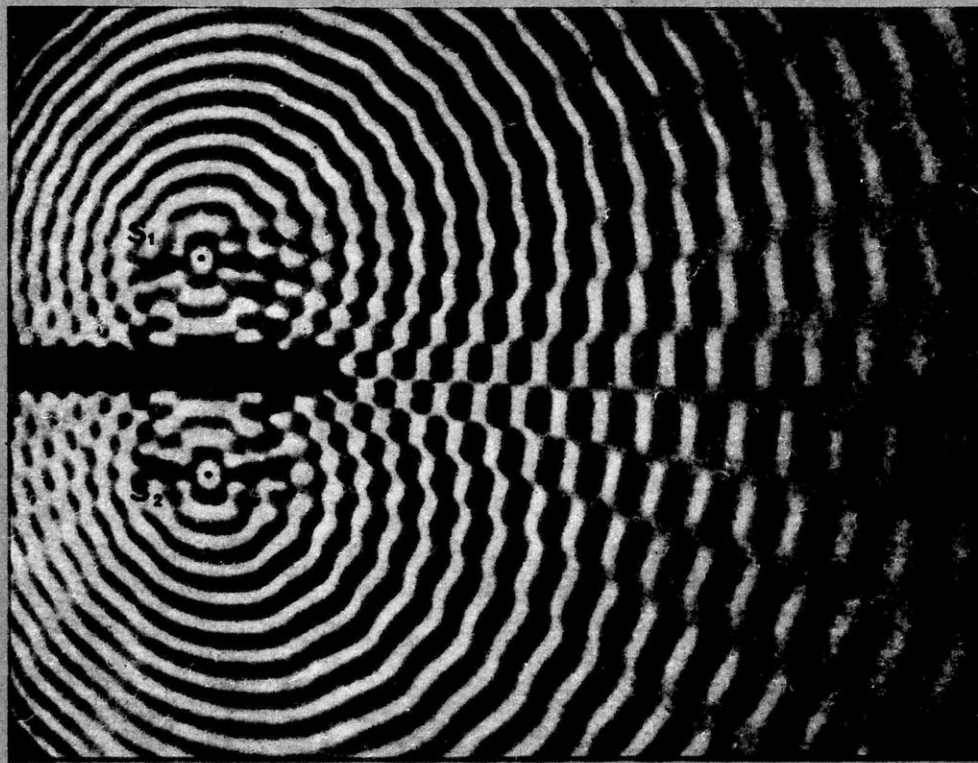


ΑΛΚΙΝΟΟΥ Ε. ΜΑΖΗ

ΦΥΣΙΚΗ

Δ' & ΣΤ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ



ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ ΑΘΗΝΑΙ 1975

40596

ΦΥΣΙΚΗ

ΔΩΡΕΑΝ

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ

ΑΛΚΙΝΟΟΥ ΜΑΖΗ

ΦΥΣΙΚΗ

Δ' ΚΑΙ ΣΤ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΑΘΗΝΑΙ 1975

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- | | |
|-------------------------|------------------------------|
| ΑΘΑΝΑΣΙΑΔΟΥ Γ. | Ἐπίτομος Φυσικὴ |
| ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΥ Κ. | Μαθήματα Φυσικῆς (Τόμος Ι) |
| MAZH A. | Φυσικὴ (Τόμος Ι. ΙΙ) |
| ΠΑΛΑΙΟΛΟΓΟΥ—ΠΕΡΙΣΤΕΡΑΚΗ | Φυσικὴ (Τόμος Ι) |
| ΠΑΠΑΝΑΣΤΑΣΙΟΥ Χ | Ὁ Γαλιλαῖος |
| ΧΟΝΔΡΟΥ Δ. | Φυσικὴ (Τόμος Ι) |
| | |
| BOUTARIC A. | Précis de Physique |
| FREEMAN I.M. | Modern Introductory Physics |
| WESTPHAL | Physik |
| WHITE H.E. | Modern Physics |
| VAN NOSTRAND'S | Scientific Encyclopedia |

ΠΙΝΑΞ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σελίς

ΘΕΜΑ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

1. Θέμα τῆς Φυσικῆς.— 2. Μέθοδος τῆς Φυσικῆς 11 - 13

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

3. Αἱ μετρήσεις εἰς τὴν Φυσικὴν.— 4. Μονὰς μήκους.— 5. Μονάδες ἐπιφανείας καὶ ὄγκου.— 6. Μέτρησις τῶν γωνιῶν.— 7. Μονὰς χρόνου.— 8. Παρατηρήσεις ἐπὶ τῆς ἐκφράσεως καὶ τῆς γραφῆς τῶν μονάδων. 13 - 16

Η ΥΛΗ

9. Καταστάσεις τῆς ὕλης.— 10. Διαιρετότης τῆς ὕλης.— 11. Μᾶζα καὶ βάρος τῶν σωμάτων.— 12. Μονάδες μάζης.— 13. Μονάδες βάρους.— 14. Μέτρησις τῶν μαζῶν.— 15. Εἰδικὸν βάρος καὶ πυκνότης.— 16. Τὸ σύστημα μονάδων C.G.S. 16 - 22

ΕΙΔΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

17. Μονόμετρα καὶ ἀνυσματικά μεγέθη.— 18. Γραφικὴ παράστασις ἀνυσματικοῦ μεγέθους.— 19. Πρόσθεσις ἀνυσματικῶν μεγεθῶν... 22 - 24

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

Ὅρισμός καὶ μέτρησις τῆς δυνάμεως

20. Θέμα τῆς Μηχανικῆς.— 21. Ὅρισμός τῆς δυνάμεως.— 22. Ὑλικὰ σημεῖα καὶ ὕλικά σώματα.— 23. Ἴσορροπία δύο δυνάμεων.— 24. Στατική μέτρησις τῶν δυνάμεων.— 25. Δυναμόμετρα 25 - 29

Σύνθεσις δυνάμεων

I. Δυνάμεις ἐφηρμοσμέναι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου.

26. Ὅρισμός.— 27. Σύνθεσις δύο δυνάμεων.— 28. Ἐντασις καὶ διεύθυνσις τῆς συνισταμένης.— 29. Μερικὴ περίπτωσις.— 30. Ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας.— 31. Σύνθεσις ὁσωνδήποτε δυνάμεων.— 32. Ἴσορροπία ὕλικου σημείου 29 - 34

II. Δυνάμεις ἐφηρμοσμέναι εἰς διάφορα σημεῖα στερεοῦ σώματος

33. Σύνθεσις δύο δυνάμεων παραλλήλων τῆς αὐτῆς φορᾶς.—34. Ροπή δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον ἢ ἄξονα.—35. Θεώρημα τῶν ροπῶν.—36. Σύνθεσις πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων τῆς αὐτῆς φορᾶς.—37. Ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας παραλλήλους τῆς αὐτῆς φορᾶς.—38. Σύνθεσις δύο ἀνίσων παραλλήλων δυνάμεων ἀντιθέτου φορᾶς.—39. Ζεύγος δυνάμεων.—40. Σύνθεσις δύο δυνάμεων διαφόρου διευθύνσεως 36 - 45

Κέντρον βάρους. Ἱσορροπία στερεοῦ σώματος

41. Κέντρον βάρους σώματος.—42. Θέσις τοῦ κέντρου βάρους.—43. Προσδιορισμὸς τοῦ κέντρου βάρους.—44. Ἱσορροπία στερεοῦ σώματος ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου.—45. Εἶδη ἰσορροπίας.—46. Ἱσορροπία σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα.—47. Ζυγός.—48. Ἀκριβὴς ζυγίσις.—49. Πρακτικοὶ τύποι ζυγῶν..... 47 - 55

ΚΙΝΗΣΙΣ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

Γενικαὶ ἔννοιαι

50. Σχετικὴ ἡρεμία καὶ κίνησις.—51. Τροχιά, διάστημα 57 - 58

Εὐθύγραμμος ὁμαλὴ κίνησις

52. Ὅρισμός.—53. Ταχύτης τοῦ κινητοῦ.—54. Μονὰς ταχύτητος.—55. Νόμοι τῆς εὐθύγραμμου ὁμαλῆς κινήσεως 58 - 60

Εὐθύγραμμος ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις

56. Ὅρισμός.—57. Ἐπιτάχυνσις.—58. Μονὰς ἐπιταχύνσεως.—59. Ὑπολογισμὸς τῆς ταχύτητος.—60. Ὑπολογισμὸς τοῦ διαστήματος.—61. Νόμοι τῆς ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως.—62. Διάρκεια τῆς κινήσεως καὶ ὀλικὸν διάστημα εἰς τὴν ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν. 60 - 65

Πτώσις τῶν σωμάτων

63. Ἐρευνα τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων.—64. Πτώσις τῶν σωμάτων εἰς τὸ κενόν.—65. Προσδιορισμὸς τοῦ εἵδους τῆς κινήσεως.—66. Ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων.—67. Νόμοι τῆς ἐλευθέρας πτώσεως τῶν σωμάτων 65 - 69

Η ΔΥΝΑΜΙΣ ΚΑΙ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΥΤΗΣ

Αἱ ἀρχαὶ τῆς δυναμικῆς

68. Κίνησις καὶ δύναμις.—69. Ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας.—70. Ἀδράνεια τῆς ὕλης.—71. Σχέσις μεταξὺ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς κινήσεως τοῦ σώματος.—72. Σχέσις μεταξὺ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως.—73. Σχέσις μεταξὺ τῆς μάζης τοῦ σώματος καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως.—74. Θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς δυναμικῆς. Ὅρισμός τῆς μάζης.—75. Ἀρχὴ

τῆς ἀφθορείας τῆς μάζης.—76. Μονάς τῆς δυνάμεως.—77. Σχέσις μετα-
ξὺ γραμμιρίου βάρους (gr^*) καὶ δύνης.—78. Ἐφαρμογὴ τῆς θεμελιώ-
δους ἐξισώσεως $F = m \cdot \gamma$ εἰς τὴν πτώσιν τῶν σωμάτων.—79. Συνέπεται
τῆς σχέσεως $B = m \cdot g$.—80. Ἀρχὴ τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως. . . 71 - 77

Τριβὴ

81. Τριβὴ ὀλισθήσεως.—82. Νόμος τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως.—
83. Τριβὴ κυλίσεως 78 - 81

Ἔργον καὶ ἐνέργεια

84. Ἔργον σταθερᾶς δυνάμεως.—85. Μονάδες ἔργου.—86. Γενικὴ
περίπτωσις παραγωγῆς ἔργου.—87. Ἔργον παρὰγόμενον ὑπὸ τῆς τρι-
βῆς.—88. Ὅρισμός τῆς ἰσχύος.—89. Μονάδες ἰσχύος.—90. Μεγάλαι
πρακτικαὶ μονάδες ἔργου.—91. Ἐνέργεια καὶ μορφαὶ αὐτῆς.—92. Μέ-
τρησις τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας.—93. Μέτρησις τῆς κινητικῆς ἐνε-
ργείας.—94. Μετατροπαὶ τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας.—95. Ἀρχὴ τῆς δια-
τηρήσεως τῆς ἐνεργείας.—96. Μεταβολὴ τῆς μάζης μετὰ τῆς ταχύτη-
τος.—97. Ἀρχὴ ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας. 82 - 94

Ἀπλᾷ μηχαναί

98. Ὅρισμός.—99. Μοχλός.—100. Ἐφαρμογὴ τῆς διατηρήσεως
τῆς ἐνεργείας εἰς τὰς ἀπλὰς μηχανάς.—101. Βαροῦλλον.—102. Τρο-
χαλία.—103. Πολύσπαστον.—104. Κεκλιμένον ἐπίπεδον.—105. Κο-
χλίας.—106. Ἀπόδοσις μηχανῆς. 96 - 104

ΣΥΝΘΕΣΙΣ ΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ

107. Ἀρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων.—108. Σύνθεσις δύο
εὐθυγράμμων κινήσεων.—109. Κίνησις τῶν βλημάτων. 106 - 111

ΟΡΜΗ ΚΑΙ ΚΡΟΥΣΙΣ

110. Ὄθησις δυνάμεως καὶ ὁρμῆς.—111. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως
τῆς ὁρμῆς.—112. Ἐφαρμογαὶ τῆς ὁρμῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς.—
113. Κρούσις 112 - 117

ΚΥΚΛΙΚΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

114. Ὅρισμοί.—115. Ταχύτης εἰς τὴν ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν.—
116. Κεντρομόλος δύναμις.—117. Ὑπολογισμός τῆς κεντρομόλου ἐπιτα-
χύνσεως.—118. Φυγόκεντρος δύναμις.—119. Πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς
κεντρομόλου δυνάμεως.—120. Περιτροφικὴ κίνησις στερεοῦ σώματος. 118 - 127

ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΙΣ - ΕΚΚΡΕΜΕΣ

121. Ἀρμονικὴ ταλάντωσις.—122. Ἀπλοῦν ἐκκρεμές.—123. Νόμοι
τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς.—124. Ἐφαρμογαὶ τοῦ ἐκκρεμοῦς.—125. Φυσικὸν
ἐκκρεμές 128 - 135

ΠΑΓΚΟΣΜΙΟΣ ΕΛΕΙΣ - ΒΑΡΥΤΗΣ

126. Νόμος τοῦ Νεύτωνος.—127. Τὸ βάρος τῶν σωμάτων.—
127α. Πεδίον βαρύτητος τῆς Γῆς 136 - 138

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΟΝΑΔΩΝ

128. Σύστημα μονάδων.—129. Τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων.—
129α. Τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων 139 - 143

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Γενικά ἔννοιαι

130. Ὅρισμός τῆς πίεσεως.—131. Τὰ ρευστὰ σώματα 144 - 145

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΥΓΡΩΝ

Ὑδροστατικὴ πίεσις

132. Ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τῶν ὑγρῶν.—133. Πίεσις ἐντὸς τῆς μά-
ζης τοῦ ὑγροῦ.—134. Μέτρησις τῆς πίεσεως διὰ τοῦ ὕψους στήλης
ὕδραργύρου.—135. Θεμελιώδης ἀρχὴ τῆς ὑδροστατικῆς.—136. Μετά-
δοσις τῶν πιέσεων.—137. Ἴσορροπία μὴ ἀναμιγνυομένων ὑγρῶν.—
138. Συγκοινωνοῦντα δοχεῖα.—139. Ἐφαρμογαὶ τῶν συγκοινωνούντων
δοχείων.—140. Δύναμις ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου πυθμένος τοῦ
δοχείου.—141. Δύναμις ἐπὶ πλευρικοῦ τοιχώματος.—142. Δυνάμεις
ἀσκούμεναι ἐπὶ τοῦ συνόλου τῶν τοιχωμάτων.—143. Ἀρχὴ τοῦ Ἀρ-
χιμήδους.—144. Ἴσορροπία σώματος βυθισμένου ἐντὸς ὑγροῦ 145 - 161

Μέτρησις τῆς πυκνότητος

145. Πυκνότης τοῦ ὕδατος.—146. Μέτρησις τῆς πυκνότητος.—
147. Μέτρησις τοῦ σχετικοῦ εἰδικοῦ βάρους.—148. Μέθοδοι μετρήσεως
τοῦ σχετικοῦ εἰδικοῦ βάρους.—149. Ἀραιόμετρα 161 - 165

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις

150. Χαρακτηριστικὰ τῶν ἀερίων.—151. Βάρος τῶν ἀερίων.—
152. Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις.—153. Μέτρησις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίε-
σεως.—154. Βαρόμετρα.—155. Χρήσεις τῶν βαρομέτρων 168 - 173

Νόμος Boyle - Mariotte

156. Νόμος Boyle - Mariotte.—157. Ἰσχύς τοῦ νόμου Boyle -
- Mariotte.—158. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος ἀερίου.—159. Σχετικὴ
πυκνότης ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα.—160. Μανόμετρα 173 - 178

Ἀντλῖαι ἀερίων καὶ ὑγρῶν

161. Ἀεραντλῖαι.—162. Σημασία τῶν χαμηλῶν καὶ ὕψηλων πιέ-
σεων.—163. Ὑδραντλῖαι.—164. Σίφων.—165. Σιφώνιον 178 - 182

Ἡ ἀτμόσφαιρα τῆς Γῆς

166. Ἐλάττωσις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους.—
167. Μέτρησις τοῦ ὕψους ἐκ τῆς πιέσεως.—168. Ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς
τοῦ Ἀρχιμήδους εἰς τὰ ἀέρια.—169. Ἀερόστατα.—170. Ἀερόπλοια. 182 - 185

ΜΟΡΙΑΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

171. Μοριακαὶ δυνάμεις.—172. Ἐλαστικότης.—173. Ἐπιφανειακὴ
τάσις.—174. Τριχιδῶ φαινόμενα.—175. Διαλύματα.—176. Κινητικὴ
θεωρία.—177. Συμπεράσματα τῆς κινητικῆς θεωρίας 188 - 193

ΑΝΤΙΣΤΑΣΙΣ ΤΟΥ ΑΕΡΟΣ

178. Νόμος τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος.—179. Πτώσις τῶν σωμά-
των ἐντὸς τοῦ ἀέρος.—180. Ἀεροπλάνον.—181. Σύστημα προωθήσεως
τοῦ ἀεροπλάνου 194 - 199

ΚΥΜΑΤΑ

182. Ἐγκάρσια κύματα.—183. Μῆκος κύματος.—184. Διαμήκη
κύματα.—185. Συμβολὴ κυμάτων.—186. Στάσιμα κύματα.—187.
Διάδοσις κυμάτων εἰς τὸν ὡρόν.—188. Συντονισμός.—189. Σύ-
ζευξις 200 - 210

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ**ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ****ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ**

190. Παραγωγὴ τοῦ ἡχου.—191. Διάδοσις τοῦ ἡχου.—192. Ἥχη-
τικά κύματα.—193. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῶν ἡχητικῶν κυμάτων.—
194. Εἶδη ἡχων.—195. Ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἡχου.—196. Ὑπερηχη-
τικὰ ταχύτητες.—197. Ἀνάκλασις τοῦ ἡχου 211 - 218

ΦΥΣΙΟΛΟΓΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΗΧΩΝ

198. Χαρακτηριστικά τῶν μουσικῶν ἡχων.—199. Ἐντασις τοῦ
ἡχου.—200. Ὑψος τοῦ ἡχου.—201. Ὅρια τῶν ἀκουστῶν ἡχων.—
202. Ἀρμονικοὶ ἡχοι.—203. Χροὶα τοῦ ἡχου.—204. Μουσικὴ κλίμαξ. 219 - 224

ΠΗΓΑΙ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΗΧΩΝ

205. Χορδαί.—206. Συντονισμός.—207. Ἥχητικοὶ σωλῆνες.—
208. Φωνογραφία 225 - 232

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ**ΘΕΡΜΟΤΗΣ****ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ**

209. Θερμότης.—210. Θερμοκρασία.—211. Διαστολὴ τῶν σωμά-
των.—212. Μέτρησις θερμοκρασιῶν.—213. Ὑδραργυρικὸν θερμόμε-
τρον.—214. Βαθμολογία τοῦ θερμομέτρου.—215. Θερμόμετρα με
ὕγρον.—216. Θερμόμετρα μεγίστου καὶ ἐλαχίστου 234 - 239

ΔΙΑΣΤΟΛΗ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

217. Διαστολή τῶν στερεῶν.—218. Γραμμικὴ διαστολή.—
218α. Ἐφαρμογὰς τῆς γραμμικῆς διαστολῆς.—219. Κυβικὴ διαστολή.—
220. Διαστολή τῶν ὑγρῶν.—221. Διαστολή τοῦ ὕδατος.—222. Μεταβολή τῶν ἀερίων.—223. Ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων.—224. Πυκνότης ἀερίου.—225. Ἀπόλυτον μὴδὲν καὶ ἀπόλυτος κλίμαξ θερμοκρασιῶν. 239 - 248

ΘΕΡΜΙΔΟΜΕΤΡΙΑ

226. Μονὰς ποσότητος θερμότητος.—227. Εἰδικὴ θερμότης καὶ θερμοχωρητικότης.—228. Μέτρησις τῆς εἰδικῆς θερμότητος τῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν.—229. Εἰδικὴ θερμότης τῶν ἀερίων.—230. Πηγὰς θερμότητος 250 - 255

ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

231. Αἱ μεταβολαὶ καταστάσεως.—232. Τῆξις.—233. Νόμοι τήξεως.—234. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν τήξιν.—235. Θερμότης τήξεως.—236. Θερμιδόμετρον τοῦ Laplace.—237. Ἐπίδρασις τῆς πιέσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας τήξεως.—238. Ὑστέρησις πήξεως.—239. Θερμοκρασία τήξεως τῶν κραμάτων.—240. Ψυκτικὰ μείγματα.—241. Ἐξαέρωσις.—242. Ἐξαέρωσις εἰς τὸ κενόν.—243. Ἐξάτμισις.—244. Βρασμός.—245. Ἐπίδρασις τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας βρασμοῦ τοῦ ὕδατος.—246. Θερμότης εξαέρωσεως.—247. Ψῦχος παραγόμενον κατὰ τὴν ἐξάτμισιν.—248. Ἐξάχνωσις.—249. Ἀπόσταξις.—250. Ὑγροποίησις τῶν ἀερίων.—251. Μέθοδοι παραγωγῆς ψύχους.—252. Ἀπόλυτος καὶ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος. 256 - 272

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

253. Θερμότης καὶ μηχανικὴ ἐνέργεια.—254. Ἰσοδυναμία θερμότητος καὶ μηχανικῆς ἐνέργειας.—255. Φύσις τῆς θερμότητος 275 - 278

ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ ΕΙΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΝ

256. Θερμικαὶ μηχαναί.—257. Ἀτμομηχαναί.—258. Θερμικαὶ μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως.—259. Βενζινοκινητῆρες.—260. Κινητῆρες Diesel.—261. Ἀεριοστρόβιλοι.—262. Βιομηχανικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς.—262. Θεωρητικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς.—264. Ἡ θερμότης κατωτέρα μορφή ἐνέργειας.—265. Ἀρχὴ τῆς ὑποβαθμίσεως τῆς ἐνέργειας 279 - 290

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

266. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς.—267. Διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ ρευμάτων.—268. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας 292 - 295

ΕΞΕΛΙΞΙΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

269. Ἡ γένεσις τῆς ἐπιστημονικῆς σκέψεως.—270. Ἡ ἑλληνικὴ ἐπιστήμη καὶ τεχνική.—271. Ἡ ἀναγέννησις τῆς ἐπιστήμης 296 - 301

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΘΕΜΑ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

1. Θέμα τῆς Φυσικῆς. Διὰ τῶν αἰσθήσεων διαπιστώνομεν ὅτι εἰς τὴν Φύσιν ὑπάρχουν **ὕλικά σώματα**, τὰ ὁποῖα ἔχουν διαστάσεις. Ἐπίσης διαπιστώνομεν ὅτι εἰς τὴν Φύσιν συμβαίνουν διάφοροι μεταβολαί, τὰς ὁποίας καλοῦμεν **φαινόμενα** (π.χ. πτώσις τῶν σωμάτων, ἐξάτμισις ὑγρῶν κ.ἄ.). Ἡ ἔρευνα τοῦ ὕλικου κόσμου εἶναι θέμα τῶν **Φυσικῶν Ἐπιστημῶν**, αἱ ὁποῖαι ἀποτελοῦνται ἀπὸ ἓν σύνολον εἰδικῶν κλάδων. Ἐκαστος κλάδος τῶν Φυσικῶν Ἐπιστημῶν ἀποτελεῖ σήμερον ἰδιαιτέραν ἐπιστήμην, ὅπως εἶναι ἡ Ἀστρονομία, ἡ Γεωλογία, ἡ Γεωγραφία, ἡ Ὀρυκτολογία, ἡ Ζωολογία κ.ἄ. Βασικὸς κλάδος τῶν Φυσικῶν ἐπιστημῶν εἶναι ἡ **Φυσικὴ**, ἡ ὁποία ἐξετάζει ὠρισμένα γενικὰ φαινόμενα συμβαίνοντα εἰς τὸν ἀνόργανον κόσμον. Παραλλήλως πρὸς τὴν Φυσικὴν ἐργάζεται καὶ ἡ **Χημεία**, ἡ ὁποία ἐξετάζει τὰ φαινόμενα τὰ ὀφειλόμενα εἰς τὴν διαφορὰν τῶν χαρακτῆρων τῶν ὑλικῶν σωμάτων. Σαφὲς διαχωρισμὸς μεταξὺ τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Χημείας δὲν ὑπάρχει. Μία νέα ἐπιστήμη, ἡ **Φυσικοχημεία**, ἀποτελεῖ τὸν σύνδεσμον μεταξὺ τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Χημείας. Κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη ἀνεπτύχθησαν καταπληκτικῶς δύο νεώτατοι κλάδοι τῆς ἐπιστήμης, ἡ **Ἀτομικὴ** καὶ ἡ **Πυρηνικὴ Φυσικὴ**, οἱ ὁποῖοι κατέστησαν ἀκόμη περισσότερον ἀσαφεῖ τὰ ὅρια μεταξὺ τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Χημείας.

2. Μέθοδος τῆς Φυσικῆς. Ἡ Φυσικὴ καὶ ἡ Χημεία διακρίνονται ἀπὸ τὰς ἄλλας Φυσικὰς Ἐπιστήμας κυρίως διὰ τὴν μέθοδον, τὴν ὁποίαν ἐφαρμόζουν κατὰ τὰς ἐρεῖνας των. Τὴν ἰδίαν μέθοδον προσπαθοῦν σήμερον νὰ ἐφαρμόσουν καὶ ὅλαι αἱ ἄλλαι Φυσικαὶ Ἐπιστήμαι, διότι ἀπεδείχθη ὅτι εἶναι ἡ περισσότερον ἀσφαλὲς μέθοδος ἐρεύνης τοῦ ὕλικου κόσμου. Ἡ Φυσικὴ προσπαθεῖ νὰ ἀνεύρῃ τὴν αἰτίαν, ἡ

ὅποια προκαλεῖ ἕκαστον **φυσικὸν φαινόμενον**. Πρὸς τοῦτο στηρίζεται κατ' ἀρχὴν εἰς τὴν **παρατήρησιν** καὶ τὸ **πείραμα**.

α) **Παρατήρησις καὶ πείραμα**. Κατὰ τὴν **παρατήρησιν** παρακολουθοῦμεν τὰ φαινόμενα, ὅπως ἀκριβῶς συμβαίνουν εἰς τὴν Φύσιν. Ἀπὸ τὴν τοιαύτην ὁμῶς ἀπλὴν παρακολούθησιν τῶν φαινομένων δὲν ἐξάγονται πάντοτε ἀσφαλῆ συμπεράσματα. Διὰ τοῦτο καταφεύγομεν εἰς τὸ πείραμα. Κατὰ τὸ **πείραμα** ἐπαναλαμβάνεται σ κ ο π ί μ ω ς τὸ φαινόμενον, εἴτε ὅπως συμβαίνει εἰς τὴν Φύσιν, εἴτε ὑπὸ διαφορετικᾶς συνθήκας, τὰς ὁποίας ρυθμίζει ὁ ἐρευνητής. Διὰ τοῦ πειράματος κατορθώνουν ἐπὶ πλέον οἱ ἐρευνηταὶ νὰ παράγουν καὶ νὰ ἐρευνῶν φαινόμενα, τὰ ὁποῖα δὲν ἐ μ φ α ν ί ζ ο ν τ α ι εἰς τὴν Φύσιν. Μὲ τὸ πείραμα ἐπιτυγχάνεται ἡ βαθυτέρα ἐρευνα ἐνὸς φαινομένου, διότι κατευθύνεται ἡ ἐρευνα πρὸς ὠρισμένον σκοπόν.

β) **Φυσικοὶ νόμοι**. Ἡ Φυσικὴ δὲν ἀρκεῖται εἰς ἀπλὴν περιγραφήν τῶν φαινομένων, ἀλλὰ καὶ μ ε τ ρ ε ῖ μ ἐ ἀ κ ρ ί β ε ι α ν τὰ διάφορα μεγέθη, τὰ ὁποῖα ὑπαισθέρχονται εἰς τὸ ἐξεταζόμενον φαινόμενον. Οὕτως εὐρίσκει τὴν συνάρτησιν, ἡ ὁποία ὑπάρχει μεταξὺ τῶν μεγεθῶν τούτων, δηλαδὴ ἀποκαθιστᾷ μίαν λογικὴν σχέσιν μεταξὺ αὐτῶν. Ἡ λογικὴ σχέσις ἡ συνδέουσα τὰ διάφορα μεγέθη, τὰ ὁποῖα ἐμφανίζονται εἰς ὠρισμένον φαινόμενον, ἀποτελεῖ ἓνα **φυσικὸν νόμον**. Π.χ. ὅταν ἡ θερμοκρασία ἀερίου εἶναι σταθερά, ὁ ὄγκος του μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως πρὸς τὴν πίεσιν αὐτοῦ (νόμος Boyle - Mariotte). Ὁ φυσικὸς νόμος ἀποτελεῖ γ ε ν ί κ ε υ σ ι ν τῶν συμπερασμάτων, εἰς τὰ ὁποῖα καταλήγουν ἔπειτα ἀπὸ ὠρισμένον ἀριθμὸν παρατηρήσεων καὶ πειραμάτων.

Κατὰ τὴν εὔρεσιν τῶν νόμων ἡ Φυσικὴ προχωρεῖ ἀπὸ τὸ μ ε ρ ι κ ὸ ν πρὸς τὸ γ ε ν ι κ ὸ ν, ἥτοι ἐφαρμόζει τὴν λογικὴν μέθοδον, ἡ ὁποία καλεῖται ἐ π α γ ω γ ή.

γ) **Ὑπόθεσις καὶ θεωρία**. Διὰ τὴν βαθυτέραν γνῶσιν τοῦ ὕλικου κόσμου, οἱ φυσικοὶ προσπαθοῦν νὰ εὑρουν ἓνα λογικὸν σύνδεσμον μεταξὺ τῶν διαφόρων φυσικῶν νόμων καὶ νὰ συνενώσουν αὐτοὺς εἰς ἓ ν ι α ῖ ο ν λ ο γ ι κ ὸ ν σ ύ σ τ η μ α. Πρὸς τοῦτο οἱ φυσικοὶ διατυπώνουν μίαν ὑπόθεσιν περὶ τῆς αἰτίας, ἡ ὁποία προκαλεῖ ὠρισμένην κατηγορίαν φαινομένων. Ἐν τοιοῦτον λογικὸν σύστημα, τὸ ὁποῖον ἐρμηνεύει πλῆθος φυσικῶν νόμων, καλεῖται **ὑπόθεσις**. Διὰ νὰ γίνη ὁμῶς παραδεκτὴ μία ὑπόθεσις πρέπει νὰ ἐ ρ μ η ν ε ὑ ῇ ὅ λ α τὰ γ ν ω σ τ ᾶ φ α ι ν ὸ -

μεν α, εἰς τὰ ὁποῖα ἀναφέρεται ἡ ὑπόθεσις καὶ ἐπὶ πλεόν, πρέπει νὰ προλέγῃ νέα φαινόμενα, τὰ ὁποῖα προκύπτουν ὡς λογικὴ συνέπεια τῆς ὑποθέσεως. Ἐὰν τὸ πείραμα ἐπαληθεύσῃ τὰς προβλέψεις τῆς ὑποθέσεως, τότε παραδεχόμεθα ὅτι ἡ ὑπόθεσις ἀνταποκρίνεται εἰς τὴν πραγματικότητά καὶ ἡ ὑπόθεσις ἀποβαίνει **θεωρία**. Ἡ θεωρία εἶναι λογικὸν σύστημα, τὸ ὁποῖον ἐρμηνεύει ὠρισμένην ὁμάδα φαινομένων καὶ ὁδηγεῖ εἰς τὴν ἀνακάλυψιν νέων φαινομένων. Εἰς τὴν ἀνακάλυψιν τῶν φαινομένων τούτων, ἡ Φυσικὴ προχωρεῖ ἀπὸ τὸ γενικὸν πρὸς τὸ μερικόν, ἥτοι ἐφαρμόζει τὴν λογικὴν μέθοδον, ἡ ὁποία καλεῖται **παράγωγός**.

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

3. Αἱ μετρήσεις εἰς τὴν Φυσικὴν. Κατὰ τὴν ἔρευναν τῶν φυσικῶν φαινομένων ἀποκαλύπτομεν διάφορα **φυσικὰ μεγέθη**, δηλαδὴ ποσά, τὰ ὁποῖα ἐπιδέχονται αὐξησιν ἢ ἐλάττωσιν. Ἡ ἔρευνα τῶν φυσικῶν φαινομένων τότε μόνον ἔχει ἀξίαν, ἐὰν εἴμεθα εἰς θέσιν νὰ μετρήσωμεν τὰ διάφορα φυσικὰ μεγέθη.

Μέτρησις ἐνὸς φυσικοῦ μεγέθους καλεῖται ἡ σύγκρισις αὐτοῦ πρὸς ἄλλο ὁμοειδὲς μέγεθος, τὸ ὁποῖον λαμβάνεται ὡς μονάς. Ἐκ τῆς μετρήσεως εὐρίσκεται πάντοτε εἰς ἀριθμός, ὁ ὁποῖος φανερώνει πόσας φορές περιέχεται ἡ μονάς εἰς τὸ μετρούμενον μέγεθος. Ὁ ἀριθμὸς οὗτος καλεῖται **μέτρον** ἢ **ἀριθμητικὴ τιμὴ** τοῦ θεωρουμένου μεγέθους. Κατὰ τὴν ἔρευναν πολλῶν φυσικῶν φαινομένων εἴμεθα ὑποχρεωμένοι νὰ μετρήσωμεν μήκη, ἐπιφανείας, ὄγκους, γωνίας καὶ χρόνους. Πρέπει λοιπὸν νὰ γνωρίζωμεν ποίας μονάδας χρησιμοποιοῖ ἡ Φυσικὴ διὰ τὴν μέτρησιν τῶν ποσῶν τούτων.

4. Μονὰς μήκους. Ὡς μονὰς μήκους λαμβάνεται διεθνῶς τὸ μῆκος τοῦ **προτύπου μέτρου**, τὸ ὁποῖον φυλάσσεται εἰς τὸ Διεθνὲς Γραφεῖον Μέτρων καὶ Σταθμῶν (Σέβραι). Τὸ μῆκος τοῦ προτύπου μέτρου καλεῖται **μέτρον** (m). Τὸ 1/100 τοῦ μέτρου καλεῖται **ἐκατοστόμετρον** (cm). Τὸ 1/10 τοῦ ἐκατοστομέτρου καλεῖται **χιλιοστόμετρον** (mm). Εἰς τὴν Φυσικὴν ὡς μονὰς μήκους λαμβάνεται τὸ μέτρον ἢ τὸ ἐκατοστόμετρον. Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν πολὺ μεγάλων ἢ πολὺ μικρῶν μηκῶν χρησιμοποιοῦνται ὡς μονάδες πολλαπλάσια ἢ κλάσματα τοῦ μέτρου.

Μονάδες μήκους

χιλιόμετρον	1 km = 1000 m	= 10^5 cm
μέτρον	1 m	= 10^2 cm
δεκατόμετρον	1 dm = 1/10 m	= 10 cm
έκατοστόμετρον	1 cm = 1/100 m	= 1 cm
χιλιοστόμετρον	1 mm = 1/1000 m	= 10^{-1} cm
μικρόν	1 μ = 1/1000 mm	= 10^{-4} cm

5. Μονάδες επιφανείας και όγκου. Μία γενική ιδιότητα των σωμάτων είναι ότι πᾶν σῶμα καταλαμβάνει ὀρισμένον χώρον, ἥτοι ἔχει ὄγκον. Εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιοῦμεν ὡς μονάδας ἐπιφανείας ἡ ὄγκου τὰς μονάδας, αἱ ὁποῖαι προκύπτουν ἀπὸ τὴν καθιερωθεῖσαν μονάδα μήκους. Οὕτως ὡς μονὰς ἐπιφανείας λαμβάνεται συνήθως τὸ τετραγωνικὸν ἑκατοστόμετρον (1 cm^2) καὶ ὡς μονὰς ὄγκου λαμβάνεται τὸ κυβικὸν ἑκατοστόμετρον (1 cm^3).

Σχέσεις μεταξύ των μονάδων μήκους, επιφανείας, όγκου

Μήκους	Ἐπιφανείας	Όγκου
1 cm	1 cm²	1 cm³
1 dm = 10 cm	1 dm ² = 10 ² cm ²	1 dm ³ (1 λίτρον) = 10 ³ cm ³
1 m = 10 ² cm	1 m ² = 10 ⁴ cm ²	1 m ³ = 10 ³ dm ³ = 10 ⁶ cm ³

Εἰς τὴν ναυτιλίαν χρησιμοποιεῖται διενσὺς ὡς μονὰς μήκους τὸ 1 ναυτικὸν μίλιον = 1852 m, τὸ ὁποῖον εἶναι ἴσον μὲ τὸ μήκος τόξου 1' τοῦ μεσημβρινοῦ τῆς Γῆς.

Εἰς τὰς ἀγγλοσαξωνικὰς χώρας ὡς μονὰς μήκους χρησιμοποιεῖται ἡ 1 ὑάρδ α, ἡ ὁποία ὑποδιαιρεῖται εἰς 3 πόδας· ἕκαστος πούς ὑποδιαιρεῖται εἰς 12 Ἴντσας. Μεγαλύτερα μονὰς μήκους διὰ μετρήσεις ἐπὶ τῆς ξηρᾶς χρησιμοποιεῖται τὸ

1 μίλιον = 1609 m

1 ὑάρδα = 91,44 cm.

1 πούς = 30,48 cm.

1 Ἴντσα = 2,54 cm.

6. Μέτρησις τῶν γωνιῶν. Εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ γωνία μετρεῖται διὰ τοῦ τόξου, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς αὐτήν, ὅταν ἡ γωνία θεωρηθῇ ὡς ἐπίκεντρος. Εἰς τὴν πρᾶξιν αἱ γωνίαι μετροῦνται εἰς μοίρας, πρῶτα λεπτὰ καὶ δευτερόλεπτα. Εἰς τὴν Φυσικὴν αἱ γωνίαι μετροῦνται συνήθως εἰς **ἀκτίνια** (rad), δηλαδή μετροῦνται μετὰ τὸν λόγον τοῦ μήκους τοῦ τόξου πρὸς τὴν ἀκτίνα τοῦ κύκλου :

$$\frac{\text{μῆκος τόξου}}{\text{μῆκος ἀκτίνος}} = \varphi \text{ ἀκτίνια, } \varphi = \frac{s}{R}$$

Διὰ νὰ τρέψωμεν τὰς μοίρας εἰς ἀκτίνια, ἀρκεῖ νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι ὁλόκληρος ἡ περιφέρεια, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τόξον 360° , ἔχει μῆκος $2\pi R$. Ἄρα :

γωνία 360° ἰσοῦται μετὰ : 2π rad

1 rad ἰσοῦται μετὰ γωνίαν : $\frac{180^\circ}{\pi} = 57^\circ 18'$

1° ἰσοῦται μετὰ γωνίαν : $\frac{\pi}{180^\circ} = 0,0175$ rad.

7. Μονὰς χρόνου. Ὁ χρόνος, ὁ ὁποῖος μεσολαβεῖ μεταξὺ δύο διαδοχικῶν διαβάσεων τοῦ Ἡλίου διὰ τοῦ μεσημβρινοῦ τοῦ τόπου, καλεῖται ἀ λ η θ ῆ ς ἡ λ ι α κ ῆ ἡ μ έ ρ α. Ἐπειδὴ ὅμως ὁ χρόνος οὗτος δὲν εἶναι σταθερὸς, διὰ τοῦτο ὡς μονάδα χρόνου λαμβάνομεν ἓνα σταθερὸν χρόνον, ὁ ὁποῖος καλεῖται μ έ σ η ἡ λ ι α κ ῆ ἡ μ έ ρ α καὶ ὑποδιαιρεῖται εἰς 86400 δευτερόλεπτα. Εἰς τὴν Φυσικὴν ὡς μονὰς χρόνου λαμβάνεται τὸ **δευτερόλεπτον** (1 sec) τὸ ὁποῖον ἰσοῦται μετὰ τὸ $\frac{1}{86400}$ τῆς μέσης ἡλιακῆς ἡμέρας. Ἡ μέση ἡλιακὴ ἡμέρα ὑποδιαιρεῖται εἰς 24 ὥρας. Ἡ ὥ ρ α (h) ὑποδιαιρεῖται εἰς 60 λεπτὰ (ἢ πρῶτα λεπτά). Τὸ λ ε π τ ό ν (min) ὑποδιαιρεῖται εἰς 60 δευτερόλεπτα.

8. Παρατηρήσεις ἐπὶ τῆς ἐκφράσεως καὶ τῆς γραφῆς τῶν μονάδων. Εἰς τὸν προφορικὸν λόγον αἱ μονάδες ἐκφράζονται διὰ τοῦ καθορισθέντος εἰς τὴν ἑλληνικὴν γλῶσσαν ὀνόματός των. Οὕτω π.χ. λέγομεν 5 ἑκατοστόμετρα. Μόνον ὅσαι μονάδες ἔχουν ξένα ὀνόματα, προφέρονται ὅπως εἰς τὴν γλῶσσαν, ἐκ τῆς ὁποίας προέρχονται τὰ ὀνόματα ταῦτα. Ἡ αὕτῃ ἀρχὴ τηρεῖται καὶ εἰς τὸν γραπτὸν λόγον.

Μόνον, όταν πρό της μονάδος υπάρχει αριθμός, γράφουμε χάριν συντομίας το σύμβολον της μονάδος (π.χ. 15 cm ή 46 sec). 'Ιδιαίτερα προσοχή πρέπει να καταβάλλεται διά την ὀρθὴν ἑκφρασιν ἢ γραφὴν τῶν μονάδων καὶ τῶν συμβόλων των. 'Ο χρησιμοποιούμενος συμβολισμὸς εἶναι διεθνὴς καὶ ἀποτελεῖ σφάλμα ἢ χρησιμοποιοῖς ἄλλων συμβόλων. Οὕτω π.χ. μήκος 7 μέτρων γράφεται 7 m καὶ ὄχι 7 μ, διότι τὸ ἐλληνικὸν γράμμα μ παριστᾷ διεθνῶς τὴν μονάδα μήκους μικρόν, ἢ ὅποια εἶναι ἴση μὲ τὸ ἓν ἑκατομμυριοστὸν τοῦ μέτρου. Διὰ τὸν σχηματισμὸν πολλαπλασίων καὶ ὑποπολλαπλασίων τῶν μονάδων χρησιμοποιοῦνται ὠρισμένα πάντοτε προθέματα, τὰ ὅποια ἔχουν ὠρισμένον συμβολισμόν. Τὰ προθέματα ταῦτα εἶναι τὰ ἑξῆς :

mega	(M) = 10^6	deci	(d) = $1/10$
kilo	(k) = 10^3	centi	(c) = $1/10^2$
hecto	(h) = 10^2	mili	(m) = $1/10^3$
deca	(da) = 10	mikro	(μ) = $1/10^6$

Οὕτω τὸ χιλιόμετρον συμβολίζεται μὲ km καὶ τὸ χιλιοστόμετρον μὲ mm.

Η ΥΛΗ

9. Καταστάσεις τῆς ὕλης. Ἡ ὕλη μᾶς παρουσιάζεται ὑπὸ τρεῖς διαφόρους μορφάς, τὰς ὁποίας ὀνομάζομεν καταστάσεις τῶν σωμάτων. Αὐταὶ εἶναι ἡ στερεά, ἡ ὑγρὰ καὶ ἡ ἀέριος κατάστασις. Τὰ **στερεὰ σώματα** ἔχουν ὠρισμένον ὄγκον καὶ ὠρισμένον σχῆμα. Τὰ σώματα αὐτὰ παρουσιάζουν γενικῶς ἀντίστασιν εἰς πᾶσαν προσπάθειαν, ἢ ὅποια τείνει νὰ προκαλέσῃ τὴν θραύσιν ἢ τὴν παραμόρφωσιν αὐτῶν. Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν πιέσεως ὁ ὄγκος των δὲν ὑφίσταται αἰσθητὴν μεταβολήν, ἤτοι τὰ στερεὰ δὲν εἶναι εὐκλόως συμπιεστά. Τὰ **ὕγρὰ σώματα** ἔχουν ὠρισμένον ὄγκον (ὅπως καὶ τὰ στερεά), ἀλλ' ὄχι καὶ ὠρισμένον σχῆμα. Τὰ σώματα αὐτὰ δὲν παρουσιάζουν αἰσθητὴν ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολήν τοῦ σχήματός των ἢ τὴν ἀπόσπασιν μέρους αὐτῶν. Ὅπως τὰ στερεά, οὕτω καὶ τὰ ὑγρὰ δὲν εἶναι εὐκλόως συμπιεστά. Τὰ **ἀέρια σώματα** δὲν ἔχουν οὔτε ὠρισμένον ὄγκον οὔτε ἴδιον σχῆμα. Τὰ ἀέρια εἶναι εὐκίνητα, ὅπως καὶ τὰ ὑγρά, καὶ λαμβάνουν τὸ σχῆμα τοῦ δοχείου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιέχονται· διαφέρουν ὅμως ἀπὸ τὰ ὑγρά, διότι τείνουν νὰ καταλάβουν ὁλόκληρον τὸν χῶρον, ὁ ὅποιος προσφέρεται εἰς αὐτά. Τὰ ἀέρια ἔχουν λοιπὸν τὴν ιδιότητα νὰ δύνανται νὰ αὐξήσουσιν ἀπεριορίστως τὸν ὄγκον των. Ἀντιθέτως δὲ πρὸς τὰ στερεὰ καὶ τὰ ὑγρά, τὰ ἀέρια εἶναι πολὺ συμπιεστά, δηλαδὴ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν πιέσεως ὁ ὄγκος των ὑφίσταται μεγάλῃν ἐλάττωσιν.

Ἡ διάκρισις τῶν σωμάτων εἰς στερεά, ὑγρά καὶ ἀέρια δὲν εἶναι ἀπόλυτος, διότι εἰς τὴν πραγματικότητά καμμία ἀπὸ τὰς θεωρουμένης ιδιότητος δὲν χαρακτηρίζει ἀποκλειστικῶς ὠρισμένην μόνον κατάστασιν. Οὕτω π.χ. κανὲν στερεὸν σῶμα δὲν ἔχει ἀπολύτως ἀμετάβλητον σχῆμα, διότι, ἂν καταβάλωμεν σημαντικὴν προσπάθειαν, πάντοτε κατορθώομεν νὰ προκαλέσωμεν μόνιμον παραμόρφωσιν τοῦ σώματος. Ἐπίσης ἀπεδείχθη ὅτι ἐν μέταλλον, ἐὰν ὑποβληθῇ εἰς πολὺ ἰσχυρὰν πίεσιν, ρέει διὰ μέσου ὁπῆς ὡς νὰ ᾔτο ὑγρόν. Ἐξ ἄλλου καὶ τὰ ὑγρά παρουσιάζουν πάντοτε κάποιαν ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματός των. Ὁ βαθμὸς ὅμως τῆς τοιαύτης ἀντιστάσεως εἶναι διαφορετικὸς εἰς τὰ διάφορα ὑγρά. Οὕτω τὰ πυκνόρρευστα ὑγρά παραμορφώνονται δυσκολώτερον ἀπὸ τὸ ὕδωρ, πολὺ ὅμως εὐκολώτερον ἀπὸ τὸν σίδηρον.

10. Διαιρετότης τῆς ὕλης. Τὰ σώματα δύνανται νὰ διαιρεθοῦν εἰς πολὺ μικρὰ μέρη, χωρὶς νὰ ἀποβάλλουν καμμίαν ἀπὸ τὰς χαρακτηριστικὰς τῶν ιδιότητας. Οὕτω κατασκευάζονται πλακίδια ἀπὸ ὕαλον, τὰ ὁποῖα ἔχουν πάχος 1 μ. Ἐπίσης κατασκευάζονται φύλλα χρυσοῦ, τὰ ὁποῖα ἔχουν πάχος 0,1 μ. Ὅταν σχηματίζωμεν φυσαλίδας σάπωνος, διακρίνομεν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς, ὀλίγον πρὶν ἐπέλθῃ ἡ διάρρηξις, σκοτεινὰς κηλίδας· εἰς τὰ σημεῖα ἐκεῖνα τὸ πάχος τῆς φυσαλίδος εἶναι περίπου 0,01 μ. Τὸ στρώμα τοῦ ἐλαίου, τὸ ὁποῖον σχηματίζεται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ὕδατος ἀπὸ μίαν ἀρχικὴν σταγὸνα ἐλαίου, δύναται νὰ ἔχῃ πάχος ὀλίγα μόνον χιλιοστὰ τοῦ μικροῦ. Ἡ διαίρεσις ὅμως τῆς ὕλης δὲν εἶναι δυνατόν νὰ συνεχισθῇ ἐπ' ἀπειρον, διότι ἕκαστον ὑλικὸν σῶμα ἀποτελεῖται ἀπὸ διακεκριμένα σωματίδια, τὰ ὁποῖα καλοῦμεν **μόρια**. Διακρίνομεν τόσα εἶδη μορίων, ὅσα εἶναι τὰ χημικῶς καθαρὰ σώματα. Ὡστε :

Τὸ μόριον εἶναι ἡ μικροτέρα ποσότης ἑνὸς χημικῶς καθαροῦ σώματος, ἡ ὁποία δύναται νὰ ὑπάρχῃ εἰς ἐλευθέραν κατάστασιν.

Ἡ χημικὴ ὅμως ἔρευνα ἀπέδειξεν ὅτι τὰ μόρια τῶν περισσοτέρων σωμάτων ἀποτελοῦνται ἀπὸ τὴν συνένωσιν μικροτέρων σωματιδίων, τὰ ὁποῖα καλοῦμεν **ἄτομα**. Οὕτω τὸ μόριον τοῦ ὕδατος ἀποτελεῖται ἀπὸ ἑν ἄτομον ὀξυγόνου καὶ ἀπὸ δύο ἄτομα ὑδρογόνου· ὑπάρχουν ὅμως καὶ μόρια ὀργανικῶν ἐνώσεων, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦνται ἀπὸ πολλὰς δεκάδας ἀτόμων. Τὸ ἄτομον δύναται νὰ ὀρισθῇ ὡς ἐξῆς :

Τὸ ἄτομον εἶναι ἡ μικροτέρα ποσότης ἐνὸς ἀπλοῦ σώματος, ἡ ὁποία ὑπαισθέρχεται εἰς τὸ μόριον τῶν χημικῶν ἐνώσεων τοῦ σώματος τούτου μεῖ ἄλλα ἀπλᾶ σώματα.

Ἡ ὕλη, ἂν καὶ ἐμφανίζεται ὡς συνεχής, εἰς τὴν πραγματικότητά ἀποτελεῖται ἀπὸ μέγιστον ἀριθμὸν πολὺ μικρῶν καὶ διακεκριμένων σωματιδίων. Ὡστε ἡ ὕλη ἔχει ἀσυνεχῆ κατασκευήν. Ἡ ὑπόθεσις αὕτη διευτυπώθη πρὸ 2500 ἐτῶν ἀπὸ τὸν ἑλληνα φιλόσοφον Δημόκριτον. Ἡ ὑπόθεσις περὶ τῆς ἀσυνεχοῦς κατασκευῆς τῆς ὕλης ἀνεδείχθη εἰς θεμελιώδη θεωρίαν διὰ τῶν πειραματικῶν καὶ θεωρητικῶν ἐρευνῶν τοῦ παρελθόντος αἰῶνος.

11. Μᾶζα καὶ βάρος τῶν σωμάτων. Ἐκαστον σῶμα ἔχει ὠρισμένον ὄγκον. Ἐντὸς τοῦ ὄγκου τούτου περιλαμβάνεται ὠρισμένη ποσότης ὕλης, ἡ ὁποία καλεῖται **μᾶζα** τοῦ σώματος. Εἰς τὴν καθημερινὴν ζωὴν εὐκόλως ἀναγνωρίζομεν ὅτι ἐν σῶμα ἔχει μεγάλην ἢ μικράν μᾶζαν ἀπὸ τὸ ἂν τὸ σῶμα τοῦτο εἶναι βαρὺ ἢ ἐλαφρὸν. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι ἕκαστον σῶμα ἔχει **βάρος**, διότι ἔλκεται ἀπὸ τὴν Γῆν.

Τὸ ποσὸν τῆς ὕλης ἐνὸς σώματος, δηλαδὴ ἡ μᾶζα του, διατηρεῖται σταθερά, ἐφ' ὅσον εἰς τὸ σῶμα δὲν προστίθεται ἢ δὲν ἀφαιρεῖται ἀπὸ αὐτὸ καμμίᾳ μᾶζα. Εἰς οἰονδήποτε μέρος τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς καὶ ἂν μεταφερθῇ τὸ σῶμα τοῦτο, ἡ μᾶζα του θὰ εἶναι πάντοτε ἡ αὐτή. Ἀντιθέτως, τὸ βάρος τοῦ σώματος τούτου εἶναι μέγεθος μεταβλητόν. Ἐπίσης ἀποδεικνύεται ὅτι τὸ βάρος τοῦ σώματος ἐλαττώνεται συνεχῶς, καθ' ὅσον τὸ σῶμα ἀπομακρύνεται ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς. Ἐὰν δὲ ἦτο δυνατόν νὰ μεταφέρωμεν τὸ σῶμα εἰς πάρα πολὺ μεγάλην ἀπόστασιν ἀπὸ τὴν Γῆν, τότε τὸ σῶμα θὰ ἐξακολουθῇ νὰ ἔχῃ τὴν αὐτὴν πάντοτε μᾶζαν, δὲν θὰ ἔχῃ ὅμως διόλου βάρος. Ὡστε ἡ μᾶζα καὶ τὸ βάρος εἶναι δύο διαφορετικὰ φυσικὰ μεγέθη, τὰ ὁποῖα δὲν πρέπει νὰ τὰ συγχέωμεν. Ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω συνάγομεν τὰ ἑξῆς :

I. Μᾶζα ἐνὸς σώματος εἶναι τὸ ποσὸν τῆς ὕλης, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς τοῦ σώματος. Ἡ μᾶζα τοῦ σώματος διατηρεῖται πάντοτε ἀμετάβλητος.

II. Βάρος ἐνὸς σώματος εἶναι ἡ δύναμις, μετὰ τὴν ὁποίαν ἡ Γῆ ἔλκει τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος. Τὸ βάρος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸν τόπον, εἰς τὸν ὁποῖον εὐρίσκεται τὸ σῶμα.

12. Μονάδες μάζης. Ὡς μονάς μάζης λαμβάνεται ἡ μᾶζα τοῦ προτύπου χιλιογράμμου (1 kgr), τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται εἰς τὸ Διεθνὲς Γραφεῖον Μέτρων καὶ Σταθμῶν. Ἡ μᾶζα τοῦ προτύπου χιλιογράμμου εἶναι αἰσθητῶς ἴση μὲ τὴν μᾶζαν ἐνὸς λίτρου χημικῶς καθαροῦ ὕδατος θερμοκρασίας 4° C. Εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιεῖται ὡς μονάς μάζης τὸ χίλιοστόν τοῦ προτύπου χιλιογράμμου· ἡ μονάς αὕτη καλεῖται γραμμάριον μάζης (1 gr). Ὡστε :

Μονάς μάζης εἶναι τὸ χιλιόγραμμον μάζης (1 kgr). Ἡ μᾶζα αὕτη εἶναι ἴση μὲ τὴν μᾶζαν ἐνὸς λίτρου χημικῶς καθαροῦ ὕδατος θερμοκρασίας 4° C.

Εἰς τὴν Φυσικὴν ὡς μονάς μάζης λαμβάνεται τὸ γραμμάριον μάζης (1 gr).

13. Μονάδες βάρους. Ὡς μονάς βάρους λαμβάνεται τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἔχει τὸ πρότυπον χιλιόγραμμον μάζης εἰς γεωγραφικὸν πλάτος 45° καὶ εἰς τὸ ὕψος τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. Ἡ μονάς βάρους καλεῖται χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr*). Τὸ χίλιοστόν τοῦ χιλιόγραμμου βάρους καλεῖται γραμμάριον βάρους (1 gr*). Εἶναι προφανές ὅτι τὸ γραμμάριον βάρους ἐκφράζει τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζα ἴση μὲ 1 γραμμάριον μάζης εἰς τὸ ἀνωτέρω γεωγραφικὸν πλάτος καὶ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. Ὡστε :

Μονάς βάρους εἶναι τὸ χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr*), ἥτοι τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἔχει τὸ πρότυπον χιλιόγραμμον μάζης.

Τὸ γραμμάριον βάρους (1 gr*) εἶναι τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζα ἐνὸς γραμμαρίου εἰς γεωγραφικὸν πλάτος 45° καὶ εἰς τὸ ὕψος τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω ὁρισμῶν τῶν μονάδων μάζης καὶ βάρους ἔπεται ὅτι ἐν σῶμα, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζαν 8 kgr, ἔχει βάρος 8 kgr* (διότι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος τούτου εἶναι 8 φορές μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν μᾶζαν τοῦ προτύπου χιλιογράμμου καὶ συνεπῶς τὸ βάρος τοῦ σώματος εἶναι 8 φορές μεγαλύτερον ἀπὸ τὸ βάρος τοῦ προτύπου χιλιογράμμου). Ἀντιστρόφως, ἂν σῶμα ἔχῃ βάρος 14 gr*, τότε ἡ μᾶζα τοῦ σώματος τούτου εἶναι 14 gr. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι ἡ μᾶζα ἐνὸς σώματος ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ βάρος τοῦ σώματος, ἐφ' ὅσον ἡ μᾶζα μετρεῖται εἰς gr (ἢ kgr), τὸ δὲ βάρος μετρεῖται εἰς gr* (ἢ kgr*).

Μονάδες μάζης και βάρους

Μ α ζ α	Β ά ρ ο ς
1 γραμμάριον μάζης 1 gr	1 γραμμάριον βάρους 1 gr*
1 χιλιόγραμμα μάζης 1 kgr = 10 ³ gr	1 χιλιόγραμμα βάρους 1 kgr* = 10 ³ gr*
1 τόννος μάζης 1 tn = 10 ³ kgr	1 τόννος βάρους 1 tn* = 10 ³ kgr*

14. Μέτρησις τῶν μαζῶν. Εἰς τὸν αὐτὸν τόπον δύο σώματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν **ἴσα βάρη**, ἔχουν καὶ **ἴσας μάζας**. Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς αὐτῆς στηρίζεται ἡ μέτρησις τῶν μαζῶν. Μὲ τὸν κοινὸν ζυγὸν συγκρίνομεν τὴν ἄγνωστον μάζαν m ἐνὸς σώματος Σ πρὸς τὴν γνωστὴν μάζαν ὠρισμένων σωμάτων, τὰ ὁποῖα καλοῦμεν σταθμά. "Όταν εὕρωμεν διὰ τοῦ ζυγοῦ, ὅτι ἡ ἄγνωστος μάζα τοῦ σώματος Σ καὶ ἡ γνωστὴ μάζα τῶν σταθμῶν ἔχουν τὸ αὐτὸ βάρος, συμπεραίνομεν ὅτι αἱ δύο αὐταὶ μάζαι εἶναι ἴσαι.

15. Εἰδικὸν βάρος καὶ πυκνότης. "Όταν ἡ μάζα ἐνὸς σώματος εἶναι ὁμοιομόρφως διανεμημένη εἰς τὸν χῶρον, τὸν ὁποῖον καταλαμβάνει τὸ σῶμα, τότε τὸ σῶμα λέγεται **ὁμογενές**. Εἰς ἓν τοιοῦτον σῶμα τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν μονάδα τοῦ ὄγκου, ἔχει σταθερὰν τιμὴν καὶ εὐρίσκεται, ἐὰν διαιρέσωμεν τὸ βάρος τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου του. Τὸ σταθερὸν τοῦτο πηλίκον εἶναι μέγεθος χαρακτηριστικὸν διὰ τὸ σῶμα καὶ καλεῖται **εἰδικὸν βάρος** τοῦ σώματος. Συνήθως τὸ εἰδικὸν βάρος μετρεῖται εἰς γραμμάρια βάρους κατὰ κυβικὸν ἑκατοστόμετρον (gr^*/cm^3).

I. Εἰδικὸν βάρος σώματος εἶναι τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν μονάδα ὄγκου τοῦ σώματος.

$$\text{εἰδικὸν βάρος} = \frac{\text{βάρος}}{\text{ὄγκος}} \quad \rho = \frac{B}{V}$$

Τὸ βάρος ἐνὸς σώματος δὲν ἔχει τὴν αὐτὴν τιμὴν εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς. Ἄρα καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος εἶναι μέγεθος μεταβλητόν. Εἰς τὴν Φυσικὴν ὅμως εἶναι ἀνάγκη νὰ χαρακτηρίζωμεν τὸ σῶμα μὲ ἓν ἀμετάβλητον μέγεθος. Τοιοῦτον μέγεθος εἶναι ἡ **πυκνότης** (ἡ εἰδικὴ μάζα) τοῦ σώματος, ἡ ὁποία φανερῶνει τὴν

μᾶζαν, ἡ ὁποία περιέχεται εἰς τὴν μονάδα ὄγκου τοῦ σώματος. Ἡ πυκνότης μετρεῖται εἰς γραμμάρια μᾶζης κατὰ κυβικὸν ἑκατοστόμετρον (gr/cm^3).

II. Πυκνότης ὁμογενοῦς σώματος καλεῖται τὸ σταθερὸν πηλίκον τῆς μᾶζης τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου του.

$$\text{πυκνότης} = \frac{\text{μᾶζα}}{\text{ὄγκος}} \quad d = \frac{m}{V}$$

Τὸ εἰδικὸν βάρος καὶ ἡ πυκνότης ἐνὸς σώματος ἐκφράζονται μὲ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν, ὅταν τὸ μὲν εἰδικὸν βάρος ἐκφράζεται εἰς gr^*/cm^3 ἢ δὲ πυκνότης εἰς gr/cm^3 (§ 13). Ἀλλὰ τὸ εἰδικὸν βάρος καὶ ἡ πυκνότης εἶναι δύο διαφορετικὰ φυσικὰ ποσά, τὰ ὁποῖα διαφέρουν μεταξὺ τῶν ὅσον διαφέρει τὸ βάρος ἀπὸ τὴν μᾶζαν.

Παράδειγμα. Σῶμα ἔχει βάρος $B = 200 \text{ gr}^*$ καὶ ὄγκον $V = 40 \text{ cm}^3$. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος εἶναι: $\rho = 200/40 = 5 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. Τὸ σῶμα τοῦτο ἔχει μᾶζαν $m = 200 \text{ gr}$. Ἡ πυκνότης τοῦ σώματος εἶναι: $d = 200/40 = 5 \text{ gr}/\text{cm}^3$.

16. Τὰ συστήματα μονάδων. Διὰ νὰ ἀπλοποιήσωμεν τὴν μέτρησιν τῶν διαφορῶν φυσικῶν μεγεθῶν, χρησιμοποιοῦμεν ὠρισμένα **συστήματα μονάδων**. Εἰς ἕκαστον σύστημα μονάδων ἐκλέγονται ὠρισμένα φυσικὰ μεγέθη τὰ ὁποῖα ὀνομάζονται **θεμελιώδη μεγέθη**. Αἱ μονάδες μὲ τὰς ὁποίας μετροῦνται τὰ θεμελιώδη μεγέθη ὀνομάζονται **θεμελιώδεις μονάδες**. "Όλα τὰ ἄλλα φυσικὰ μεγέθη ὀνομάζονται **παράγωγα μεγέθη** καὶ εὐρίσκονται εὐκόλως δι' ἀπλῶν συλλογισμῶν. Αἱ μονάδες τῶν παραγῶγων μεγεθῶν ὀνομάζονται **παράγωγοι μονάδες**.

α) Τὸ σύστημα μονάδων C.G.S. Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο θεμελιώδη μεγέθη εἶναι τὸ **μῆκος**, ἡ **μᾶζα** καὶ ὁ **χρόνος**. Αἱ δὲ θεμελιώδεις μονάδες εἶναι τὸ 1 ἑκατοστόμετρον (1 cm), τὸ 1 γραμμάριον (1 gr) καὶ τὸ 1 δευτερόλεπτον (1 sec). Ἡ ὀνομασία τοῦ συστήματος τούτου προέκυψεν ἀπὸ τὰ ἀρχικὰ γράμματα τῶν συμβόλων τῶν θεμελιωδῶν μονάδων.

β) Τὸ σύστημα μονάδων M.K.S.A. Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο θεμελιώδη μεγέθη εἶναι τὸ **μῆκος**, ἡ **μᾶζα**, ὁ **χρόνος** καὶ ἡ **ἔντασις** ρεύματος. Αἱ δὲ θεμελιώδεις μονάδες εἶναι τὸ 1 μέτρον (1 m), τὸ

1 χιλιόγραμμα (1 kgr), τὸ 1 δευτερόλεπτον (1 sec) καὶ τὸ 1 Ampère (1 A).

Ἡ ὀνομασία τοῦ συστήματος τούτου προέκυψεν ἀπὸ τὰ ἀρχικά γράμματα τῶν συμβόλων τῶν θεμελιωδῶν μονάδων.

Παρατηροῦμεν ὅτι δύο συστήματα μονάδων C.G.S. καὶ M.K.S.A. ἔχουν τὰ αὐτὰ θεμελιώδη μηχανικὰ μεγέθη (μῆκος, μᾶζα, χρόνος). Καὶ εἰς τὰ δύο αὐτὰ συστήματα μονάδων ἡ δύναμις εἶναι παράγωγον μέγεθος.

γ) Τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων (Τ.Σ.). Εἰς τὴν τεχνικὴν χρησιμοποιεῖται εἰς μερικὰς περιπτώσεις τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων (Τ.Σ.) εἰς τὸ ὁποῖον θεμελιώδη μεγέθη εἶναι τὸ μῆκος, ἡ δύναμις καὶ ὁ χρόνος. Αἱ δὲ θεμελιώδεις μονάδες εἶναι τὸ 1 μέτρον (1 m), τὸ 1 χιλιόγραμμα βάρους (1 kgr*) καὶ τὸ 1 δευτερόλεπτον (1 sec).

Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἡ μᾶζα εἶναι παράγωγον μέγεθος. Ἡ χρῆσις τοῦ τεχνικοῦ συστήματος εἶναι περὶωρισμένη.

Σημείωσις. Σκόπιμον εἶναι νὰ συνεχισθῇ ἡ πληρεστέρα ἐξέτασις τῶν συστημάτων μονάδων, ἡ ὁποία γίνεται εἰς εἰδικὸν κεφάλαιον (σελ. 139).

ΕΙΔΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

17. Μονόμετρα καὶ ἀνυσματικά μεγέθη. Κατὰ τὴν σπουδὴν τῶν φυσικῶν φαινομένων παρουσιάζονται διάφορα φυσικὰ μεγέθη. Οὕτω τὸ μῆκος ἐνὸς σύρματος, ἡ μᾶζα ἐνὸς σώματος, ὁ ὄγκος τοῦ σώματος εἶναι φυσικὰ μεγέθη, τὰ ὁποῖα μετροῦνται μὲ καταλλήλους μονάδας. Τὰ ἀνωτέρω φυσικὰ μεγέθη καθορίζονται τελείως, ὅταν δοθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ καὶ ἡ μονάς, μὲ τὴν ὁποίαν ἐμετρήθησαν. Εἶναι δηλαδὴ ἀρκετὸν νὰ εἰπώμεν ὅτι τὸ σύρμα ἔχει μῆκος 4 cm ἢ ὅτι τὸ σῶμα ἔχει μᾶζαν 37 gr.

Μονόμετρον καλεῖται τὸ φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον καθορίζεται τελείως, ὅταν δοθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ του καὶ ἡ μονάς μετρήσεως αὐτοῦ.

Μονόμετρα φυσικὰ μεγέθη εἶναι ὁ χρόνος, ἡ μᾶζα, ἡ θερμοκρασία κ.ἄ.

Ὅταν ὅμως λέγωμεν ὅτι ἐπὶ τῆς τραπέζης ἐφαρμόζομεν δύναμιν ἴσην μὲ 5 kgr*, δὲν καθορίζομεν τελείως τὴν δύναμιν. Διὰ τὸν πλήρη

καθορισμόν τῆς δυνάμεως χρειάζονται, ἐκτὸς τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς καὶ τῆς μονάδος, καὶ δύο ἄλλα στοιχεῖα ἢ διευθύνσεις καὶ ἡ φορά, κατὰ τὴν ὁποίαν ἐνεργεῖ ἡ δύναμις. Ἡ διεύθυνσις καθορίζει τὴν εὐθεῖαν, ἐπὶ τῆς ὁποίας κεῖται ἡ δύναμις, ἡ δὲ φορά καθορίζει κατὰ ποίαν φοράν ἡ δύναμις τείνει νὰ σύρῃ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς.

Ἀνυσματικὸν καλεῖται τὸ φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον καθορίζεται τελείως, ὅταν δοθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ του, καὶ ἡ μονὰς μετρήσεως αὐτοῦ, ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορά αὐτοῦ.

Ἀνυσματικὰ μεγέθη εἶναι ἡ δύναμις, ἡ ταχύτης, ἡ ἐπιτάχυνσις κ.ἄ.

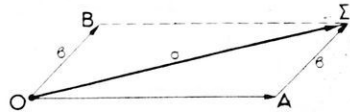
Ὡστε τὰ φυσικὰ μεγέθη διαιροῦνται εἰς μονόμετρα καὶ ἀνυσματικά.

18. Γραφικὴ παράστασις ἀνυσματικοῦ μεγέθους. Ἐν ἀνυσματικὸν μέγεθος, π.χ. ἡ δύναμις, παρίσταται γραφικῶς διὰ τμήματος εὐθείας, τὸ ὁποῖον λέγεται **ἀνυσμα** (σχ. 1). Τὸ μήκος τοῦ ἀνύσματος, ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα, φανερώνει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τοῦ θεωρουμένου φυσικοῦ μεγέθους, ἡ δὲ διεύθυνσις καὶ ἡ φορά τοῦ ἀνύσματος φανερώνουν τὴν διεύθυνσιν καὶ τὴν φοράν τοῦ θεωρουμένου φυσικοῦ μεγέθους. Εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ ἀνύσματος σημειώνεται αἰχμὴ βέλους, ἡ ὁποία φανερώνει τὴν φοράν τοῦ ἀνύσματος.



Σχ. 1. Ἀνυσμα

19. Πρόσθεσις ἀνυσματικῶν μεγεθῶν. Ὅταν ἔχωμεν νὰ προσθέσωμεν δύο μονόμετρα μεγέθη, τότε τὸ ἄθροισμα αὐτῶν ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν των. Οὕτως, ἂν σῶμα κινηθῇ ἐπὶ 5 δευτερόλεπτα καὶ ἔπειτα κινηθῇ ἐπὶ 23 δευτερόλεπτα, τότε ὁ ὅλος χρόνος τῆς κινήσεως τοῦ σώματος εἶναι $5 + 23 = 28$ δευτερόλεπτα. Γενικῶς ἐπὶ τῶν μονομέτρων μεγεθῶν ἐφαρμόζονται οἱ κανόνες τοῦ ἀλγεβρικοῦ λογισμοῦ. Ἀντιθέτως ἐπὶ τῶν ἀνυσματικῶν μεγεθῶν ἐφαρμόζονται οἱ κανόνες τοῦ ἀνυσματικοῦ λογισμοῦ.



Σχ. 2. Πρόσθεσις δύο ἀνυσμάτων

Ἀς ἴδωμεν πῶς προσθέτομεν δύο ἀνυσματα α καὶ β , τὰ ὁποῖα ἔχουν κοινὴν ἀρχὴν τὸ σημεῖον O (σχ. 2). Ἀπὸ τὸ τέλος τοῦ ἑνὸς ἀνύσματος

π.χ. τοῦ α φέρομεν ἄνυσμα AS παράλληλον καὶ ἴσον πρὸς τὸ ἄνυσμα β . Τὸ ἄνυσμα OS καλεῖται **γεωμετρικὸν ἄθροισμα** ἢ **συνισταμένη** τῶν ἀνυσμάτων α καὶ β . Τὰ ἀνύσματα α καὶ β καλοῦνται τότε **συνιστῶσαι** τοῦ ἀνύσματος s . Ἄν ἐκτελέσωμεν τὴν πρόσθεσιν τῶν δύο ἀνυσμάτων α καὶ β , φέροντες ἀπὸ τὸ ἄκρον τοῦ ἀνύσματος β ἄνυσμα παράλληλον καὶ ἴσον πρὸς τὸ ἄνυσμα α , θὰ εὕρωμεν τὸ αὐτὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα OS : διότι τὸ σχηματιζόμενον τετράπλευρον $OASB$ εἶναι παραλληλόγραμμον. Ἄρα :

Τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα δύο ἀνυσμάτων, τὰ ὅποια ἔχουν κοινὴν ἀρχήν, εἶναι ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου, τὸ ὅποιον ἔχει ὡς πλευρὰς τὰ δοθέντα ἀνύσματα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Νὰ ἐκφρασθοῦν εἰς mm τὰ ἐξῆς μήκη : 7 cm , $14,2\text{ cm}$ καὶ $1,07\text{ m}$.
2. Νὰ ἐκφρασθοῦν εἰς cm τὰ ἐξῆς μήκη : $2,04\text{ m}$, $3,4\text{ km}$, $300\ 000\text{ km}$.
3. Νὰ ἐκφρασθοῦν εἰς cm^2 τὰ ἐξῆς ἐμβαδὰ ἐπιφανειῶν : 4 mm^2 , $1,07\text{ m}^2$.
4. Νὰ ἐκφρασθοῦν εἰς cm^3 οἱ ἐξῆς ὄγκοι : 87 mm^3 , 6 dm^3 , $3,2\text{ m}^3$.
5. Νὰ ἐκφρασθοῦν εἰς ἀκτίνια αἱ ἐξῆς γωνίαι : 1° , 18° , 60° , 120° , 135° , $30'$.
6. Νὰ ἐκφρασθῇ εἰς gr ἡ μᾶζα σώματος ἔχοντος βάρος $2,17\text{ kgr}^*$ ἢ $0,06\text{ kgr}^*$.
7. Νὰ ἐκφρασθῇ εἰς dyn τὸ βάρος σώματος 600 gr^* ἢ $1,5\text{ kgr}^*$.
8. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδαργύρου εἶναι $\rho = 13,6\text{ gr}^*/cm^3$. Πόσον εἶναι εἰς kgr^* τὸ βάρος $1,4\text{ dm}^3$ ὕδαργύρου ;
9. Σῶμα ἔχει μᾶζαν $6,2\text{ kgr}$. Πόσον εἶναι εἰς gr^* καὶ dyn τὸ βάρος τοῦ σώματος ;
10. Πόσον εἶναι εἰς kgr^* καὶ εἰς gr^* τὸ βάρος 1 m^3 ὕδατος, ἂν ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἶναι $1\text{ gr}/cm^3$.
11. Σῶμα ἔχει βάρος $2,5\text{ tn}^*$. Νὰ ἐκφρασθῇ τὸ βάρος του εἰς kgr^* , gr^* καὶ dyn . Πόση εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος εἰς kgr καὶ gr ;
12. Σῶμα ἔχει βάρος 88 gr^* καὶ ὄγκον 10 cm^3 . Νὰ εὕρεθῇ τὸ εἰδικὸν βάρος καὶ ἡ πυκνότης τοῦ σώματος.

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

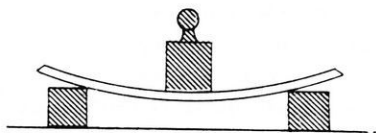
ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΕΩΣ

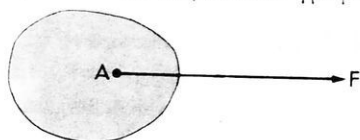
20. Θέμα της Μηχανικής. Τὰ σώματα τίθενται εἰς κίνησιν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ὀρισμένων αἰτίων. Καλεῖται **Μηχανικὴ** τὸ μέρος τῆς Φυσικῆς, τὸ ὁποῖον ἐξετάζει τὰς κινήσεις τῶν σωμάτων καὶ τὰ αἴτια, τὰ ὁποῖα προκαλοῦν αὐτάς. Ἡ Μηχανικὴ ἐξετάζει ἐπίσης ὑπὸ ποίας συνθήκας δύνανται τὰ σώματα νὰ ἰσορροποῦν. Ὡστε ἡ Μηχανικὴ ἐξετάζει γενικῶς τὴν ἰσορροπίαν καὶ τὴν κίνησιν τῶν σωμάτων.

21. Ὅρισμός της δυνάμεως. "Ὅταν μετάλλινον ἔλασμα κάμπτεται ἢ σπειροειδὲς ἐλατήριο ἐκτείνεται, τότε τὰ σώματα αὐτὰ παραμορφώνονται· τὸ αἶτιον, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὴν παραμόρφωσιν καλεῖται **δύναμις**. "Ὅταν ἡρεμῶν σῶμα τίθεται εἰς κίνησιν ἢ κινούμενον σῶμα σταματᾷ ἢ καὶ ἀλλάσῃ διεύθυνσιν, τότε λέγομεν ὅτι μεταβάλλεται ἡ κινητικὴ κατάστασις τοῦ σώματος· τὸ αἶτιον τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως καλεῖται **δύναμις**. Ὡστε ἡ δύναμις ἐπιφέρει δύο



Σχ. 3. Τὸ βάρος τοῦ σώματος προκαλεῖ παραμόρφωσιν τοῦ ἐλάσματος

αποτελέσματα : τὴν παραμόρφωσιν ἑνὸς σώματος ἢ τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως ἑνὸς σώματος. Τὸ βάρος ἑνὸς σώματος προκαλεῖ τὴν παραμόρφωσιν ἄλλων σωμάτων (σχ. 3) καὶ συνεπῶς τὸ βάρος εἶναι δύναμις. Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν δυνάμεων χρησιμοποιοῦμεν ὡς μονάδας τὰς γνωστὰς μονάδας βάρους, δηλαδὴ τὸ χιλιόγραμμα βάρους, τὸ γραμμάριον βάρους καὶ τὴν μονάδα δυνάμεως C.G.S., τὴν δύνην. Ἡ δύναμις εἶναι μέγεθος ἀνυσματικὸν καὶ παρίσταται γραφικῶς μετ' ἀνύσματος (σχ. 4.). Ἡ ἀρχὴ τοῦ



Σχ. 4. Ἡ δύναμις F ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον A τοῦ σώματος

ἀνύσματος δεικνύει τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως, δηλαδὴ τὸ σημεῖον τοῦ σώματος, εἰς τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις. Ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορά τοῦ ἀνύσματος δεικνύουν τὴν διεύθυνσιν καὶ τὴν φοράν τῆς δυνάμεως, τὸ

δὲ μήκος τοῦ ἀνύσματος εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς δυνάμεως, ἡ ὁποία καλεῖται ἔντασις τῆς δυνάμεως. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγονται τὰ ἑξῆς :

I. Δυνάμεις καλοῦνται τὰ αἷτια, τὰ ὁποῖα προκαλοῦν παραμορφώσεις τῶν σωμάτων ἢ μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως αὐτῶν.

II. Ἡ δύναμις προσδιορίζεται ἀπὸ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της, τὴν διεύθυνσιν, τὴν φοράν καὶ τὴν ἔντασιν.

22. Ὑλικά σημεῖα καὶ ὑλικά σώματα. Τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα ὑποπίπτουν εἰς τὰς αἰσθήσεις μας, ἔχουν πάντοτε διαστάσεις. Εἰς πολλὰς ὁμως περιπτώσεις, διὰ νὰ ἀπλοποιήσωμεν τὴν ἔρευναν τῶν φαινομένων, ὑποθέτομεν ὅτι τὰ σώματα εἶναι τόσο πολὺ μικρὰ ἐν σχέσει μετὰ ἄλλα μήκη, τὰ ὁποῖα ὑπεισέρχονται εἰς τὰς μετρήσεις μας, ὥστε δυνάμεθα νὰ μὴ λαμβάνωμεν ὑπ' ὄψιν τὰς διαστάσεις τῶν σωμάτων. Τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα ὑποθέτομεν ὅτι δὲν ἔχουν διαστάσεις, καλοῦνται **ὕλικά σημεῖα**. Οὕτως εἰς πολλὰ ἀστρονομικὰ προβλήματα ὁ πλανήτης μας θεωρεῖται ὡς ὑλικὸν σημεῖον. Ἐκαστον σῶμα, τὸ ὁποῖον ἔχει ὀρισμέναις διαστάσεις, θεωρεῖται ὡς ἄθροισμα πολλῶν ὑλικῶν σημείων. Τὰ τοιαῦτα σώματα καλοῦνται **ὕλικά σώματα** ἢ καὶ ἀπλῶς **σώματα**.

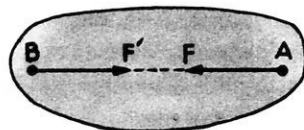
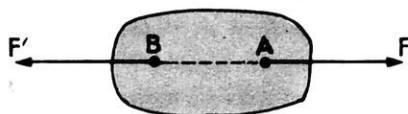
23. Ίσορροπία δύο δυνάμεων. Ἐάν μία δύναμις F ἐνεργῇ ἐπὶ ὑλικοῦ σημείου A , τὸ ὁποῖον δύναται νὰ κινηθῇ ἐλευθέρως, τότε ἡ δύναμις F θὰ κινήσῃ τὸ σημεῖον A κατὰ τὴν διεύθυνσίν της. Διὰ νὰ μὴ κινηθῇ τὸ ὑλικὸν σημεῖον, πρέπει νὰ ἐνεργῇ ἐπὶ τοῦ ὑλικοῦ σημείου A μία τουλάχιστον ἄλλη δύναμις F' , ἡ ὁποία νὰ ἐξουδετερώσῃ τὸ ἀποτέλεσμα, τὸ ὁποῖον ἐπιφέρει ἡ δύναμις F . Λέγομεν τότε ὅτι αἱ δύο δυνάμεις ἰσορροποῦν. Εἶναι φανερόν (σχ. 5) ὅτι :



Σχ. 5. Ίσορροπία δύο δυνάμεων

Διὰ νὰ ἰσορροποῦν δύο δυνάμεις, ἐφηρμοσμένοι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου, πρέπει αἱ δύο δυνάμεις νὰ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι.

Εἶναι δυνατόν αἱ δύο δυνάμεις νὰ ἰσορροποῦν, καὶ ἂν ἐφαρμόζωνται εἰς δύο διαφορετικὰ σημεῖα ἐνὸς στερεοῦ σώματος (σχ. 6). Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εἶναι ἐπίσης φανερόν ὅτι :



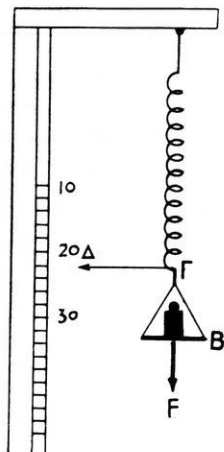
Σχ. 6. Ίσορροπία δύο δυνάμεων

Διὰ νὰ ἰσορροποῦν δύο δυνάμεις ἐφηρμοσμένοι εἰς δύο σημεῖα στερεοῦ σώματος, πρέπει αἱ δύο δυνάμεις νὰ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι καὶ νὰ ἐνεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας.

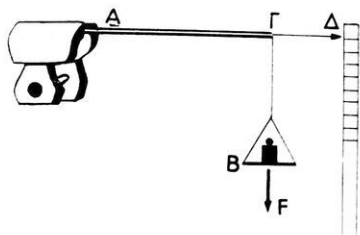
Ἀπὸ τὴν ἀνωτέρω συνθήκην ἰσορροπίας δύο δυνάμεων προκύπτει καὶ ὁ ὁρισμὸς τῆς ἰσότητος δύο δυνάμεων. Οὕτω λέγομεν ὅτι δύο δυνάμεις εἶναι ἴσαι, ὅταν ἐνεργοῦσαι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου ἰσορροποῦν, ἥτοι δὲν ἐπιφέρουν καμμίαν μεταβολὴν εἰς τὴν κινήτικὴν κατάστασιν τοῦ ὑλικοῦ σημείου.

24. Στατική μέτρησης τῶν δυνάμεων. Διάφορα στερεὰ σώματα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεων ὑφίστανται ἐλαστικὰς παραμορφώσεις, δηλ. παραμορφώσεις, αἱ ὁποῖαι ἐξαφανίζονται μόλις παύσουν νὰ ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις. Τοιαῦται ἐλαστικαὶ παραμορφώσεις εἶναι ἡ ἐπιμήκυνσις ἢ ἐπιβράχυνσις ἐνὸς σπειροειδοῦς ἐλατηρίου ἀπὸ σύρμα χάλυβος (σχ. 7), ἡ κάμψις μιᾶς ράβδου χάλυβος

ἢ ἡ στρέψις ἐνὸς σώματος (σχ. 8). Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι :
 'Ἡ ἐλαστικὴ παραμόρφωσις ἐνὸς στερεοῦ σώματος εἶναι ἀνάλο-
 γος πρὸς τὴν δύναμιν , ἡ ὁποία τὴν προκαλεῖ.



Σχ. 7. Ἡ ἐπιμήκυνσις
 εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν
 δύναμιν



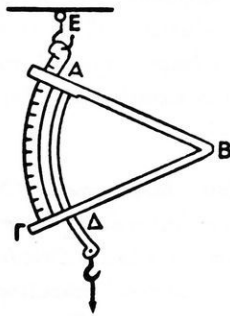
Σχ. 8. Ἡ κάμψις τῆς ράβδου εἶναι
 ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία
 ἐφαρμόζεται εἰς τὸ ἄκρον Γ

Ἐκ τῶν ἐλαστικῶν παραμορφώσεων, τὰς ὁποίας προκαλοῦν διάφοροι δυνάμεις ἐπὶ ἐνὸς σώματος, δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν τὰς δυνάμεις. Ἡ τοιαύτη μέτρησις τῶν δυνάμεων καλεῖται **στατικὴ μέτρησις τῶν δυνάμεων** καὶ γίνεται με εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποία καλοῦνται **δυναμόμετρα**.

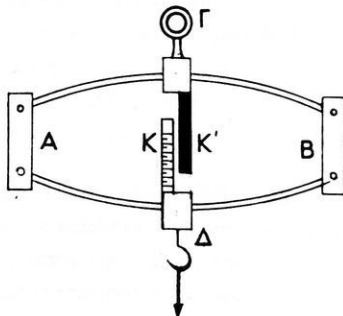
25. Δυναμόμετρα. Τὸ **δυναμόμετρον** ἀποτελεῖται ἀπὸ ἐλαστικὸν στερεὸν σῶμα, τοῦ ὁποίου αἱ παροδικαὶ παραμορφώσεις χρη-



Σχ. 9.



Σχ. 10.



Σχ. 11.

Διάφοροι τύποι δυναμομέτρων

σιμεύουν διά τήν μέτρησιν τῶν δυνάμεων. Ὑπάρχουν διάφοροι τύποι δυναμομέτρων. Τò σχῆμα 9 παριστᾷ σύνηθες δυναμόμετρον με σπειροειδές ἐλατήριο (κανταράκι). Τò σχῆμα 10 παριστᾷ ἄλλην μορφήν δυναμομέτρου. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ χαλύβδινον ἔλασμα, τὸ ὁποῖον ἔχει καμφθῇ εἰς σχῆμα γωνίας. Εἰς τήν βιομηχανίαν διά τήν μέτρησιν δυνάμεων μεγάλης ἐντάσεως χρησιμοποιεῖται εἰδικὸν δυναμόμετρον (σχ. 11), εἰς τὸ ὁποῖον τὰ ἄκρα δύο χαλυβδίνων τόξων ἀρθρώνονται εἰς δύο μεταλλικὰς πλάκας Α καὶ Β. Ὅταν εἰς τὸ Δ ἐφαρμόσωμεν μίαν δύναμιν ἐπέρχεται σχετικὴ ἀπομάκρυνσις τῶν δύο τόξων καὶ ὁ δείκτης Κ' μετακινεῖται κατὰ μῆκος τῆς κλίμακος Κ.

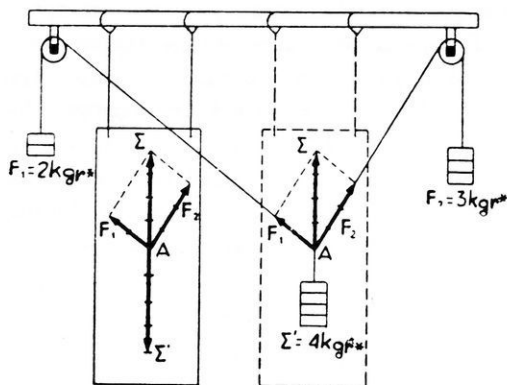
ΣΥΝΘΕΣΙΣ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

Ι. ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΑΙ ΕΠΙ ΤΟΥ ΑΥΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

26. Ὅρισμός. Καλεῖται **σύνθεσις** δυνάμεων ἡ ἀντικατάστασις δύο ἢ περισσοτέρων δυνάμεων, διὰ μιᾶς μόνης δυνάμεως, ἡ ὁποία φέρει τὰ ἴδια μηχανικὰ ἀποτελέσματα, τὰ ὁποῖα φέρουν καὶ αἱ δοθεῖσαι δυνάμεις. Ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἀντικαθιστᾷ τὰς δύο ἢ περισσότερας δυνάμεις, καλεῖται **συνισταμένη**, αἱ δὲ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἀντικαθίστανται, καλοῦνται **συνιστώσαι**.

27. Σύνθεσις δύο δυνάμεων. Πειραματικῶς ἐξετάζομεν τὴν σύνθεσιν δύο δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐφαρμόζονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, διὰ τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 12. Ἐπὶ ἐνὸς σημείου Α ἐνεργοῦν αἱ δύο ἄνισοι δυνάμεις $F_1 = 2 \text{ kgr}^*$ καὶ $F_2 = 3 \text{ kgr}^*$. Παρατηροῦμεν ὅτι, διὰ νὰ διατηρηθῇ ἀκίνητον τὸ σημεῖον Α, πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς τὸ Α τὴν δύναμιν $\Sigma' = 4 \text{ kgr}^*$. Ἐκ τούτου συνάγομεν ὅτι ἡ δύναμις Σ' ἰσορροπεῖ τὰς δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 . Ἐπομένως ἡ δύναμις Σ' εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην Σ τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 . Ἐπὶ ἐνὸς κατακορύφου φύλλου χάρτου σημειώομεν τὰς διευθύνσεις τῶν τριῶν νημάτων, κατὰ μῆκος τῶν ὁποίων ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις F_1 , F_2 καὶ Σ' . Ἐπὶ τῶν τριῶν εὐθειῶν λαμβάνομεν μὴ-κὴ ἀριθμητικῶς ἴσα πρὸς τὰς ἐντάσεις τῶν τριῶν δυνάμεων F_1 , F_2 καὶ Σ' . Παρατηροῦμεν τότε ὅτι ἡ διαγώνιος ΑΣ τοῦ παραλληλογράμμου, τὸ ὁποῖον ὀρίζουν αἱ εὐθεῖαι Α F_1 καὶ Α F_2 εἶναι ἴση μετὰ τὴν εὐθείαν ΑΣ'.

Το αυτό συμβαίνει οιαδήποτε και αν είναι αἱ ἐντάσεις τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 .



Σχ. 12. Σύνθεσις δύο δυνάμεων

Ἀπὸ τὸ πείραμα τοῦτο συνάγομεν τὸν ἀκόλουθον νόμον τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων.

Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, παρίσταται κατὰ μέγεθος καὶ διεύθυνσιν μὲ τὴν διαγώνιον τοῦ παραλληλογράμμου,

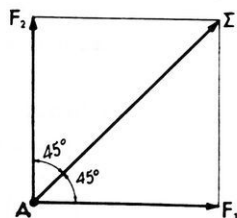
τὸ ὁποῖον σχηματίζουν αἱ δύο δυνάμεις, ἥτοι εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν δύο δυνάμεων.

Παράδειγμα. Ἐπὶ ἐνὸς σημείου Α ἐνεργοῦν δύο ἴσαι δυνάμεις $F_1 = F_2 = 10 \text{ kg*}$, αἱ ὁποῖαι εἶναι κάθετοι μεταξύ των (σχ. 13). Ἡ συνισταμένη Σ τῶν δύο τούτων δυνάμεων εἶναι ἡ διαγώνιος τοῦ σχηματιζομένου τετραγώνου. Ἐπομένως ἔχομεν:

$$\Sigma = \sqrt{F_1^2 + F_1^2} = \sqrt{2F_1^2} = F_1\sqrt{2}$$

$$\Sigma = 10 \times 1,41 = 14,1 \text{ kg*}.$$

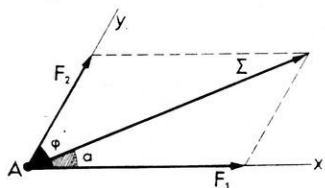
Ἡ συνισταμένη Σ σχηματίζει εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν γωνίας 45° μὲ τὰς διευθύνσεις τῶν δύο συνιστωσῶν, διότι ἡ ΑΣ εἶναι διχοτόμος τῆς γωνίας F_1AF_2 .



Σχ. 13. Σύνθεσις δύο ἴσων καθέτων δυνάμεων

28. Ἐντάσις καὶ διεύθυνσις τῆς συνισταμένης. Δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐνεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου σχηματίζουσαι γωνίαν φ (σχ. 14). Ἡ συνισταμένη Σ τῶν δύο τούτων δυνάμεων εὑρίσκεται γραφικῶς, ἂν κατασκευασθῇ τὸ παραλληλόγραμμον τῶν δύο δυνάμεων. Ἀλλὰ διὰ νὰ ὀρισθῇ τελείως ἡ συνισταμένη Σ , πρέπει νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς καὶ ἡ διεύθυνσίς της, πρέπει δηλαδὴ νὰ ὑπολογισθῇ τὸ μῆκος τῆς διαγωνίου Σ καὶ μία ἐκ τῶν γωνιῶν, τὰς

ὁποίας σχηματίζει ἡ Σ μετὰ τὰς πλευρὰς τοῦ παραλληλογράμμου. Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ἐντάσεως καὶ τῆς διεύθυνσός της συνισταμένης Σ εἶναι καθαρῶς γεωμετρικὸν πρόβλημα. Ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ ἔντασις καὶ ἡ διεύθυνσις τῆς συνισταμένης προσδιορίζονται ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις:



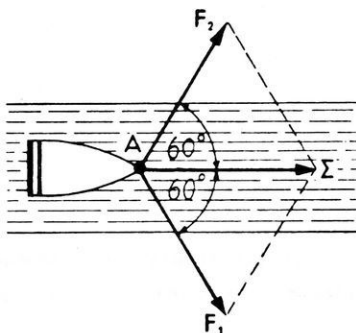
Σχ. 14. Εὗρεσις τῆς συνισταμένης δύο δυνάμεων

$$\Sigma = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \sin \varphi}$$

διεύθυνσις τῆς συνισταμένης

$$\eta \mu \alpha = \frac{F_2}{\Sigma} \cdot \eta \mu \varphi$$

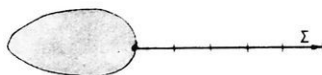
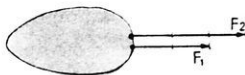
Παράδειγμα. Εἰς τὸ σχ. 15 εἶναι $F_1 = F_2$ καὶ $\varphi = 120^\circ$. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἔντασις καὶ ἡ διεύθυνσις τῆς συνισταμένης.



Σχ. 15. Σύνθεσις τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2

29. Μερικὴ περίπτωση. Σύνθεσις δύο δυνάμεων τῆς αὐτῆς διεύθυνσεως. Ἐὰν αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ

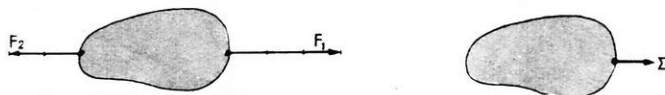
F_2 ἐνεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας καὶ ἔχουν τὴν αὐτὴν φορὰν, τότε ἡ συνισταμένη ἔχει ἔντασιν ἴσην μετὰ τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν τῶν δύο συνιστωσῶν



Σχ. 16. Αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ φορὰν

καὶ διεύθυνσιν τὴν κοινὴν διεύθυνσιν αὐτῶν (σχ. 16). Οὕτως, ἐὰν εἶναι $F_1 = 200 \text{ gr}^*$ καὶ $F_2 = 300 \text{ gr}^*$, ἡ συνισταμένη ἔχει ἔντασιν $\Sigma = F_1 + F_2 = 200 \text{ gr}^* + 300 \text{ gr}^* = 500 \text{ gr}^*$.

Ἐάν δύο δυνάμεις $F_1 = 300 \text{ gr}^*$ καὶ $F_2 = 200 \text{ gr}^*$ ἐνεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας καὶ ἔχουν ἀντίθετον φοράν,

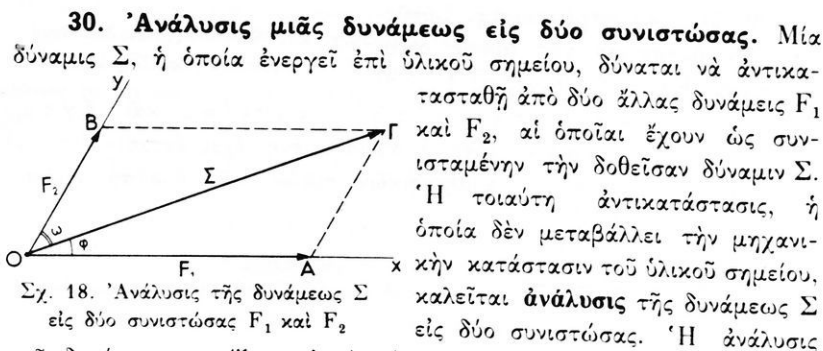


Σχ. 17. Αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, ἀλλ' ἀντίθετον φοράν

τότε ἡ συνισταμένη ἔχει ἔντασιν ἴσην μετὰ τὴν διαφοράν τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν τῶν δύο συνιστωσῶν καὶ φοράν τὴν φοράν τῆς μεγαλύτερας συνιστώσας (σχ. 17). Οὕτως εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ συνισταμένη ἔχει ἔντασιν $\Sigma = F_1 - F_2 = 300 \text{ gr}^* - 200 \text{ gr}^* = 100 \text{ gr}^*$.

Ἐάν θεωρήσωμεν ὡς θετικὴν τὴν μίαν φοράν καὶ ὡς ἀρνητικὴν τὴν ἀντίθετον, τότε ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι :

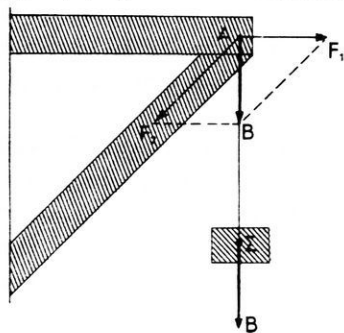
Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, εἶναι ἴση μετὰ τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν συνιστωσῶν.



μιᾶς δυνάμεως στηρίζεται εἰς τὸν νόμον τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων. Διὰ νὰ ἀναλύσωμεν τὴν δύναμιν Σ (σχ. 18) εἰς δύο συνιστώσας, αἱ ὁποῖαι νὰ ἐνεργοῦν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῶν εὐθειῶν Ox καὶ Oy , κατασκευάζομεν τὸ παραλληλόγραμμον $OAGB$, τοῦ ὁποῖου διαγώνιος εἶναι ἡ Σ . Ἀρα τὰ δύο ἀνύσματα OA καὶ OB παριστοῦν τὰς δύο συνιστώσας τῆς δυνάμεως Σ . Γεωμετρικῶς ἡ ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο

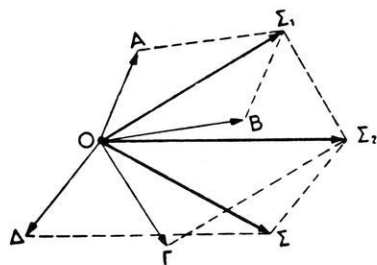
συνιστώσας ανάγεται πάντοτε εις τὸ ἐξῆς πρόβλημα : νὰ κατασκευασθῇ τρίγωνον OAG , ὅταν δίδονται ὠρισμένα στοιχεῖα του (σχ. 18).

Παράδειγμα ἀναλύσεως μιᾶς δυνάμεως εις δύο συνιστώσας δεικνύει τὸ σχῆμα 19. Τὸ βάρος B τοῦ σώματος ἐνεργεῖ διὰ τοῦ σχοινίου ἐπὶ τοῦ σημείου A τῆς ὀριζοντίας δοκοῦ. Ἡ δύναμις αὐτὴ B ἀναλύεται εις δύο συνιστώσας F_1 καὶ F_2 , αἱ ὁποῖαι ἐξουδετερώνονται ἀπὸ ἀντιδράσεις τῶν δύο δοκῶν.

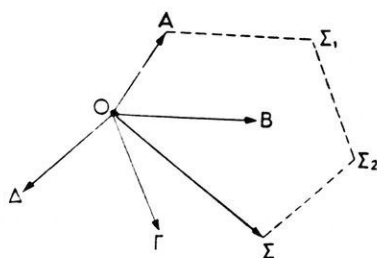


Σχ. 19. Τὸ βάρος B ἀναλύεται εις τὰς συνιστώσας F_1 καὶ F_2

31. Σύνθεσις ὁσωνδήποτε δυνάμεων. Ἐστω ὅτι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου ἐνεργοῦν ὁσασδήποτε δυνάμεις π.χ. αἱ A, B, Γ, Δ , αἱ ὁποῖαι ἔχουν διαφόρους διευθύνσεις (σχ. 20). Ἐφαρμόζοντες τὸν νόμον τοῦ παραλληλογράμμου, εὐρίσκομεν τὴν συνισταμένην αὐτῶν ὡς



Σχ. 20. Σύνθεσις πολλῶν δυνάμεων



Σχ. 21. Ἡ συνισταμένη Σ κλείει τὸ πολύγωνον τῶν δυνάμεων $OAS_1S_2\Sigma$

ἐξῆς : Συνθέτομεν κατ' ἀρχὰς δύο δυνάμεις π.χ. τὰς A καὶ B καὶ εὐρίσκομεν τὴν συνισταμένην τῶν Σ_1 . Οὕτω τὸ σύστημα τῶν τεσσάρων δυνάμεων ἀνάγεται εις σύστημα τριῶν δυνάμεων Σ_1, Γ, Δ . Τὸ νέον τοῦτο σύστημα ἀνάγεται κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον εις σύστημα δύο δυνάμεων, τὸ ὁποῖον τελικῶς ἀνάγεται εις μίαν μόνην δύναμιν. Ἡ δύναμις αὕτη εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν τεσσάρων δυνάμεων. Ὡστε :

Ἡ συνισταμένη ὁσωνδήποτε δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ

του αυτού σημείου, είναι το γεωμετρικόν ἄθροισμα τῶν συνιστασῶν.

Ἐπειδὴ τὸ γεωμετρικόν ἄθροισμα εἶναι ἀνεξάρτητον ἀπὸ τὴν σειράν, κατὰ τὴν ὁποίαν λαμβάνονται οἱ προσθετέοι, συνάγεται ὅτι ἡ συνισταμένη εἶναι ἐντελῶς ὠρισμένη (σχ. 21).

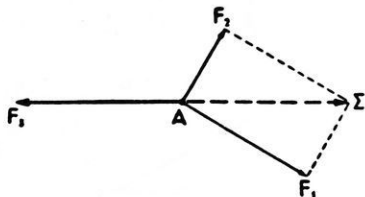
32. Ἱσορροπία ὑλικοῦ σημείου. Λέγομεν ὅτι ἓν ὑλικὸν σημεῖον εἶναι ἐλ ἐ ὕ θ ε ρ ο ν, ὅταν τὸ σημεῖον τοῦτο δύναται νὰ μετακινηθῇ ἀπὸ τὴν ἀρχικὴν του θέσιν πρὸς οἰκνδῆποτε διεύθυνσιν. Εἶναι φανερόν ὅτι, ἂν ἐπὶ ἑνὸς ἐλευθέρου ὑλικοῦ σημείου A ἐνεργοῦν δύο δυνάμεις, τὸ σημεῖον A ἡρεμεῖ, ὅταν ἡ συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων εἶναι ἴση μὲ μηδέν. Τοῦτο ὁμῶς συμβαίνει, μόνον ὅταν αἱ δύο δυνάμεις εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι (σχ. 22). Ὡστε :



Σχ. 22. Ἱσορροπία ὑλικοῦ σημείου

Ἐλεύθερον ὑλικὸν σημεῖον ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δύο δυνάμεων, ἂν αἱ δύο δυνάμεις εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι.

Ἐὰν ἐπὶ τοῦ ἐλευθέρου ὑλικοῦ σημείου ἐνεργοῦν τρεῖς δυνάμεις, τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἰσορροπεῖ, ὅταν ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν δυνάμεων εἶναι ἴση μὲ μηδέν. Τοῦτο συμβαίνει, ἂν αἱ τρεῖς δυνάμεις F_1 , F_2 , F_3 (σχ. 23) εὐρίσκωνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου καὶ ἡ συνισταμένη Σ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν F_3 . Πειραματικὴν ἐπαλήθευσιν τοῦ συμπεράσματος τούτου ἔχομεν εἰς τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 12. Ὡστε :



Σχ. 23. Ἱσορροπία ὑλικοῦ σημείου

Ἐλεύθερον ὑλικὸν σημεῖον ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τριῶν δυνάμεων, ἂν αἱ τρεῖς δυνάμεις εἶναι ὁμοεπίπεδοι καὶ ἐκάστη ἐξ αὐτῶν εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν δύο ἄλλων.

Τέλος, ἂν ἐπὶ τοῦ ἐλευθέρου ὑλικοῦ σημείου ἐνεργοῦν πολλαὶ δυνάμεις, εἶναι προφανές ὅτι τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἰσορροπεῖ, ὅταν ἡ συνισταμένη ὅλων τῶν δυνάμεων εἶναι ἴση μὲ μηδέν.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

13. Νὰ εὐρεθῇ εἰς τὰς κάτωθι περιπτώσεις ἡ συνισταμένη δύο ἴσων δυνάμεων $F_1 = F_2 = 8 \text{ kgr}^*$, αἱ ὁποῖαι ἔχουν τὸ αὐτὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς : α) Αἱ δυνάμεις ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ φορὰν. β) Αἱ δυνάμεις σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν 60° . γ) Αἱ δυνάμεις σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν 90° . δ) Αἱ δυνάμεις σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν 120° . ε) Αἱ δυνάμεις ἔχουν ἀντίθετον φορὰν.

14. Νὰ εὐρεθῇ ἡ συνισταμένη τεσσάρων δυνάμεων $F_1 = 1 \text{ kgr}^*$, $F_2 = 2 \text{ kgr}^*$, $F_3 = 3 \text{ kgr}^*$, $F_4 = 4 \text{ kgr}^*$, αἱ ὁποῖαι εἶναι ὁμοεπίπεδοι, ἔχουν τὸ αὐτὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς καὶ σχηματίζουν μεταξύ των ἀνὰ δύο γωνίαν 90° .

15. Τρεῖς ἴσαι δυνάμεις $F_1 = F_2 = F_3 = 5 \text{ kgr}^*$ εἶναι ὁμοεπίπεδοι καὶ ἔχουν κοινὸν σημεῖον ἐφαρμογῆς. Αἱ F_1 καὶ F_3 εὐρίσκονται ἐκατέρωθεν τῆς F_2 καὶ σχηματίζουν μὲ αὐτὴν γωνίας 60° . Νὰ εὐρεθῇ ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν τούτων δυνάμεων.

16. Νὰ ἀναλυθῇ δύναμις $F = 13 \text{ kgr}^*$ εἰς δύο συνιστώσας F_1 καὶ F_2 καθέτους μεταξύ των, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ F_1 νὰ εἶναι ἴση μὲ 5 kgr^* .

17. Νὰ ἀναλυθῇ δύναμις $F = 6 \text{ kgr}^*$ εἰς δύο ἴσας συνιστώσας, τῶν ὁποίων αἱ διευθύνσεις νὰ σχηματίζουν γωνίαν 30° μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς F .

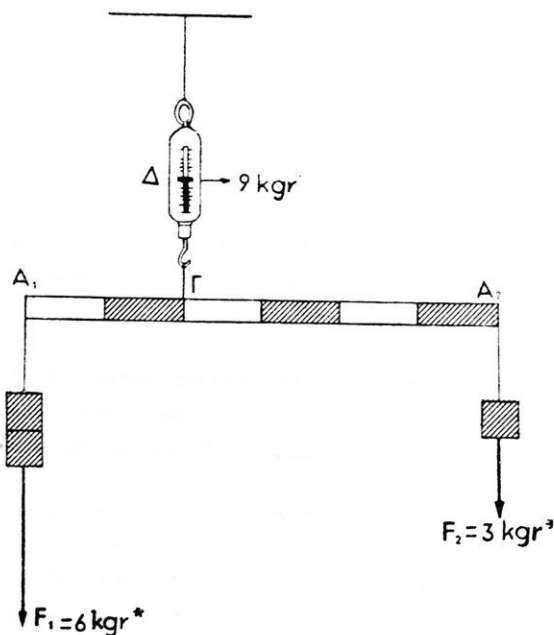
18. Εἰς τὸ ἐν ἄκρον νήματος OA ἐξαρτᾶται σῶμα βάρους 4 kgr^* . Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ ἔντασις τῆς ὀριζοντίας δυνάμεως, τὴν ὁποίαν θὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς τὸ σημεῖον A , ὥστε κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ συστήματος τὸ νῆμα νὰ σχηματίζῃ γωνίαν 45° μὲ τὴν κατακόρυφον, ἡ ὁποία διέρχεται διὰ τοῦ O ; Πόση εἶναι ἡ τάσις τοῦ νήματος; Τὸ βάρος τοῦ νήματος εἶναι ἀσήμαντον.

19. Ἐν σῶμα βάρους 1000 kgr^* ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ὀροφὴν μὲ δύο σχοινία, τὰ ὁποῖα σχηματίζουν μὲ τὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον γωνίαν 45° . Νὰ εὐρεθῇ ἡ τάσις ἐκάστου σχοινίου.

20. Μία μεταλλικὴ ὀρθογώνιος πλάξ ἔχει βάρος 6 kgr^* . Ἡ πλάξ ἐξαρτᾶται ἀπὸ ἐν ἄγκιστρον μὲ τὴν βοήθειαν νήματος, τοῦ ὁποῖου τὰ δύο ἄκρα στερεώνονται εἰς τὰς δύο ἀνωτέρας κορυφὰς τῆς πλακὸς. Τὰ δύο τμήματα τοῦ νήματος σχηματίζουν μὲ τὴν ἀνωτέραν ὀριζόντιαν πλευρὰν τῆς πλακὸς γωνίαν 45° . Πόση εἶναι ἡ τάσις ἐκάστου τμήματος τοῦ νήματος;

II. ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΑΙ ΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΑ ΣΗΜΕΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

33 Σύνθεσις δύο δυνάμεων παραλλήλων τῆς αὐτῆς φορᾶς. Λαμβάνομεν ξύλινον κανόνα πολὺ ἐλαφρόν. Τὸ βάρος τοῦ κανόνος εἶναι πολὺ μικρὸν ἐν σχέσει πρὸς τὰ δύο βάρη F_1 καὶ F_2 , τὰ ὁποῖα ἐφαρμόζομεν εἰς τὰ ἄκρα τοῦ A_1 καὶ A_2 (σχ. 24). Αἱ δύο δυνά-



Σχ. 24. Σύνθεσις δύο δυνάμεων παραλλήλων τῆς αὐτῆς φορᾶς

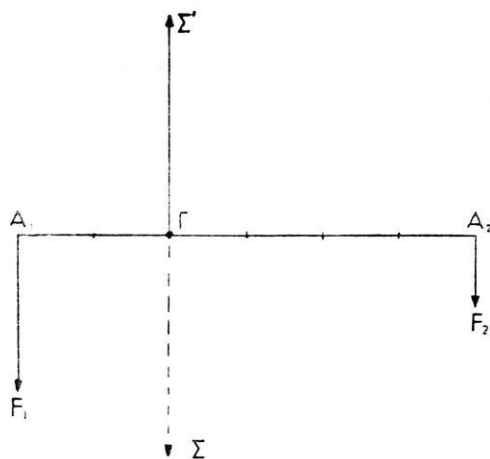
μεις F_1 καὶ F_2 εἶναι παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς. Ὁ κανὼν ἐξαρθᾶται ἀπὸ δυνάμετρον Δ. Μετακινούμεν τὸν δρομέα Γ, ἕως, ὅτου ὁ κανὼν ἰσορροπῇ διατηρούμενος ὁριζόντιος. Ἐπὶ τοῦ κανόνος ἐνεργοῦν αἱ τρεῖς κατακόρυφοι δυνάμεις F_1 , F_2 καὶ Σ' (σχ. 25). Ἐπειδὴ δὲ ὁ κανὼν ἰσορροπεῖ, ἔπεται ὅτι ἡ δυνάμις Σ' εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην Σ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 . Ὡστε ἡ συνισταμένη Σ ἐφαρμό-

ζεται εἰς τὸ σημεῖον Γ, εἶναι κατακόρυφος καὶ ἔχει τὴν ἰδίαν φορὰν μὲ τὴν φορὰν τῶν συνιστωσῶν F_1 καὶ F_2 (σχ. 25α). Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἔντασις τῆς Σ' εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 . Ἄρα εἶναι $\Sigma = F_1 + F_2$. Ἐάν μετρήσωμεν τὰς ἀποστάσεις ΓA_1 καὶ ΓA_2 τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς Γ τῆς συνισταμένης ἀπὸ τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς A_1 καὶ A_2 τῶν δύο συνιστωσῶν, εὐρίσκομεν ὅτι ἰσχύει ἡ σχέση :

$$\frac{\Gamma A_1}{\Gamma A_2} = \frac{F_2}{F_1}, \quad \text{ἥτοι} \quad F_1 \cdot \Gamma A_1 = F_2 \cdot \Gamma A_2$$

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω πειράματος συνάγονται τὰ ἐξῆς συμπεράσματα :

Ἡ συνισταμένη δύο παραλλήλων δυνάμεων F_1 καὶ F_2 τῆς αὐτῆς φορᾶς εἶναι παράλληλος καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς πρὸς τὰς συνιστώσας, καὶ ἔχει ἔντασιν ἴσην μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν ἐντάσεων αὐτῶν· τὸ δὲ σημείον ἐφαρμογῆς τῆς Γ διαιρεῖ τὴν εὐθείαν A_1A_2 , ἡ ὁποία ἐνώνει τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τῶν συνιστωσῶν, εἰς μέρη ἀντιστρόφως ἀνάλογα πρὸς τὰς δυνάμεις.



Σχ. 25. Ἡ δύναμις Σ' ἰσορροπεῖ τὴν συνισταμένην Σ

συνισταμένη : $\Sigma = F_1 + F_2$, $\frac{\Gamma A_1}{\Gamma A_2} = \frac{F_2}{F_1}$
--

34. Ροπή δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον ἢ ἄξονα. Πειραματικῶς εὗρομεν ὅτι διὰ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς Γ τῆς συνισταμένης τῶν δύο παραλλήλων καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς δυνάμεων F_1 καὶ F_2 (σχ. 26) ἰσχύει ἡ σχέσηεις:

$$F_1 \cdot \Gamma A_1 = F_2 \cdot \Gamma A_2$$

Ἐκαστον τῶν γινομένων τούτων παριστᾷ ἐν νέον φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ δι-

Σχ. 26. Ἡ συνισταμένη Σ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ Γ ευκρινήσωμεν. Ἐστω ὅτι μία δύναμις F εὐρίσκεται ἐπὶ ἐνὸς ἐπιπέδου Π (σχ. 27). Ἄς θεωρήσωμεν ἐν σημεῖον Γ τοῦ ἐπιπέδου Π . Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἰσχύει ὁ ἐξῆς ὁρισμός :

Ροπή της δύναμews F ως πρὸς ἓν σημεῖον Γ καλεῖται τὸ ἀνυσμα-
 τικὸν μέγεθος $\vec{M}$, τὸ ὁποῖον ἔχει διεύθυνσιν τὴν εἰς τὸ σημεῖον Γ
 κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον Π καὶ μέτρον ἶσον μὲ τὸ γινόμενον τῆς δυνά-
 μεως F ἐπὶ τὴν ἀπόστασιν αὐτῆς d ἀπὸ τὸ σημεῖον Γ .

Ἐὰς θεωρήσωμεν ἄξονα xx' (σχ. 27), ὁ ὁποῖος εἶναι κάθετος
 ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον Π καὶ τέμνει τὸ ἐπίπεδον εἰς τὸ σημεῖον Γ . Τότε ἰσχύει
 ὁ ἀκόλουθος ὁρισμὸς :

Ροπή της δύναμews F ως πρὸς τὸν ἄξονα xx' καλεῖται τὸ ἀνυ-
 σματικὸν μέγεθος $\vec{M}$, τὸ ὁποῖον ἔχει ὡς διεύθυνσιν τὸν ἄξονα xx' καὶ
 μέτρον ἶσον μὲ τὸ γινόμενον τῆς δύναμews F ἐπὶ τὴν κάθετον ἀπό-
 στασιν d τῆς δύναμews ἀπὸ τὸν ἄξονα.

Ροπή δύναμews
 (ὡς πρὸς σημεῖον ἢ ἄξονα)

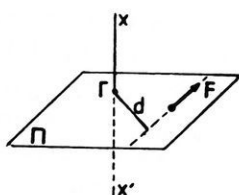
$$M = F \cdot d$$

Αἱ μονάδες τῆς ροπῆς δύναμews εἶναι :

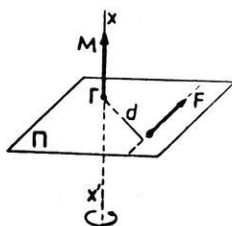
$$1 \text{ μονάς ροπῆς C.G.S.} = 1 \text{ dyn} \cdot 1 \text{ cm} = 1 \text{ dyn} \cdot \text{cm}$$

$$1 \text{ μονάς ροπῆς M.K.S.A.} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

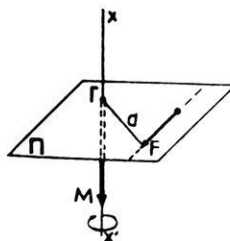
$$1 \text{ μονάς ροπῆς T.Σ.} = 1 \text{ kgr} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ kgr} \cdot \text{m}.$$



Σχ. 27
 Διὰ τὸν ὁρισμὸν
 τῆς ροπῆς δύναμews



Σχ. 28
 Ἡ ροπή δύναμews εἶναι μέγεθος ἀνυσματικόν

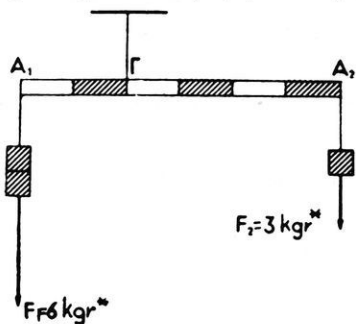


Σχ. 28α

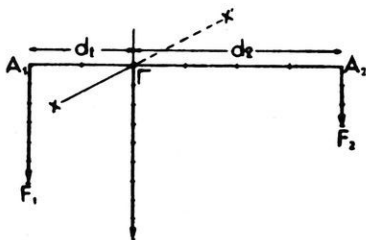
Ἡ ροπή τῆς δυνάμεως F θεωρεῖται *θετική*, ὅταν ἡ δύναμις F τεῖνῃ νὰ στρέψῃ τὸ ἐπίπεδον Π περὶ τὸ σημεῖον Γ ἢ περὶ τὸν ἄξονα xx' κατὰ φορὰν ἀντίθετον τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὥρολογίου (σχ. 28).

Ἡ ροπή τῆς δυνάμεως F θεωρεῖται *ἀρνητική*, ὅταν ἡ δύναμις τεῖνῃ νὰ προκαλέσῃ περιστροφὴν τοῦ ἐπιπέδου Π κατὰ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὥρολογίου (σχ. 28α).

35. Θεώρημα τῶν ροπῶν. Ἀς ἐξετάσωμεν τὴν περίπτωσιν τῆς ἰσορροπίας τῆς ράβδου A_1A_2 (σχ. 29). Ἐὰν ἡ ράβδος δὲν ἰσορροπῇ, τότε ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς



Σχ. 29. Ἰσορροπία ράβδου στρεπτῆς περὶ ἄξονα



Σχ. 30. Ἰσορροπία ράβδου στρεπτῆς περὶ ἄξονα

δυνάμεως F_1 ἢ τῆς F_2 , ἡ ράβδος θὰ στραφῇ περὶ ὀριζόντιον ἄξονα xx' διερχόμενον διὰ τοῦ σημείου Γ . Ὁ ἄξων οὗτος εἶναι κάθετος πρὸς τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου κεῖνται αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 . Ὅταν ἡ ράβδος ἰσορροπῇ (σχ. 30), εὕρομεν ὅτι ἰσχύει ἡ σχέση:

$$F_1 \cdot A_1\Gamma = F_2 \cdot A_2\Gamma \quad \text{ἢ} \quad F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2 \quad (1)$$

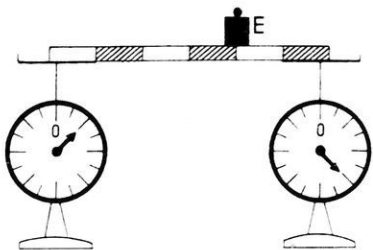
Ἄρα, ὅταν ἡ ράβδος ἰσορροπῇ, αἱ ροπαὶ τῶν δύο δυνάμεων ὡς πρὸς ἄξονα κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων εἶναι ἴσαι.

Ἡ ἐξίσωσις (1) δύναται νὰ γραφῇ ὡς ἐξῆς:

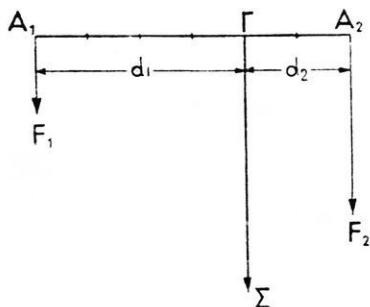
$$F_1 \cdot d_1 - F_2 \cdot d_2 = 0$$

Ἡ εὐρεθεῖσα σχέσις φανερώνει ὅτι τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δύο δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα xx' εἶναι ἴσον

37. 'Ανάλυσις δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας παραλλήλους τῆς αὐτῆς φορᾶς. Μία λεπτή ἐπιμήκης σανὶς στηρίζεται ἐπὶ τῶν δίσκων δύο δυναμομέτρων (σχ. 32). 'Επὶ τῆς σανίδος θέτομεν σῶμα E βάρους 500 gr*. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν ἐνδείξεων τῶν δύο δυναμομέτρων εἶναι πάντοτε ἴσον μὲ 500 gr* εἰς οἵαν-



Σχ. 32. 'Ανάλυσις δυνάμεως εἰς δύο παραλλήλους δυνάμεις τῆς αὐτῆς φορᾶς



Σχ. 33. Τὸ βάρος Σ τοῦ σώματος E ἀναλύεται εἰς τὰς δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2

δήποτε θέσιν καὶ ἂν εὑρίσκεται τὸ σῶμα E. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ βάρος Σ τοῦ σώματος ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας παραλλήλους τῆς αὐτῆς φορᾶς, αἱ ὁποῖαι ἐφαρμόζονται εἰς τὰ ἄκρα A_1 καὶ A_2 τῆς σανίδος (σχ. 33). 'Επομένως ἰσχύουν αἱ γνωσταὶ σχέσεις :

$$\Sigma = F_1 + F_2 \quad \text{καὶ} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

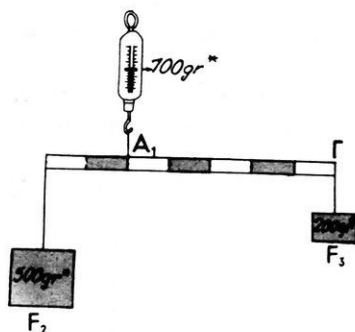
Αἱ συνιστώσαι F_1 καὶ F_2 προσδιορίζονται, ἂν εἶναι γνωσταὶ αἱ ἀποστάσεις d_1 καὶ d_2 . Οὕτως ἂν εἶναι $A_1A_2 = 100 \text{ cm}$ καὶ $\Gamma A_2 = d_2 = 20 \text{ cm}$, τότε ἀπὸ τὰς ἀνωτέρω ἐξισώσεις εὐρίσκομεν :

$$\frac{F_1}{F_1 + F_2} = \frac{d_2}{d_1 + d_2} \quad \text{ἢ} \quad \frac{F_1}{\Sigma} = \frac{d_2}{A_1A_2}$$

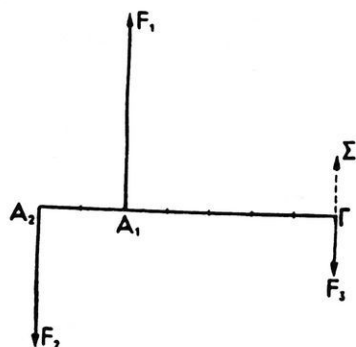
$$\text{ἄρα} \quad F_1 = 500 \text{ gr}^* \times \frac{20}{100} = 100 \text{ gr}^* \quad \text{καὶ} \quad F_2 = 400 \text{ gr}^*$$

38. Σύνθεσις δύο ἀνίσων παραλλήλων δυνάμεων ἀντιθέτου φορᾶς. Λαμβάνομεν ἐλαφρὸν ξύλινον κανόνα καὶ ἀπὸ τὰ δύο ἄκρα του ἐξαρθρῶμεν δύο ἄνισα βάρη F_2 καὶ F_3 (σχ. 34). 'Ο κανὼν

ἐξαρθᾶται ἀπὸ δυναμόμετρον Δ. Μετακινούμεν τὸν δρομέα, ἕως οὗτο ὁ κανὼν ἰσορροπήσῃ διατηρούμενος ὀριζόντιος. Ἐπὶ τοῦ κανόνος ἐνεργοῦν αἱ τρεῖς δυνάμεις F_1 , F_2 , F_3 , αἱ ὁποῖαι ἰσορροποῦν (σχ. 35).



Σχ. 34. Ἴσορροπία τριῶν παραλλήλων δυνάμεων



Σχ. 35 Ἡ δυνάμεις F_3 ἰσορροπεῖ τὴν συνισταμένην τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2

Ἐὰν καταργήσωμεν τὴν δυνάμιν F_3 , ἡ ἰσορροπία καταστρέφεται. Ἄρα ἡ δυνάμεις F_3 εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην Σ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 . Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ συνισταμένη Σ εἶναι :

$$\Sigma = F_3 = F_1 - F_2 = 700 \text{ gr}^* - 500 \text{ gr}^* = 200 \text{ gr}^*$$

$$\text{καὶ} \quad \frac{F_3}{F_2} = \frac{A_1 A_2}{\Gamma A_1} \quad \text{ἢ} \quad \frac{F_3 + F_2}{F_2} = \frac{A_1 A_2 + \Gamma A_1}{\Gamma A_1}$$

$$\text{Ἄρα} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{\Gamma A_2}{\Gamma A_1}$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι :

Ἡ συνισταμένη δύο ἀνίσων παραλλήλων δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ἀντιθέτου φορᾶς εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς συνιστώσας, ἔχει τὴν φορὰν τῆς μεγαλυτέρας καὶ ἔντασιν ἴσην μὲ τὴν διαφορὰν τῶν ἐντάσεων αὐτῶν· τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς Γ κεῖται πέραν τῆς μεγαλυτέρας δυνάμεως ἐπὶ τῆς εὐθείας $A_1 A_2$, ἡ ὁποία ἐνώνει τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τῶν συνιστωσῶν, αἱ δὲ ἀποστάσεις τοῦ σημείου Γ ἀπὸ τὰ σημεῖα A_1 καὶ A_2 εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὰς δυνάμεις.

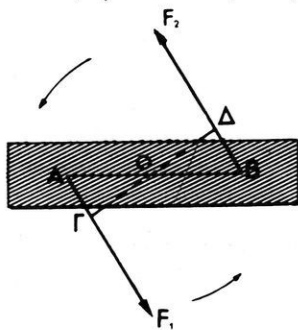
$$\text{συνισταμένη:} \quad \Sigma = F_1 - F_2 \quad \frac{\Gamma A_1}{\Gamma A_2} = \frac{F_2}{F_1}$$

39. Ζεύγος δυνάμεων. Ὡς θεωρήσωμεν τὰς δύο παραλλήλους καὶ ἀντιθέτου φορᾶς δυνάμεις F_1 καὶ F_2 τοῦ σχήματος 35. Εἶδομεν (§ 38) ὅτι ἰσχύει ἡ σχέσηις :

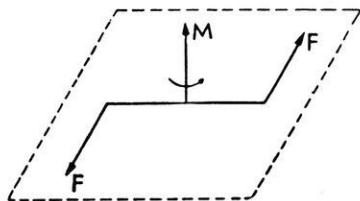
$$\frac{A_1 A_2}{\Gamma A_1} = \frac{F_2}{F_1} \quad \text{ἤτοι} \quad \Gamma A_1 = A_1 A_2 \cdot \frac{F_2}{F_1 - F_2}$$

Ἐὰν αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 τείνουν νὰ γίνουν ἴσαι, ἡ διαφορὰ $F_1 - F_2$ βαίνει συνεχῶς ἐλαττωμένη καὶ συνεπῶς ἡ ἀπόστασις ΓA_1 βαίνει συνεχῶς αὐξανόμενη. Ὅταν δὲ γίνη $F_1 = F_2$, τότε εἶναι $\Sigma = 0$ καὶ $\Gamma A_1 = \infty$.

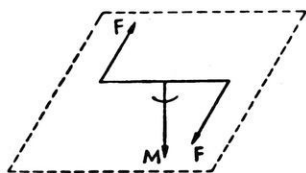
Τοῦτο σημαίνει ὅτι τὸ σύστημα τῶν δύο ἴσων παραλλήλων καὶ ἀντιθέτου φορᾶς δυνάμεων F_1 καὶ F_2 (σχ. 36) δὲν ἔχει συνισταμένην καὶ ἐπομένως δὲν δύναται νὰ τὸ ἀντικαταστήσῃ ἢ νὰ τὸ ἰσορροπήσῃ μία δύναμις· τὸ σύστημα τοῦτο τῶν δυνάμεων καλεῖται **ζεύγος**. Τὸ ζεύγος προσδίδει εἰς τὸ σῶμα, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ, κινήσιν περιστροφικὴν περὶ ἄξονα κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τῶν δύο δυνάμεων (ἐπίπεδον τοῦ ζεύγους). Οὕτως, ὅταν στρέφωμεν κοχλίαν, κλειδίον κ.τ.λ. ἀναπτύσσομεν ἐπὶ τῶν σωμάτων τούτων ἐν ζεύγος. Καλεῖται



Σχ. 36. Τὸ ζεύγος τῶν δυνάμεων προκαλεῖ περιστροφήν τοῦ σώματος



Σχ. 37



Σχ. 37α

Τὸ ἄνυσμα M παριστᾷ τὴν ροπήν τοῦ ζεύγους

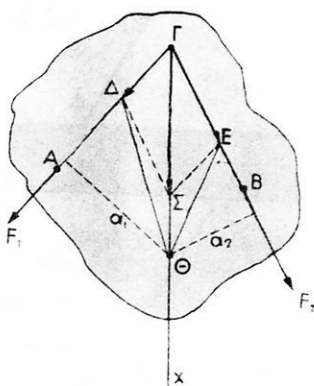
ροπή τοῦ ζεύγους ἄνυσμα κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ ζεύγους μὲ μέτρον τὸ γινόμενον τῆς ἐντάσεως τῆς μιᾶς τῶν δύο δυνάμεων ἐπὶ τὴν κάθετον ἀπόστασιν τούτων.

ροπή ζεύγους: $M = F \cdot d$

Ἡ ἀπόστασις τῶν δύο δυνάμεων καλεῖται βραχίων τοῦ ζεύγους. Ἡ ροπή M τοῦ ζεύγους χαρακτηρίζεται καὶ ἀπὸ τὴν φοράν τῆς περιστροφῆς, τὴν ὁποίαν τείνει τὸ ζεύγος νὰ προσδώσῃ εἰς τὸ σῶμα, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ (σχ. 37, 37α).

40. Σύνθεσις δύο ὁμοεπιπέδων δυνάμεων διαφόρου διευθύνσεως.

Εἰς δύο διάφορα σημεῖα A καὶ B (σχ. 38) στερεοῦ σώματος ἐνεργοῦν δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 αἱ ὁποῖαι δὲν εἶναι παράλληλοι καὶ κεῖνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου. Προεκτείνουμεν τὰς διευθύνσεις τῶν δύο δυνάμεων μέχρι τοῦ σημείου τῆς τομῆς τῶν Γ . Ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι αἱ δύο δυνάμεις ἐνεργοῦν ἐπὶ τοῦ Γ , τότε ἡ συνισταμένη τῶν Σ παρίσταται μὲ τὴν διαγώνιον τοῦ σχηματιζομένου παραλληλογράμμου. Ἡ συνισταμένη ἐνεργεῖ ἐπὶ τῆς εὐθείας Γx , τῆς ὁποίας ὅλα τὰ σημεῖα ἔχουν μίαν ἀξιοσημείωτον ιδιότητα. Ἀπὸ τυχόν σημείου Θ τῆς εὐθείας αὐτῆς ἂς φέρωμεν τὰς α_1 καὶ α_2 καθέτους πρὸς τὰς δυνάμεις F_1 καὶ F_2 . Τὰ δύο τρίγωνα $\Gamma\Delta\Theta$ καὶ $\Gamma E\Theta$ ἔχουν τὴν $\Gamma\Theta$ κοινὴν καὶ αἱ ἀποστάσεις τῶν σημείων Δ καὶ E ἀπὸ τὴν $\Gamma\Theta$ εἶναι ἴσαι. Ἄρα τὰ δύο τρίγωνα ἔχουν ἴσα ἐμβαδὰ, ἥτοι:



Σχ. 38. Σύνθεσις τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2

σημείων Δ καὶ E ἀπὸ τὴν $\Gamma\Theta$ εἶναι ἴσαι. Ἄρα τὰ δύο τρίγωνα ἔχουν ἴσα ἐμβαδὰ, ἥτοι:

$$\frac{1}{2} F_1 \cdot \alpha_1 = \frac{1}{2} F_2 \cdot \alpha_2 \quad \text{ἢ} \quad F_1 \cdot \alpha_1 = F_2 \cdot \alpha_2$$

Τὰ γινόμενα $F_1 \cdot \alpha_1$ καὶ $F_2 \cdot \alpha_2$ ἐκφράζουν ἀντιστοίχως τὰς ροπὰς τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Θ (§ 34).

Ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι:

Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων διαφόρου διευθύνσεως, καὶ αἱ

όποιοι ενεργοῦν εἰς δύο διάφορα σημεία ἐνὸς σώματος, εἶναι ἴση μὲ τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν δύο δυνάμεων καὶ ἔχει ὡς σημεῖον ἐφαρμογῆς ἐν σημείον τοῦ σώματος, ὡς πρὸς τὸ ὁποῖον αἱ ροπαὶ τῶν δύο δυνάμεων εἶναι ἴσαι· ἤτοι τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης καθορίζεται ἀπὸ τὴν σχέσιν :

$$F_1 \cdot a_1 = F_2 \cdot a_2$$

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

21. Ἀπὸ τὰ ἄκρα ράβδου μήκους 60 cm ἐξαρτῶνται βάρη 1 kgr* καὶ 4 kgr*. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων.

22. Ὁμογενὴς ράβδος ἔχει μῆκος 1 m καὶ βάρος 50 gr*. Εἰς τὸ ἐν ἄκρον τῆς ράβδου ἐξαρτᾶται βάρος 10 gr* καὶ εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τῆς ἐξαρτᾶται βάρος 20 gr*. Νὰ εὗρεθῇ ἡ θέσις τοῦ σημείου τῆς ράβδου, εἰς τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ στηριχθῇ αὕτη, διὰ νὰ διατηρηθῇ ὀριζοντία.

23. Ἐν ὄχημα βάρους 20 τόννων εὐρίσκεται ἐπὶ μιᾷ γεφύρας, ἡ ὁποία ἔχει βάρος 150 τόννους καὶ μῆκος 45 m. Τὸ μέσον τοῦ ὀχήματος ἀπέχει ἀπὸ τὸ ἐν ἄκρον τῆς γεφύρας 15 m. Νὰ εὗρεθῇ ποῖα φορτία φέρουν οἱ δύο στῦλοι, οἱ ὁποῖοι στηρίζουν τὴν γέφυραν εἰς τὰ δύο ἄκρα τῆς.

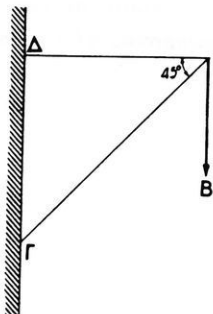
24. Τρεῖς δυνάμεις, ἴσαι, παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς ἐφαρμόζονται εἰς τὰς κορυφὰς τυχόντος τριγώνου. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ συνισταμένη τῶν.

25. Τρεῖς παράλληλοι δυνάμεις ἐφαρμόζονται εἰς τὰ σημεία A, B, Γ μιᾶς ράβδου. Εἶναι $AB = 40$ cm καὶ $BΓ = 80$ cm. Εἰς τὸ A ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις $F_1 = 2$ kgr* καὶ εἰς τὸ Γ ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις $F_3 = 1$ kgr* τῆς αὐτῆς φορᾶς μὲ τὴν F_1 . Εἰς δὲ τὸ B ἐφαρμόζεται ἡ ἀντιθέτου φορᾶς δύναμις $F_2 = 3$ kgr*. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν δυνάμεων.

26. Μία δύναμις 6 kgr* ενεργεῖ ἐπὶ ράβδου μήκους 80 cm καὶ ἐφαρμόζεται εἰς σημεῖον ἀπέχον 30 cm ἀπὸ τὸ ἐν ἄκρον τῆς ράβδου. Νὰ ἀναλυθῇ ἡ δύναμις αὕτη εἰς δύο παραλλήλους δυνάμεις τῆς αὐτῆς φορᾶς, ἐφαρμοζομένας εἰς τὰ ἄκρα τῆς ράβδου.

27. Ὁμογενὴς ράβδος ἔχει μῆκος 1 m καὶ βάρος 500 gr*. Ἡ ράβδος ἐξαρτᾶται καταλλήλως ἀπὸ τὰ ἄγκιστρα δύο κατακορύφων δυνα-

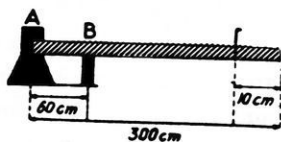
μομέτρων, ὥστε νὰ διατηρῆται ὀριζοντία. Τὰ σημεῖα A καὶ B τῆς ράβδου, ἀπὸ τὰ ὁποῖα ἐξαρτᾶται αὕτη, ἀπέχουν ἀντιστοίχως 10 cm ἀπὸ ἑκαστον ἄκρον τῆς ράβδου. Ἀπὸ δύο σημεῖα Γ καὶ Δ τῆς ράβδου, τὰ ὁποῖα ἀπέχουν ἀπὸ τὰ ἀντίστοιχα ἄκρα τῆς ράβδου ἀποστάσεις 20 cm καὶ 25 cm , ἐξαρτῶνται βάρη 1 kgr^* ἀπὸ τὸ Γ καὶ 2 kgr^* ἀπὸ τὸ Δ . Νὰ εὐρεθῇ ποῖαι θὰ εἶναι αἱ ἐνδείξεις τῶν δύο δυναμομέτρων.



Σχ. 39.

28. Ἀπὸ τὸ ἄκρον A μιᾶς δοκοῦ ΔA ἐξαρτᾶται βάρος 12 kgr^* . Νὰ σημειωθοῦν καὶ νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ δυνάμεις αἱ ἀναπτυσσόμεναι εἰς τὰ ἄκρα Δ καὶ Γ τῶν δύο δοκῶν ΔA καὶ ΓA (σχ. 39).

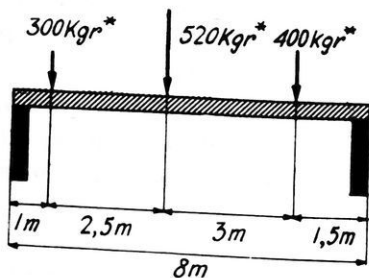
29. Εἰς ἓν κολυμβητήριον ἡ ἐξέδρα ἔχει μῆκος 3 m καὶ βάρος 50 kgr^* . Εἰς τὸ σημεῖον Γ τῆς ἐξέδρας (σχ. 40) ἴσταται ἄνθρωπος ἔχων



Σχ. 40.

βάρος 70 kgr^* . Νὰ σημειωθοῦν εἰς τὸ σχῆμα καὶ νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν εἰς τὰ σημεῖα στηρίξεως A καὶ B τῆς ἐξέδρας.

30. Μία γέφυρα βάρους 2 tn^* στηρίζεται εἰς δύο στύλους A καὶ B (σχ. 41). Ἐπὶ τῆς γεφύρας ἐνεργοῦν τρεῖς δυνάμεις, ὅπως φαίνονται εἰς τὸ σχῆμα. Νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ ἀντιδράσεις τῶν δύο στύλων.

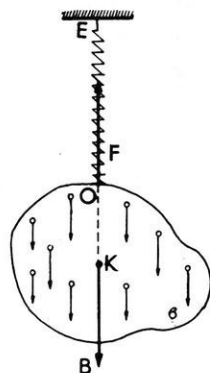


Σχ. 41.

ΚΕΝΤΡΟΝ ΒΑΡΟΥΣ

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

41. Κέντρον βάρους σώματος. Ἄς φαντασθῶμεν ὅτι ἓν σῶμα διαχωρίζεται εἰς μεγάλο πλῆθος μικροτάτων τμημάτων. Ἐκαστον στοιχειῶδες τμήμα ἔχει βάρος β , τὸ ὁποῖον εἶναι δύναμις κατακόρυφος (σχ. 42). Ὅλοι αὐταὶ αἱ παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν στοιχειωδῶν τμημάτων τοῦ σώματος, ἔχουν μίαν γενικὴν συνισταμένην B , ἡ ὁποία εἶναι κατακόρυφος καὶ καλεῖται **βάρος** τοῦ σώματος (§ 11). Τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης B εἶναι ἀπολύτως ὠρισμένον (§ 36) καὶ καλεῖται **κέντρον βάρους** τοῦ σώματος. Τὸ κέντρον βάρους παραμένει σταθερόν, ὅπωςδήποτε καὶ ἂν στραφῇ τὸ σῶμα. Ἐπίσης παραμένει σταθερόν, ὅταν τὸ σῶμα μεταφέρεται εἰς ἄλλον τόπον, διότι τότε αἱ ἐντάσεις ὅλων τῶν στοιχειωδῶν βαρῶν μεταβάλλονται κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον. Ὡστε :

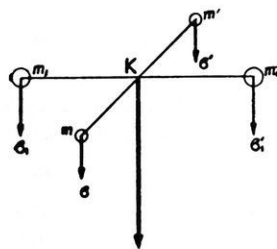


Σχ. 42. Εἰς τὸ κέντρον βάρους ἐφαρμόζεται ἡ συνισταμένη B τῶν στοιχειωδῶν βαρῶν β

Κέντρον βάρους ἐνὸς σώματος καλεῖται τὸ σημεῖον, εἰς τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται ἡ συνισταμένη τῶν βαρῶν ὅλων τῶν στοιχειωδῶν μαζῶν τοῦ σώματος.

42. Θέσις τοῦ κέντρου βάρους.

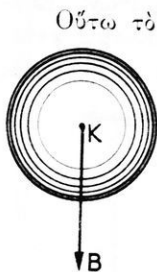
Εἰς ἓν ὁμογενές σῶμα ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος. Ἐὰν τὸ σῶμα ἔχη γεωμετρικὸν σχῆμα, ἡ εὕρεσις τοῦ κέντρου βάρους ἀνάγεται εἰς πρόβλημα τῆς γεωμετρίας. Διότι ἔστω ὅτι ἓν ὁμογενές σῶμα ἔχει κέντρον συμμετρίας K (σχ. 43). Δυνάμεθα τότε νὰ χωρίσωμεν τὸ σῶμα εἰς μικρὰ τμήματα m καὶ m' , m_1 καὶ m'_1 , ..., τὰ ὁποῖα ἀπέχουν ἐξ ἴσου ἀπὸ τὸ σημεῖον K καὶ ἔχουν ἴσους ὄγκους. Ἐπομένως τὰ τμήματα ταῦτα ἔχουν ἴσα βάρη



Σχ. 43. Τὸ κέντρον βάρους συμπίπτει μετὰ τὸ κέντρον συμμετρίας K

$\beta = \beta'$, $\beta_1 = \beta_1'$ κ.τ.λ. 'Η συνισταμένη τῶν βαρῶν τούτων ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον Κ. Ὡστε :

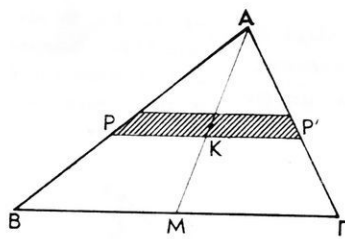
Εἰς τὰ ὁμογενῆ σώματα, τὰ ὅποια ἔχουν κέντρον συμμετρίας, τὸ κέντρον βάρους συμπίπτει μὲ τὸ κέντρον συμμετρίας.



Σχ. 44. Κέντρον βάρους δακτυλίου

Ὅτῳ τὸ κέντρον βάρους ὁμογενοῦς σφαίρας εἶναι τὸ κέντρον αὐτῆς· τὸ κέντρον βάρους κυλίνδρου εἶναι τὸ μέσον τῆς εὐθείας, ἥ ὅποια ἐνώνει τὰ κέντρα τῶν δύο κυκλικῶν βάσεων αὐτοῦ· τὸ κέντρον βάρους παραλληλεπιπέδου εἶναι τὸ σημεῖον τῆς τομῆς τῶν διαγωνίων του· τὸ κέντρον βάρους κύκλου ἢ κανονικοῦ πολυγώνου εἶναι τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἢ τοῦ πολυγώνου. Εἰς τὴν περίπτωσιν κυκλικοῦ δακτυλίου (σχ. 44) τὸ κέντρον βάρους εὐρίσκεται εἰς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, ἥτοι ἐκτὸς τῆς ὕλης τοῦ δακτυλίου.

43. Παράδειγμα προσδιορισμοῦ τοῦ κέντρου βάρους Ἀς θεωρήσωμεν μίαν λεπτὴν τριγωνικὴν πλάκα ABΓ (σχ. 45). Χωρίζομεν τὸ τρίγωνον εἰς μικρὰ στοιχειώδη τμήματα, τὰ ὅποια



Σχ. 45. Τὸ κέντρον βάρους Κ εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς διαμέσου AM

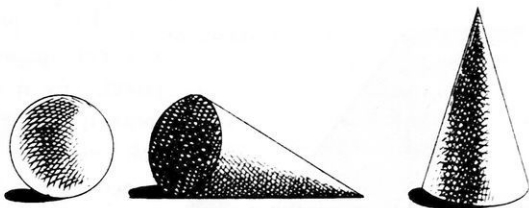
περιορίζονται ἀπὸ δύο εὐθείας παραλλήλους πρὸς τὴν πλευρὰν BG. Τὸ κέντρον βάρους ἐκάστου στοιχειώδους τμήματος εὐρίσκεται εἰς τὸ μέσον του, ἥτοι ἐπὶ τῆς διαμέσου AM. Ἐπομένως καὶ τὸ κέντρον βάρους ὁλοκλήρου τῆς τριγωνικῆς πλακῆς εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς διαμέσου AM. Ὁμοίως σκεπτόμενοι εὐρίσκομεν ὅτι τὸ κέντρον βάρους τῆς τριγωνικῆς πλακῆς εὐρίσκεται ἐπὶ ἐκάστης τῶν ἄλλων διαμέσων τοῦ τριγώνου ABΓ.

Ὅτῳ καταλήγομεν εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι τὸ κέντρον βάρους τριγωνικῆς πλακῆς εἶναι τὸ σημεῖον τῆς τομῆς τῶν διαμέσων του.

44. Ἴσορροπία στερεοῦ σώματος ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου. Ἐν στερεὸν σῶμα δύναται νὰ στηρίζεται ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου μὲ ἓν μόνον σημεῖον ἢ μὲ περισσότερα σημεῖα (σχ. 46).

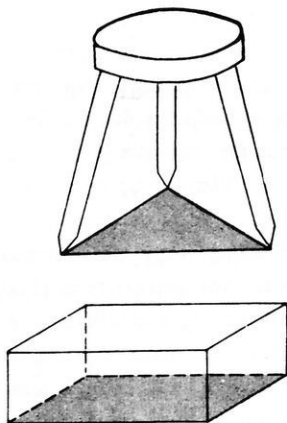
Ἐὰν τὰ σημεῖα στηρίξεως δὲν εὐρίσκωνται ἐπὶ μιᾶς εὐθείας, τότε τὰ σημεῖα αὐτὰ καθορίζουν μίαν κλειστὴν πολυγωνικὴν γραμμὴν (σχ. 47).

Ὀνομάζομεν βᾶσιν στηρίξεως τὸ πολύγωνον, τὸ ὁποῖον ἔχει ὡς κορυφὰς ὠρισμένα σημεῖα στηρίξεως ἐκλεγόμενα οὕτως, ὥστε κανὲν ἀπὸ τὰ σημεῖα στηρίξεως νὰ μὴ εὐρίσκεται ἐκτὸς τοῦ πολυγώνου τούτου.

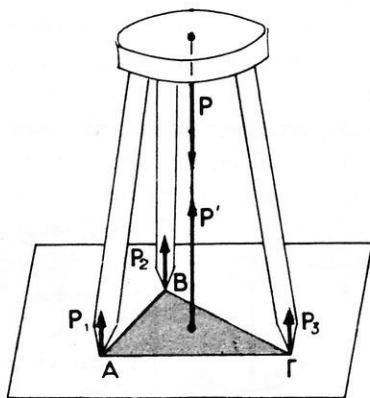


Σχ. 46. Στηρίξεις σώματος ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου

Ἄς θεωρήσωμεν τὴν περίπτωσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ βᾶσις στηρίξεως εἶναι τρίγωνον $AB\Gamma$ (σχ. 48). Τὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον εἶναι ἀπολύτως λεῖον. Τὸ ἐπίπεδον τοῦτο ἐξασκεῖ εἰς τὰ τρία σημεῖα τοῦ σώματος A, B, Γ , ἀντιδράσεις P_1, P_2, P_3 , αἱ ὁποῖαι εἶναι κατὰ



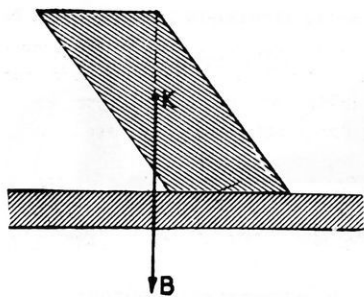
Σχ. 47. Ἡ βᾶσις στηρίξεως εἶναι :
α) τρίγωνον καὶ β) τετράπλευρον



Σχ. 48. Τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ ἡ ἀντίδρασις τοῦ ἐπιπέδου ἰσορροποῦν

κόρυφοι. Αἱ ἀντιδράσεις αὐταὶ ἔχουν συνισταμένην P' , ἡ ὁποία εἶναι κατακόρυφος, ἔχει φορὰν πρὸς τὰ ἄνω καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς εὐρίσκεται προφανῶς ἐντὸς τῆς βάσεως στηρίξεως. Διὰ νὰ ἰσορ-

ροπῇ τὸ στερεὸν σῶμα, πρέπει τὸ βάρος P τοῦ σώματος καὶ ἡ ἀντίδρασις P' τοῦ ἐπιπέδου νὰ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι. Ὡστε :

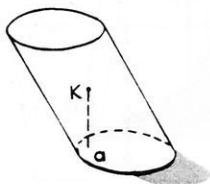


Σχ. 49. Τὸ σῶμα ἀνατρέπεται

Ἐν στερεὸν σῶμα στηριζόμενον ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου ἰσορροπεῖ, ἐὰν ἡ κατακόρυφος ἢ διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου βάρους τοῦ σώματος διέρχεται διὰ τῆς βάσεως στηρίξεως.

Ἐὰν ἡ κατακόρυφος ἢ διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου βάρους διέρχεται ἐκτὸς τῆς βάσεως στηρίξεως, τότε τὸ σῶμα ἀνατρέπεται (σχ. 49).

45. Εἶδη ἰσορροπίας. Ἐὰν τὸ στερεὸν σῶμα στηρίζεται ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου μὲ ἓν μόνον σημεῖον, τότε τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ, ὅταν ἡ κατακόρυφος, ἢ ὁποία διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου βάρους, διέρχεται καὶ διὰ τοῦ σημείου στηρίξεως. Εἰς τὴν ἐλαχίστην ὥμως μετακίνησιν τοῦ σώματος τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος κατέρχεται· ἡ ἰσορροπία εἶναι **ἀσταθής**. Τὸ ἴδιον συμβαίνει καὶ ὅταν τὸ σῶμα στηρίζεται διὰ δύο σημείων. Ἐὰν ὥμως τὸ σῶμα στηρίζεται διὰ τριῶν ἢ περισσοτέρων σημείων, τὰ ὁποῖα δὲν εὐρίσκονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, τότε τὸ σῶμα, ἐὰν ἀπομακρυνθῇ ὀλίγον ἀπὸ τὴν θέσιν του, ἐπανέρχεται εἰς αὐτήν· ἡ ἰσορροπία εἶναι τότε **εὐσταθής**. Τόσον δὲ περισσότερον ἡ ἰσορροπία εἶναι εὐσταθής, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ βάσις στηρίξεως καὶ ὅσον χαμηλότερα εἶναι τὸ κέντρον βάρους. Ὁ βαθμὸς τῆς εὐσταθείας τοῦ σώματος μετρεῖται διὰ τῆς γωνίας, κατὰ τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ στραφῇ τὸ σῶμα, διὰ νὰ ἐπέλθῃ ἡ ἀνατροπὴ τοῦ σώματος. Ἡ γωνία αὕτη εἶναι τόσον μεγαλυτέρα (δηλαδὴ ἡ ἀνατροπὴ τοῦ σώματος εἶναι τόσον δυσκολωτέρα), ὅσον χαμηλότερα εὐρίσκεται τὸ κέντρον βάρους, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ βάσις στηρίξεως καὶ ὅσον μεγαλύτερον εἶναι τὸ βάρος τοῦ σώματος. Εἰς μερικὰς περιπτώσεις ἡ ἀνατροπὴ τοῦ σώματος εἶναι εὐκολωτέρα κατὰ μίαν διεύθυνσιν (σχ. 50).

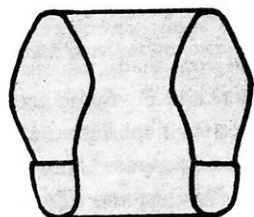


Σχ. 50. Ἴσορροπία κυλίνδρου

Τέλος τὸ σῶμα, ἀπομακρυνόμενον ὀλίγον

ἀπὸ τὴν ἀρχικὴν θέσιν, δύναται νὰ ἡρεμῇ εἰς τὴν νέαν θέσιν, ὅπως π.χ. συμβαίνει μὲ μίαν σφαῖραν ἢ ἰσορροπία εἶναι τότε ἀδιάφορος.

Παράδειγμα. Ὁ ἄνθρωπος, ὅταν στηρίζεται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους μὲ τοὺς δύο πόδας του, εὐρίσκεται εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, ἂν ἡ κατακόρυφος, ἢ ὁποῖα διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου βάρους του, συναντᾷ τὸ ἔδαφος εἰς ἓν σημεῖον τῆς βάσεως στηρίξεως (σχ. 51). Ἡ συνθήκη αὕτη πρέπει νὰ ἰσχύῃ πάντοτε, ὅποιαδήποτε καὶ ἂν εἶναι ἡ θέσις, τὴν ὁποίαν λαμβάνει τὸ σῶμα



Σχ. 51. Βάσις στηρίξεως τοῦ ἀνθρώπινου σώματος



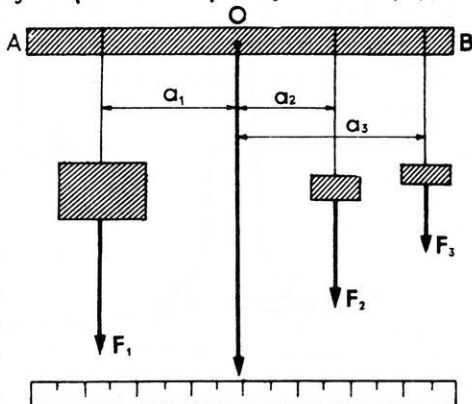
Σχ. 52. Ἴσορροπία σφαίρας

τοῦτο κατὰ τὴν φόρτωσιν των τὰ βαρύτερα σώματα τοποθετοῦνται βαθύτερον, ὥστε νὰ ἀποτελοῦν ἔρμα. Μία σφαῖρα, ὅταν στηρίζεται ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιφανείας, εὐρίσκεται πάντοτε εἰς ἀδιάφορον ἰσορροπίαν (σχ. 52), ὅταν ὅμως στηρίζεται ἐπὶ κοίλης ἢ κυρτῆς ἐπιφανείας, ἡ ἰσορροπία εἶναι εὐσταθὴς ἢ ἀσταθὴς.

μας. Ἐπίσης ἡ εὐστάθεια τῶν ὀχημάτων, τῶν πλοίων κ.τ.λ. εἶναι τόσον μεγαλύτερα, ὅσον χαμηλότερα εὐρίσκεται τὸ κέντρο βάρους διὰ

46. Ἴσορροπία σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα. Πειραμα-

τιζόμεθα μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 53. Ἡ ράβδος AB δύναται νὰ στρέφεται ἐλευθέρως περὶ ὀριζόντιον ἄξονα O, ὁ ὁποῖος διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου βάρους τῆς ράβδου. Οὕτως ἡ ροπή τοῦ βάρους τῆς ράβδου ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴση μὲ μηδέν. Κατὰ μῆκος τῆς ράβδου μετακινοῦνται δρομεῖς, ἀπὸ τοὺς ὁποῖους ἐξαρτῶμεν βάρη F_1 , F_2 , F_3 . Μετακινούντες τοὺς δρομεῖς ἐπιτυγχάνομεν, ὥστε ἡ ράβδος AB νὰ διατηρῇται ὀριζοντία. Αἱ τρεῖς δυνάμεις κ εἶν τ α ι ε π ἰ τ ο ὡ α ὗ τ ο ὡ ε π ι π έ δ ο υ, ὁ δὲ ἄξων περιστροφῆς τοῦ σώ-



Σχ. 53. Ἴσορροπία σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα

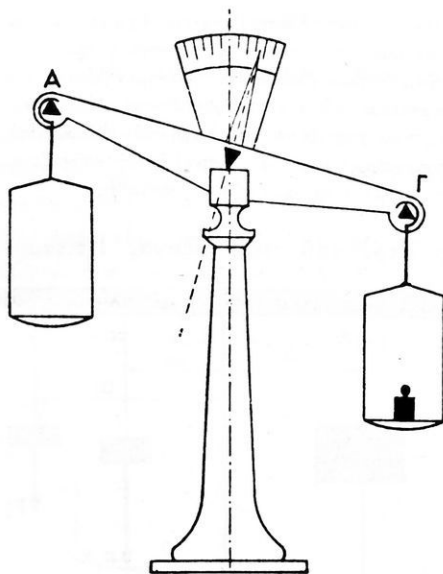
ματος είναι κάθετος πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων. Ἀπὸ τὸν ἄξονα O ἐξαρτῶμεν νῆμα στάθμης. Τότε μὲ τὴν βοήθειαν ἑνὸς ὀριζοντίου κανόνος εὐρίσκομεν τὰς ἀποστάσεις $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ τῶν τριῶν δυνάμεων ἀπὸ τὸν ἄξονα. Παρατηροῦμεν ὅτι εἶναι :

$$\text{ροπή τῆς } F_1 = \text{ροπή τῆς } F_2 + \text{ροπή } F_3$$

$$F_1 \cdot \alpha_1 = F_2 \cdot \alpha_2 + F_3 \cdot \alpha_3 \quad \text{ἢ} \quad F_1 \cdot \alpha_1 - (F_2 \cdot \alpha_2 + F_3 \cdot \alpha_3) = 0$$

Ἀπὸ τὸ ἀνωτέρω πείραμα συνάγεται τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα :

Ὅταν ἐπὶ στερεοῦ σώματος ἐνεργοῦν πολλαὶ δυνάμεις κείμεναι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου καὶ τὸ σῶμα εἶναι στρεπτόν περὶ ἄξονα κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων, τότε τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ, ἂν τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴσον μὲ μηδέν.



Σχ. 54. Ζυγός

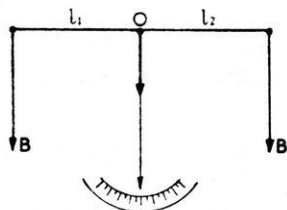
Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα εἶναι συνέπεια τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν (§ 35). Διότι ἡ συνισταμένη Σ τῶν δυνάμεων F_1, F_2, F_3 ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον O καὶ ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν ἀντίδρασιν τοῦ ἄξονος περιστροφῆς. Καὶ ἐπειδὴ ἡ ροπή τῆς Σ εἶναι ἴση μὲ μηδέν, πρέπει καὶ τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων νὰ εἶναι ἴσον μὲ μηδέν.

47. Ζυγός. Ὁ ζυγός χρησιμοποιεῖται ὡς γνωστὸν διὰ τὴν σύγκρισιν τῶν βαρῶν τῶν σωμάτων. Τὸ κύριον μέρος τοῦ ζυγοῦ εἶναι ἡ φάλαγξ,

ἡ ὁποία εἶναι ἐλαφρὰ ἐπιμήκης μεταλλικὴ ράβδος (σχ. 54). Ἡ φάλαγξ φέρει εἰς τὸ μέσον της πρισματικὴν ἀκμὴν ἀπὸ χάλυβα, ἡ ὁποία στηρίζεται ἐπὶ σταθερᾷ ὀριζοντίᾳ πλακῷ ἀπὸ χάλυβα. Οὕτως ἡ φάλαγξ δύναται νὰ περιστρέφεται μὲ μεγάλην εὐκολίαν περὶ ὀρι-

ζόντιον άξονα. Είς τὰ δύο άκρα τῆς φάλαγγος ύπάρχουν ὁμοίαι πρισμα-
 τικαὶ άκμαί, ἀπὸ τὰς ὁποίας έξαρτῶνται δύο ἰσοβαρεῖς δίσκοι. Ἐπὶ τῆς
 φάλαγγος εἶναι στερεωμένος δείκτης, ὁ ὁποῖος κινεῖται ἔμπροσθεν βα-
 θμολογημένου τόξου καὶ δεικνύει τὴν γωνίαν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ φάλαγξ
 ἐκτρέπεται ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας της. Ὅταν ἡ φάλαγξ ἰσορροπῇ,
 ὁ δείκτης εὐρίσκεται εἰς τὸ μηδέν τῆς κλίμακος τοῦ τόξου. Οὕτως ὁ
 ζυγὸς ἀποτελεῖ σῶμα στρεπτόν περὶ ὀριζόντιον άξονα.

α) Ἀκρίβεια τοῦ ζυγοῦ. Ὁ ζυγὸς εἶναι ἀκριβής, ἐν ἡ φάλαγξ
 διατηρεῖται ὀριζοντίᾳ, ὅταν οἱ δίσκοι εἶναι κενοὶ ἢ ὅταν θέτῶμεν ἐπὶ
 τῶν δύο δίσκων ἴσα βάρη. Εἰς τὴν δευ-
 τέραν περίπτωσιν αἱ ροπαὶ τῶν δύο ἴσων
 βαρῶν ὡς πρὸς τὸν άξονα εἶναι ἴσαι (σχ.
 55). Ἐπομένως καὶ οἱ δύο βραχίονες τῆς
 φάλαγγος εἶναι ἴσοι. Ὡστε :



Σχ. 55. Ἐπὶ τῶν δύο δίσκων
 εὐρίσκονται ἴσα βάρη

**Διὰ νὰ εἶναι ἀκριβὴς ὁ ζυγός, πρέ-
 πει οἱ δύο βραχίονες τῆς φάλαγγος νὰ
 ἔχουν τὸ αὐτὸ μήκος.**

β) Εὐαισθησία τοῦ ζυγοῦ. Ὅταν
 ἐπὶ τῶν δύο δίσκων τοῦ ζυγοῦ εὐρίσκωνται ἴσα βάρη B καὶ ἐπὶ τοῦ ἐνὸς
 δίσκου θέσωμεν τὸ πρόσθετον ἐλάχιστον βάρος β, τότε ἡ φάλαγξ κλίνει
 κατὰ γωνίαν φ. Ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ γωνία φ, τόσον περισσότερον
 γίνεται σαφές ὅτι τὸ φορτίον τοῦ ἐνὸς δίσκου εἶναι μεγαλύτερον ἀπὸ
 τὸ φορτίον τοῦ ἄλλου δίσκου καὶ ἐπομένως τόσον περισσότερον εὐαί-
 σθητός εἶναι ὁ ζυγός.

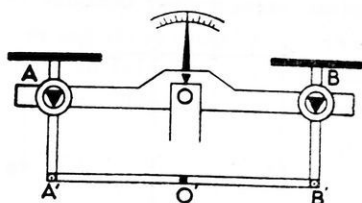
48. Ἀκριβὴς ζύγισις. Ὁ ζυγὸς εἶναι ἀκριβής, ὅταν οἱ δύο
 βραχίονες τῆς φάλαγγος εἶναι ἴσοι. Δυνάμεθα ὅμως νὰ ἐπιτύχωμεν
 ἀκριβῆ ζύγισιν καὶ μὲ ζυγόν, τοῦ ὁποῖου οἱ δύο βραχίονες τῆς φάλαγγος
 εἶναι ἄνιστοι.

α) Μέθοδος τῆς ἀντικαταστάσεως. Θέτομεν εἰς τὸν δίσκον Δ₁
 τὸ σῶμα, τὸ ὁποῖον θέλομεν νὰ ζυγίσωμεν· εἰς τὸν ἄλλον δίσκον Δ₂
 θέτομεν ἄμμον ἕως, ὅτου ἀποκατασταθῇ ἰσορροπία. Ἐπειτα ἀφαι-
 ροῦμεν τὸ σῶμα ἀπὸ τὸν δίσκον Δ₁ καὶ θέτομεν σταθμὰ ἕως, ὅτου ἀπο-
 κατασταθῇ ἡ ἰσορροπία. Τότε τὸ βάρος τοῦ σώματος εἶναι ἴσον μὲ
 τὸ βάρος τῶν σταθμῶν.

β) Μέθοδος τῆς διπλῆς ζυγίσεως. Ἐστω ὅτι l_1 καὶ l_2 εἶναι τὰ

μήκη τῶν βραχιόνων τῆς φάλαγγος τὰ ἀντιστοιχοῦντα εἰς τοὺς δίσκους Δ_1 καὶ Δ_2 . Θέτομεν τὸ πρὸς ζυγίσιν σῶμα βάρους x ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ_1 καὶ ἰσορροποῦμεν τὸν ζυγὸν θέτοντες σταθμὰ B_2 ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ_2 . Τότε εἶναι : $x \cdot l_1 = B_2 \cdot l_2$ (1). Θέτομεν τώρα τὸ σῶμα ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ_2 καὶ ἰσορροποῦμεν τὸν ζυγόν, θέτοντες σταθμὰ B_1 ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ_1 . Τότε εἶναι : $x \cdot l_2 = B_1 \cdot l_1$ (2). Ἄν πολλαπλασιάσωμεν κατὰ μέλη τὰς σχέσεις (1) καὶ (2), εὐρίσκομεν : $x = \sqrt{B_1 \cdot B_2}$

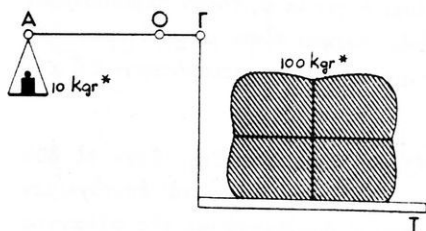
49. Πρακτικοὶ τύποι ζυγῶν. Εἰς τὴν πράξιν χρησιμοποιοῦ-



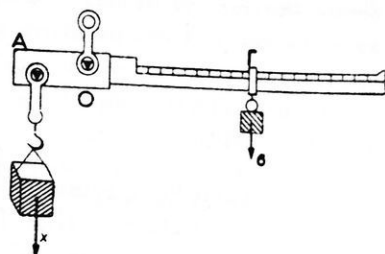
Σχ. 56. Ζυγὸς Roberval

μεν διαφόρους τύπους ζυγῶν. Πολύ συνήθης εἶναι ὁ ζυγὸς τοῦ Roberval (σχ. 56), εἰς τὸν ὁποῖον ἡ φάλαγξ AB ἀποτελεῖ τὴν μίαν πλευρὰν ἄρθρωτοῦ παραλληλογράμμου AA'B'B· αἱ γωνίαι τοῦ παραλληλογράμμου μεταβάλλονται, ἀλλὰ αἱ πλευραὶ τοῦ AA' καὶ BB'

μένουν πάντοτε παράλληλοι πρὸς τὴν OO' καὶ ἐπομένως κατακλύφουσι. Ἡ πλάστιγγη ἢ δεκαπλασιαστικὸς ζυγὸς (σχ. 57) ἀποτελεῖται ἀπὸ σύστημα μοχλῶν, οἱ ὅποιοι ἐξασφαλίζουν τὴν



Σχ. 57. Δεκαπλασιαστικὸς ζυγὸς



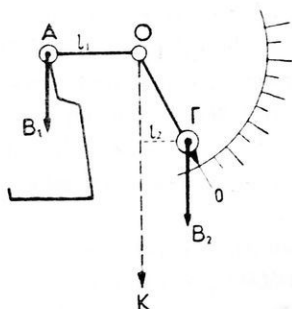
Σχ. 58. Στατὴρ

παράλληλον μετακίνησιν τῆς τραπέζης T. Οἱ μοχλοὶ ὑπολογίζονται καταλλήλως, ὥστε τὰ ἐπὶ τοῦ δίσκου σταθμὰ νὰ ἰσορροποῦν δεκαπλασίον φορτίον εὐρισκόμενον ἐπὶ τῆς τραπέζης τῆς πλάστιγγος.

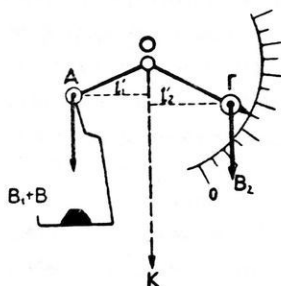
Εἰς τὸν στατῆρα ἢ ρωμαϊκὸν ζυγὸν (σχ. 58), τὸ σταθερὸν βάρος β ἰσορροπεῖ τὸ βάρος x τοῦ σώματος· τότε εἶναι :

$$x \cdot AO = \beta \cdot OG, \quad \text{ἄρα} \quad x = \beta \cdot \frac{OG}{OA}$$

Τὸ βάρος τοῦ σώματος εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν ἀπόστασιν ΟΓ.
Εὐρύτερα χρησιμοποιοῦνται σήμερον διάφοροι τύποι αὐτομά-
των ζυγῶν. Εἰς τὸ σχῆμα 59 φαίνεται μία ἀπλουστάτη μορφή τοι-



Σχ. 59. Ὅταν ὁ δίσκος εἶναι
κενός ἰσχύει ἡ σχέσης :
 $B_1 \cdot l_1 = B_2 \cdot l_2$



Σχ. 59α. Τὸ βάρος B δι-
δεται ἀμέσως ἐπὶ τῆς κλί-
μακας

οὔτου ζυγοῦ. Ὅταν ὁ δίσκος εἶναι κεκλινένος, ἰσχύει ἡ σχέσης : $B_1 \cdot l_1 = B_2 \cdot l_2$
Ἐάν ἐπὶ τοῦ δίσκου τεθῇ σῶμα βάρους B, ὁ βραχίον ΟΓ στρέφεται,
ὥστε νὰ ἰσχύῃ πάλιν ἡ σχέσης : $(B_1 + B) \cdot l_1 = B_2 \cdot l_2$. Τὸ βάρος B
ἀναγινώσκεται ἀμέσως ἐπὶ τοῦ βαθμολογημένου τόξου.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

31. Τετράγωνον πλαίσιον ἔχει πλευρὰν 10 cm καὶ ἀποτελεῖται ἀπὸ ὁμογενὲς σύρμα, τὸ ὁποῖον ζυγίζει 0,2 gr* κατὰ ἑκατοστόμετρον μήκους. Ἐὰν ἀφαιρεθῇ ἡ μία πλευρὰ τοῦ πλαισίου, νὰ εὗρεθῇ ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους.

32. Δύο μεταλλικαὶ ράβδοι τῆς αὐτῆς τομῆς καὶ ἀπὸ τὴν αὐτὴν ὕλην εἶναι ἠρωμένα κατὰ τὸ ἐν ἄκρον των σταθερῶς, ὥστε νὰ εἶναι κάθετοι μεταξὺ των. Τὰ μήκη τῶν δύο ράβδων εἶναι $AG = 8\text{ m}$ καὶ $AD = 6\text{ m}$, τὰ δὲ βάρη αὐτῶν εἶναι ἀντιστοίχως 16 kg* καὶ 12 kg*. Νὰ εὗρεθῇ ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους τοῦ συστήματος.

33. Εἰς μίαν τετράγωνον πλάκα πλευρᾶς $a = 10\text{ cm}$ φέρομεν τὰς δύο διαγωνίους τῆς καὶ ἀφαιροῦμεν ἐν ἀπὸ τὰ σχηματιζόμενα τρίγωνα. Νὰ εὗρεθῇ πόσον ἀπέχει ἀπὸ τὸ σημεῖον τῆς τομῆς τῶν διαγωνίων, τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἀπομείναντος τμήματος τῆς πλακῆς.

34. Μεταλλική τετράγωνος πλάξ έχει πλευράν $a = 6 \text{ cm}$. Μία άλλη πλάξ εκ του αυτού μετάλλου και του αυτού πάχους έχει σχήμα ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς a . Αί δύο πλάκες συνενώνονται και αποτελούν μίαν επιφάνειαν. Νά εύρεθῇ ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους τῆς νέας πλακός.

35. Οἱ δύο βραχίονες τῆς γάλαγγος ζυγοῦ ἔχουν ἀντιστοίχως μήκη $159,2 \text{ mm}$ καὶ $160,4 \text{ mm}$. Ἐπὶ τοῦ δίσκου τοῦ ἀντιστοιχοῦντος εἰς τὸν μακρότερον βραχίονα θέτομεν βάρος $120,5 \text{ gr}^*$. Πόσον βάρος πρέπει νὰ θέσωμεν ἐπὶ τοῦ ἄλλου δίσκου, διὰ νὰ διατηρηθῇ ἡ ἰσορροπία τοῦ ζυγοῦ;

36. Ὁ δείκτης ἐνὸς ζυγοῦ δεικνύει τὴν διαίρεσιν μηδέν τῆς κλίμακος, ὅταν οἱ δύο δίσκοι εἶναι κενοί. Ὁ δείκτης δεικνύει ἐπίσης τὴν διαίρεσιν μηδέν, ὅταν θέσωμεν 100 gr^* ἐπὶ τοῦ ἀριστεροῦ δίσκου καὶ 101 gr^* ἐπὶ τοῦ δεξιοῦ δίσκου. Τὸ μῆκος τοῦ ἀριστεροῦ βραχίονος τῆς γάλαγγος εἶναι ἀκριβῶς 15 cm . Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τοῦ δεξιοῦ βραχίονος;

ΚΙΝΗΣΙΣ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΓΕΝΙΚΑΙ ΕΝΝΟΙΑΙ

50. Σχετική ήρεμία καὶ κίνησις. Ὅταν αἱ ἀποστάσεις ἐνὸς σώματος ἀπὸ τὰ ἄλλα σώματα τοῦ περιβάλλοντος δὲν μεταβάλλωνται, λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα τοῦτο ἡρεμεῖ ἐν σχέσει πρὸς τὰ σώματα αὐτά. Ἄν ὅμως αἱ ἀποστάσεις τοῦ σώματος ἀπὸ τὰ ἄλλα σώματα τοῦ περιβάλλοντος μεταβάλλωνται, τότε λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα κινεῖται ἐν σχέσει πρὸς τὰ σώματα αὐτά. Ὡστε ἡ **ήρεμία** ἢ ἡ **κίνησις** ἐνὸς σώματος εἶναι **σχετικὴ καὶ ἀναφέρεται** εἰς τὸ περιβάλλον τοῦ θεωρουμένου σώματος. Οὕτως, ἐάν λίθος εὐρίσκεται ἐπὶ τοῦ δαπέδου ἐνὸς κινουμένου σιδηροδρομικοῦ ὀχήματος, ὁ λίθος ἡρεμεῖ ἐν σχέσει πρὸς τὸ ὄχημα, κινεῖται ὅμως ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς. Ἐάν τὸ ὄχημα εἶναι ἀκίνητον, τότε τὸ ὄχημα καὶ ὁ λίθος ἡρεμοῦν ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς. Ἐπειδὴ ὅμως ὅλα τὰ σώματα τὰ εὐρισκόμενα ἐπὶ τῆς Γῆς, μετέχουν τῆς κινήσεως αὐτῆς περὶ τὸν ἥλιον, διὰ τοῦτο τὸ ὄχημα καὶ ὁ λίθος κινοῦνται ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἥλιον. Ὅλα τὰ οὐράνια σώματα εὐρίσκονται εἰς κίνησιν. Ἐπομένως δὲν δυνάμεθα νὰ εὐρωμεν εἰς τὸν κόσμον περιβάλλον ἀπολύτως ἀκίνητον, δηλαδὴ σύστημα ἀναφορᾶς τελειῶς ἀκίνητον. Ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὰ ἑξῆς :

I. Ἡ **ήρεμία** καὶ ἡ **κίνησις** ἐνὸς σώματος εἶναι **σχετικὴ καὶ ἀναφέρεται** εἰς ὠρισμένον σύστημα, τὸ ὁποῖον αὐθαιρέτως θεωροῦμεν ἀκίνητον.

II. Διὰ νὰ σπουδάσωμεν τὰς συνήθεις κινήσεις λαμβάνομεν γενικῶς ὡς σύστημα ἀναφορᾶς τὴν Γῆν.

51. Τροχιά. Τὸ σύνολον τῶν θέσεων, διὰ τῶν ὁποίων διέρχεται διαδοχικῶς ἐν κινούμενον σῶμα, καλεῖται **τροχιά**. Πᾶν κινούμενον σῶμα ὀνομάζεται γενικῶς **κινητόν**. Ὅταν τὸ κινητόν εἶναι ὑλικὸν σημεῖον, ἢ τροχιά του εἶναι μία γραμμή. Ἡ γραμμὴ αὕτη δύναται νὰ

είναι ευθεία ή καμπύλη και τότε ή κινήσεις χαρακτηρίζεται αντίστοιχως ως **ευθύγραμμος ή καμπυλόγραμμος**.

Το μήκος της τροχιάς του κινητού θα καλούμεν εις τὰ κατωτέρω **διάστημα**. Διὰ τὴν σπουδὴν τῆς κινήσεως ἑνὸς κινητοῦ ἐκλέγομεν ὡς σύστημα ἀναφορᾶς τὴν τροχίαν τοῦ κινητοῦ, ὁπότε ὀρίζομεν ὡς $\alpha \rho \chi \eta \nu \tau \omega \nu \delta \iota \alpha \sigma \tau \eta \mu \acute{\alpha} \tau \omega \nu$ ἐν σημεῖον τῆς τροχιάς. Διὰ τὴν μέτρησιν δὲ τοῦ χρόνου τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ ἐκλέγομεν ὡς $\alpha \rho \chi \eta \nu \tau \omega \nu \chi \rho \acute{o} \nu \omega \nu$ μίαν ὀρισμένην χρονικὴν στιγμὴν.

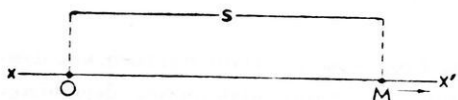
ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ ΚΙΝΗΣΙΣ

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

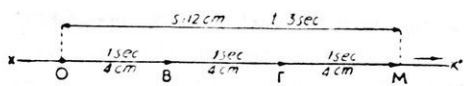
52. Ὅρισμός. Ἐξ ὅλων τῶν κινήσεων ἀπλουστέρα εἶναι ή κίνησης, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ κινητὸν διανύει ἐπὶ εὐθείας ἴσα διαστήματα εἰς ἴσους χρόνους.

Εὐθύγραμμος ὁμαλή κίνησης καλεῖται ή κίνησης, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ κινητὸν κινούμενον ἐπὶ εὐθείας καὶ κατὰ τὴν αὐτὴν πάντοτε φεραν εἰς ἴσους χρόνους διανύει ἴσα διαστήματα.

53. Ταχύτης τοῦ κινητοῦ. Ἀς θεωρήσωμεν ὕλινόν σημεῖον, τὸ ὁποῖον ἐκκινεῖ ἐκ τοῦ σημείου O καὶ κινεῖται ὁμαλῶς ἐπὶ τῆς εὐθείας xx' (σχ. 60). Τὸ κινητὸν μετὰ χρόνον t ἀπὸ τῆς ἐκκινήσεώς του φθάνει εἰς τὴν θέσιν M , δηλαδὴ εἰς ἀπόστασιν $OM = s$ ἀπὸ τὴν ἀρχὴν O τῶν διαστημάτων. Ἐντὸς χρόνου t τὸ κινητὸν διέτρεξε τὸ διάστημα s . Ἐπειδὴ δὲ ἐξ ὁρίσμου τὸ κινητὸν εἰς ἴσους χρόνους διανύει ἴσα διαστήματα, ἔπεται ὅτι τὸ πηλί-



σχ. 60. Τὸ κινητὸν διανύει διάστημα $OM = s$ τῶς, ἂν εἶναι $s = 12 \text{ cm}$ καὶ $t = 3 \text{ sec}$, ή ταχύτης v φανερώνει ὅτι εἰς 1 sec τὸ κινητὸν διήνυσε 4 cm κινούμενον καθ' ὀρισμένην φεραν (σχ. 61).



σχ. 61. Τὸ ἄνυσμα OB παριστᾷ τὴν ταχύτητα v ὡς ἀνύσματος.

κον s/t ἔχει σταθεράν τιμήν. Αὐτὴ ή σταθερὰ τῆς κινήσεως καλεῖται **ταχύτης** (v) τοῦ κινητοῦ. Οὕ-

Τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διήνυσε τὸ κινητὸν εἰς 1 sec , ἥτοι ή ταχύτης τοῦ κινητοῦ, ἐκφράζεται δι' ἐ-

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὁ ἐξῆς ὁρίσμος τῆς ταχύτητος :

Ταχύτης κινητοῦ εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλὴν κίνησιν καλεῖται τὸ σταθερὸν φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον ἐκφράζεται δι' ἀνύσματος, $\kappa \epsilon \iota \mu \epsilon \nu \omicron \upsilon$ ἐπὶ τῆς τροχιᾶς, ἔχοντος ἀρχὴν τὸ κινητόν, φορὰν τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ καὶ ἀριθμητικὴν τιμὴν ἴσην μὲ τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διανύει τὸ κινητόν εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου.

$$\text{ταχύτης} = \frac{\text{διάστημα}}{\text{χρόνος}} \quad v = \frac{s}{t}$$

54. Μονὰς ταχύτητος. Ὡς μονάδα ταχύτητος λαμβάνομεν τὴν ταχύτητα κινητοῦ, τὸ ὁποῖον κινούμενον εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς διανύει τὴν μονάδα τοῦ διαστήματος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Ἐπομένως εἶναι :

$$\text{σύστημα C.G.S. : } 1 \text{ μονὰς ταχύτητος} = \frac{1\text{cm}}{1\text{sec}} = 1 \text{ cm/sec}$$

$$\text{σύστημα M.K.S.A. : } 1 \text{ μονὰς ταχύτητος} = \frac{1\text{m}}{1\text{sec}} = 1 \text{ m/sec}$$

$$\text{σύστημα T.Σ. : } 1 \text{ μονὰς ταχύτητος} = \frac{1\text{m}}{1\text{sec}} = 1 \text{ m/sec.}$$

$$\text{Εὐκόλως συνάγεται ὅτι εἶναι } 1 \frac{\text{m}}{\text{sec}} = 10^2 \frac{\text{cm}}{\text{cec}}$$

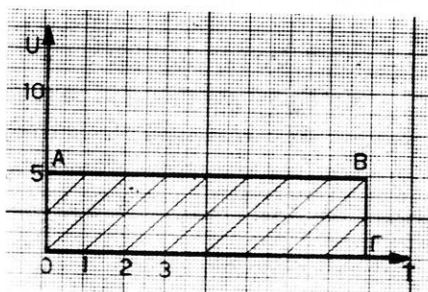
Εἰς τὴν πράξιν ὡς μονὰς ταχύτητος χρησιμοποιεῖται καὶ τὸ 1 km/h.

55. Νόμοι τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως. Δίδεται ὅτι ἐν κινητόν κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς μὲ σταθεράν ταχύτητα v . Ἐὰν τὸ κινητόν κινηθῇ ἐπὶ χρόνον t , θὰ διατρέξῃ διάστημα $s = v \cdot t$. Ἡ ἐξίσωσις αὕτῃ μᾶς ἐπιτρέπει νὰ γνωρίζωμεν εἰς ἐκάστην χρονικὴν στιγμὴν τὴν θέσιν τοῦ κινητοῦ ἐπὶ τῆς τροχιᾶς του. Εἶναι φανερόν ὅτι, ἂν ὁ χρόνος τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ γίνη $2t, 3t, \dots$ καὶ τὸ διανυόμενον διάστημα γίνηται $2s, 3s, \dots$. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγονται οἱ ἐξῆς νόμοι τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως :

Εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλὴν κίνησιν : α) ἡ ταχύτης εἶναι σταθερά β) τὸ διανυόμενον διάστημα εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὸν χρόνον τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ.

$$\text{ταχύτης : } v = \text{σταθ.}, \text{ διάστημα : } s = v \cdot t$$

Λαμβάνομεν δύο ὀρθογωνίους ἄξονας ὡς ἄξονας τῶν χρόνων (Ot) καὶ τῶν ταχυτήτων (Ou).



Σχ. 62. Τὸ διάστημα ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μετὰ τὸ ἐμβαδὸν $OAB\Gamma$

βασδὸν τοῦ ὀρθογωνίου παραλλήλογράμμου $OAB\Gamma$.

Κατὰ τὰς διαφόρους χρονικὰς στιγμὰς 0, 1, 2, 3, ... ἡ ταχύτης διατηρεῖται σταθερὰ ($u = 5 \text{ cm/sec}$). Οὕτω λαμβάνομεν τὴν εὐθεῖαν AB (σχ. 62), παράλληλον πρὸς τὸν ἄξονα τῶν χρόνων. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διανύει τὸ κινητὸν εἰς χρόνον t , ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μετὰ τὸ ἐμ-

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ ΟΜΑΛΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

56. Ὅρισμός. Ὄταν κινητὸν κινῆται εὐθυγράμμως, ἀλλὰ εἰς ἴσους χρόνους διανύει ἄνισα διαστήματα, τότε λέγομεν ὅτι τὸ κινητὸν ἔχει εὐθύγραμμον μεταβαλλομένην κίνησιν. Εἰς μίαν τοιαύτην κίνησιν ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ δύναται νὰ μεταβάλλεται κατὰ ποικίλους τρόπους συναρτῆσαι τοῦ χρόνου. Τὸ ἀπλούστερον εἶδος μεταβαλλομένης κινήσεως εἶναι ἡ ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις, ἡ ὁποία ὀρίζεται ὡς ἑξῆς :

Εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος τοῦ κινητοῦ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου εἶναι σταθερά.

Ὄταν ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ βαίνει συνεχῶς αὐξανόμενη, ἡ κίνησις καλεῖται ὁμαλῶς ἐπιταχυνόμενη. Ἀντιθέτως, ἂν ἡ ταχύτης βαίνει συνεχῶς ἐλαττωμένη, ἡ κίνησις καλεῖται ὁμαλῶς ἐπιβραδυνόμενη.

57. Ἐπιτάχυνσις. Ἀς θεωρήσωμεν κινητὸν, τὸ ὁποῖον ἐκκινεῖ ἐκ τῆς ἡρεμίας με ἀρχικὴν ταχύτητα u_0 καὶ κινεῖται ἐπὶ μιᾷ εὐθείᾳ με κίνησιν ὁμαλῶς μεταβαλλομένην. Μετὰ χρόνον t τὸ κινητὸν ἔχει ἀποκτήσει ταχύτητα u . Ἐντὸς τοῦ χρόνου t παρατηρεῖται μεταβολὴ ταχύτητος $u - u_0$. Ἡ σταθερὰ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος τοῦ

κινήτου εις τὴν μονάδα τοῦ χρόνου καλεῖται **ἐπιτάχυνσις** (γ).
Αὕτη εἶναι ἀνυσματικὸν μέγεθος καὶ ὀρί-
ζεται ὡς ἑξῆς (σχ. 63) :

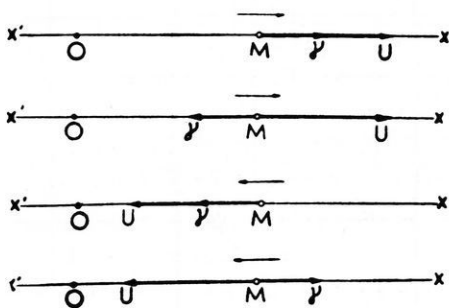


Ἐπιτάχυνσις κινήτου εις τὴν ὁμα-
λῶς μεταβαλλομένην εὐθύγραμμον κί-
νησιν καλεῖται τὸ σταθερὸν φυσικὸν μέ-
γεθος, τὸ ὁποῖον ἐκφράζεται δι' ἀνύσματος κ ε ι μ έ ν ο υ ἐπὶ τῆς τρο-
χιᾶς, ἔχοντος ἀ ρ χ ῆ ν τὸ κινήτόν, φ ο ρ ᾶ ν θετικὴν ἢ ἀρνητικὴν
καὶ ἀ ρ ι θ μ η τ ι κ ῆ ν τ ι μ ῆ ν ἴσην μετὰ τὴν μεταβολὴν τῆς ταχύ-
τητος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου.

Σχ. 63. Τὸ ἀνυσμα γ παρι-
στά τὴν ἐπιτάχυνσιν

$$\text{ἐπιτάχυνσις} = \frac{\text{μεταβολὴ ταχύτητος}}{\text{χρόνος}}, \quad \gamma = \frac{v - v_0}{t}$$

Ἡ κίνησις εἶναι ἐπιταχυνομένη ἢ ἐπιβραδυνομένη, καθ' ὅσον
τὰ ἀνύσματα u καὶ γ εἶναι
τῆς αὐτῆς ἢ ἀντιθέτου φο-
ρᾶς (σχ. 64).



58. Μονὰς ἐπιτα- χύσεως.

Ὡς μονὰς ἐπι-
ταχύσεως λαμβάνεται ἡ
ἐπιτάχυνσις κινήτου, τοῦ
ὁποῖου ἡ ταχύτης μεταβάλλ-
εται κατὰ τὴν μ ο ν ᾶ δ α
τῆς ταχύτητος εἰς τὴν μ ο -
ν ᾶ δ α τοῦ χρόνου.

Σχ. 64. Ἡ κίνησις εἶναι ἐπιταχυνομένη, ὅταν
τὰ ἀνύσματα u καὶ γ εἶναι ὁμόρροπα

Ἐπομένως εἶναι :

σύστημα C.G.S. : $1 \text{ μονὰς ἐπιταχύσεως} = \frac{1 \text{ cm/sec}}{1 \text{ sec}} = 1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$

σύστημα M.K.S.A. : $1 \text{ μονὰς ἐπιταχύσεως} = \frac{1 \text{ m/sec}}{1 \text{ sec}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

σύστημα T.Σ. : $1 \text{ μονὰς ἐπιταχύσεως} = \frac{1 \text{ m/sec}}{1 \text{ sec}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

Εὐκόλως συνάγεται ὅτι εἶναι : $1 \text{ m/sec}^2 = 10^2 \text{ cm/sec}^2$.

59. Υπολογισμός ταχύτητας. Έκ του ορίσμου της όμαλως μεταβαλλομένης κινήσεως εύρσκεται εύκολως ὁ νόμος, κατὰ τὸν ὁποῖον μεταβάλλεται ἡ ταχύτης εἰς τὸ εἶδος τοῦτο τῆς κινήσεως. Ἐστω μία **ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη** κίνηση, εἰς τὴν ὁποίαν εἶναι u_0 ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ κατὰ τὴν ἀρχὴν τῶν χρόνων ($t = 0$) καὶ γ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς κινήσεως. Ἀφοῦ εἰς ἐκάστην μονάδα χρόνου ἡ ταχύτης αὐξάνεται κατὰ τὸ σταθερὸν ποσὸν γ , συνάγεται ὅτι εἰς τὸ τέλος τῆς 1, 2, 3, ... t χρονικῆς μονάδος ἡ ταχύτης θὰ εἶναι ἀντιστοίχως $u_0 + \gamma$, $u_0 + 2\gamma$, $u_0 + 3\gamma$, ... $u_0 + \gamma \cdot t$.

Ὡστε ἡ ταχύτης u τοῦ κινητοῦ εἰς τὸ τέλος τῆς t χρονικῆς μονάδος εἶναι :

$$u = u_0 + \gamma \cdot t \quad (1)$$

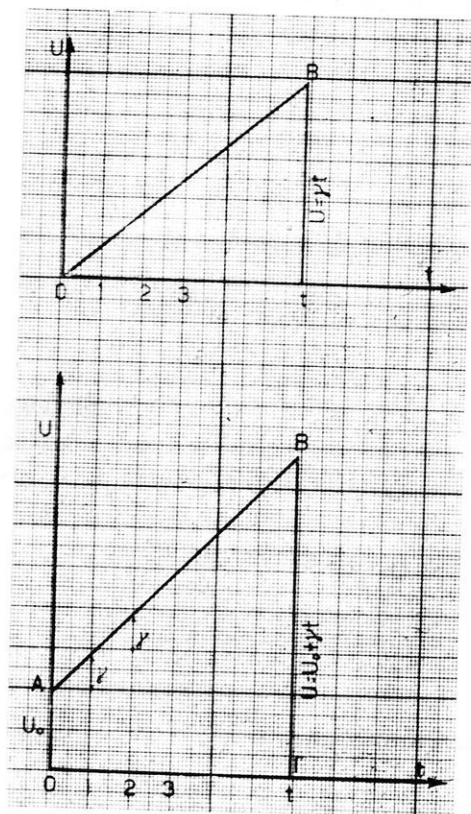
Ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος συναρτῆσει τοῦ χρόνου παρίσταται ὑπὸ τῆς εὐθείας AB (σχ. 65). Ἐὰν τὸ κινητὸν δὲν ἔχῃ ἀρχικὴν ταχύτητα ($u_0 = 0$), τότε ἡ ἐξίσωσις (1) γράφεται :

$$u = \gamma \cdot t$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς **ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένης** κινήσεως εύρσκουμεν ὁμοίως ὅτι ἡ ταχύτης u τοῦ κινητοῦ κατὰ τὸν χρόνον t εἶναι :

$$u = u_0 - \gamma \cdot t \quad (2)$$

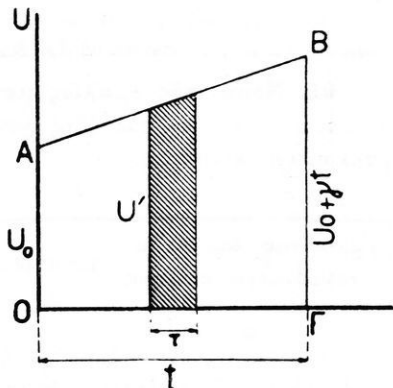
Αἱ ἐξισώσεις (1) καὶ (2) μᾶς ἐπιτρέπουν νὰ προσδιορίζωμεν τὴν ταχύτητα τοῦ κινητοῦ εἰς αἰανδήποτε χρονικὴν στιγμήν.



Σχ. 65. Ἡ ταχύτης μεταβάλλεται γραμμικῶς

Ὡτως ἂν εἶναι $u_0 = 50$ cm/sec καὶ $\gamma = 10$ cm/sec², τότε κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμήν $t = 1,5$ sec, ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ εἶναι $u = 65$ cm/sec.

60. Ὑπολογισμός τοῦ διαστήματος. Εἰς τὴν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος παρίσταται ὑπὸ τῆς εὐθείας AB (σχ. 66). Ἄς φαντασθῶμεν ὅτι ἡ εὐθεῖα AB ἀποτελεῖται ἀπὸ πολλῶν μικρῶν εὐθύγραμμα τμήματα. Τότε δυνάμεθα νὰ υποθέσωμεν ὅτι κατὰ τὸν ἐλάχιστον χρόνον τ ἡ ταχύτης u' διατηρεῖται σταθερά, δηλαδή ὅτι κατὰ τὸν χρόνον τοῦτον ἡ κίνησις δύναται νὰ θεωρηθῇ ἰσοταχῆς. Μετὰ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου τ ἡ ταχύτης αὐξάνεται, ἥτοι μεταβάλλει τιμὴν. Τὸ διάστημα λοιπόν, τὸ ὅποῖον διανύεται κατὰ τὸν χρόνον τ , εἶναι $u' \cdot \tau$ καὶ ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς ὀρθογωνίου παραλλήλογράμμου (εἰς τὸ σχῆμα σημειώνεται γραμμοσκιασμένον). Τὸ ἄθροισμα τῶν ἐμβαδῶν ὅλων τῶν στοιχειωδῶν ὀρθογωνίων δίδει κατὰ προσέγγισιν τὴν τιμὴν τοῦ διανυθέντος διαστήματος. Ἡ τιμὴ αὕτη πλησιάζει τόσον περισσότερον πρὸς τὴν πραγματικὴν, ὅσον μικρότερος εἶναι ὁ χρόνος τ . Ὅταν ὁ χρόνος τ τείνῃ πρὸς τὸ μηδέν, τότε τὸ πραγματικῶς διανυθὲν διάστημα ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τραπεζίου OABΓ. Ἐπομένως τὸ διάστημα, τὸ ὅποῖον διήνυσεν τὸ κινητὸν ἐντὸς τῶν t χρονικῶν μονάδων μὲ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν, εἶναι :



Σχ. 66. Τὸ ἐμβαδὸν OABΓ ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ διανυθὲν διάστημα

$$s = \frac{OA + \Gamma B}{2} \times O\Gamma = \frac{u_0 + u}{2} \cdot t = \frac{2u_0 + \gamma \cdot t}{2} \cdot t$$

$$\text{ἢ } s = u_0 \cdot t + \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 \quad (3)$$

Ἐὰν τὸ κινητὸν δὲν ἔχῃ ἀρχικὴν ταχύτητα ($u_0 = 0$), τότε ἡ ἐξίσωσις (3) γράφεται :

$$s = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ὀμαλῶς ἐπιβραδυνομένης κινήσεως ($\gamma < 0$) εὐρίσκομεν ὁμοίως ὅτι τὸ διανυθὲν διάστημα εἶναι :

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 \quad (4)$$

Αἱ ἐξισώσεις (3) καὶ (4) μᾶς ἐπιτρέπουν νὰ προσδιορίζωμεν τὸ διάστημα, τὸ ὅποῖον διήνυσε τὸ κινητὸν.

Ὅπως ἂν εἶναι $v_0 = 50$ cm/sec καὶ $\gamma = 10$ cm/sec², τότε εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου $t = 2$ sec, τὸ κινητὸν θὰ ἔχῃ διατρέξει διάστημα $s = 100 + 20 = 120$ cm.

61. Νόμοι τῆς ὀμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν τὰς ἐξῆς γενικὰς ἐξισώσεις τῆς ὀμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως.

ἐξισώσεις ὀμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως :	$\gamma = \text{σταθ.}, \quad v = v_0 \pm \gamma \cdot t, \quad s = v_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$
--	---

Ἐὰν τὸ κινητὸν δὲν ἔχῃ ἀρχικὴν ταχύτητα ($v_0 = 0$), τότε αἱ ἀνωτέρω ἐξισώσεις τῆς κινήσεως γράφονται :

$\gamma = \text{σταθ.}, \quad v = \gamma \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$

Αἱ ἀνωτέρω ἐξισώσεις δεικνύουν ὅτι εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ὀμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως χωρὶς ἀρχικὴν ταχύτητα ἰσχύουν οἱ ἀκόλουθοι νόμοι :

Εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὀμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν : α) ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι σταθερά· β) ἡ ταχύτης εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν χρόνον τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ· γ) τὸ διανυόμενον διάστημα εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὸ τετράγωνον τοῦ χρόνου τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ.

62. Διάρκεια τῆς κινήσεως καὶ ὀλικὸν διάστημα εἰς τὴν ὀμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν. Ἐστω ὅτι κινητὸν ἔχει ὀμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν καὶ ὅτι ἡ ἀρχικὴ ταχύτης του εἶναι v_0 καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι γ . Τότε αἱ ἐξισώσεις τῆς κινήσεώς του εἶναι :

$$v = v_0 - \gamma \cdot t \quad s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$$

Τὸ κινητὸν θὰ σταματήσει μετὰ χρόνον t , ὅποτε ἡ ταχύτης του θὰ μηδενισθῇ. Τότε εἶναι :

$$0 = v_0 - \gamma \cdot t \quad \text{ἄρα} \quad t = \frac{v_0}{\gamma}$$

Ἡ ἄνωτέρω σχέσις μᾶς δίδει τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως. Ἐὰν θέσωμεν τὴν εὑρεθεῖσαν τιμὴν τοῦ χρόνου τῆς κινήσεως εἰς τὴν ἐξίσωσιν τοῦ διαστήματος, θὰ εὑρωμεν ὅτι τὸ ὅλικόν διάστημα εἶναι :

$$s = v_0 \cdot \left(\frac{v_0}{\gamma} \right) - \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot \left(\frac{v_0}{\gamma} \right)^2 = \frac{v_0^2}{2\gamma}$$

Ἄρα εἰς τὴν ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν εἶναι :

διάρκεια τῆς κινήσεως: $t = \frac{v_0}{\gamma}$ ὅλικόν διάστημα: $s = \frac{v_0^2}{2\gamma}$
--

ΠΤΩΣΙΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

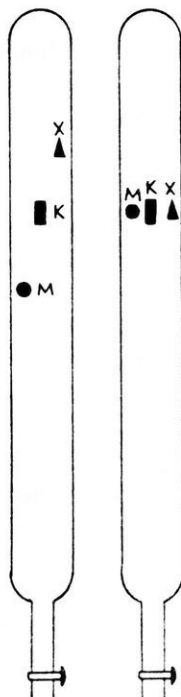
63. Ἐρευνα τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων. Πρῶτος ὁ Γαλιλαῖος ἀπέδειξεν ὅτι :

Ἡ πτώσις τῶν σωμάτων εἶναι μία ἀπλουστάτη εὐθύγραμμος ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις.

Τοῦτο θὰ ἀποδείξωμεν κατωτέρω πειραματικῶς. Τὸ νῆμα τῆς στάθμης φανερώνει ὅτι τὰ σώματα πίπτουν κατὰ κορυφῶς.

64. Πτώσις τῶν σωμάτων εἰς τὸ κενόν.

Λαμβάνομεν σωλῆνα ὑάλινον (σχ. 67) μήκους 2 m περίπου, ὁ ὁποῖος εἶναι κλειστός κατὰ τὸ ἓν ἄκρον, εἰς δὲ τὸ ἄλλο φέρει στρόφιγγα. Ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ὑπάρχουν μικρὸν τεμάχιον μολύβδου (M), τεμάχιον κιμωλίας (K) καὶ τεμάχιον χάρτου (X). Ὅταν ὁ



Σχ. 67. Σωλὴν τοῦ Νεύτωνος

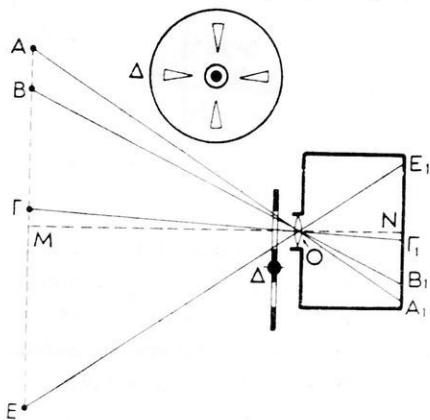
σωλήν περιέχει αέρα, αναστρέφουμεν αποτόμως τὸν σωλήνα. Παρατηροῦμεν ὅτι πρῶτος πίπτει ὁ μόλυβδος. Ἀφαιροῦμεν τὸν αέρα ἀπὸ τὸν σωλήνα καὶ ἐπαναλαμβάνομεν τὸ πείραμα. Παρατηροῦμεν ὅτι τὰ τρία σώματα φθάνουν συγχρόνως εἰς τὸ κατώτερον ἄκρον τοῦ σωλήνος. Ἀπὸ τὸ πείραμα τοῦτο συνάγομεν ὅτι :

Εἰς τὸ κενὸν ὅλα τὰ σώματα πίπτουν συγχρόνως.

Τὸ ἀνωτέρω ἐξαχόμενον δὲν μᾶς ἐξηγεῖ τί εἶδους κινήσεις εἶναι ἡ πτώσις τῶν σωμάτων.

65. Προσδιορισμὸς τοῦ εἶδους τῆς κινήσεως. Τὰ σώματα πίπτουν κατακορύφως. Ἄρα ἡ πτώσις τῶν σωμάτων εἶναι εὐθύγραμμος κίνησις. Διὰ νὰ ἀποδείξωμεν ὅτι ἡ πτώσις τῶν σωμάτων εἶναι κίνησις ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη χρησιμοποιοῦμεν σήμερον τὴν ἀκόλουθον μέθοδον.

Μέθοδος χρονοφωτογραφική. Ἐμπροσθεν ἐνὸς μαύρου πετάσματος ἀφήνομεν νὰ πέσῃ ἐλευθέρως μία σφαῖρα ἀπὸ γάλυβα, τὴν ὁποίαν ἔχομεν χρωματίσει λευκὴν. Κατὰ χρονικά διαστήματα πολὺ μικρὰ λαμβάνομεν φωτογραφίαν τοῦ πίπτοντος σώματος. Πρὸς τοῦτο ἔμπροσθεν τοῦ φακοῦ τῆς φωτογραφικῆς μηχανῆς στρέφεται ἱσοταχῶς ἀδιαφανὴς δίσκος, ὁ ὁποῖος



φέρει ὁπὰς κανονικῶς διατεταγμένους (σχ. 68). Οὕτως, ἐὰν ὁ δίσκος ἐκτελῇ 5 στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον καὶ ἐὰν ὁ δίσκος φέρῃ 4 ὁπὰς, τότε αἱ διαδοχικαὶ φωτογραφίαι λαμβάνονται κατὰ χρονικά διαστήματα ἴσα μὲν $1/20$ τοῦ δευτερολέπτου. Ἡ σφαῖρα φωτίζεται ἰσχυρῶς μετὰ τὴν βοήθειαν ἡλεκτρικοῦ τόξου. Μετὰ τὴν ἐμφάνισιν, παρατηροῦμεν ἐπὶ τῆς πλάκας μίαν σειρὰν εἰδω-

λων A_1, B_1, Γ_1, E_1 . Τὰ εἰδωλα αὐτὰ εἶναι τὰ εἰδωλα τῆς σφαίρας, τὰ ὁποῖα λαμβάνονται, ὅταν μία ὁπὴ τοῦ δίσκου διέρχεται ἔμπροσθεν τοῦ

Σχ. 68. Μέθοδος χρονοφωτογραφική

φακοῦ τῆς μηχανῆς. Κατὰ τὰς ἀντιστοίχους χρονικὰς στιγμὰς ἡ σφαῖρα εὐρίσκεται εἰς τὰς θέσεις Α, Β, Γ, Ε.. Ἀπὸ τὰ σχηματιζόμενα ὅμοια τρίγωνα εὐρίσκομεν ὅτι εἶναι :

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1\Gamma_1}{B\Gamma} = \frac{\Gamma_1E_1}{\Gamma E} = \frac{ON}{OM} = \kappa$$

Ὁ λόγος κ εἶναι σταθερός. Ἀπὸ τὴν προηγουμένην σχέσιν εὐρίσκομεν :

$$A_1B_1 = \kappa \cdot AB, \quad B_1\Gamma_1 = \kappa \cdot B\Gamma, \quad \Gamma_1E_1 = \kappa \cdot \Gamma E$$

Αἱ ἀποστάσεις A_1B_1 , $B_1\Gamma_1$, Γ_1E_1 , ... εἶναι τὰ διαστήματα, τὰ ὅποια διήνυσε τὸ εἰδῶλον τῆς σφαίρας ἐντὸς ἴσων χρονικῶν διαστημάτων. Παρατηροῦμεν ὅτι τὰ διαστήματα τὰ διανυθέντα ὑπὸ τοῦ εἰδῶλου εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ διαστήματα τὰ ὅποια διήνυσεν ἡ σφαῖρα.

Ἐστω ὅτι εἰς τὴν ἀρχὴν τῶν χρόνων ἡ σφαῖρα εὐρίσκετο εἰς τὴν θέσιν Α, χωρὶς ἀρχικὴν ταχύτητα. Ἐὰν μετρήσωμεν τὰς ἀποστάσεις τῶν εἰδῶλων, εὐρίσκομεν ὅτι τὰ διαστήματα, τὰ ὅποια διήνυσεν τὸ εἰδῶλον τῆς σφαίρας, εἶναι :

$$A_1\Gamma_1 = 4 \cdot A_1B_1 \quad A_1E_1 = 9 \cdot A_1B_1$$

ἦτοι τὰ διαστήματα τὰ διανυόμενα ὑπὸ τοῦ εἰδῶλου τῆς σφαίρας εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ τετράγωνα τῶν χρόνων, ἐντὸς τῶν ὁποίων διηγύθησαν. Τὸν αὐτὸν ὅμως νόμον ἀκολουθοῦν καὶ τὰ διαστήματα, τὰ ὅποια διανύονται ἀπὸ τὴν πίπτουσαν σφαῖραν. Ἀρα :

Ἡ πτώσις τῆς σφαίρας εἶναι κίνησις ὁμαλῶς ἐπιταχυνόμενη.

Ἀπὸ τὸ πείραμα τοῦτο εἶναι εὐκὸλον νὰ εὕρωμεν τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς ἐλευθέρας πτώσεως τῆς σφαίρας.

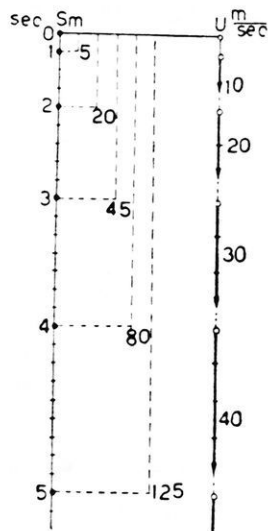
66. Ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων. Εἶδομεν ὅτι εἰς τὸ κενὸν ὅλα τὰ σώματα πίπτουν συγχρόνως. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ σώματα. Αὕτη παριστάνεται μὲ τὸ γράμμα g . Ἀκριβῆ πειράματα ἀπέδειξαν ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων ἔχει περίπου τὴν τιμὴν : $g = 981 \text{ cm/sec}^2$. Ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων δὲν ἔχει τὴν αὐτὴν τιμὴν εἰς ὅλους τοὺς τόπους τῆς Γῆς. Οὕτως εἰς τὸν ἰσημερινὸν εἶναι : $g = 978 \text{ cm/sec}^2$, ἐνῶ εἰς τὸν πόλον εἶναι : $g = 983 \text{ cm/sec}^2$. Εὐρέθη λοιπὸν ὅτι :

Εἰς τὸν αὐτὸν τρόπον ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων εἶναι σταθερά.

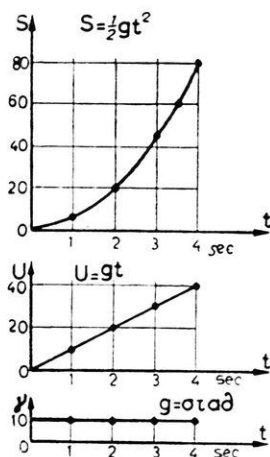
Ἡ τιμὴ τοῦ g εὐρίσκεται ἀκριβῶς μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ ἐκκρεμοῦς.

67. Νόμοι τῆς ἐλευθέρως πτώσεως τῶν σωμάτων. Ἀπὸ τὴν πειραματικὴν ἔρευναν συνάγονται οἱ ἀκόλουθοι νόμοι τῆς ἐλευθέρως πτώσεως τῶν σωμάτων :

I. Ἡ ἐλευθέρως πτώσις τῶν σωμάτων εἶναι κατακόρυφος κίνησις ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη.



Σχ. 69. Διάστημα καὶ ταχύτης κατὰ τὴν ἐλευθέρως πτώσιν



Σχ. 70. Γραφικὴ παράστασις τῶν νόμων τῆς ἐλευθέρως πτώσεως τῶν σωμάτων

II. Ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων εἶναι εἰς τὸν αὐτὸν τρόπον σταθερά δι' ὅλα τὰ σώματα.

	ἐπιτάχυνσις :	$g = \text{σταθ.}$
νόμοι ἐλευθέρως πτώσεως :	ταχύτης :	$v = g \cdot t$
	διάστημα :	$s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$

Εἰς τὸ σχῆμα 69 δεικνύονται αἱ τιμαὶ τῶν διαστημάτων καὶ τῶν ταχυτήτων, ἐλήφθη δὲ ὅτι κατὰ προσέγγισιν εἶναι $g = 10 \text{ m/sec}^2$. Εἰς τὸ σχῆμα 70 δεικνύονται γραφικῶς αἱ μεταβολαὶ τῶν μεγεθῶν s , v καὶ g συναρτήσας τοῦ χρόνου (διὰ $t = 0$ ἕως $t = 4 \text{ sec}$).

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

37. Ἀπὸ τὰς δύο πόλεις A καὶ B ἀναχωροῦν συγχρόνως δύο ἀμαξοστοιχίαι, αἱ ὁποῖαι κινοῦνται ἢ μὲν πρώτη ἐκ τῆς A πρὸς τὴν B , ἢ δὲ δευτέρα ἀντιθέτως. Ἡ πρώτη ἔχει σταθερὰν ταχύτητα 92 km/h , ἡ δὲ δευτέρα ἔχει ταχύτητα 78 km/h . Ἡ ἀπόστασις τῶν δύο πόλεων εἶναι 203 km . Νὰ εὑρεθῇ εἰς πόσῃν ἀπόστασιν ἀπὸ τὴν πόλιν A θὰ συναντηθοῦν αἱ δύο ἀμαξοστοιχίαι καὶ κατὰ ποίαν χρονικὴν στιγμήν.

38. Μία ταχεῖα ἀμαξοστοιχία ἀναχωρεῖ ἀπὸ τὴν πόλιν A κατὰ τὴν $7 \text{ h } 05 \text{ min}$ καὶ ἀφοῦ διατρέξῃ διάστημα $129,5 \text{ km}$ φθάνει εἰς τὴν πόλιν B κατὰ τὴν $8 \text{ h } 43 \text{ min}$. Πόση εἶναι ἡ μέση ταχύτης τῆς ἀμαξοστοιχίας :

39. Σῶμα ἀναχωρεῖ ἐκ τῆς ἡρεμίας καὶ κινούμενον μὲ ἐπιτάχυνσιν 4 cm/sec^2 διανύει διάστημα 50 m . Ἐπὶ πόσον χρόνον ἐκινήθη καὶ πόση εἶναι ἡ τελικὴ ταχύτης του ;

4. Σῶμα ἀναχωρεῖ ἐκ τῆς ἡρεμίας καὶ κινούμενον ἐπὶ 20 sec μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν διανύει διάστημα $0,8 \text{ km}$. Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις :

41. Μία ἀτμομηχανὴ σιδηροδρομὸν ἀναχωρεῖ ἀπὸ ἓνα σταθμὸν καὶ κινουμένη μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν ἀποκτᾷ ἐντὸς 12 min ταχύτητα 108 km/h . Νὰ εὑρεθῇ πόσον διάστημα διέτρεξεν : 1) ἐντὸς τοῦ πρώτου λεπτοῦ, 2) ἐντὸς τοῦ δευτέρου λεπτοῦ καὶ 3) ἐντὸς τοῦ δωδεκάτου λεπτοῦ.

42. Ὁ σωλὴν πυροβόλου ἔχει μῆκος 2 m . Τὸ βλήμα, κινούμενον ἐντὸς τοῦ σωλῆνος μὲ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν, ἐξέρχεται ἀπὸ τὸ στόμιον τοῦ σωλῆνος μὲ ταχύτητα 400 m/sec . Ἐπὶ πόσον χρόνον ἐκινήθη τὸ βλήμα ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ πόση ἦτο ἡ ἐπιτάχυνσις αὐτοῦ ;

43. Ἀπὸ τὰ ἄκρα A καὶ B μιᾶς εὐθείας ἀναχωροῦν δύο κινητά, τὰ ὁποῖα κινούμενα μὲ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν πλησιάζουν τὸ ἓν πρὸς τὸ ἄλλο μὲ ἀντιστοίχους ἐπιταχύνσεις 1 m/sec^2 καὶ 2 m/sec^2 . Τὸ ἐκ τοῦ A προερχόμενον ἐκκινεῖ 2 sec μετὰ τὴν ἀναχώρησιν τοῦ ἐκ

του B προσερχομένου. Τα δύο κινητά συναντώνται εις ἓν σημεῖον Γ , τὸ ὁποῖον ἀπέχει 25 m ἀπὸ τὸ ἀρχὸν B . Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τῆς εὐθείας AB ;

44. Κινητὸν ἔχει ἀρχικὴν ταχύτητα 10 m/sec καὶ ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 200 cm/sec^2 . Πόση εἶναι ἡ ταχύτης του, ὅταν τὸ κινητὸν διατρέξῃ διάστημα 8 m ;

45. Ἐν σῶμα ἔχει κατὰ μίαν χρονικὴν στιγμὴν ταχύτητα 10 m/sec καὶ μετὰ τὴν στιγμὴν αὐτὴν ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 3 m/sec^2 . Πόσον διάστημα πρέπει νὰ διατρέξῃ, διὰ νὰ διπλασιασθῇ ἡ ταχύτης του;

46. Σῶμα ἔχει ἀρχικὴν ταχύτητα 20 m/sec καὶ ὑφίσταται ἐπιβράδυνσιν $1,2\text{ m/sec}^2$. Πόσον διάστημα πρέπει νὰ διατρέξῃ: α) διὰ νὰ ἐλαττωθῇ ἡ ταχύτης του εἰς τὸ ἥμισυ β) διὰ νὰ σταματήσῃ;

47. Ἐν πίπτον ἐλευθέρως σῶμα ἔχει εἰς ἓν σημεῖον A τῆς τροχιᾶς του ταχύτητα 40 cm/sec καὶ εἰς ἓν χαμηλότερον σημεῖον B , ἔχει ταχύτητα 150 cm/sec . Πόση εἶναι ἡ ἀπόστασις AB τῶν δύο σημείων; $g = 10\text{ m/sec}^2$.

48. Ἀπὸ τὸ χεῖλος φρέατος βάθους 180 m ἀφήνομεν νὰ πέσῃ ἐλευθέρως σῶμα A καὶ μετὰ 1 sec ἀφήνομεν νὰ πέσῃ δεύτερον σῶμα B . Εἰς πόσον ὕψος ἄνωθεν τοῦ πυθμένος τοῦ φρέατος εὐρίσκεται τὸ σῶμα B , ὅταν τὸ A φθάσῃ εἰς τὸν πυθμένα; $g = 10\text{ m/sec}^2$.

49. Δύο σώματα εὐρίσκονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου καὶ τὸ A εὐρίσκεται 300 m ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ B . Ἀφήνεται τὸ A νὰ πέσῃ ἐλευθέρως καὶ μετὰ 6 sec ἀπὸ τῆς ἀναχωρήσεώς του ἀρχίζει νὰ πίπτῃ ἐλευθέρως καὶ τὸ B . Μετὰ πόσα δευτερόλεπτα ἀπὸ τῆς ἐκκινήσεως τοῦ B θὰ συναντηθοῦν τὰ δύο σώματα καὶ εἰς πόσῃ ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ σημεῖον ἐκκινήσεως τοῦ A ; Μετὰ πόσον χρόνον ἀπὸ τῆς συναντήσεώς των ἡ ἀπόστασις τῶν δύο σωμάτων θὰ εἶναι πάλιν 300 m ; $g = 10\text{ m/sec}^2$.

50. Ἀπὸ τὴν κορυφὴν τοῦ πύργου τοῦ Eiffel (ὕψος 300 m) ἐκσφενδονίζεται κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω λίθος μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 35 m/sec . Μὲ πόσῃ ταχύτητα καὶ μετὰ πόσον χρόνον φθάνει ὁ λίθος εἰς τὸ ἔδαφος; $g = 9,8\text{ m/sec}^2$.

51. Μὲ πόσῃ ἀρχικὴν ταχύτητα πρέπει νὰ ἐκσφενδονισθῇ κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω ἓν σῶμα, εὐρισκόμενον εἰς ὕψος 10 m , ὥστε τὸ σῶμα νὰ φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος ἐντὸς 1 sec ; Μὲ πόσῃ ταχύτητα φθάνει τὸ σῶμα εἰς τὸ ἔδαφος;

Η ΔΥΝΑΜΙΣ ΚΑΙ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΥΤΗΣ

ΑΙ ΑΡΧΑΙ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

68. Κίνησις και δύναμις. Εἰς τὰ προηγούμενα κεφάλαια ἐξητάσαμεν τὴν κίνησιν χωρὶς νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὴν αἰτίαν, ἡ ὁποία προκαλεῖ τὴν κίνησιν. Ἡ τοιαύτη ἔρευνα τῆς κινήσεως τῶν σωμάτων καλεῖται *κινητική*. Διὰ τὴν πλήρη ἔρευναν τοῦ φαινομένου τῆς κινήσεως πρέπει νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ *δύναμις*, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος καὶ παράγει τὴν κίνησιν. Ἡ τοιαύτη ἔρευνα τῆς κινήσεως καλεῖται *δυναμική*.

69. Ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας. Ἐκ τῆς πείρας καταφαίνεται ὅτι πρέπει νὰ δώσωμεν διὰ τὴν δύναμιν τὸν ἑξῆς ὅρισμόν :

Δύναμις καλεῖται τὸ αἷτιον, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ προκαλέσῃ κίνησιν ἐνὸς σώματος ἢ τροποποιήσιν τῆς κινήσεως ἐνὸς σώματος.

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω ὁρισμοῦ τῆς δυνάμεως προκύπτει ὅτι, ἂν ἐπὶ ἐνὸς ὑλικοῦ σημείου δὲν ἐνεργῇ καμμία δύναμις, τότε :

α) ἐὰν τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἡρεμῇ, θὰ ἐξακολουθήσῃ νὰ παραμένῃ εἰς ἡρεμίαν·

β) ἐὰν τὸ ὑλικὸν σημεῖον κινῆται, θὰ ἐξακολουθήσῃ νὰ κινῆται κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ φορὰν καὶ μὲ τὴν αὐτὴν ταχύτητα, ἥτοι θὰ ἐξακολουθήσῃ νὰ κινῆται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς.

Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα ἀποτελεῖ τὴν ἀρχὴν τῆς ἀδρανείας καὶ διατυπώνεται ὡς ἑξῆς :

Ἐκαστον σῶμα διατηρεῖ τὴν κατάστασιν τῆς ἡρεμίας ἢ τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεώς του, ἐφ' ὅσον δὲν ἐνεργῇ ἐπ' αὐτοῦ ἐξωτερικὴ δύναμις, διὰ νὰ μεταβάλλῃ τὴν κατάστασιν αὐτὴν.

Ἡ ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας διατυπώθη διὰ πρώτην φορὰν ἀπὸ τὸν Νεύτωνα καὶ δὲν προκύπτει ἀπὸ ἄλλους νόμους· ἐπομένως ἀποτελεῖ « βασικόν ἢ θεμελιώδη » νόμον τῆς Μηχανικῆς, ἥτοι ἀπο-

τελεῖ μίαν « ἀρχὴν » τῆς Μηχανικῆς. Διὰ τὴν ἀλήθειαν τῆς ἀρχῆς αὐτῆς βεβαιούμεθα κυρίως ἀπὸ τὸ γεγονός, ὅτι ὅλα τὰ φαινόμενα τῆς κινήσεως φαίνονται ὡς ἀποτέλεσμα τῆς ἀρχῆς τῆς ἀδράνειας.

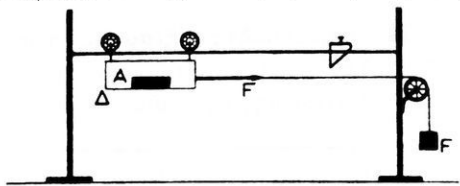
70. Ἀδράνεια τῆς ὕλης. Εἶδομεν ὅτι διὰ τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως ἑνὸς σώματος, πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ ἐπὶ τοῦ σώματος μία ἐξωτερικὴ δύναμις, διότι τὸ σῶμα δὲν δύναται ἀφ' ἑαυτοῦ νὰ μεταβάλλῃ τὴν κινητικὴν του κατάστασιν. Τὸ γεγονός τοῦτο μᾶς ἀναγκάζει νὰ παραδεχθῶμεν ὅτι τὰ σώματα ἀνθίστανται εἰς πᾶσαν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεώς των, με ἄλλους λόγους ὅτι τὰ σώματα τείνουν νὰ διατηρήσουσιν τὴν κεκτημένην κινητικὴν των κατάστασιν. Αὕτῃ ἡ χαρακτηριστικὴ ιδιότης τῆς ὕλης καλεῖται **ἀδράνεια**. Ἡ ἀντίστασις, τὴν ὁποίαν παρουσιάζουν τὰ σώματα εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς των καταστάσεως, ἦτοι ἡ ἀδράνεια αὐτῶν, ἐκδηλώνεται τόσον ἐντονώτερον, ὅσον ταχύτερον προσπαθοῦμεν νὰ ἐπιφέρωμεν αὐτὴν τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως τοῦ σώματος. Οὕτω π.χ. κατὰ τὴν ἀπότομον ἐκκίνησιν ἑνὸς ὀχήματος (τροχιλοδρομικοῦ, λεωφορείου κ.τ.λ.) οἱ ἐπιβάται κλίνουν ἀποτόμως πρὸς τὰ ὀπίσω ἀντιθέτως κατὰ τὴν ἀπότομον στάσιν τοῦ ταχέως κινουμένου ὀχήματος οἱ ἐπιβάται κλίνουν ἀποτόμως πρὸς τὰ ἐμπρός. "Όταν ἡ μεταβολὴ τῆς κινητικῆς καταστάσεως τοῦ σώματος ἐπιφέρεται βαθμιαίως, τότε τὸ σῶμα παρουσιάζει ἀνεπαίσθητον ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς του καταστάσεως.

71. Σχέσις μεταξὺ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς κινήσεως τοῦ σώματος. Πᾶν σῶμα, ὅταν ἀφεθῇ ἐλεύθερον, πίπτει ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του κατὰ κορυφῶς με κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην (§ 67). Ἡ ἐλευθερά πτώσις τοῦ σώματος εἶναι τὸ κινητικὸν ἀποτέλεσμα, τὸ ὁποῖον ἐπιφέρει ἐπὶ τοῦ σώματος ἡ συνεχὴς δρᾶσις τῆς σταθερᾶς δυνάμεως, τὴν ὁποίαν ἐκαλέσαμεν βάρος τοῦ σώματος (§ 41). Γενικεύοντες τὰ ἀνωτέρω καταλήγουμεν εἰς τὸν ἀκόλουθον νόμον :

"Όταν ἐπὶ ἑνὸς σώματος, εὕρισκομένου ἀρχικῶς εἰς ἡρεμίαν, ἐνεργήσῃ συνεχῶς μία δύναμις σταθερὰ κατ' ἔντασιν καὶ διεύθυνσιν, τὸ σῶμα ἀποκτᾷ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κατὰ τὴν διεύθυνσιν καὶ τὴν φορὰν τῆς δυνάμεως.

72. Σχέσις μεταξύ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως.

Ἐπὶ ἑνὸς ἀρχικῶς ἡρεμοῦντος σώματος ἐνεργεῖ σταθερὰ δύναμις F , ἡ ὁποία προσδίδει εἰς τὸ σῶμα σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν γ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς. Διὰ νὰ εὗρωμεν ποία σχέσις ὑπάρχει μεταξύ τῆς κιν. οὐσίας δυνάμεως F καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως γ , τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα, πειραματιζόμεθα μετὰ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 71. Τὸ μικρὸν εὐκίνητον ὄχημα Δ σύρεται ὑπὸ τῆς σταθερᾶς δυνάμεως F , ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ νήματος. Τὸ ὄχημα ἀποκτᾷ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην. Εὐρίσκομεν τὸ διάστημα s , τὸ ὁποῖον διανύει τὸ ὄχημα ἐν τῷ ὀρισμένῳ χρόνῳ t .



Σχ. 71. Τὸ ὄχημα Δ ἀποκτᾷ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην

Οὕτως ἀπὸ τῆς σχέσιν $\gamma = \frac{2s}{t^2}$ προσδιορίζομεν τὴν ἐπιτάχυνσιν γ . Ἐὰν ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργήσῃ δύναμις διπλασία $2F$, τριπλασία $3F$, εὐρίσκομεν ὅτι καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις γίνεται διπλασία 2γ , τριπλασία 3γ . Τὸ πείραμα λοιπὸν ἀποδεικνύει ὅτι :

Ἡ ἐπιτάχυνσις (γ), τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως (F), εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν.

73. Σχέσις μεταξύ τῆς μάζης τοῦ σώματος καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως. Πειραματιζόμεθα πάλιν μετὰ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 71. Ὄταν ἡ μᾶζα τοῦ συστήματος (ὄχημα καὶ σῶμα A) εἶναι m , ἡ δύναμις F προσδίδει εἰς τὸ σύστημα ἐπιτάχυνσιν γ . Ἐὰν ἡ μᾶζα τοῦ συστήματος γίνῃ διπλασία $2m$, τριπλασία $3m$, τότε εὐρίσκομεν ὅτι ἡ αὐτὴ δύναμις F προσδίδει εἰς τὸ σύστημα ἀντιστοίχους ἐπιταχύνσεις $\frac{\gamma}{2}$, $\frac{\gamma}{3}$. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει λοιπὸν ὅτι :

Ἡ ἐπιτάχυνσις (γ), τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως (F), εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν (m) τοῦ σώματος.

Ἡ μᾶζα m ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως F ἀποκτᾷ ἐπιτάχυν-

σιν γ . Διὰ τὴν ἀποκτήσῃ καὶ ἡ μᾶζα $2m$ ἐπιτάχυνσιν γ , πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ διπλασία δύναμις $2F$. Ὁμοίως διὰ τὴν ἀποκτήσῃ ἡ μᾶζα $3m$ ἐπιτάχυνσιν γ , πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ δύναμις $3F$. Ἐκ τούτων συνάγεται ὅτι :

Ἡ δύναμις (F), ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ἀποκτήσῃ τὸ σῶμα ὀρισμένην ἐπιτάχυνσιν (γ), εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν (m) τοῦ σώματος.

74. Θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς δυναμικῆς. Ὁρισμός τῆς μάζης. Ἀπὸ τὴν πειραματικὴν ἔρευναν (§ 72, § 73) συνάγεται ἡ ἀκόλουθος θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς δυναμικῆς :

$$\text{Θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς δυναμικῆς : } F = m \cdot \gamma$$

Ἡ ἀνωτέρω ἐξίσωσις συνδέει τὸ αἷτιον, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὴν κίνησιν (δηλ. τὴν δύναμιν), μετὰ τὸ κινητικὸν ἀποτέλεσμα (δηλ. τὴν ἐπιτάχυνσιν) καὶ δεικνύει ὅτι :

Ἡ δύναμις (F), ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν (m) τοῦ σώματος καὶ ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν (γ), τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα.

Ἀπὸ τὴν εὐρεθεῖσαν θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῆς δυναμικῆς προκύπτει καὶ ὁ ἀκόλουθος δυναμικὸς ὁρισμὸς τῆς μάζης :

Μᾶζα ἐνὸς σώματος καλεῖται τὸ σταθερὸν πηλίκον τῆς δυνάμεως, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος, πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν, τὴν ὁποίαν ἡ δύναμις αὕτη προσδίδει εἰς τὸ σῶμα.

$$\text{μᾶζα} = \frac{\text{δύναμις}}{\text{ἐπιτάχυνσις}} \quad m = \frac{F}{\gamma}$$

75. Ἀρχὴ τῆς ἀφθαρσίας τῆς μάζης. Πρῶτος ὁ Lavoisier ἀπέδειξε πειραματικῶς ὅτι ἡ μᾶζα τῶν σωμάτων διατηρεῖται ἀμετάβλητος. Τὸ συμπέρασμα τοῦτο ἀποτελεῖ τὴν θεμελιώδη ἀρχὴν τῆς ἀφθαρσίας τῆς μάζης καὶ διατυπώνεται ὡς ἑξῆς :

Εἰς ὅλα τὰ φυσικὰ ἢ χημικὰ φαινόμενα ἡ μᾶζα τοῦ συνόλου τῶν σωμάτων, τὰ ὁποῖα ὑφίστανται τὴν μεταβολήν, διατηρεῖται σταθερά.

76. Μονάδες δυνάμεως. Είς τὰ συστήματα μονάδων C.G.S. και M.K.S.A. ἡ μονὰς δυνάμεως ὀρίζεται ἀπὸ τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$. Οὕτω εὐρίσκομεν ὅτι :

Εἰς τὸ σύστημα μονάδων C.G.S. μονὰς δυνάμεως εἶναι ἡ 1 δύνη (1 dyn), ἥτοι ἡ δύναμις ἡ ὁποία, ἐνεργοῦσα συνεχῶς ἐπὶ μάζης 1 gr, προσδίδει εἰς αὐτὴν ἐπιτάχυνσιν $1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$.

$$1 \text{ dyn} = 1 \text{ gr} \cdot 1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} \quad \tilde{\gamma} \quad 1 \text{ dyn} = 1 \text{ gr} \cdot \text{cm/sec}^2.$$

Εἰς τὸ σύστημα μονάδων M.K.S.A. μονὰς δυνάμεως εἶναι τὸ 1 Newton (1 N), ἥτοι ἡ δύναμις ἡ ὁποία, ἐνεργοῦσα συνεχῶς ἐπὶ μάζης 1 kgr, προσδίδει εἰς αὐτὴν ἐπιτάχυνσιν $1 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.

$$1 \text{ Newton} = 1 \text{ kgr} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \tilde{\gamma} \quad 1 \text{ Newton} = 1 \text{ kgr} \cdot \text{m/sec}^2$$

Εὐκόλως εὐρίσκομεν ὅτι εἶναι $1 \text{ Newton} = 10^5 \text{ dyn}$.

77. Σχέσεις μεταξὺ γραμμαρίου βάρους (gr*) καὶ δύνης.
'Ἡ μᾶζα 1 γραμμαρίου (1 gr) ἔχει ἐξ ὀρισμοῦ βάρος ἴσον μὲ 1 γραμμάριον βάρους (1 gr*). Ἐὰν ἡ μᾶζα αὐτὴ ἀφεθῇ ἐλευθέρᾳ, θὰ πέσῃ μὲ ἐπιτάχυνσιν $g = 981 \text{ cm/sec}^2$. Συμφώνως πρὸς τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$, ἔχομεν ὅτι :

$$1 \text{ gr}^* = 1 \text{ gr} \times 981 \text{ cm/sec}^2 = 981 \text{ dyn}. \quad \text{Ἄρα } 1 \text{ kgr}^* = 9,81 \cdot 10^5 \text{ dyn}.$$

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις δυνάμεθα νὰ λαμβάνωμεν κατὰ προσέγγισιν : $1 \text{ gr}^* = 1000 \text{ dyn}$ καὶ $1 \text{ kgr}^* \approx 10^6 \text{ dyn}$.

78. Ἐφαρμογὴ τῆς θεμελιώδους ἐξισώσεως $F = m \cdot \gamma$ εἰς τὴν πτώσιν τῶν σωμάτων. Ἐν σῶμα, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζαν m , ὅταν ἀφεθῇ ἐλευθέρῳ, πίπτει ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους τοῦ B μὲ ἐπιτάχυνσιν g . Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν, ἐφαρμόζοντες τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$, ἔχομεν :

$$\text{ἄρος σώματος : } B = m \cdot g$$

Ὅπως εἰς τὴν ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$, οὕτω καὶ εἰς τὴν ἐξίσωσιν

$B = m \cdot g$ είναι δυνατόν να μετρούνται τα μεγέθη εις μονάδας C.G.S. ή M.K.S.A.

79. Συνέπεια της σχέσεως: $B = m \cdot g$. Θεωρούμεν δύο σώματα, τα όποια έχουν μάζας m_1 και m_2 . Εις τόν τόπον μας ή επιτάχυνσις g τής πτώσεως είναι ή αὐτή και διὰ τὰ δύο σώματα. Ἐάν με δυναμόμετρον εὐρωμεν ὅτι τὰ δύο σώματα ἔχουν τὸ αὐτὸ βάρος B τότε είναι :

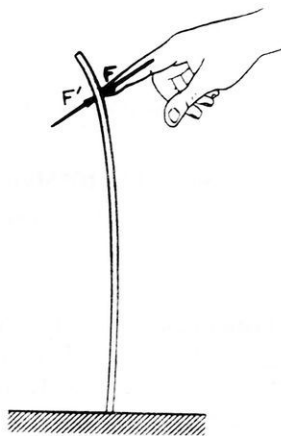
$$B = m_1 \cdot g = m_2 \cdot g \quad \text{ἔρα} \quad m_1 = m_2$$

Ἐάν δύο σώματα ἔχουν εἰς τὸν αὐτὸν τόπον ἴσα βάρη, θὰ ἔχουν και ἴσας μάζας.

Ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω ἀρχῆς στηρίζεται ή στατική μέτρησις τῆς μάζης (§ 14). Τὴν ἰσότητά τοῦ βάρους τῶν δύο σωμάτων τὴν εὐρίσκουμεν με τὸν ζυγὸν ή τὸ δυναμόμετρον. Ἐάν μεταφερθῶμεν εἰς ἄλλον τόπον, ή επιτάχυνσις τῆς πτώσεως μεταβάλλεται και γίνεται g' . Ἀλλὰ τὰ δύο σώματα, ἐπειδὴ ἔχουν ἴσας μάζας, θὰ ἔχουν πάλιν τὸ αὐτὸ βάρος B'

$$\text{ἦτοι} \quad B' = m_1 \cdot g' = m_2 \cdot g'$$

Ἐάν εἰς ἓνα τόπον τὰ βάρη δύο σωμάτων είναι ἴσα μεταξύ των, τότε και εἰς οἰονδήποτε ἄλλον τόπον τὰ βάρη τῶν δύο σωμάτων είναι ἴσα μεταξύ των.



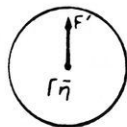
80. Ἀρχή τῆς δράσεως και ἀντιδράσεως. Ὁ Νεύτων, ἐκτός τῆς ἀρχῆς τῆς ἀδρανείας (§ 69), διετύπωσε και τὴν ἀκόλουθον ἀρχὴν τῆς δράσεως και ἀντιδράσεως :

Σχ. 72. Τὸ ἔλασμα ἀντιδρᾷ με δύναμιν ἴσην και ἀντίθετον

Ὅταν ἓν σῶμα A ἐξασκῇ ἐπὶ ἄλλου σώματος B μίαν δύναμιν, τότε και τὸ σῶμα B ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος A δύναμιν ἴσην και ἀντίθετον.

Ἡ μία ἐκ τῶν δυνάμεων τούτων καλεῖται **δρᾶσις**, ή δὲ ἄλλη κα-

λείται **ἀντίδρασις**. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως αἱ δυνάμεις ἐμφανίζονται εἰς τὴν Φύσιν κατὰ ζεύγη. Οὕτως, ὅταν μὲ τὸν δάκτυλόν μας ἐξασχοῦμεν ἐπὶ ἐλάσματος μίαν δύναμιν F (σχ. 72), τότε καὶ τὸ ἔλασμα ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ δακτύλου μας μίαν δύναμιν F' ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F . Εἰς τὸ παράδειγμα τοῦτο τὰ δύο ἀλληλεπιδρῶντα σώματα εὐρίσκονται εἰς ἐπαφὴν. Εἶναι ὅμως δυνατόν τὰ δύο ἀλληλεπιδρῶντα σώματα νὰ εὐρίσκωνται εἰς ἀπόστασιν τὸ ἐν ἀπὸ τοῦ ἄλλο. Οὕτως ἡ $\Gamma\eta$ ἐξασκεῖ ἐπὶ ἐνὸς λίθου μίαν ἑλξιν F , τὴν ὁποίαν καλοῦμεν βάρος (σχ. 73)· ἀλλὰ συγχρόνως καὶ ὁ λίθος ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς $\Gamma\eta$ ς μίαν δύναμιν F' ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F . Εἶναι φανερόν ὅτι ἡ μικρὰ σχετικῶς δύναμις F' εἶναι ἀνίκανος νὰ κινήσῃ τὴν $\Gamma\eta$ ν πρὸς τὸν λίθον καὶ διὰ τοῦτο δὲν γίνεται ἀντιληπτή.



Σχ. 73. Ὁ λίθος ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς $\Gamma\eta$ ς ἑλξιν F' , ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F

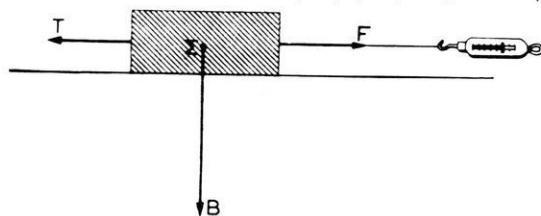
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

52. Σῶμα μάζης $19,62 \text{ kg}$ κινεῖται μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν $1,5 \text{ m/sec}^2$. Πόση εἶναι ἡ κινουσα δύναμις;
53. Σῶμα μάζης 2 kg κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν σταθερᾶς δυνάμεως $1,5 \text{ kg} \cdot \text{m/sec}^2$. Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς κινήσεως;
54. Σῶμα μάζης 10 gr ἀρχικῶς ἠρεμεῖ. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργεῖ ἐπὶ 4 sec δύναμις $2 \text{ gr} \cdot \text{m/sec}^2$. Πόσον διάστημα διανύει τὸ σῶμα ἐντὸς 6 sec ;
55. Ὁ σωλὴν πυροβόλου ἔχει μῆκος 3 m . Τὸ ἐκσφενδονιζόμενον βλήμα ἔχει μᾶζαν 1 kg καὶ ἐξέρχεται ἀπὸ τὸ στόμιον τοῦ σωλῆρος μὲ ταχύτητα 850 m/sec . Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ βλήματος ἐντὸς τοῦ σωλῆρος καὶ ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ βλήματος ἔνεκα τῶν ἀερίων τῆς ἐκρήξεως, ἂν ὑποθεθῇ ὅτι ἡ δύναμις αὕτη διατηρεῖται σταθερά.
56. Βλήμα ἔχει μᾶζαν 200 gr καὶ ἐκσφενδονίζεται ἀπὸ τὴν κάνην ὄπλου, ἡ ὁποία ἔχει μῆκος 50 cm . Ἐὰν ἡ δύναμις τῶν ἀερίων τῆς ἐκρήξεως ἐντὸς τῆς κάνης εἶναι κατὰ μέσον ὅρον ἴση μὲ 25 tn , νὰ εὐρεθῇ πόση εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ βλήματος, ὅταν τοῦτο ἐξέρχεται ἀπὸ τὴν κάνην. Αἱ τριβαὶ ἐντὸς τῆς κάνης παραλείπονται.
57. Ἐπὶ ἐνὸς σώματος ἐνεργεῖ δύναμις 4500 dyn , ἡ ὁποία κινεῖ τὸ

σῶμα κατὰ τὴν διεύθυνσίν της. Κατὰ μίαν ὁρισμένην χρονικὴν στιγμήν ἡ ταχύτης τοῦ σώματος εἶναι 60 cm/sec , μετὰ 8 sec βραδύτερον ἡ ταχύτης εἶναι 105 cm/sec . Πόση εἶναι ἡ μάζα τοῦ σώματος;

ΤΡΙΒΗ

81. Τριβὴ ὀλισθήσεως. Ἐπὶ ὁριζοντίας τραπέζης σύρομεν ἓν σῶμα οὕτως, ὥστε τὸ σῶμα νὰ ὀλισθαίνει ἰσοταχῶς. Παρατηροῦμεν τότε ὅτι, διὰ νὰ διατηρηθῇ ἡ ἰσοταχὴς κίνησις τοῦ σώματος, πρέπει νὰ ἐνεργῇ συνεχῶς ἐπὶ τοῦ σώματος μία σταθερὰ δύναμις, τὴν ὁποίαν δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν με δυναμόμετρον (σχ. 74). Ἡ



Σχ. 74. Μέτρησης τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως

δύναμις αὕτη F , ἂν καὶ ἐνεργῇ συνεχῶς ἐπὶ τοῦ σώματος, ἐν τούτοις δὲν προσδίδει εἰς αὐτὸ ἐπιτάχυνσιν. Ἄρα ἡ δύναμις F ἰσορροπεῖ καθ' ἐκάστην στιγμήν μίαν

ἄλλην ὁριζοντίαν καὶ ἀντιθέτου φορᾶς δύναμιν T , ἡ ὁποία ἀντιτίθεται εἰς τὴν μετακίνησιν τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὴν τράπεζαν. Ἡ ἀντιδρῶσα αὕτη δύναμις καλεῖται **τριβὴ ὀλισθήσεως**. Ἡ ἔντασις τῆς δυνάμεως αὐτῆς εἶναι ἴση μετὰ τὴν ἔντασιν τῆς δυνάμεως F , τὴν ὁποίαν μετροῦμεν μετὰ τὸ δυναμόμετρον. Ὡστε :

I. Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι δύναμις, ἡ ὁποία ἔχει πάντοτε φορὰν ἀντίθετον πρὸς τὴν φορὰν τῆς κινήσεως.

II. Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἴση μετὰ τὴν δύναμιν ἐκείνην, ἡ ὁποία διατηρεῖ τὴν κίνησιν, χωρὶς νὰ προσδίδῃ ἐπιτάχυνσιν.

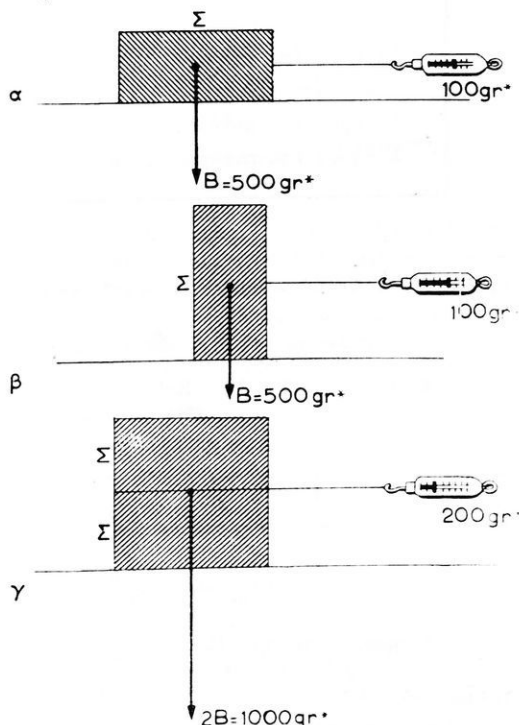
82. Νόμος τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως. α) Ὄταν τὸ σῶμα κινῆται ἰσοταχῶς ἐπὶ τῆς ὁριζοντίας τραπέζης (σχ. 75 α), παρατηροῦμεν ὅτι τὸ δυναμόμετρον δεικνύει τὴν αὐτὴν πάντοτε ἔνδειξιν, εἴτε βραδέως εἴτε ταχέως κινεῖται τὸ σῶμα. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν ταχύτητα.

β) Ὄταν τὸ αὐτὸ σῶμα στηριχθῇ ἐπὶ τῆς τραπέζης με μικροτέραν

ἔδραν του, τὸ δυναμόμετρον δεικνύει πάλιν τὴν αὐτὴν ἔνδειξιν (σχ. 75 β). "Ὡστε ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς ἐπιφανείας ἐπαφῆς τῶν δύο σωμάτων.

γ) Ἐὰν διπλασιασθῇ τὸ βάρος τοῦ σώματος, τὸ δυναμόμετρον δεικνύει ὅτι τώρα ἀντιτίθεται εἰς τὴν κίνησιν διπλασία δύναμις (σχ. 75 γ) "Ἀρα ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν, μὲ τὴν ὁποίαν τὸ σῶμα πιέζει καθέτως τὸ ἐπίπεδον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ὀλισθαίνει (καθέτος δύναμις). Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι :

Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως (T) εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν ταχύτητα καὶ τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας ἐπαφῆς, εἶναι δὲ ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν (F_k), ἡ ὁποία ἐνεργεῖ καθέτως πρὸς τὸ ἐπίπεδον ὀλισθήσεως.



Σχ. 75. Διὰ τὴν εὕρεσιν τῶν νόμων τῆς τριβῆς

τριβὴ ὀλισθήσεως: $T = \eta \cdot F_k$

ὅπου η εἶναι ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως, ὁ ὁποῖος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν δύο ἐπιφανειῶν. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως ἐλαττοῦται, ἂν μεταξὺ τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν παρεμβληθῇ στρώμα λιπαντικοῦ ὑγροῦ.

$$\text{Συντελεσται τριβῆς ὀλισθήσεως } \eta = \frac{T}{F_K}$$

Σίδηρος ἐπὶ πάγου	0,014
Ξύλον ἐπὶ ξύλου	0,400
Σίδηρος ἐπὶ σιδήρου χωρὶς λίπανσιν	0,150
Σίδηρος ἐπὶ σιδήρου μὲ λίπανσιν	0,060

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Τεμάχιον σιδήρου, ἔχον σχῆμα ὀρθογωνίου παραλλήλε-
πιπέδου καὶ βάρος 100 gr*, εὐρίσκεται ἐπὶ ὀριζοντίας τραπέζης. Ἐπὶ τοῦ σώματος
ἐφαρμόζεται ὀριζοντία δύναμις $F = 80 \text{ gr}^*$. Νά εὐρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς κινήσεως
εἰς τὰς ἐξῆς δύο περιπτώσεις: α) ἂν θεωρήσωμεν ὅτι δὲν ὑπάρχει τριβὴ καὶ β) ὅταν
δοθῇ ὅτι ὁ συντελεστής τριβῆς ὀλισθήσεως εἶναι $\eta = 0,20$.

α) Κίνησις χωρὶς τριβῆν. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργεῖ μόνον ἡ ὀριζοντία δύ-
ναμις $F = 80 \text{ gr}^*$. Ἡ δύναμις αὕτη εἰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S. εἶναι ἴση
μὲ $F = 8 \cdot 10^4 \text{ dyn}$ (διότι κατὰ προσέγγισιν εἶναι $1 \text{ gr}^* = 1000 \text{ dyn}$). Ἡ μᾶ-
ζα τοῦ σώματος εἰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S. εἶναι $m = 100 \text{ gr}$ (ἐπειδὴ
τὸ βάρος του εἶναι $B = 100 \text{ gr}^*$). Λύοντες τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$ ὡς
πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν γ εὐρίσκομεν αὐτὴν εἰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S.:

$$\gamma = \frac{F}{m} = \frac{8 \cdot 10^4 \text{ dyn}}{100 \text{ gr}} = 800 \text{ cm/sec}^2$$

β) Κίνησις μὲ τριβὴν. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργοῦν τώρα δύο ὀριζόντιοι δυ-
νάμεις, ἡ δύναμις $F = 8 \cdot 10^4 \text{ dyn}$ καὶ ἡ ἀντιθέτου φορᾶς τριβὴ T . Διὰ τὸν ὑπο-
λογισμὸν τῆς τριβῆς T ἐκ τῆς σχέσεως $T = \eta \cdot F_K$ πρέπει νὰ γνωρίζωμεν τὴν δύ-
ναμιν F_K αὕτη προφανῶς εἶναι τὸ βάρος τοῦ σώματος, ἥτοι εἶναι $F_K = 100 \text{ gr}^* =$
 $= 10^5 \text{ dyn}$. Ὡστε ἡ τριβὴ T εἶναι:

$$T = \eta \cdot F_K = 0,2 \cdot 10^5 \text{ dyn} = 2 \cdot 10^4 \text{ dyn}$$

Ἡ συνισταμένη F' τῶν δύο δυνάμεων F καὶ T εἶναι:

$$F' = F - T = 8 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^4 = 6 \cdot 10^4 \text{ dyn}$$

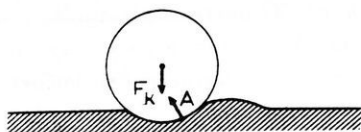
Ἡ συνισταμένη δύναμις F' προσδίδει εἰς τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν:

$$\gamma' = \frac{F'}{m} = \frac{6 \cdot 10^4 \text{ dyn}}{100 \text{ gr}} = 600 \text{ cm/sec}^2$$

83. Τριβὴ κυλίσεως. Ὄταν σῶμα κυλίσεται ἐπὶ ἄλλου σώμα-
τος, ἀναπτύσσεται πάλιν τριβή, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **τριβὴν κυλίσεως**.
Ἡ τριβὴ αὕτη εἶναι ἐντελῶς διάφορος ἀπὸ τὴν τριβὴ ὀλισθήσεως.
Κατὰ τὴν κύλισιν ἔρχονται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ ὑποστρίγμα διαρκῶς νέα

σημεία τοῦ κυλινδρικοῦ σώματος, ἐνῶ κατὰ τὴν ὁλίσθησιν εὐρίσκεται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ ὑποστήριγμα ἢ ἰδίᾳ πάντοτε ἐπιφάνεια τοῦ σώματος.

Ὅταν κύλινδρος κυλίσεται ἐπὶ ἐνὸς σώματος, τοῦτο, ὁσονδήποτε σκληρόν καὶ ἂν εἶναι, ὑφίσταται πάντοτε μίαν παραμόρφωσιν (σχ. 76). Ἐνεκα αὐτῆς τῆς παραμορφώσεως ἀναπτύσσεται ἡ ἀντίδρασις A τοῦ ὑποστηρίγματος, ἡ ὁποία τείνει νὰ ἐπιβραδύνῃ τὴν κίνησιν τοῦ κυλίνδρου. Ἀποδεικνύεται ὅτι :



Σχ. 76. Παραμόρφωσις τοῦ ὑποστηρίγματος κατὰ τὴν κύλιν

Ἡ τριβὴ κυλίσεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν κάθετον δύναμιν (F_k) καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν ἐπιφανειῶν.

Ἐπειδὴ ἡ προσπάθεια, τὴν ὁποίαν καταβάλλομεν κατὰ τὴν κύλιν ἐνὸς σώματος, εἶναι μικρότερη ἀπὸ τὴν προσπάθειαν, τὴν ὁποίαν καταβάλλομεν κατὰ τὴν ὁλίσθησιν τοῦ αὐτοῦ σώματος, διὰ τοῦτο προσπαθοῦμεν εἰς τὰς ἐφαρμογὰς νὰ ἔχωμεν κύλιν ἀντὶ ὁλίσθησεως (τροχοί, ἔνσφαιροι τριβεῖς κ.τ.λ.).

Ἡ τριβὴ κυλίσεως ἔχει ἰδιαίτεραν σημασίαν διὰ τὴν σπουδὴν τῆς κινήσεως τῶν ὀχημάτων. Καλεῖται **συντελεστὴς ἔλξεως** ἐνὸς ὀχήματος ὁ λόγος τῆς δυνάμεως ἔλξεως, ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται ἐπὶ τοῦ ὀχήματος, πρὸς τὴν κάθετον δύναμιν, μὲ τὴν ὁποίαν τὸ ὄχημα πιέζει τὴν ὁδόν :

$$\text{συντελεστὴς ἔλξεως} = \frac{\text{δύναμις ἔλξεως}}{\text{κάθετος δύναμις}} \quad \varphi = \frac{F_e}{F_k}$$

$$\text{ἢ} \quad F_e = \varphi \cdot F_k$$

Διὰ τὴν κύλιν τροχῶν μὲ σιδηρᾶν στεφάνην ἐπὶ κοινῆς ὁδοῦ ὁ συντελεστὴς ἔλξεως εἶναι περίπου 0,03. Ἐνῶ διὰ τὰ σιδηροδρομικὰ ὀχήματα ὁ συντελεστὴς ἔλξεως εἶναι 0,004. Ἐπομένως διὰ τὴν ἔλξιν σιδηροδρομικοῦ ὀχήματος βάρους 1000 kgr* ἀπαιτεῖται δύναμις :

$$F_e = 4 \text{ kgr}^*$$

Ἐκ τούτου καταφαίνεται τὸ μέγα πλεονέκτημα τῶν σιδηροδρομικῶν γραμμῶν.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

58. Δύναμις 10 kgf^* σύρει ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου σῶμα βάρους 100 kgf^* . Ὁ συντελεστής τριβῆς εἶναι $0,04$. Τί κίνησιν ἔχει τὸ σῶμα :

59. Μὲ πόσῃν ὠχικήν ταχύτητα πρέπει νὰ ἐκσφενδονισθῇ σῶμα, ὥστε τοῦτο νὰ διατρέξῃ ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου διάστημα 100 m , ἔως ὅτου νὰ σταματήσῃ ; Συντελεστής τριβῆς $0,01$.

60. Σῶμα μάζης 20 gr κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως 800 dyn καὶ διανύει ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου διάστημα 200 cm ἐντὸς 4 sec , ὅταν ἐκκινήσῃ ἐκ τῆς ἡρεμίας. Νὰ εὑρεθοῦν ἡ δύναμις τῆς τριβῆς καὶ ὁ συντελεστής τριβῆς.

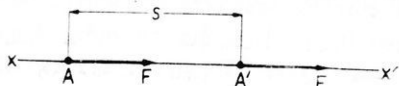
61. Ἐλκηθρον βάρους 600 kgf^* σύρεται μὲ σταθεράν ταχύτητα ἐπὶ ὀριζοντίου ἐδάφους. Ἐὰν ὁ συντελεστής τριβῆς εἶναι $0,06$ πόση εἶναι ἡ κινουῦσα δύναμις ;

62. Αὐτοκίνητον κινεῖται μὲ σταθεράν ταχύτητα 108 km/h . Διὰ τῶν τροχοπεδῶν του ἀναγκάζει τοὺς τροχοὺς του νὰ μὴ στρέφονται. Τότε ὁ συντελεστής τριβῆς ὀλισθήσεως τῶν τροχῶν του ἐπὶ τοῦ ἐδάφους εἶναι $0,3$. Πόσον διάστημα θὰ διατρέξῃ τὸ αὐτοκίνητον, μέχρις ὅτου σταματήσῃ ;

63. Κιβώτιον βάρους 800 kgf^* πρόκειται νὰ μετακινηθῇ ὀλισθαῖνον ἐπὶ ὀριζοντίου ἐδάφους κατὰ 10 m . Ὁ συντελεστής τριβῆς εἶναι $0,4$. Πόση εἶναι ἡ μικροτέρα δυνατὴ τιμὴ τῆς δυνάμεως, τὴν ὅποیان πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν ; Ἄν ἐφαρμόσωμεν δύναμιν 360 kgf^* , πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται διὰ τὴν μετακίνησιν ταύτην ;

ΕΡΓΟΝ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

84. Ἔργον σταθερᾶς δυνάμεως. Ἄς θεωρήσωμεν ὕλινον σημεῖον A , ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ σταθερὰ δύναμις F (σχ. 77). Λέγομεν ὅτι μία δύναμις παράγει ἔργον, ὅταν μετακινήτῃ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της κατὰ τὴν διεύθυνσίν της.



Σχ. 77. Ἡ δύναμις F παράγει ἔργον

Διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ ἔργου ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος ὀρισμὸς :

Τὸ ἔργον μιᾶς σταθερᾶς δυνάμεως, ἡ ὅποία μετακινεῖ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της κατὰ τὴν διεύθυνσίν της, μετρεῖται μὲ τὸ γινόμενον

της δυνάμεως (F) επί την μετατόπισιν (s) του σημείου εφαρμογής της.

$$\text{Έργον} = \text{δύναμις} \times \text{μετατόπισις} \quad W = F \cdot s$$

Το έργον είναι μέγεθος μονόμετρον.

85. Μονάδες έργου. Από την εξίσωσιν $W = F \cdot s$ ορίζομεν την μονάδα έργου. Ως μονάδα έργου λαμβάνεται το έργον, το όποϊον παράγει δύναμις ίση με την μονάδα της δυνάμεως, όταν μετακινή κατά την διεύθυνσίν της το σημείον εφαρμογής της κατά την μονάδα του μήκους.

Είς το σύστημα μονάδων C.G.S. μονάς έργου είναι το 1 έργιον (1 erg):

$$1 \text{ erg} = \text{dyn} \cdot 1 \text{ cm} \quad \tilde{\eta} \quad 1 \text{ erg} = 1 \text{ dyn} \cdot \text{cm}$$

Είς το σύστημα μονάδων M.K.S.A. μονάς έργου είναι το 1 Joule (1 Τζάουλ):

$$1 \text{ Joule} = \text{Newton} \cdot 1 \text{ m} \quad \tilde{\eta} \quad 1 \text{ Joule} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Έπειδὴ εἶναι $1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyn}$ καὶ $1 \text{ m} = 10^2 \text{ cm}$, εὐρίσκομεν ὅτι εἶναι $1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ erg}$.

Ἄλλη ἐπίσης πρακτικὴ μονὰς έργου εἶναι τὸ χιλιόγραμμα μέτρον (1 kgr*m):

$$1 \text{ kgr} \cdot \text{m} = 1 \text{ kgr} \cdot 1 \text{ m}$$

$$1 \text{ kgr} \cdot \text{m} = 981 \, 000 \text{ dyn} \cdot 100 \text{ cm} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ erg} = 9,81 \text{ Joule}$$

$$1 \text{ Joule} = 0,102 \text{ kgr} \cdot \text{m} \quad \tilde{\eta} \quad 1 \text{ Joule} \simeq 0,1 \text{ kgr} \cdot \text{m}$$

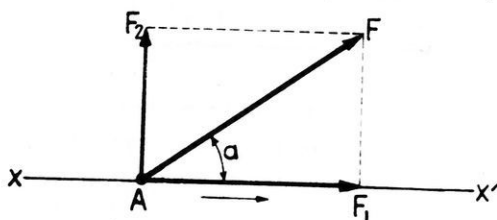
Παραδείγματα. 1) Μία δύναμις $F = 100 \text{ dyn}$ μετακινεῖ τὸ σημείον εφαρμογῆς κατὰ τὴν διεύθυνσίν της κατὰ $s = 2 \text{ m}$. Τὸ παραγόμενον έργον εἶναι

$$W = F \cdot s = 100 \text{ dyn} \cdot 200 \text{ cm} = 20 \, 000 \text{ erg}$$

2) Ἐργάτης ἀνυψώνει κατακορύφως κιβώτιον βάρους 20 kgr κατὰ $1,5 \text{ m}$. Τὸ παραγόμενον ὑπὸ τοῦ ἐργάτου έργον εἶναι:

$$W = F \cdot s = 20 \text{ kgr} \cdot 1,5 \text{ m} = 30 \text{ kgr} \cdot \text{m}$$

86. Γενική περίπτωση παραγωγής έργου. *Ας εξετάσωμεν την γενικήν περίπτωσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ τροχιά τοῦ ὕλικου σημείου,



Σχ. 78. Ἔργον παράγει ἡ συνιστώσα F_1

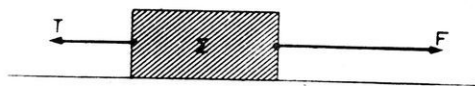
ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ ἡ δύναμις, δὲν συμπίπτει μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως F (σχ. 78). Ἀναλύομεν τότε τὴν δύναμιν F εἰς δύο συνιστώσας: μίαν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς τροχιάς καὶ μίαν κάθετον

πρὸς αὐτήν. Ἡ συνιστώσα F_2 δὲν παράγει ἔργον, διότι δὲν μετακινεῖ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς κατὰ τὴν διεύθυνσίν της. Ἐπομένως ἔργον παράγει μόνον ἡ συνιστώσα F_1 , ἡ ὁποία εἶναι ἡ προβολὴ τῆς δυνάμεως F ἐπὶ τῆς τροχιάς xx' τοῦ ὕλικου σημείου. Τότε ἔχομεν:

$$W = F_1 \cdot s \quad \text{ἢ} \quad W = F \cdot s \cdot \sin \alpha$$

Ἐὰν ἡ δύναμις F εἶναι κάθετος πρὸς τὴν τροχίαν, τότε ἡ προβολὴ τῆς δυνάμεως F ἐπὶ τὴν τροχίαν εἶναι ἴση μὲ μηδέν καὶ συνεπῶς ἡ δύναμις F δὲν παράγει ἔργον.

87. Ἔργον παραγόμενον ὑπὸ τῆς τριβῆς. *Ὅταν μία δύναμις F κινῇ ἓν σῶμα (σχ. 79), τότε ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργεῖ καὶ ἡ τριβὴ T . Ἐὰν αἱ δύο δυνάμεις F καὶ T εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, τότε τὸ



Σχ. 79. Ἐπὶ τοῦ σώματος Σ ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις F καὶ T

σῶμα ἔχει κίνησιν ἰσοταχῆ. Ἄν ὅμως ἡ δύναμις F εἶναι μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν τριβὴν T , τότε τὸ

σῶμα ἔχει κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην, διότι κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς συνισταμένης F' τῶν δύο δυνάμεων F καὶ T .

Παράδειγμα. Ἐν ἑλκθρον μὲ σιδηρὰ τῶσα ἔχει βάρος (κάθετος δύναμις) 500 kgf * καὶ οὐρεται ἐπὶ ὀριζοντίας ἐπιφανείας πάγου ($\eta = 0,014$). Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι:

$$T = \eta \cdot F_K = 0,014 \cdot 500 = 7 \text{ kgf}^*$$

Τὸ ἑλκθρον θὰ κινῆται ὁμαλῶς, ἂν ἐνεργῇ ἐπ' αὐτοῦ δύναμις ἴση μὲ 7 kgf^* .

Εάν το ηλεκθρον διανύσῃ διάστημα 3 000 m, τὸ ἔργον τῆς τριβῆς θὰ εἶναι:
 $W = T \cdot s = 7 \text{ kgr} \cdot 3\,000 \text{ m} = 21\,000 \text{ kgr} \cdot \text{m}$

88. Ὅρισμός τῆς ἰσχύος. Διὰ νὰ ἐκτιμήσωμεν τὴν ἱκανότητα μιᾶς πηγῆς παραγωγῆς ἔργου, πρέπει νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν καὶ τὸν χρόνον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου ἡ πηγὴ αὕτη παράγει ὠρισμένην ποσότητα ἔργου. Ἡ ἐκτίμησις τῆς ἱκανότητος μιᾶς πηγῆς παραγωγῆς ἔργου εἶναι εὐκόλος, ἂν εἶναι γνωστὸν τὸ κατὰ μονάδα χρόνου παραγόμενον ἔργον. Οὕτω καταλήγαμεν εἰς τὸν ὅρισμόν ἑνὸς νέου ποσοῦ, τὸ ὁποῖον χαρακτηρίζει ἐκάστην πηγὴν παραγωγῆς ἔργου:

Ἰσχύς καλεῖται τὸ πηλίκον τοῦ παραγομένου ἔργου διὰ τοῦ χρόνου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου παράγεται τὸ ἔργον τοῦτο.

$$\text{ισχύς} = \frac{\text{ἔργον}}{\text{χρόνος}} \quad P = \frac{W}{t}$$

Ἡ ἰσχύς εἶναι μέγεθος μονόμετρον.

89. Μονάδες ἰσχύος. Γενικῶς διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἰσχύος ὡς μονὰς χρόνου λαμβάνεται τὸ δευτερόλεπτον.

Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. μονὰς ἰσχύος εἶναι τὸ **1 ἔργιον ἀνὰ δευτερόλεπτον**, ἥτοι

$$1 \text{ μονὰς ἰσχύος C.G.S.} = \frac{1 \text{ erg}}{1 \text{ sec}} = 1 \text{ erg/sec}$$

Εἰς τὸ M.K.S.A. μονὰς ἰσχύος εἶναι τὸ **1 Joule ἀνὰ δευτερόλεπτον**. Ἡ μονὰς αὕτη ὀνομάζεται 1 Watt (1 W), ἥτοι

$$1 \text{ Watt} = \frac{1 \text{ Joule}}{1 \text{ sec}} = 1 \text{ Joule/sec} \quad \text{ἢ} \quad 1 \text{ Watt} = 10^7 \text{ erg/sec}$$

Εἰς τὰς ἐφαρμογὰς χρησιμοποιοῦμεν καὶ τὰ πολλαπλάσια τῆς μονάδος Watt, ἥτοι τὸ 1 κιλοβάτ καὶ τὸ 1 μεγαβάτ:

$$1 \text{ kilowatt (1 kW)} = 10^3 \text{ W} \quad \text{καὶ} \quad 1 \text{ Megawatt (1 MW)} = 10^6 \text{ W}$$

Εἰς πολλὰς ἐφαρμογὰς ὡς μονὰς ἔργου λαμβάνεται τὸ χιλιογραμ-

μόμετρον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὡς μονὰς ἰσχύος λαμβάνεται τὸ **1 χιλιογραμμόμετρον κατὰ δευτερόλεπτον** ($1 \text{ kgr} \cdot \text{m/sec}$), ἥτοι ἡ ἰσχύς μηχανῆς, ἥ ὁποία εἰς 1 sec παράγει ἔργον ἴσον μὲ $1 \text{ kgr} \cdot \text{m}$. Πολλαπλάσιον τῆς μονάδος αὐτῆς εἶναι ὁ **ἀτμόϊππος** ἢ καὶ ἀπλῶς **ἵππος** (CV ἢ PS).

Μηχανὴ ἔχει ἰσχὴν 1 ἵππου, ὅταν εἰς 1 sec παράγῃ ἔργον ἴσον μὲ $75 \text{ kgr} \cdot \text{m}$.

Μονάδες ἰσχύος		$P = W/t$
1 μονὰς ἰσχύος C.G.S.	$= 1 \text{ erg/sec}$	
1 Watt (1 W)	$= 1 \text{ Joule/sec}$	$= 10^7 \text{ erg/sec}$
1 kilowatt (1 kW)	$= 1000 \text{ Watt}$	$= 10^{10} \text{ erg/sec}$
1 $\text{kgr} \cdot \text{m/sec}$	$= 9,81 \cdot 10^7 \text{ erg/sec}$	
1 ἵππος (1 CV)	$= 75 \text{ kgr} \cdot \text{m/sec}$	$= 736 \text{ Watt} = 0,736 \text{ kW}$
1 kilowatt	$= 1,36 \text{ CV}$	

Ὁ **ἀγγλικὸς ἵππος** (HP) εἶναι ὀλίγον μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν ἀνωτέρω ὁρισθέντα ἵππον, διότι εἶναι $1 \text{ HP} = 76 \text{ kgr} \cdot \text{m/sec} = 746 \text{ W}$.

Σημείωσις. Τὰ σύμβολα τῶν μονάδων ἰσχύος προέρχονται ἀπὸ τὰ ἀρχικά γράμματα τῶν λέξεων τῶν ἀντιστοίχων ξένων ὄρων:

CV : Cheval-Vapeur, PS : Pferdestärke, HP : Horse power.

90. Μεγάλαι πρακτικαὶ μονάδες ἔργου. Μία μηχανὴ ἰσχύος 1 Watt παράγει κατὰ δευτερόλεπτον ἔργον 1 Joule . Ἐπομένως ἡ μηχανὴ αὕτη παράγει εἰς 1 ὥραν ἔργον $3\,600 \text{ Joule}$. Τὸ ποσὸν τοῦτο τοῦ ἔργου λαμβάνεται εἰς τὴν πρᾶξιν ὡς μονὰς ἔργου, ἥ ὁποία καλεῖται **βατώριον** (1 Wh , Watt-heure). Πολλαπλάσιον τῆς μονάδος αὐτῆς εἶναι τὸ **κιλοβατώριον** (1 kWh), ἥτοι τὸ ἔργον τὸ ὅποσον παράγει μηχανὴ ἰσχύος 1 kilowatt λειτουργοῦσα ἐπὶ 1 ὥραν. Ἄλλη πρακτικὴ μονὰς ἔργου εἶναι ὁ **ὠριαῖος ἵππος** (1 CVh), ἥτοι τὸ ἔργον τὸ ὅποσον παράγει μηχανὴ ἰσχύος 1 ἵππου λειτουργοῦσα ἐπὶ 1 ὥραν.

1 βατώριον	(Wh)	$= 3\,600 \text{ Joule}$
1 κιλοβατώριον	(kWh)	$= 3\,600\,000 \text{ Joule}$
1 ὠριαῖος ἵππος	(CVh)	$= 75 \cdot 3\,600 = 270\,000 \text{ kgr} \cdot \text{m}$

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α . Μία μηχανή ισχύος 600 W λειτουργεί επί 4 h. "Ας υπολογίσωμεν εις κιλοβατώρια τὸ παραχθὲν ἔργον. Ἡ μηχανή ἔχει ισχύον 0,600 kW. "Αρα εις 4 h παράγει ἔργον :

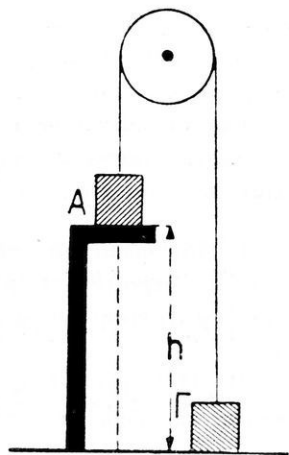
$$W = 0,600 \text{ kW} \cdot 4 \text{ h} = 2,4 \text{ kWh}$$

Ἡ ἰδία μηχανή ἐντὸς 20 min παράγει ἔργον :

$$W = 0,600 \text{ kW} \cdot \frac{1}{3} \text{ h} = 0,2 \text{ kWh}$$

91. Ἑνέργεια καὶ μορφαὶ αὐτῆς. "Οταν ἐν σῶμα ἔχη τὴν ἱκανότητα νὰ παράγῃ ἔργον, λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα περικλείει **ἐνέργειαν**. Λαμβάνομεν ἔλασμα ἀπὸ χάλυβα καὶ στερεώνομεν μονίμως τὸ ἐν ἄκρον του, ὥστε τὸ ἔλασμα νὰ εἶναι ὀριζόντιον. Κάμπτομεν τὸ ἔλασμα πρὸς τὰ κάτω καὶ εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον του θέτομεν μικρὸν τεμάχιον μολύβδου. Ἐὰν ἀφήσωμεν ἐλεύθερον τὸ ἔλασμα, βλέπομεν ὅτι τὸ τεμάχιον τοῦ μολύβδου ἐκσφενδονίζεται πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἀνέρχεται μέχρις ὀρισμένου ὕψους. "Ωστε τὸ παραμορφωμένον ἔλασμα ἔχει τὴν ἱκανότητα νὰ παράγῃ ἔργον, ἥτοι περικλείει ἐνέργειαν. Αὕτη προέρχεται ἀπὸ τὴν ἐλαστικὴν παραμόρφωσιν τοῦ ἐλατηρίου. Τὴν ἐνέργειαν αὐτὴν χρησιμοποιοῦμεν διὰ τὴν λειτουργίαν ὥρολογίων, γραμμωφῶνων κ.τ.λ.

"Οταν ἐν σῶμα Α εὐρίσκεται εἰς ὕψος h ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, τότε τὸ σῶμα τοῦτο δύναται νὰ παραγάγῃ ἔργον διότι, ἂν τὸ ἀφήσωμεν νὰ πέσῃ, δύναται νὰ ἀνυψώσῃ ἐν ἄλλο σῶμα Γ (σχ. 80). "Οταν ὅμως τὸ σῶμα Α εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, δὲν δύναται νὰ παραγάγῃ ἔργον. "Ωστε ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν περικλείει τὸ σῶμα Α, ὅταν τοῦτο εὐρίσκεται εἰς ὕψος h, ὀφείλεται εἰς τὴν θέσιν τοῦ σώματος ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς. Ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν περικλείουν τὸ παραμορφωμένον ἔλασμα ἢ τὸ σῶμα τὸ εὐρισκόμενον ὑψηλότερον ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς, καλεῖται **δυναμικὴ ἐνέργεια**. "Ωστε :



Σχ. 80. Εἰς τὴν θέσιν Α τὸ σῶμα ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν

Δυναμική ενέργεια καλείται ή ενέργεια, την οποίαν περικλείει τὸ σῶμα, ἔνεκα τῆς θέσεως ή τῆς καταστάσεως, εἰς τὴν οποίαν εὐρίσκεται τὸ σῶμα.

Ἐν κινούμενον σῶμα ἔχει ἐπίσης τὴν ἱκανότητα νὰ παραγάγῃ ἔργον. Οὕτω τὸ ὕδωρ χειμάρρου δύναται νὰ κινήσῃ μύλον, ὁ ἄνεμος δύναται νὰ κινήσῃ ἀνεμόμυλον, τὸ βλήμα πυροβόλου δύναται νὰ χρημίσῃ τοῦχον κ.ἄ.

Πᾶν λοιπὸν κινούμενον σῶμα περικλείει ἐνέργειαν, ή οποία ὀφείλεται εἰς τὴν κίνησιν τοῦ σώματος καὶ διὰ τοῦτο καλεῖται **κινητική ἐνέργεια**. Ὡστε :

Κινητική ἐνέργεια καλεῖται ή ἐνέργεια, τὴν οποίαν περικλείει ἔν κινούμενον σῶμα, ἔνεκα τῆς ταχύτητός του.

Αἱ δύο αὗται μορφαὶ τῆς ἐνεργείας, ή δυναμική καὶ ή κινητική ἐνέργεια καλοῦνται **μηχανική ἐνέργεια**. Εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς βλέπομεν ὅτι ὁ ὕδρατμος ἔχει τὴν ἱκανότητα νὰ παραγάγῃ ἔργον. Αὕτῃ ή ἱκανότης τοῦ ὕδρατμος ὀφείλεται εἰς τὴν **θερμότητα**, τὴν οποίαν οὕτως περικλείει. Διὰ τοῦτο λέγομεν ὅτι ὁ ὕδρατμος περικλείει **θερμικὴν ἐνέργειαν**. Αἱ ἐκρηκτικαὶ ὕλαι, ὁ λιθάνθραξ κ.ἄ. περικλείουν μίαν ἄλλην μορφήν ἐνεργείας, τὴν οποίαν καλοῦμεν **χημικὴν ἐνέργειαν**. Ὁ φορτισμένος πυκνωτὴς περικλείει **ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν**. Τὸ φῶς καὶ ἄλλαι ἀόρατοι ἀκτινοβολίαι περικλείουν **ἀκτινοβολουμένην ἐνέργειαν**. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν τὰ ἑξῆς :

I. Πᾶν σῶμα, τὸ ὁποῖον εἶναι ἱκανὸν νὰ παραγάγῃ ἔργον, λέγομεν ὅτι περικλείει ἐνέργειαν. Διακρίνομεν διαφόρους μορφὰς ἐνεργείας (μηχανικὴν, θερμικὴν, ἠλεκτρικὴν, χημικὴν, ἀκτινοβολουμένην).

II. Ἡ ἐνέργεια ἐνὸς σώματος μετρεῖται μὲ τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον δύναται τὸ σῶμα νὰ ἐκτελέσῃ.

92. Μέτρησις τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας. Ἀς θεωρήσωμεν ἔν σῶμα A , τὸ ὁποῖον ἔχει βάρος $B = m \cdot g$ καὶ εὐρίσκεται εἰς ὕψος h ὑπεράνω τοῦ δαπέδου τῆς αἰθούσης (σχ. 80). Διὰ νὰ μεταφερθῇ τὸ σῶμα A εἰς τὴν θέσιν αὕτην ἐδρανήθη ἔργον $W = B \cdot h$. Εἰς τὴν θέσιν αὕτην τὸ σῶμα A ἔχει **δυναμικὴν ἐνέργειαν**. Ἐὰν

υποθέσωμεν ότι δὲν ὑπάρχουν τριβαί, τότε τὸ σῶμα Α, πίπτει μέχρι τοῦ δαπέδου, δύναται νὰ ἀνυψώσῃ εἰς ὕψος h ἓν σῶμα Γ, τὸ ὁποῖον ἔχει βάρος ἴσον μὲ τὸ βάρος τοῦ σώματος Α. Τὸ σῶμα Α κατὰ τὴν πτώσιν του μέχρι τοῦ δαπέδου παρήγαγεν ἔργον $W = B \cdot h$, δηλαδή ἴσον μὲ τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον ἐδapaνήθη κατὰ τὴν μεταφοράν του εἰς ὕψος h . Ὡστε :

Ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια ἑνὸς σώματος εἶναι ἴση μὲ τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον ἐδαπανήθη διὰ νὰ μεταφερθῇ τὸ σῶμα εἰς τὴν θέσιν, εἰς τὴν ὁποίαν εὐρίσκεται.

δυναμικὴ ἐνέργεια : $W_{\Delta\upsilon\nu} = B \cdot h = m \cdot g \cdot h$

Παράδειγμα. Σῶμα βάρους 20 gr* εὐρίσκεται εἰς ὕψος 10 m ἀνωθεν τοῦ ἐδάφους. Ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος εἶναι :

$$W_{\Delta\upsilon\nu} = 0,020 \text{ kgr} \cdot 10 \text{ m} = 0,2 \text{ kgr} \cdot \text{m}$$

93. Μέτρησης τῆς κινητικῆς ἐνεργείας. Κατὰ τὸν ὑπολογισμόν τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἶδομεν ὅτι τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον δαπανᾶται διὰ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ σώματος, ἀποταμιεύεται ἐξ ὁλοκλήρου ἐντὸς τοῦ σώματος ὑπὸ μορφήν δυναμικῆς ἐνεργείας (ἐφ' ὅσον δὲν ὑπάρχουν τριβαί). Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα δύναται νὰ διατυπωθῇ γενικώτερον ὡς ἑξῆς :

Διὰ νὰ ἀποκτήσῃ ἐνέργειαν ἓν σῶμα, πρέπει νὰ δαπανηθῇ ἔργον, τὸ ὁποῖον ἀποταμιεύεται ὁλόκληρον ἐντὸς τοῦ σώματος.

Ὅταν ἓν σῶμα μάζης m κινῆται μὲ ταχύτητα v , τότε τὸ σῶμα ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν. Διὰ νὰ ἀποκτήσῃ τὸ σῶμα αὐτὴν τὴν ἐνέργειαν ἐδapaνήθη ἔργον. Τοῦτο ὑπολογίζεται εὐκόλως, ἂν υποθέσωμεν ὅτι δὲν ὑπάρχουν τριβαί. Τὸ σῶμα ἀρχίζει νὰ κινῆται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν σταθερᾶς δυνάμεως F , ἡ ὁποία προσδίδει εἰς τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν γ . Μετὰ χρόνον t ἀπὸ τῆς ἐκκινήσεώς του τὸ σῶμα ἔχει διανύσει διάστημα $s = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$ καὶ ἔχει ἀποκτήσει ταχύτητα $v = \gamma \cdot t$. Κατὰ τὸν χρόνον t ἡ δυνάμις F παρήγαγεν ἔργον :

$$W = F \cdot s = m \cdot \gamma \cdot \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 = \frac{1}{2} m (\gamma \cdot t)^2$$

$$\tilde{\gamma} \quad W = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Τὸ ἔργον τοῦτο ἀποταμιεύεται ἐντὸς τοῦ σώματος ὑπὸ μορφὴν κινητικῆς ἐνεργείας. "Ωστε :

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἐνὸς σώματος ἰσοῦται μὲ τὸ ἡμισυ τοῦ γινόμενου τῆς μάζης τοῦ σώματος ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος αὐτοῦ.

κινητικὴ ἐνέργεια : $W_{Kiv} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Παράδειγμα. Βλήμα βάρους 20 gr* ἐκφεύγει ἀπὸ τὸ στόμιον τῆς κάνης τοῦ ὅπλου μὲ ταχύτητα 600 m/sec. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ βλήματος εἶναι :

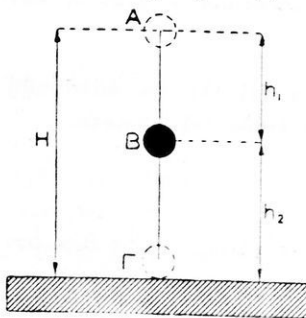
$$W_{Kiv} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ gr} \cdot (6 \cdot 10^4 \text{ cm/sec})^2 = 36 \cdot 10^9 \text{ erg} \tilde{\gamma}$$

$$W_{Kiv} = 3600 \text{ Joule} \tilde{\gamma} \text{ κατὰ προσέγγισιν } W_{Kiv} = 360 \text{ kgr} \cdot \text{m}$$

94. Μετατροπὴ τῆς μηχανικῆς ἐνέργειας. Μία ἐλαστικὴ σφαῖρα ἀπὸ χάλυβα ἀφήνεται νὰ πέσῃ ἀπὸ ὕψους H ἐπὶ μιᾶς ἐπίσης ἐλαστικῆς πλάκῃ ἀπὸ χάλυβα. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ σφαῖρα ἀναπηδᾷ καὶ ἀνέρχεται περίπου εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος (σχ. 81). "Ας ἐξετάσωμεν τὸ φαινόμενον τοῦτο. Εἰς τὴν θέσιν A ἡ σφαῖρα ἔχει μόνον δυναμικὴν ἐνέργειαν : $W_A = m \cdot g \cdot H$. Εἰς τὴν θέσιν Γ ἡ σφαῖρα ἔχει ἀποκτήσει ταχύτητα $v = \sqrt{2g \cdot H}$. Εἰς τὴν θέσιν αὐτὴν ἡ σφαῖρα ἔχει μόνον κινητικὴν ἐνέργειαν :

$$W_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot H$$

"Ωστε κατὰ τὴν πτώσιν τῆς σφαίρας ἀπὸ τοῦ ὕψους H μέχρι τοῦ ἐδάφους ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τῆς σφαίρας μετετρέπη ὁλόκληρος



Σχ. 81. Μετατροπὴ τῆς μηχανικῆς ἐνέργειας

είς τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν. Εἰς τὴν ἐνδιάμεσον θέσιν Β ἡ σφαῖρα ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν : $W_A = m \cdot g \cdot h_2$, ἔχει ὅμως καὶ κινητικὴν ἐνέργειαν :

$$W_K = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 = m \cdot g \cdot h_1$$

Ἡ ὅλική ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν ἔχει ἡ σφαῖρα, εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα τῆς δυναμικῆς καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας, ἥτοι εἶναι :

$W_{ολ} = m \cdot g \cdot h_2 + m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g \cdot (h_2 + h_1)$, ἢ $W_{ολ} = m \cdot g \cdot H$ δηλαδή εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀρχικὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποίαν εἶχεν ἡ σφαῖρα εἰς τὴν θέσιν Α. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν. Τὸ ἀντίστροφον συμβαίνει, ὅταν ἡ σφαῖρα ἐκσφενδονίζεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα.

Εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα δίδονται αἱ τιμαὶ τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας ($W_{Δυν}$) καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας ($W_{Κιν}$) ἐνὸς σώματος μάζης 10 gr, τὸ ὁποῖον πίπτει ἀπὸ ὕψους 80 m (ἐλήφθη $g = 10^3 \text{ cm/sec}^2$).

t	s	h	$W_{Δυν}$	v cm/sec	$W_{Κιν}$	$W_{Δυν} + W_{Κιν}$
0 sec	0 cm	8000 cm	$8 \cdot 10^7 \text{ erg}$	0	0 erg	$8 \cdot 10^7 \text{ erg}$
1 »	500 »	7500 »	$7,5 \cdot 10^7$ »	1000	$0,5 \cdot 10^7$ »	$8 \cdot 10^7$ »
2 »	2000 »	6000 »	$6 \cdot 10^7$ »	2000	$2 \cdot 10^7$ »	$8 \cdot 10^7$ »
3 »	4500 »	3500 »	$3,5 \cdot 10^7$ »	3000	$4,5 \cdot 10^7$ »	$8 \cdot 10^7$ »
4 »	8000 »	0 »	0 »	4000	$8 \cdot 10^7$ »	$8 \cdot 10^7$ »

Ἀπὸ τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα συνάγεται ὅτι :

Εἰς ἐκάστην στιγμήν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος τὸ ἄθροισμα τῆς δυναμικῆς καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τοῦ διατηρεῖται σταθερὸν καὶ ἴσον πάντοτε μὲ τὴν ἀρχικὴν ἐνέργειαν τοῦ σώματος (δυναμικὴν ἢ κινητικὴν).

95. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας. Κατὰ τὴν ἐξέτασιν τῶν διαφορῶν μηχανικῶν φαινομένων παρατηρεῖται γενικῶς ὅτι, ἂν δὲν ὑπάρχουν τριβαί, τὸ ἄθροισμα τῆς δυναμικῆς καὶ κινητικῆς ἐνεργείας τοῦ σώματος διατηρεῖται σταθερόν. Ἐὰν δηλαδή ἐμφανίζεται κινητικὴ ἐνέργεια, τοῦτο γίνεται εἰς βᾶρος τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας τοῦ σώματος καὶ ἀντιστρόφως. Τὸ συμπέρασμα τοῦτο εἶναι γενικὸν καὶ ἰσχύει δι' ὅλα τὰ φαινόμενα τῆς Μηχανικῆς, εἰς τὰ ὁποῖα συμ-

βαίνουν μετατροπαι τῆς δυνάμεικῆς ἐνεργείας εἰς κινητικὴν καὶ ἀντιστρόφως. Τὸ γενικὸν τοῦτο συμπέρασμα ἀποτελεῖ τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας, ἡ ὁποία διατυπώνεται ὡς ἑξῆς :

“Ὅταν δὲν ὑπάρχουν τριβαί, ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια διατηρεῖται σταθερά.

Ἡ ἀνυπαρξία τριβῶν εἶναι ἰδανικὴ περίπτωση. Σχεδὸν πάντοτε μέρος τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας δαπανᾶται διὰ τὴν κατάνικησιν τῶν τριβῶν. Καὶ ἡ ἐνέργεια ὅμως αὕτῃ δὲν χάνεται, ἀλλὰ μετατρέπεται κυρίως εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία εἶναι ἐπίσης μία μορφή ἐνεργείας. Εἰς ἄλλας πάλιν περιπτώσεις εἰς τὴν θέσιν τῆς ἐνεργείας, ἡ ὁποία φαινόμενικῶς χάνεται, ἐμφανίζονται ἄλλαι μορφαὶ ἐνεργείας π.χ. ἤλεκτρικὴ ἐνέργεια, φωτεινὴ ἐνέργεια, χημικὴ ἐνέργεια κ.τ.λ. Εἰς ὅλα τὰ φαινόμενα τῆς Φύσεως ἐμφανίζεται ἡ ἰδίᾳ πάντοτε νομοτέλεια, ἡ ὁποία ἀπεδείχθη καὶ εἰς τὰ φαινόμενα τῆς Μηχανικῆς. Οὕτω καταλλήγομεν εἰς τὴν διατύπωσιν τοῦ ἀκολουθοῦ γενικωτέρου συμπεράσματος, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας :

Ἡ ποσότης ἐνεργείας, ἡ ὁποία ὑπάρχει εἰς τὴν Φύσιν, εἶναι σταθερά. Αἱ παρατηρούμεναι εἰς τὴν Φύσιν ποικίλαι μεταβολαὶ ὀφείλονται εἰς μεταβολὰς τῆς ἐνεργείας τῶν σωμάτων, κατὰ τὰς ὁποίας λαμβάνουν χώραν ποικίλαι μετατροπαὶ τῆς ἐνεργείας, χωρὶς ὅμως νὰ μεταβάλλεται ἡ ὅλη ποσότης τῆς ἐνεργείας.

Ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας ἀποτελεῖ τὴν βάσιν, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ Φυσική, ὅπως ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς μάζης ἀποτελεῖ τὴν βάσιν, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ Χημεία. Ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας μᾶς ἐπιβάλλει νὰ δεχθῶμεν ὅτι ἡ ἐνέργεια εἶναι μία φυσικὴ ὀντότης, ἡ ὁποία εἶναι ἀφθαρτος, ὅπως ἀκριβῶς καὶ ἡ ὕλη. Ὡστε δυνάμεθα νὰ συμπεράνωμεν ὅτι τὰ συστατικὰ τοῦ Σύμπαντος εἶναι ἡ ὕλη καὶ ἡ ἐνέργεια. Ἡ ποσότης ἐκάστου τῶν συστατικῶν τούτων τοῦ Σύμπαντος διατηρεῖται σταθερά.

Ἐφαρμογή. Ἐφαρμογὴν τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας ἔχομεν εἰς τὰς ὕδατοπτώσεις. Οὕτως 1 m^3 ὕδατος πίπτει ἀπὸ ὕψους 10 m ἀποκτᾷ κινητικὴν ἐνέργειαν ἴσην μὲ τὴν δυνάμεικὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποίαν ἔχει εἰς ὕψος 10 m , δηλαδὴ ἴσην μὲ $10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}$.

Αυτήν τήν ἐνέργειαν μετατρέπομεν εἰς ἡλεκτρικὴν ἐνέργειαν (ὕδρευ-
λεκτρικαὶ ἐγκαταστάσεις).

96. Μεταβολὴ τῆς μάζης μετὰ τῆς ταχύτητος. Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι ἡ μᾶζα m ἐνὸς σώματος εἶναι μέγεθος σταθερὸν καὶ ἀμε-
τάβλητον (§ 75). Πρῶτος ὁ Einstein ἀπέδειξεν θεωρητικῶς εἰς τὴν
περίφημον *θεωρίαν τῆς σχετικότητος* ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ
σώματος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ταχύτητα, μὲ τὴν ὁποῖαν κινεῖται τὸ σῶμα.
Ὅπως ἡ *θεωρία τῆς σχετικότητος* ἀποδεικνύει ὅτι ἰσχύει
ὁ ἀκόλουθος νόμος μεταβολῆς τῆς μάζης μετὰ τῆς ταχύτητος :

Ἐὰν m_0 εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος, ὅταν τοῦτο ἡρεμῇ, τότε ἡ
μᾶζα m τοῦ σώματος, ὅταν τοῦτο κινῆται μὲ ταχύτητα v , εἶναι :

$$\text{μᾶζα κινουμένου σώματος : } m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

ὅπου c εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ φωτός ($c = 300\,000\,000\, \text{km/sec}$). Ἐπειδὴ
αἱ ταχύτητες, τὰς ὁποίας πραγματοποιουῦμεν, εἶναι πολὺ μικραὶ ἐν σχέ-
σει πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ φωτός, διὰ τοῦτο δὲν δυνάμεθα νὰ διαπιστώ-
σωμεν τὴν μεταβολὴν τῆς μάζης, τὴν ὁποῖαν προβλέπει ἡ ἀνωτέρω σχέ-
σις. Εἰς ἄλλο ὅμως κεφάλαιον θὰ γνωρίσωμεν ὕλικά σωματίδια κινού-
μενα μὲ ταχύτητας, αἱ ὁποῖαι πλησιάζουν πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ φω-
τός. Αἱ μετρήσεις ἐπὶ τῶν σωματιδίων τούτων ἀπέδειξαν ὅτι πράγματι
ἡ μᾶζα των μεταβάλλεται μετὰ τῆς ταχύτητος, ὅπως προβλέπει ἡ θεω-
ρία τῆς σχετικότητος. Ἀπὸ τὸν ἀνωτέρω νόμον ἡ θεωρία τῆς σχε-
τικότητος κατέληξεν εἰς τὸ ἀκόλουθον σπουδαιότατον συμπέρασμα :

Ἐὰν ἡ ταχύτης (v) τοῦ σώματος γίνῃ ἴση μὲ τὴν ταχύτητα (c)
τοῦ φωτός, τότε ἡ μᾶζα τοῦ σώματος γίνεται *ἄπειρος*· δηλαδή
ἡ ἀδράνεια τοῦ σώματος γίνεται ἄπειρος, διότι δὲν ἐπέρχεται αὐξήσις
τῆς ποσότητος τῆς ὕλης τοῦ σώματος. Ἄρα :

Εἶναι ἀδύνατον νὰ κινήθῃ σῶμα μὲ τὴν ταχύτητα τοῦ φωτός.

97. Ἀρχὴ ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας. Ἡ θεωρία
τῆς σχετικότητος ἀποδεικνύει ὅτι, ἂν ἡ μᾶζα m τοῦ σώματος ἐξαφανι-
σθῇ, δηλαδή ἂν παύσῃ νὰ ὑπάρχῃ ὡς ὕλη (φαινόμενον σύνθεσις εἰς τὴν

Πυρηνικήν Φυσικήν), τότε θα προκύψει ώρισμένη ποσότης ἐνεργείας. Τὸ θεμελιῶδες τοῦτο συμπέρασμα ἀποτελεῖ τὴν ἀκόλουθον ἀρχὴν τῆς ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας :

Ἡ μάζα m ἐνὸς σώματος ἰσοδυναμεῖ με ἐνέργειαν ἴσην με τὸ γινόμενον τῆς μάζης τοῦ σώματος ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος τοῦ φωτός.

$$\text{ἀρχὴ ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας: } W = m \cdot c^2$$

Οὕτως ἡ ἡρεμοῦσα μάζα 1 gr οἷουδῆποτε σώματος ἰσοδυναμεῖ με ἐνέργειαν :

$$W = 1 \cdot (3 \cdot 10^{10})^2 \text{ erg} = 9 \cdot 10^{20} \text{ erg} = 9 \cdot 10^{13} \text{ Joule}$$

ἢτοι περίπου $9 \cdot 10^{12} \text{ kg} \cdot \text{m}$

Ἐὰν λοιπὸν κατορθώσωμεν νὰ ἐξαφανίσωμεν μάζαν 1 gr, θὰ λάβωμεν ἐνέργειαν ἴσην με 9 τρισεκατομμύρια χιλιογραμμόμετρα. Τὰ ἀνωτέρω εὐρίσκουν σήμερον τεχνικὴν ἐφαρμογὴν εἰς τὴν ἐκμετάλλευσιν τῆς πυρηνικῆς ἐνεργείας (ἀτομικὴ βόμβα, βόμβα ὕδρονόου, παραγωγή ἐνεργείας εἰς τοὺς ἀτομικοὺς ἀντιδραστήρας).

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

64. Ἐοργάτης μεταφέρει σάκκον ζαχάρους βάρους 80 $\text{kg} \cdot \text{m}$ εἰς ἀποθήκην εὐρισκομένην 12 m ἀνωθεν τῆς ὁδοῦ. Πόσον ἔργον καταβάλλει διὰ τὴν μεταφορὰν αὐτὴν; Βάρος ἐοργάτου 70 $\text{kg} \cdot \text{m}$.

65. Ἐφαρμόζοντες σταθερὰν δυνάμιν 5 $\text{kg} \cdot \text{m}$ μετακινούμεν ἐπὶ τοῦ διαπέδου βαρὺ σῶμα κατὰ 4 m. Νὰ εὐρεθῇ τὸ ἔργον τῆς δυνάμεως εἰς $\text{kg} \cdot \text{m}$, Joule, erg.

66. Σῶμα ἔχον μάζαν 4 kg διατρέχει διάστημα 15 m με ἐπιτάχυνσιν 5 cm/sec^2 . Πόσον εἶναι τὸ ἔργον τῆς κινούσης δυνάμεως;

67. Αὐτοκίνητον κινεῖται ἐπὶ ὀριζοντίας ὁδοῦ με ταχύτητα 72 km/h . Ὅταν διακοπῇ ἡ λειτουργία τῆς μηχανῆς του, σταματᾷ ἐντὸς 20 sec. Ἀν τὸ βάρος τοῦ αὐτοκινήτου εἶναι 1,5 tn*, νὰ εὐρεθῇ τὸ ἔργον τῆς τριβῆς.

68. Βλήμα βάρους 10 gr* ἐκσφενδονίζεται με ἀρχικὴν ταχύτητα 800 m/sec . Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κινητικὴ του ἐνέργεια εἰς erg, Joule καὶ $\text{kg} \cdot \text{m}$.

69. Όρειβάτης έχει βάρος 70 kg^* και εντός 4 ωρών ανέρχεται εις ύψος 2040 m . Πόσον έργον παράγει κατά δευτερόλεπτον ;

70. Σώμα βάρους 1 kg^* βάλλεται κατακορύφως προς τὸ έδαφος από ύψους 347 m με άρχικὴν ταχύτητα 7 m/sec . Όταν φθάσῃ εἰς τὸ έδαφος, εἰσχωρεῖ εντός αὐτοῦ κατά 65 cm . Πόση εἶναι κατά μέσον όρον ἡ αντίστασις τοῦ έδάφους ;

71. Ὁ σωλὴν πυροβόλου έχει μήκος $0,80 \text{ m}$ καὶ εκσφενδονίζει βλήμα βάρους 4 kg^* με ταχύτητα 420 m/sec . Πόση εἶναι ἡ δύναμις, ἡ όποία ώθει τὸ βλήμα εντός τοῦ σωλὴνος (ἂν υποθέσωμεν ότι ἡ δύναμις αὐτὴ εἶναι σταθερὰ) καὶ ἐπὶ πόσον χρόνον κινεῖται τὸ βλήμα εντός τοῦ σωλὴνος ;

72. Σιδηροδρομικόν όχημα βάρους 27 tn^* κινεῖται ἐπὶ εὐθυγραμμον καὶ όριζοντίας όδοῦ με ταχύτητα 7 m/sec . Πόση δύναμις πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ ἐπὶ τοῦ όχήματος, ώστε εντός 4 min ἡ ταχύτης του νὰ γίνῃ διπλασία ;

73. Μηχανὴ ισχύος 5 CV εργάζεται ἐπὶ 100 min . Πόσον έργον παράγει εἰς kg^*m , Joule καὶ erg ;

74. Ὁ κινητὴρ αεροπλάνου ἀναπτύσσει ισχὴν 1000 CV , ἡ δὲ ἀντίστασις τοῦ αέρος κατὰ τὴν όριζοντίαν πτῆσιν ανέρχεται εἰς 500 kg^* . Πόση εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ αεροπλάνου ; Εἰς πόσον χρόνον τὸ αεροπλάνον θὰ διατρέξῃ όριζοντίως ἀπόστασιν 30 km ;

75. Όρειβάτης έχει βάρος 80 kg^* καὶ εντός $1,5 \text{ h}$ ανέρχεται κατὰ 800 m υψηλότερα από τὸ σημεῖον τῆς εκκινήσεως. Πόση εἶναι κατὰ μέσον όρον ἡ ισχὴς τοῦ όρειβάτου εἰς CV καὶ kW ;

76. Ρεῦμα ὕδατος πίπτει από ύψους 80 m καὶ ἀναγκάζει ἓνα στρόβιλον νὰ στρέφεται. Ἡ ισχὴς τῆς παραγομένης ὑπὸ τοῦ στροβίλου ἐνεργείας εἶναι $10\,000 \text{ CV}$, ἡ δὲ ἀπόδοσις τοῦ στροβίλου εἶναι $0,75$. Νὰ ὑπολογισθῇ πόσῃν ποσότητι ὕδατος καταναλίσκει ὁ στρόβιλος κατὰ λεπτόν.

77. Αὐτοκίνητον βάρους 1000 kg^* κινεῖται ἐπὶ όριζοντίας όδοῦ με ταχύτητα 72 km/h . Ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι $0,02$, ἡ δὲ ἀντίστασις τοῦ αέρος ὑπολογίζεται εἰς 10 kg^* . Πόσῃν ισχὴν ἀναπτύσσει ὁ κινητὴρ ;

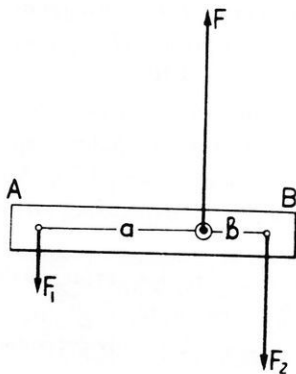
78. Μετεωρίτης έχει ἐν ἡρεμίᾳ μάζαν 1 kg^* . Πόση θὰ ἦτο ἡ μάζα του, ἂν οὗτος ἐκινεῖτο με ταχύτητα ἴσην με τὰ $9/10$ τῆς ταχύτητος τοῦ φωτός ;

79. Κατά την διάσπασιν 235 γραμμαρίων ουρανίου ἐλευθερώνεται ἐνέργεια $19,26 \cdot 10^{12}$ Joule. Νὰ εὑρεθῇ πόση μάζα ουρανίου ἐξαφανίζεται κατά την διάσπασιν ταύτην.

80. Ἡ ἐτησία παραγωγή ἡλεκτρικῆς ἐνεργείας εἰς τὴν χώραν μας ἀνέρχεται εἰς 650 000 000 kWh. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας ἀπὸ πόσων μάζων θὰ ἦτο δυνατόν νὰ ἔχωμεν τὴν ἀνωτέρω ἐνέργειαν, ἐὰν μάζα 1 gr ἰσοδυναμῇ με ἐνέργειαν $9 \cdot 10^{13}$ Joule ;

Α Π Λ Α Ι Μ Η Χ Α Ν Α Ι

98. Ὅρισμός. Καλοῦμεν **μηχανὴν** ἐν σύστημα σωμάτων, διὰ τῶν ὁποίων μία ὠρισμένη μορφή ἐνεργείας μετατρέπεται εἰς ἐνέργειαν ἄλλης μορφῆς. Οὕτως ἡ ἀτμομηχανὴ μετατρέπει τὴν θερμικὴν ἐνέργειαν εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν. Ἐπίσης ὁ ἀνεμιστήρ μετατρέπει τὴν ἡλεκτρικὴν ἐνέργειαν εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν. Ἡ **ἀπλῇ μηχανῇ** ἀποτελεῖται συνήθως ἀπὸ ἓν μόνον σῶμα. Εἰς τὰς ἀπλὰς μηχανὰς δαπανᾶται μηχανικὴ ἐνέργεια καὶ λαμβάνεται ἐπίσης μηχανικὴ ἐνέργεια. Ἐπὶ ἐκάστης ἀπλῆς μηχανῆς ἐνεργοῦν κυρίως δύο δυνάμεις : ἡ **κινητήριος δύναμις** (F_1), δηλαδή ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν καταβάλλομεν, καὶ ἡ **ἀντίστασις** (F_2), δηλαδή ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν θέλομεν νὰ ὑπερνικήσωμεν. Θὰ ἐξετάσωμεν κατωτέρω τὰς κυριώτερας ἀπλὰς μηχανὰς, διὰ νὰ εὑρωμεν ὑπὸ ποίας συνθήκας ἐκάστη ἀπλῇ μηχανὴ ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς κινήτηριου δυνάμεως καὶ τῆς ἀντιστάσεως (συνθήκη **ἰσορροπίας**).



Σχ. 82. Μοχλὸς με δύο βραχίονας

βραχίονες. Ἐπὶ τοῦ μοχλοῦ ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις F_1 , F_2 καὶ ἡ

99. **Μοχλός.** Καλεῖται **μοχλός** ἐν στερεὸν σῶμα, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ στρέφεται περὶ ἀκλόνητον ἄξονα ἢ σημεῖον (ὑπομόχλιον) αἱ ἀποστάσεις τῆς ἀντιστάσεως καὶ τῆς κινήτηριου δυνάμεως ἀπὸ τὸ ὑπομόχλιον λέγονται **μοχλοβραχίονες**.

δυνάμεις F , τὴν ὁποίαν ἀναπτύσσει τὸ ὑπομόχλιον (σχ. 82). Αἱ τρεῖς αὐταὶ δυνάμεις εὐρίσκονται ἐπὶ ἑνὸς ἐπιπέδου καθέτου πρὸς τὸν ἄξονα. Ὁ μοχλὸς ἰσορροπεῖ (§ 48), ὅταν αἱ ροπαὶ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι κατ' ἀπόλυτον τιμὴν ἴσαι :

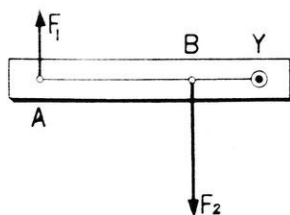
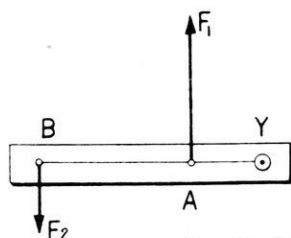
$$F_1 \cdot \alpha = F_2 \cdot \beta$$

Ἡ ροπή τῆς F ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴση μὲ μηδέν (διότι ἡ διεύθυνσις τῆς F διέρχεται διὰ τοῦ ἄξονος). Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ μοχλοῦ ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 εἶναι κάθετος πρὸς τὸν ἄξονα καὶ ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν δυνάμιν F , τὴν ὁποίαν ἀναπτύσσει ὁ ἄξων. Ὡστε :

Ὁ μοχλὸς ἰσορροπεῖ, ὅταν τὸ ἄθροισμα ὅλων τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴσον μὲ μηδέν.

$$F_1 \cdot \alpha - F_2 \cdot \beta = 0 \quad \text{ἢ} \quad F_1 \cdot \alpha = F_2 \cdot \beta$$

Ἀπὸ τὴν προηγουμένην σχέσιν συνάγεται ὅτι :

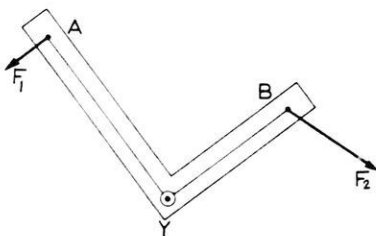


Σχ. 83. Μοχλοὶ μὲ ἓνα βραχίονα

Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ μοχλοῦ αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπ' αὐτοῦ, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τοὺς βραχίονας τῶν δυνάμεων :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\beta}{\alpha}$$

Διακρίνομεν δύο εἴδη μοχλῶν ἀναλόγως τῆς θέσεως τοῦ υπομοχλίου ἐν σχέσει πρὸς τὰς δύο δυνάμεις. Εἰς τοὺς μοχλοὺς μὲ δύο βραχίονας (σχ. 82) τὸ ὑπομόχλιον εὐρίσκεται

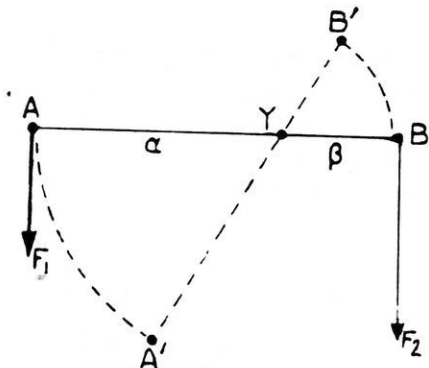


Σχ. 84. Γωνίωδης μοχλὸς

μεταξύ της κινητηρίου δύναμews F_1 και της αντίστασews F_2 . Είς τούς μοχλούς με ένα βραχίονα (σχ. 83) τὸ ὑπομόχλιον εὐρίσκεται εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ μοχλοῦ.

Οἱ μοχλοὶ χρησιμοποιοῦνται εὐρύτατα εἰς τὴν καθημερινὴν ζωὴν (ψαλίδι, τανάλια, κουπί, χειράμαξα κ.ἄ.). Ἐπίσης χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν τεχνικὴν. Τὸ σχῆμα 84 δεικνύει ἓνα γωνιώδη μοχλόν.

100. Ἐφαρμογὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας εἰς τὰς ἀπλᾶς μηχανάς. Ἄς θεωρήσωμεν ἓνα μοχλόν, ὃ ὁποῖος λειτουργεῖ



Σχ. 85. Ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας εἰς τὸν μοχλόν

χωρὶς τριβάς. Ἐστω ὅτι κατὰ μίαν χρονικὴν στιγμήν τὸ μὲν σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς κινητηρίου δύναμews F_1 εὐρίσκεται εἰς τὸ A, τὸ δὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ἀντιστάσεως F_2 εὐρίσκεται εἰς τὸ B (σχ. 85). Ἐντὸς χρόνου t τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς ἐκάστης τῶν δύο δυνάμεων ὑφίσταται ἀντιστοίχως μετατόπισιν :

$$\widehat{AA'} = s_1 \quad \text{καὶ} \quad \widehat{BB'} = s_2.$$

Οὕτω τὸ ἔργον ἐκάστης δυνάμεως εἶναι :

$$\text{ἔργον τῆς δυνάμεως } F_1 : W_1 = F_1 \cdot s_1$$

$$\text{ἔργον τῆς δυνάμεως } F_2 : W_2 = F_2 \cdot s_2$$

Ἐπειδὴ δὲν ὑπάρχουν τριβαί, συνάγεται ὅτι, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, τὸ ἔργον τῆς κινητηρίου δύναμews F_1 δαπανᾶται διὰ τὴν ὑπερνίκησιν τοῦ ἔργου τῆς ἀντιστάσεως F_2 , ἥτοι εἶναι $F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$. Τὸ συμπέρασμα τοῦτο εἶναι γενικὸν καὶ ἰσχύει δι' ὅλας τὰς ἀπλᾶς μηχανάς :

Ὅταν ἀπλὴ μηχανὴ λειτουργῇ χωρὶς τριβάς, τὸ ἔργον τῆς κινητηρίου δύναμews F_1 εἶναι ἴσον μετὰ τὸ ἔργον τῆς ἀντιστάσεως F_2 .

$$\boxed{\begin{aligned} \text{Έργον κινητηρίου δυνάμεως} &= \text{Έργον αντίστασεως} \\ F_1 \cdot s_1 &= F_2 \cdot s_2 \end{aligned}}$$

(1)

Από την εξίσωσιν (1) εύρισκομεν :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{s_2}{s_1} \quad (2)$$

Οί δρόμοι, τούς οποίους διατρέχουν τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τῆς κινητηρίου δυνάμεως F_1 καὶ τῆς ἀντιστάσεως F_2 , εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὰς δυνάμεις αὐτάς.

Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα ἐκφράζεται συνήθως καὶ ὡς ἐξῆς :

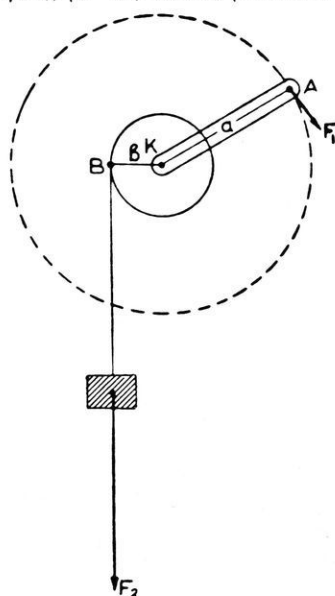
Εἰς ἀπλὴν μηχανὴν ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν τὸ χάνομεν εἰς δρόμον.

Ἐὰν καλέσωμεν v_1 καὶ v_2 τὰς ταχύτητας, μὲ τὰς ὁποίας μετατοπίζονται ἀντιστοίχως τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 , τότε ἡ εξίσωσις (2) γράφεται :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{v_2 \cdot t}{v_1 \cdot t} \quad \eta \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

Ἡ εὐρεθεῖσα σχέσις φανερώνει ὅτι :

Εἰς τὴν ἀπλὴν μηχανὴν ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν τὸ χάνομεν εἰς ταχύτητα.



Σχ. 86. Βαροῦλικον

101. Βαροῦλικον. Τὸ βαροῦλικον ἀποτελεῖται ἀπὸ στερεὸν κύλινδρον, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ περιστρέφεται περὶ τὸν ὀριζόντιον ἄξονά του μὲ τὴν βοήθειαν στροφάλου φέροντος λαβὴν (μα-νιβέλλα). Ἐπὶ τοῦ κυλίνδρου K (σχ. 86) τυλίσσεται σχοινίον, εἰς τὸ ἄκρον τοῦ ὁποίου ἐφαρμόζεται ἡ ἀντίστασις F_2 . Εἰς τὸ ἄκρον τῆς λαβῆς KA ἐφαρμόζεται ἡ κινητήριος δύναμις F_1 . Τὸ βαροῦλικον ἰσορροπεῖ, ὅταν τὸ

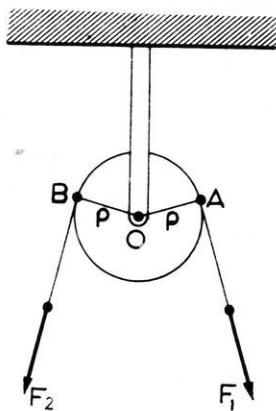
ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς εἶναι ἴσον μὲ μηδέν :

$$F_1 \cdot \alpha - F_2 \cdot \beta = 0 \quad \text{ἢ} \quad F_1 \cdot \alpha = F_2 \cdot \beta$$

ὅπου α εἶναι τὸ μῆκος τῆς ράβδου KA καὶ β εἶναι ἡ ἀκτίς τοῦ κυλίνδρου K. Ἐάν ὁ ἄξων τοῦ κυλίνδρου K εἶναι κατακόρυφος, τότε ἡ ἀπλῆ αὐτὴ μηχανὴ καλεῖται **ἐργάτης**. Καὶ δι' αὐτὴν ἰσχύει ἡ ἰδία συνθήκη ἰσορροπίας.

102. Τροχαλία. Ἡ **τροχαλία** εἶναι δίσκος μεταλλινὸς ἢ ξύλινος, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ στρέφεται περὶ ἄξονα κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τοῦ δίσκου. Ὁ ἄξων στηρίζεται εἰς τροχαλιοθήκην.

α) Ἀκίνητος τροχαλία. Ἐάν ἡ τροχαλιοθήκη στερεωθῇ ἀκλονήτως, τότε ἡ τροχαλία λέγεται **ἀκίνητος** (σχ. 87).



Συνήθως ἡ περιφέρεια τῆς τροχαλίας φέρει αὔλακα, διὰ τῆς ὁποίας διέρχεται σχοινίον ἢ ἄλυσις. Ἡ ἀντίστασις F_2 καὶ ἡ κινητήριος δύναμις F_1 ἐνεργοῦν εἰς δύο σημεῖα τοῦ σχοινίου. Τίποτε δὲν μεταβάλλεται, ἐάν υποθέσωμεν ὅτι αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐφαρμόζονται εἰς τὰ σημεῖα A καὶ B τῆς περιφέρειας τοῦ δίσκου. Ἡ τροχαλία ἰσορροπεῖ, ὅταν τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι μηδέν :

$$F_1 \cdot \rho - F_2 \cdot \rho = 0 \quad \text{ἄρα} \quad F_1 = F_2$$

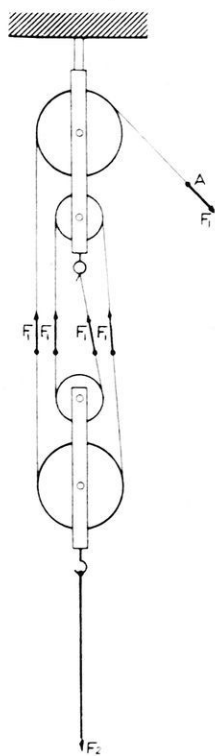
Σχ. 87. Ἀκίνητος τροχαλία

Εἰς τὴν ἀκίνητον τροχαλίαν ἡ κινητήριος δύναμις εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀντίστασιν.

Ἡ τροχαλία αὐτὴ προκαλεῖ μόνον μεταβολὴν τῆς διεύθυνσεως, κατὰ τὴν ὁποίαν καταβάλλεται ἡ κινητήριος προσπάθεια. Οὕτω διὰ τὴν ἀνύψωσιν ἐνὸς βαρέος σώματος χρησιμοποιοῦμεν τὴν ἀκίνητον τροχαλίαν, διότι εἶναι εὐκολώτερον νὰ σύρωμεν τὸ σχοινίον ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω παρὰ ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω.

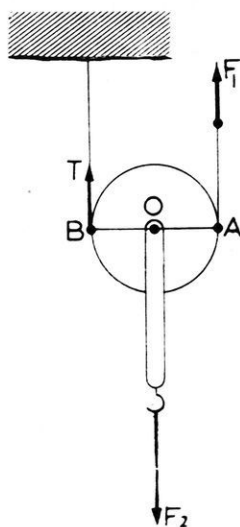
β) Κινητὴ τροχαλία. Εἰς τὴν **κινητὴν τροχαλίαν** (σχ. 88) ἡ ἀντίστασις F_2 ἐφαρμόζεται εἰς τὴν τροχαλιοθήκην. Τὸ ἐν ἄκρον τοῦ

σχοινίου στερεώνεται εἰς ἀκλόνητον σημεῖον, εἰς τὸ ἄλλο δὲ ἄκρον τοῦ σχοινίου ἐφαρμόζεται ἡ κινητήριος δύναμις F_1 . Ἐὰν θεωρήσωμεν τὰ δύο σχοινία παράλληλα. Ἐπὶ τῆς τροχαλίας ἐνεργοῦν τρεῖς δυνάμεις: ἡ κινητήριος δύναμις F_1 , ἡ ἀντίστασις F_2 καὶ ἡ τάσις τοῦ σχοινίου T . Αἱ δυνάμεις



Σχ. 89. Πολύσπαστον

F_1 καὶ T θεωροῦνται ἐφαρμοζόμεναι εἰς τὰ σημεῖα A καὶ B τῆς περιφερείας τῆς τροχαλίας. Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τῆς τροχαλίας ἡ δύναμις F_2 ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν συνισταμένην τῶν δυνάμεων F_1 καὶ T . Ἄρα πρέπει νὰ εἶναι: $F_1 = T$ καὶ $F_2 = 2F_1$. Ἡ ἀντίστασις F_2 μοιράζεται ἐξ ἴσου ἐπὶ τῶν δύο σχοινίων καὶ συνεπῶς:



Σχ. 88. Κινητὴ τροχαλία

Ἡ κινητήριος δύναμις εἶναι ἴση μετὰ τὸ ἡμισυ τῆς ἀντιστάσεως.

$$F_1 = \frac{F_2}{2}$$

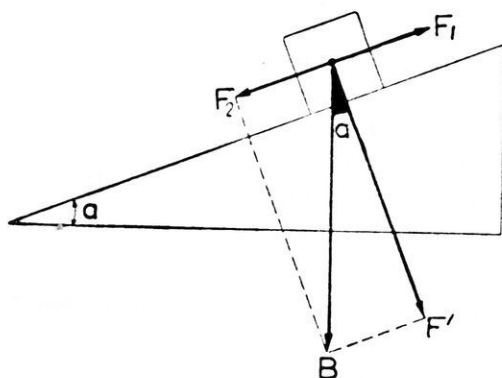
103. Πολύσπαστον. Τὸ πολὺσπαστον ἀπο-

τελεῖται ἀπὸ πολλὰς τροχαλίας, αἱ ὁποῖαι ἔχουν κοινὸν ἄξονα. Ἡ μία τροχαλιοθήκη εἶναι ἀκίνητος, ἡ δὲ ἄλλη εἶναι κινητή. Διὰ τῆς αὐλακὸς τῶν τροχαλιῶν διέρχεται σχοινίον, τοῦ ὁποῖου τὸ ἓν ἄκρον στερεώνεται εἰς ἓν σημεῖον τῆς ἀκινήτου τροχαλιοθήκης, τὸ δὲ ἄλλο ἄκρον εἶναι ἐλεύθερον, διὰ νὰ ἐφαρμόζεται ἐπ' αὐτοῦ ἡ κινητήριος δύναμις F_1 . Ἡ ἀντίστασις F_2 ἐφαρμόζεται ἐπὶ τῆς κινητῆς τροχαλιοθήκης (σχ. 89). Ἐστω ὅτι ἐκάστη τροχαλιοθήκη φέρει ν τροχαλίας. Μεταξὺ τῶν δύο τροχαλιοθηκῶν τείνονται 2ν τμήματα τοῦ σχοινίου. Ἐπομένως ἡ ἀντίστασις F_2 κατανέμεται εἰς 2ν ἴσα μέρη καὶ ἕκαστον τμήμα

του σχοινιού ισορροπεί μέρος της αντίστασεως ίσον με $\frac{F_2}{2\nu}$. "Ωστε έχουμε :

$$F_1 = \frac{F_2}{2\nu}$$

104. Κεκλιμένον επίπεδον. Το κεκλιμένον επίπεδον είναι μία επίπεδος επιφάνεια, ή οποία παρουσιάζει κλίσιν ως προς το οριζόντιον επίπεδον (σχ. 90). Διὰ νὰ ισορροπήσῃ ἐν βαρὺ σῶμα ἐπὶ

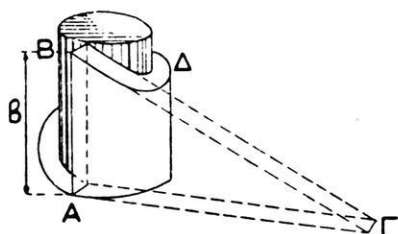


Σχ. 90. Κεκλιμένον επίπεδον

του κεκλιμένου επιπέδου, πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ τοῦ σώματος μία δύναμις F_1 , ή οποία ἐμποδίζει τὸ σῶμα νὰ κατέλθῃ. Εἶναι φανερόν ὅτι ή F_1 πρέπει νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνιστῶσαν F_2 τοῦ βάρους τοῦ σώματος, τὴν παράλληλον πρὸς τὸ κεκλιμένον επίπεδον. Ἡ ἄλλη συνιστῶσα τοῦ βάρους, ή νάητος πρὸς τὸ κεκλιμένον επίπεδον, ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν ἀντίδρασιν τοῦ κεκλιμένου επιπέδου. Ἐκ τοῦ σχήματος συνάγεται ὅτι ὅσον μικροτέρα εἶναι ή κλίσις τοῦ κεκλιμένου επιπέδου, τόσο μικροτέρα εἶναι καὶ ή δύναμις F_1 .

105. Ὁ κοχλίας. Ὁ κοχλίας εἶναι μία ἀπλὴ μηχανή, ή οποία ἔχει μεγάλην πρακτικὴν ἐφαρμογήν. Ἡ λειτουργία του στηρίζεται εἰς τὰς γεωμετρικὰς ιδιότητες τῆς ἑλικος. Αὕτη προκύπτει ὡς ἐξῆς : Ἐπὶ ἐνὸς ὀρθοῦ κυλίνδρου (σχ. 91) τυλίσσεται ὀρθογώνιον τρίγωνον, τοῦ ὁποίου ή μία κάθετος πλευρά εἶναι ἴση με τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου. Οὕτως ή ὑποτείνουσα τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου μεταβάλλεται εἰς καμπύλην γραμμὴν, ή οποία καλεῖται ἑλιξ. Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν δύο σημείων Α καὶ Β, τὰ ὁποῖα εὐρίσκονται ἐπὶ τῆς

αὐτῆς γενετείρας τοῦ κυλίνδρου, εἶναι σταθερὰ καὶ καλεῖται **βῆμα** β τῆς ἑλικος. Τὸ τόξον ΑΔΒ ἀποτελεῖ μίαν σπείραν τῆς ἑλικος. Εἰς τὸν κοχλίαν αἱ σπείραι ἀποτελοῦν συνεχῇ προεξοχήν (σχ. 92). Συμπληρωματικὸν σῶμα τοῦ κοχλίου εἶναι τὸ περικόχλιον, τὸ ὁποῖον εἶναι κοῦλον σῶμα φέρον συνεχῇ ἑλικοειδῇ ἐσοχήν. Τὸ περι-



Σχ. 91. Σχηματισμὸς ἑλικος

κόχλιον χρησιμεύει ὡς ὁδηγὸς τοῦ κοχλίου κατὰ τὴν περιστροφικὴν κίνησίν του. Καλεῖται **βῆμα** τοῦ κοχλίου τὸ βῆμα τῆς ἑλικος αὐτοῦ.

Ἐκ τοῦ τρόπου τῆς κατασκευῆς Σχ. 92. Ὁ κοχλίας ὡς ἀπλὴ μηχανὴ τοῦ κοχλίου προκύπτει ἡ ἐξῆς ιδιότης του :

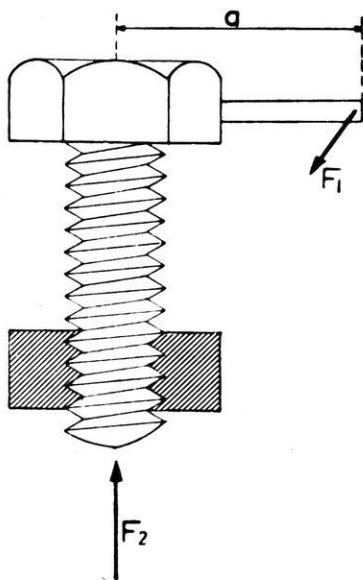
Ὅταν ὁ κοχλίας ἐκτελῇ μίαν πλήρη περιστροφὴν, οὗτος ὑφίσταται συγχρόνως μετατόπισιν κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονός του ἴσην μὲ ἐν βῆμα.

Ἐὰν ὁ κοχλίας ἐκτελέσῃ μίαν περιστροφὴν, ἡ δύναμις F_1 παράγει ἔργον $2\pi \cdot \alpha \cdot F_1$. Συγχρόνως ἡ ἀνθισταμένη δύναμις F_2 , ἡ ὁποία ἐνεργεῖ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος τοῦ κοχλίου, ὀπισθοχωρεῖ κατὰ ἐν βῆμα β καὶ ἐπομένως ἡ F_2 καταναλίσκει ἔργον $F_2 \cdot \beta$. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας εἶναι :

$$2\pi \cdot \alpha \cdot F_1 = F_2 \cdot \beta \quad \text{ἄρα}$$

$$F_1 = F_2 \cdot \frac{\beta}{2\pi \cdot \alpha}$$

Ὁ κοχλίας χρησιμοποιεῖται εἰς διαφόρους μηχανὰς καὶ εἰς ὄργανα μετρήσεων.



106. Ἀπόδοσις μηχανῆς. Εἰς ὅλας γενικῶς τὰς μηχανὰς δαπανᾷται μία μορφή ἐνεργείας, διὰ νὰ λάβωμεν μίαν ἄλλην ὠφέλιμον μορφήν ἐνεργείας. Ἔνεκα τῶν διαφόρων ἀντιστάσεων, αἱ ὁποῖαι ἀναπτύσσονται κατὰ τὴν λειτουργίαν τῆς μηχανῆς, ἡ ὠφέλιμος ἐνέργεια εἶναι πάντοτε μικρότερά ἀπὸ τὴν δαπανωμένην ἐνέργειαν.

Καλεῖται ἀπόδοσις μιᾶς μηχανῆς ὁ λόγος τῆς ὠφελίμου ἐνεργείας πρὸς τὴν δαπανωμένην ἐνέργειαν.

$$\text{ἀπόδοσις μηχανῆς} = \frac{\text{ὠφέλιμος ἐνέργεια}}{\text{δαπανωμένη ἐνέργεια}} \quad A = \frac{W_o}{W_d}$$

Ὅπως θὰ ἴδωμεν, ἡ ἀπόδοσις ἐνὸς ἠλεκτροκινητήρος εἶναι 0,90 ἐνῶ ἡ ἀπόδοσις μιᾶς ἀτμομηχανῆς εἶναι 0,25. Ἦτοι εἰς μὲν τὸν ἠλεκτροκινητήρα χάνονται μόνον τὰ 10 % τῆς δαπανωμένης ἠλεκτρικῆς ἐνεργείας, ἐνῶ εἰς τὴν ἀτμομηχανὴν χάνονται τὰ 75 % τῆς δαπανωμένης θερμικῆς ἐνεργείας. Ὅλοι αἱ προσπάθειαι τῆς τεχνικῆς τείνουν εἰς τὴν αὐξήσιν τῆς ἀποδόσεως τῶν διαφόρων μηχανῶν.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

81. Μοχλὸς μὲ δύο βραχίονας ἔχει μῆκος 2,4 m. Εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ μοχλοῦ ἐφαρμόζεται βάρος 30 kgf* καὶ εἰς ἀπόστασιν 0,8 m ἀπὸ τὸν ἄξονα περιστροφῆς. Πόσον βάρος πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ μοχλοῦ, διὰ νὰ ἐπέλθῃ ἡ ἰσορροπία ;

82. Μοχλὸς μὲ ἓνα βραχίονα ἔχει μῆκος 3 m καὶ περιστρέφεται περὶ τὸ ἓν ἄκρον του. Εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον του προσδένεται βάρος 10 kgf*. Πόσῃν δυνάμει πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς ἀπόστασιν 1 m ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου, ἵνα ὁ μοχλὸς διατηρῇται ὀριζόντιος ;

83. Τὸ ἄκρον σιδηρᾶς ράβδου μήκους 2,4 m τίθεται κάτωθεν βαρέος σώματος καὶ εἰς ἀπόστασιν 30 cm ἀπὸ τοῦ ἄκρου τούτου τοποθετεῖται ὑπομόχλιον. Ἐφαρμόζοντες εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τῆς ράβδου δύναμιν 25 kgf* ἀνυψώνομεν ὀλίγον τὸ κιβώτιον. Πόσῃν δυνάμει ἰσορροποῦμεν ;

84. Οἱ δύο βραχίονες μοχλοῦ ΑΟΓ σχηματίζουν μεταξὺ των γωνίαν 135°. Ὁ μοχλὸς περιστρέφεται περὶ ὀριζόντιον ἄξονα Ο κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δύο βραχιόνων τοῦ μοχλοῦ. Ὁ βραχίον ΟΓ εἶναι

οριζόντιος, είναι δὲ $OA = 2 \cdot OG$. Ἀπὸ τὰ σημεῖα A καὶ G ἐξαρτῶμεν ἀντιστοίχως τὰ βάρη B_1 καὶ B_2 . Νὰ εὐρεθῇ ποῖος πρέπει νὰ εἶναι ὁ λόγος τῶν βαρῶν, ὥστε ὁ μοχλὸς νὰ ἰσορροπῇ.

85. Ἀπὸ τὸ ἐν ἄκρον τοῦ σχοινίου ἀκινήτου τροχαλίας ἐξαρτᾶται βάρος 30 kgr^* . Νὰ εὐρεθῇ ἡ δύναμις ἡ ἐφαρμοζομένη εἰς τὸν ἄξονα τῆς τροχαλίας, ὅταν αἱ διευθύνσεις τῶν δύο σχοινίων σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν 0° , 90° καὶ 120° .

86. Ἐπὶ μιᾷ κινητῆς τροχαλίας ἐφαρμόζεται βάρος 80 kgr^* . Πόση δύναμις πρέπει νὰ ἐνεργῇ εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ σχοινίου, ὅταν τὰ δύο σχοινία σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν 0° , 90° καὶ 120° ; Τὸ βάρος τῆς τροχαλίας παραλείπεται.

87. Εἰς πολύσπαστον ἐκάστη τροχαλιοθήκη φέρει 3 τροχαλίας. Τὸ βάρος τῆς κινητῆς τροχαλιοθήκης εἶναι 3 kgr^* . Νὰ εὐρεθῇ πόσην δύναμιν πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ σχοινίου, διὰ νὰ ἰσορροπήσωμεν τὸ πολύσπαστον, ὅταν ἐξ αὐτοῦ ἐξαρτήσωμεν βάρος 45 kgr^* .

88. Ὁ στρόφαλος ἐνὸς βαροῦλκον διαγράφει κύκλον ἀκτίνος 54 cm , ἡ δὲ διάμετρος τοῦ κυλίνδρου εἶναι 12 cm . Ἀπὸ τὸ σχοινίον τοῦ βαροῦλκον ἐξαρτᾶται βάρος 30 kgr^* . Νὰ εὐρεθῇ ἡ δύναμις ἡ ἀπαιτούμενη διὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ βαροῦλκον.

89. Ἡ λαβὴ ἐνὸς βαροῦλκον διαγράφει περιφέρειαν ἀκτίνος 60 cm , ὁ δὲ κύλινδρος, ἐπὶ τοῦ ὁποίου τυλίσσεται τὸ σχοινίον, ἔχει ἀκτῖνα 15 cm . Τὸ βαροῦλκον χρησιμεύει διὰ τὴν ἀντλησιν ὕδατος ἀπὸ βάθους 10 m , τὸ δὲ χρησιμοποιούμενον δοχεῖον ἔχει ὄγκον 10 λίτρα. Νὰ ὑπολογισθῇ πόσον ἔργον δαπανᾶται διὰ τὴν ἀντλησιν 100 λίτρων ὕδατος. Πόση εἶναι εἰς Watt ἡ μέση ἰσχύς, ἡ ὁποία καταβάλλεται, ἂν εἰς μίαν ὥραν ἀντλήται 1 m^3 ὕδατος.

90. Ἐργάτης, διὰ νὰ ἀνυψώσῃ βαρέλιον 240 kgr^* εἰς ὕψος $1,10 \text{ m}$ ἄνωθεν τοῦ ἐδάφους, χρησιμοποιοῖ κεκλιμένον ἐπιπέδον. Πόσον πρέπει νὰ εἶναι τὸ μῆκος τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ὥστε, ὅταν ὁ ἐργάτης καταβάλλῃ δύναμιν 40 kgr^* , τὸ βαρέλιον νὰ ἰσορροπῇ ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου;

91. Μία ἀνυψωτικὴ μηχανὴ διὰ κοχλίου (γρύλλος) στρέφεται με μοχλὸν μήκους 50 cm , τὸ δὲ βῆμα τοῦ κοχλίου εἶναι 5 cm . Πόση δύναμις πρέπει νὰ καταβληθῇ διὰ τὴν ἀνύψωσιν βάρους 200 kgr^* ;

92. Εἰς μίαν ὑδροηλεκτρικὴν ἐγκατάστασιν διαβιβάζονται ἐτησίως

διὰ τοῦ στροβίλου 120 ἑκατομμύρια κυβικά μέτρα ὕδατος, πίπτοντος ἀπὸ ὕψους 500 m. Ἡ ὅλη ἀπόδοσις τῆς ἐγκαταστάσεως εἶναι 60 % . Πόσα κιλοβατώρια λαμβάνονται ἐτησίως ; Ἐὰν τὰ γενικά ἐξοδα (ἀπόσβεσις, συντηρήσεις, τόκοι) ἀνέρχονται ἐτησίως εἰς 19,62 ἑκατομμύρια δραχμας, πόσον κοστίζει ἑκαστον κιλοβατώριον ;

ΣΥΝΘΕΣΙΣ ΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ

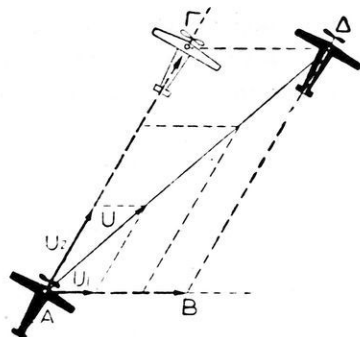
107. Ἀρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων. Ἐὰν ἐπὶ ἐνὸς σώματος ἐνεργοῦν $\sigma \upsilon \gamma \chi \rho \acute{o} \nu \omega \varsigma$ δύο ἢ περισσότερα αἷτια κινήσεως, τότε τὸ σῶμα ἐκτελεῖ μίαν κίνησιν, ἡ ὁποία εἶναι συνισταμένη κίνησις καὶ ἀπορρέει ἀπὸ ἰδιαίτερας κινήσεις, τὰς ὁποίας ἔπρεπε νὰ ἐκτελέσῃ τὸ σῶμα. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ μία κίνησις δὲν ἐπηρεάζει τὴν ἄλλην. Ἐὰν π.χ. εὕρισκώμεθα ἐντὸς σιδηροδρομικοῦ ὀχήματος καὶ ἀφήσωμεν σῶμα νὰ πέσῃ ἐλευθέρως πλησίον νήματος τῆς στάθμης, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ σῶμα πίπτει κατακορύφως εἴτε τὸ ὄχημα ἤρεμεῖ, εἴτε κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ἰσοταχῶς. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ κίνησις τοῦ ὀχήματος δὲν ἐπηρεάζει τὴν πτῶσιν τοῦ σώματος. Τὸ φαινόμενον τοῦτο εἶναι συνέπεια μιᾶς θεμελιώδους ἀρχῆς τῆς Μηχανικῆς, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων**:

Ἡ δρᾷσις μιᾶς δυνάμεως ἐπὶ ἐνὸς σώματος εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν κινητικὴν κατάστασιν τοῦ σώματος.

108. Σύνθεσις δύο εὐθυγράμμων κινήσεων. Ἐστω ὅτι ἐν ἀεροπλάνον κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς μετὰ ταχύτητα u_2 (σχ. 93), συγχρόνως ὅμως ὁ ἄνεμος τὸ παρασύρει μετὰ σταθερὰν ταχύτητα u_1 κατὰ τὴν διεύθυνσιν AB. Οὕτω τὸ ἀεροπλάνον ἀναγκάζεται νὰ ἐκτελέσῃ $\sigma \upsilon \gamma \chi \rho \acute{o} \nu \omega \varsigma$ δύο εὐθυγράμμους κινήσεις. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων τὸ ἀεροπλάνον ἐντὸς ὁρισμένου χρόνου (π.χ. ἐντὸς 3 sec) θὰ ἔλθῃ εἰς ἐκείνην τὴν θέσιν, εἰς τὴν ὁποίαν θὰ ἔφθανεν, ἐὰν ἐξετέλει τὰς δύο αὐτὰς κινήσεις διαδοχικῶς. Οὕτω μετὰ χρόνον t τὸ ἀεροπλάνον φθάνει εἰς τὸ σημεῖον Δ, τὸ ὅποιον εἶναι ἡ τετάρτη κορυφὴ τοῦ παραλληλογράμμου, τὸ ὅποιον ὀρίζουν οἱ δύο δρόμοι ΑΓ καὶ ΑΒ.

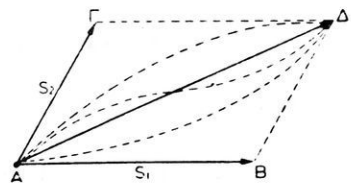
Τὰ ἀνωτέρω ἰσχύουν καὶ ὅταν αἱ δύο συνιστώσαι κινήσεις δὲν εἶναι εὐθύγραμμοι ὁμαλαὶ κινήσεις. Οὕτω καταλήγομεν εἰς τὸ ἀκόλουθον γενικὸν συμπέρασμα :

Ἐὰν σῶμα ἐκτελεῇ συγχρόνως δύο κινήσεις, τότε ἡ θέσις τοῦ εἰς ἐκάστην στιγμήν εἶναι ἡ τετάρτη κορυφή τοῦ παραλληλογράμμου, τὸ ὁποῖον ὀρίζουν αἱ δύο συνιστώσαι κινήσεις.



Σχ. 93. Σύνθεσις δύο εὐθυγράμμων κινήσεων

Εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα τοῦ ἀεροπλάνου αἱ δύο συνιστώσαι κινήσεις εἶναι εὐθύγραμμοι ὁμαλαὶ καὶ ἐπομένως τὰ ἐντὸς ὠρισμένου χρόνου t διανυόμενα διαστήματα $AB = u_1 \cdot t$ καὶ $AG = u_2 \cdot t$ ἔχουν πάντοτε λόγον σταθερόν, ὁ ὁποῖος ἰσοῦται μὲ τὸν λόγον τῶν ταχυτήτων. Μόνον εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ τροχιά τῆς συνισταμένης κινήσεως εἶναι ἡ διαγώνιος AD τοῦ παραλληλογράμμου $AB\Delta\Gamma$. Ἐὰν αἱ δύο συνιστώσαι κινήσεις δὲν εἶναι εὐθυγράμμοι ὁμαλαί, ἡ τροχιά τῆς συνισταμένης κινήσεως εἶναι καμπύλη γραμμή, τῆς ὁποίας ἡ μορφή ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ εἶδος τῶν δύο συνιστωσῶν κινήσεων (σχ. 94). Διὰ τὴν ταχύτητα καὶ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς συνισταμένης κινήσεως ἰσχύει γενικῶς ὁ ἀκόλουθος νόμος :



Σχ. 94. Σύνθεσις δύο κινήσεων

Ἡ ταχύτης ἢ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς συνισταμένης κινήσεως εἶναι καθ' ἐκάστην στιγμήν ἴση μὲ τὴν συνισταμένην τῶν ταχυτήτων ἢ τῶν ἐπιταχύνσεων τῶν συνιστωσῶν κινήσεων.

109. Κινήσις τῶν βλημάτων. Ἐφαρμογὴν τῆς συνθέσεως τῶν κινήσεων ἔχομεν εἰς τὴν κίνησιν τῶν βλημάτων.

α) **Κατακόρυφος βολή.** Ὅταν ἐν σῶμα ἐκσφενδονίζεται κατα-

κορύφως πρὸς τὰ ἄνω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα u_0 , τότε τὸ σῶμα ἐκτελεῖ συγχρόνως δύο εὐθυγράμμους κινήσεις τὰς ἐξῆς : α) τὸ σῶμα, ἕνεκα τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος u_0 , κινεῖται εὐθύγραμμως καὶ ὁμαλῶς πρὸς τὰ ἄνω· β) τὸ σῶμα, ἕνεκα τοῦ βάρους του, πίπτει μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν g . Ἡ συνισταμένη κίνησις εἶναι τότε μία κίνησις εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη, ἥ ὁποία προσδιορίζεται ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις :

$$v = u_0 - g \cdot t \quad \text{καὶ} \quad s = u_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Τὸ σῶμα ἀνέρχεται, ἕως ὅτου μηδενισθῇ ἡ ταχύτης του. Εὐκόλως εὐρίσκομεν (§ 62) ὅτι εἶναι :

$$\text{διάρκεια ἀνόδου : } t = \frac{u_0}{g} \quad \text{μέγιστον ὕψος : } H = \frac{u_0^2}{2g}$$

Ἡ κάθοδος τοῦ σώματος εἶναι ἐλευθέρᾳ πτώσις. Κατὰ τὴν στιγμήν τῆς ἀφίξεώς του εἰς τὸ ἔδαφος τὸ σῶμα ἔχει ταχύτητα :

$$v' = \sqrt{2g \cdot H} \quad \text{ἥτοι} \quad v' = \sqrt{2g \cdot \frac{u_0^2}{2g}} = u_0$$

Ἡ διάρκεια t' τῆς καθόδου τοῦ σώματος εἶναι :

$$t' = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad \text{ἥτοι} \quad t' = \sqrt{\frac{2u_0^2}{2g^2}} = \frac{u_0}{g} = t$$

Ἡ κάθοδος τοῦ σώματος διαρκεῖ, ὅσον καὶ ἡ ἀνόδος αὐτοῦ καὶ τὸ σῶμα ἐπανέρχεται εἰς τὸ ἔδαφος μὲ τὴν ἰδίαν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν εἶχεν, ὅταν ἤρχισε τὴν ἀνοδὸν του.

Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα εἶναι σύμφωνον πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας (§ 95).

β) **Ὁριζοντία βολή.** Ἀπὸ ἓν σημεῖον Α, εὐρισκόμενον εἰς ὕψος h ἄνωθεν τοῦ ἐδάφους, ἐκσπενδονίζεται ὀριζοντίως μὲ ταχύτητα u_0 ἓν σῶμα μάζης m (σχ. 95). Τότε τὸ σῶμα ἐκτελεῖ συγχρόνως δύο εὐθυγράμμους κινήσεις τὰς ἐξῆς : α) τὸ σῶμα, ἕνεκα τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος u_0 , κινεῖται ὀριζοντίως καὶ ὁμαλῶς· β) τὸ σῶμα, ἕνεκα τοῦ βάρους του, πίπτει μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν g . Ἡ συνι-

σταμένη κίνησης είναι μία $\kappa \alpha \mu \pi \upsilon \lambda \acute{o} \gamma \rho \alpha \mu \mu \omicron \varsigma$ κίνησης. Ούτω τὸ σῶμα διαγράφει τόξον ἡμιπαραβολῆς καὶ μετὰ χρόνον t συναντᾷ τὸ ἔδαφος εἰς ἓν σημεῖον Δ (σχ. 95), τὸ ὁποῖον εἶναι ἡ τετάρτη κορυφὴ τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ ὀριζομένου ἀπὸ τοὺς δρόμους :

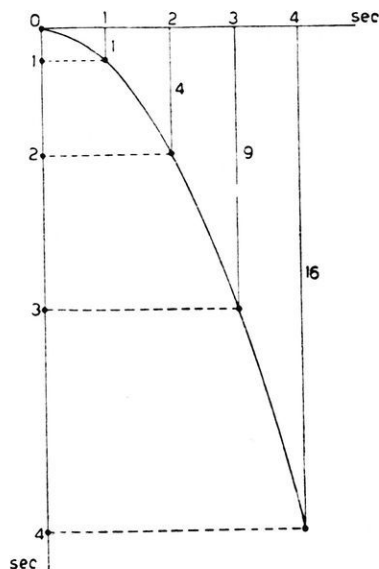
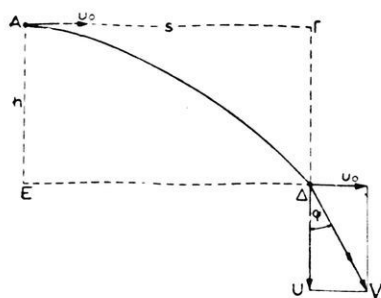
$$A\Gamma = s = v_0 \cdot t \quad \text{καὶ} \quad AE = h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Τὸ σῶμα κινεῖται, ἐφ' ὅσον διαρκεῖ ἡ πτώσις του. Ἡ διάρκεια λοιπὸν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος εἶναι :

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Ἐπομένως τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον θὰ διανύσῃ τὸ σῶμα, κινούμενον ὀριζοντίως, εἶναι :

$$s = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1)$$



Σχ. 95. Ὀριζοντία βολή. Τὸ σῶμα ἐκτελεῖ συγχρόνως δύο κινήσεις

Ἡ ἐξίσωσις (1) δίδει τὴν ἀπόστασιν τοῦ σημείου Δ ἀπὸ τὴν κατακόρυφον AE , δηλαδή τὸ β ε λ η ν ε κ έ ς τοῦ βλήματος. Ἡ ταχύτης V τοῦ σώματος εἰς τὸ σημεῖον Δ εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν ταχυτήτων τῶν συνιστωσῶν κινήσεων, ὑπολογίζεται δὲ εὐκόλως ὡς ἑξῆς : Εἰς τὸ σημεῖον A τὸ σῶμα ἔχει ὀλικὴν ἐνέργειαν :

$$\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h$$

"Όταν τὸ σῶμα φθάσῃ εἰς τὸ Δ, ὅλη ἡ ἀρχικὴ ἐνέργειά του ἔχει μετατραπῇ εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν $\frac{1}{2} m \cdot V^2$. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνέργειας ἔχομεν :

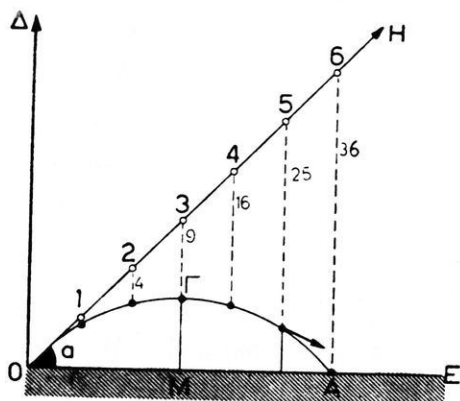
$$\frac{1}{2} m \cdot V^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h \quad \text{ἄρα } V = \sqrt{v_0^2 + 2g \cdot h}$$

"Όταν ἀεροπλάνον ἀπορρίπτῃ τὰς βόμβας του, τότε λαμβάνει χώραν ὀριζοντία βολή τῆς βόμβας, διότι τὴν στιγμὴν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἀφήνεται ἐλευθέρᾳ ἡ βόμβα, αὕτη ἔχει ἀρχικὴν ὀριζοντίαν ταχύτητα ἴσην μετὴν ταχύτητα τοῦ ἀεροπλάνου. Οὕτως ἡ βόμβα διαγράφει περίπου μίαν ἡμιπαραβολήν. Δι' ἐν ἀεροπλάνον, τὸ ὁποῖον κινεῖται ὀριζοντίως μετὰ ταχύτητα 60 m/sec εἰς τὸ ὕψος 4500 m, τὸ ὀριζόντιον βεληνεκές εἶναι :

$$s = 60 \cdot \sqrt{\frac{9 \ 000}{10}} = 60 \cdot 30 = 1 \ 800 \text{ m}$$

Ἐπομένως αἱ βόμβαι ρίπτονται πρὶν τὸ ἀεροπλάνον φθάσῃ ὑπεράνω τοῦ στόχου.

γ) **Πλαγία βολή.** Ἀπὸ τὸ σημεῖον Ο τοῦ ἐδάφους ἐκσπενδονίζεται πλαγίως πρὸς τὰ ἄνω σῶμα κατὰ διεύθυνσιν ΟΗ, ἡ ὁποία σχηματίζει



Σχ. 96. Τὸ βλήμα διαγράφει παραβολικὴν τροχίαν

τὸ τόξον παραβολῆς ΟΓΑ καὶ ἐπανέρχεται εἰς τὸ ἐδαφος. Τὴν

ζεῖ γωνίαν α μετὰ τὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον ΟΕ τοῦ ἐδάφους (σχ. 96). Ἡ ἀρχικὴ ταχύτης τοῦ σώματος εἶναι v_0 . Τότε τὸ σῶμα ἐκτελεῖ συγχρόνως δύο κινήσεις, τὰς ἐξῆς : α) τὸ σῶμα, ἔνεκα τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος v_0 , κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς ἐπὶ τῆς ΟΗ· β) τὸ σῶμα, ἔνεκα τοῦ βάρους του, πίπτει με σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν g.

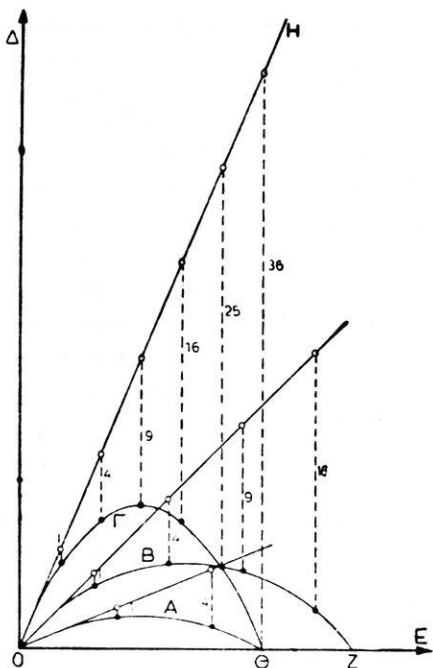
Οὕτω τὸ σῶμα διαγράφει

παραβολικὴν αὐτὴν τροχίαν παρατηροῦμεν, ὅταν ρεῦμα ὕδατος ἐκσφενδονίζεται πλαγίως. Τὸ βεληνεκές OA καὶ τὸ μέγιστον ὕψος MG , εἰς τὸ ὁποῖον φθάνει τὸ σῶμα, εἶναι τόσον μεγαλύτερα, ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ ἀρχικὴ ταχύτης u_0 . Τὰ δύο αὐτὰ μεγέθη ἐξαρτῶνται καὶ ἀπὸ τὴν γωνίαν κλίσεως α (σχ. 97). Τὸ μέγιστον βεληνεκές OZ ἀντιστοιχεῖ εἰς γωνίαν κλίσεως 45° , ὁπότε εἶναι :

$$OZ = \frac{u_0^2}{g}. \quad \text{Τὸ μέγιστον ὕψος}$$

εἰς τὸ ὁποῖον φθάνει τὸ σῶμα, αὐξάνεται μετὰ τῆς γωνίας κλίσεως α . Εἰς δύο συμπληρωματικὰς γωνίας κλίσεως (π.χ. 30° καὶ 60°) ἀντιστοιχεῖ τὸ αὐτὸ βεληνεκές OG , διάφορον ὅμως μέγιστον ὕψος. Τοῦτο ἔχει σημασίαν εἰς τὴν βλητικὴν, διότι οὕτως ἐπιτυγχάνεται ὁ στόχος Θ καὶ ἂν εὐρίσκεται ὀπισθεν ὑψώματος.

Εἰς τὴν ἀνωτέρω ἔρευναν τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων δὲν ἐλήφθη ὑπ' ὄψιν ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος, ἡ ὁποία εἰς τὴν πραγματικότητα τροποποιεῖ τὴν τροχίαν τοῦ βλήματος καὶ τὴν μεταβάλλει εἰς ἀσύμμετρον καμπύλην.



Σχ. 97. Βολή ὑπὸ διαφόρους γωνίας

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

93. Ποταμόπλοιον κινεῖται κατὰ τὸν ἄξονα τοῦ ποταμοῦ. Ὄταν τὸ πλοῖον ἀναπλέῃ τὸν ποταμόν, ἡ ταχύτης τοῦ πλοίου ὡς πρὸς τὴν ὄχθην εἶναι 2 m/sec , ἐνῶ ὅταν κατέρχεται ἡ ταχύτης του εἶναι 6 m/sec . Νὰ εὐρεθῇ ἡ ἰδία ταχύτης τοῦ πλοίου καὶ ἡ ταχύτης τοῦ ὕδατος τοῦ ποταμοῦ.

94. Ἀεροπλάνον κινούμενον ἐξ ἀνατολῶν πρὸς δυσμὰς διανύει εὐθυ-

γράμμους απόστασιν 6 km και επανέρχεται εις την αφετηρίαν του. Ἡ σχετική ταχύτης του ὡς πρὸς τὸν ἀέρα εἶναι 50 m/sec. Νὰ ὑπολογισθῇ πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται δι' αὐτὴν τὴν μετάβασιν καὶ ἐπιστροφὴν τοῦ ἀεροπλάνου : α) ὅταν ἐπικρατῇ νηνεμία β) ὅταν πνέῃ σταθερὸς δυτικὸς ἄνεμος ταχύτητος 20 m/sec.

95. Νὰ εὐρεθῇ μὲ πόσῃ ἀρχικῇ ταχύτητι πρέπει νὰ ἐκσφενδονισθῇ κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω βλήμα, διὰ νὰ φθάσῃ εἰς ὕψος 3 920 m καὶ πόσος χρόνος θὰ παρέλθῃ ἀπὸ τὴν στιγμὴν τῆς ἐκσφενδονίσεως τοῦ βλήματος μέχρι τῆς στιγμῆς, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ βλήμα θὰ ἐπανεέλθῃ εἰς τὸ ἔδαφος. $g = 980 \text{ cm/sec}^2$.

96. Ἀπὸ τὴν ὀροφὴν οἰκοδομῆς ὕψους 45 m ἐκσφενδονίζεται ὀριζοντίως λίθος μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 20 m/sec. Εἰς πόσῃ ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ σημεῖον ἐκσφενδονίσεώς του ὁ λίθος θὰ συναντήσῃ τὸ ἔδαφος καὶ πόση εἶναι τότε ἡ ταχύτης του ; $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

97. Μία ἀκτίς ὕδατος ἐκσφενδονίζεται μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 30 m/sec καὶ ὑπὸ γωνίαν 45° ὡς πρὸς τὸν ὀρίζοντα. Πόσον εἶναι τὸ βεληνεκές αὐτῆς ;

98. Ἀεροπλάνον κινεῖται ὁμαλῶς μὲ ταχύτητα 40 m/sec εἰς ὕψος 6 000 m. Ἄν ἀπὸ τὸ ἀεροπλάνον ἀφεθῇ ἐλεύθερον ἓν σῶμα, νὰ εὐρεθῇ εἰς ποῖον σημεῖον τοῦ ἐδάφους θὰ πέσῃ τὸ σῶμα καὶ πόσῃ ταχύτητα ἔχει τὸ σῶμα, ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος.

Ο Ρ Μ Η Κ Α Ι Κ Ρ Ο Υ Σ Ι Σ

110. Ὡθησις δυνάμεως καὶ ὁρμή. Ἐπὶ σώματος μάζης m, τὸ ὁποῖον ἀρχικῶς εὐρίσκεται εἰς ἡρεμίαν, ἐνεργεῖ σ τ α θ ε ρ ᾱ δύναμις F· αὕτη προσδίδει εἰς τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν γ καὶ ἰσχύει ἡ γνωστὴ σχέση : $F = m \cdot \gamma$. Ἐστὼ ὅτι ἡ δύναμις F ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπὶ χρόνον t, εἰς τὸ τέλος τοῦ ὁποίου τὸ σῶμα ἔχει ἀποκτήσῃ ταχύτητα : $v = \gamma \cdot t$. Ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν ἐπὶ t καὶ τὰ δύο μέλη τῆς ἐξίσωσως $F = m \cdot \gamma$, λαμβάνομεν :

$$F \cdot t = m \cdot \gamma \cdot t \quad \eta \quad F \cdot t = m \cdot v \quad (1)$$

Εἰς τὴν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν ἐμφανίζονται δύο νέα μηχανικὰ μεγέθη.

Ώθηση δυνάμεως καλείται τὸ ἀνυσματικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως $\vec{F}$ ἐπὶ τὸν χρόνον t τῆς δράσεως τῆς δυνάμεως : $\vec{\Omega} = \vec{F} \cdot t$.

Μονάδες ὥθησεως δυνάμεως εἶναι : C.G.S. 1 dyn · sec
M.K.S.A. 1 N · sec

Όρμη σώματος ἔχοντος μᾶζαν m καὶ ταχύτητα v καλεῖται τὸ ἀνυσματικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται ἐπὶ τοῦ σώματος, ἔχει τὴν διεύθυνσιν καὶ τὴν φοράν τῆς ταχύτητος $\vec{v}$ καὶ μέτρον ἴσον μὲ τὸ γινόμενον τῆς μάζης m ἐπὶ τὴν ταχύτητα v : $\vec{J} = m \cdot \vec{v}$.

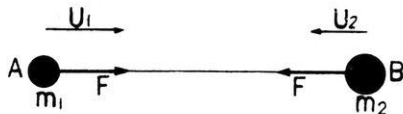
Μονάδες ὁρμῆς εἶναι : C.G.S. 1 gr · cm/sec. M.K.S.A. 1 kg · m/sec.
"Όταν τὸ σῶμα ἡρεμῇ, ἡ ὁρμή του εἶναι μηδὲν (διότι $v = 0$).

Ἐντὸς χρόνου t ἡ ὁρμή του μεταβάλλεται ἀπὸ 0 εἰς $m \cdot v$ καὶ ἰσχύει ἡ ἐξίσωσις $F \cdot t = m \cdot v$. Ἡ ἐξίσωσις αὕτη ἐκφράζει τὸν ἀκόλουθον νόμον τῆς μεταβολῆς τῆς ὁρμῆς :

Ἡ μεταβολὴ τῆς ὁρμῆς ἑνὸς σώματος κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ χρόνου t ἰσοῦται μὲ τὴν ὥθησιν τῆς δυνάμεως.

$$(mv_1) - (mv_2) = F \cdot t \quad \text{ἢ} \quad m(v_1 - v_2) = F \cdot t$$

111. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς. Ὅς θεωρήσωμεν δύο σώματα A καὶ B, τὰ ὁποῖα ἔχουν ἀντιστοίχως μάζας m_1 καὶ m_2 (σχ. 98) καὶ ἐπὶ τῶν ὁποίων δὲν ἐνερθεῖ καμμία ἐξωτερικὴ δύναμις. Ὅς ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ A ἀσκεῖ ἐπὶ τοῦ B μίαν σταθερὰν ἐλξιν F . Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως καὶ τὸ B ἀσκεῖ ἐπὶ τοῦ A μίαν ἴσην καὶ ἀντίθετον ἐλξιν F . Τὰ δύο σώματα ἀρχικῶς ἡρεμοῦν καὶ συνεπῶς ἡ ὁρμὴ ἐκάστου σώματος εἶναι ἴση μὲ μηδέν. Τὰ δύο σώματα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἀμοιβαίας ἐλξεως αὐτῶν ἀρχίζουν νὰ κινούνται. Μετὰ χρόνον t τὰ



Σχ. 98. Αἱ ἐλξεις προκαλοῦν κίνησιν τῶν σφαιρῶν

σώματα A και B έχουν αποκτήσει αντίστοιχως ταχύτητας u_1 και u_2 . Τότε ή μὲν ὁρμή τοῦ A εἶναι $F \cdot t = m_1 \cdot u_1$, ή δὲ ὁρμή τοῦ B εἶναι $F \cdot t = -m_2 \cdot u_2$ (τὸ ἀρνητικὸν σημεῖον ὀφείλεται εἰς τὴν ἀντίθετον φοράν τῆς ταχύτητος u_2).

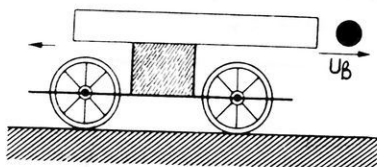
Ἄρα $m_1 \cdot u_1 = -m_2 \cdot u_2$ ἥτοι $m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 = 0$

Παρατηροῦμεν ὅτι εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου t τὸ ἄθροισμα τῶν ὁρμῶν τῶν δύο σωμάτων εἶναι ἴσον μὲ μηδέν, ὅσον ἀκριβῶς ἦτο εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου t . Ἡ εὐρεθεῖσα ἐξίσωσις ἐκφράζει τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς :

Ἡ ὁρμή ἑνὸς μεμονωμένου συστήματος μαζῶν διατηρεῖται σταθερά, ἐφ' ὅσον δὲν ἐπιδροῦν ἐπ' αὐτοῦ ἐξωτερικαὶ δυνάμεις.

112. Ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς.

Εἰς ὅλα τὰ πυροβόλα ὅπλα παρατηρεῖται ὅτι κατὰ τὴν ἐκσφενδόνισιν τοῦ βλήματος τὸ σῶμα τοῦ ὅπλου κινεῖται ἀντιθέτως πρὸς τὴν φοράν τῆς κινήσεως τοῦ βλήματος. Ἡ τοιαύτη ὀπισθοχώρησις τοῦ ὅπλου καλεῖται ἀνάκρουσις τοῦ ὅπλου καὶ εἶναι συνέπεια τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς. Ἐστω m_B ή μᾶζα τοῦ βλήματος καὶ m_0 ή μᾶζα τοῦ ὅπλου. Τὰ ἐκ τῆς ἀνα-



φλέξεως τῆς ἐκρηκτικῆς ὕλης προελθόντα ἀέρια ἀσκοῦν ἴσην δυνάμιν καὶ ἐπὶ τοῦ βλήματος καὶ ἐπὶ τοῦ κλείστρου τοῦ ὅπλου. Ὅταν τὸ βλήμα ἐκσφεν-

δονίζεται ἀπὸ τὸ ὅπλον μὲ ταχύτητα u_B , τὸ βλήμα ἔχει ὁρ-

μὴν $m_B \cdot u_B$. Ἐπομένως τὸ ὅπλον ἀποκτᾷ ἴσην καὶ ἀντίθετον ὁρμὴν $-m_0 \cdot u_0$, ὥστε νὰ ἰσχύῃ ή σχέσις :

Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν εὐρίσκομεν ὅτι ή ταχύτης ἀνακρούσεως τοῦ

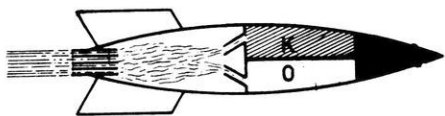
ὅπλου εἶναι :

$$u_0 = - \frac{m_B \cdot u_B}{m_0}$$

Ἄλλην ἐφαρμογὴν τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς ἔχομεν εἰς τὸν **πύραυλον**. Ἡ λειτουργία του στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἐξῆς ἀρχῆς : Ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου ὑποθέτομεν ὅτι δύναται νὰ κυλίσταται ἐλαφρὸν πυροβόλον, τὸ ὁποῖον ἐκσφενδονίζει συνεχῶς βλήματα (σχ. 99), μᾶ-

ζης m_B με ταχύτητα u_B . Το πυροβόλον θα κινηται τότε κατ' αντίθετον φοράν. Κατά την στιγμήν τῆς ἐξόδου τοῦ βλήματος ἀπὸ τὸν σωλῆνα, τὸ πυροβόλον θὰ ἔχη ταχύτητα u_π , τὴν ὁποίαν προσδιορίζει ἡ σχέση :

$$u_\pi = - \frac{m_B \cdot u_B}{m_\pi}$$

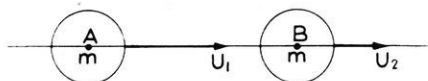


Σχ. 100. Πύραυλος (Κ καύσιμον, Ο ὀξυγόνον)

Ἐὰν λοιπὸν ἐκσφενδονίζονται συνεχῶς βλήματα, ὁ σωλὴν ἐκσφενδόνισεως θὰ προχωρῇ ἀντιθέτως πρὸς τὴν φοράν τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων. Εἰς τὴν πρᾶξιν ἐπιτυγχάνομεν συνεχῇ ἐκσφενδόνισιν μάζης, χρησιμοποιοῦντες τὰ ἀέρια τὰ προερχόμενα ἐκ τῆς καύσεως καταλλήλων καυσίμων οὐσιῶν (σχ. 100).

113. Κρούσις. Κατὰ τὴν κρούσιν δύο τελείως ἐλαστικῶν σωμάτων (π.χ. δύο σφαιρῶν ἀπὸ ἐλαφαντοστοῦν ἢ ἀπὸ χάλυβα) προκαλοῦνται ἐλαστικαὶ παραμορφώσεις τῶν σωμάτων, αἱ ὁποῖαι διαρκοῦν ἐπὶ ἐλάχιστον χρόνον. Τὰ σώματα ἀναλαμβάνουν ταχέως τὸ ἀρχικὸν σχῆμα των. Κατὰ τὸν ἐλάχιστον τοῦτον χρόνον ἀναπτύσσονται ἐπὶ ἐκάστου σώματος ἴσαι καὶ ἀντίθετοι δυνάμεις, τείνουσαι νὰ ἀπομακρύνουν τὸ ἐν σῶμα ἀπὸ τοῦ ἄλλου. Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι δύο ἴσαι τελείως ἐλαστικαὶ σφαῖραι κινοῦνται κατὰ τὴν αὐτὴν φοράν οὕτως, ὥστε τὰ κέντρα των νὰ εὐρίσκονται πάντοτε ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας (σχ. 101).

Ἐκάστη σφαῖρα ἔχει μάζαν m . Πρὸ τῆς κρούσεως αἱ σφαῖραι Α καὶ Β ἔχουν ἀντιστοίχως ταχύτητας u_1 καὶ u_2 . Ἐστω ὅτι μετὰ τὴν κρούσιν αἱ σφαῖραι Α καὶ Β



Σχ. 101. Κεντρικὴ κρούσις τελείως ἐλαστικῶν σφαιρῶν

ἔχουν ἀντιστοίχως ταχύτητας V_1 καὶ V_2 . Τὸ σύστημα τῶν δύο σφαιρῶν θεωρεῖται μεμονωμένον, διότι δὲν ἐπιδρᾷ ἐπ' αὐτοῦ καμμία ἐξωτερικὴ δύναμις (π.χ. τριβὴ). Τότε, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, πρέπει ἡ ὁρμὴ τοῦ συστήματος νὰ διατηρῇται σταθερά. Ἐπομένως πρέπει νὰ ἰσχύῃ ἡ σχέση :

$$m \cdot u_1 + m \cdot u_2 = m \cdot V_1 + m \cdot V_2 \quad \text{ἢ} \quad u_1 - V_1 = V_2 - u_2 \quad (1)$$

Ἐξ ἄλλου, ἐπειδὴ αἱ σφαῖραι εἶναι τελείως ἐλαστικαί, δὲν συμβαίνει μετατροπὴ κινητικῆς ἐνεργείας εἰς ἄλλην μορφήν ἐνεργείας. Ἄρα συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, πρέπει ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ συστήματος νὰ διατηρῇται σταθερά, δηλαδὴ πρέπει νὰ ἰσχύῃ ἡ σχέση:

$$\frac{1}{2} m \cdot u_1^2 + \frac{1}{2} m \cdot u_2^2 = \frac{1}{2} m \cdot V_1^2 + \frac{1}{2} m \cdot V_2^2$$

$$\tilde{\gamma} \quad u_1^2 - V_1^2 = V_2^2 - u_2^2$$

$$\text{καὶ } (u_1 - V_1) \cdot (u_1 + V_1) = (V_2 - u_2) \cdot (V_2 + u_2) \quad (2)$$

Διαιροῦντες κατὰ μέλη τὰς ἐξισώσεις (2) καὶ (1) εὐρίσκομεν:

$$u_1 + V_1 = V_2 + u_2 \quad (3)$$

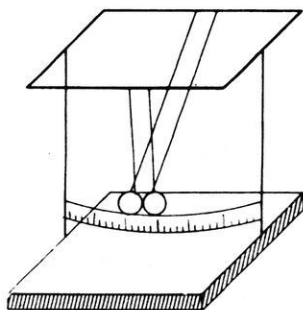
Ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις (1) καὶ (3) εὐρίσκομεν τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν ἔχει ἐκάστη σφαῖρα μετὰ τὴν κρούσιν:

$$\text{ταχύτης τῆς A: } V_1 = u_2$$

$$\text{ταχύτης τῆς B: } V_2 = u_1$$

Κατὰ τὴν κεντρικὴν κρούσιν δύο ἴσων ἐλαστικῶν σφαιρῶν συμβαίνει ἀνταλλαγὴ τῶν ταχυτήτων τῶν.

Ἐὰν λοιπὸν ἡ σφαῖρα B ᾔτο ἀρχικῶς ἀκίνητος (δηλαδὴ εἶναι $u_2 = 0$), τότε μετὰ τὴν κρούσιν ἡ μὲν σφαῖρα A μένει ἀκίνητος, ἡ δὲ σφαῖρα B κινεῖται μετὰ τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν εἶχεν ἡ A.



Σχ. 102. Κρούσις δύο σφαιρῶν

Τὰ ἀνωτέρω ἐπαληθεύονται πειραματικῶς μετὰ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 102, εἰς τὴν ὁποίαν ὑπάρχουν δύο ἴσαι σφαῖραι ἀπὸ ἐλεφαντοστοῦν.

Ἐὰν αἱ δύο ἐλαστικαὶ σφαῖραι A καὶ B εἶναι ἄνισοι τότε, ἐργαζόμενοι ὅπως καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ἴσων σφαιρῶν εὐρίσκομεν τὴν ταχύτητα ἐκάστης σφαίρας μετὰ τὴν κρούσιν.

Ἐὰν ἡ σφαῖρα A πρὸς πᾶσα

θέτω ς ἐπὶ ἐλαστικοῦ τοιχώματος, τότε ἡ ταχύτης τῆς σφαίρας A μετὰ τὴν κρούσιν εἶναι $V_1 = -u_1$ · δηλαδή ἡ σφαῖρα ἀναπηδᾷ καθεύτως μὲ τὴν ἰδίαν ταχύτητα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

99. Αὐτοκίνητον ἔχει μᾶζαν ἑνὸς τόννου καὶ κινεῖται ὁμαλῶς μὲ ταχύτητα $v_1 = 8 \text{ m/sec}$. Ἐντὸς 2 sec μεταβάλλει τὴν ταχύτητά του εἰς $v_2 = 18 \text{ m/sec}$. Πόση εἶναι ἡ ἐνεργήσασα δύναμις ;

100. Ὅπλον ἔχει βάρος 2 kgr^* καὶ ἐκσφενδονίζει βλήματα βάρους 10 gr^* μὲ ταχύτητα 800 m/sec . Πόση εἶναι ἡ ταχύτης ἀνακρούσεως αὐτοῦ ;

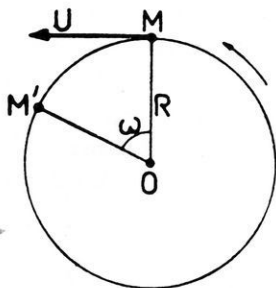
101. Μία σφαῖρα βάρους $0,5 \text{ kgr}^*$ βάλλεται ἀπὸ ὕψους 5 m κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 10 m/sec . Ἡ σφαῖρα προσκρούει ἐπὶ ὀριζοντίας πλακὸς καὶ ἀνακλᾶται. Κατὰ τὴν κρούσιν τῆς σφαίρας τὰ 20% τῆς κινητικῆς ἐνεργείας της μεταβάλλονται εἰς θερμότητα. Εἰς ποῖον ὕψος ἀνέρχεται ἡ σφαῖρα μετὰ τὴν ἀνάκλασίν της ; $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

102. Ἐπὶ ὀριζοντίας εὐθείας κινοῦνται κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν δύο σφαῖραι A καὶ B , αἱ ὁποῖαι ἔχουν ἀντιστοίχως μάζας $m_1 = 100 \text{ gr}$ καὶ $m_2 = 25 \text{ gr}$. Αἱ ταχύτητες αὐτῶν εἶναι ἀντιστοίχως $v_1 = 20 \text{ cm/sec}$ καὶ $v_2 = 50 \text{ cm/sec}$. Αἱ δύο σφαῖραι συγκρούονται μεταξὺ των καὶ ἡ B ἐνσωματώνεται ἐντὸς τῆς A . Νὰ εὐρεθῇ μὲ πόσῃ ταχύτητι θὰ κινηθῇ τὸ νέον σῶμα Γ , τὸ ὁποῖον προκύπτει ἀπὸ τὴν σύγκρουσιν τῶν δύο σφαιρῶν.

103. Δύο ἀπολύτως ἐλαστικαὶ σφαῖραι A καὶ B κινοῦνται κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν οὕτως, ὥστε τὰ κέντρα των νὰ εὐρίσκωνται πάντοτε ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας. Προηγεῖται ἡ A , ἡ ὁποία ἔχει μᾶζαν $m_1 = 3 \text{ gr}$ καὶ ἀκολουθεῖ αὐτὴν ἡ B , ἡ ὁποία ἔχει μᾶζαν $m_2 = 4 \text{ gr}$. Μετὰ τὴν κρούσιν ἡ A ἔχει ταχύτητα $V_1 = 20 \text{ m/sec}$ καὶ ἡ B ἔχει ταχύτητα $V_2 = 10 \text{ m/sec}$. Πόση ἦτο ἡ ταχύτης ἐκάστης σφαίρας πρὸ τῆς κρούσεως ;

ΚΥΚΛΙΚΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

114. Όρισμοί. Έν υλικόν σημείον M διαγράφει περιφέρειαν κύκλου ακτίνας R και κέντρου O με κίνησην ὁμαλήν (σχ. 103). Ὁ χρόνος T μιᾶς περιφορᾶς τοῦ κινητοῦ ἔχει σταθεράν τιμὴν καὶ καλεῖται **περίοδος**. Ὁ ἀριθμὸς ν τῶν περιφορῶν, τὰς ὁποίας ἐκτελεῖ τὸ κινητὸν κατὰ μονάδα χρόνου, καλεῖται **συχνότης**. Οὕτως ἡ περίοδος T καὶ ἡ συχνότης ν συνδέονται μεταξύ των μετὰ τὴν σχέσιν: $\nu = 1/T$. Ἐὰν εἶναι $T = 1 \text{ sec}$, τότε ἡ συχνότης εἶναι $\nu = 1$. Ἡ μονὰς τῆς συχνότητος καλεῖται **Hertz (1 Hz)** ἢ καὶ **κύκλος κατὰ δευτερόλεπτον (1 c/sec)**. Ὡστε :



Σχ. 103. Κυκλικὴ κίνησις

Μονὰς συχνότητος εἶναι τὸ 1 Hertz ἢ 1 κύκλος/sec, ἥτοι ἡ συχνότης τῆς κινήσεως ἡ ὁποία ἔχει περίοδον 1 δευτερόλεπτον.

Πολλαπλάσια τῆς μονάδος αὐτῆς εἶναι :

1 kilohertz (1 kHz) ἢ 1 χιλιόκύκλος/sec
 $1 \text{ kHz} = 10^3 \text{ Hz}$ ἢ $1 \text{ kc/sec} = 10^3 \text{ c/sec}$
 1 megahertz (1 MHz) ἢ 1 megάκύκλος/sec
 $1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$ ἢ $1 \text{ Mc/sec} = 10^6 \text{ c/sec}$.

115. Ταχύτης εἰς τὴν ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν. Ἐπειδὴ ἐντὸς χρόνου T τὸ κινητὸν διανύει ὁμαλῶς διάστημα $2\pi \cdot R$, ἔπεται ὅτι ἡ **ταχύτης** (ἢ καὶ ἄλλως ἡ **γραμμικὴ ταχύτης**) τοῦ κινητοῦ εἶναι :

$$\text{ταχύτης : } v = \frac{2\pi \cdot R}{T} = \text{σταθ.}$$

Ἡ ἄνωτέρω σχέσις προσδιορίζει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς ταχύτητος. Ἡ τιμὴ αὕτη διατηρεῖται σταθερά. Τὸ ἄνυσμα v τῆς ταχύτητος εἶναι πάντοτε ἐφαπτόμενον τῆς περιφερείας καὶ ἐπομένως ἡ διεύθυνσίς του συνεχῶς μεταβάλλεται.

Ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ M ἐπὶ τῆς κυκλικῆς τροχιάς του δύναται νὰ ἐκφρασθῇ καὶ μετὰ τὴν γωνίαν ω , τὴν ὁποίαν διαγράφει ἡ ἐπιβατικὴ

ἀκτίς OM εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Ἡ γωνία ω καλεῖται **γωνιακὴ ταχύτης** τοῦ κινητοῦ. Ἐπειδὴ ἐντὸς χρόνου T ἡ ἐπιβατική ἀκτίς διαγράφει γωνίαν 2π ἀκτινίων, ἔπεται ὅτι ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς γωνιακῆς ταχύτητος εἶναι :

$$\text{γωνιακὴ ταχύτης : } \omega = \frac{2\pi}{T} = \text{σταθ.} \quad (2)$$

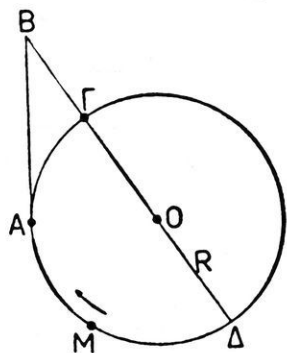
Ἡ γωνιακὴ ταχύτης μετρεῖται εἰς ἀκτίνια κατὰ δευτερόλεπτον (rad/sec). Ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις (1) καὶ (2) εὐρίσκομεν ὅτι ἡ ταχύτης v καὶ ἡ γωνιακὴ ταχύτης ω συνδέονται μεταξὺ των μὲ τὴν ἀκόλουθον σχέσιν :

$$\text{σχέσις μεταξὺ ταχύτητος καὶ γωνιακῆς ταχύτητος : } v = \omega \cdot R \quad (3)$$

Ἐὰν ἀντὶ τῆς περιόδου T λάβωμεν τὴν συχνότητα ν , τότε αἱ προηγούμεναι σχέσεις (1) καὶ (2) γράφονται :

$$v = 2\pi \cdot \nu \cdot R \quad \text{καὶ} \quad \omega = 2\pi \cdot \nu$$

116. Κεντρομόλος δυνάμεις. Εἰς τὴν κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος v συνεχῶς μεταβάλλεται. Ἀρα ἐπὶ τοῦ κινητοῦ ἐνεργεῖ συνεχῶς δυνάμεις. Ἐστω ὅτι ὑλικὸν σημεῖον M , τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζαν m , κινεῖται ὁμαλῶς ἐπὶ περιφερείᾳ κύκλου ἀκτίνος R μὲ ταχύτητα v (σχ. 104). Κατὰ μίαν χρονικὴν στιγμήν τὸ κινητὸν εὐρίσκεται εἰς τὴν θέσιν A . Ἐὰν ἐπὶ τοῦ ὑλικοῦ σημείου δὲν ἐνῆργει καμμία δυνάμεις, τοῦτο ἔπρεπε νὰ κινηθῇ εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης. Οὕτως ἐντὸς τοῦ ἐλαχίστου χρόνου t τὸ κινητὸν θὰ ἤρ-
 χετο εἰς τὴν θέσιν B . Ἀλλ' ἐντὸς τοῦ χρόνου t τὸ κινητὸν μεταβαίνει ἀπὸ τὴν θέσιν A εἰς τὴν θέσιν Γ τῆς κυκλικῆς τροχιάς. Ἀρα ἐπὶ τοῦ ὑλικοῦ σημείου ἐνεργεῖ μία δυνάμεις F , ἡ ὁποία ἐντὸς τοῦ χρόνου t μεταφέρει τὸ κινητὸν ἀπὸ τὸ B εἰς τὸ Γ . Ἡ δυνάμεις F διευθύνεται σταθερῶς πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου καὶ διὰ τοῦτο καλεῖται **κεντρομόλος δυνάμεις**. Ἡ δυνάμεις αὕτη προσδι-



Σχ. 104. Ὑπολογισμὸς τῆς κεντρομόλου δυνάμεως

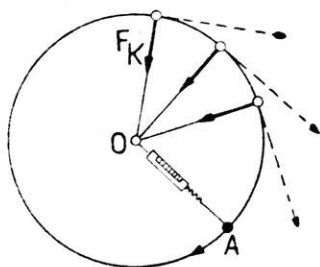
δει εις τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν γ , ἡ ὁποία καλεῖται **κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις**· ἀποδεικνύεται ὅτι εἶναι: $\gamma = v^2/R$. Συνεπῶς ἡ δύναμις $F = m \cdot \gamma$ εἶναι σταθερά. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγουμεν εἰς τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα:

Ὅταν σῶμα μάζης m κινῆται κυκλικῶς καὶ ὁμαλῶς, τότε συνεχῶς ἐνεργεῖ ἐπ' αὐτοῦ σταθερὰ κεντρομόλος δύναμις, ἡ ὁποία προσδίδει εἰς τὸ σῶμα κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν.

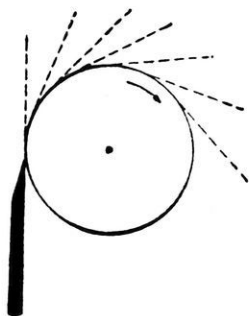
$$\text{κεντρομόλος δύναμις : } F = m \cdot \gamma = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

$$\text{κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις : } \gamma = \frac{v^2}{R}$$

Εἰς τὸ ἄκρον νήματος προσδένομεν μικρὰν σφαῖραν μολύβδου καὶ κρατοῦντες μὲ τὴν χεῖρα μας τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ νήματος θέτομεν τὴν σφαῖραν εἰς κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν. Τότε ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐξασκεῖται ἡ κεντρομόλος δύναμις, τὴν ὁποίαν δυνάμεθα κατὰ προσέγγισιν νὰ μετρήσωμεν, ἐὰν εἰς τὸ νῆμα παρεμβάλλωμεν δυναμόμετρον (σχ. 105).



Σχ. 105. Μέτρησης τῆς κεντρομόλου δυνάμεως



Σχ. 106. Οἱ σπινθῆρες ἀκολουθοῦν τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης

Ἐὰν κόψωμεν τὸ νῆμα, τότε καταργεῖται ἡ κεντρομόλος δύναμις καὶ τὸ σῶμα, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἀδρανείας, θὰ κινηθῇ εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς, δηλαδὴ θὰ κινηθῇ μὲ ταχύτητα v κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης. Ὡστε:

Ὅταν ἐπὶ σώματος κινουμένου κυκλικῶς καὶ ὁμαλῶς παύσῃ νὰ ἐνεργῇ ἡ κεντρομόλος δύναμις, τὸ σῶμα κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ

όμαλως κατά την διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης τῆς τροχιάς.

Τοῦτο βλέπομεν ὅτι συμβαίνει εἰς τοὺς σπινθηράς, οἱ ὅποιοι ἐκτινάσσονται ἀπὸ τὸν σμυριδοτροχὸν (σχ. 106).

Ἄλλη ἔκφρασις τῆς γ καὶ τῆς F . Ἐὰν λάβωμεν ὅπ' ὅψιν ὅτι εἶναι $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \nu$, τότε ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις γ δύναται νὰ ἐκφρασθῇ καὶ ὡς ἐξῆς :

$$\gamma = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 \nu^2 R$$

Ἐπομένως ἡ κεντρομόλος δύναμις F δύναται νὰ ἐκφρασθῇ καὶ ὡς ἐξῆς :

$$F = \frac{m \cdot v^2}{R} = m \cdot \omega^2 \cdot R = \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot R}{T^2} = 4\pi^2 \cdot \nu^2 \cdot m \cdot R$$

Π α ρ á δ ε ι γ μ α. Σῶμα μάζης 50 gr ἔχει προσδεθῇ εἰς τὸ ἄκρον νήματος μήκους 1 m. Κρατοῦντες μὲ τὴν χεῖρα μας τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ νήματος ἀναγκάζομεν τὸ σῶμα νὰ ἐκτελῇ ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν μὲ συχνότητα 5 στροφῶν κατὰ δευτερόλεπτον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εἶναι :

$$\text{ἡ ταχύτης : } v = 2\pi \cdot \nu \cdot R = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 100 = 3\,140 \text{ cm/sec}$$

$$\text{ἡ γωνιακὴ ταχύτης : } \omega = 2\pi \cdot \nu = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 = 31,4 \text{ rad/sec}$$

$$\text{ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις :}$$

$$\gamma = 4\pi^2 \cdot \nu^2 \cdot R = 4 \cdot 9,86 \cdot 25 \cdot 100 = 98\,600 \text{ cm/sec}^2$$

$$\text{ἡ κεντρομόλος δύναμις : } F = m \cdot \gamma = 50 \cdot 98\,600 = 4\,930\,000 \text{ dyn.}$$

117. Ὑπολογισμὸς τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως. Ἄν τὸ κινητὸν ἐκινεῖτο ὁμαλῶς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης (σχ. 104), τότε ἐντὸς τοῦ χρόνου t θὰ διήνυσεν διάστημα $AB = v \cdot t$. Ἐντὸς τοῦ χρόνου t ἡ κεντρομόλος δύναμις μεταφέρει τὸ κινητὸν ἀπὸ τὸ B εἰς τὸ Γ, ὥστε μετακινεῖ τὸ κινητὸν κατὰ διάστημα $B\Gamma = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$.

Ἐκ τῆς γεωμετρίας εἶναι γνωστὸν ὅτι :

$$(AB)^2 = (B\Gamma) \cdot (B\Delta) \quad \text{ἢ} \quad (AB)^2 = (B\Gamma) \cdot [(B\Gamma) + 2R]$$

Ἐπειδὴ τὸ $B\Gamma$ εἶναι πολὺ μικρὸν ἐν σχέσει πρὸς τὸ $2R$, δυνάμεθα νὰ λάβωμεν :

$$(AB)^2 = (B\Gamma) \cdot 2R \quad \text{ἢ} \quad (v \cdot t)^2 = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 \cdot 2R$$

$$\text{ἄρα : } \gamma = \frac{v^2}{R}$$

118. Φυγόκεντρος δύναμις. Μία σφαίρα μολύβδου προσδεμένη εις τὸ ἄκρον νήματος περιστρέφεται διὰ τῆς χειρὸς μας με σταθερὰν γωνιακὴν ταχύτητα ω (σχ. 107). Ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐνεργεῖ συνεχῶς ἡ κεντρομόλος δύναμις $F = m \cdot \gamma = m \cdot \omega^2 \cdot R$. Τὴν κεντρομόλον δύναμιν F ἐξασκεῖ ἡ χεὶρ ἐπὶ τῆς σφαίρας διὰ μέσου τοῦ μὴ ἐκτατοῦ νήματος. Τότε, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως, ἡ σφαῖρα ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς χειρὸς διὰ μέσου



Σχ. 107. Ἡ φυγόκεντρος δύναμις ἀναπτύσσεται ὡς ἀντίδρασις πρὸς τὴν κεντρομόλον

θέτον πρὸς τὴν φορὰν τῆς κεντρομόλου δυνάμεως καὶ διὰ τοῦτο καλεῖται **φυγόκεντρος δύναμις**. Οὕτως ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐνεργεῖ πραγματικῶς μόνον ἡ κεντρομόλος δύναμις. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγουμεν εἰς τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα :

“Ὅταν σῶμα κινῆται κυκλικῶς ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς κεντρομόλου δυνάμεως, τότε ἀναπτύσσεται ὡς ἀντίδρασις καὶ ἡ φυγόκεντρος δύναμις, ἡ ὁποία εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν κεντρομόλον δύναμιν.

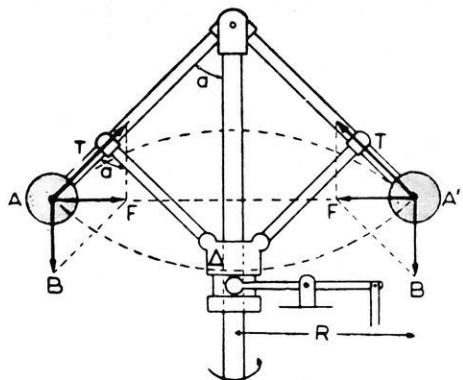
φυγόκεντρος δύναμις : $F = \frac{m \cdot v^2}{R}$

Ἡ φυγόκεντρος δύναμις ἀναπτύσσεται εἰς πᾶσαν γενικῶς καμπυλόγραμμον κίνησιν, διότι ἡ κίνησις αὕτη παράγεται μόνον ὅταν ἐνεργῇ ἐπὶ τοῦ σώματος δύναμις διευθυνομένη πρὸς ἓν σταθερὸν σημεῖον (κέντρον). Ἦτοι πᾶσα καμπυλόγραμμος κίνησις παράγεται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μιᾶς κεντρομόλου δυνάμεως.

119. Πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς κεντρομόλου δυνάμεως. Θὰ ἀναφέρωμεν μερικὰς ἐνδιαφερούσας πρακτικὰς ἐφαρμογὰς τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.

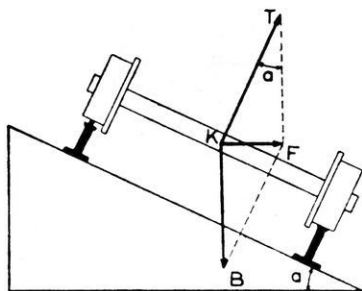
α) **Ρυθμιστὴς τοῦ Watt.** Ἐπὶ κατακορύφου στελέχους, στρεφόμενου περὶ τὸν ἄξονά του, ἀρθρώνονται δύο βραχίονες, ἕκαστος τῶν ὁποίων φέρει εἰς τὸ ἄκρον του μεταλλικὴν σφαῖραν (σχ. 108). Αἱ δύο

σφαίραι είναι ίσαι. Ἐπὶ ἐκάστης σφαίρας ἐνεργοῦν τὸ βάρος B τῆς σφαίρας καὶ ἡ δύναμις T , ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν ἀντίδρασιν τοῦ βραχίονος. Ὄταν ὁ βραχίων περιστρέφεται, ἡ σφαῖρα διαγράφει κυκλικὴν τροχιάν ἀκτίνος R . Συνεπῶς ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐνεργεῖ ἡ κεντρομόλος δύναμις $F = m \cdot \omega^2 \cdot R$, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος πρὸς τὸν ἄξονα. Εἰς ἐκάστην στιγμὴν ἡ δύναμις F εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων B καὶ T . Ὄταν λοιπὸν αὐξάνεται ἡ ταχύτης περιστροφῆς τοῦ κατακορύφου στελέχους, αἱ σφαῖραι ἀνυψώνονται καὶ οὕτως ὁ δρομεὺς Δ ἀνέρχεται. Ἡ διάταξις αὕτη δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ ὡς αὐτόματος ρυθμιστὴς εἰς πολλὰς περιπτώσεις (π.χ. εἰς τὰς ἀτμομηχανάς, διὰ τὴν εἰσαγωγὴν μιᾶς ἀντιστάσεως εἰς τὸ κύκλωμα γεννητρίας ἡλεκτρικοῦ ρεύματος, διὰ τὴν αὐτόματον ἐναρξίν τῆς λειτουργίας μιᾶς τροχοπέδης κ.τ.λ.).



Σχ. 108. Ρυθμιστὴς τοῦ Watt

β) Στροφή τῆς ὁδοῦ. Ὄταν ὄχημα (αὐτοκίνητον, τροχιοδρομικὸν ὄχημα κ.ἄ.) διατρέχει μίαν στροφὴν τῆς ὁδοῦ, τότε πρέπει νὰ ἀναπτυχθῇ κεντρομόλος δύναμις. Πρὸς τοῦτο δίδουν εἰς τὸ ἐπίπεδον τῆς ὁδοῦ μικρὰν κλίσιν (σχ. 109). Ἐπὶ τοῦ ὀχήματος ἐνεργοῦν τότε τὸ βάρος B τοῦ ὀχήματος καὶ ἡ ἀντίδρασις T τῆς ὁδοῦ· ἡ T θεωρεῖται κάθετος πρὸς τὴν ὁδόν. Ἡ κλίσις τῆς ὁδοῦ εἶναι τόση, ὥστε ἡ συνισταμένη F τῶν δυνάμεων B καὶ T νὰ εἶναι ὀριζοντία. Αὕτη ἡ συνισταμένη F εἶναι ἡ κεντρομόλος δύναμις.

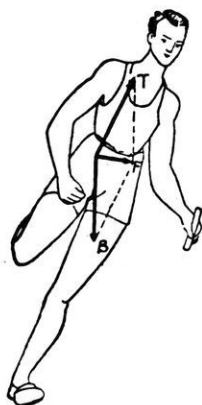


Σχ. 109. Ἔνεκα τῆς κλίσεως τῆς ὁδοῦ ἀναπτύσσεται ἡ κεντρομόλος δύναμις F

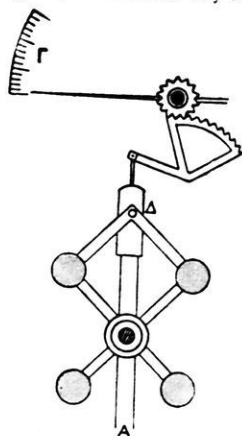
Παρατηρούμεν ότι είναι $\varepsilon\varphi \alpha = \frac{F}{B}$ ἤρα

$$\varepsilon\varphi \alpha = \frac{mv^2/R}{m \cdot g} \quad \text{καὶ} \quad \varepsilon\varphi \alpha = \frac{v^2}{R \cdot g}$$

“Όταν ὁ δρομεὺς διατρέχει καμπύλην τροχίαν, τότε δίδει εἰς τὸ σῶμα

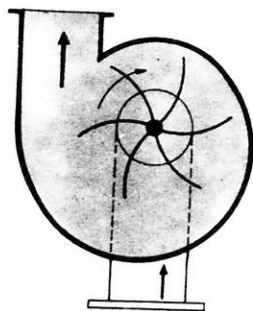


Σχ. 110. Ὁ δρομεὺς



Σχ. 111. Ταχύμετρον

του μικράν κλίσιν διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῆς ἀπαραιτήτου κεντρομόλου δυνάμεως (σχ. 110).



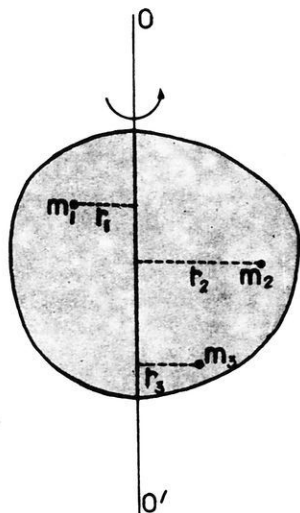
Σχ. 112. Φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία

γ) **Ταχύμετρα.** Κατὰ τὴν περιστροφὴν τοῦ ἄξονος A (σχ. 111) ἀπομακρύνονται αἱ 4 μᾶζαι ἀπὸ τὸν ἄξονα, ἔλκεται πρὸς τὰ κάτω ὁ δρομεὺς Δ καὶ οὕτως ὁ δείκτης Γ μετακινεῖται πρὸς τὰ ἄνω.

δ) **Φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία.** Εἰς τὴν φυγοκεντρικὴν ὑδραντλίαν τὸ ὕδωρ τίθεται εἰς ταχεῖαν περιστροφικὴν κίνησιν με σύστημα πτερυγίων, τὰ ὅποια εἶναι στερεωμένα ἐπὶ τοῦ στρεφομένου ἄξονος (σχ. 112). Τὸ ὕδωρ ἐκσπενδονίζεται ἐντὸς τοῦ

κατὰ τὴν ἐφαπτομένην ὑπάρχοντος σωλήνος, ἐνῶ εἰς τὸ μέσον τῆς ἀντλίας ἀναρροφᾶται νέον ὑγρὸν.

120. Περιστροφική κίνησης στερεοῦ σώματος. Ἄς υποθέσωμεν ὅτι ἐν στερεὸν σῶμα ἀναλύεται εἰς στοιχειώδεις μάζας $m_1, m_2, m_3 \dots m_n$, τὰς ὁποίας θεωροῦμεν ὡς ὑλικά σημεῖα. Τὸ σῶμα στρέφεται περὶ μόνιμον ἄξονα OO' (σχ. 113). Τὰ διάφορα σημεῖα τοῦ σώματος, κινούμενα μὲ τὴν αὐτὴν γωνιακὴν ταχύτητα ω , διαγράφουν κυκλικὰς τροχιάς, τῶν ὁποίων τὰ ἐπίπεδα εἶναι κάθετα πρὸς τὸν ἄξονα. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα ἐκτελεῖ **περιστροφικὴν κίνησιν**.

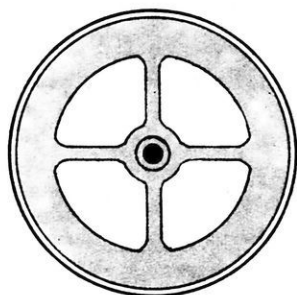


Σχ. 113. Περιστροφικὴ κίνησης στερεοῦ

Ἐκαστον ὑλικὸν σημεῖον ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος εἶναι ἡ σὺν ἡ μὲ τὸ ἄθροισμα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας, τὴν ὁποίαν ἔχουν ὅλα τὰ ὑλικά σημεῖα τοῦ σώματος. Ἀποδεικνύεται ὅτι :

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια σώματος στρεφομένου περὶ ἄξονα εἶναι τόσο μεγαλύτερα, ὅσον ταχύτερον περιστρέφεται τὸ σῶμα καὶ ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ ἀπόστασις τῶν ὑλικῶν σημείων τοῦ σώματος ἀπὸ τὸν ἄξονα περιστροφῆς.

Ὁ σφόνδυλος, μὲ τὸν ὁποῖον εἶναι ἐφωδιασμένοι διάφοροι μηχαναί, εἶναι τροχὸς ἔχων εἰς τὴν περιφέρειάν του διατεταγμένην κανονικῶς μεγάλην μᾶζαν (σχ. 114)· οὕτως ἡ ἀπόστασις τῶν ὑλικῶν σημείων τοῦ στρεφομένου σώματος ἀπὸ τὸν ἄξονα εἶναι μεγάλη.



Σχ. 114. Σφόνδυλος

*** Ὑπολογισμὸς τῆς κινητικῆς ἐνεργείας στρεφομένου σώματος.**

Ἐν ὑλικὸν σημεῖον μάζης m_1 , εὐρισκόμενον εἰς ἀπόστασιν r_1 ἀπὸ τὸν ἄξονα ἔχει ταχύτητα $v_1 = \omega \cdot r_1$ καὶ κινητικὴν ἐνέργειαν :

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 \quad \text{ήτοι} \quad \frac{1}{2} m_1 \cdot \omega^2 \cdot r_1^2$$

Ἡ ὅλική κινητική ἐνέργεια τοῦ στρεφομένου σώματος εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας, τὴν ὁποίαν ἔχουν ὅλα τὰ ὑλικά σημεία τοῦ σώματος. Ἀρα :

$$W_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} m_1 \cdot \omega^2 \cdot r_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \omega^2 \cdot r_2^2 + \dots + \frac{1}{2} m_v \cdot \omega^2 \cdot r_v^2$$

$$\eta \quad W_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} (m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 + \dots + m_v \cdot r_v^2) \cdot \omega^2$$

Τὸ ἐντὸς τῆς παρενθέσεως ἄθροισμα παρίσταται συντομώτερον ὡς ἐξῆς $\Sigma (m \cdot r^2)$. Τὸ μέγεθος τοῦτο εἶναι χαρακτηριστικὸν διὰ τὸ θεωρούμενον σῶμα καὶ καλεῖται **ροπή ἀδρανείας** (Θ) τοῦ σώματος. Ὡστε :

Ἡ **κινητική ἐνέργεια σώματος στρεφομένου περὶ ἄξονα** εἶναι **ἀνάλογος πρὸς τὴν ροπὴν ἀδρανείας τοῦ σώματος καὶ ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς γωνιακῆς ταχύτητος.**

κινητικὴ ἐνέργεια στρεφομένου σώματος : $W_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} \Theta \cdot \omega^2$

Ἡ ροπή ἀδρανείας ὑπολογίζεται εὐκόλως εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σφόνδύλου. Ἐὰν R εἶναι ἡ ἀκτίς τοῦ σφονδύλου καὶ M ἡ συγκεντρωμένη εἰς τὴν περιφέρειαν μᾶζα του, τότε ἡ ροπή ἀδρανείας του εἶναι :

$$\Theta = (m_1 \cdot R^2 + m_2 \cdot R^2 + \dots + m_v \cdot R^2)$$

$$\text{ήτοι} \quad \Theta = (m_1 + m_2 + \dots + m_v) \cdot R^2 = M \cdot R^2$$

Ἐπομένως ἡ **κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σφονδύλου** εἶναι :

$$W = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot \omega^2$$

Ὁ σφόνδυλος στερεώνεται ἐπὶ τοῦ ἄξονος τῆς μηχανῆς καὶ ἐξασφαλίζει τὴν κανονικὴν λειτουργίαν τῆς μηχανῆς, διότι ἀποταμιεύεται ἐπ' αὐτοῦ μεγάλη κινητικὴ ἐνέργεια. Οὕτως, ἂν εἶναι $M = 2\,000 \text{ kg}$, $R = 1 \text{ m}$ καὶ ὁ σφόνδυλος ἐκτελῇ 10 στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον, τότε ἡ **κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σφονδύλου** εἶναι :

$$W = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot 4\pi^2 \cdot \nu^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 9,86 \cdot 10^2 \text{ erg}$$

$$\ddot{\gamma} \quad W = 4 \cdot 9,86 \cdot 10^{12} \text{ erg} = 400\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

104. Ὁ τροχὸς μιᾶς μηχανῆς ἔχει ἀκτῖνα 50 cm καὶ ἐκτελεῖ 1 800 στροφὰς κατὰ λεπτόν. Νὰ εὐρεθοῦν: α) ἡ συχνότης καὶ ἡ περίοδος τῆς κινήσεως, β) ἡ γωνιακὴ ταχύτης, γ) ἡ γραμμικὴ ταχύτης τῶν σημείων τῆς περιφερείας τοῦ τροχοῦ.

105. Αὐτοκίνητον, τοῦ ὁποῖου οἱ τροχοὶ ἔχουν διάμετρον 60 cm, θέλει νὰ διατρέξῃ ὁμαλῶς μίαν ὀριζοντίαν ὁδὸν μήκους 7,536 km ἐντὸς 20 min. Νὰ εὐρεθῇ ἡ συχνότης τῆς κινήσεως τῶν τροχῶν, ἡ ταχύτης τοῦ αὐτοκινήτου καὶ ἡ γραμμικὴ ταχύτης τῶν σημείων τῆς περιφερείας τῶν τροχῶν.

106. Τροχὸς ἔχει ἀκτῖνα 1,2 m καὶ ἐκτελεῖ 1 200 στροφὰς κατὰ λεπτόν. Νὰ ὑπολογισθοῦν ἡ γωνιακὴ ταχύτης του καὶ ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις ἢ ἀναπτυσσομένη εἰς τὰ σημεία τῆς περιφερείας του.

107. Νὰ εὐρεθῇ ἡ ταχύτης μὲ τὴν ὁποίαν κινεῖται σημεῖον τοῦ ἰσημερινοῦ τῆς Γῆς λόγῳ τῆς περιστροφικῆς κινήσεως αὐτῆς, ἂν ἡ ἀκτίς τῆς Γῆς θεωρηθῇ σταθερὰ καὶ ἴση μὲ 6 370 km, ἡ δὲ διάρκεια μιᾶς περιστροφῆς τῆς Γῆς ληφθῇ ἴση μὲ 24 ὥρας.

108. Σφόνδυλος ἔχει ἀκτῖνα 2 m καὶ ἐκτελεῖ 150 στροφὰς κατὰ λεπτόν. Νὰ εὐρεθῇ ἡ γραμμικὴ ταχύτης ἐνὸς σημείου τῆς περιφερείας του καθὼς καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ νὰ συγκριθῇ αὕτη μὲ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος: $g = 980 \text{ cm/sec}^2$.

109. Σῶμα μάζης 150 gr κινεῖται ὁμαλῶς ἐπὶ περιφερείας κύκλου ἀκτίνος 50 cm μὲ ταχύτητα 2 m/sec. Νὰ εὐρεθῇ ἡ κεντρομόλος δύναμις. Πόση γίνεται αὕτη, ἂν ὁ χρόνος μιᾶς περιφορᾶς γίνῃ 1,5 sec;

110. Σφαῖρα μάζης 1 kg εἶναι προσδεδεμένη εἰς τὸ ἄκρον νήματος καὶ διαγράφει ὀριζοντίως κύκλον ἀκτίνος 1 m. Ἐὰν ἡ κεντρομόλος δύναμις εἶναι 10 kg*, πόση εἶναι ἡ συχνότης τῆς κινήσεως τῆς σφαίρας;

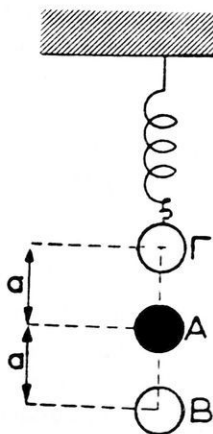
111. Νὰ εὐρεθῇ μὲ πόσῃν ταχύτητι πρέπει νὰ ἐκσφενδονισθῇ ὀριζοντίως βλήμα, ὥστε τοῦτο νὰ μὴ πέσῃ ποτὲ εἰς τὴν Γῆν, ἀλλὰ νὰ περιφέρεται ἐπὶ αὐτῆς ἰσοταχῶς, ἂν παραλείψωμεν τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος. Ἡ ἀκτίς περιφορᾶς τοῦ βλήματος θὰ ληφθῇ ἴση μὲ τὴν ἀκτῖνα τῆς Γῆς: $R = 6\,370 \text{ km}$. $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

112. Σώμα μάζης 200 gr είναι προσδεδεμένον εις τὸ ἄκρον νήματος καὶ διαγράφει κατακορυφῶς κύκλον ἀκτίνου 40 cm μετὰ ταχύτητα 2 m/sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ συχνότης περιστροφῆς καὶ ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἀσκεῖται ἐπὶ τῆς χειρὸς μας, ὅταν τὸ σῶμα διέρχεται ἀπὸ τὸ κατώτατον σημεῖον τῆς τροχιάς του.

113. Φορητὸν αὐτοκίνητον ἔχει τὸ κέντρον βάρους του εἰς ὕψος 1 m ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς ὁριζοντίας ὁδοῦ. Ἡ ἀπόστασις τῶν δύο τροχῶν του εἶναι 1,20 m. Νὰ εὑρεθῇ πόση εἶναι ἡ μεγίστη ταχύτης, μετὰ τὴν ὁποίαν δύνανται ἀσφαλῶς νὰ κινηθῇ εἰς μίαν στροφὴν τῆς ὁδοῦ, ἂν ἡ ἀκτίς καμπυλότητος αὐτῆς εἶναι 40 m.

ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΙΣ—ΕΚΚΡΕΜΕΣ

121. Ἀρμονικὴ ταλάντωσις. Μία σφαῖρα μολύβδου ἐξαρτᾶται εἰς τὸ ἄκρον ἐλατηρίου. Ἀπομακρύνομεν τὴν σφαῖραν ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας της A καὶ τὴν ἀφήνομεν ἔπειτα ἐλευθέραν (σχ. 115).



Σχ. 115. Ἡ σφαῖρα ἐκτελεῖ ἁρμονικὴν ταλάντωσιν

(Ἡ συνισταμένη F τοῦ βάρους τῆς σφαῖρας καὶ τῆς τάσεως τοῦ ἐλατηρίου τείνει καθ' ἑκάστην στιγμὴν νὰ ἐπαναφέρῃ τὴν σφαῖραν εἰς τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας της A.)

Ἡ σφαῖρα ἐκτελεῖ μίαν περιοδικὴν κίνησιν εὐθύγραμμον, ἡ ὁποία καλεῖται ἁρμονικὴ ταλάντωσις. Ἡ μεγίστη ἀπομάκρυνσις τῆς σφαῖρας ἐκαστέρωθεν τῆς θέσεως τῆς ἰσορροπίας της A καλεῖται πλάτος τῆς ταλάντωσης ($AB = A\Gamma = a$).

$$\text{ἀπομάκρυνσις : } y = \alpha \cdot \eta\mu \frac{2\pi t}{T} \quad (2)$$

β) **Ἐξίσωσις τῆς ταχύτητος.** Ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ Α καθ' ἐκάστην στιγμὴν ἰσοῦται μὲ τὴν προβολὴν τῆς ταχύτητος (v_M) τοῦ κινητοῦ Μ ἐπὶ τὸν ἄξονα yy' . Ἄρα εἶναι $v = v_M \cdot \sin \omega t$. Ἐπειδὴ εἶναι $v_M = \alpha\omega$, εὐρίσκομεν :

$$\text{ταχύτης : } v = \alpha\omega \cdot \sin \omega t \quad \tilde{\eta} \quad v = \alpha\omega \cdot \sin \frac{2\pi t}{T} \quad (3)$$

Κατὰ τὴν θεωρουμένην χρονικὴν στιγμὴν t ἡ φορά τοῦ ἀνύσματος v εἶναι θετικὴ.

γ) **Ἐξίσωσις τῆς ἐπιταχύνσεως.** Τὸ κινητικὸν Μ ἔχει κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν $\gamma_M = \alpha\omega^2$. Ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ κινητοῦ Α καθ' ἐκάστην στιγμὴν ἰσοῦται μὲ τὴν προβολὴν τῆς ἐπιταχύνσεως (γ_M) τοῦ κινητοῦ Μ ἐπὶ τὸν ἄξονα yy' . Ἄρα εἶναι

$$\gamma = \gamma_M \cdot \eta\mu \omega t$$

$$\text{ἥτοι ἐπιτάχυνσις : } \gamma = -\alpha\omega^2 \cdot \eta\mu \omega t \quad \tilde{\eta} \quad \gamma = -\alpha\omega^2 \cdot \eta\mu \frac{2\pi t}{T} \quad (4)$$

Κατὰ τὴν θεωρουμένην χρονικὴν στιγμὴν ἡ φορά τοῦ ἀνύσματος γ εἶναι ἀρνητικὴ. Ἐπειδὴ εἶναι $y = \alpha \cdot \eta\mu \omega t$, ἡ ἐξίσωσις τῆς ἐπιταχύνσεως γράφεται καὶ ὥς ἐξῆς :

$$\text{ἐπιτάχυνσις : } \gamma = -\omega^2 y \quad (5)$$

δ) **Ἐξίσωσις τῆς δυνάμεως.** Τὸ ὕλικὸν σημεῖον Α ἔχει μᾶζαν m καὶ καθ' ἐκάστην στιγμὴν ἔχει ἐπιτάχυνσιν γ . Ἄρα καθ' ἐκάστην στιγμὴν ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σημείου Α μία δύναμις F , ἡ ὁποία ἔχει τὴν διεύθυνσιν καὶ τὴν φοράν τῆς ἐπιταχύνσεως γ καὶ μέτρον $F = m\gamma$. Ἄρα ἐπὶ τοῦ ὕλικου σημείου Α ἐνεργεῖ συνεχῶς δύναμις :

$$F = m \cdot \gamma \quad \text{ἥτοι} \quad F = -m\omega^2 y \quad (6)$$

Ἡ δύναμις F ἔχει πάντοτε φοράν πρὸς τὸ μέσον Ο τῆς διαδρομῆς

τοῦ κινητοῦ Α καὶ λέγεται δύναμις ἐπαναφορᾶς (διότι τείνει νὰ ἐπαναφέρῃ τὸ κινητὸν Α εἰς τὴν θέσιν ἰσορροπίας Ο).

ε) **Περίοδος τῆς κινήσεως.** Εἰς τὴν ἐξίσωσιν $F = m\omega^2 y$ θέτομεν $\omega = 2\pi/T$. Τότε εὐρίσκομεν

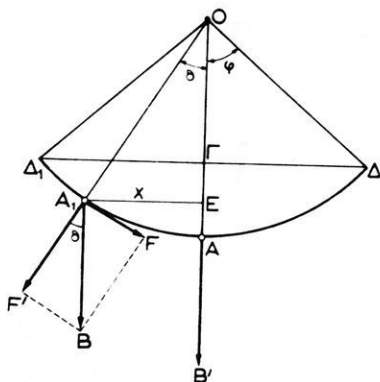
$$F = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot y \quad \text{ἄρα περίοδος : } T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{y}{F}} \quad (7)$$

στ) **Διερεύνησις τῶν ἐξισώσεων.** Ἐὰν θεωρήσωμεν τὰς χρονικὰς στιγμὰς 0, $T/4$, $T/2$, $3T/4$ καὶ T , τότε ἀπὸ τὰς ἀνωτέρω ἐξισώσεις σχηματίζομεν τὸν ἀκόλουθον πίνακα, εἰς τὸν ὁποῖον βλέπομεν μεταξὺ ποίων ὀρίων μεταβάλλονται ἐντὸς μιᾶς περιόδου τὰ διάφορα μεγέθη τῆς κινήσεως, ὡς καὶ ποία εἶναι ἡ μεγίστη τιμὴ ἐκάστου μεγέθους.

Χρόνος t	Φάσις ωt	Θέσις y	Ταχύτης v	Ἐπιτάχυνσις γ	Δύναμις F
0	0	0	$\alpha\omega$	0	0
$T/4$	$\pi/2$	α	0	$-\alpha\omega^2$	$-m\alpha\omega^2$
$T/2$	π	0	$-\alpha\omega$	0	0
$3T/4$	$3\pi/2$	$-\alpha$	0	$\alpha\omega^2$	$m\alpha\omega^2$
T	2π	0	$\alpha\omega$	0	0

122. Ἀπλοῦν ἐκκρεμές. Τὸ ἀπλοῦν ἐκκρεμές εἶναι ἰδανικὴ διάταξις, ἡ ὁποία ἀποτελεῖται ἀπὸ μικρὰν σφαῖραν μάζης m ἐξηρητημένην

ἀπὸ τὸ ἄκρον ἀβαροῦς καὶ μὴ ἐκτατοῦ νήματος, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ στρέφεται χωρὶς τριβὴν περὶ ὀριζόντιον ἄξονα O (σχ. 117). Τὸ μήκος $OA = l$ τοῦ νήματος καλεῖται *μῆκος τοῦ ἐκκρεμοῦς*. Ἀπομακρύνομεν τὸ ἐκκρεμὸς ἀπὸ τὴν θέσιν



Σχ. 117. Τὸ ἀπλοῦν ἐκκρεμὸς ἐκτελεῖ ἄρμονικὴν ταλάντωσιν

τῆς τροχιάς τοῦ κινητοῦ. Ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων OEA_1 καὶ BFA_1 ἔχομεν :

$$\frac{B}{l} = \frac{F}{x} \quad \text{ἔρα} \quad F = \frac{B}{l} \cdot x \quad (1)$$

Ἐὰν ἡ γωνία θ εἴναι πολὺ μικρά, τότε δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν ὅτι ἡ ἀπόστασις x εἶναι ἴση μὲ τὸ τόξον AA_1 . Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ ἐξίσωσις (1) δεικνύει ὅτι ἡ κινουῦσα δύναμις F εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀπομάκρυνσιν τῆς σφαίρας ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσορροπίας A . Ὡστε :

Ὅταν τὸ πλάτος αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι πολὺ μικρόν, ἡ κίνησις τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι κατὰ μεγάλην προσέγγισιν ἄρμονικὴ ταλάντωσις.

Ἐπομένως ἡ περίοδος τῆς κινήσεως τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς δίδεται ἀπὸ τὸν τύπον :

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{x}{F}}$$

Ἐὰν εἰς τὸν τύπον τοῦτον θέσωμεν τὴν τιμὴν τῆς κινούσης δυνάμεως F ἀπὸ τῆν ἐξίσωσιν (1), εὐρίσκομεν :

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot x \cdot l}{B \cdot x}} \quad \eta \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot l}{m \cdot g}}$$

Ὡστε ἡ περίοδος τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι :

περίοδος ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς : $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$

(2)

123. Νόμοι τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν τοὺς κατωτέρω νόμους, τοὺς ὁποίους ἀποδεικνύομεν καὶ πειραματικῶς :

I. Αἱ αἰωρήσεις μικροῦ πλάτους εἶναι ἰσόχρονοι.

Τοῦτο συνάγεται ἀμέσως ἀπὸ τὸν τύπον (2) τοῦ ἐκκρεμοῦς, εἰς τὸν ὁποῖον δὲν εἰσέρχεται τὸ πλάτος τῆς αἰωρήσεως. Πράγματι, ἂν μετρήσωμεν τὸν χρόνον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου τὸ ἐκκρεμές ἐκτελεῖ 10 αἰωρήσεις, ὅταν τὸ πλάτος εἶναι π.χ. 4^0 καὶ ἐπαναλάβωμεν τὴν μέτρησιν, ὅταν τὸ πλάτος γίνῃ 2^0 , τότε εὐρίσκομεν ὅτι ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἡ αὐτή.

II. Ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν μᾶζαν καὶ τὴν φύσιν τοῦ σώματος ἐκ τοῦ ὁποίου ἀποτελεῖται τὸ ἐκκρεμές.

Τοῦτο συνάγεται ἐπίσης ἀμέσως ἀπὸ τὸν τύπον (2) τοῦ ἐκκρεμοῦς, εἰς τὸν ὁποῖον δὲν εἰσέρχεται ἡ μᾶζα ἢ ἡ πυκνότης τοῦ σώματος. Πειραματικῶς ἐπιβεβαιώνεται ὁ νόμος οὗτος, ἂν χρησιμοποιήσωμεν πολλὰ ἐκκρεμῆ τοῦ αὐτοῦ μήκους, τὰ ὁποῖα εἰς τὰ ἄκρα τῶν νημάτων των φέρουν μικρὰς σφαῖρας ἀπὸ διάφορα σώματα (μόλυβδον, χάλυβα, ξύλον). Ἡ περίοδος εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ ἐκκρεμῆ.

III. Ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν τοῦ μήκους τοῦ ἐκκρεμοῦς.

Τοῦτο συνάγεται ἀπὸ τὸν τύπον (2) τοῦ ἐκκρεμοῦς. Πειραματικῶς ἐπιβεβαιώνεται ὡς ἑξῆς :

Λαμβάνομεν έκκρεμῇ, τὰ ὅποια ἔχουν ἀντιστοίχως μήκη : 25 cm, 36 cm, 49 cm, 64 cm, 81 cm, 100 cm. Αἱ περίοδοι τῶν έκκρεμῶν τούτων εἶναι μεταξύ των ὡς οἱ ἀριθμοὶ 5, 6, 7, 8, 9, 10.

IV. Ἡ περίοδος τοῦ έκκρεμοῦς εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος εἰς τὸν τόπον, ὅπου ὑπάρχει τὸ έκκρεμές.

Τοῦτο φανερώνει ὁ τύπος (2) τοῦ έκκρεμοῦς. Ἡ ἄμεσος πειραματικὴ ἐπαλήθευσις τοῦ νόμου τούτου δὲν εἶναι εὐκόλος. Ἐν τούτοις, ὅπως θὰ ἴδωμεν κατωτέρω, ὁ νόμος οὗτος ἐπιβεβαιώνεται ἐξ ἄλλων φαινομένων.

124. Ἐφαρμογαὶ τοῦ έκκρεμοῦς. Ἐπειδὴ αἱ μικροῦ πλάτους αἰωρήσεις εἶναι ἰσόχρονοι, τὸ έκκρεμές χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ χρόνου. Οὕτως, ἂν εἰς ἓνα τόπον εἶναι $g = 981 \text{ cm/sec}^2$, δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν πόσον πρέπει νὰ εἶναι τὸ μῆκος τοῦ ἀπλοῦ έκκρεμοῦς, τὸ ὅποιον θὰ ἐκτελῇ μίαν ἀπλὴν αἰώρησιν ἐντὸς 1 δευτερολέπτου, ἥτοι θὰ ἔχῃ $T = 2 \text{ sec}$. Τὸ ζητούμενον μῆκος τοῦ έκκρεμοῦς εἶναι :

$$l = \frac{g \cdot T^2}{4\pi^2} = \frac{981 \cdot 4}{4 \cdot 9,87} \text{ cm} = 99,4 \text{ cm}$$

Τὸ έκκρεμές χρησιμοποιεῖται ἐπίσης διὰ τὴν ἀκριβῆ μέτρησιν τῆς τιμῆς τοῦ g . Ἄν εἶναι γνωστὴ ἡ περίοδος καὶ τὸ μῆκος τοῦ έκκρεμοῦς, τότε ἀπὸ τὸν τύπον τοῦ έκκρεμοῦς εὐρίσκομεν :

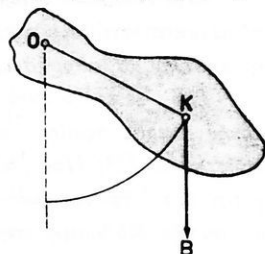
$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

Οὕτως εὐρέθη ὅτι εἰς τὸν ἰσημερινὸν εἶναι : $g = 978 \text{ cm/sec}^2$. Εἰς γεωγραφικὸν πλάτος 45° εἶναι : $g = 981 \text{ cm/sec}^2$ καὶ εἰς τὸν πόλον εἶναι : $g = 983 \text{ cm/sec}^2$.

125. Φυσικὸν έκκρεμές. Καλεῖται φυσικὸν έκκρεμές πᾶν στερεὸν σῶμα, τὸ ὅποιον δύναται νὰ στραφῇ περὶ ὀριζόντιον ἄξονα μὴ διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου βάρους τοῦ σώματος (σχ. 118). Ἀπομακρύνομεν τὸ σῶμα ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσορροπίας καὶ ἔπειτα τὸ ἀφήνομεν ἐλεύθερον. Τότε τὸ σῶμα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους τοῦ Β ἐκτελεῖ

αίωρήσεις. Ἐὰν τὸ πλάτος αἰωρήσεως εἶναι πολὺ μικρόν, ἡ κίνησις τοῦ φυσικοῦ ἔκκρεμοῦς εἶναι ἄρμονικὴ ταλάντωσις.

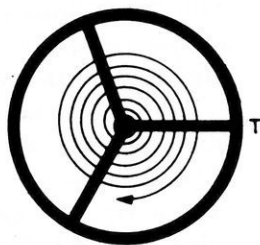
Ὅλα τὰ χρησιμοποιούμενα ἔκκρεμῃ εἶναι φυσικὰ ἔκκρεμῃ. Ἐνεκα τῶν ἀντιστάσεων αἱ αἰωρήσεις γίνονται φθίνουσαι, δηλαδή τὸ πλάτος τῆς αἰωρήσεως βαίνει συνεχῶς ἐλαττούμενον καὶ ταχέως τὸ ἔκκρεμὸς ἡρεμεῖ. Διὰ τοῦτο εἰς τὰ ὥρολόγια ὑπάρχει εἰδικὸν σύστημα (πίπτον σῶμα ἢ



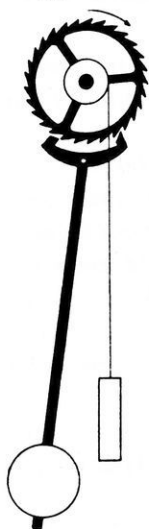
Σχ. 118. Φυσικὸν ἔκκρεμὸς δίδει εἰς τὸ ἔκκρεμὸς τὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποίαν ἀπερρόφησαν αἱ τριβαὶ (σχ. 119).

Εἰς τὰ συνήθη ὥρολόγια χρησιμοποιεῖται σπειροειδὲς ἔκκρεμὸς.

Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ σπειροειδὲς ἐλατήριον ἐκ χάλυβος (σχ. 120), τοῦ ὁποῦ το μὲν ἓν ἄκρον εἶναι στερεωμένον μονίμως, τὸ δὲ ἄλλο ἄκρον εἶναι στερεωμένον ἐπὶ στρεπτοῦ ἄξονος. Οὗτος φέρει τροχὸν Τ, ὁ ὁποῖος καλεῖται αἰωρητής. Ἡ διατήρησις τῶν ταλαντώσεων τοῦ αἰωρητοῦ ἐξασφαλίζεται μὲ ἰσχυρὸν ἐλατήριον.



Σχ. 120. Αἰωρητὴς ὥρολογίου



Σχ. 119. Διατήρησις τῶν αἰωρήσεων ἔκκρεμοῦς ὥρολογίου τὴν ἐξίσωσιν

Ἡ περίοδος τοῦ φυσικοῦ ἔκκρεμοῦς δίδεται ἀπὸ

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\Theta}{m \cdot \alpha \cdot g}}$$

ὅπου Θ εἶναι ἡ ροπή ἀδρανείας τοῦ σώματος, m ἡ μᾶζα του καὶ α ἡ ἀπόστασις τοῦ κέντρου βάρους τοῦ σώματος ἀπὸ τὸν ἄξονα περιστροφῆς.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

114. Ἀπλοῦν ἔκκρεμὸς μήκους 6 m αἰωρεῖται εἰς τόπον ὅπου εἶναι $g = 981 \text{ cm/sec}^2$. Νὰ εὗρεθῇ πόσας αἰωρήσεις ἐκτελεῖ κατὰ λεπτόν.

115. Ἀπλοῦν ἐκκρεμές ἐκτελεῖ 60 αἰωρήσεις κατὰ λεπτόν. Κατὰ πόσα ἑκατοστόμετρα πρέπει νὰ ἐλαττωθῇ τὸ μῆκος του, ἂν θέλωμεν νὰ ἐκτελῇ 90 αἰωρήσεις κατὰ λεπτόν ;

116. Ἀπλοῦν ἐκκρεμές ἔχει μῆκος 125 cm, ἡ δὲ μᾶζα τῆς ἐξηρητημένης μικρᾶς σφαίρας εἶναι 500 gr. Τὸ πλάτος αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι 45° . Πόση εἶναι ἡ τάσις τοῦ νήματος, ὅταν ἡ σφαῖρα διέρχεται διὰ τῆς κατακορύφου καὶ ὅταν εὐρίσκεται εἰς τὸ ἀνώτερον σημεῖον τῆς διαδρομῆς τῆς ;

117. Ἀπλοῦν ἐκκρεμές ἔχει μῆκος 98 cm καὶ περίοδον 2 sec. Πόση εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ g εἰς τὸν τόπον τοῦτον ;

118. Εἰς τόπον, ὅπου εἶναι $g = 980 \text{ cm/sec}^2$, θέλωμεν νὰ ἐγκαταστήσωμεν ἀπλοῦν ἐκκρεμές, τὸ ὁποῖον νὰ ἔχῃ περίοδον 1 min. Πόσον πρέπει νὰ εἶναι τὸ μῆκος τούτου ;

119. Τὸ ἐκκρεμές ὥρολόγιον θεωρεῖται ὡς ἀπλοῦν ἐκκρεμές, τὸ ὁποῖον ἔχει περίοδον 2 sec, ὅταν εὐρίσκεται εἰς τόπον ὅπου εἶναι $g = 980 \text{ cm/sec}^2$. Πόσον θὰ καθυστερῇ τὸ ὥρολόγιον ἐντὸς 24 ὥρων, εἰὰν τὸ ὥρολόγιον μεταφερθῇ εἰς τόπον ὅπου εἶναι $g = 974 \text{ cm/sec}^2$;

120. Ἀπλοῦν ἐκκρεμές ἔχει μῆκος 1 cm καὶ περίοδον 2 sec εἰς τόπον ὅπου εἶναι $g = 980 \text{ cm/sec}^2$. Πόση εἶναι ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς τούτου εἰς τὸν ἰσημερινόν ($g = 978 \text{ cm/sec}^2$) καὶ εἰς τὸν πόλον ($g = 983 \text{ cm/sec}^2$) ;

ΠΑΓΚΟΣΜΙΟΣ ΕΛΞΙΣ — ΒΑΡΥΤΗΣ

126. Νόμος τοῦ Νεύτωνος. Ὁ Νεύτων, διὰ νὰ ἐξηγήσῃ τοὺς νόμους τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν περὶ τὸν Ἥλιον καὶ τὰ φαινόμενα τῆς βαρύτητος, ἐδέχθη ὅτι μεταξὺ δύο ὑλικῶν σωμάτων ἐξασκοῦνται ἐλκτικὰ δυνάμεις. Αἱ ἔλξεις αὗται διέπονται ἀπὸ τὸν ἀκόλουθον νόμον τοῦ Νεύτωνος ἢ νόμον τῆς παγκοσμίου ἔλξεως :

Δύο σώματα ἔλκονται μεταξὺ των μὲ δύναμιν, ἡ ὁποία εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ γινόμενον τῶν μαζῶν των (m_1 καὶ m_2) καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως (r) αὐτῶν.

$$\text{νόμος τοῦ Νεύτωνος : } F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

όπου k είναι σταθερά ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν σωμάτων.
Ἡ σταθερά k καλεῖται **σταθερά τῆς παγκοσμίου ἑλξεως** καὶ εἶναι :

$$k = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ dyn} \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{gr}^2} \quad \eta \quad k = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

127. Τὸ βάρος τῶν σωμάτων. Ὑποθέτομεν ὅτι ἡ $\Gamma\eta$ εἶναι ὁμογενὴς σφαῖρα. Ἐν σῶμα A εὐρισκόμενον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς $\Gamma\eta$ ς ὑφίσταται ἐκ μέρους τῆς $\Gamma\eta$ ς ἑλξιν, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **βάρος** τοῦ σώματος. Ὡς εἶναι γνωστόν, ἐν σῶμα μάζης m ἔχει βάρος $B = m \cdot g$. Ἐὰν M εἶναι ἡ μᾶζα τῆς $\Gamma\eta$ ς καὶ R ἡ ἀκτίς αὐτῆς, τότε συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τοῦ Νεύτωνος εἶναι :

$$m \cdot g = k \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \quad \eta \text{τοι}$$

$$g = k \cdot \frac{M}{R^2}$$

Ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως τοῦ σώματος ἀπὸ τὸ κέντρον τῆς $\Gamma\eta$ ς.

Ἐφ' ὅσον λοιπὸν ἀνερχόμεθα κατακορύφως, ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας τῆς $\Gamma\eta$ ς, ἡ τιμὴ τοῦ g βαίνει συνεχῶς ἐλαττωμένη καὶ συνεπῶς τὸ βάρος ἑνὸς σώματος ἐλαττώνεται.

Ἡ τιμὴ τοῦ g βαίνει συνεχῶς αὐξανόμενη, καθ' ὅσον προχωροῦμεν ἐκ τοῦ ἰσημερινοῦ πρὸς τοὺς πόλους. Αὕτῃ ἡ μεταβολὴ τῆς τιμῆς τοῦ g μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ πλάτους ὀφείλεται εἰς τὰ ἑξῆς δύο αἷτια :

α) Εἰς τὸ ἐλλειψοειδὲς σχῆμα τῆς $\Gamma\eta$ ς, ἔνεκα τοῦ ὁποίου ἡ ἰσημερινὴ ἀκτίς τῆς $\Gamma\eta$ ς εἶναι μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν πολικὴν ἀκτῖνα.

β) Εἰς τὴν φυγόκεντρον δύναμιν, ἡ ὁποία ἀναπτύσσεται ἐπὶ παντὸς σώματος ἔνεκα τῆς περιστροφικῆς κινήσεως τῆς $\Gamma\eta$ ς. Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς περιστροφῆς τῆς $\Gamma\eta$ ς περὶ τὸν ἄξονά της δεχόμεθα ὅτι ἡ φυγόκεντρος δύναμις ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος. Διότι καὶ ἡμεῖς οἱ ἴδιοι μετέχομεν τῆς περιστροφικῆς κινήσεως τῆς $\Gamma\eta$ ς. Ὅπως δὲ ἀποδεικνύει ἡ Μηχανικὴ, ὅταν ὁ παρατηρητὴς μετέχῃ τῆς περιστροφικῆς κινήσεως, τότε ὁ παρατηρητὴς οὗτος, διὰ τὴν ἑρμηνεῦσιν τὰ φαινόμενα, πρέπει νὰ δεχθῇ ὅτι ἐπὶ ἐκάστου σώματος, εὐρισκομένου ἐντὸς τοῦ στρεφομένου συστήματος, ἀναπτύσσεται φυγόκεντρος δύναμις. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι :

Τὸ βάρος ἑνὸς σώματος μεταβάλλεται μετὰ τῆς ἀποστάσεως

τοῦ σώματος ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης καὶ μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ πλάτους.

127α. Πεδίον βαρύτητος τῆς Γῆς. Καλεῖται πεδίον βαρύτητος τῆς Γῆς ὁ χώρος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου, φερόμενον ἐν σῶμα, ὑφίσταται ἑλξιν ἐκ μέρους τῆς Γῆς. Ἐντὸς τοῦ πεδίου βαρύτητος τῆς Γῆς κινεῖται ἡ Σελήνη, ἡ ὁποία διαγράφει περὶ τὴν Γῆν σχεδὸν κυκλικὴν τροχίαν. Ὡς κεντρομόλος δύναμις ἐνεργεῖ ἐπὶ τῆς Σελήνης ἡ ἑλξίς τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ Γῆ ἐπὶ τῆς Σελήνης.

Διὰ νὰ ἐξέλθῃ ἐν σῶμα ἐκτὸς τοῦ πεδίου βαρύτητος τῆς Γῆς, πρέπει νὰ προσδώσωμεν εἰς τὸ σῶμα τοῦτο ἀρχικὴν κατακόρυφον ταχύτητα ἴσῃ μὲ 11 180 m/sec. Ὄταν ἐν σῶμα ἀποκτήσῃ αὐτὴν τὴν ταχύτητα, ἀπελευθερώνεται ἀπὸ τὴν ἑλξιν τῆς Γῆς καὶ δύναται νὰ κινηθῇ πλέον ἐλευθέρως ἐντὸς τοῦ ἀστρικοῦ διαστήματος. Ἐπὶ τοῦ παρόντος εἶναι ἀδύνατον νὰ προσδώσωμεν εἰς ἐν σῶμα ἀρχικὴν κατακόρυφον ταχύτητα ἴσῃ μὲ 11,18 km/sec. Μὲ ἓνα ὅμως πύραυλον δυνάμεθα νὰ προσδώσωμεν εἰς τὸ σῶμα σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν γ ὀλίγον μεγαλύτεραν ἀπὸ τὴν ἐπιτάχυνσιν g τῆς βαρύτητος. Οὕτως ἡ κατακόρυφος ταχύτης τοῦ σώματος βαίνει συνεχῶς αὐξανομένη, μέχρις ὅτου τὸ σῶμα ἀποκτήσῃ τὴν ἀνωτέρω ταχύτητα ἀπελευθερώσεως. Τότε καταργεῖται ἡ προωστικὴ δύναμις τοῦ πυραύλου καὶ τὸ σῶμα κινεῖται μὲ σταθερὰν ταχύτητα ἐντὸς τοῦ ἀστρικοῦ διαστήματος.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

121. Δύο σφαῖραι μολύβδου, ἀκτίνος r , εὐρίσκονται εἰς ἐπαφὴν. Νὰ εὐρεθῇ ἡ μεταξὺ αὐτῶν ἀσκουμένη ἑλξίς.

Ἐφαρμογὴ: $r = 1 \text{ m}$, $d = 11 \text{ gr/cm}^3$ (ἡ ἑλξίς νὰ εὐρεθῇ εἰς gr^*).

122. Δύο μάζαι m_1 καὶ m_2 εὐρίσκονται εἰς τὰ ἄκρα εὐθείας $A_1A_2 = a$, ἐπὶ τῆς ὁποίας δύναται νὰ κινῆται ἐλευθέρως μάζα m . Εἰς ποίαν θέσιν ἐπὶ τῆς εὐθείας αὐτῆς θὰ ἰσορροπῇ ἡ μάζα m ;

123. Ἡ ἀπόστασις τῶν κέντρων τῆς Γῆς καὶ τῆς Σελήνης εἶναι $60R$, ὅπου R εἶναι ἀκτίς τῆς Γῆς. Ὁ λόγος τῶν μαζῶν τῶν δύο τούτων σωμάτων εἶναι $81 : 1$. Εἰς πόσῃν ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ κέντρον τῆς Γῆς πρέπει νὰ εὐρεθῇ σῶμα, ὥστε τοῦτο νὰ ἰσορροπῇ;

124. Ἡ μάζα τῆς Σελήνης εἶναι τὰ 0,0123 τῆς μάζης τῆς Γῆς, ἡ δὲ μέση ἀκτίς τῆς Σελήνης εἶναι 1 738 km. Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Σελήνης ; Μᾶζα τῆς Γῆς : $6 \cdot 10^{27}$ gr.

125. Σῶμα ἀφήνεται εἰς τὴν Γῆν νὰ πέσῃ ἐλευθέρως ἀπὸ ὕψους 100 m. Ἀπὸ ποῖον ὕψος πρέπει νὰ ἀφεθῇ νὰ πέσῃ εἰς τὴν Σελήνην τὸ σῶμα, ὥστε ἡ τελικὴ ταχύτης του νὰ εἶναι ἴση μὲ ἐκείνην, τὴν ὁποίαν εἶχεν, ὅταν ἔφθασεν εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς ;

126. Πλοῖον ἔχει μᾶζαν $m = 40\,000$ tn. Νὰ εὐρεθῇ πόση εἶναι ἡ φυγόκεντρος δύναμις, ἡ ὁποία ἀναπτύσσεται ἐπ' αὐτοῦ, ὅταν εὐρίσκεται ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ. Ἡ Γῆ εἶναι σφαιρικὴ καὶ ἔχει ἀκτίνα 6 370 km. $g = 10^3$ cm/sec².

Σ Υ Σ Τ Η Μ Α Τ Α Μ Ο Ν Α Δ Ω Ν

128. **Τὰ συστήματα μονάδων.** Εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιεῖται ἀκόμη εὐρύτατα τὸ σύστημα μονάδων C.G.S. διότι εἶναι εὐκόλον. Ἀλλὰ συγχρόνως εἰς τὴν Φυσικὴν καὶ τὴν Τεχνικὴν ἔχει γενικευθῇ ἡ χρῆσις τοῦ συστήματος μονάδων M.K.S.A. (τὸ ὁποῖον ὀνομάζεται καὶ πρακτικὸν σύστημα μονάδων). Ἡ χρῆσις τοῦ τεχνικοῦ συστήματος μονάδων (Τ.Σ.) εἶναι σήμερον πολὺ περιορισμένη.

α. **Τὸ σύστημα μονάδων C.G.S.** Εἰς τὸ σύστημα μονάδων C.G.S. θεμελιώδη μεγέθη εἶναι τὸ μῆκος, ἡ μᾶζα καὶ ὁ χρόνος καὶ θεμελιώδεις μονάδες εἶναι τὸ 1 ἑκατοστόμετρον (1 cm), τὸ 1 γραμμάριον (1 gr) καὶ τὸ 1 δευτερόλεπτον (1 sec).

Σύστημα μονάδων C.G.S.

θεμελιώδη μεγέθη :	μῆκος	μᾶζα	χρόνος
θεμελιώδεις μονάδες :	1 cm	1 gr	1 sec

Εἰς τὸ σύστημα αὐτὸ αἱ μονάδες ταχύτητος καὶ ἐπιταχύνσεως εἶναι παράγωγοι μονάδες καὶ προσδιορίζονται ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις :

$$\text{ταχύτης } v = \frac{s}{t} \quad \text{ἄρα } 1 \text{ μονὰς ταχύτητος C.G.S.} = \frac{1 \text{ cm}}{1 \text{ sec}} = 1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

ἐπιτάχυνσις $\gamma = \frac{v}{t}$ ἄρα 1 μονὰς ἐπιταχύνσεως C.G.S. = $\frac{1 \text{ cm/sec}}{1 \text{ sec}} = 1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$
 'Η μονὰς δυνάμεως ὀνομάζεται 1 δύνη (1 dyn) καὶ ὀρίζεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν :

$$F = m \cdot \gamma \quad \text{ἄρα } 1 \text{ dyn} = 1 \text{ gr} \cdot 1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} \quad \text{ἢ} \quad 1 \text{ dyn} = 1 \text{ gr} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}.$$

'Επίσης ἡ μονὰς ἔργου, ἡ ὁποία ὀνομάζεται 1 ἔργιον (1 erg) ὀρίζεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν :

$$W = F \cdot s \quad \text{ἄρα } 1 \text{ erg} = 1 \text{ dyn} \cdot 1 \text{ cm} \quad \text{ἢ} \quad 1 \text{ erg} = 1 \text{ dyn} \cdot \text{cm}.$$

Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον ὀρίζονται καὶ αἱ μονάδες ὁλων τῶν ἄλλων φυσικῶν μεγεθῶν.

β. Τὸ σύστημα μονάδων M.K.S.A. Εἰς τὸ σύστημα μονάδων M.K.S.A. θεμελιώδη μεγέθη εἶναι τὸ μήκος, ἡ μᾶζα, ὁ χρόνος καὶ ἡ ἔντασις ἡλεκτρικοῦ ρεύματος καὶ θεμελιώδεις μονάδες εἶναι τὸ 1 μέτρον (1 m), τὸ 1 χιλιόγραμμα (1 kgr), τὸ 1 δευτερόλεπτον (1 sec) καὶ τὸ 1 Ἀμπέρ (1 A).

Σύστημα μονάδων M.K.S.A.			
θεμελιώδη μεγέθη :	μήκος	μᾶζα	χρόνος
θεμελιώδεις μονάδες :	1 m	1 kgr	1 sec
			ἔντασις ρεύματος 1 A

Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο αἱ μονάδες ταχύτητος καὶ ἐπιταχύνσεως εἶναι παράγωγοι καὶ ὀρίζονται ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις :

$$v = \frac{s}{t} \quad \text{ἄρα } 1 \text{ μονὰς ταχύτητος M.K.S.A.} = \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ sec}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$\gamma = \frac{v}{t} \quad \text{ἄρα } 1 \text{ μονὰς ἐπιταχύνσεως M.K.S.A.} = \frac{1 \text{ m/sec}}{1 \text{ sec}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

'Η μονὰς δυνάμεως ὀνομάζεται 1 Newton (Νιούτον, 1 N) καὶ ὀρίζεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν :

$$F = m \cdot \gamma \quad \text{ἄρα } 1 \text{ Newton} = 1 \text{ kgr} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$\text{ἢ } 1 \text{ Newton (1 N)} = 1 \text{ kgr} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

Ἡ μονὰς ἔργου ὀνομάζεται 1 **Joule** (1 Τζάουλ, 1 J) καὶ ὀρίζεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν :

$W = F \cdot s$ ἄρα $1 \text{ Joule} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}$ ἢ $1 \text{ Joule} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$
Μὲ τὸν ἴδιον τρόπον εὐρίσκομεν καὶ τὰς μονάδας τῶν ἄλλων φυσικῶν μεγεθῶν.

Εὐκόλως εὐρίσκομεν ποία σχέσις ὑπάρχει μεταξὺ μιᾶς μονάδος M.K.S.A καὶ τῆς ἀντιστοίχου μονάδος C.G.S. Οὕτω ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν :

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kgr} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \text{ εὐρίσκομεν } 1 \text{ N} = 10^3 \text{ gr} \cdot 10^2 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} = 10^5 \text{ dyn}$$

Ὡστε τὸ 1 Newton (1 N) ἰσοῦται μὲ 10^5 δύνας.

$1 \text{ Newton (1 N)} = 10^5 \text{ dyn}$

Ἐπίσης ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν :

$$1 \text{ Joule} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} \text{ εὐρίσκομεν } 1 \text{ Joule} = 10^5 \text{ dyn} \cdot 10^2 \text{ cm} = 10^7 \text{ erg}$$

Ὡστε τὸ 1 Joule ἰσοῦται μὲ 10^7 ἔργια.

$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ erg}$

γ) Τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων (Τ.Σ.) Εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων θεμελιώδη μεγέθη εἶναι τὸ μῆκος, ἡ δύναμις καὶ ὁ χρόνος καὶ θεμελιώδεις μονάδες εἶναι τὸ 1 μέτρον (1 m), τὸ 1 χιλιόγραμμα βάρους (1 kgr*) καὶ τὸ 1 δευτερόλεπτον (1 sec).

Τεχνικὸν σύστημα μονάδων

θεμελιώδη μεγέθη :	μῆκος	δύναμις	χρόνος
θεμελιώδεις μονάδες :	1 m	1 kgr*	1 sec

Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο αἱ μονάδες ταχύτητος καὶ ἐπιταχύνσεως εἶναι ἀντιστοίχως τὸ 1 m/sec καὶ τὸ 1 m/sec². Ἡ μᾶζα εἶναι παράγωγον μέγεθος καὶ ἡ μονὰς μᾶζης ὀρίζεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν :

$$m = \frac{F}{\gamma} \text{ ἄρα } 1 \text{ μονὰς μᾶζης Τ.Σ.} = \frac{1 \text{ kgr}^*}{1 \text{ m/sec}^2} = 1 \frac{\text{kgr}^*}{\text{m/sec}^2}$$

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $B = m \cdot g$ εὐρίσκομεν :

$$1 \text{ kgr}^* = 1 \text{ kgr} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} = 9,81 \text{ Newton}$$

Ὡστε τὸ 1 χιλιόγραμμα βάρους (1 kgr*) ἰσοῦται μὲ 9,81 Newton ἢ καὶ $9,81 \cdot 10^5$ δύνας.

$$1 \text{ kgr}^* = 9,81 \text{ Newton}$$

$$1 \text{ kgr}^* = 9,81 \cdot 10^5 \text{ dyn}$$

*Από τὰ ἀνωτέρω εὐρίσκομεν ὅτι εἶναι :

$$1 \text{ μονὰς μάζης T.Σ.} = \frac{1 \text{ kgr}^*}{1 \text{ m/sec}^2} = \frac{9,81 \text{ N}}{1 \text{ m/sec}^2} = 9,81 \text{ kgr}$$

"Ὡστε 1 μονὰς μάζης τοῦ τεχνικοῦ συστήματος ἰσοῦται μὲ 9,81 χιλιόγραμμα ἢ μὲ 9810 γραμμάρια.

$$1 \text{ μονὰς μάζης T.Σ.} = 9,81 \text{ kgr} = 9810 \text{ gr}$$

129. Ἐξισώσεις διαστάσεων. Εἰς τὸ σύστημα μονάδων C.G.S. τὰ θεμελιώδη μεγέθη μῆκος, μᾶζα, χρόνος τὰ παριστῶμεν μὲ τὰ σύμβολα L, M καὶ T ἀπὸ τὰς λέξεις Longeur, Masse καὶ Temps. Ἐν φυσικὸν μέγεθος π.χ. ἡ ταχύτης ἔχει ὠρισμένην σχέσιν μὲ τὰ θεμελιώδη μεγέθη. Ἡ σχέσις αὕτη προσδιορίζεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν ὁρισμοῦ τῆς ταχύτητος. Οὕτω ἔχομεν :

$$\text{ταχύτης} = \frac{\text{μῆκος}}{\text{χρόνος}} \quad \text{ἥτοι} \quad [v] = \frac{[L]}{[T]} = [L^1 \cdot T^{-1}] \quad (1)$$

Ἡ ἐξίσωσις (1) ὀνομάζεται **ἐξίσωσις διαστάσεων** τῆς ταχύτητος καὶ φανερώνει ποιοτικῶς ποία σχέσις ὑπάρχει μεταξὺ τῆς ταχύτητος καὶ τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν τοῦ συστήματος μονάδων. Οἱ ἐκθέται τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν ὀνομάζονται **διαστάσεις** τῆς ταχύτητος. Διὰ νὰ ἐκφράσωμεν ὅτι ἡ ταχύτης δὲν ἔχει καμμίαν σχέσιν μὲ τὴν μᾶζαν, ἡ ἀνωτέρω ἐξίσωσις διαστάσεων τῆς ταχύτητος γράφεται πληρέστερον ὥς ἐξῆς :

$$[v] = [L^1 \cdot M^0 \cdot T^{-1}]$$

Ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων τῆς ἐπιταχύνσεως εἶναι :

$$[\gamma] = \frac{[L^1 \cdot T^{-1}]}{[T^1]} \quad \text{ἥτοι} \quad [\gamma] = [L^1 \cdot M^0 \cdot T^{-2}]$$

Ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων τῆς δυνάμεως εἶναι :

$$[F] = [M^1] \cdot [L^1 \cdot M^0 \cdot T^{-2}] \quad \text{ἥτοι} \quad [F] = [L^1 \cdot M^1 \cdot T^{-2}]$$

Αἱ ἐξισώσεις διαστάσεων ἑνὸς φυσικοῦ μεγέθους εἶναι φανερόν ὅτι ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὸ χρησιμοποιούμενον σύστημα μονάδων καὶ ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν ἐπὶ τῆς ὁποίας βασίζεται ὁ ὁρισμὸς τοῦ φυσικοῦ μεγέθους.

Οὕτω π.χ. ἡ ἐξίσωσις διαστάσεων τῆς ταχύτητος εἰς τὸ σύστημα M.K.S.A εἶναι :

$$[v] = [L^1 \cdot M^0 \cdot T^{-1} \cdot A^0]$$

Παράδειγμα. Σῶμα βάρους 60 kgr* κινεῖται μὲ ταχύτητα 144 km/h. Νὰ εὐρεθῇ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος.

*Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος δίδεται γενικῶς ἀπὸ τὴν γνωστὴν ἐξίσωσιν :

$$W = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Σύστημα C. G. S. Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἡ κινητικὴ ἐνέργεια θὰ εὐρεθῇ εἰς erg.

*Ἐχομεν : $m = 6 \cdot 10^4 \text{ gr}$ καὶ $v = \frac{144\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ sec}} = 40 \text{ m/sec}$ ἢ $v = 4 \cdot 10^3 \text{ cm/sec}$.

$$\text{*Ἀρα : } W = \frac{1}{2} 6 \cdot 10^4 \text{ gr} \cdot \left(4 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right)^2 = 48 \cdot 10^{10} \text{ erg}$$

Πρακτικὸν σύστημα (M.K.S.A). Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἡ κινητικὴ ἐνέργεια θὰ εὐρεθῇ εἰς Joule.

*Ἐχομεν : $m = 60 \text{ kgr}$ καὶ $v = 40 \text{ m/sec}$

$$\text{*Ἀρα : } W = \frac{1}{2} \cdot 60 \text{ kgr} \cdot \left(40 \frac{\text{m}}{\text{sec}}\right)^2 = 48 \cdot 10^3 \text{ Joule}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

127. Σῶμα ἔχει μᾶζαν 9,81 tn. Πόση εἶναι ἡ μᾶζα του εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα ;

128. Σῶμα βάρους 100 kgr* μεταφέρεται εἰς ὕψος 20 m. Πόση εἶναι ἡ δυναμικὴ του ἐνέργεια εἰς τὸ σύστημα C.G.S καὶ εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα ;

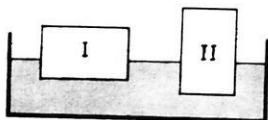
129. Αὐτοκίνητον βάρους 2 tn* κινεῖται μὲ ταχύτητα 72 km/h. Πόση εἶναι ἡ κινητικὴ του ἐνέργεια εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα καὶ εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ;

130. Σῶμα μᾶζης 19,62 kgr κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως μὲ ἐπιτάχυνσιν 4 m/sec². Πόση εἶναι ἡ ἐνεργοῦσα δύναμις εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα ;

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΓΕΝΙΚΑΙ ΕΝΝΟΙΑΙ

130. Όρισμός τῆς πίεσεως. "Όταν στερεὸν σῶμα στηρίζεται ἐπὶ ἄλλου σώματος, τότε ἡ παραμόρφωσις τοῦ ὑποστηρίγματος δὲν ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸ βάρος τοῦ στερεοῦ σώματος, ἀλλὰ καὶ ἀπὸ τὸ μέγεθος τῆς πιεζομένης ἐπιφανείας. "Εστω π.χ. ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον ἀπὸ σίδηρον. Τοποθετοῦμεν τὸ σῶμα τοῦτο μὲ προσοχὴν ἐπὶ στρώματος ἄμμου, τοῦ ὁποίου ἡ ἐπιφάνεια εἶναι ὀριζοντία (σχ. 121). Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ σῶμα εἰσχωρεῖ περισσότερον ἐντὸς τῆς ἄμμου, ὅταν ἡ ἐπιφάνεια στηρίξεως τοῦ σώματος γίνεται μικροτέρα. Ἡ παραμόρφωσις δηλαδὴ αὐξάνει, ὅταν αὐξάνῃ καὶ τὸ



Σχ. 121. Εἰς τὴν θέσιν II τὸ σῶμα ἀσκει μεγαλύτεραν πίεσιν

πηλίκον τοῦ βάρους B τοῦ σώματος διὰ τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς πιεζομένης σ .

Πίεσις καλεῖται τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως διὰ τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς ἐπιφανείας, ἐπὶ τῆς ὁποίας ἐνεργεῖ καθέτως ἡ δύναμις.

$$\text{πίεσις} = \frac{\text{δύναμις}}{\text{ἐπιφάνεια}} \quad p = \frac{F}{\sigma}$$

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις ἐνδιαφερόμεθα νὰ ἐλαττώσωμεν ἢ νὰ αὐξήσωμεν τὴν ἐπιφερομένην πίεσιν. Οὕτω π.χ. διὰ νὰ βαδίσωμεν ἐπὶ στρώματος χιόνος χρησιμοποιοῦμεν εἰδικὰ πέδιλα, τὰ ὁποῖα ἔχουν μεγάλην ἐπιφάνειαν· ἐπίσης ἐφοδιάζομεν τοὺς τροχοὺς τῶν τρακτέρ μὲ προεξοχὰς διὰ νὰ αὐξήσωμεν τὴν ἐπιφάνειαν ἐπαφῆς, ὥστε νὰ βυθίζωνται ὀλιγώτερον ἐντὸς τοῦ μαλακοῦ ἐδάφους. Ἀντιθέτως, διὰ νὰ διευκολύνωμεν τὴν εἰσχώρησιν ἐνὸς στερεοῦ ἐντὸς ἄλλου, φροντίζομεν νὰ περιορίσωμεν σημαντικῶς τὴν ἐπιφάνειαν ἐπαφῆς, π.χ. εἰς τὰς βελόνας καὶ τὰ τέμνοντα ὄργανα (ψαλίδι, μαχαῖρι κ.ἄ.).

Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. μονὰς πίεσεως λαμβάνεται ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ δύναμις μιᾶς δύνης ἐπὶ ἐνὸς τετραγωνικοῦ ἑκατοστομέτρου (1 dyn/cm^2).

Εἰς τὸ σύστημα M.K.S.A. μονὰς πιέσεως εἶναι ἡ πίεσις τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ δύναμις ἑνὸς Newton ἐπὶ ἐπιφανείας ἑνὸς τετραγωνικοῦ μέτρου (1 N/m^2).

Εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα (T.Σ.) μονὰς πιέσεως εἶναι τὸ $1 \text{ kgr}^*/\text{m}^2$.

Εἰς τὰς συνήθεις ἐφαρμογὰς ὡς μονὰς πιέσεως χρησιμοποιεῖται ἡ τεχνικὴ ἀτμόσφαιρα (1 at), ἥτοι ἡ πίεσις τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ δύναμις 1 kgr^* ἐπὶ 1 cm^2 .

Μονάδες πιέσεως

C.G.S. : 1 dyn/cm^2

M.K.S.A. : 1 N/m^2

T.Σ. : $1 \text{ kgr}^*/\text{m}^2$

$1 \text{ at} :$ $1 \text{ kgr}^*/\text{cm}^2$

131. Τὰ ρευστὰ σώματα. Καλοῦνται **ρευστά**, τὰ σώματα ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ ρέουν, δηλαδὴ ἐκεῖνα τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ μεταβάλλουν τὸ σχῆμα των ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μιᾶς πολὺ μικρᾶς δυνάμεως. Τὰ μόρια τῶν ρευστῶν εἶναι εὐκίνητα καὶ δύνανται νὰ ὀλισθαίνουν εὐκόλως ἐπὶ τῶν γειτονικῶν μορίων. Διὰ τοῦτο τὰ ρευστὰ λαμβάνουν τὸ σχῆμα τοῦ δοχείου ἐντὸς τοῦ ὁποίου εὐρίσκονται. Διακρίνομεν δύο κατηγορίας ρευστῶν :

α) Τὰ **ἀσυμπιεστά ρευστά**, τῶν ὁποίων ὁ ὄγκος εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν πίεσιν, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπ' αὐτῶν. Εἰς τὴν κατηγορίαν αὐτὴν τῶν ρευστῶν ὑπάγονται τὰ **ὕγρά**. Ἐπομένως τὰ ὕγρά ἔχουν ὠρισμένον ὄγκον καὶ παρουσιάζουν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν.

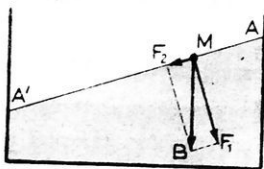
β) Τὰ **συμπιεστά ρευστά**, τῶν ὁποίων ὁ ὄγκος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν πίεσιν, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπ' αὐτῶν. Εἰς τὴν κατηγορίαν αὐτὴν τῶν ρευστῶν ὑπάγονται τὰ ἀέρια.

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΥΓΡΩΝ

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΠΙΕΣΙΣ

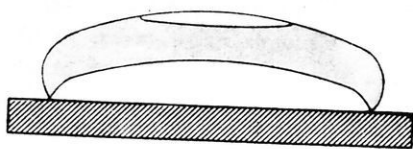
132. Ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τῶν ὑγρῶν. Ὡς θεωρήσωμεν ἓν ὑγρὸν, τὸ ὁποῖον ὑφίσταται μόνον τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του. Τὰ μόρια τὰ ἀποτελοῦντα τὸ ὑγρὸν εἶναι εὐκίνητα καὶ δύνανται νὰ μετατοπίζωνται εὐκόλως. Ὡστε ἡ κατάστασις ἰσορροπίας τοῦ ὑγροῦ εἶναι ἀπο-

τέλεσμα τῆς ἰσορροπίας ἐκάστου μορίου. Ἐάν λοιπὸν ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ἐνὸς ἡρεμούντος ὕγρου δὲν εἶναι ὀριζοντία, τότε τὸ βάρος B ἐνὸς ἐπιφανειακοῦ μορίου M (σχ. 122) δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς δύο συνιστώσας δυνάμεις F_1 καὶ F_2 . Ἡ F_1 εἶναι κάθετος πρὸς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν καὶ ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν ἀντίδρασιν τῶν ὑποκειμένων μορίων (διότι τὸ ὕγρον εἶναι ἀσυμπιεστον). Ἡ F_2 καίται ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας καὶ δὲν ἐξουδετερώνεται ἕως θὰ κινήσῃ τὸ μῦρον κατὰ τὴν διεύθυνσίν τῆς καὶ ἐπομένως δὲν ὑφίσταται κατάστασις ἰσορροπίας. Ἡ ἐπιφανειακὴ συνιστώσα F_2 εἶναι ἴση μὲ μηδέν, μόνον ὅταν ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὕγρου εἶναι ὀριζοντία. Ὡστε :



Σχ. 122. Τὸ μῦρον M θὰ ἐκινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς F_2

Ἡ ἀεροστάθμη (σχ. 123), ἡ ὁποία χρησιμεύει διὰ τὴν ἐξασφάλισιν τῆς ὀριζοντιότητος διαφόρων ἐπιφανειῶν.



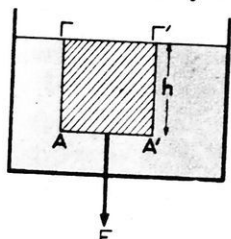
123. Ἀεροστάθμη

Ὄταν ὕγρον ἰσορροπῇ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὕγρου εἶναι ὀριζοντία.

Ἐφαρμογὴν τῆς ἀνωτέρω ιδιότητος τῶν ὕγρων ἀποτελεῖ

ἡ ἀεροστάθμη (σχ. 123), ἡ ὁποία χρησιμεύει διὰ τὴν ἐξασφάλισιν τῆς ὀριζοντιότητος διαφόρων ἐπιφανειῶν.

133. Πίεσις ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ὕγρου.



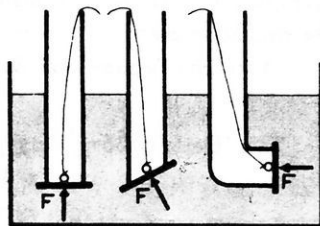
Σχ. 124. Μέτρησης τῆς ὑδροστατικῆς πίεσεως

ὅγκον $V = h \cdot \sigma$. Ἐάν ρ εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕγρου, τότε τὸ βά-

ρὸν τοῦ ὕγρου, τὸ ὁποῖον ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του. Φανταζόμεθα μίαν ὁμάδα μορίων τοῦ ὕγρου, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν μικρὰν ὀριζοντίαν ἐπιφάνειαν AA' ἔχουσαν ἐμβαδὸν σ (σχ. 124). Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς ἐνεργεῖ δυνάμις F , ἡ ὁποία ὀφείλεται εἰς τὸ βάρος τῆς ὑπερκειμένης στήλης τοῦ ὕγρου, ἡ ὁποία ἔχει ὕψος h . Ἡ δυνάμις F ἐνεργεῖ καθεύως ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας AA' καὶ εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος τῆς ὕγρης στήλης $AA'\Gamma\Gamma'$, ἡ ὁποία ἔχει ρ εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕγρου, τότε τὸ βά-

ρος τῆς στήλης τοῦ ὑγροῦ εἶναι $F = V \cdot \rho$, ἤτοι εἶναι $F = h \cdot \sigma \cdot \rho$. Συμ-
φώνως πρὸς τὸν ὀρισμὸν τῆς πίεσεως (§ 130) εἰς πᾶν σημεῖον τῆς
ἐπιφανείας AA' ἐπιφέρεται πίεσις : $p = \frac{F}{\sigma}$ ἤτοι $p = h \cdot \rho$.

Ἡ πίεσις αὕτη καλεῖται **ὕδροστατική πίεσις** καὶ ὀφείλεται εἰς
τὸ βάρος τῶν ὑπερκειμένων μορίων τοῦ ὑγροῦ. Τὴν ὑπαρξίν τῆς ὕδρο-
στατικῆς πίεσεως ἀποδεικνύομεν πειραματικῶς ὡς ἐξῆς : Ἡ μία βάσις
ὕαλινου κυλίνδρου κλείεται ὕδατοστεγῶς μὲ μικρὸν δίσκον, ὁ ὁποῖος
συγκρατεῖται μὲ τὴν βοήθειαν λεπτοῦ νήματος (σχ. 125). Βυθίζομεν
τὸ κλειστὸν ἄκρον τοῦ κυλίνδρου ἐντὸς
ὕδατος. Παρατηροῦμεν ὅτι ὁ δίσκος μέ-
νει προσκεκολλημένος ἐπὶ τοῦ κυλίν-
δρου, ὅπως δὴ π ο τ ε καὶ ἂν κλί-
νωμεν τὸν κύλινδρον. Ὁ δίσκος συγ-
κρατεῖται εἰς τὴν θέσιν του ἀπὸ τὴν
ἐπ' αὐτοῦ ἐνεργοῦσαν δύναμιν F , ἡ ὁ-
ποία ὀφείλεται εἰς τὴν ὕδροστατικὴν
πίεσιν. Ὁ δίσκος ἀποσπᾶται, ὅταν ὁ
κύλινδρος πληρωθῇ μὲ ὕδωρ μέχρι τῆς
ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος εἰς τὸ
ἐξωτερικὸν δοχεῖον. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὰ ἐξῆς συμ-
περάσματα :



Σχ. 125. Πειραματικὴ ἀπόδειξις
τῆς ὕδροστατικῆς πίεσεως

**I. Πᾶσα ἐπιφάνεια, εὐρισκομένη ἐντὸς ἡρεμοῦντος ὑγροῦ, ὑφί-
σταται ὕδροστατικὴν πίεσιν, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν ἐπιφά-
νειαν καὶ ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ τῆς ἐπιφανείας.**

**II. Ἡ ὕδροστατικὴ πίεσις (p) εἰς ἓν σημεῖον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ
εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ εἰδικὸν βάρος (ρ) τοῦ ὑγροῦ καὶ πρὸς τὴν
κατακόρυφον ἀπόστασιν (h) τοῦ θεωρουμένου σημείου ἀπὸ τὴν ἐλευ-
θέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ.**

ὕδροστατικὴ πίεσις : $p = h \cdot \rho$ ἢ $p = h \cdot d \cdot g$

Ἄς θεωρήσωμεν ἐντὸς τοῦ ἡρεμοῦντος ὑγροῦ ἓν ὀριζόντιον
ἐπίπεδον εὐρισκόμενον εἰς βάθος h κάτωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφα-
νειας τοῦ ὑγροῦ. Τότε εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ἐπιπέδου τούτου ἡ πίε-
σις εἶναι σταθερά (διότι εἶναι $p = h \cdot \rho = \text{σταθ.}$).

134. Μέτρησις τῆς πίεσεως διὰ τοῦ ὕψους στήλης ὑδραργύρου. Ὡς θεωρήσωμεν μίαν στήλην ὑδραργύρου, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν 1 cm^2 καὶ ὕψος h . Ἐάν ρ εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑδραργύρου, τότε πᾶν σημεῖον τῆς βάσεως αὐτῆς τῆς στήλης δέχεται πίεσιν :

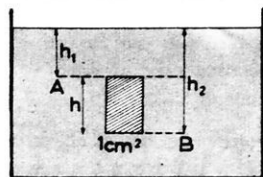
$$p = h \cdot \rho$$

Οὕτως, ἂν εἶναι $\rho = 13,6 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$ καὶ $h = 10 \text{ cm}$, ἡ βάσις τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου δέχεται πίεσιν : $p = 10 \cdot 13,6 = 136 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$, ἥτοι πίεσιν ἴσῃν μὲ τὸ βάρος στήλης ὑδραργύρου ὕψους 10 cm . Χάριν συντομίας λέγομεν ὅτι ἡ θεωρουμένη πίεσις εἶναι 10 cm ὑδραργύρου καὶ τὴν σημειώνομεν :

$$p = 10 \text{ cm Hg.}$$

Ἀντὶ τοῦ ὑδραργύρου δύναται νὰ ληφθῇ οἷονδήποτε ὑγρὸν.

135. Θεμελιώδης ἀρχὴ τῆς ὑδροστατικῆς. Ὡς λάβωμεν ἐν τῷ τοῦ ὑγροῦ δύο σημεῖα A καὶ B (σχ. 126), τὰ ὁποῖα εὐρίσκονται ἀντιστοιχῶς εἰς βάθος h_1 καὶ h_2 . Ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις εἰς τὰ σημεῖον A εἶναι :



Σχ. 126. Διαφορὰ πίεσεως μεταξύ τῶν σημείων A καὶ B

$p_1 = h_1 \cdot \rho$ (ὅπου ρ παριστᾷ τὸ εἰδικὸν βάρος). Ἡ ἰδίᾳ πίεσις ἀντιστοιχεῖ καὶ εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ὑγροῦ, τὰ ὁποῖα εὐρίσκονται ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου τοῦ διερχομένου διὰ τοῦ σημείου A . Ὁμοίως εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου, τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ τοῦ σημείου B , ἡ πίεσις εἶναι $p_2 = h_2 \cdot \rho$. Ἐπομένως ἡ διαφορὰ πίεσεως μεταξύ τῶν σημείων A καὶ B ἰσοῦται μὲ τὴν διαφορὰν τῶν πίεσεων, αἱ ὁποῖαι ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰ δύο ὁριζόντια ἐπίπεδα :

$$p_2 - p_1 = h_2 \cdot \rho - h_1 \cdot \rho = (h_2 - h_1) \cdot \rho$$

Ἡ διαφορὰ πίεσεως μεταξύ δύο σημείων ἡρεμοῦντος ὑγροῦ εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος στήλης ὑγροῦ, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν 1 cm^2 καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν (h) τῶν δύο σημείων :

$$\text{διαφορὰ πίεσεως : } p_2 - p_1 = h \cdot \rho$$

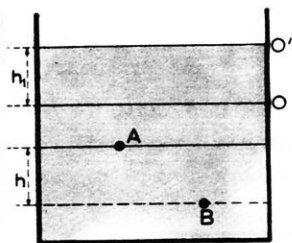


136. Μετάδοσις τῶν πιέσεων. Ἐὰν λάβωμεν ἐντὸς τοῦ ἰσορροποῦντος ὑγροῦ δύο σημεῖα A καὶ B (σχ. 127), εἰς τὰ ὁποῖα αἱ πιέσεις εἶναι p_A καὶ p_B , τότε μεταξὺ τῶν δύο αὐτῶν σημείων ὑπάρχει διαφορὰ πίεσεως :

$$p_B - p_A = h \cdot \rho$$

Ἐὰν προσθέσωμεν εἰς τὸ δοχεῖον νέαν ποσότητα ὑγροῦ, ὥστε ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια αὐτοῦ νὰ ἀνέλθῃ ἕως τὸ O'. τότε ἡ πίεσις αὐξάνεται κατὰ $p_1 = h_1 \cdot \rho$. Ἐπομένως ἡ πίεσις εἰς τὰ σημεῖα A καὶ B γίνεται ἀντιστοίχως :

$$(p_1 + p_A) \quad \text{καὶ} \quad (p_1 + p_B)$$



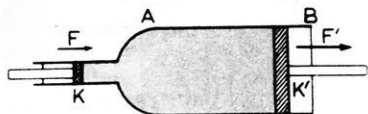
Σχ. 127. Μετάδοσις τῆς πίεσεως

Ἡ διαφορὰ πίεσεως μεταξὺ τῶν σημείων A καὶ B εἶναι πάλιν ἴση με $h \cdot \rho$. Τὸ ἐξαχόμενον τοῦτο φανερώνει, ὅτι, ἂν κατὰ οἰονδήποτε τρόπον αὐξηθῇ ἡ πίεσις εἰς τὸ σημεῖον A κατὰ p_1 , τότε εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ὑγροῦ ἡ πίεσις αὐξάνεται κατὰ τὸ αὐτὸ ποσόν. Ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω συνάγεται τὸ ἀκόλουθον γενικὸν συμπέρασμα, τὸ ὁποῖον εἶναι γνωστὸν ὡς **ἀρχὴ τοῦ Πασκάλ :**

Ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ ἡρεμοῦντος ὑγροῦ, μεταδίδεται ἡ αὐτὴ πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ.

Ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς τοῦ Pascal. Ἄς λάβωμεν δοχεῖον πληρὲς ὑγροῦ, τὸ ὁποῖον κλείεται με δύο ἐμβόλια K καὶ K' (σχ. 128).

Ἡ ἐπιφάνεια σ' τοῦ ἐμβόλου K' εἶναι ν φορές μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν σ τοῦ ἐμβόλου K. ἥτοι εἶναι $\sigma' = \nu \cdot \sigma$. Ἐφαρμόζομεν ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου K μίαν δύναμιν F. Τότε ἐπὶ ἐνὸς τμήματος τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐμβόλου K', τὸ ὁποῖον ἔχει ἐμβαδὸν σ ἴσον με τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐμβόλου K, θὰ ἐνεργῇ ἡ ἰδίᾳ δυνάμει F. Ἀρα ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου K' θὰ ἐνεργῇ δύναμις $F' = \nu \cdot F$. Γενικῶς, ἂν F καὶ F' εἶναι αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐφαρμόζονται ἐπὶ τῶν δύο ἐμβόλων καὶ σ , σ'

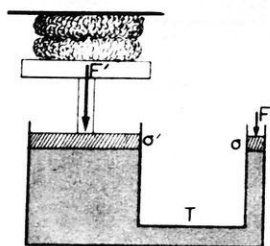


Σχ. 128. Ἐφαρμογὴ τῆς μετάδοσεως τῆς πίεσεως

είναι τὰ ἐμβαδὰ τῶν ἐπιφανειῶν αὐτῶν, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τοῦ Pascal, θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν :

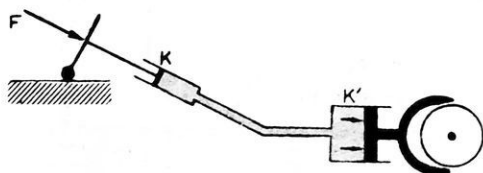
$$p = \frac{F}{\sigma} = \frac{F'}{\sigma'} \quad \text{ἢ} \quad F' = F \cdot \frac{\sigma'}{\sigma}$$

Ἡ δύναμις F' , ἡ ὁποία ἐνεργεῖ καθέτως ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου K' εἶναι πολὺ μεγάλυτέρα ἀπὸ τὴν δύναμιν F . Ἐπομένως ἡ συσκευή αὕτη πολλαπλασιάζει σημαντικῶς τὰς δυνάμεις τὰς ἐφαρμοζομένας ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου. Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς αὐτῆς στηρίζεται τὸ **ὕδραυλικὸν πιεστήριον** (σχ. 129). Ἐάν ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἐνεργῇ δύναμις F , τότε τὸ μεγαλύτερον ἔμβολον τείνει νὰ ἀνυψωθῇ· διὰ νὰ διατηρηθῇ εἰς ἰσορροπίαν, πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν ἐπ' αὐτοῦ μίαν δύναμιν F' , ἡ ὁποία προσδιορίζεται ἀπὸ τὴν σχέσιν :

$$\frac{F'}{F} = \frac{\sigma'}{\sigma} \quad \text{Ἐάν}$$


Σχ. 129. Ὑδραυλικὸν πιεστήριον

λοιπὸν ἡ σ' εἶναι 10, 100, 1000... φορές μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν σ , τότε καὶ ἡ F' θὰ εἶναι 10, 100, 1000... φορές μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν F . Τὸ μέγαλον ἔμβολον, ὠθούμενον πρὸς τὰ ἄνω, ἀνυψώνει τὴν τράπεζαν, ἐπὶ τῆς ὁποίας τοποθετεῖται τὸ πρὸς συμπίεσιν σῶμα. Τὸ ὕδραυλικὸν πιεστήριον χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν ἐξαγωγήν τῶν ἐλαίων ἀπὸ διαφόρους καρποὺς ἢ



Σχ. 130. Ὑδραυλικὴ τροχοπέδη

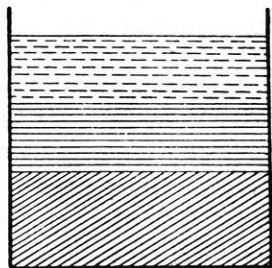
λειτουργία τῆς ὕδραυλικῆς τροχοπέδης (ὕδραυλικὸν φρένο) τοῦ αὐτοκινήτου, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἐφαρμοζομένη πίεσις μεταβιβάζεται διὰ τοῦ ὕγρου εἰς τὸ μέγαλον ἔμβολον (σχ. 130).

σπέρματα, διὰ τὴν συσκευασίαν τῶν ἀχύρων, τοῦ βάμβακος, διὰ τὴν ἀνύψωσιν βαρέων ἀντικειμένων κ.ἄ.

Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ Pascal στηρίζεται καὶ ἡ

137. Ἰσορροπία μὴ ἀναμιγνυομένων ὑγρῶν. Ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ δοχείου θέτομεν διάφορα ὑγρά, τὰ ὁποῖα δὲν ἀναμιγνύονται π.χ.

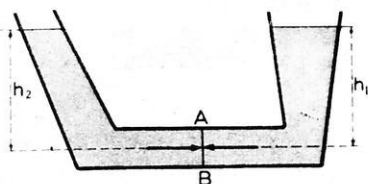
υδράργυρον, ὕδωρ καὶ πετρέλαιον. Ὄταν τὰ ὑγρά ταῦτα ἰσορροπήσουν, παρατηροῦμεν ὅτι διατάσσονται κατὰ τὴν σειρὰν τῆς πυκνότητός των καὶ ὅτι αἱ ἐπιφάνειαι διαχωρισμοῦ εἶναι ὀριζόντιοι (σχ. 131). Τοῦτο συμβαίνει, διότι ἐπὶ ἐκάστης ἐπιφανείας διαχωρισμοῦ ἡ πίεσις εἶναι σταθερὰ (§ 133).



Σχ. 131. Ἴσορροπία τριῶν μὴ ἀναμιγνυομένων ὑγρῶν

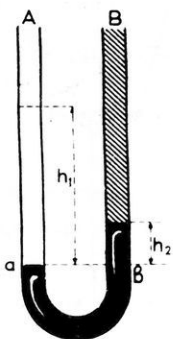
138. Συγκοινωνοῦντα δοχεῖα.

Δύο συγκοινωνοῦντα δοχεῖα περιέχουν τὸ ἴδιον ὑγρὸν, τοῦ ὁποίου τὸ εἰδικὸν βάρος εἶναι ρ (σχ. 132). Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ ὑγροῦ αἱ ἐλεύθεραι ἐπιφάνειαι αὐτοῦ ἐντὸς τῶν δύο δοχείων εὐρίσκονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἐρμηνεύεται εὐκόλως. Ἄς θεωρήσωμεν μίαν τομὴν AB τοῦ σωλῆνος, ὁ ὁποῖος συνδέει τὰ δύο δοχεῖα. Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ ὑγροῦ πρέπει πᾶν σημεῖον τῆς τομῆς νὰ ὑφίσταται ἐκ μέρους τοῦ ὑγροῦ ἐκάστου δοχείου τὴν αὐτὴν πίεσιν. Ἄρα ἔχομεν: $h_1 \cdot \rho = h_2 \cdot \rho$. Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν συνάγομεν ὅτι:



Σχ. 132. Συγκοινωνοῦντα δοχεῖα

$$\bar{\eta} \quad h_1 = h_2$$



Σχ. 133. Ἴσορροπία δύο ὑγρῶν

Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν ὑγροῦ ἐντὸς συγκοινωνοῦντων δοχείων ἡ ἐλευθέρη ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς ὅλων τῶν δοχείων ἀνέρχεται μέχρι τοῦ αὐτοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου.

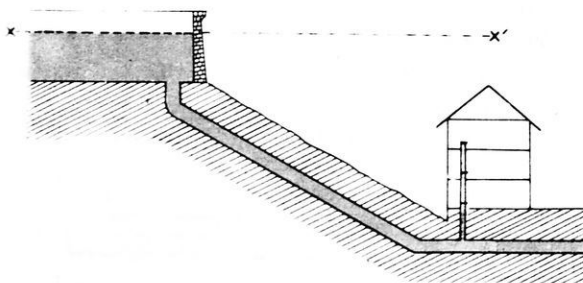
Ἐὰν ἐντὸς τῶν δύο συγκοινωνοῦντων δοχείων ὑπάρχουν δύο διάφορα ὑγρά μὴ ἀναμιγνυόμενα, τότε κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τῶν ὑγρῶν αἱ ἐλεύθεραι ἐπιφάνειαι αὐτῶν δὲν εὐρίσκονται ἐπὶ τοῦ ἰδίου ὀριζοντίου ἐπιπέδου (σχ. 133). Ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου αβ, τὸ ὁποῖον εἶναι προέκτασις τῆς ἐπιφανείας διαχωρισμοῦ τῶν δύο ὑγρῶν, ἡ πίεσις εἶναι ἡ αὐτή, δηλαδὴ τὰ

σημεία τοῦ ἐπιπέδου αβ δέχονται τὴν ἰδίαν πίεσιν ἐκ μέρους ἐκάστου ὑγροῦ. Ἄρα ἔχομεν : $p_1 = p_2$, ἥτοι $h_1 \cdot \rho_1 = h_2 \cdot \rho_2$. Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν συνάγουμεν ὅτι :

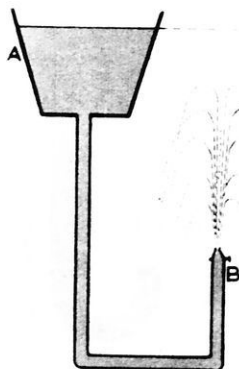
Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν δύο μὴ ἀναμιγνυομένων ὑγρῶν ἐντὸς συγκοινωνούντων δοχείων τὰ ὕψη τῶν ὑγρῶν ἀνθρῶν τῆς ἐπιφανείας διαχωρισμοῦ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα πρὸς τὰ εἰδικὰ βάρη αὐτῶν.

συνθήκη ἰσορροπίας δύο ὑγρῶν : $\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$

***139. Ἐφαρμογαὶ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων.** α) Ἐφαρμογὴν τοῦ νόμου τῶν συγκοινωνούντων δοχείων ἔχομεν εἰς τὴν διανομὴν τοῦ ὕδατος ἐντὸς τῶν πόλεων. Τὸ ὕδωρ συγκεντρώνεται εἰς μίαν δεξαμενὴν (σχ. 134).



Σχ. 134. Διανομὴ τοῦ ὕδατος



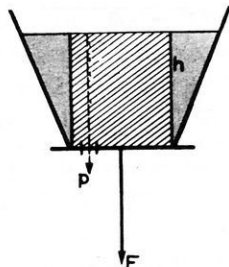
Σχ. 135. Πίδαξ

Ἀπὸ τὴν δεξαμενὴν ἀναχωροῦν ἀγωγοί, με τοὺς ὁποίους συνδέεται τὸ δίκτυον ἐκάστης οἰκοδομῆς. Εἶναι φανερόν ὅτι, διὰ νὰ φθάσῃ τὸ ὕδωρ εἰς ὀρισμένον σημεῖον τῆς οἰκοδομῆς, πρέπει τὸ σημεῖον τοῦτο νὰ εὑρίσκηται κάτωθεν τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος εἰς τὴν δεξαμενὴν.

β) Ἐάν τὸ δοχεῖον Α (σχ. 135) συγκοινωνῇ με τὸν σωλῆνα Β, ὁ ὁποῖος εἶναι ἀνοικτός εἰς τὸν ἀέρα, τότε τὸ ὑγρὸν σχηματίζει πίδακα. Τὸ ὕδωρ τοῦ πίδακος δὲν δύναται νὰ φθάσῃ τὴν στάθμην τοῦ ὕδατος ἐντὸς τοῦ δοχείου Α, ἔνεκα τῆς τριβῆς τοῦ ὑγροῦ ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ σωλῆνος καὶ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος.

γ) "Όταν ἐν ὑδροφόρον στρώμα περικλείεται μεταξύ δύο ὕδατο-στεγῶν στρωμάτων, τότε, ἂν διανοιχθῇ φρέαρ, τὸ ὕδωρ ἀναπηδᾷ σχηματίζον πίδακα· τὸ φρέαρ τοῦτο καλεῖται ἀρτεσιανόν.

140. Δύναμις ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου πυθμένος δοχείου. Ἐς θεωρήσωμεν δοχεῖον (σχ. 136), τοῦ ὁποίου ὁ πυθμὴν εἶναι ὀριζόντιος. Ἐντὸς τοῦ δοχείου ὑπάρχει ὕγρὸν εὐρισκόμενον εἰς ἰσορροπίαν. Τὸ ὕγρὸν ἔχει εἰδικὸν βάρος ρ καὶ ἡ ἀπόστασις τοῦ πυθμένος ἀπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕγρου εἶναι h . Τότε εἰς πᾶν σημεῖον τοῦ πυθμένος ἡ πίεσις εἶναι $p = h \cdot \rho$. Ἐπομένως ἐφ' ὁλοκλήρου τοῦ πυθμένος, τοῦ ὁποίου τὸ ἐμβαδὸν εἶναι σ , ἐνεργεῖ κατακορύφος δύναμις F διευθυνομένη ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω καὶ ἡ ὁποία ἔχει ἔντασιν :



Σχ. 136. Δύναμις ἐπὶ τοῦ πυθμένος

$$F = p \cdot \sigma \quad \text{ἤτοι} \quad F = h \cdot \sigma \cdot \rho$$

Ἡ εὐρεθεῖσα σχέσηις φανερώνει ὅτι :

Ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ ὕγρὸν ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου πυθμένος τοῦ δοχείου, εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος μιᾶς κατακορύφου στήλης ὕγρου, ἐχούσης βάσιν τὸν πυθμένα καὶ ὕψος τὴν ἀπόστασιν τοῦ πυθμένος ἀπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕγρου.

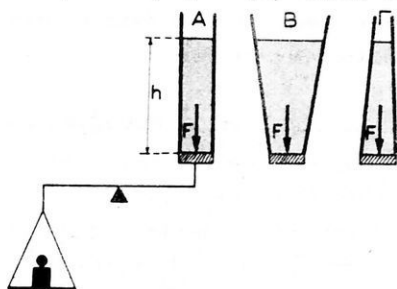
δύναμις ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου πυθμένος : $F = h \cdot \sigma \cdot \rho$

Ἀπὸ τὸν ἀνωτέρω νόμον συνάγεται ὅτι :

Ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ ὕγρὸν ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου πυθμένος τοῦ δοχείου, εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ δοχείου, δηλαδὴ εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὸ βάρος τοῦ περιεχομένου ὕγρου.

Τοῦτο ἀποδεικνύεται πειραματικῶς μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 137. Ἐπὶ καταλλήλου βάσεως δύνανται νὰ κοχλιοῦνται ὑάλινα δοχεῖα ἄνευ πυθμένος καὶ διαφορετικοῦ σχήματος. Ὡς πυθμὴν τοῦ δοχείου χρησιμεύει μεταλλικὸς δίσκος, ὁ ὁποῖος εἶναι στερεωμένος εἰς τὸ ἐν ἄκρον φάλαγγος ζυγοῦ. Ἐπὶ τοῦ δίσκου τοῦ ζυγοῦ, ὁ ὁποῖος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ ἄλλο ἄκρον τῆς φάλαγγος τοῦ ζυγοῦ, θέτομεν σταθμὰ καὶ

οὕτως ὁ κινητὸς πυθμὴν κλείει ὑδατοστεγῶς τὸ δοχεῖον. Ἐάν ἐντὸς



Σχ. 137. Ἡ δύναμις ἢ ἐνεργοῦσα ἐπὶ τοῦ πυθμένος εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ σχήματος τοῦ δοχείου

τοῦ δοχείου A θέσωμεν ὕδωρ, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ πυθμὴν ἀποσπᾶται, ὅταν τὸ ὕδωρ φθάσῃ εἰς ὕψος h ἐντὸς τοῦ δοχείου A. Ἐάν ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα μὲ τὰ ἄλλα δοχεῖα B καὶ Γ, εὐρίσκομεν ὅτι ἡ δύναμις, ἢ ἐξασκουμένη ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ ἐπὶ τοῦ κινητοῦ πυθμένος, εἶναι πάντοτε ἡ αὐτή, δηλαδὴ εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὸ ποσὸν τοῦ ὑγροῦ, τὸ ὅποῖον περιέχεται ἐντὸς τοῦ δοχείου.

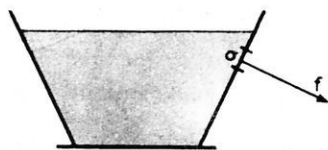
Π α ρ ᾱ δ ε ι γ μ α. Ὁ πυθμὴν μιᾶς δεξαμενῆς ἔχει ἐπιφάνειαν $\sigma = 2 \text{ m}^2$ καὶ ἀπέχει $h = 4 \text{ m}$ ἀπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕδατος. Ἡ πίεσις εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ πυθμένος εἶναι:

$$p = h \cdot \rho = 400 \text{ cm} \cdot 1 \text{ gr}^*/\text{cm}^3 = 400 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$$

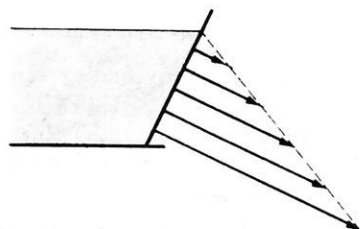
ἡ δὲ δύναμις ἢ ὁποῖα ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ πυθμένος, εἶναι:

$$F = p \cdot \sigma = 400 \text{ gr}^*/\text{cm}^2 \cdot 20\,000 \text{ cm}^2 = 8 \cdot 10^6 \text{ gr}^* = 8 \text{ tn}^*$$

141. Δύναμις ἐπὶ πλευρικοῦ τοιχώματος. Ὅς θεωρήσωμεν δοχεῖον, τοῦ ὁποῖου τὸ πλευρικὸν τοίχωμα εἶναι ἐπίπεδον (σχ. 138). Ἐπὶ μικρᾶς στοιχειώδους ἐπιφανείας σ τοῦ τοιχώματος ἐνεργεῖ ἡ κάθετος δύναμις $f = p \cdot \sigma$. Ἐφ' ὁλοκλήρου λοιπὸν τοῦ τοιχώματος ἐνεργ-



Σχ. 138. Δύναμις ἐπὶ πλευρικοῦ τοιχώματος



Σχ. 139. Αἱ δυνάμεις βαίνουν αὐξανόμεναι

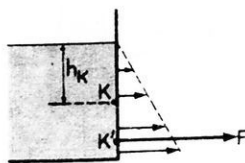
γοῦν δυνάμεις κάθετοι πρὸς τὸ τοίχωμα, τῶν ὁποίων αἱ ἐντάσεις βαίνουν αὐξανόμεναι καθ' ὅσον κατερχόμεθα ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ (σχ. 139).

Αἱ δυνάμεις αὐταὶ ἔχουν μίαν συνισταμένην F , ἡ ὁποία εἶναι παράλληλος πρὸς αὐτάς, ἴση μὲ τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμὰ των καὶ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον K' τοῦ συστήματος τῶν παραλλήλων δυνάμεων (κέντρον πιέσεως). Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εὐρίσκεται ὅτι :

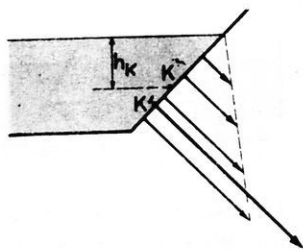
Ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων, τὰς ὁποίας ἐξασκεῖ τὸ ὕγρὸν ἐπὶ πλαγίου ἐπιπέδου τοιχώματος, εἶναι κάθετος πρὸς τὸ τοίχωμα καὶ ἴση μὲ τὸ βάρος στήλης ὕγρου, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν τὴν πιεζομένην ἐπιφάνειαν (Σ) τοῦ τοιχώματος καὶ ὕψος τὴν ἀπόστασιν (h_K) τοῦ κέντρου βάρους τῆς ἐπιφανείας ἀπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕγρου· ἐφαρμόζεται δὲ εἰς ἓν σημεῖον, τὸ ὁποῖον καλεῖται κέντρον πιέσεως.

δύναμις ἐπὶ πλαγίου τοιχώματος : $F = \Sigma \cdot h_K \cdot \rho$

Ἐὰν τὸ τοίχωμα εἶναι κατακόρυφον (σχ. 140), ἡ συνισταμένη F εἶναι ὀριζοντίαι. Ὅταν τὸ δο-



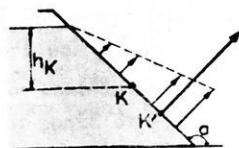
Σχ. 140. Ἡ συνισταμένη F εἶναι ὀριζοντία



Σχ. 141. Ἡ συνισταμένη F διευθύνεται πρὸς τὰ κάτω

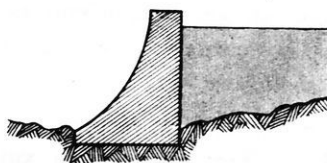
χεῖον εἶναι πρὸς τὰ ἄνω πλατύτερον (σχ. 141), ἡ συνισταμένη F διευθύνεται πρὸς τὰ κάτω· ἐνῷ ὅταν τὸ δοχεῖον εἶναι πρὸς τὰ ἄνω στενότερον (σχ. 142), ἡ συνισταμένη F διευθύνεται πρὸς τὰ ἄνω.

Εἰς τὰ διάφορα τεχνικὰ ἔργα, ὅπως εἶναι τὰ φράγματα, οἱ λιμενοβραχίονες, αἱ δεξαμενὴ πλοίων κ.ἄ., λαμβάνονται πάντοτε ὑπ' ὄψιν αἱ πιέσεις τοῦ ὕγρου, διότι, ὅταν τὸ ὕψος τοῦ ὕγρου εἶναι σημαντικόν, αἱ ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις εἶναι πολὺ μεγάλαι. Οὕτως εἰς μίαν δεξαμενὴν βάθους 10 μέτρων, κατακόρυφον τοίχωμα



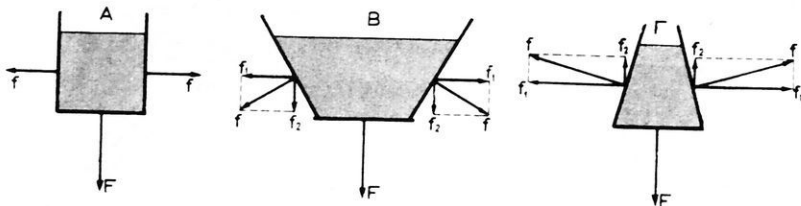
Σχ. 142. Ἡ συνισταμένη F διευθύνεται πρὸς τὰ ἄνω

πλάτους 10 μέτρων (ἄρα ἐπιφανείας 100 m^2) θὰ ὑφίσταται τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως 500 τόννων. Τὸ σχῆμα 143 δεικνύει τὴν κατακόρυφον τομὴν ἑνὸς φράγματος· τὸ πάχος τοῦ φράγματος βαίνει αὐξανόμενον ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω καὶ οὕτως ἀποφεύγεται ἡ διάρρηξις καὶ ἡ ὀλίσθησις τοῦ φράγματος ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῶν μεγάλων δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἀναπτύσσονται ἐπ' αὐτοῦ.



Σχ. 143. Τομή φράγματος

142. Δυνάμεις ἀσκούμεναι ἐπὶ τοῦ συνόλου τῶν τοιχωμάτων. Ἄς θεωρήσωμεν τρία δοχεῖα (σχ. 144), τὰ ὁποῖα ἔχουν τὴν αὐτὴν βάσιν, διαφορετικὸν ὅμως σχῆμα. Ἐντὸς αὐτῶν ὑπάρχει ὕδωρ, τὸ ὁποῖον φθάνει εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος καὶ εἰς τὰ τρία δοχεῖα. Ἡ δύναμις F , ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου πυθμένος, εἶναι ἡ αὐτὴ καὶ διὰ



Σχ. 144. Ἡ δύναμις ἡ ἐνεργοῦσα ἐφ' ὅλων τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος τοῦ ὕγρου

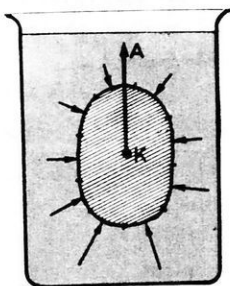
τὰ τρία δοχεῖα. Ἐὰν ζητήσωμεν τὸ ὕγρὸν, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς ἑκάστου δοχείου, εὐρίσκομεν ὅτι τὸ βάρος τοῦ ὕγρου τοῦ δοχείου Α εἶναι ἴσον μὲ τὴν δύναμιν F , ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ πυθμένος· τὸ βάρος ὅμως τοῦ ὕγρου τοῦ δοχείου Β εἶναι μεγαλύτερον, ἐνῶ τὸ βάρος τοῦ ὕγρου τοῦ δοχείου Γ εἶναι μικρότερον ἀπὸ τὴν δύναμιν F .

Εἰς τὸν δίσκον τοῦ ζυγοῦ, ἐπὶ τοῦ ὁποίου θέτομεν τὸ δοχεῖον, ἐνεργοῦν : α) τὸ βάρος τοῦ δοχείου· β) ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων, τὰς ὁποίας ἐξασκεῖ τὸ ὕγρὸν ἐπὶ τοῦ συνόλου τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου. Εἰς τὸ δοχεῖον Α αἱ πλευρικαὶ δυνάμεις f εἶναι ὀριζόντιοι καὶ ἀναιροῦν ἢ μία τὴν ἄλλην· ἐπομένως ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ ἐνεργεῖ μόνον ἡ δύναμις F , τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ ὕγρὸν ἐπὶ τοῦ πυθμένος. Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ

δοχείου Β ἐκάστη ἀπὸ τὰς πλευρικὰς δυνάμεις ἀναλύεται εἰς μίαν ὀριζοντίαν καὶ μίαν κατακόρυφον συνιστῶσαν· αἱ ὀριζόντιοι συνιστῶσαι f_1 ἀναιροῦν ἢ μία τὴν ἄλλην, αἱ κατακόρυφοι ὁμῶς συνιστῶσαι f_2 ἔχουν συνισταμένην, ἡ ὁποία διευθύνεται ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω καὶ ἐπομένως π ρ ο σ τ ῖ θ ε τ α ἰ εἰς τὴν δύναμιν F , ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ πυθμένος. Ἀντιθέτως, εἰς τὸ δοχεῖον Γ αἱ κατακόρυφοι συνιστῶσαι f_2 ἔχουν συνισταμένην, ἡ ὁποία διευθύνεται ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἐπομένως ἀ φ α ἰ ρ ε ῖ τ α ἰ ἀπὸ τὴν δύναμιν F , ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ πυθμένος. Γενικῶς εὐρίσκεται ὅτι :

Αἱ πιέσεις, τὰς ὁποίας ἐπιφέρει τὸ ὑγρὸν εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, δημιουργοῦν δυνάμεις ἐνεργοῦσας ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων· αἱ δυνάμεις αὗται ἔχουν μίαν συνισταμένην, ἡ ὁποία εἶναι κατακόρυφος, διευθύνεται ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω, εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ καὶ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον βάρους τοῦ ὑγροῦ.

143. Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους. Ὅταν στερεὸν σῶμα εἶναι τελείως βυθισμένον ἐντὸς ὑγροῦ, τότε εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφανείας τοῦ σώματος καὶ καθέτως πρὸς αὐτὴν ἐνεργοῦν δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ὀφείλονται εἰς τὴν ὑδροστατικὴν πίεσιν. Αἱ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σώματος ἐνεργοῦσαι πιέσεις δημιουργοῦν δυνάμεις· ὅλαι αὗται αἱ δυνάμεις ἔχουν μίαν συνισταμένην, ἡ ὁποία διευθύνεται κ α τ α κ ο ρ ὕ φ ω ς πρὸς τὰ ἄνω καὶ διὰ τοῦτο καλεῖται ἄνωσις (σχ. 145). Ἐνεκα τῆς ἀνώσεως τὸ στερεὸν σῶμα φαίνεται ἐλαφρότερον, ὅταν εἶναι τελείως βυθισμένον ἐντὸς ὑγροῦ. Πρῶτος ὁ Ἕλληγν Ἀρχιμήδης ἀνεκάλυψε πειραματικῶς ὅτι τὸ ὑγρὸν ἐξασκεῖ ἄνωσιν ἐπὶ παντὸς σώματος βυθιζομένου ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ καὶ διετύπωσε τὸν ἀκόλουθον νόμον, ὁ ὁποῖος εἶναι γνωστὸς ὡς ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους :

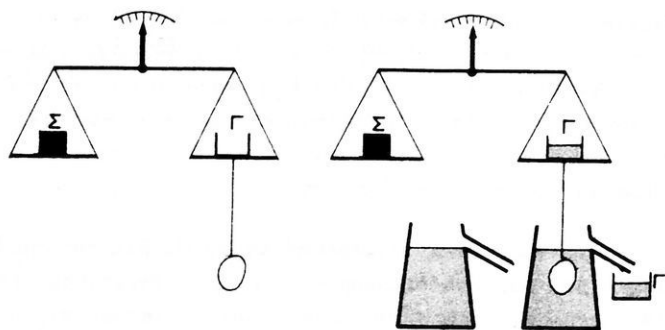


Σχ. 145. Τὸ σῶμα ὑφίσταται ἄνωσιν Α

Πᾶν σῶμα, βυθιζόμενον ἐντὸς ἰσορροποῦντος ὑγροῦ, ὑφίσταται ἄνωσιν ἴσην μὲ τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.

α) Πειραματικὴ ἀπόδειξις. Ἡ ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους ἀποδει-

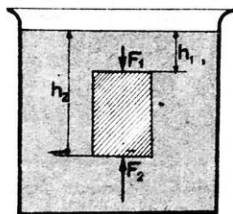
κνύεται πειραματικῶς μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ ὑδροστατικοῦ ζυγοῦ (σχ. 146). Ὄταν τὸ σῶμα βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ ἡ ἰσορροπία τοῦ ζυγοῦ



Σχ. 146. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους

καταστρέφεται· ἡ ἰσορροπία ἀποκαθίσταται, ὅταν θέσωμεν τὸ ἐκτοπισθὲν ὑγρὸν ἐντὸς τοῦ δοχείου τοῦ εὐρισκομένου ἐπὶ τοῦ δίσκου, ἀπὸ τὸν ὁποῖον ἐξαρτᾶται τὸ σῶμα ἢ ἂν θέσωμεν σταθμὰ ἐπὶ τοῦ δίσκου τούτου. Τὰ σταθμὰ φανερώνουν τότε τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ, ἥτοι τὴν ἄνωσιν.

Ἐὰν V εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ καὶ ρ εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ, τότε ἡ ἄνωσις εἶναι :



Σχ. 147. Ὑπολογισμὸς τῆς ἀνώσεως

$$\text{ἄνωσις : } A = V \cdot \rho$$

β) Ὑπολογισμὸς τῆς ἀνώσεως. Ἡ ἄνωσις ὑπολογίζεται εὐκόλως, ὅταν τὸ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ βυθισμένον σῶμα ἔχῃ σχῆμα πρίσματος (σχ. 147). Ἐνεκα τῶν πιέσεων ἐξασκοῦνται ἐπὶ τοῦ πρίσματος αἱ ἐξῆς δυνάμεις :

α) αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν κατακορύφων ἐδρῶν του καὶ αἱ ὁποῖαι ἀλληλοαναιροῦνται· β) αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν δύο βάσεων καὶ αἱ ὁποῖαι εἶναι :

$$F_1 = p_1 \cdot \sigma = h_1 \cdot \rho \cdot \sigma$$

$$F_2 = p_2 \cdot \sigma = h_2 \cdot \rho \cdot \sigma$$

Ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων τούτων, δηλαδή ἡ ἄνωσις εἶναι :

$$A = F_2 - F_1 = (h_2 - h_1) \cdot \sigma \cdot \rho$$

Ἀλλὰ $(h_2 - h_1) \cdot \sigma$ εἶναι ὁ ὄγκος V τοῦ πρίσματος καὶ ἐπομένως ἡ ἄνωσις εἶναι : $A = V \cdot \rho$, ὅπου ρ εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ.

Τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ἀνώσεως καλεῖται **κέντρον ἀνώσεως** καὶ συμπίπτει πάντοτε μὲ τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.

144. Ἰσορροπία στερεοῦ σώματος βυθισμένου ἐντὸς ὑγροῦ.

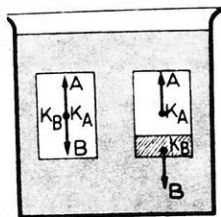
Διακρίνομεν δύο περιπτώσεις : α) τὸ σῶμα εἶναι ἐξ ὁλοκλήρου βυθισμένον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ· β) τὸ σῶμα εἶναι ἐν μέρει βυθισμένον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ.

α) **Σῶμα ἐξ ὁλοκλήρου βυθισμένον.** Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργοῦν δύο δυνάμεις : 1) τὸ βάρος B τοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον βάρους K_B τοῦ σώματος· 2) ἡ ἄνωσις A , ἡ ὁποία εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ καὶ ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον ἀνώσεως K_A . Ἐὰν τὸ σῶμα εἶναι ὁμογενές, τότε τὰ δύο κέντρα K_B καὶ K_A συμπίπτουν (σχ. 148)· ἐὰν ὅμως τὸ σῶμα δὲν εἶναι ὁμογενές, τότε τὰ κέντρα K_B καὶ K_A δὲν συμπίπτουν.

Διὰ νὰ ἰσορροπῇ τὸ στερεὸν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ πρέπει : 1) τὸ κέντρον βάρους K_B τοῦ σώματος καὶ τὸ κέντρον ἀνώσεως K_A νὰ εὑρίσκωνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου καὶ 2) τὸ βάρος B τοῦ σώματος νὰ εἶναι ἴσον μὲ τὴν ἄνωσιν A , ἥτοι $B = A$.

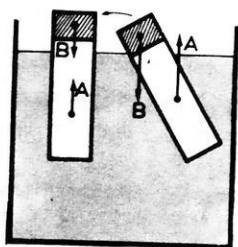
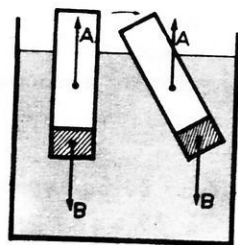
Ἐὰν εἶναι $B > A$, τότε τὸ στερεὸν πίπτει εἰς τὸν πυθμένα. Ἐὰν δὲ εἶναι $B < A$, τότε τὸ στερεὸν ἀνέρχεται εἰς τὴν ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ, ὅπου καὶ ἐπιπλέει.

β) **Σῶμα ἐπιπλέον.** Ὅταν τὸ στερεὸν σῶμα ἐπιπλέῃ, μέρος μόνον τοῦ σώματος εἶναι βυθισμένον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ, ἂν τὸ βάρος B τοῦ σώματος καὶ ἡ ἄνωσις A εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι. Τότε τὸ κέντρον βάρους K_B καὶ τὸ κέντρον ἀνώσεως K_A εὑρίσκονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου.



Σχ. 148. Θέσις τοῦ κέντρου βάρους καὶ τοῦ κέντρου ἀνώσεως

Ἡ ἰσορροπία τοῦ σώματος εἶναι εὐσταθής, ὅταν τὸ κέντρον βάρους εὐρίσκεται χαμηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως (σχ. 149).

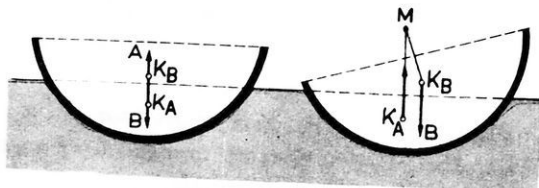


Σχ. 149. Ἰσορροπία ἐπιπλέοντος σώματος

τότε, ἂν τὸ σῶμα κλίνη πλαγίως, τὸ βάρος B καὶ ἡ ἀνωσις A σχηματίζουν ζευγος, τὸ ὁποῖον τείνει νὰ ἐπαναφέρῃ τὸ σῶμα εἰς τὴν ἀρχικὴν του θέσιν. Ἐὰν ὅμως τὸ κέντρον βάρους εὐρίσκεται ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως, τότε ἡ ἰσορροπία τοῦ σώματος εἶναι ἀσταθής, διότι κατὰ τὴν κλίσιν τοῦ σώματος αἱ δυνάμεις B καὶ A σχηματίζουν ζευγος, τὸ ὁποῖον τείνει νὰ ἀνατρέψῃ τὸ σῶμα.

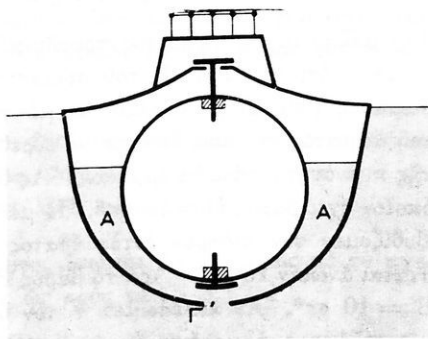
* Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι ἐν ἐπιπλέον σῶμα ἔχει εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, δηλαδὴ ἐπιπλέει ἀσφαλῶς, ὅταν τὸ κέντρον βάρους τοῦ εὐρίσκεται χαμηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως. Εἰς ὠρισμένας ὅμως περιπτώσεις ἐν σῶμα δύναται νὰ ἐπιπλέῃ ἀσφαλῶς καὶ ὅταν τὸ κέντρον βάρους τοῦ εὐρίσκεται ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως. Τοῦτο συμβαίνει εἰς τὰ πλοῖα ἐπιφανείας. Ὡς θεωρήσωμεν κατακόρυφον τομὴν τοῦ σκάφους, ἡ ὁποία διέρχεται διὰ τῶν δύο κέντρων K_B καὶ

K_A (σχ. 150). Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἰσορροπία τοῦ πλοίου εἶναι εὐσταθής, ἐφ' ὅσον τὸ κέντρον βάρους K_B εὐρίσκεται κάτωθεν τοῦ **μετακέντρου** M : τοῦτο εἶναι τὸ σημεῖον, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ ἀνωσις τέμνει τὸν ἄξονα συμμετρίας τοῦ πλοίου τὸν διερχόμενον διὰ τοῦ K_B . Ἡ εὐστάθεια εἶναι τόσο μεγαλύτερα, ὅσον ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρον βάρους εὐρίσκεται τὸ μετακέντρον. Διὰ νὰ αὐξήσουν τὴν εὐστάθειαν τοῦ πλοίου δίδουν εἰς αὐτὸ τοιοῦτον σχῆμα, ὥστε, ὅταν τὸ πλοῖον κλίνη πλαγίως, τὸ κέντρον ἀνώσεως νὰ μετατοπίζεται πολὺ ἐν σχέσει πρὸς τὸ κέντρον βάρους.



Σχ. 150. Τὸ μετακέντρον M εὐρίσκεται ἄνωθεν τοῦ K_B

γ) **Υποβρύχια.** Τὰ υποβρύχια εἶναι σκάφη, τὰ ὅποια δύνανται νὰ πλέουν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, δύνανται ὅμως νὰ πλέουν καὶ ὅταν εἶναι τελείως βυθισμένα ἐντὸς ὕδατος. Διὰ νὰ καταδυθοῦν, πρέπει νὰ ἀυξηθῇ τὸ βάρος τοῦ σκάφους· τοῦτο ἐπιτυγχάνομεν ἀφήνοντες νὰ εἰσέλθῃ ὕδωρ ἐντὸς εἰδικῶν χώρων, οἱ ὅποιοι προηγουμένως ἦσαν πλήρεις πεπιεσμένου ἀέρος (σχ. 151). Διὰ νὰ ἐπαναφέρωμεν τὸ σκάφος ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, ἐκδιώκωμεν τὸ ὕδωρ ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω διαμερίσματα μετὰ τὴν βοήθειαν ἀντλιῶν ἢ πεπιεσμένου ἀέρος. Τὸ υποβρύχιον δὲν δύναται νὰ συγκρατηθῇ εἰς ἓν ὥρισμένον βάθος, παρὰ μόνον ἐὰν κινῆται καὶ μετὰ τὴν βοήθειαν πάντοτε τῶν ὀριζοντίων πηδαλίων. Εἰς τὰ υποβρύχια πρέπει τὸ κέντρον βάρους νὰ εὐρίσκεται κάτω ἀπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως.



σχ. 151. Τομή υποβρυχίου (Α ὕδαταποθήκη, Γ κρουνοὶ πληρώσεως)

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΟΣ

145. Πυκνότης τοῦ ὕδατος. Εἶναι γνωστὸν ὅτι τὸ ὕδωρ εἰς θερμοκρασίαν 4°C ἔχει τὴν μεγαλύτεραν πυκνότητα. Ἐκ τῶν μετρήσεων εὐρέθη ὅτι :

Εἰς θερμοκρασίαν 4°C ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἶναι ἴση μετὰ 1 gr/cm^3 .

Μία μᾶζα ὕδατος δὲν ἔχει τὸν αὐτὸν ὄγκον εἰς τὰς διαφόρους θερμοκρασίας. Ἐπομένως ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος ἔχει διαφορετικὴν τιμὴν εἰς τὰς διαφόρους θερμοκρασίας. Εἰς τὸν παραπλεύρως πίνακα δεικνύεται ἡ μεταβολὴ τοῦ εἰδικοῦ βάρους τοῦ ὕδατος μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

Εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἰς $\text{gr}^{\circ}/\text{cm}^3$	
Θερμοκρασία $^{\circ}\text{C}$	Εἰδικὸν βάρος
0	0,9998
3	0,9999
4	1,0000
5	0,9999
10	0,9997
50	0,9880
100	0,9583

146. Μέτρησης της πυκνότητας. Διὰ νὰ εὐρώμεν τὴν πυκνότητα ἐνὸς στερεοῦ σώματος, πρέπει νὰ γνωρίζωμεν τὴν μᾶζαν m καὶ τὸν ὄγκον V τοῦ σώματος. Τότε ἡ πυκνότης τοῦ σώματος εἶναι $d = \frac{m}{V}$. Τὴν μᾶζαν m τοῦ σώματος προσδιορίζομεν ἀμέσως, ἐὰν ζυγίσωμεν τὸ σῶμα, διότι τὸ βάρος B τοῦ σώματος (εἰς gr^*) καὶ ἡ μᾶζα m τοῦ σώματος (εἰς gr) ἐκφράζονται μὲ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν. Ὁ ὄγκος V τοῦ σώματος σπανίως δύναται νὰ εὐρεθῇ ἀμέσως. Διὰ τοῦτο ἡ μέτρησης τῆς πυκνότητος γίνεται ἐμμέσως. Ἄς θεωρήσωμεν τεμάχιον σιδήρου, τὸ ὁποῖον ἔχει βάρος $B = 78 \text{ gr}^*$. Ἡ μᾶζα τοῦ σιδήρου εἶναι $m = 78 \text{ gr}$. Βυθίζομεν τὸν σίδηρον ἐντὸς ὕδατος καὶ εὐρίσκομεν ὅτι οὗτος ὑφίσταται ἄνωσιν 10 gr^* . Ἀρα τὸ βάρος B' τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος εἶναι $B' = 10 \text{ gr}^*$. Ἄν καλέσωμεν V τὸν ὄγκον τοῦ σώματος, τότε καὶ τὸ ἐκτοπιζόμενον ὕδωρ ἔχει ὄγκον V . Ἐὰν δὲ θεωρήσωμεν ὅτι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἶναι $\rho' = 1 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$, τότε ὁ ὄγκος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος (συνεπῶς καὶ ὁ ὄγκος τοῦ σώματος) εἶναι $V = 10 \text{ cm}^3$. Ἀρα ἡ πυκνότης τοῦ σιδήρου εἶναι :

$$d = \frac{m}{V} = \frac{78 \text{ gr}}{10 \text{ cm}^3} = 7,8 \text{ gr/cm}^3$$

καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ σιδήρου εἶναι :

$$\rho = \frac{B}{V} = \frac{78 \text{ gr}^*}{10 \text{ cm}^3} = 7,8 \text{ gr}^*/\text{cm}^3.$$

***147. Μέτρησης τοῦ σχετικοῦ εἰδικοῦ βάρους.** Ἐὰν εἶναι γνωστὸν τὸ εἰδικὸν βάρος ἐνὸς σώματος, τότε εἶναι γνωστὴ καὶ ἡ πυκνότης τοῦ σώματος (διότι ἡ πυκνότης καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος ἐκφράζονται μὲ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν, § 15). Ἐστω B τὸ βάρος ἐνὸς στερεοῦ σώματος καὶ B' ἡ ἄνωσις, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ σῶμα, ὅταν τοῦτο βυθίζεται ἐντὸς ὕδατος ἔχοντος εἰδικὸν βάρος ρ' . Τότε ὁ ὄγκος V τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος (συνεπῶς καὶ ὁ ὄγκος τοῦ σώματος) εἶναι : $V = \frac{B'}{\rho'}$. Τὸ εἰδικὸν βάρος ρ τοῦ σώματος θὰ εἶναι :

$$\rho = \frac{B}{V} \quad \eta \quad \rho = B : \frac{B'}{\rho'} \quad \text{καὶ} \quad \rho = \rho' \cdot \frac{B}{B'} \quad (1)$$

Ὁ λόγος τοῦ βάρους (B) τοῦ σώματος πρὸς τὸ βάρος (B') ἴσου ὄγκου ὕδατος καλεῖται **σχετικὸν εἰδικὸν βάρος** τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ ὕδωρ. Ἐπομένως ἡ ἐξίσωσις (1) δεικνύει ὅτι :

Τὸ εἰδικὸν βάρος ἑνὸς σώματος ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τοῦ εἰδικοῦ βάρους τοῦ ὕδατος ἐπὶ τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ ὕδωρ.

Ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι εἰς τὰς συνήθεις θερμοκρασίας τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἶναι κατὰ προσέγγισιν ἴσον μὲ $1 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$, τότε ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) καταλήγουμεν εἰς τὸ ἐξῆς συμπέρασμα :

Τὸ εἰδικὸν βάρος ἑνὸς σώματος ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ ὕδωρ.

Ἡ ἐξίσωσις (1) ἰσχύει γενικῶς δι' οἷονδήποτε ὑγρὸν, τὸ ὁποῖον ἔχει εἰδικὸν βάρος ρ' καὶ τὸ ὁποῖον ἐπιφέρει ἐπὶ τοῦ στερεοῦ σώματος ἄνωσιν B' .

***148. Μέθοδοι μετρήσεως τοῦ σχετικοῦ εἰδικοῦ βάρους.**

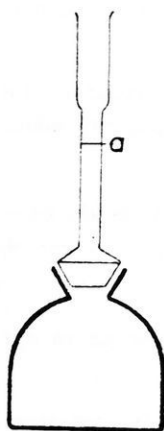
Τὸ εἰδικὸν βάρος ρ' τοῦ ὕδατος εἰς τὰς διαφόρους θερμοκρασίας δίδεται ἀπὸ πίνακα (βλ. πίν. σελ. 161). Τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος $\frac{B}{B'}$ τοῦ

σώματος εὐρίσκεται συνήθως μὲ μίαν ἀπὸ τὰς κατωτέρω μεθόδους :

α) **Μέθοδος τῆς ἀνώσεως.** 1) Σ τ ε ρ ε ἄ σ ῶ μ α τ α. Εὐρίσκομεν τὸ βάρος B τοῦ στερεοῦ σώματος καὶ ἔπειτα εὐρίσκομεν τὴν ἄνωσιν B' , τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ σῶμα, ὅταν βυθίζεται τελείως ἐντὸς ὕδατος.

Οὕτως εὐρίσκομεν τὸν λόγον $\frac{B}{B'}$.

2) Ὑ γ ρ ἄ σ ῶ μ α τ α. Λαμβάνομεν ἓν στερεὸν σῶμα καὶ εὐρίσκομεν τὴν ἄνωσιν B , τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τοῦτο, ὅταν βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ἐξεταζομένου ὑγροῦ. Ἐπειτα εὐρίσκομεν τὴν ἄνωσιν B' , τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ ἴδιον στερεὸν σῶμα, ὅταν βυθίζεται ἐντὸς ὕδατος. Οὕτως εὐρίσκομεν τὸν λόγον τοῦ βάρους B ἐνὸς ὠρισμένου ὄγκου τοῦ θεωρουμένου ὑγροῦ πρὸς τὸ βάρος B' ἴσου ὄγκου ὕδατος, ἥτοι εὐρίσκομεν τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος $\frac{B}{B'}$ τοῦ σώματος.



Σχ. 152. Λήκυθος. Ούτως εύρίσκομεν τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος $\frac{B}{B'}$ τοῦ στερεοῦ σώματος.

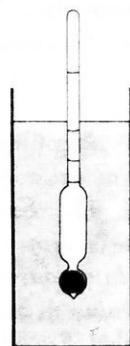
β) Μέθοδος τῆς λήκυθου. 1) Στερεὰ σώματα. Ἡ λήκυθος εἶναι ὑάλινον δοχεῖον (σχ. 152) με πλάτῃ στόμιον. Τοῦτο κλείεται με ὑάλινον πῶμα, ἐπὶ τοῦ ὁποίου εἶναι ἐφηρμοσμένοις τριχοειδῆς σωλῆν. Πληροῦμεν τὴν λήκυθον με ὕδωρ μέχρι τῆς γραμμῆς α, ἡ ὁποία εἶναι χαραγμένη ἐπὶ τοῦ σωλῆνος καὶ ζυγίζομεν τὴν λήκυθον. Ἐστω β τὸ βάρος τῆς λήκυθου καὶ B τὸ βάρος τοῦ ἐξεταζομένου σώματος. Εἰσάγομεν τὸ σῶμα ἐντὸς τῆς λήκυθου καὶ ἀφαιροῦμεν τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον ἀνῆλθεν ἄνωθεν τῆς γραμμῆς α τοῦ σωλῆνος. Ζυγίζομεν τὴν λήκυθον ἐκ νέου καὶ εύρίσκομεν ὅτι ἔχει βάρος $\beta' < B + \beta$. Ἡ διαφορὰ $(B + \beta) - \beta' = B'$ ἐκφράζει τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπισθέντος ὕδατος, τὸ ὁποῖον ἔχει ὄγκον ἴσον με τὸν ὄγκον τοῦ σώματος.

2) Ὑγρὰ σώματα. Πληροῦμεν τὴν λήκυθον μέχρι τῆς γραμμῆς α με τὸ ὑπὸ ἐξέτασιν ὑγρὸν καὶ τὴν ζυγίζομεν. Ἐπειδὴ γνωρίζομεν τὸ βάρος τῆς λήκυθου κενῆς, εύρίσκομεν τὸ βάρος B τοῦ περιεχομένου ὑγροῦ. Ἐπειτα πληροῦμεν τὴν λήκυθον μέχρι τῆς γραμμῆς α με ὕδωρ καὶ κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον εύρίσκομεν τὸ βάρος B' τοῦ ὕδατος, τὸ ὁποῖον ἔχει ὄγκον ἴσον με τὸν ὄγκον τοῦ ὑγροῦ. Οὕτως εύρίσκομεν τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος $\frac{B}{B'}$ τοῦ ὑγροῦ.

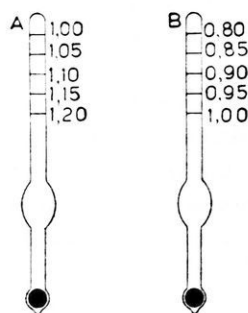
149. Ἀραιόμετρα. Ἡ πυκνότης τῶν ὑγρῶν εύρίσκεται εύκόλως με τὴν βοήθειαν εἰδικῶν ὀργάνων, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **ἀραιόμετρα**. Τὰ πλέον εὔχρηστα εἶναι τὰ ἀραιόμετρα σταθεροῦ βάρους. Ταῦτα εἶναι ὑάλινοι πλωτῆρες, οἱ ὁποῖοι καταλήγουν εἰς κυλινδρικὸν σωλῆνα (σχ. 153). Εἰς τὸ κατώτερον ἄκρον τοῦ πλωτῆρος ὑπάρχει σφαῖρα, ἐντὸς τῆς ὁποίας τοποθετεῖται ἔρμα (ὕδραργυρος ἢ σφαιρίδια μολύβδου). Ὅταν τὸ ὄργανον τοῦτο ἐπιπλέῃ ἐπὶ ἐνὸς ὑγροῦ τότε τὸ ὄργανον βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ τόσον, ὥστε τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ νὰ εἶναι ἴσον με τὸ σταθερὸν βάρος τοῦ ὀργά-

νου. Ἐπομένως, ὅσον πυκνότερον εἶναι τὸ ὑγρὸν, τόσον ὀλιγώτερον βυθίζεται τὸ ὄργανον.

Τὰ π υ κ ν ὀ μ ε τ ρ α βαθμολογοῦνται καταλλήλως, ὥστε ἡ διαίρεσις, εἰς τὴν ὁποίαν ἀντιστοιχεῖ ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ, νὰ δίδῃ τὴν πυκνότητά τοῦ ὑγροῦ. Εἰς τὸ σχῆμα 154 δεικνύονται δύο πυκνόμετρα. Ἐκ τούτων τὸ μὲν Α χρησιμοποιεῖται διὰ τὰ πυκνότερα τοῦ ὕδατος ὑγρά, τὸ δὲ Β διὰ τὰ ἀραιότερα τοῦ ὕδατος ὑγρά.



Σχ. 153. Ἀραιόμετρον



Σχ. 154. Πυκνόμετρον (Α) καὶ ἀραιόμετρον (Β)

Εἰς διαφόρους πρακτικὰς ἐφαρμογὰς χρησιμοποιοῦνται τὰ π υ κ ν ὀ μ ε τ ρ α ἢ ἀ ρ α ι ὀ μ ε τ ρ α B a u m é, τὰ ὁποῖα ἔχουν αὐθαίρετον βαθμολογίαν. Ἡ πυκνότης, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τὰς διαφόρους διαιρέσεις τῆς κλίμακος Baumé, εὐρίσκεται ἀμέσως ἀπὸ εἰδικούς πίνακας.

Εἰς τὴν πράξιν χρησιμοποιοῦνται ἀραιόμετρα δι' εἰδικὰς μετρήσεις, τὰ ὁποῖα ἔχουν βαθμολογηθῇ καταλλήλως, ὥστε νὰ δεικνύουν ἀμέσως τὴν περιεκτικότητα τοῦ ὑγροῦ ὡς πρὸς ἓν συστατικόν του (οἶνο-πνευματόμετρα, γαλακτόμετρα κ.ἄ.).

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

131. Πόσον εἶναι τὸ ὕψος στήλης ὕδραργύρου ἢ ὕδατος ἢ οἶνο-πνεύματος, ἡ ὁποία ἐπιφέρει πίεσιν $5\,000\text{ dyn/cm}^2$; Εἰδικὰ βάρη: ὕδραργγρον: $13,6\text{ gr*}/\text{cm}^3$ ὕδατος: $1\text{ gr*}/\text{cm}^3$ οἶνοπνεύματος: $0,8\text{ gr*}/\text{cm}^3$.

132. Ἐν δοχεῖον ἔχει σχῆμα U καὶ περιέχει ὕδωρ ἕως τὸ μέσον του. Οἱ δύο βραχίονες αὐτοῦ ἔχουν τὴν ἰδίαν διάμετρον. Χύνομεν εἰς τὸν ἓνα βραχίονά του παραφινέλαιον εἰδικοῦ βάρους $0,8\text{ gr*}/\text{cm}^3$ τοῦτο σχηματίζει στήλην ὕψους 5 cm . Πόσον θὰ ὑψωθῇ εἰς τὸν ἄλλον βραχίονα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὕδατος;

133. Ἐντὸς σωλῆρος σχήματος U χύνομεν ὀλίγον ὕδραργγρον. Ἐπειτα χύνομεν ἐντὸς τοῦ ἐνὸς σκέλους θεικὸν ὀξύ, εἰδικοῦ βάρους $1,84\text{ gr*}/\text{cm}^3$, τὸ ὁποῖον σχηματίζει στήλην ὕψους 20 cm , ἐντὸς δὲ τοῦ

ἄλλον σκέλους χύνομεν ὕδωρ, ἕως ὅτου αἱ ἐλεύθεραι ἐπιφάνειαι τοῦ θειικοῦ ὀξέος καὶ τοῦ ὕδατος νὰ εὗρεθoῦν εἰς τὸ αὐτὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον. Νὰ εὗρεθῇ τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὕδατος.

134. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἐνὸς ὑδραυλικοῦ πιεστηρίου εἶναι 3 cm^2 , ἡ δὲ ἐπιφάνεια τοῦ μεγάλου ἐμβόλου εἶναι $1,8 \text{ dm}^2$. Ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἐνεργεῖ δύναμις 4 kg^* . Πόση δύναμις ἀναπτύσσεται ἐπὶ τοῦ μεγάλου ἐμβόλου;

135. Κυλινδρικὸν δοχεῖον, τοῦ ὁποῖου ἡ βάσις εἶναι 100 cm^2 , περιέχει ἐν λίτρῳ ὑδροαγύρου καὶ ἐν λίτρῳ ὕδατος. Νὰ εὗρεθῇ ἡ πίεσις ἡ ἐπιφερομένη ἐπὶ ἐκάστῳ σημείῳ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου καὶ ἡ δύναμις ἡ ἐνεργοῦσα ἐπὶ τοῦ πυθμένος.

136. Δεξαμενὴ ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου, τὸ ὁποῖον ἔχει μῆκος 10 m , πλάτος 4 m , ὕψος 2 m . Ἡ δεξαμενὴ εἶναι πλήρης ὕδατος. Νὰ εὗρεθῇ ἡ δύναμις ἡ ὁποία ἐνεργεῖ: α) ἐπὶ τοῦ πυθμένος τῆς δεξαμενῆς καὶ β) ἐπὶ ἐκάστης τῶν κατακορύφων πλευρῶν αὐτῆς.

137. Μετάλλινον κυλινδρικὸν δοχεῖον ἔχει ὕψος $1,20 \text{ m}$ καὶ διάμετρον βάσεως 1 m . Τὸ δοχεῖον εἶναι πλήρες ἐλαιολάδου, εἰδικοῦ βάρους $0,9 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. Νὰ εὗρεθῇ πόση εἶναι ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τῆς κυκλικῆς βάσεως τοῦ δοχείου, εἰς τὰς ἐξῆς δύο περιπτώσεις: α) ἐπὶ τῆς ἐπὶ τοῦ δοχείου ἐπὶ τοῦ ἐδάφους: α) ὁ ἄξων τοῦ κυλίνδρου εἶναι κατακόρυφος β) ὁ ἄξων τοῦ κυλίνδρου εἶναι ὀριζόντιος.

138. Ἡ θύρα ἐνὸς ὑδροφράκτου ἔχει πλάτος 6 m . Ἐκατέρωθεν αὐτοῦ ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος εἶναι 3 m καὶ $2,8 \text{ m}$. Νὰ ὑπολογισθoῦν αἱ δυνάμεις αἱ ἐνεργοῦσαι ἐπὶ ἐκάστης ἐπιφανείας τῆς θύρας.

139. Ἐν φορτωμένον πλοῖον ἔχει βάρος $10\,000 \text{ tn}^*$. Ἐὰν τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ θαλασσίου ὕδατος εἶναι $1,028 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$, νὰ εὗρεθῇ ὁ ὄγκος τοῦ βυθισμένου ἐντὸς τῆς θαλάσσης μέρους τοῦ πλοίου. Πόσος γίνεται ὁ ὄγκος οὗτος, ἐὰν τὸ πλοῖον εἰσέλθῃ ἐντὸς ποταμοῦ, τοῦ ὁποῖου τὸ ὕδωρ ἔχει εἰδικὸν βάρος $1 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$;

140. Τεμάχιον μετάλλου ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα $40,47 \text{ gr}^*$ καὶ ἐντὸς ὕδατος $34,77 \text{ gr}^*$. Πόσον ζυγίζει, ὅταν βυθισθῇ ἐντὸς οἰνοπνεύματος, τοῦ ὁποῖου τὸ εἰδικὸν βάρος εἶναι $0,79 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$;

141. Μία σφαῖρα ἐξ ὀρειχάλκου ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα 160 gr^* . Ὅταν αὕτη βυθισθῇ ἐντὸς ὕδατος ζυγίζει 100 gr^* . Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὀρειχάλκου εἶναι $8 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. Νὰ δειχθῇ ὅτι ἡ σφαῖρα εἶναι κοίλη καὶ νὰ ὑπολογισθῇ ὁ ὄγκος τῆς κοιλότητος.

142. Μία συμπαγής και όμογενής σφαίρα εκ σιδήρου ειδικού βάρους $7,8 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$, βυθίζεται εντός δοχείου περιέχοντος ύδωρ και ύδραργυρον ειδικού βάρους $13,6 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. Ἡ σφαίρα ισορροπεῖ βυθιζομένη ἐν μέρει ἐντός τοῦ υδραργύρου. Νὰ εὑρεθῇ πόσον μέρος τοῦ ὅλου ὄγκου τῆς σφαίρας εἶναι βυθισμένον ἐντός τοῦ υδραργύρου.

143. Ἐν κυβικόν τεμάχιον ξύλου, ἔχον πλευρὰν 10 cm , βυθίζεται πρῶτον ἐντός ὕδατος καὶ ἔπειτα ἐντός ἐλαίου. Νὰ εὑρεθῇ πόσον μέρος τῆς πλευρᾶς τοῦ κύβου εὑρίσκεται ἔξω ἀπὸ τὸ ὕγρον, εἰς καθεμίαν ἀπὸ τὰς δύο ἀνωτέρω περιπτώσεις. Τὰ ειδικὰ βάρη τοῦ ξύλου καὶ τοῦ ἐλαίου εἶναι ἀντιστοίχως $0,6 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$ καὶ $0,8 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$.

144. Ἀπὸ τὸν δίσκον Δ_1 ἐνὸς ζυγοῦ ἐξαρτᾶται σῶμα A καὶ ἀπὸ τὸν δίσκον Δ_2 ἐξαρτᾶται σῶμα B ἔχον βάρος 10 gr^* καὶ ειδικὸν βάρος $8 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. τότε ὁ ζυγὸς ισορροπεῖ. Βυθίζομεν τὸ μὲν σῶμα A ἐντός ὕδατος, τὸ δὲ σῶμα B ἐντός ὕγρου ειδικοῦ βάρους $0,88 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. ὁ ζυγὸς καὶ πάλιν ισορροπεῖ. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ειδικὸν βάρος τοῦ σώματος A .

145. Τεμάχιον μετάλλου ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα $40,05 \text{ gr}^*$ καὶ εἰς τὸ ὕδωρ $35,55 \text{ gr}^*$. Τὸ ἀνωτέρω μέταλλον συνενώνεται μὲ τεμάχιον παραφίνης· τὸ σύστημα ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα $47,88 \text{ gr}^*$ καὶ εἰς τὸ ὕδωρ $34,38 \text{ gr}^*$. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ειδικὸν βάρος τῆς παραφίνης.

146. Λήκυθος ἔχει βάρος 130 gr^* , ὅταν εἶναι πλήρης ὕδατος καὶ 120 gr^* , ὅταν εἶναι πλήρης ἐλαίου, τὸ ὁποῖον ἔχει ειδικὸν βάρος $0,9 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. Πόσον εἶναι τὸ βάρος τῆς ληκύθου, ὅταν αὕτη εἶναι κενή ; Θέτομεν ἐντός τῆς ληκύθου τεμάχιον σιδήρου καὶ πληροῦμεν τὴν λήκυθον μὲ ὕδωρ. Ἡ λήκυθος ζυγίζει 398 gr^* . Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ σιδήρου, ἂν εἶναι γνωστὸν ὅτι τὸ ειδικὸν βάρος τοῦ σιδήρου εἶναι $7,7 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$.

147. Ὁμογενὲς τεμάχιον ἀλουμινίου ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα 270 gr^* . Βυθιζόμενον ἐντός ὕδατος 18° C ζυγίζει $170,14 \text{ gr}^*$. Τὸ ειδικὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἰς 18° C εἶναι $0,9986 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ειδικὸν βάρος τοῦ ἀλουμινίου.

148. Κυβικὸν τεμάχιον πάγου ἔχει ἀκμὴν 3 cm καὶ ἐπιπλέει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας διαλύματος ἁλατος θερμοκρασίας 0° C . Διὰ τὰ βυθισθῇ ἐξ ὀλοκλήρου ὁ πάγος ἐντός τοῦ διαλύματος, θέτομεν ἐπὶ τῆς ἀνωτέρας ἐπιφανείας του βάρος $7,56 \text{ gr}^*$. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ειδικὸν βάρος τοῦ διαλύματος. Πόσον μέρος τῆς ἀκμῆς τοῦ κύβου θὰ εἶναι βυθισμένον ἐντός τοῦ διαλύματος, ἂν ἀφαιρέσωμεν τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἐτέθη ἐπὶ τῆς ἀνωτέρας ἐπιφανείας τοῦ πάγου ; Εἰδικὸν βάρος πάγου : $0,92 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$.

149. Μία κοίλη σφαίρα εκ μετάλλου, ειδικού βάρους ρ , θέλομεν νά βυθίζεται κατὰ τὸ ἡμισυ ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Ἐὰν τὸ βάρος τῆς σφαίρας εἶναι B , πόσον πρέπει νά εἶναι τὸ πάχος τῶν τοιχωμάτων τῆς. Ἐφαρμογή: $\rho = 9 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$, $B = 30 \text{ kgr}^*$.

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΗ ΠΙΕΣΙΣ

150. Χαρακτηριστικά τῶν αερίων. Τὰ ὑγρά καὶ τὰ αέρια ἀποτελοῦν τὰ ρευστὰ σώματα (§ 131). Καὶ τὰ δύο αὐτὰ εἶδη τῶν ρευστῶν δὲν ἔχουν ὠρισμένον σχῆμα, ἔνεκα τῆς ἐξαιρετικῆς εὐκινησίας τῶν μορίων των. Ἀντιθέτως ὅμως πρὸς τὰ ὑγρά, τὰ ὁποῖα εἶναι (σχεδόν) ἀσυμπιεστά, τὰ αέρια εἶναι πολὺ συμπιεστά. Ἐνεκα αὐτῆς τῆς ιδιότητος τῶν τὰ αέρια δὲν ἔχουν ὠρισμένον ὄγκον, ἀλλὰ καταλαμβάνουν ὅλον τὸν χώρον, ὁ ὁποῖος προσφέρεται εἰς αὐτά. Ἀρα τὰ αέρια χαρακτηρίζονται ἀπὸ μεγάλην τάσιν πρὸς διαστολὴν. Ἐὰν συμπιέσωμεν ἐλαφρῶς τὸ ἐντὸς δοχείου περιεχόμενον αέριον, παρατηροῦμεν ὅτι, μόλις καταργηθῇ ἡ ἐπιφερομένη ἐπ' αὐτοῦ πίεσις, τὸ αέριον ἀναλαμβάνει τὸν ἀρχικὸν ὄγκον του. Τὸ πείραμα τοῦτο φανερώνει ὅτι τὰ αέρια ἔχουν τελείαν ἐλαστικότητα ὄγκου. Ὡστε :

I. Τὰ αέρια δὲν παρουσιάζουν ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματος αὐτῶν ὡς καὶ εἰς τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου των, παρουσιάζουν ὅμως μικρὰν ἀντίστασιν εἰς τὴν ἐλάττωσιν τοῦ ὄγκου των.

II. Τὰ αέρια χαρακτηρίζονται ἀπὸ μεγίστην τάσιν πρὸς διαστολὴν καὶ τελείαν ἐλαστικότητα ὄγκου.

Ἡ τάσις τῶν αερίων πρὸς διαστολὴν φανερώνει ὅτι μεταξὺ τῶν μορίων τῶν αερίων δὲν ἀναπτύσσονται δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι νὰ ἐξασφαλίζουν τὴν συνοχὴν τῆς μάζης τοῦ αερίου. Ὅταν λοιπὸν ἐν αέριον εὐρίσκεται ἐντὸς δοχείου, τὸ αέριον δὲν παρουσιάζει ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν.

151. Βάρος τῶν αερίων. Διὰ τῆς ἀεραντλίας ἀφαιροῦμεν τὸν ἀέρα ἀπὸ ἐν δοχείου καὶ τὸ ζυγίζομεν. Ἐπειτα πληροῦμεν τὸ δοχεῖον μὲ ἐν αέριον καὶ τὸ ζυγίζομεν ἐκ νέου. Οὕτως εὐρίσκομεν ὅτι ὅλα τὰ

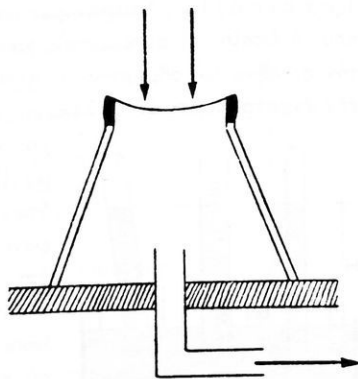
άέρια έχουν βάρος. Ἐν συγκρίσει ὁμως πρὸς τὰ στερεὰ καὶ τὰ υγρὰ, τὰ αέρια ἔχουν πολὺ μικρότερον εἰδικὸν βάρος. Εὐρέθη ὅτι :

Ἐν λίτρον αέρος ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας (θερμοκρασία 0°C καὶ πίεσις 760 mm Hg) ἔχει βάρος 1,293 gr*.

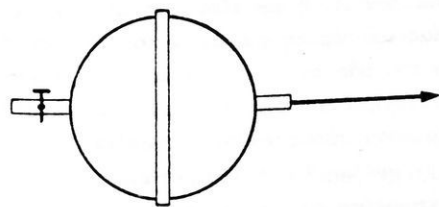
152. Ἀτμοσφαιρική πίεσις. Ἡ ἀτμόσφαιρα εἶναι στρώμα αέρος, τὸ ὁποῖον περιβάλλει τὸν πλανήτην μας καὶ συγκρατεῖται ἔνεκα τῆς βαρύτητος. Ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας ἀναπτύσσεται πίεσις, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀτμοσφαιρική πίεσις**. Ἡ πίεσις αὕτη ὀφείλεται εἰς τὸ βάρος τῶν ὑπερκειμένων στρωμάτων τοῦ αέρος. Ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις ἐξασκεῖται ἐπὶ παντὸς σώματος, τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας.

Ἡ ὑπαρξὶς τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως ἀποδεικνύεται εὐκόλως.

α) Ἐπὶ τοῦ δίσκου ἀεραντλίας στερεώνομεν ὑάλινον δοχεῖον, τοῦ ὁποίου ἡ μία βάσις κλείεται μὲ μεμβράνην (σχ. 155). Ἐὰν ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα ἀπὸ τοῦ δοχεῖου, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ μεμβράνη κατ' ἀρχὰς κοιλοῦται καὶ τέλος διαρρηγνύεται. β) Δύο μεταλλικὰ ἡμισφαίρια (σχ. 156) δύνανται νὰ ἐφαρμόζουν ἀκριβῶς τὸ ἓν ἐπὶ τοῦ ἄλλου. Τὸ ἓν ἐξ αὐτῶν φέρει σωλῆνα μὲ στρόφιγγα. Ἐὰν ἀφαιρέσωμεν



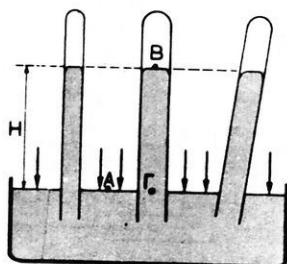
Σχ. 155. Ἀπόδειξις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως



Σχ. 156. Ἡμισφαίρια τοῦ Μαγδεμβούργου

ἐπὶ ἐκάστου ἡμισφαιρίου πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ δύναμις 80 kgr* περίπου, διὰ νὰ κατορθωθῇ ὁ ἀποχωρισμὸς τῶν ἡμισφαιρίων.

153. Μέτρησις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως. Ἡ δύναμις, τὴν ὁποῖαν ἐπιφέρει ἡ ἀτμόσφαιρα ἐπὶ 1 cm^2 τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, δηλ. ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, εἶναι προφανῶς ἴση μὲ τὸ βάρος στήλης τοῦ ἀέρος, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν 1 cm^2 καὶ ὕψος ἴσον μὲ τὸ ὕψος ὁλοκλήρου τῆς ἀτμοσφαίρας. Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως εἶναι ἀδύνατος, διότι εἶναι ἄγνωστον τὸ ὕψος τῆς ἀτμοσφαίρας καὶ διότι ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος βαίνει συνεχῶς ἐλαττουμένη, καθ' ὅσον ἀπομακρυνόμεθα ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης. Ἡ μέτρησις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως ἐπιτυγχάνεται πειραματικῶς μὲ τὸ γνωστὸν πείραμα τοῦ Torricelli. Λαμβάνομεν ὑάλινον σωλῆνα μῆκους ἑνὸς μέτρου περίπου, ὁ ὁποῖος εἶναι κλειστός κατὰ τὸ ἓν ἄκρον του. Πληροῦμεν τελείως τὸν σωλῆνα μὲ ὑδράργυρον· κλείομεν τὸν σωλῆνα μὲ τὸν δάκτυλον καὶ τὸν ἀναστρέφομεν ἐντὸς λεκάνης μὲ ὑδράργυρον (σχ. 157). Ὁ ὑδράργυρος κατέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ σχηματίζει στήλην ὕψους $H = 76 \text{ cm}$ περίπου, ὅταν πειραματιζώμεθα πλησίον τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. Ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις H τῶν ἐπιφανειῶν τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ ἐντὸς τῆς λεκάνης εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν τομὴν, τὸ σχῆμα καὶ τὴν κλίσιν τοῦ σωλῆνος. Τὸ πείραμα τοῦτο μᾶς ἐπιτρέπει νὰ μετρήσωμεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Εἰς τὸ σημεῖον Α τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης ἐνεργεῖ ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις p_A . Εἰς τὸ σημεῖον Γ, τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται ἐντὸς τοῦ ὑδραργύρου, ἀλλὰ ἐπὶ τοῦ ὀριζοντιοῦ ἐπιπέδου τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ τοῦ Α, ἡ p_Γ εἶναι ἴση μὲ τὴν p_A . Εἰς δὲ τὸ σημεῖον Β τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἡ πίεσις εἶναι μηδέν, διότι ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου ὑπάρχει κενὸν (βαρομετρικὸν κενόν). Ὡστε ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἰς τὸ σημεῖον Α ἰσορροπεῖ στήλην ὑδραργύρου ὕψους 76 cm ἥτοι εἶναι :



Σχ. 157. Τὸ ὕψος H μετρεῖ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν

$p_A = H \cdot \rho = 76 \text{ cm} \cdot 13,6 \text{ gr}^*/\text{cm}^3 = 1\,033 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$.

Ἡ πίεσις αὕτῃ καλεῖται **κανονικὴ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις** ἢ καὶ πίεσις μιᾶς **φυσικῆς ἀτμοσφαίρας** (1 Atm).

Ἡ **κανονικὴ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις** εἶναι ἴση μὲ τὴν πίεσιν στήλης ὑδραργύρου ὕψους 76 cm εἰς θερμοκρασίαν 0° C .

1 Atm	=	1,033 kgr*/cm ²	=	76 cm Hg
1 at	=	1,000 kgr*/cm ²	=	73,5 cm Hg
1 cm Hg	=	13,6 gr*/cm ²		

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις ἰσορροπεῖ στήλην ὕδατος ὕψους 1 033 cm, ἢ 10,33 m.

Συνήθως τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου μετρεῖται εἰς χιλιοστόμετρα. Οὕτως ἡ κανονικὴ ἀτμοσφαιρική πίεσις λέγουμεν ὅτι εἶναι 760 mm Hg. Ἡ πίεσις 1 mm Hg καλεῖται Torr (ἀπὸ τὸ ὄνομα τοῦ Torricelli) καὶ εἶναι :

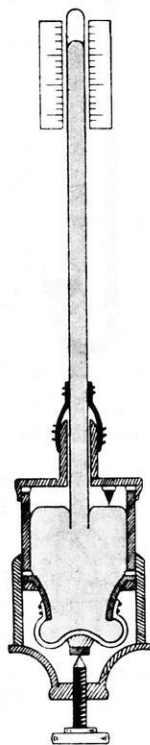
$$1 \text{ mm Hg} = 1 \text{ Torr} = 1,36 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$$

Εἰς τὴν Μετεωρολογίαν ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις μετρεῖται μὲ τὴν μονάδα πίεσεως Bar καὶ τὰ ὑποπολλαπλάσια αὐτῆς millibar καὶ microbar. Εἶναι δέ :

$$\begin{aligned} 1 \text{ Bar (B)} &= 10^6 \text{ dyn/cm}^2 \\ 1 \text{ millibar (mB)} &= 10^{-3} \text{ B} = 10^3 \text{ dyn/cm}^2 = 0,75 \text{ mm Hg} \\ 1 \text{ microbar (}\mu\text{B)} &= 10^{-6} \text{ B} = 1 \text{ dyn/cm}^2 \end{aligned}$$

154. Βαρόμετρα. Τὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως καλοῦνται **βαρόμετρα**. Διακρίνομεν δύο εἶδη βαρομέτρων : α) Τὰ **ὑδραργυρικά βαρόμετρα**, τὰ ὁποῖα στηρίζονται εἰς τὸ πείραμα τοῦ Torricelli. Εἰς τὰ ὄργανα αὐτά, τὰ ὁποῖα εἶναι ἀκριβῆ, ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις ἰσορροπεῖται ἀπὸ τὴν στήλην ὑδραργύρου. β) Τὰ **μεταλλικά βαρόμετρα**, τὰ ὁποῖα στηρίζονται εἰς τὰς ἐλαστικὰς παραμορφώσεις, τὰς ὁποίας ὑφίσταται μεταλλικὸν κιβώτιον, κενὸν ἀέρος, ὅταν μεταβάλλεται ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις. Βαθμολογοῦνται ἐν συγκρίσει πρὸς ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον.

α) **Βαρόμετρον τοῦ Fortin.** Τὸ βαρόμετρον τοῦ Fortin δὲν εἶναι πολὺ ἀκριβές, εἶναι ὅμως πολὺ εὐχρηστον. Εἰς τὸ βαρόμετρον τοῦτο (σχ. 158) ὁ πυθμὴν τῆς λεκάνης του δύναται νὰ μετακινῆται κατακορύφως μὲ τὴν βοήθειαν κοχλίου. Ἡ διάταξις αὕτη ἐπιτρέπει νὰ φέ-

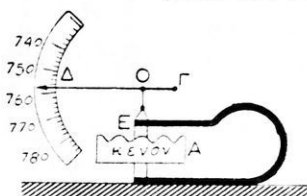


Σχ. 158. Βαρόμετρον Fortin

ρωμεν τὴν στάθμην τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ ἄκρον σταθερῆς ἀκίδος ἀπὸ ὕαλον ἢ ἐλεφαντοστοῦν. Τὸ ἄκρον τῆς ἀκίδος ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ μηδὲν τῆς κατακορύφου κλίμακος, ἡ ὁποία ὑπάρχει κατὰ μῆκος τοῦ βαρομετρικοῦ σωλῆνος. Τὸ βαρόμετρον τοῦτο μεταφέρεται εὐκόλως. Μὲ τὸν κοχλίαν ἀνυψώνομεν τὸν πυθμένα τῆς λεκάνης, ἕως ὅτου ὁλόκληρος ἡ λεκάνη καὶ ὁ σωλὴν πληρωθῶν μὲ ὑδράργυρον. Ὁ ἀήρ, ὁ ὁποῖος ὑπάρχει εἰς τὴν λεκάνην, ἐκφεύγει διὰ τοῦ δέρματος, μὲ τὸ ὁποῖον ὁ βαρομετρικὸς σωλὴν εἶναι στερεωμένος εἰς τὴν λεκάνην.



Σχ. 159. Σιφωνοειδὲς βαρόμετρον



Σχ. 160. Μεταλλικὸν βαρόμετρον

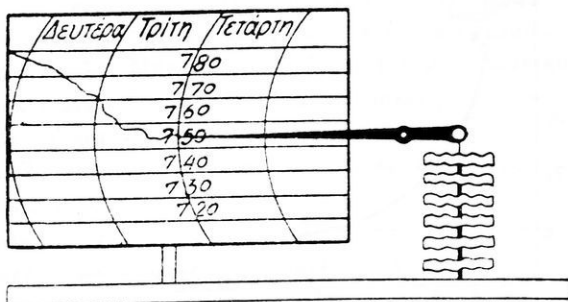
β) **Σιφωνοειδὲς βαρόμετρον.** Τὸ σιφωνοειδὲς βαρόμετρον ἀποτελεῖται ἀπὸ κεκαμμένον ὑάλινον σωλῆνα (σχ. 159). Τὸ μικρότερον σκέλος του εἶναι ἀνοικτὸν καὶ ἀποτελεῖ τὴν λεκάνην τοῦ βαρομέτρου. Τὸ μακρότερον σκέλος εἶναι εἰς τὸ ἄκρον του κλειστὸν. Κατὰ μῆκος τοῦ ὀργάνου ὑπάρχει κλίμαξ.

γ) **Μεταλλικὸν βαρόμετρον.** Τὰ μεταλλικὰ βαρόμετρα στηρίζονται εἰς τὰς ἐλαστικὰς ιδιότητες τῶν μετάλλων. Αἱ μεταβολαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως προκαλοῦν ἐλαστικὰς παραμορφώσεις τῆς ἀνωτέρας βάσεως τοῦ μεταλλικοῦ δοχείου Α (σχ. 160), ἀπὸ τὸ ὁποῖον ἔχει ἀφαιρεθῇ ὁ ἀήρ. Διὰ νὰ μὴ διαρραγῇ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς πίεσεως ἡ εὐκαμπτος ἐπιφάνεια τοῦ δοχείου, ὑπάρχει ἐσωτερικῶς ἢ ἐξωτερικῶς κατάλληλον ἐλατήριο.

Ὅταν αὐξάνεται ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, ἡ ἀνωτέρα βάση τοῦ δοχείου κάμπτεται ὀλίγον καὶ τὸ ἐλατήριο συμπιέζεται. Αἱ παραμορφώσεις αὐταὶ μεταδίδονται διὰ συστήματος μοχλῶν εἰς δείκτην, ὁ ὁποῖος μετακινεῖται ἔμπροσθεν βαθμολογημένου τόξου. Τὸ ὄργανον βαθμολογεῖται ἐν συγκρίσει πρὸς ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον.

δ) **Βαρογράφος.** Τὸ μεταλλικὸν βαρόμετρον, τροποποιούμενον καταλλήλως μετατρέπεται εἰς αὐτογραφικὸν βαρόμετρον ἢ βαρογρά-

φον. Τὸ ὄργανον τοῦτο καταγράφει τὴν εἰς ἐκάστην στιγμήν ὑπάρχουσαν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν (σχ. 161). Ἡ καταγραφή γίνεται ἐπὶ ταινίας χάρτου, τυλιγμένης περίξ κατακορύφου κυλίνδρου. Οὗτος περιστρέφεται ἱσοταχῶς διὰ μηχανισμού ὥρολογίου καὶ ἐκτελεῖ ὁλόκληρον περιστροφὴν ἐντὸς μιᾶς ἐβδομάδος ἢ ἐντὸς μιᾶς ἡμέρας.

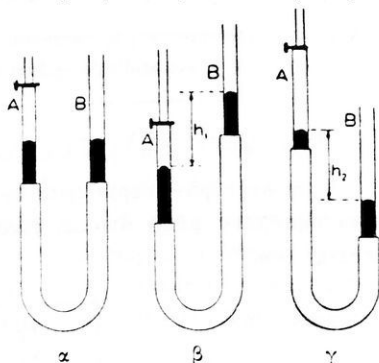


Σχ. 161. Αὐτογραφικὸν βαρόμετρον

155. Χρήσεις τῶν βαρομέτρων. Τὰ βαρόμετρα χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ ὕψους, εἰς τὸ ὁποῖον ἀνερχόμεθα ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας (§ 166) καὶ εἰς τὴν Μετεωρολογίαν διὰ τὴν πρόγνωσιν τοῦ καιροῦ.

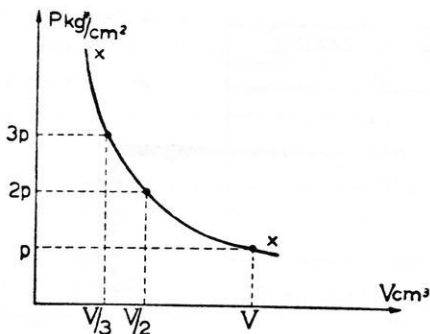
ΝΟΜΟΣ BOYLE-MARIOTTE

155. Νόμος Boyle - Mariotte Ἄς ἐξετάσωμεν πῶς μεταβάλλεται ἡ πίεσις ἀερίου, ὅταν μεταβάλλεται ὁ ὄγκος του. Πρὸς τοῦτο λαμβάνομεν δύο σωλῆνας Α καὶ Β (σχ. 162 α), οἱ ὁποῖοι συνδέονται με ἀνθεκτικὸν ἐλαστικὸν σωλῆνα. Ὁ σωλὴν Α φέρει στρόφιγγα, ἡ ὁποία κλείει ἀεροστεγῶς. Ἐπὶ τοῦ σωλῆνος Α ὑπάρχουν διαιρέσεις εἰς κυβικὰ ἑκατοστόμετρα. Ὅταν ἡ στρόφιγγα εἶναι ἀνοιχτή, χύνομεν ἐντὸς τοῦ ἑνὸς σωλῆνος ὑδράργυρον. Οὗτος φθάνει καὶ εἰς τοὺς δύο σωλῆνας εἰς τὸ ἴδιον ὕψος. Ὁ σωλὴν Β δύναται νὰ ἀναβιβάζεται καὶ νὰ καταβιβάζεται



Σχ. 162. Ἀπόδειξις τοῦ νόμου Boyle - Mariotte

ζεται ἔμπροσθεν κανόνας, ὁ ὁποῖος φέρει διαιρέσεις εἰς ἑκατοστόμετρα.



Σχ. 163. Μεταβολή τῆς πίεσεως συναρτήσει τοῦ ὅγκου

V_2 , ἡ δὲ πίεσις τοῦ γίνεται $p_2 = p - h_2$. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι πάντοτε εἶναι :

$$V \cdot p = V_1 \cdot p_1 = V_2 \cdot p_2 = \text{σταθ.}$$

Ἀπὸ τὰ πειραματικά ἐξαγόμενα συνάγεται ὁ ἀκόλουθος **νόμος Boyle - Mariotte** :

Ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν τὸ γινόμενον τῆς πίεσεως ἐπὶ τὸν ὅγκον μιᾶς ὠρισμένης μάζης ἀερίου εἶναι σταθερόν.

νόμος Boyle — Mariotte : $p \cdot V = \text{σταθ.}$

Ἀπὸ τὴν σχέσιν $V_1 \cdot p_1 = V_2 \cdot p_2$ εὐρίσκομεν ὅτι :

Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν οἱ ὅγκοι, τοὺς ὁποῖους καταλαμβάνει ὠρισμένη μάζα ἀερίου, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὰς πίεσεις τοῦ.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}$$

Ἡ καμπύλη τοῦ σχήματος 163 παριστᾷ γραφικῶς τὴν μεταβολὴν τῆς πίεσεως ὠρισμένης μάζης ἀερίου.

***157. Ίσχύς τοῦ νόμου Boyle - Mariotte** Ἀκριβεῖς μετρήσεις ἀπέδειξαν ὅτι ὁ νόμος Boyle - Mariotte δὲν ἐφαρμόζεται ἀπολύτως εἰς τὰ φυσικὰ ἀέρια. Τὰ ιδεώδη ἀέρια, εἰς τὰ ὁποῖα ἐφαρμόζεται ἀκριβῶς ὁ νόμος Boyle - Mariotte, καλοῦνται **τέλεια ἢ ιδανικὰ ἀέρια**. Ὁ νόμος Boyle - Mariotte, ἐφαρμόζεται μὲ ἀρκετὴν προσέγγισιν, μόνον εἰς ἐκεῖνα τὰ φυσικὰ ἀέρια, τὰ ὁποῖα ἀπέχουν πολὺ ἀπὸ τὰς συνθήκας ὑγροποιήσεως των καὶ μόνον διὰ μικρὰς μεταβολὰς τῆς πίεσεως.

***158. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος αἰρίου.** Ἄς θεωρήσωμεν μᾶζαν αἰρίου m , ἡ ὁποία ὑπὸ πίεσιν p καταλαμβάνει ὄγκον V . Ἡ πυκνότης d τοῦ αἰρίου εἶναι τότε : $d = \frac{m}{V}$. Ἐὰν ὁ ὄγκος τοῦ αἰρίου γίνῃ V' , ἡ πίεσίς του μεταβάλλεται καὶ γίνεται p' . Ἡ πυκνότης τοῦ αἰρίου γίνεται τότε : $d' = \frac{m}{V'}$. Ἄρα ἔχομεν : $m = d \cdot V = d' \cdot V'$

Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν συνάγομεν ὅτι εἶναι : $\frac{d}{d'} = \frac{V'}{V}$

Ἀλλὰ συμφώνως πρὸς τὸν νόμον Boyle - Mariotte εἶναι : $\frac{p}{p'} = \frac{V'}{V}$

Ἄρα εἶναι : $\frac{d}{d'} = \frac{p}{p'}$ Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν συνάγεται ὅτι

Ὅταν ἡ θερμοκρασία ἐνὸς αἰρίου διατηρῆται σταθερά, ἡ πυκνότης αὐτοῦ μεταβάλλεται ἀναλόγως πρὸς τὴν πίεσιν τοῦ αἰρίου.

***159. Σχετικὴ πυκνότης αἰρίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα.** Ἄς θεωρήσωμεν ἓνα ὄγκον V αἰρίου, π.χ. ὀξυγόνου, τὸ ὁποῖον ἔχει πυκνότητα d , θερμοκρασίαν 0°C καὶ πίεσιν p_0 . Τὸ αἶριον τοῦτο ἔχει τότε μᾶζαν $m = V \cdot d$. Λαμβάνομεν ἴσον ὄγκον αἰέρος, ὁ ὁποῖος ἔχει τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν μὲ τὸ αἶριον (δηλαδὴ 0°C καὶ p_0) καὶ πυκνότητα D . Ὁ ἀὴρ οὗτος ἔχει μᾶζαν : $M = V \cdot D$. Διαιροῦμεν κατὰ

μέλη τὰς ἀνωτέρω ἐξισώσεις, ὁπότε λαμβάνομεν : $\frac{m}{M} = \frac{d}{D} = \delta$. Ὁ

εὐρεθεὶς λόγος δ φανερώνει πόσας φορές τὸ ληφθὲν αἶριον εἶναι βαρύτερον ἢ ἐλαφρότερον ἀπὸ ἴσον ὄγκον αἰέρος, εὐρισκομένου ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερ-

μοκρασίαν καὶ πίεσιν μετὰ τὸ ἀέριον. Ὁ λόγος αὐτὸς δ καλεῖται **σχετικὴ πυκνότης** τοῦ ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα. Ὡστε :

I. Σχετικὴ πυκνότης ἐνὸς ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα καλεῖται ὁ λόγος τῆς μάζης τοῦ ἀερίου πρὸς τὴν μᾶζαν ἴσου ὄγκου ἀέρος, ἔχοντος τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν μετὰ τὸ ἀέριον.

II. Ἡ σχετικὴ πυκνότης ἐνὸς ἀερίου ἰσοῦται μετὰ τὸν λόγον τῆς πυκνότητος τοῦ ἀερίου πρὸς τὴν πυκνότητα τοῦ ἀέρος, ὅταν τὸ ἀέριον καὶ ὁ ἀήρ εὐρίσκωνται ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως.

$$\text{σχετικὴ πυκνότης ἀερίου : } \delta = \frac{d}{D}$$

Π α ρ α τ ῆ ρ η σ ι ς. Δυνάμεθα νὰ εὐρωμεν τὴν σχετικὴν πυκνότητα ἐνὸς ἀερίου ὡς ἑξῆς: Γνωρίζομεν ἐκ τῆς Χημείας ὅτι ἐν γραμμομόριον παντὸς ἀερίου, εὐρισκομένου ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως (δηλαδὴ 0°C καὶ 760 mm Hg), καταλαμβάνει ὄγκον $22,4$ λίτρα. Ἄν μ εἶναι τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ ἀερίου, τότε ἔχομεν ὅτι : $22,4$ λίτρα τοῦ ἀερίου ἔχουν βάρος μ gr*. Ἄν τώρα λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι 1 λίτρον ἀέρος ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας ἔχει βάρος $1,293$ gr*, τότε ἔχομεν ὅτι : $22,4$ λίτρα ἀέρος ἔχουν βάρος $1,293 \cdot 22,4 = 28,96$ gr*. Ἄρα ἡ σχετικὴ πυκνότης τοῦ ἀερίου εἶναι :

$$\delta = \frac{\mu}{1,293 \cdot 22,4} = \frac{\mu}{28,96}$$

Ἡ σχετικὴ πυκνότης ἐνὸς ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα ἰσοῦται μετὰ τὸν λόγον τοῦ μοριακοῦ βάρους τοῦ ἀερίου διὰ $28,96$.

160. Μανόμετρα. Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς πίεσεως τῶν ἀερίων χρησιμοποιοῦνται εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **μανόμετρα**. Ὑπάρχουν δύο τύποι μανομέτρων : α) τὰ **μανόμετρα μετὰ ὑγρὸν καὶ β) τὰ μεταλλικὰ μανόμετρα**.

α) Ἄνοικτον μανόμετρον. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ δοχεῖον σχήματος U (σχ. 164), τὸ ὁποῖον περιέχει συνήθως ὑδράργυρον. Ἐάν ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ ἐπικρατῇ πίεσις ἴση μετὰ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν, ὁ ὑδράργυρος εὐρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος ἐντὸς τῶν δύο σωλῶνων τοῦ δοχείου.

Ἄν ἡ πίεσις p τοῦ ἀερίου ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ δὲν εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν, τότε αἱ ἐπιφάνειαι τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τῶν δύο σωλῆνων παρουσιάζουν διαφοράν στάθμης ἴσην μὲ h . Συνεπῶς ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ εἶναι :

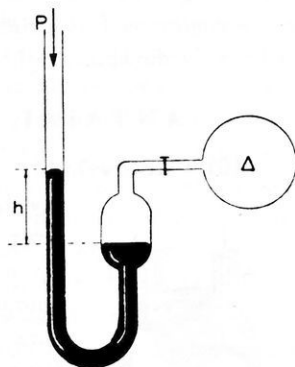
πίεσις ἀερίου = ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις $\pm$ πίεσις στήλης ὑδραργύρου h ἑκατοστομέτρων

$$p_{\text{αερ}} = p_{\text{ἀτμ}} \pm h$$

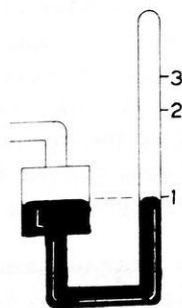
β) Κλειστὸν μανόμετρον. Τὸ μανόμετρον τοῦτο χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν εὐκόλῃν μέτρησιν ἀρκετὰ μεγάλων πιέσεων. Εἰς τὸ κλειστὸν μανόμετρον ὁ σωλὴν εἶναι κλειστὸς καὶ περιέχει ποσότητα ἀέρος (σχ. 165). Ὄταν ὁ ὄγκος τοῦ περιεχομένου ἀέρος γίνεται τὸ $1/2$, $1/3$, $1/4$... τοῦ ἀρχικοῦ ὄγκου, τότε συμφώνως πρὸς τὸν νόμον Boyle - Mariotte ἡ πίεσις τοῦ περιεχομένου ἀέρος γίνεται ἴση μὲ 2, 3, 4... ἀτμοσφαίρας. Ἐφ' ὅσον λοιπὸν αὐξάνεται ἡ πίεσις, αἱ διαιρέσεις τοῦ σωλῆνος εὐρίσκονται πλησιέστερον ἢ μία πρὸς τὴν ἄλλην. Καὶ εἰς τὰ κλειστὰ μανόμετρα χρησιμοποιεῖται συνήθως ὁ ὑδράργυρος.

γ) Μεταλλικὰ μανόμετρα. Τὰ μεταλλικὰ μανόμετρα ἀποτελοῦνται ἀπὸ μεταλλικὸν δοχεῖον μὲ ἐλαστικὰ τοιχώματα. Ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου ἐνεργεῖ ἡ πίεσις, τὴν ὁποῖαν θέλομεν νὰ μετρήσωμεν. Τὸ δοχεῖον ὑφίσταται παραμορφώσεις, αἱ ὁποῖαι

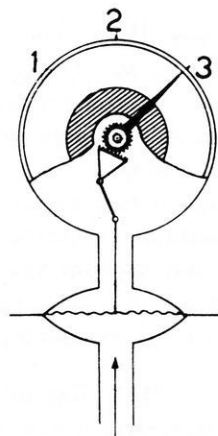
εἶναι τόσον μεγαλύτεραι, ὅσον μεγαλύτεραι εἶναι ἡ πίεσις. Αἱ παραμορφώσεις αὗται πολλαπλασιάζονται διὰ συστήματος μοχλῶν, οἱ ὁποῖοι



Σχ. 164. Μέτρησης τῆς πίεσεως ἀερίου



Σχ. 165. Κλειστὸν μανόμετρον

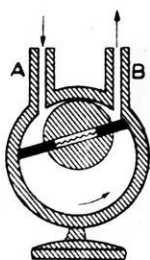


Σχ. 166. Μεταλλικὸν μανόμετρον

ἀναγκάζουν ἓνα δείκτην νὰ στρέφεται ἔμπροσθεν βαθμολογημένου τόξου. Τὸ σχῆμα 166 δεικνύει ἓνα πολὺ χρησιμοποιούμενον τύπον μεταλλικοῦ μανομέτρου (μὲ μεμβράνην). Τὰ μεταλλικὰ μανόμετρα βαθμολογοῦνται ἐν συγκρίσει πρὸς μανόμετρα μὲ ὑγρὸν.

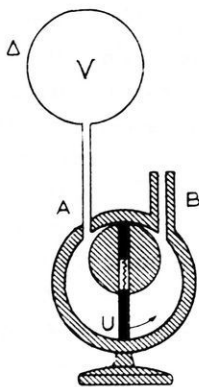
ΑΝΤΛΙΑΙ ΑΕΡΙΩΝ ΚΑΙ ΥΓΡΩΝ

161. Ἀεραντλία. Αἱ ἀεραντλίας χρησιμοποιοῦνται εἴτε διὰ



Σχ. 167. Περι-
στροφική ἀεραντλία

τὴν ἀραίωσιν τοῦ αἵματος, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς δοχείου ἔχοντος σταθερὸν ὄγκον, εἴτε διὰ τὴν συμπέσιν τοῦ αἵματος τοῦ περιεχομένου ἐντὸς ὠρισμένου χώρου. Σήμερον χρησιμοποιεῖται εὐρύτατα ἡ **περιστροφική ἀεραντλία**. Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ σιδηροῦν κύλινδρον (σχ. 167), ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιστρέφεται μεταλλικὸν τύμπανον. Μεταξὺ τῶν σωλήνων A καὶ B τὸ στρεφόμενον τύμπανον ἐφαρμόζει ἀκριβῶς ἐπὶ τοῦ ἐξωτερικοῦ κυλίνδρου. Πέραν ὅμως τοῦ σημείου τούτου τὸ διάστημα μεταξὺ τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ τυμπάνου γίνεται συνεχῶς πλατύτερον μέχρι τοῦ κατωτέρου σημείου. Εἰς μίαν ἐντομὴν τοῦ τυμπάνου ὀλισθαίνουν δύο πλάκες ἀπὸ γάλβου, αἱ ὁποῖαι χάρις εἰς ἐν ἐλατήριον εὐρίσκονται πάντοτε εἰς ἐπαφὴν μὲ τὰ τοιχώματα τοῦ σώματος τῆς ἀντλίας. Καθ' ἑκάστην ἡμίσειαν στροφῆς τοῦ τυμπάνου ἀπομονοῦται μία μᾶζα αἵματος, ὃ ὁποῖος συμπιεζόμενος συνεχῶς ἐκδιώκεται διὰ τοῦ ἀνοίγματος B (σχ. 168).



Σχ. 168. Διὰ τὴν ἐξήγησιν τῆς λειτουργίας τῆς περιστροφικῆς ἀεραντλίας

***162. Σημασία τῶν χαμηλῶν καὶ ὑψηλῶν πιέσεων.** Μὲ τὰς ἀεραντλίας εἶναι πρακτικῶς ἀδύνατον νὰ δημιουργήσωμεν ἀ π ὅ λ υ τ ο ν κ ε ν ὄ ν. Ὅταν λέγωμεν ὅτι εἰς ἓνα χῶρον ἐδημιουργήσαμεν κ ε ν ὄ ν, ἐννοοῦμεν ὅτι εἰς τὸν χῶρον τοῦτον ἐπικρατεῖ πίεσις πολὺ μικροτέρα ἀπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν. Τὸ καλύτερον κενόν, τὸ ὁποῖον δυνάμεθα νὰ πραγματοποιήσωμεν, ἀντιστοιχεῖ εἰς πιέσεις, αἱ ὁποῖαι μετροῦνται εἰς ἑκατομμυριοστὰ τοῦ χιλιοστομέτρου ὑδραργύρου. Ἡ πίεσις αὕτη εἶναι

περίπου τὸ ἐν δισεκατομμυριοστὸν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως, πρέπει ὅμως νὰ θεωρῇται σημαντικὴ, διότι ὑπὸ τὴν πίεσιν αὐτὴν καὶ εἰς θερμοκρασίαν 0°C εἰς 1 cm^3 τοῦ ἀερίου περιέχονται 35 δισεκατομμύρια μόρια ἀερίου (ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν περιέχονται $27 \cdot 10^{18}$ μόρια). Διὰ νὰ ἀφαιρεθῶν ἀπὸ ἑνα χῶρον, εἰς τὸν ὁποῖον ἐδημιουργήθη κενόν, καὶ τὰ τελευταῖα ἔχνη τοῦ ἀερίου, χρησιμοποιοῦνται συνήθως κατ'ἀλλήλα εἶδη ἄνθρακος, τὰ ὁποῖα παρουσιάζουν μεγάλην ἀπορροφητικὴν ἱκανότητα. Ἡ ἱκανότης αὐτῆ τοῦ ἄνθρακος γίνεται πολὺ μεγαλυτέρα, ἂν ὁ ἄνθραξ ψυχθῇ δι' ὑγροῦ ἀέρος, ὑγροῦ ὕδρογόνου, ἢ ἡλίου.

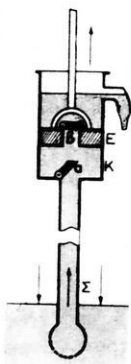
Ἡ πραγματοποίησις πολὺ χαμηλῶν πιέσεων, δηλαδὴ ἡ πραγματοποίησις πολὺ μεγάλης ἀραιώσεως τῶν ἀερίων, εἶχεν ἐξαιρετικὴν σημασίαν διὰ τὴν νεωτέραν ἐπιστημονικὴν ἔρευναν καὶ διὰ πολλὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς (σωλῆνες παραγωγῆς ἀκτίνων Röntgen, ἤλεκτρονικοὶ σωλῆνες, φωτοηλεκτρικὸν κύτταρον κ.ἄ.).

Ἐπίσης ἡ πραγματοποίησις πολὺ ὑψηλῶν πιέσεων εἶχε μεγάλην σημασίαν, τόσον διὰ τὴν ἀνάπτυξιν διαφόρων πρακτικῶν ἐφαρμογῶν, ὅσον καὶ διὰ τὴν σπουδὴν τῶν ιδιοτήτων, τὰς ὁποίας ἀποκτᾷ ἡ ὕλη, ὅταν αὕτη εὗρεθῇ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν πίεσεως χιλιάδων ἀτμοσφαιρῶν. Οὕτω κατὰ τὴν συνθετικὴν παρασκευὴν πολλῶν χημικῶν ενώσεων (ἀμμωνίας, μεθανόλης κ.ἄ.) χρησιμοποιοῦνται πολὺ μεγάλαι πιέσεις. Γενικῶς ἀπεδείχθη ὅτι ἡ συμπίεσις διευκολύνει τὴν χημικὴν συγγένειαν καὶ αὐξάνει καταπληκτικῶς τὴν ταχύτητα τῶν χημικῶν ἀντιδράσεων. Ἐπίσης ἀπεδείχθη ὅτι ἡ χρησιμοποίησις πολὺ μεγάλων πιέσεων καθιστᾷ τελείως περιττοὺς τοὺς καταλύτας. Πολὺ ἐνδιαφέρουσαι εἶναι καὶ αἱ ιδιότητες, τὰς ὁποίας ἀποκτᾷ ἡ ὕλη ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν πολὺ μεγάλων πιέσεων. Οὕτω τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον θεωροῦμεν ὡς ὑγρὸν σχεδὸν ἀσυμπίεστον, ὅταν εὗρεθῇ ὑπὸ πίεσιν 25 000 ἀτμοσφαιρῶν, συμπεριφέρεται ὅπως ἐν τεμάχιον καουτσούκ. Εἰς τὰς πολὺ μεγάλας πιέσεις ὑφίσταται σημαντικὰς μεταβολὰς καὶ ἡ ἡλεκτρικὴ ἀγωγιμότης τῶν σωμάτων.

***163. Ὑδραντλία.** Αἱ ὑδραντλίας χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν ἀντλησιν ὑγρῶν. Τὰ συνηθέστερα εἶδη ὑδραντλιῶν εἶναι τὰ ἑξῆς:

α) **Ἀναρροφητικὴ ἀντλία.** Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ κύλινδρον Κ, ἐντὸς τοῦ ὁποίου κινεῖται ἔμβολον (σχ. 169). Εἰς τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου ἐφαρμόζεται σωλὴν Σ, ὁ ὁποῖος βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὕδατος τοῦ φρέατος. Τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ σωλῆνος κλείεται μὲ βαλβίδα α.

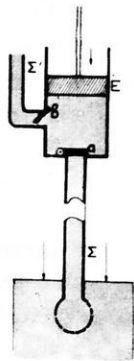
Ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου ὑπάρχει ἐπίσης βαλβὶς β. Αἱ βαλβίδες α καὶ β ἀνοίγουν ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Ὄταν ἀνυψώσωμεν τὸ ἐμβολον, ὁ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ σωλῆνος Σ ἀήρ γίνεται ἀραιότερος καὶ ἐπομένως ἡ πίεσις αὐτοῦ ἐλαττώνεται.



Σχ. 169. Ἀναρροφητικὴ ὑδραντλία

Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως τὸ ὕδωρ ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος. Ὄταν ἔπειτα καταβιβάσωμεν τὸ ἐμβολον, ἡ βαλβὶς α ἐμποδίζει τὸν ἀέρα τοῦ κυλίνδρου νὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὸν σωλῆνα. Ὁ ἀήρ οὗτος συμπιεζόμενος ἀνοίγει τὴν βαλβίδα β καὶ ἐξέρχεται εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν. Κατὰ τὴν δευτέραν ἀνύψωσιν τοῦ ἐμβόλου ὁ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ ἀήρ ἀραιώνεται ἀκόμη περισσότερον καὶ τὸ ὕδωρ ἀνέρχεται ὑψηλότερον εἰς τὸν σωλῆνα Σ. Ἐπειτα ἀπὸ μερικὰς κινήσεις τοῦ ἐμβόλου τὸ ὕδωρ φθάνει μέχρι τοῦ ἀνωτάτου σημείου τῆς διαδρομῆς τοῦ ἐμβόλου. Ὄταν τότε καταβιβάσωμεν τὸ ἐμβολον, τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου, ἀνέρχεται ἄνωθεν τοῦ ἐμβόλου καὶ κατὰ τὴν νέαν ἀνύψωσιν τούτου τὸ ὕδωρ ἐκρέει ἀπὸ τὸν πλευρικὸν σωλῆνα. Θεωρητικῶς ἡ ἀναρροφητικὴ ἀντλία δύναται νὰ ἀνυψώσῃ τὸ ὕδωρ εἰς ὕψος 10,33 m (§ 153).

Εἰς τὴν πρᾶξιν ὅμως τὸ ὕψος τοῦτο εἶναι 7 - 8 m.

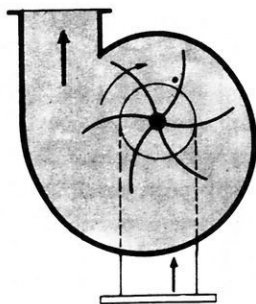


Σχ. 170. Καταθλιπτικὴ ὑδραντλία

β) **Καταθλιπτικὴ ἀντλία.** Εἰς τὴν καταθλιπτικὴν ἀντλίαν τὸ ἐμβολον εἶναι πλήρες (σχ. 170). Ὁ πυθμὴν τοῦ κυλίνδρου φέρει βαλβίδα α, ἡ ὁποία ἀνοίγει ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Παρὰ τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου ἐφαρμόζεται σωλῆν Σ', ὁ ὁποῖος κλείεται με βαλβίδα β· αὕτη ἀνοίγει ἐκ τῶν ἔσω πρὸς τὰ ἔξω. Ὄταν ἀνυψώσωμεν τὸ ἐμβολον, ἡ βαλβὶς β κλείει καὶ τὸ ὕδωρ εἰσρέει εἰς τὸν κύλινδρον. Ὄταν καταβιβάσωμεν τὸ ἐμβολον, κλείει ἡ βαλβὶς α καὶ ἀνοίγει ἡ βαλβὶς β· τὸ ὕδωρ ἐξωθεῖται τότε εἰς τὸν σωλῆνα Σ'. Ἡ καταθλιπτικὴ ἀντλία δύναται νὰ ἀνυψώσῃ τὸ ὕδωρ εἰς πολὺ μέγαν ὕψος.

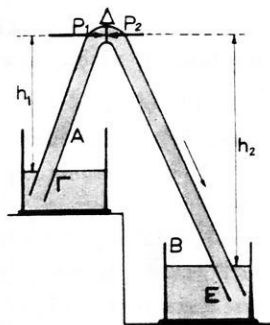
γ) **Ἡ φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία.** Αὕτη (σχ. 171) ἀποτελεῖται ἀπὸ μεταλλικὸν κυλινδρικὸν δοχεῖον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου στρέφεται ταχέως δι' ἐνὸς κινητήρος ἄξων φέρων πτερύγια. Διὰ νὰ ἀρχίσῃ ἡ ἀντλία νὰ λειτουργῇ, πρέπει ὁ κύλινδρος νὰ πληρωθῇ με ὕδωρ. Κατὰ

τὴν περιστροφὴν τῶν πτερυγίων τὸ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ὕδωρ τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν καὶ ἕνεκα τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως ὠθεῖται πρὸς τὴν περιφέρειαν καὶ ἀναγκάζεται νὰ ἐκρεύσῃ διὰ τοῦ πλευρικοῦ σωλῆνος. Εἰς τὸ κέντρον τοῦ κυλίνδρου ἡ πίεσις ἐλαττώνεται καὶ διὰ τοῦτο εἰσρέει εἰς τὸν κύλινδρον νέα ποσότης ὕδατος διὰ τοῦ σωλῆνος ἀναρροφῆσεως. Ἡ φυγοκεντρικὴ ἀντλία ἔχει μεγάλην ἀπόδοσιν καὶ διὰ τοῦτο χρησιμοποιεῖται πολὺ εἰς τὰς διαφοροὺς ἐφαρμογὰς.



Σχ. 171. Φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία

***164. Σίφων.** Ὁ σίφων εἶναι σωλὴν κεκαμμένος (σχ. 172). Ἄς θεωρήσωμεν ὅτι ὁ σίφων εἶναι πλήρης μὲ τὸ ἴδιον ὑγρὸν, τὸ ὁποῖον περιέχουν τὰ δύο δοχεῖα Α καὶ Β. Ἐστω p_0 ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις καὶ Δ μία ὑγρὰ τομὴ τοῦ σωλῆνος. Ἐπὶ τῆς τομῆς αὐτῆς ἐνεργεῖ ἡ πίεσις $p_1 = p_0 - h_1 \cdot \rho$ ἐκ τοῦ Α πρὸς τὸ Β καὶ ἡ πίεσις $p_2 = p_0 - h_2 \cdot \rho$ ἐκ τοῦ Β πρὸς τὸ Α. Ἡ συνισταμένη p τῶν δύο τούτων πιέσεων εἶναι :

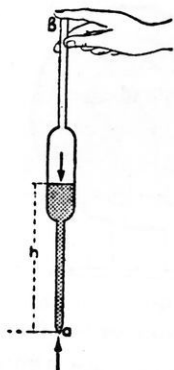


Σχ. 172. Σίφων

$p = p_1 - p_2$ ἥτοι $p = (h_2 - h_1) \cdot \rho$
Ἡ συνισταμένη λοιπὸν πίεσις p ὠθεῖ τὸ ὑγρὸν ἐκ τοῦ Α πρὸς τὸ Β. Παρατηροῦμεν δὲ ὅτι ἡ p εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν διαφορὰν στάθμης τοῦ ὑγροῦ εἰς τὰ δύο δοχεῖα. Ὄταν γίνῃ $h_1 = h_2$, ἡ ἐκροὴ τοῦ ὑγροῦ διακόπτεται. Ὁ σίφων λειτουργεῖ καὶ εἰς τὸ κενόν. Ἡ ἐρμηνεία τῆς λειτουργίας ταύτης δίδεται μὲ τὰς δυνάμεις συνοχῆς τοῦ ὑγροῦ (§ 171).

***165. Σιφώνιον.** Τὸ σιφώνιον εἶναι εὐθύγραμμος σωλὴν, ὁ ὁποῖος καταλήγει εἰς στενὸν στόμιον (σχ. 173)· χρησιμεύει διὰ τὴν ἀντλήσιν μικρᾶς ποσότητος ὑγροῦ. Βυθίζομεν τὸ σιφώνιον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ διὰ τοῦ στενοῦ ἄκρου του α, ἐνῶ τὸ ἀνώτερον ἄκρον β διατηρεῖται ἀνοικτόν. Ἐὰν ἀναρροφήσωμεν διὰ τοῦ ἄκρου β ἢ βυθίσωμεν τὸ σιφώνιον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, τὸ ὄργανον πληροῦται μὲ ὑγρὸν. Κλείομεν τότε

μέ τον δάκτυλον τὸ ἀνώτερον ἄκρον β καὶ ἀνασύρομεν τὸ ὄργανον. Κατ' ἀρχάς ἐκρέει μικρὰ ποσότης ὑγροῦ, ἔπειτα ὅμως ἡ ἐκροή ὑγροῦ παύει. Τότε ἰσχύει ἡ σχέση: $p_0 = p_1 + h \cdot \rho$, ὅπου p_0 εἶναι ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις καὶ p_1 ἡ πίεσις τοῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἀποκλεισθέντος ἀέρος. Ἐὰν ἀποσύρωμεν τὸν δάκτυλον, τὸ ὑγρὸν ἀρχίζει νὰ ἐκρέη. Διὰ νὰ σταματήσωμεν τὴν ἐκροήν, ἀρκεῖ νὰ κλείσωμεν ἐκ νέου τὸ ἀνώτερον ἀνοιγμα τοῦ σωλῆνος. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζεται ἡ λειτουργία τοῦ σταγονομέτρου.



Σχ. 173. Σιφώνιον

Η ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΑ ΤΗΣ ΓΗΣ

166. Ἐλάττωσις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως μετὰ τοῦ ὕψους. Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι: "Ὅταν ἀνερχώμεθα κατὰ 10,5 m ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας, ἡ πίεσις ἐλαττώνεται περίπου κατὰ 1 mm Hg.

Ὁ νόμος οὗτος ἰσχύει μόνον διὰ πολὺ μικρὰς μεταβολὰς τοῦ ὕψους, διότι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀέρος δὲν εἶναι σταθερὸν.

Τὸ ἀνωτέρω ἐξαγόμενον εὐρίσκομεν καὶ δι' ὑπολογισμοῦ, ἂν δεχθῶμεν ὅτι τὸ κατώτερον στρώμα ἀέρος ἔχει σταθερὸν εἰδικὸν βάρος $\rho = 0,001293 \text{ gr}^/\text{cm}^3$. Γνωρίζομεν ὅτι $1 \text{ mm Hg} = 1,36 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$. Διὰ νὰ ἐλαττωθῇ λοιπὸν ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις κατὰ $p = 1,36 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$, πρέπει νὰ ἀνέλθωμεν εἰς ὕψος h , τὸ ὁποῖον ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $p = h \cdot \rho$ εὐρίσκομεν ὅτι εἶναι:

$$h = \frac{p}{\rho} = \frac{1,36}{0,001293} = 1050 \text{ cm} = 10,5 \text{ m}$$

167. Μέτρησις τοῦ ὕψους ἐκ τῆς πίεσεως. Ἡ μέτρησις τοῦ ὕψους ἐκ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως εἶναι δυνατή, διότι γνωρίζομεν τὴν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν εἰς τὰ διάφορα ὕψη ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας (βλ. παραπλεύρως πίνακα). Εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς π.χ. τὴν ἀεροπορίαν χρη-

Ὑψος	Ἀντίστοιχος πίεσις
	Σταθερὰ θερμοκρασία 0°C
0 m	760 mm
1000 »	671 »
2000 »	593 »
3000 »	523 »
4000 »	462 »
5000 »	407 »
6000 »	359 »
7000 »	317 »
8000 »	280 »

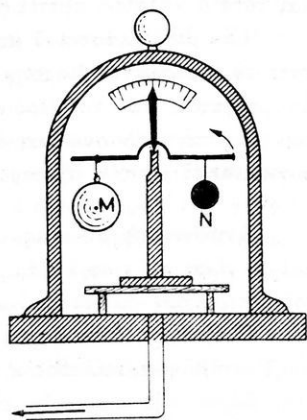
σιμοποιούνται μεταλλικά βαρόμετρα, τὰ ὅποια δεικνύουν ἀμέσως τὴν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν p_n καὶ τὸ ἀντίστοιχον ὕψος n εἰς μέτρα.

168. Ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους εἰς τὰ ἀέρια.

Ὅπως πᾶν στερεὸν σῶμα εὐρισκόμενον ἐντὸς ὑγροῦ ὑφίσταται πιέσει (§ 143), οὕτω καὶ πᾶν σῶμα εὐρισκόμενον ἐντὸς ἀερίου ὑφίσταται ἐκ μέρους τοῦ ἀερίου πιέσεις, αἱ ὅποια εἶναι κάθετοι πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ σώματος. Αἱ ἔνεκα τῶν πιέσεων ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις ἔχουν μίαν συνισταμένην, ἡ ὁποία, ὅπως καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ὑγρῶν (§ 143), καλεῖται ἄνωσις. Ὡστε ἡ ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους ἰσχύει καὶ διὰ τὰ ἀέρια.

Ἡ ἄνωσις, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ παντὸς σώματος βυθισμένου ἐντὸς ἰσορροποῦντος ἀερίου, εἶναι δύναμις κατακόρυφος, ἴση μὲ τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀερίου, καὶ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀερίου, ἥτοι $A = V \cdot \rho$

Τὴν ὑπαρξιν τῆς ἀνώσεως τοῦ ἀέρος δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν μὲ τὸ ἐξῆς πείραμα : Εἰς τὰ δύο ἄκρα τῆς φάλαγγος ζυγοῦ (σχ. 174) ἐξαρτῶμεν μίαν κοίλην σφαῖραν M καὶ μίαν μεταλλικὴν συμπαγῇ σφαῖραν N , ἡ ὁποία εἰς τὸν ἀέρα ἰσορροπεῖ τὴν σφαῖραν M . Ἐὰν καλύψωμεν τὸν ζυγὸν μὲ κώδωνα καὶ ἀφαιρέσωμεν ἐξ αὐτοῦ τὸν ἀέρα, παρατηροῦμεν ὅτι εἰς τὸ κενὸν ἡ μεγάλη σφαῖρα φαίνεται βαρύτερα. Εἰς τὸν ἀέρα ἡ μεγάλη σφαῖρα ἰσορροπεῖ τὴν μικρὰν σφαῖραν, διότι ἐκτοπίζει μεγαλύτερον ὄγκον ἀέρος καὶ ἐπομένως ὑφίσταται μεγαλύτεραν ἄνωσιν.



Σχ. 174. Ἡ σφαῖρα M ὑφίσταται μεγαλύτεραν ἄνωσιν

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι, ὅταν ζυγίσωμεν ἐν σῶμα εἰς τὸν ἀέρα, εὐρίσκομεν τὸ φαινόμενον βάρος τοῦ σώματος. Τὸ βάρος τοῦτο εἶναι τὸ ἀπόλυτον βάρος τοῦ σώματος ἡλαττωμένον κατὰ τὴν ἄνωσιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ σῶμα. Εἰς τὰς μετρήσεις μεγίστης ἀκριβείας λαμβάνεται πάντοτε ὑπ' ὄψιν ἡ ἄνωσις τοῦ ἀέρος.

169. 'Αερόστατα. Τὸ ἀερόστατον εἶναι ἡ πρώτη πτητικὴ συσκευή, τὴν ὁποίαν ἐπενόησεν ὁ ἄνθρωπος, διὰ νὰ ἀνέλθῃ ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας. Αἱ πρόοδοι τῆς ἀεροπορίας περιώρισαν κατὰ πολὺ τὴν πρακτικὴν σημασίαν τῶν ἀεροστατῶν. Τὸ ἀερόστατον ἀποτελεῖται ἀπὸ ἐλαφρὸν περίβλημα (ἐλαστικὸν ἢ ὑφασμα, τὸ ὁποῖον φέρει ἐπίχρισμα ἐκ βερνικίου). Ὁ σάκκος οὗτος πληροῦται μὲ ἐν ἀέριον εἰδικῶς ἐλαφρότερον τοῦ ἀέρος (π.χ. θερμὸς ἀήρ, φωταέριον, ὑδρογόνον, ἥλιον). Ὡς θεωρήσωμεν κλειστὴν σφαῖραν ἀπὸ καουτσούκ, ἡ ὁποία πληροῦται ὑδρογόνου. Ἐὰν τὴν ἀφήσωμεν ἐλευθέραν, αὕτη ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ ἀέρος, διότι ἡ ἄνωσις εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὸ βάρος τῆς σφαίρας. Ἐφ' ὅσον ἡ σφαῖρα ἀνέρχεται, ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις ἐλαττώνεται διὰ τοῦτο τὸ ἐντὸς τῆς σφαίρας ἀέριον διαστέλλεται καὶ δύναται νὰ διαρρήξῃ τὴν σφαῖραν. Τοιαῦτα εἶναι τὰ ἀερόστατα, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται πρὸς ἐξερεύνησιν τῶν ἀνωτέρων στρωμάτων τῆς ἀτμοσφαίρας. Τὰ ἀερόστατα αὐτὰ φέρουν ἐντὸς καλὰ θου αὐτογραφικὰ ὄργανα. Ἡ σφαῖρα διαρρηγνύεται εἰς ὕψος περίπου 20 — 25 χιλιομέτρων καὶ τότε ὁ κάλαθος πίπτει βραδέως μὲ τὴν βοήθειαν ἀλεξιπτώτου.

Ἐὰν ἀντὶ ἐλαστικοῦ μεταχειρισθῶμεν περίβλημα μὴ ἐκτεινόμενον, τότε τὸ ἀερόστατον διαρρηγνύεται εἰς μικρὸν ὕψος. Τὸ ἐλάττωμα τοῦτο ἀποφεύγεται, ἐὰν τὸ ἀερόστατον ἐφοδιασθῇ εἰς τὸ κατώτερον ἄκρον του μὲ ἀπαγωγὸν σωλῆνα, διὰ τοῦ ὁποίου τὸ ἐντὸς τῆς σφαίρας ἀέριον συγκοινωνεῖ μὲ τὸν ἐξωτερικὸν ἀέρα.

'Ανυψωτικὴ δύναμις. Ἐὰν V εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ ἀεροστατοῦ, ρ καὶ ρ' εἶναι τὰ εἰδικὰ βάρη τοῦ ἀέρος καὶ τοῦ ἀερίου, τότε τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀέρος εἶναι $V \cdot \rho$, τὸ δὲ βάρος τοῦ ἀερίου εἶναι $V \cdot \rho'$. Ἐὰν B εἶναι τὸ ὅλον βάρος τῶν διαφόρων ἐξαρτημάτων τοῦ ἀεροστατοῦ (περίβλημα, κάλαθος κ.τ.λ.), τότε ἡ μὲν ἄνωσις εἶναι $V \cdot \rho$, τὸ δὲ ὅλον βάρος τῆς συσκευῆς εἶναι $V \cdot \rho' + B$. Ἐπομένως ἡ ἀνύψω-
τικὴ δύναμις F κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς ἀπογειώσεως εἶναι :

$$F = V \cdot \rho - (V \cdot \rho' + B) \quad \text{ἢ} \quad F = V \cdot (\rho - \rho') - B$$

170. 'Αερόπλοια. Τὰ συνήθη ἀερόστατα παρασύρονται ἀπὸ τὰ ρεύματα τοῦ ἀέρος. Διὰ νὰ κατευθύνουν τὸ ἀερόστατον πρὸς ὠρισμένην διεύθυνσιν, ἐφοδιάζουν τοῦτο μὲ κινητήριους ἑλικας καὶ μὲ πτερύγια, διὰ τῶν ὁποίων ἐξασφαλίζονται αἱ ὀριζόντιοι καὶ κατακόρυφοι ἀλλαγαί

κατευθύνσεως. Τὰ ἀερόπλοια ἔχουν ἀτρακτοειδὲς σχῆμα, διὰ τὸ ἐλαττώνεται ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος. Ἄν καὶ ἡ ἰσορροπία των εἰς τὸν ἀέρα εἶναι εὐσταθής, ἐν τούτοις τὰ ἀερόπλοια ὑπεσκελίσθησαν ἀπὸ τὰ ἀεροπλάνα, τὰ ὁποῖα εἶναι μὲν συσκευαί βαρύτεραι ἀπὸ ἴσον ὄγκον ἀέρος, εἶναι ὅμως πολὺ ταχύτερα, πολὺ μικρότερα κατ' ὄγκον καὶ ἀπαιτοῦν πολὺ μικροτέραν δαπάνην κατασκευῆς καὶ ἐγκαταστάσεων.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

150. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀέρος ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας εἶναι $1,293 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$. Νὰ εὐρεθῇ ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἰς gr/cm^3 καὶ πόσας φορὰς ὁ ἀῆρ εἶναι ἐλαφρότερος ἀπὸ ἴσον ὄγκον ὕδατος.

151. Ἐκτελοῦμεν τὸ πείραμα τοῦ Torricelli χρησιμοποιοῦντες γλυκερίνην ἀντὶ ὕδραργύρου. Εἰς ποῖον ὕψος θὰ ἀνέλθῃ τὸ ὑγρὸν ἐντὸς τοῦ σωλήνος, ἐὰν τὸ εἰδ. βάρος τῆς γλυκερίνης εἶναι $1,25 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$, ἡ δὲ ἀτμοσφαιρική πίεσις κατὰ τὴν στιγμὴν τοῦ πειράματος εἶναι 76 cm Hg ;

152. Μία φουσαλὶς ἀέρος ἀνέρχεται ἐντὸς ὕδραργύρου. Ὅταν ἡ φουσαλὶς εὐρίσκεται εἰς βάθος 40 cm , αὕτη ἔχει ὄγκον $0,5 \text{ cm}^3$. Πόσον ὄγκον θὰ ἔχῃ, ὅταν φθάσῃ εἰς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕδραργύρου ; Ἀτμοσφαιρική πίεσις : 75 cm Hg .

153. Στενὸς ἰσοδιαμετρικὸς ὑάλινος σωλὴν εἶναι κλειστὸς εἰς τὸ ἐν ἄκρον του καὶ ἀνοικτὸς εἰς τὸ ἄλλο. Ὁ σωλὴν περιέχει σταγόνα ὕδραργύρου, ἡ ὁποία ἔχει μῆκος 5 cm . Ὅταν ὁ σωλὴν κρατῆται κατακορύφως, μὲ τὸ κλειστὸν ἄκρον του πρὸς τὰ ἄνω, τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ἀέρος, ὁ ὁποῖος εἶναι κλεισμένος ἐντὸς τοῦ σωλήνος εἶναι $25,6 \text{ cm}$. Ὅταν ὁ σωλὴν ἀναστραφῇ, τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ἀέρος γίνεται $22,4 \text{ cm}$. Νὰ εὐρεθῇ ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις κατὰ τὴν στιγμὴν ἐκείνην.

154. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀέρος εἰς 0°C καὶ ὑπὸ πίεσιν 76 cm Hg εἶναι $1,293 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$. Νὰ εὐρεθῇ τὸ βάρος 2 m^3 ἀέρος εὐρισκομένου εἰς 0°C καὶ ὑπὸ πίεσιν 73 cm Hg .

155. Βαρομετρικὸς σωλὴν ἔχει τομὴν 2 cm^2 . Τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὕδραργύρου εἶναι 76 cm , ὁ δὲ ἄνωθεν αὐτῆς κενὸς χώρος τοῦ σωλήνος ἔχει ὕψος 8 cm . Νὰ εὐρεθῇ πόσος ὄγκος ἐξωτερικοῦ ἀέρος, πρέπει νὰ εἰσαχθῇ εἰς τὸν θάλαμον, διὰ τὸ γίνῃ τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὕδραργύρου 40 cm .

156. Βαρομετρικὸς σωλὴν ἔχει τομὴν 2 cm^2 . Τὸ ὕψος τῆς στήλης

τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 75 cm, ὁ δὲ ἄνωθεν αὐτῆς κενὸς χώρος τοῦ σωλή-
νος ἔχει ὕψος 9 cm. Νὰ εὑρεθῇ πόσον θὰ γίνη τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ
ὑδραργύρου, ἐὰν ἐντὸς τοῦ σωλήνος εἰσαχθοῦν 4 cm³ τοῦ ἐξωτερικοῦ
ἀέρος.

157. Βαρομετρικὸς σωλὴν ἔχει τομὴν 4 cm² καὶ περιέχει ἐντὸς
τοῦ θαλάμου του μικρὰν ποσότητα ἀέρος. Τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ
ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλήνος εἶναι 748 mm, τὸ δὲ ὕψος τοῦ κενοῦ
χώρου τοῦ σωλήνος εἶναι 122 mm. Ἀνυψώνομεν ὀλίγον τὸν σωλὴνα
καὶ τότε γίνεται τὸ μὲν ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου 750 mm, τὸ
δὲ ὕψος τοῦ κενοῦ χώρου 141 mm. Ἡ θερμοκρασία εἶναι 0° C. Πόση
εἶναι ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις κατὰ τὴν στιγμὴν τοῦ πειράματος ; Πόσον
εἶναι τὸ βάρος τοῦ ἀέρος, τὸν ὅποιον περιέχει ὁ σωλὴν ; Εἰδικὸν βά-
ρος ἀέρος ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας : 1,293 gr*/dm³.

158. Εἰς τὸ τοίχωμα ἐνὸς δοχείου, περιέχοντος ὕδωρ, εἶναι προσ-
κεκολλημένη μικρὰ φυσαλὶς ἀέρος, ἡ ὁποία ἔχει ὄγκον 0,02 cm³. Ἡ φυ-
σαλὶς εὐρίσκεται 10 cm κάτωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος.
Ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἶναι 74 cm Hg. Πόσος θὰ γίνη ὁ ὄγκος τῆς
φυσαλίδος, ἐὰν ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἀυξηθῇ εἰς 77 cm Hg ;

159. Πόσον ζυγίζει 1 λίτρον ἀέρος 0° C ὑπὸ πίεσιν 50 ἀτμο-
σφαιρῶν ;

160. Εἶναι γνωστὸν ὅτι 1 λίτρον ἀέρος εἰς 0° C καὶ ὑπὸ πίεσιν
76 cm Hg ἔχει βάρος 1,293 gr*. Πόσον ὄγκον καταλαμβάνουν 25 gr*
ἀέρος 0° C καὶ ὑπὸ πίεσιν 85 cm Hg ;

161. Κλειστὸν μανόμετρον ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο σωλήνας τῆς αὐ-
τῆς διαμέτρου καὶ λειτουργεῖ μὲ ὑδράργυρον. Ὅταν ἡ ἀτμοσφαιρικὴ
πίεσις εἶναι 76 cm Hg, αἱ ἐπιφάνειαι τοῦ ὑδραργύρου εἰς τοὺς δύο σω-
λήνας εὐρίσκονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου· τότε ὁ ἀποκεκλεισμένος ἀὴρ
σχηματίζει στήλην ὕψους 50 cm. Πόση εἶναι ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν θὰ
δεικνύη τὸ ὄργανον, ὅταν ὁ ὑδράργυρος θὰ ἀνέλθῃ κατὰ 10 cm ἐντὸς
τοῦ κλειστοῦ σωλήνος καὶ θὰ κατέλθῃ ἐπίσης κατὰ 10 cm ἐντὸς τοῦ
ἄλλου σωλήνος ;

162. Εἰς ἐν κλειστὸν ὑδραργυρικὸν μανόμετρον ὁ ἀποκεκλεισμένος
ἀὴρ σχηματίζει στήλην ὕψους h ἑκατοστομέτρων, ὅταν ἡ πίεσίς του
εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν H . Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀνύψωσις x τοῦ ὑδραρ-
γύρου ἐντὸς τοῦ σωλήνος, ὅταν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου τῆς
λεκάνης τοῦ μανομέτρου ἐπιφέρεται πίεσις ἴση μὲ n ἀτμοσφαιρῶν.

Υποτίθεται ότι η επιφάνεια του υδραργύρου της λεκάνης διατηρείται σταθερά. Έφαρμογή: $h = 50 \text{ cm}$, $H = 76 \text{ cm Hg}$, $\nu = 6$.

163. Κλειστόν μανόμετρον ἀποτελείται ἀπὸ σωλῆνα σχήματος U. Ἐντὸς τοῦ κλειστοῦ βραχίονος ὑπάρχει στήλη αἵρος ὕψους $\alpha = 8 \text{ cm}$ καὶ στήλη υδραργύρου ὕψους $\beta = 17 \text{ cm}$, ἐντὸς δὲ τοῦ ἀνοικτοῦ βραχίονος ὑπάρχει στήλη υδραργύρου ὕψους $\gamma = 43 \text{ cm}$. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ὕψος x τῆς στήλης τοῦ υδραργύρου ἐντὸς τοῦ κλειστοῦ βραχίονος, ὅταν τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ υδραργύρου ἐντὸς τοῦ ἀνοικτοῦ βραχίονος γίνη $\delta = 60 \text{ cm}$. Ἀτμοσφαιρική πίεσις: $H = 76 \text{ cm Hg}$.

*164. Ὁ σωλὴν ἀναρροφίσεως μιᾶς ὑδραντλίας ἔχει ὕψος 5 m καὶ τομὴν 4 cm^2 . Ἡ διαδρομὴ τοῦ ἐμβόλου εἶναι 10 cm . Νὰ εὑρεθῇ πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ διάμετρος τοῦ ἐμβόλου ὥστε, μετὰ τὴν πρώτην ἀνύψωσιν τοῦ ἐμβόλου, τὸ ὕδωρ νὰ γεμίξῃ ὁλόκληρον τὸν ἀναρροφητικὸν σωλῆνα.

*165. Ἐντὸς λεκάνης υδραργύρου βυθίζομεν κατακορύφως κυλινδρικὸν σωλῆνα ὕψους 20 cm ἀνοικτὸν καὶ εἰς τὰ δύο ἄκρα του. Τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ σωλῆνος εἶναι ἀνοικτὸν καὶ ὁ υδράργυρος ἀνέρχεται μέχρι τοῦ μέσου τοῦ σωλῆνος. Κλείομεν τότε τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ σωλῆνος μετὰ τὸν δάκτυλον καὶ ἐξάγομεν τὸν σωλῆνα. Νὰ δειχθῇ ὅτι ἀναγκαστικῶς θὰ ἐκρεύσῃ ὁ υδράργυρος. Πόσον θὰ εἶναι τελικῶς τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ υδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ πόση θὰ εἶναι τότε ἡ πίεσις τοῦ αἵρος ἐντὸς αὐτοῦ: Ἀτμοσφαιρική πίεσις: 75 cm Hg .

166. Ἐν στερεὸν σῶμα εἰδικοῦ βάρους $2,3 \text{ gr}^/\text{cm}^3$ ζυγίζει εἰς τὸν αἶρα ἀκριβῶς $58,64 \text{ gr}^*$. Ἡ πυκνότης τῶν χρησιμοποιηθέντων σταθμῶν εἶναι $8,4 \text{ gr}/\text{cm}^3$. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ἀπόλυτον βάρος τοῦ σώματος. Εἰδικὸν βάρος αἵρος: $1,29 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$.

167. Μικρὰ σφαῖρα ἀπὸ καουτσούκ ἔχει ὄγκον $7,5 \text{ dm}^3$. Τὸ περίβλημα ἔχει βάρος $5,2 \text{ gr}^$. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀννψωτικὴ δύναμις, ὅταν ἡ σφαῖρα εἶναι πλήρης μετὰ ὕδρογονον. Ὁ αἶρ καὶ τὸ ἐντὸς τῆς σφαίρας αέριον ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν. Εἰδικὸν βάρος αἵρος: $1,293 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$ καὶ τοῦ ὕδρογονου $0,09 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$.

168. Σφαιρικὸν αερόστατον ἔχει διάμετρον 2 m , τὸ δὲ βάρος τοῦ περικαλύμματος καὶ τῶν ἐξαρτημάτων του εἶναι 100 gr^ . Ἡ σφαῖρα τοῦ αεροστάτου περιέχει ὕδρογονον ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Νὰ εὑρεθῇ πόσον βάρος δύναιται νὰ ἀννψώσῃ τὸ αερόστατον, ἂν τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδρογονου εἶναι $0,09 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$, τοῦ δὲ αἵρος εἶναι $1,29 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$.

ΜΟΡΙΑΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

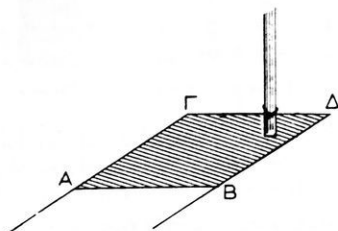
171. Μοριακαὶ δυνάμεις. Κατὰ τὸν μηχανικὸν διαχωρισμὸν ἐνὸς στερεοῦ σώματος (π.χ. κατὰ τὴν θραῦσιν μιᾶς ξυλίνης ράβδου) παρατηρεῖται πάντοτε ἀντίστασις. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ σώματος ὑπάρχουν ἐλκτικαὶ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι καλοῦνται **δυνάμεις συνοχῆς** ἢ ἀπλῶς **συνοχή**. Εἰς τὰ στερεὰ σώματα ἡ συνοχή εἶναι μεγίστη, ἐνῶ εἰς τὰ ἀέρια εἶναι σχεδὸν ἀνύπαρκτος. Ὅμοιοι ἐλκτικαὶ δυνάμεις ἀναπτύσσονται καὶ μεταξὺ τῶν μορίων διαφορετικῶν σωμάτων, ὅταν ταῦτα φέρονται εἰς στενὴν ἐπαφὴν μεταξὺ τῶν. Αἱ δυνάμεις αὗται καλοῦνται **δυνάμεις συναφείας** ἢ ἀπλῶς **συνάφεια**. Ἐνεκα τῆς συναφείας δυνάμεθα νὰ γράψωμεν ἐπὶ τοῦ μαυροπίνακος μὲ κιμωλίαν, ἐπὶ τοῦ χάρτου μὲ μελάνην κ.τ.λ. Αἱ δυνάμεις συνοχῆς καὶ συναφείας καλοῦνται γενικῶς **μοριακαὶ δυνάμεις**. Αἱ δυνάμεις αὗται ἐμφανίζονται μόνον, ὅταν τὰ μόρια εὗρεθοῦν εἰς πολὺ μικρὰν ἀπόστασιν ἀπ' ἀλλήλων (μικροτέρην ἀπὸ $5 \cdot 10^{-6}$ cm). Ἐὰν θραύσωμεν κιμωλίαν εἰς δύο τεμάχια καὶ ἔπειτα πιέσωμεν πρὸς ἀλλήλας τὰς δύο ἐπιφανείας θραύσεως, τὰ δύο τεμάχια δὲν δύνανται πλέον νὰ συνενωθοῦν καὶ νὰ ἀποτελέσουν ἓν σῶμα, διότι τὰ μόρια δὲν δύνανται νὰ πλησιάσουν τόσον πολὺ μεταξὺ τῶν, ὥστε νὰ δράσουν αἱ δυνάμεις συνοχῆς καθ' ὅλην τὴν ἔκτασιν τῆς ἐπιφανείας θραύσεως.

172. Ἐλαστικότης. Τὰ φυσικὰ στερεὰ σώματα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῶν ἐπ' αὐτῶν ἐφαρμοζομένων δυνάμεων ὑφίστανται πάντοτε παραμορφώσεις. Κατὰ τὰς τοιαύτας παραμορφώσεις ἀναφαίνονται αἱ μοριακαὶ δυνάμεις. Μετὰ τὴν κατάργησιν τῶν ἐξωτερικῶν δυνάμεων, αἱ μοριακαὶ δυνάμεις τείνουν νὰ ἐπαναφέρουν τὸ σῶμα εἰς τὴν ἀρχικὴν μορφήν του. Αἱ τοιαῦται παραμορφώσεις καλοῦνται ἐλ α σ τ ι κ α ῖ, ἡ δὲ ιδιότης τῶν στερεῶν σωμάτων νὰ ὑφίστανται ἐλαστικὰς παραμορφώσεις καλεῖται **ἐλαστικότης**. Ὅλα τὰ στερεὰ σώματα δὲν παρουσιάζουν τὸν αὐτὸν βαθμὸν ἐλαστικότητος. Ὁ χάλυψ, τὸ ἐλεφαντοστοῦν, τὸ καουτσούκ εἶναι πολὺ ἐλαστικὰ σώματα.

Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ἐξωτερικῶν δυνάμεων τὰ στερεὰ σώματα ὑφίστανται ἐ λ κ υ σ μ ὀ ν, κ ά μ ψ ι ν ἢ σ τ ρ έ ψ ι ν. Πειραματικῶς

εύρίσκεται ότι αἱ ἐλαστικαὶ αὐταὶ παραμορφώσεις παρατηροῦνται, ἐφ' ὅσον ἡ ἐνεργοῦσα δύναμις δὲν ὑπερβαίνει μίαν ὀρισμένην τιμὴν, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **ὄριον ἐλαστικότητος**. Ἐὰν ἡ δύναμις γίνῃ μεγαλυτέρα ἀπὸ τὸ ὄριον ἐλαστικότητος, τότε ἡ προκαλουμένη παραμόρφωσις εἶναι μόνιμος. Ἐὰν δὲ ἡ δύναμις γίνῃ ἀκόμη μεγαλυτέρα, τότε ἐπέρχεται **θραῦσις**. Διὰ σύρμα ἢ ράβδον τομῆς 1 cm^2 τὸ ὄριον ἐλαστικότητος εἶναι διὰ τὸν χάλυβα 5000 kgr*, διὰ τὸν χαλκὸν 1200 kgr*, καὶ διὰ τὸν μόλυβδον 30 kgr*.

173. Ἐπιφανειακὴ τάσις. Ἐντὸς διαλύματος σάπωνος, εἰς τὸ ὁποῖον ἔχομεν προσθέσει ὀλίγην γλυκερίνην, βυθίζομεν πλαίσιον ἀπὸ σύρμα (σχ. 175), τοῦ ὁποῖου ἡ πλευρὰ AB δύναται νὰ ὀλισθαίνῃ χωρὶς τριβήν. Ὅταν ἀνασύρωμεν τὸ πλαίσιον, παρατηροῦμεν ὅτι ἔχει σχηματισθῇ ἐν ὀρθογώνιον ὑγρὸν ὑμένιον. Διατηροῦμεν τὸ πλαίσιον ὀριζόντιον καὶ τότε παρατηροῦμεν ὅτι ἡ πλευρὰ AB μετακινεῖται πλησιάζουσα πρὸς τὴν πλευρὰν ΓΔ. Τὸ πείραμα τοῦτο δεικνύει ὅτι τὸ ὑγρὸν ὑμένιον τείνει νὰ ἐλαττώσῃ τὴν ἐπιφανείαν του, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μιᾶς δυνάμεως, ἡ ὁποία εἶναι **κάθετος πρὸς τὴν εὐθεΐαν AB καὶ ἐφαπτομένη τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ**. Τὸ πείραμα τοῦτο φανερώνει ὅτι αἱ μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις συνοχῆς προσδίδουν εἰς τὸ ὑγρὸν ὑμένιον ιδιότητας **τεταμένης ἐλαστικῆς μεμβράνης**, ἡ ὁποία τείνει νὰ συσταλῇ. Καθ' ὅμοιον τρόπον συμπεριφέρεται καὶ ἡ ἐλευθέρᾳ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ. Ὡστε εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ὑπάρχει μία κατάστασις τάσεως, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **ἐπιφανειακὴν τάσιν**.



Σχ. 175. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑμενίου ἐλαττώνεται

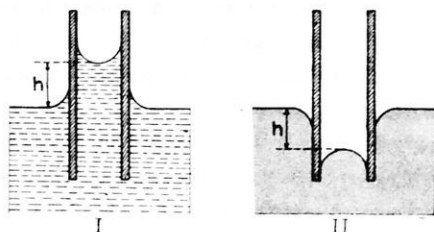
Ἔνεκα τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως τὸ ὑγρὸν τείνει νὰ ἐλαττώσῃ τὴν ἐξωτερικὴν ἐπιφανείαν του.

Ἔνεκα τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως αἱ πολὺ μικραὶ σταγόνες ὑγροῦ ἀποκτοῦν σφαιρικὸν σχῆμα (διότι ἐξ ὅλων τῶν σχημάτων ἡ σφαῖρα ἔχει, διὰ τὸν αὐτὸν ὅγκον, τὴν μικροτέραν ἐπιφάνειαν).

Εὐκόλως μετροῦμεν τὴν δύναμιν F, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τῆς πλευ-

ρᾶς $AB = l$ τοῦ πλασίου. Οὕτω κατὰ μονάδα μήκους τῆς πλευρᾶς AB ἐνεργεῖ δύναμις $\alpha = \frac{F}{2l}$. Τὸ α καλεῖται **συντελεστής ἐπιφανειακῆς τάσεως** τοῦ ὑγροῦ καὶ εἶναι χαρακτηριστικὸς δι' ἕκαστον ὑγρόν. Οὕτως εἶναι διὰ τὸν ὑδράργυρον $\alpha = 500$ dyn/cm, διὰ τὸ ὕδωρ $\alpha = 73$ dyn/cm καὶ διὰ τὸ ἐλαιόλαδον $\alpha = 38$ dyn/cm.

174. Τριχοειδῆ φαινόμενα. Ἐντὸς ὕδατος βυθίζομεν ὑάλινον σωλῆνα πολὺ μικρᾶς διαμέτρου (σχ. 176). Παρατηροῦμεν ὅτι ἐντὸς



Σχ. 176. Ἀνύψωσις καὶ ταπείνωσις ὑγροῦ ἐντὸς τριχοειδῶν σωλῆνων

τοῦ σωλῆνος τὸ ὕδωρ ἰσορροπεῖ σχηματίζον μικρὰν στήλην ὑγροῦ, τοῦ ὁποῖου ἡ ἐλευθέρᾳ ἐπιφάνεια εἶναι κοίλη. Ἐὰν χρησιμοποιήσωμεν σωλῆνας διαφόρων διαμέτρων εὐρίσκομεν ὅτι ἡ ἀνύψωσις h τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος εἶναι τόσον μεγαλύτερα, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ διάμετρος τοῦ σωλῆνος. Ἀντιθέτως ἐὰν βυθίσωμεν λεπτόν ὑάλινον σωλῆνα ἐντὸς ὑδραργύρου, παρατηροῦμεν ταπείνωσιν τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, ἡ δὲ ἐλευθέρᾳ ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου εἶναι κυρτή. Τὰ ἀνωτέρω φαινόμενα καλοῦνται **τριχοειδῆ φαινόμενα**. Τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ ὑαλίνου σωλῆνος, λέγομεν ὅτι διαβρέχει τὴν ὕαλον, ἐνῶ ἀντιθέτως λέγομεν ὅτι ὁ ὑδράργυρος δὲν διαβρέχει τὴν ὕαλον. Τὰ τριχοειδῆ φαινόμενα ἐρμηνεύονται, ἐὰν ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν αἱ ἀναπτυσσόμεναι ἐπιφανειακαὶ τάσεις.

***175. Διαλύματα.** Ἐντὸς ὠρισμένης μάζης ὕδατος ρίπτομεν τεμάχιον ζαχαρέως. Τότε τὰ μόρια τῆς ζαχαρέως διαχέονται ὁμοιομόρφως ἐντὸς ὁλοκλήρου τῆς μάζης τοῦ ὕδατος. Τὸ προκύπτον ὁμογενὲς μείγμα καλεῖται **διάλυμα**.

Ἡ μᾶζα τῆς ζαχαρέως, ἡ ὁποία δύναται νὰ διαλυθῇ ἐντὸς 1 gr ὕδατος ἔχει ἓν ὠρισμένον ὄριον, τὸ ὁποῖον ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν. Τὸ ὄριον τοῦτο αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

Τὸ σπουδαιότερον εἰς τὴν φύσιν ὑπάρχον διαλυτικὸν μέσον εἶναι

τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον ἔχει τὴν ιδιότητα νὰ διαλύῃ τὰ περισσότερα σώματα. Ἐν διάλυμα δύναται νὰ χωρισθῇ εἰς τὰ συστατικά του διὰ διαφορῶν μεθόδων (π.χ. δι' ἐξατμίσεως ἢ διὰ πήξεως τοῦ διαλυτικοῦ μέσου). Τὸ διαλυόμενον σῶμα δύναται νὰ εἶναι στερεόν, ὑγρὸν ἢ ἀέριον, τὸ ὁποῖον ὅμως δὲν ἀντιδρᾷ χημικῶς μετὰ τὸ διαλυτικὸν μέσον. Ἐφαρμογὴν τῆς διαλύσεως ἀερίων ἔχομεν εἰς τὰ διάφορα ἀεριοῦχα ποτά.

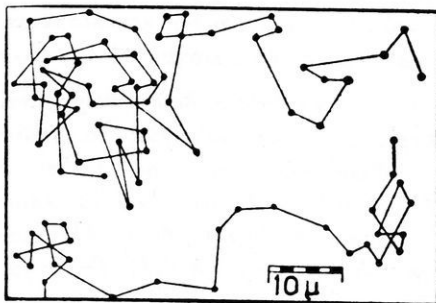
α) Κεκορεσμένον καὶ ἀκόρεστον. διάλυμα Εἶδομεν ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ στερεοῦ, ἡ ὁποία δύναται νὰ διαλυθῇ ἐντὸς 1 gr ὕδατος, ἔχει ἐν ὀρισμένον ὄριον. Τὸ ὄριον τοῦτο καλεῖται **συντελεστής διαλυτότητος** τοῦ στερεοῦ καὶ αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

Ἐν διάλυμα λέγεται **κεκορεσμένον**, ὅταν εἰς τὸ διάλυμα περιέχεται τὸ ἀνώτατον ὄριον τῆς μάζης τοῦ στερεοῦ, τὴν ὁποίαν δύναται νὰ περιέχῃ τὸ διαλυτικὸν μέσον. Ἐὰν αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ κεκορεσμένου διαλύματος, τοῦτο μεταβάλλεται εἰς **ἀκόρεστον** διάλυμα, διότι αὐξάνεται ὁ συντελεστής διαλυτότητος. Ἀντιθέτως ἔαν ἐλαττωθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ κεκορεσμένου διαλύματος, ὁ συντελεστής διαλυτότητος ἐλαττοῦται καὶ μέρος τοῦ διαλυμένου στερεοῦ ἀποβάλλεται ἐκ τοῦ διαλύματος, τὸ ὁποῖον ἐξακολουθεῖ νὰ παραμένῃ κεκορεσμένον. Τὰ κράματα θεωροῦνται ὡς **στερεὰ διαλύματα**.

β) Γαλάκτωμα. Μία ἐνδιαφέρουσα κατηγορία διαλυμάτων εἶναι τὰ **γαλακτώματα**. Οὕτω χαρακτηρίζομεν ὀρισμένα ὑγρά, τὰ ὁποῖα περιέχουν ἐν αἰωρήσει μικροὺς κόκκους ἄλλου σώματος. Τὸ σῶμα τοῦτο εἶναι ἀδιάλυτον εἰς τὸ διαλυτικὸν μέσον. Τὸ ὕδωρ καὶ τὸ ἔλαιον εἶναι δύο μὴ μιγνύμενα ὑγρά. Διὰ παρατεταμένης ὅμως ἀναταράξεως ἐπιτυγχάνεται ἡ παρασκευὴ γαλακτώματος, δηλαδὴ ἐπιτυγχάνεται ὁ λεπτότατος διαμερισμὸς τοῦ ἐλαίου καὶ ἡ ὁμοιόμορφος διανομὴ τῶν σταγονιδίων τοῦ ἐλαίου ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Ἐὰν δὲν ληφθοῦν ὀρίσματα προφυλάξεις, τὸ γαλάκτωμα ταχέως καταστρέφεται, διότι τὰ αἰωρούμενα σταγονίδια συνεννοῦνται καὶ τέλος τὰ δύο ὑγρά σχηματίζουν δύο σαφῶς διακεκριμένα στρώματα. Ἡ ταχεὺς καταστροφὴ τοῦ γαλακτώματος παρεμποδίζεται, ἂν εἰς τὸ γαλάκτωμα προστεθῇ ἐν τρίτον σῶμα, τὸ ὁποῖον νὰ εἶναι διαλυτὸν ἐντὸς τοῦ ἐνὸς ἢ τοῦ ἄλλου ὑγροῦ. Τὸ προστιθέμενον τρίτον σῶμα **σταθεροποιεῖ** τὸ γαλάκτωμα. Τὸ γάλα εἶναι ἐν γαλάκτωμα μικροτάτων σταγονιδίων λιπαρῶν οὐσιῶν αἰωρουμένων ἐντὸς ὕδατος, τὸ ὁποῖον περιέχει ἐν διαλύσει

λακτόζη, ανόργανα άλατα, καζεΐνη και άλβουμίνες. Τα γαλακτώματα παίζουν σπουδαιότατον ρόλον εις την φαρμακευτικήν. Ούτω τὰ χρησιμοποιοῦν ευρύτατα διὰ νὰ καταστήσουν ἐλάχιστα δυσάρεστον τὴν λήψιν λιπαρῶν οὐσιῶν (μυρουνελαίου, κικινελαίου κ.ά.). Ἐπίσης τὰ γαλακτώματα παίζουν σπουδαιότατον ρόλον εἰς τὴν οἰκιακὴν οἰκονομίαν καὶ τὴν ὑγιεινὴν. Ὁ καθαρισμὸς τῶν ὑφασμάτων καὶ τοῦ δέρματος ἀπὸ τὰς λιπαρὰς οὐσίας ὀφείλεται εἰς τὸ γεγονὸς, ὅτι οἱ σάπωνες βοηθοῦν ἐξαιρετικῶς εἰς τὸν σχηματισμὸν σταθερῶν γαλακτωμάτων λιπαρῶν σωμάτων ἐντὸς ὕδατος.

176. Κινητικὴ θεωρία. Δι' ἐνὸς ἰσχυροῦ μικροσκοπίου παρατηροῦμεν σταγόνα ὕδατος, ἐντὸς τῆς ὁποίας προσετέθη ἐλάχιστη ποσότης σινικῆς μελάνης· αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ μικρότατα τεμάχια αἰθάλης. Βλέπομεν τότε ὅτι τὰ σωματίδια αὐτὰ εὐρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον κίνησιν. Ἡ διεύθυνσις τῆς κινήσεως συνεχῶς μεταβάλλεται, ὥστε ἕκαστον σωματίδιον διαγράφει ἀκανόνιστον τεθλασμένην γραμμὴν (σχ. 177). Τὸ φαινόμενον τοῦτο παρατηρήθη διὰ πρώτην φοράν ἀπὸ τὸν Ἄγγλον βοτανολόγον Brown (1827) καὶ καλεῖται **κίνησις τοῦ Brown**.



Σχ. 177. Κίνησις τοῦ Brown

Τὰ μικρὰ στερεὰ σωματίδια εὐρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον κίνησιν, διότι δέχονται ἐκ μέρους τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ κρούσεις, αἱ ὁποῖαι προσδίδουν εἰς τὰ σωματίδια τόσον μεγαλύτεραν ταχύτητα, ὅσον μικρότερα εἶναι ἢ μᾶζα τῶν

σωματιδίων. Ὡστε ἡ κίνησις τοῦ Brown ἀποδεικνύει ὅτι :

Τὰ μόρια ἐνὸς ὑγροῦ εὐρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον κίνησιν.

Ὅταν μία ἀκτὶς φωτὸς εἰσέρχεται ἐντὸς σκοτεινοῦ δωματίου, παρατηροῦμεν ὅτι τὰ ἐντὸς τοῦ ἀέρος αἰωρούμενα λεπτότατα σωματίδια, εὐρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον κίνησιν. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι :

Τὰ μόρια τῶν ἀερίων εὐρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον κίνησιν, ὅπως καὶ τὰ μόρια τῶν ὑγρῶν.

Ἐπὶ τῶν ἀντιλήψεων τούτων ἀνεπτύχθη ἡ **κινητικὴ θεωρία τῶν ἀερίων**, ἡ ὁποία ἐρμηνεύει μηχανικῶς τοὺς νόμους τῶν ἀερίων. Τὰ μόρια τῶν ἀερίων συμπεριφέρονται ὡς ἐλαστικαὶ σφαῖραι. Ὄταν λοιπὸν τὰ μόρια τοῦ ἀερίου προσπίπτουν ἐπὶ τοῦ τοιχώματος τοῦ δοχείου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιέχεται τὸ ἀέριον, τότε τὰ μόρια ἀνακλῶνται. Τὸ τοίχωμα δέχεται συνεπῶς μίαν ἄπωσιν πρὸς τὰ ἔξω. Αὗται αἱ ἀναρίθμητοι κρούσεις τῶν μορίων ἐπὶ τοῦ τοιχώματος ἐκδηλοῦνται ὡς πίεσις τοῦ ἀερίου.

Μέση ταχύτης τῶν μορίων τῶν ἀερίων εἰς 0°C	
Ἀέριον	Ταχύτης
Ἵδρογόνον	1840 m/sec
Ἀζωτον	493 »
Ὁξυγόνον	461 »
Διοξειδίου ἄνθρακος	393 »

***177. Συμπεράσματα τῆς κινητικῆς θεωρίας.** Ἡ κινητικὴ θεωρία τῶν ἀερίων καταλήγει εἰς τὰ ἑξῆς συμπεράσματα :

I. Ἡ πίεσις ἐνὸς ἀερίου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν πυκνότητα (d) τοῦ ἀερίου καὶ ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος τῶν μορίων τοῦ ἀερίου.

$$\text{πίεσις ἀερίου : } p = \frac{1}{3} d \cdot v^2$$

II. Ἐν κυβικὸν ἑκατοστόμετρον παντὸς ἀερίου ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως περιέχει σταθερὸν ἀριθμὸν μορίων :

$$\text{ἀριθμὸς τοῦ Loschmidt : } N_L = 26,88 \cdot 10^{18} \text{ μόρια/cm}^3$$

III. Εἰς ἓν γραμμομόριον παντὸς ἀερίου περιέχεται σταθερὸς ἀριθμὸς μορίων :

$$\text{ἀριθμὸς τοῦ Avogadro : } N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ μόρια/mol}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

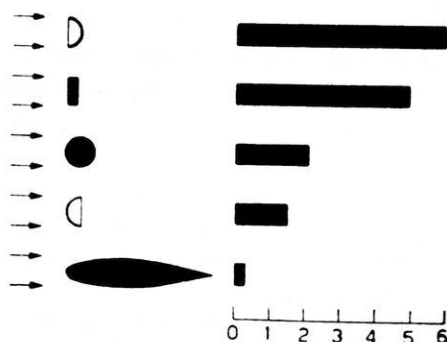
169. Εἰς πόσον ὄγκον ὑδρογόνου εὐρισκομένον ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας περιέχεται τόσον πλῆθος μορίων, ὅσος εἶναι ὁ πλῆθυσμός τῆς Γῆς; Πληθυσμός τῆς Γῆς $2,5 \cdot 10^9$ ἄνθρωποι.

170. Πόσα μόρια περιέχονται εἰς 1 m^3 ὀξυγόνου, εὐρισκομένον ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας;

171. Πόση εἶναι ἡ μέση ταχύτης τῶν μορίων τοῦ ἀέρος ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας, ἂν ἡ πυκνότης του εἶναι $1,293 \text{ gr/dm}^3$;

ΑΝΤΙΣΤΑΣΙΣ ΤΟΥ ΑΕΡΟΣ

178. Νόμος τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος. Ὅταν ἐν σῶμα κινῆται ἐντὸς ἡρεμοῦντος ἀέρος ἢ ἀντιστρόφως ὁ ἀὴρ κινεῖται ἐν σχέ-



Σχ. 178. Τὰ 5 σώματα ἔχουν διαφορετικὰ σχήματα, ἀλλὰ παρουσιάζουν τὴν αὐτὴν μετωπικὴν ἐπιφάνειαν

σει πρὸς τὸ ἡρεμοῦν σῶμα, τότε ἐπὶ τοῦ σώματος ἀναπτύσσεται μία δύναμις, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀντίστασις τοῦ ἀέρος**. Τὴν δύναμιν αὐτὴν αἰσθάνεται ὁ ταχέως κινούμενος ποδηλάτης καὶ ὁ ἀκίνητος παρατηρητὴς ὁ δεχόμενος τὸ ρεῦμα ἰσχυροῦ ἀνέμου. Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι διὰ τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος νόμος:

Ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος (R) εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μετωπικὴν ἐπιφάνειαν (σ) τοῦ σώματος, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος (v) καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος.

$$\text{ἀντίστασις ἀέρος : } R = K \cdot \sigma \cdot v^2$$

Ὁ συντελεστὴς ἀντιστάσεως K ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος. Ἡ ἀνωτέρω ἐξίσωσις ἰσχύει ἐφ' ὅσον ἡ ταχύτης

υ είναι μικροτέρα από την ταχύτητα του ήχου. Διὰ τὰς πολὺ μεγάλας ταχύτητας (βλήματα) ὁ ἀνωτέρω τύπος δὲν ἰσχύει. Ἡ σπουδαία ἐπίδρασις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος ἐπὶ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος, φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 178. Ἀπὸ τὴν σύγκρισιν τῶν τιμῶν τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος καταφαίνεται ὅτι ἔχει ἰδιαιτέραν σημασίαν ἡ διαμόρφωσις τοῦ σώματος εἰς τὸ ὀπισθεν τμήμα του. Πολὺ μικρὰ ἀντίστασις ἀναπτύσσεται, ὅταν τὸ σῶμα ἔχῃ ἰχθυοειδὲς σχῆμα (κοινῶς ἀεροδυναμικόν).

Παράδειγμα. Δι' ἓνα ποδηλατιστὴν εἶναι $K = 0,03$ ὅταν τὸ σ μετρηταί εἰς m^2 καὶ τὸ υ εἰς m/sec . Ἐὰν ἡ μετωπικὴ ἐπιφάνεια τοῦ ποδηλατιστοῦ εἶναι $\sigma = 0,5 m^2$ καὶ ἡ ταχύτης του εἶναι $υ = 4 m/sec$, τότε ἡ ἀναπτυσσομένη ἀντίστασις τοῦ ἀέρος εἶναι:

$$R = 0,03 \cdot 0,5 \cdot 16 = 0,24 \text{ kg}^* = 240 \text{ gr}^*$$

179. Πτώσις τῶν σωμάτων ἐντὸς τοῦ ἀέρος. Ὅταν ἓν σῶμα πίπτῃ κατακορύφως ἐντὸς τοῦ ἀέρος, τότε ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργοῦν αἱ ἐξῆς δυνάμεις: 1) τὸ βάρος τοῦ σώματος B , τὸ ὁποῖον εἶναι δύναμις σταθερά· 2) ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος R , ἡ ὁποία εἶναι δύναμις κατακόρυφος διευθυνομένη πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἡ ὁποία βαίνει συνεχῶς αὐξανόμενη, ἐφ' ὅσον αὐξάνεται καὶ ἡ ταχύτης τοῦ σώματος. Τὸ σῶμα κινεῖται λοιπὸν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως $B - R$ καὶ ἀποκτᾷ ἐπιτάχυνσιν γ , ἡ ὁποία, ὅπως φαίνεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $B - R = m \cdot \gamma$, δὲν εἶναι σταθερά, διότι τὸ R δὲν εἶναι σταθερόν. Ἡ ἐπιτάχυνσις βαίνει συνεχῶς ἐλαττωμένη καὶ τέλος μηδενίζεται ὅταν γίνῃ $R = B$. Ἡ πτώσις τότε γίνεται ὁμαλὴ καὶ ἡ ταχύτης, τὴν ὁποίαν ἀπέκτησε τὸ σῶμα, καλεῖται **ὀρική ταχύτης**. Ἡ ὀρική ταχύτης ὑπολογίζεται ἀπὸ τὴν σχέσιν $R = B$, ἡ ὁποία γράφεται:

$$K \cdot \sigma \cdot \upsilon^2 = B$$

Ἐφαρμογὴν τῆς πτώσεως σώματος μὲ τὴν ὀρικήν ταχύτητα ἔχομεν εἰς τὰ ἀλεξίπτωτα. Ἐπίσης αἱ σταγόνες τῆς βροχῆς καὶ τῆς ὀμίχλης πίπτουν συνήθως μὲ τὴν ὀρικήν ταχύτητα. Ὡστε:

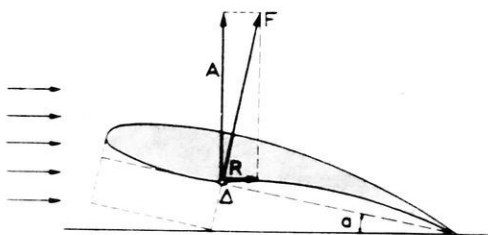
Ἔνεκα τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος ἡ πτώσις τῶν σωμάτων ἐντὸς τοῦ ἀέρος δὲν εἶναι κίνησις ὁμαλῶς μεταβαλλομένη.

Παράδειγμα. Διὰ τὸ ἀλεξίπτωτον εἶναι $K = 0,163$ ὅταν τὸ σ μετρηταί εἰς m^2 καὶ τὸ υ εἰς m/sec . Ἐὰν τὸ ὀλικὸν βάρος τῆς συσκευῆς (ἄνθρωπος καὶ ἀλε-

ξίπτωνον) είναι $B = 200 \text{ kgf}^*$ και η μετωπική επιφάνεια είναι $\sigma = 78 \text{ m}^2$ τότε η όριμη ταχύτης είναι :

$$v = \sqrt{\frac{200}{0,163 \cdot 78} \frac{\text{m}}{\text{sec}}} = 4 \text{ m/sec}$$

180. 'Αεροπλάνον. Το αερόστατον στηρίζεται εις τὸν ἀέρα ἕνεκα τῆς ἀνώσεως τοῦ ἀέρος, ἡ ὁποία καλεῖται **στατική ἄνωσις**. Τὸ

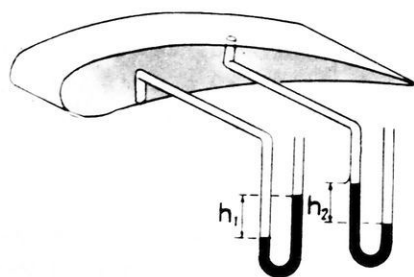


Σχ. 179. 'Επὶ τῆς πτέρυγος ἀναπτύσσεται ἡ ἀεροδύναμις F

αερόστατον δύναται νὰ διατηρηθῇ ἀκίνητον ἐντὸς τοῦ ἀέρος. Ἀντιθέτως τὸ ἀεροπλάνον στηρίζεται εἰς τὸν ἀέρα μόνον ἐφ' ὅσον κινεῖται, ὅποτε, ἕνεκα τῆς σχετικής κινήσεώς του ὡς πρὸς τὸν ἀέρα, ἀναπτύσσεται ἐπὶ τῶν δύο πτερύγων του κα-

τακρύφους δυνάμεις διευθυ-

νομένη πρὸς τὰ ἄνω, καὶ ἡ ὁποία καλεῖται **δυναμικὴ ἄνωσις**. Πρὸς τοῦτο ἡ πτέρυξ τοῦ ἀεροπλάνου ἔχει διαμορφωθῇ καταλλήλως (σχ. 179). Ὅταν ἡ πτέρυξ τοῦ ἀεροπλάνου κινῆται ἐντὸς τοῦ ἀέρος, τότε ἀναπτύσσεται ἐπὶ τῆς πτέρυγος μία δύναμις F, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀεροδύναμις**. Ἡ ἀεροδύναμις δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς δύο καθέτους συνι-



Σχ. 180. Μέτρησης τῆς διαφορᾶς πίεσεως

στάσας, τὴν **δυναμικὴν ἄνωσιν** A, κάθετον πρὸς τὴν τροχίαν καὶ τὴν **δυναμικὴν ἀντίστασιν** R παράλληλον πρὸς τὴν τροχίαν. Ἡ ἔντασις τῶν δύο τούτων δυνάμεων ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν γωνίαν προσβολῆς α. Αἱ μετρήσεις ἀποδεικνύουν ὅτι ἡ δυναμικὴ ἄνωσις λαμβάνει τὴν μεγίστην τιμὴν, ὅταν εἶναι $\alpha = 15^\circ$. Ἡ ἀνάπτυξις τῆς ἀεροδυνάμεως F εἶναι ἀποτέλεσμα τῆς κατανομῆς τῶν πιέσεων εἰς τὴν ἄνω καὶ τὴν κάτω ἐπιφάνειαν τῆς πτέρυγος. Ἡ μέτρησης τῶν πιέσεων τούτων ἐπιτυγχάνεται μὲ εἰδικὰ μηχανήματα (σχ. 180).

στώσας, τὴν **δυναμικὴν ἄνωσιν** A, κάθετον πρὸς τὴν τροχίαν καὶ τὴν **δυναμικὴν ἀντίστασιν** R παράλληλον πρὸς τὴν τροχίαν. Ἡ ἔντασις τῶν δύο τούτων δυνάμεων ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν γωνίαν προσβολῆς α. Αἱ μετρήσεις ἀποδεικνύουν ὅτι ἡ δυναμικὴ ἄνωσις λαμβάνει τὴν μεγίστην τιμὴν, ὅταν εἶναι $\alpha = 15^\circ$. Ἡ

Ἀπὸ τὴν μέτρησιν τῶν πιέσεων, αἱ ὁποῖαι ἐπικρατοῦν εἰς τὰ διάφορα σημεῖα τῆς πτέρυγος, εὐρέθη ὅτι εἰς τὴν ἄνω ἐπιφάνειαν τῆς πτέρυγος ἐπικρατεῖ ὑποπίεσις, ἐνῶ εἰς τὴν κάτω ἐπιφάνειαν ἐπικρατεῖ ἀντιθέτως ὑπερπίεσις. Ἐκ τῆς τοιαύτης κατανομῆς τῶν πιέσεων προκύπτει ὡς συνισταμένη ἡ ἀεροδύναμις, ἡ ὁποία εἶναι σχεδὸν κάθετος πρὸς τὴν χορδὴν τῆς πτέρυγος.

Ἀπὸ τὴν πειραματικὴν λοιπὸν ἔρευναν συνήχθησαν τὰ ἐπόμενα συμπεράσματα :

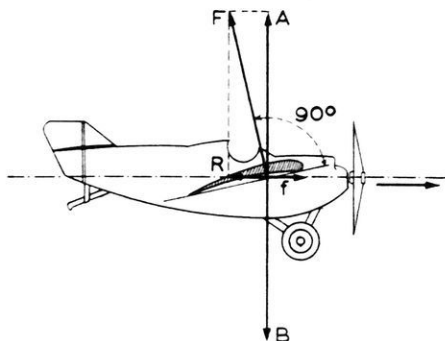
I. Ἐπὶ μιᾷ κινουμένης πτέρυγος ἀεροπλάνου ἀναπτύσσεται ἡ ἀεροδύναμις, ἡ ὁποία εἶναι περίπου κάθετος πρὸς τὴν χορδὴν τῆς πτέρυγος· τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ἀεροδυνάμεως εὐρίσκεται πλησίον τοῦ ἐμπροσθίου ἄκρου τῆς πτέρυγος.

II. Ἡ ἀεροδύναμις προκύπτει ὡς συνισταμένη τῆς ὑπερπίεσεως, ἡ ὁποία ἐπικρατεῖ εἰς τὴν κάτω ἐπιφάνειαν τῆς πτέρυγος, καὶ τῆς ὑποπίεσεως, ἡ ὁποία ἐπικρατεῖ εἰς τὴν ἄνω ἐπιφάνειαν τῆς πτέρυγος.

III. Ἡ ἔντασις τῆς ἀεροδυνάμεως ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν γωνίαν προσβολῆς.

Ἐπὶ τοῦ πετῶντος ἀεροπλάνου ἐνεργοῦν τρεῖς δυνάμεις : α) τὸ βάρος B τοῦ ἀεροπλάνου, β) ἡ ἔλξις f , τὴν ὁποίαν ἀναπτύσσει ἡ ἔλξις καὶ γ) ἡ ἀεροδύναμις F , ἡ ὁποία ἀναπτύσσεται ἐπὶ τῆς πτέρυγος τοῦ ἀεροπλάνου.

Κατὰ τὴν ὁμαλὴν ὀριζοντίαν πτήσιν τοῦ ἀεροπλάνου ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων B , f καὶ F εἶναι ἴση μὲ μηδὲν



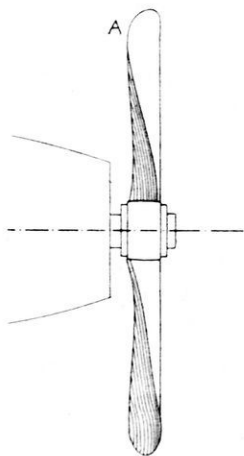
Σχ. 181. Ὅριζοντία πτήσις ἀεροπλάνου

(σχ. 181). Τότε ἰσχύουν αἱ ἀκόλουθοι σχέσεις :

$$\text{ἐξίσωσις στηρίξεως : } A = B$$

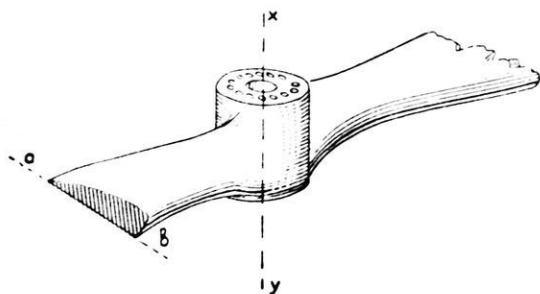
$$\text{ἐξίσωσις ἔλξεως : } f = R$$

181. Σύστημα προωθήσεως τοῦ ἀεροπλάνου. Διὰ τὴν προώθησιν τοῦ ἀεροπλάνου χρησιμοποιοῦνται ἑλῖκες. Ἡ ἑλιξ ἀποτελεῖται ἀπὸ 2, 3 ἢ 4 πτερύγια (σχ. 182).



Σχ. 182. Ἑλιξ ἀεροπλάνου

Κατὰ τὴν περιστροφὴν τῆς ἑλικος δημιουργεῖται δύναμις, ἡ ὁποία προσδίδει ἐπιτάχυνσιν εἰς μεγάλην μᾶζαν ἀέρος μετὰ φορὰν πρὸς τὰ ὀπίσω. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως ἡ ἐξωθουμένη πρὸς τὰ ὀπίσω μᾶζα τοῦ ἀέρος ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς ἑλικος μίαν δύναμιν ἴσῃν καὶ ἀντίθετον, ἡ ὁποία ἔχει φορὰν πρὸς τὰ ἔμπροσ. Ἀντὶ τῆς ἑλικος χρησιμοποιοῦνται σήμερον διὰ τὴν προώθησιν τοῦ ἀεροπλάνου οἱ κινητήρες ἀεριοπροωθήσεως. Εἰς τοὺς κινητήρας τούτους ὁ ἀήρ εἰσέρχεται ἀπὸ ἓν στόμιον εὐρίσκόμενον εἰς τὸ ἔμπροσθεν μέρος τοῦ ἀεροπλάνου. Δι' ἑνὸς ἀεροσυμπιεστοῦ ὁ ἀήρ συμπιέζεται ἐντὸς τοῦ κινητήρος καὶ ἀποκτᾷ πίεσιν 4 ἕως 5 ἀτμοσφαιρῶν. Ὁ συμπιεσθεὶς ἀήρ χρησιμοποιεῖται ἔπειτα διὰ τὴν καυσὶν μιᾶς ὑγρᾶς καυσίμου οὐσίας (βενζίνης ἢ πετρελαίου). Οὕτω προκύπτουν μεγάλαι μᾶζαι πολὺ θερμῶν ἀερίων, τὰ ὁποῖα ἐκφεύγουν πρὸς τὰ ὀπίσθεν μετὰ μεγάλην ταχύτητα.



Σχ. 183. Τομή ἑλικος

Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, τὸ ἀεροπλάνον κινεῖται κατὰ φορὰν ἀντίθετον πρὸς τὴν φορὰν τῆς ἐξόδου τῶν ἀερίων, ὅπως συμβαίνει καὶ εἰς τοὺς πυραύλους. Διὰ τὴν κυβέρνησιν τοῦ ἀεροπλάνου ὑπάρχει σύστημα πηδάλιων, ἥτοι ἐπιπέδων ἐπιφανειῶν

στρεπτῶν περὶ κατακορύφους ἢ ὀριζοντίους ἄξονας. Τὰ πηδάλια ταῦτα εὐρίσκονται εἰς τὸ οὐραῖον μέρος τοῦ ἀεροπλάνου καὶ εἰς τὰ ὀπισθεν ἄκρα τῶν πτερύγων.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

172. Διὰ τὸ ἀλεξίπτωτον ἡ τιμὴ τοῦ K εἶναι 0,123, ὅταν ἡ R μετρηται εἰς $\text{kg} \cdot \text{r}^*$, ἢ σ εἰς m^2 καὶ ἡ v m/sec . Νὰ εὐρεθῇ πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ ἐπιφάνεια σ τοῦ ἀλεξίπτωτον, ὥστε τοῦτο νὰ ἀποκτᾷ ὀρικὴν ταχύτητα ἴσην μὲ 3,5 m/sec , ὅταν τὸ ὅλον βάρος, τὸ ὁποῖον ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ ἀλεξίπτωτον εἶναι 95 $\text{kg} \cdot \text{r}^*$.

173. Μία σφαιρικὴ σταγὼν βροχῆς ἔχει ἀκτῖνα 0,2 cm . Νὰ εὐρεθῇ πόση εἶναι ἡ ὀρικὴ ταχύτης, μὲ τὴν ὁποίαν πίπτει ἡ σταγὼν, ἂν εἶναι γνωστὸν ὅτι ἐπὶ μιᾷ σφαίρας, ἡ ὁποία ἔχει ἀκτῖνα $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ μέτρον καὶ πίπτει μὲ ταχύτητα 1 m/sec , ἀναπτύσσεται ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἴση μὲ 0,03 $\text{kg} \cdot \text{r}^*$.

174. Μία μικρὰ κοίλη σφαῖρα ἀπὸ ἀργίλλιον, εἶναι στερεωμένη εἰς τὸ ἄκρον λεπτῆς ράβδου OA , τῆς ὁποίας τὸ βάρος δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν. Ἡ ράβδος δύνата νὰ στρέφεται περὶ ὀριζόντιον ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ ἄκρου της O . Ἡ συσκευὴ αὐτὴ τοποθετεῖται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ πνέοντος ἀνέμου. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ράβδος OA σχηματίζει γωνίαν 45° μὲ τὴν κατακόρυφον, ἐνῶ τὸ ἀνεμόμετρον δεικνύει ὅτι κατὰ τὴν στιγμὴν ἐκείνην ὁ ἄνεμος ἔχει ταχύτητα $v = 10 \text{ m}/\text{sec}$. Νὰ εὐρεθῇ πόση θὰ ἦτο ἡ ὀρικὴ ταχύτης, μὲ τὴν ὁποίαν θὰ ἔπιπτεν ἡ σφαῖρα ἐντὸς ἡρεμοῦντος ἀέρος.

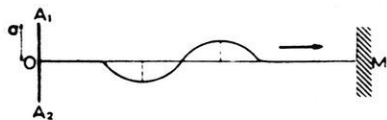
175. Τὸ φορτίον, τὸ ὁποῖον ὑποβαστάζει μία πτέρυξ ἀεροπλάνου, ἀνέρχεται εἰς 50 $\text{kg} \cdot \text{r}^*/\text{m}^2$. Νὰ εὐρεθῇ ἡ διαφορὰ πιέσεως μεταξὺ τῆς κατωτέρας καὶ τῆς ἀνωτέρας ἐπιφανείας τῆς πτέρυγος εἰς gr^*/cm^2 .

176. Ἀεροπλάνον ἔχει βάρος 6 400 $\text{kg} \cdot \text{r}^*$, ἡ δὲ ἀναπτυσσομένη ἀεροδύναμις δίδεται ἀπὸ τὴν σχέσιν: $F = 0,03 \Sigma \cdot v^2$, ὅπου Σ εἶναι ἡ φέρουσα ἐπιφάνεια εἰς m^2 , v εἶναι ἡ ταχύτης εἰς m/sec καὶ F εἶναι ἡ

αεροδύναμις εις kgf^* . Ἐὰν ἡ φέρουσα ἐπιφάνεια τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι 60 m^2 καὶ ἡ γωνία προσβολῆς πολὺ μικρά, νὰ εὐρεθῇ πόση πρέπει νὰ γίνη ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου διὰ νὰ κατορθώσῃ τοῦτο νὰ ἀπογειωθῇ.

ΚΥΜΑΤΑ

182. Ἐγκάρσια κύματα. Τὸ ἐν ἄκρον μακρᾶς χορδῆς ἀπὸ καουτσούκ στερεώνομεν εἰς τὸ σταθερὸν σημεῖον Μ (σχ. 184), ἐνῶ τὸ ἄλλο ἄκρον τὸ κρατοῦμεν μετὰ τὴν χεῖρα μας, τείνοντες συγχρόνως τὴν χορδὴν ἑλαφρῶς. Ἐὰν ἀναγκάσωμεν τὸ ἄκρον Ο νὰ ἐκτελέσῃ μίαν ταλάντωσιν πλάτους α , παρατηροῦμεν ὅτι κατὰ μῆκος τῆς χορδῆς διαδίδεται μία κυματοειδὴς παραμόρφωσις, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **κύμα**.



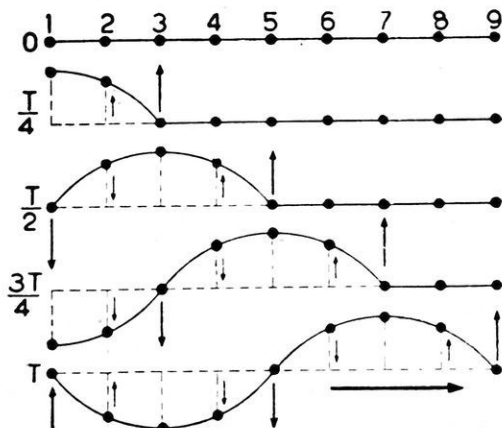
Σχ. 184. Ἐγκάρσια κύματα

Ἡ κίνησις τοῦ Ο προκαλεῖ διατάραξιν εἰς τὰ γειτονικά πρὸς αὐτὸ σημεία, διότι τὰ σημεία αὐτὰ συνδέονται μετὰ τὸ Ο δι' ἐλαστικῶν δυνάμεων (μοριακῶν δυνάμεων). Οὕτως ὅλα τὰ μόρια τῆς ἐλαστικῆς χορδῆς ἀναγκάζονται νὰ ἐκτελέσουν διαδοχικῶς τὴν ἰδίαν ἀκριβῶς κίνησιν, τὴν ὁποίαν ἐξετέλεσε τὸ σημεῖον Ο. Ἡ τοιαύτη μετάδοσις τῆς κινήσεως ἀπὸ τοῦ ἑνὸς σημείου εἰς τὸ ἄλλο καλεῖται **κύμα**. Εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα τῆς τεταμένης χορδῆς τὰ μόρια τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου πάλλονται καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τῆς κυμάσεως καὶ τὰ σχηματιζόμενα κύματα καλοῦνται **ἐγκάρσια κύματα**. Ὡστε :

Κύματα ὀνομάζομεν τὸν μηχανισμόν διαδόσεως μιᾶς ἐλαστικῆς διαταράξεως ἐντὸς ἐλαστικοῦ μέσου, ὅποτε συμβαίνει μεταφορὰ ἐνεργείας ἀπὸ τὸ ἐν μόνιον τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου εἰς τὸ ἄλλο.

183. Μῆκος κύματος. Ἀς θεωρήσωμεν μίαν σειρὰν μορίων τῆς ἐλαστικῆς χορδῆς (σχ. 185). Ἡ κίνησις μεταδίδεται ἀπὸ τοῦ ἑνὸς μορίου εἰς τὸ ἀμέσως ἐπόμενον μετὰ μικρὰν καθυστέρησιν, ἕνεκα τῆς ἀδρανείας τοῦ μορίου. Ἐὰν λοιπὸν ὑποθέσωμεν ὅτι ἕκαστον μόνιον ἀρχίζει νὰ κινῆται μετὰ παρέλευσιν χρόνου $T/8$ ἀπὸ τῆς στιγμῆς τῆς ἐκκί-

νήσεως τοῦ γειτονικοῦ μορίου, τότε κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν T τίθεται εἰς κίνησιν τὸ μόριον 9, ἐνῶ τὸ μόριον 1 ἔχει συμπληρώσει μίαν ὁλόκληρον ταλάντωσιν. Κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμὴν τὸ μόριον 3 ἔχει ἐκτελέσει τὰ τρία τέταρτα τῆς ταλάντωσεως· τὸ μόριον 5 ἔχει ἐκτελέσει τὸ ἡμισυ τῆς ταλάντωσεως· τὸ δὲ μόριον 7 ἔχει ἐκτελέσει τὸ τέταρτον τῆς ταλάντωσεως. Τὰ βέλη φανερώνουν τὴν φορὰν καὶ κατὰ προσέγγισιν τὸ μέγεθος τῆς ταχύτητος τῶν μορίων.



Σχ. 185. Διάδοσις ἐγκάρσιας κυμάνσεως ἐντὸς μιᾶς περιόδου

Παρατηροῦμεν ὅτι ἐντὸς τοῦ χρόνου T ἡ κύμανσις διαδίδεται εἰς ὀρισμένην ἀπόστασιν μὲ σταθεράν ταχύτητα v .

Μήκος κύματος λ καλεῖται ἡ σταθερὰ ἀπόστασις, εἰς τὴν ὁποίαν διαδίδεται ἡ ταλάντωσις ἐντὸς μιᾶς περιόδου.

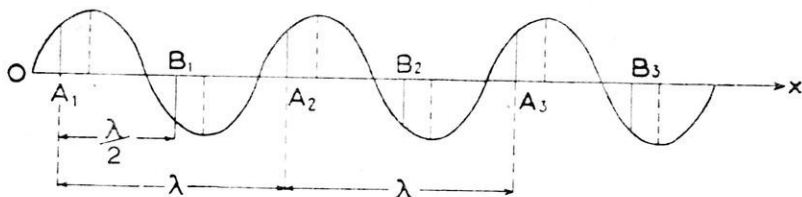
$$\text{μήκος κύματος : } \lambda = v \cdot T$$

Ἐπειδὴ ἡ συχνότης ν εἶναι $\nu = \frac{1}{T}$ ἡ προηγουμένη σχέσηις δίδει τὴν ἀκόλουθον θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῶν κυμάτων.

$$\text{ταχύτης διαδόσεως τοῦ κύματος : } v = \nu \cdot \lambda$$

Ἐὰν τὸ σημεῖον O ἐκτελῇ συνεχῶς ἀρμονικὰς ταλαντώσεις, τότε ἐντὸς τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου διαδίδεται συνεχῶς μία κύμανσις. Κατὰ μίαν ὀρισμένην χρονικὴν στιγμὴν τὸ κύμα ἔχει τὴν μορφήν, τὴν ὁποίαν δεικνύει τὸ σχῆμα 186. Τὰ σημεῖα A_1, A_2, A_3 , ἔχουν κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμὴν τὴν αὐτὴν ἀπομάκρυνσιν. Μετὰ παρέλευσιν χρόνου τινὸς τὰ

σημεία A_1, A_2, A_3 θά έχουν ἄλλην ἀπομάκρυνσιν, ἢ ὁποία ὅμως θά εἶναι ἡ αὐτὴ διὰ τὰ τρία σημεία. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν λέγομεν ὅτι:



Σχ. 186. Ἡ ἀπόστασις A_1A_2 ἢ A_2A_3 εἶναι ἴση μετὰ λ , ἡ δὲ ἀπόστασις A_1B_1 ἢ B_1A_2 εἶναι ἴση μετὰ $\lambda/2$

τὰ θεωρούμενα σημεία ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν κυμάνσεως. Αἱ ἀποστάσεις A_1A_2 καὶ A_2A_3 εἶναι ἴσαι μετὰ τὸ μῆκος κύματος λ . Ὡστε:

Μῆκος κύματος λ καλεῖται ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν δύο πλησιεστέρων σημείων, τὰ ὅποια ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν κυμάνσεως.

Ἀντιθέτως, τὸ σημεῖον B_1 , τὸ ὁποῖον ἀπέχει $\frac{\lambda}{2}$ ἀπὸ τὸ A_1 καθυ-

στερεῖ πάντοτε ὡς πρὸς τὸ A_1 κατὰ $\frac{T}{2}$. Ἄρα εἰς πᾶσαν στιγμὴν αἱ ἀπομακρύνσεις τῶν σημείων B_1 καὶ A_1 , εἶναι ἴσαι, ἀλλ' ἀντιθέτου φορᾶς. Λέγομεν ὅτι τὰ σημεία αὐτὰ ἔχουν **ἀντίθετον φάσιν κυμάνσεως**.

Γενικώτερον, ὅταν δύο σημεία τῆς εὐθείας Ox τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου ἀπέχουν μεταξὺ τῶν κατὰ ἄρτιον ἀριθμὸν $\frac{\lambda}{2}$ τότε τὰ σημεία ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν κυμάνσεως· ἀντιθέτως, ἐὰν ἡ ἀπόστασις d μεταξὺ τῶν δύο σημείων εἶναι ἴση μετὰ περιττὸν ἀριθμὸν $\frac{\lambda}{2}$, τότε τὰ σημεία ἔχουν ἀντίθετον φάσιν. Ἦτοι:

$$\text{τὰ σημεία ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν: } d = 2\kappa \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\text{τὰ σημεία ἔχουν ἀντίθετον φάσιν: } d = (2\kappa + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

ὅπου κ εἶναι οἷοσδήποτε ἀκέραιος ἀριθμὸς.

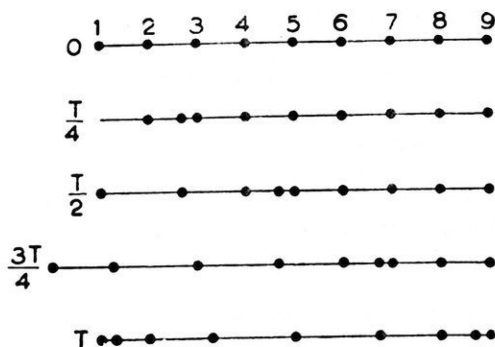
184. Διαμήκη κύματα. Τὸ ἐν ἄκρον μακροῦ ἐλατηρίου τὸ στερεώνομεν εἰς τὸ σταθερὸν σημεῖον M, τὸ δὲ ἄλλο ἄκρον τὸ κρατοῦμεν μετὰ τὴν χεῖρα μας (σχ. 187). Πλησίον τοῦ ἄκρου O ἀναγκάζομεν μερικὰς σπείρας νὰ πλησιάσουν ἢ μίαν πρὸς τὴν ἄλλην καὶ ἔπειτα τὰς ἀφήνομεν ἀποτόμως ἐλευθέρας. Ἐκαστὴ σπεῖρα ἐκτελεῖ με-



Σχ. 187. Διαμήκη κύματα

ρικὰς ταχείας ταλαντώσεις περὶ τὴν θέσιν ἰσορροπίας τῆς καὶ ἔπειτα ἡρεμεῖ. Ἀλλὰ ἡ διατάραξις, τὴν ὁποίαν προσκαλέσαμεν εἰς τὰς ὀλίγας αὐτὰς σπείρας, βλέπομεν ὅτι διαδίδεται κατὰ μῆκος τοῦ ἐλατηρίου μέχρι τοῦ σταθεροῦ σημείου M. Εἰς τὸ πείραμα τοῦτο ἐκαστὴ σπεῖρα πᾶλλεται κατὰ τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τῆς κυμάνσεως καὶ τὰ σχηματιζόμενα κύματα λέγονται **διαμήκη κύματα**. Ὡς θεωρήσωμεν

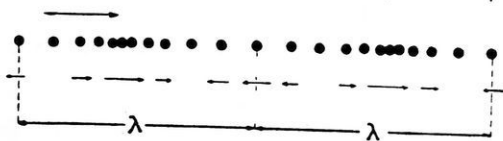
πάλιν μίαν σειρὰν μορίων τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου (σχ. 188), τὰ ὁποῖα συνδέονται μεταξύ των, ὅπως εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σχήματος 185. Τὸ μόριον 1 ἐκτελεῖ μίαν ἁρμονικὴν ταλάντωσιν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς εὐθείας, ἐπὶ τῆς ὁποίας εὐρίσκονται τὰ μόρια. Τότε ὅλα τὰ μόρια τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου θὰ ἐκτελέσουν διαδοχικῶς τὴν αὐτὴν ἀκριβῶς κίνησιν, τὴν ὁποίαν ἐξέτελεσε τὸ μόριον 1.



Σχ. 188. Διάδοσις διαμήκους κυμάνσεως ἐντὸς μιᾶς περιόδου

Εἰς τὴν διαμήκη κύμανσιν παρατηροῦμεν ὅτι τὰ μόρια τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου ἐναλλάξ πλησιάζουν καὶ ἀπομακρύνονται ἀλλήλων. Οὕτω δημιουργοῦνται **πυκνώματα** καὶ **ἀραιώματα** τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου, τὰ ὁποῖα διαδίδονται κατὰ μῆκος τῆς θεωρουμένης εὐθείας τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου. Εἰς τὴν κύμανσιν αὐτὴν λαμβάνομεν ὡς **μῆκος κύματος** λ τὴν ἀπόστασιν δύο διαδοχικῶν πυκνωμάτων (ἢ ἀραιωμάτων). Εἰς τὸ σχῆμα 189 παριστάν-

ται δύο μήκη κύματος. Τὰ βέλη φανερώουν την φοράν καὶ κατὰ προσέγγισιν τὸ μέγεθος τῆς ταχύτητος τῶν μορίων. Ὡστε :



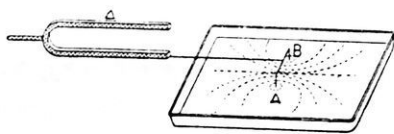
Εἰς τὰ διαμήκη κύματα σχηματίζονται ἀλληλοδιαδόχως

Σχ. 189. Σχηματισμός πυκνωμάτων καὶ ἀραιωμάτων

πυκνώματα καὶ ἀραιώματα τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου καὶ συνεπῶς συμβαίνουν διαδοχικαὶ μεταβολαὶ τῆς πυκνότητος τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου.

185. Συμβολὴ τῶν κυμάτων. Ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ μέσου δυνατὸν νὰ διαδίδωνται συγχρόνως δύο κυμάνσεις. Ὅταν αἱ κυμάνσεις αὗται φθάνουν εἰς ἓν σημεῖον τοῦ μέσου, τότε τὸ σημεῖον τοῦτο ἐκτελεῖ μίαν συνισταμένην κίνησιν. Λέγομεν τότε ὅτι αἱ δύο κυμάνσεις συμβάλλουσι. Τὸ ἀκόλουθον πείραμα δεικνύει τὸ φαινόμενον τῆς συμβολῆς κυμάτων τῆς αὐτῆς περιόδου (T).

Εἰς τὸ ἓν σκέλος διαπασῶν (σχ. 190) εἶναι στερεωμένον στέλεχος, τὸ ὁποῖον εἰς τὰ ἅκρα του



Σχ. 190. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς συμβολῆς δύο κυμάνσεων

εἶναι κεκαμμένον κατὰ ὀρθὴν γωνίαν οὕτως, ὥστε τὰ σημεῖα A καὶ B νὰ πάλλωνται κατακορύφως. Ὅταν τὸ διαπασῶν ἡρεμῇ, τὰ σημεῖα A καὶ B εὐρίσκονται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν ἡρεμοῦντος ὕδατος ἢ ὑδραργύρου.

Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕγρου διασκορπίζομεν μικρὰ τεμάχια φελλοῦ καὶ θέτομεν τὸ διαπασῶν εἰς συνεχῇ παλμικὴν κίνησιν (μὲ τὴν βοήθειαν ἡλεκτρομαγνήτου). Παρατηροῦμεν ὅτι μερικά τεμάχια φελλοῦ μένουσι διαρκῶς ἀκίνητα, ἄλλα δὲ πάλλωνται κατακορύφως μὲ μέγιστον πλάτος. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἐξηγεῖται ὡς ἐξῆς: Τὰ σημεῖα A καὶ B εἶναι δύο πηγαὶ κυμάνσεων, αἱ ὁποῖαι ἔχουν τὴν αὐτὴν περίοδον T καὶ τὸ αὐτὸ πλάτος α. Αἱ κυμάνσεις ἀναχωροῦν συγχρόνως ἀπὸ τὰ σημεῖα A καὶ B, διαδίδονται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕγρου καὶ ὅταν φθάσουν εἰς ἓν μῦριον τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕγρου τὸ ἀναγκάζουν νὰ ἐκτελέσῃ συγχρόνως δύο κατακορύφους ταλαντώσεις περὶ τὴν θέσιν ἰ-

σorroπίας του. Ἐστω ἐν σημείον Γ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ (σχ. 191) τοιοῦτον, ὥστε ἡ διαφορὰ τῶν ἀποστάσεων του ἀπὸ τὸ Α καὶ τὸ Β νὰ εἶναι ἴση μὲ ἀρτιον ἀριθμὸν $\frac{\lambda}{2}$, ἥτοι εἶναι :

$$GA - GB = 2\kappa \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \tilde{\eta}$$

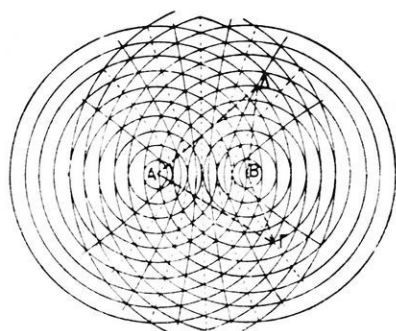
$$GA - GB = \kappa \cdot \lambda \quad (1)$$

Εἰς τὸ σημεῖον Γ αἱ δύο κυμάνσεις φθάνουν μὲ τὴν αὐτὴν φάσιν καὶ ἐπομένως τὸ Γ πάλλεται μὲ πλάτος 2κ , δηλαδὴ μὲ τὸ μέγιστον πλά-

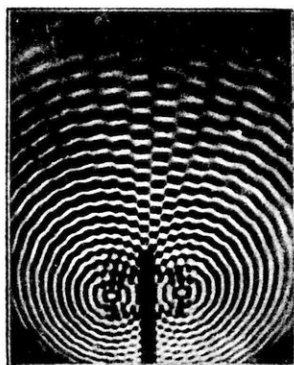
τος. Ὁ ἀνωτέρω ἀπαραίτητος ὅρος διὰ τὴν ἐνίσχυσιν τῆς κυμάνσεως κατὰ τὴν συμβολὴν δύο κυμάτων ἐκπληροῦται καὶ εἰς ἄλλα σημεία τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Ὅλα τὰ σημεία τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, τὰ ὁποῖα πάλλονται μὲ μέγιστον πλάτος, εὐρίσκονται ἐπὶ ἐνὸς συστήματος ὑπερβολῶν (στικταὶ γραμμαί). Ἄς θεωρήσωμεν τώρα ἐν σημεῖον Δ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ (σχ. 191) τοιοῦτον, ὥστε ἡ διαφορὰ τῶν ἀποστάσεων του ἀπὸ τὸ Α καὶ τὸ Β νὰ εἶναι ἴση μὲ περιττὸν ἀριθμὸν $\frac{\lambda}{2}$, ἥτοι εἶναι :

$$DA - DB = (2\kappa + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (2)$$

Εἰς τὸ σημεῖον Δ αἱ δύο κυμάνσεις φθάνουν πάντοτε μὲ ἀντίθετον φάσιν καὶ ἐπομένως τὸ Δ πάλλεται μὲ πλάτος ἴσον μὲ μηδέν, δηλαδὴ τὸ Δ μένει διαρκῶς ἀκίνητον. Ὅλα τὰ σημεία τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, τὰ ὁποῖα δὲν πάλλονται εὐρίσκονται ἐπίσης ἐπὶ ἐνὸς συστήματος ὑπερβολῶν (αἱ πλήρεις γραμμαί). Τὰ δύο συστήματα τῶν ὑπερβολῶν ἀποτελοῦν τοὺς λεγομένους **κροσσούς συμβολῆς** (σχ. 192).

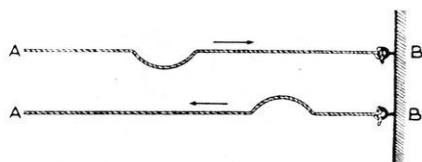


Σχ. 191. Ἐξήγησις τῆς συμβολῆς δύο κυμάνσεων

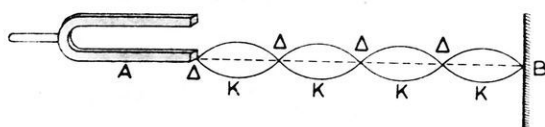


Σχ. 192. Κροσσοὶ συμβολῆς

186. Στάσιμα κύματα. Τὸ ἄκρον Β μακρᾶς χορδῆς ἀπὸ καουτσούκ εἶναι στερεωμένον εἰς τοῦτον (σχ. 193). Τείνομεν ἐλαφρῶς τὴν χορδὴν καὶ ἀναγκάζομεν τὸ ἄκρον τῆς Α νὰ ἐκτελέσῃ ταχέως ἡμίσειαν ταλάντωσιν. Ἡ ἐγκάρσια διατάραξις, ἢ προκληθεῖσα εἰς τὸ Α, διαδίδεται ἐκ τοῦ Α

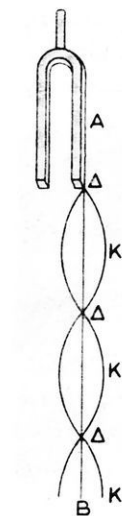


Σχ. 193. Ἀνάκλασις τῆς κυμάνσεως

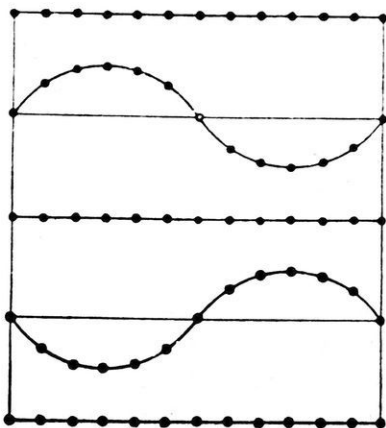


Σχ. 194. Ἐγκάρσια στάσιμα κύματα. Ἀνάκλασις ἐπὶ ἀνενδότου τοιχώματος

ἄλῃ συνεχῶς παλμικὴν κίνησιν (σχ. 194), τότε εἰς ἕκαστον σημεῖον τῆς χορδῆς φθάνουν εἰς πᾶσαν στιγμὴν δύο κυμάνσεις, ἡ προσπίπτουσα καὶ ἡ ἀνακλωμένη κύμανσις. Παρατηροῦμεν ὅτι κατὰ μῆκος τῆς χορδῆς ἐμφανίζονται ἄτρακτοι. Ὁρισμένα σημεῖα τῆς χορδῆς μένουν πάντοτε ἀκίνητα, καὶ καλοῦνται δεσμοὶ (Δ), ἄλλα δὲ σημεῖα τῆς χορδῆς κινούνται πάντοτε μὲ μέγιστον πλάτος καὶ καλοῦνται κοιλίαι (Κ). Ἡ τοιαύτη ἰδιάζουσα κύμανσις τῆς χορδῆς χαρακτηρίζεται μὲ τὸν ὅρον **στάσιμα κύματα** καὶ εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς συμβολῆς τῶν δύο ἀντιθέτως διαδιδομένων ἐπὶ τῆς



Σχ. 195 Ἀνάκλασις εἰς ἐλεύθερον ἄκρον



Σχ. 196. Ἐγκάρσιον στάσιμον κύμα

χορδῆς κυμάνσεων. Τὰ στάσιμα κύματα ἔχουν τὰς ἐξῆς ιδιότητας :

α) "Όλα τὰ σημεῖα τοῦ μέσου διέρχονται συγχρόνως ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσορροπίας των καὶ φθάνουν συγχρόνως εἰς τὸ μέγιστον πλάτος των (σχ. 196).

β) Τὸ πλάτος ταλαντώσεως τῶν διαφόρων σημείων εἶναι διάφορον· τοῦτο εἶναι μέγιστον εἰς τὰς κοιλίας καὶ μηδὲν εἰς τοὺς δεσμούς.

γ) Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν δεσμῶν (ἢ κοιλιῶν) εἶναι ἴση μὲ τὸ ἥμισυ τοῦ μήκους κύματος.

δ) Ἐκπτέρωθεν ἑνὸς δεσμοῦ τὰ σημεῖα κινοῦνται πάντοτε κατ' ἀντίθετον φoράν.

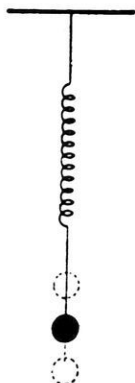
187. Διάδοσις κυμάτων εἰς τὸν χῶρον. Εἰς τὰ ἀνωτέρω ἐξητάσαμεν τὴν διάδοσιν κυμάνσεως εἰς ὕλικά σημεῖα διατεταγμένα κατὰ μῆκος μιᾶς εὐθείας ἢ ἐπὶ μιᾶς ἐπιφανείας.

Ἄς θεωρήσωμεν τώρα ὕλικὸν σημεῖον Ο, τὸ ὁποῖον ἐκτελεῖ ἀμειώτους ταλαντώσεις καὶ περιβάλλεται ἀπὸ ἑλαστικὸν μέσον ἀπεριόριστον. Τὸ κέντρον κυμάνσεως Ο ἐκπέμπει τότε παλμικὴν ἐνέργειαν πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις πέριξ τοῦ Ο. Οὕτω σχηματίζονται **σφαιρικὰ κύματα**. "Όλα τὰ σημεῖα τὰ εὐρισκόμενα εἰς τὴν αὐτὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ Ο θὰ ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν κυμάνσεως. Τὰ σημεῖα αὐτὰ ἀποτελοῦν ἐπιφάνειαν σφαίρας, ἡ ὁποία ἔχει κέντρον τὸ σημεῖον Ο. Ἡ σφαιρική αὕτη ἐπιφάνεια καλεῖται **ἐπιφάνεια κύματος**. Αἱ διευθύνσεις τῆς διαδόσεως τῆς κυμάνσεως (δηλαδὴ αἱ ἀκτῖνες τῆς ἀνωτέρω σφαιρικῆς ἐπιφανείας) καλοῦνται **ἀκτῖνες κυμάνσεως**. Ὡστε :

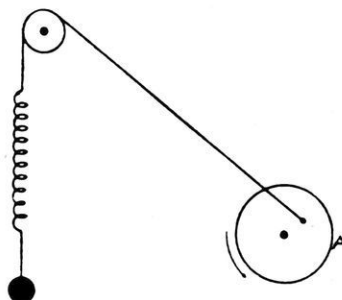
Ἐντὸς τοῦ χώρου ἡ κύμανσις διαδίδεται κατὰ σφαιρικὰ κύματα.

188. Συντονισμός. Εἰς τὸ ἄκρον κατακορύφου σπειροειδοῦς ἐλατηρίου ἐξαρθῶμεν μεταλλικὴν σφαῖραν καὶ σύρομεν αὐτὴν πρὸς τὰ κάτω (σχ. 197). "Όταν ἀφήσωμεν τὴν σφαῖραν ἐλευθέραν, αὕτη ἐκτελεῖ ἁρμονικὰς ταλαντώσεις, διότι ἡ δύναμις, ἡ ὁποία προκαλεῖ τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐκάστοτε ἀπομάκρυνσιν αὐτῆς. Ἡ συχνότης ν_0 τῆς ταλαντώσεως εἶναι ὀρισμένη καὶ καλεῖται **ιδιοσυχνότης** τοῦ παλλομένου συστήματος. Ἡ ἀνωτέρω ταλάντωσις τῆς σφαίρας εἶναι **ἐλευθέρα ταλάντωσις**, διότι ἐπὶ τοῦ παλλομένου συστήματος (σφαῖρα, ἐλατήριο) δὲν ἐπιδρᾷ ἑξωτερικὴ δύναμις.

Προσδένομεν τώρα τὸ ἐλατήριο εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ νήματος, τοῦ ὁποίου τὸ ἄλλο εἶναι στερεωμένον εἰς τροχὸν Α (σχ. 198). Ἄν θέσωμεν τὸν τροχὸν εἰς κίνησιν, τότε ἐπὶ τοῦ παλλομένου συστήματος



Σχ. 197. Τὸ σύστημα πάλτεται μετὰ τὴν ἰδιοσυχνότητά του



Σχ. 198. Τὸ σύστημα ἐκτελεῖ ἐξηναγκασμένας ταλαντώσεις καὶ συντονίζεται, ὅταν ἡ συχνότης τοῦ τροχοῦ γίνη ἴση μετὰ τὴν ἰδιοσυχνότητα τοῦ συστήματος

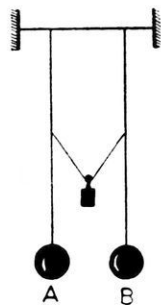
ἐνεργεῖ περιοδικῶς ἐξωτερικὴ δύναμις. Ἡ περιοδικὴ ἐπίδρασις τῆς ἐξωτερικῆς δυνάμεως ἔχει συχνότητα ν , τὴν ὁποίαν ρυθμίζομεν μεταβάλλοντες τὸν ἀριθμὸν τῶν στροφῶν τοῦ τροχοῦ. Ὅταν λοιπὸν στρέφωμεν τὸν τροχόν, παρατηροῦμεν ὅτι καὶ ἡ σφαῖρα ἀναγκάζεται νὰ ἐκτελέσῃ ταλάντωσιν, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **ἐξηναγκασμένην ταλάντωσιν**. Τότε ἡ συχνότης τῆς ταλαντώσεως τῆς σφαίρας εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἐκάστοτε συχνότητα ν τῆς περιστροφῆς τοῦ τροχοῦ. Ἄν ἡ συχνότης ν τῆς περιστροφῆς τοῦ τροχοῦ διαφέρῃ πολὺ ἀπὸ τὴν ἰδιοσυχνότητα ν_0 τῆς σφαίρας, τότε τὸ πλάτος τῆς ἐξηναγκασμένης ταλαντώσεως τῆς σφαίρας εἶναι μικρόν. Ἄν ὅμως ἡ συχνότης ν τῆς περιστροφῆς τοῦ τροχοῦ λαμβάνῃ τιμὰς, αἱ ὁποῖαι συνεχῶς πλησιάζουν πρὸς τὴν ἰδιοσυχνότητα ν_0 τῆς σφαίρας, τότε παρατηροῦμεν ὅτι τὸ πλάτος τῆς ἐξηναγκασμένης ταλαντώσεως τῆς σφαίρας βαίνει συνεχῶς αὐξανόμενον. Ὅταν δὲ ἡ συχνότης ν τοῦ τροχοῦ γίνη ἴση μετὰ τὴν ἰδιοσυχνότητα ν_0 τῆς σφαίρας, τότε τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως τῆς σφαίρας γίνεται μέγιστον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν λέγο-

μεν ὅτι μεταξύ τοῦ στρεφομένου τροχοῦ (διεγέρτης) καὶ τοῦ παλλομένου συστήματος (συντονιστής) ὑπάρχει **συντονισμός**. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται τὸ ἐξῆς συμπέρασμα :

Δύο ταλαντευόμενα συστήματα εὐρίσκονται εἰς συντονισμόν, ὅταν ἔχουν τὴν αὐτὴν συχνότητα.

Ἐφαρμογὴν τοῦ φαινομένου τοῦ συντονισμοῦ ἔχομεν εἰς τὴν αἰώραν (κούνια)· διὰ νὰ προσδώσωμεν εἰς αὐτὴν μεγάλο πλάτος αἰωρήσεως, δίδομεν εἰς τὴν αἰώραν περιοδικῶς ὠθήσεις μὲ συχνότητα ἴσην πρὸς τὴν ἰδιοσυχνότητα τῆς αἰώρας. Ἄλλην ἐφαρμογὴν ἔχομεν εἰς τὰς γεφύρας, ἐπὶ τῶν ὁποίων οἱ πολυάνθρωποι σχηματισμοὶ (στρατός, σχολεῖα κ.ἄ.) οὐδέποτε βαδίζουν ρυθμικῶς· διότι ἡ γέφυρα ἔχει ὠρισμένην ἰδιοσυχνότητα, καὶ ἂν ἡ συχνότης τοῦ βηματισμοῦ συμπίσῃ νὰ γίνῃ ἴση μὲ τὴν ἰδιοσυχνότητα τῆς γεφύρας, τότε τὸ πλάτος ταλαντώσεως τῆς γεφύρας αὐξάνεται πολὺ καὶ εἶναι δυνατόν νὰ προκληθῇ καταστροφὴ τῆς γεφύρας.

***189. Σύζευξις.** Ἐν σύστημα A δύναται νὰ ἐκτελῇ ταλαντώσεις καὶ τοῦτο εἶναι συνδεδεμένον μὲ ἄλλο σύστημα B οὕτως, ὥστε κατὰ τὴν κίνησιν τοῦ A νὰ ἀσκοῦνται ἐπὶ τοῦ B δυνάμεις· τότε λέγομεν ὅτι τὰ δύο συστήματα A καὶ B εἶναι **συνεζευγμένα**. Ἐν παράδειγμα συνεζευγμένων συστημάτων εἶναι τὸ ἐξῆς : Δύο ἐκκρεμῆ A καὶ B στερεώνονται εἰς ἓν νῆμα, τὸ ὁποῖον τείνεται ὀριζοντίως, (σχ. 199). Τὰ δύο ἐκκρεμῆ ἔχουν τὸ αὐτὸ μῆκος, ἐπομένως ἔχουν καὶ τὴν αὐτὴν ἰδιοσυχνότητα ν_0 . Ἐὰν θέσωμεν εἰς κίνησιν τὸ A, παρατηροῦμεν, ὅτι καὶ τὸ B ἀρχίζει νὰ ἐκτελῇ ταλαντώσεις. Ἐρχεται δὲ στιγμὴ, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ μὲν B κινεῖται μὲ μέγιστον πλάτος, τὸ δὲ A ἡρεμεῖ. Τότε τὸ A μετέδωκε διὰ μέσου τοῦ νήματος ὁλόκληρον τὴν ἐνέργειάν του εἰς τὸ B. Μετὰ τὴν στιγμὴν αὐτὴν τὸ φαινόμενον ἀντιστρέφεται· τὸ B παρασύρει εἰς κίνησιν τὸ A κ.ο.κ. Ἄρα ἡ ἐνέργεια μεταδίδεται ἐναλλάξ ἀπὸ τὸ ἓν σῶμα εἰς τὸ ἄλλο.



Σχ. 199. Τὰ ἐκκρεμῆ A καὶ B ἔχουν τὴν αὐτὴν περίοδον

Ὅταν δύο ταλαντευόμενα συστήματα εὐρίσκονται εἰς συντονισμόν,

σμών και είναι συνεξευγμένα, τότε λαμβάνει χώραν μεταφορά της ἐνεργείας τοῦ ἑνὸς συστήματος εἰς τὸ ἄλλο.

Ἐὰν αἱ ἰδιοσυχνότητες τῶν δύο ἐκκρεμῶν διαφέρουν πολὺ μεταξύ των, τότε τὸ Β ἐκτελεῖ μερικὰς μόνον ταλαντώσεις, ἔπειτα ἡρεμεῖ, διὰ τὰ ἐπαναληφθῆ πάλιν τὸ ἴδιον φαινόμενον.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

177. Ἡ ταχύτης διαδόσεως μιᾶς κυμάνσεως εἶναι 300 m/sec , ἡ δὲ συχνότης αὐτῆς εἶναι 75 Hz . Πόσον εἶναι τὸ μῆκος κύματος ;

178. Ἡ συχνότης μιᾶς κυμάνσεως εἶναι $2\,500 \text{ Hz}$, τὸ δὲ μῆκος κύματος αὐτῆς εἶναι 2 cm . Πόση εἶναι ἡ ταχύτης διαδόσεως τῆς κυμάνσεως ;

179. Τὸ μῆκος κύματος μιᾶς κυμάνσεως εἶναι 400 m , ἡ δὲ ταχύτης διαδόσεως αὐτῆς εἶναι $300\,000 \text{ km/sec}$. Πόση εἶναι ἡ συχνότης τῆς κυμάνσεως εἰς μεγακύκλους κατὰ δευτερόλεπτον ;

180. Ἀπὸ τὸ ἄκρον Α μιᾶς εὐθείας ΑΒ μήκους 10 m ἀναχωρεῖ κύμανσις ἔχουσα μῆκος κύματος 40 cm . Μὲ πόσα μῆκη κύματος ἰσοῦται ἡ εὐθεῖα ΑΒ ;

181. Ἐκκρεμὲς ἔχει μῆκος $l = 60 \text{ cm}$. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ συχνότης, ἡ ὁποία θὰ διεγείρῃ τὸ ἐκκρεμές, ὥστε νὰ ἔχωμεν συντονισμόν ; ($g = 980 \text{ cm/sec}^2$).

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

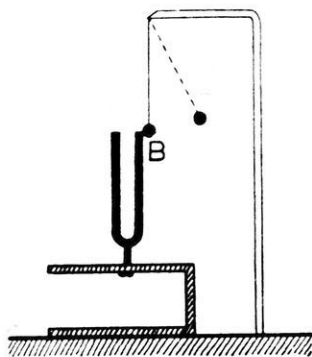
ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ

190. Παραγωγή του ήχου. Ὁ ήχος εἶναι τὸ αἶτιον, τὸ ὁποῖον διεγείρει τὸ αἰσθητήριον τῆς ἀκοῆς. Τὸ αἶτιον τοῦτο εἶναι μία κύμανσις καταλλήλου συχνότητος, ἥ ὁποία διεδόθη διὰ μέσου ἑνὸς ἐλαστικοῦ σώματος. Ἡ διαδοθεῖσα κύμανσις ὀφείλεται εἰς τὴν περιοδικὴν κίνησιν ἑνὸς σώματος. Τὸ ἐπόμενον πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι :

Ὁ ήχος ὀφείλεται εἰς τὴν παλμικὴν κίνησιν ἑνὸς σώματος.

Μία μικρὰ χαλυβδίνη σφαῖρα Β εὐρίσκεται εἰς ἐπαφὴν μετὰ τὸ ἑνὸς σκέλος διαπασῶν (σχ. 200)· ἡ σφαῖρα ἐξαρτᾶται μετὰ νῆμα ἀπὸ σταθερὸν σημεῖον. Ὅταν τὸ διαπασῶν παράγῃ ήχον, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ σφαῖρα ἀναπηδᾷ ζωηρῶς, ὡσάκκις ἔρχεται εἰς ἐπαφὴν μετὰ τὸ διαπασῶν.



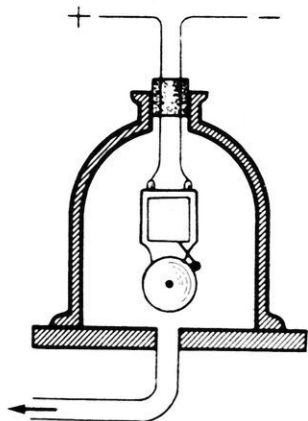
Σχ. 200. Τὸ παλλόμενον σῶμα παράγει ήχον

191. Διάδοσις τοῦ ήχου. Ἐντὸς τοῦ κώδωνος μιᾶς ἀεραντλίας τοποθετοῦμεν ἡλεκτρικὸν κώδωνα, τὸν ὁποῖον θέτομεν εἰς λειτουργίαν μετὰ διακόπτην εὐρισκόμενον ἐκτὸς τοῦ κώδωνος (σχ. 201). Ὅταν ὁ κώδων περιέχῃ ἀέρα, ἀκούομεν τὸν ήχον. Ὅταν ὅμως ἀφαιρέσωμεν τὸν

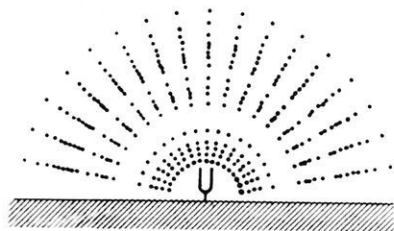
ἀέρα τοῦ κώδωνος, δὲν ἀκούομεν ἤχον, ἂν καὶ βλέπωμεν τὴν σφύραν νὰ κτυπᾷ ἐπὶ τοῦ κώδωνος. "Ωστε :

Ὁ ἤχος διαδίδεται μόνον διὰ μέσου τῶν ὑλικῶν σωμάτων.

192. Ἑχητικά κύματα. "Όταν μία ἤχητική πηγή π.χ. ἐν δια-
πασῶν πάλτεται ἐντὸς τοῦ ἀέρος, τότε τὸ διαπασῶν καθ' ἑκάστην τα-
λάντωσίν του ἐξασκεῖ ἐπὶ τῶν γειτονικῶν
μορίων τοῦ ἀέρος μίαν ὥθησιν. Ἡ εἰς
τὰ πρῶτα μόρια τοῦ ἀέρος μεταδοθεῖσα



Σχ. 201. Διάδοσις τοῦ ἤχου



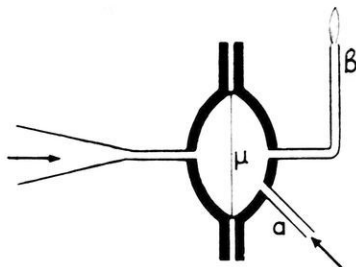
Σχ. 202. Ἐντὸς τοῦ ἀέρος σχηματίζον-
ται πυκνώματα καὶ ἀραιώματα

ἐνέργεια διαδίδεται πρὸς ὅλας τὰς διευ-
θύνσεις με ὠρισμένην ταχύτητα. Οὕτως ἡ
ἤχητική πηγή δημιουργεῖ ἐντὸς τοῦ ἀέρος πυκνώματα καὶ ἀραιώματα,
δηλαδὴ δημιουργεῖ διαμήκη κύματα (σχ. 202). Ἐὰν ἡ ἤχητική πηγή
ἐκτελῇ ν ταλαντώσεις κατὰ δευτερόλεπτον, τότε ἡ συχνότης τῆς δια-
δομένης κυμάνσεως εἶναι ἐπίσης ν.

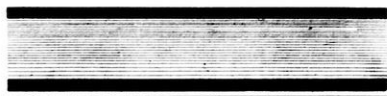
**Ἐντὸς τῶν ἀερίων καὶ τῶν ὑγρῶν ὁ ἤχος διαδίδεται με δια-
μήκη κύματα. Ἐντὸς τῶν στερεῶν ὁ ἤχος διαδίδεται με διαμήκη ἢ
καὶ ἐγκάρσια κύματα.**

193. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῶν ἤχητικῶν κυμάτων. Τὰ
ἐντὸς τοῦ ἀέρος σχηματιζόμενα ἤχητικά κύματα δυνάμεθα νὰ τὰ ἀπο-
δείξωμεν καὶ πειραματικῶς με τὴν μανόμετρίκην κάψαν
(σχ. 203). Αὕτη εἶναι μικρὰ κάψα χωριζομένη εἰς δύο μέρη διὰ μιᾶς
ἐλαστικῆς μεμβράνης. Εἰς τὸν ἕνα χῶρον προσάγεται φωταέριον, τὸ
ὁποῖον ἐξέρχεται ἀπὸ τὸν λεπτὸν σωλῆνα β. Ἐὰν ἀναφλέξωμεν τὸ ἐξερ-
χόμενον φωταέριον, σχηματίζεται κατακόρυφος φλόξ. Ἄν τότε παρα-
τηρήσωμεν ἐπὶ διαφράγματος τὸ εἶδωλον τῆς φλογός, τὸ ὁποῖον δίδει

στρεφόμενον κάτοπτρον, βλέπομεν μίαν ὀριζοντίαν φωτεινὴν ταινίαν (σχ. 204). Ἐάν ὅμως φθάνῃ εἰς τὴν κάψαν ὁ ἤχος ὁ παραγόμενος π.χ. ἀπὸ ἐν διαπασῶν, τότε ἡ φωτεινὴ ταινία παρουσιάζει διαδοχικὰς ἀνυ-

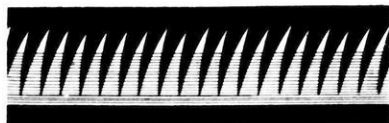


Σχ. 203. Μανομετρικὴ κάψα



Σχ. 204. Εἶδωλον τῆς φλογὸς

ψώσεις καὶ ταπεινώσεις (σχ. 205). αὐταὶ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰ πυκνώματα καὶ τὰ ἀραιώματα τῶν ἡχητικῶν κυμάτων, τὰ ὁποῖα φθάνουν εἰς τὴν μεμβράνην. Ἐάν εἰς τὴν κά-



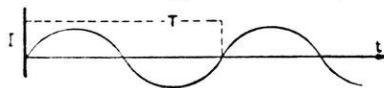
Σχ. 205. Εἶδωλον ἀντιστοιχοῦν εἰς ἀπλοῦν ἤχον



Σχ. 206. Εἶδωλον ἀντιστοιχοῦν εἰς φθόγγον

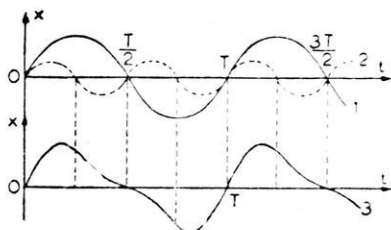
ψαν φθάνῃ ὁ ἤχος ἐνὸς μουσικοῦ ὀργάνου (π.χ. μιᾶς χορδῆς πιάνου), τότε ἡ μορφή τοῦ εἰδώλου τῆς φλογὸς εἶναι πολὺπλοκος, παρουσιάζει ὅμως περιοδικότητα (σχ. 206).

194. Εἶδη ἤχων. Οἱ ἤχοι, τοὺς ὁποῖους ἀκούομεν, δὲν προκαλοῦν πάντοτε εἰς ἡμᾶς τὴν αὐτὴν ἐντύπωσιν. Διακρίνομεν τόνους, φθόγγους, θορύβους καὶ κρότους. Εἰς τὰ ἐργαστήρια ἐπιτυγχάνεται διὰ καταλλήλων διατάξεων ἡ καταγραφή τῶν ἡχητικῶν κυμάτων, τὰ ὁποῖα ἀντιστοιχοῦν εἰς ἕκαστον εἶδος ἤχου. Οὕτως εὗρέθη ὅτι ὁ ἤχος ὁ παραγόμενος ὑπὸ ἐνὸς διαπασῶν ἀντιστοιχεῖ εἰς κανονικὰ ἡχητικὰ κύματα (σχ. 207). Ὁ ἤχος οὗτος ὀφείλεται εἰς ἀρμονικὰς ταλαντώσεις τῆς ἡχητικῆς πηγῆς καὶ καλεῖται τόνος ἢ ἀπλὸς ἤχος. Τοιοῦτους ἤχους παράγουν μόνον ὠρισμένα ἐργαστηριακὰ ὄργανα. Οἱ ἤχοι, οἱ παραγόμενοι ἀπὸ τὰ συνήθη μουσικὰ ὄργανα, ἀντιστοιχοῦν εἰς



Σχ. 207. Καταγραφή ἀπλοῦ ἤχου

περιοδικήν κίνησιν, ή όποία όμως δέν είναι άρμονική ταλάντωσις. Οί ήχοι ούτοι καλοϋνται φθόγγοι. Αί καμπύλαι 1 και 2 τοϋ σχήματος



Σχ. 208. 'Η περιοδική κίνησις 3 είναι συνισταμένη των άρμονικών 1 και 2

208 άντιστοιχούν εις δύο άπλοϋς ήχοϋς, οί όποίοι έχουν συχνότητα ν και 2ν. 'Η καμπύλη 3 άντιστοιχεί εις φθόγγον, ό όποιος έχει περίοδον Τ. Παρατηρούμεν ότι ή καμπύλη 3 προκύπτει εύκόλως έκ των 1 και 2, εάν εις έκάστην στιγμήν προσθέσωμεν άλγεβρικώς τās άπομακρύνσεις των. "Ωστε :

Ό φθόγγος είναι σύνθετος ήχος και δύναται νά αναλυθῇ εις πολλοϋς άπλοϋς ήχοϋς (τόνους), των όποίων αί συχνότητες είναι άκέραια πολλαπλάσια μιās θεμελιώδους συχνότητος.



Σχ. 209. Καταγραφή θορύβου (α) και κρότου (β)

Ό θόρυβος άντιστοιχεί εις άκανόνιστα ήχητικά κύματα, τά όποία δέν παρουσιάζουν καμμίαν περιοδικότητα (σχ. 209). Τέλος ό κρότος άντιστοιχεί εις μίαν αίφνιδίαν και ισχυράν δόνησιν τοϋ αέρος, όπως π.χ.

συμβαίνει κατά την έκπυρσοκρότησιν όπλου.

195. Ταχύτης διαδόσεως τοϋ ήχου. 'Η ταχύτης διαδόσεως τοϋ ήχου έξαρτάται από την φύσιν τοϋ μέσου, έντός τοϋ όποίου διαδίδεται ό ήχος.

α) Ταχύτης τοϋ ήχου εις τόν άερα. 'Η ταχύτης τοϋ ήχου εις τόν άερα μετρεΐται με άκριβεΐς μεθόδους έργαστηριακώς. Έκ των μετρήσεων εύρέθη ότι :

'Η ταχύτης (ν) τοϋ ήχου εις τόν άερα είναι άνεξάρτητος από την άτμοσφαιρικήν πίεσιν και αύξάνεται, όταν αύξάνεται ή θερμοκρασία τοϋ αέρος.

Εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι περίπου 340 m/sec.

$$\text{εἰς } 0^{\circ}\text{C} : v_0 = 331 \text{ m/sec} \quad \text{εἰς } 15^{\circ}\text{C} : v = 340 \text{ m/sec}$$

*Επίδρασις τῆς θερμοκρασίας. Εἰς αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος κατὰ 1°C ἀντιστοιχεῖ αὔξησης τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου 0,60 m/sec περίπου. Ἀκριβέστερον εὑρέθη ὅτι ἡ ταχύτης v τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα καὶ εἰς θερμοκρασίαν $\theta^{\circ}\text{C}$ δίδεται ἀπὸ τὴν σχέσιν :

$$\text{ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς } \theta^{\circ}\text{C} : v = 331 \cdot \sqrt{1 + \frac{\theta}{273}} \text{ m/sec}$$

β) Ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ ὑγρά καὶ τὰ στερεά. Αἱ μετρήσεις τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου εἰς τὰ ὑγρά ἀπέδειξαν γενικῶς ὅτι :

Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ ὑγρά εἶναι μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς τὰ ἀέρια.

Οὕτως εὑρέθη ὅτι εἰς τὸ ὕδωρ θερμοκρασίας 8°C ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἶναι 1435 m/sec. Ἐπίσης εὑρέθη ὅτι :

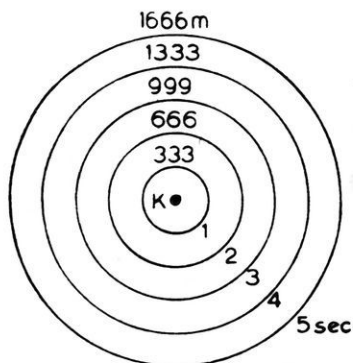
Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ στερεά εἶναι μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς τὰ ὑγρά.

Οὕτως εἰς τὸν χάλυβα ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἶναι 5 000 m/sec.

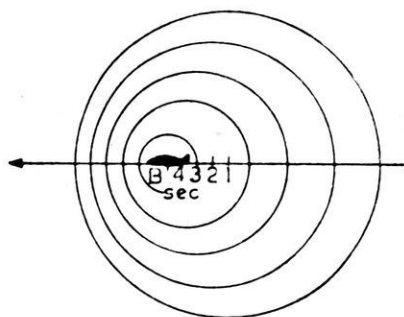
Τ α χ ύ τ η ς τ ο ὗ ἤ χ ο υ					
Ἀήρ	εἰς 0°C :	331 m/sec	Ὑδωρ	1 430 m/sec	
Ἀήρ	εἰς 15°C :	340 m/sec	Ξύλον ἐλάτης	4 200 m/sec	
Ὑδρογόνον	εἰς 15°C :	1 290 m/sec	Μόλυβδος	1 250 m/sec	
Διοξειδίου ἄνθρακος	εἰς 15°C :	270 m/sec	Χάλυψ	5 000 m/sec	

196. Ὑπερηχητικαὶ ταχύτητες. Τὸ ἀεροπλάνον, ὅταν πετᾷ εἶναι μία τεραστία πηγὴ διαταράξεως τοῦ ἀέρος. Ἐπομένως τὸ ἀεροπλάνον κατὰ τὴν πτήσιν του παράγει περίξ αὐτοῦ ἡχητικὰ κύματα (σχ. 210), τὰ ὁποῖα διαδίδονται μὲ τὴν ταχύτητα V τοῦ ἤχου ($V = 1200 \text{ km/h}$). Ἐὰν ἡ ταχύτης v τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι μικρότερα

ἀπὸ τὴν ταχύτητα V τοῦ ἤχου, τότε τὸ ἀεροπλάνον δὲν ἐπηρεάζεται ἀπὸ τὰ παραγόμενα ἡχητικά κύματα, διότι ταῦτα προηγούνται πάντοτε

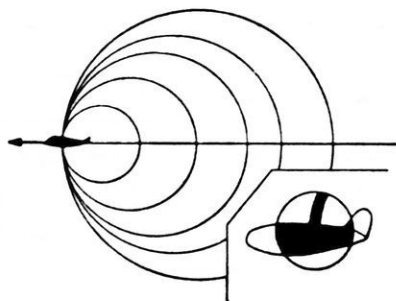


Σχ. 210. Διάδοσις τῶν ἡχητικῶν κυμάτων



Σχ. 211. Ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι μικροτέρα τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου

τοῦ ἀεροπλάνου (σχ. 211). Ἀντιθέτως, ἐὰν ἡ ταχύτης u τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι ἴση μετὰ τὴν ταχύτητα V τοῦ ἤχου, τότε τὰ ἡχητικά κύματα συγκεντρώνονται εἰς τὸ ἐμπρόσθιον ἄκρον τοῦ ἀεροπλάνου, ὅπου παρουσιάζεται μία **πύκνωσις** τῶν κυμάτων (σχ. 212). Ἡ πύκνωσις αὕτη ἀποτελεῖ τὸ καλούμενον **κῶμα κρούσεως**. Τέλος, ἐὰν ἡ τα-



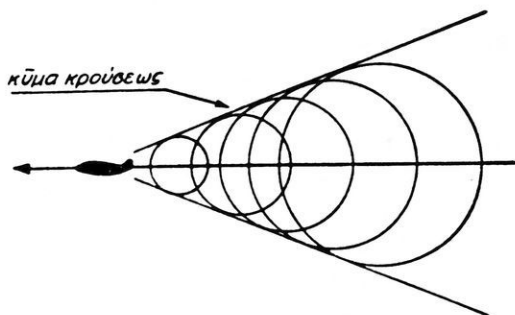
Σχ. 212. Ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι ἴση μετὰ τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου

καὶ ἀποτελεῖται ἀπὸ τὴν συνένωσιν τοῦ συμπιεσμένου τμήματος ὧλων τῶν ἡχητικῶν κυμάτων.

Τὸ κῶμα κρούσεως εἶναι ἓν στρώμα ἀέρος πολὺ μικροῦ πάχους,

χύτης u τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν ταχύτητα V τοῦ ἤχου, τότε τὸ ἀεροπλάνον ἀφήνει ὀπισθέν του τὰ ἡχητικά κύματα· ταῦτα, ἀντὶ νὰ αὐξάνουν σχηματίζοντα συγκεντρικὰς σφαίρας, ἀποτελοῦν ἓνα κῶνον, τοῦ ὁποίου κορυφὴ εἶναι τὸ ἀεροπλάνον. Ὁ κῶνος οὗτος ἐκτείνεται ὀπισθεν τοῦ ἀεροπλάνου. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κῶνου εἶναι τὸ κῶμα κρούσεως (σχ. 213)

εις τὸ ὅποιον παρατηροῦνται σημαντικαὶ μεταβολαὶ θερμοκρασίας καὶ πιέσεως. Οὕτως ὁ ἀήρ δὲν ρεῖ πλεόν κανονικῶς κατὰ μῆκος τῶν πε-
 ρύγων καὶ τοῦ ἀεροσκά-
 φους. Τὸ κύμα κρού-
 σεως δύναται νὰ φωτο-
 γραφηθῇ, διότι τὸ στρῶ-
 μα τοῦτο τοῦ ἀέρος, ἔχει
 πυκνότητα πολὺ διάφο-
 ρον ἀπὸ τὴν πυκνότη-
 τα τοῦ ὑπολοίπου ἀέρος
 (σχ. 215).



Σχ. 213. Ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι
 μεγαλύτερα τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου

Ἡ ἀεροδυναμικὴ ἀ-
 ποδεικνύει ὅτι ἡ κίνη-
 σις ἐνὸς σώματος ἐντὸς
 τοῦ ἀέρος σχετίζεται μὲ ἐν φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὅποιον ὀνομάζεται.

ἀριθμὸς τοῦ Mach (M) καὶ
 εἶναι ὁ λόγος τῆς ταχύτητος
 (v_s) τοῦ σώματος πρὸς τὴν
 ταχύτητα (v_H) τοῦ ἤχου, ἥτοι :

$$M = v_s / v_H.$$

Οὕτω διακρίνομεν τρεῖς κλίμα-
 κας ταχυτήτων

α) ὑποηχητικαὶ ταχύτητες

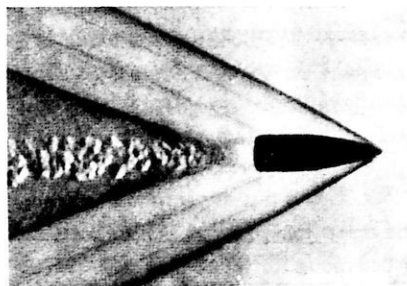
$$M < 0,8$$

β) ἡχητικαὶ ταχύτητες

$$0,8 < M < 1,2$$

γ) ὑπερηχητικαὶ ταχύτητες $M > 1,2$ ἢ $v_s > 1400 \text{ km/h}$.

Σήμερον αἱ ὑπερηχητικαὶ πτήσεις ἀεροπλάνων εἶναι πολὺ συνήθεις.



Σχ. 214. Φωτογράφησις τοῦ κύματος
 κρούσεως
 (Ταχύτης βλήματος 800 m/sec)

197. Ἀνάκλασις τοῦ ἤχου. Ὄταν τὰ ἡχητικὰ κύματα προσ-
 πέσουν ἐπὶ καταλλήλων ἐμποδίων, τότε τὰ κύματα ὑφίστανται **ἀνά-
 κλασιν**. Ὁ ἤχος ἀνακλᾶται καὶ ὅταν προσπέσῃ ἐπὶ ἀκανόνιστων ἐμπο-
 δίων, τὰ ὅποια ὅμως, ἔχουν μεγάλας διαστάσεις (π.χ. τοῖχος, συστάς
 δένδρων, λόφος κ.ἄ.). Οἱ θόρυβοι κυλίσεως, οἱ ὅποιοι συνοδεύουν τὴν
 βροντὴν, ὀφείλονται εἰς τὴν ἀνάκλασιν τοῦ ἤχου ἐπὶ τῶν νεφῶν. Ἐάν

παρατηρητής, εύρισκόμενος εις ἀρκετὴν ἀπόστασιν ἀπὸ κατακόρυφον τοῦτον, πυροβολήσῃ, τότε ὁ παρατηρητής θὰ ἀκούσῃ ἐπαναλαμβανόμενον τὸν κρότον τοῦ πυροβολισμοῦ. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται **ἡχώ** καὶ γίνεται ἀντιληπτόν, ἐὰν ἡ ἀπόστασις τοῦ παρατηρητοῦ ἀπὸ τὸ ἐμπόδιον εἶναι μεγαλύτερα ἀπὸ 17 m. Ὅταν τὸ οὖς δέχεται ἕνα πολὺ σύντομον ἡχητικὸν ἐρεθισμόν, ἡ προκληθεῖσα ἐντύπωσις παραμένει ἐπὶ $1/10$ τοῦ δευτερολέπτου. Ἐπομένως δύο ἤχοι προκαλοῦν δύο διεκεκριμένους ἐρεθισμούς, ὅταν μεταξὺ τῶν δύο τούτων ἡχων μεσολαβῇ χρονικὸν διάστημα ἴσον μὲ $1/10$ sec. Κατὰ τὸ χρονικὸν τοῦτο διάστημα ὁ ἦχος διατρέχει ἀπόστασιν 34 m. Ἀρα, διὰ νὰ γίνῃ ἀντιληπτὴ ἡ ἡχώ, πρέπει ὁ δρόμος τῆς μεταβάσεως τοῦ ἤχου εἰς τὸ ἐμπόδιον καὶ τῆς ἐπιστροφῆς του εἰς τὸν παρατηρητὴν νὰ εἶναι περίπου 34 m. Ἐὰν ἡ ἀπόστασις τοῦ παρατηρητοῦ ἀπὸ τὸ ἐμπόδιον εἶναι μικρότερα ἀπὸ 17 m, τότε ὁ ἀνακλασθεὶς ἦχος φθάνει εἰς τὸν παρατηρητὴν πρὶν τελειώσῃ ἡ ἐντύπωσις τοῦ πρώτου ἤχου· οὕτως ὁ ἀνακλασθεὶς ἦχος προκαλεῖ παράτασιν τῆς ἐντυπώσεως τοῦ πρώτου ἤχου. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται **ἀντήχησις**. Εἰς μερικὰς περιπτώσεις ὁ ἦχος ἀνακλᾶται διαδοχικῶς ἐπὶ περισσοτέρων ἐμποδίων. Τότε ὁ παρατηρητής ἀκούει ἐπαναλαμβανόμενον τὸν αὐτὸν ἦχον πολλὰς φορές. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται **πολλαπλῇ ἡχώ**.

Ἐφαρμογὰί. Τὸ φαινόμενον τῆς ἀνακλάσεως τοῦ ἤχου λαμβάνεται πάντοτε ὑπ' ὄψιν κατὰ τὴν διαμόρφωσιν μεγάλων αἰθουσῶν (θεάτρον, κοινοβουλίου κ.ἄ.). Διὰ νὰ ἔχη ἡ αἴθουσα καλὴν ἀκουστικὴν, πρέπει ἡ ἡχώ καὶ ἡ ἀντήχησις νὰ εἶναι ἀρκετὰ βραχεῖαι, διὰ νὰ ἐνισχύουν τὸν ἀπ' εὐθείας ἀκούμενον ἦχον, χωρὶς νὰ συμπίπτουν μὲ τὸν ἐπόμενον ἦχον.

Ἄλλην ἐφαρμογὴν τῆς ἀνακλάσεως τοῦ ἤχου ἔχομεν εἰς τὴν μέτρησιν τοῦ βάθους τῆς θαλάσσης (βυθόμετρον). Εἰς τὰ ὕψηλα τοῦ πλοίου εὐρίσκεται κατ'ἀλληλος δέκτης, ἐνῶ εἰς ἄλλο σημεῖον τῶν ὑφάλων τοῦ πλοίου εὐρίσκεται διεγέρτης ἡχητικῶν κυμάτων. Ὁ ἦχος διαδίδεται ἐντὸς τῆς θαλάσσης, ἀνακλᾶται ἐπὶ τοῦ πυθμένος καὶ ἐπιστρέφει εἰς τὸν δέκτην. Ἐὰν μεταξὺ τῆς ἐκπομπῆς τοῦ ἡχητικοῦ σήματος καὶ τῆς ἀφίξεως τοῦ ἤχου εἰς τὸν δέκτην μεσολαβῇ χρόνος t τότε τὸ βάθος s τῆς θαλάσσης εἶναι $s = 1430 \cdot \frac{t}{2}$ μέτρα.

ΦΥΣΙΟΛΟΓΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΗΧΩΝ

198. Χαρακτηριστικά τῶν μουσικῶν ἤχων. Οἱ ἤχοι, τοὺς ὁποῖους παράγουν τὰ διάφορα μουσικὰ ὄργανα καὶ τὰ φωνητικὰ ὄργανα τοῦ ἀνθρώπου, ἀντιστοιχοῦν εἰς περιοδικὰς κινήσεις καὶ καλοῦνται **μουσικοὶ ἤχοι**. Οὗτοι εἶναι ὡς γνωστὸν (§ 194) οἱ τόνοι καὶ οἱ φθόγγοι. Εἰς τοὺς μουσικοὺς ἤχους τὸ αἰσθητήριον τῆς ἀκοῆς μας ἀναγνωρίζει τὰ ἐξῆς τρία χαρακτηριστικὰ γνωρίσματα: ἔντασιν, ὕψος, χροιάν. **Ἐντασις** εἶναι τὸ γνῶρισμα ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον μᾶς ἐπιτρέπει νὰ χαρακτηρίζωμεν ἕνα ἤχον ὡς ἰσχυρὸν ἢ ἀσθενῆ. **Ὑψος** εἶναι τὸ γνῶρισμα ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον μᾶς ἐπιτρέπει νὰ χαρακτηρίζωμεν ἕνα ἤχον ὡς ὑψηλὸν ἢ βαρύν. **Χροιά** ἢ **ποιὸν** εἶναι τὸ γνῶρισμα ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον μᾶς ἐπιτρέπει νὰ διακρίνωμεν μεταξὺ των δύο ἤχους τῆς αὐτῆς ἐντάσεως καὶ τοῦ αὐτοῦ ὕψους παραγομένους ἀπὸ δύο διαφύρετικὰς πηγὰς.

199. Ἐντασις τοῦ ἤχου. α) Κτυπῶμεν μίαν χορδὴν, ὥστε αὕτη νὰ πάλλεται μὲ μεγάλο πλάτος· ἔπειτα κτυπῶμεν τὴν αὐτὴν χορδὴν, ὥστε αὕτη νὰ πάλλεται μὲ μικρότερον πλάτος. Καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις ἀκούομεν ἤχον. Παρατηροῦμεν ὅμως ὅτι ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου εἶναι μεγαλύτερα, ὅταν τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως τῆς χορδῆς εἶναι μεγαλύτερον. Εὐρέθη ὅτι:

Ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τοῦ πλάτους τῆς ταλαντώσεως τῆς ἡχητικῆς πηγῆς.

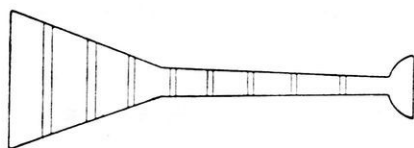
β) Ἐὰν μία ἡχητικὴ πηγὴ (π.χ. κώδων ἐκκλησίας) παράγῃ ἤχον σταθερᾶς ἐντάσεως, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅσον περισσότερον ἀπομακρυνόμεθα ἀπὸ τὴν ἡχητικὴν πηγὴν, τόσον ἀσθενέστερος γίνεται ὁ ἤχος, τὸν ὁποῖον ἀκούομεν. Εὐρέθη ὅτι:

Ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως τοῦ παρατηρητοῦ ἀπὸ τὴν πηγὴν.

Διὰ νὰ περιορίσωμεν τὴν ἐλάττωσιν τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου μετὰ τῆς ἀποστάσεως χρησιμοποιοῦμεν τὸν **τηλεβόαν** καὶ τὸν **φωναγωγόν**. Διὰ τούτων ἐμποδίζομεν νὰ διασκορπισθῇ ἡ ἡχητικὴ ἐνέργεια ἐπὶ διαρκῶς αὐξανόμενων σφαιρικῶν ἐπιφανειῶν καὶ

τὴν ἀναγκάζομεν νὰ μένῃ κατανεμημένη ἐπὶ μικρῶν ἐπιπέδων ἐπιφανειῶν (σχ. 215).

Τὰ στερεὰ σώματα (π.χ. τὸ ξύλον, τὸ ἔδαφος) μεταδίδουν τὸν



Σχ. 215. Εἰς τὸν τηλεβόαν μετριάζεται ἡ ἐλάττωσις τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου μετὰ τῆς ἀποστάσεως

πλησίον αὐτῶν παρὰ γόμενον ἤχον μὲ μεγαλύτεραν ἐντασιν παρὰ ὁ ἀήρ. "Ὡστε ἡ ἐντασις τοῦ ἤχου ἐξαρθᾶται καὶ ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου, τὸ ὁποῖον παρεμβάλλεται μετὰ τῆς ἡχητικῆς πηγῆς καὶ τοῦ παρατηρητοῦ.

γ) "Εν διακασῶν, τὸ ὁποῖον κρατοῦμεν μὲ τὴν χεῖρα μας, παρὰ γαί ἀσθενῇ ἤχον. "Εὰν ὁμοῦς τὸ στηρίζωμεν ἐπὶ τῆς τραπέζης, ἀκούομεν πολὺ ἰσχυρότερον ἤχον, διότι τότε πάλλεται καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς τραπέζης. "Ὡστε :

"Η ἐντασις τοῦ ἤχου αὐξάνεται, ὅταν αὐξάνεται καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἡχητικῆς πηγῆς.

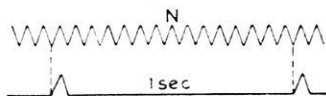
200. "Υψος τοῦ ἤχου. "Όταν μία ἡχητικὴ πηγὴ, π.χ. μία χορδὴ, παράγῃ ἤχον, τότε ἡ ἡχητικὴ πηγὴ ἐκτελεῖ ὠρισμένον ἀριθμὸν παλμικῶν κινήσεων κατὰ δευτερόλεπτον, δηλαδὴ ἡ παλμικὴ κίνηση τῆς χορδῆς ἔχει ὠρισμένην συχνότητα ν. "Αποδεικνύεται πειραματικῶς ὅτι :

Τὸ ὕψος τοῦ ἤχου εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν συχνότητα τῶν ταλαντώσεων τῆς ἡχητικῆς πηγῆς.

"Η συχνότης λοιπὸν ν τῶν ταλαντώσεων τῆς ἡχητικῆς πηγῆς χαρακτηρίζει τὸ ὕψος τοῦ ἤχου καὶ διὰ τοῦτο λέγομεν συνήθως ὅτι ἡ συχνότης τοῦ ἤχου εἶναι ν. Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς συχνότητος τῶν ταλαντώσεων μιᾶς ἡχητικῆς πηγῆς ἐφαρμόζονται συνήθως δύο μέθοδοι, ἡ γραφικὴ μέθοδος καὶ ἡ μέθοδος ὁμοφωνίας.

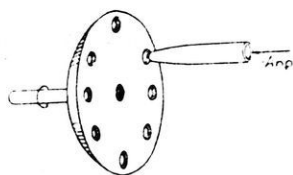
α) Μέθοδος γραφικῇ. "Η μέθοδος αὕτη εἶναι ἡ ἀκριβεστέρα. "Επὶ τῆς ἐπιφανείας ἐνὸς ὁμαλῶς στρεφομένου κυλίνδρου καταγράφονται συγχρόνως ὁ ἀριθμὸς τῶν αἰώρήσεων ἐνὸς ἐκκρεμοῦς, τὸ ὁποῖον ἐκτελεῖ μίαν ἀπλὴν αἰώρησιν ἐντὸς 1 δευτερολέπτου καὶ ἀφ' ἑτέρου αἱ

ταλαντώσεις μιᾶς ἡχητικῆς πηγῆς, π.χ. ἑνὸς διαπασῶν. Οὕτως εὐρίσκουμεν τὸν ἀριθμὸν ν τῶν ταλαντώσεων, τὰς ὁποίας ἐκτελεῖ τὸ διαπασῶν κατὰ δευτερόλεπτον (σχ. 216), ἥτοι εὐρίσκομεν τὴν συχνότητα τῆς ἡχητικῆς κυμάνσεως. "Ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ συχνότης, τόσον ὑψηλότερος εἶναι ὁ ἦχος, τὸν ὁποῖον ἀκούομεν.



216. Μέτρησης τοῦ ὕψους

β) Μέθοδος ὁμοφωνίας "Ὅταν δύο ἦχοι ἔχουν τὴν αὐτὴν συχνότητα, ἔχουν καὶ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἀν καὶ οἱ δύο οὗτοι ἦχοι εἶναι δυνατόν νὰ προέρχωνται ἀπὸ δύο διαφορετικὰς πηγὰς (π.χ. ἀπὸ ἓν διαπασῶν καὶ ἀπὸ μίαν χορδὴν). Λέγομεν τότε ὅτι αἱ δύο ἡχητικαὶ πηγαὶ εὐρίσκονται εἰς ὁμοφωνίαν. Διὰ νὰ μετρήσωμεν τὴν συχνότητα ἑνὸς ἤχου χρησιμοποιοῦμεν τὴν σειρήνα. Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ κυκλικὸν δίσκον, ὁ ὁποῖος φέρει ὀπὰς εἰς ἕσας ἀποστάσεις ἀπὸ τὸν ἄξονα περιστροφῆς τοῦ δίσκου· ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο ὀπῶν εἶναι σταθερὰ (σχ. 217). Ὁ δίσκος στρέφεται ἰσοταχῶς μετὰ τὴν βοήθειαν κινητήρος. Δι' ἑνὸς σωλήνος, καταλήγοντος ἔμπροσθεν τῶν ὀπῶν, προσφυσᾶται ἀήρ. "Ἐστὼ ὅτι ὁ δίσκος φέρει κ ὀπὰς καὶ ἐκτελεῖ μ στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον. "Ὅταν στρέφεται ὁ δίσκος, οὗτος προκαλεῖ περιοδικὴν διατάραξιν εἰς τὸν ἀέρα τὸν ἐκφεύγοντα ἀπὸ τὸν σωλῆνα. Οὕτω παράγεται ἦχος, τοῦ ὁποίου ἡ συχνότης ν εἶναι :



Σχ. 217. Σειρήν

$$\nu = \kappa \cdot \mu$$

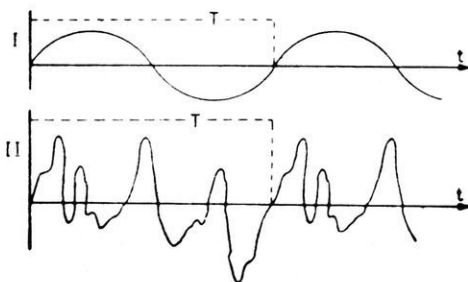
201. Ὅρια τῶν ἀκουστῶν ἡχων. Τὸ οὖς ἀντιλαμβάνεται μόνον τοὺς ἡχους, τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες περιλαμβάνονται μεταξὺ 16 καὶ 20 000 Hz. Τὰ ὅρια ὅμως αὐτὰ τῶν ἀκουστῶν ἡχων μεταβάλλονται ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἀτόμου εἰς τὸ ἄλλο. Οἱ ἦχοι οἱ ἔχοντες συχνότητα μικροτέραν ἀπὸ 16 Hz καλοῦνται **ὑπόηχοι**, ἐνῶ οἱ ἔχοντες συχνότητα μεγαλυτέραν ἀπὸ 20 000 Hz καλοῦνται **ὑπέρηχοι**. Οὗτοι ἐπιδροῦν ἐπὶ τῆς μεμβράνης τῆς μανομετρικῆς κάψης. Αἱ συχνότητες τῶν χρησιμοποιουμένων εἰς τὰς ἐφαρμογὰς ὑπέρηχων περιλαμβάνονται μεταξὺ 20 000 καὶ 40 000 Hz. Παράγονται ὅμως καὶ ὑπέρηχοι με

πολύ μεγάλης συχνότητας. Οι υπέρηχοι διαδίδονται με κύματα, όπως και οι ακουστοί ήχοι, παρουσιάζουν όμως το πλεονέκτημα να εξασθε-νίζουν πολύ ολιγότερον από τους ακουστούς ήχους, όταν διαδίδονται εντός ωρισμένων μέσων και κυρίως εντός του ύδατος. Διὰ τοῦτο χρη-σιμοποιούνται εἰς τὴν βυθομέτρῳ τῆς θαλάσσης.

Οἱ υπέρηχοι, ὅταν ἔχουν μεγάλην συχνότητα καὶ ἀρκετὴν ἐντα-σιν, προκαλοῦν σημαντικὰς μηχανικὰς, θερμικὰς καὶ βιολογικὰς δρά-σεις. Οὕτως, ὅταν υπέρηχοι προσπίπτουν ἐπὶ δύο μὴ μιγνυμένων ὑγρῶν, τὰ ὁποῖα ὑπέρκεινται τὸ ἓν τοῦ ἄλλου (ἔλαιον καὶ ὕδωρ ἢ ὕδωρ καὶ ὑδράργυρος), τότε προκαλοῦν τὴν ἀνάμειξιν τῶν δύο ὑγρῶν καὶ τὸν σχηματισμὸν γαλακτώματος. Ἀπὸ βιολογικῆς ἀπόψεως παρατηρήθη ὅτι οἱ υπέρηχοι προκαλοῦν διαμελισμὸν τῶν κυττάρων μονοκυττάρων ὀργα-νισμῶν, ὡς καὶ τῶν ἐρυθρῶν αἰμοσφαιρίων. Τελευταίως γίνεται χρῆσις τῶν υπέρηχων διὰ θεραπευτικούς σκοποὺς καὶ εἰς τὴν τεχνικὴν.

202. Ἀρμονικοὶ ἤχοι. Ἄς θεωρήσωμεν ἄπλὸν ἦχον ἔχοντα συχνότητα $\nu = 200$ Hz. Οἱ ἄπλοὶ ἤχοι οἱ ἔχοντες συχνότητας 400, 600, 800 Hz καλοῦνται **ἀρμονικοὶ** τοῦ ἤχου συχνότητος $\nu = 200$ Hz. Ὁ ἤχος συχνότητος ν καλεῖται **θεμελιώδης** ἢ **πρῶτος ἀρμονικός**. Οἱ ἀρμονικοὶ ἤχοι ἔχουν συχνότητας $2\nu, 3\nu, 4\nu, \dots$ καὶ καλοῦνται ἀντι-στοίχως δεῦτερος ἀρμονικός, τρίτος ἀρμονικός, τέταρτος ἀρμονικός κ.ο.κ.

203. Χροιά τοῦ ἤχου. Ἐν διαπασῶν παράγει ἦχον συχνό-τητος ν . Ἐὰν καταγρά-ψωμεν τὸν ἄπλὸν τοῦτον ἦχον, θὰ λάβωμεν μίαν



Σχ. 218. Καταγραφή ἀπλοῦ καὶ συνθέτου ἤχου

καμπύλην, ἢ ὅποια ἀν-τιστοιχεῖ εἰς ἀρμονικὴν, ταλάντωσιν (σχ. 218, I). Ἐὰν τώρα καταγράψω-μεν ἓνα ἦχον τοῦ αὐτοῦ ὕψους, τὸν ὁποῖον ὅμως παράγει ἓν μουσικὸν ὄργανον (π.χ. ἡ χορδὴ βιολιού), θὰ λάβωμεν μίαν καμπύλην, ἢ ὅποια ἀντιστοιχεῖ εἰς περιο-δικὴν κίνησιν ἀλλὰ μὴ ἀρμονικὴν (σχ. 218, II). Ὁ δεῦτερος λοιπὸν

ήχος είναι σύνθετος ήχος (§ 194) και αποτελείται από την πρόσθεσιν ώρισμένου αριθμού απλών ήχων, οι όποιοι είναι αρμονικοί ενός θεμελιώδους. Από την σπουδήν των μουσικών ήχων εύρεθη ότι :

Η χροιά ενός ήχου εξαρτάται από τον αριθμόν και την σχετικήν έντασιν των αρμονικών, οι όποιοι προστίθενται εις τον θεμελιώδη.

***204. Μουσική κλίμαξ.** Εις τους φθόγγους, τους όποιους παράγουν τα μουσικά όργανα, επικρατεί συνήθως εις αρμονικός και διά τουτο ως συχνότητα του φθόγγου θεωρούμεν την συχνότητα του επικρατούντος αρμονικού. Το πείραμα αποδεικνύει ότι ή σύγχρονος ή διαδοχική ακρόασις δύο φθόγγων προκαλεί ευχάριστον συναίσθημα, εάν ο λόγος των συχνοτήτων των δύο φθόγγων έχη ώρισμένες τιμάς. Καλεῖται **διάστημα** δύο φθόγγων ο λόγος των συχνοτήτων των δύο φθόγγων. Εις την μουσικήν χρησιμοποιεῖται μία σειρά φθόγγων, των όποιων αἱ συχνότητες βαίνουν αύξανόμεναι, αλλά άσυνεχώς. Η σειρά αὐτή των φθόγγων καλεῖται **μουσική κλίμαξ**.

Όταν ο λόγος των συχνοτήτων δύο φθόγγων τῆς κλίμακος είναι ἴσος με 2, τότε λέγομεν ότι τὸ διάστημα των δύο τούτων φθόγγων είναι μία ὀ γ δ ὀ η. Εἰς την μουσικήν χρησιμοποιεῖται συνήθως ή **συγκεκριμένη κλίμαξ**, εις την όποιαν τὸ διάστημα μιᾶς ὀγδῶς διαιρεῖται εις 12 ἴσα διαστήματα καλούμενα ή μ ι τ ὀ ν ι α. Αν δ είναι τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εις ἓν ήμιτόνιον, τότε τὸ διάστημα δ πολλαπλασιαζόμενον 12 φορές ἐπὶ τὸν ἑαυτὸν του, δίδει τὸ διάστημα μιᾶς ὀγδῶς· ἄρα είναι:

$$\delta^{12} = 2 \quad \text{καὶ} \quad \delta = \sqrt[12]{2} = 1,059...$$

Δύο ήμιτόνια αποτελοῦν ἓνα τ ὀ ν ο ν· ἐπομένως τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εις ἓνα τόνον, είναι :

$$\delta^2 = (1,059)^2 = 1,121.$$

Εἰς την **συγκεκριμένην κλίμακα** μεταξύ του τ ὀ ν ι κ ο ὤ και του κατὰ μίαν ὀγδῶν ὕψηλότερου φθόγγου παρεμβάλλονται 5 τόνοι καὶ 2 ήμιτόνια, ὅπως φαίνεται εις τὸν κατωτέρω πίνακα :

φθόγγος :	do ₁	re ₁	mi ₁	fa ₁	sol ₁	la ₁	si ₁	do ₂
	1,121	1,121	1,059	1,121	1,121	1,121	1,059	
διάστημα :	τόνος	τόνος	ήμιτόνιον	τόνος	τόνος	τόνος	ήμιτόνιον	

Ὁ φθόγγος do_2 ἔχει συχνότητα διπλασίαν τῆς συχνότητος τοῦ do_1 καὶ δύναται νὰ ληφθῇ ὡς τονικός διὰ τὸν σχηματισμὸν νέας κλίμακος κ.ο.κ. Διὰ νὰ καθορίσουν τὴν συχνότητα ἐκάστου φθόγγου τῆς κλίμακος, ὥρισαν αὐθαιρέτως τὴν $συχνότητα τοῦ φθόγγου la_3$ ἴσην μὲ 440 Hz. Οὕτως ἡ συχνότης τοῦ φθόγγου si_3 εἶναι ἴση μὲ :

$440 \cdot 1,121 = 493$ Hz, τοῦ δὲ do_4 εἶναι ἴση μὲ $493 \cdot 1,059 = 522$ Hz.

Ἐπειδὴ οἱ φθόγγοι do_3 καὶ do_4 διαφέρουν κατὰ μίαν ὀγδόην, ἔπεται ὅτι ἡ συχνότης τοῦ do_3 εἶναι ἴση μὲ $\frac{522}{2} = 261$ Hz.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

182. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα θερμοκρασίας $0^\circ C$ εἶναι 331 m/sec. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν τοῦ ἀέρος ἀντιστοιχεῖ ταχύτης τοῦ ἤχου 350 m/sec :

183. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου ἐντὸς τοῦ ἀέρος εἰς θερμοκρασίαν $15^\circ C$ εἶναι 340 m/sec. Νὰ εὐρεθῇ ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα, ὅταν ἡ θερμοκρασία του εἶναι $10^\circ C$.

184. Παρατηρητὴς εὐρίσκεται ἐντὸς κοιλάδος περιβαλλομένης ἀπὸ δύο παράλληλα ὄρη μὲ κατακορύφους κλιτῆς. Ὁ παρατηρητὴς πυροβολεῖ καὶ ἀκούει μίαν πρώτην ἠχὴν 0,5 sec μετὰ τὸν πυροβολισμόν καὶ μίαν δευτέραν ἠχὴν 1 sec μετὰ τὸν πυροβολισμόν. 1) Νὰ εὐρεθῇ πόση εἶναι ἡ ἀπόστασις τῶν δύο ὀρέων. 2) Νὰ εὐρεθῇ μήπως εἶναι δυνατόν νὰ ἀκούσῃ ὁ παρατηρητὴς καὶ τρίτην ἠχὴν. Ταχύτης τοῦ ἤχου : 340 m/sec.

185. Ἐν πλοῖον εὐρίσκεται ἐν καιρῷ ὁμίχλης ἔμπροσθεν βραχώδους ἀκτῆς. Ἐκ τοῦ πλοίου ἐκπέμπεται πρὸς τὴν ἀκτὴν ἠχητικὸν σῆμα, ὅποτε εἰς τὸ πλοῖον ἀκούονται ἐξ ἀνακλάσεως δύο ἤχοι ἀπέχοντες μεταξὺ των χρονικῶς κατὰ 13 sec. Ἐὰν ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι 340 m/sec, καὶ εἰς τὴν θάλασσαν εἶναι 1 440 m/sec, νὰ εὐρεθῇ ἡ ἀπόστασις τοῦ πλοίου ἀπὸ τὴν ἀκτὴν.

186. Ἡχος συχνότητος $\nu = 400$ Hz διαδίδεται ἐντὸς τοῦ ἀέρος καὶ ἐντὸς χαλυβδίνης ράβδου. Πόσον εἶναι τὸ μῆκος κύματος ἐντὸς τῶν δύο τούτων ἐλαστικῶν μέσων, ἐὰν ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου εἶναι εἰς τὸν ἀέρα 340 m/sec καὶ εἰς τὸν χάλυβα 5 000 m/sec :

187. Ὁ δίσκος σειρήνης φέρει 10 ὀπὰς καὶ ἐκτελεῖ 26 στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον. Πόση εἶναι ἡ συχνότης τοῦ παραγομένου ἤχου :

188. Οἱ δίσκοι δύο σειρήνων A καὶ B φέρουν ἀντιστοίχως 50 καὶ 80 ὀπάζ. Ὁ δίσκος τῆς σειρήνος A ἐκτελεῖ 8 στροφάς κατὰ δευτερόλεπτον. Πόσας στροφάς πρέπει νὰ ἐκτελῇ ὁ δίσκος τῆς σειρήνος B , ὥστε ὁ ὑπ' αὐτῆς παραγόμενος ἤχος νὰ εἶναι ὁ δεύτερος ἁρμονικὸς τοῦ ὑπὸ τῆς σειρήνος A παραγομένου ἤχου ;

189. Νὰ εὐρεθοῦν αἱ συχνότητες τῶν φθόγγων τῆς κλίμακος ἀπὸ τοῦ do_3 ἕως τὸ do_4 .

190. Ὁ δίσκος σειρήνος φέρει δύο ὁμοκέντρους σειρὰς ὀπῶν. Ἡ ἐξωτερικὴ σειρὰ φέρει 40 ὀπάζ. Πόσας ὀπάζ πρέπει νὰ ἔχῃ ἡ ἐσωτερικὴ σειρὰ, ἵνα τὸ διάστημα τῶν συγχρόνως παραγομένων δύο ἤχων εἶναι $3/2$;

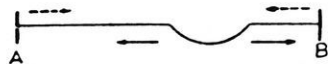
191. Νὰ μετρηθῇ εἰς μῆκη κύματος τὸ μῆκος μιᾶς εὐθείας $AB = 10$ m, δι' ἑνα ἤχον συχνότητος $\nu = 440$ Hz, ὁ ὁποῖος διαδίδεται εἰς τὸν ἀέρα. Ταχύτης ἤχου εἰς τὸν ἀέρα 340 m/sec.

ΠΗΓΑΙ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΗΧΩΝ

205. Χορδαί. Εἰς τὴν Μουσικὴν καλεῖται χορδὴ ἑν ἐπίμηκες κυλινδρικὸν καὶ ἐλαστικὸν στερεὸν σῶμα, τοῦ ὁποῖου τὰ δύο ἅκρα εἶναι σταθερῶς στερεωμένα καὶ τὸ ὅποιον τείνεται ἰσχυρῶς μεταξὺ τῶν δύο τούτων σημείων. Αἱ χρησιμοποιούμεναι εἰς τὴν μουσικὴν χορδαί εἶναι μεταλλικαὶ ἢ ζωικῆς προελεύσεως.

Ἐάν κτυπήσωμεν ἐλαφρῶς τὴν χορδὴν εἰς ἑν σημεῖον τῆς, τότε ἐπὶ τῆς χορδῆς διαδίδονται κυμάνσεις, αἱ ὁποῖαι ἀνακλῶνται εἰς τὰ δύο σταθερά ἅκρα τῆς χορδῆς (σχ. 219).

Ἐκ τῆς συμβολῆς τῶν προσπιπτουσῶν καὶ ἀνακλωμένων κυμάνσεων παράγονται στάσιμα κύματα (σχ. 220). Τὰ σταθερά ἅκρα τῆς χορδῆς εἶναι πάντοτε δεσμοί. Ἡ ἀ-



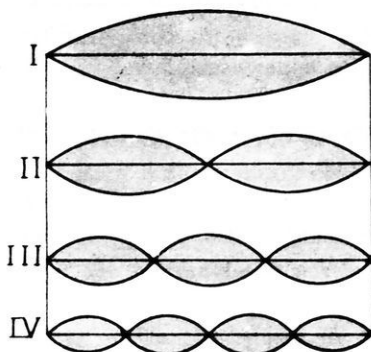
Σχ. 219. Σχηματισμὸς στασιμῶν κυμάτων ἐπὶ τῆς χορδῆς

πόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν δεσμῶν εἶναι πάντοτε ἴση μὲ $\frac{\lambda}{2}$.

Ὅταν λοιπὸν ἐπὶ τῆς χορδῆς σχηματίζεται 1 στάσιμον κύμα (σχ. 220 I), τότε ἡ χορδὴ παράγει τὸν βαρύτερον δυνατὸν ἤχον, τὸν ὁποῖον καλοῦμεν θεμελιώδη ἢ πρῶτον ἁρμονικόν. Εἶναι γνωστὸν

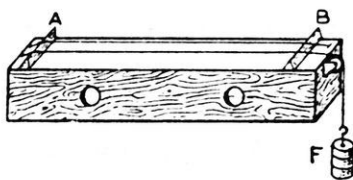
(§ 203) ότι τὰ συνήθη μουσικά ὄργανα παράγουν πάντοτε συνθέτους ἤχους. Ὡς συχνότητα ν τοῦ ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει ἐν μουσικὸν ὄργανον, θεωροῦμεν τὴν συχνότητα τοῦ ἐπικρατεστέρου ἐκ τῶν παραγομένων ἁρμονικῶν (§ 204). Ἡ συχνότης ν τοῦ θεμελιώδους ἤχου ἐξαρτᾶται :

α) ἀπὸ τὸ μῆκος l τῆς χορδῆς,
 β) ἀπὸ τὴν ἀκτίνα r τῆς χορδῆς,
 γ) ἀπὸ τὴν πυκνότητα d τῆς χορδῆς καὶ δ) ἀπὸ τὴν δύναμιν F , μετὴν ὁποῖαν τείνεται ἡ χορδή. Τὴν ἐξάρτησιν τοῦ ν ἀπὸ τὰ μεγέθη l , r , d



Σχ. 220. Ἡ χορδή δίδει ὅλους τοὺς καὶ F εὐρίσκωμεν μετὰ τὸ πολὺ ἁρμονικοὺς τοῦ θεμελιώδους χορδῶν (σχ. 221). Τοῦτο εἶναι

ξύλινον κιβώτιον, ἐπὶ τοῦ ὁποῖου τείνονται δύο ἢ περισσότεραι χορδαί, στηριζόμεναι εἰς δύο σταθεροὺς ἵππεῖς A καὶ B , οἱ ὁποῖοι προσδιορίζουν τὸ μῆκος l τῶν παλλομένων



Σχ. 221. Πολύχορδον

χορδῶν. Ἡ μία χορδή, ἡ ὁποία χρησιμεύει πρὸς σύγκρισιν, τείνεται μετὴν βοήθειαν κοιλίου, ἐνῶ ἡ ὑπὸ ἐξέτασιν χορδή τείνεται ἀπὸ δύναμιν F . Μετὰ τὸ πολὺχορδον εὐρίσκονται πειραματικῶς οἱ ἀκόλουθοι νόμοι τῶν χορδῶν :

Ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει ἡ χορδή, εἶναι : α) ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ μήκους τῆς χορδῆς· β) ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτίνας τῆς χορδῆς· γ) ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τῆς τεινούσης δυνάμεως· δ) ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τῆς πυκνότητος τῆς χορδῆς.

$$\text{συχνότης θεμελιώδους ἤχου : } \nu = \frac{1}{2l \cdot r} \cdot \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot d}}$$

ὅπου $\pi = 3,14$.

Ὅταν ἡ χορδή πάλλεται οὕτως, ὥστε νὰ σχηματίζωνται 1, 2, 3...

στάσιμα κύματα (σχ. 220), τότε ἡ χορδὴ παράγει ἀντιστοίχως τὸν 1ον, 2ον, 3ον... ἁρμονικόν. Ἐὰν ἡ χορδὴ πάλ्लεται ἐλευθέρως, τότε ὁ παραγόμενος μουσικὸς ἦχος εἶναι σύνθετος ἦχος καὶ ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸν θεμελιώδη καὶ ἀπὸ μερικοὺς ἐκ τῶν πρώτων ἁρμονικῶν του. "Ὡστε :

Μία χορδὴ δύναται νὰ δώσῃ ἰδιαιτέρως ἢ συγχρόνως τὴν σειρὰν τῶν ἁρμονικῶν τοῦ θεμελιώδους (2ν, 3ν, 4ν...).

*** Πειραματικὴ εὗρεσις τῶν νόμων τῶν χορδῶν.** α) Αἱ δύο ὅμοιαι χορδαὶ φέρονται εἰς ὁμοφωνίαν. Ἐπειτα θέτομεν ἓνα κινητὸν ἱππέα εἰς τὸ μέσον, τὸ τρίτον, τὸ τέταρτον... τῆς ἐξεταζομένης χορδῆς οὕτως, ὥστε τὸ παλλόμενον μῆκος τῆς χορδῆς νὰ γίνῃ 2, 3, 4... φορές μικρότερον ἀπὸ τὸ ἀρχικὸν μῆκος l τῆς χορδῆς. Τότε οἱ παραγόμενοι ἦχοι εἶναι ὁ δεύτερος, τρίτος, τέταρτος... ἁρμονικὸς τοῦ θεμελιώδους.

β) Αἱ δύο ὅμοιαι χορδαὶ φέρονται εἰς ὁμοφωνίαν. Ἐπὶ τῆς ἐξεταζομένης χορδῆς ἐφαρμόζεται δύναμις F . Εἰς τὴν δύναμιν αὐτὴν δίδομεν διαδοχικῶς τὰς τιμὰς $4F$, $9F$, $16F$... Τότε οἱ παραγόμενοι ἦχοι εἶναι ἀντιστοίχως ὁ δεύτερος, τρίτος, τέταρτος... ἁρμονικὸς τοῦ θεμελιώδους.

γ) Φέρομεν τὰς δύο χορδὰς πάλιν εἰς ὁμοφωνίαν, ἐφαρμόζοντες ἐπὶ τῆς ἐξεταζομένης χορδῆς μίαν τάσιν F . Ἐπειτα συμπλέκομεν τέσσαρας ὁμοίας πρὸς τὴν ἐξεταζομένην χορδὰς καὶ τὴν οὕτω σχηματισθεῖσαν νέαν χορδὴν τὴν τείνομεν πάλιν μὲ δύναμιν F . Ἡ πυκνότης τῆς χορδῆς εἶναι 4 φορές μεγαλυτέρα. Τότε ἡ συχνότης τοῦ παραγομένου ἤχου εἶναι ἴση μὲ τὸ $1/2$ τῆς συχνότητος τοῦ θεμελιώδους.

206. Συντονισμός. Λαμβάνομεν δύο ὅμοια διαπασῶν A καὶ B , τὰ ὅποια παράγουν τὸν αὐτὸν ἀπλὸν ἦχον (π.χ. τὸ la_3). Τὰ δύο διαπασῶν ἔχουν συνεπῶς τὴν αὐτὴν συχνότητα. Ἐὰν κτυπήσωμεν ἐλαφρῶς τὸ διαπασῶν A , τοῦτο παράγει ἦχον. Τότε καὶ τὸ πλησίον τοῦ A εὐρισκόμενον διαπασῶν B διεγείρεται καὶ ἐκτελεῖ ταλαντώσεις μεγάλου πλάτους, διότι ἔχει τὴν αὐτὴν συχνότητα μὲ τὸ A καὶ συνεπῶς τὸ διαπασῶν B εἶναι **συντονισμένον** μὲ τὸ διαπασῶν A . Ἐὰν ἐπιθέσωμεν τὸν δάκτυλόν μας ἐπὶ τοῦ διαπασῶν A , τοῦτο παύει νὰ πάλ्लεται, ἀκούομεν ὅμως τὸν ἦχον, τὸν ὁποῖον παράγει τὸ διαπασῶν B .

Τὸ αὐτὸ παρατηροῦμεν καὶ ὅταν τὸ διαπασῶν A παράγῃ ἦχον

πλησίον ενός πιάνου. Τότε εξ όλων τῶν χορδῶν ἡ χορδὴ $1a_3$ τοῦ πιάνου πάλλεται καὶ παράγει ἤχον.

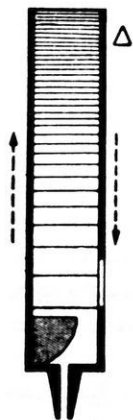


Σχ. 222. Διέγερσις ἡχητικοῦ σωλῆνος

Εἰς τὸ φαινόμενον τοῦ συντονισμοῦ στηρίζεται ἡ χρῆσις τῶν ἀντηγείων. Ταῦτα εἶναι συνήθως κιβώτια ξύλινα, μετάλλινα, ἢ σφαιρικά κοιλότητες, αἱ ὁποῖαι συντονίζονται, ὅταν ἡ συχνότης τῶν εἶναι ἴση μετὴν συχνότητα τοῦ διεγείροντος ἤχου. Ἡ συχνότης τῶν ἀντηγείων ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς διαστάσεις τῶν.

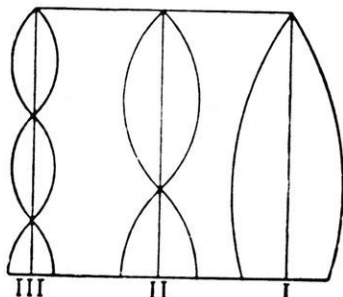
207. Ἡχητικοὶ σωλῆνες Ὁ ἡχητικὸς

σωλὴν εἶναι σωλὴν (κυλινδρικός ἢ πρισματικός) περιέχων ἀέριον, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ τεθῇ εἰς παλμικὴν κίνησιν. Ἡ διέγερσις τοῦ ἀερίου γίνεται συνήθως μετὰ μίαν εἰδικὴν διάταξιν, ἡ ὁποία καλεῖται στόμιον (σχ. 222). Τὸ προσφυσώμενον ρεῦμα τοῦ ἀέρος θραύεται ἐπὶ λεπτοῦ χεῖλους καὶ οὕτως ἐντὸς τοῦ σωλῆνος σχηματίζεται σύστημα στροβίλων, τὸ ὁποῖον δημιουργεῖ κύμανσιν τοῦ ἀέρος τοῦ σωλῆνος. Τὸ ἀπέναντι τοῦ στομίου ἄκρον τοῦ σωλῆνος εἶναι κλειστὸν ἢ ἀνοικτόν. Οὕτως οἱ ἡχητικοὶ σωλῆνες διακρίνονται εἰς κλειστοὺς καὶ ἀνοικτοὺς σωλῆνας.



Σχ. 223. Κλειστός σωλὴν

α) Κλειστοὶ ἡχητικοὶ σωλῆνες. Ἐντὸς τοῦ κλειστοῦ ἡχητικοῦ σωλῆνος διαδίδονται ἀντιθέτως δύο κυμάνσεις (ἡ ἀρχικὴ καὶ ἡ ἐξ ἀνακλάσεως). Ἐκ τῆς συμβολῆς τῶν κυμάνσεων τούτων σχηματίζονται στάσιμα κύματα. Εἰς τὸ κλειστὸν ἄκρον τοῦ σωλῆνος σχηματίζεται δεσμός, ἐνῶ πλησίον τοῦ στομίου σχηματίζεται κοιλία (σχ.



Σχ. 224. Στάσιμα κύματα εἰς κλειστὸν σωλῆνα

223). Ὁ ἀριθμὸς τῶν σχηματιζομένων στασίμων κυμάτων αὐξάνεται,

όταν αυξάνεται και η ταχύτης του αέρος, ο όποιος προσφυσάται εις τὸν σωλήνα. Εἰς τὸ σχῆμα 224 δεικνύονται αἱ τρεῖς πρῶται δυναταὶ μορφαὶ τῶν σχηματιζομένων στασίμων κυμάτων. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ μῆκος l τοῦ σωλήνος εἰς ἐκάστην περίπτωσιν εἶναι:

$$\text{I.} \quad l = \frac{\lambda}{4} \quad \text{ἄρα} \quad \lambda = 4l$$

$$\text{II.} \quad l = 3 \cdot \frac{\lambda}{4} \quad \text{ἄρα} \quad \lambda = \frac{4l}{3}$$

$$\text{III.} \quad l = 5 \cdot \frac{\lambda}{4} \quad \text{ἄρα} \quad \lambda = \frac{4l}{5}$$

Ἐὰν V εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν αέρα, τότε ἀπὸ τὴν γνωστὴν σχέσιν $V = v \cdot \lambda$ εὐρίσκομεν ὅτι ἡ συχνότης τοῦ ἤχου εἶναι $v = \frac{V}{\lambda}$.

Ἐὰν εἰς τὴν σχέσιν αὐτὴν θέσωμεν τὰς ἀνωτέρω τιμὰς τοῦ μήκους κύματος λ , εὐρίσκομεν ὅτι ἡ συχνότης τοῦ ἤχου, ὁ ὅποιος παράγεται εἰς ἐκάστην περίπτωσιν εἶναι:

$$\text{I.} \quad v = \frac{V}{4l}$$

$$\text{II.} \quad v' = 3 \cdot \frac{V}{4l} \quad \text{ἥτοι} \quad v' = 3v$$

$$\text{III.} \quad v'' = 5 \cdot \frac{V}{4l} \quad \text{ἥτοι} \quad v'' = 5v$$

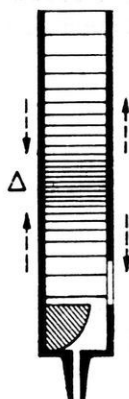
Οἱ τρεῖς οὗτοι ἤχοι εἶναι ὁ θεμελιώδης, ὁ τρίτος ἀρμονικὸς καὶ ὁ πέμπτος ἀρμονικός. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγονται οἱ ἀκόλουθοι νόμοι τῶν κλειστῶν ἡχητικῶν σωλήνων:

I. Ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει κλειστός ἡχητικὸς σωλὴν εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὸ μῆκος τοῦ σωλήνος.

II. Κλειστός ἡχητικὸς σωλὴν δύναται νὰ δώσῃ μόνον τοὺς περιττῆς τάξεως ἀρμονικοὺς τοῦ θεμελιώδους ἤχου ($v, 3v, 5v \dots$).

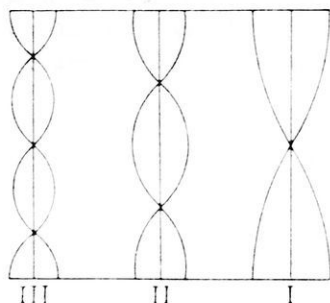
$$\text{συχνότης θεμελιώδους ἤχου :} \quad v = \frac{V}{4l}$$

β) Ἀνοικτοὶ ἡχητικοὶ σωλήνες. Τὰ ἐντὸς τοῦ ἀνοικτοῦ ἡχητι-



Σχ. 225. Ἀνοικτός σωλήν

κοῦ σωλήνος σχημα-
τιζόμενα στάσι-
μα κύματα πα-
ρουσιάζουν πάντοτε
εἰς τὰ δύο ἄκρα τοῦ
σωλήνος κοιλίας (σχ.
225). Αἱ τρεῖς πρῶ-
ται δυναταὶ μορφαὶ
τῶν σχηματιζομένων
στασίμων κυμάτων
δεικνύονται εἰς τὸ
σχῆμα 226. Εἰς τὰς
περιπτώσεις αὐτάς εἶναι:



Σχ. 226. Στάσιμα κύματα εἰς ἀνοικτὸν σωλήνα

I.	$l = 2 \cdot \frac{\lambda}{4}$	ἄρα	$\lambda = \frac{4l}{2}$
II.	$l = 4 \cdot \frac{\lambda}{4}$	ἄρα	$\lambda = \frac{4l}{4}$
III.	$l = 6 \cdot \frac{\lambda}{4}$	ἄρα	$\lambda = \frac{4l}{6}$

Ἀπὸ τὴν σχέσιν $v = \frac{V}{\lambda}$ εὐρίσκομεν ὅτι ἡ συχνότης τοῦ ἤχου, ὁ ὁποῖος παράγεται εἰς ἐκάστην περίπτωσιν, εἶναι:

I.	$v = \frac{V}{2l}$	
II.	$v' = 2 \cdot \frac{V}{2l}$	ἥτοι $v' = 2v$
III.	$v'' = 3 \cdot \frac{V}{2l}$	ἥτοι $v'' = 3v$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγονται οἱ ἀκόλουθοι νόμοι τῶν ἀνοικτῶν ἡχητικῶν σωλήνων:

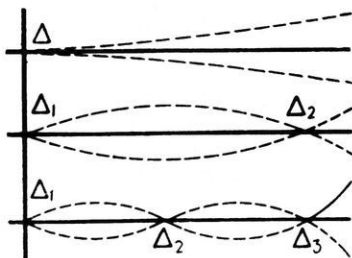
I. Ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει ἀνοικτός

ήχητικός σωλήν, είναι αντιστρόφως ανάλογος πρὸς τὸ μήκος τοῦ σωλήνος.

II. Ἀνοικτός ήχητικός σωλήν δύναται νὰ παράγη ὁλόκληρον τὴν σειρὰν τῶν ἁρμονικῶν τοῦ θεμελιώδους (ν , 2ν , 3ν ...).

$$\text{συχνότης θεμελιώδους ἤχου : } \nu = \frac{V}{2l}$$

207α. Ράβδοι. Μία χορδὴ ἀποκτᾷ ἐλαστικότητα σχήματος, ὅταν τείνεται. Μία ὅμως ράβδος ἔχει τὴν ιδιότητα αὐτὴν πάντοτε. Ἐπομένως ἡ ράβδος δύναται νὰ παραγάγῃ ἤχον, ὅταν στερεωθῇ καταλήλως καὶ ἀναγκασθῇ νὰ ἐκτελέσῃ ταλαντώσεις. Εἰς τὸ σχῆμα 227 φαίνεται ἡ διάταξις τῶν δεσμῶν εἰς μίαν παλλομένην ράβδον, ἡ ὁποία εἶναι στερεωμένη κατὰ τὸ ἓν ἄκρον της καὶ παράγει τοὺς τρεῖς πρώτους περιττῆς τάξεως ἁρμονικούς ἤχους. Τὸ διαπασῶν εἶναι μεταλλικὴ ράβδος κεκαμμένη εἰς σχῆμα U. Οἱ δεσμοὶ Δ καὶ Δ τῆς θεμελιώδους κυμάνσεως εὐρίσκονται εἰς τὰ δύο σκέλη τοῦ



Σχ. 227. Στάσιμα κύματα εἰς ράβδον

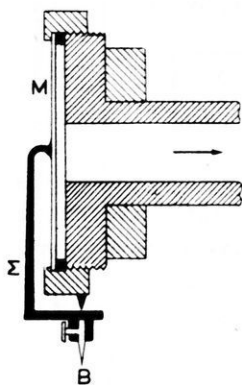


Σχ. 228. Παλλόμενον διαπασῶν

διαπασῶν καὶ ὀλίγον ἄνωθεν τοῦ σημείου στηριζέως Α (σχ. 228). Αἱ ταλαντώσεις τοῦ διαπασῶν εἶναι ἐγκάρσιαι.

208. Φωνογραφία. Μία τῶν ὠραιότερων κατακτῆσεων τῶν νεωτέρων χρόνων εἶναι ἡ **φωνογραφία**, ἥτοι ἡ ἀποτύπωσις καὶ ἡ ἀναπαραγωγή τῶν ἀποτυπωθέντων ἤχων. Ἡ ἀποτύπωσις τῶν ἤχων (φωνοληψία ἢ ἡχοληψία) γίνεται σήμερον μὲ τὴν βοήθειαν μικροφώνου, διὰ τοῦ ὁποίου αἱ ἡχητικαὶ κυμάνσεις μετατρέπονται εἰς ἀντιστοίχους μεταβολὰς τῆς ἐντάσεως ἡλεκτρικοῦ ρεύματος. Τοῦτο διέρχεται δι' ἐνὸς ἡλεκτρομαγνήτου, ὁ ὁποῖος θέτει εἰς ἀντίστοιχον παλμικὴν κίνησιν μίαν ἀκίδα κινουμένην ἐλικοειδῶς ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας δίσκου ἀπὸ κηρόν. Οὗ-

τως ἐπὶ τοῦ δίσκου καταγράφεται ἐλικοειδὴς γραμμὴ, τῆς ὁποίας αἱ ἀνωμαλίες ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰς παλμικὰς κινήσεις τῆς βελόνης, δηλαδὴ ἀντιστοιχοῦν εἰς τοὺς πρὸ τοῦ μικροφώνου παραχθέντας ἤχους. Ἐπὶ τοῦ δίσκου



Σχ. 229. Σχηματικὴ διάταξις τοῦ φωνογραφικοῦ τυμπάνου (M πλακίδιον μαρμαρυγίου, B βελόνη)

τούτου λαμβάνεται ἔπειτα ἡλεκτρολυτικῶς μεταλλικὸν ἀρνητικὸν ἀνάτυπον, τὸ ὁποῖον χρησιμεύει ὡς μήτρα (καλοῦπι) διὰ τὴν παραγωγὴν τῶν δίσκων, οἱ ὅποιοι φέρονται εἰς τὸ ἐμπόριον.

Ἡ ἀναπαραγωγὴ τῶν ἀποτυπωθέντων ἐπὶ τοῦ δίσκου ἤχων γίνεται διὰ τοῦ φωνογραφικοῦ τυμπάνου (σχ. 229). Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ στερεὸν πλακίδιον μαρμαρυγίου, τὸ ὁποῖον στερεώνεται καταλλήλως, ὥστε νὰ δύναται νὰ πάλлетται ἐλευθέρως. Εἰς τὸ μέσον τοῦ πλακιδίου εἶναι στερεωμένον λεπτὸν μεταλλικὸν στέλεχος, εἰς τὸ ἄκρον δὲ τοῦ στελέχους

τούτου ὑπάρχει σκληρὰ βελόνη. Κατὰ τὴν κίνησιν τῆς βελόνης ἐντὸς τῆς ἐλικοειδοῦς γραμμῆς τοῦ δίσκου προκαλοῦνται παλμικαὶ κινήσεις τοῦ πλακιδίου τοῦ τυμπάνου, αἱ ὁποῖαι ἀναπαράγουν εἰς τὸν ἀέρα τὰς ἀρχικὰς ἡχητικὰς κυμάνσεις.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

192. Χορδὴ μήκους 1 m καὶ διαμέτρου 1 mm τείνεται ὑπὸ δυνάμεως 50 kgr*. Ἡ πυκνότης τῆς χορδῆς εἶναι 8 gr/cm³. Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ θεμελιώδους ἤχου, τὸν ὁποῖον δίδει ἡ χορδὴ;

193. Χορδὴ ἔχει διάμετρον 0,8 mm καὶ μήκος 0,6 m. Ἐὰν ἡ χορδὴ τείνεται ὑπὸ δυνάμεως 10 kgr*, ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ θεμελιώδους ἤχου; Πυκνότης χορδῆς 6 gr/cm³.

194. Χορδὴ μήκους 80 cm δίδει τὸν τέταρτον ἀρμονικόν. Πόσοι δεσμοὶ σχηματίζονται ἐπὶ τῆς χορδῆς καὶ πόση εἶναι ἡ μεταξὺ δύο διαδοχικῶν δεσμῶν ἀπόστασις;

195. Χορδὴ ἔχει μήκος 36 cm τείνεται ὑπὸ δυνάμεως 10 kgr* καὶ δίδει ὡς θεμελιώδη ἤχον τὸ la₃. Ἡ πυκνότης τῆς χορδῆς εἶναι 2,88 gr/cm³. Πόση εἶναι ἡ διάμετρος τῆς χορδῆς;

196. Κλειστός ἡχητικὸς σωλὴν ἔχει μήκος 68 cm καὶ περιέχει

ἀέρα. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι 340 m/sec . Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ θεμελιώδους ἤχου ;

197. Κλειστός ἡχητικός σωλὴν δίδει θεμελιώδη ἤχον συχνότητος 260 Hz . Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα τοῦ σωλῆνος εἶναι 340 m/sec . Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος ;

*198. Κλειστός ἡχητικός σωλὴν δίδει θεμελιώδη ἤχον συχνότητος 400 Hz , ὅταν ὁ ἐντὸς αὐτοῦ ἀήρ ἔχῃ θερμοκρασίαν 0°C . Πόση γίνεται ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους ἤχου, ὅταν ὁ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἀήρ ἔχῃ θερμοκρασίαν 37°C ;

199. Ἀνοικτός ἡχητικός σωλὴν ἔχει μῆκος 62 cm . Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι 340 m/sec . Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ παραγομένου θεμελιώδους ἤχου ;

200. Κλειστός ἡχητικός σωλὴν ἔχει μῆκος 60 cm . Παραπλεύρως αὐτοῦ ὑπάρχει ἀνοικτός σωλὴν. Οἱ δύο σωλῆνες παράγουν συγχρόνως τὸν θεμελιώδη των. Παρατηροῦμεν ὅτι ὁ κλειστός σωλὴν παράγει ὑψηλότερον ἤχον, τὸ δὲ διάστημα τῶν παραγομένων δύο ἤχων εἶναι $3/2$. Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τοῦ ἀνοικτοῦ σωλῆνος ;

201. Μακρὸς ὑάλινος σωλὴν διατηρεῖται κατακόρυφος οὕτως, ὥστε τὸ ἐν ἄκρον του νὰ εἶναι βυθισμένον ἐντὸς ὕδατος. Ἐμπροσθεν τοῦ ἄλλου ἄκρου τοῦ σωλῆνος πάλλεται διαπασῶν, τοῦ ὁποῖου ἡ συχνότης εἶναι 512 Hz . Παρατηροῦμεν ὅτι ὑπάρχει σαφὴς συντονισμός, ὅταν τὸ ἐκτὸς τοῦ ὕδατος τμήμα τοῦ σωλῆνος ἔχῃ μῆκος 51 cm καὶ ἔπειτα 85 cm , ἐνῶ δὲν παρατηρεῖται συντονισμός διὰ καμμίαν ἄλλην ἐνδιάμεσον τιμὴν τοῦ μήκους τοῦ σωλῆνος. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα.

202. Κλειστός ἡχητικός σωλὴν παράγει θεμελιώδη ἤχον συχνότητος ν , ὅταν ἡ θερμοκρασία εἶναι 5°C . Πόσον πρέπει νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία, ὥστε ὁ σωλὴν νὰ παράγῃ θεμελιώδη ἤχον ὑψηλότερον κατὰ ἐν ἡμιτόνιον ; (Ὑποθέτομεν ὅτι τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος δὲν μεταβάλλεται).

*203. Δύο ὅμοιοι ἀνοικτοὶ ἡχητικοὶ σωλῆνες ἔχουν μῆκος 85 cm . Ὁ εἰς ἐξ αὐτῶν περιέχει ἀέρα θερμοκρασίας 15°C . Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα θερμοκρασίας 15°C εἶναι 340 m/sec . Ὁ ἄλλος σωλὴν περιέχει ἀέρα θερμοκρασίας 18°C . Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ θεμελιώδους ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει ἕκαστος σωλὴν ; Ἐὰν καὶ οἱ δύο σωλῆνες παράγουν συγχρόνως τοὺς ἀντιστοίχους θεμελιώδεις ἤχους των, νὰ εὐρεθῇ ὁ λόγος τῶν συχνότητων τῶν δύο ἤχων.

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ

Θ Ε Ρ Μ Ο Τ Η Σ

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ

209. Θερμότης. Τὸ αἷτιον, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὸ αἶσθημα τοῦ θερμοῦ ἢ τοῦ ψυχροῦ καλεῖται **θερμότης**. Εἶναι γνωστὸν ὅτι εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς ἡ θερμότης, ἡ ὁποία προκύπτει ἀπὸ τὴν καυσίν τοῦ λιθάνθρακος ἢ τοῦ πετρελαίου, παράγει ἔργον. Ὡστε :

Ἡ θερμότης εἶναι μία μορφή ἐνεργείας.

210. Θερμοκρασία. Ὅταν λέγωμεν ὅτι ἐν σῶμα εἶναι θερμὸν ἢ ψυχρὸν, χαρακτηρίζομεν τὴν θερμικὴν κατάστασιν τοῦ σώματος. Ὁ χαρακτηρισμὸς τῆς θερμικῆς καταστάσεως ἐνὸς σώματος ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἀφῆς ἔχει σχετικὴν ἀξίαν, διότι ἐξαρτᾶται κυρίως ἀπὸ τὴν θερμικὴν κατάστασιν τοῦ δέρματός μας.

Ἡ θερμικὴ κατάστασις ἐνὸς σώματος δύναται νὰ μεταβληθῇ συνεχῶς ἀπὸ τοῦ ψυχροῦ εἰς τὸ θερμὸν καὶ ἀντιστρόφως. Τοῦτο καταφαίνεται, ὅταν θερμαίνεται ψυχρὸν ὕδωρ ἢ ὅταν θερμὸν ὕδωρ ἀφῆνεται νὰ ψυχθῇ. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς ἐκάστοτε θερμικῆς καταστάσεως ἐνὸς σώματος εἰσήχθη ἡ ἔννοια τῆς **θερμοκρασίας**.

Θερμοκρασία τοῦ σώματος καλεῖται τὸ φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον χαρακτηρίζει τὴν θερμικὴν κατάστασιν τοῦ σώματος, δηλαδὴ τὸν βαθμὸν τῆς θερμάνσεως τοῦ σώματος.

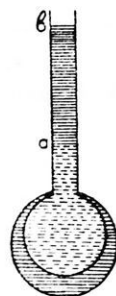
211. Διαστολὴ τῶν σωμάτων. Καλοῦμεν **διαστολὴν** τὰς μεταβολὰς, τὰς ὁποίας ὑφίστανται αἱ διαστάσεις τῶν σωμάτων, ὅταν μεταβάλλεται ἡ **θερμοκρασία** των. Εὐκόλως δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν ὅτι ὅλα τὰ σώματα θερμαίνόμενα διαστέλλονται (ἐξαίρεσιν ἀποτελοῦν ἐλάχι-

στα σώματα, όπως το καουτσούκ, ή πορσελάνη, ή ιδιοϋχος άργυρος κ.ά).

Ἡ διαστολὴ τῶν στερεῶν ἀποδεικνύεται διὰ τῆς γνωστῆς συσκευῆς, τὴν ὁποίαν δεικνύει τὸ σχῆμα 230. Κατὰ τὴν θέρμανσιν τῆς σφαίρας ὁ ὄγκος αὐτῆς αὐξάνεται. Εἰδικώτερον ἢ τοιαύτη αὐξήσις τοῦ ὄγκου καλεῖται *κυβικὴ διαστολὴ*.

Ἡ διαστολὴ τῶν ὑγρῶν παρατηρεῖται εὐκόλως, ἐὰν θερμάνωμεν ὑγρὸν ἐντὸς δοχείου καταλήγοντος εἰς στενὸν καὶ μακρὸν λαιμὸν

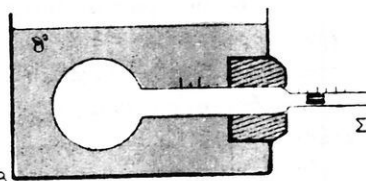
Σχ. 230. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς διαστολῆς τῶν στερεῶν



Σχ. 231. Ἐπίδρασις τῆς διαστολῆς τοῦ δοχείου

φαينوμένη διαστολὴ τοῦ ὑγροῦ, διότι συγχρόνως μετὸ ὑγρὸν διεσπάλῃ καὶ τὸ δοχεῖον. Ἐπομένως ἡ πρᾶγματικὴ διαστολὴ τοῦ ὑγροῦ εἶναι μεγαλύτερα ἀπὸ ἐκείνην, τὴν ὁποίαν παρατηροῦμεν κατὰ τὸ ἀνωτέρω πείραμα.

Ἡ διαστολὴ τῶν ἀερίων παρατηρεῖται ἀκόμη εὐκολώτερον, ἐὰν θερμάνωμεν ἐλαφρῶς τὸν ἀέρα, ὁ ὁποῖος περιέχεται ἐντὸς δοχείου καταλήγοντος εἰς στενὸν σωλῆνα (σχ. 232). Ὁ ἀήρ τῆς φιάλης ἀποκλείεται ἀπὸ τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα μετὰ μίαν σταγόνα ὑδρογύρου, ἡ ὁποία κατὰ τὴν θέρμανσιν τοῦ ἀέρος μετατοπίζεται ταχέως πρὸς τὰ ἔξω.



Σχ. 232. Ἀπόδειξις τῆς διαστολῆς τοῦ ἀερίου

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω πειραμάτων ἀποδεικνύεται ὅτι:

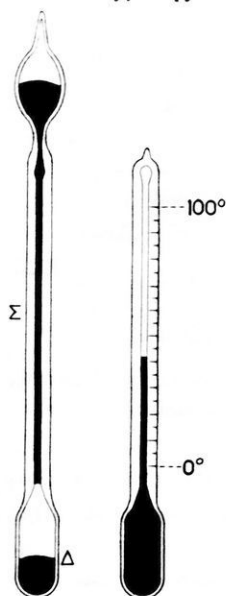
Τὰ ἀέρια ὑφίστανται τὴν μεγαλύτεραν διαστολὴν ἐξ ὅλων τῶν σωμάτων, τὰ δὲ στερεὰ ὑφίστανται τὴν μικροτέραν διαστολὴν.

212. Μέτρησις θερμοκρασιῶν. Διὰ τὴν ἀκριβῆ μέτρησιν τῆς θερμοκρασίας τῶν σωμάτων χρησιμοποιοῦνται εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα

καλούνται **θερμόμετρα**. Ἡ λειτουργία τῶν θερμομέτρων στηρίζεται ἐπὶ τοῦ γεγονότος ὅτι κατὰ τὴν θέρμανσιν ἐνὸς σώματος, μεταβάλλονται αἱ διαστάσεις καὶ διάφοροι ιδιότητες αὐτοῦ (ὀπτικά, ἠλεκτρικά κ.ἄ.). Μία λοιπὸν ιδιότης τῶν σωμάτων, ἡ ὁποία μεταβάλλεται *συνεχῶς* μετὰ τῆς θερμοκρασίας, δύνανται νὰ ἀποτελέσῃ τὴν βᾶσιν τῆς λειτουργίας ἐνὸς θερμομέτρου. Οὕτω χρησιμοποιοῦνται σήμερον διάφοροι τύποι θερμομέτρων. Ὁ συνήθης τύπος θερμομέτρου στηρίζεται εἰς τὴν διαστολὴν τῶν σωμάτων (θερμόμετρα διαστολῆς).

Ὅταν θερμὸν σῶμα Α ἔλθῃ εἰς ἐπαφὴν μὲ ἄλλο ψυχρὸν σῶμα Β, τότε εἶναι γνωστὸν ἐκ τῆς πείρας ὅτι μετὰ παρέλευσιν ὀρισμένου χρόνου τὰ δύο σώματα ἀποκτοῦν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. Τὸ φαινόμενον τοῦτο εἶναι συνέπεια τῆς ἐξῆς γενικῆς ἀρχῆς:

Ἡ θερμότης αὐτομάτως μεταβαίνει πάντοτε ἀπὸ τὸ θερμότερον εἰς τὸ ψυχρότερον σῶμα.



Σχ. 233. Κατασκευὴ ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου

Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς αὐτῆς στηρίζεται ἡ μέτρησις τῆς θερμοκρασίας διὰ τῶν θερμομέτρων. Τὸ θερμομετρον Β φέρεται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ θερμομετρούμενον σῶμα Α. Ὅταν ἀποκατασταθῇ *θερμική ἰσορροπία*, τὰ δύο σώματα ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν, τὴν ὁποίαν μᾶς δεικνύει τὸ θερμομετρον. Τὰ θερμομετρα ἔχουν γενικῶς τὴν ιδιότητα νὰ ἀπορροφῶν ἐλάχιστον ποσὸν θερμότητος ἀπὸ τὸ θερμομετρούμενον σῶμα καὶ οὕτως ἡ ἐπαφὴ των μὲ τὸ σῶμα τοῦτο δὲν μεταβάλλει αἰσθητῶς τὴν θερμοκρασίαν του.

213. Ὑδραργυρικὸν θερμομετρον. Τὸ ὑδραργυρικὸν θερμομετρον ἀποτελεῖται ἀπὸ ὑάλινον δοχεῖον (σφαιρικὸν ἢ κυλινδρικόν), τὸ ὁποῖον καταλήγει εἰς τριχοειδῆ σωλῆνα σταθερᾶς διαμέτρου (σχ. 233). Τὸ δοχεῖον καὶ μέρος τοῦ σωλῆνος εἶναι πλήρῃ ὑδραργύρου. Τὸ ὑπολοιπὸν τμήμα τοῦ σωλῆνος εἶναι κενὸν ἀέρος. Ἡ ἐκδίωξις τοῦ ἀέρος ἐκ τοῦ σωλῆνος ἐπιτυγχάνεται ὡς ἐξῆς: Τὸ θερμομετρον φέρεται εἰς ὑψηλὴν θερμοκρασίαν, ὥστε

νά πληρωθῇ με ὑδράργυρον ὁλόκληρος ὁ σωλὴν· τότε κλείεται τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ σωλῆνος διὰ συντήξεως τῆς ὑάλου.

214. Βαθμολογία τοῦ θερμομέτρου. Διὰ νὰ καθορίσωμεν μίαν κλίμακα θερμοκρασιῶν, ἐκλέγομεν δύο σταθεράς θερμοκρασίας, ἐκάστην τῶν ὁποίων αὐθαирέτως χαρακτηρίζομεν με ἓνα ἀριθμὸν. Οὕτως εἰς τὴν ἑκατονταβάθμιον κλίμακα θερμοκρασιῶν, ἣ ὁποία καλεῖται συνήθως **κλίμαξ Κελσίου** ($^{\circ}\text{C}$), ἡ σταθερὰ θερμοκρασία τοῦ τηχομένου πάγου χαρακτηρίζεται ὡς θερμοκρασία 0° ἡ δὲ σταθερὰ θερμοκρασία τῶν ὑδρατμῶν, ὅταν τὸ ὕδωρ βράζῃ ὑπὸ τὴν κανονικὴν πίεσιν (76 cm Hg), χαρακτηρίζεται ὡς θερμοκρασία 100° . Κατόπιν τοῦ ἀνωτέρω ὁρίσμου ἡ βαθμολογία τοῦ ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου γίνεται ὡς ἐξῆς: Βυθίζομεν τὸ θερμόμετρον ἐντὸς τῶν ἀτμῶν ὕδατος, τὸ ὁποῖον βράζει ὑπὸ τὴν κανονικὴν πίεσιν καὶ σημειώνομεν τὸν ἀριθμὸν 100 εἰς τὸ σημεῖον τοῦ σωλῆνος, εἰς τὸ ὁποῖον ἔχει φθάσει τότε ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου. Ἐπειτα βυθίζομεν τὸ θερμόμετρον ἐντὸς λεπτῶν τριμμάτων πάγου καὶ σημειώνομεν τὸν ἀριθμὸν 0 εἰς τὸ σημεῖον τοῦ σωλῆνος, εἰς τὸ ὁποῖον ἔχει φθάσει ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου. Τὸ μεταξὺ τῶν διαιρέσεων 0 καὶ 100 τμήμα τοῦ σωλῆνος διαιρεῖται εἰς 100 ἴσα μέρη. Ἡ βαθμολογία τοῦ θερμομέτρου ἐπεκτείνεται κάτωθεν τῆς διαιρέσεως 0 καὶ ἄνωθεν τῆς διαιρέσεως 100. Αἱ διαιρέσεις τῆς κλίμακος καλοῦνται **βαθμοὶ** (σύμβολον grad). Αἱ κάτω τοῦ μηδενὸς διαιρέσεις θεωροῦνται ὡς ἀρνητικαί.

Κλίμαξ Fahrenheit. Εἰς τὴν Ἀγγλίαν καὶ τὰς Ἠνωμένας Πολιτείας χρησιμοποιεῖται ἡ **κλίμαξ Fahrenheit**. Εἰς τὴν κλίμακα αὐτὴν ἡ θερμοκρασία τοῦ τηχομένου πάγου εἶναι 32° , ἡ δὲ θερμοκρασία τῶν ἀτμῶν τοῦ ζέοντος ὕδατος εἶναι 212° . Οὕτω 100 διαιρέσεις τῆς κλίμακος Κελσίου ἀντιστοιχοῦν εἰς 180 διαιρέσεις τῆς κλίμακος Fahrenheit. Ἐπομένως C βαθμοὶ Κελσίου καὶ F βαθμοὶ Fahrenheit συνδέονται μεταξύ των διὰ τῆς σχέσεως:

$$\frac{C}{F - 32} = \frac{100}{212 - 32} \quad \tilde{\eta} \quad \boxed{\frac{C}{F - 32} = \frac{5}{9}}$$

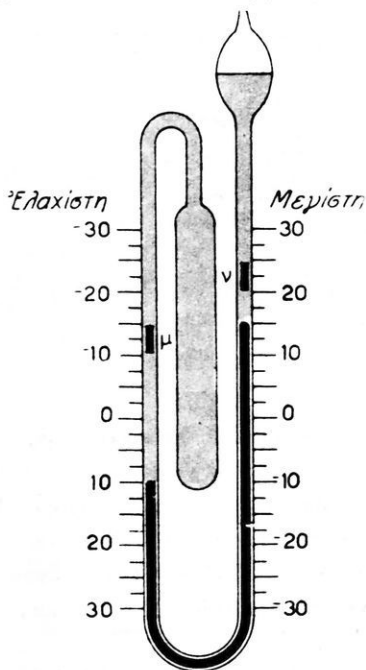
***215. Θερμόμετρα με ὑγρόν.** Ὁ ὑδράργυρος πήγνυται εἰς -39°C καὶ βράζει εἰς 357°C . Ἐπομένως τὸ ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον δύναται

νά χρησιμοποιηθῇ μόνον μεταξύ τῶν ἀνωτέρω ὁρίων θερμοκρασίας. Ἀλλὰ πρακτικῶς δὲν χρησιμοποιεῖται ἄνω τῶν 300°C . Διὰ τὴν μέτρησιν ὑψηλοτέρων θερμοκρασιῶν (ἕως 500°C) χρησιμοποιοῦνται ὑδραργυρικά θερμόμετρα, τὰ ὁποῖα κατασκευάζονται ἀπὸ δύστηκτον ὕalon καὶ περιέχουν ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου ἄζωτον ὑπὸ πίεσιν. Διὰ θερμοκρασίας κατωτέρας τῶν -39°C χρησιμοποιοῦνται θερμόμετρα, τὰ ὁποῖα περιέχουν οἰνόπνευμα (ἕως -50°C), τολουόλιον (ἕως -100°C) ἢ πετρελαϊκὸν αἰθέρα (ἕως -90°C). Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν πολὺ χαμηλῶν ἢ πολὺ ὑψηλῶν θερμοκρασιῶν καταφεύγομεν εἰς ἄλλας μεθόδους.

216. Θερμόμετρα μεγίστου καὶ ἐλαχίστου. Τὰ θερμόμετρα μεγίστου καὶ τὰ θερμόμετρα ἐλαχίστου μᾶς



Σχ. 234. Τριχόμετρον



Σχ. 235. Θερμόμετρον μεγίστου καὶ ἐλαχίστου

δίδουν τὴν μεγαλυτέραν ἢ τὴν μικροτέραν θερμοκρασίαν, ἢ ὁποῖα παρατηρεῖται ἐντὸς ὁρισμένου χρονικοῦ διαστήματος. Τὸ συνήθες ἱατρικὸν θερμόμετρον εἶναι θερμόμετρον μεγίστου. Ὁ τριχοειδὴς σωλὴν φέρει εἰς τὴν βάσιν τοῦ μίαν στένωσιν (σχ. 234). Ὅταν αὐξάνεται ἡ θερμοκρασία τοῦ ὑδραργύρου, οὗτος διέρχεται διὰ τῆς στενώσεως καὶ ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος. Κατὰ τὴν ψύξιν ὁμως τοῦ θερμομέτρου, ἡ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος εὐρεθεῖσα στήλη τοῦ ὑδραργύρου ἀποκόπτεται κατὰ τὴν στένωσιν καὶ

ἀπομένει ἐντὸς τοῦ σωλῆνος. Τὸ ἀνώτερον ἄκρον τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου δεικνύει τὴν μεγίστην θερμοκρασίαν. Ὁ ὑδράργυρος τοῦ σωλῆ-

νος ἐπαναφέρεται ἐντὸς τοῦ δοχείου διὰ διαδοχικῶν τιναγμῶν.

Εἰς τὴν Μετεωρολογίαν χρησιμοποιεῖται συνήθως θερμόμετρον μεγίστου καὶ ἐλαχίστου περιέχον οἶνόπνευμα, τὸ ὁποῖον μετατοπίζει στήλην ὑδραργύρου (σχ. 235). "Ὅταν ἡ θερμοκρασία αὐξάνεται, ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου ὠθεῖ τὸν ἐκ σιδήρου δείκτην ν. Ἀντιθέτως, ὅταν ἡ θερμοκρασία ἐλαττώνεται, ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου ὠθεῖ τὸν ἐκ σιδήρου δείκτην μ. Οὕτως ὁ μὲν δείκτης ν δεικνύει τὴν σημειωθεῖσαν μεγίστην θερμοκρασίαν, ὁ δὲ δείκτης μ τὴν ἐλαχίστην. Οἱ δείκται ἐπαναφέρονται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὰς δύο ἐπιφανείας τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου μὲ τὴν βοήθειαν μικροῦ μαγνήτου.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

204. Νὰ τραποῦν εἰς ἐνδείξεις τῆς κλίμακος Κελσίου αἱ ἐξῆς ἐνδείξεις τῆς κλίμακος Fahrenheit: -15° , 50° , 200° .

205. Νὰ τραποῦν εἰς ἐνδείξεις τῆς κλίμακος Fahrenheit αἱ ἐξῆς ἐνδείξεις τῆς κλίμακος Κελσίου: -22° , 36° , 87° .

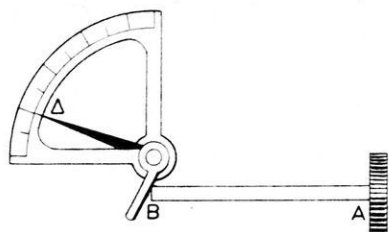
206. Θερμόμετρον φέρει ἐκατέρωθεν τοῦ τριχοειδοῦς σωλήνος κλίμακα Κελσίου καὶ κλίμακα Fahrenheit. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν αἱ ἐνδείξεις τῶν δύο κλιμάκων θὰ εἶναι αἱ αὐταί;

207. Κατὰ μίαν ἡμέραν ἡ μὲν θερμοκρασία τῶν Ἀθηνῶν εἶναι 20°C , τοῦ δὲ Λονδίνου εἶναι 77°F . Πόσῃ διαφορᾷ θερμοκρασίας εὐρίσκει μεταξὺ τῶν δύο πόλεων ὁ κάτοικος τῶν Ἀθηνῶν καὶ πόσῃ εὐρίσκει ὁ κάτοικος τοῦ Λονδίνου;

ΔΙΑΣΤΟΛΗ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

217. Διαστολὴ τῶν στερεῶν. "Ὅταν στερεὸν σῶμα θερμαίνεται, τότε αἱ τρεῖς διαστάσεις τοῦ σώματος αὐξάνονται ἀναλόγως. Ἡ τοιαύτη διαστολὴ τοῦ σώματος καλεῖται **κυβικὴ διαστολὴ**. Ἐὰν τὸ στερεὸν εἶναι ἐπιμήκης ράβδος, τότε μᾶς ἐνδιαφέρει κυρίως ἡ διαστολὴ τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ μία τῶν διαστάσεων τοῦ σώματος. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ διαστολὴ καλεῖται **γραμμικὴ διαστολὴ**. Ἐὰν τὸ στερεὸν εἶναι λεπτὴ πλάξ, τότε κατὰ τὴν θέρμανσιν τοῦ σώματος παρατηρεῖται διαστολὴ τῶν δύο διαστάσεων αὐτοῦ· ἡ διαστολὴ αὕτη καλεῖται **ἐπιφανειακὴ διαστολὴ**.

218. Γραμμική διαστολή. Ἡ γραμμική διαστολή δεικνύεται εὐκόλως διὰ τῆς διατάξεως, τὴν ὁποίαν δεικνύει τὸ σχῆμα 236. Τὸ ἐν



Σχ. 236. Διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ συντελεστοῦ γραμμικῆς διαστολῆς

ἄκρον τῆς ράβδου εἶναι στερεωμένον σταθερῶς. Ἐστω ὅτι εἰς θερμοκρασίαν 0°C ἡ ράβδος ἔχει μῆκος l_0 . Βυθίζομεν τὴν ράβδον ἐντὸς ὕδατος σταθεραῖς θερμοκρασίας θ° . Ἡ ράβδος διαστέλλεται καὶ τὸ μῆκος τῆς γίνεται l . Ἡ ἐπιμήκυνσις τῆς ράβδου εἶναι $l - l_0$. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι:

Ἡ ἐπιμήκυνσις ($l - l_0$), τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ ράβδος, ὅταν ἡ θερμοκρασία τῆς αὐξάνεται κατὰ θ° , εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ ἀρχικὸν μῆκος (l_0) τῆς ράβδου καὶ πρὸς τὴν αὐξησην (θ) τῆς θερμοκρασίας.

$$\text{ἐπιμήκυνσις ράβδου : } l - l_0 = \lambda \cdot l_0 \cdot \theta$$

(1)

ὅπου λ εἶναι συντελεστὴς ἐξαρτώμενος ἀπὸ τὴν φύσιν τῆς ράβδου καὶ ὁ ὁποῖος καλεῖται **συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς**. Ἐὰν λύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν (1) ὡς πρὸς λ εὐρίσκομεν :

$$\lambda = \frac{l - l_0}{l_0} \cdot \frac{1}{\theta} \quad (2)$$

Ἄν τὸ ἀρχικὸν μῆκος l_0 εἶναι ἴσον μὲ 1 μονάδα μήκους, π.χ. εἶναι $l_0 = 1\text{ m}$, καὶ ἡ αὐξησης τῆς θερμοκρασίας εἶναι ἴση μὲ 1°C , ἥτοι εἶναι $\theta = 1\text{ grad}$, τότε ἡ ἐξίσωσις (2) γράφεται:

$$\lambda = \frac{l - 1}{1} \cdot \frac{1}{1\text{ grad}}$$

Ἄρα ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς ἐκφράζει τὴν αὐξησην, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ μονὰς μήκους τῆς ράβδου, ὅταν ἡ θερμοκρασία τῆς αὐξάνεται κατὰ 1°C .

Ἐὰν λύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν (1) ὡς πρὸς l , εὐρίσκομεν ὅτι τὸ $\mu\eta\kappa\omicron\varsigma$ τῆς ράβδου εἰς θερμοκρασίαν θ^0 εἶναι:

$$\mu\eta\kappa\omicron\varsigma \text{ ράβδου εἰς } \theta^0 \text{ C: } l = l_0 \cdot (1 + \lambda \cdot \theta)$$

Ἡ παράστασις $(1 + \lambda \cdot \theta)$ καλεῖται **διώνυμον τῆς γραμμικῆς διαστολῆς**.

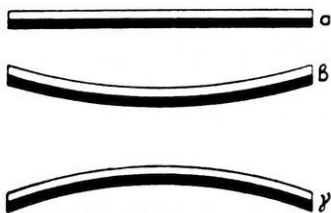
Παράδειγμα. Διὰ τὸν σίδηρον εἶναι $\lambda = 0,000012 \text{ grad}^{-1}$. Μία ράβδος σιδήρου, ἡ ὁποία εἰς 0^0 C ἔχει μῆκος $l_0 = 10 \text{ m}$, ἐὰν θερμανθῇ εἰς 100^0 C ἐπιμηκύνεται κατὰ:

$$l - l_0 = 10 \text{ m} \cdot 1,22 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1} \cdot 100 \text{ grad} = 1,22 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 12,2 \text{ mm}.$$

Συντελεσταὶ γραμμικῆς διαστολῆς

Ἀργίλλιον	$2,33 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1}$	Σίδηρος	$1,22 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1}$
Ἀργυρος	$1,93 \cdot 10^{-5} \text{ »}$	Λευκόχρυσος	$0,90 \cdot 10^{-5} \text{ »}$
Χαλκός	$1,70 \cdot 10^{-5} \text{ »}$	Invar	$0,16 \cdot 10^{-5} \text{ »}$

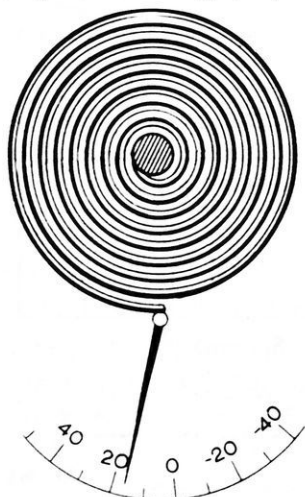
218α. Ἐφαρμογαὶ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς. Ἄν παρεμποδίσωμεν μίαν ράβδον νὰ διασταλῇ ἐλευθέρως, τότε ἀναπτύσσονται πολὺ μεγάλαι δυνάμεις· αὗται εἶναι ἴσαι πρὸς τὰς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι προκαλοῦν τὴν αὐτὴν ἐπιμήκυνσιν τῆς ράβδου κατὰ μηχανικὸν τρόπον. Οὕτω ράβδος σιδήρου, ἔχουσα εἰς 0^0 C μῆκος 1 m , ὅταν θερμαίνεται εἰς 100^0 C ἐπιμηκύνεται κατὰ $1,2 \text{ mm}$. Ἐὰν ἡ ράβδος ἔχη τομὴν 1 cm^2 , τότε διὰ νὰ τὴν ἐπιμηκύνωμεν κατὰ $1,2 \text{ mm}$, πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν δύναμιν 2500 kgf^* . Τόση δύναμις ἀναπτύσσεται κατὰ τὴν διαστολὴν τῆς ράβδου, ἂν παρεμποδίσωμεν τὴν ἐλευθέραν διαστολὴν αὐτῆς. Ἐπειδὴ λοιπὸν αἱ κατὰ τὴν διαστολὴν ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις εἶναι πολὺ μεγάλαι, διὰ τοῦτο εἰς τὰ διάφορα τεχνικὰ ἔργα, λαμβάνονται διάφορα μέτρα, ὥστε ἡ διαστολὴ νὰ γίνεται ἐλευθέρως. Εἰς τὰς μεταλλικὰς γεφύρας τὸ ἐν ἄκρον των στηρίζεται ἐπὶ τροχῶν, διὰ νὰ γίνεται ἐλευθέρως ἡ διαστολή. Ἐπίσης μεταξὺ τῶν ράβδων τῆς σιδηροδρομικῆς γραμμῆς ἀφένονται μικρὰ διάκενα, διὰ νὰ ἀποφευχθῇ ἡ κάμψις τῶν ράβδων.



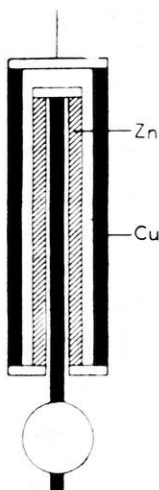
Σχ. 237. Διμεταλλικαὶ ράβδοι

Ἄλλην ἐφαρμογὴν τῆς γραμμικῆς διαστολῆς ἀποτελοῦν αἱ **διμεταλλικαὶ ράβδοι** (σχ. 237). Αὗται ἀποτελοῦνται ἀπὸ δύο ἐπιμήκη ἐλά-

σματα, τὰ ὁποῖα εἶναι στενῶς συνδεδεμένα μεταξύ των καὶ ἔχουν διάφορον συντελεστὴν γραμμικῆς διαστολῆς. Εἰς μίαν ὠρισμένην θερμοκρασίαν ἡ ράβδος εἶναι εὐθύγραμμος. Ἐὰν ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία τῆς ράβδου, αὕτη λαμβάνει τὸ σχῆμα β, ἐνῶ ἂν ἡ ράβδος ψυχθῇ, αὕτη λαμβάνει τὸ σχῆμα γ. Τοιαῦται διμεταλλικαὶ ράβδοι χρησιμοποιοῦνται εἰς τὰ **μεταλλικὰ θερμομέτρα** (σχ. 238) καὶ διὰ τὴν αὐτόματον λειτουργίαν ὠρισμένων διατάξεων (αὐτόματος διακοπὴ ἡλεκτρικοῦ ρεύματος εἰς τοὺς ἡλεκτρικοὺς κλιβάνους, τὰ ἡλεκτρικὰ ψυγεῖα κ.τ.λ.). Ἐπίσης αἱ διμεταλλικαὶ ράβδοι χρησιμοποιοῦνται εἰς τοὺς ὥρολογιακοὺς μηχανισμοὺς (σχ. 239), διὰ νὰ μὴ ἐπηρεάζεται ἡ λειτουργία των ἀπὸ τὰς μεταβολὰς τῆς θερμοκρασίας. Τὸ κράμα **Invar** (64% Fe + 36% Ni) ἔχει ἀσήμαντον συντελεστὴν



Σχ. 238. Διμεταλλικὸν θερμομέτρον



Σχ. 239. Διμεταλλικὸν ἐκκρεμές

γραμμικῆς διαστολῆς καὶ διὰ τοῦτο χρησιμοποιεῖται εἰς ὄργανα ἀκριβείας.

219. Κυβικὴ διαστολή. Ἐὰς θεωρήσωμεν ἓν στερεὸν σῶμα, τὸ ὁποῖον εἰς θερμοκρασίαν 0°C ἔχει ὄγκον V_0 . Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος γίνῃ θ° , τότε ὁ ὄγκος τοῦ σώματος γίνεταί V . Τὸ πείραγμα ἀποδεικνύει ὅτι :

Ἡ μεταβολὴ ($V - V_0$) τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν ἀρχικὸν ὄγκον (V_0) τοῦ σώματος καὶ πρὸς τὴν αὐξησιν (θ) τῆς θερμοκρασίας.

Ἄρα εἶναι $V - V_0 = \kappa \cdot V_0 \cdot \theta$, ὅπου κ εἶναι ὁ συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς τοῦ σώματος. Ὁ συντελεστὴς οὗτος ἐκφράζει τὴν

αύξησιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ μονὰς τοῦ ὅγκου τοῦ σώματος, ὅταν ἡ θερμοκρασία του αὐξηθῇ κατὰ 1°C .

Ἀπὸ τὴν ἀνωτέρω σχέσιν εὐρίσκομεν ὅτι ὁ ὅγκος V τοῦ σώματος εἰς θερμοκρασίαν $\theta^{\circ}\text{C}$ εἶναι :

$$\text{ὅγκος στερεοῦ εἰς } \theta^{\circ}\text{C} : V = V_0 \cdot (1 + \kappa \cdot \theta)$$

Ἡ παράστασις $(1 + \kappa \cdot \theta)$ καλεῖται διώνυμον τῆς κυβικῆς διαστολῆς. Ἀποδεικνύεται ὅτι :

Ὁ συντελεστής τῆς κυβικῆς διαστολῆς εἶναι ἴσος μὲ τὸ τριπλάσιον τοῦ συντελεστοῦ γραμμικῆς διαστολῆς ($\kappa = 3\lambda$).

219α. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος στερεοῦ σώματος μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Ἐπειδὴ ὁ ὅγκος ἐνὸς στερεοῦ σώματος μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ἐνῶ ἡ μᾶζα m τοῦ σώματος διατηρεῖται ἀμετάβλητος, ἔπεται ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ σώματος μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Ἐὰν καλέσωμεν d_0 καὶ d τὴν πυκνότητα τοῦ σώματος εἰς τὰς θερμοκρασίας 0°C καὶ $\theta^{\circ}\text{C}$, τότε ἔχομεν $m = d_0 \cdot V_0 = d \cdot V$. Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν εὐρίσκομεν $d = \frac{d_0 \cdot V_0}{V}$.

Ἐπειδὴ δὲ εἶναι $V = V_0 \cdot (1 + \kappa \cdot \theta)$, ἔχομεν :

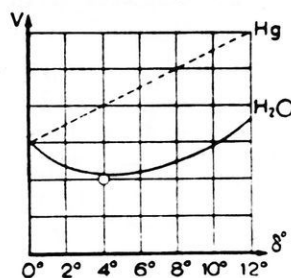
$$\text{πυκνότης τοῦ σώματος εἰς } \theta^{\circ}\text{C} : d = \frac{d_0}{1 + \kappa \cdot \theta}$$

220. Διαστολὴ τῶν ὑγρῶν. Ὅπως εἶδομεν (§ 211), τὰ ὑγρά διαστέλλονται πολὺ περισσότερον ἀπὸ τὰ στερεά. Εἶναι φανερόν ὅτι τὰ ὑγρά ὑφίστανται μόνον κυβικὴν διαστολὴν. Ἐπομένως ἡ πραγματικὴ ἢ ἀπὸλυτὸς διαστολὴ τοῦ ὑγροῦ διέπεται ἀπὸ τὸν νόμον, ὁ ὁποῖος ἰσχύει διὰ τὴν κυβικὴν διαστολὴν τῶν στερεῶν. Οὕτως ἔχομεν ὅτι ὁ ὅγκος τοῦ ὑγροῦ εἰς θερμοκρασίαν $\theta^{\circ}\text{C}$ εἶναι $V = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \theta)$, ὅπου γ εἶναι ὁ συντελεστής ἀπολύτου διαστολῆς τοῦ ὑγροῦ. Ἡ δὲ μεταβολὴ τῆς πυκνότητος τοῦ ὑγροῦ μετὰ τῆς θερμοκρασίας δίδεται ἀπὸ τὴν γνωστὴν σχέσιν :

$$d = \frac{d_0}{1 + \gamma \cdot \theta}$$

Συντελεσται ἀπολύτου διαστολῆς ὑγρῶν			
Αἰθέρ	$163 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1}$	Υδωρ	$18^{\circ} \quad 18 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1}$
Οἶνόπνευμα	$111 \cdot 10^{-5} \text{ »}$	»	$50^{\circ} \quad 46 \cdot 10^{-5} \text{ »}$
Τολουόλιον	$103 \cdot 10^{-5} \text{ »}$	»	$100^{\circ} \quad 78 \cdot 10^{-5} \text{ »}$
Υδράργυρος	$18 \cdot 10^{-5} \text{ »}$		

221. Διαστολή τοῦ ὕδατος. Ἡ διαστολή τοῦ ὕδατος παρουσιάζει τὴν ἐξῆς ἐνδιαφέρουσαν ἀνωμαλίαν : τὸ ὕδωρ θερμικνόμενον ἀπὸ 0°C ἕως 4°C συνεχῶς συστέλλεται, καταλαμβάνει τὸν μικρότερον ὄγκον εἰς τὴν θερμοκρασίαν 4°C καὶ ἄνωθεν τῆς θερμοκρασίας ταύτης θερμικνόμενον συνεχῶς διαστέλλεται. Ἡ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ὠρισμένης μάζης ὕδατος συναρτῆσει τῆς θερμοκρασίας φαίνεται εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 241. Εἰς τὸ διάγραμμα τοῦτο δεικνύεται ἡ διαφορὰ τῆς διαστολῆς τοῦ ὕδατος ἀπὸ τὴν διαστολὴν τοῦ ὑδραργύρου. Εἰς τὴν θερμοκρασίαν 4°C ὠρισμένη μάζα ὕδατος ἔχει τὸν μικρότερον ὄγκον καὶ ἐπομένως :



Σχ. 240. Διαστολὴ τοῦ ὕδατος καὶ τοῦ ὑδραργύρου

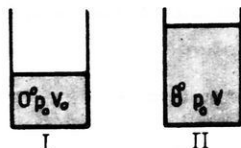
Εἰς τὴν θερμοκρασίαν 4°C τὸ ὕδωρ ἔχει τὴν μεγίστην πυκνότητα.

Ἡ ἀνωτέρω ἀνωμαλία εἰς τὴν διαστολὴν τοῦ ὕδατος ἔχει πολὺ μεγάλην βιολογικὴν σημασίαν, διότι εἰς τὰ βαθύτερα σημεῖα τῶν λιμνῶν καὶ τῶν ὠκεανῶν συγκεντρώνεται τὸ πυκνότερον ὕδωρ θερμοκρασίας 4°C . Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τῶν ἀνωτέρων στρωμάτων τοῦ ὕδατος κατέλθῃ κάτω τῆς θερμοκρασίας 4°C , τὰ στρώματα ταῦτα παραμένουν εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ὡς εἰδικῶς ἐλαφρότερα. Οὕτως εἰς τὰ βάθη τῶν λιμνῶν καὶ τῶν θαλασσῶν ἐπικρατεῖ σταθερὰ σχεδὸν θερμοκρασία. Εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα καταφάινεται ἡ ἀνώμαλος διαστολὴ τοῦ ὕδατος.

Όγκος ἐνὸς γραμμαρίου ὕδατος			
Θερμοκρασία	ὄγκος εἰς cm^3	Θερμοκρασία	ὄγκος εἰς cm^3
0°	1,00016	20°	1,00180
4°	1,00003	50°	1,01210
10°	1,00030	100°	1,04346

222. Διαστολή των αερίων. Ἐντὸς δοχείου, τὸ ὁποῖον κλείεται ἀεροστεγῶς μὲ εὐκίνητον ἔμβολον περιέχεται μᾶζα m αερίου (σχ. 241). Εἰς θερμοκρασίαν 0°C τὸ αέριον ἔχει ὄγκον V_0 καὶ πίεσιν p_0 , ἴσην μὲ τὴν ἐξωτερικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.

α) **Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου τοῦ αερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν.** Θερμαίνομεν τὸ αέριον εἰς θ° . Τὸ αέριον διαστέλλεται ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν p_0 καὶ ὁ ὄγκος του γίνεται V . Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι :



Σχ. 241. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου αερίου μετὰ τῆς θερμοκρασίας

Ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ἡ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ὁρισμένης μάζης αερίου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν ἀρχικὸν ὄγκον (V_0) τοῦ αερίου καὶ πρὸς τὴν μεταβολὴν (θ) τῆς θερμοκρασίας αὐτοῦ.

$$V - V_0 = \alpha \cdot V_0 \cdot \theta \quad (1)$$

ὅπου α εἶναι ὁ συντελεστὴς διαστολῆς τοῦ αερίου. Πειραματικῶς εὑρέθη ὅτι ὁ συντελεστὴς α εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ὅλα τὰ αέρια, ἡ δὲ τιμὴ του εἶναι :

συντελεστὴς διαστολῆς αερίων: $\alpha = \frac{1}{273} = 0,003660 \text{ grad}^{-1}$

Οὕτως ἐκ τοῦ πειράματος εὑρέθη ὁ ἀκόλουθος νόμος τοῦ **Cay-Lussac** :

Ὅλα τὰ αέρια, θερμαινόμενα ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν κατὰ 1°C ὑφίστανται αὐξήσιν τοῦ ὄγκου των ἴσην μὲ τὸ $\frac{1}{273}$ τοῦ ὄγκου, τὸν ὁποῖον ἔχουν εἰς θερμοκρασίαν 0°C .

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι, ὅταν αέριον θερμαίνεται ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ἀπὸ 0°C εἰς $\theta^{\circ}\text{C}$, ὁ τελικὸς ὄγκος V εἶναι :

διαστολὴ αερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν: $V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$ (2)

β) **Μεταβολὴ τῆς πίεσεως τοῦ αερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον.** Ἐπαναλαμβάνομεν τὸ προηγούμενον πείραμα, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι τὸ ἔμβολον

είναι τώρα ακίνητον. Θερμαίνομεν τὸ ἀέριον εἰς $\theta^{\circ}\text{C}$. Ὁ ὄγκος τοῦ V_0 διατηρεῖται σταθερὸς καὶ ἡ πίεσις τοῦ αὐξάνεται ἀπὸ p_0 εἰς p . Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι ἡ μεταβολὴ τῆς πίεσεως τοῦ αἰρίου εἶναι:

$$p - p_0 = \alpha \cdot p_0 \cdot \theta$$

ὅπου εἶναι $\alpha = \frac{1}{273} \text{ grad}^{-1}$. Ἐκ τούτων συνάγεται ὁ ἀκόλουθος νόμος:

Ὅλα τὰ ἀέρια, θερμαινόμενα ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, κατὰ 1°C ὑφίστανται αὐξήσιν τῆς πίεσεως ἴσην μετὰ τὸ $\frac{1}{273}$ τῆς πίεσεως, τὴν ὁποίαν ἔχουν εἰς θερμοκρασίαν 0°C .

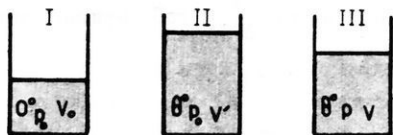
Ὅταν λοιπὸν ἀέριον θερμαίνεται ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον ἀπὸ 0°C εἰς $\theta^{\circ}\text{C}$, ἡ τελικὴ πίεσις p εἶναι:

μεταβολὴ αἰρίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον: $p = p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$

γ) **Τέλεια ἀέρια.** Ὅπως ἀποδεικνύει τὸ πείραμα, τὰ φυσικὰ ἀέρια ἀκολουθοῦν μόνον κατὰ προσέγγισιν τοὺς ἀνωτέρω εὑρεθέντας νόμους. Καλοῦμεν τέλεια ἀέρια ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα ἀκολουθοῦν αὐστηρῶς τοὺς νόμους Boyle - Mariotte καὶ Gay - Lussac.

Πολλὰ συνήθη ἀέρια, τὰ ὁποῖα δυσκόλως ὑγροποιῦνται, συμπεριφέρονται σχεδὸν ὡς τέλεια ἀέρια (ὀξυγόνον, ὕδρογόνον, ἄζωτον, ἥλιον).

223. Ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων. Εὐκόλως δυνάμεθα νὰ εὗρωμεν ἓνα γενικὸν νόμον, ὁ ὁποῖος νὰ ἰσχύῃ δι' ὅλας τὰς γνωστὰς μετα-



Σχ. 242. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου αἰρίου μετὰ τῆς πίεσεως καὶ τῆς θερμοκρασίας

βολὰς τῶν ἀερίων (ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν, ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν καὶ ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον). Ἄς θεωρήσωμεν μίαν μᾶζαν m αἰρίου, τὸ ὁποῖον ἔχει:

I. θερμοκρασίαν 0°C , πίεσιν p_0 , ὄγκον V_0 (σχ. 242 I).

Θερμαίνομεν τὸ ἀέριον εἰς θ° ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν. Τότε τὸ ἀέριον ἔχει:

II. θερμοκρασίαν θ° , πίεσιν p_0 , ὄγκον $V' = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$ (σχ. 242 II).

"Επειτα ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν θ^0 μεταβάλλομεν τὴν πίεσιν καὶ τὸν ὄγκον τοῦ αἰρίου. Τότε τὸ αἷριον ἔχει :

III. θερμοκρασίαν θ^0 , πίεσιν p , ὄγκον V (σχ. 242 III).

Ἡ τελευταία μεταβολὴ τοῦ αἰρίου ἔγινε ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν καὶ ἐπομένως διέπεται ἀπὸ τὸν νόμον Boyle-Mariotte (§ 159)· ἄρα ἔχομεν :

$$p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta) \quad (1)$$

Ἡ εὐρεθεῖσα ἐξίσωσις καλεῖται ἐξίσωσις τῶν τελείων αἰρίων.

Ἐὰν ἡ ἀνωτέρω μᾶζα αἰρίου θερμανθῇ εἰς θ_1 , τότε ἡ πίεσις τοῦ αἰρίου γίνεται p_1 καὶ ὁ ὄγκος τοῦ V_1 , ὥστε νὰ ἰσχύη πάλιν ἡ ἐξίσωσις :

$$p_1 \cdot V_1 = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta_1) \quad (2)$$

Ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις (1) καὶ (2) εὐρίσκομεν ὅτι εἶναι :

$$p_0 \cdot V_0 = \frac{p \cdot V}{1 + \alpha \cdot \theta} = \frac{p_1 \cdot V_1}{1 + \alpha \cdot \theta_1} = \text{σταθ.}$$

Δι' ὠρισμένην μᾶζαν αἰρίου τὸ πηλίκον τοῦ γινομένου τῆς πιέσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον τοῦ αἰρίου διὰ τοῦ διωνύμου τῆς διαστολῆς εἶναι σταθερόν.

***224. Πυκνότης αἰρίου.** Ἄς λάβωμεν μᾶζαν m αἰρίου, τὸ ὅποιον ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας (0^0 C καὶ $p_0 = 76 \text{ cm Hg}$) ἔχει ὄγκον V_0 .

Ἡ πυκνότης τοῦ αἰρίου εἶναι $d_0 = \frac{m}{V_0}$. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ αἰρίου γίνῃ θ^0 , τότε ἡ πίεσις τοῦ γίνεται p καὶ ὁ ὄγκος τοῦ γίνεται V .

Ἡ πυκνότης τοῦ αἰρίου μετεβλήθη καὶ ἔγινε $d = \frac{m}{V}$. Ὡστε ἔχομεν τὴν σχέσιν : $m = d_0 \cdot V_0 = d \cdot V$. Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν προκύπτει

ὅτι εἶναι : $d = \frac{d_0 \cdot V_0}{V}$. Ἐὰν εἰς τὴν τελευταίαν σχέσιν θέσωμεν τὴν τιμὴν τοῦ V ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$, εὐρίσκομεν ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ αἰρίου εἰς θερμοκρασίαν θ^0 καὶ ὑπὸ πίεσιν p εἶναι :

$$\text{πυκνότης αἰρίου εἰς } \theta^0 \text{ C : } d = d_0 \cdot \frac{p}{p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)}$$

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος ὑπὸ κανονικῆς συνθήκας εἶναι $1,293 \text{ gr/dm}^3$. Εἰς θερμοκρασίαν 27°C καὶ ὑπὸ πίεσιν 2 Atm ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἶναι :

$$d = 1,293 \cdot \frac{2 \cdot 76 \cdot 273}{76 \cdot 300} = 2,353 \text{ gr/dm}^3$$

225. Ἀπόλυτον μηδέν καὶ ἀπόλυτος κλίμαξ θερμοκρασιῶν. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία ἐνὸς ἀερίου κατέλθῃ εἰς -273°C , τότε ἡ ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων δίδει :

$$p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 - 1) \quad \text{ἤτοι} \quad p \cdot V = 0$$

Ὡστε εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτὴν τὸ γινόμενον τῆς πίεσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου μηδενίζεται. Ἐπειδὴ ὅμως εἶναι ἀδύνατον νὰ δεχθῶμεν ὅτι μηδενίζεται ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου, πρέπει νὰ δεχθῶμεν ὅτι εἰς τὴν θερμοκρασίαν -273°C ἡ πίεσις γίνεται ἴση μὲ μηδέν. Ἀρα εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτὴν δὲν δύναται νὰ ὑπάρξῃ σῶμα εἰς ἀέριον κατὰστασιν. Ἡ θερμοκρασία -273°C , εἰς τὴν ὁποίαν μηδενίζεται ἡ πίεσις παντὸς ἀερίου, καλεῖται **ἀπόλυτον μηδέν** καὶ λαμβάνεται ὡς ἀρχὴ μιᾶς νέας κλίμακος θερμοκρασιῶν, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀπόλυτος κλίμαξ ἢ κλίμαξ Kelvin** ($^\circ \text{K}$). Εἰς τὴν κλίμακᾳ αὐτὴν ἡ θερμοκρασία τοῦ τηχομένου πάγου (0°C) ἀντιστοιχεῖ εἰς 273°K . Γενικῶς θ βαθμοὶ Κελσίου ἀντιστοιχοῦν πρὸς T βαθμοὺς Kelvin συμφώνως πρὸς τὴν σχέσιν :

$$T = 273 + \theta$$

Ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ τὸ ἀέριον ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς κινήσεως τῶν μορίων τοῦ ἀερίου (§ 176). Ἀφοῦ ὅμως εἰς τὸ ἀπόλυτον μηδέν ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου γίνεται ἴση μὲ μηδέν, ἔπεται ὅτι εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτὴν τὰ μόρια τοῦ ἀερίου εἶναι ἀκίνητα. Εἶναι **τελείως ἀδύνατον νὰ πραγματοποιήσωμεν τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενός**. Κατωρθώσαμεν ὅμως νὰ φθάσωμεν μέχρι τῆς θερμοκρασίας $0,0012^\circ \text{K}$.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

208. Πόσῃν ἐπιμήκυνσιν ὑφίσταται ράβδος σιδήρου μήκους 20 m , ὅταν αὕτη θερμαίνεται ἀπὸ -15°C εἰς 40°C ; $\lambda = 12 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$.

209. Πόσον μῆκος ἔχει μία ράβδος ἐκ νικελίου εἰς 0°C , ἐὰν τὸ μῆκος αὐτῆς εἰς 18°C εἶναι 20 cm ; $\lambda = 13 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$.

210. Μία ὑαλινὴ ράβδος εἰς 0°C ἔχει μῆκος $412,5 \text{ mm}$, θερμαι-

νομένη δὲ εἰς $98,5^{\circ} \text{C}$ ἐπιμηκύνεται κατὰ $0,329 \text{ mm}$. Πόσος εἶναι ὁ συντελεστής γραμμικῆς διαστολῆς τῆς ὑάλου :

211. Κανὼν ἐξ ὀρειχάλκου εἶναι βαθμολογημένος εἰς 0°C . Πόσον εἶναι τὸ ἀκριβὲς μῆκος μιᾶς ράβδου, ἡ ὁποία μετρονύμενη εἰς 20°C εὐρίσκεται ὅτι ἔχει μῆκος 80 cm ; $\lambda = 19 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$.

212. Δύο ράβδοι, ἡ μία ἀπὸ ὑάλου καὶ ἡ ἄλλη ἀπὸ χάλυβα, ἔχουν εἰς 0°C τὸ αὐτὸ μῆκος, ἐνῶ εἰς 100°C τὰ μῆκη τῶν δύο ράβδων διαφέρουν κατὰ 1 mm . Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τῶν ράβδων εἰς 0°C ; Συντελεσταὶ γραμμικῆς διαστολῆς :

ὑάλου $\lambda_1 = 8 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$, χάλυβος $\lambda_2 = 12 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$.

213. Μία ὀρθογώνιος πλάξ ἐκ χαλκοῦ ἔχει εἰς 0°C διαστάσεις $0,8 \text{ m}$ καὶ $1,5 \text{ m}$. Πόσον αὐξάνεται ἡ ἐπιφάνεια τῆς πλακός, ὅταν αὕτη θερμαίνεται ἀπὸ 5°C εἰς 45°C ; Χαλκοῦ $\lambda = 14 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$.

214. Κυκλικὸς δίσκος ἐκ χαλκοῦ ἔχει εἰς 0°C διάμετρον 100 mm . Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν πρέπει νὰ θερμομανθῇ ὁ δίσκος, ὥστε ἡ διάμετρος αὐτοῦ νὰ αὐξηθῇ κατὰ 1 mm ; Πόση εἶναι ἡ αὐξησις τῆς ἐπιφανείας τοῦ δίσκου ;

215. Σφαῖρα ἐκ σιδήρου ἔχει εἰς 0°C διάμετρον 19 mm . Ποίαν θερμοκρασίαν πρέπει νὰ ἀποκτήσῃ ἡ σφαῖρα, ὥστε αὕτη νὰ μὴ διέρχεται διὰ μεταλλικὸν δακτυλίων, τοῦ ὁποῖου ἡ διάμετρος εἶναι $19,04 \text{ mm}$; Πόσον αὐξάνεται τότε ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας ; $\text{Fe} : \lambda = 12 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$.

216. Κατὰ πόσον πρέπει νὰ θερμομανθῇ τεμάχιον ὑάλου ἐκ χαλαζίου, ὥστε ὁ ὄγκος του νὰ αὐξηθῇ κατὰ $1^{\circ}/_{00}$; $\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ grad}^{-1}$.

217. Ὑαλίνη φιάλη ἔχει εἰς 10°C ὄγκον 100 cm^3 . Πόσον ὄγκον ἔχει εἰς 100°C ; $\lambda = 8 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$.

*218. Ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἰς 18°C εἶναι $13,551 \text{ gr/cm}^3$. Πόση εἶναι ἡ πυκνότης του εἰς 0°C καὶ εἰς 100°C ; Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἶναι ἀκριβῶς $13,60 \text{ gr/cm}^3$; $\gamma = 181 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$.

*219. Ἡ πυκνότης ἐνὸς ὕγρου εἰς 0°C εἶναι $0,92 \text{ gr/cm}^3$ καὶ εἰς 100°C εἶναι $0,81 \text{ gr/cm}^3$. Νὰ εὐρεθῇ ὁ μέσος συντελεστής διαστολῆς τοῦ ὕγρου μεταξὺ τῶν θερμοκρασιῶν 0°C καὶ 100°C .

220. Ὑάλινος κυλινδρικός σωλὴν ἔχει εἰς 0°C ὕψος 1 m καὶ τομὴν 1 cm^2 . Ὁ σωλὴν εἶναι κατακόρυφος καὶ περιέχει ὕδραργυρον, ὁ ὁποῖος εἰς 0°C σχηματίζει στῆλην ὕψους $0,96 \text{ m}$. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν τὸ

δοχείον θὰ εἶναι πλήρες ὑδραργύρου; Ὑδραργύρου $\gamma = 181 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$
 ὑάλου $\kappa = 24 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$.

221. Ὑάλινον δοχεῖον εἰς 0° C εἶναι τελείως πλήρες μὲ ὑδραργύρον, ὁ ὁποῖος ἔχει μᾶζαν 500 gr. Πόση πρέπει νὰ γίνῃ ἡ θερμοκρασία τοῦ συστήματος, ὥστε νὰ χυθοῦν 10 gr ὑδραργύρου.

Ὑάλου $\kappa = 27 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$, ὑδραργύρου $\gamma = 181 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$. Πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου εἰς 0° C : $13,6 \text{ gr/cm}^3$.

222. Μία μᾶζα ἀέρος ἔχει εἰς 0° C ὄγκον 200 cm^3 . Ἐὰν αὕτη θερμομανθῇ ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, εἰς ποίαν θερμοκρασίαν ὁ ὄγκος τῆς διπλασιάζεται ;

223. Ὡρισμένη μᾶζα ὑδρογόνου ἔχει εἰς 17° C ὄγκον 4 dm^3 . Θερμαίνεται ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν εἰς 57° C . Πόσος γίνεται ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου ;

224. Ἀέριον ἔχει εἰς -13° C ὄγκον 60 cm^3 . Ἐὰν ἡ πίεσις του διατηρηθῇ σταθερά, πόσος γίνεται ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου εἰς 117° C ;

225. Μία μᾶζα ὀξυγόνου ἔχει εἰς 0° C ὄγκον 40 cm^3 καὶ πίεσιν 76 cm Hg . Τὸ ἀέριον θερμαίνεται εἰς 30° C καὶ ἡ πίεσις του γίνεται 70 cm Hg . Πόσος εἶναι τότε ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου ;

226. Εἰς 27° C καὶ ὑπὸ πίεσιν 762 mm Hg ἓν ἀέριον ἔχει ὄγκον 35 cm^3 . Θερμαίνομεν τὸ ἀέριον καὶ ὁ μὲν ὄγκος του γίνεται 38 cm^3 , ἡ δὲ πίεσις του γίνεται 760 mm Hg . Πόση εἶναι τότε ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου ;

227. Μία ποσότης αἷωτου ἔχει εἰς 35° C καὶ ὑπὸ πίεσιν 78 cm Hg , ὄγκον 2 m^3 . Πόσον ὄγκον ἔχει τὸ ἀέριον ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας ;

Θ Ε Ρ Μ Ι Δ Ο Μ Ε Τ Ρ Ι Α

226. Μονὰς ποσότητος θερμότητος. Ὄταν φέρωμεν εἰς ἐπαφὴν δύο σώματα διαφορετικῆς θερμοκρασίας, τότε τὸ ψυχρότερον σῶμα θερμαίνεται καὶ τὸ θερμότερον σῶμα ψύχεται. Λέγομεν τότε ὅτι ποσότης θερμότητος μετεδόθη ἀπὸ τὸ θερμότερον σῶμα εἰς τὸ ψυχρότερον. Ἡ μονὰς ποσότητος θερμότητος καλεῖται θερμὺς (σύμβολον cal) καὶ ὀρίζεται ὡς ἑξῆς :

Θερμὺς (1 cal) εἶναι ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία 1 gr ὕδατος κατὰ 1° C (ἀπὸ $14,5^\circ \text{ C}$ εἰς $15,5^\circ \text{ C}$).

Εἰς τὴν πράξιν χρησιμοποιεῖται ἡ μεγαλύτερα μονὰς ποσότητος θερμότητος χιλιόθερμὶς (1 kcal) :

$$1 \text{ χιλιόθερμὶς} = 1000 \text{ θερμίδες} \quad 1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal}$$

Ἡ μέτρησις τῶν ποσοτήτων θερμότητος (θερμιδομετρία) στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἀκολούθου ἀρχῆς, τὴν ὁποίαν ἀπεκάλυψε τὸ πείραμα :

Ἡ ποσότης θερμότητος, τὴν ὁποίαν προσλαμβάνει τὸ σῶμα κατὰ μίαν μεταβολὴν του, ἀποβάλλεται ἀπὸ τὸ σῶμα ὁλόκληρος, ὅταν τοῦτο ὑφίσταται τὴν ἀντίστροφον μεταβολήν.

Οὕτως, ἐὰν ἀναμείξωμεν 1 kgf ὕδατος 50° C μὲ 1 kgf ὕδατος 20° C, λαμβάνομεν 2 kgf ὕδατος 35° C. Ἄρα τὸ 1 kgf τοῦ ψυχροῦ ὕδατος προσλαμβάνει 15 kcal διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία του κατὰ 15° C, ἐνῶ τὸ 1 kgf τοῦ θερμοῦ ὕδατος ἀποβάλλει 15 kcal διὰ νὰ ἐλαττωθῇ ἡ θερμοκρασία του κατὰ 15° C.

227. Εἰδικὴ θερμότης καὶ θερμοχωρητικότης. Ἐκ τῶν διαφορῶν μετρήσεων ἀπεδείχθη ὅτι διὰ νὰ προκληθῇ ἡ αὐτὴ ὑψώσις τῆς θερμοκρασίας ἴσων μαζῶν ἐκ διαφόρων σωμάτων, ἀπαιτοῦνται ἕνιστοι ποσότητες θερμότητος.

Εἰδικὴ θερμότης ἐνὸς ὕλικου καλεῖται ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται, διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία 1 gr τοῦ ὕλικου τούτου κατὰ 1° C.

Ἐὰν m εἶναι ἡ μᾶζα ἐνὸς σώματος καὶ c ἡ εἰδικὴ θερμότης αὐτοῦ, τότε διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος κατὰ 1° C, ἀπαιτεῖται ποσότης θερμότητος $K = m \cdot c$, ἡ ὁποία καλεῖται θερμοχωρητικότης τοῦ σώματος. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος ἀυξηθῇ ἀπὸ θ_1 εἰς θ_2 τότε τὸ σῶμα προσέλαβε ποσότητα θερμότητος :

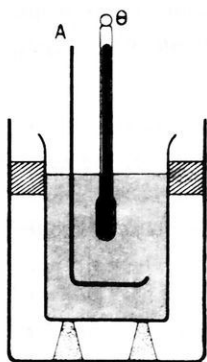
$$Q = K \cdot (\theta_2 - \theta_1) \quad \eta$$

$$Q = m \cdot c \cdot (\theta_2 - \theta_1)$$

Ἡ εὐρεθεῖσα σχέσις ἀποτελεῖ τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῆς θερμιδομετρίας. Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν εὐρίσκομεν ὅτι μονὰς τῆς εἰδικῆς θερμότητος εἶναι ἡ

$$1 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$$

228. Μέτρησις τῆς εἰδικῆς θερμότητος τῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν. Ἡ εἰδικὴ θερμότης τῶν στερεῶν καὶ τῶν ὑγρῶν μετρεῖται κατὰ διαφόρους μεθόδους. Ἡ ἀπλουστερά αὐτῶν εἶναι ἡ μέθοδος τῶν μειγμάτων. Κατ' αὐτὴν χρησιμοποιεῖται **θερμιδομέτρον**, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἀπὸ μεταλλικὸν δοχεῖον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου ὑπάρχει ὕδωρ (σχ. 243). Τὸ δοχεῖον προφυλάσσεται καταλλήλως ἀπὸ κάθε



Σχ. 243. Θερμιδομέτρον (Α ἀναδευτήρ, Θ θερμόμετρον)

ἀνταλλαγὴν ποσοτήτων θερμότητος μετὰ τὸ ἐξωτερικὸν περιβάλλον (στηρίγματα ἀπὸ φελλόν, τοιχώματα στιλπνά). Ἐστω m' ἡ μάζα τοῦ δοχείου καὶ c_d ἡ εἰδικὴ θερμότης αὐτοῦ. Ἐντὸς τοῦ δοχείου ὑπάρχει μάζα m ὕδατος, τοῦ ὁποίου ἡ εἰδικὴ θερμότης εἶναι c_y . Τὸ δοχεῖον καὶ τὸ ὕδωρ ἔχουν κατ' ἀρχὰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν θ . Τὸ σῶμα, τοῦ ὁποίου θέλομεν νὰ εὗρωμεν τὴν εἰδικὴν θερμότητα c_x , ἔχει μάζαν M . Θερμαίνομεν τὸ σῶμα εἰς θερμοκρασίαν θ' καὶ ἔπειτα φέρομεν τὸ σῶμα ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου. Ὅταν ἀποκατασταθῇ θερμικὴ ἰσορροπία, τὰ τρία σῶματα (δοχεῖον, ὕδωρ, σῶμα) ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν τ , ἡ ὁποία εἶναι $\theta' > \tau > \theta$.

Τὸ σῶμα ἀπέβαλε ποσότητα θερμότητος $M \cdot c_x \cdot (\theta' - \tau)$, τὴν ὁποίαν προσέλαβε τὸ δοχεῖον καὶ τὸ ὕδωρ. Ἀρα ἔχομεν τὴν ἐξίσωσιν :

$$M \cdot c_x \cdot (\theta' - \tau) = m \cdot c_y \cdot (\tau - \theta) + m' \cdot c_d \cdot (\tau - \theta) \\ \text{ἢ } M \cdot c_x \cdot (\theta' - \tau) = (m \cdot c_y + m' \cdot c_d) \cdot (\tau - \theta) \quad (1) \quad (1)$$

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν εὐρίσκομεν τὴν ἄγνωστον εἰδικὴν θερμότητα c_x τοῦ στερεοῦ. Ἡ παράστασις $(m \cdot c_y + m' \cdot c_d)$ ἐκφράζει τὴν θερμοχωρητικότητα K τοῦ θερμιδομέτρου. Ἐὰν ἀντὶ ὕδατος θέσωμεν ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου μάζαν m ἄλλου ὑγροῦ, τοῦ ὁποίου ἡ εἰδικὴ θερμότης x εἶναι ἄγνωστος, τότε ἡ ἐξίσωσις (1) γράφεται :

$$M \cdot c_x \cdot (\theta' - \tau) = (m \cdot x + m' \cdot c_d) \cdot (\tau - \theta)$$

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν, ἂν εἶναι γνωστὴ ἡ εἰδικὴ θερμότης c_x τοῦ χρησιμοποιουμένου στερεοῦ, εὐρίσκεται ἡ x .

Ἐξαγόμενα τῶν μετρήσεων. Αἱ μετρήσεις ἀπέδειξαν ὅτι :

Ἐξ ὅλων τῶν σωμάτων τὸ ὕδωρ ἔχει τὴν μεγαλυτέραν εἰδικὴν θερμότητα ($1 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$).

Ἐξαίρεσιν ἀποτελεῖ τὸ ὕδρογόνον ($3,4 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$). Γενικῶς ἡ εἰδικὴ θερμότης ἑνὸς σώματος εἶναι μεγαλυτέρα εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν καὶ μικροτέρα εἰς τὴν στερεὰν κατάστασιν (ὕδωρ $1 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$, πάγος $0,5 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$).

Ἡ εἰδικὴ θερμότης αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Εἰς τὰς πολὺ χαμηλὰς θερμοκρασίας ἡ εἰδικὴ θερμότης ἐλαττώνεται ταχέως μετὰ τῆς θερμοκρασίας καὶ γίνεται ἴση μὲ μηδὲν ὀλίγον πρὸ τοῦ ἀπολύτου μηδενός.

Εἰδικαὶ θερμότητες ($\text{cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$ εἰς 18°C)			
Ἀργύλιον	0,210	Ὑδωρ	1,00
Μόλυβδος	0,031	Ὑδράργυρος	0,03
Ἀργυρος	0,055	Τολουόλιον	0,40
Χαλκός	0,091	Οινόπνευμα	0,58
Σίδηρος	0,111	Πετρέλαιον	0,50

229. Εἰδικὴ θερμότης τῶν ἀερίων. Ὄταν 1 gr ἀερίου θερμαίνεται κατὰ 1°C ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, τότε ἀπορροφᾷ ὀρισμένην ποσότητα θερμότητος, ἡ ὁποία καλεῖται **εἰδικὴ θερμότης τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον** (c_v). Ὄταν ὅμως τὸ 1 gr τοῦ ἰδίου ἀερίου θερμαίνεται κατὰ 1°C ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, τότε ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου αὐξάνεται καὶ συνεπῶς τὸ ἀέριον παράγει ἔργον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ 1 gr τοῦ ἀερίου ἀπορροφᾷ μεγαλυτέραν ποσότητα θερμότητος, ἡ ὁποία καλεῖται **εἰδικὴ θερμότης τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν** (c_p). Ἐκ τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τοῦ ἀερίου ἡ c_p δύναται νὰ προσδιορισθῇ διὰ πειράματος ἀμέσως, ἐνῶ ἡ c_v προσδιορίζεται ἐμμέσως ἐκ τοῦ λόγου $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων

τοῦ ἀερίου. Ἀπὸ τὴν μέτρησιν τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τῶν ἀερίων συνάγονται τὰ ἑξῆς συμπεράσματα :

I. Εἰς ὅλα τὰ ἀέρια ἡ εἰδικὴ θερμότης ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν (c_p) εἶναι μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν εἰδικὴν θερμότητα ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον (c_v).

$$c_p > c_v$$

II. Ὁ λόγος $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τῶν ἀερίων ἔχει ὠρισμένας τιμὰς, ἐκάστη τῶν ὁποίων ἀντιστοιχεῖ εἰς ὠρισμένον ἀριθμὸν ἀτόμων εἰς τὸ μόριον.

μονατομικά ἀέρια :	$\gamma = 1,66$
διατομικά ἀέρια :	$\gamma = 1,41$
τρίατομικά ἀέρια :	$\gamma = 1,33$

Εἰδικαὶ θερμότητες μερικῶν ἀερίων

Ἀέριον	c_p	c_v	c_p/c_v
Ἡλιον	1,250	0,755	1,66
Ἀργὸν	0,127	0,077	1,65
Υδρογόνον	3,400	2,410	1,41
Ὄξυγόνον	0,218	0,156	1,40
Ἀζωτον	0,249	0,178	1,40
Διοξ. ἄνθρακος	0,203	0,156	1,30
Υδρατμοὶ	0,379	0,296	1,29

230. Πηγαί θερμότητος. Διὰ τοὺς κατοίκους τῆς Γῆς ἡ μεγαλύτερα φυσικὴ πηγὴ θερμότητος εἶναι ὁ Ἡλιος. Ὑπολογίζουσιν, ὅτι ἡ θερμότης, τὴν ὁποίαν ἐκπέμπει ὁ Ἡλιος ἐντὸς μιᾶς ἡμέρας, εἶναι ἱκανὴ νὰ τήξῃ στρωῶμα πάχους πάρχους 29 m, τὸ ὅποιον θὰ περιέβαλλεν ὁλόκληρον τὸν πλανήτην μας. Ἐκ τῆς τεραστίας αὐτῆς ποσότητος θερμότητος ἐλάχιστον μέρος φθάνει εἰς τὸν πλανήτην μας. Εἰς τὴν πρᾶξιν λαμβάνομεν μεγάλαν ποσὰ θερμότητος ἐκ τῆς καύσεως διαφόρων σωμάτων, τὰ ὁποῖα γενικῶς καλοῦμεν καύσιμα. Τὰ σώματα αὐτὰ εἶναι στερεά, ὑγρὰ ἢ ἀέρια (γαιάνθραξ, ξύλον, κώκ, πετρέλαιον, βενζίνη,

μονοξειδίου του άνθρακος, μεθάνιον άκετυλένιον κ.τ.λ.). **Θερμότης καύσεως** ενός καυσίμου καλεῖται ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἐκλύεται κατὰ τὴν τελείαν καύσιν 1 gr τοῦ σώματος τούτου.

Θερμότης καύσεως (εἰς cal/gr)			
Υδρογόνον	34 500	Οινόπνευμα	7 000
Βενζίνη	10 400	Φωτάνιον	4 000
Μεθάνιον	9 000	Λιγνίτης	2 500
Λιθάνθραξ	7 200	Ξύλον	2 500

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

228. Ἀναμειγνύομεν 200 gr ὕδατος $10^{\circ} C$ μὲ 500 gr ὕδατος $45^{\circ} C$. Ποία εἶναι ἡ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ μείγματος ;

229. Πόσον ὕδωρ θερμοκρασίας $17^{\circ} C$ καὶ πόσον ὕδωρ θερμοκρασίας $80^{\circ} C$ πρέπει νὰ ἀναμείξωμεν, διὰ νὰ λάβωμεν 50 kgr ὕδατος θερμοκρασίας $35^{\circ} C$;

230. Ἐντὸς γλυκερίνης $14,5^{\circ} C$ ρίπτομεν τεμάχιον ψευδαργύρου ἔχον θερμοκρασίαν $98,3^{\circ} C$. Ἡ μᾶζα καὶ τῶν δύο τούτων σωμάτων εἶναι 400 gr, ἡ δὲ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ μείγματος εἶναι $19,6^{\circ} C$. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ μᾶζα τῆς γλυκερίνης καὶ τοῦ ψευδαργύρου. Εἰδικαὶ θερμότητες γλυκερίνης: $0,57 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$, ψευδαργύρου: $0,092 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.

231. Θερμιδόμετρον ἐκ χαλκοῦ ἔχει μᾶζαν 200 gr καὶ περιέχει 300 gr πετρελαίου· ἡ ἀρχικὴ θερμοκρασία τῶν δύο σωμάτων εἶναι $18,5^{\circ} C$. Ἐὰν θέσωμεν ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου 100 gr μολύβδου θερμοκρασίας $100^{\circ} C$, ἡ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ συστήματος γίνεται $20^{\circ} C$. Νὰ εὑρεθῇ ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ πετρελαίου, ἐὰν ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ χαλκοῦ εἶναι $0,092 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$ καὶ τοῦ μολύβδου εἶναι $0,031 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.

232. Θερμιδόμετρον περιέχει 210 gr ὕδατος θερμοκρασίας $11,3^{\circ} C$. Προσθέτομεν 245 gr ὕδατος θερμοκρασίας $31,5^{\circ} C$ καὶ εὑρίσκομεν ὅτι ἡ θερμοκρασία τοῦ συστήματος γίνεται $21,7^{\circ} C$. Πόση εἶναι ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ θερμιδομέτρου ;

233. Ἡ θερμοχωρητικότης ἐνὸς θερμομέτρου εἶναι $1,84 \text{ cal/grad}$. Τὸ θερμιδόμετρον βυθίζεται ἐντὸς ὕδατος $73,6^{\circ} C$ καὶ ἔπειτα φέρεται ἐντὸς θερμιδομέτρου, ἔχοντος ἀρχικὴν θερμοκρασίαν $14,5^{\circ} C$ καὶ θερ-

μοχωρητικότητα $90,5 \text{ cal/grad}$. Ποία θὰ εἶναι ἡ ἔνδειξις τοῦ θερμομέ-
τρον, ὅταν ἀποκατασταθῇ θερμοκὴ ἰσοροπία :

234. Νὰ εὐρεθῇ ποῖοι ὄγκοι σιδήρου, μολύβδου καὶ ἀλουμινίου
ἔχον τὴν ἰδίαν θερμοχωρητικότητα μὲ ἐκείνην, τὴν ὁποίαν ἔχει ἐν λί-
τρον ὕδατος. Αἱ εἰδικαὶ θερμοότητες (c) καὶ αἱ πυκνότητες (d) τῶν
ἀνωτέρω τριῶν μετάλλων εἶναι :

τοῦ σιδήρου : $c_1 = 0,12 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$ $d_1 = 7,5 \text{ gr/cm}^3$

τοῦ μολύβδου : $c_2 = 0,31 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$ $d_2 = 11,4 \text{ gr/cm}^3$

τοῦ ἀλουμινίου : $c_3 = 0,22 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$ $d_3 = 2,7 \text{ gr/cm}^3$

235. Διὰ τὰ προσδιορίσωμεν τὴν θερμοκρασίαν τῆς φλογός τοῦ
λύχνου Bunsen, ἐκτελοῦμεν τὴν ἐξῆς μέτρησιν : Θερμαίνομεν διὰ τῆς
φλογός τεμάχιον σιδήρου, ἔχον μᾶζαν $6,85 \text{ gr}$, καὶ ἔπειτα τὸ γέρομεν
ἐντὸς χαλκίνου θερμοδομέτρον. Ἡ θερμοκρασία τοῦ θερμοδομέτρον μετα-
βάλλεται ἀπὸ $18,4^\circ \text{C}$ εἰς $21,3^\circ \text{C}$. Ἡ μᾶζα τοῦ δοχείου εἶναι $152,8 \text{ gr}$
καὶ τοῦ ὕδατος εἶναι 300 gr . Εἰδικὴ θερμοότης χαλκοῦ : $c = 0,092$
 $\text{cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.

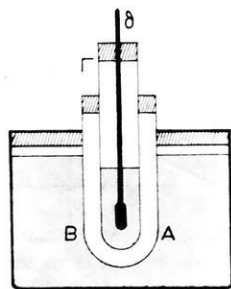
ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

231. Αἱ μεταβολαὶ καταστάσεως. Εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ θερ-
μότης, ἡ ὁποία προσφέρεται εἰς ἓν σῶμα, δύναται νὰ προκαλέσῃ τὴν με-
ταβολὴν ἑνὸς στερεοῦ σώματος εἰς ὑγρὸν ἢ τὴν μεταβολὴν ἑνὸς ὑγροῦ
εἰς ἀέριον. Κατὰ τὴν ψῦξιν τῶν σωμάτων προκαλοῦνται αἱ ἀντίστροφαι
μεταβολαί.

232. Τήξις. Καλεῖται **τήξις** ἡ διὰ τῆς θερμότητος μεταβολὴ ἑνὸς
στερεοῦ σώματος εἰς ὑγρὸν. Τὸ ἀντίστροφον φαινόμενον καλεῖται **πήξις**.
Ἡ τήξις τῶν διαφόρων σωμάτων δὲν συμβαίνει κατὰ τὸν αὐτὸν τρό-
πον. Τὰ κρυσταλλικὰ σώματα (πάγος, ναφθαλίνη, φωσφόρος κ. ἄ) με-
ταβαίνουν ἀ π ο τ ὶ μ ω ς ἀπὸ τὴν στερεὰν εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν.
Ἄλλα ὅμως σώματα (ὕαλος, σίδηρος, κηρός) μεταβαίνουν β α θ μ ι α ῖ
ω ς ἀπὸ τὴν στερεὰν εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν. Τὰ ἐπόμενα ἀναφέρονται
εἰς τὴν τήξιν τῶν κρυσταλλικῶν σωμάτων.

233. Νόμοι τῆς τήξεως. Ἐντὸς δοκιμαστικοῦ σωλῆνος Γ (σχ.
244) θέτομεν ναφθαλίνην καὶ διὰ τὰ ἐπιτύχωμεν τὴν βραδεῖαν θέρμανσιν
αὐτῆς τοποθετοῦμεν τὸν σωλῆνα Γ ἐντὸς ἄλλου B περιέχοντος ἀέρα.

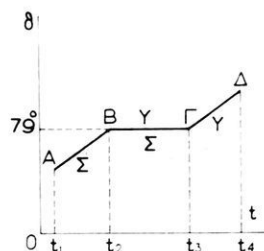
Τὸ σύστημα τῶν δύο σωλῆνων βυθίζεται ἐντὸς θερμοῦ ὕδατος Α. Παρακολουθοῦντες τὰς ἐνδείξεις τοῦ θερμομέτρου εὐρίσκομεν ὅτι, μόλις ἀρχίσῃ ἡ τήξις τῆς ναφθαλίνης, τὸ θερμομέτρον δεικνύει 79°C . Ἡ θερμοκρασία αὕτῃ παραμένει σταθερὰ ἐφ' ὅσον ὑπάρχει ἄτηκτος ναφθαλίνη. Ἡ θερμοκρασία ἀρχίζει ἐκ νέου νὰ ἀνέρχεται μόνον μετὰ τὴν πλήρη τήξιν τῆς ναφθαλίνης. Ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος συναρτῇ τοῦ χρόνου φαίνεται εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 245. Ἄν τώρα ἀντικαταστήσωμεν τὸ θερμὸν ὕδωρ Α με ψυχρὸν ὕδωρ, προκαλοῦμεν τὴν βρασθεῖαν ψύξιν τῆς ὑγρᾶς ναφθαλίνης. Ἡ πτώσις τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος φαίνεται εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 246.



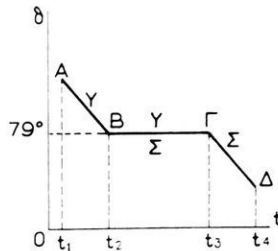
Σχ. 244. Προσδιορισμός τῆς θερμοκρασίας τήξεως

Ἀπὸ τὴν πειραματικὴν ἔρευναν συνάγονται οἱ ἐπόμενοι νόμοι τῆς τήξεως.

I. Ἡ τήξις ἐνὸς στερεοῦ σώματος συμβαίνει εἰς ὀρισμένην θερμοκρασίαν (θερμοκρασία τήξεως), ἡ ὁποία διατηρεῖται σταθερὰ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς μεταβολῆς τῆς καταστάσεως.



Σχ. 245. Ὑψώσεις τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος

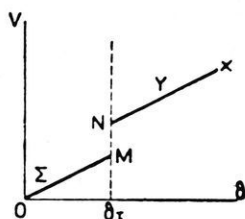


Σχ. 246. Πτώσις τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος

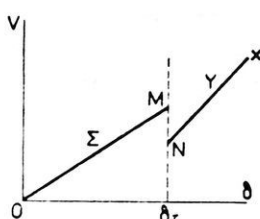
II. Ἡ τήξις καὶ ἡ πήξις εἶναι φαινόμενα ἀντίστροφα καὶ συμβαίνουν εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν (ὑπὸ τὴν αὐτὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν).

234. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν τήξιν. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι ἡ τήξις συνοδεύεται ἀπὸ μεταβολὴν τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος. Τὸ εἶδος τῆς μεταβολῆς ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ σώματος. Ὅλα σχεδὸν τὰ σώματα τηρόμενα ὑφίστανται αὐξήσιν τοῦ ὄγκου των (σχ. 247). Ἐξαιρέσιν ἀποτελοῦν ὁ πάγος, τὸ βισμούθιον, ὁ σίδηρος, τὰ ὁποῖα τηρόμενα ὑφίστανται ἐλάττωσιν τοῦ ὄγκου των (σχ. 248).

Διὰ τὸν πάγον εὐρέθη ὅτι 1 kgf πάγου εἰς 0°C ἔχει ὄγκον 1090 cm^3 .



Σχ. 247. Αὐξήσις τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος κατὰ τὴν τήξιν



Σχ. 248. Ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος κατὰ τὴν τήξιν

Ἐπομένως 1 λίτρον ὕδατος 0°C στερεοποιούμενον ὑφίσταται αὐξήσιν τοῦ ὄγκου τοῦ κατὰ 90 cm^3 . Ἐπειδὴ κατὰ τὴν πήξιν τοῦ ὕδατος συμβαίνει σημαντικὴ αὐξήσις τοῦ ὄγκου, διὰ τοῦτο ἐπὶ τῶν τοιχω-

μάτων τοῦ δοχείου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιέχεται τὸ ὕδωρ, ἀναπτύσσονται μεγάλαι δυνάμεις.

235. Θερμότης τήξεως. Εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 245 ἡ γραμμὴ ABΓΔ δεικνύει τὴν πορείαν τῶν ἐνδείξεων τοῦ θερμομέτρου κατὰ τὴν τήξιν τῆς ναφθαλίνης. Τὸ τμήμα ΒΓ τῆς γραμμῆς αὐτῆς ἀντιστοιχεῖ εἰς ἀπορρόφησιν θερμότητος ὑπὸ τοῦ σώματος, χωρὶς νὰ ἐπέρχεται ὑψώσις τῆς θερμοκρασίας του. Ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἀπορροφᾶται ὑπὸ τοῦ σώματος κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς τήξεως (δηλαδὴ κατὰ τὸν χρόνον $t_3 - t_2$), καλεῖται **λανθάνουσα θερμότης τήξεως**, καὶ δ α π α ν ᾶ τ α ι διὰ τὴν ἐλάττωσιν τῶν μεταξὺ τῶν μορίων δυνάμεων συνοχῆς.

Θερμότης τήξεως ἐνὸς στερεοῦ σώματος καλεῖται ἡ ποσότης θερμότητος, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ προσλάβῃ 1 γραμμάριον τοῦ στερεοῦ εἰς τὴν θερμοκρασίαν τήξεως, διὰ νὰ μεταβληθῇ εἰς ὑγρὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας.

Μονὰς θερμότητος τήξεως εἶναι ἡ 1 cal/gr. Ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου εἶναι 80 cal/gr.

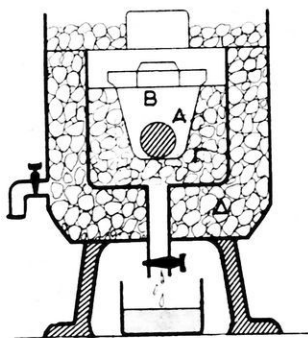
Ὅπως διὰ νὰ τακοῦν 100 gr πάγου 0°C καὶ νὰ μεταβληθοῦν εἰς 100 gr ὕδατος 0°C , πρέπει νὰ δαπανηθῇ ποσότης θερμότητος ἴση μέ :

$$80\text{ cal/gr} \cdot 100\text{ gr} = 8000\text{ cal} = 8\text{ kcal}$$

Εἰς τὸν ἀκολουθοῦντα πῖνακα ἀναγράφονται αἱ θερμότητες τήξεως μερικῶν σωμάτων.

Θερμοκρασία τήξεως και θερμότης τήξεως		
Σώμα	°C	cal/gr
Άργίλλιον	659	94,6
Άργυρος	960	25,1
Μόλυβδος	327	5,9
Χαλκός	1084	49
Χρυσός	1063	15,4

236. Θερμιδόμετρον τοῦ Laplace. Τὸ θερμιδόμετρον τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ μεταλλικὸν πλέγμα Β, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἐντὸς δοχείου Γ περιέχοντος τρίμματα πάγου (σχ. 249). Τὸ δοχεῖον τοῦτο περιβάλλεται ἀπὸ τρίμματα πάγου, ὥστε ἡ θερμοκρασία τοῦ συστήματος νὰ διατηρῇται σταθερὰ καὶ ἴση μὲ 0° C. Τὸ σῶμα Α, τοῦ ὁποῖου θέλομεν νὰ προσδιορίσωμεν τὴν εἰδικὴν θερμότητα c_s , θερμαίνεται εἰς θερμοκρασίαν θ^0 καὶ ἔπειτα φέρεται ἐντὸς τοῦ πλέγματος. Ἐὰν m εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος Α, τότε τοῦτο ψυχόμενον ἀπὸ θ^0 εἰς 0° ἀποβάλλει ποσότητα θερμότητος: $Q = m \cdot c_s \cdot \theta$. Αὕτῃ ἡ ποσότης θερμότητος ἀπερροφῆθη ἀπὸ μᾶζαν Μ πάγου 0° C, ἡ ὁποία μετεβλήθη εἰς ὕδωρ τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας. Ἐπειδὴ εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου εἶναι $\tau = 80 \text{ cal/gr}$, ἔχομεν τὴν σχέσιν:



Σχ. 249. Θερμιδόμετρον τοῦ Laplace

$$m \cdot c_s \cdot \theta = \tau \cdot M \quad \text{ἄρα} \quad c_s = \frac{\tau \cdot M}{m \cdot \theta}$$

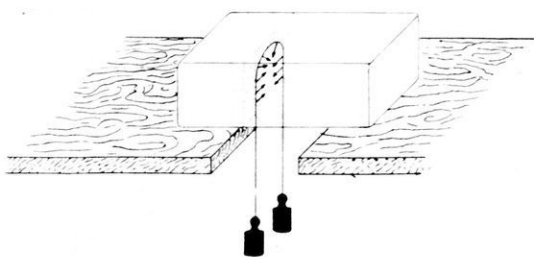
237. Ἐπίδρασις τῆς πίεσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας τήξεως. Αἱ συνήθεις μεταβολαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως δὲν προκαλοῦν αἰσθητὰς μεταβολὰς τῆς θερμοκρασίας τήξεως τῶν σωμάτων. Μόνον ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μεγάλων πιέσεων παρατηροῦνται αἰσθηταὶ μεταβολαὶ τῆς θερμοκρασίας τήξεως. Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα κατέληξεν εἰς τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα:

I. Διὰ τὰ σώματα ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα διαστελλόνται κατὰ τὴν τήξιν των, ἡ θερμοκρασία τήξεως ἀνέρχεται, ὅταν αὐξάνεται ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις.

II. Διὰ τὰ σώματα ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα συστέλλονται κατὰ τὴν τήξιν των, ἡ θερμοκρασία τήξεως κατέρχεται, ὅταν αὐξάνεται ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις.

Γενικῶς ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας τήξεως μετὰ τῆς πίεσεως εἶναι πολὺ μικρά. Οὕτως εἰς μεταβολὴν τῆς πίεσεως κατὰ 1 ἀτμόσφαιραν ἀντιστοιχεῖ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας τήξεως τοῦ πάγου κατὰ $0,0075^{\circ}\text{C}$.

Ἡ πτώσις τῆς θερμοκρασίας τήξεως τοῦ πάγου μετὰ τῆς ἐξωτερικῆς πίεσεως ἀποδεικνύεται μὲ τὸ ἐξῆς πείραμα : Λεπτὸν σύρμα, ἀπὸ τὰ ἄκρα τοῦ ὁποίου εἶναι ἐξηρηγμένα βάρη, διέρχεται βραδέως διὰ τῆς μάζης πάγου, χωρὶς οὗτος νὰ ἀποκοπῇ (σχ. 250). Ἐνεκα τῆς μεγάλης πίεσεως,



Σχ. 250. Τὸ σύρμα διέρχεται χωρὶς νὰ κοπῇ ὁ πάγος

τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ σύρμα ἐπὶ τοῦ πάγου, οὗτος τήκεται κατὰ μῆκος τῆς ἐπιφανείας ἐπαφῆς· τὸ παραγόμενον ὁμῶς ὕδωρ ἀνέρχεται ἄνωθεν τοῦ σύρματος καὶ στερεοποιεῖται ἐκ νέου εἰς τὴν θερμοκρα-

σίαν τοῦ περιβάλλοντος. Οὕτω ἡ ἀρχικὴ μάζα τοῦ πάγου δὲν ἀποκόπτεται εἰς δύο τεμάχια, διότι συμβαίνει ἀνασυγκόλλησις τοῦ πάγου.

*Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι εἰς τὰς πολὺ ὑψηλὰς πιέσεις ὁ πάγος λαμβάνει νέναν ἀλλοτριωτικὴν μορφήν, ἡ ὁποία ἔχει πυκνότητα μεγαλυτέραν ἀπὸ τὴν πυκνότητα τοῦ ὕδατος, ἡ δὲ θερμοκρασία τήξεως ἀνέρχεται μετὰ τῆς πίεσεως καὶ φθάνει τοὺς 24°C ὑπὸ πίεσιν 11 000 ἀτμοσφαιρῶν.

238. Ὑστέρησις πήξεως. Ὅταν αὐξάνεται συνεχῶς ἡ θερμοκρασία ἐνὸς στερεοῦ σώματος, παρατηροῦμεν ὅτι, μόλις ἡ θερμοκρασία του φθάσῃ τὴν θερμοκρασίαν τήξεως, τὸ σῶμα ἀρχίζει νὰ τήκεται.

"Ὡστε εἶναι ἀδύνατον εἰς ἓν στερεόν σῶμα νὰ ἀποκτήσῃ θερμοκρασίαν ἀνωτέραν ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν τήξεώς του, χωρὶς τὸ σῶμα, νὰ τακῇ. Ἀντιθέτως ἐν καθαρὸν ὑγρὸν, ἐὰν ψύχεται βαθμιαίως, δύναται νὰ διατηρηθῇ εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν, καὶ ὅταν ἡ θερμοκρασία του γίνῃ κατωτέρα τῆς θερμοκρασίας πήξεως. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται **υστερήσις πήξεως**.

Οὕτως ἀπεσταχμένον ὕδωρ δύναται, ψυχόμενον βαθμιαίως, νὰ ἀποκτήσῃ θερμοκρασίαν -10°C , χωρὶς νὰ στερεοποιηθῇ. Ἐπίσης τὸ θεῖον, τὸ ὁποῖον τήκεται εἰς 115°C , δύναται νὰ ψυχθῇ μέχρι 15°C διατηρούμενον εἰς ὑγρὰν κατάστασιν.

Ἐὰν ἀναταράξωμεν τὸ εἰς κατάστασιν υστερήσεως πήξεως εὐρισκόμενον ὕδωρ, ἢ ἐὰν ρίψωμεν ἐντὸς αὐτοῦ τεμάχιον πάγου, τότε ἡ θερμοκρασία του ἀνέρχεται εἰς 0°C καὶ μέρος τοῦ ὕδατος στερεοποιεῖται. Τὸ μείγμα στερεοῦ καὶ ὑγροῦ ἔχει θερμοκρασίαν 0°C .

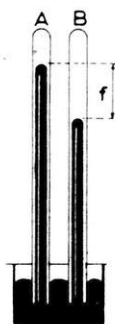
239. Θερμοκρασία τήξεως τῶν κραμάτων. Ἡ θερμοκρασία τήξεως τῶν κραμάτων ἐνδιαφέρει πολὺ τὴν τεχνικὴν. Κατὰ γενικὸν κανόνα ἡ θερμοκρασία τήξεως τοῦ κράματος περιλαμβάνεται μεταξὺ τῶν θερμοκρασιῶν τήξεως τῶν συστατικῶν τοῦ κράματος. Ἐν τούτοις μερικὰ κράματα ἔχουν θερμοκρασίαν τήξεως μικροτέραν ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν τήξεως τοῦ πλέον εὐτήκτου μετάλλου τοῦ κράματος. Οὕτω τὸ κράμα τὸ ἀποτελούμενον ἀπὸ κασσίτερον (12,5%), κάδμιον (12,5%), μόλυβδον (25%) καὶ βισμούθιον (50%) ἔχει θερμοκρασίαν τήξεως 68°C , ἐνῶ κανὲν ἀπὸ τὰ συστατικὰ τοῦ κράματος δὲν τήκεται κάτω τῶν 230°C . Ἀντιθέτως μερικὰ κράματα ἔχουν θερμοκρασίαν τήξεως μεγαλυτέραν ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν τήξεως τοῦ πλέον δυστήκτου μετάλλου τοῦ κράματος.

240. Ψυκτικὰ μείγματα. "Ὅταν ἡ ζάχαρις διαλύεται ἐντὸς τοῦ ὕδατος, συμβαίνει πλήρης διαχωρισμὸς τῶν μορίων τῆς ζαχαρώδους. Ὅπως εἶδομεν (§ 235) διὰ τὴν τήξιν ἐνὸς στερεοῦ δαπανᾷται ποσότης θερμότητος, διὰ τὴν ἐλάττωσιν τῶν μεταξὺ τῶν μορίων δυνάμεων συνοχῆς (λανθάνουσα θερμότης). Ὁμοίως διὰ τὴν διάλυσιν ἐνὸς σώματος ἐντὸς ἄλλου δαπανᾷται ποσότης θερμότητος. Ἐὰν ἀναμειξώμεν πάγον 0°C καὶ μαγειρικὸν ἄλας (εἰς ἀναλογίαν 3 πάγος : 1 μαγειρικὸν ἄλας), λαμβάνομεν διάλυμα μαγειρικοῦ ἁλατος εἰς ὕδωρ. Διὰ τὴν τήξιν

τοῦ πάγου καὶ τὴν διάλυσιν τοῦ ἁλατος ἀπαιτεῖται ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία προσφέρεται ἀπὸ τὰ δύο σώματα. Οὕτως ἡ θερμοκρασία τοῦ διαλύματος κατέρχεται μέχρι -22°C . Τὰ τοιαῦτα μείγματα, τὰ ὁποῖα προκαλοῦν πτώσιν τῆς θερμοκρασίας, καλοῦνται **ψυκτικὰ μείγματα** καὶ χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν παραγωγὴν χαμηλῶν θερμοκρασιῶν.

241. Ἐξαέρωσις. Ἡ μεταβολὴ ἐνὸς ὑγροῦ εἰς ἀέριον καλεῖται **ἐξαέρωσις**. Διὰ νὰ παρακολουθήσωμεν τὸ φαινόμενον τῆς ἐξαερώσεως, θὰ ἐξετάσωμεν πρῶτον πῶς συμβαίνει ἡ ἐξαέρωσις ἐνὸς καθαροῦ ὑγροῦ ἐντὸς χώρου, ὁ ὁποῖος δὲν περιέχει ἄλλο ἀέριον.

242. Ἐξαέρωσις εἰς τὸ κενόν. Ὡς κενὸν χώρον χρησιμοποιοῦμεν τὸ κενόν, τὸ ὁποῖον σχηματίζεται εἰς τὸν βαρομετρικὸν σωλῆνα ἄνωθεν τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου (σχ. 251). Ἐντὸς τοῦ χώρου τούτου



Σχ. 251. Ἐξαέρωσις εἰς τὸ κενόν

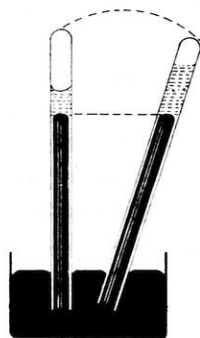
εἰσάγωμεν μίαν σταγόνα αἰθέρος. Τὸ ὑγρὸν μεταβάλλεται ἀκαριαίως εἰς ἀέριον καὶ ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου κατέρχεται ὀλίγον, ἔνεκα τῆς πίσεως, τὴν ὁποῖαν ἀσκεῖ τὸ σχηματισθὲν ἀέριον. Τὸ ἀέριον τοῦτο καλεῖται **ἀτμός**, ἡ δὲ πίσις του καλεῖται **τάσις τοῦ ἀτμοῦ**.

Εἰσάγωμεν νέαν σταγόνα αἰθέρος. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὑγρὸν ἐξαερώνεται πάλιν ἀκαριαίως καὶ ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου κατέρχεται ὀλίγον. Ἡ ἐξαέρωσις τῆς δευτέρας σταγόνας φανερώνει ὅτι, πρὸ τῆς εἰσαγωγῆς τῆς, ὁ χώρος τοῦ βαρομετρικοῦ θαλάμου ἠδύνατο νὰ περιλάβῃ καὶ ἄλλην ποσότητα ἀτμῶν αἰθέρος ἐκτὸς ἐκεῖνης, τὴν ὁποῖαν περιεῖχεν κατ' ἐκείνην τὴν στιγμὴν. Ὁ ἐντὸς τοῦ χώρου τούτου εὐρισκόμενος τότε ἀτμός καλεῖται **ἀκόρεστος ἀτμός**. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν νὰ εἰσάγωμεν ἐντὸς τοῦ βαρομετρικοῦ θαλάμου σταγόνas αἰθέρος, ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου κατέρχεται συνεχῶς, ἕως ὅτου ἐμφανισθῇ ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου ὑγρὸν. Ἐὰν τότε εἰσαχθῶν καὶ ἄλλαι σταγόνες ὑγροῦ, ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου δὲν κατέρχεται πλέον. Λέγομεν τότε ὅτι ὁ χώρος εἶναι **κεκορεσμένος** ἀπὸ ἀτμοῦς ἢ ὅτι ἐντὸς τοῦ χώρου ὑπάρχει **κεκορεσμένος ἀτμός**. Ἡ πίσις, τὴν ὁποῖαν ἀσκεῖ ὁ κεκορεσμένος ἀτμός, καλεῖται **μεγίστη τάσις**.

Τὰ ἀνωτέρω φαινόμενα ἐξηγοῦνται εὐχόλως. Κατ' ἀρχὰς τὸ ὑγρὸν

ἐξαερώνεται ἀκαριαίως, διότι καμμία ἐξωτερικὴ πίεσις δὲν ἀντιτίθεται εἰς τὸν σχηματισμὸν τοῦ ἀτμοῦ. Ἡ ἐξάερωσις τοῦ ὑγροῦ ἐξακολουθεῖ, ἕως ὅτου ἡ πίεσις τοῦ παραχθέντος ἀτμοῦ ἐμποδίσῃ τὴν περαιτέρω παραγωγὴν ἀτμοῦ.

Ἰδιότητες τῶν ἀτμῶν. Ἐὰν ἐλαττώσωμεν τὸν ὄγκον τοῦ κεκορεσμένου ἀτμοῦ (σχ. 252), μέρος τοῦ ἀτμοῦ ὑγροποιεῖται, ἡ τάσις ὅμως τοῦ ἀτμοῦ διατηρεῖται σταθερά. Ἐὰν αὐξήσωμεν τὸν ὄγκον τοῦ κεκορεσμένου ἀτμοῦ, τότε μέρος τοῦ ὑγροῦ ἐξαερώνεται, ἡ τάσις ὅμως τοῦ ἀτμοῦ δὲν μεταβάλλεται. Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα ἀπέδειξεν ὅτι οἱ ἀτμοὶ ἔχουν τὰς ἀκολουθούσας ιδιότητες :



Σχ. 252. Ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου προκαλεῖ ὑγροποίησιν

α) Κεκορεσμένοι ἀτμοί :

I. Εἰς ἐκάστην θερμοκρασίαν ἀντιστοιχεῖ ὠρισμένη μεγίστη τάσις, ἡ ὁποία ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ὑγροῦ.

II. Ἡ μεγίστη τάσις τῶν ἀτμῶν αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

β) Ἀκόρεστοι ἀτμοί :

I. Ἡ τάσις τῶν ἀκόρεστων ἀτμῶν εἶναι πάντοτε μικροτέρα ἀπὸ τὴν μεγίστην τάσιν, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς αὐτὴν τὴν θερμοκρασίαν.

II. Οἱ ἀκόρεστοι ἀτμοὶ ἀκολουθοῦν τοὺς νόμους τῶν ἀερίων καὶ συνεπῶς ἐξομοιώνονται πρὸς τὰ ἀέρια.

Μεγίστη τάσις τῶν ὑδατμῶν

Θερμοκρασία θ° C	Μεγίστη τάσις mm Hg	Θερμοκρασία θ° C	Μεγίστη τάσις mm Hg
0	4,6	80	355
10	9,2	90	526
20	17,5	100	760
30	31,8	105	906
35	42,2	110	1 073

243. Ἐξάτμισις. Ἡ βραδεῖα ἐξάερωσις ὑγροῦ ἀπὸ μόνον τὴν ἐπιφάνειαν αὐτοῦ, ἐντὸς χώρου περιέχοντος ἄλλο ἀέριον, καλεῖται εἰδι-

κώτερον εξάτμισις. Ἐάν τὸ ὑγρὸν εξάτμιζεται ἐντὸς περὶωρισμένου χώρου, τότε ἡ εξάτμισις συνεχίζεται, μέχρις ὅτου σχηματισθῇ ἐντὸς τοῦ χώρου τούτου κεκορεσμένος ἀτμός. Ἐάν ὅμως τὸ ὑγρὸν εξάτμιζεται ἐντὸς ἀπεριόριστου χώρου, δὲν δύναται νὰ συμβῇ κορεσμός τοῦ χώρου τούτου, καὶ ἡ εξάτμισις συνεχίζεται, μέχρις ὅτου εξατληθῇ τελείως τὸ ὑγρὸν. Τοιαύτη εἶναι ἡ εξάτμισις ὑγροῦ ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας. Καλεῖται **ταχύτης εξάτμισεως** (u) ἡ μᾶζα τοῦ ὑγροῦ, ἡ ὁποία εξάτμιζεται εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Εὗρέθη ὅτι ἡ εξάτμισις ἀκολουθεῖ τοὺς ἐξῆς νόμους :

I. Ἡ ταχύτης εξάτμισεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν (σ) τοῦ ὑγροῦ.

II. Ἡ ταχύτης εξάτμισεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν διαφορὰν τῆς μεγίστης τάσεως (F), τῆς ἀντιστοιχοῦσης εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ πειράματος, καὶ τῆς τάσεως (f) τὴν ὁποίαν ἔχει κατὰ τὴν στιγμήν αὐτὴν ὁ ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας ὑπάρχων ἀτμός.

III. Ἡ ταχύτης εξάτμισεως εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν (p), ἡ ὁποία ἐπιφέρεται ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ.

244. Βρασμός. Ὄταν ἡ θερμοκρασία ἐνὸς ὑγροῦ φθάσῃ ὥρισμένον ὄριον, τὸ ὁποῖον καλεῖται **θερμοκρασία βρασμοῦ**, τότε ἡ ἐξάερωσις τοῦ ὑγροῦ γίνεται ὀρμητικῶς. Ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ σχηματίζονται φυσαλλίδες ἀτμοῦ, αἱ ὁποῖαι ἀνέρχονται εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται βρασμός καὶ παράγεται, ὅταν ἡ μεν πτὴ τάσις τοῦ ἀτμοῦ γίνῃ ἴση μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Πειραματικῶς εὗρέθησαν οἱ ἀκόλουθοι νόμοι τοῦ βρασμοῦ :

I. Ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ἐν ὑγρὸν βράζει εἰς ὥρισμένην θερμοκρασίαν, ἡ ὁποία διατηρεῖται σταθερὰ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς μεταβολῆς τῆς καταστάσεως.

II. Ὑπὸ δεδομένην ἐξωτερικὴν πίεσιν (p), ἐν ὑγρὸν βράζει εἰς ἐκείνην τὴν θερμοκρασίαν (θ), εἰς τὴν ὁποίαν ἡ μεγίστη τάσις (F_θ) τοῦ κεκορεσμένου ἀτμοῦ εἶναι ἴση μὲ τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν (p).

Ἡ θερμοκρασία βρασμοῦ εἶναι χαρακτηριστικὸν γνώρισμα ἐκάστου σώματος. Ἐπειδὴ ὅμως αὕτη ἐξαρτᾶται πολὺ ἀπὸ τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν, διὰ τοῦτο ἐκφράζομεν πάντοτε τὴν θερμοκρασίαν βρασμοῦ ὑπὸ τὴν κανονικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν (76 cm Hg). Καλεῖται **κανονικὴ θερμο-**

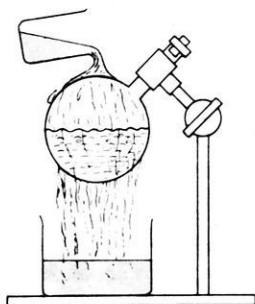
κρασία βρασμού ενός υγρού ή θερμοκρασία, εις την οποίαν τὸ υγρὸν βράζει ὑπὸ τὴν κανονικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.

245. Ἐπίδρασις τῆς ἐξωτερικῆς πίεσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας βρασμοῦ τοῦ ὕδατος. Διὰ νὰ εὗρωμεν τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἐξωτερικῆς πίεσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας βρασμοῦ τοῦ ὕδατος, ἐκτελοῦμεν τὰ ἐξῆς πειράματα :

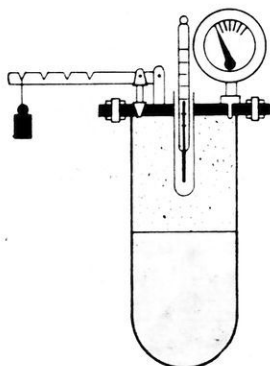
α) Ἀνοικτὸν δοχεῖον, περιέχον ὕδωρ 30°C , τίθεται ἐντὸς κλειστοῦ χώρου Α, ἐκ τοῦ οὗλου δυνάμεθα νὰ ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα μετὰ τὴν βοήθειαν ἀεραντλίας. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὕδωρ ἀρχίζει νὰ βράζει, ὅταν ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ χώρου Α γίνη 30 mm Hg , δηλαδή ἴση μετὰ τὴν μεγίστην τάσιν τῶν ὑδρατμῶν εἰς θερμοκρασίαν 30°C .

β) Ἐντὸς φιάλης βράζομεν ὕδωρ, ἕως ὅτου ἐκδιωχθῇ τελείως ὁ ἀήρ. Κλείομεν τότε τὴν φιάλην ἀεροστεγῶς καὶ διακόπτομεν τὴν θέρμανσιν (σχ. 253). Τὸ ὕδωρ ἐξακολουθεῖ νὰ βράζει, διότι ἡ πίεσις ἐντὸς τῆς φιάλης ἐλαττώνεται, λόγῳ τῆς ὑγροποιήσεως μέρους τῶν ἀνωθεν τοῦ υγροῦ ὑδρατμῶν. Ὁ βρασμὸς γίνεται ζωηρότερος, ἐὰν ψύξωμεν τοὺς ἀνωθεν τοῦ υγροῦ ὑδρατμούς, ὅποτε ἐπιταχύνεται ἡ ὑγροποίησης τῶν ὑδρατμῶν.

γ) Ὁ λέβητος τοῦ Papin εἶναι μεταλλικὸν δοχεῖον ἀεροστεγῶς κλειστὸν, τὸ ὁποῖον φέρει ἀσφαλιστικὴν δικλεῖδα (σχ. 254). Ἡ δικλεὶς ἀνοίγει μόνον ὅταν ἡ ἐντὸς τοῦ λέβητος πίεσις ὑπερβῇ μίαν ὀρισμένην τιμὴν ἀσφαλείας. Ὅταν θερμαίνωμεν ὁμοίως τὸ ἐντὸς τοῦ λέβητος ὕδωρ, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος ἀνέρχεται εἰς 120°C ἢ καὶ 130°C , χωρὶς ὅμως νὰ παρατηρηθῇ βρασμός. Τοῦτο συμβαίνει, διότι ἐπὶ τοῦ ὕδατος ἐνεργεῖ ἡ πίεσις p τοῦ ἀέρος καὶ ἡ μεγίστη τάσις F_0 , ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν ἐκάστοτε



Σχ. 253. Ἐπίδρασις τῆς πίεσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας τοῦ βρασμοῦ



Σχ. 254. Λέβητος τοῦ Papin

θερμοκρασίαν θ τοῦ ὕδατος. Οὕτως ἐπὶ τοῦ ὕδατος ἐνεργεῖ ἡ ὀλική πίεσις $p + F_0$, ἡ ὁποία εἶναι πάντοτε μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν μεγίστην τάσιν F_0 καὶ ἐπομένως εἶναι ἀδύνατον νὰ συμβῇ βρασμός τοῦ ὕδατος. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι :

Ἐντὸς κλειστοῦ δοχείου θερμαινομένου ὁμοιομόρφως εἶναι ἀδύνατον νὰ συμβῇ βρασμός.

Ἐφαρμογὴ τοῦ λήβητος τοῦ Papin εἶναι τὰ « αὐτόκλειστα », τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν βιομηχανίαν, εἰς τὰ νοσοκομεῖα διὰ τὴν ἀποστείρωσιν χειρουργικῶν ἐργαλείων κ.ἄ.

246. Θερμότης ἐξαερώσεως. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ βρασμοῦ ἡ θερμοκρασία τοῦ ὑγροῦ διατηρεῖται σταθερά, ἂν καὶ συνεχῶς προσφέρεται εἰς τὸ ὑγρὸν θερμότης. Ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἀπορροφᾶται ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ κατὰ τὴν διάρκειαν αὐτῆς τῆς μεταβολῆς (λανθάνουσα θερμότης ἐξαερώσεως) δαπανᾶται διὰ τὴν κατάργησιν τῶν μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ δυνάμεων συνοχῆς, διότι κατὰ τὴν ἐξαέρωσιν ἑνὸς ὑγροῦ τὰ μόρια αὐτοῦ γίνονται τελείως ἐλεύθερα.

I. Θερμότης ἐξαερώσεως (L) εἰς θερμοκρασίαν θ καλεῖται ἡ ποσότης θερμότητος, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ προσλάβῃ 1 γραμμάριον τοῦ ὑγροῦ, διὰ νὰ μεταβληθῇ τοῦτο εἰς κεκορεσμένον ἀτμὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας.

II. Ἡ θερμότης ἐξαερώσεως τοῦ ὕδατος εἰς τὴν κανονικὴν θερμοκρασίαν βρασμοῦ εἶναι 539 cal/gr.

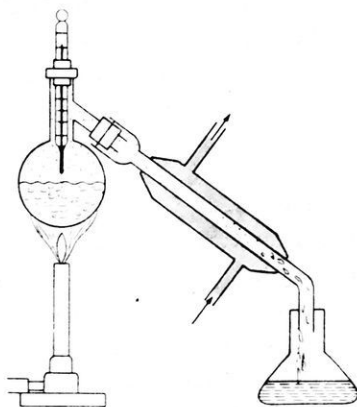
***247. Ψῦχος παραγόμενον κατὰ τὴν ἐξάτμισιν.** Εἰς οἶανδήποτε θερμοκρασίαν καὶ ἂν γίνεται ἡ ἐξαέρωσις (βρασμός, ἐξάτμισις), πάντοτε ἀπαιτεῖται δαπάνη θερμότητος. Ἡ ἀπαιτουμένη θερμότης ἢ προσφέρεται ἑξωθεν ἢ προσφέρεται ἀπὸ τὸ ἴδιον ὑγρὸν (§ 245 α, β). Ὅταν ὅμως ἡ ἀπαιτουμένη θερμότης προσφέρεται ἀπὸ τὸ ἴδιον τὸ ὑγρὸν, τότε κατ' ἀνάγκην ἐπέρχεται ψῦξις τοῦ ὑγροῦ. Ἡ ἐξάτμις εἶναι μία μορφή ἐξαερώσεως, κατὰ τὴν ὁποίαν οἱ ἀτμοὶ παράγονται μόνον ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ. Ἐπομένως καὶ διὰ τὴν ἐξάτμισιν πρέπει νὰ δαπανηθῇ θερμότης. Ὅταν ὅμως αὕτη δὲν προσφέρεται ἑξωθεν, τότε τὸ ἐξατμιζόμενον ὑγρὸν προσλαμβάνει τὴν ἀπαιτουμένην διὰ τὴν ἐξάτμισιν θερμότητα ἀπὸ αὐτὴν τὴν μᾶζαν τοῦ ἢ ἀπὸ τὰ σώματα, μετὰ ὅποια

εύρσκεται εις ἐπαφήν. Οὕτω τὸ ἐξατμιζόμενον ὑγρὸν προκαλεῖ ψῦξιν, ἢ ὅποια εἶναι τόσον μεγαλύτερα, ὅσον ταχύτερα εἶναι ἡ ἐξάτμισις (π.χ. ἡ ψῦξις τῆς χειρὸς μας κατὰ τὴν ἐξάτμισιν τοῦ ἐπ' αὐτῆς αἰθέρος).

Θερμοκρασία βρασμοῦ καὶ θερμότης εξαερώσεως		
Σῶμα	θ° C	cal/gr
Αἰθέρ	34,6	86
Οἶνονπνευμα	78,4	201
Υδράργυρος	357	68
Τολουόλιον	111	83
Υδωρ	100	539

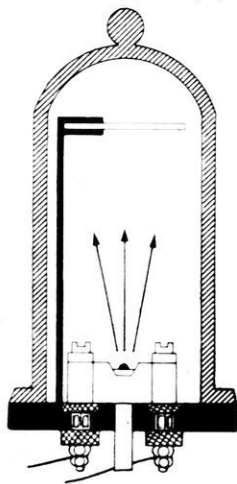
***248. Ἐξάχνωσις.** Ἐν στερεὸν σῶμα δύναται νὰ ἀναδίδῃ ἀτμούς, ὅπως καὶ ἐν ὑγρὸν. Τὸ φαινόμενον τοῦτο εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν ἐξάτμισιν καὶ καλεῖται **ἐξάχνωσις**. Κατὰ τὴν ἐξάχνωσιν τὸ στερεὸν μεταβάλλεται ἀμέσως εἰς ἀέριον, χωρὶς νὰ ἰέλθῃ προηγουμένως διὰ τῆς ὑγρᾶς καταστάσεως. Ἡ ἐξάχνωσις εἶναι ἰδιαιτέρως καταφανὴς εἰς ὠρισμένα σώματα, ὅπως εἶναι τὸ ἰώδιον, ἡ ναφθαλίνη, ἡ καμφορά καὶ μεγάλος ἀριθμὸς στερεῶν σωμάτων, τὰ ὅποια ἀναδίδουν ὁσμὴν. Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι ὑπὸ καταλλήλου συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως δύναται νὰ ὑποστῇ ἐξάχνωσιν ὁ πάγος καὶ πολλὰ ἄλλα σώματα.

***249. Ἀπόσταξις.** Ἡ ἀπόσταξις ἐνὸς ὑγροῦ ἐπιτυγχάνεται, ὅταν οἱ παραγόμενοι κατὰ τὸν βρασμὸν κεκορεσμένοι ἀτμοὶ φέρονται ἐντὸς ἄλλου χώρου, ὁ ὅποιος διατηρεῖται εἰς θερμοκρασίαν μικροτέραν ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν βρασμοῦ τοῦ ὑγροῦ. Τότε οἱ ἐντὸς τοῦ χώρου τούτου ἐρχόμενοι ἀτμοὶ ὑγροποιοῦνται. Τὸ σχῆμα 255 δεικνύει μίαν πολὺ ἀπλὴν ἐργαστηριακὴν



Σχ. 255. Συσκευή ἀποστάξεως

διάταξιν διὰ τὴν ἀπόσταξιν ὑγρῶν. Ἡ ψῦξις ἐπιτυγχάνεται διὰ ρεύματος ψυχροῦ ὕδατος. Ἐὰν τὸ ὑγρὸν περιέχῃ ἐν διαλύσει ἄλλα σώματα μὴ πτητικά, τότε κατὰ τὴν ἀπόσταξιν τοῦ διαλύματος παράγονται μόνον ἀτμοὶ τοῦ ὑγροῦ, οἱ ὅποιοι ἔπειτα ὑγροποιούνται· οὕτω λαμβάνεται τὸ ὑγρὸν τοῦτο τελείως καθαρὸν (π.χ. παρασκευὴ ἀπεσταχμένου ὕδατος). Τὰ διαλελυμένα μὴ πτητικὰ σώματα παραμένουν εἰς τὸν ἀποστακτῆρα.



Σχ. 256. Συσκευή ἀποστάξεως τῶν μετάλλων εἰς τὸ κενόν

Ἐὰν τὸ ὑγρὸν εἶναι μείγμα πτητικῶν ὑγρῶν, τότε ἀποστάζονται διαδοχικῶς τὰ διάφορα συστατικά τοῦ μείγματος (**κλασματικὴ ἀπόσταξις**).

Τὰ μέταλλα δύνανται νὰ ὑποστοῦν ἀπόσταξιν, ἐὰν ὑψωθῇ πολὺ ἡ θερμοκρασία των (π.χ. καθαρισμὸς τοῦ ψευδαργύρου). Εἰς τὸ κενὸν τὰ μέταλλα παράγουν εὐκόλως ἀτμούς. Οὕτω θερμαίνοντες εἰς τὸ κενὸν ἄργυρον ἢ ἀργίλλιον δυνάμεθα νὰ μεταβάλωμεν μίαν πλάκα ὑάλου εἰς κάτοπτρον. Ἐπὶ μιᾷ ταινίας ἐκ βολφραμίου, ἡ ὁποία διαπυρνώνεται δι' ἡλεκτρικοῦ ρεύματος, τοποθετεῖται τεμάχιον ἀργύρου (σχ. 256). Τότε ὁ ἄργυρος ἐξαεροῦται καὶ ἐκπέμπει εὐθυγράμμως ἄτομα, τὰ ὁποῖα ἐπικαθίστανται ἐπὶ τῆς ὑαλίνης πλακός. Οὕτως ἡ πλάξ τῆς ὑάλου ἐπαργύρωνται καὶ μεταβάλλεται εἰς κάτοπτρον. Ἡ τοιαύτη μέθοδος ἐπιμεταλλώσεως χρησιμοποιεῖται σήμερον εἰς τὴν βιομηχανίαν διὰ τὴν ταχεῖαν ἐπιμεταλλώσιν διαφόρων ἀντικειμένων.

250. Ὑγροποίησις τῶν ἀερίων. Ἐκ τῆς πειραματικῆς ἐρεῦνης τοῦ φαινομένου τῆς μεταβολῆς ἐνὸς ἀερίου εἰς ὑγρὸν (**ὕγροποιήσις τοῦ ἀερίου**), κατέληξαν εἰς τὸ ἐξῆς συμπέρασμα. Ἐν ἀέριον εἶναι ἀδύνατον νὰ ὑγροποιηθῇ ὅσονδήποτε καὶ ἂν συμπιεσθῇ, ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία του εἶναι ἀνωτέρα μιᾶς ὠρισμένης θερμοκρασίας, ἡ ὁποία εἶναι χαρακτηριστικὴ διὰ τὸ ἀέριον καὶ καλεῖται **κρίσιμος θερμοκρασία** τοῦ ἀερίου. Οὕτως, ἡ κρίσιμος θερμοκρασία τοῦ διοξειδίου τοῦ ἀνθρακος εἶναι 31° C. Ἐπὶ πλέον ἀπεδείχθη ὅτι διὰ νὰ ὑγροποιηθῇ τὸ ἀέριον εἰς τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν, πρέπει ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου νὰ λάβῃ μίαν ὠρισμένην τιμὴν, ἡ ὁποία καλεῖται **κρίσιμος πίεσις**. Αὕτη διὰ

τὸ διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος εἶναι 73 ἀτμόσφαιραι. Εἰς τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν καὶ ὑπὸ τὴν κρίσιμον πίεσιν μία μᾶζα ἀερίου ἔχει ὠρισμένον ὄγκον (κ ρ ί σ ι μ ο ς ὄ γ κ ο ς) καὶ συνεπῶς ἔχει καὶ ὠρισμένην π υ κ ν ό τ η τ α , ἡ ὁποία καλεῖται **κρίσιμος πυκνότης**. Ἡ κρίσιμος θερμοκρασία, ἡ κρίσιμος πίεσις καὶ ἡ κρίσιμος πυκνότης εἶναι αἱ τρεῖς **κρίσιμοι σταθεραὶ** τοῦ ἀερίου, αἱ ὁποῖαι εἶναι φυσικὰ μεγέθη χαρακτηριστικὰ δι' ἕκαστον ἀέριον.

Ὅταν ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου εἶναι κ α τ ω τ έ ρ α τῆς κρίσιμου θερμοκρασίας, τότε τὸ ἀέριον δύναται νὰ ὑγροποιηθῇ, ἐφ' ὅσον ἡ πίεσις τοῦ λάβῃ μίαν ὠρισμένην τιμὴν, ἡ ὁποία εἶναι μ ι κ ρ ο τ έ ρ α ἀπὸ τὴν κρίσιμον πίεσιν. Οὕτως εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος ὑγροποιεῖται εὐκόλως, ἐὰν ἡ πίεσις τοῦ γίνῃ ἴση μὲ 50 - 55 ἀτμόσφαιρας.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὰ ἀκόλουθα γενικὰ συμπεράσματα :

I. Κρίσιμος θερμοκρασία ἐνὸς σώματος καλεῖται ἡ θερμοκρασία ἐκείνη, ἂνωθεν τῆς ὁποίας τὸ σῶμα ὑπάρχει πάντοτε εἰς ἀέριον κατάστασιν ὑπὸ ὅσονδήποτε μεγάλῃν πίεσιν.

II. Εἰς τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν εἶναι δυνατὴ ἡ ὑγροποίησης τοῦ ἀερίου, ὅταν ἡ πίεσις καὶ ἡ πυκνότης αὐτοῦ λάβουν ὠρισμένην τιμὴν (κρίσιμος πίεσις, κρίσιμος πυκνότης).

III. Ὅταν ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου εἶναι κατωτέρα τῆς κρίσιμου θερμοκρασίας του, εἶναι δυνατὴ ἡ ὑγροποίησης τοῦ ἀερίου διὰ συμπίεσεως αὐτοῦ.

Κρίσιμοι σταθεραὶ

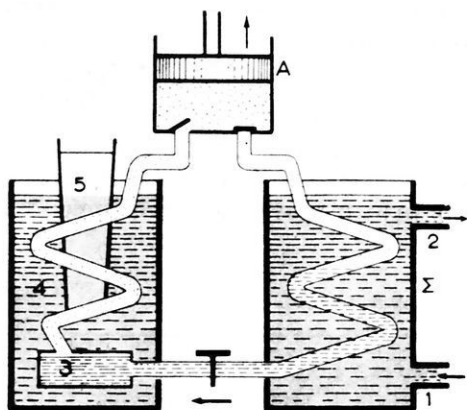
Σῶμα	Κρίσιμος θερμοκρασία θ° C	Κρίσιμος πίεσις at	Κρίσιμος πυκνότης gr/cm ³
Ἀζωτον	— 147	34	0,31
Ἀήρ	— 141	37	0,35
Διοξειδίου ἄνθρακος	+ 31	73	0,46
Ἡλίου	— 270	2,3	0,07
Ὁξυγόνον	— 119	50	0,43
Υδρογόνον	— 240	13	0,03
Υδωρ	+ 365	195	0,40

***251. Μέθοδοι παραγωγής ψύχους.** Διὰ τὴν παραγωγὴν ψύχους, δηλαδή διὰ τὴν παραγωγὴν χαμηλῶν θερμοκρασιῶν, ἐφαρμόζονται διάφοροι μέθοδοι.

α) **Τὰ ψυκτικὰ μείγματα.** Τὰ ψυκτικὰ μείγματα ἐγνωρίσαμεν εἰς τὴν § 240.

β) **Ἡ ἐξαέρωσις ὑγροποιηθέντων ἀερίων.** Ἀναγκάζομεν ἐν ὑγροποιηθὲν ἀέριον νὰ ἐξαερωθῇ ὑπὸ ἡλαττωμένην πίεσιν, ὥστε ἡ ἐξάτμισις τοῦ ὑγροῦ νὰ εἶναι ταχεῖα. Τότε προκαλεῖται σημαντικὴ ψύξις (§ 247) τῶν σωμάτων, μὲ τὰ ὁποῖα τὸ ὑγρὸν εὐρίσκεται εἰς ἐπαφὴν. Ἡ ταχεῖα ἐξάτμισις τοῦ ὑγροποιημένου ἀερίου εἶναι δυνατὸν νὰ προκαλέσῃ τὴν στερεοποίησιν τοῦ ὑπολοίπου ὑγροῦ. Οὕτω κατὰ τὴν ταχεῖαν ἐξάτμισιν τοῦ ὑγροποιημένου διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος (CO_2) ἐπέρχεται στερεοποίησις τοῦ ὑπολοίπου ὑγροῦ, τὸ ὅποιον μεταβάλλεται εἰς στερεὸν διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος (ξηρὸς πάγος).

γ) **Ἡ ἐκτόνωσις.** Ὅταν ἐν ἀέριον συμπιέζεται ἀποτόμως, τότε τὸ ἀέριον θερμαίνεται. Ἀντιθέτως, ὅταν ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου ἐλαττωθῇ ἀποτόμως, τότε τὸ ἀέριον ψύχεται. Εἰδικώτερον καλεῖται ἐκτόνωσις ἡ ἀπότομος ἐλάττωσις τῆς πίεσεως τοῦ ἀερίου. Ἡ ἐκτόνωσις ἐνὸς ἀερίου συνοδεύεται πάντοτε ἀπὸ μεγάλην ψύξιν τοῦ ἀερίου.



Σχ. 257. Σχηματικὴ παράστασις ἐγκαταστάσεως παρασκευῆς πάγου

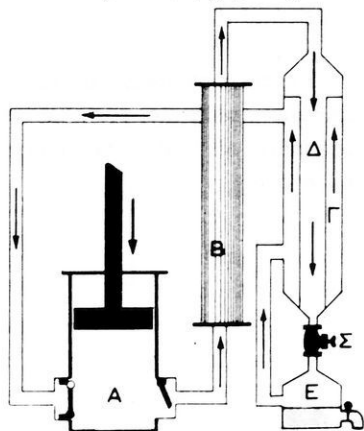
(1 ψυχρὸν ὕδωρ, 2 θερμὸν ὕδωρ, Σ συμπτυκνωτής, 3 ὑγροποιημένη ἀμμωνία, 4 ἀλμυρὸν ὕδωρ, 5 ὕδωρ πρὸς πῆξιν)

εἰς τὰς περισσοτέρας **ψυκτικὰς μηχανὰς** τὸ ψῦχος παράγεται διὰ τῆς ταχείας ἐξάτμισεως ἐνὸς ὑγροποιηθέντος ἀερίου (ὑγρὰ ἀμμωνία NH_3 , freon CCl_2F_2 κ.ἄ.). Τὸ ἐκ τῆς ἐξάτμισεως προκύπτον ἀέριον ἀναρ-

δ) **Ἐφαρμογαί.** Αἱ ἀνωτέρω μέθοδοι παραγωγῆς ψύχους χρησιμοποιοῦνται εὐρύτατα εἰς ἐπιστημονικὰ ἐργαστήρια καὶ βιομηχανικὰς ἐγκαταστάσεις. Οὕτως

ροφᾶται ἀπὸ μίαν ἀντλίαν καὶ πάλιν ὑγροποιεῖται. Ἡ ἐκλυομένη κατὰ τὴν ὑγροποίησιν τοῦ αἰρίου θερμότης ἀπορροφᾶται ἀπὸ ρεῦμα ψυχροῦ ὕδατος. Εἰς τὸ σχῆμα 257 φαίνεται σχηματικῶς μία τοιαύτη ψυκτικὴ ἐγκατάστασις διὰ τὴν παρασκευὴν πάγου. Ἐπὶ τῆς ἰδίας ἀρχῆς στηρίζεται ἡ λειτουργία τῶν ἡλεκτρικῶν ψυγείων.

Ἡ βιομηχανία διὰ τὴν ὑγροποίησιν τοῦ αἰρος χρησιμοποιεῖ τὴν μεγάλην ψῦξιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ὁ ἀήρ κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν αὐτοῦ. Πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον χρησιμοποιεῖται κυρίως ἡ **μηχανὴ τοῦ Linde** (σχ. 258). Ὁ ἀήρ συμπιέζεται μέχρι 200 ἀτμοσφαιρῶν. Ἐπειτα προψύχεται εἰς -30°C καὶ ἐρχόμενος εἰς τὸν θάλαμον Γ ἐκτονοῦται, ὅποτε ἡ θερμοκρασία του κατέρχεται κατὰ πολὺ. Ἡ νέα ποσότης αἰρος, ἡ ὁποία εὐρίσκεται τώρα ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Δ, κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν της θὰ ψυχθῇ ἀκόμη περισσότερον. Οὕτως ἡ θερμοκρασία ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Δ, ἔπειτα ἀπὸ κάθε ἐκτόνωσιν, γίνεται κατωτέρα τῆς προηγουμένης καὶ εἰς μίαν στιγμὴν γίνεται κατωτέρα ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν βρασμοῦ τοῦ αἰρος. Τότε μέρος τοῦ ἐκτονουμένου αἰρος ὑγροποιεῖται.



Σχ. 258. Μηχανὴ τοῦ Linde διὰ τὴν ὑγροποίησιν τοῦ αἰρος

(Α συμπιεστής, Β θάλαμος προψύξεως τοῦ αἰρος, Γ θάλαμος ἐκτόνωσεως, Δ σωλὴν διοχετεύσεως τοῦ πεπιεσμένου καὶ προψυχθέντος αἰρος, Ε θάλαμος ὑγροποιήσεως τοῦ αἰρος, Σ στρόφιγξ)

252. Ἀπόλυτος καὶ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ αἰρος. Ὁ ἀτμοσφαιρικός ἀήρ περιέχει πάντοτε ὑδρατμούς ἕνεκα τῆς ἀδιακόπου ἐξατμίσεως, ἡ ὁποία συμβαίνει ἐπὶ τοῦ πλανήτου μας. Ἐν τούτοις ὁ ἀήρ δὲν εἶναι πάντοτε κεκορεσμένος.

Ἀπόλυτος ὑγρασία τοῦ αἰρος καλεῖται ἡ μᾶζα m τῶν ὑδρατμῶν, οἱ ὁποιοὶ περιέχονται ἐντὸς 1 m^3 αἰρος κατὰ δεδομένην στιγμὴν.

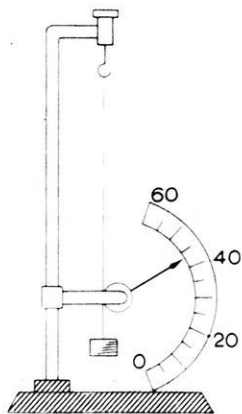
Διὰ τὰ φαινόμενα τῆς ζωῆς καὶ εἰς πολλὰς ἐφαρμογὰς ἔχει ἐνδιαφέρον ἡ ἱκνότης τοῦ αἰρος πρὸς παραγωγὴν φαινομένων ἐξατμίσεως καὶ

συμπυκνώσεως. Ούτω π.χ. ὁ ἀήρ ὁ ὁποῖος περιέχει 9 gr ὑδρατμῶν κατὰ κυβικὸν μέτρον εἶναι κεκορεσμένος, ἂν ἡ θερμοκρασία του εἶναι 10°C , εἶναι ὅμως ἀκόρεστος, ἂν ἡ θερμοκρασία του εἶναι 25°C . Εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 25°C ἕκαστον κυβικὸν μέτρον δύναται νὰ προσλάβῃ 15 gr ὑδρατμῶν ἐπὶ πλέον. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς ὑγρομετρικῆς καταστάσεως τοῦ ἀέρος χρησιμοποιεῖται ἡ **σχετικὴ ὑγρασία**.

Σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος καλεῖται ὁ λόγος τῆς μάζης m τῶν ὑδρατμῶν, οἱ ὁποῖοι ὑπάρχουν εἰς 1 m^3 ἀέρος πρὸς τὴν μᾶζαν M τῶν ὑδρατμῶν, οἱ ὁποῖοι θὰ ὑπῆρχον εἰς 1 m^3 ἀέρος, ἐὰν ὁ ἀήρ ἦτο κεκορεσμένος.

$$\text{σχετικὴ ὑγρασία : } \Delta = \frac{m}{M}$$

“Ὅταν ὁ ἀήρ εἶναι κεκορεσμένος, ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἶναι ἴση μὲ 1. “Ὅταν ὅμως ὁ ἀήρ εἶναι ἀκόρεστος, ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἶναι μικροτέρα τῆς μονάδος. Ἐὰν π.χ. κατὰ μίαν ἡμέραν ὁ ἀήρ ἔχῃ θερμοκρασίαν 25°C καὶ περιέχῃ 9 gr ὑδρατμῶν κατὰ κυβικὸν μέτρον, τότε ἡ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος εἶναι $\Delta = \frac{9}{24} = 0,375$ ἢ $\Delta = 37,5\%$. Ὁ ἀήρ κατὰ τὴν στιγμὴν ἐκείνην ἀπέχει πολὺ ἀπὸ τὴν κατάσταση κόρου.



Σχ. 259. Ψυγρόμετρον ἀπορροφῆσεως

Μέτρησις τῆς ὑγρασίας τοῦ ἀέρος. Ἡ σχετικὴ ὑγρασία εὐρίσκεται μὲ εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **υγρόμετρα**. Τὸ ἀπλούστατον ὑγρόμετρον ἀπορροφῆσεως στηρίζεται εἰς τὴν ιδιότητα, τὴν ὁποίαν ἔχουν αἱ ζωικαὶ τρίχες νὰ ἐπιμηκύνωνται εἰς τὸν ὑγρὸν ἀέρα (σχ. 259). Ἡ κλίμαξ του δίδει ἀμέσως τὴν σχετικὴν ὑγρασίαν εἰς ἑκατοστά. Τὸ ὄργανον τοῦτο δὲν εἶναι πολὺ ἀκριβές, εἶναι ὅμως εὐχρηστον

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

236. Ἐντὸς δοχείου ὑπάρχουν πάγος καὶ ὕδωρ. Ἡ μᾶζα των εἶναι 400 gr. Προσθέτομεν 300 gr ὕδατος 80°C καὶ ἡ θερμοκρασία γίνεται τελικῶς 10°C . Πόσος πάγος ὑπῆρχεν ἀρχικῶς ;

237. Πόσος πάγος θερμοκρασίας — 15°C δύναται νὰ τακῇ ὑπὸ 1 kg ὕδατος 60°C ; Εἰδικὴ θερμοότης πάγον $0,58 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.

238. Ἐν τεμάχιον πάγον 0°C ἔχει βάρος 115 gr^* καὶ τίθεται ἐντὸς θερμοιδόμετρον, τὸ ὁποῖον περιέχει 1000 gr ὕδατος θερμοκρασίας 20°C . Τὸ δοχεῖον τοῦ θερμοιδόμετρον ἔχει βάρος 350 gr^* καὶ εἰδικὴν θερμοότητα $0,1 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$. Νὰ εὐρεθῇ πόση εἶναι ἡ θερμοκρασία τοῦ συστήματος μετὰ τὴν πλήρη τήξιν τοῦ πάγον.

239. Ὁρειχάλκινον θερμοιδόμετρον ἔχει μᾶζαν 500 gr καὶ περιέχει 500 gr πάγον θερμοκρασίας — 20°C . Διοχετεύομεν ἐντὸς τοῦ θερμοιδόμετρον ρεῦμα ὕδατος 80°C , τοῦ ὁποῖου ἡ παροχὴ ὕδατος εἶναι 50 gr κατὰ λεπτόν. Τότε χρειάζονται 11 min 20 sec διὰ νὰ τακῇ τελείως ὁ πάγος καὶ νὰ μεταβληθῇ εἰς ὕδωρ 0°C . Ἡ εἰδικὴ θερμοότης τοῦ ὀρειχάλκινου εἶναι $0,1 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$ καὶ τοῦ πάγον εἶναι $0,5 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$. Νὰ εὐρεθῇ ἡ θερμοότης τήξεως τοῦ πάγον. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν τὸ πείραμα, μετὰ πόσον χρόνον ἡ θερμοκρασία τοῦ θερμοιδόμετρον θὰ γίνῃ 20°C ;

240. Εἰς ἓν θερμοιδόμετρον τοῦ Laplace τίκονται $0,72 \text{ gr}$ πάγον, ὅταν εἰσαχθοῦν ἐντὸς τοῦ θερμοιδόμετρον $6,33 \text{ gr}$ ψευδαργύρου θερμοκρασίας $98,5^{\circ} \text{C}$. Νὰ εὐρεθῇ ἡ εἰδικὴ θερμοότης τοῦ ψευδαργύρου. Θερμοότης τήξεως πάγον 80 cal/gr .

241. Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς ὑπάρχει στρωμα πάγον πάχους 2 cm καὶ θερμοκρασίας 0°C . Ἐὰν ἐπὶ 1 cm^2 ἡ ἡλιακὴ ἀκτινοβολία μεταφέρῃ $1,5 \text{ cal}$ κατὰ λεπτόν, νὰ εὐρεθῇ πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται διὰ τὴν τελείαν τήξιν τοῦ πάγον. Πυκνότης πάγον $0,917 \text{ gr/cm}^3$. Θερμοότης τήξεως πάγον 80 cal/gr .

242. Ἐντὸς δοχείου ἔχοντος θερμοχωρητικότητα 8 cal/grad ὑπάρχουν 50 gr πάγον θερμοκρασίας — 20°C . Προσθέτομεν $267,8 \text{ gr}$ ὕδατος 32°C καὶ ἡ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ συστήματος γίνεται 12°C . Νὰ εὐρεθῇ ἡ εἰδικὴ θερμοότης τοῦ πάγον. Θερμοότης τήξεως πάγον 80 cal/gr .

243. Ἐντὸς δοχείου ἔχοντος ἀσήμαντον θερμοχωρητικότητα ὑπάρχουν 1800 gr ὕδατος θερμοκρασίας 8°C . Νὰ εὐρεθῇ πόση μᾶζα πάγον θερμοκρασίας — 26°C πρέπει νὰ τεθῇ ἐντὸς τοῦ δοχείου ὥστε, ὅταν ἀποκατασταθῇ θερμοικὴ ἰσορροπία, ἡ μᾶζα τοῦ πάγον νὰ ἔχῃ αὐξηθῇ κατὰ 85 gr . Εἰδικὴ θερμοότης πάγον $0,5 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$. Θερμοότης τήξεως πάγον 80 cal/gr .

244. Ἐντὸς δοχείου ἔχοντος ἀσήμαντον θερμοχωρητικότητα ὑπάρχουν 120 gr ὕδατος εἰς κατὰστασιν ὑπερτήξεως καὶ θερμοκρασίας — 18°C .

Πόση μάζα πάγον θα σχηματισθῇ, ὅταν ἡ θερμοκρασία γίνῃ 0°C ; Εἰδικὴ θερμοτῆς πάγον $0,5 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$. Θερμότης τήξεως πάγον 80 cal/gr .

245. Ὑδρατμοὶ εἰς 30°C ἔχουν ὄγκον 10 dm^3 καὶ τάσιν 12 mm Hg . Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν ὁ ὄγκος των γίνεταί 4 dm^3 . Πόση γίνεται ἡ τάσις των; $F_{30} = 31,8 \text{ mm Hg}$.

246. Ὑδρατμοὶ εἰς 35°C ἔχουν ὄγκον 50 dm^3 καὶ τάσιν 20 mm Hg . Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν ὁ ὄγκος των γίνεταί 10 dm^3 . Πόση γίνεται ἡ τάσις των; $F_{35} = 42,2 \text{ mm Hg}$.

247. Ἐντὸς 100 gr ὕδατος εὐρίσκονται 100 gr πάγον. Πόση μάζα ὑδρατμῶν θερμοκρασίας 100°C πρέπει νὰ διαβιβασθῇ εἰς τὸ σύστημα τοῦτο, ὥστε τελικῶς νὰ ἔχωμεν μόνον ὕδωρ 18°C ;

248. Τί προκύπτει ἐκ τῆς ἀναμίξεως 50 gr πάγον 0°C καὶ 500 gr ὑδρατμῶν 100°C ;

249. Ἐντὸς θερμοδομέτρου ἔχοντος θερμοχωρητικότητα 50 cal/grad περιέχονται 2 kgr πάγον, 5 kgr ὕδατος καὶ $0,7 \text{ kgr}$ ἀργιλλίον. Διοχετεύομεν ἐντὸς τοῦ δοχείου 80 gr ὑδρατμοῦ 100°C . Ποία εἶναι ἡ τελικὴ θερμοκρασία; Εἰδικὴ θερμοτῆς ἀργιλλίον $0,21 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.

250. Ἐντὸς δοχείου ἔχοντος ἀσήμαντον θερμοχωρητικότητα ἀναμειγνύομεν 1 kgr ἀργιλλίον θερμοκρασίας 180°C καὶ 500 gr ὕδατος 60°C . Πόση μάζα ὕδατος θα ἐξαερωθῇ;

251. Πόσῃν μάζαν ὑδρατμῶν περιέχει εἰς 20°C μία αἰθουσα ἔχουσα διαστάσεις $50 \text{ m} \cdot 30 \text{ m} \cdot 10 \text{ m}$, ὅταν ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἶναι 80% ; $F_{20} = 17,5 \text{ mm Hg}$. Πυκνότης ὑδρατμῶν εἰς 0°C καὶ 76 cm Hg : $d_0 = 0,806 \text{ gr/dm}^3$.

252. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ πυκνότης τοῦ ξηροῦ ἀέρος καὶ τοῦ ἀέρος, ὁ ὁποῖος εἰς 20°C εἶναι κεκορεσμένος μὲ ὑδρατμούς, ὅταν ἡ πίεσις εἶναι 720 mm Hg . $F_{20} = 17,5 \text{ mm Hg}$.

253. Νὰ εὐρεθῇ ἡ μάζα ἐνὸς λίτρου ἀέρος εἰς 20°C καὶ πίεσιν 75 cm Hg , ἂν ἡ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος εἶναι 60% . Ἡ μεγίστη τάσις τῶν ὑδρατμῶν εἰς 20°C εἶναι $1,75 \text{ cm Hg}$. Πυκνότης ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας: ἀέρος $1,293 \text{ gr/dm}^3$, ὑδρατμῶν $0,806 \text{ gr/dm}^3$.

254. Τεμάχιον πάγον ἔχει βάρος 100 gr^* καὶ ἐπιπλέει ἐπὶ ὕδατος θερμοκρασίας 0°C . Εἰσάγομεν ἐντὸς τοῦ δοχείου τεμάχιον μετάλλου, τὸ ὁποῖον ἔχει βάρος 150 gr^* καὶ θερμοκρασίαν 100°C . Ὅταν ἀποκατασταθῇ θερμικὴ ἰσορροπία, ἐξακολουθεῖ νὰ ἐπιπλέῃ τεμάχιον πάγον. Νὰ

ύπολογισθῇ πόση μᾶζα τοῦ πάγου ἐτάκη καὶ πόση εἶναι ἡ ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου τοῦ συστήματος πάγος — ὕδωρ. Ὑποθέτομεν ὅτι τὸ δοχεῖον εἶναι τελείως μονωμένον θερμοικῶς. Πυκνότης πάγου : $0,92 \text{ gr/cm}^3$. Θερμότης τήξεως πάγου : 80 cal/gr . Εἰδικὴ θερμότης μετάλλου : $0,12 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.

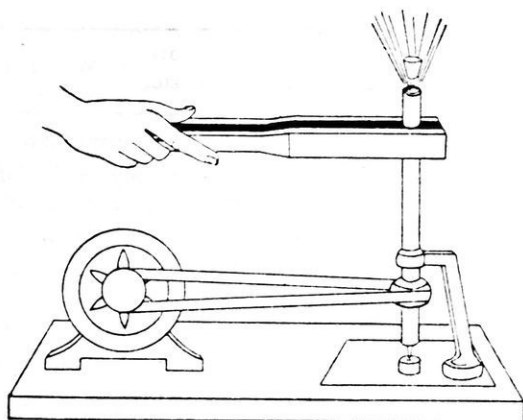
255. Κατὰ μίαν ἠλεκτρολόγησιν συλλέγομεν 1 λίτρον ὑδρογόνου, τὸ ὁποῖον ἔχει θερμοκρασίαν 15°C καὶ πίεσιν $76,5 \text{ cm Hg}$. Νὰ εὑρεθῇ πόση εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ αἰρίου, τὸ ὁποῖον συλλέγομεν, ἂν εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ ξηροῦ ὑδρογόνου ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας εἶναι : $0,000089 \text{ gr/cm}^3$, ἡ δὲ πυκνότης τῶν ὑδρατμῶν εἶναι 9 φορές μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν πυκνότητα τοῦ ὑδρογόνου. Μεγίστη τάσις τῶν ὑδρατμῶν εἰς 15°C : $1,27 \text{ cm Hg}$.

256. Κλειστὸν δοχεῖον Α ἔχει ὄγκον 10 dm^3 καὶ εἰς 20°C περιέχει ἀέρα ὑπὸ πίεσιν 76 cm Hg . Ἡ τάσις τῶν ὑδρατμῶν, τοὺς ὁποίους περιέχει ὁ αἰρ οὗτος εἶναι $1,6 \text{ cm Hg}$. Νὰ εὑρεθῇ ἡ μᾶζα τῶν περιεχομένων ὑδρατμῶν καὶ ὁ λόγος τῆς πυκνότητος τοῦ ὑγροῦ τούτου ἀέρος πρὸς τὴν πυκνότητα τοῦ ξηροῦ ἀέρος. Σχετικὴ πυκνότης ὑδρατμῶν $0,62$. Πυκνότης ξηροῦ ἀέρος ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας $1,3 \text{ gr/dm}^3$.

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

253. Θερμότης καὶ μηχανικὴ ἐνέργεια. Ἡ καθημερινὴ πεῖρα ἀποδεικνύει ὅτι τὸ ἔργον τῶν τριβῶν μεταβάλλεται συνήθως εἰς θερμότητα (π.χ. ἡ θέρμανσις τῶν χειρῶν μας διὰ προστριβῆς των, ἡ θέρμανσις τῆς τροχοπέδης τοῦ αὐτοκινήτου κ.τ.λ.). Ἐπίσης κατὰ τὴν κρούσιν δύο σωμάτων ἀναπτύσσεται θερμότης. Ὡστε ἐκ τῆς καθημερινῆς πείρας εὐκόλως συνάγεται ὅτι ἡ **μηχανικὴ ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς θερμότητα**. Ἡ ἀντίστροφος μετατροπὴ δὲν ὑποπίπτει εὐκόλως εἰς τὴν ἀντίληψίν μας. Δυνάμεθα ὅμως νὰ τὴν παρατηρήσωμεν μὲ τὸ ἐξῆς πείραμα. Ἐντὸς μεταλλικοῦ σωλῆνος θέτομεν ὀλίγον αἰθέρα καὶ κλείομεν τὸν σωλῆνα μὲ πῶμα φελλοῦ (σχ. 260). Ὁ σωλῆν τίθεται εἰς ταχεῖαν περιστροφικὴν κίνησιν, ἐνῶ συγχρόνως προστρίβεται ἐπὶ ξυλίνης τροχοπέδης. Ἐνεκα τῆς τριβῆς ὁ σωλῆν θερμαίνεται καὶ ὁ αἰθὴρ ἐξαερούται ἀποτόμως. Ἡ μεγάλη πίεσις τῶν παραγομένων ἀτμῶν τοῦ αἰθέρος ἐκσφενδονίζει μὲ ὀρμὴν τὸ πῶμα τοῦ σωλῆνος. Εἰς τὸ πείραμα τοῦτο παρα-

τηρούμεν ὅτι ἡ θερμότης μετατρέπεται εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν (δηλαδὴ εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν τοῦ σώματος). Τὴν μετατροπὴν τῆς



Σχ. 260. Μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν

θερμότητος εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν ἐπιτυγχάνομεν σήμερον εἰς μεγάλην κλίμακα διὰ τῶν θερμικῶν μηχανῶν. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι :

Ἡ θερμότης καὶ ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια εἶναι δύο μορφαὶ ἐνεργείας, αἱ ὁποῖαι δύνανται νὰ μετατρέπωνται ἢ μία εἰς τὴν ἄλλην.

254. Ἴσοδυναμία θερμότητος καὶ μηχανικῆς ἐνεργείας.
Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα ἀπέδειξεν ὅτι κατὰ τὴν μετατροπὴν τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας εἰς θερμότητα καὶ ἀντιστρόφως ἰσχύει ὠρισμένη σχέσις ἰσοδυναμίας μεταξὺ τῶν δύο τούτων μορφῶν ἐνεργείας. Ἀπεδείχθη δηλαδὴ ὅτι ὠρισμένη ποσότης μηχανικῆς ἐνεργείας εἶναι ἰσοδύναμος πρὸς ὠρισμένην ποσότητα θερμότητος. Τὸ σπουδαιότατον τοῦτο συμπέρασμα ἀποτελεῖ τὸ πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα καὶ διατυπώνεται ὡς ἑξῆς :

Ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια (W) καὶ ἡ θερμότης (Q) εἶναι δύο διαφορετικαὶ μορφαὶ ἐνεργείας, αἱ ὁποῖαι δύνανται νὰ μετατρέπωνται ἢ μία εἰς τὴν ἄλλην καθ' ὠρισμένην πάντοτε σχέσιν.

Ἐπειδὴ συνήθως ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια W μετρεῖται εἰς Joule καὶ

ή θερμότητας Q μετρεῖται εἰς θερμίδας, διὰ τοῦτο ἡ ἀρχὴ ἰσοδυναμίας θερμότητος καὶ μηχανικῆς ἐνεργείας γράφεται ὡς ἑξῆς :

$$\text{ἀρχὴ ἰσοδυναμίας θερμότητος καὶ μηχανικῆς ἐνεργείας} : W = J \cdot Q$$

Ὁ σταθερὸς συντελεστῆς J καλεῖται **μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος** καὶ ἐκφράζει εἰς Joule τὴν μηχανικὴν ἐνέργειαν, ἡ ὁποία ἰσοδυναμεῖ μὲ μίαν θερμίδα (δηλαδὴ διὰ $Q = 1$ cal εἶναι $W = J$ Joule). Διὰ διαφόρων μεθόδων ἐμετρήθη ἡ τιμὴ τῶν μηχανικοῦ ἰσοδυναμοῦ τῆς θερμότητος J καὶ εὑρέθη ὅτι εἶναι : $J = 4,19$ Joule/cal. Ἀρα : **Μία θερμὶς ἰσοδυναμεῖ μὲ 4,19 Joule.**

$$1 \text{ cal} = 4,19 \text{ Joule} \\ J = 4,19 \text{ Joule/cal}$$

ἦτοι
ἢ

$$1 \text{ kcal} = 427 \text{ kgr} \cdot \text{m} \\ J = 427 \text{ kgr} \cdot \text{m/kcal}$$

Ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια καὶ ἡ θερμότης εἶναι φυσικὰ μεγέθη ἀφ' ὅρα καὶ ὅπου φαίνεται ὅτι χάνεται τὸ ἐν ἑξ' αὐτῶν, ἐμφανίζεται πάντοτε ἰσοδύναμος ποσότης ἐκ τοῦ ἄλλου. Ἀποκλείεται συνεπῶς ἡ κατασκευὴ τοῦ ἀεικινήτου, δηλαδὴ μηχανῆς, ἡ ὁποία θὰ μᾶς ἔδιδεν ἐνέργειαν χωρὶς δαπάνην ἰσοδυναμοῦ ἐνεργείας ἄλλης μορφῆς.

Παράδειγμα. Βλήμα ἐκ μολύβδου ἔχει μᾶζαν 20 gr καὶ κινούμενον μὲ ταχύτητα 400 m/sec κτυπᾷ ἐπὶ ἐνὸς ἐμποδίου. Ὑποθέτομεν ὅτι ὁλόκληρος ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ βλήματος μεταβάλλεται κατὰ τὴν κρούσιν εἰς θερμότητα.

Τὸ βλήμα ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν :

$$W = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ gr} \cdot (4 \cdot 10^4 \text{ cm/sec})^2 = 16 \cdot 10^9 \text{ erg} \\ \text{ἢ } W = 1600 \text{ Joule}$$

Ἡ μηχανικὴ αὕτῃ ἐνέργεια ἰσοδυναμεῖ μὲ ποσότητα θερμότητος :

$$Q = \frac{W}{J} = \frac{1600 \text{ Joule}}{4,19 \text{ Joule/cal}} = 382 \text{ cal}$$

255. Φύσις τῆς θερμότητος. Ἡ ἀποδειχθεῖσα ἰσοδυναμία τῆς θερμότητος πρὸς τὴν μηχανικὴν ἐνέργειαν ὠδήγησεν εἰς τὴν εὑρεσιν τῶν σχέσεων, αἱ ὁποῖαι ὑπάρχουν μεταξὺ τῆς θερμότητος καὶ τῆς κινήσεως τῶν μορίων τῶν σωμάτων. Οὕτως ἐθεμελιώθη ἡ **μηχανικὴ θεωρία τῆς θερμότητος** ἢ, ὅπως καὶ ἄλλως λέγεται, ἡ **κινητικὴ θεωρία τῆς ὕλης.**

Ἡ θεωρία αὕτη ἐξομοιώνει τὴν θερμότητα πρὸς τὴν μηχανικὴν ἐνέρ-

γειαν καὶ ἀποδεικνύει ὅτι ἡ θερμότης εἶναι ἡ μακροσκοπικὴ ἐκδήλωσις τῆς κινήσεως τῶν μορίων. Αἱ βασικαὶ ἀρχαὶ τῆς μηχανικῆς θεωρίας τῆς θερμότητος εἶναι αἱ ἑξῆς :

I. Τὰ μόρια ὅλων τῶν σωμάτων εὐρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον κίνησιν. Μόνον εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενὸς τὰ μόρια τῶν σωμάτων ἀκίνητοιν.

II. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῶν μορίων ἐνὸς σώματος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν τοῦ σώματος.

III. Ἡ θερμότης, τὴν ὁποίαν περικλείει ἓν σῶμα, εἶναι τὸ ἄθροισμα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τῶν μορίων τοῦ σώματος.

VI. Ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον χαρακτηρίζομεν ὡς θερμοκρασίαν ἐνὸς σώματος, εἰς τὴν πραγματικότητα χαρακτηρίζει τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν τῶν μορίων τοῦ σώματος.

Ἡ θερμότης ἀναφέρεται λοιπὸν εἰς τὴν κίνησιν τῶν μορίων. Αἱ κινήσεις αὗται γίνονται καθ' ὅλας τὰς δυνατὰς διευθύνσεις καὶ κατὰ πασαν φοράν, συμφώνως πρὸς τοὺς νόμους τῆς τύχης, ἐνῶ ὅλαι αἱ ἄλλαι μορφαὶ ἐνεργείας ἀναφέρονται εἰς κινήσεις συντεταγμένας. Οὕτως εἰς ἓν βλῆμα, τὸ ὁποῖον ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν, ὅλα τὰ μόρια ἔχουν τὴν αὐτὴν κίνησιν. Ἡ τελείως ἄτακτος κίνησις τῶν μορίων προσδίδει εἰς τὴν θερμότητα ὠρισμένας ιδιότητας, διὰ τῶν ὁποίων ἡ θερμότης διακρίνεται ἀπὸ τὰς ἄλλας μορφὰς ἐνεργείας.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

257. Σῶμα βάρους 4 kgr* πίπτει ἀπὸ ὕψους 106,75 m ἐπὶ μὴ ἐλαστικοῦ σώματος. Ὁλόκληρος ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος μεταβάλλεται εἰς θερμότητα. Πόση ποσότης θερμότητος ἀναπτύσσεται ;

258. Ἀπὸ ποῖον ὕψος πρέπει νὰ ἀφεθῇ ἐλεύθερον νὰ πέσῃ τεμάχιον πάγου θερμοκρασίας $0^{\circ} C$, ὥστε κατὰ τὴν κρούσιν του ἐπὶ τοῦ ἐδάφους νὰ μεταβληθῇ εἰς ὕδωρ $0^{\circ} C$, ἂν ὑποτεθῇ ὅτι ὅλη ἡ ἀναπτυσσόμενη θερμότης δαπανᾶται διὰ τὴν τήξιν τοῦ πάγου ;

259. Τεμάχιον μολύβδου ἔχει θερμοκρασίαν $20^{\circ} C$ καὶ ἀφήρεται νὰ πέσῃ ἐλευθέρως. Ἐὰν υποθέσωμεν ὅτι κατὰ τὴν κρούσιν του ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ὁλόκληρος ἡ κινητικὴ του ἐνέργεια μεταβάλλεται εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία παραμένει ἐπὶ τοῦ μολύβδου, νὰ εὗρεθῇ ἀπὸ ποῖον ὕψος πρέπει νὰ ἀφεθῇ ὁ μολύβδος, ὥστε ἡ ἀναπτυσσόμενη θερμότης νὰ προκαλέσῃ

τὴν τήξιν του. Θερμοκρασία τήξεως $Pb : 327^{\circ} C$. Εἰδικὴ θερμότης $Pb : 0,03 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$. Θερμότης τήξεως $Pb : 5 \text{ cal/gr}$.

260. Κιβώτιον βάρους 80 kg^* ὀλισθαίνει ἐπὶ κεκλιμένον ἐπιπέδον ἔχοντος μῆκος 10 m καὶ κλίσιν 30° . Ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι $0,4$. Πόση εἶναι ἡ διὰ τῆς τριβῆς ἀναπτυσσομένη ποσότης θερμότητος ;

261. Αὐτοκινητάμαξα βάρους 250 tn^* κινεῖται ἐπὶ ὀριζοντίας ὁδοῦ μὲ ταχύτητα 90 km/h . Πόση ποσότης θερμότητος ἀναπτύσσεται, ὅταν διὰ τῶν τροχοπεδῶν τῆς ἀναγκάζεται νὰ σταματήσῃ ; Ὑποθέτομεν ὅτι ὁλόκληρος ἡ κινητικὴ τῆς ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς θερμότητα.

262. Πόσα λίτρα ὕδατος $0^{\circ} C$ δυνάμεθα νὰ θερμάνωμεν μέχρι τῆς θερμοκρασίας $100^{\circ} C$ μὲ τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον εὐρέθῃ εἰς τὸ προηγούμενον πρόβλημα ;

263. Εἰς μίαν ὑδατόπτωσιν τὸ ὕδωρ πίπτει ἀπὸ ὕψους 40 m . Τὰ 35% τῆς ἐνεργείας τοῦ ὕδατος μετατρέπονται εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία ἀπορροφᾶται ὑπὸ τοῦ ὕδατος. Πόση εἶναι ἡ ὕψωσις τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος ;

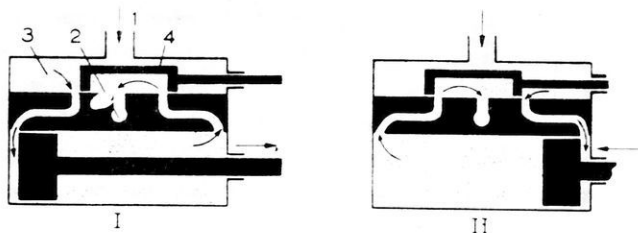
264. Μικρὰ σταγὼν ὁμίχλης πίπτει ἰσοταχῶς μὲ τὴν ὀρικὴν ταχύτητα. Νὰ δειχθῇ ὅτι κατὰ τὴν κίνησιν αὐτὴν αἱ σταγόνες τῆς ὁμίχλης θερμαίνονται καὶ νὰ εὐρεθῇ ἀπὸ ποῖον ὕψος πρέπει νὰ πίπτουν, ὥστε ἐκάστη σταγὼν νὰ θερμαίνεται κατὰ $0,1^{\circ} C$. Ὑποθέτομεν ὅτι ἡ ἀναπτυσσομένη θερμότης παραμένει ὁλόκληρος ἐπὶ τῆς σταγόνος. $g = 981 \text{ C.G.S.}$

ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ ΕΙΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΝ

***256. Θερμικαὶ μηχαναί.** Ἡ μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν παίζει σήμερον τεράστιον ρόλον εἰς τὴν πρακτικὴν ζωὴν. Ἡ μετατροπὴ αὕτη γίνεται διὰ τῶν **θερμικῶν μηχανῶν**, αἱ ὁποῖαι χρησιμοποιοῦν πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον πάντοτε ἐν ἀέριον. Τοῦτο ἀποκτᾷ θερμοκρασίαν πολὺ μεγαλυτέραν ἀπὸ τὴν συνήθη καὶ ἐπομένως ἐξασκεῖ μεγάλας πιέσεις, διὰ τῶν ὁποίων τίθενται εἰς κίνησιν στερεὰ σώματα. Διὰ τὴν παραγωγὴν τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας $\delta \alpha \pi \alpha \nu \tilde{\alpha} \tau \alpha \iota \theta \epsilon \rho \mu \acute{o} \tau \eta \varsigma$, ἡ ὁποία προέρχεται ἀπὸ τὴν καῦσιν μιᾶς καυσίμου ὕλης (ἄνθρακος, βενζίνης, πετρελαίου, φωταερίου κ.ἄ.).

***257. Ἀτμομηχαναί.** Εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς ὡς κινητήριον ἀέριον χρησιμοποιεῖται ὁ ὕδρα τ μ ό ς. Οὗτος παράγεται ἐντὸς καταλλήλου λέβητος, ὁ ὁποῖος θερμαίνεται διὰ καύσεως λιθάνθρακος ἢ πετρελαίου. Ὁ ἐντὸς τοῦ λέβητος παραγόμενος ἀτμὸς ἔχει ὑψηλὴν θερμοκρασίαν (περίπου 250°C) καὶ μεγάλην πίεσιν. Ἀναλόγως τοῦ τρόπου χρησιμοποίησεως τοῦ ἀτμοῦ ὡς κινητήριου ἀερίου αἱ ἀτμομηχαναὶ διακρίνονται εἰς ἀτμομηχανὰς μὲ ἔμβολον καὶ εἰς ἀτμοστροβίλους..

α) Ἀτμομηχαναὶ μὲ ἔμβολον. Εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς μὲ ἔμβολον ὁ ἀτμὸς ἔρχεται εἰς τὸν κύλινδρον (σχ. 261), ἐντὸς τοῦ ὁποῖου ὁ-



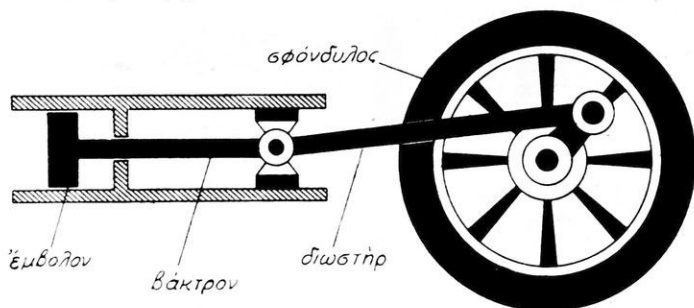
Σχ. 261. Τομή κυλίνδρου ἀτμομηχανῆς μὲ ἔμβολον
(1 εἰσόδος ἀτμοῦ, 2 ἐξόδος ἀτμοῦ, 3 θάλαμος ἀτμοῦ, 4 σύρτης)

λισθαίνει παλινδρομικῶς ἔμβολον. Ἡ τοιαύτη κίνησις τοῦ ἐμβόλου ἐξασφαλίζεται διὰ περιοδικῆς ἐναλλαγῆς τῆς εἰσόδου τοῦ ἀτμοῦ εἰς τὸν κύλινδρον μὲ τὴν βοήθειαν κινητοῦ συστήματος, τὸ ὁποῖον καλεῖται **σύρτης**. Οὕτω περιοδικῶς ἢ μὲν μία ἐπιφάνεια τοῦ ἐμβόλου δέχεται τὴν πίεσιν τοῦ ἀτμοῦ, ἢ δὲ ἄλλη τὴν πολὺ μικροτέραν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἐὰν ὁ ἀτμὸς ἐκφεύγῃ εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν. Εἰς τὸ σχῆμα 261 I τὸ ἔμβολον ἀρχίζει νὰ κινῆται ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιὰ, ἐνῶ εἰς τὸ σχῆμα 261 II τὸ ἔμβολον ἀρχίζει νὰ κινῆται ἐκ δεξιῶν πρὸς τὰ ἀριστερά. Διὰ καταλλήλου συστήματος ἡ παλινδρομικὴ κίνησις τοῦ ἐμβόλου μετατρέπεται εἰς κυκλικὴν κίνησιν τοῦ σπονδύλου (σχ. 262). Ἐστω σ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐμβόλου, p_1 ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ εἰς τὸν λέβητα καὶ p_2 ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. Ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου ἐνεργεῖ τότε δύναμις $F = (p_1 - p_2) \cdot \sigma$. Ἐὰν l εἶναι ἡ διαδρομὴ τοῦ ἐμβόλου, τότε κατὰ μίαν διαδρομὴν τοῦ ἐμβόλου παράγεται ἔργον :

$$W = F \cdot l \quad \text{ἢ} \quad W = (p_1 - p_2) \cdot \sigma \cdot l$$

Διὰ νὰ αὐξήσωμεν τὸ ἔργον, τὸ παραγόμενον κατὰ μίαν διαδρομὴν

τοῦ ἐμβόλου ἐλαττώνομεν, ὅσον εἶναι δυνατόν, τὴν πίεσιν p_2 , ἡ ὁποία ἀντιτίθεται εἰς τὴν κίνησιν τοῦ ἐμβόλου. Τὸ ἀποτέλεσμα τοῦτο ἐπιτυγχάνεται μὲ τὸν **συμπυκνωτὴν**, ὁ ὁποῖος εἶναι κλειστὸν δοχεῖον, σχεδὸν κενὸν ἀέρος. Διὰ τῆς κυκλοφορίας ψυχροῦ ὕδατος ὁ συμπυκνωτὴς διατηρεῖται εἰς θερμοκρασίαν $40^{\circ} - 45^{\circ} \text{C}$. Ὁ ἀτμός, ὁ ὁποῖος διαφεύγει ἀπὸ τὸν κύλινδρον ἔρχεται εἰς τὸν συμπυκνωτὴν καὶ ὑγροποιεῖται. Ἐντὸς

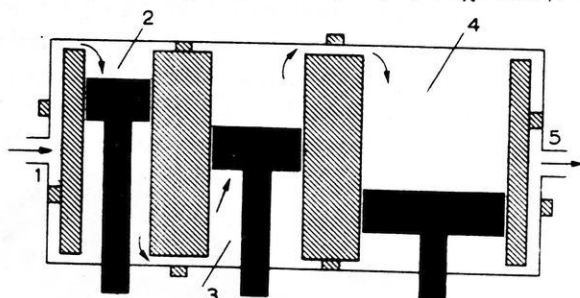


Σχ. 262. Μετατροπὴ τῆς παλινδρομικῆς κινήσεως τοῦ ἐμβόλου εἰς περιστροφικὴν κίνησιν τοῦ σφονδύλου

τοῦ συμπυκνωτοῦ ὑπάρχει πάντοτε ὕδωρ καὶ κεκορεσμένος ἀτμός θερμοκρασίας $40^{\circ} - 45^{\circ} \text{C}$. Ἀλλ' εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτὴν ἡ μεγίστη τάσις τοῦ ἀτμοῦ εἶναι $0,1 \text{ kgf/cm}^2$. Ἐὰν λοιπὸν ὁ ἀτμός ἐκφεύγῃ εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν ἡ ἀντιτιθεμένη εἰς τὴν κίνησιν τοῦ ἐμβόλου πίεσις εἶναι $p_2 = 1 \text{ kgf/cm}^2$, ἐνῶ ἂν χρησιμοποιηθῇ συμπυκνωτὴς, ἡ πίεσις αὐτὴ γίνεται 10 φορές μικροτέρα καὶ συνεπῶς αὐξάνεται τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον κατὰ τὴν διαδρομὴν τοῦ ἐμβόλου. Διὰ τὴν ψύξιν τοῦ συμπυκνωτοῦ ἀπαιτοῦνται μεγάλαι ποσότητες ψυχροῦ ὕδατος. Διὰ τοῦτο αἱ ἀτμομηχαναὶ τῶν σιδηροδρόμων δὲν εἶναι δυνατόν νὰ ἔχουν συμπυκνωτὴν.

Εἰς τὰς ἐν χρήσει ἀτμομηχανὰς ἡ εἴσοδος τοῦ ἀτμοῦ εἰς τὸν κύλινδρον διακόπτεται, ὅταν τὸ ἐμβόλον ἔχῃ ἐκτελέσει μικρὸν μόνον μέρος τῆς διαδρομῆς του (π.χ. τὸ $1/10$ αὐτῆς). Τότε ὁ ἀτμός, ὁ εἰσελθὼν εἰς τὸν κύλινδρον, ἐκτονοῦται καὶ τὸ ἐμβόλον ἐκτελεῖ τὴν ὑπόλοιπον διαδρομὴν του (τὰ $9/10$ αὐτῆς). Διὰ νὰ ἀποδώσῃ ὁ ἀτμός ὅλον τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον εἶναι ἱκανὸς νὰ παραγάγῃ, θὰ ἔπρεπε νὸς κύλινδρος νὰ εἶναι πολὺ μακρὸς. Διὰ τοῦτο χρησιμοποιοῦνται **σύνθετοι μηχαναί**, αἱ ὁποῖαι ἀποτελοῦνται ἀπὸ σειρὰν κυλίνδρων, ἐντὸς τῶν

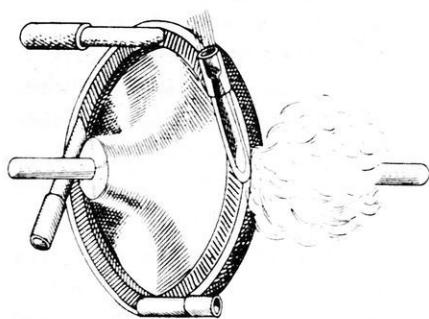
οποίων έκτονοῦται διαδοχικῶς ὁ ἴδιος ἀτμός (σχ. 263). Αἱ διαστά-



Σχ. 263. Σχηματικὴ παράστασις συνθέτου ἀτμομηχανῆς (1 εἴσοδος τοῦ ἀτμοῦ, 2 κύλινδρος ὑψηλῆς πίεσεως, 3 κύλινδρος μέσης πίεσεως, 4 κύλινδρος χαμηλῆς πίεσεως, 5 ἐξοδος ἀτμοῦ)

σεις τῶν κυλίνδρων τούτων βαίνουν συνεχῶς αὐξανόμεναι, ἐφ' ὅσον προχωρεῖ ἡ ἐκτόνωσις.

β) **Ἀτμοστροβίλοι.** Εἰς τοὺς ἀτμοστροβίλους (κ. τουρμπίνες) ὁ ἀτμός ὑπὸ ὑψηλὴν πίεσιν ἐκσφενδονίζεται ἐπὶ τῶν περυγίων



Σχ. 264. Ἀτμοστρόβιλος Laval

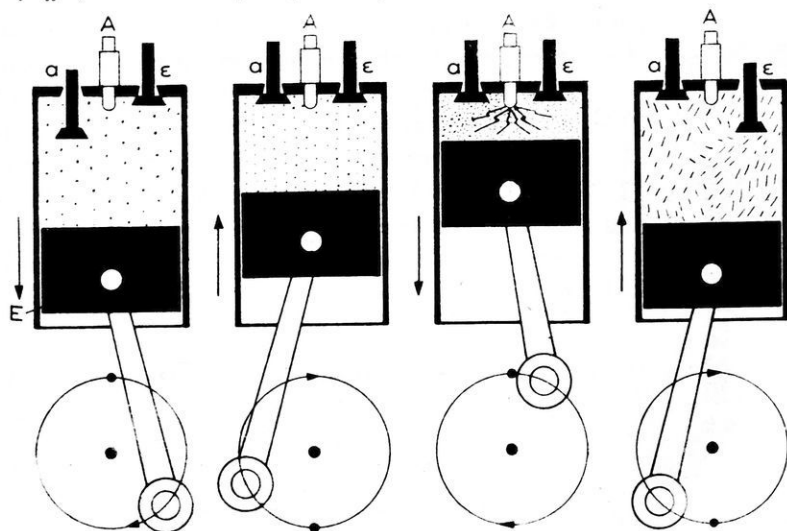
ἐνὸς τροχοῦ, στρεπτοῦ περὶ ἄξονα (σχ. 264). Ὁ ἀτμός, ἐκτονούμενος, θέτει εἰς περιστροφικὴν κίνησιν τὸν τροχόν. Ἐκεῖθεν ὁ ἀτμός φέρεται εἰς δεῦτερον ἢ τρίτον ἀτμοστρόβilon, ὅπου ὑφίσταται νέας διαδοχικὰς ἐκτονώσεις. Οἱ ἀτμοστρόβιλοι οὗτοι εἶναι ἐφ' ἡρμοσμένοι ἐπὶ τοῦ ἰδίου ἄξονος, ὥστε νὰ προσθέτουν τὸ ἀποτέλεσμά των. Οἱ ἀτμο-

στρόβιλοι μετατρέπουν ἀμέσως τὴν ἐνέργειαν τοῦ ἀτμοῦ εἰς περιστροφικὴν κίνησιν καὶ ἔχουν πολὺ κανονικὴν πορείαν. Χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν κίνησιν πλοίων καὶ εἰς τοὺς μεγάλους σταθμούς ἡλεκτροπαραγωγῆς.

***258. Θερμικαὶ μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως.** Οὐσιῶδες μέρος τῶν μηχανῶν τούτων εἶναι πάλιν ὁ κύλινδρος, ἐντὸς τοῦ οὐοίου

κινείται έμβολον. Αί καύσιμοι ύλαι καίονται έντός του κυλίνδρου, τὰ δὲ προερχόμενα έκ τῆς καύσεως άέρια ένεργούν επί τῆς αὐτῆς πάντοτε έπιφανείας του έμβόλου. Μὲ τὰς μηχανάς έσωτερικῆς καύσεως έπιτυγχάνεται μεγαλυτέρα άπόδοσις, διότι ἡ έκ τῆς καύσεως προερχόμενη θερμότης συγκεντρώνεται έντός του κυλίνδρου καί δαπανᾶται κυρίως διά τὴν θέρμανσιν τῶν έκ τῆς καύσεως παραγομένων άερίων. Οὕτως ἡ θερμοκρασία τῶν άερίων γίνεται πολὺ μεγάλη καί συνεπῶς ἡ πίεσις αὐτῶν εἶναι πολὺ ὑψηλή. Αἱ μηχαναὶ έσωτερικῆς καύσεως διακρίνονται εἰς **βενζινοκινητήρας** καί εἰς **κινητήρας Diesel**. Ὡς καύσιμοι ύλαι χρησιμοποιοῦνται διάφορα καύσιμα, ἥτοι βενζίνη, πετρέλαιον κ.ά.

***259. Βενζινοκινητήρες.** Θα εξετάσωμεν τὸν **τετράχρονον κινητήρα**, τοῦ οὗοιου ἡ όνομασία όφείλεται εἰς τὸ γεγονός ότι ὁ κύκλος



Σχ. 265. Σχηματική παράστασις τῆς λειτουργίας τετραχρόνου βενζινοκινητήρος

(α βαλβίς άναρροφήσεως, ε βαλβίς διαφυγῆς άερίων, Α άναφλεκτήρ, Ε έμβολον)

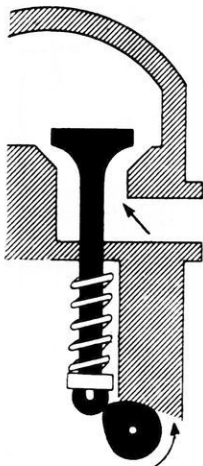
τῆς λειτουργίας τῆς μηχανῆς περιλαμβάνει τέσσαρας χρόνους. Εἰς τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου ὑπάρχει ἡ βαλβίς άναρροφήσεως α (σχ. 265),

διὰ τῆς ὁποίας εἰσέρχεται εἰς τὸν κύλινδρον μείγμα ἀέρος καὶ καυσίμου ἀερίου ἢ ἀτμοῦ, καὶ ἡ βαλβὶς διαφυγῆς ε, διὰ τῆς ὁποίας ἐξέρχονται ἐκ τοῦ κυλίνδρου τὰ ἐκ τῆς καύσεως προελθόντα ἀέρια. Ἐπίσης ὑπάρχει κατὰλληλος διάταξις (ἀναφλεκτῆρ, κοινῶς bougie), διὰ τὴν παραγωγὴν ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἡλεκτρικοῦ σπινθῆρος.

Πρῶτος χρόνος. Ἀναρρόφησης. Ἡ βαλβὶς α εἶναι ἀνοικτή, ἡ δὲ βαλβὶς ε εἶναι κλειστή. Τὸ ἔμβολον ἀπομακρύνεται ἀπὸ τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου καὶ οὕτως ἀναρροφᾶται τὸ καύσιμον μείγμα. Ἡ ἀναρρόφησης συμβαίνει πρακτικῶς ὑπὸ σταθεράν πίεσιν, ἴσην μετὴν ἀτμοσφαιρικῇν πίεσιν.

Δεύτερος χρόνος. Συμπίεσις Αἱ δύο βαλβίδες εἶναι κλεισταί. Τὸ ἔμβολον ἐπανέρχεται πρὸς τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου καὶ οὕτω τὸ μείγμα τῶν ἀερίων συμπιέζεται.

Τρίτος χρόνος. Ἐκρηξις καὶ ἐκτόνωσις. Αἱ δύο βαλβίδες, εἶναι κλεισταί. Εἰς τὸ τέλος τοῦ δευτέρου χρόνου, ὅταν τὸ ἔμβολον φθάσῃ εἰς τὸ τέλος τῆς διαδρομῆς του, παράγεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἡλεκτρικὸς σπινθῆρ, ὁ ὁποῖος προκαλεῖ τὴν ἀπότομον καύσιν (ἐκρηξιν) τοῦ μείγματος τῶν ἀερίων. Ἐνεκα τῆς ἀναπτυσσομένης ὑψηλῆς θερμοκρασίας (περίπου 2000°C), ἡ πίεσις τῶν ἀερίων εἶναι πολὺ μεγάλη. Τὰ ἀέρια ἐκτονοῦνται καὶ τὸ ἔμβολον ἐξωθεῖται ἀποτόμως.



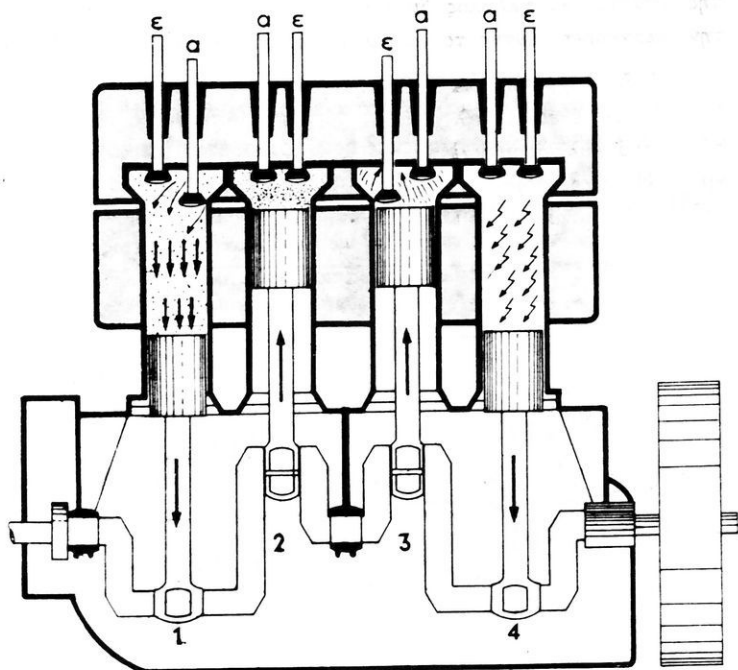
Σχ. 266. Μηχανισμὸς αὐτομάτου λειτουργίας τῶν βαλβίδων

Τέταρτος χρόνος. Ἐξοδος τῶν ἀερίων. Ἡ βαλβὶς α εἶναι κλειστή καὶ ἡ βαλβὶς ε εἶναι ἀνοικτή. Τὸ ἔμβολον ἐπανέρχεται πρὸς τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου καὶ οὕτως ἐξωθεῖ τὰ ἀέρια προϊόντα τῆς καύσεως εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν. Ἐκ τῆς ἀνωτέρω λειτουργίας τοῦ τετραχρόνου βενζινοκινητήρος συνάγεται ὅτι :

Εἰς τὸν τετράχρονον κινητήρα ὠφέλιμον ἔργον παράγεται μόνον κατὰ τὴν μίαν ἐκ τῶν τεσσάρων διαδρομῶν τοῦ ἐμβόλου (δηλαδή κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν τῶν ἀερίων).

Τὸ ἄνοιγμα καὶ τὸ κλείσιμον τῶν βαλβίδων τοῦ κυλίνδρου γίνεται

κύτομάτως διὰ καταλλήλου διατάξεως (σχ. 266). Διὰ νὰ ἐξασφαλισθῇ ἡ ὁμαλὴ κίνησις τοῦ σφονδύλου τῆς μηχανῆς, συνδυάζουν πολλοὺς κυλίνδρους (τετρακύλινδρος, ὀκτακύλινδρος μηχανὴ κ.λ.π.). Οὕτω κατὰ



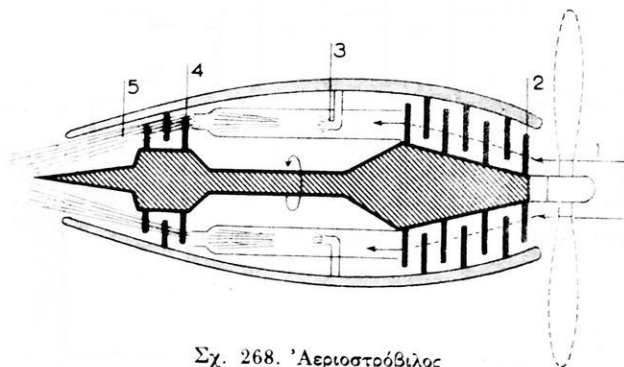
Σχ. 267. Σχηματικὴ παράστασις τετρακύλινδρου μηχανῆς
(1 ἀναρρόφσις, 2 συμπίεσις, 3 ἐξοδός, 4 ἐκτόνωσις)

τοὺς τρεῖς παθητικοὺς χρόνους τῆς κινήσεως τοῦ ἐμβόλου τοῦ πρώτου κυλίνδρου συμβαίνει ἐκτόνωσις εἰς κάποιον ἄλλον κύλινδρον (σχ. 267).

***260. Κινητῆρες Diesel.** Οἱ κινητῆρες Diesel εἶναι συνήθως τετράχρονοι. Ἡ λειτουργία των εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν λειτουργίαν τῶν βενζινοκινητῆρων, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι δὲν ἔχουν ἀνάγκην ἰδιαιτέρας διατάξεως διὰ τὴν ἀνάφλεξιν τῆς καυσίμου ὕλης. Εἰς τοὺς κινητῆρας Diesel κατὰ τὸν πρῶτον χρόνον ἀναρροφᾶται εἰς τὸν κύλινδρον μόνον ἀήρ, ὁ ὁποῖος συμπιέζεται μέχρι 40 ἀτμοσφαιρῶν

καί οὕτως ἀποκτᾷ θερμοκρασίαν 600°C . Τότε εἰσάγεται εἰς τὸν κύλινδρον δι' εἰδικῆς ἀντλίας ἡ καύσιμος ὕλη ὑπὸ μορφὴν μικρῶν σταγόνων. Ἐνεκα τῆς ἐπικρατοῦσης ὑψηλῆς θερμοκρασίας ἡ καύσιμος ὕλη αὐταναφλέγεται καὶ καίεται βαθμιαίως. Τὰ παραγόμενα ἀέρια ἔχουν πολὺ μεγάλην πίεσιν καὶ ἐξωθοῦν τὸ ἔμβολον. Ἡ ἔλλειψις εἰδικοῦ συστήματος ἀναφλέξεως εἶναι μέγα πλεονέκτημα. Ἐπίσης οἱ κινητήρες Diesel ἔχουν τὸ πλεονέκτημα ὅτι καταναλίσκουν πετρέλαιον, τὸ ὁποῖον εἶναι εὐθηνῇ καύσιμος ὕλη.

***261. Ἀεριοστρόβιλοι.** Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω θερμικῶν μηχανῶν ἤρχισαν κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη νὰ διαδίδωνται εὐρέως καὶ οἱ **ἀεριοστρόβιλοι**. Εἰς τούτους ἀναρροφᾶται καταλλήλως ἀτμοσφαιρικός



Σχ. 268. Ἀεριοστρόβιλος
(1 εἰσόδος ἀέρος, 2 συμπιεστής, 3 ἀνάφλεξις καυσίμου ὕλης,
4 στρόβιλος, 5 ἐξόδος ἀερίων)

ἀήρ, ὁ ὁποῖος ἀφοῦ συμπιεσθῇ καὶ ἀποκτήσῃ πίεσιν μερικῶν ἀτμοσφαιρῶν (4 - 12 at), ὁδηγεῖται εἰς τὸν θάλαμον ἀναφλέξεως. Μέρος αὐτῆς τῆς ποσότητος τοῦ ἀέρος χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν καύσιν τῆς συνεχῶς ἐκσφενδονιζομένης εἰς τὸν θάλαμον καυσίμου ὕλης, ἐνῶ τὸ ὑπόλοιπον τῆς ποσότητος τοῦ ἀέρος χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν ψύξιν τῶν τοιχωμάτων τοῦ θαλάμου ἀναφλέξεως. Τὸ μείγμα τῶν ἀερίων τῆς καύσεως καὶ τοῦ ψυχροῦ ἀέρος (θερμοκρασίας 600°C) κινεῖ στρόβιλον. Μέρος τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας τοῦ στρόβιλου χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν κίνησιν τῶν συμπιεστῶν τοῦ ἀέρος. Οἱ ἀεριοστρόβιλοι χρησιμοποιοῦνται ἰδίως διὰ τὴν κίνησιν ἀεροπλάνων μεγάλης ταχύτητος (σχ. 268).

Τὰ ὀρμητικῶς ἐκφεύγοντα πρὸς τὰ ὀπίσω ἀέρια ὑποβοηθοῦν εἰς τὴν αὐξήσιν τῆς ταχύτητος τοῦ ἀεροπλάνου.

***262. Βιομηχανικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς.** Εἰς πᾶσαν θερμικὴν μηχανὴν δαπανᾶται καύσιμος ὕλη καὶ παράγεται ὠφέλιμον ἔργον.

Βιομηχανικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανικῆς καλεῖται ὁ λόγος τοῦ λαμβανομένου ὠφελίμου ἔργου ($W_{\omega\phi}$) πρὸς τὴν δαπανωμένην ἰσοδύναμον ποσότητα θερμότητος ($J \cdot Q$).

$$\text{βιομηχανικὴ ἀπόδοσις : } AB = \frac{W_{\omega\phi}}{J \cdot Q}$$

Παράδειγμα. Εἰς μίαν ἀτμομηχανὴν δαπανῶνται 0,7 kgf γαιάνθρακος δι' ἑκάστον κιλοβατῶριον ὠφελίμου ἔργου. Ἡ θερμότης καύσεως τοῦ γαιάνθρακος εἶναι 7 000 kcal/kgf.

Οὕτω δι' ἑκάστον κιλοβατῶριον ὠφελίμου ἔργου δαπανᾶται ποσότης θερμότητος :

$$Q = 0,7 \text{ kgf} \cdot 7\,000 \text{ kcal/kgf} = 4\,900 \text{ kcal}$$

Αὕτη ἰσοδυναμεῖ μὲ ἔργον : $W_{\delta\alpha\pi} = J \cdot Q = 427 \cdot 4\,900 = 2\,092\,300 \text{ kgf} \cdot \text{m}$. Τὸ λαμβανόμενον ὠφέλιμον ἔργον εἶναι :

$$W_{\omega\phi} = 1 \text{ kWh} = 367\,000 \text{ kgf} \cdot \text{m}$$

Ἄρα ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις τῆς μηχανῆς εἶναι :

$$AB = \frac{367\,000}{2\,092\,000} = 0,175 \quad \text{ἤτοι} \quad AB = 17,5\%$$

Μόνον τὰ 17,5 % τῆς δαπανωμένης θερμότητος μετατρέπεται ἡ μηχανὴ αὐτὴ εἰς ὠφέλιμον ἔργον. Τὰ ὑπόλοιπα 82,5 % τῆς θερμότητος χάνονται.

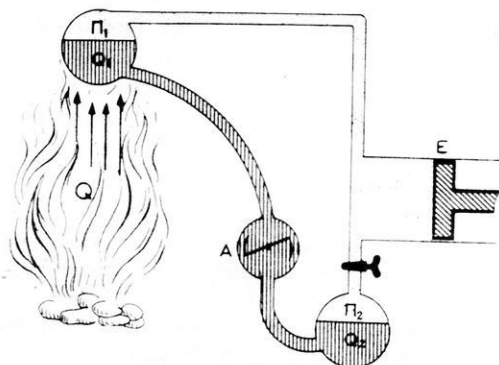
Ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις τῶν θερμικῶν μηχανῶν

Ἀτμομηχαναὶ μὲ ἔμβολον	12 — 25 %
Ἀτμοστρόβιλοι	16 — 38 %
Βενζινοκινητῆρες	20 — 30 %
Κινητῆρες Diesel	30 — 38 %

***263. Θεωρητικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς.** Κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη ἐπέτυχον σημαντικὰς βελτιώσεις τῶν θερμικῶν μηχανῶν.

Παρ' ὅλας ὅμως τὰς ἐπιτευχθείσας τελειοποιήσεις αἱ θερμικαὶ μηχαναὶ ὑπὸ τοὺς καλυτέρους ὅρους μετατρέπουν εἰς ἔργον μόνον τὰ 38 % τῆς παραγομένης θερμότητος. Θὰ ἐξετάσωμεν ἂν εἶναι δυνατόν μία θερμικὴ μηχανὴ νὰ μετατρέψῃ εἰς ἔργον ὁλόκληρον τὴν ποσότητα τῆς παραγομένης θερμότητος.

Ἄς θεωρήσωμεν τὴν ἰδανικὴν θερμικὴν μηχανήν, τὴν ὁποίαν παριστᾷ τὸ σχῆμα 269. Ὡρισμένη μᾶζα m τοῦ αέριου (ὕδρατμος ἢ ἄλλο αέριον),



Σχ. 269. Σχηματικὴ παράστασις ἰδανικῆς θερμικῆς μηχανῆς

ὅταν εὐρίσκεται εἰς τὴν **θερμὴν πηγὴν** Π_1 περι-
κλείει ἐντὸς αὐτῆς πο-
σότητα θερμότητος Q_1
καὶ ἔχει ἀπόλυτον θερ-
μοκρασίαν T_1 . Τὸ αέριον
ἔρχεται εἰς τὸν **κύλιν-
δρον** (ἢ ἄλλο ἀνάλογον
ὄργανον), ὅπου διαστελ-
λεται. Κατὰ τὴν διαστο-
λὴν τοῦ τὸ αέριον ἀπο-
βάλλει ποσότητα θερμό-
τητος καὶ παράγει ἔργον
 W . Τέλος τὸ αέριον ἔρ-
χεται εἰς τὴν **ψυχρὰν πηγὴν** Π_2 (συμπτυκνωτῆς ἢ ἡ ἀτμόσφαιρα),
ὅπου ἐξακολουθεῖ νὰ περικλείῃ ἐντὸς αὐτοῦ ποσότητα θερμότητος Q_2
καὶ νὰ ἔχῃ ἀπόλυτον θερμοκρασίαν T_2 . Εἰς τὴν ἀπλοποιημένην αὐτὴν
ἰδανικὴν θερμικὴν μηχανήν μετετρέπη εἰς ἔργον ποσότης θερμότητος
 $Q_1 - Q_2$. Ἐπομένως ἡ **θεωρητικὴ ἀπόδοσις** τῆς μηχανῆς εἶναι :

$$\text{θεωρητικὴ ἀπόδοσις: } A_{\theta} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Ἡ **κινητικὴ ἐνέργεια** τῶν μορίων τοῦ αέριου, δηλαδή ἡ ποσότης θερ-
μότητος τὴν ὁποίαν περικλείει τὸ αέριον, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀπό-
λυτον θερμοκρασίαν τοῦ αέριου (§ 225). Οὕτως ἀπὸ τὴν ἀνωτέρω
ἐξίσωσιν εὐρίσκεται ὅτι :

Ἡ **θεωρητικὴ ἀπόδοσις ἰδανικῆς θερμικῆς μηχανῆς** ἐξαρτᾶται

μόνον από τὰς ἀπολύτους θερμοκρασίας τῆς θερμῆς καὶ τῆς ψυχρᾶς πηγῆς.

$$\text{θεωρητικὴ ἀπόδοσις : } A\theta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Ἐὰν ᾖτο δυνατόν νὰ διατηροῦμεν τὴν ψυχρὰν πηγὴν P_2 εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενὸς ($T_2 = 0^\circ \text{K}$), τότε μόνον ἡ θεωρητικὴ ἀπόδοσις τῆς θερμικῆς μηχανῆς θὰ ᾖτο ἴση μὲ τὴν μονάδα. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγουμεν εἰς τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα :

Θὰ ᾖτο δυνατὴ ἡ ὀλοκληρωτικὴ μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν, ἐὰν ἡ ψυχρὰ πηγὴ ᾖτο δυνατόν νὰ ἔχῃ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενὸς.

Π α ρ ἄ δ ε ι γ μ α . Εἰς μίαν ἀτμομηχανὴν ὁ ἀτμός εἰς τὸν λέβητα ἔχει θερμοκρασίαν 200°C , ὁ δὲ συμπυκνωτὴς ἔχει θερμοκρασίαν 30°C . Ἡ θεωρητικὴ ἀπόδοσις τῆς ἀτμομηχανῆς εἶναι :

$$A\theta = \frac{473 - 303}{473} = 0,36 \quad \text{ἤτοι} \quad A\theta = 36 \%$$

***264. Ἡ θερμότης κατωτέρα μορφὴ ἐνέργειας.** Εἶναι γνωστόν (§ 254) ὅτι 1 θερμὴς ἰσοδυναμεῖ μὲ μηχανικὴν ἐνέργειαν 4,19 Joule. Ἀλλὰ εἶναι ἐπίσης γνωστόν ὅτι καμμία θερμικὴ μηχανὴ δὲν εἶναι ἐκκλινὴ νὰ μετατρέψῃ ὀλοκληρωτικῶς μίαν ποσότητα θερμότητος εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν. Ἀντιθέτως ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια δύναται νὰ μετατραπῇ ὀλοκληρωτικῶς εἰς θερμότητα. Ἐπίσης ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια δύναται νὰ μετατραπῇ ὀλοκληρωτικῶς εἰς ἡλεκτρικὴν ἐνέργειαν καὶ ἀντιστρόφως. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι αἱ διάφοροι μορφαὶ ἐνέργειας μεταξὺ τῶν διαφέρουν ποιοτικῶς. Καλεῖται **ἀνωτέρα μορφὴ ἐνέργειας** πᾶσα μορφὴ ἐνέργειας, ἡ ὁποία δύναται νὰ μετατραπῇ ὀλοκληρωτικῶς εἰς ἄλλην μορφήν ἐνέργειας. Τοιαῦται ἀνώτεροι μορφαὶ ἐνέργειας εἶναι ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια, ἡ κινητικὴ ἐνέργεια, ἡ ἡλεκτρικὴ ἐνέργεια. Ἀπὸ ὅλας τὰς μορφὰς ἐνέργειας μόνον ἡ θερμότης δὲν ἔχει τὴν ἀνωτέρω ιδιότητα καὶ διὰ τοῦτο ἡ θερμότης χαρακτηρίζεται ὡς **κατωτέρα μορφὴ ἐνέργειας**. Ὡστε δυνάμεθα νὰ εἰπώμεν ὅτι :

Ἡ θερμότης εἶναι μία ὑποβαθμισμένη μορφὴ ἐνέργειας.

***265. Ἀρχὴ ὑποβαθμίσεως τῆς ἐνέργειας.** Ἡ θερμότης

είναι μία μορφή ἐνεργείας ἰσοδύναμος μὲν ποσοτικῶς πρὸς τὰς ἄλλας μορφὰς ἐνεργείας, κατωτέρα ὁμως ἀπὸ αὐτὰς ποιοτικῶς. Ἀλλὰ εἰς πᾶσαν μετατροπὴν οἰασθῆποτε μορφῆς ἐνεργείας ἐν μέρος αὐτῆς μετατρέπεται πάντοτε αὐτομάτως εἰς θερμότητα (ἐνεκα τῶν τριβῶν καὶ τῶν κρούσεων εἰς τὴν μηχανικὴν, τοῦ φαινομένου τοῦ Joule εἰς τὸν ἡλεκτρισμόν, τῆς ὑστερήσεως εἰς τὸν μαγνητισμόν). Ἐπὶ πλέον, ὅταν ἐντὸς θερμικῶς μεμονωμένου χώρου τεθοῦν σώματα ἔχοντα διαφορετικὰς θερμοκρασίας, τότε τὰ θερμότερα σώματα ἀποβάλλουν αὐτομάτως ποσότητες θερμότητος, τὰς ὁποίας προσλαμβάνουν τὰ ψυχρότερα σώματα. Τελικῶς ὅλα τὰ σώματα ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. Ἡ θερμότης, τὴν ὁποίαν περικλείουν τὰ ἀνωτέρω σώματα, διατηρεῖται μὲν σταθερὰ ποσοτικῶς, ἀλλὰ ἔχει ὑποβαθμισθῆ ποιοτικῶς· διότι δὲν εἶναι δυνατόν νὰ μετατραπῇ εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν, ἀφοῦ θὰ ὑπάρχῃ μία μόνον πηγὴ θερμότητος. Ἀπὸ τὴν μελέτην τῶν διαφόρων φαινομένων διεπιστώθη ὅτι εἰς τὴν Φύσιν ἰσχύει ἡ ἀκόλουθος ἀρχὴ τῆς ὑποβαθμίσεως τῆς ἐνεργείας :

I. Ὅλαι αἱ ἀνώτεραι μορφαὶ ἐνεργείας, κατὰ τὰς μετατροπὰς των, τείνουν αὐτομάτως νὰ ὑποβαθμισθοῦν μετατρέπομεναι εἰς θερμότητα.

II. Ἡ θερμότης τείνει αὐτομάτως νὰ ὑποβαθμισθῇ καὶ νὰ ἀποκτήσῃ τοιαύτην θερμοκρασίαν, ὥστε νὰ μὴ εἶναι δυνατὴ καμμία μετατροπὴ τῆς.

Ἡ ἀρχὴ τῆς ὑποβαθμίσεως τῆς ἐνεργείας εἶναι γενικώτατος ποιοτικὸς νόμος τῆς Φύσεως, ὁ ὁποῖος συμπληρώνει τὸν ἄλλον γενικώτατον ποσοτικὸν νόμον τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας. Ἡ ἀρχὴ τῆς ὑποβαθμίσεως τῆς ἐνεργείας διατυπώνεται γενικώτερον ὡς ἑξῆς :

Εἰς τὴν Φύσιν ὅλα τὰ φαινόμενα συμβαίνουν κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ προκύπτῃ μὴ ἐκμεταλλεύσιμος πλέον θερμότης.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

265. Ἀτμομηχανὴ ἰσχύος 20 CV καταναλίσκει 1 kgf γαιάνθρακος καθ' ὥριον ἵππον. Πόση θὰ ἦτο ἡ ἰσχύς τῆς μηχανῆς, ἐὰν ὅλη ἡ ἐκ τῆς καύσεως τοῦ γαιάνθρακος παραγομένη θερμότης μετετρέπετο εἰς ἔργον ; Θερμότης καύσεως γαιάνθρακος 8 000 kcal/kgf.

266. Τηλεβόλον ἐκσφενδονίζει βλήμα βάρους 1 tn* μὲ ταχύτητα

600 m/sec. Διὰ τὴν ἐκσφενδόνισιν τοῦ βλήματος καταναλίσκονται 300 kgf ἐκρηκτικῆς ὕλης. Κατὰ τὴν καύσιν 1 gr τῆς ἐκρηκτικῆς ὕλης ἐλευθερώνεται ποσότης θερμότητος ἴση μὲ 2000 cal. Ἐὰν θεωρήσωμεν τὸ τηλεβόλον ὡς μηχανήν, νὰ εὐρεθῇ ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις αὐτοῦ.

267. Βενζινοκινητὴρ ἔχει ἰσχὺν 303 CV καὶ καθ' ὥραν καταναλίσκει 72 kgf βενζίνης, τῆς ὁποίας ἡ θερμότης καύσεως εἶναι 11 000 kcal/kgf. Πόση εἶναι ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις τοῦ κινητήρος ;

268. Μία ἀτμομηχανὴ ἔχει ἰσχὺν 2 000 CV καὶ βιομηχανικὴν ἀπόδοσιν 16 % . Πόσα χιλιόγραμμα, γαιάνθρακος, ἔχοντος θερμότητα καύσεως 7 000 kcal/kgf, ἀπαιτοῦνται διὰ τὴν λειτουργίαν τῆς μηχανῆς ἐπὶ 24 ὥρας ;

269. Βενζινοκινητὴρ ἔχει ἰσχὺν 1 000 CV καὶ βιομηχανικὴν ἀπόδοσιν 30 % , καίει δὲ βενζίνην, ἔχουσαν θερμότητα καύσεως 10 000 cal/gr, καὶ πυκνότητα 0,72 gr/cm³. Πόσα λίτρα βενζίνης καταναλίσκει καθ' ὥραν ;

270. Μία ἀτμομηχανὴ ἰσχύος 20 CV καταναλίσκει 1 kgf γαιάνθρακος καθ' ὥριαίον ἵππον. Ὁ λέβης ἔχει θερμοκρασίαν 180° C, ὁ δὲ συμπνεωτὴς 40° C. 1) Πόση θὰ ἦτο ἡ ἰσχὺς τῆς μηχανῆς, ἂν ὅλη ἡ ἐκ τῆς καύσεως τοῦ γαιάνθρακος παραγομένη θερμότης μετετρέπετο εἰς ἔργον ; 2) Νὰ εὐρεθῇ ἡ ἰσχὺς, τὴν ὁποίαν θὰ εἶχεν ἡ μηχανή, ἂν αὕτη ἦτο τελεία. Θερμότης καύσεως γαιάνθρακος : 8 000 kcal/kgf.

271. Τὸ βάρος ἐνὸς ὀρειβάτου μετὰ τῶν ἐφοδίων του εἶναι 95 kgf*. Ἐντὸς 4 ὥρῶν φθάνει εἰς ἓν σημεῖον, τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται 1 200 m ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ σημεῖον τῆς ἀναχωρήσεώς του. Πόση ἐπρέπε νὰ εἶναι ἡ μέση ἰσχὺς ἐνὸς κινητήρος, ὁ ὁποῖος θὰ ἔδιδε τὸ ἀνωτέρω ἔργον εἰς τὸν ἴδιον χρόνον ; Πόσαι θερμίδες πρέπει νὰ δοθοῦν εἰς τὸν ὀργανισμόν τοῦ ὀρειβάτου διὰ τὴν ἀναπλήρωσιν τοῦ παραχθέντος ἔργου, ἂν εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ ἀπόδοσις τοῦ ἰσοδυνάμου κινητήρος εἶναι ἡ μεγίστη ἀπόδοσις ; Ἡ θερμοκρασία τοῦ ὀργανισμοῦ εἶναι 37° C καὶ ἡ ἐξωτερικὴ θερμοκρασία εἶναι 7° C.

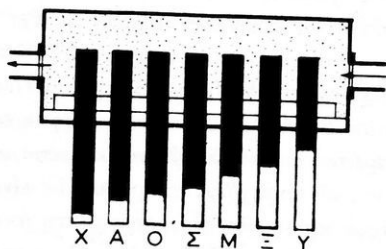
272. Ἐν φράγμα σχηματίζει λίμνην ἔχουσαν ἐπιφάνειαν 400 000 m² καὶ μέσον βάθος 60 m. Ἡ λίμνη τροφοδοτεῖ ὕδροηλεκτρικὸν ἐργοστάσιον, τοῦ ὁποῖου ὁ στρόβιλος εὐρίσκεται 800 m χαμηλότερα ἀπὸ τὴν μέσην στάθμην τοῦ ὕδατος τῆς λίμνης. Τὸ ἐργοστάσιον παρέχει ἡλεκτρικὴν ἰσχὺν 5 000 kW, ἡ δὲ ἀπόδοσις τῆς ἐγκαταστάσεως εἶναι 80 % . Ἐπὶ πόσον χρόνον ἡ λίμνη δύναται νὰ τροφοδοτήσῃ τὸ ἐργοστάσιον ;

Ἐάν τὸ ἐργοστάσιον ἦτο θερμοηλεκτρικόν, πόσοι τόννοι γαιάνθρακος θὰ ἐχρειάζοντο διὰ τὴν λειτουργίαν τοῦ ἐργοστασίου ἐπὶ τὸν αὐτὸν χρόνον, ἂν ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις τῆς ἀτμομηχανῆς εἶναι 14% ; Θερμότης καύσεως γαιάνθρακος $8\,000\text{ kcal/kg}$.

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

266. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς. Ἐάν θερμάνωμεν τὸ ἐν ἄκρον ράβδου χαλκοῦ, παρατηροῦμεν μετ' ὀλίγον ὅτι ἔχει ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία ὅλων τῶν σημείων τῆς ράβδου. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ θερμότης διεδόθη διὰ μέσου τῆς μάζης τοῦ στερεοῦ σώματος, ἀπὸ τοῦ ἐνὸς μορίου αὐτοῦ εἰς τὸ ἄλλο. Ἡ τοιαύτη ροὴ ποσοτήτων θερμότητος ἀπὸ μίαν θερμότεραν περιοχὴν ἐνὸς σώματος εἰς ἄλλην ψυχροτέραν περιοχὴν αὐτοῦ καλεῖται **διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς**.

Ἡ δι' ἀγωγῆς διάδοσις τῆς θερμότητος γίνεται μετὰ διαφορετικὴν ταχύτητα εἰς τὰ διάφορα σώματα. Τοῦτο ἀποδεικνύεται μετὰ τὸ ἐξῆς πείραμα. Εἰς τὸ τοίχωμα δοχείου, διὰ τοῦ ὁποίου διαβιβάζεται ὕδρατμος, στερεώνονται ράβδοι ἐκ διαφόρων σωμάτων τῶν αὐτῶν διαστάσεων



Σχ. 270. Σύγκρισις τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος διαφόρων σωμάτων (X χαλκός, A ἀργίλλιον, O ὀρείχαλκος, Σ σίδηρος, Μ μόλυβδος, Ξ ξύλον, Υ ὕαλος. Τὸ λευκὸν τμήμα δεικνύει τὴν ἄττηκτον παραφίνην)

(σχ. 270). Αἱ ράβδοι αὗται ἔχουν ἐπικαλυφθῇ μετὰ στρώμα παραφίνης. Ὄταν αἱ ράβδοι θερμαίνωνται κατὰ τὸ ἐν ἄκρον των, τότε ἡ παραφίνη τήκεται εἰς ὅσα σημεῖα τῆς ράβδου ἡ θερμοκρασία ἀνῆλθε μέχρι τῆς θερμοκρασίας τήξεως τῆς παραφίνης. Κατὰ τὸ πείραμα τοῦτο παρατηροῦμεν ὅτι ἡ θερμότης διαδίδεται ταχύτερα διὰ μέσου τῆς μάζης τοῦ χαλκοῦ καὶ τοῦ ἀργιλίου, πολὺ δὲ ἀργότερα διὰ μέσου τῆς μάζης τοῦ ξύλου καὶ τῆς ὕαλου.

Γενικῶς **καλοὶ ἀγωγοὶ** τῆς θερμότητος εἶναι τὰ μέταλλα, εἴτε εἰς στερεὰν κατάστασιν εἴτε τετηγμένα. Τὰ λοιπὰ στερεά, τὰ ὑγρά καὶ τὰ

αέρια έχουν πολύ μικράν θερμικὴν ἀγωγιμότητα καὶ διὰ τοῦτο ἐπεκράτησε νὰ λέγωνται **κακοὶ ἀγωγοὶ** τῆς θερμότητος.

Ἡ διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς εἶναι μία μετάδοσις τῆς μεγαλυτέρας κινητικῆς ἐνεργείας τῶν μορίων τῆς θερμοτέρας περιοχῆς τοῦ σώματος πρὸς τὰ μόρια τῆς γειτονικῆς πρὸς αὐτὴν περιοχῆς. Ἀπὸ τὴν περιοχὴν πάλιν αὐτὴν μεταδίδεται ἐνέργεια εἰς ἄλλα μόρια κ.ο.κ. Κατ' αὐτὴν τὴν διάδοσιν τῆς θερμότητος συμβαίνει μόνον μεταφορά ἐνεργείας διὰ μέσου τῆς ὕλης τοῦ σώματος.

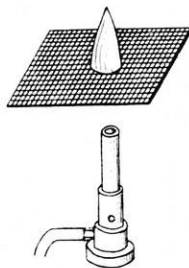
Ἐφαρμογαί. Τὰ ἐπόμενα πειράματα δεικνύουν τὴν διάφορον θερμικὴν ἀγωγιμότητα τῶν διαφόρων σωμάτων.

α) Ἐν μεταλλικὸν πλέ-

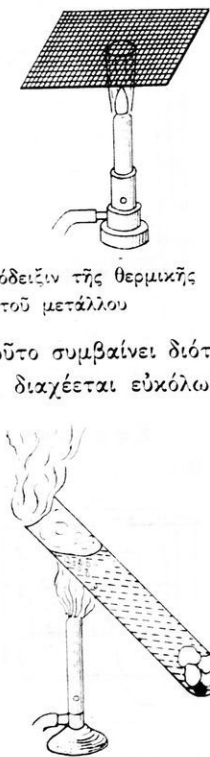
γμα προκαλεῖ διακοπὴν τῆς φλογὸς (σχ. 271). Τοῦτο συμβαίνει διότι ἡ θερμότης, τὴν ὁποίαν προσλαμβάνει τὸ πλέγμα, διαχέεται εὐκόλως εἰς ὁλόκληρον τὴν μάζαν του καὶ ἔπειτα εἰς τὸ περιβάλλον. Οὕτω τὰ αέρια τῆς φλογὸς ψύχονται καὶ δὲν καίονται. Ἐφαρμογὴν αὐτῆς τῆς ιδιότητος τῶν μεταλλικῶν πλεγμάτων ἔχομεν εἰς τὴν λυχνίαν Davy, ἡ ὁποία χρησιμοποιεῖται εἰς τὰ ἀνθρακωρυχεῖα πρὸς ἀποφυγὴν ἀναφλέξεως τοῦ μεθανίου.

β) Ἡ μικρὰ θερμικὴ ἀγωγιμότης τῶν ὑγρῶν κατὰφαίνεται μὲ τὸ ἐξῆς πείραμα: Ἐντὸς δοκιμαστικοῦ σωλῆνος περιέχοντος ὕδωρ ρίπτομεν ἐρματισμένον τεμάχιον πάγου. Ἐὰν θερμάνωμεν τὸ ἀνώτερον στρώμα τοῦ ὕδατος (σχ. 272), τοῦτο ἀρχίζει νὰ βράζῃ, ἐνῶ ὁ πάγος διατηρεῖται ἐπὶ μακρὸν χρόνον.

γ) Οἱ κακοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος, ὁ φελὸς καὶ ὁ ἀμίαντος, χρησιμοποιοῦνται εἰς διαφόρους πρακτικὰς ἐφαρμογὰς ὡς θερμομονωτικὰ σώματα (εἰς τὰ ψυγεῖα, εἰς ἀτμαγωγούς σωλήνας κ.ἄ.).

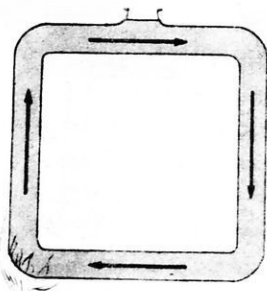


Σχ. 271. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τοῦ μετάλλου



Σχ. 272. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς μὴ ἀγωγιμότητος τοῦ ὕδατος

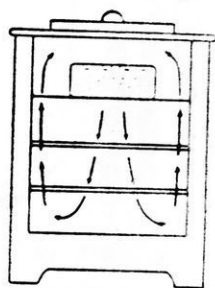
267. Διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ ρευμάτων. Τὰ ὑγρά καὶ τὰ ἀέρια ἔχουν πολὺ μικρὰν θερμικὴν ἀγωγιμότητα. Ἐν τούτοις θερμαίνονται πολὺ εὐκόλως, ὅταν προσφέρεται θερμότης εἰς τὸν πυθμένα τοῦ δοχείου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιέχονται. Τοῦτο συμβαίνει ὡς ἑξῆς: Τὸ μέρος τοῦ ρευστοῦ, τὸ εὐρισκόμενον εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸν πυθμένα τοῦ δοχείου, θερμαίνεται καὶ τότε ὡς εἰδικῶς ἐλαφρότερον ἀνέρχεται, ἐνῷ ἄλλα ψυχρότερα μέρη τοῦ ὑγροῦ κατέρχονται πρὸς τὸν πυθμένα. Οὕτως ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ρευστοῦ σχηματίζονται μετακινήσεις μαζῶν τοῦ ρευστοῦ, ἕνεκα τῶν προκαλουμένων μεταβολῶν πυκνότητος. Ἡ τοιαύτη μεταφορὰ ποσότητων θερμότητος ἐντὸς τῶν ρευστῶν διὰ σχηματισμοῦ ρευμάτων ἐντὸς τῆς μάζης αὐτῶν καλεῖται **διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς.**



Σχ. 273. Σχηματισμός ρευμάτων ἐντὸς ὕδατος

Μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 273 δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν τὰ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ παραγόμενα ρεύματα, ἐὰν ρίψωμεν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ κόκκιν φελλοῦ.

Ἐφαρμογαί. α) Ἐνδιαφέρουσαν ἐφαρμογὴν τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς ἔχομεν εἰς τὸ σύστημα **κεντρικῆς θερμάνσεως** εἰς τὸ ὁποῖον ἐξασφαλίζεται ἡ μεταφορὰ ποσότητων θερμότητος διὰ τῆς κυκλοφορίας



Σχ. 274. Ρεύματα ἀέρος ἐντὸς ψυγείου μὲ πάγον

ἢ μεταφορὰ ποσότητων θερμότητος διὰ τῆς κυκλοφορίας εἴτε θερμοῦ ὕδατος, εἴτε θερμοῦ ἀέρος. Ἐπίσης ἡ λειτουργία τῶν ψυγείων μὲ πάγον στηρίζεται εἰς τὸν σχηματισμὸν ρευμάτων ἀέρος (σχ. 274). Τέλος εἰς τὸν σχηματισμὸν ρευμάτων ἀέρος στηρίζεται ἡ λειτουργία τῶν καπνοδόχων· διότι ἐντὸς τῆς καπνοδόχου σχηματίζεται στήλη θερμοῦ ἀέρος καὶ οὕτως εἰς τὴν βάσιν τῆς καπνοδόχου δημιουργεῖται σταθερὰ διαφορὰ πίεσεως, ἕνεκα τῆς ὁποίας ὁ ψυχρὸς ἐξωτερικὸς ἀὴρ εἰσρέει συνεχῶς τροφοδοτῶν τὴν ἐστίαν μὲ τὸ ἀπαιτούμενον ἔξυγόνον.

β) Τὸ πλέον μεγαλοπρεπὲς φαινόμενον σχηματισμοῦ ρευμάτων, ἕνεκα ὑπαρχούσης διαφορᾶς θερμοκρασίας μεταξὺ δύο περιοχῶν τοῦ ρευ-

στοῦ, ἔχομεν εἰς τὴν Φύσιν. Τὰ θαλάσσια ρεύματα καὶ οἱ ἄνεμοι ὀφείλονται εἰς τὴν διαφορετικὴν θέρμανσιν περιοχῶν τῆς θαλάσσης ἢ τῆς ἀτμοσφαίρας.

268. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας. Κατὰ μίαν ψυχρὰν ἡμέραν τοῦ χειμῶνος ἀντιλαμβανόμεθα ὅτι αἱ ἡλιακαὶ ἀκτῖνες μεταφέρουν εἰς ἡμᾶς ποσότητα θερμότητος, ἐνῶ ὁ πέραξ ἡμῶν ἀπὸ τοῦ ἡλίου εἶναι ἀρκετὰ ψυχρὸς. Ἡ κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον διαδιδόμενη ποσότης θερμότητος διέρχεται διὰ τοῦ κενοῦ, ἀλλὰ καὶ διὰ μέσου τοῦ ἀέρος, χωρὶς ὅμως νὰ θερμαίνῃ αἰσθητῶς τοῦτον. Ἡ τοιαύτη μεταφορὰ ποσοτήτων θερμότητος διὰ τοῦ κενοῦ ἢ καὶ διὰ μέσου τῆς ὕλης καλεῖται **διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας**. Ἡ θερμότης, ἡ ὁποία διαδίδεται δι' ἀκτινοβολίας, εἶναι μία ἄλλη μορφή ἐνεργείας, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **ἀκτινοβολουμένην ἐνέργειαν**. Ἡ φύσις καὶ οἱ νόμοι τῆς διαδόσεως τῆς ἀκτινοβολουμένης ἐνεργείας θὰ ἐξετασθοῦν εἰς ἄλλο κεφάλαιον.

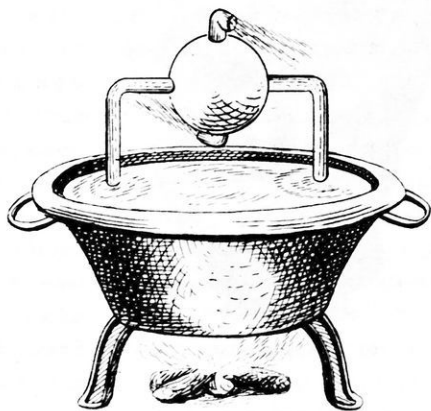
Η ΕΞΕΛΙΞΙΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

269. Ἡ γένεσις τῆς ἐπιστημονικῆς σκέψεως. Ἡ Φυσικὴ ἐγεννήθη, ὅταν ὁ ἄνθρωπος ἤρχισε νὰ ἐρευνᾷ τὴν ἀπέραντον Φύσιν. Κατὰ τὴν προϊστορικὴν ἐποχὴν ἡ ἐπιστημονικὴ γνῶσις ἦτο συνυφασμένη μετὰ τὴν τεχνικὴν καὶ συνδεδεμένη μετὰ τὴν μαγείαν. Κατὰ τὴν ἐποχὴν αὐτὴν ἐπιστεβέτο ὅτι ἡ ὑπαρξὶς παντὸς ἀντικειμένου καὶ ἡ γένεσις παντὸς φαινομένου ἐξηρᾶτο ἀπὸ μίαν μὴ ἀνθρωπίνην βούλησιν. Ὁ προϊστορικὸς ἄνθρωπος διὰ νὰ κατασκευάσῃ ἐν ἐργαλεῖον, π.χ. τὸ τόξον του, ἰκέτευεν προηγουμένως τὴν ὑπερέραν αὐτὴν βούλησιν νὰ καταστήσῃ ἐλαστικὸν τὸ ξύλον, τὸ ὁποῖον εἶχεν εἰς τὴν διάθεσίν του. Ἐπὶ τῆς προϊστορικῆς τεχνικῆς ἐστήρθη ἡ ἐπιστήμη τῶν πρώτων ἀνατολικῶν πολιτισμῶν. Οἱ Αἰγύπτιοι καὶ οἱ Χαλδαῖοι ἐτελειοποίησαν τὴν τεχνικὴν τῆς προϊστορικῆς ἀνθρωπότητος καὶ κατενόησαν τὴν σημασίαν τῆς μετρήσεως, δηλαδή τὰς σχέσεις ἀριθμοῦ καὶ μεγέθους, ἀνεξαρτήτως τῶν ἀντικειμένων. Αἱ γνώσεις ὅμως αὐταὶ εὐρέθησαν τελείως ἐμπεριχωρῶς καὶ δὲν ἀποτελοῦν λογικὸν σύστημα, εἰς τὸ ὁποῖον αἱ σχέσεις ἐξάγονται ἐξ ἄλλων προηγουμένων γνωστῶν σχέσεων. Ἡ ἐπιστήμη τῶν ἀνατολικῶν πολιτισμῶν, ἐκτὸς τοῦ ἐμπειρισμοῦ, ἔχει ἐπίσης τὸ χαρακτηριστικὸν γνώρισμα ὅτι ἡ πρόοδος εἶναι βραδυτάτη καὶ ἀνώνυμος, διότι καμμία ἀνακάλυψις δὲν συνεδέθη μετὰ τὸ ὄνομα ἐρευνητοῦ. Κατὰ τὴν ἐποχὴν αὐτὴν δὲν ὑπῆρχεν ἐπιστημονικὴ σκέψις, διότι οἱ ἄνθρωποι ἐπίστευον ὅτι τὰ διάφορα φαινόμενα ἦσαν τὸ ἀποτέλεσμα τῆς διαθέσεως ἀγαθοποιῶν ἢ κακοποιῶν σκοτεινῶν δυνάμεων.

Ἡ ἐπιστημονικὴ σκέψις ἐγεννήθη ἀποτόμως μεταξὺ τοῦ 7ου καὶ τοῦ 6ου π.Χ. αἰῶνος εἰς τὴν Ἰωνίαν καὶ ἔπειτα ἐκαλλιεργήθη καὶ ἀνεπτύχθη εἰς ὀλόκληρον τὴν ἀρχαίαν Ἑλλάδα. Πρῶτοι ἐξ ὅλων τῶν ἀνθρώπων οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες εἶχον τὴν τόλμην νὰ σκεφθοῦν καὶ νὰ πιστεύσουν ὅτι ἡ ὕλη ὑπακούει εἰς ὀρισμένους νόμους καὶ ὅτι τὰ διάφορα φαινόμενα ὀφείλονται εἰς ὀρισμένα φυσικὰ αἴτια. Οἱ Ἕλληνες ἐστήριζαν τὴν ἐρευναν τοῦ φυσικοῦ κόσμου εἰς τὸν ὀρθολογισμόν καὶ προσεπάθησαν νὰ ἀνεύρουν ὀλίγας βασικὰς ἀρχάς, ἀπολύτως παραδεκτὰς ἀπὸ τὴν ἀνθρωπίνην λογικὴν, ἐκ τῶν ὁποίων διὰ λογικῶν

συλλογισμῶν νὰ εὐρίσκεται ἔπειτα τὸ σύνολον τῶν συνεπειῶν. Ἡ ἀξία τῶν συλλογισμῶν ἐκρίνετο, ὅπου ἦτο δυνατόν, ἀπὸ τὸ ἀδέκαστον πείραμα. Ἡ ἑλληνικὴ ἐπιστήμη χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὴν ταχυτάτην πρόοδόν της καὶ ἀνεπτύχθη δι' ἐλευθέρως συζητήσεως ἐντὸς εἰδικῶν σχολῶν, αἱ ὁποῖαι ἤρμασαν κατὰ καιροὺς εἰς διαφόρους ἑλληνικὰς πόλεις. Ἡ γένεσις τῆς ἐπιστημονικῆς σκέψεως εἰς τὴν ἀρχαίαν Ἑλλάδα εἶναι ἡ ὠραιότερα ἐκδήλωσις τῶν πνευματικῶν ἱκανοτήτων τοῦ ἀνθρώπου.

270. Ἡ Ἑλληνικὴ ἐπιστήμη καὶ τεχνικὴ. Ἐκ τῶν σπουδαιότερων σχολῶν τῆς ἀρχαίας Ἑλλάδος περίφημοι εἶναι αἱ σχολαί, τὰς ὁποίας ἱδρυσαν ὁ Πυθαγόρας (σχολὴ τῶν Πυθαγορείων) καὶ ὁ Ζήνων (σχολὴ τῶν Ἐλεατῶν). Ὁ Ἐλεάτης φιλόσοφος Ἀναξίμανδρος εἰσήγαγε τὴν ἔννοιαν τοῦ ἀπείρου, δηλαδὴ τὴν ἔννοιαν τοῦ συνεχοῦς διαστήματος. Ἀντιθέτως ὁ Ἀναξαγόρας καὶ ὁ Ἐμπεδοκλῆς εἶναι οἱ πρῶτοι εἰσηγηταὶ τῆς ἀτομικῆς θεωρίας, τὴν ὁποίαν ἐθεμελίωσαν ἐπιστημονικῶς ὁ ἀβδηρίτης φιλόσοφος Λεύκιππος καὶ κυρίως ὁ μαθητὴς του Δημοκρίτης. Ὁ Δημοκρίτης ὠνόμασεν **ἀτόμους** (δηλαδὴ ἄτμητα) τὰ μικρότερα σωματίδια, ἐκ τῶν ὁποίων συγκροτεῖται ἡ ὕλη. Δυστυχῶς δὲν διεσώθη τὸ ἔργον τοῦ μεγάλου τούτου ἐρευνητοῦ. Παραλλήλως πρὸς τὴν ἐπιστήμην ἀνεπτύχθη εἰς τὴν ἀρχαίαν Ἑλλάδα καὶ ἡ τεχνικὴ. Οὕτως ὁ Εὐκλείδης κατασκεύασεν εἰς τὴν Σάμον σήραγγα. Ἡ ἐργασία τῆς διανοίξεως ἤρχισε συγχρόνως ἐκ τῶν δύο κλιτύων τοῦ λόφου καὶ οἱ ἐργάται ἀντιθέτως προχωροῦντες συνηντήθησαν ἐντὸς



Σχ. 275. Ἡ συσκευή «Αἰόλου πύλαι» τοῦ Ἡρώνα

τῆς σήραγγος. Ὁ Ἀρχύτας κατέστη περίφημος ἐκ τῶν πολλῶν μηχανικῶν ἐφευρέσεών του καὶ ἀνεκάλυψε τὴν χρῆσιν τῆς τροχαλίας. Αἱ κατὰ τὸν 4ον π.Χ. αἰῶνα ἐμφανισθεῖσαι πολεμικαὶ μηχαναὶ ὑπέστησαν ρα-

γδαίας τελειοποιήσεις και ιδιαιτέρως από τον Ἀρχιμήδη, τὸν Κτησίβιον καὶ τὸν Ἡρώνα. Οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες εἶχαν ἀποκτήσει τόσον πλοῦτον ἐπιστημονικῶν γνώσεων, ὥστε εὕρισκοντο, εἰς τὸν δρόμον τῆς ἀνακαλύψεως τοῦ ἀτμοῦ ὡς κινητηρίου δυνάμεως. Τὸ αἶόλου πύλαι τοῦ Ἡρώνα εἶναι ὁ πρόγονος τῶν σημερινῶν ἀποσφροβίλων. Τὸ ὄργανον τοῦτο εἶναι μία κοίλη σφαῖρα στρεπτή περὶ ἄξονα, εἰς τὴν ὁποῖαν διοχετεύεται ὕδρατμος (σχ. 275). Ὁ ἀτμός ἐκφεύγει διὰ δύο σωλήνων στερεωμένων εἰς δύο ἐκ διαμέτρου ἀντίθετα σημεία τῆς σφαίρας, ἡ ὁποία οὕτω τίθεται εἰς περιστροφικὴν ἐπιταχυνόμενην κίνησιν.

Ὁ πρῶτος φυσικός τῆς ἀρχαίας Ἑλλάδος. Κατὰ τὸν 4ον π.Χ. αἰῶνα αἱ ἐπιστημονικαὶ γνώσεις ἦσαν τόσον πολλαί, ὥστε ἤρχισεν



Ἀριστοτέλης

ὁ διαχωρισμός τῶν διαφόρων ἐπιστημονικῶν κλάδων. Ὁ Ἀριστοτέλης (384 - 322 π.Χ.) διεχώρισε πρῶτος τὴν σπουδὴν τῆς Φυσικῆς ἀπὸ τὰς ἄλλας ἐπιστήμας καὶ συνέγραψε τὸ πρῶτον εἰδικὸν βιβλίον Φυσικῆς, τὰ «Φυσικά». Ὁ μέγας Σταγειρίτης εἶναι ὁ πρῶτος συστηματικὸς ἐρευνητὴς τοῦ φυσικοῦ κόσμου ὑποστηρίξας τὴν μεγάλην ἀξίαν τῆς παρατηρήσεως καὶ τοῦ πειράματος. Ὁ Ἀριστοτέλης ἀνεκάλυψεν ὅτι ὁ ἀὴρ ἔχει ὀρισμένον βάρος καὶ ἡσχολήθη κυρίως μετὰ τὴν δυναμικὴν ἐρευναν τῆς κινήσεως, ὅπως θὰ ἐλέγομεν σήμερον. Ἀλλ' ἡ τοιαύτη ἐρευνα τῆς κινήσεως ἀπαιτεῖ πει-

ραματικὰς διατάξεις, τὰς ὁποίας δὲν εἶχεν εἰς τὴν διάθεσίν του ὁ Ἀριστοτέλης.

Ὁ μεγαλύτερος φυσικός τῆς ἀρχαίας Ἑλλάδος. Ὁ Ἀρχιμήδης (287 - 212 π.Χ.) κατεῖχεν εἰς ὕψιστον βαθμὸν τὸν μαθηματικὸν λογισμὸν καὶ υπερβάλλων τοὺς προγενεστέρους του εἰσέγαγεν νέους τρόπους μαθηματικοῦ συλλογισμοῦ. Εἶναι ὁ πατὴρ τῆς μαθηματικῆς ἀναλύσεως, τὴν ὁποῖαν μετὰ εἰκόσιν αἰῶνας ἀνέπτυξαν ὁ Καρτέσιος, ὁ Νεύ-

των καὶ ὁ Λάϊμπνιτς. Εἰς τὸν τομέα τῆς Φυσικῆς ὁ Ἀρχιμήδης ἡσχολήθη ἀποκλειστικῶς μὲ τὰ προβλήματα τῆς ἰσορροπίας τῶν στερεῶν καὶ τῶν ὑγρῶν. Προσδιώρισε τὰ κέντρα βάρους ὁμογενῶν ἐπιφανειῶν καὶ διετύπωσε τὸν νόμον τῆς ἰσορροπίας τοῦ μοχλοῦ. Ἐθεμελίωσε θεωρητικῶς τὴν ὑδροστατικὴν, διατυπώσας τὴν ἀρχὴν ὅτι ἡ ἐλευθέρᾳ ἐπιφάνεια τῶν ἡρεμούντων ὑγρῶν εἶναι σφαιρική, τὸ δὲ κέντρον τῆς σφαίρας ταύτης συμπίπτει μὲ τὸ κέντρον τῆς Γῆς. Ἀνεκάλυψεν ὅτι τὰ σώματα, βυθιζόμενα ἐντὸς ὑγρῶν ὑφίστανται ἀνωσιν, τὴν ὁποίαν καὶ ὑπελόγισε. Ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἀρχῆς αὐτῆς, ἡ ὁποία φέρει τὸ ὄνομά του, ὑπελόγισε τὴν σχετικὴν πυκνότητα μερικῶν σωμάτων.



Ἀρχιμήδης

Ὁ Ἀρχιμήδης ἡρεύνεσε θεωρητικῶς τὴν ἰσορροπίαν τῶν ἐπιπλέοντων σωμάτων. Ἀπὸ τὴν εἰδικὴν μελέτην τῆς ἰσορροπίας ἐπιπλέοντος τμήματος παραβολοειδοῦς ἐκ περιστροφῆς ἀνεκάλυψε τὸ μετὰ κέντρον καὶ αὕτως ἐθεμελίωσε τὴν ναυπηγικὴν, ἡ ὁποία ἕως τότε ἐστηρίζετο εἰς τὴν ἀπλὴν ἐμπειρίαν. "Ὅλα τὰ συμπεράσματα, εἰς τὰ ὁποῖα κατέληξεν ἡ μεγαλοφυΐα τοῦ Ἀρχιμήδους, διατηροῦν ἀ μ ε ῖ ω τ ο ν τ ῆ ν ἀ ξ ῖ α ν τ ω ν διὰ μέσου ὧν τῶν αἰώνων. Παράλληλως πρὸς τὸ μέγα θεωρητικόν του ἔργον ὁ Ἀρχιμήδης ἡσχολήθη καὶ μὲ τὰς ἐφαρμογὰς τῆς Φυσικῆς, ἀναδειχθεὶς ἀνυπέρβλητος τεχνικός. Ἐπενόησε τὸν ἀτέρμονα κοχλίαν καὶ τὸν ὑδραυλικὸν κοχλίαν διὰ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ ὕδατος. Ἐφεύρεν νέας πολεμικὰς μηχανάς, μὲ τὰς ὁποίας κατέρωθωσε νὰ ἀποκρούσῃ ἐπὶ δύο καὶ πλέον ἔτη τὰς ἐπιθέσεις τῶν Ρωμαίων ἐναντίον τῶν Συρακουσῶν. Γενικῶς ὁ Ἀρχιμήδης ἀναγνωρίζεται ὡς ἡ μεγαλυτέρα διάνοια τῆς ἀρχαίας Ἑλλάδος.

271. Ἡ ἀναγέννησις τῆς ἐπιστήμης. Ἡ κατὰκτησις τῆς ἀρχαίας Ἑλλάδος ὑπὸ τῶν Ρωμαίων ἐπέφερε τὴν ἐξαφάνισιν τῆς ἀνθούσης ἐλληνικῆς ἐπιστήμης. Κατὰ τοὺς Ρωμαϊκοὺς χρόνους οὐδεμία ἐπιστημονικὴ πρόοδος ἐσημειώθη. Ἀπὸ τοῦ 8ου μέχρι τοῦ 12ου μ.Χ. αἰῶνος ἐσημειώθη ζωηρὰ ἐπιστημονικὴ κίνησις εἰς τὰς μωαμεθανικὰς χώρας. Εἰς

τὴν Εὐρώπῃ ἐπεκράτει τὸ σκότος τοῦ μεσαίωνα μέχρι τοῦ 13ου αἰῶνος.



Γαλιλαῖος

Ἡ ἀναγέννησις τῆς ἐπιστημονικῆς σκέψεως ὀφείλεται εἰς τὸν Γ α λ ι λ α ῖ ο ν (1564 - 1642), ὁ ὁποῖος στηριζόμενος ἀποκλειστικῶς εἰς τὸ πείραμα διέτύπωσε θεμελιώδεις νόμους τῆς Μηχανικῆς (πτώσεως τῶν σωμάτων, ἐκκρεμούς, ἀπλῶν μηχανῶν, συνθέσεως δυνάμεων κ.ἄ.). Ὁ Γαλιλαῖος ἡσυχολήθη ἐπὶ πλέον μὲ τὴν ὀπτικὴν καὶ τὴν ἀστρονομίαν. Ὁ Νεύτων (1643 - 1727) διέτύπωσε τὰς ἀρχὰς τῆς μηχανικῆς, ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς παγκοσμίου ἐλξεως καὶ ἐθεμελίωσε τὴν οὐράνιον μηχανικὴν. Μετὰ τὸν Γαλιλαῖον καὶ τὸν Νεύτωνα ἡ Φυσικὴ ἐξελίσσεται ραγδαίως, χάρις εἰς τὰς πειραματικὰς καὶ θεωρητικὰς ἐργασίας πολλῶν ἐρευνητῶν. Ἰδιαιτέρως πρέπει νὰ



Νεύτων

ἀναφέρωμεν τὸν Lavoisier (1743 - 1794), ὁ ὁποῖος ἀνεκάλυψε τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς μάζης καὶ τοὺς Mayer (1814 - 1878) καὶ Joule (1818 - 1889), οἱ ὁποῖοι ἀνεκάλυψαν τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας.

Τὰς δύο αὐτὰς βασικὰς ἀρχὰς συνήνωσεν ὁ μέγας θεωρητικὸς φυσικὸς Einstein (1879 - 1955) διατυπώσας τὴν ἀρχὴν τῆς ἰσοδυναμίας τῆς μάζης πρὸς τὴν ἐνέργειαν. Κατὰ τὸν εἰκοστὸν αἰῶνα, ἡ πρόοδος τῆς Φυσικῆς ὑπῆρξεν ἀ-

προσδοκῆτως ραγδαία. Αἱ γνώσεις μας περὶ τῆς Φύσεως ἐπλουτίσθη-

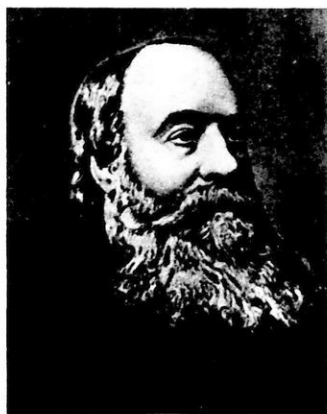
σαν εἰς μέγιστον βαθμόν, αἱ δὲ τεχνικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς Φυσικῆς κατέκτησαν τὴν ζωὴν μας καὶ ἥλλαξαν τὸν ρυθμὸν αὐτῆς. Τὰ σύγχρονα Ἔργα-



Lavoisier



Mayer



Joule



Einstein

στήρια Ἐπιστημονικῶν Ἐρευνῶν εἶναι τεράστια τεχνικὰ ἐγκαταστάσεις, ὅπου οἱ σύγχρονοι ἐρευνηταὶ συνεχίζουν τὸ ἔργον τοῦ Ἀρχιμήδους, τοῦ Γαλιλαίου καὶ τῶν λοιπῶν μεγάλων ἐρευνητῶν τοῦ φυσικοῦ κόσμου.

ΣΥΝΤΟΜΟΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΙ
ΔΙΑ ΤΟΥΣ ΦΥΣΙΚΟΥΣ ΟΙ ΟΠΟΙΟΙ ΉΣΧΟΛΗΘΗΣΑΝ ΜΕ ΘΕΜΑΤΑ
ΑΝΑΦΕΡΟΜΕΝΑ ΕΙΣ ΤΟΝ ΠΑΡΟΝΤΑ ΤΟΜΟΝ

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ (384 - 322 π.Χ.). 'Ο πρώτος συστηματικός φυσικός τῆς ἀρχαίας Ἑλλάδος, ὁ πρῶτος συγγραφεὺς εἰδικοῦ βιβλίου Φυσικῆς. Ἀνεκάλυψεν ὅτι ὁ ἀήρ ἔχει βάρος καὶ εἰσήγαγε τὴν παρατήρησιν καὶ τὸ πείραμα εἰς τὴν ἔρευναν τοῦ φυσικοῦ κόσμου.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ (287 - 212 π.Χ.). 'Ο μεγαλύτερος φυσικός καὶ μαθηματικός τῆς ἀρχαίας Ἑλλάδος. Ἀνεκάλυψε τὸν λόγον τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον, τὴν ἔλικα, τὸν νόμον τῶν μοχλῶν, τὸν ἀτέρομονα κοχλίαν, τὴν κινητὴν τροχαλίαν, τὸν ὁδοντωτὸν τροχόν. Εἰς τὸ βιβλίον του «περὶ ἐπιπλεόντων σωμάτων» διετύπωσε τὴν ἀρχήν, ἡ ὁποία φέρει τὸ ὄνομά του.

ANDREWS (1813 - 1886). Ἄγγλος φυσικός. Ἀνεκάλυψεν ὑπὸ ποίας συνθήκας εἶναι δυνατὴ ἡ ὑγροποίησις τῶν ἀερίων καὶ προσδιώρισε τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν αὐτῶν.

AVOGADRO (1776 - 1856). Ἰταλὸς φυσικός. Διετύπωσε τὴν ὑπόθεσιν περὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν μορίων, τὰ ὅποια περιέχονται εἰς ἴσους ὄγκους ἀερίων.

BORDA (1733 - 1799). Γάλλος μηχανικός καὶ γεωδότης. Ἐτελειοποίησε τὸ φυσικὸν ἔκκρεμές διὰ τὴν χρησιμοποίησίν του εἰς τὰ ὠρολόγια καὶ ἐπενόησε πολλὰ ὄργανα μετρήσεων.

BOYLE (1626 - 1691). Ἄγγλος φυσικός καὶ χημικός. Ἐτελειοποίησε τὴν παλαιὰν ἀεραντλίαν μὲ ἔμβολον καὶ συγχρόνως μὲ τὸν Mariotte ἀνεκάλυψε τὴν μεταβολὴν τοῦ ὅγκου ἀερίου μετὰ τῆς πίεσεως.

ΓΑΛΙΛΑΙΟΣ (1564 - 1642). Ἰταλὸς φυσικός, μαθηματικός καὶ ἀστρονόμος. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τοῦ ἰσοχρόνου τῶν αἰωρήσεων τοῦ ἐκκρεμοῦς καὶ ἐφήρμοσε τοῦτον διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ χρόνου. Διετύπωσε τοὺς νόμους τῆς πτώσεως καὶ τὰς ἀρχὰς τῆς δυναμικῆς.

GAILLETET (1832 - 1913). Γάλλος φυσικός. Πρῶτος ὑγροποίησε τὸ ὀξυγόνον καὶ τὰ ἄλλα δυσκόλως ὑγροποιούμενα ἀέρια, τὰ ὅποια τότε ἐκαλοῦντο « ἔμμονα ἀέρια ».

CARNOT (1796 - 1832). Γάλλος φυσικός. Διετύπωσεν ἀρχικῶς τὸ

δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα, τὸ ὁποῖον ἀργότερα ἀνέπτυξεν ὁ Clausius.

COLLADON (1802 - 1892). Ἑλβετὸς φυσικὸς καὶ μηχανικὸς. Ἐμελέτησε τὴν συμπίεστικότητα τῶν ὑγρῶν καὶ τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ ἤχου.

ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ (469 - 369 π.Χ.). Εἰς ἐκ τῶν μεγίστων φιλοσόφων τῆς ἀρχαίας Ἑλλάδος. Διετύπωσε τὴν θεωρίαν περὶ ἀσυνεχοῦς κατασκευῆς τῆς ὕλης, ὀνομάσας « ἅ τ ὁ μ ο υ ς » τὰ ἐλάχιστα σωματίδια ἐκ τῶν ὁποίων συγκροτεῖται ἡ ὕλη.

DALTON (1766 - 1844). Ἀγγλὸς φυσικὸς καὶ χημικὸς. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῶν πολλαπλῶν ἀναλογιῶν, ὁ ὁποῖος ἐπέβαλε τὴν ὑπαρξιν τῶν ἀτόμων. Προσδιώρισε τὴν τάσιν τῶν ὕδρατμῶν εἰς τὰς διαφόρους θερμοκρασίας καὶ τὴν εἰδικὴν θερμότητα διαφόρων σωμάτων. Διετύπωσε θεμελιώδεις νόμους διὰ τὰ μείγματα ἀερίων.

DIESEL (1858 - 1913). Γερμανὸς μηχανικὸς. Κατεσκεύασε τὸν κινητήρα ἐσωτερικῆς καύσεως, ὁ ὁποῖος φέρει τὸ ὄνομά του.

DULONG (1785 - 1838). Γάλλος φυσικὸς καὶ χημικὸς. Προσδιώρισε τὴν τάσιν τῶν ὕδρατμῶν εἰς θερμοκρασίαν ἄνω τῶν 100° C καὶ ἐν συνεργασίᾳ μὲ τὸν Petit ἐμελέτησε τὴν διαστολὴν τῶν στερεῶν καὶ τῶν ὑγρῶν.

EINSTEIN (1879 - 1955). Γερμανὸς φυσικὸς καὶ μαθηματικὸς. Διέτύπωσε τὴν περίφημον «θεωρίαν τῆς σχετικότητος», διὰ τῆς ὁποίας ἠρμήνευσε τὰς θεμελιώδεις ἐννοίας τῆς μάζης, τοῦ χρόνου, τοῦ χώρου καὶ προέβλεψε τὴν ὑπαρξιν τῆς ἀτομικῆς ἐνεργείας.

FAHRENHEIT (1686 - 1736). Γερμανὸς φυσικὸς. Κατεσκεύασεν ἀραιόμετρα καὶ θερμόμετρα. Διὰ τὴν βαθμολογίαν τῶν θερμομέτρων εἰσήγαγε τὴν κλίμακα, ἡ ὁποία φέρει τὸ ὄνομά του.

GAY - LUSSAC (1778 - 1850). Γάλλος φυσικὸς καὶ χημικὸς. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς διαστολῆς τῶν ἀερίων, τοὺς νόμους τῆς ἐνώσεως ἀερίων στοιχείων. Ἐπενόησε τὸ οἶνοπνευματόμετρον, τὸ σιφωνοειδὲς βαρόμετρον κ.ἄ.

GUERICKE (1602 - 1686). Γερμανὸς φυσικὸς. Ἐπενόησε τὴν ἀεραντλίαν.

- HOPE (1766 - 1844).** Ἀγγλος χημικός. Ἐμελέτησε τὴν διαστολὴν τοῦ ὕδατος.
- JOULE (1818 - 1889).** Ἀγγλος φυσικός. Προσδιώρισε τὸ μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος.
- KELVIN (1824 - 1907).** Ἀγγλος φυσικός, ὁ ὁποῖος ἐλέγετο William Thomson καὶ ὠνομάσθη λόρδος Kelvin ἔνεκα τῶν μεγάλων ὑπηρεσιῶν του εἰς τὴν ἐπιστήμην. Ἠσχολήθη μὲ τὴν ἡλιακὴν ἐνέργειαν, τὴν θερμότητα καὶ εἰσήγαγεν εἰς τὴν Φυσικὴν τὴν ἀπόλυτον κλίμακα τῶν θερμοκρασιῶν.
- KEPLER (1571 - 1630).** Γερμανὸς ἀστρονόμος. Διετύπωσε τοὺς νόμους τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν. Οἱ νόμοι οὗτοι ἔδωσαν ἀφορμὴν εἰς τὸν Νεύτωνα νὰ ἀνακαλύψῃ τὸν νόμον τῆς παγκοσμίου ἑλξεως.
- LAPLACE (1749 - 1827).** Γάλλος φυσικός, μαθηματικός καὶ ἀστρονόμος. Μέγας θεωρητικὸς ἠσχολήθη μὲ διάφορα θέματα τῆς Φυσικῆς. Προσδιώρισε τὴν ταχύτητα τοῦ ἡχου.
- LAVOISIER (1743 - 1794).** Γάλλος χημικός. Ἀνεκάλυψε τὴν σύστασιν τοῦ ἀέρος, τὸ ὀξυγόνον καὶ διὰ τοῦ πειράματος κατέληξεν εἰς τὴν διατύπωσιν τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὕλης.
- MARIOTTE (1620 - 1684).** Γάλλος φυσικός. Ἐμελέτησε τὰς ιδιότητας τοῦ ἀέρος, καὶ ἀνεκάλυψε συγχρόνως μὲ τὸν Boyle τὴν σχέσιν, ἥ ὁποία ὑπάρχει μεταξὺ τῆς πιέσεως καὶ τοῦ ὄγκου ἐνὸς αερίου.
- MAYER (1814 - 1878).** Γερμανὸς ἰατρός. Πρῶτος διετύπωσε τὴν ἰδέαν τῆς ἰσοδυναμίας τῆς θερμότητος μὲ τὴν μηχανικὴν ἐνέργειαν καὶ κατώρθωσε νὰ ὑπολογίσῃ (1842) τὸ μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος, ἐν ἔτος πρὸ τῆς μετρήσεως, τὴν ὁποίαν ἐπέτυχεν ὁ Joule.
- NEYTON (1642 - 1727).** Ἀγγλος φυσικός, μαθηματικός καὶ φιλόσοφος. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς παγκοσμίου ἑλξεως, διὰ τοῦ ὁποίου ἠρμήνευσε τὸ βάρος τῶν σωμάτων, τὴν κίνησιν τῶν πλανητῶν καὶ τὰς παλιουρίας. Ἐθεμελίωσε τὰς ἀρχὰς τῆς δυναμικῆς, τὰς ὁποίας εἶχεν διατυπώσει ὁ Γαλιλαῖος.
- PAPIN (1647 - 1714).** Γάλλος φυσικός. Πρῶτος ἐχρησιμοποίησε τὴν τάσιν τοῦ ὑδρατμοῦ, κατεσκεύασε τὴν πρώτην ἀτμομηχανὴν μὲ ἔμβολον καὶ καθείλκυσε τὸ πρῶτον ἀτμόπλοιον τὸ 1697.
- PASCAL (1623 - 1662).** Γάλλος φυσικός, μαθηματικός καὶ φιλόσοφος. Εἰς ἡλικίαν 16 ἐτῶν ἔγραψε τὸ βιβλίον του « περὶ κωνικῶν

τομῶν » καὶ εἰς ἡλικίαν 18 ἐτῶν ἐπενόησε λογιστικὴν μηχανήν. Ἐξηκρίβωσε τὰς συνθήκας ἰσορροπίας τῶν ὑγρῶν καὶ τὴν αἰτίαν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως. Ἀπέθανεν εἰς ἡλικίαν 39 ἐτῶν, ἀφήσας ἀτελείωτον τὸ περίφημον βιβλίον του « Σκέψεις ».

SAVART (1791 - 1841). Γάλλος φυσικός. Ἠσχολήθη μὲ τὴν ἀκουστικὴν.

TORRICELLI (1608 - 1647). Ἰταλὸς φυσικὸς καὶ γεωμέτρης. Ὑπῆρξε μαθητὴς τοῦ Γαλιλαίου καὶ κατέστη διάσημος, διότι μὲ τὸ γνωστὸν πείραμά του κατώρθωσε νὰ μετρήσῃ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Ἐπίσης ἐμελέτησε τοὺς νόμους τῆς ροῆς τῶν ὑγρῶν.

WATT (1736 - 1819). Σκῶτος μηχανικός. Ἐπενόησε τὴν παλινδρομικὴν κίνησιν τοῦ ἐμβόλου τῆς ἀτμομηχανῆς καὶ τὴν κίνησιν δι' ἀτμοῦ.

ΑΛΦΑΒΗΤΙΚΟΝ ΕΥΡΕΤΗΡΙΟΝ

(Οἱ ἀριθμοὶ παρατέμνουσιν εἰς τὰς σελίδας)

Α

ἀδιάφορος ἰσορροπία	51
ἀδράνεια	72
ἀεραντλία	178
ἀέρια	16, 145, 175
ἀεριοστρόβιλοι	286
ἀεροδύναμις	196
ἀερόστατα	184
ἀκτίνιον	15
ἀνάκλασις ἤχου	217
» κυμάνσεως	206
ἀνάκρουσις	114
ἀνάλυσις δυνάμεως	32
ἀνάλυσις ἤχου	214
ἀντίδρασις	76
ἀντίστασις	96
» ἀέρος	194
ἄνυσμα	23
ἄνωσις	157
» δυναμικὴ	196
ἀπόδοσις μηχανῆς	104
» βιομηχανικὴ	287
» θεωρητικὴ	289
ἀπόλυτον μηδὲν	248
ἀπομάκρυνσις	129
ἀπόσταξις	267
ἀραιόμετρα	164
ἀριθμὸς Avogadro	193
— Loschmidt	193
ἀρχὴ ἀδρανείας	71
ἀρχὴ ἀνεξαρτησίας κινήσεων	106
» Ἀρχιμήδους	157, 183
ἀφθαρείας μάζης	74
» διατηρήσεως ἐνεργείας	91

ἀρχὴ διατηρήσεως ὁρμῆς	113
» δράσεως καὶ ἀντιδράσεως	76
» ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας	94
» Pascal	149
» ὑδροστατικῆς	148
» ὑποβαθμίσεως ἐνεργείας	289
ἄτμοι ἀκόρεστοι	262
» κεκορεσμένοι	262
ἀτμομηχαναὶ	280
ἀτμοστρόβιλοι	282
ἀτμόσφαιρα (μονάς)	145, 170
ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις	170
αὐτόκλειστα	266

Β

βαθμὸς θερμοκρασίας	237
βαρόμετρα	171
» μεταλλικὰ	171
» ὑδραργυρικὰ	171
βάρος	18, 137
βαροῦλικον	99
βελτηνεκὲς	109
βολὴ κατακόρυφος	107
» ὀριζοντία	108
» πλαγία	110
βρασμὸς	264

Γ

γαλακτώματα	191
γραμμάριον βάρους	19
» μάζης	19

Δ				
διάλυμα	190	ἐξίσωσις θερμιδομετρίας	251	
» κεκορεσμένον	191	» δυναμικῆς	74	
» στερεόν	191	» κυμάτων	201	
διάστημα	58	» τελείων ἀερίων	247	
» μουσικόν	223	ἐπαγωγή	12	
διαστολή	234	ἐπιτάχυνσις	61	
» γραμμικῆ	240	» κεντρομόλος	120	
» κυβικῆ	242	ἐπιφάνεια κύματος	207	
» πραγματικῆ	235	ἐπιφανειακὴ τάσις	189	
» φαινομένη	235	ἔργον	82	
διμεταλλικαὶ ράβδοι	241	» τριβῆς	84	
διώνυμον διαστολῆς	241	ὠφέλιμον	104	
δράσις	76	εὐσταθὲς ἰσορροπία	50	
δυναμικῆ	71	Z		
δύναμις	25,71	ζεύγος	43	
» ἀνυψωτικῆ	184	ζύγισις (μέθοδοι)	53	
» κεντρομόλος	120	ζυγὸς	52	
» κινητήριος	96	» Roberval	54	
» φυγόκεντρος	122	H		
δυναμόμετρον	28	ἡρεμία	57	
δύνη	22	ἦχος	211	
E		ἦχοι ἀπλοῖ	213	
εἰδικὸν βάρος	20	» ἀρμονικοὶ	222	
εἰδικὴ θερμότης	251	» μουσικοὶ	219	
ἐκκρεμές ἀπλοῦν	132	» σύνθετοι	214	
» σπειροειδῆς	135	ἦχώ	218	
» φυσικόν	134	Θ		
ἐλαστικότης	188	θεμελιώδεις μονάδες	139	
ἔλιξ (γραμμὴ)	102	» ἐξίσωσις δυναμικῆς	74	
» ἀεροπλάνου	198	θερμιδόμετρον	252	
ἐλκυσμός	188	» Laplace	252	
ἐνέργεια	87	θερμικὴ ἰσορροπία	236	
» πυρηνικῆ	94	θερμὴς	250	
» δυναμικῆ	87	θερμοκρασία	234	
» ἀκτινοβολουμένη	295	θερμιόμετρον	236	
» κινητικῆ	88	» ἱατρικόν	238	
» μηχανικῆ	88	» μεταλλικόν	242	
ἐντασις ἤχου	219	» ὑδραργυρικόν	236	
ἐξαέρωσις	262	θερμότης	234	
ἐξάτμισις	264	» εἰδικῆ	251, 254	
ἐξάχνωσις	267	» ἐξαερώσεως	266	
		» καύσεως	255	

θερμότης	258	κρότος	214
θερμοχωρητικότης	251	κῶμα	200
θεώρημα ροπῶν	40	» κρούσεως	216
θεωρία	13	κύματα διαμήκη	203
» κινητική	193, 277	» ἐγκάρσια	200
» σχετικότητος	93	» στάσιμα	206
θόρυβος	214	» σφαιρικά	207
I		Λ	
ιδιοσυχνότης	207	Lavoisier	74
ισοδύναμον μηχ. θερμότητος	277	λήκυθος	164
ισορροπία δυνάμεων	34	M	
» σημείου	34	μάζα	18, 74
» στερεοῦ	48, 51	μανόμετρα	176
» ὑγρῶν (μὴ μινυνομένων)	150	» μεταλλικά	176
K		» με ὑγρὸν	176
κάμψις	188	μανομετρικὴ κάψα	212
κεκλιμένον ἐπίπεδον	102	μετάκεντρον	160
κεντρομόλος δύναμις	120	μήκος κύματος	200
κέντρα βάρους	47	μηχανή	96
» παραλ. δυνάμεων	40	» ἀπλῇ	96
» πιέσεως	155	» θερμικῇ	279
» συμμετρίας	47	» σύνθετος	281
κίνησις	57	» Linde	271
» ἀρμονικῇ	128	μονάδες βάρους	20
» Brown	192	» δυνάμεως	22
» ἐπιβραδυνομένη	61	» ἐπιταχύνσεως	61
» ἐπιταχυνόμενη	61	» ἔργου	83, 86
» μεταβαλλομένη	60	» ἰσχύος	85
» ὁμαλῇ	58	» μάζης	20
» ὁμαλῶς μεταβαλλομένη	60	» μήκους	14
κίνησις περιστροφικῇ	125	» πιέσεως	145
κινητική	71	» συχνότητος	118
κινητήρες ἀεριοπροωθήσεως	286	» ταχύτητος	59
» βενζινοκινητήρες	283	μονόμετρον μέγεθος	22
» Diesel	285	μοχλὸς	96
κλίμαξ ἑκατονταβάθμιος	237	N	
» Fahrenheit	237	Νεύτων	136
» Κελσίου	237	νόμοι ἀνοικτῶν σωλήνων	230
» Kelvin	248	» βρασμοῦ	264
» μουσικῇ	223	» ἐκκρεμοῦς	133
» συγκεκραμένη	223	» ἐλαττώσεως ἀτμοσφαιρικῆς	
κοχλίας	102	πιέσεως	182
κροσσοὶ συμβολῆς	205	» ἐλευθέρως πτώσεως	68

νόμοι κλειστών σωλήνων	229	ροπή δυνάμεως	38
» έμαλῆς κινήσεως	59	» ζεύγος	43
» έμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως	64	ρυθμιστής Watt	123
» χορδῶν	226	Σ	
νόμος Boyle - Mariotte	174	σειρήν	221
» Gay - Lussac	245	σίφων	181
» μεταβολῆς έρμῆς	113	σίφώνιον	181
» παγκοσμίου έλξεως	136	σταθερά παγκοσμίου έλξεως	137
» τήξεως	257	στερεά διαλύματα	191
» φυσικός	12	στρέψις	188
Ο		συμβολή κυμάνσεων	204
όμοφωνία	220	σύζευξις	209
όριον έλαστικότητος	189	συνάφεια	188
όρμη	113	σύνθεσις δυνάμεων	29
Π		» κινήσεων	106
παραγωγή	13	συνοχή	188
παρατήρησις	12	συντελεστής άντιστάσεως	194
πεδίου βαρύτητος	138	» διαστολῆς	240, 243
πείραμα	12	» διαλυτότητος	191
» Torricelli	170	» έλξεως	81
περίοδος	118	» έπιφ. τάσεως	190
πίδαξ	152	» τριβῆς	79
πίεσις	144	συντονισμός	210 227
» άτμοσφαιρική	169	σύστημα μονάδων C.G.S.	21
» υδροστατική	147	» » M.K.* S.	140
πιεστήριον υδραυλικόν	150	» » M.K.S.A.	141
πλάτος	128	συχνότης	118
πολύσπαστον	101	σφόνδυλος	123
πτέρυξ άεροπλάνου	197	σχετικόν ειδικόν βάρος	165
πτῆσις άεροπλάνου	198	σχετική πυκνότης άερίου	157
πτῶσις τῶν σωμάτων	68	σωλήν ήχητικός	226
πυκνότης	20	Τ	
» άερίου	247	ταλάντωσις άρμονική	128
» σχετική	175	» έξηναγκασμένη	208
» ύδατος	161	» έλευθέρα	207
πύραυλος	114	ταχύτης	58
Ρ		» γωνιακή	119
ράβδος	231	» κυμάτων	201
ρευστά σώματα	145	» ήχου	214
ροπή άδρανείας	126	» όριική	195
		ταχύτητες ύπερηχητικαί	215

τέλειον αέριον	247	υπόηχοι	221
τῆξις	256	υστέρησις πήξεως	261
τόνος	223	ὑψος ἤχου	220
τριβὴ κυλίσεως	80		Φ
» ὀλισθήσεως	78	φάσις	202
τροχαλία ἀκίνητος	100	φθόγγος	214
» κινήτη	100	φυγόκεντρος δύναμις	122
τροχιά	57	φωνογραφία	231
			X
Υ			
ὕγρὰ σώματα	16	hertz (μονὰς)	118
ὕγρασία ἀπόλυτος	271	χιλιόγραμμον βάρους	19
» σχετική	272	» μάζης	19
ὕγρόμετρα	272	χορδὴ	226
ὕγραποιήσεις	268	χροιά ἤχου	222
ὕδραντλαιο	179	χρονοφωτογραφικὴ μέθοδος	66
ὕλη	16		Ψ
ὕπερηχοι	221	ψυκτικὰ μείγματα	261
ὕποβρύχια	161		Ω
ὕποθεσις	12	ὠθησις δυνάμεως	113

Έκδοσις ΙΕ', 1975 (IX) - Αντίτυπα 206.000 - Σύμβασις 2608/5-6-75
Έκτύπωσις - Βιβλιοδεσία : Ι. ΔΙΚΑΙΟΣ

