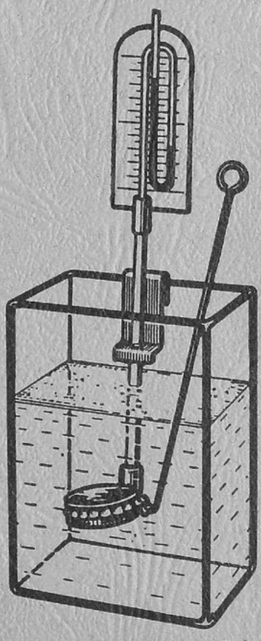
ΠΑΛΑΙΟΛΟΓΟΥ - ΠΕΡΙΣΤΕΡΑΚΗ

ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΕΓΚΕΚΡΙΜΕΝΟΝ ΥΠΟ ΤΟΥ ΥΠΟΥΡΓΕΙΟΥ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΩΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΟΝ ΒΙΒΛΙΟΝ ΦΥΣΙΚΗΣ ΔΙΑ ΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΑΣ ΤΗΣ Ζ' ΤΑΞΕΩΣ ΤΩΝ ΚΛΑΣΙΚΩΝ ΓΥΜΝΑΣΙΩΝ



ΜΗΧΑΝΙΚΗ
ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ
ΘΕΡΜΟΤΗΣ

ΕΚΔΟΣΙΣ ΤΡΙΤΗ

ΠΛΗΡΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΑΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΝ ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΥ - ΑΘΗΝΑΙ

[redacted]

ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Πρὸς χρῆσιν
τῶν μαθητῶν τῶν κλασικῶν Γυμνασίων

Ὑπὸ

Κ. Δ. ΠΑΛΑΙΟΛΟΓΟΥ
Καθηγητοῦ τῆς Φυσικῆς τοῦ Ἐθνικοῦ Μετσοβίου Πολυτεχνείου.

καὶ

Σ. Γ. ΠΕΡΙΣΤΕΡΑΚΗ
Ἐπιμελητοῦ Ἐργαστηρίου Φυσικῆς τοῦ Πανεπιστημίου Ἀθηνῶν.

Ἐγκεκριμένον ὑπὸ τοῦ Ὑπουργείου Παιδείας ὡς βοηθητικὸν βιβλίον διὰ τοὺς μαθητὰς τῶν Ἀνωτέρων τάξεων τῶν Σχολείων Μέσης Ἐκπαιδεύσεως.

ΤΟΜΟΣ Ι

ΜΗΧΑΝΙΚΗ • ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ
ΘΕΡΜΟΤΗΣ

ΕΚΔΟΣΙΣ ΤΡΙΤΗ ΕΠΗΥΞΗΜΕΝΗ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟΝ ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΝ
ΧΑΡΙΔΗΜΟΥ Ι. ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΥ
56 ΟΔΟΣ ΡΟΥΖΒΕΛΤ 56 (ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ) ΑΘΗΝΑΙ
1956

ΕΚΔΟΣΙΣ ΠΡΩΤΗ, ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 1950
ΕΚΔΟΣΙΣ ΔΕΥΤΕΡΑ, ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 1953
ΕΚΔΟΣΙΣ ΤΡΙΤΗ, ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 1956

ΤΥΠΟΓΡΑΦΕΙΟΝ ΜΥΡΤΙΔΗ, ΘΗΣΕΩΣ 9, ΑΘΗΝΑΙ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Μὲ ἰδιαιτέραν ἱκανοποίησιν παρουσιάζομεν τὴν τρίτην ἔκδοσιν τοῦ Α΄ τόμου τῶν « Μαθημάτων Φυσικῆς », βιβλίον τὸ ὁποῖον προορίζεται κυρίως διὰ τὴν διδασκαλίαν τῶν μαθητῶν τῶν κλασικῶν Γυμνασίων.

Λαμβανομένων ὑπ' ὄψιν τῶν διαφόρων δημοσιευθεισῶν κριτικῶν ὑπὸ τῶν δυναμένων νὰ ἔχουν ἔγκυρον γνώμην εἰς τὴν διδασκαλίαν τῆς Φυσικῆς, ὡς καὶ τῆς ἀποφάσεως τοῦ Ἀνωτάτου Ἐκπαιδευτικοῦ Συμβουλίου τοῦ Ὑπουργείου Παιδείας, συνιστῶντος ἐνθέρμως τὰ βιβλία ἡμῶν πρὸς χρῆσιν τῶν μαθητῶν τῶν δύο ἀνωτέρων τάξεων τῶν Σχολείων Μέσης Ἐκπαιδεύσεως καὶ ὡς ἀπαραίτητον βοήθημα διὰ τοὺς καθηγητὰς τῆς Φυσικῆς τῶν Γυμνασίων, προκύπτει ἀναμφισβητήτως τὸ συμπέρασμα, ὅτι τὰ βιβλία ἡμῶν ἔτυχον γενικῆς ἐπιδοκιμασίας, γεγονὸς ἀποτελοῦν δι' ἡμᾶς ἀνυπολογίστου ἀξίας ἠθικὴν ἱκανοποίησιν.

Εἰς τὴν ἀνὰ χεῖρας τρίτην ἔκδοσιν ἐπεκράτησαν αἱ αὐταὶ ἀκριβῶς ἀρχαί, τὰς ὁποίας ἐθέσαμεν ἀπὸ δεκαετίας, ὅτε ἐπεδόθημεν εἰς τὴν συγγραφὴν διδακτικῶν βιβλίων, καὶ αἱ ὁποῖαι ὡς βάσιν ἔχουν τὴν ἐξύψωσιν τοῦ ἐπιπέδου τῆς διδασκαλίας τῆς Φυσικῆς εἰς τὴν Μέσην Ἐκπαίδευσιν. Εἶναι ὅμως ἀναμφισβήτητον, ὅτι ἡ ἐπιδίωξίς μας αὕτη δὲν ἦτο δυνατὸν νὰ πραγματοποιηθῇ εὐθὺς ἐξ ἀρχῆς, ἀλλὰ προοδευτικῶς καὶ κατὰ στάδια, ἀκριβῶς δὲ δι' αὐτὸν τὸν λόγον αἱ διάφοροι ἐκδόσεις τοῦ βιβλίου ἡμῶν διαφέρουν αἰσθητῶς ἡ μία ἀπὸ τὴν ἄλλην. Τοῦτο ἐπίσης ἰσχύει καὶ διὰ τὴν παροῦσαν τρίτην ἔκδοσιν, ἡ ὁποία διαφέρει οὐσιωδῶς ἀπὸ τὰς προηγουμένας, τοσοῦτον μᾶλλον καθόσον προσετέθησαν καὶ νέα θέματα ὑπαγορευθέντα ἐκ τοῦ νέου προγράμματος διδακτέας ὕλης.

Εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῶν διαφόρων κεφαλαίων ἐπεδιώξαμεν κυρίως μεγάλην σαφήνειαν καὶ μεγίστη προσοχὴ κατεβλήθη εἰς τὴν ἐπιλογὴν τῶν σχημάτων, εἰς τρόπον ὥστε νὰ διευκολύνωμεν ὅσον τὸ δυνατὸν περισσότερον τοὺς μαθητὰς εἰς τὴν κατανόησιν τοῦ κειμένου. Μεγίστην φροντίδα κατεβάλομεν ἐπίσης διὰ τὴν ἀκριβῆ καὶ σαφῆ ἀνάπτυξιν τῶν διαφόρων ἀρχῶν καὶ νόμων τῆς Φυσικῆς, ὡς καὶ διὰ τὴν διευκρίνισιν τῶν διαφόρων φυσικῶν μεγεθῶν, τὰ ὁποῖα εἰσέρχονται εἰς τὴν σπουδὴν τοῦ φυσικοῦ κόσμου. Εὐθὺς ἐξ ἀρχῆς εἰσάγεται ὁ ἀναγνώστης εἰς τὰ συστήματα τῶν μονάδων, τονίζεται δὲ ἡ μεγίστη σημασία, τὴν ὁποίαν ἔχει ἡ βαθεῖα γνῶσις αὐτῶν διὰ τὰς διαφόρους ἐφαρμογὰς τῆς ἐπιστήμης, καὶ ἡ χρησιμότης των διὰ τὴν λύσιν τῶν διαφόρων προβλημάτων τῆς Φυσικῆς.

Ὅσον ἀφορᾷ τὴν μέθοδον ἐκθέσεως τῶν ποικίλων θεμάτων τῆς Φυσικῆς, ἠκολουθήσαμεν ἀδιστάκτως τὴν ὑπαγορευομένην ἀπὸ τὴν μόνην ὀρθὴν ἔρευναν τοῦ φυσικοῦ κόσμου, τὴν πειραματικήν.

Εἶναι ἀναμφισβήτητον, ὅτι ἡ ἔρευνα τῆς φύσεως εἶναι ἀποδοτική, μόνον ἐφ' ὅσον ἀντλήσωμεν διὰ τοῦ πειράματος ὁλοὲν περισσοτέρας ἀληθείας ἐξ ἐκείνων αἱ ὁποῖαι συνθέτουν τὸν πολύπλοκον ἱστὸν τοῦ φυσικοῦ κόσμου.

Διὰ τοῦτο πρέπει ὁ μαθητὴς νὰ ἐθισθῇ εἰς τὴν ἰδέαν, ὅτι ἡ πειραματικὴ ἔρευνα *ὁδηγεῖ εἰς τὴν γνῶσιν τῆς φύσεως, ὁ δὲ θεωρητικὸς στοχασμὸς καὶ τὰ μαθηματικὰ ὑποβοηθοῦν καὶ προάγουν τὴν ἔρευναν ταύτην.*

Εἶναι προφανὲς ὅτι ἡ ὕλη τοῦ βιβλίου ὑπερβαίνει τὰ χρονικὰ ὅρια τὰ προβλεπόμενα διὰ τὴν διδακτέαν ὕλην εἰς τὰ Γυμνάσια, τοῦτο ὅμως ἐγένετο διότι κατὰ τὴν συγγραφὴν τοῦ βιβλίου ἀπεβλέψαμεν εἰς τὴν ἐξύψωσιν τοῦ ἐπιπέδου διδασκαλίας τῆς Φυσικῆς εἰς τὴν Μέσην Ἐκπαίδευσιν. Ἔχομεν δὲ τὴν γνώμην ὅτι οἱ παρ' ἡμῖν ἁρμόδιοι Ἐκπαιδευτικοὶ θὰ συμφωνοῦν πρὸς τὴν ἄποψιν ταύτην ὡς καὶ ἐπὶ τοῦ ὅτι διὰ τὴν διδασκαλίαν τοῦ μαθήματος τῆς Φυσικῆς, κατόπιν τῆς καταπληκτικῆς ἀναπτύξεως αὐτῆς κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη καὶ τῆς μεγάλης ἐπιδράσεως τῆς Φυσικῆς εἰς ὅλας τὰς ἐκδηλώσεις τῆς ζωῆς μας, πρέπει νὰ διατεθοῦν περισσότεραι ὧραι.

Ἐπὶ τοῦ παρόντος ὅμως οἱ κ.κ. συνάδελφοι δύνανται νὰ περιορίσουν τὴν διδασκαλίαν αὐτῶν εἰς τὰ σπουδαιότερα καὶ μᾶλλον ἐνδιαφέροντα μέρη τοῦ ἰσχύοντος προγράμματος. Ἡ ἔκθεσις ἄλλως τε τῶν θεμάτων γίνεται μὲ τόσην σαφήνειαν, χαρακτηριστικὴν τῶν βιβλίων μας, ὥστε τὰ περισσότερα τούτων δι' ἁπλῆς ἀναγνώσεως νὰ κατανοοῦνται ὑπὸ τῶν μαθητῶν, δεδομένου καὶ τοῦ ἐξαιρετικοῦ ἐνδιαφέροντος τὸ ὁποῖον προκαλοῦν εἰς αὐτούς. Προσεκτικωτέρα ἐν τούτοις παρατήρησις δεικνύει, ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ βιβλίου τούτου ὀφείλεται κυρίως εἰς τὴν παράθεσιν πεντακοσίων περίπου παραστατικῶν σχημάτων καὶ εἰκόνων, ὡς καὶ τριακοσίων περίπου προβλημάτων.

Ἡ κατανομὴ τῆς ὕλης γίνεται εἰς τρία μέρη. Οὕτω, ἡ ἐκτύπωσις διὰ μεγάλων στοιχείων ἀποτελεῖ τὸ μέρος τῆς ὕλης ὅπου ἐκτίθενται αἱ ἀρχαὶ καὶ αἱ βάσεις τῆς Φυσικῆς, γνώσεις αἱ ὁποῖαι εἶναι ἀπαραίτητοι διὰ πάντα μαθητήν. Ἡ ἐκτύπωσις διὰ μικροτέρων στοιχείων ἀποτελεῖ τὸ μέρος τῆς ὕλης ὅπου περιγράφονται συσκευαί, δίδονται περισσότεραι ἐξηγήσεις διὰ τὴν κατανόησιν τοῦ κειμένου ὡς καὶ αἱ ἀριθμητικαὶ ἐφαρμογαὶ τῶν τύπων, αἱ ἀποδείξεις αὐτῶν, ὑπολογισμοὶ καὶ διάφορα ζητήματα καὶ προβλήματα, ὥστε νὰ ἐμπεδοῦται ἡ γνῶσις αὐτῶν. Τέλος αἱ δι' ἀστερίσκου σημειούμεναι παράγραφοι ἀποτελοῦν τὸ μέρος τῆς ὕλης τὸ ὁποῖον ἀναφέρεται εἰς οὐσιώδη τῆς Φυσικῆς θέματα, δύνανται ὅμως νὰ παραλείπωνται ἄνευ βλάβης τῆς συνοχῆς τῶν ἐννοιῶν, ἰδίως ὅταν ὁ χρόνος δὲν συγχωρῇ τὴν μελέτην αὐτῶν.

Ἐκπληροῦντες εὐχάριστον καθῆκον ἐκφράζομεν τὰς εὐχαριστίας ἡμῶν πρὸς τὸν ἐκλεκτὸν συνάδελφον κ. ***Εὐάγ. Σταμάτην,*** *ὁ ὁποῖος μᾶς ὑπέδειξεν ὡρισμένα σημεῖα διὰ τὴν διάρθρωσιν τῆς συντόμου ἱστορίας τῆς Φυσικῆς, τὸν Φυσικὸν κ.* ***Χ. Μηλιαροκατερινάκην,*** *διὰ τὴν λύσιν πολλῶν προβλημάτων τοῦ βιβλίου, τὴν ἀπάντησιν τῶν ὁποίων παραθέτομεν εἰς τὸ τέλος τοῦ βιβλίου, καὶ ὅλους τοὺς συναδέλφους οἱ ὁποῖοι δι' εὐστόχων ὑποδείξεων συμβάλλουν εἰς τὸ ἔργον ἡμῶν.*

Τοὺς συντελέσαντας εἰς τὴν ἀρτίαν ὄντως ἐμφάνισιν τοῦ βιβλίου μας, τὸν καλλιτέχνην σχεδιαστὴν κ. ***Γιάννην Πικρὸν*** *καὶ τοὺς διευθυντὰς τοῦ τυπογραφείου κυρίους* ***Μ.*** *καὶ* ***Ἰ. Μυρτίδην*** *εὐχαριστοῦμεν καὶ ἀπὸ τῆς θέσεως ταύτης θερμῶς.*

Θέλομεν νὰ ἐλπίζωμεν, ὅτι καὶ ἡ ἔκδοσις αὕτη τοῦ πρώτου τόμου τῶν «Μαθημάτων Φυσικῆς» θὰ τύχῃ τῆς αὐτῆς εὐμενοῦς ὑποδοχῆς, τῆς ὁποίας ἔτυχον καὶ αἱ προγενέστεραι ἐκδόσεις μας.

Ἀθῆναι, *Σεπτέμβριος 1956.*

ΠΙΝΑΞ ΤΩΝ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

Α' – Κινηματική.

Β' – Στατική.

Γ' – Δυναμική.

Δ' – Βαρύτης.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1. Περιεχόμενον τῆς Φυσικῆς. Ἡ Φυσικὴ ἀποτελεῖ μίαν τῶν ἀρχαιοτέρων ἐπιστημῶν καὶ ὁ ὅρος ***Φυσικὴ*** ἀπαντᾶται διὰ πρώτην φορὰν εἰς τὸν Ἀριστοτέλη (384 - 322 π.Χ.), ὅστις συνέγραψε σύγγραμμα ἀναφερόμενον εἰς τὴν Φυσικὴν διασωθὲν μέχρι τῶν ἡμερῶν μας. Ὁ ὅρος *Φυσική*, ὡς καὶ ἡ λέξις τοῦτο δηλοῖ, σημαίνει *γενικὴν σπουδὴν τῆς Φύσεως*, ἤτοι ἡ *Φυσικὴ ἀποτελεῖ τὴν ἐπιστήμην τῆς Φύσεως*· ὡς ἐκ τοῦ τρόπου δὲ τῆς ἀναπτύξεως αὐτῆς συνδέεται στενότατα πρὸς ὅλας τὰς περιοχὰς τῆς γνώσεως, τὰς ὁποίας ἀποκαλοῦμεν *φυσικὰς ἐπιστήμας*.

Εἰς παλαιοτέραν ἐποχὴν ἡ Φυσικὴ περιελαμβάνετο εἰς τὸν γενικώτερον κλάδον τῆς Φιλοσοφίας τῆς Φύσεως, ἡ ὁποία ὡς ἀντικείμενον μελέτης εἶχε τὰ φαινόμενα, ἅτινα παρατηροῦνται εἰς τὴν *ἄνευ ὀργάνων ὕλην*. Βραδύτερον ὅμως ἐκ τῆς Φιλοσοφίας τῆς Φύσεως ἀπεσπάσθησαν διάφοροι κλάδοι, οἱ ὁποῖοι ἀποτελοῦν σήμερον ἰδιαιτέρας ἐπιστήμας, ὡς εἶναι ἡ *Ἀστρονομία*, ἡ *Χημεία*, ἡ *Γεωλογία*, ἡ *Ὀρυκτολογία κ.ἄ.*, καὶ οὕτως ἀπέμεινεν ἡ *Φυσική*, ἥτις ἀσχολεῖται μὲ τὴν σπουδὴν ὡρισμένων μόνον γενικῶν φαινομένων, τὰ ὁποῖα παρατηροῦνται εἰς τὴν ἄνευ ὀργάνων ὕλην, ὡς εἶναι, παραδείγματος χάριν, τὰ φαινόμενα τῆς κινήσεως τῶν σωμάτων, τῆς ἐπ᾽ αὐτῶν ἐπενεργείας τῶν πάσης φύσεως δυνάμεων κ.ο.κ.

Λόγῳ τοῦ ἀνωτέρω συνδέσμου τῶν καλουμένων θετικῶν ἐπιστημῶν πρὸς τὴν Φυσικὴν καὶ δεδομένου ὅτι αὗται ἐκ τῆς Φυσικῆς λαμβάνουν τὰς βασικὰς γνώσεις, τὰς ὁποίας χρησιμοποιοῦν διὰ τὴν περαιτέρω ἀνάπτυξίν των, προκύπτει ἡ ἰδιάζουσα σπουδαιότης, τὴν ὁποίαν ἔχει ἡ Φυσικὴ διὰ τὴν σπουδὴν ἐν γένει τῶν θετικῶν ἐπιστημῶν. Σήμερον ὅμως μὲ τὴν καταπληκτικὴν ἐξέλιξιν, τὴν ὁποίαν ἔχει λάβει ἡ Φυσική, αἱ γνώσεις ἐκ τῆς Φυσικῆς δὲν εἶναι μόνον σπουδαιοτάτης σημασίας διὰ τοὺς μέλλοντας νὰ τραποῦν πρὸς τὴν σπουδὴν τῶν θετικῶν ἐπιστημῶν, ἀλλ᾽ ἀποτελοῦν πρὸς τούτοις ἀπαραίτητον ἐφόδιον διὰ πάντα ἐγκυκλοπαιδικῶς μορφωμένον ἄνθρωπον. Πράγματι σήμερον συναντῶμεν εἰς τὴν καθημερινήν μας ζωὴν πλῆθος πρακτικῶν ἐφαρμογῶν ἀναφερομένων εἰς τὰς νεωτάτας ἀνακαλύψεις τῆς Φυσικῆς, ὡς π.χ. τὸ ἀεροπλάνον, τὸ ραδιόφωνον, τὴν τηλεόρασιν, ὡς καὶ πλείστας ἄλλας πρακτικὰς ἐφαρμογὰς τοῦ ἠλεκτρισμοῦ, αἱ ὁποῖαι μάλιστα ἔχουν μεταβάλει οὐσιωδῶς καὶ τὸν τρόπον διαβιώσεώς μας. Ὅλαι αἱ πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς Φυσικῆς δύνανται νὰ κατανοηθοῦν μόνον διὰ τῆς συστηματικῆς μελέτης αὐτῆς.

2. Φυσικὸς νόμος. Ἡ Φυσικὴ ὡς βασικὸν σκοπὸν τῆς ἐρεύνης της θέτει τὴν ἀνεύρεσιν τῶν νόμων, τοὺς ὁποίους ἀκολουθοῦν τὰ φαινόμενα. ***Φυσικὸν νόμον*** *φαινομένου τινὸς ὀνομάζομεν τὴν σχέσιν τὴν ὑφισταμένην μεταξὺ τῶν διαφόρων μεγεθῶν, τὰ ὁποῖα ὑπεισέρχονται κατὰ τὴν σπουδὴν τοῦ φαινομένου*. Οὕτως, ἐπὶ παραδείγματι, κατὰ τὴν σπουδὴν τοῦ φαινομένου τῆς ἐπιμηκύνσεως, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἐλατήριον ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς τεινούσης αὐτὸ δυνάμεως, ὁ *φυσικὸς νόμος* ἐκφράζει τὴν σχέσιν τὴν ὑφισταμένην μεταξὺ τοῦ μεγέθους τῆς δυνάμεως (αἴτιον) καὶ τῆς ἀντιστοίχου ἐπιμηκύνσεως (*ἀποτέλεσμα*). Ἐκ τῆς ἐρεύνης τοῦ φαινομένου τούτου δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν τὴν ἀκόλουθον πρότασιν: «*ἡ ἐπιμήκυνσις εἶναι ἀνάλογος τῆς τεινούσης δυνάμεως*», ἡ πρότασις δὲ αὕτη ἀποτελεῖ, εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν, τὸν φυσικὸν νόμον τοῦ φαινομένου.

3. Παρατήρησις - Πείραμα - Ὑπόθεσις - Θεωρία. Ἡ Φυσικὴ εἰς τὴν προσπάθειάν της πρὸς ἀνεύρεσιν τῶν φυσικῶν νόμων βασίζεται ἐπὶ τῆς *παρατηρήσεως*, τοῦ *πειράματος*, ὡς καὶ ἐπὶ τῶν *ὑποθέσεων* καὶ *θεωριῶν*.

Ἡ ***παρατήρησις*** ἐπιτρέπει εἰς ἡμᾶς νὰ συλλέγωμεν γνώσεις ἐκ τῆς ἁπλῆς παρακολουθήσεως τῶν φαινομένων, ὡς ταῦτα παράγονται εἰς τὴν φύσιν, χωρὶς νὰ ἐπηρεάζωμεν καθ' οἱονδήποτε τρόπον τὴν ἐξέλιξιν αὐτῶν. Ἐν τούτοις ἡ ἄμεσος παρατήρησις δὲν καθιστᾷ πάντοτε δυνατὴν τὴν ἐξαγωγὴν ἀσφαλῶν συμπερασμάτων, διότι τὸ εἰς τὴν φύσιν συμβαῖνον φαινόμενον δὲν εἶναι ποτὲ μεμονωμένον, ἀλλὰ συνοδεύεται καὶ ὑπὸ ἄλλων φαινομένων καὶ οὕτως ἀγόμεθα εἰς σφαλερὰ συμπεράσματα.

Διὰ τοῦ ***πειράματος*** ὁ παρατηρητὴς ἐπιδιώκει τὴν ἁπλοποίησιν τοῦ παρατηρουμένου φαινομένου διὰ τῆς ἀναπαραγωγῆς, κατὰ τὸ δυνατόν, αὐτοῦ μόνον ἐν τῷ ἐργαστηρίῳ ὑπὸ συνθήκας τοιαύτας, ὥστε νὰ ἀποκλείεται ἡ ἐπίδρασις τῶν παραγόντων ἐκείνων, οἱ ὁποῖοι, κατὰ τὴν ἀντίληψίν του, ἐπηρεάζουν τὴν ἐξέλιξιν τοῦ φαινομένου. Ἐκ τῆς κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον σπουδῆς τῶν φαινομένων θὰ προκύψῃ δι' ἕκαστον φαινόμενον καὶ εἷς νόμος, μὲ τὴν πάροδον δὲ τοῦ χρόνου τὸ πλῆθος τῶν φαινομένων θὰ ὡδήγει εἰς πλῆθος νόμων ἀσυνδέτων μεταξύ των, οὕτω δὲ θὰ προέκυπτε μεγάλη δυσχέρεια εἰς τὴν ἐκμάθησιν καὶ ἐφαρμογὴν αὐτῶν. Ὁ σκοπὸς τῆς Φυσικῆς ὡς ἐπιστήμης εἶναι ἀκριβῶς ν' ἀνεύρῃ γενικοὺς νόμους, οἱ ὁποῖοι νὰ ἐξηγοῦν περισσότερα κατὰ τὸ δυνατὸν φαινόμενα.

Πρὸς τοῦτο ἡ Φυσικὴ δημιουργεῖ ***ὑποθέσεις***, αἵτινες ὅμως ἔχουν πάντοτε ἀνάγκην πειραματικῆς ἐπιβεβαιώσεως. Ἡ ὑπόθεσις, ἐφ' ὅσον δὲν ἀντιτίθεται πρὸς τὸ πείραμα, δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἐπαρκής. Ἡ ἀξία ὅμως μιᾶς ὑποθέσεως καθίσταται τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον μεγαλύτερος εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐπὶ τῇ βάσει αὐτῆς ἑρμηνευομένων φαινομένων. Ἐφ' ὅσον ὅλα τὰ συμπεράσματα — εἰς τὰ ὁποῖα, ἐπὶ τῇ βάσει τῆς τεθείσης ὑποθέσεως, καταλήγομεν μεταγενεστέρως — ἐπαληθεύονται ὑπὸ τοῦ πειράματος, ἡ ὑπόθεσις ἐξελίσσεται εἰς ***θεωρίαν***.

Αἱ ὑποθέσεις καὶ αἱ θεωρίαι παρουσιάζουν τὸ πλεονέκτημα, ὅτι ἔχουν καὶ εὑρετικὸν χαρακτῆρα, διότι πολλάκις ὑποδεικνύουν εἰς ἡμᾶς τὸ εἶδος τῶν πειραμάτων, τὰ ὁποῖα πρέπει νὰ ἐκτελέσωμεν, διὰ τὴν κατανόησιν καὶ ἑρμηνείαν φαινομένων, τὰ ὁποῖα ἄλλως θὰ ἦτο ἀδύνατον νὰ ἐξηγηθοῦν.

Ἄξιον προσοχῆς εἶναι ὅτι, ἐνῷ τὰ ἀποτελέσματα τῶν παρατηρήσεων καὶ τῶν πειραμάτων παραμένουν ἐν τῇ παρόδῳ τοῦ χρόνου, καὶ μάλιστα ἐπὶ τῇ βάσει αὐτῶν δημιουργοῦνται τεχνικοὶ κλάδοι συντελοῦντες εἰς τὴν πρόοδον τοῦ ἀνθρώπου, αἱ θεωρίαι ἔρχονται καὶ παρέρχονται, διότι διαρκῶς εὑρίσκονται ἐν ἐξελίξει.

4. Μέτρησις φυσικῶν μεγεθῶν. Κατὰ τὴν προσπάθειάν μας πρὸς ἀνεύρεσιν τῶν φυσικῶν νόμων διὰ τῆς παρατηρήσεως καὶ τοῦ πειράματος, καταφεύγομεν πάντοτε εἰς μετρήσεις διαφόρων φυσικῶν μεγεθῶν, τὰ ὁποῖα ὑπεισέρχονται εἰς τὸ φαινόμενον. Καλοῦμεν *μέτρησιν φυσικοῦ μεγέθους τὴν σύγκρισιν αὐτοῦ πρὸς ἕτερον ὁμοει-*

δὲς μέγεθος, τὸ ὁποῖον κατόπιν συμφωνίας θεωροῦμεν ὡς ***μονάδα μετρήσεως.*** Τὸ ἀποτέλεσμα τῆς μετρήσεως εἶναι ἡ εὕρεσις ἀριθμοῦ τινος, ὁ ὁποῖος δεικνύει πόσας φορὰς τὸ ληφθὲν ὡς μονὰς μέγεθος περιέχεται εἰς τὸ μετρούμενον. Ὁ ἀριθμὸς οὗτος καλεῖται ***ἀριθμητικὴ τιμὴ*** ἢ ***μέτρον*** τοῦ θεωρουμένου μεγέθους.

Οὕτω διὰ νὰ μετρήσωμεν τὸ μῆκος δοκοῦ, συγκρίνομεν αὐτὸ πρὸς ἕτερον μῆκος, π.χ. ἑνὸς μέτρου. Ἐὰν π.χ. τὸ μῆκος τῆς δοκοῦ εὑρεθῇ ἴσον πρὸς 3,5 μέτρα, ὁ ἀριθμὸς 3,5 εἶναι ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ μετρουμένου μεγέθους.

5. Συστήματα μονάδων μετρήσεως. Συμφώνως πρὸς τὰ ἀνωτέρω (§ 4), δι' ἕκαστον φυσικὸν μέγεθος δέον νὰ ὑφίσταται καὶ ὡρισμένη μονάς. Ἐπειδὴ ὅμως τὰ φυσικὰ μεγέθη εἶναι πάρα πολλὰ καὶ ἡ καθιέρωσις δι' ἕκαστον ἐκ τούτων μιᾶς ἀνεξαρτήτου μονάδος θὰ ἀπετέλει μεγίστην δυσχέρειαν, διότι θὰ ἦτο ἀνθρωπίνως ἀδύνατον νὰ συγκρατήσωμεν εἰς τὴν μνήμην μας τόσον μέγαν ἀριθμὸν ἀνεξαρτήτων μονάδων, ἐπεδιώχθη ἡ συστηματοποίησις τῶν μονάδων τούτων, εἰς τρόπον ὥστε διὰ καθορισμοῦ μικροῦ ἀριθμοῦ βασικῶν μονάδων, τὰς ὁποίας καλοῦμεν ***θεμελιώδεις,*** νὰ δυνάμεθα νὰ παράγωμεν ἐξ αὐτῶν ὅλας τὰς ὑπολοίπους, αἱ ὁποῖαι καλοῦνται ***παράγωγοι.***

Οὕτω ἐὰν ἐκλέξωμεν ὡς θεμελιώδη μονάδα τὸ μῆκος ἑνὸς *μέτρου,* λαμβάνομεν ὡς παραγώγους μονάδας διὰ τὸ ἐμβαδὸν ἐπιφανειῶν τὸ *τετραγωνικὸν μέτρον* καὶ διὰ τὸν ὄγκον τὸ *κυβικὸν μέτρον.* Οὕτω καθιερώθησαν τὰ ***συστήματα μονάδων,*** ἐκ τῶν ὁποίων ἐν ἀρχῇ θέλομεν ἀναφέρει δύο: α) τὸ *σύστημα μονάδων C.G.S.* ἢ *ἀπόλυτον σύστημα μονάδων* καὶ β) τὸ *τεχνικὸν σύστημα μονάδων (Τ.Σ.).*

α) **Σύστημα μονάδων C.G.S.** *(centimètre, gramme, seconde).* Εἰς τὴν Μηχανικὴν τοῦτο θέτει ὡς βάσιν τρία μεγέθη, τὰ ὁποῖα θεωροῦνται ἀνεξάρτητα ἀλλήλων, εἶναι δὲ ταῦτα τὸ ***μῆκος,*** ἡ ***μᾶζα*** καὶ ὁ ***χρόνος,*** ἅτινα ἐξελέγησαν ὡς *θεμελιώδη μεγέθη.* Ὡς μονάδας τῶν μεγεθῶν τούτων θέτομεν διὰ τὸ μῆκος τὸ *ἑκατοστόμετρον (1 cm),* διὰ τὴν μᾶζαν τὸ *γραμμάριον (1 gr)* καὶ διὰ τὸν χρόνον τὸ *δευτερόλεπτον (1 sec).* Οἱονδήποτε ἄλλο μέγεθος εἰς τὴν Μηχανικὴν (π.χ. ἡ δύναμις, ἡ ταχύτης) δυνάμενον νὰ ἐκφρασθῇ διὰ τῶν τριῶν ἀνωτέρω μεγεθῶν εἶναι *παράγωγον* μέγεθος.

Τὸ ἀνωτέρω σύστημα μονάδων ἐκλήθη σύστημα C.G.S., ἐκ τῶν ἀρχικῶν γραμμάτων τῆς διεθνοῦς ὀνομασίας τῶν θεμελιωδῶν μονάδων αὐτοῦ.

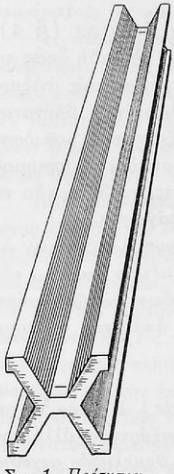
β) **Τεχνικὸν σύστημα (Τ.Σ.).** Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ὡς βάσις τίθενται τρία πάλιν μεγέθη, τὸ ***μῆκος,*** ἡ ***δύναμις*** καὶ ὁ ***χρόνος,*** καὶ ὡς ἀντίστοιχοι μονάδες αὐτῶν λαμβάνονται τὸ *μέτρον (1 m)* διὰ τὸ μῆκος, τὸ *χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr*)* διὰ τὴν δύναμιν καὶ τὸ *δευτερόλεπτον (1 sec)* διὰ τὸν χρόνον.

Παρατηροῦμεν τὴν ἀκόλουθον διαφορὰν μεταξὺ τοῦ συστήματος C.G.S. καὶ τοῦ Τ.Σ. Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ἡ μᾶζα εἶναι θεμελιῶδες μέγεθος, ὁπότε ἡ δύναμις θὰ προκύψῃ παράγωγον μέγεθος, εἰς τὸ Τ.Σ. ἡ δύναμις εἶναι θεμελιῶδες μέγεθος καὶ ἡ μᾶζα παράγωγον.

ΣΥΝΗΘΗ ΦΥΣΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΑΥΤΩΝ

Κατὰ τὴν μελέτην τῆς Φυσικῆς συναντῶμεν πλῆθος μεγεθῶν, ἐκ τῶν ὁποίων τὰ μᾶλλον συνήθη, γνωστὰ ἐκ τῆς Γεωμετρίας, εἶναι τὸ ***μῆκος,*** τὸ ***ἐμβαδὸν*** καὶ ὁ ***ὄγκος,*** καθὼς καὶ τὰ ἐν τῇ Μηχανικῇ ἀπαντώμενα μεγέθη ὡς ἡ ***μᾶζα,*** ἡ ***δύναμις,*** ὁ ***χρόνος,*** τὸ ***βάρος,*** ἡ ***πυκνότης*** καὶ τὸ ***εἰδικὸν βάρος,*** τὰ ὁποῖα θέλομεν ἐξετάσει συντόμως ἐνταῦθα.

6. Μῆκος. Ἡ ἔννοια τοῦ μήκους εἶναι τόσον ἁπλῆ, ὥστε νὰ μὴ εἶναι δυνατὸν νὰ ὁρισθῇ δι' ἄλλων ἁπλουστέρων ἐννοιῶν.



Σχ. 1. Πρότυπον μέτρον.

Ὡς μονὰς μετρήσεως τοῦ μήκους εἰς τὸ σύστημα C.G.S. λαμβάνεται, ὡς εἴδομεν, τὸ ***ἑκατοστόμετρον*** (**1 cm**), τὸ ὁποῖον ἰσοῦται πρὸς τὸ 1/100 τοῦ διεθνοῦς ***προτύπου μέτρου.***

Εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα μονὰς μήκους εἶναι τὸ ***μέτρον*** (**1 m**) = 100 cm.

Εἰς παλαιοτέραν ἐποχὴν τὸ μέτρον εἶχεν ὁρισθῆ ὡς τὸ ἓν δεκάκις ἑκατομμυριοστὸν τοῦ ἑνὸς τετάρτου τοῦ μεσημβρινοῦ τῆς Γῆς (βλ. κατωτέρω). Ὁ τοιοῦτος ὅμως καθορισμὸς τῆς μονάδος μήκους ἐθεωρήθη βραδύτερον ὡς μὴ ἐπιστημονικῶς ἀκριβής, διότι τὸ ἀνωτέρω μῆκος ὑφίστατο μεταβολὰς ἐν τῇ παρόδῳ τοῦ χρόνου καὶ ἑπομένως ἡ οὕτω καθορισθεῖσα μονὰς ἦτο μεταβλητὴ μετὰ τοῦ χρόνου. Σήμερον ὁ ἀνωτέρω ὁρισμὸς ἔχει ἐγκαταλειφθῆ καὶ τὸ μέτρον καθορίζεται ὑπὸ τοῦ ***προτύπου μέτρου,*** τὸ ὁποῖον εἶναι ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο χαραγῶν ἐπὶ μεταλλικοῦ κανόνος ἀπὸ ἰριδιοῦχον λευκόχρυσον εἰδικοῦ σχήματος (σχ. 1) καὶ ἡ ὁποία εἶναι περίπου ἴση πρὸς τὸ ἓν δεκάκις ἑκατομμυριοστὸν τοῦ τετάρτου τοῦ μεσημβρινοῦ τῆς Γῆς.

Τὸ πρότυπον τοῦτο μέτρον φυλάσσεται (ἀπὸ τοῦ 1875) εἰς τὸ ἐν Sèvres (Σέβραι) τῆς Γαλλίας *Διεθνὲς Γραφεῖον Μέτρων καὶ Σταθμῶν* καὶ ἐπὶ τῇ βάσει αὐτοῦ βαθμολογοῦνται ὅλοι οἱ συνήθεις κανόνες, μέτρα, μετροταινίαι κλπ., χρησιμοποιούμενα εἰς τὰς συνήθεις μετρήσεις μήκους.

Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω μονάδων χρησιμοποιοῦνται τὰ πολλαπλάσια ἢ ὑποπολλαπλάσια αὐτῶν:

1 χιλιόμετρον (*1 km*) = *1 000 μέτρα* $= 10^5$ *cm*

1 δεκατόμετρον (*1 dm*) = *1 / 10 μέτρου* = *10 cm*

1 χιλιοστόμετρον (*1 mm*) = *1 / 1 000 μέτρου* $= 10^{-1}$ *cm*

1 μικρὸν (*1 μ*) = *1 / 1 000 000 μέτρου* $= 10^{-4}$ *cm*

Εἰς τὴν Ὀπτικὴν καὶ εἰς τὴν Ἀτομικὴν Φυσικήν, προκειμένου νὰ μετρηθοῦν λίαν μικρὰ μήκη (π.χ. τὸ μῆκος κύματος τοῦ φωτός), γίνεται χρῆσις τῆς μονάδος *Ångström (1 Å)* (Ἄγκστρεμ), εἶναι δέ:

$$1\ \text{Å} = 10^{-8}\ cm.$$

Εἰς τὴν ναυτιλίαν χρησιμοποιεῖται ἡ μονὰς

1 ναυτικὸν μίλιον = *1852 m.*

Τὸ μῆκος τοῦτο καθορίζει τὴν ἀπόστασιν δύο σημείων ἑνὸς μεσημβρινοῦ, ἅτινα ὑποτείνουν τόξον ἴσον πρὸς ἓν πρῶτον λεπτὸν τῆς μοίρας.

Εἰς τὴν Ἀστρονομίαν χρησιμοποιεῖται ἡ μονὰς

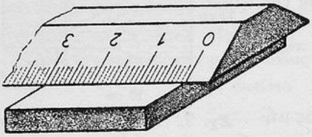
1 ἔτος φωτὸς $= 9{,}46 \cdot 10^{12}$ *km,*

ἤτοι τὸ διάστημα τὸ διανυόμενον ὑπὸ τοῦ φωτὸς ἐντὸς ἑνὸς ἔτους.

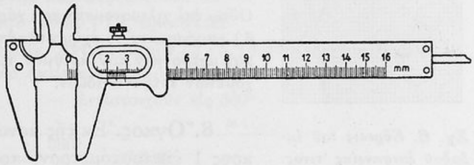
Παρατήρησις. Γενικῶς πρὸς χαρακτηρισμὸν τῶν πολλαπλασίων καὶ ὑποπολλαπλασίων μονάδων τόσον εἰς τὴν Φυσικὴν ὅσον καὶ εἰς τὴν Τεχνικὴν μεταχειριζόμεθα τὰ ἑπόμενα προθέματα:

T — Τέρα	$= 10^{12}$	H — Ἑκατό	$= 10^{2}$	m — Χιλιοστό	$= 10^{-3}$
G — Γίγα	$= 10^{9}$	D — Δεκά	$= 10^{1}$	μ — Μικρό	$= 10^{-6}$
M — Μέγα	$= 10^{6}$	d — Δεκατό	$= 10^{-1}$	n — Νανό	$= 10^{-9}$
k — Χιλιό	$= 10^{3}$	c — Ἑκατοστό	$= 10^{-2}$	p — Πικό	$= 10^{-12}$

Μέτρησις μήκους. Πρὸς μέτρησιν τῶν μηκῶν χρησιμοποιοῦμεν κανόνας, ἤτοι ***μέτρα*** (ἢ ***ὑποδεκάμετρα***) διῃρημένα συνήθως εἰς ἑκατοστὰ ἢ χιλιοστά, ὁ δὲ ἁπλούστερος τρόπος τῆς μετρήσεως εἶναι ὁ διὰ τῆς ἐπιθέσεως (σχ. 2). Οὕτω μὲ τὰ συνήθη ξύλινα ἢ μεταλλικὰ μέτρα δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν μήκη μὲ ἀκρίβειαν 0,1 cm καὶ κατ' ἐκτίμησιν μέχρι 0,05 cm.



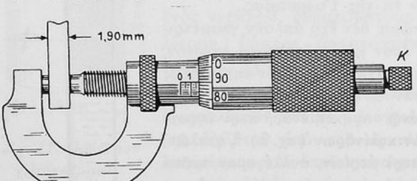
Σχ. 2. Μέτρησις μήκους.



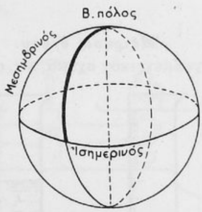
Σχ. 3. Διαστημόμετρον.

Ὅταν τὸ πρὸς μέτρησιν μῆκος εἶναι πολλῶν μέτρων, τότε ἡ μέτρησις γίνεται διὰ τῆς ***μετροταινίας***. Διὰ τὴν μέτρησιν λίαν μικρῶν μηκῶν, π.χ. τοῦ πάχους κυλινδρικοῦ στελέχους, τῆς ἐξωτερικῆς ἢ τῆς ἐσωτερικῆς διαμέτρου κοίλου κυλίνδρου κλπ., ἡ μέτρησις γίνεται διὰ τοῦ ***διαστημομέτρου*** (κοινῶς καλίμπρα) (σχ. 3). Ἐπίσης διὰ τοῦ ***μικρομέτρου*** (σχ. 4) δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν μὲ μεγάλην ἀκρίβειαν τὸ πάχος ἐλασμάτων, φύλλων χάρτου, ὡς ἐπίσης τὴν διάμετρον συρμάτων ἢ ῥάβδων.

* **Ὁρισμὸς τετάρτου μεσημβρινοῦ.** Ἐὰν θεωρήσωμεν τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς ὡς ἐπιφάνειαν σφαίρας, τότε ὅλοι οἱ κύκλοι οἱ διερχόμενοι διὰ τῶν δύο πόλων τῆς Γῆς καὶ ἔχοντες ἀκτῖνα ἴσην πρὸς τὴν τῆς Γῆς καλοῦνται ***μεσημβρινοί***, ἐνῷ ὁ κύκλος τῆς αὐτῆς ἀκτῖνος πρὸς τὸν τοῦ μεσημβρινοῦ, ὁ διερχόμενος διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς καὶ κάθετος ἐπὶ τῶν μεσημβρινῶν, καλεῖται ***ἰσημερινὸς*** (σχ. 5). Τέταρτον τοῦ μεσημβρινοῦ εἶναι ἡ ἀπόστασις ἑνὸς πόλου τῆς Γῆς ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ μετρουμένη κατὰ μῆκος μεσημβρινοῦ, ἔχει δὲ τοῦτο μῆκος 10 002 300 μέτρα ἢ κατὰ προσέγγισιν 10 000 000 μέτρα.



Σχ. 4. Μικρόμετρον.



Σχ. 5. *Τὸ μῆκος τοῦ τετάρτου μεσημβρινοῦ τῆς Γῆς σημειοῦται διὰ τῆς παχυτέρας γραμμῆς.*

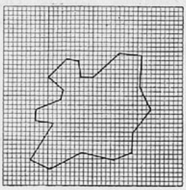
7. Ἐμβαδόν. Ἐκ τῆς μονάδος μήκους 1 ἑκατοστόμετρον, προκύπτει ὡς μονὰς ἐμβαδοῦ εἰς τὸ σύστημα C.G.S. (ἡ ὁποία εἶναι παράγωγος μονὰς) τὸ ***τετραγωνικὸν ἑκατοστόμετρον*** (1 cm^2).

Εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα μονὰς ἐμβαδοῦ εἶναι τὸ ***τετραγωνικὸν μέτρον*** ($1\ m^2$), εἶναι δέ: $1\ m^2 = 10\ 000\ cm^2$.

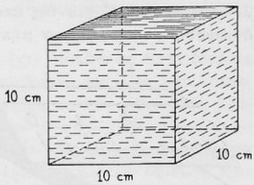
Ἐπίσης εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιοῦμεν ὡς μονάδας ἐμβαδοῦ καὶ τὰς ἑξῆς:

1 στρέμμα (βασιλικὸν)	$= 1\ 000\ m^2$
1 ἑκτάριον	$= 10\ 000\ m^2$
1 τετραγωνικὸς τεκτονικὸς πῆχυς	$= 9\ /\ 16\ m^2$.

Μέτρησις ἐμβαδοῦ. Προκειμένου περὶ ἐπιφανειῶν ἐχουσῶν γεωμετρικὸν σχῆμα, ὑπολογίζομεν τὸ ἐμβαδὸν διὰ μετρήσεων ὡρισμένων γραμμικῶν διαστάσεων καὶ ἐπὶ τῇ βάσει γνωστῶν τύπων ἐκ τῆς Γεωμετρίας. Εἰς περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ ἐπιφάνεια δὲν ἔχει γεωμετρικὸν σχῆμα, μετροῦμεν αὐτὴν κατὰ προσέγγισιν, ἀφοῦ τὴν χωρίσωμεν εἰς ὅσον τὸ δυνατὸν περισσότερα μέρη. Οὕτω ἐπὶ χιλιοστομετρικοῦ χάρτου (σχ. 6) χαράσσομεν τὸ σχῆμα τῆς ἐπιφανείας καὶ μετροῦμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν περιεχομένων τετραγωνιδίων.



Σχ. 6. Εὕρεσις τοῦ ἐμβαδοῦ ἐπιφανείας τινός.



Σχ. 7. Πραγματοποίησις ὄγκου 1 λίτρου.

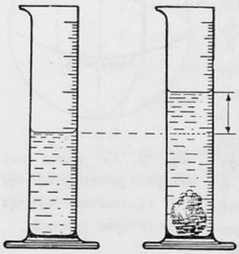
8. Ὄγκος. Ἐκ τῆς μονάδος μήκους 1 ἑκατοστόμετρον, προκύπτει ὡς μονὰς ὄγκου εἰς τὸ σύστημα C.G.S. (ἡ ὁποία εἶναι παράγωγος μονὰς) τὸ ***κυβικὸν ἑκατοστόμετρον*** ($1\ cm^3$). Εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα μονὰς ὄγκου εἶναι τὸ ***κυβικὸν μέτρον*** ($1\ m^3$).

Ἐπίσης χρησιμοποιοῦμεν ὡς μονάδα ὄγκου καὶ τὸ ***λίτρον*** (1 *lt*) (σχ. 7), τὸ ὁποῖον παλαιότερον ὠνομάζετο *κυβικὴ παλάμη*. Εἶναι δέ:

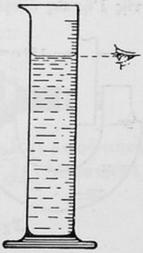
1 λίτρον (1 lt) = 1 000 cm³.

Μέτρησις ὄγκου. Προκειμένου περὶ μετρήσεως τοῦ ὄγκου σώματος, ἐφ' ὅσον τοῦτο ἔχει γεωμετρικὸν σχῆμα, π.χ. σφαῖρα, κύλινδρος κλπ., ὑπολογίζομεν τὸν ὄγκον διὰ μετρήσεως ὡρισμένων γραμμικῶν διαστάσεων αὐτοῦ καὶ ἐπὶ τῇ βάσει γνωστῶν τύπων ἐκ τῆς Γεωμετρίας.

Ἐὰν τὸ σῶμα δὲν ἔχῃ ἁπλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα, ἐφ' ὅσον μὲν τοῦτο εἶναι στερεόν, ὑπολογίζομεν τὸν ὄγκον αὐτοῦ δι' ἐκτοπίσεως ὑγροῦ εὑρισκομένου εἰς ὀγκομετρικὸν κύλινδρον (σχ. 8), ἐνῷ προκειμένου περὶ ὑγροῦ, δι' ὀγκομετρικῶν κυλίνδρων (σχ. 9) ἢ φιαλῶν. Προκειμένου περὶ ἀερίων, συλλέγομεν ταῦτα ἐντὸς σωλήνων ὀγκομετρικῶν δι' ἐκτοπίσεως ὑδραργύρου ἢ ὕδατος, ὅτε τῇ βοηθείᾳ τοῦ ὀγκομετρικοῦ σωλῆνος καθορίζομεν τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου. Ἐκτενέστερον θὰ μελετήσωμεν τὰς μετρήσεις αὐτὰς εἰς τὰ εἰδικὰ κεφάλαια.



Σχ. 8. Ὀγκομέτρησις στερεοῦ.



Σχ. 9. Ὀγκομετρικὸς κύλινδρος.

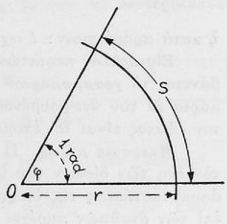
9. Γωνία. Ἡ γωνία μετρεῖται, ὡς γνωστόν, διὰ τοῦ λόγου τοῦ τόξου, τοῦ ὑποτείνοντος αὐτὴν καὶ ἔχοντος κέντρον τὴν κορυφήν της, πρὸς τὴν ἀκτῖνα, ἤτοι:

$$\varphi = \frac{s}{r} \qquad (1)$$

ὅπου φ ἡ θεωρουμένη γωνία, s τὸ ὑποτεινόμενον τόξον καὶ r ἡ ἀκτίς. Ἡ γωνία ὡς λόγος δύο μηκῶν ἐκφράζεται διὰ καθαροῦ ἀριθμοῦ.

Ὡς μονάδα γωνίας εἰς τὴν πρᾶξιν λαμβάνομεν τὴν ***μοῖραν*** (1^0), ἡ ὁποία προκύπτει διὰ ὑποδιαιρέσεως τοῦ κύκλου εἰς 360 ἴσα μέρη. Ἡ μοῖρα ὑποδιαιρεῖται εἰς 60 πρῶτα λεπτά, ἕκαστον δὲ πρῶτον λεπτὸν εἰς 60 δευτερόλεπτα ($1^0 = 60'$, $1' = 60''$).

Ἐπίσης ὡς μονὰς γωνίας εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιεῖται τὸ ***ἀκτίνιον*** (**1 rad**), τὸ ὁποῖον εἶναι ἡ ἐπίκεντρος γωνία, ἥτις βαίνει ἐπὶ τόξου ἔχοντος μῆκος ἴσον πρὸς τὴν ἀκτῖνα (σχ. 10). Ἡ γωνία ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς πλήρη κύκλον εἶναι 2π ἀκτίνια, καθότι τὸ μῆκος τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου εἶναι ὡς γνωστὸν $2\pi \cdot r$, καὶ ἐκ τοῦ τύπου (1) προκύπτει $\varphi = 2\pi r / r = 2\pi$ ἤτοι εἰς πλήρη κύκλον ἀντιστοιχοῦν $2 \cdot 3{,}14 =$ περίπου 6 ἀκτίνια.



Σχ. 10. Γωνία ἴση πρὸς 1 ἀκτίνιον.

Διὰ τὴν μετατροπὴν μιᾶς γωνίας ἀπὸ ἀκτίνια εἰς μοίρας ἔχομεν:

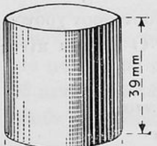
2π ἀκτίνια ἀντιστοιχοῦν εἰς 360^0
1 » x ;

$$x = \frac{360^0}{2\pi} = 57{,}296^0$$

ἤτοι: *1 ἀκτίνιον (1 rad)* $= 57{,}296^0 = 57^0\ 18'$.

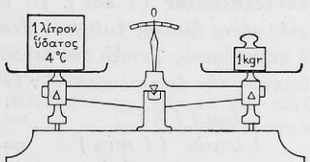
10. Μᾶζα. *Διὰ τοῦ ὅρου μᾶζα νοοῦμεν συνήθως τὸ ποσὸν τῆς ὕλης, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς σώματός τινος.*

Ὡς μονὰς μάζης εἰς τὸ σύστημα C.G.S. χρησιμοποιεῖται τὸ ***γραμμάριον (μάζης)***, τὸ ὁποῖον ἰσοῦται πρὸς τὸ 1/1000 τοῦ ***προτύπου χιλιογράμμου***.



Σχ. 11. Πρότυπον χιλιόγραμμον.

Εἰς παλαιοτέραν ἐποχὴν τὸ χιλιόγραμμον ὡρίζετο διὰ τῆς μάζης μιᾶς κυβικῆς παλάμης (δηλαδὴ ἑνὸς κυβικοῦ δεκατομέτρου ἢ ἑνὸς λίτρου) ὕδατος ἀπεσταγμένου καὶ θερμοκρασίας $+4^0$ C.



Σχ. 12. Ἓν λίτρον ὕδατος 4^0 C ἔχει μᾶζαν 1 χιλιογράμμου.

Σήμερον ὁ ὁρισμὸς οὗτος ἔχει ἐγκαταλειφθῆ καὶ τὸ χιλιόγραμμον μάζης ὁρίζεται ὑπὸ τοῦ ***προτύπου χιλιογράμμου***, τὸ ὁποῖον πραγματοποιεῖται ὑπὸ κυλίνδρου ἀπὸ ἰριδιοῦχον λευκόχρυσον (σχ. 11), τοῦ ὁποίου ἡ μᾶζα ἰσοῦται περίπου πρὸς ἓν κυβικὸν δεκατόμετρον (1 λίτρον) ὕδατος ἀπεσταγμένου καὶ θερμοκρασίας 4^0 C (σχ. 12). Τὸ πρότυπον χιλιόγραμμον μάζης φυλάσσεται ἐπίσης ὡς καὶ τὸ μέτρον εἰς τὸ *Διεθνὲς Γραφεῖον Μέτρων καὶ Σταθμῶν*.

Ἐκτὸς τῆς μονάδος 1 γραμμάριον (1 gr) χρησιμοποιοῦμεν συνήθως καὶ τὰ πολλαπλάσια αὐτοῦ:

1 χιλιόγραμμον (1 kgr) = 1 000 γραμμάρια $= 10^3$ *gr*
1 τόννος (1 t) $=$ *1 000 χιλιόγραμμα* $= 10^3$ *kgr*

Εἰς τὸ *τεχνικὸν σύστημα* ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται ἡ καλουμένη *τεχνικὴ μονὰς μάζης* (1 Τ.Μ.), εἶναι δέ:

$$1 \text{ T.M.} = 9{,}81 \text{ kgr}$$

ἢ κατὰ προσέγγισιν: *1 τεχνικὴ μονὰς μάζης = 10 χιλιόγραμμα.*

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις εἰς τὴν Φυσικὴν καὶ κυρίως εἰς τὴν Χημείαν ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται τὸ ***γραμμομόριον*** (σύμβολον Mol). Παριστᾷ δὲ ἓν γραμμομόριον τόσην μᾶζαν εἰς γραμμάρια ἐκ τοῦ θεωρουμένου σώματος, ὅσον εἶναι τὸ μοριακὸν βάρος του. Οὕτω τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἶναι 18, ἑπομένως 1 γραμμομόριον (1 Mol) ὕδατος ἔχει μᾶζαν 18 gr ὕδατος κ.ο.κ.

Μέτρησις μάζης. Ἡ μέτρησις τῆς μάζης σώματος πραγματοποιεῖται διὰ τοῦ ζυγοῦ. Εἰς τὸν ἕνα τῶν δίσκων τοῦ ζυγοῦ τίθεται τὸ σῶμα, εἰς δὲ τὸν ἕτερον τοποθετοῦμεν σταθμὰ μέχρις ἀποκαταστάσεως τῆς ἰσορροπίας τοῦ ζυγοῦ, ὁπότε τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμῶν τῶν ἀναγραφομένων ἐπὶ τῶν σταθμῶν παρέχει τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος.

11. Δύναμις. α) Εἰς τὸ *τεχνικὸν σύστημα* μονὰς δυνάμεως εἶναι τὸ ***χιλιόγραμμον βάρους,*** τὸ ὁποῖον συμβολίζεται ὡς **1 kgr*,** τοῦ ἀστερίσκου τιθεμένου πρὸς διάκρισιν ἀπὸ τῆς μονάδος μάζης, *χιλιόγραμμον μάζης (1 kgr).* Παριστᾷ δὲ τὸ 1 kgr* τὴν δύναμιν, μὲ τὴν ὁποίαν ἕλκει ἡ Γῆ τὸ πρότυπον χιλιόγραμμον εἰς τόπον γεωγραφικοῦ πλάτος 45^0 καὶ εἰς τὸ ὕψος τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης.

Ἐκτὸς τῆς μονάδος 1 kgr* χρησιμοποιοῦμεν συνήθως καὶ τὰς ἀκολούθους:

$$1\ gr^* = 10^{-3}\ kgr^*$$

$$1\ \text{τόννος}\ (1\ t^*) = 1\,000\ kgr^*.$$

β) Εἰς τὸ *σύστημα C.G.S.* μονὰς δυνάμεως εἶναι ἡ ***δύνη*** (**1 dyn**). Εἶναι δέ:

$$1\ dyn = 1/981\ gr^*$$

ἢ κατὰ προσέγγισιν: 1 dyn = 1/1000 gr*. Ὁ ὁρισμὸς τῆς δύνης θὰ δοθῇ περαιτέρω (βλ. Κεφ. Γ' Δυναμική).

12. Χρόνος. Ὡς μονὰς χρόνου καὶ διὰ τὰ δύο συστήματα μονάδων χρησιμεύει τὸ ***δευτερόλεπτον*** (**1 sec**). Τὸ δευτερόλεπτον ὡρίσθη ὡς τὸ $1/86\,400 = 1/24 \cdot 60 \cdot 60$ μιᾶς μέσης ἡλιακῆς ἡμέρας. (Μέση δὲ ἡλιακὴ ἡμέρα καλεῖται ὁ κατὰ μέσον ὅρον χρόνος, ὁ περιεχόμενος μεταξὺ δύο διαδοχικῶν μεσουρανήσεων τοῦ Ἡλίου). Ὁ κάτωθι πίναξ δεικνύει τὴν ἀντιστοιχίαν τῶν ἐν χρήσει μονάδων χρόνου:

1 ὥρα (1 h)	*= 60 λεπτὰ*	*= 3 600 δευτερόλεπτα*
1 λεπτὸν (1 min)	*= 1/60 ὥρας*	*= 60 δευτερόλεπτα*
1 δευτερόλεπτον (1 sec)	*= 1/3 600 ὥρας*	*= 1/60 λεπτοῦ.*

Σχ. 13. Μετρονόμος.

Μέτρησις χρόνου. Διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ χρόνου δύναται νὰ χρησιμεύσῃ οἱονδήποτε περιοδικὸν φαινόμενον, δηλ. φαινόμενον τὸ ὁποῖον ἐπαναλαμβάνεται καθ' ὅμοιον τρόπον κατ' ἴσα ἀκριβῶς χρονικὰ διαστήματα. Οὕτω π.χ. δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν τὸν χρόνον δι' ἀπαριθμήσεως τῶν κτύπων ἑνὸς μετρονόμου ἢ ἄλλου ὡρολογιακοῦ ἐκκρεμοῦς, χρονομέτρου κλπ. Ὁ *μετρονόμος* (σχ. 13) εἶναι ἐκκρεμὲς ἐφωδιασμένον μὲ ἕνα μηχανισμὸν παραγωγῆς ρυθμικῶν κτυπημάτων, τῶν ὁποίων ὁ ρυθμὸς (περίοδος) δύναται νὰ μεταβληθῇ ἐντὸς εὐρέων ὁρίων διὰ τῆς μετατοπίσεως ἑνὸς μικροῦ δρομέως, ὁ ὁποῖος εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς ράβδου τοῦ ἐκκρεμοῦς.

13*. Μονάδες ἀγγλοσαξωνικῶν χωρῶν. Οἱ Ἀγγλοσάξωνες χρησιμοποιοῦν εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς ἀντίστοιχα συστήματα μονάδων, ὡς τὸ F.P.S., καὶ δή: ὡς μονάδα *μήκους* τὸν ***πόδα*** (1 foot), ὡς μονάδα *μάζης* τὴν ***λίμπραν*** (1 pound) καὶ ὡς μονάδα *χρόνου* τὸ ***δευτερόλεπτον*** (1 sec). Ἐκτὸς ὅμως αὐτοῦ χρησιμοποιοῦν οὗτοι καὶ τὸ σύστημα, εἰς τὸ ὁποῖον ὡς μονὰς δυνάμεως λαμβάνεται τὸ βάρος μάζης 1 λίμπρας, ὡς μονὰς μήκους ὁ ποὺς καὶ ὡς μονὰς χρόνου τὸ δευτερόλεπτον. Ὁ κάτωθι πίναξ δεικνύει τὴν ἀντιστοιχίαν τῶν διαφόρων μονάδων.

Μονάδες ἀγγλοσαξωνικῶν χωρῶν			
Μῆκος		**Ἐμβαδὸν**	
1 ἴντζα (in)	= 2,54 cm	1 τετρ. ἴντζα (1 in^2)	= 6,452 cm^2
1 ποὺς (ft = foot) = 12 in	= 30,5 cm	1 τετρ. ποὺς (1 ft^2)	= 0,093 m^2
1 ὑάρδα (yd) = 3 ft	= 0,914 m	1 τετρ. μίλιον (1 $mile^2$)	= 2,59 km^2
1 ἀγγλικὸν μίλιον (mile)	= 1,609 km		
Ὄγκος		**Μᾶζα**	
1 κυβικὴ ἴντζα (1 in^3)	= 16,387 cm^2	1 οὐγγία (1 oz. Av)	= 28,35 gr
1 κυβικὸς ποὺς (1 ft^3)	= 0,0283 m^3	1 λίμπρα (1 lb = pound)	= 453,6 gr
1 κυβικὴ ὑάρδα (1 yd^3)	= 0,765 m^3	1 κόκκος (1 grain)	= 64,8 mgr
1 γαλόνιον U.S. (1 gal)	= 3,785 lt	1 τόννος (1 ton = 2 000 lb)	= 907,18 kgr

Τὸ γαλόνιον ὑποδιαιρεῖται εἰς 4 κουὰρτ (qt) καὶ ἕκαστον κουὰρτ εἰς 2 πίντας (pt). Εἰς τὴν Μ. Βρεττανίαν τὸ γαλόνιον ὁρίζεται ὡς : 1 British gallon = 4,546 lt.

Τὸ μῆκος τῆς ὑάρδας ἔχει ληφθῆ ἴσον πρὸς τὸ μῆκος τοῦ βραχίονος τοῦ Ἑρρίκου 1ου Βασιλέως τῆς Ἀγγλίας (τὸ 1101), ἀπὸ τοῦ λαιμοῦ μέχρι τοῦ ἄκρου τοῦ μέσου δακτύλου του (σχ. 14).

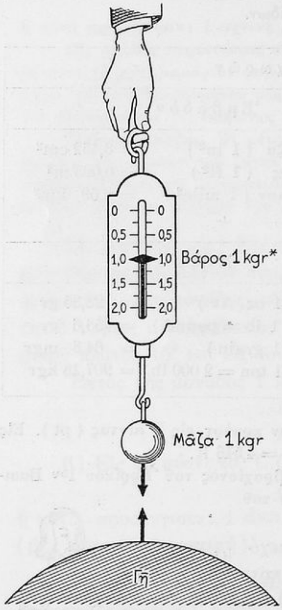
Γενικῶς παρατηροῦμεν εἰς τὴν Φυσικὴν ὅτι τὸ περιεχόμενον τῶν φυσικῶν νόμων οὐδόλως μεταβάλλεται οἱαδήποτε αὐθαιρεσία καὶ ἂν ὑπάρξῃ ὡς πρὸς τὴν ἐκλογὴν τῶν θεμελιωδῶν μονάδων, τόσον εἰς τὸ σύστημα C.G.S. καὶ Τ.Σ. ὅσον καὶ εἰς τὰς ἀγγλοσαξωνικὰς μονάδας. Θὰ ἠδύνατο π.χ. τὸ μῆκος τοῦ μέτρου ἢ ὁ ποὺς νὰ εἶχον ἐκλεγῆ μεγαλύτερα ἢ μικρότερα τῶν ἤδη χρησιμοποιουμένων χωρὶς νὰ μεταβληθοῦν οἱ φυσικοὶ νόμοι.

Σχ. 14. Διὰ τὸν καθορισμὸν τοῦ μήκους τῆς ὑάρδας.

14. Βάρος. Ἡ ὕλη παρουσιάζει τὴν ἰδιότητα νὰ ἔχῃ βάρος, δηλαδὴ νὰ ἕλκεται ὑπὸ τῆς Γῆς. *Τὴν δύναμιν, μὲ τὴν ὁποίαν ἕλκει ἡ Γῆ ἓν οἱονδήποτε ὑλικὸν σῶμα εὑρισκόμενον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας της, καλοῦμεν* ***βάρος*** *τοῦ σώματος.* Ἕνεκα τοῦ βάρους του, ὅταν ὑλικὸν σῶμα κρατῆται εἰς ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους καὶ ἀφεθῇ ἐλεύθερον, πίπτει εἰς τὸ ἔδαφος.

Ὡς βασικὴ μονὰς βάρους εἰς τοὺς τεχνικοὺς ὑπολογισμοὺς χρησιμοποιεῖται τὸ ***χιλιόγραμμον βάρους*** (1 kgr*). Ἐπίσης χρησιμοποιεῖται καὶ τὸ γραμμάριον βάρους (1 gr*). Εἶναι δὲ 1 gr* = 10^{-3} kgr*.

15. Βάρος καὶ μᾶζα. Εὐθὺς ἐξ ἀρχῆς κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς Φυσικῆς πρέπει νὰ τονισθῇ, ὅτι β ά ρ ο ς καὶ μ ᾶ ζ α εἶναι φυσικὰ μεγέθη ἐντελῶς διάφορα, μολονότι πολλάκις ἐκφράζονται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ. Οὕτω λέγομεν, ὅτι σῶμα, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζαν 1 kgr, ἔχει καὶ βάρος 1 kgr*, ἐν τούτοις διὰ τῶν δύο ἀνωτέρω ἐκφράσεων νοοῦμεν διάφορα ἐντελῶς πράγματα. Ὅταν λέγωμεν, ὅτι σῶμα ἔχει μᾶζαν 1 kgr, νοοῦμεν ὅτι τὸ σῶμα τοῦτο περικλείει ποσὸν ὕλης ἴσον πρὸς 1 kgr, ἐνῷ ὅταν λέγωμεν, ὅτι τὸ αὐτὸ σῶμα ἔχει βάρος 1 kgr*, νοοῦμεν ὅτι ἡ Γῆ ἕλκει πρὸς ἑαυτὴν τὸ σῶμα τοῦτο μὲ δύναμιν 1 kgr* καὶ ἐπομένως, διὰ νὰ κρατήσωμεν τὸ σῶμα τοῦτο, πρέπει νὰ καταβάλωμεν μυϊκὴν δύναμιν ἴσην πρὸς 1 kgr*, ἵνα ἐξουδετερώσωμεν τὸ βάρος αὐτοῦ (σχ. 15).



Σχ. 15. Μᾶζα 1 kgr ἕλκεται ὑπὸ τῆς Γῆς διὰ δυνάμεως 1 kgr.*

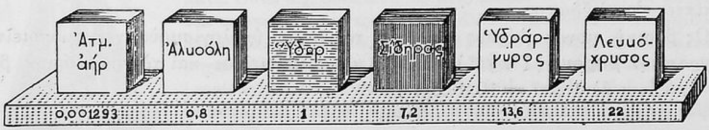
Μία οὐσιώδης διαφορὰ μεταξὺ μάζης καὶ βάρους εἶναι ἡ ἀκόλουθος. Ἡ μᾶζα ἑνὸς σώματος παραμένει ἡ αὐτή, ὁπουδήποτε ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς καὶ ἂν μεταφερθῇ τὸ σῶμα. Τὸ βάρος ὅμως τοῦ σώματος ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ τόπου, διότι, ὡς θὰ ἴδωμεν λεπτομερῶς εἰς ἄλλην θέσιν, ἡ ἑλκτικὴ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ἡ Γῆ ἐπὶ ὑλικοῦ τινος σώματος ὡρισμένης μάζης, μεταβάλλεται μετὰ τοῦ τόπου. Εἰς τὸν αὐτὸν ὅμως τόπον δύο σώματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν τὸ αὐτὸ βάρος, ἔχουν καὶ τὴν αὐτὴν μᾶζαν.

Διὰ τοῦ ζυγοῦ εὑρίσκομεν τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος, διότι ἡ βαρύτης ἐπενεργεῖ ἐπ' ἀμφοτέρων τῶν δίσκων τοῦ ζυγοῦ, ἐνῷ ἀντιθέτως διὰ τοῦ δυναμομέτρου μετροῦμεν τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ ἐξ αὐτοῦ τὴν μᾶζαν, δι' οὓς λόγους ἐκθέτομεν ἀνωτέρω.

16. Πυκνότης. Ἡ *πυκνότης* ἑνὸς σώματος *ὁρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τῆς μάζης του διὰ τοῦ ὄγκου αὐτοῦ*, ὑποτιθεμένου ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ σώματος εἶναι τελείως ὁμοιομόρφως πλήρης ἐκ τῆς αὐτῆς ὕλης. Οὕτως ἐὰν m ἡ μᾶζα τοῦ σώματος καὶ V ὁ ὄγκος αὐτοῦ, ἡ πυκνότης αὐτοῦ (ϱ) ὁρίζεται ἐκ τοῦ πηλίκου:

$$\boxed{\text{πυκνότης} = \frac{\text{μᾶζα}}{\text{ὄγκος}}} \qquad \text{ἤτοι:} \qquad \boxed{\varrho = \frac{m}{V}} \qquad (1)$$

δηλ. ἡ πυκνότης ἐκφράζει τὴν μᾶζαν τὴν περιεχομένην εἰς τὴν μονάδα ὄγκου τοῦ σώματος (σχ. 16).



Σχ. 16. Διάφορα σώματα ὑπὸ τὸν αὐτὸν ὄγκον ἔχουν διάφορον μᾶζαν. Ἐὰν δὲ ὁ ὄγκος ἰσοῦται πρὸς 1 cm³, οἱ κάτωθεν ἀντιστοίχως σημειούμενοι ἀριθμοὶ παρέχουν τὴν πυκνότητα εἰς gr/cm³.

Συνήθως ἡ πυκνότης δίδεται λαμβανομένου τοῦ γραμμαρίου (gr) ὡς μονάδος μάζης καὶ τοῦ κυβικοῦ ἑκατοστοῦ (cm^3) ὡς μονάδος ὄγκου, ὁπότε *ἡ πυκνότης ἐκφράζεται εἰς γραμμάρια μάζης κατὰ κυβικὸν ἑκατοστὸν* (gr/cm^3).

17. Εἰδικὸν βάρος. *Τὸ εἰδικὸν βάρος σώματος ὁρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τοῦ βάρους τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου του,* ὑποτιθεμένου ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ σώματος εἶναι τελείως καὶ ὁμοιομόρφως πλήρης ὕλης. Οὕτως ἐὰν B τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ V ὁ ὄγκος αὐτοῦ, τὸ εἰδικὸν βάρος (ε) ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$\boxed{\text{εἰδικὸν βάρος} = \frac{\text{βάρος}}{\text{ὄγκος}}} \quad \text{ἤτοι:} \quad \boxed{\varepsilon = \frac{B}{V}} \qquad (1)$$

δηλ. τὸ εἰδικὸν βάρος ἀντιστοιχεῖ πρὸς τὸ βάρος τῆς μονάδος ὄγκου τοῦ σώματος.

Συνήθως τὸ εἰδικὸν βάρος δίδεται λαμβανομένου τοῦ γραμμαρίου (gr^*) ὡς μονάδος βάρους καὶ τοῦ κυβικοῦ ἑκατοστοῦ (cm^3) ὡς μονάδος ὄγκου, ὁπότε *τὸ εἰδικὸν βάρος ἐκφράζεται εἰς γραμμάρια βάρους κατὰ κυβικὸν ἑκατοστὸν* (gr^*/cm^3).

18. Ὕλη καὶ φυσικαὶ καταστάσεις αὐτῆς. Μακροχρόνιοι πειραματικαὶ ἔρευναι κατέδειξαν, ὅτι ἡ ὕλη οὔτε ἐκ τοῦ μηδενὸς δύναται νὰ δημιουργηθῇ, ἀλλ᾽ οὔτε καὶ ἡ ὑπάρχουσα ὕλη δύναται νὰ ἐκμηδενισθῇ, καὶ ὅτι, κατὰ τὴν ἐξέλιξιν τῶν διαφόρων φαινομένων, ἡ ὕλη ὑφίσταται ἁπλῶς μεταβολὴν τῆς μορφῆς της. Ὡς ἐκ τούτου, δεχόμεθα εἰς τὴν Φυσικὴν *τὸ ἀξίωμα τῆς ἀφθαρσίας τῆς ὕλης,* τὸ ὁποῖον πολλάκις καλεῖται καὶ *ἀξίωμα τῆς διατηρήσεως τῆς ὕλης* καὶ διατυποῦται ὡς ἑξῆς: ***Ἡ ὕλη οὔτε καταστρέφεται, ἀλλ᾽ οὔτε καὶ ἐκ τοῦ μηδενὸς δύναται νὰ δημιουργηθῇ.*** Ἡ ὕλη, καὶ ἑπομένως τὰ ἀποτελούμενα ἐξ αὐτῆς φυσικὰ σώματα, ἐμφανίζεται εἰς τὴν φύσιν ὑπὸ τρεῖς βασικὰς καταστάσεις ἢ μορφάς, τὴν στερεάν, τὴν ὑγρὰν καὶ τὴν ἀέριον.

Τὰ ***στερεὰ*** σώματα παρουσιάζουν πολὺ μεγάλην ἀντίστασιν εἰς πᾶσαν μεταβολήν, εἴτε τοῦ ὄγκου εἴτε τοῦ σχήματος αὐτῶν, ὡς ἐκ τούτου δὲ δυσκόλως παραμορφοῦνται καὶ εἶναι εἰς λίαν μικρὸν βαθμὸν συμπιεστά.

Τὰ ***ὑγρὰ*** σώματα παρουσιάζουν ἐλαχίστην ἢ μηδαμινὴν ἀντίστασιν εἰς πᾶσαν μεταβολὴν τοῦ σχήματος αὐτῶν, ἐνῷ ἀντιθέτως ἀντιτάσσουν πολὺ μεγάλην ἀντίστασιν εἰς πᾶσαν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου αὐτῶν. Ὡς ἐκ τούτου, τὰ ὑγρὰ παραμορφοῦνται εὐχερῶς, π.χ. διὰ τῆς μεταγγίσεως αὐτῶν εἰς δοχεῖα διαφόρου σχήματος, ὅτε λαμβάνουν τὸ σχῆμα τοῦ περιέχοντος δοχείου. Ἐξ ἄλλου εἶναι πολὺ ὀλίγον συμπιεστά, ἀλλ᾽ ἐν πάσῃ περιπτώσει περισσότερον συμπιεστὰ ἀπὸ τὰ στερεά.

Τὰ ***ἀέρια*** σώματα δὲν παρουσιάζουν ἀντίστασιν οὔτε εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματος αὐτῶν οὔτε εἰς τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου αὐτῶν, ἐνῷ ἀντιτάσσουν μικρὰν ἀντίστασιν εἰς τὴν μείωσιν τοῦ ὄγκου αὐτῶν. Ἕνεκα τῶν ἀνωτέρω λόγων, τὰ ἀέρια ἀποτελοῦν σώματα, τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ ὑποστοῦν οἱανδήποτε παραμόρφωσιν σχήματος, εἶναι εὐκόλως συμπιεστά, ἐνῷ ἐξ ἄλλου ἔχουν τὴν ἱκανότητα νὰ διατείνωνται καὶ νὰ καταλαμβάνουν ὁλόκληρον τὸν προσφερόμενον εἰς αὐτὰ χῶρον.

19. Γενικαὶ γνώσεις ἐπὶ τῆς συγκροτήσεως τῆς ὕλης καὶ τοῦ ὑλικοῦ ἀτόμου. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν, ὅτι ἡ ὕλη εἶναι διαιρετή, διότι δυνάμεθα πάντοτε νὰ ὑποδιαιρέσωμεν ὁμογενὲς σῶμα στερεόν, ὑγρὸν ἢ ἀέριον εἰς μικρότερα μέρη, πάντοτε δὲ τὰ προκύπτοντα μέρη εἶναι, ὡς πρὸς τὴν συγκρότησιν αὐτῶν, ὅμοια πρὸς τὸ ἀρχικὸν σῶμα. Οὕτω δυνάμεθα νὰ παρασκευάσωμεν φύλλα χρυσοῦ ἢ σύρματα λευκοχρύσου τάξεως μεγέθους 0,1 mm ἕως 0,000 01 mm. Ἐν τούτοις ἡ ὑποδιαίρεσις αὕτη τῆς ὕλης δὲν δύναται νὰ συνεχισθῇ ἐπ' ἄπειρον, ἀλλ' ὑφίσταται ἓν ὅριον πέραν τοῦ ὁποίου πᾶσα ὑποδιαίρεσις εἶναι ἀδύνατος.

Ἡ συστηματικὴ ἔρευνα τῆς ὕλης, γενομένη ἀρχικῶς διὰ τῶν μεθόδων τῆς Χημείας, ὡδήγησεν εἰς τὴν ἀνεύρεσιν τῶν θεμελιωδῶν νόμων τῆς Χημείας, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ὁποίων οἱ Χημικοὶ ἤχθησαν εἰς τὴν παραδοχήν, ὅτι ***ἡ ὕλη συγκροτεῖται ἐξ ἀτόμων καὶ μορίων,*** οὕτω δὲ διεμόρφωσαν τὴν νεωτέραν ***ἀτομικὴν θεωρίαν τῆς ὕλης,*** τὴν ὁποίαν πρὸ δύο περίπου χιλιετηρίδων εἶχον διαισθανθῇ οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες φιλόσοφοι Δημόκριτος καὶ Λεύκιππος.

Ἡ νεωτέρα ἀτομικὴ θεωρία δέχεται, ὅτι ἡ ὕλη ἀποτελεῖται ἐξ ἀπειροελαχίστων σωματίων μὴ περαιτέρω διαιρετῶν οὔτε διὰ χημικῶν οὔτε διὰ φυσικῶν μεθόδων. Τὰ ἀπειροελάχιστα ταῦτα σωμάτια ἐκλήθησαν ***ἄτομα.***

Τὰ ἄτομα ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ σώματος εἶναι ὁμοειδῆ καὶ ἔχουν πάντοτε τὴν αὐτὴν μᾶζαν, ἐνῷ τὰ ἄτομα δύο διαφορετικῶν ἁπλῶν σωμάτων εἶναι ἀνομοειδῆ καὶ διαφέρουν πρῶτον μὲν ὡς πρὸς τὴν μᾶζαν αὐτῶν καὶ κατὰ δεύτερον λόγον ὡς πρὸς τὰς ἰδιότητας αὐτῶν. Ἐνῷ δὲ τὰ ἄτομα ἐθεωροῦντο ὡς ἀπειροελάχιστα σωμάτια, ἐκ τῶν ὁποίων συγκροτοῦνται τὰ ἁπλᾶ σώματα, διὰ τὰ σύνθετα σώματα παρεδέχοντο, ὅτι συνίσταντο ἐκ ***μορίων,*** τὰ ὁποῖα ὅμως διὰ χημικῆς ἐπενεργείας ἦτο δυνατὸν νὰ διασπασθοῦν εἰς τὰ συγκροτοῦντα αὐτὰ ἄτομα. Αἱ διαστάσεις τῶν μορίων εἶναι λίαν μικραί, ἐὰν δὲ φαντασθῶμεν αὐτὰ ὡς ἔχοντα σχῆμα σφαιρικόν, ἡ διάμετρος αὐτῶν εἶναι τάξεως μεγέθους 10^{-8} cm, ἤτοι 1 Ångström (Ἄγκστρεμ). Σήμερον γνωρίζομεν, ὅτι εἰς ἓν γραμμομόριον οἱουδήποτε σώματος περιέχονται $6{,}06 \cdot 10^{23}$ μόρια.

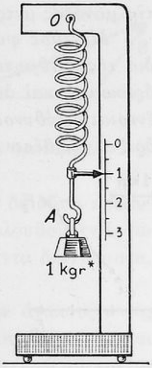
Νεώτεραι ἔρευναι κατέδειξαν, ὅτι τὸ ὑλικὸν ἄτομον δὲν ἀποτελεῖ τὸ τελευταῖον ὅριον διαιρετότητος τῆς ὕλης, ἀλλ' ὅτι καὶ τὸ ὑλικὸν ἄτομον ἀποτελεῖται ἐξ ἀκόμη μικροτέρων σωματίων, εἴτε ἠλεκτρικῶς φορτισμένων εἴτε ἄνευ φορτίου. Ὡς δὲ θὰ ἴδωμεν εἰς ἄλλην θέσιν, τὸ ὑλικὸν ἄτομον θεωρεῖται ὡς συγκροτούμενον ἐκ θετικῶς φορτισμένων σωματίων, τῶν ***πρωτονίων,*** ἐκ σωματίων ἀρνητικῶς ἠλεκτρισμένων, τῶν ***ἠλεκτρονίων,*** καὶ ἐκ σωματίων ἐστερημένων ἠλεκτρικοῦ φορτίου, τῶν ***νετρονίων.*** Τὸ φορτίον τῶν θετικῶς φορτισμένων σωματίων εἶναι ἀκριβῶς ἴσον πρὸς τὸ φορτίον τῶν ἀρνητικῶς φορτισμένων, εἰς τρόπον ὥστε τὸ ὑλικὸν ἄτομον ἐμφανίζεται εἰς τὸν ἔξω κόσμον ὡς ἠλεκτρικῶς οὐδέτερον.

ΒΑΣΙΚΑΙ ΓΝΩΣΕΙΣ

20. Γραφικὴ παράστασις. Ἡ Φυσική, ἐν τῷ ἔργῳ αὐτῆς διὰ τὴν ἀνεύρεσιν τῶν φυσικῶν νόμων καὶ τὴν ἑρμηνείαν τῶν φυσικῶν φαινομένων, διευκολύνεται τὰ μέγιστα διὰ τῆς γραφικῆς παραστάσεως τῶν μετρήσεων. Ὡς εἴδομεν εἰς τὴν § 2, διὰ νὰ ἀνεύρωμεν τὸν νόμον, κατὰ τὸν ὁποῖον μεταβάλλεται ἡ ἐπιμήκυνσις ἑνὸς ἐλατηρίου, ὅταν φορτίζωμεν τοῦτο διὰ διαφόρων βαρῶν, ἐκτελοῦμεν σειρὰν πειραμάτων καὶ προσδιορίζομεν τὴν ἑκάστοτε ἐπιμήκυνσιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ ἐλατήριον ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τοῦ τείνοντος αὐτὸ βάρους (σχ. 17). Ἀποτέλεσμα τῶν διαφόρων πειραμάτων εἶναι ἡ ἀνεύρεσις δύο σειρῶν ἀριθμῶν, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μὲν μία παριστᾷ τὰ ἐπιμηκύνοντα τὸ ἐλατήριον βάρη, ἡ δὲ ἄλλη τὰς ἀντιστοίχους ἐπιμηκύνσεις (βλ. παρατιθέμενον πίνακα).

Ἡ ἀνεύρεσις τοῦ νόμου, ὁ ὁποῖος καθορίζει πῶς μεταβάλλεται ἡ ἐπιμήκυνσις τοῦ ἐλατηρίου μετὰ τοῦ τείνοντος βάρους, διὰ τῆς συγκρίσεως τῶν ἀριθμῶν τοῦ πίνακος δὲν εἶναι πάντοτε τόσον εὐχερής. Ὡς ἐκ τούτου καταφεύγομεν εἰς γραφικὴν παράστασιν τῶν ἀποτελεσμάτων τῶν μετρήσεων, ἡ ὁποία εἰς πολλὰς περιπτώσεις μᾶς δίδει σαφῆ εἰκόνα τοῦ τρόπου, κατὰ τὸν ὁποῖον συμμεταβάλλονται τὰ θεωρούμενα μεγέθη. Οὕτω θεωροῦμεν εἰς τὸ ἐπίπεδον δύο εὐθείας τεμνομένας κατ' ὀρθὴν γωνίαν, τὰς ὁποίας καλοῦμεν ἄξονας, ἐνῷ τὸ σημεῖον τομῆς αὐτῶν καλοῦμεν ἀρχὴν τῶν ἀξόνων. Ἀκολούθως ὑπὸ ὡρισμένην κλίμακα, καὶ ἀρχόμενοι ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων, ἀναφέρομεν ἐπὶ μὲν τοῦ ὁριζοντίου ἄξονος τὰς τιμὰς τῶν ἐπιμηκύνσεων, ἐπὶ δὲ τοῦ καθέτου πρὸς αὐτὸν τὰς τιμὰς τῶν τεινόντων βαρῶν (σχ. 18). Οὕτως εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα, εἰς τὴν κλίμακα τῶν ἐπιμηκύνσεων δεχόμεθα, ὅτι 1 cm ἀντιστοιχεῖ εἰς ἐπιμήκυνσιν 1 cm, ἐπὶ δὲ τοῦ ἄλλου καθέτου ἄξονος, μῆκος π.χ. 1 cm ἀντιστοιχεῖ εἰς βάρος 100 gr*. Εἶναι φανερόν, ὅτι ἕκαστον ζεῦγος ἀντιστοίχων τιμῶν θὰ καθορίζῃ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἓν σημεῖον. Ἐὰν δὲ τὰ οὕτως ὁριζόμενα σημεῖα ἑνώσωμεν διὰ συνεχοῦς γραμμῆς, ἡ προκύπτουσα εὐθεῖα ἢ καμπύλη παριστᾷ γραφικῶς τὸν νόμον τῆς ἐπιμηκύνσεως τοῦ ἐλατηρίου συναρτήσει τοῦ τείνοντος βάρους. Πλεονέκτημα τῆς γραφικῆς παραστάσεως εἶναι, ὅτι δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὴν ἐπιμήκυνσιν τοῦ ἐλατηρίου δι' οἱονδήποτε ἄλλο βάρος. Π.χ. διὰ δύναμιν 350 gr* ἔχομεν ἐπιμήκυνσιν 3,5 cm καὶ ἀντιστρόφως.

Πειραματικὰ δεδομένα	
*Τείνουσα δύναμις εἰς gr**	*Ἐπιμήκυνσις ἐλατηρίου εἰς cm*
0	0
100	1
200	2
300	3
400	4
500	5



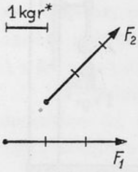
Σχ. 17. Ζυγὸς δι' ἐλατηρίου.

Σχ. 18. Ἡ σχέσις μεταξὺ τεινούσης δυνάμεως καὶ ἐπιμηκύνσεως ἀποδιδομένη γραφικῶς.

21. Μονόμετρα καὶ διανυσματικὰ μεγέθη. Τὰ εἰς τὴν Φυσικὴν παρουσιαζόμενα φυσικὰ μεγέθη διακρίνονται συνήθως εἰς δύο μεγάλας κατηγορίας: εἰς *μονόμετρα* (ἢ *ἀριθμητικὰ*) καὶ εἰς *διανυσματικὰ* μεγέθη, τὰ ὁποῖα ἐνίοτε ἁπλούστερον καλοῦνται *διανύσματα* (ἢ *ἀνύσματα*).

Μέγεθος φυσικὸν καλεῖται ***μονόμετρον,*** *ὅταν καθορίζεται τελείως ἐκ τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς αὐτοῦ καὶ τῆς μονάδος μετρήσεως.* Οὕτω π.χ., ὅταν λέγωμεν, ὅτι σῶμα ἔχει μᾶζαν 5 gr, ἡ μᾶζα ἔχει ὁρισθῆ τελείως διὰ τῆς ἀριθμητικῆς της τιμῆς καὶ τῆς μονάδος μετρήσεως. Ὅθεν, ἡ μᾶζα ἀποτελεῖ μονόμετρον μέγεθος.

Μέγεθος φυσικὸν καλεῖται ***διανυσματικόν,*** *ὅταν δὲν καθορίζεται τελείως διὰ τῆς ἀριθμητικῆς του τιμῆς καὶ τῆς μονάδος μετρήσεως, ἀλλὰ δέον πρὸς τούτοις νὰ ὁρίσωμεν καὶ δύο ἄλλα ἀκόμη στοιχεῖα αὐτοῦ, ἤτοι τὴν διεύθυνσιν καὶ φοράν. Αἱ ἔννοιαι διεύθυνσις καὶ φορὰ εἶναι κυρίως μαθηματικαὶ ἐκφράσεις καὶ ἡ μὲν διεύθυνσις ὁρίζει τὴν θέσιν μιᾶς εὐθείας εἰς τὸν χῶρον, ἡ δὲ φορὰ τὴν θετικὴν ἢ ἀρνητικὴν κατεύθυνσιν αὐτῆς.* Οὕτως, ὅταν λέγωμεν, ὅτι ἀεροπλάνον ἵπταται εἰς ὡρισμένον ὕψος, μὲ ταχύτητα 100 χιλιομέτρων καθ' ὥραν (100 km/h), ἡ ταχύτης δὲν ἔχει ὁρισθῆ τελείως, διότι, διὰ νὰ ὁρισθῇ τελείως, πρέπει νὰ δοθῇ καὶ ἡ διεύθυνσις, π.χ. Βορρᾶ - Νότου, ὡς καὶ ἡ φορὰ πρὸς τὴν ὁποίαν τὸ ἀεροπλάνον κατευθύνεται.

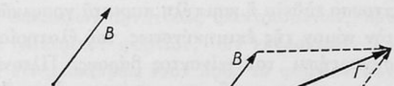


Σχ. 19. Γραφικὴ παράστασις διανύσματος.

Γραφικῶς παριστῶμεν ἓν διανυσματικὸν μέγεθος σχεδιάζοντες ἓν βέλος, καταλλήλου διευθύνσεως καὶ φορᾶς, τοῦ ὁποίου τὸ μῆκος μετρούμενον ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα μᾶς παρέχει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τοῦ διανύσματος[1]). Οὕτως ἐὰν θεωρήσωμεν ὅτι μῆκος 1 cm παριστᾷ δύναμιν ἴσην πρὸς 1 kgr*, τότε δύναμις 3 kgr* θὰ παριστᾶται ὑπὸ διανύσματος μήκους ἴσου πρὸς 3 cm. Εἰς τὸ σχῆμα 19 δεικνύονται δύο διανύσματα παριστῶντα δυνάμεις $F_1 = 3$ kgr* καὶ $F_2 = 2{,}5$ kgr*, τῶν ὁποίων ἡ ἀριθμητικὴ τιμή, ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορὰ κατανοοῦνται εὐκόλως ἐκ τοῦ τρόπου τῆς σχεδιάσεώς των.

Μονόμετρα μεγέθη εἰς τὴν Μηχανικὴν εἶναι ἡ μᾶζα, ὁ χρόνος, τὸ ἔργον, ἡ ἐνέργεια, ἡ ἰσχύς, ἡ πυκνότης, ἡ θερμοκρασία, ἡ ἠλεκτρικὴ ἀντίστασις κλπ., διανυσματικὰ δὲ ἡ μετατόπισις, ἡ ταχύτης, ἡ ἐπιτάχυνσις, ἡ δύναμις, τὸ βάρος, ἡ ροπὴ κλπ.

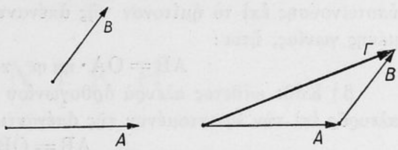
Διανυσματικὴ πρόσθεσις. Προκειμένου περὶ δύο μονομέτρων μεγεθῶν Α καὶ Β, τὸ ἄθροισμα αὐτῶν εἶναι Α + Β, ἀρκεῖ φυσικὰ τὰ δύο μεγέθη νὰ ἐκφράζωνται μὲ τὰς αὐτὰς μονάδας μετρήσεως. Οὕτω, δύο σώματα ἔχοντα μᾶζαν, τὸ ἓν 5 gr καὶ τὸ ἄλλο 3 gr, ἔχουν συνολικῶς μᾶζαν 5 + 3 = 8 gr, δηλαδὴ τὰ μονόμετρα μεγέθη προστίθενται ἀλγεβρικῶς. Προκειμένου ὅμως περὶ δύο διανυσματικῶν μεγεθῶν Α καὶ Β, τὸ ἄθροισμα αὐτῶν Α + Β δὲν εἶναι πάντοτε ἴσον πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν Α + Β, ἀλλὰ ταῦτα προστίθενται διανυσματικῶς, ὡς ἀκολούθως. Ὡς ἄθροισμα δύο διανυσματικῶν μεγεθῶν Α καὶ Β ὁρίζομεν ἕτερον διανυσματικὸν μέγεθος Γ, τὸ ὁποῖον κατὰ μέγεθος, διεύθυνσιν καὶ φορὰν παρέχεται ὑπὸ τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ σχηματιζομένου βάσει τῶν διανυσμάτων Α καὶ Β, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 20. Δυνάμεθα μάλιστα νὰ εὕρωμεν τὸ



Σχ. 20. Πρόσθεσις δύο διανυσμάτων Α καὶ Β διὰ τῆς μεθόδου τοῦ παραλληλογράμμου.

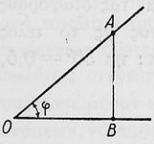
[1]) Εἰς τὰ ἐπιστημονικὰ συγγράμματα τὰ διανύσματα συμβολίζονται διὰ καλλιγραφικῶν γραμμάτων.

διάνυσμα Γ καὶ κατὰ τὸν ἑξῆς ἁπλούστερον τρόπον. Ἀπὸ τοῦ τέλους τοῦ διανύσματος Α φέρομεν τὸ διάνυσμα Β παράλληλον πρὸς αὐτό, ὥστε ἡ ἀρχή του νὰ συμπέσῃ πρὸς τὸ πέρας τοῦ Α. Ἑνοῦντες τὴν ἀρχὴν τοῦ πρώτου διανύσματος καὶ τὸ πέρας τοῦ δευτέρου εὑρίσκομεν τὸ ζητούμενον ἄθροισμα, ἤτοι τὸ διάνυσμα Γ (σχ. 21), τὸ ὁποῖον καλεῖται ***γεωμετρικὸν ἄθροισμα*** ἢ ***συνισταμένη*** τῶν δύο διανυσμάτων. Διὰ τὴν περίπτωσιν περισσοτέρων διανυσμάτων ἐργαζόμεθα ἀναλόγως ὡς ἑξῆς: Προσθέτομεν κατὰ τὸν προηγουμένως ἐκτεθέντα τρόπον τὰ δύο πρῶτα διανύσματα, εἰς τὸ δὲ οὕτω προκῦπτον νέον διάνυσμα προσθέτομεν καθ' ὅμοιον τρόπον τὸ τρίτον καὶ ἐξακολουθοῦμεν ἐργαζόμενοι κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἕως ὅτου ἀθροίσωμεν πάντα τὰ δοθέντα διανύσματα.



Σχ. 21. Πρόσθεσις δύο διανυσμάτων.

22*. Στοιχειώδεις γνώσεις ἐκ τῆς Τριγωνομετρίας. Κατὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῆς ὕλης τοῦ βιβλίου τούτου συναντᾷ ὁ ἀναγνώστης ὡρισμένους τύπους, ὅπου ὑπεισέρχονται συχνὰ τριγωνομετρικαὶ ἔννοιαι, ὡς π.χ. τὸ *ἡμίτονον*, τὸ *συνημίτονον* καὶ ἡ *ἐφαπτομένη*. Πρὸς ὑποβοήθησιν τῶν μαθητῶν ἐκείνων οἱ ὁποῖοι δὲν ἔχουν ἀποκτήσει ἀκόμη γνώσεις Τριγωνομετρίας ἀναπτύσσομεν ἐνταῦθα θεμελιώδεις τινὰς ἐννοίας.



Σχ. 22.

Ἔστω φ ἡ γωνία τὴν ὁποίαν σχηματίζουν δύο εὐθεῖαι (σχ. 22). Διὰ νὰ καθορίσωμεν τὴν γωνίαν φ, δυνάμεθα νὰ δώσωμεν τὴν τιμήν της, ὡς εἴδομεν εἰς τὴν σελ. 15, εἰς μοίρας ἢ ἀκτίνια. Δυνάμεθα ὅμως νὰ καθορίσωμεν τὴν τιμήν της διὰ τῶν *τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν* αὐτῆς, ἤτοι τοῦ ἡμιτόνου, συνημιτόνου, ἢ τῆς ἐφαπτομένης αὐτῆς ὡς ἀκολούθως.

Ἐξ ἑνὸς σημείου τῆς μιᾶς εὐθείας, π.χ. τοῦ Α, φέρομεν τὴν εὐθεῖαν ΑΒ κάθετον ἐπὶ τὴν ἄλλην πλευράν, σχηματιζομένου οὕτω τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου ΟΑΒ (σχ. 22).

α) *Ὡς* ***ἡμίτονον*** *τῆς γωνίας φ ὁρίζομεν τὸ πηλίκον τοῦ μήκους τῆς ἀπέναντι τῆς γωνίας καθέτου πλευρᾶς ΑΒ, πρὸς τὸ μῆκος τῆς ὑποτεινούσης ΟΑ,* ἤτοι:

$$\boxed{\text{ημ } \varphi = \frac{\text{μῆκος τῆς ἀπέναντι καθέτου}}{\text{μῆκος τῆς ὑποτεινούσης}}} \quad \text{ἢ} \quad \text{ημ } \varphi = \frac{AB}{OA}$$

β) Τὸ ***συνημίτονον*** *τῆς γωνίας φ ὁρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τοῦ μήκους τῆς προσκειμένης πρὸς τὴν γωνίαν καθέτου πλευρᾶς ΟΒ, πρὸς τὸ μῆκος τῆς ὑποτεινούσης ΟΑ,* ἤτοι:

$$\boxed{\text{συν } \varphi = \frac{\text{μῆκος τῆς προσκειμένης καθέτου}}{\text{μῆκος τῆς ὑποτεινούσης}}} \quad \text{ἢ} \quad \text{συν } \varphi = \frac{OB}{OA}$$

γ) Ἡ ***ἐφαπτομένη*** *τῆς γωνίας φ ὁρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τοῦ μήκους τῆς ἀπέναντι καθέτου πλευρᾶς ΑΒ, πρὸς τὸ μῆκος τῆς προσκειμένης καθέτου πλευρᾶς ΟΒ,* ἤτοι:

$$\boxed{\text{εφ } \varphi = \frac{\text{μῆκος τῆς ἀπέναντι καθέτου}}{\text{μῆκος τῆς προσκειμένης καθέτου}}} \quad \text{ἢ} \quad \text{εφ } \varphi = \frac{AB}{OB}$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἰσοτήτων προκύπτει ὅτι:

α) Κάθε κάθετος πλευρὰ ὀρθογωνίου τριγώνου εἶναι γινόμενον τοῦ μήκους τῆς ὑποτεινούσης ἐπὶ τὸ ἡμίτονον τῆς ἀπέναντι γωνίας ἢ ἐπὶ τὸ συνημίτονον τῆς προσκειμένης γωνίας, ἤτοι:

$$AB = OA \cdot \text{ημ}\,\varphi \quad \text{καὶ} \quad OB = OA \cdot \text{συν}\,\varphi$$

β) Κάθε κάθετος πλευρὰ ὀρθογωνίου τριγώνου εἶναι γινόμενον τῆς ἄλλης καθέτου πλευρᾶς ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην τῆς ἀπέναντι γωνίας, ἤτοι:

$$AB = OB \cdot \text{εφ}\,\varphi$$

Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῶν τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν μιᾶς γωνίας προκύπτει, ὅτι οὗτοι εἶναι καθαροὶ ἀριθμοί. Οὕτω π.χ. ἐὰν δύναμιν F ἐκπεφρασμένην εἰς kgr* πολλαπλασιάσωμεν ἢ διαιρέσωμεν ἐπί τινα τριγωνομετρικὸν ἀριθμόν, θὰ λάβωμεν πάλιν τὴν δύναμιν εἰς kgr* κ.ο.κ.

Ἀφοῦ τὸ ἡμίτονον καὶ τὸ συνημίτονον μιᾶς γωνίας εἶναι πηλίκον μιᾶς τῶν καθέτων πλευρῶν τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου διὰ τῆς ὑποτεινούσης, εἶναι προφανὲς ὅτι τόσον τὸ ἡμίτονον ὅσον καὶ τὸ συνημίτονον δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ εἶναι μεγαλύτερα τῆς μονάδος. Διὰ τὴν ἐφαπτομένην μιᾶς γωνίας δὲν ἰσχύει τὸ αὐτό.

Αἱ τιμαὶ τῶν τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν ἔχουν ὑπολογισθῆ διὰ τὰς διαφόρους γωνίας καὶ ἀναγράφονται εἰς εἰδικοὺς πίνακας, ὡς ὁ παρατιθέμενος εἰς τὸ τέλος τοῦ βιβλίου. Οὕτως ἐκ τοῦ πίνακος εὑρίσκομεν π.χ. διὰ $\varphi = 30^0$ ὅτι: ημ $30^0 = 0{,}5$, συν $30^0 = 0{,}866$ καὶ εφ $30^0 = 0{,}577$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ἡ ἀκτὶς τῆς Γῆς εἶναι 6 370 000 m. Νὰ ἐκφρασθῆ: α) εἰς km, β) εἰς dm, γ) εἰς cm καὶ δ) εἰς mm.

2. Νὰ ἐκφρασθοῦν 20 m α) εἰς km, β) εἰς ναυτικὰ μίλια, γ) εἰς mm καὶ δ) εἰς μ.

3. Πόσα δευτερόλεπτα περιέχονται εἰς 1 ἔτος (365 ἡμέρας).

4. Νὰ ἐκφρασθοῦν 100 ὑάρδες εἰς cm.

5. Κῆπος σχήματος ὀρθογωνίου ἔχει πλευρὰς 0,30 km καὶ 0,12 km. Νὰ εὑρεθῆ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κήπου α) εἰς στρέμματα, β) εἰς τετραγωνικοὺς τεκτονικοὺς πήχεις καὶ γ) εἰς m^2.

6. Ἡ διάμετρος σύρματος ἐξ ὀρειχάλκου εἶναι 1,22 mm. Πόση εἶναι ἡ τομὴ αὐτοῦ α) εἰς mm^2 καὶ β) εἰς cm^2.

7. Πλὰξ κατὰ προσέγγισιν τετράγωνος 12,04 cm καὶ 11,93 cm. Πόση ἡ ἐπιφάνεια τῆς πλακὸς εἰς mm^2. Ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι ἡ πλὰξ εἶναι πράγματι τετράγωνος πλευρᾶς 12 cm, ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς εἶναι 14 400 mm^2. Πόσον ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν διαφέρει ἡ πραγματικὴ ἐπιφάνεια τῆς πλακὸς ἀπὸ τὴν κατὰ προσέγγισιν.

8. Μετὰ θυελλώδη βροχὴν ἡ στάθμη λίμνης ἀνῆλθε κατὰ 26 mm. Δεδομένου ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῆς λίμνης εἶναι 9 km^2, κατὰ πόσα λίτρα ηὐξήθη ἡ περιεκτικότης τῆς λίμνης.

9. Κύβος ἐκ ξύλου ἔχει πλευρὰν 0,5 m καὶ ἡ μᾶζα αὐτοῦ εἶναι 100 kgr. Νὰ εὑρεθῆ ἡ πυκνότης τοῦ ξύλου.

10. Κυλινδρικὴ ῥάβδος ἐκ σιδήρου ἔχει ὕψος 0,2 m, ἡ δὲ διάμετρος τῆς βάσεως αὐτῆς εἶναι 12 mm. Ἐὰν ἡ μᾶζα τῆς ῥάβδου εἶναι 176 gr, νὰ εὑρεθῇ ἡ πυκνότης τοῦ σιδήρου.

11. Ἀσθενὴς παρουσιάζει τὰς ἀκολούθους θερμοκρασίας καθ' ὥραν, ἀπὸ τῆς 8ης π.μ. μέχρι 8ης μ.μ.: 37^0 C, $37{,}2^0$ C, $37{,}4^0$ C, $37{,}8^0$ C, 38^0 C, $38{,}4^0$ C, $38{,}8^0$ C, 39^0 C, $38\,2^0$ C, 38^0 C, $37{,}6^0$ C, 37^0 C. Νὰ παρασταθῆ γραφικῶς ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας μετὰ τοῦ χρόνου.

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

23. Προεισαγωγικαὶ γνώσεις. Ἡ *Μηχανικὴ* εἶναι τὸ μέρος τῆς Φυσικῆς, τὸ ὁποῖον ἐξετάζει τὰς διαφόρους κινήσεις τῶν σωμάτων τοῦ περιβάλλοντος ἡμᾶς κόσμου, τὰ αἴτια τὰ ὁποῖα προκαλοῦν αὐτὰς (δηλ. τὰς δυνάμεις), ὡς καὶ τὰς συνθήκας ἰσορροπίας τῶν σωμάτων.

Κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς Μηχανικῆς, δὲν λαμβάνομεν ἐνίοτε ὑπ' ὄψιν τὰς διαστάσεις τοῦ σώματος, ἀλλὰ παραδεχόμεθα, ὅτι τοῦτο δύναται αἰσθητῶς νὰ θεωρηθῇ ὡς σημεῖον, μάζης ὡρισμένης, ὅτε λέγομεν, ὅτι τὸ σῶμα ἀποτελεῖ *ὑλικὸν σημεῖον*. Εἰς περιπτώσεις, κατὰ τὰς ὁποίας δὲν ἐπιτρέπεται νὰ παραμελοῦμεν τὰς διαστάσεις τοῦ σώματος, θεωροῦμεν, ὅτι τοῦτο ἀποτελεῖται ἐξ ἀπειροπληθῶν ὑλικῶν σημείων συνδεδεμένων πρὸς ἄλληλα κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε αἱ ἀποστάσεις αὐτῶν νὰ παραμένουν ἀμετάβλητοι ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν ἐξωτερικῶν δυνάμεων. Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει λέγομεν, ὅτι τοῦτο ἀποτελεῖ *ἀπολύτως στερεὸν σῶμα* ἢ ἁπλῶς *στερεὸν σῶμα*. Εἰς τὴν πραγματικότητα ὅμως τοῦτο συμβαίνει μόνον κατὰ προσέγγισιν, καθόσον τὰ σώματα δύνανται, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεων, νὰ παραμορφωθοῦν καὶ ἑπομένως αἱ ἀποστάσεις δὲν παραμένουν ἀμετάβλητοι.

Εἰς τὰ *ὑγρὰ* καὶ τὰ *ἀέρια* αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται μεταξὺ τῶν ὑλικῶν σημείων, δηλαδὴ τῶν μορίων, εἶναι τόσον μικραί, ὥστε ταῦτα νὰ μὴ συγκρατοῦνται εἰς τὰς θέσεις των καὶ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος νὰ μὴ εἶναι καθωρισμένον, ἀλλὰ νὰ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τοὺς ἑκάστοτε ἐπικρατοῦντας ἐξωτερικοὺς ὅρους (σχῆμα τοῦ περιέχοντος δοχείου κλπ.).

Ἕνεκα τοῦ ἀνωτέρω λόγου, ἡ Μηχανικὴ ὑποδιαιρεῖται εἰς τὴν *Μηχανικὴν τοῦ ὑλικοῦ σημείου*, εἰς τὴν *Μηχανικὴν τῶν στερεῶν σωμάτων* καὶ εἰς τὴν *Μηχανικὴν τῶν ρευστῶν*, ἕκαστος δὲ τῶν κλάδων τούτων ὑποδιαιρεῖται πάλιν εἰς τὴν *Κινηματικήν*, τὴν *Στατικὴν* καὶ τὴν *Δυναμικήν*.

Ἡ ***Κινηματικὴ*** ἐξετάζει τὰς κινήσεις, τὰς ὁποίας δύναται νὰ ἐκτελῇ ὑλικὸν σημεῖον ἢ στερεὸν σῶμα, διὰ καθαρῶς ἀναλυτικῆς ὁδοῦ ἢ ἄλλως γεωμετρικῶς, ἀνεξαρτήτως τῶν δυνάμεων αἱ ὁποῖαι τὰς προκαλοῦν.

Ἡ ***Στατικὴ*** ἐξετάζει τὰς δυνάμεις καὶ τὰς συνθήκας ὑπὸ τὰς ὁποίας αὗται ἰσορροποῦν.

Ἡ ***Δυναμική***, τέλος, ἐξετάζει τὰς κινήσεις ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὰς δυνάμεις αἵτινες τὰς προκαλοῦν.

Εἰς τὴν Μηχανικὴν ὑπάγονται ἐπίσης καὶ τὰ κεφάλαια, ἅτινα ἐξετάζουν τὰς παραμορφώσεις τῶν σωμάτων, αἱ ὁποῖαι προκαλοῦνται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεων, ὡς εἶναι ἡ Ἐλαστικότης, ἡ Τριβὴ κλπ.

Κατὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῆς Μηχανικῆς θὰ περιορισθῶμεν κυρίως εἰς τὴν σπουδὴν τῆς Μηχανικῆς τοῦ ὑλικοῦ σημείου, διότι ἡ πλήρης περιγραφὴ τῆς Μηχανικῆς τοῦ στερεοῦ σώματος ἐκφεύγει τῶν ὁρίων τοῦ βιβλίου τούτου.

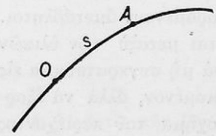
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α΄

ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ

24. Κίνησις. *Ὑλικὸν σημεῖον καὶ ἐν γένει σῶμα λέγομεν ὅτι* *κ ι ν ε ῖ τ α ι*, *ὅταν μεταβάλλῃ θέσιν εἰς τὸν χῶρον, ἐν σχέσει πρὸς ἕτερον σῶμα, τὸ ὁποῖον κατὰ συνθήκην θεωροῦμεν ὡς ἀκίνητον.* Εἰς τὴν Φυσικήν, ἐφ᾿ ὅσον δὲν καθορίζεται ἄλλως, ἀναφέρομεν πάντοτε τὴν κίνησιν τοῦ θεωρουμένου σώματος ὡς πρὸς τὴν Γῆν, τὴν ὁποίαν θεωροῦμεν ὡς ἀκίνητον.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι πᾶσαι αἱ κινήσεις, τὰς ὁποίας θεωροῦμεν εἰς τὴν Φυσικήν, εἶναι *σχετικαὶ κινήσεις*, δεδομένου ὅτι αὗται ἀναφέρονται ὡς πρὸς τὴν Γῆν, ἡ ὁποία ὅμως δὲν εἶναι πράγματι ἀκίνητος.

Ὁ δρόμος, τὸν ὁποῖον ἀκολουθεῖ ὑλικὸν σημεῖον (κινητὸν) κατὰ τὴν κίνησιν αὐτοῦ, καλεῖται ***τροχιά,*** καὶ δύναται νὰ εἶναι *εὐθύγραμμος* ἢ *καμπυλόγραμμος*. Εἰς τὴν εἰδικὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ τροχιὰ εἶναι περιφέρεια κύκλου, ἡ κίνησις λέγεται *κυκλικὴ κίνησις*.



Σχ. 23. Τροχιὰ κινητοῦ.

Ἐφ᾿ ὅσον ἡ τροχιὰ εἶναι ἐκ τῶν προτέρων γνωστὴ ὡς πρὸς τὴν μορφὴν αὐτῆς, ἡ θέσις τοῦ κινουμένου ὑλικοῦ σημείου, εἰς ἑκάστην στιγμὴν τοῦ χρόνου, καθορίζεται ὅταν δίδεται ἡ ἑκάστοτε ἀπόστασίς του, μετρουμένη ἐπὶ τῆς τροχιᾶς του, ἀπὸ ἑτέρου σταθεροῦ σημείου κειμένου ἐπὶ τῆς τροχιᾶς. Ἡ ἀπόστασις s τοῦ ὑλικοῦ σημείου ἀπὸ τοῦ ἀρχικοῦ σημείου τῆς κινήσεως O (σχ. 23), τὴν ὁποίαν διέτρεξε τὸ κινητὸν μετὰ πάροδον χρόνου t, μετρουμένη κατὰ μῆκος τῆς τροχιᾶς, καλεῖται ***διάστημα.***

25. Εὐθύγραμμος καὶ ὁμαλὴ κίνησις. Ὅταν τὸ κινητὸν εἰς ἴσους χρόνους διανύῃ ἴσα διαστήματα, λέγομεν ὅτι ἐκτελεῖ ***ὁμαλὴν κίνησιν.*** Τὸ πηλίκον τοῦ ὑπὸ τοῦ κινητοῦ διανυθέντος διαστήματος (s) διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου (t) κατὰ τὸν ὁποῖον διηνύθη τοῦτο, σταθερὸν εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην, καλεῖται ***ταχύτης*** (υ) τοῦ κινητοῦ, ἤτοι :

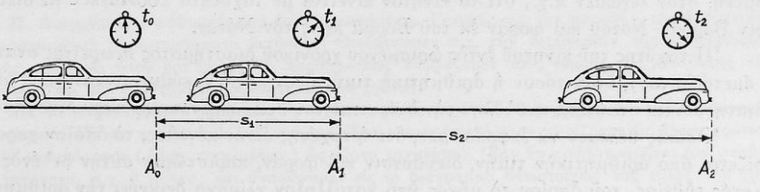
$$\boxed{\text{ταχύτης} = \frac{\text{διανυόμενον διάστημα}}{\text{ἀντίστοιχος χρόνος}}} \quad \text{ἢ} \quad \boxed{\upsilon = \frac{s}{t}} \qquad (1)$$

Ἐὰν ἡ ταχύτης ἑνὸς σώματος εἶναι γνωστή, ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις δύναται νὰ ὑπολογισθῇ διὰ δεδομένον χρόνον. Εἰς προβλήματα τοιούτου εἴδους ἡ ἐξίσωσις (1) λυομένη ὡς πρὸς s ἢ t γίνεται :

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\upsilon} \cdot \mathbf{t} \qquad (2) \qquad \text{καὶ} \qquad \mathbf{t} = \frac{\mathbf{s}}{\boldsymbol{\upsilon}} \qquad (3)$$

Οἱ τύποι (1), (2) καὶ (3) λύουν ὅλα τὰ προβλήματα τῆς εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῆς κινήσεως. Ἐξ ὅλων τῶν κινήσεων ἁπλουστέρα εἶναι ἡ εὐθύγραμμος καὶ ὁμαλὴ (ἰσοταχὴς) κίνησις.

Εἰς τὸ σχῆμα 24 δεικνύεται ἡ ἀλλαγὴ τῆς θέσεως αὐτοκινήτου, τὸ ὁποῖον κινεῖται ἀπὸ A_0 εἰς A_2 μὲ σταθερὰν ταχύτητα ἐπὶ εὐθυγράμμου τροχιᾶς. Ἐὰν ὁ χρόνος τὸν ὁποῖον χρειάζεται



Σχ. 24. Τὸ αὐτοκίνητον εἰς ἴσους χρόνους διανύει ἴσα διαστήματα.

τὸ κινητὸν διὰ νὰ φθάσῃ ἀπὸ A_0 εἰς A_1 εἶναι t_1, τότε εἶναι : $\upsilon = s_1 / t_1$. Ἐπίσης, ἐὰν ὁ χρόνος διὰ νὰ φθάσῃ ἀπὸ A_0 εἰς A_2 εἶναι t_2, τότε εἶναι : $\upsilon = s_2 / t_2$. Ἐπίσης, ἐὰν $t_2 - t_1$ παριστᾷ τὸν χρόνον διὰ νὰ φθάσῃ τὸ κινητὸν ἀπὸ A_1 εἰς A_2, θὰ ἔχωμεν : $\upsilon = \dfrac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$.

Μονάδες ταχύτητος. 1) *Σύστημα C.G.S.* Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ἡ μονὰς ταχύτητος εἶναι τό :

$$1\ \frac{\mathbf{cm}}{\mathbf{sec}} \qquad (\text{ἢ}\quad 1\ \mathrm{cm}\cdot\mathrm{sec}^{-1}),$$

καθότι τὸ διάστημα, ὡς μῆκος, μετρεῖται εἰς cm, ὁ δὲ χρόνος εἰς sec.

2) *Τεχνικὸν σύστημα.* Εἰς τὸ Τ.Σ. μονάδων, ἡ μονὰς ταχύτητος εἶναι τό :

$$1\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{sec}} \qquad (\text{ἢ}\quad 1\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{sec}^{-1}),$$

καθότι μονὰς διαστήματος εἶναι τὸ 1 m καὶ μονὰς χρόνου τὸ 1 sec.

Συχνὰ χρησιμοποιοῦμεν καὶ ἄλλας μονάδας, ὡς π.χ. τὸ ***χιλιόμετρον καθ' ὥραν*** (**1 km/h**), προκειμένου π.χ. διὰ τὴν μέτρησιν ταχυτήτων σιδηροδρόμων, αὐτοκινήτων, ἀεροπλάνων κλπ., ἢ τὸ ***ναυτικὸν μίλιον καθ' ὥραν,*** καλεῖται δὲ ἡ μονὰς αὕτη ***κόμβος,*** προκειμένου νὰ χαρακτηρίσωμεν ταχύτητας πλοίων. Εἶναι δέ :

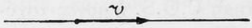
1 κόμβος = 1 ναυτικὸν μίλιον καθ' ὥραν = 1 852 m/h.

Παραδείγματα ταχυτήτων			
Ἄνθρωπος βαδίζων . . .	1,5 m/sec	Ἦχος εἰς τὸν ἀέρα . . .	340 m/sec
Κύματα θαλάσσης . . .	6 m/sec	Περιστροφὴ τῆς Γῆς εἰς τὸν Ἰσημερινὸν	465 m/sec
Δρομεὺς	7 m/sec	Σφαῖρα ὅπλου	400 - 800 m/sec
Ὑπερωκεάνειον «Βασίλισσα Φρειδερίκη» 22 κόμβοι	11,3 m/sec	Περιφορὰ τῆς Σελήνης .	1 002 m/sec
Πολεμικὰ πλοῖα	15 m/sec	Περιφορὰ τῆς Γῆς περὶ τὸν Ἥλιον	30 000 m/sec
Ἄνεμος ἰσχυρὸς	20 m/sec	Φῶς	300 000 km/sec
Χελιδὼν	70 m/sec		

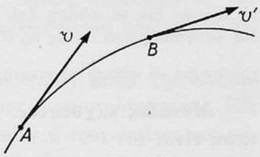
26. Ἡ ταχύτης ὡς διανυσματικὸν μέγεθος. Ὅταν λέγωμεν ἁπλῶς, ὅτι ἡ ταχύτης ἑνὸς κινητοῦ, π.χ. ἀεροπλάνου, εἶναι 200 m/sec, διὰ τὴν Φυσικὴν ἡ ταχύτης δὲν ὁρίζεται τελείως· διὰ νὰ ὁρισθῇ πλήρως πρέπει νὰ δοθῇ καὶ ἡ διεύθυνσις πρὸς τὴν ὁποίαν κινεῖται τὸ σῶμα, καὶ ἡ ὁποία συμπίπτει πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως, καὶ ἡ φορὰ αὐτῆς. Διὰ τὸ παράδειγμα τοῦτο ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι πλήρως καθωρισμένη, ὅταν λέγωμεν π.χ., ὅτι τὸ κινητὸν κινεῖται μὲ ταχύτητα 200 m/sec μὲ διεύθυνσιν Βορρᾶ – Νότου καὶ φορὰν ἐκ τοῦ Βορρᾶ πρὸς τὸν Νότον.

Ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ ἐντὸς ὡρισμένου χρονικοῦ διαστήματος θεωρεῖται ***σταθερὰ*** (ἀμετάβλητος), ὅταν τόσον ἡ ἀριθμητικὴ τιμή, ὅσον καὶ ἡ διεύθυνσις καὶ φορὰ αὐτῆς, διατηροῦνται σταθεραὶ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τοῦ θεωρουμένου χρονικοῦ διαστήματος.

Ὁσάκις θέλομεν νὰ ἐκφράσωμεν, ὅτι ἡ ταχύτης εἶναι μέγεθος, τὸ ὁποῖον χαρακτηρίζεται ἀπὸ ἀριθμητικὴν τιμήν, διεύθυνσιν καὶ φοράν, παριστῶμεν αὐτὴν δι' ἑνὸς τμήματος εὐθείας, τοῦ ὁποίου τὸ μῆκος ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα δεικνύει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς ταχύτητος, βέλος δὲ σημειούμενον εἰς τὸ ἓν ἄκρον αὐτοῦ δεικνύει τὴν φοράν, κατὰ τὴν ὁποίαν κινεῖται τὸ κινητόν, ἡ δὲ εὐθεῖα τέλος, ἐπὶ τῆς ὁποίας τοῦτο κεῖται, ὁρίζει τὴν διεύθυνσιν αὐτοῦ (σχ. 25). Τοιοῦτον τμῆμα εὐθείας μετὰ βέλους εἰς τὸ ἄκρον αὐτοῦ καλεῖται, ὡς εἴδομεν, ***διάνυσμα*** (βλ. § 21).



Σχ. 25.



Σχ. 26.

Οὕτως εἰς τὸ σχῆμα 25, ὅπου ἡ κίνησις εἶναι εὐθύγραμμος, ἡ ταχύτης παριστᾶται ὡς διάνυσμα συμπῖπτον μὲ τὴν τροχιὰν τοῦ κινητοῦ, ἐνῷ εἰς τὸ σχῆμα 26 τὸ διάνυσμα τῆς ταχύτητος εἰς καμπυλόγραμμον κίνησιν συμπίπτει μὲ τὴν ἐφαπτομένην τῆς τροχιᾶς εἰς ἕκαστον σημεῖον, ὅπου θεωροῦμεν ὅτι εὑρίσκεται τὸ κινητὸν εἰς τὰς διαδοχικὰς μονάδας τοῦ χρόνου.

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. *1. Αὐτοκίνητον χρειάζεται 2 ὥρας διὰ νὰ φθάσῃ εἰς μίαν πόλιν ἀπέχουσαν 120 χιλιόμετρα πρὸς Ἀνατολάς. Ποία ἡ ταχύτης του.*

Ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις s εἰς τὸ πρόβλημα εἶναι 120 χιλιόμετρα ($s = 120$ km) καὶ ὁ διαρρεύσας χρόνος t εἶναι 2 ὧραι ($t = 2$ h), ἄρα ἡ ταχύτης τοῦ αὐτοκινήτου εἶναι:

$$\upsilon = \frac{120}{2} = 60\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

ἤτοι 60 χιλιόμετρα καθ' ὥραν καὶ μὲ διεύθυνσιν πρὸς Ἀνατολάς.

Αἱ μονάδες μετρήσεων εἶναι τόσον σπουδαῖαι ὅσον καὶ τὰ ἀριθμητικὰ ἀποτελέσματα, καὶ πρέπει νὰ περιλαμβάνωνται πάντοτε ἀπαραιτήτως εἰς τὴν ἀπάντησιν.

Ἐὰν θέλωμεν νὰ ἐκφράσωμεν τὴν ταχύτητα εἰς m/sec, πρέπει νὰ μετατρέψωμεν τὴν ἀπόστασιν εἰς μέτρα, ἤτοι 120 000 m, καὶ τὸν χρόνον εἰς sec, ἤτοι $2 \cdot 3\,600 = 7\,200$ sec, ὁπότε:

$$\upsilon = \frac{120\,000}{7\,200} = 16{,}67\ \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

ἤτοι ἡ ταχύτης τοῦ αὐτοκινήτου εἶναι 16,67 μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον πρὸς Ἀνατολάς.

2. Ἐὰν σῶμα κινῆται μὲ ταχύτητα 45 ἑκατοστομέτρων κατὰ δευτερόλεπτον (45 cm/sec), πόσον διάστημα εἰς ἑκατοστόμετρα θὰ διανύσῃ εἰς 2 λεπτά.

Ἐπειδὴ ἡ ταχύτης δίδεται εἰς cm/sec καὶ τὸ διάστημα ζητεῖται εἰς cm, θὰ μετατρέψωμεν τὸν χρόνον 2 λεπτὰ (2 min) εἰς δευτερόλεπτα (sec). Ἐπειδὴ 1 min = 60 sec, θὰ εἶναι: $t = 2 \cdot 60 = 120$ sec. Ἐφαρμόζοντες τὸν τύπον: $s = \upsilon \cdot t$ εὑρίσκομεν:

$$s = 45 \cdot 120 = 5\,400\ \text{cm}.$$

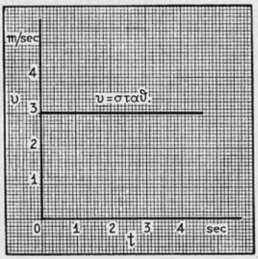
3. Πλοῖον ταξιδεύει μὲ μέσην ταχύτητα 30 μιλίων καθ' ὥραν (30 mile/h). Πόσας ὥρας θὰ χρειασθῇ διὰ νὰ διανύσῃ διάστημα 175 μιλίων.

Μολονότι εἰς τὸ πρόβλημα τοῦτο ἡ ταχύτης καὶ τὸ διάστημα δὲν εἶναι ἐκπεφρασμένα εἰς θεμελιώδεις μονάδας, ἐν τούτοις δυνάμεθα νὰ λύσωμεν ἀπ' εὐθείας τὸ πρόβλημα, χωρὶς νὰ μετατρέψωμεν τὰ δεδόμενα, ἤτοι : $t = \frac{s}{\upsilon} = \frac{175}{30} = 5{,}83$ h.

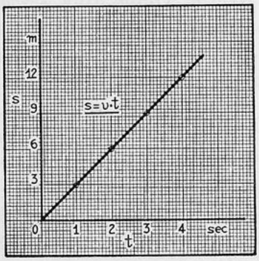
Ἄρα θὰ χρειασθῇ 5,83 ὥρας, δηλ. περίπου 5 ὥρας καὶ 50 λεπτά.

27. Διαγράμματα εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως. Γενικῶς εἰς τὴν σπουδὴν τῆς Μηχανικῆς χρησιμοποιοῦμεν τὰ διαγράμματα κινήσεως. Θεωρήσωμεν π.χ. τὴν περίπτωσιν τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως, ὅπου διὰ γραφικῆς παραστάσεως ἐκφράζομεν τοὺς νόμους τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος καὶ τοῦ διαστήματος συναρτήσει τοῦ χρόνου.

Διὰ νὰ παραστήσωμεν γραφικῶς τὴν σχέσιν μεταξὺ ταχύτητος καὶ χρόνου (υ, t), λαμβάνομεν ὀρθογωνίους ἄξονας καὶ τὸν μὲν ὁριζόντιον (ἄξων τετμημένων) χαρακτηρίζομεν ὡς ἄξονα χρόνου, τὸν δὲ κατακόρυφον (ἄξων τεταγμένων) ὡς ἄξονα ταχυτήτων. Ἐὰν ἓν κινητὸν κινῆται ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, π.χ. 3 m/sec, καὶ ἀναφέρωμεν εἰς τὸ διάγραμμα ἀντιστοίχως τὰς τιμὰς τοῦ χρόνου καὶ τῆς ταχύτητος, θὰ λάβωμεν ὡς διάγραμμα ταχύτητος μίαν εὐθεῖαν γραμμὴν παράλληλον πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ χρόνου (σχ. 27).



Σχ. 27.



Σχ. 28.

Διαγράμματα εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως.

Ἐξ ἄλλου ἡ σχέσις ἡ ὁποία ἐκφράζει τὸν τύπον τοῦ διαστήματος εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλὴν κίνησιν ἀποδίδεται γραφικῶς ὡς ἑξῆς : Λαμβάνομεν ὀρθογωνίους ἄξονας καὶ τὸν ἄξονα τῶν τετμημένων χαρακτηρίζομεν ὡς ἄξονα χρόνου, τὸν δὲ κατακόρυφον ὡς ἄξονα διαστημάτων. Ἐὰν θέσωμεν εἰς τὸν τύπον τοῦ διαστήματος $s = \upsilon \cdot t$, ἀντὶ τοῦ χρόνου t τὰς τιμὰς 0, 1, 2, 3... sec, λαμβάνομεν διὰ τὸ διάστημα s τὰς τιμὰς 0, 3, 6, 9... m. Οὕτω καθορίζομεν εἰς τὸ ἐπίπεδον σειρὰν παραστατικῶν σημείων, τὰ ὁποῖα ἑνούμενα διὰ συνεχοῦς γραμμῆς παρέχουν τὸ διάγραμμα τῆς κινήσεως, τὸ ὁποῖον παριστᾶται γραφικῶς δι' εὐθείας γραμμῆς διερχομένης διὰ τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων (σχ. 28).

Παρατήρησις. Τὸ διανυόμενον διάστημα δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν καὶ ἐκ τοῦ διαγράμματος ταχύτητος. Ἐὰν π.χ. θέλωμεν τὸ διανυόμενον διάστημα τὸ ὁποῖον διήνυσε τὸ κινητὸν μεταξὺ δευτέρου καὶ τετάρτου δευτερολέπτου, φέρομεν ἐκ τοῦ ἄξονος τοῦ χρόνου (σχ. 27) καὶ ἀπὸ τῆς θέσεως $t = 2$ sec καὶ $t = 4$ sec καθέτους μέχρι συναντήσεως τῆς εὐθείας τῆς παριστώσης τὴν μεταβολὴν τῆς ταχύτητος, ὅτε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ προκύπτοντος ὀρθογωνίου παρέχει τὸ ζητούμενον διάστημα.

28. Μεταβαλλομένη κίνησις. *Ἡ κίνησις λέγεται* ***μεταβαλλομένη*** (ἢ ***ἀνισοταχής***) *ὅταν ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ δὲν παραμένῃ σταθερά·* ὅταν δηλ. τὸ κινητὸν εἰς ἴσους χρόνους διανύῃ ἄνισα διαστήματα. Μίαν τοιαύτην κίνησιν ἔχει π.χ. σιδηρόδρομος ἀναχωρῶν ἐκ τῆς ἠρεμίας. Οὕτω κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς ἐκκινήσεώς του ἡ ταχύτης αὐτοῦ εἶναι ἴση πρὸς μηδὲν καὶ αὕτη αὐξάνεται συνεχῶς μέχρις ὅτου λάβῃ μίαν σταθερὰν ἐπιθυμητὴν τιμήν. Κατὰ τὴν πορείαν του ὅμως ὁ σιδηρόδρομος ἄλλοτε μὲν κινεῖται μὲ μεγαλυτέραν ταχύτητα, ἄλλοτε δὲ μὲ μικροτέραν, μέχρις ὅτου φθάσῃ εἰς τὸν σταθμὸν τοῦ προορισμοῦ του, ὁπότε μετά τινα χρόνον καὶ πάλιν ἀκινητεῖ, ἤτοι ἡ ταχύτης αὐτοῦ μηδενίζεται.

Μέση ταχύτης. Τὴν ἔννοιαν τῆς ***μέσης ταχύτητος*** χρησιμοποιοῦμεν συχνὰ εἰς τὴν πρᾶξιν. *Ὡς μέσην ταχύτητα εἰς μίαν μεταβαλλομένην κίνησιν ὁρίζομεν τὴν σταθερὰν ἐκείνην ταχύτητα, τὴν ὁποίαν θὰ ἔπρεπε νὰ εἶχε τὸ κινητὸν διὰ νὰ διανύσῃ, εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, τὸ αὐτὸ διάστημα τὸ ὁποῖον διανύει μὲ μεταβαλλομένην ταχύτητα.* Ἐὰν τὸ μεταξὺ δύο σημείων Α καὶ Β τῆς τροχιᾶς διάστημα s διατρέχῃ τὸ κινητὸν εἰς χρόνον t, τὸ πηλίκον :

$$\boxed{\bar{\upsilon} = \frac{s}{t}}$$

δίδει τὴν *μέσην ταχύτητα* ($\bar{\upsilon}$). Κατὰ ταῦτα, ἐὰν γνωρίζωμεν τὸ μῆκος τοῦ διαστήματος καὶ τὸν ἀντίστοιχον χρόνον, δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν μέσην ταχύτητα τοῦ κινητοῦ. Οὕτω ὅταν λέγωμεν ὅτι ὁ σιδηρόδρομος κατὰ τὸ ταξείδιόν του Ἀθηνῶν - Θεσσαλονίκης κινεῖται μὲ ταχύτητα 30 km/h, ἐννοοῦμεν τὴν μέσην ταχύτητα αὐτοῦ, ἥτις προκύπτει ἐκ τοῦ πηλίκου τῆς ἀποστάσεως ταύτης διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου τῆς διαδρομῆς του.

Στιγμιαία ταχύτης. Ἡ μέση ταχύτης δὲν δίδει σαφῆ εἰκόνα τοῦ τρόπου κατὰ τὸν ὁποῖον διηνύθη διάστημά τι. Θὰ ἔπρεπε πρὸς τούτοις νὰ γνωρίζωμεν εἰς ἑκάστην χρονικὴν στιγμὴν τὴν κινητικὴν κατάστασιν τοῦ κινητοῦ. Ἐὰν κατὰ τὴν θεωρουμένην χρονικὴν στιγμὴν λάβωμεν λίαν μ ι κ ρ ὸ ν χρονικὸν διάστημα, ἴσον π.χ. πρὸς κλάσμα τοῦ δευτερολέπτου, τότε τὸ διανυθὲν κατὰ τὸν μικρὸν τοῦτον χρόνον διάστημα θὰ εἶναι ἐπίσης πολὺ μικρὸν καὶ δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν τὴν κίνησιν ἐντὸς τοῦ μικροῦ τούτου χρονικοῦ διαστήματος ὡς ὁμαλήν. Θὰ ἔχωμεν ἑπομένως :

$$\boxed{\upsilon = \frac{\Delta s}{\Delta t}}$$

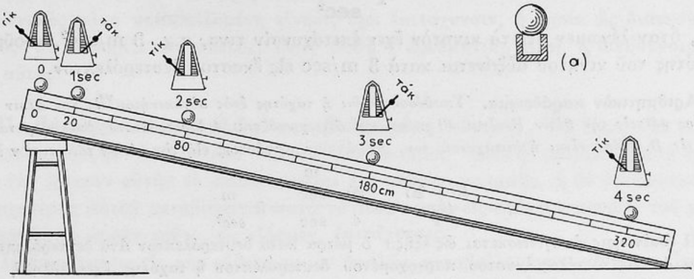
ὅπου τὸ Δs[1]) παριστᾷ τὸ λίαν μικρὸν διάστημα τὸ διανυθὲν κατὰ τὴν θεωρουμένην στιγμὴν εἰς τὸν λίαν μικρὸν χρόνον Δt. Τὸ πηλίκον τοῦτο καλοῦμεν ***στιγμιαίαν ταχύτητα*** ἢ καὶ ἁπλούστερον ***ταχύτητα*** τοῦ κινητοῦ.

Ὅταν ὁ λίαν μικρὸς χρόνος Δt τείνῃ πρὸς τὸ μηδέν, χωρὶς ὅμως καὶ νὰ μηδενισθῇ, καὶ τὸ Δs γίνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μικρότερον· οὕτω τὸ πηλίκον $\upsilon = \Delta s/\Delta t$ θὰ παριστᾷ μὲ μεγαλυτέραν ἀκρίβειαν τὴν κατὰ τὸ ἐν λόγῳ χρονικὸν διάστημα ταχύτητα τοῦ κινητοῦ.

29. Ἐπιτάχυνσις. Εἰς τὴν ἔννοιαν τῆς ἐπιταχύνσεως ἀγόμεθα ἀπὸ τοῦ ἀκολούθου ἁπλουστάτου πειράματος. Ἐὰν ἀπὸ τῆς κορυφῆς κεκλιμένου ἐπιπέδου, π.χ. σανίδος κεκλιμένης ἐχούσης αὔλακα, ἀφήσωμεν ἐλευθέρως νὰ πίπτῃ σφαῖρα, π.χ. ἐκ ξύλου, καὶ παρακολουθοῦμεν τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας (σχ. 29), διὰ χρονομέτρου, παρατηροῦμεν εὐκόλως ὅτι τὰ εἰς ἑκάστην μονάδα τοῦ χρόνου διανυόμενα διαστήματα εἶναι ἄνισα καὶ

[1]) Τὸ σύμβολον Δ ὑποδηλοῖ πολὺ μικράν, ἀλλὰ πεπερασμένην (μετρήσιμον) μεταβολὴν τοῦ ἀντιστοίχου μεγέθους.

ὄχι ἴσα ὅπως εἰς τὴν εὐθύγραμμον καὶ ὁμαλὴν κίνησιν. Ἡ μεταβολή, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ ταχύτης κατὰ τὴν μεταβαλλομένην ταύτην κίνησιν, μᾶς ὁδηγεῖ εἰς τὸν καθορισμὸν ἑνὸς νέου φυσικοῦ μεγέθους, ἤτοι τῆς ***ἐπιταχύνσεως***.



Σχ. 29. Ἡ σφαῖρα διανύει εἰς ἴσους χρόνους ἄνισα διαστήματα.

Ὀνομάζομεν ἐπιτάχυνσιν (γ) μιᾶς μεταβαλλομένης κινήσεως, τὸ πηλίκον τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου. Ἐὰν λοιπὸν κατὰ τὸν χρόνον t_1 ἡ ταχύτης εἶναι ἴση πρὸς υ_1, καὶ κατὰ τὸν ἀμέσως ἑπόμενον χρόνον t_2 γίνεται ἴση πρὸς υ_2, ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς κινήσεως θὰ εἶναι :

$$\gamma = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{t_2 - t_1}$$

Ἐὰν συμβολίσωμεν τὴν διαφορὰν τῶν ταχυτήτων $(\upsilon_2 - \upsilon_1)$ διὰ τοῦ $\Delta\upsilon$ καὶ τὸ ἀντίστοιχον χρονικὸν διάστημα $(t_2 - t_1)$ διὰ τοῦ Δt, ἡ ἐπιτάχυνσις ὁρίζεται ὡς:

$$\boxed{\gamma = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}} \quad \text{ἤτοι :} \quad \boxed{\text{ἐπιτάχυνσις} = \frac{\text{τελικὴ ταχύτης} - \text{ἀρχικὴ ταχύτης}}{\text{χρόνος διαρρεύσας}}} \qquad (1)$$

Ἐὰν ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ αὐξάνεται μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου, ἡ κίνησις καλεῖται «ἐπιταχυνομένη», ἐὰν δὲ αὕτη ἐλαττοῦται μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου, τότε ἡ κίνησις λέγεται «ἐπιβραδυνομένη» (ἢ ἄλλως, *ἀρνητικὴ ἐπιτάχυνσις*). Οὕτω ἐὰν ἀφήσωμεν ἕνα λίθον ἐλεύθερον νὰ πίπτῃ ἀπὸ μεγάλου ὕψους ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, οὗτος κινεῖται διαρκῶς μὲ αὐξανομένην ταχύτητα μέχρις ὅτου φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος καὶ λέγομεν τότε ὅτι ὁ λίθος ἐκτελεῖ *ἐπιταχυνομένην κίνησιν*. Ἐπίσης ἐὰν τὸν λίθον τὸν ρίπτωμεν ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω, οὗτος ἐκτελεῖ *ἐπιβραδυνομένην κίνησιν* μέχρις ὅτου φθάσῃ εἰς τὸ ἀνώτατον αὐτοῦ ὕψος.

Τὴν ἐπιτάχυνσιν, τὴν ὁποίαν ἔχουν τὰ ἐλευθέρως πίπτοντα σώματα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, παριστῶμεν διὰ τοῦ γράμματος g.

Μονάδες ἐπιταχύνσεως. 1) *Σύστημα μονάδων C.G.S.* Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω τύπου τῆς ἐπιταχύνσεως ὁρίζεται ἡ μονὰς ἐπιταχύνσεως, ἐὰν γνωρίζωμεν τὴν μονάδα τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος καὶ τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Ἡ μονὰς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος εἶναι προφανῶς ἡ αὐτὴ μὲ τὴν μονάδα τῆς ταχύτητος, ἤτοι 1 cm/sec, καὶ οὕτω προκύπτει ὡς μονὰς ἐπιταχύνσεως τό :

$$1\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}^2}$$

2) *Τεχνικὸν σύστημα.* Κατ' ἀνάλογον τρόπον προκύπτει ὡς μονὰς ἐπιταχύνσεως εἰς τὸ Τ.Σ. τό :

$$1 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}^2}$$

Οὕτω, ὅταν λέγωμεν ὅτι τὸ κινητὸν ἔχει ἐπιτάχυνσίν τινα, π.χ. 3 m/sec^2, νοοῦμεν ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ αὐξάνεται κατὰ 3 m/sec εἰς ἕκαστον δευτερόλεπτον.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. *Ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ ταχύτης ἑνὸς αὐτοκινήτου εἰς τὴν θέσιν Α εἶναι 20 m/sec καὶ εἰς τὴν θέσιν Β εἶναι 40 m/sec καὶ ὅτι χρειάζεται 4 δευτερόλεπτα διὰ νὰ μεταβῇ ἀπὸ τοῦ Α εἰς Β. Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσίς του.* Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὸν τύπον τῶν τιμῶν ἔχομεν :

$$\gamma = \frac{40-20}{4} = \frac{20}{4} \, \frac{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}}{\mathrm{sec}} = 5 \, \frac{m}{sec^2}$$

Ἡ ἀπάντησις ἀναγινώσκεται ὡς ἑξῆς : 5 μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον ἀνὰ δευτερόλεπτον, καὶ σημαίνει ὅτι εἰς τὸ τέλος ἑκάστου παρερχομένου δευτερολέπτου ἡ ταχύτης ἔχει αὐξηθῆ κατὰ 5 μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον. Οὕτως ἐὰν ἡ ἀρχικὴ ταχύτης εἶναι 20 m/sec, εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου δευτερολέπτου θὰ εἶναι 25 m/sec, εἰς τὸ τέλος τοῦ δευτέρου δευτερολέπτου 30 m/sec, εἰς τὸ τέλος τοῦ τρίτου δευτερολέπτου 35 m/sec, καὶ εἰς τὸ τέλος τοῦ τετάρτου δευτερολέπτου 40 m/sec.

Παραδείγματα ἐπιταχύνσεων (εἰς m · sec^{-2})	
Ταχεῖα ἁμαξοστοιχία κατὰ τὴν ἐκκίνησιν	0,2
Ταχεῖα ἁμαξοστοιχία κατὰ τὴν πέδησιν (φρενάρισμα)	−2,4
Αὐτοκίνητον κατὰ τὴν ἐκκίνησιν	1,6
Αὐτοκίνητον κατὰ τὴν πέδησιν	−4
Ἐπιτάχυνσις πίπτοντος σώματος εἰς τὸ κενὸν	9,81
Βλῆμα ὅπλου ἐντὸς τῆς κάννης	75 000
Βλῆμα τηλεβόλου ἐκ βλητικοῦ σωλῆνος	500 000

Ὁ ἄνθρωπος δύναται νὰ ὑποφέρῃ ἐπιτάχυνσιν τὸ πολὺ μέχρι 90 m/sec^2 (ἤτοι 9 g). Ἐν τούτοις ὑπὸ ἐπιτάχυνσιν 50 m/sec^2 (δηλ. 5 g) ἀναφαίνονται περιπτώσεις ἀπωλείας τῶν αἰσθήσεων· τοιαύτην ἐπιτάχυνσιν ἀποκτᾷ ἀεροπλάνον καθέτου ἐφορμήσεως κατὰ τὴν ἀνάδυσίν του.

30. Εἴδη μεταβαλλομένης κινήσεως.

Εἴδομεν (§ 26), ὅτι ἡ ταχύτης ὡς διανυσματικὸν μέγεθος χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ τὴν διεύθυνσιν καὶ ὅτι, ὅταν καὶ τὰ δύο στοιχεῖα παραμένουν ἀμετάβλητα, ἡ ταχύτης εἶναι *σταθερά*. Ὅταν ὅμως μεταβάλλεται εἴτε τὸ ἓν ἐκ τῶν ἀνωτέρω δύο στοιχείων τῆς ταχύτητος, εἴτε τὸ ἄλλο, εἴτε ἀμφότερα, τότε ἡ κίνησις εἶναι μεταβαλλομένη. Προκύπτουν λοιπὸν τὰ ἀκόλουθα εἴδη μεταβαλλομένης κινήσεως :

α) ***Εὐθύγραμμος μεταβαλλομένη.*** Ὅταν ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος διατηρῆται σταθερὰ καὶ μεταβάλλεται ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ αὐτῆς. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἡ διεύθυνσις τῆς ἐπιταχύνσεως συμπίπτει πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος (ἐπιταχυνομένη κίνησις), ἢ δύναται νὰ εἶναι καὶ ἀντιθέτου φορᾶς (ἐπιβραδυνομένη κίνησις).

β) ***Κυκλικὴ ὁμαλὴ κίνησις.*** Ὅταν ἡ μὲν τροχιὰ εἶναι περιφέρεια κύκλου, ἡ δὲ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος παραμένῃ σταθερά. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος μεταβάλλεται συνεχῶς, ἡ δὲ ἐπιτάχυνσις ἔχει, ὡς θὰ ἴδωμεν, ἀριθμητικὴν τιμὴν σταθερὰν καὶ διεύθυνσιν πρὸς τὸ κέντρον τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς.

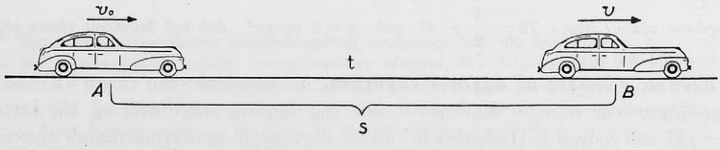
γ) ***Γενικὴ κίνησις.*** Ὅταν μεταβάλλωνται τόσον ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος, ὅσον καὶ ἡ διεύθυνσις αὐτῆς. Τοιούτου εἴδους κίνησιν ἐκτελεῖ π.χ. ὀβὶς ἐκσφενδονιζομένη ἀπὸ τῆς κάννης πυροβόλου.

Γενικῶς πᾶσα μεταβαλλομένη κίνησις ἔχει ἐπιτάχυνσιν, ἡ ὁποία ὡς διανυσματικὸν μέγεθος θὰ καθορίζεται τελείως, ὅταν δοθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμή, ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορὰ αὐτῆς.

31. Εὐθύγραμμος ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις. Ἐξ ὅλων τῶν μεταβαλλομένων κινήσεων ἁπλουστέρα εἶναι ἡ εὐθύγραμμος ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις. Κατὰ τὴν κίνησιν αὐτὴν τὸ σῶμα κινεῖται ἐπ' εὐθείας γραμμῆς, ἡ δὲ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος αὐτοῦ μεταβάλλεται κατὰ τὸ αὐτὸ ποσὸν εἰς ἑκάστην μονάδα τοῦ χρόνου, καλεῖται δὲ τὸ ποσὸν τοῦτο, ὡς εἴδομεν, *ἐπιτάχυνσις*.

Ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν εἶναι σταθερά, διότι διατηρεῖ καὶ τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ τὴν διεύθυνσιν αὐτῆς ἀμετάβλητον, δύναται δὲ νὰ εἶναι ἡ φορὰ αὐτῆς ***θετική***, ὅτε ἡ κίνησις λέγεται *ἐπιταχυνομένη*, ἢ ***ἀρνητική***, ὁπότε ἡ κίνησις λέγεται *ἐπιβραδυνομένη*. Ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι θετική, ὅταν ἔχῃ τὴν αὐτὴν φορὰν πρὸς τὴν τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος, ὁπότε συντελεῖ εἰς αὔξησιν τῆς ταχύτητος, ἀρνητικὴ δὲ ὅταν ἔχῃ ἀντίθετον φορὰν πρὸς τὴν φορὰν τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος, ὅτε συντελεῖ εἰς ἐλάττωσιν αὐτῆς.

Ὡς ἁπλοῦν παράδειγμα εὐθυγράμμου ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως θεωροῦμεν τὸ αὐτοκίνητον τοῦ σχήματος 30. Λόγῳ τῆς ἐπενεργείας σταθερᾶς δυνάμεως,



Σχ. 30. Διὰ τὸν ὁρισμὸν τῆς ἐπιταχύνσεως: $\gamma = \dfrac{\upsilon - \upsilon_0}{t}$.

δημιουργουμένης ὑπὸ τῆς μηχανῆς τοῦ αὐτοκινήτου καὶ μεταδιδομένης εἰς τοὺς τροχούς, τὸ αὐτοκίνητον ἐπιταχύνεται σταθερῶς κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεώς του κατὰ μῆκος τῆς εὐθυγράμμου τροχιᾶς του καὶ οὕτως ἐκτελεῖ κίνησιν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην. Ἐὰν τὸ αὐτοκίνητον ἀναχωρῇ ἐκ τῆς ἠρεμίας, θὰ διέλθῃ μετά τινα χρόνον ἀπὸ τὸ A μὲ ταχύτητα υ_0, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν *ἀρχικὴν ταχύτητα*, ἐνῷ ἀργότερα διέρχεται ἀπὸ τὸ σημεῖον B μὲ μεγαλυτέραν ταχύτητα υ, λόγῳ τῆς ἐπιταχύνσεως. Ἡ ἀρχικὴ ταχύτης λοιπὸν εἶναι υ_0 καὶ ἡ τελικὴ υ. Ἐὰν ὁ χρόνος, ὁ ὁποῖος ἀπαιτεῖται διὰ νὰ μεταβῇ τὸ αὐτοκίνητον ἀπὸ τοῦ A εἰς B, εἶναι t δευτερόλεπτα, ἡ ἐπιτάχυνσις (γ) τῆς κινήσεώς του, συμφώνως μὲ τὸν ὁρισμὸν τῆς ἐπιταχύνσεως (βλ. § 29), ὁρίζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$\gamma = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t} \qquad (1)$$

Ἐκκίνησις ἐκ τῆς ἠρεμίας. Ὅταν σῶμα ἐκκινῇ ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ ἐκτελῇ κίνησιν ἐπιταχυνομένην τότε, ἐπειδὴ $\upsilon_0 = 0$, ἡ ἐπιτάχυνσις γ, ὡς συνάγεται ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1), δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως $\gamma = \upsilon/t$· ὁπότε διὰ μετασχηματισμοῦ αὐτῆς προκύπτει:

$\upsilon = \gamma \cdot t$	ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος	(2)

Ἡ σχέσις μεταξὺ τοῦ διαστήματος s, τῆς ἐπιταχύνσεως γ καὶ τοῦ χρόνου t, ὡς θὰ ἀποδείξωμεν κατωτέρω, δίδεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως:

$s = \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2$	ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος	(3)

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. *1. Ἀεροπλάνον ἐκκινοῦν ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ κινούμενον εὐθυγράμμως ἐπὶ 8 sec ἔχει ἀποκτήσει ταχύτητα 60 km/h. Ποία ἡ ἐπιτάχυνσίς του εἰς m/sec².*

Ἐπειδὴ ὁ χρόνος δίδεται εἰς δευτερόλεπτα καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις ζητεῖται εἰς m/sec^2, πρέπει ἡ ταχύτης ἀπὸ km/h νὰ ἐκφρασθῇ εἰς m/sec. Ἐπειδὴ 60 km = 60 000 m καὶ 1 ὥρα = 3 600 sec, θὰ ἔχωμεν:

$$\upsilon = \frac{60\,000}{3\,600} = 16{,}7\ \frac{m}{sec}.$$

Ἐκ δὲ τοῦ τύπου (2) εὑρίσκομεν: $\gamma = \frac{16{,}7}{8} = 2{,}08\ \frac{m}{sec^2}$

2. Σῶμα μάζης 50 kgr ἀναχωρεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας ὑπὸ ὁμαλὴν ἐπιτάχυνσιν καὶ διανύει 72 m ἐντὸς 4 sec. Εἰς πόσα δευτερόλεπτα θὰ ἀποκτήσῃ τὸ σῶμα ταχύτητα 45 m/sec.

Χρησιμοποιοῦμεν τοὺς τύπους $s = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot t^2$ καὶ $\upsilon = \gamma \cdot t$. Ἡ ἐπιτάχυνσις γ ὑπολογίζεται ἐκ τοῦ πρώτου τύπου, ἤτοι: $72 = \frac{1}{2}\gamma \cdot 4^2$ καὶ $\gamma = 9\ m/sec^2$. Διὰ τοῦ δευτέρου τύπου εὑρίσκομεν: $t = 45/9 = 5$ sec.

Κίνησις σώματος μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα. Δι' ἐπιλύσεως τοῦ τύπου (1) ὡς πρὸς υ ἐκφράζομεν τὴν τελικὴν ταχύτητα υ διὰ τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος υ_0, τῆς ἐπιταχύνσεως γ καὶ τοῦ χρόνου t. Πράγματι δι' ἁπλοῦ ἀλγεβρικοῦ μετασχηματισμοῦ προκύπτει:

$\upsilon = \upsilon_0 + \gamma \cdot t$	μετ' ἀρχικῆς ταχύτητος	(4)

Εἰς τὸ δεύτερον μέλος, ὁ πρῶτος ὅρος (υ_0) παριστᾷ τὴν ἀρχικὴν ταχύτητα καὶ ὁ δεύτερος ($\gamma \cdot t$) τὴν συνολικὴν αὔξησιν τῆς ταχύτητος εἰς χρόνον t.

Ἡ σχέσις μεταξὺ τοῦ διαστήματος s, τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος υ_0, τῆς ἐπιταχύνσεως γ καὶ τοῦ χρόνου t, ὡς θὰ δείξωμεν κατωτέρω, δίδεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως:

$s = \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2$	μετ' ἀρχικῆς ταχύτητος	(5)

Εἰς τὴν περίπτωσιν ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένης κινήσεως οἱ τύποι (4) καὶ (5) γράφονται ὡς ἑξῆς:

$$\upsilon = \upsilon_0 - \gamma \cdot t \qquad (6)$$

$$s = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2 \qquad (7)$$

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. *Σῶμα μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 50 cm/sec ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 8 cm/sec² ἐπὶ 5 sec. Ποία ἡ τελικὴ ταχύτης αὐτοῦ.*

Τὰ γνωστὰ ποσὰ εἶναι: $\upsilon_0 = 50$ cm/sec, $\gamma = 8$ cm/sec² καὶ $t = 5$ sec. Ἀντικαθιστῶντες οὕτω τὰς τιμὰς ταύτας εἰς τὴν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν (4) ἔχομεν: $\upsilon = 50 + 8 \cdot 5 = 90$ *cm/sec*.

Μέση ταχύτης. Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως, ἐπειδὴ εἰς ἑκάστην μονάδα τοῦ χρόνου ἡ ταχύτης αὐξάνεται κατὰ τὸ αὐτὸ ποσόν, π.χ. υ_0, $\upsilon_0 + \gamma$, $\upsilon_0 + 2\gamma$ κ.ο.κ., βλέπομεν ὅτι ἡ ταχύτης μεταβάλλεται κατὰ πρόοδον ἀριθμητικήν, ἑπομένως ἡ μέση τιμὴ τῆς ταχύτητος ἐντὸς τοῦ χρονικοῦ διαστήματος t θὰ εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἡμιάθροισμα τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος υ_0 καὶ τῆς τελικῆς υ, ἤτοι:

$$\text{μέση ταχύτης} = \frac{\text{ἀρχικὴ ταχύτης} + \text{τελικὴ ταχύτης}}{2} \quad \text{ἢ} \quad \bar{\upsilon} = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2} \qquad (8)$$

Ἐὰν τὸ σῶμα δὲν ἔχῃ ἀρχικὴν ταχύτητα, ὁπότε $\upsilon_0 = 0$, τότε $\bar{\upsilon} = \upsilon/2$.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. *Ἐὰν ἀπαιτοῦνται 5 sec διὰ νὰ αὐξηθῇ ἡ ταχύτης ἑνὸς σώματος ἀπὸ 20 cm/sec εἰς 50 cm/sec, ποία εἶναι: α) ἡ μέση ταχύτης καὶ β) ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις.*

Τὰ δεδομένα ποσὰ εἶναι $t = 5$ sec, $\upsilon_0 = 20$ cm/sec καὶ $\upsilon = 50$ cm/sec. Δι' ἀντικαταστάσεως τῶν τιμῶν εἰς τὴν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν (8) ἔχομεν: $\bar{\upsilon} = \dfrac{20 + 50}{2} = 35 \dfrac{cm}{sec}$.

Τὸ διανυόμενον διάστημα εὑρίσκεται ἐκ τῆς σχέσεως τῆς ὁμαλῆς κινήσεως $s = \upsilon \cdot t$, ὅπου τὸ υ θὰ ἀντικατασταθῇ μὲ τὸ $\bar{\upsilon}$, τὸ δὲ t ἰσοῦται πρὸς 5 sec. Συνεπῶς ἔχομεν:

$$s = 35 \cdot 5 = 175 \ cm.$$

* **Τύποι τῆς εὐθυγράμμου μεταβαλλομένης κινήσεως.** Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ διαστήματος εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν, δὲν δυνάμεθα νὰ ἐφαρμόσωμεν τὸν γνωστὸν τύπον $s = \upsilon \cdot t$ τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως, διότι ἐνταῦθα τὸ υ δὲν παραμένει σταθερόν, ἀλλ' ἔχει διαρκῶς μεταβαλλομένην τιμήν. Δυνάμεθα ὅμως νὰ ἐφαρμόσωμεν τὸν τύπον $s = \bar{\upsilon} \cdot t$, διότι ἡ μέση ταχύτης ($\bar{\upsilon}$) εἶναι ἐξ ὁρισμοῦ σταθερὰ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως. Ἐκ τῆς σχέσεως (8), ἂν τεθῇ ἡ ἀρχικὴ ταχύτης $\upsilon_0 = 0$ καὶ κληθῇ υ ἡ ταχύτης ἡ ἀποκτωμένη μετὰ χρόνον t, προκύπτει:

$$\bar{\upsilon} = \frac{\upsilon}{2} = \frac{\gamma \cdot t}{2}$$

Ἐκ τῆς σχέσεως $s = \bar{\upsilon} \cdot t$ λαμβάνομεν: $s = \dfrac{\gamma \cdot t}{2} \cdot t$, ἤτοι:

$$s = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$$

Ὅταν τὸ κινητὸν ἔχῃ ἀρχικὴν ταχύτητα υ_0 καὶ τελικὴν $\upsilon_0 + \gamma \cdot t$, ἡ μέση ταχύτης εἶναι: $\bar{\upsilon} = \dfrac{\upsilon_0 + \upsilon_0 + \gamma \cdot t}{2}$, τὸ δὲ διανυόμενον διάστημα εἰς χρόνον t εἶναι: $s = \left(\upsilon_0 + \dfrac{\gamma \cdot t}{2}\right) \cdot t$, ἤτοι:

$$s = \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$$

Ἀριθμητικὰ παραδείγματα. *1. Σῶμα μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 50 cm/sec ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 8 cm/sec² ἐπὶ 5 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διανύει τὸ κινητὸν εἰς τὸν χρόνον τοῦτον.*

Θὰ ἐφαρμόσωμεν τὸν τύπον $s = \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$. Τὰ δεδομένα εἶναι : $\upsilon_0 = 50$ cm/sec, $\gamma = 8$ cm/sec^2, $t = 5$ sec καὶ δι' ἀντικαταστάσεως αὐτῶν εἰς τὸν τύπον λαμβάνομεν :

$$s = 50 \cdot 5 + \frac{1}{2} 8 \cdot 5^2 = 350 \text{ cm}.$$

2. Αὐτοκίνητον κινεῖται ὑπὸ ταχύτητα 100 m/sec καὶ ὑφίσταται λόγῳ λειτουργίας τῶν φρένων ἐπιτάχυνσιν — 5 m/sec² ἐπὶ 8 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ διάστημα τὸ διανυόμενον ὑπὸ τοῦ κινητοῦ ἐντὸς 8 sec.

Θὰ χρησιμοποιήσωμεν τὸν τύπον : $s = \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$. Δεδομένα εἶναι : $\upsilon_0 = 100$ m/sec, $\gamma = -5$ m/sec^2 καὶ $t = 8$ sec. Δι' ἀντικαταστάσεως αὐτῶν εἰς τὸν τύπον ἔχομεν :

$$s = 100 \cdot 8 - \frac{1}{2} 5 \cdot 8^2 = 640 \text{ m}.$$

3. Εἰς τὸ ἀνωτέρω πρόβλημα νὰ καθορισθῇ πόσον διάστημα θὰ διανύσῃ τὸ αὐτοκίνητον ἀπὸ τῆς στιγμῆς τῆς λειτουργίας τῶν φρένων του μέχρις ὅτου σταματήσῃ.

Θὰ ἐφαρμόσωμεν τὸν τύπον $s = \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$, ὅπου $\upsilon_0 = 100$ m/sec καὶ $\gamma = -5$ m/sec^2, ὁ δὲ χρόνος t θὰ ὑπολογισθῇ ἐκ τοῦ τύπου (6), ἤτοι $t = \frac{\upsilon_0}{\gamma} = \frac{100}{5} = 20$ sec, ὁπότε δι' ἀντικαταστάσεως εὑρίσκομεν : $s = 100 \cdot 20 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 20^2 = 1000$ m.

32. Νόμοι τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως. Οἱ τύποι (2) καὶ (3) τῆς § 31 παρέχουν τοὺς νόμους τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως, ὅταν τὸ σῶμα ἀναχωρῇ ἐκ τῆς ἠρεμίας· ἤτοι :

1. Ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ εἶναι ἀνάλογος τοῦ χρόνου.

2. Τὸ διαννόμενον διάστημα εἶναι ἀνάλογον τοῦ τετραγώνου τοῦ χρόνου.

Ἡ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἕλξεως τῆς Γῆς ἐλευθέρα πτῶσις τῶν σωμάτων εἶναι κίνησις εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη καὶ ἰσχύουν καὶ δι' αὐτήν, ὡς θὰ ἴδωμεν εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Βαρύτητος, οἱ αὐτοὶ τύποι. Ἡ σταθερὰ ἐπιτάχυνσις διὰ ὡρισμένον τινὰ τόπον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, τὴν ὁποίαν ἔχουν τὰ ἐλευθέρως πίπτοντα σώματα, παριστᾶται, ὡς εἴδομεν, διὰ τοῦ γράμματος **g**, ἡ δὲ ἀριθμητικὴ τιμὴ αὐτῆς εἶναι περίπου **9,81 m/sec²** ἢ 981 cm/sec^2. Ἡ πτῶσις θεωρεῖται ἐλευθέρα, ὅταν δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος.

33. Διαγράμματα εὐθυγράμμου ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως. Θεωρήσωμεν τὴν περίπτωσιν τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, ἡ ὁποία διέπεται ὑπὸ τῶν τριῶν θεμελιωδῶν ἐξισώσεων :

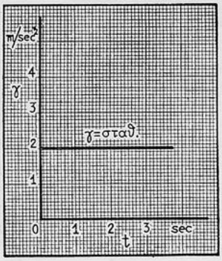
$$\gamma = \text{σταθ.}, \qquad \upsilon = \gamma \cdot t, \qquad s = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$$

Πρὸς σχηματισμὸν τῶν διαγραμμάτων κινήσεως λαμβάνομεν δύο ὀρθογωνίους ἄξονας καὶ θεωροῦντες τὰ μεγέθη γ, υ, καὶ s ὡς ἐξαρτώμενα ἐκ τοῦ χρόνου ἀναφέρομεν εἰς τὸν ὁριζόντιον ἄξονα τὰς τιμὰς τοῦ χρόνου t καὶ εἰς τὸν κατακόρυφον ἄξονα τὰς τιμὰς τοῦ ἀντιστοίχου μεγέθους, ὅτε εὑρίσκομεν κατὰ τὸν γνωστὸν τρόπον (βλ. § 27) τὴν παραστατικὴν καμπύλην τὴν δεικνύουσαν τὴν μεταβολὴν τοῦ θεωρουμένου μεγέθους συναρτήσει τοῦ χρόνου, ὡς ἀκολούθως :

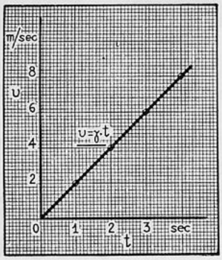
α) *Διάγραμμα (γ, t).* Εἰς τὴν περίπτωσιν κινητοῦ κινουμένου ὑπὸ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν (π.χ. 2 m/sec^2) τὸ σχετικὸν διάγραμμα εἶναι εὐθεῖα γραμμὴ παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ χρόνου (σχ. 31).

β) *Διάγραμμα (υ, t)*. Ἐκ τῆς σχέσεως $\upsilon = \gamma \cdot t$ παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ταχύτης εἶναι ἀνάλογος τοῦ χρόνου t, τὸ δὲ σχετικὸν διάγραμμα ἀποδίδεται δι' εὐθείας γραμμῆς (σχ. 32). Παρατηροῦμεν πράγματι ὅτι, ἐφ' ὅσον ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι σταθερὰ ($\gamma = 2$ m/sec²) καὶ ὁ χρόνος $t = 1, 2, 3\ldots$ sec, ἡ ταχύτης θὰ εἶναι ἀντιστοίχως $\upsilon = 2, 4, 6\ldots$ m/sec.

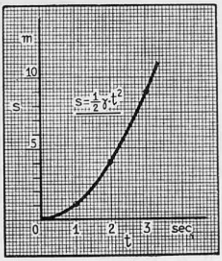
γ) *Διάγραμμα (s, t)*. Ἐκ τῆς σχέσεως $s = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot t^2$ παρατηροῦμεν ὅτι τὸ διάστημα εἶναι ἀνάλογον τοῦ τετραγώνου τοῦ χρόνου, τὸ δὲ σχετικὸν διάγραμμα ἀποδίδεται διὰ τῆς καμπύλης (σχ. 33). Παρατηροῦμεν πάλιν ὅτι, ἐφ' ὅσον ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι σταθερὰ ($\gamma = 2$ m/sec²), εἰς τὸ τέλος τοῦ 1ου, 2ου, 3ου... sec τὰ διανυόμενα διαστήματα εἶναι ἀντιστοίχως ἴσα πρὸς $s = 1$ m, 4 m, 9 m...



Σχ. 31.



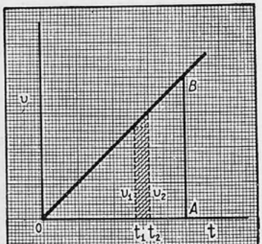
Σχ. 32.



Σχ. 33.

Διαγράμματα ἀποδίδοντα γραφικῶς τὴν μεταβολὴν τῆς ἐπιταχύνσεως, τῆς ταχύτητος καὶ τοῦ διαστήματος συναρτήσει τοῦ χρόνου.

34*. Ὑπολογισμὸς τοῦ διαστήματος. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω τριῶν διαγραμμάτων ἰδιάζουσαν σημασίαν ἔχει τὸ διάγραμμα ταχύτητος, διότι ἐπὶ τῇ βάσει αὐτοῦ δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ διανυόμενον διάστημα. Πρὸς ἀπόδειξιν τούτου θεωροῦμεν τὴν περίπτωσιν τοῦ διαγράμματος ταχύτητος εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν. Τὸ κινητὸν κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t_1 ἔχει ταχύτητα υ_1 καὶ κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t_2 ἔχει ταχύτητα υ_2 (σχ. 34). Ἐὰν ὅμως τὸ χρονικὸν διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1$ θεωρῆται πολὺ μικρόν, αἱ δύο ταχύτητες $\upsilon_1 = \upsilon_2$ δύνανται νὰ θεωρηθοῦν ὅτι ἔχουν τὴν ἰδίαν τιμὴν υ καὶ ἐντὸς τοῦ χρονικοῦ διαστήματος Δt νὰ θεωρηθῇ ἡ κίνησις ὡς εὐθύγραμμος καὶ ὁμαλή, καὶ τὸ χωρίον τὸ περικλειόμενον ὑπὸ τῶν υ_1 καὶ υ_2 νὰ θεωρηθῇ ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος ὡς ὀρθογώνιον. Τότε τὸ ἐμβαδὸν αὐτοῦ $\upsilon \cdot \Delta t$ παριστᾷ τὸ διανυόμενον διάστημα ὑπὸ τοῦ κινητοῦ εἰς χρόνον Δt. Ἐὰν ὑποδιαιρέσωμεν τὸν χρόνον t εἰς ἀπείρως μικρὰ χρονικὰ διαστήματα καὶ ἐργασθῶμεν καθ' ὅμοιον τρόπον ὡς ἀνωτέρω, προσθέσωμεν δὲ ὅλα τὰ στοιχειώδη ἐμβαδά, τότε εὑρίσκομεν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου, τὸ ὁποῖον ἰσοῦται πρός:



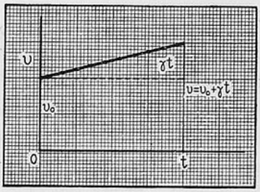
Σχ. 34. Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ διαγράμματος OBA καθορίζει τὸ διανυθὲν διάστημα.

$$s = \frac{1}{2}\, AB \cdot OA = \frac{1}{2}\, \upsilon \cdot t \qquad (1)$$

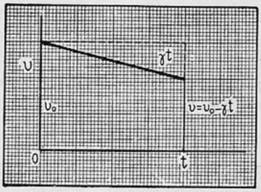
καὶ παριστᾷ τὸ διανυόμενον διάστημα ὑπὸ τοῦ κινητοῦ εἰς χρόνον t. Ἐπειδὴ δὲ $\upsilon = \gamma \cdot t$, ἡ ἐξίσωσις (1) γράφεται:

$$s = \frac{1}{2}\, \gamma \cdot t^2$$

Ἐξ ἄλλου τὸ σχῆμα 35 παριστᾷ τὸ διάγραμμα ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα, ἐνῷ τὸ σχῆμα 36 παριστᾷ τὴν αὐτὴν περίπτωσιν δι' ἐπιβραδυνομένην κίνησιν.



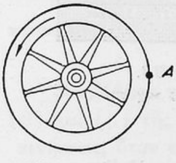
Σχ. 35.



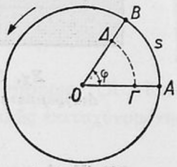
Σχ. 36.

Ὑπολογισμὸς τοῦ διαστήματος κινητοῦ μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα.

35. Κυκλικὴ ὁμαλὴ κίνησις. Ἔστω ὅτι ὑλικὸν σημεῖον κινεῖται ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς, κατὰ τοιοῦτον ὅμως τρόπον, ὥστε εἰς ἑκάστην μονάδα τοῦ χρόνου νὰ διαγράφῃ τόξον τοῦ αὐτοῦ μήκους, ἤτοι εἰς ἴσους χρόνους νὰ διανύῃ ἴσα τόξα· τότε λέγομεν ὅτι τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἐκτελεῖ ***κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν.*** Τοιαύτην κίνησιν ἐκτελεῖ ἓν σημεῖον Α τροχοῦ (σχ. 37) στρεφόμενον ὑπὸ σταθερὸν ἀριθμὸν στροφῶν εἰς ἑκάστην μονάδα χρόνου.



Σχ. 37.



Σχ. 38.

Ἐὰν κινητὸν εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν Α (σχ. 38) καὶ μετὰ παρέλευσιν χρόνου t εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν Β, δεχθῶμεν δὲ ὅτι τὸ τόξον ΑΒ = s, τότε, κατὰ τὰ γνωστά, τὸ πηλίκον τοῦ διανυθέντος διαστήματος διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου καλεῖται ταχύτης (γ ρ α μ μ ι κ ὴ ταχύτης) τοῦ κινητοῦ, ἤτοι:

$$\upsilon = \frac{\text{μῆκος τόξου ΑΒ}}{\text{χρόνος } t} \quad \text{ἢ} \quad \upsilon = \frac{s}{t}$$

Εἶναι φανερὸν ὅτι σημεῖα εὑρισκόμενα εἰς διαφόρους ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ κέντρου περιστροφῆς τοῦ κινητοῦ θὰ ἔχουν διάφορον ταχύτητα, καθότι τὸ μῆκος τοῦ τόξου των θὰ εἶναι ἑκάστοτε διάφορον. Οὕτω τὸ σημεῖον Γ εὑρισκόμενον εἰς μικροτέραν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ Α, θὰ ἔχῃ καὶ μικροτέραν ταχύτητα, καθότι διατρέχει τὸ διάστημα ΓΔ, τὸ ὁποῖον εἶναι προφανῶς μικρότερον τοῦ ΑΒ, ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ χρόνου t.

Περίοδος καὶ συχνότης. Χαρακτηριστικὰ μεγέθη τῆς κυκλικῆς κινήσεως εἶναι ἡ *περίοδος* καὶ ἡ *συχνότης*. Καλεῖται ***περίοδος (T)*** *ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ μίαν πλήρη περιφορὰν τοῦ κινητοῦ.*

Ἐξ ἄλλου ***συχνότης (ν)*** *καλεῖται τὸ πηλίκον τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στροφῶν, τὰς ὁποίας ἐκτελεῖ τὸ κινητὸν ἐντὸς χρόνου τινός, διὰ τοῦ χρόνου τούτου.*

Ὡς ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ των τὰ δύο μεγέθη συνδέονται διὰ τῆς σχέσεως:

$$\boxed{\nu = \frac{1}{T}} \quad \text{ἢ} \quad \boxed{T = \frac{1}{\nu}} \qquad (1)$$

Μονάδες συχνότητος. Εἶναι προφανὲς ὅτι ἡ περίοδος, ὡς χρόνος, μετρεῖται εἰς μονάδας χρόνου (sec). Ἐξ ἄλλου ἐκ τῆς σχέσεως (1) προκύπτει, ὅτι ἡ συχνότης μετρεῖται εἰς 1/sec, δηλ.:

$$1\ \mathbf{sec^{-1}}$$

Ἡ μονὰς αὐτὴ καλεῖται ***κύκλος ἀνὰ δευτερόλεπτον*** (**1 c/sec**), ὡς ἐπίσης καὶ **Hertz (1 Hz)**, ἐκ τοῦ ὀνόματος τοῦ διασήμου Φυσικοῦ Hertz (Χέρτς). Χρησιμοποιοῦνται ἐπίσης καὶ τὰ πολλαπλάσια αὐτῶν:

$$1\ \mathrm{kc/sec} = 10^3\ \mathrm{c/sec} \quad \text{καὶ} \quad 1\ \mathrm{Mc/sec} = 10^6\ \mathrm{c/sec}$$

ὡς ἐπίσης: $1\ \mathrm{kHz} = 10^3\ \mathrm{Hz}$ καὶ $1\ \mathrm{MHz} = 10^6\ \mathrm{Hz}$.

Ἡ μονὰς kc/sec προφέρεται χιλιόκυκλος ἀνὰ δευτερόλεπτον καὶ ἡ μονὰς Mc/sec προφέρεται μεγάκυκλος ἀνὰ δευτερόλεπτον.

Εἰς τὸ ***τεχνικὸν σύστημα,*** προκειμένου περὶ στρεφομένου περὶ ἄξονα σώματος, ἡ συχνότης ἐκφράζεται συνήθως εἰς ***στροφὰς κατὰ πρῶτον λεπτόν.***

Οὕτω εἰς τὸ σχῆμα 38, ἐὰν διὰ νὰ ἐπανέλθῃ τὸ κινητὸν εἰς τὴν ἀρχικήν του θέσιν Α, ἀφοῦ διαγράψῃ διὰ μίαν φορὰν ὁλόκληρον τὴν περιφέρειαν, ἀπαιτῆται π.χ. χρόνος $t = 1/10$ sec, ἡ περίοδος εἶναι ἀκριβῶς ἴση πρὸς 1/10 sec, ἡ δὲ συχνότης εἶναι 10 στροφαὶ ἀνὰ δευτερόλεπτον ($\nu = 10\ \mathrm{sec^{-1}}$ ἢ 10 Hz).

Γωνιακὴ ταχύτης. Εἰς τὴν κυκλικὴν κίνησιν καλοῦμεν ***γωνιακὴν ταχύτητα (ω)*** *τὸ πηλίκον τῆς γωνίας φ, τὴν ὁποίαν διαγράφει τὸ κινητόν, διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου t*, ἤτοι:

$$\boxed{\omega = \frac{\varphi}{t}} \qquad \boxed{\text{γωνιακὴ ταχύτης} = \frac{\text{γωνία στροφῆς}}{\text{χρόνος}}} \qquad (2)$$

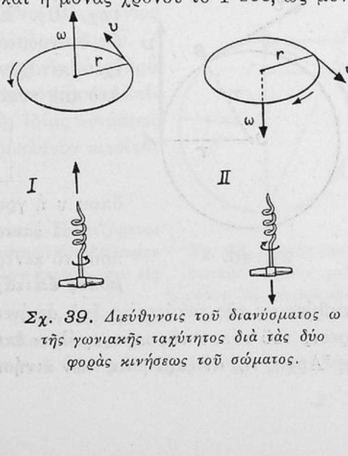
Εἶναι φανερὸν ὅτι σημεῖα εὑρισκόμενα εἰς διαφόρους ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ κέντρου περιστροφῆς τοῦ κινητοῦ καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀκτῖνος θὰ ἔχουν ὅλα τὴν αὐτὴν γωνιακὴν ταχύτητα, καθότι ὅλα διαγράφουν τὴν αὐτὴν γωνίαν φ ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ χρόνου t. Οὕτω εἰς τὸ σχῆμα 38 τὸ σημεῖον Α καὶ τὸ σημεῖον Γ τοῦ κινητοῦ, τὰ ὁποῖα κεῖνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀκτῖνος ΟΑ, διαγράφουν τὴν αὐτὴν γωνίαν φ μετακινούμενα μέχρι τοῦ σημείου Β καὶ Δ, εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον t.

Μονάδες γωνιακῆς ταχύτητος. Ἐπειδὴ τόσον εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ὅσον καὶ εἰς τὸ Τ.Σ. ἡ μονὰς γωνίας εἶναι τὸ 1 ἀκτίνιον καὶ ἡ μονὰς χρόνου τὸ 1 sec, ὡς μονὰς γωνιακῆς ταχύτητος θὰ εἶναι τό:

$$1\ \frac{\textbf{ἀκτίνιον}}{\textbf{sec}} \quad \left(= 1\ \frac{\mathbf{rad}}{\mathbf{sec}}\right)$$

Ἡ μονὰς αὐτὴ συμπίπτει πρὸς τὴν μονάδα $1\ \mathrm{sec^{-1}}$. Οὕτω, ἐὰν π.χ. $\omega = 35$ rad/sec, εἶναι ἐπίσης $\omega = 35\ \mathrm{sec^{-1}}$.

* **Ἡ γωνιακὴ ταχύτης ὡς διανυσματικὸν μέγεθος.** Ἡ γωνιακὴ ταχύτης ω παριστᾶται γραφικῶς διὰ διανύσματος, τὸ ὁποῖον συμβατικῶς λαμβάνεται ὡς κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς (σχ. 39). Ἡ διεύθυνσις τοῦ διανύσματος ω ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν διεύθυνσιν κινήσεως τοῦ σώματος, ὡς εἰς τὸ σχῆμα τοῦτο ἐμφαίνεται. Δηλαδὴ ἡ διεύθυνσις τοῦ διανύσματος τῆς



Σχ. 39. Διεύθυνσις τοῦ διανύσματος ω τῆς γωνιακῆς ταχύτητος διὰ τὰς δύο φορὰς κινήσεως τοῦ σώματος.

γωνιακῆς ταχύτητος εὑρίσκεται ἐκ τῆς διευθύνσεως, κατὰ τὴν ὁποίαν προχωρεῖ δεξιὸς κοχλίας (π.χ. ἐκπωματιστής), ὅταν περιστρέφεται κατὰ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος ἐπὶ τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς.

Σχέσις μεταξὺ γωνιακῆς ταχύτητος ω καὶ συχνότητος ν. Τὸ κινητὸν εἰς χρόνον μιᾶς περιόδου Τ διαγράφει, ὡς εἴδομεν, μίαν πλήρη περιφέρειαν. Ἡ ἐντὸς τοῦ χρόνου τούτου διαγραφομένη γωνία εἶναι ἴση πρὸς 360^0, ἤτοι 2π ἀκτίνια. Συμφώνως πρὸς τὸν ὁρισμὸν τῆς γωνιακῆς ταχύτητος θὰ εἶναι $\omega = 2\pi/T$. Ἀντικαθιστῶντες τὴν τιμὴν τοῦ Τ διὰ τοῦ ἴσου του $1/\nu$, προκύπτει ὁ τύπος:

$$\boxed{\omega = 2\pi \cdot \nu} \qquad (3)$$

Τὸ ω καλεῖται πολλάκις καὶ ***κυκλικὴ συχνότης*** καὶ ἐκφράζει τὸν ἀριθμὸν τῶν περιόδων τῶν περιεχομένων εἰς 2π δευτερόλεπτα.

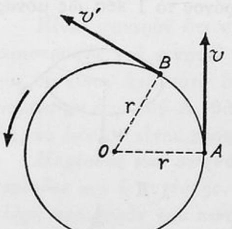
Προκειμένου νὰ γίνεται χρῆσις τοῦ τύπου τούτου εἰς ἀριθμητικὰς ἐφαρμογάς, δέον ἡ γωνία νὰ ἐκφράζεται πάντοτε εἰς ἀκτίνια, καθότι ὁ τύπος οὗτος προέκυψε δι' ἐκφράσεως τῆς γωνίας εἰς ἀκτίνια καὶ οὐχὶ εἰς μοίρας.

Σχέσις μεταξὺ τῆς ταχύτητος υ καὶ τῆς γωνιακῆς ταχύτητος ω. Εἶναι προφανὲς ὅτι ὅλα τὰ σημεῖα σώματος περιστρεφομένου ὁμαλῶς περὶ ἄξονα διαγράφουν εἰς χρόνον t τὴν αὐτὴν γωνίαν φ καὶ συνεπῶς ἔχουν τὴν αὐτὴν γωνιακὴν ταχύτητα ω. Δὲν συμβαίνει ὅμως τὸ ἴδιον προκειμένου περὶ τῆς γραμμικῆς ταχύτητος υ τῶν σημείων τούτων. Πράγματι, τὰ σημεῖα τοῦ σώματος εἰς χρόνον μιᾶς περιόδου Τ διαγράφουν περιφερείας, τῶν ὁποίων τὸ μῆκος εἶναι τόσον μεγαλύτερον, ὅσον ἡ ἀπόστασις τοῦ θεωρουμένου σημείου ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς εἶναι μεγαλυτέρα. Τοῦτο φαίνεται καὶ ἐκ τῆς ἐξισώσεως $\upsilon = s/t = 2\pi r/T$, καὶ ἐπειδὴ $2\pi/T = \omega$, προκύπτει ὅτι:

$$\boxed{\upsilon = \omega \cdot r} \qquad (4)$$

ἤτοι: *ταχύτης (γραμμικὴ) = γωνιακὴ ταχύτης × ἀκτὶς τροχιᾶς.*

Ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν. Ἡ κυκλικὴ ὁμαλὴ κίνησις εἴδομεν ὅτι εἶναι μεταβαλλομένη κίνησις, διότι ἡ ταχύτης διατηρεῖ σταθερὰν ἀριθμητικὴν τιμήν, ἐνῷ ἡ διεύθυνσις μεταβάλλεται διαρκῶς (σχ. 40). Ἐπομένως κατὰ τὴν κίνησιν ταύτην ἡ ταχύτης, ὡς διανυσματικὸν μέγεθος, μεταβάλλεται καὶ κατ' ἀνάγκην ἔχει ἐπιτάχυνσιν, τῆς ὁποίας ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ παρέχεται ὑπὸ τοῦ τύπου:



Σχ. 40.

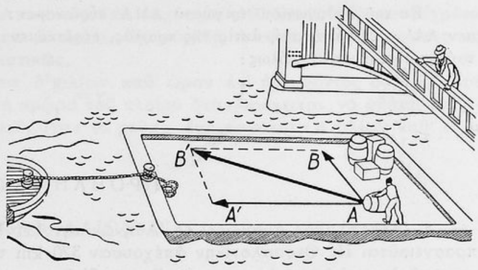
$$\boxed{\gamma = \frac{\upsilon^2}{r}} \qquad (5)$$

ὅπου υ ἡ γραμμικὴ ταχύτης καὶ r ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς.

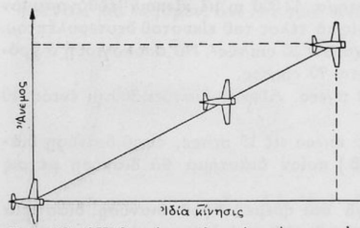
Ἡ ἐπιτάχυνσις διευθύνεται πάντοτε ἐκ τῆς περιφερείας πρὸς τὸ κέντρον καὶ ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου καλεῖται ***κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις***· συντελεῖ δὲ ἁπλῶς εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς διευθύνσεως τῆς ταχύτητος, ἐνῷ ἀφήνει ἀμετάβλητον τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν αὐτῆς. Ἡ εὕρεσις τοῦ τύπου τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως δίδεται εἰς τὴν § 37, ἐπὶ τῇ βάσει τῆς Ἀρχῆς τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων.

36. Ἀρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων. Ἡ Κινηματικὴ συμπληροῦται ὑπὸ σπουδαιοτάτης ἐμπειρικῆς ἀρχῆς, ἥτις καλεῖται ***ἀρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων*** καὶ διατυποῦται ὡς ἑξῆς: *Ἐὰν κινητὸν μετέχῃ δύο κινήσεων, ἑκάστη τούτων ἐκτελεῖται ὅλως ἀνεξαρτήτως τῆς ἑτέρας, καὶ ἡ θέσις εἰς τὴν ὁποίαν τὸ κινητὸν φθάνει, μετὰ παρέλευσιν ὡρισμένου χρόνου, εἶναι ἡ αὐτή, εἴτε ἑκάστη τῶν κινήσεων ἐκτελεῖται χωριστά, καὶ δὴ ἀνεξαρτήτως τοῦ τρόπου τῆς διαδοχῆς αὐτῶν, εἴτε ἐὰν ἀμφότεραι αἱ κινήσεις ἐκτελοῦνται ταυτοχρόνως.*

Εὐκόλως δεικνύεται, ὅτι ἡ θέσις εἰς τὴν ὁποίαν φθάνει τὸ κινητόν, ἐφ' ὅσον μετέχει τῶν δύο κινήσεων, εἶναι τὸ ἄκρον τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν διαστημάτων, τὰ ὁποῖα τὸ κινητὸν θὰ διήνυε εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, ἐὰν μετεῖχε τῆς μιᾶς μόνον κινήσεως. Ἐφ' ὅσον αἱ δύο κινήσεις εἶναι ὁμοειδεῖς, π.χ. εὐθύγραμμοι καὶ ὁμαλαί, τὸ κινητὸν θὰ κινῆται ἐπὶ τροχιᾶς, ἡ ὁποία συμπίπτει πρὸς τὴν διαγώνιον τοῦ παραλληλογράμμου. Οὕτω ὡς παράδειγμα ἂς θεωρήσωμεν φορτηγίδα κινουμένην εἰς τὸ ρεῦμα ποταμοῦ (σχ. 41). Ἐργάτης κινεῖ τὸ σῶμα Α (βαρέλιον) κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΑΒ, καθ' ἣν στιγμὴν ἡ φορτηγὶς κινεῖται εἰς τὸ ρεῦμα τοῦ ποταμοῦ κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΑΑ'. Ἐὰν παρατηρητὴς εὑρίσκεται ἀκίνητος ἐπὶ γεφύρας καὶ συγκεντρώνῃ τὴν προσοχὴν αὐτοῦ ἐπὶ τῆς κινήσεως τοῦ σώματος Α, χωρὶς νὰ λαμβάνῃ ὑπ' ὄψιν του τὰς δύο χωριστὰς κινήσεις, βλέπει ὅτι τὸ σῶμα Α μετατοπίζεται κατὰ τὴν συνισταμένην τῶν δύο κινήσεων ΑΒ'. Ἐκ τοῦ σχήματος ἐπίσης προκύπτει, ὅτι ἡ συνισταμένη τῶν δύο ἐπὶ μέρους κινήσεων εἶναι ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου.

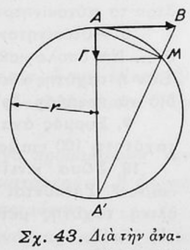


Σχ. 41. Ὁ ἄνθρωπος ἐκτελεῖ ταυτοχρόνως δύο κινήσεις.



Σχ. 42. Ἡ διαγώνιος δεικνύει τὴν τροχιὰν κινήσεως τοῦ ἀεροπλάνου.

Ἐπίσης εἰς τὸ σχῆμα 42, ὑπὸ τὴν σύγχρονον ἐπίδρασιν τῆς ἰδίας κινήσεως (δηλ. κινητήρων) καὶ τῆς ἐκ τοῦ ἀνέμου, τὸ ἀεροπλάνον κινεῖται κατὰ τὴν διαγώνιον τοῦ παραλληλογράμμου.



Σχ. 43. Διὰ τὴν ἀναλυτικὴν εὕρεσιν τοῦ τύπου τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως.

37*. Εὕρεσις τοῦ τύπου τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως. Στηριζόμενοι εἰς τὴν Ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν τὸν τύπον $\gamma = \upsilon^2/r$, ὁ ὁποῖος ἐκφράζει τὴν κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν εἰς τὴν κυκλικὴν ἰσοταχῆ κίνησιν (βλ. § 35).

Θεωρήσωμεν τὸ κινητὸν τὴν στιγμήν, κατὰ τὴν ὁποίαν εὑρίσκεται εἰς Α (σχ. 43). Μετὰ παρέλευσιν πεπερασμένου, ἀλλὰ λίαν μικροῦ, χρονικοῦ διαστήματος t, τοῦτο θὰ διαγράψῃ τὸ τόξον $AM = \upsilon \cdot t$, ὅπου υ ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ. Ἐὰν προβάλωμεν τὸ Μ ἐπὶ τῆς διαμέτρου ΑΑ΄, τότε δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν, ὅτι ἡ κίνησις κατὰ μῆκος τοῦ τόξου ΑΜ εἶναι σύνθετος κίνησις, ἤτοι ἐκ μιᾶς εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῆς, ὑπὸ ταχύτητα υ, κατὰ τὴν ἐφαπτομένην εἰς Α, καὶ ἄλλης εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κατὰ διεύθυνσιν κάθετον ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην. Λόγῳ τῆς πρώτης κινήσεως, τὸ κινητὸν διανύει εἰς χρόνον t τὸ διάστημα $AB = \upsilon \cdot t$, λόγῳ δὲ τῆς δευτέρας, τὸ διάστημα $A\Gamma = \gamma t^2/2$ καί, ὑπὸ τὴν ταυτόχρονον ἐπενέργειαν τῶν δύο κινήσεων, τὸ κινητὸν εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον θὰ φθάσῃ εἰς Μ, τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ ἄκρον τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν ΑΒ καὶ ΑΓ, δεδομένου ὅτι τὸ σχῆμα ΑΓΜΒ, λόγῳ τῆς σμικρότητος τοῦ χρόνου t, δύναται ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος νὰ θεωρηθῇ ὡς παραλληλόγραμμον. Ἐπειδὴ ὅμως τὸ τόξον ΑΜ εἶναι μικρόν, δυνάμεθα ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος νὰ γράψωμεν τὰς ἰσότητας :

$$\text{τόξον } AM = \text{χορδὴ } AM = \upsilon \cdot t.$$

Ἐκ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου ΑΜΑ΄ εὑρίσκομεν : $(AM)^2 = (A\Gamma) \cdot (AA')$, ἐὰν δὲ θέσωμεν $AA' = 2r$, ὅπου r ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς, εὑρίσκομεν : $\upsilon^2 \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \gamma t^2 \cdot 2r$, ἐκ δὲ τῆς σχέσεως ταύτης εὑρίσκομεν εὐκόλως :

$$\gamma = \frac{\upsilon^2}{r}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ἀεροπλάνον ἀναχωρεῖ ἐξ Ἀθηνῶν τὴν 13ην ὥραν καὶ 45 λεπτὰ (13 h 45 min) καὶ προσγειοῦται εἰς Θεσσαλονίκην ἀπέχουσαν 320 km τὴν 15ην ὥραν. Ζητεῖται ἡ μέση ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου εἰς ναυτικὰ μίλια καθ' ὥραν καὶ εἰς m/sec.

2. Ἡ ταχύτης κινητοῦ αὐξάνεται ὁμαλῶς ἀπὸ 30 km/h εἰς 60 km/h ἐντὸς 5 min. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ μέση ταχύτης, ἡ διανυομένη ἀπόστασις καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις.

3. Σιδηρόδρομος μεταβάλλει τὴν ταχύτητά του ἐντὸς 2 min ἀπὸ 12 km/h εἰς 30 km/h. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσίς του.

4. Κινητὸν κινούμενον ἐπὶ 20 sec διανύει διάστημα 12 000 m μὲ κίνησιν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης του εἰς τὸ τέλος τοῦ εἰκοστοῦ δευτερολέπτου.

5. Κινητὸν ἀναχωρεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας μὲ ἐπιτάχυνσιν 20 cm/sec². Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ χρόνος, ὁ ὁποῖος χρειάζεται διὰ νὰ ἀποκτήσῃ ταχύτητα 70 cm/sec.

6. Αὐτοκινητάμαξα ἔχει ἀρχικὴν ταχύτητα 12 m/sec. Αἴφνης διανύει 300 m ἐντὸς 10 sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσίς της.

7. Ἡ ταχύτης αὐτοκινήτου ἐλαττοῦται ἀπὸ 35 m/sec εἰς 15 m/sec, ἀφοῦ διανύσῃ διάστημα 500 m. Νὰ ὑπολογισθῇ α) ἡ ἐπιβράδυνσις, β) ποῖον διάστημα θὰ διανύσῃ μέχρις ὅτου τὸ αὐτοκίνητον ἠρεμήσῃ.

8. Αὐτοκίνητον κινεῖται ὑπὸ ταχύτητα 25 km/h καὶ ἠρεμεῖ, ἀφοῦ διανύσῃ διάστημα 6 m. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις (ὑποτιθεμένη σταθερὰ) καὶ ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος. Ἐὰν ἡ ταχύτης ἐδιπλασιάζετο, πόσην ἀπόστασιν θὰ ἔπρεπε νὰ διανύσῃ τὸ αὐτοκίνητον διὰ νὰ ἠρεμήσῃ, ἐφ' ὅσον ἡ ἐπιτάχυνσις διετηρεῖτο σταθερά.

9. Συρμὸς ἀναχωρεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας μὲ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην καὶ ἀποκτᾷ ταχύτητα 100 cm/sec, ὅταν διανύσῃ ἀπόστασιν 1 km. Πόση ἡ ἐπιτάχυνσις αὐτοῦ.

10. Σῶμα κινεῖται ὑπὸ ἀρχικὴν ταχύτητα 10 cm/sec καὶ ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 2 cm/sec². Ζητοῦνται α) πόση εἶναι ἡ κτηθεῖσα ταχύτης ἐντὸς 1 min, β) πόση θὰ εἶναι ἡ ὁλικὴ ταχύτης μετὰ 1 min, γ) πόση ἡ μέση ταχύτης, δ) πόση ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις εἰς 1 min.

11. Σῶμα ἔχον ἀρχικὴν ταχύτητα 10 cm/sec ἀποκτᾷ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην, μὲ τὴν ὁποίαν διανύει ἀπόστασιν 4 200 cm εἰς 1 min. Ζητοῦνται α) πόση ἡ μέση ταχύτης, β) πόση ἡ τελικὴ ταχύτης, γ) πόση ἡ ταχύτης ἡ κτηθεῖσα κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως, δ) πόση ἡ ἐπιτάχυνσις.

12. Νὰ μετατραποῦν 1 200 στρ./min εἰς rad/sec.

13. Νὰ ἐκφρασθῇ ἡ γωνιακὴ ταχύτης 40 μοιρῶν κατὰ sec α) εἰς στρ./sec, β) εἰς στρ./min.

14. Ἀκονιστικὸς τροχὸς ἐκτελεῖ 900 στρ./min. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ γωνιακή του ταχύτης εἰς rad/sec.

15. Σφόνδυλος μηχανῆς ἐκτελεῖ 300 στρ./min. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ γραμμικὴ ταχύτης σημείου τοῦ σφονδύλου εὑρισκομένου α) 150 cm ἀπὸ τοῦ κέντρου, β) 60 cm ἀπὸ τοῦ κέντρου, γ) νὰ προσδιορισθῇ ἡ γωνιακὴ ταχύτης τοῦ σφονδύλου.

16. Ὁ λεπτοδείκτης ὡρολογίου ἔχει μῆκος 10 cm. Νὰ εὑρεθῇ ἡ γωνιακὴ ταχύτης τοῦ λεπτοδείκτου καὶ ἡ ταχύτης τοῦ ἄκρου αὐτοῦ.

17. Σφόνδυλος διαμέτρου 1 m στρέφεται ὑπὸ συχνότητα 80 στρ./min. Νὰ ὑπολογισθῇ α) ἡ γωνιακὴ ταχύτης, β) ἡ γραμμικὴ ταχύτης, γ) ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις ἑνὸς σημείου εὑρισκομένου ἐπὶ τῆς περιφερείας του.

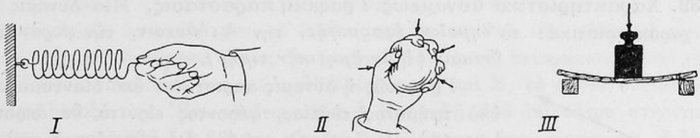
18. Ἀεροπλάνον κινεῖται πρὸς Ἀνατολὰς ὑπὸ ταχύτητα 160 km/h, ἐνῷ ταυτοχρόνως πνέει ἄνεμος Βόρειος ὑπὸ ταχύτητα 35 km/h. Νὰ εὑρεθῇ ἡ συνισταμένη ταχύτης καὶ διεύθυνσις αὐτῆς, γραφικῶς καὶ λογιστικῶς.

19. Πλοῖον ἀναπτύσσει ταχύτητα 8 μιλίων καθ' ὥραν ἐπὶ ἠρεμοῦντος ὕδατος. Πρὸς ποίαν διεύθυνσιν πρέπει νὰ τηρῆται ἡ πρῷρα τοῦ πλοίου ὅταν πρόκειται νὰ φθάσῃ κατ' εὐθεῖαν εἰς τὴν ἀπέναντι ὄχθην ποταμοῦ, ὅταν τὸ ρεῦμα ἔχῃ ταχύτητα 4 μιλίων καθ' ὥραν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β'

ΣΤΑΤΙΚΗ

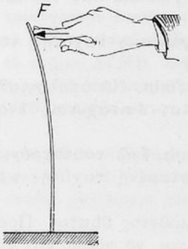
38. Δυνάμεις. Ὅταν τείνωμεν ἐλατήριον ἢ συμπιέζωμεν ἐλαστικὴν σφαῖραν (τόπι) ἢ ἐπίσης ὅταν κάμπτωμεν μεταλλικὸν ἔλασμα (σχ. 44), τότε τὰ σώματα αὐτὰ παραμορφοῦνται καὶ λέγομεν, ὅτι ἐπὶ τῶν σωμάτων αὐτῶν ἐξασκεῖται *δύναμις*. Ἐπίσης ἐὰν ὠθήσωμεν διὰ τῶν χειρῶν μας ἐλαφρὸν ἁμάξιον, τοῦτο τίθεται εἰς κίνησιν, ἢ καὶ ἐὰν κινῆται δυνάμεθα νὰ ἀνακόψωμεν τὴν κίνησιν αὐτοῦ ἐξασκοῦντες ἐπ' αὐτοῦ *δύναμιν*. Τὴν δύναμιν τὴν ἀντιλαμβανόμεθα μόνον ἐκ τῶν ἀποτελεσμάτων αὐτῆς.



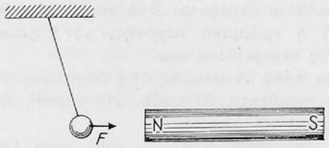
Σχ. 44. Ἐπὶ τῶν σωμάτων ἐξασκοῦνται δυνάμεις.

Γενικῶς καλοῦμεν ***δυνάμεις*** *τὰ αἴτια, τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ προκαλέσουν τὴν κίνησιν τῶν σωμάτων ἢ νὰ τροποποιήσουν τὴν κινητικὴν αὐτῶν κατάστασιν, ἢ ἀκόμη τὰ αἴτια, τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ προκαλέσουν παραμόρφωσιν τῶν σωμάτων.*

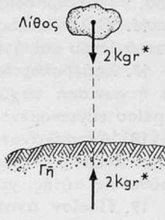
Αἱ δυνάμεις, τὰς ὁποίας χρησιμοποιεῖ ὁ ἄνθρωπος διὰ τὰς ἀνάγκας αὐτοῦ, εἶναι ποικίλης προελεύσεως, π.χ. μυϊκαὶ ἢ ζωϊκαὶ δυνάμεις (ἄνθρωπος, ἵππος), ἡ δύναμις τοῦ ἀνέμου, ἡ δύναμις ἡ δημιουργουμένη ἐκ τῆς ροῆς τοῦ ὕδατος, ἡ ἠλεκτρικὴ δύναμις, ἡ μαγνητικὴ δύναμις. Εἰδικὴν δὲ μορφὴν δυνάμεως ἀποτελεῖ τὸ *β ά ρ ο ς* ἑνὸς σώματος, ἤτοι ἡ δύναμις, μὲ τὴν ὁποίαν ἡ Γῆ ἕλκει τὸ σῶμα τοῦτο. Αἱ μᾶλλον γνώριμοι εἰς ἡμᾶς δυνάμεις εἶναι ἐκεῖναι, αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται ὑπὸ ἑνὸς σώματος ἐπὶ ἄλλου, μὲ τὸ ὁποῖον τὸ πρῶτον εὑρίσκεται εἰς ἄμεσον ἐπαφήν, ὅπως π.χ. ἡ δύναμις F, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ὁ δάκτυλός μας ἐπὶ ἐλάσματος τὸ ὁποῖον πιέζομεν (σχ. 45).



Σχ. 45. Διὰ τοῦ δακτύλου ἐξασκεῖται δύναμις F παραμορφώνουσα τὸ ἔλασμα.



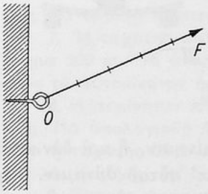
Σχ. 46. Ὁ μαγνήτης NS ἐξασκεῖ δύναμιν F ἐπὶ τῆς σιδηρᾶς σφαίρας, χωρὶς νὰ εὑρίσκεται εἰς ἐπαφὴν μὲ αὐτήν.



Σχ. 47. Ἡ Γῆ ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ λίθου τὴν δύναμιν 2 kgr. Ἴσην δύναμιν ἐξασκεῖ καὶ ὁ λίθος ἐπὶ τῆς Γῆς.*

Ἐκτὸς τῶν δυνάμεων αὐτῶν ὑπάρχουν καὶ ἄλλαι δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται χωρὶς τὰ δύο σώματα νὰ εὑρίσκωνται εἰς ἐπαφήν. Οὕτω ὁ μαγνήτης τοῦ σχήματος 46 ἐξασκεῖ τὴν δύναμιν F ἐπὶ τῆς διὰ τοῦ νήματος ἐξηρτημένης σιδηρᾶς σφαίρας, χωρὶς νὰ εὑρίσκεται εἰς ἐπαφὴν μετ᾽ αὐτῆς. Τὴν ἰδίαν περίπτωσιν ἔχομεν εἰς τὸ φαινόμενον τῆς βαρύτητος. Οὕτω ὁ λίθος τοῦ σχήματος 47 ἕλκεται ὑπὸ τῆς Γῆς, χωρὶς νὰ εὑρίσκεται εἰς ἐπαφὴν μετ᾽ αὐτῆς.

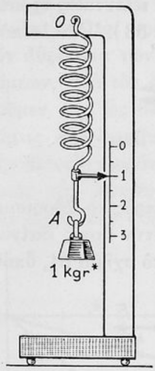
39. Χαρακτηριστικὰ δυνάμεως. Γραφικὴ παράστασις. Μία δύναμις ἔχει τὰ ἑξῆς χαρακτηριστικά: τὸ *σημεῖον ἐφαρμογῆς*, τὴν *διεύθυνσιν*, τὴν *φορὰν* καὶ τὴν *ἔντασιν* (ἢ *ἀριθμητικὴν τιμήν*).



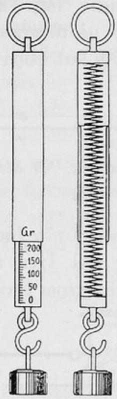
Σχ. 48.

Γραφικῶς ἡ δύναμις παριστᾶται ὑπὸ διανύσματος, δηλ. ὑπὸ τμήματος εὐθείας, φέροντος εἰς τὸ ἓν ἄκρον βέλος (σχ. 48). Ἡ ἀρχὴ O τοῦ διανύσματος ἀναφέρεται εἰς τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως, παριστᾷ δηλ. τὸ ὑλικὸν σημεῖον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐπενεργεῖ ἡ δύναμις. Τὸ μῆκος OF ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα, τὴν ὁποίαν ὁρίζομεν ἡμεῖς, παρέχει τὴν ἔντασιν τῆς δυνάμεως, ἐνῷ τὸ βέλος δεικνύει τὴν διεύθυνσιν καὶ φορὰν τῆς δυνάμεως, δηλ. τὴν διεύθυνσιν πρὸς τὴν ὁποίαν θὰ ἐκινεῖτο τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἢ τὸ σῶμα, ἐὰν ἦτο ἐλεύθερον. Συνήθως ἡ εὐθεῖα, ἐπὶ τῆς ὁποίας κεῖται τὸ διάνυσμα OF, καλεῖται *εὐθεῖα ἐπενεργείας* τῆς δυνάμεως ἢ *φορεὺς* αὐτῆς.

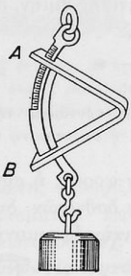
40. Μέτρησις τῶν δυνάμεων. Δυναμόμετρα. Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν δυνάμεων χρησιμοποιοῦνται ὄργανα καλούμενα ***δυναμόμετρα.*** Ταῦτα στηρίζονται ἐπὶ τῆς ἀρχῆς ὅτι, δύο δυνάμεις ἴσαι, ὅταν ἑκατέρα τούτων ἐπενεργήσῃ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σώματος, προκαλοῦν παραμόρφωσιν τοῦ αὐτοῦ μεγέθους (σχ. 49). Ἁπλούστατον τύπον δυναμομέτρου ἀποτελεῖ ὁ ***ζυγὸς δι᾿ ἐλατηρίου*** (κοινῶς ***κανταράκι***). Τὸ σπειροειδὲς ἐλατήριον, ἐξ οὗ ἀποτελεῖται, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως τείνεται καὶ δείκτης μᾶς παρέχει ἀμέσως τὴν ἔντασιν, ἤτοι τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ τὴν μονάδα (π.χ. 1 kgr*).



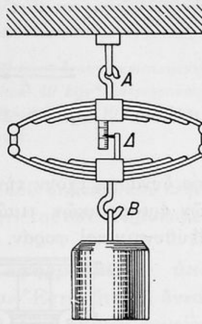
Σχ. 49.



Σχ. 50.



Σχ. 51.



Σχ. 52.

Σχ. 49. Ἀρχὴ τοῦ δυναμομέτρου. Ἡ παραμόρφωσις εἶναι ἀνάλογος τοῦ τείνοντος βάρους.—Σχ. 50. Δυναμόμετρα μὲ σπειροειδὲς ἐλατήριον.— Σχ. 51. Δυναμόμετρον κεκαμμένον εἰς σχῆμα γωνίας· ἀναλόγως τοῦ μεγέθους τοῦ ἐξαρτωμένου βάρους, τὸ σκέλος ΑΓ πλησιάζει πρὸς τὸ ΒΓ.— Σχ. 52. Δυναμόμετρον διὰ τὴν μέτρησιν μεγάλων δυνάμεων.

Εἰς τὴν πρᾶξιν, χρησιμοποιοῦνται σήμερον ποικίλοι τύποι δυναμομέτρων (σχ. 50 καὶ 51), τῶν ὁποίων ἡ κατασκευὴ στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω ἀρχῆς.

Ἕτερος τύπος δυναμομέτρου, τὸ ὁποῖον χρησιμεύει διὰ τὴν μέτρησιν μεγάλων δυνάμεων, π.χ. τῆς δυνάμεως ἕλξεως ἀτμομηχανῆς, εἶναι τὸ δυναμόμετρον τοῦ σχήματος 52. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ πολλαπλᾶ ἐλάσματα Α καὶ Β, τὰ ὁποῖα συζευγνύονται καταλλήλως μεταξύ των. Ἐὰν τὸ ἄνω μέρος Α ἐξαρτηθῇ ἀπὸ ἀκλονήτου στηρίγματος, τὸ δὲ κάτω Β φορτισθῇ διὰ βάρους, τότε τὰ δύο ἐλάσματα ἀπομακρύνονται, ἡ δὲ ἀπόστασις αὐτῶν μετρεῖται ἑκάστοτε ἐπὶ κλίμακος, προσηρμοσμένης εἰς τὸ ἄνω ἔλασμα Α μὲ τὴν βοήθειαν δείκτου Δ, προσηρμοσμένου μονίμως εἰς τὸ κάτω ἔλασμα Β. Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω δυναμομέτρων ὑπάρχουν καὶ δυναμόμετρα ἄλλων τύπων, ὡς εἶναι π.χ. οἱ *ζυγοί*.

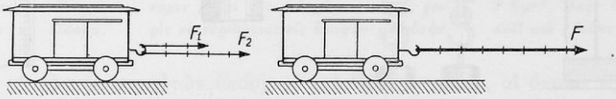
Μονὰς δυνάμεως. Μονὰς δυνάμεως εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα εἶναι τὸ **1 kgr*** καὶ εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ἡ **1 δύνη,** ὡς ἀνεφέραμεν εἰς τὴν εἰσαγωγὴν τοῦ βιβλίου (βλ. § 11).

41. Σύνθεσις δυνάμεων. Καλοῦμεν ***σύνθεσιν*** *δύο ἢ περισσοτέρων δυνάμεων, τὴν ἀντικατάστασιν αὐτῶν ὑπὸ μιᾶς μόνον δυνάμεως, ἡ ὁποία νὰ ἐπιφέρῃ τὸ αὐτὸ ὡς καὶ ἐκεῖναι ἀποτέλεσμα.* Ἡ νέα αὕτη δύναμις, ἡ ὁποία ἀντικαθιστᾷ τὰς δυνάμεις ταύτας, καλεῖται ***συνισταμένη,*** αἱ δὲ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἀντικαθίστανται, καλοῦνται ***συνιστῶσαι.***

α) Σύνθεσις δυνάμεων κειμένων ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας. Διὰ νὰ συνθέσωμεν γραφικῶς δύο ἢ περισσοτέρας δυνάμεις, ἐφηρμοσμένας ἐπὶ ἑνὸς ὑλικοῦ σημείου, ἐφαρμόζομεν τὴν ἑξῆς μέθοδον: Γράφομεν τὴν πρώτην τῶν δυνάμεων μὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς τὸ ὑλικὸν σημεῖον καὶ ἀπὸ τὸ πέρας τῆς πρώτης δυνάμεως γράφομεν ἴσην (κατ' ἀριθμητικὴν τιμήν, διεύθυνσιν καὶ φορὰν) πρὸς τὴν δευτέραν. Ἐὰν ὑπάρχῃ καὶ τρίτη δύναμις, φέρομεν ὁμοίως, ἀπὸ τὸ πέρας τῆς δευτέρας, δύναμιν ἴσην πρὸς τὴν τρίτην κ.ο.κ. Ἑνώνοντες τέλος τὴν ἀρχὴν τῆς πρώτης δυνάμεως μὲ τὸ πέρας τῆς τελευταίας ἔχομεν τὴν συνισταμένην κατ' ἀριθμητικὴν τιμήν, διεύθυνσιν καὶ φορὰν (σχ. 53). Ἐὰν λοιπὸν

Σχ. 53. Σύνθεσις δύο δυνάμεων τῆς αὐτῆς φορᾶς. Ἡ δύναμις F εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν F_1 καὶ F_2.

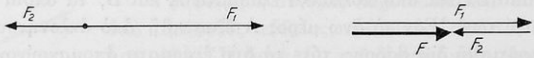
δύο δυνάμεις ἔχουν τὴν αὐτὴν φοράν, ἡ συνισταμένη αὐτῶν ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν τῶν δοθεισῶν δυνάμεων καὶ ἔχει τὴν αὐτὴν πρὸς ἐκείνας διεύθυνσιν καὶ φοράν. Πρακτικὴν ἐφαρμογὴν τοῦ ἀνωτέρω δεικνύει τὸ σχῆμα 54, ὅπου



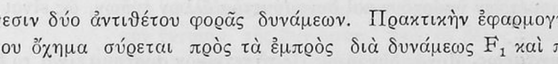
Σχ. 54. Αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2 δύνανται νὰ ἀντικατασταθοῦν ὑπὸ τῆς δυνάμεως F ἴσης πρὸς $F_1 + F_2$.

ὄχημα σύρεται ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2. Τὸ ἀποτέλεσμα εἶναι τὸ αὐτὸ ἐὰν τὸ ὄχημα σύρεται ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν μιᾶς μόνης δυνάμεως F ἴσης πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν δύο ἄλλων καὶ ἐνεργούσης πρὸς τὴν αὐτὴν φοράν.

Ἐὰν αἱ δυνάμεις ἔχουν ἀντίθετον φοράν, τότε ἡ συνισταμένη αὐτῶν ἰσοῦται πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν τῶν δοθεισῶν δυνάμεων, ἡ δὲ φορὰ αὐτῆς συμπίπτει πρὸς τὴν φορὰν τῆς μεγαλυτέρας τῶν δυνάμεων. Τὸ σχῆμα 55 δεικνύει γραφικῶς τὴν σύνθεσιν δύο ἀντιθέτου φορᾶς δυνάμεων. Πρακτικὴν ἐφαρμογὴν δεικνύει τὸ σχῆμα 56, ὅπου ὄχημα σύρεται πρὸς τὰ ἔμπρὸς διὰ δυνάμεως F_1 καὶ πρὸς τὰ ὀπίσω



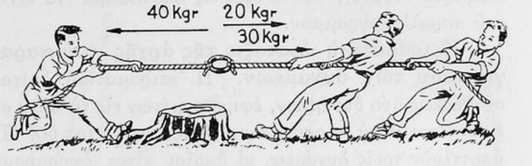
Σχ. 55. Σύνθεσις δύο δυνάμεων ἀντιθέτου φορᾶς. Ἡ δύναμις F εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν F_1 καὶ F_2.



Σχ. 56. Αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2 δύνανται νὰ ἀντικατασταθοῦν ὑπὸ τῆς δυνάμεως F ἴσης πρὸς $F_1 - F_2$.

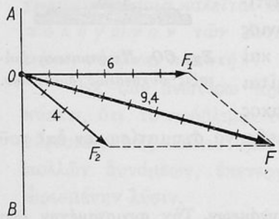
διὰ δυνάμεως F_2. Τὸ ἀποτέλεσμα θὰ εἶναι τὸ αὐτό, ὡς ἐὰν τὸ ὄχημα ἐσύρετο πρὸς τὰ ἔμπρὸς ὑπὸ δυνάμεως F ἴσης πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2.

Τέλος, ἐὰν πολλαὶ δυνάμεις ἐπενεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ἐπὶ ὑλικοῦ σημείου καὶ ὡρισμέναι ἐξ αὐτῶν ἔχουν φορὰν πρὸς τὰ δεξιά, ἄλλαι δὲ κατὰ τὴν ἀντίθετον φοράν, ἤτοι πρὸς τὰ ἀριστερά, ἡ συνισταμένη αὐτῶν ἰσοῦται πρὸς τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν δοθεισῶν δυνάμεων, ὑπὸ τὸν ὅρον, ὅτι θεωροῦμεν π.χ. ὡς θετικὰς τὰς δυνάμεις τὰς διευθυνομένας κατὰ τὴν θετικὴν φορὰν καὶ ὡς ἀρνητικὰς τὰς διευθυνομένας κατὰ τὴν ἀρνητικὴν φοράν. Ἡ φορὰ τῆς συνισταμένης καθορίζεται ἐκ τοῦ σημείου τοῦ ἀλγεβρικοῦ ἀθροίσματος. Ἐφαρμογὴν τούτων εὑρίσκομεν εἰς τὴν διελκυστίνδα (σχ. 57).



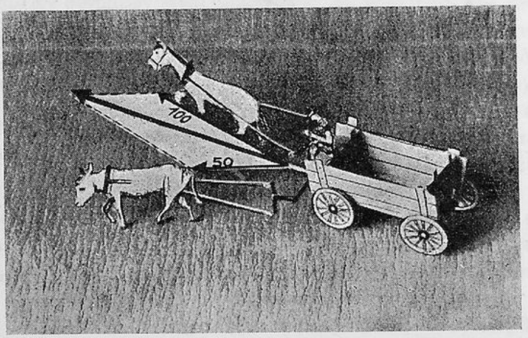
Σχ. 57. Αἱ δυνάμεις 20 kgr καὶ 30 kgr* ἔχουν συνισταμένην 50 kgr* ἡ ὁποία, μετὰ τῆς δυνάμεως 40 kgr* ἐπενεργούσης κατ' ἀντίθετον φοράν, παρέχει ὡς συνισταμένην 10 kgr* διευθυνομένην δεξιά.*

β) *Σύνθεσις δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ὑπὸ γωνίαν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου.* Ἔστω ὅτι αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐπιδροῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου καὶ ὅτι αἱ διευθύνσεις αὐτῶν σχηματίζουν γωνίαν (σχ. 58). Ἡ συνισταμένη αὐτῶν θὰ παριστᾶται κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν ὑπὸ τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων, ἑπομένως ἡ συνισταμένη αὐτῶν εὑρίσκεται διὰ γραφικῆς κατασκευῆς. Λογιστικῶς ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς συνισταμένης ὑπολογίζεται εἰς τὴν § 42.



Σχ. 58. Παραλληλόγραμμον τῶν δυνάμεων.

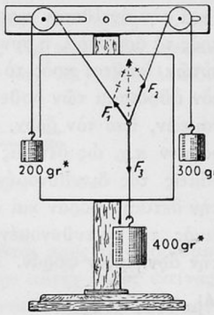
Συμφώνως λοιπὸν πρὸς τ' ἀνωτέρω δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν τὴν ἀκόλουθον πρότασιν, ἡ ὁποία ἰσχύει γενικῶς καὶ εἶναι γνωστὴ ὡς ***θεμελιώδης ἀρχὴ τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων***: «*Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων, αἵτινες ἐξασκοῦνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου καὶ ἐπὶ διαφόρων εὐθειῶν ἐπενεργείας (φορέων), δίδεται κατὰ μέγεθος, διεύθυνσιν καὶ φορὰν ὑπὸ τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ σχηματιζομένου μὲ πλευρὰς τὰς δύο δυνάμεις*». Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται, ὅτι δύο δυνάμεις μὲ κοινὸν σημεῖον ἐφαρμογῆς καὶ σχηματίζουσαι γωνίαν, ἔχουν πάντοτε συνισταμένην καὶ μόνον μίαν. Πρακτικὴν



Σχ. 59. Ἐπὶ τῆς ἁμάξης εἶναι ἐφηρμοσμέναι δύο δυνάμεις.

ἐφαρμογὴν τῶν ἀνωτέρω δεικνύει τὸ σχῆμα 59, ὅπου δύο ὑποζύγια σύρουν ἅμαξαν μὲ διάφορον ἔντασιν. Τοῦτο ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νὰ κινῆται ἡ ἅμαξα κατὰ τὴν διαγώνιον τοῦ παραλληλογράμμου.

Πειραματικὴ διάταξις τῆς ἀρχῆς τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων. Ἡ πειραματικὴ διάταξις τῆς συνθέσεως δύο δυνάμεων, ἐφηρμοσμένων εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον, δεικνύεται κατὰ προσέγγισιν διὰ τοῦ σχήματος 60. Τὰ βάρη ἀποτελοῦν τρεῖς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἐφηρμοσμέναι εἰς ἓν κοινὸν σημεῖον καὶ ἰσορροποῦν. Ἐὰν ἐπὶ τῶν δύο νημάτων μεταφέρωμεν ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα τὰς δυνάμεις F_1 καὶ F_2, αἱ ὁποῖαι γραφικῶς παριστῶνται ὑπὸ τῶν ἀντιστοίχων διανυσμάτων, καὶ ἐπὶ τῇ βάσει αὐτῶν σχηματίσωμεν τὸ παραλληλόγραμμον καὶ φέρωμεν τὴν διαγώνιον αὐτοῦ, τότε αὕτη θεωρουμένη ὡς διάνυσμα εἶναι ἀκριβῶς ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν δύναμιν F_3, ἐξ οὗ συνάγεται, ὅτι ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου παρέχει κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν τὴν συνισταμένην. Ἡ διάταξις πραγματοποιεῖται εὐκόλως, ἐὰν προσαρμοσθοῦν καταλλήλως ἐπὶ μαυροπίνακος αἱ δύο τροχαλίαι, ὁπότε μὲ τὴν βοήθειαν κιμωλίας δυνάμεθα νὰ σχηματίσωμεν ἐπὶ τοῦ πίνακος τὸ διάγραμμα.



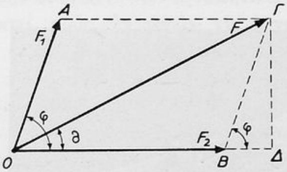
Σχ. 60. Πειραματικὴ διάταξις συνθέσεως δυνάμεων.

42*. Ἀναλυτικὸς προσδιορισμὸς τῆς συνισταμένης δύο δυνάμεων. Τὴν συνισταμένην δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 (σχ. 61) δυνάμεθα, ὡς εἴδομεν, νὰ εὕρωμεν διὰ τῆς κατασκευῆς τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων. Δυνάμεθα ὅμως καὶ ἀναλυτικῶς νὰ ὑπολογίσωμεν αὐτήν. Ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς συνισταμένης εὑρίσκεται ἐκ τοῦ γνωστοῦ τύπου:

$$(\text{ΟΓ})^2 = (\text{ΟΑ})^2 + (\text{ΟΒ})^2 + 2\,(\text{ΟΑ})\,(\text{ΟΒ}) \cdot \text{συν}\,\varphi$$

ἤτοι: $$F^2 = F_1{}^2 + F_2{}^2 + 2\,F_1 F_2 \cdot \text{συν}\,\varphi$$

ἢ $$F = \sqrt{F_1{}^2 + F_2{}^2 + 2\,F_1 F_2 \cdot \text{συν}\,\varphi} \qquad (1)$$



Σχ. 61. Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν στοιχείων τῆς συνισταμένης.

Τὴν διεύθυνσιν τῆς συνισταμένης καθορίζομεν διὰ τῆς γωνίας ϑ, τὴν ὁποίαν σχηματίζει π.χ. πρὸς τὴν δύναμιν F_2. Πρὸς τοῦτο προβάλλομεν τὴν ΟΓ ἐπὶ τῆς ΟΒ, ὅτε ἐκ τοῦ τριγώνου ΟΓΔ ἔχομεν:

$$\text{ΓΔ} = \text{ΟΔ} \cdot \text{εφ}\,\vartheta \quad \text{καὶ} \quad \text{εφ}\,\vartheta = \frac{\text{ΓΔ}}{\text{ΟΔ}}$$

Ἀλλ' ἐκ τοῦ τριγώνου ΓΔΒ ἔχομεν $\text{ΓΔ} = \text{ΒΓ} \cdot \text{ημ}\,\varphi = F_1 \cdot \text{ημ}\,\varphi$ καὶ $\text{ΒΔ} = \text{ΒΓ} \cdot \text{συν}\,\varphi = F_1 \cdot \text{συν}\,\varphi$. Πρὸς τούτοις εἶναι: $\text{ΟΔ} = \text{ΟΒ} + \text{ΒΔ} = F_2 + F_1 \cdot \text{συν}\,\varphi$, ὅθεν εἶναι:

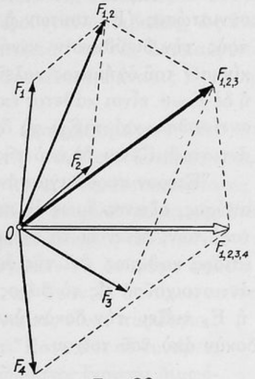
$$\text{εφ}\,\vartheta = \frac{F_1 \cdot \text{ημ}\,\vartheta}{F_2 + F_1 \cdot \text{συν}\,\varphi} \qquad (2)$$

Οἱ τύποι (1) καὶ (2) λύουν τὸ πρόβλημα, διότι ὁ πρῶτος παρέχει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς συνισταμένης καὶ ὁ δεύτερος τὴν διεύθυνσιν αὐτῆς.

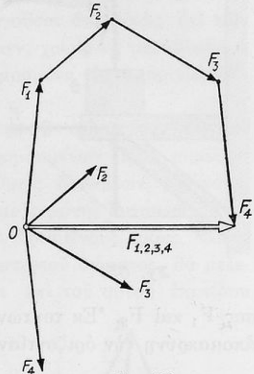
43. Σύνθεσις πολλῶν δυνάμεων. Ὅταν αἱ εἰς τὸ κοινὸν σημεῖον ἐφαρμογῆς ἐπενεργοῦσαι δυνάμεις εἶναι περισσότεραι τῶν δύο, συνθέτομεν ἐν ἀρχῇ δύο ἐξ αὐτῶν καὶ εἰς τὴν προκύπτουσαν δύναμιν συνθέτομεν κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον τὴν τρίτην δύναμιν κ.ο.κ. μέχρις ἐξαντλήσεως ὅλων τῶν δυνάμεων. Οὕτως αἱ δυνάμεις F_1, F_2, F_3, F_4

(σχ. 62) ἔχουν συνισταμένην τὴν $F_{1,2,3,4}$, ἡ ὁποία εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν συνιστωσῶν.

Εἰς τὴν περίπτωσιν ὅμως δυνάμεων περισσοτέρων τῶν δύο, φθάνομεν πολὺ συντομώτερον εἰς τὸ ἀποτέλεσμα διὰ κατασκευῆς τῆς *πολυγωνικῆς γραμμῆς* (σχ. 63), ὅτε συνάγεται καὶ ἡ ἀκόλουθος πρότασις: «*Ἵνα πολλαὶ δυνάμεις, ἐπενεργοῦσαι ἐπὶ ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, ἰσορροποῦν, πρέπει ἡ πολυγωνικὴ αὐτῶν γραμμή, ἡ ὁποία καλεῖται καὶ πολύγωνον τῶν δυνάμεων, νὰ εἶναι κλειστή*».



Σχ. 62.

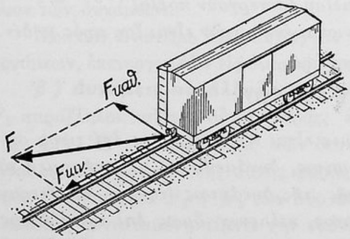


Σχ. 63.

Σχ. 62. Σύνθεσις τεσσάρων δυνάμεων. — Σχ. 63. Σύνθεσις τῶν δυνάμεων διὰ τῆς μεθόδου τῆς πολυγωνικῆς γραμμῆς.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι τὸ πρόβλημα τῆς εὑρέσεως τῆς συνισταμένης πολλῶν δυνάμεων, ἐπενεργουσῶν ἐπὶ ἑνὸς ὑλικοῦ σημείου, ἐπιδέχεται πάντοτε μίαν ὡρισμένην λύσιν.

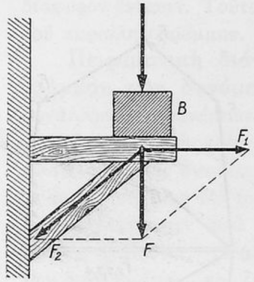
44. Ἀνάλυσις δυνάμεων. Ὅπως μία δύναμις δύναται ν' ἀντικαταστήσῃ πολλὰς ἄλλας καὶ ν' ἀποτελέσῃ τὴν συνισταμένην τῶν δοθεισῶν δυνάμεων, οὕτω καὶ δοθεῖσα δύναμις δύναται νὰ ἀντικατασταθῇ διὰ πολλῶν ἄλλων δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι νὰ φέρουν τὸ αὐτὸ ἀκριβῶς ἀποτέλεσμα (ἀνάλυσις δυνάμεως). Ἐνῷ δὲ τὸ πρόβλημα τῆς εὑρέσεως τῆς συνισταμένης πολλῶν δυνάμεων εἶναι ὡρισμένον, τὸ πρόβλημα τῆς ἀναλύσεως δυνάμεως εἰς συνιστώσας εἶναι ἀόριστον. Πράγματι, ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων F_1, F_2, F_3, F_4 τοῦ σχήματος 62 εἶναι ἡ $F_{1,2,3,4}$. Εἶναι ὅμως πρόδηλον, ὅτι καὶ ἡ $F_{1,2,3,4}$ δύναται ν' ἀναλυθῇ εἰς τὰς F_1, F_2, F_3, F_4. Ἐν τούτοις δὲν ὑπάρχει μία μόνον λύσις ἀναλύσεως τῆς δυνάμεως εἰς συνιστώσας, ἀλλ' ἄπειροι, διότι ὑπάρχουν πολλαὶ πολυγωνικαὶ γραμμαί, αἱ ὁποῖαι ἔχουν τὴν αὐτὴν ἀρχὴν καὶ τέλος.



Σχ. 64. Ἀνάλυσις τῆς δυνάμεως F, τῆς κινούσης τὸ ὄχημα, εἰς δύο συνιστώσας.

Συνήθως ἀναλύομεν δοθεῖσαν δύναμιν εἰς δύο συνιστώσας, αἵτινες σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν φ. Ἐὰν $\varphi = 90^0$, αἱ δύο συνιστῶσαι καλοῦνται *ὀρθογώνιοι συνιστῶσαι*.

Χαρακτηριστικὴ περίπτωσις ἀναλύσεως δυνάμεως εἰς δύο ὀρθογωνίους συνιστώσας δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 64. Ἄς θεωρήσωμεν ὄχημα δυνάμενον νὰ κινηθῇ ἐπὶ τροχῶν καὶ ἑλκόμενον ἐκτὸς τῶν τροχιῶν ὑπὸ δυνάμεως F, ἤτοι ὑπὸ δυνάμεως σχηματιζούσης γωνίαν ὡς πρὸς τὴν διεύθυνσιν κινήσεως τοῦ ὀχήματος. Ἡ δύναμις F ἐν προκειμένῳ εἶναι ἡ συνισταμένη δύναμις καὶ αὕτη ἀναλύεται εἰς δύο ὀρθογωνίους συνιστώσας. Ἐκ τούτων ἡ μία, ἡ $F_{κιν.}$, εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν διεύθυνσιν κινήσεως καὶ ἐπειδὴ προκαλεῖ τὴν κίνησιν τοῦ ὀχήματος καλεῖται καὶ *κινητήριος συνιστῶσα*, ἡ δὲ $F_{καθ.}$ εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν πρώτην, καλεῖται *κάθετος συνιστῶσα* καὶ πιέζει τὸ ὄχημα πλαγίως ἐπὶ τῶν τροχῶν, ἀντισταθμίζεται δὲ ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως τῆς τροχιᾶς.

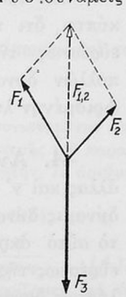


Σχ. 65.

Ἕτερον παράδειγμα ἀναλύσεως δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας, αἵτινες ὅμως ἐν προκειμένῳ δὲν εἶναι κάθετοι μεταξύ των, δεικνύει τὸ σχῆμα 65. Τὸ βάρος τοῦ σώματος Β ἐπιδρᾷ καθέτως ἐπὶ τῆς ὁριζοντίας δοκοῦ· ἡ δύναμις F, ἀντιστοιχοῦσα εἰς τὸ βάρος Β, ἀναλύεται εἰς τὰς συνιστώσας F_1 καὶ F_2. Ἐκ τούτων ἡ F_2 πιέζει τὴν δοκὸν ὑποστηρίξεως, ἐνῷ ἡ F_1 τείνει νὰ ἀπομακρύνῃ τὴν ὁριζοντίαν δοκὸν ἀπὸ τοῦ τοίχου.

45. Ἰσορροπία δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ἐπὶ ὑλικοῦ σημείου. Δ ύ ο δυνάμεις ἐφηρμοσμέναι ἐπί τινος σημείου ἰσορροποῦν, δηλ. δὲν μεταβάλλουν τὴν κινητικὴν κατάστασιν αὐτοῦ, ὅταν αἱ δύο αὗται δυνάμεις εἶναι ἴσαι καὶ ἀντιθέτου φορᾶς. Εἶναι προφανὲς λοιπὸν ὅτι, ἵνα αἱ δυνάμεις ἰσορροποῦν, πρέπει ἡ συνισταμένη αὐτῶν νὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν. Οὕτω π.χ. κατὰ τὴν ἕλξιν σχοινίου ἐκ τῶν δύο αὐτοῦ ἄκρων ἔχομεν ἰσορροπίαν ὅταν αἱ δυνάμεις εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι.

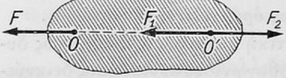
Προκειμένου περὶ τ ρ ι ῶ ν δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, διὰ νὰ ὑπάρξῃ ἰσορροπία αὐτῶν πρέπει αἱ δυνάμεις νὰ εὑρίσκωνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου καὶ ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν τούτων δυνάμεων νὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν. Οὕτω π.χ. εἰς τὴν πειραματικὴν διάταξιν τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων (σχ. 60, ὡς καὶ εἰς τὸ σχ. 66) ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν δύναμιν F_3 καὶ ὡς ἐκ τούτου ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν τούτων δυνάμεων εἶναι ἴση πρὸς μηδέν. *Γενικῶς, ὅταν ἐπί τινος σημείου ἐπενεργοῦν πολλαὶ δυνάμεις, αἱ δυνάμεις αὗται ἰσορροποῦν ὅταν ἡ συνισταμένη αὐτῶν εἶναι ἴση πρὸς μηδέν.*



Σχ. 66. Αἱ δυνάμεις $F_{1,2}$ καὶ F_3 ἰσορροποῦν.

ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΟΥ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

46. Μετάθεσις δυνάμεως. *Ἐὰν μία δύναμις εἶναι ἐφηρμοσμένη ἐπί τινος σημείου στερεοῦ σώματος, δυνάμεθα νὰ μεταφέρωμεν τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως ταύτης εἰς ἕτερον σημεῖον τοῦ σώματος, κείμενον ὅμως ἐπὶ τῆς εὐθείας ἐπενεργείας τῆς δυνάμεως, χωρὶς νὰ μεταβληθῇ τὸ ἀποτέλεσμά της.* Τοῦτο δυνάμεθα νὰ δείξωμεν ὡς ἑξῆς:

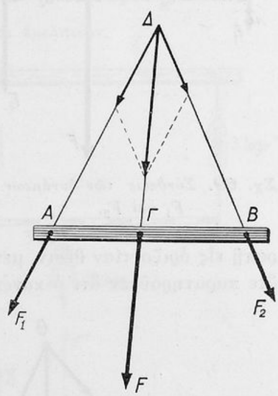


Σχ. 67. Μετατόπισις δυνάμεως.

Ἔστω ὅτι εἰς τὸ σημεῖον Ο (σχ. 67) ἑνὸς στερεοῦ σώματος ἐνεργεῖ ἡ δύναμις F. Ἐὰν εἰς τὸ σημεῖον Ο΄, τὸ ὁποῖον κεῖται ἐπὶ τῆς εὐθείας ἐπενεργείας τῆς δυνάμεως F, ἐφαρμόσωμεν δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἀντιθέτου φορᾶς καὶ ἴσας πρὸς τὴν F, τὸ ἀποτέλεσμα τῆς δυνάμεως F δὲν θὰ μεταβληθῇ. Πράγματι, αἱ ἴσαι δυνάμεις F καὶ F_2 ἐξουδετεροῦνται ἀμοιβαίως, ὡς ἐνεργοῦσαι ἀντιθέτως ἐπὶ τῶν σημείων O καὶ O΄· ἐπομένως δυνάμεθα νὰ τὰς ἀπομακρύνωμεν, χωρὶς νὰ μεταβληθῇ ἡ κατάστασις τοῦ σώματος. Οὕτω ἀπομένει ἡ δύναμις F_1, ἐφηρμοσμένη εἰς τὸ σημεῖον O΄.

47. Σύνθεσις δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ἐπὶ στερεοῦ σώματος. Εἰς τὰ προηγούμενα ἠσχολήθημεν μὲ τὴν σύνθεσιν δυνάμεων ἐφηρμοσμένων εἰς ἓν σημεῖον, ὡς εἴδομεν δὲ ὑπάρχει πάντοτε λύσις. Ἡ ἀντικατάστασις ὅμως δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐπενεργοῦν ἐπὶ διαφόρων σημείων στερεοῦ σώματος, διὰ μιᾶς μόνης δυνάμεως, ἤτοι διὰ συνισταμένης, δὲν εἶναι ἐν γένει δυνατή, εἰμὴ μόνον ὑπὸ ὡρισμένους ὅρους. Κατὰ τὴν σύνθεσιν δυνάμεων ἐφηρμοσμένων εἰς διάφορα σημεῖα στερεοῦ σώματος θὰ μελετήσωμεν τὰς ἑξῆς περιπτώσεις : α) ὅταν αἱ δυνάμεις κεῖνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου (ὁμοεπίπεδοι), β) ὅταν αἱ δυνάμεις εἶναι παράληλοι.

α) Δυνάμεις ὁμοεπίπεδοι. Ἔστω ὅτι αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐξασκοῦνται ἐπί τινος σώματος ἔχουσαι διαφόρους διευθύνσεις καὶ αἱ εὐθεῖαι ἐπενεργείας των κεῖνται εἰς τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον (σχ. 68). Αἱ εὐθεῖαι ἐπενεργείας τῶν δυνάμεων προεκβαλλόμεναι συναντῶνται εἰς τὸ σημεῖον Δ, εἰς τὸ ὁποῖον δυνάμεθα νὰ μεταφέρωμεν τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τῶν δυνάμεων, ὅτε προκύπτουν δύο δυνάμεις ἐφηρμοσμέναι εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον, τὰς ὁποίας δυνάμεθα νὰ συνθέσωμεν κατὰ τὴν μέθοδον τοῦ παραλληλογράμμου. Τὴν συνισταμένην δύναμιν δυνάμεθα ἤδη νὰ μεταφέρωμεν ἐπὶ οἱουδήποτε σημείου τῆς εὐθείας ἐπενεργείας της συνδεδεμένου ὅμως στερεῶς πρὸς τὸ σῶμα.



Σχ. 68. Σύνθεσις τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2.

Ἐὰν ἔχωμεν δυνάμεις περισσοτέρας τῶν δύο, δυνάμεθα νὰ ἐργασθῶμεν καθ' ὅμοιον τρόπον, συνδυάζοντες πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν δύο πρώτων δυνάμεων τὴν τρίτην καὶ προχωροῦντες οὕτω μέχρις ἐξαντλήσεως ὅλων τῶν δυνάμεων.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι τὸ πρόβλημα τῆς συνθέσεως πολλῶν ὁμοεπιπέδων δυνάμεων, ἐπενεργουσῶν εἰς διάφορα σημεῖα στερεοῦ σώματος, ἐπιδέχεται πάντοτε λύσιν.

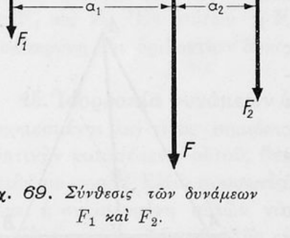
β) Δυνάμεις παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς. Ἔστωσαν αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2 παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς, ἐφηρμοσμέναι εἰς δύο σημεῖα στερεοῦ σώματος (σχ. 69). Ἡ συνισταμένη F τῶν δυνάμεων τούτων εὑρίσκεται μεταξὺ αὐτῶν καὶ θὰ εἶναι παράλληλος καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς πρὸς τὰς δοθείσας, ἡ δὲ ἔντασίς της θὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα $F_1 + F_2$ τῶν δύο δυνάμεων. Διὰ τὸν καθορισμὸν τοῦ σημείου, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ συνισταμένη τέμνει τὴν εὐθεῖαν AB, ἀποδεικνύεται (βλ. § 56, β) ὅτι χωρίζει αὐτὴν εἰς μέρη ἀντιστρόφως ἀνάλογα πρὸς τὰς δύο συνιστώσας δυνάμεις, εἶναι δηλαδή :

$$F = F_1 + F_2 \qquad (1)$$

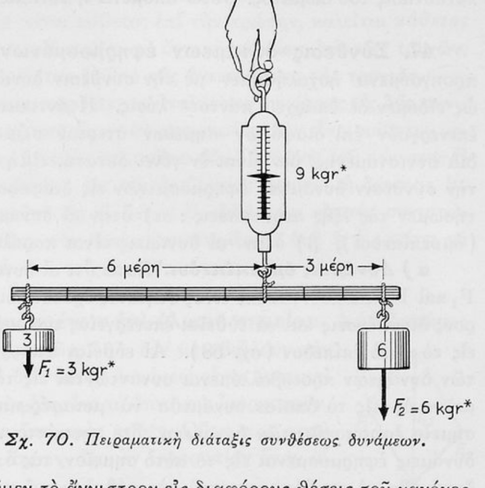
καὶ

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{F_2}{F_1} \qquad (2)$$

Τὴν πρότασιν ταύτην ἀποδεικνύομεν πειραματικῶς διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 70 ὡς ἑξῆς: Εἰς τὰ ἄκρα ξυλίνου κανόνος, ἀμελητέου βάρους, ὑποδιῃρημένου εἰς ἴσα μέρη, ἐφαρμόζομεν δύο δυνάμεις $F_1 = 3$ kgr* καὶ $F_2 = 6$ kgr* δι᾿ ἐξαρτήσεως ἀντιστοίχων βαρῶν. Ὁ κανὼν ἐξαρτᾶται ἀπὸ δυναμομέτρου διὰ τοῦ ἀγγίστρου του. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ σημεῖον ἀπὸ τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἐξαρτηθῇ ὁ κανών, ἵνα οὗτος ἰσορ-

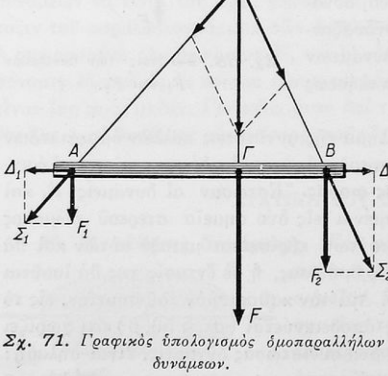


Σχ. 69. Σύνθεσις τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2.



Σχ. 70. Πειραματικὴ διάταξις συνθέσεως δυνάμεων.

ροπῇ εἰς ὁριζοντίαν θέσιν, μετακινοῦμεν τὸ ἄγγιστρον εἰς διαφόρους θέσεις τοῦ κανόνος, ὅτε παρατηροῦμεν ὅτι ὁ κανὼν ἰσορροπεῖ εἰς σημεῖον εὑρισκόμενον πλησιέστερον πρὸς τὸ μεγαλύτερον ἐξηρτημένον βάρος καὶ δὴ εἰς τοιαύτην θέσιν, ὥστε τὸ μῆκος τοῦ κανόνος νὰ διαιρῆται εἰς μέρη τῶν ὁποίων τὰ μήκη εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα τῶν ἐντάσεων τῶν δυνάμεων, ἤτοι ὁ λόγος εἶναι 6 : 3. Ἐφ᾿ ὅσον τὸ σύστημα τῶν τριῶν δυνάμεων 3 kgr*, 6 kgr* καὶ 9 kgr* ἰσορροπεῖ, ἕπεται ὅτι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς δυνάμεως 9 kgr* ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τοῦ ἀποτελέσματος τῶν δυνάμεων 3 kgr* καὶ 6 kgr*, ἤτοι ἡ δύναμις 9 kgr* εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν ὡς ἄνω δυνάμεων.



Σχ. 71. Γραφικὸς ὑπολογισμὸς ὁμοπαραλλήλων δυνάμεων.

Γραφικὴ λύσις. Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων παραλλήλων καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς εὑρίσκεται διὰ τοῦ ἑξῆς τεχνάσματος. Εἰς τὰ σημεῖα Α, Β (σχ. 71) καὶ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἑνούσης αὐτὰ εὐθείας ἐφαρμόζομεν δύο δυνάμεις Δ_1, Δ_2 ἴσας καὶ ἀντιθέτους, αἱ ὁποῖαι κατὰ τὰ γνωστὰ ἀναιροῦνται, ἐνῷ ἡ παρουσία των δὲν μεταβάλλει τὰς ἀρχικὰς συνθήκας. Συνθέτομεν ἤδη τὰς δυνάμεις F_1 καὶ Δ_1, F_2 καὶ Δ_2, ὅτε αἱ συνισταμέναι Σ_1 καὶ Σ_2 δὲν εἶναι πλέον παράλληλοι, ἀλλὰ σχηματίζουν γωνίαν, καὶ αἱ εὐθεῖαι ἐπενεργείας αὐτῶν συναντῶνται εἰς κοινὸν σημεῖον Θ· οὕτω κατὰ τὰ γνωστὰ εὑρίσκομεν τὴν ζητουμένην συνισταμένην F.

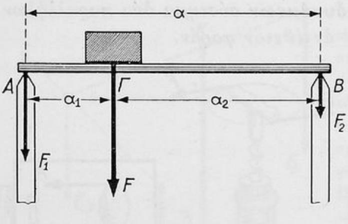
Ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας παραλλήλους καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς. Τὸ πρόβλημα τοῦτο γενικῶς εἶναι ἀόριστον, ἐπιδέχεται ὅμως ὡρισμένην λύσιν ὅταν αἱ ἀποστάσεις τῶν ζητουμένων συνιστωσῶν ἀπὸ τῆς δοθείσης δυνάμεως εἶναι γνωσταί. Ὡς παράδειγμα ἂς θεωρήσωμεν δοκόν, στηριζομένην ἐπὶ δύο στηριγμάτων Α καὶ Β καὶ φορτισμένην εἰς τὸ σημεῖον Γ ὑπὸ ὡρισμένου βάρους (σχ. 72), ἔστωσαν δὲ $α_1$ καὶ $α_2$ αἱ ἀποστάσεις τῶν στηριγμάτων ἀπὸ τῆς διευθύνσεως τῆς δοθείσης δυνάμεως (φορτίου). Ἡ δοθεῖσα δύναμις F δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς δύο ὁμοπαραλλήλους συνιστώσας ἐφηρμοσμένας ἐπὶ τῶν στηριγμάτων, αἱ δυνάμεις δὲ αὗται καθορίζονται ὑπὸ τῶν σχέσεων:

$$F = F_1 + F_2 \quad \text{καὶ} \quad F_1 : F_2 = α_2 : α_1$$

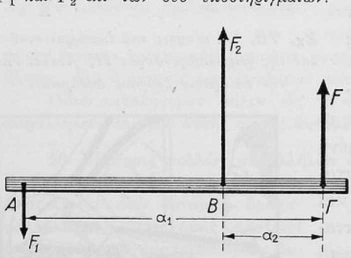
Οὕτω τὸ πρόβλημα ἀνάγεται εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2. Ἐφ' ὅσον οἱ ἄγνωστοι εἶναι δύο καὶ ἔχομεν δύο ἐξισώσεις, τὸ πρόβλημα ἐπιδέχεται ὡρισμένην λύσιν. Ἐὰν θέσωμεν $α_1 + α_2 = α$, τότε εἶναι:

$$\frac{F_1}{F} = \frac{α_2}{α} \quad \text{καὶ} \quad \frac{F_2}{F} = \frac{α_1}{α} \quad \text{ἐξ οὗ} \quad F_1 = \frac{α_2}{α_1} F \quad \text{καὶ} \quad F_2 = \frac{α_1}{α} F.$$

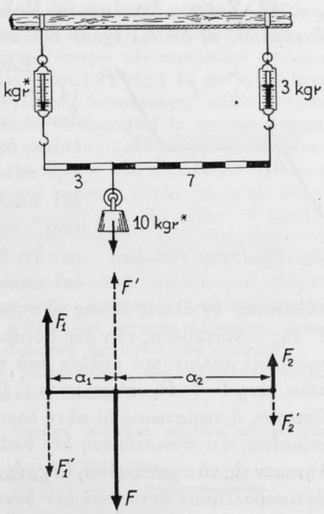
Εἰς τὴν ἀνωτέρω περίπτωσιν τὸ βάρος τῆς δοκοῦ θεωρεῖται ἀμελητέον.



Σχ. 72. Διὰ τὸν καθορισμὸν τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ἐπὶ τῶν δύο ὑποστηριγμάτων.



Σχ. 74. Ἡ δύναμις F εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν F_1 καὶ F_2.



Σχ. 73. Πειραματικὴ διάταξις ἀναλύσεως δυνάμεως.

Πειραματικῶς δεικνύεται ἡ ἀνάλυσις δυνάμεως διὰ τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 73, ὅπου δύναμις 10 kgr* ἀναλύεται εἰς δύο ἄλλας δυνάμεις, αἵτινες καθορίζονται διὰ τῶν δυναμομέτρων.

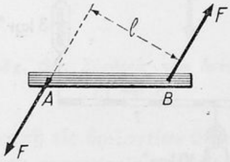
γ) Δυνάμεις παράλληλοι καὶ ἀντιθέτου φορᾶς. Ἔστω ὅτι δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐξασκοῦνται ἐπὶ τινος σώματος καὶ ὅτι ἡ F_2 εἶναι μεγαλυτέρα τῆς F_1 (σχ. 74), εἶναι δὲ αὗται παράλληλοι καὶ ἀντιθέτου φορᾶς (ἀντιπαράλληλοι). Ἡ συνισταμένη αὐτῶν F ἔχει ἔντασιν ἴσην πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν ἐντάσεων τῶν δύο τούτων δυνάμεων (ἤτοι $F = F_2 - F_1$), εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς δοθείσας καὶ ἔχει φορὰν τὴν ἰδίαν πρὸς τὴν φορὰν τῆς μεγαλυτέρας τῶν δυνάμεων. Τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς Γ τῆς συνισταμένης ἀποδεικνύεται ὅτι κεῖται πέραν τῆς μεγαλυτέρας τῶν δυνάμεων, οὕτως ὥστε νὰ ἰσχύῃ ἡ σχέσις:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

ἤτοι ἡ ἀπόστασις τοῦ σημείου Γ ἀπὸ τὰ σημεῖα Α καὶ Β εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὰς δυνάμεις. Ἑπομένως ἡ θέσις τοῦ σημείου Γ δὲν ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ μεγέθους τῶν δύο τούτων δυνάμεων, ἀλλὰ μόνον ἐκ τοῦ λόγου αὐτῶν.

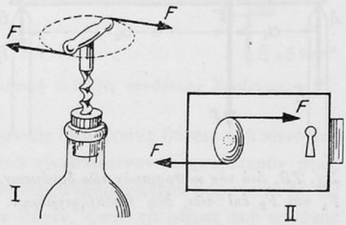
Ἐὰν εἰς τὸ σημεῖον Γ ἐφαρμοσθῇ δύναμις ἴση καὶ ἀντιθέτου φορᾶς πρὸς τὴν F, τὸ σύστημα ἰσορροπεῖ. Τοῦτο δεικνύομεν πειραματικῶς διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 70, ὅπου ἔχομεν τὰς δυνάμεις 6 kgr* καὶ 9 kgr* παραλλήλους καὶ ἀντιθέτου φορᾶς. Ἡ δύναμις τῶν 3 kgr* ἰσορροπεῖ τὰς δύο ταύτας δυνάμεις καὶ ἐφαρμόζεται κατὰ τὴν προέκτασιν τῆς μεγαλυτέρας τῶν δυνάμεων εἰς τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης.

48. Ζεῦγος δυνάμεων. Καλοῦμεν ***ζεῦγος δυνάμεων*** *σύστημα δύο παραλλήλων δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἔχουν τὴν αὐτὴν ἔντασιν καὶ ἀντίθετον φοράν.*



Σχ. 75. Ζεῦγος δυνάμεων.

Ἐὰν εἰς τὸ σχῆμα 74 δεχθῶμεν, ὅτι αἱ ἄνισοι καὶ ἀντιπαράλληλοι δυνάμεις F_1 καὶ F_2 τείνουν νὰ γίνουν ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἴσαι, τότε παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἀπόστασις ΒΓ ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον αὐξάνεται· ἐν ἄλλοις λόγοις τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς Γ τῆς συνισταμένης τῶν δύο δυνάμεων ἀπομακρύνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἀπὸ τοῦ Β. Ἐὰν ἐν τέλει γίνῃ $F_1 = F_2$, τὸ σημεῖον Γ ἐξαφανίζεται εἰς τὸ ἄπειρον, ἡ περίπτωσις δὲ αὕτη λογικῶς ἑρμηνευομένη σημαίνει, ὅτι συνισταμένη δὲν ὑπάρχει. Οὕτω καταλήγομεν εἰς τὸ συμπέρασμα, ὅτι σύστημα δύο ἴσων καὶ ἀντιπαραλλήλων δυνάμεων δὲν δύναται νὰ ἀντικατασταθῇ ὑπὸ μιᾶς δυνάμεως. Ἐφ' ὅσον δὲ δὲν παρέχει τὸ ζεῦγος συνισταμένην, δὲν δύναται νὰ προκαλέσῃ μεταφορὰν τοῦ σώματος ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐπιδρᾷ ἀλλὰ μόνον περιστροφικὴν κίνησιν περὶ ἄξονα κάθετον εἰς τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων τοῦ ζεύγους. Ἡ κάθετος ἀπόστασις l τῆς εὐθείας ἐπενεργείας τῶν δυνάμεων τοῦ ζεύγους καλεῖται β ρ α χ ί ω ν τοῦ ζεύγους (σχ. 75).

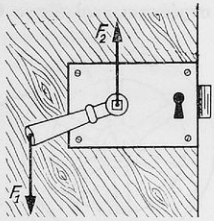


Σχ. 76. Ἡ κίνησις τοῦ ἐκπωματιστοῦ I καὶ τῆς χειρολαβῆς θύρας II, γίνεται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ζεύγους δυνάμεων.


Σχ. 77. Εἰς τὸ πηδάλιον τοῦ αὐτοκινήτου ἐπιδρᾷ ζεῦγος δυνάμεων.

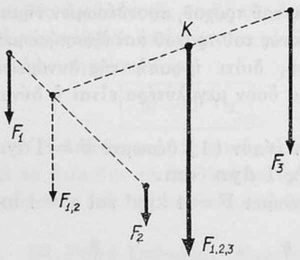
Περιπτώσεις δημιουργίας ζεύγους δυνάμεων ἔχομεν πλείστας εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογάς. Οὕτω διὰ νὰ στρέψωμεν τὸν ἐκπωματιστὴν (σχ. 76, I), πρέπει νὰ ἐξασκήσωμεν διὰ τῆς χειρός μας δύο δυνάμεις, ὡς ἐπίσης διὰ νὰ στρέψωμεν τὴν χειρολαβὴν (πόμολον) θύρας (σχ. 76, II), ἢ διὰ νὰ ὁδηγήσωμεν αὐτοκίνητον ἐπιτυγχάνομεν περιστροφὴν τοῦ πηδαλίου (σχ. 77) δι' ἐφαρμογῆς ζεύγους δυνάμεων κ.ο.κ. Ζεῦγος ἐπίσης δυνάμεων ἐξασκεῖται κατὰ τὴν κίνησιν τῆς χειρολαβῆς τοῦ σχήματος 78. Διότι εὐθὺς ὡς ἐφαρμόσωμεν τὴν δύναμιν F_1 ἐπὶ τῆς χειρολαβῆς ἐμφανίζεται ἡ δευτέρα δύναμις F_2 εἰς τὸ σημεῖον στερεώσεως αὐτῆς, ἐξ οὗ δεικνύεται ὅτι δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπιτύχωμεν περιστροφὴν δι' ἐπιδράσεως μιᾶς μόνον δυνάμεως.

Ἕκαστον ζεῦγος δυνάμεων καθορίζεται ἐκ τοῦ ἐπιπέδου εἰς τὸ ὁποῖον κεῖνται αἱ δυνάμεις, τὸ ὁποῖον καλεῖται *ἐπίπεδον τοῦ ζεύγους*, καὶ ἐκ τῆς *ῥοπῆς* αὐτοῦ (βλ. κατωτέρω § 53).



Σχ. 78. Τὸ ζεῦγος τῶν δυνάμεων προκαλεῖ περιστροφὴν τῆς χειρολαβῆς.

49. Σύνθεσις πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων τῆς αὐτῆς φορᾶς. Συνθέτομεν πρῶτον δύο ἐξ αὐτῶν, τὴν συνισταμένην τούτων πρὸς τρίτην καὶ ἐργαζόμεθα καθ' ὅμοιον τρόπον μέχρις ἐξαντλήσεως ὅλων τῶν δυνάμεων (σχ. 79). Ἡ θέσις Κ τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης δὲν μεταβάλλεται καθ' οἱανδήποτε σειρὰν καὶ ἂν συνθέσωμεν αὐτάς. Τὸ σημεῖον τοῦτο καλεῖται *κέντρον τῶν παραλλήλων δυνάμεων*.

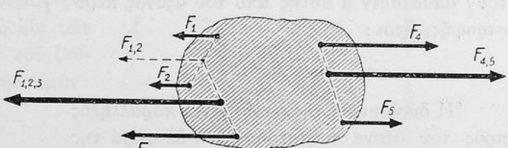


Σχ. 79. Σύνθεσις τριῶν δυνάμεων.

Ἐπειδὴ εἰς τὸν τύπον (2) τῆς § 47 τὸν καθορίζοντα τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης οὐδὲν στοιχεῖον ὑπεισέρχεται, τὸ ὁποῖον νὰ ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ προσανατολισμοῦ τῶν ὁμοπαραλλήλων δυνάμεων εἰς τὸν χῶρον, συνάγομεν ὅτι ἡ θέσις τοῦ κέντρου τῶν παραλλήλων δυνάμεων ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τῆς ἐντάσεως αὐτῶν καὶ ἐκ τῆς θέσεως τῶν σημείων τῆς ἐφαρμογῆς των. Ἐὰν ὅθεν αἱ δυνάμεις στραφοῦν πᾶσαι συγχρόνως περὶ τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς των, μένουν ὅμως παράλληλοι πρὸς ἀλλήλας καὶ διατηροῦν τὰς ἐντάσεις των, ἡ συνισταμένη αὐτῶν λαμβάνει καὶ αὕτη τὴν νέαν των διεύθυνσιν, ἀλλὰ διατηρεῖ ὡς καὶ πρότερον τὴν αὐτὴν ἔντασιν καὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς. Ἐπίσης ἡ θέσις τοῦ κέντρου παραμένει ἀμετάβλητος, ἐὰν ἡ ἔντασις τῶν δυνάμεων πολλαπλασιασθῇ ἢ διαιρεθῇ διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ.

Οὕτω καταλήγομεν πάλιν εἰς τὸ συμπέρασμα, ὅτι τὸ πρόβλημα τῆς συνθέσεως πολλῶν παραλλήλων καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς δυνάμεων ἐπιδέχεται πάντοτε λύσιν.

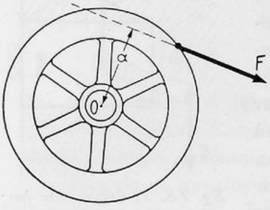
50. Σύνθεσις πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων. Ἐὰν ἔχωμεν σύστημα πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ μία ὁμὰς ἀπαρτίζεται ἀπὸ δυνάμεις ὁμοπαραλλήλους, ἡ ἄλλη ὁμὰς ἀποτελεῖ ἐπίσης σύστημα ὁμοπαραλλήλων δυνάμεων, ἀντιθέτου ὅμως φορᾶς τῆς πρώτης ὁμάδος, τότε δυνάμεθα νὰ συνθέσωμεν ἑκατέραν ὁμάδα τῶν δοθεισῶν δυνάμεων χωριστά, ὁπότε τελικῶς θὰ προκύψῃ γενικῶς σύστημα δύο ἀνίσων καὶ ἀντιπαραλλήλων δυνάμεων (σχ. 80), τῶν ὁποίων δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὴν συνισταμένην κατὰ τὸν προηγουμένως ἐκτεθέντα τρόπον.



Σχ. 80. Σύνθεσις πολλῶν δυνάμεων.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν, ὅτι τὸ πρόβλημα τῆς εὑρέσεως τῆς συνισταμένης πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων εἶναι πάντοτε ἐπιδεκτικὸν λύσεως.

51. Ροπὴ δυνάμεως. Ἔστω ὅτι στερεὸν σῶμα, π.χ. δίσκος ἢ τροχὸς (σχ. 81), στρέφεται περὶ ἄξονα Ο, ὁ ὁποῖος διατηρεῖ ἀμετάβλητον θέσιν εἰς τὸν χῶρον (π.χ. διὰ στηρίξεως τοῦ ἄξονος ἐπὶ σταθερῶν ἑδράνων). Ἐὰν ἐπὶ τοῦ τροχοῦ ἐπιδρᾷ ἡ δύναμις F, — ἡ ὁποία χάριν ἁπλότητος δεχόμεθα ὅτι κεῖται εἰς ἐπίπεδον κάθετον ἐπὶ τὸν ἄξονα περιστροφῆς —, ὁ τροχὸς θὰ ἀρχίσῃ νὰ περιστρέφεται. Ἡ κάθετος ἀπόστασις τῆς εὐθείας ἐπενεργείας τῆς δυνάμεως F ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς καλεῖται ***βραχίων*** τῆς δυνάμεως.



Σχ. 81. Ἡ ροπὴ τῆς δυνάμεως F εἶναι ἴση πρὸς F.α.

Καλοῦμεν ***ροπὴν (M)*** *δυνάμεως, τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως F ἐπὶ τὸν βραχίονα αὐτῆς α, ἤτοι:*

$$\boxed{M = F \cdot \alpha} \qquad (1)$$

Ἐὰν ἡ εὐθεῖα ἐπενεργείας τῆς δυνάμεως διέρχεται διὰ τοῦ ἄξονος, ὅτε ἡ κάθετος ἀπόστασις αὐτῆς ἀπὸ τοῦ ἄξονος, ἢ ἄλλως ὁ βραχίων δυνάμεως, εἶναι μηδέν, τότε καὶ ἡ ροπὴ δυνάμεως εἶναι μηδέν. Οὕτω, ἐὰν ἐπί τινος σημείου τοῦ τροχοῦ, προσδέσωμεν νῆμα, ὥστε ἡ προέκτασις τοῦ νήματος νὰ διέρχεται διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ τροχοῦ καὶ ἐξασκήσωμεν ἐπὶ τοῦ νήματος δύναμιν, ὁ τροχὸς δὲν θὰ περιστραφῇ, διότι ἡ ροπὴ τῆς δυνάμεως εἶναι ἴση πρὸς μηδέν. Ἡ ροπὴ εἶναι τόσον μεγαλυτέρα ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ δύναμις καὶ ὅσον μεγαλύτερος εἶναι ὁ βραχίων αὐτῆς.

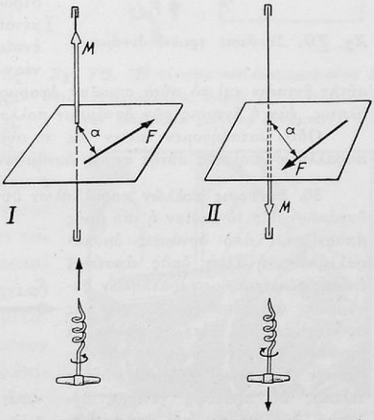
Μονάδες ροπῆς. 1) *Σύστημα C.G.S.* Ἐὰν εἰς τὸν τύπον (1) θέσωμεν F = 1 dyn καὶ α = 1 cm, θὰ ἔχωμεν τὴν μονάδα ροπῆς ἴσην πρὸς **1 dyn · cm.**

2) *Τεχνικὸν σύστημα.* Ἐὰν εἰς τὸν τύπον (1) θέσωμεν F = 1 kgr* καὶ α = 1 m, θὰ ἔχωμεν ὡς μονάδα εἰς τὸ Τ.Σ. τὸ **1 χιλιογραμμόμετρον (1 kgr* m).**

52. Ἡ ροπὴ ὡς διανυσματικὸν μέγεθος. Ἡ ροπὴ δυνάμεως εἶναι διανυσματικὸν μέγεθος. Ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ διανύσματος τῆς ροπῆς εἶναι ἴση πρὸς τὸ γινόμενον τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς τῆς δυνάμεως F ἐπὶ τὴν (κάθετον) ἀπόστασιν α αὐτῆς ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς, ἤτοι:

$$\boxed{M = F \cdot \alpha}$$

Ἡ διεύθυνσις τῆς ροπῆς εἶναι παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς, ἡ δὲ φορά της εὑρίσκεται ἐκ τῆς διευθύνσεως κατὰ τὴν ὁποίαν προχωρεῖ δεξιὸς κοχλίας (π.χ. ἐκπωματιστής), ὅταν περιστρέφεται οὗτος κατὰ τὴν φορὰν περιστροφῆς (σχ. 82).

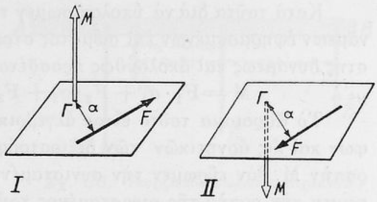


Σχ. 82. Διὰ τὸν καθορισμὸν ροπῆς δυνάμεως ὡς πρὸς τὸν ἄξονα.

Ἀναλόγως τῆς φορᾶς, τὴν ὁποίαν ἔχει ἡ δύναμις ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς αὐτῆς, δύναται ἡ περιστροφὴ νὰ εἶναι δεξιόστροφος, ὅτε ἡ ροπὴ καλεῖται **δεξιόστροφος**, εἰς τὴν ἀντίθετον δὲ περίπτωσιν ἡ ροπὴ καλεῖται **ἀριστερόστροφος**. Συνήθως τὰς ἀριστεροστρόφους ροπὰς θεωροῦμεν ὡς *θετικὰς* καὶ τὰς δεξιοστρόφους *ἀρνητικάς*. Ὁ καθορισμὸς οὗτος τῆς ροπῆς ὡς θετικῆς ἢ ἀρνητικῆς εἶναι συμβατικὸς καὶ δύναταί τις νὰ λάβῃ τὴν προηγουμένως θεωρηθεῖσαν θετικὴν ροπὴν ὡς ἀρνητικὴν καὶ ἀντιθέτως, ἀρκεῖ μόνον κατὰ τὴν διαπραγμάτευσιν ἑκάστου προβλήματος νὰ διατηροῦμεν ἀπ' ἀρχῆς μέχρι τέλους τὴν αὐτὴν ἐκδοχὴν ὡς πρὸς τὸ σημεῖον τῆς ροπῆς.

Ροπὴ δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον. Κατ' ἀνάλογον τρόπον ὁρίζεται καὶ ἡ ροπὴ δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον. Κατὰ ταῦτα καλοῦμεν *ροπὴν τῆς δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον* τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως F ἐπὶ τὴν (κάθετον) ἀπόστασιν αὐτῆς α ἀπὸ τοῦ σημείου τούτου. Αὕτη εἶναι ἐπίσης διανυσματικὸν μέγεθος M (σχ. 83), τοῦ ὁποίου ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ εἶναι ἴση πρὸς τὸ γινόμενον τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς τῆς δυνάμεως F ἐπὶ τὴν κάθετον ἀπόστασιν α αὐτῆς ἀπὸ τοῦ ἐν λόγῳ σημείου, ἤτοι:

$$\boxed{M = F \cdot \alpha}$$

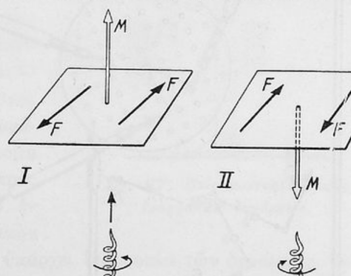


Σχ. 83. Διὰ τὸν καθορισμὸν ροπῆς δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον.

Ἡ διεύθυνσις τῆς ροπῆς εἶναι κάθετος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ὁριζόμενον ὑπὸ τῆς δυνάμεως F καὶ τοῦ σημείου Γ, ἡ δὲ φορά της εὑρίσκεται διὰ τοῦ κανόνος τοῦ δεξιοστρόφου κοχλίου.

53. Ροπὴ ζεύγους. Ἕκαστον ζεῦγος δυνάμεων καθορίζεται ἐκ τῆς ροπῆς του. Καλοῦμεν ***ροπὴν ζεύγους*** *τὸ γινόμενον μιᾶς τῶν δυνάμεων ἐπὶ τὴν κάθετον ἀπόστασιν αὐτῶν*, ἡ ὁποία καλεῖται *βραχίων* τοῦ ζεύγους. Κατὰ ταῦτα τὸ ζεῦγος τῶν δυνάμεων ὁρίζει ἓν ἐπίπεδον, τὸ δὲ διάνυσμα τῆς ροπῆς εἶναι κάθετον ἐπ' αὐτό, ἡ δὲ φορὰ τοῦ διανύσματος τῆς ροπῆς τοῦ ζεύγους καθορίζεται ὑπὸ τοῦ κανόνος τοῦ δεξιοστρόφου κοχλίου (σχ. 84). Ἐὰν F ἡ μία τῶν ἴσων δυνάμεων καὶ l ὁ βραχίων τοῦ ζεύγους, ἡ ροπὴ αὐτοῦ ἔχει ἀριθμητικὴν τιμήν:

$$\boxed{M = F \cdot l}$$



Σχ. 84. Διὰ τὸν καθορισμὸν τῆς ροπῆς ζεύγους δυνάμεων.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι, ὅταν τὸ ζεῦγος δίδεται διὰ τοῦ διανύσματος τῆς ροπῆς του, εἶναι τελείως ὡρισμένον, διότι ἔχομεν τὸν προσανατολισμὸν τοῦ ἐπιπέδου αὐτοῦ ἐν τῷ χώρῳ, τὸ μέγεθος τῆς ροπῆς του καὶ τὴν φορὰν περιστροφῆς. Ἐνίοτε τὸ διάνυσμα τῆς ροπῆς ζεύγους καλεῖται καὶ *ἄξων* τοῦ ζεύγους.

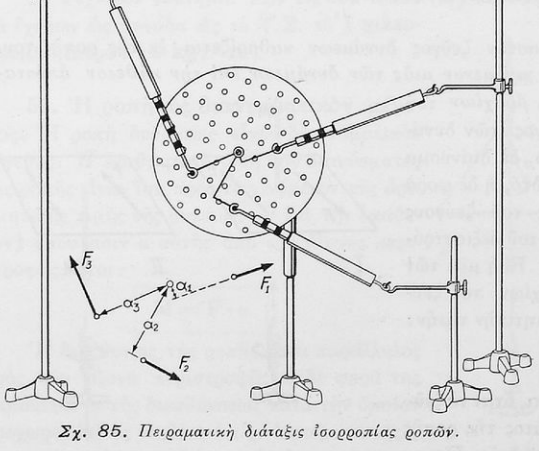
54. Θεώρημα τῶν ροπῶν. Ἔστω ὅτι ἐπί τινος σώματος στρεπτοῦ περὶ σταθερὸν ἄξονα ἐπενεργοῦν πολλαὶ δυνάμεις F_1, F_2, F_3... ὁμοεπίπεδοι (κείμεναι ἐν ἐπιπέδῳ καθέτῳ ἐπὶ τὸν ἄξονα) καὶ M_1, M_2, M_3... αἱ ροπαὶ αὐτῶν. Αἱ δυνάμεις αὗται τείνουν νὰ στρέψουν τὸ σῶμα αἱ μὲν κατὰ τὴν μίαν φορὰν αἱ δὲ κατ᾽ ἀντίθετον. Αὗται συντιθέμεναι δίδουν μίαν συνισταμένην δύναμιν. Ἡ ροπὴ τῆς συνισταμένης εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι τείνουν νὰ στρέψουν τὸ σῶμα κατὰ τὴν μίαν φοράν, ἠλαττωμένον κατὰ τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι τείνουν νὰ στρέψουν τὸ σῶμα κατὰ τὴν ἀντίθετον φοράν. Ἰσχύει λοιπὸν ἐν προκειμένῳ τὸ ἀκόλουθον ***θεώρημα τῶν ροπῶν: « Ἡ ροπὴ τῆς συνισταμένης ἰσοῦται πρὸς τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν συνιστωσῶν ».***

Κατὰ ταῦτα διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν συνισταμένην ροπὴν πολλῶν ὁμοεπιπέδων δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ἐπὶ σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα, εὑρίσκομεν τὴν ροπὴν μιᾶς ἑκάστης δυνάμεως καὶ ἀκολούθως προσθέτομεν τὰς ροπὰς αὐτάς, ἤτοι ἐν προκειμένῳ ἔχομεν:

$$M = F_1 \cdot \alpha_1 + F_2 \cdot \alpha_2 + F_3 \cdot \alpha_3 + \ldots = M_1 + M_2 + M_3 + \ldots$$

Τὸ ἄθροισμα τοῦτο εἶναι ἀλγεβρικὸν θεωρουμένων ὡς θετικῶν τῶν ἀριστεροστρόφων καὶ ὡς ἀρνητικῶν τῶν δεξιοστρόφων ροπῶν. Ἐπίσης δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὴν ροπὴν M, ἐὰν εὕρωμεν τὴν συνισταμένην ὅλων τῶν δυνάμεων καὶ ἀκολούθως ὑπολογίσωμεν τὴν ροπὴν τῆς συνισταμένης ταύτης δυνάμεως ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς.

55. Ἰσορροπία. Προηγουμένως (βλ. § 45) εἴδομεν ὅτι, ὅταν ἡ συνισταμένη δύο ἢ καὶ περισσοτέρων δυνάμεων εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, αἱ δυνάμεις εὑρίσκονται ἐν ἰσορροπίᾳ. Τοῦτο ὅμως δὲν εἶναι ἐπαρκές, διότι ὡς εἴδομεν εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ζεύγους δυνάμεων ἡ μὲν συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, δὲν ὑφίσταται ὅμως ἰσορροπία λόγῳ τῆς ροπῆς τὴν ὁποίαν δημιουργοῦν. Ὥστε διὰ τῆς εἰσαγωγῆς τῆς ἐννοίας τῆς ροπῆς ἡ συνθήκη ἰσορροπίας σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα διατυποῦται ὡς ἑξῆς:



Σχ. 85. Πειραματικὴ διάταξις ἰσορροπίας ροπῶν.

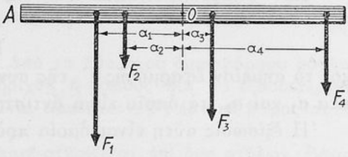
« Ἵνα πολλαὶ ὁμοεπίπεδοι δυνάμεις ἐπενεργοῦσαι ἐπὶ στερεοῦ σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα ἰσορροποῦν, πρέπει τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν αὐτῶν ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς νὰ εἶναι μηδέν ». Ἡ σχέσις αὕτη περιλαμβάνεται εἰς τὴν ἐξίσωσιν:

$$F_1 \cdot \alpha_1 + F_2 \cdot \alpha_2 + F_3 \cdot \alpha_3 + \cdots = 0.$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν ὅτι, « ἵνα σῶμα στρεπτὸν περὶ ἄξονα ἰσορροπῇ, πρέπει ἢ ἡ συνισταμένη τῶν ἐπ' αὐτοῦ ἐπενεργουσῶν δυνάμεων νὰ εἶναι μηδὲν ἤ, ἐὰν αὕτη δὲν εἶναι μηδέν, ἡ ροπὴ αὐτῆς ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς νὰ εἶναι μηδέν ».

Εἰς τὸ σχῆμα 85 δεικνύεται πειραματικὴ διάταξις ἰσορροπίας ροπῶν. Οὕτω ἐπὶ ἐλαφρᾶς σανίδος, φερούσης ὀπὰς εἰς διαφόρους ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς της, προσαρμόζομεν διάφορα δυναμόμετρα, ἕκαστον δὲ ἐξ αὐτῶν διὰ τῆς τάσεως τοῦ ἐλατηρίου του ἐξασκεῖ δύναμιν τὴν ὁποίαν καὶ μετρεῖ. Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς συνισταμένης ροπῆς γίνεται δι' ἀλγεβρικῆς ἀθροίσεως τῶν ροπῶν ἑκάστης δυνάμεως.

56. Ἐφαρμογαὶ τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν. α) Ἰσορροπία σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα. Ἔστω στέλεχος AB, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ στρέφεται ἐλευθέρως περὶ ὁριζόντιον ἄξονα O (σχ. 86). Ἐπὶ τοῦ στελέχους τούτου ἐξασκοῦνται διάφοροι δυνάμεις F_1, F_2, F_3, F_4, αἱ ὁποῖαι κεῖνται ἐπὶ ἐπιπέδου καθέτου ἐπὶ τὸν ἄξονα. Διὰ νὰ ἰσορροπήσῃ τὸ στέλεχος, συμφώνως πρὸς τὸ θεώρημα τῶν ροπῶν, πρέπει ἡ συνισταμένη ροπὴ νὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν. Ἡ συνισταμένη ὅμως ροπὴ ἐν προκειμένῳ εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν τεσσάρων ροπῶν, ὁπότε θὰ ἔχωμεν:

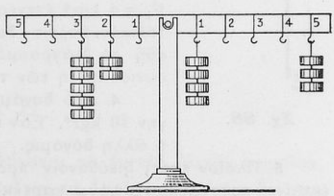


Σχ. 86. Ἰσορροπία σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα.

$$M = F_1\,\alpha_1 + F_2\,\alpha_2 - (F_3\,\alpha_3 + F_4\,\alpha_4) = 0.$$

Διὰ νὰ εὑρίσκεται λοιπὸν ἡ ράβδος ἐν ἰσορροπίᾳ, πρέπει νὰ ἐκπληροῦται ἡ ἀνωτέρω ἐξίσωσις.

Ἐπίσης, συμφώνως πρὸς τὸ θεώρημα τῶν ροπῶν, δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὴν ροπὴν M, ἐὰν εὕρωμεν τὴν συνισταμένην ὅλων τῶν δυνάμεων καὶ ἀκολούθως ὑπολογίσωμεν τὴν ροπὴν τῆς συνισταμένης ταύτης ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς. Εἰς τὸ σχῆμα 86 ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον O καὶ ἐξουδετεροῦται ἀπὸ τὴν ἀντίδρασιν τοῦ ἄξονος περιστροφῆς. Ἐπειδὴ δὲ ἡ ροπὴ τῆς συνισταμένης εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, πρέπει καὶ τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων νὰ εἶναι ἴσον πρὸς μηδὲν καὶ τὸ στέλεχος θὰ εὑρίσκεται οὕτω ἐν ἰσορροπίᾳ. Τὸ σχῆμα 87 δεικνύει πειραματικὴν ἀνάλογον διάταξιν. Εἰς τὴν συσκευὴν ταύτην ὑπάρχει ἰσορροπία τῶν δυνάμεων, διότι:



Σχ. 87. Πειραματικὴ διάταξις ἰσορροπίας δυνάμεων.

$$5\cdot3 + 2\cdot2 = 4\cdot1 + 3\cdot5 \quad \text{ἢ} \quad 5\cdot3 + 2\cdot2 - (4\cdot1 + 3\cdot5) = 0.$$

β) Εὕρεσις τῆς συνισταμένης δύο ὁμοπαραλλήλων δυνάμεων. Θὰ ἐφαρμόσωμεν τὸ θεώρημα τῶν ροπῶν εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σχήματος 69. Ἔστω σύστημα δύο ὁμοπαραλλήλων δυνάμεων. Ἐὰν ὑφίσταται συνισταμένη, αὕτη θὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς δοθείσας, δὲν γνωρίζομεν ὅμως ποία θὰ εἶναι ἡ ἔντασις αὐτῆς καὶ ποῖον τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της. Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ὑπάρχει συνισταμένη F καὶ ὅτι αὕτη θὰ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον Γ.

Τὰ ἀνωτέρω δὲν ἀναιροῦνται, ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι εἰς Α ὑπάρχει ἄξων περιστροφῆς. Δι᾽ ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῶν ῥοπῶν ὡς πρὸς ἄξονα εἰς Α ἔχομεν:

$$F \cdot \alpha_1 = F_2(\alpha_1 + \alpha_2) \qquad (1)$$

Ἐὰν μεταθέσωμεν τὸν ἄξονα περιστροφῆς εἰς Β καὶ ἐφαρμόσωμεν πάλιν τὸ θεώρημα τῶν ῥοπῶν, θὰ ἔχωμεν:

$$F \cdot \alpha_2 = F_1(\alpha_1 + \alpha_2) \qquad (2)$$

Διὰ προσθέσεως τῶν (1) καὶ (2) κατὰ μέλη προκύπτει:

$$F = F_1 + F_2$$

ἤτοι ὑπάρχει συνισταμένη καὶ ἡ ἔντασις αὐτῆς εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα F_1 καὶ F_2 καὶ εἶναι ὁμοπαράλληλος πρὸς αὐτάς.

Ἐὰν διαιρέσωμεν κατὰ μέλη τὰς ἐξισώσεις (1) καὶ (2), εὑρίσκομεν:

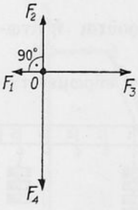
$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$$

ἤτοι τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς Γ τῆς συνισταμένης διαιρεῖ τὴν εὐθεῖαν ΑΒ εἰς δύο τμήματα α_1 καὶ α_2, τὰ ὁποῖα εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα τῶν ἐντάσεων τῶν δυνάμεων.

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη εἶναι ὁμοία πρὸς τὴν ἐξίσωσιν (2) τῆς § 47.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Νὰ εὑρεθῇ ἡ συνισταμένη τοῦ συστήματος τῶν δυνάμεων F_1, F_2, F_3, F_4 ἐφηρμοσμένων ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου Ο καὶ διατεταγμένων ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 88. Δίδονται $F_1 = 1$ kgr*, $F_2 = 2$ kgr*, $F_3 = 3$ kgr*, $F_4 = 4$ kgr*.



Σχ. 88.

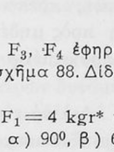
2. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων $F_1 = 4$ kgr* καὶ $F_2 = 3$ kgr* ἐπενεργουσῶν ἐπὶ ἑνὸς σημείου ὑπὸ γωνίαν α) 90^0, β) 60^0, μεταξύ των.

3. Τέσσαρες δυνάμεις $F_1 = 6$ kgr*, $F_2 = 4$ kgr*, $F_3 = 8$ kgr*, $F_4 = 4$ kgr* ἐπενεργοῦν εἰς τὸ σημεῖον Ο κατὰ διευθύνσεις βορειο-ἀνατολικήν, βορειο-δυτικήν, δυτικὴν καὶ νοτίαν ἀντιστοίχως. Νὰ κατασκευασθῇ τὸ διάγραμμα τῶν δυνάμεων καὶ νὰ εὑρεθῇ δι᾽ ὑπολογισμοῦ ἡ συνισταμένη τῶν τεσσάρων τούτων δυνάμεων.

4. Δύο δυνάμεις ἐπενεργοῦσαι κατ᾽ ὀρθὴν γωνίαν ἔχουν συνισταμένην 10 kgr*. Ἐὰν ἡ μία τῶν δύο δυνάμεων εἶναι 6 kgr*, νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἄλλη δύναμις.

5. Πλοῖον τηρεῖ διεύθυνσιν πρὸς Νότον ὑπὸ ταχύτητα 12 μιλίων καθ᾽ ὥραν, ἀλλὰ ἐκκλίνει πρὸς Δυσμάς, λόγῳ παρεκκλίσεως, 5 μίλια καθ᾽ ὥραν. Νὰ εὑρεθῇ τὸ μέγεθος καὶ ἡ διεύθυνσις τῆς συνισταμένης ταχύτητος τοῦ πλοίου.

6. Δύο ῥυμουλκὰ ἐπιδιώκουν νὰ ἐλευθερώσουν προσαράξαν πλοῖον, ἕκαστον δὲ αὐτῶν ἐπενεργεῖ ἐπὶ καλωδίου, σχηματίζουν δὲ τὰ καλώδια μεταξύ των γωνίαν 20^0. Αἱ δυνάμεις αἱ ἐξασκούμεναι ὑπὸ τῶν ῥυμουλκῶν εἶναι 1 000 kgr* καὶ 1 500 kgr* ἀντιστοίχως. Νὰ εὑρεθῇ ἡ συνισταμένη δύναμις (συν $20^0 = 0{,}64$).

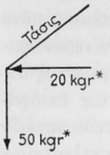


Σχ. 89.

7. Δύο δυνάμεις $F_1 = 2$ kgr* καὶ $F_2 = 5$ kgr* ἐπενεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου καὶ σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν 60^0. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ συνισταμένη αὐτῶν.

8. Κιβώτιον ζυγίζον 40 kgr* εἶναι ἐξηρτημένον ἀπὸ τοῦ ἄκρου ὁριζοντίας δοκοῦ ΑΟ μήκους 4 m καὶ σχοινίου ΟΒ ἐξηρτημένου ἐπὶ τοῦ σημείου Β, ἀπέχοντος 3 m ἀπὸ τοῦ σημείου Α τῆς ὑποστηρίξεως τῆς δοκοῦ ΟΑ (σχ. 89). Νὰ προσδιορισθοῦν αἱ δυνάμεις ΟΒ καὶ ΑΟ.

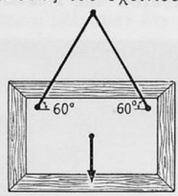
9. Σῶμα βάρους 50 kgr* ἐξηρτημένον ἀπὸ σχοινίου ὠθεῖται ὁριζοντίως διὰ δυνάμεως 20 kgr* (σχ. 90). Νὰ προσδιορισθῇ τὸ μέγεθος καὶ ἡ διεύθυνσις τῆς τάσεως τοῦ σχοινίου.



Σχ. 90.

10. Δύο δυνάμεις $F_1 = 5$ kgr* καὶ $F_2 = 15$ kgr* ἐπενεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου καὶ σχηματίζουν γωνίαν 90^0. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ συνισταμένη των. Ἐὰν ἡ γωνία τῶν δυνάμεων ἦτο 45^0, πόση θὰ εἶναι ἡ συνισταμένη των.

11. Πλαίσιον εἶναι ἐξηρτημένον ἀπὸ καρφίου (σχ. 91). Τὸ σχοινίον ἐξαρτήσεως θραύεται, ὅταν ἡ δύναμις ὑπερβῇ τὰ 25 kgr*. Τὰ δύο ἡμίση τοῦ σχοινίου ἐξαρτήσεως σχηματίζουν γωνίαν 60^0 μεταξύ των. Νὰ καθορισθῇ τὸ μέγιστον ἐπιτρεπόμενον βάρος τοῦ πλαισίου.



Σχ. 91.

12. Βάρος 50 kgr* ἐξαρτᾶται ἀπὸ τοῦ μέσου σχοινίου εἰς τρόπον ὥστε τοῦτο καμπτόμενον σχηματίζει γωνίαν 90^0. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ δύναμις ἐπὶ ἑκάστου τμήματος τοῦ σχοινίου.

13. Δύο κάδοι 10 kgr* καὶ 15 kgr* ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὰ δύο ἄκρα ὁμοιομόρφου ράβδου μήκους 1 m. Εἰς ποῖον σημεῖον πρέπει νὰ ὑποστηριχθῇ ἡ ράβδος διὰ νὰ ἐξουδετερώσῃ τοὺς δύο κάδους: α) ἐὰν τὸ βάρος τῆς ράβδου εἶναι ἀμελητέον, β) ἐὰν τὸ βάρος αὐτῆς εἶναι 2 kgr*.

14. Δοκὸς ΑΒ μήκους 120 cm καὶ βάρους 2,5 kgr* στηρίζεται ἐπὶ δύο στύλων. Βάρος 6 kgr* τοποθετεῖται εἰς ἀπόστασιν 30 cm ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἄκρου. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ βάρος τὸ ὁποῖον ὑποφέρει ἕκαστος στῦλος.

15. Τέσσαρες παράλληλοι δυνάμεις ἐντάσεων 8 kgr*, 5 kgr*, 13 kgr* καὶ 6 kgr* ἐπενεργοῦν ἐπὶ τῶν σημείων A_1, A_2, A_3 καὶ A_4 μιᾶς δοκοῦ $A_1 A_4$. Αἱ ἀποστάσεις τῶν σημείων εἶναι $A_1 A_2 = 14$ cm, $A_2 A_3 = 21$ cm καὶ $A_3 A_4 = 9$ cm. Ἡ δευτέρα τῶν δυνάμεων εἶναι ἀντιθέτου φορᾶς πρὸς τὰς ἄλλας. Πόση ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων τούτων καὶ εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ σημείου A_4 κεῖται τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς αὐτῆς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ′

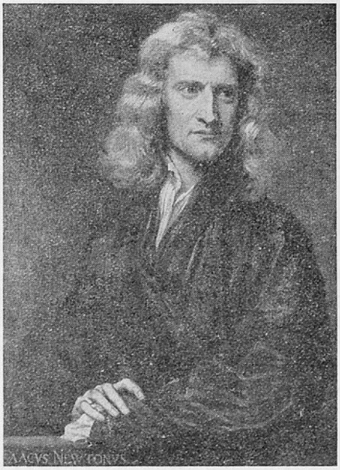
ΔΥΝΑΜΙΚΗ

57. Ἡ Δυναμικὴ ἐξετάζει τὰς κινήσεις, τὰς ὁποίας δύναται νὰ ἐκτελῇ ὑλικὸν σημεῖον, ἢ κατ' ἐπέκτασιν πᾶν σῶμα, ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὰ αἴτια τὰ ὁποῖα προκαλοῦν ἢ μεταβάλλουν τὰς κινήσεις ταύτας καὶ τὰ ὁποῖα αἴτια, ὡς γνωστόν, ὀνομάζονται *δυνάμεις*.

Εἰς τὸ κεφάλαιον τοῦτο θὰ περιορισθῶμεν κυρίως εἰς τὴν σπουδὴν τῆς Δυναμικῆς τοῦ ὑλικοῦ σημείου, διότι ἡ πλήρης σπουδὴ τῆς Δυναμικῆς τοῦ στερεοῦ σώματος ἐξέρχεται τοῦ πλαισίου τοῦ βιβλίου τούτου.

Ἡ Δυναμική, ἥτις ἀποτελεῖ τὸ τρίτον μέρος τῆς Μηχανικῆς, διεμορφώθη κατὰ τοὺς νεωτέρους χρόνους κυρίως ὑπὸ τοῦ ***Γαλιλαίου*** καὶ τοῦ ***Νεύτωνος***.

58. Ἀξιώματα τοῦ Νεύτωνος. Ἡ Δυναμικὴ ἐθεμελιώθη ὑπὸ τοῦ *Νεύτωνος* ἐπὶ τριῶν ἀξιωμάτων, τὰ ὁποῖα διετύπωσε κατὰ τὸ 1686 καὶ τὰ ὁποῖα ἔκτοτε εἶναι γνωστὰ ὡς ***ἀξιώματα τοῦ Νεύτωνος***. Λόγῳ τῆς ἱστορικῆς σημασίας, τὴν ὁποίαν κατέχουν τὰ ἀξιώματα ταῦτα εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῆς Μηχανικῆς ἐπιστήμης, ἐθεωρήσαμεν σκόπιμον νὰ ἀναφέρωμεν καὶ τὸ πρωτότυπον λατινικὸν κείμενον τούτων, ὡς διετυπώθη ὑπ' αὐτοῦ τούτου τοῦ *Νεύτωνος* εἰς τὸ περίφημον σύγγραμμά του «Philosophiae naturalis principia mathematica», «Ἀρχαὶ τῆς Φιλοσοφίας τῆς Φύσεως». Τὸ σύγγραμμα τοῦτο ἀποτελεῖ ἀναμφισβητήτως τὸ μεγαλύτερον ἐπιστημονικὸν ἔργον, τὸ ὁποῖον παρήγαγεν ἡ ἀνθρωπίνη διάνοια, λόγῳ τῆς τεραστίας ἐπιδράσεως, τὴν ὁποίαν εἶχεν ἐπὶ τῶν φιλοσοφικῶν καὶ ἐπιστημονικῶν ἰδεῶν τῶν τριῶν τελευταίων αἰώνων.



SIR ISAAK NEWTON (1641 - 1727)
Διάσημος Ἄγγλος Μαθηματικὸς καὶ Φυσικός. Καθηγητὴς τοῦ Πανεπιστημίου Cambridge.

1ον. ***Ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας.***

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur statum suum mutare.

Πᾶν σῶμα διατηρεῖ τὴν κατάστασιν ἠρεμίας ἢ εὐθυγράμμου ἰσοταχοῦς κινήσεως, ἐφ' ὅσον δὲν ἐξαναγκάζεται ὑπὸ ἐξωτερικῶν δυνάμεων εἰς μεταβολὴν καταστάσεως.

2ον. ***Ἀξίωμα τῆς ἀναλογίας*** (ἢ τῆς μάζης).

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae et fieri secundum lineam rectam, qua vis illa imprimitur.

Ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν κινοῦσαν δύναμιν καὶ λαμβάνει χώραν πρὸς τὴν κατεύθυνσιν αὐτῆς.

3ον. ***Ἀξίωμα τῆς ἰσότητος δράσεως καὶ ἀντιδράσεως.***

Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem, sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi.

Εἰς πᾶσαν δρᾶσιν ἀντιστοιχεῖ πάντοτε μία ἴση ἀντίδρασις, ἢ ἄλλως αἱ ἀμοιβαῖαι ἐπιδράσεις μεταξὺ δύο σωμάτων εἶναι πάντοτε ἴσαι πρὸς ἀλλήλας καὶ κατευθύνονται ἀντιθέτως, ἤτοι:

«actio = reactio»

«δρᾶσις = ἀντίδρασις».

59. Σπουδὴ τοῦ πρώτου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος. Ἐκ τοῦ πρώτου ἀξιώματος συνάγεται ἀμέσως, ὅτι *«διὰ νὰ διατηρήσῃ ἓν σῶμα κίνησιν διάφορον τῆς εὐθυγράμμου καὶ ἰσοταχοῦς, κατ' ἀνάγκην πρέπει νὰ ἐνεργῇ σταθερῶς ἐπ' αὐτοῦ δύναμις».*

Ἐπίσης συνάγεται, ὅτι *«σῶμα ἠρεμοῦν οὐδέποτε δύναται ἀφ' ἑαυτοῦ νὰ κινηθῇ, οὔτε ἐὰν κινῆται νὰ ἠρεμήσῃ».* Τοῦ γεγονότος τούτου δυνάμεθα νὰ λάβωμεν κατὰ προσέγγισιν ἀντίληψιν ἀμέσως ἐκ τῆς ἐμπειρίας. Πράγματι ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ἐὰν ἐκσφενδονίσωμεν ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους μικρὰν σφαῖραν, αὐτή, ἀφοῦ διανύσῃ ὡρισμένον διάστημα, φαίνεται ἐκ πρώτης ὄψεως ὅτι ἠρεμεῖ ἀφ' ἑαυτῆς. Προσεκτικωτέρα ὅμως παρατήρησις τοῦ φαινομένου τούτου ἄγει εἰς τὰ ἀκόλουθα: Ἐὰν ἐκσφενδονίσωμεν διαδοχικῶς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐπὶ ἐδάφους διαφόρου φύσεως, βλέπομεν ὅτι ἡ σφαῖρα, ἀναλόγως τῆς φύσεως τοῦ ἐδάφους, διανύει διάφορον διάστημα, μέχρις ὅτου ἠρεμήσῃ, καὶ μάλιστα τὸ διανυόμενον διάστημα εἶναι τόσον μεγαλύτερον, ὅσον περισσότερον λεῖον εἶναι τὸ ἔδαφος. Ἡ παρατήρησις αὕτη δεικνύει, ὅτι ἡ αἰτία, διὰ τὴν ὁποίαν ἠρεμεῖ ἡ σφαῖρα, εἶναι ἡ φύσις τοῦ ἐδάφους ἐπὶ τοῦ ὁποίου αὕτη κινεῖται, μὲ ἄλλους λόγους ἡ τριβή, ἢ ἀκόμη καὶ ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος.

60. Ἀδράνεια. Ἐκ τοῦ πρώτου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος προκύπτει, ὅτι ἡ ὕλη ἐμφανίζει τὴν χαρακτηριστικὴν ἰδιότητα νὰ παρουσιάζῃ «***ἀντίστασιν***» ἢ «*νωχέλειαν*» εἰς πᾶσαν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς της καταστάσεως. Τὴν ἰδιότητα ταύτην τῆς ὕλης καλοῦμεν ***ἀδράνειαν,*** διὰ τὸν λόγον δὲ τοῦτον καὶ τὸ πρῶτον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος ἐκλήθη «*ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας*».

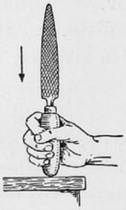
Τὰ ἀποτελέσματα τῆς ἀδρανείας ἐκδηλοῦνται τόσον ἐντονώτερα, ὅσον μᾶλλον ἀποτόμως ἐπιδιώκομεν νὰ προκαλέσωμεν τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως τῶν σωμάτων. Οὕτω, ἐὰν ἐπιδιώκωμεν νὰ θέσωμεν βαθμιαίως εἰς κίνησιν σῶμα ἠρεμοῦν, τὸ σῶμα φαίνεται ὡς ὑπακοῦον εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς του καταστάσεως, χωρὶς νὰ ἐκδηλώνῃ οὐσιώδη ἀντίστασιν· ἐὰν ὅμως ἐπιδιώξωμεν ἀποτόμως νὰ τὸ θέσωμεν εἰς κίνησιν, τὸ σῶμα ἐκδηλώνει μεγάλην ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς του καταστάσεως.

Παραδείγματα τῶν ἀποτελεσμάτων τῆς ἀδρανείας συναντῶμεν ἄφθονα εἰς τὸν καθ' ἡμέραν βίον. Οὕτω, οἱ ἐπιβάται τροχιοδρομικοῦ ὀχήματος εὑρισκομένου ἐν κινήσει κλίνουν ἀποτόμως πρὸς τὰ ἐμπρός, ὅταν ὁ ὁδηγός, ἐν ὄψει κινδύνου, προκαλῇ ἀπότομον τροχοπέδησιν (φρενάρισμα) τοῦ ὀχήματος. Ὁμοίως, ἐὰν ἄπειρος ὁδηγὸς προκαλέσῃ τὴν ἀπότομον ἐκκίνησιν τοῦ ὀχήματος, τότε ὅλοι οἱ ἐπιβάται κλίνουν ἀποτόμως πρὸς τὰ ὀπίσω. Διὰ τὸν αὐτὸν λόγον, προκειμένου νὰ κατέλθῃ τις ἀπὸ ὀχήματος εὑρισκομένου ἐν κινήσει, ὀφείλει κατὰ τὴν κατάβασιν νὰ κλίνῃ τὸ σῶμά του πρὸς τὰ ὀπίσω, ἵνα μὴ καταπέσῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους.

Λίαν διδακτικὸν παράδειγμα τῆς ἐκδηλώσεως τῆς ἀδρανείας εἶναι καὶ τὸ ἀκόλουθον: Θύρα ἀνοικτὴ δύναται νὰ κλεισθῇ ἁπλῶς δι' ἐλαφρᾶς ὠθήσεως αὐτῆς μὲ τὸν μικρὸν δάκτυλον τῆς χειρός· ἐὰν ὅμως βάλωμεν ἐναντίον τῆς θύρας διὰ πιστολίου, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ σφαῖρα διαπερᾷ τὴν θύραν, χωρὶς ὅμως νὰ ἐπιφέρῃ τὸ κλείσιμον αὐτῆς.

Σχ. 92. *Ἡ σφαῖρα ἔχει μᾶζαν 10 kgr περίπου. Ἐὰν σύρωμεν ἠπίως, θραύεται τὸ ἄνω σχοινίον, ἐὰν δὲ σύρωμεν ἀποτόμως, θραύεται τὸ κάτω.*

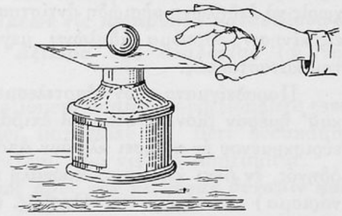
Ὁμοίως, εἰς τὸ σχῆμα 92, ὅταν σύρωμεν ἠπίως θραύεται τὸ ἄνω σχοινίον, διότι λόγῳ τῆς ἠπίας μεταβολῆς τῆς κινητικῆς καταστάσεως τῆς σφαίρας αὕτη ἐκδηλώνει πολὺ μικρὰν ἀντίστασιν λόγῳ τῆς ἀδρανείας της καί, ὡς ἐκ τούτου, τὸ ἄνω σχοινίον, ὡς εὑρισκόμενον ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τοῦ βάρους τῆς σφαίρας καὶ τῆς ἑλκτικῆς δυνάμεως τῆς ἀσκουμένης μέσῳ τοῦ κάτω σχοινίου, θραύεται. Ἐὰν ὅμως σύρωμεν ἀ π ο τ ό μ ω ς, τότε ἐπιδιώκομεν νὰ μεταβάλωμεν ἀποτόμως τὴν κινητικὴν κατάστασιν τῆς σφαίρας· ὡς ἐκ τούτου αὕτη ἐκδηλώνει πολὺ μεγάλην ἀντίστασιν καὶ ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου θραύεται τὸ κάτω σχοινίον. Ἐπίσης, ἐὰν ἡ σφαῖρα εἶναι προσδεδεμένη διὰ σχοινίου καὶ κεῖται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ἐὰν ἐπιδιώξωμεν ἐνεργοῦντες ἐπὶ τοῦ σχοινίου νὰ ἀνυψώσωμεν αὐτὴν ἀποτόμως, δὲν κατορθοῦμεν τοῦτο, διότι θραύεται τὸ σχοινίον, διὰ τὸν ἀνωτέρω ἐκτεθέντα λόγον.



Σχ. 93. Στερέωσις λίμας ἐπὶ ξυλολαβῆς.

Ὅταν θέλωμεν νὰ στερεώσωμεν λίμαν ἐπὶ τῆς ξυλολαβῆς της (σχ. 93), τοποθετοῦμεν ἀρχικῶς αὐτὴν ἐπὶ τῆς ξυλολαβῆς καὶ κρατοῦντες τὴν ξυλολαβὴν διὰ τῆς χειρός, εἰς κατακόρυφον θέσιν, κινοῦμεν αὐτὴν ἀ π ο τ ό μ ω ς, ὥστε νὰ προσκρούσῃ ἐπὶ ἀκλονήτου κωλύματος, π.χ. τῆς τραπέζης ἐργασίας (πάγκου). Διὰ τῆς κινήσεως ταύτης μεταδίδομεν ἐπιτάχυνσιν εἰς τὴν λίμαν καὶ ἑπομένως ταχύτητα καί, ὅταν ἡ ξυλολαβὴ προσκρούσῃ ἐπὶ τοῦ ἀκλονήτου κωλύματος, ἀκινητεῖ, ἐνῷ ἡ λίμα λόγῳ τῆς ἀδρανείας της ἐπιδιώκει νὰ διατηρήσῃ τὴν κίνησίν της, οὕτω δὲ εἰσχωρεῖ βαθύτερον ἐπὶ τῆς ξυλολαβῆς. Διὰ τὸν αὐτὸν λόγον προκειμένου νὰ καταβιβάσωμεν τὸν ὑδράργυρον τοῦ ἰατρικοῦ θερμομέτρου, κρατοῦντες τοῦτο διὰ τῆς χειρός μας τὸ τινάσσομεν ἀποτόμως.

Εἰς τὸ σχῆμα 94, ὅταν σύρωμεν ὁριζοντίως καὶ ἠπίως τὸ χαρτόνιον, ἡ σφαῖρα παρακολουθεῖ αὐτὸ εἰς τὴν κίνησίν του, διότι συγκρατεῖται ἐπ' αὐτοῦ λόγῳ τῆς τριβῆς μεταξὺ τῆς ἐπιφανείας στηρίξεως τῆς σφαίρας καὶ τοῦ χαρτονίου. Ἐὰν ὅμως κτυπήσωμεν ἀποτόμως τὸ χαρτόνιον, λόγῳ τῆς ἐντόνου ἐκδηλώσεως τῆς ἀδρανείας τῆς σφαίρας — ἐπειδὴ ἐπιδιώκομεν νὰ θέσωμεν ἀποτόμως εἰς κίνησιν αὐτὴν — ἡ δύναμις ἀδρανείας ὑπερνικᾷ τὴν τριβὴν καὶ οὕτω τὸ μὲν χαρτόνιον ἐκτοξεύεται, ἡ δὲ σφαῖρα πίπτει ἐντὸς τοῦ δοχείου.



Σχ. 94. Δι' ἀποτόμου ἐκτινάξεως τοῦ χαρτονίου ἡ σφαῖρα πίπτει ἐντὸς τοῦ δοχείου.

Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ὅσον περισσότερον εἶναι τὸ ποσὸν τῆς ὕλης, ἤτοι ὅσον μεγαλυτέραν μᾶζαν ἔχει τὸ σῶμα, τόσον τοῦτο παρουσιάζει μεγαλυτέραν ἀδράνειαν καὶ ἑπομένως δυνάμεθα νὰ λέγωμεν, ὅτι « *ἡ μᾶζα ἀποτελεῖ μέτρον τῆς ἀδρανείας τοῦ σώματος* ».

61. Σπουδὴ τοῦ δευτέρου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος. Θεμελιώδης νόμος τῆς Μηχανικῆς. Κατὰ τὸ δεύτερον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος, ἡ κινοῦσα δύναμις πρέπει νὰ εἶναι ἀνάλογος τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος. Καὶ ἐπειδὴ ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος καλεῖται ὡς γνωστὸν ἐπιτάχυνσις, συνάγομεν ὅτι « *ἡ ἐπιτάχυνσις ἑνὸς σώματος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία τὴν προκαλεῖ* ». Ἐὰν καλέσωμεν F τὴν κινοῦσαν δύναμιν καὶ γ τὴν ἀντίστοιχον ἐπιτάχυνσιν τοῦ κινητοῦ, δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν ἀναλυτικῶς τὸ δεύτερον ἀξίωμα τοῦ ***Νεύτωνος*** διὰ τῆς σχέσεως:

$\mathbf{F} = \mathbf{m} \cdot \gamma$	***Θεμελιώδης νόμος τῆς Μηχανικῆς***

ὅπου m συντελεστὴς ἀναλογίας θετικός, καλούμενος ***μᾶζα*** τοῦ ὑλικοῦ σημείου.

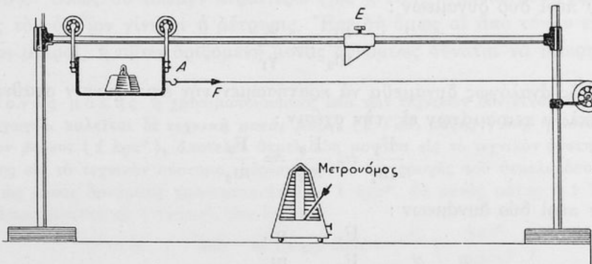
Ἡ σχέσις αὕτη ἀποτελεῖ ***θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς,*** διότι πράγματι ἀποτελεῖ τὸν μόνον νόμον, ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι δυνατὸν νὰ ἐξαχθοῦν ὅλοι οἱ ἄλλοι νόμοι της.

Πειραματικαὶ ἐπαληθεύσεις τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς. Διὰ τῆς εἰσαγωγῆς τῆς θεμελιώδους ἐξισώσεως τῆς Μηχανικῆς πᾶσα κίνησις τοῦ ὑλικοῦ σημείου καθορίζεται πλήρως διὰ τριῶν μόνον παραγόντων, ἤτοι α) τῆς κινούσης δυνάμεως F, β) τῆς μάζης m τοῦ ὑλικοῦ σημείου καὶ γ) τῆς ἐπιταχύνσεως γ. Τὰ τρία ταῦτα μεγέθη ἑπομένως ἀποτελοῦν τὰς τρεῖς μεταβλητὰς παραμέτρους, αἱ ὁποῖαι συνθέτουν ὅλην τὴν ποικιλίαν τῶν ἐν τῇ φύσει κινήσεων.

Διὰ τὴν ἐπαλήθευσιν τῆς ἐξισώσεως ταύτης θὰ ἠδυνάμεθα νὰ καταφύγωμεν εἰς τὸ πείραμα συγκρίνοντες ἀνὰ δύο τὰ τρία μεγέθη F, m καὶ γ. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἀντλοῦμεν νόμους *μερικοὺς* περιεχομένους εἰς τὸν ὡς ἄνω *γενικόν.*

α) Διατηροῦντες κατὰ πρῶτον τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος σταθερὰν καὶ ἐξετάζοντες πῶς συμμεταβάλλονται τὰ μεγέθη F καὶ γ.

Πρὸς τοῦτο εἰς τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 95 ἐφαρμόζομεν εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ νήματος βάρος $B = 20$ gr*, προσδιορίζομεν δὲ μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ μετρονόμου



Σχ. 95. Ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τοῦ βάρους Β τὸ ἁμάξιον ἀποκτᾷ ἐπιτάχυνσιν. (Ε, κώλυμα διὰ τὸ ἁμάξιον).

τὰ διανυόμενα διαστήματα ἐντὸς 1, 2 καὶ 3 δευτερολέπτων, τὰ ὁποῖα εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως ἴσα πρὸς 30 cm, 80 cm, 180 cm, καὶ ἐκ τοῦ τύπου $s = 1/2 \cdot \gamma\, t^2$ ἢ $\gamma = 2\, s/t^2$ εὑρίσκομεν τὴν ἐπιτάχυνσιν : $\gamma = 40$ cm/sec². Ἐὰν ἀκολούθως ἐφαρμόσωμεν διπλάσιον βάρος, δηλ. $B = 40$ gr*, ἐργαζόμενοι καθ' ὅμοιον τρόπον εὑρίσκομεν, ὅτι $\gamma = 80$ cm/sec². Καὶ τέλος, διὰ βάρος $B = 60$ gr*, εὑρίσκομεν ὅτι : $\gamma = 120$ cm/sec².

Ἐκ τῶν μετρήσεων τούτων συνάγομεν, ὅτι : « *ὅταν δυνάμεις σταθεραὶ* F_1, F_2, F_3 *ἐπενεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σώματος, αἱ ἐπιταχύνσεις* γ_1, γ_2, γ_3, *τὰς ὁποίας μεταδίδουν ἀντιστοίχως, εἶναι ἀνάλογοι τῶν δυνάμεων* ». Ἢ ἀναλυτικῶς :

$$\frac{F_1}{\gamma_1} = \frac{F_2}{\gamma_2} = \frac{F_3}{\gamma_3}$$

ἢ προκειμένου περὶ δύο δυνάμεων :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$$

β) Διατηροῦντες τὴν δύναμιν F ἀμετάβλητον καὶ ἐξετάζοντες πῶς συμμεταβάλλονται τὰ μεγέθη m καὶ γ. Πρὸς τοῦτο ἐκτελοῦμεν δευτέραν σειρὰν μετρήσεων ἀφήνοντες τὴν κινητήριον δύναμιν ἀμετάβλητον καὶ μεταβάλλοντες τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος.

Εἰς τὴν προηγουμένην σειρὰν πειραμάτων τὸ συνολικὸν βάρος τοῦ κινουμένου σώματος ἦτο 500 gr* καὶ ἑπομένως ἡ μᾶζά του ἦτο 500 gr, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δὲ δυνάμεως π.χ. 60 gr* ἐλάμβανεν ἐπιτάχυνσιν 120 cm/sec^2. Ἐὰν ἤδη διὰ καταλλήλου τρόπου αὐξήσωμεν τὸ βάρος τοῦ κινουμένου σώματος εἰς 1 000 gr*, ὁπότε ἡ μᾶζά του καθίσταται 1 000 gr, ἤτοι διπλασία, διατηρήσωμεν δὲ τὴν αὐτὴν κινητήριον δύναμιν, ἤτοι 60 gr*, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις, τὴν ὁποίαν λαμβάνει, εἶναι : $\gamma = 60$ cm/sec^2, δηλ. τὸ ἥμισυ τῆς προηγουμένης. Ἤτοι ἡ αὐτὴ κινητήριος δύναμις ἐπενεργοῦσα ἐπὶ σώματος διπλασίας μάζης μεταδίδει ἐπιτάχυνσιν δύο φορὰς μικροτέραν. Ἐκ τοῦ πειράματος τούτου συνάγομεν, ὅτι : « *ὅταν ἡ ἰδία δύναμις ἐπενεργῇ ἐπὶ διαφόρων μαζῶν, αἱ ἐπιταχύνσεις, τὰς ὁποίας μεταδίδει, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν μαζῶν* ».

Οὕτω, ἐὰν δύναμις σταθερὰ ἐπενεργῇ ἐπὶ σωμάτων διαφόρων μαζῶν m_1, m_2, m_3 καὶ μεταδίδῃ εἰς αὐτὰ ἐπιταχύνσεις γ_1, γ_2, γ_3, θὰ ἔχωμεν :

$$m_1 \cdot \gamma_1 = m_2 \cdot \gamma_2 = m_3 \cdot \gamma_3$$

ἢ προκειμένου περὶ δύο δυνάμεων :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$$

γ) Ἐντελῶς ἀναλόγως δυνάμεθα νὰ κρατήσωμεν τὴν ἐπιτάχυνσιν σταθεράν, ὁπότε ἀγόμεθα δι' ἁπλῶν πειραμάτων εἰς τὴν σχέσιν :

$$\frac{F_1}{m_1} = \frac{F_2}{m_2} = \frac{F_3}{m_3}$$

ἢ προκειμένου περὶ δύο δυνάμεων :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

ἤτοι « *αἱ δυνάμεις εἶναι ἀνάλογοι τῶν μαζῶν* ».

62. Πορίσματα τῶν ἀξιωμάτων τοῦ Νεύτωνος. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἀξιωμάτων προκύπτουν τὰ ἀκόλουθα συμπεράσματα :

1. *Σῶμα οὐδέποτε δύναται ἀφ' ἑαυτοῦ νὰ μεταβάλῃ τὴν κινητικήν του κατάστασιν.*
2. *Ἐὰν ἐπὶ σώματος δὲν ἐπενεργῇ δύναμις, τὸ σῶμα ἢ θὰ ἠρεμῇ ἢ θὰ κινῆται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς.*
3. *Ἐὰν ἐπὶ σώματος ἐπενεργῇ δύναμις, τὸ σῶμα θὰ ἐκτελῇ κίνησιν μεταβαλλομένην καὶ θὰ ἔχῃ ἑπομένως ἐπιτάχυνσιν.*
4. *Ἐὰν σῶμα ἔχῃ ἐπιτάχυνσιν, ὁπότε κατ' ἀνάγκην ἐπ' αὐτοῦ ἐπενεργεῖ δύναμις, καὶ αἴφνης παύσῃ ἐπενεργοῦσα ἡ δύναμις, τὸ σῶμα θὰ ἐξακολουθήσῃ κινούμενον εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς, μὲ ταχύτητα, ἥτις ἰσοῦται κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν πρὸς τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν εἶχε τὸ κινητὸν κατὰ τὴν στιγμήν, καθ' ἣν ἡ δύναμις ἔπαυσεν ἐπενεργοῦσα.*
5. *Ἡ δύναμις εἶναι διανυσματικὸν μέγεθος ἔχον τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ φορὰν πρὸς τὸ διάνυσμα τῆς ἐπιταχύνσεως.*

63. Μονάδες μάζης καὶ δυνάμεως. 1) *Σύστημα μονάδων C.G.S.* Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ὡς μονὰς μάζης εἶναι τὸ ***γραμμάριον μάζης*** *(1 gr)*, τοῦ ὁποίου ὁ ὁρισμὸς ἐδόθη εἰς τὴν § 10.

Ἡ μονὰς δυνάμεως εἰς τὸ σύστημα C.G.S. εὑρίσκεται ἐκ τῆς θεμελιώδους σχέσεως τῆς Μηχανικῆς $F = m \cdot \gamma$, ἀποτελεῖ δὲ παράγωγον μέγεθος. Οὕτω, ἔχομεν :

$$\mathbf{F} = \mathbf{m}\,(\mathrm{gr}) \times \boldsymbol{\gamma}\,(\mathrm{cm/sec^2}) = \mathbf{m} \cdot \boldsymbol{\gamma}\left(\frac{\mathrm{gr \cdot cm}}{\mathrm{sec^2}}\right)$$

Ὁρίζομεν δὲ ὡς μονάδα δυνάμεως *τὴν δύναμιν ἡ ὁποία ἐπενεργοῦσα ἐπὶ μάζης 1 γραμμαρίου μεταδίδει εἰς αὐτὴν ἐπιτάχυνσιν 1 cm/sec²*. Ἡ οὕτω ὁριζομένη μονὰς ἐκλήθη ***δύνη*** **(1 dyn)**. Ἤτοι :

$$\boxed{1\ dyn = 1\ gr \times 1\ \frac{cm}{sec^2} \quad \text{ἢ} \quad 1\ gr \cdot cm \cdot sec^{-2}}$$

2) *Τεχνικὸν σύστημα μονάδων.* Εἰς τὸ Τ.Σ. μονάδων ὡς μονὰς δυνάμεως εἶναι τὸ ***χιλιόγραμμον βάρους*** (1 kgr*), τὸ ὁποῖον ἰσοῦται μὲ τὸ βάρος τοῦ «προτύπου χιλιογράμμου» (δηλ. τὴν δύναμιν μὲ τὴν ὁποίαν ἕλκεται τοῦτο ὑπὸ τῆς Γῆς) (βλ. σχ. 15). Ὅπως θὰ ἴδωμεν περαιτέρω (βλ. § 73), ἡ μονὰς αὕτη ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ τόπου, εἰς τὸν ὁποῖον γίνεται ἡ μέτρησις. Ἐπειδὴ ὅμως αἱ ἀπὸ τόπου εἰς τόπον μεταβολαὶ εἶναι μικραί, ἡ οὕτω ὁριζομένη μονὰς δυνάμεως δύναται νὰ θεωρηθῇ πρακτικῶς σταθερά.

Ἡ μονὰς μάζης ἡ χρησιμοποιουμένη ὑπὸ τῶν τεχνικῶν δὲν εἶναι θεμελιώδης μονάς, ἀλλὰ παράγωγος, καλεῖται δὲ ***τεχνικὴ μονὰς μάζης*** (1 Τ.Μ. μάζης), ἐνῷ ἡ μονὰς τῆς δυνάμεως, *χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr*)*, ἀποτελεῖ θεμελιώδη μονάδα εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων. Ἡ μονὰς μάζης εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα εὑρίσκεται δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου, ἐὰν εἰς τὸν τύπον ὡς μονὰς δυνάμεως χρησιμοποιῆται τὸ 1 kgr*, ὡς μονὰς μάζης ἡ 1 Τ.Μ. μάζης καὶ ὡς μονὰς ἐπιταχύνσεως τὸ 1 m/sec², ὅτε ἔχομεν :

$$F = m \cdot \gamma \quad \text{καὶ} \quad m\ (\text{εἰς Τ.Μ.}) = \frac{F}{\gamma}\left(\frac{\mathrm{kgr^*}}{\mathrm{m/sec^2}}\right)$$

Οὕτω, ἡ τεχνικὴ μονὰς μάζης ὁρίζεται ὡς ἡ μᾶζα σώματος, τὸ ὁποῖον ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως 1 kgr* λαμβάνει ἐπιτάχυνσιν 1 m/sec², ἤτοι :

$$\boxed{1\ \text{Τ.Μ. μάζης} = \frac{1\ \mathrm{kgr^*}}{1\ \mathrm{m/sec^2}} \quad \text{ἢ} \quad 1\ \mathrm{kgr^* \cdot m^{-1} \cdot sec^2}}$$

***Σχέσις μεταξὺ τῶν μονάδων γραμμαρίου βάρους* (gr*) *καὶ δύνης* (dyn).** Τὴν σχέσιν μεταξὺ τῶν μονάδων τούτων εὑρίσκομεν ὡς ἑξῆς : Συμφώνως πρὸς τὸν ὁρισμὸν τῆς μονάδος 1 kgr*, σῶμα μάζης 1 kgr ἕλκεται ὑπὸ τῆς Γῆς μὲ δύναμιν ἴσην πρὸς 1 kgr*. Ἐπειδὴ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως ταύτης τὸ σῶμα πίπτει, ὡς γνωστόν, μὲ ἐπιτάχυνσιν ἴσην πρὸς 981 cm · sec⁻², προκύπτει δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς ἡ σχέσις :

$$1\ \mathrm{kgr^*} = 1\,000\ \mathrm{gr} \times 981\ \mathrm{cm \cdot sec^{-2}}$$

ἤτοι :

$$1\ \mathrm{kgr^*} = 981\,000\ \mathrm{gr \cdot cm \cdot sec^{-2}} = 981\,000\ \mathrm{dyn}.$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης προκύπτει ὅτι :

$$\boxed{1\ \mathrm{gr^*} = 981\ \mathrm{dyn}}$$

* ***Σχέσις μεταξὺ τεχνικῆς μονάδος μάζης* (*Τ.Μ. μάζης*) *καὶ χιλιογράμμου μάζης* (kgr).** Συμφώνως πρὸς τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῆς Μηχανικῆς, ἡ μᾶζα εἶναι τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως διὰ τῆς ἐπιταχύνσεως, ἤτοι : $m = F/\gamma$. Ἀφ' ἑτέρου γνωρίζομεν, ὅτι σῶμα μάζης 1 kgr ὑπὸ τὴν

ἐπίδρασιν δυνάμεως 1 kgr* λαμβάνει ἐπιτάχυνσιν ἴσην πρὸς 9,81 $\mathrm{m \cdot sec^{-2}}$. Ὥστε θὰ ἔχωμεν ἐκ τῆς σχέσεως $m = F/\gamma$:

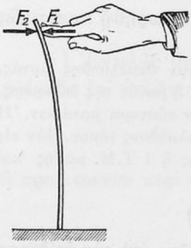
$$1\ \mathrm{kgr} = \frac{1\ \mathrm{kgr^*}}{9{,}81\ \mathrm{m \cdot sec^{-2}}} = \frac{1}{9{,}81}\ \mathrm{kgr^* \cdot m^{-1} \cdot sec^2} = \frac{1}{9{,}81}\ \mathrm{T.M.}$$

ἤτοι :

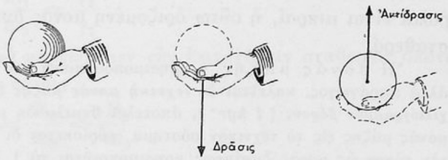
$$\boxed{1\ \mathrm{T.M.}\ \text{μάζης} = 9{,}81\ \mathrm{kgr}}$$

64. Σπουδὴ τοῦ τρίτου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος. Τὸ τρίτον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος διατυποῦται σήμερον ὡς ἑξῆς: « *Ἐὰν σῶμα Α ἐπενεργῇ ἐπὶ ἄλλου σώματος Β μὲ ὡρισμένην δύναμιν, τότε ταυτοχρόνως καὶ τὸ σῶμα Β ἐπενεργεῖ ἐπὶ τοῦ Α μὲ δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον* ». Ἐὰν τὴν ἐπενέργειαν τοῦ πρώτου τῶν σωμάτων ἐπὶ τοῦ δευτέρου καλέσωμεν « *δρᾶσιν* », τὴν δὲ ἐπενέργειαν τοῦ δευτέρου ἐπὶ τοῦ πρώτου « *ἀντίδρασιν* », τὸ ἀξίωμα τοῦτο δύναται νὰ διατυπωθῇ καὶ ὡς ἑξῆς: « *Εἰς πᾶσαν δρᾶσιν ἀναπτύσσεται ἴση ἀντίδρασις* ». Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται, ὅτι *οὐδέποτε ἐν τῇ φύσει ἀναφαίνεται ἡ ἐπενέργεια μιᾶς μόνης δυνάμεως, ἀλλ' αἱ δυνάμεις ἐμφανίζονται πάντοτε ἀνὰ δύο.*

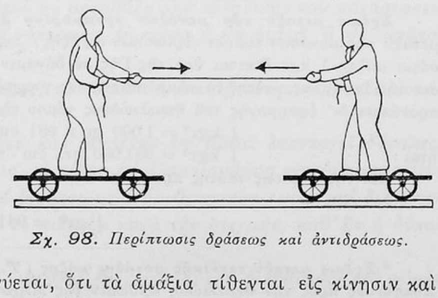
Οὕτω, ἐὰν διὰ τοῦ δακτύλου μας ἐξασκήσωμεν ἐπὶ ἐλάσματος (σχ. 96) μίαν δύναμιν F_1, τότε καὶ τὸ ἔλασμα ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ δακτύλου μας δύναμιν F_2 ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F_1. Ἐπίσης ὅταν κρατοῦμεν διὰ τῆς χειρός μας σφαῖραν (σχ. 97), αὐτὴ λόγῳ τοῦ βάρους της πιέζει τὴν χεῖρά μας (δρᾶσις), οἱ μυῶνες ὅμως τῆς χειρός μας ἀντιδροῦν καὶ ἐξασκοῦν δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον (ἀντίδρασις) καὶ δὲν ἀφήνουν τὴν σφαῖραν νὰ πέσῃ. Ὁμοίως, ἐπὶ δύο ὁμοίων ἁμαξίων ἵστανται δύο ἄνθρωποι ἔχοντες τὸ αὐτὸ βάρος καὶ συνδέονται μεταξύ των διὰ τεταμμένου σχοινίου (σχ. 98). Δυνάμεθα νὰ ἐξετάσωμεν τὰς ἀκολούθους περιπτώσεις δράσεως καὶ ἀντιδράσεως: Οἱ δύο ἄνθρωποι ἕλκουν τὸ σχοινίον α) ἀμφότεροι μὲν τὴν ἰδίαν δύναμιν, β) ὁ εἷς ἐντόνως καὶ ὁ ἄλλος ἀσθενῶς, γ) ὁ εἷς μὲ ὁσονδήποτε μεγάλην δύναμιν καὶ ὁ ἄλλος οὐδόλως. Εἰς ὅλας τὰς ἀνωτέρω περιπτώσεις δεικνύεται, ὅτι τὰ ἁμάξια τίθενται εἰς κίνησιν καὶ συναντῶνται εἰς τὸ μέσον τῆς ἀποστάσεως αὐτῶν.



Σχ. 96. Τὸ ἔλασμα ἀντιδρᾷ μὲ ἴσην καὶ ἀντίθετον δύναμιν.

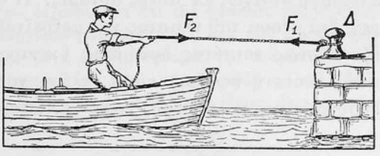


Σχ. 97. Ἡ σφαῖρα ἐξασκεῖ δύναμιν (δρᾶσιν), ἀλλὰ ἡ χεὶρ ἀντιδρᾷ μὲ ἴσην δύναμιν (ἀντίδρασιν).



Σχ. 98. Περίπτωσις δράσεως καὶ ἀντιδράσεως.

Ὁμοίως, ἐὰν ὁ ἄνθρωπος ὁ εὑρισκόμενος ἐπὶ τῆς λέμβου (σχ. 99) ἕλκῃ σχοινίον προσδεδεμένον ἐπὶ τῆς προκυμαίας εἰς τὴν δέστραν Δ, ἐξασκεῖ μίαν δύναμιν F_1. Ἀμέσως ὅμως ἐμφανίζεται ἴση καὶ ἀντίθετος δύναμις F_2, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ δέστρα Δ ἐπὶ τοῦ ἀνθρώπου ἕλκουσα αὐτὸν πρὸς τὴν προκυμαίαν. Οὕτω ὁ μὲν ἄνθρωπος μετὰ τῆς λέμβου κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως F_2, ἡ δὲ δέστρα ὡς μονίμως στερεωμένη παραμένει ἀκίνητος.



Σχ. 99. Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δύο δυνάμεων ἴσων καὶ ἀντιθέτων ἡ λέμβος κινεῖται πρὸς τὴν προκυμαίαν.

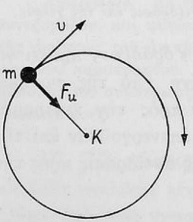
Εἰς ὅλα τὰ ἀνωτέρω παραδείγματα τὰ δύο σώματα εὑρίσκονται εἰς ἐπαφὴν ἢ συνδέονται διὰ συνδέσμων· εἶναι ὅμως δυνατὸν νὰ εὑρίσκωνται καὶ εἰς ἀπόστασιν τὸ ἓν ἀπὸ τοῦ ἄλλου. Οὕτω ἡ Γῆ ἕλκει τὰ ἐν τῇ γειτονίᾳ αὐτῆς εὑρισκόμενα σώματα, τὰ ὁποῖα ἀσκοῦν ἐπίσης ἴσην καὶ ἀντίθετον ἕλξιν ἐπὶ τῆς Γῆς (βλ. σχ. 47). Ὁμοίως ὁ μαγνήτης NS τοῦ σχήματος 46 ἕλκει τὴν σιδηρᾶν σφαῖραν μὲ δύναμιν F, χωρὶς νὰ εὑρίσκεται εἰς ἐπαφὴν μὲ αὐτήν, ἀλλὰ συγχρόνως καὶ ἡ σφαῖρα ἕλκει τὸν μαγνήτην μὲ δύναμιν ἀντιθέτου φορᾶς.

65. Κεντρομόλος δύναμις. Εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Κινηματικῆς ἐμελετήσαμεν τὴν περίπτωσιν σώματος κινουμένου ἰσοταχῶς ἐπὶ περιφερείας κύκλου (βλ. § 35) καὶ εἴδομεν ὅτι ἡ κίνησις τοῦ σώματος εἶναι μεταβαλλομένη, ἑπομένως τὸ σῶμα ἔχει ἐπιτάχυνσιν, τῆς ὁποίας ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ εἶναι:

$$\gamma = \frac{\upsilon^2}{r} \qquad (1)$$

ὅπου υ ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ καὶ r ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς. Ἐξ ἄλλου γνωρίζομεν, ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις διευθύνεται πρὸς τὸ κέντρον τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς καὶ ἐκλήθη αὕτη *κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις*.

Κατὰ τὸ δεύτερον ὅμως ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος ἡ ὕπαρξις ἐπιταχύνσεως καθιστᾷ ἀπαραίτητον τὴν ὕπαρξιν δυνάμεως τῆς αὐτῆς διευθύνσεως, ἡ ὁποία δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:



Σχ. 100.

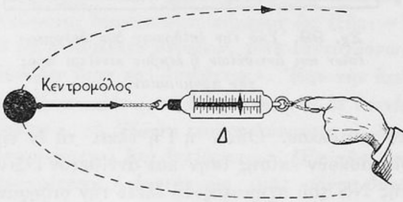
$$F = m \cdot \gamma$$

ἢ ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἐξισώσεως (1):

$$F = m \cdot \frac{\upsilon^2}{r} \qquad (2)$$

Ἐπειδὴ ἡ δύναμις F ἔχει τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐπιταχύνσεως πρὸς τὸ κέντρον K τοῦ κύκλου (σχ. 100), καλεῖται ***κεντρομόλος δύναμις.***

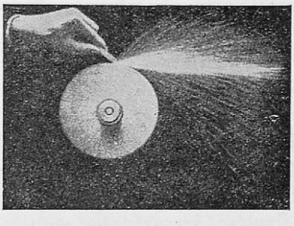
Ἡ κεντρομόλος δύναμις ἐμφανίζεται π.χ. εἰς τὴν σφενδόνην. Φαντασθῶμεν ὅτι ἀπὸ τοῦ ἄκρου νήματος ἐξαρτῶμεν μικρὰν σφαῖραν καὶ διὰ τοῦ ἑτέρου ἄκρου αὐτοῦ, τὸ ὁποῖον κρατοῦμεν διὰ τῆς χειρός μας, θέτομεν τὴν σφαῖραν εἰς περιστροφικὴν κίνησιν, εἰς τρόπον ὥστε νὰ διαγράφῃ, εἰς ὁριζόντιον ἐπίπεδον, περιφέρειαν κύκλου (σχ. 101). Ἵνα ὅμως ἡ σφαῖρα διαγράφῃ κυκλικὴν τροχιάν, εἶναι ἀπαραίτητον, ὡς γνωστόν, νὰ ἐπενεργῇ συνεχῶς ἐπ' αὐτῆς δύναμις. Ἡ δύναμις ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐκ τῆς χειρός μας διὰ μέσου τοῦ νήματος καὶ μετρεῖται διὰ τοῦ δυναμομέτρου. Τὴν ἀναγκαιότητα τῆς ἐξασκήσεως τοιαύτης δυνάμεως (κεντρομόλου) ἀντιλαμβανόμεθα ὅταν τὸ νῆμα θραυσθῇ, ὁπότε ἡ σφαῖρα παύει πλέον νὰ κινῆται ἐπὶ περιφερείας κύκλου καὶ κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς κατὰ τὴν ἐφαπτομένην τῆς τροχιᾶς της καὶ μὲ ταχύτητα, τὴν ὁποίαν εἶχε κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς θραύσεως τοῦ νήματος.



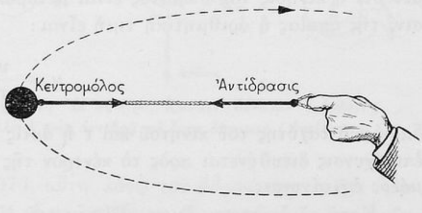
Σχ. 101. Τὸ δυναμόμετρον μετρεῖ τὴν ἀναγκαίαν διὰ τὴν περιστροφὴν κεντρομόλον δύναμιν.

Τὸ φαινόμενον τοῦτο παρατηροῦμεν ἐπαληθευόμενον εἰς τὸν σμυριδοτροχὸν (σχ.102), ὅπου τὰ ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τοῦ εἰκονιζομένου ἀντικειμένου ἀποσπώμενα διάπυρα τεμαχίδια σιδήρου κινοῦνται κατὰ τὴν ἐφαπτομένην τοῦ σμυριδοτροχοῦ εἰς τὸ σημεῖον τῆς ἀποσπάσεώς των.

Εἰς τὸ ἀνωτέρω περιγραφὲν πείραμα τῆς σφενδόνης, ὡς ἐλέχθη, ἡ κεντρομόλος δύναμις ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς σφαίρας ὑπὸ τῆς χειρὸς μέσῳ τοῦ νήματος. Συμφώνως ὅμως πρὸς τὸ τρίτον ἀξίωμα τοῦ Νεύτωνος αἱ δυνάμεις ἐμφανίζονται πάντοτε ἀνὰ ζεύγη καὶ



Σχ. 102. Οἱ σπινθῆρες ἐκτινάσσονται κατὰ τὴν ἐφαπομένην.



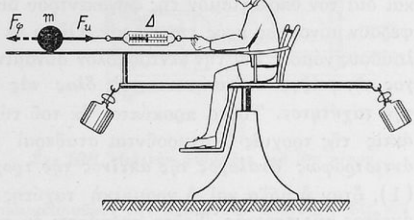
Σχ. 103. Ἡ κεντρομόλος δύναμις ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς σφαίρας καὶ ἡ ἀντίδρασις ἐπὶ τῆς χειρός.

συνεπῶς, ἐὰν θεωρήσωμεν τὴν ὡς ἄνω κεντρομόλον δύναμιν ὡς «*δρᾶσιν*», πρέπει νὰ ἐμφανισθῇ καὶ ἡ «*ἀντίδρασις*» πρὸς τὴν κεντρομόλον ἐξασκουμένη ὑπὸ τῆς σφαίρας μέσῳ τοῦ νήματος ἐπὶ τῆς χειρὸς καὶ ἔχουσα ἀντίθετον φορὰν πρὸς τὴν κεντρομόλον (σχ. 103). Τὴν ἀντίδρασιν ταύτην πράγματι αἰσθανόμεθα ἐπενεργοῦσαν ἐπὶ τῆς χειρός μας. Ἐκ παλαιοτέρας συνηθείας ἐπεκράτησεν, ἴσως κακῶς, ἡ ἀντίδρασις πρὸς τὴν κεντρομόλον δύναμιν νὰ καλῆται *φυγόκεντρος δύναμις*.

66. Φυγόκεντρος δύναμις. Ἕκαστον πρόβλημα Μηχανικῆς εἶναι δυνατὸν νὰ περιγραφῇ κατὰ δύο τρόπους. Κατὰ τὸν ἕνα τρόπον ὁ παρατηρητὴς παραμένει ἀκίνητος καὶ περιγράφει τὴν κίνησιν τοῦ σώματος, ὅπως οὗτος ἀντιλαμβάνεται ταύτην. Κατὰ τὸν δεύτερον τρόπον ὁ παρατηρητὴς συμμετέχει τῆς κινήσεως καὶ περιγράφει τὴν κίνησιν τοῦ σώματος, ὡς οὗτος πάλιν ἀντιλαμβάνεται ταύτην. Οὕτω, π.χ. εἰς τὴν περίπτωσιν ἐπιβάτου εὑρισκομένου ἐντὸς σιδηροδρομικοῦ ὀχήματος κινουμένου, οὗτος ἀντιλαμβάνεται τὰ ἐν αὐτῷ ἀντικείμενα, π.χ. καθίσματα, ὡς ἀκίνητα, ἐνῷ ἑτερος παρατηρητὴς εὑρισκόμενος ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἀντιλαμβάνεται ταῦτα κινούμενα· ἤτοι διὰ δύο διαφόρους παρατηρητὰς ἡ κινητικὴ κατάστασις τοῦ σώματος περιγράφεται ἑκάστοτε διαφοροτρόπως.

Εἰς τὸ πείραμα τῆς σφενδόνης, ὡς εἴδομεν, ὁ παρατηρητὴς παραμένει ἀκίνητος καὶ ἐπὶ τῇ βάσει τῶν γνώσεων τῆς Μηχανικῆς τὰς ὁποίας κατέχει δέχεται, ὅτι ἐπὶ τῆς σφαίρας τῆς σφενδόνης ἐπενεργεῖ μία μόνον δύναμις, ἡ *κεντρομόλος*, προερχομένη ἐκ τῆς χειρός του, ἐνῷ ἐπὶ τῆς χειρὸς ἐπενεργεῖ πάλιν μία δύναμις, ἡ *ἀντίδρασις*, προερχομένη ἐκ τῆς σφαίρας τῆς σφενδόνης.

Φαντασθῶμεν ἤδη τὸν παρατηρητὴν συμπεριστρεφόμενον μετὰ τῆς σφενδόνης (σχ. 104). Οὗτος ἀποφαίνεται ὅτι ἡ σφαῖρα δι' αὐτὸν εἶναι ἀκίνητος. Τὸ δυναμόμετρον ὅμως δεικνύει τὴν ἐπενέργειαν δυνάμεως ἐπὶ τῆς σφαίρας, τὴν ὁποίαν καλεῖ ***φυγόκεντρον δύναμιν***, διότι αὕτη τείνει νὰ ἀπομακρύνῃ τὴν σφαῖραν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς τροχιᾶς. Πράγματι, ἐὰν ὁ συμπεριστρεφόμενος παρατηρητὴς καύσῃ τὸ νῆμα, διὰ τοῦ ὁποίου συγκρατεῖ τὴν σφαῖραν, αὕτη ἐξακολουθεῖ νὰ κινῆται δι' αὐτόν, τουλάχιστον διὰ βραχὺ χρονικὸν διάστημα, εὐθυγράμμως ἀπομακρυνομένη συνεχῶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς τροχιᾶς της. Ἑπομένως ὁ παρατηρητὴς ὀφείλει νὰ παραδεχθῇ, ὅτι διὰ νὰ παραμένῃ ἀκίνητος ἡ σφαῖρα πρέπει ἐπ' αὐτῆς νὰ ἐπενεργῇ καὶ ἑτέρα δύναμις, ἴση κατ' ἀριθμητικὴν τιμήν, ἀλλ' ἀντιθέτου φορᾶς πρὸς τὴν φυγόκεντρον, ἡ ὁποία ὡς διευθυνομένη συνεχῶς πρὸς τὸ κέντρον καλεῖται κεντρομόλος δύναμις. Οὕτω διὰ τὸν συμπεριστρεφόμενον παρατηρητὴν ὑφίσταται ἡ φυγόκεντρος καὶ ἡ κεντρομόλος δύναμις, ἀμφότεραι δὲ ἐφαρμόζονται ἐπὶ τῆς σφαίρας.



Σχ. 104. Ὁ παρατηρητὴς συμπεριστρέφεται μετὰ τῆς σφενδόνης.

Ἐξ ὅλων τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι: 1) Ἡ φυγόκεντρος δύναμις ἐπενεργεῖ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐπενεργεῖ καὶ ἡ κεντρομόλος δύναμις.

2) Ἡ ἀντίδρασις πρὸς τὴν κεντρομόλον δύναμιν δὲν ἐπενεργεῖ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐπενεργεῖ καὶ ἡ κεντρομόλος, εἶναι ὅμως ἴση καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς πρὸς τὴν φυγόκεντρον δύναμιν.

3) Εἰς τὰς φυγοκεντρικὰς συσκευὰς καὶ πειράματα ἀντιλαμβανόμεθα ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ τὴν Νευτώνειον ἀντίδρασιν καὶ ὄχι τὴν φυγόκεντρον δύναμιν.

Ἔχοντες ὑπ' ὄψιν τὰς ἀνωτέρω διευκρινήσεις δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιοῦμεν ἀδιαφόρως τὸν ὅρον φυγόκεντρος δύναμις.

Σημείωσις. Ἐκ παλαιᾶς συνηθείας τὰ προβλήματα τῆς Φυσικῆς τὰ ἀναφερόμενα εἰς τὴν κεντρομόλον καὶ φυγόκεντρον δύναμιν λύονται κατὰ δύο τρόπους· εἴτε δηλ. διὰ τῆς παραδοχῆς τῆς ἀπόψεως τοῦ ἀκινήτου παρατηρητοῦ, εἴτε διὰ τῆς παραδοχῆς τῆς ἀπόψεως τοῦ συμπεριστρεφομένου παρατηρητοῦ. Ἀμφότεραι αἱ μέθοδοι ἄγουν εἰς τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα καὶ πολλάκις ἡ μέθοδος τοῦ συμπεριστρεφομένου παρατηρητοῦ λύει τὸ πρόβλημα εὐκολώτερον καὶ μὲ ὀλιγωτέρους ὑπολογισμούς.

67. Ἐξισώσεις τῆς κεντρομόλου δυνάμεως. Ὡς γνωστὸν μεγέθη ἀναφερόμενα εἰς κάθε κυκλικὴν κίνησιν εἶναι ἡ γωνιακὴ ταχύτης ω, ἡ συχνότης ν καὶ ἡ περίοδος Τ. Οὕτω ἀπὸ τοὺς γνωστοὺς τύπους τῆς Κινηματικῆς (βλ. § 35):

$$υ = ω \cdot r, \qquad ω = 2π \cdot ν, \qquad ν = \frac{1}{T}$$

δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τὴν ἐξίσωσιν τῆς κεντρομόλου δυνάμεως:

$$\mathbf{F} = \mathbf{m} \cdot \frac{\mathbf{υ}^2}{\mathbf{r}} \qquad (1)$$

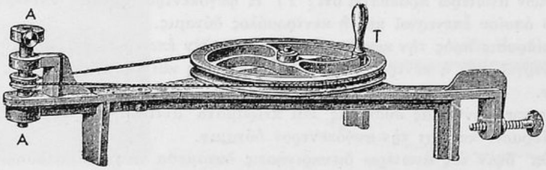
καὶ ὑπὸ τὰς ἀκολούθους μορφάς :

$$\mathbf{F} = \mathbf{m} \cdot \omega^2 \cdot \mathbf{r} \quad (2), \quad \mathbf{F} = \mathbf{m} \cdot 4\pi^2 \cdot \nu^2 \cdot \mathbf{r} \quad (3), \quad \mathbf{F} = \mathbf{m} \cdot \frac{4\pi^2}{\mathrm{T}^2} \cdot \mathbf{r} \quad (4)$$

Τὰς ἐξισώσεις ταύτας χρησιμοποιοῦμεν ἑκάστοτε ἀναλόγως τῶν παρουσιαζομένων περιπτώσεων.

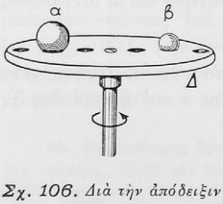
68. Νόμοι τῆς κεντρομόλου δυνάμεως. Οἱ τύποι (1), (2), (3) καὶ (4) τῆς § 67 διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς κεντρομόλου δυνάμεως ἰσχύουν, συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, καὶ διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως, δεδομένου ὅτι αἱ δύο δυνάμεις διαφέρουν μόνον ὡς πρὸς τὴν φοράν. Οὕτω ἐκ τῶν ἀνωτέρω τύπων συνάγομεν τοὺς ἀκολούθους νόμους διὰ τὴν κεντρομόλον δύναμιν. *Ἡ κεντρομόλος δύναμις εἶναι :* 1) *ἀνάλογος τῆς μάζης τοῦ σώματος, εἰς ὅλας τὰς περιπτώσεις,* 2) *ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος.* Τοῦτο προκύπτει ἐκ τοῦ τύπου (1), ὅταν ἡ μᾶζα τοῦ σώματος καὶ ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς διατηροῦνται σταθεραὶ καὶ μεταβάλλεται ἡ γραμμικὴ ταχύτης, 3) *ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος τῆς τροχιᾶς.* Τοῦτο προκύπτει πάλιν ἐκ τοῦ τύπου (1), ὅταν ἡ μᾶζα καὶ ἡ γραμμικὴ ταχύτης διατηροῦνται σταθεραί, 4) *ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος τῆς τροχιᾶς.* Τοῦτο προκύπτει ἐκ τοῦ τύπου (2), ὅταν ἡ μᾶζα καὶ ἡ γωνιακὴ ταχύτης διατηροῦνται σταθεραί.

69. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῶν νόμων. Διὰ τὴν πειραματικὴν ἐπαλήθευσιν τῶν ἀνωτέρω ἀναφερομένων νόμων χρησιμοποιεῖται συνήθως ἡ χειροκίνητος συσκευὴ ἡ εἰκονιζομένη εἰς τὸ σχῆμα 105, ἡ ὁποία ὀνομάζεται *φυγοκεντρικὴ μηχανή.*



Σχ. 105. Εἰς τὸ ἄνω ἄκρον Α τοῦ ἄξονος τῆς φυγοκεντρικῆς μηχανῆς προσαρμόζονται αἱ διάφοροι φυγοκεντρικαὶ συσκευαί.

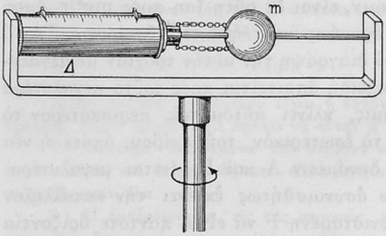
1) Ἐπὶ τοῦ ἄξονος ΑΑ τῆς φυγοκεντρικῆς μηχανῆς προσαρμόζομεν τὸν δίσκον Δ (σχ. 106), ὁ ὁποῖος φέρει ἐγκοπὰς εἰς συμμετρικὰς ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς, καὶ τοποθετοῦμεν δύο σφαίρας α καὶ β ἀνίσου μάζης εἰς ἴσας ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ ἄξονος. Ἐὰν ἀρχίσωμεν νὰ περιστρέφωμεν τὸν δίσκον, ἑκάστη τῶν σφαιρῶν θὰ διαγράφῃ κυκλικὴν τροχιὰν καὶ θὰ ὑφίσταται διὰ παρατηρητὴν ἀκίνητον τὴν ἐπίδρασιν κεντρομόλου δυνάμεως. Ἐὰν αὐξήσωμεν τὴν ταχύτητα ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι πρῶτον ἐκτινάσσεται ἡ μεγαλυτέρας μάζης σφαῖρα καὶ ἐν συνεχείᾳ, ὅταν ἡ ταχύτης αὐξηθῇ ἀκόμη περισσότερον, ἐκτινάσσεται καὶ ἡ σφαῖρα β. Τὸ πείραμα τοῦτο δεικνύει, ὅτι διὰ τὴν διατήρησιν τῆς κυκλικῆς κινήσεως ἀπαιτεῖται τοσοῦτον μεγαλυτέρα κεντρομόλος δύναμις, ὅσον ἡ μᾶζα εἶναι μεγαλυτέρα.



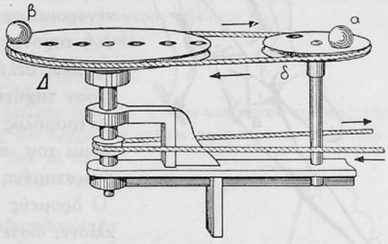
Σχ. 106. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ 1ου νόμου.

2) Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ δευτέρου νόμου χρησιμοποιοῦμεν τὴν ἀκόλουθον διάταξιν. Εἰς τὸν

ἄξονα τῆς φυγοκεντρικῆς μηχανῆς προσαρμόζομεν τὴν συσκευὴν τοῦ σχήματος 107, ὅπου ἐπὶ τοῦ πλαισίου εἶναι μονίμως στερεωμένον δυναμόμετρον Δ καὶ ἐπ᾽ αὐτοῦ προσαρμόζεται σφαῖρα μάζης m ὀλισθαίνουσα ἐλευθέρως κατὰ μῆκος ὁριζοντίου ὁδηγοῦ στελέχους. Ὅταν περιστρέψωμεν τὴν συσκευήν, τὸ δυναμόμετρον δεικνύει ἔνδειξίν τινα. Ἐὰν αὐξήσωμεν τὴν ταχύτητα περιστροφῆς, ἡ ἔνδειξις τοῦ δυναμομέτρου θὰ εἶναι μεγαλυτέρα, δεικνύεται δὲ ὅτι, ὅταν ἡ ταχύτης περιστροφῆς διπλασιασθῇ, ἡ ἔνδειξις τοῦ δυναμομέτρου τετραπλασιάζεται.



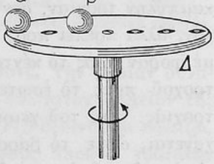
Σχ. 107. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ 2ου νόμου.



Σχ. 108. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ 3ου νόμου.

3) Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ τρίτου νόμου χρησιμοποιοῦμεν τὴν ἀκόλουθον διάταξιν. Εἰς τὸν ἄξονα τῆς μηχανῆς προσαρμόζομεν τὸν δίσκον Δ, ὁ ὁποῖος δι᾽ ἱμάντος θέτει εἰς περιστροφὴν ἕτερον δίσκον δ μικροτέρας διαμέτρου (σχ. 108) εὑρισκόμενον εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος. Οἱ δύο οὗτοι δίσκοι φέρουν παρὰ τὴν περιφέρειάν των ἐνσκαφάς, εἰς τὰς ὁποίας συγκρατοῦνται δύο σφαῖραι α καὶ β τῆς αὐτῆς μάζης. Ἡ γραμμικὴ ταχύτης τῶν δύο σφαιρῶν εἶναι ἡ αὐτὴ ὡς ἐκ τῆς χρησιμοποιουμένης διατάξεως. Ἐὰν ἤδη περιστρέψωμεν τὴν μηχανὴν μὲ ταχύτητα ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον αὐξανομένην, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι διὰ μίαν ὡρισμένην ταχύτητα περιστροφῆς ἐκτινάσσεται πρῶτον ἡ ἐπὶ τοῦ μικροῦ δίσκου σφαῖρα α καὶ ἐν συνεχείᾳ, ὅταν ἡ ταχύτης αὐξηθῇ ἀκόμη περισσότερον, ἐκτινάσσεται ἡ σφαῖρα β. Τὸ πείραμα τοῦτο δεικνύει, ὅτι ὑπὸ τὴν ἰδίαν γραμμικὴν ταχύτητα ἡ σφαῖρα, ἡ ὁποία διαγράφει τροχιὰν μικροτέρας ἀκτῖνος, ἤτοι ἡ σφαῖρα α, ὑφίσταται συμφώνως πρὸς τὸν 3ον νόμον μεγαλυτέραν φυγόκεντρον δύναμιν.

4) Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ τετάρτου νόμου χρησιμοποιεῖται ἡ ἀκόλουθος διάταξις. Εἰς τὸν ἄξονα τῆς μηχανῆς προσαρμόζομεν δίσκον, ὁ ὁποῖος φέρει ἐνσκαφὰς εἰς διαφόρους ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ ἄξονος (σχ. 109), καὶ τοποθετοῦμεν πάλιν δύο σφαίρας τῆς αὐτῆς μάζης εἰς διαφόρους ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ κέντρου. Ἐὰν ἀρχίσωμεν νὰ περιστρέφωμεν τὸν δίσκον μὲ ταχύτητα ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον αὐξανομένην, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι πρῶτον ἐκτινάσσεται ἡ σφαῖρα α καὶ ὑπὸ μεγαλυτέραν ταχύτητα περιστροφῆς τῆς μηχανῆς ἐκτινάσσεται καὶ ἡ σφαῖρα β, συμφώνως πρὸς τὸν 4ον νόμον.



Σχ. 109. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ 4ου νόμου.

Ἑπομένως ἡ φυγόκεντρος δύναμις θὰ εἶναι μεγαλυτέρα δι᾽ ἐκείνην τὴν σφαῖραν, ἡ ὁποία εὑρίσκεται εἰς μεγαλυτέραν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς.

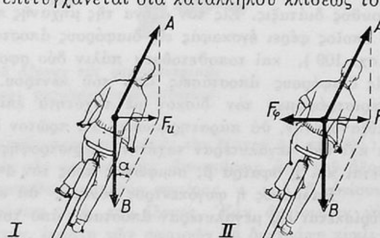
70. Διάφοροι πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς κεντρομόλου δυνάμεως. Κατωτέρω ἀναφέρομεν περιπτώσεις τινὰς κεντρομόλου δυνάμεως ὡς καὶ πρακτικὰς αὐτῶν ἐφαρμογάς.

1) ***Δρομεύς.*** Εἰς τὴν περίπτωσιν δρομέως κινουμένου ἀρχικῶς ἐπὶ εὐθυγράμμου στίβου καὶ ἀκολούθως ἐπιθυμοῦντος νὰ διαγράψῃ τὸ καμπύλον τμῆμα τοῦ στίβου πρέπει ἡ ταχύτης του νὰ ἀλλάξῃ διεύθυνσιν, ἄρα πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ μία δύναμις (κεντρομόλος). Τοῦτο ἐπιτυγχάνεται διὰ κλίσεως τοῦ δρομέως. Τὴν κεντρομόλον δύναμιν,

ἥτις διευθύνεται πρὸς τὸ κέντρον τῆς περιφερείας, εἰς τὴν ὁποίαν ἀνήκει τὸ τόξον, ἀνευρίσκομεν διὰ τῆς συνθέσεως τῶν ἑξῆς δύο δυνάμεων: α) τοῦ βάρους Β τοῦ δρομέως καὶ β) τῆς δυνάμεως Α, ἥτις παριστᾷ τὴν ἀντίδρασιν τοῦ ἐδάφους (σχ. 110). Ἡ συνισταμένη F τῶν δύο τούτων δυνάμεων παριστᾷ τὴν κεντρομόλον δύναμιν, εἶναι δὲ αὕτη ἴση πρὸς $m\upsilon^2/r$, ὅπου υ ἡ ταχύτης τοῦ δρομέως καὶ r ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς. Ἂν ὁ δρομεὺς θελήσῃ νὰ διαγράψῃ τὴν αὐτὴν τροχιὰν μὲ μεγαλυτέραν ταχύτητα, ἐπειδὴ ἀπαιτεῖται πρὸς τοῦτο μεγαλυτέρα κεντρομόλος δύναμις, κλίνει αὐτομάτως περισσότερον τὸ σῶμά του πρὸς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ στίβου, ὁπότε ἡ νέα συνισταμένη τῶν δυνάμεων Α καὶ Β γίνεται μεγαλυτέρα. Ὁ δρομεὺς οὕτω ἀσυναισθήτως ἐκλέγει τὴν κατάλληλον κλίσιν, ὥστε ἡ συνισταμένη F νὰ εἶναι πάντοτε ὁριζοντία καὶ ἴση πρὸς $m\upsilon^2/r$, ἄλλως οὗτος ἀνατρέπεται. Πρὸς ἀποφυγὴν ἀνατροπῆς ἢ ἐξολισθήσεως δρομέων διαγραφόντων καμπύλας τροχιᾶς δίδουν μικρὰν κλίσιν τοῦ στίβου πρὸς τὸ κέντρον αὐτοῦ. Ὁ δρομεὺς κλίνει ὁμοίως τὸ σῶμά του πρὸς τὰ ἔσω τῆς καμπύλης τροχιᾶς. Εἰς τὰς δύο ὡς ἄνω κλίσεις (στίβου καὶ δρομέως) ὀφείλεται ἡ ἐμφάνισις τῆς κεντρομόλου δυνάμεως F, ἀπαραιτήτου, ὡς γνωστόν, διὰ τὴν κίνησιν ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς.

Σχ. 110. Πρὸς ἀποφυγὴν ἀνατροπῆς ὁ δρομεὺς κλίνει τὸ σῶμά του πρὸς τὰ ἔσω τῆς τροχιᾶς.

2) ***Ποδηλάτης.*** Ὅταν ποδηλάτης κινῆται ἐπὶ εὐθυγράμμου τροχιᾶς, ἐπὶ τοῦ ποδηλάτου ἐξασκοῦνται δύο δυνάμεις, ἤτοι τὸ βάρος τοῦ ποδηλάτου (μετὰ τοῦ ποδηλατιστοῦ) καὶ ἡ δύναμις ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τοῦ ἐδάφους. Ὅταν οὗτος ἐπιδιώκῃ νὰ διαγράψῃ καμπύλην τροχιάν, δὲν ἀρκεῖ ἁπλῶς διὰ τοῦ πηδαλίου νὰ στρέψῃ τὸν ἐμπρόσθιον τροχόν, ἀλλὰ πρέπει πρὸς τούτοις νὰ φροντίσῃ ὥστε νὰ δημιουργηθῇ κεντρομόλος δύναμις, μὲ φορὰν πρὸς τὸ κέντρον τῆς τροχιᾶς. Τοῦτο ἐπιτυγχάνεται διὰ καταλλήλου κλίσεως τοῦ τροχοῦ πρὸς τὸ ἐσωτερικὸν τῆς καμπύλης τροχιᾶς. Διὰ τοῦ χειρισμοῦ τούτου ἐπιτυγχάνεται, ὥστε τὸ βάρος Β τοῦ ποδηλάτου μετὰ τοῦ ποδηλατιστοῦ, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ δύναμιν ἐφηρμοσμένην εἰς τὸ κέντρον βάρους καὶ διευθυνομένην κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω, νὰ ἀναλυθῇ εἰς δύο συνιστώσας, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία F_κ εἶναι ἡ κεντρομόλος δύναμις (σχ. 111, Ι).



Σχ. 111. Ὁ ποδηλατιστὴς διὰ νὰ μὴ πέσῃ εἰς τὰς καμπὰς πρέπει νὰ κλίνῃ πρὸς τὰ ἔσω.

Οὕτω διὰ παρατηρητὴν ἀκίνητον, ἐπὶ ποδηλάτου διαγράφοντος κυκλικὴν τροχιὰν ἐπενεργοῦν δύο δυνάμεις, τὸ βάρος τοῦ ποδηλάτου (μετὰ τοῦ ποδηλατιστοῦ) καὶ ἡ ἀντίδρασις τοῦ ἐδάφους Α (σχ. 111, Ι). Αἱ δύο αὗται δυνάμεις συντιθέμεναι παρέχουν τὴν κεντρομόλον δύναμιν F_κ, ἡ ὁποία πρέπει νὰ ὑπάρχῃ, κατὰ τὴν ἄποψιν τοῦ ἀκινήτου παρατηρητοῦ, ἵνα τὸ σύστημα διαγράφῃ κυκλικὴν τροχιάν.

Εἰς τὸ σχῆμα 111, ΙΙ ἐξετάζομεν τὴν ἄποψιν συμπεριστρεφομένου παρατηρητοῦ. Ἐπὶ τοῦ ποδηλάτου πρέπει νὰ ἐπενεργῇ φυγόκεντρος δύναμις, ἡ ὁποία θὰ ἐξετίναζε τὸν ποδηλατιστὴν πρὸς τὰ ἔξω. Πρὸς ἀποφυγὴν τούτου ὁ ποδηλατιστὴς κλίνει, ὅτε ἐπὶ τοῦ ποδηλάτου ἐπενεργοῦν τρεῖς δυνάμεις, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα, εὑρισκόμεναι ἐν ἰσορροπίᾳ καὶ οὕτω διὰ τὸν συμπεριστρεφόμενον παρατηρητὴν τὸ σύστημα ποδηλάτου καὶ ποδηλατιστοῦ παραμένει ἀκίνητον. Διὰ νὰ ἰσορροποῦν ὅμως αἱ τρεῖς δυνάμεις, πρέπει ἡ συνισταμένη τῶν Β καὶ Α, δηλ. ἡ κεντρομόλος δύναμις F_κ, νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντιθέτου φορᾶς πρὸς τὴν φυγόκεντρον δύναμιν F_φ.

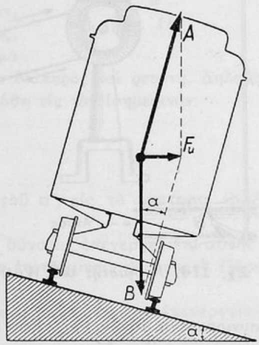
Διὰ νὰ ἀποκατασταθῇ ἡ ὡς ἄνω συνθήκη ἰσορροπίας, πρέπει:

$$\varepsilon\varphi\,\alpha = \frac{F_\varphi}{B} = \frac{m\cdot \upsilon^2/r}{m\cdot g} = \frac{\upsilon^2}{r\cdot g}$$

Ὅσον δηλαδὴ μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ταχύτης υ ἐπὶ τῆς τροχιᾶς, ἢ ὅσον μικροτέρα ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς, τόσον μεγαλυτέρα πρέπει νὰ εἶναι ἡ κλίσις τοῦ τροχοῦ ἐν σχέσει πρὸς τὴν κατακόρυφον.

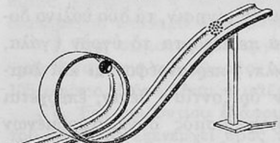
Τὰ ἀνωτέρω ἐκτιθέμενα δὲν ἰσχύουν μόνον διὰ τὰ ποδήλατα, ἀλλὰ καὶ δι' οἱονδήποτε ἄλλο ὄχημα, π.χ. αὐτοκίνητον, σιδηρόδρομον κλπ.

3) Αἱ *ἁμαξοστοιχίαι*, εἰς τὰς στροφὰς τῶν σιδηροδρομικῶν γραμμῶν, διὰ νὰ ἀποφύγουν τοὺς κινδύνους ἐκ τῆς ἀνατροπῆς ἢ ἐκτροχιασμοῦ αὐτῶν, δι' οὓς λόγους ἀνωτέρω ἐξεθέσαμεν, ἐλαττώνουν τὴν ταχύτητα κινήσεώς των. Ἐπίσης αἱ σιδηροτροχιαὶ τοποθετοῦνται εἰς τὰς καμπὰς κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἡ ἐσωτερικὴ πρὸς τὸ κέντρον σιδηροτροχιὰ νὰ εὑρίσκεται ὀλίγον χαμηλότερον τῆς ἐξωτερικῆς, οὕτω δὲ προκαλεῖται αὐτόματος κλίσις τῶν βαγονίων. Ἐπὶ τοῦ ὀχήματος ἐπενεργοῦν πάλιν δύο δυνάμεις, ἤτοι τὸ βάρος Β τοῦ ὀχήματος καὶ ἡ δύναμις Α, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ ὀχήματος ἡ σιδηροτροχιὰ (σχ. 112). Ἡ κλίσις τῶν σιδηροτροχιῶν εἶναι τοιαύτη, ὥστε ἡ συνισταμένη F_κ τῶν δύο τούτων δυνάμεων νὰ εἶναι πάντοτε ὁριζοντία, νὰ ἔχῃ φορὰν πρὸς τὸ κέντρον τῆς καμπῆς καὶ νὰ εἶναι ἴση πρὸς $m\upsilon^2/r$. Ἡ συνισταμένη αὕτη εἶναι διὰ τὸν ἀκίνητον παρατηρητὴν ἡ κεντρομόλος δύναμις. Ἡ κλίσις ὑπολογίζεται ὡς καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ποδηλάτου.



Σχ. 112. Κλίσις ὀχήματος διαγράφοντος καμπύλην τροχιάν.

4) ***Ἀνακύκλωσις.*** Ἕτερον παράδειγμα εἶναι ἡ **ἀνακύκλωσις**, τὴν ὁποίαν δύναται νὰ ἐκτελέσῃ ἓν κινητὸν χωρὶς νὰ πέσῃ, ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς τροχιᾶς. Πράγματι εἰς τὸ σχῆμα 113 δεικνύεται σφαῖρα, ἥτις ἀφιεμένη ἐκ καταλλήλου ὕψους ἀποκτᾷ τοιαύτην ταχύτητα, ὥστε νὰ διαγράφῃ τὴν κατακόρυφον κυκλικὴν τροχιὰν χωρὶς νὰ πέσῃ. Ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐξασκοῦνται δύο πάλιν δυνάμεις, ἤτοι τὸ βάρος καὶ ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ τροχιά. Ἡ διὰ τὴν ἀνακύκλωσιν ἀναγκαία κεντρομόλος δύναμις προέρχεται ἐκ τῆς σιδηροτροχιᾶς, ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ ἐπὶ τῆς σφαίρας.

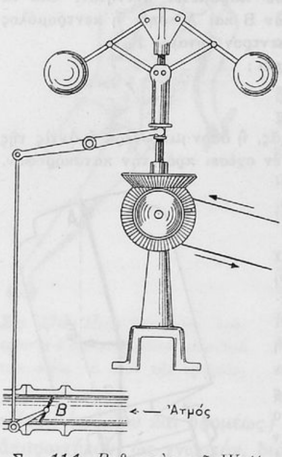

Σχ. 113. Τροχιὰ ἀνακυκλώσεως.

Διὰ νὰ ἐξετάσωμεν λεπτομερέστερον τὸ φαινόμενον τοῦτο, δεχόμεθα καὶ τὴν ἄποψιν συμπεριστρεφομένου παρατηρητοῦ. Διὰ τὸν παρατηρητὴν τοῦτον ὑφίσταται ἀφ' ἑνὸς μὲν τὸ βάρος τοῦ σώματος, ἐφηρμοσμένον ἐπὶ τῆς σφαίρας, ἀφ' ἑτέρου ἡ φυγόκεντρος δύναμις, ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται ἐπίσης ἐπὶ τῆς σφαίρας, εἶναι δὲ ἀντιθέτου φορᾶς πρὸς τὸ βάρος, καὶ ἡ ὁποία, ἵνα συγκρατῆται τὸ σῶμα, πρέπει νὰ εἶναι τουλάχιστον ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ σώματος, ἤτοι:

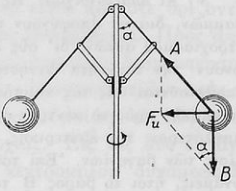
$$\frac{m\upsilon^2}{r} = m\cdot g$$

Ἑπομένως ἡ ἐλαχίστη ταχύτης υ τοῦ σώματος ἡ ἀναγκαία διὰ τὴν ἀνακύκλωσιν καθορίζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως $\upsilon = \sqrt{r \cdot g}$, ἤτοι ἡ ταχύτης εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς μάζης. Εἰς τὸ αὐτὸ ἐξαγόμενον καταλήγει καὶ ὁ ἀκίνητος παρατηρητής.

5) ***Ρυθμιστὴς τοῦ*** *Watt*. Ὁ ***ρυθμιστὴς τοῦ*** *Watt* (***Βὰτ***) χρησιμεύει διὰ τὴν ρύθμισιν τῆς εἰσαγωγῆς ρευστῶν (ὕδατος, ἀερίων, ὑδρατμῶν κλπ.) εἰς διαφόρους κινητηρίους μηχανάς, ὡς ἀτμομηχανάς, μηχανὰς ἐσωτερικῆς καύσεως κλπ. Ἀποτελεῖται ἀπὸ κατακόρυφον στέλεχος περιστρεφόμενον ὑπὸ τῆς μηχανῆς, φέρει δὲ δύο ὁμοίας μεταλλικὰς σφαίρας στερεωμένας ἐπὶ δύο ἀρθρωτῶν βραχιόνων (σχ. 114). Κατὰ τὴν περιστροφὴν τοῦ στελέχους αἱ σφαῖραι τείνουν νὰ ἀπομακρυνθῶσιν τοῦ ἄξονος, τόσον περισσότερον, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ταχύτης περιστροφῆς. Ὅταν ἡ ταχύτης περιστροφῆς ὑπερβῇ τὴν κανονικήν, αἱ σφαῖραι ἀπομακρυνόμεναι προκαλοῦν δι' ἁπλουστάτου μηχανισμοῦ τὸ κλείσιμον τῆς βαλβίδος Β τῆς εἰσαγωγῆς τοῦ ἀτμοῦ.



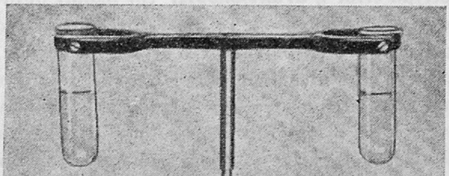
Σχ. 114. Ρυθμιστὴς τοῦ Watt.



Σχ. 115.

Εἰς τὸ σχῆμα 115 δεικνύονται αἱ δυνάμεις Β καὶ Α, αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται ἐπὶ ἑκάστης τῶν σφαιρῶν, δι' ἀκίνητον παρατηρητήν, καὶ ἡ συνισταμένη αὐτῶν F_κ, ἥτις πρέπει νὰ εἶναι ὁριζοντία καὶ ἴση πρὸς $m\upsilon^2/r = m\omega^2 r$, παρέχει τὴν κεντρομόλον δύναμιν.

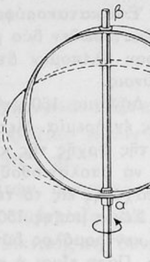
6) ***Φυγοκεντρικὸς διαχωριστήρ.*** Διὰ τὸν ἀποχωρισμὸν στερεῶν αἰωρουμένων ἐντὸς ὑγρῶν χρησιμοποιοῦνται εἰδικαὶ φυγοκεντρικαὶ μηχαναί. Εἰς τὸ σχῆμα 116 δεικνύεται μία τοιαύτη ἁπλῆ συσκευή. Ἐὰν ὁ ἄξων τεθῇ εἰς ταχεῖαν περιστροφικὴν κίνησιν, τὰ δύο ὑάλινα δοχεῖα τὰ περιέχοντα τὸ ὑγρὸν (γάλα, αἷμα κλπ.) περιστρέφονται καὶ λαμβάνουν ὁριζοντίαν θέσιν, ἐπέρχεται δὲ ὁ διαχωρισμὸς συγκεντρουμένων εἰς τὸν πυθμένα τῶν δοχείων τῶν συστατικῶν ἐκείνων, τῶν ὁποίων ἡ πυκνότης εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τοῦ ὑγροῦ.


Σχ. 116. Ὑπόδειγμα φυγοκεντρικοῦ διαχωριστῆρος.

Εἰς τὴν φυγοκέντρωσιν τοῦ γάλακτος, τὸ ὕδωρ, ὡς τὸ βαρύτερον συστατικόν, ἀποχωρίζεται πρὸς τὰ ἔξω, ἐνῷ τὸ βούτυρον συσσωρεύεται πρὸς τὰ ἔσω. Κατασκευάζονται σήμερον ἠλεκτρικαὶ φυγοκεντρικαὶ συσκευαὶ μὲ ἀριθμὸν στροφῶν πολλῶν χιλιάδων ἀνὰ λεπτόν.

Φυγοκεντρικαὶ μηχαναὶ χρησιμοποιοῦνται ἐπίσης ὡς στροφόμετρα, ὡς καὶ εἰς ξηραντήρια ὑφασμάτων. Οὕτω τὰ ὑφάσματα τοποθετοῦνται ἐντὸς καταλλήλων δοχείων καὶ τίθενται εἰς ταχεῖαν περιστροφικὴν κίνησιν, τὸ δὲ ὕδωρ ἐκτινάσσεται ἐκ τῶν ὀπῶν τῶν δοχείων καὶ συλλέγεται εἰς ἄλλα δοχεῖα περιβάλλοντα τὰ πρῶτα.

7) *Πλάτυνσις τῆς Γῆς κατὰ τοὺς πόλους.* Τὸ σχῆμα 117 δεικνύει συσκευὴν ἀποτελουμένην ἀπὸ στέλεχος μεταλλικὸν α β ἐπὶ τοῦ ὁποίου προσηρμόσθη κυκλικὸν χαλύβδινον ἔλασμα, τὸ ὁποῖον ἔχει μὲν στερεωθῆ μονίμως εἰς τὴν θέσιν α, ἐνῷ εἰς τὴν θέσιν β φέρει ὀπήν, εἰς τρόπον ὥστε τὸ χαλύβδινον ἔλασμα νὰ δύναται νὰ ὀλισθαίνῃ ἐλευθέρως κατὰ μῆκος τοῦ στελέχους.



Σχ. 117.

Ἐὰν θέσωμεν τὸ στέλεχος εἰς ταχεῖαν περιστροφικὴν κίνησιν, τότε τὸ ἔλασμα παραμορφοῦται καὶ λαμβάνει τὸ σχῆμα ἐλλείψεως, ὡς δεικνύει ἡ ἐστιγμένη γραμμή. Τὸ πείραμα τοῦτο ἐξηγεῖ τὸ σχῆμα τοῦ ἐκ περιστροφῆς ἐλλειψοειδοῦς, τὸ ὁποῖον ἔλαβε ἡ Γῆ, ὅτε ἦτο διάπυρος καὶ ρευστή. Δηλαδὴ λόγῳ τῆς περιστροφῆς της ἐπλατύνθη εἰς τοὺς πόλους καὶ ἐξωγκώθη εἰς τὸν ἰσημερινόν.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Σῶμα ἔχει μᾶζαν 4000 gr. Πόσον εἶναι τὸ βάρος αὐτοῦ α) εἰς τὸ σύστημα CGS καὶ β) εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα ($g = 9{,}81$ m/sec^2).

2. Μᾶζα 2 kgr ὑφίσταται ἐπιβράδυνσιν 0,1 m/sec^2. Ποία δύναμις ἐπενεργεῖ ἐπ' αὐτῆς ;

3. Μᾶζα 12 kgr ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν δυνάμεως ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 4 cm/sec^2. Πόση εἶναι ἡ δύναμις εἰς kgr*. ($g = 9{,}81$ m/sec^2.)

4. Πόσην ἐπιτάχυνσιν εἰς m/sec^2 ὑφίσταται σῶμα βάρους 2 kgr* ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν δυνάμεως 1 kgr*.

5. Ἐπὶ ἠρεμούσης μάζης 10 gr ἐπενεργεῖ δύναμις 2000 dyn ἐπὶ 4 sec. Πόσον διάστημα διανύει ἡ μᾶζα εἰς 6 sec καὶ πόσον διάστημα διανύει ἐντὸς τοῦ δεκάτου δευτερολέπτου.

6. Ἐκ πυροβόλου ἔχοντος σωλῆνα μήκους 3 m καὶ ἐσωτερικὴν διάμετρον 40 mm βάλλεται βλῆμα μάζης 1 kgr, τὸ ὁποῖον κατὰ τὴν ἔξοδον ἐκ τοῦ σωλῆνος ἔχει ταχύτητα 850 m/sec. Ζητοῦνται ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ ἡ δύναμις ἐπὶ τοῦ βλήματος, ὑποτιθεμένου ὅτι αὕτη διατηρεῖται σταθερὰ καθ' ὅλην τὴν διαδρομὴν τοῦ βλήματος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος.

7. Ἐπὶ σώματος ἐπενεργεῖ ὁριζοντίως σταθερὰ δύναμις 4500 dyn. Εἰς ὡρισμένην στιγμὴν ἡ ταχύτης τοῦ σώματος εἶναι 60 cm/sec, μετὰ πάροδον δὲ 8 sec ἡ ταχύτης αὐτοῦ εἶναι 105 cm/sec. Πόση εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος.

8. Ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους ἄνευ τριβῆς εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ σῶμα μάζης 2 kgr. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπενεργεῖ πρὸς τὰ ἄνω καὶ ὑπὸ γωνίαν 30^0 ἐν σχέσει πρὸς τὴν κατακόρυφον δύναμις 1 kgr*. Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ πόσον τὸ διανυθὲν διάστημα ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἐντὸς 10 sec.

9. Σῶμα μάζης $3 \cdot 10^5$ gr κινεῖται ὁριζοντίως ὑπὸ ταχύτητα 10^3 cm/sec. Πόση γίνεται ἡ ταχύτης αὐτοῦ μετὰ πάροδον 100 sec, ὅταν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως ἐπενεργήσῃ δύναμις $4{,}5 \cdot 10^7$ dyn.

10. Σιδηροδρομικὸς συρμὸς βάρους 500 τόννων κινεῖται ἐπὶ ὁριζοντίων σιδηροτροχιῶν καὶ πρέπει ἡ ταχύτης αὐτοῦ ἀπὸ 4 m/sec νὰ αὐξηθῇ εἰς 20 m/sec ἐντὸς 4 min. Πόσην ἕλξιν πρέπει νὰ ἀναπτύξῃ ἡ μηχανή.

11. Μᾶζα 2 τόννων ἠρεμεῖ ἐπὶ ὁριζοντίου καὶ ἄνευ τριβῆς ἐδάφους καὶ πρέπει ἐντὸς 1 min νὰ ἀποκτήσῃ ταχύτητα 5 m/sec. Ζητεῖται ἡ ὁριζοντία δύναμις, ἡ ὁποία πρέπει νὰ ἐπενεργήσῃ ἐπὶ τῆς σφαίρας.

12. Ἐπὶ ἠρεμούσης μάζης 3 kgr ἐπενεργεῖ δύναμις 600 gr*, ἡ ὁποία μετατοπίζει αὐτὴν κατὰ 5 m. Ἐπὶ πόσον χρόνον ἐπενεργεῖ ἡ δύναμις.

13. Ἐπὶ κατακορύφου τροχαλίας ἀβαροῦς μὲ τὴν βοήθειαν καταλλήλου νήματος ἐξαρτῶμεν ἑκατέρωθεν δύο μάζας 500 gr καὶ 510 gr. Ἐὰν ἀφήσωμεν τὸ σύστημα τῶν βαρῶν ἐλεύθερον βλέπομεν ὅτι τοῦτο κινεῖται. Νὰ περιγραφῇ ἡ κίνησις καὶ νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις.

14. Δύναμις 180 gr* ἐπενεργεῖ ἐπὶ 14 sec ἐπὶ σώματος βάρους 4 kgr* εὑρισκομένου ἀρχικῶς ἐν ἠρεμίᾳ. Μετὰ παρέλευσιν ἀρκετοῦ χρόνου τὸ σῶμα εὑρίσκεται, παρατηρούμενον ἐκ τῆς ἀρχῆς τῆς κινήσεως, εἰς ἀπόστασιν 81,9 m. Νὰ περιγραφῇ λεπτομερῶς ἡ κίνησις καὶ νὰ ὑπολογισθοῦν, ἡ ἐπιτάχυνσις, τὸ διανυόμενον διάστημα εἰς 14 sec καὶ ἡ κτηθεῖσα ταχύτης εἰς τὸ τέλος τοῦ 14ου sec. ($g = 10$ m/sec^2.)

15. Σῶμα μάζης 150 gr διαγράφει κύκλον ἀκτῖνος 50 cm ἢ 100 cm. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ κεντρομόλος δύναμις εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις, ἵνα ἡ γραμμικὴ ταχύτης εἶναι 2 m/sec. Πόση εἶναι ἡ κεντρομόλος δύναμις, ὅταν ἡ περίοδος τῆς κινήσεως εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις εἶναι 1,2 sec.

16. Σφαῖρα μάζης 1 kgr εἶναι προσδεδεμένη εἰς σχοινίον καὶ διαγράφει κύκλον ὁριζόντιον ἀκτῖνος 1 m. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ συχνότης κινήσεως τῆς σφαίρας, ὅταν ἡ ὁριζοντία δύναμις ἡ ἐπενεργοῦσα ἐπὶ τοῦ σχοινίου εἶναι 10 kgr*.

17. Μὲ πόσην ταχύτητα πρέπει νὰ ἐκσφενδονισθῇ σῶμα παραλλήλως πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς ἵνα τοῦτο περιστρέφεται περὶ τὴν Γῆν. (Ἀκτὶς τῆς Γῆς 6 370 km, $g = 9{,}81$ m · sec^{-2}.)

18. Σῶμα μάζης 200 gr τίθεται εἰς κίνησιν διὰ νήματος μήκους 40 cm, ὥστε νὰ διαγράφῃ κατακόρυφον κύκλον ὑπὸ ταχύτητα 200 cm/sec. Νὰ δειχθῇ ὅτι εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς τροχιᾶς τὸ σχοινίον εἶναι τεταμένον καὶ νὰ ὑπολογισθῇ ἡ δύναμις μὲ τὴν ὁποίαν διατείνεται τὸ σχοινίον.

19. Εἰς νῆμα μήκους 1 m καὶ ἀντοχῆς θραύσεως 7 kgr* ἐξαρτᾶται λίθος βάρους 2 kgr* καὶ ὁ λίθος τίθεται εἰς κίνησιν, ὥστε νὰ διαγράφῃ κατακόρυφον κύκλον. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ γραμμικὴ ταχύτης, ἵνα τὸ νῆμα θραυσθῇ. ($g = 10$ m/sec^2.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ΄

Β Α Ρ Υ Τ Η Σ

71. Παγκόσμιος ἕλξις. Νόμος τοῦ Νεύτωνος. Ἡ Γῆ ἕλκει πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας της σώματα. Τὰ σώματα λοιπὸν ἀφιέμενα ἐλεύθερα κινοῦνται πρὸς τὴν Γῆν, ἐφ᾽ ὅσον ἄλλη αἰτία δὲν ἀνθίσταται εἰς τὴν κίνησιν ταύτην. Ὀνομάζομεν ***βαρύτητα*** *τὴν ἰδιότητα ὅλων ἐν γένει τῶν ὑλικῶν σωμάτων νὰ ἕλκωνται ὑπὸ τῆς Γῆς.*

Ἡ Γῆ ἕλκει τὴν Σελήνην, ἀλλὰ καὶ ἡ Σελήνη ἕλκει τὴν Γῆν μὲ δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἰσότητος δράσεως καὶ ἀντιδράσεως. Ὅ,τι συμβαίνει μεταξὺ Γῆς καὶ Σελήνης συμβαίνει καὶ μεταξὺ Ἡλίου καὶ Γῆς, ὡς ἐπίσης μεταξὺ Ἡλίου καὶ ἄλλων πλανητῶν. Τὰ φαινόμενα τῆς βαρύτητος καὶ αἱ κινήσεις τῶν οὐρανίων σωμάτων ἐξηγοῦνται, ἐὰν δεχθῶμεν τὴν ὕπαρξιν ἑλκτικῶν δυνάμεων. Αἱ δυνάμεις αὗται ἐξασκοῦνται μεταξὺ οἱωνδήποτε ὑλικῶν σωμάτων καὶ ἀκολουθοῦν ὡρισμένον νόμον, τὸν ὁποῖον διετύπωσε διὰ πρώτην φορὰν ὁ ***Νεύτων***. Ὁ νόμος οὗτος ἐκλήθη ***νόμος τῆς παγκοσμίου ἕλξεως*** καὶ ἔχει ὡς ἀκολούθως: « *Δύο ὑλικὰ σώματα ἕλκονται ἀμοιβαίως διὰ δυνάμεως F, ἡ ὁποία εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ γινόμενον τῶν μαζῶν* *αὐτῶν m_1 καὶ m_2 καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως r αὐτῶν».* Ἤτοι εἶναι:

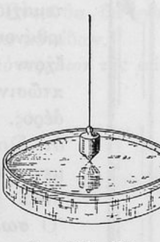
$F = k \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	Νόμος τοῦ Νεύτωνος

ἔνθα k εἶναι *παγκόσμιος σταθερά*, καλουμένη ***σταθερὰ τῆς παγκοσμίου ἕλξεως***, τῆς ὁποίας ἡ τιμὴ εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς φύσεως τῆς ὕλης καὶ ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τῶν μονάδων. Εὑρέθη δὲ ἐκ μετρήσεων ὅτι: $k = 6,68 \cdot 10^{-8}$ dyn · cm² · gr⁻².

Ἡ ἕλξις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ἡ Γῆ ἐπὶ τῶν ἐπ' αὐτῆς σωμάτων, ἀποτελεῖ εἰδικὴν περίπτωσιν τῆς παγκοσμίου ἕλξεως. Ἐπειδὴ δὲ ὑλικὴ μᾶζα, εὑρισκομένη εἴς τινα περιοχὴν τοῦ περὶ τὴν Γῆν χώρου, ὑπόκειται εἰς τὴν ἐπενέργειαν τῆς ἑλκτικῆς της δυνάμεως, λέγομεν ὅτι ὁ περὶ τὴν Γῆν χῶρος ἀποτελεῖ *πεδίον βαρύτητος*.

72. Βάρος τῶν σωμάτων. Ὀνομάζομεν ***βάρος*** (ἢ *δύναμιν βαρύτητος*) *σώματος, τὴν δύναμιν μὲ τὴν ὁποίαν ἕλκει ἡ Γῆ ἓν οἱονδήποτε ὑλικὸν σῶμα εὑρισκόμενον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας της.*

Τὸ βάρος σώματος ὡς δύναμις ἔχει τὰ χαρακτηριστικὰ τῆς δυνάμεως, ἤτοι σημεῖον ἐφαρμογῆς, ἔντασιν, διεύθυνσιν καὶ φοράν. Τὸ σημεῖον τοῦ σώματος ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐφαρμόζεται τὸ βάρος αὐτοῦ καλεῖται *κέντρον βάρους*. Συνήθως τὸ βάρος τοῦ σώματος παριστᾶται ὡς διάνυσμα μὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς του τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος. Ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ βάρους τοῦ σώματος μετρεῖται διὰ τῶν δυναμομέτρων. Τὴν διεύθυνσιν τοῦ βάρους μᾶς παρέχει τὸ ***νῆμα τῆς στάθμης*** (σχ. 118), τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἔκ τινος βαρέος σώματος καὶ κατὰ προτίμησιν ἐκ μεταλλικοῦ κυλίνδρου ἀπολήγοντος εἰς κῶνον καὶ προσδεδεμένου καταλλήλως εἰς τὸ ἓν ἄκρον νήματος, τοῦ ὁποίου τὸ ἄλλο ἄκρον κρατοῦμεν διὰ τῆς χειρὸς ἢ ἐξαρτῶμεν ἀπὸ σταθεροῦ σημείου. Τὸ βάρος τοῦ σώματος τείνει τὸ νῆμα κατὰ τὴν διεύθυνσίν του· ἡ διεύθυνσις τοῦ νήματος τῆς στάθμης εἰς ἕνα τόπον καλεῖται *κατακόρυφος*, πᾶν δὲ ἐπίπεδον κάθετον ἐπὶ τὴν κατακόρυφον καλεῖται *ὁριζόντιον ἐπίπεδον*. Τοιοῦτον ὁριζόντιον ἐπίπεδον εἶναι ἡ ἐπιφάνεια ἠρεμοῦντος ὑγροῦ.



Σχ. 118. *Νῆμα τῆς στάθμης.*

Παρατήρησις. Ἡ Γῆ ἕλκει πάντα τὰ σώματα, ὡς ἐὰν ὅλη ἡ μᾶζά της ἦτο συγκεντρωμένη εἰς τὸ κέντρον αὐτῆς, ἑπομένως καὶ ἡ διεύθυνσις τοῦ νήματος τῆς στάθμης, ἐφ' ὅσον θεωροῦμεν τὴν Γῆν ὡς σφαιρικήν, διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου της. Δύο ὅθεν νήματα στάθμης, πλησίον ἀλλήλων εὑρισκόμενα, δὲν εἶναι πράγματι παράλληλα, διότι ταῦτα συγκλίνουν πρὸς τὸ κέντρον τῆς Γῆς. Δυνάμεθα ὅμως, λόγῳ τῆς μεγάλης ἀποστάσεως ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς Γῆς, ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος, νὰ θεωρήσωμεν αὐτὰ ὡς παράλληλα.

73. Ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος. Τὰ σώματα, ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῆς ἕλξεως τῆς Γῆς, ἀφιέμενα ἐλεύθερα πίπτουν καὶ ἐκτελοῦν, ὡς εἴδομεν, κίνησιν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην. Ἐκ τοῦ δευτέρου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος προκύπτει, ὡς γνωστόν, ἡ θεμελιώδης ἐξίσωσις $F = m \cdot \gamma$. Ἐὰν ἡ δύναμις F παριστᾷ τὴν δύναμιν τῆς βαρύτητος, ἢ ἄλλως τὸ βάρος τοῦ σώματος, καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις γ παριστᾷ τὴν γηΐνην ἐπιτάχυνσιν, ἢ ὡς ἄλλως λέγομεν τὴν ***ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος*** (g), τότε προκύπτει ἡ ἐξίσωσις :

$B = m \cdot g$	ἤτοι :	βάρος σώματος = μᾶζα × ἐπιτάχυνσις βαρύτητος

Ἐπειδὴ τὸ βάρος B ἑνὸς σώματος εἶναι σταθερόν, ἕπεται ὅτι καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις g τοῦ σώματος θὰ εἶναι σταθερὰ καὶ συνεπῶς, ὅταν σῶμα ἀφίεται ἐλεύθερον ἀπό τινος ὕψους ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς καὶ οὐδεμία ἄλλη δύναμις ἐπενεργῇ ἐπ᾽ αὐτοῦ πλὴν τῆς δυνάμεως τῆς βαρύτητος, τὸ σῶμα τοῦτο θὰ ἐκτελῇ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην.

Διὰ πολλῶν πειραμάτων ἀκριβείας, κατεδείχθη ὅτι *ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος εἶναι ἡ αὐτὴ δι᾽ ὅλα τὰ σώματα τὰ εὑρισκόμενα εἰς τὸν αὐτὸν τόπον*, μεταβάλλεται ὅμως ἐλάχιστα μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ πλάτους τοῦ τόπου καὶ τοῦ ὕψους ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης. Οὕτω διὰ μέσα πλάτη καὶ εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης εἶναι περίπου :

$$\boxed{g_{45^0} = 9{,}81 \ \ m/sec^2}$$

Σχ. 119.
Σωλὴν τοῦ Νεύτωνος.

Ἐὰν ἀφήσωμεν νὰ πέσουν συγχρόνως διάφορα σώματα, π.χ. λίθος, τεμάχιον χάρτου κλπ., ἐκ τοῦ αὐτοῦ ὕψους, παρατηροῦμεν ὅτι ταῦτα δὲν φθάνουν συγχρόνως εἰς τὸ ἔδαφος, ἤτοι τὰ σώματα ταῦτα φαίνεται ὅτι δὲν ἔχουν τὴν ἰδίαν ἐπιτάχυνσιν. Τοῦτο ὅμως δὲν εἶναι ἀληθές, διότι κατὰ τὴν πτῶσιν τῶν σωμάτων ἐμφανίζεται καὶ ἄλλη δύναμις, ἤτοι ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος. Ἐὰν ὅμως τὰ σώματα πίπτουν εἰς χῶρον κενὸν ἀέρος, παρατηρεῖται ὅτι ὅλα τὰ σώματα πίπτουν μὲ τὴν αὐτὴν ἐπιτάχυνσιν ἤ, ὡς συνήθως λέγομεν, ταυτοχρόνως. Τοῦτο ἀπέδειξε πειραματικῶς ὁ Νεύτων διὰ τοῦ κλασσικοῦ πειράματος τοῦ σωλῆνος, τὸ ὁποῖον εἶναι γνωστὸν μὲ τὸ ὄνομά του. Ὁ ***σωλὴν τοῦ Νεύτωνος*** (σχ. 119) ἔχει μῆκος περίπου 2 m, φέρει στόμιον καὶ στρόφιγγα, ἐντὸς δὲ αὐτοῦ ἔχουν εἰσαχθῆ διάφορα σώματα, ὡς π.χ. σφαῖρα ἐκ μολύβδου, πτερὸν κλπ. Ἐὰν ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ὑπάρχῃ ἀήρ, ἀναστρέψωμεν δὲ τοῦτον ἀποτόμως, παρατηροῦμεν, ὅτι τὰ ἐντὸς αὐτοῦ σώματα δὲν πίπτουν ταυτοχρόνως, ἀλλ᾽ ὅτι τελευταῖον ὅλων πίπτει τὸ πτερόν· τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος. Ἐὰν ὅμως δι᾽ ἀεραντλίας ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα ἐκ τοῦ σωλῆνος καὶ ἐκτελέσωμεν πάλιν τὸ αὐτὸ πείραμα, παρατηροῦμεν, ὅτι πάντα ἀδιακρίτως τὰ σώματα πίπτουν ταυτοχρόνως.

Μεταβολὴ τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος. Ὡς ἤδη ἐγνωρίσαμεν, κάθε σῶμα εὑρισκόμενον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς ὑφίσταται ἕλξιν ἴσην μὲ τὸ βάρος B τοῦ σώματος. Ἐὰν εἰς τὸν τύπον τῆς παγκοσμίου ἕλξεως :

$$F = k\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

τεθῇ ἀντὶ m_1 ἡ μᾶζα τῆς Γῆς M καὶ R ἡ ἀκτὶς αὐτῆς, ὁ τύπος οὗτος μετατρέπεται, διὰ τὴν περίπτωσιν σώματος μάζης $m_2 = m$, εἰς τὸν τύπον :

$$B = k\frac{M}{R^2} \cdot m$$

Ἐξ ἄλλου γνωρίζομεν, ὅτι τὸ βάρος τοῦ σώματος $B = m \cdot g$, ἤτοι ἔχομεν:

$$m \cdot g = k \frac{M}{R^2} \cdot m \quad \text{καὶ} \quad g = k \frac{M}{R^2} \qquad (1)$$

ἤτοι, *ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος g μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως τοῦ σώματος ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς Γῆς.* Ἐπειδὴ ὅμως ὡς γνωστὸν ἡ Γῆ δὲν ἔχει σχῆμα σφαιρικόν, ἀλλὰ εἶναι πεπλατυσμένη εἰς τοὺς πόλους καὶ ἐξωγκωμένη εἰς τὸν Ἰσημερινόν, ἡ ἀκτὶς R αὐτῆς δὲν εἶναι ἡ αὐτὴ εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφανείας της. Συνεπῶς εἰς τοὺς πόλους, ὅπου ἡ ἀκτὶς R εἶναι μικροτέρα παρὰ εἰς τὸν Ἰσημερινόν, ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος θὰ ἔχῃ μεγαλυτέραν τιμὴν ἢ εἰς τὸν Ἰσημερινόν. Οὕτω ἡ ἐπιτάχυνσις g εὑρέθη ὅτι ἔχει τὰς ἀκολούθους τιμὰς εἰς τὰ διάφορα πλάτη τῆς Γῆς:

Εἰς τὸν Ἰσημερινὸν . . . . . . $g = 978{,}1 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-2}$
Εἰς γεωγρ. πλάτος 60^0 . . . $g = 981{,}9 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-2}$
Εἰς τὸν πόλον . . . . $g = 983{,}2 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-2}$

Ἐξ ἄλλου ἐκ τῆς σχέσεως $B = m \cdot g$ προκύπτει, ὅτι τὸ βάρος B τοῦ σώματος εἶναι ἀνάλογον τῆς ἐπιταχύνσεως g. Οὕτω εὑρέθη, ὅτι ἡ διαφορὰ βάρους ἑνὸς σώματος εἰς τοὺς πόλους καὶ εἰς τὸν Ἰσημερινὸν εἶναι περίπου 0,5 %, ἐλέγχεται δὲ αὕτη δι' εὐπαθῶν δυναμομέτρων.

Ἐπίσης ἐκ τῆς σχέσεως (1) προκύπτει, ὅτι «ἡ ἐπιτάχυνσις g εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς μάζης τῶν διαφόρων σωμάτων».

74. Πυκνότης - Εἰδικὸν βάρος. Εἰς τὴν Εἰσαγωγὴν τοῦ βιβλίου (βλ. § 17) ἐγνωρίσαμεν τὰ μεγέθη τῆς *πυκνότητος* καὶ τοῦ *εἰδικοῦ βάρους*. Ἐνταῦθα θὰ γνωρίσωμεν τὰς μονάδας μετρήσεως αὐτῶν εἰς τὰ δύο γνωστὰ συστήματα μονάδων.

α) Ὡς εἴδομεν, ἡ ***πυκνότης*** *(ρ) ἑνὸς σώματος ὁρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τῆς μάζης (m) τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου (V) αὐτοῦ.* Ἤτοι:

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (1)$$

Μονάδες: 1) *Σύστημα C.G.S.* Ἐκ τῆς μονάδος μάζης 1 gr καὶ τῆς μονάδος ὄγκου 1 cm^3 ὁρίζεται ὡς μονὰς πυκνότητος εἰς τὸ σύστημα C.G.S. τό:

$$1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

2) *Τεχνικὸν σύστημα:* $1 \text{ kgr}^* \cdot \text{m}^{-4} \cdot \text{sec}^2$. Ἡ μονὰς αὕτη δὲν χρησιμοποιεῖται εἰς τὴν πρᾶξιν.

β) ***Εἰδικὸν βάρος*** *(ε) σώματος καλοῦμεν τὸ πηλίκον τοῦ βάρους (B) τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου (V) αὐτοῦ.* Ἤτοι:

$$\varepsilon = \frac{B}{V} \qquad (2)$$

Μονάδες: 1) *Σύστημα C.G.S.* Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2), ἐπειδὴ μονὰς βάρους εἶναι ἡ 1 dyn καὶ μονὰς ὄγκου τὸ 1 cm^3, προκύπτει ὡς μονὰς τοῦ εἰδικοῦ βάρους ἡ:

$$1 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^3}$$

2) *Τεχνικὸν σύστημα.* Ἐκ τῆς μονάδος βάρους 1 kgr* καὶ τῆς μονάδος ὄγκου 1 m^3 προκύπτει ἡ μονὰς τοῦ εἰδικοῦ βάρους:

$$1 \frac{\text{kgr}^*}{\text{m}^3}$$

Εἰς τὴν πρᾶξιν γίνεται συνήθως χρῆσις καὶ τῆς μονάδος:

$$1 \frac{\mathrm{gr}^*}{\mathrm{cm}^3}$$

Σχέσις εἰδικοῦ βάρους καὶ πυκνότητος. Ἡ ἐξίσωσις (2) δύναται νὰ λάβῃ καὶ ἄλλην μορφήν, ἐὰν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ὅτι $B = m \cdot g$. Οὕτω ἔχομεν:

$$\varepsilon = \frac{B}{V} = \frac{m}{V} \cdot g = \varrho \cdot g$$

ἤτοι: *τὸ εἰδικὸν βάρος σώματος ἰσοῦται πρὸς τὴν πυκνότητα αὐτοῦ ἐπὶ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος.*

Παρατήρησις. Ἐφ' ὅσον τὸ εἰδικὸν βάρος ἐκφράζεται εἰς $\mathrm{gr}^*/\mathrm{cm}^3$ καὶ ἡ πυκνότης εἰς $\mathrm{gr}/\mathrm{cm}^3$, αἱ ἀριθμητικαί των τιμαὶ συμπίπτουν. Οὕτω ἡ πυκνότης τοῦ ἀργιλίου εἶναι 2,7 $\mathrm{gr}/\mathrm{cm}^3$, ἀλλὰ καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος αὐτοῦ εἶναι 2,7 $\mathrm{gr}^*/\mathrm{cm}^3$. Ἕνεκα τῆς ἰσότητος λοιπὸν τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν γίνεται πολλάκις, *ἐσφαλμένως ὅμως*, ἀδιακρίτως χρῆσις τῶν ὅρων πυκνότης καὶ εἰδικὸν βάρος. Ὡς προκύπτει ἐκ τῶν ὁρισμῶν των, τὰ δύο μεγέθη εἶναι διαφορετικὰ καὶ ὅταν ἐκφράζωνται εἰς τὸ αὐτὸ σύστημα μονάδων θὰ διαφέρουν καὶ κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ κατὰ τὴν μονάδα μετρήσεως. Οὕτω, π.χ. εἰς τὸ σύστημα C.G.S., ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἶναι ἴση πρὸς 1 $\mathrm{gr}/\mathrm{cm}^3$, τὸ δὲ εἰδικὸν βάρος αὐτοῦ εἶναι ἴσον πρὸς 981 $\mathrm{dyn}/\mathrm{cm}^3$, δεδομένου ὅτι 1 $\mathrm{gr}^* = 981$ dyn.

75. Ἐλευθέρα πτῶσις τῶν σωμάτων. Γνωρίζομεν ἐκ τῶν προηγουμένων, ὅτι τὰ σώματα πίπτουν ταυτοχρόνως εἰς τὸ κενόν, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους των, ἡ δὲ κίνησις αὐτῶν εἶναι εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν

$$g = 981 \ \mathrm{cm}/\mathrm{sec}^2$$

Ἐκ τούτου συνάγομεν, ὅτι οἱ νόμοι τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων εἶναι οἱ ἴδιοι πρὸς τοὺς νόμους τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως, τοὺς ὁποίους ἐσπουδάσαμεν εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Κινηματικῆς (βλ. § 31). Οὕτω ἐκ τῶν τύπων:

$$s = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 \quad \text{καὶ} \quad \upsilon = \gamma \cdot t$$

προκύπτουν ἀντιστοίχως, διὰ σῶμα πῖπτον ἐξ ὕψους h, οἱ τύποι:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad (1) \qquad \text{καὶ} \qquad \upsilon = g \cdot t \quad (2)$$

Ἐκ τῶν τύπων (1) καὶ (2) δι' ἁπλοῦ μετασχηματισμοῦ λαμβάνομεν τὴν ταχύτητα υ, τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ σῶμα πῖπτον ἐλευθέρως ἀπὸ ὕψους h, ἤτοι:

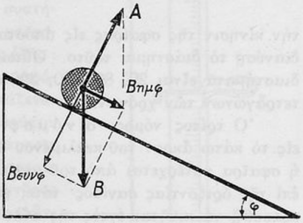
$$\boxed{\upsilon = \sqrt{2g \cdot h}}$$

Οἱ νόμοι τῆς ἐλευθέρας πτώσεως τῶν σωμάτων διατυποῦνται οὕτω ὡς ἑξῆς:

1. *Πάντα τὰ σώματα εἰς τὸ κενὸν πίπτουν ταυτοχρόνως.*
2. *Τὸ διάστημα τὸ διανυόμενον ὑπὸ σώματος πίπτοντος εἰς τὸ κενὸν εἶναι ἀνάλογον τοῦ τετραγώνου τοῦ χρόνου.*
3. *Ἡ ταχύτης σώματος πίπτοντος εἰς τὸ κενὸν εἶναι ἀνάλογος τοῦ χρόνου.*

Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῶν νόμων τῆς ἐλευθέρας πτώσεως. Πειραματικῶς, ὁ πρῶτος τῶν νόμων ἀποδεικνύεται, ὡς εἴδομεν, διὰ τοῦ σωλῆνος τοῦ Νεύτωνος. Διὰ τὴν πειραματικὴν ἐπαλήθευσιν τῶν δύο ἄλλων νόμων ἐπενοήθησαν μέθοδοι διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτυγχάνεται ὥστε ἡ πτῶσις νὰ εἶναι βραδυτέρα, καθότι ἄλλως τὰ ἐλευθέρως πίπτοντα σώματα ἀποκτοῦν μεγάλην ἐπιτάχυνσιν καὶ ὡς ἐκ τούτου αἱ μετρήσεις χρόνων εἶναι πολὺ δυσχερεῖς. Συσκευαί, διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτυγχάνομεν νὰ ἐπιβραδύνωμεν τὴν κίνησιν καὶ νὰ πειραματιζώμεθα ἐντὸς δωματίου ἀπὸ μικροῦ ὕψους πτώσεως, εἶναι τὸ ***κεκλιμένον ἐπίπεδον*** καὶ ἡ ***μηχανὴ τοῦ*** *Atwood* (Ἄτγουντ), αἱ ὁποῖαι εἶναι γνωσταὶ ἀπὸ πολλῶν ἐτῶν. Μὲ τὴν πάροδον ὅμως τοῦ χρόνου ἐπενοήθησαν τελειότεραι διατάξεις, διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτυγχάνομεν μετρήσεις χωρὶς νὰ ἐπιβραδύνωμεν τὴν κίνησιν πίπτοντος σώματος· ἐξ αὐτῶν δὲ θὰ περιγράψωμεν τὴν διάταξιν διὰ ***χρονοφωτογραφικῆς μεθόδου.***

α) ***Κεκλιμένον ἐπίπεδον.*** Ἔστω σφαῖρα κυλιομένη ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου (σχ. 120). Ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐπενεργοῦν δύο δυνάμεις, ἤτοι α) τὸ βάρος αὐτῆς $B = mg$ καὶ β) ἡ δύναμις A ἡ προερχομένη ἐκ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος ἐπ' αὐτοῦ. Ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα, τὴν δύναμιν B ἀναλύομεν εἰς δύο συνιστώσας, ἤτοι τὴν $B \cdot ημ\,φ$, ἡ ὁποία εἶναι παράλληλος πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, καὶ τὴν $B \cdot συν\,φ$, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος ἐπ' αὐτοῦ. Ἡ συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων A καὶ $B \cdot συν\,φ$ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, διότι αἱ δύο αὗται δυνάμεις ἐξουδετεροῦνται ἀμοιβαίως. Ἀπομένει λοιπὸν ὡς μόνη δρῶσα δύναμις ἡ $B \cdot ημ\,φ$, ἡ ὁποία εἶναι σταθερὰ καὶ ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς σφαίρας, προσδίδει δὲ εἰς αὐτὴν σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν. Οὕτω ἐκ τῆς θεμελιώδους ἐξισώσεως τῆς Μηχανικῆς $F = m \cdot γ$ λαμβάνομεν:



Σχ. 120. Κεκλιμένον ἐπίπεδον.

$$γ = \frac{F}{m} = \frac{B \cdot ημ\,φ}{m} = \frac{mg \cdot ημ\,φ}{m} = g \cdot ημ\,φ \qquad (1)$$

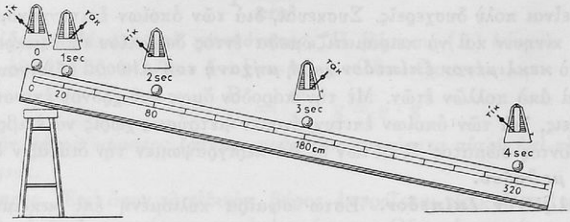
Ἐπειδὴ τὸ ημ φ εἶναι πάντοτε μικρότερον τῆς μονάδος καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις γ θὰ εἶναι μικροτέρα τῆς ἐπιταχύνσεως g, τὴν ὁποίαν θὰ εἶχε ἡ σφαῖρα ἐὰν ἔπιπτε ἐλευθέρως. Ἡ δύναμις λοιπὸν $B \cdot ημ\,φ$ εἶναι τόσον μικροτέρα ἀπὸ τὴν δύναμιν B τοῦ βάρους τοῦ σώματος, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ γωνία φ, καὶ ἑπομένως ἡ ἐπιτάχυνσις τὴν ὁποίαν λαμβάνει ἡ σφαῖρα εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον ἡ γωνία φ λαμβάνεται μικροτέρα.

Τὸ διανυόμενον διάστημα καὶ ἡ κτηθεῖσα ταχύτης τῆς σφαίρας ὑπολογίζονται ἐκ τῶν γνωστῶν τύπων τῆς Κινηματικῆς, ὅπου δι' ἀντικαταστάσεως τῆς τιμῆς τοῦ γ λαμβάνομεν:

$$s = \frac{1}{2} γ \cdot t^2 = \frac{1}{2} g \cdot ημ\,φ \cdot t^2 \quad καὶ \quad υ = γ \cdot t = g \cdot ημ\,φ \cdot t$$

Ἡ τιμὴ τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος g καὶ ἡ γωνία φ εἶναι γνωστὰ δεδομένα, ὁ δὲ χρόνος μετρεῖται συνήθως εἰς τὸ πείραμα τοῦτο διὰ τοῦ μετρονόμου (βλ. σχ. 13).

Πείραμα. Ἡ ἀπόδειξις τοῦ δευτέρου νόμου γίνεται ὡς ἑξῆς: Ἐκλέγομεν ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου μῆκος π.χ. 320 cm εἰς τρόπον ὥστε, ὅταν ἡ σφαῖρα ἀφήνεται ἐλευθέρα ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, νὰ χρειάζεται 4 δευτερόλεπτα (4 sec), ἵνα διανύσῃ τὴν ἀπόστασιν ταύτην (σχ. 121). Ἐὰν ἤδη μὲ τὴν βοήθειαν καταλλήλου ἐμποδίου διακόψωμεν τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας εἰς ἀπόστασιν 20 cm ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, βλέπομεν, ὅτι χρειάζεται 1 δευτερόλεπτον διὰ νὰ διανύσῃ τὴν ἀπόστασιν ταύτην. Ἐὰν ἀκολούθως διακόψωμεν τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας εἰς ἀπόστασιν 80 cm ἀπὸ τῆς κορυφῆς, βλέπομεν, ὅτι ἡ σφαῖρα χρειάζεται 2 δευτερόλεπτα διὰ νὰ διανύσῃ τὴν ἀπόστασιν ταύτην· καὶ τέλος, ἐὰν διακόψωμεν

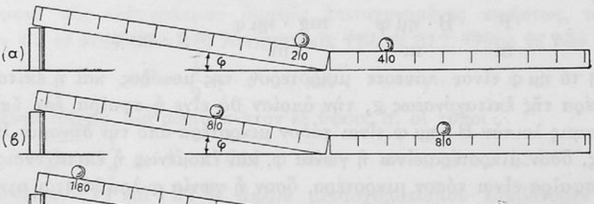


Σχ. 121. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ νόμου τῶν διαστημάτων.

τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας εἰς ἀπόστασιν 180 cm ἀπὸ τῆς ἀρχῆς, ἡ σφαῖρα χρειάζεται 3 sec, ἵνα διανύσῃ τὸ διάστημα τοῦτο. Οὕτω βλέπομεν, ὅτι εἰς χρόνους 1, 2, 3 καὶ 4 sec τὰ διανυόμενα διαστήματα εἶναι 20, 80, 180, 320 cm ἢ 20×1, 20×2^2, 20×3^2, 20×4^2, ἤτοι εἶναι ἀνάλογα τῶν τετραγώνων τῶν χρόνων.

Ὁ τρίτος νόμος, ὁ ν ό μ ο ς τ ῶ ν τ α χ υ τ ή τ ω ν, ἀποδεικνύεται ὡς ἑξῆς. Τοποθετοῦμεν εἰς τὸ κάτω ἄκρον τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου ὁριζοντίαν σανίδα (σχ. 122), εἰς τρόπον ὥστε, ὅταν ἡ σφαῖρα κατέρχεται ἀπὸ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, νὰ εἰσχωρῇ εἰς τὴν αὔλακα τὴν ὑπάρχουσαν ἐπὶ τῆς ὁριζοντίας σανίδος· τότε, ἐπειδὴ παύει νὰ ὑφίσταται ἡ κινητήριος δύναμις, αὕτη θὰ ἐξακολουθῇ νὰ κινῆται ἐντὸς τῆς αὔλακος εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς λόγῳ τῆς κεκτημένης ταχύτητος καὶ ἀρκεῖ, διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν ταχύτητα, μετὰ τῆς ὁποίας εἰσχωρεῖ ἐντὸς τῆς αὔλακος, νὰ μετρήσωμεν τὸ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου διανυόμενον διάστημα, τὸ ὁποῖον παρέχει τὴν ταχύτητα.

Οὕτω, ἐὰν ἀφήνωμεν τὴν σφαῖραν νὰ πίπτῃ ἐξ ἀποστάσεως 20 cm, 80 cm, 180 cm (σχ. 122 α, β, γ) ἀπὸ τῆς θέσεως προσαρμογῆς τῆς ὁριζοντίας σανίδος πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον,



Σχ. 122. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ νόμου τῶν ταχυτήτων.

γνωρίζομεν ἤδη, ὅτι οἱ χρόνοι καθόδου τῆς σφαίρας θὰ εἶναι ἀντιστοίχως 1, 2, 3, 4 sec· ἐὰν δὲ μετροῦμεν κατὰ τὸν ἀνωτέρω τρόπον τὰς ταχύτητας κινήσεως τῆς σφαίρας ἐπὶ τῆς ὁριζοντίας σανίδος, εὑρίσκομεν ὅτι αὗται εἶναι π.χ. 40, 80, 120 cm/sec ἢ 40×1, 40×2, 40×3. Ἤτοι αἱ ταχύτητες εἶναι ἀνάλογοι τῶν χρόνων.

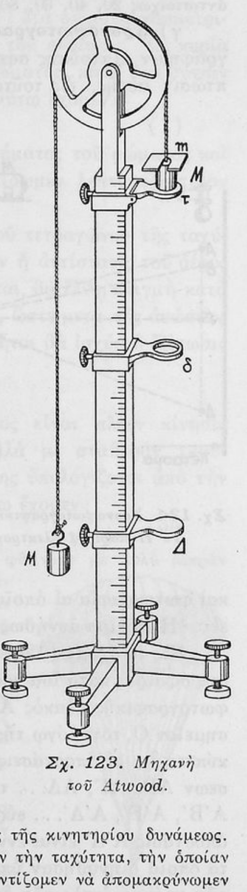
β) ***Μηχανὴ*** *A t w o o d* (Ἄτγουντ) (σχ. 123). Αὕτη ἀποτελεῖται ἐξ ἐλαφρᾶς καὶ εὐκινήτου τροχαλίας, στηριζομένης εἰς τὴν κορυφὴν κατακορύφου ὑποδιῃρημένου κανόνος, μήκους περίπου 2 m. Ἀπὸ τῆς αὔλακος τῆς τροχαλίας ἐξαρτῶνται διὰ λεπτοῦ νήματος δύο ἴσα κυλινδρικὰ βάρη, ἕκαστον τῶν ὁποίων ἔχει μᾶζαν M, οὕτω δὲ τὸ σύστημα ἰσορροπεῖ.

Ἐπὶ τοῦ κανόνος καὶ εἰς τὸ ἄνω ἄκρον αὐτοῦ στερεοῦται μικρὰ ἀρθρωτὴ τράπεζα τ, ἡ όποία χρησιμεύει διὰ τὴν ὑποστήριξιν τοῦ ἑνὸς τῶν κυλίνδρων Μ. Ἐξ ἄλλου ἐπὶ τοῦ κανόνος στερεοῦται ὁ δακτύλιος δ καὶ ὁ δίσκος Δ καὶ δύνανται νὰ μετατίθενται κατὰ μῆκος αὐτοῦ. Διὰ νὰ τεθῇ εἰς κίνησιν τὸ σύστημα, θέτομεν εἰς τὸν ἕνα τῶν κυλίνδρων μικρὸν πρόσθετον βάρος μάζης m, ἐν δεδομένῃ δὲ στιγμῇ διὰ καταλήλου χειρισμοῦ ἀφήνομεν τὸν κύλινδρον Μ μετὰ τοῦ προσθέτου βάρους νὰ πίπτῃ. Ἐὰν τὸ βάρος ἔπιπτεν ἐλευθέρως, θὰ ἀπέκτα ἐπιτάχυνσιν g, ἐπειδὴ ὅμως κατὰ τὴν πτῶσίν του παρασύρει εἰς κίνησιν καὶ τὰς μάζας τῶν δύο κυλίνδρων Μ,Μ, δηλ. συνολικὴν μᾶζαν 2 Μ+m, ἡ ἐπιτάχυνσις γ ὑπολογίζεται ἐκ τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς ὡς ἑξῆς:

$$\gamma = \frac{\text{δύναμις}}{\text{μᾶζα}} = \frac{m\,g}{2\,M + m}$$

ἤτοι ἡ ἐπιτάχυνσις γ εἶναι πολὺ μικροτέρα τῆς ἐπιταχύνσεως g. Δυνάμεθα ἄρα νὰ ἐπιβραδύνωμεν κατὰ βούλησιν τὴν πτῶσιν τοῦ συστήματος ἐλαττοῦντες τὸ πρόσθετον βάρος. Οὕτω τῇ βοηθείᾳ τοῦ μετρονόμου (σχ. 13) ἐπαληθεύομεν τὸν νόμον τῶν διαστημάτων ὡς ἑξῆς:

Πείραμα. Ἐκλέγομεν τὸ πρόσθετον βάρος κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ὁ κύλινδρος μετὰ τοῦ προσθέτου βάρους νὰ χρειάζεται 4 δευτερόλεπτα, ἵνα διανύσῃ διάστημα 160 cm ἐπὶ τοῦ κατακορύφου κανόνος, ὅπου εἶναι τοποθετημένος ὁ δίσκος Δ διὰ τὴν συγκράτησιν τοῦ κυλίνδρου. Ἐὰν ἤδη τοποθετήσωμεν τὸν δίσκον Δ εἰς ἀπόστασιν 10 cm ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῆς κλίμακος, βλέπομεν ὅτι ὁ κύλινδρος χρειάζεται, ἵνα διανύσῃ τὴν ἀπόστασιν αὐτήν, 1 sec. Ἐὰν τοποθετήσωμεν τὸν δίσκον εἰς ἀπόστασιν 40 cm, ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος εἶναι 2 sec καὶ τέλος, ἐὰν τοποθετήσωμεν τὸν δίσκον εἰς ἀπόστασιν 90 cm, ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος εἶναι 3 sec. Ἐκ τούτου βλέπομεν, ὅτι τὰ εἰς χρόνους 1, 2, 3 καὶ 4 sec διανυόμενα διαστήματα εἶναι 10, 40, 90 καὶ 160 cm, ἤτοι 10×1, 10×2^2, 10×3^2, 10×4^2, δηλαδὴ ἀνάλογα τῶν τετραγώνων τῶν χρόνων.



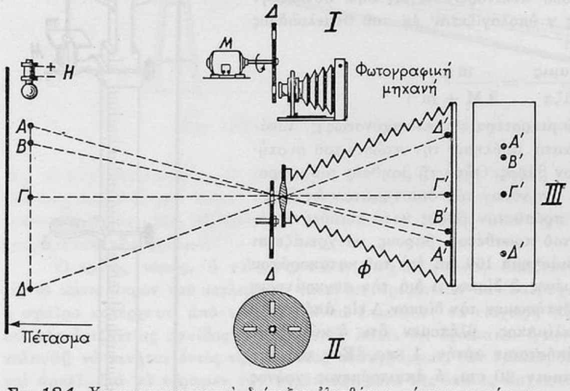
Σχ. 123. Μηχανὴ τοῦ Atwood.

Πρὸς ἐπαλήθευσιν τοῦ ***νόμου τῶν ταχυτήτων*** διὰ τῆς μηχανῆς Atwood ἐργαζόμεθα ὡς ἑξῆς: Κατὰ τὸ ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας, ἐὰν σῶμα ἐκτελῇ εὐθύγραμμον, ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν σταθερᾶς δυνάμεως καὶ αἴφνης ἡ δύναμις αὕτη παύσῃ ἐπενεργοῦσα, τὸ σῶμα ἐξακολουθεῖ νὰ κινῆται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς, μὲ ταχύτητα ἴσην πρὸς τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν τοῦτο εἶχε κατὰ τὴν στιγμήν, καθ' ἣν ἡ δύναμις ἔπαυσε νὰ ἐπενεργῇ· ἑπομένως, ἐὰν θέλωμεν νὰ προσδιορίσωμεν τὴν ταχύτητα κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην, ἀρκεῖ νὰ προσδιορίσωμεν τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον θὰ διανύσῃ τὸ σῶμα ἐπὶ μίαν χρονικὴν μονάδα, μετὰ τὴν παῦσιν τῆς ἐπενεργείας τῆς κινητηρίου δυνάμεως.

Ἐὰν π.χ. θέλωμεν διὰ τῆς μηχανῆς Atwood νὰ προσδιορίσωμεν τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σύστημα κατὰ τὸ τέλος τῆς πρώτης χρονικῆς μονάδος, φροντίζομεν νὰ ἀπομακρύνωμεν κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην τὴν πρόσθετον μᾶζαν, ὁπότε παύει νὰ ὑφίσταται ἡ κινητήριος δύναμις.

Τοῦτο ἐπιτυγχάνεται, ἐὰν εἰς ἀπόστασιν 10 cm ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τοποθετήσωμεν τὸν δακτύλιον δ, ὁ ὁποῖος ἀφήνει μὲν τὸν κύλινδρον νὰ διέρχεται ἐλευθέρως, συγκρατεῖ ὅμως τὸ πρόσθετον βάρος. Οὕτως, ὅταν ὁ δακτύλιος δ εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν 10 cm καὶ ὁ δίσκος Δ εἰς 30 cm, βλέπομεν ὅτι ὁ κύλινδρος, ἀφοῦ εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου δευτερολέπτου φθάσῃ εἰς τὸν δακτύλιον δ, ἀφήνει τὸ πρόσθετον βάρος καὶ φθάνει εἰς τὸν δίσκον Δ μετὰ παρέλευσιν ἑνὸς ἀκόμη δευτερολέπτου, ἤτοι ἡ ταχύτης τοῦ κυλίνδρου εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου δευτερολέπτου εἶναι 20 cm/sec. Ἐὰν ἀκολούθως ὁ δακτύλιος δ τεθῇ εἰς 40 cm, τότε ὁ δίσκος Δ πρέπει νὰ τεθῇ εἰς 80 cm, ἵνα δεχθῇ τὸν κύλινδρον ἐντὸς μιᾶς χρονικῆς μονάδος, ἤτοι ἡ ταχύτης τοῦ κυλίνδρου εἰς τὸ τέλος τῆς δευτέρας χρονικῆς μονάδος εἶναι 40 cm/sec. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἐργαζόμενοι εὑρίσκομεν, ὅτι ἡ ταχύτης εἰς τὸ τέλος τῆς τρίτης χρονικῆς μονάδος εἶναι 60 cm/sec, εἰς τὸ τέλος τῆς τετάρτης 80 cm/sec. Ἤτοι αἱ κτηθεῖσαι ταχύτητες εἰς χρόνον 1, 2, 3 καὶ 4 sec εἶναι ἀντιστοίχως 20, 40, 60, 80 cm/sec ἢ 20×1, 20×2, 20×3, 20×4, δηλ. ἀνάλογοι τῶν χρόνων.

γ) ***Χρονοφωτογραφικὴ μέθοδος.*** Ἡ μέθοδος αὕτη συνίσταται εἰς τὴν φωτογράφησιν πιπτούσης σφαίρας μὲ διαλείποντα φωτισμόν, χωρὶς νὰ ἐπιβραδύνωμεν τὴν πτῶσιν αὐτῆς, ὡς τοῦτο γίνεται μὲ τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον καὶ τὴν μηχανὴν τοῦ Atwood. Ἡ πειραματικὴ διάταξις εἶναι ἡ ἀκόλουθος. Ἔμπροσθεν τοῦ φακοῦ φωτογραφικῆς μηχανῆς (σχ. 124, I) στρέφεται ἰσοταχῶς δίσκος φέρων ὀπὰς εἰς συμμετρικὰς θέσεις. Ὁ φακὸς οὕτω καλύπτεται καὶ ἀποκαλύπτεται κατὰ ἴσα χρονικὰ διαστήματα, ὁπότε λαμβάνονται διαδοχικαὶ φωτογραφίαι τῆς σφαίρας κατὰ ἴσα χρονικὰ διαστήματα. Ἐὰν ὁ δίσκος φέρῃ π.χ. 4 ὀπὰς (σχ. 124, II) καὶ στρέφεται ὑπὸ ταχύτητα 5 στροφῶν ἀνὰ sec, αἱ διαδοχικαὶ φωτογραφίαι αἱ ὁποῖαι λαμβάνονται θὰ εἶναι κατὰ χρονικὰ διαστήματα ἴσα πρὸς 1/20 sec. Ἡ σφαῖρα συνήθως χρωματίζεται λευκὴ καὶ πίπτει ἔμπροσθεν μέλανος πετάσματος.



Σχ. 124. Χρονοφωτογραφικὴ διάταξις ἐλευθέρως πίπτοντος σώματος. Τὸ H παριστᾷ ἠλεκτρομαγνήτην συγκρατοῦντα τὴν σφαῖραν.

Εἰς τὸ σχῆμα (124, III) δεικνύονται αἱ διαδοχικαὶ θέσεις Α, Β, Γ, Δ. . τῆς πιπτούσης σφαίρας κατὰ ἴσα χρονικὰ διαστήματα καὶ αἱ ἀντίστοιχοι θέσεις τῶν εἰδώλων ἐπὶ τῆς φωτογραφικῆς πλακὸς Α΄, Β΄, Γ΄, Δ΄. . Ἐὰν εἰς τὴν θέσιν τοῦ φακοῦ θεωρήσωμεν τὸ σημεῖον Ο, τότε λόγῳ τῆς ὁμοιότητος τῶν τριγώνων ΑΟΒ, Α΄ΟΒ΄, ΑΟΓ, Α΄ΟΓ΄. . . προκύπτει ὅτι αἱ ἀποστάσεις Α΄Β΄, Α΄Γ΄, Α΄Δ΄. . . τῶν εἰδώλων εἶναι ἀνάλογοι τῶν ἀποστάσεων ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ. . . τὰς ὁποίας διήνυσε ἡ σφαῖρα. Διὰ μετρήσεως τῶν ἀποστάσεων Α΄Β΄, Α΄Γ΄, Α΄Δ΄. . . εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ἀπόστασις Α΄Γ΄ εἶναι τετραπλασία τῆς Α΄Β΄, ἡ ἀπόστασις Α΄Δ΄ εἶναι ἐννεαπλασία τῆς Α΄Β΄ κ.ο.κ. Ἐξ οὗ συνάγομεν, ὅτι τὰ διαστήματα τὰ ὁποῖα διηνύθησαν ὑπὸ τοῦ εἰδώλου τῆς σφαίρας εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ τετράγωνα τῶν χρόνων ἐντὸς τῶν ὁποίων διηνύθησαν. Ὁ νόμος οὗτος τῶν διαστημάτων ἰσχύει εἰς τὴν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν, συνεπῶς καὶ ἡ πτῶσις τῆς σφαίρας εἶναι κίνησις ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη.

76. Πτῶσις τῶν σωμάτων ἐντὸς τοῦ ἀέρος. Ὅταν σῶμα πίπτῃ κατακορύφως εἰς τὸν ἀέρα, ἐπενεργοῦν ἐπ᾽ αὐτοῦ τρεῖς δυνάμεις, ἤτοι: α) τὸ βάρος του Β, τὸ ὁποῖον εἶναι μία δύναμις σταθερά, β) ἡ ἄνωσις Α, ἡ ὁποία εἶναι ἐπίσης δύναμις σταθερά, καὶ γ) ἡ ἀντίστασις Τ τοῦ ἀέρος, ἡ ὁποία ὅμως δὲν εἶναι δύναμις σταθερά, ἀλλὰ μεταβάλλεται μετὰ τῆς ταχύτητος πτώσεως τοῦ σώματος.

Ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἐκ διαφόρων πειραμάτων εὑρέθη ὅτι ἀκολουθεῖ τοὺς ἑξῆς νόμους: α) Διὰ μέσας ταχύτητας, δηλ. περιλαμβανομένας μεταξὺ 5 καὶ 100 m/sec περίπου, εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος υ καὶ β) διὰ σώματα γεωμετρικῶς ὅμοια, εἶναι ἀνάλογος τῆς ἐπιφανείας S τῆς κυρίας τομῆς τοῦ σώματος. Ὡς κυρία τομὴ τοῦ σώματος χαρακτηρίζεται ἡ μεγίστη διατομὴ τοῦ σώματος κατὰ διεύθυνσιν κάθετον πρὸς τὴν κίνησιν καὶ καλεῖται *μετωπικὴ ἐπιφάνεια*. Οὕτω ἔχομεν:

$$T = k \cdot S \cdot \upsilon^2 \qquad (1)$$

ὅπου k εἶναι συντελεστὴς ἀντιστάσεως ἐξαρτώμενος ἐκ τοῦ σχήματος τοῦ σώματος καὶ κυρίως ἐκ τοῦ σχήματος τοῦ ὀπισθίου μέρους αὐτοῦ, ὡς θὰ ἴδωμεν λεπτομερέστερον καὶ εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Ἀεροδυναμικῆς.

Ἐπειδὴ λοιπὸν ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος, ἕπεται ὅτι ὅσον ταχύτερον πίπτει τὸ σῶμα, ἐπὶ τοσοῦτον ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος θὰ αὐξάνεται. Ἐὰν δὲ ἡ ταχύτης τῆς πτώσεως διαρκῶς αὐξάνεται, θὰ ἔλθη στιγμὴ κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ ἀντίστασις θὰ ἔχῃ λάβει τοιαύτην μεγάλην τιμήν, ὥστε μετὰ τῆς ἀνώσεως αἱ δύο αὗται δυνάμεις νὰ ἰσορροποῦν τὸ βάρος τοῦ σώματος, ἤτοι θὰ ἰσχύῃ ἡ ἐξίσωσις ἰσορροπίας τοῦ σώματος:

$$T + A - B = 0$$

Ἀπὸ τῆς στιγμῆς ταύτης καὶ ἔπειτα ἡ κίνησις τοῦ σώματος εἶναι πλέον κίνησις ἰσοταχής, τὸ σῶμα δηλ. θὰ κινῆται *ἄνευ ἐπιταχύνσεως*, ἀλλὰ μὲ σταθερὰν ταχύτητα, ἡ ὁποία καλεῖται ***ὁρικὴ ταχύτης*** ($\upsilon_{o\rho}$). Ἡ ὁρικὴ ταχύτης ὑπολογίζεται ἀπὸ τὴν σχέσιν B = T, ἂν θεωρήσωμεν τὴν ἄνωσιν A ἀμελητέαν. Οὕτω ἔχομεν:

$$B = k \cdot S \cdot \upsilon^2_{o\rho} \qquad (2)$$

Ὅταν πίπτῃ λεπτὴ βροχὴ (ψιχαλίζῃ), αἱ σταγόνες τῆς βροχῆς φθάνουν μὲ πολὺ μικρὰν ὁρικὴν ταχύτητα, ἐνῷ αἱ σταγόνες ραγδαίας βροχῆς φθάνουν μὲ μεγάλην σχετικῶς ὁρικὴν ταχύτητα, διότι τὸ βάρος αὐτῶν ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος εἰς μεγαλύτερον χρονικὸν διάστημα ἢ εἰς τὰς σταγόνας τῆς λεπτῆς βροχῆς. Ἐπίσης λεπτότατα τεμαχίδια τοῦ κονιορτοῦ (σκόνης) πίπτουν μὲ πολὺ μικρὰν ταχύτητα, ἡ δὲ σποδὸς τῶν ἠφαιστείων, ἡ ἀνυψουμένη εἰς τὰ ἄνω στρώματα τῆς ἀτμοσφαίρας κατὰ τὰς ἐκρήξεις, πίπτει εἰς τὴν Γῆν τόσον βραδέως, ὥστε πολλάκις φθάνει μετὰ παρέλευσιν μηνῶν ἢ καὶ ἐτῶν. Ἐπίσης ἡ τολύπη τοῦ καπνοῦ σιγαρέτου παραμένει ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας αἰωρουμένη ἐπ' ἀρκετὸν χρόνον.

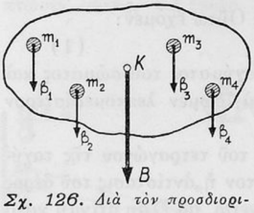
Σχ. 125. Ἀλεξιπτωτιστὴς κατερχόμενος.

Ἐπὶ τῆς ὁρικῆς ταχύτητος, τὴν ὁποίαν ἀποκτοῦν τὰ σώματα πίπτοντα εἰς τὸν ἀέρα, στηρίζεται ἡ λειτουργία τῶν ἀλεξιπτώτων (σχ. 125). Πράγματι, ἐπειδὴ τὸ ἀλεξίπτωτον ἔχει πολὺ μεγάλην ἐπιφάνειαν ὅταν εἶναι ἀνοικτόν, εὐθὺς ὡς ὁ ἀλεξιπτωτιστὴς εὑρεθῇ εἰς τὸν ἀέρα, ἡ ἀντίστασις, τὴν ὁποίαν δημιουργεῖ τὸ ἀλεξίπτωτον, εἶναι πολὺ μεγάλη, οὕτω δὲ εἰς βραχύτατον χρονικὸν διάστημα ἐξουδετεροῦται τὸ βάρος τοῦ ἀλεξιπτωτιστοῦ, χωρὶς οὗτος νὰ προλάβῃ ν' ἀποκτήσῃ μεγάλην ταχύτητα λόγῳ ἐπιταχύνσεως. Ἡ ὁρικὴ ταχύτης, μὲ τὴν ὁποίαν φθάνει ὁ ἀλεξιπτωτιστὴς εἰς τὸ ἔδαφος, εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ ἐκείνην τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ, ὅταν πηδᾷ ἐξ ὕψους 3 - 4 μέτρων.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Ἂς θεωρήσωμεν ἕνα ἀλεξιπτωτιστήν, ὁ ὁποῖος πίπτει ἐξ ὕψους 1 500 m. Εἰς ὀλίγα δευτερόλεπτα τὸ ἀλεξίπτωτον αὐτοῦ ἀνοίγει τελείως καὶ ἐμφανίζεται ὡς σφαιρικὴ ζώνη 6,5 m, μὲ ἐμβαδὸν κυρίας διατομῆς S = 33 m. Ἡ ἀντίστασις, τὴν ὁποίαν συναντᾷ εἰς τὸν ἀέρα, αὐξάνεται ταχέως, μέχρις ὅτου ἐξισωθῇ πρὸς τὸ ὁλικὸν βάρος, τὸ ὁποῖον θὰ ὑποθέσωμεν 85 kgr*. Ἀπὸ τῆς στιγμῆς ταύτης ἡ κίνησις, ἡ ὁποία ἀρχικῶς ἦτο ἐπιταχυνομένη, ἐξακολουθεῖ ὡς ἰσοταχὴς καὶ ἡ κάθοδος συντελεῖται μὲ ταχύτητα σταθεράν, τὴν ὁποίαν δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν ἐξισοῦντες τὸ βάρος τῶν 85 kgr* πρὸς τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος.

Ἐὰν δεχθῶμεν $k = 0,10$ καὶ θέσωμεν τὰς ἀνωτέρω τιμὰς εἰς τὴν ἐξίσωσιν (2), θὰ λάβωμεν $υ_{ορ} = 5$ m/sec.

77. Κέντρον βάρους. Ἓν στερεὸν σῶμα δύναται νὰ θεωρηθῇ ὅτι ἀποτελεῖται ἀπὸ μέγαν ἀριθμὸν ὑλικῶν σημείων καὶ συνεπῶς ἡ ὅλη μᾶζα τοῦ σώματος θὰ εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν μαζῶν ἑνὸς ἑκάστου ὑλικοῦ σημείου. Ἕκαστον τῶν ὑλικῶν τούτων σημείων ἕλκεται ὑπὸ τῆς Γῆς ὑπὸ δυνάμεως $β_1$, $β_2$, $β_3$... οὕτω δὲ ἐπὶ ὁλοκλήρου τοῦ σώματος θὰ ἐνεργοῦν πολλαὶ δυνάμεις παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς, ἔχουσαι τὴν διεύθυνσιν τῆς κατακορύφου, ἡ συνισταμένη δὲ τῶν δυνάμεων τούτων ἀποτελεῖ τὸ ὁλικὸν *βάρος τοῦ σώματος* καὶ θὰ ἔχῃ καὶ αὐτὸ τὴν διεύθυνσιν τῆς κατακορύφου (σχ. 126).

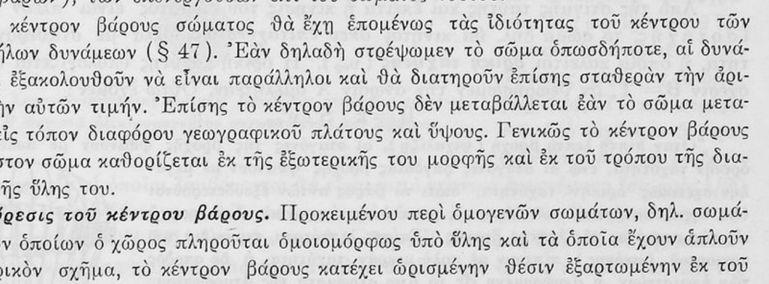


Σχ. 126. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ κέντρου βάρους.

Τὸ σημεῖον τῆς ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης Κ εἶναι τὸ ***κέντρον βάρους*** τοῦ σώματος τούτου. Καλοῦμεν λοιπὸν *κέντρον βάρους ἑνὸς σώματος τὸ σημεῖον εἰς τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται ἡ συνισταμένη ὅλων τῶν στοιχειωδῶν δυνάμεων (βαρῶν), τῶν ἐπενεργουσῶν ἐπὶ τοῦ σώματος τούτου.*

Τὸ κέντρον βάρους σώματος θὰ ἔχῃ ἑπομένως τὰς ἰδιότητας τοῦ κέντρου τῶν παραλλήλων δυνάμεων (§ 47). Ἐὰν δηλαδὴ στρέψωμεν τὸ σῶμα ὁπωσδήποτε, αἱ δυνάμεις θὰ ἐξακολουθοῦν νὰ εἶναι παράλληλοι καὶ θὰ διατηροῦν ἐπίσης σταθερὰν τὴν ἀριθμητικὴν αὐτῶν τιμήν. Ἐπίσης τὸ κέντρον βάρους δὲν μεταβάλλεται ἐὰν τὸ σῶμα μεταφερθῇ εἰς τόπον διαφόρου γεωγραφικοῦ πλάτους καὶ ὕψους. Γενικῶς τὸ κέντρον βάρους εἰς ἕκαστον σῶμα καθορίζεται ἐκ τῆς ἐξωτερικῆς του μορφῆς καὶ ἐκ τοῦ τρόπου τῆς διανομῆς τῆς ὕλης του.

Εὕρεσις τοῦ κέντρου βάρους. Προκειμένου περὶ ὁμογενῶν σωμάτων, δηλ. σωμάτων τῶν ὁποίων ὁ χῶρος πληροῦται ὁμοιομόρφως ὑπὸ ὕλης καὶ τὰ ὁποῖα ἔχουν ἁπλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα, τὸ κέντρον βάρους κατέχει ὡρισμένην θέσιν ἐξαρτωμένην ἐκ τοῦ

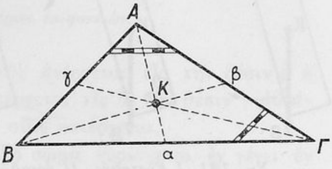


Σχ. 127. Εἰς τὰ σώματα ἁπλοῦ σχήματος τὸ κέντρον βάρους Κ καθορίζεται ὡς τομὴ ὡρισμένων γεωμετρικῶν στοιχείων.

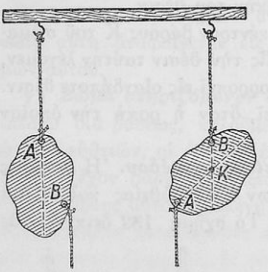
σχήματος τοῦ σώματος. Οὕτω, ἐὰν τὸ σῶμα ἔχῃ σχῆμα λεπτῆς ράβδου, τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται εἰς τὸ μέσον αὐτῆς. Εἰς τὸ σχῆμα 127 δεικνύεται ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους Κ διαφόρων ὁμογενῶν σωμάτων ἐχόντων γεωμετρικὸν σχῆμα. Οὕτω βλέπομεν, εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ κύβου καὶ τῆς σφαίρας, ὅτι τὸ κέντρον βάρους κεῖται ἐπὶ τοῦ γεωμετρικοῦ κέντρου αὐτῶν, ἐνῷ προκειμένου περὶ κυλίνδρου, πυραμίδος, κώνου, τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται ἐπὶ τοῦ γεωμετρικοῦ ἄξονος.

Τὸ κέντρον βάρους σώματος δύναται νὰ πίπτῃ καὶ ἔξω τοῦ σώματος, ὡς π.χ. εἰς δακτύλιον, εἰς κοίλην σφαῖραν, εἰς σκαμνίον κλπ.

Παράδειγμα προσδιορισμοῦ τοῦ κέντρου βάρους. Τὸ κέντρον βάρους λεπτῆς τριγωνικῆς πλακὸς κεῖται εἰς τὸ σημεῖον τῆς τομῆς τῶν διαμέσων της. Τοῦτο δεικνύομεν ὡς ἀκολούθως. Χωρίζομεν τὸ τρίγωνον (σχ. 128) διὰ πολὺ στενῶν λωρίδων παραλλήλων πρὸς τὴν πλευρὰν ΒΓ. Τὸ κέντρον βάρους ἑκάστης τῶν λωρίδων τούτων θὰ κεῖται εἰς τὸ μέσον αὐτῆς, δηλ. ἐπὶ τῆς Αα, ἡ ὁποία ἄγεται ἐκ τοῦ Α εἰς τὸ μέσον τῆς ἀπέναντι πλευρᾶς ΒΓ, ἤτοι ἐπὶ τῆς διαμέσου Αα. Οὕτω, δι' ἕκαστον στοιχειῶδες τμῆμα τῆς λωρίδος ὑπάρχει ἕτερον τμῆμα, τὸ ὁποῖον ἀπέχει ἐξ ἴσου ἀπὸ τῆς διαμέσου. Κατ' ἀνάλογον τρόπον σκεπτόμενοι εὑρίσκομεν, ὅτι τὸ κέντρον βάρους τῆς τριγωνικῆς πλακὸς θὰ κεῖται ἐπὶ τῶν διαμέσων Ββ καὶ Γγ καὶ συνεπῶς τὸ κέντρον βάρους τῆς τριγωνικῆς πλακὸς θὰ κεῖται εἰς τὸ κοινὸν σημεῖον τῆς τομῆς τῶν τριῶν διαμέσων.



Σχ. 128.

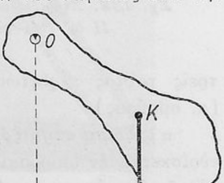


Σχ. 129. Εὕρεσις τοῦ κέντρου βάρους σώματος ἀκανονίστου σχήματος διὰ τῆς μεθόδου τῆς ἐξαρτήσεως.

Πειραματικὸς προσδιορισμὸς τοῦ κέντρου βάρους. Ἐξαρτῶμεν τὸ σῶμα (σχ. 129) διὰ νήματος ἔκ τινος σημείου Α καὶ ἀφήνομεν αὐτὸ νὰ ἰσορροπήσῃ, ὅτε σημειοῦμεν ἐπ' αὐτοῦ τὴν προέκτασιν τοῦ νήματος ἐξαρτήσεως, ἡ ὁποία, κατὰ τὰ γνωστά, μᾶς δίδει τὴν διεύθυνσιν τοῦ βάρους. Ἐξαρτῶμεν ἀκολούθως τὸ σῶμα ἐξ ἄλλου σημείου Β καὶ σημειοῦμεν τὴν νέαν διεύθυνσιν τῆς κατακορύφου. Ἐὰν ἐξαρτήσωμεν καὶ δι' ἄλλου σημείου τὸ σῶμα, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ὅλαι αἱ διευθύνσεις τῶν προεκτάσεων τοῦ νήματος διέρχονται διὰ κοινοῦ σημείου τομῆς· τὸ σημεῖον τοῦτο εἶναι τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος.

Κατ' ἄλλην μέθοδον, τὸ σῶμα ἰσορροπεῖται διαδοχικῶς ἐπὶ ὁριζοντίας ἀκμῆς, π.χ. ἐπὶ τοῦ ἄκρου τραπέζης, καὶ ἐργαζόμεθα ὡς ἀνωτέρω.

78. Ἰσορροπία τῶν στερεῶν σωμάτων. Τὴν ἰσορροπίαν τοῦ σώματος ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του θὰ ἐξετάσωμεν εἰς τὰς ἀκολούθους περιπτώσεις: 1) Ὅταν τὸ σῶμα εἶναι ἐξηρτημένον οὕτως, ὥστε νὰ δύναται νὰ στραφῇ περὶ ὁριζόντιον ἄξονα (ἢ περὶ σημεῖον), καὶ 2) Ὅταν τὸ σῶμα στηρίζεται ἐπὶ βάσεως δι' ἑνὸς ἢ καὶ περισσοτέρων σημείων αὐτοῦ.

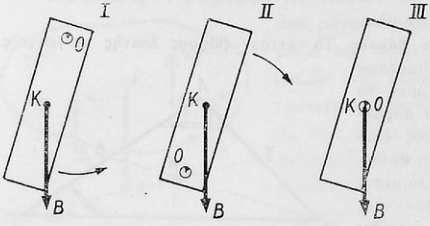


Σχ. 130.

Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ἡ μόνη δυνατὴ κίνησις τοῦ σώματος εἶναι ἡ στροφὴ αὐτοῦ περὶ τὸν ὁριζόντιον ἄξονα. Ἑπομένως, διὰ νὰ ἰσορροπῇ τὸ σῶμα, πρέπει ἡ κατακόρυφος ἡ διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου βάρους Κ νὰ συναντᾷ τὸν ἄξονα ἐξαρτήσεως Ο (σχ. 130), ἢ μὲ ἄλλους λόγους ἡ ῥοπὴ τὴν ὁποίαν δημιουργεῖ τὸ βάρος τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸν ὁριζόντιον ἄξονα τὸν διὰ τοῦ σημείου Ο διερχόμενον νὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν.

1) ***Ἰσορροπία σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα.*** Διακρίνομεν τρεῖς περιπτώσεις ἰσορροπίας:

α) Τὸ κέντρον βάρους Κ τοῦ σώματος εὑρίσκεται κάτωθεν τοῦ ἄξονος περιστροφῆς Ο (σχ. 131, Ι). Εἰς τὴν θέσιν ταύτην λέγομεν, ὅτι τὸ σῶμα εὑρίσκεται εἰς ***εὐσταθῆ ἰσορροπίαν,*** διότι τὸ σῶμα ἀπομακρυνόμενον ὀλίγον ἀπὸ τῆς θέσεως ταύτης ἐπανέρχεται ἀφ' ἑαυτοῦ εἰς τὴν ἀρχικὴν θέσιν.



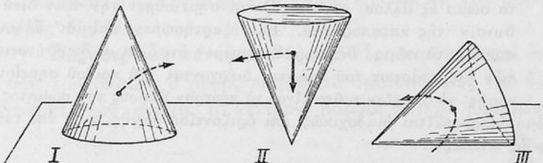
Σχ. 131. Ι Εὐσταθής, ΙΙ ἀσταθής, ΙΙΙ ἀδιάφορος ἰσορροπία.

β) Τὸ κέντρον βάρους Κ τοῦ σώματος εὑρίσκεται ἄνωθεν τοῦ ἄξονος περιστροφῆς Ο (σχ. 131, ΙΙ). Εἰς τὴν θέσιν ταύτην λέγομεν, ὅτι τὸ σῶμα εὑρίσκεται εἰς ***ἀσταθῆ ἰσορροπίαν,*** διότι τὸ σῶμα ἀπομακρυνόμενον ὀλίγον ἀπὸ τῆς θέσεως ταύτης ἰσορροπίας του δὲν ἐπανέρχεται εἰς τὴν ἀρχικήν του θέσιν.

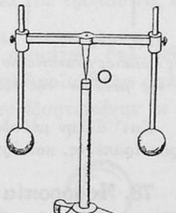
γ) Τὸ κέντρον βάρους Κ τοῦ σώματος κεῖται ἐπὶ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς Ο (σχ. 131, ΙΙΙ). Εἰς τὴν θέσιν ταύτην λέγομεν, ὅτι τὸ σῶμα ἔχει ***ἀδιάφορον ἰσορροπίαν,*** διότι τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ εἰς οἱανδήποτε θέσιν.

Εἰς τὰς τρεῖς ὡς ἄνω περιπτώσεις τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ, ὅταν ἡ ροπὴ τὴν ὁποίαν δημιουργεῖ τὸ βάρος Β ὡς πρὸς τὸν ἄξονα Ο εἶναι μηδέν.

2) ***Ἰσορροπία σώματος στηριζομένου ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου.*** Ἡ στήριξις δύναται νὰ γίνῃ: α) δι' ἑνὸς σημείου, β) διὰ δύο σημείων ἢ ἐπ' εὐθείας καὶ γ) διὰ πολλῶν σημείων μὴ κειμένων ἐπ' εὐθείας ἢ διὰ βάσεως. Τὸ σχῆμα 132 δεικνύει τὰς



Σχ. 132. Στήριξις σώματος, Ι διὰ πολλῶν σημείων, ΙΙ δι' ἑνὸς σημείου, ΙΙΙ ἐπ' εὐθείας.

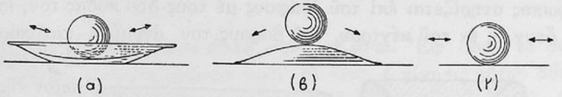


Σχ. 133. *Διὰ μετατοπίσεως τῶν σφαιρῶν ἐπιτυγχάνομεν τὰ τρία εἴδη ἰσορροπίας.*

τρεῖς ταύτας περιπτώσεις ἰσορροπίας δι' ἑνὸς στρόβου (κ. σβούρας).

α) ***Σῶμα στηριζόμενον δι' ἑνὸς σημείου.*** Τὸ σῶμα εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, ὅταν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ ἀγομένη κατακόρυφος διέρχεται διὰ τοῦ σημείου Ο, διότι ἡ ροπὴ τοῦ βάρους τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ σημεῖον στηρίξεως τοῦ σώματος εἶναι μηδέν. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην διακρίνομεν καὶ τὰ τρία εἴδη τῆς ἰσορροπίας. Οὕτω διὰ καταλλήλου ἑκάστοτε τοποθετήσεως τῶν σφαιρῶν εἰς τὴν συσκευὴν τοῦ σχήματος 133, τὸ κινητὸν σύστημα, ἤτοι αἱ δύο σφαῖραι μετὰ τοῦ ἄξονος συγκρατήσεως αὐτῶν, λαμβάνει τὴν θέσιν τῆς εὐσταθοῦς, ἀσταθοῦς καὶ ἀδιαφόρου ἰσορροπίας.

Τὴν περίπτωσιν τῆς στηρίξεως δι' ἑνὸς σημείου δυνάμεθα νὰ πραγματοποιήσωμεν καὶ διὰ τὰ τρία εἴδη ἰσορροπίας διὰ σφαίρας στηριζομένης ἐπὶ κοίλης, κυρτῆς ἢ ὁριζοντίας ἐπιφανείας. Εἰς τὴν θέσιν α (σχ. 134) ἡ ἰσορροπία εἶναι **εὐσταθής,** διότι μετα-

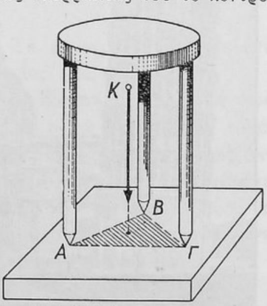


Σχ. 134. Ἰσορροπία σφαίρας ἐπὶ διαφόρων ἐπιφανειῶν.

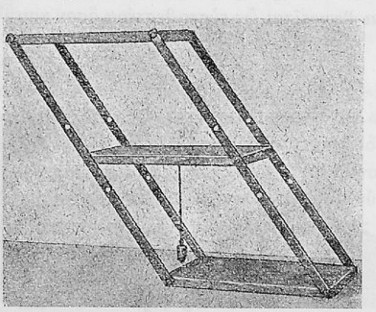
τοπιζομένης τῆς σφαίρας τὸ κέντρον τοῦ βάρους αὐτῆς ἀνέρχεται· εἰς τὴν θέσιν β ἡ ἰσορροπία εἶναι **ἀσταθής,** διότι τὸ κέντρον βάρους κατέρχεται· εἰς δὲ τὴν θέσιν γ **ἀδιάφορος,** διότι τὸ κέντρον βάρους αὐτῆς οὔτε ἀνέρχεται οὔτε κατέρχεται.

β) ***Σῶμα στηριζόμενον διὰ δύο σημείων.*** Τὸ σῶμα εὑρίσκεται ἐν γένει ἐν ἰσορροπίᾳ, ὅταν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου βάρους ἀγομένη κατακόρυφος συναντᾷ τὴν εὐθεῖαν τὴν ἑνοῦσαν τὰ δύο σημεῖα στηρίξεως, ἡ ὁποία καλεῖται *εὐθεῖα στηρίξεως.* Ἡ περίπτωσις αὕτη ἀναφαίνεται εἰς τὸν διαβήτην σχεδιάσεως, στηριζόμενον διὰ τῶν δύο ἀκμῶν αὐτοῦ.

γ) ***Σῶμα στηριζόμενον διὰ βάσεως.*** Ὅταν σῶμα στηρίζεται ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου διὰ βάσεως, καλοῦμεν *βάσιν στηρίξεως* τὴν ἐπιφάνειαν τὴν περικλειομένην ὑπὸ τῶν εὐθειῶν, αἱ ὁποῖαι ἑνώνουν τὰ ἄκρα σημεῖα στηρίξεως αὐτοῦ (σχ. 135). Σῶμα δὲ ἔχον βάσιν στηρίξεως εὑρίσκεται εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, ὅταν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ ἀγομένη κατακόρυφος συναντᾷ τὴν βάσιν. Ἐὰν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου βάρους ἀγομένη κατακόρυφος πίπτῃ ἐκτὸς τῆς βάσεως, τὸ σῶμα ἀνατρέπεται. Ἡ ἰσορροπία σώματος θεωρεῖται ἐν γένει εὐσταθής, ὅταν τοῦ σώματος ἀπομακρυνομένου ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας του τὸ κέντρον βάρους του ἀνέρχεται.



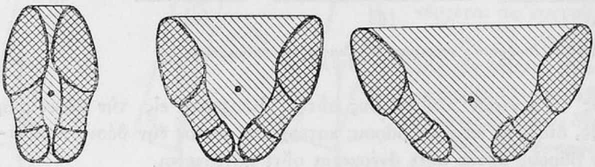
Σχ. 135. Ἡ βάσις στηρίξεως εἶναι ἡ γραμμοσκιασμένη ἐπιφάνεια ΑΒΓ.



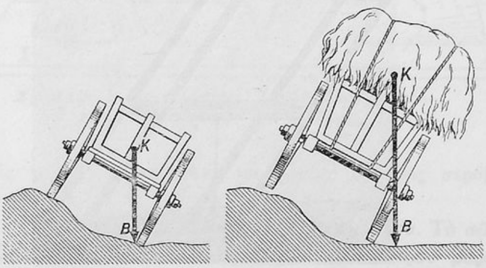
Σχ. 136. Ἀρθρωτὸν παραλληλόγραμμον.

Ἔστω ἤδη σῶμα εὑρισκόμενον εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν. Ἐὰν κλίνωμεν τοῦτο ὀλίγον καὶ ἀνατραπῇ, τότε λέγομεν ὅτι ἔχει *μικρὰν εὐστάθειαν.* Ἐὰν τουναντίον ἡ γωνία κατὰ τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ κλίνωμεν τὸ σῶμα διὰ νὰ ἀνατραπῇ εἶναι μεγάλη, τότε λέγομεν ὅτι ἔχει *μεγάλην εὐστάθειαν.* Πειραματικῶς δεικνύομεν τοῦτο διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ ἀρθρωτοῦ παραλληλογράμμου ὑπὸ μορφὴν πύργου, τοῦ σχήματος 136, ὅπου διὰ τοῦ νήματος τῆς στάθμης ἐλέγχομεν τὴν κατακόρυφον τὴν διερχομένην διὰ τοῦ κέντρου βάρους.

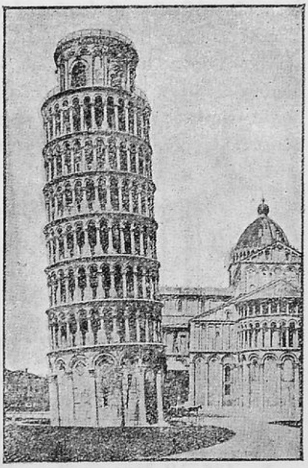
Ὁ ἄνθρωπος στηρίζεται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους μὲ τοὺς δύο πόδας του, ἔχει δὲ εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, ὅταν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ βάρους του ἀγομένη κατακόρυφος συναντᾷ τὸ ἔδαφος εἰς ἓν σημεῖον τῆς βάσεως στηρίξεως. Ὅσον ἡ βάσις στηρίξεως εἶναι μεγαλυτέρα τόσον καὶ ἡ εὐστάθειά του γίνεται μεγαλυτέρα (σχ. 137). Οἱ ἀχθοφόροι, ὅταν φέρουν ἐπὶ τῆς ράχεως βαρὺ φορτίον, κύπτουν πρὸς τὰ ἐμπρός. Οὕτω μετατίθεται τὸ κέντρον βάρους τοῦ συστήματος ἀνθρώπου - φορτίου, εἰς τρόπον ὥστε ἡ δι᾽ αὐτοῦ ἀγομένη κατακόρυφος διέρχεται μεταξὺ τῶν ποδῶν καὶ ἡ ἰσορροπία εἶναι εὐσταθής. Ἐπίσης εἰς τὸ σχῆμα 138 ἐκ τῶν δύο ἁμαξῶν ἡ πρὸς τὰ ἀριστερὰ ἅμαξα εὑρίσκεται εἰς ἰσορροπίαν, ἐνῷ ἡ πρὸς τὰ δεξιὰ ἀνατρέπεται, διότι ἡ ἐκ τοῦ κέντρου βάρους ἀγομένη κατακόρυφος πίπτει ἔξω τῆς βάσεως στηρίξεως. Ἐξ ἄλλου παρατηροῦμεν εἰς τὸ αὐτὸ σχῆμα, ὅτι τὸ κέντρον βάρους τῆς πρὸς τὰ ἀριστερὰ ἁμάξης εὑρίσκεται χαμηλότερον ἀπὸ τὸ κέντρον βάρους τῆς ἄλλης, ἤτοι ἡ ἰσορροπία θεωρεῖται ὡς εὐσταθεστέρα ὅσον χαμηλότερον κεῖται τὸ κέντρον βάρους αὐτοῦ. Περίπτωσιν ἐφαρμογῆς τῶν ἀνωτέρω ἐκτεθέντων ἀποτελεῖ ὁ ὀνομαστὸς κεκλιμένος ***πύργος τῆς Πίζης*** ἐν Ἰταλίᾳ (σχ. 139). Τὸ ὕψος τοῦ πύργου εἶναι 55,2 m καὶ λόγῳ καθιζήσεως τοῦ ἐδάφους, κατὰ τὴν ἐποχὴν τῆς κατα-



Σχ. 137. Ἡ εὐστάθεια τοῦ ἀνθρωπίνου σώματος ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς σχηματιζομένης βάσεως τῶν πελμάτων.



Σχ. 138. Τὸ ἁμάξιον ἀνατρέπεται, ὅταν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου βάρους κατακόρυφος πίπτῃ ἔξω τῆς βάσεως στηρίξεως.



Σχ. 139. Ὁ ἱστορικὸς κεκλιμένος πύργος τῆς Πίζης.

σκευῆς, ὑπέστη κλίσιν $5^0\,30'$. Βραδύτερον ἡ κλίσις ηὐξήθη, πρὸς ἀποφυγὴν δὲ καταρρεύσεως ἐλήφθησαν μέτρα διὰ τὸν ὑποβιβασμὸν τοῦ κέντρου βάρους τοῦ πύργου, δι' ἀφαιρέσεως τῶν εἰς τὴν κορυφήν του μεγάλων κωδώνων καὶ στερεώσεως τοῦ ὑπεδάφους.

79. Βολαί. α) ***Κατακόρυφος βολὴ πρὸς τὰ ἄνω.*** Ἐφ' ὅσον τὸ σῶμα βάλλεται ὑπὸ ταχύτητα ἀρχικὴν υ_0 κατακορύφως *πρὸς τὰ ἄνω,* ἡ κίνησις αὐτοῦ δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς σύνθετος, ἤτοι: α) ἐκ μιᾶς κινήσεως εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῆς ὑπὸ ταχύτητα υ_0, διευθυνομένης πρὸς τὰ ἄνω, καὶ β) ἐξ ἑτέρας κινήσεως εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης διευθυνομένης πρὸς τὰ κάτω· ἤτοι ἐχούσης φορὰν ἀντίθετον πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος υ_0. Οὕτω ἡ συνισταμένη κίνησις θὰ εἶναι εὐθύγραμμος *ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη* μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα υ_0. Οἱ τύποι οἱ ἰσχύοντες διὰ τὴν κίνησιν ταύτην εἶναι:

$$h = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad (1) \qquad \text{καὶ} \qquad \upsilon = \upsilon_0 - g \cdot t \quad (2)$$

Ὁ χρόνος t ὁ ἀπαιτούμενος ἵνα τὸ σῶμα φθάσῃ εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς διαδρομῆς του ($h_{\mu\varepsilon\gamma}$) εὑρίσκεται εὐκόλως ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2), ἐὰν θέσωμεν $\upsilon = 0$, διότι κατὰ τὸν χρόνον τοῦτον ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ μηδενίζεται, ἤτοι ἔχομεν:

$$\upsilon = \upsilon_0 - g \cdot t = 0 \qquad \text{καὶ} \qquad t = \frac{\upsilon_0}{g}$$

Ἐὰν τὴν τιμὴν ταύτην τοῦ χρόνου θέσωμεν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1), ἔχομεν τὸ μέγιστον ὕψος ($h_{\mu\varepsilon\gamma}$), εἰς τὸ ὁποῖον θὰ φθάσῃ τὸ σῶμα, ἤτοι:

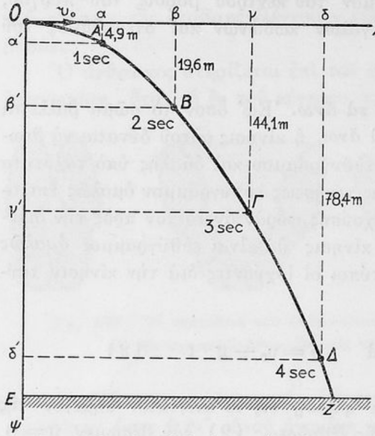
$$h_{\mu\varepsilon\gamma} = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$$

Τὸ μέγιστον ὕψος ὑπολογίζεται ἐπίσης καὶ ἐκ τοῦ θεωρήματος τῆς κινητικῆς ἐνεργείας (βλ. § 86).

β) ***Κατακόρυφος βολὴ πρὸς τὰ κάτω.*** Ἐφ' ὅσον τὸ σῶμα βάλλεται κατακορύφως *πρὸς τὰ κάτω* ὑπὸ ἀρχικὴν ταχύτητα υ_0, ἡ κίνησις αὕτη δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς σύνθετος, ἤτοι ἐκ μιᾶς κινήσεως ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα υ_0 καὶ ἄλλης εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης, προερχομένης ἐκ τοῦ βάρους τοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον εἶναι δύναμις σταθερὰ καὶ ἔχει φορὰν πρὸς τὰ κάτω. Οὕτω, ἡ συνισταμένη κίνησις θὰ εἶναι εὐθύγραμμος *ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη* μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα υ_0. Οἱ τύποι οἱ ἰσχύοντες διὰ τὴν κίνησιν ταύτην εἶναι:

$$h = \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 \qquad \text{καὶ} \qquad \upsilon = \upsilon_0 + g \cdot t$$

γ) ***Ὁριζοντία βολή.*** Ἔστω, ὅτι πυροβόλον εὑρισκόμενον εἰς ὕψος h ἀπὸ τοῦ ἐδάφους βάλλει βλῆμα ὁριζοντίως, μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα υ_0. Τὸ βλῆμα ἐξερχόμενον τοῦ πυροβόλου μετέχει δύο κινήσεων, ἤτοι μιᾶς εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῆς, κατὰ διεύθυνσιν ὁριζοντίαν, — ἐφ' ὅσον κατὰ τὴν διεύθυνσιν ταύτην οὐδεμία δύναμις ἐξασκεῖται ἐπ' αὐτοῦ —, καὶ ἑτέρας εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης διευθυνομένης κατὰ τὴν κατακόρυφον καὶ προερχομένης ἐκ τοῦ βάρους τοῦ βλήματος. Πρὸς εὕρεσιν τῆς τροχιᾶς τοῦ κινητοῦ λαμβάνομεν ὀρθογωνίους ἄξονας, — ΟΧ ὁριζόντιον κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος υ_0, καὶ ΟΨ κατακόρυφον (σχ. 140).



Σχ. 140. Παραβολικὴ τροχιὰ βλήματος ἐκσφενδονιζομένου ὁριζοντίως.

Ἐὰν τὸ βλῆμα μετεῖχε μιᾶς μόνον τῶν κινήσεων, π.χ. τῆς ὁριζοντίας, ἤτοι ἐὰν ἐπὶ τοῦ βλήματος δὲν ἐπέδρα τὸ βάρος του, τοῦτο θὰ ἐκινεῖτο εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς (ἰσοταχῶς) μὲ ταχύτητα υ_0. Οὕτω μετὰ παρέλευσιν χρόνου $t = 1$ sec τὸ βλῆμα θὰ ἔφθανε εἰς τὴν θέσιν α, μετὰ χρόνον $t = 2$ sec εἰς τὴν θέσιν β κ.ο.κ. Ἤτοι τὸ διανυόμενον διάστημα s_x κατὰ τὸν ὁριζόντιον ἄξονα τῶν Χ θὰ δίδεται ἀπὸ τὸν τύπον:

$$s_x = \upsilon_0 \cdot t$$

Ἐὰν τὸ βλῆμα ἔπιπτε ἐλευθέρως καὶ ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, θὰ ἐξετέλει ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν g. Τὸ διανυόμενον διάστημα s_ψ, κατὰ τὸν κατακόρυφον ἄξονα τῶν Ψ, θὰ δίδεται ἀπὸ τὸν τύπον:

$$s_\psi = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Οὕτω κατὰ τὸ τέλος τοῦ 1ου δευτερολέπτου θὰ εἶναι ἴσον πρός:

$$s_\psi = O\alpha' = \frac{1}{2} g \cdot 1^2 = 4{,}9 \text{ m}$$

ὅπου $g = 9{,}81$ m/sec². Καθ᾽ ὅμοιον τρόπον ὑπολογίζοντες εὑρίσκομεν, ὅτι τὸ κατὰ τὸ τέλος τοῦ 2ου δευτερολέπτου διανυθὲν διάστημα Οβ΄ θὰ εἶναι τετραπλάσιον, ἤτοι 19,6 m, εἰς τὸ τέλος τοῦ 3ου δευτερολέπτου ἐνναπλάσιον (44,1 m) κ.ο.κ.

Ἐφ᾽ ὅσον ὅμως τὸ βλῆμα μετέχει καὶ τῶν δύο κινήσεων εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, θὰ φθάσῃ, κατὰ τὸ τέλος τοῦ 1ου δευτερολέπτου, εἰς τὸ σημεῖον Α, τὸ ὁποῖον, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, εἶναι τὸ ἄκρον Α τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν Οα καὶ Οα΄. Καθ᾽ ὅμοιον τρόπον σκεπτόμενοι εὑρίσκομεν τὰ σημεῖα Β, Γ, Δ. . . Ἐὰν ἑνώσωμεν τὰ σημεῖα ταῦτα διὰ συνεχοῦς γραμμῆς, εὑρίσκομεν τὴν τροχιάν, τὴν ὁποίαν θὰ ἀκολουθήσῃ τὸ κινητὸν καὶ ἥτις ἀποδεικνύεται, ὅτι εἶναι *καμπύλη παραβολή*.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι τὸ σημεῖον Ζ, εἰς τὸ ὁποῖον τὸ βλῆμα πίπτον ἐξ ὕψους h θὰ συναντήσῃ τὸ ἔδαφος, δύναται νὰ καθορισθῇ ἐκ τῆς ἀποστάσεως ΕΖ. Ἐπειδὴ δὲ αἱ δύο κινήσεις ἐκτελοῦνται ἀνεξαρτήτως ἡ μία τῆς ἄλλης, ἡ ἀπόστασις ΕΖ εἶναι τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον θὰ διανύῃ τὸ κινητὸν ὁριζοντίως εἰς χρόνον t, ὅστις εἶναι ὁ χρόνος τὸν ὁποῖον τὸ βλῆμα, πῖπτον κατακορύφως ἐξ ὕψους h, χρειάζεται ἵνα φθάσῃ τὸ ἔδαφος. Ἐπειδὴ δὲ $h = 1/2 \cdot g \cdot t^2$, εὑρίσκομεν:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{καὶ ἑπομένως :} \quad EZ = s = \upsilon_0 \cdot t = \upsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Ἐνταῦθα ἡ τροχιὰ τοῦ κινητοῦ εἶναι καμπυλόγραμμος, διότι αἱ δύο κινήσεις εἶναι ἀνομοειδεῖς, ἤτοι ἡ μία εὐθύγραμμος καὶ ὁμαλὴ καὶ ἡ ἄλλη εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη.

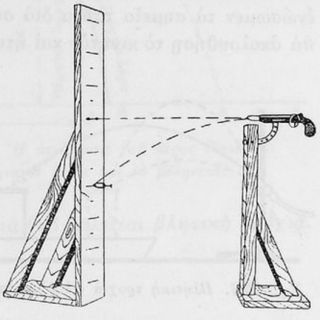
Ἡ *ταχύτης* τοῦ βλήματος εἴς τι σημεῖον τῆς τροχιᾶς του, π.χ. τὸ Γ (σχ. 140), εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν δύο ταχυτήτων, τὰς ὁποίας ἔχει εἰς χρόνον t, δηλαδὴ τῆς ὁριζοντίας, ἡ ὁποία εἶναι σταθερὰ καὶ ἴση πρὸς υ_0, καὶ τῆς κατακορύφου, ἡ ὁποία ἰσοῦται πρὸς $g \cdot t$. Ἐπειδὴ δὲ αἱ δύο συνιστῶσαι ταχύτητες εἶναι κάθετοι ἐπ' ἀλλήλας, ἡ τιμὴ τῆς ταχύτητος ἐπὶ τῆς τροχιᾶς εἰς Γ, τῆς ὁποίας ἡ διεύθυνσις συμπίπτει πρὸς τὴν τῆς ἐφαπτομένης εἰς Γ, παρέχεται ὑπὸ τοῦ τύπου :

$$\text{ταχύτης εἰς } \Gamma = \sqrt{\upsilon^2 + g^2 \cdot t^2}$$

Οὕτω, διὰ τιμὴν $\upsilon_0 = 600$ m/sec, $g = 10$ m/sec² καὶ $t = 30$ sec, προκύπτει :

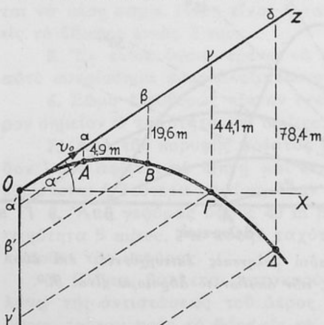
$$\text{ταχύτης εἰς } \Gamma = \sqrt{600^2 + 10^2 \cdot 30^2} = 671 \text{ m/sec περίπου.}$$

Ἡ *ἐπιτάχυνσις* τοῦ βλήματος κατά τινα στιγμὴν εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν ἐπιταχύνσεων τῶν δύο κινήσεων. Εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν, ἡ καθ' ὁριζοντίαν διεύθυνσιν κίνησις τοῦ βλήματος γίνεται μὲ ταχύτητα $\upsilon_0 =$ σταθ. καὶ συνεπῶς $\gamma = 0$, ἐνῷ ἡ ἑτέρα κίνησις λαμβάνουσα χώραν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους ἔχει ἐπιτάχυνσιν σταθερὰν g. Συνεπῶς ἡ ὁλικὴ ἐπιτάχυνσις τοῦ βλήματος εἶναι διαρκῶς ἴση πρὸς τὸ g.



Σχ. 141. *Πειραματικὴ διάταξις διὰ τὴν ἐκσφενδόνισιν βλήματος εἰς ὁριζοντίαν βολήν.*

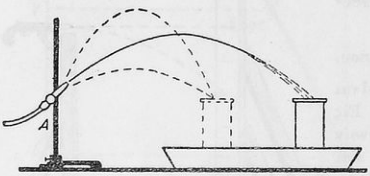
Εἰς τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 141, πιστόλιον δι' ἐλατηρίου ἐκσφενδονίζει βλῆμα καὶ δεικνύεται ἡ παραβολικὴ τροχιὰ τὴν ὁποίαν τοῦτο ἀκολουθεῖ. Δυνάμεθα νὰ ἐπαληθεύσωμεν τοὺς ἀνωτέρω τύπους διὰ μετρήσεως,— ἐπὶ ξυλίνου μετρικοῦ κανόνος εὑρισκομένου εἰς ὡρισμένην γνωστὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ πιστολίου —, τῆς κατακορύφου ἀποστάσεως τῆς θέσεως εἰς τὴν ὁποίαν ἐνσφηνοῦται τὸ βλῆμα, ἐν σχέσει μὲ τὴν ὁριζοντίαν διεύθυνσιν.



Σχ. 142. *Τροχιὰ βλήματος πλαγίας βολῆς.*

δ) ***Πλαγία βολή.*** Ἔστω ὅτι πυροβόλον ὅπλον εὑρισκόμενον ἐπὶ τοῦ ἐδάφους βάλλει βλῆμα ὑπὸ ἀρχικὴν ταχύτητα υ_0, σχηματίζουσαν γωνίαν α ὡς πρὸς τὸν ὁριζόντιον ἄξονα ΟΧ (σχ. 142). Τὸ βλῆμα ἐξερχόμενον τῆς κάννης μετέχει πάλιν δύο κινήσεων, ἤτοι μιᾶς εὐθυγράμμου καὶ ὁμαλῆς κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΟΖ καὶ ἑτέρας εὐθυγράμμου ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΟΨ. Οὕτω, ἐὰν ἐπὶ τοῦ βλήματος δὲν ἐπέδρα τὸ βάρος του, τοῦτο θὰ ἐκινεῖτο εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος υ_0, μετὰ παρέλευσιν δὲ χρόνου $t = 1$ sec τὸ βλῆμα θὰ ἔφθανε εἰς τὴν θέσιν α, μετὰ χρόνον $t = 2$ sec εἰς τὴν θέσιν β κ.ο.κ.

Ἐξ ἄλλου, ἐὰν τὸ βλῆμα ἔπιπτε ἐλευθέρως καὶ ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του, θὰ ἐξετέλει κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην ὑπὸ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν g. Ὑπολογίζοντες καθ' ὅμοιον τρόπον, ὅπως καὶ εἰς τὴν ὁριζοντίαν βολήν, εὑρίσκομεν ὅτι κατὰ τὸ τέλος τοῦ 1ου δευτερολέπτου θὰ διανύσῃ διάστημα Οα΄, τὸ ὁποῖον εἶναι ἴσον πρὸς 4,9 m, κατὰ τὸ τέλος τοῦ 2ου δευτερολέπτου διάστημα Οβ΄, τὸ ὁποῖον εἶναι τετραπλάσιον, ἤτοι 19,6 m κ.ο.κ. Ἐφ' ὅσον ὅμως τὸ βλῆμα μετέχει καὶ τῶν δύο κινήσεων εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, θὰ φθάσῃ, ὡς ἐλέχθη καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ὁριζοντίας βολῆς, κατὰ τὸ τέλος τοῦ 1ου δευτερολέπτου εἰς τὸ σημεῖον Α. Καθ' ὅμοιον τρόπον σκεπτόμενοι εὑρίσκομεν τὰ σημεῖα Β, Γ, Δ... Ἐὰν ἑνώσωμεν τὰ σημεῖα ταῦτα διὰ συνεχοῦς γραμμῆς, εὑρίσκομεν τὴν τροχιάν, τὴν ὁποίαν θὰ ἀκολουθήσῃ τὸ κινητὸν καὶ ἥτις ἀποδεικνύεται ὅτι εἶναι *παραβολή*. Εἰς τὸ σημεῖον Γ συναντᾷ τὸ βλῆμα τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον· ἡ ΟΓ, δηλ. ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τοῦ σημείου ἀναχωρήσεως Ο τοῦ βλήματος καὶ τοῦ σημείου Γ, καλεῖται ***βεληνεκές***.

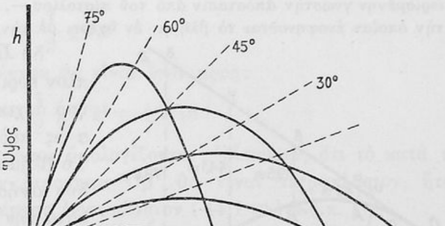


Σχ. 143. Βλητικὴ τροχιὰ φλεβὸς ὕδατος.

Πρὸς εὕρεσιν τῆς ταχύτητος καὶ ἐπιταχύνσεως τοῦ βλήματος, καθ' ἑκάστην στιγμήν, εἴς τι τυχὸν σημεῖον τῆς τροχιᾶς του, ἐργαζόμεθα ὡς ἐλέχθη καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ὁριζοντίας βολῆς.

Πειραματικῶς δεικνύομεν τὴν πλαγίαν βολὴν δι' ἀκτῖνος ὕδατος (σχ. 143), τὸ ὁποῖον ἐκσφενδονίζομεν ἀπὸ τοῦ στομίου μικροῦ σωλῆνος Α συγκοινωνοῦντος δι' ἐλαστικοῦ σωλῆνος πρὸς δεξαμενὴν ὕδατος.

ε) ***Εὐθύφορος καὶ ἐπισκηπτικὴ βολή.*** Ἐὰν ἔκ τινος σημείου Ο (σχ. 144) γίνωνται αἱ βολαὶ τοῦ βλήματος μετὰ τῆς αὐτῆς ἀρχικῆς ταχύτητος $υ_0$, ὑπὸ διαφόρους ὅμως γωνίας, ἀλλὰ εἰς τὸ αὐτὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ὅσον αὐξάνομεν τὴν γωνίαν βολῆς, τόσον αὐξάνεται καὶ τὸ βεληνεκές, γίνεται δὲ τοῦτο μέγιστον ὅταν ἡ γωνία βολῆς γίνῃ ἴση πρὸς 45^0. Οὕτω εἰς τὸ σχῆμα 144 διὰ γωνίαν 15^0 τὸ βεληνεκὲς εἶναι τὸ διάστημα ΟΑ, διὰ γωνίαν 30^0 εἶναι τὸ διάστημα ΟΒ καὶ διὰ γωνίαν 45^0 εἶναι τὸ διάστημα ΟΓ. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν ὅμως νὰ αὐξάνωμεν τὴν γωνίαν βολῆς, θὰ παρατηρήσωμεν, ὅτι τὸ βεληνεκὲς ἐλαττοῦται.

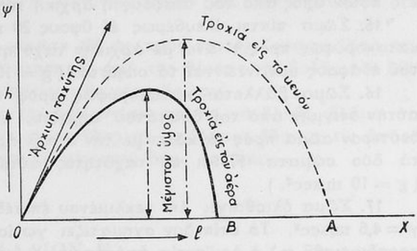


Σχ. 144. Τὸ αὐτὸ βεληνεκὲς ἐπιτυγχάνεται διὰ δύο γωνίας βολῆς, τῶν ὁποίων τὸ ἄθροισμα εἶναι 90⁰.

Οὕτω διὰ γωνίαν 75^0 τὸ βεληνεκὲς εἶναι τὸ διάστημα ΟΑ. Ἀποδεικνύεται δὲ ὅτι, ἐὰν ἡ βολὴ γίνεται ὑπὸ δύο γωνίας τῶν ὁποίων τὸ ἄθροισμα εἶναι 90^0, δηλ. 15^0 καὶ 75^0 ἢ 30^0 καὶ 60^0 κ.ο.κ., πραγματοποιεῖται τὸ αὐτὸ βεληνεκές, ὡς τοῦτο δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα. Ἡ σκόπευσις ὑπὸ τὴν μικροτέραν γωνίαν ὀνομάζεται ***εὐθύφορος***, ὑπὸ τὴν μεγαλυτέραν ***ἐπισκηπτική***.

80. Βολὴ ἐντὸς τοῦ ἀέρος. Εἰς τὰ προηγούμενα ὑπεθέσαμεν, ὅτι τὸ βλῆμα κινεῖται ἐντὸς τοῦ κενοῦ χώρου. Ὅταν ὅμως τὸ βλῆμα κινῆται ἐντὸς τοῦ ἀέρος, ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἐπιδρᾷ σημαντικῶς καὶ ἐκτρέπει αἰσθητῶς αὐτὸ ἀπὸ τῆς τροχιᾶς του. Ὅσον δὲ μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ βλήματος, τόσον μεγαλυτέρα εἶναι καὶ ἡ ἀντίστασις τὴν ὁποίαν συναντᾷ εἰς τὸν ἀέρα καὶ τόσον περισσότερον ἀπέχει ἡ τροχιὰ ἀπὸ τῆς παραβολικῆς της μορφῆς.

Εἰς τὸ σχῆμα 145 δεικνύεται ἡ καμπύλη, τὴν ὁποίαν διαγράφει κινητὸν εἰς τὸ κενὸν καὶ εἰς τὸν ἀέρα, ὅπου παρατηροῦμεν ὅτι ὁ κατερχόμενος κλάδος τῆς τροχιᾶς εἰς τὸν ἀέρα εἶναι περισσότερον ἀπότομος τοῦ ἀνερχομένου καὶ τὸ βεληνεκὲς εἶναι μικρότερον. Ἡ τροχιὰ ΟΒ καλεῖται ***βλητικὴ τροχιά.***



Σχ. 145. Ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἐλαττώνει τὸ μέγιστον ὕψος καὶ τὸ βεληνεκές.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Σφαῖρα πίπτει ἐλευθέρως ἐξ ὕψους κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω καὶ συναντᾷ τὸ ἔδαφος ἐντὸς 3 sec. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ὕψος ἐξ οὗ ἐβλήθη.

2. Λίθος βάλλεται ἀπὸ τοῦ στομίου φρέατος μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 30 m/sec καὶ φθάνει εἰς τὸν πυθμένα ἐντὸς 2 sec. Πόσον τὸ βάθος τοῦ φρέατος.

3. Σῶμα πίπτει ἐλευθέρως ἐπὶ 6 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ διάστημα τὸ διανυόμενον εἰς τὰ τελευταῖα 2 sec.

4. Ἀπὸ κατερχομένου ἀεροστάτου καὶ ἐξ ἀποστάσεως 100 m ἀπὸ τοῦ ἐδάφους ἀφίεται νὰ πέσῃ σῶμα. Πόση εἶναι ἡ ταχύτης καθόδου τοῦ ἀεροστάτου, ὅταν τὸ σῶμα φθάνῃ εἰς τὸ ἔδαφος ἐντὸς 2 sec.

5. Ἐκ ποίου ὕψους πρέπει νὰ πέσῃ ἄνθρωπος, ἵνα ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος ἔχῃ τὸ αὐτὸ συναίσθημα πρὸς ἀλεξιπτωτιστήν, ὁ ὁποῖος προσγειοῦται μὲ ταχύτητα 8 m/sec.

6. Σῶμα ἐλευθέρως πῖπτον ἔχει εἰς τὸ σημεῖον Α ταχύτητα 40 cm/sec καὶ εἰς κατώτερον σημεῖον Β ταχύτητα 150 cm/sec. Πόσον τὸ μῆκος τοῦ τμήματος ΑΒ.

7. Ἀπὸ τῆς κορυφῆς φρέατος βάθους 20 m ἀφίεται νὰ πίπτῃ σφαῖρα καὶ μετὰ πάροδον 1 sec ἀφίεται νὰ πίπτῃ καὶ δευτέρα σφαῖρα. Εἰς ποῖον ὕψος ἀπὸ τοῦ πυθμένος θὰ εὑρίσκεται ἡ δευτέρα σφαῖρα, ὅταν ἡ πρώτη φθάνῃ εἰς τὸν πυθμένα. ($g = 10 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-2}$.)

8. Ἀπὸ γεφύρας ὕψους 40 m βάλλεται κατακορύφως πρὸς τ' ἄνω σῶμα μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 5 m/sec. Μὲ πόσην ταχύτητα καὶ μετὰ πόσον χρόνον συναντᾷ τὸ σῶμα τὸ ὕδωρ κάτωθεν τῆς γεφύρας.

9. Βλῆμα βάλλεται κατακορύφως πρὸς τ' ἄνω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 900 m/sec καὶ λόγῳ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος ἀνέρχεται εἰς ὕψος 8 600 m. Νὰ εὑρεθῇ ὁ λόγος τοῦ ὕψους τούτου πρὸς τὸ ὕψος εἰς τὸ ὁποῖον θὰ ἀνήρχετο ἐν τῷ κενῷ.

10. Μὲ πόσην ταχύτητα πρέπει νὰ βληθῇ σῶμα κατακορύφως πρὸς τ' ἄνω, ἵνα τὸ μέγιστον ὕψος εἶναι 20 m. Πόση ἡ ταχύτης αὐτοῦ εἰς ὕψος ἴσον πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ μεγίστου.

11. Μὲ πόσην ἀρχικὴν ταχύτητα πρέπει νὰ βληθῇ σῶμα ἐξ ὕψους 10 m κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω, ἵνα τοῦτο φθάνῃ εἰς τὸ ἔδαφος μὲ ταχύτητα 20 m/sec. Πόσον χρόνον θὰ χρειασθῇ τὸ σῶμα διὰ νὰ φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος.

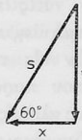
12. Μὲ πόσην ἀρχικὴν ταχύτητα πρέπει σῶμα νὰ βληθῇ ἐξ ὕψους 10 m κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω, ἵνα τοῦτο φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος ἐντὸς 1 sec. Πόση εἶναι ἡ τελικὴ ταχύτης·

13. Σῶμα βάλλεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω μὲ ταχύτητα 10 m/sec. Εἰς ποῖον ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους θὰ εὑρίσκεται τὸ σῶμα μετὰ πάροδον 2 sec. ($g = 10 \text{ m/sec}^2$.)

14. Σῶμα βάλλεται κατακορύφως ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω ὑπὸ ταχύτητα 20 m/sec. Εἰς ποῖον ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους ἡ ἀρχικὴ ταχύτης θὰ ἔχῃ ἐλαττωθῆ εἰς τὸ 1/4.

15. Σῶμα πίπτει ἐλευθέρως ἐξ ὕψους 20 m. Ταυτοχρόνως δεύτερον σῶμα βάλλεται κατακορύφως πρὸς τ' ἄνω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 15 m/sec. Πότε καὶ εἰς ποῖον ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους συναντῶνται τὰ σώματα. ($g = 10$ m/sec^2.)

16. Σῶμα βάλλεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω μὲ ταχύτητα 20 cm/sec. Κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμὴν ἀπὸ τοῦ ἀνωτάτου σημείου, ὅπου δύναται νὰ φθάσῃ τὸ σῶμα, βάλλεται δεύτερον σῶμα πρὸς τὰ κάτω μὲ τὴν αὐτὴν ἀρχικὴν ταχύτητα. Πότε καὶ ποῦ συναντῶνται τὰ δύο σώματα. Ποῖαι αἱ ταχύτητες αὐτῶν κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην. ($g = 10$ m/sec^2.)



Σχ. 146.

17. Σῶμα ὀλισθαίνει ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου (σχ. 146), μὲ ἐπιτάχυνσιν $\gamma = 4{,}6$ m/sec^2. Τὸ ἐπίπεδον σχηματίζει γωνίαν 60^0 πρὸς τὴν ὁριζοντίαν. Νὰ προσδιορισθῆ α) ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις Χ καὶ β) ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις Ψ, τὴν ὁποίαν θὰ διανύσῃ τὸ σῶμα ἐντὸς 5 sec.

18. Σῶμα ὀλισθαίνει ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου ὑπὸ γωνίαν 30^0 ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν. Νὰ ὑπολογισθῆ ἡ ταχύτης, ὅταν τὸ κινητὸν ἀναχωροῦν ἐκ τῆς ἠρεμίας διανύῃ 800 cm, καὶ ὁ χρόνος τὸν ὁποῖον χρειάζεται διὰ νὰ διανύσῃ τὸ διάστημα τοῦτο.

19. Σῶμα βάλλεται πρὸς τὰ ἄνω ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου γωνίας 30^0 ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν καὶ μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 40 m/sec μετρουμένην κατὰ μῆκος τῆς κλίσεως. Νὰ εὑρεθῆ α) ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ νὰ ἐπανέλθῃ τὸ σῶμα εἰς τὴν θέσιν ἐξ ἧς ἐβλήθη καὶ β) ἡ ἀπόστασις, τὴν ὁποίαν διήνυσε ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου.

20. Σφαῖρα πίπτουσα ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου ὑφίσταται εἰς ἕκαστον δευτερόλεπτον αὔξησιν τῆς ταχύτητός της κατὰ 5 cm/sec. Πόση ἡ ταχύτης αὐτῆς μετὰ πάροδον 10 sec καὶ πόσον διάστημα διήνυσε.

21. Ἀπὸ τοῦ κατωτάτου ἄκρου κεκλιμένου ἐπιπέδου βάλλεται πρὸς τ' ἄνω σφαῖρα μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 1 m/sec. Ἡ ἐπιβράδυνσις εἶναι 20 cm/sec^2. Πόσον εἶναι τὸ μέγιστον διάστημα, τὸ ὁποῖον διανύει ἡ σφαῖρα, καὶ πόσον χρόνον ἐχρειάσθη. Εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ κατωτάτου ἄκρου τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου ἡ ταχύτης τῆς σφαίρας εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἥμισυ τῆς ἀρχικῆς.

22. Εἰς μηχανὴν Atwood οἱ δύο κύλινδροι ἔχουν ὁ εἷς μᾶζαν 500 gr καὶ ὁ ἄλλος 510 gr. Πόση ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ συστήματος, ὅταν κινῆται.

23. Εἰς μηχανὴν Atwood τὸ πρόσθετον βάρος εἶναι 6 gr* καὶ προκαλεῖ ἐπιτάχυνσιν 39,24 cm/sec^2. Νὰ εὑρεθῆ τὸ βάρος ἑκάστου τῶν κυλίνδρων τῆς μηχανῆς.

24. Ἐξ ἑνὸς σημείου Ο βάλλεται σφαῖρα ὁριζοντίως ὑπὸ ταχύτητα 10 m/sec κατὰ κατακορύφου τοίχου. Ἡ σφαῖρα συναντᾷ τὸν τοῖχον εἰς σημεῖον Α, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται κατὰ 40 cm κάτωθεν τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου τοῦ διερχομένου διὰ τῆς θέσεως βολῆς. Εἰς ποίαν ἀπόστασιν εὑρίσκεται ὁ τοῖχος ἀπὸ τοῦ σημείου Ο.

25. Ἀπὸ τῆς στέγης πύργου ὕψους 45 m βάλλεται ὁριζοντίως λίθος μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 10 m/sec. Μετὰ πόσον χρόνον ἀπὸ τῆς βολῆς καὶ εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς βάσεως τοῦ πύργου συναντᾷ ὁ λίθος τὸ ἔδαφος. Πόση εἶναι ἡ ταχύτης αὐτοῦ κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμὴν καὶ ἡ γωνία τὴν ὁποίαν σχηματίζει ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος πρὸς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον. ($g = 10$ m/sec^2.)

26. Ἀεροπλάνον ἵπταται ὁριζοντίως ὑπὸ ταχύτητα 400 km/h καὶ εἰς ὕψος ἀντιστοίχως 1 000 καὶ 4 000 m. Ἐὰν ὁ ἀεροπόρος ἀφήσῃ ἀπὸ τῶν ἀνωτέρω ὑψῶν βόμβαν, ὑπὸ ποίαν ταχύτητα φθάνει ἡ βόμβα εἰς τὸ ἔδαφος.

27. Ὑπὸ ποίαν γωνίαν ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν πρέπει ἀεροπόρος ἱπτάμενος ὑπὸ ταχύτητα 120 m/sec καὶ εἰς ὕψος 4 000 m νὰ διοπτεύσῃ τὸν στόχον, ἵνα ἡ βόμβα ἐπιτύχῃ αὐτόν. Πῶς βλέπει τὴν βόμβαν κινουμένην ὁ ἀεροπόρος κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς πτώσεως αὐτῆς. ($g = 10$ m/sec^2, ἀντίστασις ἀέρος ἀμελητέα.)

28. Λίθος βάλλεται ὑπὸ γωνίαν 60^0 ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν μὲ ταχύτητα 30 m/sec.

Εἰς ποῖον ὕψος ἀνέρχεται οὗτος. Εἰς ποίαν ἀπόστασιν συναντᾷ τὸ ἔδαφος. Εἰς ποίαν θέσιν εὑρίσκεται οὗτος μετὰ 3 sec. Πόση ἡ ταχύτης αὐτοῦ εἰς τὴν ἀνωτάτην θέσιν. ($g = 10$ m/sec^2.)

29. Σῶμα βάλλεται πρὸς τὰ ἄνω ὑπὸ γωνίαν 45^0 ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν. Ὑπὸ ποίαν γωνίαν ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν βλέπει παρατηρητὴς ἀπὸ τῆς θέσεως τῆς βολῆς τὸν λίθον, ὅταν οὗτος διέρχεται διὰ τοῦ ἀνωτάτου σημείου τῆς τροχιᾶς του.

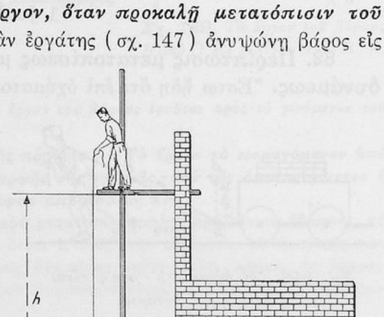
30. Ὑπὸ ποίαν γωνίαν βολῆς ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν πρέπει νὰ βληθῇ βλῆμα πρὸς τ' ἄνω, ἵνα ὑπὸ ἀρχικὴν ταχύτητα 10 m/sec συναντήσῃ τὸ ὁριζόντιον ἔδαφος εἰς ἀπόστασιν 5 m ἀπὸ τῆς θέσεως βολῆς. Πόσον εἶναι τὸ μέγιστον ὕψος ἀνόδου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε΄

ΕΡΓΟΝ. ΙΣΧΥΣ. ΕΝΕΡΓΕΙΑ

81. Ἔργον. Λέγομεν ὅτι ***δύναμις παράγει ἔργον, ὅταν προκαλῇ μετατόπισιν τοῦ σημείου ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐπενεργεῖ.*** Οὕτω, ἐὰν ἐργάτης (σχ. 147) ἀνυψώνῃ βάρος εἰς ὡρισμένον ὕψος, παράγει ἔργον, διότι α) ἐφαρμόζει ἐπὶ τοῦ σχοινίου δύναμιν διὰ νὰ ἐξουδετερώσῃ τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ β) σύρει πρὸς τὸ μέρος του τὸ ἄνω ἄκρον τοῦ σχοινίου, μὲ ἄλλους δηλαδὴ λόγους μετατοπίζει τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ὑπ' αὐτοῦ καταβαλλομένης δυνάμεως. *Ἐν γένει παράγεται ἔργον, ὅταν ὑπάρχῃ δύναμις καὶ μετατόπισις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως.*

Ἐὰν ὁ ἐργάτης ἁπλῶς συγκρατῇ διὰ τοῦ σχοινίου τὸ σῶμα χωρὶς νὰ ἀνυψώνῃ αὐτό, μολονότι καταβάλλει προσπάθειαν, ἀπὸ ἀπόψεως Φυσικῆς οὗτος δὲν παράγει ἔργον.



Σχ. 147. Ὁ ἐργάτης ἀνυψῶν τὸ βάρος B παράγει ἔργον $A = B \cdot h$.

Ὅταν ὁ ἐργάτης ἀνυψώνῃ βάρος π.χ. 10 kgr* εἰς ὕψος 1 m, παράγει ἔργον διπλάσιον παρὰ ὅταν ἀνυψώνῃ βάρος 5 kgr* εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος. Ἐπίσης εἶναι ἀνάλογον τῆς μετατοπίσεως· δηλαδή, ἐὰν ὁ ἐργάτης ἀνυψώνῃ βάρος 5 kgr* εἰς ὕψος 2 m, παράγει ἔργον διπλάσιον παρὰ ὅταν ἀνυψώνῃ βάρος 5 kgr* εἰς ὕψος 1 m. Ὡς ἐκ τούτου ὁρίζομεν ὅτι: «*τὸ ἔργον δυνάμεως σταθερᾶς (κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν), τῆς ὁποίας τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς μετατοπίζεται κατὰ τὴν ἰδίαν αὐτῆς διεύθυνσιν, μετρεῖται ὑπὸ τοῦ γινομένου τῆς ἐντάσεως τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν μετατόπισιν*». Ἤτοι, ἐὰν A παριστᾷ τὸ ἔργον, F τὴν δύναμιν καὶ s τὴν μετατόπισιν, τὸ ἔργον ἐκφράζεται διὰ τῆς σχέσεως:

$$\boxed{A = F \cdot s} \qquad \boxed{\text{ἔργον} = \text{δύναμις} \times \text{μετατόπισις}} \qquad (1)$$

Μονάδες ἔργου. Ἡ μονὰς ἔργου προκύπτει ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1), ὅταν λάβωμεν δύναμιν ἴσην πρὸς τὴν μονάδα δυνάμεως καὶ μετατόπισιν ἴσην πρὸς τὴν μονάδα διαστήματος.

1) *Σύστημα C.G.S.* Ἡ μονὰς ἔργου εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ὁρίζεται ὡς τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ δυνάμεως 1 δύνης (1 dyn), ὅταν αὕτη μεταθέτῃ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της, κατὰ τὴν διεύθυνσίν της, κατὰ 1 ἑκατοστόμετρον. Ἐκλήθη δὲ ἡ μονὰς αὐτὴ ***ἔργιον*** **(1 erg)**, ἤτοι εἶναι:

$$\mathbf{1\ erg = 1\ dyn \cdot cm}$$

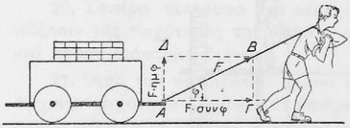
2) *Τεχνικὸν σύστημα.* Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ὁρίζομεν ὡς μονάδα ἔργου, τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ δυνάμεως 1 kgr*, ὅταν μετατοπίζῃ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της κατὰ 1 m· καλεῖται δὲ ἡ μονὰς αὐτὴ ***χιλιογραμμόμετρον*** **(1 kgr*m)** καὶ εἶναι:

$$1\ \text{kgr*m} = 9{,}81 \cdot 10^7\ \text{erg}$$

3) *Πρακτικὸν σύστημα.* Εἰς τὴν πρᾶξιν (καὶ κυρίως εἰς τὸν Ἠλεκτρισμὸν) χρησιμοποιεῖται ὡς μονὰς ἔργου τὸ **Joule** (1 Τζάουλ, J), εἶναι δέ:

$$1\ \text{Joule} = 10^7\ \text{erg}$$

82. Περίπτωσις μετατοπίσεως μὴ συμπιπτούσης πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως. Ἔστω ἤδη ὅτι ἐπὶ ὀχήματος ἐπιδρᾷ ἡ δύναμις F (σχ. 148) σχηματίζουσα πρὸς τὴν τροχιὰν τοῦ ὀχήματος τυχοῦσαν γωνίαν φ. Τὴν δύναμιν F ἀναλύομεν εἰς δύο ὀρθογωνίους συνιστώσας, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία διευθύνεται ὁριζοντίως κατὰ τὴν μετατόπισιν, καὶ τῆς ὁποίας ἡ τιμὴ εἶναι F · συν φ, ὁπότε ἡ ἄλλη θὰ εἶναι κάθετος ἐπὶ τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον. Ἡ κάθετος ὅμως συνιστῶσα δὲν συντελεῖ εἰς τὴν μετατόπισιν τοῦ σώματος, ἑπομένως αὕτη δὲν παράγει ἔργον, ἢ ἄλλως τὸ εἰς αὐτὴν ἀντιστοιχοῦν ἔργον εἶναι μηδέν, ἐνῷ ἡ ὁριζοντία συνιστῶσα παράγει ἔργον, τοῦ ὁποίου ἡ τιμὴ εἶναι:



Σχ. 148. Ἡ δύναμις F · συν φ εἶναι ἡ κινητήριος δύναμις.

$$\boxed{A = F \cdot s \cdot \text{συν}\,\varphi} \qquad (1)$$

ὅπου φ ἡ γωνία ἡ σχηματιζομένη μεταξὺ τῆς διευθύνσεως τῆς δυνάμεως F καὶ τῆς διευθύνσεως μετατοπίσεως s. Οὕτω κατὰ τὴν μετατόπισιν τοῦ ὀχήματος, ἡ μὲν δύναμις παράγει ἔργον A = F · s · συν φ, ἐνῷ τὸ βάρος τοῦ ὀχήματος, ἐπειδὴ εἶναι κάθετον ἐπὶ τὴν μετατόπισιν, δὲν παράγει ἔργον.

Κινητήριον καὶ ἀνθιστάμενον ἔργον. Ἐκ τοῦ τύπου A = F · s · συν φ παρατηροῦμεν ὅτι, ὅταν φ = 0 (ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως συμπίπτει πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς μετατοπίσεως), εἶναι A = F · s, ἐνῷ ὅταν φ = 90° (ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως κάθετος ἐπὶ τὴν μετατόπισιν), τότε A = 0. Ἐὰν $0^0 < \varphi < 90^0$, τότε συν φ > 0 καὶ τὸ ἔργον παριστᾶται ὑπὸ θετικοῦ ἀριθμοῦ, καλεῖται δὲ πολλάκις καὶ ***κινητήριον ἔργον***. Ἐὰν $90^0 < \varphi \leqslant 180^0$, τότε συν φ < 0, τὸ δὲ ἔργον ἐκφράζεται ὑπὸ ἀρνητικοῦ ἀριθμοῦ καὶ καλεῖται πολλάκις ***ἀνθιστάμενον ἔργον***.

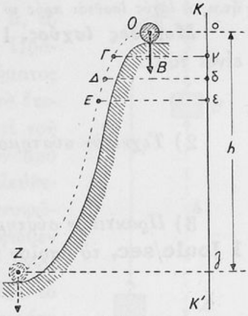
Οὕτω, ὅταν καταβάλλωμεν μυϊκὴν δύναμιν πρὸς ἐξουδετέρωσιν τοῦ βάρους τοῦ σώματος καὶ προκαλοῦμεν κατακόρυφον ἀνύψωσιν τοῦ σώματος, τὸ ἔργον τῆς μυϊκῆς δυνάμεως εἶναι θετικὸν καὶ ἑπομένως κινητήριον, ἐνῷ τὸ ἔργον τοῦ βάρους τοῦ σώματος εἶναι ἀρνητικὸν καὶ ἑπομένως ἀνθιστάμενον.

83. Ἔργον εἰς τὴν περίπτωσιν πτώσεως ἢ ἀνυψώσεως σώματος. Ἔστω ὅτι σῶμα βάρους Β μετατοπίζεται ἐκ τοῦ Ο εἰς Ζ (σχ. 149) ἀκολουθοῦν τυχόντα δρόμον ΟΓΔΕΖ. Τὸ βάρος Β τοῦ σώματος ἀποτελεῖ δύναμιν σταθερὰν διευθυνομένην κατὰ τὴν κατακόρυφον. Θεωρήσωμεν, ὅτι τὸ σῶμα μετατοπίζεται κατὰ τὴν ΟΓ. Ἐὰν δεχθῶμεν, ὅτι ἡ μετατόπισις αὕτη εἶναι πολὺ μικρά, ἢ ἄλλως, ὡς λέγομεν, ἀ π ε ι ρ ο σ τ ή, ἡ ΟΓ δύναται νὰ ἐξομοιωθῇ ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος πρὸς τμῆμα εὐθείας, τοῦ ὁποίου ἡ προβολὴ ἐπὶ τὴν κατακόρυφον ΚΚ΄, ἢ ἄλλως τὴν διεύθυνσιν τοῦ βάρους Β, εἶναι ἡ ογ, ὅτε, συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, τὸ ἀντιστοιχοῦν ἔργον κατὰ τὴν ἀπειροστὴν μετατόπισιν ΟΓ θὰ εἶναι ἴσον πρὸς Β · ογ. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον εὑρίσκομεν, ὅτι τὰ ἀντίστοιχα ἔργα κατὰ τὰς μετατοπίσεις ΓΔ, ΔΕ κλπ., τὰς ὁποίας θεωροῦμεν ἐπίσης ὡς ἀπειροστάς, θὰ εἶναι Β · γδ, Β · δε κλπ. Τὸ συνολικὸν ὅθεν ἔργον τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν μετατόπισιν ΟΓΔΕΖ θὰ εἶναι:

$$A = B \cdot ογ + B \cdot γδ + B \cdot δε + \ldots = B\ (ογ + γδ + δε + \ldots)$$

Ἐὰν τεθῇ ογ + γδ + δε + ... = h, ὅπου h ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις τῶν σημείων Ο καὶ Ζ, εὑρίσκομεν:

$$\boxed{A = B \cdot h}$$



Σχ. 149. Τὸ ἔργον τοῦ βάρους Β ἀπὸ Ο εἰς Ζ εἶναι Α = Β . h.

Οὕτω προκύπτει ἡ ἀκόλουθος πρότασις: *« Τὸ ἔργον τοῦ βάρους ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τοῦ βάρους ἐπὶ τὴν κατακόρυφον μετατόπισιν αὐτοῦ »*.

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω προτάσεως συνάγεται τὸ ἑξῆς πόρισμα: ***« Τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ τοῦ βάρους τοῦ σώματος εἶναι ἀνεξάρτητον τῆς μορφῆς τῆς τροχιᾶς, ἐπὶ τῆς ὁποίας γίνεται ἡ μετακίνησις, ἐξαρτᾶται δὲ μόνον ἐκ τῆς κατακορύφου ἀποστάσεως »***.

Εἶναι ἄξιον παρατηρήσεως ὅτι: ὅταν σῶμα βαρὺ μετατοπίζεται ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους, τὸ ἔργον τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸ βάρος εἶναι μηδέν, διότι h = 0, ἐνῷ τὸ ἔργον τὸ ἀπαιτούμενον διὰ τὴν κίνησιν τοῦ σώματος ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους δὲν εἶναι μηδέν, διότι πρέπει νὰ ὑπερνικηθῇ ἡ τριβή, ἡ ὁποία εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον βαρύτερον εἶναι τὸ σῶμα καὶ ὅσον ὀλιγώτερον λεῖος εἶναι ὁ δρόμος.

84. Ἰσχύς. Καλοῦμεν ***ἰ σ χ ὺ ν (Ν) τὸ πηλίκον τοῦ ἔργου Α διὰ τοῦ χρόνου t, ἐντὸς τοῦ ὁποίου παρήχθη τοῦτο.*** Οὕτως ἡ ἰσχὺς Ν παρέχεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$\boxed{\text{ἰσχὺς} = \frac{\text{ἔργον}}{\text{χρόνος}}} \quad \text{ἤτοι:} \quad \boxed{N = \frac{A}{t}} \qquad (1)$$

Ἡ ἀναγκαιότης τῆς εἰσαγωγῆς τῆς ἐννοίας τῆς ἰσχύος προέκυψεν ἐκ τοῦ ἀκολούθου λόγου: Μία μηχανὴ ὁσονδήποτε μικρὰ δύναται νὰ ἀποδώσῃ ὁσονδήποτε μεγάλην ποσότητα ἔργου, ἀρκεῖ ν' ἀφήσωμεν αὐτὴν νὰ ἐργάζεται ἐπὶ ἀπεριόριστον χρονικὸν διάστημα. Ἐν τούτοις ἀπὸ βιομηχανικῆς ἀπόψεως μία μηχανὴ θεωρεῖται τόσον πολυτιμοτέρα, ὅσον περισσότερον ἔργον δύναται νὰ ἀποδώσῃ εἰς ὡρισμένον χρονικὸν διάστημα, π.χ. εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Ἐκ τοῦ τύπου (1) εὑρίσκομεν τὴν σχέσιν:

$$\boxed{A = N \cdot t} \qquad (2)$$

Ἐκ τοῦ τύπου τούτου δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ μηχανῆς, γνωστῆς ἰσχύος Ν, ἐργαζομένης ἐπὶ χρόνον t.

Ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι $A = F \cdot s$ καὶ $s/t = υ$, ἕπεται ἐκ τοῦ τύπου (1), ὅτι:

$$N = F \cdot \frac{s}{t} = F \cdot υ \qquad (3)$$

ἤτοι, *ἡ ἰσχὺς ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν ταχύτητα μετατοπίσεως.*

Μονάδες ἰσχύος. 1) *Σύστημα C.G.S.* Μονὰς ἰσχύος εἰς τὸ σύστημα C.G.S. εἶναι τό:

$$1 \, \frac{\mathbf{erg}}{\mathbf{sec}}$$

2) *Τεχνικὸν σύστημα.* Μονὰς ἰσχύος εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα εἶναι τό:

$$1 \, \frac{\mathbf{kgr^*m}}{\mathbf{sec}}$$

3) *Πρακτικὸν σύστημα.* Εἰς τὴν πρᾶξιν, ὡς μονὰς ἰσχύος χρησιμοποιεῖται τὸ **1 Joule/sec,** τὸ ὁποῖον καλεῖται **Watt** (**Βὰτ**) (**1 W**). Ἤτοι εἶναι:

$$1 \, \mathbf{W} = 1 \, \frac{\mathbf{Joule}}{\mathbf{sec}}$$

Πολλαπλάσιον τῆς μονάδος ταύτης εἶναι τὸ *1 κιλοβὰτ* (**1 kW**), εἶναι δέ:

$$1 \text{ kW} = 1\,000 \text{ Watt}.$$

Κατὰ ταῦτα, ἡ μονὰς Joule εἶναι:

$$\boxed{1 \text{ Joule} = 1 \text{ W} \cdot \text{sec}}$$

Ἐὰν λάβωμεν ὡς μονάδα ἰσχύος τὸ 1 kW καὶ ὡς μονάδα χρόνου τὴν 1 ὥραν, προκύπτει ὡς νέα μονὰς ἔργου τὸ ***κιλοβατώριον*** (**1 kWh**). Ἤτοι 1 κιλοβατώριον εἶναι τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ μηχανῆς ἰσχύος 1 kW, λειτουργούσης ἐπὶ 1 ὥραν. Εἶναι δέ:

$$1 \text{ kWh} = 1\,000 \cdot 60 \cdot 60 = 3\,600\,000 \text{ W} \cdot \text{sec (ἢ Joule)}.$$

4) *Ἄλλαι μονάδες.* Διὰ τὴν ἰσχὺν θερμικῶν μηχανῶν, χρησιμοποιεῖται ἡ μονὰς ***ἵππος*** (ἢ ***ἀτμόϊππος***) σύμβολον 1 CV ἢ PS (ἀπὸ τοὺς ὅρους ἐκ τοῦ γαλλικοῦ cheval vapeur καὶ τοῦ γερμανικοῦ Pferdestärke). Εἶναι δέ:

$$1 \text{ PS} = 75 \text{ kgr}^*\text{m/sec} = 736 \text{ W}.$$

Ἡ εἰς τὰς ἀγγλοσαξωνικὰς χώρας χρησιμοποιουμένη μονὰς *ἵππος* (1 HP, ἐκ τοῦ ἀγγλικοῦ horse power) εἶναι κατά τι μεγαλυτέρα τῆς προηγουμένης. Ἤτοι:

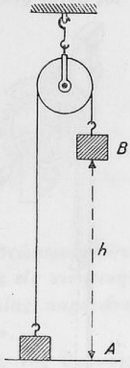
$$1 \text{ HP} = 76 \text{ kgr}^*\text{m/sec} = 746 \text{ W}.$$

Ἐκ τῆς μονάδος ταύτης προκύπτει ἡ μονὰς ἔργου ***ὡριαῖος ἵππος*** (σύμβολον: CVh ἢ PSh ἢ HPh).

Παραδείγματα ἰσχύων (εἰς HP)	
Ἄνθρωπος εἰς ἐργασίαν κανονικὴν μακρᾶς διαρκείας	0,1
Ἵππος ἢ βοῦς, περίπου	1
Κινητὴρ μικροῦ αὐτοκινήτου	25
Κινητὴρ φορτηγοῦ αὐτοκινήτου	100
Ἀτμομηχανὴ σιδηροδρόμου	1 000 - 4 000
Μηχαναὶ ὑπερωκεανείου « Βασίλισσα Φρειδερίκη »	25 000
Γεννήτριαι ἠλεκτροπαραγωγῆς ἐργοστασίου Λάδωνος	50 000

85. Ἐνέργεια. ***Ἐνέργειαν** (E) ἑνὸς σώματος ὀνομάζομεν γενικῶς τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον τοῦτο δύναται νὰ παραγάγῃ, ὑπὸ καταλλήλους συνθήκας.*

Οὕτω, ὅταν ἀνυψοῦμεν ἐκ τοῦ ἐδάφους κατακορύφως σῶμα βάρους B εἰς ὕψος h (σχ. 150), τότε παράγομεν ἔργον $B \cdot h$, τὸ ὁποῖον ὅμως δὲν χάνεται, ἀλλ' ἀποταμιεύεται ἐπὶ τοῦ σώματος. Πράγματι, ἐὰν συνδέσωμεν τὸ ἀνυψωθὲν σῶμα πρὸς τὸ ἓν ἄκρον νήματος διερχομένου διὰ τῆς αὔλακος λίαν εὐκινήτου τροχαλίας, εἰς δὲ τὸ ἕτερον ἄκρον τοῦ σχοινίου συνδέσωμεν ἄλλο σῶμα εὑρισκόμενον ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, τοῦ ὁποίου ὅμως τὸ βάρος νὰ εἶναι κατά τι μικρότερον ἀπὸ τοῦ πρώτου σώματος, τότε, ἐὰν ἀφήσωμεν τὸ πρῶτον σῶμα ἐλεύθερον, βλέπομεν ὅτι τοῦτο κατέρχεται βραδέως, ἐνῷ ταυτοχρόνως ἀνυψώνει τὸ ἕτερον σῶμα σχεδὸν μέχρι τοῦ αὐτοῦ ὕψους. Ἄρα τὸ ἀνυψωθὲν σῶμα λόγῳ τῆς θέσεώς του ἐν σχέσει πρὸς τὸ ἔδαφος, ἢ ἄλλως πρὸς τὴν Γῆν, δύναται νὰ παραγάγῃ ἔργον. Συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω τὸ ἀνυψωθὲν εἰς τὸ προηγούμενον παράδειγμα σῶμα ἐγκλείει εἰς τὴν νέαν του θέσιν ἐνέργειαν.



Σχ. 150. Τὸ εἰς ὕψος h εὑρισκόμενον βάρος B ἐγκλείει δυναμικὴν ἐνέργειαν.

Ἡ ἐνέργεια παρουσιάζεται εἰς τὴν Φυσικὴν ὑπὸ διαφόρους μορφάς, π.χ. ὡς μηχανική, θερμική, χημική, ἠλεκτρική, ἀτομικὴ κλπ. Εἰς τὴν Μηχανικὴν ἡ ἐνέργεια ἐμφανίζεται ὑπὸ δύο μορφάς: ὡς *δυναμικὴ ἐνέργεια* καὶ ὡς *κινητικὴ ἐνέργεια,* τὰς ὁποίας καὶ θὰ μελετήσωμεν.

Δυναμικὴ ἐνέργεια. *Ὀνομάζομεν δυναμικὴν ἐνέργειαν ($E_{δυν}$) τὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποίαν ἔχει σῶμα, λόγῳ τῆς θέσεως ἢ τῆς καταστάσεως, εἰς τὴν ὁποίαν τοῦτο εὑρίσκεται.*

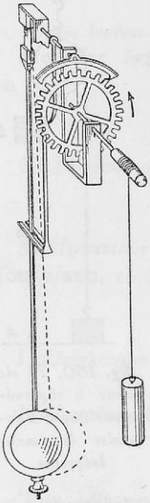
Δυναμικὴν ἐνέργειαν ἔχει π.χ. σῶμα εὑρισκόμενον εἰς ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους ἢ λόγῳ τῆς θέσεως αὐτοῦ ὡς πρὸς ἕτερον σῶμα. Ἐπίσης σῶμά τι δύναται νὰ ἐγκλείῃ δυναμικὴν ἐνέργειαν λόγῳ τῆς καταστάσεως αὐτοῦ. Οὕτω, διὰ νὰ ἐκτείνωμεν ἓν ἐλατήριον, δαπανῶμεν ἐπὶ τοῦ ἐλατηρίου ἔργον, τὸ ὁποῖον ἀποταμιεύεται ἐπ' αὐτοῦ ὡς δυναμικὴ ἐνέργεια. Ὁμοίως διὰ νὰ συμπιέσωμεν ἐλατήριον καταναλίσκομεν ἔργον, ὡς ἐπίσης διὰ νὰ συμπιέσωμεν ἀέριον καταναλίσκομεν ἔργον, τὸ ὁποῖον ἀποταμιεύεται ἐπ' αὐτῶν ὡς δυναμικὴ ἐνέργεια. Πράγματι, ἐὰν τὸ πεπιεσμένον ἐλατήριον ἀφεθῇ ἐλεύθερον, ἐπανέρχεται εἰς τὴν ἀρχικήν του κατάστασιν καί, ἐφ' ὅσον συνδεθῇ μὲ διάταξίν τινα, ἀποδίδει ἔργον ἴσον πρὸς τὸ καταναλωθὲν κατὰ τὴν συμπίεσίν του. Τοῦτο εὑρίσκει ἐφαρμογὴν εἰς τὰ μηχανικὰ πιστόλια, ὅπου χρησιμοποιεῖται ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ πεπιεσμένου ἐλατηρίου διὰ τὴν ἐκσφενδόνισιν βλημάτων.

Ἡ τιμὴ τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἀπαιτούμενον ἔργον, ὅπως τὸ σῶμα ἀχθῇ εἰς τὴν τελικὴν κατάστασίν του. Οὕτω, εἰς τὸ παράδειγμα τῆς ἀνυψώσεως βάρους, *ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος ἰσοῦται πρὸς τὸ ἔργον τὸ ἀπαιτούμενον διὰ τὴν ἀνύψωσιν αὐτοῦ εἰς ὕψος* h, *ἤτοι* $B \cdot h$, καὶ ἐπομένως:

$$\boxed{E_{δυν} = B \cdot h}$$

Προκειμένου περὶ παραμορφώσεως ἐλατηρίου ἢ συμπιέσεως ἀερίων ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν ἐγκλείει τὸ σῶμα, εἶναι ἴση πρὸς τὸ καταναλωθὲν ἔργον, τὸ ὁποῖον προεκάλεσε τὴν παραμόρφωσιν τοῦ ἐλατηρίου ἢ τὴν συμπίεσιν τοῦ ἀερίου.

Λίαν χαρακτηριστικὸν παράδειγμα σώματος ἐγκλείοντος δυναμικὴν ἐνέργειαν καὶ ἀποδίδοντος αὐτὴν ρυθμικῶς πρὸς ἐπιτέλεσιν ἔργου εἶναι τὸ σύστημα τοῦ ***ὡρολογιακοῦ ἐκκρεμοῦς*** (σχ. 151). Οὕτω διὰ τῆς ἀνυψώσεως τοῦ βαριδίου καταναλίσκομεν ἔργον, τὸ ὁποῖον ἀποταμιεύεται εἰς αὐτὸ ὡς δυναμικὴ ἐνέργεια. Ὅταν ὅμως τὸ ἐκκρεμὲς τίθεται εἰς κίνησιν, τότε διὰ τοῦ ὡρολογιακοῦ μηχανισμοῦ τὸ βαρίδιον κατέρχεται ρυθμικῶς, οὕτω δὲ ἀποδίδει ρυθμικῶς ἐνέργειαν, ἡ ὁποία συντελεῖ εἰς τὴν ἐξουδετέρωσιν τῶν ἐκ τριβῆς ἀπωλειῶν καὶ οὕτως ἡ κίνησις τοῦ ἐκκρεμοῦς δύναται νὰ διατηρηθῇ π.χ. ἐπὶ 24 ὥρας, ἕως ὅτου τὸ βαρίδιον κατέλθῃ εἰς τὴν κατωτάτην θέσιν, ὁπότε τὸ ὡρολόγιον σταματᾷ. Διὰ νὰ ἐξακολουθήσῃ τὸ ὡρολόγιον τὴν κίνησίν του, πρέπει νὰ ἀνυψώσωμεν ἐκ νέου τὸ βαρίδιον, ἤτοι νὰ ἀποταμιεύσωμεν εἰς αὐτὸ νέον ποσὸν δυναμικῆς ἐνεργείας.



Σχ. 151. Διάταξις μεταδόσεως ἔξωθεν ἐνεργείας εἰς τὸ ἐκκρεμὲς διὰ κατερχομένου βάρους.

Εἰς τὰ συνήθη ὡρολόγια (χειρός, τσέπης) ἡ ἐνέργεια ἀποταμιεύεται ἐπὶ ἐλατηρίου. Πράγματι, κατὰ τὴν διάτασιν τοῦ ἐλατηρίου τοῦ ὡρολογίου διὰ τῆς χειρός μας (κούρδισμα ὡρολογίου) καταναλίσκομεν ἔργον, τὸ ὁποῖον ἀποταμιεύεται ἐπὶ τοῦ ἐλατηρίου ὡς δυναμικὴ ἐνέργεια, ἡ ὁποία μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ ὡρολογιακοῦ μηχανισμοῦ ἀποδίδεται ρυθμικῶς ὑπὸ τοῦ ἐλατηρίου καὶ οὕτω διατηρεῖται ἡ κίνησις αὐτοῦ, π.χ. ἐπὶ 24 ἢ 36 ὥρας.

Κινητικὴ ἐνέργεια. Ὀνομάζομεν *κινητικὴν ἐνέργειαν* ($E_{κιν}$) *ἑνὸς ὑλικοῦ σημείου τὴν ἐνέργειαν τὴν ὁποίαν κατέχει τοῦτο λόγῳ τῆς ταχύτητός του.* Ἑπομένως ὅλα τὰ ἐν κινήσει εὑρισκόμενα σώματα ἐγκλείουν κινητικὴν ἐνέργειαν, ἡ ὁποία ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν κινητικῶν ἐνεργειῶν ὅλων τῶν σημείων τοῦ σώματος.

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ὑλικοῦ σημείου μάζης m καὶ ταχύτητος υ ἰσοῦται, ἐξ ὁρισμοῦ, πρός:

$$\boxed{E_{κιν} = \frac{1}{2}\, m \cdot υ^2}$$

ἔνθα m ἡ μᾶζα τοῦ ὑλικοῦ σημείου καὶ υ ἡ ταχύτης αὐτοῦ κατὰ τὴν ὑπ' ὄψει χρονικὴν στιγμήν.

86. Θεώρημα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια συνδέεται μὲ τὸ ἔργον διὰ μιᾶς σχέσεως, ἡ ὁποία εἶναι γνωστὴ ὡς *θεώρημα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας* καὶ διατυποῦται ὡς ἑξῆς: «*Ἡ μεταξὺ δύο θέσεων τοῦ ὑλικοῦ σημείου συντελεσθεῖσα μεταβολὴ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας ἰσοῦται μὲ τὸ ἀντιστοίχως παραχθὲν ἔργον*».

Κατὰ τὸ ἀνωτέρω θεώρημα, ἐὰν $υ_0$ ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ εἰς τὴν θέσιν Β καὶ υ εἰς τὴν θέσιν Γ καὶ ἐὰν Α τὸ μεταξὺ τῶν δύο θέσεων συντελεσθὲν ἔργον, θὰ ἔχωμεν:

$$\frac{1}{2}\, m \cdot υ^2 - \frac{1}{2}\, m \cdot υ_0^2 = A$$

Τὸ θεώρημα τοῦτο ἀληθεύει εἰς πᾶσαν μορφὴν κινήσεως καὶ δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν ἐνταῦθα εὐκόλως τὴν ἰσχύν του εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως. Οὕτω, ἔστω ὅτι δύναμις σταθερὰ F, ἐπιδρῶσα συνεχῶς ἐπὶ σώματος μάζης m, μετατοπίζει αὐτὸ εἰς χρόνον t κατὰ διάστημα s καὶ μεταδίδει εἰς αὐτὸ ταχύτητα υ. Ἐὰν διὰ γ καλέσωμεν τὴν ἐπιτάχυνσιν τοῦ σώματος, θὰ ἔχωμεν τὰς σχέσεις:

$$F = m \cdot γ \qquad s = \frac{1}{2} \cdot γ\, t^2 \qquad υ = γ \cdot t$$

Ἐκ τῶν δύο πρώτων λαμβάνομεν $F \cdot s = {}^1/_2 \cdot m\,\gamma^2\, t^2$ καὶ ἐκ τῆς τρίτης λαμβάνομεν $t = \upsilon/\gamma$.
Ὅθεν: $F \cdot s = {}^1/_2 \cdot m\,\gamma^2 \cdot \upsilon^2/\gamma^2 = {}^1/_2 \cdot m\,\upsilon^2$, ἤτοι:

$$\boxed{E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}\, m \cdot \upsilon^2 = F \cdot s}$$

Ἔστω χάριν ἐφαρμογῆς, ὅτι σῶμα μάζης m εὑρίσκεται εἰς ὕψος h ἀπὸ τοῦ ἐδάφους· τὸ σῶμα πίπτον θὰ παραγάγῃ ἔργον $A = B \cdot h = m \cdot g \cdot h$. Ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος, θὰ ἔχῃ ἀποκτήσει ταχύτητα υ καὶ κινητικὴν ἐνέργειαν $E_{\kappa\iota\nu} = m\upsilon^2/2$. Συμφώνως πρὸς τὸ θεώρημα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας πρέπει νὰ εἶναι: $mgh = m\upsilon^2/2$, ἐντεῦθεν δὲ εὑρίσκομεν τὴν σχέσιν $\upsilon = \sqrt{2gh}$, γνωστὴν ἀπὸ τὸ κεφάλαιον τῆς Βαρύτητος (βλ. § 75).

87. Θεώρημα τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας. Τὸ θεώρημα τοῦτο διατυποῦται ὡς ἑξῆς: «*Κατὰ τὰς μετατροπὰς τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἰς κινητικὴν καὶ ἀντιστρόφως, τὸ ἄθροισμα τῆς δυναμικῆς καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας παραμένει σταθερόν, ἐφ' ὅσον δὲν ἔχομεν μετατροπὴν εἰς ἄλλην μορφὴν ἐνεργείας*».

Τὸ θεώρημα τοῦτο εἶναι εἰδικὴ περίπτωσις μιᾶς γενικωτάτης ἀρχῆς τῆς Φυσικῆς, γνωστῆς ὑπὸ τὸ ὄνομα «*ἀρχὴ ἢ ἀξίωμα τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας*».

Ἐκ πολυαρίθμων καὶ μακροχρονίων πειραματικῶν ἐρευνῶν κατεδείχθη, ὅτι προκειμένου περὶ μηχανικῶν φαινομένων «*ἡ ἐνέργεια, εἴτε δυναμικὴ εἴτε κινητικὴ εἶναι, οὔτε ἐκ τοῦ μηδενὸς δύναται νὰ δημιουργηθῇ, ἀλλ' οὔτε καὶ ἐκμηδενίζεται*».

Ἐὰν σῶμα ἀποκτᾷ ὡρισμένον ποσὸν ἐνεργείας, τοῦτο εἶναι πάντοτε ἴσον πρὸς τὸ ἔξωθεν καταναλωθὲν ἔργον, ὡς π.χ. κατὰ τὴν ἀνύψωσιν βαρέος σώματος ἐκ τοῦ ἐδάφους εἰς ὡρισμένον ὕψος. Ἐξ ἄλλου, ἐὰν ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν σῶμά τι ἐγκλείει, ἐλαττοῦται, ἡ ἐλάττωσις εἶναι πάντοτε ἴση πρὸς τὸ ὑπὸ τοῦ σώματος ἀποδιδόμενον ἔργον, ὡς π.χ. συμβαίνει κατὰ τὴν πτῶσιν τοῦ σώματος ἐξ ὕψους.

Ἡ ἐνέργεια λοιπὸν οὔτε ἐκ τοῦ μηδενὸς δύναται νὰ δημιουργηθῇ, οὔτε καὶ ἐκμηδενίζεται, ἀλλὰ μόνον δύναται νὰ μετατρέπεται ἀπὸ δυναμικῆς εἰς κινητικὴν καὶ ἀντιστρόφως ἢ νὰ μεταβιβάζεται ἀπὸ ἑνὸς σώματος εἰς ἄλλο.

Ἡ ἐνέργεια ὅμως δὲν ἐμφανίζεται ἁπλῶς μόνον ὡς μηχανικὴ ἐνέργεια, ἀλλὰ καὶ ὑπὸ ἄλλας μορφάς, αἱ συνηθέστεραι τῶν ὁποίων εἶναι ἡ *θερμική*, ἡ *χημικὴ* καὶ ἡ *ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια*. Ἐὰν δὲ θεωρήσωμεν ἀποκεκλεισμένον σύστημα σωμάτων, δηλαδὴ σύστημα, εἰς τὸ ὁποῖον νὰ μὴ δύναται νὰ μεταβιβασθῇ ἐνέργεια πρὸς τὰ ἔξω, ἀλλ' οὔτε καὶ νὰ προσληφθῇ ἐνέργεια ἐκ τῶν ἔξω, τὸ ἄθροισμα ὅλων τῶν ποσῶν τῆς ἐνεργείας ὑπὸ διαφόρους μορφὰς παραμένει χρονικῶς ἀμετάβλητον καὶ ὅ,τι μόνον παρατηρεῖται, εἶναι ἡ μετατροπὴ τῆς ἐνεργείας ἀπὸ τῆς μιᾶς μορφῆς εἰς τὴν ἄλλην.

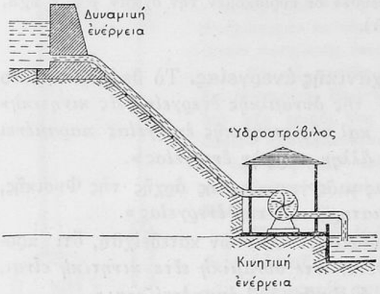
Τ' ἀνωτέρω ἐκφράζουν *τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας*, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ θεμέλιον τῆς Φυσικῆς καὶ ἀποκλείει τὴν πραγματοποίησιν τοῦ *ἀεικινήτου*, δηλ. μηχανῆς ἡ ὁποία νὰ δημιουργῇ ἐνέργειαν ἐκ τοῦ μηδενός.

Ἀνάλογος ἀρχὴ εἴδομεν (§ 18) ὅτι ἰσχύει καὶ διὰ τὴν ὕλην. Τελευταίως ὅμως, ἐκ διαφόρων θεωρητικῶν ἐρευνῶν, αἱ ὁποῖαι εἰς πολλὰς περιπτώσεις ἔτυχον πειραματικῆς ἐπαληθεύσεως καὶ ἰδιαιτέρως κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη διὰ τῆς πραγματοποιήσεως τῆς βόμβας ἀτόμου, ἡ Φυσικὴ ἔφθασεν εἰς τὴν παραδοχήν, ὅτι ἡ μᾶζα καὶ ἡ ἐνέργεια ἀποτελοῦν μορφὰς μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς ὀντότητος καὶ ὅτι ἐπομένως αἱ δύο ἀνωτέρω ἀρχαὶ συγχωνεύονται εἰς μίαν, τὴν ***ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας.***

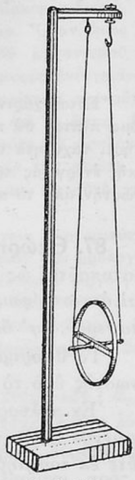
7

Ἐφαρμογαί. Τὸ σχῆμα 152 δεικνύει ὑδροηλεκτρικὴν ἐγκατάστασιν μετατροπῆς τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν.

Τὸ σχῆμα 153 παριστᾷ τροχὸν ἐξηρτημένον διὰ δύο νημάτων ἀπὸ τοῦ ἄξονός του. Περιστρέφοντες τὸν τροχὸν περιτυλίγομεν τὰ νήματα εἰς τὸν ἄξονα, ὁπότε ὁ τροχὸς ἀνυψοῦται. Ἐάν, τώρα, τὸν ἀφήσωμεν ἐλεύθερον, θὰ ἀρχίσῃ κατερχόμενος βραδέως, ἐνῷ ταυτοχρόνως θὰ περιστρέφεται μὲ διαρκῶς αὐξανομένην γωνιακὴν ταχύτητα. Ὅταν τὰ νήματα ἐκτυλιχθοῦν ἐντελῶς, ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ τροχοῦ θὰ ἔχῃ μετατραπῆ ἐξ ὁλοκλήρου εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν ἀποταμιευμένην εἰς αὐτὸν ὑπὸ μορφὴν κινητικῆς ἐνεργείας. Ἐν συνεχείᾳ ὁ τροχὸς συνεχίζει, λόγῳ τῆς ἀδρανείας του, τὴν περιστροφήν του προκαλῶν περιέλιξιν τῶν νημάτων εἰς τὸν ἄξονα κατ᾽ ἀντίθετον φοράν. Οὕτω ὁ τροχὸς ἀνυψοῦται ἐκ νέου, μετατρεπομένης τῆς κινητικῆς ἐνεργείας εἰς δυναμικήν, τὸ φαινόμενον δὲ τοῦτο ἐπαναλαμβάνεται περιοδικῶς. Εἶναι προφανές, ὅτι εἰς κάθε θέσιν τοῦ τροχοῦ τὸ ἄθροισμα τῆς κινητικῆς καὶ τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας του θὰ εἶναι σταθερόν.

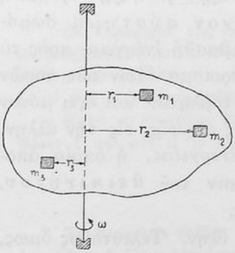


Σχ. 152. Τὸ ὕδωρ εὑρισκόμενον εἰς ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν. Πῖπτον ὅμως πρὸς τὸ ἔδαφος ἀποκτᾷ κινητικὴν ἐνέργειαν, ἡ ὁποία δύναται νὰ μετατραπῆ εἰς ὠφέλιμον ἔργον μέσῳ ὑδροστροβίλου.



Σχ. 153. Ὅταν τὰ νήματα ἐκτυλιχθοῦν, ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια θὰ ἔχῃ μετατραπῆ εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν.

88*. Κινητικὴ ἐνέργεια σώματος στρεφομένου περὶ σταθερὸν ἄξονα. Ροπὴ ἀδρανείας. Θεωρήσωμεν ἓν στερεὸν σῶμα στρεφόμενον περὶ δεδομένον ἄξονα μὲ σταθερὰν γωνιακὴν ταχύτητα ω. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος τούτου θὰ ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν κινητικῶν ἐνεργειῶν ὅλων τῶν ὑλικῶν σημείων, ἐκ τῶν ὁποίων ἀποτελεῖται τὸ σῶμα τοῦτο. Ἡ ἐνέργεια αὐτὴ ὑπολογίζεται ὡς ἀκολούθως: Ἐὰν θεωρήσωμεν διάφορα ὑλικὰ σημεῖα, ἐκ τῶν ὁποίων ἀποτελεῖται τὸ σῶμα (σχ. 154) καὶ καλέσωμεν m_1, m_2, m_3 κ.ο.κ. τὰς μάζας αὐτῶν καὶ r_1, r_2, r_3 κ.ο.κ. τὰς ἀντιστοίχους ἀποστάσεις αὐτῶν ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς, αἱ ταχύτητες τῶν σημείων τούτων θὰ εἶναι $\upsilon_1 = \omega \cdot r_1$, $\upsilon_2 = \omega \cdot r_2$, $\upsilon_3 = \omega \cdot r_3$ κ.ο.κ. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἑκάστου τῶν ὑλικῶν τούτων σημείων θὰ εἶναι:



Σχ. 154.

$$E_1 = \frac{1}{2}\, m_1 \cdot \upsilon_1^2, \quad E_2 = \frac{1}{2}\, m_2 \cdot \upsilon_2^2, \quad E_3 = \frac{1}{2}\, m_3 \cdot \upsilon_3^2 \quad \text{κ.ο.κ.}$$

Ἡ συνολικὴ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ *σώματος* θὰ ἰσοῦται ἑπομένως πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν κινητικῶν ἐνεργειῶν ὅλων τῶν ὑλικῶν σημείων, ἐκ τῶν ὁποίων τοῦτο ἀποτελεῖται, ἤτοι θὰ εἶναι:

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}\, m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\, m_2 \cdot \upsilon_2^2 + \frac{1}{2}\, m_3 \cdot \upsilon_3^2 + \ldots \qquad (1)$$

Ἐὰν ἐξ ἄλλου λάβωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι $\upsilon_1 = \omega \cdot r_1$, $\upsilon_2 = \omega \cdot r_2$, $\upsilon_3 = \omega \cdot r_3$ κ.ο.κ. καὶ ἐξαγάγωμεν ἐκ τῆς σχέσεως (1) τοὺς κοινοὺς παράγοντας $1/2$ καὶ ω^2, προκύπτει ἡ σχέσις:

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}\ \omega^2\ [m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 + m_3 \cdot r_3^2 + \cdots] \qquad (2)$$

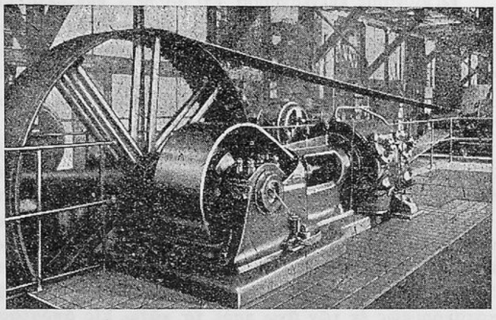
Τὸ ἐν παρενθέσει (2) ἄθροισμα παριστᾶται συντομώτερον ὡς ἑξῆς: $\sum m \cdot r^2$. Τὸ ἄθροισμα τοῦτο καλεῖται *ροπὴ ἀδρανείας τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς* καὶ συμβολίζεται διὰ τοῦ Θ. Οὕτω ὁ τύπος (2) γράφεται ἤδη ὡς ἑξῆς:

$$\boxed{E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}\ \Theta \cdot \omega^2}$$

Ἤτοι, «*ἡ κινητικὴ ἐνέργεια σώματος περιστρεφομένου περὶ ἄξονα ἰσοῦται πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ γινομένου τῆς ροπῆς ἀδρανείας τοῦ σώματος, ὡς πρὸς τὸν ἄξονα τοῦτον, ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς γωνιακῆς ταχύτητος*».

Ἡ ροπὴ ἀδρανείας σώματος ἀποτελεῖ χαρακτηριστικὸν μέγεθος αὐτοῦ, τὸ ὁποῖον καθορίζει τὴν διανομὴν τῆς μάζης τοῦ σώματος, ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἄξονα πρὸς τὸν ὁποῖον ἀναφέρεται· εἶναι δὲ τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον τὰ ὑλικὰ σημεῖα ἀπέχουν περισσότερον ἀπὸ τοῦ ἄξονος, ἤτοι εἰς ὅσον μεγαλυτέραν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ἄξονος εἶναι κατανεμημένη ἡ μᾶζα τοῦ σώματος.

Ἐφαρμογὴν τῆς ροπῆς ἀδρανείας ἔχομεν εἰς τὸν *σφόνδυλον* μηχανῆς. Ὁ σφόνδυλος ἀποτελεῖται ἐκ δακτυλίου μεταλλικοῦ (τροχοῦ) μεγάλης μάζης συγκεντρωμένης κυρίως εἰς τὴν περιφέρειάν του (σχ. 155). Οὗτος χρησιμεύει διὰ νὰ προφυλάσσῃ τὴν μηχανὴν ἢ τὸν κινητῆρα ἀπὸ ἀποτόμους μεταβολὰς (αὐξήσεις ἢ ἐλαττώσεις) τῆς γωνιακῆς της ταχύτητος καὶ ὡς ἐκ τούτου διατηρεῖ περίπου σταθερὸν τὸν ἀριθμὸν τῶν στροφῶν τῆς μηχανῆς, ἐπὶ τῆς ὁποίας ἔχει προσαρμοσθῆ.



Σχ. 155. Σφόνδυλος συνδεδεμένος δι' ἱμάντος πρὸς μηχανήν.

Σημείωσις. Ἡ ροπὴ ἀδρανείας σώματος δὲν δύναται ἐν γένει νὰ ὑπολογισθῇ διὰ τῶν στοιχειωδῶν Μαθηματικῶν, διότι ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ ἀθροίσματος (2), τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἐξ ἀπείρως μεγάλου ἀριθμοῦ ὅρων, ἕκαστος τῶν ὁποίων ἔχει ἀπείρως μικρὰν τιμήν, ἀπαιτεῖ τὴν γνῶσιν ἀνωτέρων Μαθηματικῶν.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Βάρος 16 kgr* ἀνυψοῦται εἰς ὕψος 15 m. Πόσον τὸ παραγόμενον ἔργον εἰς erg, kgr*m καὶ W . sec.

2. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ ἔργον τὸ ἀπαιτούμενον διὰ τὴν ἀνύψωσιν 800 λίτρων ὕδατος ἀπὸ φρέατος βάθους 7 m.

3. Δύναμις 5 kgr* μετατοπίζει τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της εἰς ἀπόστασιν 10 m κατὰ τὴν ἰδίαν διεύθυνσιν αὐτῆς. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ ἔργον εἰς erg καὶ Joule.

4. Ἕλκηθρον μετατοπίζεται κατὰ 12 m ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους. Ἡ ἕλξις τοῦ σχοινίου εἶναι 15 kgr* καὶ σχηματίζει γωνίαν 30° μετὰ τοῦ ἐδάφους. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ ἔργον.

5. Γερανὸς ἀνυψώνει βάρος 500 kgr* ἐντὸς 4 sec εἰς ὕψος 1,5 m. Πόση ἡ ἰσχύς του εἰς ἵππους καὶ kW.

6. Εἰς πόσον χρόνον ποδηλάτης συνολικοῦ βάρους 80 kgr* διανύει ἀνωφερικὸν δρόμον παρουσιάζοντα διαφορὰν ὕψους 120 m, ὅταν ἀποδίδῃ ἰσχὺν 1/5 HP.

7. Γερανὸς ἀνυψώνει φορτίον βάρους 10 τόννων ἀπὸ τοῦ κύτους πλοίου μέχρι τοῦ καταστρώματος, εὑρισκομένου εἰς ὕψος 12 m ἀπὸ τοῦ κύτους, εἰς χρόνον 30 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἰσχὺς εἰς kgr*m/sec, ἵππους καὶ kW.

8. Πόσον ὕδωρ δύναται νὰ ἀνυψώσῃ ἀντλία ἰσχύος 100 PS ἐντὸς 24 ὡρῶν ἀπὸ φρέατος βάθους 300 m.

9. Μία ἠλεκτρικὴ μηχανὴ δύναται νὰ τροφοδοτῇ 20 000 λυχνίας ἑκάστη τῶν ὁποίων ἔχει ἰσχὺν 40 Watt. Πόση ἡ ἰσχὺς τῆς μηχανῆς εἰς kW καὶ HP.

10. Μία ἀντλία δύναται νὰ χορηγῇ 5 000 kgr* ὕδατος ἐντὸς ὑδαταποθήκης εἰς 3 ὥρας. Τὸ μέσον ὕψος ἀντλήσεως τοῦ ὕδατος εἶναι 30 m. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἰσχὺς τῆς ἀντλίας λαμβανομένου ὑπ' ὄψιν ὅτι 20 % καταναλίσκεται εἰς ἀπωλείας λόγῳ τριβῆς.

11. Δύναμις 25 dyn ἐπενεργεῖ ἐπὶ μάζης 100 gr ἐπὶ 8 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ ἔργον τῆς δυνάμεως. Πόση ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῆς μάζης τῶν 100 gr.

12. Δύναμις ἐπενεργοῦσα ἐπὶ μάζης 1 kgr μεταδίδει εἰς αὐτὴν ταχύτητα 120 m/min. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐνέργεια εἰς erg.

13. Πόση εἶναι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ταχείας ἁμαξοστοιχίας βάρους 400 τόννων ἐχούσης ταχύτητα 90 km/h εἰς erg, Joule καὶ kWh.

14. Σῶμα μάζης 400 gr βάλλεται μὲ κινητικὴν ἐνέργειαν 981 Joule κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω. Μέχρι ποίου σημείου ἀνέρχεται τὸ σῶμα.

15. Λίθος ἔχει μᾶζαν 20 gr καὶ βάλλεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω ὑπὸ ταχύτητα 2 000 cm/sec. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια α) κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς βολῆς, β) κατὰ τὸ τέλος τοῦ πρώτου δευτερολέπτου καὶ γ) κατὰ τὸ τέλος τοῦ τετάρτου δευτερολέπτου.

16. Πλίνθος μάζης 2,5 kgr εὑρίσκεται εἰς τὴν κορυφὴν καπνοδόχου ὕψους 50 m. Πόση ἡ δυναμική του ἐνέργεια. Ἐὰν ἀποσπασθῇ ἀπὸ τῆς καπνοδόχου, νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κινητική του ἐνέργεια καὶ ἡ δυναμική του ἐνέργεια εἰς τὸ τέλος 3 sec.

17. Σῶμα βάρους 5 kgr* βάλλεται ἀπὸ ὡρισμένου ὕψους μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 10 m/sec κατακορύφως ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω. Εἰς ἀπόστασιν 4 m ἀπὸ τοῦ ἐδάφους τὸ σῶμα ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν 200 kgr*m. Ἐκ ποίου ὕψους ἐβλήθη τὸ σῶμα. ($g = 10$ m/sec^2.)

18. Σῶμα βάλλεται μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 20 m/sec κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω. Εἰς ποῖον ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους ἡ ταχύτης του θὰ ἔχῃ ἐλαττωθῇ εἰς τὸ ἥμισυ τῆς ἀρχικῆς τιμῆς.

19. Σῶμα βάλλεται ἐξ ὕψους 10 m καὶ μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 6 m/sec κατακορύφως ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω. Τὸ σῶμα φθάνον εἰς τὸ ἔδαφος εἰσχωρεῖ ἐντὸς αὐτοῦ εἰς βάθος 10 cm. Πόση ἡ ἐπιβράδυνσις τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ σῶμα.

20. Σφαῖρα βάρους 5 kgr* ἐξέρχεται ἀπὸ τῆς κάννης πυροβόλου μὲ ταχύτητα 800 m/sec, τὸ δὲ μῆκος τοῦ σωλῆνος τοῦ πυροβόλου εἶναι 2 m. Ζητοῦνται ἡ κινητήριος δύναμις, ὑποτιθεμένη σταθερά, ἡ ἐπενεργοῦσα ἐπὶ τοῦ βλήματος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, εἰς dyn καὶ kgr*, ὡς καὶ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ βλήματος καθ' ἣν στιγμὴν ἐξέρχεται τοῦ πυροβόλου εἰς erg καὶ kgr*m.

21. Σφυρίον βάρους 2 kgr* κινεῖται ὑπὸ ταχύτητα 15 m/sec καὶ προσκροῦον ἐπὶ καρφίου ἀναγκάζει αὐτὸ νὰ εἰσχωρήσῃ κατὰ 2,5 cm. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ μέση δύναμις ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ καρφίου. Ἐὰν ἡ ἀνωτέρω διεργασία διαρκῇ 1/50 sec, πόση θὰ εἶναι ἡ ἰσχὺς τοῦ κτυπήματος.

22. Ἀκονιστικὸς τροχὸς διαμέτρου 20 cm καὶ πάχους 4 cm κινεῖται ὑπὸ συχνότητα 50 στροφῶν ἀνὰ sec. Ἡ μᾶζά του εἶναι 3 kgr. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κινητική του ἐνέργεια. (Ροπὴ ἀδρανείας $\Theta = 1/2\ m \cdot r^2$.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ϛ΄

ΟΡΜΗ. ΚΡΟΥΣΙΣ

89*. Ὁρμή. Καλοῦμεν ***ὁρμὴν*** *(ἢ ποσότητα κινήσεως) ἑνὸς σώματος τὸ γινόμενον τῆς μάζης (m) τοῦ σώματος ἐπὶ τὴν ταχύτητα (υ) αὐτοῦ.* Ἤτοι:

$$\boxed{J = m \cdot \upsilon} \qquad \boxed{\text{ὁρμὴ} = \text{μᾶζα} \times \text{ταχύτης}} \qquad (1)$$

Ὅπως προκύπτει ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1), μ ο ν ὰ ς μετρήσεως τῆς ὁρμῆς εἰς τὸ σύστημα C.G.S. εἶναι τό: 1 gr · cm · sec^{-1} καὶ εἰς τὸ Τ.Σ. τό: 1 kgr* · sec.

Προσδιορισμὸς ἐπιταχυνούσης δυνάμεως. Ἔστω ὅτι ἐπὶ σώματος μάζης m, εὑρισκομένου ἐν ἠρεμίᾳ, ἐπιδρᾷ ἡ σταθερὰ δύναμις F. Γνωρίζομεν, ὅτι αὕτη μεταδίδει εἰς τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν σταθερὰν γ, εἶναι δέ:

$$F = m \cdot \gamma \qquad (2)$$

Ἐὰν ἡ δύναμις ἐπενεργῇ ἐπὶ χρόνον t, τὸ σῶμα εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου τούτου θὰ ἔχῃ ἀποκτήσει ταχύτητα $\upsilon = \gamma \cdot t$. Ἐκ τῆς ἰσότητος ταύτης εὑρίσκομεν $\gamma = \upsilon/t$ καὶ ἀντικαθιστῶντες τὴν τιμὴν τοῦ γ εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) εὑρίσκομεν:

$$F = \frac{m \cdot \upsilon}{t} \qquad (3)$$

Ἡ σχέσις (3) ἐκφράζει τὴν ἀκόλουθον πρότασιν: « *Ἡ ἐπιταχύνουσα δύναμις ἰσοῦται πρὸς τὴν ὁρμήν, τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα ἀνὰ μονάδα χρόνου* ». Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης λαμβάνομεν εὐκόλως:

$$\boxed{F \cdot t = m \cdot \upsilon} \qquad (4)$$

Ὤθησις δυνάμεως. *Τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως (F) ἐπὶ τὸν χρόνον ἐπενεργείας αὐτῆς (t) καλοῦμεν* ***ὤθησιν*** *(ἢ* ***ὦσιν****) δυνάμεως (Ω),* ἤτοι:

$$\boxed{\Omega = F \cdot t} \qquad (5)$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (4) προκύπτει, ὅτι *« ἡ ὤθησις δυνάμεως ἰσοῦται πρὸς τὴν ὁρμήν »*. Μεταξὺ τῶν δύο τούτων μεγεθῶν ἰσχύει τὸ ἑξῆς θεώρημα, τὸ ὁποῖον ἀπορρέει ἐκ τοῦ δευτέρου ἀξιώματος τοῦ Νεύτωνος: « *Ἡ ἐπί τινα χρόνον ὦσις τῆς δυνάμεως ἰσοῦται πρὸς τὴν ἀντίστοιχον μεταβολὴν τῆς ὁρμῆς* », ἤτοι:

$$F \cdot t = m \cdot \upsilon - m \cdot \upsilon_0 \qquad (6)$$

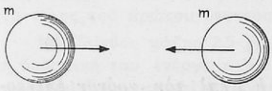
Ὅπου $m \cdot \upsilon_0$ παριστᾷ τὴν ἀρχικὴν ὁρμὴν τοῦ σώματος καὶ $m \cdot \upsilon$ τὴν τελικήν. Διὰ τῆς σχέσεως ταύτης δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν τιμὴν τῆς δυνάμεως, τῆς ἀπαιτουμένης ἵνα τὸ ὑλικὸν σημεῖον ὑποστῇ δεδομένην μεταβολὴν ταχύτητος ἐντὸς ὡρισμένου χρόνου. Οὕτω:

$$F = \frac{m \cdot \upsilon - m \cdot \upsilon_0}{t} \qquad (7)$$

Ἐφαρμογαί. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἐξισώσεων συνάγομεν, ὅτι σῶμα εὑρισκόμενον ἐν κινήσει δὲν ἠμπορεῖ νὰ σταματήσῃ ἀκαριαίως καί, ὅσον μικρότερον εἶναι τὸ ἀπαιτούμενον χρονικὸν διάστημα διὰ νὰ σταματήσῃ, τόσον μεγαλυτέρα ἡ ἀπαιτουμένη δύναμις. Οὕτω βόμβα, ἡ ὁποία ρίπτεται ἀπὸ ἀεροπλάνου εὑρισκομένου εἰς ὕψος ὀλίγων χιλιάδων μέτρων, φθάνουσα κάτω ἔχει μεγάλην ὁρμήν. Ὅταν προσπίπτῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἢ ἐπὶ χαλυβδίνου καταστρώματος πλοίου, τότε πρέπει εἴτε νὰ σταματήσῃ εἰς βραχὺ χρονικὸν διάστημα εἴτε νὰ διατρυπήσῃ τὸ κατάστρωμα. Ἐπειδὴ ὅμως κατὰ τὴν πρόσκρουσιν τῆς βόμβας ἐπὶ τοῦ καταστρώματος ἀναπτύσσεται κολοσσιαία δύναμις λόγῳ τῆς μικρᾶς διαρκείας τῆς κρούσεως, τὸ χαλύβδινον κατάστρωμα δὲν δύναται νὰ παράσχῃ τὴν ἀπαιτουμένην δύναμιν διὰ τὸ σταμάτημα τῆς βόμβας· διὰ τοῦτο δὲ αὕτη διαπερᾷ τὸ κατάστρωμα. Ἐξ ἄλλου κατὰ τὴν πρόσκρουσιν τῆς βόμβας ἐπὶ τοῦ καταστρώματος, ἡ δύναμις δὲν ἔχει σταθερὰν τιμὴν καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς προσκρούσεως, ἀλλὰ μεταβάλλεται μεταξὺ ἐκτενῶν ὁρίων. Ἡ τιμὴ τῆς δυνάμεως εἰς πᾶσαν στιγμὴν κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς προσκρούσεως θὰ ἦτο γνωστή, ἐὰν ἦτο γνωστὴ ἡ ταχύτης μεταβολῆς τῆς ὁρμῆς· ἐπειδὴ ὅμως τὸ μέγεθος τοῦτο δὲν εἶναι εὔκολον νὰ μετρηθῇ, δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὴν δύναμιν μόνον διὰ τοῦ μεγέθους τῆς παραμορφώσεως τὴν ὁποίαν προκαλεῖ.

90*. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς. Ἡ ἀρχὴ αὕτη διατυποῦται ὡς ἑξῆς: «*Εἰς ἀποκεκλεισμένον σύστημα*[1]) *δύο ἢ περισσοτέρων σωμάτων, εἰς τὸ ὁποῖον δὲν ἐπενεργοῦν ἐξωτερικαὶ δυνάμεις ἀλλὰ μόνον ἐσωτερικαί, τὸ διανυσματικὸν ἄθροισμα τῶν ὁρμῶν τῶν σωμάτων τοῦ συστήματος παραμένει σταθερὸν κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ χρόνου*». Ἐὰν ἡ ὁρμὴ ἑνὸς τῶν σωμάτων τοῦ συστήματος μεταβληθῇ κατὰ ποσόν τι, τότε καὶ ἡ ὁρμὴ τῶν ὑπολοίπων σωμάτων μεταβάλλεται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε τὸ διανυσματικὸν ἄθροισμα νὰ ἀντιστοιχῇ εἰς μεταβολὴν ὁρμῆς ἴσην καὶ ἀντιθέτου φορᾶς πρὸς τὴν μεταβολὴν τῆς ὁρμῆς τοῦ πρώτου σώματος.

Ὡς ἐφαρμογὴν τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς ἀναφέρομεν τὸ ἀκόλουθον παράδειγμα. Θεωρήσωμεν τὴν περίπτωσιν δύο σφαιρῶν τῆς αὐτῆς μάζης, αἱ ὁποῖαι κινοῦνται μὲ ἴσας ταχύτητας ἀλλὰ κατ' ἀντίθετον φορὰν (σχ. 156). Αἱ δύο σφαῖραι ἀποτελοῦν σύστημα ἀποκεκλεισμένον ἐκ δύο σωμάτων, τῶν ὁποίων ἡ ὁρμὴ ἔχει ἄθροισμα μηδέν, διότι ἡ ὁρμὴ τῆς μιᾶς θὰ εἶναι mv καὶ τῆς ἄλλης $-mv$, ἐπειδὴ ἡ ταχύτης τῆς δευτέρας ἔχει ἀντίθετον φορὰν ἀπὸ τὴν τῆς πρώτης. Ἑπομένως: $mv - mv = 0$.



Σχ. 156. Διὰ τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς.

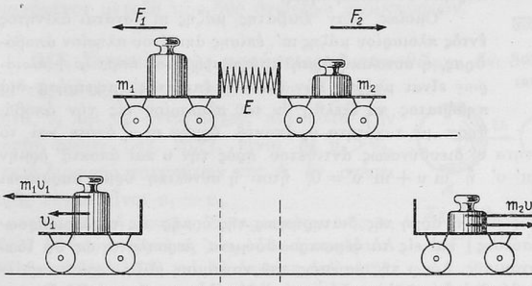
Αἱ δύο σφαῖραι θὰ ἔλθῃ στιγμὴ κατὰ τὴν ὁποίαν θὰ συγκρουσθοῦν καὶ ἑκάστη τούτων θὰ ἀσκῇ δύναμιν μικροτάτης διαρκείας ἐπὶ τῆς ἑτέρας. Ἐπειδὴ ὅμως πρὸ τῆς συγκρούσεως αὐτῶν εἶχον ἄθροισμα ὁρμῶν μηδέν, πρέπει, συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, καὶ μετὰ τὴν σύγκρουσιν, ἤτοι μετὰ τὴν ἔκλειψιν τῶν δυνάμεων, τὸ ἄθροισμα τῶν ὁρμῶν αὐτῶν νὰ παραμένῃ μηδέν. Οὕτω, εἰς τὴν περίπτωσιν χαλυβδίνων σφαιρῶν, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἐλαστικαί, μετὰ τὴν σύγκρουσιν αὗται ἀποχωρίζονται, ἀλλ' αἱ ταχύτητές των πρέπει νὰ ἔχουν τιμὴν τοιαύτην, ὥστε τὸ ἄθροισμα τῶν ὁρμῶν νὰ παραμένῃ πάλιν μηδέν.

91*. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς. Δύο εὐκίνητα καὶ ἐλαφρὰ ἁμάξια τοποθετοῦνται ἐπὶ λείας πλακός, συνδέονται δὲ μεταξύ των διὰ συμπιεσθέντος ἐλατηρίου Ε (σχ. 157). Αἱ μᾶζαι τῶν δύο ἁμαξίων εἶναι ἴσαι καὶ ἐπ' αὐτῶν τοποθετοῦμεν δύο ἄλλας μάζας. Ἐὰν αἱ δύο πρόσθετοι μᾶζαι εἶναι ἴσαι καὶ ἀφήσωμεν τὸ ἐλατήριον νὰ διαταθῇ, βλέπομεν ὅτι τὰ δύο ἁμάξια ἀπομακρύνονται εἰς ἴσας ἀποστάσεις, κατ' ἀντίθετον φοράν. Οὕτω εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ πειράματος ἡ συνολικὴ ὁρμὴ τῶν δύο ἁμαξίων ἦτο μηδέν, ἀλλὰ καὶ εἰς τὸ τέλος τοῦ πειράματος, δηλ. μετὰ τὴν ἐπενέργειαν τῆς δυνάμεως τοῦ ἐλατηρίου, ἡ συνολικὴ ὁρμὴ

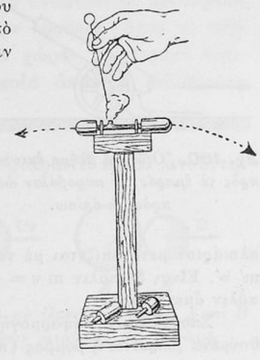
---

[1]) «Ἀποκεκλεισμένον σύστημα» ἐννοοῦμεν σύστημα, ἐπὶ τοῦ ὁποίου δὲν ἐπιδροῦν ἐξωτερικαὶ δυνάμεις, ἤ, ἐὰν ἐπιδροῦν, ἡ συνισταμένη αὐτῶν ἰσοῦται πρὸς μηδέν.

εἶναι πάλιν μηδέν. Ἐὰν ἤδη μεταβάλωμεν τὰς δύο προσθέτους μάζας ἐπὶ τῶν ἁμαξίων, ὥστε ἡ μία νὰ εἶναι m_1 διπλασία τῆς m_2, τότε, ὅταν πάλιν διαταθῇ τὸ ἐλατήριον, τὸ ἓν τῶν ἁμαξίων πρέπει νὰ ἀποκτήσῃ ταχύτητα υ_1 καὶ τὸ ἄλλο υ_2, ὥστε νὰ ἰσχύῃ ἡ σχέσις $m_1 \upsilon_1 = - m_2 \upsilon_2$, ἤτοι $m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2 = 0$. Πράγματι, ἐὰν ἐκτελέσωμεν τὸ πείραμα τοῦτο, παρατηροῦμεν ὅτι ἐὰν ἡ μᾶζα τοῦ πρὸς τὰ ἀριστερὰ ἁμαξίου εἶναι διπλασία τῆς μάζης τοῦ πρὸς τὰ δεξιά, τότε τὸ ἁμάξιον τὸ πρὸς τὰ δεξιὰ φθάνει εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον εἰς διπλασίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ πρὸς τὰ ἀριστερά.



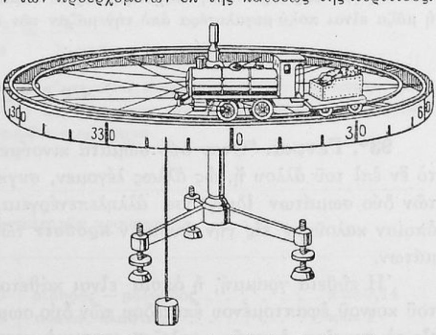
Σχ. 157. Δύο ἁμάξια ἔχοντα μάζας μὲ λόγον 1 : 2 διανύουν εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον διαστήματα ἔχοντα λόγον 2 : 1.



Σχ. 158. Ἐπαλήθευσις τῆς ἀρχῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς διὰ διπλοῦ πιστολίου.

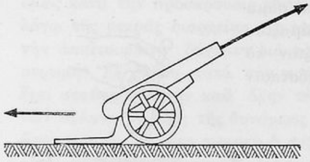
Τὴν ἀνωτέρω ἀρχὴν δυνάμεθα νὰ δείξωμεν ἐπίσης διὰ μικρᾶς βλητικῆς συσκευῆς (σχ. 158), ἡ ὁποία δύναται νὰ ἐκσφενδονίζῃ ταυτοχρόνως δύο βλήματα διαφόρων μαζῶν καὶ εἰς τὴν ὁποίαν ἡ κινητήριος δύναμις εἶναι ἡ πίεσις τῶν ἀερίων τῶν προερχομένων ἐκ τῆς καύσεως τῆς πυρίτιδος. Ἐὰν m_1, m_2 αἱ μᾶζαι τῶν δύο βλημάτων, διὰ νὰ ἰσχύσῃ ἡ σχέσις $m_1 \upsilon_1 + m_2 \upsilon_2 = 0$, πρέπει ἡ ταχύτης τοῦ βλήματος τοῦ ἔχοντος τὴν μικροτέραν μᾶζαν m_1 νὰ εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ταχύτητος τοῦ βλήματος μεγαλυτέρας μάζης m_2. Πράγματι, διὰ μετρήσεως τῶν ἀποστάσεων, εἰς τὰς ὁποίας φθάνουν τὰ βλήματα ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὰς ταχύτητας υ_1 καὶ υ_2, αἱ ὁποῖαι ἐπαληθεύουν τὴν ἀνωτέρω σχέσιν.

Λίαν χαρακτηριστικὸν ἐπίσης πείραμα εἶναι ἡ κίνησις μικροῦ σιδηροδρόμου ἐπὶ σιδηροτροχιᾶς ἐχούσης σχῆμα κυκλικὸν (σχ. 159), ἡ ὁποία δύναται νὰ περιστρέφεται μὲ ἐλαφρὰν τριβὴν περὶ κατακόρυφον ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου. Τὸ πείραμα δεικνύει ὅτι, ὅταν ὁ σιδηρόδρομος κινῆται κατὰ τὴν μίαν φοράν, ἡ σιδηροτροχιὰ στρέφεται περὶ τὸν ἄξονά της κατὰ τὴν ἀντίθετον φοράν.



Σχ. 159. Πειραματικὴ διάταξις ἀποδεικνύουσα τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς.

92*. Ἐφαρμογαί. Χαρακτηριστικὰ παραδείγματα, εἰς τὰ ὁποῖα ἀναφαίνεται ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, εἶναι τὰ ἀκόλουθα. Πυροβόλον (σχ. 160) μετὰ τοῦ βλήματός του ἀποτελεῖ ἀποκεκλεισμένον σύστημα. Ἐὰν ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῆς ἐσωτερικῆς δυνάμεως, ὀφειλομένης εἰς τὴν πίεσιν τῶν ἀερίων τῶν προερχομένων ἐκ τῆς καύσεως τῆς πυρίτιδος, τὸ βλῆμα μάζης m ἀποκτήσῃ ταχύτητα υ καὶ ἑπομένως ὁρμὴν m υ, τότε καὶ τὸ πυροβόλον μάζης m′ ἀποκτᾷ ταχύτητα υ′, ἔχουσαν διεύθυνσιν ἀντίθετον τῆς υ καὶ ὁρμὴν m′ υ′ ἀντίθετον τῆς m υ. Συμφώνως δὲ πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, πρέπει νὰ εἶναι $m\,υ = -m'\,υ'$ καὶ $m\,υ + m'\,υ' = 0$, ἤτοι ἡ συνολικὴ ὁρμὴ πρὸ καὶ μετὰ τὴν ἐκπυρσοκρότησιν παρέμεινεν ἀμετάβλητος.



Σχ. 160. Ὅταν τὸ βλῆμα ἐκτοξεύεται πρὸς τὰ ἐμπρός, τὸ πυροβόλον ὠθεῖται πρὸς τὰ ὀπίσω.

Ὁμοίως, ὅταν ἐπιβάτης μάζης m ἵσταται ἀκίνητος ἐντὸς πλοιαρίου μάζης m′, ἐπίσης ἀκινήτου πλησίον ἀποβάθρας, ἡ συνολικὴ ὁρμὴ τοῦ συστήματος *ἐπιβάτης + πλοιάριον* εἶναι μηδέν. Ἐὰν ὅμως ὁ ἐπιβάτης ἐπιχειρήσῃ διὰ πηδήματος νὰ ἐξέλθῃ ἐκ τοῦ πλοιαρίου εἰς τὴν ἀποβάθραν μὲ ταχύτητα υ, ἀποκτᾷ ὁρμὴν m υ, ὁπότε καὶ τὸ πλοιάριον μετατοπίζεται μὲ ταχύτητα υ′ διευθύνσεως ἀντιθέτου πρὸς τὴν υ καὶ ἀποκτᾷ ὁρμὴν m′ υ′. Εἶναι δὲ πάλιν $m\,υ = -m'\,υ'$ ἢ $m\,υ + m'\,υ' = 0$, ἤτοι ἡ συνολικὴ ὁρμὴ παραμένει πάλιν ἀμετάβλητος.

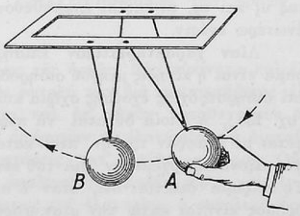
Σπουδαιοτάτην ἐφαρμογὴν εὑρίσκει ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς εἰς τὰ ἀεριοπροωθούμενα βλήματα ἢ βόμβας (πυραύλους) καὶ εἰς τὰ ἀεριοπροωθούμενα ἀεροπλάνα, ὡς θὰ ἴδωμεν εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Ἀεροδυναμικῆς. Λόγῳ τῆς καύσεως τοῦ καυσίμου, μᾶζα ἀερίου ἐκβάλλεται ἐκ τοῦ ὀπισθίου μέρους τῆς βόμβας ἢ τοῦ ἀεροπλάνου ὑπὸ μεγάλην ταχύτητα. Ἡ ἐξερχομένη μᾶζα ἀερίου ἔχει λόγῳ τῆς ταχύτητός της ὁρμὴν διευθυνομένην πρὸς τὰ ὀπίσω.

Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, γεννᾶται ἀντιδραστικὴ ὁρμὴ ἐπὶ τῆς βόμβας ἢ τοῦ ἀεροπλάνου διευθυνομένη πρὸς τὰ ἐμπρός, ἡ ὁποία προωθεῖ τὴν βόμβαν ἢ τὸ ἀεροπλάνον. Ἐπειδὴ ὅμως ἡ μᾶζα τοῦ ἐκβαλλομένου ἀερίου εἶναι σχετικῶς μικρά, πρέπει τὰ ἀέρια νὰ ἐκβάλλωνται ὑπὸ ἐξόχως μεγάλας ταχύτητας, εἰς τρόπον ὥστε ἡ ἀντιδραστικὴ ὁρμὴ νὰ δύναται νὰ μεταδώσῃ σημαντικὴν ταχύτητα εἰς τὸ σῶμα τῆς βόμβας ἢ τοῦ ἀεροπλάνου, τῶν ὁποίων ἡ μᾶζα εἶναι πολὺ μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν μᾶζαν τῶν ἐκβαλλομένων ἀερίων.

ΚΡΟΥΣΙΣ

93*. Γενικά. Ὅταν δύο σώματα κινούμενα μὲ ὡρισμένας ταχύτητας ἐπιπίπτουν τὸ ἓν ἐπὶ τοῦ ἄλλου ἤ, ὡς ἄλλως λέγομεν, συγκρούωνται, τότε λαμβάνει χώραν μεταξὺ τῶν δύο σωμάτων ἰδιάζουσα ἀλληλεπενέργεια, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν εἰς τὴν Φυσικὴν ***κροῦσιν*** τῶν σωμάτων.

Ἡ εὐθεῖα γραμμή, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος ἐπὶ τοῦ κοινοῦ ἐφαπτομένου ἐπιπέδου τῶν δύο σωμάτων εἰς τὸ σημεῖον ἐπαφῆς, καλεῖται *γραμμὴ κρούσεως* καί, ἐφ' ὅσον αἱ ταχύτητες τῶν συγκρουομένων σωμάτων εἶναι παράλληλοι πρὸς τὴν γραμμὴν κρούσεως, ἡ κροῦσις λέγεται ***εὐθεῖα,*** ἐν ἐναντίᾳ περιπτώσει ἡ κροῦσις λέγεται ***πλαγία.***



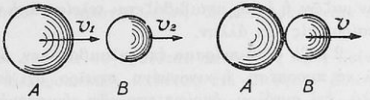
Σχ. 161. Ἐλαστικὴ κροῦσις δύο σφαιρῶν τῆς αὐτῆς μάζης.

Ἐξ ἄλλου, ἐὰν τὰ κέντρα βάρους τῶν συγκρουομένων σωμάτων κεῖνται ἐπὶ τῆς γραμμῆς κρούσεως, ἡ κροῦσις λέγεται ***κεντρική,*** ἐὰν δὲ ταῦτα δὲν κεῖνται ἐπ' εὐθείας, ἡ κροῦσις λέγεται

ἔκκεντρος. Ἐνταῦθα θέλομεν περιορισθῆ μόνον εἰς τὴν ἐξέτασιν τῆς κεντρικῆς κρούσεως, τὴν ὁποίαν ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ συναντῶμεν εἰς τὴν Φυσικήν.

Περαιτέρω ἡ κροῦσις διακρίνεται α) εἰς τὴν ***τελείως ἐλαστικήν,*** ὅταν τὰ συγκρουόμενα σώματα (σχ. 161) εἶναι τελείως ἐλαστικὰ καὶ ἑπομένως δὲν ἀναφαίνεται μετατροπὴ ἐνεργείας εἰς ἄλλην μορφήν, β) εἰς τὴν ***τελείως μὴ ἐλαστικὴν*** κροῦσιν, ὅταν τὰ συγκρουόμενα σώματα εἶναι τελείως μὴ ἐλαστικά, ὁπότε λαμβάνει χώραν μετατροπὴ ἐνεργείας εἰς ἄλλην μορφήν, καὶ γ) εἰς τὴν ***ἡμιελαστικήν,*** ἡ ὁποία ἀποτελεῖ ἐνδιάμεσον φαινόμενον μεταξὺ τῶν δύο ἀνωτέρω περιπτώσεων.

94*. Συντελεστὴς κρούσεως. Φαντασθῶμεν, ὅτι δύο σφαῖραι Α καὶ Β κινοῦνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα $υ_1$ καὶ $υ_2$ ἀντιστοίχως καὶ κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν (σχ. 162), εἶναι δὲ $υ_1 > υ_2$, ὅτε ἡ διαφορὰ ταχυτήτων τῆς Α ἐν σχέσει πρὸς τὴν Β εἶναι $υ_1 - υ_2$.



Σχ. 162. Αἱ δύο μὴ ἐλαστικαὶ σφαῖραι Α καὶ Β μετὰ τὴν κροῦσιν κινοῦνται ὡς ἓν σῶμα.

Ἐπειδὴ ἡ σφαῖρα Β προηγεῖται τῆς Α, εἶναι φανερόν, ἀφοῦ $υ_1 > υ_2$, ὅτι ἡ σφαῖρα Α θὰ προφθάσῃ τὴν Β καὶ θὰ ἐπιπέσῃ ἐπ' αὐτῆς. Δεχόμεθα πρὸς τούτοις, ὅτι εὐθὺς μετὰ τὴν κροῦσιν αἱ δύο σφαῖραι ἀποχωρίζονται καὶ ὅτι ἡ Α κινεῖται μετὰ τὴν κροῦσιν ὑπὸ ταχύτητα $υ'_1$ καὶ ἡ Β ὑπὸ ταχύτητα $υ'_2$, ὅτε ἡ διαφορὰ ταχυτήτων τῆς Α μετὰ τὴν κροῦσιν ἐν σχέσει πρὸς τὴν Β θὰ εἶναι προδήλως $υ'_1 - υ'_2$.

Ἡ διαφορὰ τῶν ταχυτήτων μετὰ τὴν κροῦσιν πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν ταχυτήτων πρὸ τῆς κρούσεως, ἀλλὰ μὲ ἀντίθετον σημεῖον, ἀποτελεῖ διὰ τὰ συγκρουόμενα σώματα χαρακτηριστικὴν σταθερὰν καὶ καλεῖται ***συντελεστὴς κρούσεως*** (***κ***), ὥστε:

$$κ = -\frac{υ'_1 - υ'_2}{υ_1 - υ_2} = \frac{υ'_2 - υ'_1}{υ_1 - υ_2}$$

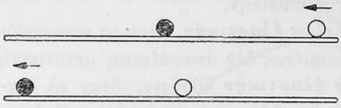
Ὁ Νεύτων ἀπέδειξεν, ὅτι ὁ συντελεστὴς οὗτος εἶναι ἀνεξάρτητος τῶν ταχυτήτων τῶν συγκρουομένων σωμάτων, ἐξαρτᾶται δὲ μόνον ἀπὸ τὰς ἐρχομένας εἰς ἐπαφὴν οὐσίας καὶ εἶναι διὰ τοῦτο σταθερὸς δι' ἕκαστον ζεῦγος συγκρουομένων σωμάτων.

Παραδείγματα συντελεστῶν κρούσεως

ὕαλος — ὕαλος . . . . . . κ = 0,95	σίδηρος — μόλυβδος . . . . κ = 0,14
σίδηρος — σίδηρος . . . . . . κ = 0,66	τελείως ἐλαστικὰ . . . . κ = 1
μόλυβδος — μόλυβδος . . . . . κ = 0,20	τελείως μὴ ἐλαστικὰ . . . . κ = 0

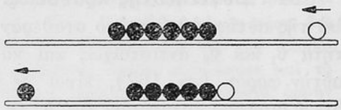
Παράδειγμα ἐλαστικῆς κρούσεως, μὲ τιμὴν τοῦ κ μὴ διαφέρουσαν πολὺ ἀπὸ τὴν μονάδα, εἶναι ἡ ἀναπήδησις τῆς μπάλας ποδοσφαίρου, ὅταν αὕτη προσκρούῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους. Ἐπίσης, παράδειγμα τελείας ἐλαστικῆς κρούσεως ἀποτελεῖ σφαῖρα χαλυβδίνη ἀφιεμένη νὰ πέσῃ ἐξ ὕψους ἐπὶ χαλυβδίνης πλακός, ὅτε αὕτη μετὰ τὴν κροῦσιν ἀναπηδᾷ ἀνερχομένη εἰς τὸ αὐτὸ σχεδὸν ὕψος ἐξ οὗ κατέπεσε.

95*. Ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς εἰς τὴν κροῦσιν. Τὸ φαινόμενον τῆς κρούσεως ἀποτελεῖ ἐφαρμογὴν τόσον τοῦ ἀξιώματος τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, ὅσον καὶ τοῦ ἀξιώματος τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, ὡς δεικνύεται διὰ τῶν κάτωθι πειραμάτων.



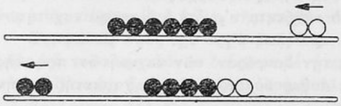
Σχ. 163. Χαλυβδίνη σφαῖρα προσκρούουσα ἐπὶ ἰσομεγέθους ἠρεμούσης σφαίρας.

1) Ἐπὶ καταλλήλου αὔλακος τοποθετοῦμεν εἰς τὸ μέσον αὐτῆς μικρὰν χαλυβδίνην σφαῖραν, ὥστε νὰ ἰσορροπῇ. Ἐὰν ἐπ' αὐτῆς προσπέσῃ ἰσομεγέθης χαλυβδίνη σφαῖρα ὑπὸ ταχύτητα υ, τότε ἡ ἀκίνητος σφαῖρα κινεῖται ὑπὸ τὴν ἰδίαν ταχύτητα, ἐνῷ ἡ προσκρούουσα ἀκινητεῖ (σχ. 163). Τὸ ἄθροισμα δὲ τῶν ὁρμῶν τῶν δύο σφαιρῶν παραμένει πρὸ καὶ μετὰ τὴν κροῦσιν ἀμετάβλητον (διότι ἡ κροῦσις εἶναι τελείως ἐλαστική). Τὸ ἀποτέλεσμα εἶναι ὅτι λόγῳ τῆς ἰσότητος τῶν μαζῶν ἡ ὁρμὴ μεταβιβάζεται τελείως ἀπὸ τῆς μιᾶς σφαίρας εἰς τὴν ἄλλην.



Σχ. 164. Χαλυβδίνη σφαῖρα προσκρούουσα ἐπὶ ὁμάδος ἰσομεγεθῶν σφαιρῶν.

2) Τὸ αὐτὸ πείραμα ἐπαναλαμβάνομεν, ὅτε ἀφίεται νὰ προσπέσῃ ἡ κινουμένη σφαῖρα ὄχι ἐπὶ μιᾶς, ἀλλὰ ἐπὶ συνόλου ὁμοίων σφαιρῶν εὑρισκομένων ἐπὶ τῆς αὔλακος καὶ ἐν ἐπαφῇ μεταξύ των, ὁπότε παρατηροῦμεν ὅτι ἡ κινουμένη σφαῖρα προσπίπτει ἐπὶ τῆς ὁμάδος τῶν ἀκινήτων σφαιρῶν καὶ προσκολλᾶται ἐπ' αὐτῶν, ἐνῷ ἡ τελευταία ἐκ τῆς ὁμάδος τῶν ἀκινήτων σφαιρῶν κινεῖται μὲ τὴν ἰδίαν ταχύτητα. Τοῦτο συμβαίνει διότι ἡ πρώτη σφαῖρα ὠθεῖ τὴν δευτέραν, ἡ δευτέρα τὴν τρίτην, μεταβιβαζομένης οὕτω τῆς ὁρμῆς ἀπὸ τῆς πρώτης εἰς τὴν τελευταίαν σφαῖραν, ἡ ὁποία κινεῖται μὲ τὴν ἰδίαν ὁρμὴν τὴν ὁποίαν εἶχε ἡ ἀρχικὴ σφαῖρα (σχ. 164).



Σχ. 165. Δύο σφαῖραι προσκρούουσαι ταυτοχρόνως ἐπὶ ὁμάδος ἰσομεγεθῶν ἠρεμουσῶν σφαιρῶν.

3) Ἐὰν ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα μὲ δύο σφαίρας, τότε ἐκ τῆς σειρᾶς τῶν ἠρεμουσῶν σφαιρῶν ἐκφεύγουν αἱ δύο τελευταῖαι (σχ. 165). Τοῦτο συμβαίνει, διότι κατὰ τὴν ἐλαστικὴν κροῦσιν ἡ συνολικὴ ἐνέργεια καὶ ἡ συνολικὴ ὁρμὴ πρέπει νὰ παραμένουν σταθεραί.

96*. Τελείως ἐλαστικὴ κροῦσις. Ἡ περίπτωσις αὐτὴ πραγματοποιεῖται, ὅταν αἱ δύο σφαῖραι ἀποτελοῦνται ἐκ τελείως ἐλαστικοῦ ὑλικοῦ, ὡς π.χ. χάλυβος. Εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν, κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ φαινομένου τῆς κρούσεως λαμβάνει χώραν κατὰ τὴν πρώτην φάσιν ἐλαστικὴ παραμόρφωσις, ἡ ὁποία κατὰ τὴν ἑπομένην φάσιν διαρκοῦσαν ὅσον καὶ ἡ πρώτη παύει νὰ ὑφίσταται. Ὡς ἐκ τούτου εἰς τὴν ἐλαστικὴν κροῦσιν δὲν λαμβάνει χώραν μετατροπὴ ἐνεργείας εἰς θερμότητα καὶ ἐπομένως ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια παραμένει ἀμετάβλητος.

Κατωτέρω θὰ ὑπολογίσωμεν τὸ πρόβλημα δύο σφαιρῶν κινουμένων ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δηλ. μετατοπιζομένων παραλλήλως *(κεντρικὴ κροῦσις)* καὶ μὲ διαφόρους ταχύτητας.

Ἐὰν $υ_1$ καὶ $υ_2$ αἱ ταχύτητες τῶν δύο σφαιρῶν πρὸ τῆς κρούσεως, $υ'_1$ καὶ $υ'_2$ αἱ ταχύτητες αὐτῶν μετὰ τὴν κροῦσιν, ἐπειδὴ κατὰ τὸ φαινόμενον τῆς ἐλαστικῆς κρούσεως τόσον ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ὅσον καὶ ἡ ὁρμὴ παραμένουν ἀμετάβλητοι, προκύπτουν αἱ ἐξισώσεις :

$$\frac{1}{2}\, m_1\, υ_1^2 + \frac{1}{2}\, m_2\, υ_2^2 = \frac{1}{2}\, m_1\, υ'^2_1 + \frac{1}{2}\, m_2\, υ'^2_2 \qquad (1)$$

καὶ

$$m_1\, υ_1 + m_2\, υ_2 = m_1\, υ'_1 + m_2\, υ'_2 \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν δύο τούτων ἐξισώσεων δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὰς ταχύτητας $υ'_1$ καὶ $υ'_2$. Οὕτω ἐκ τῆς (1) εὑρίσκομεν εὐκόλως :

$$m_1\, (\, υ_1^2 - υ'^2_1\,) = m_2\, (\, υ'^2_2 - υ_2^2\,) \qquad (3)$$

καὶ ἐκ τῆς (2) προκύπτει :

$$m_1 (\upsilon_1 - \upsilon'_1) = m_2 (\upsilon'_2 - \upsilon_2) \quad (4)$$

Διὰ διαιρέσεως τῶν (3) καὶ (4) κατὰ μέλη ἔχομεν :

$$\upsilon_1 + \upsilon'_1 = \upsilon'_2 + \upsilon_2 \quad (5)$$

Ἐὰν πρὸς τὴν ἐξίσωσιν (5) συνδυάσωμεν τὴν (2), εὑρίσκομεν εὐκόλως τὴν τιμὴν τῶν νέων ταχυτήτων :

$$\upsilon'_1 = \frac{\upsilon_1 (m_1 - m_2) + 2 m_2 \upsilon_2}{m_1 + m_2} \quad \text{καὶ} \quad \upsilon'_2 = \frac{\upsilon_2 (m_2 - m_1) + 2 m_1 \upsilon_1}{m_1 + m_2} \quad (6)$$

Ἐὰν αἱ μᾶζαι τῶν δύο σφαιρῶν εἶναι ἴσαι, ἤτοι $m_1 = m_2$, αἱ ἐξισώσεις (6) παρέχουν :

$$\upsilon'_1 = \upsilon_2 \quad \text{καὶ} \quad \upsilon'_2 = \upsilon_1$$

ἤτοι, *αἱ σφαῖραι ἀνταλλάσσουν ἁπλῶς τὰς ταχύτητάς των*. Ἐὰν δὲ ἡ δευτέρα σφαῖρα ἠρεμῇ πρὸ τῆς κρούσεως, μετὰ τὴν κροῦσιν λαμβάνει τὴν ταχύτητα τῆς πρώτης, αὕτη δὲ μένει μετὰ τὴν κροῦσιν ἀκίνητος.

Ἐπίσης ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι, ἐὰν σφαῖρα συγκρούεται κεντρικῶς πρὸς ἀκίνητον σφαῖραν πολὺ μεγαλυτέρας μάζης ἤ, ὅπερ τὸ αὐτό, προσπίπτῃ καθέτως ἐπὶ ἀκινήτου ἐλαστικοῦ τοιχώματος, ἀναπηδᾷ (ἀνακλᾶται) καθέτως μὲ τὴν ἰδίαν ταχύτητα. Ἤτοι, ἐὰν $\upsilon_2 = 0$ καὶ $m_2 > m_1$, τότε εἶναι $\upsilon'_2 = 0$ καὶ $\upsilon'_1 = -\upsilon_1$.

Τελείως μὴ ἐλαστικὴ κροῦσις. Ὅταν ἡ σφαῖρα m_1 ἐπιπέσῃ ἐπὶ τῆς m_2, τότε ἀμφότεραι αἱ σφαῖραι ἐξακολουθοῦν, μετὰ τὴν κροῦσιν, κινούμεναι ὡς ἓν σῶμα (βλ. σχ. 162) μὲ κοινὴν ταχύτητα υ, ἡ ὁποία εὑρίσκεται δι' ἐφαρμογῆς τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς. Οὕτως, ἡ συνολικὴ ὁρμὴ τῶν δύο σφαιρῶν πρὸ τῆς παραγωγῆς τοῦ φαινομένου τῆς κρούσεως εἶναι $m_1 \upsilon_1 + m_2 \upsilon_2$, ἐνῷ μετὰ τὴν κροῦσιν εἶναι $(m_1 + m_2) \upsilon$.

Ἐὰν ἐκφράσωμεν ἀναλυτικῶς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, ἔχομεν τὴν ἐξίσωσιν :

$$m_1 \upsilon_1 + m_2 \upsilon_2 = (m_1 + m_2) \upsilon \quad (7)$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη, ὡς περιέχουσα ἕνα μόνον ἄγνωστον υ, ἐπαρκεῖ διὰ τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος, εὑρίσκομεν δέ :

$$\upsilon = \frac{m_1 \upsilon_1 + m_2 \upsilon_2}{m_1 + m_2} \quad (8)$$

Διερεύνησις. 1) $\upsilon_2 = 0$, ἤτοι ἡ σφαῖρα m_2 εἶναι ἀκίνητος, τότε :

$$\upsilon = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1$$

ἐὰν δὲ εἶναι καὶ $m_1 = m_2$, τότε θὰ ἔχωμεν $\upsilon = \upsilon_1/2$.

2) $\upsilon_2 = 0$ καὶ $m_2 = \infty$· τότε εἶναι $\upsilon = 0$. Ἡ περίπτωσις αὕτη πραγματοποιεῖται, ὅταν ἡ σφαῖρα m_1 ἐπιπίπτῃ ἐπὶ ἀκλονήτου κωλύματος.

3) $m_1 = m_2$ καὶ $\upsilon_1 = -\upsilon_2$. Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει ὁ ἀριθμητὴς τῆς σχέσεως (7) εἶναι μηδέν, ἑπομένως αἱ σφαῖραι μετὰ τὴν κροῦσιν αὐτῶν παραμένουν ἀκίνητοι.

Κατὰ τὴν τελείως μὴ ἐλαστικὴν κροῦσιν μέρος τῆς κινητικῆς ἐνεργείας καταναλίσκεται εἰς θερμότητα προερχομένην ἐκ τοῦ ἔργου τοῦ ἀπαιτουμένου διὰ τὴν μόνιμον παραμόρφωσιν τῶν σωμάτων, ἡ ὁποία παράγεται κατὰ τὴν κροῦσιν.

Τὸ ποσὸν τῆς μετατρεπομένης κινητικῆς ἐνεργείας εἰς θερμότητα εὑρίσκεται, ἐὰν συγκρίνωμεν τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν τῶν δύο σφαιρῶν πρὸ καὶ μετὰ τὴν κροῦσιν.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Πόση δύναμις ἀπαιτεῖται, ἵνα μεταδοθῇ εἰς μᾶζαν 400 gr ἐπιτάχυνσις 6 cm/sec^2.

2. Δύναμις 2000 dyn ἐπενεργεῖ ἐπὶ σώματος μάζης 400 gr. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης καὶ ἡ ὁρμὴ τοῦ σώματος μετὰ παρέλευσιν 8 sec.

3. Σῶμα μάζης 2 kgr κινεῖται ὑπὸ ταχύτητα 1 m/sec. Πόση ἡ ὁρμή του. ($g = 10$ m/sec^2.)

4. Πόση δύναμις ἀπαιτεῖται, ἵνα μᾶζα 500 gr μεταβάλῃ τὴν ταχύτητά της κατὰ 1 m/sec ἐντὸς 2 sec.

5. Ἡ ὁρμὴ σώματος εἶναι 40 000 gr · cm · sec^{-1}. Πόση δύναμις ἀπαιτεῖται, διὰ νὰ τεθῇ τὸ σῶμα ἐν ἠρεμίᾳ ἐντὸς 8 sec.

6. Σφαῖρα μάζης 8 gr βάλλεται ὁριζοντίως καὶ εἰσχωρεῖ ἐντὸς τεμαχίου ξύλου βάρους 9 kgr*, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ κινῆται ἐλευθέρως. Ἡ ταχύτης τοῦ ξύλου καὶ τῆς σφαίρας μετὰ τὴν κροῦσιν εἶναι 40 cm/sec. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀρχικὴ ταχύτης τῆς σφαίρας.

7. Πυροβόλον 600 kgr* εἶναι τοποθετημένον ἐπὶ τροχοφόρου ὀχήματος καὶ βάλλει βλῆμα 10 kgr* ὑπὸ ταχύτητα 700 m/sec ὑπὸ γωνίαν 30^0 ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ὁριζοντία ταχύτης ἀνακρούσεως τοῦ πυροβόλου.

8. Δύο μὴ ἐλαστικαὶ μᾶζαι 16 gr καὶ 4 gr κινοῦνται κατ' ἀντιθέτους διευθύνσεις ὑπὸ ταχύτητα 30 cm/sec καὶ 50 cm/sec ἀντιστοίχως. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ συνισταμένη ταχύτης υ μετὰ τὴν σύγκρουσιν.

9. Σφαῖρα μάζης 15 gr βάλλεται ὁριζοντίως ἐπὶ ξυλίνου τεμαχίου μάζης 3 kgr ἐξηρτημένου ἀπὸ ἐπιμήκους νήματος καὶ ἡ σφαῖρα ἐνσωματοῦται ἐντὸς τοῦ ξύλου. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης τῆς σφαίρας, ὅταν κατὰ τὴν κροῦσιν τὸ ξύλινον τεμάχιον ἐκτρέπεται καὶ ἀνυψοῦται κατὰ 10 cm ἀπὸ τῆς ἀρχικῆς θέσεως.

10. Δύο σφαῖραι μάζης 30 gr καὶ 80 gr κινοῦνται κατ' ἀντιθέτους φορὰς μὲ ταχύτητας -6 m/sec καὶ $+4$ m/sec ἀντιστοίχως. Ποία ἡ ταχύτης αὐτῶν μετὰ τὴν κροῦσιν. (Ὁ συντελεστὴς κρούσεως εἶναι 0,4.)

11. Εἰς τὸ ἄνω πρόβλημα, πόση ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς θερμότητα κατὰ τὴν κροῦσιν.

12. Σῶμα μάζης 400 gr κινεῖται ἐπ' εὐθείας ὑπὸ ταχύτητα 8 m/sec. Ἕτερον σῶμα μάζης 600 gr κινεῖται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας καὶ κατὰ τὴν ἰδίαν διεύθυνσιν ὑπὸ ταχύτητα 12 m/sec. Τὸ δεύτερον σῶμα προσκρούει ἐπὶ τοῦ πρώτου καὶ ἐφ' ὅσον ἡ κροῦσις θεωρεῖται μὴ ἐλαστική, νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κοινὴ ταχύτης τῶν δύο σωμάτων μετὰ τὴν κροῦσιν.

13. Νὰ ὑπολογισθῇ εἰς τὴν περίπτωσιν κεντρικῆς καὶ μὴ ἐλαστικῆς κρούσεως τὸ ποσὸν τῆς ἐνεργείας, τὸ ὁποῖον μετατρέπεται κατὰ τὴν κροῦσιν τῶν σωμάτων. Μᾶζαι σωμάτων m_1 καὶ m_2, ταχύτητες αὐτῶν υ_1 καὶ υ_2.

14. Δύο σώματα ζυγίζουν ὁμοῦ 20 kgr* καὶ κινοῦνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, ἀλλὰ κατ' ἀντιθέτους φοράς, τὸ ἓν μὲ ταχύτητα 4 m/sec καὶ τὸ ἄλλο μὲ ταχύτητα 12 m/sec, καὶ συγκρούονται. Ἡ κροῦσις θεωρεῖται μὴ ἐλαστική, ἡ δὲ κοινὴ ταχύτης τῶν δύο σωμάτων εἶναι 3 m/sec κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως τοῦ πρώτου σώματος. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ βάρος ἑκάστου τῶν σωμάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ζ'

ΑΠΛΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ

97. Μηχαναί. Εἰς τὴν Φυσικὴν καλοῦμεν ***μηχανὴν*** γενικῶς *πᾶσαν διάταξιν, ἡ ὁποία μᾶς ἐπιτρέπει νὰ μετασχηματίζωμεν προσφερομένην ἐνέργειαν οἱασδήποτε μορφῆς εἰς ἐνέργειαν ἄλλης μορφῆς κατὰ τὸν πλεονεκτικώτερον τρόπον.*

Εἰς τὴν Μηχανικὴν περιοριζόμεθα εἰς τὴν σπουδὴν τῶν μηχανῶν ἐκείνων, αἱ ὁποῖαι ἔχουν καθαρῶς μηχανικὸν χαρακτῆρα καὶ εἰς τὰς ὁποίας τόσον ἡ ἀρχικῶς διατιθεμένη ἐνέργεια, ὅσον καὶ ἡ ὑπὸ τῆς μηχανῆς ἀποδιδομένη εἶναι καθαρῶς μηχανικὴ ἐνέργεια.

Ἐκ τῶν μηχανῶν ἄλλαι μὲν χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν μεταβολὴν δυναμικῆς ἐνεργείας, ὡς π.χ. αἱ ἀνυψωτικαὶ μηχαναί, ἄλλαι εἰς τὴν μεταβολὴν κινητικῆς ἐνεργείας, ὡς π.χ. αἱ μηχαναὶ αἱ χρησιμοποιούμεναι εἰς τὴν μετάδοσιν ἐπιταχύνσεως ἐπὶ σώματος κινουμένου ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου, τέλος ἄλλαι χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν ταυτόχρονον μεταβολὴν τῆς δυναμικῆς καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας. Μηχαναὶ εἶναι π.χ. οἱ βενζινοκινητῆρες, οἱ ἠλεκτρικοὶ κινητῆρες, αἱ ἀτμομηχαναὶ κλπ., διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτυγχάνεται νὰ μετατρέπεται ἐνέργεια μιᾶς ἄλλης μορφῆς εἰς μηχανικὸν ἔργον. Γενικῶς εἰς τὴν Μηχανικὴν εἰς τὰς μηχανὰς τὰς ὁποίας ἐξετάζομεν λαμβάνει χώραν μετατροπὴ τῶν δύο παραγόντων, τοῦ ἔ ρ γ ο υ, δηλ. τῆς δυνάμεως, καὶ τῆς μ ε τ α τ ο π ί σ ε ω ς.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ (287 - 212 π.Χ.)
Ἕλλην Μαθηματικός, Φυσικὸς καὶ Μηχανικός. Μαθητὴς τοῦ Εὐκλείδου. Ἦτο γνώστης τῶν ἰδιοτήτων τῶν μοχλῶν καὶ πολυσπάστων. Ἔκαμε διαφόρους ἀνακαλύψεις εἰς τὴν Γεωμετρίαν καὶ Μηχανικήν.

98. Χρυσοῦς κανὼν τῆς Μηχανικῆς. Φαντασθῶμεν, ὅτι ἄνθρωπος πρόκειται νὰ ἀνυψώσῃ φορτίον 300 kgr* εἰς ὕψος 5 m. Εἶναι φανερόν, ὅτι τὸ ἔργον τοῦτο δὲν δύναται νὰ ἐκτελεσθῇ ὑπὸ τοῦ ἀνθρώπου ἀπ' εὐθείας, ἄνευ ὑποδιαιρέσεως τοῦ βάρους, διότι ὁ ἄνθρωπος δὲν δύναται ν' ἀνυψώσῃ βάρος 300 kgr*. Δύναται ὅμως νὰ ἐκτελέσῃ τὸ ἔργον τοῦτο τμηματικῶς, δι' ὑποδιαιρέσεως τοῦ βάρους π.χ. εἰς 10 ἴσα μέρη, ἕκαστον ἐκ 30 kgr*, ὅτε θὰ ἐκτελεσθῇ εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις συνολικὸν ἔργον 1 500 kgr*m.

Διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως ὅμως καταλλήλου μηχανῆς, ὡς θὰ ἴδωμεν περαιτέρω, (π.χ. πολυσπάστου), εἶναι δυνατὸν εἰς τὸν ἄνθρωπον νὰ ἐκτελέσῃ τὸ ἔργον τοῦτο χωρὶς νὰ ὑποδιαιρέσῃ τὸ βάρος, ἀλλ' εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἐπὶ τοῦ ἑνὸς ἄκρου τῆς μηχανῆς θὰ ἐπενεργῇ τὸ βάρος $F_1 = 300$ kgr*, ἐνῷ ἐπὶ τοῦ ἑτέρου ἄκρου τῆς μηχανῆς ὁ ἄνθρωπος θὰ ἐφαρμόζῃ δύναμιν $F_2 = 30$ kgr* πρὸς ἰσορρόπησιν αὐτοῦ. Ἐξ ἄλλου, ἐνῷ τὸ πρὸς ἀνύψωσιν βάρος $F_1 = 300$ kgr* θὰ μετατοπίζεται ἐπὶ δρόμου μήκους $l_1 = 5$ m, ἡ δύναμις F_2 θὰ ἐπιδρᾷ ἐπὶ δρόμου μήκους $l_2 = 50$ m, εἰς τρόπον ὥστε νὰ προκύπτῃ ἡ σχέσις :

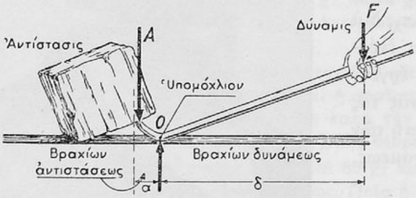
$$\boxed{F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2}$$

Οὕτω : « *ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν χάνεται εἰς δρόμον, οἱ δὲ διανυόμενοι δρόμοι εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν δυνάμεων* ».

Ἡ ἀνωτέρω πρότασις ἀποτελεῖ τὸν *χ ρ υ σ ο ῦ ν κ α ν ό ν α τ ῆ ς Μ η χ α ν ι κ ῆ ς*.

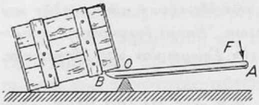
99. Σπουδὴ τῶν ἁπλῶν μηχανῶν. Αἱ συνθετώτεραι τῶν μηχανῶν, ὅταν ἀναλυθοῦν, δεικνύεται ὅτι ἀποτελοῦνται ἐκ στοιχειωδῶν διατάξεων, καλουμένων ***ἁπλῶν μηχανῶν,*** αἱ ὁποῖαι διακρίνονται εἰς δύο βασικοὺς τύπους: εἰς τὸν ***μοχλὸν*** καὶ εἰς τὸ ***κεκλιμένον ἐπίπεδον.*** Εἰς τὰς ἁπλᾶς μηχανὰς « τύπου μοχλοῦ » καταλέγονται ὁ *μοχλός*, ἡ *τροχαλία*, τὸ *πολύσπαστον*, τὸ *βαροῦλκον*, ὡς καὶ οἱ διάφοροι τύποι τροχῶν. Εἰς τὰς ἁπλᾶς μηχανὰς « τύπου κεκλιμένου ἐπιπέδου » ἀνήκουν τὸ ***κεκλιμένον ἐπίπεδον,*** ὁ *σφὴν* καὶ ὁ *κοχλίας*.

100. Μοχλός. Καλοῦμεν ***μοχλὸν*** σῶμα στερεὸν δυνάμενον νὰ στρέφεται περὶ σταθερὸν ἄξονα ἢ σημεῖον. Διὰ τοῦ μοχλοῦ κατωρθοῦμεν, ὥστε ἐφαρμόζοντες μίαν δύναμιν ἐπὶ τινος σημείου αὐτοῦ νὰ ἰσορροποῦμεν ἢ ὑπερνικῶμεν ἄλλην δύναμιν (ἀντίστασιν), ἡ ὁποία ἐξασκεῖται εἰς ἄλλο σημεῖον αὐτοῦ. Ἡ ἀπόστασις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς ἀντιστάσεως ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς, ὅταν αὕτη διευθύνεται καθέτως ἐπὶ τὸν μοχλόν, καλεῖται *μοχλοβραχίων* (ἢ *βραχίων*) *ἀντιστάσεως* καὶ ἡ ἀπόστασις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως, ὅταν αὕτη διευθύνεται ἐπίσης καθέτως ἐπὶ τὸν μοχλόν, ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς καλεῖται *μοχλοβραχίων* (ἢ *βραχίων*) *δυνάμεως*. Ὁ ἄξων περιστροφῆς τοῦ μοχλοῦ καλεῖται ***ὑπομόχλιον*** (σχ. 166).

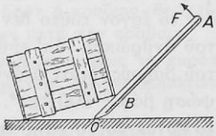


Σχ. 166. *Χαρακτηριστικὰ στοιχεῖα μοχλοῦ (λοστοῦ).*

Τοὺς μοχλοὺς διακρίνομεν εἰς μοχλοὺς μὲ *δύο βραχίονας*, ὅταν δηλαδὴ τὸ ὑπομόχλιον Ο εὑρίσκεται μεταξὺ δυνάμεως καὶ ἀντιστάσεως (σχ. 167), καὶ εἰς μοχλοὺς μὲ *ἕνα βραχίονα*, ὅταν δηλαδὴ τὸ ὑπομόχλιον Ο εὑρίσκεται εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ μοχλοῦ (σχ. 168).



Σχ. 167. *Μοχλὸς μὲ δύο βραχίονας.*



Σχ. 168. *Μοχλὸς μὲ ἕνα βραχίονα.*

Παρατήρησις. Εἰς παλαιοτέραν ἐποχὴν οἱ μοχλοὶ διεκρίνοντο εἰς τρία εἴδη, ἤτοι: ***μοχλὸν πρώτου εἴδους,*** ὅταν τὸ ὑπομόχλιον εὑρίσκετο μεταξὺ δυνάμεως καὶ ἀντιστάσεως, τὸ εἶδος δὲ τοῦτο ἀντιστοιχεῖ εἰς μοχλὸν μὲ δύο βραχίονας· ***μοχλὸν δευτέρου εἴδους*** καὶ ***μοχλὸν τρίτου εἴδους,*** ἀμφότερα δὲ τὰ εἴδη τῶν μοχλῶν ἀντιστοιχοῦν εἰς μοχλὸν μὲ ἕνα βραχίονα. Εἰς τὸν μοχλὸν δευτέρου εἴδους ἡ ἀντίστασις κεῖται μεταξὺ ὑπομοχλίου καὶ δυνάμεως, εἰς δὲ τὸν μοχλὸν τρίτου εἴδους, ἡ δύναμις κεῖται μεταξὺ ὑπομοχλίου καὶ ἀντιστάσεως.

Συνθήκη ἰσορροπίας μοχλοῦ. Εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Στατικῆς εἴδομεν (βλ. § 56) ὅτι, ὅταν ἐπὶ σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα ἐπενεργοῦν διάφοροι δυνάμεις καὶ τὸ σῶμα ἰσορροπῇ, τότε τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς ἰσοῦται πρὸς μηδέν. Ἔστω ὅτι ἐπὶ τοῦ μοχλοῦ (σχ. 166) ἐπιδρᾷ ἡ δύναμις F, τὴν ὁποίαν καταβάλλει ὁ ἄνθρωπος, καὶ ἡ ἀντίστασις Α, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ πρὸς ἀνύψωσιν σῶμα. Διὰ νὰ ἰσορροπῇ ὁ μοχλός, πρέπει τὸ ἄθροισμα τῶν δυνάμεων τούτων, ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Ο, νὰ εἶναι ἴσον πρὸς μηδέν. Ἐν καταστάσει ἰσορροπίας τοῦ μοχλοῦ, ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων F καὶ A ἐπενεργεῖ ἐπὶ τοῦ ὑπομοχλίου καὶ ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως αὐτοῦ. Οὕτω, συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, ἡ συνθήκη ἰσορροπίας τοῦ μοχλοῦ εἶναι ἡ ἀκόλουθος, ἡ ὁποία ἰσχύει γενικῶς δι' ὅλα τὰ εἴδη τῶν μοχλῶν:

$$F \cdot \delta - A \cdot \alpha = 0 \quad \text{ἢ} \quad F \cdot \delta = A \cdot \alpha \quad \text{ἢ} \quad \frac{F}{A} = \frac{\alpha}{\delta} \qquad (1)$$

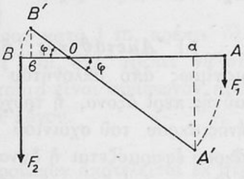
Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν ὅτι, *ὅσον ὁ μοχλοβραχίων δυνάμεως εἶναι μεγαλύτερος τοῦ μοχλοβραχίονος ἀντιστάσεως, τόσον ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν καταβάλλομεν διὰ νὰ ὑπερνικήσωμεν δεδομένην ἀντίστασιν, εἶναι μικροτέρα.*

Τὴν συνθήκην ἰσορροπίας μοχλοῦ εὑρίσκομεν ἐπίσης ἐφαρμόζοντες τὴν *ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τοῦ ἔργου* (βλ. § 86). Φαντασθῶμεν, ὅτι μοχλὸς ΒΟΑ περιστρέφεται κατὰ γωνίαν φ πολὺ μικρὰν καὶ λίαν βραδέως (σχ. 169). Εἶναι φανερόν, ὅτι τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ἀντιστάσεως F_2 θὰ ἔλθῃ εἰς Β′ καὶ τὸ τῆς δυνάμεως F_1 εἰς Α′. Τὸ ἔργον τῆς ἀντιστάσεως F_2 εὑρίσκεται, ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὴν ἀντίστασιν ἐπὶ τὴν προβολὴν τῆς μετατοπίσεως ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν αὐτῆς, ἤτοι Β′β, ὅτε ἔχομεν:

Ἔργον ἀντιστάσεως $= F_2 \cdot (B'\beta)$.

Ἀναλόγως δὲ διὰ τὴν δύναμιν θὰ ἔχωμεν:

Ἔργον δυνάμεως $= F_1 \; (A'\alpha)$.



Σχ. 169. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τοῦ ἔργου.

Ἐξ ἄλλου, ἐπειδὴ ὁ μοχλὸς ἐν ἀρχῇ εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, εἶναι:

$$F_2 \cdot (OB) = F_1 \; (OA) \quad \text{καὶ} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{OA'}{OB'}$$

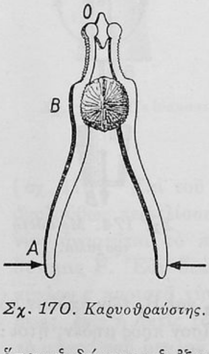
Ἐπίσης ἐκ τῶν ὁμοίων ὀρθογωνίων τριγώνων ΟΑ′α καὶ ΟΒ′β προκύπτει, ὅτι:

$$\frac{B'\beta}{A'\alpha} = \frac{OB'}{OA'} = \frac{OB}{OA} = \frac{F_1}{F_2}$$

ἐκ δὲ τῶν σχέσεων τούτων προκύπτει, ὅτι:

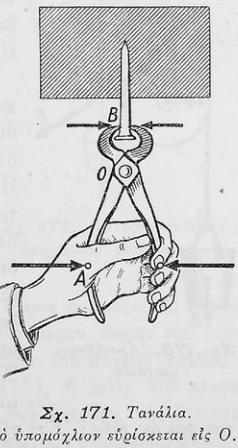
$$F_1 \cdot (A'\alpha) = F_2 \cdot (B'\beta)$$

Ἤτοι, *« τὸ ἔργον τῆς δυνάμεως κατὰ τὴν μετατόπισιν τοῦ μοχλοῦ εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἔργον τῆς ἀντιστάσεως »*. Δηλαδή: *« ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν τὸ χάνομεν εἰς δρόμον, οἱ δὲ διανυόμενοι δρόμοι εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν δυνάμεων ». (Χρυσοῦς κανὼν τῆς Μηχανικῆς).*



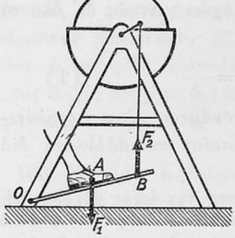
Σχ. 170. Καρυοθραύστης.

Παραδείγματα μοχλῶν. Ὁ μοχλὸς εὑρίσκει ἐφαρμογὴν εἰς πλεῖστα ὄργανα, ὡς εἶναι π.χ. ὁ ζυγὸς κ.ἄ. Εἰς τὴν πρᾶξιν γίνεται καθημερινὴ χρῆσις αὐτοῦ, πλεῖστα δὲ ἐργαλεῖα οἰκιακῆς χρήσεως εἶναι μοχλοί, ὡς π.χ. τὸ ψαλίδι, εἰς τὸ ὁποῖον τὸ ὑπομόχλιον εὑρίσκεται μεταξὺ δύο δυνάμεων, ὁ καρυοθραύστης (σχ. 170), ὅπου τὸ ὑπομόχλιον εὑρίσκεται εἰς τὸ ἄκρον Ο, ἡ τανάλια (σχ. 171),



Σχ. 171. Τανάλια. Τὸ ὑπομόχλιον εὑρίσκεται εἰς Ο.

ὅπου ἡ δύναμις ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τῆς χειρὸς εἰς Α προκαλεῖ πολὺ μεγαλυτέραν δύναμιν ἐπὶ τοῦ καρφίου εἰς Β. Εἰς τὸ σχῆμα 172 δεικνύεται σμυριδοτροχός, ὅπου ἐφαρμόζοντες δύναμιν F_1 εἰς Α κατορθοῦμεν, διὰ καταλλήλου μηχανισμοῦ, ὥστε ἡ δύναμις ἀντιστάσεως F_2 νὰ θέσῃ εἰς περιστροφικὴν κίνησιν τὸν ἄνωθεν εὑρισκόμενον τροχόν.



Σχ. 172. Σμυριδοτροχός.

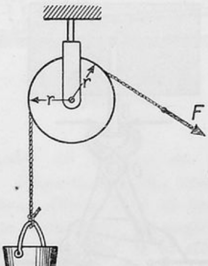
101. Τροχαλίαι. Ἡ τροχαλία ἀποτελεῖται ἀπὸ δίσκον, συνήθως ἐκ μετάλλου ἢ ξύλου, φέροντα κατὰ τὴν περιφέρειαν αὔλακα, ἐπὶ τῆς ὁποίας τοποθετεῖται σχοινίον ἢ ἅλυσος. Ὁ δίσκος εἶναι στρεπτὸς περὶ ἄξονα, ὅστις διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου του, καὶ στηρίζεται ἐπὶ στελέχους κεκαμμένου εἰς σχῆμα Π, τὸ ὁποῖον καλεῖται ***τροχαλιοθήκη.***

Τροχαλιῶν διακρίνομεν δύο εἴδη: τὴν *ἀμετάθετον* ἢ *παγίαν* καὶ τὴν *μεταθετὴν* ἢ *ἐλευθέραν.*

1) ***Ἀμετάθετος*** (ἢ ***παγία***) ***τροχαλία.*** Εἰς αὐτὴν ἡ τροχαλιοθήκη στερεοῦται μονίμως ἀπὸ ἀκλονήτου ὑποστηρίγματος, εἰς τρόπον ὥστε, κατὰ τὴν περιστροφὴν αὐτῆς περὶ ἄξονα, ἡ τροχαλία δὲν μετατοπίζεται εἰς τὸν χῶρον (σχ. 173). Ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἄκρου τοῦ σχοινιοῦ ἐξαρτᾶται τὸ πρὸς ἀνύψωσιν σῶμα Β, ἐνῷ ἐπὶ τοῦ ἄλλου ἄκρου ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις F, διὰ τῆς ὁποίας πρόκειται νὰ ἀνυψωθῇ τὸ σῶμα. Ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι εἰς τὴν τροχαλίαν οἱ δύο βραχίονες τῶν δυνάμεων εἶναι αἱ ἀκτῖνες r τῆς περιφερείας τῆς τροχαλίας, αἱ ροπαὶ τῶν δύο δυνάμεων Β καὶ F ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς θὰ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, θὰ ἔχωμεν δέ:

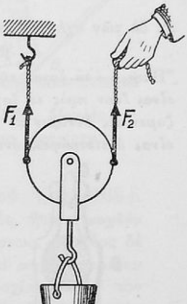
$$B \cdot r - F \cdot r = 0 \quad \text{καὶ} \quad B \cdot r = F \cdot r, \ \text{ἤτοι} \ F = B.$$

Ὥστε διὰ τῆς ἀμεταθέτου τροχαλίας δὲν κερδίζομεν εἰς δύναμιν, ἀλλ' ἁπλῶς διευκολύνομεν τὴν ἐργασίαν. Ἀντὶ δηλ. νὰ σύρωμεν ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω, δυνάμεθα νὰ ἀνυψώσωμεν τὸ βάρος διὰ μέσου τῆς ἀμεταθέτου τροχαλίας σύροντες ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω.



Σχ. 173. Ἀμετάθετος τροχαλία.

2) ***Μεταθετὴ*** (ἢ ***ἐλευθέρα***) ***τροχαλία.*** Αὕτη ἀποτελεῖ ἀνεστραμμένην ἀμετάθετον τροχαλίαν, εἰς τὸ ἄγκιστρον δὲ τῆς τροχαλιοθήκης ἀναρτᾶται τὸ βάρος Β (σχ. 174). Τὸ ἓν τῶν σχοινίων τῆς τροχαλίας προσδένεται εἰς ἀκλόνητον σημεῖον, ἐνῷ ἐπὶ τοῦ ἄλλου ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις. Ἐπειδὴ τὸ βάρος Β κατανέμεται ἐξ ἴσου εἰς τὰ δύο σχοινία καὶ ἡ F_1 ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τοῦ ἀκλονήτου σημείου ἐξαρτήσεως, ἕπεται ὅτι θὰ εἶναι $F_2 = B/2$. Ὅτι διὰ τὴν ἰσορροπίαν ἀπαιτεῖται δύναμις ἴση πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ βάρους δεικνύεται καὶ ὡς ἑξῆς: Ἐπὶ τῆς τροχαλίας ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις F_1, F_2 καὶ Β, τῶν ὁποίων τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν ὡς πρὸς τὸν ἄξονα τῆς τροχαλίας θὰ εἶναι ἴσον πρὸς μηδέν, ἤτοι:



Σχ. 174. Μεταθετὴ τροχαλία.

$$F_1 \cdot r + B \cdot 0 - F_2 \cdot r = 0 \quad \text{ἤτοι} \quad F_1 = F_2$$

Ἀφοῦ λοιπὸν αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 εἶναι ἴσαι, ἀντισταθμίζουν τὸ βάρος B καὶ οὕτω θὰ ἔχωμεν:

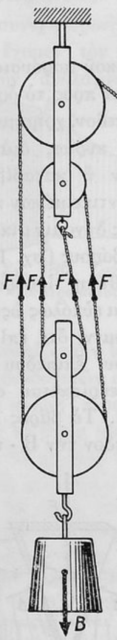
$$F_1 = \frac{B}{2} \quad \text{καὶ} \quad F_2 = \frac{B}{2}$$

3) ***Πολύσπαστον.*** Ἐὰν τὴν μεταθετὴν τροχαλίαν συνδυάσωμεν πρὸς ἀμετάθετον, προκύπτει τὸ ***πολύσπαστον,*** συνήθη μορφὴν τοῦ ὁποίου δεικνύει τὸ σχῆμα 175. Διὰ τοῦ συνδυασμοῦ τούτου ἐπιτυγχάνεται ἀφ' ἑνὸς μὲν ἡ ἐξάσκησις μικροτέρας δυνάμεως, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἡ μεταβολὴ τῆς διευθύνσεως αὐτῆς. Ἐπειδὴ τὸ βάρος B κατανέμεται ἐξ ἴσου εἰς 4 σχοινία, ἕπεται ὅτι ἐπὶ ἑκάστου σχοινίου θὰ ἐξασκῆται δύναμις ἴση πρὸς τὸ 1/4 τοῦ βάρους B. Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας λοιπὸν εἶναι:

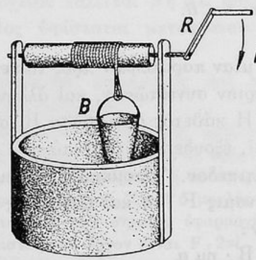
$$F = \frac{B}{4}$$

Διὰ νὰ μετακινηθῇ τὸ βάρος κατὰ 1 m, πρέπει ὅλα τὰ σχοινία νὰ βραχυνθοῦν κατὰ 1 m, δηλ. πρέπει νὰ σύρωμεν τὸ σχοινίον κατὰ 4 m· τοῦτο εἶναι σύμφωνον πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τοῦ ἔργου.

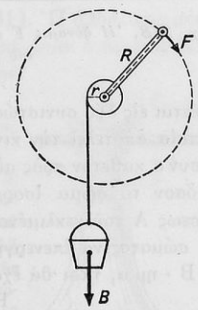
102. Βαροῦλκον. Τὸ βαροῦλκον ἀποτελεῖται ἐκ στερεοῦ κυλίνδρου, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν μὲ τὴν βοήθειαν μοχλοῦ (κ. μανιβέλα) (σχ. 176). Ἐπὶ τοῦ βαρούλκου στηρίζεται μονίμως τὸ ἓν ἄκρον σχοινίου, τὸ ὁποῖον ἀκολούθως περιελίσσεται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ. Εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ σχοινίου ἀναρτᾶται τὸ πρὸς ἀνύψωσιν βάρος B, ἐνῷ εἰς τὸ ἄκρον τοῦ μοχλοῦ ἐπιδρᾷ ἡ δύναμις F. Ἐὰν θεωρήσωμεν τὸ βαροῦλκον ἐν τομῇ (σχ. 177), ἡ ἀκτὶς τοῦ μικροῦ κύκλου r παριστᾷ τὴν ἀκτῖνα τοῦ βαρούλκου, ἡ ὁποία εἶναι καὶ βραχίων τῆς ἀντιστάσεως, ἐνῷ ἡ ἀκτὶς τοῦ μεγάλου κύκλου R, ἡ ὁποία εἶναι καὶ βραχίων δυνάμεως, παριστᾷ τὸ μῆκος τοῦ μοχλοῦ, εἰς τὸ ἄκρον τοῦ ὁποίου ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις F.



Σχ. 175. Πολύσπαστον.



Σχ. 176. Βαροῦλκον.



Σχ. 177. Διὰ τὴν συνθήκην ἰσορροπίας βαρούλκου.

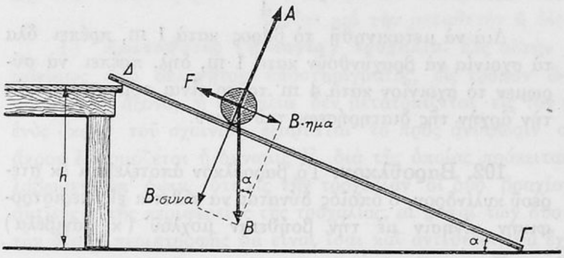
Δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν, διὰ τὴν περίπτωσιν ἰσορροπίας, λαμβάνομεν :

$$\mathrm{B} \cdot \mathrm{r} - \mathrm{F} \cdot \mathrm{R} = 0, \text{ ἐξ οὗ } \mathrm{F} = \frac{\mathrm{r}}{\mathrm{R}} \cdot \mathrm{B}$$

ἤτοι ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἰσορροπεῖ ὡρισμένον βάρος, εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ ἀκτὶς τοῦ βαρούλκου καὶ ὅσον μεγαλύτερον τὸ μῆκος τοῦ μοχλοῦ.

Ἐὰν ὁ ἄξων τοῦ βαρούλκου, ἀντὶ νὰ τοποθετηθῇ ὁριζοντίως, διαταχθῇ κατακορύφως, τότε προκύπτει ἑτέρα ἁπλῆ μηχανή, ἡ ὁποία καλεῖται ***ἐργάτης*** καὶ διὰ τὴν ὁποίαν ἰσχύει ἡ αὐτὴ συνθήκη ἰσορροπίας. Ὁ *ἐργάτης* χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν ἕλξιν βαρέων ἀντικειμένων.

103. Κεκλιμένον ἐπίπεδον. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἐκ στερεᾶς δοκοῦ παρουσιαζούσης κλίσιν πρὸς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον, χρησιμοποιεῖται δὲ κυρίως διὰ τὴν ἀνύψωσιν ἢ καταβίβασιν βαρέων ἀντικειμένων καταβάλλοντες δύναμιν μικροτέραν τοῦ βάρους (σχ. 178).

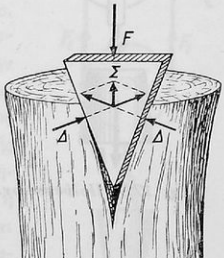


Σχ. 178. Ἡ δύναμις F ἡ ἀνυψοῦσα τὸ σῶμα εἶναι μικροτέρα τοῦ βάρους του B.

Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας εὑρίσκεται εὐκόλως ὡς ἑξῆς: Θεωρήσωμεν, ὅτι ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου γωνίας α εὑρίσκεται σῶμα βάρους B. Τὸ βάρος B ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας, μίαν παράλληλον πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον τὴν B · ημ α, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ τὴν κινητήριον συνιστῶσαν, καὶ ἄλλην τὴν B · συν α κάθετον πρὸς αὐτό. Ἡ κάθετος συνιστῶσα B · συν α, ἐφ' ὅσον τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ, ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως A τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου. Ἐπομένως πρέπει ἐπὶ τοῦ σώματος νὰ ἐπενεργῇ δύναμις F ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν B · ημ α, ἤτοι θὰ ἔχωμεν :

$$\mathrm{F} = \mathrm{B} \cdot \text{ημ}\,\alpha$$

Ἡ δύναμις F εἶναι τόσον μικροτέρα τοῦ βάρους B τοῦ σώματος, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ γωνία α τῆς κλίσεως τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου.

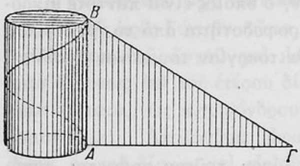


Σχ. 179. Ὅσον ὁ σφὴν εἶναι ὀξύτερος, διὰ τόσον μικροτέρας δυνάμεως F ἀντιμετωπίζονται αἱ κάθετοι δυνάμεις Δ.

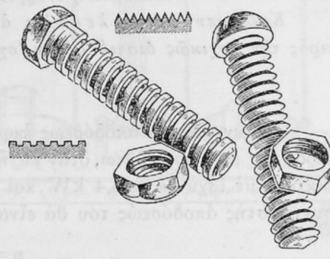
104*. Σφήν. Ἀποτελεῖται ἐκ πρίσματος συνήθως ἀπὸ ξύλον ἢ σίδηρον, ἔχει δὲ τομὴν ὀρθογώνιον ἢ ἰσοσκελοῦς τριγώνου (σχ. 179). Εἰς τὴν περίπτωσιν σφηνὸς ἔχοντος τομὴν ἰσοσκελοῦς τριγώνου, ἐὰν ἐξασκήσωμεν ἐπ' αὐτοῦ δύναμιν F, εἰσδύει διὰ τῆς ἀκμῆς του ἐντὸς τοῦ στερεοῦ σώματος. Ἐπὶ τῶν πλαγίων ἑδρῶν τοῦ σφηνὸς ἐξασκοῦνται καθέτως αἱ δυνάμεις Δ,Δ. Διὰ νὰ εὑρίσκεται δὲ ἐν ἰσορροπίᾳ ὁ σφήν, πρέπει ἡ συνισταμένη Σ τῶν δύο τούτων δυνάμεων νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν δύναμιν F. Ὅταν ἡ δύναμις F ὑπερνικήσῃ τὴν συνισταμένην Σ, ὁ σφὴν εἰσχωρεῖ ἐντὸς τοῦ στερεοῦ καὶ διασπᾷ αὐτό. Ὅσον ὀξύτερος εἶναι ὁ σφήν, τόσον μικροτέρα δύναμις F ἀπαιτεῖται διὰ τὴν διάσπασιν ἑνὸς στερεοῦ.

Ἐφαρμογὴν τοῦ σφηνὸς ἀποτελοῦν ὅλα τὰ τμητικὰ ὄργανα, ὡς ἡ μάχαιρα, τὸ ξυράφιον κλπ.

105. Κοχλίας. Ἐὰν τεμάχιον χάρτου, ἔχοντος ὀρθογώνιον τριγωνικὸν σχῆμα, περιελίξωμεν ἐπὶ κυλίνδρου, δεικνύεται διὰ ποίου τρόπου ἐκ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου προκύπτει ὁ ***κοχλίας*** (σχ. 180). Ἡ ὑποτείνουσα ΒΓ ὁρίζει μίαν γραμμὴν ἐπὶ τοῦ κυλίνδρου τῆς μορφῆς τοῦ σχήματος, ἡ ὁποία καλεῖται *στερεὰ ἕλιξ*. Ἐὰν εἰς τὸν κύλινδρον προσθέσωμεν συνεχῆ προεξοχὴν τῆς μορφῆς τῆς στερεᾶς ἕλικος, ἔχομεν τὸν κοχλίαν. Σωλὴν δὲ μὲ ἐσωτερικὴν ἐσοχὴν ἀναλόγου μορφῆς καὶ διαστάσεων δίδει τὸ *περικόχλιον*. Εἰς τὸν κυρίως κοχλίαν τὸ σπείρωμα εἶναι ἐ ξ έ χ ο ν, ἐνῷ εἰς τὸ π ε ρ ι κ ό χ λ ι ο ν, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιστρέφεται καὶ μετατοπίζεται ὁ κοχλίας, τὸ σπείρωμα εἶναι ε ἰ σ έ χ ο ν (σχ. 181). Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν σπειρῶν τοῦ κοχλίου καλεῖται *β ῆ μ α* αὐτοῦ καί, ὅταν ὁ κοχλίας ἐκτελῇ μίαν πλήρη περιστροφήν, οὗτος ὑφίσταται μετατόπισιν ἴσην πρὸς τὸ βῆμα αὐτοῦ.



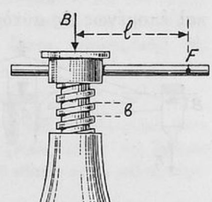
Σχ. 180. Τρόπος γενέσεως σπειρώματος κοχλίου.



Σχ. 181. Εἴδη σπειρωμάτων κοχλίου μετὰ τῶν περικοχλίων. Ἄτρακτος μὲ ἕλικα τριγωνικῆς ἐγκαρσίας τομῆς καὶ τετραγωνικῆς τομῆς.

Ὁ κοχλίας ἔχει πολλὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς καὶ κυρίως εἰς τὰ πιεστήρια ὡς καὶ εἰς ἄλλας μηχανάς.

Τὸ σχῆμα 182 δεικνύει ἀνυψωτικὴν μηχανὴν (κ. γρύλλον). Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας τῆς μηχανῆς ταύτης εὑρίσκεται ὡς ἑξῆς: Ὑποθέσωμεν, ὅτι εἰς τὸ ἄκρον τοῦ μοχλοῦ ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις F καὶ ἐπὶ τοῦ κοχλίου ἐπενεργεῖ τὸ βάρος Β σώματος. Ὅταν ὁ μοχλὸς ἐκτελῇ μίαν πλήρη περιστροφήν, ἡ μετατόπισις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως F εἶναι $2\pi l$ καὶ τὸ ἀντιστοιχοῦν ἔργον εἶναι $F \cdot 2\pi l$. Ταυτοχρόνως τὸ βάρος Β μετατοπίζεται πρὸς τὰ ἄνω κατὰ τὸ βῆμα β τοῦ κοχλίου, ἐπομένως τὸ ἀντιστοιχοῦν ἔργον εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν θὰ εἶναι $B \cdot \beta$. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τοῦ ἔργου ἔχομεν:



Σχ. 182. Ἀνυψωτὴρ αὐτοκινήτου (κ. γρύλλος).

$$F \cdot 2\pi l = B \cdot \beta \quad \text{ἢ} \quad F = \frac{\beta}{2\pi l} \cdot B$$

ἤτοι, ἡ δύναμις ἡ ἐφαρμοζομένη πρὸς ἰσορρόπησιν τοῦ βάρους Β εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον τὸ βῆμα τοῦ κοχλίου εἶναι μικρότερον καὶ ὁ βραχίων l μεγαλύτερος.

106. Συντελεστὴς ἀποδόσεως. Κατὰ τὴν μετατροπὴν ἐνεργείας (ὡς π.χ. εἰς σχ. 152) παρατηροῦμεν ἐν τῇ πράξει, ὅτι ἐξ ὡρισμένου ποσοῦ διατιθεμένης ἐνεργείας δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ μεταβληθῇ εἰς ἐνέργειαν χρησιμοποιήσιμον διὰ τὰς ἀνάγκας μας, ἢ ἄλλως εἰς ὠφέλιμον ἐνέργειαν, ἅπαν τὸ διατιθέμενον ποσόν, ἀλλὰ μέρος αὐτοῦ μετατρέπεται εἰς ἑτέραν μορφὴν ἐνεργείας, ἡ ὁποία δι' ἡμᾶς εἶναι ἀνωφελὴς καὶ ὡς ἐκ τούτου χαρακτηρίζομεν τὸ ποσὸν τοῦτο τῆς ἐνεργείας ὡς *ἀπώλειαν*. Οὕτω, π.χ. εἰς τὴν Μηχανικήν, εἶναι ἀδύνατον ἐν τῇ πράξει νὰ μετατρέψωμεν ὡρισμένον ποσὸν διατιθεμένης δυναμικῆς ἐνεργείας εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν, διότι λόγῳ τῶν ἀναποφεύκτων τριβῶν μέρος τῆς ἀρχικῆς ἐνεργείας μετατρέπεται εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία χαρακτηρίζεται ὡς ἀπώλεια. Εἰς πάσας ἐν γένει τὰς μετατροπὰς θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν:

διατιθεμένη ἐνέργεια = ὠφέλιμος ἐνέργεια + ἀπώλεια.

Καλοῦμεν συντελεστὴν ἀποδόσεως (η) τὸν λόγον τῆς ὠφελίμου ἰσχύος πρὸς τὴν ἀρχικῶς διατιθεμένην ἰσχύν, ἤτοι:

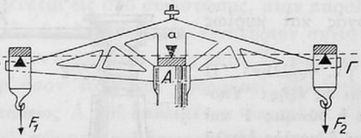
$$\eta = \frac{N_{\text{ὠφέλ.}}}{N_{\text{διατ.}}}$$

Ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεως ἐκφράζεται ὑπὸ ἀριθμοῦ, ὁ ὁποῖος εἶναι πάντοτε μικρότερος τῆς μονάδος. Οὕτω, ὅταν εἷς ἠλεκτρικὸς κινητὴρ τροφοδοτῆται ἀπὸ τὸ ἠλεκτρικὸν δίκτυον μὲ ἰσχὺν π.χ. 5,4 kW καὶ παρέχῃ κατὰ τὴν λειτουργίαν του μόνον 5 kW, ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεώς του θὰ εἶναι ἴσος πρός:

$$\eta = \frac{5 \text{ kW}}{5{,}4 \text{ kW}} = 0{,}92$$

Ὁ ἀριθμὸς 0,92 εἶναι ἴσος πρὸς 92/100, διὰ τὸν λόγον τοῦτον γράφεται συνήθως: 92 %. Εἰς τὰς θερμικὰς μηχανάς, κατὰ τὴν μετατροπὴν θερμότητος εἰς ἔργον, ἡ ἀπόδοσις εἶναι περίπου 30 %, ἐνῷ εἰς ἠλεκτρικὰς ἐγκαταστάσεις, κατὰ τὴν μετατροπὴν ἠλεκτρικῆς ἐνεργείας εἰς μηχανικὸν ἔργον, ἡ ἀπόδοσις εἶναι περίπου 85 - 90 %.

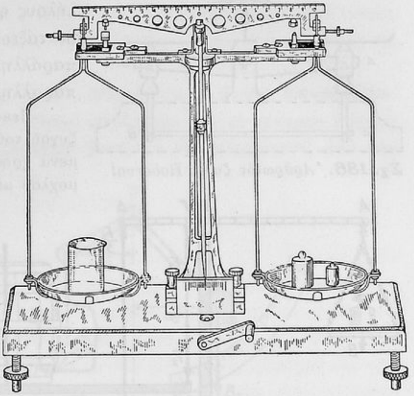
107. Ζυγός. Ὁ ζυγός, ὡς ἁπλῆ μηχανή, ἀποτελεῖ μοχλὸν μὲ δύο ἴσους βραχίονας καὶ ἑπομένως εἰς αὐτὸν ὁ ἄξων περιστροφῆς κεῖται εἰς τὸ μέσον. Τὸ κύριον μέρος αὐτοῦ εἶναι ἡ ***φάλαγξ*** (σχ. 183), ἡ ὁποία κατασκευάζεται ἐξ ἐλαφροῦ καὶ ἀνθεκτικοῦ μετάλλου καὶ ἔχει τὸ σχῆμα πρισματικῆς ράβδου. Ἡ φάλαγξ, κατὰ τὸ μέσον αὐτῆς, φέρει πρισματικὴν ἀκμὴν α ἐκ χάλυβος ἢ ἐξ ἄλλης σκληρᾶς οὐσίας (ἀχάτου κλπ.), διὰ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἐπὶ ὁριζοντίας χαλυβδίνης πλακός, τοποθετημένης ἐπὶ κατακορύφου στήλης, ἥτις στερεοῦται μονίμως ἐπὶ τῆς βάσεως Α τοῦ ζυγοῦ. Εἰς τὰ ἄκρα τῆς φάλαγγος τοποθετοῦνται πρὸς τούτοις δύο πρισματικαὶ ἀκμαί, ἀπὸ τῶν ὁποίων ἐξαρτῶνται οἱ δύο ἰσοβαρεῖς δίσκοι τοῦ ζυγοῦ. Εἰς τὸ σχῆμα 184 εἰκονίζεται ζυγὸς λίαν χρήσιμος εἰς τὰ ἐπιστημονικὰ ἐργαστήρια.



Σχ. 183. Φάλαγξ ζυγοῦ. Διακρίνονται αἱ τρεῖς πρισματικαὶ ἀκμαὶ εἰς Α, Β, Γ.

Ἡ ***εὐαισθησία*** τοῦ ζυγοῦ καθορίζεται ἐκ τῆς γωνίας, κατὰ τὴν ὁποίαν ἀποκλίνει ἡ φάλαγξ τοῦ ζυγοῦ ἀπὸ τῆς ὁριζοντίας θέσεως, διὰ τῆς προσθήκης ὡρισμένου βάρους, π.χ. 0,001 gr*, ἐπὶ τοῦ ἑνὸς τῶν δίσκων αὐτοῦ. Ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι αὐτή, τόσον περισσότερον εὐαίσθητος εἶναι ὁ ζυγός. Ἡ εὐαισθησία τοῦ ζυγοῦ εἶναι τόσον μεγαλυτέρα: 1) ὅσον τὸ μῆκος τῶν βραχιόνων τῆς φάλαγγος εἶναι μεγαλύτερον, 2) ὅσον τὸ βάρος τῆς φάλαγγος εἶναι μικρότερον καὶ 3) ὅσον τὸ κέντρον βάρους τῆς φάλαγγος εὑρίσκεται πλησιέστερον πρὸς τὸ σημεῖον στηρίξεως αὐτοῦ, δηλ. πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς.

Ἀκριβὴς ζύγισις. Ὁ ζυγὸς θεωρεῖται ὡς ***ἀκριβής,*** ὅταν ἡ φάλαγξ παραμένῃ ὁριζοντία, ἐφ' ὅσον οἱ δίσκοι εἶναι εἴτε ἀφόρτιστοι εἴτε φορτισμένοι δι' ἴσων βαρῶν. Ἡ συνθήκη δὲ ἀκριβείας τοῦ ζυγοῦ εἶναι, ὅτι οἱ δύο βραχίονες αὐτοῦ πρέπει νὰ εἶναι ἀκριβῶς ἴσοι. Δυνάμεθα ὅμως νὰ ἐπιτύχωμεν ἀκριβῆ ζύγισιν καὶ διὰ ζυγοῦ μὲ ἀ ν ί σ ο υ ς βραχίονας, ἀρκεῖ νὰ χρησιμοποιήσωμεν μίαν τῶν ἀκολούθων μεθόδων :



Σχ. 184. Ἐργαστηριακὸς ζυγός.

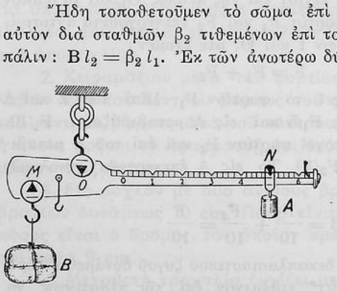
α) ***Μέθοδος τῆς ἀντικαταστάσεως.*** Θέτομεν τὸ πρὸς ζύγισιν σῶμα ἐπὶ τοῦ ἑνὸς τῶν δίσκων τοῦ ζυγοῦ καὶ ἰσορροποῦμεν αὐτὸ θέτοντες ἐπὶ τοῦ ἑτέρου δίσκου οἱαδήποτε σώματα, ὡς π.χ. χόνδρους μολύβδου, ἄμμον κλπ. Ἀκολούθως ἀφαιροῦμεν τὸ σῶμα ἐκ τοῦ δίσκου καὶ εἰς αὐτὸν θέτομεν σταθμά, μέχρις ὅτου ὁ ζυγὸς ἰσορροπήσῃ καὶ πάλιν. Τὸ βάρος τῶν σταθμῶν τούτων εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ζητούμενον βάρος τοῦ σώματος.

β) ***Μέθοδος τῆς διπλῆς ζυγίσεως.*** Εἰς περίπτωσιν καθ' ἣν ὁ ζυγὸς δὲν εἶναι ἀκριβής, δηλ. δὲν ἔχει ἴσους βραχίονας, εὑρίσκομεν τὸ ἀκριβὲς βάρος τοῦ σώματος διὰ δ ι π λ ῆ ς ζ υ γ ί σ ε ω ς. Οὕτω θέτομεν τὸ σῶμα, βάρους ἀγνώστου Β, ἐπὶ τοῦ πρὸς τ' ἀριστερὰ δίσκου τοῦ ζυγοῦ, εἰς τὸν ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ βραχίων l_1, καὶ ἰσορροποῦμεν αὐτὸν διὰ σταθμῶν β_1 τιθεμένων ἐπὶ τοῦ δεξιοῦ δίσκου τοῦ ζυγοῦ, εἰς τὸν ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ βραχίων l_2, ὁπότε ἡ φάλαγξ πρέπει νὰ διατίθεται ὁριζοντίως. Δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς τῆς φάλαγγος θὰ ἔχωμεν :

$$B \cdot l_1 = \beta_1 \cdot l_2$$

Ἤδη τοποθετοῦμεν τὸ σῶμα ἐπὶ τοῦ πρὸς τὰ δεξιὰ δίσκου τοῦ ζυγοῦ καὶ ἰσορροποῦμεν αὐτὸν διὰ σταθμῶν β_2 τιθεμένων ἐπὶ τοῦ πρὸς τ' ἀριστερὰ δίσκου τοῦ ζυγοῦ, ὁπότε θὰ ἔχωμεν πάλιν : $B\, l_2 = \beta_2\, l_1$. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω δύο σχέσεων, διὰ πολλαπλασιασμοῦ αὐτῶν κατὰ μέλη, εὑρίσκομεν :

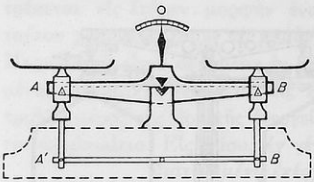
$$B = \sqrt{\beta_1 \cdot \beta_2}$$



Σχ. 185. Ρωμαϊκὸς ζυγός. Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας εἶναι Β . ΟΜ = Α . ΟΝ.

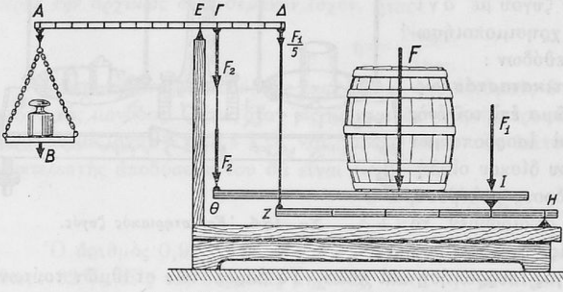
Διάφοροι τύποι ζυγῶν. Λίαν συνήθης εἶναι ὁ ***στατὴρ*** (ἢ ***ρωμαϊκὸς ζυγός***), τοῦ ὁποίου ἡ φάλαγξ ἔχει δύο ἀνίσους βραχίονας (σχ. 185). Διὰ νὰ ἰσορροπῇ οὗτος ἄνευ φορτίου, πρέπει τὸ μεταθετὸν βάρος νὰ εὑρίσκεται εἰς τὸ μηδέν. Τὸ ὑπὸ ζύγισιν βάρος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τοῦ ἄκρου τοῦ μικροτέρου βραχίονος εἰς Μ καὶ ἰσορροπεῖται διὰ τοῦ μετατιθεμένου βάρους Α κατὰ μῆκος τοῦ μεγαλυτέρου βραχίονος. Ἡ θέσις αὐτὴ παρέχει ἐπὶ τῆς βαθμολογημένης ῥάβδου τὸ ζητούμενον βάρος τοῦ σώματος.

Λίαν συνήθης ἐν χρήσει εἶναι καὶ ὁ ζυγὸς δι' *ἀρθρωτοῦ παραλληλογράμμου* (*Roberval* - Ρομπερβάλ), ὁ ὁποῖος φέρει δύο παραλλήλους φάλαγγας ΑΒ καὶ Α΄Β (σχ. 186). Λόγῳ τῆς διατάξεως ταύτης οἱ δίσκοι διατηροῦνται πάντοτε παράλληλοι πρὸς ἑαυτούς, ἂν καὶ αἱ γωνίαι τοῦ παραλληλογράμμου μεταβάλλονται.



Σχ. 186. Ἀρθρωτὸς ζυγὸς Roberval.

Δεκαπλασιαστικὸς ζυγὸς (*κ. πλάστιγξ*). Διὰ τοῦ ζυγοῦ τούτου ἐπιτυγχάνομεν νὰ ζυγίζωμεν βαρέα ἀντικείμενα χρησιμοποιοῦντες μικρὰ σταθμά. Ἀποτελεῖται ἐξ ἑνὸς μοχλοῦ μὲ δύο ἀνίσους βραχίονας ΑΔ καὶ ἐξ ἑνὸς μοχλοῦ μὲ ἕνα βραχίονα ΖΗ (σχ. 187). Ἡ πλάστιγξ ἐφωδιάζεται μὲ τὴν τράπεζαν ΘΙ διὰ τὴν τοποθέτησιν τοῦ φορτίου. Ἡ τράπεζα ΘΙ πιέζει τὸν μοχλὸν ΖΗ εἰς Ι καὶ ἕλκει τὸν μοχλὸν ΑΔ εἰς Γ. Ἡ δύναμις ἡ προερχομένη ἐκ τῶν σταθμῶν τῶν τοποθετουμένων εἰς τὸν δίσκον τῆς πλάστιγγος ἐπενεργεῖ εἰς Α ἐπὶ τοῦ μοχλοῦ ΑΔ. Ἡ ἀπόστασις ΕΓ ρυθμίζεται, ὥστε νὰ εἶναι ἴση πρὸς τὸ 1/10 τῆς ἀποστάσεως ΑΕ.



Σχ. 187. Δεκαπλασιαστικὸς ζυγός.

Οὐσιῶδες διὰ τὸν δεκαπλασιαστικὸν ζυγὸν εἶναι, ὅτι ὁ λόγος ΕΓ : ΕΔ εἶναι ἴσος πρὸς τὸν λόγον ΙΗ : ΖΗ. Πρὸς τούτοις πρέπει τὸ μέρος ΕΓ τοῦ μοχλοῦ μὲ δύο βραχίονας νὰ εἶναι τὸ 1/10 τοῦ βραχίονος ΑΕ. Διὰ τοῦ τρόπου τούτου στηρίξεως ἐπιτυγχάνεται, ὥστε ἡ τράπεζα ΘΙ νὰ μετακινῆται παραλλήλως πρὸς ἑαυτήν.

Ἡ συνθήκη ἰσορροπίας εἶναι ἡ ἑξῆς: Ἔστω F τὸ φορτίον, τὸ ὁποῖον κεῖται ἐπὶ τῆς πλακὸς ΘΙ καὶ τὸ ὁποῖον ἀναλύεται εἰς τὰ φορτία F_1 καὶ F_2 ἐπενεργοῦντα ἀντιστοίχως ἐπὶ τῶν σημείων Ι καὶ Θ, ὅτε ἔχομεν:

$$F = F_1 + F_2$$

Εἰς Ι ἐπενεργεῖ τὸ φορτίον F_1. Ἐπὶ τῶν Ζ καὶ Δ ὑφίσταται δύναμις $F_1/5$ καὶ εἰς Α μεταβιβάζεται $F_1/10$. Εἰς Θ καὶ Γ ἐπενεργεῖ φορτίον F_2 καὶ ἐπὶ τοῦ Α μεταβιβάζεται φορτίον $F_2/10$. Τὸ εἰς Α ἐπενεργοῦν συνολικῶς φορτίον εἶναι:

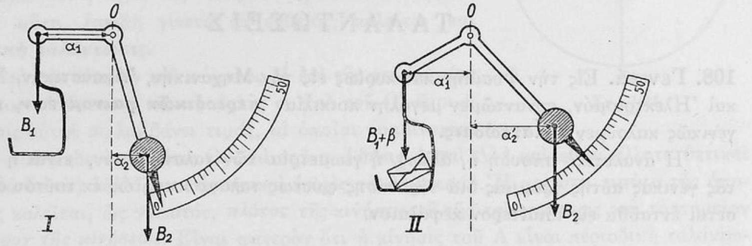
$$B = \frac{F_1}{10} + \frac{F_2}{10} = \frac{F}{10}$$

Οὕτω διὰ τοῦ δεκαπλασιαστικοῦ ζυγοῦ δυνάμεθα σῶμα βάρους π.χ. 100 kgr* τιθέμενον ἐπὶ τῆς πλάστιγγος νὰ ἰσορροπήσωμεν διὰ σταθμῶν 10 kgr*.

Σχ. 188. Νεώτερος τύπος αὐτομάτου ζυγοῦ ἐμπορίου.

Αὐτόματοι ζυγοί. Τελευταίως χρησιμοποιοῦνται εἰδικοῦ τύπου ζυγοὶ (σχ. 188), οἱ ὁποῖοι εἶναι ἐκ τῶν προτέρων βαθμολογημένοι καὶ δὲν ἀπαιτοῦν τὴν χρῆσιν σταθμῶν. Ἡ μέτρησις τῆς μάζης διὰ τῶν ζυγῶν τούτων ἐπιτυγχάνεται ὡς ἑξῆς: Ἐπὶ τῆς πλακὸς ἢ ἐπὶ τοῦ δίσκου τοῦ ζυγοῦ τοποθετοῦμεν τὸ σῶμα, ὅτε διὰ καταλλήλου μηχανισμοῦ, ὁμοίου σχεδὸν πρὸς τὸν ζυγὸν Roberval, ὁ δείκτης τοῦ ζυγοῦ μετατοπίζεται ἐνώπιον κλίμακος καὶ σταματᾷ ἔναντι ὡρισμένου ἀριθμοῦ, ὁ ὁποῖος παρέχει τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος εἰς χιλιόγραμμα ἢ γραμμάρια.

Εἰς τὸ σχῆμα 189 δεικνύεται ἄλλος τύπος ζυγοῦ αὐτομάτου, ὁ ***ζυγὸς ἐπιστολῶν.*** Ὅταν ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ τοποθετηθῇ ἓν σῶμα, ἡ φάλαγξ στρέφεται καὶ τὸ κέντρον βάρους αὐτῆς μετατοπίζεται οὕτως, ὥστε ἡ δημιουργουμένη ροπὴ νὰ ἀντισταθμισθῇ ἀπὸ τὴν



Σχ. 189. Τὸ βάρος παρέχεται ἀπ' εὐθείας ἐπὶ τῆς βαθμολογημένης κλίμακος.

ροπὴν τοῦ πρὸς ζύγισιν βάρους. Οὕτω, ὅταν ὁ ζυγὸς εἶναι κενός, ἡ συνθήκη ἰσορροπίας αὐτοῦ εἶναι $B_1 \cdot \alpha_1 = B_2 \cdot \alpha_2$, ὅταν δὲ ἐπὶ τοῦ δίσκου τεθῇ ἀντικείμενον, ἰσχύει ἡ σχέσις: $(B_1 + \beta) \cdot \alpha'_1 = B_2 \cdot \alpha'_2$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Διὰ νὰ ἐξαγάγωμεν ἓν καρφίον ἀπὸ τεμαχίου ξύλου, ἀπαιτεῖται δύναμις 100 kgr*. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ δύναμις ἡ ἀπαιτουμένη διὰ τὴν ἐξαγωγὴν τοῦ καρφίου μὲ κατάλληλον ἐξωλκέα, τοῦ ὁποίου τὸ ὑπομόχλιον ἀπέχει 4 cm ἀπὸ τοῦ καρφίου καὶ ἡ λαβὴ 20 cm ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου.

2. Χειραμάξιον μετὰ τοῦ φορτίου του ζυγίζει 60 kgr*. Ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις τῶν λαβῶν ἀπὸ τοῦ κέντρου βάρους τοῦ φορτισμένου ἁμαξίου εἶναι 120 cm καὶ ἡ ἀπόστασις τοῦ κέντρου βάρους ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ τροχοῦ εἶναι 45 cm. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ δύναμις, ἡ ὁποία πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ ἑκάστης λαβῆς τοῦ ἁμαξίου, διὰ νὰ διατίθεται τὸ χειραμάξιον ὁριζοντίως.

3. Εἰς μοχλὸν μὲ δύο ἀνίσους βραχίονας ὁ βραχίων ἀντιστάσεως εἶναι 30 cm καὶ ὁ βραχίων δυνάμεως 70 cm. Πόση εἶναι ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἰσορροπεῖ φορτίον 84 kgr*, καὶ πόσος εἶναι ὁ δρόμος, τὸν ὁποῖον πρέπει νὰ διανύσῃ ἡ δύναμις, ὅταν τὸ φορτίον ἀνυψοῦται κατὰ 9 cm.

4. Μεταθετὴ τροχαλία ζυγίζει μετὰ τῆς τροχαλιοθήκης 2 kgr*. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ ἐλαχίστη δύναμις, διὰ νὰ ἀνυψώσῃ φορτίον 125 kgr*, ὅταν ἡ τριβὴ εἶναι ἀμελητέα.

5. Πολύσπαστον περιλαμβάνει τροχαλιοθήκας, ἑκάστη τῶν ὁποίων περιέχει 4 τροχαλίας. Ἡ κινητὴ τροχαλιοθήκη ζυγίζει 4 kgr*. Ποία δύναμις ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἀνύψωσιν βάρους 640 kgr*. Πόσος εἶναι ὁ δρόμος, τὸν ὁποῖον διανύει τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως, ὅταν τὸ φορτίον ἀνυψοῦται κατὰ 2,4 m.

6. Εἰς ζυγὸν μὲ δύο βραχίονας ὁ εἷς τῶν βραχιόνων εἶναι ὀλίγον μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν ἄλλον. Ἐὰν ἀντικείμενον εὑρίσκεται εἰς τὸν δίσκον Α, ἰσορροπεῖται μὲ σταθμὰ 24,98 gr* τιθέμενα εἰς τὸν δίσκον Β. Ὅταν τὸ ἀντικείμενον τεθῇ εἰς τὸν δίσκον Β, τότε ἰσορροπεῖται μὲ σταθμὰ 24,50 gr* τιθέμενα εἰς τὸν δίσκον Α. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ λόγος τῶν βραχιόνων τοῦ ζυγοῦ καὶ τὸ πραγματικὸν βάρος τοῦ σώματος.

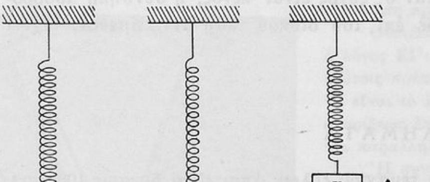
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Η΄

ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

108. Γενικά. Εἰς τὴν Φυσικὴν καὶ κυρίως εἰς τὴν Μηχανικήν, Ἀκουστικήν, Ὀπτικὴν καὶ Ἠλεκτρισμόν, συναντῶμεν μεγάλην ποικιλίαν ***περιοδικῶν φαινομένων,*** τὰ ὁποῖα γενικῶς καλοῦμεν ***ταλαντώσεις.***

Ἡ ἀναλυτικὴ σπουδὴ ἤ, ἄλλως, ἡ γεωμετρία τῶν ταλαντώσεων, εἶναι ἡ αὐτὴ εἰς τὰς γενικὰς αὐτῆς γραμμὰς διὰ τὰς πάσης φύσεως ταλαντώσεις, ὡς ἐκ τούτου ἀναπτύσσεται ἐνταῦθα εἰς ἰδιαίτερον κεφάλαιον.

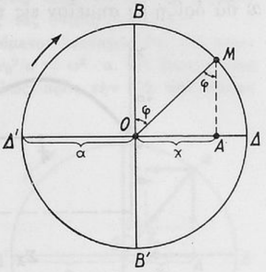
109. Ἁπλῆ ἁρμονικὴ κίνησις. Ἔστω ὅτι ἀπὸ ἀκλονήτου σημείου ἐξαρτῶμεν ἐλατήριον, εἰς τὸ κάτω ἄκρον τοῦ ὁποίου ἐξαρτῶμεν σῶμα μάζης m (σχ. 190). Τὸ σῶμα διατείνει λόγῳ τοῦ βάρους του τὸ ἐλατήριον καὶ τέλος ἰσορροπεῖ. Ἐὰν ἤδη σύρωμεν διὰ τῆς χειρὸς τὸ ἐξηρτημένον σῶμα πρὸς τὰ κάτω, ὥστε τὸ ἐλατήριον νὰ διαταθῇ ὀλίγον, τὸ δὲ σῶμα νὰ λάβῃ τὴν θέσιν Β, καὶ ἀφήσωμεν ἀκολούθως αὐτὸ ἐλεύθερον, παρατηροῦμεν ὅτι τοῦτο δὲν ἰσορροπεῖ, ἀλλὰ ταλαντεύεται παλινδρομικῶς περὶ τὴν μέσην θέσιν ἰσορροπίας καὶ μεταξὺ τῶν ἄκρων θέσεων Β καὶ Α. Ἡ τοιαύτη περιοδικὴ κίνησις τοῦ σώματος καλεῖται ***ἁπλῆ ἁρμονικὴ κίνησις*** καὶ ἀποτελεῖ τὴν ἁπλουστάτην μορφὴν μηχανικῆς ταλαντώσεως.



Σχ. 190. Ἡ μᾶζα m ἐκτελεῖ ἁρμονικὴν κίνησιν περὶ τὴν θέσιν ἰσορροπίας της ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως F.

Ἡ ἀπόστασις ΓΒ = ΓΑ = α καλεῖται ***πλάτος*** τῆς κινήσεως (ἢ τῆς ταλαντώσεως), ὁ δὲ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ τὴν μετάβασιν διαδοχικῶς τοῦ σώματος ἀπὸ Γ εἰς Β, ἀπὸ Β εἰς Γ, ἀπὸ Γ εἰς Α καὶ τέλος ἀπὸ Α εἰς Γ καλεῖται ***περίοδος (Τ)*** τῆς κινήσεως (ἢ τῆς ταλαντώσεως). Ἡ ἑκάστοτε ἀπόστασις α τῆς μάζης τοῦ σώματος ἀπὸ τῆς θέσεως ἰσορροπίας της καλεῖται ***ἀπόκλισις*** (ἢ ***ἀπομάκρυνσις***).

110. Θεωρητικὴ ἔρευνα τῆς ἁπλῆς ἁρμονικῆς κινήσεως. α) Θεωρήσωμεν, ὅτι σῶμα ἀνηγμένον εἰς ὑλικὸν σημεῖον κινεῖται ἰσοταχῶς ἐπὶ περιφερείας κύκλου ἀκτῖνος α ὑπὸ γωνιακὴν ταχύτητα ω καὶ ὅτι εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν Β (σχ. 191). Μετὰ παρέλευσιν χρόνου t τὸ σῶμα θὰ εὑρίσκεται εἰς Μ, θὰ εἶναι δὲ ἡ γωνία ΒΟΜ $= \varphi = \omega t$. Ἐὰν ἤδη θεωρήσωμεν τὴν προβολὴν Α τοῦ Μ ἐπὶ τῆς διαμέτρου Δ΄Δ, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅταν τὸ σῶμα Μ κινῆται ἐπὶ τῆς περιφερείας κατὰ τὴν φορὰν τοῦ βέλους, ἡ προβολὴ αὐτοῦ Α κινεῖται ἐπὶ τῆς διαμέτρου Δ΄Δ παλινδρομικῶς περὶ τὸ σημεῖον Ο. Ἡ τοιαύτη κίνησις, τὴν ὁποίαν ἐκτελεῖ τὸ σημεῖον Α, ὀνομάζεται *ἁπλῆ ἁρμονικὴ κίνησις* (ἢ *ταλάντωσις*). Ἡ κίνησις αὕτη, ἐπειδὴ γίνεται ἐπ᾽ εὐθείας, καλεῖται καὶ ***γραμμικὴ ταλάντωσις.***



Σχ. 191.

Κατὰ τὴν κίνησιν τοῦ σώματος Μ ἐπὶ τῆς περιφερείας ἡ ἑκάστοτε ἀπόστασις τῆς προβολῆς Α ἀπὸ τοῦ Ο, ἤτοι ἡ ἀπόκλισις αὐτοῦ x, λαμβάνει τιμάς, αἱ ὁποῖαι κυμαίνονται μεταξὺ τοῦ μηδενὸς (θέσις Ο) καὶ τοῦ α (θέσις Δ καὶ Δ΄) καὶ εἶναι ἄλλοτε θετικαὶ (πρὸς τὰ δεξιὰ) καὶ ἄλλοτε ἀρνητικαὶ (πρὸς τὰ ἀριστερά). Ἡ μεγίστη τιμὴ α τῆς ἀποκλίσεως καλεῖται, ὡς γνωστόν, *πλάτος* τῆς κινήσεως ἢ τῆς ταλαντώσεως καὶ τὸ σημεῖον Ο *κέντρον τῆς κινήσεως*. Εἶναι φανερὸν ὅτι ἡ κίνησις τοῦ Α εἶναι περιοδικὴ ταλάντωσις, διότι ἐπαναλαμβάνεται ἡ αὐτὴ μετὰ ὡρισμένον χρονικὸν διάστημα.

β) ***Ἐξίσωσις τῆς ἁρμονικῆς ταλαντώσεως.*** Ἂς θεωρήσωμεν, ὅτι τὸ κινούμενον ἐπὶ τῆς περιφερείας σῶμα εὑρίσκεται μετὰ χρόνον t εἰς Μ, ἡ δὲ προβολή του εἰς Α. Κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην ἡ θέσις τοῦ σημείου Α προσδιορίζεται ἀπὸ τὴν ἀπόκλισιν $x =$ ΟΑ. Ἐκ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου ΟΜΑ ἔχομεν :

$$x = \alpha \cdot \text{ημ}\, \varphi$$

Ἐπειδὴ τὸ κινητὸν κινεῖται ὁμαλῶς ὑπὸ σταθερὰν γωνιακὴν ταχύτητα ω, θὰ εἶναι εἰς χρόνον t, $\varphi = \omega t$, ὅτε ἡ ἄνω σχέσις γράφεται :

$$\boxed{x = \alpha \cdot \text{ημ}\, \omega t} \qquad (1)$$

Ἡ σχέσις αὕτη ἀποτελεῖ τὴν *θεμελιώδη ἐξίσωσιν* τῆς ἁρμονικῆς ταλαντώσεως. Ἐὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) τεθῇ $\omega = 2\pi/T$ ἢ $\omega = 2\pi\nu$, δύναται αὕτη νὰ γραφῇ καὶ ὑπὸ τὴν μορφήν :

$$x = \alpha \cdot \text{ημ}\frac{2\pi}{T} \cdot t = \alpha \cdot \text{ημ}\, 2\pi\nu \cdot t \qquad (2)$$

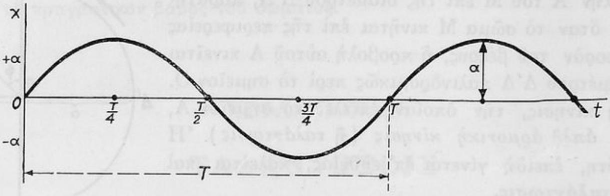
Εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) ἡ γωνία ωt, ἡ ὁποία διαρκῶς αὐξάνει μετὰ τοῦ χρόνου, καλεῖται ***φάσις*** τῆς ταλαντώσεως, τὸ δὲ μέγεθος ω καλεῖται ***κυκλικὴ συχνότης*** αὐτῆς.

γ) ***Γραφικὴ παράστασις ἡμιτονοειδοῦς ταλαντώσεως.*** Ἡ θεμελιώδης ἐξίσωσις :

$$x = \alpha \cdot \text{ημ}\frac{2\pi}{T} \cdot t$$

Χρόνος t	Θέσις τοῦ κινητοῦ x
0	0
$\frac{T}{4}$	$+\alpha$
$\frac{T}{2}$	0
$\frac{3T}{4}$	$-\alpha$
T	0

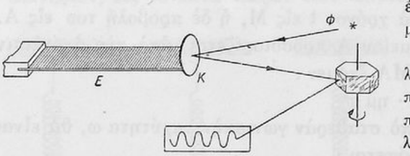
ἐπιδέχεται τὴν ἀκόλουθον γραφικὴν παράστασιν. Ἐὰν εἰς τὸν χρόνον t δώσωμεν διαφόρους τιμάς, δυνάμεθα ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης νὰ εὕρωμεν τὰς ἀντιστοίχους τιμὰς τοῦ x καὶ νὰ σχηματίσωμεν τὸν ἀνωτέρω πίνακα. Ἐὰν ἤδη λάβωμεν ὀρθογωνίους ἄξονας, ἐκ τῶν ὁποίων ὁ ὁριζόντιος νὰ εἶναι ἄξων χρόνων t καὶ ὁ κατακόρυφος ἄξων ἀποκλίσεων x, τότε ἕκαστον ζεῦγος ἀντιστοίχων τιμῶν τῶν t καὶ x θὰ ὁρίζῃ ἓν σημεῖον εἰς τὸ ἐπίπεδον, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 192. Ἐὰν τὰ οὕτω



Σχ. 192. Γραφικὴ παράστασις ἡμιτονοειδοῦς.

ὁριζόμενα σημεῖα ἑνώσωμεν διὰ συνεχοῦς γραμμῆς, προκύπτει καμπύλη ἡ ὁποία δεικνύει τὸν νόμον τῆς μεταβολῆς τῆς ἀποκλίσεως μετὰ τοῦ χρόνου, ἡ γραμμὴ δὲ αὕτη καλεῖται **ἡμιτονοειδής.** Μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ διαγράμματος τούτου δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν, ποία εἶναι ἡ ἀπόκλισις x τοῦ κινητοῦ εἰς οἱανδήποτε χρονικὴν στιγμήν.

δ) Πειραματικὴ ἀναπαραγωγὴ τῆς ἡμιτονοειδοῦς καμπύλης. Ἔλασμα Ε, ἀποτελούμενον π.χ. ἐκ χαλυβδίνου ἐλατηρίου, στερεοῦμεν κατὰ τὸ ἓν ἄκρον αὐτοῦ ἐπὶ ἀκλονήτου ὑποστηρίγματος, ἐνῷ εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον αὐτοῦ στερεοῦται μικρὸν ἐπίπεδον κάτοπτρον Κ (σχ. 193).



Σχ. 193. Ἁρμονικὴ ταλάντωσις ἐλάσματος Ε καὶ ὀπτικὴ ἀνάλυσις τῆς ἡμιτονοειδοῦς καμπύλης.

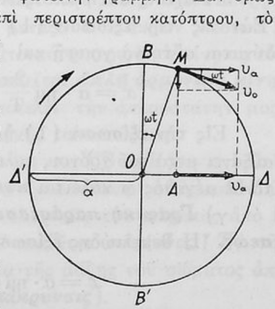
Ἐπὶ τοῦ κατόπτρου ἀφήνομεν νὰ προσπέσῃ λεπτὴ δέσμη φωτὸς προερχομένη ἀπὸ φωτεινὴν πηγὴν Φ, ὅτε αὕτη ἀνακλωμένη ἐπὶ τοῦ κατόπτρου Κ παρέχει ἐπὶ διαφράγματος φωτεινὴν κηλῖδα. Ἐὰν θέσωμεν τὸ ἔλασμα εἰς κίνησιν, ὅτε τὸ ἄκρον αὐτοῦ ἐκτελεῖ κίνησιν, ἡ ὁποία θεωρεῖται ὅτι εἶναι ἁρμονική, τότε λόγῳ τῆς διαρκείας τῆς φωτεινῆς ἐντυπώσεως ἀντὶ φωτεινῆς κηλῖδος βλέπομεν μικρὰν φωτεινὴν γραμμήν. Ἐὰν ὅμως δεχθῶμεν προηγουμένως τὴν ἀνακλωμένην φωτεινὴν δέσμην ἐπὶ περιστρέπτου κατόπτρου, τὸ ὁποῖον θέτομεν εἰς περιστροφικὴν κίνησιν ὑπὸ κατάλληλον ταχύτητα, βλέπομεν νὰ σχηματίζεται ἐπὶ τοῦ διαφράγματος φωτεινὴ καμπύλη, ἡ ὁποία συμπίπτει πρὸς ἡμιτονοειδῆ.

ε) *Ταχύτης εἰς τὴν ἁρμονικὴν κίνησιν.* Θεωρήσωμεν, ὅτι τὸ σῶμα κινεῖται ἐπὶ τῆς περιφερείας κύκλου ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα $υ_0$. Ἡ ταχύτης αὕτη ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας, τὴν $υ_α$, ἡ ὁποία εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν Δ΄Δ, καὶ ἑτέραν, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος ἐπ' αὐτὴν (σχ. 194). Ἐκ τῶν δύο τούτων συνιστωσῶν ἡ $υ_α$ εἶναι ἴση πρός:

$$υ_α = υ_0 \cdot συν\, ωt \qquad (3)$$

καὶ παριστᾷ τὴν εἰς ἑκάστην τοῦ χρόνου στιγμὴν ταχύτητα τοῦ σημείου Α, ἐνῷ ἡ κάθετος πρὸς αὐτὴν συνιστῶσα εἶναι ἄνευ σημασίας διὰ τὴν κίνησιν τοῦ σημείου Α. Ἐπειδὴ $υ_0 = ω \cdot α$, θὰ εἶναι:

$$υ_α = ω \cdot α \cdot συν\, ωt \qquad (4)$$



Σχ. 194.

Ἐκ τῶν ἄνω σχέσεων παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ ἁρμονικὴ κίνησις ἀποτελεῖ κίνησιν μεταβαλλομένην, διότι ἡ ταχύτης δὲν παραμένει σταθερά, ἀλλὰ μεταβάλλεται μετὰ τοῦ χρόνου, καὶ ἐπομένως ἡ ἁρμονικὴ κίνησις ἔχει ἐπιτάχυνσιν.

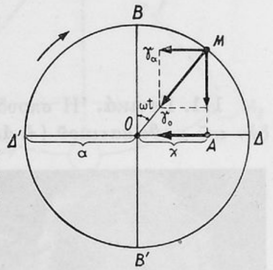
Ἡ ταχύτης ἔχει μεγίστην τιμήν, ὅταν $\omega t = 0^0$, ἤτοι ὅταν τὸ κινητὸν διέρχεται διὰ τοῦ σημείου Ο, καὶ μηδέν, ὅταν $\omega t = 90^0$, δηλ. ὅταν τὸ κινητὸν εὑρίσκεται εἰς τὰς θέσεις Δ καὶ Δ′.

ς) ***Ἐπιτάχυνσις τῆς ἁρμονικῆς κινήσεως.*** Τὸ σῶμα Μ κινούμενον ἰσοταχῶς ἐπὶ τῆς περιφερείας ἔχει, ὡς εἶναι ἤδη γνωστόν, κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν $\gamma_0 = \upsilon_0^2/\alpha = \omega^2 \cdot \alpha$. Ἡ ἐπιτάχυνσις αὕτη ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας τὴν γ_α διευθυνομένην παραλλήλως πρὸς τὴν Δ′Δ καὶ ἑτέραν κάθετον ἐπ' αὐτὴν (σχ. 195). Ἐκ τούτων ἡ συνιστῶσα γ_α εἶναι ἴση πρός :

$$\gamma_\alpha = \gamma_0 \cdot \eta\mu\, \omega t \qquad (5)$$

Ἐὰν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ὅτι $\gamma_0 = \upsilon^2/\alpha$ ἢ $\omega^2 \cdot \alpha$, ἡ ἀνωτέρω σχέσις δύναται νὰ γραφῇ καὶ ὑπὸ τὰς ἀκολούθους μορφάς :

$$\gamma_\alpha = \frac{\upsilon^2}{\alpha} \cdot \eta\mu\, \omega t = \omega^2 \alpha \cdot \eta\mu\, \omega t \qquad (6)$$



Σχ. 195.

Ἐκ τῶν ἄνω σχέσεων συνάγομεν, ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν ἁρμονικὴν κίνησιν μεταβάλλεται μετὰ τοῦ χρόνου. Ἐκ τῆς σχέσεως (5) προκύπτει $\eta\mu\, \omega t = x/\alpha$ καί, ἐὰν τὴν τιμὴν ταύτην τοῦ $\eta\mu\, \omega t$ ἀντικαταστήσωμεν εἰς τὰς ἐξισώσεις (6), εὑρίσκομεν :

$$\gamma_\alpha = \frac{\upsilon_0^2}{\alpha^2} x = \omega^2 x \qquad (7)$$

Ἐπειδὴ δὲ $\upsilon_0^2/\alpha^2 = \omega^2$ παριστᾷ ποσότητα σταθεράν, δυνάμεθα νὰ θέσωμεν $\upsilon_0^2/\alpha^2 = \upsilon^2 = k$, ὁπότε ἡ σχέσις (7) γράφεται :

$$\gamma_\alpha = k \cdot x \qquad (8)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης προκύπτει ὁ ἀκόλουθος νόμος διὰ τὴν ἁρμονικὴν κίνησιν : *« Εἰς τὴν ἁρμονικὴν κίνησιν ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ κινητοῦ εἶναι ἀνάλογος τῆς ἀποκλίσεως τοῦ κινητοῦ καὶ διευθύνεται πάντοτε πρὸς τὸ κέντρον τῆς κινήσεως».*

Ἐκ τοῦ σχήματος 195 δεικνύεται εὐκόλως, ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς ἁρμονικῆς κινήσεως θεωρουμένη ὡς διάνυσμα ἔχει πάντοτε ἀντίθετον διεύθυνσιν τῆς ἀποκλίσεως καὶ ἐπομένως ὑπὸ διανυσματικὴν μορφὴν ἡ ἐξίσωσις γράφεται :

$$\gamma_\alpha = - k \cdot x$$

ζ) ***Περίοδος τῆς ἁρμονικῆς κινήσεως.*** Ἡ περίοδος τῆς ἁρμονικῆς κινήσεως τοῦ σημείου Α συμπίπτει προφανῶς πρὸς τὴν περίοδον Τ τῆς κινήσεως τοῦ σώματος Μ ἐπὶ τῆς περιφερείας, δεδομένου ὅτι ὅταν τὸ σημεῖον Μ ἀρχόμενον τῆς κινήσεως αὐτοῦ ἀπὸ τοῦ Β ἐκτελέσῃ μίαν πλήρη περιφοράν, ὅτε ἐπανέρχεται εἰς Β, τότε καὶ τὸ σημεῖον Α ἀρχόμενον τῆς κινήσεως αὐτοῦ ἐκ τοῦ Ο μετὰ πάροδον τοῦ χρόνου Τ ἐκτελεῖ μίαν πλήρη ταλάντωσιν καὶ ἐπανέρχεται εἰς Ο. Γνωρίζομεν ὅμως, ὅτι εἶναι $\upsilon_0 \cdot T = 2\,\pi \cdot \alpha$, ἤτοι :

$$T = \frac{2\pi\alpha}{\upsilon_0} = \frac{2\pi}{\upsilon_0/\alpha}$$

Ἐπειδὴ δὲ εἶναι $\upsilon_0^2/\alpha^2 = k$, τότε $\upsilon_0/\alpha = \sqrt{k}$ καὶ ἡ περίοδος τῆς ἁρμονικῆς κινήσεως γράφεται ὑπὸ τὴν μορφήν :

$$\boxed{T = \frac{2\,\pi}{\sqrt{k}}} \qquad (9)$$

η) ***Δύναμις προκαλοῦσα τὴν ἁρμονικὴν κίνησιν.*** Ἐὰν m ἡ μᾶζα τοῦ κινητοῦ, τότε κατὰ τὸν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς θὰ ἔχωμεν $F = m \cdot \gamma$. Ἐξ ἄλλου γνωρίζομεν, ὅτι $\gamma = k \cdot x$, ἐπομένως διὰ τὴν ἁρμονικὴν κίνησιν θὰ εἶναι :

$$F = m \cdot kx \qquad (10)$$

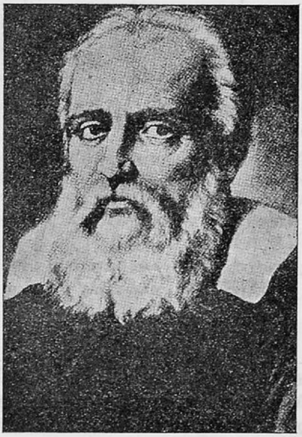
ὅπου $k = \upsilon^2/\alpha^2 = \omega^2 = 4\pi^2/T^2$. Ἐπειδὴ δὲ ἡ κινητήριος δύναμις θεωρουμένη ὡς διάνυσμα ἔχει πάντοτε τὴν ἰδίαν διεύθυνσιν πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν, θὰ διευθύνεται διαρκῶς πρὸς τὸ κέντρον τῆς κινήσεως καὶ ἡ διανυσματικὴ ἐξίσωσις αὐτῆς εἶναι :

$$F = - m \cdot kx$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης συνάγομεν τὸν ἀκόλουθον νόμον: « *Ἡ δύναμις ἡ προκαλοῦσα τὴν ἁρμονικὴν κίνησιν εἶναι εἰς ἑκάστην τοῦ χρόνου στιγμὴν ἀνάλογος τῆς ἀποκλίσεως καὶ διευθύνεται πάντοτε πρὸς τὸ κέντρον τῆς κινήσεως* ». Ἀλλὰ καὶ ἡ ἀντίστροφος πρότασις ἀληθεύει, ἤτοι: « *Ἐὰν ἐπὶ κινητοῦ κινουμένου ἐπὶ εὐθείας ἐπενεργῇ δύναμις, ἡ ὁποία εἶναι ἀνάλογος τῆς ἑκάστοτε ἀποστάσεως τοῦ κινητοῦ ἀπὸ σταθεροῦ σημείου κειμένου ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, καὶ διευθύνεται πάντοτε πρὸς τὸ σημεῖον τοῦτο, ἡ κίνησις τοῦ κινητοῦ εἶναι ἁπλῆ ἁρμονικὴ κίνησις* ». Τὴν ἀπόδειξιν τῆς προτάσεως ταύτης παραλείπομεν ὡς ἐξερχομένην τοῦ πλαισίου τοῦ βιβλίου τούτου.

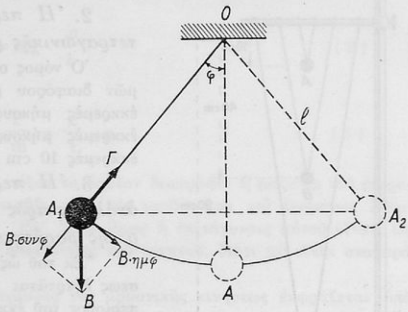
ΕΚΚΡΕΜΕΣ

111. Γενικά. Ἡ σπουδὴ τοῦ ἐκκρεμοῦς διαιρεῖται εἰς δύο μέρη: εἰς τὴν σπουδὴν τοῦ ***μαθηματικοῦ*** (ἢ ***ἁπλοῦ***) ἐκκρεμοῦς καὶ εἰς τὴν τοῦ ***φυσικοῦ*** (ἢ ***συνθέτου***) ἐκκρεμοῦς. Εἰς τὴν Φυσικήν, καλοῦμεν μαθηματικὸν ἐκκρεμὲς *ὑλικὸν σημεῖον ἐξηρτημένον ἀπὸ ἀκλονήτου σημείου διὰ νήματος ἄνευ βάρους καὶ μὴ ἐκτατοῦ*. Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ προκύπτει, ὅτι τὸ ἐκκρεμὲς τοῦτο ἀποτελεῖ ἔννοιαν καθαρῶς θεωρητικήν, μὴ δυνάμενον νὰ πραγματοποιηθῇ (εἰς τοῦτο δὲ ὀφείλεται καὶ ὁ χαρακτηρισμὸς αὐτοῦ ὡς μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς). Τὸ φυσικὸν ἐκκρεμὲς ἐξ ἄλλου εἶναι πραγματοποιήσιμον *καὶ συνίσταται ἐκ σώματος βαρέος, δυναμένου νὰ στρέφεται περὶ ἄξονα μὴ διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ.*



GALILEO GALILEI (1564 - 1642)
Ἰταλὸς Μαθηματικός, Ἀστρονόμος καὶ Φυσικός. Καθηγητὴς εἰς Πίζαν καὶ Πάδουαν. Ὁ Γαλιλαῖος εἶναι ὁ θεμελιωτὴς τῆς πειραματικῆς μεθόδου εἰς τὴν Φυσικήν. Ἐπειραματίσθη ἐπὶ τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων καὶ τοῦ ἐκκρεμοῦς.

112. Σπουδὴ τῆς κινήσεως τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς. Ἔστω μαθηματικὸν ἐκκρεμὲς ἀποτελούμενον ἀπὸ ὑλικὸν σημεῖον μάζης m, βάρους B καὶ μήκους l, ἐξηρτημένον διὰ νήματος ἀβαροῦς καὶ μὴ ἐκτατοῦ ἀπὸ τοῦ ἀκλονήτου σημείου O (σχ. 196). Ἐὰν ἀπομακρύνωμεν τὸ ἐκκρεμὲς ἀπὸ τὴν θέσιν OA τῆς ἰσορροπίας του καὶ τὸ φέρωμεν εἰς τὴν θέσιν OA_1, τοῦτο δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ διατηρηθῇ εἰς τὴν θέσιν ταύτην. Πράγματι εἰς τὴν θέσιν A_1 ἐπενεργεῖ τὸ βάρος B τοῦ ἐκκρεμοῦς, τὸ ὁποῖον ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας, ἤτοι μίαν κατὰ τὴν προέκτασιν τοῦ νήματος, τὴν $B \cdot \text{συν}\,\varphi$, καὶ ἑτέραν τὴν $B \cdot \text{ημ}\,\varphi$ κάθετον ἐπ' αὐτήν, ὡς δεικνύει τὸ σχῆμα. Ἐκ τῶν δύο τούτων συνιστωσῶν δυνάμεων ἡ μὲν $B \cdot \text{συν}\,\varphi$ ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς τάσεως Γ τοῦ νήματος, ἐνῷ ἡ $B \cdot \text{ημ}\,\varphi$ εἶναι ἡ κινητήριος δύναμις. Ὅταν τὸ ἐκκρεμὲς ἀφεθῇ ἐλεύθερον, φέρεται ἐπιταχυνόμενον ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῆς κινητηρίου συνιστώσης πρὸς τὴν θέσιν ἰσορροπίας A, τὴν ὁποίαν ὅμως λόγῳ τῆς ἀδρανείας ὑπερβαίνει καὶ ἐξακολουθεῖ κινούμενον πρὸς τὰ δεξιὰ διαγράφον τὸ τόξον AA_2. Κατὰ τὴν διάρκειαν ὅμως τῆς κινήσεως αὐτοῦ κατὰ μῆκος τοῦ τόξου τούτου, ἡ κίνησις εἶναι ἐπιβραδυνομένη. Εἰς τὴν θέσιν A_2, ἡ ὁποία εἶναι συμμετρικὴ τῆς θέσεως A_1 ἐκκινήσεως καὶ εἰς τὴν ὁποίαν ἡ ταχύτης του ἔχει μηδενισθῆ, τὸ ἐκκρεμὲς εὑρίσκεται ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας ὡς εἰς A_1 καὶ ἑπομένως ἄρχεται κινούμενον πρὸς τὰ ἀριστερὰ διαγράφον τὸ τόξον A_2A_1 ἐκτελοῦν οὕτω περιοδικὴν κίνησιν, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ μηχανικὴν ταλάντωσιν. Εἰς τὰ σημεῖα A_1 καὶ A_2, ὅπου τὸ ἐκκρεμὲς εὑρίσκεται εἰς τὸ ἄκρον τῆς τροχιᾶς του, ἀποκτᾷ δυναμικὴν μὲν ἐνέργειαν μεγίστην, διότι ἡ ἀνύψωσίς του εἶναι μεγίστη, ἐνῷ ἡ κινητική του ἐνέργεια εἶναι μηδέν, καθότι εἰς τὰ σημεῖα ταῦτα ἡ ταχύτης του εἶναι μηδέν. Εἰς τὴν θέσιν ἰσορροπίας Α ἡ μὲν δυναμικὴ ἐνέργεια εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, ἡ δὲ κινητικὴ ἐνέργεια εἶναι μεγίστη, ἐνῷ εἰς τὰς ἐνδιαμέσους θέσεις ἡ ἐνέργεια εἶναι ἐν μέρει δυναμικὴ καὶ ἐν μέρει κινητική· τὸ ἄθροισμα δὲ αὐτῶν εἶναι πάντοτε ἴσον πρὸς τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν εἰς A_1 ἢ A_2, ἢ πρὸς τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν εἰς Α.



Σχ. 196. Μαθηματικὸν ἐκκρεμές.

Τὴν ὡς ἄνω κίνησιν τοῦ ἐκκρεμοῦς καλοῦμεν *κίνησιν αἰωρήσεων* (ἢ *ταλαντώσεων*). Ἡ μετάβασις τοῦ ἐκκρεμοῦς ἀπὸ τῆς θέσεως OA_1 εἰς τὴν OA_2 καλεῖται *ἁπλῆ αἰώρησις* (ταλάντωσις) καὶ ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος πρὸς τοῦτο *διάρκεια τῆς ἁπλῆς αἰωρήσεως* (ταλαντώσεως). Ἡ μετάβασις τοῦ ἐκκρεμοῦς ἀπὸ τῆς θέσεως OA_1 εἰς OA_2 καὶ ἡ ἐπάνοδος ἐκ νέου εἰς τὴν θέσιν OA_1 ἀποτελεῖ *πλήρη αἰώρησιν* (ταλάντωσιν), ὁ δὲ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος πρὸς τοῦτο καλεῖται *περίοδος* τῆς κινήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς. Τὸ μῆκος ΟΑ καλεῖται *μῆκος* τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς, ἡ δὲ γωνία A_1OA_2 καλεῖται *πλάτος* τῆς αἰωρήσεως (ταλαντώσεως). Συνήθως ὡς πλάτος τῆς αἰωρήσεως λαμβάνεται ἡ γωνία φ, ἤτοι τὸ ἥμισυ τῆς ἀνωτέρω γωνίας.

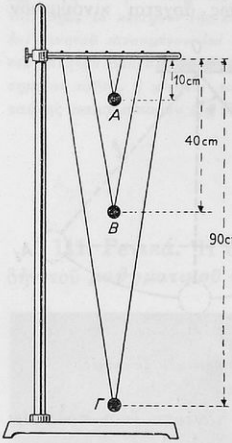
Νόμοι τῆς κινήσεως τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς. Ἐὰν διὰ Τ καλέσωμεν τὴν περίοδον κινήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς, l τὸ μῆκος αὐτοῦ καὶ ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ πλάτος τῶν αἰωρήσεων εἶναι μικρὸν (ἤτοι ἡ γωνία φ μικροτέρα τῶν 2^0 ἕως 3^0), ἀποδεικνύεται, ὡς θὰ ἴδωμεν κατωτέρω, ὅτι ἡ περίοδος τῆς κινήσεως τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} \quad \text{ἤτοι} \quad \boxed{\text{περίοδος} = 2\pi\sqrt{\frac{\text{μῆκος ἐκκρεμοῦς}}{\text{ἐπιτάχυνσις βαρύτητος}}}} \qquad (1)$$

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω τύπου συνάγομεν τοὺς ἀκολούθους νόμους τοῦ ἐκκρεμοῦς:

1. *Αἱ αἰωρήσεις μικροῦ πλάτους εἶναι ἰσόχρονοι·* ἢ κατ' ἄλλην διατύπωσιν, *ἡ περίοδος τῆς κινήσεως δὲν ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ πλάτους τῶν αἰωρήσεων.*

Ὁ νόμος ἐπιτρέπει τὸν προσδιορισμὸν τῆς περιόδου τῆς κινήσεως μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς. Οὕτω ἐὰν ἐκτοπίσωμεν ἓν ἐκκρεμές, ὡς εἰς τὸ σχῆμα 197, καὶ ἀφήσωμεν αὐτὸ ἐλεύθερον, δυνάμεθα, μετροῦντες διὰ χρονομέτρου τὴν διάρκειαν π.χ. 50 αἰωρήσεων, νὰ προσδιορίσωμεν τὴν διάρκειαν μιᾶς ἁπλῆς αἰωρήσεως καὶ ἐξ αὐτῆς τὴν περίοδον τοῦ ἐκκρεμοῦς. Ἐκ τῆς παρατηρήσεως ταύτης δεικνύεται ὅτι, ἐφ' ὅσον ἡ ἀρχικὴ ἐκτροπὴ τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι μικρά, ἡ περίοδος τῆς κινήσεως εὑρίσκεται πάντοτε ἀνεξάρτητος τοῦ πλάτους. Ἡ ἀνωτέρω ἰδιότης τοῦ ἐκκρεμοῦς χρησιμοποιεῖται πρακτικῶς εἰς τὴν κατασκευὴν ὡρολογίων πρὸς μέτρησιν τοῦ χρόνου.



Σχ. 197. Τὰ μήκη τοῦ ἐκκρεμοῦς ἔχουν πρὸς ἄλληλα ὡς οἱ ἀριθμοὶ 1 : 4 : 9, ὅτε αἱ περίοδοι αὐτῶν εἶναι ὡς 1 : 2 : 3.

2. *Ἡ περίοδος τῆς κινήσεως εἶναι ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τοῦ μήκους τοῦ ἐκκρεμοῦς.*

Ὁ νόμος οὗτος ἐπαληθεύεται διὰ χρησιμοποιήσεως ἐκκρεμῶν διαφόρου μήκους (σχ. 197). Οὕτω, καθ' ὃν χρόνον τὸ ἐκκρεμὲς μήκους π.χ. 90 cm ἐκτελεῖ μίαν πλήρη αἰώρησιν, τὸ ἐκκρεμὲς μήκους 40 cm ἐκτελεῖ δύο πλήρεις αἰωρήσεις καὶ τὸ ἐκκρεμὲς 10 cm ἐκτελεῖ τρεῖς πλήρεις αἰωρήσεις.

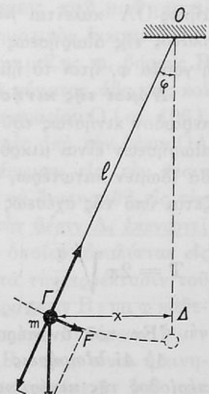
3. *Ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν τῆς ἐπιταχύνσεως g τῆς βαρύτητος.*

Ἐκ τοῦ ὡς ἄνω τύπου βλέπομεν, ὅτι ἡ περίοδος τῆς κινήσεως ἐξαρτᾶται καὶ ἀπὸ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος, δηλ. ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς μεταβάλλεται μεταφερομένου τούτου ἀπὸ ἑνὸς τόπου εἰς ἄλλον. Τοῦτο ἔχει σπουδαιοτάτην σημασίαν, διότι ἐπιτρέπει τὴν διὰ τοῦ ἐκκρεμοῦς μέτρησιν τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος καὶ τῆς μεταβολῆς αὐτῆς· μέθοδος, ἥτις ἀποτελεῖ μίαν τῶν ἀκριβεστέρων πρὸς μέτρησιν τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος.

Ὁ χρόνος τῆς αἰωρήσεως ἐλαττοῦται, ὅταν αὐξάνεται ἡ ἔντασις g τῆς βαρύτητος. Αἱ αἰωρήσεις τοῦ ἐκκρεμοῦς γίνονται ταχύτεραι, ὅταν τοῦτο μεταφέρεται ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ πρὸς τὸν πόλον, βραδύτεραι δέ, ὅταν φέρεται εἰς μεγαλύτερον ὕψος ὡς πρὸς τὸν ὁρίζοντα (βλ. § 73). Πειραματικῶς δυνάμεθα νὰ δείξωμεν τὴν μεταβολὴν τοῦ g διὰ τοῦ ἐκκρεμοῦς ὡς ἀκολούθως. Κάτωθεν ἐκκρεμοῦς πραγματοποιημένου ἐκ μικρᾶς σιδηρᾶς σφαίρας προσαρμόζομεν ἰσχυρὸν μόνιμον μαγνήτην. Διὰ τοῦ τρόπου τούτου ὁ μαγνήτης ἕλκει τὴν σφαῖραν μὲ δύναμιν τοιαύτην, ὥστε νὰ μεταβάλλῃ τὸ πραγματικὸν βάρος αὐτῆς. Ὅταν θέσωμεν τὸ ἐκκρεμὲς εἰς κίνησιν, παρατηροῦμεν ὅτι αἰωρεῖται μὲ μεγαλυτέραν συχνότητα, δηλ. μὲ μικροτέραν περίοδον, παρὰ εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν δὲν ἐπέδρα ὁ κάτωθεν μαγνήτης. Οὕτω διὰ τεχνητῆς αὐξήσεως τῆς τιμῆς τοῦ g ἐπιτυγχάνεται, ὥστε αἱ αἰωρήσεις νὰ γίνωνται μὲ μεγαλυτέραν συχνότητα καὶ ἐπομένως ἡ περίοδος αὐτοῦ καθίσταται μικροτέρα.

4. *Ἡ περίοδος τῆς κινήσεως εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς μάζης καὶ τοῦ ὑλικοῦ, ἐκ τοῦ ὁποίου ἀποτελεῖται τὸ ἐκκρεμές.*

Εἰς τὸν τύπον (1) δὲν ἀναφέρεται ἡ μᾶζα τοῦ ἐκκρεμοῦς, ὁμοίως δὲ προκύπτει ὅτι καὶ ἡ φύσις τοῦ ὑλικοῦ, ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι κατεσκευασμένον τὸ ἐκκρεμές, οὐδεμίαν ἐπίδρασιν ἔχει ἐπὶ τῆς περιόδου. Τοῦτο δεικνύεται συνήθως, κατὰ προσέγγισιν, διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως ἐκκρεμῶν ἀποτελουμένων ἐκ νημάτων λεπτῶν τοῦ αὐτοῦ μήκους, εἰς τὸ κάτω ἄκρον τῶν ὁποίων ἐξαρτῶνται μικραὶ σφαῖραι διαφόρου οὐσίας, π.χ. μολύβδου, ὀρειχάλκου, χάλυβος, ἐλεφαντοστοῦ κλπ., ὁπότε διὰ προσδιορισμοῦ τῆς περιόδου αὐτῶν βλέπομεν, ὅτι εἶναι ἡ ἰδία δι' ὅλα τὰ ἐκκρεμῆ.



Σχ. 198.

Εὕρεσις τοῦ τύπου τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς. Θεωρήσωμεν τὴν χρονικὴν στιγμὴν κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ ἐκκρεμὲς εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν Γ, ὅπου ἡ ΟΓ σχηματίζει μετὰ τῆς κατακορύφου γωνίαν φ (σχ. 198). Ἡ κινοῦσα δύναμις F ἐνεργεῖ κατὰ τὴν ἐφαπτομένην τῆς τροχιᾶς καὶ ὡς ἐκ τοῦ σχήματος ἐμφαίνεται εἶναι $F = B \cdot ημ\,φ = mg \cdot ημ\,φ$. Ἐὰν ὅμως ἡ γωνία φ θεωρηθῇ πολὺ μικρὰ ($1^0 - 2^0$), τότε ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος εἶναι $ημ\,φ = φ$ καὶ ἡ ἄνω σχέσις γράφεται $F = mg \cdot φ$. Ἐξ ἄλλου εἶναι $φ = x/l$, οὕτω δὲ προκύπτει :

$$F = mg \cdot \frac{x}{l} \qquad (2)$$

καὶ ἐξ αὐτῆς εὑρίσκομεν τὴν ἐπιτάχυνσιν :

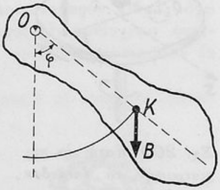
$$γ = \frac{F}{m} = \frac{g}{l} \cdot x \qquad (3)$$

Ἐφ' ὅσον ἡ γωνία φ εἶναι πολὺ μικρά, τὸ τόξον τὸ ὁποῖον διαγράφει ἡ μᾶζα m τοῦ ἐκκρεμοῦς δύναται ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος νὰ ταυτισθῇ πρὸς τὴν χορδήν του καὶ ἐπομένως δύναται νὰ θεωρηθῇ ὅτι τοῦτο κινεῖται ἐπ' εὐθείας. Ἐφ' ὅσον ὅμως ἡ ἐπιτάχυνσις αὐτοῦ εἶναι, ὡς ἐκ τῆς ἐξισώσεως (3) δεικνύεται, ἀνάλογος τῆς ἀποκλίσεως τοῦ κινητοῦ, διότι g/l εἶναι σταθερὰ ποσότης, ἡ κίνησις αὐτοῦ εἶναι ἁρμονική.

Συμφώνως πρὸς τὰ ἀνωτέρω λεχθέντα ἡ περίοδος τῆς ἁρμονικῆς κινήσεως ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως $T = 2\pi/\sqrt{k}$ καὶ διὰ συγκρίσεως τῆς σχέσεως (9) τῆς § 110 πρὸς τὴν σχέσιν (3) εὑρίσκομεν $k = g/l$ καὶ ἐπομένως :

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

113. Φυσικὸν ἐκκρεμές. Ὡς ὡρίσαμεν καὶ εἰς τὴν § 111, ***φυσικὸν ἐκκρεμὲς*** εἶναι κάθε στερεὸν σῶμα, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ στραφῇ περὶ ὁριζόντιον ἄξονα μὴ διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ. Ἐκ τῆς σπουδῆς τῆς ἰσορροπίας σώματος βαρέος, στρεπτοῦ περὶ ἄξονα κείμενον ἄνωθεν τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ (βλ. § 78) γνωρίζομεν, ὅτι τὸ σῶμα εὑρίσκεται εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν. Ἐὰν ἀπομακρύνωμεν τὸ σῶμα ἀπὸ τῆς θέσεως ἰσορροπίας του καὶ ἀφήσωμεν τοῦτο ἀκολούθως ἐλεύθερον, τότε διὰ τοὺς αὐτοὺς λόγους, τοὺς ὁποίους ἐξεθέσαμεν καὶ εἰς τὴν σπουδὴν τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς, τὸ σῶμα θὰ ἐκτελῇ ταλαντώσεις καὶ ἡ γωνία φ θὰ μεταβάλλεται περιοδικῶς μετὰ τοῦ χρόνου (σχ. 199). Ἡ κίνησις τοῦ ἐκκρεμοῦς θὰ διήρκει ἐπ' ἄπειρον καὶ τὸ πλάτος τῶν αἰωρήσεων θὰ ἔπρεπε νὰ διατηρῆται σταθερόν· λόγῳ ὅμως τῶν διαφόρων ἀντιστάσεων, ἐκ τῆς τριβῆς εἰς τὸ σημεῖον στηρίξεως καὶ ἐκ τοῦ ἀέρος, τὸ πλάτος τῶν ταλαντώσεων συνεχῶς ἐλαττοῦται καὶ ταχέως ἐπανέρχεται τὸ ἐκκρεμὲς εἰς τὴν θέσιν ἰσορροπίας. Ὁ τύπος τοῦ συνθέτου ἐκκρεμοῦς διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς περιόδου παραλείπεται, διότι ἐξέρχεται τῶν ὁρίων τοῦ βιβλίου τούτου.



Σχ. 199. Φυσικὸν ἐκκρεμές.

114. Ἐφαρμογαὶ τοῦ ἐκκρεμοῦς. α) *Μέτρησις τοῦ χρόνου.* Ὡς εἴδομεν ἀνωτέρω, αἱ μικροῦ πλάτους αἰωρήσεις τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἰσόχρονοι. Τὴν ἰδιότητα ταύτην ἐκμεταλλευόμεθα διὰ τὴν ρύθμισιν τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου πρὸς μέτρησιν τοῦ χρόνου διὰ τῶν *ὡρολογιακῶν ἐκκρεμῶν*.

Ὅταν ἡ ἁπλῆ αἰώρησις τοῦ ἐκκρεμοῦς ἔχῃ διάρκειαν 1 sec, τοῦτο καλεῖται *ἐκκρε-*

μὲς δευτερολέπτων. Πρὸς ὑπολογισμὸν τοῦ μήκους ἑνὸς ἐκκρεμοῦς δευτερολέπτων, λύομεν τὴν ἐξίσωσιν (1) τοῦ τύπου τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς ὡς πρὸς l, θέτοντες ὡς τιμὴν τοῦ $T = 2$ sec, ὅτε θὰ ἔχωμεν:

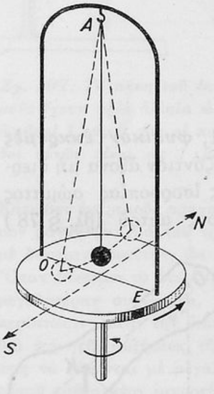
$$l = \frac{g \cdot T^2}{4\pi^2} = \frac{981 \cdot 4}{4 \cdot 9{,}86} = 99{,}5 \text{ cm}$$

β) Τὸ ἐκκρεμὲς χρησιμοποιεῖται ἐπίσης διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος μὲ ἀκρίβειαν. Οὕτω, ἐὰν ἐπιλύσωμεν τὸν τύπον τοῦ ἐκκρεμοῦς ὡς πρὸς g, λαμβάνομεν:

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

ὅτε διὰ προσδιορισμοῦ τοῦ μήκους l καὶ τῆς περιόδου T τοῦ ἐκκρεμοῦς εὑρίσκομεν τὴν τιμὴν τοῦ g. Πρὸς τοῦτο χρησιμοποιοῦνται εἰδικὰ ἐκκρεμῆ ἀκριβείας.

γ) ***Ἀπόδειξις τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς περὶ ἄξονα.*** Πρῶτος ὁ *Foucault* (*Φουκὼ*) ἐσκέφθη νὰ χρησιμοποιήσῃ τὸ ἐκκρεμές, διὰ νὰ ἀποδείξῃ πειραματικῶς τὴν περιστροφὴν τῆς Γῆς περὶ τὸν ἄξονά της. Ἡ πειραματικὴ ἀπόδειξις στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἰδιότητος, τὴν ὁποίαν ἔχει τὸ ἐκκρεμὲς νὰ διατηρῇ ἀμετάβλητον εἰς τὸν χῶρον τὴν θέσιν τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως αὐτοῦ. Τὸ ἐπίπεδον τῆς αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς διατηρεῖται συνεχῶς ἀμετάβλητον καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν ἀκόμη κατὰ τὴν ὁποίαν ἐπὶ τοῦ νήματος ἐξαρτήσεως ἐπενεργεῖ δύναμις τείνουσα νὰ προκαλέσῃ στρέψιν τοῦ νήματος, διότι αὕτη ὡς μόνον ἀποτέλεσμα θὰ ἔχῃ νὰ στρέψῃ τὸ νῆμα καὶ τὸ ἐξ αὐτοῦ ἐξηρτημένον σῶμα περὶ ἑαυτό.



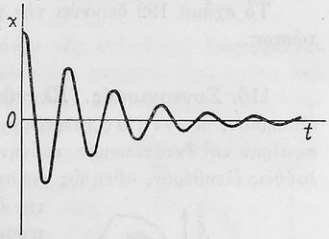
Σχ. 200. Κατὰ τὴν περιστροφὴν τὸ ἐπίπεδον τῆς αἰωρήσεως NS τοῦ ἐκκρεμοῦς παραμένει ἀμετάβλητον.

Τὴν ὡς ἄνω διατήρησιν τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς δυνάμεθα νὰ δείξωμεν διὰ τῆς ἐν σχήματι 200 εἰκονιζομένης διατάξεως. Αὕτη ἀποτελεῖται ἐκ μεταλλικοῦ πλαισίου ΟΑΕ διατασσομένου κατακορύφως καὶ δυναμένου νὰ τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν περὶ κατακόρυφον ἄξονα μὲ τὴν βοήθειαν καταλλήλου περιστροφικῆς μηχανῆς (π.χ. φυγοκεντρικῆς μηχανῆς). Ἀπὸ τοῦ σημείου Α ἐξαρτᾶται διὰ νήματος μικρὰ σφαῖρα, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ ἐκκρεμές. Ἐὰν θέσωμεν εἰς κίνησιν τὸ ἐκκρεμές, εἰς τρόπον ὥστε τοῦτο νὰ αἰωρῆται κατὰ τὴν διεύθυνσιν π.χ. βορρᾶς - νότος (N - S) καὶ ἀκολούθως περιστρέψωμεν βραδέως τὴν συσκευήν, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ἐκκρεμὲς διατηρεῖ τὸ ἀρχικὸν ἐπίπεδον αἰωρήσεως αὐτοῦ.

Τὸ ἱστορικὸν πείραμα, τὸ ὁποῖον ἐξετέλεσεν ὁ *Foucault* τὸ 1851, ἔχει ἐν συντόμῳ ὡς ἑξῆς: Ἀπὸ τῆς ὀροφῆς τοῦ Πανθέου τῶν Παρισίων ἐξήρτησε σύρμα μήκους 79 m, εἰς τὸ κάτω ἄκρον τοῦ ὁποίου προσήρμοσε σφαῖραν ἐκ χαλκοῦ βάρους 25 kgr* εἰς τὸ κάτω μέρος τῆς ὁποίας εἶχε προσαρμόσει μικρὰν ἀκίδα χαράσσουσαν τὸ ἴχνος τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς ἐπὶ στρώματος ἄμμου. Παρετηρήθη οὕτω, ὅτι μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου μετεβάλλετο ἡ θέσις τοῦ ἴχνους τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως. Ἡ μετατόπισις αὕτη, ἡ ὁποία δεικνύει στροφὴν τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς, δὲν δύναται ἄλλως νὰ ἐξηγηθῇ ἢ ὅτι ἡ Γῆ περιστρέφεται. Τὸ πείραμα τοῦτο δυνάμεθα νὰ ἐκτελέσωμεν μὲ ἐκκρεμὲς μήκους 5 - 10 m, ὁπότε μετὰ μίαν περίπου ὥραν παρατηροῦμεν σαφῶς τὴν ἀλλαγὴν τῆς διευθύνσεως τοῦ ἴχνους.

115. Ἀποσβεννύμεναι καὶ συντηρούμεναι ταλαντώσεις. Κατὰ τὴν σπουδὴν τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς εἴδομεν ὅτι, ἐὰν ἐκτοπίσωμεν τοῦτο ἀπὸ τῆς θέσεως ἰσορροπίας καὶ τὸ ἀφήσωμεν ἀκολούθως ἐλεύθερον, τὸ ἐκκρεμὲς ἐκτελεῖ κίνησιν ταλαντώσεων.

Τὸ πλάτος ὅμως τῶν ταλαντώσεων δὲν παραμένει σταθερόν, ἀλλὰ βαίνει συνεχῶς ἐλαττούμενον, διότι λόγῳ τῶν ἀναποφεύκτων ἀπωλειῶν ἐκ τριβῆς ἡ ἀρχικῶς μεταδοθεῖσα εἰς αὐτὸ ἐνέργεια κατὰ τὰς ἀλληλοδιαδόχους μετατροπὰς τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἰς κινητικὴν καὶ ἀντιστρόφως διαρκῶς ἐλαττοῦται καὶ τὸ ἐκκρεμὲς τελικῶς ἠρεμεῖ. Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει λέγομεν, ὅτι αἱ κινήσεις τοῦ ἐκκρεμοῦς, ἤτοι αἱ ταλαντώσεις αὐτοῦ, εἶναι ἀ π ο σ β ε ν ν ύ μ ε ν α ι (ἢ φθίνουσαι). Τὸ σχῆμα 201 δεικνύει τὴν γραφικὴν παράστασιν καμπύλης ἀποσβεννυμένης ταλαντώσεως.

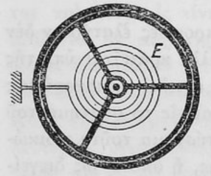


Σχ. 201. Γραφικὴ παράστασις ἀποσβεννυμένης ταλαντώσεως.

Τὸ ἀνωτέρω φαινόμενον παρατηρεῖται καὶ εἰς ὅλας ἐν γένει τὰς μηχανικὰς ταλαντώσεις, ὡς π.χ. εἰς τὴν διάταξιν τοῦ ἐλατηρίου τοῦ σχήματος 190, ἡ δὲ μείωσις (ἀπόσβεσις) τοῦ πλάτους τῶν ταλαντώσεων εἶναι μεγαλυτέρα ἢ μικροτέρα ἀναλόγως τοῦ μεγέθους τῶν ἀντιστάσεων ἐκ τριβῆς.

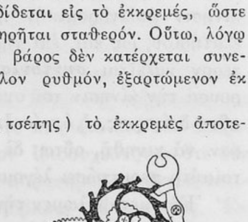
Δυνάμεθα ὅμως νὰ διατηρήσωμεν τὸ πλάτος τῶν ταλαντώσεων σταθερόν, ὁπότε αἱ ταλαντώσεις καλοῦνται σ υ ν τ η ρ ο ύ μ ε ν α ι (ἀμείωτοι), ἐὰν φροντίζωμεν νὰ μεταδίδωμεν ἔξωθεν, κατὰ τὴν κατάλληλον στιγμὴν καὶ ὑπὸ κατάλληλον ρυθμόν, τὸ ποσὸν τῆς ἐνεργείας, τὸ ὁποῖον καταναλίσκεται εἰς ἀπωλείας καθ' ἑκάστην μετατροπὴν τῆς ἐνεργείας.

Τοῦτο π.χ. ἐπιτυγχάνομεν εἰς τὰ ὡρολογιακὰ ἐκκρεμῆ, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 151. Πρὸς τὸ ἐκκρεμὲς συνδέεται ἡ λεγομένη *ἄγκυρα*, τῆς ὁποίας τὰ ἄκρα ἐμπλέκονται ἀλληλοδιαδόχως εἰς τοὺς ὀδόντας τροχοῦ συνεζευγμένου πρὸς τὸν κύλινδρον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου περιελίσσεται τὸ σχοινίον τοῦ κινητηρίου βάρους. Ἡ ἄγκυρα σκοπὸν ἔχει νὰ ρυθμίζῃ τὴν κίνησιν τοῦ ὀδοντωτοῦ τροχοῦ, εἰς τρόπον ὥστε καθ' ὡρισμένας στιγμὰς μέρος τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας τοῦ κινητηρίου βάρους νὰ μεταδίδεται εἰς τὸ ἐκκρεμές, ὥστε τὸ πλάτος τῶν ταλαντώσεων αὐτοῦ νὰ διατηρῆται σταθερόν. Οὕτω, λόγῳ τῆς διατάξεως τῆς ἀγκύρας, τὸ κινητήριον βάρος δὲν κατέρχεται συνεχῶς, ἀλλὰ διαλειπόντως καὶ ὑπὸ κατάλληλον ρυθμόν, ἐξαρτώμενον ἐκ τῆς κινήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς.



Σχ. 202. Αἰωρητὴς ὡρολογίου.

Εἰς τὰ συνήθη ὡρολόγια θυλακίου (τσέπης) τὸ ἐκκρεμὲς ἀποτελεῖται ἐκ μικροῦ τροχοῦ (σχ. 202) συνδεδεμένου πρὸς σπειροειδὲς ἐλατήριον Ε (αἰωρητήν). Ἐὰν περιστρέψωμεν ὀλίγον περὶ τὸν ἄξονά του τὸν τροχόν, τὸ σπειροειδὲς ἐλατήριον συμπτύσσεται, ἐὰν δὲ ἀκολούθως ὁ τροχὸς ἀφεθῇ ἐλεύθερος, θὰ ἐκτελῇ ταλαντώσεις λόγῳ τῆς ἐλαστικότητος τοῦ ἐλατηρίου. Αἱ ταλαντώσεις ὅμως αὗται ἀποσβέννυνται ταχύτατα καὶ ὁ τροχὸς ἠρεμεῖ. Πρὸς διατήρησιν τοῦ πλάτους τῶν ταλαντώσεων ἀμειώτου χρησιμοποιοῦμεν τὸ ὡρολογιακὸν ἐλατήριον, τὸ ὁποῖον ἀνατείνομεν (κούρδισμα ὡρολογίου) καὶ οὕτω ἀποταμιεύομεν ἐπ' αὐτοῦ ἐνέργειαν.

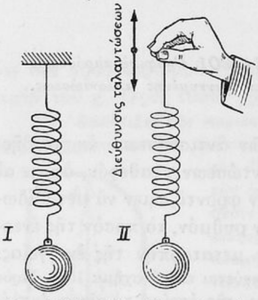


Σχ. 203. Μηχανισμὸς ὡρολογίου τσέπης.

Μὲ τὴν βοήθειαν συστήματος ἀγκύρας, καταλλήλως συνεζευγμένης πρὸς τὸ ἐλατήριον καὶ τὸν τροχόν, ἐπιτυγχάνομεν, ὥστε τὸ ἐλατήριον νὰ μεταβιβάζῃ κατὰ τὴν κατάλληλον στιγμὴν καὶ ὑπὸ κατάλληλον ρυθμὸν τὸ μέρος τῆς ἐνεργείας, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἐξουδετέρωσιν τῶν ἀπωλειῶν τοῦ τροχοῦ κατὰ τὴν διάρκειαν τῶν ταλαντώσεων αὐτοῦ. Οὕτω, εἰς τὸ σχῆμα 203 τὸ ἓν ἄκρον τοῦ ἑλικοειδοῦς ἐλατηρίου εἶναι στερεωμένον ἐπὶ τοῦ αἰωρητοῦ (δεξιά), ὅστις οὕτω ἐκτελεῖ ταλαντώσεις. Ἡ πρὸς τοῦτο ἀπαιτουμένη ἐνέργεια παρέχεται ὑπὸ ἰσχυροῦ ἐλατηρίου (ἀριστερὰ) διὰ μέσου ὀδοντωτῶν τροχῶν, τοῦ τροχοῦ διαφυγῆς (μέσον ἄνω) καὶ τῆς ἀγκύρας (δεξιὰ ἄνω).

Τὸ σχῆμα 192 δεικνύει τὴν γραφικὴν παράστασιν καμπύλης συντηρουμένης ταλαντώσεως.

116. Συντονισμός. Ἐλεύθεραι καὶ ἐξηναγκασμέναι ταλαντώσεις. Ἐὰν ἀπὸ ἐλατηρίου, μονίμως στερεωμένου κατὰ τὸ ἓν ἄκρον αὐτοῦ (σχ. 204, Ι), ἐξαρτήσωμεν σφαῖραν καὶ ἐκτοπίσωμεν ταύτην κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω, τὴν ἀφήσωμεν δὲ ἀκολούθως ἐλευθέραν, αὕτη ὡς γνωστὸν ἐκτελεῖ ταλαντώσεις. Ἐὰν ἤδη τὴν σφαῖραν ταύτην ἐκτοπίσωμεν εἰς διπλασίαν π.χ. ἀπόστασιν ἀπὸ πρότερον, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι αὕτη ταλαντοῦται μὲ τὴν ἰδίαν ὡς καὶ πρότερον συχνότητα. Ἡ συχνότης τῆς ταλαντώσεως θὰ μεταβληθῇ τότε μόνον, ὅταν μεταβληθοῦν αἱ σταθεραὶ τοῦ συστήματος τῆς σφαίρας - ἐλατηρίου, δηλ. ὅταν μεταβληθῇ ἡ μᾶζα τῆς σφαίρας ἢ ἡ σταθερὰ τοῦ ἐλατηρίου (μῆκος, σκληρότης). Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει λέγομεν, ὅτι τὸ σύστημα ἐλατηρίου καὶ σφαίρας ἐκτελεῖ ***ἐλευθέρας ταλαντώσεις.*** Ἡ συχνότης τοῦ συστήματος καλεῖται φυσικὴ ἢ ***ἰδία συχνότης*** (ἢ καὶ ***ἰδιοσυχνότης***), ὁμοίως δὲ ἡ περίοδος τῆς κινήσεως φυσικὴ ἢ ***ἰδία περίοδος*** (ἢ καὶ ***ἰδιοπερίοδος***).



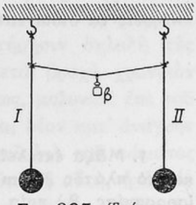
Σχ. 204. Ἐλευθέρα Ι καὶ ἐξηναγκασμένη ΙΙ ταλάντωσις.

Φαντασθῶμεν ἤδη, ὅτι τὸ σπειροειδὲς ἐλατήριον δὲν ἐξαρτᾶται ἀπὸ ἀκλονήτου σημείου, ἀλλὰ κρατεῖται ὑπὸ τῆς χειρός μας (σχ. 204, ΙΙ), ἡ ὁποία δὲν παραμένει ἀκίνητος, ἀλλ᾽ ἐκτελεῖ κατακορύφως κίνησιν παλινδρομικήν· ἡ κίνησις αὕτη μεταδίδεται προδήλως καὶ εἰς τὸ σύστημα τοῦ ἐλατηρίου, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς ἀπ᾽ αὐτοῦ ἐξηρτημένης σφαίρας. Τὸ σύστημα τοῦτο εἰδικώτερον καλεῖται ***συντονιστής,*** πρὸς διάκρισιν ἀπὸ τῆς χειρός μας, ἡ ὁποία ὡς διεγείρουσα τὴν κίνησιν τοῦ συστήματος καλεῖται ***διεγέρτης.*** Εἶναι φανερόν, ὅτι ἡ περιοδικὴ αὕτη διέγερσις, ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ συνεχῶς ἐπὶ τοῦ συντονιστοῦ, ἐξαναγκάζει τὴν σφαῖραν νὰ κινηθῇ, οὕτω δὲ παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ σφαῖρα ἄρχεται νὰ ταλαντεύεται. Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει λέγομεν, ὅτι ὁ συντονιστὴς ἐκτελεῖ ***ἐξηναγκασμένας ταλαντώσεις.***

Ἐὰν μεταβάλωμεν τὴν συχνότητα τῆς κινήσεως τῆς χειρός μας, τότε παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ πλάτος τῆς κινήσεως τῆς σφαίρας θὰ μεταβληθῇ· ὅταν δὲ ἡ συχνότης τῆς κινήσεως τῆς χειρός μας συμπέσῃ πρὸς τὴν ἰδίαν συχνότητα τοῦ συντονιστοῦ, τὸ πλάτος τῆς κινήσεως τῆς σφαίρας καθίσταται μέγιστον. Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει λέγομεν, ὅτι μεταξὺ διεγέρτου καὶ συντονιστοῦ ὑφίσταται ***συντονισμός.*** Ἐὰν ἡ συχνότης τοῦ διεγέρτου, δηλ. τῆς χειρός μας, γίνῃ μεγαλυτέρα ἢ μικροτέρα τῆς συχνότητος τοῦ συντονιστοῦ, δηλ. τῆς σφαίρας, τὸ πλάτος τῆς ἐξηναγκασμένης ταύτης ταλαντώσεως λαμβάνει μικροτέρας τιμάς. Ὑπάρχει λοιπὸν μία μόνον συχνότης, ὑπὸ τὴν ὁποίαν τὸ πλάτος τῆς ἐξηναγκασμένης ταλαντώσεως γίνεται μέγιστον.

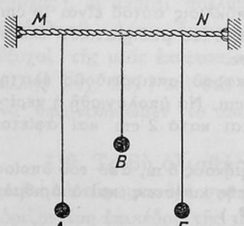
Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ἡ ἀκόλουθος πρότασις: « *Δύο μηχανικῶς ταλαντευόμενα συστήματα εὑρίσκονται ἐν συντονισμῷ, ὅταν ἔχουν τὴν αὐτὴν ἰδιοσυχνότητα* ». Τὸ φαινόμενον τοῦ συντονισμοῦ παρουσιάζεται εἰς οἱονδήποτε σύστημα τὸ ὁποῖον ταλαντοῦται, ὡς θὰ γνωρίσωμεν περαιτέρω εἰς τὴν Ἀκουστικὴν καὶ εἰς ἄλλα κεφάλαια τῆς Φυσικῆς.

117. Σύζευξις. Πρὸς κατανόησιν τοῦ φαινομένου τῆς συζεύξεως ἀναχωροῦμεν ἀπὸ τοῦ ἀκολούθου πειράματος. Θεωρήσωμεν π.χ. δύο ἁπλᾶ ἐκκρεμῆ ἐξηρτημένα ἀπὸ διαφόρων σημείων καὶ τὰ ὁποῖα νὰ εἶναι ἐντελῶς ἀνεξάρτητα ἀπ' ἀλλήλων. Ἐὰν ἐκτοπίσωμεν τὸ ἓν ἐκκρεμὲς ἀπὸ τῆς θέσεως ἰσορροπίας του καὶ ἀφήσωμεν αὐτὸ ἀκολούθως ἐλεύθερον, γνωρίζομεν, ὅτι τοῦτο θὰ ἐκτελῇ ἐλευθέρας ταλαντώσεις. Τὸ δεύτερον ὅμως ἐκκρεμές, ἐφ' ὅσον τὰ δύο ἐκκρεμῆ ὑποτίθενται ὅλως ἀνεξάρτητα ἀπ' ἀλλήλων, οὐδόλως ἐπηρεάζεται ἀπὸ τὴν κίνησιν τοῦ πρώτου, ἀλλὰ παραμένει ἀκίνητον. Φαντασθῶμεν ἤδη, ὅτι τὰ δύο ἐκκρεμῆ, τὰ ὁποῖα ἔχομεν ἐκλέξει προηγουμένως, ὥστε νὰ παρουσιάζουν τὸ αὐτὸ μῆκος καὶ ἑπομένως νὰ ἔχουν τὴν αὐτὴν συχνότητα, δηλ. νὰ εὑρίσκωνται ἐν συντονισμῷ, συνδέομεν διὰ νήματος, εἰς τὸ μέσον τοῦ ὁποίου ἔχομεν ἐξαρτήσει μικρὸν βάρος β, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 205, ὁπότε τὰ ἐκκρεμῆ δὲν εἶναι πλέον ἀνεξάρτητα ἀπ' ἀλλήλων, ἀλλὰ ὡς λέγομεν συνεζευγμένα.



Σχ. 205. Τρόπος παραγωγῆς συνεζευγμένων ταλαντώσεων.

Ἐὰν ἤδη διεγείρωμεν τὸ πρῶτον ἐκκρεμὲς I, εἰς τρόπον ὥστε νὰ ταλαντεύεται, τότε παρατηροῦμεν, ὅτι καὶ τὸ δεύτερον ἐκκρεμὲς II δὲν παραμένει ἀκίνητον, ἀλλὰ τίθεται καὶ αὐτὸ εἰς κίνησιν, διότι προσλαμβάνει ἐνέργειαν ἐκ τοῦ πρώτου ἐκκρεμοῦς. Μάλιστα δὲ παρατηροῦμεν ὅτι, ἐνῷ τὸ πλάτος τῆς κινήσεως τοῦ δευτέρου ἐκκρεμοῦς βαίνει ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον αὐξανόμενον, τὸ πλάτος τοῦ πρώτου ἐλαττοῦται συνεχῶς καί, ὅταν ἐκμηδενισθῇ, τὸ πλάτος τῆς κινήσεως τοῦ δευτέρου ἔχει μεγίστην τιμήν. Κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην, ὅλη ἡ ἐνέργεια τοῦ πρώτου ἐκκρεμοῦς ἔχει μεταδοθῆ εἰς τὸ δεύτερον. Ἀκολούθως τὸ δεύτερον ἐκκρεμὲς μεταδίδει κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον τὴν ἐνέργειάν του εἰς τὸ πρῶτον καί, ἐφ' ὅσον δὲν ὑφίστανται ἀπώλειαι ἐνεργείας, ἡ περιοδικὴ μεταβίβασις τῆς ἐνεργείας ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἐκκρεμοῦς εἰς τὸ ἄλλο, λόγῳ τῆς συζεύξεως, θὰ διαρκῇ ἐπ' ἄπειρον. Ἐὰν ἐπιδιώξωμεν νὰ ἐκτελέσωμεν τὸ αὐτὸ πείραμα διὰ δύο ἐκκρεμῶν, τὰ ὁποῖα ἔχουν διάφορον μῆκος καὶ ἑπομένως διάφορον ἰδιοσυχνότητα, ὅτε δὲν θὰ εὑρίσκωνται ἐν συντονισμῷ, παρατηροῦμεν ὅτι πρακτικῶς δὲν λαμβάνει χώραν μεταβίβασις τῆς ἐνεργείας. Ἐκ τοῦ πειράματος τούτου προκύπτει ἡ ἀκόλουθος πρότασις: «*Ἵνα ἐνέργεια μεταβιβάζεται ἀπὸ ἑνὸς ταλαντευομένου συστήματος εἰς ἄλλο (ὑπὸ καλὴν ἀπόδοσιν), πρέπει τὰ δύο συστήματα νὰ εὑρίσκωνται ἐν συντονισμῷ*».



Σχ. 206. Πειραματικὴ διάταξις συντονισμοῦ ἐκκρεμῶν.

Τ' ἀνωτέρω δεικνύονται ἐπίσης διὰ τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 206, ὅπου ἔχομεν τρία ἐκκρεμῆ συνεζευγμένα μέσῳ σχοινίου MN ἀπὸ τοῦ ὁποίου εἶναι ἐξηρτημένα, ἐκ τῶν ὁποίων μόνον τὰ δύο, ἤτοι τὰ Α καὶ Γ εὑρίσκονται ἐν συντονισμῷ. Ἐὰν ἐκτοπίσωμεν π.χ. τὸ ἐκκρεμὲς Α, εἰς τρόπον ὥστε νὰ τεθῇ τοῦτο εἰς κίνησιν, βλέπομεν ὅτι ἡ ἐνέργεια μεταβιβάζεται ἀλληλοδιαδόχως μεταξὺ τῶν ἐκκρεμῶν Α καὶ Γ, ἐνῷ τὸ ἐκκρεμὲς Β παραμένει ἀκίνητον, διότι τὰ ἐκκρεμῆ Α καὶ Β δὲν εὑρίσκονται ἐν συντονισμῷ.

Ἐφαρμογαί. Αἱ γέφυραι ἐν γένει ἀποτελοῦν μηχανικῶς ταλαντευόμενα συστήματα, ἕνεκα δὲ τοῦ λόγου τούτου οὐδέποτε ἐπιτρέπεται νὰ διέρχωνται δι' αὐτῶν πολυάνθρωποι σχηματισμοὶ ὑπὸ ρυθμικὸν βῆμα, διότι ἐκ λόγων συντονισμοῦ δυνατὸν αἱ ταλαντώσεις τῆς γεφύρας νὰ λάβουν τοιοῦτον πλάτος, ὥστε νὰ εἶναι ἐπικίνδυνοι διὰ τὴν ἀντοχὴν αὐτῆς. Ἀνάλογον ἀκριβῶς συμβαίνει εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς αἰώρας (κούνιας) εἰς τὴν ὁποίαν, ὅταν θέλωμεν νὰ μεταδώσωμεν μέγα πλάτος, πρέπει αἱ ὠθήσεις νὰ δίδωνται κατὰ ρυθμικὸν τρόπον εἰς καταλλήλους στιγμάς.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Μᾶζα ἐκτελεῖ γραμμικὴν ἁρμονικὴν ταλάντωσιν, τῆς ὁποίας ἡ περίοδος εἶναι 2 sec καὶ τὸ πλάτος 20 cm. α) Πόση εἶναι ἡ ταχύτης κατὰ τὴν δίοδον αὐτῆς ἀπὸ τῆς θέσεως ἰσορροπίας, β) ποία ἡ ἀπόκλισίς της μετὰ χρόνον 0,2 sec ἀπὸ τῆς διελεύσεως αὐτῆς ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας καὶ γ) πόση εἶναι εἰς τὴν θέσιν ταύτην ἡ ταχύτης της.

2. Ἐπὶ μάζης δυναμένης νὰ ἐκτελῇ γραμμικὴν ἁρμονικὴν ταλάντωσιν, ὅταν εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν ἰσορροπίας, μεταδίδεται ταχύτης 1 m/sec, συνεπείᾳ τῆς ὁποίας ἀποκτᾷ αὕτη πλάτος 10 cm. Ποία εἶναι ἡ περίοδος τῆς ταλαντώσεως καὶ πόση ἡ ἀπόκλισις αὐτῆς μετὰ παρέλευσιν 4 sec. Μετὰ πόσον χρόνον ἡ κινουμένη μᾶζα διέρχεται διὰ δευτέραν φορὰν δι' ἑνὸς σημείου, τοῦ ὁποίου ἡ ἀπόκλισις εἶναι 8 cm.

3. Σπειροειδὲς ἐλατήριον ἔχει σταθερὰν 8 000 dyn/cm καὶ μᾶζαν ἀμελητέαν. Ζητεῖται α) πόση μᾶζα πρέπει νὰ ἐξαρτηθῇ ἀπὸ τὸ ἐλατήριον, ἵνα ἡ περίοδος τῆς κινήσεως εἶναι π/10 sec, β) πόση εἶναι ἡ ἀπόκλισις καὶ γ) πόση ἡ ταχύτης τῆς μάζης μετὰ 1 sec ἀπὸ τῆς διόδου διὰ τῆς θέσεως ἰσορροπίας, ὅταν τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως εἶναι 5 cm.

4. Ἐπὶ κατακορύφως στηριζομένου ἐλατηρίου ἐξαρτῶμεν κατ' ἀρχὰς βάρος 300 gr* καὶ ἀκολούθως φορτίζομεν μὲ βάρος 400 gr*, ὁπότε ὑφίσταται πρόσθετον ἐπιμήκυνσιν 6,4 cm. Ζητεῖται πόση εἶναι ἡ περίοδος τῆς ταλαντώσεως μάζης 500 gr ἐξηρτημένης ἀπὸ τοῦ ἐλατηρίου.

5. Σπειροειδὲς ἐλατήριον ἐπιμηκύνεται κατὰ 4,9 cm ὑπὸ μάζης 200 gr. Ζητεῖται α) πόση εἶναι ἡ περίοδος τῆς ταλαντώσεως μάζης 400 gr ἐξηρτημένης ἀπὸ τοῦ ἐλατηρίου καὶ β) πόση θὰ εἶναι ἡ μεγίστη ταχύτης τῆς μάζης, ὅταν τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως εἶναι 3 cm.

6. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ περίοδος τῆς κινήσεως ὑλικοῦ σημείου ἐκτελοῦντος ἁρμονικὴν ταλάντωσιν, τὸ ὁποῖον ἔχει ἐπιτάχυνσιν 64 cm/sec^2, ὅταν ἡ ἀπόκλισις αὐτοῦ εἶναι 16 cm.

7. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος εἰς τόπον, ὅπου μαθηματικὸν ἐκκρεμὲς μήκους 100 cm ἐκτελεῖ 100 πλήρεις αἰωρήσεις ἐντὸς 246 sec.

8. Μᾶζα 500 gr εἶναι ἐξηρτημένη ἀπὸ ἐπιμήκους καὶ ἐλαφροῦ σπειροειδοῦς ἐλατηρίου. Πρόσθετος δύναμις 10 gr* διατείνει τὸ ἐλατήριον κατὰ 1 cm. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ περίοδος τῆς κινήσεως μάζης 500 gr, ὅταν τὸ ἐλατήριον διατείνεται κατὰ 2 cm καὶ ἀφίεται ἀκολούθως ἐλεύθερον.

9. Ἐκκρεμὲς ἀποτελεῖται ἀπὸ λεπτὸν χαλύβδινον σύρμα μήκους 6 m, ἀπὸ τοῦ ὁποίου ἐξαρτᾶται μικρὰ βαρεῖα σφαῖρα. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ περίοδος τῆς κινήσεως καὶ ὁ ἀριθμὸς τῶν πλήρων αἰωρήσεων κατὰ πρῶτον λεπτόν. ($g = 9{,}81$ m/sec^2.)

10. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ μῆκος ἐκκρεμοῦς δευτερολέπτων εἰς τὸν ἰσημερινόν, ὅπου ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης εἶναι 978,049 cm/sec^2.

11. Μαθηματικὸν ἐκκρεμὲς ἐκτελεῖ εἰς 1 min 60 πλήρεις ταλαντώσεις. Κατὰ πόσον πρέπει νὰ βραχυνθῇ, ἵνα τοῦτο ἐκτελῇ εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον 90 πλήρεις ταλαντώσεις. ($g = 981$ cm/sec^2.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Θ΄

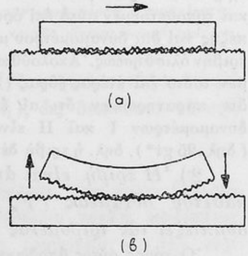
ΤΡΙΒΗ. ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΣ

118. Τριβή. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ὅταν σῶμα κινῆται ὀλισθαῖνον ἢ κυλιόμενον ἐπὶ ὁριζοντίας ἐπιφανείας ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, διὰ τὴν διατήρησιν τῆς κινήσεως ἀπαιτεῖται, ὅπως ἐπενεργῇ ἐπὶ τοῦ σώματος δύναμις. Πρὸς διατήρησιν δηλαδὴ τῆς κινήσεως ἀπαιτεῖται κατανάλωσις ἔργου, διότι ἄλλως τὸ σῶμα μετὰ βραχὺ χρονικὸν διάστημα ἐπανέρχεται ἀφ' ἑαυτοῦ εἰς τὴν ἠρεμίαν. Ἐφ' ὅσον ὅμως, μολονότι ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπενεργεῖ δύναμις, τοῦτο κινεῖται ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, δέον κατ' ἀνάγκην νὰ δεχθῶμεν, ὅτι καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως ἐπενεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος δύναμις ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν κινητήριον δύναμιν. Ἡ δύναμις αὐτη, ἡ ὁποία καλεῖται ***τριβή,*** ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νὰ ἐπαναφέρῃ τὸ σῶμα εἰς τὴν ἠρεμίαν, εὐθὺς ὡς ἡ κινητήριος δύναμις ἐκλείψῃ. Ὅθεν ἡ τριβὴ εἶναι δύναμις, ἡ ὁποία διευθύνεται ἀντιθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος καὶ κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ὁποίας ἀναφαίνεται.

Κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος παρατηροῦμεν ὅτι, λόγῳ τοῦ καταναλισκομένου ἔργου, ἀναπτύσσεται θερμότης, ἡ ὁποία προκαλεῖ αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας τῶν τριβομένων σωμάτων. Ἐξ ἄλλου γνωρίζομεν, ὅτι εἶναι δυσκολώτερον νὰ θέσωμεν εἰς κίνησιν σῶμα εὑρισκόμενον εἰς ἠρεμίαν, παρὰ νὰ διατηρήσωμεν τὴν κίνησιν αὐτοῦ ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, ὅταν τὸ σῶμα ἤθελε τεθῇ εἰς κίνησιν.

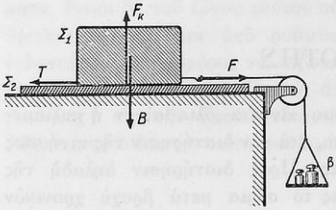
Ἐφ' ὅσον τὸ σῶμα κινεῖται ὀλισθαῖνον, ἡ τριβὴ καλεῖται ***τριβὴ ὀλισθήσεως,*** ἐνῷ, ὅταν κινῆται κυλιόμενον, ἡ τριβὴ καλεῖται ***τριβὴ κυλίσεως.***

Ἡ τριβὴ ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι αἱ ἐπιφάνειαι τῶν τριβομένων σωμάτων παρουσιάζουν ἀνωμαλίας (ἐξοχὰς καὶ ἐσοχάς), αἱ ὁποῖαι πολλάκις δὲν εἶναι ὁραταὶ διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ. Λόγῳ ὅμως συμπιέσεως τῶν ἐπιφανειῶν αἱ ἐξοχαὶ τῆς μιᾶς ἐπιφανείας εἰσχωροῦν εἰς τὰς ἐσοχὰς τῆς ἄλλης (σχ. 207) καὶ διὰ νὰ κινήσωμεν τὸ σῶμα πρέπει νὰ ἐξασκήσωμεν δύναμιν, διὰ νὰ ὑπερνικήσωμεν τὸ ἀποτέλεσμα τῶν ἀνωμαλιῶν τῶν ἐπιφανειῶν αὐτῶν.



Σχ. 207. Τριβὴ ὀλισθήσεως (α) καὶ κυλίσεως (β).

119. Τριβὴ ὀλισθήσεως. Τὸ μέγεθος τῆς δυνάμεως τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν διὰ συσκευῆς, ἡ ὁποία ὀνομάζεται *τριβόμετρον* (σχ. 208). Ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου τῆς τραπέζης τοποθετοῦμεν τὸ ἓν τῶν σωμάτων Σ_2, τὸ ὁποῖον ἔχει σχῆμα πλακός, ὥστε ἡ ἄνω ἐπιφάνεια αὐτοῦ νὰ εἶναι ἐπίπεδος καὶ ὁριζοντία. Ἐπὶ τῆς πλακὸς ταύτης θέτομεν τὸ ἕτερον σῶμα Σ_1, τὸ ὁποῖον ἐξασκεῖ δύναμιν ἐπὶ τοῦ πρώτου διὰ τοῦ βάρους του, σύρομεν δὲ τοῦτο διὰ νήματος. Τὸ νῆμα διέρχεται διὰ τροχαλίας, φέρει δὲ εἰς τὸ ἕτερον ἄκρον αὐτοῦ μικρὸν δίσκον, εἰς τὸν ὁποῖον δυνάμεθα νὰ τοποθετήσωμεν σταθμά. Διὰ καταλλήλου φορτίσεως τοῦ δίσκου διὰ βάρους δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν, ὥστε τὸ σῶμα Σ_1 νὰ τεθῇ εἰς κίνησιν καὶ νὰ διατηρῇ τὴν κίνησιν αὐτοῦ ὁμαλήν, δηλ. τὸ σῶμα Σ_1 νὰ ὀλισθαίνῃ ἰσοταχῶς. Προφανῶς ἡ δύναμις F εἶναι τότε ἴση κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν πρὸς τὴν δύναμιν τριβῆς (T) τῶν δύο σωμάτων. Διότι, ἐὰν μὲν ἦτο αὕτη μικροτέρα, δὲν θὰ προεκάλει τὴν κίνησιν τοῦ σώματος, ἐὰν δὲ ἦτο μεγαλυτέρα, θὰ προσέδιδε εἰς τὸ κινούμενον σῶμα κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην. Ἐφ' ὅσον ὅμως τὸ σῶμα κινεῖται ἰσοταχῶς, ἡ κινητήριος δύναμις ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς δυνάμεως τριβῆς, ἥτις εἶναι δύναμις κειμένη εἰς τὸ ἐπίπεδον συνεπαφῆς τῶν δύο σωμάτων καὶ ἀντιθέτου διευθύνσεως πρὸς τὴν κινητήριον δύναμιν καὶ τὴν ὁποίαν θὰ καλοῦμεν ἐφεξῆς τ ρ ι β ή ν.



Σχ. 208. Τριβόμετρον, διὰ τὸν πειραματικὸν προσδιορισμὸν τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως.

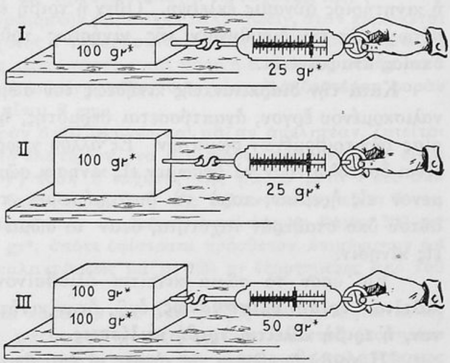
Νόμοι τῆς τριβῆς. Διὰ πολλῶν πειραμάτων καθωρίσθησαν οἱ ἀκόλουθοι νόμοι τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως:

1) *Ἡ τριβὴ εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ἐμβαδοῦ τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν.*

Οὕτω λαμβάνομεν τεμάχιον π.χ. ξύλου σχήματος παραλληλεπιπέδου (σχ. 209, Ι) καὶ τοποθετοῦμεν αὐτὸ ἐπὶ ὁριζοντίας τραπέζης καὶ διὰ δυναμομέτρου μετροῦμεν τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως. Ἀκολούθως τοποθετοῦμεν τοῦτο ἐπὶ ἑτέρας ἕδρας (σχ. 209, ΙΙ), ὅτε παρατηροῦμεν ὅτι αἱ ἐνδείξεις τῶν δυναμομέτρων Ι καὶ ΙΙ εἶναι αἱ αὐταὶ (δηλ. 25 gr*), δηλ. ἡ τριβὴ δὲν μετεβλήθη.

2) *Ἡ τριβὴ εἶναι ἀνάλογος τῆς καθέτου δυνάμεως (F_κ), ἡ ὁποία συμπιέζει τὰς τριβομένας ἐπιφανείας.*

Ὁ νόμος οὗτος ἀποδεικνύεται πειραματικῶς διὰ τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 209, Ι καὶ ΙΙΙ, ὅπου ἐπὶ δύο σωμάτων τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας τὸ ἓν ἔχει διπλάσιον βάρος τοῦ ἄλλου. Δηλαδὴ ἡ κάθετος δύναμις εἰς ΙΙΙ εἶναι διπλασία ἢ εἰς Ι, ὁπότε καὶ ἡ δύναμις τῆς τριβῆς ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς ΙΙΙ (50 gr*) εἶναι διπλασία τῆς ἀντιστοιχούσης εἰς τὸ Ι (25 gr*).



Σχ. 209. Ἡ δύναμις τῆς τριβῆς εἶναι ἀνάλογος τῆς καθέτου δυνάμεως (Ι καὶ ΙΙΙ) καὶ ἀνεξάρτητος τοῦ ἐμβαδοῦ τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν (Ι καὶ ΙΙ).

3) *Ἡ τριβὴ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν.*

Οὕτω, ἐὰν λάβωμεν δύο σώματα τοῦ αὐτοῦ βάρους, ἀλλὰ τοῦ ἑνὸς ἡ τριβομένη ἐπιφάνεια νὰ εἶναι τραχυτέρα τοῦ ἄλλου, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως τοῦ δευτέρου σώματος εἶναι μεγαλυτέρα.

4) *Ἡ τριβὴ μεταξὺ τῶν ἐπιφανειῶν δύο σωμάτων εἶναι σταθερὰ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως, δηλ. εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς ταχύτητος τῆς κινήσεως, ἐφ' ὅσον αὕτη δὲν ὑπερβαίνει ὡρισμένον ὅριον.*

Οὕτω παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ δυναμόμετρον δεικνύει τὴν αὐτὴν πάντοτε ἔνδειξιν, εἴτε βραδέως εἴτε ταχέως κινεῖται τὸ σῶμα.

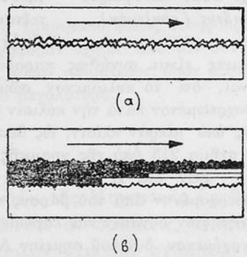
Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ τριβομέτρου ἡ κάθετος πίεσις F_κ εἶναι τὸ βάρος Β τοῦ ὑπερκειμένου σώματος, ὅτε κατὰ τὰ ἀνωτέρω πειραματικὰ δεδομένα ἔχομεν :

$$\boxed{T = \eta \cdot F_\kappa}$$

Ὅπου η ἀριθμὸς σταθερὸς καλούμενος ***συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως,*** ἐξαρτώμενος μόνον ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν δύο τριβομένων ἐπιφανειῶν· εἶναι δὲ καθαρὸς ἀριθμὸς ὡς πηλίκον δυνάμεως διὰ δυνάμεως.

Ὅταν μεταξὺ τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν παρεμβάλωμεν λιπαρὰ μέσα (ἔλαιον, λίπος), ἡ τριβὴ δύναται νὰ ὑποβιβασθῇ οὐσιωδῶς. Τοῦτο ὀφείλεται κυρίως εἰς τὸ ὅτι,

Συντελεσταὶ τριβῆς ὀλισθήσεως (η)	
Ξύλον ἐπὶ ξύλου σκληροῦ	0,25 - 0,50
Ξύλον ἐπὶ ξύλου μὲ στρῶμα σάπωνος	0,20
Μέταλλον ἐπὶ ξύλου	0,50 - 0,60
Μέταλλον ἐπὶ μετάλλου ξηροῦ	0,15 - 0,20
Μέταλλον ἐπὶ μετάλλου ὑγροῦ	0,30
Δέρμα ἐπὶ ξύλου	0,27 - 0,38
Δέρμα ἐπὶ μετάλλου	0,58

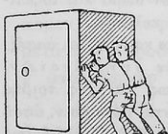

(α)
(β)

Σχ. 210 Διὰ παρεμβολῆς τοῦ λιπαντικοῦ μέσου ὁ συντελεστὴς τριβῆς γίνεται μικρότερος.

ἀντὶ ἡ τριβὴ νὰ γίνεται μεταξὺ τῶν δύο στερεῶν σωμάτων (ἐξωτερικὴ τριβή), λαμβάνει χώραν τριβὴ ἐντὸς τοῦ λιπαροῦ μέσου (ἐσωτερικὴ τριβή), ὡς δεικνύουν τὰ σχήματα 210, α καὶ β.

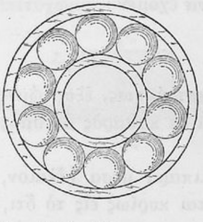
120. Τριβὴ κυλίσεως. Ὅταν σῶμα μετατοπίζεται κυλιόμενον, τότε πάλιν ὑπεισέρχεται ἡ τριβή, ἡ ὁποία ὅμως εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην καλεῖται ***τριβὴ κυλίσεως.***

Ἡ δαπάνη διὰ τὴν παραγωγὴν ὡρισμένου ἔργου εἶναι μικροτέρα εἰς τὴν περίπτωσιν τριβῆς κυλίσεως παρὰ εἰς τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως. Διὰ τὸν λόγον τοῦτον ἡ ἀνακάλυψις τοῦ τροχοῦ θεωρεῖται ὡς μία τῶν σημαντικωτέρων ἀνακαλύψεων, διότι, ἐνῷ εἰς τὰ ἀρχαῖα ὀχήματα ἡ κίνησις ἦτο κίνησις ὀλισθήσεως, διὰ τῆς ἀνακαλύψεως τοῦ τροχοῦ ἡ κίνησις τῶν ὀχημάτων μετετράπη εἰς κίνησιν κυλίσεως, οὕτω δὲ ἀπαιτεῖται πολὺ μικροτέρα δύναμις πρὸς ὑπερνίκησιν τῆς τριβῆς. Τοῦτο ἄλλως τε παρατηροῦμεν εἰς τὴν περίπτωσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἀχθοφόροι θέλουν νὰ μεταφέρουν βαρὺ ἀντικείμενον. Ἀντὶ νὰ ὠθοῦν αὐτὸ στηριζόμενον ἀπ᾽ εὐθείας ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ὅτε πρὸς ὑπερνίκησιν τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως πρέπει νὰ καταβάλλουν μεγάλην δύναμιν, τοποθετοῦν τὸ σῶμα ἐπὶ κυλίνδρων ἐκ σιδήρου ἢ ξύλου (σχ. 211), εἰς τρόπον ὥστε νὰ μετατρέψουν τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως εἰς τριβὴν κυλίσεως, ὅσον δὲ μεγαλυτέρα εἶναι ἡ διάμετρος τῶν τροχῶν τόσον μικροτέρα δύναμις καταβάλλεται. Ἐπίσης διὰ τὸν αὐτὸν λόγον



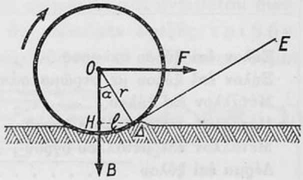
Σχ. 211.

ἐφοδιάζομεν τὰς βάσεις ἢ τοὺς πόδας στηρίξεως διαφόρων βαρέων ἀντικειμένων διὰ τροχῶν, διότι κατὰ τὴν μετατόπισιν αὐτῶν ἔχομεν νὰ ἀντιμετωπίσωμεν τὴν κατὰ πολὺ μικροτέραν τριβὴν κυλίσεως ἀπὸ τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως. Ἐπίσης εἰς τοὺς ἄξονας τῶν μηχανῶν, ἐφ' ὅσον τὰ ἕδρανα (κουζινέτα) αὐτῶν εἶναι ἐφωδιασμένα διὰ χαλυβδίνων σφαιρῶν (ἐνσφαίρων τριβέων, κ. ρουλεμὰν) (σχ. 212), ἡ τριβὴ τῶν ἀξόνων ἀνάγεται εἰς τριβὴν κυλίσεως.



Σχ. 212. Ἔνσφαιρος τριβεὺς (ρουλεμάν).

* Ἡ τριβὴ κυλίσεως ὀφείλεται εἰς τὴν ἀντίστασιν τὴν προερχομένην ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι τὸ ὑπόβαθρον ἐπὶ τοῦ ὁποίου κινεῖται τὸ κυλιόμενον σῶμα ὑφίσταται ἐλαφρὰν κοίλωσιν, ἐνῷ τὸ κυλιόμενον σῶμα ὑφίσταται ἐλαφρὰν ἄμβλυνσιν, ὅταν εὑρίσκωνται εἰς ἐπαφήν, καὶ ἀπαιτεῖται μικρὸν χρονικὸν διάστημα, ἵνα τὰ σώματα ἀναλάβουν τὴν κανονικήν των κατάστασιν, ἐξαφανιζομένων τῶν ἀνωτέρω παραμορφώσεων, αἵτινες εἶναι συνήθως παροδικαί. Τὸ ἀποτέλεσμα ὅθεν εἶναι, ὅτι τὸ κυλιόμενον σῶμα (π.χ. κύλινδρος) εἶναι ὑποχρεωμένον κατὰ τὴν κύλισιν αὐτοῦ νὰ ἀναρριχᾶται συνεχῶς ὑπὸ μικρὰν κλίσιν, ὡς δεικνύεται ὑπὸ μεγέθυνσιν εἰς τὸ σχῆμα 213 ὑπὸ τῆς γραμμῆς ΔΕ.



Σχ. 213. Ὅταν ὁ κύλινδρος κυλίεται ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα, πρέπει νὰ ἐξασκῆται ἐπὶ τοῦ ἄξονος ἡ δύναμις F.

Ἐὰν διὰ B καλέσωμεν τὴν κάθετον δύναμιν τὴν προερχομένην ἀπὸ τοῦ βάρους τοῦ σώματος καὶ διὰ F τὴν κινητήριον δύναμιν καὶ λάβωμεν τὰς ροπὰς ὡς πρὸς ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ σημείου Δ καὶ κάθετον ἐπὶ τοῦ σχήματος, τότε πρέπει, ἐπειδὴ τὸ σῶμα εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν B καὶ F ὡς πρὸς τὸν διὰ τοῦ Δ ἄξονα νὰ εἶναι μηδέν. Ἐὰν θέσωμεν $\mathrm{H\Delta} = l$ καὶ $\mathrm{O\Delta} = r$, τότε θὰ εἶναι: Ροπὴ δυνάμεως $B = B \cdot l$, ροπὴ δυνάμεως $F = F \cdot \mathrm{OH}$. Ἀλλὰ $\mathrm{OH} = r \cdot \text{συν}\,\alpha$, ἐπομένως ἡ ροπὴ τῆς δυνάμεως $F = F \cdot r \cdot \text{συν}\,\alpha$. Ἡ συνθήκη ὅθεν ἰσορροπίας εἶναι:

$$B \cdot l - F \cdot r \cdot \text{συν}\,\alpha = 0 \quad \text{καὶ} \quad F = l \cdot \frac{B}{r \cdot \text{συν}\,\alpha}$$

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις ἡ γωνία α εἶναι μικρά, ὅτε συν α ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος ἰσοῦται πρὸς τὴν μονάδα, καὶ τότε ἔχομεν:

$$F = l \cdot \frac{B}{r}$$

Ἡ σταθερὰ ποσότης l καλεῖται ***συντελεστὴς τριβῆς κυλίσεως*** καὶ ἔχει διαστάσεις μήκους· οὗτος εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς ταχύτητος κυλίσεως καὶ τῆς θερμοκρασίας καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν πλαστικότητα τῶν ὑλικῶν, ἐκ τῶν ὁποίων εἶναι κατεσκευασμένον τὸ κυλιόμενον σῶμα καὶ τὸ ἐπίπεδον ἐπὶ τοῦ ὁποίου κυλίεται.

Συντελεσταὶ κυλίσεως l εἰς cm	
Ὄχημα ἐπὶ κοινῆς ὁδοῦ	0,20
Ὄχημα ἐπὶ ἀσφαλτοστρωμένης ὁδοῦ .	0,01
Σιδηρόδρομος	0,002

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καθίσταται σαφές, ὅτι τὰ *δύο μεγέθη τῶν συντελεστῶν*, τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως καὶ τῆς τριβῆς κυλίσεως, δὲν ἐπιδέχονται σύγκρισιν, ἀφοῦ ὁ μὲν συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως εἶναι καθαρὸς ἀριθμός, ὁ δὲ συντελεστὴς τριβῆς κυλίσεως ἔχει διαστάσεις μήκους.

Ἐκ παρατηρήσεων προκύπτει, ὅτι ἡ δύναμις F διὰ τὴν ὑπερνίκησιν τῆς τριβῆς κυλίσεως μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως τῆς ἀκτῖνος τοῦ κυλιομένου σώματος καὶ ἐκ τούτου ἐξηγεῖται, διατί συμφέρει ἡ χρησιμοποίησις τροχῶν μεγάλης διαμέτρου εἰς τὰ ὀχήματα. Ὅσον δὲ μικρότερα εἶναι ἡ κοίλωσις τοῦ ὑποβάθρου, τόσον μεγαλύτερον εἶναι τὸ συν α καὶ ἑπομένως ὅσον στερεωτέρα εἶναι ἡ ἐπιφάνεια, ὅπου κυλίεται τὸ σῶμα, τόσον μικροτέρα εἶναι ἡ τριβὴ κυλίσεως.

Συντελεστὴς ἕλξεως. Κατὰ τὴν κίνησιν τῶν ὀχημάτων ἔχει σημασίαν ὁ ***συντελεστὴς ἕλξεως*** (φ), ὅστις ὁρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως F τῆς ἀναγκαιούσης διὰ νὰ κινηθῇ τὸ ὄχημα διὰ τῆς καθέτου δυνάμεως F_κ , ἤτοι :

$$\varphi = \frac{F}{F_\kappa}$$

Τὰ σιδηροδρομικὰ ὀχήματα, τὰ ὁποῖα ὡς γνωστὸν κυλίονται ἐπὶ σιδηροδρομικῶν γραμμῶν, ἔχουν συντελεστὴν ἕλξεως $\varphi = 4 \cdot 10^{-3}$, ἐνῷ ὀχήματα μὲ σιδηροῦς τροχοὺς κυλιόμενα ἐπὶ συνήθους ὁδοῦ ἔχουν περίπου $\varphi = 3 \cdot 10^{-2}$. Διὰ τὴν διατήρησιν τῆς κινήσεως τοῦ ὀχήματος ὑπὸ σταθερὰν ταχύτητα θὰ ἀπαιτηθῇ δύναμις ἴση πρὸς τὸ γινόμενον τοῦ συντελεστοῦ ἕλξεως ἐπὶ τὴν κάθετον δύναμιν. Οὕτω π.χ. διὰ σιδηροδρομικὸν ὄχημα βάρους 5 τόννων θὰ ἀπαιτηθῇ δύναμις :

$$F = 5\,000 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 20 \text{ kgr*}$$

Ἐκ τοῦ παραδείγματος τούτου καταφαίνεται ἡ σημασία τῆς χρησιμοποιήσεως σιδηροδρομικῶν τροχιῶν. Ἐν γένει ὁ συντελεστὴς ἕλξεως ἐξαρτᾶται εἰς τροχοφόρον ὄχημα ἀπὸ τὸν συντελεστὴν τριβῆς κυλίσεως καὶ τὴν ἀκτῖνα τοῦ τροχοῦ, εἶναι δὲ οὗτος τόσον μικρότερος, ὅσον ὁ συντελεστὴς τριβῆς κυλίσεως εἶναι μικρότερος καὶ ἡ ἀκτὶς τοῦ τροχοῦ μεγαλυτέρα.

ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΣ

121. Ἐλαστικαὶ παραμορφώσεις.

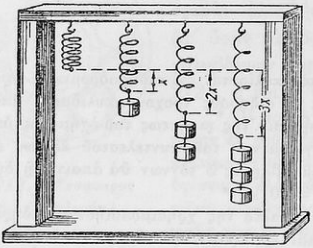
Κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς Μηχανικῆς ὑπεθέσαμεν, ὅτι τὰ ὑλικὰ σώματα εἶναι ἀπολύτως στερεά, δηλ. ὅτι αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐπενεργοῦν ἐπ' αὐτῶν οὐδεμίαν ἀπολύτως προκαλοῦν μεταβολήν, εἴτε τοῦ σχήματος εἴτε τοῦ ὄγκου αὐτῶν. Ἡ ὑπόθεσις ὅμως αὕτη δὲν ἰσχύει εἰς τὴν πραγματικότητα, διότι σῶμα ἀπολύτως στερεὸν δὲν ὑπάρχει πράγματι εἰς τὴν φύσιν. Ὅλως ἀντιθέτως παρατηροῦμεν, ὅτι ὅλα τὰ ἐν τῇ φύσει σώματα, τόσον κατὰ τὸν ὄγκον, ὅσον καὶ κατὰ τὸ σχῆμα, μεταβάλλονται ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῶν ἐπ' αὐτῶν ἐπενεργουσῶν δυνάμεων. Ἡ ἰδιότης αὕτη τῶν στερεῶν σωμάτων, νὰ παραμορφοῦνται ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν ἐξωτερικῶν δυνάμεων, καλεῖται ***ἐλαστικότης,*** τὰ δὲ ἐν τῇ φύσει ὑπάρχοντα στερεὰ σώματα, ὡς ἐκ τῆς ἀνωτέρω ἰδιότητος αὐτῶν, καλοῦνται ***ἐλαστικὰ σώματα.***

Ἡ παραμόρφωσις τῶν στερεῶν σωμάτων ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν ἐξωτερικῶν δυνάμεων δύναται νὰ εἶναι εἴτε π α ρ ο δ ι κ ὴ εἴτε μ ό ν ι μ ο ς. Οὕτω, ὅταν πιέζωμεν διὰ τῆς χειρός μας τόπι ἀπὸ καουτσούκ, τοῦτο παραμορφοῦται, ἀλλ' ἡ παραμόρφωσίς του εἶναι παροδικὴ διότι, ὅταν ἀφήσωμεν τὸ τόπι ἐλεύθερον, βλέπομεν, ὅτι τοῦτο ἀναλαμβάνει ἀφ' ἑαυτοῦ τὴν ἀρχικήν του μορφήν· τοιαῦτα σώματα καλοῦνται ***πλαστικά.*** Ὅλως ἀντιθέτως, ἐὰν κτυπήσωμεν σφαῖραν ἀπὸ μόλυβδον ἰσχυρῶς μὲ σφυρίον, βλέπομεν ὅτι ἡ σφαῖρα παραμορφοῦται, ἡ δὲ παραμόρφωσις παραμένει μ ο ν ί μ ω ς καὶ μετὰ τὴν πάροδον τοῦ κτυπήματος, δεδομένου ὅτι ἡ μολυβδίνη σφαῖρα δὲν ἠμπορεῖ ν' ἀναλάβῃ ἀφ' ἑαυτῆς τὸ ἀρχικόν της σχῆμα.

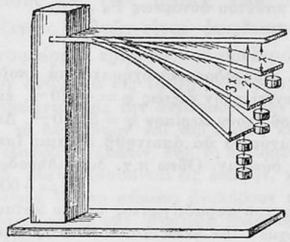
Ἀλλὰ καὶ τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα δεικνύουν παροδικὴν παραμόρφωσιν, παύουν νὰ δεικνύουν τὴν ἰδιότητα ταύτην, ὅταν αἱ ἐντάσεις τῶν ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπενεργουσῶν δυνάμεων ὑπερβοῦν ὡρισμένον ὅριον, τὸ ὁποῖον καλεῖται ***ὅριον ἐλαστικότητος,*** ὅτε καὶ τὰ σώματα ταῦτα ὑφίστανται μόνιμον παραμόρφωσιν.

Ἐὰν αἱ δυνάμεις αἱ ἐπενεργοῦσαι ἐπὶ τοῦ σώματος εἶναι τοιαῦται, ὥστε νὰ προκαλοῦν μεταβολὴν τῶν γραμμικῶν διαστάσεων τοῦ σώματος, ὡς π.χ. αἱ δυνάμεις ἐφελκυσμοῦ ἢ συνθλίψεως, τότε διακρίνομεν ***ἐλαστικότητα ἐφελκυσμοῦ*** (*ἕλκυσμοῦ*) ἢ

συνθλίψεως. Ἐὰν αἱ δυνάμεις προκαλοῦν κάμψιν τοῦ σώματος, τότε διακρίνομεν ***ἐλαστικότητα κάμψεως.*** Ἐὰν δὲ τέλος αὗται προκαλοῦν περιστροφὴν τῶν διαφόρων μερῶν αὐτοῦ, τότε διακρίνομεν ***ἐλαστικότητα στρέψεως.***

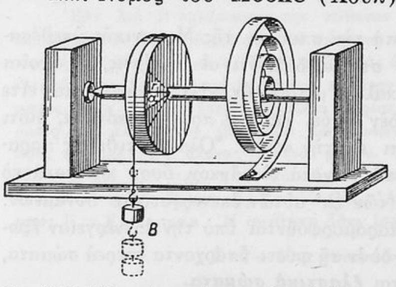


Σχ. 214. Ὁ ἐφελκυσμὸς εἶναι ἀνάλογος τῆς τεινούσης δυνάμεως.



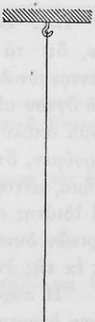
Σχ. 215. Ἡ κάμψις εἶναι ἀνάλογος τῆς τεινούσης δυνάμεως.

122. Νόμος τοῦ Hooke (Χούκ). *Ἐφ' ὅσον ἡ ἔντασις τῶν ἐπενεργουσῶν ἐξωτερικῶν δυνάμεων ἐπὶ σώματος εὑρίσκεται κάτω τοῦ ὁρίου ἐλαστικότητος, αἱ παραμορφώσεις τοῦ σώματος, δι' ἑλκυσμοῦ, κάμψεως ἢ στρέψεως, εἶναι ἀνάλογοι τῆς ἐντάσεως τῶν παραμορφουσῶν δυνάμεων (ἢ ῥοπῶν).* Ἡ ἀνωτέρω πρότασις ἀποτελεῖ τὸν ***νόμον τοῦ Hooke.*** Τὰ σχήματα 214, 215 καὶ 216 δεικνύουν πειραματικὰς διατάξεις διὰ τὴν σπουδὴν τοῦ νόμου τοῦ Hooke.



Σχ. 216. Ἡ γωνία στρέψεως εἶναι ἀνάλογος τῆς προκαλούσης αὐτὴν ῥοπῆς B.r.

123*. Μέτρον ἐλαστικότητος. Ἐπιμήκυνσις σύρματος. Θεωρήσωμεν σύρμα μεταλλικὸν ἐξηρτημένον διὰ τοῦ ἑνὸς ἄκρου αὐτοῦ ἐξ ἀκλονήτου σημείου, π.χ. ἀπὸ τῆς ὀροφῆς δωματίου, ἐνῷ εἰς τὸ ἕτερον ἄκρον αὐτοῦ ἐξαρτῶμεν μικρὸν βάρος, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ ἐλαφρὰν διάτασιν τοῦ σύρματος, οὕτως ὥστε τοῦτο νὰ ἀποκτήσῃ μόνιμον μῆκος l (σχ. 217). Ἐὰν ἤδη τείνωμεν τὸ σύρμα διὰ δυνάμεως βάρους B, τότε τὸ σύρμα ὑφίσταται ἐπιμήκυνσιν, δεικνύεται δὲ ὅτι ἡ ἐπιμήκυνσις αὐτοῦ εἶναι: 1) *Ἀνάλογος τῆς τεινούσης δυνάμεως.* 2) *Ἀνάλογος τοῦ μήκους αὐτοῦ.* 3) *Ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς τομῆς του.* Ἤτοι:



Σχ. 217. Μέτρησις τῆς ἐπιμηκύνσεως τοῦ σύρματος, προκαλουμένης ὑπὸ βάρους B.

$$\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S} \cdot l \qquad (1)$$

ὅπου Δl ἡ ἐπιμήκυνσις, l τὸ μῆκος τοῦ σύρματος, S τὸ ἐμβαδὸν τῆς τομῆς αὐτοῦ, ἐνῷ E ἀποτελεῖ χαρακτηριστικὴν σταθερὰν τῆς ὕλης τοῦ σύρματος, ἡ ὁποία καλεῖται ***μέτρον ἐλαστικότητος*** ἢ ***μέτρον τοῦ*** *Young* (Γιάνκ).

Ἡ σχέσις (1) ἐκφράζει ἀναλυτικῶς τὸν νόμον τοῦ Hooke, ὁ ὁποῖος ἰσχύει ἐφ' ὅσον ἡ φορτίζουσα δύναμις δὲν ὑπερβαίνει τὸ ὅριον τῆς ἐλαστικότητος. Ἐκ τῆς σχέσεως (1), δι' ἐπιλύσεως αὐτῆς ὡς πρὸς E, εὑρίσκομεν τὴν μονάδα τοῦ μέτρου ἐλαστικότητος. Οὕτω, εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ἡ σταθερὰ E μετρεῖται εἰς dyn/cm^2 καὶ εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα εἰς kgr^*/m^2. Συνήθως εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς ἡ φορτίζουσα δύναμις ἐκφράζεται εἰς kgr*, ἐνῷ ἡ τομὴ εἰς mm^2. Ὁ κάτωθι πίναξ παρέχει τὰς τιμὰς τοῦ μέτρου ἐλαστικότητος διά τινας οὐσίας :

Παραδείγματα μέτρου ἐλαστικότητος (εἰς kgr^*/mm^2)			
Ἄργυρος	7 000 - 8 000	Ὀρείχαλκος	8 000 - 10 000
Ἀργίλλιον	6 300 - 7 200	Σίδηρος (σφυρήλ.)	20 000 - 22 000
Μόλυβδος	1 500 - 1 700	Χαλκὸς	10 000 - 13 000
Νικέλιον	20 000 - 22 000	Χάλυψ	20 000 - 22 000

Ὅσον τὸ μέτρον ἐλαστικότητος οὐσίας τινὸς ἔχει μεγαλυτέραν τιμήν, τόσον ὀλιγώτερον παραμορφώσιμον εἶναι τὸ σῶμα, καὶ ἐπομένως τὸ μέτρον ἐλαστικότητος δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς μέτρον τῆς ἀντιστάσεως, τὴν ὁποίαν προβάλλει τὸ σῶμα ἔναντι ἐλαστικῶν παραμορφώσεων. Τὸ μέτρον ἐλαστικότητος δὲν ὑπεισέρχεται μόνον εἰς τὸν ἐφελκυσμόν, ἀλλὰ καὶ εἰς τὴν κάμψιν. Ἐξ ἄλλου ἡ ἐλαστικότης στρέψεως, ἡ ὁποία παρατηρεῖται καὶ εἰς τοὺς ἄξονας περιστροφῆς τῶν μηχανῶν, καθορίζεται ὑπὸ τοῦ ***μέτρου στρέψεως***.

Θλίψις. Ἐὰν ἡ φορὰ τῆς δυνάμεως τῆς ἐξασκουμένης ἐπὶ τοῦ σώματος εἶναι ἀντίθετος ἢ εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ἐπιμηκύνσεως, τότε τὸ σῶμα ἀντὶ νὰ ἐπιμηκυνθῇ, ὑφίσταται συστολήν, καὶ τότε λέγομεν ὅτι τὸ ὑλικὸν ὑφίσταται ***θλίψιν***.

124*. Ἀντοχὴ τῶν ὑλικῶν. Εἴδομεν ἤδη ὅτι, ὅταν αἱ ἐπενεργοῦσαι ἐπὶ σώματος δυνάμεις ὑπερβοῦν ὡρισμένον ὅριον, τὸ ὅριον τῆς ἐλαστικότητος, τὸ σῶμα λαμβάνει μόνιμον παραμόρφωσιν, μὴ ἐπανερχόμενον εἰς τὴν ἀρχικήν του μορφὴν εὐθὺς ὡς ἐκλείψουν αἱ ἐπενεργοῦσαι δυνάμεις. Οὕτω εἰς τὴν περίπτωσιν ἐλαστικότητος ἐφελκυσμοῦ, ἐφ' ὅσον ἡ ἐφαρμοζομένη δύναμις ἔχει τιμὴν κάτω τοῦ ὁρίου ἐλαστικότητος, ἡ ἐπιμήκυνσις τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ σύρμα ἢ ἡ ῥάβδος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐπενεργοῦσαν δύναμιν, τὸ δὲ σύρμα ἀναλαμβάνει τὴν ἀρχικὴν αὐτοῦ μορφὴν εὐθὺς ὡς ἐκλείψῃ ἡ ἐπενεργοῦσα δύναμις. Ὅταν ὅμως ὑπερβῶμεν τὸ ὅριον τῆς ἐλαστικότητος, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἐπιμήκυνσις δὲν εἶναι ἀνάλογος τῆς δυνάμεως, ἀλλὰ πολὺ μεγαλυτέρα, ἐὰν δὲ παύσῃ ἡ δύναμις ἐπενεργοῦσα, τὸ σύρμα δὲν ἀναλαμβάνει τὸ ἀρχικὸν αὐτοῦ μῆκος. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν αὐξάνοντες τὴν φορτίζουσαν δύναμιν, παρατηροῦμεν ὅτι ἐπέρχεται στιγμὴ καθ' ἣν διὰ μικρὰν αὔξησιν τοῦ φορτίου ἐπέρχεται δυσαναλόγως μεγάλη ἐπιμήκυνσις, ὡς ἐὰν ὑπερενικήθησαν αἱ ἐσωτερικαὶ ἐλαστικαὶ δυνάμεις, ἐνῷ ταυτοχρόνως παρατηροῦνται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σύρματος ἰδιόρρυθμοι σχηματισμοί, διὰ τῶν ὁποίων ὑποδηλοῦται ὅτι ἔλαβον χώραν ἐσωτερικαὶ μετατοπίσεις τῶν στοιχειωδῶν συστατικῶν τοῦ σύρματος. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν περαιτέρω φορτίζοντες τὸ σύρμα, παρατηροῦμεν ὅτι εἴς τινα θέσιν αὐτοῦ γεννᾶται ἀπότομος λέπτυνσις καὶ τὸ σύρμα θραύεται. Τὸ φορτίον τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὴν θραῦσιν τοῦ σύρματος μετρεῖ τὴν ἀντοχὴν εἰς τὴν θραῦσιν αὐτοῦ, εἶναι δὲ αὕτη ἀνάλογος τῆς τομῆς τοῦ σύρματος καὶ ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς οὐσίας ἐκ τῆς ὁποίας τοῦτο ἀποτελεῖται. Ὥστε ἡ θραῦσις ἑνὸς ὑλικοῦ ἐπέρχεται ὄχι ὅταν ἡ τείνουσα δύναμις ὑπερβῇ μίαν ὡρισμένην τιμήν, ἀλλ᾽ ὅταν τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως διὰ τοῦ ἀντιστοίχου ἐμβαδοῦ ὑπερβῇ τὴν ὡρισμένην τιμήν. Τὸ σταθερὸν τοῦτο πηλίκον καλεῖται ***ὅριον θραύσεως***, ἐκφράζεται δὲ τοῦτο εἰς kgr*/mm^2.

Παραδείγματα ὁρίου θραύσεως (εἰς kgr*/mm^2)					
Μόλυβδος	2	Χρυσός	27	Ὀρείχαλκος	60
Κασσίτερος	2	Χαλκός	40	Ὕαλος	80
Ἀργίλλιον	20 – 30	Σίδηρος	40 – 60	Χάλυψ	80 – 130

Ἀνάλογα φαινόμενα ἰσχύουν καὶ διὰ τὴν συμπίεσιν ἢ κάμψιν τῶν διαφόρων ὑλικῶν. Εἰς τὰς τεχνικὰς κατασκευὰς λαμβάνεται πρόνοια, ὥστε ἡ τάσις εἰς ὅλα τὰ σημεῖα νὰ εἶναι μικροτέρα τοῦ ὁρίου θραύσεως. Εἰς τὰς περιπτώσεις ἐκείνας, εἰς τὰς ὁποίας ἡ καταστροφὴ μιᾶς κατασκευῆς θὰ εἶχε μεγάλας συνεπείας (π.χ. θραῦσις τοῦ συρματοσχοίνου γερανοῦ, ἀνελκυστῆρος κλπ.) λαμβάνεται πρόνοια, ὥστε ἡ μεγίστη τάσις νὰ εἶναι ἀρκετὰς φορὰς μεγαλυτέρα τῆς τάσεως θραύσεως. Ὁ συντελεστὴς οὗτος ἀσφαλείας λαμβάνεται συνήθως μεγαλύτερος τοῦ 10.

125*. ***Ἰδιότητες τῶν στερεῶν σωμάτων.*** Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω ἰδιοτήτων τὰ στερεὰ σώματα παρουσιάζουν καὶ τὰς ἀκολούθους ἰδιότητας, αἱ ὁποῖαι εὑρίσκουν ἐφαρμογὴν εἰς τὴν τεχνικήν.

1) Ἡ ἀντίστασις, τὴν ὁποίαν ἀντιτάσσει σῶμά τι (π.χ. ὀρυκτόν), ὅταν δι᾽ αἰχμηροῦ ἢ ὀξέος ὀργάνου προσπαθῶμεν νὰ διεισδύσωμεν μεταξὺ τῶν μορίων του, καλεῖται ***σκληρότης*** τοῦ σώματος. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς σκληρότητος τῶν σωμάτων ὁ Mohs (Μὸς) καθώρισε κλίμακα ἀντιστοιχοῦσαν εἰς δέκα βαθμοὺς σκληρότητος, ἕκαστος δὲ βαθμὸς ἀντιπροσωπεύεται ὑπὸ ἑνὸς ἐκ τῶν μᾶλλον διαδεδομένων ὀρυκτῶν, ὡς δεικνύει ὁ ἔναντι πίναξ. Ἡ διὰ τῆς κλίμακος τοῦ Mohs δοκιμασία τῆς σκληρότητος στηρίζεται εἰς τὸ ὅτι α) ἐκ δύο σωμάτων σκληρότερον εἶναι τὸ χαράσσον τὸ ἄλλο καὶ β) ὅταν δύο σώματα ἀλληλοχαράσσωνται ἢ δὲν ἀλληλοχαράσσωνται, ἔχουν τὴν αὐτὴν σκληρότητα.

Σκληρομετρικὴ κλῖμαξ τοῦ Mohs	
1. Τάλκης	6. Ὀρθόκλαστον
2. Γύψος	7. Χαλαζίας
3. Ἀσβεστίτης	8. Τοπάζιον
4. Φθορίτης	9. Κορούνδιον
5. Ἀπατίτης	10. Ἀδάμας

2) Μεταξὺ δύο σωμάτων ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον θραύεται εὐκολώτερον διὰ σφυροκοπημάτων, θεωρεῖται σχετικῶς περισσότερον ***εὔθραυστον*** ἀπὸ τὸ ἄλλο. Οὕτω, ἡ ὕαλος καὶ ὁ πάγος εἶναι πολὺ εὔθραυστα σώματα, ἐνῷ τὸ ἀντίθετον συμβαίνει μὲ τὸν μόλυβδον καὶ τὸν χαλκόν.

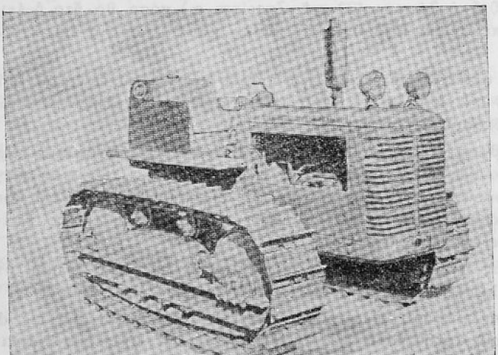
3) Τὸ ***ὄλκιμον*** τῶν σωμάτων καθορίζομεν διὰ τοῦ μεγέθους τῆς διαμέτρου τῶν συρμάτων, τὰ ὁποῖα δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν δι᾽ αὐτῶν, ὅσον δὲ μικροτέρα εἶναι ἡ διάμετρος, τόσον περισσότερον ὄλκιμον θεωρεῖται τὸ σῶμα. Οὕτω, ὁ λευκόχρυσος ἀποτελεῖ πολὺ ὄλκιμον σῶμα, διότι δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν πολὺ μικρᾶς διαμέτρου σύρματα, π.χ. τάξεως μεγέθους 10^{-5} cm. Ἐπίσης ἡ ὕαλος, ὅταν ἔχῃ ἐπαρκῶς θερμανθῇ, ἀποτελεῖ πολὺ ὄλκιμον σῶμα. Πράγματι, ἐὰν κρατοῦντες διὰ τῶν χειρῶν μας ἀπὸ τὰ δύο ἄκρα λεπτὴν ὑαλίνην ῥάβδον θερμά-

νωμεν αὐτὴν ἐπαρκῶς εἰς τὸ μέσον, ὥστε νὰ καταστῇ μαλακή, τότε, ἐὰν διατείνωμεν αὐτὴν ταχέως διὰ τῶν δύο ἄκρων, εἶναι δυνατὸν νὰ σχηματισθοῦν νήματα ὑάλου τόσον λεπτά, ὥστε νὰ εἶναι σχεδὸν ἀόρατα διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ.

4) Τὸ **ἐλατὸν** τῶν σωμάτων καθορίζεται ἐκ τῆς λεπτότητος τῶν φύλλων, τὰ ὁποῖα δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν ἐξ αὐτῶν. Ὁ χρυσός, ὁ ἄργυρος κλπ. εἶναι λίαν ἐλατὰ σώματα, διότι δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν ἐξ αὐτῶν φύλλα μικροτάτου πάχους. Τὰ γνωστὰ φύλλα ἐκ κασσιτέρου ἢ ἀργιλλίου εἰς τὰ κυτία σιγαρέτων ἢ σοκολάτας, τὰ ὁποῖα ἔχουν πάχος 10 μικρῶν (10 μ), ἤτοι 0,001 cm, ἀποδεικνύουν ἐπίσης τὸ ἐλατὸν τῶν ἀνωτέρω μετάλλων.

126. Ἐπίδρασις τῆς πιέσεως ἐπὶ σώματος. Ὅταν ἐπὶ σώματος ἐπενεργῇ δύναμις, ἡ ὁποία διανέμεται ὁμοιομόρφως ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ, καλοῦμεν ***πίεσιν*** τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως τῆς ἀσκουμένης ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας διὰ τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς ἐπιφανείας ταύτης (βλ. § 128). Ἐὰν ἡ ἐπιφάνεια εἶναι μεγάλη, ἡ πίεσις εἶναι μικρά· ἐὰν δὲ ἡ ἐπιφάνεια εἶναι μικρά, ἡ πίεσις εἶναι μεγάλη. Οὕτω, ὅταν ἄνθρωπος βαδίζῃ εἰς χιονοσκεπὲς ἔδαφος καὶ χρησιμοποιῇ χιονοπέδιλα, αὐξάνει ἡ ἐπιφάνεια ἐπαφῆς του μετὰ τῆς χιόνος καὶ δὲν βυθίζεται, διότι ἡ πίεσις εἶναι μικρά, ἐνῷ ἐὰν βαδίζῃ μὲ τὰ ὑποδήματά του βυθίζεται ἐντὸς τῆς χιόνος, διότι τὸ βάρος του κατανέμεται ἐπὶ τῆς σχετικῶς μικρᾶς ἐπιφανείας τῶν ὑποδημάτων του.

Διὰ τὴν κίνησιν βαρέος ὀχήματος ἐπὶ μαλακοῦ ἐδάφους ἐπαυξάνουν τὴν ἐπιφάνειαν τῶν συνήθων τροχῶν δι' ἑρπιστριῶν, οὕτω δὲ τὸ βάρος τοῦ ὀχήματος διανέμεται ἐπὶ μεγαλυτέρας ἐπιφανείας, ὡς τοῦτο ἐφαρμόζεται εἰς τοὺς τροχοὺς τῶν τρακτὲρ (σχ. 218)



Σχ. 218. Αὐξανομένου τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς ἐπιφανείας ἐλαττοῦται ἡ πίεσις.

Σχ. 219. Ἡ ἀσκουμένη δύναμις διανέμεται ἐπὶ μικρᾶς ἐπιφανείας.

καὶ τῶν πολεμικῶν ὀχημάτων (τὰνκς κλπ.). Ἀντιθέτως τὰ κοπτερὰ ὄργανα, ὡς π.χ. μαχαῖρι, ψαλίδι, τανάλια (σχ. 219) κλπ. ὡς καὶ βελόναι, καρφία, ἔχουν ἐπιφάνειαν ἐπαφῆς μετὰ τῶν ἀντικειμένων πολὺ μικρὰν καὶ διὰ τοῦτο εἶναι λίαν διεισδυτικά.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Δύναμις 10 kgr* σύρει σῶμα μάζης 10 Τ.Μ. ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως εἶναι $\eta = 0{,}04$. Τί κίνησις προκύπτει.

2. Πόση εἶναι ἡ ἀρχικὴ ταχύτης σώματος, τὸ ὁποῖον ἀφοῦ διανύσῃ διάστημα 100 m ἠρεμεῖ λόγῳ τριβῆς. ($\eta = 0{,}01$.)

3. Πόση ἡ ἀρχικὴ ταχύτης αὐτοκινήτου, ὅταν δι' ἀποτόμου λειτουργίας τῶν φρένων του ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους διανύῃ 20 m μέχρις ὅτου ἠρεμήσῃ. ($\eta = 0{,}5$.)

4. Αὐτοκίνητον κινούμενον ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους ὑφίσταται πέδησιν καὶ διανύει διάστημα 40 m διὰ νὰ ἠρεμήσῃ. Ἐὰν δεχθῶμεν συντελεστὴν τριβῆς ὀλισθήσεως $\eta = 0{,}5$, πόση εἶναι ἡ ἀρχικὴ ταχύτης καὶ ἡ ἐπιβράδυνσις κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς πεδήσεως. ($g = 10\ m/sec^2$.)

5. Σῶμα μάζης 20 gr, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐπενεργεῖ σταθερὰ δύναμις 800 dyn, διανύει ἐντὸς 4 sec ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους διάστημα 200 cm. Πόση εἶναι ἡ τριβή του.

6. Πόση δύναμις ἀπαιτεῖται, ἵνα μεταδοθῇ εἰς ὄχημα βάρους 18 τόννων καὶ ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους ἐντὸς 1 min ταχύτης ἐκ τῆς ἠρεμίας ἴση πρὸς 10 m/sec. ($\eta = 0{,}05$, $g = 10\ m/sec^2$.)

7. Αὐτοκίνητον βάρους 1 000 kgr* κινεῖται ἐπὶ ὁριζοντίου δρόμου ὑπὸ ταχύτητα 72 km/h. Ποίαν ἰσχὺν ἀποδίδει ὁ κινητήρ του, ὅταν $\eta = 0{,}2$ καὶ ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἀντιστοιχῇ εἰς δύναμιν 10 kgr*.

8. Σῶμα μάζης 1 kgr εὑρίσκεται ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου. Ἐπὶ τοῦ σώματος προσαρμόζομεν ὁριζόντιον σχοινίον, τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ τροχαλίας ἄνευ τριβῆς καὶ φορτίζεται κατὰ τὸ ἕτερον ἄκρον αὐτοῦ ὑπὸ βάρους 400 gr*. Ζητεῖται α) πόση θὰ ἦτο ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ σώματος, ἐὰν τὸ ἐπίπεδον δὲν παρουσιάζῃ τριβὴν καὶ β) πόση ἡ ἐπιτάχυνσις, ὅταν $\eta = 0{,}2$.

9. Αὐτοκίνητον κινεῖται ἐπὶ ἀσφαλτικοῦ αὐτοκινητοδρόμου καὶ ἐπιδιώκει νὰ διαγράψῃ καμπύλην διαδρομὴν ἀκτῖνος 10 m. Πόση ἡ ἀνωτέρα ἐπιτρεπομένη ταχύτης, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ ἀναπτύξῃ ὁ ὁδηγός, δεδομένου ὅτι $\eta = 0{,}3$.

10. Ἄνθρωπος δύναται ἐπὶ βραχὺ χρονικὸν διάστημα ν' ἀναπτύξῃ δύναμιν 70 kgr*. Μὲ τὴν δύναμιν ταύτην ἐκσφενδονίζει ὁριζοντίως ἐπὶ παγωμένης λίμνης τεμάχιον πάγου μάζης 8 kgr. Ἐὰν κατὰ τὴν ἐκσφενδόνισιν ἡ χεὶρ διαγράφῃ διάστημα 120 cm, ἐπὶ πόσον χρόνον θὰ κινῆται ὀλισθαῖνον τὸ τεμάχιον πάγου ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς λίμνης, ὅταν ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως εἶναι $\eta = 0{,}02$.

11. Ἐλαστικὴ ῥάβδος μήκους 4 m καὶ τομῆς 0,5 cm^2 ἐπιμηκύνεται κατὰ 1 mm, ὅταν ἐξαρτηθῇ ἀπὸ αὐτῆς βάρος 225 kgr*. Πόσον τὸ μέτρον ἐλαστικότητος τῆς ῥάβδου.

12. Ἡ διάμετρος ὀρειχαλκίνης ῥάβδου εἶναι 6 mm. Ζητεῖται πόση δύναμις εἰς dyn δύναται νὰ προκαλέσῃ ἐπιμήκυνσιν αὐτῆς κατὰ 0,20 % τοῦ μήκους της. (Μέτρον ἐλαστικότητος ὀρειχάλκου $9 \cdot 10^{11}\ dyn/cm^2$.)

13. Ῥάβδος σιδήρου μήκους 4 m καὶ τομῆς 1 cm^2 ἐπιμηκύνεται κατὰ 0,46 mm, διὰ φορτίου 100 kgr*. Πόσον τὸ μέτρον ἐλαστικότητος τοῦ σιδήρου εἰς kgr^*/mm^2 καὶ dyn/cm^2.

14. Κατακορύφως ἐξηρτημένον σπειροειδὲς ἐλατήριον ἐπιμηκύνεται κατὰ 8 cm ὑπὸ βάρους 120 gr*. Πόση ἡ σταθερὰ τοῦ ἐλατηρίου καὶ πόσον τὸ βάρος ἐξηρτημένου σώματος, τὸ ὁποῖον διατείνει τὸ ἐλατήριον κατὰ 14,6 cm.

15. Σύρμα χαλύβδινον μήκους 4 m καὶ τομῆς 2 mm^2 ἐξηρτημένον μονίμως κατὰ τὸ ἓν ἄκρον ὑφίσταται κατὰ τὸ ἕτερον ἄκρον δύναμιν 40 kgr*. Τὸ μέτρον ἐλαστικότητος εἶναι $2{,}2 \cdot 10^4\ kgr^*/mm^2$. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιμήκυνσις τοῦ σύρματος.

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι΄

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

127. Προεισαγωγικαὶ γνώσεις. Εἰς τὴν Φυσικὴν καλοῦμεν γενικῶς ***ρευστά,*** τὰ ὑγρὰ καὶ τὰ ἀέρια, τὸ δὲ κεφάλαιον τῆς Μηχανικῆς, τὸ ὁποῖον ἀσχολεῖται μὲ τὴν σπουδὴν τῶν μηχανικῶν ἰδιοτήτων τῶν ρευστῶν, καλεῖται ***Μηχανικὴ τῶν ρευστῶν.***

Ἡ Μηχανικὴ τῶν ρευστῶν ὑποδιαιρεῖται εἰς τὴν *Ὑδροστατικήν,* ἡ ὁποία ἐξετάζει τὴν συμπεριφορὰν τῶν ὑγρῶν εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας, τὴν *Ἀεροστατικήν,* ἡ ὁποία ἐξετάζει τὰ ἀέρια εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας καὶ τὴν *Ὑδροδυναμικὴν* καὶ *Ἀεροδυναμικήν,* ἡ ὁποία ἐξετάζει ἀπὸ κοινοῦ τὴν συμπεριφορὰν τῶν ὑγρῶν καὶ ἀερίων ἐν κινήσει.

Κατὰ τὴν μελέτην τῆς Μηχανικῆς τῶν ρευστῶν, διακρίνομεν τὰ ρευστὰ εἰς τέλεια (*ἰδανικὰ*) καὶ εἰς πραγματικὰ (*φυσικά*). Ὡς τέλειον ρευστὸν θεωροῦμεν τὸ ρευστὸν ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον εἶναι ἀπηλλαγμένον τριβῶν. Εἰς τὴν πραγματικότητα ὅμως τὰ ρευστὰ παρουσιάζουν τριβήν, ἀφ' ἑνὸς μὲν μεταξὺ τῶν τοιχωμάτων τῶν περιεχόντων αὐτὰ δοχείων, ἀφ' ἑτέρου δὲ μεταξὺ τῶν μορίων αὐτῶν (*καλουμένη ἐσωτερικὴ τριβή*). Ἐφ' ὅσον τὸ ρευστὸν εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, ἡ τριβὴ εἶναι ἄνευ σημασίας.

128. Πίεσις. Κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς Μηχανικῆς τῶν ρευστῶν συναντῶμεν τὸ μέγεθος ***πίεσις.*** *Διὰ τοῦ ὅρου πίεσις νοοῦμεν τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως τῆς ἀσκουμένης ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας διὰ τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς ἐπιφανείας.* Οὕτω, ἐὰν F ἡ δύναμις ἡ ἐπενεργοῦσα ὁμοιομόρφως ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας S, τότε ἡ πίεσις p ἐκφράζεται διὰ τῆς σχέσεως:

$$\boxed{p = \frac{F}{S}} \quad \text{ἤτοι} \quad \boxed{\text{πίεσις} = \frac{\text{δύναμις ἐξασκουμένη ἐπὶ ἐπιφανείας}}{\text{ἐμβαδὸν ἐπιφανείας}}} \qquad (1)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης εὑρίσκομεν τὴν συνολικὴν δύναμιν F τὴν ἀσκουμένην ἐπὶ διδομένης ἐπιφανείας S, ὅταν δοθῇ ἡ πίεσις p, ἤτοι:

$$\boxed{F = p \cdot S} \qquad (2)$$

Μονάδες πιέσεως. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὰς μονάδας μετρήσεως πιέσεως, ὡς ἀκολούθως:

1) *Σύστημα μονάδων C.G.S.*

$$1\,\frac{\mathbf{dyn}}{\mathbf{cm^2}}$$

2) *Τεχνικὸν σύστημα μονάδων (Τ.Σ.)*

$$1\,\frac{\mathbf{kgr^*}}{\mathbf{m^2}}$$

Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιεῖται συνήθως ἡ ***τεχνικὴ ἀτμόσφαιρα*** (**1 at**). Εἶναι δέ:

$$\boxed{1 \text{ at} = 1 \frac{\text{kgr}^*}{\text{cm}^2}}$$

Ἐκτὸς τῆς τεχνικῆς ἀτμοσφαίρας, εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιεῖται ἡ ***φυσικὴ ἀτμόσφαιρα*** (**1 Atm**), ὀλίγον διαφέρουσα τῆς πρώτης. Εἶναι δέ:

$$\boxed{1 \text{ Atm} = 1{,}033 \frac{\text{kgr}^*}{\text{cm}^2}}$$

Ἡ μονὰς αὐτὴ ἰσοῦται μὲ τὴν πίεσιν τὴν ὁποίαν, κατὰ μέσον ὅρον, ἐξασκεῖ ἡ ἀτμόσφαιρα εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης. Οὕτω ἡ φυσικὴ ἀτμόσφαιρα διαφέρει τῆς τεχνικῆς ἀτμοσφαίρας κατὰ 3,3 %.

Ἄλλη μονὰς πιέσεως εἶναι τὸ **1 Torr** (ἐκ τοῦ ὀνόματος τοῦ διασήμου Ἰταλοῦ Φυσικοῦ *Torricelli, Τοριτσέλι*), τὸ ὁποῖον ἰσοῦται μὲ τὴν πίεσιν, τὴν ὁποίαν προκαλεῖ εἰς βάσιν της στήλη ὑδραργύρου ὕψους 1 mm, ὡς ἐκ τούτου δὲ καλεῖται καὶ ***1 χιλιοστόμετρον στήλης ὑδραργύρου*** (**1 mm Hg**), ἤτοι:

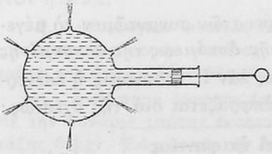
$$\boxed{1 \text{ Torr} = 1 \text{ mm Hg}}$$

Οὕτω ἡ φυσικὴ ἀτμόσφαιρα ἀντιστοιχεῖ εἰς 760 Torr.

Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω μονάδων χρησιμοποιοῦνται συνήθως καὶ αἱ ἑξῆς:

$$1 \textbf{ Bar} \ (1 \text{ μπὰρ}) = 10^6 \text{ dyn/cm}^2$$

Ἑπομένως ἡ μονὰς πιέσεως εἰς τὸ σύστημα C.G.S., δηλ. 1 dyn/cm², καλεῖται συνήθως *1 μικρομπὰρ* (1 μ **Bar** = 1 dyn/cm²). Εἰς τὴν Μετεωρολογίαν ἔχει καθιερωθῆ διεθνῶς ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις νὰ ἐκφράζεται εἰς *μιλλιμπὰρ* (millibar, **mB**). Εἶναι δὲ 1 000 mB περίπου 750 mm Hg, δηλ. 1 mB = 3/4 mm Hg (= 3/4 Torr).



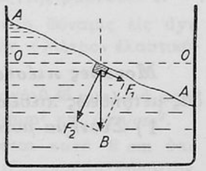
Σχ. 220. Διὰ πιέσεως τοῦ ἐμβολέως ἐξασκοῦνται δυνάμεις κάθετοι ἐπὶ τὰ τοιχώματα τοῦ δοχείου.

129. Θεμελιώδεις ἀρχαὶ τῆς Ὑδροστατικῆς.

1. *Ὑγρὸν εὑρισκόμενον ἐν ἰσορροπίᾳ ἐντὸς δοχείου ἐξασκεῖ ἐπὶ οἱονδήποτε μέρους τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου δύναμιν διευθυνομένην πρὸς τὰ ἔξω αὐτοῦ.*

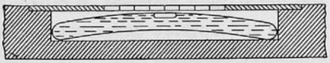
2. *Ἡ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ μικροῦ τμήματος ἐπιφανείας τοιχώματος εἶναι κάθετος ἐπὶ τὸ τοίχωμα καὶ ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ του* (σχ. 220),

130. Ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ὑγροῦ. Ὅταν ὑγρὸν ὑπόκειται εἰς τὴν ἐπίδρασιν τῆς βαρύτητος, τότε, ὡς ἐκ τῆς εὐκινησίας τῶν μορίων αὐτοῦ, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ, ἐν ἰσορροπίᾳ εὑρισκομένου, πρέπει νὰ διατίθεται καθέτως ἐπὶ τὴν δύναμιν τῆς βαρύτητος, ἤτοι ὁριζοντίως, ὑποτιθεμένου ὅτι ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ δὲν ἐπιδροῦν ἄλλαι δυνάμεις. Διότι, ἐὰν ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ἦτο ἡ ΑΑ (σχ. 221) καὶ θεωρήσωμεν ἓν μικρὸν τμῆμα τοῦ ὑγροῦ, τὸ βάρος Β αὐτοῦ δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς τὰς συνιστώσας F_1, F_2. Ἐκ τούτων ἡ συνιστῶσα F_1 θέτει εἰς κίνησιν τὸ ὑγρὸν καὶ εἶναι φανερόν, ὅτι αὐτὴ θὰ μηδενισθῇ,



Σχ. 221. Τὸ ὑγρὸν ἠρεμεῖ, ὅταν ἡ στάθμη καταστῇ ὁριζοντία.

ὅταν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ γίνῃ ὁριζοντία (θέσις ΟΟ). Τοῦτο δεικνύεται διὰ τοῦ νήματος τῆς στάθμης (βλ. § 72).

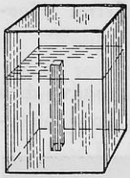


Σχ. 222. Ὑπόδειγμα ἀεροστάθμης.

Ἐφαρμογὴν τῶν ἀνωτέρω ἀποτελεῖ ἡ ***ἀεροστάθμη*** (σχ. 222), ἡ ὁποία χρησιμεύει διὰ τὴν ὁριζοντίωσιν διαφόρων βάσεων, ὡς π.χ. εἰς ὀπτικὰ ὄργανα, ζυγοὺς κ.ἄ.

Παρατήρησις. Ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ὑγροῦ, μὴ εὑρισκομένου ἐν ἰσορροπίᾳ, δὲν εἶναι ὁριζοντία, ἀλλὰ λαμβάνει σχῆμα ἐξαρτώμενον ἀπὸ τὴν ἐπιτάχυνσιν, τὴν ὁποίαν ἔχει τὸ ὑγρόν. Οὕτω, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ὑγροῦ εὑρισκομένου ἐντὸς δοχείου, τὸ ὁποῖον ἔχει τεθῆ εἰς περιστροφήν, καθίσταται κοίλη καὶ τὸ κεντρικὸν μέρος αὐτῆς κατέρχεται εἰς πολὺ χαμηλότερον ἐπίπεδον.

131. Ἔκφρασις τῆς πιέσεως διὰ τοῦ ὕψους ὑγρᾶς στήλης. Εἰς τὴν Ὑδροστατικὴν ἐπεκράτησεν ἡ συνήθεια νὰ ἐκφράζωμεν τὴν πίεσιν διὰ τοῦ ὕψους ὑγρᾶς στήλης, νοοῦντες οὕτω τὸ βάρος τῆς στήλης ἐκ τοῦ ὑγροῦ, ἐχούσης βάσιν 1 cm^2 καὶ ὕψος τὸ τῆς ὑγρᾶς στήλης (σχ. 223). Οὕτως, ἐὰν ἔχωμεν στήλην ὑγροῦ εἰδικοῦ βάρους ε καὶ βάσεως ἐμβαδοῦ S, λαμβάνομεν ἐκ τῆς ἐξισώσεως ὁρισμοῦ τῆς πιέσεως:



Σχ. 223.

$$p = \frac{F}{S} = \frac{\varepsilon \cdot h \cdot S}{S} = \varepsilon \cdot h$$

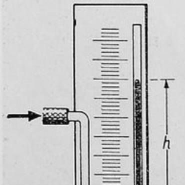
ὅπου ἀντὶ F ἐτέθη τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ τοῦ περιεχομένου εἰς στήλην βάσεως S καὶ ὕψους h. Ἄρα ἔχομεν:

$$\boxed{p = \varepsilon \cdot h} \qquad (1)$$

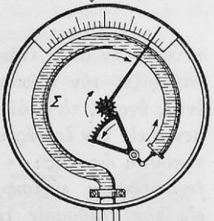
Ἂν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν, ὅτι $\varepsilon = \varrho \cdot g$, ὅπου ϱ ἡ πυκνότης τοῦ ὑγροῦ καὶ g ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος, ἡ ἀνωτέρω σχέσις (1) γίνεται:

$$\boxed{p = \varrho \cdot g \cdot h} \qquad (2)$$

132. Μανόμετρα. Τὴν πίεσιν ὑγροῦ μετροῦμεν δι' ὀργάνων, τὰ ὁποῖα καλοῦνται ***μανόμετρα***. Ἁπλοῦν τύπον ***μανομέτρου δι' ὑγρῶν*** (σχ. 224) ἀποτελεῖ ὁ σωλὴν σχήματος U περιέχων ὑγρὸν γνωστῆς πυκνότητος (π.χ. ὑδράργυρον, ὕδωρ). Τὸ ἓν σκέλος αὐτοῦ συνδέεται μὲ τὸν χῶρον, ὅπου πρόκειται νὰ μετρηθῇ ἡ πίεσις p, ἐνῷ τὸ ἕτερον εἶναι ἀνοικτὸν καὶ ὑφίσταται ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις.



Σχ. 224. Ἀνοικτὸν μανόμετρον δι' ὑγροῦ.



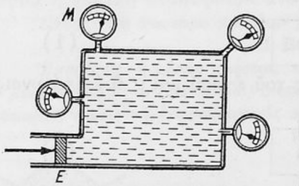
Σχ. 225. Μεταλλικὸν μανόμετρον.

Ἡ πίεσις μετρεῖται συνήθως ἐκ τῆς διαφορᾶς τοῦ ὕψους h τῶν ἐλευθέρων ἐπιφανειῶν τοῦ ὑγροῦ ἀπ' εὐθείας εἰς χιλιοστὰ ἢ ἑκατοστὰ στήλης (ὑδραργύρου ἢ ὕδατος), ὡς ἐπίσης καὶ δι' ὑπολογισμοῦ, διὰ τῆς σχέσεως: $p = \varepsilon \cdot h$, ὅπου ε τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἐν τῷ μανομέτρῳ ὑγροῦ. Οὕτω, ἐὰν τὸ ὑγρὸν ἦτο ὕδωρ ($\varepsilon = 1$ gr*/cm³) καὶ τὸ ὕψος τῆς στήλης 15 cm, ἡ πίεσις θὰ εἶναι $p = 15$ gr*/cm².

Ἄλλος τύπος εἶναι τὸ ***μεταλλικὸν μανόμετρον*** (σχ. 225). Ἀποτελεῖται ἐκ καμπύλου μεταλλικοῦ σωλῆνος, ἡ διατομὴ τοῦ ὁποίου ἔχει σχῆμα ἐλλείψεως. Ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου ἐπενεργεῖ ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἐπιδιώκομεν νὰ μετρήσωμεν. Οὕτω ὁ σωλὴν ὑφίσταται παραμορφώσεις, αἱ ὁποῖαι ἐξαρτῶνται ἐκ τοῦ μεγέθους τῆς ἐπιφερομένης πιέσεως. Τὸ ἄκρον τοῦ σωλῆνος καταλήγει εἰς σύστημα μοχλῶν καὶ ὀδόντων καὶ ἀναγκάζουν δείκτην νὰ στρέφεται ἔμπροσθεν καταλλήλως βαθμολογημένης κλίμακος. Εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Ἀεροστατικῆς (βλ. § 167) θὰ γνωρίσωμεν καὶ ἄλλους τύπους μανομέτρων.

133. Πίεσις τῶν ὑγρῶν. Κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς Ὑδροστατικῆς διακρίνομεν δύο περιπτώσεις πιέσεων. Ἡ πίεσις δηλ., τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ὑγρὸν ἐντὸς τῆς μάζης αὐτοῦ ἢ ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ περιέχοντος αὐτὸ δοχείου, προέρχεται εἴτε ἐκ δυνάμεως ἐπιφερομένης ἐπ᾿ αὐτοῦ δι᾿ ἐμβολέως ὅταν τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται ἐντὸς κλειστοῦ δοχείου, εἴτε ἐκ τῆς βαρύτητος. Εἰς τὴν δευτέραν ταύτην περίπτωσιν ἡ πίεσις καλεῖται ***ὑδροστατικὴ πίεσις.***

134. Ὑδροστατικὴ ἀρχὴ τοῦ Pascal (Πασκάλ). Πίεσις προερχομένη ἀπὸ ἔμβολον. Θεωρήσωμεν ἐντὸς δοχείου ὑγρόν, π.χ. ὕδωρ. Ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου καὶ εἰς διαφόρους θέσεις ὑπάρχουν μανόμετρα, ἐνῷ εἰς ἄλλην θέσιν ὑπάρχει ἐμβολεὺς (σχ. 226). Ἐὰν διὰ τοῦ ἐμβολέως ἐξασκήσωμεν πίεσιν ἐπὶ τοῦ ὕδατος, παρατηροῦμεν ὅτι ὅλα τὰ μανόμετρα δεικνύουν τὴν ἰδίαν ἔνδειξιν. Ἡ ***ἀρχὴ τοῦ* Pascal** καθορίζει τὸν τρόπον τῆς μεταδόσεως πιέσεως ἐντὸς ὑγροῦ, τὸ ὁποῖον ὑποτίθεται ὡς μὴ ὑποκείμενον εἰς τὴν ἐπενέργειαν τῆς βαρύτητος καὶ διατυποῦται ὡς ἑξῆς : « *Ἐὰν εἴς τι σημεῖον ὑγροῦ, ἐν ἰσορροπίᾳ εὑρισκομένου καὶ μὴ ὑποκειμένου εἰς τὴν ἐπίδρασιν τῆς βαρύτητος, ἐπιφέρωμεν ὡρισμένην πίεσιν, αὕτη μεταβιβάζεται δι᾿ ὅλης τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ ἐξ ὁλοκλήρου καὶ ἀμετάβλητος καθ᾿ ὅλας τὰς διευθύνσεις* ».

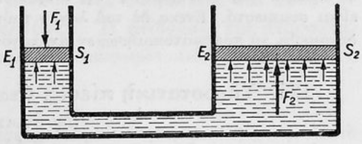


Σχ. 226. *Ἡ πίεσις εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ τῆς πιεζομένης ἐπιφανείας.*

BLAISE PASCAL (1623 - 1662)

Γάλλος Φιλόσοφος καὶ Μαθηματικός. Ἐδημοσίευσεν ἔργα ἀναφερόμενα εἰς τὴν Γεωμετρίαν, Ὑδροστατικήν, ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς μεταδόσεως τῆς πιέσεως ἐντὸς τῶν ὑγρῶν.

Εἰς τὸ σχῆμα 227 παριστᾶται δοχεῖον πλῆρες μὲ ὑγρόν, τὸ ὁποῖον εἰς δύο περιοχάς του κλείεται ὑδατοστεγῶς δι᾿ εὐκινήτων ἐμβολέων E_1 καὶ E_2, τῶν ὁποίων αἱ ἐπιφάνειαι ἔχουν ἐμβαδὸν ἀντιστοίχως S_1 καὶ S_2. Ἐὰν ἐπὶ τοῦ ἐμβολέως E_1 ἐξασκήσωμεν δύναμιν F_1, τότε ἡ πίεσις ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ θὰ εἶναι ἴση πρὸς $p = F_1/S_1$. Κατὰ τὴν ἀρχὴν τοῦ *Pascal* ἡ πίεσις αὕτη μεταβιβάζεται μέσῳ τοῦ ὑγροῦ ἀμετάβλητος καθ᾽ ὅλας τὰς διευθύνσεις, συνεπῶς καὶ εἰς τὴν κάτω ἐπιφάνειαν τοῦ ἐμβολέως E_2, καὶ εἶναι ἴση πρὸς p. Ἑπομένως ἡ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ τῆς κάτω ἐπιφανείας τοῦ ἐμβολέως ἐπιφανείας S_2 εἶναι $F_2 = p \cdot S_2$. Ἵνα ὁ ἐμβολεὺς οὗτος ἰσορροπῇ, πρέπει ἄνωθεν νὰ ἐπενεργῇ ἐπ᾽ αὐτοῦ δύναμις ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν F_2. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω εὑρίσκομεν :



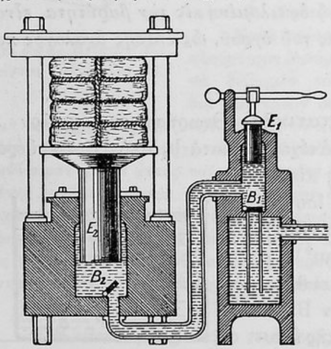
Σχ. 227. *Ἡ πίεσις μεταδίδεται ὁμοιομόρφως εἰς τὸ ὑγρόν.*

$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \quad \text{ἤτοι :} \quad F_2 = F_1 \cdot \frac{S_2}{S_1}$$

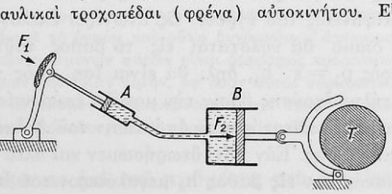
Ἐπειδὴ ὅμως τὸ ἐμβαδὸν S_2 τοῦ μεγάλου ἐμβολέως εἶναι μεγαλύτερον τοῦ ἐμβαδοῦ S_1 τοῦ μικροῦ ἐμβολέως, ἕπεται ὅτι ἡ δύναμις F_2 θὰ εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ἐπενεργούσης δυνάμεως F_1, ἑπομένως διὰ τῆς διατάξεως ταύτης πολλαπλασιάζομεν σημαντικῶς τὰς δυνάμεις τὰς ἐπενεργούσας ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβολέως. Οὕτω, ἐὰν ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβολέως E_1 ἐφαρμόσωμεν δύναμιν $F_1 = 1$ kgr* καὶ ὁ λόγος τῶν ἐμβαδῶν τῶν ἐμβολέων εἶναι $S_2/S_1 = 100$, τότε ἡ δύναμις F_2 ἡ ἀναπτυσσομένη εἰς τὸν μεγάλον ἐμβολέα E_2 θὰ εἶναι ἴση πρὸς $F_2 = 100$ kgr*.

Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς αὐτῆς στηρίζεται ἡ κατασκευὴ τοῦ **ὑδραυλικοῦ πιεστηρίου**, τομὴ τοῦ ὁποίου δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 228. Ἐὰν ὁ λόγος τῶν μοχλοβραχιόνων εἶναι 5 : 1, τότε δύναμις π.χ. 10 kgr*, ἐφαρμοζομένη εἰς τὸ ἄκρον τοῦ μοχλοῦ, μεταβιβάζεται ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβολέως E_1 ὡς δύναμις 50 kgr*. Ἐὰν δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μεγάλου ἐμβολέως E_2 εἶναι 1 000 φορὰς μεγαλυτέρα τῆς τοῦ μικροῦ, ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἀναπτύσσει τὸ πιεστήριον, εἶναι 50 000 kgr*. Τὸ ὑδραυλικὸν πιεστήριον χρησιμεύει διὰ τὴν συμπίεσιν σωμάτων, τῶν ὁποίων θέλομεν νὰ περιορίσωμεν τὸν ὄγκον (π.χ. βάμβακος) ἢ οὐσιῶν ἀπὸ τὰς ὁποίας θέλομεν νὰ ἐκθλίψωμεν ὑγρὰ (π.χ. ἐλαίας) ἢ γενικῶς διὰ τὴν ἐξάσκησιν μεγάλων δυνάμεων (π.χ. εἰς ἐργοστάσια, βαρείας βιομηχανίας κλπ.).

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζονται καὶ αἱ ὑδραυλικαὶ τροχοπέδαι (φρένα) αὐτοκινήτου. Εἰς τὸ σχῆμα 229 ἡ δύναμις F_1 ἀσκουμένη μέσῳ τοῦ ἐμβόλου A μικρᾶς ἐπιφανείας, δημιουργεῖ ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου μεγάλης ἐπιφανείας B δύναμιν F_2, ἡ ὁποία μεταβιβάζεται εἰς τὴν πρὸς αὐτὰ συνεζευγμένην τροχοπέδην T.



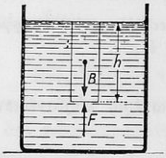
Σχ. 228. *Ὑδραυλικὸν πιεστήριον.*



Σχ. 229. *Ὑδραυλικὴ τροχοπέδη αὐτοκινήτου.*

Παρατήρησις. Ἡ θεωρητικὴ ἀπόδειξις τῆς ἀρχῆς τοῦ Pascal στηρίζεται ἀφ' ἑνὸς μὲν εἰς τὸ ἀξίωμα τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, ἀφ' ἑτέρου δὲ εἰς τὴν ἰδιότητα τῶν ὑγρῶν νὰ μὴ εἶναι συμπιεστά. Ἕνεκα δὲ τοῦ λόγου τούτου, μὲ τὰ ἀέρια, λόγῳ τῆς συμπιεστότητος αὐτῶν, δὲν δυνάμεθα νὰ πραγματοποιήσωμεν ἀνάλογον τύπον πιεστηρίου.

135. Ὑδροστατικὴ πίεσις. Θεωρήσωμεν ὑγρὸν τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ ἐντὸς ἀνοικτοῦ δοχείου. Εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ ὑγροῦ ἀσκεῖται πίεσις (*ὑδροστατικὴ*) προερχομένη ἐκ τοῦ βάρους τῶν ὑπερκειμένων στρωμάτων τοῦ ὑγροῦ.



Σχ. 230. *Ὑπολογισμὸς τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως.*

Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν πίεσιν εἰς ἓν σημεῖον τοῦ ὑγροῦ εὑρισκόμενον εἰς βάθος τι ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας αὐτοῦ (σχ. 230), φανταζόμεθα ἐπιφάνειαν S εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο ἀποτελοῦσαν τὴν βάσιν ὑγρᾶς κατακορύφου κυλινδρικῆς στήλης ὕψους h. Τὸ βάρος B τῆς ὑγρᾶς κυλινδρικῆς στήλης ἰσοῦται, ὡς γνωστόν, μὲ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ ἐπὶ τὸν ὄγκον τοῦ κυλίνδρου καὶ ὡς ἐκ τούτου:

$$B = \varepsilon \cdot V = \varepsilon \cdot h \cdot S \qquad (1)$$

Τὸ βάρος τοῦτο ἐξουδετεροῦται διὰ δυνάμεως F ἐξασκουμένης ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας S τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου, εἶναι δὲ αὕτη ἴση πρός:

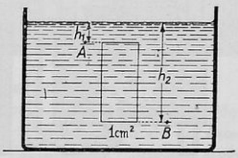
$$F = p \cdot S \qquad (2)$$

Ἐφ' ὅσον ὅμως τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, αἱ δύο αὗται δυνάμεις θὰ εἶναι ἴσαι, ἤτοι $B = F$, καὶ ἑπομένως ἐκ τῶν ἄνω σχέσεων (1) καὶ (2) θὰ ἔχωμεν:

$$p \cdot S = \varepsilon \cdot h \cdot S \quad \text{ἤτοι:} \quad p = \varepsilon \cdot h$$

Οὕτω συνάγομεν, ὅτι « *ἡ πίεσις ἐντὸς ὑγροῦ, ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν βαρύτητα, εἶναι ἀνάλογος τοῦ βάθους ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ὡς ἐπίσης ἀνάλογος καὶ τοῦ εἰδικοῦ βάρους αὐτοῦ* ».

136. Θεμελιῶδες θεώρημα τῆς Ὑδροστατικῆς. Θεωρήσωμεν σημεῖον A (σχ. 231) εὑρισκόμενον ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου, ἀπέχοντος κατὰ h_1 ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Ὡς ἀνωτέρω ὑπελογίσθη ἡ πίεσις, ἡ ὁποία θὰ ὑφίσταται εἰς τὸ βάθος τοῦτο, θὰ ἰσοῦται πρὸς $p_1 = \varepsilon \cdot h_1$, δηλ. θὰ εἶναι ἴση πρὸς τὸ βάρος ὑγρᾶς στήλης ἐχούσης βάσιν τὴν μονάδα ἐπιφανείας ($1\ cm^2$) καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τοῦ A ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας. Ἐὰν ἤδη θεωρήσωμεν καὶ ἄλλο σημεῖον B, εὑρισκόμενον εἰς βάθος h_2 μεγαλύτερον τοῦ h_1 ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, θὰ ἔχωμεν πάλιν $p_2 = \varepsilon \cdot h_2$. Δι' ἀφαιρέσεως τῶν δύο ἐξισώσεων κατὰ μέλη εὑρίσκομεν:



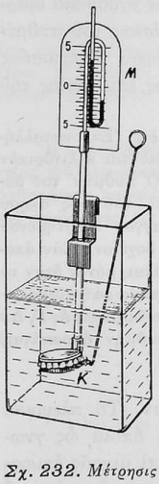
Σχ. 231. *Διαφορὰ πιέσεως ἐντὸς ὑγροῦ.*

$$p_2 - p_1 = \varepsilon (h_2 - h_1) = \varepsilon \cdot h.$$

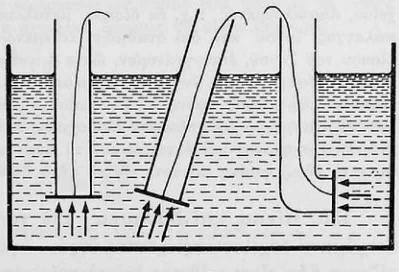
Ἡ σχέσις αὕτη ἐκφράζει τὸ ἀκόλουθον θεώρημα τῆς Ὑδροστατικῆς: « *Ἡ διαφορὰ τῶν πιέσεων μεταξὺ δύο σημείων, εὑρισκομένων ἐντὸς μάζης ὑγροῦ ἐν ἰσορρο-*

πίᾳ καὶ εἰς διάφορον βάθος ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος ὑγρᾶς στήλης ἐχούσης βάσιν ἴσην μὲ τὴν μονάδα τῆς ἐπιφανείας καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τῶν δύο θεωρουμένων σημείων». Ἡ ἐπίδρασις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν προκειμένου περὶ διαφορῶν πιέσεων, διότι αὕτη ἀπαλείφεται.

137. Πειραματικὴ μέτρησις τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως. Ἡ συσκευὴ ἡ εἰκονιζομένη εἰς τὸ σχῆμα 232 χρησιμεύει διὰ τὴν κατάδειξιν καὶ μέτρησιν τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως. Αὕτη ἀποτελεῖται ἐκ μεταλλικῆς κάψης Κ κλειομένης κατὰ τὴν μίαν ἐπιφάνειαν δι' ἐλαστικῆς μεμβράνης, διὰ τοῦ πλευρικοῦ δὲ σωλῆνος συγκοινωνεῖ πρὸς τὸ μανόμετρον Μ. Ἐὰν ἡ κάψα εἶναι ἐκτὸς τοῦ δοχείου, τὸ ὑγρὸν εἰς τὰ δύο σκέλη τοῦ μανομέτρου (περιέχοντος συνήθως ὕδωρ ἢ οἰνόπνευμα) εὑρίσκεται εἰς τὴν αὐτὴν στάθμην. Ἐὰν ὅμως βυθισθῇ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, τὸ ὑγρὸν τοῦ μανομέτρου κατέρχεται εἰς τὸ ἓν σκέλος καὶ ἀνέρχεται εἰς τὸ ἄλλο. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι τὸ ὕδωρ ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς μεμβράνης μίαν δύναμιν, λόγῳ τῆς ὁποίας αὕτη παραμορφοῦται καὶ συμπιέζει τὸν ἀέρα τὸν εὑρισκόμενον ἐντὸς τῆς κάψης καὶ τοῦ σωλῆνος. Ἐὰν τὸ κέντρον τῆς κάψης διατηρῆται εἰς τὴν αὐτὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ὁπωσδήποτε καὶ ἂν αὕτη προσανατολισθῇ, τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ μανομέτρου παραμένει ἀμετάβλητον. Ἐὰν ὅμως ἡ κάψα βυθίζεται περισσότερον ἢ ὀλιγώτερον, τὸ ὕψος τῆς στήλης καὶ ἐπομένως ἡ πίεσις αὐξάνεται ἢ ἐλαττοῦται.



Σχ. 232. Μέτρησις τῆς πιέσεως ἐντὸς ὑγροῦ.



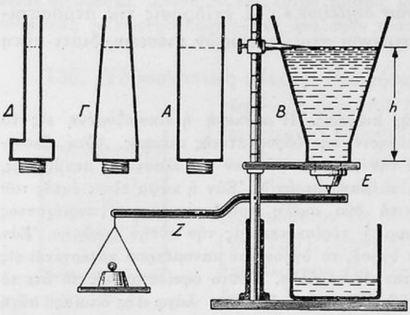
Σχ. 233. Ἡ πίεσις εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ τῆς πιεζομένης ἐπιφανείας.

Κατὰ τρόπον ἁπλούστερον δυνάμεθα νὰ δείξωμεν τοῦτο, διὰ τῶν τριῶν σωλήνων τοῦ σχήματος 233, τῶν ὁποίων οἱ πυθμένες ἀποτελοῦνται ἐκ λεπτοῦ καὶ ἐλαφροῦ μετάλλου. Ἐάν, κρατοῦντες ἐν ἀρχῇ τὸν μεταλλικὸν πυθμένα ἐν ἐπαφῇ πρὸς τὸν σωλῆνα διὰ τοῦ νήματος, βυθίσωμεν αὐτὸν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, τότε ὁ πυθμὴν συγκρατεῖται λόγῳ τῆς κάτωθεν αὐτοῦ ἀσκουμένης δυνάμεως, ἕνεκα τῆς πιέσεως τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ τὸ ὑγρόν, καὶ οὕτω δυνάμεθα ν' ἀφήσωμεν ἐλεύθερον τὸ νῆμα. Μολονότι δὲ αἱ ἐπιφάνειαι τῶν πυθμένων αὐτῶν εἶναι διαφόρως προσανατολισμέναι, αἱ δυνάμεις αἱ ἀσκούμεναι ἐπ' αὐτῶν ἔχουν τὴν ἰδίαν τιμήν, ἐφ' ὅσον οὗτοι εὑρίσκονται εἰς τὸ αὐτὸ βάθος. Πράγματι, παρατηροῦμεν ὅτι οἱ πυθμένες ἀποσπῶνται, μόνον ὅταν τὸ ὕδωρ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου φθάσῃ εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον, ὅπου εὑρίσκεται τὸ ἔξωθεν ὕδωρ.

138. Δυνάμεις λόγῳ πιέσεως ἀσκούμεναι ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου. Θεωρήσωμεν δοχεῖον περιέχον ὑγρὸν εἰδικοῦ βάρους ε (σχ. 234) καὶ ἔστω h ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις τοῦ πυθμένος ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Ἡ πίεσις εἰς οἱονδήποτε σημεῖον τοῦ πυθμένος εἶναι $p = \varepsilon \cdot h$. Ἐὰν ὁ πυθμὴν ἔχῃ ἐπιφάνειαν S, τότε ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν οὗτος θὰ ὑφίσταται, εἶναι:

$$F = p \cdot S = \varepsilon \cdot h \cdot S$$

ἤτοι: «*Ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται πυθμὴν δοχείου λόγῳ τοῦ βάρους τοῦ περιεχομένου ὑγροῦ, ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος ὑγρᾶς στήλης ἐχούσης βάσιν τὸν πυθμένα καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν αὐτοῦ ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ*».

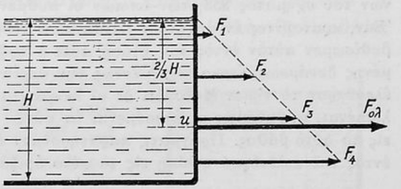


Σχ. 234. *Διάταξις διὰ τὴν πειραματικὴν ἀπόδειξιν τῶν δυνάμεων, αἵτινες ἐξασκοῦνται ἐπὶ τοῦ πυθμένος.*

Ἐκ τούτων προκύπτει, ὅτι ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ὁ πυθμήν, εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς ποσότητος τοῦ περιεχομένου εἰς τὸ δοχεῖον ὑγροῦ καὶ ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τῆς ἐκτάσεως τοῦ πυθμένος καὶ ἐκ τῆς κατακορύφου ἀποστάσεως αὐτοῦ ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ἐν ἰσορροπίᾳ ὑγροῦ.

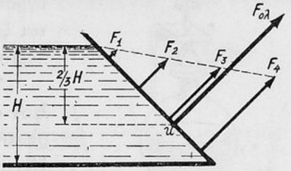
Πειραματικὴ ἀπόδειξις. Ἐπὶ καταλλήλου βάσεως (σχ. 234) κοχλιοῦται κυλινδρικὸν δοχεῖον ἄνευ πυθμένος. Ὁ πυθμὴν τοῦ δοχείου, ἀποτελούμενος π.χ. ἐκ δίσκου μεταλλικοῦ, εἶναι προσηρμοσμένος ἐπὶ τοῦ ἑνὸς ἄκρου φάλαγγος ζυγοῦ καί, διὰ σταθμῶν τιθεμένων ἐπὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ἑτέρας φάλαγγος ἐξηρτημένου δίσκου τοῦ ζυγοῦ, ἐπιτυγχάνομεν, ὥστε ὁ πυθμὴν νὰ κλείῃ ὑδατοστεγῶς τὸ δοχεῖον. Ἐὰν ἀκολούθως θέσωμεν ὕδωρ ἐντὸς τοῦ δοχείου, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ πυθμὴν ἀποσπᾶται, μόνον ὅταν τὸ ὕδωρ ἀνέλθῃ μέχρις ὕψους h, τὸ ὁποῖον σημειοῦμεν διὰ δείκτου. Ἐὰν ἤδη, χωρὶς νὰ μεταβάλωμεν τὰ σταθμά, τοποθετήσωμεν διαδοχικῶς ἀντὶ τοῦ κυλινδρικοῦ δοχείου ἄλλα δοχεῖα (Α, Γ, Δ) διαφόρου σχήματος καὶ ἐκτελέσωμεν τὸ αὐτὸ πείραμα, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ πυθμὴν ἀποσπᾶται, ὅταν τὸ ὕδωρ φθάνῃ πάντοτε εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος h.

139. Πίεσις καὶ δυνάμεις ἐπὶ τῶν πλευρικῶν τοιχωμάτων. Τὰ πλευρικὰ τοιχώματα δοχείου περιέχοντος ὑγρὸν ὑφίστανται καὶ αὐτὰ πίεσιν, ἡ ὁποία ὡς γνωρίζομεν ἤδη εἶναι κάθετος ἐπὶ τὸ τοίχωμα. Ἡ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ἐπὶ μικρᾶς ἐπιφανείας S τοῦ τοιχώματος εἶναι $F = p \cdot S = \varepsilon \cdot h \cdot S$. Συμφώνως πρὸς τὰ ἀνωτέρω, ἡ ἐπί τινος τμήματος ἐπιφανείας πλευρικοῦ τοιχώματος τοῦ δοχείου ἐπενεργοῦσα δύναμις ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος ὑγρᾶς στήλης ἐχούσης βάσιν τὴν θεωρουμένην ἐπιφάνειαν καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τοῦ κέντρου αὐτῆς ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.



Σχ. 235. *Κατανομὴ τῶν δυνάμεων ἐπὶ πλευρικοῦ τοιχώματος.*

Ἐφ᾽ ὅσον αἱ δυνάμεις εἶναι κάθετοι ἐπὶ τὸ τοίχωμα, καὶ παράλληλοι συνεπῶς μεταξύ των, αἱ ἐντάσεις αὐτῶν θὰ βαίνουν αὐξανόμεναι ὅσον τὸ βάθος γίνεται μεγαλύτερον, ἡ δὲ συνισταμένη αὐτῶν θὰ εἶναι καὶ αὐτὴ παράλληλος. Οὕτω εἰς τὸ σχῆμα 235 ἐπὶ τοῦ τοιχώματος τοῦ δοχείου ἡ δύναμις $F_{ολ} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$, τὸ δὲ σημεῖον κ, εἰς τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις αὐτή, καλεῖται *κέντρον πιέσεως*. Ἀποδεικνύεται δὲ ὅτι τὸ κέντρον πιέσεως (κ) εὑρίσκεται εἰς ἀπόστασιν, ἡ ὁποία εἶναι ἴση πρὸς τὰ 2/3 τῆς κατακορύφου ἀποστάσεως ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας. Ἐὰν τὸ τοίχωμα εἶναι πλάγιον, τότε τὸ σύστημα τῶν παραλλήλων δυνάμεων δὲν εἶναι ὁριζόντιον, ὡς ἐπίσης δὲν εἶναι ὁριζοντία καὶ ἡ συνισταμένη αὐτῶν δύναμις (σχ. 236).



Σχ. 236. Ἡ δύναμις $F_{o\lambda}$ εἶναι ἡ συνισταμένη.

Ὑπολογισμὸς τῆς δυνάμεως. Ἡ πίεσις εἴς τι σημεῖον τοιχώματος, π.χ. φράγματος, εὑρισκόμενον εἰς βάθος h δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως $p = \varepsilon \cdot h$. Εἰς τὸ ἀνώτερον σημεῖον τοῦ φράγματος ἔχομεν $p = 0$ (ἂν παραλείψωμεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν), διότι $h = 0$, ἐνῷ εἰς τὸ κατώτατον σημεῖον, εὑρισκόμενον εἰς βάθος H, ἡ πίεσις εἶναι ἡ μεγίστη, δηλ. $p = \varepsilon \cdot H$. Εἰς ἐνδιάμεσα βάθη ἡ πίεσις ἔχει τιμὰς ἐνδιαμέσους. Ἡ ἰδία κατανομὴ ὑφίσταται καὶ διὰ τὰς δυνάμεις, ὡς εἴδομεν ἀνωτέρω. Ἡ συνολικὴ δύναμις ἐπὶ τοῦ φράγματος εἶναι ἀκριβῶς ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων τούτων, εὑρίσκεται δὲ αὕτη, ὡς δεικνύεται θεωρητικῶς, διὰ τῆς σχέσεως:

$$F_{o\lambda} = \bar{p} \cdot S$$

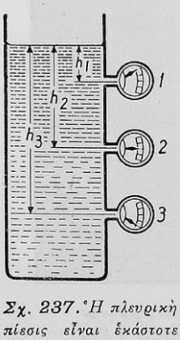
Ἡ μέση πίεσις ($\bar{p}$) εἶναι ἐκείνη ἡ πίεσις, ἥτις ἐξασκεῖται εἰς τὸ κέντρον βάρους τῆς ἐπιφανείας τοῦ τοιχώματος. Προκειμένου περὶ φράγματος τοῦ ὁποίου ἡ ἐπιφάνεια τοῦ τοιχώματος εἶναι ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται εἰς βάθος H/2, ὅπου H τὸ βάθος τοῦ φράγματος, ὅτε ἡ μέση πίεσις $\bar{p} = \varepsilon \cdot H/2$, ὅτε ἡ συνολικὴ δύναμις θὰ εἶναι ἴση πρός:

$$F_{o\lambda} = \varepsilon \cdot \frac{H}{2} \cdot S$$

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. *Φράγμα λίμνης ἔχει ὕψος 9 m καὶ μῆκος $l = 30$ m. Ποία ἡ ἐπ' αὐτοῦ ἐξασκουμένη δύναμις ($F_{o\lambda}$).* Ἐφαρμόζοντες τὰ ἀνωτέρω εἰς τὰ δεδομένα τοῦ προβλήματος ἔχομεν:

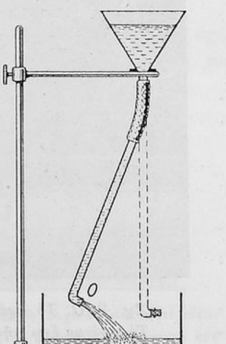
$$\bar{p} = \varepsilon \cdot \frac{H}{2} = 1 \cdot \frac{900}{2} = 450 \ \frac{gr^*}{cm^2}$$

$$F_{o\lambda} = \bar{p} \cdot S = \varepsilon \cdot \frac{H}{2} \cdot S = 1 \cdot 450 \cdot 900 \cdot 3\,000 = 122 \cdot 10^7 \ gr^* \text{ ἢ } \mathbf{1\,220} \text{ τόννοι}$$



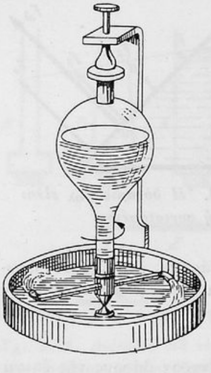
Σχ. 237. Ἡ πλευρικὴ πίεσις εἶναι ἑκάστοτε διάφορος καὶ ἀνάλογος τοῦ ὕψους τῆς ὑγρᾶς στήλης.

Πειραματικῶς δεικνύομεν τὰ ἀνωτέρω διὰ τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 237, ὅπου τὸ μανόμετρον (3) δεικνύει μεγαλυτέραν πίεσιν ἀπὸ τὰ μανόμετρα (2) καὶ (1). Εἰς τὸ σχῆμα 238, ἐφ' ὅσον ὁ σωλὴν εἶναι κλειστός, αἱ πλευρικῶς ἀσκούμεναι πιέσεις ὡς ἴσαι καὶ ἀντίθετοι ἐξουδετεροῦνται ἀμοιβαίως. Ἐὰν ὅμως εἴς τινα περιοχὴν τοῦ σωλῆνος, π.χ. εἰς O, ἀνοίξωμεν τὴν ὀπήν, ὥστε νὰ παραχθῇ ἐκροὴ ὑγροῦ, ἡ πρὸς τὰ δεξιὰ δύναμις εἰς τὴν περιοχὴν ἐκροῆς δὲν ὑφίσταται, οὕτω δὲ ἀπομένει ἡ πρὸς τὰ ἀριστερά, ἡ ὁποία, ἐφ' ὅσον διαρκεῖ ἡ ἐκροή, ἐκτρέπει τὸν κατακόρυφον σωλῆνα πρὸς τὰ ἀριστερὰ τῆς κατακορύφου θέσεως αὐτοῦ. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς



Σχ. 238. Δοχεῖον ἀντιδράσεως.

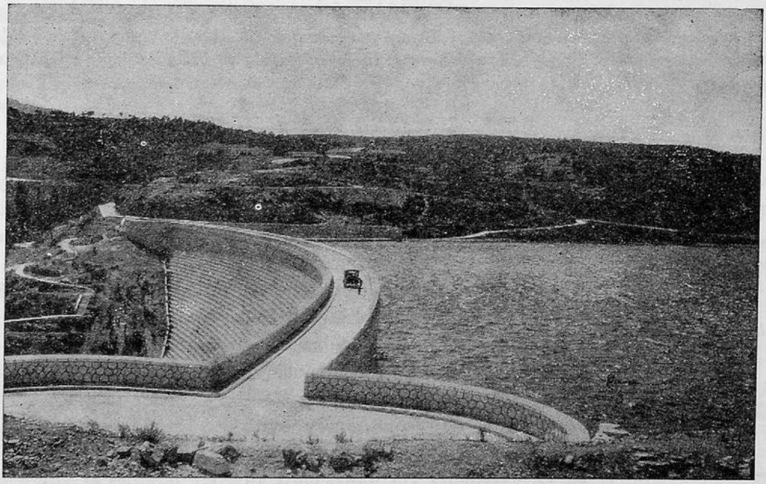
ἀρχῆς λειτουργεῖ καὶ ἡ συσκευὴ τοῦ *ὑδροστροβίλου* (σχ. 239). Ἐκ τῆς ἐκροῆς τοῦ ὑγροῦ διὰ δύο ὀπῶν καταλλήλως διατεταγμένων, δημιουργεῖται ζεῦγος δυνάμεων λόγῳ ἀντιδράσεως, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ περιστροφικὴν κίνησιν.



Σχ. 239. *Λόγῳ τῆς ἐκροῆς δημιουργεῖται περιστροφὴ τοῦ ὑδροστροβίλου.*

Ὁ *Pascal* ἐξετέλεσε τὸ ἀκόλουθον πείραμα. Εἰς βαρέλιον στερεόν, ἐφήρμοσεν ἐπὶ τῆς ἄνω βάσεως αὐτοῦ κατακόρυφον λεπτὸν σωλῆνα ὕψους 10 m, καὶ ἐπλήρωσε τοῦτο ὕδατος, ὅτε παρετήρησε ὅτι τὸ βαρέλιον διερράγη. Ἐπὶ ἑκάστου cm^2 τῆς ἐσωτερικῆς ἐπιφανείας τοῦ βαρελίου ὑφίσταται, κατὰ τὰ ἀνωτέρω, δύναμις $F = 1$ kgr*, τὸ σύνολον δὲ τῆς ἐπιφανείας ὑφίσταται ὡς ἐκ τούτου δύναμιν ὑπερβαίνουσαν τὴν ἀντοχήν του.

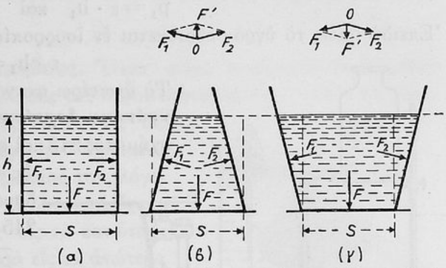
Εἰς τὸ σχῆμα 240 δεικνύεται τὸ φράγμα τῆς λίμνης τοῦ Μαραθῶνος, τὸ ὁποῖον συγκρατεῖ τὰ ὕδατα τῆς περιοχῆς, διὰ τὴν ὕδρευσιν τῶν Ἀθηνῶν καὶ περιχώρων. Παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ πάχος τοῦ φράγματος βαίνει βαθμιαίως ἐλαττούμενον ἐκ τῶν θεμελίων πρὸς τὰ ἄνω.



Σχ. 240. *Τὸ φράγμα τῆς λίμνης τοῦ Μαραθῶνος διὰ τὴν ὕδρευσιν τῶν Ἀθηνῶν. Τὸ φράγμα ἔχει μῆκος 285 m, πλάτος εἰς τὴν βάσιν 48 m καὶ εἰς τὴν στέψιν 4,5 m. Ἡ χωρητικότης τῆς λίμνης εἶναι 41 000 000 m^3. Κατεσκευάσθη τὸ 1931.*

140. Δυνάμεις ἀσκούμεναι ἐπὶ τοῦ συνόλου τῶν τοιχωμάτων. *Ὑδροστατικὸν παράδοξον.* Τὰ τρία δοχεῖα τοῦ σχήματος 241, τὰ ὁποῖα ἔχουν πυθμένα τοῦ αὐτοῦ ἐμβαδοῦ, πληροῦνται ὑγροῦ μέχρι τοῦ αὐτοῦ ὕψους. Μολονότι ὁ πυθμὴν εἰς ἕκαστον τῶν δοχείων ὑφίσταται, συμφώνως πρὸς τὰ ἀνωτέρω λεχθέντα, τὴν αὐτὴν δύναμιν $F = \varepsilon \cdot h \cdot S$, ἐν τούτοις τιθέμενα ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ δεικνύουν διαφορὰν βάρους, διότι ὁ ζυγὸς δεικνύει πάντοτε τὸ βάρος τοῦ περιεχομένου ὑγροῦ εἰς ἕκαστον τῶν δοχείων.

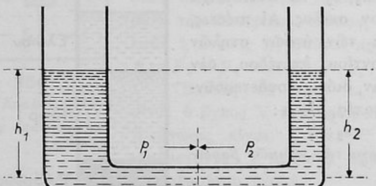
Τοῦτο δικαιολογεῖται, διότι ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ δὲν ἐπενεργοῦν μόνον αἱ ἐπὶ τοῦ πυθμένος δυνάμεις, ἀλλὰ καὶ αἱ πλευρικαί. Πράγματι, εἰς τὸ δοχεῖον (α) δὲν ὑφίστανται κατακόρυφοι συνιστῶσαι, ἐνῷ εἰς τὸ δοχεῖον (β) αἱ πλευρικαὶ δυνάμεις παρέχουν κατακορύφους συνιστώσας πρὸς τὰ ἄνω. Αἱ πλευρικαὶ δυνάμεις ἐν τῷ δοχείῳ (γ) παρέχουν κατακορύφους συνιστώσας πρὸς τὰ κάτω, ἐνῷ αἱ ὁριζόντιοι ἐξουδετεροῦνται. Αἱ δυνάμεις τὰς ὁποίας ἐπιφέρει τὸ ὑγρὸν ἐπὶ τῶν πλευρικῶν τοιχωμάτων καὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου θὰ ἔχουν μίαν συνισταμένην δύναμιν, ἡ ὁποία εἶναι πάντοτε ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ.



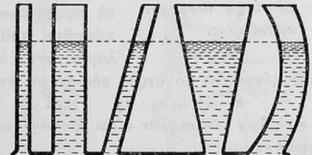
Σχ. 241. (α) Τὸ βάρος B τοῦ ὑγροῦ ἰσοῦται μὲ τὴν ἐπὶ τοῦ πυθμένος ἐξασκουμένην δύναμιν F. (β) Τὸ βάρος B τοῦ ὑγροῦ ἰσοῦται μὲ τὴν δύναμιν F ἠλαττωμένην κατὰ τὴν συνισταμένην F′ τῶν πλευρικῶν δυνάμεων, ἤτοι $B = F - F'$. (γ) Τὸ βάρος B τοῦ ὑγροῦ ἰσοῦται μὲ τὴν δύναμιν F ηὐξημένην κατὰ τὴν συνισταμένην F′, ἤτοι: $B = F + F'$.

Ὡς ἐκ τοῦ ἀνωτέρω πειράματος δεικνύεται, τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ καὶ ἡ δύναμις ἐπὶ ἐπιφανείας, π.χ. τοῦ πυθμένος δοχείου, εἶναι ἔννοιαι ἐντελῶς διάφοροι, διότι ἡ δύναμις ἐπὶ τῆς θεωρουμένης ἐπιφανείας παρέχεται ὑπὸ τοῦ τύπου $F = p \cdot S$, ὅπου p ἡ πίεσις καὶ S ἡ ἐπιφάνεια, ἡ δὲ ὡς ἄνω ἔκφρασις προδήλως οὐδεμίαν σχέσιν ἔχει μὲ τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ. Ἐπειδὴ εἰς τὴν ἐποχὴν τοῦ *Pascal* αἱ ἀνωτέρω ἔννοιαι δὲν εἶχον πλήρως διευκρινισθῆ, διὰ τοῦτο τὸ πείραμα τοῦ σχήματος 241 ἐκλήθη ***ὑδροστατικὸν παράδοξον***.

141. Ἀρχὴ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων. Ἐὰν εἰς τὴν συσκευὴν τοῦ σχήματος 242 τεθῇ ὕδωρ ἢ ἄλλο ὑγρόν, ὅταν ἀποκατασταθῇ ἰσορροπία, ἡ στάθμη τοῦ



Σχ. 242. Συγκοινωνοῦντα δοχεῖα. Ἑκατέρωθεν τῆς τομῆς τοῦ σωλῆνος αἱ πιέσεις εἶναι ἴσαι.



Σχ. 243. Εἰς τὰ πέντε δοχεῖα, μολονότι εἶναι διαφόρου σχήματος, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον.

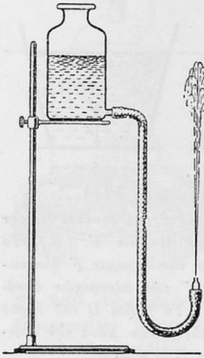
ὑγροῦ εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον. Πράγματι, ἐὰν θεωρήσωμεν ἐγκαρσίαν τομὴν εἰς τὸν ὁριζόντιον σωλῆνα καὶ καλέσωμεν διὰ h_1 καὶ h_2 τὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, αἱ ἑκατέρωθεν πιέσεις ἐπὶ τῆς τομῆς θὰ εἶναι ἀντιστοίχως:

$$p_1 = \varepsilon \cdot h_1 \quad \text{καὶ} \quad p_2 = \varepsilon \cdot h_2$$

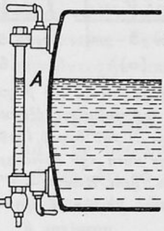
Ἐπειδὴ ὅμως τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, θὰ εἶναι:

$$\varepsilon \cdot h_1 = \varepsilon \cdot h_2 \quad \text{ἤτοι:} \quad h_1 = h_2$$

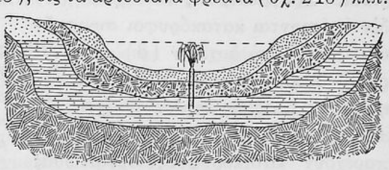
Τὸ ἀνωτέρω φαινόμενον καλεῖται ***ἀρχὴ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων,*** δεικνύεται δὲ πρὸς τούτοις καὶ διὰ τοῦ σχήματος 243 καὶ εὑρίσκει μεγάλας ἐφαρμογὰς ἐν τῇ πράξει, ὡς εἰς τὴν διανομὴν τοῦ ὕδατος, εἰς τοὺς πίδακας (σχ. 244), εἰς τοὺς ὑδροδείκτας (σχ. 245), εἰς τὰ ἀρτεσιανὰ φρέατα (σχ. 246) κλπ.



Σχ. 244. Πίδαξ.

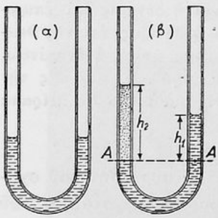


Σχ. 245. Ὑδροδείκτης.



Σχ. 246. Τὸ ὑδατοφόρον στρῶμα περικλείεται μεταξὺ δύο ἀδιαβρόχων στρωμάτων.

Ἡ ἀρχὴ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων δὲν εὑρίσκει ἐφαρμογὴν εἰς τὴν περίπτωσιν δοχείων περιεχόντων ὑγρὰ μὲ διαφορετικὰ εἰδικὰ βάρη. Οὕτω, ἐὰν εἰς τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 247 θέσωμεν ὕδωρ καὶ ἀκολούθως εἰς τὸ ἓν σκέλος προσθέσωμεν ἔλαιον, παρατηροῦμεν, ὅτι αἱ στάθμαι τοῦ ὑγροῦ εὑρίσκονται εἰς διάφορα ἐπίπεδα. Ἐὰν φέρωμεν τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον ΑΑ ἀπὸ τῆς ὁρικῆς ἐπιφανείας τῶν δύο ὑγρῶν εἰς τὸ ἓν σκέλος τοῦ σωλῆνος, τότε αἱ πιέσεις, αἱ ὁποῖαι ὑφίστανται ἑκατέρωθεν τῆς ἐγκαρσίας τομῆς, εἶναι:



Σχ. 247. Συγκοινωνοῦντα δοχεῖα μὲ ὑγρὰ διαφόρου πυκνότητος.

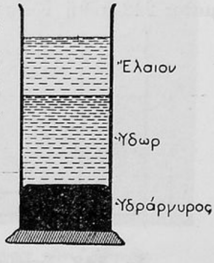
$$p_1 = \varepsilon_1 \cdot h_1 \quad \text{καὶ} \quad p_2 = \varepsilon_2 \cdot h_2$$

ὅπου h_1 τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὕδατος ὑπὲρ τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον εἰς τὸ ἓν σκέλος καὶ ε_1 τὸ εἰδ. βάρος αὐτοῦ, καὶ h_2, ε_2 τὰ ἀντίστοιχα μεγέθη διὰ τὸ ἕτερον σκέλος. Αἱ πιέσεις, αἱ προερχόμεναι ἐκ τῶν ὑγρῶν στηλῶν κάτωθεν τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου, δὲν λαμβάνονται ὑπ' ὄψιν, διότι ἐξουδετεροῦνται. Δεδομένου ὅτι τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, εἶναι:

$$\varepsilon_1 \cdot h_1 = \varepsilon_2 \cdot h_2 \quad \text{καὶ} \quad h_1 : h_2 = \varepsilon_2 : \varepsilon_1$$

ἤτοι: *«τὰ ὕψη τῶν στηλῶν εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα τῶν εἰδικῶν βαρῶν τῶν ὑγρῶν».*

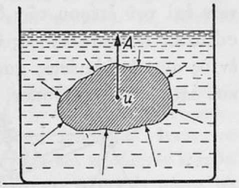
Ἐπίσης ἡ ἀρχὴ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων δὲν εὑρίσκει ἐφαρμογὴν εἰς τοὺς τριχοειδεῖς σωλῆνας, ὡς θὰ ἴδωμεν περαιτέρω εἰς τὸ Κεφάλαιον τῆς Μοριακῆς Φυσικῆς.



Σχ. 248. Τὰ μὴ μιγνυόμενα ὑγρὰ διατάσσονται ἀναλόγως τῆς πυκνότητος αὐτῶν.

142. Ἰσορροπία ὑγρῶν μὴ μιγνυομένων. Ἐντὸς ὑγροῦ, ἐν ἰσορροπίᾳ εὑρισκομένου, ἡ στάθμη ἡ ἀποτελοῦσα τὴν ἐπιφάνειαν, ὅπου ἡ πίεσις ἔχει τὴν αὐτὴν τιμὴν εἰς ὅλα τὰ σημεῖα αὐτῆς, εἶναι ὡς εἴδομεν (§ 130), εἰς μικρὰν περιοχήν, ὁριζόντιον ἐπίπεδον. Ἐὰν ἐντὸς δοχείου τοποθετήσωμεν διάφορα ὑγρὰ μὴ μιγνυόμενα, π.χ. ὑδράργυρον, ὕδωρ, ἔλαιον, καὶ ἀναταράξωμεν αὐτά, παρατηροῦμεν ὅτι, μετὰ τὴν ἀποκατάστασιν ἰσορροπίας, αἱ διαχωρίζουσαι αὐτὰ ἐπιφάνειαι εἶναι ὁριζόντια ἐπίπεδα καὶ διατάσσονται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἡ πυκνότης αὐτῶν νὰ βαίνῃ αὐξανομένη ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω (σχ. 248).

143. Ἄνωσις. Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους. Ὅταν σῶμα εὑρίσκεται βυθισμένον ἐντὸς ὑγροῦ ἐν ἰσορροπίᾳ, ὑφίσταται ἐκ μέρους τοῦ ὑγροῦ δυνάμεις κατὰ πάσας τὰς διευθύνσεις, αἱ ὁποῖαι εἶναι κάθετοι ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας εἰς κάθε σημεῖον τοῦ σώματος. Οὕτω, τὸ σῶμα τοῦ σχήματος 249 ὑφίσταται δυνάμεις ἐπὶ ὅλης τῆς ἐπιφανείας του, λόγῳ τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως. Ὅλαι αὐταὶ αἱ δυνάμεις ἔχουν μίαν συνισταμένην, καὶ ἐπειδὴ ἡ πίεσις εἰς τὰ κατώτερα σημεῖα τοῦ σώματος εἶναι μεγαλυτέρα παρὰ εἰς τὰ ἀνώτερα σημεῖα, ἡ συνισταμένη αὐτὴ διευθύνεται πρὸς τὰ ἄνω καὶ καλεῖται ***ἄνωσις (A)***, τὸ δὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς (κ) τῆς δυνάμεως καλεῖται ***κέντρον ἀνώσεως***.



Σχ. 249.

Ὁ ***Ἀρχιμήδης*** διετύπωσε διὰ τὴν ἄνωσιν τὴν ἀκόλουθον ἀρχήν: « *Πᾶν σῶμα βυθιζόμενον ἐντὸς ὑγροῦ ἐν ἰσορροπίᾳ, ὑφίσταται ἄνωσιν ἴσην πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ* ». Οὕτω, ἐὰν ε εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ καὶ V ὁ ὄγκος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ, τότε ἡ ἄνωσις A εἶναι ἴση πρός:

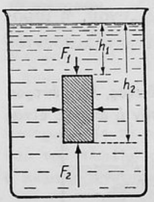
$$\mathbf{A = \varepsilon \cdot V}$$

Ὑπολογισμὸς τῆς ἀνώσεως. Ἡ ἄνωσις ὑπολογίζεται εὐκόλως εἰς τὴν περίπτωσιν σώματος ἔχοντος σχῆμα πρίσματος. Ἐπὶ τοῦ πρίσματος (σχ. 250), λόγῳ τῶν πιέσεων, ἐξασκοῦνται αἱ ἀκόλουθοι δυνάμεις: α) Αἱ δυνάμεις ἐπὶ τῶν κατακορύφων παραπλεύρων ἐπιφανειῶν, αἱ ὁποῖαι ὅμως ἀλληλοαναιροῦνται, β) αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν δύο βάσεων καὶ αἱ ὁποῖαι εἶναι ἀντιστοίχως ἴσαι πρός:

$$F_1 = p_1 \cdot S = \varepsilon \cdot h_1 \cdot S$$
$$F_2 = p_2 \cdot S = \varepsilon \cdot h_2 \cdot S$$

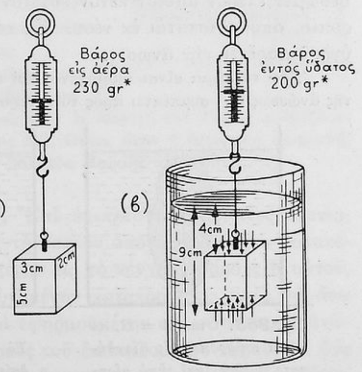
ὅπου ε τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ καὶ S τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως τοῦ πρίσματος. Ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων τούτων, δηλαδὴ ἡ ἄνωσις A, ἰσοῦται πρός: $A = F_2 - F_1 = \varepsilon\ (h_2 - h_1) \cdot S$

Ἐπειδὴ δὲ $(h_2 - h_1) \cdot S$ εἶναι ὁ ὄγκος V τοῦ πρίσματος, ἡ ἄνωσις εἶναι $A = \varepsilon \cdot V$. Τὸ γινόμενον $\varepsilon \cdot V$ παριστᾷ προδήλως τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.



Σχ. 250. Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ἀνώσεως.

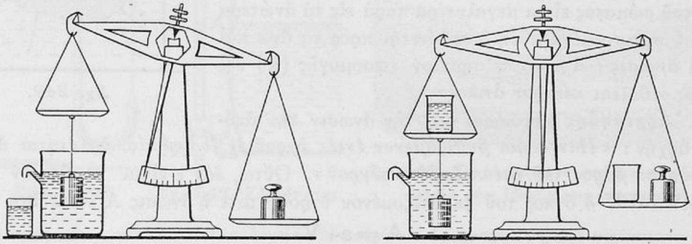
Ἐφαρμογή. Ἐὰν ὑποτεθῇ, ὅτι τὸ ὑγρὸν εἶναι ὕδωρ ($\varepsilon = 1$ gr*/cm^3 = 981 dyn/cm^3) καὶ τὸ σῶμα ἔχει ἐγκαρσίαν τομὴν 6 cm^2 (2×3), ἡ δὲ ἄνω ἐπιφάνεια αὐτοῦ εὑρίσκεται εἰς βάθος 4 cm καὶ ἡ κάτω ἐπιφάνεια εἰς βάθος 9 cm, ἡ ἄνωσις A θὰ εἶναι: $A = \varepsilon \cdot V = 6 \cdot (9-4) = 30$ gr* $= 30 \cdot 981$ dyn, ἤτοι: $A = 29\,430$ dyn. Ὡς ὅμως εὐκόλως δεικνύεται, ἐὰν ἐξαρτήσωμεν τὸ σῶμα ἀπὸ δυναμομέτρου (σχ. 251), τοῦτο εἰς τὸν ἀέρα δεικνύει,



Σχ. 251. Ἡ ἀπώλεια βάρους ὀφείλεται εἰς τὴν διαφορὰν δυνάμεων ἐπὶ τῆς ἄνω καὶ κάτω βάσεως τοῦ σώματος.

ὅτι τὸ σῶμα ἔχει βάρος π.χ. 230 gr*. Ἐὰν ἐμβαπτισθῇ τοῦτο ἐντὸς ὕδατος, τὸ δυναμόμετρον δεικνύει βάρος 200 gr* καὶ ἑπομένως τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἔχασεν, εἶναι ἴσον πρὸς τὸ βάρος (εἰς gr*) τοῦ ἐκτοπισθέντος ὕδατος, τοῦ ὁποίου ὁ ὄγκος θὰ εἶναι προδήλως 30 cm^3, ἤτοι ὅσος ὁ ὄγκος τοῦ σώματος $6 \times 5 = 30$ cm^3.

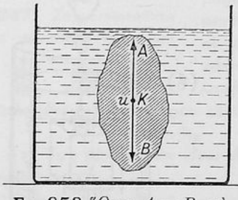
144. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους. Αὕτη γίνεται διὰ τοῦ ζυγοῦ (ὑδροστατικοῦ ζυγοῦ). Πρὸς τοῦτο ἐξαρτῶμεν διὰ νήματος σῶμα ἀπὸ τοῦ πρὸς τὰ ἀριστερὰ δίσκου τοῦ ζυγοῦ καὶ ἰσορροποῦμεν τὸν ζυγὸν διὰ σταθμῶν τιθεμένων ἐπὶ τοῦ ἑτέρου τῶν δίσκων. Ἀκολούθως τοποθετοῦμεν κάτωθεν τοῦ ἐξηρτημένου σώματος δοχεῖον πλῆρες ὕδατος καὶ φροντίζομεν, ὥστε τὸ σῶμα νὰ βυθίζεται τελείως ἐντὸς αὐτοῦ. Ἀμέσως παρατηροῦμεν, ὅτι ὁ ζυγὸς κλίνει πρὸς τὸ μέρος τῶν σταθμῶν, καὶ ἑπομένως συνάγομεν, ὅτι τὸ σῶμα ὑπέστη ἄνωσιν (σχ. 252). Ἐὰν συλλέξωμεν εἰς



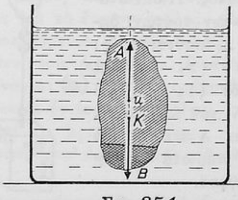
Σχ. 252. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους.

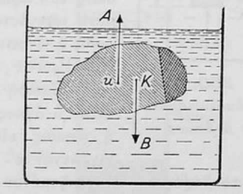
δοχεῖον τὸ ἐκτοπισθὲν ὕδωρ, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅταν θέσωμεν τὸ συλλεγὲν ὕδωρ ἐπὶ τοῦ πρὸς τὰ ἀριστερὰ δίσκου τοῦ ζυγοῦ καὶ φροντίσωμεν, πρὸς ἀντιστάθμισιν, νὰ θέσωμεν ἕτερον ὅμοιον κενὸν δοχεῖον ἐπὶ τοῦ πρὸς τὰ δεξιὰ δίσκου τοῦ ζυγοῦ, ἡ ἰσορροπία ἀποκαθίσταται ἐκ νέου. Ἐκ τούτου προκύπτει, ὅτι τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπισθέντος ὑγροῦ παρέχει τὴν ἄνωσιν.

Ἐὰν τὸ σῶμα εἶναι ὁμοιογενὲς καὶ εἶναι βυθισμένον τελείως ἐντὸς τοῦ ὕδατος, τὸ κέντρον τῆς ἀνώσεως (κ) συμπίπτει πρὸς τὸ κέντρον βάρους (Κ) τοῦ σώματος καί, ἐφ' ὅσον ἡ ἄνωσις εἶναι



Σχ. 253. Ὅταν Α = Β, τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ εἰς οἱονδήποτε βάθος καὶ ὑπὸ οἱονδήποτε προσανατολισμόν.





Σχ. 254. *Σχ. 255.*

Τὸ σῶμα (σχ. 254) εὑρίσκεται εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, διότι κατὰ τὴν μετατόπισίν του (σχ. 255) ἐμφανίζεται ζεῦγος δυνάμεων ἐπαναφορᾶς.

ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ σώματος, τότε τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ (σχ. 253). Τὸ σῶμα εὑρίσκεται εἰς ἀδιάφορον ἰσορροπίαν, διότι ἰσορροπεῖ, οἱοσδήποτε καὶ ἂν εἶναι ὁ προσανατολισμὸς τοῦ σώματος ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ.

Ἐὰν ὅμως τὸ σῶμα εἶναι ἑτερογενὲς καὶ τὸ βάρος αὐτοῦ εἶναι ἴσον πρὸς τὴν ἄνωσιν, τότε τὸ κέντρον ἀνώσεως δὲν συμπίπτει πρὸς τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος (σχ. 254). Τὸ σῶμα τότε ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ ἰσορροπεῖ, μόνον ὅταν τὸ κέντρον τῆς ἀνώσεως (κ) εὑρίσκεται ἄνωθεν τοῦ κέντρου βάρους του (Κ) καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου, μάλιστα δὲ εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην εὑρίσκεται εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν. Πράγματι, ἐὰν ἐκτοπίσωμεν τὸ σῶμα ἀπὸ τῆς ἰσορροπίας του καὶ φέρωμεν τοῦτο εἰς τὴν θέσιν τοῦ σχήματος 255, τότε παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ ἄνωσις καὶ τὸ κέντρον βάρους σχηματίζουν ζεῦγος δυνάμεων, τὸ ὁποῖον τείνει νὰ ἐπαναφέρῃ τὸ σῶμα εἰς τὴν κατάστασιν εὐσταθοῦς ἰσορροπίας.

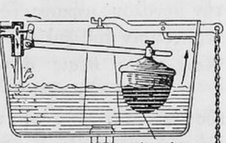
Διὰ τὸν λόγον τοῦτον τὰ σκάφανδρα ἑρματίζονται, ἐνῷ εἰς τὰ πλοῖα τὰ βαρύτερα ἀντικείμενα, ὡς π.χ. αἱ μηχαναί, καθὼς καὶ τὸ ἕρμα εἰς τὰ ὑποβρύχια, τοποθετοῦνται εἰς ὅσον τὸ δυνατὸν χαμηλότερον σημεῖον, ὑποβιβαζομένου οὕτω καὶ τοῦ κέντρου τοῦ βάρους των.

145. Διάφοροι περιπτώσεις ἀνώσεως. Προκειμένου περὶ τῆς ἀνώσεως, διακρίνομεν τρεῖς περιπτώσεις. Οὕτω, ἐὰν καλέσωμεν Β τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ Α τὴν ἄνωσιν, θὰ ἔχωμεν: 1) $B > A$, τὸ σῶμα βυθίζεται. 2) $B = A$, τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ. 3) $B < A$, τὸ σῶμα βυθιζόμενον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ καὶ ἀφιέμενον ἐλεύθερον ἐπανέρχεται καὶ ἐπιπλέει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, βυθιζόμενον μόνον ἐν μέρει, εἰς τρόπον ὥστε τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος τοῦ σώματος.

Σχ. 256. Κολυμβητὴς τοῦ Καρτεσίου.

Τὰς τρεῖς ταύτας περιπτώσεις δεικνύομεν διὰ τοῦ κλασσικοῦ πειράματος τοῦ ***κολυμβητοῦ τοῦ Καρτεσίου*** (σχ. 256). Διὰ ρυθμίσεως τῆς πιέσεως, τὴν ὁποίαν ἐπιφέρομεν διὰ τῆς χειρός μας ἐπὶ τῆς μεμβράνης, ἀφήνομεν νὰ εἰσέρχεται μεγάλη ἢ μικρὰ ποσότης ὕδατος ἐντὸς τοῦ εἰς σχῆμα ἀνθρωπαρίου πλωτῆρος Ο καὶ μεταβάλλομεν οὕτω τὸ βάρος αὐτοῦ, ἐνῷ ἡ ἄνωσις παραμένει ἀμετάβλητος.

Ἐπίσης ᾠὸν βυθίζεται εἰς ὕδωρ καθαρόν, ἐνῷ ἰσορροπεῖ ἐντὸς καταλλήλου διαλύματος μαγειρικοῦ ἅλατος καὶ ἐπιπλέει ἐντὸς κεκορεσμένου διαλύματος μαγειρικοῦ ἅλατος. Διὰ τὸ πείραμα τοῦτο ἀπαιτεῖται ἡ χρησιμοποίησις νωποῦ ᾠοῦ, διότι ᾠὸν παλαιόν, τοῦ ὁποίου ὁ θύλακος ἀέρος ἔχει μεγεθυνθῆ, δύναται νὰ ἐπιπλέῃ εἰς τὴν ἐπιφάνειαν καὶ τοῦ καθαροῦ ὕδατος.

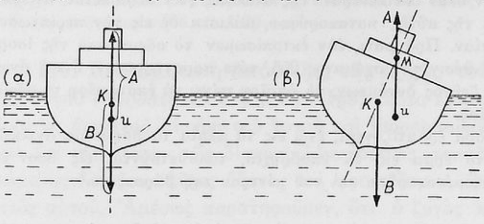


Σχ. 257. Ἀσφαλιστικὸς πλωτήρ.

Ἐφαρμογὰς τῶν ἀνωτέρω συναντῶμεν εἰς τὰ ὑποβρύχια, τὰς πλωτὰς δεξαμενὰς (βλέπε κατωτέρω), εἰς τὰ πλοῖα, εἰς τοὺς ἀσφαλιστικοὺς πλωτῆρας κλπ. Ἡ παροχὴ τοῦ ὕδατος ρυθμίζεται ὑπὸ τοῦ πλωτῆρος εἰς τὴν ὑδαταποθήκην τοῦ σχήματος 257. Οὕτω, ὅταν ἡ δεξαμενὴ πληρωθῇ, ὁ πλωτὴρ ἀνυψοῦται λόγῳ τῆς ἀνώσεως καὶ κλείει τὴν βαλβῖδα εἰσροῆς τοῦ ὕδατος.

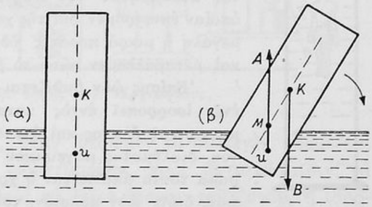
146. Ἰσορροπία ἐπιπλεόντων σωμάτων. Ἐπὶ ἐπιπλέοντος σώματος ἐπενεργοῦν δύο δυνάμεις, ἤτοι τὸ βάρος Β τοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ δύναμιν κατακορύφως διευθυνομένην πρὸς τὰ κάτω καὶ ἐφηρμοσμένην εἰς τὸ κέντρον βάρους Κ αὐτοῦ, καὶ ἡ ἄνωσις Α, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ δύναμιν διευθυνομένην κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω ἴσην πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ καὶ ἐφηρμοσμένην εἰς τὸ κέντρον ἀνώσεως κ, τὸ ὁποῖον συμπίπτει πρὸς τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ. Αἱ δύο δυνάμεις — βάρος καὶ ἄνωσις — ἔχουν τὴν αὐτὴν ἀριθμητικὴν τιμήν, ἀλλὰ εἶναι ἀντιθέτου φορᾶς, διότι τὸ βάρος διευθύνεται κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω καὶ ἡ ἄνωσις κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω.

Ἐφ' ὅσον αἱ εὐθεῖαι ἐπενεργείας τοῦ βάρους καὶ τῆς ἀνώσεως κεῖνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ. Οὕτω τὸ ἐπιπλέον πλοῖον (σχ. 258, α) ἰσορροπεῖ, διότι αἱ εὐθεῖαι ἐπενεργείας βάρους καὶ ἀνώσεως κεῖνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας εἰκονιζομένης δι' ἐστιγμένης γραμμῆς, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ ἄξονα συμμετρίας τοῦ πλοίου. Ἐὰν ὅμως τὸ πλοῖον κλίνῃ ἐλαφρῶς (σχ. β), τότε ἡ μὲν θέσις τοῦ κέντρου βάρους Κ τοῦ πλοίου παραμένει ἀμετάβλητος, τὸ κέντρον ὅμως ἀνώσεως (κ) μετατοπίζεται. Οὕτω αἱ εὐθεῖαι ἐπενεργείας βάρους καὶ ἀνώσεως δὲν κεῖνται ἐπ' εὐθείας, ἀλλὰ σχηματίζουν ζεῦγος, ἴσων καὶ ἀντιπαραλλήλων δυνάμεων, ἔχον ροπὴν τοιαύτην, ὥστε νὰ τείνῃ νὰ ἐπαναφέρῃ τὸ πλοῖον εἰς τὴν ἀρχικήν του θέσιν, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ θέσιν εὐσταθοῦς ἰσορροπίας. Οὕτω οἱ ναυπηγοὶ κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν πλοίου δὲν κατασκευάζουν τοῦτο ὥστε ἁπλῶς νὰ ἐπιπλέῃ, ἀλλὰ καὶ ἡ θέσις αὐτη νὰ εἶναι εὐσταθής.



Σχ. 258. Εὐσταθὴς πλεῦσις.

Ἀντιστρόφως, ἐὰν τὸ ξύλινον πρῖσμα (σχ. 259, α), τὸ ὁποῖον ἀρχικῶς ἐπιπλέει, ἐκτοπισθῇ ὀλίγον τῆς ἀρχικῆς θέσεως ἰσορροπίας αὐτοῦ, τότε γεννᾶται πάλιν ζεῦγος, τὸ ὁποῖον ὅμως ἀπομακρύνει τὸ πρῖσμα τῆς ἀρχικῆς θέσεως ἰσορροπίας, ἤτοι τὸ ἀνατρέπει, ὥστε νὰ ἐπιπλέῃ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ μὲ τὴν μεγάλου μήκους ἕδραν αὐτοῦ. Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ξυλίνου πρίσματος ἡ ἀρχικὴ θέσις εἶναι θέσις **ἀσταθοῦς** ἰσορροπίας.



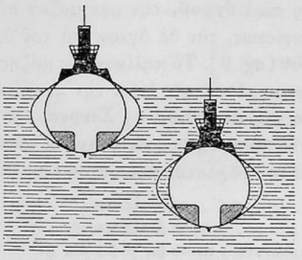
Σχ. 259 Ἀσταθὴς πλεῦσις.

Διὰ νὰ εὑρίσκεται ἐπιπλέον σῶμα εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, τοῦτο ἐξαρτᾶται ἐξ ὡρισμένου σημείου, τὸ ὁποῖον καλεῖται ***μετάκεντρον*** (Μ) καὶ ἔχει σταθερὰν θέσιν ἐπὶ τοῦ σώματος. Τοῦτο παρουσιάζει τὴν ἰδιότητα, ὥστε ἡ ἄνωσις νὰ ἐπενεργῇ μέσῳ αὐτοῦ τόσον εἰς τὴν κανονικὴν θέσιν ὅσον καὶ εἰς τὴν κεκλιμένην. Οὕτω εἰς τὴν θέσιν (α) ἡ ἄνωσις Α ἐπενεργεῖ κατὰ τὴν ἐστιγμένην γραμμήν, ἐνῷ εἰς τὴν θέσιν (β) κατὰ τὸ κατακόρυφον βέλος Α, τὸ ὁποῖον τέμνει τὸν ἄξονα συμμετρίας εἰς τὸ σημεῖον Μ, δηλ. εἰς τὸ μετάκεντρον. Σῶμα ἐπιπλέον εὑρίσκεται εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, ὅταν τὸ μετάκεντρον Μ κεῖται ἄνωθεν τοῦ κέντρου βάρους Κ (σχ. 258, β), καὶ εἰς ἀσταθῆ, ὅταν εὑρίσκεται κάτωθεν αὐτοῦ (σχ. 259, β). Ἡ ἀπόστασις ΜΚ καλεῖται *μετακεντρικὸν ὕψος*· ἐὰν τοῦτο εἶναι μέγα, τὸ πλοῖον εἶναι πολὺ εὐσταθές.

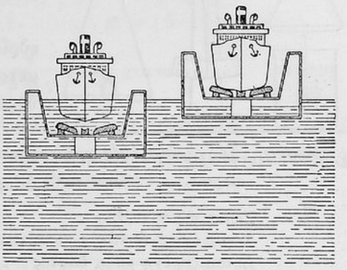
147. Ἐφαρμογαὶ τῆς ἀνώσεως. α) ***Ὑποβρύχια.*** Ταῦτα ἀποτελοῦν πλοῖα, τὰ ὁποῖα δύνανται εἴτε νὰ πλέουν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης, εἴτε νὰ καταδύωνται καὶ νὰ πλέουν ὑπὸ τὴν ἐπιφάνειαν αὐτῆς (σχ. 260). Πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον τὸ σκάφος τοῦ πλοίου κατασκευάζεται διπλοῦν. Οὕτω τὸ ἐξωτερικὸν σχῆμα τοῦ σκάφους ρυθμίζεται, εἰς τρόπον ὥστε τοῦτο νὰ παρουσιάζῃ καλὴν εὐστάθειαν, ὅταν πλέῃ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης, ἐπίσης δὲ κατασκευάζεται ἰσχυρότερον, ὥστε νὰ ἀντέχῃ εἰς τὴν πίεσιν, τὴν ὁποίαν ὑποφέρει ἐν καταδύσει Τὸ διάκενον μεταξὺ τῶν δύο σκαφῶν χωρίζεται εἰς διαμερίσματα, εἰς τινα τῶν ὁποίων εἰσάγεται ὕδωρ θαλάσσιον πρὸς κατάδυσιν τοῦ ὑποβρυχίου. Πρὸς τοῦτο ἀνοίγονται ἀφ' ἑνὸς μὲν οἱ κρου-

νοὶ πληρώσεως, ἀφ' ἑτέρου δὲ οἱ ἐξαεριστικοὶ κρουνοὶ διὰ τὴν ἔξοδον τοῦ ἐντὸς τῆς δεξαμενῆς εὑρισκομένου ἀέρος. Ὅταν τὸ ὑποβρύχιον πρόκειται νὰ ἀναδυθῇ, τότε τῇ βοηθείᾳ πεπιεσμένου ἀέρος ἐκδιώκεται τὸ ὕδωρ ἀπὸ τῶν ἐν λόγῳ διαμερισμάτων καὶ τοιουτοτρόπως ἀναδύεται.

Ἡ κίνησις τόσον εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης, ὅσον καὶ ἐν καταδύσει, γίνεται διὰ τῶν αὐτῶν μηχανῶν, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης ὡς κινητήριος μηχανὴ τῶν ἑλίκων χρησιμεύουν πετρελαιοκινητῆρες, ἐνῷ ἐν καταδύσει χρησιμοποιοῦνται ἠλεκτροκινητῆρες κινούμενοι διὰ τοῦ ρεύματος συσσωρευτῶν, οἱ ὁποῖοι φορτίζονται καθ' ὃν χρόνον τὸ ὑποβρύχιον πλέει εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης.



Σχ. 260. Ἐγκαρσία τομὴ ὑποβρυχίου. Τὸ ὑποβρύχιον πλέει εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης καὶ ἐν καταδύσει (δεξιά).



Σχ. 261. Εἰς τὰ ἀριστερὰ ἡ πλωτὴ δεξαμενὴ εὑρίσκεται ἐν καταδύσει, εἰς τὰ δεξιὰ τὸ σκάφος εὑρίσκεται ἄνωθεν τῆς θαλάσσης.

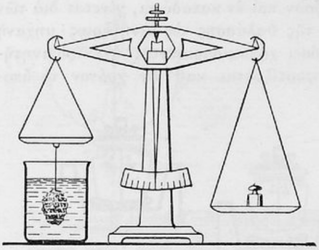
β) ***Πλωταὶ δεξαμεναί.*** Οὕτω καλοῦνται εἰδικὰ σκάφη (σχ. 261), χρησιμεύοντα κυρίως διὰ τὴν ἐπισκευὴν μεγάλων ἢ μικρῶν πλοίων, τὰ ὁποῖα ἀνέρχονται ἐπὶ τῆς πλωτῆς δεξαμενῆς, ὑφίστανται τὴν ἐπισκευὴν καὶ ἀκολούθως ρίπτονται πάλιν εἰς τὴν θάλασσαν. Ὅταν τὰ διαμερίσματα τῆς δεξαμενῆς εἶναι πλήρη ὕδατος, αὕτη βυθίζεται μέχρις ὡρισμένου βάθους. Ὅταν τὸ πλοῖον εἰσχωρήσῃ ἐντὸς τῆς δεξαμενῆς, ἐκκενώνουν τὸ ὕδωρ ἀπὸ τὰ διαμερίσματα δι' ἀντλιῶν, μέχρις ὅτου ἡ δεξαμενὴ ἀνέλθῃ, ὁπότε τὸ πλοῖον εὑρίσκεται καθ' ὁλοκληρίαν ἔξω τῆς θαλάσσης. Εἰς τὴν θέσιν ταύτην ἡ δεξαμενὴ ἐκτοπίζει τόσον ὕδωρ, ὥστε τὸ βάρος αὐτοῦ νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος : δεξαμενὴ + πλοῖον.

148. Μέτρησις τῆς πυκνότητος στερεῶν καὶ ὑγρῶν. ***1. Ἐκ τῆς μάζης καὶ τοῦ ὄγκου.*** Διὰ νὰ μετρήσωμεν τὴν πυκνότητα σώματος ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ τύπου $\rho = m/V$, ἀρκεῖ νὰ προσδιορίσωμεν τὴν μᾶζαν καὶ τὸν ὄγκον τοῦ σώματος. Ἡ μᾶζα τοῦ σώματος προσδιορίζεται διὰ ζυγίσεως. Ὁ ὄγκος ***στερεοῦ*** σώματος, ἐφ' ὅσον τὸ σῶμα ἔχει ἁπλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα (κῦβος, σφαῖρα, κύλινδρος, παραλληλεπίπεδον κλπ.), εὑρίσκεται διὰ μετρήσεως τῶν διαστάσεων αὐτοῦ καὶ ἐπὶ τῇ βάσει γνωστῶν τύπων τῆς Γεωμετρίας. Ἐὰν τὸ σῶμα ἔχῃ ἀκανόνιστον σχῆμα, προσδιορίζομεν τὸν ὄγκον αὐτοῦ μὲ τὴν βοήθειαν ὀγκομετρικοῦ κυλίνδρου (σχ. 8), ἐντὸς τοῦ ὁποίου θέτομεν ὑγρόν, γνωστῆς πυκνότητος καὶ ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον ὕδωρ, ὑπολογίζομεν δὲ τὸν ὄγκον δι' ἐκτοπίσεως τοῦ ὑγροῦ ὡς ἐν § 8 ἐλέχθη.

Ἐὰν m' ἡ ἐκτοπιζομένη μᾶζα ὑγροῦ καὶ ρ' ἡ πυκνότης αὐτοῦ, τότε εἶναι :

$$V = \frac{m'}{\rho'}$$

Διὰ μετρήσεις ἀκριβείας πρέπει νὰ ἔχωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος δὲν εἶναι ἀκριβῶς $\varrho' = 1\ \mathrm{gr/cm^3}$, ἀλλ' αὕτη ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς θερμοκρασίας. Διὰ συνήθεις ὅμως μετρήσεις δεχόμεθα, ἀνεξαρτήτως τῆς θερμοκρασίας, διὰ τὸ ὕδωρ, ὅτι $\varrho' = 1\ \mathrm{gr/cm^3}$ καὶ ἑπομένως τόσον ἡ μᾶζα εἰς gr, ὅσον καὶ ὁ ὄγκος εἰς $\mathrm{cm^3}$, ἐκφράζονται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ. Τὸ ὕδωρ δέον νὰ εἶναι ἀπεσταγμένον καὶ ἄνευ φυσαλίδων.



Σχ. 262. Προσδιορισμὸς πυκνότητος στερεοῦ.

Προκειμένου περὶ ***ὑγροῦ,*** τὴν μὲν μᾶζαν αὐτοῦ εὑρίσκομεν διὰ ζυγίσεως, τὸν δὲ ὄγκον διὰ τοῦ ὀγκομετρικοῦ κυλίνδρου (σχ. 9). Τὸ πηλίκον τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ διὰ τοῦ ὄγκου αὐτοῦ μᾶς δίδει τὴν πυκνότητα.

2. Μέθοδος τῆς ἀνώσεως. α) ***Στερεά.*** Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς πυκνότητος κάμνομεν τὰς ἀκολούθους ζυγίσεις διὰ τοῦ ὑδροστατικοῦ ζυγοῦ (σχ. 262).

Σῶμα εἰς τὸν ἀέρα . . . . $= \alpha$ εἰς gr
Σῶμα ἐντὸς ὕδατος (πυκνότητος ϱ') . . . . $= \beta$ εἰς gr
Ἐκτοπιζομένη μᾶζα ὕδατος . . . . $m' = (\alpha - \beta)$ εἰς gr

$$V = \frac{m'}{\varrho'} \text{ εἰς } \mathrm{cm^3} \qquad \varrho = \frac{m}{V} = \frac{\alpha}{\alpha - \beta} \cdot \varrho' \text{ εἰς } \mathrm{gr/cm^3}$$

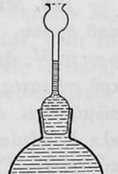
Ἐὰν τὸ σῶμα εἶναι διαλυτὸν εἰς τὸ ὕδωρ, χρησιμοποιοῦμεν ἄλλο ὑγρὸν (π.χ. ἔλαιον, τερεβινθέλαιον κλπ.) γνωστῆς πυκνότητος καὶ προσδιορίζομεν τὴν πυκνότητα ὡς προηγουμένως, ἀνάγομεν δὲ αὐτὴν ἀκολούθως ὡς πρὸς ὕδωρ.

β) ***Ὑγρά.*** Ἡ πυκνότης ὑγροῦ καθορίζεται διὰ προσδιορισμοῦ τῆς μάζης καὶ τοῦ ὄγκου τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ διὰ ***πλωτῆρος,*** ἀποτελουμένου ἐκ στερεοῦ σώματος, συνήθως ἐξ ὑάλου, πυκνότητος μεγαλυτέρας ἀπὸ τὴν πυκνότητα τοῦ ὑγροῦ. Πρὸς τοῦτο ἐκτελοῦμεν τὰς ἀκολούθους ζυγίσεις:

Πλωτὴρ εἰς τὸν ἀέρα . . . . $= \alpha$ εἰς gr
Πλωτὴρ εἰς τὸ ὕδωρ . . . . $= \beta$ εἰς gr
Πλωτὴρ εἰς τὸ ὑγρὸν . . . . $= \gamma$ εἰς gr
Ἐκτοπιζομένη μᾶζα ὕδατος . . . . $m' = (\alpha - \beta)$ εἰς gr
Ἐκτοπιζομένη μᾶζα ὑγροῦ . . . . $m = (\alpha - \gamma)$ εἰς gr

$$V = \frac{m'}{\varrho'} \text{ εἰς } \mathrm{cm^3} \qquad \varrho = \frac{\alpha - \gamma}{\alpha - \beta} \cdot \varrho' \text{ εἰς } \mathrm{gr/cm^3}$$

3*. Μέθοδος διὰ ληκύθου. Διὰ μεγαλυτέραν ἀκρίβειαν προσδιορισμοῦ τῆς πυκνότητος χρησιμεύει ἡ ***λήκυθος,*** συνηθεστέρα μορφὴ τῆς ὁποίας εἶναι ἡ εἰς τὸ σχῆμα 263 εἰκονιζομένη. Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ ὑάλινον δοχεῖον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου προσαρμόζεται ὑάλινον πῶμα, καταλῆγον εἰς λεπτὸν σωλῆνα φέροντα ἐπ' αὐτοῦ μίαν χαραγήν, μέχρι τῆς ὁποίας δέον νὰ πληροῦται πάντοτε ἡ λήκυθος.



Σχ. 263. Λήκυθος.

α) ***Στερεά.*** Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς πυκνότητος στερεοῦ σώματος τεμαχίζομεν αὐτὸ εἰς μικρὰ μέρη ἢ τὸ κονιοποιοῦμεν, ὥστε νὰ διέρχεται διὰ τοῦ στομίου τῆς ληκύθου καὶ κάμνομεν τὰς ἀκολούθους ζυγίσεις διὰ τοῦ ζυγοῦ. Ζυγίζομεν τὸ σῶμα καὶ εὑρίσκομεν τὸ βάρος αὐτοῦ. Ἀκολούθως ζυγίζομεν τὴν λήκυθον πλήρη ἀπεσταγμένου ὕδατος μέχρι τῆς χαραγῆς, τοποθετοῦντες ἐπὶ τοῦ ἰδίου δίσκου τοῦ ζυγοῦ καὶ τὸ σῶμα. Κατόπιν θέτομεν τὸ σῶμα ἐντὸς τῆς ληκύθου καὶ ἀφοῦ ἀφαιρέσωμεν τὸ πλεονάζον ὕδωρ, μέχρις ὅτου ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια αὐτοῦ φθάσῃ πάλιν μέχρι τῆς χαραγῆς, ζυγίζομεν ἐκ νέου. Ὁ ὑπολογισμὸς γίνεται ὡς ἀκολούθως:

Σῶμα εἰς τὸν ἀέρα . . . . $= \alpha$ εἰς gr $= m$
Λήκυθος μὲ ὕδωρ καὶ σῶμα εἰς τὸν ἀέρα . . . . . $= \beta$ εἰς gr
Λήκυθος μὲ ὕδωρ καὶ σῶμα ἐντὸς ληκύθου . . . . $= \gamma$ εἰς gr
Ἐκτοπιζομένη μᾶζα ὕδατος (πυκνότητος ρ′) . . . . $m' = (\beta - \gamma)$ εἰς gr

$$V = \frac{m'}{\varrho'} \text{ εἰς cm}^3 \qquad \varrho = \frac{m}{V} = \frac{\alpha}{\beta - \gamma}\,\varrho' \text{ εἰς gr/cm}^3$$

β) ***Ὑγρά.*** Ζυγίζομεν τὴν λήκυθον κενήν. Ἀκολούθως πληροῦμεν αὐτὴν μέχρι τῆς χαραγῆς κατ᾽ ἀρχὰς μὲ ἀπεσταγμένον ὕδωρ καὶ ἀκολούθως διὰ τοῦ ὑγροῦ, τοῦ ὁποίου ζητοῦμεν τὴν πυκνότητα. Ὁ ὑπολογισμὸς γίνεται ὡς ἀκολούθως:

Λήκυθος κενὴ . . . . $= \alpha$ εἰς gr
Λήκυθος μὲ ὑγρὸν . . . . $= \beta$ εἰς gr
Λήκυθος μὲ ὕδωρ (πυκνότητος ρ′) . . . . $= \gamma$ εἰς gr

$$m = (\beta - \alpha) \text{ εἰς gr} \qquad V = \frac{\gamma - \alpha}{\varrho'} \text{ εἰς cm}^3 \qquad \varrho = \frac{\beta - \alpha}{\gamma - \alpha}\,\varrho' \text{ εἰς gr/cm}^3$$

Παρατηρήσεις. 1. Ἐφ᾽ ὅσον ἡ πυκνότης ἐκφράζεται εἰς gr/cm^3 καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος εἰς gr*/cm^3, αἱ ἀριθμητικαὶ τιμαὶ τῶν δύο τούτων μεγεθῶν συμπίπτουν. Οὕτω ἡ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 13,6 gr/cm^3, ἀλλὰ καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος του ἐκφράζεται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ.

2. Σχετικὴ πυκνότης ἑνὸς σώματος καλεῖται τὸ πηλίκον τῆς μάζης τοῦ σώματος m διὰ τῆς μάζης m′ ἴσου ὄγκου ὕδατος ἀπεσταγμένου καὶ θερμοκρασίας 4^0 C, ἤτοι:

$$\varrho_{\sigma\chi} = \frac{m}{m'}$$

Σχετικὸν εἰδικὸν βάρος ἑνὸς σώματος καλεῖται τὸ πηλίκον τοῦ βάρους B τοῦ σώματος πρὸς τὸ βάρος β′ ἴσου ὄγκου ὕδατος ἀπεσταγμένου 4^0 C, ἤτοι:

$$\varepsilon_{\sigma\chi} = \frac{B}{\beta'}$$

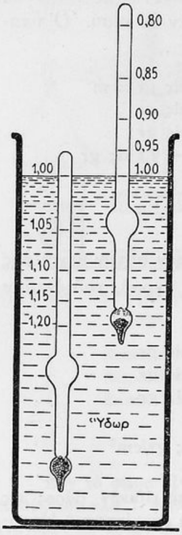
Ἡ σχετικὴ πυκνότης, ὡς ἐκ τοῦ ἄνω ὁρισμοῦ, ἐκφράζεται δι᾽ ἑνὸς καθαροῦ ἀριθμοῦ, δηλ. ἄνευ μονάδων. Οὕτω ἡ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 13,6 gr/cm^3, τοῦ δὲ ὕδατος 1 gr/cm^3, ἄρα ἡ σχετικὴ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 13,6. Κατ᾽ ἀνάλογον τρόπον προκύπτει, ὅτι καὶ τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος ἐκφράζεται δι᾽ ἑνὸς ἀριθμοῦ καὶ συνεπῶς ὁ αὐτὸς ἀκριβῶς ἀριθμὸς ἐκφράζει τὰ ἀνωτέρω μεγέθη διὰ τὸ αὐτὸ σῶμα, δηλ. καὶ τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 13,6.

Οἱ ὁρισμοὶ οὗτοι, οἵτινες ἐχρησιμοποιοῦντο εἰς παλαιοτέραν ἐποχὴν πρὸς καθορισμὸν τῆς πυκνότητος καὶ τοῦ εἰδικοῦ βάρους, τείνουν νὰ ἐγκαταλειφθοῦν σήμερον, διότι μᾶς φέρουν εἰς τὸ ἄτοπον συμπέρασμα, ὅτι πυκνότης καὶ εἰδικὸν βάρος ἀποτελοῦν μεγέθη ἄνευ μονάδων.

3. Εἰς τὸ Κεφάλαιον τῆς Θερμότητος θὰ γνωρίσωμεν λεπτομερέστερον, ὅτι τὸ ὕδωρ εἰς τὴν θερμοκρασίαν 4^0 C ἔχει τὴν μεγαλυτέραν αὐτοῦ πυκνότητα. Ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἰς τὴν θερμοκρασίαν ταύτην τῶν 4^0 C λαμβάνεται ἴση πρὸς 1 gr/cm^3.

149. Πυκνόμετρα - Ἀραιόμετρα. Ὄργανα λίαν διαδεδομένα, τὰ ὁποῖα ἐπιτρέπουν τὸν ταχὺν καὶ σχετικῶς ἀκριβῆ προσδιορισμὸν τῆς πυκνότητος τῶν ὑγρῶν, εἶναι τὰ

πυκνόμετρα καὶ ***ἀραιόμετρα,*** ὀνομασίαν τὴν ὁποίαν λαμβάνουν ἀναλόγως τῆς βαθμολογίας αὐτῶν προκειμένου νὰ χρησιμοποιηθοῦν διὰ πυκνότητας μεγαλυτέρας ἢ μικροτέρας τῆς πυκνότητος τοῦ ὕδατος. Ταῦτα εἶναι ἐν γένει πλωτῆρες (σχ. 264), οἱ ὁποῖοι συνίστανται ἐκ κοίλου ὑαλίνου κυλινδρικοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον εἰς τὸ κάτω μέρος ἀπολήγει εἰς διόγκωσιν ἑρματισμένην καταλλήλως, συνήθως δι' ὑδραργύρου ἢ σφαιριδίων μολύβδου (σκάγια). Πρὸς τὰ ἄνω ἀπολήγουν εἰς στέλεχος, ἤτοι εἰς ἐπιμήκη μικρᾶς διαμέτρου σωλῆνα, ὁ ὁποῖος φέρει κλίμακα βαθμολογημένην συνήθως εἰς gr/cm³. Ἡ λειτουργία των στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους, κατὰ τὴν ὁποίαν εἰς τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας τὰ σώματα βυθίζονται ἐντὸς τῶν ὑγρῶν τόσον ὀλιγώτερον, ὅσον πυκνότερον εἶναι τὸ ὑγρόν. Ἡ βαθμολογία τῶν ὀργάνων γίνεται ἐπὶ τῇ βάσει προτύπων ὑγρῶν, τῶν ὁποίων ἡ πυκνότης εἶναι ἐκ τῶν προτέρων γνωστή.



Σχ. 264. Πυκνόμετρον καὶ ἀραιόμετρον ἐντὸς ὕδατος.

Διὰ νὰ μετρήσωμεν τὴν πυκνότητα ὑγροῦ τινος διὰ τοῦ πυκνομέτρου, ἀρκεῖ νὰ βυθίσωμεν αὐτὸ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ καί, ὅταν ἰσορροπήσῃ, νὰ ἀναγνώσωμεν τὴν ἔνδειξιν ἐπὶ τῆς κλίμακος τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ. Οὕτω, συμφώνως πρὸς τὸν τρόπον βαθμολογίας, ἡ ἔνδειξις αὕτη παριστᾷ τὴν ζητουμένην πυκνότητα εἰς gr/cm³.

150. Πρακτικαὶ κλίμακες. Ἐκτὸς τῆς βαθμολογίας εἰς gr/cm³, ὑπάρχουν καὶ ἄλλαι κλίμακες αὐθαιρέτου βαθμολογίας, αἱ ὁποῖαι ὅμως ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἐκτοπίζονται. Ἐκ τούτων λίαν ἐν χρήσει ἀκόμη εἰς τὴν πρᾶξιν εἶναι ἡ βαθμολογία πυκνομέτρων καὶ ἀραιομέτρων **Baumé** *(Μπωμέ)*, κυρίως διὰ τὸν ἔλεγχον τῶν πυκνοτήτων τῶν ὑγρῶν τῶν χρησιμοποιουμένων εἰς τοὺς συσσωρευτάς, διαλυμάτων ἅλατος κλπ.

Οὕτω, διὰ ὑγρὰ πυκνότερα τοῦ ὕδατος τὸ μηδὲν τῆς κλίμακος Baumé ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν πυκνότητα 1 gr/cm³, οἱ δὲ ἄνω τοῦ μηδενὸς βαθμοὶ ἀντιστοιχοῦν εἰς πυκνότητας μεγαλυτέρας τοῦ 1 gr/cm³. Δι' ὑγρὰ ἀραιότερα τοῦ ὕδατος, 10 βαθμοὶ Baumé ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν πυκνότητα 1 gr/cm³, οἱ δὲ μεγαλύτεροι τοῦ 10 βαθμοὶ εἰς πυκνότητας μικροτέρας τοῦ 1 gr/cm³. Ἡ σχέσις τῶν βαθμῶν Baumé πρὸς τὴν πυκνότητα παρέχεται ἀπὸ εἰδικοὺς πίνακας, ἢ δι' ὑπολογισμοῦ, ὡς κατωτέρω:

Ὑγρὰ ἐλαφρότερα τοῦ ὕδατος	Ὑγρὰ βαρύτερα τοῦ ὕδατος
$\text{πυκνότης} = \dfrac{140}{\text{βαθμοὶ Baumé} + 130}$	$\text{πυκνότης} = \dfrac{145}{145 - \text{βαθμοὶ Baumé}}$
$\text{βαθμοὶ Baumé} = \dfrac{140}{\text{πυκνότης}} - 130$	$\text{βαθμοὶ Baumé} = 145 - \dfrac{145}{\text{πυκνότης}}$

151*. Οἰνοπνευματόμετρον. Τὸ ὄργανον τοῦτο εἶναι ὅμοιον πρὸς τὰ προηγούμενα — τύπου ἀραιομέτρου — καὶ δι' αὐτοῦ προσδιορίζομεν δι' ἀπ' εὐθείας ἀναγνώσεως τὴν κατ' ὄγκον περιεκτικότητα τῶν οἰνοπνευματούχων ὑγρῶν. Τὸ οἰνοπνευματόμετρον δίδει ἀκριβεῖς ἐνδείξεις μόνον εἰς ὑγρὰ τὰ ὁποῖα περιέχουν ὕδωρ καὶ οἰνόπνευμα. Διὰ νὰ προσδιορίσωμεν οὕτω τὸ ποσὸν τοῦ οἰνοπνεύματος, τὸ περιεχόμενον π.χ. εἰς τὸν οἶνον, ἀποστάζομεν γνωστὸν ὄγκον οἴνου (π.χ. 250 cm^3)· ἀκολούθως εἰς τὸ ἐκ τῆς ἀποστάξεως ληφθὲν οἰνόπνευμα προσθέτομεν ὕδωρ ἀπεσταγμένον, μέχρις ὅτου λάβωμεν τὸν ἀρχικὸν ὄγκον τοῦ οἴνου (250 cm^3). Ἐὰν εἰς τὸ μῖγμα τοῦτο βυθίσωμεν τὸ οἰνοπνευματόμετρον, θὰ λάβωμεν μίαν ἔνδειξιν, π.χ. 20. Τοῦτο σημαίνει, ὅτι 20 % τοῦ ὄγκου τοῦ μίγματος ἀποτελεῖται ἐξ οἰνοπνεύματος.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω παρατηροῦμεν, ὅτι αἱ ἐνδείξεις τοῦ οἰνοπνευματομέτρου ἀναφέρονται μόνον εἰς μίγματα οἰνοπνεύματος καὶ ὕδατος. Ἑπομένως, ἐὰν βυθίσωμεν τὸ ὄργανον τοῦτο ἐντὸς οἴνου, δὲν θὰ μᾶς δεικνύῃ τὴν εἰς οἰνόπνευμα περιεκτικότητά του, ἕνεκα τῶν ξένων οὐσιῶν τὰς ὁποίας περιέχει τὸ ὑγρὸν τοῦτο.

152*. Γαλακτόμετρον. Ἕτερος τύπος πυκνομέτρου εἶναι καὶ τὸ ***γαλακτόμετρον***, τὸ ὁποῖον χρησιμεύει διὰ τὸν ἔλεγχον τοῦ γάλακτος. Ἡ πυκνότης τοῦ γάλακτος ἀγελάδος, εἰς 15⁰ C, κυμαίνεται μεταξὺ 1,027 καὶ 1,035 gr/cm^3 καὶ ἑπομένως, διὰ νὰ προσδιορίσωμεν τὴν πυκνότητα τοῦ γάλακτος, ἀρκεῖ νὰ γνωρίζωμεν τὰ δύο τελευταῖα δεκαδικὰ ψηφία. Ὡς ἐκ τούτου ἡ βαθμολογία τοῦ γαλακτομέτρου γίνεται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἡ κλῖμαξ αὐτοῦ νὰ δεικνύῃ ἀπὸ 20 ἕως 40 (σχ. 265), τοῦτο δὲ σημαίνει 1,020 ἕως 1,040 gr/cm^3. Ἡ πυκνότης τοῦ γάλακτος εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τοῦ ὕδατος, διότι τὸ γάλα περιέχει καὶ πλείστας ἄλλας οὐσίας, ὡς π.χ. σάκχαρον καὶ διάφορα ἅλατα. Ἐν τούτοις περιέχει καὶ οὐσίας, αἵτινες εἶναι ἐλαφρότεραι τοῦ ὕδατος, ὡς π.χ. βούτυρον. Ἡ πυκνότης δὲν χαρακτηρίζει βεβαίως τὴν σύνθεσιν τοῦ γάλακτος.

Σχ. 265. Γαλακτόμετρον.

Παραδείγματα εἰδικῶν βαρῶν (εἰς gr^*/cm^3)

Στερεὰ				*Ἀέρια* εἰς θερμοκρασίαν 0⁰ C καὶ πίεσιν 1 Atm.	
Φελλὸς	0,24	Ἄργυρος	10,5		
Ξύλον (δρυὸς)	0,80	Μόλυβδος	11,3		
Πάγος	0,92	Χρυσὸς	19,3		
Κηρὸς	0,96	Λευκόχρυσος	21,4	Ὑδρογόνον	0,000 09
Ἄνθραξ	1,8	*Ὑγρὰ*		Ἥλιον	0,000 18
Ὕαλος	2,5	Βενζίνη	0,72	Ἄζωτον	0,001 25
Μάρμαρον	2,7	Αἰθὴρ	0,72	Ἀὴρ	0,001 29
Ἀργίλιον	2,7	Οἰνόπνευμα	0,79	CO_2	0,002
Ἀδάμας	3,5	Πετρέλαιον	0,85	Φωταέριον	0,000 5
Σίδηρος	7,8	Ἐλαιόλαδον	0,91		
Ὀρείχαλκος	8,6	Ὕδωρ	1,00		
Χαλκὸς	8,9	Ὑδράργυρος	13,6		

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Πόση εἶναι α) ἡ πίεσις στήλης ὑδραργύρου ὕψους 740 mm, β) πόσον τὸ ὕψος στήλης ὑδραργύρου, ἡ ὁποία ἀσκεῖ πίεσιν 1 at.

2. Πόσην δύναμιν ἀσκεῖ τὸ ὕδωρ ἐπὶ ἐπιφανείας 1 dm^2 εἰς βάθος 50 m.

3. Ποῖα εἶναι ἀντιστοίχως τὰ ὕψη στηλῶν ὑδραργύρου, ὕδατος καὶ οἰνοπνεύματος, αἱ ὁποῖαι ἀσκοῦν πίεσιν 5 000 μB. ($\rho_{\text{ὑδρ.}} = 13{,}6$ gr/cm^3, $\rho_{\text{οἰνοπ.}} = 0{,}79$ gr/cm^3.)

4. Εἰς ὑδραυλικὸν πιεστήριον ὁ μέγας ἐμβολεὺς ἔχει διάμετρον 1 m καὶ ὁ μικρὸς 5 cm. Διὰ τοῦ πιεστηρίου θέλομεν νὰ ἀναπτύξωμεν δύναμιν 80 τόννων. Πόση δύναμις πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβολέως. Πόση εἶναι ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ πιεστηρίου.

5. Τεμάχιον χαλκοῦ εἰδικοῦ βάρους 8,9 gr*/cm^3 ἔχει βάρος 523 gr* εἰς τὸν ἀέρα καὶ 447 gr* ὅταν εἶναι βυθισμένον εἰς ὕδωρ. Νὰ ἐξακριβωθῇ, ἐὰν τὸ σῶμα εἶναι πλῆρες ἢ κοῖλον· ἐὰν εἶναι κοῖλον, νὰ καθορισθῇ ὁ ὄγκος τῆς κοιλότητος.

6. Δοχείου ὑαλίνου ἡ βάσις του ἔχει διάμετρον 20 cm καὶ ἡ κορυφὴ 30 cm, ἐνῷ τὸ βάθος του εἶναι 22 cm καὶ τὸ βάρος αὐτοῦ 1,5 kgr*. Τὸ δοχεῖον τοποθετεῖται ἐπὶ τραπέζης καὶ πληροῦται δι' ὕδατος. (Ὁ ὄγκος τοῦ δοχείου εἶναι 10,9 λίτρα). Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ὑπὸ τοῦ ὕδατος ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου, ὡς καὶ ἡ δύναμις ἡ ἀσκουμένη ὑπὸ τοῦ δοχείου καὶ τοῦ περιεχομένου αὐτοῦ ἐπὶ τῆς τραπέζης.

7. Κλειστὸν δοχεῖον κυβικοῦ σχήματος πλευρᾶς 20 cm φέρει κατὰ τὴν ἄνω ἕδραν αὐτοῦ σωλῆνα ὕψους 40 cm καὶ τομῆς 10 cm^2. Ἐὰν τὸ δοχεῖον καὶ ὁ σωλὴν πληροῦνται τελείως δι' ὕδατος, νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ δυνάμεις ἐπὶ ἑκάστης τῶν ἑδρῶν.

8. Τεμάχιον ὀρειχάλκου ἔχει βάρος 400 gr* καὶ ἀποτελεῖται κατὰ 65 % τοῦ βάρους αὐτοῦ ἀπὸ χαλκὸν καὶ κατὰ 35 % ἀπὸ ψευδάργυρον. Πόσην ἄνωσιν ὑφίσταται ἐντὸς ἐλαίου εἰδ. βάρους 0,87 gr*/cm^3. ($\varepsilon_{\chi\alpha\lambda\kappa o\tilde{\upsilon}} = 8{,}9$ gr*/cm^3, $\varepsilon_{\psi\varepsilon\upsilon\delta.} = 7{,}1$ gr*/cm^3.)

9. Ἡ πυκνότης τοῦ θαλασσίου ὕδατος εἰς 0^0 C εἶναι 1,03 gr/cm^3. Πόσον τοῖς ἑκατὸν τοῦ ὄγκου ἑνὸς παγοβούνου βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὕδατος, ὅταν ἡ πυκνότης τοῦ πάγου εἶναι 0,917 gr/cm^3.

10. Ἡ πυκνότης τοῦ θαλασσίου ὕδατος εἶναι 1,03 gr/cm^3. Νὰ καθορισθῇ ὁ ἀριθμὸς τῶν m^3 τοῦ ἐκτοπιζομένου θαλασσίου ὕδατος ὑπὸ πλοίου ἐκτοπίσματος 5 000 τόννων.

11. Τεμάχιον ξύλου διαστάσεων 5 cm × 4 cm καὶ ὕψους 3 cm ἐπιπλέει εἰς ὕδωρ βυθιζόμενον κατὰ 2,5 cm. Πόση μᾶζα ἀργιλίου (πυκνότητος 2,6 gr/cm^3) πρέπει νὰ τοποθετηθῇ ἐπὶ τῆς κορυφῆς τοῦ τεμαχίου ξύλου, ἵνα τοῦτο μετὰ τοῦ ἀργιλίου βυθίζεται τελείως ἐντὸς τοῦ ὕδατος.

12. Εἰς σωλῆνα σχήματος U (σχ. 247) τὸ δεξιὸν σκέλος περιέχει ὑδράργυρον, ἐνῷ τὸ ἕτερον πληροῦται μὲ ὑγρὸν ἀγνώστου πυκνότητος. Τὸ ὕψος τῶν στηλῶν τοῦ ὑγροῦ εἰς τὰ δύο σκέλη ἀπὸ τῆς ὁρικῆς ἐπιφανείας τῆς διαχωριζούσης τὰ δύο ὑγρὰ εἶναι εἰς τὸ δεξιὸν σκέλος 2 cm καὶ εἰς τὸ ἀριστερὸν 14 cm. Πόση ἡ πυκνότης τοῦ ὑγροῦ.

13. Τεμάχιον σμύριδος ζυγίζει 50 gr* εἰς τὸν ἀέρα καὶ 39 gr* εἰς τὸ ὕδωρ. Πόσον τὸ εἰδ. βάρος τῆς σμύριδος.

14. Τεμάχιον ἀργιλίου πυκνότητος 2,7 gr/cm^3 ζυγίζει 67 gr εἰς τὸν ἀέρα καὶ 45 gr ὅταν βυθίζεται εἰς τερεβινθέλαιον. Ποία ἡ πυκνότης τοῦ τερεβινθελαίου.

15. Σῶμα μάζης 36 gr ἔχει βάρος 31,96 gr*, ὅταν βυθίζεται ἐντὸς ὑγροῦ εἰδικοῦ βάρους 1,26 gr*/cm^3. Πόση ἡ πυκνότης τοῦ σώματος.

16. Ἓν λίτρον γάλακτος ζυγίζει 1 032 gr* καὶ τὸ βούτυρον τὸ ὁποῖον περιέχει εἶναι 4 % κατ' ὄγκον καὶ ἔχει πυκνότητα 0,865 gr/cm^3. Πόση ἡ πυκνότης τοῦ ἀποβουτυρωθέντος γάλακτος.

17. Δοχεῖον περιέχει ὕδωρ καὶ ἔλαιον πυκνότητος 2,5 gr/cm^3, τὰ ὁποῖα διαχωρίζονται δι' ὁρικῆς ἐπιφανείας. Στερεὸν σῶμα ἐπιπλέει βυθιζόμενον κατὰ 70 % τοῦ ὄγκου του εἰς τὸ ὕδωρ καὶ κατὰ τὸ ὑπόλοιπον εἰς τὸ ἔλαιον. Πόση ἡ πυκνότης τοῦ στερεοῦ σώματος.

18. Σῶμα ἔχει ἐντὸς τοῦ ἀέρος βάρος 33 gr* καὶ ἐντὸς τοῦ ὕδατος 30 gr*. Τὸ σῶμα προσαρμόζεται ἐπὶ τεμαχίου ξύλου, τὸ ὁποῖον ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα 10 gr*. Ὅταν τὸ σύστημα βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὕδατος, ζυγίζει 20 gr*. Πόση ἡ πυκνότης τοῦ ξύλου.

19. Τεμάχιον σακχάρου ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα 20 gr*, ἐνῷ ὅταν βυθίζεται ἐντὸς κηροζίνης, εἰς τὴν ὁποίαν δὲν διαλύεται, ζυγίζει 10 gr*. Ἡ πυκνότης τῆς κηροζίνης εἶναι 0,8 gr/cm^3. Νὰ καθορισθῇ: α) ἡ πυκνότης τοῦ σακχάρου ἐν σχέσει πρὸς τὴν κηροζίνην, β) ἡ πυκνότης τοῦ σακχάρου ἐν σχέσει πρὸς τὸ ὕδωρ.

20. Νὰ καθορισθῇ ἡ πυκνότης τῆς γλυκερίνης ἐκ τῶν ἀκολούθων δεδομένων. Δοχεῖον μάζης 15 gr πληροῦται ὑπὸ ὕδατος καὶ τὸ σύνολον ζυγίζει 65 gr*. Ἀκολούθως τὸ αὐτὸ δοχεῖον πληροῦται μὲ γλυκερίνην καὶ τὸ σύνολον ζυγίζει 78 gr*.

21. Ὁμογενὲς μεταλλικὸν σῶμα ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα 40,47 gr* καὶ ἐντὸς τοῦ ὕδατος 34,77 gr*. Πόσον εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος αὐτοῦ καὶ πόσον ζυγίζει ἐντὸς τοῦ οἰνοπνεύματος. (Εἰδ. βάρος οἰνοπνεύματος $\varrho = 0{,}79$ gr*/cm^3.)

22. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ εἰδικοῦ βάρους τῆς παραφίνης γίνονται αἱ ἀκόλουθοι μετρήσεις. Ἡ παραφίνη ζυγίζεται εἰς τὸν ἀέρα, ὅτε τὸ βάρος αὐτῆς εὑρίσκεται 7,83 gr*. Ἀκολούθως διὰ νήματος ἀμελητέου βάρους ἐξαρτῶμεν ἀπὸ τῆς παραφίνης μεταλλικὸν τεμάχιον καί, ὅταν ἡ παραφίνη εὑρίσκεται εἰς τὸν ἀέρα καὶ τὸ μέταλλον ἐντὸς τοῦ ὕδατος, τὸ σύστημα ἔχει βάρος 43,38 gr*. Τέλος, ὅταν καὶ ἡ παραφίνη καὶ τὸ μέταλλον βυθίζωνται εἰς τὸ ὕδωρ, τὸ βάρος τοῦ συστήματος εἶναι 34,38 gr*.

23. Ὡρισμένη πίεσις ἰσορροπεῖται ὑπὸ στήλης ὕδατος ὕψους 60 cm. Ἡ αὐτὴ πίεσις ἰσορροπεῖται ὑπὸ στήλης διαλύματος ἅλατος ὕψους 50 cm. Πόση ἡ πυκνότης τοῦ διαλύματος.

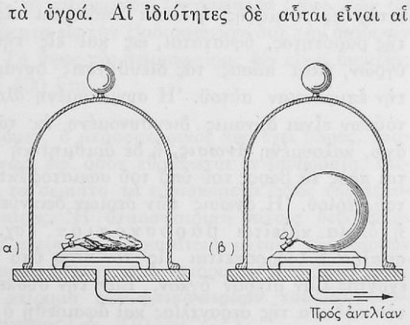
24. Τεμάχιον ξύλου δρυὸς ζυγίζει 100 gr* εἰς τὸν ἀέρα καὶ πλωτὴρ ζυγίζει 150 gr* εἰς τὸ ὕδωρ. Ὁ πλωτὴρ προσαρμόζεται εἰς τὸ ξύλον καὶ τὸ σύστημα ἐντὸς τοῦ ὕδατος ζυγίζει 110 gr*. Πόσον τὸ εἰδ. βάρος τοῦ ξύλου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΑ΄

ΑΕΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

153. Γενικὰ περὶ ἀερίων. Ἡ ***Ἀεροστατικὴ*** ἀσχολεῖται μὲ τὴν σπουδὴν τῶν ἀερίων, εὑρισκομένων εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας. Τὰ ἀέρια ἀποτελοῦν τὴν ἁπλουστέραν μορφὴν τῆς ὕλης, ἔχουν δὲ ὡς κύριον γνώρισμα, ὅτι τὰ μόρια αὐτῶν παρουσιάζουν μεγάλην εὐκινησίαν.

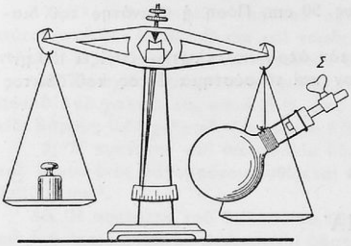
Ἡ μελέτη τῶν φαινομένων, τὰ ὁποῖα ἐμφανίζουν τὰ ἀέρια εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας, χωρίζεται ἀπὸ τὴν Ὑδροστατικήν, λόγῳ χαρακτηριστικῶν ἰδιοτήτων, τὰς ὁποίας τὰ ἀέρια παρουσιάζουν ἐν συγκρίσει πρὸς τὰ ὑγρά. Αἱ ἰδιότητες δὲ αὗται εἶναι αἱ ἑξῆς: α) Τὰ ἀέρια ἔχουν τὴν ἰδιότητα τῆς ἐκτάσεως, δηλ. δὲν ἔχουν ὡρισμένον ὄγκον, ἀλλὰ τείνουν νὰ καταλάβουν πάντα τὸν προσφερόμενον εἰς αὐτὰ χῶρον. Τοῦτο δεικνύομεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Ἐντὸς κύστεως (κ. μπαλόνι) φυσῶμεν ὀλίγον ἀέρα καὶ ἀκολούθως δένομεν τὸν λαιμόν της καλῶς διὰ νήματος. Ἐὰν τοποθετήσωμεν αὐτὴν ὑπὸ τὸν κώδωνα ἀεραντλίας καὶ ἀρχίσωμεν νὰ ἀφαιροῦμεν τὸν ἀέρα, παρατηροῦμεν ὅτι αὕτη διογκοῦται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον (σχ. 266). β) Τὰ ἀέρια, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὰ ὑγρά, εἶναι λίαν συμπιεστά.



Σχ. 266. Δι' ἀφαιρέσεως τοῦ ἀέρος ἐκ τοῦ κώδωνος, ἡ κύστις διογκοῦται.

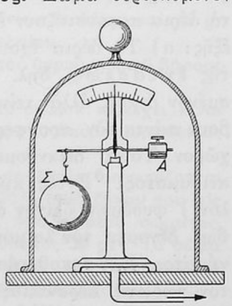
Οὕτω, ἐὰν ἐγκλείσωμεν ἀέρα εἰς κύλινδρον καὶ συμπιέσωμεν αὐτὸν ἰσχυρῶς δι' ἐμβολέως, ὁ ἀὴρ δύναται νὰ καταλάβῃ ἐλάχιστον ὄγκον· ἐὰν ὅμως παύσῃ νὰ ὑφίσταται ἡ πίεσις τοῦ ἐμβολέως, οὗτος ὠθεῖται πρὸς τὰ ἔξω καὶ τὸ ἀέριον διαστέλλεται εἰς τὸν ἀρχικόν του ὄγκον. Αἱ ἀρχαὶ τῆς Ὑδροστατικῆς ἰσχύουν καὶ διὰ τὰ ἀέρια· εἰς τὴν Ἀεροστατικὴν δὲ θὰ περιορισθῶμεν νὰ ἐξετάσωμεν τὰς ἰδιότητας ἐκείνας τῶν ἀερίων, αἱ ὁποῖαι ὀφείλονται εἰς τὴν *ἔκτασιν* καὶ *συμπιεστότητα* αὐτῶν.

154. Βάρος τῶν ἀερίων. Τὰ ἀέρια, ὅπως καὶ ὅλα τὰ ἄλλα σώματα, ὑπόκεινται εἰς τὴν ἕλξιν τῆς Γῆς καὶ ἐπομένως ἔχουν βάρος. Προκειμένου διὰ τὸ μᾶλλον σύνηθες ἀντιπροσωπευτικὸν ἀέριον σῶμα ἐπὶ τῆς Γῆς, τὸν *ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα*, διὰ νὰ ἀποδείξωμεν ὅτι οὗτος ἔχει βάρος, ἐκτελοῦμεν τὸ ἑξῆς πείραμα: Ἀπὸ φιάλην, τῆς ὁποίας ὁ λαιμὸς φέρει στρόφιγγα, ἀφαιροῦμεν δι' ἀντλίας τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα καί, ἀφοῦ ἐξαρτήσωμεν αὐτὴν ἀπὸ τὸ ἓν σκέλος τῆς φάλαγγος ζυγοῦ, τὴν ἰσορροποῦμεν διὰ σταθμῶν. Κατόπιν ἀνοίγομεν τὴν στρόφιγγα καὶ ἀφήνομεν νὰ εἰσέλθῃ ἀτμοσφαιρικὸς ἀήρ. Παρατηροῦμεν τότε, ὅτι ὁ ζυγὸς κλίνει πρὸς τὸ μέρος τῆς φιάλης (σχ. 267), ἐξ οὗ συνάγομεν, ὅτι ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ ἔχει βάρος. Διὰ νὰ ἐπαναφέρωμεν τὴν ἰσορροπίαν, πρέπει νὰ προσθέσωμεν, εἰς τὸ μέρος τοῦ δίσκου ὅπου εὑρίσκεται ἡ σφαῖρα, σταθμά, τὰ ὁποῖα παριστοῦν προφανῶς τὸ βάρος τοῦ ἀέρος τοῦ ἐξαχθέντος ἐκ τῆς σφαίρας. Οὕτω ἐκ μετρήσεων εὑρέθη, ὅτι 1 λίτρον ἀέρος (δηλ. 1 000 cm^3) ἔχει βάρος 1,293 gr* (δηλ. περίπου 1,3 gr*) καὶ συνεπῶς 1 m^3 ἀέρος ζυγίζει 1,293 kgr*, ὑπὸ θερμοκρασίαν 0^0C καὶ πίεσιν 760 mm στήλης ὑδραργύρου.



Σχ. 267. Ὅταν ἐντὸς τῆς φιάλης εἰσέλθῃ ἀήρ, ὁ ζυγὸς κλίνει πρὸς τὸ μέρος αὐτῆς.

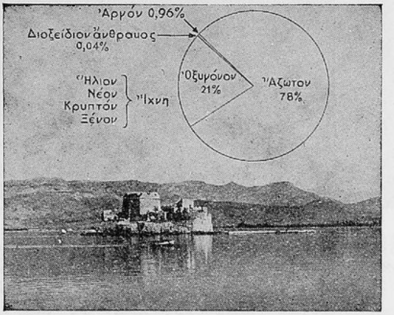
155. Ἄνωσις τῶν ἀερίων. Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους. Σῶμα εὑρισκόμενον ἐντὸς ἀερίου μάζης, ἡ ὁποία ὑπόκειται εἰς τὴν ἐπενέργειαν τῆς βαρύτητος, ὑφίσταται, ὡς καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ὑγρῶν, κατὰ πάσας τὰς διευθύνσεις δυνάμεις καθέτους ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν αὐτοῦ. Ἡ συνισταμένη ὅλων τῶν δυνάμεων τούτων εἶναι δύναμις διευθυνομένη ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω, καλουμένη ***ἄνωσις***, ἡ δὲ ἀριθμητικὴ τιμὴ αὐτῆς ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος τοῦ ὑπὸ τοῦ σώματος ἐκτοπιζομένου ὄγκου τοῦ ἀερίου. Ἡ ἄνωσις τῶν ἀερίων δεικνύεται διὰ συσκευῆς, ἡ ὁποία καλεῖται βαροσκόπιον (σχ. 268). Ἡ κοίλη σφαῖρα Σ ἰσορροπεῖται εἰς τὸν ἀέρα ὑπὸ τοῦ ἀντιβάρου Α ἔχοντος λίαν μικρὸν ὄγκον. Ἐὰν τὴν συσκευὴν θέσωμεν ὑπὸ τὸν κώδωνα τῆς ἀεραντλίας καὶ ἀφαιρεθῇ ὁ ἀήρ, ἡ ἰσορροπία καταστρέφεται, ἡ δὲ φάλαγξ κλίνει πρὸς τὸ μέρος τῆς σφαίρας, διότι προηγουμένως ἡ σφαῖρα λόγῳ τοῦ ὄγκου της ὑφίστατο μεγαλυτέραν ἄνωσιν ἀπὸ τὸ ἀντίβαρον. Ὅτε ὅμως ἀφῃρέθη ὁ ἀήρ, ἡ ἄνωσις ἐξέλειπε καὶ ἡ φάλαγξ κλίνει πρὸς τὴν σφαῖραν, ἡ ὁποία πραγματικῶς ἦτο βαρυτέρα τοῦ ἀντιβάρου.



Σχ. 268. Ὅταν ἀφαιρεθῇ ὁ ἀήρ, ὁ ζυγὸς κλίνει πρὸς τὸ μέρος τῆς σφαίρας Σ.

Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι, ὅταν ζυγίζωμεν σῶμα εἰς τὸν ἀέρα, δὲν εὑρίσκομεν τὸ *πραγματικὸν βάρος* αὐτοῦ, ἀλλὰ τὸ *φαινόμενον βάρος*, διότι ὑπεισέρχεται ἡ ἄνωσις τοῦ ἀέρος. Ἕνεκα τούτου, εἰς τὰς ζυγίσεις ἀκριβείας δέον νὰ ἐπιφέρωμεν τὴν σχετικὴν διόρθωσιν, ἡ ὁποία γίνεται δι' ὑπολογισμοῦ. Ἡ ***ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους*** διὰ τὰ ἀέρια, διατυποῦται ὡς ἑξῆς: «*Πᾶν σῶμα βυθιζόμενον ἐντὸς ἀερίου ὑφίσταται ἄνωσιν ἴσην πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀερίου*».

156. Ἀτμόσφαιρα. *Ἀτμόσφαιραν καλοῦμεν τὸ ἀέριον περίβλημα τὸ εὑρισκόμενον περὶ τὴν Γῆν, τὸ ὁποῖον, ὡς γνωστόν, ἀποτελεῖται ἐξ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος,* ὅστις εἶναι κυρίως μῖγμα ὀξυγόνου, 23,01 % κατὰ βάρος καὶ 20,93 % κατ' ὄγκον, καὶ ἀζώτου, 75,51 % κατὰ βάρος καὶ 78,1 % κατ' ὄγκον (σχ. 269). Ἐξ ἄλλου, ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω δύο ἀερίων, ὑπάρχουν εἰς τὸν ἀέρα καὶ ἄλλαι προσμίξεις, ὡς εὐγενῆ ἀέρια, διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος καὶ ὑδρογόνον. Ἡ ὡς ἄνω σύνθεσις τῆς ἀτμοσφαίρας δὲν παραμένει σταθερά, ἀλλὰ μεταβάλλεται μετὰ τοῦ ὕψους, δεικνύεται δέ, ὅτι ὅσον ἀνερχόμεθα εἰς ὕψος αὐξάνεται ἡ περιεκτικότης εἰς ἄζωτον, ἐνῷ ἀπὸ ὕψους 70 - 80 km καὶ ἄνω ἀπὸ ἀτμοσφαίρας ἀζώτου μεταπίπτομεν εἰς ἀτμόσφαιραν ὑδρογόνου. Τὸ πλησιέστερον πρὸς τὸ ἔδαφος, κατώτερον στρῶμα τῆς ἀτμοσφαίρας, ὕψους μέχρι 10 km, καλεῖται ***τροπόσφαιρα***, ἐκεῖθεν τῆς ὁποίας εὑρίσκεται ἡ ***στρατόσφαιρα***, φθάνουσα μέχρι ὕψους 35 km. Ἐνδιαφέρον εἶναι καὶ τὸ στρῶμα τὸ καλούμενον ***ἰονόσφαιρα*** (ἄνω τῶν 60 km). Ἡ ἰονόσφαιρα ἔχει μεγάλην σπουδαιότητα εἰς τὴν Ραδιοφωνίαν διὰ τὴν διάδοσιν τῶν βραχέων ἠλεκτρομαγνητικῶν κυμάτων. Τὸ ὕψος τῆς ἀτμοσφαίρας δὲν εἶναι ἀκριβῶς γνωστόν, ὑπολογίζεται δὲ ὅτι εἶναι περίπου 500 km.

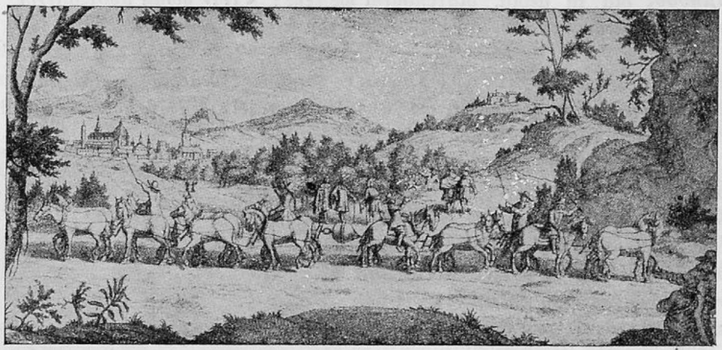


Σχ. 269. Κατ' ὄγκον σύστασις τῆς ἀτμοσφαίρας ὑπεράνω τῆς θαλάσσης.

157. Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. Ὡς εἴδομεν, ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ ἔχει βάρος, ἐπομένως, ἐφ' ὅσον εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, πιέζει τὰ σώματα τὰ εὑρισκόμενα ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας. Ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις δεικνύεται διὰ πλείστων πειραμάτων, μεταξὺ τῶν ὁποίων ὀνομαστότερον ἀπὸ ἱστορικῆς ἀπόψεως εἶναι τὸ πείραμα τῶν ***ἡμισφαιρίων τοῦ Μαγδεμβούργου*** (σχ. 270 καὶ 271).

Σχ. 270. Ἡμισφαίρια Μαγδεμβούργου.

Ἡ συσκευὴ αὐτη, ἐπινοηθεῖσα ὑπὸ τοῦ τότε δημάρχου τοῦ Μαγδεμβούργου *Otto von Guericke*, ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο κοῖλα μεταλλικὰ ἡμισφαίρια διαμέτρου 10 ἕως 15 cm μὲ λίαν παχέα τοιχώματα. Τὸ χεῖλος τοῦ ἑνὸς ἐξ αὐτῶν φέρει δερμάτινον δακτύλιον λιπασμένον, διὰ νὰ γίνεται ὅσον τὸ δυνατὸν καλυτέρα ἡ ἐπαφὴ τῶν δύο ἡμισφαιρίων, τὸ αὐτὸ δὲ ἡμισφαίριον φέρει καὶ στρόφιγγα, ἀπὸ τῆς ὁποίας εἶναι δυνατὸν ν' ἀφαιρεθῇ ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ δι' ἀντλίας. Ἐφ' ὅσον τὰ ἡμισφαίρια περιέχουν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα, δυνάμεθα εὐκόλως ν' ἀποχωρίσωμεν αὐτά, διότι ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἐντὸς καὶ ἐκτὸς τῆς σφαίρας εἶναι ἡ αὐτή. Ὅταν ὅμως ἀφαιρεθῇ ὁ ἐντὸς



Σχ. 271. Τὸ ἱστορικὸν πείραμα τῶν ἡμισφαιρίων, ἐκτελεσθὲν ὑπὸ τοῦ Δημάρχου τοῦ Μαγδεμβούργου Otto von Guericke (1654).

αὐτῶν ὑπάρχων ἀήρ, ἀπαιτεῖται νὰ καταβληθῇ πολὺ μεγάλη δύναμις διὰ ν' ἀποχωρισθοῦν τὰ ἡμισφαίρια, τοῦτο δὲ ὀφείλεται εἰς τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τῶν ἡμισφαιρίων, ἐνῷ εἰς τὸ ἐσωτερικὸν μέρος ἡ πίεσις εἶναι κατὰ πολὺ μικροτέρα, ἐφ' ὅσον ἔχει ἀφαιρεθῆ ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀήρ.

Ἐπίσης, ἐὰν καλύψωμεν τὸ στόμιον ποτηρίου ὕδατος διὰ φύλλου χάρτου καὶ ἀναστρέψωμεν τὸ ποτήριον, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὕδωρ δὲν χύνεται, διότι τὸ φύλλον τοῦ χάρτου συγκρατεῖται ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως.

Σχ. 272. Ὅταν ἀπὸ τὸ δοχεῖον (α) ἀφαιρεθῇ ὁ ἀήρ, συνθλίβεται, ὡς δεικνύεται εἰς (β).

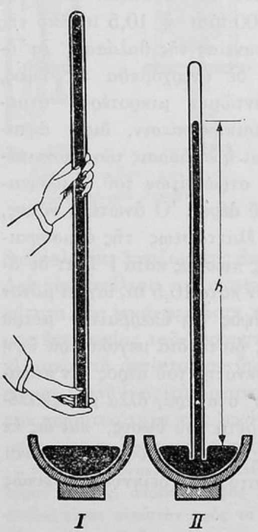
Τὴν ὕπαρξιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως δυνάμεθα νὰ δείξωμεν ἐπίσης διὰ τοῦ ἀκολούθου λίαν ἁπλοῦ καὶ διδακτικοῦ πειράματος. Εἰς σύνηθες δοχεῖον πετρελαίου (σχ. 272), τὸ ὁποῖον φέρει ὀπὴν πρὸς τὰ ἄνω, εἰσάγομεν ποσότητα ὕδατος καὶ θερμαίνομεν τοῦτο μέχρι βρασμοῦ. Διατηροῦμεν τὸν βρασμὸν τοῦ ὕδατος ἐπὶ χρονικόν τι διάστημα, μέχρις ὅτου ἐκδιωχθῇ ὑπὸ τῶν παραγομένων ἀτμῶν ὅλος ὁ ἐντὸς τοῦ δοχείου περιεχόμενος ἀήρ, καὶ κλείομεν κατόπιν τὸ δοχεῖον ἀεροστεγῶς. Ἐὰν ἀκολούθως ἀφήσωμεν τὸ δοχεῖον νὰ ψυχθῇ, οἱ ἐντὸς αὐτοῦ ὑπάρχοντες ὑδρατμοὶ ὑγροποιοῦνται, οὕτω δὲ σχηματίζεται ἐντὸς τοῦ δοχείου κενόν, ὅτε παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ δοχεῖον ἀποτόμως παραμορφοῦται, λόγῳ συνθλίψεως αὐτοῦ ὑπὸ τῆς ἔξωθεν ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων αὐτοῦ ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Τὸ αὐτὸ πείραμα δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν, ἐὰν ἐπὶ τοῦ δοχείου προσαρμόσωμεν καταλλήλως μόνιμον σωλῆνα, διὰ μέσου τοῦ ὁποίου τῇ βοηθείᾳ ἀεραντλίας ἀφαιροῦμεν τὸν ἐντὸς τοῦ δοχείου ὑπάρχοντα ἀέρα.

Ἐκ τοῦ τύπου $F = p \cdot S$ δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν δύναμιν, ἥτις ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ δοχείου. Οὕτω, ἐὰν τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐξωτερικῆς ἐπιφανείας τοῦ δοχείου εἶναι 500 cm^2, δεδομένου ὅτι $p = 1$ Atm $= 1{,}033$ kgr^*/cm^2, θὰ ἔχωμεν $F = 500$ kgr^* περίπου.

158. Μέτρησις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ἡ ἀτμόσφαιρα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, θὰ ἠδύνατο νὰ καθορισθῇ καθ' ὅμοιον τρόπον ὡς καὶ ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις, ἤτοι ἐκ τοῦ ὕψους τῆς ἀτμοσφαίρας καὶ ἐκ τῆς πυκνότητος τοῦ ἀέρος. Ἐπειδὴ ὅμως οὔτε τὸ ὕψος τῆς ἀτμοσφαίρας γνωρίζομεν, ἀλλ' οὔτε καὶ κατὰ ποῖον νόμον μεταβάλλεται ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος μετὰ τοῦ ὕψους ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, δὲν δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ βάρος τῆς ἀντιστοίχου ἀερίου στήλης. Διὰ τοῦτο προσδιορίζομεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν ἐμμέσως.

EVANGELISTA TORRICELLI (1608 - 1647)
Ἰταλὸς Φυσικός, μαθητὴς τοῦ Γαλιλαίου.

Πρῶτος ὁ **Torricelli** (Τοριτσέλι, 1643) ἐπέτυχε τὴν μέτρησιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως διὰ τῆς ἀκολούθου πειραματικῆς διατάξεως. Σωλὴν ὑάλινος μήκους 90 cm περίπου, κλειστὸς κατὰ τὸ ἓν ἄκρον, πληροῦται τελείως διὰ καθαροῦ καὶ ἀπηλλαγμένου ὑγρασίας ὑδραργύρου. Κλείομεν ἀκολούθως τὸ ἀνοικτὸν ἄκρον τοῦ σωλῆνος διὰ τοῦ δακτύλου καὶ ἀναστρέφομεν αὐτὸν ἐντὸς λεκάνης περιεχούσης ὑδράργυρον (σχ. 273, I). Ἐὰν μετὰ τοῦτο ἀπομακρύνωμεν τὸν δάκτυλον, παρατηροῦμεν, ὅτι ὁ ὑδράργυρος κατέρχεται ὀλίγον εἰς τὸν σωλῆνα καὶ τέλος ἰσορροπεῖ εἰς ὕψος 76 cm περίπου ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης (273, II). Τὸ ὕψος τῆς βαρομετρικῆς στήλης δὲν ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς μορφῆς καὶ τῆς κλίσεως τοῦ σωλῆνος. Εἶναι φανερόν, ὅτι εἰς τὸν ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου χῶρον τοῦ σωλῆνος δὲν ὑπάρχει ἀήρ. Ὁ χῶρος οὗτος καλεῖται *βαρομετρικὸς θάλαμος*, ἐντὸς δὲ αὐτοῦ λέγομεν, ὅτι ἐπικρατεῖ *βαρομετρικὸν κενόν*. Τὸ βάρος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἰσορροπεῖται προδήλως ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, τῆς ἀσκουμένης ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου ἐν τῇ λεκάνῃ, ἡ ὁποία μεταδίδεται ὡς γνωστὸν καὶ κάτωθεν τῆς τομῆς τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἐν τῇ λεκάνῃ.



I II

Σχ. 273. Πείραμα Torricelli, διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως.

Ἐκ τοῦ πειράματος Torricelli δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν ἐκ τοῦ βάρους τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης τῆς ἰσορροπούσης τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἐπὶ τῇ προϋποθέσει ὅτι ἡ τομὴ τῆς στήλης λαμβάνεται ἴση πρὸς 1 cm^2. Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν ἀντιστοιχοῦσαν πίεσιν εἰς gr^*/cm^2, χρησιμοποιοῦμεν τὴν σχέσιν : $p = \varepsilon h$, ὅπου $\varepsilon = 13{,}6$ gr^*/cm^3, καὶ $h = 76$ cm, ἤτοι :

$$p = 13{,}6 \cdot 76 = 1033 \ gr^*/cm^2 \quad \text{ἢ} \quad 1{,}033 \ kgr^*/cm^2$$

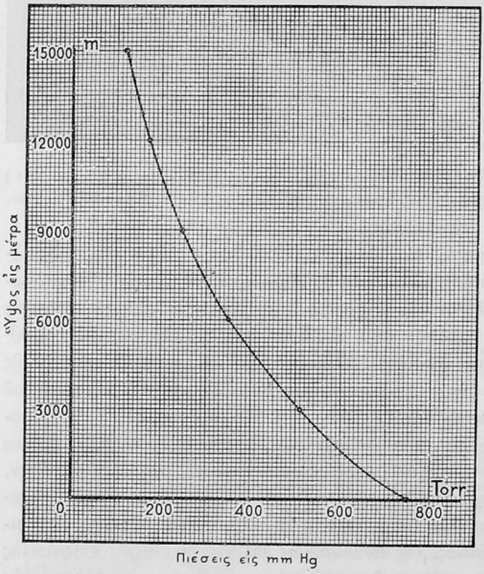
Ὡς εἴδομεν (βλ. § 128), ἡ πίεσις ὑδραργυρικῆς στήλης ὕψους 1 mm καλεῖται *Torr*, καὶ ἑπομένως ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἡ ἰσορροπουμένη ὑπὸ στήλης ὑδραργύρου ὕψους 76 cm, δηλ. 760 mm, ἀντιστοιχεῖ εἰς 760 Torr.

Ἐὰν ἡ λεκάνη τοῦ ὑδραργύρου τεθῇ ὑπὸ τὸν κώδωνα ἀεραντλίας καὶ ἀραιώσωμεν τὸν ἀέρα, ἡ στήλη τοῦ βαρομέτρου κατέρχεται, διότι ἡ πίεσις ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης εἶναι μικροτέρα.

Ἐὰν τὸ πείραμα Torricelli θελήσωμεν νὰ ἐκτελέσωμεν δι' ὕδατος, τὸ ὕψος τῆς ὑγρᾶς στήλης, τὸ ὁποῖον θὰ ἰσορροπῇ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, θὰ εἶναι 13,6 φορὰς μεγαλύτερον τῆς τοῦ ὑδραργύρου, καθόσον τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 13,6 φορὰς μεγαλύτερον τοῦ εἰδικοῦ βάρους τοῦ ὕδατος, ἤτοι :

$$h = 13{,}6 \cdot 76 = 1033 \text{ cm} \quad \text{ἢ} \quad h = 10{,}33 \text{ m}$$

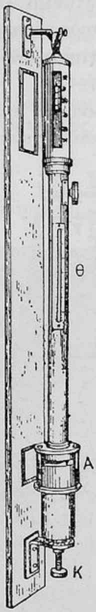
159. Μεταβολὴ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους. Ὡς γνωστόν, ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης εἶναι 0,001 293 gr/cm³, ἐνῷ ἡ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου (Hg) εἶναι 13,6 gr/cm³, ἤτοι ἡ πυκνότης τοῦ Hg εἶναι περίπου 10 500 φορὰς μεγαλυτέρα τῆς πυκνότητος τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος. Ἑπομένως, ἵνα ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἐλαττωθῇ κατὰ 1 mm στήλης Hg (1 Torr), πρέπει νὰ ἀνέλθωμεν εἰς ὕψος 10 500 mm ἢ 10,5 m ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης· ἐφ' ὅσον δὲ ἀνερχόμεθα εἰς ὕψος, συναντῶμεν μικροτέραν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, διότι ἀφαιρεῖται ἡ ἐπίδρασις τῶν ὑποκειμένων στρωμάτων τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος. Ὁ ἀνωτέρω νόμος, τῆς ἐλαττώσεως τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως κατὰ 1 Torr δι' ἄνοδον κατὰ 10,5 m, ἰσχύει μόνον δι' ὕψος μὴ ὑπερβαῖνον μέτρα τινά, διότι διὰ μεγαλύτερα ὕψη ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος δὲν παραμένει σταθερά, ἀλλὰ μεταβάλλεται μετὰ τοῦ ὕψους, καὶ ὡς ἐκ τούτου ὁ νόμος τῆς μεταβολῆς τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους δὲν εἶναι τόσον ἁπλοῦς, ἀλλὰ πολυπλοκώτερος. Ἡ καμπύλη τοῦ σχήματος 274 δεικνύει γραφικῶς τὴν ἐλάττωσιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους.

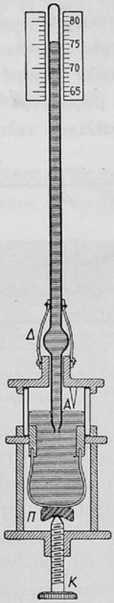


Σχ. 274. Γραφικὴ παράστασις τῆς ἐλαττώσεως τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους.

160. Βαρόμετρα. Πρὸς μέτρησιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως χρησιμοποιοῦμεν εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται ***βαρόμετρα.*** Τούτων ὑπάρχουν δύο τύποι, τὰ ὑδραργυρικὰ καὶ τὰ μεταλλικά.

1) ***Ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον.*** Τὸ ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον κατ᾽ ἀρχὴν ἀποτελεῖ ἐφαρμογὴν τῆς διατάξεως Torricelli (σχ. 273), εἰς τὴν ὁποίαν, μὲ τὴν βοήθειαν παρακειμένης κλίμακος, μετροῦμεν τὸ ἑκάστοτε ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης. Ἐπειδὴ αἱ διακυμάνσεις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, λόγῳ μετεωρολογικῶν συνθηκῶν, δὲν εἶναι πολὺ μεγάλαι εἰς ἕνα τόπον, ἀρκεῖ ἡ χρῆσις μέρους μόνον τῆς ὅλης κλίμακος. Ὑπάρχουν διάφοροι τύποι ὑδραργυρικῶν βαρομέτρων, ἐκ τῶν ὁποίων περιγράφομεν τοὺς μᾶλλον συνήθεις:





Σχ. 275. Σχ. 276.
Ἐξωτερικὴ ὄψις καὶ τομὴ βαρομέτρου Fortin.

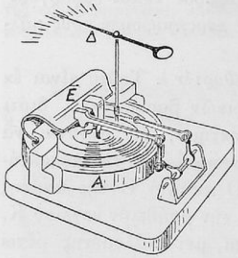
α) ***Βαρόμετρον* Fortin** (*Φορτέν*). Τοῦτο εἶναι ἐκ τῶν μᾶλλον εὐχρήστων ὑδραργυρικῶν βαρομέτρων, διότι παρουσιάζει τὸ οὐσιῶδες πλεονέκτημα, ὅτι δύναται νὰ μεταφέρεται ἄνευ κινδύνου θραύσεως, λόγῳ τῆς καταλλήλου κατασκευῆς του (σχ. 275). Ὁ πυθμὴν Π τῆς λεκάνης εἶναι δερμάτινος καὶ δύναται, μὲ τὴν βοήθειαν κοχλίου Κ, ν᾽ ἀνυψοῦται ἢ νὰ καταβιβάζεται, μεταβαλλομένης οὕτω τῆς χωρητικότητος τῆς λεκάνης (σχ. 276). Ἡ λεκάνη καὶ ὁ βαρομετρικὸς σωλὴν περιβάλλονται ὑπὸ μεταλλικοῦ περιβλήματος, ἐνῷ εἰς τὸ ἄνω μέρος τοῦ μεταλλικοῦ περιβλήματος τοῦ βαρομετρικοῦ σωλῆνος ὑπάρχει κλῖμαξ, εἰς τρόπον ὥστε νὰ δυνάμεθα νὰ μετρῶμεν τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου ἐν τῇ λεκάνῃ. Ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις μεταδίδεται εἰς τὸν ὑδράργυρον τῆς λεκάνης διὰ μέσου τῶν πόρων τοῦ δερματίνου συνδέσμου Δ, οἱ ὁποῖοι ὅμως δὲν ἀφήνουν τὸν ὑδράργυρον νὰ ἐξέλθῃ. Ἡ κλῖμαξ εἶναι βαθμολογημένη, τῆς βαθμολογίας λογιζομένης ἀπὸ τοῦ ἄκρου μικρᾶς ἀκίδος Α ἐξ ἐλεφαντοστοῦ. Διὰ τὴν ἐκτέλεσιν μετρήσεως ρυθμίζομεν διὰ τοῦ κοχλίου Κ τὴν χωρητικότητα τῆς λεκάνης, ὥστε τὸ ἄκρον τῆς ἀκίδος νὰ ἐφάπτεται τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὴν λεκάνην, ὅτε μετροῦμεν διὰ τῆς κλίμακος τὸ ἀντίστοιχον ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης. Διὰ νὰ μεταφέρωμεν ἀκινδύνως τὸ ὄργανον, ἀρκεῖ διὰ τοῦ κοχλίου Κ νὰ σμικρύνωμεν τὴν χωρητικότητα τῆς λεκάνης, ὅτε ὁ ὑδράργυρος ἀνέρχεται εἰς τὸν βαρομετρικὸν σωλῆνα καὶ πληροῖ τελείως αὐτόν.

Σχ. 277. Σιφωνοειδὲς βαρόμετρον.

β) ***Σιφωνοειδὲς βαρόμετρον.*** Τοῦτο δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 277. Τὸ μικρότερον σκέλος, ἀνοικτὸν πρὸς τὰ ἄνω, ἐπέχει θέσιν λεκάνης, τὸ δὲ μεγαλύτερον σκέλος εἶναι κλειστὸν πρὸς τὰ ἄνω. Ἡ διαφορὰ στάθμης τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὰ δύο σκέλη τοῦ βαρομέτρου, μετρουμένη ἐπὶ τῆς παρακειμένης κλίμακος, παρέχει τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης. Τὸ ὄργανον τοῦτο δὲν δύναται νὰ μεταφερθῇ ἀκινδύνως.

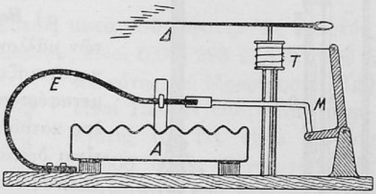
2) ***Μεταλλικὰ βαρόμετρα.*** Διὰ μετρήσεις ὄχι μεγάλης ἀκριβείας χρησιμοποιοῦνται

τὰ ***μεταλλικὰ βαρόμετρα,*** τὰ ὁποῖα ἕνεκα τῆς ἐλλείψεως τοῦ ὑγροῦ ὑδραργύρου καὶ τῶν μικρῶν αὐτῶν διαστάσεων εἶναι πολὺ περισσότερον εὐμετακόμιστα. Ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις μετρεῖται ἐκ τοῦ μεγέθους τῆς παραμορφώσεως, τὴν ὁποίαν ὑφίστανται ἐκ ταύτης κατάλληλα ἐλάσματα. Τὰ ὄργανα ταῦτα βαθμολογοῦνται ἐν συγκρίσει πρὸς ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον ἢ πρὸς ἄλλας διατάξεις, αἱ ὁποῖαι ἐπιτρέπουν τὴν ἀνάπτυξιν γνωστῶν πιέσεων. Περιγράφομεν κατωτέρω δύο τύπους μεταλλικῶν βαρομέτρων.

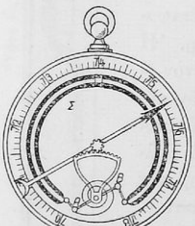


Σχ. 278. Παραστατικὴ διάταξις μεταλλικοῦ βαρομέτρου.

α) Συνήθης τύπος τοιούτου βαρομέτρου δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 278. Ἀποτελεῖται ἐκ μεταλλικοῦ κυλινδρικοῦ δοχείου Α κενοῦ ἀέρος. Ἡ ἄνω ἐπιφάνεια τοῦ δοχείου εἶναι πτυχωτὴ (κάψα), οὕτως ὥστε νὰ παρουσιάζῃ μεγαλυτέραν εὔκαμπτον ἐπιφάνειαν. Ὅταν ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις μεταβάλλεται, ἡ πτυχωτὴ ἐπιφάνεια παραμορφοῦται καὶ διὰ καταλλήλως τοποθετημένου ἐλάσματος Ε καὶ συστήματος μοχλῶν Μ τίθεται εἰς κίνησιν δείκτης Δ, ὁ ὁποῖος μετακινεῖται ἔμπροσθεν βαθμολογημένης κλίμακος ἡ ὁποία δεικνύει τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν (σχ. 279).



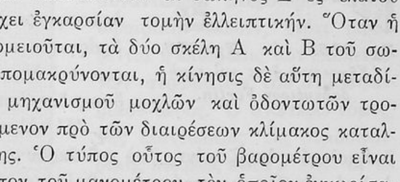
Σχ. 279. Γραμμικὴ διάταξις μεταλλικοῦ βαρομέτρου.



Σχ. 280. Μεταλλικὸν βαρόμετρον.

β) Ἕτερος συνήθης τύπος μεταλλικοῦ βαρομέτρου δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 280. Ἀποτελεῖται ἐκ σωλῆνος Σ ἐξ ἐλατοῦ μετάλλου, ὁ ὁποῖος ἔχει ἐγκαρσίαν τομὴν ἐλλειπτικήν. Ὅταν ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις αὐξομειοῦται, τὰ δύο σκέλη Α καὶ Β τοῦ σωλῆνος πλησιάζουν ἢ ἀπομακρύνονται, ἡ κίνησις δὲ αὕτη μεταδίδεται διὰ καταλλήλου μηχανισμοῦ μοχλῶν καὶ ὀδοντωτῶν τροχῶν εἰς δείκτην κινούμενον πρὸ τῶν διαιρέσεων κλίμακος καταλλήλως βαθμολογημένης. Ὁ τύπος οὗτος τοῦ βαρομέτρου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν τύπον τοῦ μανομέτρου, τὸν ὁποῖον ἐγνωρίσαμεν εἰς τὴν § 132.

γ) ***Βαρογράφος (αὐτογραφικὸν βαρόμετρον).*** Τὸ μεταλλικὸν βαρόμετρον, διὰ καταλλήλου τροποποιήσεως αὐτοῦ, δύναται νὰ μετατραπῇ εἰς αὐτογραφικόν, τὸ ὁποῖον καλεῖται ***βαρογράφος*** (σχ. 281). Τὰ ὄργανα ταῦτα καταγράφουν, ἐπὶ καταλλήλου ταινίας περιτυλιγμένης περὶ κύλινδρον Κ περιστρεφόμενον ἰσοταχῶς δι᾽ ὡρολογιακοῦ μηχανισμοῦ, καμπύλην γραμμήν, ἡ ὁποία



Σχ. 281. Βαρογράφος μετὰ 8 τυμπάνων.

δεικνύει τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν εἰς ἑκάστην χρονικὴν στιγμήν. Ἡ διάρκεια μιᾶς πλήρους περιστροφῆς τοῦ κυλίνδρου γίνεται ἐντὸς μιᾶς ἡμέρας, ἢ ἐντὸς ἑβδομάδος κλπ.

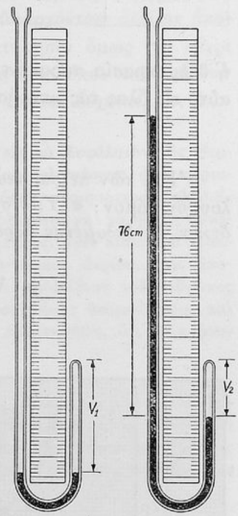
Ἐφαρμογαί. Ἡ βαρομετρικὴ πίεσις ἀποτελεῖ σπουδαῖον στοιχεῖον διὰ τὴν πρόγνωσιν τοῦ καιροῦ, ἡ ὁποία εἶναι μεγίστης σημασίας σήμερον διὰ τὴν ἀεροπορίαν, ναυτιλίαν, γεωργίαν κ.ο.κ.

Τὰ μεταλλικὰ ἐξ ἄλλου βαρόμετρα χρησιμεύουν σήμερον εὐρύτατα εἰς τὴν ἀεροπορίαν διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ ὕψους. Οὕτω, ὡς ἀνωτέρω εἴδομεν, ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις μεταβάλλεται μετὰ τοῦ ὕψους, ἡ δὲ μεταβολὴ αὕτη ἐκφράζεται διὰ τύπων κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον πολυπλόκων.

Τὰ πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον χρησιμοποιούμενα μεταλλικὰ βαρόμετρα φέρουν διπλῆν βαθμολογίαν, ἤτοι βαθμολογίαν εἰς mm στήλης Hg διὰ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν καὶ εἰς μέτρα διὰ τὸ ὕψος.

161. Συμπιεστότης τῶν ἀερίων. Νόμος τῶν Boyle - Mariotte[1] (*Μπόϋλ - Μαριότ*). Τὰ ἀέρια ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὰ ὑγρὰ ὑφίστανται, ὡς εἴδομεν, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ἐξωτερικῶν πιέσεων, σημαντικὰς μεταβολὰς ὄγκου. Τὴν σχέσιν μεταξὺ ὄγκου καὶ πιέσεως ὡρισμένης ποσότητος ἀερίου (ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν) εὑρίσκομεν πειραματικῶς διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 282. Αὕτη ἀποτελεῖται ἐξ ὑαλίνου σωλῆνος κλειστοῦ κατὰ τὸ βραχύτερον ἄκρον καὶ ἀνοικτοῦ κατὰ τὸ ἕτερον. Εἰς τὴν συσκευὴν χύνομεν ὀλίγον ὑδράργυρον, ὥστε νὰ ἀπομονώσωμεν μᾶζαν ἀέρος ἔχουσαν ὄγκον V_1, ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν p_1. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου καὶ εἰς τὰ δύο σκέλη εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον, ἡ δὲ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ὑποτίθεται ὅτι ἰσορροπεῖται ὑπὸ στήλης ὑδραργύρου 76 cm (σχ. α). Ἐὰν ἤδη διὰ τοῦ ἀνοικτοῦ ἄκρου τῆς συσκευῆς προσθέσωμεν ὑδράργυρον, εἰς τρόπον ὥστε ὁ ὄγκος V_1 τοῦ ἀποκεκλεισμένου ἀέρος νὰ ἐλαττωθῇ εἰς τὸ ἥμισυ, τότε βλέπομεν ὅτι ἡ

ROBERT BOYLE (1627-1691)
Ἄγγλος ἐπιστήμων, ἀσχοληθεὶς κυρίως εἰς τὴν Χημείαν καὶ τὴν Φυσικήν. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς συμπιεστότητος τῶν ἀερίων, συνετέλεσεν εἰς τὴν βελτίωσιν τῶν ἀεραντλιῶν κενοῦ καὶ ἀπέδειξεν, ὅτι ὁ ἦχος δὲν διαδίδεται διὰ τοῦ κενοῦ.



Σχ. 282. Πειραματικὴ διάταξις διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ νόμου Boyle - Mariotte.

[1]) Ἐπειδὴ τὸ φαινόμενον τῆς συμπιεστότητος τῶν ἀερίων ἐμελετήθη συγχρόνως ὑπὸ τῶν Boyle (1662) καὶ Mariotte (1676), ὁ νόμος οὗτος ἐκλήθη: *νόμος τῶν Boyle - Mariotte.*

ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου δὲν εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον καὶ εἰς τὰ δύο σκέλη τοῦ σωλῆνος, ἀλλὰ εἰς τὸ ἀνοικτὸν εὑρίσκεται εἰς ὕψος 76 cm ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ κλειστοῦ σκέλους τοῦ σωλῆνος (σχ. β). Οὕτω δὲ ἡ πίεσις (p_2), ὑπὸ τὴν ὁποίαν εὑρίσκεται ὁ ὄγκος τοῦ ἀέρος εἰς V_2, δὲν εἶναι 76 cm, ἀλλὰ $76 + 76 = 152$ cm στήλης ὑδραργύρου. Μὲ ἄλλους λόγους ἡ πίεσις τοῦ ἐγκεκλεισμένου ἀέρος ἐδιπλασιάσθη, ὅταν ὁ ὄγκος αὐτοῦ ἠλαττώθη εἰς τὸ ἥμισυ. Ἐὰν ἀκολούθως ἐλαττώσωμεν τὸν ὄγκον εἰς τὸ τρίτον, ἡ πίεσις τριπλασιάζεται κ.ο.κ. Τυπικὰ ἀποτελέσματα πειραματικῆς ἐρεύνης διὰ τῆς ἀνωτέρω συσκευῆς μᾶς παρέχει ὁ ἔναντι πίναξ μετρήσεων.

Πίεσις p ἀποκεκλ. ἀέρος εἰς cm Hg	Ὄγκος V ἀέρος εἰς cm^3	Γινόμενον pV πίεσις × ὄγκος ($cm\ Hg \times cm^3$)
75,0	1,00	75,0
150,0	0,503	75,4
225,0	0,332	74,7
300,0	0,251	75,3

Παρατηροῦμεν λοιπόν, ὅτι ἐφ᾽ ὅσον ἡ θερμοκρασία παραμένει ἀμετάβλητος τὸ γινόμενον τῆς πιέσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον εἶναι τὸ αὐτὸ εἰς ὅλας τὰς μετρήσεις (κατὰ προσέγγισιν), ἤτοι:

$$p_1V_1 = p_2V_2 = p_3V_3 = \ldots = \text{σταθ.} \qquad (1)$$

Ἐπὶ τῶν πειραμάτων τούτων πρῶτοι οἱ *Boyle καὶ Mariotte* διετύπωσαν τὸν ἀκόλουθον νόμον: « *Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν, τὸ γινόμενον τῆς πιέσεως p ἐπὶ τὸν ὄγκον V, δεδομένης ἀερίου μάζης, παραμένει πάντοτε σταθερόν* », ἤτοι:

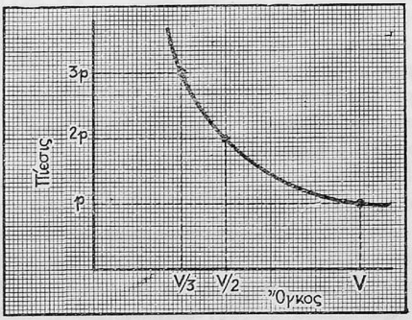
$p \cdot V = \text{σταθ.}$	Νόμος Boyle - Mariotte

(2)

Ἐὰν περιορισθῶμεν εἰς τὰ δύο πρῶτα μέλη τῆς σχέσεως (1), ἔχομεν:

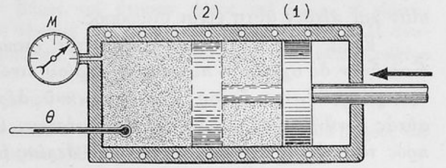
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1} \qquad (3)$$

ἤτοι: « *Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν, οἱ ὄγκοι τοὺς ὁποίους καταλαμβάνει δεδομένη ἀέριος μᾶζα εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν πιέσεων* ». Ἐὰν εἰς διάγραμμα ὀρθογωνίων ἀξόνων ἀναφέρωμεν τὰς τιμὰς ὄγκου καὶ πιέσεως, προκύπτει ἡ καμπύλη τοῦ σχήματος 283, ἡ ὁποία ἀναπαριστᾷ γραφικῶς τὸν νόμον Boyle - Mariotte.



Σχ. 283. Γραφικὴ παράστασις τοῦ νόμου Boyle - Mariotte.

Δυνάμεθα ὅμως καὶ δι᾽ ἄλλου τρόπου νὰ δείξωμεν πειραματικῶς τὸν ἀνωτέρω νόμον τῆς συμπιεστότητος τῶν ἀερίων. Οὕτω, ἐὰν ἐντὸς δοχείου (σχ. 284) θέσωμεν ἓν ἀέριον, ἡ ἑκάστοτε θέσις τοῦ ἐμβόλου μᾶς παρέχει τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου, ἐνῷ τὸ μανόμετρον Μ μᾶς δεικνύει τὴν πίεσιν τὴν ἐπικρατοῦσαν εἰς τὸν χῶρον τοῦτον καὶ τὸ θερμόμετρον Θ τὴν θερμοκρασίαν. Δι' αὐξήσεως τοῦ ὄγκου τοῦ ἀερίου, δυνάμεθα διὰ τῆς συσκευῆς ταύτης νὰ δείξωμεν τὸν νόμον τοῦτον καὶ δι' ἀντιστρόφου ὁδοῦ, ἤτοι διὰ πιέσεων μικροτέρων τῆς ἀτμοσφαιρικῆς.



Σχ. 284. Ἐλαττουμένου τοῦ ὄγκου ἀερίου αὐξάνεται ἡ πίεσις· καὶ ἀντιστρόφως.

162*. Τέλειον ἀέριον. Ἡ ὡς ἄνω πειραματικὴ ἐπαλήθευσις τοῦ νόμου τῶν Boyle - Mariotte ἐγένετο εἰς ἐποχήν, καθ' ἣν ἡ τεχνικὴ τῶν μετρήσεων δὲν εἶχεν ἐπαρκῶς προαχθῆ. Βραδύτερον ὅμως, διὰ τῆς ἐπινοήσεως ἀκριβεστέρων ὀργάνων μετρήσεως, κατεδείχθη, ὅτι *οὐδὲν τῶν ἐν τῇ φύσει ὑπαρχόντων ἀερίων ἀκολουθεῖ ἐπακριβῶς τὸν νόμον τῶν Boyle - Mariotte.* Πρὸς διατήρησιν ὅμως τῆς μέχρι τῆς ἐποχῆς ἐκείνης συντελεσθείσης ἐργασίας, ἡ Φυσικὴ ἐδέχθη τὸν τύπον τοῦ ***τελείου ἀερίου,*** τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ θεωρητικὴν ἔννοιαν καὶ διὰ τὸ ὁποῖον δέχεται, ὅτι ἀκολουθεῖ ἐπακριβῶς τὸν νόμον τῶν Boyle - Mariotte.

Ἐκ τῆς πειραματικῆς σπουδῆς, ὡς θὰ ἴδωμεν λεπτομερέστερον εἰς τὸ Κεφάλαιον τῆς Θερμότητος, καταδεικνύεται ὅτι, ὑπὸ τὰς συνήθεις συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως, ὅσον περισσότερον ἀπέχει τὸ ἀέριον ἀπὸ τῶν συνθηκῶν ὑγροποιήσεως αὐτοῦ, τόσον περισσότερον πλησιάζει πρὸς τὸν τύπον τοῦ τελείου ἀερίου. Οὕτω, διὰ τὸ ὑδρογόνον, τὸ ὀξυγόνον καὶ τὸ ἥλιον, δυνάμεθα νὰ δεχθῶμεν, ὑπὸ τὰς συνήθεις συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως, ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος, ὅτι τὰ ἀέρια ταῦτα συμπεριφέρονται ἀκριβῶς ὡς ὁ τύπος τοῦ τελείου ἀερίου, ἤτοι ἀκολουθοῦν ἐπακριβῶς τὸν νόμον τῶν Boyle - Mariotte. Τουναντίον, τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος (CO_2) καὶ τὸ διοξείδιον τοῦ θείου (SO_2), τὰ ὁποῖα ὑπὸ συνήθεις συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως δὲν ἀπέχουν πολὺ ἀπὸ τῶν συνθηκῶν ὑγροποιήσεως αὐτῶν, παρετηρήθη, ὅτι δεικνύουν οὐσιώδεις ἀποκλίσεις ἀπὸ τοῦ νόμου τῶν Boyle - Mariotte.

163. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος ἀερίου μετὰ τῆς πιέσεως. Ἐὰν καλέσωμεν m τὴν μᾶζαν δεδομένης ποσότητος ἀερίου, τὸ ὁποῖον ἔχει ὄγκον V ὑπὸ πίεσιν p, τότε ἡ πυκνότης αὐτοῦ θὰ εἶναι $\varrho = m/V$. Ἐὰν ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου γίνῃ ἴσος πρὸς V′, τότε καὶ ἡ πίεσίς του θὰ εἶναι p′, ὁπότε ἡ πυκνότης αὐτοῦ θὰ εἶναι πάλιν $\varrho' = m/V'$. Δοθέντος ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ ἀερίου παρέμεινε σταθερὰ καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις, θὰ ἔχωμεν :

$$\frac{\varrho}{\varrho'} = \frac{V'}{V} \qquad (1)$$

ἤτοι : *« ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν αἱ πυκνότητες δεδομένης μάζης ἀερίου εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τοῦ ὄγκου ».*

Ἐξ ἄλλου ἐκ τοῦ νόμου Boyle - Mariotte γνωρίζομεν, ὅτι αἱ πιέσεις εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν ὄγκων, ἤτοι $p/p' = V'/V$, ὅτε ἐκ τῆς σχέσεως (1) προκύπτει :

$$\frac{\varrho}{\varrho'} = \frac{p}{p'}$$

ἤτοι : *« ὅταν ἡ θερμοκρασία διατηρῆται σταθερά, αἱ πυκνότητες ἀερίου μάζης εἶναι ἀνάλογοι πρὸς τὰς πιέσεις ».*

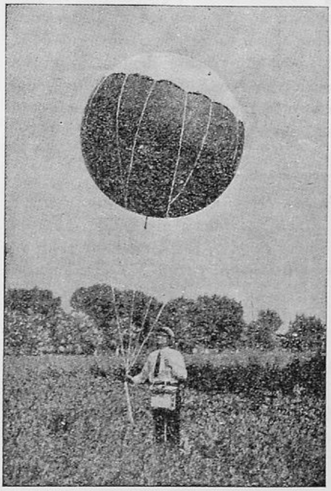
164. Πυκνότης τῶν ἀερίων. Ἡ πυκνότης τοῦ ἀερίου δύναται νὰ προσδιορισθῇ διὰ μετρήσεως τῆς μάζης καὶ τοῦ ὄγκου αὐτοῦ. Ἡ οὕτω ὑπολογιζομένη πυκνότης, καλεῖται ***ἀπόλυτος πυκνότης.*** Αὕτη ὅμως εἶναι διάφορος ὑπὸ διαφόρους συνθήκας πιέσεως καὶ θερμοκρασίας. Ἡ πυκνότης π.χ. τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος εἶναι 0,001 293 gr/cm^3 διὰ 0^0 C καὶ πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαίρας (760 Torr), ἐνῷ εἰς ἄλλην θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν αὕτη εἶναι διάφορος.

Ἐκτὸς τῆς ἀπολύτου πυκνότητος διακρίνομεν καὶ τὴν ***σχετικὴν πυκνότητα.*** *Καλοῦμεν δὲ σχετικὴν πυκνότητα ἀερίου τινός, τὸ πηλίκον τῆς μάζης τοῦ ἀερίου διὰ τῆς μάζης ἴσου ὄγκου ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, εὑρισκομένων ἀμφοτέρων ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως.* Οὕτω, *ἡ σχετικὴ πυκνότης ἀερίου ἰσοῦται πρὸς τὸ πηλίκον τῆς πυκνότητος τοῦ ἀερίου* ($\varrho_{\text{ἀέριον}}$), *διὰ τῆς πυκνότητος* ($\varrho_{\text{ἀὴρ}}$) *τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, εὑρισκομένου ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν ὅπως καὶ τὸ ἀέριον,* ἤτοι :

$$\boxed{\varrho_{\sigma\chi} = \frac{\varrho_{\text{ἀέριον}}}{\varrho_{\text{ἀὴρ}}}}$$

ΔΙΑΦΟΡΟΙ ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ ΤΗΣ ΑΕΡΟΣΤΑΤΙΚΗΣ

165. Ἀερόστατα. Τὸ ἀερόστατον ἀποτελεῖται ἀπὸ σάκκον ἐξ ὑφάσματος ἐλαφροῦ καὶ ἀεροστεγοῦς, περιέχοντα ἀέριον ἐλαφρότερον τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος (π.χ. φωταέριον, ὑδρογόνον, ἥλιον), οὕτω δὲ ἡ ἄνωσις τὴν ὁποίαν ὑφίσταται εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ συνολικοῦ βάρους τοῦ ἀεροστάτου. Ὅταν τὸ ἀερόστατον ἀφεθῇ ἐλεύθερον, ἀνέρχεται ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας εἰς στρώματα διαδοχικῶς μικροτέρας ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Λόγῳ ὅμως ἐλαττώσεως τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως τὸ ἀέριον τὸ εὑρισκόμενον ἐντὸς τῆς σφαίρας διαστέλλεται καὶ δύναται νὰ διαρρήξῃ τὸν σάκκον. Τοιαῦτα ἀερόστατα (σχ. 285) χρησιμοποιοῦνται σήμερον εὐρύτατα διὰ μετεωρολογικὰς παρατηρήσεις, τῶν συσκευῶν τοποθετουμένων ἐντὸς μικρᾶς λέμβου ἐφωδιασμένης δι᾽ ἀλεξιπτώτου, ἐξαρτωμένης καταλλήλως ἀπὸ τοῦ ἀεροστάτου. Ὅταν τὸ ἀερόστατον τοῦτο ἀνέλθῃ εἰς ὕψος περίπου 20 - 25 km, ὁ σάκκος διαρρηγνύεται καὶ ἡ λέμβος πίπτει. Ἐπίσης *δέσμια ἀερόστατα* χρησιμοποιοῦνται σήμερον διὰ στρατιωτικοὺς σκοπούς, εἴτε ὡς παρατηρητήρια εἴτε διὰ τὴν ἀντιαεροπορικὴν ἄμυναν.



Σχ. 285. Ἐλεύθερον ἀερόστατον διὰ μετεωρολογικὰς παρατηρήσεις.

Ὅταν ὁ σάκκος τοῦ ἀεροστάτου δὲν εἶναι ἐλαστικός, τότε τὸ ἀερόστατον διαρρηγνύεται εἰς μικρὸν ὕψος. Διὰ νὰ ἀποφευχθῇ τοῦτο, τὸ ἀερόστατον φέρει εἰς τὸ κατώτερον ἄκρον αὐτοῦ ὀπὴν συγκοινωνοῦσαν πρὸς τὸν ἐξωτερικὸν ἀέρα, ὁπότε τὸ ἀέριον διαφεύγει κατὰ τὴν διαστολήν του καὶ οὕτω δύναται νὰ ἀνέλθῃ εἰς μεγαλύτερον ὕψος.

Ἀνυψωτικὴ δύναμις ἀεροστάτου. Ἔστω ἀερόστατον πλῆρες ἀερίου. Ἄς ὀνομάσωμεν $B_{\pi\varepsilon\rho\iota\beta\lambda.}$ τὸ βάρος τοῦ περιβλήματος μετὰ τῆς λέμβου (ἐκτὸς τοῦ βάρους τοῦ περιεχομένου ἀερίου), V τὸν ὄγκον τοῦ ἀεροστάτου, $\varepsilon_{\grave{\alpha}\acute{\eta}\rho}$ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀτμοσφ. ἀέρος καὶ $\varepsilon_{\grave{\alpha}\acute{\varepsilon}\rho\iota o\nu}$ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ περιεχομένου ἀερίου. Ἡ ἀνυψωτικὴ δύναμις F ὑπολογίζεται οὕτω ὡς ἑξῆς : Ἡ ἄνωσις A, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τοῦ Ἀρχιμήδους, ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀέρος, ἤτοι θὰ ἔχωμεν :

$$A = \varepsilon_{\grave{\alpha}\acute{\eta}\rho} \cdot V \qquad (1)$$

Ἐξ ἄλλου, τὸ συνολικὸν βάρος τοῦ ἀεροστάτου εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἄθροισμα τοῦ βάρους τοῦ περιβλήματος ($B_{\pi\varepsilon\rho\iota\beta\lambda.}$) καὶ τοῦ βάρους τοῦ ἀερίου. Ἤτοι θὰ ἔχωμεν :

$$B = B_{\pi\varepsilon\rho\iota\beta\lambda.} + \varepsilon_{\grave{\alpha}\acute{\varepsilon}\rho\iota o\nu} \cdot V \qquad (2)$$

Ἑπομένως, ἡ ἀνυψωτικὴ δύναμις F τοῦ ἀεροστάτου, δηλ. ἡ διαφορὰ τῆς ἀνώσεως καὶ τοῦ συνολικοῦ βάρους τοῦ ἀεροστάτου, ἤτοι :

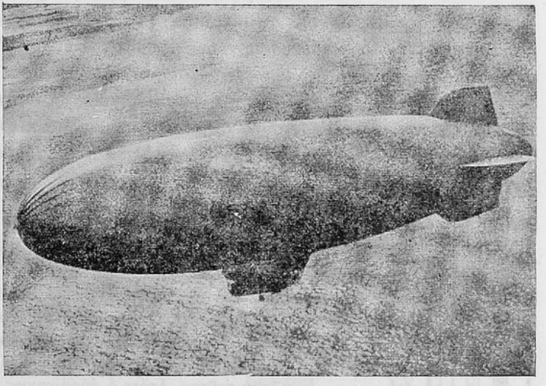
$$F = A - B$$

δίδεται ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καὶ (2). Οὕτω προκύπτει :

$$F = (\varepsilon_{\grave{\alpha}\acute{\eta}\rho} - \varepsilon_{\grave{\alpha}\acute{\varepsilon}\rho\iota o\nu}) \cdot V - B \qquad (3)$$

Τὸ ἀερόστατον θὰ ἀνυψοῦται, ἐὰν τὸ F εἶναι θετικόν· ἡ δὲ ἀνυψωτικὴ δύναμις εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον ἡ διαφορὰ τῶν εἰδικῶν βαρῶν τῶν δύο ἀερίων εἶναι μεγαλυτέρα.

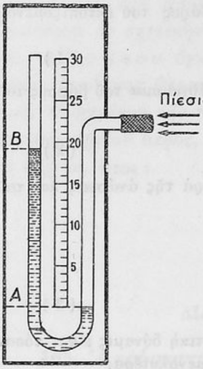
166. Ἀερόπλοια. Τὰ ἀερόπλοια εἶναι ἀερόστατα διευθυνόμενα διὰ πηδαλίων οὕτως, ὥστε νὰ κατευθύνωνται κατὰ βούλησιν (σχ. 286). Τὸ ἀερόπλοιον εἶναι ἐφωδιασμένον διὰ μηχανισμοῦ μεταδίδοντος εἰς αὐτὸ προωστικὴν κίνησιν· τοῦτο δὲ ἐπιτυγχάνεται δι᾽ ἑλίκων κινουμένων διὰ κινητήρων. Διὰ τὴν διατήρησιν τῆς εὐσταθείας τοῦ ἀεροπλοίου χρησιμοποιοῦνται πηδάλια βάθους, ὡς καὶ κατακόρυφα πτερύγια, καταλλήλως διατασσόμενα ἐπὶ τοῦ σώματος τοῦ ἀεροπλοίου. Διὰ τὴν ἐλάττωσιν τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος κατὰ τὴν κίνησίν του δίδουν εἰς αὐτὸ σχῆμα ἰχθυοειδὲς (βλ. § 185). Τὸ σκάφος πληροῦται ἐσωτερικῶς διὰ σάκκων πλήρων ἀερίου ἡλίου. Τὰ ἀερόπλοια ἐξετοπίσθησαν σήμερον σχεδὸν καθ᾽ ὁλοκληρίαν, ἀντικατασταθέντα πλέον ὑπὸ τῶν ἀεροπλάνων, τὰ ὁποῖα παρουσιάζουν πλεονεκτήματα κατὰ τὴν ἀεροπλοΐαν.



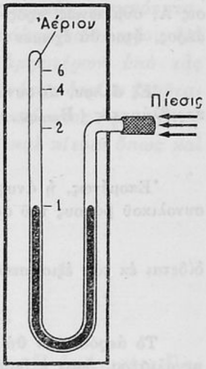
Σχ. 286. Σύγχρονος τύπος ἀεροπλοίου.

167. Μανόμετρα. Διὰ τὴν μέτρησιν πιέσεως ἀερίου μεταχειριζόμεθα ὄργανα τὰ ὁποῖα καλοῦνται ***μανόμετρα.*** Ἀνάλογα ὄργανα ἐγνωρίσαμεν εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Ὑδροστατικῆς (βλ. § 132) διὰ τὴν μέτρησιν τῆς πιέσεως ὑγρῶν. Διακρίνομεν καὶ ἐνταῦθα δύο τύπους μανομέτρων, ἤτοι τὰ *μανόμετρα δι᾽ ὑγρῶν* καὶ τὰ *μεταλλικά.*

1) ***Μανόμετρα δι᾽ ὑγρῶν.*** α) ***Ἀνοικτὸν μανόμετρον*** (σχ. 287). Τὸ κύριον μέρος τοῦ ὀργάνου ἀποτελεῖ κεκαμμένος σωλὴν εἰς σχῆμα U ἀνοικτὸς ἀπὸ ἀμφότερα τὰ ἄκρα, τοῦ ὁποίου τὸ ἓν σκέλος εἶναι βραχύτερον τοῦ ἄλλου. Τὸ μανόμετρον πληροῦται δι᾽ ὑγροῦ γνωστῆς πυκνότητος, π.χ. ὑδραργύρου, ὕδατος, οἰνοπνεύματος. Ἡ μέτρησις τῆς πιέσεως γίνεται δι᾽ ἀπ᾽ εὐθείας ἀναγνώσεως τῆς διαφορᾶς ὕψους ΑΒ τῶν ἐλευθέρων ἐπιφανειῶν τῆς ὑγρᾶς στήλης. Τὸ ὄργανον συνήθως βαθμολογεῖται εἰς χιλιοστὰ ἢ ἑκατοστὰ στήλης ὑδραργύρου, ὕδατος κλπ. Τὸ μανόμετρον τοῦτο δὲν δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὴν μέτρησιν μεγάλων πιέσεων, διότι θὰ ἐχρειάζετο τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος νὰ εἶναι ἀντιστοίχως πολὺ μέγα.



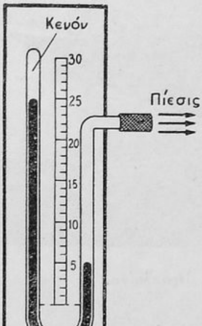
Σχ. 287. Ἀνοικτὸν μανόμετρον



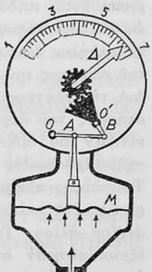
Σχ. 288. Μανόμετρον διὰ μεγάλας πιέσεις.

β) ***Κλειστὸν μανόμετρον*** (σχ. 288). Τοῦτο διαφέρει τοῦ ἀνοικτοῦ εἰς τὸ ὅτι τὸ ἓν σκέλος εἶναι κλειστὸν καὶ περιέχει ἀποκεκλεισμένην διὰ τοῦ ὑδραργύρου ποσότητά τινα ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, ἢ ἄλλου ἀερίου τοῦ ὁποίου ὁ ὄγκος ἐλαττοῦται συμφώνως πρὸς τὸν νόμον Boyle - Mariotte, ὅταν ἡ πίεσις εἰς τὸ ἕτερον σκέλος αὐξάνῃ. Τὸ μανόμετρον τοῦτο χρησιμοποιοῦμεν διὰ πιέσεις μεγαλυτέρας τῆς ἀτμοσφαιρικῆς καὶ εἶναι ἐν γένει ὄργανον ὄχι μεγάλης ἀκριβείας.

γ) ***Μανόμετρον διὰ μικρὰς πιέσεις.*** Εἰς τὸ μανόμετρον τοῦτο (σχ. 289) ὁ κλειστὸς σωλὴν ἔχει μῆκος πολὺ μικρότερον τοῦ βαρομετρικοῦ σωλῆνος, δηλ. τῶν 76 cm, καὶ λειτουργεῖ ὅπως ἀκριβῶς ὁ σωλὴν Torricelli, ἤτοι ὑπὸ τὴν συνήθη ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν εἶναι τελείως πλήρης ὑδραργύρου. Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς πιέσεως εἰς ἕνα χῶρον, θέτομεν τὸ ἀνοικτὸν σκέλος εἰς συγκοινωνίαν μὲ τὸν χῶρον τοῦτον, ὁπότε ὁ ὑδράργυρος κατέρχεται εἰς τὸ ἀριστερὸν σκέλος, δημιουργουμένου κενοῦ εἰς τὸν ἄνωθεν αὐτοῦ χῶρον. Ἡ πίεσις ἰσοῦται προφανῶς μὲ τὴν διαφορὰν τοῦ ὕψους τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης εἰς τὰ δύο σκέλη.



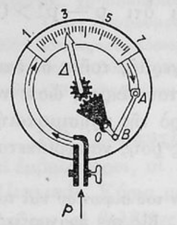
Σχ. 289. Μανόμετρον διὰ μικρὰς πιέσεις.



Σχ. 290. Μανόμετρον διὰ μεμβράνης.

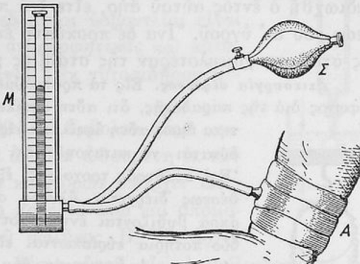
2) ***Μανόμετρα μεταλλικά.*** Εὔχρηστος τύπος μεταλλικοῦ μανομέτρου εἶναι τὸ ***μανόμετρον διὰ μεμβράνης.*** Τὸ ὑπὸ πίεσιν p ἀέριον εἰσχωρεῖ διὰ τοῦ κάτωθεν σωλῆνος καὶ πιέζει τὴν πτυχωτὴν μεμβράνην Μ (σχ. 290), ἡ ὁποία οὕτω μετατίθεται πρὸς τὰ ἄνω, ἡ δὲ κίνησις αὐτῆς διὰ

τοῦ κεντρικοῦ στελέχους καὶ τοῦ συστήματος τῶν μοχλῶν καὶ ὀδοντωτῶν τροχῶν μεταβιβάζεται εἰς τὸν δείκτην Δ, κινούμενον πρὸ τῶν ὑποδιαιρέσεων βαθμολογημένης κλίμακος. Ἐπίσης εἰς τὸ σχῆμα 291 δεικνύεται μεταλλικὸν ***μανόμετρον διὰ σωλῆνος,*** τοῦ ὁποίου ἡ λειτουργία κατανοεῖται εὐκόλως, ἐὰν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ὅτι τὰ Α καὶ Β ἀποτελοῦν ἀρθρώσεις καὶ τὸ Ο σημεῖον μονίμου στηρίξεως.



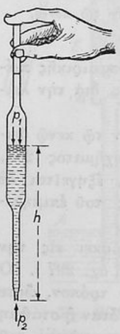
Σχ. 291. Μανόμετρον διὰ σωλῆνος.

168*. Σφυγμομανόμετρον. Τὸ ὄργανον τοῦτο χρησιμεύει διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἀρτηριακῆς πιέσεως τοῦ αἵματος. Ἀποτελεῖται ἀπὸ κλειστὸν ἐλαστικὸν ἀεροθάλαμον Α (σχ. 292), ὁ ὁποῖος προσαρμόζεται στερεῶς εἰς τὸ ἀνώτερον μέρος τοῦ βραχίονος τοῦ ἀνθρώπου. Μὲ τὴν βοήθειαν μικροῦ *συμπιεστοῦ* Σ εἰσάγεται ἐντὸς τοῦ ἀεροθαλάμου ἀήρ, μέχρις ὅτου λόγῳ τῆς πιέσεως κλεισθῇ ἡ ἀρτηρία, εἰς τρόπον ὥστε νὰ μὴ ἀκούεται ὁ σφυγμὸς ὑπὸ τοῦ ἰατροῦ, ὅταν οὗτος ἀκροᾶται τὸν ἐξεταζόμενον. Ἀκολούθως ἡ πίεσις τοῦ ἀεροθαλάμου ἐλαττοῦται, μέχρις ὅτου ἀκουσθῇ ἐκ νέου ὁ σφυγμός, ὁπότε ἡ πίεσις τοῦ αἵματος κατὰ τὴν συστολὴν τῆς καρδίας μετρεῖται διὰ τοῦ ἀνοικτοῦ ὑδραργυρικοῦ μανομέτρου Μ, εἰς ἑκατοστόμετρα στήλης ὑδραργύρου.

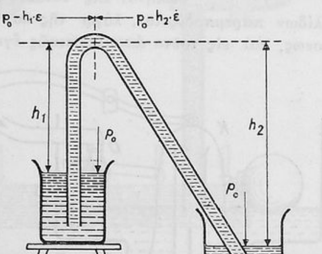


Σχ. 292. Σφυγμομανόμετρον.

169. Σιφώνιον. Τὸ σιφώνιον χρησιμεύει διὰ τὴν μετάγγισιν μικρῶν ποσοτήτων ὑγροῦ, δεικνύεται δὲ εἰς τὸ σχῆμα 293. Ὅταν τὸ ὄργανον βυθίζεται ἐντὸς τοῦ δοχείου, πληροῦται δι' ὑγροῦ. Ἐὰν κλείσωμεν τὸ ἄνω μέρος διὰ τοῦ δακτύλου καὶ ἀνασύρωμεν αὐτὸ ἔξω τοῦ κυλίνδρου, τότε ἐν ἀρχῇ ἐκρέουν ὀλίγαι σταγόνες ὑγροῦ καὶ ἀκολούθως ἡ ἐκροὴ τοῦ ὑγροῦ παύει, διότι ἡ πίεσις p_1 εἶναι μικροτέρα τῆς p_2 εἰς τὸ κάτω ἄκρον. Διὰ τὴν περίπτωσιν ἰσορροπίας ἰσχύει μεταξὺ τῶν πιέσεων εἰς τὸ κάτω ἀνοικτὸν ἄκρον ἡ ἑξῆς σχέσις: $p_1 + \varepsilon \cdot h = p_2$. Ἀνοίγοντες ἢ κλείοντες τὸ ἄνω ἄκρον δυνάμεθα νὰ ρυθμίζωμεν κατὰ βούλησιν τὴν ἐκροήν. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζονται καὶ τὰ ***σταγονόμετρα.***



Σχ. 293. Σιφώνιον.

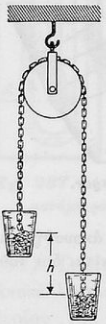


Σχ. 294. Σίφων.

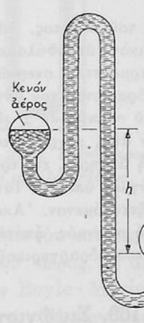
170. Σίφων. Ἡ μορφὴ τοῦ σίφωνος δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 294, ἡ δὲ ἐκροὴ τοῦ ὑγροῦ ὀφείλεται εἰς τὴν διαφορὰν πιέσεως εἰς τὴν νοητὴν ἐγκαρσίαν τομήν. Πράγματι, ἀριστερὰ ἡ πίεσις εἶναι: $p = p_0 - \varepsilon\, h_1$, καὶ δεξιά: $p' = p_0 - \varepsilon\, h_2$, ὅπου p_0 ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις καὶ ε τὸ εἰδ. βάρος τοῦ ὑγροῦ. Ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως εὑρίσκομεν $p - p' = \varepsilon\ (h_2 - h_1)$, καὶ ἐπειδὴ $h_2 > h_1$, ἕπεται ὅτι $p - p' > 0$, ὅθεν $p > p'$.

Ὁ σίφων, διὰ νὰ λειτουργήσῃ, πρέπει προηγουμένως νὰ διεγερθῇ, τοῦτο δὲ ἐπιτυγχάνεται εἴτε δι᾽ ἀναρροφήσεως τοῦ ὑγροῦ ἐκ τοῦ ἐλευθέρου του ἄκρου, ὥστε νὰ ἐκδιωχθῇ ὁ ἐντὸς αὐτοῦ ἀήρ, εἴτε διὰ πληρώσεως τοῦ σωλῆνος πρὸ τῆς χρησιμοποιήσεώς του δι᾽ ὑγροῦ. Ἵνα δὲ προκύπτῃ ἐκροή, πρέπει τὸ στόμιον τῆς ροῆς νὰ εὑρίσκεται εἰς στάθμην χαμηλοτέραν τῆς στάθμης τοῦ ὑγροῦ ἐν τῷ δοχείῳ.

Λειτουργία σίφωνος. Εἰς τὰ προηγούμενα ἐξηγήσαμεν τὴν λειτουργίαν τοῦ σιφωνίου καὶ τοῦ σίφωνος διὰ τῆς παραδοχῆς, ὅτι αὕτη ὀφείλεται εἰς τὴν διαφορὰν πιέσεως. Εἰς τὴν πραγματικότητα ὅμως αὕτη ὀφείλεται εἰς τὴν *συνοχὴν* (βλ. § 196). Ἡ λειτουργία τοῦ σίφωνος δύναται νὰ κατανοηθῇ ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ ἀκολούθου μηχανικοῦ παραδείγματος. Ἐπὶ σταθερᾶς τροχαλίας ἐξηρτημένης ἀπὸ ἀκλονήτου θέσεως διέρχεται ἅλυσος σιδηρᾶ, τῆς ὁποίας τὰ δύο ἄκρα βυθίζονται ἐντὸς ποτηρίων (σχ. 295). Ἐὰν τὰ δύο ποτήρια εὑρίσκωνται εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος, ἡ ἅλυσος εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, ἐὰν ὅμως τὸ ἓν ποτήριον τοποθετηθῇ εἰς χαμηλοτέραν στάθμην ἀπὸ τοῦ ἄλλου, τότε, λόγῳ τῆς διαφορᾶς βάρους τῶν δύο σκελῶν τῆς ἁλύσου, αὕτη διὰ μέσου τῆς τροχαλίας μετατοπίζεται πρὸς τὸ ποτήριον κατωτέρας στάθμης. Ἡ συνοχὴ τοῦ ὑγροῦ ἐμποδίζει τὴν θραῦσιν τοῦ νήματος κατὰ τὸ ἀνώτατον σημεῖον τοῦ σίφωνος, οὕτω δὲ ὁ σίφων δύναται νὰ λειτουργήσῃ καὶ εἰς τὸ κενόν, χωρὶς διὰ τὴν ἐξήγησιν τῆς λειτουργίας αὐτοῦ νὰ ληφθῇ ὑπ᾽ ὄψιν ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις.



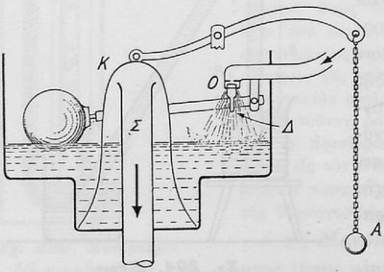
Σχ. 295. Διὰ τὴν ἐξήγησιν τῆς λειτουργίας τοῦ σίφωνος.



Σχ. 296. Ὁ σίφων μὲ ὑγρὸν λειτουργεῖ καὶ ἐν τῷ κενῷ.

Προϋπόθεσις ὅμως διὰ τὴν ὡς ἄνω λειτουργίαν τοῦ σίφωνος εἶναι, ὅτι ἡ συνοχὴ τοῦ ὕδατος δὲν διακόπτεται ὑπὸ φυσαλλίδων ἀέρος, ὡς τοῦτο συμβαίνει εἰς φλέβα ἢ νῆμα ὕδατος προερχόμενον ἀπὸ ὑδαταγωγὸν σωλῆνα. Εἰς τὸν σίφωνα ὅμως ὁ σχηματισμὸς φυσαλλίδων παρεμποδίζεται, λόγῳ τῆς κατ᾽ ἀμφότερα τὰ ἄκρα αὐτοῦ ἐνεργούσης ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, καὶ εἰς τοῦτο ἀποκλειστικῶς ἔγκειται ἡ σημασία τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως διὰ τὴν λειτουργίαν τοῦ σίφωνος.

Ἡ λειτουργία τοῦ σίφωνος ἐν τῷ κενῷ δεικνύεται διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 296, ἐντὸς τῆς ὁποίας ὑπάρχει κενόν, ἐξηγεῖται δὲ λόγῳ τοῦ βάρους τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ ἐπιμηκεστέρου σκέλους.

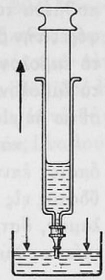


Σχ. 297. Ὑδαταποθήκη.

Ἐφαρμογὴν ὁ σίφων εὑρίσκει εἰς τὴν *ὑδαταποθήκην τῶν ἀφοδευτηρίων* (σχ. 297). Ὁ πλωτὴρ ρυθμίζεται κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἡ εἰσροὴ τοῦ ὕδατος νὰ σταματᾷ, ὅταν ἡ στάθμη εὑρίσκεται ὀλίγον κάτωθεν τῶν χειλέων τοῦ σωλῆνος ἐκροῆς Σ. Ἐὰν σύρωμεν τὴν ἅλυσον καὶ ἀκολούθως τὴν ἀφήσωμεν ἐλευθέραν, ὁ κώδων Κ ἀνέρχεται καὶ τὸ ὕδωρ εἰσρέει ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ, ὁ δὲ σίφων ἀρχίζει νὰ λειτουργῇ. Ὅταν ἅπαξ ὁ σίφων τεθῇ εἰς λειτουργίαν, ἐξακολουθεῖ νὰ λειτουργῇ μέχρι πλήρους ἐκκενώσεως τῆς ὑδαταποθήκης.

171. Ἰατρικὴ σῦριγξ. Εἰς τὸ σχῆμα 298 δεικνύεται ὁ τρόπος τῆς λειτουργίας τῆς ἰατρικῆς σύριγγος, χρησιμοποιουμένης διὰ τὰς ἐνέσεις.

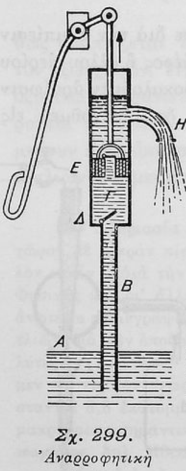
Ὅταν ἀνυψοῦμεν τὸ ἔμβολον, τότε τὸ ὑγρὸν εἰσχωρεῖ ἐντὸς τῆς σύριγγος. Ἐὰν ἤδη προσαρμόσωμεν ἐπ' αὐτῆς τὴν βελόνην (σωλῆνα), δυνάμεθα διὰ πιέσεως τοῦ ἐμβόλου πρὸς τὰ κάτω νὰ διαβιβάσωμεν μέσῳ τῆς βελόνης τὸ ὑγρὸν ἐντὸς τοῦ ἀνθρωπίνου ὀργανισμοῦ.



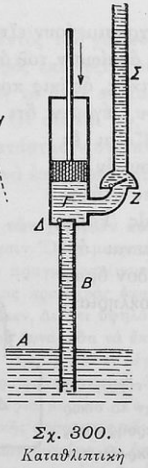
Σχ. 298.
Σῦριγξ.

172. Ὑδραντλίαι. Αἱ περισσότερον διαδεδομέναι ὑδραντλίαι εἶναι αἱ ἐμβολοφόροι, αἱ ὁποῖαι ὑποδιαιροῦνται εἰς *ἀναρροφητικὰς* καὶ *καταθλιπτικάς*. Κύρια μέρη τῶν ἀντλιῶν τούτων εἶναι ὁ ἐκ χυτοσιδήρου κύλινδρος, αἱ βαλβῖδες Δ καὶ Ζ καὶ τὸ ἔμβολον Ε.

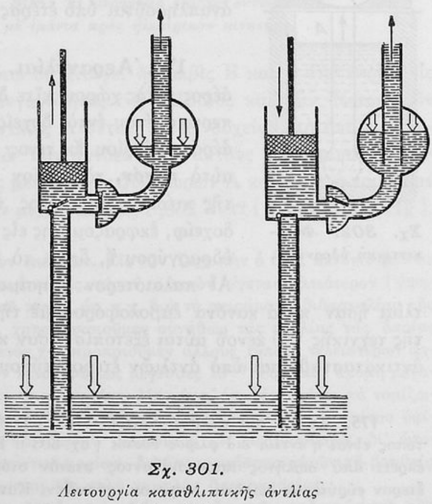
Εἰς τὴν ***ἀναρροφητικὴν ἀντλίαν*** (σχ. 299) τὸ ἔμβολον φέρει κεντρικὴν ὀπήν, ἡ ὁποία κλείεται διὰ βαλβῖδος καὶ ἀνοίγει ὠθουμένη ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Ἐπίσης εἰς τὴν βάσιν τῶν κυλίνδρων ὑπάρχει ἄλλη βαλβὶς Δ, ἡ ὁποία ἀνοίγει ἐπίσης ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἀπομονώνει τὸν κύλινδρον ἀπὸ τοῦ ἀναρροφητικοῦ σωλῆνος Β. Ἐν ἀρχῇ, ὅταν τὸ ἔμβολον εὑρίσκεται εἰς τὴν κατωτάτην θέσιν αὐτοῦ εἰς τὸν κύλινδρον, αἱ δύο βαλβῖδες εἶναι κλεισταί. Μετά τινας ἐμβολισμοὺς τὸ ὕδωρ ὠθούμενον ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως πληροῖ τὸν ἀναρροφητικὸν σωλῆνα καὶ τὸν κύλινδρον. Ἐὰν ἤδη ὠθήσωμεν τὸ ἔμβολον πρὸς τὰ κάτω, τότε κλείει ἡ βαλβὶς Δ καὶ ἀνοίγει ἡ βαλβὶς τοῦ



Σχ. 299.
Ἀναρροφητικὴ ἀντλία.



Σχ. 300.
Καταθλιπτικὴ ἀντλία.



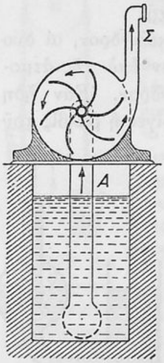
Σχ. 301.
Λειτουργία καταθλιπτικῆς ἀντλίας μὲ ἀεροθάλαμον.

ἐμβόλου, ὁπότε τὸ ὕδωρ, διερχόμενον διὰ τῆς ὀπῆς αὐτοῦ, πληροῖ τὸν ἄνωθεν τοῦ ἐμβόλου χῶρον, τοῦ ὁποίου ἡ στάθμη κατὰ τοὺς ἑπομένους ἐμβολισμοὺς ἀνέρχεται μέχρι τῆς ὀπῆς τοῦ πλευρικοῦ σωλῆνος ἐκροῆς Η, ἐκ τοῦ ὁποίου ἀκολούθως ἐκρέει τὸ ὕδωρ.

Εἰς τὴν ***καταθλιπτικὴν ἀντλίαν*** (σχ. 300) τὸ ἔμβολον δὲν φέρει ὀπήν· εἰς τὸν πυθμένα τοῦ κυλίνδρου προσαρμόζεται πλευρικὸς σωλὴν Σ, ὁ ὁποῖος εἰς τὸ κάτω μέρος φέρει τὴν βαλβῖδα Ζ, ἥτις ἀνοίγει ὠθουμένη ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Ὅταν ἀνυψοῦμεν τὸ ἔμβολον, εἰσχωρεῖ ὕδωρ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου καὶ πληροῖ αὐτόν. Ὅταν καταβιβάζωμεν τὸ ἔμβολον, κλείει ἡ βαλβὶς τοῦ κυλίνδρου καὶ ἀνοίγει ἡ τοῦ πλευρικοῦ σωλῆνος, οὕτω δὲ εἰσχωρεῖ ἐντὸς αὐτοῦ ὕδωρ.

Αἱ καταθλιπτικαὶ ἀντλίαι ἐφοδιάζονται διὰ καταλλήλου ἀεροθαλάμου (σχ. 301), ὁ ὁποῖος ἐπιτρέπει τὴν συνεχῆ λειτουργίαν τῆς ἀντλίας καὶ διευκολύνει τὴν ἀνύψωσιν τοῦ ὕδατος εἰς τὸν πλευρικὸν σωλῆνα. Οὕτω τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον εἰσχωρεῖ εἰς τὸν ἀεροθάλαμον, ὅστις εἶναι πλήρης ἀέρος, συμπιέζει τὸν ἀέρα καὶ λόγῳ τῆς δημιουργουμένης πιέσεως διευκολύνεται ἡ εἴσοδος τοῦ ὕδατος εἰς τὸν σωλῆνα ἀπαγωγῆς αὐτοῦ.

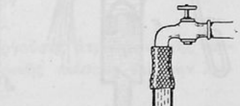
173. Φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία. Ἀπὸ τὰς πλέον συνήθεις ὑδραντλίας εἶναι καὶ ἡ ***φυγοκεντρικὴ*** (σχ. 302). Διὰ νὰ ἀρχίσῃ αὐτὴ νὰ λειτουργῇ, πρέπει ὁ κύλινδρος νὰ πληρωθῇ δι᾽ ὕδατος. Διὰ περιστροφῆς τοῦ πτερυγιοφόρου ἄξονος ὑπό τινος κινητῆρος, τὸ ἐντὸς τοῦ τυμπάνου ὑγρόν, προερχόμενον ἐκ τοῦ σωλῆνος ἀναρροφήσεως Α, τιθέμενον εἰς περιστροφικὴν κίνησιν, ὠθεῖται πρὸς τὴν περιφέρειαν τοῦ τυμπάνου καὶ ἐκρέει διὰ τοῦ σωλῆνος Σ, ἐνῷ τὸ ἐκβαλλόμενον ὕδωρ ἀναπληροῦται ὑπὸ ἑτέρας ποσότητος εἰσρεούσης διὰ τοῦ σωλῆνος Α.



Σχ. 302. Φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία.

174. Ἀεραντλίαι. Αὗται χρησιμεύουν εἴτε διὰ τὴν συμπίεσιν ἀέρος ἐντὸς χώρου, εἴτε διὰ τὴν ἀραίωσιν τοῦ ἀέρος ἢ ἄλλου ἀερίου περιεχομένου ἐντὸς δοχείου. Γενικῶς, ὁσάκις προκαλοῦμεν ἀραίωσιν ἀέρος ἢ ἀερίου ἔκ τινος δοχείου, λέγομεν ὅτι δημιουργοῦμεν εἰς αὐτὸ ***κενόν***, τὸ ὁποῖον καθορίζεται ἐκ τῆς πιέσεως τοῦ ἀέρος ἢ ἀερίου ἐν τῷ δοχείῳ, ἐκφραζομένης εἰς χιλιοστὰ στήλης ὑδραργύρου ἤ, ὅπερ τὸ αὐτό, εἰς Torr.

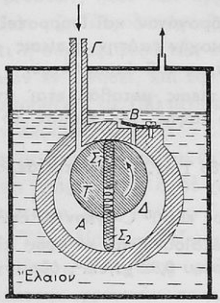
Αἱ παλαιότερον χρησιμοποιούμεναι ἀντλίαι ἦσαν κατὰ κανόνα ἐμβολοφόροι, μὲ τὴν πρόοδον ὅμως τῆς τεχνικῆς τοῦ κενοῦ αὗται ἐξετοπίσθησαν καθ᾽ ὁλοκληρίαν, ἀντικατασταθεῖσαι ὑπὸ ἀντλιῶν ἑτέρου τύπου.



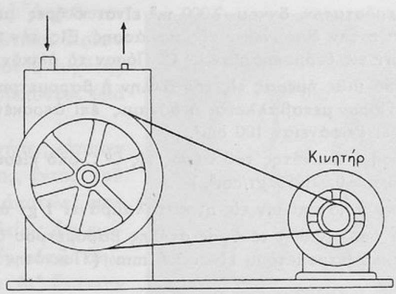
Σχ. 303. Ἀντλία διὰ φλεβὸς ὕδατος.

175. **Ἀντλία διὰ φλεβὸς ὕδατος.** Λίαν συνήθης καὶ εὔχρηστος τύπος εἶναι ἡ *ἀντλία διὰ φλεβὸς ὕδατος* (σχ. 303). Εἰς αὐτὴν τὸ ὕδωρ ἐκρέει ἀπὸ σωλῆνος παρουσιάζοντος στενὸν στόμιον ἐκροῆς πρὸς ἕτερον εὐρύτερον σωλῆνα κείμενον κάτωθεν. Κατὰ τὴν ἐκροήν του τὸ ὕδωρ συμπαρασύρει καὶ τὸν ἀέρα, οὕτω δὲ προκαλεῖται ἐλάττωσις τῆς πιέσεως εἰς τὸ δοχεῖον Δ, πρὸς τὸ ὁποῖον συγκοινωνεῖ ἡ ἀντλία διὰ τοῦ πρὸς τὰ ἀριστερὰ πλευρικοῦ σωλῆνος. Αἱ ἀντλίαι τοῦ τύπου τούτου κατασκευάζονται συνήθως ἐξ ὑάλου, ἀλλὰ καὶ ἐκ μετάλλου. Τὸ διὰ τῆς τοιαύτης ἀντλίας ἐπιτυγχανόμενον κενὸν φθάνει περίπου τὰ 15 mm Hg (15 Torr).

176. Ἀεραντλία Gaede *(Γκέντε)*. Λίαν διαδεδομένος τύπος ἀεραντλίας εἶναι ἡ ***ἀεραντλία*** *Gaede* διὰ *τυμπάνου,* ἡ ὁποία εἰκονίζεται ἐν τομῇ εἰς τὸ σχῆμα 304. Ὅταν τὸ τύμπανον Τ τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν, ὁ ὄγκος τοῦ χώρου Α, ὁ ὁποῖος μέσῳ τοῦ σωλῆνος Γ συγκοινωνεῖ πρὸς τὸ δοχεῖον, ἐκ τοῦ ὁποίου θέλομεν νὰ ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα, αὐξάνεται, ἐνῷ ὁ ὄγκος τοῦ χώρου Δ, ὁ ὁποῖος συγκοινωνεῖ μέσῳ τῆς βαλβῖδος Β καὶ τοῦ σωλῆνος ἐξαγωγῆς πρὸς τὸν ἔξω χῶρον, ἐλαττοῦται. Συνεπείᾳ τούτου, κατὰ τὴν περιστροφὴν τοῦ τυμπάνου, ἀὴρ εἰσχωρεῖ συνεχῶς ἐκ τοῦ δοχείου, ὁ ὁποῖος ἀκολού-



Σχ. 304. Τομὴ ἀεραντλίας Gaede.



Σχ. 305. Ἡ ἀεραντλία Gaede συνδεδεμένη μὲ ἱμάντα πρὸς ἠλεκτρικὸν κινητῆρα.

θως συμπιέζεται ἐντὸς τοῦ χώρου Δ, οὕτω δὲ ἀνοίγει ἡ βαλβὶς Β καὶ ὁ ἀὴρ ἐκρέει εἰς τὸν ἔξω χῶρον. Πρὸς ἐπίτευξιν καλῆς στεγανότητος τῆς βαλβῖδος καὶ τῶν θέσεων τῶν ἀξονικῶν ἑδράνων, τὸ ὅλον σῶμα τῆς ἀντλίας τίθεται ἐντὸς δοχείου, τὸ ὁποῖον πληροῦται δι' ἐλαίου. Οἱ σύρται Σ_1, Σ_2 μετὰ τῶν συνδεόντων αὐτοὺς ἐλατηρίων χρησιμεύουν πρὸς ἀποκατάστασιν στεγανότητος μεταξὺ τῶν δύο χώρων Α καὶ Δ. Διὰ τοιούτων ἀντλιῶν δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν ἀραίωσιν μέχρι πιέσεως 0,002 Torr ($2 \cdot 10^{-3}$ mm Hg).

177*. Σημασία τῶν χαμηλῶν καὶ ὑψηλῶν πιέσεων. Εἰς τὴν Τεχνικὴν ὁ ὅρος ***κενὸν*** σημαίνει χῶρον μὲ μικρὰν πίεσιν. Ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ πίεσις, τόσον τὸ κενὸν λέγεται τελειότερον (ὑψηλὸν κενόν). Διὰ τὴν πραγματοποίησιν χαμηλοῦ κενοῦ, ὡς π.χ. διὰ τὰ πειράματα διδασκαλίας τῆς Φυσικῆς καὶ δι' ἄλλας πρακτικὰς ἐφαρμογάς, χρησιμοποιοῦμεν συνήθως τὰς ἀντλίας τὰς ὁποίας ἀνωτέρω περιεγράψαμεν. Δι' ἔτι ὑψηλότερον κενὸν χρησιμοποιοῦμεν ἄλλους τύπους τελειοτέρων ἀντλιῶν, διὰ τῶν ὁποίων δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν κενὸν τάξεως μεγέθους 10^{-9} Torr καὶ ἀκόμη μεγαλύτερον (ἕως 10^{-11} Torr). Ὅταν λέγωμεν ὅτι τὸ κενὸν εἶναι λίαν ὑψηλόν, δὲν πρέπει νὰ νομίζωμεν ὅτι εἰς τὸν θεωρούμενον χῶρον δὲν ὑφίσταται ὕλη, διότι εἰς 1 cm^3 τοῦ χώρου τούτου ὑφίστανται 3,6 ἑκατομμύρια μορίων. Τὸ πολὺ ὑψηλὸν κενὸν βελτιοῦται ἔτι περισσότερον, δι' ἀπομακρύνσεως σημαντικῆς ποσότητος τῶν ἀπομεινάντων μορίων, δι' ἀπορροφήσεως αὐτῶν τῇ βοηθείᾳ ***παγίδων***, δηλ. εἰδικῶν δοχείων τὰ ὁποῖα ψύχονται εἰς πολὺ χαμηλὰς θερμοκρασίας.

Οὕτω διὰ τὴν κατασκευὴν τῶν ἠλεκτρονικῶν λυχνιῶν (ὡς π.χ. λυχνιῶν ραδιοφώνου), τῶν σωλήνων ἀκτίνων Röntgen (Ραίντγκεν) καὶ πλείστων ἄλλων ὀργάνων καὶ ἐπιστημονικῶν συσκευῶν, διὰ ἐπιστημονικὰς ἐρεύνας καὶ διὰ πρακτικὰς ἐφαρμογάς, ἀπαιτεῖται ἡ δημιουργία ὑψηλοῦ κενοῦ, ἤτοι λίαν χαμηλῶν πιέσεων.

Ἐξ ἄλλου, ὅπως θὰ ἴδωμεν εἰς τὸ Κεφάλαιον τῆς Θερμότητος, ἡ πραγματοποίησις ὑψηλῶν πιέσεων ἔχει σπουδαίαν σημασίαν τόσον εἰς τὴν Τεχνικήν, ὅσον καὶ εἰς τὴν ἐπιστημονικὴν ἔρευναν.

Οὕτω διὰ τῆς *μηχανῆς Linde (Λίντε)* ἐπιτυγχάνομεν εἰς θερμοκρασίαν περίπου — 190⁰ C καὶ ὑπὸ πίεσιν 200 περίπου ἀτμοσφαιρῶν νὰ καταστήσωμεν τὸν ἀέρα ὑγρόν. Ἐκτὸς τῶν πολλῶν πρακτικῶν ἐφαρμογῶν τοῦ ὑγροῦ ἀέρος χρησιμοποιεῖται οὗτος εἰς τὰ ἐπιστημονικὰ ἐργαστήρια διὰ τὴν ψῦξιν τῶν παγίδων διὰ τὴν δημιουργίαν ὑψηλοῦ κενοῦ.

Ἐπίσης χρησιμοποιοῦνται μεγάλαι πιέσεις διὰ τὴν σύνθεσιν τῆς ἀμμωνίας ἐκ τῶν συστατικῶν της ἀζώτου καὶ ὑδρογόνου.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ἀερόστατον ὄγκου 2 000 m^3 εἶναι πλῆρες μὲ ὑδρογόνον καὶ ἰσορροπεῖ εἰς ὕψος 3 000 m ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης. Εἰς τὴν περιοχὴν ταύτην ἡ πίεσις ἀνέρχεται εἰς 526 Torr εἰς θερμοκρασίαν 0^0 C. Πόσον τὸ ὁλικὸν βάρος τοῦ ἀεροστάτου.

2. Ἀπὸ μιᾶς ἡμέρας εἰς τὴν ἄλλην ἡ βαρομετρικὴ πίεσις μεταβάλλεται ἀπὸ 720 εἰς 710 Torr. Πόσον μεταβάλλεται ἡ δύναμις ἐπὶ ἀεροκένου κάψης, τῆς ὁποίας τὸ κάλυμμα παρουσιάζει ἐπιφάνειαν 100 cm^2.

3. Πόση ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἰς 0^0 C ὑπὸ πίεσιν 285 Torr. (Πυκνότης ἀέρος εἰς 0^0 C καὶ 760 Torr = 0,001293 gr/cm^3.)

4. Ὑπὸ ποίαν πίεσιν εἰς at καταλαμβάνει 1 gr ἀέρος εἰς 0^0 C ὄγκον 20 cm^3.

5. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ ὕψος στήλης βαρομέτρου δι' ἐλαίου, ὅταν τὸ ὕψος τῆς στήλης ὑδραργυρικοῦ βαρομέτρου εἶναι 750 mm. (Πυκνότης ἐλαίου 0,92 gr/cm^3, ὑδραργύρου 13,6 gr/cm^3.)

6. Μᾶζα ὀξυγόνου καταλαμβάνει ὄγκον 2 λίτρων ὑπὸ πίεσιν 750 Torr. Πόσος ὁ ὄγκος αὐτῆς ὑπὸ πίεσιν 1 000 Torr, ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία διατηρεῖται σταθερά.

7. Δέκα λίτρα ὑδρογόνου ὑπὸ πίεσιν 1 Atm περιέχονται ἐντὸς κυλίνδρου ἐφωδιασμένου δι' ἐμβολέως. Ὁ ἐμβολεὺς μετακινεῖται, τῆς θερμοκρασίας διατηρουμένης σταθερᾶς, μέχρις ὅτου ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου ἐλαττωθῇ εἰς 2 λίτρα. Πόση ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου.

8. Μᾶζα ἀερίου ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν (760 Torr) καταλαμβάνει ὄγκον 5 λίτρων. Ἐὰν ἡ πίεσις ἐλαττωθῇ κατὰ 200 Torr, χωρὶς ἡ θερμοκρασία νὰ μεταβληθῇ, πόσος ὁ ὄγκος τῆς ἀερίου μάζης.

9. Ὁ ὄγκος ἑνὸς ἀεροστάτου εἶναι 500 m^3 καὶ πληροῦται δι' ὑδρογόνου πυκνότητος 0,089 gr/lt. Ἡ πυκνότης τοῦ περιβάλλοντος ἀέρος εἶναι 1,250 gr/lt. Πόση εἶναι ἡ ἀνυψωτική του δύναμις.

10. Ἀερόστατον ἔχει χωρητικότητα 1 000 m^3. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀνυψωτικὴ δύναμις, ὅταν τοῦτο εἶναι πλῆρες ἡλίου. Μέση πυκνότης ἀέρος 1,25 gr/lt, ἡλίου 0,178 gr/lt.

11. Ἐξερευνητικὸν ἀερόστατον μετεωρολογίας πληροῦται ὑδρογόνου, εἰς τρόπον ὥστε νὰ παρουσιάζῃ ἀνυψωτικὴν δύναμιν 125 gr*. Τὸ βάρος τοῦ ἐλαστικοῦ σάκκου εἶναι 30 gr*. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ ὄγκος τοῦ ὑδρογόνου. (Πυκνότης ἀέρος 1,250 gr/lt, ὑδρογόνου 0,090 gr/lt.)

12. Εἰς ἀνοικτὸν μανόμετρον ἡ διαφορὰ στάθμης τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὰ δύο σκέλη εἶναι 24 cm. Τὸ βαρόμετρον δεικνύει πίεσιν 750 Torr. Εἰς ποῖον κλάσμα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως ἀντιστοιχεῖ ἡ ἀνωτέρω στήλη τοῦ ὑδραργύρου.

13. Πόσον εἶναι τὸ μέγιστον ὕψος h ἐκ τοῦ ὁποίου ὑγρὸν πυκνότητος 0,8 gr/cm^3 δύναται νὰ μεταγγισθῇ διὰ σίφωνος. (Πυκνότης ὑδραργύρου 13,6 gr/cm^3, βαρομετρικὴ πίεσις 762 Torr.)

14. Ἐὰν ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸ ἓν σκέλος ἀνοικτοῦ μανομέτρου εὑρίσκεται κατὰ 57 cm ὑψηλότερον ἢ εἰς τὸ ἕτερον σκέλος, πόση ἡ πίεσις εἰς gr^*/cm^2 ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τοῦ ἀερίου τοῦ περιεχομένου εἰς δοχεῖον, τὸ ὁποῖον συγκοινωνεῖ πρὸς τὸ σκέλος τοῦ μανομέτρου, ὅπου ὁ ὑδράργυρος εὑρίσκεται εἰς ταπεινοτέραν στάθμην. (Πυκνότης ὑδραργύρου 13,6 gr/cm^3, βαρομετρικὴ πίεσις 760 Torr.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΒ΄

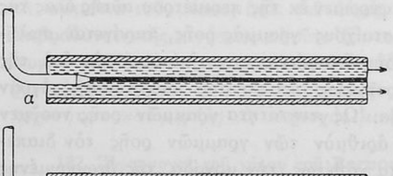
ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ - ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

178. Γενικὰ περὶ ροῆς. Τὰ φαινόμενα, τὰ ὁποῖα παρατηροῦνται κατὰ τὴν κίνησιν ἐν γένει τῶν ρευστῶν, ἤτοι τῶν ὑγρῶν καὶ ἀερίων, ἐξετάζονται συνήθως ἀπὸ κοινοῦ εἰς τὸ Κεφάλαιον τῆς Ὑδροδυναμικῆς καὶ Ἀεροδυναμικῆς, διότι ἡ συμπεριφορὰ τῶν ὑγρῶν καὶ ἀερίων εὑρισκομένων ἐν κινήσει, καὶ ἐφ᾽ ὅσον ἡ ταχύτης των δὲν ὑπερβαίνει τὰ 150 m/sec, διέπονται ὑπὸ τῶν αὐτῶν ἀκριβῶς νόμων.

DANIEL BERNOULLI (1700 - 1782).

Ὅταν ρευστὸν εὑρίσκεται ἐν κινήσει, λέγομεν ὅτι λαμβάνει χώραν ***ροή,*** ὁ δὲ χῶρος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου ὑφίσταται ροή, λέγομεν ὅτι ἀποτελεῖ ***πεδίον ροῆς.*** Τὸ πεδίον ροῆς εἶναι τελείως ὡρισμένον, ὅταν δίδεται ἡ ταχύτης ροῆς ἐν αὐτῷ· δηλ. ἐὰν εἰς ἑκάστην χρονικὴν στιγμὴν δι᾽ ἕκαστον σημεῖον τοῦ πεδίου γνωρίζωμεν τὴν ταχύτητα ροῆς κατ᾽ ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν.

Τὴν ροὴν διακρίνομεν εἰς ***νηματικὴν*** (ἢ μόνιμον), ὅταν δηλ. εἰς ἕκαστον σημεῖον τοῦ πεδίου ροῆς ἡ ταχύτης τῶν μορίων τοῦ ρευστοῦ εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ χρόνου, ἤτοι ἡ ταχύτης ροῆς παραμένῃ διαρκῶς ἐν τῷ χρόνῳ σταθερὰ κατ᾽ ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν, καὶ εἰς ***στροβιλώδη*** (μὴ μόνιμον), ὅταν ἡ ταχύτης ροῆς δὲν εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ χρόνου, ἀλλὰ εἰς ἕκαστον σημεῖον τοῦ πεδίου μεταβάλλεται χρονικῶς κατ᾽ ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ διεύθυνσιν. Εἰς τὸ σχῆμα 306 δεικνύονται τὰ δύο εἴδη ροῆς.



Σχ. 306. Διὰ χρωματισμοῦ τοῦ ἔσω μέρους τοῦ πεδίου ροῆς, διακρίνεται σαφῶς ἡ νηματικὴ ροὴ (α) καὶ ἡ στροβιλώδης ροὴ (β).

Ἐὰν ἄνωθεν ἐπιφανείας κινουμένου ρευστοῦ, π.χ. ὕδατος, παρουσιάζοντος νηματικὴν ροήν, διασκορπίσωμεν ἐλαφρὰ σωμάτια, ὡς π.χ. κόνιν ἀργιλίου ἢ πριονίδια (ρινίσματα) ξύλου, παρατηροῦμεν ὅτι ταῦτα μετατοπίζονται καὶ διατάσσονται κατὰ κανονικὰς γραμμάς, αἱ ὁποῖαι δεικνύουν τὰς τροχιὰς τῶν σωματίων τοῦ ὕδατος ἐπὶ τῶν ὁποίων ἐπιπλέουν. Αἱ ὡς ἄνω γραμμαὶ καλοῦνται συνήθως ***γραμμαὶ ροῆς*** (***ρευματικὴ γραμμή***). Αἱ γραμμαὶ ροῆς συμπίπτουν πρὸς τὰς τροχιὰς τῶν σωματίων, ὅταν ἡ ροὴ τοῦ ρευστοῦ εἶναι νηματική. Οὕτω, ὅταν εὑρισκώμεθα πρὸ τῆς ὄχθης ποταμοῦ καὶ ἐξετάσωμεν τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕδατος, ἀντιλαμβανόμεθα τὴν κίνησιν τοῦ ὕδατος διὰ τῆς παρακολουθήσεως τῆς κινήσεως τῶν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ ἐλαφρῶν σωμάτων, τὰ ὁποῖα παρασύρονται ὑπὸ τοῦ ρεύματος τοῦ ὕδατος, ὀφειλομένου εἰς τὴν ροὴν αὐτοῦ.

Ἐφ' ὅσον ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος εἶναι ἡ ἰδία καὶ ὁ ποταμὸς παρουσιάζει τὸ αὐτὸ εὖρος εἰς ὅλας τὰς περιοχὰς τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ, ἡ ταχύτης ροῆς εἶναι ἡ αὐτή, ὅταν ἰδίως ἐξετάζωμεν περιοχὴν τοῦ ποταμοῦ, ἡ ὁποία εὑρίσκεται εἰς σημαντικὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τῶν ὀχθῶν αὐτοῦ, ὁπότε ἡ κίνησις τοῦ ὕδατος δὲν ἐπηρεάζεται οὐσιωδῶς ὑπὸ τῆς τριβῆς. Ἐὰν ὅμως θεωρήσωμεν περιοχὴν τοῦ ποταμοῦ, ὅπου οὗτος ἀποστενοῦται, καὶ ἐξετάσωμεν τὴν ταχύτητα ροῆς, βλέπομεν τότε ὅτι ἡ ταχύτης καθίσταται μεγαλυτέρα. Τοῦτο συμβαίνει διότι, ἐπειδὴ τὸ ὕδωρ ὑποτίθεται πρακτικῶς ἀσυμπίεστον, δι' ἑκάστης ἐγκαρσίας τομῆς τοῦ ποταμοῦ πρέπει τὰ διέρχεται πάντοτε ἡ αὐτὴ ποσότης ὕδατος. Ἑπομένως εἰς περιοχάς, ὅπου ἡ ἐγκαρσία τομὴ τοῦ ποταμοῦ παρουσιάζει ἐπιφάνειαν μεγάλην, ἡ ταχύτης ροῆς πρέπει νὰ εἶναι μικρὰ καὶ εἰς περιοχήν, ὅπου ἡ ἐγκαρσία τομὴ εἶναι μικροτέρα, ἡ ταχύτης ροῆς πρέπει νὰ εἶναι μεγαλυτέρα.

179. Παροχή. Καλοῦμεν *παροχὴν* (Π) *τὸ πηλίκον τοῦ ὄγκου V τοῦ ρευστοῦ, τοῦ διερχομένου διά τινος τομῆς, ἐντὸς χρόνου t, διὰ τοῦ χρόνου τούτου,* ἤτοι :

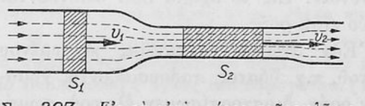
$$\Pi = \frac{V}{t}$$

Τὴν παροχὴν δυνάμεθα ἐπίσης νὰ ἐκφράσωμεν *ὡς γινόμενον τῆς ταχύτητος υ τῆς ροῆς ἐπὶ τὸ ἐμβαδὸν S τῆς διατομῆς τοῦ σωλῆνος,* ἤτοι :

$$\Pi = S \cdot \upsilon$$

Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. μονὰς μετρήσεως τῆς παροχῆς εἶναι τὸ 1 cm^3/sec καὶ εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα 1 m^3/sec. Τὴν παροχὴν ἐκφράζομεν συνήθως εἰς *λίτρα ἀνὰ λεπτὸν* (1 *lt*/min) ἢ διὰ μεγάλας παροχὰς εἰς *κυβικὰ μέτρα ἀνὰ ὥραν* (1 m^3/h).

180. Ροὴ ρευστοῦ. Ἐξίσωσις συνεχείας. Θεωρήσωμεν ὀχετόν, εἰς τὸν ὁποῖον λαμβάνει χώραν νηματικὴ ροή, π.χ. ὕδατος (σχ. 307). Ἐὰν θεωρήσωμεν οἱανδήποτε ἐπιφάνειαν τέμνουσαν τὰς γραμμὰς ροῆς καὶ φέρωμεν ἐκ τῆς περιμέτρου αὐτῆς ὅλας τὰς ἀντιστοίχους γραμμὰς ροῆς, παράγεται σωληνοειδὴς ἐπιφάνεια περικλείουσα τὴν διὰ τῆς θεωρουμένης ἐπιφανείας διερχομένην ὑγρὰν φλέβα. Ὡς *πυκνότητα* γραμμῶν ροῆς νοοῦμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν γραμμῶν ροῆς τὸν διαπερῶντα καθέτως τὴν μονάδα τῆς θεωρουμένης ἐπιφανείας (π.χ. 1 cm^2).



Σχ. 307. Εἰς τὸ εὐρὺ μέρος τοῦ σωλῆνος ἡ ταχύτης ροῆς εἶναι μικρά, ἐνῷ εἰς τὸ στενὸν μεγάλη.

Εἰς τὴν περιοχὴν S_1, ὅπου ἡ ταχύτης ροῆς εἶναι υ_1, αἱ γραμμαὶ ροῆς εἶναι ἀραιαί, ἤτοι ἡ πυκνότης αὐτῶν εἶναι μικρά, ἐνῷ εἰς τὴν περιοχὴν S_2, ὅπου ἡ ταχύτης ροῆς εἶναι $\upsilon_2 > \upsilon_1$, βλέπομεν ὅτι ἡ πυκνότης τῶν γραμμῶν ροῆς εἶναι μεγάλη. Οὕτω συνάγομεν τὴν ἀκόλουθον πρότασιν :

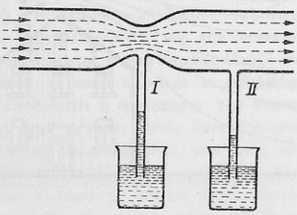
Ταχύτης ροῆς μικρὰ → *πυκνότης γραμμῶν ροῆς μικρὰ*
Ταχύτης ροῆς μεγάλη → *πυκνότης γραμμῶν ροῆς μεγάλη*

Οὕτω, ἐὰν ἐντὸς χρόνου t διέρχεται διά τινος τομῆς S_1 τοῦ σωλῆνος μία ποσότης τοῦ ὑγροῦ, ἡ αὐτὴ ποσότης θὰ διέρχεται ἐντὸς τῆς αὐτῆς χρονικῆς μονάδος καὶ δι' οἱασδήποτε ἄλλης τομῆς, π.χ. τῆς S_2, ἤτοι: $S_1 \cdot \upsilon_1 = S_2 \cdot \upsilon_2$, ἐξ οὗ προκύπτει ὅτι:

$$\boxed{\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{S_2}{S_1}}$$

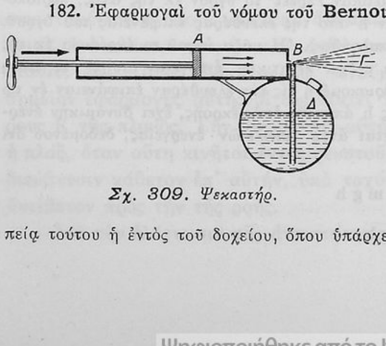
Ἤτοι, *« αἱ ταχύτητες ροῆς εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν ἐμβαδῶν τῶν διατομῶν τοῦ σωλῆνος ροῆς »*. Ἡ ἄνω σχέσις ἀποτελεῖ θεμελιώδη νόμον τῆς Ὑδρο - ἀεροδυναμικῆς, τὸν καλούμενον ***νόμον τῆς συνεχείας,*** ὁ ὁποῖος διατυποῦται ὡς ἑξῆς: *« Ἡ παροχὴ ἑνὸς σωλῆνος εἶναι σταθερὰ δι' οἱανδήποτε διατομὴν αὐτοῦ »*.

181. Νόμος τοῦ Bernoulli *(Μπερνούλι)*. Ὁ νόμος τῆς συνεχείας, τὸν ὁποῖον ἐσπουδάσαμεν ἀνωτέρω, περιέχει τὴν ταχύτητα εἰς κάθε σημεῖον φλεβὸς ρευστοῦ, ὁ *νόμος* δὲ τοῦ *Bernoulli* καθορίζει τὴν πίεσιν κατὰ μῆκος φλεβός. Ἔστω ὅτι εἰς δοχεῖον, ὡς τὸ τοῦ σχήματος 308, λαμβάνει χώραν ροὴ ρευστοῦ, π.χ. ἀέρος, καὶ δεχθῶμεν ὅτι αἱ διὰ βελῶν σημειούμεναι γραμμαὶ παριστοῦν τὰς γραμμὰς ροῆς. Εἰς τὰ σημεῖα I καὶ II ὁ σωλὴν φέρει πλευρικὰς ὀπάς, οἱ δὲ εἰς αὐτὰς προσκεκολλημένοι σωλῆνες βυθίζονται κατὰ τὰ ἄκρα αὐτῶν ἐντὸς δοχείου περιέχοντος π.χ. ὕδωρ. Θὰ παρατηρήσωμεν τότε, ὅτι κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ροῆς τοῦ ἀέρος, εἰς τὰ δύο σκέλη τῶν σωλήνων, τὰ ὁποῖα λειτουργοῦν ὡς μανόμετρα, τὸ ὕδωρ δὲν ἀνέρχεται εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος, ἀλλὰ εἰς τὸ μανόμετρον I ἀνέρχεται ὑψηλότερον παρὰ εἰς τὸ II. Ἐκ τούτου προκύπτει, ὅτι εἰς τὴν στένωσιν I ἡ πίεσις τοῦ ἀέρος εἶναι μικροτέρα τῆς ἐπικρατούσης εἰς II. Ὡς εἶναι γνωστὸν ὅμως ἀπὸ τὸν νόμον τῆς συνεχείας, εἰς τὴν περιοχὴν I ἡ ταχύτης ροῆς τοῦ ἀέρος εἶναι μεγαλυτέρα παρὰ εἰς τὴν περιοχὴν II καὶ ἑπομένως, ἐφ' ὅσον τὰ σωμάτια τοῦ μέσου, δηλ. τοῦ ἀέρος, προχωροῦν ἀπὸ τοῦ I πρὸς τὸ II, ὑφίστανται ἐπιβράδυνσιν τῆς κινήσεως αὐτῶν. Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω πειράματος δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν τὴν ἀκόλουθον πρότασιν, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ τὸν *νόμον τοῦ Bernoulli*: *« Ὅταν ρευστὸν εὑρίσκεται εἰς ροὴν ἐντὸς σωλῆνος, ἡ πίεσις εἶναι μικρὰ εἰς περιοχὰς μεγάλων ταχυτήτων καὶ μεγάλη εἰς περιοχὰς μικρῶν ταχυτήτων »*.



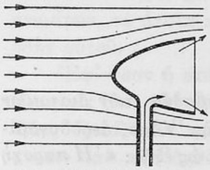
Σχ. 308. Εἰς τὴν περιοχὴν I ἡ πίεσις εἶναι μικροτέρα τῆς πιέσεως εἰς τὴν περιοχὴν II.

182. Ἐφαρμογαὶ τοῦ νόμου τοῦ Bernoulli. 1. *Ψεκαστήρ.* Ἐὰν διὰ τοῦ ὁριζοντίου σωλῆνος A (σχ. 309) δι' ὠθήσεως τοῦ ἐμβολέως προσφυσήσωμεν ἰσχυρὸν ρεῦμα ἀέρος, τοῦτο θὰ ἐξέλθῃ διὰ τῆς λεπτῆς ὀπῆς εἰς B μὲ μεγάλην ταχύτητα, αἱ γραμμαὶ δὲ ροῆς τῆς φλεβὸς τοῦ ἀέρος ἀποκλίνουν. Εἰς τὴν περιοχὴν Γ, ὅπου ἡ πίεσις εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν, ἡ ταχύτης ἐλαττοῦται, ἐνῷ εἰς τὴν περιοχὴν B (ὅπου ἡ ταχύτης εἶναι μεγάλη) ἡ πίεσις θὰ εἶναι μικροτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς (ὑποπίεσις). Συνεπείᾳ τούτου ἡ ἐντὸς τοῦ δοχείου, ὅπου ὑπάρχει τὸ ὑγρόν, ὑφισταμένη ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἀναβι-



Σχ. 309. Ψεκαστήρ.

βάζει τοῦτο μέχρι τοῦ στομίου (Β) διὰ τοῦ σωλῆνος Δ καὶ μὲ τὴν δύναμιν τοῦ ρεύματος τοῦ ἀέρος τὸ διασκορπίζει ὑπὸ μορφὴν λεπτῶν σταγονιδίων.

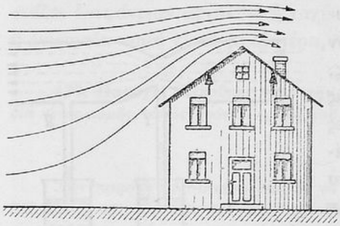


Σχ. 310. Ἐξαεριστὴρ πλοίων.

Ἡ διάταξις αὐτη χρησιμοποιεῖται διὰ τὸν ψεκασμὸν τῶν δωματίων δι' ἐντομοκτόνων ὑγρῶν, διὰ τὴν διασπορὰν ἀρωμάτων, διὰ τὸν ὑδροχρωματισμὸν καὶ ἐλαιοχρωματισμὸν οἰκοδομῶν κλπ.

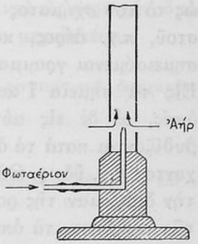
2. ***Ἐξαεριστὴρ πλοίων.*** Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ὡς ἄνω ἀρχῆς λειτουργοῦν καὶ οἱ ἐξαεριστῆρες πλοίων. Οὕτω εἰς τὴν περιοχὴν τοῦ στομίου, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 310, λόγῳ τῆς μεγάλης πυκνότητος γραμμῶν ροῆς (ἡ ταχύτης ἀνέμου εἶναι μεγάλη), ἡ πίεσις καθίσταται πολὺ μικρά, μικροτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς, καὶ ὡς ἐκ τούτου προκαλεῖται ἀναρρόφησις, ἤτοι ἀνανέωσις τοῦ ἀέρος εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ πλοίου, ὅπου ἐπικοινωνεῖ ὁ ἐξαεριστήρ.

3. ***Ἀναρπαγὴ στέγης.*** Ἐὰν ἐξετάσωμεν τὴν διανομὴν τῶν γραμμῶν ροῆς ὑπεράνω στέγης, ὅταν πνέῃ σφοδρὸς ἄνεμος, ὡς φαίνεται εἰς σχῆμα 311, βλέπομεν ὅτι δημιουργεῖται ὑποπίεσις, ἐνῷ εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τῆς οἰκίας ὑφίσταται ἡ συνήθης ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. Συνεπείᾳ τούτου ἐξηγεῖται ἡ ἀναρπαγὴ τῶν στεγῶν, ὅταν πνέουν ἰσχυροὶ ἄνεμοι.



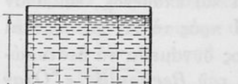
Σχ. 311. Ὀροφὴ ὑφισταμένη ὁριζόντιον ρεῦμα ἀέρος εἶναι δυνατὸν νὰ ἀναρπαγῇ.

4. ***Λύχνος Bunsen*** (Μπούνσεν) (σχ. 312). Τὸ φωταέριον ἐξέρχεται διὰ τοῦ στομίου τοῦ κεντρικοῦ σωληνίσκου (ἀκροφυσίου) μὲ μεγάλην ταχύτητα. Ἀκολούθως ρέει εἰς τὸν κύριον σωλῆνα μὲ μικροτέραν ταχύτητα, λόγῳ τῆς μεγαλυτέρας αὐτοῦ διαδρομῆς. Ἡ πίεσις εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ κυρίου σωλῆνος εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν, ὁπότε ἡ πίεσις εἰς τὸ ἄκρον τοῦ ἀκροφυσίου εἶναι μικροτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς. Λόγῳ τῆς οὕτω δημιουργουμένης ὑποπιέσεως, ὁ ἔξω ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ εἰσρέει διὰ καταλλήλων πλαγίων ὀπῶν καί, ἀναμιγνυόμενος μετὰ τοῦ φωταερίου, προκαλεῖ τὴν καλυτέραν αὐτοῦ καῦσιν.



Σχ. 312. Λύχνος Bunsen.

Διὰ τοῦ νόμου τοῦ Bernoulli ἐξηγοῦνται πλεῖστα ὅσα ἀκόμη φαινόμενα τοῦ καθ' ἡμέραν βίου.



Σχ. 313. Ἐκροὴ διὰ καθέτου ὀπῆς.

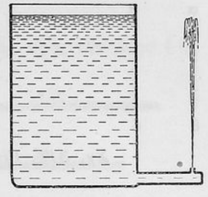
183. Ἐκροὴ ὑγροῦ δι' ὀπῆς. Θεωρήσωμεν τὸ δοχεῖον (σχ. 313), τὸ ὁποῖον φέρει ὀπὴν καὶ εἶναι πλῆρες ὑγροῦ. Ἡ ταχύτης υ, μὲ τὴν ὁποίαν ἐκρέει τὸ ὑγρὸν ἐκ τῆς ὀπῆς, εὑρισκομένης εἰς ἀπόστασιν h ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ὑπολογίζεται ὡς ἀκολούθως. Ἡ μᾶζα ὑγροῦ m ἐκρέουσα ἐκ τῆς ὀπῆς ὑπὸ ταχύτητα υ ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν $m\upsilon^2/2$. Ἡ αὐτὴ μᾶζα τοῦ ὑγροῦ, εὑρισκομένη εἰς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν ἐν τῷ δοχείῳ καὶ εἰς ὕψος h ἀπὸ τῆς ὀπῆς ἐκροῆς, ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν m g h. Ἐπειδὴ ἡ ἐκροὴ ὑποτίθεται ὅτι γίνεται ἄνευ ἀπωλειῶν ἐνεργείας, δεδομένου ὅτι παραμελοῦμεν τὴν τριβήν, θὰ ἔχωμεν :

$$\frac{1}{2}\, m\upsilon^2 = m\, g\, h$$

καὶ

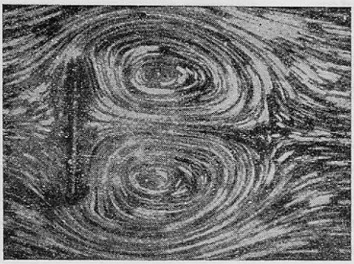
$$\upsilon = \sqrt{2\, g\, h}$$

Ὁ τύπος οὗτος εἶναι γνωστὸς καὶ ἐκ τῆς ἐλευθέρας πτώσεως τῶν σωμάτων (βλ. § 75). Οὕτω προκύπτει τὸ *θεώρημα Torricelli*, τὸ ὁποῖον διατυποῦται ὡς ἑξῆς : « *Ἡ ταχύτης ἐκροῆς ὑγροῦ ἀπὸ ὀπῆς, εὑρισκομένης εἰς ὡρισμένην ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, εἶναι ἴση πρὸς τὴν ταχύτητα τὴν ὁποίαν θὰ ἀπέκτα ἡ μᾶζα τοῦ ὑγροῦ, ἐὰν ἔπιπτε κατακορύφως ἐκ τοῦ αὐτοῦ ὕψους* ». Ἐὰν ἡ ὀπὴ ἀνοιχθῇ εἰς ὁριζόντιον τοίχωμα, τὸ ὑγρὸν ἀναπηδᾷ εἰς ὕψος h, ἴσον πρὸς τὸ ὕψος τῆς πτώσεως, σχηματίζον πίδακα (σχ. 314). Πράγματι ὅμως τὸ ὕψος τοῦ πίδακος εἶναι μικρότερον τοῦ h, λόγῳ τῆς τριβῆς καὶ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος. Ἡ παροχὴ τοῦ ὑγροῦ διὰ τῆς ὀπῆς ὑπολογίζεται ἐκ τοῦ γνωστοῦ τύπου $\Pi = S \cdot \upsilon$, ὅπου S τὸ ἐμβαδὸν τῆς ὀπῆς.



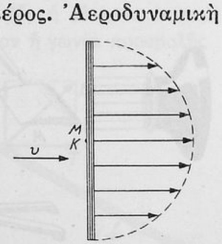
Σχ. 314. *Ἐκροὴ δι' ὁριζοντίας ὀπῆς.*

184. Στροβιλώδης ροή. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ὅταν στερεὸν σῶμα κινῆται ἐντὸς ρευστοῦ ἢ ὅταν ρευστὸν κινῆται ὡς πρὸς ἠρεμοῦν σῶμα, συναντᾷ λόγῳ τριβῆς ἀντίστασιν εἰς τὴν κίνησίν του. Ἁπλούστατον παράδειγμα ἔχομεν κατὰ τὴν κίνησιν τῆς παλάμης τῆς χειρός μας κατὰ διεύθυνσιν κάθετον ἐπ' αὐτὴν ἐντὸς δοχείου περιέχοντος ὕδωρ. Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα τοῦ ἀνωτέρω φαινομένου κατέδειξεν, ὅτι εἰς τὸν ὀπίσθιον χῶρον τοῦ στερεοῦ σώματος ἀναπτύσσεται ἰδιάζουσα κίνησις τοῦ ρευστοῦ, ἡ ὁποία καλεῖται ***στροβιλώδης ροή***. Εἰς αὐτὴν ἀποδίδεται ἡ ἀντίστασις τὴν ὁποίαν συναντᾷ τὸ σῶμα ὅταν κινῆται ἐντὸς ἀκινήτου ρευστοῦ, γίνεται δὲ αὕτη πλέον ἐμφανής, ἐὰν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ ρίψωμεν ρινίσματα ξύλου. Τὸ σχῆμα 315 δεικνύει φωτογραφίαν κινουμένης πλακὸς ἐντὸς ὕδατος καὶ τὴν δημιουργίαν ὄπισθεν αὐτῆς τῶν στροβίλων. Ἐφ' ὅσον ἡ στροβιλώδης κίνησις τοῦ ρευστοῦ εἰς τὸν ὀπίσθιον χῶρον τῆς πλακὸς εἶναι ἡ αἰτία τῆς δημιουργίας τῆς ἀντιστάσεως, θὰ ἠδυνάμεθα νὰ ἐλαττώσωμεν αὐτήν, ἐὰν κατὰ ἕνα οἱονδήποτε τρόπον παρεμποδίσωμεν τὴν γένεσιν τῶν στροβίλων. Τοῦτο πράγματι ἐπιτυγχάνομεν διὰ τῶν ἀεροδυναμικῶν καλουμένων ἐπιφανειῶν, ὡς ἀναπτύσσωμεν ἀκολούθως.



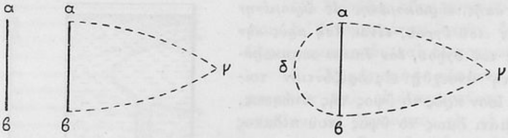
Σχ. 315. *Φωτογραφία στροβίλων ὑγροῦ ὄπισθεν ἐπιπέδου πλακός.*

185. Ἀντίστασις σωμάτων κινουμένων ἐντὸς τοῦ ἀέρος. Ἀεροδυναμικὴ ἐπιφάνεια. Θεωρήσωμεν, ὅτι ἐπίπεδος πλὰξ προσβάλλεται ὑπὸ ἀνέμου ταχύτητος υ, ἔχοντος διεύθυνσιν κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τῆς πλακός. Ἡ διανομὴ τῶν πιέσεων ἐπὶ τῆς πλακὸς εἰκονίζεται εἰς τὸ σχῆμα 316. Αἱ πιέσεις αὗται παρέχουν συνισταμένην, ἡ ὁποία καλεῖται ***δυναμικὴ πίεσις*** (*ἀεροδύναμις*, διὰ πλάκα κινουμένην εἰς ἀκίνητον ἀέρα, καὶ *ἀεροαντίστασις*, διὰ πλάκα ἀκίνητον εἰς κινούμενον ἀέρα), τὸ δὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς αὐτῆς Μ συμπίπτει πρὸς τὸ κέντρον βάρους Κ τῆς πλακός. Τὴν ἀντίστασιν αὐτὴν πράγματι συναντᾷ ἡ πλάξ, ὅταν αὕτη κινῆται ἐντὸς ρευστοῦ ἐν ἠρεμίᾳ καὶ κατὰ διεύθυνσιν κάθετον ἐπ' αὐτήν, ὑπὸ ταχύτητα ὅμως ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν τῆς ροῆς.

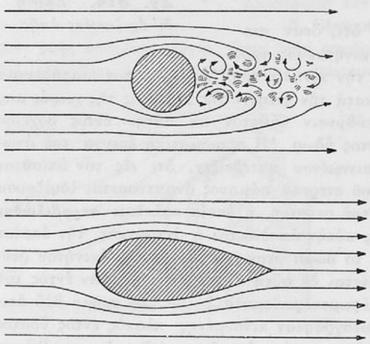


Σχ. 316. *Διανομὴ πιέσεων ἐπὶ πλακὸς προσβαλλομένης καθέτως.*

Διὰ τὴν ἐλάττωσιν τῆς ἀντιστάσεως πλακὸς α β (σχ. 317) προσαρμόζομεν εἰς τὸ ὀπίσθιον μέρος αὐτῆς τὴν ἐπιφάνειαν α γ β καὶ εἰς τὸ πρόσθιον μέρος αὐτῆς τὴν α δ β, ὅτε προκύπτει ἡ ἐπιφάνεια α δ β γ α, ἡ ὁποία, ἐνῷ παρουσιάζει τὴν αὐτὴν μετωπικὴν ἐπιφάνειαν α β ὡς καὶ ἡ πλάξ, εἰς τὸ ρευστόν, ἐν τούτοις δεικνύει πολὺ μικροτέραν ἀντίστασιν. Ἡ ἐπιφάνεια ἐλαχίστης ἀντιστάσεως, λόγῳ τῆς ὁμοιότητος αὐτῆς πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ σώματος τῶν ἰχθύων, ἐκλήθη *ἰχθυοειδὴς ἐπιφάνεια*. Ἀντὶ ὅμως τοῦ ὅρου τούτου ἐπεκράτησε γενικῶς ὁ ὅρος ***ἀεροδυναμικὴ ἐπιφάνεια.***



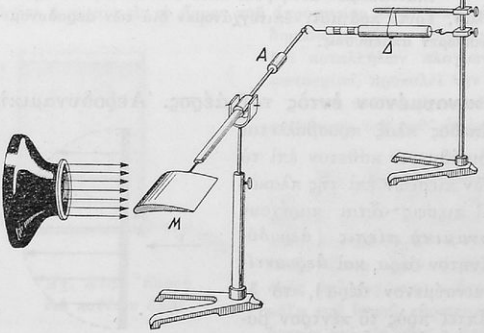
Σχ. 317. Γένεσις ἀεροδυναμικῆς μορφῆς.



Σχ. 318. Ὄπισθεν τοῦ ἀεροδυναμικοῦ σώματος δὲν σχηματίζονται στρόβιλοι.

Τὸ σχῆμα 318 δεικνύει χαρακτηριστικῶς τὴν σημασίαν τῆς διαμορφώσεως τοῦ ὄπισθεν τμήματος τοῦ σώματος. Οὕτω, ἐνῷ εἰς τὸ ἄνω σχῆμα παρατηρεῖται ἔντονος σχηματισμὸς στροβίλων ὄπισθεν τῆς σφαίρας, ὅταν ὁ ἀὴρ κινῆται ὡς πρὸς τὴν ἀκίνητον σφαῖραν, ἤ, ὅπερ τὸ αὐτό, ἐὰν ἡ σφαῖρα κινῆται ὡς πρὸς ἀκίνητον ἀέρα, εἰς τὸ ἀεροδυναμικὸν σχῆμα (κάτω) ἡ ροὴ εἶναι πρακτικῶς ἀπηλλαγμένη αὐτῶν.

Ἡ μέτρησις τῆς ἀντιστάσεως, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἓν σῶμα εὑρισκόμενον ἐντὸς ρεύματος ἀέρος, προσδιορίζεται διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 319. Τὸ ρεῦμα τοῦ ἀέρος δημιουργεῖται διὰ κινητῆρος μὲ πτερύγια καὶ προσβάλλει τὸ σῶμα. Ἡ ἀναπτυσσομένη ἀντίστασις ἐπὶ τοῦ σώματος μετρεῖται διὰ τοῦ δυναμομέτρου Δ. Πειραματικῶς προέκυψαν οἱ κάτωθι νόμοι, ἤτοι: α) *Ἡ ἀντίστασις εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος τοῦ ἀέρος* καὶ β) *Ἡ ἀντίστασις ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ σχήματος τοῦ σώματος.*

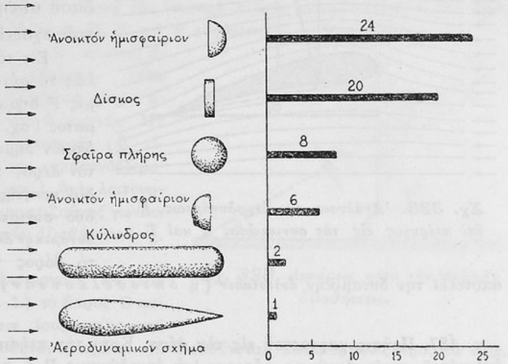


Σχ. 319. Πειραματικὴ διάταξις μετρήσεως τῆς ἀντιστάσεως σώματος Μ (μοντέλου) εὑρισκομένου ἐντὸς ρεύματος ἀέρος.

Τὸ μέγεθος τῆς ἀντιστάσεως, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἓν σῶμα κινούμενον ἐντὸς ἠρεμοῦντος ἀέρος (ἢ ὅταν ὁ ἀὴρ κινῆται ὡς πρὸς ἠρεμοῦν σῶμα), ὑπολογίζεται ἐκ τῆς σχέσεως:

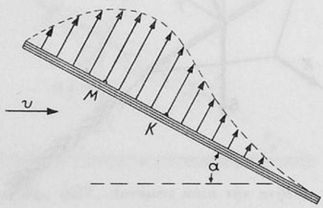
$$T = C_{\text{ἀντ}} \cdot S \cdot \frac{\varrho}{2} \cdot \upsilon^2$$

ὅπου, ρ εἶναι ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος, υ ἡ ταχύτης τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸν ἀέρα (ἢ τοῦ ἀέρος ὡς πρὸς τὸ σῶμα), S ἡ ἐπιφάνεια τῆς μεγίστης διατομῆς τοῦ σώματος, κατὰ διεύθυνσιν κάθετον πρὸς τὴν ροήν, ἡ ὁποία καλεῖται *μετωπικὴ ἐπιφάνεια*, καὶ $C_{\text{ἀντ}}$ ἀριθμητικὸς συντελεστὴς (ἄνευ διαστάσεων) καλούμενος *συντελεστὴς ἀντιστάσεως*, ὅστις ἐξαρτᾶται κυρίως ἐκ τῆς μορφῆς τοῦ ὀπισθίου τμήματος τῆς ἐπιφανείας τοῦ σώματος. Τὸ σχῆμα 320 δεικνύει, δι' ἀριθμῶν, τὸν συντελεστὴν ἀντιστάσεως διαφόρων σωμάτων ἐχόντων τὴν αὐτὴν μετωπικὴν ἐπιφάνειαν.



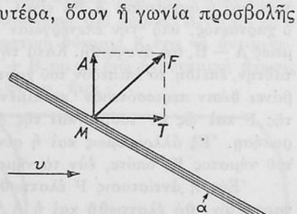
Σχ. 320. Συγκριτικὸς πίναξ συντελεστοῦ ἀντιστάσεως $C_{\text{ἀντ}}$ διαφόρου μὲν μορφῆς ἐπιφανειῶν, ἀλλὰ τῆς αὐτῆς μετωπικῆς ἐπιφανείας.

186. Γένεσις δυναμικῆς ἀνώσεως. Φαντασθῶμεν ἤδη ὅτι ἡ πλὰξ τοῦ σχήματος 316 δὲν διατίθεται καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἀνέμου, ἀλλὰ σχηματίζει γωνίαν α ἐν σχέσει πρὸς αὐτὴν (σχ. 321). Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης τῶν πιέσεων τῆς πλακὸς δὲν συμπίπτει πλέον πρὸς τὸ κέντρον βάρους Κ τῆς πλακός, ἀλλὰ μετατοπίζεται πρὸς τὰ ἄνω, εἰς Μ, ἡ δὲ μετατόπισις εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον ἡ γωνία προσβολῆς α γίνεται μικροτέρα. Τὰ ἀνωτέρω ἰσχύουν, ἐφ' ὅσον δὲν λαμβάνομεν ὑπ' ὄψιν τὴν τριβήν. Ἐφ' ὅσον ὅμως ὑφίσταται καὶ τριβή, ἡ συνισταμένη δὲν εἶναι ἀκριβῶς κάθετος ἐπὶ τὴν πλάκα, ἀλλὰ παρουσιάζει ἐλαφρὰν κλίσιν πρὸς τὰ κάτω.



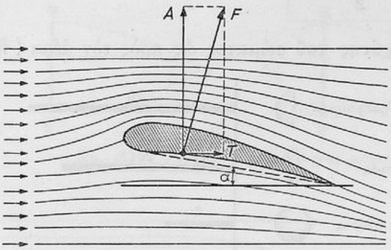
Σχ. 321. Διανομὴ πιέσεων ἐπὶ πλακὸς προσβαλλομένης ὑπὸ γωνίαν.

Ἡ *ἀεροδύναμις* F (σχ. 322) ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας, μίαν Α κάθετον ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς ροῆς καὶ τὴν Τ παράλληλον πρὸς αὐτήν. Ἡ πρώτη τῶν συνιστωσῶν, ἡ Α, καλεῖται ***δυναμικὴ ἄνωσις*** καὶ συντελεῖ εἰς τὴν στήριξιν τῆς πλακός, ἡ δὲ ἄλλη, ἡ Τ, τείνει νὰ κινήσῃ τὴν πλάκα



Σχ. 322. Ἀνάλυσις τῆς ἀεροδυνάμεως F εἰς συνιστώσας.

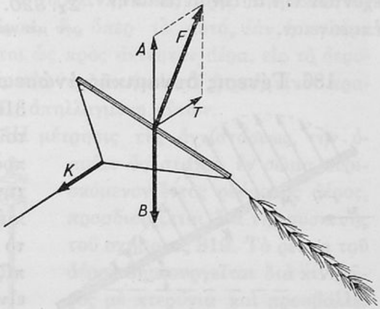
κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ροῆς καὶ ἑπομένως, ἵνα ἡ πλὰξ ἰσορροπῇ εἰς τὴν θέσιν ταύτην, πρέπει ἡ Τ νὰ ἐξουδετεροῦται ὑπὸ ἴσης καὶ ἀντιθέτου δυνάμεως, ὡς π.χ. συμβαίνει εἰς τὸν *χαρταετὸν* (βλ. κατωτέρω), ὅπου αὕτη ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς τάσεως τοῦ σχοινίου.



Σχ. 323. Ἀνάλυσις τῆς ἀεροδυνάμεως F ἐπὶ πτέρυγος εἰς τὰς συνιστώσας Α καὶ Τ.

Εἰς τὸ ἀεροπλάνον συμβαίνουν σχεδὸν ἐντελῶς τὰ αὐτὰ φαινόμενα, ὅπου πάλιν ἡ ἀεροδύναμις F δημιουργεῖται ἐπὶ τοῦ πτερυγιακοῦ συστήματος (σχ. 323), λόγῳ τοῦ σχετικοῦ ἀνέμου τὸν ὁποῖον δημιουργεῖ ἡ κίνησις τοῦ ἀεροπλάνου εἰς τὸν ἀέρα, προκαλουμένη ὑπὸ ἕλικος κινουμένης διὰ κινητῆρος. Ἡ ἀεροδύναμις F ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας, τὴν Α ἡ ὁποία ἀποτελεῖ τὴν *δυναμικὴν ἄνωσιν* (ἢ *ἄντωσιν*) ἐξουδετεροῦσαν τὸ βάρος τοῦ ἀεροπλάνου καὶ τὴν Τ ἡ ὁποία ἀποτελεῖ τὴν δυναμικὴν *ἀντίστασιν* (ἢ *ὀπισθέλκουσαν*) ἐξουδετερουμένην ὑπὸ τοῦ κινητῆρος.

187. Πτῆσις χαρταετοῦ εἰς τὸν ἀέρα. Κατὰ τὴν πτῆσιν χαρταετοῦ εἰς τὸν ἀέρα ἐξασκοῦνται ἐπ' αὐτοῦ τρεῖς δυνάμεις, ἤτοι α) ἡ ἀεροδύναμις F ἡ προκαλουμένη ὑπὸ τοῦ πνέοντος ἀνέμου, β) τὸ βάρος του Β καὶ γ) ἡ δύναμις Κ τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ νῆμα διὰ τοῦ ὁποίου συγκρατεῖται ὁ χαρταετὸς (σχ. 324). Εἰς τὸν χαρταετὸν προστίθεται καὶ ἡ οὐρά, ἡ ὁποία σκοπὸν ἔχει νὰ δημιουργῇ τὴν εὐστάθειαν αὐτοῦ εἰς τὸν ἀέρα.

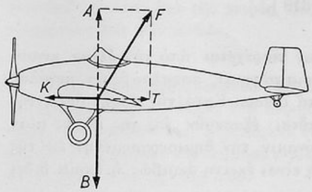


Σχ. 324. Δυνάμεις κατὰ τὴν πτῆσιν χαρταετοῦ.

Διὰ νὰ ἰσορροπῇ ὁ χαρταετός, πρέπει ἡ ἀεροδύναμις F νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν δύο ἄλλων δυνάμεων Β καὶ Κ, ἤτοι ἡ ἀεροδύναμις ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας τὴν Α καὶ Τ, ἐξ ὧν ἡ Α ἀντισταθμίζει τὸ βάρος, ἡ δὲ Τ ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τοῦ σχοινίου. Ὅταν ἡ τιμὴ τῆς ἀεροδυνάμεως εἶναι μεγάλη, ἤτοι ὅταν πνέῃ σφοδρὸς ἄνεμος ἢ ὁ κρατῶν τὸν χαρταετὸν τρέχῃ, τότε καὶ ἡ συνιστῶσα Α θὰ εἶναι μεγάλη καὶ ὁ χαρταετός, ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῆς δυνάμεως Α — Β, θὰ ἀνυψωθῇ. Κατὰ τὴν ἀνύψωσιν ταύτην, ἐπειδὴ τὸ ἐπίπεδον τοῦ χαρταετοῦ λαμβάνει θέσιν περισσότερον κεκλιμένην, ὡς πρὸς τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἀνέμου, θὰ ἐπέλθῃ ἐλάττωσις τῆς F καὶ ὡς ἐκ τούτου καὶ τῆς Α, μέχρις ὅτου αὕτη γίνῃ ἴση πρὸς τὴν Β, ὁπότε καὶ θὰ ἰσορροπήσῃ. Ἐξ ἄλλου ὅμως καὶ ἡ συνιστῶσα Τ θὰ γίνῃ μεγαλυτέρα, προκαλοῦσα μεγαλυτέραν τάσιν τοῦ νήματος Κ, ὁπότε, ἐὰν τὸ νῆμα δὲν εἶναι ἀρκετὰ ἀνθεκτικόν, δυνατὸν νὰ κοπῇ.

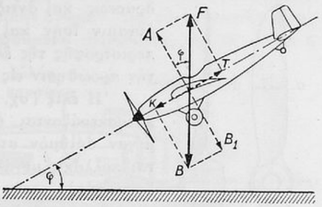
Ἐὰν ἡ ἀντίστασις F ἐλαττωθῇ, ὅταν δηλ. παύσῃ νὰ πνέῃ ἄνεμος ἢ ἀκινητῇ ὁ κρατῶν τὸν χαρταετόν, θὰ ἐλαττωθῇ καὶ ἡ Α, ὁπότε ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῆς δυνάμεως Β — Α ἡ ἐπιφάνεια τοῦ χαρταετοῦ θὰ ἀρχίσῃ νὰ κατέρχεται. Ἵνα δὲ σταματήσῃ ἡ πτῶσις καὶ ἀρχίσῃ πάλιν ἀνύψωσις, θὰ χρειασθῇ νὰ πνεύσῃ ἄνεμος ἢ ὁ κρατῶν τὸν χαρταετὸν νὰ τρέξῃ.

188. Δυνάμεις ἐπὶ ἀεροπλάνου. α) ***Ὁριζοντία πτῆσις.*** Ἐπὶ ἀεροπλάνου ἐκτελοῦντος ὁριζοντίαν πτῆσιν ἐξασκοῦνται συνολικῶς τρεῖς δυνάμεις (σχ. 325), ἤτοι 1) τὸ βάρος του Β, 2) ἡ προωστικὴ δύναμις Κ, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ὑπὸ τοῦ ἀέρος ἐπὶ τῆς στρεφομένης ἕλικος καὶ 3) ἡ ἀεροδύναμις F, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ὁ ἀὴρ ἐπὶ τῆς πτέρυγος. Τὴν ἀεροδύναμιν F ἀναλύομεν εἰς δύο συνιστώσας, τὴν δυναμικὴν ἄνωσιν Α (ἄντωσιν) καὶ τὴν ἀντίστασιν Τ (ὀπισθέλκουσαν), ὁπότε ἰσορροπία ὑφίσταται ὅταν $K = T$ καὶ $A = B$. Κατὰ τὴν ἰσοταχῆ πτῆσιν τοῦ ἀεροπλάνου αἱ τρεῖς δυνάμεις Β, Κ καὶ F εὑρίσκονται ἐν ἰσορροπίᾳ.



Σχ. 325. Δυνάμεις κατὰ τὴν ὁριζοντίαν πτῆσιν.

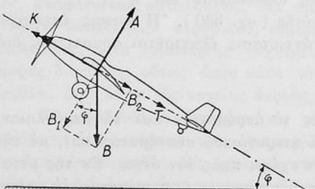
β) ***Πτῆσις ὀλισθήσεως.*** Αὕτη λαμβάνει χώραν ὅταν ὁ κινητὴρ δὲν λειτουργῇ (ἢ εἶναι ἀποσυνδεδεμένος), δηλ. λειτουργῇ ἐν κενῷ, ἐπὶ κεκλιμένης τροχιᾶς σχηματιζούσης γωνίαν φ μετὰ τῆς Γῆς, ἡ ὁποία καλεῖται *γωνία ὀλισθήσεως* (σχ. 326). Εἶναι δὲ $K = 0$.



Σχ. 326. Δυνάμεις κατὰ τὴν πτῆσιν ὀλισθήσεως.

Ὑπὸ τὴν κατάστασιν ταύτην ἐπενεργοῦν ἐπὶ τοῦ ἀεροπλάνου δύο μόνον δυνάμεις, ἤτοι 1) τὸ βάρος Β καὶ 2) ἡ ἀεροδύναμις F. Εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας τοῦ ἀεροπλάνου πρέπει $B = F$ καὶ ἡ ἀεροδύναμις πρέπει νὰ διευθύνεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω. Διὰ τὰς ἀντιθέτους δυνάμεις ἰσχύει $B_1 = A$ καὶ $K = T$. Ἐπειδὴ ἡ δυναμικὴ ἄνωσις Α διευθύνεται καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἀεροπλάνου, αἱ Α καὶ F σχηματίζουν γωνίαν φ ἴσην πρὸς τὴν γωνίαν ὀλισθήσεως. Αἱ συνθῆκαι ἰσορροπίας εἶναι:

$$T = B\ \text{ημ}\,\varphi \qquad A = B\ \text{συν}\,\varphi \qquad \text{εφ}\,\varphi = \frac{T}{A} = \varepsilon$$



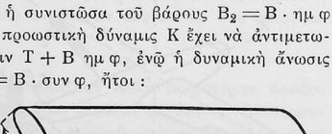
Σχ. 327. Δυνάμεις κατὰ τὴν πτῆσιν ἀνόδου.

ὅπου ε καλεῖται *ἀριθμὸς ὀλισθήσεως*. Ὅσον μικρότερον εἶναι τὸ ε, τόσον μικροτέρα εἶναι ἡ γωνία ὀλισθήσεως τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ σχηματίζῃ τὸ ἀεροπλάνον μετὰ τῆς ὁριζοντίας καὶ τόσον μεγαλύτερον δρόμον πρέπει νὰ διανύσῃ τὸ ἀεροπλάνον διὰ νὰ φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος. Ἐπὶ τῆς πτήσεως ὀλισθήσεως στηρίζεται ἡ ***ἀνεμοπορία*** (*ἀνεμόπτερα*), ἡ ὁποία χρησιμοποιεῖ ρεύματα ἀέρος ἐπικρατοῦντα εἰς ὡρισμένας περιοχάς.

γ) ***Πτῆσις ἀνόδου.*** Ὡς ἐμφαίνεται ἐκ τοῦ σχήματος 327 κατὰ τὴν πτῆσιν ἀνόδου εἰς τὴν ἀντίστασιν Τ προστίθεται καὶ ἡ συνιστῶσα τοῦ βάρους $B_2 = B \cdot \text{ημ}\,\varphi$ καὶ ἑπομένως ἡ προωστικὴ δύναμις Κ ἔχει νὰ ἀντιμετωπίσῃ τὴν δύναμιν $T + B\ \text{ημ}\,\varphi$, ἐνῷ ἡ δυναμικὴ ἄνωσις Α ἰσορροπεῖ τὴν ἑτέραν συνιστῶσαν τοῦ βάρους, τὴν $B_1 = B \cdot \text{συν}\,\varphi$, ἤτοι:

$$K = T + B \cdot \text{ημ}\,\varphi \qquad A = B \cdot \text{συν}\,\varphi$$

189. Πτέρυξ ἀεροπλάνου. Εἰς τὰς πτέρυγας ἀεροπλάνου δίδουν μορφὴν ὡς ἡ τοῦ σχήματος 328, εἰς τρόπον ὥστε ἐγκαρσία τομὴ αὐτῆς, δι' ἐπιπέδου παραλλήλου πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ροῆς, νὰ ἔχῃ τὴν ἐν τῷ σχήματι (ἀριστερὸν ἄκρον τοῦ σχεδίου) δεικνυμένην μορφήν. Ἡ ὡς ἄνω τομὴ καλεῖται εἰς τὴν Τεχνικὴν ***ἀεροτομή***. Ὡς ἐπιφάνεια τῆς πτέρυγος λαμβάνεται ἡ ἐπιφάνεια τῆς κατόψεως $S = \beta\gamma$.



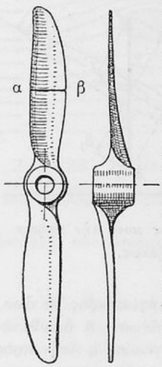
Σχ. 328. Μορφὴ πτέρυγος ἀεροπλάνου.

Ἡ ἀεροδυναμικὴ σπουδὴ πτέρυγος γίνεται εἰς εἰδικὰ ἐργαστήρια (ἀεροδυναμικὰς σήραγ-

13

γας), ὅπου παράγεται τεχνητὸν ρεῦμα ἀέρος καὶ ἐντὸς τοῦ ὁποίου τοποθετοῦνται ὁμοιώματα πτερύγων, τῇ βοηθείᾳ δὲ καταλλήλων δυναμομετρικῶν καὶ μανομετρικῶν διατάξεων σπουδάζονται αἱ ἀεροδυναμικαὶ ἰδιότητες τῆς θεωρουμένης πτέρυγος (βλ. σχ. 319).

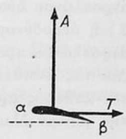
190. Ἕλιξ ἀεροπλάνου. Ἡ προώθησις εἰς τὸ ἀεροπλάνον παρέχεται ἀπὸ τὴν ***ἕλικα*** κινουμένην ἀπὸ τὸν κινητῆρα τοῦ ἀεροσκάφους. Ὅταν ἡ ἕλιξ περιστρέφεται, παραλαμβάνει μεγάλας μάζας ἀέρος, τὰς ὁποίας ἐπιταχύνει πρὸς τὰ ὀπίσω. Κατὰ τὴν ἀρχὴν ὅμως τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως καὶ αἱ μᾶζαι αὗται ἐξασκοῦν ἐπὶ τῆς ἕλικος μίαν δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν δύναμιν τὴν δημιουργουμένην ἐκ τῆς περιστροφῆς τῆς ἕλικος, ἡ δύναμις δὲ αὕτη εἶναι ἐκείνη ἀκριβῶς ἡ ὁποία δίδει τὴν προώθησιν εἰς τὸ ἀεροπλάνον.



Σχ. 329. Ἕλιξ ἀεροπλάνου.

Ἡ ἕλιξ (σχ. 329) ἀποτελεῖται συνήθως ἀπὸ 2 ἕως 4 πτερύγια, τὰ ὁποῖα κατασκευάζονται ἐκ ξύλου ἢ ἐξ ἐλαφροῦ μετάλλου. Ἐπειδὴ ἡ ἕλιξ ἐκτελεῖ μέγαν ἀριθμὸν στροφῶν (ἕως 2 000 κατὰ λεπτόν), τὸ πρόσθιον μέρος ὑφίσταται πολλάκις μεγάλην *κόπωσιν* καὶ ὡς ἐκ τούτου εἰς τὰς ἐκ ξύλου ἕλικας ὁπλίζουν αὐτὰς κατὰ τὰ ἄκρα των διὰ μετάλλου. Αἱ ἕλικες ἐκ μετάλλου κατασκευάζονται ἐξ ἐλαφρῶν κραμμάτων ἀργιλίου καὶ μαγνησίου.

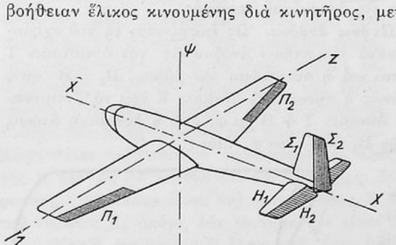
Ἓν φύλλον ἕλικος δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς μικρὸν τμῆμα ἐπιφανείας κοχλίου. Ἐὰν θεωρήσωμεν τὸ εὖρος αβ τοῦ φύλλου τούτου, τότε ἡ προσθία ἀκμὴ α κεῖται ὀλίγον ὑψηλότερον ἀπὸ τὴν ὀπισθίαν β καὶ ἡ γωνία ἀνυψώσεως αὐξάνεται ἐφ' ὅσον βαίνομεν πρὸς τὸν ἄξονα στηρίξεως.



Σχ. 330.

Ἡ τομὴ ἑνὸς πτερυγίου ἕλικος ἔχει ἐγκαρσίαν τομὴν αβ ὁμοίαν πρὸς πτέρυγα ἀεροπλάνου. Ὅπως δὲ εἰς μίαν πτέρυγα ἀεροπλάνου ἐμφανίζονται δύο δυνάμεις (βλ. σχ. 323), οὕτω ἐπενεργοῦν καὶ ἐπὶ τῆς ἕλικος δύο δυνάμεις, ἤτοι ἡ *ἄνωσις* A κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος υ τοῦ ἀεροπλάνου καὶ ἡ *ἀντίστασις* T ἀντίθετος πρὸς τὴν περιφερειακὴν ταχύτητα αὐτῆς (σχ. 330). Ἡ ἄνωσις ἐπενεργεῖ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος ὡς δύναμις ἕλξεως A. Ἡ ἀντίστασις ἐλαττοῦται σημαντικῶς διὰ καταλλήλου ἐκλογῆς τῆς τομῆς τῆς ἕλικος.

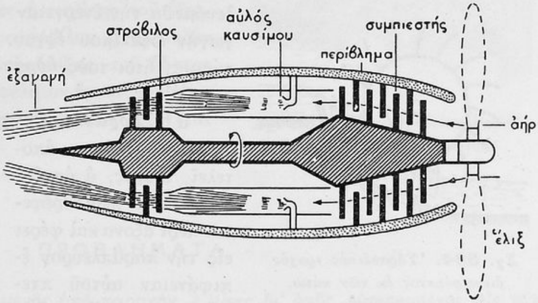
191. Ἀεροπλάνον. Τὸ ἀεροπλάνον, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὸ ἀερόστατον καὶ τὸ ἀερόπλοιον, εἶναι βαρύτερον τοῦ ἀέρος, στηρίζεται ὅμως ἐν αὐτῷ διὰ πτερυγιακοῦ συστήματος καί, μὲ τὴν βοήθειαν ἕλικος κινουμένης διὰ κινητῆρος, μετατοπίζεται ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἀέρα. Ἐκ τῆς μετατοπίσεως τοῦ πτερυγιακοῦ συστήματος ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἀέρα δημιουργεῖται τεχνητὸς ἄνεμος (σχετικὸς ἄνεμος), ἢ ἄλλως ροή, λόγῳ τοῦ ὁποίου ἀναπτύσσεται ἐπὶ τοῦ πτερυγιακοῦ συστήματος ἡ ἀεροδύναμις, ἥτις στηρίζει τὸ ἀεροπλάνον εἰς τὸν ἀέρα. Ἐν γενικαῖς γραμμαῖς, τὸ ἀεροπλάνον (σχ. 331) ἀποτελεῖται ἐκ τῶν ἀκολούθων μερῶν : 1) Ἐκ τῆς ἀτράκτου, 2) ἐκ τῶν πτερύγων στηρίξεως, 3) ἐκ τοῦ συστήματος διευθύνσεως, 4) ἐκ τοῦ συστήματος προσγειώσεως καὶ 5) ἐκ τοῦ κινητηρίου συστήματος, ἀποτελουμένου ἐκ τοῦ κινητῆρος καὶ τῆς ἕλικος. Τὸ σύστημα διευθύνσεως τοῦ ἀεροπλάνου ἀποτελεῖται ἐκ τοῦ πηδαλίου H_2, τὸ ὁποῖον ἐπιτρέπει τὴν περιστροφὴν τοῦ ἀεροπλάνου περὶ τὸν ἄξονα ZZ, ἐκ τοῦ πηδαλίου Σ_2, τὸ ὁποῖον ἐπιτρέπει περιστροφὴν τοῦ ἀεροπλάνου περὶ τὸν ἄξονα ΨΨ καὶ τῶν πηδαλίων Π_1 καὶ Π_2, τὰ ὁποῖα ἐπιτρέπουν τὴν περιστροφὴν τοῦ ἀεροπλάνου περὶ τὸν ἄξονα XX. Αἱ σταθεραὶ ἐπιφάνειαι Σ_1 καὶ H_1 τῶν πηδαλίων χρησιμεύουν διὰ τὴν εὐστάθειαν τοῦ ἀεροπλάνου, διότι συντελοῦν



Σχ. 331. Πηδάλια ἀεροπλάνου.

εἰς ἀπόσβεσιν τῶν ἐκτροπῶν τῶν προκαλουμένων ἐκ τῆς κινήσεως τῶν πηδαλίων. Ἡ κίνησις τῶν πηδαλίων H_2, ὡς καὶ τοῦ Π_2, πρὸς τὰ ἄνω καὶ κάτω, ἐπιτυγχάνεται μέσῳ μοχλοῦ, τοῦ ὁποίου ὁ χειρισμὸς γίνεται διὰ τῆς χειρός, ἐνῷ ἡ κίνησις τοῦ πηδαλίου Σ_2, πρὸς τὰ δεξιὰ ἢ ἀριστερά, ἐπιτυγχάνεται διὰ τῶν ποδῶν.

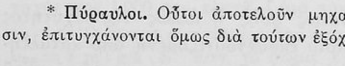
192. **Ἀεριοπρωθούμενα ἀεροπλάνα.** Εἰς τὰ σύγχρονα ἀεροπλάνα ἡ προωστικὴ κίνησις προέρχεται ἀπὸ τὴν ἕλικα τοῦ ἀεροπλάνου, ἡ ὁποία, περιστρεφομένη ἐντὸς τοῦ ἀέρος διὰ τοῦ κινητῆρος τοῦ ἀεροπλάνου, δημιουργεῖ τὴν ἀπαιτουμένην προωστικὴν δύναμιν. Διὰ τὴν ἀνάπτυξιν ὅμως μεγάλων ταχυτήτων ἐπενοήθησαν τελευταίως τὰ ***ἀεριοπρωθούμενα*** ἀεροπλάνα, εἰς τὰ ὁποῖα ἡ κινητήριος δύναμις δημιουργεῖται κατὰ τὸν ἀκόλουθον τρόπον. Ἡ μηχανὴ δεικνύεται ἐν τομῇ εἰς τὸ σχῆμα 332, ὅπου ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ εἰσχωρεῖ εἰς τὸν χῶρον τὸν περικλειόμενον ὑπὸ τοῦ περιβλήματος αὐτῆς καί, συμπιεζόμενος καταλλήλως ὑπὸ φυγοκεντρικοῦ συμπιεστοῦ, εἰσχωρεῖ ἐντὸς τοῦ θαλάμου καύσεως, ὅπου ἀναμιγνύεται μετὰ τοῦ καυσίμου (βενζίνης, πετρελαίου), τὸ ὁποῖον εἰσάγεται ἐκ τοῦ στομίου καταλλήλου αὐλοῦ. Τὸ καύσιμον, ἀναμιγνυόμενον μετὰ τοῦ ἀέρος, ἀναφλέγεται καταλλήλως, ὅτε τὰ ἐκ τῆς καύσεως ἀέρια ἀποτονούμενα ταχέως θέτουν εἰς κίνησιν κατάλληλον στρόβιλον, εὑρισκόμενον εἰς τὸ ὀπίσθιον μέρος τῆς μηχανῆς, καὶ ἐκρέουν ἀκολούθως, μετὰ σημαντικῆς ταχύτητος, πρὸς τὴν ἀτμόσφαιραν ἐκ καταλλήλου αὐλοῦ ἐξαγωγῆς μικρᾶς διατομῆς, οὕτως ὥστε κατὰ τὸν νόμον τῆς συνεχείας (βλ. § 180) ἡ ταχύτης νὰ γίνεται μεγάλη, ὅτε, λόγῳ τῆς ταχείας ἐκροῆς, δημιουργεῖται ἐπὶ τοῦ σώματος προωστικὴ δύναμις.



Σχ. 332. Κινητὴρ ἀεριοπρωθουμένου ἀεροπλάνου.

Ὁ στρόβιλος, ὁ ὑπάρχων εἰς τὸ ὀπίσθιον μέρος τῆς μηχανῆς, χρησιμεύει κυρίως διὰ τὴν μετάδοσιν τῆς κινήσεως πρὸς λειτουργίαν τοῦ συμπιεστοῦ καὶ διὰ τὰς ἀντλίας καυσίμου καὶ ἄλλων βοηθητικῶν μηχανῶν. Εἰς μερικοὺς τύπους ἀεροπλάνων χρησιμοποιεῖται συγχρόνως καὶ ἕλιξ, εἰκονιζομένη δι᾿ ἐστιγμένης γραμμῆς, ἡ ὁποία λειτουργεῖ ὡς βοηθητικὴ διάταξις, μέχρις ὅτου τὸ ἀεροπλάνον ἀναπτύξῃ ἀρκετὴν ταχύτητα, ὁπότε αὕτη τίθεται ἐκτὸς λειτουργίας (πτεροῦται), ὅλη δὲ ἡ προωστικὴ δύναμις παρέχεται τότε ἀπὸ τὴν ἐκροὴν τῶν ἀποτονουμένων ἀερίων ἐκ τοῦ ὀπισθίου αὐλοῦ.

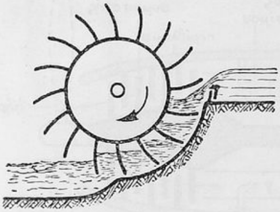
* **Πύραυλοι.** Οὗτοι ἀποτελοῦν μηχανάς, αἱ ὁποῖαι παρουσιάζουν πολὺ μικροτέραν ἀπόδοσιν, ἐπιτυγχάνονται ὅμως διὰ τούτων ἐξόχως μεγάλη ἰσχὺς καὶ λίαν μεγάλαι ταχύτητες. Οἱ πύραυλοι διαφέρουν τῶν ἀεριοπρωθουμένων ἀεροπλάνων, αἱ μηχαναὶ τῶν ὁποίων ἀπαιτοῦν μεγάλας ποσότητας ἀέρος διὰ τὴν λειτουργίαν καὶ ὡς ἐκ τούτου εἶναι προωρισμέναι νὰ λειτουργοῦν εἰς σχετικῶς μικρὰ ὕψη. Τουναντίον, εἰς τὰς μηχανὰς τύπου *πυραύλου* τὸ ἀπαιτούμενον ὀξυγόνον δὲν προσλαμβάνεται ἐκ τοῦ ἀέρος, ἀλλὰ ἐγκλείεται εἰς τὴν μηχανήν, ὁμοῦ μετὰ τοῦ καυσίμου, καὶ ὡς ἐκ τούτου αὗται δύνανται νὰ λειτουργοῦν καὶ ἔξω τῆς γηΐνης ἀτμοσφαίρας, ἤτοι καὶ εἰς διαπλανητικὰ διαστήματα ἀκόμη. Ἐπειδὴ ἡ μηχανὴ πρέπει νὰ ἐγκλείῃ εἰς ἑαυτὴν τόσον τὴν καύσιμον ὕλην, ὡς καὶ τὸ ὀξυγόνον ἢ τὴν ὀξυγονοῦχον οὐσίαν, ἀεροπλάνα ἐφωδιασμένα διὰ τοιού-



Σχ. 333. Προωστικὴ μηχανὴ πυραύλου.

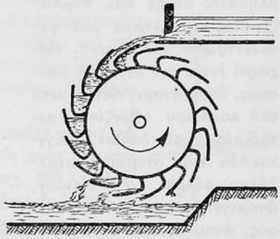
των μηχανῶν ἔχουν ἐπὶ τοῦ παρόντος μικρὰν ἀκτῖνα δράσεως. Εἰς τὸ σχῆμα 333 δεικνύεται τομὴ μηχανῆς τύπου πυραύλου, ἡ ὁποία φέρει εἰς τὸ ἐμπρόσθιον μέρος δύο διακεκριμένα διαμερίσματα, ἓν διὰ τὸ καύσιμον καὶ ἕτερον διὰ τὴν ὀξυγονοῦχον οὐσίαν. Ἐκ τῶν διαμερισμάτων τούτων, διὰ καταλλήλων αὐλῶν, εἰσάγονται εἰς τὸν θάλαμον καύσεως τὸ καύσιμον μετὰ τοῦ ὀξυγόνου, κατόπιν δὲ καταλλήλως ἀναφλεγόμενα παρέχουν τὰ ἀέρια καύσεως ὑπὸ ὑψηλὴν πίεσιν, τὰ ὁποῖα ἀκολούθως ἀποτονοῦνται ταχέως δι᾽ ἐκροῆς αὐτῶν ὑπὸ μεγάλην ταχύτητα, οὕτω δὲ δημιουργεῖται πάλιν ἡ προωστικὴ δύναμις.

193. Ὑδραυλικαὶ μηχαναί. Οὕτω καλοῦμεν μηχανάς, διὰ τῶν ὁποίων ἐκμεταλλευόμεθα τὴν ἐνέργειαν τοῦ ῥέοντος ὕδατος πρὸς παραγωγὴν ὠφελίμου ἔργου. Αὗται διακρίνονται εἰς δύο τύπους, ἤτοι τοὺς *ὑδραυλικοὺς τροχοὺς* καὶ τοὺς *ὑδροστροβίλους*.



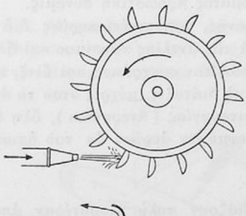
Σχ. 334. Ὑδραυλικὸς τροχὸς διεγειρόμενος ἐκ τῶν κάτω.

α) ***Ὑδραυλικοὶ τροχοί.*** Τὸ κύριον μέρος τῶν μηχανῶν τούτων ἀποτελεῖ τροχός, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ περιστρέφεται περὶ ἄξονα καὶ φέρει εἰς τὴν παράπλευρον ἐπιφάνειαν αὐτοῦ πτερύγια καταλλήλως διεσκευασμένα, ὡς δεικνύεται εἰς τὰ σχήματα 334 καὶ 335. Ὁ τροχὸς διεγείρεται εἴτε ἐκ τῶν κάτω εἴτε ἐκ τῶν ἄνω. Οὕτω, ἐὰν ἔχωμεν ὑδρόπτωσιν, ἡ ὁποία θὰ παρέχῃ 15 kgr* ὕδατος κατὰ δευτερόλεπτον ἐξ ὕψους 5 m, τότε ἡ διατιθεμένη ἐνέργεια θὰ εἶναι $15 \cdot 5 = 75$ kgr*m/sec, ἤτοι 1 ἵππος. Ἐκ τῆς ἐνεργείας ὅμως ταύτης μέρος μόνον δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ ὠφελίμως λόγῳ ἀναποφεύκτων ἀπωλειῶν. Οἱ ὑδραυλικοὶ τροχοὶ ἔχουν ἀπόδοσιν 40 - 60 %.



Σχ. 335. Ὑδραυλικὸς τροχὸς διεγειρόμενος ἐκ τῶν ἄνω.

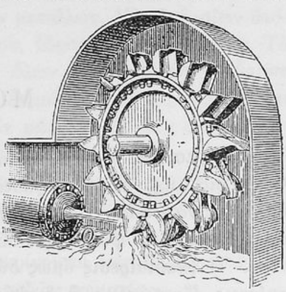
β) ***Ὑδροστρόβιλοι.*** Οὗτοι ἀποτελοῦν μηχανάς, διὰ τῶν ὁποίων, τῇ βοηθείᾳ πτερυγίων προσηρμοσμένων κατὰ τὴν περιφέρειαν δίσκου στρεπτοῦ περὶ ἄξονα, διερχομένου διὰ τοῦ κέντρου αὐτοῦ, προκαλοῦν μεταβολὴν τῆς διευθύνσεως ῥοῆς ἢ ἄλλως τῆς ταχύτητος ὑγρᾶς φλεβός, ἡ ὁποία ἐκσφενδονιζομένη ἀπὸ καταλλήλου αὐλοῦ προσκρούει ἐπὶ τῶν πτερυγίων τοῦ κινητοῦ δίσκου τοῦ ὑδροστροβίλου. Ἐκ τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος ῥοῆς προκύπτει μεταβολὴ τῆς ὁρμῆς τῆς μάζης τοῦ ὕδατος, ἡ ὁποία προσκρούει ἐπὶ τοῦ κινητοῦ δίσκου, οὕτω δὲ δημιουργεῖται δύναμις θέτουσα εἰς κίνησιν τὸν δίσκον ἢ τροχὸν τοῦ ὑδροστροβίλου.



(α)

Σχ. 336. Ὑδροστρόβιλος. Φαίνεται ὁ τροχὸς μετὰ τῶν πτερυγίων καὶ ὁ αὐλός. Ἀριστερὰ κάτω (α) δεικνύεται τὸ σχῆμα ἑνὸς πτερυγίου (ἐν τομῇ), ὁ αὐλὸς καὶ ἡ διεύθυνσις κινήσεως τῶν μορίων τοῦ ὕδατος.

Εἰς τοὺς ὑδροστροβίλους ἀνήκει καὶ ὁ *τροχὸς τοῦ Pelton* (Πέλτον) (σχ. 336 καὶ 337), ὁ ὁποῖος χρησιμοποιεῖται, ὅταν ἡ παροχὴ τοῦ ὕδατος εἶναι μικρά, ἀλλ' ἡ πίεσις εἶναι μεγάλη. Συνήθως τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον εἶναι ἀποταμιευμένον ἐπὶ ὑψηλῶν τόπων, φέρεται πρὸς τὰ κάτω μὲ τὴν βοήθειαν σωλήνων χαλυβδίνων καὶ ἀκολούθως ἀφήνεται νὰ προσβάλῃ μὲ μεγάλην ταχύτητα τὰ εἰδικῶς διεσκευασμένα πτερύγια τοῦ τροχοῦ. Συνήθως ἡ ταχύτης τοῦ ὕδατος ἀνέρχεται εἰς 150 m/sec. Ἐὰν διὰ $υ$ καλέσωμεν τὴν ταχύτητα ῥοῆς τῆς ὑγρᾶς φλεβὸς καὶ διὰ $υ'$ τὴν ταχύτητα τῶν πτερυγίων καὶ ἐὰν ὑποτεθῇ ὅτι $υ' = υ/2$, τότε ἡ ταχύτης τοῦ ἐξερχομένου ὕδατος ἀπὸ τοῦ ὑδροστροβίλου εἶναι μηδὲν καὶ ὅλη ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῆς μάζης τοῦ ὕδατος τῆς φλεβὸς μετατρέπεται εἰς ὠφέλιμον ἔργον. Πρακτικῶς ὅμως ἡ ἀπόδοσις τῶν ὑδροστροβίλων ἀνέρχεται εἰς 70% μέχρις 90%.



Σχ. 337. Ὑδροστρόβιλος Pelton διὰ μεγάλας πιέσεις ὕδατος.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ὕδωρ ἐκρέει ἀπὸ δεξαμενῆς ὑπὸ παροχὴν 2 lt/sec δι' ὀπῆς εὑρισκομένης εἰς τὸν πυθμένα τῆς δεξαμενῆς, τῆς ὁποίας τὸ βάθος εἶναι 360 cm. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ νέα παροχή, ὅταν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος ἀσκῆται πρόσθετος πίεσις 8 kgr*/cm^2.

2. Σωλὴν διοχετεύσεως ἀεριόφωτος ἔχει εἰς τὴν ἀρχήν του διάμετρον 10 mm καὶ ἀκολούθως ὁ σωλὴν ἀποστενοῦται, ὥστε ἡ διάμετρος αὐτοῦ νὰ γίνῃ 5 mm. Ἐκ τοῦ στενοῦ σωλῆνος τὸ φωταέριον ἐκρέει ὑπὸ ταχύτητα 25,1 m/sec. Ζητοῦνται α) πόση ἡ ταχύτης τοῦ φωταερίου εἰς τὸν εὐρὺν σωλῆνα, β) πόση ἡ παροχὴ φωταερίου ἀπὸ τὸν στενὸν σωλῆνα εἰς cm^3/sec καὶ γ) εἰς πόσον χρόνον ἐκρέει διὰ τοῦ σωλῆνος 1 m^3 φωταέριον.

3. Κατακόρυφον κυλινδρικὸν δοχεῖον διαμέτρου 8 cm περιέχει ὕδωρ, τοῦ ὁποίου ἡ στάθμη διατηρεῖται 46 cm ὑπὲρ τὴν ὀπὴν ἐκροῆς, ἡ ὁποία ἔχει τομὴν 1,48 cm^2. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης ἐκροῆς τοῦ ὕδατος.

4. Κυλινδρικὸν δοχεῖον περιέχει ὕδωρ μέχρις ὕψους 40 cm. Πόση ἡ ταχύτης ἐκροῆς τοῦ ὕδατος ἀπὸ ὀπῆς εὑρισκομένης εἰς ἀπόστασιν 10 cm ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας. Εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου συναντᾷ ἡ ὑγρὰ φλὲψ τὸ ἔδαφος.

5. Νὰ καθορισθῇ ἡ δύναμις ἡ ἐπενεργοῦσα ἐπὶ κυκλικοῦ δίσκου ἐπιφανείας 16 cm^2, ὅταν οὗτος προσβάλλεται καθέτως ὑπὸ ρεύματος ἀέρος πυκνότητος 0,001 25 gr/cm^3 καὶ ταχύτητος 1 000 cm · sec^{-1}. (Διὰ τὸν δίσκον εἶναι $C_{ἀντ} = 1{,}2$.)

6. Ὁ τύπος ὁ παρέχων τὴν ὁρικὴν ταχύτητα σώματος πίπτοντος εἰς τὸν ἀέρα εἶναι $υ_{ορ} = \sqrt{m \cdot g / k \cdot S}$. Ἐὰν τὸ σῶμα ἔχῃ σχῆμα σφαίρας ἀκτῖνος r καὶ ἡ πυκνότης αὐτοῦ εἶναι ρ, ποίαν μορφὴν λαμβάνει ὁ ἀνωτέρω τύπος. Τί συμπέρασμα συνάγεται.

7. Νὰ καθορισθῇ ὁ λόγος τῶν ὁρικῶν ταχυτήτων δύο σφαιρῶν ἐκ ξύλου δρυὸς πυκνότητος 0,7 gr/cm^3 καὶ ἐκ μολύβδου πυκνότητος 11,3 gr/cm^3 τῆς αὐτῆς διαμέτρου, ὅταν πίπτουν ἐντὸς ἀέρος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΓ'

ΜΟΡΙΑΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

194. Μόρια καὶ ἄτομα. Ἕκαστον σῶμα δύναται νὰ ὑποδιαιρεθῇ εἰς μικρότερα μέρη. Οὕτω διὰ μηχανικῶν ἐπιδράσεων, ὡς διὰ τμήσεως, κονιοποιήσεως κλπ., δύναται ἡ ὑποδιαίρεσις νὰ φθάσῃ εἰς πολὺ μικρὸν ὅριον. Δυνάμεθα π.χ. δι' ἐλάσεως ἢ ἑλκυσμοῦ νὰ παρασκευάσωμεν φύλλα χρυσοῦ ἢ σύρματα λευκοχρύσου πάχους 0,1 mm ἕως 0,000 01 mm. Ἡ ὑποδιαίρεσις ὅμως δύναται νὰ προχωρήσῃ ἀκόμη περισσότερον, π.χ. διὰ ἐξατμίσεως, ἐξαερώσεως ἢ διαλύσεως οὐσίας τινός. Οὕτω ἐλαχίστη ποσότης φουξίνης ἢ φθοριζίνης δύναται νὰ χρωματίσῃ αἰσθητῶς μεγάλας ποσότητας ὕδατος. Ὁμοίως ἡ φλὸξ φωταερίου τοῦ λύχνου Bunsen (βλ. σχ. 312) δύναται νὰ χρωματισθῇ κιτρίνη διὰ ποσότητος $0{,}3 \cdot 10^{-9}$ gr νατρίου. Ἐπίσης ἐλαχίστη ποσότης ἀρωματικῶν οὐσιῶν, ὡς π.χ. μόσχου, δεικνύει διὰ διαχύσεως τῆς ὀσμῆς των εἰς μεγάλους χώρους τὸν λεπτὸν διαμερισμὸν αὐτῶν ἐντὸς τοῦ ἀέρος.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω θὰ ἠδύνατο νὰ συμπεράνῃ τις, ὅτι ἡ διαιρετότης τῆς ὕλης δὲν ἔχει ὅριον. Ἐν τούτοις ἄλλα φυσικὰ δεδομένα καὶ ἰδίως χημικὰ ἄγουν εἰς τὴν παραδοχήν, ὅτι ἡ διαιρετότης τῆς ὕλης ἔχει ὅριον. Λεπτομερὴς ἔρευνα κατέδειξε, ὅτι ὅλαι αἱ οὐσίαι ἀποτελοῦνται ἐκ λίαν μικρῶν τεμαχιδίων, καλουμένων ***μορίων***, τὰ ὁποῖα ὅμως δὲν εἶναι δυνατὸν διὰ μηχανικῶν μέσων, ὡς π.χ. διὰ τμήσεως, κονιοποιήσεως, ὡς καὶ διὰ διαλύσεως ἢ ἐξαερώσεως, νὰ ὑποδιαιρεθοῦν εἰς ἄλλα μικρότερα. Ὅλα τὰ μόρια μιᾶς ὁμογενοῦς οὐσίας εἶναι μεταξύ των ὅμοια, ἐνῷ τὰ μόρια διαφορετικῶν οὐσιῶν διακρίνονται ἐκ τοῦ μεγέθους τῆς μάζης αὐτῶν ὡς καὶ ἐξ ἄλλων ἰδιοτήτων.

Τὰ μόρια εἶναι τόσον μικρά, ὥστε καὶ μὲ τὰ τελειότερα ὀπτικὰ μικροσκόπια δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ γίνουν ἀντιληπτά. Ἐκ διαφόρων ἐρευνῶν κατεδείχθη ὅτι ἡ διάμετρος τοῦ μορίου, ἐὰν φαντασθῶμεν ταῦτα ὡς ἔχοντα σχῆμα σφαιρικόν, εἶναι 1 μιλλιμικρὸν ($1\ m\mu = 10^{-7}$ cm) καὶ ἀκόμη μικρότερα. Αἱ μᾶζαι τῶν μορίων διαφόρων οὐσιῶν εἶναι διαφορετικαί. Οὕτω τὸ ἐλαφρότερον τῶν μορίων, τὸ τοῦ ὑδρογόνου, ἔχει μᾶζαν μόλις $3{,}3 \cdot 10^{-24}$ gr. Ἀντιστρόφως ὁ ἀριθμὸς τῶν μορίων τῶν περιεχομένων εἰς 1 cm^3 εἶναι πολὺ μεγάλος. Οὕτω εἰς 1 cm^3 ἀερίου ὑπὸ θερμοκρασίαν 0^0 C καὶ πίεσιν 760 Torr ὑφίστανται $28 \cdot 10^{18}$ μόρια.

Τὰ μόρια δὲν ἐφάπτονται τελείως, ἀλλὰ διαχωρίζονται ἐντὸς τῶν σωμάτων ὑπὸ διακένων, εἰς τὰ ἀέρια δὲ ἰδίως αἱ ἀποστάσεις τῶν μορίων ἔχουν τὴν μεγαλυτέραν τιμήν. Διὰ μεταβολῆς τοῦ ὄγκου σώματος (π.χ. διὰ μεταβολῆς τῆς πιέσεως ἢ τῆς θερμοκρασίας) μεταβάλλεται μόνον ὁ χῶρος τῶν διακένων, ἐνῷ τὰ μόρια παραμένουν ἀμετάβλητα.

Ἡ συστηματικὴ ἔρευνα τῆς ὕλης, γενομένη ἀρχικῶς διὰ τῶν μεθόδων τῆς Χημείας, κατέδειξεν ὅτι τὰ πλεῖστα τῶν μορίων ἀποτελοῦνται ἀπὸ ἀκόμη μικρότερα τεμαχίδια, τὰ ὁποῖα καλοῦνται ***ἄτομα.***

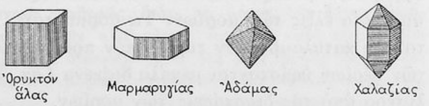
Αἱ οὐσίαι εἰς τὰς ὁποίας τὰ μόρια ἀποτελοῦνται ἐξ ἑνὸς ἢ περισσοτέρων ὁμοίων ἀτόμων καλοῦνται ***στοιχεῖα.*** Μέχρι πρὸ ὀλίγων ἐτῶν ὁ γνωστὸς ἀριθμὸς στοιχείων ἦτο 92. Σήμερον ὅμως ὁ ἀριθμὸς αὐτῶν ηὐξήθη σημαντικῶς καὶ ἐξακολουθεῖ νὰ αὐξάνεται, εἰς τρόπον ὥστε νὰ μὴ εἶναι δυνατὸν νὰ καθορισθῇ ὡρισμένος ἀριθμὸς στοιχείων.

Εἰς ὡρισμένα στοιχεῖα τὸ μόριον ἀποτελεῖται ἐξ ἑνὸς ἀτόμου, ὡς π.χ. εἰς τὰ εὐγενῆ ἀέρια (ἀργόν, ἥλιον, νέον κλπ.) καὶ εἰς τοὺς ἀτμοὺς τῶν μετάλλων. Ἐκ 2 ὁμοίων ἀτόμων ἀποτελοῦνται τὰ μόρια τῶν ἀερίων ὀξυγόνου, ἀζώτου, ὑδρογόνου καὶ χλωρίου. Τὸ μόριον τοῦ ὄζοντος ἀποτελεῖται ἐκ 3 ἀτόμων. Τὰ μόρια ὅλων τῶν *χημικῶν ἑνώσεων* ἀποτελοῦνται ἀπὸ περισσότερα τοῦ ἑνὸς ἄτομα. Οὕτω, ἓν μόριον ὕδατος ἀποτελεῖται ἐκ δύο ἀτόμων ὑδρογόνου καὶ ἑνὸς ἀτόμου ὀξυγόνου. Ἓν μόριον ἀλκοόλης ἀποτελεῖται ἀπὸ 6 ἄτομα ὑδρογόνου, 2 ἄτομα ἄνθρακος καὶ 1 ἄτομον ὀξυγόνου.

Νεώτεραι ἔρευναι κατέδειξαν, ὅτι τὸ ὑλικὸν ἄτομον δὲν ἀποτελεῖ τὸ τελευταῖον ὅριον διαιρετότητος τῆς ὕλης, ἀλλ' ὅτι καὶ τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ ἀκόμη μικρότερα σωμάτια (τὰ ὁποῖα καλοῦνται ***ἠλεκτρόνια, πρωτόνια, νετρόνια***), εἶναι δὲ δι' ὅλα τὰ ἄτομα τὰ ἴδια. Τὰ διάφορα σώματα εἰς τὴν φύσιν διακρίνονται μεταξύ των διὰ τοῦ ἀριθμοῦ καὶ τῆς διατάξεως τῶν διαφόρων τούτων θεμελιωδῶν σωματίων.

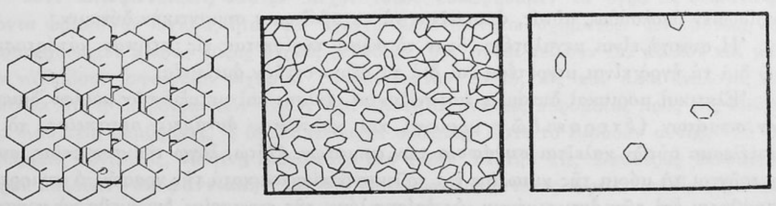
Τὰς μεταξὺ τῶν μορίων τῶν σωμάτων ἀσκουμένας δυνάμεις καλοῦμεν μοριακὰς δυνάμεις, ἡ σπουδὴ δὲ τῶν δυνάμεων τούτων καὶ τῶν ἀποτελεσμάτων αὐτῶν ἀποτελεῖ τὸ ἀντικείμενον περὶ τὸ ὁποῖον ἀσχολεῖται ἡ ***Μοριακὴ Φυσική***.

195*. Περὶ τῆς ὑφῆς τῶν σωμάτων. α) ***Στερεὰ σώματα.*** Αἱ μοριακαὶ δυνάμεις εἶναι ἐκεῖναι, αἱ ὁποῖαι εἰς πολλὰ σώματα ἐπιβάλλουν, ὥστε τὰ μόρια καὶ τὰ ἄτομα αὐτῶν εἰς στερεὰν κατάστασιν νὰ εὑρίσκωνται εἰς ὡρισμένας ἀποστάσεις καὶ νὰ διατάσσωνται ὑπὸ ὡρισμένας γωνίας. Τοιουτοτρόπως τὸ σῶμα λαμβάνει ἓν κανονικὸν σχῆμα καὶ λέγομεν ὅτι ἀποτελεῖ ***κρύσταλλον*** (σχ. 338). Ἀπὸ πολλῶν ἐτῶν ἔχει διατυπωθῆ ἡ γνώμη, ὅτι οἱ κρύσταλλοι ἀποτελοῦνται ἐκ στοιχειωδῶν σωματίων, τὰ ὁποῖα διατίθενται εἰς εὐθείας σειρὰς καὶ ἐπίπεδα στρώματα. Ἡ ὡς ἄνω ἀντίληψις ἐπεβεβαιώθη βραδύτερον καὶ μάλιστα κατεδείχθη, ὅτι τὰ σωμάτια τὰ ἀποτελοῦντα τοὺς κρυστάλλους εἶναι εἴτε μόρια, εἴτε ἄτομα, εἴτε ἰόντα.



Σχ. 338. Κρύσταλλοι διαφόρων σωμάτων.

Τὸ σχῆμα 339, Ι δεικνύει τὴν ἐσωτερικὴν δομὴν ἑνὸς κρυστάλλου συμφώνως πρὸς



Σχ. 339. Διάταξις τῶν μορίων (Ι) εἰς τὰ στερεά, (ΙΙ) εἰς τὰ ὑγρὰ καὶ (ΙΙΙ) εἰς τὰ ἀέρια σώματα.

τὰς νεωτέρας ἀντιλήψεις. Ὅλα τὰ μόρια διατίθενται ὁμοιομόρφως εἰς εὐθυγράμμους σειρὰς καὶ εἰς ἑκάστην σειρὰν ἐπαναλαμβάνονται αἱ αὐταὶ ἀποστάσεις. Ἕν τοιοῦτον συγκρότημα λέγομεν ὅτι ἀποτελεῖ ***φράγμα χώρου.*** Ἡ κανονικότης αὕτη δύναται νὰ δειχθῇ μὲ τὴν βοήθειαν τῶν *ἀκτίνων Röntgen (Ραίντγκεν).*

Σπανίως ὁλόκληρον τὸ σῶμα ἀποτελεῖται ἀπὸ ἕνα ἑνιαῖον κρύσταλλον, ἤτοι εἶναι *μονοκρυσταλλικόν,* ἀλλὰ ἀποτελεῖται, ὡς ἐπὶ τὸ πολύ, ἀπὸ πολὺ μικροτέρους κρυστάλλους, διαφόρου προσανατολισμοῦ, τὴν δὲ τοιαύτην ὑφὴν καλοῦμεν *μικροκρυσταλλικήν.* Οὐσίαι ἄνευ κρυσταλλικῆς ὑφῆς, εἰς τὰς ὁποίας δηλ. τὰ στοιχειώδη σωμάτια δὲν εἶναι κανονικῶς διατεταγμένα, ὡς π.χ. ἡ ὕαλος, τὸ βουλοκέρι κλπ., καλοῦνται *ἄμορφοι.*

β) ***Ὑγρά.*** Ὅταν κρυσταλλικὸν σῶμα τήκεται, ἀπορροφᾷ ἐνέργειαν, διότι πράγματι διὰ νὰ τακῇ τὸ σῶμα πρέπει νὰ προσδώσωμεν εἰς αὐτὸ ἔξωθεν θερμότητα. Τὸ ποσὸν τοῦτο τῆς ἐνεργείας καταναλίσκεται διὰ τὴν ἐξουδετέρωσιν τοῦ μεταξὺ τῶν μορίων ὑφισταμένου στερεοῦ συνδέσμου. Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου ἡ τάξις ἡ ὑπάρχουσα μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ σώματος ἐν στερεᾷ καταστάσει καταστρέφεται τελείως, ὁπότε παύει ἡ κατὰ κανονικὰς σειρὰς διάταξις τῶν μορίων καὶ ἡ κανονικότης τῶν ἀποστάσεων μεταξὺ αὐτῶν, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 339, II. Τὰ μόρια εἰς τὰ ὑγρὰ δύνανται εὐχερῶς νὰ μετατοπίζωνται, πάντως ὅμως συγκρατοῦνται ὑπὸ ἑλκτικῶν δυνάμεων, ἐκ τούτου δὲ δικαιολογεῖται ὅτι τὰ ὑγρὰ ἔχουν ὡρισμένον ὄγκον.

γ) ***Ἀέρια.*** Διὰ τῆς ἐξαερώσεως ἑνὸς ὑγροῦ, ἤτοι διὰ τῆς μεταβάσεώς του ἐκ τῆς ὑγρᾶς εἰς τὴν ἀέριον κατάστασιν, διὰ προσδόσεως ἔξωθεν ἐνεργείας, ὑπερνικᾶται ἡ ἀμοιβαία ἕλξις τῶν μορίων. Τὰ μόρια τότε κινοῦνται μὲ μεγάλην ταχύτητα καὶ ὡς ἐκ τούτου καταλαμβάνουν ταχέως τὸν προσφερόμενον εἰς αὐτὰ ὄγκον. Μεταξὺ τῶν μορίων τῶν ἀερίων ὑφίστανται μεγάλα διάκενα (σχ. 339, III), τὰ ὁποῖα εἶναι κατὰ πολὺ μεγαλύτερα ἀπὸ τὰς διαστάσεις τῶν μορίων.

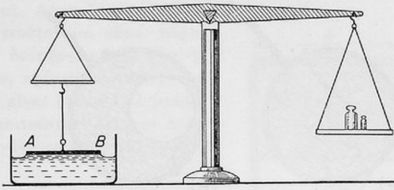
196. Συνοχὴ καὶ συνάφεια. Ἐὰν θέλωμεν νὰ ὑποδιαιρέσωμεν ἓν σῶμα, δηλ. νὰ ἀποχωρίσωμεν τὰ μόρια (ἢ ἄτομα) αὐτοῦ, τὰ ὁποῖα εὑρίσκονται ἐπὶ μιᾶς ἐπιφανείας, αἰσθανόμεθα ὅτι τὸ σῶμα προβάλλει ἀντίστασιν. Τοῦτο ἄγει εἰς τὴν παραδοχήν, ὅτι μεταξὺ τῶν ἐλαχίστων τεμαχιδίων ἑνὸς σώματος ὑφίστανται ἑλκτικαὶ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι συγκρατοῦν αὐτά. Τὰς δυνάμεις αὐτάς, αἱ ὁποῖαι ἐμφανίζονται μεταξὺ ὁ μ ο ε ι δ ῶ ν μορίων, καλοῦμεν *δυνάμεις συνοχῆς* καὶ τὸ ἀποτέλεσμα αὐτῶν ***συνοχὴ*** τοῦ σώματος. Οὕτω, ἐὰν δύο πλάκας ὑαλίνας θέσωμεν εἰς στενὴν ἐπαφὴν καὶ θελήσωμεν ν' ἀποχωρίσωμεν ἀκολούθως αὐτάς, ἀπαιτεῖται νὰ καταβάλωμεν σημαντικὴν δύναμιν.

Ἡ συνοχὴ εἶναι μεγαλυτέρα, ὅταν τὸ σῶμα εὑρίσκεται εἰς στερεὰν κατάστασιν, ἐνῷ διὰ τὰ ὑγρὰ εἶναι μικροτέρα καὶ διὰ τὰ ἀέρια σχεδὸν ἀμελητέα.

Ἑλκτικαὶ μοριακαὶ δυνάμεις ἐμφανίζονται ἐπίσης καὶ μεταξὺ τῶν μορίων διαφόρων σωμάτων (ἑ τ ε ρ ο ε ι δ ῶ ν μορίων) καὶ καλοῦνται *δυνάμεις συναφείας,* τὸ δὲ ἀποτέλεσμα αὐτῶν καλεῖται ***συνάφεια*** τῶν σωμάτων. Οὕτω, λόγῳ τῆς συναφείας, συγκρατοῦνται τὰ μόρια τῆς κιμωλίας ἐπὶ τοῦ μαυροπίνακος κατὰ τὴν γραφήν, ὁ κονιορτὸς ἐπικάθηται ἐπὶ τῶν ἀντικειμένων, ὡς ἐπίσης λόγῳ τῆς συναφείας δυνάμεθα νὰ γράφωμεν διὰ μολυβδοκονδύλου ἢ διὰ μελάνης ἐπὶ τοῦ χάρτου. Λόγῳ τῆς συνοχῆς τῶν ὑγρῶν λειτουργεῖ καὶ ὁ σίφων, τὸν ὁποῖον περιεγράψαμεν εἰς τὴν § 170.

Ἡ συνάφεια ἐκδηλοῦται μεταξὺ στερεοῦ - στερεοῦ, μεταξὺ στερεοῦ - ὑγροῦ καὶ στερεοῦ - ἀερίου. Εἰς τὴν τελευταίαν ὅμως περίπτωσιν ἀντὶ τοῦ ὅρου συνάφεια χρησιμοποιεῖται ὁ ὅρος **προσρόφησις.** Ἡ εἰς τὸ σχῆμα 340 εἰκονιζομένη διάταξις δεικνύει καὶ μετρεῖ πειραματικῶς τὴν συνάφειαν τῶν σωμάτων.

Ἓν ὑγρόν, διὰ τὸ ὁποῖον ἡ συνάφεια πρὸς στερεὸν σῶμα εἶναι μεγαλυτέρα τῆς συνοχῆς μεταξὺ τῶν ὑγρῶν μορίων, καλεῖται *διαβρέχον*. Π.χ. τὸ ὕδωρ καὶ τὸ οἰνόπνευμα διαβρέχουν τὴν ὕαλον, ὁ ὑδράργυρος δὲν διαβρέχει τὴν ὕαλον, ἀλλὰ διαβρέχει τὸν χρυσόν.



Σχ. 340. Λόγῳ τῶν δυνάμεων συναφείας, ὁ ὑάλινος δίσκος ΑΒ τοῦ ζυγοῦ συγκρατεῖται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.

Αἱ δυνάμεις συνοχῆς καὶ συναφείας ἐκδηλοῦνται, μόνον ὅταν τὰ μόρια εὑρίσκωνται εἰς μικρὰς ἀπ' ἀλλήλων ἀποστάσεις. Εἰς ἕκαστον μόριον ἀποδίδομεν *σφαῖραν ἐπενεργείας* αὐτοῦ, νοοῦμεν δὲ διὰ τοῦ ὅρου τούτου τὴν περιοχὴν τοῦ χώρου, πέριξ τοῦ ὁποίου ἐκδηλοῦται ἡ ἐπενέργεια τῆς μοριακῆς δυνάμεως. Ἡ σφαῖρα ἐπενεργείας εἶναι σφαῖρα ἀκτῖνος περίπου $5 \cdot 10^{-6}$ cm, δηλ. περίπου 50 διαμέτρων τοῦ μορίου. Πέραν τῆς ἀνωτέρω ἀποστάσεως αἱ δυνάμεις συνοχῆς καὶ συναφείας πρακτικῶς δὲν εἶναι ἀντιληπταί.

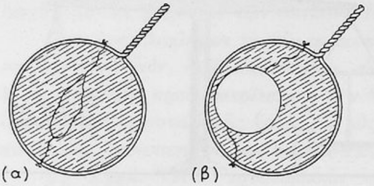
Ἐὰν π.χ. τὰς ἐπιφανείας θραύσεως τεμαχίου κιμωλίας ἢ ὑάλου φέρωμεν μὲ μεγάλην προσοχὴν εἰς ἐπαφὴν μεταξύ των, αὗται δὲν προσκολλῶνται σταθερῶς, διότι τὰ μόρια δὲν ἔχουν τοποθετηθῆ τόσον πλησίον μεταξύ των, ὥστε νὰ ἐκδηλωθοῦν αἱ δυνάμεις συνοχῆς κατὰ τὴν ἔκτασιν τῆς ἐπιφανείας θραύσεως. Ἐὰν ὅμως πληρώσωμεν τὸ διάκενον τοῦτο διὰ μιᾶς ὑγρᾶς συνδετικῆς οὐσίας, π.χ. κόλλας, τότε ἡ συνδετικὴ οὐσία διὰ τῶν μοριακῶν δυνάμεων ἀποκαθιστᾷ πάλιν τὴν μόνιμον συγκράτησιν τῶν δύο τεμαχίων. Ἀπαραίτητος δὲ ὅρος πρὸς ἐπιτυχίαν τούτου εἶναι, ὅτι ἡ συνδετικὴ οὐσία πρέπει νὰ διαβρέχῃ καλῶς τὴν ἐπιφάνειαν θραύσεως.

Τὰ μεταξὺ τῶν μορίων ὑπάρχοντα διάκενα εἶναι δυνατόν, εἰς τὴν περίπτωσιν στερεῶν καὶ ὑγρῶν σωμάτων, δι' ἐξασκήσεως μεγάλων δυνάμεων πιέσεως νὰ ἐλαττωθοῦν ὀλίγον. Ὡς ἐκ τοῦ λόγου τούτου, πρέπει νὰ συμπεράνωμεν, ὅτι μεταξὺ τῶν μορίων τῶν σωμάτων ἐπενεργοῦν ἐπίσης *ἀπωστικαὶ δυνάμεις*, αἱ ὁποῖαι διὰ μικρὰς ἀποστάσεως τῶν μορίων καθίστανται ἀνώτεραι τῶν ἑλκτικῶν μοριακῶν δυνάμεων.

197. Ἐπιφανειακὴ τάσις. Μέχρι τοῦδε ἐθεωρήσαμεν τὰ ὑγρὰ ὡς σώματα μὴ ἔχοντα ὡρισμένον σχῆμα, ἤτοι μὴ ἔχοντα ἐλαστικότητα σχήματος. Ἐν τούτοις, ἐὰν παρατηρήσωμεν μικρὰς μάζας ὑγροῦ, βλέπομεν ὅτι αὗται τείνουν ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον νὰ λάβουν σφαιρικὸν σχῆμα. Τὸ φαινόμενον τοῦτο, ὡς καὶ ἄλλα ἀνάλογα, μᾶς δεικνύει ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῶν ὑγρῶν ἔχει ἰδιότητας ἐντελῶς παρομοίας πρὸς τὰς ἰδιότητας ἐλαστικῆς μεμβράνης, ἡ ὁποία τείνει νὰ συσταλῇ, ὥστε τὸ ἐμβαδὸν αὐτῆς, ὑπὸ τὰς δεδομένας συνθήκας, νὰ γίνῃ ἐλάχιστον. Τὴν τάσιν ταύτην τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὑγροῦ καλοῦμεν **ἐπιφανειακὴν τάσιν.** Ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις ὀφείλεται εἰς τὰς ἑλκτικὰς δυνάμεις μεταξὺ τῶν μορίων τῶν ὑγρῶν, αἱ ὁποῖαι τείνουν νὰ ἀναγκάσουν τὰ μόρια νὰ πλησιάσουν ὅσον τὸ δυνατὸν περισσότερον μεταξύ των. Τὴν ἐπιφανειακὴν τάσιν δεικνύομεν διὰ τῶν ἀκολούθων πειραμάτων.

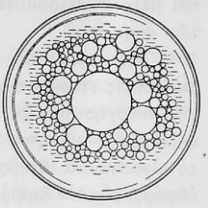
1. Ἐπὶ μεταλλικοῦ δακτυλίου (σχ. 341) διὰ βυθίσεως αὐτοῦ ἐντὸς διαλύματος σάπωνος σχηματίζομεν ἐπ' αὐτοῦ ὑγρὰν μεμβράνην (α). Ἐὰν ἐπὶ τῆς ὑγρᾶς μεμβράνης τοποθετήσωμεν

θηλὴν ἐκ νήματος καὶ ἀκολούθως μετὰ προσοχῆς θραύσωμεν τὸ μέρος τῆς μεμβράνης τὸ περικλειόμενον ὑπὸ τῆς περιμέτρου τῆς θηλῆς, αὕτη λαμβάνει κανονικώτατον σχῆμα περιφερείας κύκλου (β).



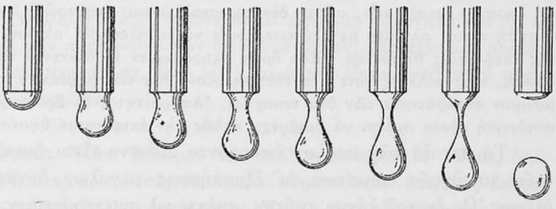
Σχ. 341. Λόγῳ τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως ἡ θηλὴ λαμβάνει σχῆμα περιφερείας κύκλου.

2. Ἐντὸς ὑαλίνου δοχείου (ὕαλος ὡρολογίου) θέτομεν μικρὰν ποσότητα ἀραιοῦ θειϊκοῦ ὀξέος καὶ ἀκολούθως διὰ σταγονομετρικοῦ φιαλιδίου ρίπτομεν κατὰ σταγόνας μικρὰν ποσότητα ὑδραργύρου, ὅτε ὁ ὑδράργυρος σχηματίζει πολυάριθμα μικρὰ σταγονίδια (σχ. 342), τὰ ὁποῖα βαθμηδὸν συνενοῦνται πρὸς μίαν μεγάλην σφαιρικὴν σταγόνα. Πράγματι, διὰ δεδομένην ποσότητα ὑδραργύρου, ἡ μεγάλη σφαῖρα ἔχει μικροτέραν ἐπιφάνειαν ἢ τὸ σύνολον τῶν πολυαρίθμων σταγονιδίων ὑδραργύρου. Ἐξ ἄλλου εἶναι γνωστὸν ἐκ τῆς Γεωμετρίας, ὅτι ἐξ ὅλων τῶν ἐπιφανειῶν, αἱ ὁποῖαι περικλείουν τὸν αὐτὸν ὄγκον, ἡ ἐλαχίστη εἶναι ἡ ἐπιφάνεια σφαίρας.



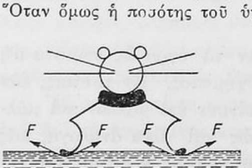
Σχ. 342. Σταγονίδια ὑδραργύρου.

Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου, ἐλευθέρως αἰωρούμενα μικρὰ σταγονίδια λαμβάνουν σχῆμα σφαιρικόν, διότι ὑπὸ δεδομένον ὄγκον ἔχουν τὴν ἐλαχίστην ἐπιφάνειαν. Διὰ τὸν αὐτὸν λόγον, ὅταν μᾶζα ἐλαίου τίθεται ἐντὸς τῆς μάζης ἰσοπύκνου μίγματος ἐξ ὕδατος καὶ οἰνοπνεύματος, ὅτε τὸ βάρος αὐτῆς ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς ἀνώσεως, λαμβάνει ἐν καταστάσει ἰσορροπίας ἀφ' ἑαυτῆς σχῆμα σφαιρικόν. Ὁμοίως ἐξηγεῖται ἡ αὐτοσμίκρυνσις πομφόλυγος σάπωνος.



Σχ. 343. Διαδοχικὰ στάδια σχηματισμοῦ σταγόνος.

Τὸ ὑγρὸν ἐξερχόμενον ἐκ τῆς ὀπῆς σιφωνίου (σταγονομέτρου) συγκρατεῖται εἰς τὸ κάτω ἄκρον του λόγῳ τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως, ἐφ' ὅσον ἡ ποσότης αὐτοῦ εἶναι μικρά. Ὅταν ὅμως ἡ ποσότης τοῦ ὑγροῦ, διαρκῶς αὐξανομένη, ἀποκτήσῃ βάρος μὴ δυνάμενον πλέον νὰ συγκρατηθῇ ὑπὸ τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως, ἀποσπᾶται ἐκ τοῦ σιφωνίου καὶ πίπτει ὑπὸ μορφὴν σταγόνος (σχ. 343). Αἱ σταγόνες θὰ εἶναι τόσον μεγαλύτεραι, ὅσον μεγαλυτέρα θὰ εἶναι ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις τοῦ ὑγροῦ.

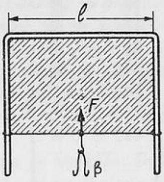


Σχ. 344. Τὸ βάρος τοῦ ἐντόμου ἐξουδετεροῦται ἐκ τῆς πρὸς τὰ ἄνω συνισταμένης τῶν δυνάμεων F, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἐφαπτομενικαὶ ὡς πρὸς τὴν παραμορφουμένην ἐπιφάνειαν.

3. Ἐὰν θέσωμεν συνήθη μικρὰν σιδηρᾶν βελόνην ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ὕδατος, αὕτη βυθίζεται. Ἐὰν ὅμως ἐπαλείψωμεν προηγουμένως τὴν ἐπιφάνειαν αὐτῆς διὰ λεπτοῦ στρώματος λίπους, αὕτη παραμένει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος, ὡς ἐὰν ἐτίθετο ἐπὶ τετεσμένης ἐλαστικῆς μεμβράνης. Τοῦτο ἐξηγεῖται ἐκ τοῦ ὅτι συνεπείᾳ τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως ἡ ἐλευθέρα κυρτὴ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ δεικνύει τάσιν νὰ λάβῃ τὴν μικροτέραν κατὰ τὸ δυνατὸν ἔκτασιν καὶ ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς βελόνης μίαν δύναμιν διευθυνομένην πρὸς τὰ ἄνω, ἡ ὁποία ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νὰ συγκρατῇ τὴν βελόνην. Εἰς τὴν ἐπιφανειακὴν τάσιν ὀφείλεται ἐπίσης ὅτι διάφορα ἔντομα δύνανται νὰ βαδίζουν ἢ νὰ ἐπιπλέουν ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὕδατος χωρὶς νὰ βυθίζωνται εἰς αὐτὸ (σχ. 344).

198. Συντελεστὴς ἐπιφανειακῆς τάσεως. Ὀρθογώνιον πλαίσιον ἐκ σύρματος ἐξ ἐλαφροῦ μετάλλου ἔχει τὴν μίαν τῶν πλευρῶν αὐτοῦ κινητὴν (σχ. 345) καὶ ἐντὸς τοῦ ὀρθογωνίου πλαισίου σχηματίζομεν ὑμένιον ἀπὸ διάλυμα σάπωνος. Λόγῳ ὅμως τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὑμενίου ἐλαττοῦται καὶ οὕτω παρασύρει τὴν κινητὴν πλευρὰν τοῦ πλαισίου. Πρὸς διατήρησιν τῆς κινητῆς πλευρᾶς τοῦ πλαισίου εἰς τὴν ἀρχικήν της θέσιν, πρέπει νὰ ἐπενεργήσῃ καθέτως ἐπ' αὐτῆς δύναμις. Τὴν δύναμιν ταύτην εἶναι δυνατὸν νὰ μετρήσωμεν ἐκ τοῦ βάρους β σταθμῶν, τὰ ὁποῖα ἀπαιτοῦνται διὰ τὴν ἀντιστάθμισιν αὐτῆς. Ἡ δύναμις αὐτὴ εὑρίσκεται ἀνάλογος πρὸς τὸ μῆκος l τῆς πλευρᾶς, ἤτοι εἶναι:

$$F = 2 \cdot \alpha \cdot l$$

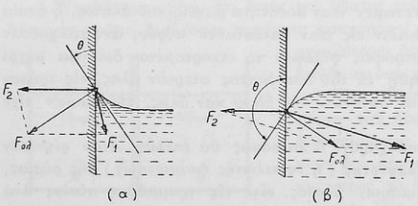


Σχ. 345. Διάταξις διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως.

Ὁ συντελεστὴς α καλεῖται ***συντελεστὴς ἐπιφανειακῆς τάσεως*** καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ὑγροῦ καὶ ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν. Ὁ παράγων 2 τίθεται, διότι τὸ ὑμένιον ἔχει δύο ἐπιφανείας, ἀμφότεραι δὲ τείνουν νὰ ἐλαττώσουν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὑμενίου, διπλασιαζομένης τοιουτοτρόπως τῆς δυνάμεως ἐπὶ τῆς πλευρᾶς l. Οὕτω διὰ τὸ ὕδωρ ἔχομεν εἰς 20^0 C $\alpha = 72{,}8$ dyn/cm, εἰς 90^0 C $\alpha = 62{,}9$ dyn/cm, διὰ τὸν ὑδράργυρον εἰς 20^0 C εἶναι $\alpha = 500$ dyn/cm καὶ διὰ τὸ ἐλαιόλαδον εἰς 20^0 C εἶναι $\alpha = 29$ dyn/cm.

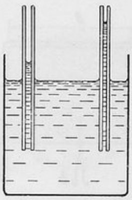
199. Ὑγρὰ διαβρέχοντα καὶ μὴ διαβρέχοντα. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ἐὰν ἐμβαπτίσωμεν ὑαλίνην πλάκα ἐντὸς ὕδατος καὶ ἀνασύρωμεν ἐκ νέου αὐτήν, τὸ ὕδωρ διαβρέχει τὴν ὕαλον. Τὸ φαινόμενον τοῦτο, τὸ ὁποῖον καλεῖται ***τριχοειδὲς*** (ἢ ***τριχοειδικὸν***) φαινόμενον, ἐξηγεῖται διὰ τῆς παραδοχῆς, ὅτι αἱ δυνάμεις συναφείας μεταξὺ τῶν μορίων ὑάλου καὶ ὕδατος εἶναι μεγαλύτεραι τῶν δυνάμεων συνοχῆς μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ ὕδατος. Ἐὰν ὅμως τὸ αὐτὸ πείραμα ἐκτελέσωμεν διὰ βυθίσεως τῆς ὑαλίνης πλακὸς ἐντὸς ὑδραργύρου, τότε παρατηροῦμεν, ὅτι ὁ ὑδράργυρος δὲν προσκολλᾶται ἐπὶ τῆς πλακός, διότι οὗτος δὲν διαβρέχει τὴν ὕαλον, καὶ ἑπομένως αἱ δυνάμεις συνοχῆς μεταξὺ τῶν μορίων ὑδραργύρου εἶναι μεγαλύτεραι τῶν δυνάμεων συναφείας μεταξὺ τῶν μορίων ὑδραργύρου καὶ ὑάλου.

Ἡ μορφή, τὴν ὁποίαν λαμβάνει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ ἐκεῖ ὅπου συναντᾷ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ στερεοῦ (σχ. 346), ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν διεύθυνσιν τῆς συνισταμένης $F_{ολ}$ τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται ἐπὶ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ. Ἡ συνισταμένη αὐτὴ πρέπει, ἐφ' ὅσον τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, νὰ εἶναι πάντοτε κάθετος ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν. Ἐὰν καλέσωμεν F_1 τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπί τινος μορίου τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὑπὸ τῶν ὑπολοίπων μορίων τοῦ ὑγροῦ, καὶ F_2 τὴν δύναμιν συναφείας, τὴν ὁποίαν ἐξασκοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ μορίου τὰ μόρια τοῦ στερεοῦ, τότε ἀναλόγως τῆς τιμῆς τῶν δύο αὐτῶν δυνάμεων, ἡ συνισταμένη αὐτῶν $F_{ολ}$ θὰ ἔχῃ διεύθυνσιν εἴτε πρὸς τὸ μέρος τοῦ στερεοῦ (α), εἴτε πρὸς τὸ μέρος τοῦ ὑγροῦ (β). Οὕτω σχηματίζεται γωνία ϑ, καλουμένη γωνία συνεπαφῆς, ἡ ὁποία εἶναι ὀξεῖα ἢ ἀμβλεῖα, ἀναλόγως τοῦ ἂν τὸ ὑγρὸν διαβρέχῃ ἢ ὄχι τὸ στερεόν.

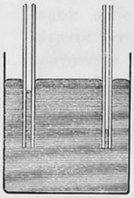


Σχ. 346. Συνθήκη ἰσορροπίας ὑγροῦ πλησίον τῆς παρειᾶς τοῦ περιέχοντος δοχείου.

200. Συμπεριφορὰ ὑγροῦ ἐντὸς τριχοειδοῦς σωλῆνος. Τὰ τριχοειδῆ φαινόμενα προκαλοῦν μεταβολὴν τοῦ ὕψους τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς στενοῦ (τριχοειδοῦς) σωλῆνος, φαίνεται δὲ ἐκ πρώτης ὄψεως, ὅτι ἀντιτίθενται εἰς τὰς ἀρχὰς τῆς Ὑδροστατικῆς. Τοῦτο ὅμως, ὡς ἐξηγήσαμεν ἀνωτέρω, συμβαίνει ἐκ τοῦ ὅτι ἡ συνοχὴ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ εἶναι μικροτέρα ἢ μεγαλυτέρα τῆς συναφείας τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ πρὸς τὰ μόρια τοῦ ὑαλίνου σωλῆνος. Καὶ ὅταν μὲν τὸ ὑγρὸν διαβρέχῃ τὸν σωλῆνα, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἀνέρχεται, σχηματίζουσα κοῖλον μηνίσκον (σχ. 347), ἐνῷ ἀντιθέτως, ὅταν ὁ σωλὴν δὲν διαβρέχεται ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια κατέρχεται, σχηματίζουσα κυρτὸν μηνίσκον (σχ. 348).



Σχ. 347.



Σχ. 348.

Ἀνύψωσις ὕδατος καὶ ταπείνωσις ὑδραργύρου ἐντὸς τριχοειδῶν σωλήνων.

Ἐξ ἄλλου ἐξ ἀκριβῶν πειραμάτων εὑρέθη, ὅτι ἡ ταπείνωσις ἢ ἡ ἀνύψωσις τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος τοῦ σωλῆνος καὶ τὸ ὕψος, εἰς τὸ ὁποῖον δύνανται τὰ ὑγρὰ νὰ ἀνέλθουν ἐντὸς λίαν λεπτῶν σωλήνων, εἶναι σημαντικόν. Οὕτω τὸ ὕδωρ δύναται ἐντὸς ὑαλίνου σωλῆνος διαμέτρου 0,01 mm νὰ φθάσῃ εἰς ὕψος περίπου 3,5 m. Πλεῖστα ὅσα βιολογικὰ φαινόμενα, ὡς καὶ ἐκ τοῦ καθ᾽ ἡμέραν βίου, ἐξηγοῦνται διὰ τῶν τριχοειδῶν φαινομένων.

201*. Διαλύματα. Πολλὰ στερεὰ σώματα τιθέμενα ἐντὸς διαφόρων ὑγρῶν βαθμηδὸν ἐξαφανίζονται, ἀλλ᾽ ἡ παρουσία τῶν μορίων τοῦ στερεοῦ σώματος ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ δύναται νὰ ἐξακριβωθῇ διὰ διαφόρων μέσων. Οὕτω, ἐὰν ἐντὸς ποτηρίου περιέχοντος ὕδωρ θέσωμεν ποσότητα μαγειρικοῦ ἅλατος, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ στερεὸν ἅλας ἐξαφανίζεται κατανεμόμενον ὁμοιομόρφως ἐντὸς τοῦ ὕδατος (διάλυσις), διὰ τῆς γεύσεως ὅμως δυνάμεθα νὰ ἐξακριβώσωμεν τὴν παρουσίαν τῶν μορίων αὐτοῦ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ. Τὸ ὡς ἄνω προκῦπτον ὁμοιογενὲς ὑγρὸν καλεῖται ***διάλυμα***. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν νὰ προσθέτωμεν εἰς τὸ ὕδωρ μαγειρικὸν ἅλας, παρατηροῦμεν ὅτι ἐπέρχεται στιγμὴ κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ προστιθέμενον ἅλας παραμένει ἀδιάλυτον. Τὸ διάλυμα καλεῖται τότε ***κεκορεσμένον***. Ἐὰν ὅμως αὐξήσωμεν τὴν θερμοκρασίαν τοῦ κεκορεσμένου διαλύματος, τὸ διάλυμα γίνεται ***ἀκόρεστον*** καὶ δυνάμεθα οὕτω νὰ προσθέσωμεν νέαν ποσότητα μαγειρικοῦ ἅλατος, ἡ ὁποία νὰ διαλυθῇ. Ὁπωσδήποτε ὅμως θὰ φθάσωμεν πάλιν εἰς νέαν κατάστασιν κόρου, ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τὴν θεωρουμένην θερμοκρασίαν. Ἐὰν ἀντιστρόφως ψύξωμεν τὸ κεκορεσμένον διάλυμα μέχρι τῆς ἀρχικῆς του θερμοκρασίας, τότε θὰ ἀποβληθῇ ἐκ τοῦ διαλύματος στερεὸν ἅλας, εἰς τρόπον ὥστε τὸ διάλυμα θὰ διατηρήσῃ τὴν ἑκατοστιαίαν σύνθεσιν εἰς ὕδωρ καὶ ἅλας, τὴν ὁποίαν εἶχε πρὸ τῆς θερμάνσεως.

Ἐὰν ἀντὶ μαγειρικοῦ ἅλατος διαλύσωμεν σάκχαρον, ὁ κορεσμὸς θὰ ἐπέλθῃ, ὅταν ρίψωμεν διάφορον ποσότητα. Τὸ ὅριον τοῦτο καλεῖται ***διαλυτότης*** (ἢ *συντελεστὴς διαλυτότητος*) τῆς οὐσίας, ἐκφράζεται δὲ εἰς γραμμάρια οὐσίας ἀνὰ γραμμάριον ὕδατος, εἴτε εἰς γραμμάρια οὐσίας ἀνὰ μονάδα ὄγκου ὕδατος. Αἱ τιμαὶ τῆς διαλυτότητος τῶν διαφόρων οὐσιῶν παρέχονται ἀπὸ πίνακας σταθερῶν.

Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω διαλυμάτων διακρίνομεν καὶ διαλύματα στερεῶν ἐντὸς στερεῶν, τὰ ὁποῖα καλοῦνται *στερεὰ διαλύματα*, εἶναι δὲ ταῦτα γνωστὰ κυρίως εἰς τοὺς μεταλλουργούς. Οὕτω τὸ μέταλλον τῶν ἀργυρῶν νομισμάτων εἶναι στερεὸν διάλυμα 90 % ἀργύρου καὶ 10 % χαλκοῦ, τῶν χρυσῶν 90 % χρυσοῦ καὶ 10 % χαλκοῦ κ.ο.κ. Συνήθως τὰ ἀνωτέρω στερεὰ διαλύματα καλοῦνται ***κράματα***.

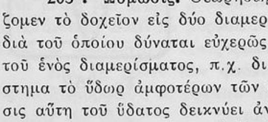
202*. Κολλοειδῆ διαλύματα. Γαλακτώματα. Εἰς τὰ ἀνωτέρω διαλύματα τὸ διαλελυμένον σῶμα ἀποχωρίζεται εἰς τὰ μόριά του, τὰ ὁποῖα κινοῦνται ἐλευθέρως μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ διαλυτικοῦ μέσου καὶ διανέμονται μεταξύ των. Τοῦτο συνάγεται ἐκ τοῦ ὅτι ὁ τελικὸς ὄγκος τοῦ διαλύματος, π.χ. ἅλατος καὶ ὕδατος, δὲν εἶναι ἴσος πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ὄγκων τῶν συστατικῶν τοῦ διαλύματος. Ἐκ τούτου συμπεραίνομεν, ὅτι τὰ μόρια, π.χ. τῶν ὑγρῶν, δὲν ἐφάπτονται ἀλλήλων, ἀλλὰ μεταξύ των ὑφίστανται διάκενα (πόροι). Ὑπάρχουν ὅμως περιπτώσεις, εἰς τὰς ὁποίας τὸ διαλυόμενον σῶμα ἐντὸς διαλυτικοῦ μέσου δὲν εὑρίσκεται ὑπὸ μοριακὴν μορφήν, ὅπως εἰς τὰ πραγματικὰ διαλύματα, ἀλλὰ ὑπὸ μορφὴν μοριακῶν συγκροτημάτων (κόκκων). Τοιαῦτα διαλύματα καλοῦνται ***κολλοειδῆ διαλύματα***. Τὰ μοριακὰ ταῦτα συγκροτήματα ἀπαρτίζονται συνήθως ἀπὸ 10 ἕως 1 000 μόρια καὶ ὀνομάζονται *μικκύλα*. Καίτοι τὰ μικκύλα εἶναι ἀόρατα, τὰ διαλύματα τῶν κολλοειδῶν εἶναι θολά. Πλεῖστα ἐκ τῶν σωμάτων, ὡς τὸ ἄμυλον, τὸ κόμμι, ἡ ζελατίνα, δύνανται νὰ τεθοῦν ὑπὸ κολλοειδῆ κατάστασιν.

Ὅταν ἡ ἐν διαλύσει οὐσία εἶναι κατ' ἀρχὰς ὑγρά, ὁπότε ἔχομεν σταγονίδια ἐν αἰωρήσει ἀντὶ κόκκων, τότε τὸ διάλυμα καλεῖται *γαλάκτωμα*. Οὕτω, ἐὰν ἀναταράξωμεν ζωηρῶς μῖγμα ἐλαίου καὶ ὕδατος, λαμβάνομεν τελικῶς ἓν θολὸν ὑγρόν, εἰς τὸ ὁποῖον τὰ σταγονίδια τοῦ ἐλαίου εἶναι μεμιγμένα μὲ σταγονίδια τοῦ ὕδατος. Τόσον τὰ κολλοειδῆ, ὅσον καὶ τὰ γαλακτώματα δὲν εἶναι σταθερά, ἀλλὰ σὺν τῷ χρόνῳ διαχωρίζονται εἰς τὰ συστατικά των. Ἐὰν π.χ. τὸ γάλα ἀφεθῇ ἐν ἠρεμίᾳ, χωρίζεται εἰς δύο στιβάδας, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μὲν μία συνισταται ἐκ λίπους, ἡ δὲ ἄλλη ἀποτελεῖται ἐξ ὕδατος καὶ ἄλλων διαλυτῶν συστατικῶν τοῦ γάλακτος. Πρὸς σταθεροποίησιν ἀπαιτεῖται ἡ παρουσία ἄλλου ὑλικοῦ, ὡς εἶναι π.χ. τὸ λεύκωμα τὸ εὑρισκόμενον ἐντὸς τοῦ γάλακτος.

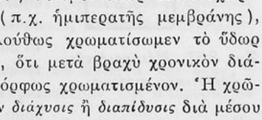
Τὰ κολλοειδῆ εἶναι ἐξόχως διαδεδομένα, τόσον εἰς τὸν ὠργανωμένον κόσμον, ὅσον καὶ μεταξὺ τῶν πρώτων ὑλῶν καὶ τῶν προϊόντων τῆς βιομηχανίας. Πολλαὶ βιομηχανίαι, ὅπως ἡ βαφικὴ καὶ ἡ βυρσοδεψία, στηρίζονται ἐπὶ τῆς χημείας τῶν κολλοειδῶν, ἡ δὲ γνῶσις τῶν ἰδιοτήτων των εἶναι ἀπαραίτητος εἰς τὴν παρασκευὴν φωτογραφικῶν πλακῶν, συγκολλητικῶν οὐσιῶν, φαρμάκων, λιπασμάτων κλπ.

203*. Ὤσμωσις. Θεωρήσωμεν, ὅτι ἐντὸς τοῦ δοχείου (σχ. 349) θέτομεν ὕδωρ καὶ διαχωρίζομεν τὸ δοχεῖον εἰς δύο διαμερίσματα τῇ βοηθείᾳ διαφράγματος (π.χ. ἡμιπερατῆς μεμβράνης), διὰ τοῦ ὁποίου δύναται εὐχερῶς τὸ ὕδωρ νὰ διέρχεται. Ἐὰν ἀκολούθως χρωματίσωμεν τὸ ὕδωρ τοῦ ἑνὸς διαμερίσματος, π.χ. δι' ἐρυθροῦ ἀνιλίνης, παρατηροῦμεν, ὅτι μετὰ βραχὺ χρονικὸν διάστημα τὸ ὕδωρ ἀμφοτέρων τῶν διαμερισμάτων ἐμφανίζεται ὁμοιομόρφως χρωματισμένον. Ἡ χρῶσις αὕτη τοῦ ὕδατος δεικνύει ἀναμφισβητήτως, ὅτι λαμβάνει χώραν *διάχυσις* ἢ *διαπίδυσις* διὰ μέσου τοῦ διαφράγματος. Ἐπειδὴ ἐξ ἄλλου ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος εἰς ἀμφότερα τὰ διαμερίσματα παραμένει εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον, συνάγομεν, ὅτι ἡ ταχύτης τῆς διαπιδύσεως εἶναι ἡ αὐτὴ κατ' ἀμφοτέρας τὰς διευθύνσεις.

Ὑποθέσωμεν ἤδη, ὅτι ἐντὸς τοῦ ὕδατος τοῦ ἑνὸς διαμερίσματος, π.χ. τοῦ Β, ἀντὶ νὰ προσθέσωμεν χρῶμα διαλύομεν ποσότητα σακχάρου (σχ. 350). Τὰ μόρια τοῦ σακχάρου, ἐπειδὴ εἶναι μεγαλύτερα, δὲν δύνανται νὰ διέλθουν διὰ τῆς μεμβράνης καὶ οὕτω παρεμποδίζουν τὰ μόρια τοῦ ὕδατος ἐντὸς τοῦ διαμερίσματος Β νὰ διαπιδύσουν διὰ μέσου τῆς μεμβράνης πρὸς τὸ διαμέρισμα Α, συνεπείᾳ δὲ τούτου ἡ ταχύτης διαπιδύσεως τοῦ ὕδατος ἐκ τοῦ Β πρὸς τὸ Α εἶναι μικροτέρα τῆς ταχύτητος διαπιδύσεως τῶν μορίων τοῦ ὕδατος ἐκ τοῦ Α πρὸς τὸ Β. Ἄμεσος συνέπεια τούτου εἶναι, ὅτι ὕδωρ συσσωρεύεται ἐντὸς τοῦ διαμερίσματος Β, οὕτω δὲ μετά τινα χρόνον παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ στάθμη τοῦ ὑγροῦ εἰς τὰ δύο διαμερίσματα δὲν εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον, ἀλλὰ εἰς μὲν τὸ Α κατέρχεται, εἰς δὲ τὸ Β ἀνυψοῦται.



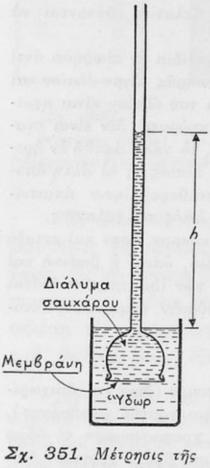
Σχ. 349. Ἡ διαπίδυσις κατὰ τὰς δύο διευθύνσεις γίνεται ὑπὸ τὴν αὐτὴν ταχύτητα.



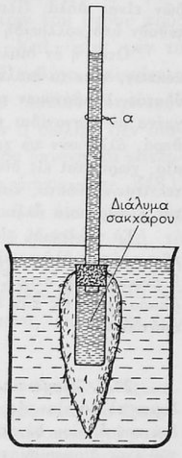
Σχ. 350. Ἡ διαπίδυσις κατὰ τὰς δύο διευθύνσεις γίνεται ὑπὸ διάφορον ταχύτητα.

Ἡ διαπίδυσις ἐξακολουθεῖ, μέχρις ὅτου ἡ πίεσις τῆς ὑγρᾶς στήλης, ἡ ὁποία ἔχει ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τῶν ἐλευθέρων ἐπιφανειῶν τοῦ ὑγροῦ εἰς τὰ δύο δοχεῖα, λάβῃ τοιαύτην τιμήν, ὥστε νὰ ἐπιφέρῃ ἐξίσωσιν τῶν ταχυτήτων διαπιδύσεως εἰς ἀμφότερα τὰ διαμερίσματα. Οὕτω διὰ τοῦ ὅρου ***ὤσμωσις*** νοοῦμεν τὴν διαπίδυσιν ὑγροῦ ἐντὸς διαλύματος, τοῦ ὁποίου τὸ ἓν τῶν συστατικῶν δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ διέρχεται διὰ τῆς μεμβράνης.

204*. Ὠσμωτικὴ πίεσις. Τὸ φαινόμενον τῆς ὠ σ μ ώ σ ε ω ς ἐρευνᾶται ποσοτικῶς διὰ τῆς ἐν σχήματι 351 διατάξεως, ὅπου ὁ πυθμὴν τοῦ ὑαλίνου δοχείου ἔχει ἀντικατασταθῆ διὰ ἡμιπερατῆς μεμβράνης καὶ πληροῦται διὰ διαλύματος σακχάρου. Ἡ συσκευὴ ἀκολούθως βυθίζεται ἐντὸς δοχείου περιέχοντος καθαρὸν ὕδωρ. Ὡς ἐλέχθη προηγουμένως, τὸ ὕδωρ εἰσχωρεῖ ἐντὸς τοῦ διαλύματος τοῦ σακχάρου, συνεπείᾳ δὲ τούτου τὸ ὑγρὸν ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, ἡ δὲ ὤσμωσις διαρκεῖ ἐπὶ τόσον χρόνον, μέχρις ὅτου τὸ ὕψος h τῆς ὑγρᾶς στήλης ἐν τῷ σωλῆνι λάβῃ τοιαύτην τιμήν, ὥστε ἡ ὑπ' αὐτῆς ἀσκουμένη πίεσις νὰ ἐξισώσῃ τὰς ταχύτητας διαπιδύσεως κατὰ τὰς δύο διευθύνσεις. Κατ' ἁπλούστερον τρόπον δυνάμεθα νὰ δείξωμεν τοῦτο δι' ἑνὸς καρώτου, ὅπου ἀνοίγομεν κοίλωμα ἐντὸς τῆς ῥίζης αὐτοῦ καὶ θέτομεν πυκνὸν διάλυμα σακχάρου (σχ. 352).



Σχ. 351. Μέτρησις τῆς ὠσμωτικῆς πιέσεως.



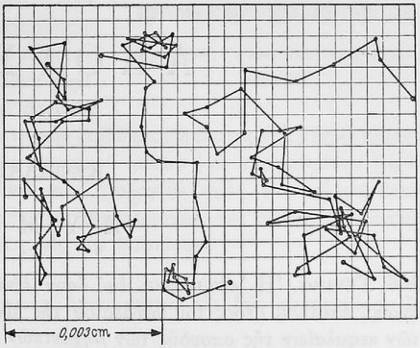
Σχ. 352.

Οὕτω προκύπτει ὁ ἀκόλουθος ὁρισμὸς τῆς ὠσμωτικῆς πιέσεως : «*Ὠ σ μ ω τ ι κ ὴ π ί ε σ ι ς διαλύματος καλεῖται ἡ πίεσις, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται πρὸς ἐξίσωσιν τῶν ταχυτήτων διαπιδύσεως*». Διὰ τὸ σάκχαρον καὶ πολλὰς ἄλλας οὐσίας ἡ ὠσμωτικὴ πίεσις εἶναι ἀνάλογος τῆς περιεκτικότητος εἰς σάκχαρον τοῦ διαλύματος. Διὰ τοῦ ὅρου δὲ ***περιεκτικότης*** τοῦ διαλύματος νοοῦμεν τὸ πηλίκον τῆς μάζης τοῦ διαλελυμένου στερεοῦ πρὸς τὸν ὄγκον τοῦ διαλύματος.

Παραδείγματα ὠσμώσεως. Ἐὰν κόψωμεν λεμόνιον εἰς δύο ἡμίση καὶ διασκορπίσωμεν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς τομῆς σάκχαρον, παρατηροῦμεν ὅτι σχηματίζεται σιρόπιον, διότι τὸ σάκχαρον παρεμποδίζει τὸ ὕδωρ νὰ ἐξέρχεται ἐκ τῆς ἐπιφανείας. Τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα παρατηρεῖται καὶ μὲ τὸ μαγειρικὸν ἅλας, ὅταν τοῦτο διασκορπίζεται ἐπὶ τοῦ κρέατος. Ὁμοίως ἡ ξηρὰ σταφὶς ριπτομένη ἐντὸς ὕδατος διογκοῦται. Τοῦτο προέρχεται ἐκ τοῦ ὅτι ὁ φλοιὸς τῆς σταφίδος ἔχει τὴν ἰδιότητα νὰ ἀφήνῃ νὰ διέρχωνται δι' αὐτοῦ τὰ μόρια τοῦ ὕδατος, ἐνῷ τὰ μόρια τοῦ σακχάρου, τὰ ὁποῖα εἶναι μεγαλύτερα, δὲν δύνανται νὰ ἐξέλθουν.

Ἰδιότητας ἡμιπερατῆς μεμβράνης ἔχει τὸ δέρμα τῶν ἰχθύων. Ἰχθύες ἁλμυρῶν ὑδάτων μεταφερόμενοι εἰς γλυκὺ ὕδωρ διογκοῦνται καὶ ἀποθνήσκουν, λόγῳ διαπιδύσεως γλυκέος ὕδατος διὰ τοῦ δέρματός των, ἐνῷ οἱ τῶν γλυκέων ὑδάτων μεταφερόμενοι εἰς ἁλμυρὸν ὕδωρ ὑφίστανται συρρίκνωσιν (ξηραίνονται). Τὸ δέρμα τοῦ ἀνθρώπου, μὴ ἔχον ἰδιότητας ἡμιπερατῆς μεμβράνης, ἐπιτρέπει ἀκίνδυνον κολύμβησιν καὶ εἰς ἁλμυρὰ καὶ εἰς γλυκέα ὕδατα.

205. Μοριακὴ κίνησις. Ὅλα ἐν γένει τὰ ἀνωτέρω φαινόμενα τῆς διαχύσεως, τῆς διαπιδύσεως, τῆς ὠσμωτικῆς πιέσεως, ἐξηγοῦνται ἀβιάστως διὰ τῆς παραδοχῆς, ὅτι τὰ μόρια καὶ τὰ ἄτομα τῶν σωμάτων δὲν εὑρίσκονται ἐν ἠρεμίᾳ, ἀλλ' εἰς συνεχῆ καὶ ἀέναον κίνησιν, ἡ ὁποία καλεῖται ***μοριακὴ κίνησις.*** Τὴν κίνησιν τῶν μορίων τῶν ὑγρῶν δυνάμεθα νὰ δείξωμεν διὰ τοῦ κλασσικοῦ πειράματος, τὸ ὁποῖον εἶναι γνωστὸν ὡς ***κίνησις*** **Brown** (Μπράουν). Οὕτως, ὁ Ἄγγλος βοτανικὸς *B r o w n* παρετήρησε διὰ τοῦ μικροσκοπίου, ὅτι μικρότατα σωματίδια αἰωρούμενα ἐντὸς τοῦ ὕδατος εὑρίσκονται εἰς ζωηρὰν καὶ ἄτακτον κίνησιν, ἡ ὁποία εἶναι τόσον ἐντονωτέρα, ὅσον μικρότερα εἶναι τὰ σωμάτια. Εἰς τὸ σχῆμα 353 φαίνεται ἡ κίνησις ἑνὸς σωματίου διαμέτρου $5 \cdot 10^{-5}$ cm, τοῦ ὁποίου ἡ θέσις παριστᾶται ἀνὰ 30 sec. Τὸ σωμάτιον ὅμως διὰ νὰ φθάσῃ ἀπὸ τὴν μίαν θέσιν εἰς τὴν ἄλλην δὲν κινεῖται ἐπ' εὐθείας γραμμῆς, ἀλλὰ ἐκτελεῖ πολύθλαστον τροχιάν. Τοῦτο δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν πολὺ εὐχερῶς, ἐὰν διαλύσωμεν ρητίνην ἐντὸς οἰνοπνεύματος καὶ ρίψωμεν μικρὰν ποσότητα ἐξ αὐτοῦ ἐντὸς ποτηρίου περιέχοντος ὕδωρ. Τὸ προκῦπτον γαλάκτωμα περιέχει μικρότατα σωμάτια ἐκ ρητίνης, ἐὰν δὲ σταγόνα ἐκ τούτου θέσωμεν ἐπὶ ὑαλίνης πλακὸς καὶ παρατηρήσωμεν αὐτὴν διὰ μικροσκοπίου ἱκανῆς μεγεθύνσεως, βλέπομεν σαφῶς ἐκδηλουμένην τὴν κίνησιν Brown. Ἀνάλογον φαινόμενον παρατηρεῖται, ἐὰν π.χ. θέσωμεν κόνιν γραφίτου ἐντὸς ὕδατος καὶ παρατηρήσωμεν διὰ μικροσκοπίου σταγόνα αὐτοῦ.



Σχ. 353. Κίνησις Brown. Τὰ σημεῖα καθορίζουν τὰς θέσεις τοῦ σωματίου.

Ἡ κίνησις Brown ὀφείλεται εἰς τὰ μόρια τοῦ ὕδατος, τὰ ὁποῖα προσπίπτουν ἐπὶ τοῦ σωματίου, συνεπείᾳ δὲ τῶν προσκρούσεων τούτων τὸ σωμάτιον ἄλλοτε ἐκτρέπεται κατὰ τὴν μίαν διεύθυνσιν, ἄλλοτε κατὰ τὴν ἄλλην. Εἰς τοῦτο ὀφείλεται ἡ συνεχὴς καὶ ἄτακτος κίνησις αὐτοῦ, τῆς ὁποίας ἡ ζωηρότης εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον τὸ αἰωρούμενον σωμάτιον εἶναι μικρότερον. Ἀναλόγους κινήσεις δεικνύουν τὰ μόρια καπνοῦ ἢ κονιορτοῦ αἰωρούμενα ἐντὸς τοῦ ἀέρος, μάλιστα δὲ αἱ κινήσεις αὗται δύνανται νὰ παρατηρηθοῦν διὰ μικροτέρας μεγεθύνσεως, διότι τὰ μόρια τῶν ἀερίων, λόγῳ τῆς μεγαλυτέρας ἀποστάσεως αὐτῶν ἀπ' ἀλλήλων, ἐκτελοῦν μεγαλυτέραν διαδρομὴν κατὰ τὴν κίνησιν αὐτῶν.

Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω ἀντιλήψεων ἐδημιουργήθη ἡ ***κινητικὴ θεωρία τῆς ὕλης***, ἡ ὁποία διεμορφώθη τὸ πρῶτον εἰς τὰ ἀέρια, δεδομένου ὅτι τὰ ἀέρια ἀποτελοῦν τὴν ἁπλουστέραν μορφὴν τῆς ὕλης.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Εἰς ὀρθογώνιον πλαίσιον ἀπὸ μεταλλικὸν σύρμα ἡ μία πλευρὰ εἶναι κινητὴ ὀλισθαίνουσα ἐπὶ τῶν δύο καθέτων πλευρῶν (βλ. σχ. 345) καὶ ἔχει μῆκος 4 cm. Ἐπὶ τοῦ πλαισίου τούτου δι' ἐμβυθίσεως αὐτοῦ ἐντὸς διαλύματος σάπωνος σχηματίζομεν λεπτὸν ὑμένιον, τοῦ ὁποίου ἡ ἐπιφάνεια, ὅταν τὸ πλαίσιον διατίθεται ὁριζοντίως, λόγῳ ἐπιφανειακῆς τάσεως τείνει νὰ σμικρυνθῇ, παρασύρουσα οὕτω τὸ κινητὸν ὁριζόντιον σύρμα. Διὰ τὴν διατήρησιν τοῦ σύρματος εἰς τὴν θέσιν του, πρέπει καθέτως πρὸς τὸ σύρμα καὶ εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὑμενίου νὰ ἐπενεργῇ δύναμις 240 mgr*. Ζητεῖται ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις.

2. Ἡ ἐν τῷ ἐσωτερικῷ σφαιρικῆς φυσαλλίδος σάπωνος ἐπικρατοῦσα ὑπερπίεσις εἶναι $\Delta p = 4\alpha/r$, ὅπου α ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις καὶ r ἡ ἀκτὶς τῆς φυσαλλίδος. Ἐὰν $r = 5$ mm καὶ $\alpha = 25$ dyn/cm, πόση ἡ ὑπερπίεσις.

3. Ἐντὸς τριχοειδοῦς σωλῆνος βυθισμένου ἐντὸς ὕδατος ἡ τριχοειδὴς ἀνύψωσις παρέχεται ἐκ τοῦ τύπου $h = 2\alpha/r.\rho.g$, ὅπου α ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις, r ἡ ἀκτὶς τοῦ σωλῆνος, ρ ἡ πυκνότης τοῦ ὑγροῦ. Ἐὰν $r = 1$ mm, $\alpha = 25$ dyn/cm, πόση ἡ τριχοειδὴς ἀνύψωσις τοῦ ὕδατος.

4. Ἐὰν ὅλα τὰ μόρια ἀέρος, τὰ ὁποῖα περιέχονται ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας εἰς ὄγκον 500 cm^3, ἀφῃροῦντο ἐξ αὐτοῦ καὶ ἀκολούθως διὰ μικρᾶς ὀπῆς ἀφίετο νὰ εἰσχωρήσουν ἐκ νέου ὑπὸ ρυθμὸν ἑνὸς ἑκατομμυρίου μορίων κατὰ δευτερόλεπτον, πόσος χρόνος εἰς ἔτη θὰ ἀπαιτηθῇ, ἵνα ὅλα πάλιν τὰ μόρια εἰσχωρήσουν εἰς τὸ δοχεῖον.

Μ Ε Ρ Ο Σ   Δ Ε Υ Τ Ε Ρ Ο Ν

Α Κ Ο Υ Σ Τ Ι Κ Η

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΔ΄

Κ Υ Μ Α Τ Α

206. Γενικά. Ἡ *Ἀκουστική*, ἐφ' ὅσον ἐξετάζει τὸν ἦχον ἔξω τοῦ αἰσθητηρίου τῆς ἀκοῆς, ἀποτελεῖ μέρος τοῦ κεφαλαίου τῆς Μηχανικῆς καὶ εἰδικῶς ἀποτελεῖ ἐφαρμογὴν τῶν κεφαλαίων τῆς σπουδῆς τῶν *μηχανικῶν ταλαντώσεων* καὶ *κυμάτων*. Τὸ κεφάλαιον τῶν *ταλαντώσεων* ἐσπουδάσαμεν ἤδη εἰς τὴν Μηχανικήν, ἐνταῦθα δὲ θὰ ἀναπτύξωμεν τὸ κεφάλαιον τῶν *κυμάτων*, τὸ ὁποῖον πραγματεύεται τὴν διάδοσιν τῶν διαταράξεων ἐντὸς ὑλικοῦ τινος μέσου.

Ἡ σπουδὴ τῆς γενέσεως καὶ διαδόσεως τῶν κυμάτων ἔχει μεγίστην σημασίαν διὰ τὴν Φυσικὴν διότι, ὡς θὰ γνωρίσωμεν περαιτέρω, διὰ κυμάτων διαδίδεται ὁ ἦχος εἰς τὸν ἀέρα, ἐπίσης διὰ κυμάτων διαδίδεται τὸ φῶς εἰς τὸν χῶρον (θεωρία τῶν κυμάνσεων), ὡς ἐπίσης διὰ κυμάτων διαδίδονται εἰς τὸν χῶρον αἱ ἠλεκτρομαγνητικαὶ διαταράξεις (ἠλεκτρομαγνητικὴ θεωρία).

207. Κύματα. Τὰ περισσότερον εἰς ἡμᾶς γνωστὰ ***κύματα,*** εἶναι ἐκεῖνα τὰ ὁποῖα παρατηροῦμεν εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ὕδατος. Οὕτω, ἐὰν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ἠρεμοῦντος ὕδατος ἀφήσωμεν νὰ πέσῃ λίθος, παρατηροῦμεν ὅτι γεννᾶται ἰδιάζουσα κίνησις τῆς μάζης τοῦ ὕδατος ἐκδηλουμένη ὑπὸ μορφὴν συγκεντρικῶν κύκλων, τῶν ὁποίων τὸ κοινὸν κέντρον εὑρίσκεται εἰς τὴν περιοχὴν τῆς διαταράξεως. Ἐὰν δὲ εἰς ἓν σημεῖον τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος θέσωμεν τεμάχιον φελλοῦ, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι κατὰ τὴν δίοδον τῶν κυμάτων ὁ φελλὸς ἁπλῶς ἀνέρχεται καὶ κατέρχεται περιοδικῶς, χωρὶς νὰ ἀπομακρύνεται ἀπὸ τὸ κέντρον τῶν κυμάτων. Τοῦτο δεικνύει ὅτι κατὰ τὴν διάδοσιν τοῦ κύματος δὲν μετατοπίζονται τὰ μόρια τοῦ ὕδατος, ὡς ἐκ πρώτης ὄψεως φαίνεται, ἀλλὰ ταῦτα ἐκτελοῦν παλμικὴν κίνησιν περὶ τὴν μέσην θέσιν ἰσορροπίας, ὡς ἐκ τῆς διαδόσεως τῆς ἀρχικῆς διαταράξεως, ἡ ὁποία προεκλήθη ἐπὶ τῶν πρώτων μορίων λόγῳ τῆς πτώσεως τοῦ λίθου. Τοιουτοτρόπως πολλαὶ κινήσεις πρὸς τὰ ἄνω καὶ κάτω μᾶς παρέχουν τὴν ἐντύπωσιν τῆς ὁριζοντίας μετατοπίσεως τοῦ ὕδατος.

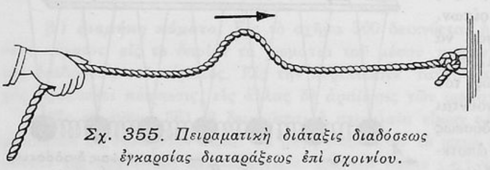
Γενικῶς διὰ τὴν γένεσιν κ ύ μ α τ ο ς ἀπαιτεῖται ἡ ὕπαρξις ἐλαστικοῦ μέσου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου νὰ εἶναι δυνατὸν νὰ διαδοθῇ ἡ διατάραξις. Τὸ μέσον ὅμως διαδόσεως τῆς διαταράξεως δεχόμεθα, ὅτι δὲν ἀποτελεῖται ἐκ μορίων ἢ ἀτόμων, ἀλλ' ἐκ σωματίων πληρούντων τὸν χῶρον ἄνευ διακένων. Πρὸς τούτοις θεωροῦμεν, ὅτι τὰ σωμάτια τοῦ μέσου δὲν εἶναι ἀνεξάρτητα ἀπ' ἀλλήλων, ἀλλ' ὅτι συνδέονται μεταξύ των δι' ἐλαστικῶν δυνάμεων, ἤτοι ὅτι εἶναι *ἐλαστικῶς συνεζευγμένα*. Δυνάμεθα οὕτω νὰ φαντασθῶμεν, εἰς πρώτην προσέγγισιν, τὴν εἰς τὸ σχῆμα 354 εἰκόνα διὰ τὴν διάταξιν τῶν σωματίων, τὰ ὁποῖα παριστῶνται διὰ μικρῶν σφαιρῶν, ἐνῷ ἡ ἀμοιβαία σύζευξις αὐτῶν πραγματοποιεῖται διὰ μικρῶν ἐλατηρίων. Ἐὰν ἐκτοπίσωμεν τὸ πρῶτον τῶν σωματίων ἀπὸ τῆς θέσεως ἰσορροπίας του, ἡ διατάραξις ἡ προκαλουμένη εἰς τὸ πρῶτον σωμάτιον δὲν μεταδίδεται ἀκαριαίως ἀπὸ τοῦ ἑνὸς εἰς τὸ ἄλλο, ἀλλ' ὑπὸ ὡρισμένην ταχύτητα. Ὅσον τὸ σωμάτιον τοῦ μέσου εὑρίσκεται εἰς μεγαλυτέραν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ἀρχικῶς διαταραχθέντος, εἰς τόσον μεταγενεστέραν στιγμὴν διαδίδεται ἡ διατάραξις μέχρις αὐτοῦ.

Σχ. 354. Ἐλαστικῶς συνεζευγμένα σωμάτια.

Ἡ ὡς ἄνω διάδοσις διαταράξεως ἐντὸς ἐλαστικοῦ μέσου ὑπὸ πεπερασμένην ταχύτητα καλεῖται εἰς τὴν Φυσικὴν γενικῶς ***κῦμα,*** κατ' ἀναλογίαν πρὸς τὸν τρόπον, κατὰ τὸν ὁποῖον διαδίδεται διατάραξις παραγομένη εἰς τὴν περιοχὴν τῆς ἐπιφανείας ὑγροῦ εὑρισκομένου ἀρχικῶς εἰς ἰσορροπίαν, ὡς π.χ. εἰς τὴν θάλασσαν.

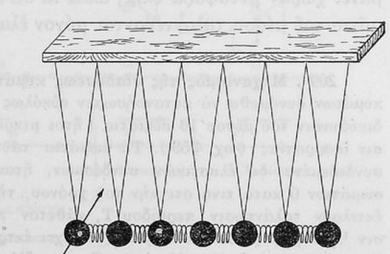
208. Εἴδη κυμάτων. Τὰ κύματα γενικῶς διακρίνονται εἰς δύο κατηγορίας, εἰς *ἐγκάρσια κύματα* καὶ εἰς *διαμήκη κύματα.*

Ἐγκάρσια κύματα καλοῦνται ἐκεῖνα, εἰς τὰ ὁποῖα τὰ σωμάτια τοῦ μέσου κινοῦνται καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς διαδόσεως τοῦ κύματος. Τὴν γένεσιν ἐγκαρσίου κύματος δυνάμεθα ν' ἀντιληφθῶμεν διὰ τεταμένων χορδῶν ἢ σχοινίων. Οὕτω, ἐὰν θεωρήσωμεν ἐπίμηκες σχοινίον στερεωμένον κατὰ τὸ ἓν ἄκρον αὐτοῦ ἀπὸ ἀκλονήτου σημείου, ἐνῷ τὸ ἕτερον ἄκρον αὐτοῦ κρατοῦμεν διὰ τῆς χειρός, καὶ μεταδώσωμεν εἰς αὐτὸ διὰ τῆς χειρός μας μίαν ταλάντωσιν, μετατοπίζοντες π.χ. τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ σχοινίου πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἐπαναφέροντες ἀμέσως αὐτὸ εἰς τὴν ἀρχικήν του θέσιν, παρατηροῦμεν (σχ. 355) ὅτι ἡ διατάραξις προχωρεῖ κατὰ μῆκος τοῦ σχοινίου ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἄκρου πρὸς τὸ ἕτερον. Τὸ κῦμα τοῦτο εἶναι ἐγκάρσιον, διότι τὰ σωμάτια τοῦ σχοινίου κινοῦνται καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τοῦ κύματος.



Σχ. 355. Πειραματικὴ διάταξις διαδόσεως ἐγκαρσίας διαταράξεως ἐπὶ σχοινίου.

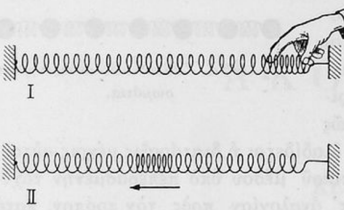
Διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 356 δυνάμεθα νὰ προκαλέσωμεν ἐγκάρσια κύματα. Οὕτω, ἐὰν μετακινήσωμεν τὴν πρώτην σφαῖραν καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τοῦ κύματος, δηλ. κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους Α, τότε καὶ ἡ δευτέρα σφαῖρα θὰ κινηθῇ καὶ αὐτὴ καθέτως, ἐνῷ αὐτὴ μετ' ὀλίγον θὰ θέσῃ εἰς ὁμοίαν κίνησιν τὴν τρίτην σφαῖραν κ.ο.κ.



Σχ. 356. Πειραματικὴ διάταξις συζεύξεως σωματίων καὶ ἐξήγησις τῆς γενέσεως ἐγκαρσίων κυμάτων.

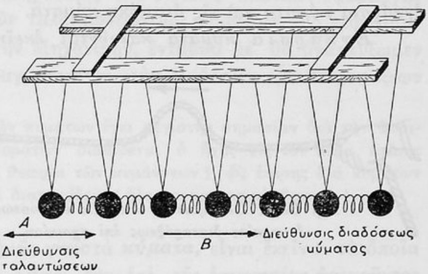
Διαμήκη κύματα καλοῦνται ἐκεῖνα, εἰς τὰ ὁποῖα τὰ σωμάτια τοῦ μέσου κινοῦνται *παραλλήλως* πρὸς τὴν διεύ-

θυνσιν διαδόσεως τοῦ κύματος. Τὴν γένεσιν διαμήκους κύματος δυνάμεθα νὰ ἀντιληφθῶμεν ὡς ἑξῆς. Λαμβάνομεν σπειροειδὲς ἐλατήριον (σχ. 357), ἀποτελούμενον ἀπὸ μέγαν ἀριθμὸν σπειρῶν, καὶ ἀφοῦ τὸ τείνωμεν τὸ στερεώνομεν μονίμως ἀπὸ τὰ δύο ἄκρα του. Ἐὰν εἰς τὸ ἓν ἄκρον τούτου δημιουργήσωμεν μίαν πύκνωσιν (ἢ ἀραίωσιν) τῶν σπειρῶν καὶ ἀποτόμως ἀφήσωμεν αὐτὰς ἐλευθέρας, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ διατάραξις προχωρεῖ κατὰ μῆκος τοῦ ἐλατηρίου (II), ἤτοι παραλλήλως πρὸς τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τοῦ κύματος.



Σχ. 357. Διαδόσεις διαμήκους διαταράξεως δι' ἐλατηρίου.

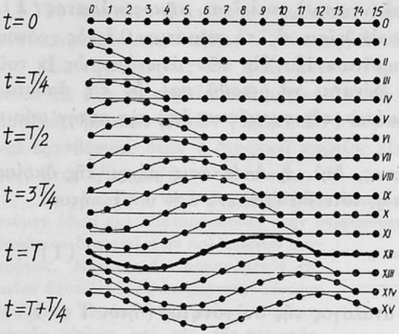
Διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 358 δυνάμεθα νὰ προκαλέσωμεν διαμήκη κύματα. Οὕτω, ἐὰν μετακινήσωμεν ἀποτόμως τὴν πρώτην σφαῖραν πρὸς τὰ ἀριστερά, δηλ. κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους Α, τότε καὶ ἡ δευτέρα σφαῖρα θὰ κινηθῇ καὶ αὐτὴ παραλλήλως, γενικῶς δὲ ἡ διατάραξις τῆς πρώτης σφαίρας μεταβιβάζεται βαθμιαίως ἐπὶ τῶν ὑπολοίπων. Ἐὰν ἀναγκάσωμεν τὴν πρώτην σφαῖραν νὰ ἐκτελῇ ταλάντωσιν κατὰ τὴν εὐθεῖαν Α, συμπίπτουσαν πρὸς τὴν εὐθεῖαν διαδόσεως τοῦ κύματος Β, τότε ὅλαι αἱ σφαῖραι κινοῦνται παραλλήλως πρὸς τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τοῦ κύματος. Ἕκαστον διάμηκες κῦμα ἀποτελεῖται ἀπὸ ἓν πύκνωμα, τὸ ὁποῖον διαδέχεται ἓν ἀραίωμα κ.ο.κ.



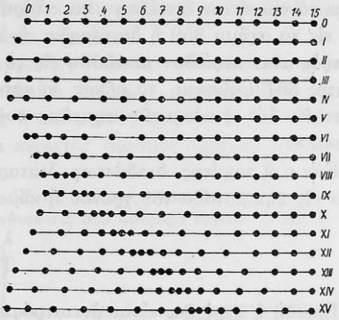
Σχ. 358. Πειραματικὴ διάταξις συζεύξεως σωματίων καὶ ἐξήγησις τῆς γενέσεως διαμήκων κυμάτων.

Γενικῶς κατὰ τὴν διάδοσιν τῶν ἐγκαρσίων καὶ διαμήκων κυμάτων δὲν λαμβάνει χώραν μεταφορὰ ὕλης, ἀλλὰ τὰ σωμάτια τοῦ μέσου ταλαντεύονται μόνον ἐλαφρῶς περὶ τὴν μέσην θέσιν ἰσορροπίας αὐτῶν.

209*. Μηχανισμὸς τῆς διαδόσεως κυμάτων. α) *Ἐγκάρσια κύματα.* Τὴν γένεσιν ἐγκαρσίων κυμάτων δυνάμεθα νὰ κατανοήσωμεν εὐκόλως διὰ τῆς ἀκολούθου εἰκόνος. Θεωρήσωμεν κατά τινα διεύθυνσιν τοῦ μέσου 16 σωμάτια (ἤτοι μικρὰς σφαίρας) διατεταγμένα ἐπὶ εὐθείας εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας (σχ. 359). Τὰ σωμάτια ταῦτα δὲν εἶναι ἀνεξάρτητα ἀπ' ἀλλήλων, ἀλλ' εἶναι συνδεδεμένα δι' ἐλαστικῶν συνδέσμων, ἤτοι συνεζευγμένα μεταξύ των. Ἔστω ὅτι τὸ πρῶτον σωμάτιον 0 κατά τινα στιγμὴν τοῦ χρόνου, τὴν ὁποίαν θεωροῦμεν ὡς ἀρχὴν τοῦ χρόνου, ἄρχεται ἐκτελοῦν ταλάντωσιν περιόδου Τ, κάθετον πρὸς τὴν εὐθεῖαν ἰσορροπίας· τότε μετὰ παρέλευσιν $^1/_{12}$ τῆς περιόδου τὸ σωμάτιον 0 ἔχει ἐκτραπῆ πρὸς τὰ ἄνω, ἐνῷ τὸ 1 εὑρίσκεται ἀκόμη εἰς ἰσορροπίαν (εἰκὼν I). Μετὰ παρέλευσιν ἄλλου $^1/_{12}$ τῆς περιόδου ἡ ἐκτροπὴ τοῦ σωματίου 0 ἔχει γίνει μεγαλυτέρα, ἐνῷ τὸ σωμάτιον 1 μόλις ἄρχεται ἐκτρεπόμενον πρὸς τὰ ἄνω, τὸ δὲ σωμάτιον 2 εὑρίσκεται ἀκόμη εἰς ἠρεμίαν (εἰκὼν II). Μετὰ παρέλευσιν ἄλλου $^1/_{12}$ τῆς περιόδου τὸ σωμάτιον 0 ἀρχίζει νὰ κατέρχεται, τὸ 1 ἔχει λάβει τὴν μεγίστην πρὸς τὰ ἄνω ἀπόκλισιν, ἐνῷ τὸ σωμάτιον 4 εὑρίσκεται ἀκόμη εἰς ἠρεμίαν (εἰκὼν IV). Παρακολουθοῦντες κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον εἰς τὴν εἰκόνα τὰς στιγμιαίας θέσεις τῶν διαφόρων σωματίων, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ κίνησις μετὰ παρέλευσιν χρόνου μιᾶς περιόδου, ἀπὸ τῆς στιγμῆς καθ' ἣν ἤρχισε νὰ κινῆται τὸ σωμάτιον 0, ἔχει μεταδοθῆ μέχρι τοῦ 12 σωματίου (εἰκὼν XII). Μετὰ παρέλευσιν καὶ ἄλλων 12ων τῆς περιόδου, αἱ στιγμιαῖαι θέσεις τῶν 16 σωματίων εἰκονίζονται εἰς XIII, XIV, XV. Οὕτω δημιουργοῦνται ἐναλλὰξ « λόφοι » καὶ « κοιλάδες » διαδιδόμενοι κατὰ μῆκος τῆς διαδόσεως τοῦ κύματος.



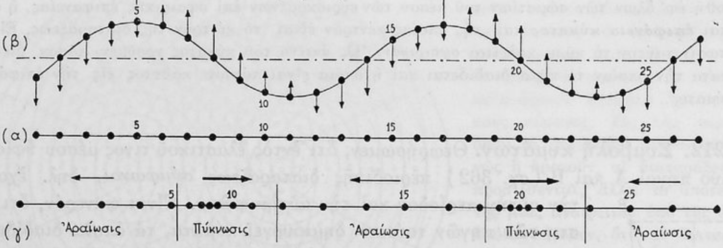
Σχ. 359. Σχηματισμὸς ἐγκαρσίου κύματος διαδιδομένου πρὸς τὰ δεξιά.



Σχ. 360. Σχηματισμὸς διαμήκους κύματος διαδιδομένου πρὸς τὰ δεξιά.

β) ***Διαμήκη κύματα.*** Εἰς τὸ σχῆμα 360 δεικνύεται ἡ κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον γένεσις *διαμήκους κύματος*, εἰς τὸ ὁποῖον τὰ σωμάτια τοῦ μέσου κινοῦνται παλινδρομικῶς κατὰ τὴν εὐθεῖαν τῆς διαδόσεως τοῦ κύματος. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην παρατηροῦμεν, ὅτι εἰς ἄλλας μὲν περιοχὰς προκύπτει πύκνωσις, εἰς ἄλλας δὲ ἀραίωσις τῶν σωματίων τοῦ μέσου.

Εἰς τὸ σχῆμα 361, β δεικνύεται ἡ στιγμιαία εἰκὼν τῶν θέσεων καὶ φάσεων κινήσεως τῶν σωματίων εἰς ἐγκάρσιον κῦμα. Τὰ βέλη παριστοῦν τὸ κατὰ τὴν ἰδίαν στιγμὴν μέγεθος καὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος τῶν σωματίων. Εἰς τὴν θέσιν (α) τὰ σωμάτια εὑρίσκονται ἐν ἠρεμίᾳ, ἐνῷ



Σχ. 361. Στιγμιαία εἰκὼν φάσεως σωματίων (β) εἰς ἐγκαρσία καὶ (γ) εἰς διαμήκη κύματα. Εἰς (α) θέσις ἠρεμίας τῶν σωματίων.

εἰς (γ) δεικνύεται πάλιν ἡ στιγμιαία εἰκὼν τῶν θέσεων μετὰ τῶν φάσεων κινήσεως τῶν διαφόρων σωματίων εἰς διάμηκες κῦμα. Ἐκεῖ ὅπου τὰ σωμάτια κινοῦνται κατὰ τὴν φορὰν τῆς διαδόσεως τοῦ κύματος, σχηματίζεται πύκνωσις σωματίων, ἐνῷ εἰς τὰς περιοχάς, ὅπου κινοῦνται κατὰ ἀντίθετον φοράν, παρατηρεῖται ἀραίωσις.

210. Μῆκος κύματος. *Ἡ ἀπόστασις, εἰς τὴν ὁποίαν διαδίδεται ἡ διατάραξις ἐντὸς χρόνου μιᾶς περιόδου* (δηλ. ἐντὸς τοῦ χρονικοῦ διαστήματος, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται ἵνα τὸ σωμάτιον ἐκτελέσῃ μίαν πλήρη ταλάντωσιν), *καλεῖται* ***μῆκος κύματος (λ).*** Οὕτω εἰς τὸ σχῆμα 359 ἡ διατάραξις ἡ προκληθεῖσα εἰς τὸ σωμάτιον 0 ἐντὸς χρόνου ἴσου πρὸς μίαν περίοδον μετεδόθη εἰς τὸ σωμάτιον 12. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω, ὡς ἐκ τοῦ σχήματος 361 φαίνεται, *τὸ μῆκος κύματος δύναται νὰ ὁρισθῇ καὶ ὡς « ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν σημείων τοῦ μέσου εὑρισκομένων ὑπὸ τὴν αὐτὴν φάσιν κινήσεως ».*

Ἐὰν υ ἡ ταχύτης διαδόσεως διαταράξεως, δηλ. ἡ ἀπόστασις μέχρι τῆς ὁποίας φθάνει εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου ἡ κύμανσις, τότε θὰ ἔχωμεν: $\lambda = \upsilon \cdot T$, ἤτοι:

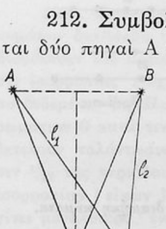
$$\boxed{\frac{\lambda}{T} = \upsilon} \qquad (1)$$

Ἐπειδὴ ἡ περίοδος εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς συχνότητος (ἤτοι $T = 1/\nu$), θὰ ἔχωμεν:

$$\boxed{\lambda \cdot \nu = \upsilon} \qquad (2)$$

211. Κύματα χώρου. Μέχρι τοῦδε ἐξητάσαμεν περιπτώσεις, κατὰ τὰς ὁποίας τὸ κῦμα διαδίδεται μόνον κατὰ μίαν διεύθυνσιν. Ἐὰν ὅμως τὸ μέσον, ἢ ἐν γένει τὸ σῶμα, παρουσιάζῃ τὴν αὐτὴν ἔκτασιν καὶ κατὰ τὰς τρεῖς διαστάσεις αὐτοῦ, πρὸς τούτοις δὲ τὸ μέσον παρουσιάζῃ καθ' ὅλην τὴν ἔκτασιν αὐτοῦ τὰς αὐτὰς ἰδιότητας, δηλ. εἶναι ***ἰσότροπον,*** τότε ἡ διατάραξις ἡ παραγομένη εἴς τινα περιοχὴν τοῦ μέσου διαδίδεται μετὰ τῆς αὐτῆς ταχύτητος κατὰ πάσας τὰς διευθύνσεις καὶ ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει λέγομεν, ὅτι ἔχομεν ***κῦμα χώρου.*** Τοιοῦτον π.χ. κῦμα χώρου, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς κῦμα πιέσεως, εἶναι τὸ παραγόμενον ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ θαλασσίου ὕδατος ὑπὸ βόμβας βυθοῦ. Ἐφ' ὅσον τὸ μέσον εἶναι *ἰσότροπον,* εἰς χρόνον t ἡ διατάραξις θὰ ἔχῃ μεταδοθῆ ἐφ' ὅλων τῶν σωματίων τοῦ μέσου τῶν εὑρισκομένων ἐπὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας, ἡ ὁποία καλεῖται ***ἐπιφάνεια κύματος*** καὶ τῆς ὁποίας κέντρον εἶναι τὸ κέντρον τῆς διαταράξεως. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην τὸ κῦμα καλεῖται *σφαιρικόν. Ὡς ἀκτῖνα* τοῦ κύματος νοοῦμεν πᾶσαν διεύθυνσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ κῦμα διαδίδεται καὶ ἡ ὁποία εἶναι πάντοτε κάθετος εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κύματος.

212. Συμβολὴ κυμάτων. Θεωρήσωμεν, ὅτι ἐντὸς ἐλαστικοῦ τινος μέσου ὑφίστανται δύο πηγαὶ Α καὶ Β (σχ. 362) περιοδικῆς διαταράξεως *σύμφωνοι,* δηλ. ἔχουσαι τὴν αὐτὴν περίοδον καὶ τὴν αὐτὴν φάσιν. Εἶναι φανερόν, ὅτι ἑκάστη τῶν πηγῶν τούτων δημιουργεῖ κύματα, τὰ ὁποῖα διαδίδονται κατὰ πάσας τὰς διευθύνσεις. Ἔστω πρὸς τούτοις δύο σημεῖα τοῦ μέσου Μ καὶ Ν. Ἐκ τῶν σημείων τούτων τὸ Μ ἀπέχει ἐξ ἴσου ἀπὸ τῶν πηγῶν Α καὶ Β καὶ ἑπομένως αἱ διαταράξεις τῶν πηγῶν φθάνουσαι ἐν συμφωνίᾳ φάσεως προστίθενται καὶ τὸ σωμάτιον εἰς Μ θὰ κινῆται ὑπὸ μέγα πλάτος κινήσεως, ἤτοι αἱ ἐπενέργειαι τῶν δύο κυμάτων εἰς Μ ἐνισχύονται ἀμοιβαίως. Εἰς τὸ σημεῖον Ν ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τὰς δύο πηγὰς Α καὶ Β εἶναι ἄνισος. Ἐὰν ἡ διαφορὰ δρόμου ($l_1 - l_2$) εἶναι ἥμισυ μήκους κύματος ($\lambda/2$), τότε αἱ διαταράξεις ἀναιροῦνται ἀμοιβαίως καὶ τὸ σωμάτιον εἰς Ν θὰ κινῆται ὑπὸ ἐλάχιστον



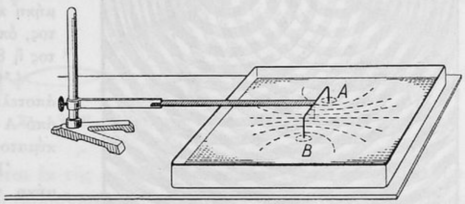
Σχ. 362.

πλάτος κινήσεως. Ἐὰν δὲ μάλιστα καὶ τὰ πλάτη τῶν ταλαντώσεων εἶναι ἴσα, τότε τὸ σωμάτιον εἰς Ν θὰ ἠρεμῇ.

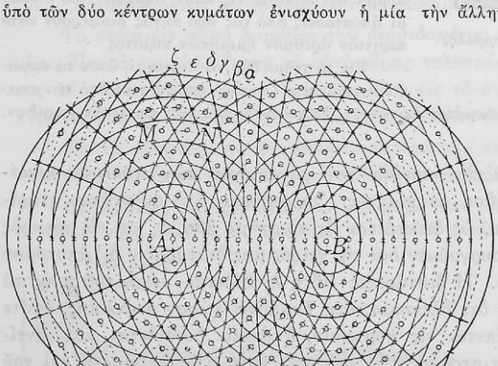
Τὸ ἀνωτέρω φαινόμενον καλεῖται ***συμβολὴ τῶν κυμάτων*** καὶ διὰ νὰ παραχθῇ τοῦτο πρέπει ἀπαραιτήτως αἱ δύο πηγαὶ νὰ εἶναι σύμφωνοι.

Ἐκ τῆς θεωρίας τοῦ φαινομένου τῆς συμβολῆς δεικνύεται, ὅτι ἐνίσχυσις ἀναφαίνεται εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ μέσου, διὰ τὰ ὁποῖα ἡ διαφορὰ πορείας εἶναι ἀκέραιος ἀριθμὸς ἡμίσεων μηκῶν (ἡμιμηκῶν) κύματος ἢ καὶ μηδέν, ἤτοι 0, $2\lambda/2$, $4\lambda/2$ κ.ο.κ., καὶ ἐξασθένισις ὅταν ἡ διαφορὰ πορείας εἶναι περιττὸς ἀριθμὸς ἡμίσεων μηκῶν κύματος, ἤτοι $\lambda/2$, $3\lambda/2$, $5\lambda/2$ κ.ο.κ.

Πειραματικὴ διάταξις συμβολῆς κυμάτων. Ἐντὸς εὐρείας λεκάνης (σχ. 363) τοποθετοῦμεν ὕδωρ καὶ διαταράσσομεν τὴν ἐπιφάνειαν αὐτοῦ εἰς δύο διάφορα σημεῖα Α καὶ Β μὲ τὴν βοήθειαν δύο στελεχῶν παλλομένων συγχρόνως. Ἕκαστον διαταρασσόμενον σημεῖον ἀποτελεῖ ὅλως ἀνεξάρτητον κέντρον ἐκπομπῆς κυμάτων ὑπὸ μορφὴν συγκεντρικῶν κύκλων καὶ εἰς τὰς περιοχάς, ὅπου συναντῶνται τὰ κύματα ταῦτα, λέγομεν ὅτι λαμβάνει χώραν ***συμβολὴ τῶν κυμάτων***. Τὸ ἀποτέλεσμα τῆς συμβολῆς εἶναι ὅτι εἰς τινας μὲν περιοχὰς βλέπομεν, ὅτι ἐλαφρὰ σωματίδια, τὰ ὁποῖα ἔχομεν προηγουμένως ρίψει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, π.χ. τεμάχια φελλοῦ, κινοῦνται ζωηρῶς, ἐνῷ εἰς ἄλλας περιοχὰς τὰ σωματίδια ἠρεμοῦν ἢ κινοῦνται πολὺ ἀσθενῶς. Εἰς τὰς περιοχάς, ὅπου τὰ σωματίδια κινοῦνται ζωηρῶς, αἱ διαταράξεις αἱ προερχόμεναι ὑπὸ τῶν δύο κέντρων κυμάτων ἐνισχύουν ἡ μία τὴν ἄλλην, ἤτοι προστίθενται, ὁπότε λέγομεν, ὅτι αἱ διαταράξεις ***συμβάλλουν ὑπὸ συμφωνίαν φάσεως***. Ἵνα δὲ συμβῇ τοῦτο, πρέπει ἡ διαφορὰ τῶν δρόμων τοὺς ὁποίους αἱ διαταράξεις διανύουν, μέχρις ὅτου φθάσουν εἰς τὸ θεωρούμενον σημεῖον, νὰ εἶναι ἴση πρὸς ἄρτιον ἀριθμὸν ἡμίσεων μήκους κύματος. Εἰς τὰς περιοχάς, ὅπου τὰ σωματίδια κινοῦνται ἀσθενῶς ἢ ἠρεμοῦν, αἱ διαταράξεις δὲν προστίθενται, ἀλλὰ τὸ ἀποτέλεσμα τῆς μιᾶς ἀναιρεῖται ὑπὸ τῆς ἄλλης, ὁπότε λέγομεν, ὅτι αἱ διαταράξεις ***συμβάλλουν ὑπὸ ἀντίθεσιν φάσεως***· διὰ νὰ συμβῇ δὲ τοῦτο πρέπει ἡ διαφορὰ τῶν δρόμων αὐτῶν νὰ εἶναι ἴση πρὸς περιττὸν ἀριθμὸν ἡμίσεων μήκους κύματος.

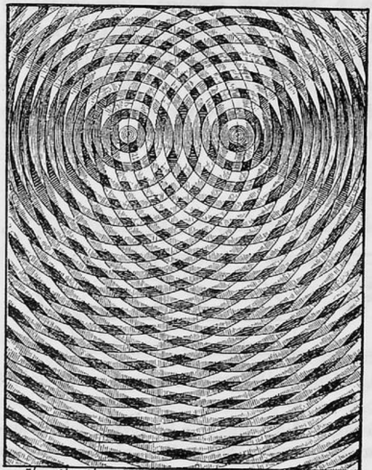


Σχ. 363. *Τὸ στέλεχος παλλόμενον παράγει κύματα συμβολῆς.*



Σχ. 364. *Στιγμιότυπον τῶν σημείων τοῦ χώρου, ὅπου παρατηρεῖται ἐνίσχυσις καὶ ἐξασθένησις τῶν κυμάτων.*

Εἰς τὸ σχῆμα 364 δεικνύεται τί συμβαίνει, ἐὰν Α καὶ Β εἶναι τὰ δύο κέντρα, ἐκ τῶν ὁποίων ἐκπορεύονται τὰ ὑδατηρὰ κύματα. Ὑποθέσωμεν, ὅτι ἐκκινοῦν ὑπὸ τὴν αὐτὴν φάσιν καὶ οἱ «λόφοι» τῶν κυμάτων παριστῶνται ἀπὸ παχείας γραμμάς, ἐνῷ αἱ «κοιλάδες» ὑπὸ ἐστιγμένων γραμμῶν. Ὅπου δύο λόφοι συμπίπτουν, σημειοῦται σταυρός, ὅτε εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο τὸ ὕδωρ ἀνυψοῦται διπλασίως. Ὅπου δύο κοιλάδες συμπίπτουν, τοῦτο σημειοῦται δι' ἑνὸς κύκλου, ὅτε τὸ ὕδωρ εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο ὑφίσταται τὴν διπλασίαν ταπείνωσιν. Ὅταν ὅμως εἷς λόφος καὶ μία κοιλὰς συμπίπτουν, τὸ ἀποτέλεσμα αὐτῶν ἐξουδετεροῦται καὶ εἰς τὰς θέσεις ταύτας τὸ ὕδωρ παραμένει ἤρεμον. Αἱ περιοχαὶ αὗται σημειοῦνται διὰ στιγμῶν καὶ αἱ πλήρεις γραμμαὶ ἀποτελοῦν τὸν γεωμετρικὸν τόπον τῶν στιγμῶν. Οὕτω, αἱ καμπύλαι, αἱ ὁποῖαι χαράσσονται, εἶναι ὑπερβολαὶ καὶ ἔχουν ἑστίας τὰ σημεῖα Α καὶ Β. Κατὰ μῆκος τῶν ββ, δδ, ζζ, τὸ ὕδωρ παραμένει ἐν ἠρεμίᾳ, ἐνῷ κατὰ μῆκος τῶν καμπυλῶν αα, γγ, εε ἔχομεν λόφους καὶ κοιλάδας ἐναλλασσομένους μεταξύ των.



Σχ. 365. Παραστατικὴ εἰκὼν τῶν ἐκ συμβολῆς ὑδατηρῶν κυμάτων.

Ἂς ἐξετάσωμεν ἤδη τὸ σημεῖον Μ, ὅπου ὑφίσταται διπλασία ἀνύψωσις τῶν σωματίων τοῦ ὕδατος. Παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ σημεῖον τοῦτο εὑρίσκεται εἰς ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ Α κατὰ 5,5 μήκη κύματος καὶ ἐκ τοῦ Β κατὰ 9,5 μήκη κύματος, ὁπότε ἡ διαφορὰ πορείας εἶναι 4 μήκη κύματος ἢ 8 ἡμίση μήκη κύματος.

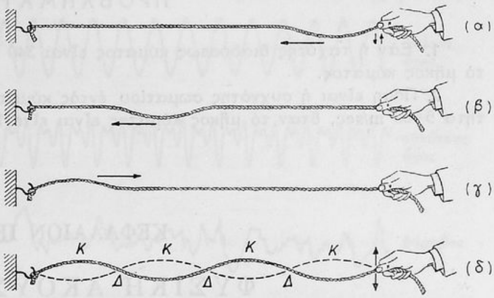
Ὁμοίως δι' οἱονδήποτε σημεῖον διπλασίου ἀποτελέσματος ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῶν ἀποστάσεων ἀπὸ Α καὶ Β εἶναι ἄρτιος ἀριθμὸς ἡμιμηκῶν κύματος, εἴτε ἀκέραιος ἀριθμὸς μηκῶν κύματος.

Ἐξ ἄλλου τὸ σημεῖον Ν ἀπέχει κατὰ 7,5 μήκη κύματος ἀπὸ τοῦ Α καὶ 5 ἀπὸ τοῦ Β, ὅτε ἡ διαφορὰ εἶναι 2,5 μήκη κύματος ἢ 5 ἡμίση μήκη κύματος. Εἰς τὴν θέσιν ταύτην τὰ κύματα ἀπὸ τὰς δύο πηγὰς εὑρίσκονται ὑπὸ ἀντίθεσιν φάσεως καὶ ἐξουδετεροῦνται ἀμοιβαίως. Τοῦτο συμβαίνει πάντοτε εἰς κάθε σημεῖον, τοῦ ὁποίου αἱ ἀποστάσεις ἀπὸ τὰς δύο πηγὰς διαφέρουν κατὰ περιττὸν ἀριθμὸν ἡμιμηκῶν κύματος.

Εἰς τὸ σχῆμα 365, αἱ περιοχαί, ὅπου τὰ σωματίδια κινοῦνται ζωηρῶς, δεικνύονται ὑπὸ τῶν σκιερῶν λωρίδων, αἱ περιοχαὶ δέ, ὅπου τὰ σωμάτια ἀκινητοῦν, δεικνύονται ὑπὸ τῶν φωτεινῶν λωρίδων.

213. Στάσιμα κύματα. Διὰ τὴν σπουδὴν τοῦ φαινομένου τῶν *στασίμων κυμάτων* ἀναχωροῦμεν ἀπὸ τοῦ ἀκολούθου πειράματος. Στερεοῦμεν ἀπὸ ἀκλονήτου στηρίγματος μονίμως τὸ ἄκρον σχοινίου, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 366, α, καὶ εἰς τὸ πρὸς τὰ δεξιὰ ἄκρον τοῦ σχοινίου δημιουργοῦμεν διὰ τῆς χειρός μας διατάραξιν δι' ἀποτόμου ἕλξεως τοῦ σχοινίου πρὸς τὰ κάτω. Ἡ διατάραξις αὕτη διαδίδεται μέχρι τοῦ πρὸς τὰ ἀριστερὰ ἄκρου τοῦ σχοινίου (β), ὅτε βλέπομεν, ὅτι λαμβάνει χώραν ἀνάκλασις, ὁπότε ἡ κοίλωσις τοῦ σχοινίου μετατρέπεται εἰς κύρτωσιν, ἡ ὁποία διαδίδεται κατ' ἀντίθετον φορὰν (σχ. 366, γ). Ἡ ἀντιστροφὴ τῆς φάσεως κατὰ τὴν ἀνάκλασιν ἐπὶ τοῦ στερεοῦ ἄκρου ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς. Ἡ πρὸς τὰ κάτω ἐκτροπὴ τοῦ σχοινίου δημιουργεῖ *κοιλάδα* ἐν αὐτῷ, ἡ ὁποία διαδίδεται μέχρι τοῦ ἑτέρου ἐξηρτημένου ἄκρου τοῦ σχοινίου. Εἰς τὴν θέσιν ὅμως ταύτην τὸ σχοινίον δὲν δύναται νὰ κινῆται ἐλευθέρως, οὕτω δὲ ἡ ἐλαστικὴ παραμόρφωσις δημιουργεῖ δύναμιν ἀντιδράσεως. Κατ' ἀρχὰς τὸ σχοινίον λαμβάνει κατάστασιν ἰσορροπίας καὶ λόγῳ τῆς ἀδρανείας του ἐκτρέπεται πρὸς τὰ ἄνω, σχηματίζεται δὲ οὕτω ἀντὶ κοιλάδος *λόφος* καὶ ἀκολούθως, λόγῳ συζεύξεως, ἡ διατάραξις ὑπὸ ἀνεστραμμένην φάσιν διαδίδεται πρὸς τὰ δεξιά.

Εἰς τὰ προηγούμενα ὑπετέθη, ὅτι εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ σχοινίου (σχ. 366, α) δίδομεν μίαν μεμονωμένην διατάραξιν, ὅτε δημιουργεῖται μία *κοιλάς*, ἡ ὁποία διαδίδεται κατὰ μῆκος τοῦ σχοινίου. Ἐὰν ὅμως τὸ αὐτὸ ἄκρον ὑποβάλλεται εἰς περιοδικὴν ταλάντωσιν (σχ. 366, δ), ὅτε τοῦτο θὰ κινῆται περιοδικῶς πρὸς τὰ ἄνω καὶ κάτω, ἐκτελοῦν π.χ. ἁρμονικὴν ταλάντωσιν, τότε δημιουργεῖται ὡς γνωστὸν κῦμα, τὸ ὁποῖον ἀνακλᾶται ἐπὶ τοῦ ἑτέρου ἄκρου τοῦ σχοινίου. Οὕτω, ἐπὶ τοῦ σχοινίου θὰ διαδίδωνται δύο κύματα, τὸ ἀπ' εὐθείας καὶ τὸ ἐξ ἀνακλάσεως, τὰ ὁποῖα ἔχουν τὸ αὐτὸ πλάτος καὶ τὴν αὐτὴν συχνότητα, ἐκ τῆς συμβολῆς δὲ τῶν δύο τούτων κυμάτων προκύπτει τὸ φαινόμενον τῶν σ τ α σ ί μ ω ν κυμάτων. Ἡ ὀνομασία αὕτη προέρχεται ἐκ τῆς παρατηρήσεως, ὅτι εἰς τὸ στάσιμον κῦμα ἔχει πλέον ἐκλείψει ἡ ἐντύπωσις τοῦ διαδιδομένου κύματος. Εἰς ὡρισμένας θέσεις, αἱ ὁποῖαι ἀπέχουν κατὰ ἥμισυ μῆκος κύματος, τὰ σωμάτια τοῦ σχοινίου παραμένουν ἐν ἠρεμίᾳ, καὶ καλοῦνται αἱ θέσεις αὗται δ ε σ μ ο ὶ (Δ), ἐνῷ εἰς ὡρισμένας θέσεις μεταξὺ τῶν δεσμῶν τὰ σωμάτια ἔχουν πλάτος κινήσεως, καλοῦνται δὲ αἱ θέσεις αὗται κ ο ι λ ί α ι (Κ). Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἀποτελεῖ τὸ στάσιμον κῦμα.

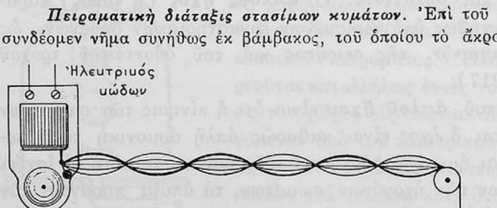


Σχ. 366. Παραγωγὴ στασίμων κυμάτων εἰς σχοινίον.

Τὸ *στάσιμον κῦμα* διαφέρει τοῦ *διαδιδομένου κύματος*, διότι εἰς τὸ διαδιδόμενον κῦμα ὅλα τὰ σωμάτια ἔχουν τὸ αὐτὸ εὖρος ταλαντώσεως, ἀλλ' ἐντὸς ἑνὸς μήκους κύματος αἱ φάσεις αὐτῶν εἶναι διάφοροι, ἐνῷ εἰς τὸ στάσιμον κῦμα ἐντὸς ἡμίσεος μήκους κύματος ὅλα τὰ σωμάτια ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν, ἀλλὰ διάφορον εὖρος.

Εἰς τὰ προηγούμενα ἐξητάσαμεν τὰ στάσιμα κύματα εἰς τὴν περίπτωσιν ἐγκαρσίων κυμάτων. Ἀνάλογα ὅμως ἰσχύουν καὶ εἰς τὰ διαμήκη κύματα.

Πειραματικὴ διάταξις στασίμων κυμάτων. Ἐπὶ τοῦ πλήκτρου κοινοῦ ἠλεκτρικοῦ κώδωνος συνδέομεν νῆμα συνήθως ἐκ βάμβακος, τοῦ ὁποίου τὸ ἄκρον διέρχεται διὰ τροχαλίας καὶ φορτίζεται ὑπὸ μικροῦ βάρους, ἵνα τὸ νῆμα διαταθῇ ἐλαφρῶς (σχ. 367). Ἐὰν τροφοδοτήσωμεν τὸν κώδωνα δι' ἠλεκτρικοῦ ρεύματος, τὸ πλῆκτρον δονεῖται διεγεῖρον κύμανσιν τοῦ νήματος, ἡ ὁποία διαδιδομένη μέχρι τοῦ ἄλλου ἄκρου τοῦ νήματος ἀνακλᾶται καὶ ἐπιστρέφει πρὸς τὰ ὀπίσω, οὕτω δὲ ἐκ συμβολῆς τῶν δύο κυμάτων, τοῦ ἀπ' εὐθείας καὶ ἐξ ἀνακλάσεως, δημιουργοῦνται τὰ στάσιμα κύματα, ὡς δεικνύεται ἐκ τῶν ἀναφαινομένων δεσμῶν καὶ κοιλιῶν.



Σχ. 367. *Παραγωγὴ στασίμων κυμάτων εἰς σχοινίον δι' ἠλεκτρικοῦ κώδωνος.*

Διὰ μεταβολῆς τῆς συχνότητος τῆς κινήσεως τοῦ πλήκτρου, ἤτοι διὰ μεταβολῆς τοῦ τείνοντος βάρους, δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν διαφόρους διαμορφώσεις τῆς χορδῆς. Ἡ τάσις τοῦ νήματος δύναται νὰ γίνῃ καὶ διὰ τῆς χειρός μας.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

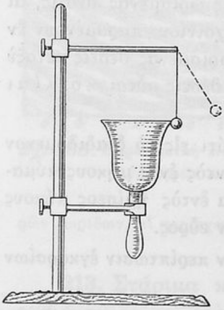
1. Ἐὰν ἡ ταχύτης διαδόσεως κύματος εἶναι 340 m/sec καὶ ἡ συχνότης 256 Hz, πόσον τὸ μῆκος κύματος.

2. Πόση εἶναι ἡ συχνότης σωματίου ἐντὸς κύματος, τὸ ὁποῖον διαδίδεται μὲ ταχύτητα 5 000 m/sec, ὅταν τὸ μῆκος κύματος εἶναι εἴτε 10 cm, εἴτε 200 cm.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΕ΄

ΦΥΣΙΚΗ ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

214. Ἦχος. Ἡ *Φυσικὴ Ἀκουστικὴ* ἀποτελεῖ τὸ κεφάλαιον τὸ πραγματευόμενον εἰδικῶς τὰ φαινόμενα τοῦ *ἤχου*. ***Ἦχον*** γενικῶς καλοῦμεν τὸ αἴτιον, τὸ ὁποῖον διεγείρει τὸ αἰσθητήριον τῆς ἀκοῆς. Ὁ ἦχος προέρχεται ἐκ τῆς ταχείας παλμικῆς κινήσεως τῶν διαφόρων σωμάτων, στερεῶν, ὑγρῶν καὶ ἀερίων, ὀφειλομένης εἰς τὴν ἐλαστικότητα καὶ πυκνότητα αὐτῶν. Ἡ ταχεῖα παλμικὴ κίνησις τῶν σωμάτων, μεταδιδομένη πάλιν δι' ἄλλων ὑλικῶν σωμάτων (π.χ. τοῦ ἀέρος) ὑπὸ μορφὴν κυμάτων μέχρι τοῦ ὠτός, διεγείρει εἰς ἡμᾶς τὸ αἴσθημα τοῦ ἤχου. Τοῦτο π.χ. συμβαίνει εἰς τὴν χορδὴν ἑνὸς μουσικοῦ ὀργάνου, π.χ. κιθάρας, εἰς κώδωνα (σχ. 368) κ.ο.κ., ὅταν τὰ σώματα ταῦτα παράγουν ἦχον.



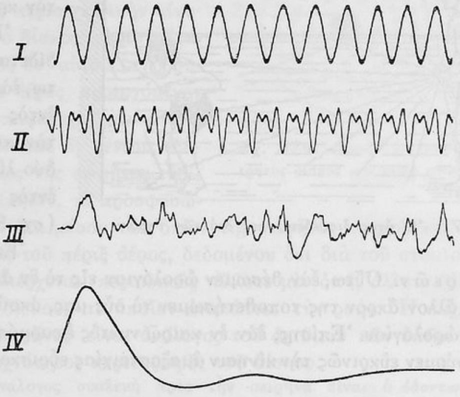
Σχ. 368. Ὁ παλλόμενος κώδων παράγει ἦχον.

215. Εἴδη ἤχων. Διακρίνομεν τοὺς ἤχους κυρίως εἰς *ἁπλοῦς* καὶ *συνθέτους*. Ὁ ***ἁπλοῦς ἦχος*** (ἢ ***τόνος***) παράγεται συνήθως ὑπὸ ὡρισμένων ἐργαστηριακῶν ὀργάνων, ὡς τοῦ *διαπασῶν*, τῆς *σειρῆνος* καὶ τοῦ *ὀδοντωτοῦ τροχοῦ* (βλ. § 217).

Χαρακτηριστικὸν γνώρισμα τοῦ ***ἁπλοῦ ἤχου*** εἶναι ὅτι ἡ κίνησις τῶν σωματίων τοῦ ἀέρος διὰ τοῦ ὁποίου διαδίδεται ὁ ἦχος εἶναι καθαρῶς ἁπλῆ ἁρμονικὴ ταλάντωσις (σχ. 369, Ι), δηλ. μεταβάλλεται ἡμιτονοειδῶς μετὰ τοῦ χρόνου, τὸ αὐτὸ δὲ ἰσχύει καὶ διὰ τὴν κίνησιν τῶν σωματίων τῶν ἠχογόνων σωμάτων, τὰ ὁποῖα παράγουν τὸν ἁπλοῦν ἦχον. Τὸ συναίσθημα, τὸ ὁποῖον διεγείρει εἰς ἡμᾶς ἁπλοῦς ἦχος, δὲν εἶναι οὔτε εὐάρεστον, οὔτε δυσάρεστον.

Συνθέτους ἤχους (ἢ ***φθόγγους***) παράγουν ὅλα ἐν γένει τὰ μουσικὰ ὄργανα καὶ ἡ ἀνθρωπίνη φωνή, προκαλοῦν δὲ εἰς ἡμᾶς εὐχάριστον συναίσθημα. Χαρακτηριστικὸν γνώρισμα τῶν συνθέτων ἤχων εἶναι ὅτι ἡ κίνησις τοῦ ἀέρος δὲν εἶναι ἁπλῆ ἁρμονικὴ ταλάντωσις, ἀλλὰ σύνθετος περιοδική, δηλ. ὁ ἀὴρ μεταβάλλεται μὲν περιοδικῶς, ἀλλ' ὄχι ἡμιτονοειδῶς (σχ. 369, II). Ὡς δὲ θὰ ἴδωμεν περαιτέρω, ὁ συνθετὸς ἦχος δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς μῖγμα πολλῶν ἁπλῶν ἤχων.

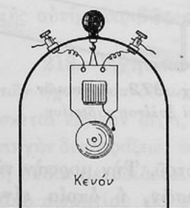
Οἱ ἦχοι ἐπίσης διακρίνονται εἰς *κρότους* καὶ *θορύβους*. Ὁ **κρότος** εἶναι ἦχος πολὺ μικρᾶς διαρκείας καὶ προκαλεῖ εἰς ἡμᾶς δυσάρεστον συναίσθημα. Οὕτω, ὁ ἦχος ὁ παραγόμενος κατὰ τὴν ἐκπυρσοκρότησιν ὅπλου, ὁ ἦχος βροντῆς κ.ο.κ. ἀποτελοῦν κρότους. Χαρακτηριστικὸν γνώρισμα τοῦ κρότου εἶναι ὅτι ἡ κίνησις τῶν σωματίων τοῦ ἀέρος εἶναι ἀνώμαλος, δηλ. τόσον τὸ πλάτος, ὅσον καὶ ἡ συχνότης καὶ ἡ φάσις, μεταβάλλονται ταχέως καὶ ἀκανονίστως (σχ. 369, IV) καθ' ὅμοιον τρόπον, καθ' ὃν ἀκανονίστως μεταβάλλεται καὶ ἡ ἐντύπωσις, τὴν ὁποίαν οὗτος προκαλεῖ εἰς ἡμᾶς.



Σχ. 369. Γραφικὴ παράστασις διαφόρων ἤχων διαδιδομένων εἰς τὸν ἀέρα συναρτήσει τοῦ χρόνου.

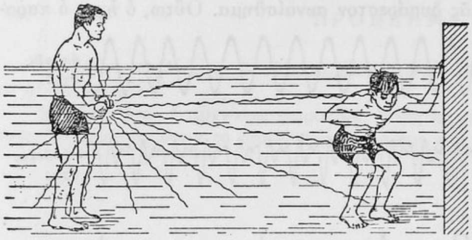
Ὁ **θόρυβος** παράγεται π.χ. κατὰ τὴν συγκέντρωσιν πολλῶν ἀνθρώπων, κατὰ τὴν κίνησιν τῶν φύλλων δένδρου, κατὰ τὸ σχίσιμον τεμαχίου χάρτου ἢ τεμαχίου ὑφάσματος κλπ., ἀντιστοιχεῖ δὲ οὗτος εἰς ἠχητικὰ κύματα τοῦ ἀέρος, τὰ ὁποῖα ὅμως δὲν μεταβάλλονται περιοδικῶς ἀλλὰ ἀκανονίστως (σχ. 369, III).

216. Διάδοσις τοῦ ἤχου. Ἵνα ἀντιληφθῶμεν τὸν ἦχον, τὸν ὁποῖον παράγει ἠχογόνον σῶμα, πρέπει, ὡς εἴδομεν, μεταξὺ τοῦ ἠχογόνου σώματος καὶ τοῦ αἰσθητηρίου τῆς ἀκοῆς νὰ παρεμβάλλεται ὑλικὸν μέσον, δηλ. ὕλη, ἡ ὁποία νὰ παρουσιάζῃ ἐλαστικότητα καὶ πυκνότητα. *Διὰ τοῦ κενοῦ ὁ ἦχος δὲν διαδίδεται.* Τοῦτο δεικνύεται διὰ τοῦ ἀκολούθου κλασικοῦ πειράματος. Ἠλεκτρικὸς κώδων (σχ. 370) στερεοῦται καταλλήλως ἐντὸς τοῦ κώδωνος ἀεραντλίας. Ἐφ' ὅσον εἰς τὸν χῶρον εὑρίσκεται ἀήρ, ἀκούομεν τὸν ἦχον τὸν παραγόμενον ὑπὸ τοῦ ἠλεκτρικοῦ κώδωνος. Ἐὰν ὅμως ἀφαιροῦμεν βαθμηδὸν τὸν ἀέρα, παρατηροῦμεν, ὅτι ὁ ἦχος ἐξασθενεῖ ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον καί, ὅταν τὸ κενὸν προχωρήσῃ ἐπαρκῶς, παύομεν νὰ ἀκούωμεν τὸν ἦχον, μολονότι διὰ μέσου τοῦ ὑαλίνου δοχείου βλέπομεν, ὅτι τὸ πλῆκτρον κρούει τὸ κωδώνιον. Ἐὰν ἀκολούθως ἀφήσωμεν νὰ εἰσέλθῃ ἐκ τῶν ἔξω ἀήρ, ὁ ἦχος ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἐνισχύεται.



Σχ. 370. Ὅταν ὁ κώδων τῆς ἀεραντλίας εἶναι κενὸς ἀέρος, ὁ ἦχος δὲν ἀκούεται.

Ἐκ πείρας ἐπίσης γνωρίζομεν, ὅτι ὁ ἦχος δὲν διαδίδεται ἀκαριαίως, ἀλλ' ὑπὸ πεπερασμένην ταχύτητα. Τοῦτο ἀντιλαμβανόμεθα, ὁσάκις ἐκ μιᾶς ἀποστάσεως παρατηροῦμεν ἐκπυρσοκροτοῦν πυροβόλον, ὁπότε βλέπομεν πρῶτον τὴν λάμψιν τῆς ἐκπυρσοκροτήσεως καὶ κατόπιν ἀκούομεν τὸν ἦχον αὐτῆς. Διὰ τὸν αὐτὸν λόγον, ὅταν παράγεται ἀστραπή, πρῶτον βλέπομεν τὴν λάμψιν της καὶ κατόπιν ἀκούομεν τὸν κρότον (βροντήν).



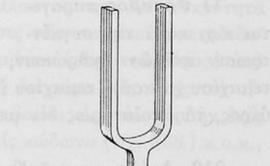
Σχ. 371. Ὁ ἦχος διαδίδεται καὶ διὰ τῶν ὑγρῶν.

Ἐκτὸς τῶν ἀερίων ὁ ἦχος διαδίδεται καὶ διὰ τῶν ὑ γ ρ ῶ ν. Οὕτω, ἐὰν βυθίσωμεν τὴν κεφαλήν μας ἐντὸς ὕδατος, ἀκούομεν εὐκρινῶς τὸν παραγόμενον κρότον, π.χ. ἀπὸ δύο λίθους τοὺς ὁποίους κτυποῦν ἐντὸς τοῦ ὕδατος ἐξ ἀποστάσεως (σχ. 371).

Ἐπίσης ὁ ἦχος διαδίδεται καὶ διὰ τῶν σ τ ε ρ ε ῶ ν. Οὕτω, ἐὰν θέσωμεν ὡρολόγιον εἰς τὸ ἓν ἄκρον μακρᾶς ξυλίνης σανίδος, εἰς δὲ τὸ ἄλλον ἄκρον της τοποθετήσωμεν τὸ οὖς μας, ἀκούομεν πολὺ εὐκρινῶς τοὺς κτύπους τοῦ ὡρολογίου. Ἐπίσης, ἐὰν ἐν καιρῷ νυκτὸς ἐφαρμόσωμεν τὸ οὖς μας ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ἀκούομεν εὐκρινῶς τὴν κίνησιν ἁμαξοστοιχίας εὑρισκομένης εἰς μεγάλην ἀπόστασιν.

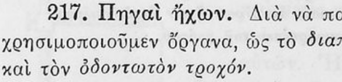
217. Πηγαὶ ἤχων. Διὰ νὰ παραγάγωμεν ἁ π λ ο ῦ ς ἤχους γνωστῆς συχνότητος, χρησιμοποιοῦμεν ὄργανα, ὡς τὸ *διαπασῶν*, τὴν *σειρῆνα* καὶ τὸν *ὀδοντωτὸν τροχόν*.

α) ***Διαπασῶν.*** Τοῦτο ἀποτελεῖται ἐκ πρισματικῆς ράβδου ἀπὸ χάλυβα, καμπτομένης εἰς σχῆμα ∪ (σχ. 372). Τὸ διαπασῶν διεγείρεται συνήθως πρὸς παραγωγὴν ἤχου τῇ βοηθείᾳ ξυλίνου πλήκτρου (ἢ καὶ δοξαρίου), ὁπότε τὰ σκέλη του πάλλονται περιοδικῶς περὶ τὴν μέσην θέσιν ἰσορροπίας των. Ἐπειδὴ δὲ ὁ ἦχος ὁ παραγόμενος ὑπὸ τοῦ διαπασῶν εἶναι ἀσθενής, τοποθετοῦμεν τοῦτο ἐπὶ καταλλήλου ξυλίνου κιβωτίου (καλουμένου *ἀντηχείου*) ἀνοικτοῦ κατὰ τὴν μίαν πλευράν, ὁπότε ὁ ἐκπεμπόμενος ἦχος ἐνισχύεται.



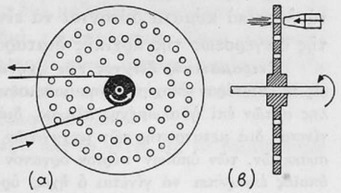
Σχ. 372. Διαπασῶν ἐπὶ ξυλίνου κιβωτίου.

Ἡ κίνησις τῶν σκελῶν τοῦ διαπασῶν εἶναι ἁπλῆ ἁρμονική, ἡ δὲ συχνότης ἑκάστου διαπασῶν, ἐξαρτωμένη κυρίως ἐκ τῶν διαστάσεων αὐτοῦ, ἀναγράφεται συνήθως ἐπ᾽ αὐτοῦ. Τὴν μορφὴν τῆς ταλαντώσεως τοῦ διαπασῶν, ἡ ὁποία εἶναι ἡμιτονοειδής, δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν καλῶς, ἐὰν ἐφοδιάσωμεν τὸ σκέλος τοῦ διαπασῶν διὰ λεπτῆς ἀκίδος (σχ. 373). Ἐὰν τοποθετήσωμεν τὸ διαπασῶν οὕτως, ὥστε ἡ ἀκὶς αὐτοῦ νὰ ἐφάπτεται ἠθαλωμένης πλακός, καὶ σύρωμεν ἀκολούθως τὸ διαπασῶν κατὰ μῆκος τῆς πλακός, τότε ἡ ἀκὶς καταγράφει ἐπ᾽ αὐτῆς καμπύλην, ἡ ὁποία εἶναι κατὰ μεγάλην προσέγγισιν ἡμιτονοειδής.

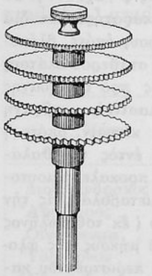


Σχ. 373. Ἡ ἀκὶς παλλομένη γράφει ἡμιτονοειδῆ καμπύλην.

β) ***Σειρήν.*** Ἡ ***σειρὴν δι᾽ ὀπῶν*** (σχ. 374) ἀποτελεῖται ἀπὸ δίσκον μεταλλικὸν φέροντα ὀπὰς κατὰ μῆκος συγκεντρικῶν περιφερειῶν, αἱ ὁποῖαι ἐπὶ ἑκάστης περιφερείας ἀπέχουν ἐξ ἴσου μεταξύ των, διὰ καταλλήλου δὲ κινητῆρος τίθεται οὗτος εἰς περιστροφικὴν κίνησιν. Ἐάν, καθ᾽ ὃν χρόνον ὁ δίσκος περιστρέφεται, προσφυσήσωμεν καθέτως ἐπ᾽ αὐτοῦ (τῇ βοηθείᾳ στενοῦ σωλῆνος) ρεῦμα ἀέρος προερχόμενον ἐκ καταλλήλου φυσητῆρος, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ σειρὴν ἀποδίδει ἦχον, τοῦ ὁποίου ἡ γένεσις ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς. Ὅταν ὁ δίσκος τῆς σειρῆνος εὑρίσκεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν, τὸ προσφυσώμενον ρεῦμα ἀέρος προκαλεῖ διὰ μέσου τῶν ὀπῶν τῆς σειρῆνος περιοδικὰς μεταβολὰς τῆς πιέσεως τοῦ πέριξ ἀέρος, δεδομένου ὅτι διὰ τοῦ στομίου τοῦ σωληνίσκου διέρχεται περιοδικῶς ἄλλοτε μὲν ὀπή, ἄλλοτε δὲ τὸ πλῆρες μέρος τοῦ δίσκου, τὸ ὁποῖον ἀνακόπτει τὴν ροήν. Ἡ συχνότης τοῦ ἤχου τῆς σειρῆνος εἶναι ἀνάλογος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ὀπῶν καὶ ἀνάλογος τῆς συχνότητος περιστροφῆς τοῦ δίσκου.



Σχ. 374. Σειρὴν δι᾽ ὀπῶν (α). Διάτρητος δίσκος καὶ τομὴ φυσητῆρος (β).



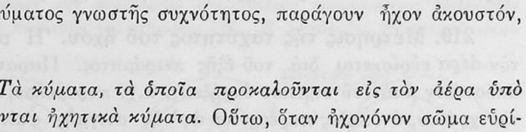
Σχ. 375. Ὀδοντωτὸς τροχός.

γ) Ἀνάλογος συσκευὴ πρὸς τὴν σειρῆνα εἶναι ὁ ***ὀδοντωτὸς τροχὸς*** (σχ. 375). Οὗτος προσαρμόζεται ἐπὶ κινητῆρος καὶ στρέφεται ἰσοταχῶς. Ἐὰν εἰς τοὺς ὀδόντας αὐτοῦ πλησιάζωμεν φύλλον χάρτου, τοῦτο παράγει ἦχον, τὴν συχνότητα δὲ αὐτοῦ εὑρίσκομεν πολλαπλασιάζοντες τὸν ἀριθμὸν τῶν στροφῶν τοῦ τροχοῦ κατὰ sec ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ὀδόντων τοῦ τροχοῦ.

Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω ἔχομεν καὶ διαφόρους πηγὰς ***συνθέτων ἤχων,*** ἤτοι μουσικῶν φθόγγων, ὡς εἶναι π.χ. αἱ *χορδαί*, οἱ *ἠχητικοὶ σωλῆνες*, αἱ *ράβδοι*, τὰς ὁποίας θὰ μελετήσωμεν περαιτέρω (βλ. § 233).

Εἰς τὰς πηγὰς ἤχου συγκαταλέγονται καὶ τὰ ***μεγάφωνα,*** τὰ ὁποῖα συνήθως ἀποτελοῦν ἐξαρτήματα τῶν ραδιοφώνων. Ταῦτα τροφοδοτούμενα δι᾽ ἐναλλασσομένου ρεύματος γνωστῆς συχνότητος, παράγουν ἦχον ἀκουστόν, τῆς αὐτῆς ἀκριβῶς συχνότητος.

218. Ἠχητικὰ κύματα. *Τὰ κύματα, τὰ ὁποῖα προκαλοῦνται εἰς τὸν ἀέρα ὑπὸ τῶν ἠχογόνων σωμάτων, καλοῦνται ἠχητικὰ κύματα.* Οὕτω, ὅταν ἠχογόνον σῶμα εὑρίσκεται εἰς τὸν ἀέρα, ἀποτελεῖ πηγὴν διαταράξεως τοῦ ἀέρος, ἡ ὁποία μεταδίδεται εἰς αὐτὸ ἀπὸ σωματίου εἰς σωμάτιον, ὑπὸ μορφὴν σφαιρικοῦ κύματος (σχ. 376). Τὰ οὕτω παραγόμενα ὑπὸ τῶν ἠχογόνων σωμάτων κύματα εἰς τὸν ἀέρα εἶναι *διαμήκη* κύματα, διότι, ὡς εἴδομεν, οἱ κραδασμοὶ τῶν σωματίων τοῦ μέσου γίνονται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς διαδόσεως τοῦ κύματος. Τὸ

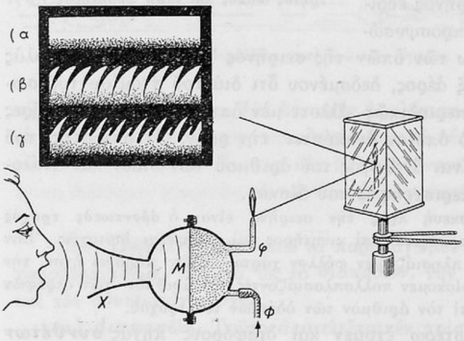


Σχ. 376. Ἀναλόγως τῆς πυκνότητος τῶν κοκκιδίων ἔχομεν πυκνώματα καὶ ἀραιώματα.

αὐτὸ ἰσχύει καὶ διὰ τὴν διάδοσιν τοῦ ἤχου διὰ τῶν ὑγρῶν, ὡς π.χ. τοῦ ὕδατος, ὅπου τὰ παραγόμενα ἠχητικὰ κύματα εἶναι ἐπίσης διαμήκη. Προκειμένου ὅμως περὶ στερεῶν, τὰ ἠχητικὰ κύματα δύνανται νὰ εἶναι εἴτε ἐγκάρσια εἴτε διαμήκη, ἀναλόγως τοῦ τρόπου τῆς διεγέρσεως τῆς ἀρχικῆς διαταράξεως ἐντὸς αὐτῶν.

Πειραματικὸς ἔλεγχος τῶν ἠχητικῶν κυμάτων. Διὰ τὴν σπουδὴν τῶν διαφόρων εἰδῶν ἤχων εἰς παλαιοτέραν ἐποχὴν ἐχρησιμοποιοῦντο διάφοροι μέθοδοι, ὡς π.χ. διὰ καταγραφῆς τῆς καμπύλης αὐτῶν ἐπὶ ἠθαλωμένης πλακός, διὰ μανομετρικῆς φλογὸς κλπ. Τελευταίως ἡ σπουδὴ τοῦ ἤχου γίνεται διὰ μετατροπῆς τῶν μηχανικῶν κραδασμῶν εἰς ἠλεκτρικοὺς κραδασμοὺς δι' ἠλεκτρονικῶν συσκευῶν, τῶν ὁποίων κύριον ὄργανον εἶναι τὸ μικρόφωνον καὶ ὁ σωλὴν *Braun (Μπράουν)*, ὁ ὁποῖος ἐπιτρέπει νὰ γίνεται ὁ ἦχος ὁρατός, ὡς θὰ ἴδωμεν εἰς τὸ κεφάλαιον τοῦ Ἠλεκτρισμοῦ.

Μανομετρικὴ φλόξ. Σφαιρικὴ κάψα, χωρίζεται διὰ ἐλαστικῆς μεμβράνης Μ εἰς δύο θαλάμους, ἐξ ὧν ὁ εἷς συγκοινωνεῖ πρὸς τὸν ἀέρα, ὁ δὲ ἄλλος πληροῦται φωταερίου ἢ ἀσετυλίνης διὰ τοῦ σωλῆνος Φ, ὁ ὁποῖος ὅταν τὸ ἀέριον ἀναφλέγεται παρέχει μικρὰν φλόγα εἰς φ (σχ. 377). Τὸ εἴδωλον τῆς φλογὸς παρατηροῦμεν διὰ περιστρέπτου κατόπτρου, ὁπότε βλέπομεν φωτεινὴν ταινίαν σταθεροῦ πλάτους (α). Ἐὰν ἀκολούθως πρὸ τῆς χοάνης παραχθῇ ἦχος, ἡ ἐλαστικὴ μεμβράνη τίθεται εἰς παλμικὴν κίνησιν, ὁπότε ἡ πίεσις τοῦ φωταερίου ἐντὸς τοῦ θαλάμου αὐξομειοῦται καὶ προκαλεῖ τοιουτοτρόπως περιοδικὰς μεταβολὰς εἰς τὴν ἐκροὴν τοῦ φωταερίου (ἐκ τοῦ σωλῆνος φ) καὶ ἐπομένως τοῦ μήκους τῆς φλογός. Οὕτω, ἐντὸς τοῦ περιστρέπτου κατόπτρου παρατηροῦμεν εἰκόνας, ὡς αἱ τοῦ σχήματος (β) καὶ (γ), τὰς ὁποίας μάλιστα δυνάμεθα νὰ προβάλωμεν καὶ ἐπὶ πετάσματος. Αἱ προκύπτουσαι εἰκόνες ἔχουν μορφὴν ἐξαρτωμένην ἐκ τοῦ εἴδους τοῦ χρησιμοποιουμένου ἤχου (ἁπλοῦς ἦχος, σύνθετος ἦχος).



Σχ. 377. Μανομετρικὴ φλόξ. Διάταξις ἀναλύσεως ἠχητικῶν κυμάτων.

219. Μέτρησις τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου. Ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου εἰς τὸν *ἀέρα* εὑρίσκεται διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος. Παρατηρητὴς εὑρίσκεται εἰς μεγάλην ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ σημείου ἐκρήξεως, π.χ. πυροβόλου, καὶ μετρεῖ διὰ τοῦ χρονομέτρου τὸν χρόνον, ὁ ὁποῖος παρέρχεται ἀφ' ἧς στιγμῆς φαίνεται ἡ λάμψις τοῦ κροτοῦντος πυροβόλου μέχρι τῆς στιγμῆς κατὰ τὴν ὁποίαν ἀκούεται ὁ κρότος. Ἡ λάμψις καὶ ὁ κρότος παράγονται ταυτοχρόνως· ἐπειδὴ ὅμως τὸ φῶς διαδίδεται, διὰ τὰς συνήθεις γηΐνας ἀποστάσεις, πρακτικῶς ἀκαριαίως, βλέπομεν πρῶτον τὴν λάμψιν τῆς ἐκπυρσοκροτήσεως καὶ κατόπιν ἀκούομεν τὸν κρότον. Κατὰ συνέπειαν ὁ μετρηθεὶς χρόνος εἶναι ὁ χρόνος ὁ ὁποῖος ἀπῃτήθη διὰ νὰ μεταδοθῇ ὁ ἦχος ἀπὸ τοῦ σημείου τῆς ἐκρήξεως μέχρι τοῦ σημείου τοῦ παρατηρητοῦ. Ἐὰν μετρήσωμεν τὴν ἀπόστασιν μεταξὺ τῶν δύο σημείων, τότε τὸ πηλίκον τῆς ἀποστάσεως ταύτης διὰ τοῦ μετρηθέντος χρόνου μᾶς δίδει τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα. Ἡ ὡς ἄνω μέθοδος μετρήσεως τῆς ταχύτητος διαδόσεως τοῦ ἤχου καλεῖται *ἄμεσος μέθοδος*.

Ἀλλὰ καὶ ἐντὸς τοῦ ἐργαστηρίου δυνάμεθα διὰ πολλῶν μεθόδων *(ἐμμέσων)* νὰ προσδιορίσωμεν μετὰ μεγάλης ἀκριβείας τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα ἢ εἰς διάφορα ἀέρια. Οὕτω ἐκ διαφόρων μεθόδων εὑρέθη, ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα, ὑπὸ τὰς συνήθεις συνθήκας, εἶναι περίπου ἴση πρὸς 340 m/sec.

Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ *ὑγρὰ* προσδιωρίσθη διὰ μεθόδων ἀναλόγων πρὸς τὴν τοῦ ἀέρος, ὡς εἴδομεν ἀνωτέρω, καὶ εὑρέθη π.χ. διὰ τὸ θαλάσσιον ὕδωρ ἴση πρὸς 1 500 m/sec περίπου. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ *στερεὰ* εἶναι ἀκόμη μεγαλυτέρα τῆς τῶν ὑγρῶν, εὑρίσκεται δὲ διὰ ἐργαστηριακῶν πειραματικῶν μεθόδων. Ὁ κάτωθι πίναξ μᾶς δίδει παραδείγματα ταχύτητος τοῦ ἤχου εἰς τὰ διάφορα ὑλικά.

Ἡ ταχύτης τῆς διαδόσεως τοῦ ἤχου εἰς τὸν *ἀέρα* καὶ ἐν γένει εἰς τὰ ἀέρια αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας θ, κατὰ τὴν σχέσιν:

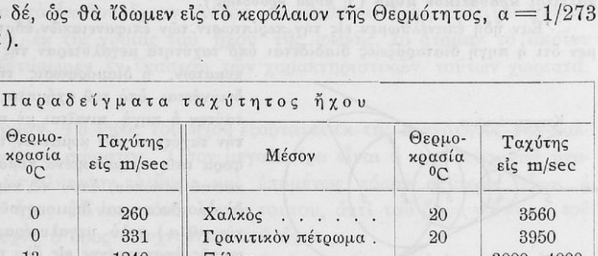
$$\boxed{\upsilon_\theta = \upsilon_0 \sqrt{1 + \alpha \cdot \theta}}$$

ὅπου υ_0 ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς 0^0 C καὶ α συντελεστής, καλούμενος *θερμικὸς συντελεστὴς* τῶν ἀερίων. Εἶναι δέ, ὡς θὰ ἴδωμεν εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Θερμότητος, $\alpha = 1/273$ grad^{-1} (1 grad $= 1^0$ C).

Παραδείγματα ταχύτητος ἤχου

Μέσον	Θερμοκρασία ^{0}C	Ταχύτης εἰς m/sec	Μέσον	Θερμοκρασία ^{0}C	Ταχύτης εἰς m/sec
Διοξ. ἄνθρακος . . .	0	260	Χαλκὸς	20	3560
Ἀὴρ ξηρὸς . . .	0	331	Γρανιτικὸν πέτρωμα .	20	3950
Οἰνόπνευμα	13	1240	Ξύλον	—	3000 - 4000
Ὑδρογόνον	0	1260	Ὕαλος	—	5000 - 6000
Ὕδωρ	0	1440	Σίδηρος	—	5100

220*. Ὑπερηχητικὰ κύματα. Πρὸς κατανόησιν τῶν ὑπερηχητικῶν κυμάτων ἀναχωροῦμεν ἀπὸ τὸ ἀκόλουθον παράδειγμα. Θεωρήσωμεν τὴν περίπτωσιν ἀντικειμένου προκαλοῦντος διατάραξιν περιοχῆς ὕδατος, ὡς γίνεται εἰς τὴν συσκευὴν τοῦ σχήματος 363. Ἡ διατάραξις δημιουργεῖ μικρὰ κύματα, τὰ ὁποῖα διαδίδονται ὑπὸ ὡρισμένην ταχύτητα υ ὑπὸ μορφὴν συγκεντρικῶν κύκλων, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 378, α. Τὰ κύματα ταῦτα παρουσιάζουν ἀναλογίαν πρὸς τὰ κύματα τὰ ὁποῖα παράγονται ἐντὸς ἠρεμούσης μάζης ὕδατος ὑπὸ βόμβας βυθοῦ, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἔχομεν



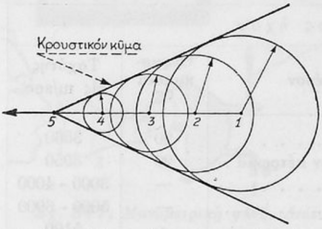
Σχ. 378. Διατάραξις παραγομένη (α) ὑπὸ ἀκινήτου πηγῆς, (β) ὑπὸ πηγῆς κινουμένης μὲ ταχύτητα μικροτέραν καὶ (γ) ἴσην πρὸς τὴν ταχύτητα τῆς διαδόσεως τῶν κυμάτων.

σφαιρικὰ κύματα χώρου, τὰ ὁποῖα διαδίδονται ὑπὸ μορφὴν συγκεντρικῶν σφαιρῶν, ἐνῷ εἰς τὴν περίπτωσιν ἀέρος ἔχομεν ἠχητικὰ κύματα. Ἀμφότερα τὰ ἀνωτέρω κύματα εἶναι *κύματα πιέσεως.*

Ἐὰν ἤδη δεχθῶμεν, ὅτι τὸ προκαλοῦν τὴν ἀρχικὴν διατάραξιν ἀντικείμενον δὲν εἶναι ἀκίνητον, ἀλλὰ κινεῖται ἐν σχέσει πρὸς τὸ ἠρεμοῦν ὕδωρ, ὑπὸ ταχύτητα μικροτέραν τῆς διαδόσεως τῶν κυμάτων, τότε ἡ διαμόρφωσις τῶν ὑδατηρῶν κυμάτων δεικνύεται ὑπὸ τοῦ σχήματος (β). Οὕτω βλέπομεν, ὅτι ἡ ἀρχικὴ διατάραξις 1, ἡ ὁποία παράγεται τὴν στιγμὴν καθ᾽ ἣν διέρχεται ἐκ τοῦ σημείου 1, προηγεῖται πάντοτε ὅλων τῶν διαδοχικῶν διαταράξεων, ἐφ᾽ ὅσον ἡ πηγὴ κινεῖται ἀπὸ τοῦ σημείου 1 πρὸς τὸ σημεῖον 5. Μὲ ἄλλους λόγους τὸ ὕδωρ τὸ εὑρισκόμενον ἔμπροσθεν τοῦ κινουμένου ἀντικειμένου προειδοποιεῖται περὶ τῆς παρουσίας του ἐκ τῶν διαταράξεων τῶν παραγομένων ὑπὸ τοῦ πλησιάζοντος σώματος καὶ τὸ ὕδωρ θὰ ἀρχίζῃ νὰ ἀλλάζῃ συνθήκας προτοῦ τὸ σῶμα φθάσῃ τὸ σημεῖον τοῦτο. Ἡ περίπτωσις αὕτη ἀντιστοιχεῖ εἰς ταχύτητα κινήσεως τῆς πηγῆς μικροτέραν τῆς διαδόσεως τῶν κυμάτων. Ἡ ἀνωτέρω περιγραφὴ ἰσχύει καὶ διὰ κύματα χώρου ὕδατος καὶ διὰ κύματα χώρου εἰς τὸν ἀέρα, ὡς συμβαίνει μὲ τὰ ἠχητικὰ κύματα, ὅτε ἔχομεν τὴν περίπτωσιν τῶν καλουμένων *ὑποηχητικῶν κυμάτων*.

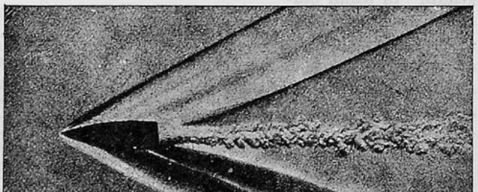
Ἐὰν ἡ ταχύτης τῆς κινουμένης πηγῆς διαταράξεως γίνῃ ἴση πρὸς τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ κύματος, τότε ἡ διαμόρφωσις τῶν κυμάτων δεικνύεται ὑπὸ τοῦ σχήματος (γ), ἤτοι οἱ κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων, τὸ δὲ κοινὸν σημεῖον ἐπαφῆς συμπίπτει διαρκῶς πρὸς τὴν κινουμένην πηγήν. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἡ πηγὴ διαταράξεως κινεῖται ἐντὸς περιοχῆς ηὐξημένης πιέσεως, ἡ ὁποία καλεῖται ***κρουστικὸν κῦμα*** (ἢ *κῦμα κρούσεως*).

Ἐὰν ἤδη ἐπανέλθωμεν εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ἐπιφανειακῶν ὑδατηρῶν κυμάτων καὶ δεχθῶμεν ὅτι ἡ πηγὴ διαταράξεως διαδίδεται ὑπὸ ταχύτητα μεγαλυτέραν τῆς ταχύτητος διαδόσεως τῶν κυμάτων, ἡ διαμόρφωσις τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος δεικνύεται ὑπὸ τοῦ σχήματος 379. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἡ πηγὴ κινεῖται μὲ ταχύτητα μεγαλυτέραν ἀπὸ τὴν ταχύτητα τῶν κυματίων τὰ ὁποῖα γεννᾷ καὶ τὰ διάφορα ταῦτα μεμονωμένα κύματα συντίθενται κατὰ μῆκος κοινοῦ μετώπου, ὅπου τὰ κύματα τέμνονται, ἐνισχύουν δὲ ἀμοιβαίως καὶ δημιουργοῦν ἓν νέον κῦμα (κρουστικὸν κῦμα) πολὺ μεγαλυτέρας ἰσχύος, κατὰ μῆκος τῆς κοινῆς ἐφαπτομένης εἰς ὅλα τὰ μεμονωμένα κύματα. Τὰ τμήματα τῶν κυμάτων τὰ εὑρισκόμενα κατὰ τὰ σημεῖα συνεπαφῆς χάνουν τὴν ὀντότητά των καὶ συγχέονται πρὸς τὴν εὐθεῖαν τὴν περιβάλλουσαν ὅλα τὰ μεμονωμένα κύματα. Τὸ αὐτὸ συμβαίνει εἰς τὴν περίπτωσιν κυμάτων χώρου παραγομένων ἐντὸς μάζης ὕδατος ἢ ἐντὸς μάζης ἀέρος, ὅτε ἔχομεν τὴν περίπτωσιν τῶν καλουμένων ***ὑπερηχητικῶν κυμάτων***.



Σχ. 379. Ἡ πηγὴ κινεῖται ὑπὸ ταχύτητα μεγαλυτέραν τῶν κυμάτων.

Ὡς ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ἀεροπλάνα π.χ. κινούμενα μὲ ταχύτητα προσεγγίζουσαν ἢ καὶ ὑπερβαίνουσαν τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου (340 m/sec = 1 200 km/h), ἀντιμετωπίζουν νέας συνθήκας πτήσεως διαφόρους τῆς συνήθους ταχύτητος αὐτῶν, αἱ ὁποῖαι προκαλοῦν πολλάκις δυστυχήματα, καθότι δὲν ἔχουν πλήρως μελετηθῆ. Ὅταν ὅμως ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι ἀνωτέρα τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου, ἤτοι περίπου 1 500 km/h, τότε, ὡς ἐδείχθη, αἱ συνθῆκαι πτήσεως γίνονται πάλιν ὁμαλαὶ καὶ ἡ Τεχνικὴ τείνει σήμερον νὰ κατασκευάσῃ ἀεροπλάνα κινούμενα ὑπὸ τοιαύτην ταχύτητα.



Σχ. 380. Διαμόρφωσις μετώπου κύματος εἰς τὸν ἀέρα εἰς τὴν περίπτωσιν βλήματος.

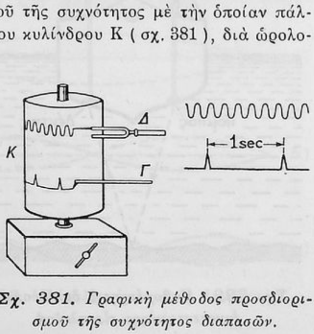
Περιπτώσεις *κρουστικῶν κυμάτων* παρατηροῦνται καὶ εἰς τὴν θάλασσαν κατὰ τὴν κίνησιν βενζινακάτων κινουμένων ὑπὸ ταχύτητα μεγαλυτέραν τῆς ταχύτητος διαδόσεως τῶν κυμάτων ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος. Τὸ σχῆμα 380 δεικνύει τὴν διαμόρφωσιν τοῦ μετώπου κύματος πέριξ βλήματος, ὅπερ ἔχει ταχύτητα μεγαλυτέραν τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου (π.χ. 800 m/sec).

221. Ὑποκειμενικὰ χαρακτηριστικὰ γνωρίσματα τῶν ἤχων. Διὰ τοῦ αἰσθητηρίου τῆς ἀκοῆς ἀποδίδομεν εἰς τὸν ἦχον τρία χαρακτηριστικὰ γνωρίσματα: τὸ *ὕψος*, τὴν *ἔντασιν* καὶ τὴν *χροιάν*. Τὸ ***ὕψος*** ἀποτελεῖ τὸ χαρακτηριστικὸν ἐκεῖνο γνώρισμα τοῦ ἤχου, ἕνεκα τοῦ ὁποίου ἀποφαινόμεθα, ὅτι ὁ ἦχος τὸν ὁποῖον ἀκούομεν εἶναι *ὀξὺς* ἢ *βαρύς*. Ἡ ***ἔντασις*** ἀποτελεῖ τὸ χαρακτηριστικὸν ἐκεῖνο γνώρισμα τοῦ ἤχου τὸ προκαλοῦν εἰς ἡμᾶς τὴν ἰδιάζουσαν ἐντύπωσιν, ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ὁποίας ἀποφαινόμεθα, ὅτι ὁ ἦχος τὸν ὁποῖον ἀκούομεν εἶναι *ἰσχυρὸς* ἢ *ἀσθενής*. Ἐκ πείρας ἐπίσης γνωρίζομεν, ὅτι διὰ τοῦ αἰσθητηρίου τῆς ἀκοῆς, ὅταν ἀκούωμεν δύο ἤχους τοῦ αὐτοῦ ὕψους καὶ τῆς αὐτῆς ἐντάσεως παραγομένους ταυτοχρόνως, ἀλλὰ ἀπὸ δύο διάφορα μουσικὰ ὄργανα, δυνάμεθα νὰ διακρίνωμεν τὰ ὄργανα ἐκ τῶν ὁποίων οὗτοι προέρχονται. Τὸ χαρακτηριστικὸν τοῦτο γνώρισμα, τὸ ὁποῖον ἔχουν μόνον οἱ σύνθετοι ἦχοι, καλεῖται ***χροιά***. Ὁμοίως τὸ οὖς διακρίνει, ἐκ τῆς χροιᾶς τοῦ ἤχου τῆς φωνῆς, τὸ ἄτομον τὸ ὁποῖον ὁμιλεῖ. Κατωτέρω θὰ ἐξετάσωμεν ἓν ἕκαστον τῶν χαρακτηριστικῶν τούτων χωριστά.

222. Ὕψος τῶν ἤχων. Τὸ ὕψος τοῦ ἤχου ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς συχνότητος τῆς παλμικῆς κινήσεως τοῦ ἠχογόνου σώματος. Ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ συχνότης τοῦ ἠχογόνου σώματος, τόσον μεγαλύτερον τὸ ὕψος καὶ ἑπομένως τόσον ὀξύτερος εἶναι ὁ ὑπ' αὐτοῦ παραγόμενος ἦχος. Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου, ἀντὶ τοῦ ὅρου «*ὕψος*» *τοῦ ἤχου*, χρησιμοποιεῖται συχνὰ ὁ ὅρος «*συχνότης*» *τοῦ ἤχου*.

Μέτρησις τῆς συχνότητος τοῦ ἤχου. α) ***Μέθοδος τῆς ὁμοφωνίας.*** Ἡ ἁπλουστέρα μέθοδος μετρήσεως τῆς συχνότητος τοῦ ἤχου εἶναι ἡ δι' *ὁμοφωνίας*. Οὕτω διεγείρομεν ἀφ' ἑνὸς μὲν τὸ ἠχογόνον σῶμα καὶ ἀφ' ἑτέρου τὴν σειρῆνα καὶ προσπαθοῦμεν διὰ ρυθμίσεως τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στροφῶν τῆς σειρῆνος κατὰ δευτερόλεπτον νὰ ἐπιτύχωμεν, ὥστε αὕτη νὰ παράγῃ ἦχον ἰσοϋψῆ πρὸς τὸν τοῦ ἠχογόνου σώματος. Τοῦτο δυνάμεθα ν' ἀντιληφθῶμεν εὐχερῶς διὰ τοῦ αἰσθητηρίου τῆς ἀκοῆς. Τὸ γινόμενον τῶν ὀπῶν τοῦ δίσκου τῆς σειρῆνος ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν στροφῶν αὐτοῦ κατὰ δευτερόλεπτον παρέχει τὴν συχνότητα τοῦ ἐξεταζομένου ἤχου.

β) ***Γραφικὴ μέθοδος.*** Ἀκριβὴς μέθοδος προσδιορισμοῦ τῆς συχνότητος μὲ τὴν ὁποίαν πάλλεται ἠχογόνον σῶμα εἶναι ἡ ἀκόλουθος. Ἐπὶ περιστρεφομένου κυλίνδρου Κ (σχ. 381), διὰ ὡρολογιακοῦ μηχανισμοῦ, ἐπικολλῶμεν φύλλον χάρτου ἠθαλωμένον. Τὸ παλλόμενον σῶμα, π.χ. διαπασῶν Δ, τοποθετεῖται οὕτως, ὥστε νὰ πάλλεται παραλλήλως πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου, μικρὰ δὲ ἀκὶς στερεωμένη εἰς τὸ ἄκρον τοῦ διαπασῶν ἐφάπτεται ἐλαφρῶς τῆς ἠθαλωμένης ἐπιφανείας τοῦ χάρτου χαράσσουσα ἡμιτονοειδῆ γραμμήν. Ἐπὶ τοῦ χάρτου ἐφάπτεται ἐπίσης γραφὶς Γ, ἡ ὁποία διὰ καταλλήλου μηχανισμοῦ (ἠλεκτρομαγνήτου) εἰς τὸ τέλος ἑκάστου δευτερολέπτου κινεῖται ἀποτόμως πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἀμέσως ἐπανέρχεται εἰς τὴν θέσιν της, γράφουσα οὕτω μίαν συνεχῆ γραμμὴν φέρουσαν κατ' ἴσα διαστήματα μικρὰς προεξοχάς. Διὰ μετρήσεως τοῦ ἀριθμοῦ τῶν παλμῶν μεταξὺ δύο διαδοχικῶν προεξοχῶν εὑρίσκομεν τὴν συχνότητα τοῦ διαπασῶν.



Σχ. 381. Γραφικὴ μέθοδος προσδιορισμοῦ τῆς συχνότητος διαπασῶν.

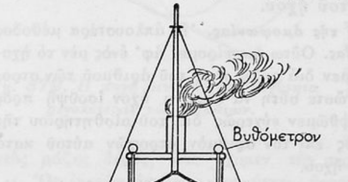
Διὰ τῆς αὐτῆς μεθόδου δυνάμεθα νὰ συγκρίνωμεν τὸ ὕψος δύο διαπασῶν, τῶν ὁποίων οἱ παλμοὶ χαράσσονται συγχρόνως ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ στρεφομένου κυλίνδρου.

223. Ὅρια τῶν ἀκουστῶν ἤχων. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν, ὅτι πᾶσα συχνότης κινήσεως τοῦ ἠχογόνου σώματος δὲν προκαλεῖ εἰς ἡμᾶς τὴν ἐντύπωσιν ἤχου, ἀλλὰ μόνον συχνότητες περιλαμβανόμεναι ἐντὸς ὡρισμένων ὁρίων. Τὸ κατώτατον ὅριον συχνότητος, εἰς τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ ἦχος ἀντιληπτός, εἶναι 16 ταλαντώσεις κατὰ δευτερόλεπτον (16 c/sec). Ὅσον ἀφορᾷ τὸ ἀνώτατον ὅριον τῆς ἠχητικῆς συχνότητος, τοῦτο δὲν εἶναι τελείως καθωρισμένον. Σήμερον παραδέχονται, ὅτι ὁ μέσος ὅρος τοῦ ἀνωτέρου ὁρίου εἶναι 20 000 ταλαντώσεις κατὰ δευτερόλεπτον (20 000 c/sec) καὶ εἶναι ὀλίγον ὑψηλότερον δι' ἄτομα νεαρᾶς ἡλικίας (μέχρι 24 000 c/sec), ὀλίγον δὲ χαμηλότερον δι' ἄτομα προκεχωρημένης ἡλικίας (μέχρι 14 000 c/sec).

Τελευταίως ἐπεκράτησεν, ὥστε συχνότητας κατωτέρας τοῦ κάτω ὁρίου συχνότητος νὰ καλοῦμεν ***ὑποήχους*** καὶ συχνότητας ἀνωτέρας τοῦ ἄνω ὁρίου νὰ καλοῦμεν ***ὑπερήχους***. Εἶναι ὅμως φανερόν, ὅτι οὔτε ὁ ὑπόηχος οὔτε ὁ ὑπέρηχος εἶναι ἀντιληπτοὶ διὰ τοῦ αἰσθητηρίου τῆς ἀκοῆς.

224*. Ὑπέρηχοι. Ὡς εἴδομεν ἀνωτέρω, καλοῦμεν ὑ π ε ρ ή χ ο υ ς τοὺς ἤχους ἐκείνους, τῶν ὁποίων ἡ συχνότης εἶναι μεγαλυτέρα τῶν 20 000 ταλαντώσεων κατὰ sec καὶ οἱ ὁποῖοι ἐκ τούτου δὲν γίνονται ἀντιληπτοὶ διὰ τοῦ ὠτός. Ὑπερήχους δυνάμεθα νὰ παραγάγωμεν μηχανικῶς, ἐὰν διεγείρωμεν εἰς ταλάντωσιν μεταλλικὰς ράβδους ἐκ χάλυβος καταλλήλων διαστάσεων. Ἐπίσης ὑπερήχους παράγομεν διὰ σειρήνων εἰδικοῦ τύπου. Αἱ σύγχρονοι πηγαὶ ὑπερήχων λειτουργοῦν διὰ ἠλεκτρικῶν μεθόδων.

Οἱ ὑπέρηχοι δεικνύουν ἐντόνους χημικάς, βιολογικάς, μηχανικὰς καὶ θερμικὰς ἐπενεργείας. Ἕνεκα τῆς ἐντόνου ἀκτινοβολίας τῶν πηγῶν ὑπερήχων δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν μεγάλας μηχανικὰς ἐπενεργείας ἐντὸς μικρῶν περιοχῶν χώρου. Οὕτω δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν λίαν λεπτόκοκκα γαλακτώματα χρησιμοποιούμενα κυρίως εἰς πλάκας ἐγχρώμου φωτογραφίας. Δυνάμεθα ἐπίσης νὰ ἀναμίξωμεν δι' ὑπερήχων ὑγρὰ δυσκόλως μιγνυόμενα, ὡς ἔλαιον καὶ ὕδωρ ἢ ὕδωρ καὶ ὑδράργυρον, καὶ νὰ σχηματίσωμεν γαλακτώματα. Ἐπίσης μικρὰ ζῶα ἢ μικροοργανισμοὶ φονεύονται ὑπ' αὐτῶν, ἀκόμη δὲ προκαλεῖται καταστροφὴ τῶν ἐρυθρῶν αἱμοσφαιρίων. Ὅταν ὑπέρηχοι εἰσχωροῦν ἐπὶ οὐσιῶν, ὡς π.χ. ἐπὶ μυώνων τοῦ ἀνθρωπίνου σώματος, ἀναπτύσσουν θερμότητα.



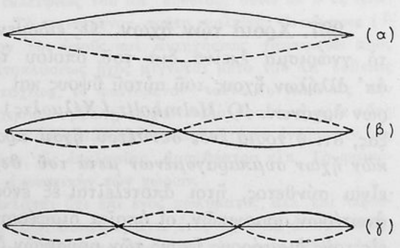
Σχ. 382. Βυθομέτρησις διὰ συσκευῆς ἐγκατεστημένης εἰς πλοῖον.

Αἱ νυκτερίδες χρησιμοποιοῦν τοὺς ὑπερήχους διὰ νὰ ἐντοπίσουν διάφορα ἐμπόδια κατὰ τὴν πτῆσίν των εἰς τὸ σκότος. Αὗται ἐκβάλλουν ὑπερήχους καὶ παρακολουθοῦν τὴν ἠχώ, ἡ ὁποία προκαλεῖται ἐξ ἀνακλάσεως ἐπὶ τῶν ἐμποδίων.

Οἱ ὑπέρηχοι χρησιμοποιοῦνται λίαν ἐπιτυχῶς εἰς βυθομετρήσεις, πρὸς ἐξακρίβωσιν τοῦ βάθους τῶν θαλασσῶν, ἐπίσης εἰς τὴν ἐντόπισιν σμήνους ἰχθύων, ὑποβρυχίων, ὡς καὶ βυθισμένων ναυαγίων καὶ ὑφάλων. Τὸ σχῆμα 382 δεικνύει τὴν ἐφαρμογὴν ὑπερήχων διὰ συσκευῶν καλουμένων ***ἠχοβολιστικῶν μηχανημάτων*** διὰ βυθομετρήσεις. Ἡ συσκευὴ ἀποτελεῖται ἐκ τριῶν κυρίων μερῶν, τοῦ πομποῦ, τοῦ δέκτου (*ὑδροφώνου*) καὶ τοῦ ἐνδεικτικοῦ μηχανήματος. Ἐπειδὴ τὸ χρονικὸν διάστημα ἀπὸ τῆς ἐκπομπῆς τῶν ταλαντώσεων μέχρι τῆς λήψεως αὐτῶν ἐξ ἀνακλάσεως δύναται νὰ μετρηθῇ χρονομετρικῶς, εἶναι δυνατόν, ἐπειδὴ εἶναι γνωστὴ ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου εἰς τὸ θαλάσσιον ὕδωρ, νὰ καθορίσωμεν τὸ βάθος τοῦ βυθοῦ. Σήμερον τὰ βυθομετρικὰ ὄργανα τοῦ τύπου τούτου ἔχουν τόσον τελειοποιηθῆ, ὥστε ὁ πλοίαρχος ἐπὶ τοῦ καταλλήλως βαθμολογημένου ὀργάνου ἀναγινώσκει ἀμέσως τὸ βάθος τοῦ βυθοῦ.

225. Ἔντασις τοῦ ἤχου. Πειραματικῶς ἔχει καταδειχθῆ ὅτι ἡ *ἔντασις τοῦ ἤχου*, τὸν ὁποῖον παράγει ἠχογόνον σῶμα, ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ***πλάτους*** τῶν ταλαντώσεων αὐτοῦ. Οὕτω, ἐὰν κτυπήσωμεν ἐλαφρῶς διαπασῶν, τοῦτο πάλλεται μὲ μικρὸν πλάτος· ἐὰν ὅμως τὸ κτυπήσωμεν ἰσχυρότερον, τὸ πλάτος τῶν ταλαντώσεων γίνεται μεγαλύτερον. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ὁ ἦχος εἶναι ἀσθενής, ἤτοι ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου εἶναι μικρά, ἐνῷ εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν ὁ ἦχος ἀκούεται ἰσχυρῶς, ἤτοι ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου εἶναι μεγάλη. Ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου ἐλαττώνεται καὶ ὅταν ἀπομακρυνώμεθα ἀπὸ τῆς ἠχητικῆς πηγῆς, εἰς τρόπον ὥστε εἰς ἀρκετὴν ἀπόστασιν δὲν εἶναι πλέον ὁ ἦχος ἀκουστός. Ὅπως δεικνύεται δὲ πειραματικῶς, ἐφ' ὅσον ὁ ἦχος διαδίδεται ὁμοιομόρφως κατὰ πάσας τὰς διευθύνσεις τοῦ περὶ τὴν πηγὴν χώρου, *ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου ἐλαττοῦται κατ' ἀντίστροφον λόγον πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως ἀπὸ τῆς ἠχητικῆς πηγῆς.* Κατὰ ταῦτα, ἐὰν εὑρισκώμεθα εἰς ἀπόστασίν τινα ἀπὸ ἠχητικῆς τινος πηγῆς, ἀντιλαμβανόμεθα ἦχον ὡρισμένης ἐντάσεως, ἐνῷ εἰς διπλασίαν ἀπόστασιν ἡ ἔντασις τοῦ αὐτοῦ ἤχου θὰ εἶναι κατὰ 4 φορὰς μικροτέρα καὶ εἰς τριπλασίαν ἀπόστασιν 9 φορὰς μικροτέρα κ.ο.κ. Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου ἐπηρεάζεται καὶ ἐκ τῆς πυκνότητος τοῦ μέσου διὰ τοῦ ὁποίου διαδίδεται ὁ ἦχος, ὡς εἴδομεν ἀνωτέρω, καὶ ἐκ τῆς ἐκτάσεως τοῦ ἠχογόνου σώματος. Οὕτω κώδων παράγει τόσον ἰσχυρότερον ἦχον, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ.

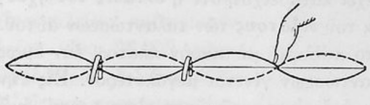
226. Ἁρμονικοὶ ἦχοι. Ἐὰν θέσωμεν εἰς παλμικὴν κίνησιν μίαν χορδήν, πλήττοντες αὐτὴν ἐλαφρῶς εἰς τὸ μέσον της, παρατηροῦμεν ὅτι ὅλα της τὰ σημεῖα ταλαντεύονται ἑκατέρωθεν τῆς ἀρχικῆς θέσεως ἰσορροπίας των, καὶ οὕτως ἡ χορδὴ παρουσιάζει τὴν εἰς τὸ σχῆμα 383, α ὑποδεικνυομένην μορφήν. Σχηματίζεται δὲ μία μόνον *κοιλία* καὶ ἔστω ὅτι ἡ συχνότης ταλαντώσεως τῆς χορδῆς εἶναι ν. Τὴν χορδὴν δυνάμεθα νὰ ἀναγκάσωμεν νὰ παράγῃ ἦχον διπλασίας συχνότητος (ἤτοι 2ν) ὡς ἑξῆς. Καθιστῶμεν τὸ μέσον αὐτῆς μόνιμον, θέτοντες π.χ. εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο ξύλινον ὑποστήριγμα ἢ ἐγγίζοντες τὴν χορδὴν ἐκεῖ διὰ τοῦ δακτύλου μας. Ἐὰν τότε κρούσωμεν ἐλαφρῶς τὸ ἓν ἥμισυ τῆς χορδῆς, παρατηροῦμεν ὅτι ὁλόκληρος ἡ χορδὴ ταλαντεύεται, κατὰ τὴν εἰς τὸ σχῆμα 383, β ὑποδεικνυομένην μορφήν, καθισταμένου τοῦ μέσου αὐτῆς δεσμοῦ. Ὁμοίως δυνάμεθα νὰ ἀναγκάσωμεν τὴν χορδὴν νὰ ταλαντεύεται μὲ τριπλασίαν συχνότητα (ἤτοι 3ν), ἐὰν καταστήσωμεν ἓν μόνιμον σημεῖον τῆς χορδῆς, ἀπέχον ἀπὸ τοῦ ἄκρου ἴσον πρὸς τὸ τρίτον τοῦ μήκους της, ὅτε ἡ χορδὴ πάλιν ταλαντεύεται κατὰ τὴν εἰς τὸ σχῆμα



Σχ. 383. Ἡ παλλομένη χορδὴ λαμβάνει διαφόρους μορφάς.

383, γ ὑποδεικνυομένην μορφήν, ὅτε εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἀναφαίνονται τρεῖς κοιλίαι. Κατ' ἀνάλογον τρόπον δύναται νὰ ταλαντεύεται ἡ χορδὴ ὑπὸ συχνότητα 4ν κ.ο.κ.

Τὴν ταλάντωσιν τῆς χορδῆς δυνάμεθα νὰ διαπιστώσωμεν θέτοντες ἐπ' αὐτῆς δύο ἢ περισσοτέρους μικροὺς ἱππεῖς ἐκ χάρτου, ὅτε παρατηροῦμεν ὅτι οὗτοι ἐκτινάσσονται εἰς τὰ σημεῖα ὅπου σχηματίζονται κοιλίαι, ἐνῷ παραμένουν εἰς τὴν θέσιν των ἐκεῖ ὅπου σχηματίζονται δεσμοὶ (σχ. 384). Ἡ κατὰ τὸν ἀνωτέρω τρόπον διέγερσις τῆς χορδῆς ἀποδίδει ἦχον ἁπλοῦν, ἤτοι ἦχον μιᾶς μόνον συχνότητος. Δυνάμεθα ὅμως νὰ ἀναγκάσωμεν τὴν χορδὴν νὰ ταλαντεύεται καὶ κατ' ἄλλον τρόπον, ὅταν ἡ διέγερσις π.χ. γίνεται διὰ *τόξου* (κ. δοξάρι), ὁπότε ἡ ταλάντωσις λαμβάνει πολυπλοκωτέραν μορφήν, ἡ ὁποία ὡς ἀποδεικνύεται εἶναι συνισταμένη τῶν ταλαντώσεων τῆς μορφῆς τοῦ σχήματος 369, II. Ἡ κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον διεγειρομένη χορδὴ δὲν θὰ παράγῃ πλέον ἦχον ἁπλοῦν, δηλαδὴ μιᾶς μόνον συχνότητος, ἀλλὰ σύνθετον, ἤτοι φθόγγον ἀποτελούμενον ἐκ πολλῶν ἁπλῶν ἤχων διαφόρων συχνοτήτων (ν, 2ν, 3ν κ.ο.κ.).



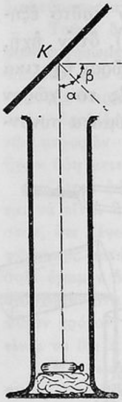
Σχ. 384. Πειραματικὸς προσδιορισμὸς δεσμῶν καὶ κοιλιῶν εἰς χορδήν.

Ὁ ἦχος τὸν ὁποῖον ἀποδίδει ἡ χορδή, ὅταν ταλαντεύεται κατὰ τὴν εἰς τὸ σχῆμα 383, α μορφήν, καλεῖται ***θεμελιώδης*** ἢ ***πρῶτος ἁρμονικός,*** ἐνῷ ὅταν ταλαντεύεται, ὡς εἰς (β), (γ) κλπ., καλεῖται ***ἀνώτερος ἁρμονικός,*** ἤτοι ***δεύτερος, τρίτος*** κ.ο.κ., ἀναλόγως τοῦ πολλαπλασίου τῆς συχνότητος ἐν σχέσει πρὸς τὸν πρῶτον ἁρμονικόν· εἶναι δηλ. ἀκέραιον πολλαπλάσιον τῆς συχνότητος τοῦ θεμελιώδους.

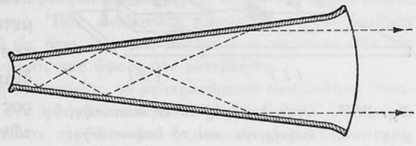
Οὕτω ἡ χορδὴ πληττομένη εἰς ἓν τῶν σημείων αὐτῆς διὰ τόξου, δὲν ταλαντεύεται μόνον καθ' ὅλον τὸ μῆκος αὐτῆς, ὡς ἓν σύνολον, ἀλλὰ ὑποδιαιρεῖται συγχρόνως εἰς ἀριθμόν τινα ἴσων τμημάτων παλλομένων κεχωρισμένως. Τοῦτο δεικνύομεν πειραματικῶς, ἐὰν ἐγγίσωμεν τὴν χορδὴν π.χ. εἰς τὸ μέσον διὰ τοῦ δακτύλου μας, ὁπότε τὸ σημεῖον τοῦτο ἀκινητεῖ καὶ καταπαύει ἑπομένως ὁ θεμελιώδης ἦχος, παραμένει ὅμως ἡ ταλάντωσις τῶν δύο τμημάτων, ὁπότε ἀκούομεν εὐκρινῶς τὸν δεύτερον ἁρμονικόν. Ἡ χορδὴ φυσικὰ δύναται νὰ ἀποδώσῃ συγχρόνως καὶ ἄλλους ἁρμονικοὺς ὑποδιαιρουμένη εἰς 3, 4... παλλόμενα τμήματα, ὡς γίνεται εἰς τὰ ἔγχορδα ὄργανα, κιθάραν κλπ.

227. Χροιὰ τῶν ἤχων. Ὡς εἴδομεν ἀνωτέρω (βλ. § 221), *χροιὰ τοῦ ἤχου* εἶναι τὸ γνώρισμα ἐκεῖνο διὰ τοῦ ὁποίου τὸ οὖς μας ἔχει τὴν ἱκανότητα νὰ διακρίνῃ ἀπ' ἀλλήλων ἤχους τοῦ αὐτοῦ ὕψους καὶ τῆς αὐτῆς ἐντάσεως προερχομένους ἐκ διαφόρων ὀργάνων. Ὁ *Helmholtz (Χέλμολτς)* ἔδωσε τὴν ἐξήγησιν τοῦ φαινομένου ἀποδείξας, ὅτι *ἡ χροιὰ ἑνὸς συνθέτου ἤχου προέρχεται ἐκ τῆς παρουσίας ἀνωτέρων ἁρμονικῶν ἤχων συμπαραγομένων μετὰ τοῦ θεμελιώδους.* Ἕκαστος λοιπὸν μουσικὸς ἦχος εἶναι σύνθετος, ἤτοι ἀποτελεῖται ἐξ ἑνὸς θεμελιώδους, ἰσχυροῦ, καὶ ἐκ πολλῶν ἄλλων ἀνωτέρων ἁρμονικῶν, οἱ ὁποῖοι διαφέρουν κατὰ τὸ πλῆθος, τὴν τάξιν καὶ τὴν ἔντασιν εἰς τοὺς διαφόρους ἤχους τῶν μουσικῶν ὀργάνων καὶ τῆς ἀνθρωπίνης φωνῆς.

228. Ἀνάκλασις ἠχητικῶν κυμάτων. Τὴν ἀνάκλασιν τῶν ἠχητικῶν κυμάτων ἀντιλαμβανόμεθα διὰ τοῦ ἀκολούθου ἁπλουστάτου πειράματος. Εἰς τὸν πυθμένα κυλινδρικοῦ δοχείου τοποθετοῦμεν ἐπὶ τεμαχίου βάμβακος μικρὸν ὡρολόγιον (τσέπης) καὶ εἰς τὸ στόμιον τοῦ κυλινδρικοῦ δοχείου τοποθετοῦμεν μίαν ἐπίπεδον ἐπιφάνειαν Κ (σχ. 385), π.χ. ἐπίπεδον κάτοπτρον, ὁπότε ἀκούομεν εὐκρινῶς τοὺς κτύπους τοῦ ὡρολογίου, μόνον ὅταν τὸ οὖς μας εὑρίσκεται εἰς ὡρισμένην κατεύθυνσιν, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα. Ἡ θέσις αὕτη καθορίζεται, ἐὰν εἰς τὸ σημεῖον προσπτώσεως φέρωμεν κάθετον, ὁπότε ἡ γωνία προσπτώσεως α εἶναι ἴση πρὸς τὴν γωνίαν ἀνακλάσεως β, ὅπως ἀκριβῶς συμβαίνει ὅταν φωτεινὰ κύματα (φῶς) προσπίπτουν ἐπὶ ἐπιπέδου κατόπτρου καὶ ἀνακλῶνται.



Σχ. 385. Ἀνάκλασις τοῦ ἤχου.



Σχ. 386. Πολλαπλαῖ ἀνακλάσεις εἰς τηλεβόαν.

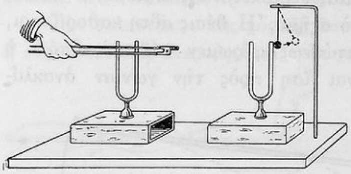
Ἐπὶ τοῦ φαινομένου τῆς ἀνακλάσεως τοῦ ἤχου στηρίζεται ἡ συγκέντρωσις τῆς ἐνεργείας τῶν ἠχητικῶν κυμάτων πρὸς ὡρισμένην κατεύθυνσιν διὰ τοῦ *τηλεβόα* (σχ. 386).

229*. **Ἠχὼ καὶ ἀντήχησις.** Ἀρίστην ἀπόδειξιν τῆς ἀνακλάσεως τοῦ ἤχου ἀποτελεῖ τὸ φαινόμενον τῆς *ἠχοῦς*. Ἐν γένει ***ἠχὼ*** παράγεται, ὁσάκις ἦχος ἀνακλᾶται ἐπὶ κωλύματος (π.χ. τοίχου, λόφου κλπ.), τὸ ὁποῖον ἀπέχει ἐκ τῆς ἠχογόνου πηγῆς περισσότερον ἀπὸ 17 μέτρα. Οὕτω, ὅταν παρατηρητὴς εὑρίσκεται πρὸ ἐπιπέδου κωλύματος, π.χ. τοίχου, καὶ ἐκφωνῇ βραχυτάτης διαρκείας ἦχον, εὑρίσκεται δὲ εἰς ἀπόστασιν μεγαλυτέραν τῶν 17 μέτρων, ἀκούει μετὰ τὴν ἔκλειψιν τῆς ἐντυπώσεως τοῦ πρώτου ἤχου ἕτερον ἦχον ἐξ ἀνακλάσεως, ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖ τὴν ἠχὼ τοῦ πρώτου. Τοῦτο ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς. Ὅταν τὸ οὖς ὑφίσταται ἐξωτερικὸν ἐρεθισμόν, ἡ ἐντύπωσις ἐξακολουθεῖ νὰ παραμένῃ ἐπὶ χρονικὸν διάστημα 1/10 sec καὶ μετὰ τὴν ἔκλειψιν τοῦ ἐρεθισμοῦ. Ἐπειδὴ δέ, ὡς γνωρίζομεν ἤδη, ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἶναι περίπου 340 m/sec εἰς τὸν ἀέρα, κατὰ τὸ χρονικὸν τοῦτο διάστημα ὁ ἦχος διανύει 34 m καὶ ἑπομένως, ἵνα παρατηρητὴς ἀντιληφθῇ τὸν ἐξ ἀνακλάσεως ἦχον κεχωρισμένως ἀπὸ τὸν ἀπ' εὐθείας, πρέπει ἡ ἀπόστασίς του ἀπὸ τοῦ κωλύματος νὰ εἶναι μεγαλυτέρα τῶν 17 m. Ἐὰν ὅμως ἡ ἀπόστασις τοῦ τοιχώματος εἶναι μικροτέρα τῶν 17 m, τότε ὁ παρατηρητὴς ἀκούει τὸν ἐξ ἀνακλάσεως ἦχον πρὸ τῆς ἐκλείψεως τοῦ ἀπ' εὐθείας, οὕτω δὲ ὁ ἐξ ἀνακλάσεως ἦχος φαίνεται ὡς προέκτασις τοῦ ἀρχικοῦ. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται ***ἀντήχησις*** (ἢ ***μετήχησις***). Εἰς κλειστοὺς χώρους, τὸ φαινόμενον τῆς ἠχοῦς καὶ ἀντηχήσεως χρησιμεύει πρὸς ἐνίσχυσιν τῆς ἀκουστικῆς ἐντυπώσεως, διότι ὁ ἐξ ἀνακλάσεως ἦχος μίγνυται μετὰ τοῦ ἀπ' εὐθείας καί, ἐφ' ὅσον ἡ ἀντήχησις λαμβάνει χώραν λίαν ταχέως, τὸ φαινόμενον τοῦτο συντελεῖ εἰς τὴν βελτίωσιν τῆς ἀκουστικῆς. Τουναντίον, ἐὰν ἡ ἀντήχησις λαμβάνῃ χώραν πολὺ βραδέως, τότε αὕτη μίγνυται μετὰ μεταγενεστέρου ἤχου, οὕτω δὲ προκαλεῖ ἀσάφειαν εἰς τὴν ἀκουστικὴν ἐντύπωσιν, ὡς τοῦτο συμβαίνει π.χ. εἰς χώρους κενοὺς καὶ μεγάλους, ὡς ἐκκλησίας, ἀμφιθέατρα κλπ. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἔχει μεγάλην σημασίαν διὰ τὴν καλὴν ἀκουστικὴν τῶν χώρων.

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις, ἐφ' ὅσον ὁ ἦχος ἀνακλᾶται ὄχι ἐπὶ ἑνὸς κωλύματος, ἀλλ' ἐπὶ περισσοτέρων εὑρισκομένων εἰς καταλλήλους ἀποστάσεις, εἶναι δυνατόν, ἀντὶ ἑνὸς ἤχου ἐξ ἀνακλάσεως, νὰ ἀκούωμεν διαδοχικῶς περισσοτέρους, τὸ φαινόμενον δὲ τοῦτο ἀποτελεῖ τὴν ***πολλαπλῆν ἠχώ***.

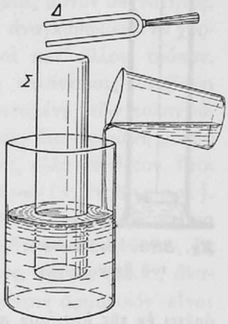
230. **Συντονισμός.** Θεωρήσωμεν δύο διαπασῶν (σχ. 387), τὰ ὁποῖα εἶναι ἐντελῶς ὅ μ ο ι α, δηλ. παράγουν ἦχον τῆς αὐτῆς συχνότητος. Ἐὰν διεγείρωμεν τὸ ἓν τῶν διαπασῶν, ὥστε νὰ παράγῃ ἦχον, κτυπῶντες αὐτὸ ἐλαφρῶς διὰ σφυρίου ἢ πλήττοντες τὸ ἄκρον του διὰ τόξου, παρατηροῦμεν ὅτι καὶ τὸ δεύτερον διαπασῶν τίθεται ὁμοίως

εἰς παλμικὴν κίνησιν. Διὰ τὴν ἐπιτυχίαν τοῦ πειράματος εἶναι ἀπαραίτητος ἡ τοποθέτησις τῶν δύο διαπασῶν ἐπὶ δύο ξυλίνων κιβωτίων (ἀντηχείων). Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς. Τὸ διαπασῶν (1), ὅταν ἠχῇ, δημιουργεῖ εἰς τὸν περιβάλλοντα χῶρον ἠχητικὰ κύματα, τὰ ὁποῖα διαδιδόμενα εἰς τὸν χῶρον μεταφέρουν ἐνέργειαν. Ὅταν τὰ κύματα συναντήσουν τὸ δεύτερον διαπασῶν (2), μέρος τῆς ἐνεργείας αὐτῶν καταναλίσκεται εἰς τὴν διέγερσιν αὐτοῦ, τὸ διαπασῶν ὅμως τότε μόνον ἠχεῖ, *ὅταν ἡ συχνότης αὐτοῦ συμπίπτῃ πρὸς τὴν συχνότητα τῶν διεγειρόντων αὐτὸ κυμάτων,* ἢ ἄλλως πρὸς τὴν συχνότητα τοῦ διαπασῶν (1). Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει λέγομεν, ὅτι τὰ δύο διαπασῶν εὑρίσκονται ἐν ***συντονισμῷ.***



Σχ. 387. *Ὅταν διεγερθῇ τὸ ἓν διαπασῶν, μηχανικῶς διεγείρεται καὶ τὸ ἕτερον λόγῳ τοῦ συντονισμοῦ.*

Ἕτερον χαρακτηριστικὸν πείραμα διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς συνηχήσεως καὶ τῆς σημασίας τοῦ συντονισμοῦ εἰς τὴν Ἀκουστικὴν εἶναι τὸ ἀκόλουθον. Ἄνωθεν τοῦ ἀνοικτοῦ μέρους κυλινδρικοῦ δοχείου φέρομεν διαπασῶν (σχ. 388), τὸ ὁποῖον παράγει ἦχον γνωστῆς συχνότητος, ὅτε παρατηροῦμεν ὅτι ὁ ἦχος αὐτοῦ δὲν ἐνισχύεται. Ἐὰν ὅμως ρίπτωμεν εἰς τὸν κύλινδρον ὕδωρ ὀλίγον κατ' ὀλίγον, θὰ ἔλθῃ στιγμὴ καθ' ἣν ὁ ἦχος τοῦ διαπασῶν ἐνισχύεται σημαντικῶς. Τοῦτο συμβαίνει τότε μόνον, ὅταν ἡ στήλη τοῦ ἀέρος ἐν τῷ δοχείῳ λάβῃ ὡρισμένον μῆκος, ἐξαρτώμενον ἐκ τῆς συχνότητος τοῦ ἤχου τοῦ διαπασῶν, ὁπότε ἡ στήλη τοῦ ἀέρος πάλλεται ἐν συντονισμῷ μὲ τὸ διαπασῶν.



Σχ. 388. *Συνήχησις στήλης ἀέρος.*

231. Ἀντηχεῖα. Διὰ τὴν ἐνίσχυσιν τοῦ ἤχου, ὡς εἴδομεν ἀνωτέρω, χρησιμοποιοῦμεν τὰ ***ἀντηχεῖα,*** τὰ ὁποῖα εἶναι κοιλότητες πλήρεις ἀέρος, καταλλήλων διαστάσεων, καὶ χρησιμεύουν διὰ τὴν ἐνίσχυσιν τῶν ἤχων. Διὰ νὰ παραχθῇ ὅμως ἐνίσχυσις τοῦ ἤχου, πρέπει τὸ μῆκος τοῦ ἀντηχείου νὰ εὑρίσκεται εἰς ὡρισμένην σχέσιν πρὸς τὴν συχνότητα τοῦ ἤχου τοῦ παραγομένου ὑπὸ τοῦ ἠχογόνου σώματος, π.χ. διαπασῶν, εἰς τρόπον ὥστε ἡ ἀέριος στήλη ἡ ἐγκλειομένη ἐντὸς τοῦ ἀντηχείου, ὅταν διεγείρεται, νὰ δύναται νὰ παραγάγῃ ἦχον τῆς αὐτῆς συχνότητος πρὸς τὸν τοῦ διαπασῶν (σχ. 388). Μὲ ἄλλους λόγους παράγεται ἐνίσχυσις τοῦ ἤχου, ὅταν ἡ ἀέριος στήλη τοῦ ἀντηχείου καὶ τὸ διαπασῶν εὑρίσκωνται ἐν συντονισμῷ.

Τῶν ἀντηχείων γίνεται ἐπίσης χρῆσις πρὸς ἐνίσχυσιν τοῦ ἤχου εἰς τὰ διάφορα μουσικὰ ὄργανα, ὡς π.χ. τὸ βιολί, τὴν κιθάραν κλπ. Εἰς αὐτὰ δίδεται τοιοῦτον σχῆμα, ὥστε νὰ λειτουργοῦν μὲ ὅλας τὰς συχνότητας, καὶ ὄχι μόνον διὰ μίαν, ὡς συμβαίνει εἰς τὰ ἀντηχεῖα τῶν διαπασῶν, διότι εἰς τὰ μουσικὰ ὄργανα πρέπει νὰ ἀκούωνται ὅλαι αἱ συχνότητες, τὰς ὁποίας παράγουν αἱ χορδαί.

232. Φυσικὴ θεωρία τῆς Μουσικῆς. α) ***Μουσικὰ διαστήματα.*** Ὅταν αἱ συχνότητες δύο ἤχων, τοὺς ὁποίους ἀκούομεν ταυτοχρόνως, εὑρίσκωνται εἰς ἁπλῆν μεταξύ των ἀριθμητικὴν σχέσιν, προκαλοῦν εἰς ἡμᾶς γενικῶς εὐχάριστον συναίσθημα. Ὡρισμένας ἁπλᾶς ἀριθμητικὰς σχέσεις χρησιμοποιεῖ ἡ μουσικὴ καὶ ὡς ἐκ τούτου αὗται καλοῦνται ***μουσικὰ διαστήματα.*** Ἐὰν π.χ. ἦχός τις ἀντιστοιχῇ εἰς 400 παλμοὺς κατὰ sec (400 Hz) καὶ ἕτερος εἰς 300 παλμοὺς κατὰ sec (300 Hz), τὸ μουσικὸν διάστημα τῶν ἤχων τούτων εἶναι τὸ πηλίκον αὐτῶν, ἤτοι 400 : 300 = 4 : 3. Τὸ ὑποκειμενικὸν συναίσθημα, ὅταν ἀκούωμεν τοὺς δύο ἁπλοῦς ἤχους (τόνους), ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τοῦ διαστήματος αὐτῶν καὶ οὐχὶ ἐκ τῆς ἀπολύτου τιμῆς τῶν συχνοτήτων αὐτῶν.

Τοῦτο δεικνύομεν πειραματικῶς διὰ τῆς σειρῆνος δι' ὀπῶν τοῦ σχήματος 374. Οὕτω, ἐὰν προσφυσήσωμεν ρεῦμα ἀέρος ἐπὶ τοῦ περιστρεφομένου δίσκου ἐπὶ μιᾶς σειρᾶς ὀπῶν, ἡ σειρὴν ἀποδίδει ἕνα ὡρισμένον ἦχον, ἐξαρτώμενον ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ὀπῶν καὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στροφῶν τῆς σειρῆνος ἀνὰ sec. Ἐὰν μεταθέσωμεν τὸ προσφυσώμενον ρεῦμα ἀέρος ἐπὶ ἄλλης σειρᾶς ὀπῶν, ἀποδίδεται ἕτερος ἦχος διαφόρου συχνότητος. Ἐὰν ἀκολούθως μεταβάλωμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν στροφῶν τῆς σειρῆνος καὶ ἐπαναλάβωμεν τὸ ὡς ἄνω πείραμα, μολονότι ἡ συχνότης τῶν δύο ἤχων ἤδη μετεβλήθη, τὸ συναίσθημα ἐκ τῆς διαφορᾶς τοῦ ὕψους δὲν μετεβλήθη.

Ὅταν δύο φθόγγοι ἀκούωνται συγχρόνως ἢ διαδοχικῶς, τὸ προκαλούμενον συναίσθημα δύναται νὰ εἶναι ἢ εὐχάριστον, ὅτε λέγομεν ὅτι οἱ δύο φθόγγοι ἀποτελοῦν ***συμφωνίαν***, ἢ δυσάρεστον, ὅτε λέγομεν ὅτι ἀποτελοῦν ***παραφωνίαν***. Εἶναι εὐνόητον ὅτι ἡ μουσικὴ χρησιμοποιεῖ τοὺς φθόγγους κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ ἀποτελοῦν συμφωνίαν. Ὅταν δὲ τὸ διάστημα εἶναι 1 : 1, δηλ. ἔχωμεν δύο φθόγγους τῆς αὐτῆς συχνότητος, τότε ἔχομεν τὴν καλυτέραν συμφωνίαν. Ἐὰν τὸ διάστημα εἶναι 2 : 1, δηλ. ὁ ὀξύτερος ἦχος ἐκτελῇ διπλασίας ταλαντώσεις τοῦ βαρυτέρου εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, τὸ διάστημα καλεῖται ***ὀγδόη***. Τὸ μετὰ τὸ διάστημα ὀγδόης ἁπλούστερον διάστημα εἶναι τὸ 3 : 2, τὸ ὁποῖον καλοῦμεν ***πέμπτην*** κ.ο.κ.

Μουσικὴ κλῖμαξ. *Καλεῖται* ***μουσικὴ κλῖμαξ*** *σειρὰ φθόγγων χρησιμοποιουμένων εἰς τὴν μουσικήν, χωριζομένων ἀπ' ἀλλήλων δι' ὡρισμένων μουσικῶν διαστημάτων.* Εἰς τὴν ***διατονικὴν*** ἢ ***φυσικὴν κλίμακα***, τὰ χρησιμοποιούμενα σύμβολα διὰ τοὺς φθόγγους, τὰ διαστήματα, ὡς καὶ αἱ συχνότητες, δίδονται εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα.

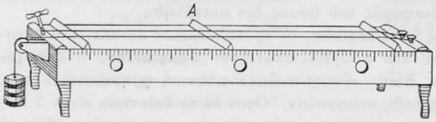
Μουσικὸν διάστημα	πρώτη	δευτέρα	τρίτη	τετάρτη	πέμπτη	ἕκτη	ἑβδόμη	ὀγδόη
Ὀνομασία	do	re	mi	fa	sol	la	si	do
Διαστήματα λογιζόμενα ἄνω τοῦ do	1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2
Διαστήματα ὡς πρὸς τὸν προηγούμενον φθόγγον		9/8	10/9	16/15	9/8	10/9	9/8	16/15
Ἐλαχίστη συχνότης	24	27	30	32	36	40	45	48

Ἡ ἐπέκτασις τῆς κλίμακος ταύτης πρὸς ὑψηλοτέρους φθόγγους, ὅσον καὶ πρὸς χαμηλοτέρους, γίνεται κατ' ὀγδόας καὶ σημειοῦται μὲ δείκτας 1, 2, 3 . . . δι' ὑψηλοτέρους φθόγγους, καὶ μὲ —1, —2, —3 . . . διὰ χαμηλοτέρους τοῦ βασικοῦ. Ὁ φθόγγος ἐκ τοῦ ὁποίου ἀρχίζει ἡ μουσικὴ κλῖμαξ καλεῖται ***θεμελιώδης*** ἢ ***τονικὸς φθόγγος***. Αἱ συχνότητες τῶν φθόγγων τῆς μουσικῆς κλίμακος καθορίζονται ἐπακριβῶς, ὅταν ὁρίσωμεν τὴν συχνότητα ἑνὸς οἱουδήποτε φθόγγου. Ὡς τοιοῦτος δὲ λαμβάνεται ὁ φθόγγος la μὲ συχνότητα 440 Hertz. Εἰς τὸν ἀνωτέρω πίνακα ὑφίστανται τρία μόνον διαδοχικὰ διαστήματα, ἤτοι 9/8, 10/9, 16/15. Τὸ πρῶτον διάστημα, ὅπερ εἶναι καὶ τὸ μεγαλύτερον, καλεῖται ***μείζων τόνος***, τὸ δεύτερον ***ἐλάσσων τόνος*** καὶ τὸ τρίτον ***μεῖζον ἡμιτόνιον***. Κατὰ ταῦτα, τὰ διαδοχικὰ διαστήματα τῆς ἑπτάδος τοῦ do περιλαμβάνουν δύο τόνους, ἓν ἡμιτόνιον, τρεῖς τόνους καὶ ἓν ἡμιτόνιον.

Ἐκ πείρας ὅμως κατεδείχθη, ὅτι ἡ ἀνωτέρω ἀναφερομένη κλῖμαξ τοῦ do εἶναι ἀνεπαρκὴς διὰ τὰς ἀνάγκας τῆς μουσικῆς, καὶ ὡς ἐκ τούτου διεμορφώθησαν καὶ ἄλλαι κλίμακες, ἐπὶ τῶν ὁποίων ἀσχολεῖται ἰδιαιτέρως ἡ θεωρία τῆς μουσικῆς. Ἐνταῦθα θὰ περιορισθῶμεν εἰς τὴν ἀναγραφὴν τῆς ***ἰσοχρωματικῆς*** ἢ ***συγκεκραμένης*** κλίμακος, ἡ ὁποία χρησιμοποιεῖται σήμερον εἰς τὸ κλειδοκύμβαλον (πιάνο) καὶ εἰς ὅλα ἐν γένει τὰ μουσικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ παράγουν ὡρισμένους ἤχους, π.χ. κιθάραν, μανδολῖνον κλπ. Ἡ κλῖμαξ αὐτὴ παράγεται ἐκ τῆς διατονικῆς κλίμακος, ἐὰν τὰ μεταξὺ τῶν 7 φθόγγων περιλαμβανόμενα διαστήματα ἀντικατασταθοῦν διὰ 12 ἴσων. Ἡ διατονικὴ κλῖμαξ, ὡς εἴδομεν, περιλαμβάνει 5 τόνους καὶ 2 ἡμιτόνια, ἰσοδυναμοῦντα πρὸς 12 ἡμιτόνια. Ἐὰν εἰσαγάγωμεν ἓν μόνον ἡμιτόνιον διὰ τὰ 12 διαστήματα μεταξὺ τοῦ θεμελιώδους do_1 καὶ τῆς ὀγδόης do_2, θὰ ἔχωμεν : $x^{12} = 2$, ἤτοι :

$$x = \sqrt[12]{2} = 1{,}059\,46$$

233. Πηγαὶ μουσικῶν ἤχων. Χορδαί. Αἱ χρησιμοποιούμεναι εἰς τὴν μουσικὴν χορδαὶ εἶναι εἴτε ἐκ μετάλλου εἴτε ἐξ ἐντέρου. Πρὸς πληρεστέραν σπουδὴν τῶν παλλομένων χορδῶν χρησιμοποιεῖται τὸ ***ἠχόμετρον (μονόχορδον)*** (σχ. 389). Τοῦτο ἀποτελεῖται ἐκ ξυλίνου κιβωτίου (ἀντηχείου) προοριζομένου διὰ νὰ ἐνισχύῃ τοὺς ἤχους. Ἐπὶ δύο ὑποστηριγμάτων εὑρισκομένων εἰς τὰ δύο ἄκρα τῆς ἀνωτέρας ἐπιφανείας τοῦ κιβωτίου τείνονται δύο χορδαί, τῶν ὁποίων τὸ ἓν ἄκρον στερεοῦται μονίμως. Κατὰ τὸ ἕτερον ἄκρον ἡ μὲν μία χορδὴ περιτυλίσσεται ἐπὶ ἄξονος, καὶ δυνάμεθα διὰ κλειδὸς νὰ ρυθμίσωμεν τὴν τάσιν αὐτῆς, ἡ δὲ ἄλλη χορδὴ διέρχεται διὰ τροχαλίας καὶ διατείνεται διὰ βαρῶν B. Μεταξὺ τῶν χορδῶν κινεῖται ὑποστήριγμα φέρον ἀκμὴν A, διὰ τοῦ ὁποίου μεταβάλλομεν τὸ μῆκος τῆς παλλομένης χορδῆς.



Σχ. 389. Ἠχόμετρον, διὰ τὴν σπουδὴν τῶν νόμων τῶν χορδῶν.

Ἐπὶ τῶν χορδῶν ἀναπτύσσονται στάσιμα κύματα (βλ. § 213) καὶ ἀναλόγως τοῦ τρόπου διεγέρσεως τῆς χορδῆς αὕτη παρέχει τὸν θεμελιώδη καὶ οἱονδήποτε ἄλλον ἁρμονικὸν ἀνωτέρας τάξεως. Ὁ θεωρητικῶς καθοριζόμενος τύπος τῶν παλλομένων χορδῶν εἶναι ὁ ἑξῆς :

$$\boxed{\nu_n = \frac{n}{2r \cdot l}\sqrt{\frac{F}{\pi \cdot \varrho}}} \qquad (1)$$

ἔνθα ν_n παριστᾷ τὴν συχνότητα nστῆς τάξεως (διὰ τὸν θεμελιώδη $n = 1$). Διὰ l παριστᾶται τὸ μῆκος καὶ διὰ r ἡ ἀκτὶς τῆς χορδῆς. Τὸ F παριστᾷ τὴν δύναμιν τὴν τείνουσαν τὴν χορδὴν καὶ ϱ τὴν πυκνότητα αὐτῆς, ἐνῷ $\pi = 3{,}14$.

Παρατήρησις. Εἰς πολλὰς περιπτώσεις ὑπολογισμοῦ, ἀντὶ τῆς πυκνότητος ϱ τῆς ὕλης τῆς χορδῆς, χρησιμοποιοῦμεν τὴν γραμμικὴν πυκνότητα δ, ἡ ὁποία ἐκφράζει τὴν μᾶζαν τῆς χορδῆς ἀνὰ μονάδα μήκους, ὅτε ὁ ἀνωτέρω τύπος γράφεται :

$$\nu_n = \frac{n}{2 \cdot l}\sqrt{\frac{F}{\delta}} \qquad (2)$$

Μεταξὺ γραμμικῆς πυκνότητος δ καὶ πυκνότητος ϱ ὑπάρχει ἡ σχέσις $\delta = \pi \cdot r^2 \cdot \varrho$.

Ἐκ τῆς σχέσεως (1) συνάγομεν τοὺς ἀκολούθους νόμους τῶν χορδῶν, οἱ ὁποῖοι δεικνύονται πειραματικῶς διὰ τοῦ ἠχομέτρου.

1) *Ἡ συχνότης τοῦ ἤχου εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ μήκους τῆς χορδῆς.* Δηλαδὴ εἰς δύο ὁμοίας χορδὰς εὑρισκομένας ὑπὸ τὴν αὐτὴν τάσιν καὶ τῶν ὁποίων τὰ μήκη εὑρίσκονται εἰς λόγον 1 : 2, αἱ συχνότητες τῶν ἤχων εὑρίσκονται εἰς λόγον 2 : 1, ἤτοι ἡ χορδὴ διπλασίου μήκους παρέχει ἦχον, τοῦ ὁποίου ἡ συχνότης εἶναι τὸ ἥμισυ τῆς συχνότητος τοῦ ἤχου τῆς ἄλλης χορδῆς.

2) *Ἡ συχνότης τοῦ ἤχου εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος τῆς χορδῆς.* Δηλαδὴ εἰς δύο ὁμοίας χορδὰς εὑρισκομένας ὑπὸ τὴν αὐτὴν τάσιν καὶ τῶν ὁποίων αἱ ἀκτῖνες ἔχουν λόγον 1 : 2, αἱ συχνότητες τῶν ἤχων εὑρίσκονται εἰς λόγον 2 : 1, ἤτοι ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ ἀκτίς, τόσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ συχνότης. Τοῦτο παρατηροῦμεν εἰς τὰ ἔγχορδα ὄργανα, ὅπου αἱ παχύτεραι χορδαὶ παράγουν βαρυτέρους φθόγγους, ἐνῷ οἱ ὀξεῖς φθόγγοι, ἤτοι μεγάλης συχνότητος, παράγονται ὑπὸ λεπτῶν χορδῶν.

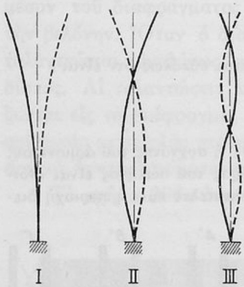
3) *Ἡ συχνότης τοῦ ἤχου εἶναι ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ῥίζης τῆς τεινούσης δυνάμεως τῆς χορδῆς.*

Δηλαδή, ἐὰν χορδὴ ὑπὸ τείνουσαν δύναμιν 4 kgr* παρέχῃ ἦχον συχνότητος 100 Hz, διὰ νὰ ἀνυψώσωμεν τὴν συχνότητα εἰς 200 Hz, ἀπαιτεῖται τείνουσα δύναμις 16 kgr*, ἤτοι ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ τείνουσα δύναμις, τόσον μεγαλυτέρα εἶναι καὶ ἡ συχνότης.

4) *Ἡ συχνότης τοῦ ἤχου εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ῥίζης τῆς πυκνότητος αὐτῆς.*

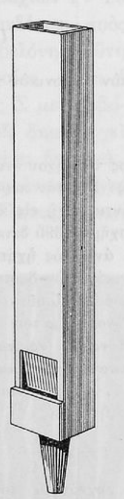
Δηλαδὴ εἰς δύο χορδὰς τῆς αὐτῆς διαμέτρου, τοῦ αὐτοῦ μήκους καὶ ὑπὸ τὴν αὐτὴν τάσιν, αἱ ὁποῖαι ὅμως νὰ διαφέρουν ἀπὸ τὸ ὑλικόν, π.χ. αἱ πυκνότητες αὐτῶν νὰ εἶναι ὡς ὁ λόγος 4 : 1, ἡ χορδὴ τῆς μικροτέρας πυκνότητος ἀποδίδει ἦχον διπλασίου ὕψους τοῦ ἤχου τῆς χορδῆς τετραπλασίας πυκνότητος, ἤτοι ἡ συχνότης τοῦ ἤχου ἐγένετο διπλασία, ὅταν ἡ πυκνότης τῆς χορδῆς ἦτο ὑποτετραπλασία.

234. Ράβδοι. Εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ ἓν ἄκρον ***ῥάβδου*** εἶναι στερεωμένον, ἐνῷ τὸ ἕτερον ἐλεύθερον (σχ. 390), αὕτη καταλλήλως διεγειρομένη πάλλεται καὶ σχηματίζει στάσιμα κύματα. Ἀναλόγως τοῦ τρόπου τῆς διεγέρσεως, ἡ ῥάβδος ἐκτελεῖ κινήσεις τῆς μορφῆς (I), (II), (III) κλπ. Εἰς τὸ στερεωμένον ἄκρον σχηματίζεται πάντοτε δεσμός, ἐνῷ εἰς τὸ ἐλεύθερον κοιλία. Αἱ ῥάβδοι δὲν παρέχουν ὅλους τοὺς ἁρμονικούς, ἀλλὰ μόνον τοὺς ἁρμονικοὺς περιττῆς τάξεως.

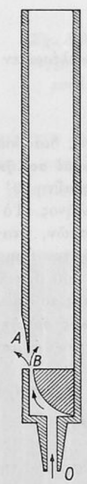


Σχ. 390. *Ράβδοι παλλόμεναι.*

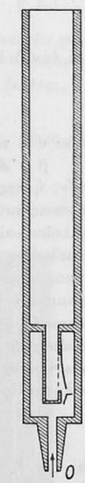
235. Ἠχητικοὶ σωλῆνες. ***Ἠχητικοὺς σωλῆνας*** *καλοῦμεν εἰς τὴν Φυσικὴν σωλῆνας, κυλινδρικοῦ ἢ πρισματικοῦ σχήματος* (σχ. 391) *ἐκ ξύλου ἢ μετάλλου, εἰς τοὺς ὁποίους, διὰ προσφυσήσεως ῥεύματος ἀέρος ἀπὸ στομίου, προκαλοῦμεν* ***ταλάντωσιν*** *τῆς στήλης τοῦ περιεχομένου εἰς τὸν σωλῆνα ἀέρος, σχηματιζομένων οὕτω ἐν αὐτῇ στασίμων κυμάτων.* Εἰς τὸν σωλῆνα τοῦ σχήματος 392 ὁ ἀὴρ εἰσερχόμενος διὰ τοῦ O ἐξέρχεται διὰ τοῦ



Σχ. 391.



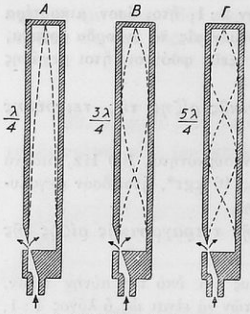
Σχ. 392.



Σχ. 393.

Ἀνοικτοὶ ἠχητικοὶ σωλῆνες.

στομίου εἰς Β, ὅτε εἰς τὸ χεῖλος Α δημιουργεῖται ἑστία διαταράξεως τῆς ἀερίου στήλης, ὡς ἀκριβῶς συμβαίνει καὶ εἰς τὴν σφυρίκτραν. Εἰς τὸν σωλῆνα τοῦ σχήματος 393 ὁ ἀὴρ εἰσχωρεῖ διὰ τοῦ Ο καὶ ἐμβάλλει εἰς παλμικὴν κίνησιν τὴν γλωττίδα Γ. Ἡ παραγωγὴ ἤχου ὑπὸ ἠχητικοῦ σωλῆνος ἐξηγεῖται ἐπὶ τῇ βάσει τῆς θεωρίας τῶν στασίμων κυμάτων (βλ. § 213).



Σχ. 394. *Κλειστοὶ ἠχητικοὶ σωλῆνες.*

α) ***Κλειστοὶ σωλῆνες.*** Εἰς τοὺς *κλειστοὺς σωλῆνας,* εἰς τὴν κατὰ τὸ ἄνω ἄκρον περιοχὴν τοῦ σωλῆνος, ἀναπτύσσεται δεσμός, τὸ δὲ κάτω μέρος, ἐκ τοῦ ὁποίου διεγείρεται ὁ σωλήν, ἀποτελεῖ κοιλίαν. Εἰς τὸν σωλῆνα ἀναφαίνονται δεσμοὶ καὶ κοιλίαι, τῶν ὁποίων αἱ θέσεις ἐξαρτῶνται ἐκ τοῦ γραμμικοῦ μήκους τοῦ σωλῆνος. Ὁ σωλὴν δύναται νὰ παράγῃ εἴτε τὸν θεμελιώδη ἦχον εἴτε ὡρισμένους ἁρμονικοὺς ἀνωτέρας τάξεως. Εἰς τὸ σχῆμα 394 δεικνύονται αἱ θέσεις τῶν δεσμῶν καὶ κοιλιῶν εἰς κλειστὸν ἠχητικὸν σωλῆνα, ὅταν οὗτος παράγῃ τὸν θεμελιώδη ἢ πρῶτον ἁρμονικὸν καὶ τοὺς ἁρμονικοὺς τρίτης καὶ πέμπτης τάξεως. Τὸ μῆκος κύματος τοῦ θεμελιώδους ἰσοῦται πρὸς τὸ τετραπλάσιον τοῦ γραμμικοῦ μήκους τοῦ σωλῆνος.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι: ***κλειστὸς ἠχητικὸς σωλὴν δύναται νὰ παράγῃ τὸν θεμελιώδη ἦχον καὶ τοὺς ἁρμονικοὺς περιττῆς τάξεως*** (ν, 3ν, 5ν...). Διὰ τοὺς κλειστοὺς ἠχητικοὺς σωλῆνας ἰσχύει ἡ σχέσις:

$$l = (2k - 1)\frac{\lambda}{4}$$

καὶ ἐὰν διὰ n καλέσωμεν τὸν ἁρμονικὸν τάξεως n, (k = n), δεικνύεται εὐκόλως ὅτι εἶναι:

$$\nu_n = \frac{(2n-1)\,\upsilon}{4\,l}$$

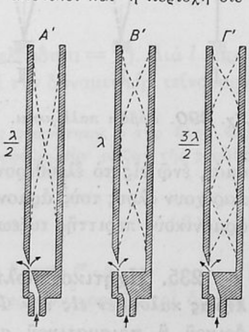
ὅπου υ ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου ἐντὸς τῆς ἀερίου στήλης καὶ ν_n ἡ συχνότης τοῦ ἁρμονικοῦ.

β) ***Ἀνοικτοὶ σωλῆνες.*** Εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν τὸ ἄνω μέρος τοῦ σωλῆνος εἶναι *ἀνοικτόν,* ἡ περιοχὴ αὕτη θ' ἀντιστοιχῇ εἰς κοιλίαν, ὡς ἐπίσης κοιλίαν ἀποτελεῖ καὶ ἡ περιοχὴ διεγέρσεως τοῦ σωλῆνος. Τὸ σχῆμα 395 δεικνύει τὴν διανομὴν τῶν κοιλιῶν καὶ δεσμῶν, ὅταν ἀνοικτὸς ἠχητικὸς σωλὴν παρέχῃ τὸν θεμελιώδη ἢ πρῶτον ἁρμονικόν, τὸν δεύτερον καὶ τὸν τρίτον. Τὸ μῆκος κύματος τοῦ θεμελιώδους ἰσοῦται πρὸς τὸ διπλάσιον τοῦ γραμμικοῦ μήκους τοῦ σωλῆνος. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι ***ἀνοικτὸς ἠχητικὸς σωλὴν δύναται νὰ παρέχῃ, ἐκτὸς τοῦ θεμελιώδους ἢ πρώτου ἁρμονικοῦ ἤχου, καὶ ὅλους τοὺς λοιποὺς ἁρμονικούς*** (ν, 2ν, 3ν, 4ν...). Εἰς τοὺς ἀνοικτοὺς ἠχητικοὺς σωλῆνας ἰσχύει ἀντιστοίχως ἡ σχέσις:

$$l = 2k\frac{\lambda}{4}$$

καὶ ἐὰν ν_n καλέσωμεν τὴν συχνότητα τοῦ ἁρμονικοῦ τάξεως n, (k = n), θὰ εἶναι:

$$\nu_n = \frac{n \cdot \upsilon}{2\,l}$$

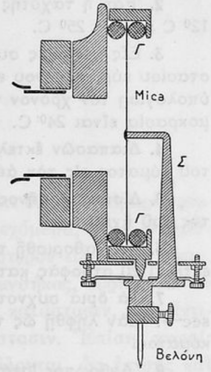


Σχ. 395. *Ἀνοικτοὶ ἠχητικοὶ σωλῆνες.*

Ἐπίσης, διὰ συγκρίσεως τῶν σχημάτων 394 καὶ 395 δεικνύεται, ὅτι διὰ νὰ παράγουν ἤχους, τοῦ αὐτοῦ μήκους κύματος ἢ συχνότητος, δύο ἠχητικοὶ σωλῆνες, ἐκ τῶν ὁποίων ὁ εἷς κλειστὸς καὶ ὁ ἕτερος ἀνοικτός, πρέπει τὸ μῆκος τοῦ ἀνοικτοῦ ἠχητικοῦ σωλῆνος νὰ εἶναι διπλάσιον τοῦ μήκους τοῦ κλειστοῦ.

236*. Φωνογραφία. Ὁ *φωνογράφος* εἶναι συσκευή, διὰ τῆς ὁποίας χαράσσομεν ἐπὶ καταλλήλου ἐπιφανείας ἦχόν τινα, τὸν ὁποῖον δυνάμεθα νὰ ἀναπαραγάγωμεν κατὰ βούλησιν. Εἰς παλαιοτέραν ἐποχὴν ὁ φωνογράφος ἀπετελεῖτο ἐκ κυλινδρικοῦ τυμπάνου ἐκ κηροῦ, στρεφομένου περὶ ἄξονα, ἐπὶ τοῦ ὁποίου κατεγράφετο ὁ ἦχος. Ἡ ἐργασία τῆς ἀποτυπώσεως τῆς φωνῆς καλεῖται *φωνοληψία*. Σήμερον διὰ τὴν φωνοληψίαν δὲν χρησιμοποιοῦνται κύλινδροι, ἀλλὰ δίσκοι, ἡ δὲ ἀκὶς ἢ βελόνη καταγράφει τὴν φωνὴν κατὰ μῆκος σπειροειδοῦς γραμμῆς ἐπὶ τοῦ κηρίνου δίσκου. Ἐκ τοῦ κηρίνου δίσκου σχηματίζεται δι' ἠλεκτρολυτικῆς ὁδοῦ μεταλλικὸν ἐκ χαλκοῦ ἀρνητικὸν ἀνάτυπον, τὸ ὁποῖον χρησιμεύει ὡς μήτρα (καλοῦπι) διὰ τὴν παραγωγὴν σειρᾶς φωνογραφικῶν δίσκων (πλακῶν), αἱ ὁποῖαι διατίθενται εἰς τὸ ἐμπόριον.

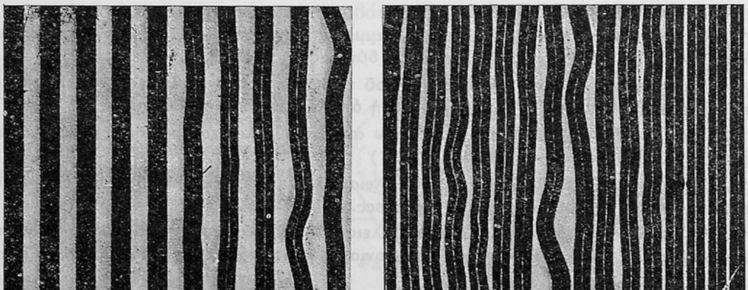
Γενικῶς ἡ ἀπόδοσις τοῦ *φωνογράφου* δὲν εἶναι τελείως πιστὴ καὶ σήμερον τείνει νὰ ἀντικατασταθῇ δι' ἄλλων τελειοτέρων ὀργάνων. Τελευταίως διεδόθη τὸ ***μαγνητόφωνον***, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ καταγραφὴ τοῦ ἤχου γίνεται διὰ μαγνητίσεως λεπτοῦ σύρματος ἐκ χάλυβος ἢ ταινίας πλαστικῆς κεκαλυμμένης ὑπὸ σιδηρούχου παρασκευάσματος.



Σχ. 396. Διάταξις φωνογραφικοῦ τυμπάνου μετὰ τῆς βελόνης.

237. Γραμμόφωνον. Ἡ συσκευὴ μὲ τὴν ὁποίαν ἀναπαράγομεν τὸν ἦχον καλεῖται ***γραμμόφωνον***· εἰς ταύτην τὸ κύριον ὄργανον εἶναι τὸ ***φωνογραφικὸν τύμπανον*** (σχ. 396). Τοῦτο ἀποτελεῖται ἐκ διαφράγματος ἀπὸ μαρμαρυγίαν (mica), τὸ ὁποῖον στερεοῦται μεταξὺ τῶν ἐκ καουτσοὺκ τεμαχίων Γ. Τὸ μέσον τοῦ διαφράγματος διὰ τοῦ στελέχους Σ συνδέεται πρὸς τὴν βελόνην. Ὅταν ὁ δίσκος διέρχεται πρὸ τῆς βελόνης, αὕτη ταλαντεύεται ἀναλόγως τῶν ἀνωμαλιῶν, τὰς ὁποίας φέρει ὁ δίσκος. Αἱ ταλαντώσεις αὗται μέσῳ τοῦ στελέχους Σ μεταβιβάζονται εἰς τὸ διάφραγμα, τὸ ὁποῖον τοιουτοτρόπως δημιουργεῖ ρυθμικὰς μεταβολὰς πιέσεως τοῦ ἀέρος, ἤτοι παράγει ἠχητικὰ κύματα ὅμοια πρὸς τὰ ἀρχικὰ ἠχητικὰ κύματα, καὶ διὰ τοῦ τρόπου τούτου ἀναπαράγεται ἡ φωνή.

Τὸ σχῆμα 396α δεικνύει ἐν μεγεθύνσει τὰς αὔλακας δίσκου γραμμοφώνου.



(α) (β)

Σχ. 396α. Χαραγαὶ ἐν μεγεθύνσει εἰς δίσκον γραμμοφώνου συνήθους τύπου (α) καὶ εἰς δίσκον μακρᾶς διαρκείας (β).

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἰς 0^0 C εἶναι 331,57 m/sec. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν γίνεται ἴση πρὸς 340 m/sec.

2. Ἐὰν ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου εἶναι 331,36 m/sec εἰς 0^0 C, πόση θὰ εἶναι εἰς 12^0 C καὶ εἰς 25^0 C.

3. Εἷς γεωργὸς συγχρονίζει τὸ ὡρολόγιόν του τὴν μεσημβρίαν μὲ τὸν συριγμὸν ἐργοστασίου εὑρισκομένου εἰς ἀπόστασιν 13 μιλίων. Ποίαν διόρθωσιν πρέπει νὰ ἐπιφέρῃ, ἐὰν ὑπολογίσῃ τὸν χρόνον τὸν ὁποῖον χρειάζεται ὁ ἦχος διὰ τὴν διάδοσιν αὐτοῦ, ὅταν ἡ θερμοκρασία εἶναι 24^0 C.

4. Διαπασῶν ἐκτελεῖ 284 παλμοὺς κατὰ sec εἰς τὸν ἀέρα. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ μῆκος τοῦ κύματος εἰς τὸν ἀέρα ὑπὸ θερμοκρασίαν 25^0 C.

5. Δίσκος σειρῆνος ἐκτελεῖ 800 στροφὰς κατὰ λεπτὸν καὶ φέρει 72 ὀπάς. Πόση ἡ συχνότης τοῦ ἤχου.

6. Νὰ καθορισθῇ τὸ ὕψος τοῦ ἤχου σειρῆνος, τῆς ὁποίας ὁ δίσκος φέρει 15 ὀπὰς καὶ ἐκτελεῖ 20 στροφὰς κατὰ sec.

7. Τὰ ὅρια συχνοτήτων ἀκουστῶν ἤχων περιλαμβάνονται μεταξὺ 20 sec^{-1} καὶ 20 000 sec^{-1}. Ἐὰν ληφθῇ ὡς ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου 340 m/sec, ποῖα τὰ ἀντίστοιχα μήκη κύματος.

8. Ἄνθρωπος ἱστάμενος μεταξὺ δύο τοίχων παράγει ἦχον διὰ συγκρούσεως τῶν παλαμῶν τῶν χειρῶν του. Μετὰ 0,42 sec ἡ ἠχὼ ἐπιστρέφει ἐκ τοῦ τοίχου Α καὶ μετὰ 0,12 sec βραδύτερον ἡ ἠχὼ φθάνει ἐκ τοῦ τοίχου Β. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία εἶναι 20^0 C, πόση ἡ ἀπόστασις τῶν δύο τοίχων καὶ πόση ἡ ἀπόστασις τοῦ ἀνθρώπου ἐξ ἑκάστου τοίχου.

9. Μεταλλικὴ χορδὴ μήκους 50 cm καὶ μάζης 0,50 gr διατείνεται ὑπὸ βάρους 9 kgr*. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης διαδόσεως ἐγκαρσίου κύματος κατὰ μῆκος τῆς χορδῆς. Πόση εἶναι ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους ἤχου (πρώτου ἁρμονικοῦ) ὡς καὶ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου ἁρμονικοῦ.

10. Χορδὴ μήκους 80 cm καὶ μάζης 0,2 gr προσαρμόζεται εἰς τὸ ἓν σκέλος διαπασῶν ἐκτελοῦντος 250 παλμοὺς κατὰ sec. Ποία δύναμις πρέπει νὰ ἐφαρμόζεται ἐπὶ τῆς χορδῆς, ἵνα αὕτη ταλαντεύεται εἰς 4 τμήματα.

11. Χορδὴ πιάνου μήκους 72 cm καὶ γραμμικῆς πυκνότητος 0,1 gr/cm παρέχει θεμελιώδη συχνότητος 435 Hz. Πόση ἡ τείνουσα δύναμις τῆς χορδῆς.

12. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ συχνότης τοῦ τετάρτου ἁρμονικοῦ ἤχου χορδῆς μήκους 40 cm, γραμμικῆς πυκνότητος 0,4 gr/cm καὶ ἡ ὁποία τείνεται ὑπὸ δυνάμεως 1 600 gr*.

13. Πόση θὰ εἶναι ἡ συχνότης τοῦ τρίτου ἁρμονικοῦ κλειστοῦ σωλῆνος μήκους 63 cm. (Ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα 340 m/sec.)

14. Πόση εἶναι ἡ θεμελιώδης συχνότης κλειστοῦ ἠχητικοῦ σωλῆνος μήκους 67 cm, ἐὰν ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου εἶναι 348 m/sec.

15. Νὰ καθορισθῇ τὸ ἐλάχιστον μῆκος κλειστοῦ καὶ ἀνοικτοῦ ἠχητικοῦ σωλῆνος, τῶν ὁποίων οἱ ἦχοι εἰς 0^0 C εὑρίσκονται ἐν συντονισμῷ πρὸς διαπασῶν συχνότητος 160 sec^{-1}.

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ

ΘΕΡΜΟΤΗΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙϚ΄

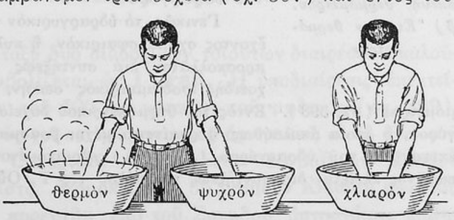
ΘΕΡΜΟΤΗΣ. ΘΕΡΜΟΜΕΤΡΙΑ

238. Γενικά. Εἰς παλαιοτέραν ἐποχὴν ἡ ***θερμότης*** ἐθεωρεῖτο, ὅτι ἀπετέλει ἀβαρὲς ρευστόν· ἡ ὑπόθεσις ὅμως αὕτη κατέρρευσε παντελῶς καὶ σήμερον δεχόμεθα, ὅτι ἡ ***θερμότης εἶναι μία μορφὴ τῆς ἐνεργείας,*** ὡς θὰ ἴδωμεν λεπτομερέστερον εἰς ἄλλην θέσιν.

Ἐκ πείρας γνωρίζομεν, ὅτι τὸ ὕδωρ, ὑπὸ τὰς συνήθεις συνθήκας, εὑρίσκεται ἐν ὑγρᾷ καταστάσει, ψυχόμενον δὲ ἐπαρκῶς λαμβάνει τὴν στερεὰν κατάστασιν, ἐνῷ ἀντιθέτως, θερμαινόμενον ἐπαρκῶς μεταπίπτει εἰς τὴν ἀέριον κατάστασιν. Ἐπίσης γνωρίζομεν ὅτι, ὅταν θερμαίνωμεν σῶμα, αἱ διαστάσεις αὐτοῦ μεταβάλλονται, ὡς ἐπίσης καὶ ἡ πυκνότης αὐτοῦ μεταβάλλεται κ.ο.κ. Εἶναι δὲ φανερόν, ὅτι πᾶσαι αἱ ἀνωτέρω μεταβολαὶ συνδέονται στενότατα πρὸς τὴν θερμικὴν κατάστασιν τοῦ σώματος ἢ πρὸς μέγεθος χαρακτηριστικὸν αὐτῆς, τὸ ὁποῖον καλοῦμεν ***θερμοκρασίαν*** τοῦ σώματος.

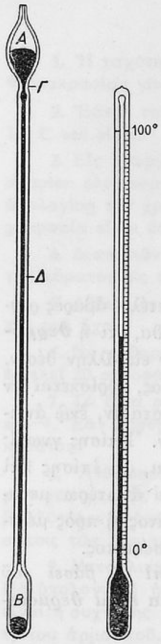
Ἡ θερμοκρασία *ἀποτελεῖ τὸ φυσικὸν ἐκεῖνο μέγεθος, ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ ὁποίου δυνάμεθα νὰ χαρακτηρίζωμεν ποσοτικῶς κατὰ πόσον ἓν σῶμα εἶναι θερμότερον ἄλλου.*

Διὰ τῆς ἀφῆς δυνάμεθα νὰ ἐξακριβώσωμεν, ἐὰν ἓν σῶμα εἶναι θερμότερον ἄλλου. Ἐν τούτοις ὅμως ἡ ἐντύπωσις, τὴν ὁποίαν ἔχομεν διὰ τῆς ἀφῆς, εἶναι πολλάκις ἀπατηλή, ὡς τοῦτο δεικνύει τὸ ἑξῆς πείραμα. Λαμβάνομεν τρία δοχεῖα (σχ. 397) καὶ ἐντὸς τοῦ ἑνὸς τοποθετοῦμεν θερμὸν ὕδωρ, ἐνῷ ἐντὸς τοῦ δευτέρου ψυχρὸν ὕδωρ, π.χ. πάγον. Εἰς τὸ θερμὸν βυθίζομεν τὴν δεξιὰν χεῖρα καὶ εἰς τὸ ψυχρὸν τὴν ἀριστεράν. Ἐὰν μετά τινα χρόνον βυθίσωμεν ἀμφοτέρας τὰς χεῖρας εἰς τὸ τρίτον δοχεῖον, τὸ ὁποῖον περιέχει χλιαρὸν ὕδωρ, τότε διὰ τῆς δεξιᾶς χειρὸς ἔχομεν τὴν ἐντύπωσιν, ὅτι τὸ ὕδωρ εἶναι θερμόν, καὶ διὰ τῆς ἀριστερᾶς, ὅτι τοῦτο εἶναι ψυχρόν. Ἐπίσης, ἐὰν κατά τινα χειμερινὴν ἡμέραν ἐγγίσωμεν ἓν ἀντικείμενον ἐκ μετάλλου καὶ ἕτερον ἐκ ξύλου, θὰ σχηματίσωμεν τὴν ἐντύπωσιν ὅτι τὸ ἐκ μετάλλου εἶναι ψυχρότερον ἀπὸ τὸ ξύλινον, ἂν καὶ ἀμφότερα ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν·



Σχ. 397. Ἡ ἀφὴ δὲν παρέχει ἀσφαλῆ ἐκτίμησιν τῆς θερμοκρασίας.

Τὸ κεφάλαιον τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀσχολεῖται μὲ τὴν περιγραφὴν τῶν διαφόρων τύπων θερμομέτρων καὶ τῶν μεθόδων μετρήσεως τῶν θερμοκρασιῶν, καλεῖται ***θερμομετρία.***



(α) (β)

Σχ. 398. α) Κατασκευὴ θερμομέτρου. β) Ἕτοιμον θερμόμετρον.

239. Θερμόμετρα. Ἡ λειτουργία τῶν συνήθων θερμομέτρων βασίζεται ἐπὶ τοῦ φαινομένου τῆς διαστολῆς ἢ συστολῆς τῶν σωμάτων, δηλ. τῆς αὐξήσεως ἢ ἐλαττώσεως τοῦ ὄγκου τῶν σωμάτων, ὅταν ταῦτα θερμαίνωνται ἢ ψύχωνται. Εἶναι φανερόν, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀνωτέρω ἐκτιθεμένων, ὅτι διὰ τὴν πραγματοποίησιν τοῦ θερμομέτρου δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν καὶ οἱονδήποτε ἄλλο χαρακτηριστικὸν μέγεθος τοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ὡς π.χ. τὴν πίεσιν ἀερίου μάζης (*ἀερικὸν θερμόμετρον*) ἢ τὴν ἠλεκτρικὴν ἀντίστασιν ἀγωγοῦ σώματος (*ἠλεκτρικὸν θερμόμετρον*, βλ. σχ. 402) κ.ο.κ.

Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ὅταν θέσωμεν εἰς ἐπαφὴν δύο σώματα, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ ἓν εἶναι θερμότερον τοῦ ἄλλου, καὶ ἐπομένως εὑρίσκονται ὑπὸ διάφορον θερμοκρασίαν, μετὰ παρέλευσιν ὡρισμένου χρονικοῦ διαστήματος αἱ θερμοκρασίαι τῶν δύο σωμάτων ἐξισοῦνται. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἀποτελεῖ τὴν *ἀρχὴν τῆς ἐξισώσεως τῶν θερμοκρασιῶν*, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ μέτρησις τῆς θερμοκρασίας διὰ τῶν θερμομέτρων.

240. Ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον. Ἐκ τῶν μᾶλλον συνήθων ἐν χρήσει θερμομέτρων εἶναι τὸ *ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον*, εἰς τὸ ὁποῖον ὡς θερμομετρικὸν σῶμα χρησιμοποιεῖται ὁ ὑδράργυρος [1]). Ἡ ἐκτίμησις τῆς θερμοκρασίας γίνεται διὰ μετρήσεως τῆς αὐξήσεως τοῦ ὄγκου ὡρισμένης μάζης ὑδραργύρου, διὰ θερμάνσεως αὐτῆς ἤ, ὡς συνήθως λέγομεν, διὰ παρατηρήσεως τῆς θερμικῆς διαστολῆς τοῦ ὑδραργύρου.

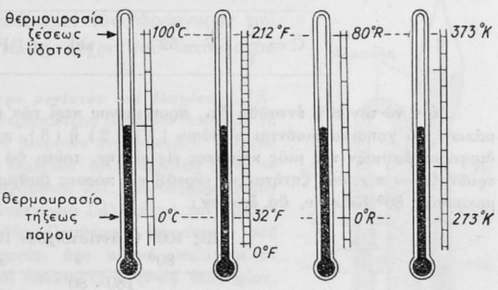
Γενικῶς, τὸ ὑδραργυρικὸν θερμότερον ἀποτελεῖται ἐκ δοχείου ἐξ ὑάλου ἔχοντος σχῆμα σφαιρικὸν ἢ κυλινδρικόν. Ἐπὶ τοῦ θερμομετρικοῦ δοχείου προσκολλᾶται διὰ συντήξεως ἐπιμήκης καὶ πολὺ μικρᾶς διαμέτρου τριχοειδὴς ἰσοδιαμετρικὸς σωλήν, ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖ τὸ στέλεχος τοῦ θερμομέτρου (σχ. 398). Ἐντὸς τοῦ θερμομετρικοῦ δοχείου Β τίθεται ἡ κατάλληλος ποσότης ὑδραργύρου, ἡ ὁποία ἀκολούθως θερμαίνεται μέχρι βρασμοῦ, πρὸς τελείαν ἐκδίωξιν τοῦ ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου (χῶρος Α) εὑρισκομένου ἀέρος, καὶ τέλος τὸ ἀνοικτὸν ἄκρον τοῦ σωλῆνος κλείεται διὰ συντήξεως τῆς ὑάλου εἰς Γ. Οὕτω, ἄνωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ

---

[1]) Ὁ ὑδράργυρος χρησιμοποιεῖται ὡς θερμομετρικὸν σῶμα, ἕνεκα τῶν ἀκολούθων ἰδιοτήτων αὐτοῦ: α) Ἡ διαστολὴ αὐτοῦ εἶναι σημαντικὴ καὶ ὁμοιόμορφος. β) Δύναται εὐχερῶς νὰ παρασκευασθῇ ἐν καθαρᾷ καταστάσει. γ) Εἶναι ἀδιαφανὴς καὶ ἐπομένως διακρίνεται εὐκόλως διὰ μέσου τῆς ὑάλου τοῦ θερμομέτρου. δ) Ἔχει ταπεινὸν σημεῖον πήξεως καὶ ὑψηλὸν σημεῖον ζέσεως. ε) Δὲν δεικνύει συνάφειαν πρὸς τὴν ὕαλον καὶ ἐπομένως δὲν προσφύεται ἐπὶ τοῦ σωλῆνος τοῦ θερμομέτρου. ϛ) Εἶναι καλὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος καὶ προσλαμβάνει ταχέως τὴν θερμοκρασίαν τοῦ σώματος, πρὸς τὸ ὁποῖον τίθεται ἐν ἐπαφῇ.

ὑδραργύρου ὑπάρχει λίαν προκεχωρημένον κενόν, ἀποφευγομένης τοιουτοτρόπως τῆς ὀξειδώσεως τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου, ὡς καὶ τοῦ κινδύνου θραύσεως τοῦ σωλῆνος ἐκ τῆς συμπιέσεως τοῦ ἄνωθεν αὐτοῦ ἀέρος, ὑπὸ τῆς κατὰ τὴν χρῆσιν τοῦ ὀργάνου ἀνερχομένης εἰς τὸν σωλῆνα ὑδραργυρικῆς στήλης. Ἐξ ἄλλου, ἐπειδὴ ὁ ὄγκος τοῦ ὑδραργύρου ἐν τῷ θερμομετρικῷ δοχείῳ εἶναι κατὰ πολὺ μεγαλύτερος τοῦ ὄγκου τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸ στέλεχος, ἡ διαστολὴ τοῦ ὑδραργύρου ἀναφέρεται καθ' ὁλοκληρίαν εἰς τὸν ὑδράργυρον τοῦ δοχείου, ἡ δὲ ὑδραργυρικὴ στήλη τοῦ στελέχους χρησιμεύει ἁπλῶς ὡς δείκτης διὰ τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου τοῦ ὑδραργύρου ἐν τῷ δοχείῳ. Κατὰ μῆκος τοῦ σωλῆνος ἔχουν χαραχθῆ ὑποδιαιρέσεις, ἡ ἑκάστοτε δὲ θέσις τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου μᾶς παρέχει τὴν μετρουμένην θερμοκρασίαν.

241. Θερμομετρικαὶ κλίμακες. 1) ***Κλῖμαξ Κελσίου.*** Ἐὰν τὸ ὡς ἄνω κατασκευασθὲν θερμόμετρον βυθίσωμεν ἐντὸς δοχείου περιέχοντος τρίμματα καθαροῦ πάγου, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη εἰς τὸν σωλῆνα, λόγῳ συστολῆς τοῦ ὑδραργύρου, κατέρχεται καὶ τέλος αὕτη παραμένει στάσιμος εἰς ὡρισμένην θέσιν. Εἰς τὴν θέσιν ταύτην τοῦ θερμομέτρου σημειοῦμεν τὴν θερμοκρασίαν ***μηδὲν*** (0^0 **C**). Ἀκολούθως θερμαίνομεν τοῦτο ἐντὸς θερμαντῆρος, ὅτε παρατηροῦμεν, ὅτι ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη ἀνέρχεται καί, ὅταν τὸ ὕδωρ ἀρχίσῃ νὰ βράζῃ, βλέπομεν ὅτι ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη παραμένει στάσιμος· τὸ θερμομετρικὸν δοχεῖον πρέπει νὰ εὑρίσκεται ὀλίγον ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας τοῦ βράζοντος ὕδατος, εἰς τρόπον ὥστε νὰ προσβάλλεται ὑπὸ τῶν ἀτμῶν αὐτοῦ. Εἰς τὴν θέσιν ταύτην, ἐφ' ὅσον τὸ βαρόμετρον δεικνύει κανονικὴν πίεσιν, ἤτοι 760 Torr, σημειοῦμεν τὴν θερμοκρασίαν ***ἑκατὸν*** (100^0 **C**), ἡ ὁποία δεχόμεθα, ὅτι παριστᾷ τὴν θερμοκρασίαν τῶν ἀτμῶν τοῦ ζέοντος ὕδατος. Τὸ μεταξὺ 0 καὶ 100 διάστημα ὑποδιαιρεῖται εἰς ἑκατὸν ἴσα μέρη, τὴν ἀπόστασιν δὲ μεταξὺ δύο διαδοχικῶν τοιούτων διαιρέσεων καλοῦμεν ***βαθμὸν Κελσίου*** (1^0 **C**) καὶ συμβολίζεται ὡς **1 grad.** Ἡ ὑποδιαίρεσις ἐπεκτείνεται καθ' ὅμοιον τρόπον καὶ ἄνωθεν τοῦ 100 καὶ κάτωθεν τοῦ μηδενός (σχ. 399).



Σχ. 399. *Κλίμακες καὶ βαθμολογία τῶν θερμομέτρων Κελσίου, Fahrenheit, Ρεωμύρου καὶ Kelvin.*

Αἱ θερμοκρασίαι κάτω τοῦ μηδενὸς χαρακτηρίζονται ὡς ἀρνητικαί, αἱ δὲ ἄνω τοῦ μηδενὸς ὡς θετικαί. Οὕτω π.χ. -15^0 C παριστᾷ θερμοκρασίαν 15 βαθμῶν Κελσίου κάτω τοῦ μηδενός, ἐνῷ $+35^0$ C παριστᾷ θερμοκρασίαν 35 βαθμῶν Κελσίου ἄνω τοῦ μηδενός. Ἡ ἑκατοντάβαθμος κλῖμαξ προετάθη ὑπὸ τοῦ Σουηδοῦ ἀστρονόμου καθηγητοῦ **Celsius** (κατὰ τὸ ἔτος 1742).

2) ***Κλῖμαξ*** *Fahrenheit.* Αὕτη εἶναι ἐν χρήσει σήμερον ὑπὸ τῶν Ἄγγλων καὶ Ἀμερικανῶν. Ἡ ἀντιστοιχία μεταξὺ βαθμῶν Κελσίου (C) καὶ βαθμῶν Fahrenheit (F) εἶναι ἡ ἀκόλουθος: Εἰς 0^0 C ἀντιστοιχοῦν 32^0 F, εἰς 100^0 C ἀντιστοιχοῦν 212^0 F, ἑπομένως διαφορὰ 100^0 C ἀντιστοιχοῦν εἰς 180^0 F ἢ ὁ λόγος μεταξὺ βαθμῶν F καὶ βαθμῶν C εἶναι 9 : 5 (σχ. 399).

3) ***Κλῖμαξ Ρεωμύρου.*** Τὸ μηδὲν τῆς κλίμακος Ρεωμύρου ἀντιστοιχεῖ πρὸς 0^0 C, ἐνῷ 80^0 R ἀντιστοιχοῦν εἰς 100^0 C. Ἡ κλῖμαξ αὕτη σχεδὸν δὲν χρησιμοποιεῖται σήμερον, διατηρεῖται δὲ μόνον, εἰς περιωρισμένην ὅμως χρῆσιν, ἐν Σκανδιναυΐᾳ καὶ Ὁλλανδίᾳ.

4) ***Κλῖμαξ*** *Kelvin.* Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω κλιμάκων γίνεται χρῆσις εἰς τὴν Φυσικὴν καὶ τῆς ***κλίμακος*** *Kelvin* (K) ἢ ***ἀπολύτου κλίμακος*** (σχ. 399), τὴν ὁποίαν θὰ ἐξετάσωμεν εἰς ἄλλην θέσιν (βλ. § 260).

Ἀντιστοιχία ἐνδείξεων θερμομέτρων. Ἡ ἀναγωγὴ τῶν ἐνδείξεων εἰς τὰς θερμομετρικὰς κλίμακας Κελσίου, Φαρενάϊτ καὶ Ρεωμύρου δύναται νὰ γίνῃ δι' ἐφαρμογῆς τοῦ γενικοῦ τύπου:

$$\frac{C}{100} = \frac{R}{80} = \frac{F-32}{180} \qquad (1)$$

ἢ ἀκόμη, προκειμένου διὰ τὰς κλίμακας Κελσίου καὶ Φαρενάϊτ, καὶ διὰ τοῦ τύπου:

$$\frac{C-0}{F-32} = \frac{100-0}{212-32} \quad \text{ἢ} \quad \frac{C}{F-32} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9} \qquad (2)$$

Ἡ ἐξίσωσις (2) λυομένη ὡς πρὸς C ἢ F παρέχει:

$$\boxed{C = \frac{5}{9}(F-32) \quad \text{καὶ} \quad F = \frac{9}{5}C + 32} \qquad (3)$$

Δέον νὰ τονισθῇ ἐνταῦθα ὅτι, προκειμένου περὶ τῶν ἐνδείξεων τῶν θερμομετρικῶν κλιμάκων, θὰ χρησιμοποιοῦνται οἱ τύποι (1), (2) ἢ (3), προκειμένου ὅμως νὰ μετατραποῦν διαφοραὶ βαθμῶν τῆς μιᾶς κλίμακος εἰς ἄλλην, τοῦτο θὰ γίνεται διὰ τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν. Οὕτω π.χ. ἐὰν ζητῆται νὰ εὑρεθῇ εἰς πόσους βαθμοὺς Φαρενάϊτ ἀντιστοιχεῖ διαφορὰ θερμοκρασίας 80^0 Κελσίου, θὰ ἔχωμεν:

Εἰς 100^0 C ἀντιστοιχοῦν 180^0 F

» 80^0 C » x;

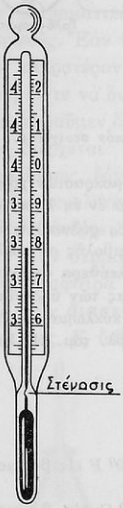
$$x = \frac{180 \cdot 80}{100} = 144^0 \text{ F}$$

Παραδείγματα θερμοκρασιῶν εἰς ^{0}C	
Θερμοκρασία βρασμοῦ τοῦ ὑγροῦ ἀέρος	– 191
Μέση θερμοκρασία τοῦ ὑγιοῦς ἀνθρώπου	37
Θερμοκρασία ἐρυθροπυρωμένου σιδήρου ἢ φλογὸς κηρίου	700
Θερμοκρασία πυρακτωμένου νήματος ἠλεκτρικοῦ λαμπτῆρος	2200
Θερμοκρασία εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ Ἡλίου	6000

242. Θερμόμετρα δι' ὑγρῶν. Ὡς βάσις διὰ τὴν μέτρησιν τῶν θερμοκρασιῶν χρησιμεύει τὸ ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον, καθότι ὁ ὑδράργυρος ἔχει ἐξ ὅλων τῶν ὑγρῶν τὸ πλεονέκτημα, ὅταν θερμαίνεται, νὰ διαστέλλεται ὁμοιομόρφως. Ἐὰν ὅμως πληρωθῇ τὸ θερμόμετρον μὲ ἄλλο ὑγρόν, π.χ. μὲ οἰνόπνευμα, δὲν ἐπιτρέπεται νὰ διαιρέσωμεν τὴν ἀπόστασιν τῶν σταθερῶν σημείων εἰς 100 ἴσα μέρη, διότι τὸ οἰνόπνευμα δὲν διαστέλλεται ὁμοιομόρφως. Ὡς ἐκ τοῦ λόγου τούτου, τοῦτο πρέπει νὰ συγκρίνεται κατὰ βαθμὸν πρὸς ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον καὶ νὰ σχηματίζεται οὕτω ἡ σχετικὴ κλῖμαξ.

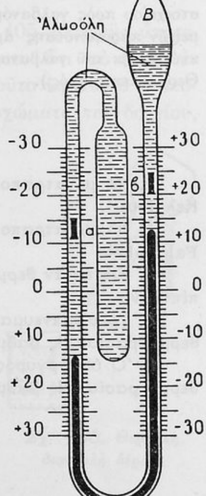
Ὅρια χρησιμοποιήσεως ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου. Ἐπειδὴ ὁ ὑδράργυρος πήγνυται εἰς — 39° C, τὸ ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον δὲν δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ θερμοκρασίας κατωτέρας τῶν — 39° C. Διὰ ταπεινοτέρας θερμοκρασίας (μέχρι — 100° C) χρησιμεύει τὸ θερμόμετρον δι' οἰνοπνεύματος καὶ δι' ἀκόμη χαμηλοτέρας (μέχρι — 190° C) τὸ θερμόμετρον διὰ πεντανίου.

243. Διάφοροι τύποι θερμομέτρων. α) ***Ἰατρικὸν θερμόμετρον.*** Τοῦτο εἶναι ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον, εἰς τὸ ὁποῖον τὸ στέλεχος, εἰς τὸ σημεῖον κατὰ τὸ ὁποῖον προσαρμόζεται ἐπὶ τοῦ δοχείου, παρουσιάζει μικρὰν ἀποστένωσιν (σχ. 400). Οὕτω, ὅταν ὁ ὑδράργυρος διαστέλλεται, εἰσχωρεῖ διὰ μέσου τῆς ἀποστενώσεως ἐντὸς τοῦ στελέχους, ὁπότε παρατηροῦμεν, ὅτι ὁ ὑδράργυρος ἀνέρχεται ἐν αὐτῷ, μέχρις ὅτου δείξῃ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ σώματος. Ὅταν ὅμως ὁ ὑδράργυρος, λόγῳ ψύξεως τοῦ θερμομέτρου, συστέλλεται, τότε ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη διακόπτεται εἰς τὸ σημεῖον τῆς ἀποστενώσεως καὶ παραμένει εἰς τὴν θέσιν, εἰς τὴν ὁποίαν εὑρίσκετο, ὅταν ἦτο εἰς ἐπαφὴν πρὸς τὸ σῶμα τοῦ ἀσθενοῦς, δεικνύουσα οὕτω τὴν μεγίστην θερμοκρασίαν. Ἵνα τὸ θερμόμετρον χρησιμοποιηθῇ ἐκ νέου πρέπει, δι' ἐλαφρῶν τιναγμῶν, ν' ἀναγκάσωμεν τὸν ὑδράργυρον τοῦ στελέχους νὰ κατέλθῃ μέχρι τοῦ κατωτάτου δυνατοῦ σημείου.



Σχ. 400. Ἰατρικὸν θερμόμετρον.

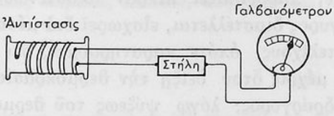
β) ***Θερμόμετρα μεγίστου καὶ ἐλαχίστου.*** Ἁπλούστατον τύπον θερμομέτρου μεγίστου ἀποτελεῖ τὸ ἀνωτέρω περιγραφὲν ἰατρικὸν θερμόμετρον. Ἕτερος τύπος θερμομέτρου μεγίστου καὶ ἐλαχίστου εἶναι τὸ ***θερμόμετρον*** τοῦ σχήματος 401. Ὡς θερμομετρικὸν ὑγρὸν χρησιμεύει οἰνόπνευμα (ἀλκοόλη) καὶ ὑδράργυρος. Ἐπὶ τῶν δύο ἐλευθέρων ἐπιφανειῶν τοῦ ὑδραργύρου εὑρίσκονται δύο μικροὶ στυλίσκοι ἐκ σιδήρου, ***α*** καὶ ***β***, οἱ ὁποῖοι, τῇ βοηθείᾳ ἐλατηρίου, δύνανται νὰ μετατοπίζωνται ἐντὸς τοῦ στελέχους ὑπὸ ἐλαφρὰν τριβήν.



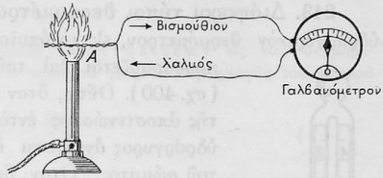
Σχ. 401. Θερμόμετρον μεγίστου καὶ ἐλαχίστου.

Ὅταν τὸ δοχεῖον τοῦ θερμομέτρου θερμαίνεται, τὸ ἐν αὐτῷ ὑγρόν, λόγῳ τῆς διαστολῆς του, διερχόμενον ἐλευθέρως διὰ μέσου τοῦ διακένου τοῦ δείκτου α, ὠθεῖ τὸ πρὸς τὰ ἀριστερὰ σκέλος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης πρὸς τὰ κάτω, ἐνῷ ὁ δείκτης α παραμένει εἰς τὴν θέσιν του συγκρατούμενος λόγῳ τῆς τριβῆς πρὸς τὸ τοίχωμα τοῦ σωλῆνος. Τουναντίον, τὸ πρὸς τὰ δεξιὰ σκέλος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἀνέρχεται καὶ παρασύρει μετ' αὐτῆς τὸν ἀντίστοιχον δείκτην β, τὸ δὲ ἄνωθεν αὐτῆς ὑγρὸν εἰσχωρεῖ εἰς τὸν χῶρον Β καὶ συμπιέζει τὸν ἐν αὐτῷ ὑπάρχοντα ἀέρα. Ὅταν τὸ κυλινδρικὸν δοχεῖον τοῦ θερμομέτρου ἀποψύχεται, ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη, λόγῳ τῆς συστολῆς τῶν ὑγρῶν καὶ τῆς πιέσεως τοῦ εἰς τὸν χῶρον Β ἀέρος, ἐκτελεῖ τὴν ἀντίθετον κίνησιν ἢ προηγουμένως. Τὸ ὄργανον, μεθ' ἑκάστην παρατήρησιν, δέον νὰ ἐπαναφέρεται εἰς τὴν κανονικήν του κατάστασιν, τοῦτο δὲ ἐπιτυγχάνεται, ἐὰν μετατοπίσωμεν μὲ τὴν βοήθειαν μικροῦ μαγνήτου τοὺς δύο δείκτας, ὥστε νὰ ἐφάπτωνται τῶν ἐπιφανειῶν τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης.

γ) ***Ἠλεκτρικὸν θερμόμετρον ἀντιστάσεως.*** Ἡ ἀντίστασις τῶν μεταλλικῶν ἀγωγῶν αὐξάνεται ἐν γένει μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Ἑπομένως εἶναι φανερόν, ὅτι διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως καταλλήλου ἀγωγοῦ, ὡς π.χ. λεπτοῦ σύρματος ἐκ λευκοχρύσου, συνδεδεμένου πρὸς διάταξιν δυναμένην νὰ μετρῇ τὴν ἀντίστασιν αὐτοῦ, δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ οὗτος ὡς θερμόμετρον. Ὄργανα δὲ τοῦ τύπου τούτου, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται σήμερον εὐρύτατα, καλοῦνται ***ἠλεκτρικὰ θερμόμετρα*** (σχ. 402). Τὰ θερμόμετρα τοῦ τύπου τούτου μετροῦν συνήθως χαμηλὰς θερμοκρασίας.



Σχ. 402. Ἠλεκτρικὸν θερμόμετρον.



Σχ. 403. Θερμοηλεκτρικὸν στοιχεῖον.

δ) ***Θερμοηλεκτρικὸν στοιχεῖον.*** Διὰ τὴν μέτρησιν ἰδίως πολὺ ὑψηλῶν θερμοκρασιῶν χρησιμοποιεῖται καὶ τὸ *θερμοηλεκτρικὸν στοιχεῖον*, ἀποτελούμενον ἀπὸ δύο σύρματα τὸ ἓν ἐκ λευκοχρύσου καὶ τὸ ἄλλο ἀπὸ ροδιολευκόχρυσον (δηλ. κρᾶμα λευκοχρύσου περιέχον 10 % ρόδιον) ἢ ἀπὸ βισμούθιον καὶ χαλκὸν (σχ. 403) αὐτογενῶς συγκολλημένα (ἄνευ δηλαδὴ παρεμβολῆς συγκολλητικῆς οὐσίας), ἢ καὶ ἀπὸ διάφορα ἄλλα ζεύγη μετάλλων. Ἐὰν συνδέσωμεν τὰ ἐλεύθερα ἄκρα τοῦ στοιχείου πρὸς γαλβανόμετρον καὶ θερμάνωμεν τὴν ἐπαφὴν A, τῆς θερμοκρασίας τῶν ὑπολοίπων μερῶν παραμενούσης ἀμεταβλήτου, τότε γεννᾶται εἰς τὸ κλειστὸν ἠλεκτρικὸν κύκλωμα, ὡς δεικνύεται ἐκ τοῦ γαλβανομέτρου, ἠλεκτρικὸν ρεῦμα ἔχον τὴν φορὰν τῶν βελῶν (βλ. τόμ. II, Κεφ. Θερμοηλεκτρισμός).

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Νὰ μετατραποῦν αἱ ἐνδείξεις θερμοκρασιῶν 70^0 F, 84^0 F, 98^0 F, 110^0 F εἰς βαθμοὺς Κελσίου.

2. Νὰ μετατραποῦν αἱ ἐνδείξεις θερμοκρασιῶν 4^0 C, 15^0 C, 40^0 C, 86^0 C εἰς βαθμοὺς Fahrenheit.

3. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν αἱ ἐνδείξεις θερμομέτρων Κελσίου καὶ Fahrenheit συμπίπτουν.

4. Τὸ οἰνόπνευμα βράζει εἰς $78{,}5^0$ C καὶ πήγνυται εἰς -117^0 C. Ποῖαι αἱ ἀντίστοιχοι θερμοκρασίαι εἰς βαθμοὺς Fahrenheit.

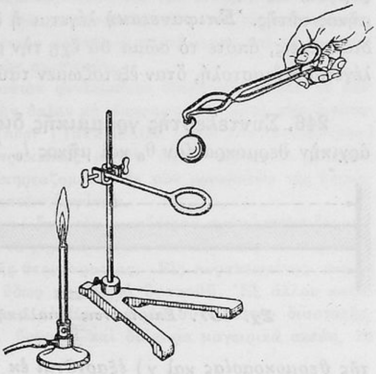
5. Ὁ ὑδράργυρος βράζει εἰς 675^0 F καὶ πήγνυται εἰς -38^0 F. Ποῖαι αἱ ἀντίστοιχοι θερμοκρασίαι εἰς βαθμοὺς Κελσίου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΖ'

ΘΕΡΜΙΚΗ ΔΙΑΣΤΟΛΗ

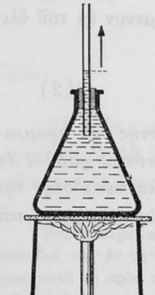
244. Γενικά. Τὰ σώματα ἐν γένει θερμαινόμενα αὐξάνονται κατὰ τὰς διαστάσεις αὐτῶν, ἤ, κατ' ἄλλην ἔκφρασιν, ὁ ὄγκος αὐτῶν μεταβάλλεται διὰ θερμάνσεως. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλοῦμεν ***θερμικὴν διαστολήν.*** Ὀλίγα μόνον σώματα δεικνύουν ἀνωμαλίαν ὡς πρὸς τὸ φαινόμενον τοῦτο, ὡς π.χ. τὸ καουτσούκ, τὸ ὁποῖον θερμαινόμενον συστέλλεται, ἡ πορσελάνη, ἥτις ἐπίσης θερμαινομένη συστέλλεται καὶ διατηρεῖ τὴν συστολὴν καὶ μετὰ τὴν ψῦξιν αὐτῆς κ.ἄ. Ἐξ ὅλων τῶν σωμάτων τὰ στερεὰ διαστέλλονται ὀλιγώτερον. Τὰ ὑγρὰ δεικνύουν μεγαλυτέραν διαστολὴν ἀπὸ τὰ στερεά. Τὰ ἀέρια διαστέλλονται περισσότερον ἐξ ὅλων τῶν σωμάτων.

Τὴν ***διαστολὴν τῶν στερεῶν*** δεικνύομεν πειραματικῶς διὰ τῆς ἐν σχήματι 404 συσκευῆς. Ἐὰν ἡ σφαῖρα ἔχῃ διάμετρον ὀλίγον μικροτέραν τῆς διαμέτρου τοῦ δακτυλίου, ὥστε νὰ διέρχεται ἐλευθέρως δι' αὐτοῦ, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅταν θερμανθῇ ἐπαρκῶς, δὲν διέρχεται πλέον διὰ τοῦ δακτυλίου. Ἀντιθέτως, ἐὰν ἡ σφαῖρα ἔχῃ διάμετρον ὀλίγον μεγαλυτέραν τῆς τοῦ δακτυλίου, ὥστε νὰ μὴ διέρχεται δι' αὐτοῦ, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅταν θερμάνωμεν ἐπαρκῶς τὸν δακτύλιον, ἡ σφαῖρα διέρχεται δι' αὐτοῦ.



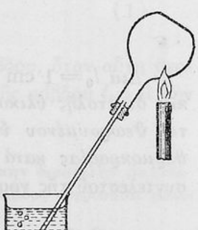
Σχ. 404. Θερμικὴ διαστολὴ μεταλλικῆς σφαίρας.

Τὴν ***διαστολὴν τῶν ὑγρῶν*** δεικνύομεν διὰ τῆς ἐν σχήματι 405 συσκευῆς ἀποτελουμένης ἐξ ὑάλου. Ἐὰν θερμάνωμεν τὴν συσκευήν, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὑγρὸν ἐν ἀρχῇ κατέρχεται εἰς τὸν σωλῆνα, ὡς ἐὰν τοῦτο ὑφίστατο συστολήν. Τοῦτο ὅμως συμβαίνει, ἐπειδὴ τὰ τοιχώματα τοῦ δοχείου, εὑρισκόμενα εἰς στενὴν ἐπαφὴν πρὸς τὴν πηγὴν θερμότητος, θερμαίνονται ταχύτερον ἢ τὸ ὑγρόν. Ἐὰν ὅμως ἐξακολουθήσωμεν νὰ θερμαίνωμεν, παρατηροῦμεν ὅτι πράγματι τὸ ὑγρὸν διαστέλλεται, διότι τοῦτο ἀνέρχεται εἰς τὸν σωλῆνα. Τὴν διαστολὴν τῶν ὑγρῶν δεικνύομεν ἐπίσης καὶ διὰ τῶν ὑδραργυρικῶν θερμομέτρων καὶ γενικῶς διὰ τῶν θερμομέτρων δι' ὑγρῶν.



Σχ. 405. Θερμικὴ διαστολὴ ὑγροῦ.

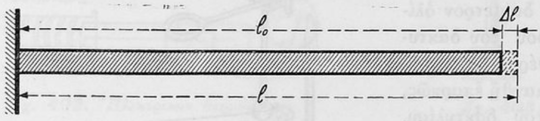
Τὴν ***διαστολὴν τῶν ἀερίων*** δεικνύομεν διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 406. Ὑαλίνη φιάλη κλείεται διὰ πώματος φελλοῦ, διὰ τῆς ὀπῆς τοῦ ὁποίου διέρχεται ὑάλινος σωλήν. Ἐὰν ἀναστρέψωμεν τὴν φιάλην καὶ βυθίσωμεν τὸ στόμιον τοῦ σωλῆνος ἐντὸς λεκάνης περιεχούσης ὕδωρ, εὐθὺς ὡς ἡ φιάλη θερμανθῇ ἐλαφρῶς, εἴτε διὰ φλογὸς π.χ. κηρίου, εἴτε διὰ τῶν χειρῶν μας, βλέπομεν ὅτι ἐκ τοῦ ὑαλίνου σωλῆνος ἐξέρχονται φυσαλλίδες, αἵτινες ἀνέρχονται πρὸς τὰ ἄνω, ὀφειλόμεναι εἰς τὴν διαστολὴν τοῦ ἐντὸς τῆς φιάλης ἀέρος.



Σχ. 406. Θερμικὴ διαστολὴ ἀέρος.

245. Διαστολὴ τῶν στερεῶν. Εἰς τὰ στερεὰ σώματα διακρίνομεν *γραμμικήν, ἐπιφανειακὴν* καὶ *κυβικὴν διαστολήν.* ***Γραμμικὴ*** λέγεται ἡ διαστολή, ὅταν ἐξετάζωμεν ταύτην μόνον κατὰ τὴν μίαν διάστασιν, ὅταν δηλαδὴ τὸ στερεὸν ἔχῃ σχῆμα ἐπιμήκους ράβδου, εἰς τὴν ὁποίαν αἱ δύο ἄλλαι διαστάσεις εἶναι ἀμελητέαι ἐν σχέσει πρὸς τὸ μῆκος αὐτῆς. ***Ἐπιφανειακὴ*** λέγεται ἡ διαστολή, ὅταν ἐξετάζωμεν ταύτην κατὰ τὰς δύο διαστάσεις, ὁπότε τὸ σῶμα θὰ ἔχῃ τὴν μορφὴν λεπτῆς πλακός. ***Κυβικὴ*** (ἢ ***κατ' ὄγκον***) λέγεται ἡ διαστολή, ὅταν ἐξετάζωμεν ταύτην καὶ κατὰ τὰς τρεῖς διαστάσεις τοῦ σώματος.

246. Συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς. Ἔστω ὅτι ράβδος ἔκ τινος οὐσίας ἔχει ἀρχικὴν θερμοκρασίαν θ_0 καὶ μῆκος l_0. Ἐὰν θερμάνωμεν τὴν ράβδον εἰς θερμοκρασίαν θ, τὸ μῆκος αὐτῆς γίνεται l. Ἐκ τοῦ πειράματος δεικνύεται, ὅτι ἡ συνολικὴ αὔξησις τοῦ μήκους τῆς ράβδου εἶναι : α) *ἀνάλογος τοῦ ἀρχικοῦ μήκους* l_0, β) *ἀνάλογος τῆς ἀνυψώσεως τῆς θερμοκρασίας* καὶ γ) *ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ὑλικοῦ ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι κατεσκευασμένη ἡ ράβδος.* Ἐὰν τὴν αὔξησιν τοῦ μήκους $l - l_0$ παραστήσωμεν διὰ Δl (σχ. 407) καὶ τὴν αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας $\theta - \theta_0$ διὰ $\Delta\theta$, τὰ ἀνωτέρω ἐκφράζονται διὰ τῆς σχέσεως :



Σχ. 407. Ἐπιμήκυνσις μεταλλικῆς ράβδου.

$$\boxed{\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta\theta} \qquad (1)$$

ὅπου α παριστᾷ τὸν ***συντελεστὴν τῆς γραμμικῆς διαστολῆς***, ἐξαρτώμενον ἐκ τοῦ ὑλικοῦ τῆς ράβδου. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) προκύπτει :

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \Delta\theta} \qquad (2)$$

Διὰ $l_0 = 1$ cm καὶ $\Delta\theta = 1^0$ C ἔχομεν $\Delta l = \alpha \cdot 1$, ἤτοι *ὁ συντελεστὴς τῆς γραμμικῆς διαστολῆς ὑλικοῦ τινος ἐκφράζει τὴν μεταβολήν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ράβδος ἐκ τοῦ θεωρουμένου ὑλικοῦ, μήκους ἴσου πρὸς τὴν μονάδα μήκους, διὰ μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας κατὰ 1⁰ C.* Ἐκ τῆς σχέσεως (2) προκύπτει, ὅτι ἡ μονὰς μετρήσεως τοῦ συντελεστοῦ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς εἶναι τό :

$$1\ \mathbf{grad}^{-1}$$

Οὕτω διὰ τὸν σίδηρον, $\alpha_{\text{σιδήρου}} = 12 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}. Τοῦτο σημαίνει ὅτι, ἐὰν ἡ θερμοκρασία μιᾶς ράβδου ἐκ σιδήρου, μήκους 1 cm, αὐξηθῇ κατὰ 1^0 C, ἡ ἐπιμήκυνσίς της θὰ εἶναι ἴση πρὸς $12 \cdot 10^{-6}$ cm, ἤ, ὅπερ τὸ αὐτό, ἐὰν τὸ μῆκος της εἶναι 1 m, ἡ ἐπιμήκυνσίς της θὰ εἶναι ἴση πρὸς $12 \cdot 10^{-6}$ m.

Παραδείγματα συντελεστῶν γραμμικῆς διαστολῆς (εἰς grad^{-1})

Ψευδάργυρος . . .	$36 \cdot 10^{-6}$	Χαλκὸς . . .	$16 \cdot 10^{-6}$	Ὕαλος (κοινὴ) . .	$9 \cdot 10^{-6}$
Μόλυβδος . . .	$29 \cdot 10^{-6}$	Σίδηρος . . .	$12 \cdot 10^{-6}$	Πορσελάνη . .	$4 \cdot 10^{-6}$
Ἀργίλιον	$23 \cdot 10^{-6}$	Μπετὸν	$12 \cdot 10^{-6}$	Κρᾶμα Invar . .	$0{,}9 \cdot 10^{-6}$
Ἄργυρος	$19 \cdot 10^{-6}$	Χάλυψ . . .	$11 \cdot 10^{-6}$	Χαλαζίας	$0{,}5 \cdot 10^{-6}$
Ὀρείχαλκος . . .	$19 \cdot 10^{-6}$	Λευκόχρυσος . .	$9 \cdot 10^{-6}$		

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω πίνακος συνάγομεν, ὅτι ράβδοι ἢ σύρματα τοῦ αὐτοῦ μήκους, ἀλλὰ ἐκ διαφόρων οὐσιῶν, ὅταν θερμαίνωνται κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν βαθμῶν, ὑφίστανται διαφόρους ἐπιμηκύνσεις. Ἐπίσης βλέπομεν, ὅτι οἱ συντελεσταὶ γραμμικῆς διαστολῆς τοῦ σιδήρου καὶ σκυροκονιάματος (μπετὸν) ἔχουν τὴν αὐτὴν τιμήν. Τοῦτο δὲ ἔχει μεγίστην σημασίαν εἰς τὰς κατασκευάς, διότι ἐπιτρέπει εἰς τὸ σιδηροπαγὲς σκυροκονίαμα (μπετὸν ἀρμὲ) νὰ συστέλλεται καὶ νὰ διαστέλλεται ὡς ἓν συμπαγὲς σύνολον, ἀναλόγως τῶν καιρικῶν συνθηκῶν.

Ἐπίσης ἡ ὕαλος καὶ ὁ λευκόχρυσος ἔχουν τὸν αὐτὸν συντελεστὴν διαστολῆς, τοῦτο δὲ ἐπιτρέπει τὴν συγκόλλησιν συρμάτων λευκοχρύσου εἰς τὴν ὕαλον μὴ ἀποσπωμένων κατὰ τὴν διαστολήν. Τὸ κρᾶμα χάλυβος καὶ νικελίου καλούμενον *Invar* (Invariabilis (λατ.) = ἀμετάβλητον) (64 % Fe + 36 % Ni) ἔχει συντελεστὴν διαστολῆς πρακτικῶς μηδέν, ὡς ἐκ τούτου δὲ χρησιμοποιεῖται εἰς τὴν κατασκευὴν προτύπων μέτρων, μὴ ἐπηρεαζομένων ἐκ τῶν μεταβολῶν τῆς θερμοκρασίας, ὡς καὶ ἐκκρεμῶν ὡρολογίων καὶ ἐν γένει λεπτῶν ὀργάνων.

Ἀπὸ τὰ ἐν τῇ φύσει σώματα ὁ χαλαζίας *(Quarz)* ἔχει τὸν μικρότερον συντελεστὴν διαστολῆς. Ἀπὸ χαλαζίαν, ὡς ἐκ τούτου, κατασκευάζονται τὰ χημικὰ ὄργανα καὶ αἱ συσκευαὶ ἀκριβείας τῶν ἐργαστηρίων ἄκρως ἀνθεκτικαὶ εἰς μεταβολὰς τῆς θερμοκρασίας. Εἷς πυρακτωμένος σωλὴν ἀπὸ χαλαζίαν εἶναι δυνατὸν νὰ βυθισθῇ εἰς ψυχρὸν ὕδωρ χωρὶς νὰ θραυσθῇ. Ἐξ ἄλλου κατασκευάζονται σήμερον ὕαλοι εἰδικῆς συνθέσεως *(Pyrex)* μὲ λίαν μικρὸν συντελεστὴν διαστολῆς. Μὲ ὕαλον Pyrex κατασκευάζονται σήμερον χημικὰ ὄργανα καὶ διάφορα μαγειρικὰ σκεύη, τὰ ὁποῖα θερμαινόμενα δὲν θραύονται.

247. Σχέσις μήκους καὶ θερμοκρασίας. Ὡς ἐκ τοῦ σχήματος 407 φαίνεται, τὸ συνολικὸν νέον μῆκος τῆς ῥάβδου, ὅταν θερμανθῇ, θὰ εἶναι : $l = l_0 + \Delta l$. Ἀντικαθιστῶντες τὸ Δl διὰ τοῦ ἴσου του, τὸ ὁποῖον λαμβάνομεν ἐκ τοῦ τύπου (1) τῆς § 246, θὰ ἔχωμεν :

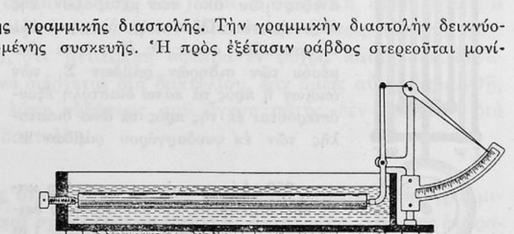
$$l = l_0 + \Delta l = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta\theta$$

ἤτοι :

$$\boxed{l = l_0 (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)} \qquad (1)$$

Ἡ σχέσις αὐτη μᾶς ἐπιτρέπει νὰ ὑπολογίζωμεν τὸ μῆκος ῥάβδου, ὅταν αὐτη θερμανθῇ κατὰ $\Delta\theta$ βαθμούς, ἀρκεῖ νὰ γνωρίζωμεν τὸ ἀρχικὸν μῆκος τῆς ῥάβδου l_0 καὶ τὴν αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας $\Delta\theta$.

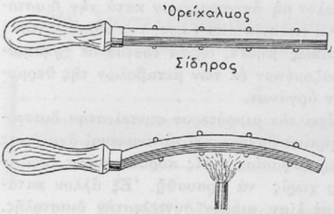
248. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς γραμμικῆς διαστολῆς. Τὴν γραμμικὴν διαστολὴν δεικνύομεν διὰ τῆς ἐν σχήματι 408 εἰκονιζομένης συσκευῆς. Ἡ πρὸς ἐξέτασιν ράβδος στερεοῦται μονίμως κατὰ τὸ πρὸς τὰ ἀριστερὰ ἄκρον αὐτῆς, ἐνῷ πρὸς τὰ δεξιὰ δύναται νὰ διαστέλλεται ἐλευθέρως. Τὸ πρὸς τὰ δεξιὰ ἄκρον τῆς ράβδου εὑρίσκεται εἰς ἐπαφὴν πρὸς τὸ ἄκρον τοῦ ἑνὸς βραχίονος τοῦ μοχλοῦ, ἐνῷ τὸ ἄκρον τοῦ ἑτέρου βραχίονος τοῦ μοχλοῦ συνδέεται πρὸς δείκτην, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ μετακινῆται πρὸ τῶν διαιρέσεων κλίμακος καταλλήλως βαθμολογημένης. Ἡ ράβδος εἶναι τοποθετημένη ἐντὸς λουτροῦ, τοῦ ὁποίου δυνάμεθα νὰ μεταβάλλωμεν τὴν θερμοκρασίαν μὲ τὴν βοήθειαν λύχνων οἰνοπνεύματος ἢ φωταερίου. Ὅταν ἡ θερμοκρασία τῆς ράβδου αὐξάνεται, τὸ πρὸς τὰ δεξιὰ ἄκρον της ὠθεῖ τὸ κάτω ἄκρον τοῦ μοχλοῦ, οὕτω δὲ



Σχ. 408. Διὰ τὴν σπουδὴν τῆς γραμμικῆς διαστολῆς.

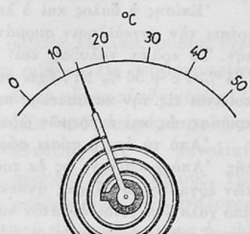
ἀναγκάζει αὐτὸν νὰ περιστραφῇ περὶ τὸν ἄξονά του καὶ διὰ τοῦ ἄνω ἄκρου αὐτοῦ μετακινεῖ δείκτην πρὸ κλίμακος. Διὰ καταλλήλου βαθμολογίας τῆς κλίμακος δυνάμεθα νὰ καθορίσωμεν καὶ τὸ μέγεθος τῆς διαστολῆς.

249. Ἐφαρμογαί. Ἐὰν συνενώσωμεν στερεῶς δύο εὐθέα ἰσομήκη ἐλάσματα, τὰ ὁποῖα νὰ παρουσιάζουν διάφορον διαστολήν, π.χ. τὸ ἓν ἐκ σιδήρου καὶ τὸ ἕτερον ἐξ ὀρειχάλκου, καὶ θερμάνωμεν τὸ διμεταλλικὸν τοῦτο ἔλασμα, παρατηροῦμεν ὅτι κάμπτεται, ἐνῷ ἐὰν ψυχθῇ κάμπτεται κατ' ἀντίθετον φορὰν (σχ. 409).



Σχ. 409. Ἡ κάμψις τῆς ῥάβδου προέρχεται ἀπὸ τὴν διάφορον τιμὴν τοῦ συντελεστοῦ διαστολῆς τῶν δύο μετάλλων.

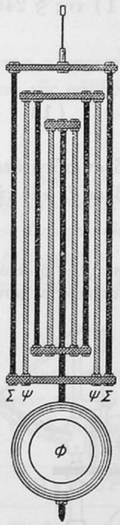
Τοιαῦτα διμεταλλικὰ ἐλάσματα χρησιμοποιοῦνται εἰς ***θερμοστατικὰς διατάξεις*** ἠλεκτρικῶν κλιβάνων, ἠλεκτρικῶν ψυγείων, ἠλεκτρικῶν καμίνων κλπ., καὶ διὰ τούτων πραγματοποιεῖται ἡ αὐτόματος διακοπὴ τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος, εὐθὺς ὡς ἡ θερμοκρασία τοῦ χώρου ὑπερβῇ ὡρισμένην ὁρικὴν τιμήν.



Σχ. 410. Μεταλλικὸν θερμόμετρον ἐκ διμεταλικοῦ ἐλάσματος.

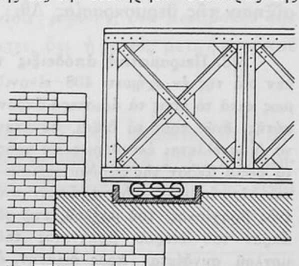
Ὁμοίως τοιαῦτα διμεταλλικὰ ἐλάσματα χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν κατασκευὴν τῶν ***μεταλλικῶν θερμομέτρων***. Οὕτω, ἐὰν διὰ διμεταλλικοῦ ἐλάσματος ἐξ ὀρειχάλκου καὶ χαλκοῦ κατασκευάσωμεν σπεῖραν (σχ. 410) καὶ στερεώσωμεν τὸ ἓν ἄκρον αὐτῆς ἐπὶ καταλλήλου βάσεως, τὸ δ' ἕτερον ἄκρον αὐτῆς προσαρμόσωμεν ἐπὶ τυμπάνου στρεπτοῦ περὶ ἄξονα, καὶ ἀκολούθως θερμάνωμεν τὴν σπεῖραν, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ἄκρον τοῦ ἐπὶ τοῦ τυμπάνου στερεωμένου δείκτου μετατοπίζεται πρὸ τῶν διαιρέσεων τῆς κλίμακος τοῦ ὀργάνου, ἡ ὁποία εἶναι βαθμολογημένη εἰς βαθμοὺς Κελσίου, διὰ συγκρίσεως πρὸς ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον.

Ἀνάλογος μέθοδος ἐφαρμόζεται ἐπίσης εἰς τὴν διατήρησιν σταθερᾶς τῆς περιόδου τῶν ὡρολογιακῶν ἐκκρεμῶν, ἀνεξαρτήτου ἀπὸ τῶν μεταβολῶν τῆς θερμοκρασίας. Οὕτω, εἰς τὸ σχῆμα 411 τὸ φακοειδὲς σῶμα Φ ἐξαρτᾶται διὰ μέσου τῶν σιδηρῶν ράβδων Σ, τῶν ὁποίων ἡ πρὸς τὰ κάτω διαστολὴ ἐξουδετεροῦται ἐκ τῆς πρὸς τὰ ἄνω διαστολῆς τῶν ἐκ ψευδαργύρου ράβδων Ψ.



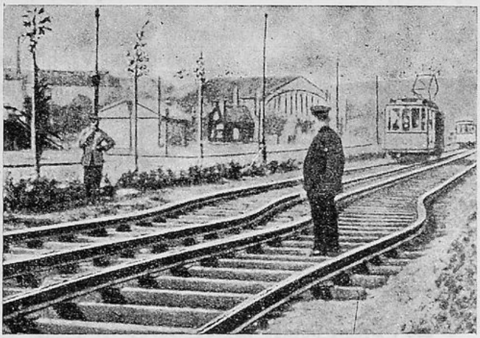
Σχ. 411. Διμεταλλικὸν ἐκκρεμές.

250. Δύναμις ἀναπτυσσομένη κατὰ τὴν διαστολήν. Δι' ὑπολογισμοῦ δεικνύεται, ὅτι ράβδος σιδήρου μήκους 1 m καὶ τομῆς 1 cm^2 ὑφίσταται, δι' αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας κατὰ 100^0 C, ἐπιμήκυνσιν 0,001 23 cm. Ἐκ τῆς σπουδῆς τῆς ἐλαστικότητος δεικνύεται ὅτι, διὰ νὰ ἐπιτύχωμεν τὴν αὐτὴν ἐπιμήκυνσιν, ἀπαιτεῖται δύναμις περίπου 2 600 kgr*, τὴν αὐτὴν δὲ δύναμιν ἀναπτύσσει κατὰ cm^2 ἡ ἀνωτέρω ράβδος, ὅταν τοποθετῆται κατὰ



Σχ. 412. Τὸ ἓν ἄκρον σιδηρᾶς γεφύρας στηριζομένης ἐπὶ τροχῶν διὰ τὴν ἀντιμετώπισιν τῆς διαστολῆς.

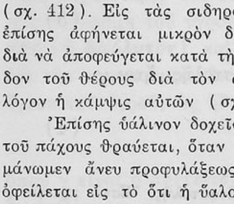
τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ μὴ δύναται νὰ διασταλῇ. Ἕνεκα τοῦ ἀνωτέρω λόγου, εἰς τὰς σιδηρᾶς κατασκευάς, π.χ. γεφυρῶν, λαμβάνεται πάντοτε πρόνοια, ὥστε νὰ ἀφήνεται μικρὸν διάκενον πρὸς ἀποφυγὴν τῶν δυνάμεων τῶν ἀναπτυσσομένων λόγῳ θερμικῆς διαστολῆς. Πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον αἱ σιδηραῖ γέφυραι στηρίζονται κατὰ τὰ ἄκρα αὐτῶν διὰ καταλλήλων τροχῶν, διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτρέπεται ἡ ἐλευθέρα διαστολὴ τῆς γεφύρας (σχ. 412). Εἰς τὰς σιδηροτροχιὰς ἐπίσης ἀφήνεται μικρὸν διάκενον, διὰ νὰ ἀποφεύγεται κατὰ τὴν περίοδον τοῦ θέρους διὰ τὸν ἀνωτέρω λόγον ἡ κάμψις αὐτῶν (σχ. 413).



Σχ. 413. Λόγῳ ἀνεπαρκῶν διακένων αἱ σιδηροτροχιαὶ παρεμορφώθησαν.

Ἐπίσης ὑάλινον δοχεῖον ἀρκετοῦ πάχους θραύεται, ὅταν τὸ θερμάνωμεν ἄνευ προφυλάξεως. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι ἡ ὕαλος εἶναι κακὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος καὶ τὰ ἀμέσως θερμαινόμενα μέρη αὐτῆς, λόγῳ διαστολῆς, τείνουν νὰ αὐξηθοῦν περισσότερον ἀπὸ τὰ γειτονικά των μέρη. Τουναντίον, δοχεῖον ὑάλινον ἀπὸ χαλαζίαν ἢ ἄλλην κατάλληλον ὕαλον (ὡς τὰ ποτήρια ζέσεως, χημικαὶ φιάλαι κλπ.) δὲν θραύεται λόγῳ τῆς μικρᾶς διαστολῆς τῆς εἰδικῆς ταύτης ὑάλου.

251. Κυβικὴ διαστολή. Κατὰ τὴν σπουδὴν διαστολῆς ράβδου ἢ σύρματος ἐλάβομεν ὑπ' ὄψιν μόνον τὴν μεταβολὴν τοῦ μήκους, διότι αἱ ἄλλαι δύο διαστάσεις τῆς ράβδου εἶναι πολὺ μικραὶ ἐν σχέσει πρὸς τὸ μῆκος αὐτῆς. Προκειμένου περὶ σωμάτων, τῶν ὁποίων αἱ τρεῖς διαστάσεις (μῆκος, πλάτος, ὕψος) δὲν διαφέρουν οὐσιωδῶς, προκύπτει μεταβολὴ τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος (σχ. 414) καὶ ἡ διαστολὴ αὕτη καλεῖται ***κυβικὴ*** ἢ ***κατ' ὄγκον διαστολή***. Οὕτως εἴδομεν (σχ. 404), ὅτι μεταλλικὴ σφαῖρα ἐν ψυχρᾷ καταστάσει δύναται νὰ διέρχεται διὰ δακτυλίου, ἐὰν ὅμως αὕτη θερμανθῇ, τότε λόγῳ αὐξήσεως τοῦ ὄγκου αὐτῆς δὲν διέρχεται διὰ τοῦ δακτυλίου.



Σχ. 414. Λόγῳ τῆς αὐξήσεως τῶν ἀκμῶν τοῦ παραλληλεπιπέδου προκύπτει αὔξησις τοῦ ὄγκου.

252. Συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς. Ὅπως διεκρίναμεν συντελεστὴν γραμμικῆς διαστολῆς, οὕτω διακρίνομεν καὶ ***συντελεστὴν κυβικῆς διαστολῆς***, ὁ ὁποῖος ἐκφράζει τὴν μεταβολήν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ μονὰς τοῦ ὄγκου τοῦ ὑλικοῦ, διὰ μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας κατὰ 1^0 C. Ὡς δὲ θὰ δείξωμεν κατωτέρω, ὁ συντελεστὴς τῆς κυβικῆς διαστολῆς εἶναι τριπλάσιος τοῦ συντελεστοῦ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς.

Ἐὰν διὰ V_0 παραστήσωμεν τὸν ἀρχικὸν ὄγκον στερεοῦ σώματος καὶ ΔV τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου του, ὅταν θερμάνωμεν αὐτὸ κατὰ $\Delta\theta$, ὁ ὄγκος αὐτοῦ θὰ γίνῃ V_θ καὶ τότε ἐξ ἀναλογίας πρὸς τὴν γραμμικὴν διαστολὴν θὰ ἔχωμεν τὴν ἐξίσωσιν :

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta\theta \qquad (1)$$

ὡς ἐπίσης:

$$V_\theta = V_0 (1 + \gamma \cdot \Delta\theta) \qquad (2)$$

ὅπου γ παριστᾷ τὸν συντελεστὴν τῆς κυβικῆς διαστολῆς. Ἤτοι ἡ αὔξησις τοῦ ὄγκου εἶναι: α) ἀνάλογος τοῦ ἀρχικοῦ ὄγκου V_0, β) ἀνάλογος τῆς μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας $\Delta\theta$ καὶ γ) ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ὑλικοῦ, ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι κατεσκευασμένον τὸ σῶμα.

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) λαμβάνομεν:

$$\gamma = \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \Delta\theta} \qquad (3)$$

ἐξ ἧς εὑρίσκομεν τὴν μονάδα τοῦ συντελεστοῦ τῆς κυβικῆς διαστολῆς, ἤτοι:

$$\gamma = \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \Delta\theta} \quad \frac{cm^3}{cm^3 \cdot grad} = 1\ grad^{-1} \qquad (4)$$

253*. Σχέσις μεταξὺ τῶν συντελεστῶν κυβικῆς καὶ γραμμικῆς διαστολῆς. Ἔστω πρισματικὸν ἰσότροπον στερεὸν σῶμα (σχ. 414), ἀρχικοῦ ὄγκου V_0, μὲ διαστάσεις τῶν ἀκμῶν του A_0, B_0 καὶ Γ_0, ἤτοι $V_0 = A_0 B_0 \Gamma_0$. Ἐὰν θερμάνωμεν τὸ σῶμα τοῦτο κατὰ $\Delta\theta$, ὁ ὄγκος αὐτοῦ θὰ γίνῃ V_θ καὶ θὰ εἶναι:

$$V_\theta = A_0 (1 + \alpha \cdot \Delta\theta) \cdot B_0 (1 + \alpha \cdot \Delta\theta) \cdot \Gamma_0 (1 + \alpha \cdot \Delta\theta) = A_0 \cdot B_0 \cdot \Gamma_0 (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)^3$$

ὅπου α ὁ συντελεστὴς τῆς γραμμικῆς διαστολῆς, καὶ ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως εὑρίσκομεν:

$$V_\theta = V_0 (1 + \alpha \Delta\theta)^3 = V_0 [1 + 3\alpha\Delta\theta + 3\alpha^2 (\Delta\theta)^2 + \alpha^3 (\Delta\theta)^3]$$

Ἐπειδὴ τὸ α εἶναι μικρόν, οἱ ὅροι μὲ τὸ α^2 καὶ α^3 δύνανται νὰ παραληφθοῦν χωρὶς αἰσθητὸν σφάλμα, ὁπότε ἔχομεν:

$$V_\theta = V_0 (1 + 3\alpha \cdot \Delta\theta) = V_0 (1 + \gamma \cdot \Delta\theta) \qquad (1)$$

ἢ

$$\gamma = 3\alpha$$

Ἤτοι, *ὁ συντελεστὴς τῆς κυβικῆς διαστολῆς εἶναι τριπλάσιος τοῦ συντελεστοῦ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς.*

Ἡ σχέσις (1) μᾶς ἐπιτρέπει νὰ ὑπολογίζωμεν τὸν ὄγκον στερεοῦ, ὅταν θερμανθῇ κατὰ $\Delta\theta$ βαθμούς, ἀρκεῖ νὰ γνωρίζωμεν τὸν ἀρχικὸν ὄγκον V_0, τὴν αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας $\Delta\theta$ καὶ τὸν συντελεστὴν τῆς γραμμικῆς διαστολῆς. Ἡ ἐξίσωσις (1) ἰσχύει ἐπίσης καὶ διὰ σώματα διαφόρου μορφῆς. Ἓν δοχεῖον π.χ. κατὰ τὴν διαστολήν του παραμένει ὅμοιον πρὸς ἑαυτό, ὁ χῶρος ὅμως τὸν ὁποῖον περικλείει διαστέλλεται κατὰ τοιοῦτον τρόπον ἀκριβῶς, ὡς ἐὰν τὸ δοχεῖον ἦτο πλῆρες ἀπὸ τὸ ὑλικόν, ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι κατεσκευασμένον.

254. Ἐπιφανειακὴ διαστολή. Ἐὰν διὰ S καλέσωμεν τὴν ἐπιφάνειαν στερεοῦ σώματος, τότε σκεπτόμενοι ὡς καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς κυβικῆς διαστολῆς θὰ ἔχωμεν:

$$S = S_0 (1 + 2\alpha \cdot \Delta\theta) = S_0 (1 + \beta \cdot \Delta\theta)$$

ἢ

$$\beta = 2\alpha$$

Ἤτοι, *ὁ συντελεστὴς β τῆς ἐπιφανειακῆς διαστολῆς εἶναι διπλάσιος τοῦ συντελεστοῦ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς.*

255. Διαστολὴ τῶν ὑγρῶν. Εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ὑγρῶν διακρίνομεν μόνον κυβικὴν διαστολὴν καὶ ἑπομένως ἰσχύουν ὅσα ἐλέχθησαν διὰ τὴν κυβικὴν διαστολὴν τῶν στερεῶν. Ἐξ ἄλλου τὰ ὑγρὰ διὰ νὰ θερμανθοῦν πρέπει νὰ τίθενται ἐντὸς δοχείων καὶ ἑπομένως κατὰ τὴν θέρμανσιν προκύπτει τόσον αὔξησις τοῦ ὄγκου τοῦ ὑγροῦ, ὅσον καὶ τοῦ δοχείου. Πράγματι, ἐὰν ὑάλινον δοχεῖον, τὸ ὁποῖον καταλήγει εἰς λεπτὸν σωλῆνα, καὶ εἶναι πλῆρες μὲ ὑγρόν, βυθίσωμεν ἀποτόμως ἐντὸς θερμοῦ ὕδατος, βλέπομεν ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ κατὰ τὴν πρώτην στιγμὴν κατέρχεται καὶ ἀκολούθως βραδέως ἀρχίζει νὰ ἀνέρχεται, διότι τὸ δοχεῖον θερμαίνεται καὶ διαστέλλεται προγενεστέρως ἀπὸ τὸ ὑγρόν. Ἐπειδὴ ὅμως ὁ συντελεστὴς τῆς κυβικῆς διαστολῆς τοῦ ὑγροῦ εἶναι μεγαλύτερος τοῦ συντελεστοῦ τῆς κυβικῆς διαστολῆς τῆς ὑάλου, διὰ τοῦτο τελικῶς ἡ στάθμη τοῦ ὑγροῦ ἀνέρχεται. Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου διακρίνομεν ***πραγματικὴν*** (ἢ ***ἀπόλυτον***) καὶ ***φαινομενικὴν*** (ἢ ***σχετικὴν***) ***διαστολὴν*** τῶν ὑγρῶν. Οὕτω, διὰ τὴν πραγματικὴν διαστολὴν τῶν ὑγρῶν δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου τοῦ ὑγροῦ, ὡς ἤδη ἐλέχθη καὶ διὰ τὰ στερεά, διὰ τοῦ τύπου :

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta\theta$$

ὅπου γ εἶναι ὁ *συντελεστὴς τῆς πραγματικῆς διαστολῆς* τοῦ ὑγροῦ. Ἐν γένει τὰ ὑγρὰ διαστέλλονται περισσότερον ἀπὸ τὰ στερεά, ὁ δὲ συντελεστὴς τῆς πραγματικῆς διαστολῆς ποικίλλει ἀπὸ ὑγροῦ εἰς ὑγρόν, ὡς δεικνύει ὁ κάτωθι πίναξ.

Παραδείγματα συντελεστῶν πραγματικῆς διαστολῆς ὑγρῶν διὰ 18^0 C (εἰς $grad^{-1}$)		
Ὑδράργυρος . . $182 \cdot 10^{-6}$	Αἰθὴρ . . . . $162 \cdot 10^{-6}$	Ὕδωρ 50^0 C . . $460 \cdot 10^{-6}$
Οἰνόπνευμα . . $1110 \cdot 10^{-6}$	Ὕδωρ 18^0 . . . $180 \cdot 10^{-6}$	Ὕδωρ 100^0 C . . $785 \cdot 10^{-6}$

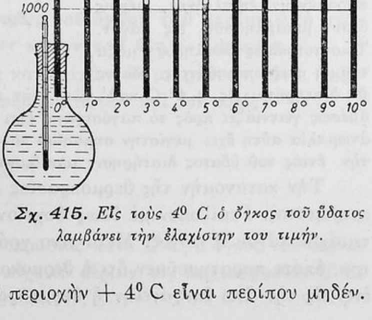
256*. Σχέσις μεταξὺ συντελεστῶν πραγματικῆς καὶ φαινομένης διαστολῆς. Ἐὰν γ_π ὁ συντελεστὴς τῆς πραγματικῆς διαστολῆς, γ_φ ὁ συντελεστὴς τῆς φαινομένης διαστολῆς καὶ γ_κ ὁ συντελεστὴς τῆς κυβικῆς διαστολῆς τοῦ δοχείου, εἶναι :

$$\gamma_\pi = \gamma_\varphi + \gamma_\kappa$$

Ἐξ ἄλλου εἶναι $\gamma_\varphi = \gamma_\pi - \gamma_\kappa$. Ἐὰν $\gamma_\pi > \gamma_\kappa$, τότε $\gamma_\varphi > 0$. Ἐπίσης, ἐὰν $\gamma_\pi = \gamma_\kappa$, τότε $\gamma_\varphi = 0$, καὶ ἐὰν $\gamma_\pi < \gamma_\kappa$, εἶναι $\gamma_\varphi < 0$.

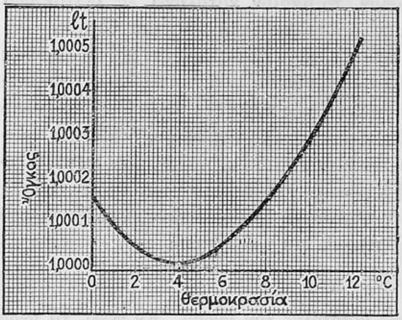
257. Ἀνωμαλία διαστολῆς τοῦ ὕδατος.

Τὸ ὕδωρ παρουσιάζει ἰδιάζουσαν ἀνωμαλίαν κατὰ τὴν διαστολήν του, διότι θερμαινόμενον μεταξὺ 0^0 C καὶ $+4^0$ C συστέλλεται, ἤτοι ὁ ὄγκος αὐτοῦ ἐλαττοῦται, ἐνῷ ἄνω τῆς θερμοκρασίας $+4^0$ C ἀκολουθεῖ κανονικὴν πορείαν, ἤτοι θερμαινόμενον διαστέλλεται, δηλ. ὁ ὄγκος αὐτοῦ αὐξάνεται. Ὡς ἐκ τούτου ὁ συντελεστὴς ἀπολύτου διαστολῆς τοῦ ὕδατος μεταξὺ 0^0 C καὶ $+4^0$ C εἶναι ἀρνητικὸς καὶ ἄνω τῶν $+4^0$ C θετικός, ἐνῷ εἰς τὴν περιοχὴν $+4^0$ C εἶναι περίπου μηδέν.



Σχ. 415. Εἰς τοὺς 4^0 C ὁ ὄγκος τοῦ ὕδατος λαμβάνει τὴν ἐλαχίστην του τιμήν.

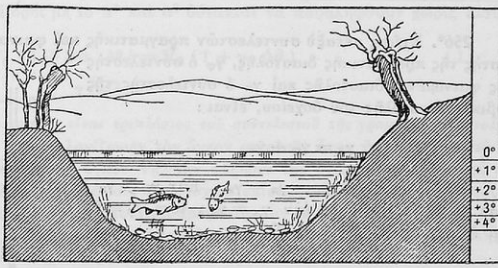
Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι ἡ *πυκνότης τοῦ ὕδατος ($\varrho = m/V$) μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, εἰς δὲ τὴν θερμοκρασίαν $+\ 4^0\ C$ αὕτη ἔχει τὴν μεγίστην αὐτῆς τιμήν, καθότι εἰς τὴν θερμοκρασίαν ταύτην ὁ ὄγκος V δεδομένης μάζης m ὕδατος λαμβάνει τὴν ἐλαχίστην τιμὴν* (σχ. 415). Ὡς εἴδομεν δὲ εἰς τὴν εἰσαγωγὴν τοῦ βιβλίου (βλ. § 10), ἡ μονὰς μάζης 1 γραμμαρίου ὁρίζεται ὡς ἡ μᾶζα 1 cm³ ὕδατος θερμοκρασίας $+\ 4^0$ C.



Σχ. 416. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ἑνὸς χιλιογράμμου ὕδατος συναρτήσει τῆς θερμοκρασίας.

Τὸ σχῆμα 416 δεικνύει τὴν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου δεδομένης ποσότητος ὕδατος συναρτήσει τῆς θερμοκρασίας. Εἰς τὴν θερμοκρασίαν περίπου 8^0 C ὁ ὄγκος του λαμβάνει τὴν αὐτὴν τιμήν, τὴν ὁποίαν εἶχε εἰς τὴν θερμοκρασίαν 0^0 C.

Ἡ ἀνωτέρω ἰδιότης τοῦ ὕδατος ἐξηγεῖ, διατί τὸν χειμῶνα εἰς τὰς λίμνας καὶ τοὺς ποταμοὺς πολλῶν χωρῶν μὲ ψυχρὸν κλῖμα ἡ θερμοκρασία εἰς τὸν πυθμένα παραμένει περίπου $+\ 4^0$ C, ἐνῷ εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τὸ ὕδωρ ἔχει μικροτέραν θερμοκρασίαν ἢ καὶ φθάνει τοὺς 0^0 C, ὁπότε γίνεται πάγος. Οὕτω, κατὰ πρῶτον ψύχονται τὰ εἰς τὴν ἐπιφάνειαν στρώματα τοῦ ὕδατος, ὁπότε καὶ συστέλλονται ταῦτα. Ἐπειδὴ ὅμως γίνονται βαρύτερα, βυθίζονται καὶ ἀντικαθίστανται ὑπὸ κατωτέρων στρωμάτων ὕδατος θερμοτέρων. Ἡ βαθμιαία ψῦξις τῶν ἀνωτέρων στρωμάτων καὶ ἡ ἐν συνεχείᾳ καταβύθισις αὐτῶν συνεχίζεται, μέχρις ὅτου ὁλόκληρος ἡ ποσότης τοῦ ὕδατος τῆς λίμνης λάβῃ τὴν θερμοκρασίαν $+\ 4^0$ C. Ὅταν τὸ ὕδωρ οὕτω ἀποκτήσῃ τὴν μεγίστην του πυκνότητα, περαιτέρω ψῦξις τῶν ἀνωτέρων στρωμάτων τὰ καθιστᾷ ἐλαφρότερα τοῦ ὑποκειμένου ὕδατος καὶ ὡς ἐκ τούτου παραμένουν ἐπιπλέοντα, μέχρις ὅτου μεταβληθοῦν εἰς πάγον. Τοιουτοτρόπως ὁλόκληρος ἡ μᾶζα τοῦ μὴ στερεοποιηθέντος ὕδατος θὰ διατηρῆται εἰς $+\ 4^0$ C καθ' ὅλην τὴν περίοδον τοῦ ψύχους, μόνον δὲ τὸ ὕδωρ τὸ ὁποῖον ἀμέσως γειτνιάζει πρὸς τὸ παγόστρωμα ἔχει θερμοκρασίαν κατωτέραν τῶν $+\ 4^0$ C (σχ. 417). Ἡ ἀνωμαλία αὕτη ἔχει μεγίστην σημασίαν καὶ διὰ τὴν οἰκονομίαν τῆς φύσεως, καθόσον ἐπιτρέπει τὴν ἐντὸς τοῦ ὕδατος διατήρησιν τῶν διαφόρων ζώντων ὀργανισμῶν.



Σχ. 417. Τὸ ὕδωρ εἰς τὰ κατώτερα στρώματα διατηρεῖ συνεχῶς θερμοκρασίαν 4^0 C.

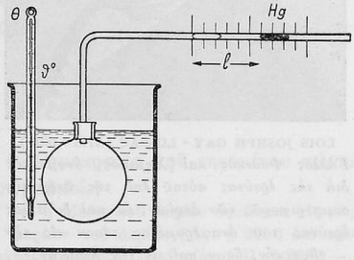
Τὴν κατανομὴν τῆς θερμοκρασίας ἐντὸς τοῦ ὕδατος δεικνύομεν διὰ τοῦ ἀκολούθου πειράματος. Γεμίζομεν μὲ ὕδωρ δοχεῖον καὶ ἀκολούθως θέτομεν ἐντὸς αὐτοῦ μικρὰ τεμάχια πάγου ἢ χιόνος. Μετά τινα χρόνον βυθίζομεν ἐντὸς τοῦ δοχείου δύο θερμόμετρα, ὁπότε παρατηροῦμεν ὅτι ἡ θερμοκρασία εἰς τὸν πυθμένα τοῦ δοχείου εἶναι $+\ 4^0$ C, ἐνῷ εἰς τὴν ἄνω ἐπιφάνειαν ἡ θερμοκρασία εἶναι 0^0 C.

258. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος στερεῶν καὶ ὑγρῶν μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Ἐπειδὴ ὁ ὄγκος τῶν διαφόρων στερεῶν καὶ ὑγρῶν σωμάτων μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ἐνῷ ἡ μᾶζά των διατηρεῖται ἀμετάβλητος, ἕπεται ὅτι θὰ μεταβάλλεται καὶ ἡ πυκνότης αὐτῶν. Ἐὰν $\varrho_0 = m/V_0$ ἡ ἀρχικὴ πυκνότης τοῦ σώματος, μετὰ τὴν θέρμανσιν αὐτοῦ κατὰ $\Delta\theta$ θὰ εἶναι :

$$\varrho_\theta = \frac{m}{V_\theta} = \frac{m}{V_0(1+\gamma\cdot\Delta\theta)} = \frac{\varrho_0}{1+\gamma\cdot\Delta\theta}$$

Ἤτοι, *κατὰ τὴν διαστολὴν τῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν σωμάτων ἡ πυκνότης αὐτῶν ἐλαττοῦται.*

259. Διαστολὴ τῶν ἀερίων. ***Νόμοι τοῦ*** **Gay - Lussac** *(Γκέϋ - Λουσάκ).* α) ***Θέρμανσις ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου.*** Ἔστω ὅτι ἀέριον τίθεται ἐντὸς δοχείου, κλειομένου δι᾽ εὐκινήτου ἐμβολέως ἀεροστεγῶς. Διὰ τὴν πειραματικὴν μελέτην τοῦ φαινομένου δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὴν συσκευὴν τοῦ σχήματος 418, ὅπου ἐντὸς τῆς ὑαλίνης φιάλης ἐγκλείεται τὸ ἀέριον καὶ ὡς ἐμβολεὺς χρησιμεύει σταγὼν ὑδραργύρου κινουμένη κατὰ μῆκος τοῦ ὁριζοντίου σωλῆνος. Ἐὰν θερμάνωμεν τὸ ἀέριον, θέτοντες π.χ. τοῦτο ἐντὸς λουτροῦ ὕδατος, ἡ σταγὼν μετατοπίζεται, οὕτω δὲ ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου αὐξάνεται, ἐνῷ ἡ πίεσις αὐτοῦ παραμένει σταθερά, ἴση δηλ. πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν. Ὁ Gay - Lussac (τὸ 1802) εὗρε πειραματικῶς, ὅτι ὁ νέος ὄγκος $V\theta$ δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου :



Σχ. 418. Θέρμανσις ἑνὸς ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν.

$$\boxed{V_\theta = V_0(1+\alpha\cdot\theta)} \qquad (1)$$

ὅπου V_0 ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου εἰς 0^0 C καὶ $V\theta$ ὁ ὄγκος αὐτοῦ εἰς θ^0 C, ἐνῷ α εἶναι ἀριθμητικὴ σταθερὰ καλουμένη ***θερμικὸς συντελεστὴς τοῦ ὄγκου τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν.*** Ἡ σχέσις αὐτὴ ἐκφράζει τὸν *1ον νόμον τοῦ* **Gay - Lussac.**

Ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ α, ὡς κατεδείχθη ἐκ μετρήσεων, εἶναι περίπου ἡ αὐτὴ δι᾽ ὅλα τὰ ἀέρια, ἀνεξαρτήτως τῆς φύσεως αὐτῶν καὶ ἴση πρός:

$$\boxed{\alpha = \frac{1}{273}\,\mathrm{grad}^{-1}}$$

Τοῦτο σημαίνει ὅτι, δι᾽ αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας κατὰ 1^0C, ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου αὐξάνεται κατὰ τὸ 1/273 τοῦ ὄγκου τὸν ὁποῖον εἶχε τὸ ἀέριον εἰς θερμοκρασίαν 0^0 C, ἐφ᾽ ὅσον ἡ πίεσίς του παρέμεινε σταθερά.

β) ***Θέρμανσις ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον. Μεταβολὴ τῆς πιέσεως.*** Ὅταν ἀέριον θερμαίνεται ἐντὸς κλειστοῦ δοχείου, διατηρουμένου οὕτω τοῦ ὄγκου αὐτοῦ σταθεροῦ, αὐξάνεται ἡ πίεσις αὐτοῦ. Ἔστω ὅτι p_0 εἶναι ἡ πίεσις αὐτοῦ εἰς θερμοκρασίαν 0^0 C. Ἐὰν τὸ ἀέριον θερμανθῇ κατὰ θ^0 C, ἡ πίεσις θὰ αὐξηθῇ, καὶ ἔστω αὕτη p_θ. Διὰ τοῦ πειράματος εὑρέθη, ὅτι ἰσχύει ἡ σχέσις:

LOIS JOSEPH GAY - LUSSAC (1778 - 1850)
Γάλλος Φυσικὸς καὶ Χημικός, ὀνομαστὸς διὰ τὰς ἐρεύνας αὐτοῦ ἐπὶ τῆς θερμικῆς συμπεριφορᾶς τῶν ἀερίων, ὡς καὶ δι' ἄλλας ἐρεύνας του ἀναφερομένας τόσον εἰς τὴν Φυσικήν, ὅσον καὶ εἰς τὴν Χημείαν.

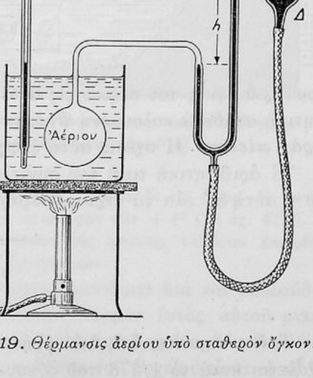
$$\boxed{p_\theta = p_0(1 + \alpha \cdot \theta)} \qquad (2)$$

ὅπου α εἶναι ἀριθμητικὴ σταθερά, καλουμένη ***θερμικὸς συντελεστὴς τῆς πιέσεως τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον.*** Ὡς κατεδείχθη ἐκ μετρήσεων, ἡ σταθερὰ α εἶναι περίπου ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ ἀέρια καὶ ἴση πρός:

$$\alpha = \frac{1}{273}\,\text{grad}^{-1}$$

ἤτοι ἔχει τὴν αὐτὴν ἀκριβῶς τιμὴν μὲ τὸν θερμικὸν συντελεστὴν ὄγκου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν. Ἡ σχέσις (2) ἐκφράζει τὸν ***2ον νόμον τοῦ* Gay-Lussac.**

Τὸ σχῆμα 419 δεικνύει συσκευὴν διὰ τὴν θέρμασιν ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον. Ἐὰν θερμάνωμεν τὸ ἀέριον, τότε, λόγῳ τῆς διαστολῆς αὐτοῦ, ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου κατέρχεται εἰς τὸ σκέλος τοῦ μανομέτρου τοῦ συγκοινωνοῦντος πρὸς τὸ δοχεῖον, ἐπαναφέρομεν δὲ τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου εἰς τὴν ἀρχικήν του τιμὴν δι' ἀνυψώσεως τοῦ δοχείου Δ. Ἐὰν τὸ ἀέριον ψύχεται, τότε ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη ἀνέρχεται εἰς τὸ αὐτὸ σκέλος, ἐπαναφέρομεν δὲ τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου εἰς τὴν ἀρχικὴν τιμὴν διὰ ταπεινώσεως τοῦ δοχείου Δ. Οὕτω, ἡ αὔξησις τῆς πιέσεως κατὰ τὴν θέρμανσιν τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον μετρεῖται ὑπὸ τοῦ ὕψους h τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης.



Σχ. 419. Θέρμανσις ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον.

260. Ἀπόλυτος θερμοκρασία. Ἐκ τοῦ τύπου (1) τῆς προηγουμένης παραγράφου, ἐὰν θέσωμεν $\theta = -273$, προκύπτει:

$$V_\theta = 0$$

Τοῦτο σημαίνει ὅτι, ἐὰν ψύξωμεν τὸ ἀέριον εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 273^0 C κάτω τοῦ μηδενὸς τῆς κλίμακος Κελσίου, ἐνῷ συγχρόνως διατηροῦμεν τὴν πίεσιν τοῦ ἀερίου σταθεράν, ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου θὰ γίνῃ ἴσος πρὸς μηδέν. Ἐξ ἄλλου, ἐὰν εἰς τὸν τύπον (2) τῆς αὐτῆς παραγράφου θέσωμεν $\theta = -273$, προκύπτει:

$$p_\theta = 0$$

Τοῦτο σημαίνει πάλιν ὅτι, ἐὰν ψύξωμεν τὸ ἀέριον εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 273^0 C κάτω τοῦ μηδενὸς τῆς κλίμακος Κελσίου, ἐνῷ συγχρόνως διατηροῦμεν τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου σταθερόν, τὸ ἀέριον δὲν ἀσκεῖ πίεσιν ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, ἤτοι ἡ πίεσις εἶναι ἴση πρὸς μηδέν.

Τὴν θερμοκρασίαν ταύτην τῶν -273^0 C, κατὰ τὴν ὁποίαν ὁ ὄγκος ἑνὸς ἀερίου εἴτε ἡ πίεσις αὐτοῦ γίνεται ἴση πρὸς μηδέν, καλοῦμεν ***ἀπόλυτον μηδὲν*** καὶ λαμβάνεται ὡς ἀρχὴ μιᾶς νέας κλίμακος θερμοκρασιῶν, ἡ ὁποία καλεῖται ***ἀπόλυτος κλῖμαξ*** ἢ *κλῖμαξ Kelvin* (K). Τὴν θερμοκρασίαν τὴν λογιζομένην ἀπὸ τοῦ ἀπολύτου μηδενὸς θὰ καλοῦμεν ***ἀπόλυτον θερμοκρασίαν*** (σύμβολον ***T***).

Συμφώνως πρὸς τὰ ἀνωτέρω ἡ ἀπόλυτος θερμοκρασία T συνδέεται πρὸς τὴν θερμοκρασίαν Κελσίου διὰ τῆς σχέσεως:

$$\boxed{T = 273^0 + \theta}$$

Εἶναι εὐνόητον ὅτι εἰς τὴν ἀπόλυτον κλίμακα ἡ θερμοκρασία τοῦ τηκομένου πάγου (0^0 C) ἀντιστοιχεῖ εἰς 273^0 K, ἤτοι 273 ἀπόλυτοι βαθμοί.

Σημασία τοῦ ἀπολύτου μηδενός. Ἐὰν δεχθῶμεν, ὅτι ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου ὀφείλεται εἰς τὰς προσκρούσεις τῶν ὑπὸ μεγάλην ταχύτητα κινουμένων μορίων τοῦ ἀερίου (βλ. § 205) ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου — τοῦτο δὲ θέτει ὡς βάσιν ἡ κινητικὴ θεωρία τῶν ἀερίων (βλ. § 266) —, πρέπει νὰ δεχθῶμεν, ὅτι εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενὸς τὰ μόρια τοῦ ἀερίου δὲν πρέπει νὰ κινοῦνται, ἀλλὰ νὰ εὑρίσκωνται ἐν ἠρεμίᾳ.

Ἐξ ἄλλου, ἀνωτέρω ἐδέχθημεν ὅτι, διὰ $\theta = -273$, $V = 0$, τὸ ἐξαγόμενον ὅμως τοῦτο εἶναι ἀπαράδεκτον, διότι ἐφ' ὅσον, ὡς εἴδομεν, εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενὸς τὰ μόρια εὑρίσκονται ἐν ἀκινησίᾳ, ταῦτα πρέπει νὰ καταλαμβάνουν ἕνα ὡρισμένον, ἔστω καὶ λίαν μικρόν, ὄγκον. Τὸ ἀπαράδεκτον τοῦτο ἀποτέλεσμα προκύπτει, διότι οἱ νόμοι τῶν ἀερίων, οἱ ὁποῖοι ἐκφράζονται διὰ τῶν ἀνωτέρω ἀναφερομένων τύπων, εἶναι νόμοι προσεγγίσεως καὶ ἰσχύουν διὰ τὰ πραγματικὰ ἀέρια μόνον, ὅταν ἡ θερμοκρασία δὲν εἶναι πολὺ χαμηλή.

Τὸ ἀπόλυτον μηδὲν εἶναι ἀδύνατον νὰ πραγματοποιηθῇ καὶ ἀποτελεῖ θεωρητικὴν θερμοκρασίαν. Μέχρι σήμερον ἡ ταπεινοτέρα θερμοκρασία, ἡ ὁποία ἔχει πραγματοποιηθῆ, εἶναι 0,0044 βαθμοὶ ἀπολύτου θερμοκρασίας.

261. Ἑτέρα μορφὴ τῶν νόμων **Gay - Lussac.** Οἱ τύποι τῶν νόμων τοῦ Gay - Lussac, διὰ τῆς εἰσαγωγῆς τῆς ἀπολύτου θερμοκρασίας, λαμβάνουν νέαν μορφήν. Ἐὰν τοὺς γνωστοὺς τύπους:

$$V_\theta = V_0\,(1 + \alpha \cdot \theta) \quad \text{καὶ} \quad p_\theta = p_0\,(1 + \alpha \cdot \theta)$$

γράψωμεν ὑπὸ τὴν μορφήν:

$$V_\theta = V_0 \cdot \alpha\left(\frac{1}{\alpha} + \theta\right) \quad \text{καὶ} \quad p_\theta = p_0 \cdot \alpha\left(\frac{1}{\alpha} + \theta\right)$$

λάβωμεν δὲ ὑπ' ὄψιν, ὅτι $1/\alpha = 273$ καὶ ὅτι $273 + \theta$ παριστᾷ τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν T, προκύπτουν οἱ τύποι:

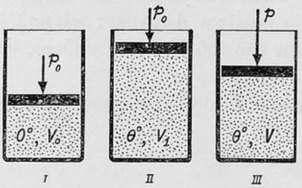
$$\boxed{V_\theta = \frac{V_0}{273} \cdot T} \quad (1) \qquad \boxed{p_\theta = \frac{p_0}{273} \cdot T} \quad (2)$$

Ἐκ τῶν τύπων τούτων προκύπτουν αἱ ἀκόλουθοι διατυπώσεις τῶν νόμων Gay - Lussac:

1) *Ὁ ὄγκος ἑνὸς ἀερίου, ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, εἶναι ἀνάλογος τῆς ἀπολύτου θερμοκρασίας.*

2) *Ἡ πίεσις ἑνὸς ἀερίου, ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, εἶναι ἀνάλογος τῆς ἀπολύτου θερμοκρασίας.*

262. Ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων. Οἱ νόμοι οἱ ὁποῖοι διέπουν τὴν διαστολὴν τῶν ἀερίων, ἤτοι ὁ νόμος τῶν Boyle - Mariotte (βλ. § 161) καὶ οἱ δύο νόμοι τοῦ Gay - Lussac (βλ. § 259), περιέχουν τρία μεγέθη, ἤτοι τὴν *πίεσιν*, τὸν *ὄγκον* καὶ τὴν *θερμοκρασίαν*. Ὅπως δὲ εἴδομεν, καὶ εἰς τοὺς τρεῖς αὐτοὺς νόμους ἀπαιτεῖται, ὅπως ἓν ἐκ τῶν μεγεθῶν τούτων διατηρῆται πάντοτε σταθερὸν καὶ δὴ ἡ θερμοκρασία εἰς τὸν νόμον Boyle - Mariotte, ἡ πίεσις εἰς τὸν 1ον νόμον καὶ ὁ ὄγκος εἰς τὸν 2ον νόμον τοῦ Gay - Lussac. Δυνάμεθα ἐν τούτοις νὰ εὕρωμεν μίαν γενικὴν ἐξίσωσιν, τὴν ***ἐξίσωσιν τῶν τελείων ἀερίων***, ἡ ὁποία περιέχει καὶ τὰς τρεῖς ἐξισώσεις.



Σχ. 420. Διὰ τὴν ἐξίσωσιν τῶν τελείων ἀερίων.

Ἔστω ἀέριος μᾶζα, ἡ ὁποία ὑπὸ θερμοκρασίαν 0^0 καὶ πίεσιν p_0 ἔχει ὄγκον V_0 (σχ. 420, I). Ἂς ἐξετάσωμεν ποῖος θὰ εἶναι ὁ ὄγκος V τῆς ἀερίου μάζης ὑπὸ νέαν θερμοκρασίαν θ^0 καὶ πίεσιν p (σχ. 420, III). Πρὸς εὕρεσιν τοῦ τελικοῦ ὄγκου V τοῦ ἀερίου φανταζόμεθα δύο διαδοχικὰς μεταβολάς, ἤτοι:

1) Διατηροῦμεν κατ᾽ ἀρχὰς τὴν *πίεσιν σταθερὰν* (p_0) καὶ αὐξάνομεν τὴν θερμοκρασίαν ἀπὸ 0^0 εἰς θ^0, ὁπότε ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου V_1, συμφώνως πρὸς τὸν 1ον νόμον τοῦ Gay - Lussac, θὰ λάβῃ τὴν τιμήν:

$$V_1 = V_0(1 + \alpha \cdot \theta)$$

2) Διατηροῦμεν τὴν *θερμοκρασίαν σταθερὰν* (θ), αὐξάνομεν δὲ τὴν πίεσιν ἀπὸ p_0 εἰς p, ὁπότε θὰ προκύψῃ ἡ κατάστασις τοῦ σχήματος 420 III, ἤτοι θερμοκρασία θ, πίεσις p, ὄγκος V. Ἡ μεταβολὴ αὐτὴ τοῦ ἀερίου, ἐφ᾽ ὅσον τοῦτο θεωρεῖται τέλειον, διέπεται ἀπὸ τὸν νόμον τῶν Boyle - Mariotte, καθότι ἐγένετο ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν, καὶ ἑπομένως θὰ ἔχωμεν:

$$p \cdot V = p_0 \cdot V_1 = p_0 \cdot V_0(1 + \alpha \cdot \theta)$$

ἤ

$$\boxed{p_0 \cdot V_0 = \frac{p \cdot V}{1 + \alpha \cdot \theta}} \qquad (1)$$

Ὁμοίως, ἐὰν θελήσωμεν νὰ ὑπολογίσωμεν τὸν ὄγκον V΄ τῆς αὐτῆς ἀερίου μάζης ὑπὸ θερμοκρασίαν θ΄ καὶ πίεσιν p΄, σκεπτόμενοι καθ᾽ ὅμοιον τρόπον θὰ εὕρωμεν:

$$p' V' = p_0 V_0 (1 + \alpha \cdot \theta')$$

Ἐπειδὴ p_0 καὶ V_0 εἶναι δεδομένα, τὸ γινόμενον $p_0 \cdot V_0$ παριστᾷ σταθερὰν ποσότητα, οὕτω δὲ δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τὴν σχέσιν:

$$\boxed{\frac{pV}{1 + \alpha \cdot \theta} = \text{σταθ.}} \qquad (2)$$

Ἡ σχέσις αὕτη καλεῖται ***ἐξίσωσις (ἢ νόμος) τῶν τελείων ἀερίων.*** Ὁ νόμος οὗτος εἶναι γενικὸς καὶ λύει ὅλα τὰ προβλήματα, εἰς τὰ ὁποῖα μεταβάλλονται δύο ἐκ τῶν τριῶν μεγεθῶν p, V καὶ θ.

263. Κανονικαὶ συνθῆκαι ἀερίου μάζης. Ἀέριος μᾶζα λέγομεν, ὅτι εὑρίσκεται ὑπὸ ***κανονικὰς συνθήκας,*** ὅταν εὑρίσκεται ὑπὸ πίεσιν 760 Torr καὶ θερμοκρασίαν 0^0 C. Ὅπως δὲ ἀναγάγωμεν τὸν ὄγκον V ἀερίου μάζης εὑρισκομένης ὑπὸ θερμοκρασίαν θ καὶ πίεσιν p εἰς *κανονικὰς συνθήκας,* ἀναχωροῦμεν ἐκ τοῦ τύπου $pV = p_0 V_0 (1 + \alpha \cdot \theta)$. Ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν, ὅτι εἰς τὴν πίεσιν p_0 ἀντιστοιχεῖ ὕψος ὑδραργυρικῆς στήλης 760 Torr καὶ εἰς τὴν πίεσιν p ὕψος h mm καὶ ὅτι $p : p_0 = h : 760$, τότε δι' ἐπιλύσεως τοῦ ἀνωτέρω τύπου ὡς πρὸς V_0 εὑρίσκομεν :

$$V_0 = \frac{V}{1 + \alpha \cdot \theta} \cdot \frac{h}{760} \qquad (1)$$

Δι' ἐπιλύσεως τοῦ τύπου (1) ὡς πρὸς V λύομεν τὸ ἀντίστροφον πρόβλημα.

264. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος τῶν ἀερίων μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Ἡ πυκνότης τῶν ἀερίων μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ὡς ἄλλωστε συμβαίνει καὶ εἰς τὰ ὑγρὰ καὶ στερεὰ (βλ. § 258). Ἐὰν ϱ_θ παριστᾷ τὴν πυκνότητα ἑνὸς ἀερίου εἰς θερμοκρασίαν θ^0 C καὶ ϱ_0 εἰς 0^0 C, τότε ἐξ ὁρισμοῦ (βλ. § 164) ἡ ***πυκνότης (ἀπόλυτος)*** ἀερίου δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως :

$$\varrho_\theta = \frac{m}{V} \qquad \text{καὶ} \qquad \varrho_0 = \frac{m}{V_0}$$

Ἐκ τῶν σχέσεων τούτων δι' ἀντικαταστάσεως τῶν τιμῶν τῶν V καὶ V_0 εἰς τὴν ἐξίσωσιν τῶν τελείων ἀερίων : $p \cdot V = p_0 \cdot V_0 (1 + \alpha \cdot \theta)$

εὑρίσκομεν τὴν πυκνότητα ἀερίου εἰς τὴν θερμοκρασίαν θ, οὕτω ἔχομεν :

$$\boxed{\varrho_\theta = \varrho_0 \cdot \frac{p}{p_0 (1 + \alpha \cdot \theta)}}$$

ὅπου $\alpha = 1/273 \text{ grad}^{-1}$. Ἐὰν θέλωμεν τὴν πυκνότητα ἀερίου ὑπὸ θερμοκρασίαν θ καὶ πίεσιν μετρουμένην ὑπὸ στήλης ὑδραργύρου ὕψους h mm, αὕτη συμφώνως πρὸς τὸν ἀνωτέρω τύπον ὑπολογίζεται ἐκ τῆς σχέσεως :

$$\varrho_\theta = \varrho_0 \cdot \frac{1}{(1 + \alpha \cdot \theta)} \cdot \frac{h}{760}$$

Ἡ ***σχετικὴ πυκνότης*** ἀερίου ($\varrho_{\sigma\chi}$), ὡς ὡρίσθη εἰς τὴν § 164, εὑρίσκεται ἐκ τῆς σχέσεως :

$$\varrho_{\sigma\chi} = \frac{\varrho_0}{0{,}001\,293}$$

ὅπου ϱ_0 παριστᾷ τὴν πυκνότητα ἀερίου ὑπὸ *κανονικὰς συνθήκας.*

265*. Γενικωτέρα μορφὴ τῆς ἐξισώσεως τῶν τελείων ἀερίων. α) Ἡ ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων $p \cdot V = p_0 \cdot V_0 (1 + \alpha \cdot \theta)$ μετασχηματιζομένη δύναται νὰ γραφῇ :

$$p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot \alpha \left(\frac{1}{\alpha} + \theta \right)$$

Ἐὰν δὲ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν, ὅτι $\alpha = 1/273$, $T = 273 + \theta$, προκύπτει :

$$p\,V = \frac{p_0 V_0}{273} \cdot T$$

Ἐπειδὴ δὲ ἡ παράστασις $p_0 V_0/273$ ἀποτελεῖ σταθερὰν ποσότητα (C), θὰ εἶναι :

$$\boxed{p\,V = C \cdot T} \qquad (1)$$

Εἰς τὸν τύπον (1) ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ C ἐξαρτᾶται κατὰ πρῶτον ἐκ τῶν μονάδων, τὰς ὁποίας μεταχειριζόμεθα, ὡς ἐπίσης καὶ ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ἀερίου, ἀλλὰ προκειμένου περὶ τοῦ αὐτοῦ ἀερίου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν αὐτοῦ.

β) Ἐκ διαφόρων ἐρευνῶν εἶναι γνωστόν, ὅτι ὁ ***μοριακὸς ὄγκος*** τῶν ἀερίων, δηλαδὴ ὁ ὄγκος τὸν ὁποῖον καταλαμβάνει ἓν ***γραμμομόριον*** (**1 Mol**)[1] οἱουδήποτε ἀερίου, ὑπὸ ***κανονικὰς συνθήκας***, εἶναι ὁ αὐτὸς δι᾽ ὅλα τὰ ἀέρια, ἀνεξαρτήτως τῆς φύσεως αὐτοῦ, καὶ εἶναι ἴσος πρὸς 22 414 cm^3 ἢ 22,4 λίτρα, ἤτοι εἶναι :

$$\boxed{V_{Mol} = 22{,}4 \text{ λίτρα}}$$

Ἐὰν εἰς τὴν σχέσιν $p_0 V_0/273$ ἀντὶ τοῦ p_0 θέσωμεν τὴν πίεσιν τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς 760 Torr καὶ ἡ ὁποία εἶναι $1{,}013 \cdot 10^6$ dyn/cm^2, ἀντὶ V_0 θέσωμεν τὸν μοριακὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας, ἤτοι 22 414 cm^3, τότε εἶναι :

$$R = \frac{1{,}033 \cdot 10^6 \cdot 22414}{273} = 8{,}31 \cdot 10^7 \text{ erg} \cdot \text{Mol}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$$

Ἡ νέα αὕτη *σταθερὰ R*, ἐπειδὴ εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ἀερίου, καλεῖται ***παγκόσμιος σταθερὰ τῶν ἀερίων***.

Ἑπομένως, ἐὰν λάβωμεν μᾶζαν ἀερίου ἴσην πρὸς 1 γραμμομόριον (1 Mol), τότε ἡ ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων λαμβάνει τὴν μορφήν :

$$\boxed{p \cdot V_{Mol} = R \cdot T} \qquad (1)$$

Ἐὰν ἀντὶ 1 γραμμομορίου λάβωμεν m gr, ἡ μᾶζα αὐτοῦ ἐκφραζομένη εἰς Mol εἶναι $m/M = n$, ὅπου M τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ ἀερίου. Ἐπειδὴ δὲ ὁ ὄγκος n γραμμομορίων εἶναι $V = n \cdot V_{Mol}$, θὰ εἶναι $V_{Mol} = V/n$, καὶ ἡ σχέσις (1) γράφεται :

$$\boxed{p \cdot V = n \cdot R \cdot T} \qquad (2)$$

Ἡ σχέσις αὕτη ἀποτελεῖ τὴν γενικωτέραν μορφὴν τῆς ἐξισώσεως τῶν τελείων ἀερίων καὶ εἶναι γνωστὴ ὡς τύπος *Clapeyron* (Κλαπερόν).

266*. Κινητικὴ θεωρία τῶν ἀερίων. Ὅλοι οἱ πειραματικῶς ἀνευρεθέντες νόμοι τῶν ἀερίων καὶ αἱ συνέπειαι αὐτῶν δύνανται νὰ προκύψουν καὶ διὰ θεωρητικῆς ὁδοῦ ἐπὶ τῇ βάσει τῆς *κινητικῆς θεωρίας τῶν ἀερίων*.

Εἰς τὴν κινητικὴν θεωρίαν τῶν ἀερίων τίθενται ὡς βάσις αἱ ἀκόλουθοι προϋποθέσεις. Ἡ ὕλη, καὶ ἑπομένως τὰ ἀέρια, ἀποτελεῖται ἀπὸ μόρια καὶ ἄτομα, ἀλλὰ προκειμένου περὶ τῶν μορίων τῶν ἀερίων δέχεται ἡ κινητικὴ θεωρία, ὅτι ταῦτα κινοῦνται

---

1) Ὡς εἴδομεν εἰς τὴν § 10, τὸ *γραμμομόριον (1 Mol)* παριστᾷ τόσην μᾶζαν εἰς γραμμάρια ἐκ τοῦ θεωρουμένου σώματος, ὅσον εἶναι τὸ μοριακὸν βάρος αὐτοῦ.

ἀτάκτως καὶ ἀενάως κατὰ πάσας τὰς διευθύνσεις ἐντὸς τοῦ χώρου τοῦ δοχείου τοῦ περιέχοντος τὸ ἀέριον (βλ. § 205).

Τὰ μόρια κινοῦνται μὲ μεγάλην ταχύτητα εὐθυγράμμως, ἀλλὰ κατὰ τὰς κινήσεις αὐτῶν συγκρούονται πρὸς ἄλλα μόρια καὶ πρὸς τὰ τοιχώματα τοῦ δοχείου. Αἱ συγκρούσεις αὗται δεχόμεθα, ὅτι εἶναι τελείως ἐλαστικαὶ (βλ. § 93) καὶ ἑπομένως ἀκολουθοῦν τοὺς νόμους τῆς τελείας ἐλαστικῆς κρούσεως. Ἐκ τῆς συγκρούσεως τῶν κινουμένων μορίων ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, προκύπτει, κατὰ τὴν κινητικὴν θεωρίαν, ἡ πίεσις τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ ἀέριον. Ἡ πίεσις δίδεται ἀπὸ τὴν σχέσιν:

$$\boxed{p = \frac{1}{3}\rho \cdot \upsilon^2}$$

ὅπου υ εἶναι ἡ μέση ταχύτης τῶν μορίων καὶ ρ ἡ πυκνότης τοῦ ἀερίου.

Μολονότι τὸ μέγεθος τῶν μορίων τῶν ἀερίων εἶναι πολὺ μικρόν, ὥστε νὰ μὴ εἶναι δυνατὸν νὰ καταστοῦν ἀντιληπτά, ἐν τούτοις ἡ Φυσικὴ ἐπενόησε μεθόδους, διὰ τῶν ὁποίων κατώρθωσε νὰ καθορίσῃ τὸ μέγεθος, τὴν μᾶζαν καὶ τὴν ταχύτητα αὐτῶν, ὡς καὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν μορίων τῶν περιεχομένων εἰς 1 cm^3 ἢ εἰς 1 γραμμομόριον ἀερίου.

Ἡ ἀνάπτυξις τῶν μεθόδων τούτων, τὰς ὁποίας πραγματεύεται ἡ *κινητικὴ θεωρία τῆς ὕλης*, ὑπερβαίνει τὰ ὅρια αὐτοῦ τοῦ βιβλίου, καὶ ὡς ἐκ τούτου θὰ περιορισθῶμεν νὰ ἐκθέσωμεν ἐν συντόμῳ τὰ κυριώτερα τῶν συμπερασμάτων, εἰς τὰ ὁποῖα κατέληξεν ἡ ἀνωτέρω μνημονευομένη θεωρία.

Οὕτω κατεδείχθη, ὅτι τὰ μόρια τῶν ἀερίων κατὰ τὴν κίνησιν αὐτῶν ἔχουν ἐξόχως μεγάλας ταχύτητας, αἱ ὁποῖαι ἐξαρτῶνται ἐκ τῆς θερμοκρασίας καὶ τῆς πιέσεως.

Τὰ μόρια τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος ὑπὸ θερμοκρασίαν 0⁰ C καὶ πίεσιν 760 Torr ἔχουν ταχύτητα 485 m/sec. Ἡ ταχύτης αὕτη ἰσοῦται περίπου πρὸς τὴν ταχύτητα βλήματος πυροβόλου ὅπλου.

Ἡ διάμετρος τῶν μορίων, θεωρουμένων σφαιρικῶν, εἶναι τάξεως μεγέθους $2 \cdot 10^{-8}$ ἕως $3 \cdot 10^{-8}$ *cm*.

Ἡ μᾶζα ἑνὸς μορίου ὑδρογόνου εἶναι $3{,}4 : 10^{-24}$ *gr, ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ δὲ ἀριθμοῦ ἐκφράζεται καὶ τὸ βάρος αὐτοῦ εἰς gr**.

Τὰ βάρη τῶν μορίων ἄλλων ἀερίων εὑρίσκονται διὰ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ βάρους τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου ἐπὶ τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ ἀερίου. Οὕτω τὸ βάρος ἑνὸς μορίου ὀξυγόνου εἶναι $32 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-24} = 54 \cdot 10^{-24}$ gr*.

Εἰς ἓν γραμμομόριον οἱουδήποτε ἀερίου, ἤτοι εἰς ποσότητα ἴσην π.χ. πρὸς 2 gr ὑδρογόνου, 32 gr ὀξυγόνου, 28 gr ἀζώτου κλπ., περιέχεται πάντοτε ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς μορίων, ἴσος πρὸς N. Οὕτω ἐκ πειραμάτων εὑρέθη, ὅτι ἡ σταθερὰ N, ἡ ὁποία καλεῖται *σταθερὰ τοῦ Loschmidt (Λόσμιτ)*, εἶναι ἴση πρός:

$N = 6{,}024 \cdot 10^{23}$ μόρια/Mol	Σταθερὰ τοῦ Loschmidt

Εἰς ἓν κυβικὸν ἑκατοστόμετρον (1 cm^3) οἱουδήποτε ἀερίου, ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως (0⁰ C, 760 Torr), ὁ ἀριθμὸς τῶν μορίων εἶναι στα-

θερὸς καὶ ἴσος πρὸς N_A. Ἡ σταθερὰ αὕτη καλεῖται *σταθερὰ τοῦ Avogadro* (*'Αβογκάντρο*), ἤτοι:

$N_A = 26{,}876 \cdot 10^{18}$ μόρια/cm³	Σταθερὰ τοῦ Avogadro

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ράβδος χαλκοῦ ἔχει μῆκος 2,45 m εἰς 20⁰ C καὶ θερμαίνεται εἰς 100⁰ C. Κατὰ πόσον ηὐξήθη τὸ μῆκος αὐτῆς. ($\alpha_{\chi\alpha\lambda\kappa o\tilde{\upsilon}} = 16{,}7 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}.)

2. Ράβδος ὑαλίνη ἔχει εἰς 0^0 C μῆκος 412,5 mm καὶ ἐπιμηκύνεται κατὰ 0,329 mm, ὅταν ἡ θερμοκρασία αὐτῆς αὐξηθῇ εἰς 98, 5^0 C. Πόσος ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς τῆς ὑάλου.

3. Μὲ χαλύβδινον μετρικὸν κανόνα, ὁ ὁποῖος εἶναι ἀκριβὴς εἰς 0^0 C, μετροῦμεν εἰς 25^0 C τὸ μῆκος ὑδραργυρικῆς στήλης, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἴσον πρὸς 720 mm. Ποῖον τὸ ἀληθὲς μῆκος αὐτῆς καὶ πόσον τὸ μῆκος αὐτῆς εἰς 0^0 C. ($\alpha_{\chi\acute{\alpha}\lambda\upsilon\beta o\varsigma} = 16 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}, $\gamma_{\acute{\upsilon}\delta\rho.} = 181 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}.)

4. Κατὰ πόσον αὐξάνεται ἡ ἐπιφάνεια ὀρθογωνίου πλακὸς ἐκ χαλκοῦ διαστάσεων 0,8 m καὶ 1,5 m διὰ θερμάνσεως αὐτῆς ἀπὸ 5^0 C εἰς 45^0 C. ($\alpha_{\chi\alpha\lambda\kappa o\tilde{\upsilon}} = 14 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}.)

5. Κυκλικὴ πλὰξ νικελίου ἔχει εἰς 15^0 C διάμετρον 100 mm. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν πρέπει ἡ πλὰξ νὰ θερμανθῇ, ἵνα ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς αὐξηθῇ κατὰ 10 mm². ($\alpha_{\nu\iota\kappa\epsilon\lambda\acute{\iota}o\upsilon} = 13 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}.)

6. Σφαῖρα σιδήρου ἔχει εἰς 0^0 C διάμετρον 19 mm. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν πρέπει αὕτη νὰ θερμανθῇ διὰ νὰ δύναται μόλις νὰ διέρχεται ἀπὸ δακτυλίου διαμέτρου 19,04 mm. Κατὰ πόσον ηὐξήθη ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας. ($\alpha_{\sigma\iota\delta\acute{\eta}\rho o\upsilon} = 12 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}.)

7. Πόση ἡ μεταβολὴ ὄγκου 1 kgr ὀρειχάλκου, ὅταν ἡ θερμοκρασία του αὐξάνεται ἀπὸ 20^0 εἰς 100^0 C. ($\rho_{\acute{o}\rho\epsilon\iota\chi.}$ εἰς 20^0 C $= 8{,}4$ gr/cm³, $\alpha_{\acute{o}\rho\epsilon\iota\chi.} = 18{,}9 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}.)

8. Νὰ ὑπολογισθῇ εἰς 80^0 C ὁ ὄγκος ὀγκομετρικῆς φιάλης ἀπὸ ὕαλον, τῆς ὁποίας ὁ ὄγκος εἰς 20^0 εἶναι 100 cm³. ($\alpha_{\acute{\upsilon}\acute{\alpha}\lambda o\upsilon} = 7{,}8 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}.)

9. Ἐὰν ἡ ὀγκομετρικὴ φιάλη τοῦ προηγουμένου προβλήματος πληροῦται εἰς 20^0 μὲ ὑδράργυρον. Πόση ποσότης ὑδραργύρου εἰς gr πρέπει ν' ἀφαιρεθῇ εἰς 80^0 C, λόγῳ τῆς ταυτοχρόνου διαστολῆς ὑάλου καὶ ὑδραργύρου.

10. Ἡ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου εἶναι εἰς 0^0 C 13,6 gr/cm³ καὶ ὁ συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς αὐτοῦ $182 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου εἰς 50^0 C.

11. Εἰς 18^0 C ἡ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 13,551 gr/cm³. Πόση ἡ πυκνότης αὐτοῦ εἰς 0^0 C καὶ 100^0 C καὶ εἰς ποίαν θερμοκρασίαν εἶναι 13,60 gr/cm³. ($\gamma_{\acute{\upsilon}\delta\rho.} = 181 \cdot 10^{-6}$ grad^{-1}.)

12. Μέχρι ποίας θερμοκρασίας πρέπει νὰ θερμανθῇ ἀέριος μᾶζα θερμοκρασίας 17^0 C, ἵνα ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ὁ ὄγκος αὐτῆς διπλασιασθῇ.

13. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ μᾶζα ἀέρος, ἡ ὁποία καταλαμβάνει ὄγκον 20 λίτρων ὑπὸ θερμοκρασίαν 0^0 C καὶ πίεσιν 100 at. (Βάρος 1 λίτρου ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας 1,293 gr*.)

14. Ποσότης 50 λίτρων διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος εὑρίσκεται ὑπὸ θερμοκρασίαν 280^0 ἀπολ. καὶ πίεσιν 840 Torr. Πόσος ὁ ὄγκος αὐτοῦ εἰς 30^0 C καὶ 600 Torr.

15. Πόσος ὁ ὄγκος ὁ καταλαμβανόμενος ὑπὸ 0,2 Mol ἀερίου ὑπὸ πίεσιν 720 Torr καὶ θερμοκρασίαν 20^0 C.

16. Μᾶζα χλωρίου καταλαμβάνει ὄγκον 200 cm³ εἰς 100^0 C. Πόσος ὁ ὄγκος αὐτῆς εἰς 0^0 C ὑπὸ τὴν αὐτὴν πίεσιν.

17. Χαλύβδινον δοχεῖον περιέχει διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος ὑπὸ θερμοκρασίαν 27^0 C καὶ πίεσιν 12 ἀτμοσφαιρῶν. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐσωτερικὴ πίεσις τοῦ ἀερίου, ὅταν τοῦτο θερμανθῇ μέχρις 100^0 C.

18. Ἕν λίτρον ἀερίου μάζης εὑρίσκεται ὑπὸ πίεσιν 1 ἀτμοσφαίρας καὶ θερμοκρασίαν — 20^0 C. Τὸ ἀέριον πρέπει ὑπὸ θερμοκρασίαν 40^0 C νὰ καταλαμβάνῃ ὄγκον 0,5 λίτρου. Πόση ἡ πίεσις αὐτοῦ.

19. Ἕν γραμμομόριον ἀερίου καταλαμβάνει ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας ὄγκον 22,4 λίτρων. Ζητοῦνται α) πόση ἡ ἀπαιτουμένη πίεσις διὰ τὴν συμπίεσιν ἑνὸς γραμμομορίου ὀξυγόνου εἰς δοχεῖον χωρητικότητος 5 λίτρων καὶ ὑπὸ θερμοκρασίαν 100^0 C, β) πόση ἡ θερμοκρασία διὰ νὰ διατηρήσωμεν τὸ ὀξυγόνον ἐντὸς τοῦ δοχείου ὑπὸ πίεσιν 3 ἀτμοσφαιρῶν, γ) πόση χωρητικότης θὰ ἀπῃτεῖτο διὰ νὰ διατηρηθῇ τὸ ὀξυγόνον ὑπὸ συνθήκας 100^0 C καὶ ὑπὸ πίεσιν 3 ἀτμοσφαιρῶν.

20. Ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας 28 gr ἀζώτου καταλαμβάνουν ὄγκον 22,4 λίτρων. Πόση ἡ μᾶζα 10 λίτρων ἀζώτου ὑπὸ θερμοκρασίαν 25^0 C καὶ πίεσιν 810 Torr.

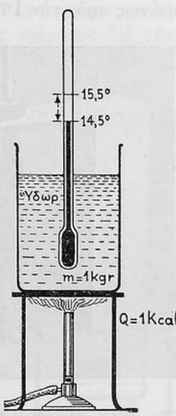
21. Ἡ πυκνότης τοῦ ὀξυγόνου εἶναι ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας 1,43 gr/*lt*. Πόση ἡ πυκνότης αὐτοῦ εἰς 17^0 C καὶ πίεσιν 700 Torr.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΗ΄

ΘΕΡΜΙΔΟΜΕΤΡΙΑ

Ἡ ***Θερμιδομετρία*** ἀποτελεῖ τὸ κεφάλαιον τῆς Φυσικῆς, τὸ ὁποῖον ἀσχολεῖται εἰς τὴν μέτρησιν ποσοτήτων θερμότητος, π.χ. τῆς ποσότητος θερμότητος τῆς ἐκλυομένης κατὰ τὴν καῦσιν σώματος, τῆς ποσότητος θερμότητος τῆς ἀπαιτουμένης διὰ νὰ θερμάνωμεν σῶμα καθ' ὡρισμένον ἀριθμὸν βαθμῶν κ.ο.κ.

Διὰ νὰ θερμάνωμεν σῶμά τι ἀπό τινος θερμοκρασίας εἰς ἄλλην, ἀπαιτεῖται πάντοτε ὡρισμένη ποσότης θερμότητος. Ἐὰν τὸ σῶμα ἔχῃ διπλασίαν ἢ πολλαπλασίαν μᾶζαν, ἀπαιτεῖται πάντοτε διπλασία ἢ πολλαπλασία ποσότης θερμότητος.



Σχ. 421. Διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας ὕδατος μάζης 1 kgr κατὰ 1^0 C ($14,5^0$ ἕως $15,5^0$ C) ἀπαιτεῖται ποσότης θερμότητος 1 kcal.

267. Μονὰς ποσότητος θερμότητος. Ὡς πρότυπον ὑλικὸν διὰ τὸν καθορισμὸν τῆς μονάδος ποσότητος θερμότητος λαμβάνεται τὸ ὕδωρ, ὡς μονὰς δὲ ποσότητος τῆς θερμότητος ὡρίσθη ἡ *1 θερμὶς (1 calorie)*, ἡ ὁποία παριστᾶται διεθνῶς διὰ τοῦ συμβόλου **1 cal.**

Μία θερμὶς *(1 cal) εἶναι τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται διὰ νὰ θερμάνῃ κατὰ 1^0 C (ἀπὸ $14,5^0$ ἕως $15,5^0$ C) μᾶζαν 1 γραμμαρίου ὕδατος* (σχ. 421).

Ἐκτὸς αὐτῆς, χρησιμοποιεῖται εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς καὶ ἡ ***χιλιοθερμὶς*** (kilocalorie) μὲ σύμβολον **1 kcal,** εἶναι δέ:

$$1 \text{ kcal} = 1\,000 \text{ cal}$$

268. Ἀρχαὶ τῆς Θερμιδομετρίας. Ἡ Θερμιδομετρία ἀναπτύσσεται ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀκολούθων ἀρχῶν:

1) *Τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος (Q), τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς*

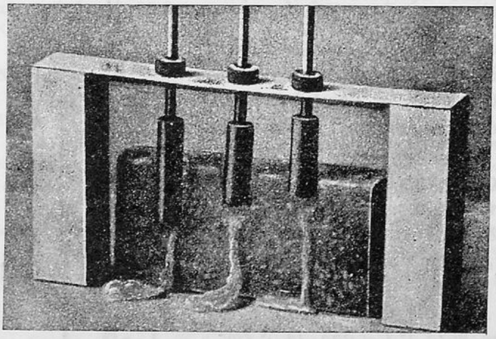
θερμοκρασίας δεδομένου σώματος, κατὰ ὡρισμένον ἀριθμὸν βαθμῶν, εἶναι α) ἀνάλογον τῆς μάζης τοῦ σώματος, β) ἀνάλογον τῆς ἀνυψώσεως τῆς θερμοκρασίας.

2) *Τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον καταναλίσκεται διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας σώματος, κατὰ ὡρισμένον ἀριθμὸν βαθμῶν, εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἀποδιδόμενον ὑπὸ τοῦ σώματος, ὅταν τοῦτο ψύχεται κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν βαθμῶν.*

Τοῦτο δεικνύεται, ἐὰν ἀναμίξωμεν εἰς κοινὸν δοχεῖον ὕδατος 1 kgr ὕδατος 0^0 C καὶ 1 kgr ὕδατος 100^0 C, ὁπότε προκύπτουν 2 kgr ὕδατος 50^0 C.

269. Εἰδικὴ θερμότης. Εἰς τὴν εἰσαγωγὴν τῆς ἐννοίας τῆς *εἰδικῆς θερμότητος* ἀγόμεθα ἐκ τῆς ἀκολούθου παρατηρήσεως. Ἐὰν λάβωμεν διάφορα σώματα ὑπὸ τὴν αὐτὴν μᾶζαν, π.χ. ἀνὰ 1 gr ὕδατος, χαλκοῦ, ὑδραργύρου, ψευδαργύρου κλπ., παρατηροῦμεν ὅτι, διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας ἑκάστου τῶν σωμάτων τούτων κατὰ 1^0 C, ἀπαιτεῖται διάφορον ποσὸν θερμότητος. *Καλοῦμεν* ***εἰδικὴν θερμότητα*** *(c) ἑνὸς σώματος, τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται νὰ προσφέρωμεν εἰς τὴν μονάδα μάζης τοῦ σώματος, ἵνα ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ αὐξηθῇ κατὰ 1^0 C.*

270. Θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς Θερμιδομετρίας. Ἔστω σῶμα μάζης m gr καὶ εἰδικῆς θερμότητος c. Διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας 1 gr τοῦ σώματος κατὰ 1^0 C θὰ ἀπαιτηθῇ, συμφώνως πρὸς τὸν ὁρισμὸν τῆς εἰδικῆς θερμότητος, ποσὸν c cal, διὰ δὲ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας m gr τοῦ σώματος κατὰ 1^0 C θὰ ἀπαιτηθῇ, συμφώνως πρὸς τὴν $1^{\eta\nu}$ ἀρχὴν τῆς Θερμιδομετρίας, ποσὸν θερμότητος $m \cdot c$ cal, καὶ διὰ τὴν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας κατὰ $(\theta_2 - \theta_1)$ βαθμοὺς θὰ ἀπαιτηθῇ ποσὸν θερμότητος εἰς cal:



Σχ. 422. Πειραματικὴ διάταξις ἐπιδείξεως ὑλικῶν διαφόρου εἰδικῆς θερμότητος.

$$\boxed{Q = m \cdot c(\theta_2 - \theta_1)} \quad (1)$$

Ἡ ἐξίσωσις (1) ἀποτελεῖ τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῆς Θερμιδομετρίας. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1), λύοντες αὐτὴν ὡς πρὸς c, εὑρίσκομεν τὴν μονάδα μετρήσεως τῆς εἰδικῆς θερμότητος, ἡ ὁποία εἶναι:

$$c = \frac{Q}{m(\theta_2 - \theta_1)} = 1 \frac{\text{cal}}{\text{gr} \cdot \text{grad}}$$

Οὕτω, ὅταν λέγωμεν ὅτι ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ὕδατος εἶναι $1 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$, τοῦτο δηλοῖ ὅτι, διὰ νὰ αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία 1 gr ὕδατος κατὰ 1^0 C, πρέπει νὰ καταναλωθῇ ποσὸν θερμότητος ἴσον πρὸς 1 θερμίδα.

Κάθε σῶμα, ὡς ἀνωτέρω ἐλέχθη, παρουσιάζει διάφορον εἰδικὴν θερμότητα. Τοῦτο δεικνύομεν πειραματικῶς διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 422. Οὕτω, ἴσας μάζας π.χ.

ἀργιλίου, σιδήρου καὶ μολύβδου θερμαίνομεν ὁμοιομόρφως, θέτοντες π.χ. αὐτὰς ἐντὸς θερμοῦ λουτροῦ ὕδατος. Ἐὰν ἀκολούθως τὰς τοποθετήσωμεν ἐπὶ τεμαχίου παραφίνης, ὡς δεικνύει τὸ σχῆμα, παρατηροῦμεν ὅτι αὗται προκαλοῦν τὴν τῆξιν διαφόρου ποσότητος παραφίνης, λόγῳ ἀκριβῶς τῆς διαφόρου εἰδικῆς θερμότητος ἑκάστου τῶν ὑλικῶν.

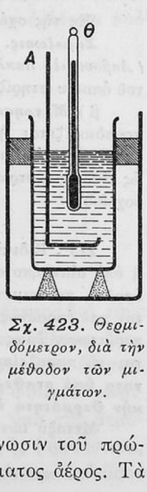
Παραδείγματα εἰδικῆς θερμότητος στερεῶν καὶ ὑγρῶν (εἰς cal/gr · grad)					
Μόλυβδος	0,031	Σίδηρος	0,111	Ὑδράργυρος	0,033
Λευκόχρυσος	0,032	Ὕαλος	0,19	Τολουόλη	0,40
Κασσίτερος	0,052	Μπετὸν	0,210	Τερεβυνθέλαιον	0,43
Ἄργυρος	0,055	Ἀργίλιον	0,214	Πετρέλαιον	0,50
Χαλκὸς	0,091	Ξύλον	0,50	Οἰνόπνευμα	0,58
Ὀρείχαλκος	0,093	Πάγος	0,50	Ὕδωρ	1,00

Παρατήρησις. Ἡ εἰδικὴ θερμότης ὅλων σχεδὸν ἐν γένει τῶν σωμάτων εἶναι μικροτέρα τῆς μονάδος. Ἐξαίρεσιν ἀποτελεῖ τὸ ἀέριον ὑδρογόνον ($c = 3{,}4$ cal/gr · grad), ἐνῷ διὰ τὸ ὕδωρ ἰσοῦται πρὸς τὴν μονάδα. Γενικῶς ἡ εἰδικὴ θερμότης τῶν ὑγρῶν εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τῶν στερεῶν. Ἐξαίρεσιν ἀποτελεῖ ὁ ὑδράργυρος. Διὰ τὰ πλεῖστα τῶν στερεῶν ἡ εἰδικὴ θερμότης αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας βραδέως, μέχρι τοῦ σημείου τήξεως αὐτῶν. Οὕτω τὸ ὕδωρ εἰς στερεὰν κατάστασιν (πάγος) ἔχει $c = 0{,}5$ cal/gr · grad, ἐνῷ ἡ τιμὴ αὐτοῦ εἰς ὑγρὰν κατάστασιν εἶναι $c_{ὕδωρ} = 1$ cal/gr · grad.

271. Θερμοχωρητικότης. Τὸ γινόμενον $m \cdot c$ τῆς μάζης ἑνὸς σώματος ἐπὶ τὴν εἰδικὴν θερμότητα αὐτοῦ καλεῖται ***θερμοχωρητικότης*** τοῦ σώματος. Πολλάκις τὸ αὐτὸ γινόμενον καλεῖται καὶ *ἀξία εἰς ὕδωρ* ἢ *ἰσοδύναμον εἰς ὕδωρ*. Ἐκφράζει δὲ ἡ θερμοχωρητικότης, ἀριθμητικῶς, τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται διὰ νὰ αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία m γραμμαρίων τοῦ σώματος τούτου κατὰ 1^0 C. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) τῆς § 270 προκύπτει, ὅτι ἡ μονὰς μετρήσεως τῆς θερμοχωρητικότητος εἶναι τό :

$$1\ \frac{\text{cal}}{\text{grad}} \quad (= 1 \text{ θερμὶς κατὰ βαθμὸν})$$

Οὕτω, ὅταν λέγωμεν π.χ. ὅτι ἓν σῶμα ἔχει θερμοχωρητικότητα 1 000 cal/grad, τοῦτο δηλοῖ ὅτι πρέπει νὰ προσφέρωμεν εἰς τὸ σῶμα 1 000 θερμίδας, ἵνα αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία του κατὰ 1^0 C.



Σχ. 423. Θερμιδόμετρον, διὰ τὴν μέθοδον τῶν μιγμάτων.

272. Θερμιδομετρικαὶ μετρήσεις. Αὗται διεξάγονται ἐντὸς εἰδικῶν συσκευῶν, αἱ ὁποῖαι καλοῦνται ***θερμιδόμετρα***. Τὰ συνήθη θερμιδόμετρα ἀποτελοῦνται γενικῶς ἐκ δοχείου μεταλλικοῦ καλῆς θερμικῆς μονώσεως, ὅπου ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον τίθεται ὕδωρ.

Τύπος τοιούτου ***θερμιδομέτρου δι' ὕδατος*** δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 423, ὅπου τὸ ἐσωτερικὸν δοχεῖον εἶναι τὸ κυρίως θερμιδομετρικὸν δοχεῖον, τὸ δὲ ἕτερον δοχεῖον χρησιμεύει διὰ τὴν θερμικὴν μόνωσιν τοῦ πρώτου, μέσῳ τοῦ παρεμβαλλομένου μεταξὺ τῶν τοιχωμάτων αὐτῶν στρώματος ἀέρος. Τὰ δοχεῖα διὰ τὴν θερμικὴν μεταξύ των ἀπομόνωσιν στηρίζονται ἐπὶ βάθρων ἀποτελουμένων ἐξ οὐσίας, ἡ ὁποία εἶναι κακὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος, ὡς π.χ. φελλοῦ.

Μέθοδος τῶν μιγμάτων. Ἡ ἀρχὴ ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ μέτρησις τῆς εἰδικῆς θερμότητος διὰ τῆς μεθόδου τῶν μιγμάτων εἶναι ἡ ἀκόλουθος. Ἐὰν δύο σώματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν διάφορον θερμοκρασίαν, ἔλθουν εἰς θερμικὴν ἐπαφήν, αἱ θερμοκρασίαι τῶν δύο τούτων σωμάτων θὰ ἐξισωθοῦν, ἤτοι θὰ μεταβιβασθῇ θερμότης ἀπὸ τὸ σῶμα ὑψηλοτέρας θερμοκρασίας εἰς τὸ σῶμα χαμηλοτέρας θερμοκρασίας. Ὅσον δὲ ποσὸν θερμότητος χάσῃ τὸ θερμότερον σῶμα, τόσον ποσὸν θὰ κερδίσῃ τὸ ψυχρότερον. Ὅταν ἀποκατασταθῇ ἐξίσωσις θερμοκρασίας, λέγομεν ὅτι τὸ σύστημα εὑρίσκεται εἰς *θερμικὴν ἰσορροπίαν*.

α) ***Μέτρησις τῆς εἰδικῆς θερμότητος τῶν στερεῶν.*** Πρὸς εὕρεσιν τῆς εἰδικῆς θερμότητος c στερεοῦ σώματος μάζης m δέον νὰ θερμάνωμεν τοῦτο μέχρις ὡρισμένης θερμοκρασίας t. Συνήθως θέτομεν τοῦτο ἐντὸς θερμαντῆρος καὶ ὑπεράνω ἀτμῶν ζέοντος ὕδατος, ἐπὶ ἀρκετὸν χρόνον, ὥστε τοῦτο τελικῶς νὰ λάβῃ τὴν θερμοκρασίαν τῶν 100^0 C. Τὸ σῶμα ἀκολούθως θέτομεν ἐντὸς θερμιδομέτρου περιέχοντος ὡρισμένην μᾶζαν M ὕδατος, γνωστῆς θερμοκρασίας θ, παρεχομένης ὑπὸ τοῦ θερμομέτρου τοῦ θερμιδομέτρου, καὶ ἀναδεύομεν τὸ ὕδωρ μέχρις ἀποκαταστάσεως τῆς θερμικῆς ἰσορροπίας, ὅτε τὸ σῶμα καὶ τὸ ὕδωρ τοῦ θερμιδομέτρου θὰ εὑρίσκωνται ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν τ.

Τὸ σῶμα μάζης m, ψυχθὲν ἀπὸ t εἰς τ, ἀπέδωσε ποσὸν θερμότητος $m \cdot c\,(t - \tau)$, τὸ ὁποῖον παρελήφθη ὑπὸ τοῦ ὕδατος· τούτου δὲ ἡ θερμοκρασία ἀνυψώθη ἀπὸ θ εἰς τ, ἤτοι τὸ ὕδωρ προσέλαβε ποσὸν θερμότητος $M\,(\tau - \theta)$. Ἑπομένως θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν:

$$m \cdot c\,(t - \tau) = M\,(\tau - \theta)$$

Ὁ τύπος ὅμως οὗτος δὲν εἶναι ἀκριβής, διότι δὲν ἐλήφθη ὑπ' ὄψιν τὸ ποσὸν θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπερροφήθη ὑπὸ τοῦ θερμιδομετρικοῦ δοχείου. Πρὸς τοῦτο ἀρκεῖ νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν θερμοχωρητικότητα αὐτοῦ $\mu \cdot \gamma$, ὅπου μ ἡ μᾶζα τοῦ θερμιδομέτρου καὶ γ ἡ γνωστὴ εἰδικὴ θερμότης τῆς ὕλης τοῦ θερμιδομετρικοῦ δοχείου, καὶ νὰ προσθέσωμεν αὐτὴν εἰς τὴν μᾶζαν M τοῦ ὕδατος, ὁπότε θὰ ἔχωμεν:

$$m \cdot c\,(t - \tau) = (M + \mu \cdot \gamma)\,(\tau - \vartheta)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης ὑπολογίζομεν τὴν ἄγνωστον εἰδικὴν θερμότητα c.

Σημείωσις. Περαιτέρω θὰ περιγράψωμεν καὶ τὸ θερμιδόμετρον τῶν **Lavoisier - Laplace** *(Λαβουαζιὲ - Λαπλὰς)* διὰ τὴν μέτρησιν τῆς εἰδικῆς θερμότητος στερεῶν σωμάτων, ἡ λειτουργία τοῦ ὁποίου στηρίζεται ἐπὶ τῆς θερμότητος τήξεως τοῦ πάγου (βλ. § 280).

β) ***Μέτρησις τῆς εἰδικῆς θερμότητος τῶν ὑγρῶν.*** Διὰ τῆς ἀνωτέρω μεθόδου τῶν μιγμάτων προσδιορίζεται ἡ εἰδικὴ θερμότης τῶν ὑγρῶν. Τὸ ὑγρὸν τίθεται ἐντὸς λεπτοτοίχου μεταλλικοῦ δοχείου, τὸ ὁποῖον ἀφοῦ θερμανθῇ τίθεται ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου. Δέον πρὸς τούτοις κατὰ τὴν ὡς ἄνω κατάστρωσιν τῆς ἐξισώσεως νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν καὶ ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ μεταλλικοῦ δοχείου.

273*. Εἰδικὴ θερμότης τῶν ἀερίων. Ὅταν θερμαίνωμεν σῶμα ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν ἢ ὑπὸ οἱανδήποτε ἄλλην πίεσιν, λόγῳ τῆς διαστολῆς αὐτοῦ ἀπαιτεῖται κατανάλωσις ἔργου, τὸ ὁποῖον, προκειμένου περὶ τῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν, ἔχει τόσον μικρὰν τιμήν, ὥστε νὰ παραλείπεται καὶ ἑπομένως νὰ μὴ λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν εἰς τὸν καθορισμὸν τῆς εἰδικῆς θερμότητος. Εἰς τὴν περίπτωσιν ὅμως τῶν ἀερίων, λόγῳ τῆς μεγάλης διαστολῆς αὐτῶν, τὸ ἔργον διαστολῆς δὲν δύναται νὰ παραλείπεται. Ὡς ἐκ τούτου ἀγόμεθα νὰ διακρίνωμεν διὰ τὰ ἀέρια α) ***εἰδικὴν θερμότητα ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν*** (c_p), ὅταν θερμαίνωμεν τὸ ἀέριον ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, καὶ β) ***εἰδικὴν θερμότητα ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον*** (c_v), ὅταν θερμαίνωμεν τὸ ἀέριον ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον.

Μεταξὺ τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων ὑφίσταται ἡ σχέσις:

$$\boxed{c_p > c_v}$$

Οὕτω, ὅταν ἡ μονὰς μάζης ἀερίου θερμαίνεται κατὰ 1^0 C ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, τότε ἡ προσφερομένη ποσότης θερμότητος c_v ἀνυψώνει ἁπλῶς τὴν θερμοκρασίαν, ἐνῷ ὅταν ἡ αὐτὴ ποσότης τοῦ ἀερίου θερμαίνεται κατὰ 1^0 C ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, τότε ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου αὐξάνεται καὶ συνεπῶς ἀπαιτεῖται μεγαλύτερον ποσὸν θερμότητος c_p πρὸς ἀντιμετώπισιν τοῦ ἔργου διαστολῆς. Ὡς ἐκ τοῦ λόγου τούτου, ἡ εἰδικὴ θερμότης ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, εἶναι μεγαλυτέρα τῆς εἰδικῆς θερμότητος ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον. Ἐκ τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων ἡ c_p δύναται νὰ μετρηθῇ ἀμέσως διὰ τοῦ πειράματος, ἐνῷ ἡ c_v μετρεῖται ἐμμέσως διὰ μετρήσεως τοῦ λόγου $\gamma = c_p / c_v$, ὁ ὁποῖος ἔχει τιμὴν μεγαλυτέραν τῆς μονάδος, ἐφ' ὅσον εἶναι πάντοτε $c_p > c_v$. Γενικῶς ἡ τιμὴ τοῦ γ ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἀτόμων τῶν περιεχομένων εἰς τὰ μόρια. Οὕτω εἰς τὰ μονατομικὰ ἀέρια (π.χ. ἥλιον, ἀργὸν κλπ.) ἡ τιμὴ τοῦ γ εἶναι μεγαλυτέρα παρὰ εἰς τὰ διατομικὰ ἀέρια (π.χ. ὑδρογόνον, ἄζωτον, ὀξυγόνον), ἐνῷ διὰ τὰ τριατομικὰ (π.χ. διοξ. ἄνθρακος) εἶναι ἀκόμη μικρότερα, ὡς δεικνύεται εἰς τὸν ἀνωτέρω πίνακα.

Παραδείγματα εἰδικῶν θερμοτήτων ἀερίων

Ἀέριον	c_p	c_v	$\gamma = c_p / c_v$
Ἥλιον, He . . .	1,25	0,755	1,66
Ἀργόν, A . . .	0,127	0,077	1,65
Ὑδρογόνον, H_2 .	3,40	2,41	1,41
Ἄζωτον, N_2 . .	0,249	0,178	1,40
Ὀξυγόνον, O_2 .	0,218	0,156	1,40
Ἀὴρ	0,241	0,173	1,40
Διοξ. ἄνθρακος	0,203	0,156	1,30

274. Θερμότης καύσεως. Εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς χρησιμοποιοῦμεν ὡρισμένας οὐσίας ἀπαντώσας εἰς τὴν φύσιν, αἱ ὁποῖαι καιόμεναι παρέχουν θερμότητα. Αἱ οὐσίαι αὗται καλοῦνται ***καύσιμα*** καὶ εἶναι στερεά, ὑγρὰ ἢ ἀέρια σώματα. *Στερεὰ καύσιμα* εἶναι οἱ διάφοροι ἄνθρακες (ἀνθρακίτης, λιθάνθραξ, λιγνίτης κλπ.). *Ὑγρὰ καύσιμα* εἶναι τὸ πετρέλαιον καὶ ὡρισμένα παράγωγα αὐτοῦ. *Ἀέρια καύσιμα* εἶναι φυσικὰ ἀέρια περιέχοντα ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ μεθάνιον. Ἐκτὸς τῶν φυσικῶν καυσίμων ἔχομεν καὶ τεχνητὰ καύσιμα, ὡς εἶναι τὸ κώκ, τὸ οἰνόπνευμα, ἡ συνθετικὴ βενζίνη, ἡ ἀσετυλίνη κλπ.

Καλοῦμεν ***θερμότητα καύσεως*** *τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἐκλύεται ὑπὸ μάζης 1 gr ἢ 1 kgr τῆς οὐσίας καιομένης τελείως.*

Παραδείγματα θερμότητος καύσεως (εἰς cal/gr)

Ὑδρογόνον	34 000	Κὼκ	7 000
Πετρέλαιον	11 300	Φωταέριον . .	6 000 - 7 000 (= 4,4 cal/*lt*)
Βενζίνη	10 500	Λιγνίτης . . .	3 000 - 5 000
Ἀνθρακίτης	8 000 - 9 000	Ξύλον	3 000 - 4 000
Λιθάνθραξ	7 000 - 8 000	Τύρφη	3 500

275. Φυσικαὶ πηγαὶ θερμότητος. Ἡ σπουδαιοτέρα πηγὴ θερμότητος διὰ τοὺς κατοίκους τῆς Γῆς εἶναι ὁ Ἥλιος. Ὅταν αἱ ἡλιακαὶ ἀκτῖνες προσπίπτουν καθέτως, ἕκαστον τετραγωνικὸν ἑκατοστόμετρον ἐπὶ τῶν ἀνωτάτων ὁρίων τῆς ἀτμοσφαίρας δέχεται ποσὸν θερμότητος 1,94 cal εἰς ἕκαστον πρῶτον λεπτόν, ἐπὶ τῆς Γῆς δὲ φθάνουν περίπου τὰ 2/3 τοῦ ἀνωτέρω ποσοῦ θερμότητος, ἐνῷ τὸ 1/3 ἀπορροφᾶται ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαίρας. Λόγῳ τῆς θερμότητος τῆς ἐγκλειομένης εἰς τὰ ἔγκατα τῆς γῆς (ἡφαίστεια, θερμαὶ πηγαί), ἡ θερμοκρασία εἰς τὰ ἀνθρακωρυχεῖα καὶ μεταλλεῖα αὐξάνεται ἐφ' ὅσον κατερχόμεθα εἰς βάθος, ἡ δὲ αὔξησις τῆς θερμοκρασίας ἀντιστοιχεῖ περίπου πρὸς 1^0 C ἀνὰ 33 m. Αἱ ἡμερήσιαι μεταβολαὶ τῆς θερμοκρασίας εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς δὲν γίνονται αἰσθηταὶ εἰς βάθος 1 ἕως 2 m, ἐνῷ αἱ ἐτήσιαι ἐξαφανίζονται εἰς βάθος 20 m, διὰ τοῦτο δὲ εἰς φρέατα βάθους περὶ τὰ 20 m τὸ ὕδωρ διατηρεῖ σταθερὰν θερμοκρασίαν τόσον κατὰ τὸν χειμῶνα, ὅσον καὶ κατὰ τὸ θέρος.

276. Τροφαὶ καὶ θερμογόνος δύναμις αὐτῶν. Αἱ τροφαί, αἱ ὁποῖαι χρησιμεύουν διὰ τὴν διατήρησιν ἡμῶν, ὅταν τρώγωνται, ὑφίστανται ὀξείδωσιν (βραδεῖαν καῦσιν) ἐντὸς τοῦ ὀργανισμοῦ. Ἐκ τῆς ὀξειδώσεως ταύτης ἀναπτύσσεται θερμότης, ἡ ὁποία ἀντιπροσωπεύει τὴν ἀπαιτουμένην ἐνέργειαν διὰ τὴν αὔξησιν τοῦ σώματος, τὴν ἐργασίαν καὶ τὴν διατήρησιν τοῦ ὀργανισμοῦ εἰς ὑγιᾶ κατάστασιν.

Παραδείγματα θερμίδων διαφόρων τροφίμων			
Εἶδος τροφῆς	cal/gr	Εἶδος τροφῆς	cal/gr
Ἐλαιόλαδον . . .	9 000	Ἄρτος λευκὸς . .	2 580
Βούτυρον (νωπὸν)	7 600	Φασόλια	2 570
Σάκχαρον	4 000	Κρέας	1 500 - 3 000
Τυρὸς	3 900	Γεώμηλα	950
Ὄρυζα	3 250	Οἶνος	650

Ἐὰν γνωρίζωμεν τὴν ἐκλυομένην θερμότητα κατὰ τὴν καῦσιν 1 gr ἐξ ἑκάστης τροφῆς (καλεῖται δὲ τὸ ποσὸν τοῦτο τῆς θερμότητος ***θερμογόνος δύναμις*** τῆς τροφῆς), εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν ἀπαιτουμένην ποσότητα τροφῆς, διὰ ν' ἀναπτυχθῇ ἐντὸς τοῦ ὀργανισμοῦ τὸ ἀναγκαιοῦν ποσὸν θερμότητος. Εἰς τὸν ἀνωτέρω πίνακα ἀναγράφεται ἡ θερμογόνος δύναμις διαφόρων τροφίμων.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ποία θερμοκρασία ἀποκαθίσταται, ὅταν ἀναμιγνύωμεν 200 gr ὕδατος θερμοκρασίας 10^0 C μετὰ 500 gr ὕδατος θερμοκρασίας 45^0 C.

2. Θέλομεν νὰ παρασκευάσωμεν 50 λίτρα ὕδατος θερμοκρασίας 35^0 C δι' ἀναμίξεως ὕδατος 17^0 C καὶ 80^0 C. Πόσαι αἱ ἀντίστοιχοι ποσότητες ὕδατος 17^0 C καὶ 80^0 C.

3. Ἐντὸς γλυκερίνης θερμοκρασίας $14{,}5^0$ C ρίπτονται τεμάχια ψευδαργύρου θερμοκρασίας $98{,}3^0$ C. Ἡ μᾶζα γλυκερίνης + ψευδαργύρου εἶναι 400 gr, ἡ δὲ θερμοκρασία ἰσορροπίας $19{,}6^0$ C. Πόση ἡ μᾶζα τῆς γλυκερίνης καὶ πόση ἡ μᾶζα τοῦ ψευδαργύρου. (Εἰδ. θερμότης ψευδαργύρου 0,092 $cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$, γλυκερίνης 0,57 $cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$.)

4. Θερμιδόμετρον ἐκ χαλκοῦ μάζης 200 gr περιέχει 300 gr πετρελαίου. Ἡ ἀρχικὴ θερμοκρασία εἶναι $18{,}5^0$ C καὶ ὅταν ἐντὸς τοῦ ὕδατος ρίψωμεν 100 gr μολύβδου θερμοκρασίας 100^0 C ἡ τελικὴ θερμοκρασία καθίσταται 20^0 C. Πόση ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ πετρελαίου, ὅταν ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ χαλκοῦ εἶναι 0,092 $cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$ καὶ τοῦ μολύβδου 0,031 $cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$.

5. Θερμιδόμετρον περιέχει 210 gr ὕδατος θερμοκρασίας $11{,}3^0$ C. Εἰς τὸ θερμιδόμετρον προσθέτομεν 245 gr ὕδατος $31{,}5^0$ C, ὅτε ἡ θερμοκρασία ἰσορροπίας εὑρίσκεται $21{,}7^0$ C. Πόση ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ θερμιδομέτρου.

6. Πόσαι θερμίδες ἀπαιτοῦνται διὰ τὴν ἀνύψωσιν 100 gr χαλκοῦ ἀπὸ 10^0 C εἰς 100^0 C. Τὸ αὐτὸ ποσὸν θερμότητος προσδίδεται εἰς 100 gr ἀργιλίου 10^0 C. Ποῖον ἐκ τῶν δύο σωμάτων καθίσταται θερμότερον. (Εἰδ. θερμότης χαλκοῦ 0,093, ἀργιλίου 0,217 $cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$.)

7. Διὰ νὰ προσδιορίσωμεν τὴν θερμοκρασίαν λύχνου Bunsen, ἐκτελοῦμεν τὸ κάτωθι πείραμα. Εἰς θερμιδόμετρον χαλκοῦ μάζης 152,5 gr θέτομεν 300 gr ὕδατος, ἡ δὲ ἀρχικὴ θερμοκρασία τοῦ θερμιδομέτρου + ὕδωρ εἶναι $18{,}4^0$ C. Ἀκολούθως λαμβάνομεν τεμάχιον σιδήρου μάζης 6,85 gr, τὸ ὁποῖον θερμαίνομεν εἰς τὸν λύχνον Bunsen καὶ κατόπιν βυθίζομεν αὐτὸ ἐντὸς τοῦ ὕδατος τοῦ θερμιδομέτρου. Ἡ θερμοκρασία ἰσορροπίας εὑρίσκεται 21,3^0 C. Ἐκ τῶν δεδομένων τούτων νὰ ὑπολογισθῇ ἡ θερμοκρασία τῆς φλογὸς λύχνου Bunsen. (Εἰδ. θερμότης σιδήρου 0,111, χαλκοῦ 0,092 cal $\cdot$ gr^{-1} $\cdot$ grad^{-1}.)

8. Καίονται 3 gr ἄνθρακος πρὸς διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος ἐντὸς θερμιδομέτρου ἐκ χαλκοῦ μάζης 1 500 gr περιέχοντος 2 000 gr ὕδατος. Ἡ ἀρχικὴ θερμοκρασία εἶναι 20^0 C καὶ ἡ τελικὴ 31^0 C. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ θερμότης καύσεως τοῦ ἄνθρακος. (Εἰδ. θερμότης χαλκοῦ 0,093 cal $\cdot$ gr^{-1} $\cdot$ grad^{-1}.)

9. Ποῖον ποσὸν θερμότητος πρέπει νὰ μεταδοθῇ εἰς 1 gr νέου εἰς 0^0 C, ἵνα ἡ πίεσις αὐτοῦ διπλασιασθῇ ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον. ($c_p = 0{,}246$ cal $\cdot$ gr^{-1} $\cdot$ grad^{-1}, $c_p / c_v = 1{,}64$.)

10. Ποίαν μεταβολὴν ὄγκου ὑφίσταται ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας, ὅταν ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν προσδίδεται εἰς αὐτὸν ποσὸν θερμότητος 5 cal. Πόση εἶναι ἡ τελικὴ θερμοκρασία, ἐὰν ὁ ἀρχικὸς ὄγκος τοῦ ἀέρος εἶναι 1 m^3. ($c_p = 0{,}240$ cal $\cdot$ gr^{-1} $\cdot$ grad^{-1}, $\varrho_{\text{ἀήρ}} = 0{,}001\,293$ gr/cm^3.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΘ΄

ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

277. Γενικά. Ὡς ἤδη γνωρίζομεν, τὰ σώματα ἐμφανίζονται εἰς τὴν Φύσιν ὑπὸ τρεῖς καταστάσεις, ὡς στερεά, ὡς ὑγρὰ καὶ ὡς ἀέρια. Εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Μοριακῆς Φυσικῆς (§ 195) ἐξητάσαμεν τὰς χαρακτηριστικὰς διαφορὰς τῶν τριῶν τούτων καταστάσεων τῆς ὕλης καὶ τὰ τῆς συγκροτήσεως αὐτῆς. Ἤδη θὰ πραγματευθῶμεν περὶ τῶν μεταβολῶν τῶν σωμάτων ἀπὸ τῆς μιᾶς εἰς ἑτέραν κατάστασιν.

Ἓν ἐκ τῶν σπουδαιοτέρων ἀποτελεσμάτων τῆς θερμότητος ἐπὶ τῶν σωμάτων, ἐκτὸς τῆς διαστολῆς, εἶναι καὶ ἡ *μεταβολὴ τῆς καταστάσεως αὐτῶν*. Οὕτω σῶμα στερεὸν δύναται διὰ θερμάνσεως νὰ μεταβληθῇ εἰς ὑγρὸν (*τῆξις*), εἴτε ἀπ' εὐθείας εἰς ἀέριον (*ἐξάχνωσις*). Τέλος, σῶμα ὑγρὸν διὰ θερμάνσεως καθίσταται ἀέριον (*ἐξαέρωσις*).

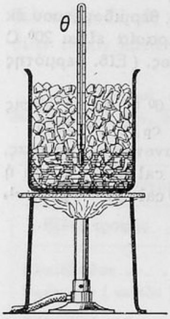
Ἡ κατάστασις, ὑπὸ τὴν ὁποίαν ἐμφανίζεται ἓν σῶμα, ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς ἐπικρατούσας ἐξωτερικὰς συνθήκας τῆς πιέσεως καὶ τῆς θερμοκρασίας.

278. Τῆξις καὶ πῆξις. Ἐὰν θερμάνωμεν ἓν στερεὸν σῶμα, ὑπὸ τὴν συνήθη ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ὅπως π.χ. πάγον, κηρόν, θεῖον, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ σῶμα τοῦτο μεταβάλλεται εἰς ὑγρόν, δηλαδὴ τήκεται. Ἡ τοιαύτη μετάβασις ἑνὸς σώματος ἀπὸ τῆς στερεᾶς καταστάσεως εἰς τὴν ὑγρὰν καλεῖται **τῆξις** τοῦ σώματος. Ἡ μετάβασις ἐξ ἄλλου ἑνὸς σώματος ἀπὸ τῆς ὑγρᾶς καταστάσεως εἰς τὴν στερεὰν καλεῖται **πῆξις** τοῦ σώματος.

Νόμοι τῆς τήξεως καὶ πήξεως. *1) Ἕκαστον στερεὸν σῶμα ἄρχεται τηκόμενον (ἢ πηγνύμενον) εἰς ὡρισμένην θερμοκρασίαν, ἡ ὁποία καλεῖται* ***θερμοκρασία τήξεως (ἢ πήξεως)*** *τοῦ σώματος.*

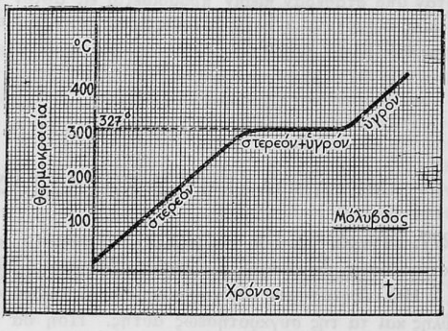
2) Εὐθὺς ὡς ἀρχίσῃ ἡ τῆξις (ἢ πῆξις) τοῦ σώματος, ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ παραμένει σταθερά, μέχρις ὅτου ὁλόκληρος ἡ ποσότης τοῦ σώματος τακῇ (ἢ πηχθῇ).

Οἱ ἀνωτέρω νόμοι ἰσχύουν μόνον διὰ τὰ κρυσταλλικὰ σώματα, τὰ ὁποῖα μεταβαίνουν ἀποτόμως ἐκ τῆς στερεᾶς εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν καὶ οὕτως ἔχουν ἐκπεφρασμένον ***σημεῖον τήξεως (πήξεως)***. Οὕτω, ὁ μόλυβδος μεταβαίνει ἀποτόμως ἐκ τῆς στερεᾶς εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν καὶ ἀντιστρόφως, ὡς ἐκ τούτου δὲ ἔχει σαφῶς ἐκπεφρασμένον σημεῖον τήξεως. Δὲν συμβαίνει ὅμως τὸ αὐτὸ καὶ μὲ τὴν ὕαλον, διότι διὰ νὰ μεταβῇ ἐκ τῆς στερεᾶς εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν διέρχεται δι᾽ ὅλων τῶν ἐνδιαμέσων καταστάσεων.



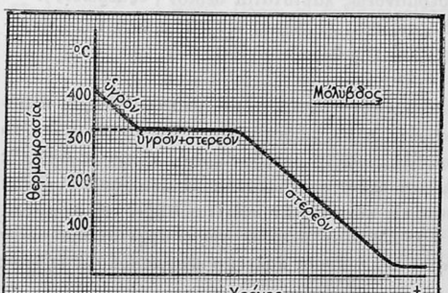
Σχ. 424.

Ἐὰν ἐντὸς δοχείου θέσωμεν μικρὰ τεμάχια πάγου καὶ ὀλίγον ὕδωρ (σχ. 424) καὶ βυθίσωμεν εἰς αὐτὰ θερμόμετρον, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ θερμόμετρον μετά τινα χρόνον, μετὰ τὴν ἀποκατάστασιν δηλ. τῆς θερμικῆς ἰσορροπίας, δεικνύει σταθερῶς 0^0 C. Ἐὰν ἀκολούθως θερμάνωμεν τὸ δοχεῖον, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ πάγος ἀρχίζει νὰ τήκεται, ἐνῷ τὸ θερμόμετρον δεικνύει σταθερῶς θερμοκρασίαν 0^0C, μέχρις ὅτου ὅλος ὁ πάγος μετατραπῇ εἰς ὕδωρ. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν νὰ προσφέρωμεν θερμότητα εἰς τὸ δοχεῖον, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος ἀρχίζει νὰ ἀνέρχεται.



Σχ. 425. Μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας μολύβδου κατὰ τὴν τῆξιν αὐτοῦ.

Ἐπίσης, ἐὰν ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα θερμαίνοντες π.χ. μόλυβδον, παρατηροῦμεν πάλιν ὅτι ἡ θερμοκρασία του ἀνέρχεται συνεχῶς καὶ μετά τινα χρόνον, ὅταν αὕτη φθάσῃ τοὺς 327^0 C, ὁ μόλυβδος ἀρχίζει νὰ τήκεται. Ἀπὸ τῆς στιγμῆς ταύτης, μολονότι προσφέρομεν θερμότητα, ἡ θερμοκρασία διατηρεῖται εἰς τοὺς 327^0 C καὶ μόνον ὅταν τακῇ ὁλόκληρος ἡ ποσότης τοῦ μολύβδου ἡ θερμοκρασία ἀρχίζει ἐκ νέου νὰ ἀνέρχεται. Τὸ σχῆμα 425 δεικνύει παραστατικὴν καμπύλην τῆς μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας μολύβδου κατὰ τὴν τῆξιν αὐτοῦ.



Σχ. 426. Μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας μολύβδου κατὰ τὴν πῆξιν αὐτοῦ.

Ἐὰν ἤδη τὸν τετηγμένον μόλυβδον ἀφήσωμεν νὰ ψυχθῇ εἰς τὸν περιβάλλοντα χῶρον, παρατηροῦμεν ἀκριβῶς τὰ ἀντίστροφα φαινόμενα. Οὕτω ὁ μόλυβδος ἀποβάλλει τὴν θερμότητα τὴν ὁποίαν εἶχε προσλάβει, ὁπότε ἀρχίζει ἡ θερμοκρασία του νὰ κατέρχεται. Ὅταν ἡ θερμοκρασία γίνῃ 327^0 C, ὁ μόλυβδος ἀρχίζει νὰ στερεοποιῆται (πῆξις) καὶ ἀπὸ τῆς στιγμῆς ταύτης ἡ θερμοκρασία παραμένει ἀμετάβλητος μέχρις ὁλοκληρωτικῆς στερεοποιήσεως τοῦ μολύβδου, ὁπότε ἡ θερμοκρασία του κατέρχεται ἐκ νέου. Ὁ μόλυβδος κατὰ τὴν πῆξιν αὐτοῦ ἀποδίδει ποσότητα ἀκριβῶς ἴσην πρὸς ὅσην παρέλαβε διὰ νὰ τακῇ. Τὸ σχῆμα 426 δεικνύει τὴν ὡς ἄνω μεταβολὴν τοῦ μολύβδου κατὰ τὴν πῆξιν αὐτοῦ.

Παραδείγματα σημείου τήξεως καὶ πήξεως σωμάτων τινῶν ὑπὸ πίεσιν 760 Torr

Βολφράμιον	3 350° C	Ἀργίλιον	660° C	Κηρὸς	62° C
Λευκόχρυσος	1 750° C	Ψευδάργυρος	420° C	Ὕδωρ	0° C
Σίδηρος	1 500° C	Μόλυβδος	327° C	Ὑδράργυρος	— 39° C
Χυτοσίδηρος	1 200° C	Κασσίτερος	232° C	Οἰνόπνευμα	—114° C
Χρυσὸς	1 063° C	Θεῖον	119° C	Αἰθὴρ	—116° C

279. Θερμότης τήξεως. Ἐὰν ἀναμίξωμεν 1 kgr πάγου 0° C καὶ 1 kgr ὕδατος 80° C, ὁ πάγος τήκεται καὶ λαμβάνομεν 2 kgr ὕδατος πάλιν 0° C καὶ ὄχι 40° C, διότι ἡ θερμότης τὴν ὁποίαν ἔδωσε τὸ ὕδωρ εἰς τὸν πάγον ἐχρησίμευσε μόνον διὰ νὰ τὸν τήξῃ καὶ ὄχι διὰ νὰ ἀνυψώσῃ τὴν θερμοκρασίαν του.

Κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς τήξεως τῶν στερεῶν, ὡς εἴδομεν ἀνωτέρω, ἡ θερμοκρασία παραμένει σταθερά, μολονότι διαρκῶς προσφέρεται θερμότης. Τοῦτο σημαίνει, ὅτι ἡ προσφερομένη αὕτη θερμότης χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν μεταβολὴν τῆς στερεᾶς μορφῆς εἰς ὑγράν. *Τὸ ποσὸν τοῦτο τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται, ὅπως 1 gr τοῦ σώματος, ὑπὸ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ σημείου τήξεως, μεταβληθῇ εἰς ὑγρὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας, καλεῖται **θερμότης τήξεως**.* Ἐπειδὴ δὲ τὸ ποσὸν τοῦτο τῆς θερμότητος δὲν ἐπιδρᾷ ἐπὶ τοῦ θερμομέτρου, διότι καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς τήξεως ἡ θερμοκρασία διατηρεῖται σταθερά, καλεῖται ἐνίοτε ***λανθάνουσα θερμότης τήξεως.*** Εἶναι προφανὲς ὅτι διὰ νὰ τήξωμεν m γραμμάρια ὑλικοῦ τινος, ἡ ἀναγκαιοῦσα ποσότης θερμότητος θὰ εἶναι ἴση πρὸς $Q = m \cdot \lambda$, ὅπου λ ἡ θερμότης τήξεως.

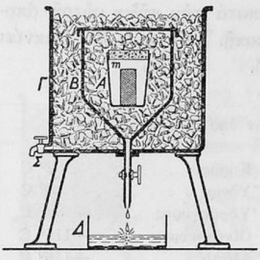
Ἐκ μετρήσεων εὑρέθη, ὅτι ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου εἶναι 80 cal/gr. Τοῦτο σημαίνει ὅτι διὰ νὰ τακῇ 1 gr πάγου θερμοκρασίας 0° C πρὸς ὕδωρ 0° C, ἀπαιτεῖται ποσότης θερμότητος 80 cal. Ἀντιστρόφως, ὅταν 1 gr ὕδατος 0° C μεταβάλλεται εἰς πάγον 0° C, ἀποδίδει ποσὸν θερμότητος 80 cal. Οὕτω, διὰ νὰ τήξωμεν 25 gr πάγου θερμοκρασίας 0° C καὶ νὰ μεταβάλωμεν αὐτὸν εἰς ὕδωρ θερμοκρασίας 0° C, θ' ἀπαιτηθῇ ποσὸν θερμότητος $Q = 25 \cdot 80 = 2\,000$ cal. Τὸ αὐτὸ δὲ ποσὸν θερμότητος ἀποδίδεται ὑπὸ 25 gr ὕδατος 0° C, ὅταν μεταβάλλωνται εἰς πάγον 0° C.

Γενικῶς δὲ τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον προσλαμβάνει τὸ σῶμα κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς τήξεως αὐτοῦ, εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀποδίδει κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς πήξεως αὐτοῦ.

Παραδείγματα θερμότητος τήξεως σωμάτων τινῶν (εἰς cal/gr)

Σίδηρος	66	Ἀργίλιον	90	Μόλυβδος	6
Ἄργυρος	25	Χαλκὸς	41	Ὑδράργυρος	2,8

280. Θερμιδόμετρον τῶν Lavoisier καὶ Laplace *(Λαβουαζιὲ - Λαπλάς)*. Τὸ θερμιδόμετρον τοῦτο (σχ. 427) ἀποτελεῖται κατ' ἀρχὴν ἀπὸ μεταλλικὸν δοχεῖον Α λεπτότοιχον, τὸ ὁποῖον περιβάλλεται ἀπὸ μικρὰ τεμάχια πάγου περιεχομένου εἰς τὸ δοχεῖον Β. Τὰ δύο ταῦτα δοχεῖα εὑρίσκονται ἐντὸς τρίτου δοχείου Γ περιέχοντος ἐπίσης πάγον, ὁ ὁποῖος περιβάλλει πανταχόθεν τὸ δοχεῖον Β, τὸ δὲ ἐκ τῆς τήξεως αὐτοῦ ὕδωρ ἐκρέει διὰ τῆς στρόφιγγος Σ. Διὰ νὰ προδιορίσωμεν τὴν εἰδικὴν θερμότητα c σώματός τινος μάζης m διὰ τῆς συσκευῆς ταύτης, θερμαίνομεν τὸ σῶμα εἰς γνωστὴν θερμοκρασίαν θ, π.χ. θέτοντες αὐτὸ εἰς θερμαντῆρα ἄνωθεν ἀτμῶν ζέοντος ὕδατος, καὶ ἀκολούθως ρίπτομεν αὐτὸ ἐντὸς τοῦ δοχείου Α, καλύπτοντες διὰ πάγου τὰ δύο καλύμματα τῶν δοχείων Α καὶ Β. Μετά τινα χρόνον τὸ σῶμα ψύχεται ἀπὸ θ^0 C εἰς 0^0 C καὶ ἡ θερμότης τὴν ὁποίαν ἀπέδωσε τήκει ποσότητα πάγου, μάζης Μ, συλλέγομεν δὲ τὸ προερχόμενον ὕδωρ εἰς τὸ δοχεῖον Δ. Οὕτω ἡ θερμότης Q, τὴν ὁποίαν παρέσχε τὸ σῶμα εἰς τὸν πάγον διὰ νὰ τακῇ, εἶναι ἴση πρὸς $Q = c \cdot m \cdot \theta$, ἡ δὲ θερμότης αὕτη εἶναι ἴση πρὸς τὴν θερμότητα τὴν ὁποίαν παρέλαβε ὁ πάγος διὰ νὰ τακῇ, ἤτοι Μ · λ, ὅπου λ ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου. Οὕτω ἔχομεν τὴν ἐξίσωσιν :



Σχ 427. Θερμιδόμετρον Lavoisier καὶ Laplace.

$$c \cdot m \cdot \theta = M \cdot \lambda$$

ἐξ οὗ προκύπτει ἡ ζητουμένη εἰδικὴ θερμότης :

$$c = \frac{M \cdot \lambda}{m \cdot \theta}$$

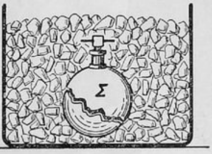
281. Ὑστέρησις πήξεως. Τὸ ὕδωρ ὑπὸ καταλλήλους συνθήκας δύναται νὰ ψυχθῇ κάτω τοῦ μηδενός, χωρὶς νὰ παρατηρηθῇ πῆξις αὐτοῦ. Τὸ φαινόμενον τοῦτο δὲν παρατηρεῖται μόνον εἰς τὸ ὕδωρ, ἀλλὰ καὶ εἰς ἄλλα σώματα, συμβαίνει δὲ μόνον κατὰ τὴν μετάβασιν τῶν σωμάτων ἐκ τῆς ὑγρᾶς εἰς τὴν στερεὰν κατάστασιν, ὄχι ὅμως καὶ ἀντιστρόφως. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται ***ὑστέρησις πήξεως*** (***ὑπόπηξις*** ἢ καὶ *ὑπέρτηξις*). Τὸ ἐν ὑστερήσει πήξεως ὕδωρ εὑρίσκεται ἐν ἀσταθεῖ καταστάσει, διότι ἀρκεῖ νὰ διαταράξωμεν ἐλαφρῶς τὸ ὕδωρ ἢ νὰ ρίψωμεν ἐν αὐτῷ κρυστάλλιον πάγου, ἵνα τοῦτο στερεοποιηθῇ ἀποτόμως, τῆς θερμοκρασίας αὐτοῦ ἀνερχομένης εἰς 0^0 C.

Πειραματικῶς δεικνύομεν τὴν ὑστέρηξιν πήξεως, ἐὰν τήξωμεν μικρότατα τεμάχια θείου (σημεῖον τήξεως 119^0 C) καὶ τὰ ἀφήσωμεν ἀκίνητα ἐπὶ ὑαλίνης πλακός. Τότε παρατηροῦμεν, ὅτι αἱ σταγόνες ψύχονται εἰς θερμοκρασίαν πολὺ χαμηλοτέραν τοῦ σημείου τήξεως αὐτῶν χωρὶς νὰ στερεοποιηθοῦν· ἀρκεῖ τότε νὰ ἐγγίσωμεν τὰς σταγόνας ἐλαφρῶς μὲ στερεὸν θεῖον, διὰ νὰ ψυχθῇ τοῦτο ἀποτόμως.

282. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν τῆξιν. Εἰς τὰ πλεῖστα τῶν σωμάτων, ἡ τῆξις αὐτῶν συνοδεύεται ὑπὸ αὐξήσεως τοῦ ὄγκου καὶ ἐπομένως ἡ πυκνότης τοῦ στερεοῦ εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τοῦ ὑγροῦ, ἐνῷ τὸ ἀντίστροφον συμβαίνει κατὰ τὴν πῆξιν. Τουναντίον, εἰς μερικὰ σώματα, ὡς π.χ. τὸ ὕδωρ, ἡ τῆξις συνοδεύεται ὑπὸ ἐλαττώσεως τοῦ ὄγκου καὶ ἐπομένως ἡ πυκνότης τοῦ πάγου εἶναι μικροτέρα τῆς τοῦ ὕδατος. Οὕτω, ἡ πυκνότης τοῦ πάγου εἰς 0^0 C εἶναι 0,917 gr/cm^3, ἐνῷ τοῦ ὕδατος εἰς 0^0 C εἶναι 0,999 87 gr/cm^3. Λόγῳ τῆς μικροτέρας πυκνότητος τοῦ πάγου ἀπὸ τὸ θαλάσσιον ὕδωρ, παρατηροῦνται τὰ *παγόβουνα* εἰς τὰς πολικὰς θαλάσσας. Ὁ ὄγκος τοῦ παγοβούνου εἶναι βυθισμένος ἐντὸς τῆς θαλάσσης κατὰ τὰ 0,9 τοῦ ὄγκου αὐτοῦ, ἐνῷ τὸ ὑπόλοιπον 0,1 ἐξέχει τοῦ θαλασσίου ὕδατος.

Παρατήρησις. Ἡ ἀνωμαλία αὕτη τοῦ ὕδατος, συνδυαζομένη μετὰ τῆς ἑτέρας ἀνωμαλίας, καθ' ἣν τὸ ὕδωρ παρουσιάζει εἰς 4⁰ C τὴν μεγαλυτέραν του πυκνότητα, ἔχει σπουδαιοτάτην σημασίαν εἰς τὴν οἰκονομίαν τῆς φύσεως, διότι κατὰ τὸν χειμῶνα στερεοποιοῦνται μόνον τὰ κατ' ἐπιπολὴν στρώματα τῶν λιμνῶν καὶ τῶν θαλασσῶν καὶ ὁ πάγος ἐπιπλέει βυθιζόμενος μόνον κατὰ τὰ 0,9 τοῦ ὄγκου του. Οὕτω, τὸ σχηματισθὲν στρῶμα πάγου παρακωλύει τὴν ψῦξιν τῶν ὑποκειμένων στρωμάτων, διότι οὗτος ἀποτελεῖ κακὸν ἀγωγὸν τῆς θερμότητος.

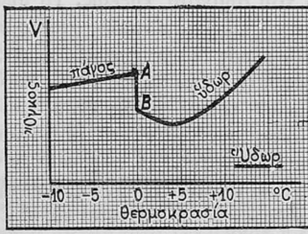
Ἐξ ἄλλου, λόγῳ τῆς διαστολῆς, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ ὕδωρ στερεοποιούμενον, ἀναπτύσσονται ἐξόχως μεγάλαι δυνάμεις, ὅταν τοῦτο στερεοποιῆται εἰς περιωρισμένον χῶρον. Οὕτω τὸ ὕδωρ τῶν βροχῶν τὸ συσσωρευόμενον ἐντὸς τῶν ρωγμῶν τῶν βράχων, ὅταν στερεοποιῆται κατὰ τὸν χειμῶνα, προκαλεῖ ρῆξιν τῶν βράχων καὶ ἐπιφέρει ἀποσάθρωσιν αὐτῶν. Ἐπίσης κατὰ τὸν χειμῶνα, καὶ δὴ κατὰ τὰς ψυχρὰς νύκτας, ὅταν δὲν ληφθῇ πρόνοια, θραύονται οἱ σωλῆνες παροχῆς ὕδατος.



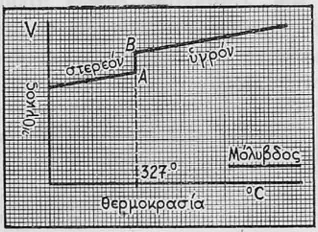
Σχ. 428. Λόγῳ αὐξήσεως τοῦ ὄγκου τοῦ ὕδατος κατὰ τὴν πῆξιν αὐτοῦ, ἡ σφαῖρα Σ θραύεται.

Πειραματικῶς δεικνύομεν τὴν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν τῆξιν διὰ σφαίρας χυτοσιδηρᾶς, διαμέτρου περίπου 10 cm καὶ μὲ παχέα τοιχώματα (π.χ. 5 - 8 mm). Τὴν σφαῖραν ταύτην (σχ. 428) πληροῦμεν δι' ὕδατος καὶ κλείομεν καλῶς διὰ κοχλιωτοῦ πώματος. Ἐὰν θέσωμεν αὐτὴν ἐντὸς μίγματος τριμμάτων πάγου καὶ μαγειρικοῦ ἅλατος, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ σφαῖρα εὐθὺς ὡς τὸ ὕδωρ ψυχθῇ διαρρηγνύεται.

Γραφικῶς δυνάμεθα νὰ παραστήσωμεν τὴν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου πάγου συναρτήσει τῆς θερμοκρασίας διὰ τῆς ἐν σχήματι 429 καμπύλης. Οὕτω παρατηροῦμεν ὅτι, ἐὰν ἔχωμεν πάγον θερμοκρασίας π.χ. — 10⁰ C καὶ θερμάνωμεν αὐτόν, ὁ ὄγκος του αὐξάνεται κατὰ μικρὸν ποσόν. Κατὰ τὴν περίοδον τῆς μεταβολῆς τοῦ πάγου εἰς ὕδωρ, ἤτοι εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 0⁰ C, ὁ ὄγκος τοῦ ὕδατος ἐλαττοῦται (τμῆμα καμπύλης ΑΒ). Ἡ ἐλάττωσις αὕτη συνεχίζεται μέχρι 4⁰ C, ὅπου ὡς γνωστὸν τὸ ὕδωρ ἔχει τὴν μεγαλυτέραν του πυκνότητα, καὶ πέραν τῆς θερμοκρασίας ταύτης ἡ διαστολὴ τοῦ ὕδατος αὐξάνει ἐκ νέου κατὰ τὰ γνωστά.



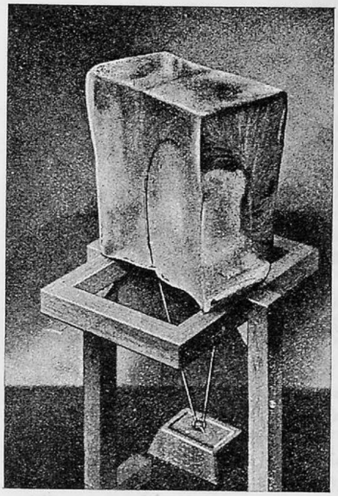
Σχ. 429. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν τῆξιν πάγου.



Σχ. 430. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν τῆξιν μολύβδου.

Ἐξ ἄλλου, ἡ καμπύλη τοῦ σχήματος 430 δεικνύει τὴν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου μολύβδου συναρτήσει τῆς θερμοκρασίας. Τὸ τμῆμα ΑΒ τῆς καμπύλης παριστᾷ τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου εἰς τὴν θερμοκρασίαν τήξεως τοῦ μολύβδου, ὅπου, ἐνῷ ἡ θερμοκρασία παραμένει σταθερά, ὁ ὄγκος τοῦ μολύβδου αὐξάνει.

283. Ἐπίδρασις τῆς πιέσεως ἐπὶ τοῦ σημείου τήξεως. Διὰ τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα τηκόμενα ὑφίστανται αὔξησιν τοῦ ὄγκου των, αὔξησις τῆς ἔξωθεν πιέσεως προκαλεῖ αὔξησιν τοῦ σημείου τήξεως, ἐνῷ τὸ ἀντίστροφον συμβαίνει διὰ τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα τηκόμενα ὑφίστανται ἐλάττωσιν τοῦ ὄγκου αὐτῶν. Οὕτω διὰ τὸν πάγον, ὁ ὁποῖος ἔχει θερμοκρασίαν ταπεινοτέραν τοῦ μηδενός, τὸ σημεῖον τήξεως εἶναι 0^0 C ὑπὸ τὴν συνήθη ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἐνῷ, ἐὰν ἡ πίεσις αὐξηθῇ κατὰ 1 ἀτμόσφαιραν, τὸ σημεῖον τήξεως τοῦ πάγου καθίσταται $-0{,}0075^0$ C, εἰς τὴν αἰτίαν δὲ ταύτην ὀφείλεται τὸ φαινόμενον τῆς ἀναπήξεως τοῦ πάγου, τὸ ὁποῖον δεικνύεται διὰ τῆς ἐν σχήματι 431 διατάξεως.



Σχ. 431. Ἀνάπηξις τοῦ πάγου.

Ἐὰν τεμάχιον πάγου περιβάλωμεν κατὰ τὸ μέσον αὐτοῦ διὰ λεπτοῦ σύρματος σιδηροῦ καὶ φορτίσωμεν ἀκολούθως αὐτὸ διὰ βαρῶν, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ σύρμα διέρχεται βραδέως ἐξ ὁλοκλήρου διὰ τοῦ πάγου, χωρὶς οὗτος νὰ κοπῇ εἰς δύο μέρη. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς. Εἰς τὰ σημεῖα τῆς ἀνωτέρας ἐπιφανείας τοῦ πάγου, ὅπου ἐφάπτεται τὸ σύρμα, ἡ πίεσις εἶναι κατὰ πολὺ ἀνωτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς, ὡς ἐκ τούτου δὲ ὁ πάγος δὲν δύναται νὰ εὑρίσκεται ὑπὸ στερεὰν κατάστασιν καὶ οὕτω τήκεται, ὁπότε τὸ σύρμα, ὑπὸ τὴν ἐπενέργειαν τῶν κάτωθεν ἐξηρτημένων βαρῶν, εἰσχωρεῖ πρὸς τὸ ἐσωτερικόν. Μόλις ὅμως εἰσχωρήσῃ εἰς τὸ ἐσωτερικόν, παύει ἄνωθεν νὰ ὑφίσταται ἡ πίεσις καὶ ὡς ἐκ τούτου τὸ ὕδωρ ἀναπήγνυται, τὸ φαινόμενον δὲ τοῦτο ἐξακολουθεῖ καθ' ὅμοιον τρόπον, μέχρις ὅτου τὸ σύρμα ἐξέλθῃ ἐκ τοῦ τεμαχίου τοῦ πάγου.

284. Ἐπίδρασις ξένων προσμίξεων ἐπὶ τοῦ σημείου τήξεως. Τὸ σημεῖον τήξεως σώματος ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν ἀποτελεῖ χαρακτηριστικὴν σταθερὰν τοῦ σώματος καὶ ὁ καθορισμὸς αὐτοῦ ἀποτελεῖ εὔκολον μέσον διὰ νὰ ἐξακριβώσωμεν, ἐὰν τὸ σῶμα περιέχῃ νοθείαν. Οὕτω π.χ. ἡ καθαρὰ ναφθαλίνη τήκεται εἰς 78^0 C, ἐὰν ὅμως εἰς δεῖγμα ναφθαλίνης ἐξακριβώσωμεν, ὅτι τὸ σημεῖον τήξεως αὐτῆς εἶναι διάφορον τῶν 78^0 C ὑπὸ τὴν κανονικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, συνάγομεν ὅτι τὸ δεῖγμα τῆς ναφθαλίνης περιέχει ξένας προσμίξεις, ἤτοι εἶναι νοθευμένη. Ἡ παρουσία ἐν γένει ξένων προσμίξεων ἐντὸς ἑνὸς σώματος προκαλεῖ γενικῶς ταπείνωσιν τοῦ σημείου τήξεως (ἢ πήξεως) αὐτοῦ. Ἐπὶ παραδείγματι, ἐνῷ τὸ καθαρὸν ὕδωρ πήγνυται εἰς 0^0 C, τὸ θαλάσσιον ὕδωρ πήγνυται εἰς $-2{,}5^0$ C. Ἡ παρουσία ὅθεν ξένων προσμίξεων ἐπιδρᾷ οὐσιωδῶς ἐπὶ τοῦ σημείου τήξεως τῶν σωμάτων, ἐπὶ τοῦ φαινομένου δὲ τούτου στηρίζεται ἡ κατασκευὴ διαφόρων κραμάτων, τῶν ὁποίων τὸ σημεῖον τήξεως εἶναι πολὺ ταπεινότερον τῶν συνιστώντων τὸ κρᾶμα μετάλλων.

Οὕτω τὸ μέταλλον Wood (Γούντ), τὸ ὁποῖον εἶναι κρᾶμα ἀποτελούμενον ἀπὸ 52,43 % βισμούθιον ($269{,}2^0$ C), 25,84 % μόλυβδον ($326{,}9^0$ C), 14,73 % κασσίτερον ($231{,}5^0$ C), 7 % κάδμιον (320^0 C), ἔχει σημεῖον τήξεως $75{,}5^0$ C. Ἐπίσης κρᾶμα καλίου καὶ νατρίου εἶναι ὑγρὸν εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν, μολονότι τὸ σημεῖον τήξεως τοῦ νατρίου εἶναι $97{,}6^0$ C.

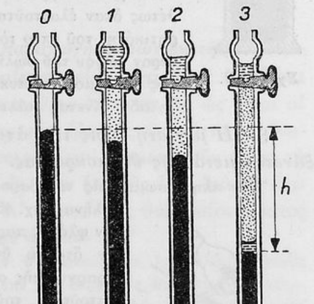
Προκειμένου περὶ κράματος ἐκ δύο μετάλλων, παρατηρεῖται, δι' ὡρισμένην σύνθεσιν αὐτοῦ, ὅτι ὑπάρχει μία θερμοκρασία καθ' ἣν στερεοποιοῦνται ταυτοχρόνως καὶ τὰ δύο συστατικά. Ἡ θερμοκρασία αὕτη καλεῖται ***σημεῖον εὐτηξίας*** καὶ εἶναι ταπεινοτέρα τοῦ σημείου τήξεως τῶν δύο μετάλλων.

Ψυκτικὰ μίγματα. Τὰ ψυκτικὰ μίγματα χρησιμεύουν εἰς τὴν Τεχνικὴν διὰ τὴν πραγματοποίησιν ταπεινῶν θερμοκρασιῶν. Δυνάμεθα οὕτω νὰ ἐπιτύχωμεν ταπεινὰς θερμοκρασίας μὲ τὰς κάτωθι ἀναλογίας πάγου καὶ ἄλλων σωμάτων :

1 μέρος πάγου καὶ 1 μέρος ἀμμωνιακοῦ ἅλατος $= -18^0$ C.
4 μέρη πάγου καὶ 1 μέρος μαγειρικοῦ ἅλατος $= -21^0$ C.
1 μέρος πάγου καὶ 2 μέρη χλωριούχου ἀσβεστίου $= -40^0$ C.
7 μέρη πάγου καὶ 10 μέρη χλωριούχου ἀσβεστίου $= -55^0$ C.

285. Ἐξαέρωσις. *Καλοῦμεν **ἐξαέρωσιν** τὴν μετάβασιν ἐκ τῆς ὑγρᾶς καταστάσεως εἰς τὴν ἀέριον.* Τὴν ἐξαέρωσιν ὑγροῦ δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν κυρίως κατὰ τρεῖς τρόπους : α) *δι' ἐξαερώσεως εἰς τὸν κενὸν χῶρον*, β) *δι' ἐξατμίσεως* καὶ γ) *διὰ βρασμοῦ.*

286. Ἐξαέρωσις εἰς κενὸν χῶρον. Τὴν ἐξαέρωσιν εἰς κενὸν χῶρον δεικνύομεν διὰ τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 432. Ὁ βαρομετρικὸς σωλὴν καταλήγει εἰς τὸ ἓν ἄκρον του εἰς διεύρυνσιν, φέρει δὲ καὶ στρόφιγγα. Ἐὰν κλείσωμεν τὴν στρόφιγγα καὶ πληρώσωμεν τὸν σωλῆνα διὰ ὑδραργύρου, ἐκτελοῦντες τὸ γνωστὸν πείραμα Torricelli, ὁ ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου χῶρος θὰ εἶναι κενὸς καὶ ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου δεικνύει τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν (θέσις 0). Ἐὰν ἐντὸς τῆς διευρύνσεως θέσωμεν ὀλίγον αἰθέρα καὶ διὰ τῆς στρόφιγγος εἰσαγάγωμεν εἰς τὸν βαρομετρικὸν θάλαμον μικρὰν σταγόνα, αὕτη ἐξαεροῦται ἀκαριαίως καὶ ὁλοσχερῶς, μεταβαλλομένη εἰς ἀτμὸν αἰθέρος, ἐνῷ ταυτοχρόνως ὁ ὑδράργυρος εἰς τὸν σωλῆνα κατέρχεται, λόγῳ τῆς ὑπὸ τοῦ ἀτμοῦ ἀσκουμένης πιέσεως (θέσις 1). Ὑπὸ τὴν κατάστασιν ταύτην ὁ ἀτμός, ἤτοι τὸ ἀέριον τὸ προερχόμενον ἐκ τῆς ἐξαερώσεως τοῦ ὑγροῦ, καλεῖται ***ἀκόρεστος.*** Ἐὰν εἰσαγάγωμεν καὶ δευτέραν καὶ τρίτην σταγόνα αἰθέρος, παρατηροῦμεν ἐπαναλαμβανόμενον τὸ αὐτὸ φαινόμενον (θέσις 2). Ἐν τέλει ὅμως ἐπέρχεται στιγμὴ κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ εἰσαγομένη σταγὼν αἰθέρος δὲν ἐξαεροῦται, ἀλλὰ παραμένει ὡς ὑγρὸν ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου (θέσις 3). Ὅταν συμβῇ τοῦτο, λέγομεν ὅτι ὁ χῶρος ἐκορέσθη ἀτμῶν αἰθέρος, ὁ δὲ ἀτμὸς καλεῖται ***κεκορεσμένος.*** Ἡ πίεσις τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ὁ οὕτω παραγόμενος ἀτμὸς καλεῖται ***τάσις*** τοῦ ἀτμοῦ, εἰς δὲ τὴν κατάστασιν κόρου ὁ ἀτμὸς λέγομεν ὅτι παρουσιάζει τὴν *μεγίστην τάσιν.* Εἶναι προφανὲς ὅτι ἡ διαφορὰ τῶν δύο ὑδραργυρικῶν στηλῶν h (0 καὶ 3) μᾶς δίδει τὴν μεγίστην τάσιν τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ αἰθέρος, εἰς cm Hg. Ἡ ἐξαέρωσις ἀκολουθεῖ τοὺς ἑξῆς νόμους :

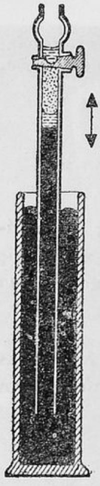


Σχ. 432. Ἐξαέρωσις ἐν τῷ κενῷ.

1. *Ἡ μεγίστη τάσις τῶν ἀτμῶν ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ὑγροῦ.*

Οὕτω, ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν, ἡ μεγίστη τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ οἰνοπνεύματος (εἰς

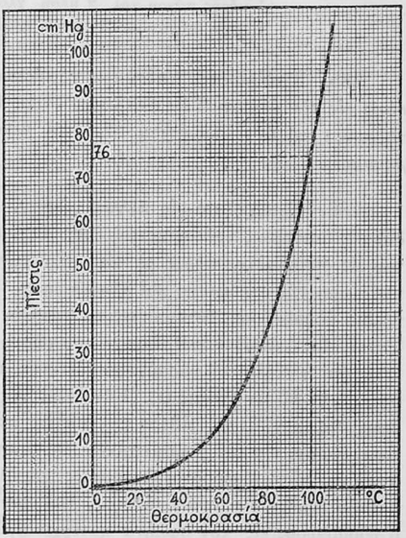
20^0 C : 4,4 cm Hg) εἶναι μεγαλυτέρα τῆς τῶν ἀτμῶν τοῦ ὕδατος (εἰς 20^0 C : 1,75 cm Hg), ἐνῷ ἡ μεγίστη τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ αἰθέρος (εἰς 20^0 C : 44,0 cm Hg) εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ οἰνοπνεύματος.



Σχ. 433.

2. *Ἡ μεγίστη τάσις τῶν ἀτμῶν εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ὄγκου, τὸν ὁποῖον καταλαμβάνει.*

Τοῦτο δεικνύομεν διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 433. Ἐὰν ἀνασύρωμεν ἢ βυθίζωμεν βαθύτερον τὸν βαρομετρικὸν σωλῆνα, παρατηροῦμεν ὅτι, ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία παραμένει σταθερά, τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης καὶ ἑπομένως ἡ τάσις τοῦ κεκορεσμένου ἀτμοῦ, ἢ ἄλλως ἡ μεγίστη τάσις, μένει ἀμετάβλητος καὶ μόνον ἡ ποσότης τοῦ ἐξατμιζομένου ὑγροῦ μεταβάλλεται μετὰ τοῦ ὄγκου τοῦ κλειστοῦ χώρου, ὥστε νὰ εἶναι οὗτος πάντοτε κεκορεσμένος. Ὅταν αὐξάνεται ὁ χῶρος, ἐξατμίζεται καὶ ἄλλη ποσότης τοῦ ὑγροῦ, ἐνῷ ἀντιθέτως ὅταν ἐλαττοῦται ἡ χωρητικότης τοῦ ὑπὲρ τὸν ὑδράργυρον χώρου τοῦ σωλῆνος, μέρος τοῦ ἀτμοῦ συμπυκνώνεται, δηλαδὴ γίνεται πάλιν ὑγρόν.



Σχ. 434. Μεταβολὴ τῆς μεγίστης τάσεως τῶν ἀτμῶν ὕδατος μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

3. *Ἡ μεγίστη τάσις τῶν ἀτμῶν αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας.*

Ἐὰν πλησιάσωμεν εἰς τὸν βαρομετρικὸν σωλῆνα (σχ. 433) θερμὴν φλόγα, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἐλαττοῦται, τοῦ ἀτμοῦ παραμένοντος πάντοτε κεκορεσμένου.

Εἰς τὸ σχῆμα 434 δεικνύεται ἡ καμπύλη τῆς μεταβολῆς τῆς μεγίστης τάσεως τῶν ἀτμῶν τοῦ ὕδατος συναρτήσει τῆς θερμοκρασίας, ὅπου παρατηροῦμεν ὅτι ἡ τάσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ ὕδατος εἰς θερμοκρασίαν 100^0 C εἶναι ἴση πρὸς 76 cm Hg, δηλ. ἴση πρὸς 1 ἀτμόσφαιραν.

Σχ. 435. Λόγῳ ἐλαττώσεως τῆς ἐντὸς τοῦ δοχείου πιέσεως, τοῦτο παραμορφοῦται.

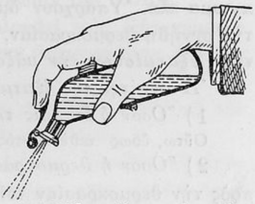
Τὴν ἐλάττωσιν τῆς τάσεως τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ ὕδατος διὰ ἐλαττώσεως τῆς θερμοκρασίας δεικνύομεν διὰ τοῦ ἀκολούθου πειράματος. Εἰς δοχεῖον ἐκ λευκοσιδήρου (συνήθης τενεκὲς πετρελαίου) θέτομεν ὕδωρ καὶ βράζομεν αὐτὸ παρατεταμένως, μέχρις ὅτου ὁ ἐξερχόμενος ἀτμὸς ὕδατος παρασύρῃ τὸν ἐν αὐτῷ ὑπάρχοντα ἀέρα. Ἐὰν ἀκολούθως πωματίσωμεν καλῶς τὸ δοχεῖον καὶ περιλούσωμεν αὐτὸ διὰ ψυχροῦ ὕδατος, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ δοχεῖον παραμορφοῦται (σχ. 435). Τοῦτο δικαιολογεῖται ἐκ τοῦ ὅτι ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν ἠλαττώθη κάτω τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, ἐνῷ τὰ ἐξωτερικὰ τοιχώματα τοῦ δοχείου ὑφίστανται πίεσιν ἴσην πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν.

Ὁ **ἀκόρεστος ἀτμὸς** ἀκολουθεῖ τοὺς νόμους τῶν ἀερίων, τουτέστι τοὺς νόμους

Boyle-Mariotte καὶ *Gay-Lussac*, μὲ τόσον μεγαλυτέραν προσέγγισιν, ὅσον περισσότερον ἀπέχει ἀπὸ τὴν κατάστασιν τοῦ κόρου.

287. Ψῦξις λόγῳ ἐξαερώσεως. Ἐφ' ὅσον ἡ ἐξαέρωσις λαμβάνει χώραν χωρὶς νὰ παρέχεται ἔξωθεν εἰς τὸ ὑγρὸν θερμότης, αὐτὴ συνοδεύεται ὑπὸ ψύξεως. Οὕτω, ἐὰν ἐπὶ τῆς χειρός μας τοποθετήσωμεν οἰνόπνευμα ἢ αἰθέρα, τὰ ὑγρὰ ταῦτα ἐξαερούμενα προκαλοῦν τοπικὴν ψῦξιν, χρησιμοποιεῖται δὲ τὸ φαινόμενον τοῦτο διὰ τὴν παραγωγὴν τοπικῆς ἀναισθησίας. Διὰ ταχείας ἐξαερώσεως τῆς ἀμμωνίας δυνάμεθα νὰ ψύξωμεν τὸ ὕδωρ μέχρι τοιούτου βαθμοῦ, ὥστε τοῦτο νὰ στερεοποιηθῇ. Τὴν μέθοδον ταύτην χρησιμοποιοῦμεν βιομηχανικῶς πρὸς παραγωγὴν πάγου, ὡς θὰ ἴδωμεν περαιτέρω (βλ. § 321).

Ἡ ἐν σχήματι 436 εἰκονιζομένη διάταξις χρησιμεύει πρὸς παραγωγὴν τοπικῆς ἀναισθησίας διὰ ψύξεως δι' ἐξαερώσεως χλωριούχου αἰθυλίου.



Σχ. 436. Ὁ σωλὴν περιέχει χλωριοῦχον αἰθύλιον, τὸ ὁποῖον διὰ καταλλήλου χειρισμοῦ ἐναποτίθεται ἐπὶ τῆς περιοχῆς, ὅπου θέλομεν δι' ἐξαερώσεως αὐτοῦ νὰ προκαλέσωμεν ἀναισθησίαν διὰ ψύξεως.

288. Ἐξάτμισις. *Καλεῖται* ***ἐξάτμισις*** *ἡ βραδεῖα παραγωγὴ ἀτμῶν ἐκ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.* Χαρακτηριστικὸν τῆς ἐξατμίσεως εἶναι ὅτι αὕτη λαμβάνει χώραν εἰς οἱανδήποτε θερμοκρασίαν. Οὕτω, τὰ ὕδατα μεγάλων ἐπιφανειῶν, ὡς εἶναι αἱ θάλασσαι, αἱ λίμναι καὶ οἱ ποταμοί, ἐξατμίζονται λόγῳ τῆς ἡλιακῆς θερμότητος, ἀναδίδουν δὲ ἀτμούς, οἱ ὁποῖοι εἰσχωροῦν εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν καὶ δημιουργοῦν οὕτω τὰ νέφη, τὰ ὁποῖα μετατρέπονται εἰς βροχὴν καὶ πίπτουν ἐκ νέου ἐπὶ τῆς Γῆς διὰ νὰ ἐξατμισθοῦν πάλιν κ.ο.κ. Τὸ μαγειρικὸν ἅλας λαμβάνεται δι' ἐξατμίσεως θαλασσίου ὕδατος εἰσαγομένου ἐντὸς εὐρυτάτων δεξαμενῶν τῶν καλουμένων *ἁλυκῶν*.

Ἐξ ἄλλου, ὅταν ἐν καιρῷ θέρους θερμαινώμεθα ἢ ὅταν θερμαινώμεθα λόγῳ κουραστικῆς ἐργασίας, ἡ θερμοκρασία τοῦ αἵματος δὲν αὐξάνεται, διότι ἐπὶ τοῦ δέρματος ἀναφαίνεται αὐτομάτως ἱδρὼς ἤ, ὡς συνήθως λέγομεν, ὑφιστάμεθα ἐφίδρωσιν, ἡ δὲ ἐξάτμισις τοῦ ἱδρῶτος ἀπαιτεῖ θερμότητα, ἡ ὁποία παραλαμβάνεται ἐκ τοῦ σώματος, οὕτω δὲ ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος παραμένει σταθερά. Ἐὰν ὅμως ἄνθρωπος ἱδρωμένος ἐκτίθεται εἰς ρεῦμα ἀέρος, τότε ἡ ἐξάτμισις τοῦ ἱδρῶτος γίνεται πολὺ ἐντόνως, τοῦτο δὲ ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τὴν απότομον ψῦξιν τοῦ σώματος, ἡ ὁποία ἐπιφέρει κρυολόγημα. Διὰ τὸν αὐτὸν ἐπίσης λόγον εἶναι πολὺ ἐπικίνδυνον νὰ ἐκτιθέμεθα εἰς ρεῦμα ἀέρος φέροντες ὑγρὰ ἐνδύματα.

Ὅταν κύων ἵσταται ἀσθμαίνων ἐπὶ τοῦ ἐδάφους μὲ τὴν γλῶσσαν ἔξω (σχ. 437), χρησιμοποιεῖ ἐξ ἐνστίκτου τὸ ἀνωτέρω περιγραφὲν φαινόμενον. Πράγματι, ὅταν ὁ κύων ἀσθμαίνῃ, δημιουργεῖ ρεῦμα ἀέρος, τὸ ὁποῖον οὕτω παρασύρει τὸν δι' ὑδρατμῶν κεκορεσμένον ἀέρα καὶ προκαλεῖ τὴν ἀντικατάστασιν αὐτοῦ ὑπὸ ξηροτέρου ἀέρος, διευκολύνοντος τὴν ἐξάτμισιν.

Σχ. 437. Ψῦξις δι' ἐξατμίσεως.

Ἐν γένει πᾶσα ἐξ οἱασδήποτε αἰτίας ταχεῖα ἐξάτμισις προκαλεῖ ταχεῖαν πτῶσιν τῆς θερμοκρασίας.

289. Ταχύτης ἐξατμίσεως. Ὅλα τὰ ὑγρὰ ἐν γένει ἐξατμίζονται, ἐκεῖνα ὅμως τὰ ὁποῖα δεικνύουν ταχεῖαν ἐξάτμισιν καλοῦνται ***πτητικά,*** ὡς εἶναι π.χ. ὁ αἰθήρ, τὸ οἰνόπνευμα κλπ. Ὑπάρχουν ὅμως καὶ ὡρισμένα ὑγρά, τὰ ὁποῖα δὲν ἀναδίδουν ἀτμοὺς εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν, ὡς π.χ. τὸ θειικὸν ὀξύ, τὸ ἔλαιον κλπ. Ὀνομάζομεν ***ταχύτητα ἐξατμίσεως*** *τὴν μᾶζαν τοῦ ἐξαερουμένου ὑγροῦ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου.*

Ἡ ταχύτης τῆς ἐξατμίσεως εἶναι τόσον μεγαλυτέρα:

1) *Ὅσον ἡ ἔκτασις τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ εἶναι μεγαλυτέρα.*

Οὕτω, ὕδωρ τεθὲν ἐντὸς λεκάνης εὐρείας ἐξατμίζεται ταχύτερον ἢ ἐὰν τεθῇ ἐντὸς φιάλης.

2) *Ὅσον ἡ θερμοκρασία εἶναι μεγαλυτέρα* καὶ δὴ ὅσον ἡ θερμοκρασία πλησιάζει πρὸς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ βρασμοῦ.

3) *Ὅσον ἡ περιβάλλουσα ἀτμόσφαιρα εἶναι πτωχοτέρα εἰς ἀτμούς.*

Ὅταν ἡ περιβάλλουσα ἀτμόσφαιρα ἀπέχῃ πολὺ ἀπὸ τὴν κατάστασιν κόρου, τὸ ὑγρὸν ἐξατμίζεται ταχέως.

Ἕνεκα τούτου, ὅταν ὁ περιβάλλων τὸ ὕδωρ ἀὴρ εἶναι ξηρὸς ἢ ἀνανεοῦται, ἡ ἐξάτμισις ἐπιταχύνεται. Ὑφάσματα διαβραχέντα ξηραίνονται ταχέως, ὅταν πνέῃ ἄνεμος ξηρός.

4) *Ὅσον ἡ ἐπιφερομένη πίεσις ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ εἶναι μικρά.*

Αἱ μεγάλαι πιέσεις ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ ἐλαττώνουν τὴν ταχύτητα ἐξατμίσεώς του, ἐνῷ εἰς τὸ κενόν, π.χ. τοῦ βαρομετρικοῦ σωλῆνος, ἡ ἐξάτμισις τοῦ αἰθέρος ἢ οἰνοπνεύματος, ὡς εἴδομεν (βλ. § 286), γίνεται ἀκαριαίως. Εἰς ἕνα κλειστὸν χῶρον ἡ ἐξάτμισις τοῦ ὑγροῦ καταπαύει, ὅταν ὁ χῶρος κορεσθῇ μὲ ἀτμὸν τοῦ ὑγροῦ.

290. Βρασμός. Ὅταν θερμαίνωμεν ὑγρὸν ἐντὸς ἀνοικτοῦ δοχείου, π.χ. ὕδωρ ἐν ποτηρίῳ ζέσεως, βλέπομεν ὅτι ἐν ἀρχῇ ἀναφαίνονται μικραὶ φυσαλλίδες ὀφειλόμεναι εἰς τὸν ἐντὸς τοῦ ὕδατος διαλελυμένον ἀέρα, ὁ ὁποῖος διὰ τῆς θερμάνσεως ἐκλύεται. Ἀκολούθως ἀναφαίνονται μικραὶ φυσαλλίδες ἀτμοῦ, αἱ ὁποῖαι, φερόμεναι πρὸς τὰ ἄνω, συναντοῦν ψυχρότερα στρώματα τοῦ ὕδατος καὶ ὑγροποιοῦνται, εἰς τοῦτο δὲ ὀφείλεται ὁ χαρακτηριστικὸς συριγμὸς (σιγμὸς) τοῦ ὕδατος, ὁ ὁποῖος πάντοτε προηγεῖται τοῦ φαινομένου τοῦ βρασμοῦ. Τέλος παρατηρεῖται ἀνάπτυξις μεγαλυτέρων φυσαλλίδων ἀτμοῦ ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ, αἱ ὁποῖαι ἀνέρχονται πρὸς τὰ ἄνω καὶ φθάνουν μέχρι τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ὅπου διαρρηγνύονται. Ἀπὸ τῆς στιγμῆς ταύτης λέγομεν, ὅτι ἄρχεται τὸ φαινόμενον τοῦ βρασμοῦ, τὸ *ὁποῖον συνίσταται εἰς τὴν ἀθρόαν ἀνάπτυξιν φυσαλλίδων ἀτμοῦ καθ' ὅλην τὴν μᾶζαν τοῦ ὑγροῦ.*

Σχ. 438. Ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ βρασμοῦ παραμένει σταθερά.

Ἐὰν ἐντὸς τοῦ δοχείου τοῦ

ὕδατος τοποθετήσωμεν θερμόμετρον, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἀρχικῶς ἡ θερμοκρασία του ἀνέρχεται. Ὅταν ἡ θερμοκρασία του φθάσῃ τοὺς 100^0 C, τότε πλέον αὕτη παραμένει σταθερά. Τὴν σταθερὰν ταύτην θερμοκρασίαν καλοῦμεν ***σημεῖον ζέσεως*** τοῦ ὕδατος. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν νὰ προσφέρωμεν θερμότητα, ἡ θερμοκρασία του δὲν ἀνυψοῦται, ὡς δεικνύει ἡ καμπύλη 438, ἀλλὰ ἁπλῶς συντελεῖ εἰς τὴν ἐξαέρωσιν τοῦ ὕδατος.

Νόμοι τοῦ βρασμοῦ. Τὸ φαινόμενον τοῦ βρασμοῦ ἀκολουθεῖ τοὺς ἑξῆς νόμους:

1) *Ὁ βρασμὸς ἑνὸς ὑγροῦ ἄρχεται πάντοτε εἰς ὡρισμένην θερμοκρασίαν, ἡ ὁποία ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ὑγροῦ.*

2) *Ὅταν ὑγρὸν βράζῃ, ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ παραμένει σταθερά, καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τοῦ βρασμοῦ, ἐφ' ὅσον ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις παραμένει σταθερά.*

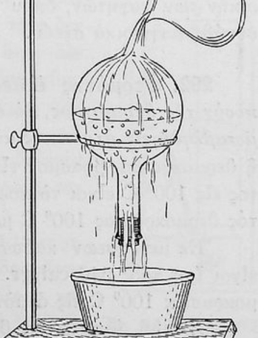
3) *Ὅταν ὑγρὸν βράζῃ, ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀτμοῦ του, ἀμέσως ἄνωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας του, συμπίπτει πρὸς τὴν θερμοκρασίαν ἐκείνην, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ μεγίστη τάσις τοῦ ἀτμοῦ του ἰσοῦται πρὸς τὴν ἔξωθεν ἀσκουμένην πίεσιν.*

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι τὸ σημεῖον ζέσεως ὑγροῦ ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἔξωθεν ἐπιφερομένης πιέσεως, ὡς ἐκ τούτου δὲ ἐκφράζομεν τὸ σημεῖον ζέσεως ὑγροῦ ὡς πρὸς πίεσιν 760 Torr, καλοῦμεν δὲ τοῦτο ***κανονικὸν σημεῖον ζέσεως.***

Παραδείγματα σημείου ζέσεως εἰς ^{0}C ὑπὸ πίεσιν 760 Torr		
Αἰθὴρ 35	Ὕδωρ 100	Ὑδράργυρος 357
Οἰνόπνευμα 78	Πετρέλαιον 115	Σίδηρος 3000

291. Μεταβολὴ τοῦ σημείου ζέσεως μετὰ τῆς πιέσεως.

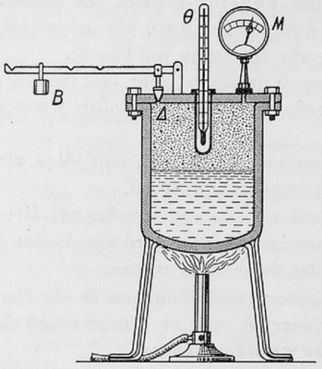
Τὸ ὕδωρ ὑπὸ πίεσιν 760 Torr βράζει εἰς 100^0 C, ἐνῷ ὑπὸ πίεσιν 733,4 Torr βράζει εἰς 99^0 C καὶ ὑπὸ πίεσιν 786,2 Torr βράζει εἰς 101^0 C. Ἐν γένει αὔξησις τῆς πιέσεως ἐπιφέρει αὔξησιν τοῦ σημείου ζέσεως, τὸ ἀντίθετον δὲ συμβαίνει, ὅταν ἡ πίεσις ἐλαττοῦται. Τοῦτο εἶναι ἄμεσος συνέπεια τοῦ τρίτου νόμου τοῦ βρασμοῦ.



Σχ. 439. Ἐπίδρασις τῆς πιέσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας τοῦ βρασμοῦ.

Τὴν ταπείνωσιν τοῦ σημείου ζέσεως δι' ἐλαττώσεως τῆς ἐπιφερομένης ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ πιέσεως δεικνύομεν διὰ τῆς ἐν σχήματι 439 διατάξεως. Τὸ ἐν τῇ φιάλῃ ὕδωρ βράζομεν παρατεταμένως πρὸς ἐκδίωξιν τοῦ ἀέρος καὶ ἀκολούθως κλείομεν τὴν φιάλην ἀεροστεγῶς δι' ἐλαστικοῦ πώματος καὶ ἀναστρέφομεν αὐτήν. Ἄνωθεν τοῦ ὑγροῦ δὲν ὑφίστανται παρὰ μόνον ἀτμοί του, ἡ δὲ πίεσις ἰσοῦται πρὸς τὴν μεγίστην τάσιν αὐτῶν. Ἐὰν ψύχωμεν κατὰ τὸ ἄνω μέρος τὸ δοχεῖον, ἡ μεγίστη τάσις τῶν ἀτμῶν ἐλαττοῦται, μέρος τῶν ἀτμῶν ὑγροποιεῖται, ἡ πίεσις γίνεται μικροτέρα καὶ οὕτω βλέπομεν, ὅτι τὸ ὑγρὸν ἀρχίζει ἐκ νέου νὰ βράζῃ. Ἐξ ἄλλου, ὕδωρ τιθέμενον ὑπὸ τὸν κώδωνα ἀεραντλίας δύναται νὰ βράσῃ εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν, ὅταν ἡ πίεσις ἐλαττωθῇ σημαντικῶς.

Χύτρα Papin *(Παπέν)*. Αὕτη ἀποτελεῖ τὴν ἀρχὴν τῶν ἀτμολεβήτων καὶ εἰκονίζεται εἰς τὸ σχῆμα 440. Ὁ βραστὴρ ἀποτελεῖται ἐκ δοχείου μεταλλικοῦ μὲ παχέα ἀνθεκτικὰ τοιχώματα καὶ κλείεται ἀεροστεγῶς διὰ πώματος φέροντος ἀσφαλιστικὴν δικλεῖδα Δ, ὀπὴν διὰ τὴν εἰσδοχὴν θερμομέτρου Θ καὶ ἑτέραν ὀπὴν συγκοινωνοῦσαν πρὸς μανόμετρον Μ.



Σχ. 440. Χύτρα Papin.

Διὰ τῆς συσκευῆς ταύτης δυνάμεθα νὰ θερμάνωμεν τὸ ὕδωρ ἄνω τῆς θερμοκρασίας τῶν 100^0 C, χωρὶς τοῦτο νὰ βράσῃ. Πράγματι, ἐφ' ὅσον τὸ δοχεῖον κλείεται ἀεροστεγῶς, εἶναι φανερόν, ὅτι τὸ ὕδωρ θὰ εὑρίσκεται ὑπὸ τὴν πίεσιν τοῦ ἀτμοῦ του καὶ τοῦ ἀέρος ἐν τῷ δοχείῳ, ἑπομένως ἡ συνολικὴ ἐπ' αὐτοῦ πίεσις εἰς πᾶσαν θερμοκρασίαν εἶναι πάντοτε ἀνωτέρα τῆς μεγίστης τάσεως τοῦ ἀτμοῦ, οὕτω δέ, συμφώνως πρὸς τὸν τρίτον νόμον τοῦ βρασμοῦ, τὸ ὕδωρ ἐν τῷ δοχείῳ εἶναι ἀδύνατον νὰ βράσῃ. Ἡ ἀσφαλιστικὴ δικλεὶς ρυθμίζεται διὰ μετακινήσεως τοῦ βάρους Β, ὥστε νὰ ἀνοίγῃ εἰς ὡρισμένην πίεσιν. Διὰ τῆς διατάξεως ταύτης ἐπιτυγχάνομεν εἰς τοὺς λέβητας τὴν αὔξησιν τῆς πιέσεως τοῦ ἀτμοῦ δι' αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος. Ὅταν δὲ ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ καταστῇ ἱκανὴ νὰ ἀνοίξῃ τὴν δικλεῖδα, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ πίεσις ἐλαττοῦται ἀποτόμως, ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος κατέρχεται καὶ τὸ ὕδωρ ἀναβράζει βιαίως.

Ἐφαρμογὴ τῆς χύτρας Papin εἶναι τὰ δοχεῖα καλούμενα *αὐτόκλειστα*, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται εἰς ἐργαστήρια, ἐργοστάσια καὶ εἰς νοσοκομεῖα, διὰ τὴν ἀποστείρωσιν ἐργαλείων κλπ. Ἐπίσης ἐφαρμογὴν ἔχομεν εἰς τὰς *χύτρας πιέσεως*, διὰ τὴν μαγειρικὴν τῶν φαγητῶν, ὅπου ἡ παρασκευὴ τῶν φαγητῶν γίνεται πολὺ ταχύτερον ἀπὸ τὰ συνήθη μαγειρικὰ σκεύη.

292. Θερμότης ἐξαερώσεως. Καλοῦμεν *θερμότητα ἐξαερώσεως τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπατεῖται, ἵνα 1 gr ὑγροῦ, σταθερᾶς θερμοκρασίας, μεταβληθῇ εἰς ἀτμὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας*. Οὕτω, διὰ τὸ ὕδωρ ὑπὸ πίεσιν 760 Torr ἡ θερμοκρασία βρασμοῦ εἶναι 100^0 C καὶ ἑπομένως ἡ θερμότης ἐξαερώσεως τοῦ ὕδατος εἰς 100^0 C εἶναι τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται, ὅπως 1 gr ὕδατος θερμοκρασίας 100^0 C μεταβληθῇ εἰς ἀτμὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας (100^0 C).

Ἐκ μετρήσεων καθωρίσθη, ὅτι ἡ θερμότης ἐξαερώσεως τοῦ ὕδατος εἰς 100^0 C εἶναι ἴση πρὸς 540 cal/gr. Τοῦτο σημαίνει ὅτι, διὰ νὰ μετατραπῇ 1 gr ὕδατος θερμοκρασίας 100^0 C εἰς ἀτμὸν 100^0 C, ἀπαιτοῦνται 540 θερμίδες.

Ἐπειδή, ὅταν ὑγρὸν βράζῃ, ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ διατηρεῖται σταθερὰ καὶ ἑπομένως τὸ προσφερόμενον ἔξωθεν ποσὸν θερμότητος δὲν ἐπιδρᾷ ἐπὶ τοῦ θερμομέτρου, ἡ θερμότης ἐξαερώσεως καλεῖται ἐνίοτε καὶ ***λανθάνουσα θερμότης ἐξαερώσεως***.

293. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν ἐξαέρωσιν. Ἡ πυκνότης τοῦ ἀτμοῦ ὑγροῦ τινος εἶναι ἐν γένει κατὰ πολὺ μικροτέρα τῆς πυκνότητος τοῦ ὑγροῦ. Οὕτω, ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἰς 100^0 C εἶναι 0,958 gr/cm^3 καὶ ὁ ὄγκος ποσότητος 1 gr εἶναι 1,044 cm^3, ἐνῷ, εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν, ἡ πυκνότης τοῦ ὑδρατμοῦ εἶναι 0,000 59 gr/cm^3 καὶ ὁ ὄγκος ποσότητος 1 gr εἶναι 1 700 cm^3, ἤτοι περίπου 1 700 φορὰς μεγαλύτερος τοῦ ὄγκου 1 gr ὕδατος 100^0 C.

294. Ἐξάχνωσις. Τὰ σώματα γενικῶς, ὑπὸ τὰς συνήθεις συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως, μεταβαίνουν ἐκ τῆς στερεᾶς εἰς τὴν ἀέριον κατάστασιν, ἀφοῦ προηγουμένως διέλθουν διὰ τῆς ὑγρᾶς καταστάσεως. Ὑπάρχουν ὅμως σώματα, τὰ ὁποῖα μεταβαίνουν ἐκ τῆς στερεᾶς ἀμέσως εἰς τὴν ἀέριον κατάστασιν, χωρὶς προηγουμένως νὰ διέλθουν διὰ τῆς ὑγρᾶς καταστάσεως. Οὕτω, ἐὰν θερμάνωμεν ἰώδιον, παρατηροῦμεν ὅτι τοῦτο μετατρέπεται ἀπ' εὐθείας εἰς ἀτμούς, χωρὶς νὰ τακῇ. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται ***ἐξάχνωσις*** καὶ παρατηρεῖται ὑπὸ συνήθεις συνθήκας π.χ. εἰς τὴν ναφθαλίνην.

295. Ὑγρομετρία. Ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ περιέχει πάντοτε ὑδρατμούς, προερχομένους ἐκ τῆς διαρκοῦς ἐξατμίσεως τῶν ὑδάτων θαλασσῶν, λιμνῶν, ὑγρῶν ἐδαφῶν κλπ. Ὁ καθορισμὸς τῆς περιεκτικότητος τῆς ἀτμοσφαίρας εἰς ἀτμοὺς ὕδατος ἀποτελεῖ τὸ ἀντικείμενον τῆς ***ὑγρομετρίας.***

Καλοῦμεν ***ἀπόλυτον ὑγρασίαν*** τὸ ποσὸν τῶν ὑδρατμῶν τῶν περιεχομένων εἰς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα ἀνὰ μονάδα ὄγκου, μετρεῖται δὲ συνήθως εἰς gr/m^3.

Σχετικὴ ὑγρασία καλεῖται τὸ πηλίκον τῶν ὑδρατμῶν, οἱ ὁποῖοι ὑπάρχουν εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν, πρὸς ἐκείνους τοὺς ὁποίους θὰ εἶχεν, ἐὰν ἦτο κεκορεσμένη, ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν.

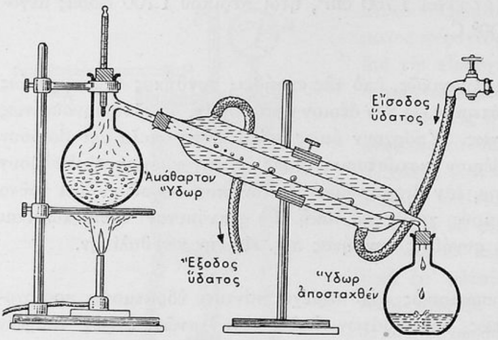
Ἡ σχετικὴ ὑγρασία μετρεῖται ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν (%). Οὕτω, εἰς θερμοκρασίαν 15^0 C ὁ ἀὴρ εἰς κατάστασιν κόρου περιέχει 12,8 gr/m^3 ὑδρατμῶν. Ἐὰν ὁ ἀὴρ εἰς 15^0 C περιέχῃ μόνον 9,6 gr/m^3, τότε ὁ λόγος $9{,}6/12{,}8 = 3/4$ δηλοῖ ὅτι ἡ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος εἶναι μόνον 3/4, ἤτοι 75%. Ἐὰν θερμάνωμεν χῶρόν τινα, π.χ. δωμάτιον, τοῦ ὁποίου ὁ ἀὴρ δὲν ἀνανεοῦται, τότε δὲν μεταβάλλομεν τὴν μᾶζαν τῶν περιεχομένων ὑδρατμῶν, δηλ. δὲν μεταβάλλομεν τὴν ἀπόλυτον ὑγρασίαν, ἀλλὰ τὴν σχετικὴν ὑγρασίαν, διότι καθιστῶμεν τὸν ἀέρα ξηρότερον, καθότι οὗτος ἀπέχει τότε περισσότερον ἀπὸ τοῦ σημείου κόρου.

Σχ. 441. *Ὑγρόμετρον διὰ τριχός.*

Τὰ ὄργανα διὰ τῶν ὁποίων μετρεῖται ἡ ὑγρασία τοῦ ἀέρος καλοῦνται ***ὑγρόμετρα.*** Ἁπλούστατος τύπος εἶναι τὸ ὑγρόμετρον διὰ τριχός.

Ὑγρόμετρον διὰ τριχός. Τὸ ὄργανον τοῦτο (σχ. 441) στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἰδιότητος, τὴν ὁποίαν παρουσιάζει θρὶξ ἀνθρωπίνης κόμης νὰ διαστέλλεται, ὅταν εὑρίσκεται ἐν ὑγρᾷ ἀτμοσφαίρᾳ, καὶ νὰ συστέλλεται, ὅταν εὑρίσκεται ἐν ξηρᾷ ἀτμοσφαίρᾳ. Ἡ θρὶξ Θ, καταλλήλως καθαριζομένη, ἐξαρτᾶται ἀπὸ ἀκλονήτου σημείου Ο τοῦ πλαισίου Π, ἐνῷ τὸ κατώτερον ἄκρον αὐτῆς, ἀφοῦ διέλθῃ δι' εὐκινήτου τροχαλίας Τ, φορτίζεται διὰ βάρους Β. Ἐπὶ τῆς τροχαλίας τοποθετεῖται ὁ δείκτης Δ, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ μετακινῆται πρὸ τῶν διαιρέσεων κλίμακος καὶ δεικνύει δι' ἀναγνώσεως τὴν σχετικὴν ὑγρασίαν.

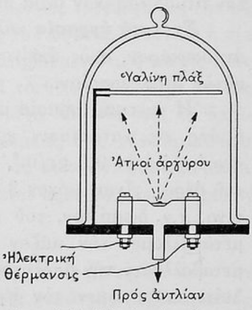
296. Ἀπόσταξις. Οἱ ἀτμοὶ ἐν γένει μεταπίπτουν διὰ τῆς ψύξεως εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν, τὸ φαινόμενον δὲ τοῦτο καλεῖται *ὑγροποίησις* ἢ *συμπύκνωσις τῶν ἀτμῶν*. Τὸ φαινόμενον τοῦτο χρησιμοποιεῖται εἰς τὴν ***ἀπόσταξιν,*** διὰ τῆς ὁποίας δυνάμεθα π.χ. ἐκ τοῦ πηγαίου ὕδατος, τὸ ὁποῖον περιέχει ξένας προσμίξεις ἐν διαλύσει, νὰ παρασκευάσωμεν καθαρὸν ἤ, ἄλλως, ἀπεσταγμένον ὕδωρ. Πρὸς τοῦτο, θερμαίνομεν τὸ ὕδωρ ἐντὸς καταλλήλου δοχείου, ὁπότε οἱ παραγόμενοι ἀτμοὶ αὐτοῦ διέρχονται δι᾽ ἀπαγωγοῦ σωλῆνος, ὁ ὁποῖος ψύχεται διὰ καταλλήλου ψυκτῆρος (σχ. 442). Οἱ ἀτμοὶ ὑγροποιοῦνται καὶ τὸ οὕτω προκῦπτον *ἀπεσταγμένον ὕδωρ*, δηλ. ὕδωρ μὴ περιέχον ξένας προσμίξεις, συλλέγεται εἰς ὑποδοχέα.



Σχ. 442. *Συσκευὴ ἀποστάξεως.*

Ἡ ἀπόσταξις χρησιμοποιεῖται τὰ μέγιστα εἰς τὴν βιομηχανίαν, πρὸς ἀποχωρισμὸν διαφόρων ὑγρῶν, ἐχόντων διάφορον σημεῖον ζέσεως, ἐκ μίγματος αὐτῶν, ὅτε ἡ ἀπόσταξις καλεῖται, εἰδικώτερον, *κλασματικὴ ἀπόσταξις*. Οὕτω, διὰ τῆς μεθόδου τῆς κλασματικῆς ἀποστάξεως, δυνάμεθα ἐκ τοῦ ἀκαθάρτου πετρελαίου νὰ ἐξαγάγωμεν τὰ διάφορα προϊόντα αὐτοῦ, ἤτοι τοὺς διαφόρους τύπους βενζίνης, τὸ φωτιστικὸν πετρέλαιον κ.ο.κ.

Ἐπίσης τὰ μέταλλα δύνανται νὰ ἀποσταχθοῦν, ὅταν θερμανθοῦν ἐπαρκῶς. Διὰ τοιαύτης ἀποστάξεως καθαρίζονται μέταλλα, ὡς π.χ. ὁ ψευδάργυρος. Ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον, ἐπειδὴ ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν εἶναι μικρά, πρέπει ἡ ἀπόσταξις νὰ γίνεται ἐν κενῷ, διὰ νὰ ἐπιτυγχάνωμεν σημαντικὴν ἐξαέρωσιν. Διὰ προσβολῆς ὑαλίνης πλακός, μὲ ἀτμοὺς ἀργύρου (σχ. 443) ἢ ἀργιλίου, δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν κατοπτρικὴν ἐπιφάνειαν. Ἡ ἰδιότης αὕτη εὑρίσκει σήμερον πολλὰς ἐφαρμογὰς εἰς τὴν πρακτικήν, ὡς π.χ. διὰ τὴν ἐπικάλυψιν τῶν ὑάλων τῶν ὀμματοϋαλίων.

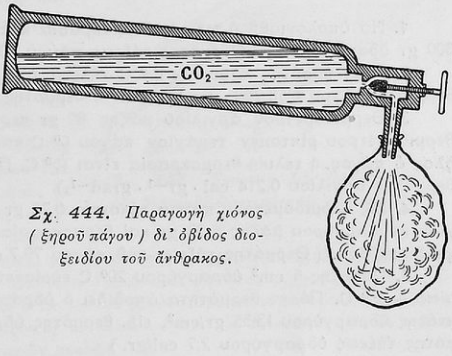


Σχ. 443. *Ἀπόσταξις ἐν κενῷ τῶν μετάλλων.*

297. Ὑγροποίησις τῶν ἀερίων. Σήμερον γνωρίζομεν, ὅτι ὅλα ἐν γένει τὰ ἀέρια ὑγροποιοῦνται. Ὡρισμένα ἀέρια, ὡς τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος, τὸ χλώριον, ἡ ἀμμωνία, ὑγροποιοῦνται εὐκόλως, ἐνῷ ἄλλα, ὡς ὁ ἀήρ, τὸ ὀξυγόνον, τὸ ὑδρογόνον, τὸ ἄζωτον, τὸ ἥλιον κλπ., ὑγροποιοῦνται δυσκόλως. Ἡ συστηματικὴ ἔρευνα τῆς ὑγροποιήσεως τῶν ἀερίων κατέδειξεν, ὅτι δι᾽ ἕκαστον ἀέριον ὑπάρχει ὡρισμένη θερμοκρασία, καλουμένη ***κρίσιμος θερμοκρασία,*** ἄνωθεν τῆς ὁποίας τὸ ἀέριον εἶναι ἀδύνατον νὰ ὑγροποιηθῇ, εἰς ὁσονδήποτε μεγάλην συμπίεσιν καὶ ἂν ὑποβληθῇ. Ἀντιθέτως, ἐὰν τὸ ἀέριον εὑρίσκεται ὑπὸ θερμοκρασίαν κατωτέραν τῆς κρισίμου, δύναται τοῦτο νὰ ὑγροποιηθῇ δι᾽ ἁπλῆς συμπιέσεως. Ἡ πίεσις, ὑπὸ τὴν ὁποίαν ἀέριον ὑγροποιεῖται ὑπὸ τὴν κρίσιμον αὐτοῦ θερμοκρασίαν, καλεῖται ***κρίσιμος πίεσις,*** ὁ δὲ ὄγκος, τὸν ὁποῖον καταλαμβάνει τὸ ἀέριον ὑπὸ τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν καὶ κρίσιμον πίεσιν, καλεῖται ***κρίσιμος ὄγκος.*** Τὰ τρία μεγέθη, κρίσιμος θερμοκρασία, κρίσιμος πίεσις καὶ κρίσιμος ὄγκος, ἀποτελοῦν χαρακτηριστικὰ μεγέθη ἑκάστου ἀερίου.

Διὰ τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος (CO_2) κατεδείχθη, ὅτι ἡ κρίσιμος θερμοκρασία αὐτοῦ εἶναι $+31^0$ C καί, ἐφ' ὅσον τοῦτο εὑρίσκεται ὑπὸ θερμοκρασίαν κατωτέραν τῶν $+31^0$ C, δύναται νὰ ὑγροποιηθῇ δι' ἁπλῆς συμπιέσεως, ἕνεκα δὲ τοῦ λόγου τούτου τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος θεωρεῖται ὡς ἀέριον εὐκόλως ὑγροποιούμενον.

Τὸ ὑγρὸν CO_2, τὸ ὁποῖον εἶναι λίαν διαδεδομένον εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς (ἀεριοῦχα ποτά, μπύραν κλπ.), φέρεται εἰς τὸ ἐμπόριον ἐντὸς χυτοσιδηρῶν δοχείων (ὀβίδων), ὡς τοῦ σχήματος 444, μὲ ἀρκετὰ παχέα τοιχώματα ὑπὸ πίεσιν 55 ἀτμοσφαιρῶν. Τὸ ἐντὸς τῆς ὀβίδος ὑγροποιημένον ὑγρὸν CO_2 δύναται νὰ ἐξέλθῃ εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν ἀπὸ καταλλήλου στομίου, τὸ ὁποῖον ἀνοίγεται μέσῳ κοχλιωτοῦ πώματος. Ἐὰν δεχθῶμεν τὸ ἐξερχόμενον ὑγρὸν ἐντὸς μαλλίνου σάκκου, τὸ ψῦχος τὸ παραγόμενον ἐκ τῆς ἀποτονώσεως καὶ ἐξατμίσεως μέρους τοῦ ὑγροῦ εἶναι ἀρκετόν, ὥστε νὰ προκαλέσῃ τὴν στερεοποίησιν καὶ τοῦ ὑπολοίπου, τὸ ὁποῖον συλλέγομεν ὑπὸ μορφὴν χιόνος (*ξηρὸς πάγος*) ἐντὸς τοῦ σάκκου καὶ τοῦ ὁποίου ἡ θερμοκρασία εἶναι -79^0 C. Ὁ ξηρὸς πάγος παρασκευάζεται βιομηχανικῶς καὶ χρησιμεύει διὰ τὴν ἰσχυρὰν ψῦξιν τροφίμων κλπ. Ἔχει δὲ τὸ πλεονέκτημα, ἔναντι τοῦ συνήθους πάγου, ὅτι εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος, ὅπου ἐξαχνοῦται, δὲν ἀφήνει ὑγρὸν ὑπόλειμμα.



Σχ. 444. Παραγωγὴ χιόνος (ξηροῦ πάγου) δι' ὀβίδος διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος.

Παραδείγματα κρισίμου θερμοκρασίας καὶ κρισίμου πιέσεως σωμάτων τινῶν					
Σῶμα	Κρίσιμος θερμοκρασία εἰς ^{0}C	Κρίσιμος πίεσις εἰς kgr*/cm^2	Σῶμα	Κρίσιμος θερμοκρασία εἰς ^{0}C	Κρίσιμος πίεσις εἰς kgr*/cm^2
Ἥλιον	— 268	2,3	Διοξ. ἄνθρακος	+ 31	75
Ὑδρογόνον . .	— 240	13	Ἀμμωνία . . .	+ 132	119
Ἄζωτον . .	— 147	35	Αἰθὴρ	+ 194	38
Ἀὴρ	— 141	38	Οἰνόπνευμα . .	+ 243	63
Ὀξυγόνον . .	— 119	51	Ὕδωρ	+ 374	226

298*. Χαμηλαὶ θερμοκρασίαι. Διὰ τὴν παραγωγὴν χαμηλῶν θερμοκρασιῶν ἐφαρμόζονται διάφοροι μέθοδοι. Οὕτω, ὡς ἤδη ἐγνωρίσαμεν (βλ. § 284), διὰ τῶν ψυκτικῶν μιγμάτων ἐπιτυγχάνομεν χαμηλὰς θερμοκρασίας, ὡς καὶ δι' ἐξαερώσεως (βλ. § 287), ἄμεσος δὲ ἐφαρμογὴ τῶν μεθόδων τούτων εἶναι αἱ *ψυκτικαὶ μηχαναὶ δι' ἀμμωνίας,* ὡς θὰ ἀναπτύξωμεν εἰς τὸ κεφάλαιον τῶν Μηχανῶν (βλ. § 321).

Ἕτερος τρόπος παραγωγῆς ψύχους εἶναι ὁ δι' ***ἐκτονώσεως τῶν ἀερίων.*** Εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ ἀπότομος συμπίεσις ἀερίου τινὸς ἐπιφέρει ὕψωσιν τῆς θερμοκρασίας αὐτοῦ. Ἀντιστρόφως, ἡ απότομος διαστολὴ τοῦ συμπιεσθέντος ἀερίου, δηλαδὴ ἡ αὔξησις τοῦ ὄγκου αὐτοῦ, (καλουμένη ***ἐκτόνωσις***) προκαλεῖ ψῦξιν. Ἡ ἐκτόνωσις ἀερίου προκαλεῖ ψῦξιν, ὅταν τοῦτο παράγῃ συγχρόνως ἔργον, π.χ. ὅταν ἐκρέῃ εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν ἢ κινῇ τὸ ἔμβολον μηχανῆς. Ἡ ἀπαιτουμένη διὰ τὴν παραγωγὴν τοῦ ἔργου θερμότης ἀφαιρεῖται ἀπ' αὐτοῦ τοῦ ἀερίου, τὸ ὁποῖον τοιουτοτρόπως ψύχεται. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζεται ἡ *μηχανὴ Linde (Λίντε)* διὰ τὴν ὑγροποίησιν τοῦ ἀέρος, ὡς θὰ περιγράψωμεν αὐτὴν εἰς τὸ κεφάλαιον τῶν Μηχανῶν (βλ. § 323).

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ τελικὴ θερμοκρασία κατὰ τὴν ἀνάμιξιν 150 gr πάγου 0^0 C πρὸς 300 gr ὕδατος 50^0 C. (Θερμότης τήξεως πάγου 80 cal/gr.)

2. Ποία ποσότης πάγου — 15^0 C τήκεται ὑπὸ 1 kgr ὕδατος θερμοκρασίας 50^0 C. (Εἰδ. θερμότης πάγου 0,58 $cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$, θερμότης τήξεως πάγου 79,7 cal/gr.)

3. Θερμιδόμετρον ἀργιλίου μάζης 80 gr περιέχει 300 gr ὕδατος $18{,}6^0$ C. Ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου ρίπτομεν τεμάχιον πάγου 0^0 C καὶ μάζης 12,5 gr καὶ ὅταν τελικῶς τακῇ ὅλος ὁ πάγος, ἡ τελικὴ θερμοκρασία εἶναι 15^0 C. Πόση ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου. (Εἰδ. θερμότης ἀργιλίου 0,214 $cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$.)

4. Εἰς θερμιδόμετρον πάγου τήκονται 0,72 gr πάγου, ὅταν ἐντὸς αὐτοῦ εἰσαχθῇ τεμάχιον ψευδαργύρου μάζης 6,33 gr καὶ θερμοκρασίας $98{,}5^0$ C. Πόση ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ψευδαργύρου. (Θερμότης τήξεως τοῦ πάγου 79,7 cal/gr.)

5. Ποσότης 5 cm^3 ὑδραργύρου 20^0 C εὑρίσκεται εἰς περιβάλλον σταθερᾶς θερμοκρασίας — 39^0 C. Πόσην θερμότητα ἀποδίδει ὁ ὑδράργυρος μέχρι στερεοποιήσεώς του. (Πυκνότης ὑδραργύρου 13,55 gr/cm^3, εἰδ. θερμότης ὑδραργύρου 0,033 $cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$, θερμότης τήξεως ὑδραργύρου 2,7 cal/gr.)

6. Ποῖον ποσὸν θερμότητος ἀποδίδεται ὑπὸ 20 gr ἀτμοῦ θερμοκρασίας 100^0 C, ὅταν ὑγροποιῆται καὶ ψύχεται μέχρι 20^0 C. (Θερμότης ἐξαερώσεως ὕδατος εἰς 100^0 C 540 cal/gr.)

7. Ποῖον ποσὸν θερμότητος ἀπαιτεῖται διὰ τὴν μετατροπὴν 50 gr πάγου θερμοκρασίας — 10^0 C εἰς ἀτμὸν θερμοκρασίας 120^0 C. (Εἰδ. θερμότης πάγου 0,5 $cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$, ἀτμοῦ 0,5 $cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$, θερμότης τήξεως πάγου 80 cal/gr, θερμότης ἐξαερώσεως ὕδατος εἰς 100^0 C 540 cal/gr.)

8. Νὰ καθορισθῇ τὸ τελικὸν ἀποτέλεσμα, ὅταν 200 gr ὕδατος 0^0 C καὶ 20 gr πάγου 0^0 C εὑρίσκωνται ἐντὸς θερμιδομέτρου θερμοχωρητικότητος 30 gr, ὅταν διὰ τοῦ συστήματος διαβιβάζωνται 10 gr ἀτμοῦ θερμοκρασίας 100^0 C. (Θερμότης τήξεως πάγου 80 cal/gr, θερμότης ἐξαερώσεως ὕδατος 100^0 C 540 cal/gr.)

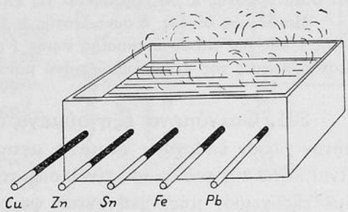
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Κ'

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

Ἡ διάδοσις τῆς θερμότητος ἀπὸ σώματος εἰς σῶμα γίνεται γενικῶς κατὰ τρεῖς τρόπους, ἤτοι δι' ***ἀγωγῆς***, διὰ ***μεταφορᾶς*** καὶ δι' ***ἀκτινοβολίας***.

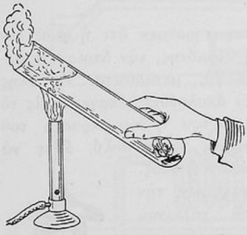
299. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ἐὰν κρατοῦντες διὰ τῆς χειρὸς ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἄκρου ἐπιμήκη μεταλλικὴν ράβδον, π.χ. ἐκ χαλκοῦ, θέσωμεν τὸ ἕτερον ἄκρον αὐτῆς ἐντὸς φλογός, μετὰ παρέλευσιν μικροῦ χρονικοῦ διαστήματος τὸ διὰ τῆς χειρὸς κρατούμενον ἄλλο ἄκρον τῆς ράβδου καθίσταται τόσον θερμόν, ὥστε νὰ μὴ δυνάμεθα πλέον νὰ τὸ κρατῶμεν. Τὸν τρόπον τοῦτον τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος ἀπὸ σημείου εἰς σημεῖον τοῦ στερεοῦ σώματος καλοῦμεν ***δι' ἀγωγῆς.***

Τὰ ὑλικὰ σώματα τὰ ὁποῖα ἄγουν εὐκόλως τὴν θερμότητα καλοῦνται ***καλοὶ ἀγωγοὶ*** τῆς θερμότητος ἢ *εὐθερμαγωγὰ σώματα*, ὅσα δὲ ἄγουν δυσκόλως τὴν θερμότητα καλοῦνται ***κακοὶ ἀγωγοὶ*** τῆς θερμότητος ἢ *δυσθερμαγωγὰ σώματα*. Καλοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος εἶναι γενικῶς τὰ μέταλλα, ἐνῷ κακοὶ ἀγωγοὶ εἶναι τὰ ξύλα, ἡ ὕαλος, αἱ ρητῖναι, ὁ φελλός, ὁ ἀμίαντος, τὰ ἀέρια κλπ.



Σχ. 445. *Συσκευὴ διὰ τὴν σύγκρισιν τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τῶν μετάλλων.*

Τὴν συμπεριφορὰν τῶν στερεῶν σωμάτων, ἀπὸ ἀπόψεως διαδόσεως τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς, δυνάμεθα νὰ δείξωμεν διὰ τῆς ἐν σχήματι 445 εἰκονιζομένης διατάξεως. Ἐπὶ δοχείου πλήρους ὕδατος προσαρμόζονται ράβδοι ἐκ διαφόρων μετάλλων τῶν αὐτῶν διαστάσεων (ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιά : ἐκ χαλκοῦ, ψευδαργύρου, κασσιτέρου, σιδήρου, μολύβδου), αἱ ὁποῖαι καθ' ὅλον τὸ μῆκος αὐτῶν περικαλύπτονται ὑπὸ στρώματος θερμοσκοπικῆς οὐσίας, μεταβαλλούσης τὸ χρῶμα αὐτῆς διὰ θερμάνσεως ἀπὸ ἐρυθροῦ, εἰς 80° C, εἰς καστανόχρουν. Ἐὰν ἤδη θερμάνωμεν τὸ ὕδωρ μέχρι βρασμοῦ, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἐκ χαλκοῦ ράβδος ὑφίσταται μεταβολὴν χρώματος πολὺ ταχύτερον ἢ αἱ ἄλλαι ράβδοι, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα ὑπὸ τῶν σκιερῶν στηλῶν.



Σχ. 446. *Ἀπόδειξις τῆς μικρᾶς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τοῦ ὕδατος.*

Τὰ ὑγρὰ παρουσιάζουν ἐπίσης θερμικὴν ἀγωγιμότητα, ἀλλὰ εἰς λίαν μικρὸν βαθμόν. Οὕτω, ἐὰν εἰς δοκιμαστικὸν σωλῆνα (σχ. 446) περιέχοντα ὕδωρ, εἰσαγάγωμεν τεμάχιον πάγου ἑρματισμένον διὰ μολύβδου, εἰς τρόπον ὥστε ὁ πάγος νὰ φέρεται εἰς τὸν πυθμένα τοῦ σωλῆνος, δυνάμεθα νὰ θερμάνωμεν τὸν σωλῆνα εἰς τὴν ἄνω περιοχὴν αὐτοῦ μέχρι βρασμοῦ τοῦ ὕδατος, χωρὶς ὁ ὑποκείμενος πάγος νὰ τακῇ. Ἐκ τῶν ὑγρῶν ὁ ὑδράργυρος, ὁ ὁποῖος εἶναι ὡς γνωστὸν μέταλλον, εἶναι καλὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος.

Τὰ ἀέρια ἐπίσης δεικνύουν πολὺ μικρὰν θερμικὴν ἀγωγιμότητα, εἰς τοῦτο δὲ ὀφείλεται ἡ *σφαιροειδὴς κατάστασις* τῶν ὑγρῶν, καθ' ἣν σταγόνες ὕδατος, ὅταν ρίπτωνται ἐπὶ λίαν θερμῆς πλακός, διατηροῦνται ἐπὶ ἀρκετὸν χρόνον.

300. Συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος. Ἐκ τῆς σπουδῆς τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τῶν στερεῶν κατεδείχθη, ὅτι τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ τῆς ἐγκαρσίας τομῆς τοῦ σώματος, κατὰ μῆκος τοῦ ὁποίου αὕτη διαδίδεται εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου ἤ, ἄλλως, ἡ ταχύτης ἀγωγῆς τῆς θερμότητος εἶναι : α) *Ἀνάλογος τῆς ἐπιφανείας τῆς τομῆς καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τῆς θερμότητος.* β) *Ἀνάλογος τῆς πτώσεως τῆς θερμοκρασίας ἀνὰ μονάδα μήκους.*

Οὕτω, ἐὰν διὰ Q καλέσωμεν τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ σώματος ὁμοιομόρφου ἐγκαρσίας τομῆς S (cm^2) εἰς χρόνον t (sec) καί, ἐὰν ὑποθέσωμεν, ὅτι μεταξὺ τῶν δύο ἄκρων ἐγκαρσίων τομῶν τοῦ σώματος, ἀπεχουσῶν κατὰ l (cm), ὑπάρχει διαφορὰ θερμοκρασίας ἀπὸ τὸ θερμότερον πρὸς τὸ ψυχρότερον $\theta_1 - \theta_2$, θὰ εἶναι :

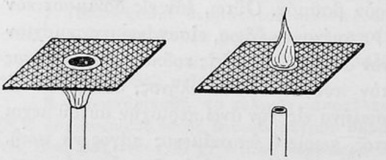
$$Q = k \cdot \frac{\theta_1 - \theta_2}{l} \cdot S \cdot t$$

ὅπου k παριστᾷ σταθερὸν συντελεστήν, ὁ ὁποῖος καλεῖται ***συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος***, ἀποτελεῖ δὲ χαρακτηριστικὴν σταθερὰν τῶν σωμάτων. Ἐκ τῆς ἄνω σχέσεως προκύπτει εὐκόλως, ὅτι ὁ συντελεστὴς k θὰ ἐκφράζεται εἰς $cal \cdot grad^{-1} \cdot cm^{-1} \cdot sec^{-1}$.

Μὲ ἄλλους λόγους, ὁ συντελεστὴς k ἐκφράζει τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον διέρχεται ἐντὸς 1 sec διὰ μέσου ἐγκαρσίας τομῆς 1 cm^2, καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν ροῆς τῆς θερμότητος, ὅταν ἡ πτῶσις τῆς θερμοκρασίας ἀνὰ μονάδα μήκους ἰσοῦται πρὸς 1 grad.

301. Φαινόμενα ἐξηγούμενα διὰ τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος. Ἐὰν εἰς τὸν αὐτὸν χῶρον ὑπάρχουν σώματα μεταλλικὰ καὶ ἐκ ξύλου, ἡ δὲ θερμακρασία τοῦ χώρου εἶναι κάτω τῆς τοῦ ἀνθρωπίνου σώματος, τὰ μεταλλικὰ ἀντικείμενα, ὅταν ἐγγίζωμεν αὐτὰ διὰ τῆς χειρός μας, φαίνονται ψυχρότερα τῶν ξυλίνων. Τοῦτο συμβαίνει, διότι τὰ μέταλλα, ὡς καλοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος, διαχέουν τὴν θερμότητα, τὴν ὁποίαν προσλαμβάνουν ἐκ τῆς χειρός μας καθ' ὅλην τὴν ἐπιφάνειαν αὐτῶν, ἐνῷ εἰς τὰ ἐκ ξύλου, τὸ ὁποῖον εἶναι κακὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος, ἡ θερμότης ἐντοπίζεται εἰς τὴν περιοχὴν ἐπαφῆς τῆς χειρός μας, οὕτω δὲ ἀποφαινόμεθα, ὅτι τὸ ξύλινον σῶμα εἶναι θερμότερον τοῦ μεταλλικοῦ. Διὰ τὸν αὐτὸν λόγον, μεταλλικὸν ἀντικείμενον θερμὸν προκαλεῖ εἰς ἡμᾶς ἐντονώτερον αἴσθημα ἢ ξύλινον.

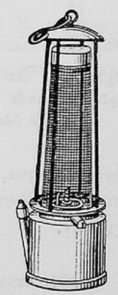
Ἐὰν ἄνωθεν φλογὸς φέρωμεν χάλκινον πλέγμα (σχ. 447), παρατηροῦμεν ὅτι ἡ φλὸξ δὲν διαπερᾷ τοῦτο, διότι λόγῳ τῆς ἀγωγιμότητος τοῦ πλέγματος ὅλη ἡ θερμότης, τὴν ὁποίαν προσλαμβάνει ἐκ τῆς φλογός, μεταδίδεται ἐφ' ὅλης τῆς μάζης αὐτοῦ καὶ ἀκολούθως ἀπάγεται εἰς τὸ περιβάλλον. Ὡς ἐκ τούτου ἡ θερμοκρασία τοῦ πλέγματος δὲν ἀνέρχεται τόσον πολύ, ὥστε νὰ συνεχισθῇ ἄνωθεν αὐτοῦ ἡ φλόξ.



Σχ. 447. Λόγῳ τῆς παρενθέσεως τοῦ πλέγματος ἡ θερμότης τοῦ ἀνημμένου μέρους τῆς φλογὸς ἀπάγεται πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις· οὕτω τὸ ὑπόλοιπον μέρος τῆς φλογὸς δὲν ἀνάπτει.

Ἐὰν τουναντίον ἀνάψωμεν τὴν φλόγα ἄνωθεν τοῦ χαλκίνου πλέγματος, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ φλὸξ καίει μὲν ἄνωθεν τοῦ πλέγματος, ἀλλὰ δὲν διέρχεται πρὸς τὴν κάτω αὐτοῦ πλευράν. Τοῦτο πάλιν ὀφείλεται εἰς τὴν μεγάλην ἀγωγιμότητα τοῦ πλέγματος, τὸ ὁποῖον ἀπάγει τὴν θερμότητα τῆς φλογός, ὥστε ἡ θερμοκρασία τῶν ἀερίων, τὰ ὁποῖα εἶναι κακοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος, δὲν δύναται νὰ ἀνέλθῃ τόσον ὥστε νὰ ἀναφλεγοῦν.

Ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω ἀρχῆς στηρίζεται ἡ λειτουργία τῆς *λυχνίας Davy (Ντέβυ)* (σχ. 448), ἡ χρησιμοποιουμένη εἰς τὰ ἀνθρακωρυχεῖα πρὸς προφύλαξιν ἀπὸ ἐκρήξεων ἐκ τοῦ ἀναφλεξίμου ἀερίου μεθανίου. Αὕτη ἀποτελεῖται ἐκ θρυαλλίδος περιβαλλομένης ὑπὸ χαλκίνου κυλινδρικοῦ πλέγματος. Ἐὰν ὑπάρχῃ εἰς τὴν περιοχὴν τῆς λυχνίας ἀναφλέξιμον ἀέριον, τοῦτο εἰσχωρεῖ διὰ τοῦ πλέγματος εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τῆς λυχνίας, ὅπου ἀναφλέγεται, χωρὶς ὅμως ἡ ἀνάφλεξις νὰ μεταδίδεται καὶ εἰς τὸν ἔξω χῶρον. Ἐλλείψει δὲ ἐπαρκοῦς ὀξυγόνου, σβέννυται, ἐνῷ ταυτοχρόνως παράγεται μικρὸς κρότος προειδοποιητικὸς τῆς παρουσίας ἐπικινδύνων ἀερίων, οὕτω δὲ οἱ ἐργάται προειδοποιοῦνται καὶ ἀπομακρυνόμενοι διαφεύγουν τὸν κίνδυνον.

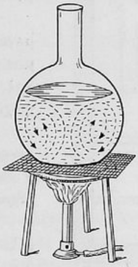


Σχ. 448. Λύχνος Davy.

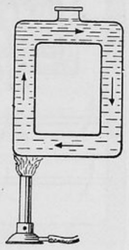
302. Διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς. Ὁ τρόπος οὗτος τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος παρατηρεῖται εἰς τὰ ὑ γ ρ ὰ καὶ τὰ ἀ έ ρ ι α. Ὅταν θερμαίνωμεν ὑγρὸν ἢ ἀέριον, τότε, λόγῳ τῆς ἀναπτύξεως διαφορᾶς θερμοκρασίας μεταξὺ τῶν διαφόρων μερῶν αὐτοῦ, προκύπτουν μεταβολαὶ πυκνότητος, εἰς δὲ τὰ ἀέρια μεταβολαὶ πιέσεως, αἱ ὁποῖαι πάλιν ἔχουν ὡς ἐπακόλουθον μεταβολὰς πυκνότητος, οὕτω δὲ ἡ ἰσορροπία καταστρέφεται.

Ἕνεκα ὅθεν τοῦ ἀνωτέρω λόγου λαμβάνει χώραν μετατόπισις μάζης τοῦ ὑγροῦ ἢ ἀερίου, ἤτοι ροὴ τοῦ ρευστοῦ, ἡ ὁποία ἐπιδιώκει τὴν ἐξίσωσιν τῶν θερμοκρασιῶν. Ὁ τρόπος οὗτος τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος καλεῖται ***διάδοσις διὰ μεταφορᾶς.***

Οὕτω, ἐὰν εἰς φιάλην θέσωμεν ὕδωρ καὶ ἐντὸς αὐτοῦ διασκορπίσωμεν πριονίδια ξύλου, ἀκολούθως δὲ θερμάνωμεν κάτωθεν τὸ ὕδωρ, τότε παρατηροῦμεν τὴν κίνησιν τοῦ ὕδατος διὰ παρακολουθήσεως τῆς κινήσεως τῶν πριονιδίων (σχ. 449). Ἐπίσης τὴν ὡς ἄνω κίνησιν τοῦ ὕδατος δυνάμεθα νὰ δείξωμεν καὶ διὰ τῆς ἐν σχήματι 450 συσκευῆς.

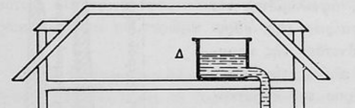


Σχ. 449. Ροὴ ὕδατος ἐντὸς φιάλης λόγῳ μεταφορᾶς.



Σχ. 450. Ἡ ροὴ τοῦ ὕδατος γίνεται κατὰ τὴν φορὰν τῶν βελῶν.

Ἐφαρμογαί. Σπουδαιοτάτην ἐφαρμογὴν τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς συναντῶμεν εἰς τὰς *κ ε ν τ ρ ι κ ὰ ς θ ε ρ μ ά ν σ ε ι ς* (καλοριφέρ), ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 451. Εἰς Θ τοποθετεῖται ὁ θερμαντὴρ μετὰ τοῦ λέβητος. Διὰ θερμάνσεως τοῦ ὕδατος δημιουργεῖται, λόγῳ τοῦ φαινομένου τῆς μεταφορᾶς, ροὴ θερμοῦ ὕδατος μέσῳ τοῦ πρὸς τ' ἀριστερὰ πλευρικοῦ σωλῆνος πρὸς τὰ ἄνω, τὸ ὁποῖον ὕδωρ εἰσχωρεῖ διὰ τῶν ἐπὶ τούτῳ σωλήνων εἰσαγωγῆς εἰς τὰ θερμαντικὰ σώματα (Σ) τῶν διαφόρων διαμερισμάτων, ἀπὸ τῶν ὁποίων, διὰ τῶν ἐπὶ τούτῳ σωλήνων ἐξαγωγῆς καὶ τοῦ πρὸς τὰ δεξιὰ πλευρικοῦ σωλῆνος, ἐπανέρχεται εἰς τὸν λέβητα. Εἰς Δ ὑπάρχει μικρὰ δεξαμενὴ μὲ ὕδωρ χρησιμεύουσα ὡς ἐξαερωτὴς καὶ διὰ τὴν διαστολὴν τοῦ θερμαινομένου ὕδατος.

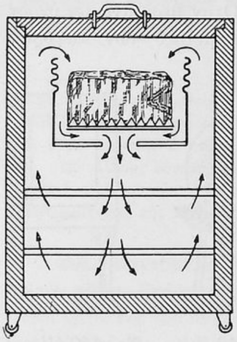


Σχ. 451. Παραστατικὴ διάταξις κεντρικῆς θερμάνσεως οἰκοδομῆς.

Ἡ διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς εὑρίσκει ἐπίσης ἐφαρμογὴν εἰς τὸ ψυκτικὸν σύστημα τῶν κινητήρων τῶν χρησιμοποιουμένων εἰς τ' αὐτοκίνητα.

Ἐπίσης εἰς τὰ ἀέρια ἡ θερμότης διαδίδεται διὰ μεταφορᾶς. Τοιαῦται δὲ μετατοπίσεις τῶν ἀερίων μαζῶν ἔχουν μεγίστην σημασίαν εἰς τὴν Μετεωρολογίαν (ἄνεμοι, θαλάσσια ρεύματα).

Εἰς τὴν παραγωγὴν ρευμάτων μεταφορᾶς ἀέρος ὀφείλεται ἡ λειτουργία τῶν συνήθων ***ψυγείων διὰ πάγου*** (σχ. 452). Εἰς τὸ ἀνώτατον μέρος τοῦ ψυγείου εὑρίσκεται ἡ ἀποθήκη τοῦ πάγου, θερμὸς δὲ ἀὴρ εἰσχωρεῖ εἰς αὐτὴν καὶ ἐξέρχεται κατεψυγμένος διὰ τῆς κάτωθεν ὑπαρχούσης ὀπῆς, ἐξακολουθεῖ δὲ νὰ κατέρχεται πρὸς τὰ κάτω εἰς τὰ διάφορα διαμερίσματα τοῦ ψυγείου, ὁπόθεν, θερμαινόμενος λόγῳ τῆς ἐπαφῆς αὐτοῦ πρὸς τὰ θερμὰ ἀντικείμενα τὰ εὑρισκόμενα ἐντὸς τοῦ ψυγείου, ἀνέρχεται ἐκ τῶν πλευρῶν πρὸς τὰ ἄνω καὶ εἰσχωρεῖ ἐκ νέου εἰς τὴν ἀποθήκην πάγου, ὅπου ψύχεται ἐκ νέου, καὶ τὸ φαινόμενον ἐπαναλαμβάνεται τὸ αὐτό.



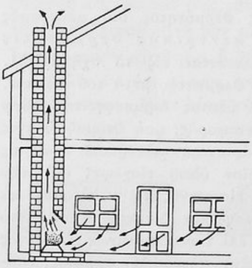
Σχ. 452. Κυκλοφορία ἀέρος ἐντὸς ψυγείου διὰ πάγου.

Εἰς τὸ αὐτὸ φαινόμενον ὀφείλεται καὶ ὁ ἐξαερισμὸς μεγάλων χώρων, διότι ὁ ἀὴρ ὁ ἐκπνεόμενος ὑπὸ τῶν πνευμόνων μας εἶναι θερμός, καὶ ὡς ἐκ τούτου ἀνέρχεται πρὸς τὴν ὀροφὴν καὶ ἐξέρχεται ἐκ τοῦ ἀνοικτοῦ πρὸς τὴν ὀροφὴν παραθύρου, ἐνῷ ψυχρὸς ἀὴρ εἰσχωρεῖ διὰ τοῦ κάτω παραθύρου.

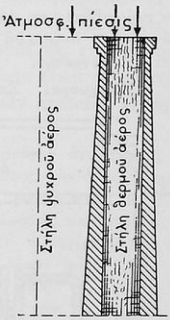
Εἰς περίπτωσιν πολυσυχνάστων χώρων, ὡς π.χ. εἰς θέατρα, κινηματογράφους κλπ., ἐφαρμόζεται ὁ τεχνητὸς ἀερισμός, ὁπότε ὁ καθαρὸς ἀὴρ εἰσάγεται εἰς τὸ οἴκημα διὰ καταλλήλων φυσητήρων, θερμὸς τὸν χειμῶνα καὶ ψυχρὸς κατὰ τὸ θέρος.

Ἐπίσης εἰς τὴν γένεσιν ρεύματος διὰ μεταφορᾶς ἀέρος στηρίζεται ἡ χρησιμοποίησις εἰς τὰς θερμάστρας τῶν ἀπαγωγῶν, διὰ τῶν ὁποίων ὄχι μόνον δημιουργεῖται ἔντονον ρεῦμα ἀέρος, ἀλλὰ καὶ ἀπάγονται τὰ καυσαέρια τὰ προερχόμενα ἐκ τῆς καύσεως τοῦ ὑλικοῦ (σχ. 453).

Ἐπίσης εἰς τὰ ἐργοστάσια διὰ τὸν αὐτὸν λόγον χρησιμοποιοῦνται καπνοδόχοι μεγάλου ὕψους (σχ. 454). Εἰς τὴν βάσιν καὶ ἐντὸς τῆς καπνοδόχου — ἐὰν θεωρήσωμεν αὐτὴν ὡς στήλην θερμοῦ ἀέρος — ἔχομεν εἰς τὸ ἐσωτερικόν της πίεσιν, ὀφειλομένην εἰς τὸ βάρος τῆς ἀτμοσφαίρας τῆς εὑρισκομένης ἔξωθεν καὶ ἄνωθεν τῆς κορυφῆς τῆς καπνοδόχου, πλέον τὸ βάρος τῆς στήλης θερμοῦ ἀέρος τοῦ εὑρισκομένου ἐντός, ἐνῷ ἔξωθεν καὶ εἰς τὸν πυθμένα ἔχομεν πίεσιν ὀφειλομένην εἰς τὸ βάρος τῆς ἀτμοσφαίρας ἐπὶ τῆς κορυφῆς τῆς καπνοδόχου, πλέον τὸ βάρος τῆς ἐξωτερικῆς στήλης τοῦ ψυχροῦ ἀέρος. Ἡ τελευταία ὅμως στήλη τοῦ ψυχροῦ ἀέρος ἔχει βάρος μεγαλύτερον τῆς ἀντιστοίχου στήλης θερμοῦ ἀέρος ἐντὸς τῆς καπνοδόχου, οὕτω δὲ ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις εἰς τὴν βάσιν τῆς καπνοδόχου εἶναι μεγαλυτέρα ἢ εἰς τὸ ἐσωτερικὸν αὐτῆς καὶ οὕτω εἰσχωρεῖ ἔξωθεν ψυχρὸς ἀήρ.



Σχ. 453. Καπνοδόχος οἰκίας πρὸς δημιουργίαν ρεύματος.



Σχ. 454. Καπνοδόχος ἐργοστασίου πρὸς δημιουργίαν ρεύματος.

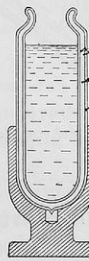
303. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας.

Ἐκ πείρας γνωρίζομεν, ὅτι δυνάμεθα νὰ θερμάνωμεν τὰς χεῖράς μας κρατοῦντες αὐτὰς πρὸ λειτουργούσης θερμάστρας, μολονότι ὁ πέριξ ἀὴρ εἶναι ψυχρός.

Εἰς τὴν κατὰ τὸν τρόπον τοῦτον διάδοσιν τῆς θερμότητος εἶναι δυνατὸν νὰ μὴ συμμετέχῃ ἡ ὕλη. Πράγματι, ἐὰν χρησιμοποιήσωμεν λυχνίαν πυρακτώσεως ὑψηλοῦ κενοῦ, ὡς εἶναι ὁ συνήθης ἠλεκτρικὸς λαμπτὴρ φωτισμοῦ, καὶ πυρακτώσωμεν τὸ νῆμά της, βλέπομεν ὅτι αἰσθανόμεθα τὴν θερμικὴν ἀκτινοβολίαν τοῦ νήματος. Ὡς ἐκ τούτου, κατὰ τὴν διάδοσιν τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας, αὕτη μεταβιβάζεται ἀπὸ σώματος εἰς σῶμα, χωρὶς εἰς τὴν μετάδοσιν αὐτὴν νὰ συμμετέχῃ ὑλικὸν σῶμα. Οὕτω δι' ἀκτινοβολίας διαδίδεται ἡ ἡλιακὴ θερμότης μέχρι τῆς Γῆς, ἀφοῦ διέλθῃ διὰ τοῦ *κενοῦ* χώρου. Ἡ δι' ἀκτινοβολίας προσλαμβανομένη ἢ ἀποδιδομένη ὑπὸ τῶν σωμάτων θερμότης καλεῖται ***ἀκτινοβόλος θερμότης.***

304*. **Ἀπορρόφησις τῆς ἀκτινοβολίας.** Τὰ διάφορα σώματα συμπεριφέρονται διαφοροτρόπως ὡς πρὸς τὴν ἀκτινοβόλον θερμότητα. Οὕτω, ἄλλα μὲν διαπερῶνται ὑπ' αὐτῆς καὶ καλοῦνται ***θερμοπερατά***, ἐνῷ ἄλλα, εἰς ἐλάχιστον μόνον βαθμὸν διαπερώμενα, καλοῦνται ***μὴ θερμοπερατά***. Ἐξ ἄλλου, ἡ ποσότης τῆς ἀπορροφωμένης ὑπὸ τῶν σωμάτων ἀκτινοβόλου θερμότητος ἐξαρτᾶται ἐν μεγάλῳ βαθμῷ ἐκ τῆς φύσεως τῆς ἐπιφανείας τοῦ σώματος. Οὕτω, σώματα παρουσιάζοντα τραχεῖαν καὶ σκοτεινοῦ χρώματος ἐπιφάνειαν ἀπορροφοῦν περισσοτέραν ἀκτινοβόλον θερμότητα καὶ ἑπομένως θερμαίνονται περισσότερον ἢ τὰ σώματα τὰ ἔχοντα λείαν καὶ ἀνοικτοῦ χρώματος ἐπιφάνειαν.

Εἰς τὰς ἀνωτέρω ἰδιότητας τῆς ἀκτινοβόλου θερμότητος ὀφείλεται καὶ τὸ γεγονός, ὅτι ἔνδυμα σκοτεινοῦ χρώματος φαίνεται λίαν θερμόν, ὅταν ἐκτίθεται εἰς τὰς ἡλιακὰς ἀκτῖνας. Ἐξ ἄλλου σώματα, τὰ ὁποῖα ἀπορροφοῦν καλῶς τὴν προσπίπτουσαν ἐπ' αὐτῶν θερμότητα, ἀκτινοβολοῦν καλῶς τὴν θερμότητα ὅταν ταῦτα θερμαίνωνται, ἐνῷ σώματα, τὰ ὁποῖα ἀκτινοβολοῦν κακῶς τὴν θερμότητα, ἀπορροφοῦν ἐπίσης κακῶς αὐτήν. Διὰ τὸν λόγον τοῦτον κατὰ τὸ θέρος χρησιμοποιοῦνται λευκὰ ἐνδύματα καὶ γενικῶς ἀνοικτόχρωμα, διὰ νὰ μὴ ἀπορροφοῦν τὴν ἐπ' αὐτῶν προσπίπτουσαν ἀκτινοβολίαν. Ὡς ἐπίσης καὶ τὰ ἠλεκτρικὰ ψυγεῖα ἔχουν λευκὸν χρῶμα διὰ τὸν ὡς ἄνω λόγον. Ἐκ τούτου ἐπίσης ἐξηγεῖται διὰ ποῖον λόγον θερμάστρα κατεσκευασμένη ἀπὸ λαμπρῶς ἐστιλβωμένον μέταλλον ἀκτινοβολεῖ, εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, πολὺ ὀλιγώτερον ποσὸν θερμότητος ἀπὸ θερμάστραν κατασκευασθεῖσαν ἀπὸ μέλαν τραχὺ μέταλλον. Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου αἱ θερμάστραι κατασκευάζονται ἀπὸ τραχὺν χυτοσίδηρον καὶ χρωματίζονται μὲ στρῶμα αἰθάλης.



Σχ. 455. Θερμοφόρον. (Δοχεῖον Dewar).

305*. Θερμοφόρα δοχεῖα (**Thermos**) ἢ δοχεῖα **Dewar** (Ντγιούαρ). Ταῦτα ἀποτελοῦνται ἐξ ὑαλίνων δοχείων μὲ διπλᾶ τοιχώματα, μεταξὺ τῶν ὁποίων ὅμως ἔχει ἀφαιρεθῆ ὁ ἀὴρ (σχ. 455). Ἐπειδὴ τὸ κενὸν εἶναι κακὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος, δεδομένου ὅτι δὲν ὑπάρχουν ἀέρια μόρια πρὸς ἀπαγωγὴν θερμότητος δι' ἀγωγῆς, ἐπίσης δὲ καὶ ἡ ὕαλος, δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ προκληθῇ ἀπώλεια θερμότητος ἐξ ἀγωγιμότητος.

Ἐπίσης, λόγῳ τοῦ κενοῦ τοῦ ὑπάρχοντος μεταξὺ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ παραχθῇ ἀπώλεια λόγῳ μεταφορᾶς θερμότητος, τέλος δὲ δι' ἐπαργυρώσεως τῶν δοχείων παρεμποδίζομεν νὰ εἰσχωρήσῃ ἐκ τῶν ἔξω θερμότης. Ἐξ ἄλλου καὶ ἡ ἐστιλβωμένη ὕαλος δὲν μεταδίδει πολὺ ταχέως ἐξ ἀκτινοβολίας θερμότητα πρὸς τὰ ἔξω. Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου, ἐὰν ἐντὸς τοιούτου δοχείου εἰσαγάγωμεν θερμὸν ἢ ψυχρὸν σῶμα, τοῦτο θὰ διατηρήσῃ τὴν θερμοκρασίαν του, χωρὶς αὐτὴ νὰ ἐπηρεάζεται ἐκ τῶν ἐξωτερικῶν συνθηκῶν.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Σιδηρᾶ πλὰξ 2 cm πάχους ἔχει ἐγκαρσίαν τομὴν 5 000 cm^2. Ἡ μία πλευρὰ εὑρίσκεται ὑπὸ θερμοκρασίαν 150^0 C καὶ ἡ ἄλλη 140^0 C. Ποία ποσότης θερμότητος μεταβιβάζεται εἰς 1 sec. ($k = 0{,}115$ $cal \cdot grad^{-1} \cdot cm^{-1} \cdot sec^{-1}$.)

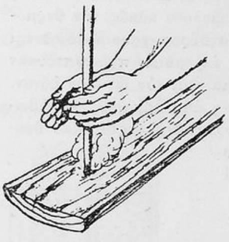
2. Πλὰξ νικελίου πάχους 0,4 cm ἔχει μεταξὺ τῶν δύο πλευρῶν αὐτῆς διαφορὰν θερμοκρασίας 32^0 C καὶ μεταβιβάζει 200 kcal καθ' ὥραν διὰ μέσου ἐμβαδοῦ 5 cm^2. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ συντελεστὴς τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΚΑ΄

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΚ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

306. Προεισαγωγικαὶ γνώσεις. Ἡ ***Θερμοδυναμικὴ*** ἀποτελεῖ τὸν κλάδον ἐκεῖνον τῆς Φυσικῆς, ὁ ὁποῖος ἀσχολεῖται εἰδικώτερον εἰς τὴν σπουδὴν τῆς μετατροπῆς τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον ὡς καὶ τῆς μετατροπῆς τοῦ μηχανικοῦ ἔργου εἰς θερμότητα.

Μέχρι τῶν ἀρχῶν τοῦ 19ου αἰῶνος ἐπεκράτει ἡ ἀντίληψις ὅτι ἡ θερμότης ἀποτελεῖ οὐσίαν καὶ μάλιστα ρευστὸν (*φλογιστόν*), ἄνευ βάρους καὶ ἄφθαρτον. Ἡ ἀντίληψις ὅμως αὕτη ἐθεωρήθη ὅτι δὲν εὐσταθεῖ, διότι ἐπὶ τῇ βάσει αὐτῆς ἦτο ἀδύνατον νὰ ἐξηγηθῇ τὸ λίαν σύνηθες καὶ ἁπλοῦν φαινόμενον τῆς παραγωγῆς θερμότητος διὰ τριβῆς, τὸ ὁποῖον συναντῶμεν εἰς κάθε βῆμα τῆς καθημερινῆς ζωῆς μας. Πράγματι, κατὰ τὴν ἐποχὴν τοῦ χειμῶνος ἀσυναισθήτως τρίβομεν τὰς χεῖράς μας, διότι ἐξ ἐνστίκτου ἀλλὰ καὶ ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι αἱ χεῖρες ἡμῶν θερμαίνονται. Ἐξ ἄλλου, τὸ φαινόμενον τῆς ἀναπτύξεως θερμότητος διὰ τριβῆς ἦτο ἀπὸ ἀρχαιοτάτων χρόνων γνωστὸν εἰς τοὺς προγόνους ἡμῶν (σχ. 456).



Σχ. 456. Ἀνάφλεξις ξηροῦ ξύλου διὰ τριβῆς.

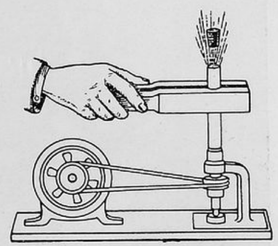
Μολονότι πολλοὶ διαπρεπεῖς ἐρευνηταὶ εἶχον διαισθανθῆ καὶ ὑποστηρίξει, ὁρμώμενοι πάντοτε ἐκ τοῦ φαινομένου τῆς παραγωγῆς θερμότητος ἐκ τριβῆς, ὅτι ἡ θερμότης πρέπει νὰ θεωρηθῇ ὡς μία μορφὴ τῆς ἐνεργείας, καὶ μάλιστα ὡς κινητικὴ ἐνέργεια, ἐν τούτοις ἡ ἀντίληψις αὕτη ἐγένετο τελικῶς ἀποδεκτὴ μόνον περὶ τὸ ἔτος 1840 ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἐρευνῶν τοῦ διασήμου Φυσικοφιλοσόφου καὶ ἰατροῦ *Mayer* (*Μάγιερ*).

307. Μηχανικὴ θεωρία τῆς θερμότητος. *Συμφώνως πρὸς τὰς νεωτέρας ἀντιλήψεις, ὅσον ἀφορᾷ τὴν φύσιν τῆς θερμότητος, δεχόμεθα ὅτι ἡ θερμότης εἶναι μία τῶν μορφῶν τῆς ἐνεργείας.* Οὕτω δεχόμεθα, ὅτι τὰ μόρια τῶν σωμάτων εὑρίσκονται διαρκῶς εἰς κίνησιν ἐντὸς τοῦ συγκροτήματος ἑκάστου σώματος καὶ ἑπομένως ἕκαστον μόριον ἐγκλείει, λόγῳ τῆς κινήσεως αὐτοῦ, *κινητικὴν ἐνέργειαν*. Ἡ συνολικὴ κινητικὴ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν ἐγκλείουν ὅλα τὰ ἐν κινήσει εὑρισκόμενα μόρια τοῦ σώματος, καλεῖται ***ἐσωτερικὴ ἐνέργεια*** τοῦ σώματος, ἐκδηλοῦται δὲ εἰς ἡμᾶς μακροσκοπικῶς, ἢ ἄλλως, ἐκδηλοῦται εἰς τὸν ἔξω κόσμον ὡς ***θερμότης***.

Ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος παραμένει σταθερά, καὶ ἡ ἐσωτερικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος παραμένει σταθερά. Ἐὰν ὅμως προσδίδωμεν εἰς τὸ σῶμα θερμότητα ἔξωθεν, αὕτη ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νὰ καθιστᾷ ζωηροτέραν τὴν κίνησιν τῶν μορίων, δηλαδὴ νὰ αὐξάνῃ τὴν ταχύτητα αὐτῶν καὶ ἑπομένως τὴν συνολικὴν κινητικὴν ἐνέργειαν τῶν μορίων, ἤ, μὲ ἄλλους λόγους, συντελεῖ εἰς αὔξησιν τῆς ἐσωτερικῆς ἐνεργείας τοῦ σώματος. Ἡ αὔξησις ὅμως αὕτη ἐκδηλοῦται εἰς τὸν ἔξω κόσμον ὡς αὔξησις τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος. Τὸ ἀντίθετον συμβαίνει ὅταν τὸ σῶμα ψύχεται, δηλαδὴ ἀποδίδει εἰς τὸν ἔξω κόσμον θερμότητα.

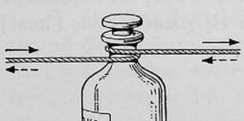
Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι «*ἡ θερμότης ἀποτελεῖ μίαν μορφὴν τῆς ἐνεργείας, ὡς αἱ ἄλλαι γνωσταὶ ἤδη εἰς ἡμᾶς μορφαὶ τῆς ἐνεργείας, ὡς εἶναι ἡ μηχανική, ἡ χημική, ἡ ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια κλπ.*».

308. Μετατροπὴ τοῦ μηχανικοῦ ἔργου εἰς θερμότητα. Πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα. Ἡ μετατροπὴ τοῦ μηχανικοῦ ἔργου εἰς θέρμότητα εἶναι ἁπλουστάτη καὶ δύναται νὰ γίνῃ δι᾽ ἁπλῶν μέσων, συναντῶμεν δὲ αὐτὴν εἰς πᾶν βῆμα τῆς καθημερινῆς μας ζωῆς. Οὕτω τὸν χειμῶνα ἀσυναισθήτως τρίβομεν τὰς χεῖράς μας διὰ νὰ θερμανθοῦν, διότι τὸ καταναλισκόμενον ὑπὸ τῆς μυϊκῆς μας δυνάμεως ἔργον πρὸς ὑπερνίκησιν τῆς τριβῆς μετατρέπεται εἰς θερμότητα. Αἱ τροχοπέδαι (τὰ φρένα) τῶν αὐτοκινήτων θερμαίνονται, τὸ δὲ καταναλισκόμενον ἔργον πρὸς συγκράτησιν τῶν τροχῶν μετατρέπεται εἰς θερμότητα τριβῆς, ἐνίοτε μάλιστα ἡ ἀναπτυσσομένη θερμότης εἶναι τόσον μεγάλη, ὥστε αἱ τροχοπέδαι θερμαίνονται μέχρις ἐπικινδύνου βαθμοῦ, τείνοντος νὰ θέσῃ αὐτὰς ἐκτὸς λειτουργίας (κόλλημα φρένων). Λίαν διδακτικὸν πείραμα τῆς ἀναπτύξεως θερμότητος διὰ τριβῆς δεικνύει ἡ εἰς τὸ σχῆμα 457 εἰκονιζομένη διάταξις. Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ κατακόρυφον μεταλλικὸν σωλῆνα περιέχοντα αἰθέρα καὶ δυνάμενον νὰ τεθῇ εἰς περιστροφικὴν κίνησιν διὰ φυγοκεντρικῆς μηχανῆς. Ἡ περιστροφικὴ κίνησις τοῦ σωλῆνος παρεμποδίζεται διὰ τριβέως πραγματοποιουμένου διὰ δύο ξυλίνων σιαγόνων, τὰς ὁποίας πιέζομεν οὕτως, ὥστε νὰ δημιουργῆται καλὴ ἐπαφή, ὅτε λόγῳ τῆς τριβῆς ἀναπτύσσεται θερμότης, ἡ ὁποία προκαλεῖ ἀπότομον ἐξαέρωσιν τοῦ αἰθέρος, ἕνεκα δὲ τῆς δημιουργουμένης πιέσεως ἐκσφενδονίζεται τὸ πῶμα τοῦ σωλῆνος θ᾽ μεθορμῆς.



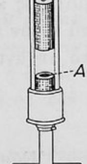
Σχ. 457. Παραγωγὴ θερμότητος διὰ τριβῆς.

Ἐπίσης εἰς τὸ σχῆμα 458 ἡ τριβὴ τοῦ σχοινίου ἀναπτύσσει θερμότητα, ἡ ὁποία θερμαίνει τὸν λαιμὸν τοῦ δοχείου καὶ οὕτω προκαλεῖ διαστολὴν αὐτοῦ. Διὰ τοῦ τρόπου τούτου δυνάμεθα νὰ ἐκπωματίσωμεν ὑάλινον δοχεῖον, τοῦ ὁποίου τὸ ὑάλινον πῶμα ἔχει προσκολληθῆ ἰσχυρῶς εἰς αὐτό.



Σχ. 458. Ὁ ἐκπωματισμὸς ἐπιτυγχάνεται διὰ τριβῆς.

Τὴν ἀνάπτυξιν θερμότητος διὰ καταναλώσεως μηχανικοῦ ἔργου δυνάμεθα νὰ δείξωμεν καὶ διὰ τοῦ *ἀεροθλίπτου*. Οὗτος ἀποτελεῖται ἐξ ὑαλίνου κυλίνδρου μὲ παχέα τοιχώματα (σχ. 459), ἐντὸς τοῦ ὁποίου δύναται νὰ κινῆται ἐμβολεύς, ἐφαρμόζων ὅμως ἀεροστεγῶς. Ἐπὶ τῆς κάτω ἐπιφανείας τοῦ ἐμβολέως τοποθετοῦμεν μικρὰν ποσότητα εὐφλέκτου ὕλης (ἴσκας) καὶ ἀκολούθως ὠθοῦμεν τὸν ἐμβολέα ταχέως πρὸς τὰ κάτω, εἰς τρόπον ὥστε νὰ συμπιέσωμεν ἀποτόμως τὸ ἀποκεκλεισμένον ἀέριον. Τὸ ἔργον τὸ καταναλισκόμενον διὰ τὴν συμπίεσιν τοῦ ἀερίου μετατρέπεται εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία, λόγῳ τῆς μεγάλης ταχύ-



Σχ. 459. Ἀεροθλίπτης.

τητος μετὰ τῆς ὁποίας συμπιέζομεν τὸ ἀέριον, δὲν προφθάνει νὰ μεταδοθῇ πρὸς τὰ ἔξω (ἀδιαβατικὴ μεταβολή), οὕτω δὲ προκαλεῖ ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀερίου μέχρι τοιούτου βαθμοῦ, ὥστε νὰ ἐπέλθῃ ἀνάφλεξις τῆς εὐφλέκτου ὕλης.

JAMES PRESCOTT JOULE (1818 - 1889)
Ἄγγλος Φυσικός. Κατέστη ὀνομαστὸς διὰ τοῦ πρώτου πειράματος τοῦ προσδιορισμοῦ τοῦ μηχανικοῦ ἰσοδυνάμου τῆς θερμότητος.

Εἰς ὅλα τὰ ἀνωτέρω περιγραφέντα φαινόμενα ἔχομεν κατανάλωσιν τοῦ μηχανικοῦ ἔργου, τὸ ὁποῖον μετατρέπεται διὰ τριβῆς εἰς θερμότητα. Ἀλλὰ καὶ ὅταν ἐξαφανίζεται ἡ παρεχομένη εἰς ἓν σῶμα θερμότης, ἀναφαίνεται μηχανικὸν ἔργον. Δεδομένου δὲ ὅτι ἡ θερμότης εἶναι ἐνέργεια, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας πρέπει, *ἀντὶ τοῦ ἐξαφανιζομένου ποσοῦ θερμότητος (Q) νὰ παράγεται ἀνάλογον ἔργον (A).*

Πρῶτος ὁ *Mayer* διὰ θεωρητικῆς ὁδοῦ καὶ ἀκολούθως ἄλλοι ἐρευνηταὶ εὗρον διὰ τοῦ πειράματος, ὅτι, κατὰ τὴν μετατροπὴν τοῦ μηχανικοῦ ἔργου εἰς θερμότητα, ἰσχύει ὡρισμένη σχέσις ἰσοδυναμίας, ἡ ὁποία δύναται νὰ διατυπωθῇ ὡς ἑξῆς: « *Ὁσάκις ἡ θερμότης παράγει μηχανικὸν ἔργον, ἐξαφανίζεται θερμότης ἀνάλογος πρὸς τὸ ἐπιτελεσθὲν ἔργον* ». Καὶ ἀντιστρόφως, « *ὁσάκις μηχανικὸν ἔργον μετατρέπεται εἰς θερμότητα, αὕτη εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ δαπανηθὲν ἔργον* ». Ἡ ἀρχὴ αὕτη καλεῖται ***πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα.***

Ἐπειδὴ τὸ ἔργον μετρεῖται συνήθως εἰς μηχανικὰς μονάδας ἔργου, ἡ δὲ θερμότης εἰς θερμίδας, δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν τὸ ἀξίωμα τοῦτο ἀναλυτικῶς διὰ τῆς σχέσεως:

$$\boxed{A = J \cdot Q}$$

ὅπου J παριστᾷ *συντελεστὴν* ἐξαρτώμενον ἀπὸ τὰς μονάδας ἔργου καὶ τὰς μονάδας θερμότητος καὶ καλεῖται ***μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος.*** Οὕτω, ἐὰν ἐκφράσωμεν τὸ ἔργον εἰς χιλιογραμμόμετρα (kgr*m) καὶ τὴν θερμότητα εἰς χιλιοθερμίδας (kcal), τὸ μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος θὰ ἐκφράζεται εἰς:

$$J = \frac{A}{Q} \qquad \frac{\text{kgr*m}}{\text{kcal}}$$

Ἐὰν τὸ ἔργον ἐκφράζεται εἰς μονάδας Joule (Τζάουλ), ἡ δὲ θερμότης εἰς θερμίδας, τὸ J θὰ ἐκφράζεται εἰς Joule/cal. Ἡ διὰ διαφόρων μεθόδων μετρηθεῖσα τιμὴ τοῦ μηχανικοῦ ἰσοδυνάμου τῆς θερμότητος J εὑρέθη ὅτι εἶναι:

$$\mathbf{J = 427\ kgr{*}m/kcal} \qquad \text{ἢ} \qquad \mathbf{J = 4{,}2\ Joule/cal}$$

Τοῦτο δηλοῖ ὅτι, διὰ νὰ παραχθῇ θερμότης ἴση πρὸς μίαν χιλιοθερμίδα (1 kal), πρέπει νὰ καταναλωθῇ ἔργον ἴσον πρὸς 427 χιλιογραμμόμετρα (427 kgr*m), ἢ ἀντιστρόφως, 1 kcal μετατρεπομένη εἰς ἔργον πρέπει ν' ἀποδώσῃ 427 kgr*m. Ἡ δευτέρα ὅμως περίπτωσις, ὡς θὰ ἴδωμεν, δὲν ἐπαληθεύεται ὑπὸ τοῦ πειράματος.

Τὸ ἀξίωμα τοῦτο διατυπώνεται πολλάκις καὶ ὡς ἀξίωμα τοῦ ἀδυνάτου τοῦ ***ἀεικινήτου.*** *Δὲν εἶναι δηλαδὴ δυνατὸν νὰ κατασκευασθῇ μία μηχανή, ἡ ὁποία νὰ δύναται νὰ παραγάγῃ ὠφέλιμον ἔργον ἐκ τοῦ μηδενός.*

309. Μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς ἔργον. Δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα. Ἡ μετατροπὴ θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον δὲν ἀποτελεῖ φαινόμενον τόσον ἁπλοῦν, ὡς ἡ ἀντίστροφος μεταβολή. Ἕνεκα δὲ τοῦ λόγου τούτου, ὁ ἄνθρωπος μόλις πρὸ 100 περίπου ἐτῶν κατώρθωσε νὰ ἐπιτύχῃ τὴν μετατροπὴν τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον, ὅτε δηλαδὴ ἀνεκάλυψε τὰς *θερμικὰς μηχανάς.* Θερμικαὶ μηχαναὶ εἶναι αἱ ἀτμομηχαναί, αἱ μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως κλπ., τὰς ὁποίας θὰ σπουδάσωμεν εἰς τὸ ἑπόμενον κεφάλαιον.

Διὰ τὴν μετατροπὴν τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον, πρέπει ἀπαραιτήτως νὰ διαθέτωμεν δύο πηγὰς θερμότητος, αἱ ὁποῖαι συνήθως καλοῦνται δεξαμεναὶ θερμότητος, ἤτοι : μίαν δεξαμενὴν θερμότητος ὑψηλῆς θερμοκρασίας, ὡς εἶναι π.χ. ὁ ἀτμολέβης τῆς ἀτμομηχανῆς, καὶ μίαν δεξαμενὴν θερμότητος χαμηλοτέρας θερμοκρασίας, ὡς εἶναι π.χ. ὁ συμπυκνωτὴς τῆς θερμικῆς μηχανῆς. Ἐπίσης πρέπει εἰς τὴν μηχανὴν νὰ ὑφίσταται ἓν σῶμα (ὑδρατμός), τὸ ὁποῖον προσλαμβάνει ἐκ τῆς θερμικῆς δεξαμενῆς ἀνωτέρας θερμοκρασίας ἓν ποσὸν θερμότητος, ἐκ τοῦ ὁποίου μέρος μεταβιβάζεται εἰς τὴν θερμικὴν δεξαμενὴν κατωτέρας θερμοκρασίας, ἐνῷ τὸ ὑπόλοιπον μετατρέπεται εἰς ὠφέλιμον ἔργον.

Ἐκ πείρας γνωρίζομεν, ὅτι τὸ ὕδωρ ρέει φυσικῶς ἀπὸ ὑψιπεδίων πρὸς τὰ κάτω καὶ ὑπὸ τὴν κατάστασιν ταύτην δύναται νὰ παραγάγῃ ἔργον. Ἐὰν ὅμως θέλωμεν ν' ἀνυψώσωμεν ὕδωρ ἀπὸ μιᾶς στάθμης εἰς ἄλλην, δέον νὰ καταναλώσωμεν ἔργον. Ἀνάλογα ἰσχύουν καὶ διὰ τὴν θερμότητα. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν, ὅτι ἡ θερμότης ρέει ἀφ' ἑαυτῆς ἐκ περιοχῶν ὑψηλῆς θερμοκρασίας πρὸς περιοχὰς ταπεινοτέρας θερμοκρασίας, δύναται δὲ κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ροῆς της νὰ παραγάγῃ ἔργον. « *Εἶναι ἀδύνατον ὅμως νὰ παρατηρηθῇ ροὴ θερμότητος ἀφ' ἑαυτῆς ἀπὸ περιοχῆς χαμηλοτέρας θερμοκρασίας εἰς περιοχὴν ὑψηλοτέρας θερμοκρασίας ἄνευ τῆς ταυτοχρόνου καταναλώσεως ἔξωθεν μηχανικοῦ ἔργου* ».

Τ' ἀνωτέρω ἀποτελοῦν τὸ περιεχόμενον τοῦ ***δευτέρου θερμοδυναμικοῦ ἀξιώματος,*** τὸ ὁποῖον διατυποῦται κατὰ ποικίλους τρόπους, μία δὲ ἄλλη διατύπωσις αὐτοῦ εἶναι ἡ ἀκόλουθος. « *Εἶναι ἀδύνατον νὰ κατασκευασθῇ θερμικὴ μηχανή, ἡ ὁποία νὰ ἐργάζεται συνεχῶς διὰ τῆς προσλήψεως θερμότητος ἐξ ἑνὸς σώματος, ἐκτὸς ἐὰν τὸ σῶμα τοῦτο ἔχῃ θερμοκρασίαν ἀνωτέραν τοῦ περιβάλλοντος* ».

Οὕτω, ἡ θάλασσα ἀποτελεῖ δεξαμενήν, ἡ ὁποία ἐγκλείει κολοσσιαῖον ποσὸν θερμότητος. Εἶναι ὅμως εἰς ἡμᾶς ἀδύνατον νὰ κατασκευάσωμεν μηχανήν, ἡ ὁποία νὰ προσλαμβάνῃ τὴν θερμότητα τῆς θαλάσσης καὶ νὰ μετατρέπῃ αὐτὴν εἰς μηχανικὸν ἔργον, διότι ἡ θερμοκρασία τῆς θαλάσσης δὲν διαφέρει σχεδὸν ἀπὸ τὴν τοῦ περιβάλλοντος.

Μία τοιαύτη μηχανή, ἐὰν ἦτο δυνατὴ ἡ κατασκευή της, δὲν θὰ ἐδημιούργει ἐνέργειαν ἐκ τοῦ μηδενός, ἀλλὰ ἁπλῶς θὰ μετέτρεπεν ὑπάρχουσαν ἐνέργειαν εἰς ἄλλην μορφήν, καὶ ἑπομένως δὲν θὰ ἦτο ἀσυμβίβαστος πρὸς τὸ πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα.

Ἐπειδὴ ὅμως ἡ μηχανὴ αὕτη θὰ παρεῖχε ἀφθόνως ἐνέργειαν ὠφέλιμον εἰς πολὺ χαμηλὴν τιμήν, ἐκλήθη ***ἀεικίνητον τοῦ δευτέρου εἴδους***, πρὸς διάκρισιν ἀπὸ τοῦ ***ἀεικινήτου τοῦ πρώτου εἴδους*** τὸ ὁποῖον σημαίνει μηχανὴν δημιουργοῦσαν ἐνέργειαν ἐκ τοῦ μηδενός. Ἐκ τούτου βλέπομεν, ὅτι τὸ πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα ἀποκλείει τὸ ἀεικίνητον πρώτου εἴδους, ἐνῷ τὸ δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα ἀποκλείει τὸ ἀεικίνητον δευτέρου εἴδους.

310. Θεωρητικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς (ἢ Θερμοδυναμικὸς συντελεστὴς ἀποδόσεως). Ὡς εἶναι ἤδη γνωστὸν ἐκ τοῦ 2ου θερμοδυναμικοῦ ἀξιώματος, διὰ νὰ λειτουργήσῃ μία θερμικὴ μηχανή, πρέπει νὰ ὑπάρχουν δύο πηγαὶ ἢ δεξαμεναὶ θερμότητος διαφόρου θερμοκρασίας. Ἡ μεταφορὰ τῆς θερμότητος ἀπὸ τῆς πηγῆς ὑψηλῆς θερμοκρασίας T_1 εἰς τὴν πηγὴν χαμηλοτέρας θερμοκρασίας T_2 ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα ὅτι ἓν μέρος αὐτῆς μετατρέπεται εἰς ὠφέλιμον μηχανικὸν ἔργον καὶ ἕτερον μέρος αὐτῆς μεταβιβάζεται εἰς τὴν θερμικὴν δεξαμενὴν κατωτέρας θερμοκρασίας ὡς θερμότης. Ἐκ τούτου συνάγεται, ὅτι ἡ θερμότης Q_1 ληφθεῖσα ἐκ τῆς πηγῆς ὑψηλοτέρας θερμοκρασίας T_1 δὲν μετατρέπεται ὁλόκληρος εἰς μηχανικὸν ἔργον, καθόσον μέρος αὐτῆς Q_2 ἀποδίδεται εἰς τὴν χαμηλοτέραν πηγὴν T_2 ὡς θερμότης.

Συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, εἰς μίαν θερμικὴν μηχανὴν ἡ δεξαμενὴ ἀνωτέρας θερμοκρασίας T_1 παρέχει τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος Q_1, καὶ ἓν μέρος αὐτῆς Q_2 μεταβιβάζεται διὰ τῆς μηχανῆς εἰς τὴν δεξαμενὴν κατωτέρας θερμοκρασίας T_2, τὸ δὲ ὑπόλοιπον $Q_1 - Q_2$, μετατρέπεται εἰς μηχανικὸν ἔργον δυνάμενον νὰ χρησιμοποιηθῇ ἐπωφελῶς.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι ἡ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς ἐκφράζεται ἐκ τοῦ λόγου τοῦ ποσοῦ τῆς θερμότητος $Q_1 - Q_2$, τὸ ὁποῖον μετατρέπεται εἰς ὠφέλιμον μηχανικὸν ἔργον, πρὸς τὸ ἀρχικῶς ὑπὸ τῆς θερμικῆς δεξαμενῆς ἀνωτέρας θερμοκρασίας παρεχόμενον ποσὸν θερμότητος Q_1, ἤτοι :

$$\boxed{\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1}}$$

Ὅπου A παριστᾷ τὸ μηχανικὸν ἔργον ἐκπεφρασμένον εἰς θερμικὰς μονάδας τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸ ποσὸν θερμότητος $Q_1 - Q_2$.

Θεωρητικῶς δεικνύεται, ὅτι ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεως θερμικῆς μηχανῆς ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς ἀπολύτους θερμοκρασίας T_1 καὶ T_2 τῶν δύο δεξαμενῶν θερμότητος καὶ ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς σχέσεως :

$$\boxed{\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}}$$

Ἐὰν ἡ θερμοκρασία T_2 τῆς δεξαμενῆς χαμηλοτέρας θερμοκρασίας ἦτο ἴση πρὸς τὸ ἀπόλυτον μηδὲν ($T_2 = 0$), τότε ὁ θερμοδυναμικὸς συντελεστὴς ἀποδόσεως θὰ ἦτο ἴσος πρὸς τὴν μονάδα, ἀλλὰ τοῦτο ἀποτελεῖ περίπτωσιν ἀκατόρθωτον, διότι εἶναι ἀδύνατον νὰ ἔχωμεν θερμικὴν δεξαμενὴν θερμοκρασίας τοῦ ἀπολύτου μηδενός.

Παράδειγμα. Ἐὰν εἰς ἀτμομηχανήν, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ θερμικὴ δεξαμενὴ ὑψηλῆς θερμοκρασίας εἶναι ὁ λέβης, δεχθῶμεν ὅτι ὁ ἀτμὸς ἔχει θερμοκρασίαν π.χ. 200^0 C, ἤτοι 473 ἀπολύτους βαθμοὺς Kelvin (δηλ. $T_1 = 473^0$ K), ὡς θερμικὴ δὲ δεξαμενὴ ταπεινοτέρας θερμοκρασίας εἶναι τὸ ψυγεῖον (συμπυκνωτής), τὸ ὁποῖον ἔχει θερμοκρασίαν 50^0 C ἢ 323 ἀπολύτους βαθμοὺς (δηλ. $T_2 = 323^0$ K), θὰ ἔχωμεν :

$$\eta = \frac{473 - 323}{473} = 0{,}32 \quad ἢ \quad \eta = 32\,\%$$

311. Ἀξιολόγησις τῶν διαφόρων μορφῶν ἐνεργείας. Ἐν ἀρχῇ ὁ ἄνθρωπος διὰ τὴν ἐξυπηρέτησιν τῶν ἀναγκῶν αὐτοῦ ἐχρησιμοποίει κυρίως τὴν μηχανικὴν ἐνέργειαν, αὕτη δὲ ὡς πηγὴ εἶχε τὴν μυϊκὴν δύναμιν τῶν ἀνθρώπων καὶ ζώων, τὰς ὑδατοπτώσεις καὶ τὴν αἰολικὴν ἐνέργειαν, ἤτοι τὴν ἐνέργειαν τοῦ ἀνέμου.

Ἐν τούτοις, μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου καὶ τὰς ραγδαίως αὐξανομένας ἀπαιτήσεις τοῦ ἀνθρώπου, ἀνεζητήθη ἡ ἀνεύρεσις ἄλλων πηγῶν ἐνεργείας καὶ ὡς πολύτιμοι τοιαῦται πηγαὶ ἀνεγνωρίσθησαν τὰ διάφορα καύσιμα, τὰ ὁποῖα ὑπάρχουν ἀφθόνως ἐν τῇ φύσει.

Τὰ καύσιμα διὰ νὰ χρησιμοποιηθοῦν ὑπὸ τοῦ ἀνθρώπου διέρχονται διὰ δύο φάσεων. Κατὰ τὴν πρώτην φάσιν τὸ καύσιμον καίεται, ἡ δὲ καῦσις αὐτοῦ παρέχει θερμότητα. Ἡ δευτέρα φάσις εἶναι ἡ μετατροπὴ τῆς διατιθεμένης θερμότητος εἰς μηχανικὸν ἔργον. Ἐνῷ ἡ πρώτη φάσις ἀποτελεῖ φαινόμενον πολὺ εὔκολον, ἡ δευτέρα φάσις ἀποτελεῖ φαινόμενον πολὺ δύσκολον, διότι ὡς εἴδομεν διὰ νὰ μετατραπῇ ἡ θερμότης εἰς μηχανικὸν ἔργον ἀπαιτεῖται νὰ διαθέσωμεν δύο θερμικὰς πηγὰς (δεξαμενὰς) διαφόρου θερμοκρασίας καὶ πρὸς τούτοις κατάλληλον θερμικὴν μηχανήν. Εἶναι ὅμως ἀδύνατον νὰ μετατρέψωμεν ὅλον τὸ διατιθέμενον ποσὸν θερμότητος εἰς ὠφέλιμον μηχανικὸν ἔργον, διότι καὶ ὑπὸ τὰς εὐνοϊκωτέρας συνθήκας μόνον 30 - 35 % μετατρέπεται εἰς μηχανικὸν ἔργον, ἐνῷ τὸ ὑπόλοιπον παραμένει ὡς θερμότης καὶ μάλιστα θερμοκρασίας κατωτέρας τοῦ ἀρχικῶς διατεθέντος ποσοῦ θερμότητος.

Ἐὰν ἤδη ἐξετάσωμεν τὰς τέσσαρας μορφὰς ἐνεργείας, ἤτοι μηχανικὸν ἔργον, χημικὴν ἐνέργειαν, ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν, θερμότητα, διὰ νὰ περιορισθῶμεν μόνον εἰς αὐτάς, παρατηροῦμεν ὅτι μεταξὺ αὐτῶν ὑπάρχει οὐσιώδης διαφορά.

Τὸ μηχανικὸν ἔργον, ἡ χημικὴ καὶ ἡ ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια δύνανται νὰ μετατραποῦν κατὰ 100 % εἰς θερμότητα, ἐνῷ τουναντίον ἡ θερμότης εἶναι ἀδύνατον νὰ μετατραπῇ κατὰ 100 % εἰς τὰς ἄλλας μορφὰς ἐνεργείας.

Οὕτω, λέγομεν ὅτι τὸ μηχανικὸν ἔργον, ἡ χημικὴ καὶ ἡ ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια ἀποτελοῦν μορφὰς ἐνεργείας ***ἀνωτέρας ποιότητος***, *ἐνῷ ἡ θερμότης ἀποτελεῖ μορφὴν ἐνεργείας* ***κατωτέρας ποιότητος***.

Ἐξ ἄλλου, ἐὰν συγκρίνωμεν δύο ἰσομεγέθη ποσὰ θερμότητος, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ ἓν νὰ διατίθεται ὑπὸ ὑψηλοτέραν θερμοκρασίαν καὶ τὸ ἄλλο ὑπὸ ταπεινοτέραν, τὸ ποσὸν θερμότητος ὑψηλοτέρας θερμοκρασίας θεωρεῖται ἀνωτέρας ποιότητος ἀπὸ τὸ ἴσον ποσὸν θερμότητος ταπεινοτέρας θερμοκρασίας, διότι τὸ πρῶτον δύναται νὰ μετατραπῇ ὑπὸ καλλιτέραν ἀπόδοσιν εἰς μηχανικὸν ἔργον.

312. Ὑποβάθμισις τῆς ἐνεργείας. Φαντασθῶμεν ὅτι διαθέτομεν εἰς ἀποκεκλεισμένον σύστημα, τὸ ὁποῖον οὔτε ἔξωθεν δύναται νὰ προσλάβῃ ἐνέργειαν, ἀλλὰ οὔτε καὶ ἐκ τοῦ συστήματος δύναται νὰ διαφύγῃ πρὸς τὰ ἔξω ἐνέργεια, συνολικῶς μηχανικὴν ἐνέργειαν 100 kgr*m. Αὕτη δύναται νὰ μετατραπῇ κατὰ 100 % εἰς θερμότητα, ἤτοι θὰ ἔχωμεν θερμότητα ἰσοδύναμον πρὸς 100 kgr*m. Ἐὰν ἤδη θελήσωμεν νὰ μετατρέψωμεν τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος τὸ ἰσοδύναμον πρὸς 100 kgr*m, θὰ ἀποκτήσωμεν μόνον 30 kgr*m, ἐφ' ὅσον ἡ ἀπόδοσις θὰ εἶναι 30 %, ἐνῷ τὸ ὑπόλοιπον ποσὸν θερμότητος τὸ ἰσοδύναμον πρὸς 70 kgr*m θὰ ὑποβαθμισθῇ καὶ θὰ παραμείνῃ θερμότης κατωτέρας θερμοκρασίας. Τὰ 30 kgr*m δύνανται νὰ μετατραποῦν εἰς ἰσοδύναμον ποσὸν θερμότητος 30 kgr*m, ἀλλὰ ἐὰν τὸ ποσὸν τοῦτο θερμότητος θελήσωμεν νὰ τὸ μετατρέψωμεν εἰς μηχανικὸν ἔργον, θὰ προκύψουν μόνον 9 kgr*m, ἐνῷ τὸ ὑπόλοιπον, 21 kgr*m, θὰ ἐμφανισθῇ ὡς θερμότης κατωτέρας θερμοκρασίας.

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω ἁπλῆς περιγραφῆς συνάγομεν, ὅτι ἡ ἀρχικῶς διατεθεῖσα ἀνωτέρας ποιότητος ποσότης ἐνεργείας κατὰ τὰς ἀλληλοδιαδόχους μετατροπὰς ὑ π ο β α θ μ ί ζ ε τ α ι μετατρεπομένη εἰς θερμότητα, ἤτοι εἰς ἐνέργειαν κατωτέρας ποιότητος. Τὸ αὐτὸ ἰσχύει καὶ διὰ τὰς ἄλλας μορφὰς ἀνωτέρας ποιότητος ἐνεργείας.

Ἡ *ὑποβάθμισις τῆς ἐνεργείας ἀποτελεῖ νόμον τῆς φύσεως*, κατὰ τὸν ὁποῖον, ἐφ' ὅσον τὸ σύμπαν θεωρεῖται ὡς ἀποκεκλεισμένον σύστημα, ὅλαι αἱ μεταβολαὶ αἱ ὁποῖαι συντελοῦνται ἐντὸς αὐτοῦ (ἀφ' ἑαυτῶν) ἔχουν ὡς ἀποτέλεσμα τὴν ὑποβάθμισιν τῆς ἐνεργείας, ἤτοι τὴν συνεχῆ αὔξησιν τῆς περιεκτικότητος τοῦ σύμπαντος εἰς ἐνέργειαν, ὑπὸ μορφὴν θερμότητος, δαπάναις ὅλων τῶν ἄλλων μορφῶν ἐνεργείας.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ἠλεκτρικὸς θερμαντὴρ βυθίζεται ἐντὸς θερμιδομέτρου περιέχοντος 300 gr ὕδατος θερμοκρασίας 10^0 C. Ὁ θερμαντὴρ καταναλίσκει ἰσχὺν 84 Watt καὶ μετὰ 10 min ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος ἀνέρχεται εἰς 40^0 C. Ἐὰν ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ θερμιδομέτρου εἶναι 20 cal · grad^{-1}, πόση ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ μηχανικοῦ ἰσοδυνάμου τῆς θερμότητος εἰς erg/cal.

2. Πόση ἰσχὺς εἰς ἵππους ἀπαιτεῖται διὰ τὴν τῆξιν 60 gr πάγου 0^0 C ἐντὸς 15 πρώτων λεπτῶν.

3. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ ταχύτης σφαίρας ἐκ μολύβδου θερμοκρασίας 20^0 C, εἰς τρόπον ὥστε ὅταν ἡ σφαῖρα προσκρούσῃ ἐπὶ τοῦ στόχου νὰ τακῇ ἐξ ὁλοκλήρου. (Εἰδ. θερμότης μολύβδου 0,032 cal · gr^{-1} · grad^{-1}, σημεῖον τήξεως μολύβδου 327^0 C, θερμότης τήξεως μολύβδου 5,4 cal/gr.)

4. Τεμάχιον μετάλλου βάρους 4 kgr* πίπτει ἐξ ὕψους 106,75 m ἐπὶ τελείως μὴ ἐλαστικοῦ βάθρου, ὅτε ἡ ὅλη ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς θερμότητα. Ποῖον ποσὸν θερμότητος ἀναπτύσσεται.

5. Κανονικὸς ἄνθρωπος, ὁ ὁποῖος δὲν ἐκτελεῖ σωματικὸν ἔργον, διὰ νὰ συντηρῆται χρειάζεται ἡμερησίως 1 800 kcal. Πόση εἶναι κατὰ μέσον ὅρον εἰς Watt ἡ ἀπαιτουμένη ἰσχὺς διὰ τὴν διατήρησιν τῆς ζωῆς. Πόση ἡ καταναλισκομένη ἐνέργεια εἰς κιλοβατώρια εἰς ἓν ἔτος.

6. Πόσον μηχανικὸν ἔργον παραγόμενον διὰ τριβῆς ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ἀνυψώσωμεν τὴν θερμοκρασίαν κοίλου κυλινδρικοῦ τυμπάνου ἐκ χαλκοῦ μάζης 150 gr περιέχοντος 600 gr ὕδατος κατὰ 5^0 C. (Εἰδ. θερμ. χαλκοῦ 0,092 cal · gr^{-1} · grad^{-1}.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΚΒ΄

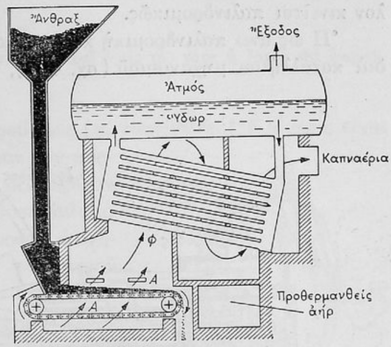
ΘΕΡΜΙΚΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ

313. Γενικά. Αἱ ***θερμικαὶ μηχαναὶ*** μετατρέπουν τὴν θερμότητα εἰς μηχανικὸν ἔργον. Αὗται διαιροῦνται κυρίως εἰς δύο κατηγορίας, εἰς ***ἀτμομηχανάς,*** εἰς τὰς ὁποίας ἡ παραγωγὴ τοῦ ἔργου γίνεται διὰ τῆς ἐκτονώσεως τοῦ θερμανθέντος ὑδρατμοῦ (ὡς εἶναι αἱ ἀτμομηχαναὶ μετ᾽ ἐμβόλου καὶ οἱ ἀτμοστρόβιλοι) καὶ εἰς ***μηχανὰς ἐσωτερικῆς καύσεως,*** εἰς τὰς ὁποίας τὸ μῖγμα ἑνὸς εὐφλέκτου σώματος καὶ τοῦ ἀέρος ἀναφλέγεται καὶ τὰ προκύπτοντα οὕτω ἀέρια ταχέως διαστελλόμενα παράγουν μηχανικὸν ἔργον, π.χ. διὰ τῆς μεταθέσεως τοῦ ἐμβολέως τοῦ κυλίνδρου.

314. Ἀτμομηχαναί. Τὰ κύρια μέρη ἀτμομηχανῆς εἶναι α) ὁ ἀτμογόνος ***λέβης,*** ἐντὸς τοῦ ὁποίου θερμαίνεται τὸ ὕδωρ, ἵνα ὁ παραγόμενος ἀτμὸς ἀποκτήσῃ πίεσιν πολλῶν ἀτμοσφαιρῶν (ἀποτελεῖ δηλ. τὴν δεξαμενὴν θερμότητος ὑψηλῆς θερμοκρασίας), β) ὁ ***κύλινδρος,*** ἐντὸς τοῦ ὁποίου ἐφαρμόζεται ὁ ἐμβολεὺς κινούμενος παλινδρομικῶς, γ) τὸ σύστημα τὸ μετατρέπον τὴν παλινδρομικὴν κίνησιν τοῦ ἐμβολέως εἰς περιστροφικήν, δ) ὁ ***συμπυκνωτής,*** ὁ ὁποῖος εἶναι δοχεῖον μεταλλικόν, ὅπου ὑγροποιεῖται ὁ ἀτμὸς μετὰ τὴν ἔξοδόν του ἐκ τοῦ κυλίνδρου. Ὁ συμπυκνωτὴς ψύχεται δι᾽ ὕδατος διαρκῶς ἀνανεουμένου, ἀποτελεῖ δὲ τὴν δεξαμενὴν θερμότητος κατωτέρας θερμοκρασίας.

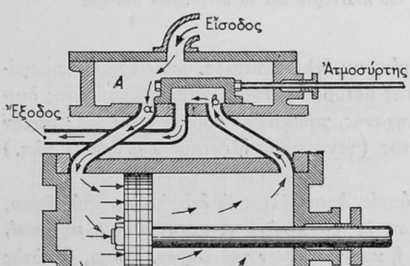
Εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς τῶν σιδηροδρόμων δὲν ὑπάρχει συμπυκνωτής, οὕτω δὲ ὁ ἀτμὸς ὁ ἐξερχόμενος ἐκ τοῦ κυλίνδρου ἐκφεύγει ἀπ᾿ εὐθείας εἰς τὸν ἀέρα.

Λέβης. Συνήθως ὁ *λέβης* ἀποτελεῖται ἐκ μεταλλικοῦ κυλινδρικοῦ δοχείου μὲ τοιχώματα λίαν ἀνθεκτικά, ἐντὸς τοῦ ὁποίου τίθεται τὸ ὕδωρ τὸ ὁποῖον διὰ θερμάνσεως δι᾿ ἄνθρακος ἢ πετρελαίου μεταβάλλεται εἰς ἀτμόν. Εἰς τὰς νεωτέρας μονίμους ἀτμομηχανὰς χρησιμοποιεῖται ὁ *λέβης μετὰ αὐλῶν* (σχ. 460), ὅπου ἡ πυρὰ τῆς ἑστίας τροφοδοτεῖται αὐτομάτως διὰ γαιάνθρακος.



Σχ. 460. Λέβης μὲ ὑδροσωλῆνας. Φ, ἀέρια φλογός. Α, ψυχρὸς ἀήρ.

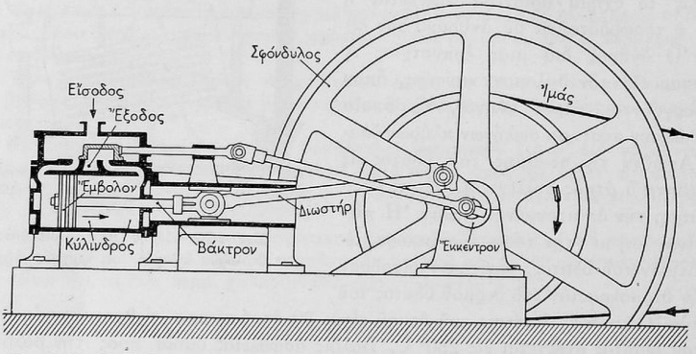
Εἰς τὸ σχῆμα ἀριστερὰ δεικνύεται ἡ χοάνη ἡ τροφοδοτοῦσα μὲ ἄνθρακα τὸν λέβητα. Ὁ ἄνθραξ διὰ μιᾶς ἑρπυστρίας Α εἰσάγεται εἰς τὸν θάλαμον καύσεως, ὅπου δημιουργοῦνται ἀέρια φλογός, τὰ ὁποῖα προσβάλλουν σύστημα σωλήνων πλήρων ὕδατος. Ἄνωθεν τῆς στάθμης τοῦ ὕδατος εἰς τὸν λέβητα ὁ ἀτμὸς συλλέγεται, μέχρις ὅτου ἀποκτήσῃ τὴν ἀπαιτουμένην πίεσιν. Ἡ πίεσις εἶναι ἴση μὲ τὴν τάσιν τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ ὕδατος, τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ θερμοῦ ὕδατος τοῦ λέβητος. Ὅταν π.χ. ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ εἶναι 30 ἀτμόσφαιραι, ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος τοῦ λέβητος ἀνέρχεται εἰς 230° C. Βαλβὶς ἀσφαλείας ὁμοία πρὸς τὴν βαλβῖδα τῆς χύτρας Papin (βλ. σχ. 440) προφυλάσσει τὸν λέβητα, ὥστε ἡ πίεσις νὰ μὴ ὑπερβῇ τὴν ἀνωτάτην ἐπιτρεπομένην τιμήν.



Σχ. 461. Τομὴ κυλίνδρου ἀτμομηχανῆς μετὰ τοῦ ἀτμοσύρτου.

Λειτουργία τῆς ἀτμομηχανῆς. Ἡ λειτουργία τῆς ἀτμομηχανῆς εἶναι εἰς γενικὰς γραμμὰς ἡ ἑξῆς. Ὁ ἀτμός, ὁ παραγόμενος ἐντὸς τοῦ λέβητος, εἰσχωρεῖ ὑπὸ πίεσιν διὰ τοῦ σωλῆνος εἰσόδου εἰς τὸν κύλινδρον (σχ. 461). Ὅταν ὁ ἐμβολεὺς εὑρίσκεται εἰς τὴν ὑπὸ τοῦ σχήματος ὑποδεικνυομένην θέσιν, ὁ ἀτμός διοχετεύεται διὰ τοῦ ὀχετοῦ Α καὶ ὠθεῖ τὸν ἐμβολέα πρὸς τὰ δεξιά, διότι ἡ ἐπὶ τῆς δεξιᾶς ὄψεως αὐτοῦ ἀσκουμένη πίεσις εἶναι μικροτέρα, καθότι ἡ περιοχὴ πρὸς τὰ δεξιὰ τοῦ ἐμβολέως συγκοινωνεῖ πρὸς τὴν ἔξοδον, δηλ. πρὸς τὸν συμπυκνωτὴν (ἢ πρὸς τὴν ἀτμόσφαιραν). Ὅταν τὸ ἔμβολον τερματίζῃ τὴν διαδρομήν του πρὸς τὰ δεξιά, ὁ *ἀτμοσύρτης* μετατίθεται πρὸς τὰ ἀριστερά, ὁπότε κλείει ἡ ἀτμοθυρὶς α πρὸς τὰ ἀριστερὰ καὶ ἀντ᾿ αὐτῆς ἀνοίγει ἡ ἀτμοθυρὶς β πρὸς τὰ δεξιά, ἡ ὁποία πάλιν ἐπιτρέπει τὴν δίοδον τοῦ ἀτμοῦ εἰς τὸν κύλινδρον. Ὁ ἀτμὸς ἤδη εἰσερχόμενος διὰ τῆς δεξιᾶς ἀτμοθυρίδος πιέζει τὸ ἔμβολον ἐπὶ τῆς ἄλλης πλευρᾶς, τοιουτοτρόπως δὲ ἀναστρέφεται ἡ φορὰ τοῦ πιέζοντος ἀτμοῦ ἀπὸ τῆς ἀριστερᾶς πρὸς τὴν δεξιὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐμβόλου. Κατὰ τὴν κίνησιν πάλιν ταύτην ὁ ἀτμὸς ὁ εὑρισκόμενος εἰς τὸ ἀριστερὸν διαμέρισμα τοῦ κυλίνδρου φέρεται εἰς τὸν συμπυκνωτὴν ἢ ἐκδιώκεται εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν, ὅπου καὶ ὑγροποιεῖται. Τοιουτοτρόπως τὸ ἔμβολον κινεῖται παλινδρομικῶς.

Ἡ ὡς ἄνω παλινδρομικὴ κίνησις τοῦ ἐμβόλου ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου μετατρέπεται διὰ καταλλήλου μηχανισμοῦ (σχ. 462), ἤτοι τοῦ *βάκτρου*, τοῦ *διωστῆρος*, τοῦ *ἐκκέν-*



Σχ. 462. Τομὴ ἀτμομηχανῆς δεικνύουσα τὸν κύλινδρον καὶ τὸ κινητήριον σύστημα.

τρου καὶ τοῦ *σφονδύλου*, εἰς περιστροφικὴν κίνησιν. Ὁ σφόνδυλος, ὅστις λόγῳ τῆς μεγάλης ἀδρανείας τὴν ὁποίαν προβάλλει κατὰ τὰς μεταβολὰς τῆς γωνιακῆς ταχύτητος διατηρεῖ ὁμοιόμορφον τὴν λειτουργίαν τῆς μηχανῆς, χρησιμεύει πρὸς τούτοις καὶ διὰ τὴν μεταβίβασιν τῆς κινήσεως εἰς ἄλλας μηχανὰς (γεννητρίας ἠλεκτρικοῦ ρεύματος κλπ.) διὰ μέσου τοῦ ἱμάντος.

Ἡ ἀνωτέρω περιγραφεῖσα μηχανή, ἡ ὁποία ἀποτελεῖται ἐξ ἑνὸς μόνον κυλίνδρου, καλεῖται *ἁπλῆ μηχανή*. Αἱ ἀτμομηχαναὶ ὅμως ἐν τῇ πράξει εἶναι *σύνθετοι μηχαναί*, ἤτοι ἀποτελοῦνται ἀπὸ σειρὰν δύο, τριῶν ἢ καὶ τεσσάρων κυλίνδρων. Οὕτω, ὁ αὐτὸς ἀτμὸς εἰσέρχεται διαδοχικῶς εἰς ἕκαστον τῶν κυλίνδρων, τῶν ὁποίων ἡ διατομὴ διαδοχικῶς εἶναι ηὐξημένη, δεδομένου ὅτι κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ ἐλαττοῦται, ἐνῷ ὄγκος αὐτοῦ αὐξάνεται. Διὰ τῆς τοιαύτης βαθμιαίας ἐκτονώσεως τοῦ ἀτμοῦ ἀπὸ κυλίνδρου εἰς κύλινδρον ἐπέρχεται μεγάλη οἰκονομία, διότι ὁ ἀτμὸς δὲν ἀποβάλλεται ἐκ τῆς μηχανῆς, παρὰ μόνον ὅταν ὅλη ἡ ἐνέργεια αὐτοῦ ἔχῃ ἀποδοθῆ.

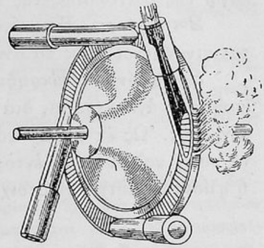
Αἱ ἐμβολοφόροι ἀτμομηχαναὶ χρησιμοποιοῦνται ὡς κινητῆρες μονίμου ἐγκαταστάσεως εἰς ἐργοστάσια, καθὼς καὶ εἰς τὴν κίνησιν σιδηροδρόμων καὶ ἀτμοπλοίων. Αὗται σήμερον δὲν χρησιμοποιοῦνται πλέον εὐρέως, ἀλλὰ ἀντικαθίστανται ὑπὸ τῶν *ἀτμοστροβίλων*. Ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεως τῶν ἀτμομηχανῶν εἶναι λίαν μικρός, ποικίλλει δὲ ἀπὸ 12 % μέχρι 25 %.

315*. Ὑπολογισμὸς τοῦ ἔργου καὶ τῆς ἰσχύος. Ἔστω P ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ καὶ p ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, S ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐμβολέως, l ἡ διαδρομὴ αὐτοῦ καὶ n ὁ ἀριθμὸς τῶν διαδρομῶν ἀνὰ 1 sec. Ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ὁ ἀτμὸς ἐπὶ τοῦ ἐμβολέως εἶναι $F_1 = P \cdot S$, ἐπειδὴ ὅμως ἐπὶ τῆς ἄλλης του ἐπιφανείας ἐπενεργεῖ, λόγῳ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, ἡ δύναμις $F_2 = p \cdot S$, ἡ ὁποία εἶναι ἀντίθετος τῆς πρώτης, ἡ ἐνεργὸς ἐπὶ τοῦ ἐμβολέως δύναμις εἶναι $F = P \cdot S - p \cdot S = (P - p) \cdot S$. Τὸ δὲ παραγόμενον εἰς n διαδρομὰς ἔργον κατὰ δευτερόλεπτον, ἤτοι ἡ ἰσχὺς τῆς μηχανῆς, θὰ εἶναι :

$$N = (P - p) \cdot S \cdot l \cdot n$$

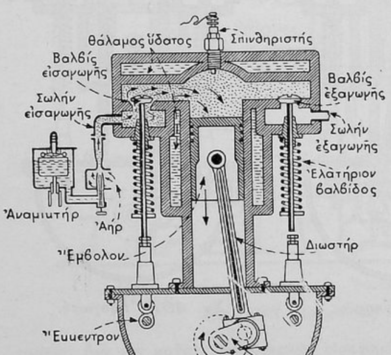
Ἐὰν P καὶ p ἐκφράζωνται εἰς kgr*/cm², S εἰς cm² καὶ l εἰς m, τότε ἡ ἰσχὺς θὰ ἐκφράζεται εἰς kgr*m/sec.

316. Ἀτμοστρόβιλοι. Εἰς τοὺς ἀτμοστροβίλους (κ. *τουρμπίνες*) ἡ κίνησις εἶναι ἀπ' εὐθείας περιστροφική. Ὑπὸ τὴν ἁπλουστέραν του μορφὴν ὁ ἀτμοστρόβιλος ἀποτελεῖται ἀπὸ ἕνα ἀξονοφόρον τροχόν, ὁ ὁποῖος εἰς τὴν περιφέρειάν του φέρει καμπυλωτὰ πτερύγια ὥς καὶ τέσσαρας ὑπὸ κατάλληλον γωνίαν ἀκινήτους ἀτμοσωλῆνας (σχ. 463). Διὰ τῆς ροῆς τοῦ ἀτμοῦ μέσῳ τῶν ἀτμοσωλήνων, ὑπὸ πίεσιν ἐπὶ τῶν πτερυγίων, τίθεται ὁ τροχὸς εἰς περιστροφικὴν κίνησιν περὶ τὸν ἄξονά του. Εἰς τὴν ἐφαρμογὴν ὁ ἀτμὸς ὁδηγεῖται εἰς πολλὰς σειρὰς παρομοίων πτερυγίων φερομένων ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄξονος, ὅπου ὑφίσταται νέας διαδοχικὰς ἐκτονώσεις.



Σχ. 463. Ἀτμοστρόβιλος (ἀρχή).

Οἱ ἀτμοστρόβιλοι ὑπερέχουν τῶν ἐμβολοφόρων ἀτμομηχανῶν, διότι καταλαμβάνουν μικρότερον χῶρον, ἀπαιτοῦν μικροτέραν ἐπίβλεψιν τῆς λειτουργίας των, εἶναι οἰκονομικώτεροι εἰς τὴν λίπανσιν καὶ ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεώς των φθάνει μέχρι 30 - 35%, μειονεκτοῦν ὅμως, διότι δὲν εἶναι ἀναστρέψιμοι.



Σχ. 464. Διάταξις μηχανῆς ἐσωτερικῆς καύσεως ἐν τομῇ (1ος χρόνος - Ἀναρρόφησις).

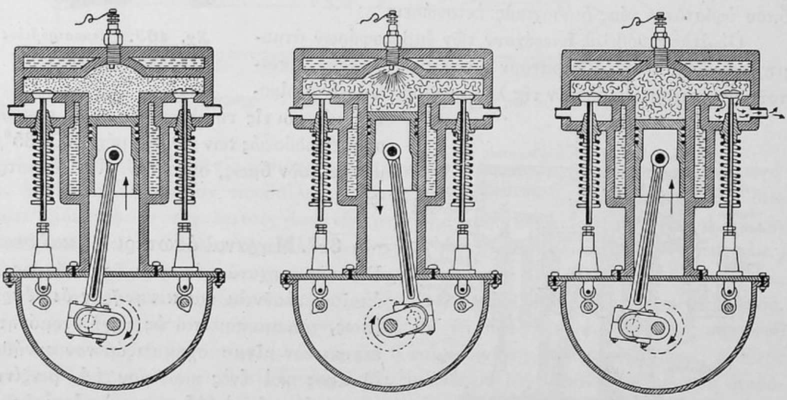
317. Μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως. Εἰς τὰς μηχανὰς ἐσωτερικῆς καύσεως, αἱ ὁποῖαι καλοῦνται καὶ ***κινητῆρες δι' ἐκρήξεως***, χρησιμοποιεῖται ὡς πηγὴ θερμότητος ἐκρηκτικὸν μῖγμα σχηματιζόμενον συνήθως ἐξ ἀέρος καὶ ἑνὸς καυσίμου (ὡς βενζίνης, πετρελαίου κλπ.). Αἱ μηχαναὶ αὗται ἀποτελοῦνται ἐκ κυλίνδρου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου δύναται νὰ κινῆται παλινδρομικῶς ἔμβολον (σχ. 464). Ὁ κύλινδρος φέρει πρὸς τὰ ἄνω δύο βαλβῖδας, ἐξ ὧν ἡ μία, ἡ πρὸς τ' ἀριστερά, λέγεται *βαλβὶς εἰσαγωγῆς*, διὰ τῆς ὁποίας εἰσέρχεται τὸ ἐκρηκτικὸν μῖγμα, μέσῳ τοῦ *ἐξαεριστῆρος*, ἡ δὲ ἄλλη, ἡ πρὸς τὰ δεξιά, λέγεται *βαλβὶς ἐξαγωγῆς* καὶ ἐξ αὐτῆς ἐξέρχονται τὰ ἀέρια καύσεως (καυσαέρια). Ἐπίσης φέρει πρὸς τὰ ἄνω κατάλληλον ἠλεκτρικὴν διάταξιν σπινθηριστοῦ, τὸν *ἀναφλεκτῆρα* (bougie), ὅπου τὸ καύσιμον ἀναφλέγεται ἀποτόμως καὶ ἐπακολουθεῖ ἔκρηξις. Λόγῳ τῆς ἐκρήξεως, ἡ ὁποία γίνεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου, ἀνυψοῦται ἡ θερμοκρασία του καὶ διὰ τοῦτο περιβάλλεται ἀπὸ ψυχρὸν ὕδωρ.

Κατασκευάζονται δύο τύποι κινητήρων, οἱ *τετράχρονοι*, ὅπου ὁ κύκλος τῆς λειτουργίας τῆς μηχανῆς γίνεται εἰς τέσσαρας χρόνους, καὶ οἱ *δίχρονοι*, θὰ περιγράψωμεν δὲ τὸν ***τετράχρονον βενζινοκινητῆρα.***

1ος χρόνος - Ἀναρρόφησις. Ὁ ἐμβολεὺς εὑρίσκεται κατ' ἀρχὰς εἰς τὸ ἀνώτατον ἄκρον τῆς διαδρομῆς του καί, ὅταν ἀρχίσῃ νὰ κατέρχεται, ἀνοίγει ἀμέσως ἡ βαλβὶς εἰσαγωγῆς καὶ τὸ μῖγμα τοῦ καυσίμου ἀναρροφᾶται καὶ εἰσχωρεῖ εἰς τὸν κύλινδρον, λόγῳ τῆς ἐλαττώσεως τῆς πιέσεως. Ἡ βαλβὶς ἐξαγωγῆς εἶναι κλειστὴ (σχ. 464).

2ος χρόνος - Συμπίεσις. Αἱ δύο βαλβῖδες παραμένουν κλεισταί, ὁ ἐμβολεὺς ἄρχεται κινούμενος πρὸς τὰ ἄνω καὶ τὸ καύσιμον ἀέριον συμπιέζεται (σχ. 465).

3ος χρόνος - Ἔκρηξις καὶ ἐκτόνωσις. Ὅταν τὸ ἀέριον συμπιεσθῇ ἐπαρκῶς, τὸ καύσιμον ἀναφλέγεται, διὰ τοῦ ἀναφλεκτῆρος, ἀποτόμως καὶ προκαλεῖται ἔκρηξις τοῦ μίγματος. Ὡς ἐκ τῆς ἀποτόμου αὐξήσεως τῆς πιέσεως, ὁ ἐμβολεὺς ὠθεῖται βιαίως πρὸς τὰ κάτω καὶ οὕτω τὰ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου εὑρισκόμενα ἀέρια ***ἐκτονοῦνται*** (σχ. 466), ἡ φάσις δὲ αὕτη ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν ἀπόδοσιν ἔργου ὑπὸ τῆς μηχανῆς.



Σχ. 465. Συμπίεσις. *Σχ. 466. Ἔκρηξις.* *Σχ. 467. Ἐξαγωγή.*

4ος χρόνος - Ἐξαγωγή. Τὸ ἔμβολον, τὸ ὁποῖον τώρα εἶναι χαμηλά, ἀνέρχεται πάλιν καὶ ἐκδιώκει τὰ ἀέρια, μέσῳ τῆς βαλβῖδος ἐξαγωγῆς, ἡ ὁποία ἐν τῷ μεταξὺ ἤνοιξεν. Ἡ βαλβὶς εἰσαγωγῆς εἶναι πάντοτε κλειστὴ (σχ. 467).

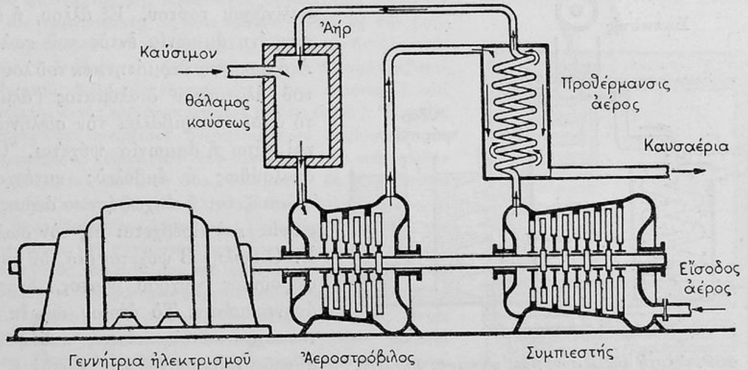
Ἀπὸ τὰς τέσσαρας περιγραφείσας κυρίας φάσεις, ἑκάστη τῶν ὁποίων ἀντιστοιχεῖ εἰς μίαν ἁπλῆν διαδρομὴν τοῦ ἐμβόλου, μόνον ἐκείνη τῆς ἐκτονώσεως μᾶς δίδει ὠφέλιμον ἔργον. Ἀντιθέτως αἱ ἄλλαι ἀπορροφοῦν ἔργον, τὸ ὁποῖον παρέχεται ἀπὸ τὴν εἰς τὸν σφόνδυλον ἀποταμιευθεῖσαν ἐνέργειαν. Ἔχομεν δηλ. μίαν φάσιν ἔργου δι' ἕκαστον κύκλον τῆς μηχανῆς.

Διὰ τὴν πραγματοποίησιν μηχανῶν μεγάλης ἰσχύος συνδυάζονται περισσότεροι κύλινδροι, π.χ. τέσσαρες, ἓξ ἢ δώδεκα, ὅτε ἡ μηχανὴ καλεῖται τετρακύλινδρος, ἑξακύλινδρος κ.ο.κ.

318. Μηχαναὶ Diesel (Ντήζελ). Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς, ἀλλὰ μὲ ἐλαφρὰς τροποποιήσεις, στηρίζεται καὶ ἡ λειτουργία τῶν ***κινητήρων* Diesel**, εἰς τοὺς ὁποίους ἡ συμπίεσις εἶναι πολὺ ἀνωτέρα (30 - 40 at) καὶ ταχεῖα, οὕτω δὲ δὲν ἀπαιτεῖται ἡ χρησιμοποίησις ἀναφλεκτικῆς διατάξεως διὰ τὸ καύσιμον, ἀλλὰ τοῦτο αὐταναφλέγεται, λόγῳ τῆς ἐντόνου ἀνυψώσεως τῆς θερμοκρασίας του κατὰ τὴν ταχυτάτην συμπίεσίν του. Εἰς τοὺς κινητῆρας Diesel δὲν λαμβάνει χώραν ἔκρηξις, ἀλλὰ τὸ καύσιμον μῖγμα καίεται βαθμηδόν. Οὗτοι παρουσιάζουν τὸ πλεονέκτημα, ὅτι δύνανται νὰ χρησιμοποιήσουν ὡς καύσιμα βαρέα ἔλαια ἢ πετρέλαιον, τὰ ὁποῖα δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ χρησιμοποιηθοῦν ὑπὸ τῶν κινητήρων ἐσωτερικῆς καύσεως. Ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεως τῶν μηχανῶν ἐσωτερικῆς καύσεως εἶναι μεγαλύτερος τῶν ἀτμομηχανῶν. Οὕτω, διὰ μηχανὰς ἐκρήξεως οὗτος ἀνέρχεται εἰς 20 - 32 %, ἐνῷ διὰ κινητῆρας Diesel εἶναι 30 - 38 %.

Γενικῶς οἱ κινητῆρες ἐκρήξεως χρησιμοποιοῦνται εἰς τὰ αὐτοκίνητα, μοτοσυκλέτας, ὑπὸ σχετικῶς μικρὰν ἰσχύν, ἀλλὰ ὑπὸ λίαν μεγάλην ἰσχὺν εἰς τὰ ἀεροπλάνα. Οἱ κινητῆρες Diesel, ἐπειδὴ ἀποτελοῦν βαρείας μηχανάς, χρησιμοποιοῦνται κυρίως εἰς τὰ ἐργοστάσια, εἰς πλοῖα καὶ εἰς μονίμους ἐν γένει ἐγκαταστάσεις.

319. Ἀεριοστρόβιλοι. Κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη ἤρχισαν νὰ ἀποκτοῦν σημασίαν μεταξὺ τῶν διαφόρων θερμικῶν μηχανῶν καὶ οἱ ***ἀεριοστρόβιλοι*** (στρόβιλοι δι' ἀερίων). Εἰς ἕνα ἀεριοστρόβιλον (σχ. 468) εἰσχωρεῖ ἀήρ, ὁ ὁποῖος διὰ καταλλήλου συμπιεστοῦ συμπιέζεται εἰς 4 - 12 ἀτμοσφαίρας καὶ εἰσχωρεῖ ἀκολούθως ἐντὸς τοῦ θαλάμου καύσεως. Ποσότης 1/10 ἐκ τοῦ ἀέρος τούτου χρη-



Σχ. 468. Σχηματικὴ διάταξις ἀεριοστροβίλου (ἀρχή).

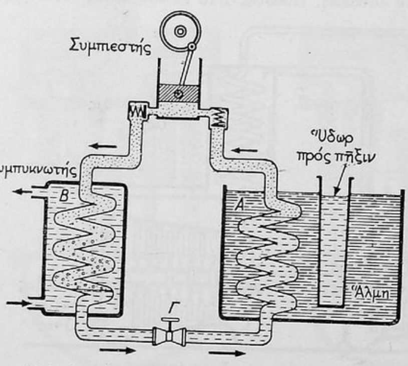
σιμεύει διὰ τὴν καῦσιν τοῦ διαρκῶς εἰσαγομένου καυσίμου (πετρελαίου κλπ.), ἐνῷ τὰ ὑπόλοιπα 9/10 χρησιμεύουν διὰ τὴν ψῦξιν τῶν τοιχωμάτων τοῦ θαλάμου καύσεως. Τὸ μῖγμα (θερμοκρασίας 600° C) τοῦ ἀερίου καύσεως καὶ τοῦ ἀέρος ψύξεως ἐκρέει ὑπὸ μεγάλην ταχύτητα ἐπὶ τῶν πτερυγίων τοῦ τροχοῦ τοῦ στροβίλου καὶ ἐμβάλλει αὐτὸν εἰς κίνησιν. Ἓν μέρος τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας τοῦ στροβίλου χρησιμεύει διὰ τὴν λειτουργίαν τοῦ συμπιεστοῦ. Ἡ ἀπόδοσις τοῦ ἀεριοστροβίλου αὐξάνει σημαντικῶς, ἐὰν ὁ πεπιεσμένος ἀὴρ πρὸ τῆς εἰσαγωγῆς του εἰς τὸν θάλαμον καύσεως προθερμανθῇ (εἰς 350° C). Τὸ οὐσιῶδες πλεονέκτημα τοῦ ἀεριοστροβίλου συνίσταται εἰς τὸ ὅτι δύναται νὰ χρησιμοποιῇ εὐθηνὰ ὑγρὰ ἢ ἀέρια καύσιμα μὲ καλὴν ἀπόδοσιν. Οἱ ἀεριοστρόβιλοι τείνουν νὰ ἀντικαταστήσουν σὺν τῷ χρόνῳ τοὺς συνήθεις τύπους μηχανῶν ἐσωτερικῆς καύσεως. Οἱ ἀεριοστρόβιλοι χρησιμοποιοῦνται ἐπίσης διὰ τὴν κίνησιν τῶν ἀεροπλάνων, ὡς περιεγράψαμεν αὐτοὺς εἰς τὴν § 192.

320. Βιομηχανικὸς συντελεστὴς ἀποδόσεως. Ὡς εἴδομεν, εἰς ὅλας τὰς θερμικὰς μηχανάς, τὰς ὁποίας περιεγράψαμεν ἀνωτέρω, τὸ μεγαλύτερον μέρος τῆς παρεχομένης εἰς αὐτὰς θερμότητος δὲν μετατρέπεται εἰς ὠφέλιμον ἔργον καὶ τοῦτο διότι προκύπτουν ἀτέλειαι κατὰ τὴν κατασκευὴν τῶν μηχανῶν, ἀπώλειαι θερμότητος εἰς τὸ περιβάλλον, ἀπώλεια ἔργου λόγῳ τριβῶν, κατανάλωσις ἔργου διὰ νὰ κινηθοῦν βοηθητικαὶ μηχαναὶ κλπ. Καλοῦμεν λοιπὸν ***βιομηχανικὸν συντελεστὴν ἀποδόσεως*** ($\eta_{\beta\iota o\mu.}$) τὸ πηλίκον τοῦ ὠφελίμου ἔργου ($A_{\omega\varphi\acute{\varepsilon}\lambda.}$), τὸ ὁποῖον λαμβάνομεν ἐκ τῆς μηχανῆς, διὰ τῆς θερμότητος Q, τὴν ὁποίαν προσφέρομεν εἰς αὐτήν. Ἤτοι :

$$\boxed{\eta_{\beta\iota o\mu.} = \frac{A_{\omega\varphi\acute{\varepsilon}\lambda.}}{Q}}$$

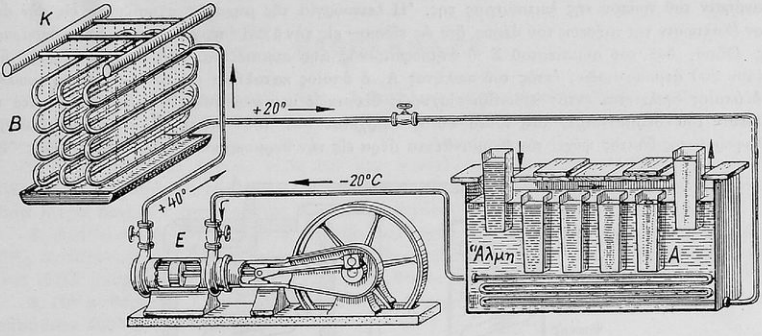
ΨΥΚΤΙΚΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ

321. Τὸ σχῆμα 469 παριστᾷ τὴν ἀρχὴν τῆς λειτουργίας ψυκτικῆς μηχανῆς, ἡ ὁποία χρησιμεύει διὰ τὴν παραγωγὴν πάγου, δι' ἐξαερώσεως ὑγρᾶς ἀμμωνίας. Οὕτω, ὅταν ὁ ἐμβολεὺς τοῦ συμπιεστοῦ κινῆται πρὸς τὰ ἄνω, τότε ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου αὐτοῦ δημιουργεῖται ὑποπίεσις, συνεπείᾳ δὲ τούτου ἡ ἐντὸς τοῦ ὀφιοειδοῦς σωλῆνος Α ὑγρὰ ἀμμωνία ἐξαεροῦται καὶ εἰσέρχεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου τούτου. Ἐξ ἄλλου, ἡ ἐξαερουμένη ἀμμωνία ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Α ἀπορροφᾷ θερμότητα ἐκ τοῦ λουτροῦ τοῦ ἁλατούχου διαλύματος (ἅλμης), τὸ ὁποῖον περιβάλλει τὸν σωλῆνα Α, καὶ οὕτω ἡ ἀμμωνία ψύχεται. Ὅταν ἀκολούθως ὁ ἐμβολεὺς κατέρχεται, συμπιέζεται ἡ εἰσχωρήσασα ἀέριος ἀμμωνία καὶ εἰσέρχεται εἰς τὸν σωλῆνα Β. Ὁ σωλὴν Β ψύχεται διὰ τοῦ κυκλοφοροῦντος ψυχροῦ ὕδατος, διαρκῶς ἀνανεουμένου. Τὸ ἀέριον ὡς ἐκ τῆς ταυτοχρόνου συμπιέσεως καὶ ψύξεως αὐτοῦ ὑγροποιεῖται καί, ἐπειδὴ ἡ πίεσις εἰς τὸν σωλῆνα Β εἶναι μεγαλυτέρα παρὰ εἰς τὸν σωλῆνα Α, μὲ τὴν βοήθειαν βαλβῖδος Γ αὐτορρυθμιζομένης, ἡ ὑγρὰ ἀμμωνία εἰσχωρεῖ εἰς τὸν σωλῆνα Α διὰ νὰ ἐξαερωθῇ ἐκ νέου κ.ο.κ. Διὰ τοῦ τρόπου τούτου ἀφαιρεῖται θερμότης ἐκ τῆς ἅλμης καὶ αὕτη βαθμιαίως ψύχεται εἰς -15^0 C ἕως -20^0 C. Ἐὰν ἐντὸς τοῦ λουτροῦ τῆς ἅλμης τοποθετήσωμεν κατάλληλα δοχεῖα μὲ πόσιμον ὕδωρ, τοῦτο πήγνυται καὶ μετατρέπεται εἰς πάγον, ὡς οὗτος φέρεται εἰς τὸ ἐμπόριον.



Σχ. 469. Ἀρχὴ τῆς λειτουργίας ψυκτικῆς μηχανῆς.

Τὸ σχῆμα 470 δεικνύει κατὰ παραστατικώτερον τρόπον τὴν ἐγκατάστασιν ψυκτικῆς μηχανῆς δι' ἀμμωνίας, ὅπου Ε παριστᾷ τὸν ἐμβολέα μιᾶς ἀντλίας συμπιέσεως, Β τὸν συμπυκνωτήν, ὅπου διὰ καταιονισμοῦ ὕδατος ἀπὸ τοῦ Κ ἐπέρχεται ἡ ψῦξις τῆς ἀμμωνίας, καὶ Α τὸ συγκρότημα, ὅπου οἱ σωλῆνες ἐξαερώσεως τῆς ἀμμωνίας. Εἰς τὴν εἰκόνα



Σχ. 470. Σχηματικὴ παράστασις ἐγκαταστάσεως παγοποιείου.

παρατηροῦμεν σειρὰν δοχείων, τὰ ὁποῖα περιέχουν ὕδωρ πρὸς παραγωγὴν πάγου, ἐξ αὐτῶν δὲ ἓν εἶναι ἕτοιμον νὰ βυθισθῇ, ἕτερον δεξιὰ μὲ πάγον ἀνέρχεται καὶ σειρὰ 4 ἀκόμη δοχείων βυθισμένων εἰς τὸ λουτρὸν τῆς ἅλμης.

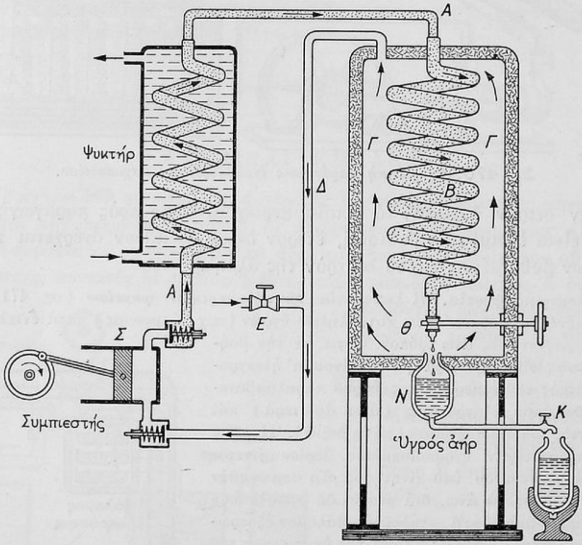
322*. Ἠλεκτρικὰ ψυγεῖα. Ἡ λειτουργία τῶν ***ἠλεκτρικῶν ψυγείων*** (σχ. 471) στηρίζεται ἐπὶ τοῦ φαινομένου τῆς ἐξαερώσεως καταλλήλων ὑγρῶν (π.χ. ἀμμωνίας) κατὰ ἐντελῶς ἀνάλογον πρὸς τὸν περιγραφέντα ὡς ἄνω τρόπον. Οὕτω, μὲ τὴν βοήθειαν συμπιεστοῦ (κάτω ἀριστερά), κινουμένου δι' ἠλεκτροκινητῆρος, ὁ ἀτμὸς τοῦ ἐξαερωθέντος ὑγροῦ παραλαμβάνεται ἐκ τοῦ θαλάμου ἐξαερώσεως (ἄνω ἀριστερὰ) καὶ συμπιέζεται ἐντὸς τοῦ συμπυκνωτοῦ (κάτω δεξιά). Ἡ ψῦξις τοῦ κατὰ τὴν συμπίεσιν ὑγροποιουμένου ἀερίου γίνεται δι' ἀνεμιστῆρος κινουμένου ὑπὸ κινητῆρος. Τὸ συμπιεσθὲν ὑγρὸν ἀνέρχεται πρὸς τὰ ἄνω, διὰ μέσου δὲ καταλλήλου αὐτορρυθμιζομένης βαλβῖδος Δ, πληροῖ τὸν θάλαμον ἐξαερώσεως, ὅπου ἐξαεροῦται ἀποτόμως (λόγῳ τῆς ὑποπιέσεως τοῦ συμπιεστοῦ), ὑπὸ σύγχρονον ταπείνωσιν τῆς θερμοκρασίας. Οὕτω, ὁ ἐντὸς τοῦ θαλάμου τοῦ ψυγείου ἀὴρ ὁ περιβάλλων τὸν θάλαμον ἐξαερώσεως ψύχεται καὶ κατέρχεται πρὸς τὰ κάτω, δημιουργουμένου οὕτω ρεύματος ψυχροῦ ἀέρος. Ἐντὸς τοῦ θαλάμου ἐξαερώσεως τοποθετοῦνται μικραὶ λεκάναι πλήρεις ὕδατος διὰ τὴν παραγωγὴν μικρῶν τεμαχίων πάγου.

Σχ. 471. Σχηματικὴ διάταξις ἠλεκτρικοῦ ψυγείου οἰκιακῆς χρήσεως.

Εἰς τὰ σύγχρονα ἠλεκτρικὰ ψυγεῖα ἐκτὸς τῆς ἀμμωνίας εἰσήχθησαν νέα πτητικὰ ὑγρά, μεταξὺ τῶν ὁποίων λίαν διαδεδομένον εἶναι τὸ Freon. Τὸ ὑγρὸν τοῦτο ἔχει τὸν τύπον CCl_3F, ἤτοι τριχλωρομονοφθοριομεθάνιον (Freon, 11), τοῦ ὁποίου τὸ σημεῖον πήξεως εἶναι -111^0 C, εἶναι ἄχρουν, σχεδὸν ἄοσμον εἰς τὸν ἀέρα, ἄφλεκτον καὶ ὄχι τοξικόν.

Πολλὰ ἠλεκτρικὰ ψυγεῖα εἶναι ἐφωδιασμένα δι' ειδικοῦ διμεταλλικοῦ διακόπτου (βλ. § 249), διὰ τοῦ ὁποίου διακόπτεται ἢ ἀποκαθίσταται αὐτομάτως ἡ λειτουργία τοῦ ἠλεκτροκινητῆρος, οὕτω δὲ ἐπιτυγχάνεται ἡ διατήρησις ἐντὸς τοῦ θαλάμου ψύξεως σταθερᾶς θερμοκρασίας.

323*. **Ὑγροποίησις τοῦ ἀέρος διὰ τῆς μηχανῆς Linde** (Λίντε). Ἡ ὑγροποίησις τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος γίνεται συνήθως διὰ τῆς μηχανῆς Linde. Εἰς τὸ σχῆμα 472 δεικνύεται διάγραμμα μὲ τὰ κύρια μέρη τῆς μηχανῆς, ὑπὸ τὴν ἁπλουστέραν αὐτῶν μορφήν, διὰ τὴν καλλιτέραν κατανόησιν τοῦ τρόπου τῆς λειτουργίας της. Ἡ λειτουργία τῆς μηχανῆς στηρίζεται εἰς τὴν ἀπότομον ἐλάττωσιν τῆς πιέσεως τοῦ ἀέρος, ὅτε ὡς εἴδομεν εἰς τὴν § 298 ἐπέρχεται πτῶσις τῆς θερμοκρασίας. Οὕτω, διὰ τοῦ συμπιεστοῦ Σ ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ συμπιέζεται ὑπὸ ὑψηλὴν πίεσιν, ἤτοι περίπου 200 ἀτμοσφαιρῶν, ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Α, ὁ ὁποῖος καταλήγει εἰς τὸν σπειροειδῆ σωλῆνα Β, ὁ ὁποῖος ἐγκλείεται ἐντὸς κιβωτίου ἰσχυρῶς θερμικῶς μεμονωμένου. Ἐπειδὴ ὁ ἀὴρ κατὰ τὴν συμπίεσίν του θερμαίνεται, διὰ τοῦτο οὗτος διέρχεται διὰ τοῦ ψυκτῆρος, ὅπου διὰ συνεχῶς κυκλοφοροῦντος ὕδατος ψύχει τὸν θερμανθέντα ἀέρα εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος. Ἐὰν



Σχ. 472. Μηχανὴ Linde ὑγροποιήσεως τοῦ ἀέρος (ἀρχή).

ἀκολούθως ἀνοίξωμεν τὴν βαλβῖδα Θ, ὁ ἀὴρ ἐκτονοῦται καὶ ἀπὸ τῆς λίαν ὑψηλῆς πιέσεως μεταπίπτει εἰς λίαν χαμηλὴν πίεσιν, ὅτε οὗτος ψύχεται. Ἡ ψῦξις ὅμως αὕτη δὲν εἶναι ἀκόμη ἀρκετὴ διὰ νὰ ὑγροποιηθῇ ὁ ἀήρ. Διὰ τοῦτο ὁ ἐξερχόμενος ψυχρὸς ἀὴρ διοχετεύεται πρὸς τὰ ἄνω διὰ τοῦ χώρου Γ, ὅστις περιβάλλει τὸν σπειροειδῆ σωλῆνα, τοιουτοτρόπως δὲ ὁ ἀὴρ ἐντὸς τοῦ σπειροειδοῦς σωλῆνος ψύχεται ἐπιπροσθέτως. Διὰ τοῦ χώρου Γ καὶ διὰ τοῦ σωλῆνος ἐπιστροφῆς Δ ὁ ἀὴρ οὗτος ἐπανέρχεται καὶ πάλιν εἰς τὸν συμπιεστήν, ἡ ἑκάστοτε δὲ ἀπαιτουμένη πρὸς συμπίεσιν νέα ποσότης ἀέρος εἰσέρχεται διὰ τοῦ στομίου Ε, ὅπου ὑπάρχει κατάλληλος δικλείς. Οὕτω, δι' ἐπανειλημμένων συμπιέσεων καὶ ἐκτονώσεων τοῦ ἀέρος ἐπιτυγχάνομεν νὰ ταπεινωθῇ ἡ θερμοκρασία εἰς τοιοῦτον βαθμόν, ὥστε ὁ ἀὴρ μεταπίπτει εἰς ὑγρὰν κατάστασιν, διότι ἡ θερμοκρασία του γίνεται κατωτέρα ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν ζέσεως τοῦ ἀέρος. Ὁ οὕτω παραγόμενος ὑγρὸς ἀὴρ συλλέγεται ἐντὸς τοῦ δοχείου Ν, εὑρισκόμενος ὑπὸ πίεσιν περίπου 1 ἀτμοσφαίρας. Ὅταν ἀνοιγῇ ἡ στρόφιγξ τοῦ κρουνοῦ Κ, ἐξατμίζεται μέρος τοῦ ἐκρέοντος ὑγροῦ ἀέρος καὶ ἕνεκα τούτου ψύχεται τὸ ὑπόλοιπον μέχρι -192^0 C, δηλ. τοῦ σημείου ζέσεως ὑγροῦ ἀέρος ὑπὸ τὴν κανονικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ὁπότε οὗτος ἐκρέει εἰς δοχεῖον θερμικῶς μεμονωμένον, ἤτοι εἰς *δοχεῖον Dewar (Ντγιούαρ)*

(βλ. § 305). Εἰς τὴν πραγματικότητα ὅμως ἡ συσκευὴ εἶναι λίαν σύνθετος, ὅτε καὶ ἡ συμπίεσις γίνεται τμηματικῶς καὶ ἡ ἐκτόνωσις κατὰ στάδια.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Πόσα kgr ἄνθρακος, τοῦ ὁποίου ἡ θερμότης καύσεως εἶναι 7 000 kcal/kgr, καταναλίσκονται εἰς ἀτμομηχανὴν 2 000 PS συντελεστοῦ ἀποδόσεως 16 %, διὰ συνεχῆ λειτουργίαν αὐτῆς ἐπὶ 24 ὥρας.

2. Βενζινοκινητὴρ ἰσχύος 1 000 PS καὶ συντελεστοῦ ἀποδόσεως 30 % καταναλίσκει βενζίνην, τῆς ὁποίας ἡ θερμότης καύσεως εἶναι 10 200 cal/gr καὶ ἡ πυκνότης 0,72 gr/cm^3. Πόσα λίτρα βενζίνης ἀπαιτοῦνται διὰ λειτουργίαν τοῦ κινητῆρος ἐπὶ μίαν ὥραν.

3. Αὐτοκίνητον, τοῦ ὁποίου ὁ κινητὴρ ἔχει ἰσχὺν 20 ἵππων καὶ συντελεστὴν ἀποδόσεως 25 %, ἀναπτύσσει ταχύτητα 75 km/h. Πόσα λίτρα βενζίνης, τῆς ὁποίας ἡ θερμότης καύσεως εἶναι 10 000 cal/gr καὶ ἡ πυκνότης 0,72 gr/cm^3, θὰ καταναλωθοῦν διὰ τὴν διαδρομὴν 100 km.

4. Νὰ καθορισθῇ ἡ θεωρητικὴ ἀπόδοσις ἀτμομηχανῆς ἐργαζομένης μεταξὺ τῶν θερμοκρασιῶν 400^0 C καὶ 105^0 C.

5. Ἠλεκτρικὸν ψυγεῖον πρέπει νὰ ἀφαιρῇ 100 cal/sec. Ἐὰν ὁ κινητὴρ ἔχῃ συντελεστὴν ἀποδόσεως 90 %, πόση ἡ ἰσχὺς αὐτοῦ.

Μεταβολὴ τῆς μάζης μετὰ τῆς ταχύτητος. Κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς Μηχανικῆς ἐξητάσαμεν ὅλα γενικῶς τὰ κεφάλαια αὐτῆς ἀναφέροντες τοὺς συλλογισμούς μας πάντοτε πρὸς τὴν Γῆν, ἡ ὁποία ἐθεωρήσαμεν, κατόπιν συμφωνίας, ὅτι παραμένει ἀκίνητος, οὕτω δὲ συνηγάγομεν τοὺς διαφόρους νόμους τῆς Μηχανικῆς.

Ἐν τούτοις ἡ παραδοχὴ ὅτι ἡ Γῆ εἶναι ἀκίνητος δὲν ἀνταποκρίνεται εἰς τὴν πραγματικότητα, διότι ὡς γνωρίζομεν ἡ Γῆ κινεῖται. Γεννᾶται λοιπὸν τὸ ἐρώτημα, ἐὰν οἱ νόμοι τῆς Μηχανικῆς, τοὺς ὁποίους ἀνεύρομεν ἐπὶ τῇ ὑποθέσει ὅτι ἡ Γῆ εἶναι ἀκίνητος, θὰ ἰσχύουν καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ Γῆ κινεῖται.

Τὸ ζήτημα τοῦτο ἐξετάζει ἡ ***σχετικὴ Μηχανική***, ἡ ὁποία ἄγει εἰς τὸ συμπέρασμα, ὅτι οἱ νόμοι τῆς Μηχανικῆς, τοὺς ὁποίους ἐσπουδάσαμεν διὰ τῆς παραδοχῆς ὅτι ἡ Γῆ παραμένει ἀκίνητος, ἰσχύουν καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν δεχόμεθα ὅτι ἡ Γῆ κινεῖται, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν ἀναφαίνονται ἰδιαζούσης φύσεως δυνάμεις, τὰς ὁποίας καλοῦμεν ***δυνάμεις ἀδρανείας***.

Τ' ἀνωτέρω ἐθίξαμεν μὲ τὴν ἀπαιτουμένην συντομίαν κατὰ τὴν διευκρίνησιν τοῦ ζητήματος τῆς κεντρομόλου καὶ φυγοκέντρου δυνάμεως (βλ. § 66).

Ἐν τούτοις πολὺ βραδύτερον ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ***θεωρίας τῆς σχετικότητος*** διάφοροι ἔννοιαι, ὡς π.χ. ἡ ἔννοια τῆς μάζης καὶ ἡ ἔννοια τῆς ἐνεργείας, τὰς ὁποίας ἐγνωρίσαμεν κατὰ τὴν σπουδὴν τῆς Μηχανικῆς, ἐτροποποιήθησαν οὐσιωδῶς.

Ἡ ἀνάπτυξις τόσον τῆς σχετικῆς Μηχανικῆς, ὅσον καὶ τῆς θεωρίας τῆς σχετικότητος, ἐκφεύγουν τῶν ὁρίων ἑνὸς διδακτικοῦ βιβλίου, προοριζομένου διὰ τὴν Μέσην Ἐκπαίδευσιν, ὡς ἐκ τούτου δὲ θὰ περιορισθῶμεν ν' ἀναφέρωμεν ὡρισμένα συμπεράσματα, εἰς τὰ ὁποῖα κατέληξεν ἡ θεωρία τῆς σχετικότητος, παρουσιάζοντα ἰδιαίτερον ἐνδιαφέρον.

α) ***Μᾶζα.*** Ἐξ ὅσων μέχρι σήμερον γνωρίζομεν ἐκ τῆς σπουδῆς τῆς Μηχανικῆς, ἡ μᾶζα ἑνὸς σώματος παραμένει ἀμετάβλητος εἴτε τὸ σῶμα ἠρεμεῖ εἴτε κινεῖται, δηλ. ἡ μᾶζα ἑνὸς σώματος εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν κινητικὴν κατάστασιν αὐτοῦ.

Ὁ **Einstein,** εἰς τὴν διατυπωθεῖσαν ὑπ' αὐτοῦ θεωρίαν τῆς σχετικότητος, προβλέπει ὅτι ἡ μᾶζα ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς κινητικῆς καταστάσεως τοῦ σώματος καὶ ἐὰν διὰ m_0 καλέσωμεν τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος ἐν ἠρεμίᾳ καὶ διὰ m τὴν μᾶζαν αὐτοῦ ὅταν κινῆται ὑπὸ ταχύτητα υ, κατὰ τὸν Einstein, μεταξὺ τῶν μεγεθῶν τούτων ὑφίσταται ἡ σχέσις :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}$$

ὅπου c παριστᾷ τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ φωτὸς ($= 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec).

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρου τύπου βλέπομεν, ὅτι ὅσον ἡ ταχύτης τοῦ σώματος γίνεται μεγαλυτέρα, τόσον καὶ ἡ μᾶζα αὐτοῦ αὐξάνεται. Ἄξιον παρατηρήσεως εἶναι ὅτι ἡ ἀνωτέρω πρόβλεψις τοῦ Einstein ἐπηληθεύθη διὰ τοῦ πειράματος.

Εἰς τὸν ἀνωτέρω τύπον, ἐὰν θέσωμεν $\upsilon = c$, δηλαδὴ ἐὰν τὸ σῶμα κινῆται μὲ τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ φωτός, ἡ μᾶζα αὐτοῦ καθίσταται ἄπειρος, τὸ συμπέρασμα δὲ τοῦτο εἶναι κεφαλαιώδους σημασίας. Πράγματι, ἐξ ὅσων γνωρίζομεν μέχρι τοῦδε, ἡ μᾶζα τοῦ σώματος ἀποτελεῖ μέτρον τῆς ἀδρανείας αὐτοῦ, ἤτοι τῆς ἀντιστάσεως τὴν ὁποίαν προβάλλει τὸ σῶμα πρὸς μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως αὐτοῦ, ἢ ἄλλως εἰς τὴν μετάδοσιν εἰς αὐτὸ ἐπιταχύνσεως.

Ὅσον ἑπομένως ἡ ταχύτης τοῦ σώματος αὐξάνεται, καὶ ἡ μᾶζα τοῦ σώματος αὐξάνεται, κατὰ τὸν Einstein, καὶ ἑπομένως τὸ σῶμα καθίσταται ἀδρανέστερον, ἤτοι ἀπαιτεῖται μεγαλυτέρα δύναμις διὰ τὴν μετάδοσιν εἰς αὐτὸ ἐπιταχύνσεως. Ὅταν ὅμως ἐπιταχύνωμεν τὸ σῶμα μέχρις ὅτου τοῦτο ἀποκτήσῃ τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ φωτός, ἡ μᾶζα αὐτοῦ καθίσταται ἄπειρος καὶ εἶναι ἀδύνατον, ὁσονδήποτε μεγάλην δύναμιν καὶ ἐὰν ἐφαρμόσωμεν εἰς τὸ σῶμα, νὰ αὐξήσωμεν περαιτέρω τὴν ταχύτητα αὐτοῦ.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει, ὅτι ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ φωτὸς ἀποτελεῖ τὸ ἀνώτερον ὅριον μηχανικῆς ταχύτητος, δηλαδὴ εἶναι ἀδύνατον κατὰ τὸν Einstein ὑλικὸν σῶμα ν' ἀποκτήσῃ ταχύτητα μεγαλυτέραν τῆς ταχύτητος διαδόσεως τοῦ φωτός.

Ἡ μεταβολὴ τῆς μάζης σώματος μετὰ τῆς ταχύτητος καθίσταται αἰσθητὴ μόνον ὅταν ἡ ταχύτης τοῦ σώματος δὲν διαφέρῃ πολὺ τῆς ταχύτητος διαδόσεως τοῦ φωτός. Ἐὰν ὅμως υ εἶναι πολὺ μικρότερον τοῦ c, τότε ὁ ὅρος υ/c εἶναι πολὺ μικρὸς καὶ ἑπομένως ὁ ὅρος υ^2/c^2 δύναται νὰ παραλείπεται ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος πρὸ τῆς μονάδος, ὅτε ἐκ τοῦ ἀνωτέρω προκύπτει $m = m_0$. Ἑπομένως διὰ ταχύτητας πολὺ μικροτέρας τῆς διαδόσεως τοῦ φωτὸς ἡ μᾶζα παραμένει ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν κινητικὴν κατάστασιν τοῦ σώματος.

β) ***Μᾶζα καὶ ἐνέργεια.*** Μία ἄλλη ἀλλὰ ἐξόχως ριζοσπαστικὴ ἀντίληψις, τὴν ὁποίαν εἰσάγει ἡ θεωρία τῆς σχετικότητος, εἶναι ἡ ἰσοδυναμία μάζης καὶ ἐνεργείας. Μὲ ἄλλους λόγους ἡ ὕλη δύναται νὰ μετατρέπεται εἰς ἐνέργειαν καὶ ἀντιστρόφως ἡ ἐνέργεια δύναται νὰ μετατραπῇ εἰς ὕλην.

Ἡ ἰσοδυναμία μεταξὺ μάζης καὶ ἐνεργείας ἐκφράζεται διὰ τῆς περιφήμου ***ἐξισώσεως*** **Einstein :**

$$\boxed{E = m \cdot c^2}$$

ὅπου E παριστᾷ τὴν ἐνέργειαν τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς μᾶζαν m καὶ c τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ φωτός.

Συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, ἐὰν 1 gr ὕλης μετατραπῇ εἰς ἐνέργειαν, θὰ εἶναι $E = 1 \cdot (3 \cdot 10^{10})^2 = 9 \cdot 10^{20}$ erg. Ἡ ἐνέργεια αὕτη ἀντιστοιχεῖ εἰς $9 \cdot 10^{13}$ Joule ἢ κατὰ προσέγγισιν πρὸς $9 \cdot 10^{12}$ kgr*m. Ἐὰν θελήσωμεν νὰ παραγάγωμεν τὴν ἐνέργειαν ταύτην διὰ καύσεως ἄνθρακος, ὁ ὁποῖος ἀνὰ 1 kgr παρέχει 9 000 kcal ἢ 9 000 · 427 kgr*m, θὰ ἀπαιτηθῇ ποσότης ἄνθρακος 2 300 τόννων.

Ἀξιοσημείωτον εἶναι ὅτι καὶ αὐτὴ ἡ πρόβλεψις τοῦ Einstein ἐπηληθεύθη πειραματικῶς.

ΣΥΝΤΟΜΟΣ ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Ἡ Φυσική, ὡς γνωστόν, ἀσχολεῖται μὲ τὴν ἀνεύρεσιν τῶν φυσικῶν νόμων, οἱ ὁποῖοι διέπουν τὰ ὑπ' αὐτῆς ἐξεταζόμενα φαινόμενα. Τοὺς ὑπὸ τῆς Φυσικῆς ἀποκαλυπτομένους νόμους ἐκμεταλλεύεται ἀκολούθως ἡ Τεχνική, ἡ ὁποία ἐπινοεῖ διαφόρους πρακτικὰς ἐφαρμογὰς τῶν νόμων τούτων, αἱ ὁποῖαι ἀποβλέπουν εἰς τὴν ἐξύψωσιν τοῦ πνευματικοῦ καὶ βιοτικοῦ ἐπιπέδου τῆς ἀνθρωπότητος.

Ποίαν σημασίαν ἔχει ἡ Φυσικὴ διὰ τὴν ἀνθρωπότητα, δυνάμεθα ν' ἀντιληφθῶμεν ἐκ τῆς μελέτης τῆς Ἱστορίας της, διὰ τὸν λόγον δὲ τοῦτον ἐκρίναμεν σκόπιμον νὰ παραθέσωμεν εἰς τὸ ἀνὰ χεῖρας βιβλίον σύντομον Ἱστορίαν τῆς Φυσικῆς, εἰς ὅ,τι κυρίως ἀφορᾷ τὴν συμβολὴν τῶν Ἀρχαίων Ἑλλήνων εἰς τὰς φυσικὰς ἐπιστήμας.

Προελληνικὴ περίοδος. Εἰς αἰῶνας προγενεστέρους τοῦ 500 π.Χ. ὑπῆρχον λίαν ἰσχναὶ γνώσεις Φυσικῆς καὶ εἶναι βέβαιον ὅτι οὐδεμία προσπάθεια εἶχε γίνει διὰ τὴν συστηματοποίησιν τῆς Φυσικῆς εἰς ἑνιαῖον κεφάλαιον τῆς γνώσεως. Ἐν τούτοις καὶ κατὰ τὴν ἀρχαιοτάτην ταύτην ἐποχὴν εἶχον γίνει μερικαὶ ἀνακαλύψεις στηριζόμεναι ἐπὶ τῶν ἀρχῶν τῆς Φυσικῆς, ὡς π.χ. τὸ τρύπανον καὶ ὁ τροχὸς τῶν κεραμέων. Ἐπίσης ὑδατικὰ ὡρολόγια διὰ τὴν μέτρησιν μικρῶν χρονικῶν διαστημάτων ἦσαν γνωστὰ περίπου ἀπὸ τοῦ 1400 π.Χ., ἡ δὲ ἀρχὴ λειτουργίας αὐτῶν ἐστηρίζετο εἰς τὴν ζύγισιν τῆς ποσότητος ὕδατος τῆς ἐκρεούσης ἀπὸ σταθερᾶς ὀπῆς ἐκροῆς, ἀπὸ δοχεῖον εἰς τὸ ὁποῖον ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος διετηρεῖτο σταθερά, δεδομένου ὅτι ὑπὸ τὰς ἀνωτέρω συνθήκας ἐκροῆς ἡ ποσότης τοῦ ἐκρέοντος ὑγροῦ εἶναι ἀνάλογος τοῦ χρόνου.

Ἐξ ἄλλου αἱ ἀστρονομικαὶ παρατηρήσεις τῶν Χαλδαίων καὶ Βαβυλωνίων, διὰ τῶν ὁποίων οὗτοι προκαθώριζον τὰς ἐκλείψεις, θεωροῦνται ὡς ἐκπληκτικῶς ἀκριβεῖς. Εἶχον ἀνακαλύψει π.χ. τὴν περίοδον *Σάρος*, 18 ἔτη καὶ $10\,^1/_3$ ἡμέρας, μετὰ τὴν ὁποίαν κατὰ προσέγγισιν ἐπαναλαμβάνεται σειρὰ ἐκλείψεων Ἡλίου καὶ Σελήνης.

Ἑλληνικὴ περίοδος (700 π.Χ.- 150 μ.Χ.). Οἱ Ἕλληνες ἀπετέλεσαν τὸν πρῶτον λαόν, ὁ ὁποῖος ἐπεδίωξε ν' ἀναζητήσῃ τὰ αἴτια τῶν φαινομένων καὶ νὰ κατατάξῃ εἰς κοινὰς ὁμάδας ὅλα τὰ φαινόμενα, τὰ ὁποῖα ὠφείλοντο εἰς κοινὸν ἢ ὅμοιον αἴτιον ἢ χαρακτηριστικόν. Εἶναι ὁ πρῶτος λαός, ὁ ὁποῖος ἔδειξεν ἐνδιαφέρον διὰ τὴν μελέτην καὶ τὴν κατανόησιν τοῦ τρόπου τῆς συγκροτήσεως τῶν ἀντικειμένων ὡς καὶ τοῦ τρόπου κατὰ τὸν ὁποῖον ἐξελίσσονται εἰς τὴν φύσιν. Ἐν τούτοις οἱ Ἕλληνες ἦσαν κυρίως θεωρητικοὶ ἐρευνηταὶ καὶ δὲν ἠσχολήθησαν εἰς τὴν συστηματικὴν παρακολούθησιν τῆς φύσεως διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως τοῦ πειράματος.

Τὸ πρῶτον ζήτημα, τὸ ὁποῖον ἀπησχόλησε τοὺς Ἕλληνας, εἶναι ἡ ἀναζήτησις τῆς φυσικῆς βάσεως ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ αἴσθησις τῆς ὁράσεως καὶ τὸ ζήτημα τοῦτο ἐξήτασε πρῶτος ὁ ***Πυθαγόρας*** ἀπὸ τοῦ 500 π.Χ. Οὗτος ἐδέχθη ὅτι ἡ αἴσθησις τῆς ὁράσεως διεγείρεται ὑπὸ ἰδιαζόντων σωματίων, τὰ ὁποῖα ἐκπέμπει ὁ ὀφθαλμός. Τὰ σωμάτια ταῦτα προσπίπτοντα ἐπὶ τῶν διαφόρων σωμάτων ἀνακλῶνται ἐξ αὐτῶν καὶ ἀκολούθως ἐκ τοῦ ὁρωμένου σώματος εἰσχωροῦν ἐκ νέου εἰς τὸν ὀφθαλμόν, οὕτω δὲ τὸ ἀντικείμενον καθίσταται ὁρατόν. Ἡ ἄποψις τοῦ Πυθαγόρου διήγειρε μεγάλας συζητήσεις, ὅσον ἀφορᾷ τὴν ὀρθότητα αὐτῆς, αἱ ὁποῖαι διήρκεσαν ἐπὶ αἰῶνας. Ὀλίγον βραδύτερον ὁ ***Ἐμπεδοκλῆς*** (μαθητής, ὡς ἱστορεῖται, τοῦ Πυθαγόρου) ἐδέχθη τὴν ἀντίθετον ἄποψιν, ὅτι δηλ. τὰ φωτεινὰ σωμάτια δὲν ἐκπέμπονται ἀπὸ τοῦ ὀφθαλμοῦ, ἀλλὰ ἀπὸ τῶν ὁρωμένων ἀντικειμένων.

Ὁ *Ἐμπεδοκλῆς* παρεδέχετο, ὅτι ὅλα ἐν γένει τὰ ἐν τῇ φύσει ὑλικὰ σώματα ἀποτελοῦνται ἐκ τεσσάρων πρωταρχικῶν στοιχείων, ἤτοι *γῆς, ἀέρος, πυρὸς* καὶ *ὕδατος*, καὶ ὅτι ἡ συμπεριφορὰ τῆς ὕλης καθορίζεται ὑπὸ δύο δυνάμεων, ἤτοι τῆς *ἕλξεως* καὶ *ἀπώσεως*, διὰ τὰς ὁποίας ἐδέχετο ὅτι ὑφίσταντο πανταχοῦ εἰς τὸ σύμπαν. Τὰ ἓξ ὡς ἄνω στοιχεῖα (γῆ, ἀήρ, πῦρ, ὕδωρ, ἕλξις, ἄπωσις) ἢ «*λέξεις τοῦ Ἐμπεδοκλέους*» ἀπετέλεσαν τὴν βάσιν διὰ τὴν δημιουργίαν φυσικῶν θεωριῶν, ὡς καὶ διὰ τὴν φιλοσοφικὴν ἔρευναν, καὶ διετηρήθησαν ἐπὶ ἀρκετοὺς αἰῶνας.

Οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες φιλόσοφοι ἠσχολήθησαν ἀρχικῶς μὲ τὸ πρόβλημα τῆς κινήσεως καὶ ἠρεμίας τῶν σωμάτων, καὶ ἐπρέσβευον ὅτι, ἵνα ἓν πρᾶγμα ἢ σῶμα ὑφίσταται, πρέπει νὰ παρουσιάζῃ μονίμους ἰδιότητας. Ἐπειδὴ ὅμως τὰ κινούμενα σώματα δὲν διατηροῦν μόνιμον θέσιν, ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου ὁ ***Παρμενίδης*** (ὅστις πρῶτος διετύπωσε τὴν θεωρίαν, ὅτι ἡ Γῆ εἶναι σφαιροειδὴς καὶ αἰωρεῖται εἰς τὸ διάστημα) διετύπωσε τὴν ἄποψιν, διὰ νὰ ἀπαλλαγῇ ἀπὸ τοῦ ἀνωτέρω διλήμματος, ὅτι πράγματι δὲν ὑφίστανται κινούμενα σώματα, ἀλλ᾽ ὅτι ἡ κίνησις ἀποτελεῖ ὀπτικὴν ἀπάτην.

Ἀκολούθως ὁ ***Ἀναξαγόρας*** (500 π.Χ.) ὑπεστήριξε τὸ ἐναντίον, ὅτι δηλ. ἡ κίνησις πράγματι ὑφίσταται, ἀλλὰ δὲν ἠδυνήθη νὰ διακρίνῃ τὰς δύο καταστάσεις τῆς κινήσεως καὶ τῆς ἠρεμίας. Ὁ *Ἀναξαγόρας* ἐδέχθη, ὅτι ὑφίσταται εἰδικὴ ὕλη, ἡ ὁποία προκαλεῖ τὴν κίνησιν, ἐνῷ βραδύτερον ὁ ***Λεύκιππος***, ὁ ὁποῖος ὑπεστήριξε τὴν ὕπαρξιν τῶν ἀτόμων, ἐθεώρησεν ὅτι ἡ κίνησις τῶν ἀτόμων ἀποτελεῖ αἰώνιον ἰδιότητα αὐτῶν, οὕτω δὲ οὗτος ἀπηρνήθη τὴν κατάστασιν τῆς ἠρεμίας.

Ὁ *Ἀναξαγόρας* παραδέχεται, ὅτι αἱ ἀρχαὶ καὶ τὰ στοιχεῖα ἐν τῇ φύσει εἶναι ἄπειρα καὶ ὅτι ὁ νοῦς παρέχει τὴν κίνησιν εἰς τὰ ὄντα. Διετύπωσεν τὴν *ἀρχὴν τῆς ἀφθαρσίας τῆς ὕλης* καὶ ὅτι «δὲν ὑπάρχει μέγα καὶ μικρόν, ἀλλὰ τοῦ μεγάλου ὑπάρχει μεγαλύτερον καὶ τοῦ μικροῦ ὑπάρχει μικρότερον» (ἀξίωμα τῆς συνεχείας εἰς τὰ Μαθηματικά).

Ὁ ***Ἀριστοτέλης*** (384 - 322 π.Χ.), ὁ ὁποῖος ὑπῆρξε ἐπὶ εἰκοσαετίαν μαθητὴς καὶ συνεργάτης τοῦ *Πλάτωνος*, εἶναι ὄχι μόνον φιλόσοφος, ἀλλὰ καὶ ὁ θεμελιωτὴς τῶν ἐπιστημῶν. Ἐκ τῶν ἔργων τοῦ *Ἀριστοτέλους* τῶν ἀφορώντων τὰς φυσικὰς ἐπιστήμας ἐσώθησαν ἐλάχιστα. Εἰς ταῦτα ἐπισκοποῦνται αἱ γενικαὶ ἀρχαὶ τῆς φυσικῆς πειραματικῆς, ἡ ἔννοια τοῦ χώρου, τοῦ χρόνου, τοῦ κενοῦ. Ὁ *Ἀριστοτέλης* παραδέχεται ὡς ἀρχὴν τοῦ κόσμου τὴν ἔννοιαν τῆς συνεχείας (κατ᾽ ἀντίθεσιν πρὸς τοὺς *Λεύκιππον* καὶ *Δημόκριτον*) καὶ ἀπορρίπτει τὴν ἔννοιαν τοῦ ἀπολύτου κενοῦ. Κατ᾽ αὐτὸν ἡ πρώτη κίνησις εἰς τὸν κόσμον ἐδόθη ὑπὸ τοῦ Κινοῦντος Ἀκινήτου (δηλ. ὑπὸ τοῦ Θεοῦ).

Τὸ ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας, τὸ ὁποῖον φέρεται ὡς ἀξίωμα τοῦ *Νεύτωνος*, τὸ διετύπωσεν οὗτος ὡς ἑξῆς: «*Ἔτι οὐδεὶς ἂν ἔχοι εἰπεῖν διατί κινηθὲν στήσεταί που· τί γὰρ μᾶλλον ἐνταῦθα ἢ ἐνταῦθα; ὥστ᾽ ἢ ἠρεμήσει ἢ εἰς ἄπειρον ἀνάγκη φέρεσθαι, ἐὰν μή τι ἐμποδίσῃ κρεῖττον*». [Ἑρμηνεία: Οὐδεὶς θὰ ἠδύνατο νὰ ἰσχυρισθῇ ὅτι σῶμα ἅπαξ κινηθὲν θὰ σταθῇ κάπου· διότι διατί θὰ σταθῇ ἐδῶ καὶ ὄχι ἐκεῖ; Ὥστε εἶναι ἀνάγκη (τὸ κινηθὲν σῶμα) ἢ νὰ ἠρεμήσῃ ἢ νὰ κινῆται ἐπ' ἄπειρον, ἐὰν δὲν τὸ ἐμποδίσῃ μεγαλυτέρα δύναμις ἐκείνης, ἡ ὁποία προκαλεῖ τὴν κίνησιν].

Μεταξὺ τῶν Ἑλλήνων φιλοσόφων σπουδαιότατος θεωρεῖται καὶ ὁ ***Δημόκριτος*** (περίπου 465 π.Χ.), ὁ ὁποῖος διετύπωσε τὴν ἀρχὴν τῆς ἀφθαρσίας τῆς ὕλης καὶ ἐνεργείας ὡς ἑξῆς: «*Μηδέν τι ἐκ τοῦ μὴ ὄντος γίγνεσθαι μηδὲ εἰς τὸ μὴ ὂν φθείρεσθαι*». Κατὰ τὸν *Δημόκριτον* ἡ ὕλη ἀποτελεῖται ἐκ σωματίων, τὰ ὁποῖα ὑφίστανται ἀπὸ αἰωνιότητος, εἶναι ἀόρατα, ἀδιαίρετα καὶ ἀσυμπίεστα, ἐκάλεσε δὲ αὐτὰ ***ἄτομα***. Διαφέρουν τὰ διάφορα εἴδη ὕλης ἐκ τοῦ ὅτι τὰ ἄτομα διαφέρουν ὡς πρὸς τὸ σχῆμα καὶ τὴν διάταξιν αὐτῶν.

Εἰς τὴν ἐποχὴν τοῦ ***Πλάτωνος*** (427 - 347 π.Χ.) ἐδέχοντο, ὅτι μία οὐσία δύναται νὰ ὑφίσταται ὑπὸ διαφόρους καταστάσεις, στερεάν, ὑγρὰν ἢ ἀέριον, τῆς μεταβολῆς ἐπιτυγχανομένης διὰ προσθέσεως ἢ ἀφαιρέσεως πυρός. Οὕτω, ὅταν στερεὸν προσλάβῃ πῦρ, μετατρέπεται εἰς ὑγρόν.

Ὁ σπουδαιότατος Ἕλλην μελετητὴς τῆς Φυσικῆς εἶναι ὁ ***Ἀρχιμήδης*** (287 - 212 π.Χ.), ὁ ὁποῖος ἐγεννήθη καὶ ἀπέθανε εἰς τὴν ἑλληνικὴν ἀποικίαν τῶν Συρακουσῶν, ὑπῆρξε δὲ καὶ διασημότατος Μαθηματικός. Εἶναι ὁ θεμελιωτὴς τῶν σημερινῶν θεωριῶν τῆς Μηχανικῆς, ἐγνώριζε δὲ τελείως τὰς συνθήκας ἰσορροπίας τῶν μηχανῶν. Πρῶτος ὁ *Ἀρχιμήδης* εἰσήγαγε τὸ πολύσπαστον εἰς τὴν ναυπηγικὴν τέχνην, ἐμελέτησε τοὺς μοχλοὺς (*«δός μοι πᾶ στῶ καὶ τὰν Γᾶν κινήσω»*) καὶ διὰ τῆς ἐπινοήσεως διαφόρων ἄλλων μηχανῶν κατώρθωσε νὰ ὑπερασπίσῃ τὴν πατρίδα του ἐπὶ δύο συναπτὰ ἔτη ἔναντι τῆς ἐπιδρομῆς τῶν Ρωμαίων κατακτητῶν. Ὁ *Ἀρχιμήδης* ἀνεκάλυψε τὴν ἀρχὴν τῆς ἀνώσεως, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται πᾶν σῶμα, ὅταν ἐμβαπτίζεται ἐντὸς ὑγροῦ.

Ὁ περίφημος Ἀστρονόμος ***Ἀρίσταρχος*** ὁ Σάμιος (320 - 250 π.Χ.) ὑπῆρξεν ὁ πρῶτος, ὁ ὁποῖος εἰσήγαγε τὸ ἡλιοκεντρικὸν σύστημα τοῦ κόσμου, κατὰ τὸ ὁποῖον οἱ πλανῆται καὶ ἡ Γῆ περιφέρονται περὶ τὸν Ἥλιον.

Ὁ ***Ἵππαρχος*** (160 - 125 π.Χ.) θεωρεῖται ὡς εἷς ἐκ τῶν μεγαλυτέρων Ἀστρονόμων τῆς ἐποχῆς του, διότι εἶναι ὁ πρῶτος, ὁ ὁποῖος ἐπὶ τῇ βάσει μετρήσεων ἐσπούδασεν τὰς κινήσεις τῶν ἀστερισμῶν καὶ ἀνεκάλυψε τὴν τρίτην σπουδαίαν κίνησιν τῆς Γῆς, τὴν *μετάπτωσιν*.

Ὁ ***Πτολεμαῖος*** (87 - 165 μ.Χ.) ἐσπούδασε πειραματικῶς τὸ φαινόμενον τῆς διαθλάσεως τοῦ φωτὸς καὶ διετύπωσε τοὺς νόμους της.

Ἂν καὶ οἱ Ἕλληνες δὲν εἶχον μέσα πρὸς διατήρησιν καὶ ἀνακοίνωσιν τῶν γνώσεών των, ὅμως προήγαγον τὰς γνώσεις τῆς ἀνθρωπότητος τόσον, ὥστε αὗται διετηρήθησαν μέχρι τοῦ 1 500, ὁπότε ἤρχισε νεωτέρα καὶ συστηματικωτέρα ἔρευνα τῆς φύσεως.

Ἄραβες καὶ Μεσαίων (600 - 1600 μ.Χ.). Ἡ συμβολὴ τῶν Ἀράβων εἰς τὴν Φυσικὴν εἶναι ἔμμεσος. Ἡ σπουδαιοτέρα συμβολὴ αὐτῶν εἰς τὴν γνῶσιν εἶναι ἡ μεταβίβασις πρὸς τὴν Δύσιν τῶν ἀραβικῶν ἀριθμῶν καὶ τοῦ δεκαδικοῦ συστήματος, ὡς καὶ ἡ θεμελίωσις τῆς Ἀριθμητικῆς καὶ Ἀλγέβρας. Συνέβαλον ἐπίσης εἰς τὴν διατήρησιν τοῦ ἔργου τῶν Ἑλλήνων κατὰ τοὺς σκοτεινοὺς αἰῶνας καὶ μετέφερον εἰς τὴν Εὐρώπην ἑλληνικὰ βιβλία κατὰ τὴν Ἀναγέννησιν, ὅτε ἀνεζωογονήθη ἡ ἐπιθυμία πρὸς ἀπόκτησιν γνώσεων καὶ ἔρευναν. Δυτικοὶ ἐπιστήμονες καὶ διδάσκαλοι ᾐσθάνθησαν μεγίστην ἱκανοποίησιν, ὅταν ἐτέθησαν εἰς τὴν διάθεσιν αὐτῶν αὐθεντικαὶ ἔρευναι καὶ συμπεράσματα τῶν Ἑλλήνων καὶ ἰδίως τοῦ *Ἀριστοτέλους.*

Νεωτέρα περίοδος (1600 καὶ ἐντεῦθεν). Χαρακτηριστικὸν γνώρισμα τῆς περιόδου ταύτης εἶναι ἡ μεταβολὴ τῶν ἀντιλήψεων, αἱ ὁποῖαι ἐπεκράτουν εἰς τὴν προγενεστέραν περίοδον, καὶ ἡ ἀπόδοσις μεγαλυτέρας σημασίας εἰς τὸ πείραμα παρὰ εἰς τὴν θεωρίαν, ἡ μεταβολὴ ὅμως αὕτη ἐν πάσῃ περιπτώσει δὲν ὑπῆρξεν ἀπότομος.

Ὁ πρῶτος διάσημος Φυσικὸς καὶ ζωγράφος, ὁ ὁποῖος ἐνεφανίσθη κατὰ τοὺς χρόνους τῆς Ἀναγεννήσεως, εἶναι ὁ ***Λεονάρδος ντὰ Βίντσι*** (*Leonardo da Vinci*, 1452 - 1519), ὁ ὁποῖος ἐπέτυχε νὰ γενικεύσῃ τὸν νόμον τοῦ μοχλοῦ καὶ πρὸς τούτοις κατεσκεύασε πολυποικίλους καὶ χρησίμους μηχανικὰς διατάξεις. Ὁ *Λεονάρδος ντὰ Βίντσι* ἔδωσε μεγάλην σημασίαν εἰς τὴν πειραματικὴν ἔρευναν καὶ ἀπὸ τῆς ἀπόψεως αὐτῆς δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς πρόδρομος τοῦ ***Γαλιλαίου*** (*Galileo Calilei*, 1564 - 1642), ὁ ὁποῖος θεωρεῖται ὡς θεμελιωτὴς τῆς πειραματικῆς Φυσικῆς, καὶ τοῦ ***Γκέρικε*** (*Otto von Guericke*, 1602 - 1686). Ἄξιον μνείας εἶναι, ὅτι ὁ *Λεονάρδος ντὰ Βίντσι* ἐσχεδίασε τὰς πρώτας πετομηχανάς, σχέδια δὲ αὐτῶν διεσώθησαν μέχρι τῆς ἐποχῆς μας, εἰς τρόπον ὥστε οὗτος δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς πατὴρ τῆς ἀεροπορίας.

Ὁ ***Κοπέρνικος*** (*Nicolaus Copernikus*, 1473 - 1543), πιθανώτατα μὴ γνωρίζων τὰ περὶ *Ἀριστάρχου*, διετύπωσε γενικώτερον τὸ ἡλιοκεντρικὸν σύστημα τοῦ κόσμου. Ἔνθερμος ὑποστηρικτὴς τοῦ συστήματος τούτου ὑπῆρξεν ὁ *Γαλιλαῖος*, ὁ ὁποῖος δι᾿ ἁπλῶν καὶ εὐφυῶν πειραμάτων ἀπέδειξε διὰ πρώτην φορὰν τοὺς νόμους τῆς ἐλευθέρας πτώσεως τῶν σωμάτων ἐκφράσας τὰ ἀποτελέσματα αὐτοῦ κατὰ τρόπον λίαν ἁπλοῦν. Ὁ *Γαλιλαῖος* ἀνεγνώρισε τὴν σπουδαιότητα τῶν μηχανῶν καὶ διετύπωσε τὸν «χρυσοῦν κανόνα τῆς μηχανικῆς». Κατὰ τὴν ἐποχὴν τοῦ *Γαλιλαίου*, καὶ εἰς μεταγενεστέρους χρόνους, μόνον εἰς ὀλίγας περιπτώσεις ἐχρησιμοποιήθη ἡ ἱκανότης παραγωγῆς ἔργου ὑπὸ τοῦ ὕδατος (ὑδατοπτώσεις) καὶ τοῦ ἀέρος (ἄνεμοι) διὰ χρησιμοποιήσεως ὑδροστροβίλων καὶ ἀνεμομύλων. Ἀκόμη καὶ μέχρι τοῦ 16ου αἰῶνος διὰ τὴν κίνησιν τῶν διαφόρων μηχανῶν ἐχρησιμοποίουν τὴν ἀνθρωπίνην δύναμιν.

Ἡ κατασκευὴ μηχανῶν πρὸς παραγωγὴν δυνάμεως ἐπραγματοποιήθη μόνον κατὰ τοὺς νεωτέρους χρόνους διὰ τῆς ἐπινοήσεως τῆς ἀτμομηχανῆς, τῶν ἀεριομηχανῶν καὶ τῶν ἠλεκτρικῶν μηχανῶν. Σύγχρονος τοῦ *Γαλιλαίου* ὑπῆρξεν ὁ μέγας Γερμανὸς Ἀστρονόμος ***Κέπλερ*** (*Johannes Kepler*, 1571 - 1630), ὁ ὁποῖος διετύπωσε τοὺς τρεῖς νόμους τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν περὶ τὸν Ἥλιον, ἡ διατύπωσις δὲ αὕτη ἀποτελεῖ τὴν σύντομον ἀλλ᾿ ἁπλουστέραν καὶ καλυτέραν περιγραφὴν τῶν παρατηρηθέντων φαινομένων.

Εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Μηχανικῆς δεσπόζει τὸ ὄνομα τοῦ Ἄγγλου Μαθηματικοῦ καὶ Φυσικοῦ ***Νεύτωνος*** (*Sir Isaac Newton*, 1643 - 1727), ὁ ὁποῖος ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς παγκοσμίου ἕλξεως καὶ θεωρεῖται ὡς ὁ θεμελιωτὴς τῆς Θεωρητικῆς Μηχανικῆς καὶ τῆς Οὐρανίου Μηχανικῆς, τὴν ὁποίαν διεμόρφωσε καὶ ἐτελειοποίησεν ὁ μέγας Γάλλος Μαθηματικὸς ***Λαπλὰς*** (*Pierre Simon Laplace*, 1749 - 1827).

ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ σελὶς 24.

1. α) $6{,}37 \cdot 10^3$ km, β) $6{,}37 \cdot 10^7$ dm, γ) $6{,}37 \cdot 10^8$ cm, δ) $6{,}37 \cdot 10^9$ mm **2.** α) $2 \cdot 10^{-2}$ km, β) 0,01 ναυτ. μίλια, γ) $2 \cdot 10^4$ mm, δ) $2 \cdot 10^7$ μ **3.** $3{,}15 \cdot 10^7$ sec **4.** 9 140 cm **5.** α) 36 στρέμ., β) 20 250 τετρ. τεκτ. πηχ., γ) $36 \cdot 10^3$ m^2 **6.** α) 1,169 mm^2, β) 0,011 69 cm^2 **7.** 0,25 % **8.** $2{,}34 \cdot 10^5$ *lt* **9.** 0,8 gr/cm^3 **10.** 7,8 gr/cm^3

Α΄ – ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ σελὶς 42.

1. 122 ναυτ. μίλια/h **2.** 45 km/h, 3 750 m, 0,028 m/sec^2 **3.** 4,16 cm/sec^2 **4.** 1 200 m **5.** 3,5 sec **6.** 3,6 m/sec^2 **7.** α) 1 m/sec^2, β) 112,5 m **8.** 4 m/sec^2, 1,75 sec, 24 m **9.** 0,05 cm/sec^2 **10.** α) 120 cm/sec, β) 130 cm/sec, γ) 70 cm/sec, δ) 4 200 m **11.** α) 70 cm/sec, β) 130 cm/sec, γ) 120 cm/sec, δ) 2 cm/sec^2 **12.** 125,6 rad/sec **13.** α) 0,11 στρ./sec, β) 6,66 στρ./min **14.** 94,25 rad/sec **15.** α) 47,12 m/sec, β) 22 m/sec, γ) 31,42 sec^{-1} **16.** $1{,}7 \cdot 10^{-3}$ sec^{-1}, $1{,}7 \cdot 10^{-2}$ cm/sec **17.** α) 8,37 sec^{-1}, β) 2,66 m/sec, γ) 711,11 cm/sec^2 **18.** 163,78 km/h, $\varphi = 12^0\ 20'$ **19.** $\varphi = 26^0\ 30'$ πρὸς βορρᾶν τῆς ὁριζοντίας.

Β΄ – ΣΤΑΤΙΚΗ σελὶς 60.

1. 2,83 kgr* **2.** α) 5 kgr*, β) 6,1 kgr* **3.** 7 kgr* **4.** 8 kgr* **5.** 13 μίλια/h, εφ α = 0,42 **6.** $2 \cdot 10^3$ kgr* **7.** 6,244 kgr* **8.** 50 kgr*, 30 kgr* **9.** 54 kgr* **10.** 15,82 kgr*, 18,87 kgr* **11.** 43,25 kgr* **12.** 35,35 kgr* **13.** 0,400 m, 0,404 m **14.** 5,75 kgr*, 2,75 kgr* **15.** 22 kgr*, 14,5 cm.

Γ΄ – ΔΥΝΑΜΙΚΗ σελὶς 77.

1. α) $3{,}924 \cdot 10^6$ dyn, β) 0,40 Τ.Μ. **2.** 20,4 gr* **3.** 0,049 kgr* **4.** 4,905 m/sec^2 **5.** 32 m, 8 m **6.** $1{,}2 \cdot 10^5$ m/sec^2, $1{,}23 \cdot 10^4$ kgr* **7.** 800 gr **8.** 2,45 m/sec^2, 122,5 m **9.** 160 m/sec **10.** 3 400 kgr* **11.** 17 kgr* **12.** 2,25 sec **13.** 9,7 cm/sec^2 **14.** $\gamma = 0{,}45$ m/sec^2, $s_{14} = 44{,}1$ m, $\upsilon_{14} = 6{,}3$ m/sec, $s_t - s_{14} = 37{,}8$ m, διάρκεια ὁμαλῆς κινήσεως: 6 sec **15.** $12 \cdot 10^4$ dyn, $6 \cdot 10^4$ dyn, $13{,}2 \cdot 10^4$ dyn, $26{,}4 \cdot 10^4$ dyn **16.** 1,58 sec^{-1} **17.** 7 900 m/sec **18.** 3 800 dyn **19.** 5 m/sec.

Δ΄ – ΒΑΡΥΤΗΣ σελὶς 97.

1. 44,15 m **2.** 80 m **3.** 100 m **4.** 40 m/sec **5.** 3,26 m **6.** 10,6 cm **7.** 15 m **8.** 28,5 m/sec, 2,40 sec **9.** 0,21 H **10.** 19,8 m/sec, 14 m/sec **11.** 14,3 m/sec, 0,58 sec **12.** 5,1 m/sec, 14,9 m/sec **13.** Εἰς τὴν θέσιν ἐξ ἧς ἐβλήθη **14.** 19,1 m **15.** 1,33 sec, 11,11 m **16.** 0,5 sec, 8,75 m, 15 m/sec, 25 m/sec **17.** ἀντί: $\gamma = 4{,}6$ m/sec^2 νὰ διορθωθῇ εἰς $\gamma = 8{,}6$ m/sec: $X = 53{,}75$ m, $\Psi = 93{,}1$ m **18.** 8,94 m/sec, 1,79 sec **19.** 16 sec, 160 m **20.** 50 cm/sec, 2,5 m **21.** 5 sec, 2,5 m, 1,87 m **22.** 9,7 cm/sec^2 **23.** 72 gr* **24.** 2,86 m **25.** 3 sec, 30 m, 31,6 m/sec, εφ α $= 71^0\ 34'$ **26.** 301,3 m/sec **27.** $49^0\ 40'$ **28.** 33,75 m, 2,6 sec, 77,9 m, $x_3 = 45$ m, $y_3 = 32{,}9$ m, 15 m/sec **29.** $26^0\ 33'$ **30.** $\alpha_1 = 14^0\ 41'$, $\alpha_2 = 75^0\ 19'$, $h_1 = 0{,}328$ m, $h_2 = 4{,}77$ m.

Ε΄ – ΕΡΓΟΝ. ΙΣΧΥΣ. ΕΝΕΡΓΕΙΑ σελὶς 107.

1. 240 kgr*m, $2{,}35 \cdot 10^{10}$ erg, $2{,}35 \cdot 10^3$ W · sec **2.** $5{,}6 \cdot 10^3$ kgr*m **3.** $490{,}5 \cdot 10^7$ erg, 490,5 Joule **4.** 155,85 kgr*m **5.** 2,5 PS, 1,84 kW **6.** 10 min, 40 sec **7.** 4 000 kgr*m/sec, 53,33 HP, 39,24 kW **8.** $2{,}16 \cdot 10^4$ *lt*/h **9.** 800 kW, 1 072 HP **10.** 69,4 kgr*m/sec **11.** 200 erg, 200 erg **12.** $2 \cdot 10^7$ erg **13.** $1{,}25 \cdot 10^{15}$ erg, $1{,}25 \cdot 10^8$ Joule, 34,7 kWh **14.** 250 m **15.** α) $4 \cdot 10^7$ erg, β) 10^7 erg, γ) $4 \cdot 10^7$ erg **16.** 125 kgr*m, 112,5 kgr*m, 12,5 kgr*m **17.** 39 m **18.** 15,3 m **19.** 1 161 m/sec^2 **20.** $8 \cdot 10^{10}$ dyn = 81 550 kgr*, $16 \cdot 10^{12}$ erg = 163 100 kgr*m **21.** 900 kgr*, 1 125 kgr*m/sec **22.** 73,95 kgr*m.

ϛʹ – ΟΡΜΗ. ΚΡΟΥΣΙΣ σελὶς 115.

1. 2 400 dyn **2.** 40 cm/sec, 16 000 gr · cm · sec^{-1} **3.** 0,2 kgr* · sec **4.** 25 000 dyn **5.** 5 000 dyn **6.** 45 000 cm/sec **7.** 10,1 m/sec **8.** 14 cm/sec **9.** 28 100 cm/sec **10.** 418,2 cm/sec, 18,2 cm/sec **11.** 0,92 Joule **12.** 10,4 m/sec **13.** $1/2 \cdot m_1 m_2 (\upsilon_1 - \upsilon_2)^2/m_1+m_2$ **14.** 18,75 kgr*, 1,25 kgr*.

Ζʹ – ΑΠΛΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ σελὶς 127.

1. 20 kgr* **2.** 16,36 kgr* **3.** 36 kgr*, 21 cm **4.** 63,5 kgr* **5.** 80,5 kgr*, 19,2 m **6.** 1,019, 24,74 gr*.

Ηʹ – ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ σελὶς 140.

1. α) 62,8 cm/sec, β) 11,76 cm, γ) 50,8 cm/sec **2.** 0,628 sec, 7,45 cm, 0,22 sec **3.** 20 gr, 4,56 cm, 40,8 cm/sec **4.** 1,14 sec **5.** 0,63 sec, 30 cm/sec **6.** 3,14 sec **7.** 979 cm/sec^2 **8.** 1,42 sec **9.** 4,91 sec, 12,2/min **10.** 99,09 cm **11.** 13,8 cm.

Θʹ – ΤΡΙΒΗ. ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΣ σελὶς 150.

1. Ὁμαλῶς ἐπιταχ. 0,61 m/sec^2 **2.** 4,43 m/sec **3.** 50,4 km/h **4.** 20 m/sec, 5 m/sec^2 **5.** 300 dyn **6.** 390 kgr* **7.** 8 PS **8.** α) 280 cm/sec^2, β) 140 cm/sec^2 **9.** 5,4 m/sec **10.** 70 sec **11.** $17,6 \cdot 10^{11}$ dyn/cm^2 **12.** $5,1 \cdot 10^8$ dyn **13.** 8 700 kgr^*/mm^2, $8,5 \cdot 10^{11}$ dyn/cm^2 **14.** 15 gr*/cm, 219 gr* **15.** 2 000 kgr^*/cm^2, 3,64 mm.

Ιʹ – ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ σελὶς 171.

1. α) 986 000 dyn/cm^2, β) 736 mm **2.** 500 kgr* **3.** 3,76 mm, 51 mm, 64,5 mm **4.** 200 kgr*, 10,2 at **5.** 17 cm^2 **6.** 6 900 gr*, 12 000 gr* **7.** 24 kgr*, 15,6 kgr*, 20 kgr* **8.** 42,56 gr*, **9.** 89 % **10.** $4,86 \cdot 10^3$ m^3 **11.** 16 gr **12.** 1,9 gr/cm^3 **13.** 4 gr^*/cm^3 **14.** 0,88 gr/cm^3 **15.** 11,54 gr/cm^3 **16.** 1,04 gr/cm^3 **17.** 1,45 gr/cm^3 **18.** 0,5 gr/cm^3 **19.** 2 gr/cm^3, 1,6 gr/cm^3 **20.** 1,26 gr/cm^3 **21.** 7,1 gr^*/cm^3, 35,97 gr* **22.** 0,87 gr^*/cm^3 **23.** 1,2 gr/cm^3 **24.** 0,71 gr^*/cm^3.

ΙΑʹ – ΑΕΡΟΣΤΑΤΙΚΗ σελὶς 192.

1. 1 660 kgr* **2.** 1,36 kgr* **3.** $4,849 \cdot 10^{-4}$ gr/cm^3 **4.** περ. 40 at **5.** 1 110 cm **6.** 1,5 *lt* **7.** 5 Atm **8.** 19 *lt* **9.** 580,5 kgr* **10.** 1 072 kgr* **11.** 134 *lt* **12.** 0,671 **13.** 1 300 cm **14.** 1 810 gr^*/cm^3.

ΙΒʹ – ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ. ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ σελὶς 205.

1. 9,6 *lt*/sec **2.** α) 6,28 m/sec, β) 492 cm^3/sec, γ) περ. 34 min **3.** 3 m/cec **4.** 140 cm · sec^{-1}, 34,6 cm **5.** $1,2 \cdot 10^4$ dyn **7.** 1 : 4.

ΙΓʹ – ΜΟΡΙΑΚΗ ΦΥΣΙΚΗ σελὶς 215.

1. περ. 29 dyn/cm **2.** 200 dyn/cm^2 **3.** 0,51 cm **4.** περ. $4,3 \cdot 10^9$ ἔτη.

ΙΔʹ – ΚΥΜΑΤΑ σελὶς 224.

1. 132,7 cm **2.** $5 \cdot 10^4$ sec^{-1}, $2,5 \cdot 10^3$ sec^{-1}.

ΙΕʹ – ΦΥΣΙΚΗ ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ σελὶς 242.

1. $14,1^0$ C **2.** 338,64 m/sec, 346, 53 m/sec **3.** 61 sec ἐμπρὸς **4.** 1,22 m **5.** 960 Hz **6.** 300 ταλ./sec **7.** 17 m, 1,7 cm **8.** 164,7 m, 71,98 m ἀπὸ Α, 92,7 m ἀπὸ Β **9.** 297 m/sec, 297 sec^{-1}, 594 sec^{-1}, 891 sec^{-1} **10.** 255 gr* **11.** 395 kgr* **12.** 78,5 Hz **13.** 420 Hz **14.** 130 Hz **15.** 5,1 cm, 10,2 cm.

Ιϛʹ – ΘΕΡΜΟΤΗΣ. ΘΕΡΜΟΜΕΤΡΙΑ σελὶς 248.

1. $21,1^0$ C, $28,9^0$ C, $36,7^0$ C, $43,3^0$ C **2.** $39,2^0$ F, 59^0 F, 104^0 F, 186^0 F **3.** -40^0 C, -40^0 F **4.** 173^0 F, -179^0 F **5.** 357^0 C, $-38,9^0$ C.

ΙΖ΄ - ΘΕΡΜΙΚΗ ΔΙΑΣΤΟΛΗ σελὶς 264.

1. 0,327 cm **2.** $8,1 \cdot 10^{-6}$ $grad^{-1}$ **3.** 720,3 mm, 717,0 mm **4.** 13,4 cm^2 **5.** 64^0 C **6.** $175,4^0$ C **7.** 0,54 cm^3 **8.** 100,14 cm^3 **9.** 12,9 gr **10.** 13,48 gr/cm^3 **11.** 13,595 gr/cm^3, 13,353 gr/cm^3, $-1,9^0$ C **12.** 307^0 C **13.** 2,5 kgr **14.** 75,75 *lt* **15.** 5 070 cm^3 **16.** 146 cm^3 **17.** 14,9 at **18.** 2,47 at **19.** α) 6,12 at, β) -90^0 C, γ) 10,2 *lt* **20.** 12,2 gr **21.** 1,24 gr/*lt*.

ΙΗ΄ - ΘΕΡΜΙΔΟΜΕΤΡΙΑ σελὶς 270.

1. 35^0 C **2.** 35,7 *lt*, 14,3 *lt* **3.** 285 gr, 115 gr **4.** περ. 0,5 cal · gr^{-1} · $grad^{-1}$ **5.** 21 cal/grad **6.** 837 cal, ὁ χαλκὸς **7.** περ. $1\,200^0$ C **8.** 7 840 cal/gr **9.** 41 cal **10.** 59 dm^3, $16,1^0$ C.

ΙΘ΄ - ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ σελὶς 286.

1. $6,7^0$ C **2.** 566 gr **3.** 76,3 cal/gr **4.** 0,092 cal · gr^{-1} · $grad^{-1}$ **5.** 315 cal **6.** 12 400 cal **7.** 37 000 cal **8.** 79,9 gr πάγου, 0^0 C.

Κ΄ - ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ σελὶς 291.

1. 2 880 cal/sec **2.** 0,14 cal · $grad^{-1}$ · cm^{-1} · sec^{-1}.

ΚΑ΄ - ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΚ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ σελὶς 298.

1. $4,2 \cdot 10^7$ erg/cal **2.** 0,030 HP **3.** περ. 360 m/sec **4.** 1 kcal **5.** 87,3 W, 765 kWh **6.** 1 310 kgr*m.

ΚΒ΄ - ΘΕΡΜΙΚΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ σελὶς 307.

1. 27,1 τόννοι **2.** 287 *lt* **3.** 9,4 *lt* **4.** 43,8 % **5.** 0,62 HP.

ΠΙΝΑΞ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ

Γωνία		ημ	συν	εφ	Γωνία		ημ	συν	εφ
Μοῖραι	Ἀκτίνια				Μοῖραι	Ἀκτίνια			
0	0,000	0,000	1,000	0,000					
1	0,017	0,018	1,000	0,018	46	0,803	0,719	0,695	1,036
2	0,035	0,035	0,999	0,035	47	0,820	0,731	0,682	1,072
3	0,052	0,052	0,999	0,052	48	0,838	0,743	0,669	1,111
4	0,070	0,070	0,998	0,070	49	0,855	0,755	0,656	1,150
5	0,087	0,087	0,996	0,088	50	0,873	0,766	0,643	1,192
6	0,105	0,105	0,995	0,105	51	0,890	0,777	0,629	1,235
7	0,122	0,122	0,993	0,123	52	0,908	0,788	0,616	1,280
8	0,140	0,139	0,990	0,141	53	0,925	0,799	0,602	1,327
9	0,157	0,156	0,988	0,158	54	0,942	0,809	0,588	1,376
10	0,175	0,174	0,985	0,176	55	0,960	0,819	0,574	1,428
11	0,192	0,191	0,982	0,194	56	0,977	0,829	0,559	1,483
12	0,209	0,208	0,978	0,213	57	0,995	0,839	0,545	1,540
13	0,227	0,225	0,974	0,231	58	1,012	0,848	0,530	1,600
14	0,244	0,242	0,970	0,249	59	1,030	0,857	0,515	1,664
15	0,262	0,259	0,966	0,268	60	1,047	0,866	0,500	1,732
16	0,279	0,276	0,961	0,287	61	1,065	0,875	0,485	1,804
17	0,297	0,292	0,956	0,306	62	1,082	0,883	0,470	1,881
18	0,314	0,309	0,951	0,325	63	1,100	0,891	0,454	1,963
19	0,332	0,326	0,946	0,344	64	1,117	0,899	0,438	2,050
20	0,349	0,342	0,940	0,364	65	1,134	0,906	0,423	2,145
21	0,367	0,358	0,934	0,384	66	1,152	0,914	0,407	2,246
22	0,384	0,375	0,927	0,404	67	1,169	0,921	0,391	2,356
23	0,401	0,391	0,921	0,425	68	1,187	0,927	0,375	2,475
24	0,419	0,407	0,914	0,445	69	1,204	0,934	0,358	2,605
25	0,436	0,423	0,906	0,466	70	1,222	0,940	0,342	2,747
26	0,454	0,438	0,899	0,488	71	1,239	0,946	0,326	2,904
27	0,471	0,454	0,891	0,510	72	1,257	0,951	0,309	3,078
28	0,489	0,470	0,883	0,532	73	1,274	0,956	0,292	3,271
29	0,506	0,485	0,875	0,554	74	1,292	0,961	0,276	3,487
30	0,524	0,500	0,866	0,577	75	1,309	0,966	0,259	3,732
31	0,541	0,515	0,857	0,601	76	1,326	0,970	0,242	4,011
32	0,559	0,530	0,848	0,625	77	1,344	0,974	0,225	4,331
33	0,576	0,545	0,839	0,649	78	1,361	0,978	0,208	4,705
34	0,593	0,559	0,829	0,675	79	1,379	0,982	0,191	5,145
35	0,611	0,574	0,819	0,700	80	1,396	0,985	0,174	5,671
36	0,628	0,588	0,809	0,727	81	1,414	0,988	0,156	6,314
37	0,646	0,602	0,799	0,754	82	1,431	0,990	0,139	7,115
38	0,663	0,616	0,788	0,781	83	1,449	0,993	0,122	8,144
39	0,681	0,629	0,777	0,810	84	1,466	0,995	0,105	9,514
40	0,698	0,643	0,766	0,839	85	1,484	0,996	0,087	11,43
41	0,716	0,658	0,755	0,869	86	1,501	0,998	0,070	14,30
42	0,733	0,669	0,743	0,900	87	1,518	0,999	0,052	19,08
43	0,751	0,682	0,731	0,933	88	1,536	0,999	0,035	28,64
44	0,768	0,695	0,719	0,966	89	1,553	1,000	0,018	57,29
45	0,785	0,707	0,707	1,000	90	1,571	1,000	0,000	∞

ΑΛΦΑΒΗΤΙΚΟΝ ΕΥΡΕΤΗΡΙΟΝ

ΕΞΕΔΟΘΗΣΑΝ ΥΠΟ ΤΩΝ ΙΔΙΩΝ ΣΥΓΓΡΑΦΕΩΝ :

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Διὰ τοὺς ὑποψηφίους τῶν Ἀνωτάτων Σχολῶν
ὡς καὶ διὰ τοὺς μαθητὰς τῶν Πρακτικῶν Τμημάτων τῶν Γυμνασίων.
Ἐγκεκριμένον ὑπὸ τοῦ Ὑπουργείου Παιδείας.

ΤΟΜΟΣ Ι
Μηχανικὴ - Ἀκουστικὴ - Θερμότης

ΤΟΜΟΣ ΙΙ
Ὀπτικὴ - Μαγνητισμὸς - Ἠλεκτρισμὸς

Περιλαμβάνει ἅπασαν τὴν διδακτέαν ὕλην, τελείως συγχρονισμένην. Μεθοδικὴ ἐπεξεργασία τῆς ὕλης, μεγίστη σαφήνεια, ἐπιστημονικὴ ἀκριβολογία, πλῆθος σχημάτων καὶ εἰκόνων, καλλιτεχνικὴ ἐμφάνισις, εἶναι μερικὰ ἀπὸ τὰ χαρακτηριστικὰ τοῦ βιβλίου τούτου.

ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Διὰ τοὺς μαθητὰς τῶν Κλασικῶν Γυμνασίων.
Ἐγκεκριμένον ὑπὸ τοῦ Ὑπουργείου Παιδείας.

ΤΟΜΟΣ ΙΙ
Ὀπτικὴ - Μαγνητισμὸς - Ἠλεκτρισμὸς

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Διὰ τοὺς ὑποψηφίους τῶν Ἀνωτάτων Σχολῶν
ὡς καὶ διὰ τοὺς μαθητὰς τῶν Σχολείων Μέσης Ἐκπαιδεύσεως.
Ἐγκεκριμένον ὑπὸ τοῦ Ὑπουργείου Παιδείας.

ΤΟΜΟΣ Ι
Μηχανικὴ - Ἀκουστικὴ - Θερμότης

ΤΟΜΟΣ ΙΙ
Ὀπτικὴ - Μαγνητισμὸς - Ἠλεκτρισμὸς

ΦΥΣΙΚΗ

Διὰ τοὺς σπουδαστὰς τῶν Ἀνωτάτων Σχολῶν.

ΤΟΜΟΣ Ι
Μηχανικὴ - Ἀκουστικὴ - Θερμότης
(Ἐξαντληθὲν. Πρὸς ἐκτύπωσιν)

ΤΟΜΟΣ ΙΙ
Ὀπτικὴ

ΤΟΜΟΣ ΙΙΙ
Ἠλεκτρισμὸς - Νεωτέρα Φυσικὴ
(Πρὸς ἐκτύπωσιν)

Τιμὴ δρχ. 40