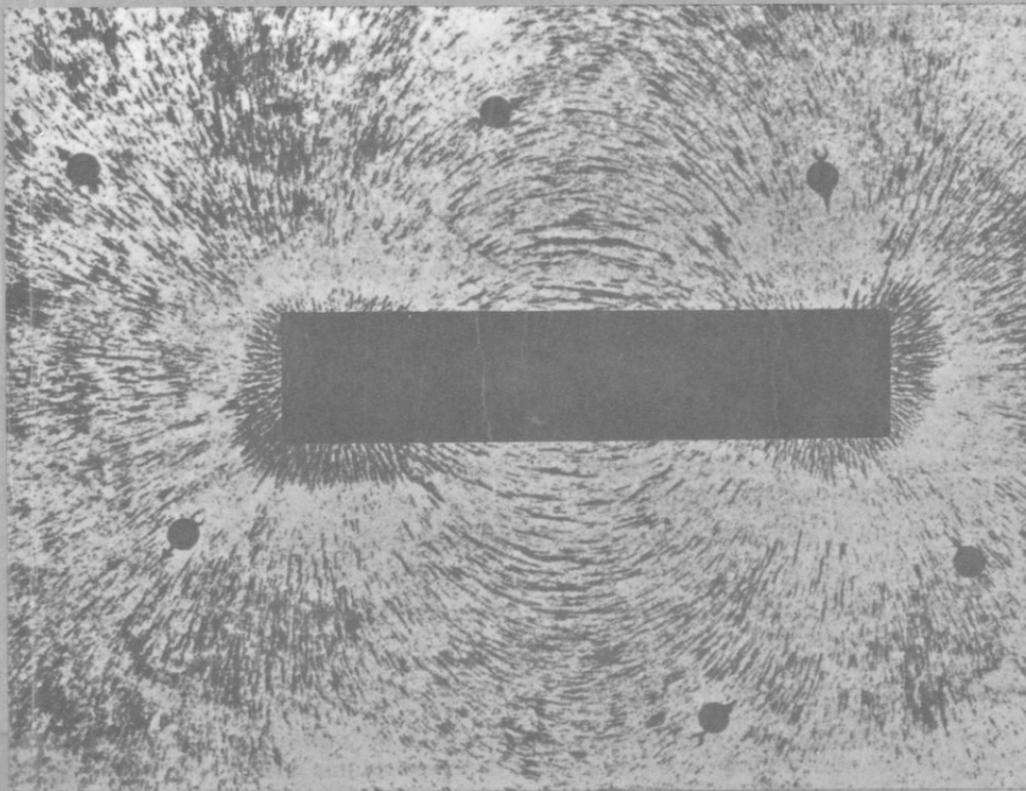


ΑΛΚΙΝΟΟΥ Ε. ΜΑΖΗ

# ΦΥΣΙΚΗ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ



ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ ΑΘΗΝΑ 1980

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



19319

εφθ

Βιβλίο  
φε.

ΑΛΚΙΝΟΟΥ Ε. ΜΑΝ



# ΦΥΣΙΚΗ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Με απόφαση τῆς Ἑλληνικῆς Κυβερνήσεως τὰ διδακτικά βιβλία τοῦ Δημοτικοῦ, Γυμνασίου καὶ Λυκείου τυπώνονται ἀπὸ τὸν Ὄργανισμό Ἐκδόσεως Διδακτικῶν Βιβλίων καὶ μοιράζονται ΔΩΡΕΑΝ.

1214

1993  
B. D. G.  
26

ΦΥΣΙΚΗ

Με άδεια της Ελληνικής Κυβερνήσεως το βιβλίο  
βιβλίο του Δημοτικού, Γυμνασίου και Λυκείου ταξινομείται  
από τον Οργανισμό Έκδοσης Διδακτικών Βιβλίων και  
αναφέρεται ΔΩΡΕΑΝ.



ΗΣΑΜ Ε ΥΟΟΙΚΙΛΑ

Η Κ Ι Σ Υ Φ

Ε ΛΥΚΕΙΟΥ

Τό βιβλίό μεταγλωττίστηκε από τό συγγραφέα σέ συνεργασία  
μέ τόν κ. Κ. Μικρούδη, Γεν. Έπιθεωρητή Μ. Ε.

*you could be more  
as far as*

# ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

## Στατικός ηλεκτρισμός

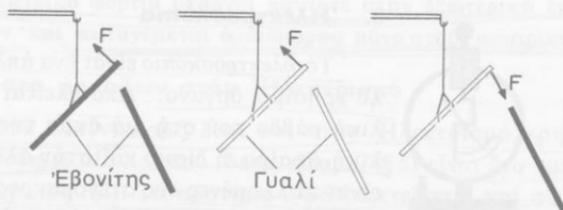
### ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΦΟΡΤΙΟ

#### 1. Θεμελιώδη φαινόμενα

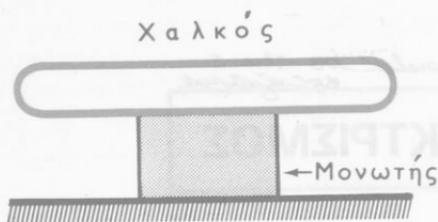
Έξι αιώνες π.Χ. ο Θαλής ο Μιλήσιος ανακάλυψε ότι τό ηλεκτρο (κεχριμπάρι), όταν τρίβεται με μάλλινο υφασμα, αποκτά την ιδιότητα να έλκει ελαφρά σώματα (π.χ. τρίχες, κομματάκια χαρτί, μικρά φτερά). Αυτή η ιδιότητα που έχει τό ηλεκτρο ονομάστηκε **ηλεκτρισμός**. Πειραματικά βρέθηκε ότι αυτή την ιδιότητα την έχουν καί πολλά άλλα σώματα (γυαλί, έβονίτης, θεοο κ.ά.).

Ηλεκτρίζουμε με τριβή δύο γυάλινες ράβδους καί κρεμάμε τή μιά με νήμα από μετάξι (σχ. 1). Αν στή ράβδο που κρέμεται πλησιάσουμε τήν άλλη ράβδο, παρατηρούμε ότι μεταξύ των δύο ράβδων αναπτύσσεται αμοιβαία άπωση. Τό ίδιο παρατηρούμε καί με δύο ηλεκτρισμένες ράβδους έβονίτη. Αν όμως στήν ηλεκτρισμένη γυάλινη ράβδο πλησιάσουμε τήν ηλεκτρισμένη ράβδο έβονίτη, παρατηρούμε ότι μεταξύ των δύο ράβδων αναπτύσσεται αμοιβαία έλξη. Όταν ένα σώμα είναι ηλεκτρισμένο, λέμε ότι έχει πάνω του **ηλεκτρικό φορτίο**.

Από τά παραπάνω άπλά πειράματα διαπιστώνουμε ότι υπάρχουν δύο



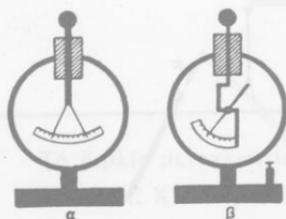
Σχ. 1. Δύναμη μεταξύ ηλεκτρικών φορτίων.



Σχ. 2. Ήλεκτριση με τριβή μιάς ράβδου από χαλκό.

## 2. Μονωτές, άγωγοί, ήμιαγωγοί

Όταν ηλεκτρίσουμε με τριβή μιά ράβδο από γυαλί ή έβονίτη, παρατηρούμε ότι τά έλαφρά σώματα κολλάνε μόνο στό μέρος τής ράβδου πού τρίψαμε. Επομένως μόνο σ' αυτό τό μέρος τής ράβδου ύπάρχει ήλεκτρικό φορτίο, πού δέν μετακινείται πρός τά υπόλοιπα τμήματα τής ράβδου. Τά υλικά, όπως τό γυαλί καί ό έβονίτης, πού δέν επιτρέπουν στά ήλεκτρικά φορτία νά κινούνται μέσα στή μάζα τους, ονομάζονται μονωτές. Μιά ράβδο από χαλκό τή στηρίζουμε πάνω σέ μονωτή (σχ. 2). Αν με ξηρό ύφασμα τρίψουμε ένα τμήμα τής χάλκινης ράβδου, παρατηρούμε ότι ήλεκτρίζεται όλη ή ράβδος τοῦ χαλκού. Αυτό φανεράνει ότι τά ήλεκτρικά φορτία εύκολα κινούνται μέσα στή μάζα τοῦ χαλκού. Τά υλικά, όπως ό χαλκός, πού επιτρέπουν στά ήλεκτρικά φορτία νά κινούνται μέσα στή μάζα τους, ονομάζονται άγωγοί. Τέτοια υλικά είναι τά μέταλλα, τά υδατικά διαλύματα τών οξέων, τών βάσεων, τών αλάτων, τό σώμα τών ζώων, τό υγρό έδαφος. Σέ μερικά υλικά, όπως π.χ. τό πυρίτιο καί τό γερμάνιο, ή ήλεκτρική συμπεριφορά τους είναι ενδιάμεση μεταξύ τών άγωγών καί τών μονωτών καί γι' αυτό τά υλικά αυτά ονομάζονται ήμιαγωγοί.



Σχ. 3. Ήλεκτροσκόπιο.

## 3. Ήλεκτροσκόπιο

Τό ήλεκτροσκόπιο είναι ένα άπλό, αλλά πολύ χρήσιμο όργανο. Αποτελείται από μεταλλική ράβδο πού στή μιά άκρη τής έχει μεταλλική σφαίρα ή δίσκο καί στήν άλλη άκρη τής είναι κολλημένες δύο στενόμακρες ταινίες από άλουμίνιο (σχ. 3). Η ράβδος είναι στερεωμένη σέ γυάλινο ή μεταλλικό δοχείο με λαιμό

είδη ήλεκτρικού φορτίου, εκείνο πού αναπτύσσεται στό γυαλί καί λέγεται θετικό ήλεκτρικό φορτίο καί εκείνο πού αναπτύσσεται στόν έβονίτη καί λέγεται άρνητικό ήλεκτρικό φορτίο.

Επίσης από τά παραπάνω άπλά πειράματα καταλήγουμε στό έξής συμπέρασμα :

Τά όμόνυμα ήλεκτρικά φορτία άπωθοῦνται, ενώ τά έτερόνυμα έλκονται.

από ένα μονωτικό ύλικό. Αν στή σφαίρα του ηλεκτροσκοπίου άκουμπήσουμε ένα ηλεκτρισμένο σώμα (π.χ. γυάλινη ράβδος), παρατηρούμε ότι η ράβδος ηλεκτριζείται με έπαφή και οι ταινίες του άλουμινίου άπωθοούνται, γιατί έχουν όμώνυμα ηλεκτρικά φορτία. Τό ηλεκτροσκόπιο εκφορτίζεται, αν στή σφαίρα του ηλεκτροσκοπίου άκουμπήσουμε τό χέρι μας. Αντί για ταινίες από άλουμίνιο τό ηλεκτροσκόπιο μπορεί νά έχει ένα λεπτό μεταλλικό δείκτη πού άπωθείται από τήν όμώνυμη ηλεκτρισμένη ράβδο του όργάνου (σχ. 3). Η άπόκλιση του δείκτη είναι άνάλογη με τό ηλεκτρικό φορτίο πού έχει τό ηλεκτροσκόπιο.

#### 4. Κατανομή του ηλεκτρικού φορτίου

Άς θεωρήσουμε μιά μονωμένη μεταλλική σφαίρα πού έχει άρνητικό ηλεκτρικό φορτίο. Επειδή τά όμώνυμα ηλεκτρικά φορτία άπωθοούνται μεταξύ τους, γι' αυτό τά φορτία αυτά κινούνται μέσα στή μάζα τής σφαίρας και έρχονται στήν έξωτερική έπιφάνειά της. Στο έσωτερικό των ηλεκτρισμένων άγωγών δέν υπάρχουν ηλεκτρικά φορτία. Αυτό τό διαπιστώνουμε πειραματικά με έναν κοίλο ηλεκτρισμένο άγωγό, πού είναι μονωμένος (σχ. 4). Στην άκρη γυάλινης ράβδου είναι στερεωμένο ένα μεταλλικό σφαιρίδιο (τό λέμε δοκιμαστικό σφαιρίδιο). Όταν τό ουδέτερο σφαιρίδιο έρθει σέ έπαφή με τήν έξωτερική έπιφάνεια του άγωγού, τό σφαιρίδιο παίρνει από τόν άγωγό λίγο ηλεκτρικό φορτίο (ηλέκτριση με έπαφή). Με τό ηλεκτροσκόπιο βλέπουμε ότι τό σφαιρίδιο είναι ηλεκτρισμένο. Αντίθετα τό σφαιρίδιο δέν παίρνει καθόλου ηλεκτρικό φορτίο, όταν έρχεται σέ έπαφή με τήν έσωτερική έπιφάνεια του κοίλου άγωγού.



Σχ. 4. Κατανομή του φορτίου σέ άγωγό.

Σέ ένα σφαιρικό άγωγό τό ηλεκτρικό φορτίο κατανέμεται όμοίμορφα στην έξωτερική έπιφάνειά του. Αν ό άγωγός έχει άκμές, τότε μεγάλο μέρος του ηλεκτρικού φορτίου του συγκεντρώνεται σ' αυτά τά σημεία, γιατί εξαιτίας τής άπόσεως των όμώνυμων ηλεκτρικών φορτίων, αυτά καταφεύγουν στά πιο μακρινά σημεία του άγωγού. Ωστε :

Τό ηλεκτρικό φορτίο υπάρχει πάντοτε στην έξωτερική έπιφάνεια των άγωγών και κατανέμεται όμοίμορφα μόνο στους σφαιρικούς άγωγούς.

#### 5. Συστήματα μονάδων στόν Ήλεκτρισμό

Όπως στό Μαγνητισμό έτσι και στόν Ήλεκτρισμό χρησιμοποιούμε γενικά τό σύστημα MKSA πού, όπως είδαμε, (§ 5) είναι ένα τμήμα του διεθνούς συστήματος (SI). Τό σύστημα CGS έπεκτείνεται και στόν Ήλεκτρισμό και σ' αυτή τήν περίπτωση άποτελεί τό ηλεκτροστατικό σύστημα μο-

νάδων (σύστημα  $HSM$ ). Τά δύο συστήματα μονάδων, τό ἠλεκτρομαγνητικό σύστημα ( $HMM$ ) καί τό ἠλεκτροστατικό σύστημα ( $HSM$ ) ἀνήκουν στό ἀπόλυτο σύστημα μονάδων CGS. Θά ἐξετάσουμε τά ἠλεκτρικά φαινόμενα χρησιμοποιώντας τό σύστημα **MKSA**.

## 6. Νόμος τοῦ Coulomb

Δύο ἠλεκτρικά φορτία  $Q_1$  καί  $Q_2$ , πού τά θεωροῦμε ὡς σημεῖα, βρίσκονται στό κενό (ἢ στόν ἀέρα) καί ἡ μεταξὺ τους ἀπόσταση εἶναι  $r$ . Σ' αὐτή τήν περίπτωση βρίσκουμε ὅτι ἡ δύναμη (ἔλξη ἢ ἀπόωση) πού ἀναπτύσσεται μεταξύ αὐτῶν τῶν δύο ἠλεκτρικῶν φορτίων δίνεται ἀπό τόν ἀκόλουθο νόμο τοῦ **Coulomb**:

Ἡ ἔλξη ἢ ἡ ἀπόωση ( $F$ ) πού ἀναπτύσσεται μεταξύ δύο σημειακῶν ἠλεκτρικῶν φορτίων ( $Q_1$  καί  $Q_2$ ) εἶναι ἀνάλογη μέ τό γινόμενο τῶν ἠλεκτρικῶν φορτίων καί ἀντιστρόφως ἀνάλογη μέ τό τετράγωνο τῆς ἀπόστασέως τους ( $r$ ).

$$\text{νόμος τοῦ Coulomb} \quad F = K_{\eta\lambda} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad (1)$$

ὅπου  $K_{\eta\lambda}$  εἶναι μιά σταθερή, πού ἐξαρτᾶται ἀπό τίς μονάδες καί τό μέσο πού ὑπάρχει γύρω ἀπό τά δύο ἠλεκτρικά φορτία. Ἡ ἠλεκτρική δύναμη  $F$  εἶναι θετική (ἀπόωση), ἂν τά δύο ἠλεκτρικά φορτία εἶναι ὁμόσημα, καί ἀρνητική (ἔλξη), ἂν τά δύο ἠλεκτρικά φορτία εἶναι ἐτερόσημα.

α. Ὁ νόμος τοῦ Coulomb στό σύστημα μονάδων **MKSA** Ἡ μονάδα ἠλεκτροικῶν φορτίων στό σύστημα MKSA ὀνομάζεται **Coulomb** (1 Cb) καί, ὅπως θά δοῦμε σέ ἄλλο κεφάλαιο, ἡ μονάδα αὐτή σέ συνάρτηση μέ τίς θεμελιώδεις μονάδες εἶναι:

$$1 \text{ Coulomb (1 Cb)} = 1 \text{ Ampère} \cdot 1 \text{ sec} \quad \text{ἢ} \quad 1 \text{ Cb} = 1 \text{ A} \cdot \text{sec}$$

Ὅταν τά δύο ἠλεκτρικά φορτία  $Q_1$  καί  $Q_2$  βρίσκονται στό κενό (ἢ στόν ἀέρα), τότε ὀρίστηκε (\*), ὅτι ἡ ἠλεκτρική σταθερή  $K_{\eta\lambda}$  ἔχει τήν τιμή:

$$\text{ἠλεκτρική σταθερή τοῦ Coulomb} \quad K_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{Cb}^2}$$

(\*) Ὅριστηκε ὅτι ἡ ἠλεκτρική σταθερή  $K_{\eta\lambda}$  θά ἔχει τήν τιμή:

$$\text{ἠλεκτρική σταθερή} \quad K_{\eta\lambda} = K_{\mu\alpha\gamma\eta\nu} \cdot c^2$$

ὅπου  $c$  εἶναι ἡ ταχύτητα τοῦ φωτός στό κενό ( $c = 3 \cdot 10^8$  m/sec). Ἄρα εἶναι:

$$K_{\eta\lambda} = 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot 9 \cdot 10^{16} \frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2} \quad \text{ἢ} \quad K_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{sec}^2} \quad \text{ἢ} \quad \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{Cb}^2}$$

Ωστε στο σύστημα **MKSA** ο νόμος του Coulomb για το κενό (ή τον αέρα) δίνεται από την εξίσωση :

νόμος του Coulomb $F = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$	}	$9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Cb}^2$ $Q_1, Q_2 \text{ σε Cb}$ $r \text{ σε m}$ $F \text{ σε N}$
--	---	---

Ηλεκτροστατικός ορισμός της μονάδας ηλεκτρικού φορτίου. Αν στην τελευταία εξίσωση βάλουμε  $Q_1 = Q_2 = 1 \text{ Coulomb}$  και  $r = 1 \text{ m}$ , βρίσκουμε:

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{Cb}^2} \cdot \frac{(1 \text{ Cb})^2}{(1 \text{ m})^2} \quad \text{άρα} \quad F = 9 \cdot 10^9 \text{ N}$$

Έτσι έχουμε τον ακόλουθο ορισμό :

**1 Coulomb (1 Cb) είναι το ηλεκτρικό φορτίο το οποίο, όταν βρίσκεται μέσα στο κενό σε απόσταση ενός μέτρου (1 m) από ίσο ηλεκτρικό φορτίο, εξασκεί σ' αυτό δύναμη (F) ίση με  $9 \cdot 10^9 \text{ N}$ .**

### ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Δύο σημειακά θετικά φορτία ίσα βρίσκονται μέσα στον αέρα σε απόσταση  $r = 10 \text{ cm}$  το ένα από το άλλο και εξασκούν αμοιβαία άπωση  $F = 400 \text{ N}$ . Πόσο είναι κάθε φορτίο;

2. Δύο σημειακά θετικά φορτία  $Q_1 = 3 \text{ mCb}$  και  $Q_2 = 0,4 \text{ mCb}$  βρίσκονται μέσα στον αέρα σε απόσταση  $r$  το ένα από το άλλο και άπωθούνται με δύναμη  $F = 3 \cdot 10^4 \text{ N}$ . Πόση είναι η απόσταση  $r$ ;

3. Δύο όμοιες πολύ μικρές σφαίρες, που καθεμιά έχει μάζα  $m = 0,25 \text{ gr}$ , κρέμονται από το ίδιο σημείο με δύο μονωτικά νήματα μήκους  $l = 50 \text{ cm}$  και αρχικά βρίσκονται σε επαφή μεταξύ τους. Σε κάθε σφαίρα δίνουμε το ίδιο φορτίο  $+q$  και τότε οι δύο σφαίρες απομακρύνονται και ισορροπούν σε τέτοια θέση, ώστε τα δύο νήματα σχηματίζουν γωνία  $90^\circ$ . Πόσο είναι το φορτίο  $q$  κάθε σφαίρας ;  $g = 9,8 \text{ m/sec}^2$ .

4. Δύο ίσες μικρές μεταλλικές σφαίρες, που καθεμιά θεωρείται ως σημείο με ασημαντη μάζα, έχουν αντίστοιχα φορτίο  $q_1 = 16 \cdot 10^{-14} \text{ Cb}$  και  $q_2 = -6,4 \cdot 10^{-14} \text{ Cb}$  και η μεταξύ τους απόσταση είναι  $r_1 = 20 \text{ cm}$ . Έπειτα οι δύο σφαίρες απομακρύνονται και η απόστασή τους γίνεται  $r_2 = 50 \text{ cm}$ . Νά συγκριθούν οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των σφαιρών στις δύο θέσεις.

5. Στις άκρες Α και Β μιάς ευθείας, που έχει μήκος  $15 \text{ cm}$ , υπάρχουν δύο θετικά ηλεκτρικά φορτία, που αντίστοιχα είναι  $Q_A$  και  $Q_B = 2Q_A$ . Σε ποιο σημείο της ευθείας ΑΒ πρέπει να βρίσκεται το ηλεκτρικό φορτίο  $q = +1 \text{ Cb}$ , ώστε οι δύο δυνάμεις που ενεργούν σ' αυτό εξαιτίας των δύο φορτίων να έχουν συνισταμένη ίση με μηδέν ;

γνώριση  
6to  
εφαρμογή

$\text{rainbow} = \text{ουράνιο τόξο} = \frac{F}{q} = \text{εργασία}$

**ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ**

$11 - 9 - 39$

**7. Όρισμός του ηλεκτρικού πεδίου**

Όταν ένα σώμα είναι ηλεκτρισμένο, το ηλεκτρικό φορτίο του εξασκεί έλξη ή άπωση σε κάθε άλλο ηλεκτρικό φορτίο που υπάρχει μέσα στο χώρο γύρω από το ηλεκτρισμένο σώμα. Τότε λέμε ότι γύρω από το ηλεκτρισμένο σώμα δημιουργείται ηλεκτρικό πεδίο. Ωστε:

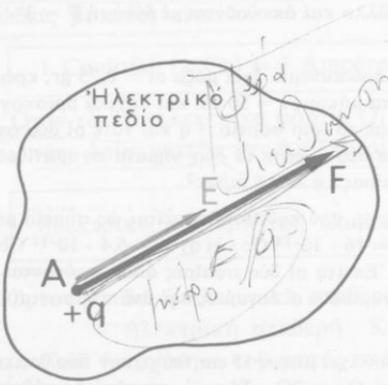
Ηλεκτρικό πεδίο ονομάζεται ένας χώρος, όταν σε κάθε ηλεκτρικό φορτίο που υπάρχει μέσα σ' αυτόν εξασκούνται ηλεκτρικές δυνάμεις (έλξεις ή άπώσεις).

**8. Στοιχεία του ηλεκτρικού πεδίου**

α. Ένταση του ηλεκτρικού πεδίου Ένα ηλεκτρικό πεδίο σχηματίζεται στο κενό (ή στον αέρα). Σε ένα σημείο A του ηλεκτρικού πεδίου υπάρχει ηλεκτρικό φορτίο q (σχ. 5). Τότε το ηλεκτρικό πεδίο εξασκεί σ' αυτό το ηλεκτρικό φορτίο μία δύναμη  $\vec{F}$ . Στο σύστημα MKSA ισχύει ο ακόλουθος ορισμός:

Ένταση ( $\vec{E}$ ) του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο του ονομάζεται το πηλίκο της δυνάμεως F που ενεργεί στο ηλεκτρικό φορτίο q (που βρίσκεται σ' αυτό το σημείο) διά του ηλεκτρικού φορτίου q.

ένταση ηλεκτρικού πεδίου  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$

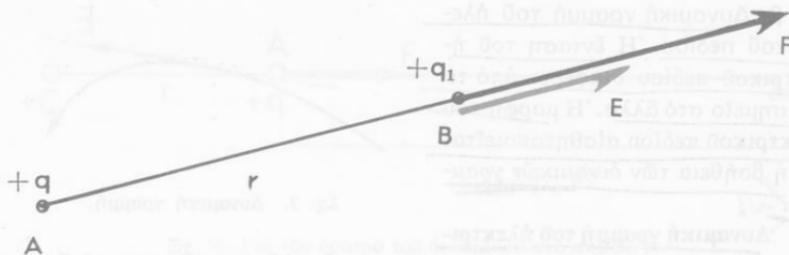


Σχ. 5. Ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο A.

Η ένταση ηλεκτρικού πεδίου είναι άνυσμα  $\vec{E}$ , που έχει φορέα το φορέα της δυνάμεως  $\vec{F}$ , μέτρο ίσο με το πηλίκο  $E = F/q$  και φορά κατά σύμβαση τη φορά της δυνάμεως  $\vec{F}$ , όταν αυτή ενεργεί σε θετικό ηλεκτρικό φορτίο  $+q$ .

Από την εξίσωση  $E = F/q$  συνάγεται ότι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο του αριθμητικά είναι ίση με τη δύναμη που εξασκεί το πεδίο στη

$E = \frac{F}{q}$



Σχ. 6. Τό φορτίο +q δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο.

μονάδα θετικού ηλεκτρικού φορτίου (+ 1Cb), όταν αυτή βρίσκεται στο θεούμενο σημείο του ηλεκτρικού πεδίου.

Μονάδα έντασης ηλεκτρικού πεδίου. Άν στην εξίσωση  $E = F/q$  βάλουμε  $F = 1 \text{ N}$  και  $q = 1 \text{ Cb}$ , βρίσκουμε  $E = 1 \text{ MKSA}$ . Άρα :

Μονάδα έντασης ηλεκτρικού πεδίου είναι ή ένταση ηλεκτρικού πεδίου που σε ηλεκτρικό φορτίο ίσο με 1 Coulomb (1 Cb) εξασκεί δύναμη ίση με 1 Newton (1 N).

μονάδα έντασης ηλεκτρικού πεδίου	$\frac{1 \cdot \text{Newton}}{1 \text{ Coulomb}}$	ή	$1 \frac{\text{N}}{\text{Cb}}$
-------------------------------------	---	---	--------------------------------

Υπολογισμός της έντασης ηλεκτρικού πεδίου. Ένα σημειακό ηλεκτρικό φορτίο +q (σχ. 6) δημιουργεί γύρω του ηλεκτρικό πεδίο. Σε απόσταση r βρίσκεται ηλεκτρικό φορτίο +q<sub>1</sub> και εξασκείται σ' αυτό δύναμη ίση με :

$$F = K_{\eta\lambda} \cdot \frac{q \cdot q_1}{r^2}$$

Άρα στο σημείο B ή ένταση E του ηλεκτρικού πεδίου είναι :

$E = \frac{F}{q_1} = K_{\eta\lambda} \cdot \frac{q}{r^2}$	ή	$E = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q}{r^2}$	$\left\{ \begin{array}{l} 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Cb}^2 \\ q \text{ σε Cb} \\ r \text{ σε m} \\ E \text{ σε N/Cb} \end{array} \right.$
---	---	--	--

όπου q είναι τό ηλεκτρικό φορτίο που δημιουργεί τό ηλεκτρικό πεδίο.

Παράδειγμα. Άν είναι  $q = +0,05 \text{ Cb}$  και  $r = 10 \text{ cm}$ , τότε ή ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι :

$$E = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{Cb}^2} \cdot \frac{0,05 \text{ Cb}}{0,01 \text{ m}^2} \quad \text{καί} \quad E = 45 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{Cb}}$$

β. Δυναμική γραμμή του ηλεκτρικού πεδίου. 'Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου διαφέρει από τό ένα σημείο στο άλλο. 'Η μορφή του ηλεκτρικού πεδίου αισθητοποιείται με τή βοήθεια των δυναμικῶν γραμμῶν.



Σχ. 7. Δυναμική γραμμή.

Δυναμική γραμμή του ηλεκτρικού πεδίου ονομάζεται ή γραμμή που σε κάθε σημείο της τό άνυσμα τής έντάσεως (E) του ηλεκτρικού πεδίου είναι εφαπτόμενο αὐτῆς τής γραμμῆς (σχ. 7).

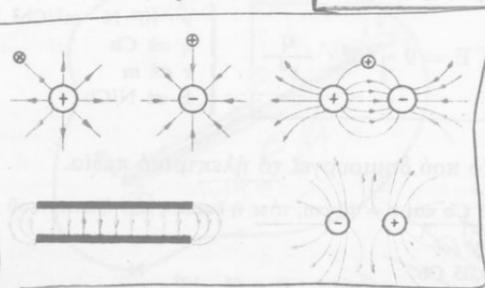
'Από κάθε σημείο του ηλεκτρικού πεδίου περνάει μόνο μία δυναμική γραμμή, που έχει φορά τή φορά του άνύσματος τής έντάσεως του πεδίου. Για τή δυναμική γραμμή μπορούμε νά δώσουμε τόν ἐξῆς εμπειρικό όρισμό :

Δυναμική γραμμή του ηλεκτρικού πεδίου είναι ή τροχιά που διαγράφει ένα θετικό ηλεκτρικό φορτίο (+q) με τήν επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου.

Στό σχῆμα 8 φαίνονται διάφορες μορφές ηλεκτρικῶν πεδίων. Μεταξύ δύο μεταλλικῶν πλακῶν, που είναι παράλληλες καί ἔχουν ἴσα ἀλλά ἀντίθετα ηλεκτρικά φορτία (+q καί -q), σχηματίζεται ὁμογενές ηλεκτρικό πεδίο, που οἱ δυναμικές γραμμές του είναι παράλληλες καί ή έντασή του είναι σταθερή σε ὅλα τά σημεία.

γ. Δυναμικό σε ένα σημείο του ηλεκτρικού πεδίου. "Ενα σημειακό ηλεκτρικό φορτίο +Q παράγει γύρω του ηλεκτρικό πεδίο (σχ. 9). Στό σημείο A, που βρίσκεται σε ἀπόσταση r, υπάρχει θετικό ηλεκτρικό φορτίο +q καί ἐνεργεῖ σ' αὐτό ή ηλεκτροστατική δύναμη :

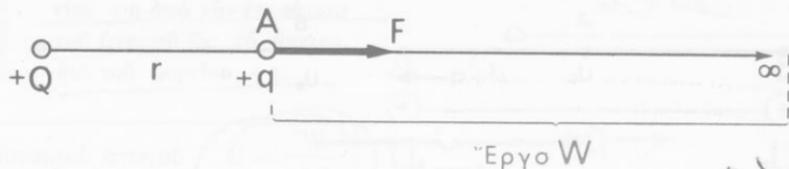
$$\text{μ/ευτροστ. } F = K_{\eta\lambda} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \quad \text{αω}$$



Σχ. 8. Διάφορες μορφές ηλεκτρικῶν πεδίων.

"Αν τό φορτίο +q είναι ἐλεύθερο, τότε με τήν επίδραση τής δυνάμεως  $\vec{F}$  τό φορτίο +q θά κινηθεῖ κατά μήκος μίας εὐθείας δυναμικῆς γραμμῆς ἀπό τό σημείο A ὡς τό ἄπειρο ( $r = \infty$ ), ὅπου ή δύναμη F γίνεται ἴση με μηδέν ( $F = 0$ ). 'Αλλά κατά τή μετα-

$$F = k n l \frac{Q q}{r^2}$$



Σχ. 9. Για τον όρισμό του δυναμικού στο σημείο A.

$W = \frac{W}{q}$

φορά του φορτίου +q από το σημείο A ως το άπειρο, το ηλεκτρικό πεδίο παράγει έργο W. Τότε έχουμε τον εξής ορισμό :

**Δυναμικό (U) του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο του ονομάζεται το πηλίκο του έργου (W), που παράγεται από το πεδίο κατά τη μεταφορά του φορτίου +q από το θεωρούμενο σημείο ως το άπειρο, διά του φορτίου q.**

$$\text{δυναμικό σε σημείο του ηλεκτρικού πεδίου} \quad U = \frac{W}{+q} \quad (1)$$

Τό δυναμικό είναι μονόμετρο μέγεθος και είναι θετικό ή αρνητικό, ανάλογα με το φορτίο Q που είναι ή αιτία του πεδίου. Αν είναι -Q, τότε το δυναμικό στο σημείο A είναι αρνητικό, γιατί για τη μεταφορά του φορτίου +q από το σημείο A ως το άπειρο πρέπει να δαπανηθεί έργο W.

Αποδεικνύεται ότι το δυναμικό σε απόσταση r από σημειακό φορτίο Q είναι :

$$\text{δυναμικό σε απόσταση r} \quad U = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{r}$$

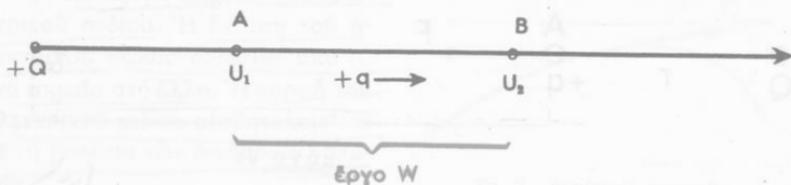
Μονάδα δυναμικού. Αν στην εξίσωση (1) βάλουμε W = 1 Joule και q = 1 Coulomb, βρίσκουμε U = 1 MKSA. Στο σύστημα MKSA η μονάδα δυναμικού ονομάζεται Volt (1 V) και ορίζεται ως εξής :

Σε ένα σημείο του ηλεκτρικού πεδίου, το δυναμικό είναι 1 Volt (1 V), όταν φορτίο 1 Coulomb (1 Cb), μεταφερόμενο εξαιτίας του πεδίου από το σημείο αυτό ως το άπειρο, παράγει έργο ίσο με 1 Joule.

$$\text{μονάδα δυναμικού } 1 \text{ Volt} = \frac{1 \text{ Joule}}{1 \text{ Coulomb}} \quad \eta \quad 1 \text{ V} = 1 \frac{\text{Joule}}{\text{Cb}}$$

14-9-84

~~Handwritten scribbles and marks~~



Σχ. 10. Διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων A και B του ηλεκτρικού πεδίου.

δ. Διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων του ηλεκτρικού πεδίου. Σε δύο σημεία A και B (σχ. 10) του ηλεκτρικού πεδίου το δυναμικό αντίστοιχα είναι  $U_1$  και  $U_2$ . Έπειδή είναι  $U_1 > U_2$ , μεταξύ των δύο σημείων υπάρχει διαφορά δυναμικού  $U_1 - U_2$ . Το φορτίο  $+q$  μεταφερόμενο εξαιτίας του πεδίου από το σημείο A στο σημείο B παράγει έργο  $W$  και τότε ισχύει ο ακόλουθος ορισμός:

Διαφορά δυναμικού  $(U_1 - U_2)$  μεταξύ δύο σημείων του ηλεκτρικού πεδίου ονομάζεται το πηλίκο του έργου  $(W)$ , που παράγεται από το πεδίο κατά τη μεταφορά του φορτίου  $+q$  από το ένα σημείο ως το άλλο, διά του φορτίου  $+q$ .

$$\text{διαφορά δυναμικού} \quad U_1 - U_2 = \frac{W}{+q}$$

$\frac{W}{+q}$   
(2) 9

Αν στην εξίσωση (2) είναι  $W = 1$  Joule και  $q = 1$  Cb, τότε είναι  $U_1 - U_2 = 1$  Volt. Όστε:

Η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων του ηλεκτρικού πεδίου είναι ίση με 1 Volt, όταν κατά τη μεταφορά φορτίου 1 Coulomb από το ένα σημείο ως το άλλο το πεδίο παράγει έργο ίσο με 1 Joule.

$$U_1 - U_2 = 1 \text{ Volt} = \frac{1 \text{ Joule}}{1 \text{ Coulomb}} = 1 \frac{\text{Joule}}{\text{Cb}}$$

## 9. Δυναμικό αγωγού και διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο αγωγών

Μία μικρή μεταλλική σφαίρα (αγωγός) έχει ηλεκτρικό φορτίο  $+Q$ , που κατανέμεται ομοιόμορφα στην επιφάνειά της. Το φορτίο της σφαίρας δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο και οι δυναμικές γραμμές του αρχίζουν από την επιφάνεια της σφαίρας. Τότε μπορούμε να δώσουμε τον εξής ορισμό:

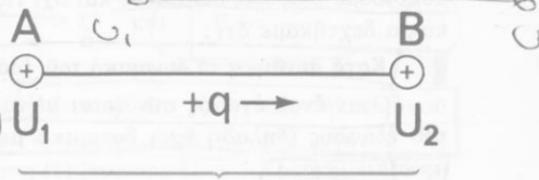
Δυναμικό  $(U)$  ενός αγωγού ονομάζεται το πηλίκο του έργου  $(W)$ , που παράγεται από το ηλεκτρικό πεδίο του αγωγού κατά τη μεταφορά φορ-

$$U_1 = U_2$$



τίου  $+q$  από την επιφάνεια του άγωγού ως το άπειρο, διά του φορτίου  $+q$ .

δυναμικό άγωγού  $U = \frac{W}{+q}$



"Έργο W

Δύο μικρές μεταλλικές σφαιρές Α και Β (σχ. 11) έχουν αντίστοιχα δυναμικό  $U_1$  και  $U_2$  και είναι  $U_1 > U_2$ . Τότε μεταξύ των δύο άγωγών υπάρχει διαφορά δυναμικού  $U_1 - U_2$ . Οί δύο άγωγοί δημιουργούν ηλεκτρικό πεδίο, τό οποίο κατά τή μεταφορά του φορτίου  $+q$  από τόν άγωγό Α στόν άγωγό Β παράγει έργο W. Τότε ισχύει ή γνωστή (§ 8) εξίσωση :

Σχ. 11. Διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο άγωγών Α και Β.

διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο άγωγών  $U_1 - U_2 = \frac{W}{+q}$  (1)

Η διαφορά δυναμικού μετριέται σε Volt. Είναι φανερό ότι ή εξίσωση (1) εκφράζει τό έργο πού παράγεται, όταν φορτίο 1 Coulomb μεταφέρεται εξαιτίας του πεδίου από τόν άγωγό Α στόν άγωγό Β. Γενικά τό ηλεκτρικό φορτίο πηγαίνει πάντοτε από τόν άγωγό μέ τό μεγαλύτερο δυναμικό πρós τόν άγωγό μέ τό μικρότερο δυναμικό. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο άγωγών ονομάζεται και τάση. Όταν λέμε π.χ. ότι μεταξύ δύο άγωγών υπάρχει τάση  $U_1 - U_2 = 220$  Volt, έννοούμε ότι κατά τή μεταφορά φορτίου 1 Coulomb από τόν έναν άγωγό στόν άλλο παράγεται έργο ίσο μέ 220 Joule.

α. Έργο παραγόμενο από ηλεκτρικό φορτίο. Από τήν εξίσωση (1) συμπεραίνουμε ότι, αν μεταξύ δύο άγωγών Α και Β υπάρχει διαφορά δυναμικού  $U_1 - U_2$ , τότε μπορούμε να λάβουμε έργο, αν φορτίο q μεταβεί από τόν άγωγό Α στόν άγωγό Β. Τότε τό έργο πού θά λάβουμε δίνεται από τήν εξίσωση :

έργο από τήν κίνηση ηλεκτρικού φορτίου  $W = q \cdot (U_1 - U_2)$  (2)

Η κίνηση του ηλεκτρικού φορτίου q από τόν ένα άγωγό στόν άλλο είναι εύκολη, αν συνδέσουμε τούς δύο άγωγούς μέ σύρμα. Η εξίσωση (2), όπως θά δοϋμε σε άλλα κεφάλαια, έχει πάρα πολλές εφαρμογές.

β. Δυναμικό του εδάφους. Σε όλες τις πρακτικές εφαρμογές χρησιμοποιούμε διαφορές δυναμικού και όχι τις απόλυτες τιμές δυναμικού. Για εύκολια δεχτήκαμε ότι:

Κατά συνθήκη το δυναμικό του εδάφους είναι ίσο με μηδέν.

"Όταν ένας άγωγός συνδέεται με το έδαφος, έχει πάντοτε το δυναμικό του εδάφους (δηλαδή έχει δυναμικό μηδέν) και λέμε ότι ο άγωγός είναι προσκειωμένος.

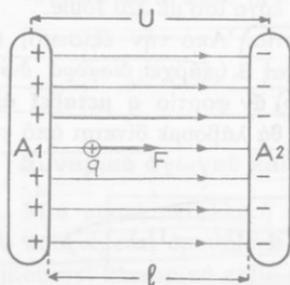
"Αν ένας άγωγός έχει π.χ. δυναμικό  $U = 60 \text{ V}$ , τότε η διαφορά δυναμικού μεταξύ του άγωγού και του εδάφους είναι ίση με  $U - 0 = U = 60 \text{ V}$ . Αυτό σημαίνει ότι, αν φορτίο  $1 \text{ Cb}$  μεταφερθεί από τον άγωγό στο έδαφος, τότε παράγεται έργο ίσο με  $60 \text{ Joule}$ .

γ. Δυναμικό σφαιρικού άγωγού. Σφαιρικός άγωγός έχει ακτίνα  $R$  και ηλεκτρικό φορτίο  $q$ . Αποδεικνύεται ότι το δυναμικό ( $U$ ) του σφαιρικού άγωγού είναι ανάλογο με το ηλεκτρικό φορτίο ( $q$ ) και αντιστρόφως ανάλογο με την ακτίνα του ( $R$ ). Στο σύστημα MKSA το δυναμικό του σφαιρικού άγωγού δίνεται από την εξίσωση:

δυναμικό σφαιρικού άγωγού	$U = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{R}$	$\left. \begin{array}{l} 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Cb}^2 \\ Q \text{ σε Cb} \\ R \text{ σε m} \\ U \text{ σε V} \end{array} \right\}$
------------------------------	--------------------------------------	---

### 10. Σχέση μεταξύ διαφοράς δυναμικού και έντασης ηλεκτρικού πεδίου

Δύο επίπεδες παράλληλες μεταλλικές πλάκες έχουν ίσα αλλά ετερόνυμα ηλεκτρικά φορτία και η απόστασή τους είναι  $l$  (σχ. 12). Μεταξύ των δύο πλακών σχηματίζεται ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, που έχει σταθερή ένταση  $E$  και η διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο πλακών είναι  $U$ . Στη μία άκρη ( $A_1$ ) μιας δυναμικής γραμμής ( $A_1A_2$ ) φέρνουμε ηλεκτρικό φορτίο  $q$ . Τότε στο φορτίο αυτό ενεργεί η δύναμη  $F = E \cdot q$ , η οποία μετακινεί το φορτίο  $q$  κατά διάστημα  $A_1A_2 = l$  και παράγει έργο:



Σχ. 12. Σχέση μεταξύ της έντασης  $E$  του ηλεκτρικού πεδίου και της τάσεως  $U$ .

$$W = F \cdot l \quad \text{ή} \quad W = E \cdot q \cdot l$$

"Όπως ξέρουμε (§ 9) το έργο αυτό είναι

Ίσο μέ  $W = q \cdot U$ . Άρα έχουμε τήν εξίσωση:

$$E \cdot q \cdot l = q \cdot U \quad \eta \quad E \cdot l = U \quad \text{καί} \quad E = \frac{U}{l} \quad (1)$$

Ή εξίσωση (1) φανεράνει ότι ή ένταση (E) όμογενοϋς ήλεκτρικοϋ πεδίοϋ είναι ίση μέ τή μεταβολή τοϋ δυναμικοϋ κατά μονάδα μήκοϋ τήϋ δυναμικήϋ γραμμήϋ. Άν στήν εξίσωση (1) βάλουμε  $U = 1 \text{ Volt}$  καί  $l = 1 \text{ m}$ , βρίσκουμε  $E = 1 \text{ MKSA}$ . Ωστε στό σύστημα MKSA μονάδα έντάσεωϋ ήλεκτρικοϋ πεδίοϋ είναι:

μονάδα έντάσεωϋ  
ήλεκτρικοϋ πεδίοϋ

$$\frac{1 \text{ Volt}}{1 \text{ m}} \quad \eta \quad 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

**Παρατήρηση.** Οί μονάδεϋ έντάσεωϋ ήλεκτρικοϋ πεδίοϋ  $1 \text{ N/Cb}$  καί  $1 \text{ V/m}$  είναι ίσοδύναμεϋ, γιατί είναι:

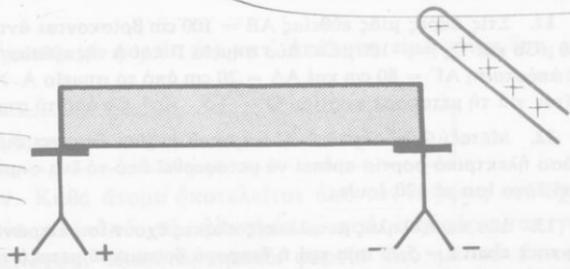
$$1 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 1 \frac{\text{Joule/Cb}}{\text{m}} = 1 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{m} \cdot \text{Cb}} = 1 \frac{\text{N}}{\text{Cb}}$$

## II. Ήλέκτριση άγωγοϋ μέ έπαγωγή

Πάνω στοϋϋ δίσκοϋϋ δύο όμοιοϋν ήλεκτροσκοπίοϋν στηρίζουμε τίϋ δύο άκρεϋ μιάϋ μεταλλικήϋ ράβδοϋ που έχει άρκετό μήκοϋ (σχ. 13). Στή μιά άκρη τήϋ μεταλλικήϋ ράβδοϋ πλησιάζουμε μιά ήλεκτρισημένη γυάλινη ράβδο, χωρίϋ όμωϋ νά έρθοϋν σέ έπαφή οί δύο ράβδοι. Παρατηροϋμε ότι καί τά δύο ήλεκτροσκοπία άποκτοϋν ήλεκτρικά φορτία. Εϋκολα διαπιστώνουμε ότι τά δύο ήλεκτροσκοπία έχουν ετεράνωμα ήλεκτρικά φορτία. Μόλιϋ άπομακρύνουμε τή γυάλινη ράβδο, άμέσωϋ τά ήλεκτρικά φορτία τών δύο ήλεκτροσκοπίοϋν εξαφανίζονται. Αυτό δείχνει ότι τά ετεράνωμα φορτία τών δύο ήλεκτροσκοπίοϋν ήταν κατ' άπόλυτη τιμή ίσα.

Ή μεταλλική ράβδοϋ καί τά στελέχη τών δύο ήλεκτροσκοπίοϋν, στά όποία στηρίζεται ή ράβδοϋ, άποτελοϋν ένα συνεχή μεταλλικό άγωγό. Όταν ό άγωγόϋ βρεθεί μέσα στό ήλεκτρικό πεδίο που δημι-

$$F = E \cdot q$$



Σχ. 13. Ήλέκτριση άγωγοϋ μέ έπαγωγή.

$$W = F \cdot l \Rightarrow W = E \cdot q \cdot l$$

ουργεί τό φορτίο τής γυάλινης ράβδου, τότε ό άγωγός ήλεκτρίζεται καί στίς δύο άκρες του έμφανίζονται ίσα έτερόνυμα ήλεκτρικά φορτία. Αυτός ό τρόπος ήλεκτρίσεως του άγωγού όνομάζεται ήλεκτρίση μέ έπαγωγή. "Ωστε :

**"Όταν άγωγός βρεθεί μέσα σέ ήλεκτρικό πεδίο, αναπτύσσονται μέ έπαγωγή πάνω στόν άγωγό ίσα έτερόνυμα ήλεκτρικά φορτία, πού προϋπάρχουν μέσα στή μάζα του άγωγού. !**

**Παρατήρηση.** "Όταν ή γυάλινη ράβδος βρίσκεται κοντά στόν άγωγό, συνδέουμε τόν άγωγό μέ τό έδαφος. Τό άπωθούμενο θετικό φορτίο ξεφεύγει στό έδαφος. "Αν διακόψουμε τή συγκοινωνία μέ τό έδαφος καί άπομακρύνουμε τή γυάλινη ράβδο, άπομένει στόν άγωγό τό άρνητικό φορτίο, πού δέν έξουδετερώνεται. Μέ αυτό τόν τρόπο μπορεί ένας άγωγός νά διατηρήσει μόνο τό ένα είδος φορτίου.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

6. Σέ ένα σημείο βρίσκεται ήλεκτρικό φορτίο  $Q = +0,5 \text{ Cb}$ . Πόση είναι ή ένταση του ήλεκτρικού πεδίου σέ άπόσταση 5 cm καί 10 cm από τό φορτίο Q;

7. Στίς άκρες εϋθείας AB μήκους 15 cm βρίσκονται δύο ήλεκτρικά φορτία  $+Q$  καί  $+4Q$ . Σέ ποιά σημείο τής εϋθείας AB ή ένταση του ήλεκτρικού πεδίου είναι ίση μέ μηδέν;

8. Στίς τέσσερις κορυφές A, B, Γ, Δ ενός τετραγώνου, πού έχει πλευρά 4 cm, βρίσκονται αντίστοιχα τά ήλεκτρικά φορτία  $+0,1$ ,  $+0,1$ ,  $-0,1$  καί  $-0,1 \text{ Cb}$ . Πόση είναι ή ένταση του ήλεκτρικού πεδίου στό κέντρο του τετραγώνου;

9. Στίς κορυφές ισόπλευρου τριγώνου ABΓ βρίσκονται τρία ίσα θετικά ήλεκτρικά φορτία, πού τό καθένα είναι ίσο μέ  $Q = +250 \mu\text{Cb}$ . Ένα σημείο Δ βρίσκεται μέσα στο τρίγωνο καί απέχει  $r = 10 \text{ cm}$  από κάθε κορυφή του τριγώνου. Πόση είναι ή ένταση του ήλεκτρικού πεδίου στό σημείο Δ;

10. Ένας άτομικός πυρήνας έχει φορτίο  $Q = +80 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}$ . Νά βρεθεί τό δυναμικό  $U$  σέ άπόσταση  $r = 10^{-12} \text{ m}$  από αυτό τόν πυρήνα. Πόση είναι ή δυναμική ένεργεια  $E_{\text{δυν}}$  πού έχει φορτίο  $q = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}$ , όταν βρίσκεται σ' αυτή τήν άπόσταση από τόν πυρήνα;

11. Στίς άκρες μιάς εϋθείας AB = 100 cm βρίσκονται αντίστοιχα τά φορτία  $Q_1 = +200 \mu\text{Cb}$  καί  $Q_2 = -100 \mu\text{Cb}$ . Δύο σημεία Γ καί Δ τής εϋθείας AB βρίσκονται αντίστοιχα σέ άπόσταση AG = 80 cm καί AD = 20 cm από τό σημείο A. Νά βρεθεί πόσο έργο άπαιτείται γιά τή μεταφορά φορτίου  $Q = +5 \cdot 10^{-4} \text{ Cb}$  από τό σημείο Γ στό σημείο Δ.

12. Μεταξύ δύο σημείων ήλεκτρικού πεδίου ύπάρχει διαφορά δυναμικού  $U = 6 \text{ V}$ . Πόσο ήλεκτρικό φορτίο πρέπει νά μεταφερθεί από τό ένα σημείο στό άλλο, γιά νά παραχθεί έργο ίσο μέ 120 Joule;

13. Δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες έχουν ίσα έτερόνυμα φορτία. "Αν ή άπόστασή τους είναι  $l = 5,25 \text{ mm}$  καί ή διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο πλακών είναι  $U = 1500 \text{ V}$ , πόση είναι ή ένταση του ήλεκτρικού πεδίου; Πόση δύναμη ένεργεί σέ ήλεκτρικό φορτίο  $q = +2 \cdot 10^{-4} \text{ Cb}$ , πού έρχεται μέσα σ' αυτό τό ήλεκτρικό πεδίο;

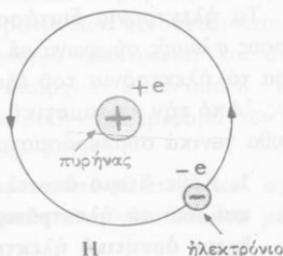
14. Μεταξύ δύο παράλληλων μεταλλικών πλακών που απέχουν μεταξύ τους  $l = 5 \text{ cm}$  υπάρχει τάση  $U = 20\,000 \text{ V}$ . Πόσο έργο παράγεται, όταν ένα φορτίο  $q = 5 \cdot 10^{-8} \text{ Cb}$  μεταφέρεται από το ηλεκτρικό πεδίο από τη θετική ως την αρνητική πλάκα;

15. Σφαιρικός άγωγός έχει ακτίνα  $R = 50 \text{ cm}$ . Πόσο είναι το δυναμικό του, αν το φορτίο του είναι  $Q = 10^{-3} \text{ Cb}$ ; Πόσο φορτίο πρέπει να έχει αυτός ο άγωγός, ώστε το δυναμικό του να είναι ίσο με  $10^5 \text{ V}$ ;

## ΦΥΣΗ ΤΟΥ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΥ

### 12. Στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο

Τά ηλεκτρικά φορτία (θετικά και αρνητικά) αναπτύσσονται πάνω στα σώματα με τριβή ή αναπτύσσονται πάνω στους άγωγούς, όταν αυτοί βρεθούν μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο. Άρα μέσα στα άτομα της ύλης υπάρχουν ηλεκτρικά φορτία, που εκδηλώνονται, μόνο όταν δημιουργηθούν κατάλληλες συνθήκες. Το απλούστερο άτομο είναι το άτομο υδρογόνου. Ή θεωρητική και η πειραματική έρευνα απέδειξαν ότι το άτομο υδρογόνου αποτελείται από δύο μικρά σωματίδια, τον πυρήνα και το ηλεκτρόνιο. Ο πυρήνας βρίσκεται στο κέντρο του ατόμου, ονομάζεται ειδικότερα πρωτόνιο και έχει θετικό ηλεκτρικό φορτίο (σχ. 14). Γύρω από τον πυρήνα περιφέρεται πολύ γρήγορα το ηλεκτρόνιο, που έχει αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο και η μάζα του είναι περίπου ίση με το  $1/1840$  της μάζας του ατόμου υδρογόνου. Το αρνητικό φορτίο του ηλεκτρονίου είναι κατ' απόλυτη τιμή ίσο με το θετικό φορτίο του πρωτονίου, ονομάζεται στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο ( $e$ ) και είναι το μικρότερο ως σήμερα γνωστό ηλεκτρικό φορτίο που βρίσκουμε στη Φύση. Ή έλξη που ο πυρήνας εξασκεί στο ηλεκτρόνιο είναι η κεντρομόλος δύναμη, η οποία συγκρατεί το ηλεκτρόνιο πάνω στην κυκλική τροχιά του. Με τίς μετρήσεις βρήκαμε ότι :



Σχ. 14. Σχηματική παράσταση του ατόμου υδρογόνου.

Τό στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο ( $e$ ) κατ' απόλυτη τιμή είναι ίσο με  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}$ .

$$\text{στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο } |e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}$$

Δομή των ατόμων. Κάθε άτομο αποτελείται από τον πυρήνα, που έχει ορισμένο θετικό φορτίο, και από τα ηλεκτρόνια, που περιφέρονται γύρω από τον πυρήνα και έχουν όλικό αρνητικό φορτίο ίσο με το θετικό φορτίο του πυρήνα. Όλοι οι πυρήνες, εκτός από τον πυρήνα του ατόμου



Σχ. 15. Άτομο ηλίου, οξυγόνου και νατρίου.

ριθμό πρωτονίων, π.χ. ο πυρήνας του ατόμου ηλίου έχει δύο πρωτόνια και επομένως έχει θετικό φορτίο  $+2e$ , ενώ ο πυρήνας του ατόμου οξυγόνου έχει οκτώ πρωτόνια και γι' αυτό έχει θετικό φορτίο  $+8e$ . Στο ουδέτερο άτομο τό θετικό φορτίο του πυρήνα είναι ίσο και αντίθετο με τό ολικό αρνητικό φορτίο τών ηλεκτρονίων πού περιφέρονται γύρω από τόν πυρήνα. Ωστε σέ κάθε είδος ατόμου γύρω από τόν πυρήνα περιφέρονται τόσα ηλεκτρόνια, όσα είναι τά πρωτόνια του πυρήνα, π.χ. στό άτομο ηλίου υπάρχουν δύο ηλεκτρόνια πού έχουν αρνητικό φορτίο  $-2e$ , ενώ στό άτομο οξυγόνου υπάρχουν οκτώ ηλεκτρόνια πού έχουν ολικό αρνητικό φορτίο  $-8e$  (σχ. 15).

Τά ηλεκτρόνια διατάσσονται γύρω από τόν πυρήνα πάνω σέ όμοκεντρους φλοιούς σύμφωνα μέ όρισμένο νόμο τής Άτομικής Φυσικής. Ειδικότερα τά ηλεκτρόνια του έξωτερικού φλοιού ονομάζονται *ηλεκτρόνια σθένους*. Από τήν πειραματική και τή θεωρητική έρευνα καταλήξαμε στά ακόλουθα γενικά συμπεράσματα :

- I. Κάθε άτομο αποτελείται από τόν πυρήνα, πού έχει θετικό φορτίο, και από τά ηλεκτρόνια, πού περιφέρονται γύρω από τόν πυρήνα και έχουν αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο.
- II. Τά θετικά φορτία υπάρχουν πάντοτε στους πυρήνες τών ατόμων, ενώ τά αρνητικά φορτία μεταφέρονται πάντοτε από τά ηλεκτρόνια. Αλλά είναι ίδια σέ όλα τά άτομα τής ύλης.
- III. Τά θετικά και τά αρνητικά ηλεκτρικά φορτία είναι πάντοτε άκέραια πολλαπλάσια του στοιχειώδους ηλεκτρικού φορτίου ( $e$ ).

### 13. Έμφάνιση ηλεκτρικών φορτίων

Τά φαινόμενα του ηλεκτρισμού οφείλονται στην ικανότητα πού έχουν τά ηλεκτρόνια *νά φεύγουν* από ένα άτομο και *νά πηγαίνουν* σέ ένα άλλο άτομο. Όταν όμως από ένα ουδέτερο άτομο *φύγουν* ένα ή περισσότερα ηλεκτρόνια, καταστρέφεται ή ισορροπία μεταξύ τών ετερόνυμων φορτίων του

(\*) Έδώ αναφέρονται λίγα στοιχεία για τή δομή του ατόμου, απαραίτητα για τήν έρμηνεία τών φαινομένων πού θα εξετάσουμε. Πιο λεπτομερής περιγραφή του ατόμου θα γίνει στην Άτομική και Πυρηνική Φυσική.

ατόμου και τό υπόλοιπο του ατόμου είναι ένα θετικό *ión* πού έχει θετικό φορτίο (+e, +2e, +3e). Αντίθετα αν σε ένα ουδέτερο άτομο προστεθούν ένα ή περισσότερα ηλεκτρόνια, τότε σχηματίζεται *αρνητικό íon*, πού έχει αρνητικό φορτίο (-e, -2e, -3e). Ωστε ένα σώμα είναι *ουδέτερο*, όταν τά άτομά του είναι ουδέτερα. Αν τά άτομα ενός σώματος χάσουν ηλεκτρόνια, τό σώμα εμφανίζεται ηλεκτρισμένο μέ *θετικό* φορτίο. Αντίθετα, αν τά άτομα ενός σώματος προσλάβουν ηλεκτρόνια, τό σώμα εμφανίζεται ηλεκτρισμένο μέ *αρνητικό* φορτίο. Γενικά λοιπόν μπορούμε νά πούμε ότι :

Ένα σώμα έχει θετικό φορτίο, όταν έχει χάσει ηλεκτρόνια και αντίθετα, έχει αρνητικό φορτίο, όταν έχει αποκτήσει πλεονάζοντα ηλεκτρόνια.

#### 14. Τά ελεύθερα ηλεκτρόνια τών μετάλλων

Στά άτομα τών μετάλλων τά ηλεκτρόνια σθένους είναι ένα, δύο ή τρία και συνδέονται πολύ χαλαρά μέ τόν πυρήνα. Έτσι αὐτά τά ηλεκτρόνια εύκολα ξεφεύγουν από τήν έλξη του πυρήνα και κινούνται διαρκώς και άτακτα μέσα στή μάζα του μετάλλου, όπως ακριβώς κινούνται τά μόρια ενός αερίου πού είναι κλεισμένο μέσα σε δοχείο. Τά ηλεκτρόνια πού κινούνται άτακτα μέσα στή μάζα του μετάλλου τά ονομάζουμε *ελεύθερα ηλεκτρόνια*, και άποτελούν ένα τεράστιο πλήθος (σε 1 cm<sup>3</sup> χαλκού υπάρχουν πάνω από  $8 \cdot 10^{22}$  ελεύθερα ηλεκτρόνια). Η χαρακτηριστική ηλεκτρική συμπεριφορά τών μετάλλων όφείλεται στά ελεύθερα ηλεκτρόνιά τους. Ωστε :

Στά μέταλλα τά ηλεκτρόνια σθένους ξεφεύγουν από τά άτομα και σχηματίζουν τά ελεύθερα ηλεκτρόνια, πού διαρκώς κινούνται άτακτα μέσα στή μάζα του μετάλλου.

#### 15. Έξήγηση τής ηλεκτρίσεως τών σωμάτων

a. *Ηλέκτριση μέ τριβή*. Όταν τρίβουμε δύο διαφορετικά σώματα τό ένα πάνω στό άλλο (π.χ. γυαλί και ύφασμα), τότε τά σώματα έρχονται σε πολύ στενή έπαφή μεταξύ τους. Εύκολα διαπιστώνουμε ότι αὐτά τά δύο σώματα άποκτούν ίσα έτερόνυμα ηλεκτρικά φορτία. Αυτό συμβαίνει, γιατί τά ηλεκτρόνια έφυγαν από τό ένα σώμα και πήγαν στό άλλο. Έτσι τά δύο σώματα εμφανίζονται ηλεκτρισμένα αλλά τό ένα σώμα έχει *θετικό* φορτίο, ενώ τό άλλο σώμα έχει *αρνητικό* φορτίο. Ωστε :

Όταν δύο διαφορετικά σώματα μέ τήν τριβή έρχονται σε στενή έπαφή μεταξύ τους, τότε ηλεκτρόνια πηγαίνουν από τό ένα σώμα στό άλλο και έτσι στά δύο σώματα εμφανίζονται ίσα έτερόνυμα ηλεκτρικά φορτία.

β. *Ηλέκτριση μέ έπαφή*. Ένα σώμα Α, πού έχει *αρνητικό* φορτίο,

έρχεται σέ επαφή μέ ένα μονωμένο ουδέτερο άγωγό Β. Τότε ένα μέρος από τά ηλεκτρόνια πού πλεονάζουν στό σώμα Α πηγαίνει στόν άγωγό Β. Έτσι καί ο άγωγός Β άποκτᾶ άρνητικό φορτίο. Άντίθετα, άν τό σώμα Α έχει θετικό φορτίο καί έρθει σέ επαφή μέ τόν ουδέτερο άγωγό Β, τότε ένα μέρος από τά ελεύθερα ηλεκτρόνια τοῦ άγωγοῦ Β πηγαίνει στό σώμα Α. Έτσι καί ο άγωγός Β άποκτᾶ θετικό φορτίο. Καί στίς δύο περιπτώσεις λέμε ότι ο άγωγός Β ηλεκτρίστηκε μέ επαφή. Ώστε :

**Όταν ένα σώμα, πού έχει ηλεκτρικό φορτίο (θετικό ή άρνητικό), έρχεται σέ επαφή μέ μονωμένο ουδέτερο άγωγό, τότε ή φεύγουν από τόν άγωγό ή έρχονται σ' αυτόν ηλεκτρόνια καί έτσι εμφανίζεται στόν άγωγό ηλεκτρικό φορτίο (θετικό ή άρνητικό).**

γ. *Ήλεκτριση μέ έπαγωγή.* Όταν μονωμένος ουδέτερος άγωγός βρεθεί μέσα σέ ηλεκτρικό πεδίο, τότε εξαιτίας τοῦ ηλεκτρικοῦ πεδίου πολλά ελεύθερα ηλεκτρόνια τοῦ άγωγοῦ μετακινούνται καί σέ δύο περιοχές τοῦ άγωγοῦ εμφανίζονται ἴσα έτερόνυμα ηλεκτρικά φορτία. Ώστε :

**Ή ήλεκτριση μέ έπαγωγή ενός άγωγοῦ οφείλεται στή μετακίνηση τῶν ελεύθερων ηλεκτρονίων τοῦ άγωγοῦ εξαιτίας τοῦ ηλεκτρικοῦ πεδίου.**

δ. *Ήλεκτριση τῶν μονωτῶν.* Άντίθετα μέ τούς άγωγούς οἱ μονωτές δέν έχουν ελεύθερα ηλεκτρόνια. Στό μονωτή, άν από μιά περιοχή του αφαιρεθοῦν ηλεκτρόνια ή σέ μιά περιοχή του προστεθοῦν ηλεκτρόνια, τά ηλεκτρικά φορτία παραμένουν *έντοπισμένα* σ' αὐτή τήν περιοχή. Ώστε :

**Οἱ μονωτές, έπειδή δέν έχουν ελεύθερα ηλεκτρόνια, διατηροῦν έντοπισμένα τά ηλεκτρικά φορτία πού άναπτύσσονται σέ μιά περιοχή τους.**

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

16. Πόσα ηλεκτρόνια πλεονάζουν σέ έναν άγωγό Α πού έχει φορτίο  $Q_A = -6,4 \text{ Cb}$ ; Πόσα ηλεκτρόνια έχει χάσει ένας άγωγός Β πού έχει φορτίο  $Q_B = +3,2 \text{ Cb}$ ;

17. Δύο έτερόνυμα στοιχειώδη ηλεκτρικά φορτία  $+e$  καί  $-e$  βρίσκονται σέ απόσταση  $r = 1 \text{ mm}$  τό ένα από τό άλλο. Μέ πόση δύναμη έλκονται αὐτά τά δύο φορτία;

18. Μεταξύ δύο άγωγῶν ύπάρχει διαφορά δυναμικοῦ  $U = 1 \text{ V}$ . Ένα ηλεκτρόνιο εξαιτίας τοῦ ηλεκτρικοῦ πεδίου πηγαίνει από τόν έναν άγωγό στόν άλλο. Πόσο έργο παράγεται, όταν γίνεται αὐτή ή μετακίνηση τοῦ ηλεκτρονίου;

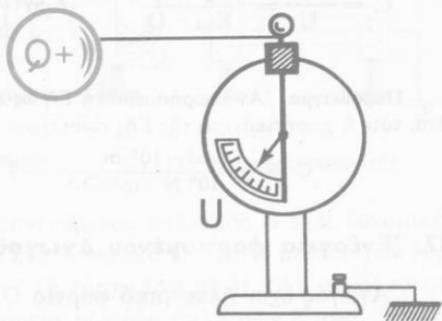
19. Ὁ άτομικός πυρήνας νατρίου έχει φορτίο  $q = +11e$ . Μέ πόση δυναμη αὐτός ο πυρήνας άπωθεῖ ένα πρωτόνιο, όταν ή μεταξύ τους απόσταση είναι  $r = 10^{-7} \text{ cm}$ ;

20. Μεταξύ δύο όριζόντιων μεταλλικῶν πλακῶν, πού ή απόστασή τους είναι  $l = 2 \text{ cm}$ , θέλουμε νά διατηρηθεῖ αιώροῦμενη μιά μικρή σταγόνα λαδιοῦ, πού έχει μάζα  $m = 10^{-12} \text{ gr}$  καί φορτίο  $q = +2e$ . Πόση τάση πρέπει νά ύπάρχει μεταξύ τῶν δύο πλακῶν;  $g = 9,8 \text{ m/sec}^2$ .

## ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΑΓΩΓΟΥ — ΠΥΚΝΩΤΕΣ

## 16. Χωρητικότητα άγωγού

Τό δυναμικό ενός άγωγού τό μετράμε μέ ειδικό όργανο, πού όνομάζεται *ήλεκτροόμετρο* καί είναι βαθμολογημένο σε Volt (σχ. 16). "Ενας μονωμένος άγωγός έχει φορτίο  $Q$  καί μέ τό ήλεκτροόμετρο βρίσκουμε ότι έχει δυναμικό  $U$ . "Αν τό φορτίο του άγωγού γίνει  $2Q$ ,  $3Q$ ..., βρίσκουμε ότι τό δυναμικό του άγωγού γίνεται αντίστοιχα  $2U$ ,  $3U$ ... Παρατηρούμε ότι τό πηλίκο του φορτίου διά του δυναμικού του άγωγού διατηρείται *σταθερό*. "Από αυτό τό πείραμα καταλήγουμε στον όρισμό ενός νέου φυσικού μεγέθους, πού όνομάζεται *χωρητικότητα* του άγωγού.



Σχ. 16. Μέτρηση του δυναμικού ενός άγωγού.

**Χωρητικότητα (C) ενός άγωγού όνομάζεται τό σταθερό πηλίκο του φορτίου (Q) διά του δυναμικού (U) του άγωγού.**

$$\text{χωρητικότητα άγωγού } C = \frac{Q}{U} \quad (1)$$

*Μονάδα χωρητικότητας.* "Αν στην εξίσωση (1) βάλουμε  $Q = 1$  Coulomb καί  $U = 1$  Volt, βρίσκουμε  $C = 1$  MKSA. Στο σύστημα MKSA ή *μονάδα χωρητικότητας* όνομάζεται *Farad* (1 F) καί όρίζεται ως εξής :

**1 Farad (1 F) είναι ή χωρητικότητα άγωγού, ό όποιος, όταν έχει φορτίο 1 Coulomb, έχει δυναμικό ίσο μέ 1 Volt.**

$$\begin{array}{l} \text{μονάδα} \\ \text{χωρητικότητας} \end{array} \quad 1 \text{ Farad} = \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ Volt}} \quad \eta \quad 1 \text{ F} = 1 \frac{\text{Cb}}{\text{V}}$$

Στήν πράξη χρησιμοποιούμε συνήθως δύο πολύ μικρότερες μονάδες, τό *μικροφαράντ* (1  $\mu\text{F}$ ) καί τό *πικοφαράντ* (1 pF), πού είναι :

$$1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F} \quad \text{καί} \quad 1 \text{ pF} = 10^{-6} \mu\text{F} = 10^{-12} \text{ F}$$

Χωρητικότητα σφαιρικού άγωγού. Σφαιρικός άγωγός έχει άκτίνα  $R$ ,

φορτίο  $Q$  και δυναμικό (§ 25γ) ίσο μέ  $U = K_{\eta\lambda} \cdot Q/R$ . Ο άγωγός αυτός έχει χωρητικότητα :

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q \cdot R}{K_{\eta\lambda} \cdot Q} \quad \text{άρα} \quad C = \frac{R}{K_{\eta\lambda}} \quad \left\{ \begin{array}{l} R \text{ σε } m \\ K_{\eta\lambda} \text{ σε } N \cdot m^2/Cb^2 \\ C \text{ σε } F \end{array} \right.$$

**Παράδειγμα.** Αν θεωρήσουμε τή Γή ώς σφαιρικό άγωγό πού έχει άκτινα  $R = 6300$  km, τότε ή χωρητικότητα τής Γής είναι :

$$C = \frac{63 \cdot 10^5 m}{9 \cdot 10^9 N \cdot m^2/Cb^2} = 7 \cdot 10^{-4} F \quad \text{ή} \quad C = 700 \mu F$$

### 17. Ένέργεια φορτισμένου άγωγού

Άγωγός έχει ήλεκτρικό φορτίο  $Q$ , δυναμικό  $U$  και χωρητικότητα :

$$C = \frac{Q}{U} \quad \text{άρα είναι} \quad Q = C \cdot U \quad (1)$$

Γιά νά φορτισθεί αυτός ό άγωγός, δαπανήθηκε ενέργεια, ή όποία μένει άποταμιευμένη πάνω στόν άγωγό. Άποδεικνύεται ότι ή *ένέργεια* ( $E_{\eta\lambda}$ ) πού έχει τότε ό άγωγός δίνεται άπό τήν εξίσωση :

$$\left. \begin{array}{l} \text{ένέργεια φορτισμένου} \\ \text{άγωγού} \end{array} \right\} E_{\eta\lambda} = \frac{1}{2} Q \cdot U \quad \left\{ \begin{array}{l} Q \text{ σε } Cb \\ U \text{ σε } V \\ E_{\eta\lambda} \text{ σε } \text{Joule} \end{array} \right.$$

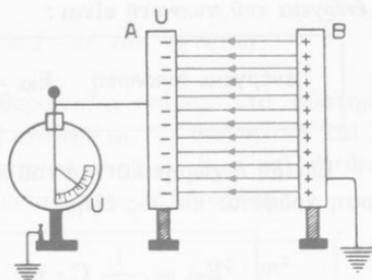
Ή τελευταία εξίσωση μπορεί νά λάβει και τήν εξής μορφή :

$$E_{\eta\lambda} = \frac{1}{2} C \cdot U^2 \quad \text{ή} \quad E_{\eta\lambda} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C}$$

### 18. Πυκνωτής

Είναι γνωστό (§ 16) ότι ένας μονωμένος άγωγός, πού έχει ήλεκτρικό φορτίο  $Q$ , έχει σταθερή χωρητικότητα  $C = Q/U$ . Έκτελούμε τό εξής πείραμα : Μιά μεταλλική πλάκα  $A$  (σχ. 17), είναι μονωμένη, έχει άρνητικό φορτίο  $-Q$  και δυναμικό κατ' άπόλυτη τιμή ίσο μέ  $U$ . Στήν πλάκα  $A$  πλησιάζουμε μία άλλη όμοια πλάκα  $B$ , πού είναι προσγειωμένη. Παρατηρούμε ότι τό δυναμικό τής πλάκας  $A$  *έλαττώνεται* και έπομένως ή χωρητικότητά της *αυξάνει*. Τό πείραμα αυτό δείχνει ότι ή χωρητικότητα ενός φορτισμένου άγωγού *αυξάνει*, όταν σ' αυτό τόν άγωγό πλησιάσει άλλος προσγειωμένος άγωγός.

Τό σύστημα τών δύο άγωγών A και B ονομάζεται *πυκνωτής* και οι δύο άγωγοί ονομάζονται *όπλισμοί* τού πυκνωτή. "Όταν κοντά στήν πλάκα A φέρουμε τήν πλάκα B, αυτή ηλεκτρίζεται μέ επαγωγή, τά άρνητικά φορτία φεύγουν στό έδαφος και πάνω στήν πλάκα B μένουν τά θετικά φορτία. Τότε οι δύο όπλισμοί έχουν ίσα έτερόνυμα φορτία + Q και - Q. Μεταξύ τών δύο όπλισμών σχηματίζεται *όμογενές ηλεκτρικό πεδίο*.



Σχ. 17. Έπίπεδος πυκνωτής.

Χωρητικότητα πυκνωτή. "Ο προσγειωμένος όπλισμός B έχει δυναμικό μηδέν, ενώ ό άλλος όπλισμός A έχει ένα δυναμικό U. "Όστε μεταξύ τών δύο όπλισμών ύπάρχει διαφορά δυναμικού (ή τάση) ίση μέ U. "Αν συνδέσουμε μέ σύρμα τούς δύο όπλισμούς, τά φορτία τών δύο όπλισμών εξαφανίζονται και λέμε ότι έγινε *εκφόρτιση* τού πυκνωτή. Αυτό συμβαίνει, γιατί τά ηλεκτρόνια πού πλεονάζουν στόν όπλισμό A, και πού έχουν όλικό φορτίο -Q, έρχονται στόν όπλισμό B και εξουδετερώνουν τό θετικό φορτίο του +Q. "Όστε κατά τήν εκφόρτιση μετακινείται από τόν έναν όπλισμό στόν άλλο ηλεκτρικό φορτίο πού, κατ' απόλυτη τιμή, είναι ίσο μέ Q. Αυτό τό φορτίο τό ονομάζουμε *ηλεκτρικό φορτίο τού πυκνωτή*. Κατ' αναλογία μέ τόν όρισμό πού δώσαμε γιά τή χωρητικότητα άγωγού, έχουμε τόν ακόλουθο *όρισμό* :

**Χωρητικότητα (C) πυκνωτή ονομάζεται τό σταθερό πηλίκο τού ηλεκτρικού φορτίου (Q) τού πυκνωτή διά τής διαφοράς δυναμικού (U) πού ύπάρχει μεταξύ τών δύο όπλισμών του.**

$$\text{χωρητικότητα πυκνωτή} \quad C = \frac{Q}{U}$$

"Η χωρητικότητα τού πυκνωτή μετριέται μέ τίς γνωστές μονάδες χωρητικότητας. "Η χωρητικότητα (C) τού πυκνωτή εκφράζει τό ηλεκτρικό φορτίο πού πρέπει νά δώσουμε στόν πυκνωτή, γιά νά αύξηθει κατά μία μονάδα δυναμικού ή διαφορά δυναμικού μεταξύ τών όπλισμών του (για  $U = 1$  είναι  $C = Q$ ).

## 19. Ένέργεια φορτισμένου πυκνωτή

"Όπως ένας φορτισμένος άγωγός, έτσι και ένας φορτισμένος πυκνωτής έχει άποταμιευμένη ενέργεια. "Αν ό πυκνωτής έχει ηλεκτρικό φορτίο Q και μεταξύ τών όπλισμών του ύπάρχει διαφορά δυναμικού U (ή τάση), τότε

ή ενέργεια του πυκνωτή είναι :

$$\boxed{\text{ἐνέργεια πυκνωτή} \quad E_{\eta\lambda} = \frac{1}{2} Q \cdot U} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q \text{ σέ } Cb \\ U \text{ σέ } V \\ E_{\eta\lambda} \text{ σέ } \text{Joule} \end{array} \right.$$

Ἐπειδή ἡ χωρητικότητα τοῦ πυκνωτή εἶναι  $C = Q/U$ , ἡ παραπάνω ἐξίσωση γράφεται καί ὡς ἐξῆς :

$$\boxed{E_{\eta\lambda} = \frac{1}{2} C \cdot U^2 \quad \text{καί} \quad E_{\eta\lambda} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C}}$$

## 20. Ἐπίπεδος πυκνωτής

Ἡ ἐπίπεδος πυκνωτής ἀποτελεῖται ἀπό δύο ἐπίπεδους παράλληλους ὀπλισμούς καί ἡ ἀπόσταση τοῦ ἑνός ὀπλισμοῦ ἀπό τόν ἄλλο εἶναι  $l$ . Ἡ ἐπιφάνεια κάθε ὀπλισμοῦ ἔχει ἐμβαδό  $S$  καί μεταξύ τῶν δύο ὀπλισμῶν ὑπάρχει κενό (ἢ ἀέρας). Ἀποδεικνύεται ὅτι στό σύστημα MKSA ἡ χωρητικότητα ( $C_0$ ) ἐπιπέδου πυκνωτή δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση :

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{χωρητικότητα ἐπιπέδου} \\ \text{πυκνωτή} \end{array} \quad C_0 = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{l}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \epsilon_0 \text{ σέ } Cb^2/(N \cdot m^2) \\ S \text{ σέ } m^2, l \text{ σέ } m \\ C \text{ σέ } F \end{array} \right.$$

ὅπου  $\epsilon_0$  εἶναι μιά σταθερή, πού ὀνομάζεται *διηλεκτρική σταθερή τοῦ κενοῦ* καί εἶναι ἴση μέ :

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{διηλεκτρική σταθερή} \\ \text{τοῦ κενοῦ} \end{array} \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{Cb^2}{N \cdot m^2}}$$

**Παράδειγμα.** Ἐπίπεδος πυκνωτής βρίσκεται στό κενό, ἡ ἀπόσταση τῶν ὀπλισμῶν του εἶναι  $l = 5 \text{ mm}$ , τό ἐμβαδό κάθε ὀπλισμοῦ εἶναι  $S = 2 \text{ m}^2$  καί ἡ τάση μεταξύ τῶν ὀπλισμῶν του εἶναι  $U = 10^4 \text{ V}$ . Θά ὑπολογίσουμε τή χωρητικότητα ( $C_0$ ) τοῦ πυκνωτή καί τή ἔνταση ( $E$ ) τοῦ ὁμογενοῦς ἠλεκτρικοῦ πεδίου πού σχηματίζεται μεταξύ τῶν ὀπλισμῶν του. Ἡ χωρητικότητα εἶναι :

$$C_0 = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{l} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{Cb^2}{N \cdot m^2} \cdot \frac{2 \text{ m}^2}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}}$$

καί  $C_0 = 3,54 \cdot 10^{-9} \text{ F} (*)$

Ἡ ἔνταση τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου εἶναι :

$$(*) \text{ Ἐχουμε : } \frac{Cb^2}{N \cdot m} = \frac{Cb^2}{\text{Joule}} = \frac{Cb}{\text{Joule}/Cb} = \frac{Cb}{V} = F$$

$$E = \frac{U}{l} = \frac{10^4 \text{ V}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \quad \text{καί} \quad E = 2 \cdot 10^6 \text{ V/m} \quad (\text{ή N/Cb})$$

Σχέση μεταξύ τών ηλεκτρικῶν σταθερῶν  $K_{\eta\lambda}$  καί  $\epsilon_0$ . Στό σύστημα MKSA τό κενό ἔχει ὀρισμένη *διηλεκτρική σταθερή*  $\epsilon_0$ . Ἡ θεωρητική καί ἡ πειραματική ἔρευνα ἀπέδειξαν ὅτι ἡ *ἡλεκτρική σταθερή*  $K_{\eta\lambda}$  καί ἡ *διηλεκτρική σταθερή* τοῦ κενοῦ  $\epsilon_0$  συνδέονται μεταξὺ τους μέ τή σχέση :

$$\text{οἱ δύο ἡλεκτρικές σταθερές} \quad K_{\eta\lambda} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{Cb}^2}$$

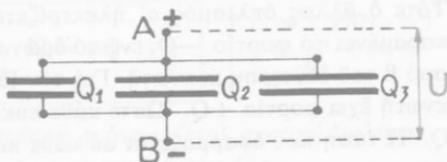
**Παρατήρηση.** Σύμφωνα μέ τήν παραπάνω σχέση στό σύστημα MKSA ὁ νόμος τοῦ Coulomb γιά τό κενό (ἢ τόν ἀέρα) σέ συνάρτηση μέ τή διηλεκτρική σταθερή τοῦ κενοῦ  $\epsilon_0$  δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση :

$$F_0 = K_{\eta\lambda} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad \text{ἢ} \quad F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \epsilon_0 \text{ σέ } \text{Cb}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2) \\ Q_1, Q_2 \text{ σέ } \text{Cb} \\ r \text{ σέ } \text{m}, F_0 \text{ σέ } \text{N} \end{array} \right. \quad (1)$$

## 21. Σύνδεση πυκνωτῶν

Ἄν συνδέσουμε κατάλληλα πολλούς πυκνωτές, σχηματίζουμε μιά *στοιχία πυκνωτῶν*. Οἱ πλιό ἀπλοῖ τρόποι συνδέσεως τῶν πυκνωτῶν εἶναι ἡ *παράλληλη σύνδεση* καί ἡ *σύνδεση κατά σειρά*.

α. *Παράλληλη σύνδεση*. Στήν *παράλληλη σύνδεση* οἱ πυκνωτές συνδέονται ὅπως φαίνεται στό σχῆμα



Σχ. 18. Παράλληλη σύνδεση πυκνωτῶν.

18 (δηλαδή συνδέονται ὄλοι μαζί οἱ θετικοί καί ὄλοι μαζί οἱ ἀρνητικοί ὀπλισμοί). Ἄν οἱ πυκνωτές ἔχουν χωρητικότητα  $C_1, C_2, C_3$ , τότε ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ ὄλική χωρητικότητα  $C_{\text{ολ}}$  τῆς συστοιχίας δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση :

$$\text{παράλληλη σύνδεση} \quad C_{\text{ολ}} = C_1 + C_2 + C_3$$

Ἄπόδειξη. Στούς δύο ὀπλισμούς κάθε πυκνωτῆ ἐφαρμόζεται ἡ ἴδια τάση  $U$ . Ὄστε οἱ πυκνωτές ἔχουν ἡλεκτρικά φορτία :

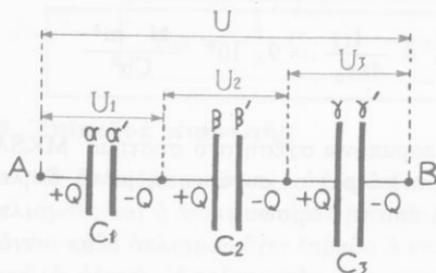
$$Q_1 = C_1 \cdot U \quad Q_2 = C_2 \cdot U \quad Q_3 = C_3 \cdot U$$

Τό *όλικό φορτίο*  $Q_{ολ}$  τής συστοιχίας είναι :

$$Q_{ολ} = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad \eta \quad Q_{ολ} = (C_1 + C_2 + C_3) \cdot U$$

Ή *όλική χωρητικότητα*  $C_{ολ}$  τής συστοιχίας είναι :

$$C_{ολ} = \frac{Q_{ολ}}{U} \quad \alpha\beta\alpha \quad C_{ολ} = C_1 + C_2 + C_3$$



Σχ. 19. Σύνδεση πυκνωτών κατά σειρά.

β. Σύνδεση κατά σειρά. Στή *σύνδεση κατά σειρά* οί πυκνωτές συνδέονται όπως φαίνεται στό σχήμα 19 (δηλαδή ό άρνητικός όπλισμός του πρώτου πυκνωτή συνδέεται μέ τό θετικό όπλισμό του δεύτερου πυκνωτή κ.ο.κ.). Άν οί πυκνωτές έχουν χωρητικότητα  $C_1, C_2, C_3$ , τότε άποδεικνύεται ότι *ή όλική χωρητικότητα*  $C_{ολ}$  τής συστοιχίας δίδεται από τήν *έξίσωση* :

$$\text{σύνδεση κατά σειρά} \quad \frac{1}{C_{ολ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Ή *Άπόδειξη*. Στόν όπλισμό α του πρώτου πυκνωτή δίνομε φορτίο  $+Q$ . Τότε ό άλλος όπλισμός α' ήλεκτρίζεται μέ επαγωγή καί στόν όπλισμό α' παραμένει τό φορτίο  $-Q$ , ενώ τό όμώνυμο φορτίο  $+Q$  πηγαίνει στόν όπλισμό β του δεύτερου πυκνωτή. Για τόν ίδιο λόγο ό όπλισμός γ του τρίτου πυκνωτή έχει φορτίο  $+Q$ . Ωστε κάθε πυκνωτής έχει τό ίδιο *ήλεκτρικό φορτίο*  $Q$ . Ή τάση πού εφαρμόζεται σέ κάθε πυκνωτή είναι :

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} \quad U_2 = \frac{Q}{C_2} \quad U_3 = \frac{Q}{C_3}$$

Ή *όλική τάση*  $U$  πού εφαρμόζεται στή συστοιχία είναι ίση μέ τό άθροισμα τών μερικών τάσεων, δηλαδή είναι :

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = Q \cdot \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

$$\text{καί} \quad \frac{U}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad (1)$$

Ή *όλική χωρητικότητα*  $C_{ολ}$  τής συστοιχίας είναι :

$$C_{ολ} = \frac{Q}{U} \quad \alpha\beta\alpha \quad \frac{1}{C_{ολ}} = \frac{U}{Q} \quad (2)$$

Από τις εξισώσεις (1) και (2) βρίσκουμε :

$$\frac{1}{C_{ολ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

### 21α. Πυκνωτής με διηλεκτρικό ύλικό

Ένας επίπεδος πυκνωτής έχει στον ένα όπλισμό του φορτίο  $+Q$  και στον άλλο  $-Q$ . Η επιφάνεια κάθε όπλισμού έχει έμβαδό  $S$  και η διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο όπλισμών είναι  $U_0$ . Η απόσταση των δύο όπλισμών είναι  $l$ . Όταν ο πυκνωτής βρίσκεται στο κενό (ή τον άέρα), τότε η χωρητικότητα ( $C_0$ ) του πυκνωτή είναι :

$$C_0 = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{l} \quad \text{καί ισχύει ή εξίσωση} \quad Q = C_0 \cdot U_0 \quad (1)$$

Μεταξύ των όπλισμών αυτού του πυκνωτή τοποθετούμε μία πλάκα από μονωτή, π χ. γυαλί, πού έχει πάχος  $l$ , όσο ήταν προηγουμένως τό πάχος του στρώματος του άέρα. Τότε ή χωρητικότητα αύξάνει και από  $C_0$  γίνεται  $C > C_0$ . Ο λόγος  $C/C_0$  ονομάζεται *διηλεκτρική σταθερή* ( $\epsilon$ ) του γυαλιού, δέν έχει διαστάσεις και είναι διαφορετική για κάθε μονωτικό ύλικό. Γενικά οί μονωτές ονομάζονται και *διηλεκτρικά ύλικά*. Από τά παραπάνω συνάγεται ότι ή *χωρητικότητα* ( $C$ ) του έπίπεδου πυκνωτή, όταν μεταξύ των όπλισμών του ύπάρχει ύλικό μέ *διηλεκτρική σταθερή*  $\epsilon$ , είναι :

χωρητικότητα  
πυκνωτή μέ  
διηλεκτρικό

$$C = \epsilon \cdot C_0 \quad \text{ή} \quad C = \epsilon \epsilon_0 \cdot \frac{S}{l}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_0 \text{ σε } \text{Cb}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2) \\ S \text{ σε } \text{m}^2, l \text{ σε } \text{m} \\ C \text{ σε } \text{F} \end{array} \right.$$

**Παρατήρηση.** Η διηλεκτρική σταθερή  $\epsilon$  ονομάζεται *σχετική διηλεκτρική σταθερή* του ύλικού, δηλαδή σχετικά μέ τό κενό ή τον άέρα.

*Διηλεκτρική σταθερή* ( $\epsilon$ ) *μερικων διηλεκτρικων*

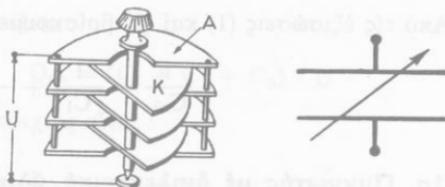
Παραφίνη 2. Χαρτί 2,4. Γυαλί 2-16. Μαρμαρυγίας 5-7.

### 21β. Μορφές πυκνωτων

Ο πυκνωτής πού εξετάσαμε είναι *έπίπεδος πυκνωτής*. Στίς πρακτικές έφαρμογές χρησιμοποιούμε σήμερα διάφορες μορφές πυκνωτων. Ο *φυλλωτός πυκνωτής* αποτελείται από δύο στενόμακρα φύλλα άργιλίου και μεταξύ τους ύπάρχει ως διηλεκτρικό μία ταινία από παραφινωμένο χαρτί (σχ. 20). Οί όπλισμοί και τό διηλεκτρικό τυλίγονται, ώστε ο πυκνωτής νά έχει



Σχ. 20. Φυλλωτός πυκνωτής.



Σχ. 21. Μεταβλητός πυκνωτής και συμβολική παράστασή του.

μικρό όγκο. Ο μεταβλητός πυκνωτής έχει ως διηλεκτρικό τον αέρα (σχ. 21). Ο ένας όπλισμός του αποτελείται από ακίνητες ημικυκλικές πλάκες, που συνδέονται μεταξύ τους με μεταλλικές ράβδους. Ο άλλος όπλισμός του αποτελείται από όμοιες ημικυκλικές πλάκες, που είναι στερεωμένες πάνω σε άξονα και μπορούν να μπαίνουν περισσότερο ή λιγότερο ανάμεσα στις μόνιμες πλάκες. Με τη μετακίνηση του κινητού όπλισμού μεταβάλλεται η επιφάνεια ( $S$ ) των όπλισμών και έτσι μεταβάλλεται η χωρητικότητα του πυκνωτή. Οι μεταβλητοί πυκνωτές χρησιμοποιούνται στη ραδιοφωνία και την τηλεόραση. Σε μερικές περιπτώσεις χρησιμοποιούνται πυκνωτές με υγρά διηλεκτρικά (π.χ. δορυκτέλαιο).

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- Αγωγός έχει χωρητικότητα  $C = 10 \mu\text{F}$  και δυναμικό  $U = 4 \text{ V}$ . Πόσο είναι το φορτίο του αγωγού;
- Σφαιρικός αγωγός έχει ακτίνα  $R = 6 \text{ cm}$  και δυναμικό  $U = 33 \cdot 10^3 \text{ V}$ . Πόση είναι η χωρητικότητα και πόσο το φορτίο του αγωγού;
- Δύο μεταλλικές σφαίρες έχουν ακτίνες  $R_1 = 2 \text{ cm}$  και  $R_2 = 1 \text{ cm}$  και έχουν αντίστοιχα φορτία  $q_1 = 40 \cdot 10^{-9} \text{ Cb}$  και  $q_2 = -30 \cdot 10^{-9} \text{ Cb}$ . Αρχικά οι δύο σφαίρες είναι μονωμένες, έπειτα τις συνδέουμε με σύρμα που έχει ασημαντη χωρητικότητα. Πόσο είναι το δυναμικό των σφαιρών μετά τη σύνδεσή τους;
- Σφαιρικός αγωγός έχει ακτίνα  $R = 9 \text{ cm}$ . Πόσο φορτίο πρέπει να λάβει ο αγωγός, για να έχει ενέργεια ίση με  $E_{\eta\lambda} = 5 \text{ Joule}$ ; Πόσο είναι τότε το δυναμικό του αγωγού;
- Δύο μεταλλικές σφαίρες  $A$  και  $B$  έχουν ακτίνες  $R_A = 5 \text{ cm}$ ,  $R_B = 20 \text{ cm}$  και αντίστοιχα δυναμικό  $U_A = 30 \cdot 10^3 \text{ V}$  και  $U_B = 18 \cdot 10^3 \text{ V}$ . Για μία στιγμή φέρνουμε σε επαφή τις δύο σφαίρες και έπειτα τις απομακρύνουμε. α) Πόσο είναι το φορτίο κάθε σφαίρας πριν από την επαφή της και μετά την επαφή της με την άλλη σφαίρα; β) Πόσο είναι το άθροισμα των ενεργειών των δύο σφαιρών πριν από την επαφή τους και μετά την επαφή τους;
- Ο κάθε όπλισμός ενός επίπεδου πυκνωτή έχει εμβαδό  $S = 1 \text{ m}$  και μεταξύ των όπλισμών του υπάρχει στρώμα αέρα, που έχει πάχος  $l = 1 \text{ mm}$ . Ο ένας όπλισμός συνδέεται με τη γη, ενώ ο άλλος όπλισμός συνδέεται με πηγή που έχει σταθερό δυναμικό  $U = 600 \text{ V}$ . Νά βρεθεί η χωρητικότητα, το φορτίο και η ενέργεια του πυκνωτή.

27. Πυκνωτής έχει χωρητικότητα  $C = 25 \mu\text{F}$ . Πόση τάση  $U$  υπάρχει μεταξύ των δύο όπλισμών του, όταν τό φορτίο του είναι  $q = 10^{-3} \text{ Cb}$ ; Πόση ενέργεια έχει τότε ο πυκνωτής;

28. Ο κάθε όπλισμός ενός επίπεδου πυκνωτή έχει έμβαδό  $S = 10 \text{ cm}^2$  και ή απόσταση μεταξύ των όπλισμών του είναι  $l = 1 \text{ mm}$ . Πόση είναι ή χωρητικότητα του πυκνωτή, όταν εφαρμόζεται στους δύο όπλισμούς του τάση  $U = 1000 \text{ V}$  και πόση είναι ή ενέργεια του πυκνωτή;

29. Οί δύο όριζόντιοι όπλισμοί ενός πυκνωτή απέχουν μεταξύ τους  $l = 2 \text{ cm}$  και έχουν διαφορά δυναμικού  $U = 3000 \text{ V}$ . α) Πόση είναι ή ένταση του όμογενοδς ήλεκτρικού πεδίου; β) Μεταξύ των δύο όπλισμών διατηρείται αιωρούμενη μιά ήλεκτριμένη σταγόνα λαδιού, πού έχει μάζα  $m = 12 \cdot 10^{-12} \text{ gr}$ . Πόσο είναι τό φορτίο  $q$  της σταγόνας;  $g = 10 \text{ m/sec}^2$ .

30. Δύο πυκνωτές έχουν χωρητικότητα  $C_1 = 5 \mu\text{F}$  και  $C_2 = 15 \mu\text{F}$ . α) Πόση είναι ή χωρητικότητα της συστοιχίας, όταν συνδεθούν παράλληλα ή κατά σειρά; β) Όταν συνδεθούν παράλληλα, πόση τάση  $U$  πρέπει νά εφαρμόζεται στις άκρες της συστοιχίας, ώστε τό όλικό φορτίο της νά είναι  $Q_{\text{ολ}} = 1 \text{ Cb}$ ; Πόσο είναι τότε τό φορτίο κάθε πυκνωτή;

31. Πέντε όμοιοι πυκνωτές ( $v = 5$ ), πού ό καθένας έχει χωρητικότητα  $C = 20 \mu\text{F}$ , συνδέονται κατά σειρά και στις άκρες της συστοιχίας εφαρμόζεται τάση  $U = 1200 \text{ V}$ . Νά βρεθεί: α) ή όλική χωρητικότητα  $C_{\text{ολ}}$  της συστοιχίας; β) τό φορτίο  $Q$  κάθε πυκνωτή και τό όλικό φορτίο  $Q_{\text{ολ}}$  της συστοιχίας και γ) ή ενέργεια  $E$  κάθε πυκνωτή και ή όλική ενέργεια  $E_{\text{ολ}}$  της συστοιχίας.

32. Μεταβλητός πυκνωτής αποτελείται από 16 σταθερά και από 15 στρεπτά ήμικύκλια, πού έχουν άκτινα  $r = 4 \text{ cm}$ . Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών ήμικύκλιων είναι  $l = 1,25 \text{ mm}$ . Πόση είναι ή μεγαλύτερη χωρητικότητα  $C$  του πυκνωτή;

33. Η απόσταση των δύο όριζόντιων όπλισμών ενός πυκνωτή είναι  $l = 2 \text{ cm}$  και μεταξύ των δύο όπλισμών του υπάρχει τάση  $U = 120 \text{ V}$ . 1) Νά βρεθεί ή ένταση  $E$  του ήλεκτρικού πεδίου. 2) Τό μέτρο της δυνάμεως  $F$  πού ενεργεί πάνω σε ένα ήλεκτρόνιο, όταν αυτό βρίσκεται μέσα στό ήλεκτρικό πεδίο.  $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}$ .

34. Στο προηγούμενο πρόβλημα (33) τό ήλεκτρόνιο ξεκινάει από τόν άρνητικό όπλισμό του πυκνωτή χωρίς άρχική ταχύτητα. Νά βρεθεί ή επιτάχυνση της κινήσεως του ήλεκτρονίου και ό λόγος της κατακόρυφης ήλεκτροστατικής δυνάμεως  $F$  πού ενεργεί πάνω στό ήλεκτρόνιο προς τή δύναμη  $F_{\text{βαρ}}$  πού όφείλεται στή βαρύτητα.  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .  $g = 9,8 \text{ m/sec}^2$ .

35. Μεταξύ των δύο όριζόντιων όπλισμών ενός πυκνωτή, πού ή απόστασή τους είναι  $l = 2 \text{ cm}$  διατηρείται αιωρούμενη μιά φορτισμένη σταγόνα λαδιού πού έχει μάζα  $m = 4 \cdot 10^{-13} \text{ kg}$  και φορτίο  $q = 2,4 \cdot 10^{-18} \text{ Cb}$ . Νά βρεθεί ή τάση  $U$  μεταξύ των δύο όπλισμών του πυκνωτή και ή ένταση  $E$  του ήλεκτρικού πεδίου.  $g = 9,8 \text{ m/sec}^2$ .

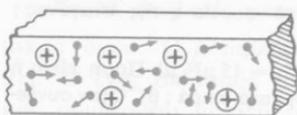
36. Στους δύο όπλισμούς ενός πυκνωτή εφαρμόζεται τάση  $U = 4000 \text{ V}$  και ή απόστασή τους είναι  $l = 2 \text{ cm}$ . Ένα ήλεκτρόνιο κινείται μέ σταθερή ταχύτητα πού έχει μέτρο  $v_0 = 10^4 \text{ m/sec}$  και μπαίνει μέσα στό ήλεκτρικό πεδίο έτσι, ώστε ή ταχύτητά του νά έχει τή διεύθυνση των δυναμικών γραμμών του ήλεκτρικού πεδίου. 1) Νά προσδιοριστεί ή δύναμη πού ενεργεί πάνω στό ήλεκτρόνιο. 2) Η κινητική ενέργεια  $E_{\text{κιν}}$  του ήλεκτρονίου πρίν μπει μέσα στό ήλεκτρικό πεδίο. 3) Η μεταβολή  $\Delta E_{\text{κιν}}$  της κινητικής ενέργειας του ήλεκτρονίου κατά τήν κίνησή του μέσα στό ήλεκτρικό πεδίο.  $m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .  $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}$ .

## Συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα

### ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ OHM

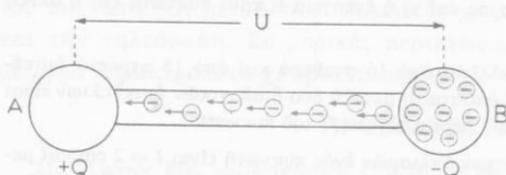
#### 22. Τό ηλεκτρικό ρεύμα ως ροή ηλεκτρονίων

Μέσα σέ ένα σύρμα πού δέν διαρρέεται από ρεύμα τά ελεύθερα ηλεκτρόνια κινούνται άτακτα (σχ. 22).



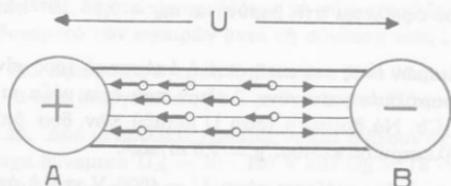
Σχ. 22. Τά ελεύθερα ηλεκτρόνια κινούνται άτακτα.

Δύο ίσοι σφαιρικοί άγωγοί A και B έχουν ηλεκτρικά φορτία  $+Q$  και  $-Q$  και επομένως μεταξύ αυτών των δύο άγωγών υπάρχει διαφορά δυναμικού  $U$ . Αν συνδέσουμε τούς δύο άγωγούς, τότε μέ τήν επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου τά ηλεκτρόνια πού πλεονάζουν στον άγωγό B έρχονται μέσω του σύρματος στον άγωγό A και εξουδετερώνουν τό θετικό φορ-



Σχ. 23. Ροή ηλεκτρονίων από τόν άγωγό B προς τόν άγωγό A.

τίο του (σχ. 23). Έτσι οι δύο άγωγοί γίνονται ουδέτεροι. Αυτή ή ροή ηλεκτρονίων μέσα στό σύρμα είναι ένα **ηλεκτρικό ρεύμα**. Σ' αυτή τήν περίπτωση ή διάρκεια του ηλεκτρικού ρεύματος είναι ελάχιστη. Τά ηλεκτρόνια κινούνται μέ φορά αντίθετη μέ τή φορά του ηλεκτρικού πεδίου (σχ. 24)

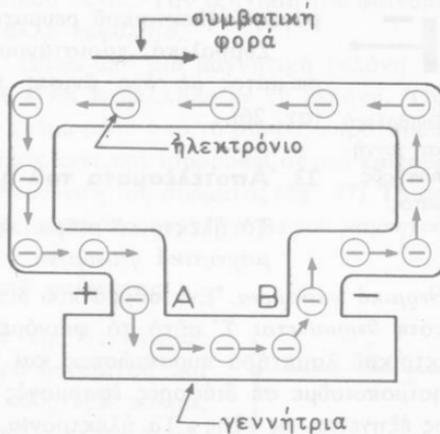


Σχ. 24. Τό ηλεκτρικό πεδίο έχει φορά από τόν άγωγό A προς τόν άγωγό B.

Αν θέλουμε νά είναι **συνεχής ή ροή** των ηλεκτρονίων μέσα στό σύρμα, τότε πρέπει συνεχώς νά αφαιρούνται από τόν άγωγό A τά ηλεκτρόνια πού έρχονται σ' αυτόν και νά ξαναγυρίζουν στον άγωγό B.

Πρέπει δηλαδή νά διατηρείται σταθερή διαφορά δυναμικού  $U$  μεταξύ των δύο άγωγών A και B. Η συνεχής αφαίρεση των ηλεκτρονίων από τόν άγωγό A και ή επαναφορά τους στον άγωγό B γίνεται μέ ειδικές μηχανές πού ονομάζονται **γεννήτριες ρεύμα-**

ος ή πιο απλά γεννήτριες (σχ. 25). Έτσι μπορούμε να πούμε ότι κάθε γεννήτρια είναι μία αντλία ηλεκτρονίων. Οι δύο άγωγοι Α και Β αποτελούν τους δύο πόλους της γεννήτριας (θετικός και αρνητικός πόλος). Το ηλεκτρικό ρεύμα που περνάει μέσα από το σύρμα έχει σταθερή φορά από τον αρνητικό προς το θετικό πόλο της γεννήτριας (συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα). Αυτή η



Σχ. 25. Η γεννήτρια εξασφαλίζει τη ροή των ηλεκτρονίων μέσα στο σύρμα.

φορά του ρεύματος λέγεται *πραγματική φορά*. Όταν δεν ήταν ακόμη γνωστή η φύση του ηλεκτρικού ρεύματος, δέχτηκαν κατά συνθήκη ότι το ρεύμα πηγαινει από το θετικό προς τον αρνητικό πόλο της γεννήτριας. Αυτή η φορά του ρεύματος λέγεται *συμβατική φορά* και εξακολουθεί να εφαρμόζεται στην τεχνική. Από τα παραπάνω καταλήγουμε στα εξής συμπεράσματα :

**I.** Το ηλεκτρικό ρεύμα είναι ροή ηλεκτρονίων.

**II.** Η γεννήτρια δημιουργεί μεταξύ των δύο πόλων της σταθερή διαφορά δυναμικού (τάση) και εξαιτίας της προκαλείται συνεχής ροή ηλεκτρονίων από τον αρνητικό προς το θετικό πόλο της γεννήτριας μέσω του άγωγού που συνδέει τους δύο πόλους της.

**Παρατήρηση.** Θα εξετάσουμε το ηλεκτρικό ρεύμα χρησιμοποιώντας τη συμβατική φορά του ρεύματος.

**Είδη γεννητριών.** Στην πράξη χρησιμοποιούμε κυρίως τρία είδη γεννητριών, τα *ηλεκτρικά στοιχεία*, τους *συσσωρευτές* και τις *βιομηχανικές γεννήτριες*.

Τα *ηλεκτρικά στοιχεία* χρησιμοποιούνται μόνο για τη λειτουργία μικρών φορητών συσκευών (ηλεκτρικά φανάρια, ραδιόφωνα, μαγνητόφωνα, ακουστικά, ύπολογιστές κ.ά.).

Οι *συσσωρευτές* χρησιμοποιούνται σε πάρα πολλές εφαρμογές (αυτοκίνητα, υποβρύχια, εργαστήρια κ.ά.).

Οι *βιομηχανικές γεννήτριες* αποτελούν το σπουδαιότερο είδος γεννη-



Σχ. 26. Συμβολική παράσταση γεννήτριας συνεχούς ρεύματος.

τριών και χρησιμοποιούνται για τή βιομηχανική παραγωγή ηλεκτρικού ρεύματος.

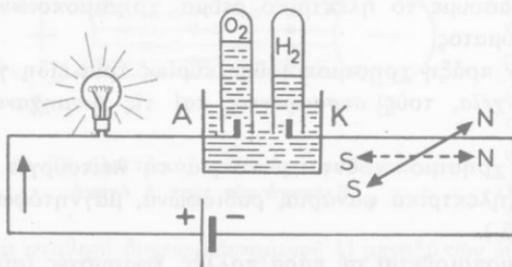
Συμβολικά παριστάνουμε μία γεννήτρια συνεχούς ρεύματος με δύο άνισες παράλληλες μικρές ευθείες (σχ. 26).

### 23. Αποτελέσματα του ηλεκτρικού ρεύματος

Τό ηλεκτρικό ρεύμα προκαλεί θερμικά, χημικά και μαγνητικά φαινόμενα.

α. *Θερμικά φαινόμενα.* "Ένα σύρμα πού διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα πάντοτε θερμαίνεται. Σ' αυτό τό φαινόμενο στηρίζεται ή λειτουργία του ηλεκτρικού λαμπτήρα πυρακτώσεως και πολλών θερμικών συσκευών πού χρησιμοποιούμε σέ διάφορες εφαρμογές (σχ. 27). Η θέρμανση του σύρματος εξηγείται ως εξής: Τά ηλεκτρόνια, μέ τήν επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου, κινούνται και επομένως άποκτούν *κινητική ενέργεια*. Καθώς όμως προχωρούν μέσα στή μάζα του σύρματος συγκρούονται μέ τά άκίνητα άτομα του μετάλλου και τότε μέρος τής κινητικής ενέργειας των ηλεκτρονίων *μετατρέπεται σέ θερμότητα*. Η θέρμανση των άγωγών εξαιτίας του ηλεκτρικού ρεύματος πού περνάει μέσα από αυτούς ονομάζεται *φαινόμενο Joule*.

β. *Χημικά φαινόμενα.* "Όταν τό ηλεκτρικό ρεύμα περνάει μέσα από υδατικά διαλύματα οξέων, βάσεων και άλάτων, εμφανίζονται προϊόντα πού προέρχονται από τή *χημική άποσύνθεση* αυτών των σωμάτων. Τό φαινόμενο αυτό ονομάζεται *ηλεκτρόλυση* και ή συσκευή πού χρησιμοποιείται για τήν ηλεκτρόλυση ονομάζεται *βολτάμετρο* (σχ. 27). Τά δύο ηλεκτρόδια, πού συνδέονται μέ τό θετικό και τόν άρνητικό πόλο τής γεννήτριας, ονομάζονται αντίστοιχα *άνοδος* και *κάθοδος*.



Σχ. 27. Θερμικά, χημικά και μαγνητικά αποτελέσματα του ηλεκτρικού ρεύματος.

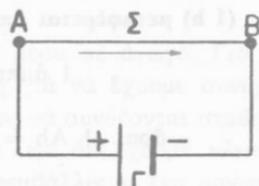
Κατά τήν ηλεκτρόλυση άραιών διαλυμάτων οξέων στήν *κάθοδο* συλλέγεται υδρογόνο, ενώ κατά τήν ηλεκτρόλυση διαλυμάτων βάσεων και άλάτων συλλέγεται μέταλλο. Στο σχήμα 27 φαίνονται τά προϊόντα πού συλλέγονται στά δύο ηλεκτρόδια κατά τήν

ηλεκτρόλυση διαλύματος θειικού οξέος. Τήν εξήγηση του φαινομένου τής ηλεκτρολύσεως θά δούμε σέ άλλο κεφάλαιο.

γ. *Μαγνητικά φαινόμενα.* Πάνω από μιά μαγνητική βελόνη πού ήρε-  
μεί, φέρνουμε ένα σύρμα πού είναι παράλληλο μέ τή βελόνη. Όταν αφή-  
σουμε νά περάσει ηλεκτρικό ρεύμα μέσα από τό σύρμα, παρατηρούμε ότι ή  
μαγνητική βελόνη αμέσως αποκλίνει και ισορροπεί σέ μιά καινούρια θέση  
σχηματίζοντας γωνία μέ τή διεύθυνση του σύρματος (σχ. 27). Τό φαινόμενο  
αυτό δείχνει ότι τό ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί γύρω του *μαγνητικό πεδίο*.

## 24. Ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος

Μεταξύ των δύο πόλων τής γεννήτριας διατηρείται σταθερή διαφορά δυναμικού και τότε τό σύρμα πού συνδέει τούς δύο πόλους τής γεννήτριας διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα (σχ.28). Αυτό τό ρεύμα έχει *σταθερή φορά* από τό θετικό πρὸς τόν ἀρνητικό πόλο τής γεννήτριας (συμβατική φορά) και ονομάζεται *συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα*. Στή διάρκεια χρόνου  $t$  από μιά τομή του σύρματος περνάει ή-  
λεκτρικό φορτίο  $Q$  και ισχύει ὁ ἐξῆς ὁρισμός :



Σχ. 28. Τό σύρμα (Σ) διαρρέεται από συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα.

Ένταση ( $I$ ) ηλεκτρικού ρεύματος ονομάζεται τό πηλίκο του ηλεκτρικού φορτίου ( $Q$ ) πού περνάει από μιά τομή του άγωγού διά του αντίστοιχου χρόνου ( $t$ ).

$$\text{ένταση ηλεκτρικού ρεύματος} = \frac{\text{φορτίο}}{\text{χρόνος}} \quad I = \frac{Q}{t}$$

*Μονάδα έντάσεως ρεύματος.* Στο σύστημα MKSA ή ένταση ηλεκτρικού ρεύματος είναι θεμελιώδες μέγεθος. Η μονάδα έντάσεως ρεύματος ονομάζεται *Ampère* (1 A) και ὀρίζεται από ὀρισμένη εξίσωση του ηλεκτρομαγνητισμού, μπορούμε όμως νά τήν ὀρίσουμε από τήν εξίσωση  $I = Q/t$ , αν βάλουμε σ' αυτή  $Q = 1 \text{ Cb}$  και  $t = 1 \text{ sec}$ . Έτσι βρίσκουμε ότι :

1 Ampère είναι ή ένταση ρεύματος πού κατά δευτερόλεπτο (1 sec) μεταφέρει ηλεκτρικό φορτίο ίσο μέ 1 Coulomb (1 Cb).

$$1 \text{ Ampère} = \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ sec}} \quad 1 \text{ A} = 1 \text{ Cb/sec}$$

Στις πρακτικές εφαρμογές χρησιμοποιούνται και τὰ ὑποπολλαπλάσια :

$$1 \text{ milliamperè (1 mA)} = 10^{-3} \text{ A, } 1 \text{ microampèrè (1 } \mu\text{A)} = 10^{-6} \text{ A}$$

Ἡ μονάδα ἠλεκτρικοῦ φορτίου ἀμπερώριο. Ἀπό τὴν ἐξίσωση ὁρισμοῦ τῆς ἐντάσεως ρεύματος  $I = Q/t$  βρίσκουμε ὅτι στὴ διάρκεια χρόνου  $t$  ἓνα ἠλεκτρικό ρεύμα πού ἔχει ἐνταση  $I$  μεταφέρει ἠλεκτρικό φορτίο :

$$Q = I \cdot t$$

Ἀπό αὐτὴ τὴν ἐξίσωση ὀρίζουμε μιὰ νέα πρακτικὴ μονάδα ἠλεκτρικοῦ φορτίου, πού ὀνομάζεται ἀμπερώριο (1 Ah) καὶ ὀρίζεται ὡς ἐξῆς :

**1 ἀμπερώριο (1 Ah) εἶναι τὸ ἠλεκτρικό φορτίο, πού μέσα σὲ μιὰ ὥρα (1 h) μεταφέρεται ἀπὸ ἠλεκτρικό ρεύμα ἐντάσεως ἑνὸς Ampère (1 A).**

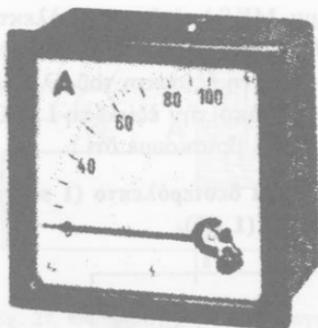
$$1 \text{ ἀμπερώριο (1 Ah)} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ h}$$

$$\text{ἄρα } 1 \text{ Ah} = 1 \frac{\text{Cb}}{\text{sec}} \cdot 3600 \text{ sec} \quad \text{καὶ} \quad 1 \text{ Ah} = 3600 \text{ Cb}$$

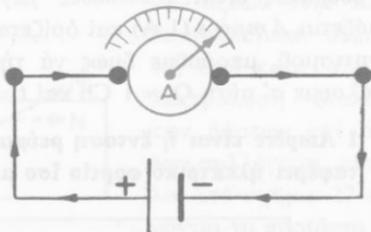
## 25. Μέτρηση τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος

Γιὰ τὴ μέτρηση τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος χρησιμοποιοῦμε εἰδικὰ ὄργανα πού ὀνομάζονται ἀμπερόμετρα (σχ. 29). Ἡ λειτουργία τους στηρίζεται στὰ θερμικά ἢ τὰ μαγνητικά ἀποτελέσματα τοῦ ρεύματος. Τὸ ἀμπερόμετρο τὸ συνδέουμε μὲ τὸν ἀγωγὸ ἔτσι, ὥστε τὸ ρεύμα πού θέλουμε νὰ μετρήσουμε τὴν ἐντάσή του νὰ περνᾷ μέσα ἀπὸ τὸ ὄργανο (σχ. 30). Μὲ τὸ ἀμπερόμετρο βρίσκουμε ὅτι :

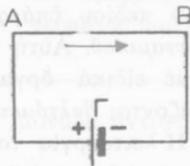
**Σὲ ὅλο τὸ μῆκος τοῦ ἀγωγοῦ πού συνδέει τοὺς πόλους τῆς γεννήτριας ἢ ἐνταση (I) τοῦ ρεύματος εἶναι σταθερή.**



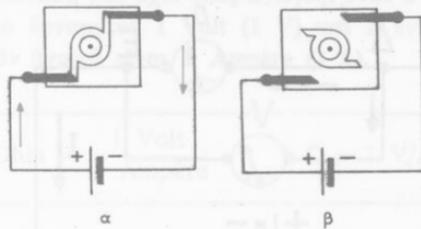
Σχ. 29. Ἀμπερόμετρο.



Σχ. 30. Μέτρηση τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος.



Σχ. 31. Κλειστό κύκλωμα.



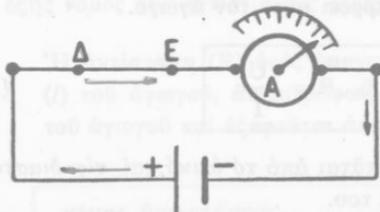
Σχ. 32. Διακόπτης (α κλειστό κύκλωμα, β άνοιχτό κύκλωμα).

### 26. Κύκλωμα

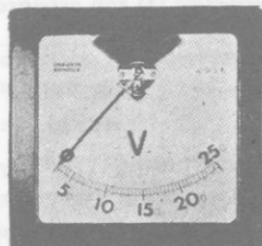
Τό ηλεκτρικό ρεύμα είναι ροή ηλεκτρονίων μέσα σε άγωγο. Για να είναι συνεχής αυτή ή ροή ηλεκτρονίων, δηλαδή για να έχουμε συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα, πρέπει οι δύο άκρες του σύρματος να συνδέονται σταθερά με τους δύο πόλους της γεννήτριας (σχ. 31) Τότε λέμε ότι έχουμε *κλειστό κύκλωμα*. Αν σε ένα σημείο του κυκλώματος παρεμβάλλουμε ένα μονωτή, π.χ. ένα στρώμα αέρα, τότε συμβαίνει διακοπή της ροής των ηλεκτρονίων, δηλαδή *διακοπή* του ρεύματος και λέμε ότι έχουμε *άνοιχτό κύκλωμα*. Για τη διακοπή ή την άποκατάσταση του ρεύματος χρησιμοποιούμε τους *διακόπτες*, που ως μονωτή έχουν συνήθως τόν αέρα (σχ. 32).

### 27. Διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων του άγωγού

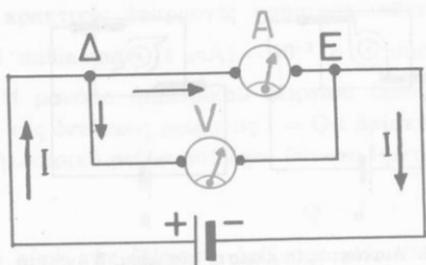
Όταν οι δύο πόλοι της γεννήτριας συνδέονται με σύρμα, τό κύκλωμα είναι κλειστό και τό σύρμα διαρρέεται από ρεύμα που έχει σταθερή ένταση I. Αυτή τή μετράμε με ένα άμπερόμετρο (σχ. 33). Η κίνηση των ηλεκτρονίων μέσα στο σύρμα οφείλεται στο *ηλεκτρικό πεδίο* που υπάρχει τότε μέσα στο σύρμα. Οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου αρχίζουν από τό θετικό πόλο της γεννήτριας και καταλήγουν στον άρνητικό πόλο της. Μεταξύ δύο σημείων Δ και Ε του σύρματος τά ηλεκτρόνια κινούνται, επειδή μεταξύ



Σχ. 33. Μεταξύ των σημείων Δ και Ε του κυκλώματος υπάρχει διαφορά δυναμικού (τάση).



Σχ. 34. Βολτόμετρο.



Σχ. 35. Μέτρηση της έντασης  $I$  του ρεύματος με τό άμπερόμετρο (A) και της τάσεως  $U$  μεταξύ των σημείων Δ και Ε με τό βολτόμετρο (V).

μείων Δ και Ε του άγωγού, σχηματίζουμε μία διακλάδωση του ρεύματος συνδέοντας τό βολτόμετρο με τά δύο σημεία Δ και Ε του άγωγού (σχ. 35).

**Παρατήρηση.** Τό άμπερόμετρο μπαίνει στό κύκλωμα κατά σειρά, ένώ τό βολτόμετρο μπαίνει σε ένα τμήμα του κυκλώματος κατά διακλάδωση.

## 28. Νόμος του Ohm για τμήμα άγωγού

α. **Άντίσταση άγωγού.** Ένα τμήμα ΔΕ του άγωγού (σχ. 35) διαρρέεται άπό ρεύμα έντάσεως  $I$  που τή μετράμε με άμπερόμετρο. Μεταξύ των δύο άκρων Δ και Ε του άγωγού υπάρχει διαφορά δυναμικού  $U$  (ή τάση), που τή μετράμε με βολτόμετρο. Πειραματικά βρίσκουμε ότι, άν ή διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Δ και Ε γίνει  $2U, 3U, 4U \dots$  ή ένταση του ρεύματος γίνεται αντίστοιχα  $2I, 3I, 4I \dots$  Άρα για τό τμήμα ΔΕ του άγωγού τό ηλίκο της διαφοράς δυναμικού που εφαρμόζεται στις άκρες του άγωγού διά της έντάσεως του ρεύματος είναι σταθερό, χαρακτηριστικό γι' αυτό τόν άγωγό (ΔΕ) και ονομάζεται **άντίσταση** του άγωγού. Ωστε :

**Άντίσταση (R)** ενός άγωγού ονομάζεται τό σταθερό ηλίκο της διαφοράς δυναμικού ( $U$ ), που εφαρμόζεται στις άκρες του άγωγού, διά της έντάσεως ( $I$ ) του ρεύματος, που διαρρέει αυτό τόν άγωγό.

$$\text{άντίσταση άγωγού } R = \frac{U}{I} \quad (1)$$

Ή αντίσταση ( $R$ ) ενός άγωγού εξαρτάται άπό τό υλίκο και τίς διαστάσεις του άγωγού και άπό τή θερμοκρασία του.

**Μονάδα αντίστασεως άγωγού.** Άπό τήν εξίσωση (1) βρίσκουμε τή μονάδα αντίστασεως άγωγού, ή όποια στό σύστημα MKSA ονομάζεται **Ohm** ( $\Omega$ ,  $1 \Omega$ ) και όρίζεται ώς εξής :

**1 Ohm (1 Ω)** είναι η αντίσταση που έχει ένας αγωγός, όταν στις άκρες του εφαρμόζεται διαφορά δυναμικού 1 Volt (1 V) και η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό είναι 1 Ampère (1 A).

$$\text{μονάδα αντίστασεως } 1 \text{ Ohm} = \frac{1 \text{ Volt}}{1 \text{ Ampère}} \quad 1 \Omega = 1 \text{ V/A}$$

Στις εφαρμογές χρησιμοποιούμε και τά εξής πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια της μονάδας Ohm :

$$1 \text{ kilohm (1 k}\Omega) = 10^3 \Omega \quad 1 \text{ megaohm (1 M}\Omega) = 10^6 \Omega$$

$$1 \text{ microohm (1 } \mu\Omega) = 10^{-6} \Omega$$

**Παρατήρηση.** Μιά στήλη ύδραργύρου, που σε θερμοκρασία 0° C έχει μήκος 106,3 cm και τό έμβαδό της διατομής της είναι 1 mm<sup>2</sup>, έχει αντίσταση ίση με 1 Ohm και αποτελεί τό πρότυπο της μονάδας αντίστασεως.

β. Νόμος του Ohm γιά τμήμα αγωγού. Ή εξίσωση (1) που βρήκαμε πειραματικά εκφράζει τον ακόλουθο νόμο του Ohm :

Ή ένταση (I) του ρεύματος που διαρρέει έναν αγωγό είναι ανάλογη με τή διαφορά δυναμικού (U) που εφαρμόζεται στις άκρες του αγωγού και αντιστρόφως ανάλογη με τήν αντίσταση (R) του αγωγού.

$$\text{νόμος του Ohm } I = \frac{U}{R} \quad \left\{ \begin{array}{l} U \text{ σε V} \\ R \text{ σε } \Omega \\ I \text{ σε A} \end{array} \right.$$

## 29. Νόμος τής αντίστασεως αγωγού

Πειραματικά βρίσκουμε ότι γιά τήν αντίσταση ενός αγωγού ισχύει ό εξής νόμος τής αντίστασεως αγωγού :

Ή αντίσταση (R) ενός ομογενούς αγωγού είναι ανάλογη με τό μήκος (l) του αγωγού, αντιστρόφως ανάλογη με τό έμβαδό (S) τής τομής του αγωγού και εξαρτάται από τό υλικό του αγωγού.

$$\text{νόμος αντίστασεως} \quad R = \rho \cdot \frac{l}{S} \quad \left\{ \begin{array}{l} l \text{ σε m, S σε m}^2 \\ \rho \text{ σε } \Omega \cdot \text{m} \\ R \text{ σε } \Omega \end{array} \right. \quad (1)$$

δπου  $\rho$  είναι μία σταθερή, που εξαρτάται από το υλικό του άγωγού και ονομάζεται *ειδική αντίσταση* του υλικού. Από την εξίσωση (1) βρίσκουμε :

$$\rho = R \cdot \frac{S}{l}$$

Άρα στο σύστημα MKSA μονάδα ειδικής αντιστάσεως είναι :

$$1 \Omega \cdot \frac{1 \text{ m}^2}{1 \text{ m}} \quad \text{ή} \quad 1 \Omega \cdot \text{m}$$

*Πειραματική απόδειξη.* 1. Παίρνουμε σύρματα από το ίδιο μέταλλο και με το ίδιο έμβαδό τομής (S), αλλά τά μήκη των συρμάτων είναι  $l, 2l, 3l$ . Στίς άκρες αυτών των συρμάτων εφαρμόζουμε διαδοχικά τήν ίδια διαφορά δυναμικού U και με άμπερόμετρο μετράμε τήν ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε σύρμα. Βρίσκουμε ότι οι αντίστοιχες εντάσεις των ρευμάτων είναι,  $I, I/2, I/3$ . Σύμφωνα με τό νόμο του Ohm  $I = U/R$ , οι αντίστοιχες αντιστάσεις των συρμάτων είναι  $R, 2R, 3R$ , δηλαδή είναι *ανάλογες με τό μήκος* των συρμάτων.

2. Παίρνουμε σύρματα από τό ίδιο μέταλλο και με τό ίδιο μήκος  $l$ , αλλά τό έμβαδό τής τομής τους είναι  $S, 2S, 3S$ . Εφαρμόζουμε σ' αυτά τά σύρματα διαφορά δυναμικού U και βρίσκουμε ότι οι αντίστοιχες εντάσεις των ρευμάτων είναι  $I, 2I, 3I$ . Σύμφωνα με τό νόμο του Ohm  $I = U/R$  οι αντίστοιχες αντιστάσεις των συρμάτων είναι  $R, R/2, R/3$ , δηλαδή είναι *αντιστροφως ανάλογες με τό έμβαδό* τής τομής των συρμάτων.

3. Παίρνουμε σύρματα από διαφορετικά μέταλλα, αλλά τά σύρματα αυτά έχουν τό ίδιο μήκος ( $l$ ) και τό ίδιο έμβαδό τομής (S). Εφαρμόζουμε στά σύρματα τήν ίδια διαφορά δυναμικού (U). Τότε βρίσκουμε ότι οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τά σύρματα είναι διαφορετικές, γιατί ή αντίσταση του κάθε σύρματος εξαρτάται από τό υλικό του.

Μερικές ειδικές αντιστάσεις (σέ  $\Omega \cdot \text{m}$ )

Άργυρος	$1,5 \cdot 10^{-8}$	Χαλκός	$1,6 \cdot 10^{-8}$	Άργίλιο	$2,5 \cdot 10^{-8}$
Βολφράμιο	$6 \cdot 10^{-8}$	Σίδηρος	$10 \cdot 10^{-8}$	Υδράργυρος	$94 \cdot 10^{-8}$

*Σημείωση.* Παρατηρούμε ότι τή *μικρότερη* ειδική αντίσταση έχουν κατά σειρά ό άργυρος, ό χαλκός και τό άργίλιο και γ' αυτό τά σύρματα που χρησιμοποιούμε είναι κυρίως από χαλκό ή και από άργίλιο. Λέμε ότι αυτά τά τρία μέταλλα έχουν τή *μεγαλύτερη* ηλεκτρική αγωγιμότητα.

Μεταβολή τής ειδικής αντιστάσεως με τή θερμοκρασία. Πειραματικά βρήκαμε ότι ή *ειδική αντίσταση* των καθαρών μετάλλων *αυξάνει* με

τή θερμοκρασία. Αν ένα μέταλλο στη θερμοκρασία  $0^\circ \text{C}$  έχει ειδική αντίσταση  $\rho_0$ , τότε στη θερμοκρασία  $\theta^\circ \text{C}$  έχει ειδική αντίσταση  $\rho$  που δίνεται από την εξίσωση:

$$\text{ειδική αντίσταση } \rho = \rho_0 \cdot (1 + \alpha\theta)$$

όπου  $\alpha$  είναι ο θερμοκός συντελεστής αντίστασης και ο οποίος για τα καθαρά μέταλλα έχει περίπου την τιμή  $\alpha = 0,004 \text{ grad}^{-1}$ . Η μεταβολή της ειδικής αντίστασης με τη θερμοκρασία υπολογίζεται πάντοτε στην τεχνική και εφαρμόζεται για τη μέτρηση θερμοκρασιών με ειδικά θερμομέτρα, που ονομάζονται θερμομέτρα αντίστασης.

**Υπεραγωγιμότητα.** Όταν η θερμοκρασία των μετάλλων πλησιάσει προς το απόλυτο μηδέν, τότε η ειδική αντίστασή τους γίνεται ίση με μηδέν, δηλαδή οι άγωγοί δεν παρουσιάζουν αντίσταση. Το φαινόμενο αυτό το ονομάζουμε *υπεραγωγιμότητα* και είναι πολύ ενδιαφέρον, γιατί στις θερμοκρασίες κοντά στο απόλυτο μηδέν τα ηλεκτρόνια του ρεύματος κινούνται μέσα στο μέταλλο χωρίς να προκαλούν θέρμανση του άγωγού. Η θερμοκρασία, που κάτω από αυτήν, εκδηλώνεται η *υπεραγωγιμότητα*, είναι χαρακτηριστική για κάθε μέταλλο, π.χ. για το μόλυβδο είναι  $T \leq 7^\circ \text{K}$ , ενώ για τον κασσίτερο είναι  $T \leq 4^\circ \text{K}$ .

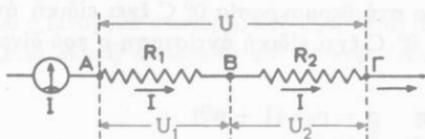
**Άγωγοί σταθερής αντίστασης.** Όρισμένα κράματα, όπως η *κωνσταντάνη* (Cu, Ni), η *μαγγανίνη* (Mn, Cu, Ni) κ.ά. έχουν θερμοκός συντελεστής αντίστασης σχεδόν ίσο με μηδέν ( $\alpha = 0$ ). Επομένως η αντίσταση αυτών από τέτοια κράματα είναι ανεξάρτητη από τη θερμοκρασία. Σε όργανα ακριβείας και γενικά σε συσκευές που θέλουμε να έχουν σταθερή αντίσταση χρησιμοποιούμε σύρματα από κράματα σταθερής αντίστασης.

**Ήμιαγωγοί.** Οι ήμιαγωγοί σε χαμηλή θερμοκρασία (κάτω από  $0^\circ \text{C}$ ) έχουν μεγάλη ειδική αντίσταση. Όταν όμως η θερμοκρασία των ήμιαγωγών αυξάνει, η ειδική αντίστασή τους ελαττώνεται πολύ γρήγορα. Όταν, αντίθετα με τα μέταλλα, στους ήμιαγωγούς η αύξηση της θερμοκρασίας προκαλεί σημαντική ελάττωση της αντίστασης. Έτσι από ήμιαγωγούς κατασκευάζουμε αντιστάσεις που είναι πολύ ευαίσθητες στις μεταβολές της θερμοκρασίας. Αυτές οι αντιστάσεις χρησιμοποιούνται σε διάφορες διατάξεις (π.χ. στη θερμομετρία).

### 30. Σύνδεση αντιστάσεων

Μεταξύ δύο σημείων ενός κυκλώματος μπορεί να υπάρχουν πολλές αντιστάσεις που συνδέονται μεταξύ τους με διάφορους τρόπους. Οι απλούστεροι τρόποι συνδέσεως αντιστάσεων είναι η *σύνδεση κατά σειρά* και η *παράλληλη σύνδεση*.

α. Σύνδεση αντιστάσεων κατά σειρά. Δύο αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$



Σχ. 36. Σύνδεση δύο αντιστάσεων κατά σειρά.

συνδέονται κατά σειρά (σχ. 36). Στις άκρες του συστήματος των αντιστάσεων εφαρμόζεται τάση  $U$  και οι δύο αντιστάσεις διαρρέονται από ρεύμα που έχει την ίδια ένταση  $I$ . Αποδεικνύεται ότι στη σύνδεση αντιστάσεων κατά σειρά ή *ολική αντίσταση* ( $R_{ολ}$ ) του συστήματος δίνεται από την εξίσωση:

$$R_{ολ} = R_1 + R_2 \text{ και γενικά}$$

$$R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

**Απόδειξη.** Στις άκρες των αντιστάσεων  $R_1$  και  $R_2$  εφαρμόζονται αντίστοιχα οι τάσεις  $U_1$  και  $U_2$ . Τότε σύμφωνα με το νόμο του Ohm έχουμε τις εξισώσεις:

$$\text{γιά την αντίσταση } R_1$$

$$U_1 = I \cdot R_1$$

$$\text{γιά την αντίσταση } R_2$$

$$U_2 = I \cdot R_2$$

Αν προσθέσουμε κατά μέλη τις δύο εξισώσεις, βρίσκουμε:

$$U_1 + U_2 = I \cdot (R_1 + R_2) \quad \text{ή} \quad U = I \cdot (R_1 + R_2) \quad (1)$$

Το σύστημα των δύο αντιστάσεων  $R_1$  και  $R_2$  έχει *ολική αντίσταση*  $R_{ολ}$  και ισχύει ο νόμος του Ohm:

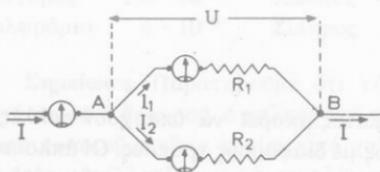
$$U = I \cdot R_{ολ} \quad (2)$$

Εξισώνοντας τα δεύτερα μέλη των εξισώσεων (1) και (2) βρίσκουμε:

$$R_{ολ} = R_1 + R_2$$

β. Παράλληλη σύνδεση αντιστάσεων. Μεταξύ δύο σημείων Α και Β ενός κυκλώματος παρεμβάλλονται δύο αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$  (σχ. 37).

Σ' αυτή την περίπτωση λέμε ότι έχουμε *παράλληλη σύνδεση* των αντιστάσεων  $R_1$  και  $R_2$ . Στο σημείο Α του κυκλώματος το κύριο ρεύμα που έχει ένταση  $I$  διακλαδίζεται σε δύο ρεύματα, που έχουν εντάσεις  $I_1$  και  $I_2$ . Με άμπερόμετρα μετράμε τις εντάσεις  $I$ ,  $I_1$ ,  $I_2$  των αντίστοιχων ρευμάτων και βρίσκουμε ότι ισχύει ο ακόλουθος κανόνας του Kirchhoff:



Σχ. 37. Παράλληλη σύνδεση δύο αντιστάσεων.

Σε μία διακλάδωση αγωγών ή ένταση ( $I$ ) του κύριου ρεύματος είναι ίση με το άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων που διαρρέουν τους αγωγούς της διακλάδωσης.

$$\text{κανόνας του Kirchhoff } I = I_1 + I_2$$

Αποδεικνύεται ότι στην παράλληλη σύνδεση αντιστάσεων ή *ολική αντίσταση* ( $R_{ολ}$ ) του συστήματος δίνεται από την εξίσωση :

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{καί γενικά} \quad \frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \dots + \frac{1}{R_n}$$

**Απόδειξη.** Στις δύο αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$  εφαρμόζεται η ίδια τάση  $U$  και σύμφωνα με το νόμο του Ohm έχουμε τις εξισώσεις :

$$I_1 = \frac{U}{R_1} \quad \text{καί} \quad I_2 = \frac{U}{R_2}$$

Αν προσθέσουμε κατά μέλη τις δύο εξισώσεις, βρίσκουμε ότι είναι :

$$I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} \quad \eta \quad I = U \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (4)$$

Το σύστημα των δύο αντιστάσεων  $R_1$  και  $R_2$  έχει *ολική αντίσταση*  $R_{ολ}$  και ισχύει ο νόμος του Ohm :

$$I = \frac{U}{R_{ολ}} \quad (5)$$

Εξισώνοντας τα δεύτερα μέλη των εξισώσεων (4) και (5) βρίσκουμε :

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

### 31. Μέτρηση αντιστάσεων

Η μέτρηση της αντιστάσεως ενός αγωγού  $\Delta E$  (σχ. 35) γίνεται εύκολα, αν με το *αμπερόμετρο* μετρήσουμε την ένταση  $I$  του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό και με το *βολτόμετρο* μετρήσουμε την τάση  $U$  που εφαρμόζεται στις άκρες του αγωγού. Τότε η αντίσταση του αγωγού είναι  $R = U/I$ . Στην πράξη για τη μέτρηση των αντιστάσεων χρησιμοποιούμε ειδικά όργανα, που ονομάζονται *ωμόμετρα*.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

37. Στις άκρες ενός σύρματος που έχει αντίσταση  $R = 2,5 \Omega$  εφαρμόζεται διαφορά δυναμικού  $U = 75 \text{ V}$ . Πόσο ηλεκτρικό φορτίο περνάει από το σύρμα σε χρόνο  $t = 20 \text{ min}$ ;

38. Ένα σύρμα έχει ειδική αντίσταση  $\rho = 1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$  και διάμετρο  $\delta = 1 \text{ mm}$ . Πόσο μήκος  $l$  από αυτό το σύρμα έχει αντίσταση  $R = 16 \Omega$ ;

39. Ένα σύρμα έχει διάμετρο  $\delta_1 = 1 \text{ mm}$  και αντίσταση  $R_1 = 0,4 \Omega$  κατά μέτρο μήκους. Ένα σύρμα από το ίδιο μέταλλο και με διάμετρο  $\delta_2 = 0,4 \text{ mm}$  θέλουμε να έχει αντίσταση  $R_2 = 12,5 \Omega$ . Πόσο μήκος  $l_2$  πρέπει να έχει το δεύτερο σύρμα;

40. Το χάλκινο σύρμα μιας τηλεγραφικής γραμμής έχει μήκος  $l$  και διάμετρο  $\delta\chi = 3 \text{ mm}$ . Θέλουμε να αντικαταστήσουμε το χάλκινο σύρμα με σύρμα από άργιλλιο, που να έχει την ίδια αντίσταση  $R$  με το χάλκινο σύρμα. Πόση πρέπει να είναι η διάμετρος  $\delta_A$  του σύρματος από άργιλλιο και πόσος είναι ο λόγος του βάρους της νέας γραμμής προς το βάρος της παλιάς γραμμής; Ειδικές αντιστάσεις: χαλκού  $\rho\chi = 1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ , άργιλλίου  $\rho_A = 3 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ . Ειδικά βάρη: χαλκού:  $\epsilon\chi = 9 \text{ p/m}^3$ , άργιλλίου  $\epsilon_A = 2,7 \text{ p/cm}^3$ .

41. Ένα σύρμα έχει αντίσταση  $R = 0,5 \Omega$  και στις άκρες του εφαρμόζεται τάση  $U = 6,4 \text{ V}$ . Πόσα ηλεκτρόνια περνούν κάθε δευτερόλεπτο από μιά τομή του σύρματος;  $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}$ .

42. Ένα κυκλικό πλαίσιο αποτελείται από  $N = 2000$  σπείρες, που καθεμιά έχει διάμετρο  $\Delta = 10 \text{ cm}$ . Το σύρμα έχει διάμετρο  $\delta = 0,4 \text{ mm}$  και ειδική αντίσταση  $\rho = 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ . Στις άκρες του πλαισίου εφαρμόζεται τάση  $U = 100 \text{ V}$ . Πόση είναι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο;

43. Τρεις αντιστάσεις  $R_1 = 5 \Omega$ ,  $R_2 = 10 \Omega$ ,  $R_3 = 45 \Omega$  συνδέονται κατά σειρά. Στις άκρες του συστήματος εφαρμόζεται διαφορά δυναμικού  $U = 90 \text{ V}$ . Πόση είναι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σύστημα; Πόση είναι η διαφορά δυναμικού  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  που εφαρμόζεται αντίστοιχα στις άκρες κάθε αντιστάσεως;

44. Δύο σύρματα, όταν συνδέονται κατά σειρά, έχουν αντίσταση  $R = 30 \Omega$ , ενώ όταν συνδέονται παράλληλα, έχουν όλική αντίσταση  $R' = 3 \Omega$ . Πόση είναι η αντίσταση κάθε σύρματος;

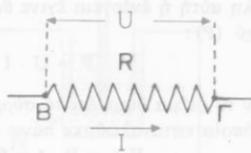
45. Τρεις αντιστάσεις  $R_1 = 2 \Omega$ ,  $R_2 = 3 \Omega$ ,  $R_3 = 4 \Omega$  συνδέονται παράλληλα και αυτό το σύστημα συνδέεται κατά σειρά με αντίσταση  $R_4 = 1 \Omega$ . Στις άκρες όλου του συστήματος εφαρμόζεται διαφορά δυναμικού  $U = 20 \text{ V}$ . Πόση είναι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει καθεμιά από τις τέσσερις αντιστάσεις;

## ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΤΟΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

## 32. Ένέργεια του ηλεκτρικού ρεύματος

Ένα κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα που έχει ένταση  $I$ . Θεωρούμε ένα τμήμα ΒΓ του σύρματος που συνδέει τους πόλους της γεννήτριας (σχ. 38). Το σύρμα ΒΓ έχει αντίσταση  $R$  και μεταξύ των δύο άκρων του Β και Γ υπάρχει σταθερή διαφορά δυναμικού (τάση)  $U$ . Στή διάρκεια του χρόνου  $t$

τό ρεύμα μεταφέρει από τό σημείο Β στό ση-  
μείο Γ ένα ηλεκτρικό φορτίο  $Q = I \cdot t$ .  
'Αλλά, όπως ξέρουμε, κατά τή μεταφορά  
αυτοῦ τοῦ φορτίου παράγεται ἔργο ἴσο μέ  
 $Q \cdot U$  ἢ καί  $U \cdot I \cdot t$ . 'Όλο αὐτό τό ἔργο  
μετατρέπεται σέ θερμότητα, πού παραμένει στό  
σύρμα καί γι' αὐτό τό σύρμα θερμαίνεται.  
'Ὡστε τό ηλεκτρικό ρεύμα ἔχει ἐνέργεια, γι-  
τί παράγει ἔργο. 'Η ἐνέργεια τοῦ ρεύματος εἶ-  
ναι ἴση μέ τό ἔργο πού παράγει τό ρεύμα.



Σχ. 38. Τό ρεύμα παράγει ἔργο  
πάνω στό σύρμα ΒΓ.

'Όταν λοιπόν ἔνα ρεύμα ἐντάσεως  $I$  διαρρέει ἐπί χρόνο  $t$  ἕναν ἀγωγό  
πού ἔχει ἀντίσταση  $R$ , τότε ἡ ἐνέργεια ( $E_{ηλ}$ ) τοῦ ηλεκτρικοῦ ρεύματος ἢ  
ὅποια καταναλώνεται πάνω σ' αὐτό τόν ἀγωγό, δίνεται ἀπό τίς ἐξισώσεις :

ἐνέργεια τοῦ ρεύματος	$E_{ηλ} = U \cdot I \cdot t$ $E_{ηλ} = I^2 \cdot R \cdot t$	$\left\{ \begin{array}{l} U \text{ σέ } V \\ I \text{ σέ } A, t \text{ σέ } sec \\ R \text{ σέ } \Omega \\ E_{ηλ} \text{ σέ } Joule \end{array} \right. \quad (1)$
-----------------------	---	--

'Ισχύς τοῦ ηλεκτρικοῦ ρεύματος. 'Από τίς ἐξισώσεις (1) βρίσκουμε ὅτι,  
ἂν ἕνα ρεύμα ἐντάσεως  $I$  διαρρέει ἀγωγό πού ἔχει ἀντίσταση  $R$ , τότε ἡ  
ἰσχύς ( $P$ ) τοῦ ηλεκτρικοῦ ρεύματος ἢ ὅποια καταναλώνεται πάνω σ' αὐτό  
τόν ἀγωγό, εἶναι  $P = \frac{E_{ηλ}}{t}$  καί ἐπομένως δίνεται ἀπό τίς ἐξισώσεις :

ἰσχύς τοῦ ρεύματος	$P = U \cdot I$ $P = I^2 \cdot R$	$\left\{ \begin{array}{l} U \text{ σέ } V, I \text{ σέ } A \\ R \text{ σέ } \Omega \\ P \text{ σέ } W \end{array} \right.$
--------------------	-----------------------------------	--

'Αν στίς ἐξισώσεις (1) βάλουμε  $P = U \cdot I$  ἢ  $P = I^2 \cdot R$ , βρίσκουμε  
ὅτι ἡ ἐνέργεια ( $E_{ηλ}$ ) τοῦ ρεύματος, ἢ ὅποια καταναλώνεται πάνω σέ ἕναν  
ἀγωγό, δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση :

$$\text{ἐνέργεια τοῦ ρεύματος} \quad E_{ηλ} = P \cdot t$$

'Όταν σ' αὐτή τήν ἐξίσωση ἡ ἰσχύς  $P$  μετριέται σέ κιλοβάτ ( $kW$ ) καί  
ὁ χρόνος  $t$  σέ ὥρες ( $h$ ), τότε ἡ ἐνέργεια  $E_{ηλ}$  βρίσκεται σέ κιλοβατώρια ( $kWh$ ).

**Παράδειγμα.** Στίς ἄκρες σύρματος ἐφαρμόζεται τάση  $U = 220 V$  καί ἐπί χρόνο  $t = 10 sec$  τό σύρμα διαρρέεται ἀπό ρεύμα ἐντάσεως  $I = 4 A$ . 'Η ἐνέργεια ( $E_{ηλ}$ ) τοῦ ρεύματος πού καταναλώθηκε πάνω στό σύρμα εἶναι :

$$E_{\eta\lambda} = U \cdot I \cdot t = 220 \text{ V} \cdot 4 \text{ A} \cdot 10 \text{ sec} \quad \text{καί} \quad E_{\eta\lambda} = 8800 \text{ Joule}$$

Όλη αυτή η ενέργεια έγινε *θερμότητα* που έμεινε πάνω στο σύρμα. Αυτό το ρεύμα έχει ισχύ (P):

$$P = U \cdot I = 220 \text{ V} \cdot 4 \text{ A} \quad \text{καί} \quad P = 880 \text{ W}$$

Αν το ρεύμα διαρρέει το σύρμα επί χρόνο  $t = 3 \text{ h}$ , τότε η ενέργεια ( $E_{\eta\lambda}$ ) του ρεύματος ή οποία καταναλώθηκε πάνω στο σύρμα, είναι:

$$E_{\eta\lambda} = P \cdot t = 0,880 \text{ kW} \cdot 3 \text{ h} \quad \text{καί} \quad E_{\eta\lambda} = 2,64 \text{ kWh}$$

### 33. Νόμος του Joule

Η θέρμανση των αγωγών που διαρρέονται από ηλεκτρικό ρεύμα ονομάζεται *φαινόμενο Joule* και οφείλεται στο ότι η ενέργεια του ρεύματος μετατρέπεται σε θερμότητα. Στις άκρες ενός σύρματος, που έχει αντίσταση R, εφαρμόζεται σταθερή τάση U και το σύρμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I = U/R$ . Στη διάρκεια χρόνου t πάνω στο σύρμα καταναλώνεται ενέργεια ( $E_{\eta\lambda}$ ) του ρεύματος ίση με:

$$E_{\eta\lambda} = I^2 \cdot R \cdot t \quad (1)$$

Όλη αυτή η ενέργεια έγινε *θερμότητα* ( $Q_{\theta\epsilon\rho\mu}$ ) που έμεινε πάνω στον αγωγό. Ξέρουμε ότι ισχύουν οι εξής σχέσεις ισοδυναμίας:

$$J = 4,19 \text{ Joule/cal} \quad \eta \quad J = 0,24 \text{ cal/Joule}$$

Επομένως η θερμότητα ( $Q_{\theta\epsilon\rho\mu}$ ), που αναπτύσσεται πάνω στον αγωγό, είναι:

$$Q_{\theta\epsilon\rho\mu} = 0,24 \cdot E_{\eta\lambda} \text{ cal} \quad \eta$$

νόμος του Joule $Q_{\theta\epsilon\rho\mu} = 0,24 \cdot I^2 \cdot R \cdot t$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,24 \text{ cal/Joule} \\ I \text{ σε A, } R \text{ σε } \Omega \\ t \text{ σε sec, } Q_{\theta\epsilon\rho\mu} \text{ σε cal} \end{array} \right. \quad (2)$
--	---

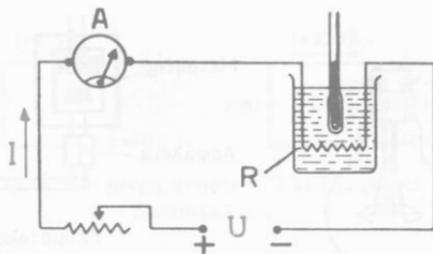
Η εξίσωση (2) εκφράζει τον εξής *νόμο του Joule*:

Η θερμότητα ( $Q_{\theta\epsilon\rho\mu}$ ) που αναπτύσσεται πάνω σε έναν αγωγό είναι *ανάλογη* με το τετράγωνο της έντασης (I) του ρεύματος, *ανάλογη* με την αντίσταση (R) του αγωγού και *ανάλογη* με το χρόνο (t) που το ρεύμα διαρρέει τον αγωγό.

Για την πειραματική επαλήθευση του νόμου του Joule χρησιμοποιούμε θερμιδόμετρο μέσα στο οποίο είναι βυθισμένο ένα σύρμα που διαρρέεται από ρεύμα (σχ. 39). Διατηρούμε σταθερά τα μεγέθη R και t και μεταβάλλουμε μόνο την ένταση I του ρεύματος. Έπειτα διατηρούμε σταθερά τα μεγέθη I και t και μεταβάλλουμε μόνο την αντίσταση R του σύρματος. Και τέλος διατηρούμε σταθερά τα μεγέθη I και R και μεταβάλλουμε μόνο το χρόνο t

πού τό ρεύμα διαρρέει τό σύρμα. Έτσι εύκολα επιβεβαιώνουμε πειραματικά τό νόμο του Joule.

α. Μονάδα θερμότητας στο σύστημα MKSA. Άγωγός έχει αντίσταση  $R$  και διαρρέεται από ρεύμα έντάσεως  $I$  επί χρόνο  $t$ . Τότε πάνω σ' αυτό τόν άγωγό καταναλώνεται *ένέργεια* του ρεύματος ίση μέ :



Σχ. 39. Για τήν πειραματική απόδειξη του νόμου του Joule.

$$E_{\eta\lambda} = I^2 \cdot R \cdot t \quad (3)$$

Όλη αυτή ή ενέργεια μετατρέπεται σέ *θερμότητα* ( $Q_{\theta\epsilon\rho\mu}$ ). Η εξίσωση (3) στο σύστημα MKSA εκφράζει αυτή τή θερμότητα ( $Q_{\theta\epsilon\rho\mu}$ ) σέ μονάδες ενέργειας αυτού του συστήματος, δηλαδή εκφράζει τή θερμότητα μετρημένη σέ Joule. Άν στην εξίσωση (3) βάλουμε  $I = 1 \text{ A}$ ,  $R = 1 \Omega$  και  $t = 1 \text{ sec}$ , βρίσκουμε  $E_{\eta\lambda} = 1 \text{ Joule}$ . Έτσι έχουμε τόν εξής *ορισμό* :

Στό σύστημα MKSA μονάδα θερμότητας είναι τό 1 Joule, δηλαδή ή θερμότητα ή όποία μέσα σέ 1 sec αναπτύσσεται πάνω σέ άγωγό πού έχει αντίσταση  $1 \Omega$  και διαρρέεται από ρεύμα έντάσεως 1 A.

β. Νεκρή αντίσταση. Μιά αντίσταση  $R$  διαρρέεται από ρεύμα έντάσεως  $I$ . Άν όλη ή ενέργεια του ρεύματος μετατρέπεται πάνω στην αντίσταση  $R$  σέ θερμότητα, τότε λέμε ότι ή αντίσταση  $R$  είναι μία *νεκρή αντίσταση*. Στις άκρες τής αντιστάσεως  $R$  υπάρχει τάση  $U = I \cdot R$  και λέμε ότι πάνω στη νεκρή αντίσταση  $R$  συμβαίνει *πτώση τάσεως* ίση μέ  $U = I \cdot R$ .

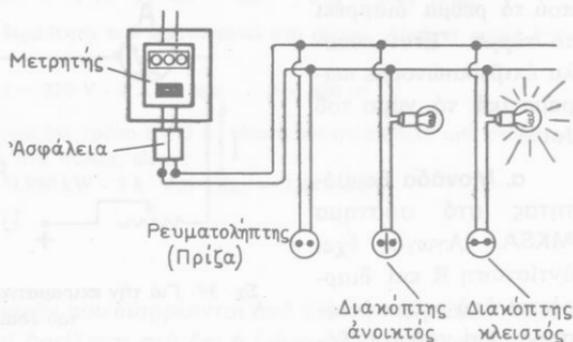
### 34. Έφαρμογές του φαινομένου Joule

Ένας μεταλλικός άγωγός, πού διαρρέεται από ρεύμα, θερμαίνεται και μπορεί νά δώσει θερμότητα στο έξωτερικό περιβάλλον του. Όταν ένα σύρμα διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντάσεως, τό σύρμα αποκτά μία *ορισμένη θερμοκρασία*. Σ' αυτή τήν περίπτωση έχει άποκατασταθεί *θερμική ισορροπία* μεταξύ του σύρματος και του περιβάλλοντος. Τότε όλη ή ισχύς πού καταναλώνεται πάνω στο σύρμα δίνεται στο περιβάλλον μέ τή μορφή θερμότητας. Γι' αυτό τό φαινόμενο Joule έχει πολλές εφαρμογές.

α. *Ηλεκτρικός λαμπτήρας πυρακτώσεως*. Αυτός άποτελείται από γυά-



Σχ. 40. Ήλεκτρικός λαμπτήρας πυρακτώσεως.



Σχ. 41. Παράλληλη σύνδεση των λαμπτήρων.

λινο δοχείο μέσα στο οποίο υπάρχει ένα λεπτό σύρμα από πολύ δύστηκτο μέταλλο (βολφράμιο, ταντάλιο, όσμιο). Τό μέταλλο που χρησιμοποιούμε έχει θερμοκρασία τήξεως πάνω από  $2700^{\circ}\text{C}$  (σχ. 40). Μέσα στο δοχείο δέν υπάρχει οξυγόνο, για να μή γίνει οξειδωση του μετάλλου, υπάρχει όμως ένα αδρανές αέριο (άργο, κρυπτό, άζωτο) που εμποδίζει την εξάερωση του μετάλλου. Όταν τό σύρμα φωτοβολεί, ή θερμοκρασία του είναι πάνω από  $2000^{\circ}\text{C}$ . Στους σημερινούς λαμπτήρες για φωτεινή ισχύ μιάς candlea καταναλώνεται ισχύς ρεύματος 0,5 ως 0,9 Watt. Σέ κάθε λαμπτήρα σημειώνονται δύο ένδειξεις, ή τάση στήν οποία ό λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά και ή ισχύς που καταναλώνει ό λαμπτήρας, όταν λειτουργεί κανονικά (π.χ. σημειώνονται 220 V, 60 W). Όλοι οί λαμπτήρες μιάς έγκαταστάσεως πρέπει να λειτουργούν μέ τήν ίδια τάση και γι' αυτό συνδέονται μεταξύ τους παράλληλα (σχ. 41).

β. *Θερμικές συσκευές.* Αύτες είναι συσκευές που παράγουν θερμότητα μέ τό ήλεκτρικό ρεύμα και χρησιμοποιούνται σέ πολλές περιπτώσεις. Σέ μερικές θερμικές συσκευές ή θερμότητα ακτινοβολείται άπευθείας από τό σύρμα (π.χ. στή θερμάστρα), ενώ σέ άλλες συσκευές ή θερμότητα συγκεντρώνεται πάνω σέ μιά μεταλλική πλάκα (π.χ. στήν κουζίνα, τό σίδερο). Η παραγωγή θερμότητας μέ τό ήλεκτρικό ρεύμα είναι εύκολη, εξασφαλίζει καθαριότητα, ρυθμίζεται αυτόματα μέ τή βοήθεια θερμοστάτη και δέ δημιουργεί κινδύνους για τήν υγεία. Η χρησιμοποίηση ήλεκτρικών πηγών θερμότητας διαρκώς έπεκτείνεται.

γ. *Άσφάλεια.* Η άσφάλεια είναι μιά διάταξη που προκαλεί αυτόματη διακοπή του ρεύματος, όταν ή έντασή του γίνει μεγαλύτερη από μιά όρισμένη τιμή. Ό πιό άπλός τύπος άσφάλειας είναι ένα μικρό σύρμα από εύτηκτο μέταλλο. Μόλις ή ένταση του ρεύματος γίνει μεγαλύτερη από ένα

δριο, άμέσως συμβαίνει τήξη του μετάλλου και διακοπή του ρεύματος. Σήμερα χρησιμοποιούμε κυρίως τις αυτόματες ασφάλειες. Η λειτουργία τους στηρίζεται σε ένα διμεταλλικό έλασμα, πού, όταν θερμανθεί πάνω από ένα δριο, λυγίζει και προκαλεί αυτόματα τη διακοπή του ρεύματος.



Σχ. 42. Η μικρή αντίσταση  $1 \Omega$  δημιουργεί βραχυκύκλωμα.

δ. *Βραχυκύκλωμα.* Κάθε ηλεκτρική συσκευή ή ηλεκτρική εγκατάσταση είναι έτσι κατασκευασμένη, ώστε να άντέχει σε όρισμένη ένταση ρεύματος. Σε μερικές όμως περιπτώσεις, διάφορα αίτια προκαλούν σημαντική αύξηση της εντάσεως του ρεύματος. Τότε λέμε ότι δημιουργήθηκε *βραχυκύκλωμα*. Η μεγάλη αύξηση της εντάσεως του ρεύματος θερμαίνει πάρα πολύ τους άγωγούς και μπορεί να τους καταστρέψει ή να προκαλέσει πυρκαγιά. Βραχυκύκλωμα προκαλείται και όταν παράλληλα με μία συσκευή συνδεθεί μία πολύ μικρή αντίσταση. Αν π.χ. ένας λαμπτήρας πυρακτώσεως, πού έχει αντίσταση  $R_L = 440 \Omega$ , λειτουργεί με τάση  $U = 220 \text{ V}$ , τότε η ένταση του ρεύματος πού διαρρέει τό κύκλωμα είναι  $I = 0,5 \text{ A}$  (σχ. 42). Οι υπόλοιποι άγωγοί του κυκλώματος έχουν ασήμαντη αντίσταση. Παράλληλα με τό λαμπτήρα συνδέουμε ένα σύρμα πού έχει αντίσταση  $R_S = 1 \Omega$ . Η όλική αντίσταση  $R_{ολ}$  του κυκλώματος γίνεται τότε πολύ μικρή και περίπου ίση με  $1 \Omega$  (είναι  $R_{ολ} = 440/441 \Omega$ ). Η ένταση του ρεύματος στό κύκλωμα γίνεται πολύ μεγάλη και περίπου ίση με  $220 \text{ A}$ . Η θέρμανση των άγωγών είναι πολύ ισχυρή και υπάρχει κίνδυνος να καταστραφούν ή να προκληθεί πυρκαγιά.

**Παρατήρηση.** Τό φαινόμενο *Joule* είναι ένα πολύ γενικό φαινόμενο, πού συνοδεύει πάντοτε τό πέρασμα του ηλεκτρικού ρεύματος μέσα από τους άγωγούς. Σε πολλές εφαρμογές εκμεταλλευόμαστε τό φαινόμενο *Joule*, αλλά τό φαινόμενο αυτό προκαλεί μεγάλες απώλειες ενέργειας πάνω στους άγωγούς πού μεταφέρουν τό ηλεκτρικό ρεύμα. Σε άλλο κεφάλαιο θά δοϋμε πώς ή σύγχρονη τεχνική κατορθώνει κατά τή μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας νά περιορίζει σημαντικά τίς απώλειες ενέργειας εξαιτίας του φαινομένου *Joule*.

$$\text{Ισχύς γεννήτριας} \quad P = E \cdot I \quad (1)$$

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

46. Στις άκρες ενός σύρματος που έχει αντίσταση  $R = 18 \Omega$  εφαρμόζεται τάση  $U = 54 \text{ V}$ . Πόση ηλεκτρική ισχύς καταναλώνεται πάνω στην αντίσταση  $R$  και πόση ενέργεια καταναλώνεται σε χρόνο  $t = 30 \text{ min}$ ;

47. Τρεις αντιστάσεις  $R_1 = 2 \Omega$ ,  $R_2 = 3 \Omega$ ,  $R_3 = 5 \Omega$  συνδέονται κατά σειρά και στις άκρες του συστήματος εφαρμόζεται τάση  $U = 120 \text{ V}$ . Πόση ηλεκτρική ισχύς καταναλώνεται σε κάθε αντίσταση και πόση θερμότητα αναπτύσσεται σε καθεμιά από αυτές σε χρόνο  $t = 1 \text{ min}$ ;

48. Ένας λαμπτήρας πυρακτώσεως έχει ισχύ  $P = 60 \text{ W}$  και λειτουργεί με τάση  $U = 220 \text{ V}$ . Νά βρεθεί: α) η αντίσταση  $R$  του λαμπτήρα· β) η ένταση  $I$  του ρεύματος και τό ηλεκτρικό φορτίο  $Q$  που περνάει από τό λαμπτήρα κατά λεπτό· γ) η ενέργεια  $E_{\text{ηλ}}$  που καταναλώνει ό λαμπτήρας, όταν λειτουργήσει τρεις ώρες.

49. Μιά ηλεκτρική κουζίνα έχει ισχύ  $P = 500 \text{ W}$  και τροφοδοτείται με ρεύμα έντάσεως  $I = 4 \text{ A}$ . α) Πόση είναι η αντίσταση  $R$  τής κουζίνας και με πόση τάση  $U$  λειτουργεί; β) Πόση θερμότητα αναπτύσσεται κατά δευτερόλεπτο σ' αυτή τήν κουζίνα;

50. Μιά ηλεκτρική κουζίνα έχει ισχύ  $P = 500 \text{ W}$  και σε χρόνο  $t = 10 \text{ min}$  θερμαίνει μάζα νερού  $m = 500 \text{ gr}$  από  $20^\circ \text{ C}$  σε  $100^\circ \text{ C}$ . Πόσο μέρος από τή θερμότητα που αναπτύσσεται από τό ρεύμα χρησιμοποιείται για τή θέρμανση του νερού; Πόσος είναι ό συντελεστής αποδόσεως;

51. Για νά θερμάνουμε μέσα σε χρόνο  $t = 5 \text{ min}$  νερό που έχει μάζα  $m = 1 \text{ kg}$  από  $20^\circ \text{ C}$  σε  $100^\circ \text{ C}$ , βυθίζουμε μέσα στό νερό ένα σύρμα και στις άκρες του εφαρμόζουμε τάση  $U = 220 \text{ V}$ . Πόση πρέπει νά είναι η αντίσταση  $R$  του σύρματος;

52. Δύο σύρματα από τό ίδιο ύλικό έχουν τό ίδιο μήκος  $l$  αλλά η τομή τους έχει διαφορετικό έμβαδό και είναι  $S_2 > S_1$ . Τά δύο σύρματα συνδέονται πρώτα κατά σειρά και έπειτα παράλληλα. Όταν στις άκρες του συστήματος των αντιστάσεων εφαρμόζεται η ίδια τάση  $U$ , σε ποίο από τά δύο σύρματα αναπτύσσεται μεγαλύτερη θερμότητα σε καθεμιά από τίς δύο περιπτώσεις;

53. Ένας επίπεδος πυκνωτής έχει χωρητικότητα  $C = 1,6 \cdot 10^{-3} \mu\text{F}$  και μεταξύ των όπλισμών του υπάρχει τάση  $U_0 = 50 \text{ 000 V}$ . Ό πυκνωτής εκφορτίζεται μέσω μιās αντιστάσεως  $R = 1000 \Omega$  και δεχόμαστε ότι στη διάρκεια  $t$  τής εκφορτίσεως η τάση είναι κατά μέσο όρο ίση με  $U = 20 \text{ 000 V}$ . Πόσο χρόνο  $t$  διαρκεί η εκφόρτιση του πυκνωτή;

54. Μιά ηλεκτρονική συσκευή παίρνει τήν ενέργεια που χρειάζεται από τή μερική εκφόρτιση ενός πυκνωτή, που έχει χωρητικότητα  $C = 0,25 \mu\text{F}$ . Αρχικά η τάση στους όπλισμούς του πυκνωτή είναι  $U_1 = 100 \text{ 000 V}$  και έπειτα μέσα σε χρόνο  $t = 0,1 \text{ sec}$  ό πυκνωτής εκφορτίζεται και η τάση στους όπλισμούς του πέφτει και γίνεται  $U = 40 \text{ 000 V}$ . Πόσο φορτίο  $Q$  δίνει ό πυκνωτής στη συσκευή, πόση είναι κατά μέσο όρο η ένταση  $I$  του ρεύματος που διαρρέει τή συσκευή και πόση ενέργεια  $E$  δίνει ό πυκνωτής στη συσκευή;

## ΚΛΕΙΣΤΟ ΚΥΚΛΩΜΑ

## 35. Ή γεννήτρια στο κλειστό κύκλωμα

Γιὰ νὰ διαρρέεται ἀπὸ ρεύμα ἓνα κύκλωμα, πρέπει ἀπαραίτητα νὰ ὑπάρχει στὸ κύκλωμα *γεννήτρια*. Ὅπως ξέρουμε (§ 22), ἡ γεννήτρια διατηρεῖ σταθερὴ διαφορὰ δυναμικοῦ μεταξὺ τῶν δύο πόλων της, γιατί διαρκῶς μεταφέρει ἠλεκτρόνια ἀπὸ τὸ θετικὸ στὸν ἀρνητικὸ πόλο της. Ὡστε μέσα στὴ γεννήτρια ὑπάρχει ἀγωγὸς καὶ μέσω αὐτοῦ κινοῦνται τὰ ἠλεκτρόνια. Ἐπομένως κάθε γεννήτρια ἔχει ὀρισμένη *ἔσωτερικὴ ἀντίσταση* ( $r$ ).

Στὸ κλειστὸ κύκλωμα πὺ δείχνει τὸ σχῆμα 43 ὑπάρχουν ρυθμιστικὴ ἀντίσταση ( $R$ ), λαμπτήρας πυρακτώσεως, βολτάμετρο καὶ κινητήρας. Αὐτὴ ἡ σειρά τῶν ἀγωγῶν ἀποτελεῖ τὸ *ἐξωτερικὸ κύκλωμα*. Ἐξαιτίας τοῦ φαινομένου Joule πᾶν σὲ ὅλες τὶς ἀντιστάσεις τοῦ κυκλώματος ἀναπτύσσεται *θερμότητα*. Στὸ λαμπτήρα πυρακτώσεως ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια μετατρέπεται τελικὰ σὲ *φωτεινὴ ἐνέργεια*. Στὸ βολτάμετρο ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια μετατρέπεται σὲ *χημικὴ ἐνέργεια*. Καὶ τέλος στὸν κινητήρα ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια μετατρέπεται σὲ *μηχανικὴ ἐνέργεια*. Ὡστε:

Ἡ γεννήτρια δίνει στὸ ἐξωτερικὸ κύκλωμα ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια, ἡ ὁποία μετατρέπεται σὲ θερμότητα (ἐξαιτίας τοῦ φαινομένου Joule) καὶ σὲ χημικὴ ἢ μηχανικὴ ἐνέργεια μέσα στὰ βολτάμετρα ἢ τοὺς κινητήρες.

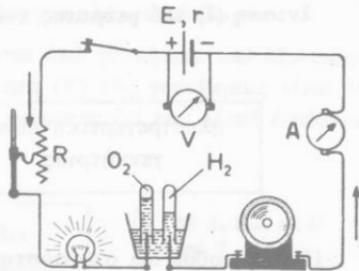
## 36. Ἡλεκτρεγερτικὴ δύναμη γεννήτριας

Σὲ ἓνα κλειστὸ κύκλωμα (σχ. 43) ἡ ἔνταση  $I$  τοῦ ρεύματος εἶναι σταθερὴ σὲ ὅλο τὸ κύκλωμα. Τὸ ρεύμα περνᾶει καὶ μέσα ἀπὸ τὴ γεννήτρια μὲ συμβατικὴ φορά ἀπὸ τὸν ἀρνητικὸ πρὸς τὸ θετικὸ πόλο τῆς γεννήτριας. Ἡ γεννήτρια παρέχει διαρκῶς στὸ κύκλωμα ἰσχύ. Πειραματικὰ βρίσκουμε ὅτι:

Ἡ ἰσχύς ( $P$ ) πὺ παρέχει ἡ γεννήτρια στὸ κύκλωμα εἶναι ἀνάλογη μὲ τὴν ἔνταση ( $I$ ) τοῦ ρεύματος πὺ διαρρέει τὸ κύκλωμα.

$$\text{ἰσχύς γεννήτριας} \quad P = E \cdot I$$

(1)



Σχ. 43. Ἡ γεννήτρια δίνει ἐνέργεια στὸ κύκλωμα.

Ο συντελεστής  $E$  είναι μέγεθος χαρακτηριστικό της γεννήτριας και ονομάζεται **ηλεκτρεγερτική δύναμη** της γεννήτριας. Από την εξίσωση (1) προκύπτει ο **έξής ορισμός**:

**Ήλεκτρεγερτική δύναμη ( $E$ )** γεννήτριας ονομάζεται τό σταθερό πηλίκο της ισχύος ( $P$ ), που παρέχει ή γεννήτρια στο κύκλωμα, πρὸς τὴν ένταση ( $I$ ) τοῦ ρεύματος που διαρρέει τό κύκλωμα.

ηλεκτρεγερτική δύναμη  
γεννήτριας

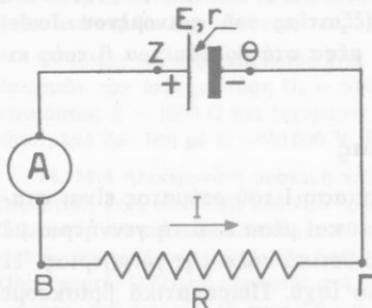
$$E = \frac{P}{I}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P \text{ σε } W \\ I \text{ σε } A \\ E \text{ σε } W/A \text{ ή } V \end{array} \right. \quad (2)$$

Παρατηρούμε ότι στο σύστημα MKSA μονάδα ηλεκτρεγερτικής δύναμης είναι τό 1 Volt (1 V). Από τὴν εξίσωση (2) συνάγεται ότι ή ηλεκτρεγερτική δύναμη ( $E$ ) της γεννήτριας εκφράζει τὴν ισχύ που παρέχει ή γεννήτρια στο κύκλωμα για κάθε 1 Ampère της έντάσεως τοῦ ρεύματος που διαρρέει τό κύκλωμα. "Αν π.χ. μιὰ γεννήτρια έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E = 50$  Volt, τότε για κάθε 1 Ampère της έντάσεως τοῦ ρεύματος ή γεννήτρια παρέχει ισχύ ίση με 50 Watt, δηλαδή παρέχει ισχύ 50 Watt/Ampère.

### 37. Νόμος τοῦ Ohm για κλειστό κύκλωμα

Σέ ένα κλειστό κύκλωμα (σχ. 44) ὑπάρχει γεννήτρια, που έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E$  καί εσωτερική αντίσταση  $r$ . Τό εξωτερικό κύκλωμα ἀποτελεῖται μόνο από μιὰ νεκρή αντίσταση  $R$ . Οἱ ἄγωγοί που χρησιμοποιούνται για τὴ συνδεσμολογία έχουν ἀσήμαντη αντίσταση. Τό κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντάσεως  $I$ . Τότε ή γεννήτρια παρέχει στο κύκλωμα ισχύ  $P = E \cdot I$ . "Ολη αὐτή ή ισχύς μετατρέπεται σε θερμότητα πάνω στις δύο ἀντιστάσεις  $R$  καί  $r$ . Σύμφωνα με τό νόμο τοῦ Joule ή ισχύς



Σχ. 44. Για τὴν ἀπόδειξη τοῦ νόμου τοῦ Ohm σε κλειστό κύκλωμα.

που μετατρέπεται σε θερμότητα, είναι:

$$\begin{array}{l} \text{πάνω στην ἀντίσταση } R \quad I^2 \cdot R \\ \text{πάνω στην ἀντίσταση } r \quad I^2 \cdot r \end{array}$$

Σύμφωνα με την αρχή της διατηρήσεως της ενέργειας ισχύει η εξίσωση :

$$E \cdot I^2 = I^2 \cdot R + I^2 \cdot r \quad \text{ή} \quad E = I \cdot (R + r) \quad (1)$$

Οι δύο αντιστάσεις  $R$  και  $r$  συνδέονται κατά σειρά και επομένως η *ολική αντίσταση* ( $R_{ολ}$ ) του κυκλώματος είναι  $R_{ολ} = R + r$ . Έτσι από την εξίσωση (1) βρίσκουμε τον *έξης νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα* :

Σε κλειστό κύκλωμα, που αποτελείται από γεννήτρια και εξωτερικές αντιστάσεις, η ηλεκτρεγερτική δύναμη ( $E$ ) της γεννήτριας είναι ίση με το γινόμενο της εντάσεως ( $I$ ) του ρεύματος επί την *ολική αντίσταση* ( $R_{ολ}$ ) του κυκλώματος.

νόμος του Ohm  
(κλειστό κύκλωμα)

$$E = I \cdot R_{ολ}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I \text{ σε A, } R_{ολ} \text{ σε } \Omega \\ E \text{ σε V} \end{array} \right. \quad (2)$$

Η εξίσωση (2) επαληθεύεται πειραματικά, αν στο κύκλωμα βάλουμε διαδοχικά γνωστές αντιστάσεις και μετρήσουμε τις αντίστοιχες εντάσεις του ρεύματος.

α. Τάση στους πόλους της γεννήτριας. Θεωρούμε το κύκλωμα που είχαμε παραπάνω (σχ. 44). Έπειδή οι άγωγοί της συνδεσμολογίας έχουν ασημάνητη αντίσταση, οι δύο άκρες της αντιστάσεως  $R$  έχουν το ίδιο δυναμικό με τους αντίστοιχους πόλους της γεννήτριας. Ωστε η τάση  $U$ , που υπάρχει στις άκρες της αντιστάσεως  $R$ , είναι ίση με την τάση  $U$ , που υπάρχει στους πόλους της γεννήτριας. Για την αντίσταση  $R$  ισχύει η εξίσωση  $U = I \cdot R$ . Από την εξίσωση (1) έχουμε :

$$E = I \cdot R + I \cdot r \quad \text{άρα} \quad I \cdot R = E - I \cdot r$$

Η τελευταία εξίσωση φανερώνει ότι :

Σε κλειστό κύκλωμα η τάση ( $U$ ) στους πόλους της γεννήτριας είναι ίση με την ηλεκτρεγερτική δύναμη ( $E$ ) της γεννήτριας *ελαττωμένη κατά την πτώση τάσεως* ( $I \cdot r$ ) μέσα στη γεννήτρια.

τάση στους πόλους  
γεννήτριας

$$U = E - I \cdot r$$

Αν το κύκλωμα είναι ανοιχτό, τότε είναι  $I = 0$  και επομένως είναι  $U = E$ . Έτσι έχουμε τον *έξης ορισμό* :

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη ( $E$ ) της γεννήτριας είναι ίση με την τάση ( $U$ ) στους πόλους της γεννήτριας, όταν το κύκλωμα είναι ανοιχτό ( $I = 0$ ).

**Παράδειγμα.** Στο κύκλωμα του σχήματος 44 είναι  $E = 10 \text{ V}$ ,  $r = 2 \Omega$  και θέλουμε τό ρεύμα νά έχει ένταση  $I = 2 \text{ A}$ . Ή έξωτερική αντίσταση  $R$  βρίσκεται από τήν εξίσωση :

$$E = I \cdot (R + r) \quad \text{άρα} \quad R = \frac{E - I \cdot r}{I} = \frac{10 \text{ V} - (2 \text{ A} \cdot 2 \Omega)}{2 \text{ A}}$$

$$\text{καί} \quad R = 3 \Omega$$

Ή τάση  $U$  στους πόλους τής γεννήτριας είναι

$$U = E - I \cdot r = 10 \text{ V} - (2 \text{ A} \cdot 2 \Omega) \quad \text{καί} \quad U = 6 \text{ V}$$

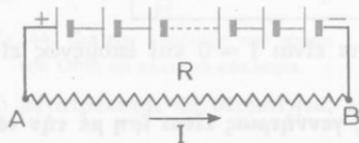
**β. Ήποδέκτες.** Στο λαμπτήρα πυρακτώσεως καί στήν ηλεκτρική θερμάστρα ή ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται αποκλειστικά σέ *θερμότητα*. Αυτές οι συσκευές είναι νεκρές αντιστάσεις. Στο βολτάμετρο ή στόν ηλεκτρικό κινητήρα ένα μέρος τής ηλεκτρικής ενέργειας μετατρέπεται σέ *χημική* ή *μηχανική ενέργεια*. Αυτές οι συσκευές, στίς όποιες ή ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σέ άλλη μορφή ενέργειας, διαφορετική από τή θερμότητα, ονομάζονται *άποδέκτες*. Έτσι π.χ. ό ανεμιστήρας είναι άποδέκτης, πού μās δίνει *ώφέλιμη μηχανική ενέργεια*.

Όταν τό ηλεκτρικό ρεύμα περνάει μέσα από έναν άποδέκτη (π.χ. τόν ανεμιστήρα), πάντοτε ένα μέρος από τήν ισχύ του ρεύματος μετατρέπεται σέ *θερμότητα*, εξαιτίας του φαινομένου Joule. Αυτή ή θερμότητα αναπτύσσεται πάνω στήν *έσωτερική αντίσταση* του άποδέκτη. Οι ηλεκτροκινητήρες πού χρησιμοποιούμε μετατρέπουν τά 80 ως 90 % τής ισχύος του ρεύματος σέ *ώφέλιμη μηχανική ισχύ*. Ό συντελεστής άποδόσεως η ενός άποδέκτη είναι :

$$\eta = \frac{\text{ώφέλιμη ισχύς}}{\text{δαπανώμενη ισχύς}}$$

### 38. Σύνδεση γεννητριών

Άν συνδέσουμε μεταξύ τους πολλές γεννήτριες, σχηματίζουμε μία *συστοιχία γεννητριών* (μπαταρία). Θεωρούμε ότι όλες οι γεννήτριες είναι ίδιες καί καθεμιά έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E$  καί έσωτερική αντίσταση  $r$ . Οι άπλούστεροι τρόποι συνδέσεως τών γεννητριών είναι ή *σύνδεση κατά σειρά* καί ή *παράλληλη σύνδεση*.

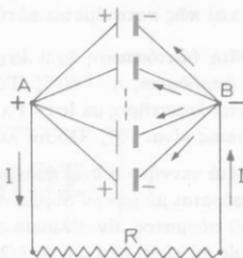


Σχ. 45. Σύνδεση γεννητριών κατά σειρά.

Στή σύνδεση γεννητριών κατά σειρά ό άρνητικός πόλος κάθε γεννήτριας συνδέεται μέ τό θετικό πόλο τής έπόμενης γεννήτριας. Άν έχουμε  $n$  όμοιες γεννήτριες πού καθεμιά έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E$ , τότε ή *όλική ηλεκτρεγερτική δύναμη*  $E_{ολ}$  τής συστοιχίας είναι

$$E_{ολ} = v \cdot E \text{ (σχ. 45).}$$

Στήν παράλληλη σύνδεση γεννητριών συνδέονται όλοι οι θετικοί πόλοι και αποτελούν το θετικό πόλο της συστοιχίας και όλοι οι αρνητικοί πόλοι που αποτελούν τον αρνητικό πόλο της. Αν έχουμε  $v$  όμοιες γεννήτριες που καθεμιά έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E$ , τότε η *όλική ηλεκτρεγερτική δύναμη*  $E_{ολ}$  της συστοιχίας είναι  $E_{ολ} = E$  (σχ. 46).



Σχ. 46. Παράλληλη σύνδεση γεννητριών.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

55. Μία γεννήτρια έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E = 12 \text{ V}$  και εσωτερική αντίσταση  $r = 10 \Omega$ . Το εξωτερικό κύκλωμα αποτελείται μόνο από δύο αντιστάσεις  $R_1 = 26 \Omega$  και  $R_2 = 36 \Omega$ . Πόση είναι η διαφορά δυναμικού στους πόλους της γεννήτριας και πόση στις άκρες κάθε αντιστάσεως;

56. Μία γεννήτρια έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E = 2 \text{ V}$  και εσωτερική αντίσταση  $r = 8 \Omega$ . Το εξωτερικό κύκλωμα αποτελείται από μία αντίσταση  $R$  που συνδέεται κατά σειρά με βολτόμετρο που έχει εσωτερική αντίσταση  $R_0 = 300 \Omega$ . Πόση πρέπει να είναι η αντίσταση  $R$ , ώστε το βολτόμετρο να δείχνει  $U = 1,5 \text{ V}$ ;

57. Μία γεννήτρια, όταν το εξωτερικό κύκλωμα έχει αντίσταση  $R_1 = 1 \Omega$ , δίνει ρεύμα εντάσεως  $I_1 = 1 \text{ A}$ , ενώ όταν το εξωτερικό κύκλωμα έχει αντίσταση  $R_2 = 2,5 \Omega$ , δίνει ρεύμα εντάσεως  $I_2 = 0,5 \text{ A}$ . Πόση είναι η ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E$  και η εσωτερική αντίσταση  $r$  της γεννήτριας;

58. Όταν οι πόλοι μίας γεννήτριας συνδέονται με εξωτερική αντίσταση  $R_1 = 1 \Omega$ , η τάση στους πόλους της γεννήτριας είναι  $U_1 = 1,5 \text{ V}$ , ενώ όταν οι πόλοι της γεννήτριας συνδέονται με εξωτερική αντίσταση  $R_2 = 2 \Omega$ , η τάση στους πόλους της γεννήτριας είναι  $U_2 = 2 \text{ V}$ . Πόση είναι η ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E$  και η εσωτερική αντίσταση  $r$  της γεννήτριας; Πόση ισχύ παρέχει στο κύκλωμα ή γεννήτρια σε καθεμιά από τις δύο περιπτώσεις;

59. Μία γεννήτρια έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E = 40 \text{ V}$ . Οι πόλοι της συνδέονται με αντίσταση  $R$  και τότε η τάση στους πόλους της γεννήτριας είναι  $U = 30,8 \text{ V}$ . Η αντίσταση  $R$  συνδέεται κατά σειρά με μία άλλη αντίσταση  $R_1 = 5 \Omega$  και τότε η τάση στους πόλους της γεννήτριας γίνεται  $U_1 = 34,8 \text{ V}$ . Πόση είναι η εξωτερική αντίσταση  $R$  και η εσωτερική αντίσταση  $r$  της γεννήτριας;

60. Δύο αντιστάσεις  $R_1 = 3 \Omega$  και  $R_2 = 7 \Omega$  συνδέονται μεταξύ τους παράλληλα και οι δύο άκρες του συστήματος των αντιστάσεων συνδέονται με τους πόλους μίας γεννήτριας, που έχει εσωτερική αντίσταση  $r = 0,9 \Omega$ . Οι δύο αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$  διαρρέονται από ρεύματα, που αντίστοιχα έχουν ένταση  $I_1 = 14 \text{ A}$  και  $I_2 = 6 \text{ A}$ . Πόση είναι η ήλε-

κτρεγερτική δύναμη  $E$  της γεννήτριας; Πόση ισχύ παρέχει η γεννήτρια στο εξωτερικό κύκλωμα και πώς κατανέμεται αυτή η ισχύς στις δύο αντίστασεις;

61. Μιά ύδατόπτωση έχει ισχύ  $P_{08} = 29,44 \text{ kW}$  και κινεί γεννήτρια που έχει συντελεστή απόδοσης  $\eta = 80 \%$ . Το ρεύμα χρησιμοποιείται για το φωτισμό συνοικισμού, που διαθέτει λαμπτήρες με ισχύ  $P_L = 75 \text{ W}$ . Οι απώλειες κατά τη μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας είναι  $10\%$ . Πόσοι λαμπτήρες μπορεί να χρησιμοποιηθούν στο συνοικισμό;

62. Μιά γεννήτρια έχει πολική τάση  $U = 500 \text{ V}$  και δίνει ρεύμα έντασης  $I = 350 \text{ A}$ , που μεταφέρεται με μακρύ σύρμα στον τόπο καταναλώσεως. Πόση πρέπει να είναι η αντίσταση του σύρματος, αν θέλουμε οι απώλειες ισχύος πάνω στο σύρμα εξαιτίας του φαινομένου Joule να είναι ίσες με το  $1/20$  της ισχύος της γεννήτριας;

63. Μιά γεννήτρια έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E = 120 \text{ V}$  και εσωτερική αντίσταση  $r = 1 \Omega$ . Οι πόλοι της γεννήτριας συνδέονται με κινητήρα. Όταν ο κινητήρας δέ στρέφεται, η τάση στους πόλους της γεννήτριας είναι  $U_1 = 90 \text{ V}$ , ενώ, όταν ο κινητήρας στρέφεται, η τάση στους πόλους της γεννήτριας είναι  $U_2 = 115 \text{ V}$ . Νά βρεθεί: α) η εσωτερική αντίσταση  $r'$  του κινητήρα· β) η ισχύς που μετατρέπεται σε θερμότητα σε όλο το κύκλωμα, όταν ο κινητήρας στρέφεται· γ) η μηχανική ισχύς που δίνει ο κινητήρας.

64. Μιά γεννήτρια έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E = 52 \text{ V}$  και εσωτερική αντίσταση  $r = 1 \Omega$ . Το εξωτερικό κύκλωμα αποτελείται από μία αντίσταση  $R = 5 \Omega$  και έναν κινητήρα. Όταν ο κινητήρας δέ στρέφεται, το ρεύμα έχει ένταση  $I_1 = 4 \text{ A}$  ενώ, όταν ο κινητήρας στρέφεται, το ρεύμα έχει ένταση  $I_2 = 1 \text{ A}$ . Νά βρεθεί: α) η εσωτερική αντίσταση  $r'$  του κινητήρα· β) η ισχύς που μετατρέπεται σε θερμότητα σε όλο το κύκλωμα, όταν ο κινητήρας στρέφεται· γ) η μηχανική ισχύς που δίνει ο κινητήρας.

65. Ένας ανεμιστήρας λειτουργεί με τάση  $U = 110 \text{ V}$ , διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I = 0,6 \text{ A}$  και έχει εσωτερική αντίσταση  $r = 110 \Omega$ . Πόση ισχύ δίνει το ρεύμα στον ανεμιστήρα και πόση ισχύς μετατρέπεται σε θερμότητα; Πόση μηχανική ισχύς δίνει ο ανεμιστήρας και πόσος είναι ο συντελεστής απόδοσης;

66. Ένας κινητήρας λειτουργεί με τάση  $U = 220 \text{ V}$ , τροφοδοτείται με ρεύμα έντασης  $I = 15 \text{ A}$  και έχει απόδοση  $80 \%$ . Πόση ισχύς του ρεύματος μετατρέπεται σε θερμότητα και πόση μηχανική ισχύς δίνει ο κινητήρας;

67. Μιά γεννήτρια έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E = 120 \text{ V}$  και εσωτερική αντίσταση  $r = 1 \Omega$ . Το εξωτερικό κύκλωμα αποτελείται από δύο παράλληλους κλάδους Α και Β. Ο κλάδος Α έχει αντίσταση  $R_1 = 20 \Omega$  και ο κλάδος Β αντίσταση  $R_2 = 5 \Omega$  και διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_2 = 19,2 \text{ A}$ . Πόση είναι η ένταση  $I_1$  του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση  $R_1$ ; Πόση ισχύ παρέχει η γεννήτρια στο κύκλωμα και πόση από αυτή την ισχύ μετατρέπεται σε θερμότητα πάνω στην αντίσταση  $R_1$ ;

68. Έχουμε  $n = 10$  όμοιες γεννήτριες, που καθεμιά έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E = 5 \text{ V}$  και εσωτερική αντίσταση  $r = 0,5 \Omega$ . Συνδέουμε τις γεννήτριες κατά σειρά. Το εξωτερικό κύκλωμα είναι μία αντίσταση  $R = 1,5 \Omega$ . Πόση είναι η ένταση  $I$  του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση  $R$ ; Πόση ένταση έχει το ρεύμα που περνάει από μία γεννήτρια; Πόση ισχύ παρέχει στο εξωτερικό κύκλωμα η συστοιχία;

69. Μιά αντίσταση  $R = 3 \Omega$  συνδέεται με συστοιχία που αποτελείται από δύο όμοιες γεννήτριες, που συνδέονται παράλληλα. Κάθε γεννήτρια έχει ΗΕΔ  $E = 35 \text{ V}$  και εσωτερική αντίσταση  $r = 1 \Omega$ . Πόση είναι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση  $R$ ;

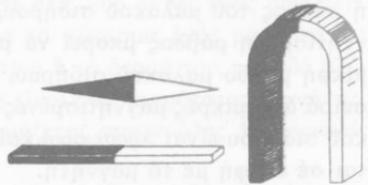
# ΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

## Ίδιότητες τών μαγνητῶν

### 39. Μαγνήτες. Μαγνητισμός

Ἐκ τῆν ἀρχαιότητα ἦταν γνωστό ὅτι ὁ φυσικός μαγνήτης ( $Fe_3O_4$ ) ἔχει τὴν ἰδιότητα νὰ ἔλκει μικρά κομμάτια σιδήρου ἢ χάλυβα. Αὐτὴ ἡ ἰδιότητα τοῦ φυσικοῦ μαγνήτη ὀνομάζεται **μαγνητισμός**.

Ἄν μὲ ἓνα φυσικό μαγνήτη τρίψουμε πολλές φορές καὶ κατὰ τὴν ἴδια φορά μιά ράβδο χάλυβα, παρατηροῦμε ὅτι ὁ χάλυβας γίνεται **μόνιμος μαγνήτης** καὶ λέγεται **τεχνητός μαγνήτης**. Σήμερα κατασκευάζουμε εὐκόλα τεχνητοὺς μαγνήτες μὲ τὴ βοήθεια τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος καὶ δίνουμε σ' αὐτοὺς διάφορα σχήματα (σχ. 47). Τοὺς τεχνητοὺς μαγνήτες τοὺς κατασκευάζουμε ἀπὸ χάλυβα ἢ ἀπὸ ὀρισμένα κράματα.

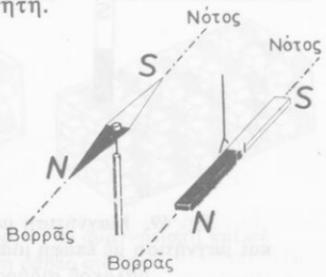


Σχ. 47. Τεχνητοὶ μαγνήτες.

### 40. Πόλοι τοῦ μαγνήτη

Μέσα σὲ ρινίσματα σιδήρου βυθίζουμε ἓνα μαγνήτη. Ὅταν σηκώσουμε τὸ μαγνήτη, βλέπουμε ὅτι τὰ ρινίσματα ἔχουν προσκολληθεῖ στὶς δύο ἄκρες τοῦ μαγνήτη, πού ὀνομάζονται **πόλοι** τοῦ μαγνήτη.

Μὲ νῆμα κρεμάμε ἓνα μαγνήτη ἔτσι, ὥστε νὰ μπορεῖ νὰ στρέφεται γύρω ἀπὸ κατακόρυφο ἄξονα (σχ. 48). Ὁ μαγνήτης ἰσορροπεῖ πάντοτε σὲ τέτοια θέση, ὥστε ὁ ἓνας πόλος του νὰ στρέφεται πρὸς τὸ Βορρὰ καὶ ὁ ἄλλος πόλος του πρὸς τὸ Νότο. Γι' αὐτὸ οἱ δύο πόλοι τοῦ μαγνήτη ὀνομάζονται ἀντίστοιχα **βόρειος πόλος** (N, North = Βορρὰς) καὶ **νότιος πόλος** (S, South = Νότος).



Σχ. 48. Οἱ δύο πόλοι τοῦ μαγνήτη.

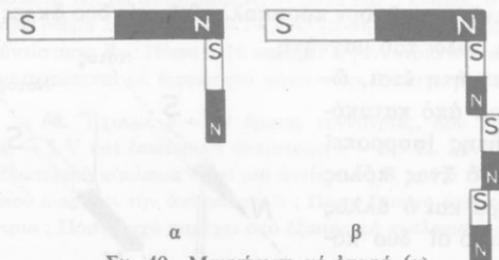
<sup>3</sup> *Άμοιβαία επίδραση τῶν πόλων.* Στόν ἓνα πόλο μιᾶς μαγνητικῆς βελόνης, πού μπορεῖ νά στρέφεται ἐλεύθερα γύρω ἀπό κατακόρυφο ἄξονα, πλησιάζουμε διαδοχικά τούς δύο πόλους ἑνός μαγνήτη. Τότε εὐκολα διαπιστώνουμε ὅτι μεταξύ δύο *ὁμώνυμων* πόλων ἀναπτύσσεται ἀμοιβαία ἄπωση, ἐνῶ μεταξύ δύο *ἐτερόνυμων* πόλων ἀναπτύσσεται ἀμοιβαία ἔλξη. Ἡ δύναμη πού ἀναπτύσσεται μεταξύ δύο μαγνητικῶν πόλων καθὼς καί ἄλλα μαγνητικά φαινόμενα ἐρμηνεύονται εὐκολά, ἂν ὑποθέσουμε ὅτι σέ κάθε μαγνητικό πόλο ὑπάρχει ἓνα ἰδιαίτερο φυσικό μέγεθος, πού ὀνομάζεται **ποσότητα μαγνητισμοῦ** ( $m$ ) καί θεωρεῖται ὡς θετική (+  $m$ ) ἢ ἀρνητική (−  $m$ ), ἀντίστοιχα γιά ἓνα βόρειο ἢ νότιο μαγνητικό πόλο.

#### 41. Μαγνήτιση μέ ἐπαφή καί μέ ἐπαγωγή

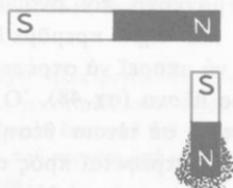
Ἄν ἡ μιὰ ἄκρη μικρῆς ράβδου ἀπό μαλακό σίδηρο ἔρθει σέ *ἐπαφή* μέ τό βόρειο πόλο ἑνός μαγνήτη, εὐκολά διαπιστώνουμε ὅτι ἡ ἄλλη ἄκρη τῆς ράβδου ἔγινε βόρειος πόλος (σχ. 49α). Ὁ τρόπος μέ τόν ὁποῖο ἔγινε μαγνήτιση ἡ ράβδος τοῦ μαλακοῦ σιδήρου, ὀνομάζεται *μαγνήτιση μέ ἐπαφή*. Ἡ μαγνητισμένη ράβδος μπορεῖ νά μαγνητίσει μέ τόν ἴδιο τρόπο μιὰ δευτέρη μικρή ράβδο μαλακοῦ σιδήρου, αὐτή μιὰ ἄλλη καί ἔτσι σχηματίζεται μιὰ σειρά ἀπό μικρές μαγνητισμένες ράβδους (σχ. 49β). Ἡ μαγνήτιση τοῦ μαλακοῦ σιδήρου εἶναι *προσωρινή* καί διαρκεῖ, ὅσο ὁ μαλακός σίδηρος βρίσκεται σέ ἐπαφή μέ τό μαγνήτη.

Ἡ μικρή ράβδος τοῦ μαλακοῦ σιδήρου μαγνητίζεται ἀκόμη καί ὅταν βρεθεῖ σέ μικρή ἀπόσταση ἀπό τό βόρειο πόλο τοῦ μαγνήτη (σχ. 50). Αὐτός ὁ τρόπος μαγνήτισεως τοῦ μαλακοῦ σιδήρου ὀνομάζεται *μαγνήτιση μέ ἐπαγωγή*. Καί σ' αὐτή τήν περίπτωση ἡ μαγνήτιση τοῦ μαλακοῦ σιδήρου εἶναι *προσωρινή* καί διαρκεῖ, ὅσο ὁ μαλακός σίδηρος βρίσκεται κοντά στό μαγνήτη.

Ἄν ἀντί γιά μαλακό σίδηρο χρησιμοποιήσουμε στά παραπάνω πειρά-

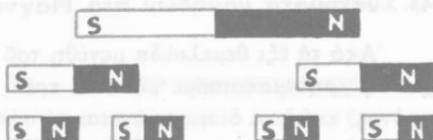


Σχ. 49. Μαγνήτιση μέ ἐπαφή (α)  
καί μαγνήτιση μέ ἐπαφή μιᾶς σειράς  
μαλακοῦ σιδήρου (β).



Σχ. 50. Μαγνήτιση μέ ἐπαγωγή.

ματα μιά ράβδο από χάλυβα, παρατηρούμε ότι καί ὁ χάλυβας μαγνητίζεται μέ ἐπαφή καί μέ ἐπαγωγή, ἀλλά ἡ μαγνήτισή του εἶναι *μόνιμη*.



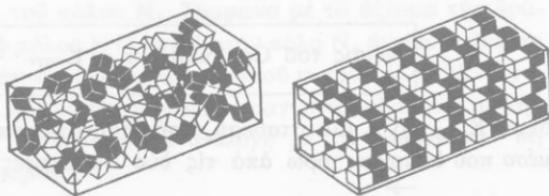
## 42. Στοιχειώδεις μαγνήτες

Ἄν ἓναν εὐθύγραμμο μαγνήτη τόν κόψουμε σέ δύο κομμάτια, παρατηρούμε ὅτι κάθε κομμάτι ἔχει *δύο ἐτερόνυμους πόλους* (βόρειο καί νότιο πόλο). Στό σημεῖο πού χωρίστηκε ὁ ἀρχικός μαγνήτης ἐμφανίστηκαν δύο ἐτερόνυμοι πόλοι (σχ. 51). Ἄν καθένα ἀπό τούς δύο νέους μαγνήτες τόν κόψουμε σέ δύο κομμάτια, παρατηρούμε ὅτι κάθε κομμάτι ἔχει πάλι δύο ἐτερόνυμους πόλους. Ἀπό τό πείραμα αὐτό συμπεραίνουμε ὅτι εἶναι ἀδύνατο *νά ἀπομονώσουμε* ἓνα μαγνητικό πόλο, γιατί οἱ δύο μαγνητικοί πόλοι, ὁ βόρειος καί ὁ νότιος, ἐμφανίζονται πάντοτε στίς δύο ἄκρες ἑνός μαγνήτη.

Σχ. 51. Ἀδύνατη ἡ ἀπομόνωση ἑνός μαγνητικοῦ πόλου.

Ἄν μπορούσαμε *νά ἐξακολουθήσουμε* τό χωρίσμα ἑνός μαγνήτη ὡς τά ἐλάχιστα τμήματά του, δηλαδή ὡς τά μόρια ἢ τά ἄτομά του, τότε θά βλέπαμε ὅτι κάθε μόριο ἢ ἄτομο τοῦ μαγνήτη εἶναι ἓνας μικρότατος μαγνήτης, πού ἔχει δύο ἐτερόνυμους πόλους καί ὀνομάζεται *στοιχειώδης ἢ μοριακός μαγνήτης*.

Μέσα σέ μιά ράβδο ἀπό μαλακό σίδηρο ἢ χάλυβα πού *δέν εἶναι μαγνητισμένη*, οἱ στοιχειώδεις μαγνήτες διατάσσονται ἄτακτα (σχ. 52). Ὄταν ὁμως αὐτή ἡ ράβδος ἐρθεῖ σέ ἐπαφή μέ ἓνα μαγνητικό πόλο ἢ βρεθεῖ σέ μικρή ἀπόσταση ἀπό αὐτόν, τότε οἱ στοιχειώδεις μαγνήτες διατάσσονται μέσα στή ράβδο ἔτσι, ὥστε στίς δύο ἄκρες της ἐμφανίζονται δύο ἐτερόνυμοι πόλοι. Μέσα στή ράβδο οἱ στοιχειώδεις μαγνήτες σχηματίζουν παράλληλα νήματα. Ὄταν ἀπομακρυνθεῖ ὁ πόλος, πού προκάλεσε τή μαγνήτιση τῆς ράβδου, τότε στό μαλακό σίδηρο ἡ διάταξη τών στοιχειωδῶν μαγνητῶν ἀμέσως καταστρέφεται καί ὁ μαλακός σίδηρος *ἀπομαγνητίζεται*, δηλαδή ἡ μαγνήτισή του ἦταν *προσωρινή*, ἐνῶ ἀντίθετα στό χάλυβα ἡ διάταξη τών στοιχειωδῶν μαγνητῶν διατηρεῖται καί ὁ χάλυβας *ἐξακολουθεῖ* *νά εἶναι μαγνήτης*, δηλαδή ἡ μαγνήτισή του εἶναι *μόνιμη*.



Σχ. 52. Στοιχειώδεις μαγνήτες σέ ἀμαγνήτιστη καί σέ μαγνητισμένη ράβδο σιδήρου.

### 43. Συστήματα μονάδων στο Μαγνητισμό

Από τα έξι θεμελιώδη μεγέθη του διεθνούς συστήματος (SI) στη Μηχανική χρησιμοποιούμε μόνο τα τρία μηχανικά μεγέθη του (μήκος, μάζα, χρόνος) και έτσι διαμορφώνεται το σύστημα MKS, που αποτελεί ένα τμήμα του διεθνούς συστήματος. Στο Μαγνητισμό και τον Ηλεκτρισμό, εκτός από τα τρία μηχανικά μεγέθη (μήκος, μάζα, χρόνος), χρησιμοποιούμε και ένα τέταρτο θεμελιώδες μέγεθος, την ένταση ηλεκτρικού ρεύματος, που ως θεμελιώδη μονάδα έχει το Ampère (1 A). Έτσι διαμορφώνεται το σύστημα MKSA, που είναι πάλι ένα τμήμα του διεθνούς συστήματος μονάδων (SI).

Το σύστημα CGS επεκτείνεται και στο Μαγνητισμό και σ' αυτή την περίπτωση αποτελεί το ηλεκτρομαγνητικό σύστημα μονάδων (σύστημα HMM). Αλλά σήμερα γενικά χρησιμοποιούμε το σύστημα MKSA, γιατί οι μονάδες του είναι κατάλληλες για τις πάρα πολλές εφαρμογές στην τεχνική. Για να μη προκληθεί καμιά σύγχυση, θα εξετάσουμε τα μαγνητικά φαινόμενα χρησιμοποιώντας το γενικά παραδεκτό σύστημα MKSA. Το σύστημα μονάδων MKSA επεκτείνεται σε όλόκληρο το Μαγνητισμό και τον Ηλεκτρισμό και μās δίνει χρήσιμες μονάδες (άμπέρ, βόλτ, ωμ κ.ά).

### 44. Νόμος του Coulomb

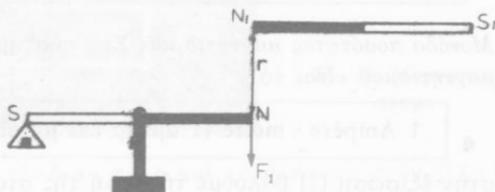
Δύο μαγνητικοί πόλοι, που τούς θεωρούμε ως σημεία, βρίσκονται στο κενό (ή στον αέρα), έχουν ποσότητες μαγνητισμού  $m_1$  και  $m_2$  και ή μεταξύ τους απόσταση είναι  $r$ . Πειραματικά βρίσκουμε ότι για τη μαγνητική δύναμη  $\vec{F}$  (έλξη ή άπωση) που αναπτύσσεται μεταξύ αυτών των δύο πόλων, ισχύει ο νόμος του Coulomb:

Η έλξη ή η άπωση ( $\vec{F}$ ) που αναπτύσσεται μεταξύ δύο ποσοτήτων μαγνητισμού ( $m_1$  και  $m_2$ ) είναι ανάλογη με το γινόμενο των ποσοτήτων μαγνητισμού και αντίστροφως ανάλογη με το τετράγωνο της απόστασής τους ( $r$ ).

$$\text{νόμος του Coulomb} \quad F = K_{\text{μαγν}} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (1)$$

όπου  $K_{\text{μαγν}}$  είναι μιά σταθερή, που εξαρτάται από τις μονάδες και από το μέσο που υπάρχει γύρω από τις δύο ποσότητες μαγνητισμού. Η μαγνητική δύναμη  $\vec{F}$  είναι θετική (άπωση), αν οι δύο ποσότητες μαγνητισμού είναι ομόνυμες και αρνητική (έλξη), αν οι δύο ποσότητες μαγνητισμού είναι ετερόνυμες.

Πειραματική ἀπόδειξη. Ὁ νόμος τοῦ Coulomb ἀποδεικνύεται πειραματικά μέ τή διάταξη πού δείχνει τό σχήμα 53. Ἐνας μακρὺς καί λεπτός μαγνήτης NS ἀποτελεῖ τή φάλαγγα ζυγοῦ. Ἐστῶ  $m$  ἡ ποσότητα μαγνητισμοῦ τοῦ βόρειου πόλου τοῦ N. Σέ ἀπόσταση  $r$  ἀπό τόν πόλο N φέρνουμε ἄλλο βόρειο πόλο  $N_1$  ἐνός δευτέρου μαγνήτη  $N_1S_1$ . Ἡ ἄκωση  $F_1$ , πού ἐξασκεῖται τότε στόν πόλο N, μετριέται εὐκόλα μέ τά σταθμά πού βάζουμε στό δίσκο τοῦ ζυγοῦ. Ἄν ἡ ἀπόσταση μεταξύ τῶν δύο πόλων γίνῃ  $2r$ ,  $3r$ ,  $4r$ , ἡ ἄκωση πού ἐξασκεῖται στόν πόλο N γίνεταί ἀντίστοιχα  $F_1/4$ ,  $F_1/9$ ,  $F_1/16$ , δηλαδή ἐλαττώνεταί ἀντιστρόφως ἀνάλογα μέ τό τετράγωνο τῆς ἀποστάσεως ( $r$ ).



Σχ. 53. Σχηματική παράσταση τῆς διατάξεως γιά τήν ἀπόδειξη τοῦ νόμου τοῦ Coulomb.

Ὁ βόρειος πόλος  $N_1$  ἔχει ποσότητα μαγνητισμοῦ  $m_1$  καί ὁ βόρειος πόλος  $N_2$  ἐνός ἄλλου μαγνήτη  $N_2S_2$  ἔχει ποσότητα μαγνητισμοῦ  $m_2$ . Ἄν ὁ πόλος  $N_2$  ἀπό τήν ἴδια ἀπόσταση  $r$  ἐξασκεῖ στόν πόλο N διπλάσια ἄκωση ( $2F_1$ ), τότε πρέπει νά δεχτοῦμε ὅτι ἡ ποσότητα μαγνητισμοῦ  $m_2$  τοῦ πόλου  $N_2$  εἶναι διπλάσια ἀπό τήν ποσότητα μαγνητισμοῦ  $m_1$  τοῦ πόλου  $N_1$ . Ἄρα οἱ ποσότητες μαγνητισμοῦ  $m_1$  καί  $m_2$  εἶναι ἀνάλογες μέ τίς δυνάμεις  $F_1$  καί  $F_2$ , τίς ὁποῖες ἐξασκοῦν αὐτές οἱ δύο ποσότητες μαγνητισμοῦ ἀπό τήν ἴδια ἀπόσταση  $r$  σέ μιά τρίτη ποσότητα μαγνητισμοῦ  $m$ , δηλαδή ἔχουμε :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{F_1}{F_2}$$

Ὁ πόλος  $N_1$  ἐξασκεῖ στόν πόλο N μιά ἄκωση  $F_1$ , πού εἶναι ἀνάλογη μέ τήν ποσότητα μαγνητισμοῦ  $m_1$  τοῦ πόλου  $N_1$ . Σύμφωνα μέ τό ἀξίωμα τῆς δράσεως καί ἀντιδράσεως καί ὁ πόλος N ἐξασκεῖ στόν πόλο  $N_1$  ἀντίθετη ἄκωση  $F_1$ , πού εἶναι ἀνάλογη μέ τήν ποσότητα μαγνητισμοῦ  $m$  τοῦ πόλου N. Ὡστε ἡ ἄκωση  $F_1$  εἶναι ἀνάλογη καί μέ τήν ποσότητα μαγνητισμοῦ  $m$  καί μέ τήν ποσότητα μαγνητισμοῦ  $m_1$ , δηλαδή εἶναι ἀνάλογη μέ τό γινόμενο  $m \cdot m_1$  τῶν δύο ποσοτήτων μαγνητισμοῦ.

α. Ὁ νόμος τοῦ Coulomb στό σύστημα μονάδων MKSA. Ὄταν οἱ δύο μαγνητικοί πόλοι  $m_1$  καί  $m_2$  βρίσκονται στό κενό (ἢ στόν ἀέρα), τότε ὀρίστηκε (1960) ὅτι ἡ μαγνητική σταθερή  $K_{\text{μαγν}}$  ἔχει τήν τιμή :

$$\text{μαγνητική σταθερή του Coulomb} \quad K_{\text{μαγν}} = 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

Μονάδα ποσότητας μαγνητισμού. Στο σύστημα MKSA μονάδα ποσότητας μαγνητισμού είναι τό :

$$1 \text{ Ampère} \cdot \text{mètre} \text{ (1 άμπέρ επί μέτρο) ή } 1 \text{ A} \cdot \text{m}$$

Ήν στήν εξίσωση (1) βάλουμε τήν τιμή τής σταθερής  $K_{\text{μαγν}}$ ,  $m_1 = m_2 = 1 \text{ A} \cdot \text{m}$  καί  $r = 1 \text{ m}$ , βρίσκουμε :

$$F = 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot \frac{(1 \text{ A} \cdot \text{m})^2}{(1 \text{ m}^2)} \quad \text{καί} \quad F = 10^{-7} \text{ N}$$

Έτσι έχουμε τόν ακόλουθο *όρισμό* :

**Μονάδα ποσότητας μαγνητισμού (1 A · m)** είναι ή ποσότητα μαγνητισμού ή όποία, όταν βρίσκεται μέσα στό κενό σέ απόσταση ενός μέτρου (1 m) από ίση ποσότητα μαγνητισμού, έξασκει σ' αυτή δύναμη (F) ίση μέ  $10^{-7}$  Newton.

Ήσπε στο σύστημα MKSA ό νόμος του Coulomb γιά τό κενό (ή τόν αέρα) δίνεται από τήν εξίσωση :

$$\text{νόμος του Coulomb} \quad F = 10^{-7} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

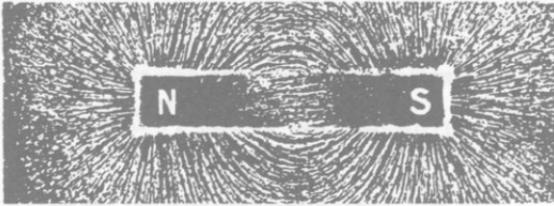
$$\left\{ \begin{array}{l} 10^{-7} \text{ σέ } \text{N/A}^2 \\ m_1, m_2 \text{ σέ } \text{A} \cdot \text{m} \\ r \text{ σέ } \text{m} \\ F \text{ σέ } \text{N} \end{array} \right. \quad (2)$$

β. Μαγνητικό δίπολο. Ήπό τίς μετρήσεις βρήκαμε ότι *οί δύο έτερόνυμοι πόλοι* ενός μαγνήτη (δηλαδή ό βόρειος καί ό νότιος) έχουν κατ' απόλυτη τιμή *τήν ίδια ποσότητα μαγνητισμού* ( $\pm m$ ), πού τή θεωρούμε συγκεκριμένη σέ δύο όρισμένα σημεία κοντά στίς άκρες του μαγνήτη. Δύο ίσοι (κατ' απόλυτη τιμή) έτερόνυμοι πόλοι, πού βρίσκονται σέ σταθερή μεταξύ τους απόσταση, αποτελούν ένα *μαγνητικό δίπολο*.

## Μαγνητικό πεδίο

### 45. Μαγνητικό φάσμα. Όρισμός του μαγνητικού πεδίου

Κάτω από μιά όριζόντια γυάλινη πλάκα τοποθετούμε έναν εϋθύγραμμο μαγνήτη. Πάνω στήν πλάκα ρίχνουμε ρινίσματα σιδήρου καί χτυπάμε ελαφρά τήν πλάκα. Τά ρινίσματα άναπηδοϋν καί διατάσσονται σέ κανονικές



Σχ. 54. Μαγνητικό φάσμα.

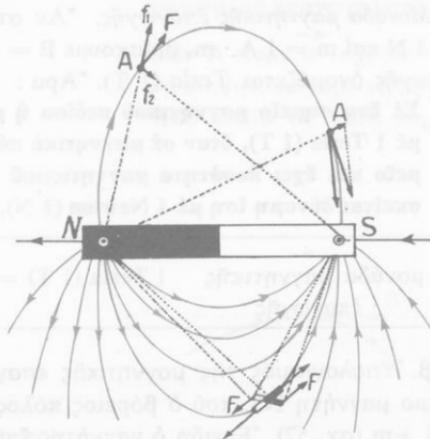
γραμμές, που αρχίζουν από τον έναν πόλο και καταλήγουν στον άλλο (σχ. 54). Αυτές οι γραμμές ονομάζονται *μαγνητικές δυναμικές γραμμές* και το σύστημα των γραμμών που σχηματίζεται πάνω στην πλάκα ονομάζεται *μαγνητικό φάσμα*. Αν πάνω στην πλάκα βάλουμε μικρές μαγνητικές βελόνες, παρατηρούμε ότι κάθε βελόνη, όταν ηρεμήσει, έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης μιας δυναμικής γραμμής (σχ. 55). Αυτή η θέση της μαγνητικής βελόνης οφείλεται στις μαγνητικές δυνάμεις, που εξασκούν στους δύο πόλους της οι δύο πόλοι του μαγνήτη. Ωστε το μαγνητικό φάσμα σχηματίζεται, γιατί τα ρινίσματα του σιδήρου *μαγνητίζονται* με επαγωγή και γίνονται μικροί μαγνήτες, οι οποίοι διατάσσονται κατά τη διεύθυνση της εφαπτομένης σε κάθε σημείο της δυναμικής γραμμής.

Τό μαγνητικό φάσμα αισθητοποιεί μία ιδιότητα που αποκτά ο χώρος γύρω από τό μαγνήτη. Δηλαδή σε κάθε ποσότητα μαγνητισμού, που έρχεται μέσα σ' αυτόν τό χώρο, εξασκούνται μαγνητικές δυνάμεις οι οποίες οφείλονται στό μαγνήτη. Τότε λέμε ότι γύρω από τό μαγνήτη υπάρχει *μαγνητικό πεδίο*. Ωστε :

**Μαγνητικό πεδίο** ονομάζεται ένας χώρος, όταν σε κάθε ποσότητα μαγνητισμού που υπάρχει μέσα σ' αυτόν εξασκούνται μαγνητικές δυνάμεις (έλξεις ή απώσεις).

**46. Στοιχεία του μαγνητικού πεδίου**

α. Μαγνητική επαγωγή του μαγνητικού πεδίου. Ένα μαγνητικό πεδίο σχηματίζεται στό κενό (ή στόν άέρα). Σε ένα σημείο A του μαγνητι-



Σχ. 55. Έξήγηση του μαγνητικού φάσματος.



Σχ. 56. Η μαγνητική επαγωγή  $\vec{B}$  στο σημείο A του μαγνητικού πεδίου.

κού πεδίου υπάρχει μία ποσότητα μαγνητισμού  $+m$  (σχ. 56). Τότε το μαγνητικό πεδίο εξασκεί σ' αυτή την ποσότητα μαγνητισμού μία δύναμη  $\vec{F}$ . Στο σύστημα MKSA ισχύει ο ακόλουθος ορισμός:

**Μαγνητική επαγωγή ( $\vec{B}$ ) του μαγνητικού πεδίου σε ένα σημείο του ονομάζεται το πηλίκο της δυνάμεως  $\vec{F}$**

**πού ενεργεί στην ποσότητα μαγνητισμού  $m$ , (ή όποια βρίσκεται σ' αυτό τό σημείο), διά της ποσότητας μαγνητισμού  $m$ .**

$$\text{μαγνητική επαγωγή} \quad \vec{B} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (1)$$

Η μαγνητική επαγωγή είναι *άνυσμα* ( $\vec{B}$ ), πού έχει *φορέα* τό φορέα της δυνάμεως, *μέτρο*  $\vec{B}$  με τό πηλίκο  $B = F/m$  και *φορά* κατά σύμβαση τή φορά της δυνάμεως  $\vec{F}$ , όταν αυτή ενεργεί σέ θετική ποσότητα μαγνητισμού  $+m$ .

Από τήν εξίσωση  $B = F/m$  συνάγεται ότι ή μαγνητική επαγωγή σέ ένα σημείο του μαγνητικού πεδίου αριθμητικά είναι ίση με τή δύναμη πού εξασκεί τό πεδίο *στή μονάδα θετικής ποσότητας μαγνητισμού*, όταν αυτή βρίσκεται στο θεωρούμενο σημείο του μαγνητικού πεδίου.

**Μονάδα μαγνητικής επαγωγής.** Αν στήν εξίσωση  $B = F/m$  βάλουμε  $F = 1 \text{ N}$  και  $m = 1 \text{ A} \cdot \text{m}$ , βρίσκουμε  $B = 1 \text{ MKSA}$ . Η μονάδα μαγνητικής επαγωγής ονομάζεται *Tesla* (1 T). Άρα:

**Σέ ένα σημείο μαγνητικού πεδίου ή μαγνητική επαγωγή  $B$  είναι ίση με 1 Tesla (1 T), όταν σέ μαγνητικό πόλο, πού βρίσκεται σ' αυτό τό σημείο και έχει ποσότητα μαγνητισμού 1 μονάδα MKSA ( $1 \text{ A} \cdot \text{m}$ ), εξασκείται δύναμη ίση με 1 Newton (1 N).**

$$\text{μονάδα μαγνητικής} \quad 1 \text{ Tesla (1 T)} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ A} \cdot \text{m}} \quad \text{ή} \quad 1 \text{ T} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}$$

επαγωγής

β. Υπολογισμός της μαγνητικής επαγωγής. Έχουμε ένα μακρό εὐθύγραμμο μαγνήτη NS, πού ό βόρειος πόλος του N έχει ποσότητα μαγνητισμού  $+m$  (σχ. 57). Έπειδή ό μαγνήτης έχει μεγάλο μήκος, μπορούμε κατά προσέγγιση νά θεωρήσουμε ότι ό πόλος N είναι μονωμένος και δημιουργεί γύρω του ένα μαγνητικό πεδίο. Σέ ένα σημείο A του μαγνητικού πεδίου

φέρνουμε τό βόρειο πόλο  $N_1$  ενός άλλου μαγνήτη  $N_1S_1$ . Ο πόλος  $N_1$  έχει ποσότητα μαγνητισμού  $+m_1$  και επομένως ο πόλος  $N$  εξασκεί στόν πόλο  $N_1$  δύναμη  $F$  ίση με :

$$F = K_{\text{μαγν}} \cdot \frac{m \cdot m_1}{r^2}$$

Άρα ή μαγνητική έπαγωγή  $B$  στό σημείο  $A$  του μαγνητικού πεδίου είναι :

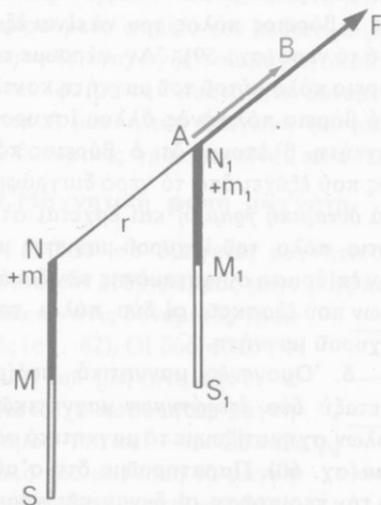
$$B = \frac{F}{m_1} = K_{\text{μαγν}} \cdot \frac{m}{r^2} \quad \text{ή} \quad B = 10^{-7} \cdot \frac{m}{r^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} 10^{-7} \text{ σε } N/A^2 \\ m \text{ σε } A \cdot m \\ r \text{ σε } m \\ B \text{ σε } T \end{array} \right.$$

όπου  $m$  είναι ή ποσότητα μαγνητισμού που δημιουργεί τό μαγνητικό πεδίο.

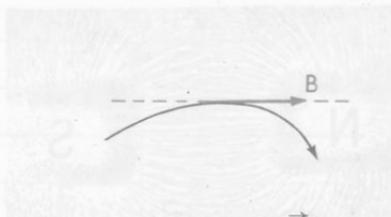
**Παράδειγμα.** Ένας βόρειος μαγνητικός πόλος έχει ποσότητα μαγνητισμού  $m = 5 A \cdot m$ . Σε απόσταση  $r = 50 \text{ cm}$  από αυτό τόν πόλο ή μαγνητική έπαγωγή έχει μέτρο ίσο με :

$$B = 10^{-7} \cdot \frac{m}{r^2} = 10^{-7} \frac{N}{A^2} \cdot \frac{5 A \cdot m}{(0,5 m)^2} \quad \text{και} \quad B = 20 \cdot 10^{-7} \frac{N}{A \cdot m} \quad \text{ή } T$$

γ. Δυναμική γραμμή του μαγνητικού πεδίου. Σε ένα σημείο  $A$  του μαγνητικού πεδίου βρίσκεται ένας σημειακός βόρειος πόλος  $N$  και ή μαγνητική έπαγωγή στό σημείο  $A$  είναι  $\vec{B}$  (σχ. 58). Για να αισθητοποιούμε τό μαγνητικό πεδίο σε κάθε σημείο



Σχ. 57. Η δύναμη  $F$  που ενεργεί στόν πόλο  $N_1$  και ή μαγνητική έπαγωγή  $B$  στό σημείο  $A$  του πεδίου.



Σχ. 58. Τό άνυσμα  $B$  είναι έφαπτόμενο της δυναμικής γραμμής.

του, έχουμε τις *δυναμικές γραμμές* του μαγνητικού πεδίου, για τις οποίες ισχύει ο εξής *όρισμός* :

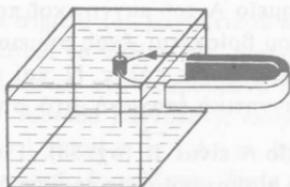
**Δυναμική γραμμή του μαγνητικού πεδίου ονομάζεται ή γραμμή που σε κάθε σημείο της τό άνυσμα της μαγνητικής επαγωγής  $\vec{B}$  είναι εφαπτόμενο αυτής της γραμμής.**

Επειδή σε κάθε σημείο του μαγνητικού πεδίου ή μαγνητική επαγωγή είναι ένα ορισμένο άνυσμα  $\vec{B}$ , συνάγεται ότι από ένα σημείο του μαγνητικού πεδίου περνάει *μόνο μία* δυναμική γραμμή. Αυτή έχει φορά τή φορά του άνυσματος της μαγνητικής επαγωγής. Από τή φορά, που κατά συνθήκη δεχόμαστε για τό άνυσμα της μαγνητικής επαγωγής, προκύπτει ότι ή δυναμική γραμμή έχει φορά από τό βόρειο προς τό νότιο πόλο του μαγνήτη (σχ. 9).

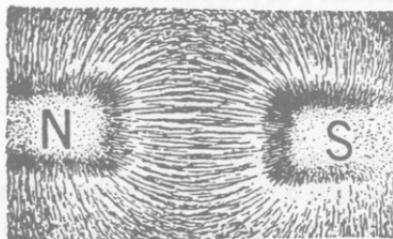
Από τά παραπάνω μπορούμε νά δώσουμε για τή δυναμική γραμμή τόν εξής εμπειρικό *όρισμό* :

**Δυναμική γραμμή του μαγνητικού πεδίου είναι ή τροχιά που διαγράφει ένας βόρειος μαγνητικός πόλος (+m) μέ τήν επίδραση του μαγνητικού πεδίου.**

Αυτή ή κίνηση ενός βόρειου μαγνητικού πόλου αποδεικνύεται μέ τό εξής πείραμα. Στερεώνουμε ένα λεπτό καί μακρύ μαγνήτη σε ένα φελλό καί τόν βυθίζουμε μέσα σε νερό έτσι, ώστε ο βόρειος πόλος του νά είναι έξω από τό νερό (σχ. 59). Αν φέρουμε τό βόρειο πόλο αυτού του μαγνήτη κοντά στο βόρειο πόλο ενός άλλου ισχυρού μαγνήτη, βλέπουμε ότι ο βόρειος πόλος που εξέχει από τό νερό διαγράφει μία *δυναμική γραμμή* καί έρχεται στο νότιο πόλο του ισχυρού μαγνήτη μέ τήν επίδραση συνισταμένης των δυνάμεων που εξασκοϋν οι δύο πόλοι του ισχυρού μαγνήτη.



Σχ. 59. Κίνηση ενός βόρειου μαγνητικού πόλου.

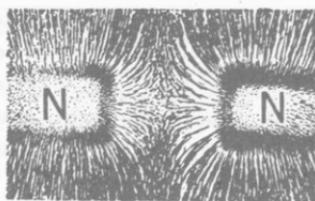


Σχ. 60. Όμογενές μαγνητικό πεδίο μεταξύ δύο ετερόνυμων μαγνητικών πόλων.

δ. Όμογενές μαγνητικό πεδίο.

Μεταξύ δύο *ετερόνυμων* μαγνητικών πόλων σχηματίζουμε τό μαγνητικό φάσμα (σχ. 60). Παρατηρούμε ότι σ' αυτή τήν περίπτωση οι δυναμικές γραμμές είναι *παράλληλες*. Αυτό τό μαγνητικό πεδίο λέγεται *όμογενές*. Γενικά αποδεικνύεται ότι στο όμογενές μαγνητικό πεδίο τό άνυσμα της μαγνη-

τικής επαγωγής ( $\vec{B}$ ) σέ όλα τά σημεία τοῦ πεδίου ἔχει τήν ἴδια διεύθυνση, τήν ἴδια φορά καί τό ἴδιο μέτρο, δηλαδή ἡ μαγνητική επαγωγή εἶναι σταθερή σέ όλα τά σημεία τοῦ πεδίου. Ἐνας πεταλοειδῆς μαγνήτης ἀνάμεσα στούς δύο βραχίονές του σχηματίζει ὁμογενές μαγνητικό πεδίο. Τό σχῆμα 61 δείχνει τό μαγνητικό φάσμα πού σχηματίζεται μεταξύ δύο ὁμώνυμων μαγνητικῶν πόλων (ἀνομοιογενές πεδίο). Ἐνα ὁμογενές μαγνητικό πεδίο τό παριστάνουμε μέ ἰσαπέχουσες παράλληλες γραμμές.

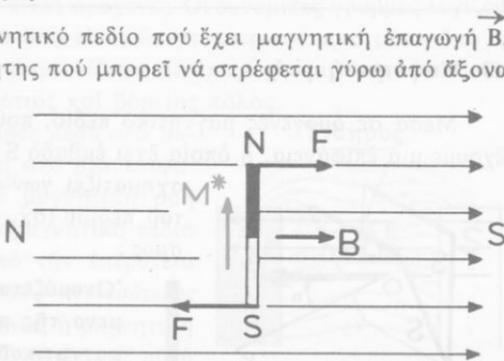


Σχ. 61. Μαγνητικό πεδίο μεταξύ δύο ὁμώνυμων μαγνητικῶν πόλων.

ε. Πυκνότητα δυναμικῶν γραμμῶν. Στό μαγνητικό φάσμα κοντά σέ κάθε πόλο, ὅπου ἡ μαγνητική επαγωγή εἶναι μεγάλη, παρατηροῦμε *πύκνωση* τῶν δυναμικῶν γραμμῶν καί ἀντίθετα σέ μεγαλύτερη ἀπόσταση ἀπό τούς πόλους, ὅπου ἡ μαγνητική επαγωγή εἶναι μικρότερη, παρατηροῦμε *ἀραίωση* τῶν δυναμικῶν γραμμῶν. Ὀνομάζουμε *πυκνότητα δυναμικῶν γραμμῶν* σέ ἕνα σημεῖο τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου τόν ἀριθμό τῶν δυναμικῶν γραμμῶν οἱ ὁποῖες περνοῦν *κάθετα ἀπό τή μονάδα ἐπιφάνειας*, πού ὡς κέντρο ἔχει τό θεωρούμενο σημεῖο τοῦ πεδίου. Συμβατικά δεχόμεσθε ὅτι τό μέτρο τῆς μαγνητικῆς επαγωγῆς τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου σέ ἕνα σημεῖο του ἀριθμητικά εἶναι ἴσο μέ τήν πυκνότητα δυναμικῶν γραμμῶν σ' αὐτό τό σημεῖο. Ἐτσι, ὅπου ἡ μαγνητική επαγωγή τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου εἶναι *μεγαλύτερη*, ἐκεῖ οἱ δυναμικές γραμμές εἶναι *πυκνότερες*.

#### 47. Μαγνητική ροπή μαγνήτη

Μέσα σέ ὁμογενές μαγνητικό πεδίο πού ἔχει μαγνητική επαγωγή  $\vec{B}$ , βρίσκεται εὐθύγραμμος μαγνήτης πού μπορεῖ νά στρέφεται γύρω ἀπό ἀξονακάθετο στίς δυναμικές γραμμές (σχ. 62). Οἱ δύο πόλοι N καί S τοῦ μαγνήτη ἔχουν ἀντίστοιχα ποσότητες μαγνητισμοῦ  $+m$  καί  $-m$ . Σέ κάθε πόλο τοῦ μαγνήτη τό μαγνητικό πεδίο ἐξασκεῖ μιά δύναμη, πού ἔχει μέτρο  $F = B \cdot m$  καί εἶναι παράλληλη μέ τίς δυναμικές γραμμές. Ὄταν ὁ μαγνήτης σχηματίζει γωνία



Σχ. 62. Στό μαγνητικό δίπολο NS ἐνεργεῖ ζεύγος δυνάμεων.



Σχ. 63. Η μαγνητική ροπή είναι το άνυσμα  $\vec{M}^*$ .

μέ τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών, τότε στο μαγνήτη ενεργεί ζεύγος δυνάμεων, που τείνει να περιστρέψει το μαγνήτη και να κάνει τον άξονά του παράλληλο με τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου.

α. Μαγνητική ροπή μαγνήτη. Αν ο μαγνήτης έχει μήκος  $l$ , τότε το γινόμενο της ποσότητας μαγνητισμού ( $m$ ) του ενός πόλου του μαγνήτη επί την απόσταση ( $l$ ) των δύο πόλων του, είναι μέγεθος σταθερό και χαρακτηριστικό γι' αυτόν το μαγνήτη και ονομάζεται *μαγνητική ροπή* ( $M$ )\* του μαγνήτη.

$$\text{μαγνητική ροπή μαγνήτη } M^* = m \cdot l \quad (1)$$

Η μαγνητική ροπή ενός μαγνήτη είναι *άνυσμα*  $\vec{M}^*$  που έχει φορέα τον κατά μήκος άξονα του μαγνήτη, *φορά* από το νότιο πόλο S προς το βόρειο πόλο N και *μέτρο* ίσο με το γινόμενο  $m \cdot l$  (σχ. 63).

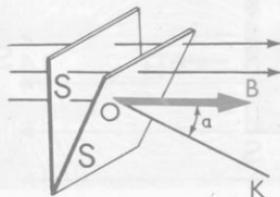
*Μονάδα μαγνητικής ροπής.* Αν στην εξίσωση (1) βάλουμε  $m = 1 \text{ A} \cdot \text{m}$  και  $l = 1 \text{ m}$ , βρίσκουμε  $M^* = 1 \text{ MKSA}$  μαγνητικής ροπής. Ωστε :

Στο σύστημα MKSA μονάδα μαγνητικής ροπής είναι η μαγνητική ροπή ενός μαγνητικού διπόλου που οι πόλοι του απέχουν 1 m και καθένας από αυτούς έχει μία μονάδα ποσότητας μαγνητισμού ( $1 \text{ A} \cdot \text{m}$ ).

$$\text{μονάδα μαγνητικής ροπής } 1 \text{ A} \cdot \text{m} \cdot 1 \text{ m} \text{ ή } 1 \text{ A} \cdot \text{m}^2 \text{ (MKSA)}$$

#### 48. Μαγνητική ροή

Μέσα σε όμογενές μαγνητικό πεδίο, που έχει μαγνητική επαγωγή  $B$ , έχουμε μία επιφάνεια, η όποια έχει εμβαδό  $S$  και η κάθετος στην επιφάνεια σχηματίζει γωνία  $\alpha$  με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου (σχ. 64). Τότε ισχύει ο εξής *ορισμός* :



Σχ. 64. Από την επιφάνεια  $S$  περνάει μαγνητική ροή  $\Phi$ .

Ονομάζεται *μαγνητική ροή* ( $\Phi$ ) το γινόμενο της μαγνητικής επαγωγής ( $B$ ) του μαγνητικού πεδίου επί το εμβαδό ( $S$ ) της επιφάνειας και επί το συνημίτονο της γωνίας  $\alpha$  (συν  $\alpha$ ).

$$\text{μαγνητική ροή} \quad \Phi = B \cdot S \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

“Αν η επιφάνεια  $S$  είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου ( $\alpha=0^\circ$ ), τότε η μαγνητική ροή έχει τη μέγιστη τιμή της :

$$\Phi = B \cdot S \quad (2)$$

*Μονάδα μαγνητικής ροής.* “Αν στην εξίσωση (2) βάλουμε  $B = 1$  Tesla ( $1 \text{ T}$ ) και  $S = 1 \text{ m}^2$ , βρίσκουμε  $\Phi = 1 \text{ MKSA}$ . Η μονάδα μαγνητικής ροής ονομάζεται *Weber* ( $1 \text{ Wb}$ ). “Αρα :

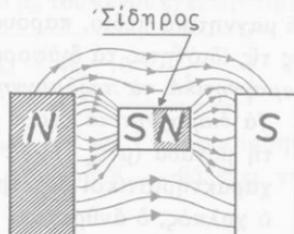
“Ένα **Weber ( $1 \text{ Wb}$ )** είναι η μαγνητική ροή που περνάει από μία επιφάνεια, η οποία έχει έμβαδό  $1 \text{ m}^2$  και είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου με μαγνητική επαγωγή  $1 \text{ Tesla}$  ( $1 \text{ T}$ ).

$$\text{μονάδα μαγνητικής ροής} \quad 1 \text{ Weber (1 Wb)} = 1 \text{ Tesla} \cdot 1 \text{ m}^2 \quad \text{ή} \quad 1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

#### 49. Μαγνητική διαπερατότητα του σιδήρου

Σχηματίζουμε τό μαγνητικό φάσμα ενός ισχυρού πεταλοειδή μαγνήτη. Ανάμεσα στους δύο βραχιόνες του τό μαγνητικό πεδίο είναι *όμογενές*, σχηματίζεται μέσα στον *αέρα* και έχει σταθερή μαγνητική επαγωγή  $B_0$ . Στο διάκενο που υπάρχει ανάμεσα στους δύο βραχιόνες του μαγνήτη, τοποθετούμε μία μικρή κυλινδρική ράβδο από μαλακό σίδηρο έτσι, ώστε η βάση του κυλίνδρου, που έχει έμβαδό  $S$ , να είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Σχηματίζουμε πάλι τό μαγνητικό φάσμα (σχ. 65). Βλέπουμε ότι τώρα τό μαγνητικό πεδίο δέν είναι *όμογενές*. Οί δυναμικές γραμμές λυγίζουν και προσπαθούν να περάσουν όσο είναι δυνατό *περισσότερες* μέσα από τό σίδηρο. Σύγχρονα ή ράβδος *μαγνητίζεται* με επαγωγή και στις δύο άκρες της ράβδου σχηματίζονται νότιος και βόρειος πόλος.

“Όταν δέν υπήρχε ό σίδηρος μέσα στό μαγνητικό πεδίο, τότε στόν *αέρα* από μία επιφάνεια με έμβαδό  $S$  περνούσε μαγνητική ροή  $\Phi_0 = B_0 \cdot S$ . “Όταν μέσα στό μαγνητικό πεδίο υπάρχει ό σίδηρος, τότε από τήν επιφάνεια με τό ίδιο έμβαδό  $S$  περνούν *πολύ περισσότερες δυναμικές γραμμές* και επομένως ή μαγνητική επαγωγή *αυξάνει* και γίνεται  $B$  (§ 8ε). Σ’ αυτή τήν περίπτωση από τήν επιφάνεια  $S$  περνάει μαγνητική ροή  $\Phi = B \cdot S$ . “Ο λόγος  $\Phi/\Phi_0$  ονο-



Σχ. 65. Οί δυναμικές γραμμές προσπαθούν να περάσουν μέσα από τό σίδηρο.

μάζεται *μαγνητική διαπερατότητα*  $\mu$  (*σχετική μαγνητική διαπερατότητα*) του σιδήρου. Ωστε είναι :

$$\mu = \frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{B \cdot S}{B_0 \cdot S} \quad \text{\AA} \text{ρα} \quad \boxed{\begin{array}{l} \text{μαγνητική} \\ \text{διαπερατότητα} \end{array}} \quad \mu = \frac{B}{B_0} \quad (1)$$

Ἡ μαγνητική διαπερατότητα  $\mu$  δέν ἔχει διαστάσεις. Ἀπό τά παραπάνω καταλήγουμε στά ἑξῆς συμπεράσματα :

- I. Ὁ σίδηρος, ὅταν εἰσάγεται μέσα σέ μαγνητικό πεδίο, μαγνητίζεται καί προκαλεῖ μεγάλη συγκέντρωση τῶν δυναμικῶν γραμμῶν τοῦ πεδίου.
- II. Μαγνητική διαπερατότητα ( $\mu$ ) τοῦ σιδήρου ὀνομάζεται ὁ λόγος τῆς μαγνητικῆς ροῆς ( $\Phi$ ), πού περνάει κάθετα ἀπό μιὰ ἐπιφάνεια τοῦ σιδήρου μέ ἔμβαδὸ  $S$ , πρὸς τὴ μαγνητικὴ ροὴ  $\Phi_0$ , πού περνάει ἀπὸ τὴν ἴδια ἐπιφάνεια στὸν ἀέρα.
- III. Ὄταν μέσα σέ μαγνητικό πεδίο, πού στὸν ἀέρα ἔχει μαγνητικὴ ἐπαγωγὴ  $B_0$ , εἰσάγεται σίδηρος, τότε ἡ μαγνητικὴ ἐπαγωγὴ τοῦ πεδίου γίνεται ἴση μέ  $B = \mu \cdot B_0$ .

Ἡ μαγνητικὴ διαπερατότητα ( $\mu$ ) τοῦ σιδήρου ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν τιμὴ τῆς μαγνητικῆς ἐπαγωγῆς  $B_0$  τοῦ πεδίου καί μπορεῖ νά λάβει μεγάλες τιμές (ὡς 15 000).

**Σημείωση.** Ἡ μαγνητικὴ διαπερατότητα  $\mu$  πού ὀρίσαμε ἀπὸ τὴν ἐξίσωση (1) ὀνομάζεται *σχετικὴ μαγνητικὴ διαπερατότητα*, δηλαδὴ σχετικὰ μέ τὴ μαγνητικὴ διαπερατότητα τοῦ κενοῦ ἢ τοῦ ἀέρα.

## 50. Μαγνητικὴ κατάταξη τῶν ὑλικῶν

Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα ἀπέδειξε ὅτι ὅλα τὰ ὑλικά, ὅταν βρεθοῦν μέσα σέ μαγνητικό πεδίο, παρουσιάζουν *μαγνητικὲς ιδιότητες*. Ἀνάλογα μέ αὐτὲς τίς ιδιότητες τὰ διάφορα ὑλικά κατατάσσονται σέ τρεῖς κατηγορίες, τὰ *διαμαγνητικά*, τὰ *παραμαγνητικά* καί τὰ *σιδηρομαγνητικά* ὑλικά.

- α. Τὰ *διαμαγνητικά* ἔχουν μαγνητικὴ διαπερατότητα *λίγο μικρότερη* ἀπὸ τὴ μονάδα ( $\mu < 1$ ). Τὰ περισσότερα ὑλικά εἶναι διαμαγνητικά. Οἱ πιὸ χαρακτηριστικοὶ ἀντιπρόσωποι αὐτῶν τῶν ὑλικῶν εἶναι τὸ βισμούθιο, ὁ χαλκός, ὁ ἄνθρακας.
- β. Τὰ *παραμαγνητικά* ἔχουν μαγνητικὴ διαπερατότητα *λίγο μεγαλύτερη* ἀπὸ τὴ μονάδα ( $\mu > 1$ ). Τέτοια ὑλικά εἶναι τὸ ἀργίλιο, τὸ χρώμιο, τὸ ὑγρὸ ὀξυγόνο.

- γ. Τά σιδηρομαγνητικά είναι λίγα καί έχουν μαγνητική διαπερατότητα, πολύ μεγαλύτερη από τή μονάδα ( $\mu \gg 1$ ). Τέτοια υλικά είναι ό σίδηρος τό νικέλιο, τό κοβάλτιο καί μερικά κράματα. Τά σιδηρομαγνητικά υλικά έχουν τά εξής ιδιαίτερα χαρακτηριστικά : 1) Άποκτούν ισχυρή μαγνήτιση μέ τήν επίδραση ασθενών μαγνητικών πεδίων. 2) Ή μαγνητική διαπερατότητά τους εξαρτάται από τή μαγνητική επαγωγή του πεδίου που προκαλεί τή μαγνήτισή τους. 3) Μπορούν νά διατηρήσουν τή μαγνήτισή τους καί όταν βρίσκονται έξω από τό μαγνητικό πεδίο (π.χ. οί μόνιμοι μαγνήτες). 4) Είναι σιδηρομαγνητικά, εφόσον ή θερμοκρασία τους είναι μικρότερη από ένα όριο (θερμοκρασία Curie), που είναι χαρακτηριστικό γιά κάθε υλικό (π.χ. γιά τό σίδηρο είναι 770°C). 5) Έχουν πολύ μεγάλες εφαρμογές στην τεχνική.

Άπό τά παραπάνω συνάγονται τά εξής συμπεράσματα :

I. Ή ύλη έχει γενικά μαγνητικές ιδιότητες.

II. Τά διάφορα υλικά ανάλογα μέ τή συμπεριφορά τους όταν βρεθούν μέσα σέ μαγνητικό πεδίο, διακρίνονται σέ διαμαγνητικά ( $\mu < 1$ ), παραμαγνητικά ( $\mu > 1$ ) καί σιδηρομαγνητικά ( $\mu \gg 1$ ). Τά περισσότερα υλικά είναι διαμαγνητικά.

III. Ό διαμαγνητισμός καί ό παραμαγνητισμός εμφανίζονται μόνο όταν τό υλικό βρίσκεται μέσα σέ μαγνητικό πεδίο, ενώ ό σιδηρομαγνητισμός εμφανίζεται καί όταν όρισμένα υλικά βρίσκονται έξω από μαγνητικό πεδίο.

Παρατήρηση. Σέ άλλο κεφάλαιο θά δοϋμε πώς ερμηνεύονται οί μαγνητικές ιδιότητες τής ύλης.

## 51. Μαγνητική διαπερατότητα του κενού

Στό σύστημα MKSA τό κενό έχει όρισμένη μαγνητική διαπερατότητα  $\mu_0$ . Ή θεωρητική καί ή πειραματική έρευνα απέδειξαν ότι :

στό σύστημα MKSA ή μαγνητική διαπερατότητα  $\mu_0$  του κενού έχει τήν τιμή :

$$\text{μαγνητική διαπερατότητα του κενού } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \quad (1)$$

Σχέση μεταξύ των μαγνητικών σταθερών  $K_{\text{μαγν}}$  καί  $\mu_0$ . Άποφασίσθηκε (1960) ότι στό σύστημα MKSA ή μαγνητική σταθερή  $K_{\text{μαγν}}$  θά έχει τήν εξής τιμή :

$$K_{\text{μαγν}} = 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) βρίσκουμε ότι οι δύο μαγνητικές σταθερές  $K_{\text{μαγν}}$  και  $\mu_0$  συνδέονται μεταξύ τους με τη σχέση :

$$\text{μαγνητικές σταθερές } K_{\text{μαγν}} = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \quad (3)$$

**Παρατήρηση.** Έπομένως ο νόμος του Coulomb σε συνάρτηση με τη μαγνητική διαπερατότητα του κενού  $\mu_0$  δίνεται από την εξίσωση :

νόμος του Coulomb  
(για τό κενό)

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_0/4\pi \text{ σε } \text{N/A}^2 \\ m_1, m_2 \text{ σε } \text{A} \cdot \text{m} \\ r \text{ σε } \text{m} \\ F \text{ σε } \text{N} \end{array} \right.$$

## Μαγνητικό πεδίο της Γης

### 52. Μαγνητική απόκλιση

Έλαφριά μαγνητική βελόνη μπορεί να στρέφεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα. Η βελόνη ισορροπεί σε τέτοια θέση, ώστε ο κατά μήκος άξονάς της έχει διεύθυνση σχεδόν από Βορρά προς Νότο. Τό κατακόρυφο επίπεδο που περνάει από τόν κατά μήκος άξονα της βελόνης λέγεται *μαγνητικός μεσημβρινός*. Αυτός σχηματίζει με τό γεωγραφικό μεσημβρινό του τόπου μία γωνία ( $\alpha$ ) που λέγεται *μαγνητική απόκλιση* (σχ. 66). Αυτή χαρακτηρίζεται ως *ανατολική* ή *δυτική*, όταν αντίστοιχα ο βόρειος πόλος της βελόνης βρίσκεται ανατολικά ή δυτικά του γεωγραφικού μεσημβρινού. Ωστε :



Σχ. 66. Μαγνητική απόκλιση ( $\alpha$ ).

Μαγνητική απόκλιση ενός τόπου ονομάζεται ή γωνία που σχηματίζει σ' αυτό τόν τόπο ο μαγνητικός μεσημβρινός με τό γεωγραφικό μεσημβρινό.

### 53. Μαγνητική έγκλιση

Έλαφριά μαγνητική βελόνη μπορεί να στρέφεται πάνω σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνάει από τό κέντρο βάρους

της (σχ. 67). Η βελόνη ισορροπεί σε τέτοια θέση, ώστε ο κατά μήκος άξονάς της βρίσκεται πάνω στο επίπεδο του μαγνητικού μεσημβρινού και σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία ( $\epsilon$ ), που λέγεται *μαγνητική έγκλιση*. Αυτή χαρακτηρίζεται ως *θετική* ή *αρνητική*, όταν αντίστοιχα ο βόρειος πόλος της βελόνης βρίσκεται κάτω ή πάνω από το οριζόντιο επίπεδο. Σ' ολόκληρο το βόρειο ημισφαίριο της Γης η έγκλιση είναι θετική, ενώ στο νότιο ημισφαίριο είναι αρνητική. "Ωστε :

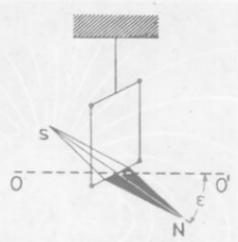
**Μαγνητική έγκλιση ενός τόπου ονομάζεται η γωνία που σχηματίζει σ' αυτό τον τόπο ο κατά μήκος άξονας της μαγνητικής βελόνης με το οριζόντιο επίπεδο, όταν η βελόνη στρέφεται πάνω στο επίπεδο του μαγνητικού μεσημβρινού γύρω από οριζόντιο άξονα.**

Με τη συσκευή που δείχνει το σχήμα 68 βρίσκουμε εύκολα την απόκλιση και την έγκλιση σ' έναν τόπο, όταν ο γωνιομετρικός κύκλος είναι αντίστοιχα οριζόντιος ή κατακόρυφος.

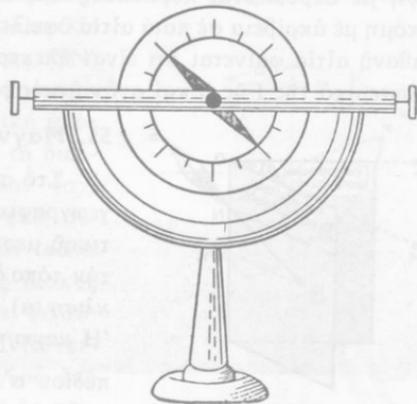
## 54. Γήινο μαγνητικό πεδίο

Σε κάθε τόπο η μαγνητική βελόνη απόκλισεως ισορροπεί έτσι, ώστε ο κατά μήκος άξονάς της να έχει ορισμένη διεύθυνση. Αυτό το φαινόμενο δείχνει ότι γύρω από τη Γη υπάρχει μαγνητικό πεδίο, που ονομάζεται *γήινο μαγνητικό πεδίο*. Η διεύθυνση της μαγνητικής βελόνης έγκλισεως είναι η διεύθυνση μιάς δυναμικής γραμμής του γήινου μαγνητικού πεδίου. Σέ έναν τόπο οί δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου της Γης είναι σχεδόν ευθείες παράλληλες, δηλαδή το μαγνητικό πεδίο είναι ομογενές.

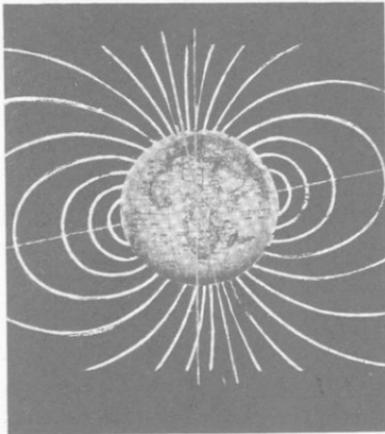
Στον ίσημερινό η έγκλιση είναι σχεδόν ίση με μηδέν ( $\epsilon = 0^\circ$ ), και η μαγνητική βελόνη έγκλισεως είναι σχεδόν οριζόντια. "Όσο



Σχ. 67. Μαγνητική έγκλιση ( $\epsilon$ ).



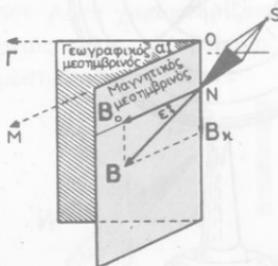
Σχ. 68. Διάταξη για τη μέτρηση της μαγνητικής έγκλισεως και απόκλισεως (ο γωνιομετρικός κύκλος οριζόντιος).



Σχ. 69. Σχηματική παράσταση του γήινου μαγνητικού πεδίου.

μαγνητική άποψη είναι βόρειος μαγνητικός πόλος. Οί δυναμικές γραμμές διαγράφουν στο χώρο μεγάλες καμπύλες γραμμές και καταλήγουν στο γήινο μαγνητικό πόλο που βρίσκεται στο βόρειο ημισφαίριο (σχ. 69). Έτσι ο πλανήτης μας συμπεριφέρεται ως *μαγνητικό δίπολο*, που ο άξονάς του (*γεωμαγνητικός άξονας*) σχηματίζει με το γεωγραφικό άξονα της Γης γωνία περίπου ίση με  $12^\circ$ .

Τά τελευταία χρόνια μελετάμε τό γήινο μαγνητικό πεδίο σε μεγάλα ύψη με αεροπλάνα, πυραύλους και τεχνητούς δορυφόρους. Δέν ξέρουμε ακόμη με ακρίβεια σε ποιά αίτια οφείλεται τό γήινο μαγνητικό πεδίο. Η πιό πιθανή αίτια φαίνεται ότι είναι ήλεκτρικά ρεύματα, που κυκλοφορούν στο έσωτερικό τής Γης ή και στην ατμόσφαιρα.



Σχ. 70. Οί δύο συνιστώσες  $B_0$  και  $B_k$  τής μαγνητικής έπαγωγής  $B$  του γήινου μαγνητικού πεδίου.

## 55. Μαγνητικά στοιχεία ενός τόπου

Στό σχήμα 70 φαίνονται τά επίπεδα του γεωγραφικού μεσημβρινού ( $\Gamma$ ) και του μαγνητικού μεσημβρινού ( $M$ ) ενός τόπου.  $S'$  αυτό τόν τόπο αντιστοιχεί όρισμένη *μαγνητική απόκλιση* ( $\alpha$ ) και όρισμένη *μαγνητική έγκλιση* ( $\epsilon$ ). Η *μαγνητική έπαγωγή* του γήινου μαγνητικού πεδίου  $\vec{s}$  αυτό τόν τόπο είναι τό άνυσμα  $\vec{B}$ , που έχει τή διεύθυνση τής μαγνητικής βελόνης έγκλίσεως και αναλύεται σε δύο συνιστώσες, τήν *όριζόντια συνιστώσα*  $\vec{B}_0$  και τήν *κατακό-*

όμως προχωρούμε προς βορρά ή έγκλιση συνεχώς αυξάνει και σε μία περιοχή κοντά στο βόρειο πόλο τής Γης ή έγκλιση γίνεται ίση με  $90^\circ$  ( $\epsilon = 90^\circ$ ), δηλαδή εκεί ή μαγνητική βελόνη έγκλίσεως είναι κατακόρυφη έχοντας τό βόρειο πόλο τής προς τά κάτω. Τό ίδιο συμβαίνει και σε μία περιοχή κοντά στο νότιο πόλο τής Γης, αλλά εκεί ή κατακόρυφη βελόνη έχει προς τά κάτω τό νότιο πόλο τής. Αυτές οί δύο περιοχές τής Γης είναι οί δύο **μαγνητικοί πόλοι** τής Γης. Οί δυναμικές γραμμές του γήινου μαγνητικού πεδίου βγαίνουν από τό γήινο μαγνητικό πόλο, που βρίσκεται στο νότιο ημισφαίριο και ό όποιος από

ροφη συνιστώσα  $\vec{B}_κ$ . Από τό σχηματιζόμενο ὀρθογώνιο τρίγωνο βρίσκουμε ὅτι ἡ συνιστώσα  $B_0$  ἔχει μέτρο :

ὀριζόντια συνιστώσα τῆς μαγνητικῆς ἐπαγωγῆς	$B_0 = B \cdot \sigma\upsilon\upsilon \epsilon$
--	---

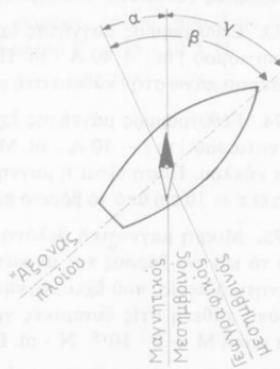
Τά μεγέθη  $B_0$  καί  $\epsilon$  προσδιορίζονται πειραματικά καί ἔτσι βρίσκουμε τήν τιμή τῆς μαγνητικῆς ἐπαγωγῆς  $B$  σέ ἕναν τόπο. Ἡ ὀριζόντια συνιστώσα  $B_0$  εἶναι περίπου ἴση μέ  $B_0 = 2 \cdot 10^{-5}$  T. Ἀπό τή μελέτη τοῦ γήινου μαγνητικοῦ πεδίου συνάγεται ὅτι :

**Τά στοιχεῖα τοῦ γήινου μαγνητικοῦ πεδίου σέ ἕναν τόπο εἶναι ἡ μαγνητική ἀπόκλιση ( $\alpha$ ), ἡ μαγνητική ἔγκλιση ( $\epsilon$ ) καί ἡ μαγνητική ἐπαγωγή ( $B$ ).**

*Μεταβολές τῶν μαγνητικῶν στοιχείων ἑνός τόπου.* Τά μαγνητικά στοιχεῖα ἑνός τόπου παρουσιάζουν κανονικές ἡμερήσιες καί ἐτήσιες μεταβολές. Ἀλλά πολλές φορές τά μαγνητικά στοιχεῖα παρουσιάζουν ἀτότομες μεταβολές, πού ὀνομάζονται *μαγνητικές θύελλες* καί συνοδεύουν ὀρισμένα φαινόμενα, ὅπως εἶναι οἱ σεισμοί, τό πολικό σέλας, οἱ κηλίδες τοῦ Ἡλίου.

### 55α. Μαγνητική πυξίδα

Ἐφαρμογή τοῦ γήινου μαγνητικοῦ πεδίου ἔχουμε στήν *πυξίδα*, πού τή χρησιμοποιοῦμε γιά νά προσανατολιζόμαστε πάνω στό ὀριζόντιο ἐπίπεδο. Ἡ πυξίδα εἶναι μαγνητική βελόνη ἀποκλίσεως καί ὁ κατά μήκος ἄξονάς της (SN) δείχνει τή διεύθυνση τοῦ *μαγνητικοῦ μεσημβρινοῦ*. Ἄν εἶναι γνωστή ἡ μαγνητική ἀπόκλιση ( $\alpha$ ), τότε εὐκόλα βρίσκουμε τή διεύθυνση τοῦ *γεωγραφικοῦ μεσημβρινοῦ* (σχ. 71). Ἡ ναυτική πυξίδα ἀποτελεῖται ἀπό σύστημα εὐθύγραμμων μαγνητῶν καί πάνω τους εἶναι στερεωμένος ὀριζόντιος δίσκος πού δείχνει τά σημεῖα τοῦ ὀρίζοντα. Τό σύστημα τῶν εὐθύγραμμων μαγνητῶν ἀντιστοιχεῖ μέ ἕνα μαγνήτη, πού στρέφεται γύρω ἀπό κατακόρυφο ἄξονα στερεωμένο σέ δοχεῖο. Αὐτό εἶναι στερεωμένο ἔτσι, ὥστε ὁ ἄξονας περιστροφῆς τοῦ μαγνήτη νά εἶναι πάντο-



Σχ. 71. Ἡ χρήση τῆς πυξίδας στή ναυσπιλοῖα.

τε κατακόρυφος και να μή επηρεάζεται από τους κλυδωνισμούς του σκάφους. Στο έσωτερικό του δοχείου είναι χαραγμένη μικρή εϋθεία (γραμμή πίστεως) που δείχνει τη διεύθυνση του κατά μήκος άξονα του πλοίου. Όταν ο πλοίαρχος ξέρει τη μαγνητική απόκλιση  $\alpha$  και τη γωνία  $\beta$  που πρέπει να σχηματίζει ο άξονας του πλοίου με το γεωγραφικό μεσημβρινό, βρίσκει άμέσως τη γωνία  $\gamma$  που πρέπει να σχηματίζει ο άξονας του πλοίου με το μαγνητικό μεσημβρινό (σχ. 71).

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

70. Ο βόρειος πόλος N ενός μαγνήτη έχει ποσότητα μαγνητισμού  $m = 10 \text{ A} \cdot \text{m}$  και έλκει τό νότιο πόλο S<sub>1</sub> μιας μαγνητικής βελόνης με δύναμη  $F = 0,01 \text{ N}$ , όταν η απόσταση αυτών των δύο πόλων είναι  $r = 1,5 \text{ cm}$ . Πόση ποσότητα μαγνητισμού  $m_1$  έχει κάθε πόλος της μαγνητικής βελόνης;

71. Δύο βόρειοι μαγνητικοί πόλοι A και B βρίσκονται μέσα στον άερα σε απόσταση  $r = 10 \text{ cm}$  και άπωθούνται με δύναμη  $F = 0,204 \text{ N}$ . Αν καθένας από αυτούς τους πόλους βρεθεί στην ίδια απόσταση  $r$  από έναν τρίτο βόρειο πόλο Γ, τόν άπωθει με δύναμη που αντίστοιχα είναι  $F_A$  και  $F_B$  και ισχύει η σχέση  $F_A = 2F_B$ . Πόση είναι η ποσότητα μαγνητισμού  $m_A$  και  $m_B$  του βόρειου πόλου των δύο μαγνητών A και B;

72. Εϋθύγραμμος μαγνήτης έχει στό βόρειο πόλο του N ποσότητα μαγνητισμού  $m = 10 \text{ A} \cdot \text{m}$ . α) Πόση είναι η μαγνητική έπαγωγή B σε ένα σημείο Γ, που βρίσκεται σε απόσταση  $r = 5 \text{ cm}$  από τόν πόλο N και κατά τήν προέκταση του άξονα SN του μαγνήτη; β) Στο σημείο Γ φέρνουμε τό νότιο πόλο S' μιας μαγνητικής βελόνης. Πόση πρέπει να είναι η ποσότητα μαγνητισμού  $m'$  του πόλου S', αν θέλουμε να ενεργεί σ' αυτό τόν πόλο έλξη εξαιτίας του πόλου N του μαγνήτη ίση με  $F = 10^{-4} \text{ N}$ ;

73. Εϋθύγραμμος μαγνήτης έχει μήκος  $l = 8 \text{ cm}$  και κάθε πόλος του έχει ποσότητα μαγνητισμού  $|m| = 40 \text{ A} \cdot \text{m}$ . Πόση είναι η μαγνητική έπαγωγή B σε ένα σημείο A, που βρίσκεται πάνω στην κάθετο στη μέση O του μαγνήτη και σε απόσταση  $r = 3 \text{ cm}$  από τό O;

74. Εϋθύγραμμος μαγνήτης έχει μήκος  $l = 20 \text{ cm}$  και κάθε πόλος του έχει ποσότητα μαγνητισμού  $|m| = 10 \text{ A} \cdot \text{m}$ . Με διάμετρο τό μήκος  $l$  του μαγνήτη γράφουμε ήμικυκλική περιφέρεια πόου. Πόση είναι η μαγνητική έπαγωγή B σε ένα σημείο M της περιφέρειας, που απέχει  $r = 10 \text{ cm}$  από τό βόρειο πόλο N του μαγνήτη;

75. Μικρή μαγνητική βελόνη έχει μαγνητική ροπή  $M^* = 0,005 \text{ A} \cdot \text{m}^2$  και κρέμεται από τό κέντρο βάρους της με κατακόρυφο νήμα. Η βελόνη βρίσκεται μέσα σε όμογενές μαγνητικό πεδίο, που έχει μαγνητική έπαγωγή B και για να διατηρήσουμε τη μαγνητική βελόνη κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου, εφαρμόζουμε ζεύγος δυνάμεων, που έχει ροπή  $M = 2 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}$ . Πόση είναι η μαγνητική έπαγωγή B του πεδίου;

76. Σε έναν τόπο η έγκλιση είναι  $\epsilon = + 60^\circ$  και η όριζόντια συνιστώσα της μαγνητικής έπαγωγής του γήινου μαγνητικού πεδίου είναι  $B_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ . Πόση είναι η κατακόρυφη συνιστώσα  $B_k$  και η μαγνητική έπαγωγή B του γήινου μαγνητικού πεδίου σ' αυτό τόν τόπο;

77. Μαγνητική βελόνη έχει μαγνητική ροπή  $M^* = 0,1 \text{ A} \cdot \text{m}^2$  και κρέμεται από τό κέντρο βάρους της με κατακόρυφο νήμα. 'Η έγκλιση  $\sigma$ ' αυτό τόν τόπο είναι  $\epsilon = + 60^\circ$ . Πόσο αντίβαρο  $F$  πρέπει να εφαρμόσουμε σε απόσταση  $a = 2 \text{ cm}$  από τό κέντρο βάρους τής βελόνης, γιά νά διατηρείται όριζόντια ; 'Οριζόντια συνιστώσα  $B_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

78. Κυκλικό πλαίσιο έχει άκτινα  $r = 10 \text{ cm}$ , έχει  $N = 100$  σπειρες και είναι κάθετο στό επίπεδο του μαγνητικού μεσημβρινού. Πόση είναι ή μαγνητική ροή πού περνάει από τό πλαίσιο, άν ή όριζόντια συνιστώσα τής μαγνητικής έπαγωγής του γήινου μαγνητικού πεδίου είναι  $B_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  ;

79. 'Ο κάθε πόλος μιάς μικρής μαγνητικής βελόνης άποκλίσεως έχει ποσότητα μαγνητισμού  $|m| = 5 \text{ A} \cdot \text{m}$ . 'Η βελόνη έχει μήκος  $l = 10 \text{ cm}$  και ή όριζόντια συνιστώσα τής μαγνητικής έπαγωγής του γήινου μαγνητικού πεδίου είναι  $B_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ . Πόσο έργο ζοδεύουμε, όταν άπομακρύνουμε τή βελόνη κατά  $60^\circ$  από τή θέση τής ίσορροπίας τής ;

80. Ευθύγραμμος μαγνήτης NS έχει μήκος  $l = 20 \text{ cm}$  και στηρίζεται κατακόρυφα πάνω σε όριζόντιο επίπεδο μέ τό βόρειο πόλο του N. Μέ μιά μικρή μαγνητική βελόνη άποκλίσεως βρίσκουμε ότι σε ένα σημείο A του όριζόντιου επιπέδου δέν υπάρχει όριζόντια συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου. Τό σημείο A απέχει  $15 \text{ cm}$  από τό σημείο στηρίξεως N. 'Η όριζόντια συνιστώσα τής μαγνητικής έπαγωγής του γήινου μαγνητικού πεδίου είναι  $B_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ . Πόση είναι ή μαγνητική ροπή του μαγνήτη ;

81. Σε ένα σημείο A πού απέχει  $r = 10 \text{ cm}$  από ένα βόρειο πόλο N ή μαγνητική έπαγωγή έχει μέτρο  $B = 0,14 \text{ T}$ . 1) Πόση είναι ή ποσότητα μαγνητισμού  $m$  του πόλου N ; 2) Πόση πρέπει νά είναι ή ποσότητα μαγνητισμού  $m_1$  του πόλου N, άν θέλουμε στό σημείο A ή μαγνητική έπαγωγή νά έχει μέτρο ίσο μέ  $B_1 = 0,28 \text{ T}$  ;

82. 'Η μαγνητική έπαγωγή ενός όμογενούς μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο  $B = 0,5 \text{ T}$ . Μέσα στό μαγνητικό πεδίο υπάρχει μιά επιφάνεια πού έχει έμβαδό  $S = 20 \text{ cm}^2$ . Πόση είναι ή μαγνητική ροή  $\Phi$  πού περνάει από αυτή τήν επιφάνεια, όταν ή κάθετος στήν επιφάνεια σχηματίζει μέ τή διεύθυνση των δυναμικών γραμμών γωνία  $\alpha$  ίση μέ  $0^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  ;

83. Ένας ευθύγραμμος μαγνήτης NS έχει μήκος  $l = 15 \text{ cm}$  και κάθε πόλος του έχει ποσότητα μαγνητισμού  $m = 6 \text{ A} \cdot \text{m}$ . Ένα σημείο A απέχει  $r = 10 \text{ cm}$  από κάθε πόλο του μαγνήτη. Νά προσδιοριστεί ή μαγνητική έπαγωγή του μαγνητικού πεδίου στό σημείο A και πόση πρέπει νά είναι ή ποσότητα μαγνητισμού  $m_1$  ενός βόρειου πόλου, άν, όταν βρίσκεται στό σημείο A, νά ενεργεί πάνω του δύναμη πού έχει μέτρο  $F = 18 \cdot 10^{-4} \text{ N}$ .



# ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

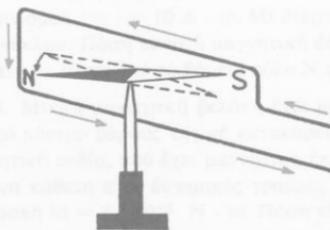
## 56. Μαγνητικό πεδίο του ρεύματος

Ξέρουμε ότι τό ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί γύρω του *μαγνητικό πεδίο*, που εκτρέπει τή μαγνητική βελόνη από τή θέση τής ισορροπίας της. Ή φορά κατά τήν όποια εκτρέπεται ό βόρειος πόλος τής μαγνητικής βελόνης εξαρτάται από τή φορά του ρεύματος. Ής φορά του ρεύματος παίρνουμε τή συμβατική φορά. Τό πείραμα δείχνει ότι ή έκτροπή τής μαγνητικής βελόνης γίνεται σύμφωνα μέ τόν *έξής εμπειρικό κανόνα* τής δεξιᾶς παλάμης:



Σχ. 72. Σχέση μεταξύ τής φοράς του ρεύματος καί τής έκτροπής τής μαγνητικής βελόνης.

Ήν φέρουμε τή δεξιά παλάμη μας πάνω από τόν άγωγό έτσι, ώστε ή επιφάνεια τής παλάμης νά βλέπει τόν άγωγό καί τό ρεύμα νά μπαιίνει από τόν καρπό καί νά βγαίνει από τά δάχτυλα, τότε ό βόρειος πόλος τής βελόνης εκτρέπεται πρὸς τή διεύθυνση του αντίχειρα (σχ. 72). Ή έκτροπή τής μαγνητικής βελόνης είναι άνάλογη μέ τήν ένταση του ρεύματος. Όταν ή μαγνητική βελόνη εκτρέπεται από τήν άρχική θέση ισορροπίας της, τότε ισορροπεί σέ μία νέα θέση μέ τήν επίδραση δύο μαγνητικῶν πεδίων, του γήινου μαγνητικού πεδίου καί του μαγνητικού πεδίου του ρεύματος.



Σχ. 73. Ή έκτροπή τής μαγνητικής βελόνης είναι μεγαλύτερη.

Γιά νά έχουμε αισθητή έκτροπή τής μαγνητικής βελόνης καί από ένα άσθενές ρεύμα, βάζουμε γύρω από τή βελόνη ένα κατακόρυφο πλαίσιο, που τό επίπεδό του βρίσκεται πάνω στο επίπεδο του μαγνητικού μεσημβρινού (σχ. 73). Όταν τό πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα, τότε κάθε τμήμα του πλαισίου προκαλεί έκτροπή τής μαγνητικής βελόνης κατά τήν ίδια φορά. Σ' αὐτή τή διάταξη στηρίζεται ή λειτουργία πολλῶν ὀργάνων που χρησιμοποιούμε γιά μετρήσεις (ὅπως π.χ. είναι τά άμπερόμετρα καί τά βολτόμετρα).

### 57. Μαγνητικό πεδίο εϋθύγραμμου ρευματοφόρου άγωγού

Ένας μακρύς κατακόρυφος άγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασεως  $I$  και περνάει από ένα οριζόντιο χαρτόνι (σχ. 74). Ρίχνουμε πάνω στο χαρτόνι ρινίσματα σιδήρου και χτυπάμε ελαφρά το χαρτόνι. Τότε πάνω στο χαρτόνι σχηματίζεται ένα *μαγνητικό φάσμα*, που οι δυναμικές γραμμές του είναι όμοκεντροι κύκλοι· τὰ επίπεδα τών κύκλων είναι κάθετα στον άγωγό (σχ. 75). Κατά μήκος μιὰς δυναμικής γραμμής μετακινούμε μιὰ μικρή μαγνητική βελόνη. Παρατηρούμε ότι σε κάθε θέση ισορροπίας τῆς βελόνης, αὐτή ἔχει τὴ διεύθυνση τῆς εφαπτομένης τῆς δυναμικής γραμμής σ' αὐτό τό σημείο τῆς.



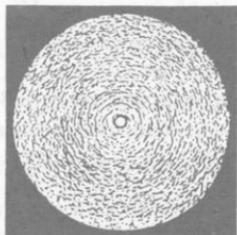
Σχ. 74. Μαγνητικό πεδίο γύρω από εϋθύγραμμο ρευματοφόρο άγωγό.

Ἡ φορά τών δυναμικῶν γραμμῶν είναι ἡ φορά κατὰ τὴν ὁποία στρέφεται δεξιόστροφος κοχλίας, γιὰ νά προχωρήσει κατὰ τὴ φορά τοῦ ρεύματος (σχ. 76). Σέ κάθε σημείο τῆς δυναμικής γραμμής ἡ *μαγνητική ἐπαγωγή*  $B$  ἔχει τὴ διεύθυνση τῆς εφαπτομένης τῆς δυναμικής γραμμής σ' αὐτό τό σημείο (σχ. 74). Θεωρητικά καί πειραματικά ἀποδεικνύεται ὅτι :

Ἡ *μαγνητική ἐπαγωγή* ( $B$ ) τοῦ *μαγνητικοῦ πεδίου* ἑνός εϋθύγραμμου ρευματοφόρου άγωγού, μέ μεγάλο μήκος, σέ ἀπόσταση  $r$  ἀπό τόν άγωγό, είναι ἀνάλογη μέ τὴν ένταση ( $I$ ) τοῦ ρεύματος καί ἀντιστρόφως ἀνάλογη μέ τὴν ἀπόσταση ( $r$ ) τοῦ θεωρούμενου σημείου ἀπό τόν άγωγό.

$$\text{μαγνητικὴ ἐπαγωγή (εϋθύγραμμος άγωγός)} \quad B = 10^{-7} \cdot \frac{2I}{r}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 10^{-7} \text{ N/A}^2, r \text{ σέ m} \\ I \text{ σέ A, } B \text{ σέ T} \end{array} \right.$$



Σχ. 75. Μαγνητικό φάσμα εϋθύγραμμου ρευματοφόρου άγωγού.



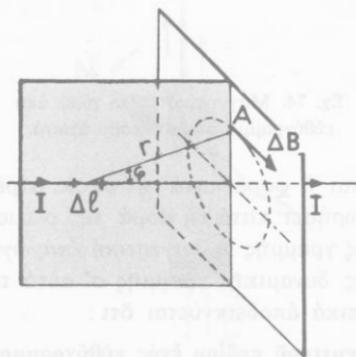
Σχ. 76. Φορά τών δυναμικῶν γραμμῶν.

**Παρατήρηση.** Άν ό ρευματοφόρος άγωγός άποτελείται από η εϋθύγραμματα σύρματα, πού τό καθένα διαρρέεται από ρεύμα έντάσεως  $I$ , τότε σε έ απόσταση  $r$  από τή δέσημη τών συρμάτων ή μαγνητική έπαγωγή είναι :

$$B = 10^{-7} \cdot \frac{2I}{r} \cdot n$$

### 58. Νόμος Biot - Savart

Μακρύς εϋθύγραμμος άγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντάσεως  $I$  (σχ. 77). Ένα στοιχειώδες τμήμα  $\Delta l$  του άγωγού δημιουργεί σε ένα σημείο  $A$  του πεδίου μιά στοιχειώδη μαγνητική έπαγωγή  $\Delta B$ , πού προσδιορίζεται από τον έξής νόμο Biot - Savart :



Σχ. 77. Νόμος Biot - Savart.

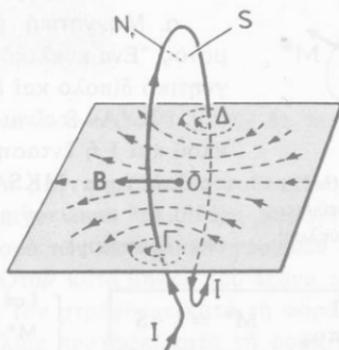
Ή μαγνητική έπαγωγή  $\vec{\Delta B}$ , πού δημιουργεί ένα στοιχειώδες τμήμα ( $\Delta l$ ) εϋθύγραμμου ρευματοφόρου άγωγού σε ένα σημείο του μαγνητικού πεδίου, είναι κάθετη στο έπίπεδο πού περνάει από αυτό τό σημείο και από τό στοιχειώδες τμήμα του άγωγού· τό μέτρο ( $\Delta B$ ) τής μαγνητικής έπαγωγής στο θεωρούμενο σημείο δίνεται από τήν έξίσωση :

νόμος Biot - Savart $\Delta B = 10^{-7} \cdot \frac{I \cdot \Delta l}{r^2} \cdot \eta \mu \varphi$	$\left\{ \begin{array}{l} 10^{-7} \text{ N/A}^2 \\ I \text{ σε A,} \\ \Delta l, r \text{ σε m} \\ \Delta B \text{ σε T} \end{array} \right. \quad (1)$
--	--

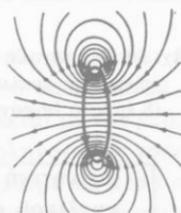
δπου  $r$  είναι ή απόσταση του σημείου  $A$  από τό στοιχειώδες τμήμα  $\Delta l$  του άγωγού και  $\varphi$  είναι ή γωνία πού σχηματίζει τό στοιχειώδες τμήμα  $\Delta l$  μέ τή διεύθυνση τής απόστάσεως  $r$ . Ή φορά τής μαγνητικής έπαγωγής  $\vec{\Delta B}$  προσδιορίζεται μέ τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία. Κάθε στοιχειώδες τμήμα του άγωγού δημιουργεί στο σημείο  $A$  του πεδίου μιά στοιχειώδη μαγνητική έπαγωγή  $\vec{\Delta B}$ . Τό γεωμετρικό άθροισμα όλων αυτών τών στοιχειωδών μαγνητικών έπαγωγών είναι ή όλική μαγνητική έπαγωγή  $\vec{B}$  στο σημείο  $A$  και οφείλεται σε όλόκληρο τον άγωγό.

### 59. Μαγνητικό πεδίο κυκλικού ρευματοφόρου άγωγού

Κατακόρυφος κυκλικός άγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασεως  $I$ . Πάνω σε ένα οριζόντιο χαρτόνι, που περνάει από τό κέντρο  $O$  του κυκλικού άγωγού, σχηματίζουμε τό μαγνητικό φάσμα (σχ. 78). Παρατηρούμε ότι κοντά στα σημεία  $\Gamma$  και  $\Delta$  οι δυναμικές γραμμές είναι όμοκεντροί κύκλοι. Όσο άπομακρυνόμαστε από τά σημεία  $\Gamma$  και  $\Delta$  ή άκτίνα καμπυλότητας τών δυναμικών γραμμών μεγαλώνει και μία δυναμική γραμμή είναι ευθεία κάθετη στό επίπεδο του κυκλικού άγωγού και ταυτίζεται μέ τόν άξονα συμμετρίας του συστήματος. Ή φορά τών δυναμικών γραμμών προσδιορίζεται μέ τόν κανόνα του δεξιόστρουφου κοχλίας.



Σχ. 78. Δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου κυκλικού ρευματοφόρου άγωγού.



Σχ. 79. Τό κυκλικό ρεύμα είναι μαγνητικό δίπολο.

Τό μαγνητικό φάσμα του κυκλικού ρεύματος είναι άνάλογο μέ τό μαγνητικό φάσμα ενός μικρού ευθύγραμμου μαγνήτη (σχ. 79). Οι δυναμικές γραμμές βγαίνουν από τή μία όψη του επιπέδου του κύκλου (βόρειος μαγνητικός πόλος) και μπαίνουν από τήν άλλη όψη του επιπέδου (νότιος μαγνητικός πόλος). Όστε τό κυκλικό ρεύμα άποτελεί ένα μαγνητικό δίπολο και παρουσιάζει δύο έτερόνυμους μαγνητικούς πόλους. Θεωρητικά και πειραματικά άποδεικνύεται ότι :

Ή μαγνητική έπαγωγή ( $B$ ) του μαγνητικού πεδίου κυκλικού ρευματοφόρου άγωγού στό κέντρο του κύκλου είναι κάθετη στό επίπεδο του κυκλικού άγωγού, είναι άνάλογη μέ τήν ένταση ( $I$ ) του ρεύματος και αντίστροφως άνάλογη μέ τήν άκτίνα ( $r$ ) του κύκλου.

μαγνητική έπαγωγή (κυκλικός άγωγός)	$B = 10^{-7} \cdot \frac{2\pi I}{r}$	$\left\{ \begin{array}{l} 10^{-7} \text{ N/A}^2, r \text{ σε m} \\ I \text{ σε A} \\ B \text{ σε T} \end{array} \right. \quad (1)$
--	--------------------------------------	--

**Παρατήρηση.** Άν  $n$  σπείρες που έχουν τήν ίδια άκτίνα  $r$  σχηματίζουν

έπίπεδο κυκλικό πλαίσιο πού διαρρέεται από ρεύμα έντάσεως  $I$ , τότε ή μαγνητική έπαγωγή στό κέντρο του κυκλικού πλαισίου είναι :

$$B = 10^{-7} \cdot \frac{2\pi I}{r} \cdot n$$



Σχ. 80. Μαγνητική ροπή ( $M^*$ ) μαγνήτη και κυκλικού ρεύματος ( $S$  έμβαδό επιφάνειας κύκλου).

α. Μαγνητική ροπή κυκλικού ρεύματος. Ένα κυκλικό ρεύμα άποτελεί μαγνητικό δίπολο και έχει μαγνητική ροπή (σχ. 80). Αν  $S$  είναι τό έμβαδό του κύκλου και  $I$  ή ένταση του ρεύματος, τότε στό σύστημα MKSA ή μαγνητική ροπή ( $M^*$ ) του κυκλικού ρεύματος δίνεται από τήν εξίσωση :

μαγνητική ροπή κυκλικού ρεύματος	$M^* = I \cdot S$	$\left\{ \begin{array}{l} I \text{ σε } A, S \text{ σε } m^2 \\ M^* \text{ σε } A \cdot m^2 \end{array} \right. \quad (2)$
-------------------------------------	-------------------	--

Τό άνυσμα τής μαγνητικής ροπής  $\vec{M}^*$  είναι κάθετο στό επίπεδο του κυκλικού ρεύματος στό κέντρο του κύκλου και έχει φορά άπό τό νότιο πρός τό βόρειο πόλο (όπως και στόν ευθύγραμμο μαγνήτη).

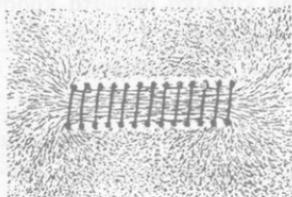
Μονάδα μαγνητικής ροπής. Στο σύστημα MKSA ή μονάδα μαγνητικής ροπής όρίζεται άπό τήν εξίσωση (2) ως έξής :

**Μονάδα μαγνητικής ροπής είναι ή μαγνητική ροπή κυκλικού ρεύματος πού έχει ένταση 1 Ampère και έμβαδό 1 m<sup>2</sup>.**

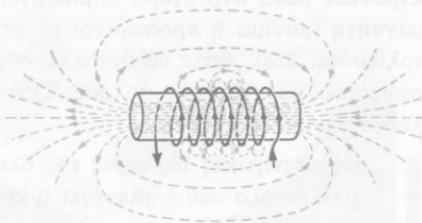
μονάδα μαγνητικής ροπής	$1 \text{ Ampère} \cdot 1 \text{ m}^2 \quad \text{ή} \quad 1 \text{ A} \cdot \text{m}^2$
-------------------------	--

## 60. Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς

Όνομάζουμε σωληνοειδές ένα σύστημα άπό παράλληλα κυκλικά ρεύματα, πού τά κέντρα τους βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία. Τέτοιο σύστημα κυκλικών ρευμάτων παίρνουμε, άν πάνω σε γυάλινο ή ξύλινο κύλινδρο τυλίξουμε σύρμα. Πάνω σε όριζόντιο χαρτόνι, πού περνάει άπό τόν άξονα του σωληνοειδούς, σχηματίζουμε τό μαγνητικό φάσμα (σχ. 81). Παρατηρούμε ότι αυτό τό φάσμα είναι όμοιο μέ τό μαγνητικό φάσμα ενός ευθύγραμμου μαγνήτη (σχ. 82). Μέ μιά μικρή μαγνητική βελόνη εύκολα διαπιστώνουμε ότι οί δύο άκρες του σωληνοειδούς άποτελούν δύο έτερόνυμους μαγνητικούς πόλους. Στο έσωτερικό του σωληνοειδούς οί δυναμικές γραμμές



Σχ. 81. Μαγνητικό φάσμα σωληνοειδούς.



Σχ. 82. Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς.

είναι *παράλληλες*. Τό μαγνητικό πεδίο του σωληνοειδούς προκύπτει από την πρόσθεση του μαγνητικού πεδίου που παράγεται από κάθε σπείρα του σωληνοειδούς. Ή φορά των δυναμικών γραμμών βρίσκεται με τόν *έξῃς* *ἐμπειρικό κανόνα* : Όταν κατά μήκος του άξονα του σωληνοειδούς τοποθετήσουμε κοχλία καί τόν στρέψουμε κατά τή φορά του ρεύματος μέσα στίς σπείρες, τότε ό κοχλίας προχωρεί κατά τή φορά των δυναμικών γραμμών. Θεωρούμε ότι τό μήκος του σωληνοειδούς είναι πολύ μεγάλο σχετικά μέ τή διάμετρο των σπειρών. Γιά ένα τέτοιο σωληνοειδές αποδεικνύεται ότι :

Στό *έσωτερικό* του σωληνοειδούς τό μαγνητικό πεδίο είναι *όμογενές*, ή μαγνητική *έπαγωγή* (B) έχει διεύθυνση *παράλληλη* μέ τόν άξονα του σωληνοειδούς καί είναι *άνάλογη* μέ τήν ένταση (I) του ρεύματος καί μέ τόν *άριθμό* (n) των σπειρών κατά μέτρο μήκους.

μαγνητική έπαγωγή (σωληνοειδές)	$B = 10^{-7} \cdot 4\pi \cdot n \cdot I$	{	$10^{-7} \text{ N/A}^2$ n σπείρες/m I σε A, B σε T
------------------------------------	--	---	--

**Παρατήρηση.** Άν τό σωληνοειδές έχει συνολικά N σπείρες καί μήκος l, τότε είναι  $n = N/l$ .

### 61. Προέλευση των μαγνητικών πεδίων

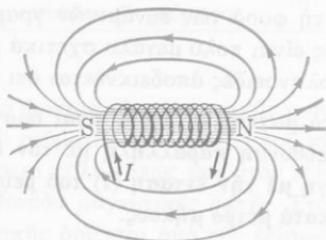
Όταν ένας άγωγός διαρρέεται από ρεύμα, τότε γύρω από τόν άγωγό δημιουργείται πάντοτε *μαγνητικό πεδίο*. Αυτό τό φαινόμενο είναι γενικό καί μπορούμε νά πούμε ότι *όλα τά μαγνητικά πεδία όφείλονται* *σε κινούμενα ήλεκτρικά φορτία*. Ένα κυκλικό ρεύμα άποτελεί μαγνητικό δίπολο, που έχει *όρισμένη μαγνητική ροπή*. Στό άτομο ύδρογόνου ή κίνηση του ήλεκτρονίου γύρω από τόν πυρήνα *ισοδυναμεί* μέ κυκλικό ρεύμα, δηλαδή δημιουργεί ένα στοιχειώδες μαγνητικό δίπολο. Γενικά ή κίνηση των ήλε-

κτρονίων μέσα στο άτομο δημιουργεί *στοιχειώδη μαγνητικά δίπολα*. Σε ένα μαγνήτη (μόνιμο ή προσωρινό) τά *στοιχειώδη κυκλικά ρεύματα* προσανατολίζονται έτσι, ώστε να αποτελέσουν ένα *σωληνοειδές* που έχει δύο *έτερώνυμους μαγνητικούς πόλους*. Ωστε μπορούμε να διατυπώσουμε τό ακόλουθο γενικό συμπέρασμα :

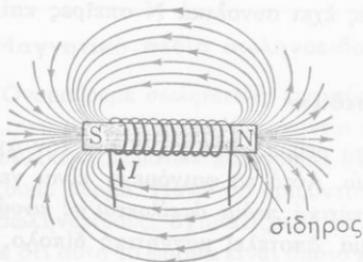
**Οί μαγνητικές ιδιότητες τής ύλης όφείλονται στά *στοιχειώδη μαγνητικά δίπολα* που δημιουργεί ή κίνηση τών *ήλεκτρονίων* γύρω από τούς πυρήνες τών *ατόμων*.**

## 62. Ήλεκτρομαγνήτης

Στό *έσωτερικό* ενός *σωληνοειδούς*, που διαρρέεται από *ρεύμα*, σχηματίζεται *όμογενές μαγνητικό πεδίο* (σχ. 83).



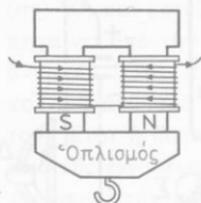
Σχ. 83. Σωληνοειδές χωρίς πυρήνα μαλακού σιδήρου.



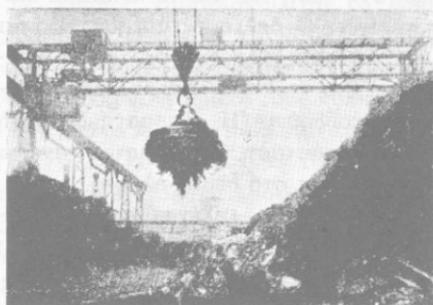
Σχ. 84. Ήλεκτρομαγνήτης.

έδες *βάλουμε* μία *ράβδο* από *μαλακό σίδηρο*, τότε ή *ράβδος* γίνεται *μαγνήτης* και κάθε *πόλος* του συμπίπτει με τόν *όμώνυμο πόλο* τού *σωληνοειδούς* (σχ. 84). Τό σύστημα που αποτελούν τό *σωληνοειδές* και ή *ράβδος* τού *μαλακού σιδήρου*, ονομάζεται *ήλεκτρομαγνήτης*. Ή *μαγνήτιση* τού *μαλακού σιδήρου* είναι *προσωρινή* και διαρκεί όσο χρόνο τό *σωληνοειδές* διαρρέεται από τό *ρεύμα*. Αν μέσα στό *σωληνοειδές* βάλουμε *ράβδο* από *χάλυβα*, ή *ράβδος* μεταβάλλεται σε *μόνιμο μαγνήτη*.

Τό *σωληνοειδές* έχει *n* σπειρες κατά μέτρο και διαρρέεται από *ρεύμα* έντάσεως *I*. Όταν στό *έσωτερικό* τού *σωληνοειδούς* υπάρχει *άερας*, τότε ή *μαγνητική επαγωγή* είναι  $B_0$ . Αν μέσα στό *σωληνοειδές* βάλουμε μία *ράβδο* από *μαλακό σίδηρο*, που έχει *μαγνητική διαπερατότητα*  $\mu$ , τότε στό *έσωτερικό* τού *σωληνοειδούς* ή *μαγνητική επαγωγή* γίνεται  $B = \mu \cdot B_0$ , δηλαδή γίνεται *πολύ μεγαλύτερη*.



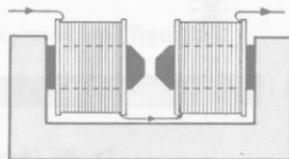
Σχ. 85. Ήλεκτρομαγνήτης με τόν όπλισμό του.



Σχ. 86. Ήλεκτρομαγνητικός γερανός (άνυψωση άγτικειμένων από σίδηρο).

Ήφαρμογές τών ήλεκτρομαγνητών. Ή παροδική μαγνήτιση του μαλακού σιδήρου με τήν επίδραση του ήλεκτρικού ρεύματος έχει πολλές εφαρμογές. Ήναφέρουμε μερικές συνηθισμένες εφαρμογές τών ήλεκτρομαγνητών.

**α. Ήλεκτρομαγνητικός γερανός.** Αυτός είναι ένας ισχυρός πεταλοειδής ήλεκτρομαγνήτης, που έλκει με μεγάλη δύναμη τόν άπό μαλακό σίδηρο όπλισμό του (σχ. 85). Για νά άποσπαστεί ό όπλισμός χρειάζεται όρισμένη δύναμη, που λέγεται *φέρουσα δύναμη* του ήλεκτρομαγνήτη και σε μερικούς γερανούς είναι πολύ μεγάλη. Ήταν θέλουμε νά άνυψώσουμε άντικείμενα άπό σίδηρο, τότε αυτά άποτελοϋν τόν όπλισμό του ήλεκτρομαγνήτη (σχ. 86). Στα έργαστήρια χρησησιμοποιϋμε ήλεκτρομαγνήτες που δημιουργοϋν ισχυρό όμογενές μαγνητικό πεδίο (σχ. 87).



Σχ. 87. Ήλεκτρομαγνήτης έργαστηρίου.

**Σημείωση.** Ήν S είναι τό έμβαδό τής επιφάνειας έπαφής τών πόλων με τόν όπλισμό, τότε άποδεικνύεται ότι ή *φέρουσα δύναμη* του ήλεκτρομαγνήτη δίνεται άπό τήν έξίσωση :

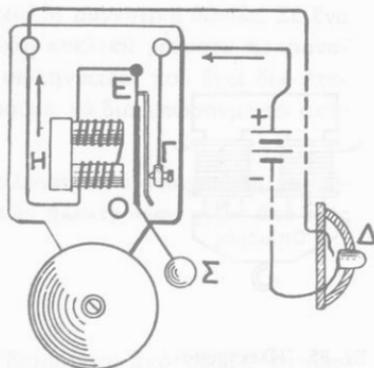
φέρουσα δύναμη ήλεκτρομαγνήτη	$F = 10^7 \cdot \frac{B^2 \cdot S}{8\pi}$	$\left\{ \begin{array}{l} 10^7 \text{ A}^2/\text{N}, \text{ S σε m}^2 \\ \text{B σε T}, \text{ F σε N} \end{array} \right.$
----------------------------------	---	---

**β. Ήλεκτρικό κουδοϋνι.** Πιέζοντας τό διακόπτη (Δ) κλείνουμε τό κύκλωμα (σχ. 88) και ό εϋκίνητος όπλισμός (Ο) του ήλεκτρομαγνήτη (Η) έλκεται. Ήλλά τότε τό κύκλωμα διακόπτεται (στό σημείο Γ), ό όπλισμός γυ-

ρίζει στη θέση του και τό κύκλωμα πά-  
λι κλείνει. Ο όπλισμός άμέσως έλκεται  
κ.ο.κ. Σε κάθε έλξη του όπλισμού άντι-  
στοιχεί ένα χτύπημα τής σφαίρας Σ πά-  
νω στο κουδούνι. Ή αυτόματη διακοπή  
καί άποκατάσταση του ρεύματος γίνεται  
πολλές φορές στο δευτερόλεπτο.

γ. **Μορσικός τηλεγράφος.** Ή λει-  
τουργία του στηρίζεται στην έξησ άρχή :  
Μέ κατάλληλο διακόπτη (πομπός) αφή-  
νουμε νά φύγουν από τόν έναν τόπο ρεύ-  
ματα μικρής ή μεγαλύτερης διάρκειας.  
Αδτά τά ρεύματα φτάνουν στο δέκτη, που

ύπάρχει στόν άλλο τόπο, και περνούν από ήλεκτρομαγνήτη που είναι έφο-  
διασμένος μέ πολύ εύκίνητο όπλισμό (σχ. 89). Όταν ο όπλισμός έλκεται,



Σχ. 88. Ήλεκτρικό κουδούνι.

πάλι κλείνει. Ο όπλισμός άμέσως έλκεται  
κ.ο.κ. Σε κάθε έλξη του όπλισμού άντι-  
στοιχεί ένα χτύπημα τής σφαίρας Σ πά-  
νω στο κουδούνι. Ή αυτόματη διακοπή  
καί άποκατάσταση του ρεύματος γίνεται  
πολλές φορές στο δευτερόλεπτο.

γ. **Μορσικός τηλεγράφος.** Ή λει-  
τουργία του στηρίζεται στην έξησ άρχή :  
Μέ κατάλληλο διακόπτη (πομπός) αφή-  
νουμε νά φύγουν από τόν έναν τόπο ρεύ-  
ματα μικρής ή μεγαλύτερης διάρκειας.  
Αδτά τά ρεύματα φτάνουν στο δέκτη, που

ύπάρχει στόν άλλο τόπο, και περνούν από ήλεκτρομαγνήτη που είναι έφο-  
διασμένος μέ πολύ εύκίνητο όπλισμό (σχ. 89). Όταν ο όπλισμός έλκεται,

πάλι κλείνει. Ο όπλισμός άμέσως έλκεται  
κ.ο.κ. Σε κάθε έλξη του όπλισμού άντι-  
στοιχεί ένα χτύπημα τής σφαίρας Σ πά-  
νω στο κουδούνι. Ή αυτόματη διακοπή  
καί άποκατάσταση του ρεύματος γίνεται  
πολλές φορές στο δευτερόλεπτο.

γ. **Μορσικός τηλεγράφος.** Ή λει-  
τουργία του στηρίζεται στην έξησ άρχή :  
Μέ κατάλληλο διακόπτη (πομπός) αφή-  
νουμε νά φύγουν από τόν έναν τόπο ρεύ-  
ματα μικρής ή μεγαλύτερης διάρκειας.  
Αδτά τά ρεύματα φτάνουν στο δέκτη, που

ύπάρχει στόν άλλο τόπο, και περνούν από ήλεκτρομαγνήτη που είναι έφο-  
διασμένος μέ πολύ εύκίνητο όπλισμό (σχ. 89). Όταν ο όπλισμός έλκεται,

πάλι κλείνει. Ο όπλισμός άμέσως έλκεται  
κ.ο.κ. Σε κάθε έλξη του όπλισμού άντι-  
στοιχεί ένα χτύπημα τής σφαίρας Σ πά-  
νω στο κουδούνι. Ή αυτόματη διακοπή  
καί άποκατάσταση του ρεύματος γίνεται  
πολλές φορές στο δευτερόλεπτο.

γ. **Μορσικός τηλεγράφος.** Ή λει-  
τουργία του στηρίζεται στην έξησ άρχή :  
Μέ κατάλληλο διακόπτη (πομπός) αφή-  
νουμε νά φύγουν από τόν έναν τόπο ρεύ-  
ματα μικρής ή μεγαλύτερης διάρκειας.  
Αδτά τά ρεύματα φτάνουν στο δέκτη, που

ύπάρχει στόν άλλο τόπο, και περνούν από ήλεκτρομαγνήτη που είναι έφο-  
διασμένος μέ πολύ εύκίνητο όπλισμό (σχ. 89). Όταν ο όπλισμός έλκεται,

πάλι κλείνει. Ο όπλισμός άμέσως έλκεται  
κ.ο.κ. Σε κάθε έλξη του όπλισμού άντι-  
στοιχεί ένα χτύπημα τής σφαίρας Σ πά-  
νω στο κουδούνι. Ή αυτόματη διακοπή  
καί άποκατάσταση του ρεύματος γίνεται  
πολλές φορές στο δευτερόλεπτο.

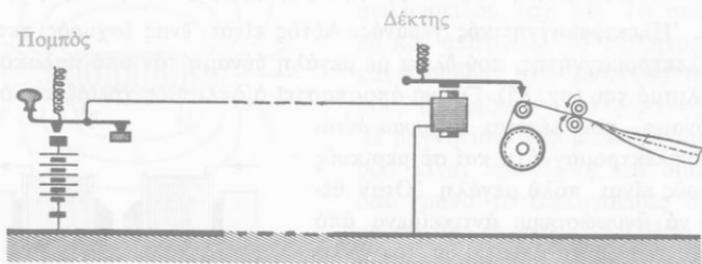
γ. **Μορσικός τηλεγράφος.** Ή λει-  
τουργία του στηρίζεται στην έξησ άρχή :  
Μέ κατάλληλο διακόπτη (πομπός) αφή-  
νουμε νά φύγουν από τόν έναν τόπο ρεύ-  
ματα μικρής ή μεγαλύτερης διάρκειας.  
Αδτά τά ρεύματα φτάνουν στο δέκτη, που

ύπάρχει στόν άλλο τόπο, και περνούν από ήλεκτρομαγνήτη που είναι έφο-  
διασμένος μέ πολύ εύκίνητο όπλισμό (σχ. 89). Όταν ο όπλισμός έλκεται,

πάλι κλείνει. Ο όπλισμός άμέσως έλκεται  
κ.ο.κ. Σε κάθε έλξη του όπλισμού άντι-  
στοιχεί ένα χτύπημα τής σφαίρας Σ πά-  
νω στο κουδούνι. Ή αυτόματη διακοπή  
καί άποκατάσταση του ρεύματος γίνεται  
πολλές φορές στο δευτερόλεπτο.

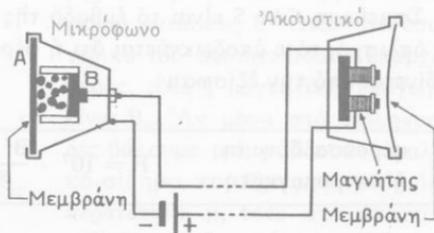
γ. **Μορσικός τηλεγράφος.** Ή λει-  
τουργία του στηρίζεται στην έξησ άρχή :  
Μέ κατάλληλο διακόπτη (πομπός) αφή-  
νουμε νά φύγουν από τόν έναν τόπο ρεύ-  
ματα μικρής ή μεγαλύτερης διάρκειας.  
Αδτά τά ρεύματα φτάνουν στο δέκτη, που

ύπάρχει στόν άλλο τόπο, και περνούν από ήλεκτρομαγνήτη που είναι έφο-  
διασμένος μέ πολύ εύκίνητο όπλισμό (σχ. 89). Όταν ο όπλισμός έλκεται,



Σχ. 89. Άρχή του μορσικού τηλεγράφου.

ή μιá άκρη του γράφει πάνω  
σέ ταινία από χαρτί μικρές  
ή μεγαλύτερες γραμμές, ανά-  
λογα μέ τή διάρκεια του ρεύ-  
ματος που πέρασε από τόν ή-  
λεκτρομαγνήτη. Ή ταινία ξε-  
τυλίγεται όμαλά. Μέ τά μορ-  
σικά σήματα είναι δυνατή ή  
μεταβίβαση λέξεων και άρι-  
θμών. Σήμερα στην τηλεγρα-  
φία χρησιμοποιούμε πολύ πιό  
τελειοποιημένα συστήματα.



Σχ. 90. Σχηματική παράσταση τής άρχης  
του τηλεφώνου.

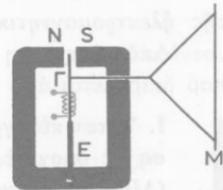
**δ. Τηλέφωνο.** Στο τηλέφωνο ως πομπός χρησιμοποιείται το μικρόφωνο. Αυτό αποτελείται από δύο μονωμένες πλάκες Α και Β από άνθρακα (σχ. 90) και μεταξύ των πλακών υπάρχουν κόκκοι από άνθρακα. Το ρεύμα πηγαίνει από την πλάκα Α στην πλάκα Β περνώντας από τους κόκκους του άνθρακα. Όταν μιλάμε εμπρός από την πλάκα Α, αυτή πάλλεται και οι κόκκοι του άνθρακα μετακινούνται. Τότε αλλάζει ή αντίσταση του κυκλώματος. Έτσι ή άσταθής επαφή των κόκκων του άνθρακα προκαλεί διακυμάνσεις της έντασης του ρεύματος, που αντιστοιχούν στους ήχους οι οποίοι φτάνουν στην πλάκα Α. Ως δέκτης χρησιμοποιείται το άκουστικό. Αυτό αποτελείται από πεταλοειδή μόνιμο μαγνήτη που έχει στις άκρες του δύο πηνία. Από αυτά περνάει το ρεύμα που έρχεται από το μικρόφωνο. Έμπρός από τους πόλους του μαγνήτη υπάρχει μία λεπτή πλάκα από μαλακό σίδηρο, ή όποια μπορεί να πάλλεται. Οι διακυμάνσεις της έντασης του ρεύματος προκαλούν αντίστοιχες μεταβολές του μαγνητικού πεδίου του μαγνήτη. Έτσι οι δυνάμεις που εξασκεί ο μαγνήτης στην πλάκα του μαλακού σιδήρου μεταβάλλονται και ή πλάκα αναγκάζεται να πάλλεται. Μέ αυτό τον τρόπο ή πλάκα του άκουστικού αναπαράγει τους ήχους που φτάνουν στο μικρόφωνο. Οι τηλεφωνικές συσκευές έχουν το μικρόφωνο και το άκουστικό σε μία διάταξη. Η σύνδεση των συνδρομητών γίνεται αυτόματα με τη βοήθεια ειδικών μηχανών, που λέγονται αυτόματα επιλογείς. Η μετάδοση του ήχου με το τηλέφωνο σχηματικά ακολουθεί την εξής σειρά μετατροπών:

ήχος → μεταβολές έντασης ρεύματος → ήχος

Η πρώτη μετατροπή γίνεται με το μικρόφωνο και ή δεύτερη γίνεται με το άκουστικό.

**ε. Ήλεκτρομαγνητικό μεγάφωνο.** Αυτό αποτελείται από ισχυρό ήλεκτρομαγνήτη που έχει μεταξύ των πόλων του ευκίνητο έλασμα Γ από μαλακό σίδηρο (σχ. 91). Γύρω από τή βάση του έλασματος Γ υπάρχει πηνίο, από το οποίο περνάει το ρεύμα του μικροφώνου. Οι διακυμάνσεις της έντασης αυτού του ρεύματος αναγκάζουν το έλασμα Γ να πάλλεται και μαζί του πάλλεται και μία κωνική μεμβράνη (Μ). Αδτή, επειδή έχει μεγάλη επιφάνεια, παράγει ήχο μεγάλης έντασης.

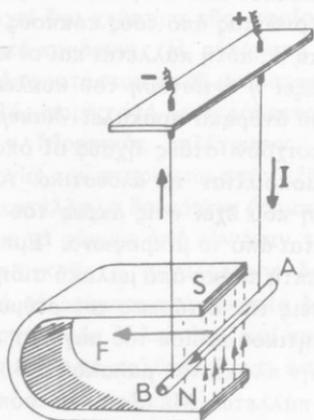
**στ. Έργαστηριακοί ήλεκτρομαγνήτες.** Στά εργαστήρια έχουμε ήλεκτρομαγνήτες για πειραματικές έρευνες ή για τή λειτουργία όρισμένων διατάξεων που χρησιμοποιούμε σήμερα στην Πυρηνική Φυσική (έπιταχυντές ήλεκτρισμένων σωματιδίων).



Σχ. 91. Ήλεκτρομαγνητικό μεγάφωνο

## 63. Ήπίδραση μαγνητικού πεδίου σέ ρεύμα

Μέσα στό *όμογενές μαγνητικό πεδίο* πού σχηματίζει ένας πεταλοειδής μα-



Σχ. 92. Τό μαγνητικό πεδίο εξασκεί στόν άγωγό μία δύναμη.



Σχ. 93. Πώς βρίσκουμε τή φορά τής ήλεκτρομαγνητικής δυνάμεως  $\vec{F}$ .

Τότε τό μεσαίο δάχτυλο δείχνει τή φορά τής ήλεκτρομαγνητικής δυνάμεως (κανόνας τών τριών δαχτύλων).

Ήπό τή μελέτη τής επίδρασεως του μαγνητικού πεδίου πάνω σέ άγωγό πού διαρρέεται άπό ρεύμα συνάγεται ό άκόλουθος νόμος του Laplace :

I. Όταν εϋθύγραμμος άγωγός πού διαρρέεται άπό ρεύμα βρίσκεται μέσα σέ όμογενές μαγνητικό πεδίο, τότε σέ κάθε στοιχειώδες τμήμα ( $\Delta l$ ) του άγωγού άναπτύσσεται ήλεκτρομαγνητική δύναμη, ή όποία εφαρμόζεται στή μέση του άγωγού, είναι κάθετη στό επίπεδο πού όρίζεται άπό τόν άγωγό και τή διεύθυνση τών δυναμικών γραμμών

γνήτης (σχ. 92) φέρνουμε εϋθύγραμμο άγωγό, πού είναι στερεωμένος σέ δύο κατακόρυφα εύκαμπτα σύρματα έτσι, ώστε νά είναι όριζόντιος και κάθετος στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου. Όταν ό άγωγός διαρρέεται άπό ρεύμα, τότε στόν άγωγό άναπτύσσεται μία

όριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  πού κινεί τόν άγωγό. Αν άντιστραφεί ή φορά του ρεύματος ή ή φορά του μαγνητικού πεδίου, τότε άντιστρέφεται και ή φορά τής δυνάμεως  $\vec{F}$ .

Αϋτή ή δύναμη  $\vec{F}$  πού άναπτύσσεται στόν άγωγό όνομάζεται δύναμη Laplace ή ήλεκτρομαγνητική δύναμη και είναι κάθετη στό επίπεδο πού όρίζουν ή διεύθυνση του ρεύματος και ή διεύθυνση τών δυναμικών γραμμών του όμογενούς μαγνητικού πεδίου. Η φορά τής ήλεκτρομαγνη-

τικής δυνάμεως  $\vec{F}$  προσδιορίζεται με τόν έξής έμπειρικό κανόνα (σχ. 93) : Άνοιγουμε τά τρία πρώτα δάχτυλα του δεξιού χεριού μας έτσι, ώστε νά σχηματίζουν μεταξύ τους όρθές γωνίες, και κατευθύνουμε τόν άντίχειρα κατά τή φορά του ρεύματος, τό δείκτη κατά τή φορά τών δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου. Τότε τό μεσαίο δάχτυλο δείχνει τή φορά

καί έχει φορά που προσδιορίζεται με τον κανόνα των τριών δαχτύλων.

II. Τό μέτρο (F) της ηλεκτρομαγνητικής δύναμεις είναι ανάλογο :  
 α) με τό μήκος ( $\Delta l$ ) του στοιχειώδους τμήματος του άγωγού, β) με τήν ένταση (I) του ρεύματος, γ) με τό μέτρο (B) της μαγνητικής επαγωγής του πεδίου καί δ) με τό ήμίτονο της γωνίας ( $\phi$ ) που σχηματίζει ό άγωγός με τή διεύθυνση των δυναμικών γραμμών.

$$\text{νόμος του Laplace } F = \Delta l \cdot I \cdot B \cdot \eta\mu \phi$$

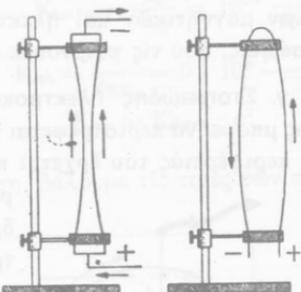
$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta l \text{ σε m, I σε A} \\ B \text{ σε T, F σε N} \end{array} \right.$$

Αν ό άγωγός είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου ( $\phi = 90^\circ$ ), τότε ή ηλεκτρομαγνητική δύναμη έχει τή μέγιστη τιμή της :

$$F = \Delta l \cdot I \cdot B$$

α. Παράλληλα ρεύματα. Διαβιβάζουμε ρεύμα σε δύο κατακόρυφους καί εύκαμπτους άγωγούς έτσι, ώστε νά έχουμε δύο παράλληλα ρεύματα (σχ. 94). Παρατηρούμε ότι οι δύο άγωγοί έλκονται μεταξύ τους, όταν διαρρέονται από όμόρροπα ρεύματα, ενώ αντίθετα, οι δύο άγωγοί άπωθοούνται μεταξύ τους, όταν διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα. Αυτή ή άμοιβαία έλξη ή άπωση των δύο άγωγών είναι συνέπεια του νόμου του Laplace, γιατί κάθε ρεύμα δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο που επιδρά στό άλλο ρεύμα.

Αν τό μήκος κάθε άγωγού είναι  $l$ , ή μεταξύ τους άπόσταση είναι  $r$  καί οι δύο άγωγοί διαρρέονται από ρεύμα έντάσεως I, τότε εύκολα βρίσκουμε ότι ή ηλεκτρομαγνητική δύναμη με τήν όποία έλκονται ή άπωθοούνται μεταξύ τους οι δύο άγωγοί έχει μέτρο :



Σχ. 94. Έλξη ή άπωση μεταξύ δύο παράλληλων ρευμάτων.

$$\text{δύναμη μεταξύ παράλληλων ρευμάτων } F = 10^{-7} \cdot \frac{2l \cdot I^2}{r}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 10^{-7} \text{ N/A}^2 \\ l, r \text{ σε m} \\ I \text{ σε A} \\ F \text{ σε N} \end{array} \right. \quad (1)$$

**Παρατήρηση.** Άν τά δύο παράλληλα ρεύματα έχουν εντάσεις  $I_1$  καί  $I_2$ , τότε είναι:

$$F = 10^{-7} \cdot \frac{2l \cdot I_1 \cdot I_2}{r}$$

β. Όρισμός τής θεμελιώδους μονάδας Ampère στο διεθνές σύστημα μονάδων (SI). Ξέρουμε ότι στο διεθνές σύστημα μονάδων (SI), έπομένως καί στο σύστημα MKSA (πού είναι τμήμα του συστήματος SI), ή μονάδα εντάσεως ρεύματος 1 Ampère (1 A) είναι θεμελιώδης μονάδα καί όρίζεται από τήν εξίσωση (1). Άν σ' αυτή τήν εξίσωση βάλουμε:

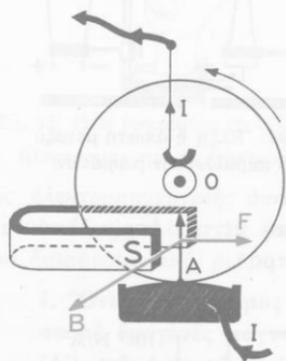
$$l = 1 \text{ m}, I = 1 \text{ A}, r = 1 \text{ m}, \text{ βρίσκουμε } F = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

Έτσι έχουμε τόν εξής όρισμό:

**1 Ampère (1 A) είναι ή ένταση ρεύματος πού, όταν διαρρέει δύο παράλληλους, εϋθύγραμμους καί μέ άπειρο μήκος άγωγούς οί όποιοι βρίσκονται στο κενό καί απέχουν μεταξύ τους 1 m, άναπτύσσει μεταξύ αυτών των άγωγών ήλεκτρομαγνητική δύναμη ίση μέ  $2 \cdot 10^{-7}$  Newton κατά μέτρο μήκους.**

**Παρατήρηση.** Αυτός ό ήλεκτρομαγνητικός όρισμός τής θεμελιώδους μονάδας Ampère επιβάλλεται από θεωρητικούς λόγους. Οί μονάδες των άλλων μαγνητικών καί ήλεκτρικών μεγεθών καθορίζονται από όρισμένες εξισώσεις, πού τις παίρνουμε ως εξισώσεις όρισμού.

γ. Στοιχειώδης ήλεκτροκινητήρας. Ένας κατακόρυφος χάλκινος δίσκος μπορεί νά περιστρέφεται γύρω από όριζόντιο άξονα καί ένα μικρό τμήμα τής περιφέρειάς του έρχεται πάντοτε σέ επαφή μέ τήν επιφάνεια ύδραργύρου (σχ. 95). Ό άξονας του τροχού καί ό ύδραργυρος συνδέονται μέ τούς πόλους γεννήτριας. Τότε κατά τή διεύθυνση τής άκτίνας OA περνάει ρεύμα. Ό δίσκος βρίσκεται μέσα σέ όμογενές μαγνητικό πεδίο πού ή μαγνητική



Σχ. 95. Άρχή του ήλεκτροκινητήρα.

έπαγωγή του B είναι κάθετη στο επίπεδο του δίσκου. Παρατηρούμε ότι ό δίσκος περιστρέφεται. Αυτή ή κίνηση του δίσκου εξηγείται ως εξής: Τό ρεύμα πού διατρέχει τήν άκτίνα OA, διατρέχει έναν εϋθύγραμμο άγώγο καί έπομένως πάνω στην άκτίνα ενεργεί μία ήλεκτρομαγνητική δύναμη  $\vec{F}$  πού είναι κάθετη στην άκτίνα, βρίσκεται πάνω στο επίπεδο του δι-

σκου και γι' αυτό προκαλεί την περιστροφή του δίσκου. Τό ίδιο συμβαίνει σε κάθε ακτίνα του δίσκου, όταν αυτή διαρρέεται από τό ρεύμα. Αν αντιστραφεί ή φορά του ρεύματος ή ή φορά του μαγνητικού πεδίου, τότε αντιστρέφεται και ή φορά τής περιστροφής του δίσκου. Τό πείραμα αυτό έρμηνεύει τή λειτουργία των *ήλεκτροκινητήρων*.

### 64. Γενική παρατήρηση γιά τίς σταθερές του συστήματος μονάδων MKSA

Όπως είδαμε, στίς εξισώσεις του Μαγνητισμού και του Ήλεκτρισμού υπάρχουν όρισμένες σταθερές που οί τιμές τους αναφέρονται άνακεφαλαιωτικά στον παρακάτω πίνακα.

#### Μαγνητικές και ήλεκτρικές σταθερές

Μέγεθος	Σταθερή
Μαγνητική διαπερατότητα του κενού	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$
Διηλεκτρική σταθερή του κενού	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Cb}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$
Μαγνητική σταθερή του Coulomb	$K_{\text{μαγν}} = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$
Ήλεκτρική σταθερή του Coulomb	$K_{\text{ηλ}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{Cb}^2}$
Σχέση των σταθερών $K_{\text{μαγν}}$ και $K_{\text{ηλ}}$	$K_{\text{ηλ}} = K_{\text{μαγν}} \cdot c^2$

**Παρατήρηση.** Αν στην τελευταία εξίσωση βάλουμε τίς τιμές των σταθερών  $K_{\text{ηλ}}$  και  $K_{\text{μαγν}}$ , βρίσκουμε :

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot c^2 \quad \text{άρα}$$

$$\frac{1}{\mu_0 \cdot \epsilon_0} = c^2$$

Η εξίσωση που βρήκαμε συνδέει στό σύστημα MKSA τίς τρεις σταθερές του κενού  $\mu_0$ ,  $\epsilon_0$  και  $c$ .

### ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

84. Ένας εϋθύγραμμος άγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντάσεως  $I = 31,4 \text{ A}$ . Πόση είναι ή μαγνητική έπαγωγή  $B$  σε άπόσταση  $r = 5 \text{ cm}$  από τον άγωγό ;

85. Ένας εϋθύγραμμος άγωγός άποτελείται από μιά δέσμη 6 εϋθύγραμμων συρμάτων που τό καθένα διαρρέεται από ρεύμα έντάσεως  $I = 10 \text{ A}$ . Πόση είναι ή μαγνητική έπαγωγή

B σέ απόσταση  $r = 2 \text{ cm}$  από τόν άγωγό ; "Αν σ' αυτό τό σημείο του πεδίου είναι ένας μαγνητικός πόλος μέ ποσότητα μαγνητισμού  $m = +4 \text{ A} \cdot \text{m}$ , πόση δύναμη έξασκει τό πεδίο σ' αυτό τόν πόλο ;

86. Δύο εϋθύγραμμοί άγωγοί είναι παράλληλοι, απέχουν μεταξύ τους  $6 \text{ cm}$  και διαρρέονται από ρεύματα πού έχουν τήν ίδια ένταση  $I = 30 \text{ A}$ . Πόση είναι ή μαγνητική έπαγωγή σέ ένα σημείο Δ, πού βρίσκεται μεταξύ τών δύο άγωγών και απέχει  $r_1 = 2 \text{ cm}$  από τόν ένα άγωγό και  $r_2 = 4 \text{ cm}$  από τόν άλλο, όταν τά δύο παράλληλα ρεύματα είναι όμόρροπα και όταν είναι αντίρροπα ;

87. "Ενας εϋθύγραμμος άγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντάσεως  $I = 2 \text{ A}$ . Σέ απόσταση  $r$  από τόν άγωγό βρίσκεται βόρειος μαγνητικός πόλος, πού έχει ποσότητα μαγνητισμού  $m = 0,5 \text{ A} \cdot \text{m}$  και μπορεί νά κινείται έλεύθερα μέ τήν επίδραση του μαγνητικού πεδίου του ρεύματος. Πόσο έργο (W) παράγεται από τό πεδίο, όταν ό πόλος  $m$  διαγράψει μιά όλόκληρη δυναμική γραμμή του πεδίου ; Ποιά σχέση έχει αυτό τό έργο μέ τήν απόσταση  $r$  ;

88. "Ενας κυκλικός άγωγός έχει άκτίνα  $r = 20 \text{ cm}$  και διαρρέεται από ρεύμα έντάσεως  $I = 5 \text{ A}$ . Πόση είναι ή μαγνητική έπαγωγή B στό κέντρο του κυκλικού άγωγού ;

89. "Ενα κυκλικό πλαίσιο άποτελείται από  $n = 50$  σπείρες, πού καθεμιά έχει άκτίνα  $r = 10 \text{ cm}$ . Πόση πρέπει νά είναι ή ένταση  $I$  του ρεύματος, ώστε ή μαγνητική έπαγωγή στό κέντρο του πλαισίου νά είναι ίση μέ  $B = 6,28 \cdot 10^{-3} \text{ T}$  ; Πόση μαγνητική ροή Φ περνάει από τό πλαίσιο ;

90. "Ενα κυκλικό πλαίσιο άποτελείται από  $n = 100$  σπείρες, πού ή άκτίνα τους είναι  $r = 10 \text{ cm}$ . Οί άκρες του πλαισίου συνδέονται μέ γεννήτρια, πού έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E = 6 \text{ V}$  και έσωτερική αντίσταση  $R_g = 2 \Omega$ . Τότε στό κέντρο του πλαισίου ή μαγνητική έπαγωγή έχει μέτρο  $B = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ . Πόση είναι ή αντίσταση  $R$  του πλαισίου ;

91. "Ενα πηνίο άποτελείται από  $N = 1600$  σπείρες, έχει μήκος  $l = 10 \text{ cm}$  και διαρρέεται από ρεύμα έντάσεως  $I = 15 \text{ A}$ . Πόση είναι ή μαγνητική έπαγωγή στό κέντρο του πηνίου ;

92. "Ενα πηνίο έχει μήκος  $l = 50 \text{ cm}$  και άποτελείται από  $N = 500$  σπείρες, πού καθεμιά έχει έμβαδό  $S = 20 \text{ cm}^2$ . Τό πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντάσεως  $I = 0,5 \text{ A}$ . Πόση είναι ή μαγνητική έπαγωγή B στό κέντρο του πηνίου και πόση είναι ή μαγνητική ροή Φ πού περνάει από τό πηνίο ;

93. "Ενα πηνίο έχει  $N = 4000$  σπείρες, μήκος  $l = 40 \text{ cm}$  και στό κέντρο του ή μαγνητική έπαγωγή είναι  $B_0 = 251,2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ . Πόση είναι ή ένταση  $I$  του ρεύματος ; Πόση γίνεται ή μαγνητική έπαγωγή στό κέντρο του πηνίου, αν μέσα σ' αυτό βάλουμε μιά ράβδο από μαλακό σίδηρο πού έχει μαγνητική διαπερατότητα  $\mu = 3000$  ;

94. "Ενα μακρύ σωληνοειδές άποτελείται από  $n = 12$  σπείρες/cm και διαρρέεται από ρεύμα έντάσεως  $I = 3 \text{ A}$ . "Ενας μαγνητικός πόλος μέ ποσότητα μαγνητισμού  $m = +50 \text{ A} \cdot \text{m}$  μετακινείται κατά  $s = 4 \text{ cm}$  κατά μήκος του άξονα του σωληνοειδούς και στήν περιοχή του κέντρου του σωληνοειδούς. Πόσο έργο παράγεται κατά τή μετακίνηση αυτή ;

95. "Ενας εϋθύγραμμος άγωγός μήκους  $l = 5 \text{ cm}$  διαρρέεται από ρεύμα έντάσεως  $I = 20 \text{ A}$  και βρίσκεται μέσα σέ όμογενές μαγνητικό πεδίο πού έχει μαγνητική έπαγωγή  $B = 0,02 \text{ T}$ . "Ο άγωγός σχηματίζει γωνία  $\varphi = 30^\circ$  μέ τίς δυναμικές γραμμές του πεδίου. Πόση είναι ή ηλεκτρομαγνητική δύναμη  $F$  πού αναπτύσσεται στόν άγωγό ; Πόση είναι ή μεγαλύτερη τιμή πού μπορεί νά έχει ή δύναμη  $F$  και τότε συμβαίνει αυτό ;

96. Δύο εθθύγραμμα σύρματα μήκους  $l = 40$  cm απέχουν μεταξύ τους  $r = 4$  cm. Τά σύρματα διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα έντασεως  $I = 2$  A. Πόση είναι η ηλεκτρομαγνητική δύναμη  $F$  που ένεργεί στο κάθε σύρμα εξαιτίας του μαγνητικού πεδίου του άλλου ρεύματος ;

97. Δύο κατακόρυφα σύρματα  $\Gamma$  και  $\Delta$  έχουν μεγάλο μήκος, απέχουν μεταξύ τους 8 cm και διαρρέονται από ρεύματα που έχουν φορά προς τα πάνω και ένταση  $I_{\Gamma} = 30$  A και  $I_{\Delta} = 20$  A. Ένα τρίτο κατακόρυφο σύρμα  $Z$  βρίσκεται ανάμεσα στα δύο προηγούμενα σύρματα, σε απόσταση 3 cm από το σύρμα  $\Gamma$  και 5 cm από το σύρμα  $\Delta$  και διαρρέεται από ρεύμα που έχει φορά προς τα κάτω και ένταση  $I_Z = 10$  A. Νά βρεθεί η δύναμη  $F$  που ένεργεί πάνω σε μήκος  $l = 25$  cm του σύρματος  $Z$ .

98. Στο άτομο του υδρογόνου το ηλεκτρόνιο διαγράφει με ταχύτητα  $v = 2,2 \cdot 10^6$  m/sec κυκλική τροχιά, που έχει ακτίνα  $r = 0,53 \cdot 10^{-10}$  m. α) Πόσο ηλεκτρικό φορτίο  $q$  περνάει κατά δευτερόλεπτο από ένα σημείο της τροχιάς του ηλεκτρονίου ; β) Πόση είναι η ένταση  $I$  του κυκλικού ρεύματος που δημιουργεί η κίνηση του ηλεκτρονίου ; γ) Πόση είναι η μαγνητική επαγωγή  $B$  στο κέντρο αυτού του κυκλικού ρεύματος ;

## ΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΥΓΡΩΝ

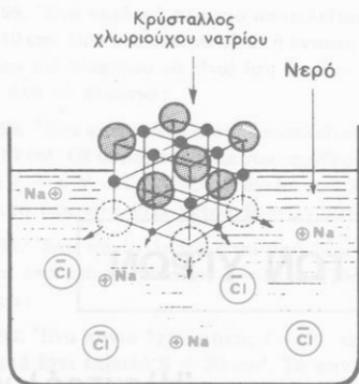
### Ήλεκτρώλυση

#### 65. Ήλεκτρολύτες

Η ηλεκτρική αγωγιμότητα των μετάλλων οφείλεται στα ελεύθερα ηλεκτρόνια τους, τα οποία κινούνται μέσα στο μέταλλο με την επίδραση ηλεκτρικού πεδίου, και γι' αυτό λέμε ότι τα μέταλλα έχουν ηλεκτρονική αγωγιμότητα. Πειραματικά βρήκαμε ότι από όλα τα υγρά ηλεκτρική αγωγιμότητα έχουν τα υδατικά διαλύματα των οξέων, των βάσεων και των αλάτων καθώς και τα τήγματα των βάσεων και των αλάτων. Αυτοί οι υγροί αγωγοί ονομάζονται ηλεκτρολύτες, γιατί παρουσιάζουν το φαινόμενο της ηλεκτρολύσεως, δηλαδή στα δύο ηλεκτρόδια εμφανίζονται ορισμένα προϊόντα (§ 22β). Λέμε ότι οι ηλεκτρολύτες έχουν ηλεκτρολυτική αγωγιμότητα (όπως θα δούμε αυτή διαφέρει από την ηλεκτρονική αγωγιμότητα των μετάλλων).

## 66. Έξήγηση της ηλεκτρολυτικής άγωγιμότητας

α. Ηλεκτρολυτική διάσταση. Η θεωρητική και η πειραματική έρευνα απέδειξαν ότι τό μόριο κάθε ηλεκτρολύτη αποτελείται από τήν ένωση δύο ετερώνυμων ιόντων πού έχουν κατ' άπόλυτη τιμή ίσα ηλεκτρικά φορτία. Τό θετικό ή άρνητικό φορτίο, πού έχει κάθε ιόν, είναι πάντοτε ίσο μέ *άκέραιο πολλαπλάσιο* του στοιχειώδους ηλεκτρικού φορτίου  $e$ . Ο αριθμός των στοιχειωδών ηλεκτρικών φορτίων πού έχει πάνω του ένα ιόν, είναι ίσος μέ τό σθένος του στοιχείου ή της ρίζας πού αποτελεί τό ιόν. Έτσι π.χ. τό μόριο του χλωριούχου νατρίου αποτελείται από ένα θετικό ιόν νατρίου  $\text{Na}^+$  και ένα άρνητικό ιόν χλωρίου  $\text{Cl}^-$ . Όταν αυτά τά δύο ιόντα είναι ένωμένα, τό μόριο είναι ουδέτερο.



Σχ. 96. Ηλεκτρολυτική διάσταση.

Όταν τό χλωριούχο νάτριο διαλύεται στό νερό, τότε τά ιόντα νατρίου  $\text{Na}^+$  και τά ιόντα χλωρίου  $\text{Cl}^-$  *άποχωρίζονται* τό ένα από τό άλλο και διασκορπίζονται μέσα στό διάλυμα. Έτσι μέσα στό διάλυμα υπάρχουν ελεύθερα ιόντα νατρίου  $\text{Na}^+$  και *ίσος αριθμός* ελεύθερων ιόντων χλωρίου  $\text{Cl}^-$  (σχ. 96). Τό διάλυμα είναι ηλεκτρικός ουδέτερο, γιατί τά φορτία των θετικών και των άρνητικών ιόντων είναι ίσα (κατ' άπόλυτη τιμή). Αυτός ό διαχωρισμός του μορίου του ηλεκτρολύτη σε δύο ετερώνυμα ιόντα ονομάζεται *ηλεκτρολυτική διάσταση* και παριστάνεται ως εξής :

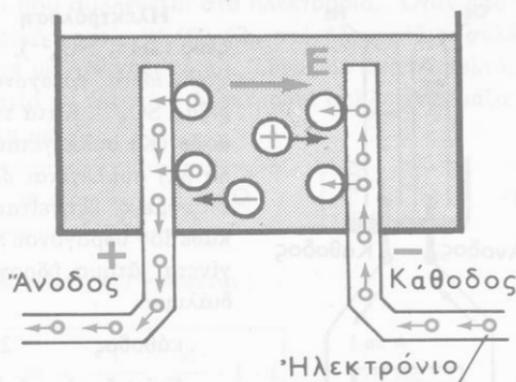


Στό φαινόμενο της ηλεκτρολυτικής διαστάσεως παίζουν σημαντικό ρόλο και τά *μόρια του νερού*, τά όποια υποβοηθούν στον άποχωρισμό των δύο ιόντων του μορίου. Στόν παρακάτω πίνακα αναφέρεται ή ηλεκτρολυτική διάσταση μερικών συνηθισμένων ηλεκτρολυτών.

Ηλεκτρολυτική διάσταση μερικών ηλεκτρολυτών

Υδροχλωρικό όξύ $\text{HCl}$	$\text{H}^+, \text{Cl}^-$	Νιτρικός άργυρος $\text{AgNO}_3$	$\text{Ag}^+, \text{NO}_3^-$
Νιτρικό όξύ $\text{HNO}_3$	$\text{H}^+, \text{NO}_3^-$	Θειικός χαλκός $\text{CuSO}_4$	$\text{Cu}^{2+}, \text{SO}_4^{2-}$
Θειικό όξύ $\text{H}_2\text{SO}_4$	$2\text{H}^+, \text{SO}_4^{2-}$	Χλωριούχο νάτριο $\text{NaCl}$	$\text{Na}^+, \text{Cl}^-$

β. Ή ηλεκτρολυτική αγωγιμότητα. Ήταν τό ύδατικό διάλυμα τοϋ ήλεκτρολύτη είναι μέσα στο βολτάμετρο και κλείσουμε τό κύκλωμα, τότε μεταξύ τών δύο ήλεκτροδίων σχηματίζεται ηλεκτρικό πεδίο (σχ. 97) πού οί δυναμικές γραμμές του έχουν φορά από τήν άνοδο (Α) πρós τήν κάθοδο (Κ). Μέ τήν επίδραση τοϋ ηλεκτρικού πεδίου τά θετικά ίόντα κινούνται



Σχ. 97. Κίνηση τών ίόντων μέ τήν επίδραση τοϋ ηλεκτρικού πεδίου.

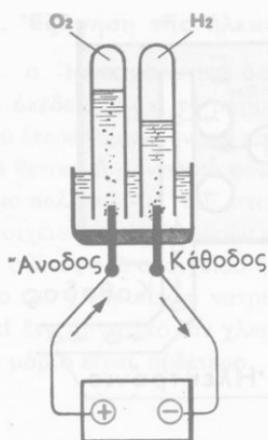
πρós τήν κάθοδο (κατιόντα), ενώ τά αρνητικά ίόντα κινούνται πρós τήν άνοδο (άνιόντα). Κάθε θετικό ίόν, όταν φτάσει στην κάθοδο, παίρνει από αυτή όσα ήλεκτρόνια τοϋ λείπουν και μεταβάλλεται σε ουδέτερο άτομο. Ή αντίθετα κάθε αρνητικό ίόν, όταν φτάσει στην άνοδο, δίνει σ' αυτή όσα ήλεκτρόνια πλεονάζουν πάνω του και μετατρέπεται σε ουδέτερο άτομο. Ή όσα ήλεκτρόνια αφαιρούνται από τήν κάθοδο μέσα σε όρισμένο χρόνο, τόσα άκριβώς ήλεκτρόνια δίνονται στην άνοδο μέσα στον ίδιο χρόνο, γιατί ή ένταση τοϋ ρεύματος είναι σταθερή σε όλο τό κύκλωμα. Ή εξαιτίας λοιπόν τοϋ ηλεκτρικού πεδίου δημιουργείται μέσα στον ήλεκτρολύτη κίνηση τών έτερόνυμων ίόντων κατ' αντίθετη φορά. Αύτή ή κίνηση αποτελεί τό ηλεκτρικό ρεύμα μέσα στον ήλεκτρολύτη. Ή από τά παραπάνω καταλήγουμε στα έξής συμπεράσματα :

I. Ή ηλεκτρολυτική αγωγιμότητα όφείλεται στην ταυτόχρονη, αλλά κατά αντίθετη φορά, κίνηση τών θετικών και αρνητικών ίόντων τοϋ ήλεκτρολύτη μέ τήν επίδραση ηλεκτρικού πεδίου.

II. Ή ό αριθμός τών ήλεκτρονίων πού αφαιρούν από τήν κάθοδο τά θετικά ίόντα είναι ίσος μέ τόν αριθμό τών ήλεκτρονίων πού δίνουν στην άνοδο τά αρνητικά ίόντα μέσα στον ίδιο χρόνο.

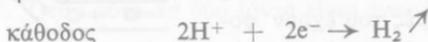
### 67. Παράδειγμα ήλεκτρολύσεως

Ήά έξετάσουμε ένα παράδειγμα ήλεκτρολύσεως μέ βολτάμετρο πού τά ήλεκτρόδιά του είναι από λευκόχρσο για νά μή προσβάλλονται από τά όξέα.



Σχ. 98. Στην κάθοδο συλλέγουμε υδρογόνο και στην άνοδο οξυγόνο.

Ηλεκτρόλυση διαλύματος θειικού όξeos ( $2\text{H}^+$ ,  $\text{SO}_4^{2-}$ ). Μέσα στο διάλυμα υπάρχουν ιόντα υδρογόνου  $\text{H}^+$  και ιόντα θειικής ρίζας  $\text{SO}_4^{2-}$ . Κατά την ηλεκτρόλυση στην κάθοδο (Κ) συλλέγεται υδρογόνο, ενώ στην άνοδο (Α) συλλέγεται οξυγόνο (σχ. 98). Αυτό το φαινόμενο εξηγείται ως εξής: Στην κάθοδο κάθε ιόν υδρογόνου παίρνει ένα ηλεκτρόνιο και γίνεται άτομο υδρογόνου που φεύγει από το διάλυμα.



Στην άνοδο το ιόν της θειικής ρίζας δέν εκφορτίζεται, αλλά αντιδρά με το νερό (δευτερεύουσα αντίδραση). Τα δύο ηλεκτρόνια που δίνονται στην άνοδο προέρχονται από τη δευτερεύουσα αντίδραση:



## 68. Νόμος του Faraday

α. Σταθερή του Faraday. Στη Χημεία ονομάζεται γραμμοισοδύναμο ενός στοιχείου μάζα αυτού του στοιχείου σε γραμμάρια ίση με το χημικό ισοδύναμο του στοιχείου, δηλαδή μάζα σε γραμμάρια ίση με το πηλίκιο της ατομικής μάζας (Α) του στοιχείου διά του σθένους του (n). Άρα:

$$1 \text{ γραμμοισοδύναμο} = \text{A}/n \text{ γραμμάρια}$$

Ο Faraday ανακάλυψε (1883) πειραματικά ότι για το φαινόμενο της ηλεκτρολύσεως ισχύει ένας γενικός νόμος, που ονομάζεται νόμος του Faraday:

Όταν από οποιοδήποτε ηλεκτρολύτη περάσει ηλεκτρικό φορτίο 96 500 Cb, τότε στο ηλεκτρόδιο του βολταμέτρου συλλέγεται μάζα του στοιχείου ίση με ένα γραμμοισοδύναμο από αυτό το στοιχείο.

Αυτό το σταθερό ηλεκτρικό φορτίο κατά γραμμοισοδύναμο ονομάζεται σταθερή του Faraday (F).

$$\text{σταθερή του Faraday} \quad F = 96\,500 \text{ Cb/γραμμοισοδύναμο}$$

β. Μάζα του στοιχείου που συλλέγεται στο ηλεκτρόδιο. Όταν από το βολτάμετρο περνάει ηλεκτρικό φορτίο 96 500 Cb, στο ηλεκτρόδιο συλλέγεται μάζα του στοιχείου ίση με A/n γραμμάρια. Ωστε, αν από το βολτάμετρο περάσει ηλεκτρικό φορτίο Q, τότε στο ηλεκτρόδιο συλλέγεται μάζα m του στοιχείου, που είναι ίση με :

$$\boxed{\text{νόμος του Faraday} \quad m = \frac{I}{96\,500} \cdot \frac{A}{n} \cdot Q} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q \text{ σε Cb} \\ m \text{ σε gr} \end{array} \right. \quad (1)$$

Επειδή είναι  $Q = I \cdot t$ , η εξίσωση (1) γράφεται :

$$\boxed{\text{νόμος του Faraday} \quad m = \frac{I}{96\,500} \cdot \frac{A}{n} \cdot I \cdot t} \quad \left\{ \begin{array}{l} I \text{ σε A} \\ t \text{ σε sec} \\ m \text{ σε gr} \end{array} \right. \quad (2)$$

Οι εξισώσεις (1) και (2) είναι άλλη έκφραση του νόμου του Faraday και μας επιτρέπουν να κάνουμε πειραματική επαλήθευση του νόμου.

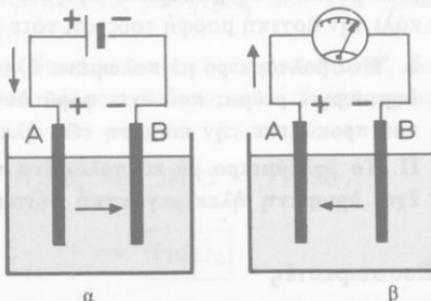
**Παράδειγμα.** Από βολτάμετρο που περιέχει διάλυμα θειικού ψευδαργύρου ( $ZnSO_4$ ) περνάει επί 16 min 5 sec ρεύμα έντασης  $I = 10$  A. Για τόν ψευδάργυρο είναι  $A = 65$ ,  $n = 2$ . Στην κάθοδο συλλέγεται μάζα ψευδαργύρου :

$$m = \frac{I}{96\,500} \cdot \frac{A}{n} \cdot I \cdot t = \frac{1}{96\,500} \cdot \frac{65}{2} \cdot 10 \text{ A} \cdot 965 \text{ sec}$$

καί  $m = 3,25 \text{ gr}$

### 69. Πόλωση των ηλεκτροδίων βολταμέτρου

Μέσα σε ένα βολτάμετρο υπάρχει διάλυμα θειικού οξέος και τα δύο ηλεκτρόδια είναι από λευκόχρυσο. Με ένα βολτόμετρο βρίσκουμε ότι η διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων είναι ίση με μηδέν. Γενικά δύο ίδια ηλεκτρόδια, που είναι βυθισμένα μέσα στον ίδιο ηλεκτρολύτη, δεν παρουσιάζουν διαφορά δυναμικού.



Σχ. 99. Πειραματική απόδειξη της πολώσεως των ηλεκτροδίων του βολταμέτρου.

α. Πόλωση των ηλεκτροδίων. Έχουμε το βολτάμετρο με το διάλυμα του θει-

κού δξέος καί τά δύο ήλεκτρόδια από λευκόχρυσο (σχ. 99 α). "Όταν συνδέσουμε τό βολτάμετρο μέ γεννήτρια, συμβαίνει ήλεκτρόλυση. Από τήν άνοδο (Α) φεύγει δξυγόνο καί από τήν κάθοδο (Κ) φεύγει ύδρογόνο. Μέρος όμως από αυτά τά άέρια μένει πάνω στά ήλεκτρόδια καί έτσι γύρω από κάθε ήλεκτρόδιο σχηματίζεται ένα λεπτό στρώμα άερίου. "Ωστε ή ήλεκτρόλυση προκαλεί *άλλαγή* στά ήλεκτρόδια, ή όποία όνομάζεται *πόλωση* τών ήλεκτροδίων. Τό βολτάμετρο είναι *αποδέκτης*, πού μετατρέπει τήν ήλεκτρική ένέργεια σέ χημική ένέργεια. "Αρα :

Σέ ένα βολτάμετρο, πού στήν άρχή τά ήλεκτρόδιά του είναι ίδια, ή ήλεκτρόλυση προκαλεί *άλλαγές* στά ήλεκτρόδια (πόλωση).

**Παρατήρηση.** Πρίν γίνει ήλεκτρόλυση, υπάρχει *συμμετρία* στίς επαφές τών ήλεκτροδίων μέ τόν ήλεκτρολύτη, γιατί είναι :

Pt — ήλεκτρολύτης — Pt

Κατά τήν ήλεκτρόλυση συμβαίνει πόλωση τών ήλεκτροδίων, πού δημιουργεί *άσυνμετρία* στίς επαφές τών ήλεκτροδίων μέ τόν ήλεκτρολύτη, γιατί είναι:

Pt	—	ήλεκτρολύτης	—	Pt
σκεπασμένος μέ δξυγόνο (ήλεκτρόδιο Α)				σκεπασμένος μέ ύδρογόνο (ήλεκτρόδιο Β)

β. Βολτάμετρο μέ πολωμένα ήλεκτρόδια. "Αφαιρούμε τή γεννήτρια από τό προηγούμενο κύκλωμα καί κλείνουμε τό κύκλωμα (σχ. 99β). Τότε τό κύκλωμα *διαρρέεται από ρεύμα*, πού έχει φορά *άντίθετη* μέ τή φορά του ρεύματος πού προκάλεσε τήν ήλεκτρόλυση. Αυτό τό ρεύμα διαρκεί λίγο χρόνο καί προκαλεί νέα ήλεκτρόλυση, ή όποία εξαφανίζει τήν πόλωση τών ήλεκτροδίων (γιατί στό ήλεκτρόδιο Α σχηματίζεται τώρα ύδρογόνο, ενώ στό ήλεκτρόδιο Β σχηματίζεται δξυγόνο). "Ετσι τά δύο ήλεκτρόδια παίρνουν πάλι τήν άρχική μορφή τους καί τότε τό ρεύμα διακόπτεται. "Ωστε :

I. Ένα βολτάμετρο μέ πολωμένα ήλεκτρόδια είναι γεννήτρια, ή όποία δημιουργεί ρεύμα, πού έχει φορά *άντίθετη* μέ τή φορά του ρεύματος πού προκάλεσε τήν πόλωση τών ήλεκτροδίων.

II. Τό βολτάμετρο μέ τά πολωμένα ήλεκτρόδια είναι γεννήτρια, πού έχει *όρισμένη ήλεκτρεγερτική δύναμη*.

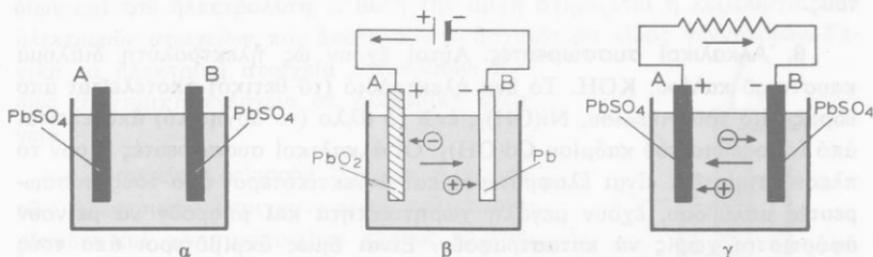
## 70. Συσσωρευτές

"Αν ή πόλωση τών ήλεκτροδίων του βολτάμετρου μπορεί νά διατηρηθεί για άρκετό χρόνο, τότε τό ρεύμα πού προέρχεται από τήν πόλωση τών

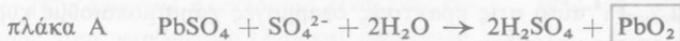
ήλεκτροδίων θά έχει μεγάλη διάρκεια. Σ' αυτή τήν άρχή στηρίζεται ή λειτουργία τών *συσσωρευτών* πού άποτελούν έναν πολύ ευχρηστο τύπο γεννητριών. Στήν πράξη χρησιμοποιούνται κυρίως οί *συσσωρευτές μολύβδου* και οί *άλκαλικοί συσσωρευτές*.

α. *Συσσωρευτές μολύβδου*. Αύτοί έχουν ως ήλεκτρολύτη διάλυμα θεικού οξέος και ως ήλεκτρόδια δύο πλάκες μολύβδου, οί όποιες μόλις βυθιστούν μέσα στό διάλυμα καλύπτονται μέ ένα στρώμα *θεικού μολύβδου*, PbSO<sub>4</sub> (σχ. 100α).

*Φόρτιση*. Κατά τήν ήλεκτρόλυση ό συσσωρευτής *φορτίζεται*, δηλαδή συμβαίνει άλλαγή στήν επιφάνεια τών δύο ήλεκτροδίων. Τότε γίνονται οί εξής χημικές αντιδράσεις (1):

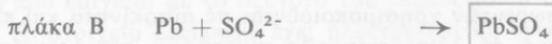
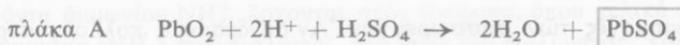


Σχ. 100. Συσσωρευτής (α πριν από τή φόρτιση, β φόρτιση, γ εκφόρτιση).



Παρατηρούμε ότι οί επιφάνειες τών δύο πλακών άλλαξαν και έπομένως ό συσσωρευτής μπορεί νά λειτουργήσει ως *γεννήτρια*, πού έχει ήλεκτρογενετική δύναμη 2 Volt (σχ. 100β).

*Έκφόρτιση*. Ό συσσωρευτής, όταν λειτουργεί ως γεννήτρια, *έκφορτίζεται*. Τότε συμβαίνει πάλι ήλεκτρόλυση και γίνονται οί εξής χημικές αντιδράσεις:



1. Οί χημικές αντιδράσεις πού συμβαίνουν κατά τή φόρτιση και τήν εκφόρτιση τού συσσωρευτή είναι αντίστροφες, και γι' αυτό άπλώς έπισημαίνουμε τήν άλλαγή πού συμβαίνει στά ήλεκτρόδια.

Παρατηρούμε ότι κατά την εκφόρτιση καταστρέφεται ή πόλωση των ηλεκτροδίων και οι επιφάνειές τους γίνονται ίδιες (σχ. 100γ). Ο συσσωρευτής παύει τότε να λειτουργεί ως γεννήτρια και πρέπει να γίνει πάλι ηλεκτρόλυση, για να πολωθούν τα ηλεκτρόδια.

Όνομάζεται *χωρητικότητα* του συσσωρευτή τό ηλεκτρικό φορτίο σέ άμπερώρια (Ah) πού δίνει ό συσσωρευτής, όταν γίνει τέλεια εκφόρτισή του. Η χωρητικότητα του συσσωρευτή εξαρτάται από τή μάζα των ηλεκτροδίων πού μετέχει στίς χημικές αντιδράσεις. Για να αύξηθεί αυτή ή μάζα, οι πλάκες έχουν κοιλότητες και μέσα σ' αυτές συμπιέζουμε κατάλληλα όξειδια του μολύβδου. Οι συσσωρευτές μās δίνουν ως ώφέλιμη ηλεκτρική ενέργεια τά 70 ως 80 % τής ηλεκτρικής ενέργειας πού ξοδεύουμε για τή φόρτισή τους.

β. Άλκαλικοί συσσωρευτές. Αύτοί έχουν ως ηλεκτρολύτη διάλυμα καυστικού καλίου, KOH. Τό ένα ηλεκτρόδιο (τό θετικό) άποτελείται από ύδροξείδιο του νικελίου, Ni(OH)<sub>2</sub>, ενώ τό άλλο (τό άρνητικό) άποτελείται από ύδροξείδιο του καδμίου Cd(OH)<sub>2</sub>. Οι άλκαλικοί συσσωρευτές έχουν τό πλεονέκτημα ότι είναι ελαφρότεροι και άνθεκτικότεροι από τούς συσσωρευτές μολύβδου, έχουν μεγάλη χωρητικότητα και μπορούν να μείνουν άφόρτιστοι χωρίς να καταστραφούν. Είναι όμως ακριβότεροι από τούς συσσωρευτές μολύβδου, έχουν μικρότερη ηλεκτρεγερτική δύναμη (1,3 V), μεγάλη έσωτερική αντίσταση (0,5 Ω) και ή άπόδοσή τους σέ ενέργεια φτάνει μόνο σέ 50 %. Γι' αυτό στίς πρακτικές εφαρμογές χρησιμοποιούμε κυρίως τούς συσσωρευτές μολύβδου.

γ. Συσσωρευτές άργύρου. Αύτοί άποτελούν ένα νέο τύπο άλκαλικών συσσωρευτών, πού ως ηλεκτρολύτη έχουν άλκαλικό διάλυμα, και όταν είναι φορτισμένοι, τό θετικό ηλεκτρόδιο άποτελείται από *ώπεροξείδιο άργύρου*, Ag<sub>2</sub>O<sub>2</sub>, ενώ τό άρνητικό ηλεκτρόδιο άποτελείται από *ψευδάργυρο* Zn. Οι συσσωρευτές άργύρου έχουν μεγάλη άπόδοση σέ ενέργεια πού φτάνει σέ 85 %, είναι ελαφροί και για τήν ίδια μάζα άποταμιεύουν 6 φορές μεγαλύτερη ενέργεια από τούς άλλους τύπους συσσωρευτών. Η χρήση τους διαδίδεται πολύ γρήγορα.

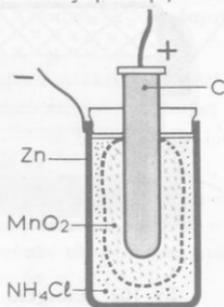
δ. Έφαρμογές τών συσσωρευτών. Άν συνδέσουμε πολλούς συσσωρευτές κατά σειρά, σχηματίζουμε *συστοιχία συσσωρευτών* (μπαταρία). Τέτοιες συστοιχίες συσσωρευτών χρησιμοποιούνται σέ αυτοκίνητα και πλοία για τό φωτισμό και για τή λειτουργία των κινητήρων, στά όρυχεία για τή λειτουργία φορητών ηλεκτρικών λαμπτήρων, στά ύποβρύχια για τή κίνησή τους, όταν είναι βυθισμένα μέσα στή θάλασσα. Σέ μερικές περιπτώσεις (π.χ. για άκουστικά βαρυκοίας) χρησιμοποιούνται οι ελαφροί και στε-

γανοί συσσωρευτές νικελίου-καδμίου. Στά έργοστάσια ηλεκτροπαραγωγής υπάρχουν συστοιχίες συσσωρευτών, οί όποίες άποταμιεύουν τήν ηλεκτρική ένέργεια πού περισσεύει κατά τίς ώρες πού ή ζήτηση είναι έλαττωμένη και τή δίνουν στό κύκλωμά κατά τίς ώρες πού ή ζήτηση είναι μεγάλη (ώρες αιχμής).

### 71. Ήλεκτρικά στοιχεΐα

Στό φορτισμένο συσσωρευτή δύο διαφορετικά ήλεκτρόδια είναι βυθισμένα μέσα στόν ίδιο ήλεκτρολύτη. Τότε ή διάταξη αυτή είναι *γεννήτρια* μέ όρισμένη ηλεκτρεγερτική δύναμη, πού είναι ανεξάρτητη από τίς διαστάσεις τής συσκευής και εξαρτάται μόνο από τή φύση τών δύο ήλεκτροδίων και του ήλεκτρολύτη. Σ' αυτή τήν άρχή στηρίζεται ή λειτουργία τών *ηλεκτρικών στοιχείων*, πού αποτελούν τό άρχαιότερο είδος γεννητριών. Γενικά τά ήλεκτρικά στοιχεΐα *μετατρέπουν άμέσως* τή χημική ένέργεια σέ ηλεκτρική ένέργεια.

α. Στοιχείο Leclanché. Σήμερα ή χρήση τών ηλεκτρικών στοιχείων είναι πολύ περιορισμένη και χρησιμοποιείται κυρίως τό *στοιχείο Leclanché* (σχ. 101). Στό στοιχείο αυτό θετικό ήλεκτρόδιο είναι μιά ράβδος από *άνθρακα* (C), *άρνητικό* ήλεκτρόδιο είναι ένας κύλινδρος από *ψευδάργυρο* (Zn), και ήλεκτρολύτης είναι ύδατικό διάλυμα *χλωριούχου άμμωνίου* ( $NH_4Cl$ ) πού έχει διαποτίσει κατάλληλη ουσία (συνήθως σκόνη ξύλου). Γύρω από τόν άνθρακα υπάρχει *υπεροξειδίο του μαγγανίου* ( $MnO_2$ ). Στό έξωτερικό κύκλωμα τό ρεύμα έχει (συμβατική) φορά από τόν άνθρακα (+ πόλος) πρós τόν ψευδάργυρο (- πόλος) και μέσα στό στοιχείο έχει φορά από τόν ψευδάργυρο πρós τόν άνθρακα.



Σχ. 101. Στοιχείο Leclanché.

Άρχικά στό διάλυμα υπάρχουν ίόντα άμμωνίου  $NH_4^+$  και ίόντα χλωρίου  $Cl^-$ . Κατά τή λειτουργία του στοιχείου τά ίόντα χλωρίου  $Cl^-$  έρχονται στόν ψευδάργυρο και σχηματίζεται χλωριούχος ψευδάργυρος ( $ZnCl_2$ ), ενώ τά ίόντα άμμωνίου  $NH_4^+$  έρχονται στόν άνθρακα, όπου τελικά σχηματίζεται άμμωνία ( $NH_3$ ), πού διαλύεται στό νερό του διαλύματος, και ύδρογόνο ( $H_2$ ) πού καίγεται μέ τό όξυγόνο του υπεροξειδίου του μαγγανίου ( $MnO_2$ ).

Τό στοιχείο Leclanché έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη 1,5 Volt και είναι πολύ εύρηστο, γιατί δέν έχει υγρά (*ξηρό στοιχείο*).

**Παρατήρηση.** Κατά τή λειτουργία του στοιχείου Leclanché συμβαίνουν οί έξής χημικές αντιδράσεις :

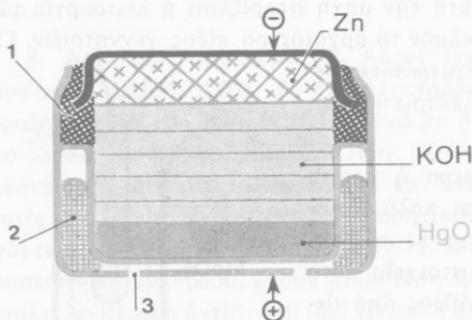
στόν ψευδάργυρο (άνοδος για τό ρεύμα μέσα στο στοιχείο)



στόν άνθρακα (κάθοδος για τό ρεύμα μέσα στο στοιχείο)



β. Στοιχείο μέ υδράργυρο. Τά τελευταία χρόνια (άπό τό 1950) χρησιμοποιούμε σέ πολλές περιπτώσεις ένα νέο στοιχείο, τό *στοιχείο μέ υδράργυρο*. Αυτό έχει θετικό πόλο οξειδίου τοῦ υδραργύρου (HgO), άρνητικό πόλο άμάλγαμα ψευδαργύρου καί ηλεκτρολύτη διάλυμα καυστικού καλίου (KOH)



Σχ. 102. Στοιχείο μέ υδράργυρο.

(1 μονωτής, 2 ουσία άπορροφήσεως των αερίων, 3 έξοδος των αερίων).

πού έχει διαποτίσει κατάλληλη ουσία (σχ. 102). Τό στοιχείο μέ υδράργυρο έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη 1,4 Volt, πού διατηρείται σταθερή για μεγάλο χρονικό διάστημα (πάνω άπό ένα χρόνο), έχει μικρές διαστάσεις (διάμετρο περίπου ένα έκατοστόμετρο καί ύψος λίγα χιλιοστόμετρα), καί πολύ μικρό βάρος. Μέ τό στοιχείο αυτό εφοδιάζουμε σήμερα διάφορες μικρές συσκευές, π.χ. άκουστικά, φωτογραφικές μηχανές, ηλεκτρικά ρολόγια τοῦ χειριού, μικρούς ηλεκτρονικούς ύπολογιστές, άναπτήρες κ.ά.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

**99.** Από ένα βολτάμετρο που περιέχει διάλυμα οξέος περνάει ρεύμα έντασης  $I = 10$  A. Έπί πόσο χρόνο  $t$  πρέπει να περάσει τό ρεύμα, για να λάβουμε στην κάθοδο μάζα υδρογόνου ίση με  $m = 0,2$  gr ; Ατομική μάζα  $A = 1$ , σθένος  $n = 1$ .

**100.** Από ένα βολτάμετρο που περιέχει διάλυμα νιτρικού άργύρου περνάει επί 5 ώρες ( $t = 5$  h) ρεύμα έντασης  $I$ . Στην κάθοδο συλλέγεται μάζα άργύρου ίση με  $m = 16,2$  gr. Πόση είναι ή ένταση του ρεύματος ; Ατομική μάζα  $A_{Ag} : A = 108$ , σθένος  $n = 1$ .

**101.** Από ένα βολτάμετρο που περιέχει διάλυμα άλατος τρισθενούς σιδήρου περνάει ηλεκτρικό φορτίο  $Q = 0,2$  F. Πόση μάζα σιδήρου συλλέγεται στην κάθοδο ; Ατομική μάζα σιδήρου ( $Fe^{3+}$ ) :  $A = 55,85$ .

**102.** Πόση μάζα κασσιτέρου και πόση μάζα ψευδαργύρου συλλέγεται αντίστοιχα στην κάθοδο του βολταμέτρου, όταν από τό βολτάμετρο περάσει τό ίδιο ηλεκτρικό φορτίο που προκαλεί την απόθεση πάνα στην κάθοδο μάζας άργύρου  $m = 2$  gr ; Ατομικές μάζες : άργύρου ( $Ag^{+}$ ) :  $A = 107,88$ , κασσιτέρου ( $Sn^{2+}$ ) :  $A = 118,69$ , ψευδαργύρου ( $Zn^{2+}$ ) :  $A = 65,37$ .

**103.** Μιά σιδερένια πλάκα, που ή επιφάνειά της έχει έμβαδό  $S = 100$  cm<sup>2</sup>, θέλουμε να την έπικαλύψουμε ηλεκτρολυτικά με ένα στρώμα από χαλκό που να έχει πάχος  $a = 2$  mm. Τό ρεύμα έχει ένταση  $I = 5$  A. Πόσο χρόνο  $t$  θα διαρκέσει ή ηλεκτρόλυση ; Ατομική μάζα  $Cu$  :  $A = 63,6$ , σθένος  $n = 2$ , πυκνότητα  $\rho = 8,8$  gr/cm<sup>3</sup>.

**104.** Από μία ηλεκτρόλυση συλλέγουμε στην κάθοδο μάζα χαλκού ίση με  $m = 128$  gr. Πόση ηλεκτρική ενέργεια ξοδεύεται, όταν ή ηλεκτρόλυση γίνεται με τάση  $U_1 = 2$  V και όταν γίνεται με τάση  $U_2 = 10$  V ; Πόσος είναι ό λόγος αυτών των δύο ενεργειών  $E_1$  και  $E_2$  ; Σέ ποιά περίπτωση ξοδεύεται λιγότερη ενέργεια ;  $A = 64$ ,  $n = 2$ .

**105.** Σέ μία ηλεκτρόλυση οξειδίου του άργιλίου στην κάθοδο συλλέγεται κάθε ώρα ( $t = 1$  h) μάζα άργιλίου ίση με  $m = 6700$  gr. Στους πόλους του βολταμέτρου εφαρμόζεται τάση  $U = 5$  V και τό βολτάμετρο έχει αντίσταση  $r = 1,1 \cdot 10^{-4}$  Ω, α) Πόση ισχύς μετατρέπεται μέσα στό βολτάμετρο σέ θερμότητα και πόση σέ χημική ισχύ ; β) Πόση ισχύς ξοδεύεται, για να έλευθερωθεί 1 gr άργιλίου ; Ατομική μάζα  $Al$  :  $A = 27$ , σθένος  $n = 3$ .

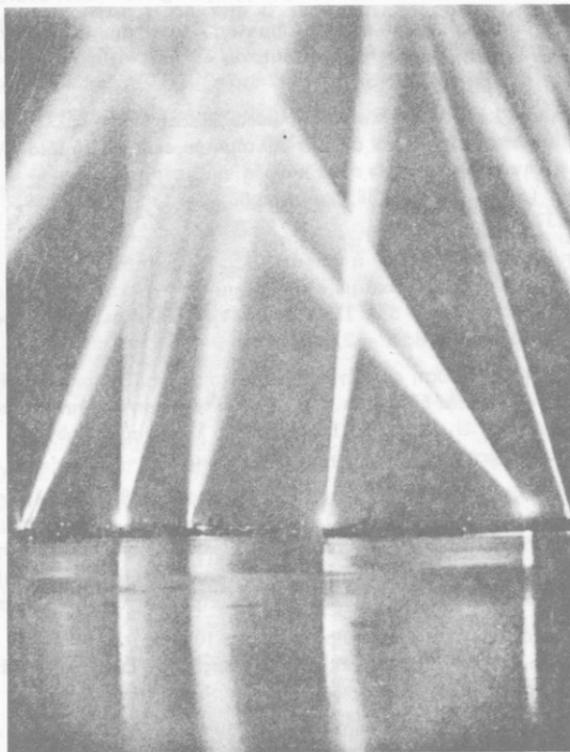
**106.** Μέ ρεύμα έντασης  $I = 3$  A φορτίζουμε επί 10 ώρες ( $t = 10$  h) ένα συσσωρευτή. Πόσο ηλεκτρικό φορτίο θα μάς δώσει ό συσσωρευτής, όταν εκφορτιστεί, άν ή απόδοσή του σέ ηλεκτρικό φορτίο είναι 90 %.

**107.** Ένας συσσωρευτής έχει χωρητικότητα 30 άμπερώρια ( $Q = 30$  Ah) και λειτουργεί ώσπου να δώσει τά 2/3 του φορτίου  $Q$  που έχει αποταμείσει. Πόσες ώρες μπορεί αυτός ό συσσωρευτής να τροφοδοτήσει ένα λαμπτήρα με ρεύμα έντασης  $I = 0,5$  A ;

**108.** Μιά συστοιχία συσσωρευτών έχει χωρητικότητα  $Q_0 = 50$  Ah, ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E = 80$  V, άσημαντη έσωτερική αντίσταση και τροφοδοτεί 10 λαμπτήρες πυρακτώσεως, που συνδέονται παράλληλα και ό καθένας έχει ισχύ καταναλώσεως  $P_1 = 25$  W. Οί άλλοι άγωγοί του κυκλώματος έχουν άσημαντη αντίσταση. α) Πόση πρέπει να είναι ή αντίσταση κάθε λαμπτήρα και πόση είναι ή ένταση  $I$ , του ρεύματος που περνάει από κάθε λαμπτήρα ; β) Πόσες ώρες μπορεί ή συστοιχία να τροφοδοτήσει ταυτόχρονα τούς 10 λαμπτήρες, άν ή απόδοσή της σέ ηλεκτρικό φορτίο είναι 85 % ; Πόση ενέργεια δίνει ή συστοιχία στό κύκλωμα ;

109. Πόσο είναι σέ άμπερώρια τό μέγιστο ήλεκτρικό φορτίο πού μπορεί νά δώσει ένα στοιχείο Leclanché, άν κατά τή λειτουργία του στοιχείου χρησιμοποιηθεί όλη ή μάζα του ψευδαργύρου  $m = 200 \text{ gr}$ ; 'Ατομική μάζα Zn :  $A = 65$ , σθένος  $n = 2$ .

110. Τρία στοιχεία Leclanché συνδέονται κατά σειρά. 'Η συστοιχία δίνει σέ ένα κύκλωμα ρεύμα έντάσεως  $I = 2 \text{ A}$  επί 25 ώρες ( $t = 25 \text{ h}$ ). Πόση μάζα ψευδαργύρου ξοδεύεται σ' αυτό τό χρονικό διάστημα; 'Ατομική μάζα Zn :  $A = 65$ , σθένος  $n = 2$ .



Φωτεινές δέσμες προβολών.

## ΟΠΤΙΚΗ

### Διάδοση του φωτός

#### 72. Όρισμοί

Όνομάζουμε *φως* τό φυσικό αίτιο πού διεγείρει τό μάτι μας καί τό κάνει νά βλέπουμε. Τό πείραμα απέδειξε ότι τό φως είναι μιá *μορφή ενέργειας*, πού διαδίδεται μέ τά ηλεκτρομαγνητικά κύματα.

Ένα σῶμα είναι ὁρατό, ὅταν στέλνει φως στό μάτι μας. Μερικά σώματα ἐκπέμπουν ἀπό μόνα τους φως καί ὀνομάζονται *αὐτόφωτα σώματα* ἢ *φωτεινές πηγές* (Ήλιος, ἀπλανεῖς ἀστέρες, φλόγες). Ένα σῶμα, πού δέν είναι αὐτόφωτο, γίνεται ὁρατό μόνο ὅταν πέφτει πάνω του τό φως μιᾶς φωτεινῆς πηγῆς καί ἕνα μέρος αὐτοῦ τοῦ φωτός ἐκπέμπεται ἀπό τό σῶμα. Αὐτά τά σώματα ὀνομάζονται *ἐτερόφωτα σώματα* (Σελήνη, πλανῆτες, τά περισσότερα ἀπό τά γύρω μας σώματα). Τό φως, πού ἐκπέμπουν οἱ διάφορες φωτεινές πηγές (φυσικές καί τεχνητές), ἔχει τήν ἴδια φύση καί ἀκολουθεῖ τούς ἴδιους νόμους. Όνομάζουμε *διαφανή σώματα* ἐκεῖνα πού ἀφήνουν τό φως νά περάσει μέσα ἀπό τήν ὕλη τους (γυαλί, ἀέρας, νερό σέ μικρό πάχος). Ἀντίθετα πολλά σώματα δέν ἀφήνουν τό φως νά περάσει μέσα ἀπό τήν ὕλη τους καί ὀνομάζονται *ἀδιαφανή* (πλάκα ἀπό μέταλλο, ξύλο κ.ἄ.). Μερικά ἄλλα σώματα (ὀρισμένα εἶδη γυαλιοῦ), πού τά ὀνομάζουμε *ἡμιδιαφανή*, ἀφήνουν τό φως νά περάσει, ἀλλά δέν ἐπιτρέπουν νά διακρίνεται τό σχῆμα τῶν φωτεινῶν ἀντικειμένων. Ἡ διάκριση τῶν σωμάτων σέ διαφανή, ἀδιαφανή καί ἡμιδιαφανή δέν είναι ἀπόλυτη, γιατί π.χ. τό νερό, ὅταν σχηματίζει παχύ στρώμα είναι ἀδιαφανές, ἐνῶ ἀντίθετα, ἕνα πολύ λεπτό φύλλο χρυσοῦ είναι ἡμιδιαφανές.

Όλες οἱ συνηθισμένες φωτεινές πηγές ἔχουν διαστάσεις, σέ πολλές ὁμως περιπτώσεις δεχόμαστε ὅτι ἡ φωτεινή πηγή δέν ἔχει διαστάσεις καί

τότε λέμε ότι ή φωτεινή πηγή είναι *φωτεινό σημείο*, πού εκπέμπει φώς προς ὄλες τίσ διευθύνσεις.

### 73. Εὐθύγραμμη διάδοση τοῦ φωτός

Ἐπό διάφορα φαινόμενα τής καθημερινής ζωής (π.χ. τό σχηματισμό τής σκιάς ἑνός σώματος), κυρίως ὁμως ἀπό τή μελέτη τῶν ὀπτικῶν φαινομένων συνάγεται ὁ ἀκόλουθος νόμος τής *εὐθύγραμμης διαδόσεως τοῦ φωτός*:

**Μέσα σέ ὁμογενές καί ισότροπο μέσο τό φώς διαδίδεται εὐθύγραμμα.**



Σχ. 103. Φωτεινές δέσμες (α συγκλίνουσα, β παράλληλη, γ ἀποκλίνουσα).

α. Φωτεινή ἀκτίνα, φωτεινές δέσμες. Ἡ εὐθεία γραμμή πού ἀκολουθεῖ τό φώς κατά τή διάδοσή του ὀνομάζεται *φωτεινή ἀκτίνα*. Οἱ φωτεινές ἀκτίνες ξεφεύγουν ἀπό τή φωτεινή πηγή ὁμοίμορφα προς ὄλες τίσ κατευθύνσεις.

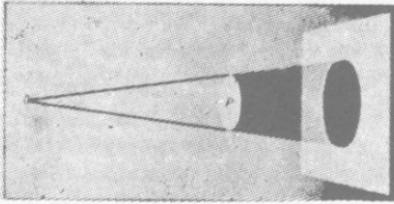
Πολλές φωτεινές ἀκτίνες ἀποτελοῦν μιά *φωτεινή δέσμη*. Ἄν ὄλες οἱ ἀκτίνες μιᾶς φωτεινῆς δέσμης περνοῦν ἀπό ἕνα σημείο, τότε ή δέσμη ὀνομάζεται *στιγματική* καί τό θεωρούμενο σημείο ὀνομάζεται ἔστια τής δέσμης. Μιά φωτεινή δέσμη μπορεῖ νά εἶναι *συγκλίνουσα*, *ἀποκλίνουσα* ή *παράλληλη* (σχ. 103).

### 74. Γεωμετρική καί Φυσική Ὀπτική

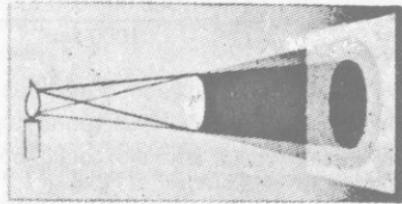
Ὀνομάζεται Ὀπτική τό μέρος τής Φυσικῆς πού ἐξετάζει τίσ ιδιότητες τοῦ φωτός καί τά φαινόμενα πού προκαλεῖ τό φώς (*ὀπτικά φαινόμενα*). Πολλά ὀπτικά φαινόμενα μποροῦμε νά τά ἐξετάσουμε χωρίς νά λάβουμε ὑπόψη τή φύση τοῦ φωτός. Σ' αὐτά τά φαινόμενα οἱ φωτεινές ἀκτίνες θεωροῦνται ὡς γεωμετρικές ἀκτίνες καί ἰσχύει ὁ νόμος τής εὐθύγραμμης διαδόσεως τοῦ φωτός. Αὐτός ὁ τρόπος μελέτης τῶν ὀπτικῶν φαινομένων ἀποτελεῖ τή *Γεωμετρική Ὀπτική*. Ὑπάρχουν ὁμως καί ὀπτικά φαινόμενα πού, γιά νά τά ἐξηγήσουμε, πρέπει νά λάβουμε ὑπόψη ὅτι τό φώς διαδίδεται μέ κύματα. Αὐτός ὁ τρόπος μελέτης τῶν ὀπτικῶν φαινομένων ἀποτελεῖ τή *Φυσική ή Κυματική Ὀπτική* καί ἐρμηνεύει τό σύνολο τῶν ὀπτικῶν φαινομένων.

### 75. Ἀποτελέσματα τής εὐθύγραμμης διαδόσεως τοῦ φωτός

α. Σκιά. Ἄν στήν πορεία τῶν φωτεινῶν ἀκτίνων βρεθεῖ ἕνα ἀδιαφανές σῶμα, τότε πίσω ἀπό τό σῶμα ὑπάρχει ἕνας χῶρος, στόν ὀποῖο δέν μπαίνει φώς. Ὁ χῶρος αὐτός ὀνομάζεται *σκιά*. Ὄταν ή φωτεινή πηγή εἶναι *σημείο*



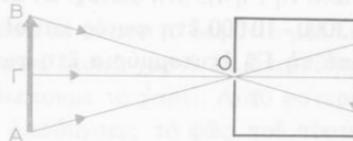
Σχ. 104. Σχηματισμός σκιᾶς.



Σχ. 105. Σκιά και παρασκιά.

(σχ. 104), τότε ἡ μετάβαση ἀπὸ τὸ σκοτεινὸ στὸ φωτεινὸ χῶρο γίνεται ἀπότομα. Ὄταν ὁμως ἡ φωτεινὴ πηγὴ ἔχει διαστάσεις, τότε πίσω ἀπὸ τὸ σῶμα σχηματίζεται ἡ σκιά, στὴν ὁποία δὲν μπαίνει καμιὰ φωτεινὴ ἀκτίνα, καὶ ἀκόμη σχηματίζεται καὶ ἡ παρασκιά, δηλαδή ἕνας χῶρος στὸν ὁποῖο φτάνουν φωτεινὲς ἀκτίνες, πού προέρχονται μόνο ἀπὸ ὀρισμένα σημεῖα τῆς φωτεινῆς πηγῆς (σχ. 105). Σ' αὐτὴ τὴν περίπτωση ἡ μετάβαση ἀπὸ τὸ σκοτεινὸ στὸ φωτεινὸ χῶρο γίνεται βαθμιαία.

β. Σκοτεινὸς θάλαμος. Ὁ σκοτεινὸς θάλαμος εἶναι κλειστὸ κιβώτιο, πού στὴ μιά ἕδρα του ὑπάρχει μικρὴ τρύπα Ο (σχ. 106). Ἄν ἐμπρὸς ἀπὸ αὐτὴ τὴν ἕδρα φέρομε ἕνα φωτεινὸ ἀντικείμενο (ΑΒ), τότε πάνω στὴν ἀπέναντι ἕδρα σχηματίζεται ἀντιστραμμένη ἢ εἰκόνα (Α'Β') τοῦ ἀντικειμένου. Ἡ εἰκόνα αὐτὴ ὀνομάζεται εἰδῶλο καὶ ὀφείλεται στὴν εὐθύγραμμη διάδοση τοῦ φωτός. Τὸ μέγεθος τοῦ εἰδῶλου προσδιορίζεται ἀπὸ τὴ σχέση :



Σχ. 106. Σκοτεινὸς θάλαμος.

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{OG'}{OG}$$

## 76. Ταχύτητα διαδόσεως τοῦ φωτός

Ὄταν τὸ φῶς διαδίδεται στὴν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς ἀπὸ ἕναν τόπο σὲ ἄλλο, φαίνεται ὅτι δὲν μεσολαβεῖ αἰσθητὸς χρόνος ἀπὸ τὴ στιγμὴ, πού φεύγει τὸ φῶς ἀπὸ τὸν ἕναν τόπο, ὡς τὴ στιγμὴ πού φτάνει στὸν ἄλλο τόπο. Πρῶτος ὁ Δανὸς ἀστρονόμος Rømer (1675) βρῆκε ὅτι τὸ φῶς μέσα σὲ 1000 δευτερόλεπτα διατρέχει τὴ διάμετρο τῆς τροχιᾶς τῆς Γῆς, πού εἶναι ἴση μὲ 300

έκατομύρια χιλιόμετρα. ἼΑρα ἡ ταχύτητα τοῦ φωτός στό κενό ( $c_0$ ) εἶναι :

$$c_0 = \frac{s}{t} = \frac{300\,000\,000 \text{ km}}{1000 \text{ sec}} \quad \eta \quad c_0 = 300\,000 \text{ km/sec}$$

Μέ διάφορες μεθόδους μετράμε σήμερα τήν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ φωτός καί γενικά τῶν ἠλεκτρομαγνητικῶν κυμάτων. Ἐπό αὐτές τίς μετρήσεις καταλήγουμε στά ἀκόλουθα συμπεράσματα :

**I. Στό κενό ἡ ταχύτητα τοῦ φωτός ( $c_0$ ) εἶναι 300 000 km/sec (ἡ ἀκριβέστερα 299 792 km/sec).**

$$\text{ταχύτητα φωτός στό κενό } c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$$

**II. Στόν ἀέρα ἡ ταχύτητα τοῦ φωτός ἐλάχιστα διαφέρει ἀπό τήν ταχύτητα τοῦ φωτός στό κενό.**

**III. Στά διαφανή ὑλικά ἡ ταχύτητα τοῦ φωτός εἶναι μικρότερη ἀπό τήν ταχύτητα τοῦ φωτός στό κενό.**

Ἡ ταχύτητα τοῦ φωτός ( $c_0$ ) στό κενό εἶναι μιὰ ἀπό τίς σπουδαιότερες παγκόσμιες σταθερές.

**Σημείωση.** Τό φῶς γιά νά φτάσει ἀπό τόν Ἡλιο στή Γῆ χρειάζεται 8,5 min. Ὁ πλησιέστερος στή Γῆ ἀπλανής εἶναι ὁ α τοῦ Κενταύρου, πού ἀπέχει ἀπό τή Γῆ 4,3 ἔτη φωτός. Οἱ ἀστέρες τοῦ Γαλαξία βρίσκονται σέ ἀπόσταση 3000 - 10 000 ἔτη φωτός καί οἱ ἔξω ἀπό τό Γαλαξία νεφελοειδεῖς ἀπέχουν ἀπό τή Γῆ ἑκατομύρια ἔτη φωτός.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

**111.** Μιά φωτεινή πηγή πού θεωρεῖται σημεῖο βρίσκεται σέ ὕψος 5 m πάνω ἀπό τό ἔδαφος. Μιά κατακόρυφη ράβδος ἔχει μήκος 2 m καί βρίσκεται σέ ἀπόσταση 3 m ἀπό τήν κατακόρυφο πού περνάει ἀπό τή φωτεινή πηγή. Πόσο εἶναι τό μήκος τῆς σκιάς τῆς ράβδου πάνω στό ἔδαφος :

**112.** Δύο σφαῖρες Α καί Α' ἔχουν ἀντίστοιχα ἀκτίνες Ρ καί ρ καί ἡ ἀπόσταση μεταξύ τῶν κέντρων τους Ο καί Ο' εἶναι δ. Ἡ μεγαλύτερη σφαῖρα Α εἶναι φωτεινή πηγή, ἐνῶ ἡ μικρότερη σφαῖρα Α' εἶναι ἀδιαφανής. Πόσο μήκος ἔχει ὁ σκοτεινός κῶνος πού σχηματίζεται πίσω ἀπό τή σφαῖρα Α' ;

Ἐφαρμογή : Ρ = 108 ρ καί δ = 23 240 ρ (ρ εἶναι ἡ ἀκτίνα τῆς Γῆς, Ρ ἡ ἀκτίνα τοῦ Ἡλίου καί δ ἡ ἀπόσταση τῶν κέντρων Ἡλίου καί Γῆς).

113. Δύο ίσες σφαίρες Α και Α' έχουν ακτίνα  $\rho$  και η απόσταση των κέντρων τους Ο και Ο' είναι  $\delta$ . Η σφαίρα Α είναι φωτεινή πηγή, ενώ η σφαίρα Α' είναι άδιαφανής. Πίσω από τη σφαίρα Α' και σε απόσταση  $\varepsilon$  από το κέντρο της Ο' υπάρχει επίπεδο διάφραγμα που είναι κάθετο στην ευθεία ΟΟ'. Νά βρεθούν οι ακτίνες των κύκλων της σκιάς και της παρασκιάς που σχηματίζονται πάνω στο διάφραγμα.

Έφαρμογή:  $\rho = 10 \text{ cm}$ ,  $\delta = 40 \text{ cm}$  και  $\varepsilon = 20 \text{ cm}$ .

114. Έμπρός από ένα κατακόρυφο διάφραγμα και σε απόσταση 10 cm από αυτό βρίσκεται άδιαφανής ράβδος μήκους 2 cm. Η ράβδος είναι οριζόντια και παράλληλη με το διάφραγμα. Δύο σημειακές φωτεινές πηγές Α και Β βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τη ράβδο και απέχουν 1 m από το διάφραγμα. Πάνω στο διάφραγμα σχηματίζονται δύο ευθύγραμμες σκιάς της ράβδου που έχουν μιά από τις άκρες τους κοινή. Νά βρεθεί το μήκος της σκοτεινής ευθείας που σχηματίζεται πάνω στο διάφραγμα και η απόσταση ΑΒ των δύο φωτεινών πηγών.

115. Ένας σκοτεινός θάλαμος έχει σχήμα κύβου και η άκμή του έχει μήκος 50 cm. Στο κέντρο της μιάς κατακόρυφης έδρας του υπάρχει ένα μικρό κυκλικό άνοιγμα και στην άπέναντι κατακόρυφη έδρα σχηματίζεται το είδωλο ενός κατακόρυφου αντικειμένου που έχει ύψος ΑΒ = 300 m. Αν το μήκος του είδωλου είναι Α'Β' = 3 cm, πόση είναι η απόσταση του αντικειμένου από το σκοτεινό θάλαμο;

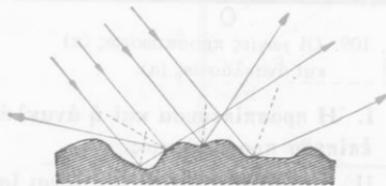
## Άνάκλαση του φωτός

### 77. Διάχυση και ανάκλαση του φωτός

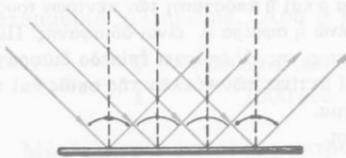
Από μιά μικρή τρύπα μπαίνει μέσα σε σκοτεινό δωμάτιο μιά λεπτή δέσμη ήλιακού φωτός, που πέφτει πάνω σε λευκό χαρτί. Σε οποιοδήποτε σημείο του δωματίου κι αν σταθούμε, βλέπουμε το χαρτί. Αυτό φανερώνει ότι το χαρτί διασκορπίζει προς όλες τις διευθύνσεις το φως που πέφτει πάνω του (σχ. 107). Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται διάχυση του φωτός. Όλα τα γύρω μας σώματα, που δεν είναι αυτόφωτα, γίνονται ορατά χάρη στη διάχυση.

Το διάχυτο φως της ημέρας οφείλεται στη διάχυση του ήλιακού φωτός, την οποία προκαλούν ή επιφάνεια της Γης, τα σώματα που βρίσκονται πάνω της και τα διάφορα συστατικά της ατμόσφαιρας.

Αν η λεπτή δέσμη ήλιακού φωτός πέσει πάνω σε μιά λεία και γυαλιστερή μεταλλική πλάκα, τό-



Σχ. 107. Διάχυση του φωτός από ανώμαλη επιφάνεια.



Σχ. 108. Ανάκλαση του φωτός από λεία και γυαλιστερή επιφάνεια.

φτει πάνω σε λεία και γυαλιστερή (στιλπνή) επιφάνεια.

Άλλά και μία λεία και γυαλιστερή επιφάνεια έχει πάντοτε μικρές ανωμαλίες, που προκαλούν μικρή διάχυση. Αυτό φαίνεται από το ότι η φωτεινή κηλίδα, που σχηματίζεται πάνω στη μεταλλική πλάκα, είναι όρατη από οποιοδήποτε σημείο του δωματίου παρατηρούμε την πλάκα.

## 78. Ανάκλαση του φωτός

α. Όρισμοί. Οί επιφάνειες που προκαλούν ανάκλαση του φωτός ονομάζονται *καθρέφτες* (κάτοπτρα). Άνάλογα με τη μορφή που έχει η επιφάνεια του καθρέφτη, διακρίνουμε τούς καθρέφτες σε *επίπεδους*, *σφαιρικούς*,



Σχ. 109. Οί γωνίες πρόσπτωσης ( $\pi$ ) και ανάκλασης ( $\alpha$ ).

τε ή φωτεινή δέσμη *αλλάζει πορεία* και κατευθύνεται προς *όρισμένη διεύθυνση* (σχ. 108). Τό φαινόμενο αυτό ονομάζεται *ανάκλαση* του φωτός. Όποτε η διάχυση συμβαίνει, όταν τό φώς πέφτει πάνω σε *τραχιά και ανώμαλη* επιφάνεια, ενώ ή ανάκλαση συμβαίνει, όταν τό φώς πέ-

*παρβολικούς*, *κυλινδρικούς*. Η άκτινα ΑΟ (σχ. 109) ονομάζεται *προσπίπτουσα* άκτινα και ή άκτινα ΟΒ ονομάζεται *ανακλώμενη* άκτινα. Άν στο σημείο Ο φέρουμε τήν κάθετο ΚΟ στον καθρέφτη, τότε σχηματίζονται ή *γωνία πρόσπτωσης*  $\text{AOK} = \pi$  και ή *γωνία ανάκλασης*  $\text{KOB} = \alpha$ . Τό επίπεδο ΑΟΚ, που όρίζουν ή προσπίπτουσα άκτινα ΑΟ και ή κάθετος ΚΟ, ονομάζεται *επίπεδο προσπτώσεως*.

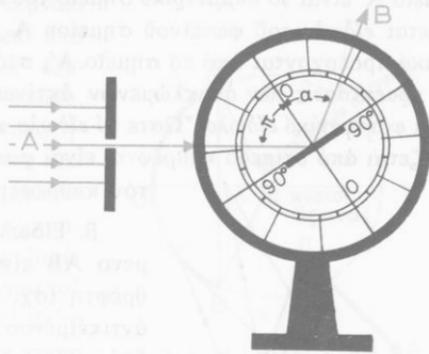
β. Νόμοι τής ανακλάσεως. Η θεωρητική και πειραματική έρευνα απέδειξε ότι ισχύουν οί έξης *νόμοι τής ανακλάσεως του φωτός* :

I. Η προσπίπτουσα και ή ανακλώμενη άκτινα βρίσκονται πάνω στο επίπεδο προσπτώσεως.

II. Η γωνία ανάκλασεως είναι ίση με τή γωνία πρόσπτωσης.

Όποτε, άν ή προσπίπτουσα άκτινα είναι κάθετος στον καθρέφτη ( $\pi = 0^\circ$ ), τότε και ή ανακλώμενη άκτινα είναι κάθετος στον καθρέφτη ( $\alpha = 0^\circ$ ).

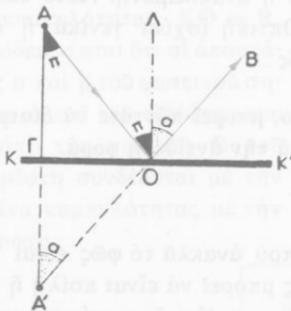
Οί νόμοι της ανακλάσεως του φωτός επαληθεύονται από την εφαρμογή τους στους καθρέφτες. Κατά προσέγγιση οί νόμοι της ανακλάσεως επαληθεύονται πειραματικά μέ τή διάταξη πού δείχνει τό σχήμα 110. Στο κέντρο γωνιομετρικού κύκλου είναι στερεωμένος μικρός επίπεδος καθρέφτης. Μιά πολύ λεπτή φωτεινή δέσμη πέφτει πάνω στον καθρέφτη και ανακλάται. Στρέφοντας τό γωνιομετρικό κύκλο μεταβάλλουμε τή γωνία προσπτώσεως ( $\pi$ ). Βρίσκουμε ότι πάντοτε ή γωνία ανακλάσεως ( $\alpha$ ) είναι ίση μέ τή γωνία προσπτώσεως.



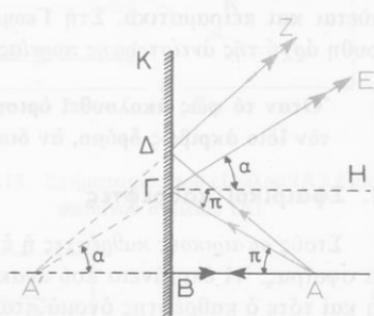
Σχ. 110. Για τήν απόδειξη των νόμων της ανακλάσεως του φωτός.

### 79. Έπίπεδοι καθρέφτες

α. Είδωλο φωτεινού σημείου. Μιά φωτεινή ακτίνα ΑΟ (σχ. 111), πού προέρχεται από φωτεινό σημείο Α, δίνει τήν ανακλώμενη ακτίνα ΟΒ. Αυτές οί δύο ακτίνες βρίσκονται στό ίδιο επίπεδο μέ τήν κάθετο ΛΟ στον καθρέφτη. Αν φέρουμε τήν ΑΓ κάθετο στον καθρέφτη, τότε ή προέκταση τής ΟΒ τέμνει τήν προέκταση τής ΑΓ σέ ένα σημείο Α'. Εύκολα βρίσκουμε ότι τά ορθογώνια τρίγωνα ΑΓΟ και Α'ΓΟ είναι ίσα, και επομένως είναι  $ΑΓ = Α'Γ$ . Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε γιά κάθε ακτίνα, πού προέρχεται από τό φωτεινό σημείο Α και ανακλάται πάνω στον καθρέφτη (σχ. 112). Τό

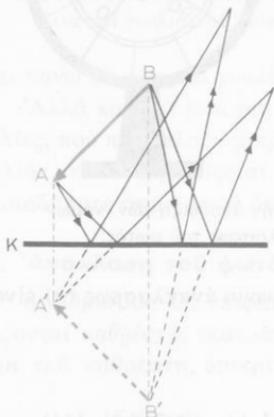


Σχ. 111. 'Ανάκλαση του φωτός από επίπεδο καθρέφτη.



Σχ. 112. Τό είδωλο Α' του φωτεινού σημείου Α είναι φανταστικό.

σημείο  $A'$  είναι τό *συμμετρικό* σημείο τοῦ  $A$  ὡς πρὸς τὸν καθρέφτη καὶ ὀνομάζεται *εἶδωλο* τοῦ φωτεινοῦ σημείου  $A$ . Οἱ ἀνακλώμενες ἀκτίνες *φαινομενικά* προέρχονται ἀπὸ τό σημείο  $A'$ , στό ὁποῖο καταλήγουν οἱ *φανταστικές προεκτάσεις* τῶν ἀνακλώμενων ἀκτίνων. Γι' αὐτό τό σημείο  $A'$  ὀνομάζεται *φανταστικό εἶδωλο*. Ὡστε τό *εἶδωλο φωτεινοῦ σημείου*, τό ὁποῖο σχηματίζεται ἀπὸ ἐπίπεδο καθρέφτη, εἶναι *φανταστικό* καὶ *συμμετρικό* ὡς πρὸς τὸν καθρέφτη.



Σχ. 113. Τό εἶδωλο  $A'B'$  τοῦ ἀντικειμένου  $AB$  εἶναι φανταστικό.

β. *Εἶδωλο ἀντικειμένου*. Ἄν ἓνα ἀντικείμενο  $AB$  εἶναι ἐμπρὸς ἀπὸ τὸν ἐπίπεδο καθρέφτη (σχ. 113), τότε σέ κάθε σημείο τοῦ ἀντικειμένου ἀντιστοιχεῖ ἓνα φανταστικό εἶδωλο *συμμετρικό* ὡς πρὸς τὸν καθρέφτη. Τό σύνολο αὐτῶν τῶν φανταστικῶν εἰδώλων σχηματίζει ἓνα *φανταστικό εἶδωλο*  $A'B'$ . Εὐκόλα βρίσκουμε ὅτι τό εἶδωλο  $A'B'$  εἶναι *ὄρθιο*, ἴσο μέ τό ἀντικείμενο  $AB$  καὶ *συμμετρικό* τοῦ ἀντικειμένου  $AB$  ὡς πρὸς τὸν καθρέφτη. Ἄλλά τό εἶδωλο καὶ τό ἀντικείμενο δέν εἶναι *ἐφαρμόσιμα*, δηλαδή τό δεξιό χέρι μας εἶναι ἀριστερό στό εἶδωλό μας. Ὡστε τό *εἶδωλο ἀντικειμένου*, τό ὁποῖο σχηματίζεται ἀπὸ ἐπίπεδο καθρέφτη, εἶναι *φανταστικό*, *ὄρθιο*, ἴσο μέ τό ἀντικείμενο καὶ *συμμετρικό* ὡς πρὸς τὸν καθρέφτη.

## 80. Ἀρχή τῆς ἀντίστροφης πορείας τοῦ φωτός

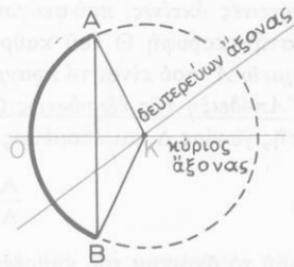
Ἄν προσπίπτουσα ἀκτίνα εἶναι ἡ  $BO$  (σχ. 109), τότε σύμφωνα μέ τό νόμο τῆς ἀνακλάσεως ἡ ἀκτίνα  $OA$  θά εἶναι ἡ ἀνακλώμενη. Αὐτό ἐπαληθεύεται καί πειραματικά. Στή Γεωμετρική Ὀπτική ἰσχύει γενικά ἡ ἀκόλουθη *ἀρχή τῆς ἀντίστροφης πορείας τοῦ φωτός*:

Ἢ ὅταν τό φῶς ἀκολουθεῖ ὀρισμένο δρόμο, *μπορεῖ πάντοτε νά διατρέξει τόν ἴδιο ἀκριβῶς δρόμο, ἂν διαδοθεῖ κατὰ τήν ἀντίθετη φορά.*

## 81. Σφαιρικοί καθρέφτες

Στούς *σφαιρικούς καθρέφτες* ἡ ἐπιφάνεια πού ἀνακλᾷ τό φῶς εἶναι τμημα σφαίρας. Ἡ ἐπιφάνεια πού ἀνακλᾷ τό φῶς *μπορεῖ νά εἶναι κοίλη ἢ κυρτή* καί τότε ὁ καθρέφτης ὀνομάζεται ἀντίστοιχα *κοίλος* ἢ *κυρτός* σφαιρικός καθρέφτης. Τό μέσο  $O$  τοῦ καθρέφτη (σχ. 114) ὀνομάζεται *κορυφή* τοῦ καθρέφτη καί τό κέντρο  $K$  τῆς σφαίρας ὀνομάζεται *κέντρο καμπυλότητας* τοῦ

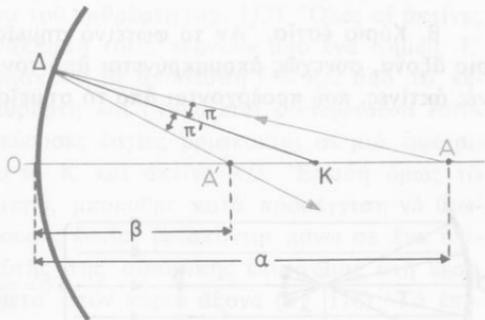
καθρέφτη. Η ευθεία ΚΟ, που περνάει από το κέντρο καμπυλότητας Κ και από την κορυφή Ο, ονομάζεται *κύριος άξονας* του καθρέφτη. Κάθε άλλη ευθεία, που περνάει από το κέντρο καμπυλότητας Κ, ονομάζεται *δευτερεύων άξονας* του καθρέφτη. Η γωνία ΑΚΒ ονομάζεται *άνοιγμα* του καθρέφτη. Για να σχηματιστεί εύκρινές είδωλο, πρέπει να ισχύουν οι εξής συνθήκες : α) το άνοιγμα του καθρέφτη να είναι *πολύ μικρό* και β) το αντικείμενο να είναι *κάθετο* στον κύριο άξονα και *κοντά* σ' αυτόν. Στά παρακάτω υποθέτουμε ότι ισχύουν αυτές οι δύο συνθήκες.



Σχ. 114. Σφαιρικός καθρέφτης.

### 82. Κοίλοι σφαιρικοί καθρέφτες

α. Είδωλο φωτεινού σημείου. Ένα φωτεινό σημείο Α βρίσκεται πάνω στον κύριο άξονα (σχ. 115) Κάθε φωτεινή ακτίνα, που προέρχεται από το σημείο Α και πέφτει στον καθρέφτη, ανάκλαται σχηματίζοντας ίσες γωνίες ( $\pi = \pi'$ ) με την κάθετο στο σημείο που πέφτει ή ακτίνα, δηλαδή με την ακτίνα καμπυλότητας (ΚΔ) του καθρέφτη. Έτσι η προσπίπτουσα ακτίνα (ΑΔ), μετά την ανάκλασή της τέμνει τον κύριο άξονα σε ένα σημείο Α', που είναι το *πραγματικό* είδωλο του φωτεινού σημείου Α.



Σχ. 115. Σχηματισμός του ειδώλου (Α') ενός φωτεινού σημείου (Α).

Ο καθρέφτης έχει ακτίνα καμπυλότητας  $KO = R$ . Αποδεικνύεται ότι οι αποστάσεις α και β του φωτεινού σημείου Α και του ειδώλου του Α' από την κορυφή Ο του καθρέφτη συνδέονται με την ακτίνα καμπυλότητας με την εξίσωση :

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{2}{R} \tag{1}$$

Η εξίσωση (1) φανερώνει ότι η απόσταση β του ειδώλου Α' από την κορυφή

Ο εξαρτάται μόνο από την ακτίνα καμπυλότητας  $R$  του καθρέφτη και από την απόσταση  $a$  του φωτεινού σημείου  $A$  από τον καθρέφτη. Ἐπομένως *ὅλες οἱ φωτεινές ἀκτίνες*, πού φεύγουν από τό φωτεινό σημείο  $A$  και πέφτουν κοντά στην κορυφή  $O$  του καθρέφτη, μετά την ανάκλασή τους, *περνούν από τό σημείο  $A'$*  πού είναι τό *πραγματικό εἶδωλο* του φωτεινού σημείου  $A$ .

Ἀπόδειξη τῆς ἐξισώσεως (1). Στο τρίγωνο  $\Lambda\Delta A'$  ἢ  $\Delta K$  είναι διχοτόμος τῆς γωνίας  $\Delta$  και ἔπομένως ἔχουμε τή σχέση :

$$\frac{AK}{A'K} = \frac{A\Delta}{A'\Delta} \quad (2)$$

Ἐπειδή τό ἄνοιγμα του καθρέφτη είναι πολύ μικρό, τό σημείο  $\Delta$  βρίσκεται πολύ κοντά στην κορυφή  $O$ . Μπορούμε λοιπόν κατά προσέγγιση νά λάβουμε  $A\Delta \simeq AO = a$  και  $A'\Delta \simeq A'O = \beta$ . Τότε ἡ ἐξίσωση (2) γράφεται :

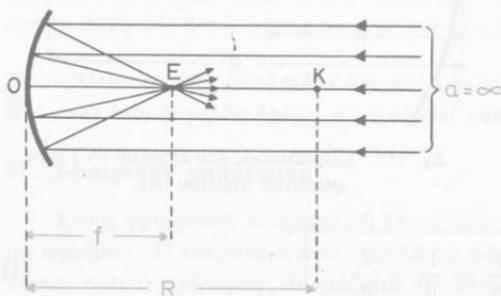
$$\frac{a-R}{R-\beta} = \frac{a}{\beta} \quad \text{ἄρα} \quad \beta R + aR = 2a\beta \quad (3)$$

Ἄν διαιρέσουμε και τά δύο μέλη τῆς ἐξισώσεως (3) διά  $a\beta R$ , βρίσκουμε :

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\beta} = \frac{2}{R}$$

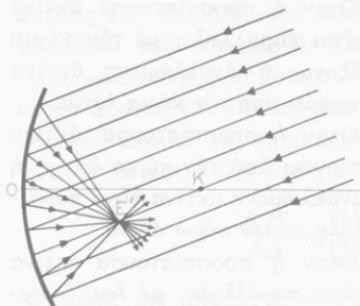
Ἄν τό φωτεινό σημείο τό βάλουμε στή θέση  $A'$ , τότε, σύμφωνα μέ τήν ἀρχή τῆς ἀντίστροφης πορείας του φωτός, τό εἶδωλό του σχηματίζεται στή θέση  $A$ . Ὡστε τά σημεία  $A$  και  $A'$  είναι *συζυγή σημεία*.

**β. Κύρια ἐστία.** Ἄν τό φωτεινό σημείο  $A$ , κινούμενο πάνω στον κύριο ἄξονα, συνεχῶς ἀπομακρύνεται από τον καθρέφτη, τότε ὅλες οἱ φωτεινές ἀκτίνες, πού προέρχονται από τό σημείο  $A$  και πέφτουν πάνω στον κα-

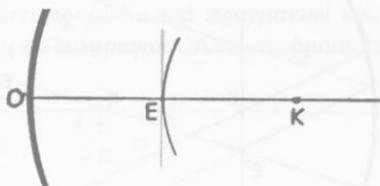


Σχ. 116. Κύρια ἐστία (E) του κοίλου καθρέφτη.

θρέφτη, τελικά γίνονται παράλληλες μέ τον κύριο ἄξονα (σχ. 116). Σ' αὐτή τήν περίπτωση *ὅλες οἱ ἀνακλώμενες ἀκτίνες* περνούν από ἕνα σημείο  $E$ , πού ὀνομάζεται *κύρια ἐστία* του καθρέφτη. Ἡ ἀπόσταση τῆς κύριας ἐστίας  $E$  από τήν κορυφή  $O$  ὀνομάζεται *ἐστιακή ἀπόσταση* ( $f$ ) του καθρέφτη και είναι *σταθερή*. Ἄν στήν ἐξίσωση (1) βάλουμε



Σχ. 117. Δευτερεύουσα έστια του κοίλου καθρέφτη.



Σχ. 118. Έστιακό επίπεδο του κοίλου καθρέφτη.

$\alpha = \infty$ , βρίσκουμε:  $\beta = \frac{R}{2} = \text{σταθ.}$

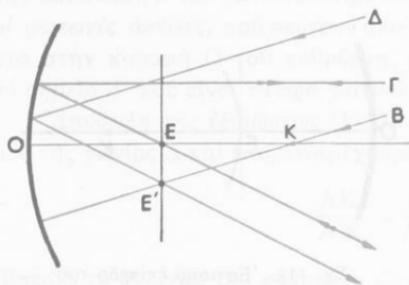
Η έστιακή απόσταση ( $f$ ) του κοίλου καθρέφτη είναι ίση με τό μισό της ακτίνας καμπυλότητας ( $R$ ).

έστιακή απόσταση  $f = \frac{R}{2}$

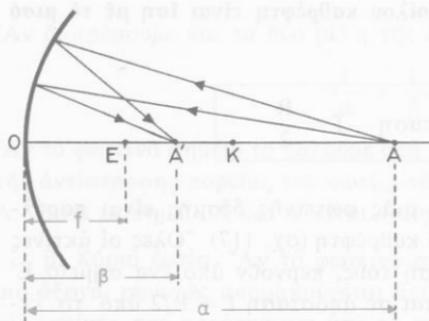
γ. Έστιακό επίπεδο. Οί ακτίνες μιās φωτεινής δέσμης είναι παράλληλες μέ ένα δευτερεύοντα άξονα του καθρέφτη (σχ. 117) Όλες οί ακτίνες αϋτής τής δέσμης, μετά τήν ανάκλασή τους, περνούν από ένα σημείο  $E'$  του δευτερεύοντα άξονα, πού βρίσκεται σε απόσταση  $f = R/2$  από τό κέντρο καμπυλότητας ( $K$ ) του καθρέφτη και ονομάζεται *δευτερεύουσα έστια* του καθρέφτη. Όλες οί δευτερεύουσες έστιες βρίσκονται σε μιá σφαιρική επιφάνεια, πού έχει κέντρο τό  $K$  και ακτίνα  $R/2$ . Έπειδή όμως τό άνοιγμα του καθρέφτη είναι μικρό, μπορούμε κατά προσέγγιση νά θεωρήσουμε ότι όλες οί δευτερεύουσες έστιες βρίσκονται πάνω σε ένα επίπεδο, πού είναι εφαπτόμενο αϋτής τής σφαιρικής επιφάνειας στή θέση τής κύριας έστιας ( $E$ ) και κάθετο στον κύριο άξονα (σχ. 118) Τό επίπεδο αϋτό ονομάζεται *έστιακό επίπεδο* του καθρέφτη.

δ. Πορεία μερικων ανακλώμενων ακτίνων. Από τά παραπάνω καταλήγουμε στά ακόλουθα συμπεράσματα για τήν πορεία πού ακολουθοϋν ορισμένες ανακλώμενες ακτίνες και για τή θέση του ειδώλου  $A'$  ενός φωτεινού σημείου, πού βρίσκεται πάνω στον κύριο άξονα (σχ. 119).

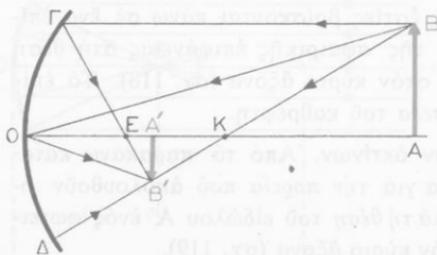
1. Όταν ή προσπίπτουσα ακτίνα περνάει από τό κέντρο καμπυλότητας, ή ανακλώμενη ακτίνα ακολουθεί αντίστροφα τήν ίδια πορεία.



Σχ. 119. Πορεία μερικών ακτίνων μετά την ανάκλασή τους.



Σχ. 120. Προσδιορισμός της θέσεως του ειδώλου (A') ενός φωτεινού σημείου (A).



Σχ. 121. Ἡ κατασκευή του ειδώλου (A'B') ενός αντικειμένου (AB).

2. "Όταν ή προσπίπτουσα άκτίνα είναι παράλληλη με τόν κύριο άξονα, ή ανακλώμενη άκτίνα περνάει από τήν κύρια έστία.
3. "Όταν ή προσπίπτουσα άκτίνα περνάει από τήν κύρια έστία, ή ανακλώμενη άκτίνα είναι παράλληλη με τόν κύριο άξονα.
4. "Όταν ή προσπίπτουσα άκτίνα είναι παράλληλη με ένα δευτερεύοντα άξονα, ή ανακλώμενη άκτίνα περνάει από τήν αντίστοιχη δευτερεύουσα έστία, πού βρίσκεται πάνω στο έστιακό επίπεδο.
5. "Όταν φωτεινό σημείο βρίσκεται πάνω στόν κύριο άξονα τό ειδώλο του σχηματίζεται πάνω στόν κύριο άξονα (σχ. 120). Οί αποστάσεις του φωτεινού σημείου (α) καί του ειδώλου (β) από τήν κορυφή του καθρέφτη συνδέονται μεταξύ τους με τήν εξίσωση :

<p style="text-align: center;">θέση του ειδώλου <math>\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{f}</math></p> <p style="text-align: center;">όπου <math>f = \frac{R}{2}</math></p>
--

ε. Είδωλο αντικειμένου. Ὡς φωτεινό αντικείμενο θεωρούμε μιá ευθεία AB κάθετη στόν κύριο άξονα (σχ. 121). Ἐπειδή ξέρουμε τήν πορεία ορισμένων ανακλώμενων ακτίνων, μπορούμε νά κατασκευάσουμε τό ειδώλο A'B'. Ἐτσι οί άκτίνες ΒΓ καί ΒΔ, πού προέρχονται από τήν άκρη Β του αντικειμένου δίνουν τίς ανακλώμενες

άκτινες ΓΒ' και ΔΒ', που τέμνονται στο σημείο Β'. Αυτό το σημείο είναι το είδωλο του σημείου Β. Τά είδωλα όλων των άλλων σημείων του αντικειμένου ΑΒ βρίσκονται πάνω στην ευθεία Α'Β', που είναι κάθετη στον κύριο άξονα. Το είδωλο Α'Β' είναι αντιστραμμένο και πραγματικό και επομένως μπορεί να σχηματιστεί πάνω σε διάφραγμα. Από τά όμοια τρίγωνα ΑΟΒ και Α'ΟΒ' έχουμε :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} \quad \eta \quad \frac{A'B'}{AB} = \frac{\beta}{\alpha}$$

Ο λόγος του μήκους  $E = A'B'$  του ειδώλου προς τό μήκος  $A = AB$  του αντικειμένου ονομάζεται (γραμμική) μεγέθυνση και προσδιορίζεται από τήν εξίσωση :

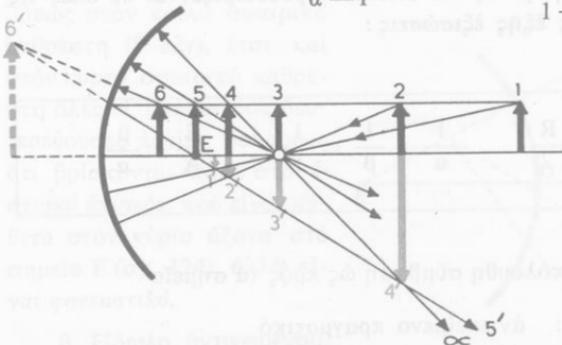
μεγέθυνση  $\frac{E}{A} = \frac{\beta}{\alpha}$  (4)

Οι αποστάσεις  $OA = \alpha$  και  $OA' = \beta$  του αντικειμένου και του ειδώλου από τήν κορυφή του καθρέφτη, δηλαδή ή θέση του ειδώλου, προσδιορίζεται από τή γωνωστή εξίσωση :

θέση του ειδώλου  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{f}$  όπου  $f = \frac{R}{2}$  (5)

στ. Πραγματικό ή φανταστικό είδωλο. Αν λύσουμε τήν εξίσωση (5) ως προς  $\beta$ , έχουμε :

$$\beta = \frac{\alpha f}{\alpha - f} \quad \eta \quad \beta = \frac{f}{1 - \frac{f}{\alpha}} \quad (6)$$



Σχ. 122. Ο κοίλος καθρέφτης σχηματίζει είδωλο πραγματικό (1', 2', 3', 4') και είδωλο φανταστικό (6').

1. Όταν τό αντικείμενο βρίσκεται στο άπειρο ( $\alpha = \infty$ ), τότε είναι  $\beta = f$ , δηλαδή τό είδωλο σχηματίζεται στην κύρια εστία, είναι πραγματικό, αλλά είναι σημείο.
2. Τό αντικείμενο βρί-

- σκεται πέρα από το κέντρο καμπυλότητας ( $\alpha > 2f$ ). Μέ τη γεωμετρική κατασκευή (σχ. 122) βρίσκουμε ότι το είδωλο σχηματίζεται μεταξύ της κύριας εστίας και του κέντρου καμπυλότητας ( $f < \beta < 2f$ ) και είναι πραγματικό, αντιστραμμένο και μικρότερο από το αντικείμενο.
3. Το αντικείμενο βρίσκεται στο κέντρο καμπυλότητας ( $\alpha = 2f$ ). Τότε είναι  $\beta = 2f$ , δηλαδή το είδωλο σχηματίζεται στο κέντρο καμπυλότητας και είναι πραγματικό, αντιστραμμένο και ίσο με το αντικείμενο.
  4. Το αντικείμενο βρίσκεται μεταξύ της κύριας εστίας και του κέντρου καμπυλότητας ( $f < \alpha < 2f$ ). Το είδωλο σχηματίζεται πέρα από το κέντρο καμπυλότητας ( $\beta > 2f$ ) και είναι πραγματικό, αντιστραμμένο και μεγαλύτερο από το αντικείμενο.
  5. Το αντικείμενο βρίσκεται στην κύρια εστία ( $\alpha = f$ ). Τότε είναι  $\beta = \infty$ , δηλαδή το είδωλο σχηματίζεται στο άπειρο. Σ' αυτή την περίπτωση δεν υπάρχει είδωλο.
  6. Το αντικείμενο βρίσκεται μεταξύ της κύριας εστίας και του καθρέφτη ( $\alpha < f$ ). Από την εξίσωση (6) βρίσκουμε ότι το  $\beta$  έχει αρνητική τιμή ( $\beta < 0$ ). Μέ τη γεωμετρική κατασκευή βρίσκουμε ότι το είδωλο σχηματίζεται πίσω από τον καθρέφτη και είναι φανταστικό, όρθιο και μεγαλύτερο από το αντικείμενο.

Τά παραπάνω εύκολα επαληθεύονται και πειραματικά. Έτσι καταλήγουμε στα ακόλουθα συμπεράσματα για τους κοίλους σφαιρικούς καθρέφτες :

**I.** Ο κοίλος σφαιρικός καθρέφτης σχηματίζει είδωλο πραγματικό, όταν το αντικείμενο βρίσκεται πέρα από την κύρια εστία ( $\alpha > f$ ), ενώ σχηματίζει είδωλο φανταστικό, όταν το αντικείμενο βρίσκεται μεταξύ της κύριας εστίας και του καθρέφτη ( $\alpha < f$ ).

**II.** Η θέση και το μέγεθος του ειδώλου προσδιορίζονται σε όλες τις περιπτώσεις από τις εξής εξισώσεις :

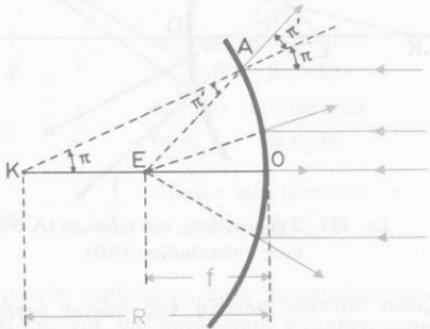
κοίλοι καθρέφτες	$f = \frac{R}{2}$	$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{f}$	$\frac{E}{A} = \frac{\beta}{\alpha}$
---------------------	-------------------	--	--------------------------------------

μέ τόν όρο ότι ισχύει ή ακόλουθη σύμβαση ως προς τά σημεία

- $\alpha$  θετικό : αντικείμενο πραγματικό
- $\beta$  θετικό : είδωλο πραγματικό
- $\beta$  αρνητικό : είδωλο φανταστικό

### 83. Κυρτοί σφαιρικοί καθρέφτες

α. Κύρια έστια. Πάνω στον κυρτό σφαιρικό καθρέφτη πέφτει δέσμη φωτεινών ακτίνων, που είναι παράλληλες με τον κύριο άξονα του καθρέφτη (σχ. 123). Η προέκταση μιᾶς ανακλώμενης ακτίνας συναντᾷ τον κύριο άξονα σέ ένα σημείο E. Εύκολα βρίσκουμε ότι τό τρίγωνο KEA είναι ισοσκελές και έπομένως είναι  $EK = EA$ . Έπειδή τό άνοιγμα τοῦ καθρέφτη είναι μικρό, μπορούμε κατά προσέγγιση νά δεχτοῦμε ότι είναι  $EA = EO$ . Τότε είναι  $EK = EO = R/2$ . Όλες λοιπόν οί ανακλώμενες ακτίνες φαινομενικά προέρχονται από τή φανταστική κύρια έστια E, που βρίσκεται στή μέση τῆς ακτίνας καμπυλότητας. Ώστε :

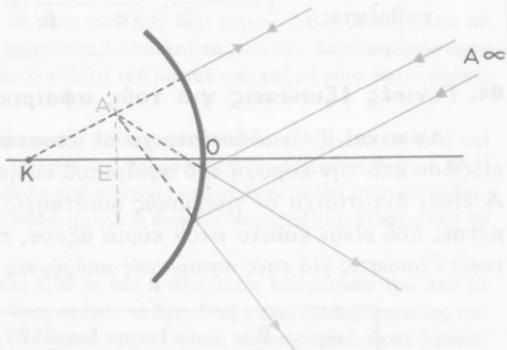


Σχ. 123. Η κύρια έστια (E) τοῦ κυρτοῦ καθρέφτη είναι φανταστική.

Η κύρια έστια τοῦ κυρτοῦ σφαιρικοῦ καθρέφτη είναι φανταστική και ἡ έστιακή απόσταση ( $f$ ) είναι ἴση με τό μισό τῆς ακτίνας καμπυλότητας ( $R$ ) τοῦ καθρέφτη.

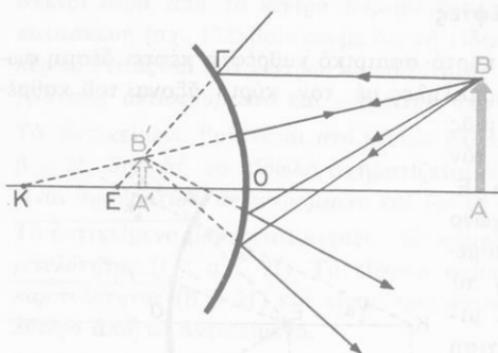
$$\text{έστιακή απόσταση } f = \frac{R}{2}$$

Όπως στόν κοίλο σφαιρικό καθρέφτη (§ 82γ), έτσι και στόν κυρτό σφαιρικό καθρέφτη όλες οί φανταστικές δευτερεύουσες έστίες θεωρούμε ότι βρίσκονται πάνω στό έστιακό επίπεδο, που είναι κάθετο στόν κύριο άξονα στό σημείο E (σχ. 124), αλλά εἶναι φανταστικό.



β. Εἶδωλο αντικειμένου. Φωτεινή εὐθεῖα AB εἶναι κάθετη στόν κύριο άξονα τοῦ

Σχ. 124. Έστιακό επίπεδο τοῦ κυρτοῦ καθρέφτη.



Σχ. 125. Σχηματισμός του ειδώλου (A'B') ενός αντικειμένου (AB).

καθρέφτη (σχ. 125). Οι ακτίνες, που πέφτουν πάνω στον καθρέφτη και έχουν τη διεύθυνση του κύριου άξονα ή όποιουδήποτε δευτερεύοντα άξονα, μετά την ανάκλασή τους πάνω στον καθρέφτη έχουν την ίδια διεύθυνση. Άν λοιπόν εργαστούμε όπως και στους κοίλους καθρέφτες, κατασκευάζουμε τό είδωλο A'B'. Αυτό τό είδωλο είναι φανταστικό, όρθιο, μικρότερο από τό αντικείμενο και σχηματίζεται πάντοτε μεταξύ της κύριας έστίας και της κορυφής του καθρέφτη. Η θέση και τό μέγεθος του ειδώλου δίνονται από τις αντίστοιχες εξισώσεις, που ίσχυουν για τους κοίλους καθρέφτες, με τό διαφορά ότι πρέπει νά λάβουμε υπόψη ότι ή κύρια έστία είναι φανταστική ( $f < 0$ ) και ότι τό είδωλο είναι επίσης φανταστικό ( $\beta < 0$ ). Έτσι καταλήγουμε στά ακόλουθα συμπεράσματα για τους κυρτούς σφαιρικούς καθρέφτες:

I. Ο κυρτός σφαιρικός καθρέφτης σχηματίζει είδωλο φανταστικό, όρθιο και μικρότερο από τό αντικείμενο. Τό είδωλο σχηματίζεται πάντοτε μεταξύ της κύριας έστίας και του καθρέφτη ( $\beta < f$ ).

II. Η θέση και τό μέγεθος του ειδώλου προσδιορίζονται από τις εξής εξισώσεις:

κυρτοί καθρέφτες	$f = -\frac{R}{2}$	$\frac{1}{a} - \frac{1}{\beta} = -\frac{1}{f}$	$\frac{E}{A} = -\frac{\beta}{a}$
---------------------	--------------------	--	----------------------------------

#### 84. Γενικές εξισώσεις για τους σφαιρικούς καθρέφτες

Άν  $a$  και  $\beta$  είναι αντίστοιχα οι αποστάσεις του αντικειμένου και του ειδώλου από τό κορυφή του σφαιρικού καθρέφτη (κοίλου ή κυρτού),  $E$  και  $A$  είναι αντίστοιχα οι γραμμικές διαστάσεις του ειδώλου και του αντικειμένου, που είναι κάθετο στον κύριο άξονα, τότε ίσχύουν οι ακόλουθες γενικές εξισώσεις για τους σφαιρικούς καθρέφτες:

$f = \frac{R}{2}$	$\frac{1}{a} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{f}$	$\frac{E}{A} = \frac{\beta}{a}$
-------------------	---	---------------------------------



120. Η κεντρική άκτινα μιās συγκλίνουσας φωτεινής δέσμης είναι οριζόντια. Στην πορεία τής δέσμης και σε απόσταση 10 cm από την έστια τής δέσμης βάζουμε έναν επίπεδο καθρέφτη, που σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με την κεντρική άκτινα τής δέσμης. Πού σχηματίζεται ή νέα έστια τής δέσμης ;

Σφαιρικοί καθρέφτες

121. Πάνω στον κύριο άξονα κοίλου καθρέφτη και σε απόσταση δεκαπλάσια από την έστιακή απόστασή του ( $\alpha = 10 f$ ) βρίσκεται ένα φωτεινό σημείο. Πόσο απέχει τό είδωλο από τή φωτεινή πηγή ;

122. Ένας κοίλος σφαιρικός καθρέφτης έχει άκτινα καμπυλότητας  $R = 40$  cm. Πού πρέπει νά τοποθετηθεί ένα αντικείμενο AB, γιά νά σχηματιστεί είδωλο πραγματικό τρεις φορές μεγαλύτερο ή τέσσερις φορές μικρότερο από τό αντικείμενο ;

123. Ένας κοίλος σφαιρικός καθρέφτης έχει έστιακή απόσταση  $f$ . Σε πόση απόσταση από τόν καθρέφτη πρέπει νά τοποθετήσουμε ένα αντικείμενο, γιά νά πάρουμε είδωλο φανταστικό διπλάσιο από τό αντικείμενο ή είδωλο πραγματικό διπλάσιο από τό αντικείμενο ;

124. Ένας κοίλος σφαιρικός καθρέφτης δίνει όρθιο είδωλο 5 φορές μεγαλύτερο από τό αντικείμενο. Η απόσταση του είδώλου από τό αντικείμενο είναι 80 cm. Πόση είναι ή απόσταση του αντικειμένου από τόν καθρέφτη και πόση είναι ή έστιακή απόσταση του καθρέφτη ;

125. Ένας παρατηρητής βλέπει τό μάτι του, πού έχει μήκος  $AB = 3$  cm, μέσα σε κοίλο καθρέφτη πού έχει έστιακή απόσταση 12 cm και τόν κρατεί σε απόσταση 10 cm από τό μάτι. Πού σχηματίζεται τό είδωλο του ματιού ; Μέ ποιά γωνία βλέπει ό παρατηρητής αυτό τό είδωλο ; Νά συγκριθεί αυτή ή γωνία με εκείνη πού βρέθηκε στό αντίστοιχο πρόβλημα 117.

126. Ένα αντικείμενο AB απέχει 75 cm από έναν τοίχο. Πού πρέπει νά τοποθετήσουμε έναν κοίλο καθρέφτη έστιακής αποστάσεως  $f = 20$  cm, γιά νά σχηματιστεί πάνω στον τοίχο καθαρό είδωλο του αντικειμένου ;

127. Η φαινόμενη διάμετρος του δίσκου τής Σελήνης είναι  $\omega = 31'$ . Πόση είναι ή διάμετρος του είδώλου τής Σελήνης πού σχηματίζεται από κοίλο καθρέφτη έστιακής αποστάσεως  $f = 12,90$  m ;

128. Ένα φωτεινό σημείο A απέχει 40 cm από κοίλο καθρέφτη K, έστιακής αποστάσεως  $f = 30$  cm. Κάθετα στον κύριο άξονα αυτού του καθρέφτη τοποθετούμε επίπεδο καθρέφτη K'. Πού πρέπει νά τοποθετήσουμε τόν καθρέφτη K', ώστε οι άκτινες πού φεύγουν από τό σημείο A, αφού ανάκλασθούν διαδοχικά πάνω στους δύο καθρέφτες νά συγκεντρώνονται στό σημείο A ;

129. Κυρτός σφαιρικός καθρέφτης δίνει είδωλο 8 φορές μικρότερο από τό αντικείμενο. Η απόσταση του είδώλου από τό αντικείμενο φαίνεται ότι είναι 90 cm. Πόση είναι ή απόσταση του αντικειμένου από τόν καθρέφτη και ή άκτινα καμπυλότητας του καθρέφτη ;

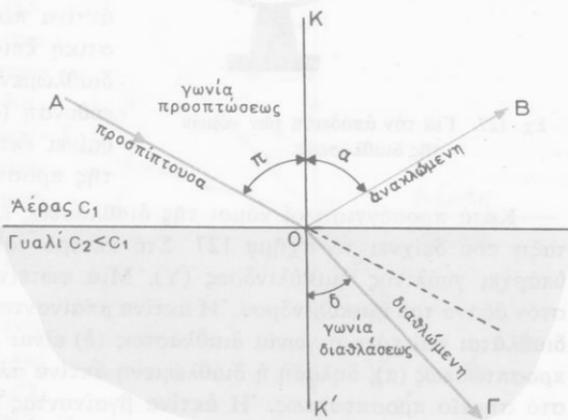
130. Δύο σφαιρικοί καθρέφτες, ό ένας κυρτός  $M_1$  και ό άλλος κοίλος  $M_2$ , έχουν τήν ίδια άκτινα καμπυλότητας  $R = 20$  cm, τόν ίδιο κύριο άξονα, οι επιφάνειές τους είναι ή μία άπέναντι στην άλλη και ή απόσταση των δύο κορυφών τους είναι  $O_1O_2 = 40$  cm. Στή μέση αυτής τής αποστάσεως τοποθετούμε ένα αντικείμενο AB. Νά βρεθεί ή θέση του είδώλου πού σχηματίζεται μετά τήν ανάκλαση των άκτινων πρώτα πάνω στον κυρτό και έπειτα πάνω στον κοίλο καθρέφτη.

131. Έμπρός από κοίλο καθρέφτη Μ έστιακής απόστασεως 50 cm τοποθετούμε κάθετα στον κύριο άξονα έναν επίπεδο καθρέφτη Ν έτσι, ώστε οι επιφάνειές τους να είναι ή μιά άπέναντι στην άλλη. Η απόσταση ανάμεσα στους δύο καθρέφτες είναι  $\delta = 2$  m. Μιά μικρή φωτεινή εϋθεία πού έχει ύψος  $AB = 5$  cm και είναι κάθετη στον κύριο άξονα βρίσκεται σέ απόσταση 25 cm από τον κοίλο καθρέφτη Μ. Νά βρεθεί ή θέση και τό μέγεθος του ειδώλου πού σχηματίζεται μετά την ανάκλαση των ακτίνων πρώτα πάνω στον κοίλο καθρέφτη Μ και έπειτα πάνω στον επίπεδο καθρέφτη Ν.

## Διάθλαση του φωτός

### 85. Διάθλαση του φωτός

α. Ορισμός. Όταν μιά λεπτή μονοχρωματική δέσμη φωτός πέφτει πλάγια πάνω στην επιφάνεια πού διαχωρίζει δύο διαφορετικά διαφανή μέσα, τότε ένα μέρος του φωτός μπαίνει στο δεύτερο διαφανές μέσο, αλλάζοντας όμως διεύθυνση (σχ. 126) Αυτό τό φαινόμενο ονομάζεται διάθλαση του φωτός και όφειλεται στο ότι ή ταχύτητα του φωτός είναι διαφορετική στά δύο διαφανή μέσα. Τό επίπεδο ΑΟΚ στο όποιο βρίσκονται ή προσπίπτουσα ακτίνα (ΑΟ) και ή κάθετος (ΚΚ') στή διαχωριστική επιφάνεια, είναι τό επίπεδο προσπτώσεως. Η ακτίνα ΟΓ είναι ή διαθλώμενη ακτίνα και ή γωνία ΓΟΚ' είναι ή γωνία διαθλάσεως.



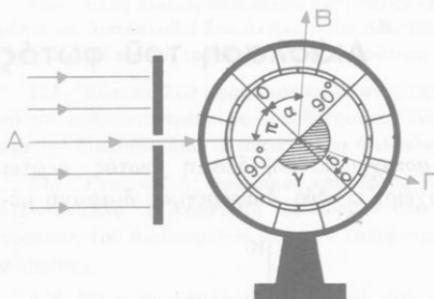
Σχ. 126. Οι γωνίες προσπτώσεως ( $\pi$ ) και διαθλάσεως ( $\delta$ ).

β. Νόμοι τής διαθλάσεως του φωτός. Από τή μελέτη του φαινομένου τής διαθλάσεως βρέθηκαν οι έξης νόμοι τής διαθλάσεως του φωτός :

- I. Η προσπίπτουσα και ή διαθλώμενη ακτίνα βρίσκονται στο επίπεδο προσπτώσεως.
- II. Ο λόγος του ήμίτονου τής γωνίας προσπτώσεως ( $\pi$ ) προς τό ήμίτονο τής γωνίας διαθλάσεως ( $\delta$ ) είναι σταθερός, ονομάζεται δείκτης δια-

θλάσεως ( $n$ ) και είναι ίσος με το λόγο των ταχυτήτων του φωτός στα δύο διαφανή μέσα.

$$\text{δείκτης διαθλάσεως} \quad n_{2,1} = \frac{\eta \mu \pi}{\eta \mu \delta} = \frac{c_1}{c_2}$$



Σχ. 127. Για την απόδειξη των νόμων της διαθλάσεως.

Ο δείκτης διαθλάσεως εξαρτάται από τη φύση των δύο διαφανών μέσων και είναι ανεξάρτητος από τη γωνία προσπτώσεως. Ο δείκτης διαθλάσεως, που όρισαμε για το σύστημα άερας - γυαλί, είναι ο σχετικός δείκτης διαθλάσεως του γυαλιού ως προς τον άερα. Αν η ακτίνα πέφτει κάθετα στη διαθλαστική επιφάνεια ( $\pi = 0^\circ$ ), τότε η διαθλώμενη ακτίνα δέν αλλάζει διεύθυνση ( $\delta = 0^\circ$ ), δηλαδή δέν παθαίνει έκτροπή από τη διεύθυνση της προσπίπτουσας ακτίνας.

Κατά προσέγγιση οί νόμοι της διαθλάσεως έπαληθεύονται με τη διάταξη που δείχνει τό σχήμα 127. Στο κέντρο του γωνιομετρικού κύκλου υπάρχει γυάλινος ήμικύλινδρος (Y). Μιά φωτεινή ακτίνα πέφτει κάθετα στον άξονα του ήμικυλίνδρου. Η ακτίνα μπαίνοντας από τον άερα στο γυαλί διαθλάται και τότε η γωνία διαθλάσεως ( $\delta$ ) είναι μικρότερη από τη γωνία προσπτώσεως ( $\pi$ ), δηλαδή η διαθλώμενη ακτίνα πλησιάζει προς την κάθετο στο σημείο προσπτώσεως. Η ακτίνα βγαίνοντας από τό γυαλί στον άερα δέν αλλάζει διεύθυνση, γιατί πέφτει κάθετα στην κυλινδρική επιφάνεια, που διαχωρίζει τό γυαλί από τον άερα. Όταν μεταβάλλουμε τη γωνία προσπτώσεως  $\pi$ , μεταβάλλεται και η γωνία διαθλάσεως  $\delta$ , αλλά ο λόγος  $\eta \mu \pi / \eta \mu \delta$  μένει σταθερός.

γ. Απόλυτος δείκτης διαθλάσεως. Ο δείκτης διαθλάσεως, που αντιστοιχεί σε μετάβαση του φωτός από τό κενό στο διαφανές ύλικό, ονομάζεται απόλυτος δείκτης διαθλάσεως του ύλικού. Στην πράξη χρησιμοποιούμε τό σχετικό δείκτη διαθλάσεως, που αντιστοιχεί σε μετάβαση του φωτός από τον άερα στα διάφορα διαφανή ύλικά. Γενικά βρήκαμε ότι ο σχετικός δείκτης διαθλάσεως ενός ύλικού ως προς τον άερα είναι κατά μεγάλη προσέγγιση ίσος με τον απόλυτο δείκτη διαθλάσεως του ύλικού.

Ἐπίσης, ὁ ἀπόλυτος δείκτης διαθλάσεως τοῦ ἀέρα εἶναι:

$$n = \frac{c_0 \text{ (κενὸ)}}{c \text{ (ἀέρας)}} = 1,000\,293 \quad \text{ἢ} \quad n \approx 1$$

Δείκτες διαθλάσεως  
(γιὰ τὴν κίτρινη ἀκτινοβολία τοῦ νατρίου)

διαμάντι  $n = 2,470$ , κοινὸ γυαλί  $n = 1,540$ , νερό  $n = 1,333$

### 86. Ὅριακὴ γωνία

Ἀπὸ δύο διαφανῆ μέσα ἐκεῖνο στὸ ὁποῖο ἡ ταχύτητα τοῦ φωτός ἔχει μικρότερη τιμὴ ὀνομάζεται ὀπτικά πυκνότερο (ἢ διαθλαστικότερο). Ἐτσι τὸ γυαλί, τὸ νερό εἶναι ὀπτικά πυκνότερα ἀπὸ τὸν ἀέρα (\*). Σύμφωνα μὲ τὴν ἐξίσωση:

$$n = \frac{\eta \mu \pi}{\eta \mu \delta} = \frac{c_1}{c_2} \quad (1)$$

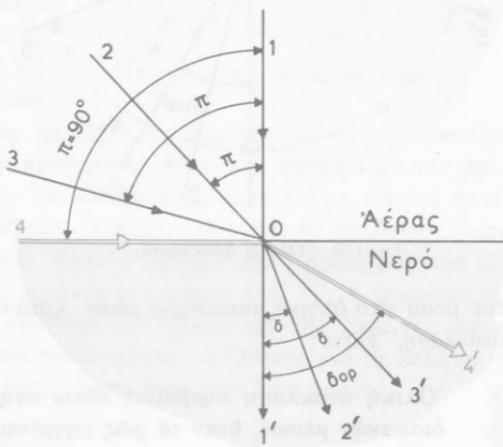
ἂν εἶναι  $c_2 < c_1$ , τότε εἶναι  $\eta \mu \pi > \eta \mu \delta$  καὶ  $\pi > \delta$ . Ὡστε, ὅταν μιὰ φωτεινὴ ἀκτὴ μπαίνει σὲ ὀπτικά πυκνότερο διαφανές μέσο, ἡ γωνία διαθλάσεως εἶναι πάντοτε μικρότερη ἀπὸ τὴ γωνία προσπτώσεως, δηλαδή ἡ διαθλώμενη ἀκτὴ πλησιάζει πρὸς τὴν κάθετο στὴ διαχωριστικὴ ἐπιφάνεια.

Ὅταν αὐξάνει ἡ γωνία προσπτώσεως  $\pi$ , αὐξάνει καὶ ἡ γωνία διαθλάσεως  $\delta$  (σχ. 128). Καὶ ὅταν ἡ γωνία προσπτώσεως τείνει νὰ λάβει τὴ μέγιστη τιμὴ τῆς  $\pi = 90^\circ$ , ἡ γωνία διαθλάσεως τείνει νὰ λάβει μιὰ ὀριακὴ τιμὴ  $\delta_{op}$ , ποὺ ὀνομάζεται ὀριακὴ γωνία. Ἀπὸ τὴν ἐξίσωση:

$$n = \frac{\eta \mu 90^\circ}{\eta \mu \delta_{op}} \quad \text{βρίσκουμε} \quad \boxed{\eta \mu \delta_{op} = \frac{1}{n}}$$

Ὡστε, τὸ ἡμίτονο τῆς ὀριακῆς γωνίας ( $\delta_{op}$ ) εἶναι ἴσο μὲ τὸ ἀντίστροφο τοῦ δείκτη διαθλάσεως ( $n$ ). Γιὰ τὸ σύστημα ἀέρας-νερό εἶναι  $\delta_{op} = 48,5^\circ$

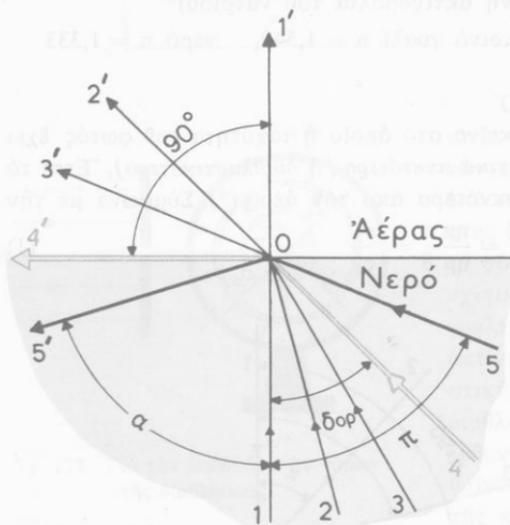
(\*) Τὸ ὀπτικά πυκνότερο ὑλικὸ δὲν ἔχει πάντοτε καὶ τὴ μεγαλύτερη πυκνότητα ( $\rho$ ), π.χ. τὸ οἰνόπνευμα εἶναι ὀπτικά πυκνότερο ἀπὸ τὸ νερό.



Σχ. 128. Ὅριακὴ γωνία ( $\delta_{op}$ ).

## 87. Όλική ανάκλαση

Σύμφωνα με την αρχή της αντίστροφης πορείας του φωτός (§ 81), όταν μία φωτεινή ακτίνα μπαίνει από οπτικά πυκνότερο σε οπτικά αραιότερο μέσο, τότε η γωνία διαθλάσεως είναι μεγαλύτερη από τη γωνία προσπτώσεως και η διαθλώμενη ακτίνα απομακρύνεται από την κάθετο στην διαχωριστική επιφάνεια.

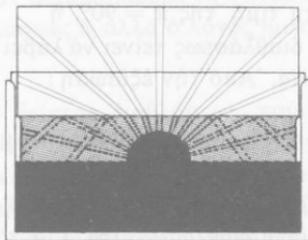


Σχ. 129. Όλική ανάκλαση.

Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται *ολική ανάκλαση*. Ωστε :

Όλική ανάκλαση συμβαίνει πάνω στη διαχωριστική επιφάνεια δύο διαφανών μέσων, όταν το φως πηγαίνει από το οπτικά πυκνότερο στο οπτικά αραιότερο μέσο και η γωνία προσπτώσεως είναι μεγαλύτερη από την όριακή γωνία ( $\delta_{op}$ ).

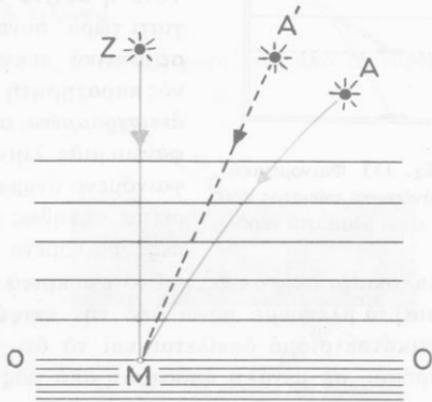
Πειραματικά το φαινόμενο της ολικής ανακλάσεως επαληθεύεται με τη διάταξη που δείχνει το σχήμα 130. Μέσα στο νερό υπάρχει μεταλλική σφαίρα, που έχει τρύπες κατά μήκος ενός μέγιστου κύκλου της σφαίρας. Μέσα σ' αυτήν υπάρχει ηλεκτρικός λαμπτήρας.



Σχ. 130. Πειραματική διάταξη για την απόδειξη της ολικής ανακλάσεως.

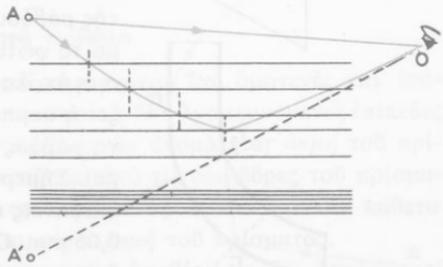
## 88. Αποτελέσματα της διαθλάσεως

α. Ατμοσφαιρική διάθλαση. Ξέρουμε ότι η πυκνότητα των στρωμάτων της ατμόσφαιρας συνεχώς ελαττώνεται, όσο απομακρυνόμαστε από την επιφάνεια της θάλασσας. Μία φωτεινή ακτίνα, που προέρχεται από έναν άστέρα, καθώς προχωρεί μέσα στην ατμόσφαιρα, παθαίνει συνεχώς διαδοχικές διαθλάσεις. Έπειδή η ακτίνα συνεχώς πηγαινει από οπτικά αραιότερο σε οπτικά πυκνότερο στρώμα αέρα, γι' αυτό η ακτίνα διαθλάται πλησιάζοντας προς την κάθετο (σχ. 131). Έτσι η φωτεινή ακτίνα παίρνει μορφή καμπύλης και το μάτι μας Μ βλέπει τον άστέρα κατά τη διεύθυνση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο Μ. Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται ατμοσφαιρική διάθλαση και έχει ως αποτέλεσμα να παρουσιάζει τον άστέρα ψηλότερα από την πραγματική θέση του σχετικά με τον ορίζοντα. Η φαινομενική ανύψωση του άστέρα είναι μεγαλύτερη, όταν ο άστέρας βρίσκεται κοντά στον ορίζοντα (περίπου 34'), ενώ δε συμβαίνει, όταν ο άστέρας βρίσκεται στο Ζενίθ. Έπειδή η φαινόμενη διάμετρος του δίσκου του Ήλιου και της Σελήνης είναι μικρότερη από 34', η ατμοσφαιρική διάθλαση μās παρουσιάζει το δίσκο του Ήλιου και της Σελήνης πάνω από τον ορίζοντα, ενώ στην πραγματικότητα ο Ήλιος και η Σελήνη ή δεν έχουν ακόμη ανατείλει ή έχουν δύσει πριν από λίγο χρόνο.

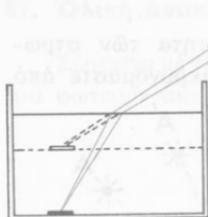


Σχ. 131. Ατμοσφαιρική διάθλαση.

β. Αντικατοπτρισμός. Όταν σε μία περιοχή τό έδαφος θερμαίνεται πολύ (π.χ. στις έρημους), τότε τά στρώματα του αέρα, που βρίσκονται σε έπαφή με τό έδαφος θερμαίνονται πολύ και γίνονται αραιότερα από τά υπερκείμενα στρώματα. Μία φωτεινή ακτίνα, που προέρχεται από ένα ψηλό αντικείμενο (π.χ. ένα δέντρο), μπαίνει τότε συνεχώς από οπτικά πυκνότερο σε οπτικά αραιότερο στρώμα και μεταβάλλεται σε κα-



Σχ. 132. Αντικατοπτρισμός.

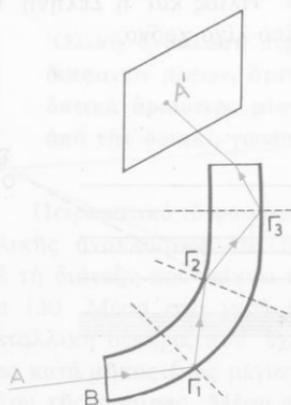


Σχ. 133. Φαινομενική ανύψωση σώματος που είναι μέσα στο νερό.

μπύλη (σχ. 132). Στη διαχωριστική επιφάνεια δύο τέτοιων στρωμάτων ή ακτίνα δέν μπαίνει στο αραιότερο στρώμα, αλλά εκεί παθαίνει *ολική ανάκλαση*. Τότε η ακτίνα ακολουθεί μιά συμμετρική πορεία, γιατί τώρα συνεχώς μπαίνει από οπτικά αραιότερα σε οπτικά πυκνότερα στρώματα. Έτσι το μάτι ενός παρατηρητή βλέπει το είδωλο του αντικειμένου *αντιστραμμένο*, σάν νά ήταν εμπρός του ή ήρεμη επιφάνεια μιάς λίμνης (επίπεδος καθρέφτης). Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται *αντικατοπτρισμός* και παρατηρείται συνήθως στις ερήμους τίς μεσημβρινές ώρες. Φαινόμενα αντικατοπτρισμού παρατηρούμε το καλοκαίρι στις άκτές, και τότε μακρινά τμήματα της ξηράς (άκρωτήρια, νησιά) τά βλέπουμε πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας. Επίσης σε αντικατοπτρισμό οφείλεται και τό ότι τό καλοκαίρι οί ασφαλτοστρωμένοι δρόμοι σε μεγάλη απόσταση από μās φαίνονται βρεγμένοι.

γ. Φαινομενική ανύψωση. Έξαιτίας της διαθλάσεως ό πυθμένας ενός δοχείου, που περιέχει νερό, ή ένα αντικείμενο που βρίσκεται μέσα στο νερό, φαίνονται πίο κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού από όσο είναι στην πραγματικότητα (σχ. 133). Σ' αυτή τή φαινομενική ανύψωση οφείλεται και τό ότι μιά ευθύγραμμη ράβδος, που ένα μέρος της βρίσκεται μέσα στο νερό, δέ φαίνεται ευθύγραμμη.

δ. Φωτοαγωγοί. Μιά λεπτή δέσμη φωτεινών ακτίνων AB πέφτει κάθετα πάνω στη μιά βάση *γνάληης* κυλινδρικής ράβδου, που είναι καμπυλωμένη (σχ. 134). Αν ή καμπυλότητα της ράβδου δέν είναι πολύ μεγάλη, τότε



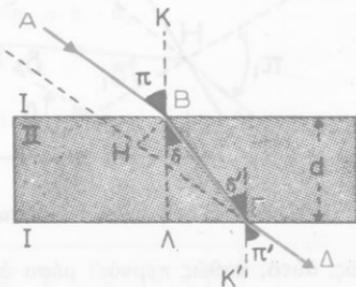
Σχ. 134. Φωτοαγωγός.

ή φωτεινή δέσμη παθαίνει διαδοχικά *ολική ανάκλαση* σε διάφορα σημεία ( $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3 \dots$ ) των εσωτερικών τοιχωμάτων της ράβδου και τελικά βγαίνει στον άερα από την άλλη βάση της ράβδου και σχηματίζει πάνω σε διάφραγμα τό φωτεινό σημείο  $A'$ . Έτσι ή φωτεινή δέσμη ακολουθεί μιά τροχιά, που τήν προσδιορίζει ή καμπυλωμένη ράβδος. Γι' αυτό ή γνάληνη ράβδος ονομάζεται *φωτοαγωγός* (light pipe). Σήμερα κατασκευάζονται φωτοαγωγοί από διαφανείς πλαστικές ίνες που έχουν διάμετρο 0,05 mm. Οί φωτοαγωγοί χρησιμοποιούνται σε διάφορες εφαρμογές, π.χ. στη χειρουργική για *эндоскоπήσεις*. Φωτοαγωγοί είναι και οί φλέβες

του κινούμενου νερού. Το φως βγαίνει στον αέρα, τη στιγμή που η φλέβα του νερού διαχωρίζεται σε σταγονίδια, που εμφανίζονται πολύ φωτεινά (φωτεινοί πίδακες).

### 89. Διάδοση του φωτός μέσα από πλάκα

Ένα ομογενές και ισότροπο διαφανές μέσο (II) χωρίζεται από το γύρω του διαφανές μέσο (I) με δύο παράλληλα επίπεδα (σχ. 135). Τότε το πρώτο από αυτά τα δύο μέσα αποτελεί μία πλάκα. Τέτοιο σύστημα διαφανών μέσων αποτελεί μία γυάλινη πλάκα, που βρίσκεται μέσα στον αέρα. Μία φωτεινή ακτίνα AB πέφτει στην πάνω έδρα της πλάκας και αφού πάθει δύο διαθλάσεις βγαίνει στον αέρα. Οι δύο γωνίες  $\delta$  και  $\delta'$ , που σχηματίζονται μέσα στο γυαλί, είναι ίσες (γιατί είναι εντός εναλλάξ). Επομένως για τις δύο διαθλάσεις, ισχύουν οι σχέσεις:



Σχ. 135. Η ακτίνα AB παθαίνει μόνο παράλληλη μετατόπιση.

$$\text{στό σημείο B} \quad n = \frac{\eta\mu \pi}{\eta\mu \delta} \quad \text{στό σημείο Γ} \quad n = \frac{\eta\mu \pi'}{\eta\mu \delta'}$$

Επειδή είναι  $\delta = \delta'$ , έπεται ότι είναι  $\pi = \pi'$ . Η ακτίνα ΓΔ, που βγαίνει από την πλάκα, είναι παράλληλη με την προσπίπτουσα ακτίνα AB. Ωστε, για την περίπτωση που και οι δύο έδρες της πλάκας βρίσκονται σε έπαφή με το ίδιο διαφανές μέσο, καταλήγουμε στο ακόλουθο συμπέρασμα:

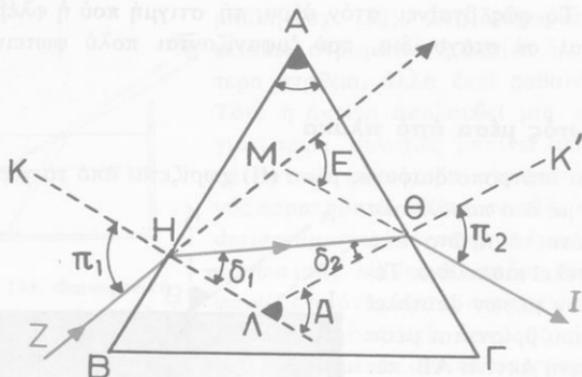
**Όταν μία φωτεινή ακτίνα περνάει μέσω από πλάκα, τότε η ακτίνα παθαίνει μόνο παράλληλη μετατόπιση.**

Η φωτεινή ακτίνα δέν παθαίνει παράλληλη μετατόπιση, όταν πέφτει κάθετα πάνω στη μία έδρα της πλάκας.

### 90. Διάδοση του φωτός μέσα από πρίσμα

α. Όρισμοί. Στην Όπτική ονομάζουμε πρίσμα ένα ομογενές και ισότροπο διαφανές μέσο, που περιορίζεται κυρίως από δύο τεμνόμενες επίπεδες επιφάνειες. Η τομή αυτών των δύο επιφανειών ονομάζεται άκμή του πρίσματος. Η διεδρη γωνία, που σχηματίζεται από τις δύο έδρες του πρίσματος, ονομάζεται διαθλαστική γωνία του πρίσματος. Κάθε επίπεδο κάθετο στην άκμή του πρίσματος ονομάζεται κύρια τομή του πρίσματος.

Στην παρακάτω μελέτη του πρίσματος υποθέτουμε ότι ισχύουν οι ακόλουθες συνθήκες: α) Η προσπίπτουσα ακτίνα βρίσκεται πάνω σε μία



Σχ. 136. 'Η άκτινα ZH εκτρέπεται κατά τη γωνία E.

φώς, αυτό, καθώς περνάει μέσα από το πρίσμα, αναλύεται σε πολλά απλά χρώματα.

β. Έξισώσεις του πρίσματος. Το σχήμα 136 δείχνει μία κύρια τομή πρίσματος, που έχει διαθλαστική γωνία A και σχετικό δείκτη διαθλάσεως ως προς τον άερα n. Μία φωτεινή άκτινα ZH διαθλάται στα σημεία H και Θ και βγαίνει στον άερα. Γι' αυτές τις δύο διαθλάσεις ισχύουν οι έξισώσεις :

$$\eta\mu \pi_1 = n \cdot \eta\mu \delta_1 \quad \text{καί} \quad \eta\mu \pi_2 = n \cdot \eta\mu \delta_2$$

Οί δύο κάθετες ΚΛ και Κ'Λ σχηματίζουν την δεξεία γωνία α, που είναι ίση με τη διαθλαστική γωνία A του πρίσματος. Έπειδή η γωνία α είναι εξωτερική γωνία του τριγώνου ΛΗΘ, έχουμε τη σχέση :

$$\alpha = \delta_1 + \delta_2 \quad \text{ή} \quad A = \delta_1 + \delta_2$$

'Η γωνία που σχηματίζουν οι προεκτάσεις της προσπίπτουσας άκτινας ZH και της εξερχόμενης άκτινας ΘI ονομάζεται *γωνία εκτροπής* (E) και, επειδή είναι εξωτερική γωνία του τριγώνου ΗΜΘ, έχουμε τη σχέση :

$$E = (\pi_1 - \delta_1) + (\pi_2 - \delta_2) \quad \text{ή} \quad E = \pi_1 + \pi_2 - (\delta_1 + \delta_2)$$

Άρα

$$E = \pi_1 + \pi_2 - A$$

'Από τά παραπάνω συνάγεται τό συμπέρασμα :

**Όταν μιά φωτεινή άκτινα περνάει μέσα από πρίσμα, η άκτινα παθαίνει δύο διαθλάσεις και ισχύουν οι έξισώσεις :**

έξισώσεις	$\eta\mu \pi_1 = n \cdot \eta\mu \delta_1$	$\eta\mu \pi_2 = n \cdot \eta\mu \delta_2$
του πρίσματος	$A = \delta_1 + \delta_2$	$E = \pi_1 + \pi_2 - A$

κύρια τομή του πρίσματος. Τότε σύμφωνα με τό νόμο της διαθλάσεως και η διαθλώμενη άκτινα βρίσκεται πάνω στην ίδια κύρια τομή. β) Τό φώς που χρησιμοποιούμε είναι *μονοχρωματικό*, γιατί, αν πάνω στο πρίσμα πέσει λευκό

γ. Λεπτό πρίσμα. "Αν ή διαθλαστική γωνία  $A$  του πρίσματος είναι πολύ μικρή (λεπτό πρίσμα) και ή γωνία προσπτώσεως  $\pi_1$  είναι επίσης πολύ μικρή, τότε αντί για τά ήμίτονα των γωνιών μπορούμε νά πάρουμε τίς ίδιες τίς γωνίες μετρημένες σέ άκτίνα.

Σ' αυτή τήν περίπτωση είναι :

$$\pi_1 = n \cdot \delta_1 \quad \text{καί} \quad \pi_2 = n \cdot \delta_2$$

"Αρα ή γωνία έκτροπής ( $E$ ) είναι :

$$E = n \cdot \delta_1 + n \cdot \delta_2 - A \quad \text{ή} \quad E = n \cdot (\delta_1 + \delta_2) - A$$

καί  $E = nA - A$

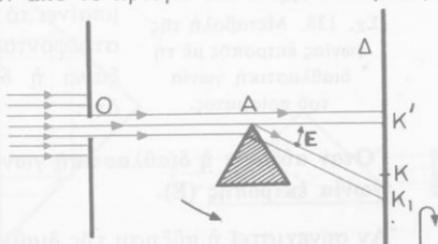
"Από τήν τελευταία εξίσωση βρίσκουμε :

$$\text{εξίσωση λεπτού πρίσματος} \quad E = A \cdot (n - 1)$$

"Όταν τό πρίσμα είναι λεπτό και ή γωνία προσπτώσεως είναι μικρή, ή γωνία έκτροπής ( $E$ ) είναι ανάλογη μέ τή διαθλαστική γωνία ( $A$ ) του πρίσματος.

δ. Μεταβολή τής γωνίας έκτροπής. "Ελάχιστη έκτροπή. Οί εξισώσεις του πρίσματος δείχνουν ότι ή γωνία έκτροπής  $E$  εξαρτάται από τή διαθλαστική γωνία  $A$ , τό δείκτη διαθλάσεως  $n$  του πρίσματος και τή γωνία προσπτώσεως  $\pi_1$ .

Στήν πορεία μιάς λεπτής παράλληλης μονοχρωματικής δέσμης παρεμβάλλουμε πρίσμα έτσι, ώστε ένα μέρος των ακτίνων τής δέσμης νά πέφτει πάνω στό πρίσμα κάθετα στήν άκμή του (σχ. 137). Τότε στό διάφραγμα σχηματίζονται δύο φωτεινές κηλίδες. "Η κηλίδα  $K'$  προέρχεται από τίς άκτίνες τής δέσμης πού δέν πέρασαν από τό πρίσμα, ενώ ή κηλίδα  $K_1$  προέρχεται από τίς άκτίνες πού πέρασαν από τό πρίσμα και έπαθαν έκτροπή. Παίρνουμε ως άξονα περιστροφής τήν άκμή του πρίσματος. Τότε στρέφοντας τό πρίσμα μεταβάλλουμε τή γωνία προσπτώσεως. "Η φορά τής περιστροφής του πρίσματος είναι τέτοια, ώστε ή κηλίδα  $K_1$  νά πλησιάζει προς τήν κηλίδα  $K'$ . Μέ αυτή τήν περιστροφή του πρίσματος ή γωνία προσπτώσεως συνεχώς έλαττώνεται. Παρα-



Σχ. 137. Μεταβολή τής γωνίας έκτροπής μέ τή γωνία προσπτώσεως.

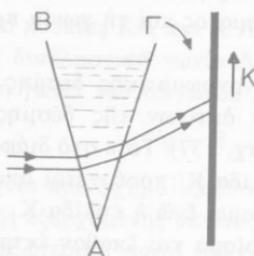
τηρούμε ότι η κηλίδα  $K_1$  στην αρχή πλησιάζει προς την κηλίδα  $K'$ , φτάνει ως τη θέση  $K$  και έπειτα συνεχώς απομακρύνεται από την κηλίδα  $K'$ . Αυτό το πείραμα δείχνει ότι για μιá όρισμένη τιμή τής γωνίας προσπτώσεως ή γωνία έκτροπής ( $E$ ) λαβαίνει την ελάχιστη τιμή της, που ονομάζεται *ελάχιστη έκτροπή*. Όταν πραγματοποιείται ή *ελάχιστη έκτροπή*, λέμε ότι τό πρίσμα βρίσκεται στη *θέση ελάχιστης έκτροπής*. Θεωρητικά και πειραματικά αποδεικνύεται ότι:

Στή θέση τής ελάχιστης έκτροπής ή γωνία προσπτώσεως ( $\pi_1$ ) είναι ίση μέ τή γωνία εξόδου τής ακτίνας ( $\pi_2$ ) από τό πρίσμα και τότε ή ακτίνα μέσα στό πρίσμα έχει συμμετρική θέση σχετικά μέ τήν προσπίπτουσα και τήν εξερχόμενη ακτίνα.

Έπειδή στή θέση τής ελάχιστης έκτροπής είναι  $\pi_1 = \pi_2$ , έπεται ότι είναι και  $\delta_1 = \delta_2$ . Τότε από τίς γνωστές εξισώσεις του πρίσματος βρίσκουμε ότι για τή θέση τής ελάχιστης έκτροπής ισχύουν οι εξισώσεις:

θέση ελάχιστης έκτροπής	$\pi_1 = \pi_2$ $A = 2\delta_1$	$\delta_1 = \delta_2$ $E_{ελαχ} = 2\pi_1 - A$	$n \pi_1 = n \cdot n \delta_1$
----------------------------	------------------------------------	--	--------------------------------

ε. Μεταβολή τής γωνίας έκτροπής μέ τή διαθλαστική γωνία. Για νά



Σχ. 138. Μεταβολή τής γωνίας έκτροπής μέ τή διαθλαστική γωνία του πρίσματος.

έχουμε πρίσμα μέ μεταβλητή διαθλαστική γωνία, χρησιμοποιούμε δοχείο, που οι δύο πλάγιες έδρες του μπορούν νά στρέφονται γύρω από όριζόντιο άξονα (σχ. 138). Μέσα στό δοχείο υπάρχει νερό, που άποτελεί ένα υγρό πρίσμα. Πάνω στή μιá έδρα του πρίσματος πέφτει λεπτή παράλληλη μονοχρωματική δέσμη. Διατηρούμε σταθερή τήν έδρα, από τήν όποία μπαίνει τό φώς στό πρίσμα ( $\pi_1$  σταθερή), και στρέφοντας τήν άλλη έδρα έτσι, ώστε νά αυξάνει ή διαθλαστική γωνία, διαπιστώνουμε ότι:

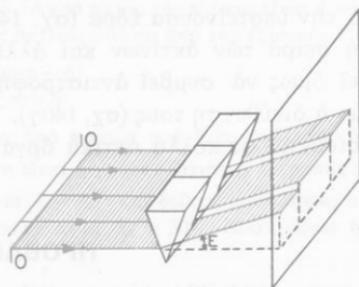
Όταν αυξάνει ή διαθλαστική γωνία ( $A$ ) του πρίσματος, αυξάνει και ή γωνία έκτροπής ( $E$ ).

Άν συνεχιστεί ή αύξηση τής διαθλαστικής γωνίας ( $A$ ), έρχεται στιγμή που ή φωτεινή δέσμη *δέ βγαίνει από τό πρίσμα*, αλλά πάνω στήν έδρα ΑΓ παθαίνει *όλική ανάκλαση*. Έτσι βρέθηκε ότι:

Η φωτεινή ακτίνα βγαίνει από το πρίσμα, όταν η διαθλαστική γωνία του (A) είναι μικρότερη ή ίση με το διπλάσιο της όριακής γωνίας ( $\delta_{op}$ ).

συνθήκη για την έξοδο της ακτίνας  $A \leq 2 \delta_{op}$

στ. Μεταβολή της γωνίας έκτροπής με το δείκτη διαθλάσεως. Έχουμε ένα σύστημα πρισμάτων (πολύπρισμα) που αποτελείται από πρίσματα, τα οποία έχουν την ίδια διαθλαστική γωνία (A σταθερή), διαφορετικούς όμως δείκτες διαθλάσεως (σχ. 139). Στο πολύπρισμα πέφτει λεπτή παράλληλη μονοχρωματική δέσμη ( $\pi_1$  σταθερή). Πάνω σε ένα διάφραγμα παρατηρούμε ότι :

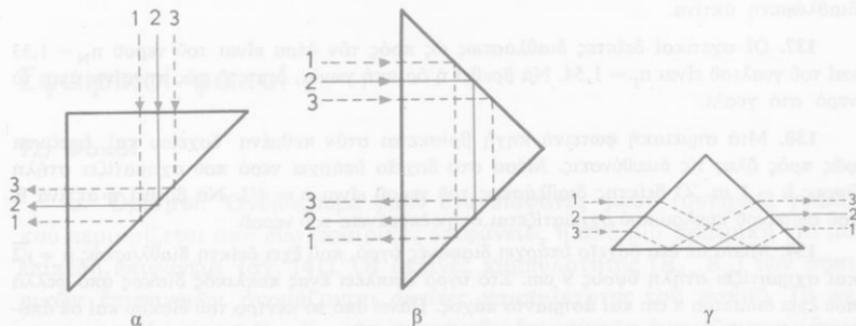


Σχ. 139. Μεταβολή της γωνίας έκτροπής με το δείκτη διαθλάσεως του πρίσματος.

Η γωνία έκτροπής (E) αυξάνει, όταν αυξάνει ο δείκτης διαθλάσεως (n) του πρίσματος.

### 91. Πρίσματα όλικης ανάκλασεως

Τα πρίσματα όλικης ανάκλασεως είναι γυάλινα πρίσματα και η λειτουργία τους στηρίζεται στο φαινόμενο της όλικης ανάκλασεως (για το γυαλί η όριακή γωνία είναι  $\delta_{op} \approx 42^\circ$ ). Η κύρια τομή ενός πρίσματος όλικης ανάκλασεως είναι ορθογώνιο ίσοσκελές τρίγωνο (σχ. 140α). Μία φωτεινή ακτίνα, που πέφτει κάθετα πάνω στη μία κάθετη έδρα του πρίσματος, πέφτει πάνω στην ύποτεινουσα έδρα με γωνία προσπτώσεως  $45^\circ$ , δηλαδή μεγαλύ-



Σχ. 140. Πρίσμα όλικης ανάκλασεως.

τερη από την όριακή γωνία. Τότε η ακτίνα πάνω στην ύποτεινουςα ξδρα παθαίνει όλική ανάκλαση και βγαίνει από την άλλη κάθετη ξδρα χωρίς έκτροπή. Η διεύθυνση τής ακτίνας αλλάζει κατά  $90^\circ$ .

Αν οι φωτεινές ακτίνες πέσουν κάθετα πάνω στην ύποτεινουςα ξδρα, τότε κάθε ακτίνα παθαίνει δύο όλικές ανακλάσεις και βγαίνει πάλι κάθετα από την ύποτεινουςα ξδρα (σχ. 140 β). Έτσι όμως συμβαίνει αντιστροφή στη σειρά των ακτίνων και αλλαγή στη διεύθυνσή τους κατά  $180^\circ$ . Μπορεί όμως νά συμβεί αντιστροφή στη σειρά των ακτίνων, χωρίς νά αλλάξει ή διεύθυνσή τους (σχ. 140 γ). Τά πρίσματα όλικής ανακλάσεως χρησιμοποιούνται σε πολλά όπτικά όργανα (τηλεσκόπια, περισκόπια κ.ά.).

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

132. Μιά ακτίνα μονοχρωματικού φωτός μπαίνει από τόν άέρα σε διαφανές σώμα Α. Η γωνία προσπτώσεως είναι  $\pi = 45^\circ$  και ή γωνία διαθλάσεως είναι  $\delta = 30^\circ$ . Πόσος είναι ό δείκτης διαθλάσεως του σώματος Α ως προς τόν άέρα; Αν ή ταχύτητα του φωτός στον άέρα είναι  $c_0 = 300\ 000$  km/sec, πόση είναι ή ταχύτητα του φωτός στο σώμα Α;

133. Ό δείκτης διαθλάσεως του νερού ως προς τόν άέρα είναι  $n = 4/3$ . Πόση είναι ή ταχύτητα του φωτός στο νερό;

134. Μιά φωτεινή ακτίνα πηγαίνοντας από τόν άέρα στο γυαλί σχηματίζει γωνία προσπτώσεως  $\pi = 45^\circ$ . Ό δείκτης διαθλάσεως του γυαλιού είναι  $n = \sqrt{2}$ . Πόση έκτροπή παθαίνει ή φωτεινή ακτίνα μπαίνοντας μέσα στο γυαλί;

135. Πόσος είναι ό σχετικός δείκτης διαθλάσεως του οίνοπνεύματος ως προς τό γυαλί, αν οι δείκτες διαθλάσεως αυτών των δύο σωμάτων ως προς τόν άέρα αντίστοιχα είναι:  $n_1 = 1,36$  και  $n_2 = 1,54$ ;

136. Μιά ακτίνα μονοχρωματικού φωτός πέφτει μέ γωνία προσπτώσεως  $50^\circ$  πάνω σε μία γυάλινη πλάκα πού έχει δείκτη διαθλάσεως  $n = 1,50$ . Νά βρεθούν ή γωνία ανακλάσεως, ή γωνία διαθλάσεως και ή γωνία πού σχηματίζουν μεταξύ τους ή ανακλώμενη και ή διαθλώμενη ακτίνα.

137. Οι σχετικοί δείκτες διαθλάσεως ως προς τόν άέρα είναι του νερού  $n_N = 1,33$  και του γυαλιού είναι  $n_\Gamma = 1,54$ . Νά βρεθεί ή όριακή γωνία, όταν τό φώς πηγαίνει από τό νερό στο γυαλί.

138. Μιά σημειακή φωτεινή πηγή βρίσκεται στον πυθμένα δοχείου και έκπέπει φώς προς όλες τις διευθύνσεις. Μέσα στο δοχείο υπάρχει νερό πού σχηματίζει στήλη ύψους  $h = 1$  m. Ό δείκτης διαθλάσεως του νερού είναι  $n = 4/3$ . Νά βρεθεί ή ακτίνα R του φωτεινού κύκλου πού σχηματίζεται στην επιφάνεια του νερού.

139. Μέσα σε ένα δοχείο υπάρχει διαφανές ύγρό, πού έχει δείκτη διαθλάσεως  $n = \sqrt{2}$  και σχηματίζει στήλη ύψους 9 cm. Στο ύγρό επιπλέει ένας κυκλικός δίσκος από φελλό πού έχει διάμετρο 8 cm και άσημαντο πάχος. Πάνω από τό κέντρο του δίσκου και σε απόσταση 4 cm υπάρχει μία σημειακή φωτεινή πηγή. Πόση είναι ή διάμετρος του σκοτεινού κύκλου πού σχηματίζεται στον πυθμένα του δοχείου;

140. Μιά μονοχρωματική ακτίνα πέφτει πλάγια πάνω σε μία γυάλινη πλάκα, που έχει δείκτη διαθλάσεως  $n$ . Ποιά σχέση πρέπει να ισχύει, για να είναι ή ανακλώμενη και ή διαθλώμενη ακτίνα κάθετες μεταξύ τους;  
Έφαρμογή  $n = 1,5$ .  $\epsilon\phi 57^\circ = 1,5$ .

141. Μιά φωτεινή ακτίνα μπαίνοντας από τον άερα μέσα σε μία πλάκα σχηματίζει γωνία προσπτώσεως  $\pi$  και γωνία διαθλάσεως  $\delta$ . Αν τό πάχος τής πλάκας είναι  $d$ , να βρεθεί ότι ή παράλληλη μετατόπιση  $a$  τής φωτεινής ακτίνας δίνεται από τήν εξίσωση:

$$a = d \cdot \frac{\eta\mu(\pi - \delta)}{\sigma\upsilon\nu \delta}$$

142. Μιά φωτεινή ακτίνα περνάει μέσα από πρίσμα που έχει διαθλαστική γωνία  $A = 60^\circ$  και δείκτη διαθλάσεως  $n = \sqrt{2}$ . Πόση είναι ή γωνία ελάχιστης έκτροπής;

143. Ένα πρίσμα έχει διαθλαστική γωνία  $A = 45^\circ$  και δείκτη διαθλάσεως  $n = 1,5$ . Η φωτεινή ακτίνα σχηματίζει γωνία προσπτώσεως  $\pi_1 = 30^\circ$ . Πόση είναι ή γωνία έκτροπής;

144. Η κύρια τομή πρίσματος είναι ισόπλευρο τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Μιά φωτεινή ακτίνα πέφτει κάθετα πάνω στην έδρα  $AB$ . Νά κατασκευαστεί ή πορεία τής ακτίνας και να βρεθεί πόση είναι ή γωνία έκτροπής, αν ό δείκτης διαθλάσεως του πρίσματος είναι  $n = \sqrt{2}$ .

145. Ένα λεπτό γυάλινο πρίσμα έχει διαθλαστική γωνία  $A_1 = 5^\circ$ , δείκτη διαθλάσεως  $n_1 = 1,52$  και βρίσκεται σε έπαφή με ένα άλλο γυάλινο πρίσμα που έχει δείκτη διαθλάσεως  $n_2 = 1,63$ . Μιά φωτεινή ακτίνα, όταν πέφτει κάθετα πάνω στην έδρα του ενός πρίσματος, βγαίνει από τήν έδρα του άλλου πρίσματος χωρίς να πάθει έκτροπή. Πόση είναι ή διαθλαστική γωνία  $A_2$  του άλλου πρίσματος;

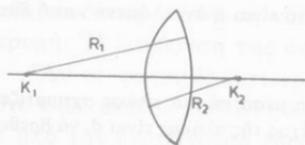
146. Μιά φωτεινή ακτίνα πέφτει κάθετα πάνω στη μία έδρα πρίσματος, που έχει διαθλαστική γωνία  $A$  και βγαίνει στον άερα από τήν άλλη έδρα του πρίσματος σχηματίζοντας με τήν κάθετο στην έδρα γωνία  $\pi_2$ . Νά βρεθεί ό δείκτης διαθλάσεως  $n$  του πρίσματος.  
Έφαρμογή  $A = 30^\circ$ .  $\pi_2 = 45^\circ$ .

147. Πόση πρέπει να είναι ή διαθλαστική γωνία  $A$  ενός πρίσματος που έχει δείκτη διαθλάσεως  $n = 1,75$ , για να μή μπορεί ή φωτεινή ακτίνα να βγει από τήν άλλη έδρα του πρίσματος στον άερα;  $\eta\mu 35^\circ \simeq 0,571$ .

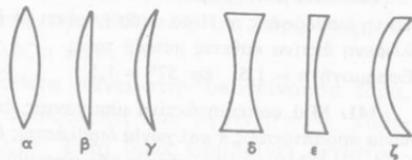
## Σφαιρικοί φακοί

### 92. Φακοί

α. Όρισμοί. Όνομάζουμε *φακό* ένα διαφανές μέσο (συνήθως γυαλί), που περιορίζεται από δύο σφαιρικές επιφάνειες ή από μία σφαιρική και μία επίπεδη επιφάνεια (σχ. 141). Οί ακτίνες καμπυλότητας ( $R_1, R_2$ ) των σφαιρικών επιφανειών ονομάζονται *ακτίνες καμπυλότητας* του φακού. Τά κέντρα καμπυλότητας  $K_1, K_2$  των σφαιρικών επιφανειών ονομάζονται *κέντρα καμπυλότητας* του φακού. Η εϋθεια  $K_1K_2$  που περνάει από τά δύο κέντρα



Σχ. 141. Σφαιρικός φακός ( $R_1, R_2$ , ακτίνες καμπυλότητας,  $K_1, K_2$  κέντρα καμπυλότητας).



Σχ. 142 Σφαιρικοί φακοί (α, β, γ, συγκεντρωτικοί, δ, ε, ζ άποκεντρωτικοί φακοί).

καμπυλότητας, ονομάζεται *κύριος άξονας* του φακού.

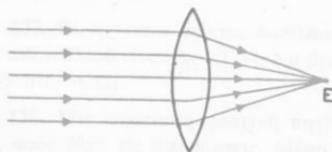
Στήν παρακάτω μελέτη των φακών δεχόμαστε ότι ισχύουν οι έξης συνθήκες :

α) Ο φακός βρίσκεται μέσα στον *άέρα*, που ο δείκτης διαθλάσεώς του είναι κατά προσέγγιση ίσος με τή μονάδα ( $n_{\text{αερ}} = 1$ ).

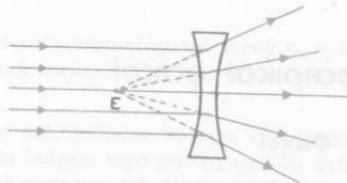
β) Οι φωτεινές ακτίνες που πέφτουν στο φακό βρίσκονται *πολύ κοντά* στον κύριο άξονα (κεντρικές ακτίνες).

γ) Το φώς που πέφτει στο φακό είναι *μονοχρωματικό*.

β. Συγκεντρωτικοί και άποκεντρωτικοί φακοί. Από τό συνδυασμό δύο σφαιρικών επιφανειών ή μιās σφαιρικής και μιās επίπεδης επιφάνειας προκύπτουν έξι είδη φακών (σχ. 142). Οί φακοί που είναι παχύτεροι στή μέση και λεπτότεροι στις άκρες ονομάζονται *συγκεντρωτικοί* (ή *συγκλίνοντες*) φακοί, γιατί μεταβάλλουν σε συγκλίνουσα δέσμη μιá παράλληλη δέσμη φωτεινών ακτίνων που πέφτει πάνω τους (σχ. 143). Αντίθετα οί φακοί, που είναι λεπτότεροι στή μέση και παχύτεροι στις άκρες, ονομάζονται *άποκεντρωτικοί* (ή *άποκλίνοντες*) φακοί, γιατί μεταβάλλουν σε άποκλίνουσα δέσμη μιá παράλληλη δέσμη φωτεινών ακτίνων που πέφτει πάνω τους (σχ. 144

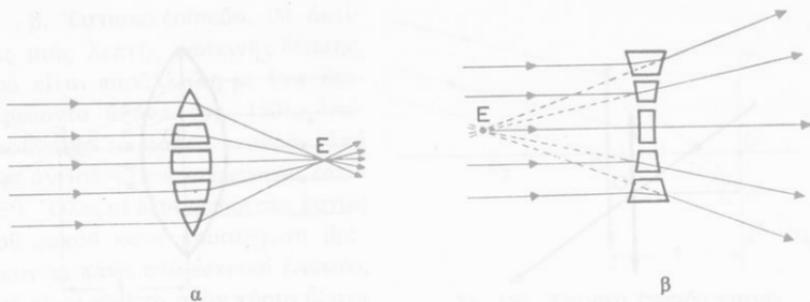


Σχ. 143. Η κύρια έστία (E) του συγκεντρωτικού φακού.



Σχ. 144. Η κύρια έστία (E) στον άποκεντρωτικό φακό είναι φανταστική.

Όταν ένας συγκεντρωτικός φακός βρίσκεται μέσα σε περιβάλλον οπτικά πυκνότερο από τόν φακό συμπεριφέρεται σάν άποκεντρωτικός και αντίστροφα.

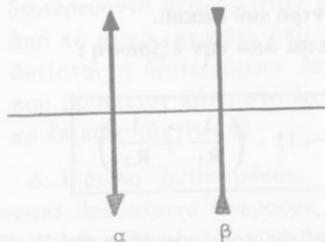


Σχ. 145. Έξηγηση τής ιδιότητας τών φακών να σχηματίζουν συγκλίνουσα (α) ή αποκλίνουσα (β) δέσμη.

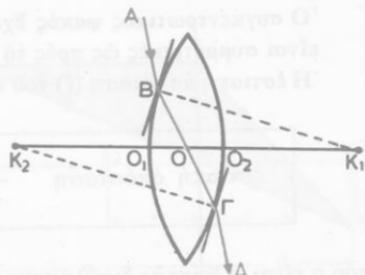
Ἡ ιδιότητα αὐτή τών φακῶν ἐρμηνεύεται, ἂν θεωρήσουμε ὅτι ὁ φακός ἀποτελεῖται ἀπὸ μικρά τμήματα πρισμάτων, πού οἱ διαθλαστικές γωνίες τους (Α) μεταβάλλονται συνεχῶς, ὅσο προχωροῦμε ἀπὸ τὸν κύριον ἄξονα πρὸς τὶς ἄκρες τοῦ φακοῦ (σχ. 145).

Τὸ πάχος τῶν φακῶν πού συνήθως χρησιμοποιοῦμε, ὅταν τὸ μετράμε κατὰ μῆκος τοῦ κύριου ἄξονα, εἶναι πολὺ μικρὸ σχετικὰ μὲ τὶς ἀκτίνες κάμψης. Αὐτοὶ οἱ φακοὶ ὀνομάζονται *λεπτοὶ φακοὶ* καὶ γραφικὰ παριστάνονται ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 146.

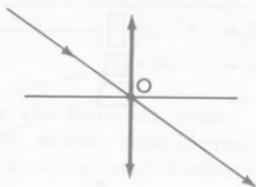
γ. Ὀπτικὸ κέντρο τοῦ φακοῦ. Ὁ κύριος ἄξονας τοῦ φακοῦ τέμνει τὶς δύο σφαιρικές ἐπιφάνειες σὲ δύο σημεῖα  $O_1$  καὶ  $O_2$  (σχ. 147). Στοὺς λεπτοὺς φακοὺς θεωροῦμε ὅτι αὐτὰ τὰ δύο σημεῖα συμπίπτουν σὲ ἓνα σημεῖο  $O$  τοῦ κύριου ἄξονα (σχ. 148). Αὐτὸ τὸ σημεῖο ὀνομάζεται *ὀπτικὸ κέντρο* τοῦ φακοῦ καὶ ἔχει τὴν ἐξῆς ιδιότητα :



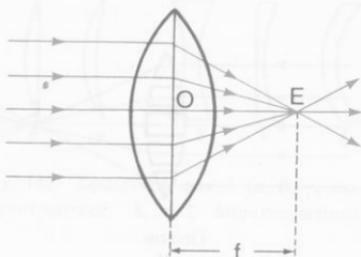
Σχ. 146. Σχηματικὴ παράσταση τῶν λεπτῶν φακῶν (α συγκεντρωτικός, β ἀποκεντρωτικός φακός).



Σχ. 147. Ἡ ἀκτίνα πού περνάει ἀπὸ τὸ ὀπτικὸ κέντρο δὲν παθαίνει ἐκτροπή.



Σχ. 148. Δευτερεύων άξονας φακού.



Σχ. 149. Έστιακή απόσταση (f) του φακού.

Μία φωτεινή ακτίνα, που περνάει από τό οπτικό κέντρο, βγαίνει από τό φακό χωρίς έκτροπή.

Κάθε εϋθεία, που περνάει από τό οπτικό κέντρο (έκτός από τόν κύριο άξονα) ονομάζεται *δευτερεύων άξονας* του φακού (σχ. 148).

### 93. Συγκεντρωτικοί φακοί

α. Κύρια έστία. Έστιακή απόσταση. Σέ ένα συγκεντρωτικό φακό πέφτει μία φωτεινή δέσμη παράλληλη μέ τόν κύριο άξονα (σχ. 149). Όλες οί άκτίνες που βγαίνουν από τό φακό περνούν από ένα σημείο E του κύριου άξονα, που ονομάζεται *κύρια έστία* του φακού. Η απόσταση της κύριας έστιας από τό οπτικό κέντρο ονομάζεται *έστιακή απόσταση* (f) του φακού. Αϋτή είναι *σταθερή* και *ανεξάρτητη* από τή φορά τών φωτεινών ακτίνων που πέφτουν στό φακό. Ωστε :

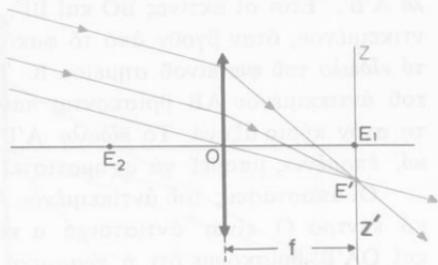
Ό συγκεντρωτικός φακός έχει δύο πραγματικές κύριες έστίες (E), που είναι συμμετρικές ως πρός τό οπτικό κέντρο του φακού.

Η έστιακή απόσταση (f) του φακού δίνεται από τήν εξίσωση :

$$\text{έστιακή απόσταση} \quad \frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

όπου n είναι ό δείκτης διαθλάσεως του γυαλιού ως πρός τόν άέρα και  $R_1$ ,  $R_2$  είναι οί άκτίνες καμπυλότητας του φακού. Αν ή μία επιφάνεια του φακού είναι επίπεδη, τότε είναι  $R_2 = \infty$  (άρα  $1/R_2 = 0$ ). Τά  $R_1$  και  $R_2$  έχουν θετική τιμή, όταν άντιστοιχούν σε *κοντές* επιφάνειες τών φακών.

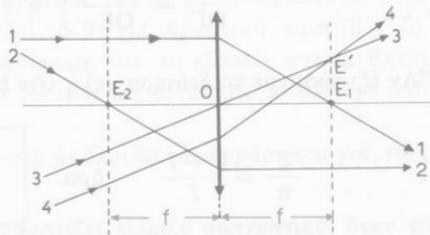
β. Έστιακό επίπεδο. Οί ακτί-  
νες μιάς λεπτής φωτεινής δέσμης,  
πού είναι παράλληλη μέ ένα δευ-  
τερεύοντα άξονα (σχ. 150), όταν  
βγούν από τό φακό, περνούν από  
τήν αντίστοιχη δευτερεύουσα έστία  
(E'). Όλες οί δευτερεύουσες έστίες  
του φακού κατά προσέγγιση βρί-  
σκονται πάνω στό έστιακό επίπεδο,  
πού είναι κάθετο στον κύριο άξονα  
στό σημείο E.



Σχ. 150. Έστιακό επίπεδο φακού.

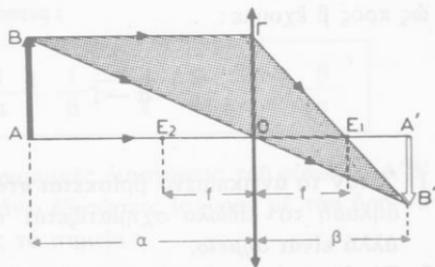
γ. Πορεία μερικων ακτινων που περνουν μέσα από συγκεντρωτικό φακό.  
Άπό τά παραπάνω καταλήγουμε στά ακόλουθα συμπεράσματα σχετικά μέ  
τήν πορεία ορισμένων ακτινων (σχ. 151), που περνούν μέσα από συγκε-  
ντρωτικό φακό :

1. Μιά ακτίνα παράλληλη μέ τόν κύριο άξονα, όταν βγει από τό φακό, περνάει από τήν κύρια έ-  
στία (ακτίνα 1).
2. Μιά ακτίνα που περνάει από τήν κύρια έστία, όταν βγει από τό φακό, είναι παράλληλη μέ τόν κύριο άξονα (ακτίνα 2).
3. Μιά ακτίνα, όταν περνάει από τό οπτικό κέντρο, βγαίνει από τό φακό χωρίς εκτροπή (ακτίνα 3).
4. Μιά ακτίνα παράλληλη μέ ένα δευτερεύοντα άξονα, όταν βγει από τό φακό, περνάει από τήν αντίστοιχη δευτερεύουσα έστία, που βρίσκεται πάνω στό έστιακό επίπεδο (ακτίνα 4).



Σχ. 151. Πορεία μερικων ακτινων που περνούν μέσα από συγκεντρωτικό φακό.

δ. Είδωλο αντικειμένου. Ός  
φωτεινό αντικείμενο θεωρούμε μιά  
εϋθεια AB, κάθετη στον κύριο άξο-  
να (σχ. 152). Έπειδή ξέρουμε τήν  
πορεία ορισμένων ακτινων, μπο-  
ρούμε νά κατασκευάσουμε τό είδω-



Σχ. 152. Πραγματικό είδωλο (A'B') ενός αντικειμένου (AB).

λο Α'Β'. Έτσι οι ακτίνες ΒΟ και ΒΓ, που φεύγουν από την άκρη Β του αντικειμένου, όταν βγούν από το φακό, τέμνονται στο σημείο Β', που είναι το είδωλο του φωτεινού σημείου Β. Τα είδωλα όλων των άλλων σημείων του αντικειμένου ΑΒ βρίσκονται πάνω στην ευθεία Α'Β', που είναι κάθετη στον κύριο άξονα. Το είδωλο Α'Β' είναι αντιστραμμένο και πραγματικό, επομένως μπορεί να σχηματιστεί πάνω σε διάφραγμα.

Οι αποστάσεις του αντικειμένου ΑΒ και του ειδώλου Α'Β' από το οπτικό κέντρο Ο είναι αντίστοιχα α και β. Από τα όμοια τρίγωνα ΟΑΒ και ΟΑ'Β' βρίσκουμε ότι η γραμμική μεγέθυνση είναι :

$$\frac{Α'Β'}{ΑΒ} = \frac{ΟΑ'}{ΟΑ} \quad \text{ή} \quad \boxed{\frac{Α'Β'}{ΑΒ} = \frac{\beta}{\alpha}} \quad (1)$$

Από τα όμοια τρίγωνα ΓΟΕ<sub>1</sub> και Α'Β'Ε<sub>1</sub> βρίσκουμε :

$$\frac{Α'Β'}{ΟΓ} = \frac{Ε_1Α'}{ΟΕ_1} \quad \text{ή} \quad \frac{Α'Β'}{ΑΒ} = \frac{\beta - f}{f} \quad (2)$$

Αν εξισώσουμε τα δεύτερα μέλη των εξισώσεων (1) και (2), έχουμε :

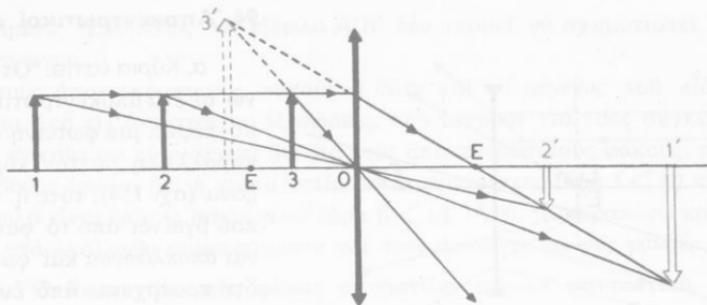
$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{\beta - f}{f} \quad \text{άρα} \quad \boxed{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{f}} \quad (3)$$

Η εξίσωση (1) προσδιορίζει το μέγεθος του ειδώλου και η εξίσωση (3) προσδιορίζει τη θέση του ειδώλου.

ε. Πραγματικό ή φανταστικό είδωλο. Αν λύσουμε την εξίσωση (3) ως προς β έχουμε :

$$\beta = \frac{\alpha f}{\alpha - f} \quad \text{ή} \quad \beta = \frac{f}{1 - \frac{f}{\alpha}} \quad (4)$$

1. Όταν το αντικείμενο βρίσκεται στο άπειρο ( $\alpha = \infty$ ), τότε είναι  $\beta = f$ , δηλαδή το είδωλο σχηματίζεται στην κύρια εστία, είναι πραγματικό, αλλά είναι σημείο.
2. Το αντικείμενο βρίσκεται πέρα από την κύρια εστία ( $\alpha > f$ ). Τότε το είδωλο σχηματίζεται πέρα από την άλλη κύρια εστία ( $\beta > f$ ) και είναι πραγματικό και αντιστραμμένο (σχ. 153).



Σχ. 153. Ο συγκεντρωτικός φακός σχηματίζει είδωλο πραγματικό (1', 2') και είδωλο φανταστικό (3').

- Τό αντικείμενο βρίσκεται στην κύρια έστια ( $a = f$ ). Τότε τό είδωλο σχηματίζεται στό άπειρο ( $\beta = \infty$ ), δηλαδή σ' αυτή τήν περίπτωση δέν υπάρχει είδωλο.
- Τό αντικείμενο βρίσκεται μεταξύ τής κύριας έστιας καί τοῦ φακοῦ ( $a < f$ ). Ἀπό τήν εξίσωση (4) βρίσκουμε ὅτι τό  $\beta$  ἔχει ἀρνητική τιμή ( $\beta < 0$ ). Μέ τή γεωμετρική κατασκευή βρίσκουμε ὅτι τό είδωλο σχηματίζεται πρὸς τό ἴδιο μέρος τοῦ φακοῦ, εἶναι φανταστικό, ὄρθιο καί μεγαλύτερο ἀπό τό αντικείμενο.

Ἀπό τά παραπάνω καταλήγουμε στά ἀκόλουθα συμπεράσματα γιά τοῦς συγκεντρωτικούς φακοῦς :

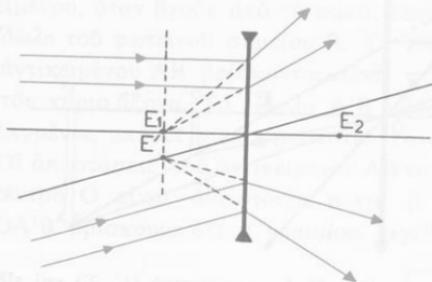
I. Ὁ συγκεντρωτικός φακός σχηματίζει είδωλο πραγματικό, ὅταν τό αντικείμενο βρίσκεται πέρα ἀπό τήν κύρια έστια ( $a > f$ ), ἐνῶ σχηματίζει είδωλο φανταστικό, ὅταν τό αντικείμενο βρίσκεται μεταξύ τής κύριας έστιας καί τοῦ φακοῦ ( $a < f$ ).

II. Ἡ θέση καί τό μέγεθος τοῦ ειδώλου προσδιορίζονται σέ ὅλες τίς περιπτώσεις ἀπό τίς ἐξῆς εξισώσεις :

$$\text{συγκεντρωτικοὶ φακοὶ} \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{f} \quad \frac{E}{A} = \frac{\beta}{a}$$

ὅπου E καί A εἶναι ἀντίστοιχα οἱ γραμμικές διαστάσεις τοῦ ειδώλου A'B' καί τοῦ αντικειμένου AB. Οἱ παραπάνω εξισώσεις ἰσχύουν μέ τόν ὄρο νά δεχτοῦμε τήν ἐξῆς σύμβαση ὡς πρὸς τά σημεῖα :

- a θετικό : αντικείμενο πραγματικό
- β θετικό : είδωλο πραγματικό
- β ἀρνητικό : είδωλο φανταστικό.



Σχ. 154. Κύρια έστια (E) και έστιακό επίπεδο σε αποκλίνοντα φακό.

#### 94. 'Αποκεντρωτικοί φακοί

α. Κύρια έστια. 'Όταν πάνω σε ένα αποκεντρωτικό φακό πέφτει μία φωτεινή δέσμη παράλληλη με τον κύριο άξονα (σχ. 154), τότε η δέσμη που βγαίνει από το φακό είναι αποκλίνουσα και φαίνεται ότι προέρχεται από ένα σημείο E του κύριου άξονα. Αυτό το σημείο είναι η κύρια έστια του φακού, ή όποια είναι φανταστική. 'Όστε :

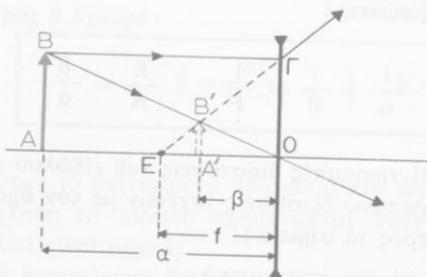
'Ο αποκεντρωτικός φακός έχει δύο φανταστικές κύριες έστιες (E) που είναι συμμετρικές ως προς το οπτικό κέντρο του φακού.

'Η έστιακή απόσταση (f) του φακού είναι άρνητική και προσδιορίζεται από την εξίσωση :

$$\text{έστιακή απόσταση} \quad \frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{-R_1} + \frac{1}{-R_2} \right)$$

Τά  $R_1$  και  $R_2$  έχουν άρνητική τιμή, όταν αντιστοιχούν σε κοίλες επιφάνειες των φακών. Στόν αποκεντρωτικό φακό και οί δευτερευουσες έστιες είναι φανταστικές και βρίσκονται πάνω σε δύο έστιακά επίπεδα φανταστικά.

β. Είδωλο άντικειμένου. 'Ός φωτεινό άντικείμενο θεωρούμε μία εϋθεια AB κάθετη στόν κύριο άξονα. 'Επειδή ξέρουμε την πορεία όρισμένων ακτίνων, μπορούμε να κατασκευάσουμε τό είδωλο A'B' (σχ. 155). Οί ακτίνες BΓ και BO, που προέρχονται από την άκρη B του άντικειμένου, όταν βγούν από τό φακό, φαίνεται ότι προέρχονται από τό σημείο B', που είναι τό είδωλο του φωτεινού σημείου B. Τό είδωλο A'B' είναι κάθετο στόν κύριο άξονα, φανταστικό, όρθιο και μικρότερο από τό



Σχ. 155. Φανταστικό είδωλο (A'B') ενός άντικειμένου (AB).

κρίνομε να κατασκευάσουμε τό είδωλο A'B' (σχ. 155). Οί ακτίνες BΓ και BO, που προέρχονται από την άκρη B του άντικειμένου, όταν βγούν από τό φακό, φαίνεται ότι προέρχονται από τό σημείο B', που είναι τό είδωλο του φωτεινού σημείου B. Τό είδωλο A'B' είναι κάθετο στόν κύριο άξονα, φανταστικό, όρθιο και μικρότερο από τό



**Παράδειγμα.** Ἀμφίκυρτος φακός ἔχει δείκτη διαθλάσεως  $n = 1,5$  καὶ ἀκτίνες καμπυλότητος  $R_1 = 40 \text{ cm}$  καὶ  $R_2 = 60 \text{ cm}$ . Σὲ ἀπόσταση  $a = 40 \text{ cm}$  ἀπὸ τὸ φακὸ τοποθετεῖται φωτεινὴ εὐθεΐα, πού ἔχει μήκος  $A = 5 \text{ cm}$ . Θὰ προσδιορίσουμε τὴ θέση ( $\beta$ ) καὶ τὸ μέγεθος ( $E$ ) τοῦ εἰδώλου. Οἱ δύο ἐπιφάνειες τοῦ φακοῦ εἶναι κυρτές, ἄρα οἱ ἀκτίνες καμπυλότητας εἶναι θετικές. Ἡ ἔστιακή ἀπόσταση ( $f$ ) τοῦ φακοῦ βρίσκεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωση :

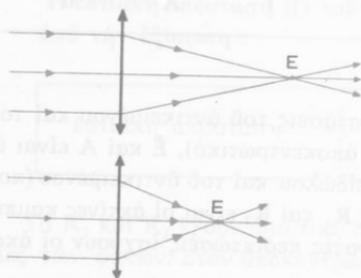
$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (1,5 - 1) \cdot \left( \frac{1}{40 \text{ cm}} + \frac{1}{60 \text{ cm}} \right) \quad \text{καὶ} \quad f = 48 \text{ cm}$$

Δίνεται ὅτι εἶναι  $a < f$ . Ἄρα τὸ εἶδωλο εἶναι φανταστικό. Αὐτὸ φαίνεται καὶ ὅταν υπολογίσουμε τὴν ἀπόσταση  $\beta$  τοῦ εἰδώλου ἀπὸ τὸ φακὸ. Ἀπὸ τὴν ἐξίσωση :

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{f} \quad \text{βρίσκουμε} \quad \beta = \frac{a \cdot f}{a - f} = \frac{40 \text{ cm} \cdot 48 \text{ cm}}{(40 - 48) \text{ cm}} \quad \text{καὶ} \quad \beta = -240 \text{ cm}$$

Τὸ μέγεθος τοῦ εἰδώλου (κατὰ ἀπόλυτη τιμὴ) εἶναι :

$$E = A \cdot \frac{\beta}{a} = 5 \text{ cm} \cdot \frac{240 \text{ cm}}{40 \text{ cm}} \quad \text{καὶ} \quad E = 30 \text{ cm}$$



Σχ. 156. Γιά τὸν ὀρισμὸ τῆς ἰσχύος τοῦ φακοῦ.

## 96. Ἴσχύς φακοῦ

Σὲ ἓνα συγκεντρωτικὸ φακὸ πέφτει φωτεινὴ δέσμη παράλληλη μὲ τὸν κύριον ἄξονα (σχ. 156). Ὁ φακὸς μετατρέπει αὐτὴ τὴ δέσμη σὲ τόσο περισσότερο συγκλίνουσα, ὅσο μικρότερη εἶναι ἡ ἔστιακή ἀπόσταση ( $f$ ) τοῦ φακοῦ. Ὀνομάζεται ἰσχύς ( $I$ ) ἑνὸς φακοῦ τὸ ἀντίστροφο τῆς ἔστιακῆς ἀποστάσεώς του ( $f$ ).

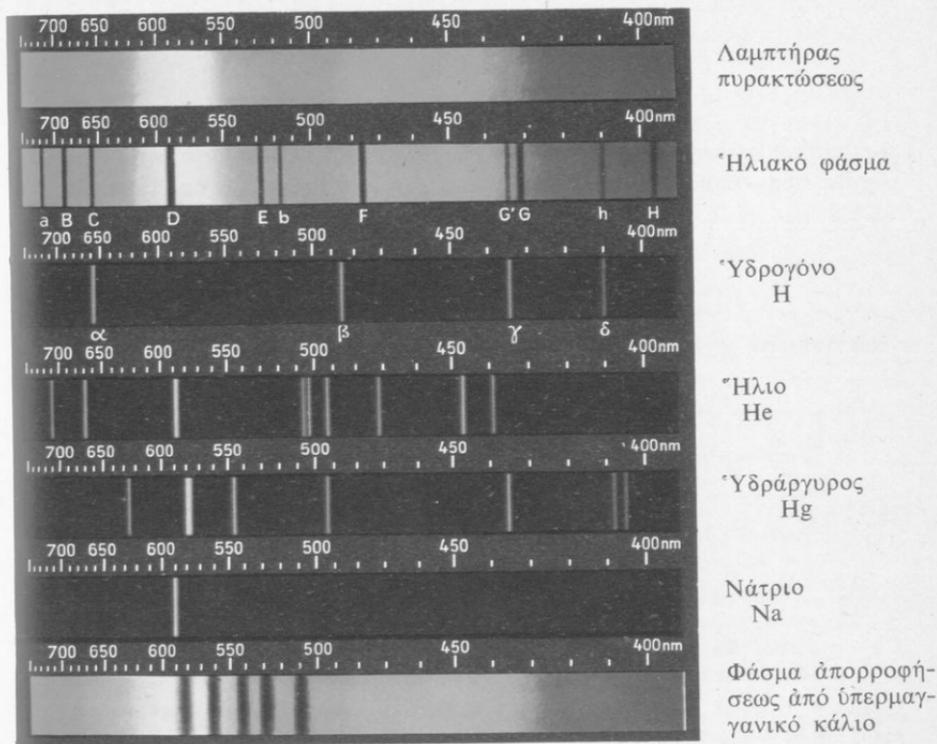
$$\text{ἰσχύς φακοῦ} \quad I = \frac{1}{f}$$

Ἡ ἰσχύς εἶναι θετικὴ στοὺς συγκεντρωτικούς φακοὺς καὶ ἀρνητικὴ στοὺς ἀποκεντρωτικούς. Στὸ σύστημα SI μονάδα ἰσχύος εἶναι ἡ *διοπτρία* ( $1 \text{ dpt}$ ), πού ὀρίζεται ὡς ἑξῆς :

**Διοπτρία (1 dpt)** εἶναι ἡ ἰσχύς φακοῦ, πού ἔχει ἔστιακή ἀπόσταση ( $f$ ) ἴση μὲ ἓνα μέτρο ( $1 \text{ m}$ ).

$$1 \text{ διοπτρία (1 dpt)} = \frac{1}{1 \text{ m}} \quad \text{ἢ} \quad 1 \text{ dpt} = 1 \text{ m}^{-1}$$

## Α. Φάσμα που δίνει τό πρίσμα



Φάσματα εκπομπής και απορροφήσεως.

Οί διαιρέσεις της κλίμακας δείχνουν τά μήκη κύματος ( $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ )



Έτσι π.χ. συγκεντρωτικός φακός, που έχει έστιακή απόσταση  $f = 20$  cm, έχει ισχύ :

$$I = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,20 \text{ m}} \quad \text{καί} \quad I = 5 \text{ dpt}$$

### 97. Σύστημα λεπτών φακών

Όταν πολλοί λεπτοί φακοί έχουν τόν ίδιο κύριο άξονα καί βρίσκονται σε έπαφή, τότε αυτοί οί φακοί αποτελούν ένα σύστημα φακών, που ή ισχύς του ( $I_{ολ}$ ) είναι ίση μέ τό άλγεβρικό άθροισμα τών ισχύων όλων τών φακών του συστήματος, δηλαδή είναι :

$$I_{ολ} = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

Ωστε τό σύστημα φακών ισοδυναμεί μέ ένα φακό, που έχει έστιακή απόσταση  $f_{ολ}$  καί ισχύ :

$$I_{ολ} = \frac{1}{f_{ολ}} \quad \text{άρα} \quad \frac{1}{f_{ολ}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} + \dots + \frac{1}{f_n}$$

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

148. Οί άκτίνες καμπυλότητας ενός φακού, που έχει δείκτη διαθλάσεως  $n = 1,5$  είναι  $R_1 = 40$  cm καί  $R_2 = 60$  cm. Πόση είναι ή έστιακή απόσταση  $f$  τού φακού ;

149. Η μιá άκτίνα καμπυλότητας άμφίκυρτου φακού είναι  $R_1 = 15$  cm, ό δείκτης διαθλάσεως τού φακού είναι  $n = 1,5$  καί ή έστιακή απόστασή του είναι  $f = 10$  cm. Πόση είναι ή άλλη άκτίνα καμπυλότητας  $R_2$  τού φακού ;

150. Σέ έναν άμφίκυρτο φακό οί δύο άκτίνες καμπυλότητας είναι ίσες μέ  $R_1 = R_2 = 50$  cm. Η έστιακή απόσταση τού φακού για όρισμένη άκτινοβολία είναι  $f = 45$  cm. Πόσος είναι ό δείκτης διαθλάσεως τού γυαλιού γι' αυτή τήν άκτινοβολία ;

151. Σέ πόση απόσταση από ένα συγκεντρωτικό φακό έστιακής αποστάσεως  $f$  πρέπει νά τοποθετήσουμε ένα αντικείμενο, για νά είναι τό ειδώλο 3 φορές μεγαλύτερο από τό αντικείμενο ;

152. Ένα φωτεινό σημείο βρίσκεται πάνω στόν κύριο άξονα συγκεντρωτικού φακού έστιακής αποστάσεως 15 cm. Η απόσταση τού ειδώλου από τό φακό είναι κατά 80 cm μικρότερη από τήν απόσταση τού αντικειμένου από τό φακό. Νά βρεθούν οί αποστάσεις τού ειδώλου καί τού αντικειμένου από τό φακό.

153. Σέ πόση απόσταση από συγκεντρωτικό φακό έστιακής αποστάσεως 15 cm πρέπει νά τοποθετήσουμε ένα αντικείμενο, ώστε τό ειδώλο που σχηματίζεται νά έχει επιφάνεια 9 φορές μεγαλύτερη από τήν επιφάνεια τού αντικειμένου ;

154. Μιά φωτεινή ευθεία, που έχει μήκος  $AB = 2 \text{ cm}$ , βρίσκεται σε απόσταση  $d = 1 \text{ m}$  από ένα διάφραγμα. Μεταξύ της ευθείας και του διαφράγματος τοποθετούμε ένα συγκεντρωτικό φακό και τότε στο διάφραγμα σχηματίζεται καθαρό είδωλο, όταν ο φακός βρίσκεται σε δύο θέσεις που απέχουν  $l = 40 \text{ cm}$  ή μιά από την άλλη. Πόση είναι η έστιακή απόσταση του φακού και πόσο είναι το μήκος των δύο ειδώλων που σχηματίζονται πάνω στο διάφραγμα;

155. Σε απόσταση  $20 \text{ cm}$  από άποκεντρικό φακό έστιακής απόστάσεως  $— 12 \text{ cm}$  τοποθετούμε αντικείμενο που έχει μήκος  $AB = 10 \text{ cm}$ . Νά βρεθεί η θέση και το μέγεθος του ειδώλου.

156. Πάνω σε έναν άποκεντρικό φακό πέφτει μιά κυλινδρική δέσμη ακτίνων που είναι παράλληλες με τον κύριο άξονα του φακού. Σε απόσταση  $16 \text{ cm}$  από το φακό και κάθετα στον άξονά του φέρνουμε ένα διάφραγμα. Τότε πάνω στο διάφραγμα σχηματίζεται ένας φωτεινός κύκλος, που η διάμετρός του είναι 3 φορές μεγαλύτερη από τη διάμετρο της δέσμης που πέφτει στο φακό. Πόση είναι η έστιακή απόσταση του φακού;

157. Ένας συμμετρικός άμφικυρτος φακός έχει δείκτη διαθλάσεως  $n = 1,5$  και επιπέει στην επιφάνεια ύδραργύρου. Σε ύψος  $25 \text{ cm}$  πάνω από το φακό είναι ένα φωτεινό σημείο  $A$  που βρίσκεται πάνω στον κύριο άξονα του φακού. Τότε το είδωλο σχηματίζεται στη θέση που είναι και το σημείο  $A$ . Πόση είναι η έστιακή απόσταση του φακού;

158. Με ένα φακό, που έχει ισχύ  $5$  διοπτρίες, θέλουμε να σχηματίσουμε πάνω σε έναν τοίχο (διάφραγμα) το είδωλο  $A'B'$  ενός αντικειμένου  $AB$  και το μήκος του ειδώλου να είναι  $20$  φορές μεγαλύτερο από το μήκος του αντικειμένου. Ο κύριος άξονας του φακού είναι κάθετος στον τοίχο. Νά βρεθούν οι αποστάσεις του φακού από τον τοίχο και του αντικειμένου από το φακό.

159. Ένα αντικείμενο έχει μήκος  $AB = 10 \text{ cm}$  και βρίσκεται σε απόσταση  $40 \text{ cm}$  από συγκεντρωτικό φακό  $\Lambda_1$ , που έχει έστιακή απόσταση  $f_1 = 30 \text{ cm}$ . Θέλουμε να σχηματίσουμε το είδωλο του αντικειμένου πάνω σε διάφραγμα που απέχει  $6 \text{ m}$  από το φακό  $\Lambda_1$ . Αυτό το πετυχαίνουμε, αν φέρουμε σε επαφή με το φακό  $\Lambda_1$  έναν άλλο φακό  $\Lambda_2$ , που έχει έστιακή απόσταση  $f_2$ . Τι είδους φακός είναι ο  $\Lambda_2$  και πόση είναι η έστιακή απόστασή του; Πόσο είναι το μέγεθος του ειδώλου που σχηματίζεται πάνω στο διάφραγμα;

160. Έχουμε ένα συγκεντρωτικό φακό, έστιακής απόστάσεως  $50 \text{ cm}$ . Πάνω στον κύριο άξονα του φακού και σε απόσταση  $75 \text{ cm}$  από το φακό τοποθετούμε φωτεινό σημείο  $\Sigma$  και πίσω από το φακό σε απόσταση  $d = 1 \text{ m}$  από αυτόν τοποθετούμε έναν επίπεδο καθρέφτη  $K$  κάθετα στον κύριο άξονα του φακού. α) Νά βρεθεί η θέση του τελικού ειδώλου  $\Sigma'$ . β) Νά βρεθεί που πρέπει να τοποθετήσουμε τον επίπεδο καθρέφτη  $K$ , ώστε το τελικό είδωλο  $\Sigma'$  να σχηματίζεται στη θέση που βρίσκεται το φωτεινό σημείο  $\Sigma$ .

161. Δύο συγκεντρωτικοί φακοί  $\Lambda_1$  και  $\Lambda_2$  έχουν τον ίδιο κύριο άξονα, την ίδια έστιακή απόσταση  $f = 2 \text{ cm}$  και η μεταξύ τους απόσταση είναι  $d$ . Πάνω στον πρώτο φακό  $\Lambda_1$  πέφτει μιά φωτεινή δέσμη παράλληλη με τον κύριο άξονα του συστήματος των δύο φακών. Νά βρεθεί η θέση και το είδος του τελικού ειδώλου, όταν η απόσταση των φακών είναι  $d = 6 \text{ cm}$  και  $d = 3 \text{ cm}$ .

## Όπτικά όργανα

### 98. Όπτικά όργανα. Μεγέθυνση.

Όσο μεγαλύτερο είναι τό είδωλο πού σχηματίζεται πάνω στόν άμφιβληστροειδή, τόσο περισσότερες λεπτομέρειες τού άντικειμένου διακρίνουμε. Ξέρουμε ότι τό μέγεθος τού ειδώλου είναι *άνάλογο* μέ τή φαινόμενη διάμετρο τού άντικειμένου, καί ότι ή *μέγιστη δυνατή* φαινόμενη διάμετρος άντιστοιχεί στήν *ελάχιστη* άπόσταση εύκρινους όράσεως. Για νά αυξήσουμε άκόμη περισσότερο τή φαινόμενη διάμετρο, χρησιμοποιούμε διάφορα *όπτικά όργανα*, για τά όποια ισχύει ό ακόλουθος όρισμός :

**Μεγέθυνση (M)** ενός όπτικού όργάνου ονομάζεται ό λόγος τής γωνίας ( $\omega_2$ ), μέ τήν όποία βλέπουμε μέσω τού όργάνου τό είδωλο (A'B'), πρós τή γωνία ( $\omega_1$ ), μέ τήν όποία βλέπουμε τό άντικείμενο (AB) μέ γυμνό μάτι, όταν τό άντικείμενο βρίσκεται στήν *ελάχιστη* άπόσταση εύκρινους όράσεως.

$$\text{μεγέθυνση } M = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

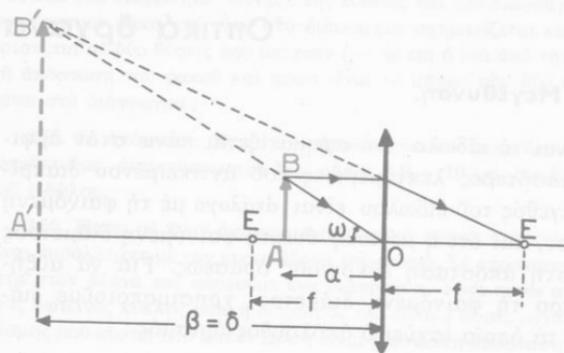
Η μεγέθυνση πού όρίσαμε είναι ή *γωνιακή μεγέθυνση*. Ό λόγος τών γραμμικών διαστάσεων τού ειδώλου (A'B') καί τού άντικειμένου (AB) όνομάζεται *γραμμική μεγέθυνση* ( $\gamma$ ).

$$\text{γραμμική μεγέθυνση } \gamma = \frac{A'B'}{AB}$$

Η γωνία  $\omega_2$  έχει *τή μεγαλύτερη τιμή*, όταν τό είδωλο A'B' σχηματίζεται στήν *ελάχιστη* άπόσταση εύκρινους όράσεως (περίπου 25 cm).

### 99. Άπλό μικροσκόπιο

Τό *άπλό μικροσκόπιο* (ή *μεγεθυντικός φακός*) είναι ένας συγκεντρωτικός φακός μέ μικρή έστιακή άπόσταση  $f$ . Τό άντικείμενο AB, πού θέλουμε νά παρατηρήσουμε, τό τοποθετούμε μεταξύ τής κύριας έστιας καί τού φακού (σχ. 157). Τότε τό είδωλο A'B', πού παρατηρούμε, είναι *φανταστικό, όρθιο* καί *μεγαλύτερο* από τό άντικείμενο. Η γωνία  $\omega_2$ , μέ τήν όποία



Σχ. 157. Σχηματική παράσταση του άπλου μικροσκοπίου.

βλέπουμε το είδωλο  $A'B'$ , έχει τή μεγαλύτερη τιμή, όταν το είδωλο σχηματίζεται στην ελάχιστη απόσταση εκκρινούς όρασεως ( $\delta$ ), δηλαδή όταν είναι  $\beta = \delta$ .

Τότε ισχύει ή εξίσωση :

$$\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta} = \frac{1}{f}$$

$$\text{Άρα } \alpha = \frac{f \cdot \delta}{f + \delta} \quad (1)$$

Η εξίσωση (1) καθορίζει σε πόση απόσταση από το φακό πρέπει να τοποθετηθεί το αντικείμενο  $AB$ , ώστε το είδωλο  $A'B'$  να διακρίνεται καθαρά. Υποθέτουμε ότι το μάτι μας βρίσκεται σε επαφή με το φακό, ώστε το σύστημα μάτι - φακός να έχουν το ίδιο οπτικό κέντρο.

α. Ίσχύς του άπλου μικροσκοπίου. Όταν είναι  $\beta = \delta$ , το είδωλο φαίνεται καθαρά με τή γωνία  $\omega$  (σχ. 157). Άρα μέσω του φακού ή μονάδα μήκους ενός αντικειμένου  $AB$  φαίνεται με τή γωνία  $\omega/AB$ . Για όλα γενικά τά μικροσκόπια ισχύει ο ακόλουθος ορισμός :

**Ίσχύς (I) του μικροσκοπίου ονομάζεται ή γωνία, με τήν όποια βλέπουμε, μέσω του φακού, τή μονάδα μήκους του αντικειμένου.**

Σύμφωνα με τόν παραπάνω ορισμό ή ισχύς του άπλου μικροσκοπίου είναι :

$$\text{ισχύς άπλου μικροσκοπίου. } I = \frac{\omega}{AB} \quad (2)$$

Άπό τήν εξίσωση (2) βρίσκουμε ότι μονάδα ισχύος του μικροσκοπίου είναι:

$$\text{μονάδα ισχύος } \frac{1 \text{ rad}}{1 \text{ m}} = 1 \text{ m}^{-1} \quad \text{Άρα } 1 \text{ διοπτρία (1 dpt)}$$

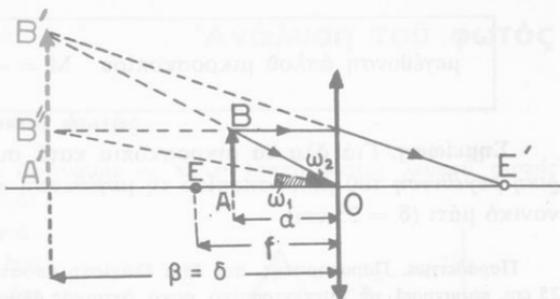
Στό όρθογώνιο τρίγωνο OAB είναι:

$$AB = OA \cdot \epsilon\phi \omega$$

“Αν λάβουμε ύπόψη ότι ή γωνία  $\omega$  είναι πολύ μικρή και ή έστιακή απόσταση  $f$  είναι έπίσης πολύ μικρή, τότε κατά μεγάλη προσέγγιση μπορούμε να λάβουμε:

$$AB = f \cdot \omega$$

Έπομένως από την έξισωση (2) βρίσκουμε ότι ή ισχύς του άπλου μικροσκοπίου είναι:



Σχ. 158. Μεγέθυνση του άπλου μικροσκοπίου. ( $M = \omega / \omega_1$ ).

ισχύς άπλου μικροσκοπίου  $I = \frac{1}{f}$

β. Μεγέθυνση του άπλου μικροσκοπίου. “Όταν είναι  $\beta = \delta$  (σχ. 158), οί γωνίες  $\omega_2$  και  $\omega_1$  είναι πολύ μικρές και από τά όρθογώνια τρίγωνα OAB και OA'B'' βρίσκουμε ότι είναι:

$$\omega_2 = \frac{AB}{OA} \quad \eta \quad \omega_2 = \frac{AB}{a}$$

και

$$\omega_1 = \frac{A'B''}{OA'} \quad \eta \quad \omega_1 = \frac{AB}{\delta}$$

“Όστε ή μεγέθυνση του άπλου μικροσκοπίου είναι:

$$M = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad \eta \quad M = \frac{\delta}{a} \tag{3}$$

“Αν στην παραπάνω έξισωση αντικαταστήσουμε τό  $a$  από την έξισωση (1), βρίσκουμε ότι ή μεγέθυνση του άπλου μικροσκοπίου είναι:

μεγέθυνση άπλου μικροσκοπίου  $M = 1 + \frac{\delta}{f}$

Έπειδή ή έστιακή απόσταση του φακού είναι πολύ μικρή, μπορούμε

νά θεωρήσουμε ότι είναι  $\alpha \simeq f$ . Τότε από την εξίσωση (3) βρίσκουμε ότι κατά μεγάλη προσέγγιση ή μεγέθυνση του άπλου μικροσκοπίου είναι :

$$\text{μεγέθυνση άπλου μικροσκοπίου } M = \frac{\delta}{f} \quad \text{ή} \quad M = I \cdot \delta$$

**Σημείωση.** Για όλα τα μικροσκόπια κατά συνθήκη ονομάζουμε *εμπρο- ρική μεγέθυνση* του μικροσκοπίου τη μεγέθυνση που αντιστοιχεί στο κα- νονικό μάτι ( $\delta = 25 \text{ cm}$ ).

**Παράδειγμα.** Παρατηρητής, που έχει ελάχιστη απόσταση εύκρινους όράσεως  $\delta = 25 \text{ cm}$ , παρατηρεί με συγκεντρωτικό φακό έστιακής απόστάσεως  $f = 2 \text{ cm}$  αντικείμενο που έχει μήκος  $AB = 2 \text{ mm}$ .

'Η ισχύς του άπλου μικροσκοπίου είναι :

$$I = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,02 \text{ m}} \quad \text{καί} \quad I = 50 \text{ dpt}$$

'Η μεγέθυνση είναι :

$$M = \frac{\delta}{f} = \frac{25 \text{ cm}}{2 \text{ cm}} \quad \text{καί} \quad M = 12,5$$

$$\text{ή} \quad M = 1 + \frac{\delta}{f} = 1 + 12,5 \quad \text{καί} \quad M = 13,5$$

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

162. Ένας παρατηρητής έχει ελάχιστη απόσταση εύκρινους όράσεως  $12 \text{ cm}$  και χρησιμοποιεί ως άπλο μικροσκόπιο ένα συγκεντρωτικό φακό έστιακής απόστάσεως  $4 \text{ cm}$ . 'Ο φακός βρίσκεται σε έπαφή με τό μάτι του παρατηρητή. Πόση είναι ή μεγέθυνση γι' αυτόν τόν παρατηρητή και πόση είναι ή απόσταση του αντικειμένου από τό φακό ;

163. Ένας παρατηρητής έχει ελάχιστη απόσταση εύκρινους όράσεως  $25 \text{ cm}$  και χρη- σιμοποιεί ως άπλο μικροσκόπιο ένα συγκεντρωτικό φακό έστιακής απόστάσεως  $5 \text{ cm}$ . Πού πρέπει νά τοποθετήσει τό αντικείμενο που παρατηρεί και πόση είναι ή μεγέθυνση ;

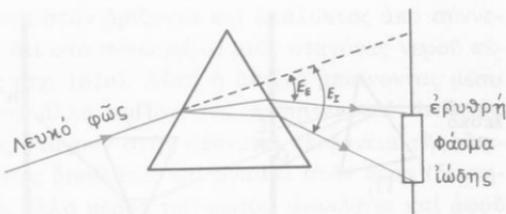
164. Ένας παρατηρητής, που έχει ελάχιστη απόσταση εύκρινους όράσεως  $20 \text{ cm}$ , χρησιμοποιεί ως άπλο μικροσκόπιο συγκεντρωτικό φακό που έχει ισχύ  $12 \text{ διοπτρίες}$ . Πόση είναι ή μεγέθυνση ; 'Αν τό είδωλο που παρατηρεί έχει μήκος  $4 \text{ cm}$ , πόσο είναι τό μήκος του αντικειμένου ;

165. Ένας συγκεντρωτικός φακός έχει ισχύ  $12 \text{ dpt}$  και χρησιμοποιείται ως άπλο μι- κροσκόπιο από παρατηρητή που έχει ελάχιστη απόσταση εύκρινους όράσεως  $\delta = 20 \text{ cm}$ . Πόση είναι ή μεγέθυνση ; 'Αν τό παρατηρούμενο είδωλο έχει μήκος  $A'B' = 4 \text{ cm}$ , πόσο είναι τό μήκος  $AB$  του αντικειμένου ;

## Ἀνάλυση τοῦ φωτός

### 100. Ἀνάλυση τοῦ λευκοῦ φωτός

Πάνω σέ ἓνα πρίσμα ἀφήνουμε νά πέσει λεπτή δέσμη λευκοῦ φωτός (σχ. 159). Ἄν στήν πορεία τῶν ἀκτίνων πού βγαίνουν ἀπό τό πρίσμα βάλουμε ἓνα διάφραγμα, βλέπουμε ὅτι σχηματίζεται μιά *συνεχῆς ἑγχρωμηταίνια*, πού ὀνομάζεται *φάσμα*. Ἡ μετάβαση ἀπό τό ἓνα χρῶμα τοῦ φάσματος στό ἐπόμενο γίνεται ἀνεπαίσθητα. Κατά σειρά διακρίνουμε κυρίως τά ἐξῆς χρώματα : ἐρυθρό, πορτοκαλλί, κίτρινο, πράσινο, κυανό, βαθύ κυανό καί ἰώδες.



Σχ. 159. Ἀνάλυση τοῦ λευκοῦ φωτός μέ τό πρίσμα.

Ἡ μετάβαση ἀπό τό ἓνα χρῶμα τοῦ φάσματος στό ἐπόμενο γίνεται ἀνεπαίσθητα. Κατά σειρά διακρίνουμε κυρίως τά ἐξῆς χρώματα : ἐρυθρό, πορτοκαλλί, κίτρινο, πράσινο, κυανό, βαθύ κυανό καί ἰώδες. Τό φαινόμενο αὐτό ὀνομάζεται *ἀνάλυση* τοῦ φωτός καί δείχνει ὅτι τό λευκό φῶς εἶναι *σύνθετο*.

Κάθε χρῶμα τοῦ φάσματος ὀνομάζεται γενικά *ἀκτινοβολία* (π.χ. ἐρυθρὴ ἀκτινοβολία, κίτρινη ἀκτινοβολία κ.λ.). Τό φάσμα ἀποτελεῖται ἀπό ἓνα πολύ μεγάλο πλῆθος ἀκτινοβολιῶν. Ὡστε τό λευκό φῶς περνώντας μέσα ἀπό τό πρίσμα *ἀναλύεται* στίς ὁρατές ἀκτινοβολίες τοῦ φάσματος.

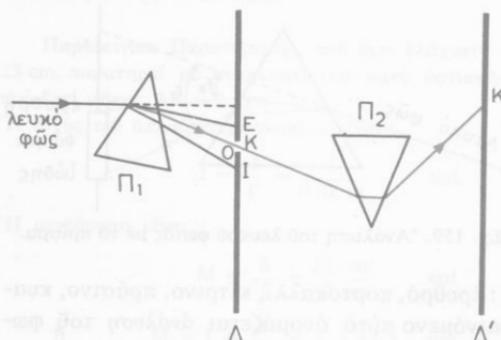
α. Ἐξήγηση τῆς ἀναλύσεως τοῦ φωτός. Στό κενό ὅλες οἱ ἀκτινοβολίες (δηλαδή οἱ ἀκτίνες ὄλων τῶν χρωμάτων τοῦ φάσματος) διαδίδονται *μέ τήν ἴδια ταχύτητα*. Μέσα ὁμῶς στά διάφορα *ὕλικά* (π.χ. τό γυάλι) οἱ ἀκτινοβολίες τοῦ φάσματος διαδίδονται *μέ διαφορετικὴ ταχύτητα*. Ἔτσι κάθε ἀκτινοβολία ἔχει *ἰδιαίτερο* δείκτη διαθλάσεως. Στό παραπάνω πείραμα ὅλες οἱ ἀκτίνες τῆς δέσμης τοῦ λευκοῦ φωτός πέφτουν πάνω στό πρίσμα μέ τήν ἴδια γωνία προσπτώσεως. Παρατηροῦμε ὅτι *τῆ μικρότερη* ἐκτροπὴ παρουσιάζει ἡ ἐρυθρὴ ἀκτινοβολία καί *τῆ μεγαλύτερη* ἡ ἰώδης ἀκτινοβολία. Ἐπειδὴ ξέρουμε (§ 96 στ) ὅτι ἡ γωνία ἐκτροπῆς εἶναι ἀνάλογη μέ τό δείκτη διαθλάσεως, καταλήγουμε στό συμπέρασμα ὅτι οἱ δείκτες διαθλάσεως, πού ἀντιστοιχοῦν στίς διάφορες ἀκτινοβολίες τοῦ φάσματος, *συνεχῶς ἀυξάνουν*, ὅσο *προχωροῦμε* ἀπό τὴν ἐρυθρὴ πρὸς τὴν ἰώδη ἀκτινοβολία τοῦ φάσματος. Ἔτσι ὁ Νεύτωνας ἔδωσε τὴν ἀκόλουθη ἐξήγηση στό φαινόμενο τῆς ἀναλύσεως τοῦ φωτός :

Τό λευκό φῶς ἀποτελεῖται ἀπό μεγάλο πλῆθος ἀκτινοβολιῶν καί σέ καθεμιά ἀπό αὐτές ἀντιστοιχεῖ ἰδιαίτερος δείκτης διαθλάσεως.

Ὅταν τό λευκό φῶς περνάει μέσα ἀπό τό πρίσμα, οἱ ἀκτινοβολίες διαχωρίζονται, γιατί καθεμιά ἀπό αὐτές παθαίνει διαφορετική ἐκτροπή.

### 101. Ἰδιότητες τῶν ἀκτινοβολιῶν τοῦ φάσματος

Στό διάφραγμα πού σχηματίζεται τό φάσμα (σχ. 160) δημιουργοῦμε μικρό ἄνοιγμα καί ἀφήνουμε

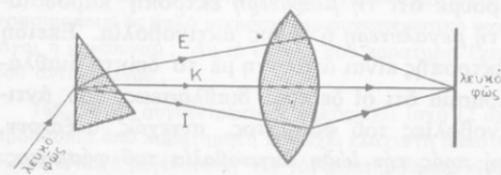


Σχ. 160. Κάθε ἀκτινοβολία τοῦ φάσματος εἶναι ἄπλή.

νά περάσει ἀπό αὐτό μόνο μιᾶ ἀκτινοβολία τοῦ φάσματος (π.χ. ἡ κίτρινη). Αὐτή ἡ ἀκτινοβολία πέφτει ἔπειτα πάνω σέ δεύτερο πρίσμα. Παρατηροῦμε ὅτι τό δεύτερο πρίσμα προκαλεῖ μόνο ἐκτροπή τῆς ἀκτινοβολίας, ὄχι ὅμως καί ἀνάλυσή της σέ ἄλλες ἀκτινοβολίες. Ὄστε κάθε ἀκτινοβολία τοῦ φάσματος εἶναι ἄπλή καί δέν ἀναλύεται σέ ἄλλες ἀπλούστερες.

Ἄν μέ ἓνα συγκεντρωτικό φακό συγκεντρώσουμε πάνω σέ διάφραγμα ὅλες τίς ἀκτινοβολίες τοῦ φάσματος, παίρνομε λευκό φῶς (σχ. 161). Ὄστε οἱ ἀκτινοβολίες τοῦ φάσματος, ὅταν συγκεντρωθοῦν, δίνουν λευκό φῶς.

**Συμπληρωματικά χρώματα.** Μέ ἓνα μικρό πρίσμα ἐκτρέπομε ἓνα ἀπό τά χρώματα τοῦ φάσματος, π.χ. τό ἐρυθρό καί συγκεντρώνομε τά υπόλοιπα



Σχ. 161. Ἀνασύνθεση τοῦ λευκοῦ φωτός.

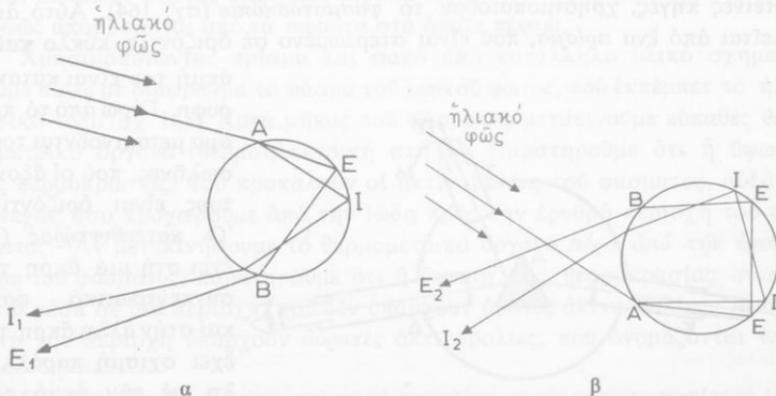
χρώματα. Αὐτά δίνουν ἓνα πράσινο χρώμα, πού προέρχεται ἀπό τήν ἀνάμιξη τῶν υπόλοιπων χρωμάτων τοῦ φάσματος. Δύο χρώματα, ὅπως π.χ. τό ἐρυθρό καί τό πράσινο, πού, ὅταν ἀναμιγνύονται μέ ὀρισμένες ἀναλογίες, δίνουν λευκό φῶς, ὀνομάζονται **συμπληρωματικά χρώματα**. Κάθε χρώμα λοιπόν

του φάσματος είναι συμπληρωματικό του χρώματος που προέρχεται από την ανάμιξη όλων των άλλων χρωμάτων του φάσματος.

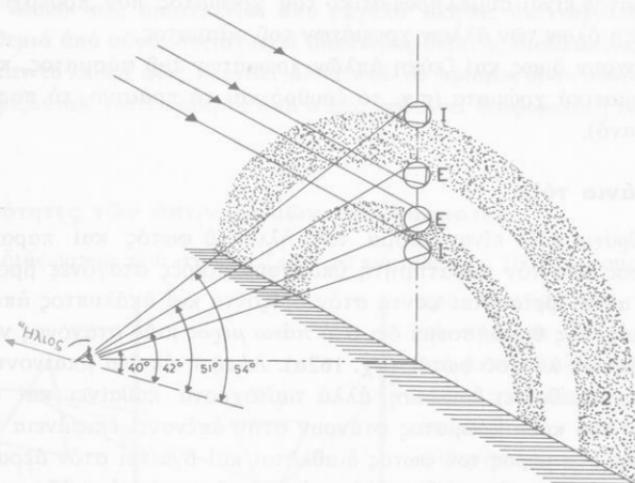
Υπάρχουν όμως και ζεύγη απλών χρωμάτων του φάσματος, που είναι συμπληρωματικά χρώματα (π.χ. το ερυθρό και το πράσινο, το πορτοκαλί και το κυανό).

### 102. Ουράνιο τόξο

Τό ουράνιο τόξο είναι φάσμα του ηλιακού φωτός και παρατηρείται όταν εμπρός από τον παρατηρητή υπάρχουν μικρές σταγόνες βροχής και πίσω από αυτόν βρίσκεται κοντά στον ορίζοντα και ακάλυπτος από σύννεφα ο Ήλιος. Άς θεωρήσουμε ότι στο πάνω μέρος μιας σταγόνας νερού πέφτει μία ακτίνα λευκού φωτός (σχ. 162α). Αυτή η ακτίνα μπαίνοντας μέσα στη σταγόνα παθαίνει διάθλαση, αλλά ταυτόχρονα παθαίνει και *ανάλυση*. Οί ακτίνες του κάθε χρώματος φτάνουν στην απέναντι επιφάνεια της σταγόνας, όπου ένα μέρος του φωτός διαθλάται και βγαίνει στον αέρα (δέ σημειώνεται στο σχήμα), και ένα άλλο μέρος του φωτός *ανακλάται* και αφού διατρέξει πάλι τη σταγόνα, φτάνει στην εμπρόσθια επιφάνεια της σταγόνας. Έκει οι ακτίνες παθαίνουν νέα *διάθλαση* και βγαίνουν στον αέρα. Όπως δείχνει το σχήμα, οι ερυθρές ακτίνες  $E_1$ , που μπαίνουν στο μάτι μας, μάς φαίνεται ότι προέρχονται από σημεία που βρίσκονται ψηλότερα παρά τα σημεία από τα οποία μάς φαίνεται ότι προέρχονται οι ιώδεις ακτίνες  $I_1$ , που φτάνουν στο μάτι μας. Έτσι στο *πρωτεύον* ουράνιο τόξο το ερυθρό χρώμα φαίνεται πάνω από το ιώδες. Μερικές από τις παράλληλες ηλιακές ακτίνες πέφτουν στο κάτω μέρος των σταγόνων (σχ. 162β). Οί ακτίνες, που



Σχ. 162. Για την εξήγηση του ουράνιου τόξου.

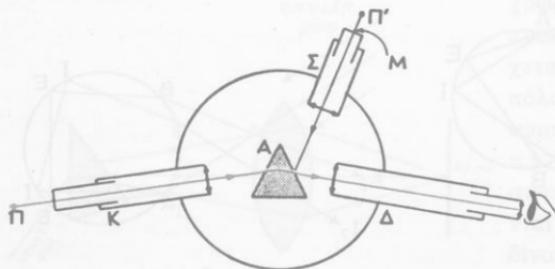


Σχ. 163. Τό πρωτεον (κάτω) και τό δευτερεον (πάνω) οὐράνιο τόξο.

προκύπτουν από τήν ανάλυση τοῦ φωτός, παθαίνουν μέσα στή σταγόνα δύο ανακλάσεις και ἔπειτα ξαναβγαίνουν στόν ἀέρα. Αυτό τό φαινόμενο δημιουργεῖ τό δευτερεῶν οὐράνιο τόξο, στό ὁποῖο βλέπουμε τό ἴδιος χρώμα  $I_2$  πάνω ἀπό τό ἐρυθρό  $E_2$  (σχ. 163).

### 103. Φασματοσκόπιο

Γιά τή μελέτη τοῦ φάσματος τοῦ φωτός, πού ἐκπέμπουν οἱ διάφορες φωτεινές πηγές, χρησιμοποιοῦμε τό φασματοσκόπιο (σχ. 164). Αυτό ἀποτελεῖται ἀπό ἕνα πρίσμα, πού εἶναι στερεωμένο σέ ὀριζόντιο κύκλο και ἡ



Σχ. 164. Φασματοσκόπιο (σηματική παράσταση).

ἀκμή του εἶναι κατακόρυφη. Γύρω ἀπό τό πρίσμα μετακινοῦνται τρεῖς σωληνες, πού οἱ ἄξονές τους εἶναι ὀριζόντιοι. Ὁ κατεθυντήρας (K) ἔχει στή μιά ἄκρη του συγκεντρωτικό φακό και στήν ἄλλη ἄκρη του ἔχει σχισμή παράλληλη μέ τήν ἀκμή τοῦ πρίσματος. Ἡ σχισμή

βρίσκεται στό ἐστιακό ἐπίπεδο τοῦ φακοῦ καί φωτίζεται ἀπό τή φωτεινή πηγὴ (Π) πού τό φῶς τῆς θέλουμε νά τό ἀναλύσουμε. Ἔτσι πάνω στό πρίσμα πέφτουν παράλληλες ἀκτίνες (δηλαδή μέ τήν ἴδια γωνία προσπτώσεως).

Ἡ *διόπτρα* (Δ) δέχεται τίς ἀκτίνες πού βγαίνουν ἀπό τό πρίσμα (δηλαδή τό φάσμα). Ὁ ἀντικειμενικός φακός τῆς διόπτρας σχηματίζει πραγματικό εἶδωλο τοῦ φάσματος καί μέ τόν προσοφθάλμιο φακό τῆς διόπτρας παρατηροῦμε αὐτό τό εἶδωλο. Ὁ τρίτος σωλήνας (Σ) ἔχει στή μιὰ ἄκρη του συγκεντρωτικό φακό καί στήν ἄλλη ἄκρη του, πού συμπίπτει μέ τό ἐστιακό ἐπίπεδο τοῦ φακοῦ, ἔχει διαφανή μικρομετρική κλίμακα (*σωλήνας τῆς κλίμακας*). Ἡ κλίμακα φωτίζεται ἀπό μιὰ ἰσχυρὴ φωτεινὴ πηγὴ (Π'). Οἱ ἀκτίνες πού προέρχονται ἀπό τήν κλίμακα ἀνακλῶνται πάνω στή μιὰ ἕδρα τοῦ πρίσματος καί μπαίνουν στή διόπτρα. Ὄταν λοιπόν παρατηροῦμε μέ τόν προσοφθάλμιο τῆς διόπτρας, βλέπουμε τό εἶδωλο τοῦ φάσματος πάνω στό εἶδωλο τῆς κλίμακας.

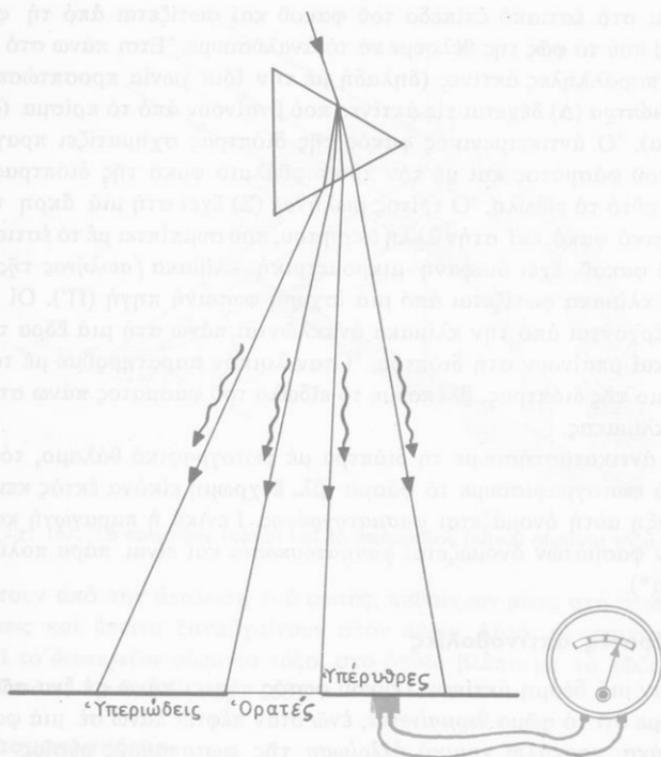
Ἄν αντικαταστήσουμε τή διόπτρα μέ φωτογραφικό θάλαμο, τότε μποροῦμε νά φωτογραφίσουμε τό φάσμα (βλ. ἐγχρωμὴ εἰκόνα ἐκτός κειμένου). Ἡ διάταξη αὐτὴ ὀνομάζεται *φασματογράφος*. Γενικά ἡ παραγωγή καί ἡ μελέτη τῶν φασμάτων ὀνομάζεται *φασματοσκοπία* καί εἶναι πάρα πολὺ ἐνδιαφέρουσα(\*).

#### 104. Ἀόρατες ἀκτινοβολίες

Ὄταν μιὰ δέσμη ἀκτίνων λευκοῦ φωτός πέφτει πάνω σέ ἓνα σῶμα, παρατηροῦμε ὅτι τό σῶμα *θερμαίνεται*, ἐνῶ ὅταν πέφτει πάνω σέ μιὰ φωτογραφικὴ πλάκα, προκαλεῖ *χημικὴ ἀλλοίωση* τῆς φωτοπαθοῦς οὐσίας. Τά φαινόμενα αὐτά δείχνουν ὅτι τό λευκὸ φῶς μεταφέρει *ἐνέργεια*, πού μετατρέπεται σέ ἄλλες μορφές ἐνέργειας π.χ. σέ *θερμότητα* ἢ *χημικὴ ἐνέργεια*, ὅταν τό φῶς ἀπορροφᾶται ἀπὸ τὰ σῶματα στά ὁποῖα πέφτει.

Χρησιμοποιώντας πρίσμα καί φακό ἀπὸ κατάλληλο ὑλικό σχηματίζουμε πάνω σέ διάφραγμα τό φάσμα τοῦ λευκοῦ φωτός, πού ἐκπέμπει τό ἠλεκτρικό τόξο (σχ. 165). Κατὰ μῆκος τοῦ φάσματος μετακινούμε εὐπαθὲς θερμομετρικὸ ὄργανο (θερμοηλεκτρικὴ στήλη). Παρατηροῦμε ὅτι ἡ ὑψωση τῆς θερμοκρασίας, πού προκαλοῦν οἱ ἀκτινοβολίες τοῦ φάσματος, αὐξάνει συνεχῶς ὅσο προχωροῦμε ἀπὸ τὴν ἰώδη πρὸς τὴν ἐρυθρὴ περιοχὴ τοῦ φάσματος. Ἄν μετακινήσουμε τό θερμομετρικὸ ὄργανο *πέρα ἀπὸ τὴν ἐρυθρὴ ἄκρη τοῦ φάσματος*, παρατηροῦμε ὅτι ἡ ὑψωση τῆς θερμοκρασίας *συνεχίζεται* μέσα σέ μιὰ περιοχὴ, πού δέν ὑπάρχουν ὄρατὲς ἀκτινοβολίες. Ἄρα σ' αὐτὴ τὴν περιοχὴ ὑπάρχουν *ἀόρατες* ἀκτινοβολίες, πού ὀνομάζονται *ὑπέ-*

(\*) Γιά τὰ εἶδη τῶν φασμάτων καί γιά τὰ συμπεράσματα τῆς φασματοσκοπίας θά ἐπα-  
νέλθουμε στήν ἐπόμενη τάξη.



Σχ. 165. Σχηματική διάταξη για την εξέταση των όρατων και των άορατων ακτινοβολιών του φάσματος.

ρυθρες ακτινοβολίες. Αυτές αναπτύσσουν πολύ μεγαλύτερη θερμότητα από τις άλλες ακτινοβολίες του φάσματος και η γωνία έκτροπής τους είναι μικρότερη από τη γωνία έκτροπής της όρατης έρυθρης ακτινοβολίας.

Προβάλλουμε τό φάσμα πάνω σέ φωτογραφική πλάκα. "Όταν έμφανίσουμε τήν πλάκα, παρατηρούμε ότι ή προσβολή της γίνεται τόσο πιό έντονη, όσο προχωρούμε πρός τήν ιώδη περιοχή του φάσματος και ότι πέρα από τήν ιώδη άκρη του φάσματος ή προσβολή της πλάκας συνεχίζεται ακόμη πιό έντονη μέσα σέ μιά περιοχή, πού δέν υπάρχουν όρατες ακτινοβολίες. "Άρα σ' ατή τήν περιοχή υπάρχουν άόρατες ακτινοβολίες, πού όνομάζονται *υπεριώδεις ακτινοβολίες*. Αυτές προσβάλλουν τή φωτογραφική πλάκα πιό έντονα από τίς άλλες ακτινοβολίες του φάσματος και ή γωνία έκτροπής τους είναι *μεγαλύτερη* από τή γωνία έκτροπής της όρατης ιώδους ακτινοβολίας. "Άπό τά παραπάνω καταλήγουμε στά ακόλουθα συμπεράσματα :

**I. Μιά φωτεινή πηγή, εκτός από τις όρατες ακτινοβολίες, εκπέμπει και άορατες υπέρυθρες και υπεριώδεις ακτινοβολίες.**

**II. Οί υπέρυθρες ακτινοβολίες έχουν δείκτη διαθλάσεως μικρότερο από τό δείκτη διαθλάσεως τής όρατής έρυθρής έκτινοβολίας. Αντίθετα οί υπεριώδεις ακτινοβολίες έχουν δείκτη διαθλάσεως μεγαλύτερο από τό δείκτη διαθλάσεως τής όρατής ιώδους ακτινοβολίας.**

α. Υπέρυθρες ακτινοβολίες. Κάθε σώμα πού έχει θερμοκρασία μεγαλύτερη από τή θερμοκρασία του περιβάλλοντος ακτινοβολεί θερμότητα. Πειραματικά βρίσκουμε ότι ή ακτινοβολία πού εκπέμπουν τά θερμά σώματα είναι *υπέρυθρες ακτινοβολίες* πού λέγονται και *θερμικές ακτίνες* και σχηματίζουν ένα φάσμα μεγάλης εκτάσεως. Όσο αυξάνει ή θερμοκρασία ενός σώματος, τόσο περισσότερο οί υπέρυθρες ακτινοβολίες πού εκπέμπει τό σώμα πλησιάζουν προς τίς όρατες ακτινοβολίες. Καί όταν τό σώμα αποκτήσει μία όρισμένη θερμοκρασία, τότε αρχίζει νά εκπέμπει πρώτα όρατή έρυθρή ακτινοβολία και έπειτα διαδοχικά τίς υπόλοιπες όρατες ακτινοβολίες.

Η μεγαλύτερη πηγή υπέρυθρων ακτίνων είναι ο Ήλιος. Γύρω μας κάθε θερμό σώμα εκπέμπει υπέρυθρες ακτίνες. Όταν πάνω σε ένα σώμα πέφτουν υπέρυθρες ακτίνες, τότε ένα μέρος τής ενέργειάς τους πάντοτε *απορροφάται* από τό σώμα και ή υπόλοιπη ενέργειά τους ανακλάται ή διαχέεται ή περνάει μέσα από τό σώμα. Τό κοινό γυαλί απορροφά σχεδόν ολοκληρωτικά τίς υπέρυθρες ακτίνες, ενώ αντίθετα τό χλωριούχο νάτριο είναι σχεδόν τελείως διαφανές γι' αυτές τίς ακτίνες.

Οί υπέρυθρες ακτίνες έχουν σήμερα άρκετές εφαρμογές. Στά *θερμοκήπια* εκμεταλλευόμαστε τήν ιδιότητα πού έχει τό γυαλί νά είναι διαφανές για τίς όρατες ήλιακές ακτίνες, αλλά άδιαφανές για τίς υπέρυθρες ακτίνες. Οί όρατες ήλιακές ακτίνες περνούν από τό γυαλί και θερμαίνουν τό έδαφος. Αυτό όμως εκπέμπει υπέρυθρες ακτίνες, πού δέν περνούν από τό γυαλί, και έτσι ή θερμότητα μένει παγιδευμένη μέσα στο θερμοκήπιο. Άλλη ένδιαφέρουσα εφαρμογή είναι ή *φωτογράφιση* μέ υπέρυθρες ακτίνες, χρησιμοποιώντας ειδικά φίλμ, πού είναι ευαίσθητα σ' αυτές τίς ακτίνες. Έπειδή τά σύννεφα και ή όμίχλη είναι σχεδόν τελείως διαφανή για τίς υπέρυθρες ακτίνες, γι' αυτό μπορούμε νά φωτογραφίζουμε και περιοχές σκεπασμένες μέ σύννεφα ή όμίχλη.

β. Υπεριώδεις ακτινοβολίες. Οί *υπεριώδεις ακτινοβολίες* ή και *υπεριώδεις ακτίνες* εκπέμπονται από τά διάπυρα σώματα μαζί μέ τίς υπέρυθρες και τίς όρατες ακτινοβολίες. Φως πλούσιο σε υπεριώδεις ακτίνες μάς δίνει ή *λυχνία άτμών ύδραργύρου*. Τό δοχείο της είναι από χαλαζία, πού είναι διαφανής για τίς υπεριώδεις ακτίνες, ενώ αντίθετα τό γυαλί είναι τελείως άδιαφανές γι' αυτές τίς ακτίνες.

Ἡ ἐνέργεια, πού μεταφέρουν οἱ ὑπέρυθρες ἀκτίνες, ὅταν ἀπορροφᾶται ἀπό τήν ὕλη, μετατρέπεται ἀποκλειστικά *σέ θερμότητα*. Ἐνῶ ἡ ἐνέργεια πού μεταφέρουν οἱ ὑπεριώδεις ἀκτίνες, ὅταν ἀπορροφᾶται ἀπό τήν ὕλη, μετατρέπεται εὐκόλα *σέ ἄλλες μορφές ἐνέργειας*, διαφορετικές ἀπό τή θερμότητα. Ἔτσι στό φωτοκύτταρο ἡ ἐνέργεια τῶν ὑπεριωδῶν ἀκτίνων μετατρέπεται *σέ ἠλεκτρική ἐνέργεια* καί *σέ* πολλές φωτοχημικές ἀντιδράσεις μετατρέπεται *σέ χημική ἐνέργεια*.

Οἱ ὑπεριώδεις ἀκτίνες προκαλοῦν *βιολογικά φαινόμενα*, π.χ. σκοτώνουν τά μικρόβια καί γι' αὐτό τίς χρησιμοποιοῦμε γιά ἀποστείρωση τοῦ νεροῦ καί στή θεραπευτική, προκαλοῦν τό καλοκαίρι τό μαύρισμα τοῦ δέρματος ἢ καί ἐγκαύματα, προσβάλλουν τά μάτια μας καί γι' αὐτό τά προφυλάγουμε μέ μαῦρα γυαλιά. Μέσα στούς ἐπιφανειακοῦς ἰστούς μας οἱ ἠλιακές ὑπεριώδεις ἀκτίνες προκαλοῦν τή σύνθεση τῆς βιταμίνης D, πού εἶναι ἀπαραίτητη γιά τήν ἀνάπτυξη τῶν ὀστέων. Ὄταν λείψουν αὐτές οἱ ἀκτίνες, ἐμφανίζεται ραχιτισμός.

Οἱ ὑπεριώδεις ἀκτίνες ἔχουν πολλές ἐφαρμογές. Μιά συνηθισμένη ἐφαρμογή τους εἶναι *οἱ λαμπτήρες φθορισμοῦ*. Σ' αὐτούς οἱ διάπυροι ἄτμοι ὕδραργύρου ἐκπέμπουν ἀόρατες ὑπεριώδεις ἀκτίνες, τίς ὁποῖες οἱ φθορίζουσες οὐσίες τίς μετατρέπουν *σέ* ὄρατές ἀκτίνες.

## 105. Τό χρῶμα τῶν σωμάτων

Ὄταν τό λευκό φῶς πέφτει πάνω *σέ* ἓνα σῶμα, τότε τό σῶμα ἀπορροφᾶ ὀρισμένες ἀκτινοβολίες τοῦ λευκοῦ φωτός. Αὐτή ἡ ἀπορρόφηση ἐξηγεῖ τό *χρῶμα* πού παίρνουν τά διάφορα σῶματα. Εὐκόλα μπορούμε νά βροῦμε τίς ἀκτινοβολίες, πού *ἐκλεκτικά* ἀπορροφᾶ ἓνα σῶμα. Φωτίζουμε τό σῶμα μέ τό λευκό φῶς μιᾶς ἰσχυρῆς φωτεινῆς πηγῆς καί μέ τό φασματοσκόπιο ἐξετάζουμε τό φῶς πού ἀνακλᾶται ἢ διαχέεται ἀπό τό σῶμα ἢ περνάει μέσα ἀπό αὐτό, ἄν τό σῶμα εἶναι διαφανές.

Τά *διαφανή σῶματα* (γυαλί, χαλαζίας, νερό κ.λ.), πού φαίνονται ἄχρωμα, ἀφήνουν νά περάσουν μέσα ἀπό τήν ὕλη τους σχεδόν *ὄλες* οἱ ἀκτινοβολίες τοῦ φάσματος τοῦ λευκοῦ φωτός. Τά διαφανή σῶματα, πού φαίνονται *ἐγχρωμα* (χρωματισμένο γυαλί, διαλύματα χρωστικῶν οὐσιῶν), *ἀπορροφοῦν* ὀρισμένες ἀκτινοβολίες τοῦ φάσματος τοῦ λευκοῦ φωτός. Ἔτσι π.χ. μιᾶ γυάλινη πλάκα φαίνεται πράσινη, γιατί μέσα ἀπό τό γυαλί περνοῦν μόνο οἱ πράσινες ἀκτινοβολίες, ἐνῶ ὄλες τίς ἄλλες ἀκτινοβολίες τό γυαλί τίς ἀπορροφᾶ.

Τά *ἀδιαφανή σῶματα* ὀφείλουν τό χρῶμα τους στό φῶς πού *ἀνακλᾶται* ἢ *διαχέεται* ἀπό τό σῶμα. Ἄν τό σῶμα *ἀπορροφᾶ* ὄλες τίς ἀκτινοβολίες τοῦ φάσματος τοῦ λευκοῦ φωτός, τότε τό σῶμα φαίνεται *μαῦρο*. Ἀντίθετα, ἄν

μέ την ίδια αναλογία διαχέονται όλες οι ακτινοβολίες του φάσματος του λευκού φωτός, τότε το σώμα φαίνεται λευκό. Τέλος, αν το σώμα απορροφά όρισμένες ακτινοβολίες του φάσματος του λευκού φωτός, τότε το χρώμα του σώματος προσδιορίζεται από τις ακτινοβολίες που διαχέονται. Το χρώμα ενός σώματος εξαρτάται και από το είδος του φωτός που πέφτει πάνω στο σώμα. Αν π.χ. ένα χαρτί, που έχει χρώμα ερυθρό, το βάλουμε στο ερυθρό τμήμα του ηλιακού φάσματος, το χαρτί φαίνεται ερυθρό, ενώ σε κάθε άλλη περιοχή του φάσματος το χαρτί αυτό φαίνεται μαύρο. Από τα παραπάνω καταλήγουμε στο εξής συμπέρασμα :

**Τό χρώμα των σωμάτων οφείλεται στο ότι κάθε σώμα απορροφά εκλεκτικά όρισμένες ακτινοβολίες του λευκού φωτός, και τις υπόλοιπες τις αφήνει να περάσουν ή τις ανακλά και τις διαχέει.**

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

166. Μιά φωτεινή ακτίνα λευκού φωτός πέφτει κάθετα πάνω στη μία έδρα λεπτού πρίσματος που έχει διαθλαστική γωνία  $A = 8^\circ$ . Γι' αυτό τό πρίσμα οι δείκτες διαθλάσεως για τήν ερυθρή και τήν ιώδη ακτινοβολία είναι αντίστοιχα  $n_E = 1,505$  και  $n_I = 1,520$ . Πόση είναι ή γωνία έκτροπής  $E_E$  και  $E_I$  γι' αυτές τις δύο άκραίες ακτινοβολίες του φάσματος ; Πόση είναι ή διαφορά των γωνιών έκτροπής  $E_I - E_E$  ;

167. Μιά φωτεινή ακτίνα λευκού φωτός πέφτει κάθετα πάνω στη μία έδρα λεπτού πρίσματος που έχει διαθλαστική γωνία  $A = 10^\circ$ . Οι δείκτες διαθλάσεως για τήν ερυθρή και τήν ιώδη ακτινοβολία είναι αντίστοιχα  $n_E = 1,53$  και  $n_I = 1,55$ . Τό φάσμα σχηματίζεται πάνω σε διάφραγμα που απέχει 2 m από τό πρίσμα. Κατά προσέγγιση θεωρούμε ότι ή εξερχόμενη από τό πρίσμα ερυθρή ακτίνα είναι κάθετη στο διάφραγμα. Πόσο μήκος έχει τό φάσμα που σχηματίζεται πάνω στο διάφραγμα ;

168. Ένα σύστημα από δύο λεπτά πρίσματα με διαθλαστικές γωνίες  $A_1$  και  $A_2$  θέλουμε να μη προκαλεί έκτροπή σε όρισμένη ακτινοβολία, που για τά δύο αυτά πρίσματα οι δείκτες διαθλάσεως αντίστοιχα είναι  $n_1$  και  $n_2$ . Πόσος πρέπει να είναι ο λόγος των διαθλαστικών γωνιών  $A_1$  και  $A_2$  των δύο πρισμάτων ;

## Φωτομετρία

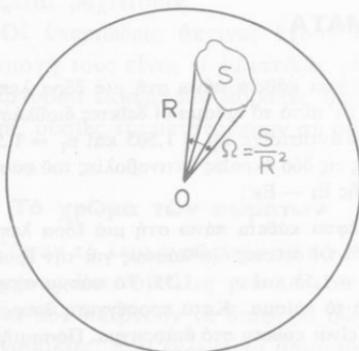
### 106. Φωτεινή ενέργεια

Από την καθημερινή παρατήρηση διαπιστώνουμε ότι οι φωτεινές πηγές είναι σώματα που συνήθως έχουν μεγάλη θερμοκρασία. Αντίστροφα διαπιστώνουμε ότι, όταν το φως απορροφάται από ένα σώμα, τότε το σώμα θερμαίνεται. Οι άπλες αυτές παρατηρήσεις φανερόνουν ότι η *θερμότητα μετατρέπεται σε φως* και αντίστροφα *τό φως μετατρέπεται σε θερμότητα*. Έτσι καταλήγουμε στο εξής συμπέρασμα :

■ **Τό φως είναι μία μορφή ενέργειας, που την ονομάζουμε φωτεινή ενέργεια.**

### 107. Στερεή γωνία και μονάδα της

Μία σφαίρα έχει κέντρο  $O$  και ακτίνα  $R$ . Στην επιφάνεια της σφαίρας θεωρούμε ένα τμήμα της που έχει έμβασό  $S$  (σχ. 166). Οι ακτίνες της σφαίρας, που καταλήγουν σε όλα τα σημεία της περιμέτρου της επιφάνειας  $S$ , σχηματίζουν μία *στερεή γωνία*  $\Omega$  και αποδεικνύεται ότι ισχύει η εξίσωση:  $S = \Omega \cdot R^2$ .



Σχ. 166. Όρισμός στερεής γωνίας.

Από αυτή την εξίσωση έχουμε την ακόλουθη *εξίσωση ορισμού* της στερεής γωνίας :

$$\text{στερεή γωνία } \Omega = \frac{S}{R^2}$$

Αν είναι  $S = R^2$ , τότε είναι  $\Omega = 1$ . Η *μονάδα στερεής γωνίας* ονομάζεται *στερακίνιο* (1 sterad). Ωστε :

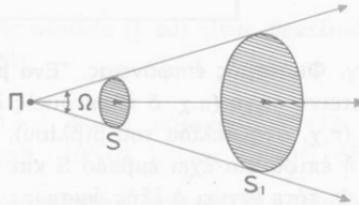
Μονάδα στερεής γωνίας είναι τό στερακίνιο (1 sterad), δηλαδή η στερεή γωνία που έχει την κορυφή της στο κέντρο σφαίρας με ακτίνα  $R$  και αντιστοιχεί σε τμήμα της σφαιρικής επιφάνειας που έχει έμβασό ( $S$ ) ίσο με  $R^2$ .

Η στερεή γωνία ( $\Omega$ ) που έχει κορυφή της τό κέντρο  $O$  της σφαίρας και αντιστοιχεί σε όλη τη σφαιρική επιφάνεια ( $S = 4\pi R^2$ ) είναι :

$$\Omega = \frac{S}{R^2} = \frac{4\pi R^2}{R^2} \quad \text{άρα} \quad \Omega = 4\pi \text{ sterad}$$

108. Φωτομετρικά μεγέθη

α. Φωτεινή ροή. Κάθε φωτεινή πηγή εκπέμπει συνεχώς φωτεινή ενέργεια, που διαδίδεται στο γύρω από την πηγή διαφανές μέσο, το οποίο θεωρούμε ομογενές και ισότροπο. Ως φωτεινή πηγή παίρνουμε ένα φωτεινό σημείο (σχ. 167) που εκπέμπει φωτεινή ενέργεια ομοιόμορφα προς όλες τις διευθύνσεις. Θεωρούμε έναν κώνο που έχει κορυφή τη φωτεινή πηγή και στερεή γωνία Ω. Μέσα σ' αυτή τη στερεή γωνία ή φωτεινή πηγή στη διάρκεια του χρόνου t εκπέμπει ενέργεια E. Έπομένως από μία τομή του κώνου περνάει κατά δευτερόλεπτο φωτεινή ενέργεια ίση με E/t. Αυτή η ενέργεια ονομάζεται φωτεινή ροή (Φ) και εκφράζει την ισχύ που περνάει από τη θεωρούμενη επιφάνεια. Ωστε :



Σχ. 167. Όρισμός της φωτεινής ροής.

**Φωτεινή ροή (Φ) ονομάζεται ή ισχύς που περνάει από μία επιφάνεια (δηλαδή ή φωτεινή ενέργεια που περνάει κατά δευτερόλεπτο από τη θεωρούμενη επιφάνεια).**

$$\text{φωτεινή ροή} = \frac{\text{φωτεινή ενέργεια}}{\text{χρόνος}} \quad \Phi = \frac{E}{t} \quad (1)$$

β. Ένταση φωτεινής πηγής. Μέσα στη στερεή γωνία Ω (σχ. 167) ή φωτεινή πηγή εκπέμπει φωτεινή ροή Φ. Έπομένως κατά μονάδα στερεής γωνίας ή φωτεινή πηγή εκπέμπει φωτεινή ροή ίση με Φ/Ω. Αυτή η φωτεινή ροή ονομάζεται ένταση (I) της φωτεινής πηγής (\*). Ωστε :

**Ένταση (I) φωτεινής πηγής ονομάζεται ή φωτεινή ροή που εκπέμπει ή φωτεινή πηγή κατά μονάδα στερεής γωνίας.**

$$\text{ένταση φωτεινής πηγής} = \frac{\text{φωτεινή ροή}}{\text{στερεή γωνία}} \quad I = \frac{\Phi}{\Omega} \quad (2)$$

Έπειδή ή φωτεινή πηγή εκπέμπει ομοιόμορφα προς όλες τις διευθύνσεις, γ' αυτό από την εξίσωση (2) για  $\Omega = 4\pi \text{ sterad}$  βρίσκουμε ότι :

(\* ) Η ένταση φωτεινής πηγής ονομάζεται και φθοβολία της πηγής.

Ἡ ὀλική φωτεινὴ ροή ( $\Phi_{ολ}$ ) ποὺ ἐκπέμπει μιὰ σημειακὴ φωτεινὴ πηγὴ, ἢ ὁποῖα ἔχει σταθερὴ ἔνταση ( $I$ ) πρὸς ὅλες τὶς διευθύνσεις, εἶναι ἴση μὲ  $4\pi \cdot I$ .

$$\text{ὀλική φωτεινὴ ροή} \quad \Phi_{ολ} = 4\pi \cdot I \quad (3)$$

γ. Φωτισμός ἐπιφάνειας. Ἐνα μέρος τῆς φωτεινῆς ροῆς ποὺ ἐκπέμπει ἡ φωτεινὴ πηγὴ (π.χ. ὁ ἠλεκτρικὸς λαμπτήρας) πέφτει πάνω σὲ μιὰ ἐπιφάνεια (π.χ. στὴ σελίδα τοῦ βιβλίου). Τότε λέμε ὅτι ἡ ἐπιφάνεια *φωτίζεται*. Ἄν ἡ ἐπιφάνεια ἔχει ἐμβαδὸ  $S$  καὶ πάνω τῆς πέφτει ὁμοιόμορφα φωτεινὴ ροὴ  $\Phi$ , τότε ἰσχύει ὁ ἐξῆς ὄρισμός :

Φωτισμός ( $B$ ) μιᾶς ἐπιφάνειας ὀνομάζεται τὸ πηλίκο τῆς φωτεινῆς ροῆς ( $\Phi$ ) διὰ τοῦ ἐμβαδοῦ ( $S$ ) τῆς ἐπιφάνειας (ὅταν ἡ φωτεινὴ ροὴ πέφτει ὁμοιόμορφα πάνω στὴν ἐπιφάνεια).

$$\text{φωτισμός ἐπιφάνειας} = \frac{\text{φωτεινὴ ροὴ}}{\text{ἐμβαδὸ ἐπιφάνειας}} \quad B = \frac{\Phi}{S} \quad (4)$$

Εἶναι φανερό ὅτι τὸ πηλίκο  $\frac{\Phi}{S}$  φανερώνει τὴ φωτεινὴ ροὴ ποὺ πέφτει πάνω στὴ μονάδα ἐπιφάνειας.

### 109. Μονάδες τῶν φωτομετρικῶν μεγεθῶν

Γνωρίσαμε τρία φωτομετρικὰ μεγέθη, τὴ φωτεινὴ ροὴ ( $\Phi$ ), τὴν ἔνταση φωτεινῆς πηγῆς ( $I$ ) καὶ τὸ φωτισμὸ ἐπιφάνειας ( $B$ ). Αὐτὰ τὰ μεγέθη τὰ μετρᾶμε μὲ κατάλληλες μονάδες, ποὺ προκύπτουν ἀπὸ τὸν ὄρισμὸ τῆς μονάδας ἐντάσεως φωτεινῆς πηγῆς.

α. Μονάδα ἐντάσεως φωτεινῆς πηγῆς. Ὡς μονάδα ἐντάσεως φωτεινῆς πηγῆς παίρνομε τὴν ἔνταση μιᾶς πρότυπης φωτεινῆς πηγῆς, ποὺ δίνει λευκὸ φῶς καὶ διατηρεῖ σταθερὴ τὴν ἐκπομπή της. Ἡ μονάδα ἐντάσεως φωτεινῆς πηγῆς ὀνομάζεται candela (1 cd) καὶ πραγματοποιεῖται ἀπὸ ὀρισμένη πρότυπη φωτεινὴ πηγὴ (\*). Ὡστε :

(\*) Candela (1 cd) εἶναι τὸ  $1/60$  τῆς φωτεινῆς ἰσχύος ποὺ ἐκπέμπει κάθετα ἐπιφάνεια  $1 \text{ cm}^2$  λευκοχρύσου, ὁ ὁποῖος ἔχει θερμοκρασία ἴση μὲ τὴ θερμοκρασία τῆς τήξεώς του ( $1773,5^\circ \text{C}$ ).

Μονάδα έντάσεως φωτεινής πηγής είναι ή *candela* (1 cd), δηλαδή ή ένταση μιās όρισμένης πρότυπης φωτεινής πηγής.

μονάδα έντάσεως φωτεινής πηγής 1 candela (1 cd)

Ή μονάδα έντάσεως φωτεινής πηγής *candela* (1 cd) είναι θεμελιώδης μονάδα στό Διεθνές Σύστημα μονάδων (SI).

Ή ένταση μερικῶν φωτεινῶν πηγῶν:

Λαμπτήρας πυρακτώσεως (100 W) 150 cd. Φανός αυτοκινήτου (32 W)  $15 \cdot 10^3$  cd. Άντιαεροπορικός προβολέας  $8 \cdot 10^8$  cd. Ήλιος  $2 \cdot 10^{27}$  cd.

β. Μονάδα φωτεινής ροής. Άπό τήν εξίσωση όρισμοῦ τής έντάσεως φωτεινής πηγής  $I = \Phi/\Omega$  βρίσκουμε:

$$\Phi = I \cdot \Omega$$

Άν είναι  $I = 1$  cd καί  $\Omega = 1$  sterad, τότε είναι  $\Phi = 1$ . Ή μονάδα φωτεινής ροής όνομάζεται *lumen* (1 lm). Ήστε:

Μονάδα φωτεινής ροής είναι τό *lumen* (1 lm), δηλαδή ή φωτεινή ροή, τήν όποία εκπέμπει φωτεινή πηγή έντάσεως μιās *candela* (1 cd) μέσα σε στερεή γωνία ίση μέ ένα στερακτίσιο (1 sterad), όταν ή πηγή συμπίπτει μέ τή κορυφή τής στερεᾶς γωνίας.

μονάδα φωτεινής ροής 1 lumen (1 lm) 1 lm = 1 cd · 1 sterad

Ήπομένως μιὰ σημειακή φωτεινή πηγή, πού έχει τήν ίδια ένταση I πρός όλες τίσ διευθύνσεις, εκπέμπει όλική φωτεινή ροή ίση μέ:

$$\text{όλική φωτεινή ροή } \Phi_{\text{ολ}} = 4\pi \cdot I \text{ lumen}$$

γ. Μονάδα φωτισμοῦ. Άν στήν εξίσωση όρισμοῦ τοῦ φωτισμοῦ μιās επιφάνειας  $B = \Phi/S$  είναι  $\Phi = 1$  lm καί  $S = 1$  m<sup>2</sup>, τότε είναι  $B = 1$ . Ή μονάδα φωτισμοῦ όνομάζεται *lux* (1 lx). Ήστε:

Μονάδα φωτισμοῦ είναι τό *lux* (1 lux), δηλαδή ό φωτισμός, τόν όποιο προκαλεί φωτεινή ροή ενός *lumen* (1 lm), όταν πέφτει κάθετα πάνω σε επιφάνεια ενός τετραγωνικοῦ μέτρου (1 m<sup>2</sup>).

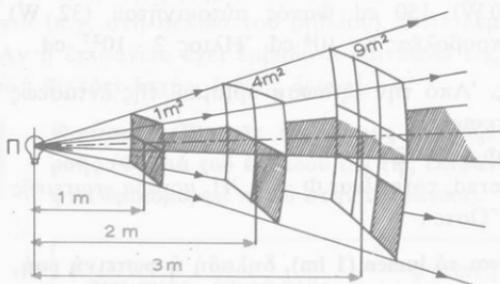
μονάδα φωτισμοῦ 1 lux (1 lx) 1 lux = 1 lm/m<sup>2</sup> = 1 lm/m<sup>2</sup>

Γιὰ νά διαβάζουμε ἄνετα, πρέπει ὁ φωτισμός τοῦ κειμένου νά εἶναι ἴσος μέ 25 lux.

### 110. Νόμος τοῦ φωτισμοῦ

Μιά σημειακή φωτεινή πηγή (σχ. 168) ἔχει σταθερή ἔνταση  $I$  πρὸς ὅλες τὶς διευθύνσεις καὶ ἐκπέμπει ὀλική φωτεινὴ ροή

$$\Phi_{\text{ολ}} = 4\pi \cdot I$$

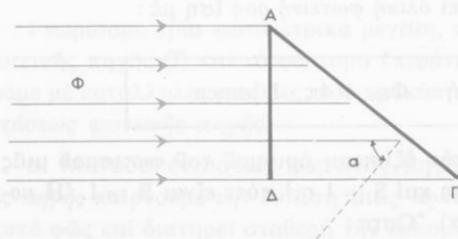


Σχ. 168. Μεταβολὴ τοῦ φωτισμοῦ μέ τὴν ἀπόσταση.

Αὐτὴ περνáει διαδοχικὰ ἀπὸ σφαιρικὲς ἐπιφάνειες, πού οἱ ἀκτίνες τους συνεχῶς αὐξάνουν. Τὰ ἐμβαδὰ τῶν σφαιρικῶν ἐπιφανειῶν αὐξάνουν ἀνάλογα μέ τὰ τετράγωνα τῶν ἀκτίνων τους. Οἱ φωτεινὲς ἀκτίνες πέφτουν *κάθετα* πάνω σέ κάθε σφαιρικὴ ἐπιφάνεια. Ἄρα γιὰ μιά σφαιρικὴ ἐπιφάνεια μέ ἀκτίνα  $R$  ὁ *κάθετος φωτισμός τῆς* ( $B_{\text{καθ}}$ ) εἶναι :

$$B_{\text{καθ}} = \frac{\Phi_{\text{ολ}}}{4\pi \cdot R^2} = \frac{4\pi \cdot I}{4\pi \cdot R^2}$$

καὶ 
$$B_{\text{καθ}} = \frac{I}{R^2} \quad (1)$$



Σχ. 169. Μεταβολὴ τοῦ φωτισμοῦ μέ τὴν γωνία προσπτώσεως.

Μιά παράλληλη φωτεινὴ δέσμη πέφτει πάνω σέ ἐπιφάνεια  $AG$  (σχ. 169), πού ἔχει ἐμβαδὸ  $S$ . Ἡ γωνία προσπτώσεως εἶναι  $\alpha$ . Πάνω στὴν ἐπιφάνεια  $AG$  πέφτει φωτεινὴ ροή  $\Phi$  καὶ ὁ φωτισμός ( $B$ ) αὐτῆς τῆς ἐπιφάνειας εἶναι :

$$B = \frac{\Phi}{S} \quad (2)$$

Ἡ ἴδια φωτεινὴ ροή  $\Phi$  πέφτει κάθετα πάνω στὴν ἐπιφάνεια  $AD$ , πού ἔχει ἐμβαδὸ  $S' = S \cdot \sin \alpha$ . Ὁ *κάθετος φωτισμός* ( $B_{\text{καθ}}$ ) τῆς ἐπιφάνειας  $AD$  εἶναι :

$$B_{\text{καθ}} = \frac{\Phi}{S'} \quad \text{ή} \quad B_{\text{καθ}} = \frac{\Phi}{S \cdot \text{συν } \alpha} \quad (3)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις (2) και (3) έχουμε :

$$\frac{B}{B_{\text{καθ}}} = \frac{S \cdot \text{συν } \alpha}{S} \quad \text{άρα} \quad B = B_{\text{καθ}} \cdot \text{συν } \alpha \quad (4)$$

Από τις εξισώσεις (1) και (4) βρίσκουμε την ακόλουθη γενικότερη εξίσωση που εκφράζει *τό νόμο του φωτισμού* :

$$\text{νόμος του φωτισμού} \quad B = \frac{I}{R^2} \cdot \text{συν } \alpha$$

Ο φωτισμός (B) μιās επιφάνειας είναι ανάλογος με την ένταση (I) τής φωτεινής πηγής, αντίστροφως ανάλογος με τό τετράγωνο τής απόστασεως (R) τής επιφάνειας από τή φωτεινή πηγή και ανάλογος με τό συνημίτονο τής γωνίας προσπτώσεως ( $\alpha$ ).

Αν οί φωτεινές ακτίνες πέφτουν *κάθετα* πάνω στην επιφάνεια ( $\alpha = 0^\circ$ ), τότε ο φωτισμός τής επιφάνειας έχει *τή μεγαλύτερη τιμή*  $B_{\text{καθ}} = I/R^2$ .

Άλλος ορισμός τής μονάδας φωτισμού lux. Αν στην εξίσωση  $B_{\text{καθ}} = I/R^2$  είναι  $I = 1 \text{ cd}$ ,  $R = 1 \text{ m}$ , τότε ο κάθετος φωτισμός είναι  $B_{\text{καθ}} = 1 \text{ lux}$ . Ωστε :

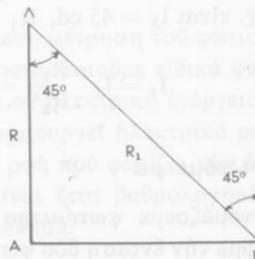
1 lux είναι ο φωτισμός μιās επιφάνειας που βρίσκεται σέ απόσταση 1 m από φωτεινή πηγή έντάσεως 1 cd, όταν οί φωτεινές ακτίνες πέφτουν κάθετα πάνω στην επιφάνεια.

$$\text{κάθετος φωτισμός} \quad 1 \text{ lux} = \frac{1 \text{ cd}}{1 \text{ m}^2}$$

**Παράδειγμα.** Ένας οριζόντιος δρόμος φωτίζεται από ηλεκτρικό λαμπτήρα, που έχει ένταση  $I = 500 \text{ cd}$  και βρίσκεται σέ ύψος  $R = 5 \text{ m}$  από τό κατάστρωμα του δρόμου. Ακριβώς κάτω από τό λαμπτήρα (σχ. 170) ο φωτισμός του δρόμου είναι :

$$B_{\text{καθ}} = \frac{I}{R^2} = \frac{500 \text{ cd}}{25 \text{ m}^2} \quad \text{καί} \quad B_{\text{καθ}} = 20 \text{ lux}$$

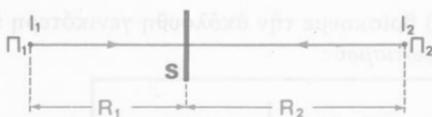
Σέ απόσταση  $ΑΓ = 5 \text{ m}$  από τήν κατακόρυφο που περνάει από τό λαμπτήρα οί φωτεινές ακτίνες πέφτουν με γωνία προσπτώσεως  $\alpha = 45^\circ$  και ή απόσταση από τόν λαμπτήρα είναι  $R_1 = \sqrt{2}R$ . Στό σημείο Γ ο φωτισμός του δρόμου είναι :



Σχ. 170. Ύπολογισμός του φωτισμού στα σημεία Α και Γ του δάφους.

$$B = \frac{I}{R_1^2} \cdot \text{συν } \alpha = \frac{500 \text{ cd}}{50 \text{ m}^2} \cdot \text{συν } 45^\circ \quad \text{καί} \quad B \simeq 7,1 \text{ lux}$$

### 111. Σύγκριση τής έντάσεως φωτεινών πηγών



Σχ. 171. Σύγκριση τής έντάσεως δύο φωτεινών πηγών.

Θεωρούμε δύο φωτεινές πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$ , που αντίστοιχα έχουν ένταση  $I_1$  και  $I_2$  (σχ. 171). Αν οι δύο πηγές προκαλούν τον ίδιο κάθετο φωτισμό πάνω σε μία επιφάνεια  $S$ , τότε ισχύει η εξίσωση :

$$B_{\text{καθ}} = \frac{I_1}{R_1^2} = \frac{I_2}{R_2^2} \quad \text{Άρα} \quad \boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2}} \quad (1)$$

Η εξίσωση (1) ονομάζεται *εξίσωση των ίσων φωτισμών* και φανερώνει ότι :

Όταν δύο φωτεινές πηγές φωτίζουν εξίσου μία επιφάνεια, οι έντασεις των φωτεινών πηγών είναι ανάλογες με τα τετράγωνα των αποστάσεων των πηγών από την επιφάνεια που φωτίζεται εξίσου.

Από την εξίσωση (1) μπορούμε να υπολογίσουμε την ένταση τής μιᾶς φωτεινῆς πηγῆς, ἂν είναι γνωστά τὰ ἄλλα μεγέθη.

Αν π.χ. είναι  $I_2 = 45 \text{ cd}$ ,  $R_1 = 0,5 \text{ m}$  και  $R_2 = 1,5 \text{ m}$ , τότε είναι :

$$I_1 = I_2 \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2} = 45 \text{ cd} \cdot \frac{(0,5 \text{ m})^2}{(1,5 \text{ m})^2} \quad \text{καί} \quad I_1 = 5 \text{ cd}$$

### 112. Φωτόμετρα

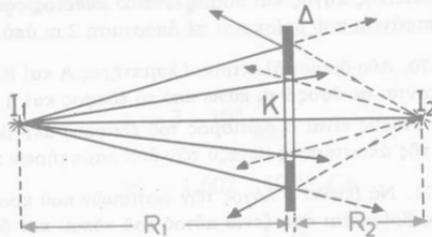
Όνομάζουμε *φωτόμετρα* τὰ ὄργανα που χρησιμοποιούμε για να συγκρίνουμε τήν ένταση δύο φωτεινών πηγών ή για να μετρήσουμε τό φωτισμό.

α. Φωτόμετρο Bunsen. Η λειτουργία του στηρίζεται στην εξίσωση των ίσων φωτισμών. Αποτελείται από ένα λευκό φύλλο χαρτιού με μία κηλίδα, ή οποία σχηματίστηκε από λιπαρή ουσία. Η κηλίδα είναι *περισσό-*

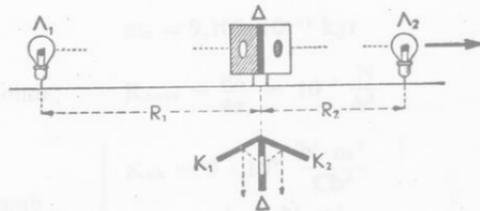
τερο διαφανής από τό υπόλοιπο χαρτί. Τό διάφραγμα (Δ) μέ τήν κηλίδα (Κ) τοποθετείται μεταξύ τών δύο φωτεινών πηγών και κάθετα στήν ευθεία πού τίς συνδέει (σχ. 172). Όταν οί δύο πηγές φωτίζουν έξισου τήν κηλίδα, αυτή εξαφανίζεται και όλο τό διάφραγμα είναι όμοιόμορφα φωτισμένο. Τότε ισχύει ή εξίσωση

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2}$$

από τήν όποία βρίσκουμε τήν ένταση τής μιās πηγής, όταν είναι γνωστή ή ένταση τής άλλης πηγής. Τό διάφραγμα βρίσκεται ανάμεσα σέ δύο επίπεδους καθρέφτες και μέσα σ' αυτούς βλέπουμε ταυτόχρονα και τίς δύο όψεις του χαρτιού (σχ. 173). Στά επιστημονικά έργαστήρια για τή μέτρηση τής έντάσεως τών φωτεινών πηγών χρησιμοποιούμε πολύ πιό άκριβή φωτόμετρα.



Σχ. 172. Φωτόμετρο του Bunsen.



Σχ. 173. Παρατηρούμε τό διάφραγμα μέσα στους δύο καθρέφτες.

β. Μέτρηση του φωτισμού. Για τήν άμεση μέτρηση του φωτισμού μιās επιφάνειας (π.χ. κατά τή φωτογράφιση) χρησιμοποιούμε ειδικά φωτόμετρα, στα όποια ή φωτεινή ένέργεια μετατρέπεται σέ ήλεκτρική ένέργεια. Τό φώς πού πέφτει πάνω σέ όρισμένη επιφάνεια, δημιουργεί ήλεκτρικό ρεύμα, πού ή έντασή του είναι ανάλογη μέ τή φωτεινή ροή πού φωτίζει τήν επιφάνεια. Τό άμπερόμετρο άντί νά δείχνει άμπέρ, είναι έτσι βαθμολογημένο, ώστε άμέσως δείχνει τό φωτισμό τής επιφάνειας σέ lux.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

169. Μιά φωτεινή πηγή παράγει φωτεινή ροή  $\Phi = 60$  lumen. Πόση είναι η ένταση  $I$  της φωτεινής πηγής και πόσος είναι ο κάθετος φωτισμός που προκαλεί αυτή η πηγή σε μία επιφάνεια που βρίσκεται σε απόσταση 2 m από την πηγή ;

170. Δύο όμοιοι ηλεκτρικοί λαμπτήρες Α και Β, που ο καθένας έχει ένταση  $I = 500$  cd, βρίσκονται σε ύψος 9 m πάνω από το έδαφος και η οριζόντια απόστασή τους είναι  $AB = 12$  m. Πόσος είναι ο φωτισμός του εδάφους ακριβώς κάτω από κάθε λαμπτήρα και στη μέση της απόστάσεως μεταξύ τών δύο λαμπτήρων ;

171. Νά βρεθεί ο λόγος τών φωτισμών που προκαλεί ο Ήλιος σε έναν τόπο, όταν ο Ήλιος βρίσκεται στο ζενίθ αυτού του τόπου και όταν είναι σε ύψος  $30^\circ$  πάνω από τόν ορίζοντα.

172. Δύο φωτεινές πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  που έχουν αντίστοιχα εντάσεις  $I_1$  και  $I_2$ , βρίσκονται στις άκρες μιάς ευθείας. Ένα σημείο  $\Gamma$  αυτής της ευθείας απέχει από τις δύο φωτεινές πηγές  $\Pi_1\Gamma = \alpha$  και  $\Pi_2\Gamma = \beta$ . Πάνω στην κάθετο που περνάει από τό σημείο  $\Gamma$  μετακινείται μιά μικρή σφαίρα  $\Sigma$ . Σε πόση απόσταση από τό σημείο  $\Gamma$  πρέπει νά βρεθεί ή σφαίρα  $\Sigma$ , γιά νά δέχεται τόν ίδιο φωτισμό από τις δύο φωτεινές πηγές ;



Πάνω δύο φωτεινές πηγές φωτίζουν ομοιόμορφα την επιφάνεια που βρίσκεται κάτω από αυτές. Η απόσταση από την πηγή  $\Pi_1$  στο σημείο  $\Gamma$  είναι  $\alpha$  και η απόσταση από την πηγή  $\Pi_2$  στο σημείο  $\Gamma$  είναι  $\beta$ . Πάνω στην κάθετο που περνάει από τό σημείο  $\Gamma$  μετακινείται μιά μικρή σφαίρα  $\Sigma$ . Σε πόση απόσταση από τό σημείο  $\Gamma$  πρέπει νά βρεθεί ή σφαίρα  $\Sigma$ , γιά νά δέχεται τόν ίδιο φωτισμό από τις δύο φωτεινές πηγές ;

α. Φωτόμετρο Bunsen. Η λειτουργία του επιρρέεται στην εξίσωση των ίσων φωτισμών. Αποτελείται από ένα λεπτό γυάλινο μεμβράνη κηλίδα, ή οποία σχηματίζεται από λεπτή ουσία. Η κηλίδα είναι κωνική

## ΠΙΝΑΚΑΣ 1

## Μερικές φυσικές σταθερές

Ταχύτητα φωτός στο κενό	$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$
Στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο	$ e  = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}$
Μαγνητική διαπερατότητα κενού	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$
Διηλεκτρική σταθερή κενού	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Cb}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$
Σταθερή Faraday	$F = 96\,490 \frac{\text{Cb}}{\text{γραμμοίσοδύναμο}}$
Μάζα ήρεμίας ηλεκτρονίου	$m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kgf}$
Μαγνητική σταθερή του Coulomb	$K_{\text{μαγν}} = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$
Ήλεκτρική σταθερή του Coulomb	$\left\{ \begin{array}{l} K_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{Cb}^2} \\ K_{\eta\lambda} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{Cb}^2} \end{array} \right.$
Σχέση των σταθερών $K_{\eta\lambda}$ και $K_{\text{μαγν}}$	$K_{\eta\lambda} = K_{\text{μαγν}} \cdot c^2$

## ΠΙΝΑΚΑΣ 2

## Κυριότερες μονάδες του συστήματος MKSA

Μέγεθος		Μονάδα
Μήκος	1 μέτρο	1 m
Μάζα	1 χιλιόγραμμα	1 kg
Χρόνος	1 δευτερόλεπτο	1 s
Ένταση ρεύματος	1 Ampère	1 A
Δύναμη	1 Newton	1 N = 1 kgr · $\frac{m}{s^2}$
Ενέργεια	1 Joule	1 J = 1 N · m
Ίσχύς	1 Watt	1 W = 1 $\frac{J}{s}$
Ηλεκτρικό φορτίο	1 Coulomb	1 Cb = 1 A · s
Δυναμικό	1 Volt	1 V = 1 $\frac{J}{Cb}$
Ένταση ηλεκτρικού πεδίου	1 $\frac{Newton}{Cb}$	1 $\frac{N}{Cb} = 1 \frac{V}{m}$
Χωρητικότητα	1 Farad	1 F = 1 $\frac{Cb}{V} = 1 \frac{Cb^2}{J}$
Αντίσταση άγωγού	1 Ohm	1 Ω = 1 $\frac{V}{A}$
Ειδική αντίσταση	1 Ohm · m	1 Ω · m
Ποσότητα μαγνητισμού	1 Ampère · m	1 A · m
Μαγνητική ροή	1 Weber	1 Wb = 1 $\frac{J}{A}$
Μαγνητική επαγωγή	1 Tesla	1 T = 1 $\frac{N}{A \cdot m} = 1 \frac{Wb}{m^2}$
Μαγνητική ροπή	1 Ampère · m <sup>2</sup>	1 A · m <sup>2</sup>

## ΠΙΝΑΚΑΣ 3

Κυριότερες εξισώσεις του Ήλεκτρισμού και του Μαγνητισμού  
στο σύστημα μονάδων MKSA

## ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

Νόμος του Coulomb  
(σημειακά φορτία στο  
κενό ή στον αέρα)

$$F = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Cb}^2 \\ Q_1, Q_2 \text{ σε Cb} \\ r \text{ σε m} \\ F \text{ σε N} \end{array} \right.$$

Ένταση ηλεκτρικού  
πεδίου

$$E = \frac{F}{q} \quad E = \frac{U}{l} \quad \left\{ \begin{array}{l} F \text{ σε N, } q \text{ σε Cb} \\ U \text{ σε V, } l \text{ σε m} \\ E \text{ σε N/Cb ή V/m} \end{array} \right.$$

Ένταση ηλεκτρικού πε-  
δίου σε απόσταση  $r$  από  
σημειακό φορτίο  $Q$  στο  
κενό ή στον αέρα

$$E = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{r^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Cb}^2 \\ Q \text{ σε Cb, } r \text{ σε m} \\ E \text{ σε N/Cb ή V/m} \end{array} \right.$$

Δυναμικό σε απόσταση  $r$   
από σημειακό φορτίο  $Q$   
στο κενό ή στον αέρα

$$U = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{r} \quad \left\{ \begin{array}{l} 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Cb}^2 \\ Q \text{ σε Cb, } r \text{ σε m} \\ U \text{ σε V} \end{array} \right.$$

Δυναμικό σφαιρικού άγω-  
γού με ακτίνα  $R$  και φορ-  
φορτίο  $Q$

$$U = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{R} \quad \left\{ \begin{array}{l} 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Cb}^2 \\ Q \text{ σε Cb, } R \text{ σε m} \\ U \text{ σε V} \end{array} \right.$$

Χωρητικότητα άγωγού

$$C = \frac{Q}{U} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q \text{ σε Cb, } U \text{ σε V} \\ C \text{ σε F} \end{array} \right.$$

Χωρητικότητα σφαιρικού  
άγωγού με ακτίνα  $R$

$$C = 8,85 \cdot 10^{-12} 4\pi R \quad \left\{ \begin{array}{l} 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Cb}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2) \\ R \text{ σε m, } C \text{ σε F} \end{array} \right.$$

Ένέργεια φορτισμένου  
άγωγού

$$E = \frac{1}{2} Q \cdot U \quad \left\{ \begin{array}{l} Q \text{ σε Cb, } U \text{ σε V} \\ E \text{ σε J} \end{array} \right.$$

## ΠΙΝΑΚΑΣ 3 (συνέχεια)

Χωρητικότητα επίπεδου πυκνωτή στο κενό ή στον άερα	$C = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{S}{l}$	$\left\{ \begin{array}{l} 8,85 \cdot 10^{-12} \text{Cb}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2) \\ S \text{ σε } \text{m}^2, l \text{ σε } \text{m} \\ C \text{ σε } \text{F} \end{array} \right.$
Ένέργεια φορτισμένου πυκνωτή	$E = \frac{1}{2} Q \cdot U$	$\left\{ \begin{array}{l} Q \text{ σε } \text{Cb}, U \text{ σε } \text{V} \\ E \text{ σε } \text{J} \end{array} \right.$
Χωρητικότητα επιπέδου πυκνωτή με διηλεκτρικό υλικό ( $\epsilon$ )	$C = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{\epsilon S}{l}$	$\left\{ \begin{array}{l} 8,85 \cdot 10^{-12} \text{Cb}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2) \\ S \text{ σε } \text{m}^2, l \text{ σε } \text{m} \\ C \text{ σε } \text{F} \end{array} \right.$
Ένταση ρεύματος	$I = \frac{Q}{t}$	$\left\{ \begin{array}{l} Q \text{ σε } \text{Cb}, t \text{ σε } \text{s} \\ I \text{ σε } \text{A} \end{array} \right.$
Αντίσταση αγωγού	$R = \frac{U}{I} \quad R = \rho \cdot \frac{l}{S}$	$\left\{ \begin{array}{l} U \text{ σε } \text{V}, I \text{ σε } \text{A} \\ l \text{ σε } \text{m}, S \text{ σε } \text{m}^2 \\ \rho \text{ σε } \Omega \cdot \text{m}, R \text{ σε } \Omega \end{array} \right.$
Κλειστό κύκλωμα	$E = I \cdot R_{\text{ολ}}$	$\left\{ \begin{array}{l} E \text{ σε } \text{V}, I \text{ σε } \text{A} \\ R_{\text{ολ}} \text{ σε } \Omega \end{array} \right.$

## ΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ – ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

Νόμος του Coulomb (σημειακοί πόλοι στο κενό ή στον άερα)	$F = 10^{-7} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	$\left\{ \begin{array}{l} 10^{-7} \text{N/A}^2 \\ m_1, m_2 \text{ σε } \text{A} \cdot \text{m} \\ r \text{ σε } \text{m} \\ F \text{ σε } \text{N} \end{array} \right.$
Μαγνητική επαγωγή	$B = \frac{F}{m}$	$\left\{ \begin{array}{l} F \text{ σε } \text{N}, m \text{ σε } \text{A} \cdot \text{m} \\ B \text{ σε } \text{T} \end{array} \right.$
Μαγνητική επαγωγή σε απόσταση $r$ από σημειακό μαγνητικό πόλο $m$ στο κενό ή στον άερα	$B_0 = 10^{-7} \cdot \frac{m}{r^2}$	$\left\{ \begin{array}{l} 10^{-7} \text{N/A}^2 \\ m \text{ σε } \text{A} \cdot \text{m} \\ r \text{ σε } \text{m} \\ B_0 \text{ σε } \text{T} \end{array} \right.$

## ΠΙΝΑΚΑΣ 3 (συνέχεια)

Μαγνητική επαγωγή μέσα σέ υλικό μέ μαγνητική διαπερατότητα $\mu$	$B = \mu \cdot 10^{-7} \cdot \frac{m}{r^2}$	$\left\{ \begin{array}{l} 10^{-7} \text{ N/A}^2 \\ m \text{ σέ A} \cdot m, r \text{ σέ m} \\ B \text{ σέ T} \end{array} \right.$
Μαγνητική ροή	$\Phi = B \cdot S \cdot \text{συν } \alpha$	$\left\{ \begin{array}{l} B \text{ σέ T, S σέ m}^2 \\ \Phi \text{ σέ Wb} \end{array} \right.$
Μαγνητική ροπή μαγνητικού διπόλου	$M^* = m \cdot l$	$\left\{ \begin{array}{l} m \text{ σέ A} \cdot m, l \text{ σέ m} \\ M^* \text{ σέ A} \cdot m^2 \end{array} \right.$
Νόμος Biot - Savart	$\Delta B = 10^{-7} \cdot \frac{I \cdot \Delta l}{r^2} \cdot \eta \mu \varphi$	$\left\{ \begin{array}{l} 10^{-7} \text{ N/A}^2, I \text{ σέ A} \\ l, r \text{ σέ m, } \Delta B \text{ σέ T} \end{array} \right.$
Μαγνητική επαγωγή σέ άπόσταση $r$ από ευθύγραμμο αγωγό	$B = 10^{-7} \cdot \frac{2I}{r}$	$\left\{ \begin{array}{l} 10^{-7} \text{ N/A}^2, r \text{ σέ m} \\ I \text{ σέ A, B σέ T} \end{array} \right.$
Μαγνητική επαγωγή στό κέντρο κυκλικού αγωγού άκτίνας $R$	$B = 10^{-7} \cdot \frac{2\pi I}{r}$	$\left\{ \begin{array}{l} 10^{-7} \text{ N/A}^2, I \text{ σέ A} \\ r \text{ σέ m, B σέ T} \end{array} \right.$
Μαγνητική επαγωγή στό μέσο σωληνοειδοϋς	$B = 10^{-7} \cdot 4\pi \cdot n \cdot I$	$\left\{ \begin{array}{l} 10^{-7} \text{ N/A}^2, I \text{ σέ A} \\ n \text{ σπειρες/m, B σέ T} \end{array} \right.$
Μαγνητική επαγωγή σω- ληνοειδοϋς μέ πυρήνα σι- δήρου ( $\mu$ )	$B = 10^{-7} \cdot 4\pi \cdot \mu \cdot n \cdot I$	$\left\{ \begin{array}{l} 10^{-7} \text{ N/A}^2, I \text{ σέ A} \\ n \text{ σπειρες/m, B σέ T} \end{array} \right.$
Μαγνητική ροπή κυκλι- κού ρεύματος ( $I$ σπείρα)	$M^* = I \cdot S$	$\left\{ \begin{array}{l} I \text{ σέ A, S σέ m}^2 \\ M^* \text{ σέ A} \cdot m^2 \end{array} \right.$
Νόμος του Laplace	$F = l \cdot I \cdot B \cdot \eta \mu \varphi$	$\left\{ \begin{array}{l} l \text{ σέ m, I σέ A} \\ B \text{ σέ T, F σέ N} \end{array} \right.$
Ήλεκτρομαγνητική δύ- ναμη μεταξύ δύο παράλ- λων ρευμάτων	$F = 10^{-7} \cdot \frac{2l \cdot I_1 \cdot I_2}{r}$	$\left\{ \begin{array}{l} 10^{-7} \text{ N/A}^2, l, r \text{ σέ m} \\ I_1, I_2 \text{ σέ A, F σέ N} \end{array} \right.$

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

## ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

### ΣΤΑΤΙΚΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

#### Ἡλεκτρικὸ φορτίο

Σελίδες

Θεμελιώδη φαινόμενα. Μονωτές, ἀγωγοί, ἡμιαγωγοί. Ἡλεκτροσκόπιο. Κατανομή τοῦ ἠλεκτρικοῦ φορτίου. Συστήματα μονάδων στὸν Ἡλεκτρισμό. Νόμος τοῦ Coulomb ..... 5

#### Ἡλεκτρικὸ πεδίο

Ὅρισμός τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου. Στοιχεῖα τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου. Δυναμικὸ ἀγωγὸ καὶ διαφορὰ δυναμικοῦ μεταξύ δύο ἀγωγῶν. Σχέση μεταξύ διαφορᾶς δυναμικοῦ καὶ ἐντάσεως ἠλεκτρικοῦ πεδίου. Ἡλέκτριση ἀγωγοῦ μέ ἐπαγωγή ..... 10

#### Φύση τοῦ ἠλεκτρισμοῦ

Στοιχειώδεις ἠλεκτρικὸ φορτίο. Ἐμφάνιση ἠλεκτρικῶν φορτίων. Τὰ ἐλεύθερα ἠλεκτρόνια τῶν μετάλλων. Ἐξήγηση τῆς ἠλεκτρίσεως τῶν σωμάτων ..... 19

#### Χωρητικότητα ἀγωγοῦ—Πυκνωτές

Χωρητικότητα ἀγωγοῦ. Ἐνέργεια φορτισμένου ἀγωγοῦ. Πυκνωτῆς. Ἐνέργεια φορτισμένου πυκνωτῆ. Ἐπίπεδος πυκνωτῆς. Σύνδεση πυκνωτῶν. Πυκνωτῆς μέ διηλεκτρικὸ ὕλικό. Μορφές πυκνωτῶν. . . . . 23

### ΣΥΝΕΧΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΡΕΥΜΑ

#### Νόμος τοῦ Ohm

Τὸ ἠλεκτρικὸ ρεῦμα ὡς ροὴ ἠλεκτρονίων. Ἀποτελέσματα τοῦ τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος. Ἐνταση τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος. Μέτρηση τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος. Κύκλωμα. Διαφορὰ δυναμικοῦ μεταξύ δύο σημείων τοῦ ἀγωγοῦ. Νόμος τοῦ Ohm γιὰ τμήμα ἀγωγοῦ. Νόμος τῆς ἀντιστάσεως ἀγωγοῦ. Σύνδεση ἀντιστάσεων. Μέτρηση ἀντιστάσεων. . . . . 32

**Ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος**

Ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος. Νόμος τοῦ Joule. Ἐφαρμογές τοῦ φαινομένου Joule ..... 44

**Κλειστό κύκλωμα**

Ἡ γεννήτρια στό κλειστό κύκλωμα. Ἡλεκτρεγερτική δύναμη γεννήτριας. Νόμος τοῦ Ohm γιά κλειστό κύκλωμα. Σύνδεση γεννητριῶν ..... 51

**ΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ**

**Ἰδιότητες τῶν μαγνητῶν**

Μαγνήτες. Μαγνητισμός. Πόλοι τοῦ μαγνήτη. Μαγνήτιση μέ ἔπαφή καί μέ ἔπαγωγή. Στοιχειώδεις μαγνήτες. Συστήματα μονάδων στό Μαγνητισμό. Νόμος τοῦ Coulomb ..... 57

**Μαγνητικό πεδίο**

Μαγνητικό φάσμα. Ὅρισμός τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου. Στοιχεῖα τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου. Μαγνητική ροπή μαγνήτη. Μαγνητική ροή. Μαγνητική διαπερατότητα τοῦ σιδήρου. Μαγνητική κατάταξη τῶν ὑλικῶν. Μαγνητική διαπερατότητα τοῦ κενοῦ. 62

**Μαγνητικό πεδίο τῆς Γῆς**

Μαγνητική ἀπόκλιση. Μαγνητική ἐγκλιση. Γήινο μαγνητικό πεδίο. Μαγνητικά στοιχεῖα ἑνός τόπου. Μαγνητική πυξίδα .... 72

**ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ**

Μαγνητικό πεδίο τοῦ ρεύματος. Μαγνητικό πεδίο εὐθύγραμμου ρευματοφόρου ἀγωγῶ. Νόμος Biot-Savart. Μαγνητικό πεδίο κυκλικοῦ ρευματοφόρου ἀγωγῶ. Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδοῦς. Προέλευση τῶν μαγνητικῶν πεδίων. Ἡλεκτρομαγνήτης. Ἐπίδραση μαγνητικοῦ πεδίου σέ ρεύμα. .... 78

## ΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΥΓΡΩΝ

### Ήλεκτρόλυση

Ήλεκτρολύτες. Ήξήγηση της ηλεκτρολυτικής αγωγιμότητας. Παραδειγμα ηλεκτρολύσεως. Νόμος του Faraday. Πόλωση των ηλεκτροδίων βολταμέτρου. Συσσωρευτές. Ήλεκτρικά στοιχεία

93

## ΟΠΤΙΚΗ

### Διάδοση του φωτός

Όρισμοί. Ευθύγραμμη διάδοση του φωτός. Γεωμετρική και Φυσική Όπτική. Αποτελέσματα της ευθύγραμμης διαδόσεως του φωτός. Ταχύτητα διαδόσεως του φωτός

### Ανάκλαση του φωτός

Διάχυση και ανάκλαση του φωτός. Ανάκλαση του φωτός. Επίπεδοι καθρέφτες. Αρχή της αντίστροφης πορείας του φωτός. Σφαιρικοί καθρέφτες. Κοίλοι σφαιρικοί καθρέφτες. Κυρτοί σφαιρικοί καθρέφτες. Γενικές εξισώσεις για τους σφαιρικούς καθρέφτες

### Διάθλαση του φωτός

Διάθλαση του φωτός. Όριακή γωνία. Όλική ανάκλαση. Αποτελέσματα της διαθλάσεως. Διάδοση του φωτός μέσα από πλάκα. Διάδοση του φωτός μέσα από πρίσμα. Πρίσματα ολικής ανάκλασεως

### Σφαιρικοί φακοί

Φακοί. Συγκενρωτικοί φακοί. Αποκενρωτικοί φακοί. Γενικές εξισώσεις των φακών. Ίσχύς φακού. Σύστημα λεπτών φακών.

### Όπτικά όργανα

Όπτικά όργανα. Μεγέθυνση. Απλό μικροσκόπιο.

147



nothing more than  
123 feelings

feelings like  
I never let  
you go.  
135

**Ἀνάλυση τοῦ φωτός**

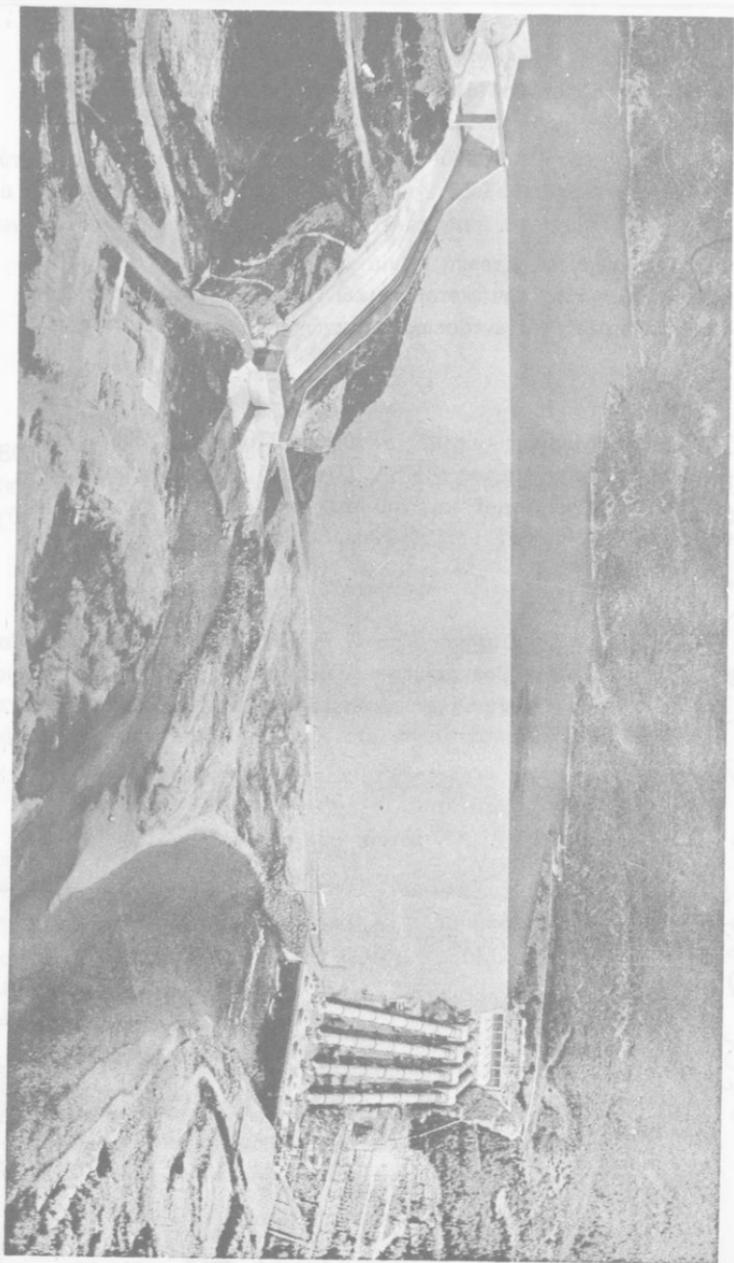
Ἀνάλυση τοῦ λευκοῦ φωτός. Ἰδιότητες τῶν ἀκτινοβολιῶν τοῦ φάσματος. Οὐράνιο τόξο. Φασματοσκόπιο. Ἀόρατες ἀκτινοβολίες. Τό χρῶμα τῶν σωμάτων .....	151
--	-----

**Φωτομετρία**

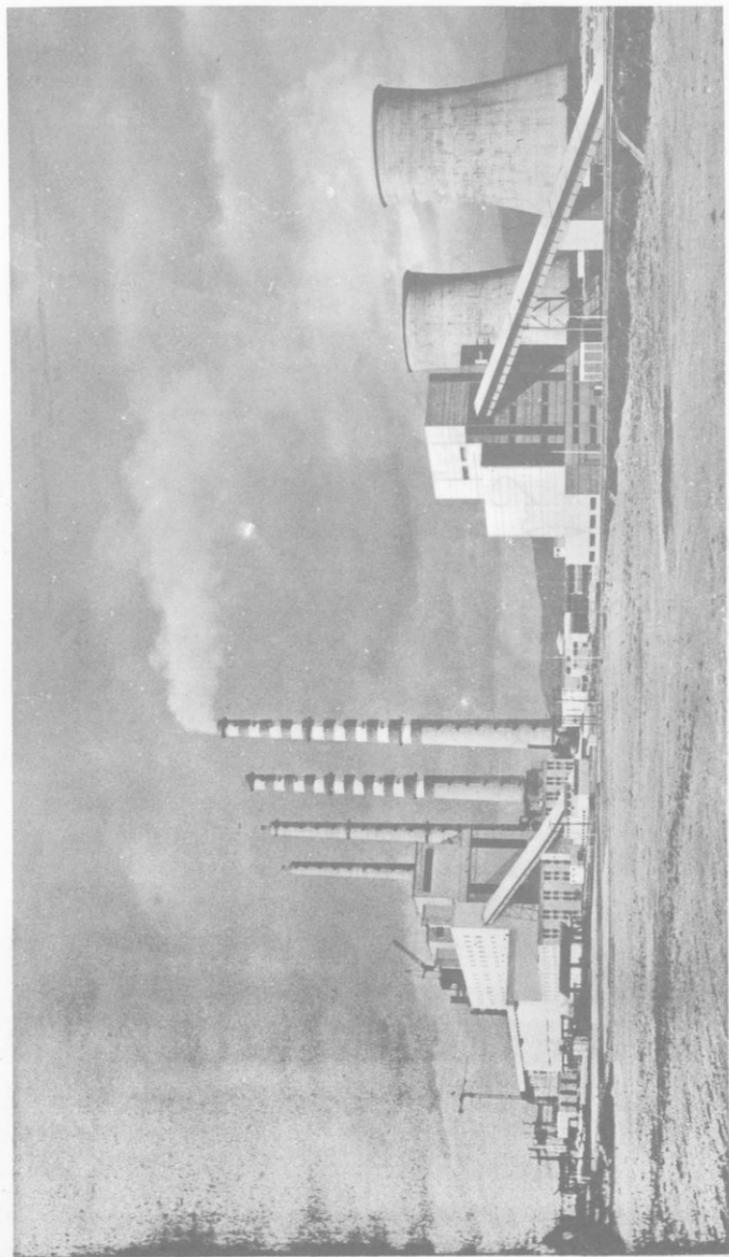
Φωτεινὴ ἐνέργεια. Στερεὴ γωνία καὶ μονάδα τῆς. Φωτομετρικὰ μεγέθη. Μονάδες τῶν φωτομετρικῶν μεγεθῶν. Νόμος τοῦ φωτισμοῦ. Σύγκριση τῆς ἐντάσεως φωτεινῶν πηγῶν. Φωτόμετρα ....	160
---	-----

**Πίνακες**

Πίνακας 1. Μερικὲς φυσικὲς σταθερές. Πίνακας 2. Κυριότερες μονάδες τοῦ συστήματος MKSA. Πίνακας 3. Κυριότερες ἐξισώσεις τοῦ Ἠλεκτρισμοῦ καὶ τοῦ Μαγνητισμοῦ στό σύστημα μονάδων MKSA .....	169
--	-----



Υδροηλεκτρικό έργοστασιο Καστρακίου (Άγγελωος).  
Οι τέσσερις μονάδες του δίνουν συνολική ισχύ 320 μεγαβάτ.



Θερμoelectρικό εργοστάσιο Καρδίτσας Προλεμαΐδας.  
Οί δύο σέ λειτουργία μονάδες δίνουν συνολική ισχύ 600 μεγαβάτ.





