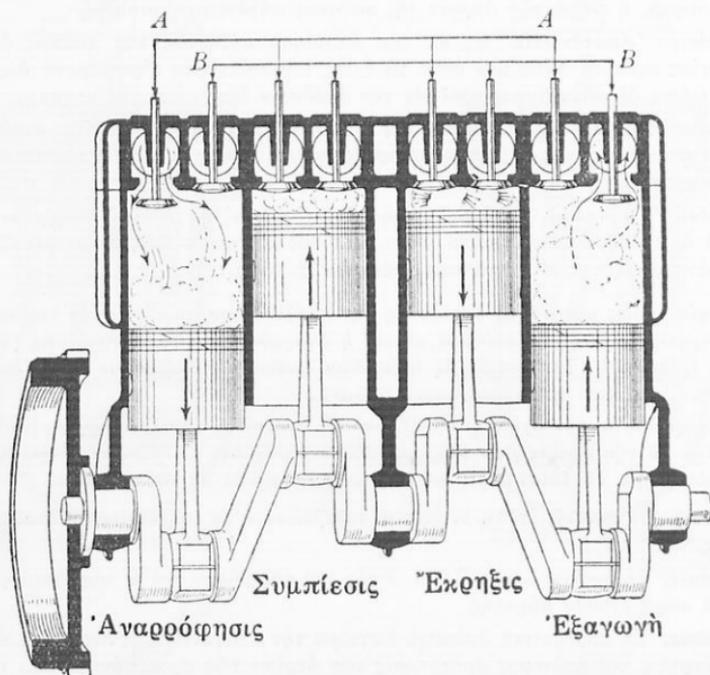
Ἀπὸ τὰς τέσσαρας περιγραφείσας κυρίας φάσεις, ἐκάστη τῶν ὁποίων ἀντιστοιχεῖ εἰς μίαν ἀπλὴν διαδρομὴν τοῦ ἐμβόλου, μόνον ἐκείνη τῆς ἐκ τῶν ὀσέων μᾶς δίδει ὠφέλιμον ἔργον. Ἀντιθέτως αἱ ἄλλαι ἀπορροφῶν ἔργον, τὸ ὁποῖον παρέχεται ἀπὸ τὴν εἰς τὸν σφόνδυλον ἀποταμιευθεῖσαν ἐνέργειαν. Ἐχομεν δηλ. μίαν φάσιν ἔργου δι' ἕκαστον κύκλον τῆς μηχανῆς.

Διὰ τὴν πραγματοποίησιν μηχανῶν μεγάλης ἰσχύος συνδυάζονται περισσότεροι κύκλοι π.χ. τέσσαρες, ἕξ ἢ δώδεκα, ὅτε ἡ μηχανὴ καλεῖται τετρακύλινδρος, ἑξακύλινδρος κ.ο.κ.

Οἱ διωστήρες οἱ ἀντιστοιχοῦντες εἰς ἕκαστον ἑνιαῖον κύλινδρον τοποθετοῦνται ἐπὶ τοῦ στροφαλοφόρου ἄξονος κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε εἰς τὴν περίπτωσιν π.χ. τετρακύλινδρου μηχανῆς, ὅταν ὁ πρῶτος κύλινδρος εὐρίσκει εἰς φάσιν ἔργου, ὁ δεῦτερος εὐρίσκει εἰς φάσιν ἐξαγωγῆς, ὁ τρίτος εἰς φάσιν συμπίεσεως καὶ ὁ τέταρτος εἰς τὴν φάσιν εἰσαγωγῆς (ἀναρροφήσεως).

Οὕτω μετὰ τέσσαρας κύλινδρους ἀνά ἡμισυ κύκλον, καὶ ὄχι πλέον ἀνὰ δύο κύκλους, ἔχομεν μίαν κινητήριον ὄθισιν ἐπὶ τῆς μηχανῆς τῆς συνεζευγμένης πρὸς τὸν κινητήρα, ἡ ὁποία ἐπιτρέπει νὰ ὑπερβῶμεν τὴν φάσιν τοῦ νεκροῦ σημείου, ὅπου εὐρίσκονται τὰ ἄλλα ὁποῖα ἐπιτρέπει νὰ ὑπερβῶμεν τὴν φάσιν τοῦ σφονδύλου. Ἡ κίνησις γίνεται κινήτῳ στοιχεῖα τὴν αὐτὴν στιγμὴν χωρὶς τὴν βοήθειαν τοῦ σφονδύλου. Ἡ κίνησις γίνεται φυσικὰ διαρκῶς καὶ περισσότερον κανονικῇ αὐξανομένῳ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν κυλίνδρων. Διὰ τοῦτο εἰς τὴν ἀεροπορίαν χρησιμοποιοῦν μηχανὰς μετὰ μάλιστον ἀριθμὸν κυλίνδρων.

Τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον οἱ κινητήρες οὗτοι ἀναπτύσσουν δι' ἀπλῆν διαδρομὴν τοῦ ἐμβόλου, ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν πίεσιν τοῦ ἀερίου, ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐμβόλου καὶ ἀπὸ τὸ μῆκος τῆς διαδρομῆς του ἢ ἄλλως ἐκ τοῦ ὄγκου τοῦ θαλάμου ἐκτονώσεως τοῦ ἀερίου.



Σχ. 504. Διάταξις τετρακυλίνδρου μηχανῆς. ΑΑ, βαλβίδες εισαγωγῆς. ΒΒ, βαλβίδες ἐξαγωγῆς.

Εἰς τὸ σχῆμα 504 δεικνύεται τετρακύλινδρος μηχανὴ ἐκρήξεως καὶ ὁ τρόπος τῆς συζεύξεως τῶν ἐμβόλων τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν στροφαλοφόρον ἄξονα.

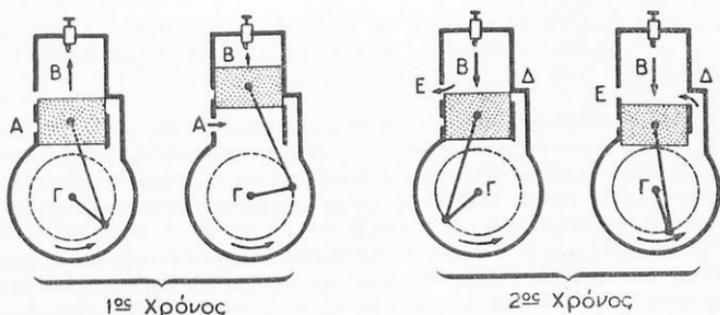
**378. Μηχαναὶ Diesel.** Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς, ἀλλὰ μὲ ἐλαφρὰς τροποποιήσεις, στηρίζεται καὶ ἡ λειτουργία τῶν **κινητήρων Diesel**, εἰς τοὺς ὁποίους ἡ συμπίεσις εἶναι πολὺ ἀνωτέρα καὶ ταχεία, οὗτω δὲ δὲν ἀπαιτεῖται ἡ χρησιμοποίησις ἀναφλεκτικῆς διατάξεως διὰ τὸ καύσιμον, ἀλλὰ τοῦτο αὐταναφλέγεται, λόγω τῆς ἐντόνου ἀνυψώσεως τῆς θερμοκρασίας του κατὰ τὴν ταχυτάτην συμπίεσίν του (ἀδιαβατικὴ συμπίεσις).

Εἰς τοὺς κινητήρας Diesel δὲν λαμβάνει χώραν ἐκρηξις, ἀλλὰ τὸ καύσιμον μίγμα καίεται βαθμηδόν. Οὗτοι παρουσιάζουν τὸ πλεονέκτημα, ὅτι δύναται νὰ χρησιμοποιήσουν ὡς καύσιμα, βαρῆα ἔλαια ἢ πετρέλαιον, τὰ ὁποῖα δὲν εἶναι δυνατόν νὰ χρησιμοποιηθοῦν ὑπὸ τῶν κινητήρων ἐσωτερικῆς καύσεως.

Ἡ ἀπόδοσις τῶν μηχανῶν ἐσωτερικῆς καύσεως εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τῶν ἀτμομηχανῶν. Οὗτω διὰ μηχανὰς ἐκρήξεως αὕτη ἀνέρχεται εἰς 20-32%, ἐνῶ διὰ κινητήρας Diesel εἶναι 30-38%.

Γενικῶς οἱ κινητήρες ἐκρήξεως χρησιμοποιοῦνται εἰς τὰ αὐτοκίνητα, μοτοσυκλέτας, ὑπὸ σχετικῶς μικρὰν ἰσχύν, ἀλλὰ ὑπὸ λιανὴν μεγάλην ἰσχύν εἰς τὰ ἀεροπλάνα. Οἱ κινητήρες Diesel, ἐπειδὴ ἀποτελοῦν βαρεῖας μηχανὰς, χρησιμοποιοῦνται κυρίως εἰς τὰ ἐργοστάσια, εἰς πλοῖα καὶ εἰς μονίμους ἐν γένει ἐγκαταστάσεις.

379. Δίχρονοι μηχαναί. Ἐκτὸς τῶν τετραχρόνων κινητήρων ἡ μηχανῶν ὑπάρχουν καὶ αἱ *δίχρονοι μηχαναί*. Τὸ σύνολον τῶν ὀργάνων παραμένουν τὰ ἴδια ὡς καὶ εἰς τὰς τετραχρόνους μηχανάς. Καλοῦνται δὲ αἱ μηχαναὶ αὗται *δίχρονοι*, διότι ἡ ἔκρηξις λαμβάνει

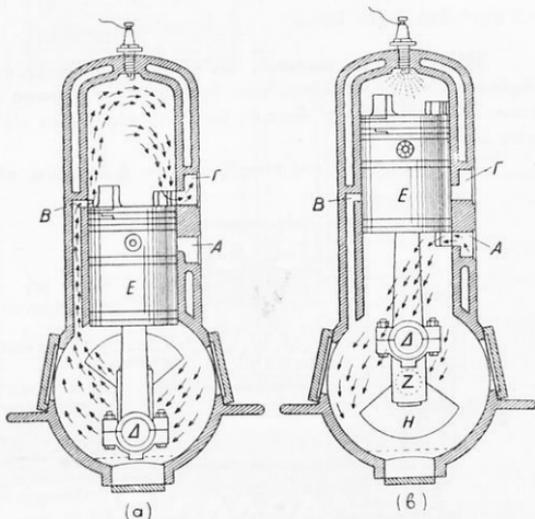


Σχ. 505. Λειτουργία δίχρονου μηχανῆς.

χώραν μίαν φοράν, διὰ μίαν ἄνοδον καὶ μίαν κάθοδον τοῦ ἐμβολέως, δηλ. τὸ ἔμβολον ὑφίσταται μίαν ὠθησιν κατὰ τὸ τέλος ἐκάστης δευτέρας ἀπλῆς διαδρομῆς.

1ος χρόνος. Κατὰ τὴν ἄνοδον ὁ ἐμβολεὺς συμπιέζει τὰ ἀέρια εἰς B καὶ δημιουργεῖ ὑποπίεσιν εἰς τὸ κάτωθεν κιβώτιον Γ (carter), τὸ ὁποῖον εἶναι στεγανῶς συνδεδεμένον πρὸς τὸν κύλινδρον. Λόγῳ τῆς ἀνόδου τοῦ ἐμβολέως ἀνοίγει ἡ ὀπή A ἢ ὁποία ἐπιτρέπει τὴν ἐκ νέου εἰσοδον καυσίμου, τὸ ὁποῖον εἰσχωρεῖ ἐντὸς τοῦ κιβωτίου, ἐνῶ ἡ ὀπή ἐξαγωγῆς εἶναι κλειστὴ (σχ. 505).

2ος χρόνος. Τὸ ἀέριον ἀναφλέγεται, ὅταν ὁ ἐμβολεὺς εὐρίσκει εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς τροχιάς του. Ὡς ἐκ τῆς ἀναπτυσσομένης πίεσεως, ὁ ἐμβολεὺς ὠθεῖται πρὸς τὰ κάτω, ὅποτε ἀνοίγει ἡ ὀπή ἐξαγωγῆς E καὶ, ὀλίγον ἀργότερον, ἡ ὀπή εἰς Δ, διὰ τῆς ὁποίας εἰσχωρεῖ καύσιμον ἐκ τοῦ κιβωτίου, τὸ ὁποῖον συμβάλλει πρὸς τούτους εἰς τὴν ἐκδίωξιν τῶν ἀερίων καύσεως. Ἀκολούθως ἐπαναλαμβάνεται ἡ αὐτὴ φάσις ὡς προγενεστέρως.



Σχ. 506. Μέρη δίχρονου κινητήρος. E, ἔμβολον. Z, ἄξων στροφαλοφόρος. Δ, διωστήρ. A, ὀπή εἰσαγωγῆς κιβωτίου. B, ὀπή εἰσαγωγῆς κυλίνδρου. Γ, ὀπή ἐξαγωγῆς. H, ἀντίβαρον.

Παραστατικώτερον διάγραμμα δίχρονου μηχανῆς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 506. Οὕτω τὸ ἔμβολον E εὐρίσκει εἰς κατὰστασιν, καθ' ἣν ἀρχίζει νὰ κινῆται πρὸς τὰ ἄνω (σχ. 506 a). Κατὰ τὸ πρῶτον μέρος τῆς διαδρομῆς του τὰ ἀέρια τῆς καύσεως ἐκφεύγουν διὰ τῆς ὀπῆς Γ, ἐνῶ ταυτοχρόνως καύσιμον, τὸ

όποιον είναι αποθηκευμένον εις τὸ κιβώτιον, εισχωρεῖ διὰ τῆς ὀπῆς Β. Κατὰ τὸ ὑπόλοιπον μέρος τῆς διαδρομῆς τοῦ τῆς ἔμβολον ἀποφράσσει τὰς ὀπὰς Γ καὶ Β καὶ τὸ καύσιμον συμπιέζεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου, ἐνῶ ἕτερα ποσότης ἐξ αὐτοῦ εισχωρεῖ εἰς τὸ κιβώτιον μέσῳ τῆς ὀπῆς Α (πρῶτος χρόνος).

Ἀκολούθως ἐπακολουθεῖ ἡ ἔκρηξις καὶ τὸ ἔμβολον κατέρχεται πρὸς τὰ κάτω (δεύτερος χρόνος) καὶ μεταδίδει οὕτω ὄψησιν εἰς τὸν διωστήρα καὶ τὸν σφόνδυλον, ἐνῶ ταυτοχρόνως συμπιέζει τὸ ἐντὸς τοῦ κιβωτίου καύσιμον (σχ. 506 β).

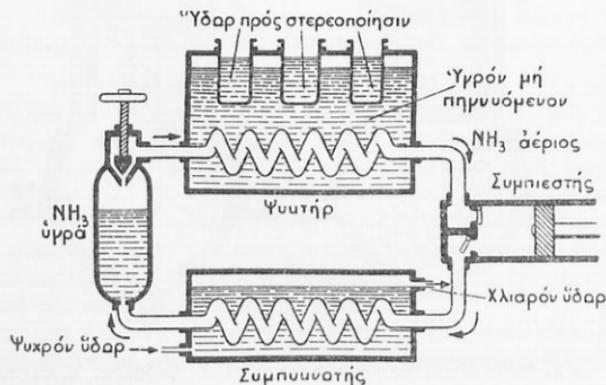
**380\*.** Κατανάλωσις καυσίμου ὑπὸ τῶν θερμικῶν μηχανῶν. Εἰς τὰς θερμικὰς μηχανάς, ὡς εἶδομεν, χρησιμοποιοῦμεν τὴν θερμότητα τὴν ἐκλυομένην κατὰ τὴν καύσιν τῶν διαφόρων καυσίμων ὕλων, τῆς ὁποίας ἐν μέρος μετατρέπεται εἰς ὠφέλιμον μηχανικὸν ἔργον. Ἡ κατανάλωσις καυσίμου εἰς τὰς θερμικὰς μηχανάς ἀναφέρεται συνήθως εἰς ὠφέλιμον ἔργον ἀντιστοιχοῦν εἰς ἓνα ὠριαῖον ἵππον (1 HPh).

Εἰς παλαιότεραν ἐποχὴν ἡ κατανάλωσις καυσίμου εἰς τὰς θερμικὰς μηχανάς ἀνὰ ὠριαῖον ἵππον ἦτο σχετικῶς μεγάλη, ἀλλὰ μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου, λόγῳ τῶν γενομένων ἐν τῷ μεταξύ τεχνικῶν τελειοποιήσεων εἰς τὰς θερμικὰς μηχανάς, ἡ κατανάλωσις καυσίμου ἠλαττώθη σημαντικῶς. Ἐπίσης καὶ τὸ βάρος τῆς μηχανῆς ἀνὰ ἵππον ἰσχύος ἠλαττώθη σημαντικῶς διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως πρὸς κατασκευὴν τῶν μηχανῶν καταλλήλων μετάλλων καὶ μεταλλικῶν κραμάτων.

Τὴν καλύτεραν ἀπόδειξιν εἰς τὴν βελτίωσιν τῶν μηχανῶν δεικνύουν οἱ κάτωθι ἀριθμοὶ, ἀναφερόμενοι εἰς κινητῆρας ἀεροπλάνων, οἱ ὁποῖοι παρουσιάζουν καὶ τὴν σημαντικωτέραν ἐξέλιξιν. Οὕτω, ἐνῶ κατὰ τὸ ἔτος 1910 ἡ κατανάλωσις βενζίνης ἀνήρχετο εἰς 800 gr ἀνὰ ὠριαῖον ἵππον καὶ βάρος κινητῆρος 2 kg\* ἀνὰ ἰσχὴν ἵππου, κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη ἡ κατανάλωσις ἔφθασε κάτω τῶν 200 gr βενζίνης ἀνὰ ὠριαῖον ἵππον καὶ βάρος κινητῆρος 0,3 kg\* ἀνὰ ἰσχὴν ἵππου.

**381\*.** Ψυκτικαὶ μηχαναί. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν, ὅτι σῶμα ψύχεται ἀφ' ἑαυτοῦ, ὅταν εὐρίσκεται εἰς περιβάλλον, ὅπου ὑφίστανται ψυχρότερα σώματα. Σῶμα ὅμως οὐδέποτε εἶναι δυνατὸν νὰ ψυχθῇ ἀφ' ἑαυτοῦ, ἐφ' ὅσον εὐρίσκεται εἰς περιβάλλον, ὅπου εὐρίσκονται θερμότερα σώματα.

Πράγματι, ἐκ πείρας γνωρίζομεν, ὅτι ἡ θερμότης εἶναι ἀδύνατον νὰ μεταβῇ ἀφ' ἑαυτῆς



Σχ. 507. Ἀρχὴ τῆς λειτουργίας ψυκτικῶν μηχανῶν.

ἐκ σώματος ψυχροτέρου εἰς σῶμα θερμότερον, ἀλλὰ, διὰ νὰ συμβῇ τοῦτο, ἀπαιτεῖται ταυτόχρονος κατανάλωσις ἔξωθεν ἔργου.

Ἐκ μακροχρόνιων πειραματικῶν ἔρευνῶν κατέδειχθη, ὅτι ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος νόμος: *Θερμότης δύναται νὰ μεταβιβασθῇ ἐκ ψυχροτέρου πρὸς θερμότερον σῶμα, μόνον ὑπὸ σύγχρονον κατανάλωσιν ἔξωθεν ἔργου.*

Ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω ἀρχῆς στηρίζεται ἡ λειτουργία διαφόρων ψυκτικῶν μηχανῶν. Ἀπλούστατον τύ-

πον ψυκτικῆς μηχανῆς, ἡ ὁποία χρησιμεύει καὶ διὰ τὴν κατασκευὴν πάγου, ἀποτελεῖ ἡ κάτωθι περιγραφομένη. Ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου τοῦ συμπιεστοῦ (σχ. 507) μὲ τὴν βοήθειαν



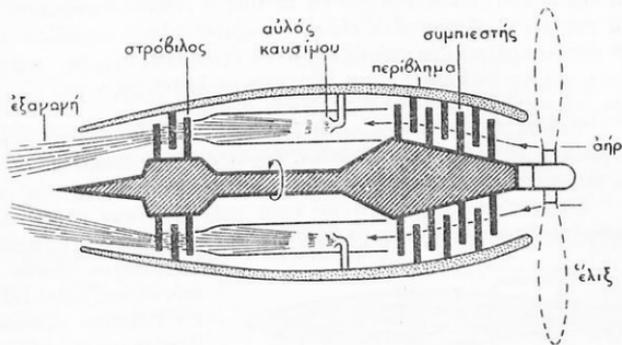
σεως αὐτοῦ ἐκλόμενον ποσὸν θερμότητος ἀπάγεται τῇ βοηθείᾳ [κυκλοφοροῦντος ψυχροῦ ὕδατος ἐντὸς τοῦ δοχείου, εἰς τὸ ὁποῖον εἶναι βυθισμένος ὁ συμπυκνωτής. Ἀντὶ ψύξεως δι' ὕδατος, χρησιμοποιεῖται πολλῶν ψύξις δι' ἀέρος μετὰ τὴν βοήθειαν καταλλήλου ἀνεμιστήρος. Τὸ συμπιεσθὲν ὑγρὸν εἰσχωρεῖ ἐντὸς τοῦ ὑποδοχείου τοῦ ψυκτικοῦ ὑγροῦ καὶ ἀκολουθῶς διὰ μέσου καταλλήλου βαλβίδος φέρεται πρὸς τὰ ἄνω, ἐντὸς τοῦ θαλάμου ἐξαερώσεως, ὅπου ἐξαεροῦνται ἀποτόμως ὑπὸ σύγγχρονον ταπεινώσιν τῆς θερμοκρασίας, οὕτω δὲ ὁ θάλαμος ἐξαερώσεως ἀποτελεῖ τὴν ψυκτικὴν διάταξιν ἢ τὸ ψυκτικὸν σῶμα τοῦ ψυγείου. Ἡ ταχύτης ἐξατμίσεως ρυθμίζεται ὑπὸ καταλλήλου πλωτήρος εὐρισχομένου εἰς τὸν θάλαμον ἐξαερώσεως. Ἀκολουθῶς ὁ παραχθεὶς ἀτμὸς παραλαμβάνεται ἐκ νέου ὑπὸ τοῦ συμπιεστοῦ, διὰ τοῦ ὁποῖου πάλιν συμπιέζεται καὶ ὑγροποιεῖται, καὶ ὁ κύκλος παράγεται ἐξακολουθητικῶς, ὡς ἀνωτέρω περιεγράφη. Τὸ σχῆμα 508 δεικνύει στοιχειῶδες διάγραμμα ἠλεκτρικοῦ ψυγείου, ἐνῶ τὸ σχῆμα 509 δεικνύει τὴν γενικὴν ὄψιν συγχρόνου οἰκιακοῦ ἠλεκτρικοῦ ψυγείου.

Εἰς τὰ σύγχρονα ἠλεκτρικὰ ψυγεῖα ἐκτὸς τῆς ἀμμονίας εἰσῆχθησαν νέα πτητικὰ ὑγρά, μεταξύ τῶν ὁποίων λίαν διαδεδομένον εἶναι τὸ Freon. Τὸ ὑγρὸν τοῦτο ἔχει τὸν τύπον  $\text{CCl}_2\text{F}_2$ , ἢτοι τριχλωρομονοφθοριομεθάνιον (Freon, 11), τοῦ ὁποῖου τὸ σημεῖον πήξεως εἶναι  $-111^\circ\text{C}$ , εἶναι ἄχρουν, σχεδὸν ἄοσμον εἰς τὸν ἀέρα, ἀφλεκτον καὶ ὄχι τοξικόν.

Πολλὰ ἠλεκτρικὰ ψυγεῖα εἶναι ἐφωδιασμένα δι' εἰδικῆς θερμοστατικῆς διατάξεως (βλ. § 315), διὰ τῆς ὁποίας διακόπτεται ἢ ἀποκαθίσταται αὐτομάτως ἡ λειτουργία τοῦ ἠλεκτροκινητήρος, οὕτω δὲ ἐπιτυγχάνεται ἡ διατήρησις ἐντὸς τοῦ θαλάμου ψύξεως σταθερᾶς θερμοκρασίας.

383\*. Ἀνάπτυξις προωστικῆς δυνάμεως διὰ ταχείας ἐκροῆς αερίου μάξης. *Κινητήρες ἀντιδράσεως.* Εἰς τὰ σύγχρονα ἀεροπλάνη ἢ προωστικὴ κίνησις προέρχεται ἀπὸ τὴν ἔλικα τοῦ ἀεροπλάνου, ἢ ὁποία, περιστρεφόμενη ἐντὸς τοῦ ἀέρος διὰ τοῦ κινητήρος τοῦ ἀεροπλάνου, δημιουργεῖ τὴν ἀπαιτουμένην προωστικὴν δυνάμιν. Διὰ τὴν ἀνάπτυξιν ὁμως μεγάλων ταχυτήτων ἐπενοήθησαν τελευταίως τὰ *ἀεριοπροωθούμενα* ἀεροπλάνη, εἰς τὰ ὁποία ἡ κινήσις δυνάμιν δημιουργεῖται κατὰ τὸν ἀκόλουθον τρόπον: Ἡ μηχανὴ δεικνύεται ἐν τομῇ εἰς τὸ σχῆμα 510, ὅπου ὁ ἀτμοσφαιρικός ἀήρ εἰσχωρεῖ εἰς τὸν χῶρον τὸν περικλειόμενον ὑπὸ τοῦ περιβλήματος αὐτῆς καὶ, συμπιεζόμενος καταλλήλως ὑπὸ φυγοκεντρικοῦ συμπιεστοῦ, εἰσχωρεῖ ἐντὸς τοῦ θαλάμου καύσεως, ὅπου ἀναμειγνύεται μετὰ τὸ καυσίμου (βενζίνης, πετρελαίου), τὸ ὁποῖον εἰσάγεται ἐκ τοῦ στομίου καταλλήλου αἰλοῦ. Τὸ καύσιμον,

ἀναμιγνυόμενον μετὰ τοῦ ἀέρος, ἀναφλέγεται καταλλήλως, ὅτε τὰ ἐκ τῆς καύσεως ἀέρια ἀποτονούμενα ταχέως θέτουν εἰς κίνησιν κατάλληλον στρόβιλον εὐρισκόμενον εἰς τὸ ὀπίσθιον μέρος τῆς μηχανῆς καὶ ἐκρέουν ἀπολούθως, μετὰ σημαντικῆς ταχύτητος, πρὸς τὴν ἀτμοσφαῖραν ἐκ καταλλήλου αὐλοῦ ἐξαγωγῆς, ὅτε, λόγῳ τῆς ταχείας ἐκροῆς, δημιουργεῖται ἐπὶ τοῦ σώματος προωστικὴ δύναμις.



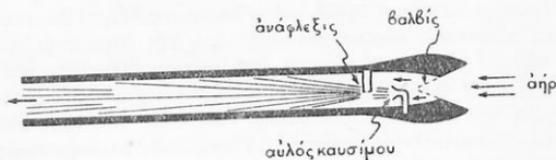
Σχ. 510. Προωστικὴ μηχανὴ τύπου Turbo-jet.

Ὁ στρόβιλος, ὁ ὑπάρχων εἰς τὸ ὀπίσθιον μέρος τῆς μηχανῆς, χρησιμεύει κυρίως διὰ τὴν μετάδοσιν τῆς κινήσεως πρὸς λειτουργίαν τοῦ συμπιεστοῦ καὶ διὰ τὰς ἀντλίας καυσίμου καὶ ἄλλων βοηθητικῶν μηχανῶν. Εἰς μερικοὺς τύπους ἀεροπλάνων χρησιμοποιεῖται συγχρόνως καὶ ἑλιξ, εἰκονιζομένη δι' ἐστιγμένης γραμμῆς, ἡ ὁποία λειτουργεῖ ὡς βοηθητικὴ διάταξις, μέχρις ὅτου τὸ ἀεροπλάνον ἀναπτύξῃ ἀρκετὴν ταχύτητα, ὅποτε αὐτὴ τίθεται ἐκτὸς λειτουργίας (περοῦται), ὅλη δὲ ἡ προωστικὴ δύναμις παρέχεται τότε ἀπὸ τὴν ἐκροὴν τῶν ἀποτονουμένων ἀερίων ἐκ τοῦ ὀπισθίου αὐλοῦ. Ὁ τύπος οὗτος τῆς μηχανῆς χαρακτηρίζεται ὑπὸ τῶν Ἀγγλοσαξῶνων διὰ τοῦ ὀρου **Turbo-jet**.

Ἄλλος τύπος μηχανῆς εἶναι ὁ εἰκονιζόμενος εἰς τὸ σχῆμα 511, ἡ ὁποία χαρακτηρίζεται ἐκ τῆς μεγάλης ἀπλότητος αὐτῆς, διότι δὲν ἔχει οὔτε συμπιεστήν οὔτε στρόβιλον. Ὄταν

ἡ μηχανὴ αὕτη ἔταται εἰς μέγα ὕψος, ὁ ἄηρ εἰσχωρεῖ διὰ τοῦ προσθίου μέρους αὐτῆς, τὸ ὁποῖον παρουσιάζει μορφὴν χοάνης, ὅτε τὸ ὀξυγόνον τοῦ ἀέρος μίγνυται μετὰ τοῦ καυσίμου, παρεχομένου διὰ μέσου καταλλήλου αὐλοῦ, καὶ ἐπακολουθεῖ κατόπιν ἡ ἀνάφλεξις.

Τὰ ἐκ τῆς καύσεως προερχόμενα ἀέρια, ἐκρέοντα μετὰ



Σχ. 511. Προωστικὴ μηχανὴ τύπου Ram-jet.

μεγάλῃς ταχύτητος ἐκ τοῦ ὀπισθίου ἄκρου τῆς μηχανῆς, δημιουργοῦν τὴν προωστικὴν δύναμιν, ἡ ὁποία ἔχει ἐξόχως μεγάλην τιμὴν.

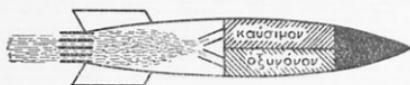
Ἐνίοτε εἰς τὸ πρόσθιον μέρος καὶ εἰς τὴν θέσιν τὴν ὑποδηλουμένην δι' ἐστιγμένης γραμμῆς τοποθετεῖται βαλβίς, ἡ ὁποία ἀνοίγει ἐκ τῆς πίεσεως τῆς ἀσκομένης ὑπὸ τοῦ προσπίπτοντος ἀέρος καί, μετὰ τὴν ἀνάφλεξιν τοῦ μίγματος, ἡ βαλβίς κλείει ἐκ νέου, λόγῳ τῆς πίεσεως τῆς δημιουργουμένης ὑπὸ τῶν ἀερίων καύσεως, καὶ ἀνοίγει πάλιν ὅταν, λόγῳ ἀποτονώσεως τῶν ἀερίων διὰ μέσου τῆς ὀπισθίας ὀπῆς ἐκροῆς, ἐπέλθῃ ἐλάττωσις τῆς πίεσεως, ὅτε τὸ φαινόμενον ἐπαναλαμβάνεται καθ' ὅμοιον τρόπον. Αἱ μηχαναὶ τοῦ τύπου τούτου χαρακτηρίζονται ὑπὸ τῶν Ἀγγλοσαξῶνων διὰ τοῦ ὀρου **Ram-jet**.

**Πύραυλοι (Rockets).** Οὗτοι ἀποτελοῦν μηχανάς, αἱ ὁποῖαι παρουσιάζουν πολὺ μικροτέραν ἀπόδοσιν, ἐπιτυγχάνονται ὅμως διὰ τούτων ἐξόχως μεγάλη ἰσχύς καὶ λίαν μεγάλαι ταχύτητες.

Οι πύραυλοι διαφέρουν τῶν δύο προηγουμένως περιγραφέντων τύπων, διότι τόσον αἱ μηχαναὶ Turbo-jet, ὅσον καὶ αἱ μηχαναὶ Ram-jet, ἀπαιτοῦν μεγάλας ποσότητας ἀέρος διὰ τὴν λειτουργίαν αὐτῶν καὶ ὡς ἐκ τούτου εἶναι προωρισμένοι νὰ λειτουργοῦν εἰς σχετικῶς μικρὰ ὕψη. Τουναντίον, εἰς τὰς μηχανὰς τύπου πυραύλου τὸ ἀπαιτούμενον ὀξυγόνον δὲν προσλαμβάνεται ἐκ τοῦ ἀέρος, ἀλλὰ ἐγκλείεται εἰς τὴν μηχανήν, ὁμοῦ μετὰ τοῦ καυσίμου, καὶ ὡς ἐκ τούτου αὐτὰ δύνανται νὰ λειτουργοῦν καὶ ἔξω τῆς γηϊνῆς ἀτμοσφαιρας, ἤτοι καὶ εἰς διαπλανητικὰ διαστήματα ἀκόμη.

Ἐπειδὴ ἡ μηχανὴ πρέπει νὰ ἐγκλείη εἰς ἑαυτὴν τόσον τὴν καύσιμον ὕλην, ὡς καὶ τὸ ὀξυγόνον ἢ τὴν ὀξυγονοῦχον οὐσίαν, ἀεροπλάνα ἐφοδιασμένα διὰ τοιούτων μηχανῶν ἔχουν ἐπὶ τοῦ παρόντος μικρὰν ἀκτίνα δράσεως.

Εἰς τὸ σχῆμα 512 δεικνύεται τομὴ μηχανῆς τύπου πυραύλου, ἡ ὁποία φέρει δύο διακεκομμένα διαμερίσματα εἰς τὸ ἐμπρόσθιον μέρος — ἐν διὰ τὸ καύσιμον καὶ ἕτερον διὰ τὴν ὀξυγονοῦχον οὐσίαν. Ἐκ τῶν διαμερισμάτων τούτων, διὰ καταλλήλων αὐλῶν, εἰσάγονται εἰς τὸν θάλαμον καύσεως τὸ καύσιμον μετὰ τοῦ ὀξυγόνου, κατόπιν δὲ καταλλήλως ἀναφλεγόμενα παρέχουν τὰ ἀέρια καύσεως ὑπὸ ὑψηλὴν πίεσιν, τὰ ὅποια ἀκολουθῶς ἀποτονοῦνται ταχέως δι' ἐκροῆς αὐτῶν ὑπὸ μεγάλῃν ταχύτητα, οὕτω δὲ δημιουργεῖται πάλιν ἡ προωστικὴ δύναμις.



Σχ. 512. Προωστικὴ μηχανὴ τύπου πυραύλου.

Τοιούτου τύπου ἦσαν τὰ ὑπὸ τῶν Γερμανῶν χρησιμοποιηθέντα βλήματα τύπου V2 (ἰπτάμεναι βόμβαι), αἱ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται σήμερον εἰς μετεωρολογικὰς ἐρεῦνας.

Αἱ βόμβαι αὐταὶ ἐξεφευδονίζοντο ὑπὸ γωνίαν σχεδὸν  $90^\circ$ , λόγῳ δὲ τῆς ταχείας καύσεως τοῦ καυσίμου ἢ ἐπιτάχυνσις, τὴν ὁποίαν ἀπέκτων, ἦτο περίπου 9 g, ὅπου g ἢ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος. Εἰς ὕψος περίπου 10 km ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς ἀπέκτων ταχύτητα περίπου 1500 m/sec. Εἰς τὴν θέσιν ταύτην, διὰ καταλλήλου γυροσκοπικῆς διατάξεως, τὰ πτερύγια καθοδηγήσεως ἐλάμβανον θέσιν τοιαύτην, ὥστε ὁ ἄξων τῆς βόμβας νὰ λάβῃ κλίσιν  $45^\circ$ , ὁπότε, λόγῳ τῆς κηθείσεως ταχύτητος, ἡ βόμβα εἰσεχώρει ἐντὸς τῆς στρατοσφαιρας, ἐντὸς τῆς ὁποίας διέγραφε παραβολικὴν τροχίαν καὶ τέλος, ἐντὸς ὀλίγων λεπτῶν, ἔπιπτεν ἐκ νέου εἰς τὸ ἔδαφος, εἰς ἀπόστασιν περίπου 540 km ἀπὸ τῆς θέσεως βολῆς. Ἦδη αἱ αὐταὶ βόμβαι, εἰσχωροῦσαι εἰς τὴν στρατόσφαιραν ὑπὸ γωνίαν  $80^\circ - 90^\circ$ , φθάνουν εἰς ὕψος 160 km ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς καὶ χρησιμοποιοῦνται διὰ μετεωρολογικὰς ἐρεῦνας. Πρὸς τὸν σκοπὸν τούτον εἰς τὸ ἐμπρόσθιον μέρος, ἔχει ὅπου πρότερον ἐτοποθετοῦντο ἐκρηκτικαὶ ὕλαι, σήμερον τοποθετοῦνται αὐτογραφικὰ ὄργανα δι' ἐπιστημονικὰς ἐρεῦνας, ὁ δὲ θάλαμος ἔχει ρυθμισθῆ, ὥστε ν' ἀνοίγῃ ἐπὶ μικρὸν χρονικὸν διάστημα, ὅταν ὁ πύραυλος φθάσῃ εἰς τὸ ἀνώτατον ὕψος.

Ἐν γένει, ὅπως εἰς ὅλας τὰς θερμοκινῆς μηχανὰς, ἡ ἀπόδοσις ὅλων τῶν μηχανῶν τύπου Turbo-jet, Ram-jet καὶ πυραύλου, αἱ ὁποῖαι καλοῦνται καὶ *κινητῆρες ἀντιδράσεως*, ἐξαρτᾶται ἐκ τῶν θερμοκρασιῶν  $T_1$  καὶ  $T_2$ , μεταξὺ τῶν ὁποίων αὐτὰ λειτουργοῦν. Ἡ ἀνωτέρα θερμοκρασία  $T_1$  περιορίζεται ἀπὸ τὸ σημεῖον τήξεως τῶν διαφόρων μερῶν τῆς μηχανῆς, ὡς ἐκ τούτου δὲ τελευταίως ἡ προσοχὴ ἔχει στραφῆ πρὸς εὑρεσιν καταλλήλων οὐσιῶν παρουσιαζουσῶν ὑψηλὸν σημεῖον τήξεως. Ἐπίσης οἱ κινητῆρες ἀντιδράσεως παρουσιάζουν τὸ πλεονέκτημα, ὅτι τὰ τοιχώματα τῆς μηχανῆς θερμομαίονται ὑπερβολικῶς, λόγῳ τοῦ ὅτι ἡ καύσις ἐντὸς αὐτῶν εἶναι συνεχής.

**384\*.** Ὑπερηχητικὴ ταχύτης. Διὰ τῶν ἀνωτέρω τύπων μηχανῶν ἐπιδιώκεται ἡ ἀνάπτυξις ὑπερηχητικῶν ταχυτήτων, ἤτοι ταχυτήτων ἀνωτέρων τῆς τῶν 1224 km/h, ἡ ὁποία παριστᾷ τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ ἤχου.

Προκειμένου περὶ ἀεροπλάνων μεγάλης ταχύτητος, π.χ. τῶν ἐφοδιασμένων διὰ κινητῆρος ἀντιδράσεως, ὡς μονὰς πρὸς μέτρησιν τῆς ταχύτητος αὐτῶν ὠρίσθη ἡ μονὰς Mach, εἶναι δὲ  $1 \text{ Mach} = 1224 \text{ km/h}$ . Οὕτω, ἀεροπλάνον ταχύτητος 700 km/h ἔχει ταχύτητα

700/1224 = 0,57 Mach. Προκειμένου περί υπερηχητικής ταχύτητας, ήτοι μεγαλύτερας των 1224 km/h, ή ταχύτης εκφράζεται εις Mach υπό αριθμού μεγαλύτερου της μονάδος.

**385\*. 'Ενεργειακή οικονομία.** Ἐκ τῶν διαφόρων πηγῶν ἐνεργείας, αἱ ὁποῖα ὑφίστανται εἰς τὴν φύσιν, αἱ κυριώτεραι εἶναι τὰ διάφορα καύσιμα, ἄνθραξ, πετρέλαιον κτλ., αἱ ὕδατοπτώσεις, ποτάμια ρεύματα κτλ., τὰ ὁποῖα συνήθως καλοῦνται καὶ *λευκὸς ἄνθραξ*, καὶ ἡ ἡλιακὴ θερμότης.

α) **Καύσιμα.** Πρὸς βιομηχανικὴν ἐκμετάλλευσιν τῆς θερμότητος, τῆς προερχομένης ἐκ τῆς καύσεως τῶν διαφόρων καυσίμων, διὰ τὴν παραγωγὴν μηχανικοῦ ἔργου, χρησιμοποιοῦμεν τὰς θερμικὰς μηχανάς, αἱ ὁποῖα, ὡς εἶδομεν, ἔχουν ἐν γένει μικρὰν ἀπόδοσιν.

Οὔτω εἰς μίαν θερμικὴν μηχανήν, π.χ. ἐμβολοφόρον ἀτμομηχανήν, ἀπαιτεῖται διὰ τὴν παραγωγὴν ἔργου ἴσου πρὸς 1 ὥριαῖον ἵππον (ἢ 270 000 kgr\*m) κατανάλωσις 0,5 kgr ἄνθρακος. Ἐὰν ὁ ἄνθραξ καιόμενος παρέχῃ 7000 kcal κατὰ kgr, τὰ 0,5 kgr παρέχουν 3500 kcal καί, ἐπειδὴ 1 kcal ἀντιστοιχεῖ εἰς 427 kgr\*m, τὸ ἀντίστοιχον ἔργον θὰ εἶναι :

$$A = 3500 \cdot 427 = 1\,494\,500 \text{ kgr}^*m.$$

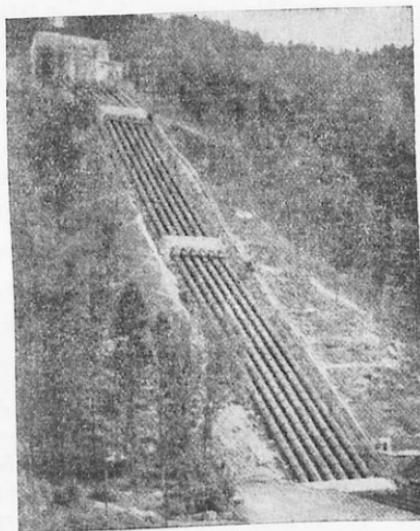
Εἰς ὥριαῖος ἵππος ὅμως ἀντιστοιχεῖ εἰς 270 000 kgr\*m, ἐπομένως ἡ ἀπόδοσις εἶναι :

$$\eta = \frac{270\,000}{1\,494\,500} = 0,18 \quad \text{ἢ} \quad 18\%.$$

Προκειμένου περί ἀτμοτροβίλου, ὁ ὁποῖος καταναλίσκει, κατὰ ὥριαῖον ἵππον, 0,25 kgr\* ἀκαθάρτου πετρελαίου, τὸ ὁποῖον καιόμενον παρέχει 10 000 kcal κατὰ kgr\*, ἡ ἀπόδοσις εἶναι περίπου 25 %.

β) **'Υδατοπτώσεις (λευκὸς ἄνθραξ).** Εἰς χώρας ὅπου σπανίζουν τὰ καύσιμα, δηλαδὴ ἄνθραξ, πετρέλαιον κτλ., αἱ ὕδατοπτώσεις ἔχουν μεγίστην σημασίαν διὰ τὴν ἐνεργειακὴν οἰκονομίαν, παρουσιάζουν δὲ τὸ πλεονέκτημα, ὅτι εἶναι λίαν συμφέρουσαι οἰκονομικῶς, ἐφ' ὅσον διὰ τὰς ἀρχικὰς ἐγκαταστάσεις δὲν διατίθενται σημαντικὰ κεφάλαια, οὔτε καὶ ἡ συντήρησις αὐτῶν εἶναι δαπανηρά· ἐπομένως τὸ κόστος τῆς παραγομένης ἐνεργείας εἶναι ἀρκετὰ χαμηλόν.

Φαντασθῶμεν, ὅτι ὕδατοπτώσις παρέχει κατὰ δευτερόλεπτον 37,5 m<sup>3</sup> ὕδατος, πίπτοντος ἐξ ὕψους 200 m. Τὸ παραγόμενον μηχανικὸν ἔργον τῆς ὕδατοπτώσεως ταύτης εκφραζόμενον εἰς ἰσχύϊν, δηλαδὴ εἰς διαθέσιμον ἔργον κατὰ δευτερόλεπτον, ἢτοι εἰς ἵππους, ἐὰν ληφθῇ



Σχ. 513. Σύστημα σωληνώσεων χρησιμοποιουμένων εἰς ἐγκαταστάσεις ὕδατοπτώσεων.

ὕπ' ὄψιν, ὅτι  $1 \text{ m}^3$  ὕδατος ἔχει βάρους  $1000 \text{ kgr}^*$  καὶ  $1 \text{ HP} = 75 \text{ kgr}^* \text{ m/sec}$ , ὑπολογίζεται ἐκ τῆς σχέσεως :

$$37,5 \cdot 1000 \cdot 200 = 7\,500\,000 \text{ kgr}^* \text{ m/sec} = 100\,000 \text{ HP}.$$

Ἐπειδὴ δὲ κατὰ τὴν μετατροπὴν τῆς ἐνεργείας προκύπτουν, λόγῳ παντοειδῶν αἰτίων, ἀπώλειαι  $20\%$ , ἀπομένει ὡς ὠφέλιμος ἰσχύς  $80\,000 \text{ HP}$ , ἦτοι :

$$6\,000\,000 \text{ kgr}^* \text{ m/sec}.$$

Πρὸς σύγκρισιν τῆς ἀνωτέρω ὕδατοπτώσεως θὰ ὑπολογίσωμεν εἰς τὴν περίπτωσιν θερμοκῆς ἐγκαταστάσεως δι' ἀτμοῦ, ἀποδόσεως  $25\%$ , πόσος ἄνθραξ χρειάζεται κατὰ  $\text{sec}$  πρὸς ἀνάπτυξιν τῆς αὐτῆς ἰσχύος. Ὁ ἀρίστης ποιότητος ἄνθραξ καίμενος παρέχει  $8\,000 \text{ kcal/kgr}$  καὶ ὑπὸ ἀπόδοσιν  $25\%$  μόλις  $2\,000 \text{ kcal}$  ἐκ τοῦ ποσοῦ τούτου μετατρέπονται εἰς ὠφέλιμον μηχανικὸν ἔργον, ἀντιστοιχεῖ δὲ ἡ θερμότης αὕτη εἰς  $2\,000 \cdot 427 = 854\,000 \text{ kgr}^* \text{ m/sec}$  ἢ εἰς  $854\,000/75 = 11\,400 \text{ HP}$ . Ἐπομένως, διὰ τὴν ἀνάπτυξιν ἰσχύος  $80\,000 \text{ HP}$  δι' ἀπλοῦ ὑπολογισμοῦ θὰ ἔπρεπε νὰ καταναλίσκωμεν  $7 \text{ kgr}$  ἄνθρακος κατὰ δευτερόλεπτον καὶ ἐπομένως εἰς ἓν ἔτος:  $7 \cdot 86\,400 \cdot 365 = 220\,752\,000 \text{ kgr}$  ἢ κατὰ προσέγγισιν  $220\,000$  τόννουσ ἄνθρακος.

γ) **Ἡλιακὴ ἐνέργεια.** Ἐκ μετρήσεων κατεδείχθη, ὅτι ὁ ἥλιος παρέχει εἰς τὴν Γῆν, ἐπὶ  $1 \text{ m}^2$  ἐπιφανείας καὶ ὑπὸ κάθετον πρόσπτωσιν εἰς  $1$  λεπτόν,  $20 \text{ kcal}$  καὶ εἰς  $1$  ὥραν  $1\,200 \text{ kcal}$ . Εἰς περίπτωσιν καθ' ἣν αἱ ἡλιακαὶ ἀκτίνες δὲν προσπίπτουν καθέτως, τότε τὸ ὑπὸ τοῦ ἥλιου ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς ἀκτινοβολούμενον ποσὸν θερμότητος εἶναι κατὰ πολὺ μικρότερον τοῦ ἀνωτέρω.

Ἐὰν δεχθῶμεν, ὅτι ἡ κλίσις τῶν ἡλιακῶν ἀκτίνων εἶναι τοιαύτη, ὥστε ἡ κατὰ τὴν διάρκειαν μιᾶς ἡμέρας ἀκτινοβολουμένη ὑπὸ τοῦ ἥλιου θερμότης νὰ συμπίπτῃ πρὸς τὴν ἀκτινοβολουμένην ὑπὸ κάθετον πρόσπτωσιν ἐντὸς μιᾶς ὥρας ἐπὶ  $1 \text{ m}^2$ , τότε μία περιοχὴ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, ἐκτάσεως  $1 \text{ km}^2 = 10^6 \text{ m}^2$ , θὰ προσλαμβάνῃ ἐκ τοῦ ἥλιου θερμότητα :

$$1\,200 \cdot 10^6 = 12 \cdot 10^8 \text{ kcal}.$$

Ἐὰν τὸ αὐτὸ ποσὸν θερμότητος ἐπιδιώκωμεν νὰ δώσωμεν εἰς τὸ ἔδαφος, διὰ καύσεως ἄνθρακος παρέχοντος  $7\,000 \text{ kcal}$  κατὰ  $\text{kgr}$ , θὰ ἀπαιτεῖτο διὰ μίαν ἡμέραν ποσότης ἄνθρακος :

$$\frac{12 \cdot 10^8}{7 \cdot 10^8} = \text{περίπου } 170\,000 \text{ kgr}^*$$

καὶ δι' ἓν ἔτος, ἀπλοῦς ὑπολογισμὸς δεικνύει, ὅτι θ' ἀπαιτοῦντο περίπου  $62\,000$  τόννοι ἄνθρακος. Ἐὰν δὲ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι αἱ ἀνωτέρω συνθῆκαι ἐπικρατοῦν εἰς τὴν Ἑλλάδα καὶ δεχθῶμεν, ὅτι ἡ Ἑλλὰς ἔχει χερσαίαν ἔκτασιν  $131\,000 \text{ km}^2$ , εὐρίσκομεν δι' ἀπλοῦ ὑπολογισμοῦ ὅτι, διὰ νὰ μεταδοθῇ εἰς τὸ ἔδαφος διὰ καύσεως ἄνθρακος ἐντὸς ἓνός ἔτους τὸ αὐτὸ ποσὸν θερμότητος, τὸ ὅποιον ἀκτινοβολεῖ ὁ ἥλιος πρὸς τὸ ἔδαφος αὐτῆς, θ' ἀπαιτηθοῦν περίπου  $8\,000\,000\,000$  τόννοι ἄνθρακος.

## ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

## Α'. Ζητήματα.

Πώς εισάγεται ἡ ἔννοια τῆς θερμοκρασίας εἰς τὴν σπουδὴν τῆς θερμότητος καὶ ποία ἡ μονὰς αὐτῆς. Ἐκφράζεται ἡ θερμοκρασία διὰ τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν τοῦ συστήματος CGS ἢ τοῦ Τ.Σ. μονάδων;

Πόσας θερμομετρικὰς κλίμακας χρησιμοποιοῦμεν καὶ πῶς αὐταὶ σχετίζονται μεταξύ τούτων.

Ποῖα τὰ ὄρια χρησιμοποιήσεως τοῦ ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου καὶ πῶς πρέπει νὰ τροποποιηθῆ διὰ τὴν μέτρησιν θερμοκρασιῶν κειμένων ἐκτὸς τῶν ὁρίων τούτων. Ποία εἶναι ἡ ἀνωτάτη θερμοκρασία ἢ μετρουμένη δι' ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου.

Τί καλοῦμεν θερμομέτρα μεγίστου καὶ ἐλαχίστου. Τί εἶδους θερμομέτρον εἶναι τὸ ἱατρικόν.

Περιγράψατε τὸ φαινόμενον τῆς γραμμικῆς καὶ κυβικῆς διαστολῆς. Ποιοὶ οἱ θεμελιώδεις τύποι τῆς γραμμικῆς καὶ κυβικῆς διαστολῆς.

Περιγράψατε τὸ φαινόμενον τῆς διαστολῆς τῶν ὑγρῶν καὶ ἐξηγήσατε διὰ ποῖον λόγον διακρίνομεν πραγματικὴν καὶ φαινομένην διαστολήν. Πῶς συνδέονται οἱ δύο συντελεσταὶ τῆς πραγματικῆς καὶ φαινομένης διαστολῆς καὶ ποῖον συμπέρασμα συνάγετε ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης.

Ποίαν ἀνωμαλίαν παρουσιάζει τὸ ὕδωρ ὡς πρὸς τὴν θερμοκίνη διαστολήν. Τί συμπέρασμα συνάγετε διὰ τὸν συντελεστὴν διαστολῆς τοῦ ὕδατος.

Περιγράψατε τὴν θερμοκίνη συμπεριφορὰν τῶν ἀερίων. Πόσους θερμοκινεῖς συντελεσταὶς ἔχομεν διὰ τὰ ἀέρια καὶ τί γνωρίζετε περὶ αὐτῶν.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὄρου ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων. Πῶς εὐρίσκεται αὕτη ὑπὸ τὴν κοινὴν αὐτῆς μορφήν καὶ ποίαν ἐφαρμογὴν ἔχει.

Πῶς τροποποιεῖται ἡ ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων, ὅταν ἀναφέρωμεν αὐτὴν εἰς μάζαν 1 gr καὶ εισάγωμεν ἐν αὐτῇ τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν.

Πότε ἡ τιμὴ τῆς σταθερᾶς τῆς ἐξίσωσεως τῶν τελείων ἀερίων εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ἀερίου καὶ ποία ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ αὐτῆς.

Ποία σχέσις ὑφίσταται μεταξύ τῆς ὡς πρὸς τὸν ἀέρα πυκνότητος τῶν ἀερίων καὶ τοῦ μοριακοῦ βάρους αὐτῶν. Ποίαν ἐφαρμογὴν ἔχει ἡ σχέσις αὕτη.

Ἐπὶ ποίας ἀρχῆς στηρίζεται ἡ λειτουργία τῶν μεταλλικῶν θερμομέτρων. Περιγράψατε ἐν τοιοῦτον θερμομέτρον.

Εἰς τί ἀσχολεῖται ἡ θερμοδομετρία. Δώσατε τὸν ὅρισμόν τῆς θερμοῖδος καὶ χιλιθερμοῖδος.

Ἐπὶ ποίον ἀρχὴν στηρίζεται ἡ θερμοδομετρία.

Δώσατε τὸν ὅρισμόν τῆς εἰδικῆς θερμότητος καὶ εἰς ποίαν μονάδα ἐκφράζεται αὕτη. Δύναται ἡ εἰδ. θερμότης νὰ ἐκφρασθῆ διὰ τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν τοῦ CGS ἢ τοῦ Τ.Σ.; Πῶς ὀρίζεται ἡ θερμοχωρητικότης σώματος.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὄρου θερμοδόμετρον. Περιγράψατε τὸ θερμοδόμετρον μιγμάτων, ὡς καὶ πῶς δυνάμεθα δι' αὐτοῦ νὰ μετρήσωμεν τὴν εἰδικὴν θερμότητα σώματος.

Διὰ ποῖον λόγον διακρίνομεν δύο εἰδικὰς θερμότητας εἰς τὰ ἀέρια. Ποία ἐξ αὐτῶν εἶναι ἡ μεγαλυτέρα καὶ διὰ ποῖον λόγον. Ποία ἐκ τῶν δύο εἰδ. θερμότητων εἶναι ἐπιδεκτικὴ ἀμέσου μετρήσεως καὶ πῶς καθορίζεται ἡ ἄλλη.

Ποιοὶ οἱ νόμοι τῆς τήξεως καὶ πήξεως καὶ τί νομίζομεν θερμότητα τήξεως.

Περιγράψατε τὸ θερμοδόμετρον διὰ τήξεως πάγου.

Πῶς μεταβάλλεται ἡ πυκνότης, ὅταν τὸ σῶμα ὑποστῇ τῆξιν. Ποίαν ἀνωμαλίαν παρουσιάζει ὁ πάγος καὶ ποίαν σημασίαν ἔχει αὕτη ἐπὶ τῆς οἰκονομίας τῆς φύσεως.

Ποία ἡ διάκρισις μεταξὺ ἀκορέστου καὶ κεκορεσμένου ἀτμοῦ. Τί νοοῦμεν διὰ τῶν ὄρων τάσις καὶ μεγίστη τάσις ἀτμοῦ.

Διὰ ποῖον λόγον ἡ ἐξαέρωσις συνοδεύεται ὑπὸ ταπεινώσεως τῆς θερμοκρασίας. Ποίας πρακτικὰς ἐφαρμογὰς ἔχει τὸ φαινόμενον τοῦτο.

Περιγράψατε τὸ φαινόμενον τῆς ἐξατμίσεως, ὡς καὶ τοὺς νόμους τοῦ φαινομένου.

Περιγράψατε τὸ φαινόμενον τοῦ βρασμοῦ, ὡς καὶ τοὺς νόμους, τοὺς ὁποίους ἀκολουθεῖ τὸ φαινόμενον τοῦτο.

Πῶς μεταβάλλεται ὁ ὄγκος κατὰ τὴν ἐξαέρωσιν.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὄρου ὑγροποίησης ἢ συμπύκνωσις ἀτμῶν. Πῶς γίνεται ἡ ἀπόσταξις καὶ ποῖαι αἱ πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ αὐτῆς.

Περιγράψατε τὸ φαινόμενον τῆς ὑγροποίησης τῶν ἀερίων. Ὑπάρχει πράγματι διαφορὰ μεταξὺ τῶν ὄρων ἀτμοῦ καὶ ἀερίου;

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὄρου ἐξαχνώσεως. Εἶναι ὅλα τὰ σώματα ἐξαχνωτά; Δώσατε μερικὰ παραδείγματα ἐξαχνωτῶν σωμάτων ὑπὸ συνήθεις συνθήκας.

Ποῖος ὁ τύπος τῆς θερμοκῆς ἀγωγιμότητος εἰς τὴν περίπτωσιν μεταλλικῆς ράβδου ὁμοιομόρφου τομῆς. Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὄρου συντελεστῆς θερμοκῆς ἀγωγιμότητος.

Πῶς διαδίδεται ἡ θερμότης διὰ τῶν ὑγρῶν καὶ διὰ ποίων πειραμάτων δεικνύεται ἡ διάδοσις τῆς θερμότητος.

Τί νοοῦμεν διὰ τοῦ ὄρου μηχανικῶν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος, ποῖα ἡ ἀριθμητικὴ του τιμῆ καὶ ποῖοι ἠσχολήθησαν εἰς τὸν καθορισμὸν τῆς τιμῆς του.

Ἐπὶ ποίας ἀρχῆς λειτουργοῦν αἱ θερμοκαὶ μηχαναί.

Πῶς καθορίζεται ἡ ἀπόδοσις θερμοκῆς μηχανῆς.

Ἐκ ποίων κινήσεων μερῶν ἀποτελεῖται ἀτμομηχανὴ καὶ πῶς λειτουργεῖ αὐτή.

Ἐκ ποίων μερῶν ἀποτελεῖται κινήτηρ ἐκρηξέως καὶ πῶς λειτουργεῖ ὁ τετραχρονος καὶ δίχρονος κινήτηρ.

## Β'. Προβλήματα.

1. Εἰς πόσους βαθμοὺς Fahrenheit ἀντιστοιχοῦν 80 °C. ('Απ. 176 °F).

2. Νὰ μετατραποῦν 5 °F εἰς βαθμοὺς Κελσίου. ('Απ. — 15 °C).

3. Νὰ μετατραποῦν αἱ ἀκόλουθοι θερμοκρασίαι εἰς βαθμοὺς Κελσίου: 10 °F, 60 °F, 80 °F, 320 °F. ('Απ. C = — 12,2°, 15,6°, 26,7°, 160 °C).

4. Νὰ μετατραποῦν αἱ ἀκόλουθοι θερμοκρασίαι εἰς βαθμοὺς Fahrenheit: — 50 °C, 10 °C, 80 °C, 118 °C. ('Απ. F = — 58°, 50°, 176°, 244,4 °F).

5. Ράβδος ἐκ νικελίου μήκους 2 m εἰς 0 °C θερμαίνεται εἰς 350 °C. Πόση εἶναι ἡ αὔξησις τοῦ μήκους τῆς. ('Απ. 8,9 mm).

6. Ράβδος ἐκ μετάλλου, μήκους 2 m, θερμαινομένη ἀπὸ 10 °C εἰς 100 °C ὑφίσταται αὔξησιν τοῦ μήκους τῆς κατὰ 3,24 mm. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ συντελεστῆς τῆς γραμμικῆς διαστολῆς τοῦ μετάλλου. ('Απ.  $\alpha = 0,000\,018 \text{ grad}^{-1}$ ).

7. Ζητεῖται νὰ κατασκευασθῇ ράβδος ἐκ ψευδαργύρου, ἡ ὅποια νὰ ὑφίσταται τὴν αὐτὴν διαστολὴν πρὸς ράβδον ἐκ λευκοχρῶσου μήκους 1 m, ὅταν θερμαίνονται καὶ αἱ δύο κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν βαθμῶν. Πόσον τὸ μήκος τῆς ράβδου ἐκ ψευδαργύρου. ('Απ. 30,8 cm).

8. Κλίμαξ ἐξ ὀρειχάλκου εἶναι βαθμολογημένη εἰς cm εἰς 0 °C. Ἡ κλίμαξ αὕτη χρησιμοποιεῖται εἰς θερμοκρασίαν 30 °C διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ μήκους ἀντικειμένου, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ὅτι εἶναι 40,5 cm. Ποῖον τὸ ἀκριβὲς μήκος αὐτοῦ. ('Απ. 40,52 cm).

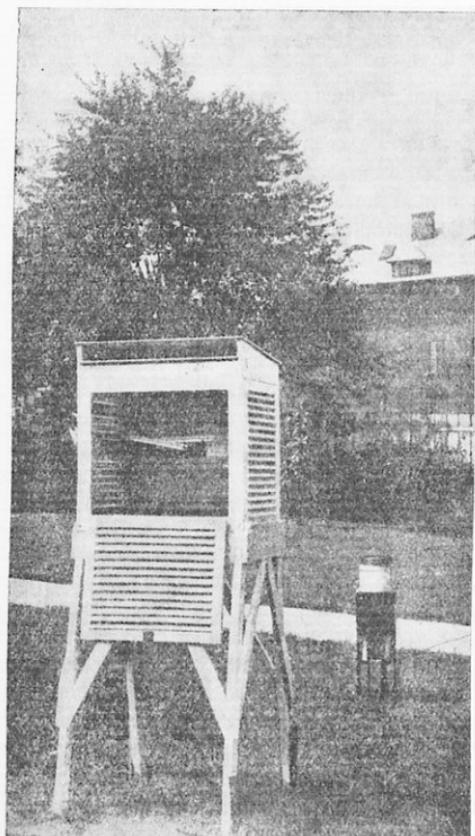
9. Ποία εἶναι ἡ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου 1 kgf ὀρειχάλκου θερμαινομένου ἀπὸ 20 °C εἰς 100 °C. ('Απ. 0,5 cm<sup>3</sup>).

10. Να υπολογισθῆ ὁ ὄγκος φιάλης ἐξ ὕλου εἰς θερμοκρασίαν 80 °C, ὅταν ὁ ὄγκος αὐτῆς εἰς 20 °C εἶναι ἀκριβῶς 100 cm<sup>3</sup>. ('Απ. 100,14 cm<sup>3</sup>).
11. Να υπολογισθῆ ὁ εἰδικὸς ὄγκος τοῦ ἀργιλίου εἰς 150 °C, ὅταν ἡ πυκνότης αὐτοῦ εἰς 20 °C εἶναι 2,65 gr/cm<sup>3</sup>. ('Απ. 0,380 cm<sup>3</sup>/gr).
12. Τὸ ἐμβαδὸν κυκλικῷ δίσκου ἐκ ψευδαργύρου εἰς 45 °C εἶναι 800 cm<sup>2</sup>. Πόσον τὸ ἐμβαδὸν αὐτοῦ εἰς 10 °C. ('Απ. 798 cm<sup>2</sup>).
13. Δίσκος ἐκ λευκοχρόσου ἔχει ἀκτίνα 18 cm εἰς 520 °C. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν αὐτοῦ εἰς 0 °C. ('Απ. 1006 cm<sup>2</sup>).
14. Ἡ πυκνότης τοῦ ἀργιλίου εἶναι 2,7 gr/cm<sup>3</sup> εἰς 0 °C. Πόση ἢ πυκνότης αὐτοῦ εἰς 500 °C. ('Απ. 2,6 gr/cm<sup>3</sup>).
15. Ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἰς 20 °C εἶναι 0,998 gr/cm<sup>3</sup> καὶ εἰς 40 °C 0,992 gr/cm<sup>3</sup>. Νὰ εὑρεθῆ ὁ συντελεστὴς διαστολῆς τοῦ ὕδατος. ('Απ. α = 0,0003 grad<sup>-1</sup>).
16. Μᾶζα ἀέριος ἔχει ὄγκον 1000 cm<sup>3</sup> εἰς 24 °C. Ποῖος ὁ ὄγκος αὐτῆς εἰς τὴν θερμοκρασίαν 0 °C ὑπὸ τὴν αὐτὴν πίεσιν. ('Απ. V<sub>0</sub> = 919,19 cm<sup>3</sup>).
17. Ὁγκος μᾶζης ἀέρος εἰς 20 °C εἶναι 36 cm<sup>3</sup> καὶ εἰς 100 °C, ὑπὸ τὴν αὐτὴν πίεσιν, εἶναι 45,8 cm<sup>3</sup>. Ποῖος ὁ θερμικὸς συντελεστὴς τοῦ ἀέρος ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν. ('Απ. 0,0034 grad<sup>-1</sup>).
18. Εἰς θερμοδόμετρον, τὸ ὁποῖον περιέχει 120 gr ὕδατος θερμοκρασίας 25 °C, ἀναμειγνύομεν 150 gr ὕδατος θερμοκρασίας 42 °C. Ποία ἡ θερμοκρασία τοῦ μίγματος (θερμοχωρητικότης θερμοδόμετρον ἀμελητέα). ('Απ. 34, 4 °C).
19. Εἰς 0,4 kgr ὕδατος θερμοκρασίας 60 °C, προσθέτομεν καὶ ἀναδεύομεν καλῶς 0,6 kgr ὕδατος θερμοκρασίας 25 °C. Πόση ἡ θερμοκρασία τοῦ μίγματος. ('Απ. 25,75 °C).
20. Δοχεῖον περιέχει 420 gr ὕδατος, θερμοκρασίας 20 °C, καὶ εἰς αὐτὸ προστίθεται ὕδωρ 900 gr, θερμοκρασίας 70 °C, ὁπότε ἡ θερμοκρασία τοῦ μίγματος καθίσταται 50 °C. Πόση ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ δοχείου. ('Απ. 180 cal/grad).
21. Τεμάχιον λευκοχρόσου μᾶζης 25 gr βυθίζεται ἐντὸς 80 cm<sup>3</sup> ὕδατος εἰς 20 °C, περιεχομένου ἐντὸς ὑάλινου δοχείου ζυγίζοντος 90 gr. Ἡ τελικὴ θερμοκρασία εἶναι 30 °C. Πόση ἡ θερμοκρασία τοῦ λευκοχρόσου. ('Απ. 1243,7 °C).
22. Νὰ καθορισθῆ ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου ἐκ τῶν ἀκολούθων δεδομένων: 42 gr πάγου 0 °C ἀναμειγνύονται μὲ 120 gr ὕδατος θερμοκρασίας 100 °C, ἡ δὲ τελικὴ θερμοκρασία εἶναι 53,33 °C. ('Απ. 80 cal/gr).
23. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς θερμότητος ἐξαερώσεως τοῦ ὕδατος: διαβιβάζομεν 30 gr ἀτμοῦ θερμοκρασίας 100 °C ἐντὸς 2,05 kgr ὕδατος θερμοκρασίας 16 °C, ὅτε ἡ τελικὴ θερμοκρασία εἶναι 25 °C. ('Απ. 540 cal/gr).
24. Σφαῖρα ἔχουσα μᾶζαν 80 gr κινεῖται ὑπὸ ταχύτητα 600 m/sec καὶ προσκρούει ἐπὶ ἀκλονήτου κολύματος, ὅτε ἡ κινητὴ ἐνέργεια αὐτῆς μετατρέπεται εἰς θερμότητα. Νὰ υπολογισθῆ τὸ παραγόμενον ποσὸν θερμότητος. ('Απ. 3442 cal).
25. Μᾶζα μολύβδου 10 gr προσπίπτει ὑπὸ ταχύτητα 250 m/sec ἐπὶ ἀκλονήτου μάζης μολύβδου 450 gr, πρὸς τὴν ὁποίαν ἐνωσματοῦται. Νὰ υπολογισθῆ ἡ ἀνύψωσις τῆς θερμοκρασίας, ἡ ὁποία θὰ προκύψῃ. ('Απ. 5,23 °C).
26. Νὰ υπολογισθῆ τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος ἀνά μονάδα χρόνου τὸ ἐκλύομενον ὑπὸ μᾶζης 80 kgr, ὅταν κινῆται ὑπὸ ταχύτητα 20 m/sec ἐπὶ ὀριζοντίας ἐπιφανείας μὲ συντελεστὴν τριβῆς 0,7. ('Απ. 2,62 kcal).
27. Ἀτμομηχανὴ ἰσχύος 500 HP ἔχει συνολικὴν ἀπόδοσιν 18%. Πόσον ἄνθρακα καταναλίσκει ἐντὸς 24 ὥρων (1 kgr ἄνθρακος παρέχει 7000 kcal). ('Απ. 5,4 · 10<sup>3</sup> kgr).
28. Ράβδος ἀργιλίου μήκους 40 cm καὶ τομῆς 5 cm<sup>2</sup> τηρεῖται κατὰ τὸ ἐν ἄκρον αὐτῆς εἰς θερμοκρασίαν 100 °C καὶ κατὰ τὸ ἕτερον εἰς 20 °C. Τί ποσὸν θερμότητος διέρχεται διὰ τῆς ράβδου εἰς χρόνον 1 min. ('Απ. 288 cal).

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΑ΄

### ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΕΙΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΕΚ ΤΗΣ ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΑΣ

386. Γενικά. Ἡ Μετεωρολογία ὑπὸ τὴν σύγχρονον αὐτῆς ἀνάπτυξιν ἀσχολεῖται ἀποκλειστικῶς εἰς τὴν μελέτην ὅλων ἐν γένει τῶν ἀτμοσφαιρικῶν φαινομένων, τὰ ὅποια ἐπηρεάζουν τὸν καιρὸν καὶ χαρακτηρίζουν πρὸς τούτους τὸ κλίμα ἐκάστης χώρας ἢ περιοχῆς τῆς ὑδρογείου. Ἐνεκα τοῦ λόγου τούτου ἡ Μετεωρολογία, ὡς αὕτη διεμορφώθη τελευταίως, ἀποτελεῖ σπουδαιότατην ἐπιστήμην, ἡ ὅποια προσφέρει ἀνεκτιμήτους ὑπηρεσίας εἰς τὴν ναυτιλίαν, ἀεροναυτιλίαν, τὰς ἐνόπλους δυνάμεις, τὴν γεωργίαν, τὰ δημόσια ἔργα, τὴν ὑγιεινὴν κλπ.



Σχ. 514. Μετεωρολογικὸς κλωβός.

Τὰ μᾶλλον σπουδαιότερα ἐκ τῶν στοιχείων τῆς ἀτμοσφαίρας εἶναι: ἡ **θερμοκρασία** τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, ὁ **ἄνεμος**, ἡ **βαρομετρικὴ πίεσις**, ἡ **ὕγρασις**, ἡ **νέφωσις** καὶ αἱ **μορφαὶ ὑετοῦ**, ὡς π.χ. ἡ **βροχή**, ἡ **χιών**, ἡ **χάλαξα**, ἡ **θρόσος**, ἡ **πάχνη** κ.τ.λ.

Γενικῶς ὅλα σχεδὸν τ' ἀνωτέρω φαινόμενα, τὰ ὅποια χαρακτηρίζουν ἐκεῖνο τὸ ὅποιον ἀποκαλοῦμεν κατὰ τὴν συνήθη μετεωρολογικὴν ἔκφρασιν **καιρὸν**, λαμβάνουν χώραν κυρίως εἰς τὰ κατώτατα στρώματα τῆς ἀτμοσφαίρας, τὰ ὅποια ἐκτείνονται εἰς τὰ μέσα πλάτη μέχρις ὕψους 10-11 χιλιομέτρων ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης.

Ἴνα δυνηθῶμεν νὰ χαρακτηρίσωμεν τὸν καιρὸν ἢ ἀκόμη νὰ προβλέψωμεν τὸν καιρὸν, εἶναι ἀπαραίτητον νὰ ἐκτελοῦμεν μετρήσεις πρὸς καθορισμὸν τῆς ἐκάστοτε τιμῆς τῶν ἀνωτέρω μεγεθῶν, ὡς

καὶ τῶν μεταβολῶν, τὰς ὁποίας ταῦτα ὑφίστανται κατὰ τὴν διάρκειαν μιᾶς ἡμέρας ἢ καὶ εἰς μεγαλύτερα ἀκόμη χρονικὰ διαστήματα.

Ἐκ τούτου συνάγομεν, ὅτι εἶναι ἀδύνατον διὰ τῆς παρατηρήσεως καὶ μετρήσεως ἑνὸς μόνον φαινομένου, π.χ. τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως, νὰ χαρακτηρίσωμεν τὸν καιρὸν καὶ διὰ τοῦτο αἱ ἀναγραφόμεναι ἐνδείξεις ἐπὶ τῆς κλίμακος τῶν συνήθων οἰκιακῶν μεταλλικῶν βαρομέτρων, π.χ. « ξηρὸς », « πολὺ ξηρὸς » κ.λ.π. δὲν ἔχουν μεγάλην σημασίαν.

**387. Θερμοκρασία.** Αὕτη ποικίλλει ἀπὸ τόπου εἰς τόπον καὶ εἰς τὸν αὐτὸν τόπον ἀναλόγως τῆς ἐποχῆς τοῦ ἔτους καὶ τῆς ὥρας τῆς ἡμέρας.

Εἰς τὴν περιοχὴν τοῦ Ἰσημερινοῦ, ὅπου αἱ ἡλιακαὶ ἀκτίνες προσπίπτουν καθέτως, ἡ μέση ἔτησία θερμοκρασία πλησίον τοῦ ἐδάφους κυμαίνεται μεταξὺ 26 °C καὶ 27 °C, ἐνῶ εἰς τὰς πολικὰς περιοχάς, ὅπου αἱ ἀκτίνες προσπίπτουν πολὺ πλάγιως καὶ εἰς ὠρισμένας μάλιστα ἐποχὰς τοῦ ἔτους οὐδόλως ὑφίστανται, ἡ μέση θερμοκρασία κυμαίνεται μεταξὺ — 20 °C καὶ — 30 °C.

Ἡ ἀτμοσφαῖρα, ἡ ὁποία περιβάλλει τὴν Γῆν δύναται νὰ θεωρηθῆ, ὅτι ἀποτελεῖ θερμομονωτικὸν προστατευτικὸν περιβλήμα.

Ἐκ παρατηρήσεων κατεδείχθη ὅτι, ὅσον ἀνερχόμεθα εἰς ἀνώτερα στρώματα, ἡ θερμοκρασία γίνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ταπεινότερα, καὶ ἐλαττοῦται κατὰ μέσον ὄρον ἀπὸ 0,5 °C μέχρις 1 °C δι' ἄνοδον κατὰ 100 μέτρα. Οὕτω εἰς ὕψος 2000 m ἐπικρατεῖ θερμοκρασία 0 °C, εἰς ὕψος 4000 m ἡ θερμοκρασία εἶναι — 10 °C, εἰς ὕψος 6 000 m εἶναι — 23 °C, καὶ εἰς ὕψος 10 000 m εἶναι — 56 °C.

Οἱ ἀνωτέρω ἀριθμοὶ δίδουν ἀπλῶς ἰδέαν τῆς μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας μετὰ τοῦ ὕψους, διότι οὗτοι ποικίλλουν ἀπὸ τόπου εἰς τόπον ὡς καὶ μετὰ τῆς ἐποχῆς τοῦ ἔτους.

Ἡ θερμοκρασία μετῶναι δι' ὑδραργυρικῶν θερμομέτρων, τὸ ὁποῖον ὅμως πρέπει νὰ μὴ ἐκτίθεται ἀπ' εὐθείας εἰς τὰς ἡλιακὰς ἀκτίνας, ἀλλὰ τοποθετεῖται ἐντὸς εἰδικοῦ μετεωρολογικοῦ κλωβοῦ (σχ. 514) μετὰ τῶν ἄλλων μετεωρολογικῶν ὀργάνων.

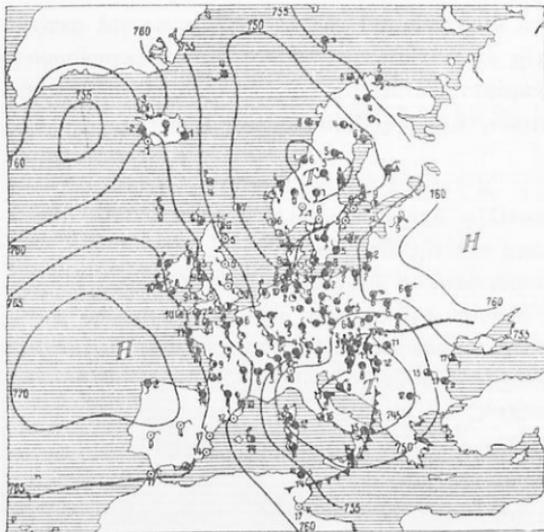
**388. Ἀτμοσφαιρική πίεσις.** Αὕτη μετῶναι δι' ὑδραργυρικοῦ βαρομέτρου καὶ συνήθως ἀνάγεται εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης, εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ 0 °C καὶ εἰς τὴν κανονικὴν βαρῦτητα (πλάτος 45°), τὸ δὲ ὕψος τῆς ὑδραργυρικήσ στήλης εἶναι κατὰ μέσον ὄρον 76 cm.

Ἡ μεταβολὴ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως εἰς ἕνα καὶ τὸν αὐτὸν τόπον ὑφίσταται διακυμάνσεις κατὰ ὀλίγα ἑκατοστόμετρα πρὸς τ' ἄνω ἢ πρὸς τὰ κάτω.

Ὡς καὶ εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως ἀνεφέρθη (βλ. σελ. 199), ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις ἐκφράζεται εἰς millibar (m B). Αἱ τιμαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως καθορίζονται εἰς διαφόρους τόπους ὑπὸ τῶν **Μετεωρολογικῶν Σιαθμῶν** καὶ καταγράφονται εἰς εἰδικούς μετεωρολογικοὺς χάρτας.

Ἐφ' ὅσον ὁ χάρτης ἀναφέρεται εἰς ἐκτεταμένην περιοχὴν, ἐὰν ἐνώσωμεν ὅλους τοὺς τόπους, εἰς τοὺς ὁποίους ἐπικρατεῖ ἡ αὐτὴ ἀτμοσφαιρική πίεσις κατὰ τὴν αὐτὴν χρονικὴν στιγμήν, προκύπτουν καμπύλαι, συνήθως κλεισταί, αἱ ὁποῖαι

καλούνται **ισοβαρείς** (σχ. 515). Περιοχαί περικλειόμεναι υπό ισοβαρῶν, αἰτνες καθ' ὅσον πλησιάζουν πρὸς τὸ κέντρον ἀντιστοιχοῦν εἰς μικροτέρας πιέσεις, καλοῦνται **περιοχαί ἢ κέντρα χαμηλῶν πιέσεων** (Τ) (υφέσεις, κυκλώνες), ἐνῶ περιοχαί περικλειόμεναι υπό ισοβαρῶν, αἰτνες καθ' ὅσον πλησιάζουν πρὸς τὸ κέντρον ἀντιστοιχοῦν εἰς μεγαλυτέρας πιέσεις καλοῦνται **περιοχαί ἢ κέντρα ὑψηλῶν πιέσεων** (Η) (ἀντικυκλώνες).



Σχ. 515. Ὑπόδειγμα μετεωρολογικοῦ χάρτου καιροῦ τῆς Εὐρώπης, κατὰ τινὰ ὥρισμένην ὥραν καὶ ἡμέραν τοῦ ἔτους, μετὰ ισοβαρῶν καμπύλων.

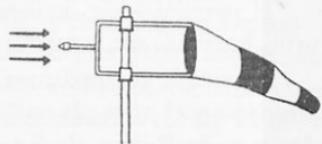
ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως εἶναι μεγάλη (ἦτοι ἡ τιμὴ τῆς βαροβαθμίδος εἶναι μεγάλη)

**389. Ἄνεμος.** Ὁ ἄνεμος ἀποτελεῖ κινουμένην μάζαν ἀέρος καί, ὅπως μᾶζα ὕδατος ἐν κινήσει ῥεῖ ἀπὸ περιοχῆς ὑψηλοτέρας στάθμης εἰς περιοχὴν χαμηλοτέρας στάθμης, οὕτω καὶ μᾶζα ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος κινεῖται ἀπὸ περιοχῆς μεγάλης ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως πρὸς περιοχὴν μικροτέρας ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως.

Ὁ ἄνεμος χαρακτηρίζεται κυρίως ἐκ δύο στοιχείων, ἐκ τῆς διεύθυνσεως καὶ τῆς ταχύτητος αὐτοῦ. Ἡ διεύθυνσις τοῦ ἀνέμου καθορίζεται ἐκ τοῦ σημείου τοῦ ὀρίζοντος, ἐκ τοῦ ὁποίου οὗτος πνέει, ἡ δὲ ταχύτης αὐτοῦ καθορίζεται εἰς μέτρα, χιλιόμετρα ἢ μίλια καθ' ὥραν.

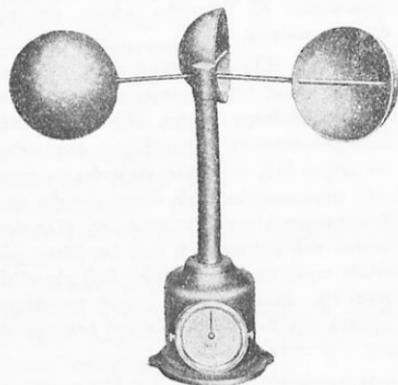
Ἡ διεύθυνσις τοῦ ἀνέμου καθορίζεται διὰ τῶν *ἀνεμοδείκτων*, ὁ ἀπλούστερος δὲ καὶ εὐαισθητότερος ἀνεμοδείκτης εἶναι ὁ πραγματοποιούμενος ὑπὸ λεπτῆς μεταξίνης ταινίας μήκους 30-40 cm καὶ πλάτους 2-3 cm, ἡ ὁποία ἐξαρτᾶται ἀπὸ ὑψηλοῦ ἴστυ εἰς τρόπον, ὥστε αὕτη νὰ εὐρίσκειται εἰς ἀνεπεταμένον ᾄκρον. Ὅταν ἡ ταινία ἀνεμίζεται ὑπὸ τοῦ ἀνέμου, προσανατολίζεται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ δεικνύη τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἀνέμου. Οὕτως, ὅταν ὁ ἄνεμος πνέη ἐκ Βορρᾶ - βόρειος ἄνεμος-, τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τῆς ταινίας δεικνύει τὸν Νότον, ἐκ τούτου δὲ συμπεραίνομεν, ὅτι ὁ ἄνεμος πνέει ἐκ Βορρᾶ.

Εἰς τὰ ἀεροδρόμια ὡς ἀνεμοδείκτης χρησιμεύει τὸ *ἀνεμοῦριον* (σχ. 516). Ἐπίσης διὰ τὸν καθορισμὸν τῆς διευθύνσεως τοῦ ἀνέμου, δύναται νὰ χρησιμεύσῃ καὶ ὁ καπνὸς ὁ ἐξερχόμενος ἀπὸ καπνοδόχου.



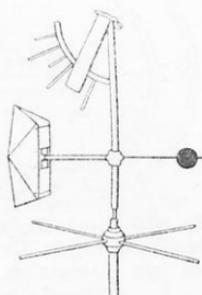
Σχ. 516. Ἀνεμοῦριον.

Ἡ ταχύτης τοῦ ἀνέμου μετράται διὰ τῶν **ἀνεμομέτρων**, τῶν ὁποίων ὑπάρχουν πολλοὶ τύποι. Ἀπλούστερος τύπος εἶναι τὸ ἀνεμόμετρον τοῦ σχήματος 517, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἐκ κατακορύφου ἄξονος, ἐπὶ τοῦ ὁποίου προσαρμύζονται καθέτως τρία ἢ τέσσαρα στελέχη φέροντα εἰς τὰ ἄκρα αὐτῶν κοίλας μεταλλικὰς ἡμισφαιρικὰς κάψας.



Σχ. 517. Ἀνεμόμετρον.

Ὅταν πνέη ἄνεμος, ἡ πίεσις αὐτοῦ ἐπὶ τῶν κοίλων ἡμισφαιρίων εἶναι μεγαλυτέρα ἢ ἐπὶ τῶν κυρτῶν καὶ οὕτω τίθεται τὸ σύστημα εἰς περιστροφικὴν κίνησιν κατὰ φορὰν τοιαύτην, ὥστε νὰ προηγήται τὸ κυρτὸν μέρος τῶν ἡμισφαιρίων. Ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στροφῶν, ὁ ὁποῖος καθορίζεται ὑπὸ



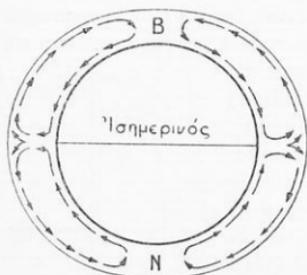
Σχ. 518. Συνδυασμὸς ἀνεμοδείκτου καὶ ἀνεμομέτρου.

καταλλήλου μετρητοῦ συνεξευγμένον πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς τοῦ ὄργανου, δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὴν ταχύτητα τοῦ ἀνέμου. Ἐτερος τύπος ἀνεμοδείκτου μετὰ ἀνεμομέτρου εἶναι ὁ τοῦ σχήματος 518.

Ὁ παρατιθέμενος πίναξ δεικνύει τὰς χαρακτηριστικὰς ὀνομασίας τῶν ἀνέμων, τὴν ταχύτητα αὐτῶν εἰς χιλιόμετρα καθ' ὄραν (km/h), ὡς καὶ διάφορα ἀποτελέσματα, τὰ ὁποῖα προκαλοῦν, ἐκ τῶν ὁποίων δυνάμεθα νὰ ἐκτιμήσωμεν προχείρως τὴν ταχύτητα αὐτῶν.

Κλίμαξ Beaufort	Ὄνομασία	Ἀποτελέσματα	Ταχύτης εἰς km/h
0	Νηγεμία	Πλήρης ἄπνοια . . . . .	κάτω τοῦ 1
1	Ὑποπνέων	Καπνὸς ὑψοῦται σχεδὸν κατακορύφως . . . . .	1—5
2	Ἀσθενής	Μόλις αἰσθητὸς . . . . .	6—12
3	Λεπτὸς	Κινεῖ ἀσθενῶς σημαίαν καὶ φύλλα δένδρων . . . . .	12,2—19
4	Μέτριος	Κυματίζει σημαίαν καὶ κινεῖ μικροὺς κλάδους δένδρων . . . . .	20—29
5	Λαιπρὸς	Δυσάρεστος, κινεῖ μεγάλους κλάδους . . . . .	29,2—38,5
6	Ἰσχυρὸς	Προβάλλει μετὰ θορύβου οἰκίας καὶ ἄλλα ἀντικείμενα . . . . .	39—49,7
7	Σφοδρὸς	Σεῖει τοὺς λεπτοὺς κορμούς δένδρων καὶ προκαλεῖ ζοηρὸν κυματισμὸν τῆς θαλάσσης . . . . .	50,4—61,6
8	Ὅρημτικὸς	Ταράσσει ὅλα τὰ δένδρα καὶ δυσχεραίνει τὴν κίνησιν τῶν ἀνθρώπων . . . . .	62—74,5
9	Θύελλα	Ἀποσπᾷ τὰς κεράμους ἐκ τῶν στεγῶν καὶ ἄλλα ἀντικείμενα ἐκ τῆς θέσεώς των . . . . .	74,9—87,8
10	Ἰσχυρὰ θύελλα	Καταρρίπτει δένδρα . . . . .	88,2—102,2
11	Σφοδρὰ θύελλα	Προκαλεῖ καταστροφὰς . . . . .	102,6—130,6
12	Λαίλαψ	Προκαλεῖ μεγίστας καταστροφὰς . . . . .	131 καὶ ἄνω

390. Γενική διανομή τῶν ἀνέμων. *Γήινοι ἄνεμοι*. Εἰς τὴν Μετεωρολογίαν χαρακτηρίζομεν ὡς γῆϊνοὺς ἀνέμοὺς ἐκείνους, οἱ ὅποιοι παρατηροῦνται εἰς τὰ κατώτερα στρώματα τῆς ἀτμοσφαιρας, πλησίον τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, θὰ περιορισθῶμεν δὲ ἐνταῦθα μόνον εἰς τὴν σπουδὴν τῶν ἀνέμων τούτων.

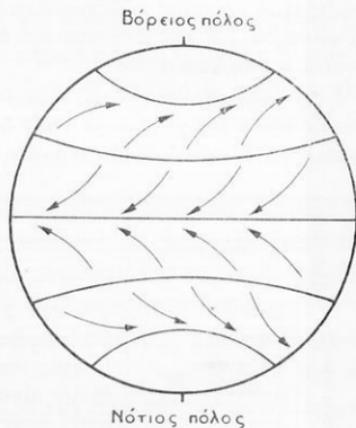


Σχ. 519. Κυκλοφορία τοῦ ἀέρος, θεωρουμένης τῆς Γῆς ἀκίνητου καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς ἄνευ ἀνωμαλιῶν.

Ὡς εἶδομεν ἤδη, ὁ ἀήρ ὁ πλησίον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐδάφους παρὰ τὸν ἰσημερινὸν θερμαίνεται περισσότερο ἢ εἰς μεγαλύτερα πλάτη, οὗτω δὲ γεννᾶται περὶ τὴν Γῆν κολοσσιαῖον ρεῦμα ἀέρος διὰ μεταφορᾶς, ὡς εἰς τὸ σχῆμα 519, τὸ ὅποῖον δεικνύει ἐν γενικαῖς γραμμαῖς τὴν κυκλοφορίαν τοῦ ἀέρος μεταξὺ τῶν πόλων καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ καὶ ἀντιστρόφως. Πλησίον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐδάφους, ἡ ροὴ λαμβάνει χώραν ἐκ τῶν πόλων πρὸς τὸν ἰσημερινόν, ἐνῶ εἰς τ' ἀνώτερα στρώματα τῆς ἀτμοσφαιρας ἡ ροὴ τοῦ ἀέρος ἀναστρέφεται ἔχουσα τὴν διεύθυνσιν ἐκ τοῦ ἰσημερινοῦ πρὸς τοὺς πόλους.

Ἡ ἀνωτέρω εἰκονιζομένη κυκλοφορία τοῦ ἀέρος προϋποθέτει, ὅτι ἡ Γῆ δὲν περιστρέφεται περὶ τὸν ἄξονά της, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς εἶναι ἄνευ ἀνωμαλιῶν, πρὸς τούτοις δὲ ὅτι παρουσιάζει ὁμοιόμορφον θερμοχωρητικότητα. Εἰς τὴν πραγματικότητα ὅμως ἡ ἐπιφάνεια τῆς Γῆς δὲν εἶναι ἄνευ ἀνωμαλιῶν, πρὸς τούτοις δὲ περιστρέφεται περὶ τὸν ἄξονά της καὶ κατὰ συνέπειαν ἡ εἰκονιζομένη εἰς τὸ σχῆμα 519 κυκλοφορία ὑφίσταται οὐσιώδη ἀλλοίωσιν.

Οὕτω ἐκ τῆς συστηματικῆς ἐρεύνης τῶν γηίνων ἀνέμων κατεδείχθη, ὅτι εἰς τὸ βόρειον ἡμισφαίριον καὶ μεταξὺ βορείου πλάτους  $10^{\circ}$  καὶ  $30^{\circ}$  πνέει ἐγγὺς τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς ἰσχυρὸς ἄνεμος ἐκ Βορρᾶ, ἐνῶ ἐπὶ τῆς ἀντιστοίχου ζώνης τοῦ Νοτίου ἡμισφαιρίου πνέει ἄνεμος ἐκ Νότου, οἱ ἄνεμοι δὲ οὗτοι καλοῦνται ὡς θὰ ἴδομεν ἀληγεῖς. Τὸ σχῆμα 520 δεικνύει κατὰ στοιχειώδη τρόπον τὴν διανομὴν τῶν γηίνων ἀνέμων μετὰ τῆς διευθύνσεως αὐτῶν, ὅταν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν ἡ περιστροφή τῆς Γῆς περὶ τὸν ἄξονά της.



Σχ. 520. Πραγματικὴ διανομὴ καὶ διευθύνσεις γηίνων ἀνέμων λόγῳ περιστροφῆς τῆς Γῆς.

391. Ταξινόμησις τῶν γηίνων ἀνέμων. Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς ὑφίσταται μία ζώνη χαμηλῆς πιέσεως ἐκτετατομένη ἐκατέρωθεν τοῦ ἰσημερινοῦ μεταξὺ γεωγραφικῶν πλατῶν  $5^{\circ}$  B καὶ  $5^{\circ}$  N (σχ. 521) καὶ ἡ ὁποία καλεῖται *ἰσημερινὴ ζώνη ἀπνοίας*. Ἡ περιοχὴ αὕτη χαρακτηρίζεται ἀπὸ λιὰν ἀσθενεῖς ἀνέμους καὶ ἐν γένει ἀπὸ καλὸν καιρὸν.

Ἡ κίνησις τοῦ ἀέρος εἰς τὴν περιοχὴν ταύτην γίνεται πρὸς τὰ ἄνω, οὗτω δὲ γεννῶνται νέφη τοῦ τύπου σωρειτῶν (Cumulus), τὰ ὅποια συνοδεύονται πολὺ συχνὰ ὑπὸ καταιγίδων.

*Ἀληγεῖς*. Οἱ ἄνεμοι οὗτοι πνέουσιν ἐκ βορειοανατολικῆς κατευθύνσεως εἰς τὸ βόρειον ἡμισφαίριον καὶ ἐκ νοτιοανατολικῆς κατευθύνσεως εἰς τὸ νότιον ἡμισφαίριον, περιορίζονται δὲ οἱ ἄνεμοι οὗτοι μεταξὺ τῆς ἰσημερινῆς ζώνης ἀπνοίας καὶ ἑτέρων δύο ζωνῶν ἀπνοίας ἐκατέρωθεν τοῦ ἰσημερινοῦ εὐρισκομένων εἰς πλάτος περίπου  $30^{\circ}$  B καὶ  $30^{\circ}$  N.

Οἱ ἄνεμοι οὗτοι ἐκλήθησαν *ἀληγεῖς*, ὡς ἐκ τῆς κανονικότητος ὡς πρὸς τὴν ἐμφάνισιν.

σιν αὐτῶν, ἐχορησιμοποιοῦντο δὲ εἰς παλαιότεραν ἐποχὴν ὑπὸ τῶν ἰστιοφόρων πλοίων.

**Δυτικοὶ ἐπικρατοῦντες ἄνεμοι.** Ἐκ τῶν δύο ἀνωτέρω ζωνῶν ἀπνοίας σχηματίζονται δύο ἕτεροι ζῶναι χαρακτηριζόμεναι ἀπὸ χαμηλᾶς πίεσεως, ἐντὸς δὲ αὐτῶν ὑπὸ τὴν ἐπίρρειαν καὶ τῆς περιστροφικῆς κινήσεως τῆς Γῆς περὶ τὸν ἄξονά της, ἐπικρατοῦν εἰς τὸ βόρειον μὲν ἡμισφαίριον ἄνεμοι Νοτιοδυτικοί, ἐνῶ εἰς τὸ νότιον ἡμισφαίριον ἐπικρατοῦν ἄνεμοι Βορειοδυτικοί.

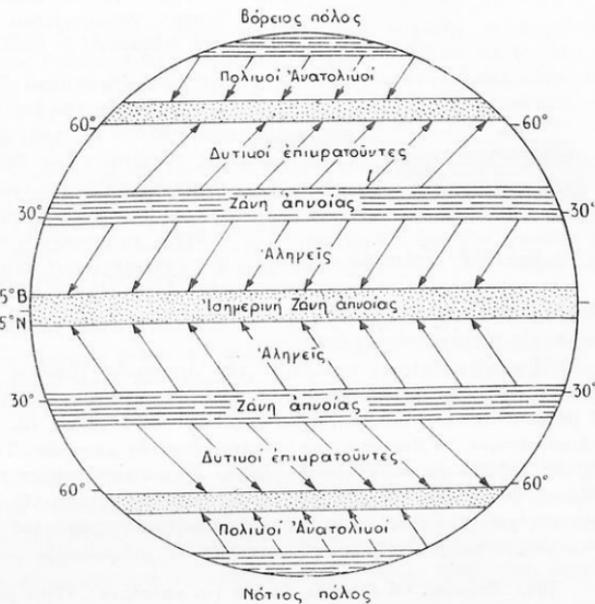
Ἐπειδὴ οἱ τελευταῖοι οὗτοι ἄνεμοι εἶναι πολὺ συχνοί, καλοῦνται συνήθως καὶ **ἐπικρατοῦντες δυτικοὶ ἄνεμοι**.

Ἐπειδὴ εἰς τὸ νότιον ἡμισφαίριον εἰς πλάτος περίπου  $40^{\circ}$  Ν τὰ χερσαῖα τμήματα εἶναι μικρά, ταῦτα προβάλλουν μικρὰν ἀντίστασιν εἰς τοὺς ἀνέμους, οὕτω δὲ οἱ βορειοδυτικοὶ ἄνεμοι οἱ πνέοντες ἐντὸς τῆς ζώνης ταύτης ἀποκοτῶν μεγάλας ταχύτητας καὶ ἀποτελοῦν σφοδροτάτους ἀνέμους.

Τουναντίον εἰς τὸ βόρειον ἡμισφαίριον οἱ νοτιοδυτικοὶ ἄνεμοι εἰς πλάτος  $40^{\circ}$  Β εἶναι μᾶλλον ἰσχυροὶ καὶ προέρχονται ἐκ Δυσμῶν.

**Πολικοὶ ἄνεμοι.** Ὅπως ὁ ἀήρ, ὁ εὐρισκόμενος ἀμέσως ἄνωθεν τοῦ ἰσημερινοῦ, θερμαίνεται ἐντόνως, συνεπεία δὲ τούτου δημιουργεῖται περιοχὴ χαμηλῶν πιέσεων, κατ' ἀνάλογον τρόπον ὁ ἀήρ, ὁ εὐρισκόμενος ἀμέσως ἄνωθεν τῶν πολικῶν περιοχῶν, ψύχεται ὑπεριμέτρως, οὕτω δὲ δημιουργεῖται εἰς τὰς πολικὰς περιοχὰς κέντρον ὑψηλῶν πιέσεων. Ὡς ἐκ τούτου μᾶζα ἀέρος κινουμένη με κατεύθυνσιν ἐκ τῶν πόλων πρὸς τὸν ἰσημερινόν, οὕτω δὲ λόγῳ τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς περὶ τὸν ἄξονά της δημιουργοῦνται εἰς τὰς πολικὰς περιοχὰς ἄνεμοι Βορειοανατολικοὶ εἰς τὸ Βόρειον ἡμισφαίριον καὶ Νοτιοανατολικοὶ εἰς τὸ Νότιον ἡμισφαίριον. Οἱ ὡς ἄνω ἄνεμοι καλοῦνται **πολικοὶ ἄνεμοι**. Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω γηγίνων ἀνέμων ἀναφερόμεν καὶ τοὺς **ἀνταλληγεῖς**, οἱ ὅποιοι δὲν ἀποτελοῦν γηγίνους ἀνέμους, ἀλλ' ἀνέμους τῶν ἀνωτέρων στρωμάτων τῆς ἀτμοσφαιρας καὶ πνέουν ἐκ νοτιοδυτικῆς κατεύθυνσεως εἰς τὸ βόρειον ἡμισφαίριον καὶ ἐκ βορειοδυτικῆς εἰς τὸ νότιον ἡμισφαίριον, οἱ ἄνεμοι δὲ οὗτοι εἶναι ἐκείνοι, οἱ ὅποιοι τροφοδοτοῦν τοὺς ἀλληγεῖς.

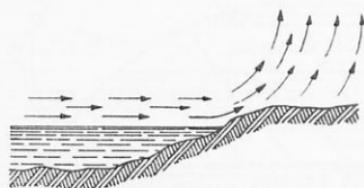
**392. Ἐπίδρασις τῆς ξηρᾶς καὶ θαλάσσης ἐπὶ τῶν ἀνέμων.** Ἡ ξηρά, ὡς γνωστόν, ἔχει μικροτέραν εἰδικὴν θερμότητα ἀπὸ τὴν θάλασσαν καὶ ὡς ἐκ τούτου ὁ ἄνωθεν τῆς ξηρᾶς ἀήρ θερμαίνεται κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ἡμέρας ἐντονώτερον ἀπὸ τὸν ἀέρα ἄνωθεν τῆς θαλάσσης, οὕτω δὲ εἰς τὰς περιοχὰς ἄνωθεν τῆς θαλάσσης δημιουργεῖται ἀνωτέρα ἀτμο-



Σχ. 521. Λεπτομερὴς ἐπεξήγησις διανομῆς γηγίνων ἀνέμων καὶ ταξινόμησις αὐτῶν.

σφαιρική πίεσις, ἡ ὁποία ὡς ἀποτέλεσμα ἔχει τὴν ἀνάπτυξιν ἀνέμου ἐκ τῆς θαλάσσης πρὸς τὴν ξηράν, ὁ ὁποῖος καλεῖται *θαλασσία αὔρα* (σχ. 522).

Ἡ κατάσταση αὕτη δύναται νὰ ἀντιστραφῇ κατὰ τὴν νύκτα, ὅτε λόγῳ τοῦ ὅτι ἡ ἀκτινοβολομένη θερμότης ἀπὸ τὴν ξηράν ὑπερέχει τῆς ἀκτινοβολίας θερμότητος ἀπὸ τὴν θάλασσαν, δημιουργεῖται ἄνεμος ἐκ τῆς ξηρᾶς πρὸς τὴν θάλασσαν, ὁ ὁποῖος καλεῖται *ἀπόγειος αὔρα*.



Σχ. 522. Θαλασσία αὔρα.

ἐξασθενίζουν ἐν καιρῷ χειμῶνος καὶ ἐνισχύονται κατὰ τὸ θέρος, ἐνῷ τὸ ἀντίστροφον συμβαίνει εἰς τὰς ἀνατολικὰς ἀκτὰς.

Ἡ μεγάλη ἔκτασις καὶ μᾶζα τῆς Ἀσιατικῆς Ἠπείρου δημιουργεῖ τόσον ἰσχυροὺς ἠπειρωτικοὺς ἀνέμους, ὥστε κατὰ τὸ θέρος οἱ εἰς τὴν περιοχὴν ταύτην ὑπάρχοντες ἀνεμοὶ, οἱ βορειοανατολικοὶ ἄλγηϊς, ἀντιστρέφονται καὶ οὕτω εἰς τὰς Ἰνδίας ἐπικρατοῦν νοτιοανατολικοὶ ἄνεμοι. Ὁ ἄνεμος οὗτος καλεῖται *θερινὸς μουσσὼν*. Τοῦναντίον κατὰ τὸν χειμῶνα εἰς τὸν Ἰνδικὸν ὠκεανὸν παρατηροῦνται ἄνεμοι τοῦ βορείου τομέως συνεπεία τῆς ὑψηλῆς πίεσεως, ἣτις ἐπικρατεῖ κατὰ τὴν ἐποχὴν ταύτην ὑπεράνω τῆς Ἀσιατικῆς Ἠπείρου καὶ τῶν σχετικῶς χαμηλῶν πιέσεων τῶν παρατηρουμένων ὑπεράνω τοῦ Ἰνδικοῦ ὠκεανοῦ. Οἱ ἄνεμοι οὗτοι καλοῦνται *μουσσῶνες τοῦ χειμῶνος*.

394. Ἐτησίοι. Οἱ *ἐτησίοι ἀνεμοὶ* (κ. *μελτέμια*), εἶναι βόρειοι περιοδικοὶ ἄνεμοι καὶ πνέουν κατὰ τὸ θέρος εἰς τὴν Ἀνατολικὴν Μεσόγειον καὶ τὰς ἀκτὰς τῆς Ἀφρικῆς.

Οἱ ἄνεμοι οὗτοι ἀναφαίνονται κατὰ τὰ τέλη Μαΐου καὶ διαρκοῦν ἐνίοτε μέχρι καὶ τοῦ Ὀκτωβρίου· καὶ εἰς μὲν τὸ Αἰγαῖον πέλαγος οἱ ἄνεμοι οὗτοι πνέουν ἐκ βορειοανατολικῆς διευθύνσεως, ἐνῷ εἰς τὸ Ἴόνιον πέλαγος πνέουν ἐκ βορειοδυτικῆς διευθύνσεως.

Χαρακτηριστικὸν γνώρισμα τῶν ἀνέμων τούτων εἶναι, ὅτι οὗτοι εἶναι πολὺ ἰσχυροὶ τὴν ἡμέραν, ἰδίως μέχρι τῶν πρώτων ὥρῶν τοῦ ἀπογεύματος, ἐνῷ καθίστανται ἀσθενέστεροι κατὰ τὴν νύκτα.

Οἱ ἐτησίοι ὀφείλονται κυρίως εἰς τὴν κατὰ τὴν ἐποχὴν ταύτην ἐπέκτασιν τοῦ ἀντικυκλῶνος τῶν Ἀζορῶν ὑπεράνω τῆς Εὐρώπης, ὡς καὶ εἰς τὸ θερινὸν ἐλάχιστον πίεσεως τὸ σημειούμενον ἐπὶ τῶν Ἰνδιῶν.

395. Αὔραι ὄρεων καὶ κοιλάδων. Κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ἡμέρας ὁ ἀήρ πλησίον τῆς περιοχῆς ὄρους θερμαίνεται ἐντονότερον καὶ οὕτω δημιουργεῖται ρεῦμα μεταφορᾶς ἐκ τῆς κοιλάδος πρὸς τὰ ἄνω. Ἡ ὡς ἄνω *αὔρα κοιλάδος* συντελεῖ εἰς τὸν σχηματισμὸν, ἄνωθεν τῆς κορυφῆς τοῦ ὄρους, νεφῶν ὡς καὶ εἰς τὴν πτώσιν βροχῆς.

Ἐν καιρῷ ἀπογεύματος καὶ νυκτὸς ὁ ἀήρ ἐγγὺς τῆς κορυφῆς τοῦ ὄρους ψύχεται ἐντονότερον, οὕτω δὲ γεννᾶται κατιὸν ρεῦμα ἀέρος ἢ ὡς συνήθως καλεῖται *αὔρα ὄρους*.

396. Μεγάλοι ἀτμοσφαιρικοὶ διαταράξεις (ὕψεις, ἀντικυκλῶνες). Ἡ ὕψις εἶναι περιοχὴ τῆς ἀτμοσφαιρας, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ πίεσις εἶναι μικροτέρα τῆς τῶν περιβαλλουσῶν αὐτὴν περιοχῶν. Αἱ ἰσοβαρεῖς καμπύλαι περίξ μιᾶς τοιαύτης περιοχῆς χαμηλῶν πιέσεων εἶναι ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον κυκλικαὶ ἢ ἔλλειπτικαὶ (βλ. σχ. 519, T), ἡ δὲ διάμετρος μιᾶς ὕψεως κυμαίνεται, δυναμένη νὰ φθάσῃ τὰ 2000 μίλια.

Οἱ ἄνεμοι εἰς τὰς ὕψεις τοῦ βορείου ἡμισφαιρίου κινοῦνται ἀντιθέτως τῆς φορᾶς

κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὄρολογίου, εἰς δὲ τὰς τοῦ νοτίου κατὰ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὄρολογίου. Αἱ ὑφέσεις δὲν παραμένουν στάσιμοι, ἀλλὰ κινούνται σχεδὸν πάντοτε πρὸς ἀνατολὰς μετὰ ταχύτητος, ἥτις δύναται νὰ φθάσῃ τὰ 600 ἢ 700 μίλια τὸ εἰκοσιτετράωρον.

Αἱ ὑφέσεις σχηματίζονται, ὅταν μᾶζαι ἀέρος διαφόρου θερμομετρικῆς καὶ ὑγρομετρικῆς καταστάσεως καὶ γενικῶς διαφόρων φυσικῶν χαρακτηριστικῶν ἔλθουν εἰς ἐπαφὴν μετὰ τῶν, π.χ. ψυχρὰ πολικὴ μᾶζα ἀέρος μετὰ θερμῆς τροπικῆς τοιαύτης, ὅποτε αὗται διαχωρίζονται μετὰ τῶν ὑπὸ μιᾶς ἐπιφανείας ἀσυνεχείας, ἢ ὅποια τέμνει τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς κατὰ γραμμὴν, ἢ ὅποια καλεῖται, ὡς θὰ ἴδωμεν, *μέτωπον*.

Ὁ *ἀντικυκλῶν* εἶναι περιοχὴ, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ βαρομετρικὴ πίεσις εἶναι ὑψηλὴ σχετικῶς πρὸς τὴν τοῦ περιβάλλοντος. Αἱ ἰσοβαρεῖς καμπύλαι εἰς μίαν τοιαύτην περιοχὴν εἶναι γενικῶς κλεισταὶ σχήματος κυκλικῷ ἢ ἑλλειπτικῷ (βλ. σ. 515, Η). Οἱ ἄνεμοι εἰς τοὺς ἀντικυκλῶνας τοῦ βορείου ἡμισφαιρίου κινοῦνται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῶν δεικτῶν τοῦ ὄρολογίου, ἐνῶ εἰς τὰς τοῦ νοτίου ἡμισφαιρίου ἀντιθέτως τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὄρολογίου.

Ἐπάρχουν δύο ἐκτεταμένα ζῶνα ἀντικυκλῶνων εἰς πλάτη περίπου 30° Β καὶ 30° Ν, αἵτινες εἶναι σχεδὸν μόνιμοι (μόνιμοι ἀντικυκλῶνες). Ἀντικυκλῶνες σχηματίζονται ἐπίσης ὑπεράνω ἡπειρωτικῶν ἐκτάσεων κατὰ τὸν χειμῶνα, ὡς εἶναι π.χ. ὁ Σιβηρικὸς ἀντικυκλῶν, ὅστις φθάνει πολλάκις μέχρι τῶν Βαλκανίων, ἐπιδρῶν σημαντικῶς εἰς τὸν καιρὸν τῆς Ἑλλάδος.

397. Ἀέριοι μᾶζαι. Μέτωπα. Ὅταν μᾶζα ἀέρος παραμένῃ ἐπὶ σημαντικῶν χρονικῶν διαστήματων ἄνωθεν ὀριζήσεως περιοχῆς τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, ἀποκτᾷ ὀριζήσεως χαρακτηριστικὰ. Οὕτω π.χ. τροπικὴ μᾶζα ἀέρος εἶναι θερμὴ, ἐνῶ πολικὴ μᾶζα ἀέρος εἶναι ψυχρὰ. Ἐπίσης μᾶζα ἀέρος εὐρισκομένη ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης ἔχει πολλοὺς ὕδατμούς, ἐνῶ μᾶζα ἀέρος εὐρισκομένη ἄνωθεν ἡπείρων εἶναι ξηρὰ, ἥτοι περιέχει ὀλίγους ὕδατμούς.

Ἐπὶ δεδομένην μᾶζαν ἀέρος ὁ καιρὸς εἶναι ὅπωςδήποτε καλὸς καὶ μόνον, ὅταν μᾶζα ἀέρος ἀντικαθίσταται ὑπὸ ἄλλης ἐχούσης διάφορα χαρακτηριστικὰ, προζύπτουν σοβαροὶ μεταβολαὶ τοῦ καιροῦ.

Γενικῶς αἱ ἐντὸς τῆς τροποσφαιρας ἀέριοι μᾶζαι ἔχουν διαφόρους φυσικὰς ιδιότητας ἢ χαρακτηριστικὰ, βάσει τῶν ὁποίων εἶναι δυνατόν νὰ διακρίνομεν ταύτας. Καὶ ὅσον μὲν ἀφορᾷ τὸν τρόπον τῆς προελεύσεώς των, αἱ ἀέριοι μᾶζαι διακρίνονται εἰς *ἀρκτικές*, *πολικὰς*, *τροπικὰς* καὶ *ισημερινὰς*, ἐνῶ ἀπὸ θερμοκῆς ἀπόψεως διαίρονται εἰς δύο κατηγορίας, εἰς *θερμὰς* καὶ *ψυχρὰς* μᾶζας.

Αἱ διάφοροι τροποσφαιρικαὶ ἀέριοι μᾶζαι δὲν μετακινοῦνται μετὰ τῆς αὐτῆς ταχύτητος καὶ ἐπὶ πλέον ἔχουν διαφόρους πυκνότητας, ὡς ἐκ τούτου χωρίζονται μετὰ τῶν διὰ ζωνῶν μεταβατικῶν, αἵτινες γενικῶς καλοῦνται *ἐπιφάνειαι ἀσυνεχείας* ἢ ἀπλῶς *μέτωπα*, ἐκ τῶν ὁποίων διὰ τὸν βορειὸν Ἀτλαντικὸν καὶ τὴν Εὐρώπην τὰ σπουδαιότερα εἶναι τὸ *πολικὸν μέτωπον*, τὸ ὁποῖον διαχωρίζει πολικὰς καὶ τροπικὰς μᾶζας ἀέρος καὶ τὸ *ἀρκτικόν*, τὸ ὁποῖον χωρίζει ἀρκτικὰς καὶ πολικὰς μᾶζας ἀέρος.

Τὰ μέτωπα διακρίνονται εἰς δύο κατηγορίας, εἰς *θερμὰ* καὶ εἰς *ψυχρὰ* μέτωπα. Καὶ τὰ μὲν *θερμὰ* εἶναι ἐκεῖνα, τῶν ὁποίων ἡ μετατόπισις πραγματοποιεῖται ὑπὸ τὴν ὄθησιν τῆς θερμῆς μᾶζης (ἢ τῆς θερμότερας), ἥτις διαρκῶς ἀνέρχεται ὑπεράνω τῆς ψυχρᾶς (ἢ τῆς ψυχροτέρας).

Εἰς τὰ *ψυχρὰ μέτωπα* ὁ ψυχρὸς ἀέρας προχωρεῖ ὡς σφὴν ὑπὸ τὴν μᾶζαν τοῦ θερμοῦ ἀέρος, τὸν ὁποῖον καὶ ἐξαναγκάζει εἰς ταχίαν ἀνοδικὴν κίνησιν. Ἡ διάβασις τοῦ ψυχροῦ μετώπου συνοδεύεται ὑπὸ ὑψώσεως τῆς ἀτμ. πίεσεως, πτώσεως τῆς θερμοκρασίας, στροφῆς τοῦ ἀνέμου καὶ ραγδαίων καταγιδροφῶν βροχῶν ὄχι ὁμοῦ συνεχῶν.

Εἰς τὸ σχῆμα 523 τὸ ψυχρὸν μέτωπον ἀποτελεῖ μίαν κεκλιμένην ἐπιφάνειαν, ἣ ὁποία σχηματίζεται, ὅταν ὁ ὀπισθεν εὐρισκόμενος ψυχρὸς ἀήρ κινῆται μετὰ μεγαλύτερας ταχύτητος ἀπὸ τὸν θερμὸν ἀέρα τὸν ὁποῖον, ὅταν συναντήσῃ, ἐκτοπίζει βίαιως πρὸς τὰ ἑπάνω. Ἐξετάσωμεν ἤδη τί συμβαίνει εἰς τοιοῦτον ψυχρὸν μέτωπον. Πρὸς διευκόλυνσιν τῆς κατανοήσεως τῶν παρατηρουμένων φαινομένων, θὰ ἐξετάσωμεν τὴν περίπτωσιν ἡρέμου τμήματος ἐπιφανείας θαλάσσης καὶ τοῦ ἀνωθεν αὐτῆς εὐρισκομένου στρώματος ἀέρος. Ἐφ' ὅσον ἐπικρατεῖ ἄπνοια, ὕδωρ καὶ ἀήρ εὐρίσκονται ἐν ἡρεμίᾳ καθ' ὅλην τὴν ἔκτασιν τῆς ὀριζοντίας ἐπιφανείας ἐπαφῆς. Εἰς τὴν περίπτωσιν ὁμοῦ ἡπίου ἀνέμου, τὰ δημιουργούμενα κύματα εἶναι μικρὰ καὶ δὲν ἐπιφέρουν σοβαρὰν ἀναταραχὴν, ἐνῶ εἰς τὴν περίπτωσιν ἰσχυροῦ ἀνέμου δημιουργοῦνται μεγάλα κύματα, οὕτω δὲ τὰ δύο ρευστά, θαλάσσιον ὕδωρ καὶ ἀήρ, περιδινοῦνται περὶ ἄλληλα καὶ ἀναμιγνύονται.

Σχ. 523. Δημιουργία ψυχροῦ μετώπου.

Γενικῶς ἡ δημιουργία μετώπου συνοδεύεται ὑπὸ μεταβολῆς τοῦ καιροῦ.

398. Ὑγρασία. Ὁ ἀτμοσφαιρικός ἀήρ περιέχει πάντοτε ὕδωρ ἢ ὕδρατιμὸς. *Καλοῦμεν ἀπόλυτον ὑγρασίαν τὸ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος τὸ ποσὸν τῶν ὕδρατιμῶν εἰς gr, τὸ ὁποῖον περιέχει εἰς 1 cm<sup>3</sup> ἢ 1 m<sup>3</sup>.*

Ἐφ' ὅσον ὁ ἀήρ περιέχει τὸ μέγιστον ποσὸν ὕδρατιμῶν, λέγομεν, ὅτι ὁ ἀήρ εἶναι κεκορεσμένος ἀπὸ ὕδρατιμῶν. Τὴν ποσότητα ταύτην τῶν ὕδρατιμῶν καλοῦμεν ποσότητα κόρου. Ἡ κατάστασις κόρου τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν. Οὕτω εἰς θερμοκρασίαν 15 °C ὁ ἀήρ ἐν καταστάσει κόρου περιέχει 12,8 gr/m<sup>3</sup> ὕδρατιμοῦ. Ἐὰν ὁ ἀήρ εἰς θερμοκρασίαν 15<sup>ο</sup> περιέχῃ μόνον 9,6 gr/m<sup>3</sup>, τότε ὁ λόγος :

$$\frac{9,6}{12,8} = \frac{3}{4}$$

δηλοῖ, ὅτι ὁ ἀήρ περιέχει ὕδρατιμὸς μόνον 3/4 ἢ 75 % τῆς ποσότητος κόρου, καλοῦμεν δὲ τὸν ἀνωτέρω λόγον, τὸν ὁποῖον συνήθως ἐκφράζομεν ἐπὶ τοῖς ἑκατόν, *σχετικὴν ὑγρασίαν* τοῦ ἀέρος, ἥτοι :

$$\text{σχετικὴ ὑγρασία } \% = \frac{\text{ποσότης ὑπαρχόντων ὕδρατιμῶν}}{\text{ποσότης κόρου}} \cdot 100$$

Ἡ σχετικὴ ὑγρασία μεταβάλλεται συχνὰ πολὺ ταχέως οὕτως ὅταν ὁ ἀήρ ἔχῃ κατὰ τὰς μεσημβρινὰς ὥρας θερμοκρασίαν 20 °C καὶ περιέχῃ 9,6 gr/m<sup>3</sup> ὕδρατιμοῦ, ἐνῶ ἡ ποσότης κορεσμοῦ διὰ 20 °C εἶναι 17,3 gr/cm<sup>3</sup>, τότε ἡ σχετικὴ ὑγρασία, συμφώνως πρὸς τὸν ἀνωτέρω τύπον, θὰ εἶναι :

$$\text{σχετικὴ ὑγρασία} = \frac{9,6}{17,3} \cdot 100 = 55 \%.$$

Ἐὰν ὁμοῦ τὸ ἔσπερας ἢ θερμοκρασία κατέλθῃ εἰς 15 °C, ἡ ποσότης κόρου εἶναι 12,8 gr/m<sup>3</sup>, ἐπομένως :

$$\text{σχετικὴ ὑγρασία} = \frac{9,6}{12,8} \cdot 100 = 75 \%.$$

Ἐὰν ἀήρ εἰς 15 °C ἔχῃ σχετικὴν ὑγρασίαν 75 % καὶ ψυχθῇ εἰς 10 °C τότε, ἐπειδὴ ἡ ποσότης κορεσμοῦ εἰς τὴν θερμοκρασίαν ταύτην εἶναι περίπου 9,6 gr/m<sup>3</sup>, ὁ ἀήρ εἶναι κεκορεσμένος ὕδρατιμοῦ. Ἐὰν ὁμοῦ ψυχθῇ ἀκόμη περισσότερον, δὲν εἶναι δυνατόν νὰ διατηρήσῃ τὴν ποσότητα 9,6 gr/m<sup>3</sup> ὑπὸ μορφῆν ἀοράτου ὕδρατιμοῦ, ἀλλὰ τότε σχηματίζονται σταγονίδια ἢ ἄλλως σταγονίδια ὀμίχλης.

Ἡ σχετικὴ ὑγρασία μετρεῖται διὰ τῶν *υδρομέτρων* (βλ. § 359).

399. Νέφωσις. Ὅταν θερμὸς ἀήρ ἀνέρχεται βραδέως πρὸς τὰ ἄνω, ὡς π.χ. κατὰ τὴν περίπτωσιν θερμοῦ μετώπου ἢ, ὅταν ἀπωθῆται βίαιως πρὸς τὰ ἄνω ὡς

εις την περίπτωσιν ψυχροῦ μετώπου, τότε ὁ ἀήρ ψύχεται μέχρι τοιούτου σημείου, ὅστε ἡ ποσότης τῶν ὑδρατμῶν πού περιέχει νὰ εἶναι μεγαλύτερα τῆς ποσότητος κόρου.

Συμφώνως ὅμως πρὸς τ' ἀνωτέρω, ὁ ἀήρ δὲν δύναται νὰ συγκρατήσῃ τὸ ἐπιπλέον ποσὸν τῶν ὑπὸ μορφὴν ἀοράτων ὑδρατμῶν, ἀλλ' ἀποβάλλει αὐτοὺς ὑπὸ μορφὴν σταγονιδίων ὕδατος, τὰ ὁποῖα ἐπικαθίζονται ἐπὶ διαφόρων προσμίξεων πού υπάρχουν εἰς τὸν ἀέρα, καλουμένων **πυρήνων συμπυκνώσεως**, καὶ οὕτω σχηματίζονται τὰ νέφη. Νέφη, τὰ ὁποῖα ἐγγίζουσιν τὸ ἔδαφος, καλοῦνται εἰδικώτερον **δμίχλη**.

Γενικῶς τὰ νέφη διακρίνονται εἰς τρεῖς βασικὰς μορφάς: Τοὺς **θυσάνους** (Cirrus), οἱ ὁποῖοι προσομοιάζουσιν πρὸς λεπτὰς ἰνώδεις ταινίας ἢ λωρίδας εἰς ὕψος περίπου 10 km. Τὰ **στρώματα** (Stratus), τὰ ὁποῖα ἀναφαίνονται ἀπὸ ὕψους 500 m μέχρι 4 000 m καὶ εἶναι ὁμαλὰ νεφικὰ στρώματα καὶ δίδουσιν εἰς τὸν οὐρανὸν χροῶμα ὑπόφαιον. Τοὺς **σωρείτας** (Cumulus), οἱ ὁποῖοι ἀποτελοῦν νεφικὰς μάζας ἐχούσας τὸ σχῆμα στρογγυλοῦ θόλου, ἡ δὲ κορυφὴ τοῦ θόλου εὐρίσκεται εἰς ὕψος περίπου 2000 m.

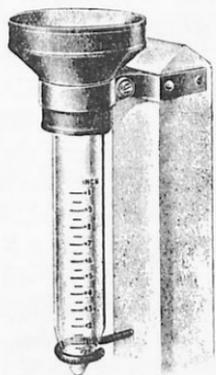
Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω κυρίων τύπων νεφῶν διακρίνομεν καὶ πολυαριθμούς ἄλλας παραλλαγὰς, ὡς τοὺς **θυσανοσωρείτας** (Cirro-Cumulus), οἵτινες ἀπαντοῦν εἰς ὕψος 7 km, τοὺς **ὕψισωρείτας** (Alto-Cumulus), σχηματιζομένους εἰς ὕψος 4 km, τὰ **θυσανοστρώματα** (Cirro-Stratus), μελανόφαια νέφη εἰς ὕψος 2-3 km καὶ τὰ ὁποῖα ἐν καιρῷ χειμῶνος καλύπτουσιν ὅλον τὸν οὐρανόν, τοὺς **στρωματομελανίας**, οἱ ὁποῖοι εἶναι βροχερὰ καὶ χαμηλὰ νέφη, τοὺς **σωρετομελανίας** (Cumulo-Nimbus) σχηματιζομένους εἰς ὕψος 3-5 km καὶ ἄνω, εἶναι δὲ ἐν γένει νέφη σκοτεινὰ προκαλοῦντα θυέλλας καὶ εἶναι λίαν ἐπικίνδυνα διὰ τὴν ἀεροπορίαν.

**400. Κατακρημνίσματα.** Εἰς τὴν κατηγορίαν τῶν κατακρημνισμάτων καταλέγονται ἡ **βροχή**, ἡ **χιών** καὶ ἡ **χάλαξα**, ἡ **θρόσος** καὶ ἡ **πάχνη**.

Ἡ **βροχή** παράγεται, ὅταν ἐλαφρὰ σταγονίδια, ἐκ τῶν ὁποίων ἀποτελοῦνται τὰ νέφη, συννεοῦνται πρὸς μεγάλας σταγόνας, αἱ ὁποῖαι καταπίπτουσιν ἐπὶ τῆς Γῆς. Διὰ τὸν ποσοτικὸν καθορισμὸν τῆς βροχῆς χρησιμοποιούμεν τὸ **βροχομέτρον**, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἀπὸ ὕαλινον ἢ μεταλλικὸν κυλινδρικὸν δοχεῖον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου τοποθετεῖται χροάνη, ἡ ὁποία προστατεύει τὸ ἐντὸς τοῦ κάτωθεν αὐτῆς δοχείου συλλεγόμενον ὕγρον ἀπὸ τῆς ἐξατμίσεως (σχ. 524). Ποσοτικῶς ἡ βροχὴ καθορίζεται ἐκ τοῦ ὕψους τῆς στήλης τοῦ συλλεγομένου ὕγρου. Οὕτω λέγομεν, ὅτι εἰς ἓνα τόπον ἡ βροχὴ ἐτησίως ἀνέρχεται εἰς 50 cm, δηλαδὴ ἐὰν ἀθροίσωμεν τὸ σύνολον τῶν ἐκάστοτε μετρουμένων ὕψων, εὐρίσκομεν δι' ἓν ἔτος παρατηρήσεων ἀθροίσμα 50 cm. Εἰς θερμοκρασίαν κάτω τῶν 0°C διὰ τοῦ αὐτοῦ μηχανισμοῦ πού ἐξετέθη ἀνωτέρω προκύπτει **χιών**.

Ἡ **χάλαξα** (κ. χαλάζι) σχηματίζεται, ὅταν στερεοποιηθεῖσαι σταγόνες ὕδατος παρασύρονται ὑπὸ ἀνιόντων ρευμάτων θερμοῦ ἀέρος μεγάλης σχετικῆς ὑγρασίας, ὅτε ἐπὶ τῶν ἤδη στερεοποιημένων σταγονιδίων προστίθεται ἕτερα ποσότης στερεοποιημένου ὕδατος ἐπὶ τῆς ἐξωτερικῆς ἐπιφανείας αὐτῶν. Τοῦτο εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπαναληφθῇ πολλάς φορὰς, ὅτε τὸ μέγεθος τῆς χαλάζος δύναται νὰ φθάσῃ τὸ μέγεθος πορτοκαλλίου.

Τέλος εἰς τὰ κατακρημνίσματα ἀνάγονται ἡ **θρόσος** καὶ ἡ **πάχνη**. Ὅταν ἡ ψύξις τῆς Γῆς ἐν καιρῷ νυκτὸς εἶναι ἔντονος, συντελεῖ εἰς τὴν ἀνάπτυξιν **θρόσου**, λόγῳ ἀποθέσεως ὑδρατμῶν ὑπὸ μορφὴν σταγονιδίων ὕδατος, τὰ ὁποῖα, ὅταν ἡ θερμοκρασία εἶναι ταπεινὴ, στερεοποιοῦνται, ὅτε ἔχομεν **πάχνην**.



Σχ. 524. Συνήθης τύπος βροχομέτρον.

## ΣΥΝΤΟΜΟΣ ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Ἡ Φυσική, ὡς γνωστόν, ἀσχολεῖται μὲ τὴν ἀνεύρεσιν τῶν φυσικῶν νόμων, οἱ ὅποιοι διέπουν τὰ φαινόμενα, τὰ ὁποῖα αὕτη ἐξετάζει. Τοῖς ὑπὸ τῆς Φυσικῆς ἀποκαλυπτομένοις νόμοις ἐκμεταλλεῖται ἀκολούθως ἡ Τεχνική, ἡ ὁποία ἐπινοεῖ διαφόρους πρακτικὰς ἐφαρμογὰς τῶν νόμων τούτων, οἱ ὅποιοι ἀποβλέπουν εἰς τὴν ἐξύψωσιν τοῦ πνευματικοῦ καὶ βιοτικοῦ ἐπιπέδου τῆς ἀνθρωπότητος.

Ποίαν σημασίαν ἔχει ἡ Φυσική διὰ τὴν ἀνθρωπότητα, δυνάμεθα ν' ἀντιληφθῶμεν ἐκ τῆς μελέτης τῆς ἱστορίας τῆς Φυσικῆς, διὰ τὸν λόγον δὲ τοῦτον ἐκρίναμεν σκόπιμον νὰ παραθέσωμεν εἰς τὸ ἀνὰ χεῖρας βιβλίον σύντομον Ἱστορίαν τῆς Φυσικῆς, ὅσον ἀφορᾷ τὰ ἀναφερόμενα εἰς αὐτὸ κεφάλαια.

Εἶναι ἀναμφισβήτητον, ὅτι ἐκ τῆς καλλιέργειας τῆς Φυσικῆς ἐπέτυχεν ὁ ἄνθρωπος νὰ συγκεντρώσῃ σπουδαιότητα γνώσεις, ὅσον ἀφορᾷ τὰς δυνάμεις τῆς Φύσεως, αἱ γνώσεις δὲ αὗται ἐπέτρεψαν εἰς ἡμᾶς ν' ἀντιληφθῶμεν καὶ τὴν ἐπίδρασιν τῶν δυνάμεων τούτων εἰς τὴν ἐξέλιξιν τῆς Φύσεως.

Ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ αἱ γνώσεις τῶν ἀρχαίων, ὅσον ἀφορᾷ τὴν Φυσικὴν, περιορίζοντο ἐπὶ τῶν νόμων τοῦ μοχλοῦ, τῆς τροχαλίας, τοῦ πολυσπάστου καὶ τινων ἄλλων μηχανῶν, τὰς ὁποίας ἐχρησιμοποίησε ὁ ἄνθρωπος διὰ τὴν ἐκτέλεσιν μεγάλων κατασκευῶν, ὡς π.χ. εἶναι αἱ Πυραμίδες τῆς Αἰγύπτου, ἡ Ἀκρόπολις τῶν Ἀθηνῶν κ.ἄ. Διὰ τῶν μηχανῶν τούτων ἐπετύγχανε ὁ ἄνθρωπος νὰ πολλαπλασιάσῃ τὴν μυικὴν αὐτοῦ δύναμιν.

Πρῶτοι, οἱ ὅποιοι ἠσχολήθησαν συστηματικῶς εἰς τὴν σπουδὴν τῆς Φυσικῆς, εἶναι οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες. Ὁ **Πυθαγόρας** (500 π.Χ.) καὶ οἱ μαθηταὶ του θεωροῦνται ὡς οἱ πρῶτοι, οἱ ὅποιοι ἠσχολήθησαν ἐπιστημονικῶς μὲ τὴν Φυσικὴν, αὐτοὶ δὲ ἀνεῦρον τὰς ἀπλᾶς ἀριθμητικὰς σχέσεις, αἱ ὁποῖαι ὑπάρχουν μεταξὺ τῶν μηχανῶν τῶν χορδῶν, ὅταν αὗται παρέχουν ἀρμονικοὺς ἤχους.

Ἐκεῖνος ὅμως, ὁ ὁποῖος θεωρεῖται ὡς πατὴρ τῆς Φυσικῆς, εἶναι ὁ **Ἀριστοτέλης** (384 - 322 π.Χ.), ὁ ὁποῖος ὄχι μόνον ἐσυστηματοποίησε τὰς γνώσεις τῆς ἐποχῆς του, ἀλλὰ καὶ συνέγραψε σύγγραμμα ἀναφερόμενον εἰς τὴν Φυσικὴν, τὸ ὁποῖον διεσώθη μέχρι τῶν ἡμερῶν μας.

Ὁ **Ἀρχιμήδης**, ὁ ὁποῖος ἠκμασε εἰς τὴν Ἑλληνικὴν ἀποικίαν τῶν Συρακουσῶν (287 - 212 π.Χ.), ἐγνώριζε τελείως τὰς συνθήκας ἰσορροπίας τῶν μηχανῶν. Πρῶτος ὁ **Ἀρχιμήδης** εἰσήγαγε τὸ πολὺσπαστον εἰς τὴν ναυπηγικὴν τέχνην καὶ διὰ τῆς ἐπινοήσεως διαφόρων ἄλλων μηχανῶν κατῴρθωσε νὰ ὑπερασπίσῃ τὴν πατρίδα του ἐπὶ δύο συναπτὰ ἔτη ἔναντι τῆς ἐπιδρομῆς τῶν Ρωμαίων κατακτητῶν. Ὁ **Ἀρχιμήδης** ὅμως εἶναι κυρίως γνωστὸς ἐκ τῆς ἀνακαλύψεως ὑπ' αὐτοῦ τῆς ἀνώσεως, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται πᾶν σῶμα, ὅταν ἐμβαπτίζεται ἐντὸς τοῦ ὕγρου.

Ὁ περίφημος Ἀστρονόμος **Ἀρίσταρχος** ὁ Σάμιος (320 - 250 π.Χ.) ὑπῆρξεν

ὁ πρῶτος, ὁ ὁποῖος εἰσήγαγε τὸ ἡλιοκεντρικὸν σύστημα τοῦ κόσμου, κατὰ τὸ ὁποῖον οἱ πλανῆται καὶ ἡ Γῆ περιφέρονται περὶ τὸν ἥλιον.

Τέλος ὁ **Ἰππάρχος** (160 - 125 π. Χ.) θεωρεῖται ὡς εἰς ἐκ τῶν μεγαλύτερων Ἀστρονόμων τῆς ἐποχῆς του, διότι εἶναι ὁ πρῶτος, ὁ ὁποῖος ἐσπούδασεν ἐπὶ τῇ βίβλῳ μετρήσων τὰς κινήσεις τῶν ἀστερισμῶν. Ἀκολουθῶς κατὰ τὸν μεσαῖωνα παρετηρήθη ἀνάπαυλα εἰς τὴν ἔρευναν τῆς Φύσεως καὶ μόνον κατὰ τοὺς χρόνους τῆς Ἀναγεννήσεως συναντῶμεν τὴν ἐμφάνισιν Φυσικῶν.

Ὁ πρῶτος διάσημος Φυσικὸς καὶ ζωγράφος, ὁ ὁποῖος ἐνεφανίσθη κατὰ τοὺς χρόνους τῆς Ἀναγεννήσεως, εἶναι ὁ **Λεονάρδος ντὰ Βίντσι** (*Leonardo da Vinci*, 1452 - 1519), ὁ ὁποῖος ἐπέτυχε νὰ γενικεύσῃ τὸν νόμον τοῦ μοχλοῦ καὶ πρὸς τούτοις κατεσκεύασε πολυποικίλους καὶ χρησίμους μηχανικὰς διατάξεις. Ὁ **Λεονάρδος ντὰ Βίντσι** ἔδωσε μεγάλην σημασίαν εἰς τὴν πειραματικὴν ἔρευναν καὶ ἀπὸ τῆς ἀπόψεως αὐτῆς δύναται νὰ θεωρηθῆ ὡς πρόδρομος τοῦ **Γαλιλαίου** (*Galileo Galilei*, 1564 - 1642) καὶ τοῦ **Γκέρικε** (*Otto von Guericke*, 1602 - 1686). Ἄξιον μνείας εἶναι, ὅτι ὁ **Λεονάρδος ντὰ Βίντσι** ἐσχεδίασε τὰς πρώτας πετομηχανὰς, σχέδια δὲ αὐτῶν διεσώθησαν μέχρι τῆς ἐποχῆς μας, εἰς τρόπον ὥστε οὗτος δύναται νὰ θεωρηθῆ ὡς πατὴρ τῆς ἀεροπορίας.

Ὁ **Κοπέρνικος** (*Nicolaus Kopernikus*, 1473 - 1543) πιθανότατα μὴ γνωρίζων τὰ περὶ Ἀριστάρχου, διετύπωσε γενικώτερον τὸ ἡλιοκεντρικὸν σύστημα τοῦ κόσμου, ἔνθετος δὲ ὑποστηρικτῆς τοῦ συστήματος τούτου ὑπῆρξεν ὁ **Γαλιλαῖος**.

Ὁ **Γαλιλαῖος** ἀνεγνώρισε τὴν σπουδαιότητα τῶν μηχανῶν καὶ διετύπωσε τὸν «χρυσὸν κανόνα τῆς Μηχανικῆς» κατὰ τὸν ὁποῖον «ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δυνάμιν τὸ δαπανῶμεν εἰς δρόμον». Κατὰ τὸν κανόνα τοῦτον τὸ παραγόμενον ἔργον, τὸ ὁποῖον ἐν τῷ συνόλῳ του παράγεται ὑπὸ τῆς μυικῆς δυνάμεως τοῦ ἀνθρώπου καὶ τῶν ζῶων, δὲν αὐξάνεται οὔτε ἐλαττοῦται διὰ τῶν μηχανῶν, ἀλλ' ἀπλῶς τροποποιούμεν τὰ στοιχεῖα τοῦ ἔργου, δηλαδή δυνάμιν καὶ δρόμον, ἐνῶ τὸ γινόμενον δυνάμιν ἐπὶ δρόμον παραμένει πάντοτε ἀμετάβλητον.

Κατὰ τὴν ἐποχὴν τοῦ **Γαλιλαίου** καὶ εἰς μεταγενεστέρους χρόνους μόνον εἰς ὀλίγας περιπτώσεις ἐχρησιμοποιήθη ἡ ἱκανότης παραγωγῆς ἔργου ὑπὸ τοῦ ὕδατος (ὕδατοπλῶσεις) καὶ τοῦ ἀέρος (ἄνεμοι) διὰ χρησιμοποίησεως ὑδροστροβίλων καὶ ἀνεμομύλων. Ἀκόμη καὶ μέχρι τοῦ 16ου αἰῶνος διὰ τὴν κίνησιν τῶν διαφόρων μηχανῶν ἐχρησιμοποιοῦν τὴν ἀνθρωπίνην δυνάμιν.

Ἡ κατασκευὴ μηχανῶν πρὸς παραγωγὴν δυνάμεως ἐπραγματοποιήθη μόνον κατὰ τοὺς νεωτέρους χρόνους διὰ τῆς ἐπινοήσεως τῆς ἀτμομηχανῆς, τῶν ἀεριομηχανῶν καὶ τῶν ἠλεκτρικῶν μηχανῶν.

Σύγχρονος τοῦ **Γαλιλαίου** ὑπῆρξεν ὁ μέγας Γερμανὸς Ἀστρονόμος **Κέπλερ** (*Johannes Kepler*, 1571 - 1630), ὁ ὁποῖος ἀνεκάλυψε τοὺς νόμους τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν περὶ τὸν ἥλιον.

Εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Μηχανικῆς δεσπόζει τὸ ὄνομα τοῦ Ἀγγλοῦ Μαθηματικοῦ καὶ Φυσικοῦ **Νεύτωνος** (*Sir Isaac Newton*, 1643 - 1727), ὁ ὁποῖος ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς παγκοσμίας ἑλξεως καὶ θεωρεῖται ὡς ὁ θεμελιωτῆς τῆς Θεωρητικῆς Μηχανικῆς καὶ τῆς Οὐρανίου Μηχανικῆς, τὴν ὁποίαν διεμόρφωσε καὶ ἐτελειοποίησε

ὁ μέγας Γάλλος Μαθηματικός **Λαπλάς** (*Pierre Simon Laplace*, 1749-1827).

Σύγχρονος πρὸς τὸν **Νεύτωνα** καὶ ἔξ ἴσου διάσημος πρὸς αὐτὸν ὑπῆρξεν ὁ **Χόϋγκενς** (*Christian Huygens*, 1629-1695), ὁ ὁποῖος ἠσχολήθη εἰς τὴν σπουδὴν τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως, τοῦ ὥρολογιακοῦ ἔκκρεμοῦς, ὑπῆρξε δὲ ὁ θεμελιωτῆς τῆς θεωρίας τῶν κυμάτων.

Ἀκολούθως ἡ σπουδὴ τῶν ἐρευνητῶν ἐστράφη εἰς τὴν σπουδὴν τοῦ περιβάλλοντος ἡμᾶς ἀέρος, ἀποτέλεσμα δὲ τῶν ἐρευνῶν τούτων ἦτο νὰ καθορισθῇ ὀρθῶς ἡ σημασία αὐτοῦ. Ὅτι ὁ ἀήρ ἀποτελεῖ σῶμα ἦτο γνωστὸν καὶ εἰς τοὺς ἀρχαίους Ἕλληνας καὶ μάλιστα ἀπὸ τοῦ δευτέρου π.Χ. αἰῶνος εἶχον ἀνεύρει τὴν καταθλιπτικὴν ἀντίαν, τὸν φυσητήρα, διὰ τοῦ ὁποῖου διήγειρον ἠχητικούς σωλήνας, ὡς καὶ πλείστας ἄλλας δευτερευούσης σημασίας συσκευάς.

Εἰς τοὺς ἀρχαίους ἦτο γνωστὸν τὸ φαινόμενον ὅτι, ὅταν ἔκ τινος χώρου ἢ δοχείου ἀφαιρεθῇ ὁ ἀήρ, οὗτος ἐπιδιώκει νὰ εἰσχωρήσῃ ἔκ νέου ἀπ' ἑαυτοῦ, καὶ ἔδιδον τὴν ἐξήγησιν τοῦ φαινομένου τούτου διὰ τῆς φράσεως « φύσις ὀρθωθεῖ τὸ κενόν », δηλαδή ἡ φύσις φοβεῖται τὸ κενόν. Οἱ ἀρχαῖοι δὲν κατώρθωσαν νὰ ἐξηγήσουν τὸ φαινόμενον τοῦτο. Ὁ πρῶτος, ὁ ὁποῖος ἀνεγνώρισε τὴν σημασίαν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως, εἶναι ὁ Ἰταλὸς **Τορρισέλλι** (*Evangelista Torricelli*, 1608-1647), ὁ ὁποῖος ὑπῆρξε μαθητῆς τοῦ **Γαλιλαίου**. Οὗτος κατώρθωσε διὰ τοῦ περιφίμου πειράματος **Τορρισέλλι** νὰ μετρήσῃ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν καὶ νὰ κατασκευάσῃ οὕτω τὸ πρῶτον ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον (1643). Κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον ὁ **Γνέρικε** (*Otto von Guericke*, 1602-1687) ἀνεκάλυψε τὴν ἀεραντλίαν καὶ ἀπέδειξε, ὅτι σῶμα ἐμβεβαπτισμένον εἰς τὸν ἀέρα ὑψίσταται ἄνωσιν, οὕτω δὲ ἔθεσε τὴν βάσιν τῆς πραγματοποιήσεως τοῦ ἀεροστάτου.

Τὸ πρῶτον ἀερόστατον πλήρες μὲ θερμὸν ἀέρα ἐχρησιμοποίησαν δι' ἄνοδον ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας (1782) οἱ Γάλλοι ἀδελφοὶ **Μονγκολφιέροι** (*Montgolfier*), ἐνῶ κατὰ τὴν αὐτὴν ἐποχὴν ὁ **Σαρλ** (*Charles*) ἐπλήρωσε εἰς Παρισίους ἀερόστατον μὲ ὑδρογόνον. Μὲ τὴν βοήθειαν τῶν ἀεροστάτων κατωρθώθη κατὰ τὸν 20ὸν αἰῶνα ἡ ἐξερεύνησις τῆς ἀτμοσφαίρας εἰς μεγάλα ὕψη.

Κατὰ τὸν 18ον αἰῶνα ἐπῆλθεν ἡ τελειοποίησις τῆς ἀτμομηχανῆς, εἰς τὴν ὁποίαν γίνεται ἐκμετάλλεσις τῆς θερμικῆς ἐνεργείας τῆς ἐκλυομένης κατὰ τὴν καῦσιν τοῦ ἄνθρακος, ἐνῶ διὰ τῆς τελειοποιήσεως τῶν ὑδροστροβίλων ἐπετυγχάνετο ἡ ἐκμετάλλεσις τῆς ἐνεργείας τῶν ὑδατοπτώσεων.

Μὲ τὴν ἀνακάλυψιν καὶ βελτίωσιν τῶν κινητῶν ἐκρηξέως ἐπραγματοποιήθη τὸ ἀεροπλάνον, τὸ ὁποῖον ἐντὸς βραχυτάτου χρονικοῦ διαστήματος ἐτελειοποιήθη εἰς τὴν μορφήν ἐκείνην, ὑπὸ τὴν ὁποίαν συναντῶμεν τοῦτο σήμερον νὰ διασχίζῃ τὸν ἀέρα.

Μεταξὺ τῶν σπουδαιότερων ἐρευνητῶν ἐπὶ τῆς σπουδῆς ἐν γένει τῆς ἐνεργείας εἶναι καὶ ὁ **Μάγερ** (*Julius Robert Mayer*, 1811-1878), ὁ ὁποῖος ἐδέχετο, ὅτι ἡ ἐνέργεια ἐμφανίζεται ὑπὸ διαφόρους μορφάς, αἱ ὁποῖαι ἀποτελοῦν μίαν καὶ τὴν αὐτὴν ὄντοτητα καὶ διετύπωσε τὸ περίφημον ἀξίωμα τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ τὸ θεμέλιον τῆς Φυσικῆς.

## ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΕΙΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΕΚ ΤΗΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ

Κατά την ανάπτυξιν τῆς ὕλης τοῦ βιβλίου ὁ ἀναγνώστης συναντᾷ ὄρισμένους τύπους, ὅπου ὑπαισθάνονται συχνὰ τριγωνομετρικὰ ἔννοιαι, ὡς π.χ. τὸ ἡμίτονον, τὸ συνημίτονον, ἡ ἐφαπτομένη καὶ ἡ συνεφαπτομένη.

Πρὸς ὑποβοήθησιν τῶν ἀναγλωστῶν ἐκείνων, οἱ ὅποιοι δὲν ἔχουν ἀκόμη ἀποκτήσει γνώσεις τριγωνομετρίας, ἀναπτύσσομεν εἰς τὸ κεφάλαιον τοῦτο ὄρισμένας ἐκ τῶν θεμελιωδῶν γνώσεων αὐτῆς.

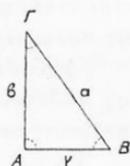
1. **Τριγωνομετρικοὶ ἀριθμοί.** Εἰς τὴν τριγωνομετρίαν χρησιμοποιοῦμεν τέσσαρας ἀριθμούς, οἱ ὅποιοι καλοῦνται **τριγωνομετρικοὶ ἀριθμοί**, ἀναφέρονται δὲ πάντοτε εἰς γωνίαν τινὰ  $\theta$ , ἢ τὸ ἀντίστοιχον πρὸς αὐτὴν τόξον. Οἱ ἀριθμοὶ οὗτοι καλοῦνται **ἡμίτονον**, **συνῆμίτονον**, **ἐφαπτομένη** καὶ **συνεφαπτομένη** καὶ παριστῶνται συμβολικῶς ὡς ἑξῆς :

$$\eta\mu\theta, \quad \sigma\upsilon\eta\theta, \quad \epsilon\phi\theta, \quad \sigma\phi\theta.$$

2. **Ὅρισμοί:** Ἐστω τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον ΑΒΓ, ὅπου τὰς πλευρὰς παριστῶμεν διὰ τῶν μικρῶν γραμμάτων, δηλ. διὰ τοῦ α τὴν ἀπέναντι τῆς γωνίας Α πλευρᾶν, διὰ τοῦ β τὴν ἀπέναντι τῆς γωνίας Β, καὶ διὰ τοῦ γ τὴν ἀπέναντι τῆς γωνίας Γ (σχ. 1).

α) Ὡς **ἡμίτονον** τῆς γωνίας Β, ὀρίζομεν τὸ πηλίκον τοῦ μήκους τῆς ἀπέναντι καθέτου πλευρᾶς β διὰ τοῦ μήκους τῆς ὑποτείνουσας α, καὶ παριστᾶται συμβολικῶς ὡς κάτωθι :

$$\eta\mu B = \frac{\beta}{\alpha} \quad (1)$$



σχ. 1.

ἦτοι :

$$\eta\mu B = \frac{\text{μῆκος τῆς ἀπέναντι καθέτου}}{\text{μῆκος τῆς ὑποτείνουσας}}$$

Ὅμοίως ἔχομεν :

$$\eta\mu \Gamma = \frac{\gamma}{\alpha} \quad (1')$$

β) Τὸ **συνῆμίτονον** τῆς γωνίας Β ὀρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τοῦ μήκους τῆς προσκειμένης καθέτου πλευρᾶς γ διὰ τοῦ μήκους τῆς ὑποτείνουσας α, καὶ παριστᾶται συμβολικῶς :

$$\sigma\upsilon\eta B = \frac{\gamma}{\alpha} \quad (2)$$

ἦτοι :

$$\sigma\upsilon\eta B = \frac{\text{μῆκος τῆς προσκειμένης καθέτου}}{\text{μῆκος τῆς ὑποτείνουσας}}$$

Ὅμοίως ἔχομεν :

$$\sigma\upsilon\eta \Gamma = \frac{\beta}{\alpha} \quad (2')$$

γ) Ἡ *ἐφαπτομένη* τῆς γωνίας Β ὀρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τοῦ μήκους τῆς ἀπέναντι καθέτου πλευρᾶς β διὰ τοῦ μήκους τῆς προσκειμένης καθέτου πλευρᾶς γ καὶ παριστᾶται συμβολικῶς :

$$\epsilon\phi B = \frac{\beta}{\gamma} \quad (3)$$

ἦτοι :

$\epsilon\phi B = \frac{\text{μῆκος τῆς ἀπέναντι καθέτου}}{\text{μῆκος τῆς προσκειμένης καθέτου}}$
--

Ὁμοίως ἔχομεν :

$$\epsilon\phi \Gamma = \frac{\gamma}{\beta} \quad (3')$$

δ) Ἡ *συνεφαπτομένη* τῆς γωνίας Β ὀρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τοῦ μήκους τῆς προσκειμένης εἰς τὴν γωνίαν καθέτου πλευρᾶς γ διὰ τοῦ μήκους τῆς ἀπέναντι τῆς γωνίας καθέτου πλευρᾶς β καὶ παριστᾶται συμβολικῶς :

$$\sigma\phi B = \frac{\gamma}{\beta} \quad (4)$$

ἦτοι :

$\sigma\phi B = \frac{\text{μῆκος τῆς προσκειμένης καθέτου}}{\text{μῆκος τῆς ἀπέναντι καθέτου}}$
--

Ὁμοίως ἔχομεν :

$$\sigma\phi \Gamma = \frac{\beta}{\gamma} \quad (4')$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἰσοτήτων προκύπτει ὅτι :

α) *Κάθε κάθετος πλευρὰ ὀρθογωνίου τριγώνου εἶναι γινόμενον τῆς ὑποτείνουσας ἐπὶ τὸ ἡμίτονον τῆς ἀπέναντι γωνίας ἢ ἐπὶ τὸ συνημίτονον τῆς προσκειμένης ὀξείας γωνίας.*

β) *Κάθε κάθετος πλευρὰ ὀρθογωνίου τριγώνου εἶναι γινόμενον τῆς ἄλλης καθέτου πλευρᾶς ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην τῆς ἀπέναντι γωνίας ἢ ἐπὶ τὴν συνεφαπτομένην τῆς προσκειμένης ὀξείας γωνίας αὐτοῦ.*

Ἐκ τοῦ ὀρισμοῦ τῶν τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν μιᾶς γωνίας προκύπτει, ὅτι οὗτοι εἶναι *καθαροὶ ἀριθμοί*. Οὕτω π.χ. ἐὰν δύναμιν F ἐκπεφρασμένην εἰς  $\text{kgf}^*$  πολλαπλασιάσωμεν ἢ διαιρέσωμεν ἐπὶ τινὰ τριγωνομετρικὸν ἀριθμὸν, θὰ λάβωμεν πάλιν τὴν δύναμιν εἰς  $\text{kgf}^*$  κ.ο.κ.

Ἀφοῦ τὸ ἡμίτονον καὶ τὸ συνημίτονον μιᾶς γωνίας εἶναι πηλίκον μιᾶς τῶν καθέτων πλευρῶν τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου διὰ τῆς ὑποτείνουσας, εἶναι προφανές ὅτι τόσον τὸ ἡμίτονον, ὅσον καὶ τὸ συνημίτονον δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ εἶναι μεγαλύτερα τῆς μονάδος. Διὰ τὴν ἐφαπτομένην καὶ συνεφαπτομένην μιᾶς γωνίας δὲν ἰσχύει τὸ αὐτό.

Αἱ τιμαὶ τῶν τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν ἔχουν ὑπολογισθῆ διὰ τὰς διαφόρους γωνίας καὶ ἀναγράφονται εἰς εἰδικούς πίνακας, ὡς π. χ. ὁ παρατιθέμενος εἰς τὴν σελίδα 364. Οὕτως ἐκ τοῦ πίνακος εὐρίσκομεν π.χ. διὰ  $B = 30^\circ$  :  $\eta\mu 30^\circ = 0,5$ ,  $\sigma\eta\mu 30^\circ = 0,8660$ ,  $\epsilon\phi 30^\circ = 0,5774$  καὶ  $\sigma\phi 30^\circ = 1,7321$ .

Ἐξ ἀπλῆς συγκρίσεως τῶν ἀνωτέρω τύπων βλέπομεν, ὅτι  $\eta\mu B = \sigma\eta\mu \Gamma$ ,  $\sigma\eta\mu B = \eta\mu \Gamma$ ,  $\epsilon\phi B = \sigma\phi \Gamma$  καὶ  $\sigma\phi B = \epsilon\phi \Gamma$ . Αἱ ἀνωτέρω σχέσεις ἰσχύουν, ὅταν αἱ γωνίαι Β καὶ Γ εἶναι *συμπληρωματικαί*, δηλ. ἔχουν ἄθροισμα μιᾶς ὀρθῆς γωνίας, ἦτοι  $90^\circ$ .

Ἐὰν διαιρέσωμεν τὴν ἐξίσωσιν (1) διὰ τῆς (2) λαμβάνομεν τὴν (3), ἐὰν δὲ διαιρέσωμεν τὴν (2) διὰ τῆς (1) λαμβάνομεν τὴν (4). Ὅμοιος, ἐὰν διαιρέσωμεν τὴν (1') διὰ τῆς (2'), λαμβάνομεν τὴν (3'), ἐνῶ ἐὰν διαιρέσωμεν τὴν (2') διὰ τῆς (1'), λαμβάνομεν τὴν (4'). Ἐκ τούτων προκύπτουν αἱ κάτωθι σχέσεις:

$$\frac{\eta\mu B}{\sigma\upsilon\nu B} = \epsilon\phi B \quad (5) \qquad \frac{\sigma\upsilon\nu B}{\eta\mu B} = \sigma\phi B \quad (6)$$

$$\frac{\eta\mu \Gamma}{\sigma\upsilon\nu \Gamma} = \epsilon\phi \Gamma \quad (7) \qquad \frac{\sigma\upsilon\nu \Gamma}{\eta\mu \Gamma} = \sigma\phi \Gamma \quad (8)$$

**3. Θεμελιώδης σχέσις:** Ἐὰν ὑπόσωμεν εἰς τὸ τετράγωνον τὰς ἰσότητας (1) καὶ (2) καὶ προσθέσωμεν αὐτὰς κατὰ μέλη, λαμβάνομεν:

$$(\eta\mu B)^2 + (\sigma\upsilon\nu B)^2 = \frac{\beta^2 + \gamma^2}{\alpha^2}$$

Εἶναι ὅμως, κατὰ τὸ Πυθαγόρειον θεώρημα,  $\beta^2 + \gamma^2 = \alpha^2$ , ἐπομένως ἡ ἄνω σχέσις ἀφαιρουμένων τῶν παρενθέσεων τοῦ πρώτου μέλους, γράφεται:

$$\boxed{\eta\mu^2 B + \sigma\upsilon\nu^2 B = 1}$$

τοῦ ἐκθέτου δηλ. γραφομένου ἄνωθεν τοῦ συμβόλου τοῦ τριγωνομετρικοῦ ἀριθμοῦ.

Ἐὰν τὸ αὐτὸ πράξωμεν διὰ τὰς ἰσότητας (1') καὶ (2') λαμβάνομεν:

$$\eta\mu^2 \Gamma + \sigma\upsilon\nu^2 \Gamma = 1$$

Ἐὰν τὰς ἰσότητας (5) καὶ (6) πολλαπλασιάσωμεν κατὰ μέλη, λαμβάνομεν:  $\epsilon\phi B \cdot \sigma\phi B = 1$ . Ὅμοιος, ἐὰν πράξωμεν τὸ αὐτὸ διὰ τὰς ἰσότητας (7) καὶ (8), θὰ λάβωμεν:  $\epsilon\phi \Gamma \cdot \sigma\phi \Gamma = 1$ .

Εἰς τὴν τριγωνομετρίαν ἀποδεικνύεται, ὅτι:

$$\eta\mu \vartheta = \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \vartheta) = \eta\mu(180^\circ - \vartheta) \quad (9)$$

$$\sigma\upsilon\nu \vartheta = \eta\mu(90^\circ - \vartheta) = -\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \vartheta) \quad (10)$$

$$\epsilon\phi \vartheta = \sigma\phi(90^\circ - \vartheta) = -\epsilon\phi(180^\circ - \vartheta) \quad (11)$$

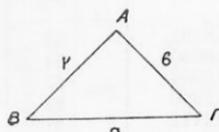
Λίαν εὐχρηστοὶ εἶναι αἱ ἀκόλουθοι τριγωνομετρικαὶ σχέσεις:

$$\eta\mu(\vartheta + \varphi) = \eta\mu \vartheta \cdot \sigma\upsilon\nu \varphi + \sigma\upsilon\nu \vartheta \cdot \eta\mu \varphi \quad (12)$$

$$\sigma\upsilon\nu(\vartheta + \varphi) = \sigma\upsilon\nu \vartheta \cdot \sigma\upsilon\nu \varphi - \eta\mu \vartheta \cdot \eta\mu \varphi \quad (13)$$

$$\eta\mu 2\vartheta = 2 \eta\mu \vartheta \sigma\upsilon\nu \vartheta \quad (14)$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\vartheta = \sigma\upsilon\nu^2 \vartheta - \eta\mu^2 \vartheta \quad (15)$$



σχ. 2.

Εἰς πᾶν τρίγωνον, ὡς π.χ. εἰς τὸ ABΓ (σχ. 2) ἰσχύουν αἱ σχέσεις:

$$\frac{B\Gamma}{\eta\mu A} = \frac{A\Gamma}{\eta\mu B} = \frac{A B}{\eta\mu \Gamma} \quad \eta\acute{\iota} \quad \frac{\alpha}{\eta\mu A} = \frac{\beta}{\eta\mu B} = \frac{\gamma}{\eta\mu \Gamma} \quad (16)$$

**ἦτοι: τὰ μήκη τῶν πλευρῶν τοῦ τριγώνου εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ ἡμίτονα τῶν ἀπέναντι γωνιῶν.**

Πίναξ τριγωνομετρικών γραμμών

Μοίραι	ημ	εφ	σφ	συν	
0	0,0000	0,0000	∞	1,0000	90
1	0,0175	0,0175	57,2900	0,9998	89
2	0,0349	0,0349	28,6363	0,9994	88
3	0,0523	0,0524	19,0811	0,9986	87
4	0,0698	0,0699	14,3007	0,9976	86
5	0,0872	0,0875	11,4301	0,9962	85
6	0,1045	0,1051	9,5144	0,9945	84
7	0,1219	0,1228	8,1443	0,9925	83
8	0,1392	0,1405	7,1154	0,9903	82
9	0,1564	0,1584	6,3138	0,9877	81
10	0,1736	0,1763	5,6713	0,9848	80
11	0,1908	0,1944	5,1446	0,9816	79
12	0,2079	0,2126	4,7046	0,9781	78
13	0,2250	0,2309	4,3315	0,9744	77
14	0,2419	0,2493	4,0108	0,9703	76
15	0,2588	0,2679	3,7321	0,9659	75
16	0,2756	0,2867	3,4874	0,9613	74
17	0,2924	0,3057	3,2709	0,9563	73
18	0,3090	0,3249	3,0777	0,9511	72
19	0,3256	0,3443	2,9042	0,9455	71
20	0,3420	0,3640	2,7475	0,9397	70
21	0,3584	0,3839	2,6051	0,9336	69
22	0,3746	0,4040	2,4751	0,9272	68
23	0,3907	0,4245	2,3559	0,9205	67
24	0,4067	0,4452	2,2460	0,9135	66
25	0,4226	0,4663	2,1445	0,9063	65
26	0,4384	0,4877	2,0503	0,8988	64
27	0,4540	0,5095	1,9626	0,8910	63
28	0,4695	0,5317	1,8807	0,8829	62
29	0,4848	0,5543	1,8040	0,8746	61
30	0,5000	0,5774	1,7321	0,8660	60
31	0,5150	0,6009	1,6643	0,8572	59
32	0,5299	0,6249	1,6003	0,8480	58
33	0,5446	0,6494	1,5399	0,8387	57
34	0,5592	0,6745	1,4826	0,8290	56
35	0,5736	0,7002	1,4281	0,8192	55
36	0,5878	0,7265	1,3764	0,8090	54
37	0,6018	0,7536	1,3270	0,7986	53
38	0,6157	0,7813	1,2799	0,7880	52
39	0,6293	0,8098	1,2349	0,7771	51
40	0,6428	0,8391	1,1918	0,7660	50
41	0,6561	0,8693	1,1504	0,7547	49
42	0,6691	0,9004	1,1106	0,7431	48
43	0,6820	0,9325	1,0724	0,7314	47
44	0,6947	0,9657	1,0355	0,7193	46
45	0,7071	1,0000	1,0000	0,7071	45
	συν	σφ	εφ	ημ	Μοίραι

## Διαστάσεις και μονάδες μεγεθών Μηχανικής

Είδος μεγέθους	Ἐξίσωση ὀριζοῦ	Διαστάσεις εἰς σύστημα CGS	Μονάδες CGS	Διαστάσεις εἰς τὸ T.S.	Μονάδες T.S.	Σχέσεις μονάδων CGS καὶ T.S.
Χρόνος . . . . .	—	T	sec	T	sec	—
Μήκος . . . . .	—	L	cm	L	m	1 m = 10 <sup>2</sup> cm
Ἐπιφάνεια . . . . .	S = α · β	L <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	L <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	1 m <sup>2</sup> = 10 <sup>4</sup> cm <sup>2</sup>
Όγκος . . . . .	V = α · β · γ	L <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>	L <sup>3</sup>	m <sup>3</sup>	1 m <sup>3</sup> = 10 <sup>6</sup> cm <sup>3</sup>
Γωνία . . . . .	τόξον/ἀκτίνας	—	radian	—	radian	1 rad = 57,296°
Ταχύτης . . . . .	v = $\frac{s}{t}$	L T <sup>-1</sup>	cm · sec <sup>-1</sup>	L T <sup>-1</sup>	m · sec <sup>-1</sup>	1 m/sec = 100 cm/sec
Γωνιακή ταχύτης	ω = $\frac{\varphi}{t}$	T <sup>-1</sup>	rad · sec <sup>-1</sup>	T <sup>-1</sup>	rad · sec <sup>-1</sup>	—
Ἐπιτάχυνσις . . . . .	γ = $\frac{v}{t}$	L T <sup>-2</sup>	cm · sec <sup>-2</sup>	L T <sup>-2</sup>	m · sec <sup>-2</sup>	1 m/sec <sup>2</sup> = 100 cm/sec <sup>2</sup>
Μάζα . . . . .	—	M	gr	—	—	—
» . . . . .	m = $\frac{F}{\gamma}$	—	—	FL <sup>-1</sup> T <sup>2</sup>	kg m <sup>*</sup> · m · sec <sup>-2</sup> ή T.M.	1 T.M. = 9810 gr ή 9,81 kg
Δύναμις . . . . .	—	—	—	F	kg m <sup>*</sup>	—
» . . . . .	F = m · γ	ML T <sup>-2</sup>	gr · cm · sec <sup>-2</sup>	—	—	1 kg m <sup>*</sup> = 981 000 Dyn
» . . . . .	A = F · l	ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup>	gr · cm <sup>2</sup> · sec <sup>-2</sup>	FL	kg m <sup>*</sup> · m	1 kg m <sup>*</sup> · m = 9,81 · 10 <sup>7</sup> Erg
Ἐργον, Ἐνέργεια	N = $\frac{A}{t}$	ML <sup>2</sup> T <sup>-3</sup>	gr · cm <sup>2</sup> · sec <sup>-3</sup>	FL T <sup>-1</sup>	kg m <sup>*</sup> · m · sec <sup>-1</sup>	1 kg m <sup>*</sup> · m/sec = 9,81 · 10 <sup>7</sup> Erg/sec
Ἴσχύς . . . . .	M = Fl	ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup>	gr · cm <sup>2</sup> · sec <sup>-2</sup>	F L	kg m <sup>*</sup> · m	—
Ροπή . . . . .	J = m · v	ML T <sup>-1</sup>	gr · cm · sec <sup>-1</sup>	F T	kg m <sup>*</sup> · sec	—
Όρμη . . . . .	F · t	ML T <sup>-1</sup>	gr · cm · sec <sup>-1</sup>	F T	kg m <sup>*</sup> · sec	—
Όσες δυνάμεις . . . . .	p = $\frac{F}{S}$	ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup>	gr · cm <sup>-1</sup> · sec <sup>-2</sup>	FL <sup>-2</sup>	kg m <sup>*</sup> · m <sup>-2</sup>	1 kg m <sup>*</sup> / m <sup>2</sup> = 981 000 Dyn/m <sup>2</sup> ή 1 kg m <sup>*</sup> / cm <sup>2</sup> = 981 000 μB.
Πίεσις . . . . .	—	—	ή Dyn/cm <sup>2</sup> ή μ B	—	—	—

## ΣΥΜΒΟΛΑ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

*Ός ταῦτα κατὰ προτίμησιν χρησιμοποιοῦνται εἰς τὸ βιβλίον.*

A	= ἔργον	kg <sup>r*</sup>	= χιλιόγραμμαν βάρους
a	= συντελεστής γραμμικῆς διαστο- λῆς στερεῶν, θερμικός συντελ. αερίων	kcal	= χιλιοθερμῆς
Atm	= φυσικὴ ἀτμόσφαιρα	kW	= χιλιοβάττι (χιλοβάττι)
at	= τεχνικὴ ἀτμόσφαιρα	kWh	= κιλοβαττωρίον
Å	= Ångström = 10 <sup>-8</sup> cm	kg <sup>r</sup> m	= χιλιογραμμόμετρον
B, β	= βάρος	Λ.Τ.	= λόγος ταχυτήτων
B	= Bar	/	= μῆκος
c	= ταχύτης διαδόσεως	lt	= λίτρον
c	= ειδικὴ θερμότης	m	= μέτρον
°C	= βαθμοὶ Κελσίου	m, M	= μάζα
cal	= θερμῆς	m B	= millibar
CGS	= ἀπόλυτον σύστημα μονάδων	μ	= μικρὸν = 10 <sup>-4</sup> cm
CPS	= cycle per second	μ B	= mikrobar
cm	= ἑκατοστόμετρον	m μ	= μιλλιμικρὸν
Dyn	= δύνη	m m	= χιλιοστόν
E <sub>δυν</sub>	= δυναμικὴ ἐνέργεια	mgr	= χιλιοστόν γραμμαρίου
E <sub>κιν</sub>	= κινητικὴ ἐνέργεια	min	= λεπτόν
ε	= ειδικὸν βάρος	mil	= μίλιον
Erg	= ἔργιον	M. Π.	= μηχανικὸν πλεονέκτημα
εφ	= ἐφαπτομένη	N	= ἰσχύς
F	= δύναμις	ν	= συχνότης
°F	= βαθμοὶ Fahrenheit	p	= πίεσις
Φ	= φορτίον	Q	= ποσότης θερμότητος
φ, φ	= γωνία	R	= παγκοσμία σταθερὰ αερίων
g	= ἐπιτάχυνσις βαρύτητος	°R	= βαθμοὶ Ρεωμύρου
gr	= γραμμάριον μάζης	R, r	= ἀκτίς
gr*	= γραμμάριον βάρους	ρ	= πυκνότης
γ	= ἐπιτάχυνσις σώματος	s	= διάστημα
γ	= ειδ. θερμότης	S	= ἐπιφάνεια
grad	= βαθμὸς	sec	= δευτερόλεπτον
h	= ὄρα	Σ	= συνισταμένη
h	= ὄψος	Σ	= ἄθροισμα
Hz	= Hertz	συν	= συνημίτονον
HP	= ἵππος	T	= τριβὴ
ημ	= ἡμίτονον	T	= τάσις
η	= συντελεστής ἀποδόσεως	T	= ἀπόλυτος θερμοκρασία
η	= συντελεστής τριβῆς	T	= περιόδος
θ	= θερμοκρασία	t	= τόννος
J	= ὀρμή, Joule	t	= χρόνος, θερμοκρασία
J	= μηχαν. ἰσοδύναμον θερμότητος	T. Σ.	= τεχνικὸν σύστημα μονάδων
κ	= συντελεστής κρούσεως	T. M.	= τεχνικὴ μονὰς μάζης
κ	= λόγος c <sub>p</sub> / c <sub>v</sub>	Torr	= mm στήλης Hg
°K	= βαθμοὶ Kelvin	υ	= ταχύτης
k	= σταθερὰ	υ <sub>0</sub>	= ἀρχικὴ ταχύτης
km	= χιλιόμετρον	V	= ὄγκος
kg <sup>r</sup>	= χιλιόγραμμαν μάζης	W	= Watt
		x, y	= ζητούμενα μεγέθη
		X, Ψ	= ἄξονες συντεταγμένων
		ω	= γωνιακὴ ταχύτης

## ΑΛΦΑΒΗΤΙΚΟΝ ΕΥΡΕΤΗΡΙΟΝ

- \*Αδιάστατον μέγεθος 5,6  
 \*Αδράνεια 75  
 \*Αεικίνητον 98  
 — δευτέρου είδους 330  
 — πρώτου είδους 330  
 \*Αεραντλία 206  
 — Gaede 208  
 — έμβολοφόροι 206  
 — ποδηλάτου 207  
 \*Αέρια 25  
 \*Αερικόν θερμομέτρον 271, 291  
 \*Αέριος μάζα 354  
 \*Αεροπροωθούμενα 340  
 \*Αεροαντίστασις 217  
 \*Αεροδυναμική επιφάνεια 217, 218  
 \*Αεροθλίπτis 328  
 \*Αεροπίσις 217  
 \*Αεροπλάνον 216  
 \*Αερόπλιον 201  
 \*Αεροστάθμη 164  
 \*Αεροστατική 185  
 \*Αερόστατον 200  
 \*Ακόρεστος ατμός 307  
 \*Ακουστική 231  
 \*Ακρίβης ζυγός 119  
 \*Ακτινέργεια 93  
 \*Ακτίνιον 12, 44  
 \*Ακτινοβόλος θερμοτήs 323  
 \*Ακτινόμετρον 324  
 \*Αλεξιπτωτιστής 141  
 \*Αληγείς 352  
 \*Αλφάδιον 124  
 \*Ανάκλασις κυμάτων 248  
 \*Ανάλυσις άνυσματος 24  
 — δυνάμεως 62, 65  
 \*Αναστρέψιμον έκκαρμές 151  
 \*Ανεμοδείκτης 350  
 \*Ανεμοί έτησιαί 354  
 — πολιζοί 353  
 \*Ανεμόμετρον 351  
 \*Ανεμοπορία 220  
 \*Ανεμόπτερα 220  
 \*Ανεμος 350  
 \*Ανεμούριον 350  
 \*Ανθρωπίνη φωνή 265  
 \*Ångström 7  
 \*Αντηχείον König 254  
 — Helmholtz 254  
 \*Αντήχισις 249  
 \*Αντίδρασις 82  
 \*Αντικυκλών 355  
 \*Αντίστασις 75  
 — αέρος 140  
 \*Αντλία φλεβός ύδατος 208, 212  
 \*Αντλία 205  
 \*Ανυσμα 21, 33  
 \*Ανυματικά σχέσεις 24  
 \*Ανυματική πρόσθεσις 22  
 \*Ανυματικόν μέγεθος 21  
 \*Αντίθεσις φάσεως 245  
 \*Ανωμαλία ύδατος 287  
 \*Ανωσις 172  
 — αερίων 185  
 \*Ανώτερος άρμονικός ήχος 237  
 \*Αξία βερνιέρου 8  
 — εις ύδωρ 297  
 \*Αξίωμα άφθαρσίας ύλης 25  
 — διατηρήσεως ύλης 25  
 \*Αξιώματα άδραναείας 75  
 — Νεύτωνος 74  
 \*Απλαϊ μηχαναί 105, 107  
 \*Απλή άρμονική κίνησις 148  
 \*Απόγειος αύρα 354  
 \*Απόδοσις 98, 107, 330  
 \*Αποκεκλεισμένον σύστημα 97  
 \*Απόλυτον μηδέν 290, 293  
 — σύστημα 3  
 — ύγρόμετρον 314  
 \*Απόλυτος θερμοκρασία 290  
 \*Απορρόφησις αερίων 227  
 — ύγρών 227  
 \*Αραιόμετρα 179  
 \*Αριθμητική τιμή 3, 56  
 \*Αριθμός Avogadro 326  
 — Loschmidt 327  
 \*Αριστερόστροφος ροπή 68  
 \*Αριστοτέλης 1  
 \*Αρμονικαί άνωτέρας τάξεως 245  
 \*Αρμονική κίνησις 148  
 \*Αρχική ροπή 67  
 \*Αρχαί θερμοδομετριάs 296  
 \*Αρχή Doppler 259  
 — διατηρήσεως ένεργείας 97  
 — — όσμης 101  
 — της άνεξαρτησίας 45  
 — του Watt 309  
 — των συγκοινωνούντων δοχείων 171  
 — ψυχράs παρειάs 309  
 \*Αρχιμήδης, φωτογραφία 108, 173  
 \*Ατέρμων κοχλίας 117  
 \*Ατμομηχαναί 331  
 \*Ατμοστροβίλοι 331, 333  
 \*Ατμόσφαιρα 186  
 \*Ατμοσφαιρική πίεσις 187, 349  
 \*Ατομική θερμοτήs 298  
 \*Ατομική θεωρία 26  
 \*Ατομον 26  
 Αύραι 354  
 Αυτόγραφικά θερμομέτρα 278  
 \*Αφωνοί ήχοι 266  
 Βαθμίδες κλίμακος 260  
 Βαθμολογία θερμομέτρον 272  
 Βάττ 93  
 Βαr 164  
 Βάρος 7, 16, 17, 55  
 — αερίων 185  
 — σώματος 81  
 Βαρογράφος 194  
 Βαρομέτρα μεταλλικά 193  
 Βαρομετρικόν κενόν 189  
 Βαρομέτρον 191  
 — Bourdon 194  
 — κανονικόν 191  
 — κολοβόν 202  
 — σιφονοειδές 193  
 — Fortin 191  
 — Vidi 193  
 Βαρομετρικός θάλαμος 189  
 Βαροσκόπιον 186  
 Βαρούλικον 114  
 Βαρύτης 123  
 Βεβιασμέναι ταλαντώσεις 253  
 Βεληνεκές 49  
 Βέλος κάμψεως 160  
 Βερνιέρος 8  
 Berthollet 199  
 Βήμα κοχλίου 116  
 Βλήμα V2 104  
 Βολή όριζόντια 45  
 — υπό γωνίαν 48, 137  
 Βομβαρδισμός αεροπλάνου 47  
 Boyle Robert, φωτογραφία 197  
 Βρασμός 309  
 Βραχίον ζεύγους 66  
 Βροχή 357  
 Βροχόμετρον 357

Βυθόμετρον 263

Γαλακτόμετρα 180

Γαλιλαίος 144

— φωτογραφία 74, 146

Γαλιόνιον 15

Γάμα 13

Γενική κίνησις 34

Γήινοι άνεμοι 352

Γραμμαί ροής 210

Γραμμάριον 3

— βάρους 14, 57, 81

— μάξης 13

Γραμμική διαστολή 280

— πυκνότης χορδής 256

Γραμμόφωνον 263

Γραφική παρόστασις 20

— — ροπής 67

— — ταχύτητος 32

Γωνία 6, 12

— προσβολής 219

— τριβής 158

Γωνιακή ταχύτης 43, 44

Γωνιόμετρον 12

Gay - Lussac, φωτογραφία

290

Δεκατεύουσα πλάστιγξ 121

Δεκατόμετρον 7

Δεξιόστροφος ροπή 68

Δεσμοί 251

Δευτερόλεπτον 3, 15

Δημόκριτος 26

Διαδιδόμενον κῆμα 250

Διάδοσις ἤχου 231

— θερμότητος 317

— — δι' ἀγωγῆς 317

— — — ἀκτινοβολίας 323

— — διά μεταφοράς 320

Διάθλασις ἠχητικῶν κυμά-

των 249

Διατρετική μηχανή 10

Διακροτήματα 254

Διαλείπων σίφων 204

Διάλυμα 224

— κεκορησμένον 224

Διαλυτικὸν ἄζωμα 81

Διανομή ἀνέμων 352

Διαπασών 233

Διαπίδουσις ἀερίων 226

Διαστάσεις 4

Διάστημα 30

Διασημόμετρον 9

Διαστολή ἀερίων 280

— στερεῶν 279, 280

— ὑγρῶν 279, 287

Διατήρησις ἔργου 111

Διατονική κλίμαξ 260

Διαφορά φάσεως 244

Διαφορική τροχαλία 113

Διάχυσις ἀερίων 199, 226

— ὑγρῶν 225

Διεθνῆς γραφεῖον 7

Διεύθυνσις βαρύτητος 123

— δυνάμεως 56

Διεύθυνσις ἤχου 267

Διμεταλλικά ἐλάσματα 283

Διόρθωσις κλιμάκου 286

Δίχρονοι μηχαναί 337

Δοχεῖον ἀντιδράσεως 213

Δοχεῖον Dewar 324

— "Ηρώνας 204

Δράσις 82

Δρόσος 357

Δυναμική 29

— ἀντίστασις 219

— ἄνωσις 219

— ἐνέργεια 94

Δυναμική μέθοδος 56

— τοῦ ὕλιου σημείου 74

Δύναμις 3, 4, 5, 55, 75

— τριβῆς 155

Δυνάμεις ὁμοεπίπεδοι 63

— παράλληλοι 63

— συναφείας 222

— συνοχῆς 222

Δυναμόμετρα 56

Δύνη, Dyn 6, 57, 79

Davy, φωτογραφία 319

Εἰδική θερμότης 297

— — ἀερίων 299

Εἰδικὸν βάρος 7, 18, 142

Ἐκατοστόμετρον 3, 7

Ἐκχρημῆς 143

— ἀπλοῦν 143

— δευτερολέπτων 146

— Kater 151

— μαθηματικῶν 143

— σύνθετον 143

— Fauscalt 147

Ἐλάσσων τόπος 261

Ἐλαστικά σώματα 159

Ἐλαστική κρούσις 104

— σύζευξις 237

Ἐλαστικότητα 159

Ἐλατὸν 223

Ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ὑγροῦ

163

— πτώσις 41, 130

— ταλάντωσις 252

Ἐμβαδόμετρον 11

Ἐνδειξις καιροῦ 195

Ἐνέργεια 94

Ἐνεργειακή οἰκονομία 343

Ἐντασις δυνάμεως 56

— ἤχου 236, 237

Ἐξἀέρωσις 301, 306

Ἐξάτιμις 308

Ἐξάχνωσις 301, 313

Ἐξηναγκασμένοι ταλαντώ-

σις 253

Ἐξίσωσις διαστάσεων 4

— τελείων ἀερίων 292

Ἐπιβραδυνομένη κίνησις 36

Ἐπιταχυνομένη κίνησις 36

Ἐπιτάχυνσις 5, 30, 31, 35

— βαρύτητος 124

Ἐπιφάνεια 7, 10

— κύματος 239

Ἐπιφανειακή διαστολή 283

Ἐργάτης 114

Ἐργιον, Erg 90

Ἐργον 89

Ἐσωτερική ἐνέργεια 325, 327

— τριβῆ 212

Ἐτησίαι άνεμοι 354

Ἐτος φωτός 8

Εὐαίσθητος ζυγός 119

— φλόξ 235

Εὐθεία ἐπενεργείας 56

Εὐθραστον 223

Εὐθύγραμμος βερνιέρος 8

— κινήσις 31

— μεταβαλλομένη 34

— τροχιά 30

Ἐφελκυσμός 160

Ζεῦχος δυνάμεων 66

Ζυγός 14, 118

— δι' ἐλατηρίου 56

— ἐπιστολῶν 121

— οικιακός 121

Ζῶναι σιγῆς 250

Ἡλιακή ἐνέργεια 344

Ἡλεκτρικὸν θερμόμετρον

271, 277

Ἡλεκτρονιον 26

Ἡμισφαίρια Μαγδεμβούρ-

γου 187

Ἡμιτονοειδῆς καμπύλη 244

Ἡχητικά κύματα 242

Ἡχητικοὶ σωλήνες 257

Ἡχογόνοι πηγαί 255

Ἡχόμετρον 255

Ἡχος 231

— ἐκ διαφορᾶς 254

Ἡζώ 248

Helmholtz, φωτογραφία 265

Hertz 43

Θεμελιώδης θεώρημα ὑδρο-

στατικής 166

— μέγεθος 3

Θεμελιώδεις ἀρχαί στατι-

κῆς 57

Θεμελιώδης ἦχος 237

— νόμος μηχανικῆς 80

— συχνότης 245

— φθόγγος 261

Θερμιδομετρία 296

Θερμιδομετρική ὄβρις 300

Θερμιδόμετρον Black 303

Θερμικαί μηχαναί 331

Θερμική διαστολή 279

Θερμική ἰσορροπία 325

Θερμικός συντελεστής πιέ-

σεως 290

- Θερμὶς 296  
 Θερμογόνος δύναμις 301  
 Θερμοδυναμική 325  
 Θερμοηλεκτρικὸν στοιχείον 277  
 Θερμοκρασία 270, 349  
 — δρόσου 314  
 Θερμόμετρα 271  
 Θερμομετρία 271  
 Θερμομετρικαὶ κλίμακες 272  
 Θερμόμετρον Six 276  
 Θερμὸν μέτωπον  
 Θερμοπερατὰ σώματα 324  
 Θερμοσίφων 321  
 Θερμοστάτης 285  
 Θερμότης 270  
 — ἐξαερώσεως 311  
 — καύσεως 299, 300  
 — τήξεως 303  
 Θερμοφόρα 324  
 Θερμοχωρητικότης 297  
 Θετικά ἐπιστήμαι 1  
 Θετική ὁρμή 67  
 Θεώρημα Bernoulli 210  
 — ῥοπῶν 68  
 — Torricelli 212  
 Θεωρία 2  
 — μουσικῆς 260  
 Θύσανοι 357
- Ίατρικὴ σύριγξ** 205  
**Ίατρικὸν θερμόμετρον** 276  
**Ίντζα** 15  
**Ίξώδες** 212  
**Ίππος** 94  
**Ίπτάμενα βόμβαι** 342  
**Ίσημερινὸς** 10  
**Ίσημερινὴ ζώνη ἀπνοίας** 352  
**Ίσοδύναμον εἰς ὕδωρ** 297  
**Ίσορροπία** 127  
 — ἀδιάφορος 128  
 — ἀσταθῆς 128  
 — ἐπιπλέοντων σωμάτων 176  
 — εὐσταθῆς 127  
**Ίσότροπον μέσον** 239  
**Ίσοχρωματικὴ κλίμαξ** 261  
**Ίστορία τῆς Φυσικῆς** 358  
**Ίσχυς** 93  
**Ίχθυοειδὴς ἐπιφάνεια** 218  
**Invar** 287
- Καθαρὸς ἀριθμὸς** 5  
**Καθετόμετρον** 9  
**Καμπυλόγραμμος τροχιά** 30  
**Κάμψις** 160  
**Κανονικὸν σημεῖον ζέσεως** 310  
**Κανταράκι** 57  
**Κατακόρυφος βολή** 49  
 — διεύθυνσις 124  
 — συνιστώσα 63  
**Καταρηνίσματα** 357  
**Κατανάλωσις καυσίμου** 338
- Καύσιμα** 299, 343  
**Καύσιμα ἀέρια** 300  
 — στερεὰ 299  
 — ὑγρά 299  
**Κεκλιμένον ἐπίπεδον** 114, 130  
**Κεκορησμένος ἀτμὸς** 308  
**Κενὸν** 206  
**Κέντρα** 350  
**Κεντρικὴ θέρμανσις** 321  
**Κεντρομόλος δύναμις** 83  
 — ἐπιτάχυνσις 44, 51  
**Κέντρον ἀνώσεως** 172  
 — βάρους 125  
 — παραλλήλων δυνάμεων 64  
**Keppler** 153  
**Κιλοβάττ** 93  
**Κιλοβαττώριον** 94  
**Κινηματικὴ** 29  
 — ὕλου τοῦ σημείου 30  
**Κίνησις** 30  
 — αἰωρήσεων 144  
 — Μπρόουν 228  
 — ταλαντώσεων 144  
 — ὕγρου 209  
**Κινητήριος συνιστώσα** 63  
**Κινητῆρες ἀντιδράσεις** 340, 342  
**Κινητικὴ ἐνέργεια** 94  
 — θεωρία ἀερίων 228  
 — — ἕλης 326, 228  
 — τριβῆ 155  
**Κλασματικὴ ἀπόσταξις** 316  
**Κλίμαξ ἑκατοντάβαθμοις** 273  
 — Kelvin 275, 290  
 — Κελσίου 273  
 — Mohs 161  
 — Ρεωμόρου 275  
 — Fahrenheit 273  
**Κοιλία** 251  
**Κόκκος** 15  
**Κολυμβητῆς Καρτεσιῶν** 175  
**Κόμμα συντονικὸν** 261  
**Κοιλίας** 116  
**Κράματα** 225  
**Κρισμὸς θερμοκρασίας** 316  
 — ὄγκος 316  
 — πίεσις 316  
**Κρότος** 233  
**Κροῦσις** 104  
**Κυβικὴ διαστολὴ** 282  
**Κυβικὸν μέτρον** 11  
**Κυκλικὴ ὁμαλὴ κίνησις** 34, 42  
 — συχνότης 44  
 — τροχιά 30  
**Κυκλικὸς βερνιέρους** 8  
**Κύζλος κατὰ sec** 43  
**Κῦμα ἁρμονικὸν** 240  
 — ἡμιτονοειδὲς 240  
 — σφαιρικὸν 239  
**Κῦματα** 237  
 — διαδιδόμενα 239  
 — διαμήκη 238  
 — ἐγκάρσια 238
- Κῦματα ἠχητικὰ** 242  
 — μετατοπιζόμενα 239  
 — περιοδικὰ 240  
 — στάσιμα 239  
 — ὕδατῆρα 242  
 — χώρου 239
- Λανθάνουσα θερμότης** 303  
**Λεύκιππος** 26  
**Λευκὸς ἀνθράξ** 343  
**Λήκυθος** 179  
**Λίμνη Μαραθῶνος** 169  
**Λίμπρα** 4, 15  
**Λιπαντικαὶ οὐσῖαι** 159  
**Λίτρον** 11  
**Λόγος ταχυτήτων** 107  
**Λύχνος Davy** 320
- Μᾶζα** 3, 4, 7, 13, 17  
**Μανόμετρα** 201  
 — ἀνοικτὰ 201  
 — δι' ὕγρου 201  
 — κλειστὰ 201  
**Μανόμετρον διὰ μεμβράνης** 202  
**Μεγίστη τάσις ἀτμοῦ** 308  
**Μέθοδος διπλῆς ζυγίσεως** 119  
 — μιγμάτων 297  
**Μειζῶν τόνος** 261  
**Μέση ταχύτης** 37  
**Μεσημβρινὸς** 10  
**Μέσον** 237  
**Μεταβαλλομένη κίνησις** 34  
**Μεταλλικὰ θερμόμετρα** 284  
**Μέταλλον Rose** 305  
 — Woolt 305  
**Μετεωρολογία** 348  
**Μετεωρολογικὸς κλωβὸς** 349  
 — σταθμὸς 349  
**Μέτρησις δυνάμεως** 56  
 — πυκνότητος 178  
 — ὕψους 195  
 — φυσικοῦ μεγέθους 3  
**Μετρονόμος** 16  
**Μέτρον** 3, 7  
**Μέτωπον** 355  
**Μῆκος** 3, 4, 7  
 — ἐκκεροῦς 144  
 — κύματος 241  
 — περιφερείας 12  
**Μηχαναὶ ἐκρήξεως** 331, 333  
 — θερμοῦ ἀέρος 331  
 — Diesel 336  
 — Atwood 132  
**Μηχανικὴ** 29  
 — θεωρία θερμότητος 325  
 — ρευστῶν 163  
 — στερεῶν 29  
 — στεροῦ σώματος 29  
 — ὕλου τοῦ σημείου 29  
**Μηχανισμὸν ἰσοδύναμον θερμοκίνητου** 327, 329  
 — πλεονέκτημα 106

- Μικρομετρικός κοχλίας 10  
 Μικρόμετρον 10  
 Μικρομπαρ 164  
 Μικρόν 7  
 Μιλλιμπαρ 164, 190  
 Μίξεις αερίων 198  
 Μοίρα 12  
 Μολ 14  
 Μοναδιαίον άνυσμα 25  
 Μονάς δυνάμεως 79  
 — έργου 89  
 — μάξης 6, 79  
 Μονόμετρον μέγεθος 21  
 Μονοχορδον 255  
 Μοριακή κίνησις 228  
 Μοριακός όγκος 295  
 Μόριον 26  
 Μουσικά διαστήματα 260  
 Μουσώνες του χειμónος 354  
 Μοχλοβραχίον άντιστάσεως 108  
 — δυνάμεως 108  
 Μοχλός 108  
 — 1ου, 2ου, 3ου είδους 109
- Ν**  
 Ναυτικόν μίλιον 8, 32, 124  
 Νετρόνιον 26  
 Νεύτων 74, 104, 123  
 Νέφωσις 356  
 Νήμα στάθμης 123  
 Νόμοι βρασμού 309  
 — έκκρεμοῦς 144  
 — κινήσεως 40  
 — τριβής 156  
 Νόμος διαστημάτων 130  
 — Νεύτωνος 152  
 — ταχυτήτων 130  
 — Boyle - Mariotte 195  
 — Dalton 199  
 — Dulong - Petit 298  
 — Gay - Lussac 290  
 — Hooke 160
- Ξ**  
 Ξηρός πάγος 316
- Ό**  
 Όγκος 7, 11  
 Όδοντωτός τροχός 117  
 Όινοπνευματόμετρα 180  
 Όκιά 15  
 Όλκων 223  
 Όμαλή κίνησις 31  
 Όμίχλη 357  
 Όπτικόν πυρόμετρον 278  
 Όργανον άκοής 266  
 — Corti 267  
 Όρθογώνιοι συνιστώσα 24, 62  
 Όριζόντιον επίπεδον 124  
 Όριον έλαστικότητος 160  
 Όρηή 99  
 Otto von Guericke 187  
 — φωτογρ. 207  
 Όυγγιά 15
- Όυς 266
- Π**  
 Παγκοσμία σταθερά αερίων 295  
 Παγκόσμιος έλιξις 152  
 — σταθερά 152  
 Παγόβουνον 304  
 Palmer 10  
 Παραβολεύς 10  
 Παράγωγον μέγεθος 3,5  
 Παράγωγος μονάς 5  
 Παραστατικόν άνυσμα ρο-  
 πής 67  
 Παρατήρησις 2  
 Παροχή ύγρου 213  
 Πασάλ φωτογραφία 180  
 Πάχη 357  
 Παχύμετρον 10  
 Πείραμα 2  
 — Joule 329  
 — Franklin 310  
 Περικόχλιον 116  
 Περίοδος 42, 144, 148  
 Περιοχάί πιέσεων 350  
 Πήξις 301  
 Πίσεις επί πυθμένος 167  
 — πλευρική 168  
 Πίσις 7, 19, 164  
 — μερική 199  
 — ύγρου 165  
 Πλάκες 258  
 Πλάτος αιώρήσεως 145  
 Πλήρης αιώρησις 144  
 Πλωταί δεξαμεναί 177  
 Πολικοί άνεμοι 353  
 Πολύσπαστον 113  
 Πολυσύλλαβος ήχώ 249  
 Πούς 4, 15  
 Πρότυπον μέτρον 7  
 — χιλιόγραμμον 13  
 Πρότυπος τόνος 262  
 Προσοφθάμιον μικρόμε-  
 τρον 10  
 Προσοφθίσις 222  
 Προσωτική μηχανή 341  
 Πρώτον λεπτόν 157  
 Πρωτόνιον 26  
 Πρώτος άρμονικός 237  
 Πτέρυξ άεροπλάνου 219  
 Πυκνόμετρα 179  
 — Baumé 180  
 Πυκνότης 7, 17, 141  
 — αερίων 293  
 Πύραυλοι 341  
 Πύραυλος 104  
 Πύργος Πίξης 129  
 Πυροσβεστήρ 204
- Ρ**  
 Ροή ύγρου 209  
 Ροπή δυνάμεως 68  
 — ζεύγους 66  
 Ρυθμιστής Watt 87  
 Ρωμαϊκός ζυγός 120
- Radian 12
- Σ**  
 Σειρήν 233  
 Σημασία συστημάτων 6  
 Σημειον εύτησίας 305  
 — έφαρμογής 56  
 — τήξεως 303  
 Σίφων 203  
 Σιφώνιον 203  
 Σκληρόν 223  
 Σκληρότης 161  
 Σταγονόμετρα 203  
 Σταθερά τριχοειδοῦς 224  
 — φάσεως 243  
 Σταθμά 14  
 Στάσιμα κύματα 239, 250  
 Στατική 29  
 — μέθοδος 56  
 — στερεοῦ σώματος 55  
 — τριβή 155  
 — ύλικού σημείου 55  
 Στερεά 25  
 — έλιξις 116  
 Στερεόν σώμα 29  
 Στιγμαία ταχύτης 41  
 Στρατόσφαιρα 187  
 Στροφιή κατά λεπτόν 43  
 Στρώματα 357  
 Συγκεκραμένη κλίμαξ 261  
 Συγκροτήσις 254  
 Συγχορδία 260  
 Συμβολή κυμάτων 246  
 — ήχητικῶν κυμάτων 247  
 Συμπιεστότης αερίων 195  
 Συμπύκνωσις ύδρατιῶν 315  
 Συμφωνία φάσεως 244  
 Συναφεια 222  
 Σύνθεσις δυνάμεων 58  
 Σύνθετον έκκρεμής 151  
 Σύνθηξη ισορροπίας μοχλοῦ  
 69  
 — — μοχλῶν 109  
 Συστοιαμένη 58  
 Συστοιῶσαι 62, 24  
 Συναχί 222  
 Συνατελεστής άποδόσεως 98  
 — γραμ. διαστολῆς 280  
 — θεσμ. άγωγιμότητις 318  
 — κυβ. διαστολῆς 282  
 — τριβῆς 156  
 Συστοιαισμός 251  
 Συσκευή Melde 251  
 Συστήματα μονάδων 3  
 Συχνότης 42  
 — άρμονικῆς κινήσεως 150  
 — ήχου 236  
 Σφαιροειδής κατάστασις 318  
 Σφαιρόμετρον 10  
 Σφήν 115  
 Σφυγμομανόμετρον 203  
 Σχετικά κινήσις 30  
 Σχετική κίνησις 52

- Σχετική πυκνότης 178  
 — — αερίων 294  
 — ταχύτης 52  
 — ύγρασία 314  
 Σχετικὸν εἰδικὸν βάρος 178  
 Σχήματα Χλαντί 259  
 Σωλὴν Νεύτωνος 123  
 Σωφείται 357
- Τάσις ἀτιοῦ 308  
 Ταχύτης 5, 30, 31  
 Ταχύτης ἀγωγῆς 318  
 — γραμμικὴ 44  
 — ἐξαμίσσως 309  
 — ἤχου 232  
 — ῥοῆς 210  
 — ὑπερχητικὴ 342  
 Τέλειον αἶριον 198  
 Τελικὴ ταχύτης 36  
 Τετραγ. ἑκατοστόμετρον 10  
 Τετραγ. μέτρον 10  
 Τεχνικὴ ἀτμόσφαιρα 164  
 — μονὰς μάξης 6, 14, 79  
 Τεχνικὸν σύστημα 3  
 Τζάουλ, Joule 90  
 Τηλεβόας 249  
 Τηξίς 301  
 Τόννος 13  
 Τόνος 233  
 Thomson W., φωτογραφία 270  
 Torricelli 189  
 Τριβὴ 155  
 — ἡρεμίας 155  
 — κινήσεως 155  
 — κυλίσεως 155, 158  
 — ὀλισθήσεως 155  
 Τριβόμετρον 156  
 Τριγωνομετρία 361  
 Τροπόσφαιρα 187  
 Τροχαλία ἀμετάθετος 112  
 — ἐλευθέρη 112  
 — μεταθετὴ 112  
 Τροχαλιόδηξη 112  
 Τροχία κινήτου 30  
 Τριχοειδῆ φαινόμενα 223  
 Τύπος τοῦ Clapeyron 295
- Υάρδα 15
- Υγρὰ 25  
 Υγρασία  
 Υγρομετρία 313  
 Υγρόμετρον δρόσου 314  
 — τριχὸς 315  
 Υγροποιήσις αερίων 316  
 — ἀτμῶν 315  
 Υδατιγὰ κύματα 242  
 Υδατοπτώσεις 343  
 Υδατοφράγματα 169  
 Υδραεραντία 212  
 Υδραντία 205  
 — ἀναρροφητικαὶ 205  
 Υδραντία καταθλιπτικαὶ 205  
 Υδραργυρικὸν θερμόμετρον 272  
 Υδραυλικὴ τροχοπέδη 183  
 Υδραυλικὸν πιεστήριον 182  
 Υδροαεροδυναμικὴ 209  
 Υδροβόλεϋς 204  
 Υδροστατικὴ 163  
 Υδροστατικὴ ἀρχὴ Pascal 181  
 Υδροστατικὴ πίεσις 166  
 Υδροστροβίλοι 215  
 Υδρόφωνον 263  
 Ὑλη 25  
 Ὑλικὸν σημεῖον 29  
 Ὑπερχητικὴ ταχύτης 342  
 Ὑπέρηχος 236  
 Ὑποβρύχια 176  
 Ὑπόηχος 236  
 Ὑπόθεσις 2  
 Ὑστέρησις πῆξεως 305  
 Ὑφεισις 355  
 Ὑψος ἤχου 236
- Φαινόμενον Doppler 259  
 Φαινόμενη ταχύτης 52  
 Φάλαγξ ζυγοῦ 118  
 Φάσις 243  
 Φιλοσοφία φύσεως 1  
 Φθόγγος 235  
 Φορὰ 56  
 Φορεὺς 56  
 Φυγόκεντρος δύναμις 83  
 Φυγόκεντρικὴ μηχανὴ 84  
 — ἰδραντία 206
- Φυσικαὶ καταστάσεις 25  
 Φυσικὴ ἀτμόσφαιρα 165  
 — κλίμαξ 260  
 Φυσικὸς νόμος 1  
 Φυσιολογικὴ Ἀκουστικὴ 265  
 Φαναγωγὸς σωλὴν 249  
 Φωνητικὰ ὄργανα 265  
 Φωνητικαὶ χορδαὶ 265  
 Φωνογραφικὸν τύμπανον 263  
 Φωνογράφος 262  
 Φωνοδείκτης 235  
 Φωνοληψία 263  
 Fourier 245
- Χάλαξα 357  
 Χαρακτηριστικαὶ δυνάμεις 56  
 Χαρακτηριστικὰ ἤχου 236  
 Χιλιόγραμμον 13  
 — βάρους 4, 57, 79  
 Χιλιόγραμμόμετρον 67, 90  
 Χιλιθερμὶς 296  
 Χιλιόμετρον 7  
 Χιλιόστογραμμον 13  
 Χιλιόστομέτρον 7  
 Χιὼν 357  
 Χορδαὶ 255  
 Χροία ἤχου 236, 237  
 Χρονόμετρον 16  
 Χρόνος 3, 4, 7, 15  
 Χρυσοῦς κανὼν μηχανικῆς 106  
 Χύτρα Papin 310
- Ψυγεῖα ἠλεκτρικὰ 339  
 Ψυγεῖον διὰ πάγου 322  
 Ψυκτικὰ μίγματα 305  
 Ψυκτικαὶ μηχαναὶ 338  
 Ψυχρὸν μέτωπον 355
- ᾠθιοις, ὄσις 99  
 ᾠρα 15  
 ᾠριαῖον κηλοβάττ 94  
 ᾠριαῖος ἵππος 94  
 ᾠρολογιαζὸν ἐκκρεμῆς 95, 146  
 ᾠσις δυνάμεως 99  
 ᾠσμοῦσις 225  
 ᾠσματικὴ πίεσις 226





Ἐξεδόθησαν ὑπὸ τῶν ἰδίων συγγραφέων:

# ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Διὰ τοὺς ὑποψηφίους τῶν Ἀνωτάτων Σχολῶν,  
ὡς καὶ διὰ τοὺς μαθητὰς τῶν Πρακτικῶν Λυκείων καὶ Γυμνασίων.

Ἐγκριμένον ὑπὸ τοῦ Ὑπουργείου Παιδείας, πρὸς χρῆσιν τῶν μαθητῶν τῶν  
δύο Ἀνωτέρων τάξεων τῶν Σχολείων Μέσης Ἐκπαίδευσως, διὰ τῆς ὑπ' ἀριθ.  
100 τῆς 9.9.1948 Πράξεως τοῦ Ἀνωτάτου Συμβουλίου Ἐκπαίδευσως.

ΤΟΜΟΣ II

ΕΚΔΟΣΙΣ ΔΕΥΤΕΡΑ

**ΟΠΤΙΚΗ • ΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ • ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ**

Περιλαμβάνει εἰς 360 σελίδας ἅπασαν τὴν διδακτέαν ὕλην. Περιέχει 492  
σχήματα καὶ 22 εἰκόνας, καθὼς καὶ 157 προβλήματα ἔτισης ἐκτὸς κειμένου  
ἔγχρωμον πίνακα φασμάτων.

# ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Διὰ τοὺς μαθητὰς τῶν κλασικῶν Γυμνασίων.

Ἐγκριμένον ὑπὸ τοῦ Ὑπουργείου Παιδείας, πρὸς χρῆσιν τῶν μαθητῶν τῆς  
Ζ' καὶ Η' τάξεως τοῦ Γυμνασίου, διὰ τῆς ὑπ' ἀριθ. 97 τῆς 29.11.1950 Πράξεως  
τοῦ Ἀνωτάτου Συμβουλίου Ἐκπαίδευσως.

ΤΟΜΟΣ I

**ΜΗΧΑΝΙΚΗ • ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ • ΘΕΡΜΟΤΗΣ**

ΤΟΜΟΣ II

**ΟΠΤΙΚΗ • ΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ • ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ**



Περιλαμβάνει ἅπασαν τὴν διδακτέαν ὕλην εἰς τὰ κλασικὰ Γυμνάσια, τελείως  
συγχρονισμένην. Μεθοδικὴ ἐπεξεργασία τῆς ὕλης, μεγίστη σαφήνεια, ἐπιστη-  
μονικὴ ἀκριβολογία, πλῆθος σχημάτων καὶ εἰκόνων, καλλιτεχνικὴ ἐμφάνισις  
εἶναι μερικὰ ἀπὸ τὰ χαρακτηριστικὰ τοῦ βιβλίου τούτου.

# ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Διὰ τοὺς ὑποψηφίους τῶν Ἀνωτάτων Σχολῶν,  
ὡς καὶ διὰ τοὺς μαθητὰς τῶν Σχολείων Μέσης Ἐκπαίδευσως.

Ἐγκριμένον ὑπὸ τοῦ Ὑπουργείου Παιδείας, πρὸς χρῆσιν τῶν μαθητῶν τῶν  
δύο Ἀνωτέρων τάξεων τῶν Σχολείων Μέσης Ἐκπαίδευσως διὰ τῆς ὑπ' ἀριθ.  
97 τῆς 29.11.1950 Πράξεως τοῦ Ἀνωτάτου Συμβουλίου Ἐκπαίδευσως.

ΕΚΔΟΣΙΣ ΔΕΥΤΕΡΑ

ΤΟΜΟΣ I

**ΜΗΧΑΝΙΚΗ • ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ • ΘΕΡΜΟΤΗΣ**

ΤΟΜΟΣ II

**ΟΠΤΙΚΗ • ΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ • ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ**

Μεθοδικὴ λύσις ὄλων τῶν προβλημάτων τῶν περιεχομένων εἰς τὰ βιβλία  
«Στοιχεῖα Φυσικῆς» καὶ «Μαθήματα Φυσικῆς» ὡς καὶ μεγάλος ἀριθμὸς  
ἄλλων προβλημάτων πρὸς ἐξάσκησιν.





0020638087

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΒΟΥΛΗΣ



