

*Παπαδημοσίου (Κ.Σ.)*  
Κ. Ε. ΠΑΠΑΝΙΚΗΤΟΠΟΥΛΟΥ  
ΥΠΟΥΣ ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ  
ΤΟΥ ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ ΑΡΣΑΚΕΙΟΥ ΔΙΔΑΣΚΑΛΕΙΟΥ

# ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ

ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΜΠΤΗ ΤΑΞΗ  
ΤΩΝ ΔΗΜΟΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ

ΕΚΔΟΣΗ ΕΚΤΗ

*Εξάσκηση - Διαγραμματισμός -*  
*153. 47.*

ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ  
ΔΗΜ. Ν. ΤΖΑΚΑ - ΣΤΕΦ. ΔΕΛΑΓΡΑΜΜΑΤΙΚΑ  
ΕΤΟΣ ΙΔΡΥΣΕΩΣ 1876  
ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΥ ΒΕΝΙΖΕΛΟΥ 65 - ΑΘΗΝΑΙ

1946

002  
ΚΛΣ  
ΣΤ2Α  
718

Κ. Ε. ΠΑΠΑΚΗΝΤΟΠΟΥΛΟΥ  
ΤΟΠΕ ΚΑΘΗΜΕΡΟΥ ΤΩΝ ΔΑΜΟΤΙΚΩΝ  
ΤΩΝ ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ ΑΡΧΑΙΟΝ ΔΙΑΓΡΑΦΕΙΩΝ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ  
ΚΑΙ  
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ

ΕΙΣ ΤΗΝ ΠΕΜΠΤΗ ΤΑΞΗ  
ΤΩΝ ΔΗΜΟΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ

ΕΚΔΟΣΗ ΕΚΤΗ

ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ  
Μ. Π. ΤΣΑΚΑ ΣΤΕΦ. ΔΕΛΤΑΡΜΑΤΙΝΗΣ  
ΕΤΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΥ 1964  
ΠΑΛΛΗΝΙΟΥ ΠΕΡΙΣΤΕΡΟΥ 62 ΑΘΗΝΑΙ

9 69 ΠΔΒ  
Παπαδημοπούλου (Κ.Σ.)  
Κ. Ξ. ΠΑΠΑΝΙΚΗΤΟΠΟΥΛΟΥ  
ΥΠΟΧΡ. ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ  
ΤΟΥ ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ ΑΡΣΑΚΕΙΟΥ ΔΙΔΑΣΚΑΛΕΙΟΥ

# ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ

ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΜΠΤΗ ΤΑΞΗ  
ΤΩΝ ΔΗΜΟΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ

ΕΚΔΟΣΗ ΕΚΤΗ



ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ  
Δ. Ν. ΤΖΑΚΑ - Σ. ΔΕΛΛΗΓΡΑΜΜΑΤΙΚΑ  
ΙΔΡΥΘΕΙΣ 1876  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ 65  
ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ  
1945

002  
ΕΛΣ  
ΕΤ2Α  
718

Πάν γνήσιον αντίτυπον φέρει τήν υπογραφήν τοῦ συγγραφέως καί τήν σφραγίδα τῶν ἐκδοτῶν.



*N. Tsakakos & Co.*

ΤΥΠΟΣ: ΑΝΑΣΤ. Κ. ΚΑΪΤΑΤΖΗ & ΥΙΩΝ  
● ΑΝΑΣΤΑΓΟΡΑ 25-ΑΘΗΝΑΙ ●

# ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

## ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

### Α'. Κλασματικές μονάδες.

1) Πάρε από το τετράδιό σου ένα φύλλο χαρτί, διπλώσε το εις δύο ίσα μέρη και κόψε το.

Τί μέρος του φύλλου είναι το καθένα μέρος απ' αυτά; Γράψε στον πίνακα ή στο τετράδιό σου ένα δεύτερο (μισό).

$$\left(\frac{1}{2}\right)$$

Πόσα δεύτερα έχει ένα φύλλο; Πόσα ένα μηλο;

2) Το καθένα δεύτερο του φύλλου να το κόψης εις δύο ίσα μέρη.

Εις πόσα ίσα μέρη έκότη τώρα δλόκληρο το φύλλο;

Τί μέρος του φύλλου είναι το καθένα μέρος απ' αυτά;

Γράψε με ψηφία έν τέταρτο.

Πόσα τέταρτα έχει ένα φύλλο; Πόσα ένα μηλο;

3) Το καθένα τέταρτο του φύλλου να το κόψης εις δύο ίσα μέρη.

Εις πόσα ίσα μέρη έκότη τώρα δλόκληρο το φύλλο;

Τί μέρος του φύλλου είναι το καθένα μέρος απ' αυτά;

Γράψε με ψηφία ένα ογδοο.

Πόσα ογδοα έχει ένα φύλλο; Πόσα ένα μηλο;

4) Αν κόψω μία πήτα εις 3, 6, 10, 15, 20 ίσα μέρη, τί μέρος της πήτας είναι το καθένα μέρος απ' αυτά;

Γράψε με ψηφία τὰ μέρη αυτά.

Πώς λέγονται με ένα όνομα οι αριθμοί  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$  κλπ.; (κλασματικές μονάδες)

5) Ἡ Μαρία ἐπῆρε ἀπὸ ἓνα γλύκισμα τὸ  $\frac{1}{4}$ . Ὁ Πέτρος ἀπὸ ἄλλο γλύκισμα ἐπῆρε τὸ  $\frac{1}{5}$ . Τί ἐννοοῦμε μὲ αὐτό;

### Σύγκρισις κλασματικῶν μονάδων.

1) Εἶχα δύο ὅμοια γλυκά. Ἀπὸ τὸ ἓνα ἔδωσα στὴν Μαρία τὸ  $\frac{1}{2}$  καὶ ἀπὸ τὸ ἄλλο ἔδωσα στὸν Πέτρο τὸ  $\frac{1}{4}$ . Εἰς ποῖον ἔδωσα περισσότερο;

2) Ἀπὸ τίς κλασματικὲς μονάδες  $\frac{1}{3}$  καὶ  $\frac{1}{4}$  (τοῦ ἰδιοῦ πράγματος) ποῖα εἶναι ἡ μεγαλύτερη; Καὶ διατί;

3) Ἀπὸ τίς κλασματικὲς μονάδες  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{8}$  ποῖα εἶναι μικρότερη καὶ ποῖα μεγαλύτερη;

4) Κατάταξε τίς κλασματικὲς μονάδες

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}, \frac{1}{10}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$$

μὲ τὴν ἀξία τους καὶ νὰ ἀρχίσῃς ἀπὸ τὴν μικρότερη.

5) Γράψε πέντε (διάφορες), κλασματικὲς μονάδες, ὅστερα νὰ τίς κατατάξῃς μὲ τὴν ἀξία τους καὶ νὰ ἀρχίσῃς ἀπὸ τὴν μεγαλύτερη.

### Β'. Κλάσματα.

Α'. Ομάδα. 1) Ἐὰν κόψω ἓνα μήλο εἰς 4 ἴσα μέρη

καὶ πάρω 2 μέρη (1 τέταρτο καὶ 1 τέταρτο), πόσα τέταρτα τοῦ μήλου θὰ πάρω ;

2) Πῶς λέγονται οἱ ἀριθμοὶ ποὺ γίνονται ἀπὸ μία κλασματικὴ μονάδα, ὅταν τὴν πάρωμε πολλές φορές ;

Γράψε μὲ κλάσμα 2 τέταρτα.  $\left(\frac{2}{4}\right)$

3) Τί μέρος τῆς πήχης εἶναι τὸ 1 ρούπι ; τὰ 2 ρούπια ; τὰ 5 ρούπια ; (1 πήχη ἔχει 8 ρούπια).

Γράψε μὲ κλάσματα τὰ μέρη αὐτά.

4) Τί μέρος τῆς δραχμῆς εἶναι τὸ 1 λεπτό ; τὰ 30 λεπτά ; τὰ 75 λεπτά ;

5) Τί μέρος τῆς ὀκάς εἶναι τὸ 1 δράμι ; τὰ 80 δράμια ; τὰ 100 δράμια ; τὰ 350 δράμια ;

6) Τί μέρος τῆς ὥρας εἶναι τὸ 1 λεπτό, τὰ 15 λεπτά, τὰ 45 λεπτά τῆς ὥρας ; (1 ὥρα ἔχει 60 λ.)

**Β'. Ομάδα.** 1) Μὲ πόσους ἀκεραίους-ἀριθμοὺς γράφομε τὰ κλάσματα ; Πῶς λέγεται ὁ καθένας χωριστά ; Καὶ πῶς λέγονται μαζί ;

2) Ἀπὸ ἓνα γλύκισμα ἔδωσα στὴν Κατὶνὰ τὰ  $\frac{2}{3}$ . Ποῖος εἶναι δάριθμητῆς του καὶ ποῖος ὁ παρονομαστής του ;

Τὶ φανερώνει ὁ παρονομαστής του 3 καὶ τί ὁ ἀριθμητῆς του 2 ;

3) Τί φανερώνει ὁ παρονομαστής καὶ τί ὁ ἀριθμητῆς στὸ καθένα ἀπὸ τὰ κλάσματα  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{7}{8}$ ,  $\frac{9}{10}$  τοῦ αὐτοῦ πράγματος ;

4) Νὰ ἀπαγγείλῃς τὰ κλάσματα  $\frac{5}{9}$ ,  $\frac{8}{10}$ ,  $\frac{7}{15}$ ,  $\frac{9}{30}$ ,  $\frac{25}{48}$

Ἀπὸ ποία κλασματικὴ μονάδα γίνεται τὸ καθένα ἀπ'αὐτά, ὅταν τὴν ἐπαναλάβωμε ;

5) Νά γράψης τὰ κλάσματα πέντε ὄγδοα, ὀκτώ ἐνδέκατα, δέκα πέντε εἰκοστά, εἴκοσι πέντε ἐξηκοστά, τριάντα δύο ὄγδοηκοστά τέταρτα.

6) Πῶς λέγονται τὰ κλάσματα ποῦ ἔχουν τὸν ἴδιο παρονομαστή;

Γράψε τρία ὁμώνυμα κλάσματα.

7) Πῶς λέγονται τὰ κλάσματα ποῦ ἔχουν διαφόρους παρονομαστές;

Γράψε τρία ἑτερόνυμα κλάσματα.

8) Ἀπὸ τὰ κλάσματα  $\frac{2}{5}$   $\frac{3}{4}$   $\frac{5}{8}$   $\frac{4}{5}$   $\frac{1}{8}$   $\frac{3}{5}$  ποῖα εἶναι ὁμώνυμα;

### Σύγκρισις κλασμάτων.

1) Ἐκοψα ἓνα γλύκισμα εἰς 12 ἴσα μέρη. Ἀπ' αὐτὰ ἔδωσα τὰ  $\frac{5}{12}$  στὴ Σοφία, τὰ  $\frac{3}{12}$  στὴ Χρυσούλα καὶ τὰ  $\frac{4}{12}$  στὴν Ἐλενίτσα. Εἰς ποῖαν ἔδωσα περισσότερο γλύκισμα καὶ εἰς ποῖαν ὀλιγώτερο;

2) Ἀπὸ τὰ ὁμώνυμα κλάσματα ποῖο εἶναι τὸ μεγαλύτερο καὶ ποῖο τὸ μικρότερο;

3) Κατάταξε τὰ κλάσματα  $\frac{8}{10}$ ,  $\frac{9}{10}$ ,  $\frac{3}{10}$ ,  $\frac{6}{10}$  μὲ τὴν ἀξία τους καὶ νά ἀρχίσῃς ἀπὸ τὸ μικρότερο.

4) Ἐκοψα ἓνα γλύκισμα εἰς 4 ἴσα μέρη καὶ ἓνα ἄλλο ὅμοιο εἰς 6 ἴσα μέρη. Ἀπὸ τὸ πρῶτο γλύκισμα ἔδωσα στὸ Νίκο  $\frac{3}{4}$  καὶ ἀπὸ τὸ δεύτερο ἔδωσα στὸ Βασιλάκη

$\frac{3}{6}$ . Είς ποίον έδωσα περισσότερο γλύκομα ;

5) Από τα έτερόνυμα κλάσματα που έχουν τον ίδιο αριθμητή, ποίο είναι το μεγαλύτερο και ποίο το μικρότερο ; Και διατί ;

6) Κατάταξε τα κλάσματα  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{3}{10}$  με την άξία τους και να άρχισης από το μικρότερο.

### Σύγκρισις κλασμάτων με την άκεραία μονάδα

1) Έκοψα τρία μήλα όμοια εις 4 ίσα μέρη το καθένα και έδωσα εις ένα παιδι 3 μέρη, εις άλλο παιδι 4 μέρη και εις άλλο παιδι 5 μέρη. Είς ποίο παιδι έδωσα περισσότερο από ένα άκεραίο (όλόκληρο) μήλο ; Είς ποίο ίσο με ένα μήλο ; Και εις ποίο ολιγώτερο από ένα μήλο ;

Γράψε με κλάσματα πόσα τέταρτα του μήλου έδωσα στο καθένα παιδι.

2) Να συγκρίνης τώρα τον αριθμητή του καθενός κλάσματος με τον παρανομαστή του και να άπαντήσης. Πότε το κλάσμα είναι μικρότερο από την άκεραία μονάδα 1. Πότε είναι ίσο με αυτή. Και πότε είναι μεγαλύτερο άπ' αυτή.

Σημ. Η άκεραία μονάδα 1 φανερώνει ένα πράγμα ολόκληρο. Π.χ. ένα μήλο, ένα πρόβατο, ένα δεκάδραχμο κτλ.

3) Από τα κλάσματα  $\frac{9}{9}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{5}{4}$ ,  $\frac{8}{3}$  ποία είναι μικρότερα από την άκεραία μονάδα 1 ; Ποία είναι ίσα με αυτή ; Και ποία μεγαλύτερα άπ' αυτή ;

Πότε τὸ κλάσμα πολλαπλασιάζεται,  
πότε διαιρεῖται καὶ πότε δὲν ἀλλάσσει  
ἢ ἀξία του.

1) Πόσες δραχμές είναι τὸ  $\frac{1}{10}$  τοῦ δεκαδράχμου ;

Πόσες τὰ  $\frac{2}{10}$ , τὰ  $\frac{3}{10}$  κτλ. αὐτοῦ ;

2) Πόσες φορές 2 δραχμές κάνουν ἕνα δεκάδραχμο ;

Τὶ μέρος λοιπὸν τοῦ δεκαδράχμου εἶσαι οἱ 2 δραχμές ;

Πόσες δραχμές είναι τὸ  $\frac{1}{5}$ , τὰ  $\frac{2}{5}$ , τὰ  $\frac{3}{5}$  κτλ.

τοῦ δεκαδράχμου ;

3) Ἐδωσα εἰς ἕνα πτωχὸ  $\frac{3}{10}$  τοῦ δεκαδράχμου (3 δρ.),

εἰς ἄλλον ἔδωσα διπλάσια  $\frac{6}{10}$  (6 δρ.) καὶ εἰς ἄλλον ἔδω-

σα  $\frac{3}{5}$  τοῦ δεκαδράχμου (6 δρ.).

Τι εἶναι τὸ καθένα ἀπὸ τὰ κλάσματα  $\frac{6}{10}$  καὶ  $\frac{3}{5}$  πρὸς

τὸ  $\frac{3}{10}$  ; Πῶς γίνεται τὸ  $\frac{6}{10}$  ἀπὸ τὸ  $\frac{3}{10}$  ; Καὶ πῶς τὸ  $\frac{3}{5}$

ἀπὸ τὸ  $\frac{3}{10}$  ; Ὡστε πότε τὸ κλάσμα πολλαπλασιάζεται ;

Τι εἶναι τὸ  $\frac{3}{10}$  πρὸς τὸ  $\frac{6}{10}$  καὶ  $\frac{3}{5}$  ; (τὸ μισό) ; Πῶς γί-

νεται τὸ  $\frac{3}{10}$  ἀπὸ τὸ  $\frac{6}{10}$  ; Καὶ πῶς τὸ  $\frac{3}{10}$  ἀπὸ τὸ  $\frac{3}{5}$  ; Ὡστε

πότε τὸ κλάσμα διαιρεῖται ;

**Σημ.** Τὸ κλάσμα πολλαπλασιάζεται, ἂν πολλαπλα-

σιάσωμε τὸν ἀριθμητὴ τοῦ ἢ διαιρέσωμε τὸν παρονομαστή τοῦ. Διαιρεῖται, ἂν διαιρέσωμε τὸν ἀριθμητὴ τοῦ ἢ πολλαπλασιάσωμε τὸν παρονομαστή τοῦ.

4) Τί προτιμᾶς νὰ ἔχῃς,  $\frac{6}{10}$  τοῦ δεκαδράχμου ἢ  $\frac{3}{5}$  τοῦ δεκαδράχμου ;

Τί εἶναι μεταξύ τῶν τὰ κλάσματα  $\frac{6}{10}$  καὶ  $\frac{3}{5}$ ;

Πῶς γίνεται τὸ  $\frac{6}{10}$  ἀπὸ τὸ  $\frac{3}{5}$ ; Καὶ πῶς τὸ  $\frac{3}{5}$  ἀπὸ τὸ  $\frac{6}{10}$ ; Ὡστε πότε ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος δὲν ἀλλάσσει ;

**Σημ.** Ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος δὲν ἀλλάσσει, ἂν μὲ τὸν ἴδιο ἀριθμὸ πολλαπλασιάσωμε καὶ τοὺς δύο ὄρους τοῦ ἢ διαιρέσωμε αὐτοὺς (ἂν διαιροῦνται).

5) Νὰ κάνῃς τὰ κλάσματα  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{7}{9}$ ,  $\frac{5}{12}$ ,  $\frac{4}{15}$  μεγαλύτερα 3 φορές καὶ μὲ τοὺς δύο τρόπους.

6) Νὰ κάνῃς τὰ κλάσματα  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{7}{8}$ ,  $\frac{9}{10}$  μεγαλύτερα 2, 3, 4, 5 φορές μὲ ὅποιο τρόπο μπορεῖς.

7) Νὰ κάνῃς τὰ κλάσματα  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{6}{7}$ ,  $\frac{8}{9}$  μικρότερα 2 φορές καὶ μὲ τοὺς δύο τρόπους.

8) Νὰ κάνῃς τὰ κλάσματα  $\frac{4}{9}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{7}{8}$  μικρότερα 2, 3, 4 φορές μὲ ὅποιον τρόπο μπορεῖς.

## ΟΜΩΝΥΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

### Πρόσθεσις.

**A' Ομάδα.** 1) 2 πέμπτα και 4 πέμπτα πόσα πέμπτα είναι ;

Γράψε αυτά με κλάσματα.  $\left(\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{2+4}{5} = \frac{6}{5}\right)$

2) 2 ὄγδοα και 3 ὄγδοα και 4 ὄγδοα πόσα ὄγδοα είναι ;

Γράψε αυτά με κλάσματα.

Πῶς προσθέτομε τὰ ὁμώνυμα κλάσματα ;

3) Πρόσθεσε

α)  $\frac{3}{4} + \frac{1}{4}, \frac{5}{8} + \frac{7}{8}, \frac{5}{6} + \frac{4}{6}, \frac{7}{10} + \frac{9}{10}$

β)  $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5}, \frac{7}{12} + \frac{6}{12} + \frac{9}{12}, \frac{3}{20} + \frac{8}{20} + \frac{9}{20} + \frac{17}{20}$

4) Ὁ Νίκος ἔδωσε εἰς ἕνα πτωχὸ  $\frac{5}{10}$  τοῦ δεκαδράχμου, εἰς ἄλλον ἔδωσε  $\frac{4}{10}$  τοῦ δεκαδράχμου και εἰς ἄλλον  $\frac{3}{10}$  τοῦ δεκαδράχμου. Πόσα δέκατα τοῦ δεκαδράχμου ἔδωσε και εἰς τοὺς τρεῖς ;

**B' ομάδα** (μικτοὶ με κλάσματα ὁμώνυμα). 1) Ἡ Κατίνα ἀγόρασε  $4\frac{1}{5}$  τοῦ μέτρου δαντέλλα. Πόση δαντέλλα θὰ ἔχη, ἂν ἀγοράση ἀκόμη  $\frac{3}{5}$  τοῦ μέτρου ;  $2\frac{2}{5}$  τοῦ μέτρου ;

Σημ.  $4 \frac{1}{5} + \frac{3}{5} = 4 \frac{4}{5}$ . Καί  $4 \frac{1}{5} + 2 \frac{2}{5} = 6 \frac{3}{5}$  μ.

Πώς προσθέτομε μικτούς αριθμούς :

2) Πρόσθεση

α)  $3 \frac{1}{4} + \frac{2}{4}$ ,  $8 \frac{4}{5} + \frac{3}{5}$ ,  $5 \frac{3}{8} + \frac{5}{8}$ ,  $9 \frac{8}{10} + \frac{3}{10}$

β)  $7 \frac{3}{8} + 3 \frac{3}{8}$ ,  $3 \frac{4}{5} + 6 \frac{3}{5}$ ,  $8 \frac{1}{2} + 3 \frac{1}{2}$ ,  $5 \frac{11}{20} + 8 \frac{7}{20}$

γ)  $4 \frac{3}{8} + 5 \frac{5}{8} + 6 \frac{7}{8}$ ,  $3 \frac{7}{12} + 8 \frac{9}{12} + 2 \frac{5}{12} + 4 \frac{1}{12}$

3) Ένας αγόρασε έλαιον  $4 \frac{7}{8}$  τής όκάς, έπειτα αγόρασε  $2 \frac{5}{8}$  τής όκάς και έπειτα  $\frac{6}{8}$  τής όκάς. Πόσο έλαιον αγόρασε τó όλον :

### Αφαιρέσεις.

Α' ομάδα. 1) 3 όγδοα από 5 όγδοα πόσα όγδοα μένουν :

Γράψε αυτά με κλάσματα  $\left( \frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5-3}{8} = \frac{2}{8} \right)$

Πώς αφαιρούμε όμώνυμα κλάσματα :

2) Αφαίρεση

α)  $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$ ,  $\frac{4}{5} - \frac{2}{5}$ ,  $\frac{7}{8} - \frac{5}{8}$ ,  $\frac{9}{10} - \frac{3}{10}$

β)  $\frac{15}{20} - \frac{7}{20}$ ,  $\frac{11}{12} - \frac{6}{12}$ ,  $\frac{17}{20} - \frac{12}{20}$ ,  $\frac{35}{50} - \frac{18}{50}$

3) Η Έλλη είχε  $\frac{7}{8}$  τής πήχης κορδέλλα και έκοψε

διά την κούκλα της  $\frac{3}{8}$  της πήχης. Πόση κορδέλλα της έμεινε;

**Β' ομάδα** (μικτοί με κλάσματα ομώνυμα). 1) 'Ο Γιαννάκης έχει  $8\frac{3}{4}$  είκοσάδραχμα. Πόσα θά τοῦ μείνουν ἂν δώση εἰς μία πτωχὴ  $\frac{2}{4}$  τοῦ είκοσαδράχμου;  $2\frac{1}{4}$  τοῦ είκοσαδράχμου;

$$\text{Σημ. } 8\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = 8\frac{1}{4}. \text{ Καί } 8\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4} = 6\frac{2}{4}.$$

Πῶς ἀφαιροῦμε μικτούς ἀριθμούς:

2) 'Αφαίρεσε,

$$\alpha') 5\frac{4}{5} - \frac{1}{5}, 7\frac{3}{4} - \frac{2}{4}, 6\frac{7}{8} - \frac{3}{8}, 4\frac{5}{6} - \frac{3}{6}$$

$$\beta') 8\frac{9}{10} - 3\frac{5}{10}, 6\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}, 9\frac{7}{12} - 4\frac{5}{12}, 7\frac{15}{20} - 2\frac{9}{20}$$

3) Μία οἰκογένεια ἔχει βούτυρο  $6\frac{5}{8}$  τῆς ὄκας. Πόσο βούτυρο θά μείνη, ἂν ἐσοδέψη  $2\frac{3}{8}$  τῆς ὄκας;  $4\frac{1}{8}$  τῆς ὄκας.

**Γ' ομάδα**, (κλάσμα ἢ μικτός ἀπό ἀκέραιον). 1) 'Η Μαρία ἔχει 6 πήχες κορδέλλα. Πόση κορδέλλα θά μείνη, ἂν δώση εἰς μία φίλη τῆς  $\frac{7}{8}$  τῆς πήχης;  $2\frac{3}{8}$  τῆς πήχης:

$$\text{Σημ. } 6 - \frac{7}{8} = 5\frac{8}{8} - \frac{7}{8} = 5\frac{1}{8} \text{ τῆς πήχης}$$

$$6 - 2\frac{3}{8} = 5\frac{8}{8} - 2\frac{3}{8} = 3\frac{5}{8} \text{ τῆς πήχης.}$$

2) Αφαίρεση

α')  $5 - \frac{1}{2}$ ,  $3 - \frac{3}{4}$ ,  $7 - \frac{3}{5}$ ,  $8 - \frac{1}{6}$ ,  $7 - \frac{3}{10}$

β')  $9 - 4\frac{1}{2}$ ,  $6 - 2\frac{4}{5}$ ,  $18 - 7\frac{1}{8}$ ,  $20 - 12\frac{3}{4}$ .

Τὰ παρακάτω προβλήματα νὰ λυθοῦν πρώτα ἀπὸ μνήμης.

3) Ἡ Καίτη ἔχει 1 μέτρο δαντέλλα. Πόση δαντέλλα θὰ τῆς μείνῃ, ἂν δώσῃ  $\frac{2}{5}$  τοῦ μέτρου;  $\frac{3}{10}$  τοῦ μέτρου;

4) Ἀπὸ ἓνα χωράφι ἐπωλήθησαν τὰ  $\frac{5}{8}$  αὐτοῦ. Πόσο ἔμεινε;

5) Τί μένει ἀπὸ 1 ὀκά ελαίου, ἂν δώσωμε τὸ  $\frac{1}{4}$  τῆς ὀκάς; τὸ  $\frac{1}{8}$ , τὸ  $\frac{1}{5}$ , τὰ  $\frac{3}{4}$ , τὰ  $\frac{7}{8}$  τῆς ὀκάς;

6) Πόσες δραχμὲς μένουσιν ἀπὸ ἓνα εἰκοσάδραχμο, ἂν δώσωμε  $7\frac{1}{2}$  τῆς δραχμῆς;  $12\frac{3}{4}$ ,  $12\frac{7}{10}$  τῆς δραχμῆς;

7) Ἐνα τόπι πανί εἶναι 50 πῆχες. Πόσο πανί θὰ μείνῃ, ἂν κόψωμε  $9\frac{1}{2}$  πῆχες;  $16\frac{3}{4}$  πῆχες,  $18\frac{5}{8}$  πῆχες;

**Δ' ὁμάδα.** (κλάσμα ἢ μικτὸς ἀπὸ μικτόν. Ἄλλὰ τὸ κλάσμα τοῦ ἀφαιρετέου εἶναι μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ κλάσμα τοῦ μειωτέου).

1) Ἐνα ὕφασμα εἶναι  $7\frac{1}{4}$  μέτρα. Πόσο θὰ μείνῃ, ἂν κόψωμε  $\frac{3}{4}$  τοῦ μέτρου;  $3\frac{2}{4}$  μέτρα;

$$\text{Σημ. } 7 \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 6 \frac{4}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 6 \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = 6 \frac{2}{4} \text{ μ.}$$

2) Ἀφαίρεσε

$$\alpha') 3 \frac{2}{5} - \frac{4}{5}, 7 \frac{1}{3} - \frac{2}{3}, 9 \frac{1}{6} - \frac{5}{6}, 8 \frac{3}{8} - \frac{7}{8}$$

$$\beta') 8 \frac{3}{10} - 4 \frac{9}{10}, 9 \frac{1}{4} - 5 \frac{3}{4}, 15 \frac{3}{8} - 9 \frac{7}{8}, 9 \frac{8}{12} - 3 \frac{11}{12}$$

3) Ἐνας ἔχει βούτυρο  $9 \frac{3}{8}$  ὀκάδες. Πόσο θὰ μείνη, ἀνπουλήσῃ  $\frac{5}{8}$  τῆς ὀκάς;  $1 \frac{6}{8}$  τῆς ὀκάς;  $2 \frac{7}{8}$  τῆς ὀκάς;

### Πολλαπλασιασμός κλάσματος με ἀκέραιον.

1) Τὸ δράμι ἑνὸς πράγματος ἔχει  $\frac{3}{10}$  τῆς δραχμῆς. Πόσο ἔχουν 2 δράμια;

Σημ. Τὰ 2 δράμια ἔχουν 2 φορές τὰ  $\frac{3}{10}$  τῆς δραχμῆς  $\frac{3}{10} + \frac{3}{10}$  ἢ  $\frac{3}{10} \times 2$ . Ἐχομε μάθει, ὅτι τὸ κλάσμα πολλαπλασιάζεται, ἂν πολλαπλασιάσωμε τὸν ἀριθμητὴν τοῦ ἢ διαιρέσωμε τὸν παρανομαστήν τοῦ (ἂν διαιρητῆι). Ἔτσι

$$\frac{3}{10} \times 2 = \frac{3 \times 2}{10} = \frac{6}{10} \text{ τῆς δραχμῆς (60 λ.)}$$

$$\text{ἢ } \frac{3}{10} \times 2 = \frac{3}{10:2} = \frac{3}{5} \text{ τῆς δραχμῆς (60 λ.)}$$

Ὡστε πῶς πολλαπλασιάζομε κλάσμα με ἀκέραιον;

2) Πολλαπλασίασε καὶ με τοὺς δύο τρόπους.

$$\alpha') \frac{3}{8} \times 4, \frac{2}{9} \times 3, \frac{5}{8} \times 2, \frac{4}{5} \times 5$$

$$\beta) \frac{3}{12} \times 4, \frac{8}{15} \times 5, \frac{9}{16} \times 8, \frac{7}{12} \times 6$$

$$\gamma) \frac{1}{8} \times 8, \frac{1}{24} \times 6, \frac{1}{10} \times 5, \frac{1}{20} \times 4.$$

3) Με ένα είκοσάδραχμο αγοράζουμε από ένα πράγμα  $\frac{3}{8}$  της όκας. Πόσο αγοράζουμε με 3 είκοσάδραχμα ; με 7 είκοσάδραχμα ;

4) Μία κόρη πλέκει εις μία ημέρα  $\frac{3}{4}$  της πήχης δαντέλλα. Πόση θά πλέξη εις 3 ημέρες ; εις 5 ημέρες ;

### Διαίρεσις ἀκεραίου ἢ κλάσματος με ἀκέραιον

α') Μερισμὸς ἀκεραίου με ἀκέραιον δίδων ὡς πηλίκον κλάσμα.

1) Θέλω νὰ μοιράσω ἐξ ἴσου 3 μῆλα εις 4 παιδιά. Πόσο θὰ δώσω στὸ καθένα ;

Σημ. Ἐχομε 3 μ. : 4. Ἀπὸ τὸ καθένα μῆλο θὰ δώσω τὸ  $\frac{1}{4}$ , θὰ δώσω λοιπὸν  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$  τοῦ μῆλου.

Ὡστε εἶναι  $3 : 4 = \frac{3}{4}$ . Βλέπομε ὅτι τὸ κλάσμα  $\frac{3}{4}$

εἶναι πηλίκον τοῦ ἀριθμοῦ 3 διὰ τοῦ παρονομαστοῦ 4.

2) Θέλω νὰ μοιράσω ἐξ ἴσου 2, 3, 4 είκοσάδραχμα εις 5 πτωχοὺς. Ποῖο κλάσμα θὰ φανερώνη τὸ μερίδιον τοῦ καθενός ;

3) Γράψε με κλάσμα τὸ πηλίκον τῶν διαιρέσεων 2 : 3, 5 : 8, 7 : 2, 12 : 5.

4) Γράψε με διαίρεσι τὰ κλάσματα  $\frac{7}{8}, \frac{4}{5}, \frac{9}{2}, \frac{17}{3}$ .

**β) Μερισιμὸς κλάσματος με ἀκέραιον.**

1) 2 λεμόνια ἔχουν  $\frac{4}{5}$  τοῦ δεκαδράχμου. Πόσο ἔχει τὸ καθένα ;

**Σημ.** Θὰ κἀνωμε διαίρεσι  $\frac{4}{5} : 2$ . Ἔχομε μάθει, ὅτι τὸ κλάσμα διαιρεῖται, ἂν διαιρέσωμε τὸν ἀριθμητὴ του ἢ πολλαπλασιάσωμε τὸν παρονομαστή του. Ἔτσι

$$\frac{4}{5} : 2 = \frac{4 : 2}{5} = \frac{2}{5} \text{ τοῦ δεκαδρ. (4 δρ.)}$$

$$\text{Ἡ } \frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{5 \times 2} = \frac{4}{10} \text{ τοῦ δεκαδρ. (4 δρ.)}$$

Ἄρα πῶς διαιροῦμε κλάσμα με ἀκέραιον ;

2) Διαίρεσε καὶ με τοὺς δύο τρόπους

$$\alpha') \frac{4}{5} : 2, \frac{3}{5} : 3, \frac{8}{9} : 4, \frac{9}{12} : 9$$

$$\beta') \frac{15}{20} : 5, \frac{12}{15} : 6, \frac{16}{20} : 8, \frac{45}{50} : 9.$$

3) Μία γυναῖκα εἰς 3 ὥρες ὑφαίνει  $\frac{5}{8}$  τῆς πήχης ἀπὸ ἓνα ὕφασμα. Πόσο ὑφαίνει εἰς μία ὥρα ;

4) Μία λάμπα εἰς 6 ὥρες καίει πετρέλαιο  $\frac{2}{5}$  τῆς ὀκάς. Πόσο καίει εἰς μία ὥρα ;

**Διαίρεσις κλάσματος με κλάσμα ὁμώνυμο.**  
(Μέτρησις)

1) Με  $\frac{2}{10}$  τῆς δραχμῆς ἀγοράζομε ἀπὸ ἓνα πρᾶγμα 1 δράμι. Πόσα δράμια ἀγοράζομε με  $\frac{8}{10}$  τῆς δραχμῆς ;

**Σημ.** Ὅσες φορές ἔχομε τὰ  $\frac{2}{10}$  τῆς δραχμῆς, τόσα δράμια ἀγοράζομε, θὰ ἴδωμε πόσες φορές τὰ 2 δέκατα χωροῦν στὰ 8 δέκατα ἢ ὁ 2 στὸ 8,  $\frac{8}{10} : \frac{2}{10} = 8 : 2 = 4$ . Θὰ ἀγοδάσωμε λοιπὸν 4 δράμια.

Πῶς διαιροῦμε κλάσματα ὁμώνυμα :

2) Διάφρασε

$$\alpha') \frac{4}{5} : \frac{2}{5}, \frac{3}{4} : \frac{1}{4}, \frac{6}{8} : \frac{2}{8}, \frac{9}{10} : \frac{3}{10}$$

$$\beta') \frac{18}{24} : \frac{6}{24}, \frac{12}{15} : \frac{6}{15}, \frac{15}{20} : \frac{5}{20}, \frac{36}{50} : \frac{9}{50}$$

3) Ἡ Μαρίκα εἰς 1 ὥρα πλέκει  $\frac{2}{8}$  τῆς πήχης δαντέλλα. Εἰς πόσες ὥρες θὰ πλέξῃ  $\frac{6}{8}$  τῆς πήχης :

4) Μὲ  $\frac{3}{20}$  τοῦ εἰκοσαδράχμιου ἀγοράζομε 1 λεμόνι. Πόσα λεμόνια ἀγοράζομε μὲ  $\frac{12}{20}$ , μὲ  $\frac{18}{20}$  τοῦ εἰκοσαδράχμου :

### Τροπὴ ἀκεραίου ἀριθμοῦ εἰς κλάσμα.

1) Πόσα τέταρτα εἶναι ἓνα μῆλο ; Καὶ πόσα 3 μῆλα ;

**Σημ.** Τὸ 1 μῆλο εἶναι  $\frac{4}{4}$ , τὰ 3 μῆλα εἶναι 3 φορές τὰ  $\frac{4}{4}$ . Εἶναι  $3 = \frac{4}{4} \times 3 = \frac{4 \times 3}{4} = \frac{12}{4}$

Πῶς τρέπομε ἀκέραιον εἰς κλάσμα, τοῦ ὁποῦ εἶχομε τὸν παρονομαστήν :

2) Πόσα δεύτερα καὶ πόσα πέμπτα τῆς δραχμῆς εἶναι 3 δραχμές ; 5 δραχμές ; 7 δραχμές ;

Κ. Ξ. Παπανικητοπούλου. Προβλ. διὰ τὴν Ε' τάξιν Δημ. Ἐκδ. ΣΤ' 2

3) Πόσα ὄγδα (ρούπια) τῆς πήχης εἶναι 2 πήχες ;  
5 πήχες ; 9 πήχες ;

4) Νά τραπεῦν 2 ὀκάδες εἰς τέταρτα, εἰς πέμπτα, εἰς ὄγδα, εἰς τετρακοσιοστά.

5) Νά εὔρεθῆ κλάσμα, πού νά εἶναι ἴσο μέ τό 3 καί νά ἔχη παρονομαστή 4, 8, 15, 20.

### Τροπή μικτοῦ εἰς κλάσμα

1) Πόσα τέταρτα τοῦ μήλου εἶναι  $2\frac{3}{4}$  τοῦ μήλου :

Σημ. Τό 1 μήλο εἶναι  $\frac{4}{4}$ , τὰ 2 μήλά εἶναι  $\frac{4}{4} \times 2 = \frac{8}{4}$  καί  $\frac{3}{4}$  πού ἔχει ὁ μικτός κάνουν  $\frac{11}{4}$ . Εἶναι  $2\frac{3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$  τοῦ μήλου.

Πῶς τρέπομε συντόμως μικτόν εἰς κλάσμα :

2) Πόσα πέμπτα τῆς δραχμῆς εἶναι  $4\frac{2}{5}$  δραχμές ;

$6\frac{4}{5}$  δραχμές ;  $9\frac{3}{5}$  δραχμές ;

3) Πόσα ὄγδα τῆς ὀκάς εἶναι  $2\frac{3}{8}$  ὀκάδες ;  $6\frac{5}{8}$  ὀκάδες ;  $7\frac{7}{8}$  ὀκάδες ;

4) Τρέψε εἰς κλάσματα τοὺς μικτοὺς

α)  $1\frac{1}{2}$ ,  $2\frac{3}{4}$ ,  $4\frac{2}{3}$ ,  $5\frac{5}{8}$ ,  $6\frac{2}{3}$ ,  $7\frac{3}{4}$

β)  $4\frac{5}{12}$ ,  $5\frac{7}{15}$ ,  $8\frac{1}{16}$ ,  $6\frac{5}{20}$ ,  $5\frac{12}{25}$ ,  $2\frac{1}{30}$

### Τροπή κλάσματος εις άκεραίων ή μικτόν.

(Έξαγωγή τών άκεραίων μονάδων)

1) Πόσα άκεραία (όλόκληρα) μήλα είναι  $\frac{8}{4}$  του μήλου; Και πόσα  $\frac{9}{2}$  του μήλου; αλλά  $\frac{8}{4}$  σημαίνει 2 μήλα.

Σημ. Τα  $\frac{4}{4}$  του μήλου είναι 1 μήλο. Όσες φορές τα 4 τέταρτα χωρούν στα 8 τέταρτα ή ό 4 ότ ό 8, τόσα μήλα είναι  $\frac{8}{4} : \frac{4}{4} = 8 : 4 = 2$  μήλα. Και  $\frac{9}{2} = 9 : 2 = 4 \frac{1}{2}$  του μήλου.

Πώς εύρίσκομε τās άκεραίας μονάδας του κλάσματος, όταν είναι μεγαλύτερο από την άκεραία μονάδα;

2) Πόσες όκάδες είναι τα  $\frac{12}{3}, \frac{20}{4}, \frac{36}{9}$  της όκάς;

3) Πόσες πήχες και πόσα ογδοα της πήχης είναι τα  $\frac{18}{8}, \frac{39}{8}, \frac{35}{8}, \frac{46}{5}$  της πήχης;

4) Πόσες άκεραίες μονάδες έχουν τα κλάσματα

$$\frac{4}{2}, \frac{12}{3}, \frac{20}{4}, \frac{15}{5}, \frac{36}{6}, \frac{28}{7}, \frac{72}{8}, \frac{63}{9}$$

5) Πόσες άκεραίες μονάδες και πόσες κλασματικές έχουν τα κλάσματα

$$\frac{9}{2}, \frac{17}{3}, \frac{35}{4}, \frac{37}{5}, \frac{45}{6}, \frac{65}{7}, \frac{79}{8}, \frac{80}{9}, \frac{165}{25}$$

### Τροπή κλάσματος εις άλλο ισοδύναμο και να ἔχη μεγαλυτέρους ὄρους.

1) Γράψε ἓνα κλάσμα και πολλαπλασίασε τούς δύο ὄρους του με 2. Τι ἔπαθε ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος ;

2) Γράψε ἓνα κλάσμα και να ἔχη τήν ἴδια ἀξία με τὸ κλάσμα  $\frac{3}{4}$ , ἀλλά παρονομαστή να ἔχη 8.

**Σημ.** Πολλαπλασιάζομε τούς ὄρους τοῦ κλάσματος  $\frac{3}{4}$ , με τὸ πηλίκον  $8 : 4 = 2$ ,  $\frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$ .

3) Γράψε δύο κλάσματα, τὰ ὁποῖα να εἶναι ισοδύναμα με τὸ κλάσμα  $\frac{2}{3}$  (να ἔχουν τήν ἴδια ἀξία με αὐτό), ἀλλά τὸ ἓνα να ἔχη παρονομαστή 6 και τὸ ἄλλο 15.

4) Τρέψε τὰ κλάσματα  $\frac{2}{3}$  και  $\frac{3}{5}$  εις ἄλλα ισοδύναμα και να ἔχουν τὸν ἴδιο παρονομαστή 30.

5) Γράψε δύο κλάσματα, τὰ ὁποῖα να εἶναι ἴσα με τὸ κλάσμα  $\frac{3}{8}$ , ἀλλά τὸ να ἔνα ἔχη ἀριθμητὴ 9 και τὸ ἄλλο 12.

6) Γράψε τούς ἀριθμητὰς εις τὰ κλάσματα

$$\frac{2}{3} = \frac{\cdot}{6}, \quad \frac{1}{2} = \frac{\cdot}{8}, \quad \frac{3}{4} = \frac{\cdot}{12}, \quad \frac{4}{5} = \frac{\cdot}{20}$$

7) Γράψε τούς παρονομαστὰς εις τὰ κλάσματα

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{\cdot}, \quad \frac{3}{8} = \frac{9}{\cdot}, \quad \frac{1}{4} = \frac{5}{\cdot}, \quad \frac{5}{6} = \frac{35}{\cdot}$$

**Ἀπλοποίησης κλάσματος** (ἦτοι τροπὴ κλάσματος εις ἄλλο ισοδύναμο και να ἔχη μικροτέρους ὄρους).

**Α' ομάδα** 1) Πότε ἓνας ἀριθμὸς διαιρεῖται ἀκριβῶς με 2 ; με 5 ; με 10 ; με 100 ; με 3 ; με 9 ;

2) Νά εὑρῆς ὄλους τοὺς ἀριθμούς, ποὺ διαιροῦν ἀκριβῶς τὸν 6, τὸν 8, τὸν 12, τὸν 15, τὸν 20, τὸν 24, τὸν 60.

3) Νά εὑρῆς ὄλους τοὺς ἀριθμούς, ποὺ διαιροῦν ἀκριβῶς καὶ τοὺς δύο ὄρους τῶν κλάσμάτων

$$\frac{3}{9}, \frac{4}{8}, \frac{6}{12}, \frac{16}{24}, \frac{12}{36}, \frac{36}{60}, \frac{40}{120}$$

**Β' ομάδα.** 1) Διαίρεσα καὶ τοὺς δύο ὄρους ἑνὸς κλάσματος μὲ 2. Τί ἔπαθε ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος;

2) Τρέψε τὸ κλάσμα  $\frac{6}{8}$  εἰς ἄλλο ἰσοδύναμο καὶ νά ἔχη ὄρους μικροτέρους. Ἀπλοποιήσε το.

3) Ἀπλοποίησε τὰ κλάσματα

$$\frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12}, \frac{7}{14}, \frac{8}{16}, \frac{9}{18}$$

4) Ἀπλοποίησε τὰ κατωτέρω κλάσματα, ὅσο μπορεῖς.

$$\frac{8}{12}, \frac{16}{48}, \frac{15}{60}, \frac{18}{24}, \frac{24}{64}, \frac{75}{100}, \frac{320}{480}, \frac{72}{108}$$

### Εὑρεσις τοῦ ἐλαχίστου κοινοῦ πολλαπλασίου.

Ποῖος εἶναι ὁ μικρότερος ἀριθμὸς (τὸ ἐλάχιστο κοινὸ πολλαπλάσιο) ποὺ τὸν διαιροῦν ἀκριβῶς οἱ ἀριθμοὶ

2 καὶ 6	4 καὶ 6	2, 3 καὶ 4
3 καὶ 9	3 καὶ 4	3, 4, καὶ 8
4 καὶ 8	2, 3 καὶ 6	2, 4, 5 καὶ 10
5 καὶ 20	3, 4 καὶ 12	2, 8, 6 καὶ 4.

## ΕΤΕΡΩΝΥΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

### Τρόπη ετερώνυμων κλάσμάτων εις ὁμώνυμα.

**Α' ομάδα.** 1) Νὰ τρέψῃς εἰς ὁμώνυμα τὰ κλάσματα

$$\frac{2}{3} \text{ καὶ } \frac{5}{6}$$

**Σημ.** Διὰ νὰ τρέψωμε δύο ἑτερώνυμα κλάσματα εἰς ὁμώνυμα, πολλαπλασιάζομε τοὺς ὄρους τοῦ καθενὸς κλάσματος μὲ τὸν παρονομαστή τοῦ ἄλλου. Ἐστὶ

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6} \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \times 1}{6 \times 1} = \frac{5}{6}$$

**Σημ.** Ἄλλος τρόπος. Διαιροῦμε τὸ ελάχιστό κοινὸ πολλαπλάσιον τῶν παρονομασῶν μὲ τὸν παρονομαστή τοῦ καθενὸς κλάσματος καὶ μὲ τὸ πηλίκον πολλαπλασιάζομε τοὺς ὄρους τοῦ ἀντιστοίχου κλάσματος.

Ἐδῶ τὸ ελάχιστὸ κοινὸν τῶν παρονομασῶν εἶναι ὁ 6 (εἶναι  $6 : 3 = 2$  καὶ  $6 : 6 = 1$ ).

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6} \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \times 1}{6 \times 1} = \frac{5}{6}$$

2) Νὰ τρέψῃς εἰς ὁμώνυμα καὶ μὲ τοὺς δύο τρόπους τὰ κλάσματα.

α)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{6}, \frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{7}{12}, \frac{1}{4}$

β)  $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{5}{6}, \frac{3}{8}, \frac{3}{8}, \frac{7}{10}, \frac{4}{10}, \frac{9}{15}, \frac{5}{12}$

**Β' ομάδα.** 1) Νὰ τρέψῃς εἰς ὁμώνυμα τὰ κλάσματα

$$\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$$

Σημ. Διὰ νὰ τρέψωμε τρία ἢ περισσότερα ἕτερώ-  
 νυμα κλάσματα εἰς ὁμώνυμα, πολλαπλασιάζομε τοὺς  
 ἄρους τοῦ καθενὸς κλάσματος μετὰ τὸ γινόμενον ὅλων  
 τῶν ἄλλων παρονομαστῶν. Ἐπομένως κτλ ὅτι ὅλα (4)

$$\frac{8}{2} \cdot \frac{12}{2} \cdot \frac{6}{2} = \frac{2 \times 8}{2} \cdot \frac{1 \times 12}{2} \cdot \frac{3 \times 6}{2} = \frac{16}{24} \cdot \frac{12}{24} \cdot \frac{18}{24}$$

Ἄλλος τρόπος. Μετὰ τὸ ἐλάχιστὸν κοινὸν παρονομα-  
 στῶν ποῦ εἶναι ὁ 12 (εἶναι  $12 : 3 = 4$ ,  $12 : 2 = 6$  καὶ  $12 : 4 = 3$ ).

$$\frac{4}{2} \cdot \frac{6}{2} \cdot \frac{3}{3} = \frac{2 \times 4}{2} \cdot \frac{1 \times 6}{2} \cdot \frac{3 \times 3}{3} = \frac{8}{12} \cdot \frac{6}{12} \cdot \frac{9}{12}$$

2) Νὰ κάνης ὁμώνυμα καὶ μετὰ τοὺς δύο τρόπους τὰ  
 κλάσματα

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{3}{12} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{15}$$

$$\gamma) \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{10} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\delta) \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{4}{15} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$$

Γ' ἑμάδα. 1) Ἀπὸ τὰ κλάσματα  $\frac{5}{9}$  καὶ  $\frac{4}{8}$  ποῖο εἶναι  
 τὸ μεγαλύτερο;

Σημ. Τρέπομε πρώτα αὐτὰ εἰς ὁμώνυμα.

2) Ἀπὸ τὰ κλάσματα  $\frac{3}{4}$  καὶ  $\frac{2}{5}$  ποῖο εἶναι τὸ με-  
 λύτερο καὶ ποῖο τὸ μικρότερο;

3) Κατάταξε τὰ κλάσματα  $\frac{1}{2}$   $\frac{3}{4}$   $\frac{2}{3}$   $\frac{7}{12}$  με τὴν ἀξία τους καὶ νὰ ἀρχίσῃς ἀπὸ τὸ μικρότερο.

4) Ἀπὸ τὰ κλάσματα  $\frac{5}{6}$  καὶ  $\frac{5}{8}$  (χωρὶς νὰ γίνουν ὁμώνυμα) ποῖο εἶναι τὸ μεγαλύτερο ; Καὶ διατί ;

5) Κατάταξε τὰ κλάσματα  $\frac{3}{5}$   $\frac{3}{8}$   $\frac{3}{4}$   $\frac{3}{7}$   $\frac{3}{10}$  με τὴν ἀξία τους καὶ νὰ ἀρχίσῃς ἀπὸ τὸ μικρότερο.

### Πρόσθεσις ἑτερονόμερων κλασμάτων.

**Α' ομάδα.** 1) Ἐνας ἀγόρασε καφὲ τὴν πρώτη φορά  $\frac{4}{5}$  τῆς ὁκάς καὶ τὴ δεύτερη φορά  $\frac{3}{8}$  τῆς ὁκάς. Πόσο καφὲ ἀγόρασε :

**Σημ.** Ὅπως δὲν μπορούμε νὰ προσθέσωμε 4 μῆλα καὶ 3 καρύδια, ἔτσι δὲν μπορούμε νὰ προσθέσωμε 4 πέμπτα καὶ 3 ὄγδοα. Πρέπει πρῶτα νὰ τρέψωμε τὰ ἑτερόνυμα κλάσματα εἰς ὁμώνυμα καὶ ὕστερα νὰ προσθέσωμε.

$$\frac{4}{5} + \frac{3}{8} = \frac{32}{40} + \frac{15}{40} = \frac{47}{40} = 1\frac{7}{40} \text{ ὁκ.}$$

Πρόσθεσε

2) α')  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5} + \frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{8} + \frac{3}{5}$

β')  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{3} + \frac{5}{6}$ ,  $\frac{2}{3} + \frac{5}{9}$ ,  $\frac{7}{12} + \frac{3}{4}$

γ')  $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$ ,  $\frac{1}{6} + \frac{3}{8}$ ,  $\frac{7}{10} + \frac{5}{8}$ ,  $\frac{3}{4} + \frac{5}{9}$

3) α')  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8}$ ,  $\frac{2}{3} + \frac{1}{12} + \frac{3}{4}$

$$\beta') \frac{2}{5} + \frac{1}{4} + \frac{3}{20}, \quad \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{2}{3}, \quad \frac{5}{6} + \frac{3}{8} + \frac{1}{4}$$

$$\gamma') \frac{5}{8} + \frac{2}{5} + \frac{1}{2}, \quad \frac{4}{5} + \frac{3}{4} + \frac{3}{10}, \quad \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{1}{10}$$

$$4) \alpha') \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6}, \quad \frac{1}{4} + \frac{3}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$\beta') \frac{3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{7}{10} + \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12} + \frac{5}{6}$$

**Β' Ομάδα.** 1) Ἡ Καίτη ἀγόρασε  $\frac{3}{4}$  τοῦ μέτρου δαντέλλα καὶ ἡ Ἑλλη ἀγόρασε ἀπὸ τὴν ἴδια δαντέλλα  $\frac{4}{5}$  τοῦ μέτρου. Πόση δαντέλλα ἀγόρασαν μαζὶ;

2) Ἡ Σοφία ἀγόρασε γιὰ τὴν κούκλα τῆς κορδέλλα  $\frac{5}{8}$  τῆς πῆχης καὶ ἡ ἀδελφή τῆς ἀγόρασε  $\frac{1}{2}$  τῆς πῆχης περισσότερο. Πόση κορδέλλα ἀγόρασε ἡ ἀδελφή τῆς; Καὶ πόση μαζὶ;

3) Ὁ Πέτρος ἀγόρασε  $\frac{1}{4}$  τῆς ὀκάς μῆλα, ὁ Νίκος ἀγόρασε  $\frac{3}{8}$  τῆς ὀκάς, καὶ ὁ Γιώργος ἀγόρασε  $\frac{3}{5}$  τῆς ὀκάς. Ποῖος ἀγόρασε περισσότερα μῆλα; Ποῖος ὀλιγώτερα; Καὶ πόσα ἀγόρασαν μαζὶ;

### Ἀφαίσεις ἑτερονύμων κλασμάτων.

**Α' ομάδα.** 1) Ὁ Πέτρος εἶχε  $\frac{3}{4}$  τοῦ εἰκοσαδράχμου καὶ ἔδωσε εἰς ἓνα πτωχὸ  $\frac{2}{5}$  τοῦ εἰκοσαδράχμου. Πόσα τοῦ ἔμειναν;

Σημ.  $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{23}{20}$  τοῦ εἰκοσ.

Πῶς ἀφαιροῦμε ἑτερόνυμα κλάσματα  
Αφαίρεση

α)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

β)  $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$

γ)  $\frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{10}{15} - \frac{9}{15} = \frac{1}{15}$

**Β' ομάδα.** 1) Ὁ Βασιλάκης ἀγόρασε  $\frac{2}{5}$  τῆς ὀκάς

κάστανα καὶ ἔδωσε εἰς ἕνα φίλο του  $\frac{1}{8}$  τῆς ὀκάς. Πόσα τοῦ ἔμειναν!

2) Ἀπὸ  $\frac{4}{5}$  τοῦ μέτρου καρδάλλα πόση θά μείνη, ἂν κόψωμε  $\frac{1}{4}$  τοῦ μέτρου;  $\frac{3}{10}$  τοῦ μέτρου;  $\frac{1}{2}$  τοῦ μέτρου;

3) Ἀπὸ μισὴ ὀκά βούτυρο πόσο θά μείνη, ἂν δώσωμε  $\frac{1}{4}$  τῆς ὀκάς;  $\frac{2}{5}$  τῆς ὀκάς;  $\frac{3}{8}$  τῆς ὀκάς;

4) Μία μητέρα ἔδωσε ἀπὸ ἕνα γλύκισμα τὰ  $\frac{2}{5}$

στὸ ἕνα παιδί της καὶ τὸ  $\frac{1}{4}$  στὸ ἄλλο παιδί της. Εἰς ποῖο παιδί ἔδωσε περισσότερο;

**Πρόσθεσις μικτῶν** (μὲ κλάσματα ἑτερόνυμα)

**Α' ομάδα.** 1) Ὁ Παῦλος ἔχει  $4\frac{2}{5}$  εἰκοσάδραχμα.

Πόσα θρά ξη, αν του δώση ο πατέρας του  $2\frac{1}{2}$  είκοσά-  
δραχμα ;

Σημ.  $4\frac{2}{5} + 2\frac{1}{2} = 6\frac{9}{10}$  είκοσάδρ.  $\frac{8}{5} + \frac{1}{2} = \frac{17}{10}$  (α)  
 $\frac{8}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{4}{10} + \frac{5}{10} = \frac{9}{10}$   $1 + \frac{8}{10} = \frac{18}{10}$  (β)

2) Πρόσθεσε

α)  $1\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3} = 4\frac{5}{6}$  ;  $2\frac{1}{2} + 6\frac{4}{5} = 8\frac{13}{10}$  ;  $3\frac{1}{8} + 3\frac{3}{4} = 6\frac{7}{8}$  ;  
 β)  $6\frac{2}{4} + 7\frac{1}{5} = 13\frac{13}{20}$  ;  $5\frac{1}{4} + \frac{3}{5} = 5\frac{8}{20}$  ;  $3\frac{1}{5} + 9\frac{7}{8} = 12\frac{23}{40}$  ;  
 γ)  $5\frac{7}{8} + 9\frac{3}{4} = 14\frac{13}{8}$  ;  $6\frac{1}{3} + \frac{7}{10} = 6\frac{17}{30}$  ;  $5 + 7\frac{5}{8} = 12\frac{5}{8}$  ;

σταμμάτο ε ολλδ ότ ίσκ  $\frac{5}{8}$  ό ολλδ ότ σταμμάτο

3) Έμπορος επώλησε από ένα ύφασμα  $4\frac{1}{4}$  μέτρα,  
 ; σιφάρωχ σιγτ ότ ίσκ λαντζ σταμμάτο σοδΠ

ύστερα επώλησε από το ίδιο ύφασμα  $2\frac{4}{5}$  μέτρα. Πόσο  
 ύφασμα επώλησε ;  $\frac{8}{4} + \frac{8}{5} = 2\frac{20}{25} + 2\frac{8}{25} = 4\frac{28}{25}$

4) Ένας αγόρασε σιτάρι  $49\frac{4}{5}$  όκάδες, ύστερα αγό-  
 ρασε  $28\frac{1}{2}$  όκ. Πόσο σιτάρι αγόρασε ;

Β' ομάδα. 1) Μία οικογένεια εξώδεσε τον πρώτο  
 μήνα έλαιον  $2\frac{1}{4}$  όκάδες, τον δεύτερο μήνα  $3\frac{1}{2}$  όκά-  
 δες, και τον τρίτο μήνα  $3\frac{3}{8}$  όκ. Πόσο έλαιον εξώδεσε

σε τρεις μήνες ; σταμμάτο λκ άμ) νώτικμ ρισορίσοφ Α'  
 Σημ.  $2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{2} + 3\frac{3}{8} = 8 + 1\frac{7}{8} = 9\frac{7}{8}$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{5}{8} = \frac{6}{8} + \frac{4}{8} + \frac{5}{8} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

2). Πρόσθεσε

$$\alpha') 2\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4} + 4\frac{5}{8}, \quad 5\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + 6\frac{4}{5}$$

$$\beta') 3\frac{3}{4} + 1\frac{2}{3} + 2\frac{5}{12}, \quad 2\frac{1}{3} + 8\frac{5}{6} + 5\frac{3}{5}$$

$$\gamma') 6\frac{4}{5} + 5\frac{1}{2} + 4\frac{2}{3}, \quad \frac{1}{2} + 7\frac{3}{8} + 5\frac{9}{10} + 4$$

$$\delta') 2\frac{1}{2} + 3\frac{2}{3} + 3\frac{3}{4} + \frac{5}{8}, \quad 3\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} + 5\frac{4}{5} + 3\frac{5}{6}$$

3) Γεωργός έχει τρία χωράφια. Το ένα είναι  $7\frac{1}{2}$

στρέμματα, το άλλο  $6\frac{3}{4}$  και το άλλο 9 στρέμματα.

Πόσα στρέμματα είναι και τα τρία χωράφια ;

4) Παντοπώλης έπώλησε ζάχαρη τήν πρώτη φορά  $3\frac{2}{3}$  οκάδες, τήν δεύτερη φορά  $2\frac{3}{4}$  οκάδες και τήν τρίτη φορά  $1\frac{1}{2}$ . Πόση ζάχαρη έπώλησε ;

5) Μία γυναίκα είχε από ένα ύφασμα  $7\frac{5}{8}$  πήχες, ύστερα αγόρασε από το ίδιο ύφασμα  $5\frac{1}{2}$  πήχες και ύστερα  $1\frac{3}{4}$  πήχες. Πόσο ύφασμα έχει τώρα ;

**Άφαιρέσεις μιχτῶν** (μὲ κλάσματα έτερώνυμα)

**Α' ομάδα.** 1) Μία οικόγένεια είχε έλαιον  $8\frac{1}{2}$  οκά-

δες και εξώδεψε  $2\frac{2}{5}$  όκ. Πόσο έλαιον της έμεινε :

$$\text{Σημ. } 8\frac{1}{2} - 2\frac{2}{5} = 8\frac{5}{10} - 2\frac{4}{10} = 6\frac{1}{10} \text{ όκ.}$$

2) Αφαιρέσε

$$\alpha') 8\frac{1}{2} - 4\frac{3}{8}, \quad 8\frac{9}{10} - 6\frac{2}{5}, \quad 7\frac{5}{6} - 4\frac{2}{3}$$

$$\beta') 9\frac{3}{4} - 5\frac{1}{6}, \quad 6\frac{2}{5} - 4\frac{1}{4}, \quad 8\frac{2}{3} - 5\frac{1}{2}$$

$$\gamma') 7\frac{5}{8} - \frac{2}{5}, \quad 12\frac{4}{5} - \frac{3}{4}, \quad 20\frac{1}{2} - \frac{2}{9}$$

3) Δύο παιδιά έχουν μαζί  $6\frac{4}{5}$  εικοσάδραχμα, το ένα παιδί έχει  $3\frac{1}{2}$  εικοσάδραχμα. Πόσα έχει το άλλο :

4) Ένα δοχείο έχει έλαιον και ζυγίζει  $6\frac{4}{5}$  όκάδες, άδειο ζυγίζει  $1\frac{3}{4}$  της όκάς. Πόσο έλαιο έχει :

5) Η Μαρία θέλει νά αγοράση ένα βιβλίο, πού το πωλοῦν  $85\frac{1}{2}$  δραχμές, άλλ' έχει μόνον  $68\frac{2}{5}$  δρ. Πόσες δραχμές θέλει ακόμη :

**Β' ομάδα.** (Τό κλάσμα τοῦ αφαιρετέου είναι μεγαλύτερο από το κλάσμα τοῦ μειωτέου).

1) Η Γεωργία είχε κορδέλλα  $9\frac{1}{2}$  μέτρα και από αυτή έδωσε εις μία φίλη της  $2\frac{4}{5}$  μέτρα. Πόση κορδέλλα της έμεινε :



Σημ.  $9\frac{1}{2} - 2\frac{4}{5} = 9\frac{5}{10} - 2\frac{8}{10} = 8\frac{15}{10} - 2\frac{8}{10} = 8\frac{7}{10}$  πη.

2) Αφαίρεσέ

α')  $6\frac{1}{3} - 3\frac{1}{2}$ ,  $8\frac{3}{8} - 3\frac{5}{6}$ ,  $5\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4}$

β')  $9\frac{1}{4} - 5\frac{2}{3}$ ,  $6\frac{2}{5} - 1\frac{3}{4}$ ,  $7\frac{2}{9} - 4\frac{5}{6}$

γ')  $8\frac{3}{10} - \frac{2}{5}$ ,  $25\frac{1}{2} - \frac{4}{5}$ ,  $12\frac{2}{6} - \frac{2}{3}$

Ένας έμπορος είχε από ένα ύφασμα  $12\frac{3}{8}$  πηχες

και έκράτησε διά φόρεμα της κόρης του  $5\frac{1}{2}$  πηχες. Πόσο ύφασμα τοῦ έμεινε;

4) Ένας είχε μαζί του  $65\frac{1}{2}$  εικοσάδραχμα και έξέωδεδψε  $21\frac{4}{5}$  εικοσάδραχμα. Πόσα τοῦ έμειναν;

5) Η Κατίνα έχει δαντέλλα  $7\frac{1}{2}$  πηχες. Πόση δαντέλλα να δώση εις μία πτωχή κόρη, διά να της μείγουν  $5\frac{5}{8}$  πηχες;

### Σύνθετα προβλήματα.

1) Τρεις κληρονόμοι έμοίρασαν ένα χωράφι. Ο πρώτος έπηρε τὰ  $\frac{2}{5}$  αὐτοῦ, ὁ δεύτερος τὸ  $\frac{1}{4}$ , καὶ ὁ τρίτος τὸ ἄλλο. Πόσο μέρος ἀπὸ τὸ χωράφι έπήρασαν οἱ δύο πρώτοι μαζί; Καὶ πόσο ὁ τρίτος;

2) Μία μαθήτρια θέλει να πλέξη 5 πηχες δαντέλλα.

Τὴν πρώτη ἡμέρα ἔπλεξε  $\frac{3}{4}$  τῆς πῆχης, τὴν δεύτερη ἡμέρα  $\frac{4}{5}$  τῆς πῆχης, καὶ τὴν τρίτη ἡμέρα  $\frac{2}{3}$  τῆς πῆχης.

Πόση δαντέλλα ἔπλεξε ; Καὶ πόση θὰ πλέξη ἀκόμα ;

3) Μία οἰκογένεια ἀγόρασε ἔλαιον 12 ὀκάδες. Τὸν πρῶτο μῆνα ἐξώδεψε  $3\frac{4}{5}$  ὀκάδες, τὸν δεύτερο μῆνα

$4\frac{1}{2}$  ὀκάδες, καὶ τὸν τρίτο μῆνα τὸ ἄλλο. Πόσο ἔλαιον ἐξώδεψε τὸν τρίτο μῆνα ;

4) Ἐνας ἔμπορος εἶχε 45 πῆχες ἀπὸ ἓνα ὕφασμα καὶ ἐπώλησε τὴν πρώτη φορά 15 πῆχες, τὴν δεύτερη φορά  $7\frac{1}{2}$  πῆχες καὶ τὴν τρίτη φορά  $12\frac{1}{4}$  πῆχες. Πόσο ὕφασμα ἐπώλησε ; Καὶ πόσο τοῦ ἔμεινε ;

5) Γεωργὸς εἶχε 500 ὀκάδες σιτάρη. Ἀπ' αὐτὸ ἐπώλησε τὴν πρώτη φορά  $65\frac{1}{2}$  ὀκάδες, τὴν δεύτερη φορά  $56\frac{3}{4}$  ὀκ. καὶ τὴν τρίτη φορά  $120\frac{5}{8}$  ὀκ. Πόσο σιτάρη τοῦ ἔμεινε ;

6) Ἀπὸ ἓνα παντοπώλη ἀγόρασα καφέ, ζάχαρη καὶ βούτυρο. Ὁ καφὲς ἀξίζει  $165\frac{3}{4}$  δραχμῆς, ἡ ζάχαρη  $128\frac{2}{5}$  καὶ τὸ βούτυρο  $275\frac{1}{2}$  δρ. Πόσο ἀξίζουν ὅλα ; Καὶ πόσες δραχμῆς θὰ πάρω πίσω (ρέστα) ἀπὸ ἓνα χιλιοδραχμοῦ ;

7) Ἐνὰ παιδί ἐγεννήθη τὸ πρῶτὸ ὥρα  $4\frac{3}{4}$  καὶ ἀπέθανε τὸ βράδύ ὥρα  $9\frac{1}{2}$ . Πόσες ὥρες ἔζησε ;

## ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

### Α'. Πολλαπλασιασμός μικτού με ακέραιον

1) Διὰ νὰ κάνωμε ἓνα φόρεμα, θέλομε ἀπὸ ἓνα ὕφασμα  $6\frac{1}{4}$  πηχες. Πόσο ὕφασμα θέλομε διὰ 3 ὅμοια φορέματα;

$$\text{Σημ. } 6\frac{1}{4} \times 3 = \frac{25}{4} \times 3 = \frac{75}{4} = 18\frac{3}{4} \text{ πηχες.}$$

$$\text{Ἄλλος τρόπος } 6\frac{1}{4} \times 3 = 6 \times 3 + \frac{1 \times 3}{4} = 18\frac{3}{4} \text{ π.}$$

Πῶς πολλαπλασιάζομε μικτὸν με ἀκέραιον;

2) Πολλαπλασίωσε

$$\alpha') 1\frac{1}{2} \times 2 \qquad 2\frac{5}{6} \times 7 \qquad 6\frac{4}{5} \times 10$$

$$\beta') 3\frac{4}{5} \times 4 \qquad 7\frac{3}{4} \times 4 \qquad 9\frac{7}{20} \times 5$$

$$\gamma') 5\frac{2}{3} \times 6 \qquad 8\frac{5}{9} \times 6 \qquad 4\frac{5}{12} \times 6$$

3) Ἐνα λεμόνι ἔχει  $3\frac{3}{4}$  δραχμές. Πόσο ἔχουν ὅλες μόνια; 8 λεμόνια; 10 λεμόνια;

4) Ἐνα δράμι ἀπὸ ἓνα πρᾶγμα ἔχει  $2\frac{1}{5}$  δραχμές. Πόσο ἔχουν 3 δράμια; 12 δράμια; 30 δράμια;

5) Διὰ νὰ κάνωμε ἓνα σεντονόπανο, θέλομε  $3\frac{6}{8}$  πηχες. Πόσες πηχες θέλομε διὰ 2, διὰ 3, διὰ 5 σεντονόπανα;

## Β'. Πολλαπλασιασμός ἀνεραίου με κλάσμα

Α' ομάς. 1) Παντοπώλης πωλεί ἔλαιον με 280 δραχ-  
μές τὴν ὀκά. Πόσο ἀξίζει τὸ  $\frac{1}{4}$  τῆς ὀκάς; Πόσο τὸ 1  
δράμι;

Σημ. Τὸ τέταρτο τῆς ὀκάς (100 δράμια) ἀξίζει καὶ τὸ  
τέταρτο τῶν 280 δραχμῶν,  $\frac{280}{4}$   $280 : 4 = 70$  δραχμές.

Τὸ ἕνα δράμι ἀξίζει 100 φορές ὀλιγώτερο ἀπὸ τὶς 70  
δραχμές, ἤτοι 70 λεπτά (διότι εἶναι  $70 \text{ δραχ.} : 100 = 7000$   
λεπ. :  $100 = 70$  λεπτά). Βλέπομε ὅτι ὅσες δραχμές ἀξίζουν  
τὰ 100 δράμια, τόσα λεπτά ἀξίζει τὸ 1 δράμι.

2) Λογάριασε ἀπὸ μνήμης

α') Πόσες δραχμές ἀξίζουν τὰ 100 δράμια ἀπὸ ἕνα  
πρᾶγμα καὶ πόσο τὸ 1 δράμι, ὅταν ἡ ὀκά ἀξίζη 60 δραχ-  
μές; 140 δραχμές; 320 δραχμές; 240 δραχμές;

β') Μιὰ ὀκά κρέας πωλεῖται 360 δραχ. Πόσο ἀξι-  
ζουν τὰ 100 δράμια; Πόσο τὸ 1 δράμι; Πόσο τὰ 20  
δράμια; τὰ 70 δράμια; τὰ 30 δράμια;

3) Ἐμπορος πωλεῖ δαντέλλα με 60 δραχ. τὴν πῆ-  
χη. Πόσο ἀξίζουν τὰ  $\frac{5}{8}$  τῆς πῆχης;

Σημ  $60 \times \frac{5}{8} =$ ; θὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα με τὴν ἀ-  
ναγωγή στὴ μονάδα, θὰ εὕρωμε δηλαδὴ πρῶτα πόσο  
ἀξίζει ἡ κλασματικὴ μονάδα  $\frac{1}{8}$  καὶ ὕστερα πόσο ἀξι-  
ζουν τὰ  $\frac{5}{8}$ . Τὸ  $\frac{1}{8}$  τῆς πῆχης ἀξίζει  $60 : 8$  ἢ  $\frac{60}{8}$  τῆς δραχ-

μῆς καὶ τὰ  $\frac{5}{8}$  τῆς πῆχης ἀξίζουν 5 φορές τὰ  $\frac{60}{8}$ , ἤτοι

Κ. Ξ. Παπανικητοπούλου. Προβλ. διὰ τὴν Ε' τάξην Δημ. Ἐκδ. ΣΤ' 3

$$\frac{60}{8} \times 5 \text{ ἢ } \frac{60 \times 5}{8}. \text{ Ὡστε εἶναι } 60 \times \frac{5}{8} = \frac{60 \times 5}{8};$$

Πῶς πολλαπλασιάζομε ἀκέραιον μὲ κλάσμα ;

4) Πολλαπλασίωσε :

$$\alpha') 6 \times \frac{1}{3}, \quad 8 \times \frac{1}{2}, \quad 9 \times \frac{1}{4}, \quad 5 \times \frac{1}{6}$$

$$\beta') 9 \times \frac{2}{3}, \quad 2 \times \frac{3}{4}, \quad 3 \times \frac{4}{5}, \quad 4 \times \frac{5}{9}$$

$$\gamma') 12 \times \frac{5}{6}, \quad 15 \times \frac{4}{5}, \quad 25 \times \frac{2}{3}, \quad 36 \times \frac{5}{8}$$

5) Ἐνα ὕφασμα πωλεῖται μὲ 320 δραχμὲς ἢ πήχη.  
Πόσο ἀξίζουν τὰ  $\frac{7}{8}$  τῆς πήχης ; τὰ  $\frac{3}{5}$  τῆς πήχης ;

6) Ἡ ὀκῆ ἐνὸς πράγματος ἔχει 180 δραχ. Πόσο ἔχουν τὰ  $\frac{3}{4}$  τῆς ὀκῆς ; τὰ  $\frac{5}{8}$  τῆς ὀκῆς ;

**Γ'. Πολλαπλασιασμοὶ ἀκεραίου μὲ μικτόν.**

1) Τὸ 1 δράμι ἀπὸ ἐνὸς πράγμα ἔχει 3 δραχ. Πόσο ἔχουν 2  $\frac{4}{5}$  δράμια ;

$$\text{Σημ. } 3 \times 2 \frac{4}{5} = 3 \times \frac{14}{5} = \frac{42}{5} = 8 \frac{2}{5} \text{ δραχ.}$$

$$\text{Ἄλλος τρόπος. } 3 \times 2 \frac{4}{5} = 3 \times 2 + 3 \times \frac{4}{5} = 6 + \frac{12}{5} =$$

$$6 + 2 \frac{2}{5} = 8 \frac{2}{5}.$$

Πῶς πολλαπλασιάζομε ἀκέραιον μὲ μικτόν.

2) Πολλαπλασιάσε :

$$4 \times 2 \frac{1}{3}, \quad 3 + 4 \frac{2}{3}, \quad 8 \times 4 \frac{2}{5}, \quad 6 \times 1 \frac{1}{2}$$

$$5 \times 3 \frac{1}{2}, \quad 7 \times 1 \frac{1}{2}, \quad 15 \times 2 \frac{2}{3}, \quad 9 \times 2 \frac{1}{3}$$

$$2 \times 4 \frac{3}{5}, \quad 6 \times 1 \frac{1}{6}, \quad 20 \times 3 \frac{3}{4}, \quad 12 \times 4 \frac{1}{2}$$

3) Παντοπώλης πωλεῖ ἔλαιον μὲ 310 δραχμὲς τῆν ὀκά. Πόσο ἀξίζουν 2  $\frac{1}{4}$  τῆς ὀκάς ; 3  $\frac{5}{8}$  τῆς ὀκάς :

4) Ἐνα ὑφασμα πωλεῖται μὲ 280 δραχμὲς ἡ πήχη. Πόσο ἀξίζουν 3  $\frac{1}{2}$  πήχες ; 7  $\frac{3}{4}$  πήχες :

5) Μία ὀκά βούτυρο ἐγίνε ἀπὸ 75 ὀκάδες γάλα. Ἀπὸ πόσες ὀκάδες γάλα θὰ γίνῃ βούτυρο 2  $\frac{3}{4}$  ὀκάδες ; 5  $\frac{1}{2}$  ὀκάδες :

6) Διὰ νὰ κάνουμε γλύκισμα κουραμπιέδες, παίρνομε εἰς μία ὀκά ἀλεύρι 200 δράμια βούτυρο καὶ 150 δράμια ζάχαρη. Πόσο βούτυρο καὶ πόση ζάχαρη θὰ πάρωμε εἰς 3  $\frac{1}{2}$  ὀκάδες ἀλεύρι ; εἰς 4  $\frac{3}{8}$  ὀκάδες ἀλεύρι ;

**Δ'. Πολλαπλασιασμοὶ κλάσματος μὲ κλάσμα.**

1) Μὲ ἓνα εἰκοσάδραχμο ἀγοράζομε ἀπὸ ἓνα πρᾶγμα  $\frac{3}{8}$  τῆς ὀκάς. Πόσο ἀγοράζομε μὲ  $\frac{4}{5}$  τοῦ εἰκοσάδραχμου :

Κατάταξις :	1	εἰκ.	$\frac{3}{8}$	ὀκ.
	$\frac{4}{5}$		χ	



Με 1 είκοσ. αγοράζομε

$$\frac{3}{8} \text{ όκ.}$$

με  $\frac{1}{5}$  είκ. αγοράζομε τὸ πέμπτο τῶν  $\frac{3}{8} \dots \frac{3}{8 \times 5}$  όκ.

καὶ με  $\frac{4}{5}$  είκ. αγοράζομε 4 φορές τὰ  $\frac{3}{8 \times 5} \dots \frac{3 \times 4}{8 \times 5} =$ ;

Τὸ πρόβλημα λύομε καὶ με πολλαπλασιασμό.

Εἶναι  $\frac{3}{8} \times \frac{4}{5} = \frac{3 \times 4}{8 \times 5} =$ ; όκ. (1)

Πῶς πολλαπλασιάζομε κλάσμα με κλάσμα :

2) Πολλαπλασιασε

$$\alpha) \frac{4}{5} \times \frac{3}{5}, \quad \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}, \quad \frac{2}{5} \times \frac{5}{6}, \quad \frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$$

$$\beta) \frac{2}{3} \times \frac{5}{8}, \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}, \quad \frac{8}{10} \times \frac{5}{10}$$

$$\gamma) \frac{5}{6} \times \frac{4}{9}, \quad \frac{7}{8} \times \frac{7}{9}, \quad \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}, \quad \frac{5}{6} \times \frac{3}{5}$$

**Ε'. Πολλαπλασιασμοὺς μικτοῦ με κλάσμα ἢ με μικτόν.**

1) "Εμπορος πωλεῖ δαντέλλα με 4  $\frac{1}{5}$  εικοσάδρχμα τὴν πήχη. Πόσο ἔχουν  $\frac{3}{4}$  τῆς πήχης; Καὶ πόσο  $2 \frac{1}{2}$  π.;

**Σημ.**  $4 \frac{1}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{21}{5} \times \frac{3}{4} =$ ;

Καὶ  $4 \frac{1}{5} \times 2 \frac{1}{2} = \frac{21}{5} \times \frac{5}{2} =$ ;

(1) Τὰ προβλήματα αὐτὰ καλὸ εἶναι νὰ τὰ λύομε πρῶτα με τὴν ἀναγωγή στὴ μονάδα καὶ ὕστερα με τὸν πολλαπλασιασμό. Τοὺς μικτοὺς τρέπομε εἰς κλάσματα.

Πώς πολλαπλασιάζομε μικτούς αριθμούς.

2) Πολλαπλασίασε

α')  $3 \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$ ,  $2 \frac{3}{5} \times \frac{5}{6}$ ,  $1 \frac{1}{4} \times \frac{4}{5}$ ,  $5 \frac{1}{4} \times \frac{4}{7}$

β')  $\frac{5}{8} \times 2 \frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{2} \times 3 \frac{1}{3}$ ,  $2 \frac{4}{5} \times 2 \frac{1}{2}$ ,  $6 \frac{2}{3} \times 3 \frac{1}{4}$

γ')  $4 \frac{1}{2} \times 1 \frac{5}{9}$ ,  $1 \frac{1}{2} \times 2 \frac{2}{3}$ ,  $8 \frac{4}{5} \times 2 \frac{3}{4}$ ,  $2 \frac{1}{7} \times 1 \frac{3}{4}$

3) Με 1 πενήνταδράχμο αγοράζομε από ένα πράγμα  $1 \frac{1}{2}$  οκάδες. Πόσο αγοράζομε με  $\frac{3}{5}$  του πενήνταδράχμου;

Καί πόσο με  $2 \frac{3}{4}$  πενήνταδράχμα :

4) Μία ύφάντρια ύφαίνει εις μία ώρα  $2 \frac{1}{2}$  ρούπια από ένα ύφασμα. Πόσο ύφαίνει εις  $3 \frac{1}{4}$  ώρες ; Καί πόσο εις  $9 \frac{1}{2}$  ώρες :

### Εύρεσις μέρους ἀριθμοῦ.

1) Πόσο εἶναι τὰ  $\frac{3}{5}$  τοῦ 120 ;

**Σημ.** Ὅλος ὁ ἀριθμὸς εἶναι  $\frac{5}{5}$ . Ἀφοῦ τὰ  $\frac{5}{5}$  εἶναι 120, τὸ  $\frac{1}{5}$  εἶναι  $\frac{120}{5}$  καὶ τὰ  $\frac{3}{5}$  εἶναι  $\frac{120 \times 3}{5} =$ ; Τὸ αὐτὸ εὐρίσκομε καὶ ἂν πολλαπλασιάσωμε τὸν 120 με  $\frac{3}{5}$ .

Ὡστε διὰ νὰ εὕρωμε μέρος ἀριθμοῦ κάνομε πολλαπλασιασμό.

2) Πόσο εἶναι τὰ  $\frac{2}{3}$  τοῦ 72 ; τοῦ 1860 ; τοῦ 1941 ;

3) Πόσο είναι τὰ  $\frac{4}{5}$  τοῦ 120 ; τοῦ 800 ; τοῦ 2450 ;

4) Ἐνα παιδί εἶχε 27 καρύδια καὶ ἔφαγε ἀπ' αὐτὰ τὰ  $\frac{4}{9}$ . Πόσα καρύδια ἔφαγε ;

**Σημ.** Εὐρίσκομε αὐτὰ καὶ ἀπὸ μνήμης. Διαιροῦμε πρῶτα τὸν 27 μὲ τὸν παρονομαστή 9 καὶ τὸ πηλίκον 3 πολλαπλασιάζομε μὲ τὸν ἀριθμητὴ 4

5) Μὲ τὸν αὐτὸν τρόπο νὰ εὔρῃς ἀπὸ μνήμης :

α') Πόσο εἶναι τὰ  $\frac{3}{4}$  τοῦ 24 ; Καὶ πόσο τὰ  $\frac{5}{6}$  τοῦ 42 ;

β') Πόσες δραχμὲς εἶναι τὰ  $\frac{3}{5}$  τῶν 20, 50, 100, 1000 δραχμῶν ;

γ') Πόσα δράμια εἶναι τὰ  $\frac{3}{4}$ , τὰ  $\frac{5}{8}$ , τὰ  $\frac{4}{5}$  τῆς ὀκάς ;

### Σύνθετα προβλήματα.

**Α'. Ομάδα.** 1) Ἐνας ἀγόρασε βούτυρο  $\frac{3}{8}$  τῆς ὀκάς μὲ 920 δραχμὲς τὴν ὀκά καὶ ἔδωσε στὸν παντοπώλη ἓνα πεντακοσάριο. Πόσες δραχμὲς θὰ πάρῃ ὀπίσω ;

2) Ἀπὸ μία χωρικὴ ἀγόρασα 14 αὐγά μὲ δραχμὲς  $38\frac{4}{5}$  τὸ ζευγος (τὰ δύο). Πόσο ἔχουν τὰ αὐγά ; Καὶ πόσες δραχμὲς θὰ μοῦ δώσῃ ὀπίσω ἀπὸ τρία ἑκατοστάρια ;

3) Μία γυναῖκα ἀγόρασε ἀπὸ ἓνα ὕφασμα  $7\frac{1}{2}$  πηχες μὲ 600 δραχμὲς τὴν πῆχη καὶ  $3\frac{1}{8}$  πηχες ἀπὸ ἄλλο ὕφασμα μὲ δρχ.  $72\frac{1}{2}$  τὴν πῆχη. Πόσες δραχμὲς ἐξώδεψε ;

4) Ένα καλάθι έχει μήλα και ζυγίζει  $4\frac{4}{5}$  όκάδες, άδειο ζυγίζει  $\frac{3}{4}$  τής όκάς. Πόσες όκάδες μήλα έχει; Και πόσο αξίζουν με 120 δραχ. τήν όκά;

5) Ένας άγόρασε από παντοπώλη 300 δράμια  $\left(\frac{300}{400} = \frac{3}{4} \text{ όκ.}\right)$  από ένα πράγμα με 180 δραχ. τήν όκά και  $1\frac{2}{5}$  τής όκάς από άλλο πράγμα με 480 δραχ. τήν όκά και έδωσε ένα χιλιάρικο. Κάνε τόν λογαριασμό.

**Β'. Ομάδα.** 1) Ένα σχολείο έχει 512 παιδιά: άπ' αυτά τά  $\frac{5}{8}$  είναι άρρενα, τά δε άλλα θήλεα. Πόσα είναι τά άρρενα και πόσα τά θήλεα;

2) Είς μία έκκλησία ήσαν 160 άνθρωποι. Άπ' αυτούς τó  $\frac{1}{4}$  ήσαν άνδρες, τά  $\frac{2}{5}$  γυναίκες, και οί άλλοι ήσαν παιδιά. Πόσοι ήσαν οί άνδρες; Πόσες οί γυναίκες; Και πόσα τά παιδιά;

3) Ένας έμπορος είχε από ένα ύφασμα 11 πήχες: άπ' αυτό έκράτησε διά φόρεμα τής κόρης του τó  $\frac{1}{8}$ , τó δε άλλο έπώλησε με 250 δραχ. τήν πήχη. Πόσο ύφασμα έκράτησε; Πόσο έπώλησε; και πόσες δραχμές έπηρε;

4) Ένας είχε 240 πρόβατα. Άπ' αυτά έπώλησε τó τέταρτο με 3000 δραχ. τó καθένα, ύστερα έπώλησε τά  $\frac{4}{5}$  από όσα τοϋ έμειναν με 2900 δραχ. τó καθένα, τά δε άλλα έπώλησε με 2750 δραχ. τó καθένα. Πόσες δραχμές έπηρε από όλα τά πρόβατα;

## ΔΙΑΙΡΕΣΙΣ

(Προβλήματα μερισμοῦ)

**Α'. Διαίρεσις μικτοῦ με ἀκέραιον.**

**Α'. Ὀμάδα.** 1) 4 δράμια ἀπὸ ἓνα πρᾶγμα ἔχουν  $5\frac{3}{5}$  δραχμές. Πόσο ἔχει τὸ ἓνα δράμι ;

**Σημ.**  $5\frac{3}{5} : 4 = \frac{28}{5} : 4 = ;$

Πῶς διαιροῦμε μικτὸν με ἀκέραιον.

2) Διαίρεσε

α')  $5\frac{1}{4} : 3, 2\frac{3}{5} : 2, 3\frac{3}{4} : 5, 1\frac{1}{2} : 3$

β')  $4\frac{4}{7} : 7, 6\frac{2}{5} : 8, 2\frac{1}{4} : 9, 5\frac{1}{4} : 7$

γ')  $3\frac{5}{9} : 4, 8\frac{3}{4} : 4, 7\frac{1}{9} : 5, 12\frac{1}{2} : 6$

**Β'. Ὀμάδα.** 1) Θέλω νὰ μοιράσω ἐξ ἴσου  $1\frac{2}{5}$  τῆς ὀκάς μῆλα εἰς 8 παιδιά. Πόσα θὰ δώσω στὸ καθένα ;

2) Μία γυναικὰ ἐζύμωσε 6 ὀκάδες ἀλεύρι καὶ ἔγινε ἄρτος  $7\frac{1}{2}$  ὀκάδες. Πόσος ἄρτος γίνεται με μίαν ὀκᾶ ἀλεύρι ;

3) Γιὰ τὸ συσσίτιο 84 ἀπόρων μαθητῶν ἀγόρασαν κρέας  $12\frac{3}{5}$  ὀκάδες. Πόσο κρέας ἐλογάριασαν τὴν μερίδα τοῦ καθενός ;

**Β'. Διαίρεσις ἀκεραίου με κλάσμα.**

1) Ἀγόρασα  $\frac{3}{4}$  τῆς ὀκάς ἀπὸ ἓνα πρᾶγμα καὶ ἔδωσα 54 δραχμές. Πόσο ἀξίζει ἡ μία ὀκά :

**Κατάταξις :**  $\frac{3}{4}$  ὀκ. 54 δρ.  
1 χ

Τὰ  $\frac{3}{4}$  τῆς ὀκάς ἀξίζουν 54 δραχ.

τὸ  $\frac{1}{4}$  τῆς ὀκάς ἀξίζει  $\frac{54}{3}$  »

καὶ τὰ  $\frac{4}{4}$  τῆς ὀκάς (=1 ὀκά) ἀξίζουν  $\frac{54 \times 4}{3} =$

Τὸ πρόβλημα λύομε καὶ με διαίρεσι (μερισμό).

$$54 : \frac{3}{4} = 54 \times \frac{4}{3} = ;$$

Πῶς διαίρομε ἀκέραιον με κλάσμα (1) :

Διαίρεσε

α')  $1 : \frac{1}{2}, \quad 1 : \frac{1}{5}, \quad 2 : \frac{2}{5}, \quad 6 : \frac{1}{3}$

β')  $3 : \frac{3}{4}, \quad 5 : \frac{2}{3}, \quad 8 : \frac{4}{7}, \quad 9 : \frac{2}{5}$

γ')  $15 : \frac{2}{3}, \quad 12 : \frac{4}{5}, \quad 16 : \frac{8}{9}, \quad 20 : \frac{2}{5}$

3) Πόσο ἀξίζει ἡ ὀκά ἑνὸς πράγματος, ὅταν τὰ  $\frac{3}{5}$  τῆς ὀκάς ἀξίζουν 48 δραχμές ; 120 δραχμές ;

(1) Καὶ ἔδω καλὸ εἶναι νὰ λύωμε τὰ προβλήματα αὐτὰ πρῶτα με τὴν ἀναγωγή στὴ μονάδα καὶ ὕστερα με διαίρεσι. Τοὺς μικτοὺς τρέπομεν εἰς κλάσματα.

4) Πόσο αξίζει η πήχη από ένα ύφασμα όταν τα  $\frac{3}{8}$  της πήχης αξίζουν 240 δραχμές ; 720 δραχμές ;

**Γ'. Διαίρεσις άκεραίου με μικτόν.**

1) Αγόρασαμε από ένα πράγμα  $2\frac{1}{2}$  όκάδες και έδώσαμε 70 δραχμές. Πόσο αξίζει ή μία όκά ;

**Σημ.**  $70 : 2\frac{1}{2} = 70 : \frac{5}{2} = 70 \times \frac{2}{5} =$

Πώς διαιρούμε άκεραϊον με μικτόν ;

2) Διαίρεσε

α')  $6 : 1\frac{1}{2}$ ,  $5 : 2\frac{1}{2}$ ,  $9 : 4\frac{1}{2}$ ,  $4 : 1\frac{1}{3}$

β')  $8 : 2\frac{2}{3}$ ,  $9 : 3\frac{3}{4}$ ,  $6 : 2\frac{2}{5}$ ,  $5 : 3\frac{3}{4}$

γ')  $18 : 2\frac{1}{4}$ ,  $42 : 5\frac{1}{4}$ ,  $20 : 4\frac{1}{2}$ ,  $24 : 2\frac{2}{3}$

3) Μία γυναίκα αγόρασε από ένα ύφασμα  $1\frac{1}{8}$  της πήχης και έδωσε 120 δραχ. Πόσο αξίζει ή πήχη ;

4) Μία ύφάντρια εις  $16\frac{2}{3}$  ώρες ύφαίνει από ένα ύφασμα 2 πήχες. Πόσο ύφαίνει εις μία ώρα ;

**Δ'. Διαίρεσις κλάσματος ή μικτοῦ με κλάσμα**

**Α'. Ομάδα.** 1) Η Μαρία αγόρασε  $\frac{3}{8}$  της πήχης



Πώς διαιρούμε μικτόν με κλάσμα.

2) Διαίρεσε

$$\alpha') \frac{1}{2} : \frac{1}{3}, \frac{1}{4} : \frac{1}{8}, \frac{1}{3} : \frac{5}{6}, \frac{4}{5} : \frac{1}{10}$$

$$\beta') \frac{1}{3} : \frac{3}{4}, \frac{5}{6} : \frac{2}{3}, \frac{3}{4} : \frac{5}{8}, \frac{3}{8} : \frac{3}{4}$$

$$\gamma') 2\frac{2}{5} : \frac{4}{7}, 2\frac{1}{2} : \frac{5}{6}, 2\frac{2}{3} : \frac{1}{9}, 1\frac{1}{6} : \frac{1}{3}$$

$$\delta') 1\frac{1}{2} : \frac{3}{4}, 1\frac{2}{3} : \frac{2}{5}, 5\frac{5}{8} : \frac{3}{4}, 7\frac{1}{2} : \frac{4}{9}$$

**Ε'. Διαίρεσις κλάσματος ἢ μικτοῦ με μικτόν.**

1) Μία ύφαντρια εἰς  $2\frac{1}{4}$  τῆς ὥρας ὑφαίνει ἀπὸ ἓνα ὕφασμα  $\frac{5}{8}$  τῆς πήχης. Μία ἄλλη ὑφαντρια εἰς  $4\frac{1}{2}$  τῆς ὥρας ὑφαίνει ἀπὸ τὸ ἴδιο ὕφασμα  $1\frac{1}{5}$  τῆς πήχης. Πόσο ὕφασμα ὑφαίνει τὴν ὥρα ἢ καθεμία;

$$\text{Σημ. } \frac{5}{8} : 2\frac{1}{4} = \frac{5}{8} : \frac{9}{4} = \frac{5}{8} \times \frac{4}{9} = ;$$

$$1\frac{1}{5} : 4\frac{1}{2} = \frac{6}{5} : \frac{9}{2} = \frac{6}{5} \times \frac{2}{9} = ;$$

Πώς διαιρούμε κλάσμα ἢ μικτόν με μικτόν;

2) Διαίρεσε

$$\alpha') \frac{8}{9} : 4\frac{1}{2}, \frac{1}{2} : 2\frac{1}{4}, \frac{7}{10} : 5\frac{2}{5}, \frac{3}{4} : 3\frac{3}{8}$$

$$\beta') \frac{1}{4} : 1 \frac{1}{5}, \quad \frac{5}{6} : 2 \frac{1}{3}, \quad 1 \frac{1}{3} : 1 \frac{3}{5}, \quad 3 \frac{3}{4} : 1 \frac{1}{8}$$

$$\gamma') 4 \frac{1}{2} : 3 \frac{3}{4}, \quad 2 \frac{2}{3} : 1 \frac{1}{2}, \quad 6 \frac{2}{5} : 2 \frac{1}{2}, \quad 3 \frac{1}{9} : 4 \frac{2}{3}$$

3) Πόσο αξίζει το ένα δράμι από ένα πράγμα, όταν  $2 \frac{1}{2}$  δράμια αξίζουν  $\frac{3}{4}$  της δραχμής;  $4 \frac{3}{8}$  της δραχ.;

4) Πόσο αξίζει η πήχη από μία κορδέλλα, όταν  $1 \frac{1}{2}$  της πήχης αξίζουν  $3 \frac{3}{4}$  εικοσάδραχμα;  $5 \frac{1}{4}$  εικοσάδραχμα;

(Προβλήματα μετρήσεως)

1) Με  $\frac{3}{4}$  του εικοσαδράχμου αγοράζομε μία πήχη κορδέλλα. Πόση αγοράζομε με 9 εικοσάδραχμα;

Κατάταξις :	$\frac{3}{4}$ δρ.	1 π.
	9	x

Με  $\frac{3}{4}$  του εικοσ. αγοράζομε 1 πήχη

με  $\frac{1}{4}$  του εικοσ. αγοράζομε  $\frac{1}{3}$  της πήχης

με  $\frac{4}{4}$  του εικ.(=1 εικ.) αγοράζομε  $\frac{4}{3}$  της πήχης

και με 9 εικοσ. αγοράζομε  $\frac{4 \times 9}{3} = 12$  πήχ.

Το πρόβλημα λύομε και με διαίρεσι (μέτρηση). Διότι όσες φορές έχομε τὰ  $\frac{3}{4}$  του εικοσαδράχμου, τόσες πήχες

αγοράζομε. Θὰ ἴδωμε πόσες φορές τὸ  $\frac{3}{4}$  χωρεῖ στὸ 9.

$$9 : \frac{3}{4} = 9 \times \frac{4}{3} = ;$$

2) Μὲ  $\frac{2}{5}$  τοῦ δεκαδράχμου ἀγοράζομε 1 λεμόνι. Πόσα λεμόνια ἀγοράζομε μὲ 2 δεκάδραχμα; μὲ 6 δεκάδραχ.;

3) Διὰ νὰ κάνουμε μία πετσέτα, τοῦ φαγητοῦ θέλομε ἀπὸ ἓνα ὕφασμα  $\frac{7}{8}$  τῆς πῆχης. Πόσες πετσέτες θὰ κάνουμε μὲ 14 πῆχες; μὲ  $5\frac{1}{4}$  πῆχες; μὲ  $10\frac{1}{2}$  πῆχες;

4) Μὲ  $2\frac{3}{4}$  τῆς δραχμῆς ἀγοράζομε ἀπὸ ἓνα πρᾶγμα 1 δράμι. Πόσα δράμια ἀγοράζομε μὲ 22 δραχμές; μὲ  $16\frac{1}{2}$  δραχμές;

### Εὗρεσις ἀριθμοῦ ἀπὸ γνωστὸ μέρος αὐτοῦ

1) Τὰ  $\frac{2}{5}$  ἑνὸς ἀριθμοῦ εἶναι 60. Ποῖος εἶναι ὁ ἀριθμὸς αὐτός;

**Σημ.** Ἀφοῦ τὰ  $\frac{2}{5}$  τοῦ ζητουμένου ἀριθμοῦ εἶναι 60, τὸ  $\frac{1}{5}$  αὐτοῦ εἶναι  $\frac{60}{2}$  καὶ τὰ  $\frac{5}{5}$  ἤτοι ὅλος ὁ ἀριθμὸς εἶναι  $\frac{60 \times 5}{2} = ;$  Τὸ αὐτὸ εὐρίσκομε καὶ μὲ διαίρεσι

$60 : \frac{2}{5} = 60 \times \frac{5}{2} = ;$  Ὡστε ὅταν ζητοῦμε ὅλον τὸν ἀ-

ριθμό, διαιρούμε το γνωστό μέρος με το κλάσμα που φανερώνει αυτό.

2) Ποίος είναι ο αριθμός, του οποίου τα  $\frac{3}{4}$  είναι 48 ; 72 :

3) Πόσες πήχες είναι μία κορδέλλα, της οποίας τα  $\frac{3}{5}$  είναι 4 πήχες ;  $2 \cdot \frac{1}{4}$  πήχες :

### Σύνθετα προβλήματα.

**Α'. ομάδα.** 1) Τα  $\frac{3}{4}$  της όκας από ένα πράγμα αξίζουν 180 δρ. Πόσο αξίζουν τα  $\frac{5}{8}$  της όκας :

**Σημ.** Θα εύρωμε πρώτα πόσο αξίζει ή μία όκα, διά τουτο θα κάνουμε διαίρεσι (μερισμό)  $180 : \frac{3}{4} = 180 \times \frac{4}{3}$   
 $= 240$  δρ. θα εύρωμε τώρα πόσο αξίζουν τα  $\frac{5}{8}$  της όκας, διά τουτο θα κάνουμε πολλαπλασιασμό  $240 \times \frac{5}{8} = \therefore$  δρ.

2) Τα  $\frac{7}{8}$  της όκας από ένα πράγμα αξίζουν  $32 \frac{1}{2}$  δραχμές. Πόσο αξίζουν τα  $\frac{4}{5}$  της όκας ;  $1 \frac{1}{4}$  της όκας :

3) Με  $9 \frac{1}{5}$  της δραχμής αγοράζομε 2 δράμια από ένα πράγμα. Πόσα δράμια αγοράζομε με 23 δραχμές ; με  $13 \frac{4}{5}$  δραχμές :

4) Μία ράπτρια με  $13\frac{1}{8}$  πηχες από ένα ύφασμα έκανε 3 υποκάμισα ανδρικά. Πόσα θα κάνει με  $21\frac{7}{8}$  πηχες ;

5) Μία ύφάντρια εις  $4\frac{1}{2}$  ώρες ύφάνει πανί  $1\frac{1}{8}$  τής πήχης. Πόσο πανί θα ύφάνη εις  $6\frac{1}{2}$  ώρες ; και εις πόσες ώρες θα ύφάνη 3 πηχες ;

6) Τα  $\frac{2}{3}$  ενός χωραφίου είναι  $8\frac{1}{2}$  στρέμματα, Πόσα στρέμματα είναι όλο τó χωράφι ; Και πόσα στρέμματα είναι τά  $\frac{4}{9}$  αυτού ;

**Β'. Ομάδα.** 1) Ένας σιδηρόδρομος εις  $1\frac{3}{4}$  τής ώ-

ρας τρέχει 63 χιλιόμετρα. Πόσα χιλιόμετρα τρέχει τήν ώρα ; Και πόσες ώρες θα κάνει από τήν 'Αθήνα διά να φθάση εις τήν Πάτρα, που απέχει 223 χιλιόμετρα, χωρίς να σταματήσει ;

2) Ένα αεροπλάνο εις  $\frac{3}{4}$  τής ώρας τρέχει 180 χιλιόμετρα. Πόσα χιλιόμετρα τρέχει τήν ώρα ; Καί πόσα θα τρέξη εις  $2\frac{4}{5}$  τής ώρας ;

3) Αυτοκίνητο εις  $\frac{3}{4}$  τής ώρας τρέχει  $28\frac{1}{2}$  χιλιό-

μετρα. Πόσα χιλιόμετρα τρέχει την ώρα ; Καί εις πόσες ώρες θά τρέξη 190 χιλιόμετρα ;

4) Ἀτμόπλοιο εἰς  $\frac{3}{5}$  τῆς ὥρας τρέχει  $7\frac{1}{4}$  μίλια.

Πόσες ὥρες θά κάνη ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ γιὰ νὰ φθάσῃ στὸ Βόλο ποῦ ἀπέχει 192 μίλια ; Καί πόσες διὰ νὰ φθάσῃ στὴ Θεσσαλονίκη ποῦ ἀπέχει 242 μίλια ;

Γ'. Ὀμάδα. 1) Ποιμὴν ἐπώλησε ἀπὸ τὰ πρόβατά του τὰ  $\frac{2}{5}$  καὶ τοῦ ἔμειναν 168 πρόβατα. Πόσα εἶχε ἀπ' ἀρχῆς ;

Σημ. Ὅλα τὰ πρόβατά του ἦσαν  $\frac{5}{5}$ , ὥστε τοῦ ἔμειναν τὰ  $\frac{3}{5}$  αὐτῶν. Ἀφοῦ τὰ  $\frac{3}{5}$  τῶν προβάτων του ἦσαν 168, τὸ  $\frac{1}{5}$  αὐτῶν εἶναι  $\frac{168}{3}$  καὶ τὰ  $\frac{5}{5}$  εἶναι  $\frac{168 \times 5}{3} =$  ;

2) Γεωργὸς ἐπώλησε ἀπὸ τὸ σιτάρι του τὰ  $\frac{5}{7}$  αὐτοῦ καὶ τοῦ ἔμειναν 840 ὀκάδες. Πόσο σιτάρι εἶχε ἀπ' ἀρχῆς ; Καὶ πόσο ἐπώλησε ;

3) Ἐνα παιδί ἔχασε στὸ παιγνίδι τὸ τρίτο ἀπὸ τοὺς βόλους του καὶ τοῦ ἔμειναν 28 βόλοι. Πόσους βόλους εἶχε ἀπ' ἀρχῆς ; Καὶ πόσους ἔχασε ;

4) Ἀπὸ ἕνα σχολεῖο ἐπροβιβάσθησαν τὰ  $\frac{15}{17}$  τῶν μαθητῶν καὶ ἀπερρίφθησαν 36 μαθηταί. Πόσους μαθητὰς εἶχε τὸ σχολεῖο ; Καὶ πόσοι ἀπερίφθησαν ;

Κ. Ξ. Παπανικητοπούλου Προβλ. διὰ τὴν Δ' τάξην Δημ. Ἐκδ. ΣΤ' 4

## ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

### Α'.

- 1) Πόσα δέκατα έχει 1 δραχμή; Και πόσα εκατοστά;
- 2) Γράψε με δεκαδικό αριθμό 3 δέκατα της δραχμής, 2 δραχμές και 5 δέκατα, 9 εκατοστά, 7 δραχ. 25 εκατοστά, 3 δραχ. και 5 εκατοστά.
- 3) Πόσα χιλιοστά έχει το μέτρο; Πόσα 2, 5, 6 μέτρα;
- 4) Γράψε με δεκαδικό αριθμό 5 χιλιοστά, 64 χιλιοστά, 2 μέτρα και 148 χιλιοστά.

### Β'.

Πώς λέγεται το 10 φορές μικρότερο του ενός χιλιοστοῦ;  $\left( \frac{1}{1000} : 10 = \frac{1}{10000} \right)$ .

2) Πώς λέγεται το 10 φορές μικρότερο του ενός δεκάκις χιλιοστοῦ; Γράψε αὐτὸ με κλάσμα.

3) Πώς λέγεται το 10 φορές μικρότερο του ενός εκατοντάκις χιλιοστοῦ; Γράψε αὐτὸ με κλάσμα.

4) Πώς λέγονται τὰ κλάσματα ποὺ ἔχουν παρονομαστή τὴν μονάδα ἀκολουθουμένη ἀπὸ μηδενικά; (δεκαδικὰ κλάσματα).

5) Πώς λέγονται τὰ ἄλλα κλάσματα; (κοινὰ κλάσματα).

6) Γράψε με κλάσματα τούς δεκαδικούς αριθμούς  
0,7 1,25, 0,008.

**Σημ.**  $0,7 = \frac{7}{10}$ ,  $1,25 = \frac{125}{100}$ ,  $0,008 = \frac{8}{1000}$ .

Πώς γράφουμε δεκαδικό αριθμό με κλάσμα :

7) Γράψε με κλάσματα τούς δεκαδικούς αριθμούς,

2,5    0,08    1,024    0,0085    25,09

8) Γράψε με δεκαδικούς αριθμούς τὰ δεκαδικὰ κλά-

σματα  $\frac{35}{10}$ ,  $\frac{9}{100}$ ,  $\frac{175}{1000}$ .

**Σημ.**  $\frac{35}{10} = 3,5$      $\frac{9}{100} = 0,09$      $\frac{175}{1000} = 0,175$

Πώς γράφουμε δεκαδικό κλάσμα με δεκαδικό αριθμό :

9) Γράψε με δεκαδικούς αριθμούς τὰ κλάσματα

$\frac{72}{100}$ ,  $\frac{5}{1000}$ ,  $\frac{214}{10000}$ ,  $2\frac{45}{100}$ ,  $\frac{826}{100000}$

10) Τι παθαίνει ο δεκαδικός αριθμός, αν γράψουμε στα δεξιά του μηδενικά ή σβύσουμε από τὰ δεξιά του μηδενικά ;

11) Να απαγγείλεις τούς κατωτέρω δεκαδικούς αριθμούς : α') χωριστά τὸ ἀκέραιο μέρος (αν ἔχη) καὶ χωριστά τὸ δεκαδικὸ μέρος με τὸ ὄνομα τοῦ τελευταίου δεκαδικοῦ ψηφίου, καὶ β') ὅλον τὸν ἀριθμὸν ὡς ἀκέραιον με τὸ ὄνομα τοῦ τελευταίου ψηφίου.

2,5	9,065	2,00276	0,0065
7,62	0,0027	4,00147	0,007208
16,004	12,0004	0,023456	1,00325

### Πρόσθεσις και ἀφαίρεσις δεκαδικῶν.

1) Γράψε τοὺς παρακάτω δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς τὸν ἕνα ἀποκάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο καὶ πρόσθεσε

$$\alpha) 8,65 + 0,85 \quad 15,70 + 9,65, \quad 48,6 + 7,85 + 9$$

$$\beta) 150,8 + 35 + 0,84, \quad 76,45 + 0,06 + 7 + 15,8,$$

$$\gamma) 1,75 + 3,3 + 0,65 + 15, \quad 5 + 4,328 + 0,06 + 9,045.$$

$$\delta) 0,875 + 0,00025 + 872, \quad 38 + 4,167.$$

2) Γράψε τοὺς παρακάτω ἀριθμοὺς τὸν ἕνα ἀποκάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο καὶ ἀφαίρεσε

$$4,67 - 0,75 \quad 2,6 - 0,0008$$

$$5,045 - 2,67 \quad 7,2 - 2,03456$$

$$2,19 - 0,075 \quad 2 - 0,000075$$

$$0,24 - 0,0637 \quad 1 - 0,000001$$

3) Ὁ Βασιλάκης ἔκανε πῆδημα 1,87 τοῦ μέτρου, ὁ Γιαννάκης ἔκανε πῆδημα μεγαλύτερο κατὰ 0,49 τοῦ μέτρου. Πόσο ἦτο τὸ πῆδημα τοῦ Γιαννάκη;

4) Πόσες δραχμὲς θὰ μοῦ μείνουν ἀπὸ ἕνα χιλίο-δραχμο, ἂν δώσω δραχ. 375,50 ; 68,40 ; 836,75 ;

5) Μία μητέρα ἀγόρασε διὰ φορέματα 9,50 μέτρα ἀπὸ ἕνα ὕφασμα· ἀπ' αὐτὸ ἔκοψε διὰ τὴν μίαν κόρη της 3 μέτρα, καὶ διὰ τὴν ἄλλη κόρη της 2,40 μέτρα, τὸ δὲ ἄλλο ὕφασμα ἐκράτησε διὰ τὸ ἰδικό της φόρεμα. Πόσο ὕφασμα ἐκράτησε ;

### Πολλαπλασιασμοὶ δεκαδικῶν.

1) Μία πέννα ἔχει δραχ. 3,25. Πόσο ἔχουν 10 πέννες ; 100 πέννες ; 1000 πέννες ;

$$\Sigma\eta\mu. \quad 3,25 \times 10 = 32,5 \text{ δραχ.} \quad 3,25 \times 100 = 325 \text{ δραχ.} \\ 3,25 \times 1000 = 3250 \text{ δραχ.}$$

Πῶς πολλαπλασιάζομε δεκαδικὸν μὲ 10 ; μὲ 100 ; μὲ 1000 ;

2) Πολλαπλασίασε

$3,75 \times 10$	$8,25 \times 100$	$75,6 \times 1000$
$7,4 \times 10$	$0,67 \times 100$	$0,25 \times 1000$
$0,8 \times 10$	$2,345 \times 100$	$0,5 \times 1000$

3) Μία γυναίκα αγόσασε δαντέλλα 0,4 τοῦ μέτροι με 76 δρ. τὸ μέτρο καὶ 2,6 τοῦ μέτροι κορδέλλα με δρ. 48,25 τὸ μέτρο. Πόσες δραχμὲς ἔδωσε διὰ τὴν καθεμία ;

**Σημ.**  $76 \times 0,4 = 30,4$  δρ. Καὶ  $48,25 \times 2,6 = 125,45$  δρ.

Πῶς πολλαπλασιάζομε δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς ;

4) Πολλαπλασίασε

α')	$0,5 \times 3$	$2,4 \times 2$	$0,75 \times 6$	$1,35 \times 9$
β')	$0,7 \times 0,2$	$0,28 \times 0,5$	$0,9 \times 0,12$	$1,2 \times 1,4$
γ')	$12,4 \times 0,15$	$3,45 \times 2,18$	$135,8 \times 3,9$	

### Διαιρέσεις δεκαδικῶν.

1) Ἐνας αγόρασε 10 λεμόνια καὶ ἔδωσε δρ. 42,50, ἄλλος αγόρασε 100 λεμόνια καὶ ἔδωσε δραχ. 390,5. Πόσο αγόρασαν τὸ καθένα ;

**Σημ.**  $42,50 : 10 = 4,25$  δραχ. Καὶ  $390,5 : 100 = 3,905$  τῆς δραχμῆς.

Πῶς διαιροῦμε δεκαδικὸ με 10 ; με 100 ; με 100 ;

2) Διαίρεσε

$15,4 : 10$	$47,8 : 100$	$74,35 : 1000$
$8,9 : 10$	$6,9 : 100$	$475,6 : 1000$
$0,6 : 10$	$0,75 : 100$	$0,9 : 1000$

3) Μία γυναίκα αγόρασε 6 μέτρα κορδέλλα καὶ ἔδωσε δραχ. 234,90 καὶ 2,5 μ. ἀπὸ ἄλλη κορδέλλα καὶ ἔδωσε δραχ. 171,75. Πόσο ἀξίζει τὸ μέτρο τῆς κορδέλλας ;

**Σημ.**  $234,90 : 6 =$ ; καὶ  $171,75 : 2,5 = 1717,5 : 25 =$ ;

Πώς διαιρούμε με δεκαδικό αριθμό :

4) Διαίρεση

17,2 : 4	6 : 0,5	46,08 : 0,64
1,95 : 3	2,4 : 0,8	0,315 : 0,45
40,80 : 12	8,75 : 3,5	14,85 : 0,003
0,285 : 5	0,324 : 0,09	0,0814 : 0,045

### Τροπή κοινού κλάσματος εις δεκαδικόν

1) Νά τρέψης τὰ κλάσματα  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{5}{6}$  εις δεκαδικούς αριθμούς.

**Σημ.** Ἐπειδὴ εἶναι  $\frac{2}{5} = 2 : 5$ ,  $\frac{3}{8} = 3 : 8$  καὶ  $\frac{5}{6} =$

$5 : 6$ , διὰ τοῦτο διαιρούμε τὸν ἀριθμητὴν μὲ τὸν παρονομαστήν. Ἔτσι

$\begin{array}{r} 2 \overline{) 5} \\ \underline{10} \phantom{0} \\ 20 \text{ δεκάτα} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \overline{) 8} \\ \underline{10} \phantom{0} \\ 30 \text{ δέκατα} \\ \underline{6} \phantom{0} \\ 10 \\ \underline{60} \text{ ἑκατοστὰ} \\ \underline{4} \phantom{0} \\ 10 \\ \underline{40} \text{ χιλιοστὰ} \\ \underline{0} \phantom{0} \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \overline{) 6} \\ \underline{10} \phantom{0} \\ 50 \text{ δ.} \\ \underline{20} \text{ ἑκ.} \\ 20 \text{ χιλ.} \\ \underline{2} \phantom{0} \end{array}$
--	---	--

Εἶναι  $\frac{2}{5} = 0,4$   $\frac{3}{8} = 0,375$  καὶ  $\frac{5}{6} = 0,833$  κατὰ

προσέγγισι ἑνὸς χιλιοστοῦ.

2) Νά τρέψης εις δεκαδικούς ἀριθμούς τὰ κλάσματα

$\frac{7}{8}, \frac{9}{16}, \frac{5}{7}, \frac{4}{9}$  (τὰ δύο πρώτα ἀκριβῶς καὶ τὰ ἄλλα ὡς τὰ χιλιοστά.

**Πρόσθεσις καὶ ἀφαίρεσις δεκαδικῶν  
καὶ κοινῶν κλασμάτων.**

4) Μία μαθήτρια ἀγόρασε ἓνα βιβλίο μὲ δραχ. 125,40 ἓνα τετράδιο μὲ δραχ.  $80\frac{3}{4}$  καὶ ἓνα κονδυλοφόρο μὲ δραχ.  $15\frac{4}{5}$ . Πόσες δραχμὲς ἔδωσε γιὰ ὅλα;

Σημ. Εἶναι  $80\frac{3}{4} = 80,75$  καὶ  $15\frac{4}{5} = 15,80$

2) Ὁ Βασιλάκης εἶχε 25,40 δραχμὲς καὶ ἔδωσε  $4\frac{3}{5}$  δραχ. σὲ ἓνα πτωχό. Πόσες δραχμὲς τοῦ ἔμειναν;

3) Κάνε τίς πράξεις

$$\alpha') 1,70 + \frac{1}{2}, 4,85 + \frac{3}{4}, 0,7 + \frac{4}{5}, 2,45 + \frac{3}{8}$$

$$\beta') 6,40 + 1\frac{1}{2}, 0,8 + 3\frac{3}{4}, 2,5 - \frac{1}{4}, 9,65 - \frac{5}{8}$$

$$\gamma') 8,4 - \frac{2}{5}, 8,25 - 5\frac{1}{8}, 40,8 - 7\frac{3}{5}, 67,5 - 35\frac{5}{8}$$

**Πολλαπλασιασμός δεκαδικοῦ μὲ κλάσμα ἢ μικτόν.**

1) Ἡ ὀκτὰ ἐνός πράγματος ἀξίζει δραχ. 60,80. Πόσο ἀξίζουν τὰ  $\frac{3}{4}$  τῆς ὀκτᾶς;

$$\text{Σημ. } 60,80 \times \frac{3}{4} = \frac{60,80 \times 3}{4} =; \text{ "Άλλος τρόπος. } 60,80 \times \frac{3}{4} \\ = 60,80 \times 0,75.$$

2) Πολλαπλασίωσε

$$\alpha') 0,2 \times \frac{3}{4}, \quad 4,5 \times \frac{1}{2}, \quad 0,25 \times \frac{3}{4}, \quad 0,7 \times \frac{1}{8}$$

$$\beta') \frac{5}{8} \times 3,6 \quad 15,45 \times 1 \frac{3}{4}, \quad 2 \frac{1}{8} \times 0,4 \quad 0,075 \times 1 \frac{2}{5}$$

**Διαιρέσεις δεκαδικού με κλάσμα ή μικτόν.**

1) Με δραχ. 27,30 αγοράζουμε από ένα πράγμα  $\frac{3}{4}$  της όκας. Πόσο αξίζει η όκα :

$$\text{Σημ. } 27,30 : \frac{3}{4} = 27,30 \times \frac{4}{3} =;$$

$$\text{"Άλλος τρόπος. } 27,30 : \frac{3}{4} = 27,30 : 0,75 = 2730 : 75 =;$$

2) Διαιρέσε

$$\alpha') 1,50 : \frac{1}{4} \quad 3,70 : \frac{3}{4} \quad 2,40 : \frac{2}{5} \quad 0,875 : \frac{1}{8}$$

$$\beta') 0,5 : 2 \frac{1}{2} \quad 0,35 : 2 \frac{1}{4} \quad 0,28 : 3 \frac{1}{2} \quad 2 \frac{1}{4} : 0,4$$

**Προβλήματα πρὸς άσκηση.**

**Α'. Ομάδα.** "Ένας ά γόρασε ζάχαρη την πρώτη φορά  $2 \frac{3}{4}$  της όκας και την δεύτερη φορά  $3 \frac{1}{2}$  της όκας

μέ δραχ. 220,40 την όκᾶ. Πόση ζάχαρη αγόρασε ; Και πόσες δραχμές έδωσε ;

2) Μία όκᾶ από ένα πράγμα έχει δραχ. 29,20. Πόσο έχουν τὰ  $\frac{3}{8}$  τῆς όκᾶς ; Και πόσες δραχμές θά πάρωμε πίσω από ένα πενητάδραχμο ;

3) Μία όκᾶ από ένα πράγμα έχει δραχ. 48,50. Πόσο έχουν τὰ  $2\frac{3}{4}$  τῆς όκᾶς ; Και πόσες δραχμές θά πάρωμε πίσω από δύο εκατοστάρικα ;

4) Μία κόρη αγόρασε 4,50 μέτρα δαντέλλα με δραχ. 48,80 τὸ μέτρο καὶ 4 μαντήλια με δραχ. 37,60 τὸ καθένα. Πόσες δραχμές έδωσε ;

5) Μία οικογένεια θέλει τὴν εβδομάδα ἔλαιον  $1\frac{1}{2}$  τῆς όκᾶς, τοῦ οἴοιου ἡ όκᾶ έχει δραχ. 30,60. Πόσες δραχμές θέλει τὴν εβδομάδα διὰ τὸ ἔλαιον ; Και πόσες τὸ ἔτος ποῦ έχει 52 εβδομάδες ;

**Β'. Ομάδα** 1) Ένα κεφαλοτύρι ζυγίζει  $2\frac{1}{2}$  όκᾶδες καὶ θά τὸ μοιράσουν ἐξ ἴσου 4 ἄνθρωποι. Πόσο θά πάρῃ ὁ καθένας ; Και πόσο θά πληρώσῃ με δραχ. 680,80 τὴν όκᾶ ;

2) Μία γυναίκα αγόρασε από ένα ὕφασμα  $\frac{7}{8}$  τῆς πῆχης καὶ έδωσε δραχ. 393,75. Πόσο ἀξίζει ἡ πῆχη ; Και πόσο ἀξίζουν 10 πῆχες ;  $2\frac{1}{2}$  πῆχες ;

3) Ένας αγόρασε  $2\frac{1}{2}$  όκάδες από ένα πράγμα καὶ έδωσε δραχ. 68,20. Πόσο ἀξίζει ἡ μία όκᾶ ; Πόσο 10

οκάδες ; 100 οκάδες ; 1000 οκάδες ; Και πόσο  $3\frac{1}{4}$  οκάδες ;

4) 10 οκάδες από ένα πράγμα αξίζουν δραχ. 328,50. Πόσο αξίζει ή μία οκά ; Πόσο 100 οκάδες ; Και πόσο  $2\frac{1}{2}$  οκάδες ;

5) Μία κόρη αγόρασε  $1\frac{1}{4}$  της πήχης δαντέλλα και έδωσε δραχ. 64,80. Πόσο αξίζει ή πήχη ; Και πόσο θα δώση διά  $\frac{7}{8}$  της πήχης ακόμη ;

6) Μία γυναίκα αγόρασε από ένα ύφασμα  $2\frac{1}{2}$  πήχες και έδωσε δραχ. 356,40. Πόσο αξίζει ή πήχη ; Και πόσες πήχες αγοράζομε με δρ. 453,60 ;

7) Μία χωρική είχε 140 αυγά και άπ' αυτά έπώλησε τὰ  $\frac{3}{5}$  με δρ. 18,75 τὸ καθένα, τὰ δὲ ἄλλα έπώλησε με δρ. 40,50 τὸ ζευγος. Πόσες δραχμὲς έπηρε από δλα τὰ αυγά ;

**Γ' ομάδα.** 1) Ένας αγόρασε 2 οκάδες και 150 δράμια ( $=2\frac{150}{400}$  οκ. ) από ένα πράγμα με δραχ. 170,60 τὴν οκά και έδωσε ένα πεντακοσάριο. Κάμε τὸ λογαριασμό.

2) Μία γυναίκα αγόρασε από ένα ύφασμα 4 πήχες και 5 ρούπια ( $=4\frac{5}{8}$  π. ) με δραχ. 180,50 τὴν πήχη και έδωσε ένα χιλιάριο. Κάμε τὸ λογαριασμό.

3) Ένας αγόρασε μία οκά και 150 δράμια καφέ με

800 δραχ. τὴν ὀκά, 3 ὀκ. 200 δράμ. ζάχαρη μὲ δρ. 240.50 τὴν ὀκά, καὶ 360 δράμ. βούτυρο μὲ 920 δρ. τὴν ὀκά. Πόσο ἀξίζει τὸ καθένα χωριστά; Καὶ πόσο μαζί;

## ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

#### Κύβος καὶ τετράγωνο.

Α'.

1) Πάρε τὸν κύβο (') καὶ δεῖξε ὅλη τὴν ἐπιφάνειά του. Δεῖξε τὶς ἔδρες του, τὶς ἀκμὲς (πλευρὲς) του καὶ τὶς κορυφές του.

2) Πόσες ἔδρες ἔχει ὁ κύβος; Πόσες ἀκμὲς; Πόσες κορυφές;

3) Δεῖξε στὸν κύβο μίαν εὐθεῖαν γραμμὴν, μίαν τεθλασμένην καὶ δύο εὐθεῖες παράλληλες.

4) Ποῦ ἄλλοῦ βλέπεις τέτοιες γραμμές;

5) Πῶς γράφομε εὐθεῖαν γραμμὴν στὸ τετράδιο, στὸ πάτωμα, στὸ προαύλιο;

6) Δεῖξε στὸν κύβο μίαν εὐθεῖαν, ποὺ νὰ εἶναι κάθετος πρὸς ἄλλη εὐθεῖαν.

7) Πῶς λέγεται ἡ γωνία, ποὺ σχηματίζεται ἀπὸ δύο συναντώμενες ἀκμὲς τοῦ κύβου;

8) Πόσες ὀρθές γωνίες ἔχει μίαν ἔδραν τοῦ κύβου; Καὶ πόσες ὅλες οἱ ἔδρες του;

9) Ποῦ ἄλλοῦ βλέπεις ὀρθές γωνίες;

10) Τί εἶναι μεταξύ τους οἱ ὀρθές γωνίες;

11) Γράψε στὸν πίνακα μίαν ὀρθήν γωνία μὲ τὸν γνόμονα.

(1) Τὸ σχολεῖο πρέπει νὰ ἔχη κύβο, ὀρθογώνιο καὶ πλάγιον παραλληλεπίπεδο, πυραμίδες, κανόνα (ρήγα) γνόμονα, μέτρο (γαλλικόν) καὶ διαβήτη.

12) Γράψε στὸν πίνακα μίᾱ εὐθεῖα γραμμὴ μὲ τὸν κανόνα καὶ νὰ φέρῃς σ' αὐτὴ μὲ τὸν γνώμονα κάθετο ἀπὸ ἓνα σημεῖο της. Ἐπειτα νὰ φέρῃς κάθετο σ' αὐτὴ ἀπὸ ἓνα σημεῖο ποὺ εἶναι ἔξω ἀπ' αὐτὴ.

Β'.

1) Δεῖξε στὸν κύβο μίᾱ ἔδρα ποὺ εἶναι κάθετος σὲ ἄλλη ἔδρα. Ἐπειτα νὰ δεῖξης δύο ἔδρες του παράλληλες.

2) Ποῖα θέσι ἔχουν οἱ τοῖχοι τοῦ δωματίου πρὸς τὸ πάτωμα ; Καὶ ποῖα τὸ ταβάνι πρὸς τὸ πάτωμα ;

3) Πάρε ἓνα βιβλίο καὶ νὰ τὸ βάλῃς κάθετο στὸ θρανίο, στὸν τοῖχο, Ἐπειτα νὰ τὸ βάλῃς παράλληλο πρὸς αὐτά.

4) Βάλε τὸν κύβο ἐπάνω στὸ τραπέζι καὶ δεῖξε τίς κατακόρυφες καὶ ὀριζόντιες ἔδρες του, καθὼς καὶ τίς παράλληλες. Τὸ αὐτὸ νὰ κάνῃς καὶ διὰ τίς ἀκμὲς του.

5) Ποῖα διεύθυνσι ἔχουν οἱ τοῖχοι τοῦ δωματίου ; Καὶ ποῖα τὸ πάτωμα καὶ τὸ ταβάνι ;

6) Δεῖξε στὸν κύβο τίς διέδρες καὶ τρίεδρες στερεῆς γωνίες. Δεῖξε τίς ἔδρες καὶ τίς ἀκμὲς τους.

7) Πόσες διέδρες γωνίες ἔχει ὁ κύβος ; Καὶ πόσες τρίεδρες ;

8) Δεῖξε στὸ δωμάτιο μίᾱ διέδρο γωνία. Δεῖξε τίς ἔδρες καὶ τὴν ἀκμὴ της.

9) Δεῖξε στὸ δωμάτιο μίᾱ τρίεδρο στερεὰ γωνία. Δεῖξε τίς ἔδρες, τίς ἀκμὲς καὶ τὴν κορυφή της.

Γ'.

1) Τί σχῆμα ἔχουν οἱ ἔδρες τοῦ κύβου ; Καὶ τί σχέσι ἔχουν μεταξύ τους ;

2) Ποῖο σχῆμα λέγομε **τετράγωνο** ; Καὶ τί λέγομε

περίμετρο αὐτοῦ ;

3) Γράψε στὸν πίνακα ἓνα τετράγωνο καὶ δεῖξε τὶς πλευρές του, τὶς γωνίες του, τὶς κορυφές του καὶ τὴν περίμετρό του.

4) Γράψε στὸν πίνακα τρία τετράγωνα. Τὸ ἓνα νὰ ἔχη πλευρὰ 0,12 τοῦ μέτρου, τὸ ἄλλο 0,15 καὶ τὸ ἄλλο 0,25.

5) Πόση περίμετρο ἔχει τὸ καθένα χωριστά ;

6) Πόση εἶναι ἡ περίμετρος οἰκοπέδου τετραγωνικοῦ, τοῦ ὁποῖου ἡ πλευρὰ εἶναι ἴση μὲ 25 μέτρα ; μὲ 30,80 μέτρα ; μὲ 28,5 μέτρα ;

7) Πόση εἶναι ἡ πλευρὰ τετραγώνου, τοῦ ὁποῖου ἡ περίμετρος εἶναι 68 μέτρα ; 14,80 μέτρα ; 93,40 μέτρα ;

8) Τί λέγομε τετραγωνικὸ μέτρο ; Τί τετραγωνικὴ παλάμη ; Καὶ τί τετραγωνικὸ δάκτυλο ;

9) Πῶς εὐρίσκομε τὸ ἔμβαδὸ τοῦ τετραγώνου ;

10) Τὸ πάτωμα δωματίου εἶναι τετραγωνικὸ καὶ ἡ πλευρὰ του εἶναι ἴση μὲ 4 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι τὸ ἔμβαδὸ του ;  $(4 \times 4 = ;)$

11) Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι τὸ ἔμβαδὸ κήπου τετραγωνικοῦ, τοῦ ὁποῖου ἡ πλευρὰ εἶναι ἴση μὲ 35 μέτρα ; μὲ 45,5 μέτρα ; μὲ 60,75 μέτρα ;

12) Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι τὸ ἔμβαδὸ τετραγώνου, τοῦ ὁποῖου ἡ πλευρὰ εἶναι ἴση μὲ 0,8 τοῦ μέτρου ; Πόσες τετραγωνικὲς παλάμες ; Καὶ πόσοι τετραγωνικοὶ δάκτυλοι ;

**Σημ.** 1 τετρ. μέτρο = 100 τετρ. παλάμες καὶ 1 τετρ. παλάμη = 100 τετρ. δάκτυλοι.

Δ΄.

1) Τί λέγομε κυβικὸ μέτρο ; Τί κυβικὴ παλάμη ; Καὶ

τί κυβικό δάκτυλο ;

2) Ἡ ἀκμή (πλευρά) κύβου εἶναι 2 μέτρα. Πόσα κυβικά μέτρα εἶναι ὁ ὄγκος του ;

**Σημ.** Διὰ νὰ εὐρώμε τὸν ὄγκο κύβου, πολλαπλασιάζομε τὴν ἀκμή του τρὶς φορές μὲ τὸν ἑαυτὸν της. Ἔτσι  $2 \times 2 \times 2 = 8$  κ. μ.

3) Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος κύβου, τοῦ ὁποῖου ἡ ἀκμή εἶναι ἴση μὲ 5 μέτρο ; μὲ 1,6 τοῦ μ., μὲ 0,25 τοῦ μ. ;

4) Ἐνα κιβώτιο κυβικὸ ἔχει ἀκμή ἴση μὲ 0,8 τοῦ μέτρου. Πόσο μέρος τοῦ κυβικοῦ μέτρου εἶναι ὁ ὄγκος του ; Πόσες κυβικὲς πάλαμες ; Καὶ πόσοι κυβικοὶ δάκτυλοι ;

**Σημ.** 1 κυβ. μέτρο = 1000 κυβ. παλ. καὶ 1 κυβ. πάλαμη = 1000 κυβ. δάκτυλοι.

### Ὅρθογώνιο παραλληλεπίπεδο καὶ ὀρθογώνιο παραλληλόγραμμο.

Α'.

1) Πάρε τὸ ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο καὶ δεῖξε ὅλη τὴν ἐπιφάνειά του. Δεῖξε τὶς ἔδρες του, τὶς ἀκμές του καὶ τὶς κορυφές του.

2) Πόσες ἔδρες ἔχει ; Πόσες ἀκμές ; Καὶ πόσες κορυφές ;

3) Δεῖξε τὶς διέδρες καὶ τριέδρες στερεὲς γωνίες του. Δεῖξε τὶς ἔδρες καὶ τὶς ἀκμές τους.

4) Πόσες διέδρες γωνίες ἔχει ; Καὶ πόσες τριέδρες ;

5) Βάλε τὸ ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο ἐπάνω στὸ τραπέζι καὶ δεῖξε τὶς κατακόρυφες ἔδρες, τὶς ὀριζόντιες καὶ τὶς παράλληλες ἔδρες. Τὸ αὐτὸ νὰ κάνης καὶ διὰ τὶς ἀκμές του.

6) Τί σχῆμα ἔχουν οἱ ἔδρες τοῦ ὀρθογωνίου παραλλ-

ληλεπιπέδου ; Καί τί σχέσι ἔχουν μεταξύ τους ;

7) Γράψε στὸν πίνακα ἓνα ὀρθογώνιο παραλληλό-  
γραμμο καὶ ἓνα τετράγωνο. Κατὰ τί ὁμοιάζουν καὶ κατὰ  
τί διαφέρουν τὰ σχήματα αὐτά ;

8) Κατὰ τί ὁμοιάζουν καὶ κατὰ τί διαφέρουν ὁ κύβος  
καὶ τὸ ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο ;

9) Ποῖα πράγματα γνωρίζεις ποὺ ἔχουν τὸ σχῆμα  
ὀρθογωνίου παραλληλεπίπεδου ;

10) Πόση εἶναι ἡ περίμετρος ὀρθογωνίου προαυλίου,  
τοῦ ὁποίου

τὸ μῆκος εἶναι 7 μ. καὶ τὸ πλάτος 5 μ. ;

» » 9 μ. » » 6,40 ;

» » 8,75 » » 5,80 ;

**Σημ** Αἱ ἀπέναντι πλευραὶ εἶναι ἴσαι.

11) Κήπος ἔχει σχῆμα ὀρθογώνιο, τὸ μῆκος του εἶναι  
25 μέτρα καὶ τὸ πλάτος του 20 μέτρα. Πόσο συρματό-  
πλεγμα θέλομε γιὰ νὰ τὸν περιφράξωμε ;

B'.

1) Οἰκόπεδο ὀρθογώνιο ἔχει μῆκος 40 μέτρα καὶ πλά-  
τος 30. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι τὸ ἔμβαδό του ;

**Σημ.** Διὰ νὰ εὔρωμε τὸ ἔμβαδὸ ὀρθογωνίου πολ-  
λαπλασιάζομε τὸ μῆκος του μὲ τὸ πλάτος του ( $40 \times 30 =$   
τ. μέτρα).

2) Ἐνα χωράφι ὀρθογώνιο ἔχει μῆκος 120 μέτρα καὶ  
πλάτος 75 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι τὸ ἔμ-  
βαδό του ; Καὶ πόσα στρέμματα ; (1 στρέμμα = 1000 τ.μ.),

3) Πόσο εἶναι τὸ ἔμβαδὸ ὀρθογωνίου, τοῦ ὁποίου α')  
Τὸ μῆκος εἶναι 5,4 τοῦ μέτρου καὶ τὸ πλάτος 4,5 ; β') Τὸ  
μῆκος εἶναι 12,50 τοῦ μέτρου καὶ τὸ πλάτος 9,30 ; γ') Τὸ  
μῆκος εἶναι 0,65 τοῦ μέτρου καὶ τὸ πλάτος 0,4' ;

4) Οικόπεδο ὀρθογώνιο ἔχει ἔμβαδὸ 172,80 τετρ. μέτρα καὶ μῆκος 18 μέτρα. Πόσο εἶναι τὸ πλάτος του ; ( $172,80:18 = ;$ )

5) Πόσο εἶναι τὸ μῆκος ὀρθογώνιου, τοῦ ὁποῖου τὸ πλάτος εἶναι 15,75 μ. καὶ τὸ ἔμβαδὸ 393,75 τετρ. μέτρα ;

6) Δωμάτιο ἔχει μῆκος 6 μέτρα καὶ πλάτος 4,50 καὶ θέλομε νὰ τὸ στρώσωμε μὲ ὑφασμα, πού ἔχει πλάτος 0,90 τοῦ μέτρου. Πόσο εἶναι τὸ ἔμβαδὸ του ; Καὶ πόσο ὑφασμα θέλομε ;

**Σημ.** Διαιροῦμε τὸ ἔμβαδὸ μὲ τὸ πλάτος τοῦ ὑφάσματος.

7) Προαύλιο ὀρθογώνιο ἔχει μῆκος 15 μέτρα καὶ πλάτος 8 μέτρα καὶ θέλομε νὰ τὸ στρώσωμε μὲ πλάκες τετραγωνικές, πού ἔχουν πλευρὰ ἴση μὲ 0,20 τοῦ μέτρου, Πόσες πλάκες θέλομε ;

**Σημ.** Ὅσες φορές τὸ ἔμβαδὸ μιᾶς πλάκας χωρεῖ στὸ ἔμβαδὸ τοῦ προαυλίου, τόσες πλάκες θέλομε.

8) Δωμάτιο ἔχει μῆκος 6 μέτρα καὶ πλάτος 5 καὶ θέλομε νὰ τὸ πατώσωμε μὲ σανίδες, πού ἔχουν μῆκος 2 μέτρα καὶ πλάτος 0,25 τοῦ μ. Πόσες σανίδες χρειάζονται ;

Γ'.

1) Πόσα κυβικὰ μέτρα εἶναι ὁ ὄγκος ὀρθογώνιου παραλληλεπιπέδου, τοῦ ὁποῖου τὸ μῆκος εἶναι 5 μέτρα, τὸ πλάτος 4 καὶ τὸ ὕψος 3 μέτρα ;

**Σημ.** Γιὰ νὰ εὔρωμε τὸν ὄγκο ὀρθογώνιου παραλληλεπιπέδου, πολλαπλασιάζομε τὸ μῆκος, τὸ πλάτος καὶ τὸ ὕψος του. ( $5 \times 4 \times 3 = 60$  κ. μ.).

2) Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος ὀρθογώνιου παραλληλεπιπέδου, τοῦ ὁποῖου

α') Το μήκος είναι 4 μ., το πλάτος 3 μ. και το ύψος 2 μ. ;

β') Το μήκος είναι 2 μ., το πλάτος 0,90 μ. και το ύψος 0,5 μ. ;

γ') Το μήκος είναι 0,90 μ., το πλάτος 0.80 μ. και το ύψος 0,40 μ. ;

3) Δωμάτιο έχει μήκος 5,40 του μέτρου, πλάτος 5 μέτρα και ύψος 4 μ. Πόσα κυβικά μέτρα αέρα χωρεί; Και πόσοι άνθρωποι πρέπει να κοιμούνται στο δωμάτιο αυτό, όταν για τόν καθένα χρειάζεται αέρα 12 κ. μ. ;

### Πλάγιο παραλληλεπίπεδο και πλάγιο παραλληλόγραμμο.

Α'.

1) Πάρε το πλάγιο παραλληλεπίπεδο και δείξε δλη την επιφάνειά του. Δείξε τις έδρες του, τις άκμές του και τις κορυφές του.

2) Πόσες έδρες έχει ; Πόσες άκμές ; Και πόσες κορυφές ;

3) Δείξε τις διέδρες και τις τριέδρες στερεές γωνίες του. Πόσες διέδρες και πόσες τριέδρες γωνίες έχει ;

4) Τί λέγομε όξεια γωνία και τί άμβλεϊα ;

5) Πόσες όξειες γωνίες και πόσες άμβλεϊες έχει ή καθεμία έδρα του πλάγιου παραλληλεπιπέδου ; Και πόσες έχουν όλες οι έδρες του ;

6) Βάλε το παραλληλεπίπεδο επάνω στο τραπέζι και δείξε τις όριζόντιες και πλάγιες έδρες του. Το αυτό να κάνης και για τις άκμές του.

7) Τί σχήμα έχουν οι έδρες του ; Και τί σχέσι έχουν μεταξύ τους ;

8) Γράψε στον πινακα ένα παραλληλόγραμμο, Τ σχέσι έχουν οι πλευρές του ; Και τί σχέσι οι γωνίες του

9) Γράψε στον πίνακα ένα όρθογώνιο και ένα παραλ-

ληλόγραμμο. Κατά τί όμοιάζουν και κατά τί διαφέρουν τά σχήματα αυτά :

10) Κατά τί όμοιάζουν και κατά τί διαφέρουν τό όρθογώνιο και τό πλάγιο παραλληλεπίπεδο :

Β'.

1) Τι λέγομε **βάση** στο παραλληλόγραμμο και τί **ύψος** αυτού :

2) Γράψε στον πίνακα ένα παραλληλόγραμμο και νά δειξης τήν βάση του. Έπειτα νά γράψης τό ύψος του.

3) Ένα οικόπεδο έχει σχήμα παραλληλογράμμου· ή βάση του είναι 30 πήχες και τό ύψος του 18 π. Πόσες τετραγωνικές πήχες είναι τό έμβαδό του :

**Σημ.** Για νά εύρωμε τό έμβαδό παραλληλογράμμου, πολλαπλασιάζομε τήν βάση του με τό ύψος του.  $(30 \times 18 = ;)$

4) Πόσο είναι τό έμβαδό παραλληλογράμμου, τοϋ όποιου α') ή βάση είναι 7 μ. και τό ύψος 2,80 μ. ;

β') ή βάση είναι 1,80 μ. και τό ύψος 0,25 μ. ;

5) Το έμβαδό τής βάσης πλαγίου παραλληλεπιπέδου είναι 15 τ. μ. και τό ύψος του 2 μ. Πόσα κυβικά μέτρα είναι ό όγκος του ;

**Σημ.** Για νά εύρωμε τον όγκο πλαγίου παραλληλεπιπέδου, πολλαπλασιάζομε τό έμβαδό τής βάσης του με τό ύψος του.  $(15 \times 2 = ; \text{ κ. μ.})$

**Τριγωνική πυραμίδα και τρίγωνο.**

**Κόλουρος πυραμίδα και τραπέζιο.**

Α'.

1) Πάρε τήν τριγωνική πυραμίδα και δειξε τις έδρες της, τις άκμές της και τις κορυφές της.

Τί σχήμα έχουν οι έδρες της ;

2) Πώς ονομάζονται τὰ τρίγωνα ἀπὸ τὶς γωνίες τους ;  
Καὶ πὼς ἀπὸ τὶς πλευρὲς τους ;

3) Γράψε στὸν πίνακα ἓνα τρίγωνο ὀρθογώνιο, ἓνα ὀξυγώνιο καὶ ἓνα ἄμβλυγώνιο.

4) Γράψε ἓνα τρίγωνο ἰσόπλευρο, ἓνα ἰσοσκελὲς καὶ ἓνα σκαληνὸ ἢ ἀνισόπλευρο.

5) Τί λέγομε βάση στὸ τρίγωνο ; Καὶ τί ὕψος αὐτοῦ ;

6) Γράψε στὸν πίνακα ἓνα τρίγωνο καὶ νὰ δείξης τὴν βάση του. Ἐπειτα νὰ γράψῃς τὸ ὕψος του.

7) Δείξε στὸ τρίγωνο αὐτὸ τὴν περίμετρό του.

8) Πόση εἶναι ἡ περίμετρος ἰσοπλεύρου τριγώνου, τοῦ ὁποίου ἡ πλευρὰ εἶναι 4 μέτρα ; 2,80 μ. ; 0,75 μ. ;

9) Πόση εἶναι ἡ περίμετρος ἰσοσκελοῦς τριγώνου τοῦ ὁποίου ἡ ἀνισος πλευρὰ εἶναι 2 μέτρα καὶ ἡ μία ἀπὸ τὶς ἴσες πλευρὲς του εἶναι 3 μέτρα ; 1,25 μ. ;

10) Πόση εἶναι ἡ πλευρὰ ἰσοπλεύρου τριγώνου, τοῦ ὁποίου ἡ περίμετρος εἶναι 225 μ. ; 316,20 μ. ;

### Β'.

1) Ἐνα οἰκόπεδο τριγωνικὸ ἔχει βάση ἴση μὲ 20 μ. καὶ ὕψος 12,40 μ. Πόσο εἶναι τὸ ἐμβαδὸν του ;

**Σημ.** Γιὰ νὰ εὗρωμε τὸ ἐμβαδὸν τριγώνου, πολλαπλασιαζόμε τὴν βάση του μὲ τὸ ὕψος του καὶ τὸ γινόμενο διαιροῦμε μὲ 2.  $\left( \frac{20 \times 12,40}{2} = ; \tau. \mu. \right)$

2) Πόσο εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τριγώνου, τοῦ ὁποίου

α') Ἡ βάση εἶναι 35 μ. καὶ τὸ ὕψος 40 μ. ;

β') Ἡ βάση εἶναι 16 μ. καὶ τὸ ὕψος 12,80 μ. ;

γ') Ἡ βάση εἶναι 60,50 μ. καὶ τὸ ὕψος 40,70 μ. ;

3) Ἐνας ἀγόρασε χωράφι τριγωνικὸ, τοῦ ὁποίου ἡ βάση εἶναι 150 μέτρα καὶ τὸ ὕψος 180 μέτρα. Πόσα στρέμματα εἶναι ; Καὶ πόσο θὰ πληρώσῃ μὲ 12,500 δραχ. τὸ στρέμμα ;

Γ'.

1) Στην πυραμίδα, ποία λέγομε **βάση**; Ποία **κορυφή**; Καί ποίο **ύψος**;

2) Σε μία πυραμίδα ή βάση της έχει έμβαδό 20 τετρ. μέτρα καί τὸ ύψος της εἶναι 4,8 τοῦ μέτρου. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος της;

**Σημ.** Γιὰ νὰ εὗρωμε τὸν ὄγκο πυραμίδας, πολλαπλασιάζομε τὸ έμβαδό τῆς βάσης μὲ τὸ ύψος καί τὸ γινόμενο διαιροῦμε μὲ 3.  $\frac{(20 \times 4,80)}{3} = ;$  κ. μ.)

3) Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος πυραμίδας, τῆς ὁποίας

α') τὸ έμβαδό τῆς βάσης εἶναι 8 τ. μ. καί τὸ ύψος 1,20 μ. ;  
β') τὸ έμβαδό τῆς βάσης εἶναι 2,75 τ. μ. καί τὸ ύψος 0,90 ;

4) Ἡ μεγαλύτερη πυραμίδα τῆς Αἰγύπτου έχει βάση τετραγώνο, τοῦ ὁποίου ή πλευρά εἶναι 232,75 μ. καί τὸ ύψος της 146 μ. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος της ;

Δ'.

1) Τί λέγομε **κόλουρη** (κολοβή) **πυραμίδα**; Τί σχήμα έχουν οἱ ἔδρες της, ποῦ εἶναι γύρω τῆς βάσης της ;

2) Γράψε στὸν πίνακα ἓνα τραπέζιο. Τί λέγονται **βάσεις** τραπεζίου; Καί τί **ύψος** αὐτοῦ ;

3) Ἐνα χωράφι έχει σχήμα τραπεζίου. Ἡ μία βάση του εἶναι 120 μέτρα, ή ἄλλη 80 μέτρα καί τὸ ύψος του 70 μέτρα. Πόσα τετρ. μέτρα εἶναι τὸ έμβαδό του ;

**Σημ.** Γιὰ νὰ εὗρωμε τὸ έμβαδό τραπεζίου, πολλαπλασιάζομε τὸ μισὸ ἄθροισμα τῶν δύο βάσεών του μὲ τὸ ύψος του.

$$\left( \frac{120+80}{2} \times 70 = \frac{200}{2} \times 70 = ; \right)$$

4) Πόσο εἶναι τὸ έμβαδό τραπεζίου, τοῦ ὁποίου

α') Οἱ βάσεις εἶναι 6 μ. καί 4 μ. καί τὸ ύψος 3 μ. ;  
β') Οἱ βάσεις εἶναι 30 μ. καί 12 μ. καί τὸ ύψος 8,50 μ. ;  
γ') Οἱ βάσεις εἶναι 9,80 μ. καί 10,20 μ. καί τὸ ύψος 5,80 μ. ;

Τ Ε Λ Ο Σ

α') Το μήκος είναι 4 μ., το πλάτος 3 μ. και το ύψος 2 μ. ;

β') Το μήκος είναι 2 μ., το πλάτος 0,90 μ. και το ύψος 0,5 μ. ;

γ') Το μήκος είναι 0,90 μ., το πλάτος 0,80 μ. και το ύψος 0,40 μ. ;

3) Δωμάτιο έχει μήκος 5,40 του μέτρου, πλάτος 5 μέτρα και ύψος 4 μ. Πόσα κυβικά μέτρα αέρα χωρεί ; Και πόσοι άνθρωποι πρέπει να κοιμούνται στο δωμάτιο αυτό, όταν για τόν καθένα χρειάζεται αέρα 12 κ. μ. ;

### **Πλάγιο παραλληλεπίπεδο και πλάγιο παραλληλόγραμμο.**

Α'.

1) Πάρε το πλάγιο παραλληλεπίπεδο και δείξε όλη την επιφάνειά του. Δείξε τις έδρες του, τις άκμές του και τις κορυφές του.

2) Πόσες έδρες έχει ; Πόσες άκμές ; Και πόσες κορυφές ;

3) Δείξε τις διέδρες και τις τριέδρες στερεές γωνίες του. Πόσες διέδρες και πόσες τριέδρες γωνίες έχει ;

4) Τί λέγομε όξεια γωνία και τί άμβλεϊα ;

5) Πόσες όξειες γωνίες και πόσες άμβλεϊες έχει ή καθεμία έδρα του πλάγιου παραλληλεπιπέδου ; Και πόσες έχουν όλες οι έδρες του ;

6) Βάλε το παραλληλεπίπεδο επάνω στο τραπέζι και δείξε τις όριζόντιες και πλάγιες έδρες του. Το αυτό να κάνης και για τις άκμές του.

7) Τι σχήμα έχουν οι έδρες του ; Και τί σχέσι έχουν μεταξύ τους ;

8) Γράψε στον πινακα ένα παραλληλόγραμμο, Τ σχέσι έχουν οι πλευρές του ; Και τί σχέσι οι γωνίες του

9) Γράψε στον πίνακα ένα όρθογώνιο και ένα παραλ-

ληλόγραμμα. Κατά τί ὁμοιάζουν καί κατά τί διαφέρουν τὰ σχήματα αὐτά :

10) Κατά τί ὁμοιάζουν καί κατά τί διαφέρουν τὸ ὀρθογώνιο καί τὸ πλάγιο παραλληλεπίπεδο :

Β'.

1) Τί λέγομε **βάση** στὸ παραλληλόγραμμα καί τί **ὕψος** αὐτοῦ :

2) Γράψε στὸν πίνακα ἓνα παραλληλόγραμμα καί νὰ δείξης τὴν **βάση** του. Ἐπειτα νὰ γράψης τὸ **ὕψος** του.

3) Ἐνα οἰκόπεδο ἔχει σχῆμα παραλληλογράμμου ἡ **βάση** του εἶναι 30 πῆχες καί τὸ **ὕψος** του 18 π. Πόσες τετραγωνικὲς πῆχες εἶναι τὸ **ἐμβαδὸ** του :

**Σημ.** Γιὰ νὰ εὕρωμε τὸ **ἐμβαδὸ παραλληλογράμμου**, **πολλαπλασιάζομε τὴν **βάση** του μὲ τὸ **ὕψος** του.**  $(30 \times 18 = ;)$

4) Πόσο εἶναι τὸ **ἐμβαδὸ παραλληλογράμμου**, τοῦ ὁποίου α') ἡ **βάση** εἶναι 7 μ. καί τὸ **ὕψος** 2,80 μ. ;

β') ἡ **βάση** εἶναι 1,80 μ. καί τὸ **ὕψος** 0,25 μ. ;

5) Τὸ **ἐμβαδὸ** τῆς **βάσης** πλάγιου παραλληλεπιπέδου εἶναι 15 τ. μ. καί τὸ **ὕψος** του 2 μ. Πόσα **κυβικά μέτρα** εἶναι ὁ **ὄγκος** του ;

**Σημ.** Γιὰ νὰ εὕρωμε τὸν **ὄγκο πλάγιου παραλληλεπιπέδου**, **πολλαπλασιάζομε τὸ **ἐμβαδὸ** τῆς **βάσης** του μὲ τὸ **ὕψος** του.**  $(15 \times 2 = ; \text{ κ. μ.})$

**Τριγωνικὴ πυραμίδα καί τρίγωνο.**

**Κόλουρος πυραμίδα καί τραπέζιο.**

Α'.

1) Πάρε τὴν **τριγωνικὴ πυραμίδα** καί δείξε τίς **ἔδρες** της, τίς **ἀκμές** της καί τίς **κορυφές** της.

Τι **σχῆμα** ἔχουν οἱ **ἔδρες** της ;

2) Πώς ονομάζονται τὰ τρίγωνα ἀπὸ τὶς γωνίες τους ;  
Καὶ πὼς ἀπὸ τὶς πλευρὲς τους ;

3) Γράψε στὸν πίνακα ἓνα τρίγωνο ὀρθογώνιο, ἓνα ὀξυγώνιο καὶ ἓνα ἄμβλυγώνιο.

4) Γράψε ἓνα τρίγωνο ἰσόπλευρο, ἓνα ἰσοσκελὲς καὶ ἓνα σκαληνὸ ἢ ἀνισόπλευρο.

5) Τι λέγομε βάση στὸ τρίγωνο ; Καὶ τί ὕψος αὐτοῦ ;

6) Γράψε στὸν πίνακα ἓνα τρίγωνο καὶ νὰ δείξης τὴν βάση του. Ἐπειτα νὰ γράψῃς τὸ ὕψος του.

7) Δεῖξε στὸ τρίγωνο αὐτὸ τὴν περίμετρό του.

8) Πόση εἶναι ἡ περίμετρος ἰσοπλεύρου τριγώνου, τοῦ ὁποίου ἡ πλευρὰ εἶναι 4 μέτρα ; 2,80 μ. ; 0,75 μ. ;

9) Πόση εἶναι ἡ περίμετρος ἰσοσκελοῦς τριγώνου τοῦ ὁποίου ἡ ἀνισος πλευρὰ εἶναι 2 μέτρα καὶ ἡ μία ἀπὸ τὶς ἴσες πλευρὲς του εἶναι 3 μέτρα ; 1,25 μ. ;

10) Πόση εἶναι ἡ πλευρὰ ἰσοπλεύρου τριγώνου, τοῦ ὁποίου ἡ περίμετρος εἶναι 225 μ. ; 316,20 μ. ;

### Β΄.

1) Ἐνα οἰκόπεδο τριγωνικὸ ἔχει βάση ἴση μὲ 20 μ. καὶ ὕψος 12,40 μ. Πόσο εἶναι τὸ ἔμβαδό του ;

**Σημ.** Γιὰ νὰ εὕρωμε τὸ ἔμβαδό τριγώνου, πολλαπλασιάσωμε τὴν βάση του μὲ τὸ ὕψος του καὶ τὸ γινόμενο διαιροῦμε μὲ 2.

$$\left( \frac{20 \times 12,40}{2} = ; \text{τ. μ.} \right)$$

2) Πόσο εἶναι τὸ ἔμβαδό τριγώνου, τοῦ ὁποίου

α') Ἡ βάση εἶναι 35 μ. καὶ τὸ ὕψος 40 μ. ;

β') Ἡ βάση εἶναι 16 μ. καὶ τὸ ὕψος 12,80 μ. ;

γ') Ἡ βάση εἶναι 60,50 μ. καὶ τὸ ὕψος 40,70 μ. ;

3) Ἐνας ἀγόρασε χωράφι τριγωνικὸ, τοῦ ὁποίου ἡ βάση εἶναι 150 μέτρα καὶ τὸ ὕψος 180 μέτρα. Πόσα στρέμματα εἶναι ; Καὶ πόσο θὰ πληρώσῃ μὲ 12,500 δραχ. τὸ στρέμμα ;

Γ'.

1) Στην πυραμίδα, ποία λέγομε **βάση**; Ποία **κορυφή**; Και ποίο **ύψος**;

2) Σε μία πυραμίδα ή βάση της έχει έμβαδό 20 τετρ. μέτρα και τὸ ύψος της είναι 4,8 τοῦ μέτρου. Πόσος είναι ὁ ὄγκος της;

**Σημ. Για νὰ εὔρωμε τὸν ὄγκο πυραμίδας, πολλαπλασιάζομε τὸ έμβαδὸ τῆς βάσης μετὸ ὕψος και τὸ γινόμενο διαιροῦμε μετὸ 3.**

$$\frac{(20 \times 4,80)}{3} = ; \text{ κ. μ.}$$

3) Πόσος είναι ὁ ὄγκος πυραμίδας, τῆς ὁποίας

α') τὸ έμβαδὸ τῆς βάσης είναι 8 τ. μ. και τὸ ὕψος 1,20 μ.;  
β') τὸ έμβαδὸ τῆς βάσης είναι 2,75 τ. μ. και τὸ ὕψος 0,90;

4) Ἡ μεγαλύτερη πυραμίδα τῆς Αἰγύπτου έχει βάση τετράγωνο, τοῦ ὁποίου ἡ πλευρά είναι 232,75 μ. και τὸ ὕψος της 146 μ. Πόσος είναι ὁ ὄγκος της;

Δ'.

1) Τί λέγομε **κόλουρη** (κολοβή) **πυραμίδα**; Τί σχῆμα έχουν οἱ ἔδρες της, πὸυ είναι γύρω τῆς βάσης της;

2) Γράψε στὸν πίνακα ἓνα τραπέζιο. Τί λέγονται **βάσεις** τραπεζίου; Και τί **ύψος** αὐτοῦ;

3) Ἐνα χωράφι έχει σχῆμα τραπεζίου. Ἡ μία βάση του είναι 120 μέτρα, ἡ ἄλλη 80 μέτρα και τὸ ὕψος του 70 μέτρα. Πόσα τετρ. μέτρα είναι τὸ έμβαδὸ του;

**Σημ. Για νὰ εὔρωμε τὸ έμβαδὸ τραπεζίου, πολλαπλασιάζομε τὸ μισὸ ἄθροισμα τῶν δύο βάσεων του μετὸ ὕψος του.**

$$\left( \frac{120+80}{2} \times 70 = \frac{200}{2} \times 70 = ; \right)$$

4) Πόσο είναι τὸ έμβαδὸ τραπεζίου, τοῦ ὁποίου

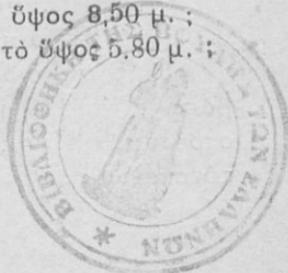
α') Οἱ βάσεις είναι 6 μ. και 4 μ. και τὸ ὕψος 3 μ.;  
β') Οἱ βάσεις είναι 30 μ. και 12 μ. και τὸ ὕψος 8,50 μ.;  
γ') Οἱ βάσεις είναι 9,80 μ. και 10,20 μ. και τὸ ὕψος 5,80 μ.;

Τ Ε Λ Ο Σ



0020560632

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΒΟΥΛΗΣ





ΒΑΣΙΛΕΙΟΝ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟΝ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ & ΠΑΙΔΕΙΑΣ  
ΤΜΗΜΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

Ἐν Ἀθήναις τῇ 20 Αὐγούστου 1934

Ἀριθ. { πρωτ. 51231 . 51232  
          { διεκπ.

Πρὸς

τὸν κ. ΠΑΠΑΝΙΚΗΤΟΠΟΥΛΟΝ ΚΩΝΣΤ., Συγγραφέα

Ἀνακοινοῦμεν ὑμῖν ὅτι διὰ ταύταριθμου ὑπουργικῆς ἀποφάσεως, στηριζομένης δὲ εἰς τὸ ἄρθρ. 4 τοῦ νόμου 5911 καὶ τὴν ἀπόφασιν τῆς οἰκείας κριτικῆς ἐπιτροπῆς, τὴν περιλαμβανομένην εἰς τὴν ὑπ' ἀριθ. 1ην πράξιν αὐτῆς, ἐνεκρίθη ὡς διδακτικὸν βιβλίον πρὸς χρῆσιν τῶν μαθητῶν τῆς Ε' τάξεως τῶν δημοτικῶν σχολείων τὸ ὑπὸ τὸν τίτλον «Ἀσκήσεις καὶ προβλήματα Ἀριθμητικῆς» βιβλίον σας διὰ μίαν τετραετίαν ἀρχομένην ἀπὸ τῆς 1ης Σεπτεμβρίου 1934 ὑπὸ τὸν ὄρον νὰ συμμορφωθῆτε ἐπακριβῶς πρὸς τὰς ὑποδείξεις τῆς ἀρμοδίας κριτικῆς ἐπιτροπῆς.

Ἐντολὴ τοῦ Ὑπουργοῦ

Ὁ Τμηματάρχης  
Ν. ΣΜΥΡΝΗΣ

