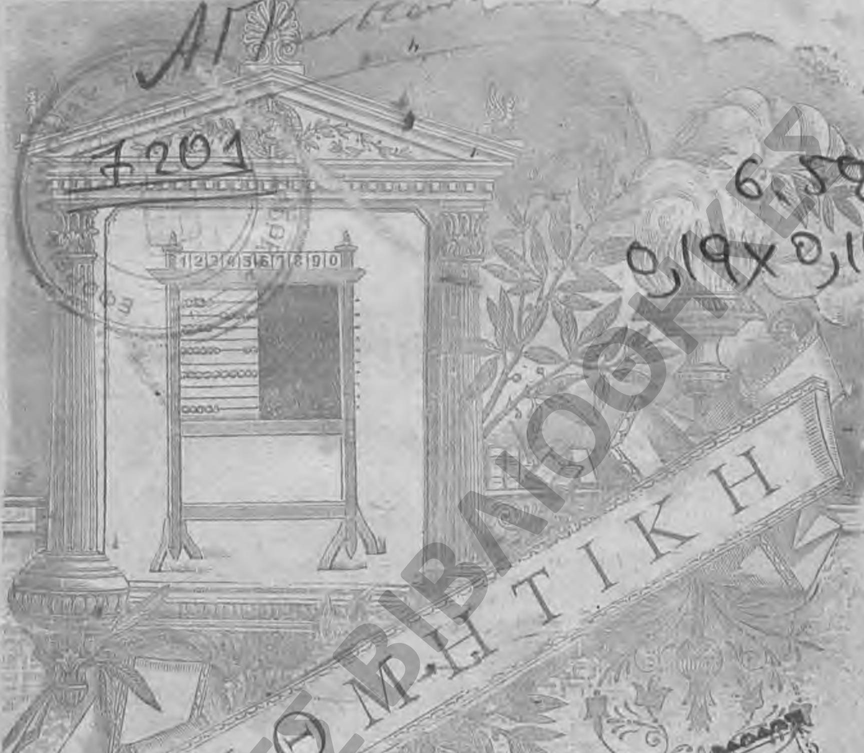
Ἐγκεκριμένη ἐπὶ πενταετίαν.



ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ

ΥΠΟ

Π. Π. ΟΙΚΟΝΟΜΟΥ

ΤΑΞΙΣ ΤΕΤΑΡΤΗ

ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ

Ἡ πρώτη πώλησις ἐν τοῖς Καταστήμασιν Ἀποστολοπούλου.

Ἐγκεκριμέναι ἐπὶ πενταετίαν.

ΤΕΤΑΡΤΗΣ ΤΑΞΕΩΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Ἐγκριθεῖσαι ὑπὸ τῆς Κυβερνήσεως ἐπὶ πενταετίαν
ἀπὸ τοῦ 1897 ἕως τοῦ 1902.

ΠΡΟΣ ΧΡΗΣΙΝ

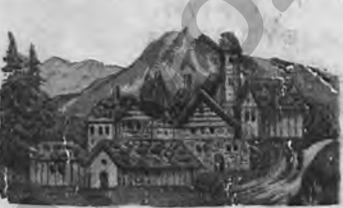
ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΤΗΣ ΤΕΤΑΡΤΗΣ ΤΑΞΕΩΣ ΤΩΝ ΔΗΜΟΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ
ΑΡΡΕΝΩΝ ΚΑΙ ΘΗΛΕΩΝ

ΥΠΟ

Π. Π. ΟΙΚΟΝΟΜΟΥ Δ. Φ.
πρώην γενικοῦ ἐπιθεωρητοῦ τῶν δημοτικῶν σχολείων.

ΕΚΔΟΣΙΣ ΤΕΤΑΡΤΗ ΒΕΛΤΙΩΝ

ΕΚΔΟΤΗΣ
ΑΠΟΣΤΟΛΟΣ Α. ΑΠΟΣΤΟΛΟΠΟΥΛΟΣ



ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ
ΠΛΑΤΕΙΑ ΑΓΙΩΝ ΘΕΟΔΩΡΩΝ

ΕΚ ΤΟΥ ΤΥΠΟΓΡΑΦΕΙΟΥ ΤΩΝ ΒΙΒΛΙΕΜΠΟΡΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΑΠΟΣΤΟΛΟΠΟΥΛΟΥ

Ἀριθμ. $\frac{\text{Πρωτ. 8462}}{\text{Διεκπ. 5739}}$ Ἐν Ἀθήναις, τῇ 22 Ἰουλίου 1897.

ΒΑΣΙΛΕΙΟΝ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ

ΤΟ ΥΠΟΥΡΓΕΙΟΝ
ΤΩΝ ΕΚΚΛΗΣΙΑΣΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ ΔΗΜΟΣΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΕΩΣ

Πρὸς τὸν κ. Π. Π. Οἰκονόμου.

Ἔχοντες ὑπ' ὄψει τὸν νόμον ͵ΒΤΓ' τῆς 12 Ἰουλίου 1895, τὸ σχετικὸν Β. διάταγμα τῆς 28 Ὀκτωβρίου ἰδίου ἔτους, τὰς προκηρύξεις περὶ διαγωνισμοῦ διδακτικῶν βιβλίων τῆς στοιχειώδους ἐκπαιδεύσεως καὶ τὴν ἔκθεσιν τῆς οἰκείας ἐπιτροπείας, δηλοῦμεν ὑμῖν, ὅτι ἐγκρίνομεν τὰς ὑφ' ὑμῶν εἰς τὸν διαγωνισμὸν ὑποβληθείσας **Συλλογὰς ἀριθμητικῶν ἀσκήσεων**, ὅπως εἰσαχθῶσιν ἐπὶ πενταετίαν ἀπὸ τοῦ προσεχοῦς σχολικοῦ ἔτους ὡς διδακτικὸν βιβλίον διὰ τοὺς μαθητὰς τῆς Β', Γ' καὶ Δ' τάξεως τῶν δημοτικῶν σχολείων, δημοσίων, δημοσυντηρήτων καὶ ἰδιωτικῶν.

Καλεῖσθε δ' ὅπως ἐκτελέσητε τὰ ὑπὸ τοῦ εἰρημένου νόμου κλπ. ὑπαγορευόμενα καὶ τὰς ὑπὸ τῆς ἐπιτροπείας ἀναγραφομένας παρατηρήσεις.

Ὁ Ὑπουργὸς
ΑΘ. ΕΥΤΑΞΙΑΣ

Τὰ γνήσια ἀντίτυπα φέρουσιν ἐπὶ τῆς προμετωπίδος τοῦ βιβλίου τὴν σφραγῖδα τῆς ἰδιοχείρου ὑπογραφῆς τοῦ ἐκπονήσαντος τόδε τὸ βιβλίον. Κάτωθι δέ, ἐν τῇ παρούσῃ σελίδι, τὴν τῶν Βιβλιεμπορικῶν Καταστημάτων Ἀποστολοπούλου.

Π. Οἰκονόμου

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΤΕΤΑΡΤΗ ΤΑΞΙΣ

§ 1. ΣΥΜΜΙΓΕΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙ

1. Νομίσματα.

1 δεκάρα ἔχει 10 λεπτά.
1 δραχμὴ ἔχει 10 δεκάρας ἢ 100 λεπτά.
1 τάλληρον ἔχει 5 δραχμὰς ἢ 50 δεκάρας ἢ 500 λεπτά.
1 δίδραχμον ἔχει 2 δραχμάς.
ἡ ἡμίσεια δραχμὴ ἔχει 50 λεπτά.

ΣΗΜ. Τὰ νομίσματα εἶναι ἢ χάρτινα ἢ μεταλλικά. Καὶ χάρτινα μὲν νομίσματα ἔχομεν ἡμεῖς τὴν δραχμήν, τὸ δίδραχμον, τὸ πεντάδραχμον, τὸ δεκάδραχμον, τὸ 25δραχμον, τὸ 100δραχμον, καὶ τὸ 500δραχμον. Ταῦτα δὲ εἶναι τριῶν τραπεζῶν τῆς Ἐθνικῆς Τραπέζης, τῆς Ἠπειροθεσσαλίας, καὶ τῆς Ἰονικῆς Τραπέζης. Μεταλλικὰ δὲ εἶναι ἢ χαλκᾶ ἢ ἀργυρᾶ ἢ χρυσᾶ. Καὶ χαλκᾶ μὲν ἔχομεν τὸ λεπτὸν (μονόλεπτον), τὸ δίλεπτον, τὴν πεντάραν καὶ τὴν δεκάραν. Ἀργυρᾶ δὲ ἔχομεν τὸ εἰκοσάρι, τὴν ἡμίσειαν δραχμήν, τὴν δραχμήν, τὸ δίδραχμον καὶ τὸ τάλληρον. Χρυσᾶ δὲ ἔχομεν τὸ εἰκοσάδραχμον.

Πίναξ τῶν νομισμάτων.

Πεντάδραχμον	δραχμαὶ	δεκάραι	λεπτά
1	5	50	500
	1	10	100
		1	10

500δραχμα,	100δραχμα,	25δραχμα,	10δραχμα,	5δραχμα,
1	5	20	50	100
	1	4	10	20
		1	$2^1/_2$	5
			1	2

2. Μέτρα.

α') Μέτρα διὰ τὸ μῆκος.

Μέτρα διὰ τὸ μῆκος εἶναι·

ἡ γραμμή, ὁ δάκτυλος, ἡ παλάμη, ὁ πούς, ἡ ὀργυιά, τὸ ῥοῦπι, ὁ πῆχυς ὁ ἐμπορικός, ὁ πῆχυς ὁ τεκτονικός, ὁ πῆχυς ὁ βασιλικὸς ἢ τὸ Γαλλικὸν μέτρον, τὸ χιλιόμετρον ἢ νέον στάδιον, τὸ μυριόμετρον, τὸ μίλιον τὸ ναυτικόν, τὸ μίλιον τὸ γεωγραφικὸν καὶ ἄλλα.

1 πῆχυς ἔχει 8 ῥούπια ἢ ὄγδοα.

1 μέτρον Γαλλικὸν ἢ 1 βασιλικὸς πῆχυς ἔχει 100 δακτύλους (κοινῶς πόντους) ἢ 1000 γραμμάς.

1 παλάμη ἔχει 10 δακτύλους· ὅθεν 1 μέτρον ἔχει 10 παλάμας.

1 χιλιόμετρον ἢ νέον στάδιον ἔχει 1000 μέτρα.

1 μίλιον γεωγραφικὸν ἔχει 7500 μέτρα.

1 μίλιον ναυτικὸν ἔχει 1875 μέτρα (ἤτοι εἶναι τὸ $^1/_4$ τοῦ γεωγραφικοῦ μιλίου).

1 ἐμπορικὸς πῆχυς ἔχει ὁ μὲν μικρὸς 65 δακτύλους ἢ πόντους, ὁ δὲ μέγας πῆχυς (μπράτσο) 67 δακτύλους.

1 ποὺς ὁ Παρισιανὸς ἔχει 28 $^1/_3$ δακτύλους.

1 ὀργυιὰ ἔχει 6 πόδας.

ΣΗΜ. Ὁ διδάσκαλος πρέπει νὰ δείξῃ ἐξάπαντος εἰς τοὺς μαθητὰς μέτρον Γαλλικόν, ὅπερ σήμερον πᾶς τις τεχνίτης μεταχειρίζεται καὶ ὅπερ εὐκόλως δύναταί τις νὰ πορισθῇ ἀντὶ 15 λεπτῶν. Ἐπὶ τοῦ μέτρου τούτου βλέπουσιν οἱ μαθηταὶ πόσον μέγας εἶναι ὁ δάκτυλος καὶ πόσον ἡ γραμμή. Ἐπίσης πρέπει νὰ ἴδωσιν οἱ μαθηταὶ καὶ τοὺς διαφόρους πήχεις τοῦ ἐμπορίου, ὡς καὶ τὸν τεκτονικὸν πῆχυν. Τοιαῦτα μέτρα καλὸν εἶναι νὰ εὑρίσκωνται ἀνηρτημένα εἰς ἕκαστον σχολεῖον (εἴτε ἐν εἰκόνι εἴτε αὐτὰ ταῦτα).

β') Μέτρα διὰ τὰς ἐπιφανείας.

Ὅταν πρόκηται νὰ μετρήσωμεν πόσον μέγας εἶναι εἷς ἀγρὸς εἴτε εἷς κῆπος εἴτε ἓν πάτωμα μιᾶς οἰκίας εἴτε εἷς τοῖχος αὐτῆς, πρὸς τοιοῦτον σκοπὸν δὲν μεταχειριζόμεθα τὰ μέτρα τοῦ μήκους ἀλλ' ἄλλα μέτρα τετραγωνικά. Εἶνε δὲ μέτρον τετραγωνικόν, τετράγωνον, τοῦ ὁποίου ἑκάστη πλευρὰ ἔχει μῆκος 1 μέτρον. Ὡσαύτως πῆχυς τετραγωνικὸς εἶναι τετράγωνον, οὗ καὶ αἱ 4 πλευραὶ ἔχουσιν ἑκάστη μῆκος 1 πῆχυν. Χίλια τετραγωνικὰ μέτρα ὀνομάζουσιν 1 στρέμμα. Σημειοῦσι δὲ τὰ τετραγωνικὰ μέτρα διὰ τὰς ἐπιφανείας δι' ἑνὸς μικροῦ τετραγώνου □ γραφομένου εἰς τὰ ἀριστερὰ τοῦ μέτρου ὡς ἑξῆς·

1 □	δάκτυλος	ἔχει	100	□ γραμμάς.
1 □	μέτρον	ἔχει	10000	□ δακτύλους.
1 □	μέτρον	ἔχει	100	□ παλάμας.
1	στρέμμα	ἔχει	1000	□ μέτρα.
1 □	μίλιον	ἔχει	7500×7500	□

ΣΗΜ. Καὶ τῶν μέτρων τούτων πρέπει νὰ λάβῃ καθαρὰν γνῶσιν ὁ μαθητὴς διὰ τῆς αἰσθητοποιήσεως. Πρὸς τοῦτο ὁ διδάσκαλος ἐπὶ τοῦ πατώματος τοῦ σχολείου ὁρίζει πόσον εἶναι τὸ τετραγωνικὸν μέτρον, ὁ τετραγωνικὸς δάκτυλος, ἡ τετραγωνικὴ παλάμη καὶ σημειοῖ τὰ ὅρια ἑκάστου μέτρου διὰ κιμωλίας. Ἀλλὰ καὶ ἔξω τοῦ σχολείου εἴτε ἐπὶ τοῦ κήπου τοῦ σχολείου εἴτε καὶ ἐν ἄλλῳ ὁμαλῷ τόπῳ σημειοῦται πόσον εἶναι τὸ τετραγωνικὸν μέτρον, πόσον εἶναι τὸ στρέμμα, πόσος εἶναι ὁ τετραγωνικὸς πῆχυς κ.τ.λ.

γ′) *Μέτρα διὰ τὰ στερεά.*

Ὅταν πρόκηται νὰ μετρήσωμεν ἢ λίθους, ἢ ἄμμον, ἢ χῶμα κτλ. μεταχειριζόμεθα μέτρα ὀνομαζόμενα κυβικά. Εἶναι δὲ κυβικὸν μέτρον χῶρος ἔχων ἑνὸς μέτρου μῆκος, ἑνὸς μέτρου πλάτος καὶ ἑνὸς μέτρου ὕψος. Ὅταν δὲ ὁ χῶρος οὗτος πληρωθῇ εἴτε ἀπὸ ὕδωρ εἴτε ἀπὸ πέτρας εἴτε ἀπὸ ἄμμον εἴτε ἀπὸ χῶμα εἴτε ἀπὸ ἄλλα στερεὰ σώματα, τότε λέγομεν ὅτι αἱ πέτραι εἶναι 1 κυβικὸν μέτρον, ἡ ἄμμος εἶναι 1 κυβικὸν μέτρον κλπ.

δ′) *Μέτρα χωρητικότητος.*

1	ὀκὰ	=	400	δράμια
1	μπότσα	=	2	ὀκάδες
1	κοιλὸν	=	22	ὀκάδες
1	βαρέλλα	=	48	ὀκάδες
1	λίτρα	=	312$^1/_2$	δράμια.

3. Σταθμά.

1	ὀκὰ	=	400	δράμια
1	στατὴρ	=	44	ὀκάδες
1	τόννος	=	780	ὀκάδες
1	χιλιόγραμ.	=	312$^1/_2$	δράμια
1	χιλιόγραμ.	=	1000	γραμμάρια
1	γραμμάριον	=	10	ὀβολοὺς
1	ὀβολὸς	=	10	κόκκους
3$^1/_5$	γραμμάρια	=	1	δράμιον

4. Μέτρα τοῦ χρόνου.

1	ἔτος	=	12	μῆνες
1	ἔτος	=	52	ἑβδομάδες
1	ἔτος	=	365	ἡμέραι
1	μὴν	=	30	ἡμέραι
1	ὥρα	=	60	λεπτά
1	λεπτὸν	=	60	δευτερόλεπτα
1	ἡμέρα	=	24	ὥρας

ΣΗΜ. Τὸ ἔτος ἔχει ἀκριβῶς 365 ἡμέρας, 5 ὥρας, 48 λεπτὰ καὶ 45 δευτερόλεπτα. Ἡ δὲ ἡμέρα ἔχει 24 ὥρας. Ἀρχίζομεν δὲ νὰ ἀριθμῶμεν ἀπὸ τὸ μεσονύκτιον λέγοντες ὅτι εἶναι 1 ὥρα, ἂν παρῆλθεν ἀπὸ τὸ μεσονύκτιον 1 ὥρα, ὅτι εἶναι 2 ὧραι, ἂν παρῆλθεν 2, 3 ὧραι ἂν παρῆλθον 3 ὧραι κλπ. μέχρι τῆς μεσημβρίας, ὅτε ἀριθμοῦνται ἐν ὅλῳ ὧραι 12. Ἀπὸ τῆς 12 δὲ ταύτης ὥρας τῆς μεσημβρίας ἀρχίζομεν πάλιν νὰ ἀριθμῶμεν 1 ὥρα, 2 ὧραι κλπ. μέχρι τῆς 12 τοῦ μεσονυκτίου, ὅτε λήγει ἡ ἡμέρα ἔχουσα ἐν ὅλῳ ὥρας 24 (12+1). Πρὸς διάκρισιν δὲ τῶν ὡρῶν τῶν πρὸ μεσημβρίας καὶ μετὰ μεσημβρίαν προσθέτομεν εἰς τὰς ὥρας καὶ τὰς λέξεις ταύτας π. χ. ὥρα 9 πρὸ μεσημβρίας, 10 ὥρα μετὰ μεσημβρίαν.

§ 2. ΑΝΑΛΥΣΙΣ ΑΝΩΤΕΡΩΝ ΕΙΔΩΝ ΕΙΣ ΚΑΤΩΤΕΡΑ

Α΄ Νοερῶς.

1. Πόσαι δραχμαὶ γίνονται 7 τάλληρα ;
Λύσις. 1 τάλληρον ἔχει 5 δραχμὰς
7 τάλληρα ἔχουσι 7×5 δραχμὰς ἤτοι 35 δραχμάς.
2. Πόσα εἰκοσιπεντάδραχμα ἔχουσι τὰ 8 ἑκατοντάδραχμα ;
Λύσις. 1 ἑκατοντάδραχμον ἔχει 4 εἰκοσιπεντάδραχμα
8 ἑκατοντάδραχμα ἔχουσι 8×4 εἰκοσιπεντάδραχμα ἤτοι 32 εἰκοσιπεντάδραχμα.
3. Πόσας δεκάρας ἔχουσι 9 δραχμαί ;
Λύσις. 1 δραχμὴ ἔχει 10 δεκάρας.
9 δραχμαὶ ἔχουσι 9×10 δεκάρας, ἤτοι 90 δεκάρας.
4. Πόσα λεπτὰ ἔχουσι 8 δεκάραι ;
Λύσις. 1 δεκάρα ἔχει 10 λεπτὰ
8 δεκάραι ἔχουσι 8×10 λεπτά, ἤτοι 80 λεπτά.
5. Πόσα λεπτὰ ἔχουσι 14 δραχμαί ;
Λύσις. 1 δραχμὴ ἔχει 100 λεπτὰ
14 δραχμαὶ ἔχουσι 14×100 λεπτὰ ἤτοι 1400 λεπ.
6. Πόσας δεκάρας ἔχουσι 4 εἰκοσιπεντάδραχμα ;

Λύσις. 1. εἰκοσιπεντάδραχμον ἔχει 250 δεκάρας
4 εἰκοσιπεντάδρ. ἔχουσι 4×250 δεκάρ. ἤτοι 1000 δεκ.
7. Πόσους δακτύλους ἔχουσι 9 μέτρα ;
Λύσις. 1 μέτρον ἔχει 100 δακτύλους
9 μέτρα ἔχουσι 9×100 δακτύλους ἤτοι 900 δακτ.
8. Πόσας παλάμας ἔχουσι 6 μέτρα ;
Λύσις. 1 μέτρον ἔχει 10 παλάμας
6 μέτρα ἔχουσι 6×10 παλάμας, ἤτοι 60 παλάμας.
9. Πόσα δεκάμετρα ἔχουσι 6 χιλιόμετρα
Λύσις. 1 χιλιόμετρον ἔχει 100 δεκάμετρα
6 χιλιόμ. ἔχουσι 6×100 δεκάμετρα ἤτοι 600 δεκάμ.
10. Πόσας γραμμὰς ἔχουσι 3 μέτρα ;
Λύσις. 1 μέτρον ἔχει 1000 γραμμὰς
3 μ. τρα ἔχουσι 3×1000 γραμμὰς ἤτοι 3000 γραμ.
11. Πόσα ὄγδοα (ῥού. ια) ἔχουσι 4 πήχεις ;
Λύσις. 1 πῆχυς ἔχει 8 ὄγδοα
4 πήχεις ἔχουσι 4×8 ὄγδοα ἤτοι 32 ὄγδοα
12. Πόσα μέτρα ἔχουσι 4 μίλια γεωγραφικά ;
Λύσις. 1 μίλιον γεωγραφικὸν ἔχει 7500 μέτρα
4 μίλια γεωγραφικὰ ἔχουσι 4×7500 μέτρα ἤτοι
30000 μέτρα.
13. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα ἔχουσι 6 στρέμματα ;
Λύσις. 1 στρέμμα ἔχει 1000 τετραγωνικὰ μέτρα
6 στρέμματα ἔχουσι 6×1000 τετραγωνικὰ μέτρα
ἤτοι 6000 τετραγωνικὰ μέτρα.
14. Πόσους τετραγωνικοὺς δακτύλους ἔχουσι 5 τετραγων. μέτρα ;
Λύσις. 1 τετραγων. μέτρον ἔχει 10000 τετραγ. δακτύλους
5 τετραγωνικὰ μέτρα ἔχουσι 5×10000 τετραγων.
δακτύλους ἤτοι 50000 τετραγωνικοὺς δακτύλους.
15. Πόσα δράμια ἔχουσιν 8 ὀκάδες ;
Λύσις. 1 ὀκᾶ ἔχει 400 δράμια
8 ὀκάδες ἔχουσι 8×400 δράμια ἤτοι 3200 δράμια.
16. Πόσας ὀκάδας ἔχουσι 10 κοιλά ;
Λύσις. 1 κοιλὸν ἔχει 22 ὀκάδας
10 κοιλὰ ἔχουσι 10×22 ὀκάδας, ἤτοι 220 ὀκάδας.
17. Πόσα δράμια ἔχουσι 2 λίτραι ;
Λύσις. 1 λίτρα ἔχει 312 $^1/_2$ δράμια
2 λίτραι ἔχουσι 2×312 $^1/_2$ δράμια ἤτοι 625 δραμ.
18. Πόσας ὀκάδας ἔχουσι 3 στατῆρες ;

Λύσις. 1 στατὴρ ἔχει 44 ὀκάδες
3 στατῆρες ἔχουσι 3×44 ὀκάδας ἤτοι 132 ὀκάδες.

19. Πόσας ὀκάδας ἔχουσι 4 τόννοι;
Λύσις. 1 τόννος ἔχει 780 ὀκάδας
4 τόννοι ἔχουσι 4×780 ὀκάδας ἤτοι 3120 ὀκάδας.

20. Πόσα δράμια ἔχουσι 2 χιλιόγραμμα;
Λύσις. 1 χιλιόμετρον ἔχει $312\,^1/_2$ δράμια
2 χιλιόγραμ. ἔχουσι $2\times312\,^1/_2$ δράμ. ἤτοι 625 δράμ.

21. Πόσους κόκκους ἔχουσι 7 γραμμάρια;
Λύσις. 1 γραμμάριον ἔχει 100 κόκκους
7 γραμμάρια ἔχουσι 7×100 κόκκους ἤτοι 700 κόκκους.

22. Πόσους μῆνας ἔχουσι 6 ἔτη;
Λύσις. 1 ἔτος ἔχει 12 μῆνας
6 ἔτη ἔχουσι 6×12 μῆνας, ἤτοι 72 μῆνας.

23. Πόσας ἡμέρας ἔχουσι 7 μῆνες;
Λύσις. 1 μὴν ἔχει 30 ἡμέρας
7 μῆνες ἔχουσι 7×30 ἡμέρας ἤτοι 210 ἡμέρας.

24. Πόσας ὥρας ἔχουσι 4 ἡμέραι;
Λύσις. 1 ἡμέρα ἔχει 24 ὥρας
4 ἡμέραι ἔχουσι 4×24 ὥρας ἤτοι 88 ὥρας.

25. Πόσαι δραχμαὶ εἶναι τὸ $^1/_5$ τοῦ ταλλήρου;
Λύσις. 1 τάλληρον ἔχει $^5/_5$ $^5/_5$ τοῦ ταλλήρου εἶναι 5 δραχμαί.
$^1/_5$ τοῦ ταλλήρου εἶναι πεντάκις ὀλιγώτερον τοῦ 5
ἤτοι 1 δραχμή.

26. Πόσαι δραχμαὶ εἶναι τὰ $^4/_5$ τοῦ ταλλήρου;
Λύσις. 1 τάλληρον ἢ $^5/_5$ τοῦ ταλλήρου εἶναι 5 δραχμαί.
$^1/_5$ τοῦ ταλλήρου εἶναι 1 δραχμή.
$^4/_5$ τοῦ ταλλήρου εἶναι 4 δραχμαί.

27. Πόσα λεπτὰ εἶναι τὸ $^1/_4$ τῆς δραχμῆς;
Λύσις. 1 δραχμὴ ἔχει $^4/_4$
$^4/_4$ εἶναι 100 λεπτὰ
$^1/_4$ εἶναι τετράκις ὀλιγώτερον τῶν 100 λεπτῶν,
ἤτοι 25 λεπτά.

28. Πόσας παλάμας ἔχει τὸ $^1/_2$ τοῦ μέτρου;
Λύσις. 1 μέτρον ἔχει 10 παλάμας
$^1/_2$ τοῦ μέτρου ἔχει 5 παλάμας.

Β΄ Γραπτῶς.

1. Πόσα λεπτὰ γίνονται 4 τάλληρα, 3 δραχμαὶ καὶ 25 λεπτά.

Λύσις. Κατὰ πρῶτον κάμνομεν τὰ τάλληρα δραχμάς. 1 τάλληρον ἔχει 5 δραχ.· 4 δὲ τάλληρα γίνονται 4×5 δραχ.=20 δραχ. καὶ 3 αἱ δεδομέναι γίνονται ἐν ὅλῳ 23 δραχμαί. Κατόπιν κάμνομεν τὰς δραχ. αὐτὰς λεπτά. 1 δραχμὴ ἔχει 100 λεπτά, 23 δὲ δραχμαὶ ἔχουσιν 23×100 λεπτὰ ἤτοι 2300 λεπτά, εἰς ἃ προσθέτοντες καὶ τὰ δεδομένα 25 λεπτὰ ἔχομεν ἐν ὅλῳ 2325 λεπτά.

παλ.	δραχ.	λεπ.
4	3	25
5		
20		
3		
23 δραχ.		
100		
2300 λεπτὰ		
25		
2325		

2. Πόσα δράμια γίνονται 8 στατῆρες, 15 ὀκάδ. καὶ 250 δράμια.

Λύσις. Κατὰ πρῶτον κάμνομεν τοὺς στατῆρας ὀκάδας· 1 στατὴρ ἔχει 44 ὀκάδας· 8 δὲ στατῆρες ἔχουσιν 8×44 =352 ὀκάδας. Εἰς ταύτας προσθέτομεν καὶ τὰς δεδομένας 15 ὀκάδας καὶ ἔχομεν ἐν ὅλῳ 367 ὀκάδας. Τὰς ὀκάδας ταύτας κάμνομεν δράμια. 1 ὀκᾶ ἔχει 440 δράμια, 367 δὲ ὀκάδες ἔχουσι 367×400=146800 δράμια. Εἰς ταῦτα προσθέτομεν καὶ τὰ δεδομένα δράμια 250 καὶ ἔχομεν ἐν ὅλῳ 147050 δράμια.

στατ.	ὀκαδ.	δρμ.
8	15	250
44		
352 ὀκάδες		
15		
367		
400		
146800 δράμια		
250		
147050		

ΣΗΜ. Ὅταν δὲ ὁ συμμιγὴς ἀριθμὸς ἔχῃ δεκαδικὰς ὑποδιαιρέσεις, ἡ μετατροπὴ αὐτοῦ εἰς κατώτερα εἴδη εἶναι ἁπλουστάτη π. χ.

3. Πόσα λεπτὰ γίνονται 6 δραχμαί, 4 δεκάραι καὶ 7 λεπτά;

Ἐνταῦθα ἀντὶ νὰ ἐκτελῶμεν πράξεις, οἵας ἐκάμαμεν εἰς τὰ ἀνωτέρω προβλήματα, περιοριζόμεθα νὰ γράψωμεν ὁμοῦ τοὺς ἀριθμούς, καὶ ἡ πρᾶξις εἶναι τετελεσμένη. Οὕτως ἡ ἀπόκρισις εἰς τὸ ἄνω πρόβλημα εἶναι 647 λεπτά.

§ 3. ΑΝΑΓΩΓΗ ΚΑΤΩΤΕΡΩΝ ΕΙΔΩΝ ΕΙΣ ΑΝΩΤΕΡΑ ΕΙΔ[Η]

Α΄ Νοερῶς.

1. Πόσας δραχμὰς κάμνουν 80 δεκάραι ;
Λύσις. 10 δεκάραι κάμνουν 1 δραχμὴν
80 δεκάραι κάμνουν 8 δραχμάς.
2. Πόσα τάλληρα κάμνουν 35 δραχμαί ;
Λύσις. 5 δραχμαὶ κάμνουν 1 τάλληρον.
35 δραχμαὶ κάμνουν 7 τάλληρα.
3. Πόσαι ὀκάδες γίνονται 800 δράμια ;
Λύσις. 400 δράμια γίνονται 1 ὀκᾶ
800 δράμια γίνονται 2 ὀκάδες.
4. Πόσους στατῆρας κάμνουν 88 ὀκάδες ;
Λύσις. 44 ὀκάδες κάμνουν 1 στατῆρα
88 ὀκάδες κάμνουν 2 στατῆρας.
5. Πόσους πήχεις κάμνουν 40 ῥούπια.
Λύσις. 8 ῥούπια κάμνουν 1 πῆχυν
40 ῥούπια κάμνουν 5 πήχεις.
6. Πόσα γραμμάρια κάμνουν 200 κόκκοι ;
Λύσις. 100 κόκκοι κάμνουν 1 γραμμάριον
200 κόκκοι κάμνουν 2 γραμμάρια.
7. Πόσα ἔτη κάμνουν 60 μῆνες ;
Λύσις. 12 μῆνες κάμνουν 1 ἔτος
60 μῆνες κάμνουν 5 ἔτη.
8. Πόσας ἡμέρας κάμνουν 48 ὧραι ;
Λύσις. 24 ὧραι κάμνουν 1 ἡμέραν
48 ὧραι κάμνουν 2 ἡμέρας.
9. Πόσας δωδεκάδας κάμνουν 60 αὐγά ;
Λύσις. 12 αὐγὰ κάμνουν 1 δωδεκάδα
60 αὐγὰ κάμνουν 5 δωδεκάδας.
10. Πόσας βαρέλλας κάμνουν 96 ὀκάδες ;
Λύσις. 48 ὀκάδες κάμνουν 1 βαρέλλαν
96 ὀκάδες κάμνουν 2 βαρέλλας.
11. Πόσας ὥρας κάμνουν 120 λεπτά ;
Λύσις. 60 λεπτὰ κάμνουν 1 ὥραν
120 λεπτὰ κάμνουν 2 ὥρας.
12. Πόσα μέτρα κάμνουν 300 δάκτυλοι ;
Λύσις. 100 δάκτυλοι κάμνουν 1 μέτρον
300 δάκτυλοι κάμνουν 3 μέτρα.

13. Πόσαι δραχμαὶ γίνονται 400 λεπτά;

Λύσις. 100 λεπτὰ κάμνουν 1 δραχμὴν
400 λεπτὰ κάμνουν 4 δραχμάς.

14. Πόσα κοιλὰ κάμνουν 88 ὀκάδες;

Λύσις. 22 ὀκάδες κάμνουν 1 κοιλὸν
88 ὀκάδες κάμνουν 4 κοιλά.

Β΄ Γραπτῶς.

1. Πόσαι δραχμαὶ γίνονται 975 λεπτά.

λεπτ.
975 | 100
900 | 9 δραχ. καὶ 75 λ.
75 λεπ.

Λύσις. Ἀφ' οὗ 1 δραχμὴ ἔχει 100 λεπτά, τὰ 975 λεπτὰ εἶναι τόσαι δραχμαί, ὅσας φορὰς τὸ 100 εἰσέρχεται εἰς τὸ 975. Τὸ 100 εἰς τὸ 975 εἰσέρχεται 9 φορὰς καὶ μένουν 75 λεπτά. Ὅθεν τὰ 975 λεπτὰ εἶναι 9 δραχμαὶ καὶ 75 λεπτά.

ΣΗΜ. Ὅταν θέλωμεν λεπτὰ νὰ κάμωμεν δραχμάς, χωρίζομεν πρὸς τὰ δεξιὰ 2 ψηφία καὶ αὐτὰ εἶναι τὰ λεπτά· τὰ δὲ πρὸς τὰ ἀριστερὰ τοῦ κόμματος ψηφία δεικνύουσι τὰς δραχμάς, π. χ. 560 λεπτὰ γίνονται 5, 60 ἤτοι 5 δραχμαὶ καὶ 60 λεπτά. Διὰ τοῦ τρόπου τούτου εὐκολώτατα ἀνάγομεν λεπτὰ εἰς δραχμὰς ἄνευ ἰδίων πράξεων.

2. Πόσαι δραχμαὶ γίνονται 345 δεκάραι;

δεκάραι
345 | 10
34 | 34δραχ. καὶ 5 δεκάρ.
45
40
5 δεκάραι

Λύσις. Ἀφ' οὗ 1 δραχμὴ ἔχει 10 δεκάρας, 345 δεκάραι θὰ εἶναι τόσαι δραχμαί, ὅσας φορὰς τὸ 10 εἰσέρχεται εἰς τὸ 345. Εἰσέρχεται δὲ 34 φορὰς καὶ μένουν καὶ 5 δεκάραι. Ὅθεν αἱ 345 δεκάραι γίνονται 34 δραχμαὶ καὶ μένουν καὶ 5 δεκάραι.

ΣΗΜ. Ὅταν θέλωμεν δεκάρας νὰ κάμωμεν δραχμάς, χωρίζομεν πρὸς τὰ δεξιὰ 1 ψηφίον, ὅπερ δηλοῖ τὰς δεκάρας· τὰ δὲ ψηφία πρὸς τὰ ἀριστερὰ δηλοῦσι τὰς δραχμάς, π. χ. 625 δεκάραι εἶναι 62,5 ἤτοι 62 δρ. καὶ 5 δεκάραι. Διὰ τοῦ τρόπου τούτου εὐκολώτατα ἀνάγομεν δεκάρας εἰς δραχμὰς ἄνευ ἰδίων πράξεων.

3. Πόσα καντάρια γίνονται 350 ὀκάδες;

350 | 44
308 | 7 καντ. καὶ 42 ὀκ.
42

Λύσις. Ἀφ' οὗ ἓν καντάριον ἔχει 44 ὀκάδες, 350 ὀκάδες θὰ εἶναι τόσα καντάρια, ὅσας φορὰς τὸ 44 εἰσέρχεται εἰς τὸ 350. Εἰσέρχεται δὲ τὸ 44 εἰς τὸ 350 7 φορὰς καὶ μένει 42. Ὅθεν 350 ὀκάδες εἶναι 7 καντάρια καὶ 42 ὀκάδες.

4. Πόσα ἔτη γίνονται 95 μῆνες;

95 | 12
84 | 7 ἔτη 11 μῆνες.
11

Λύσις. Ἀφ' οὗ ἓν ἔτος ἔχει 12 μῆνας, 95 μῆνες ἔχουν τόσα ἔτη, ὅσας φορὰς τὸ 12 εἰσέρχεται εἰς τὸ 95. Εἰσέρχεται δὲ τὸ 12 εἰς τὸ 95 7 φορὰς καὶ μένουν 11. Ὅθεν 95 μῆνες γίνονται 7 ἔτη καὶ μένουν 11 μῆνες.

§ 4. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΛΥΘΗΣΟΜΕΝΑ ΠΑΡΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ

1. Πόσοι πήχεις εἶναι 83 ῥούπια;
2. Πόσα τάλληρα εἶναι 58 δραχμαί;
3. Πόσαι ὀκάδες εἶναι 2500 δράμια;
4. Πόσοι στατῆρες εἶναι 538 ὀκάδες;
5. Πόσαι βαρέλλαι εἶναι 650 ὀκάδες;
6. Πόσαι ἡμέραι εἶναι 600 ὧραι;
7. Πόσα ἔτη εἶναι 700 μῆνες;
8. Πόσαι ὧραι εἶναι 900 λεπτά;
8. Πόσοι τόννοι εἶναι 4560 ὀκάδες;
10. Πόσα κοιλὰ εἶναι 350 ὀκάδες;

§ 4. ΠΡΟΣΘΕΣΙΣ

Α' Νοερῶς.

1. Πόσας δραχμὰς ἀποτελοῦσιν 7 δεκάραι καὶ 8 δεκάραι;

Λύσις. 7 δεκάραι καὶ 8 δεκάραι γίνονται 15 δεκάραι· 15 δὲ δεκάραι εἶναι 1 δραχμὴ καὶ 5 δεκάραι. Ὅθεν 7 δεκάραι καὶ 8 γίνονται 1 δραχμὴ καὶ 5 δεκάραι.

2. Πόσα τάλληρα γίνονται 65 δραχμαὶ καὶ 35 δραχμαί;

Λύσις. 65 δραχμαὶ καὶ 35 δραχμαὶ γίνονται 100 δραχμαί. 100 δὲ δραχμαὶ εἶναι 20 τάλληρα. Ὅθεν 65 δραχμαὶ καὶ 35 δραχμαὶ γίνονται 20 τάλληρα.

3. Πόσοι πήχεις γίνονται 2 πήχεις καὶ 4 ῥούπια καὶ 5 πήχεις καὶ 4 ῥούπια.

Λύσις. 2 πήχεις καὶ 5 πήχεις γίνονται 7 πήχεις· 4 ῥούπια καὶ 4 ῥούπια γίνονται 8 ῥούπια ἢ 1 πῆχυς. 7 πήχεις καὶ 1 πῆχυς γίνονται 8 πήχεις. Ὅθεν 2 πήχεις καὶ 4 ῥούπια καὶ 5 πήχεις καὶ 4 ῥούπια γίνονται 8 πήχεις.

4. Μάγειρος ἔδωκε διὰ κρέας 2 δραχμὰς καὶ 60 λεπτά· δι' αὐγὰ 90 λεπτά, καὶ διὰ σάκχαρι 4 δραχμὰς καὶ 80 λεπτά. Πόσα λεπτὰ ἔδωκε δι' ὅλα ;

Λύσις. Τὸ κρέας τιμᾶται 2,60· καὶ 90 λεπτὰ διὰ τὰ αὐγά=3,50· καὶ 4,80 διὰ τὴν σάκχαρι=8,30 ἤτοι 8 δραχμὰς καὶ 30 λεπτά. 8 δὲ δραχμαὶ εἶναι 1 τάλληρον καὶ 3 δραχμαί. Ὅθεν ἔδωκεν ὁ μάγειρος ἐν ὅλῳ 1 τάλληρον, 3 δραχμὰς καὶ 30 λεπτά.

ΣΗΜ. Ἐπειδὴ ἡ ἀριθμητικὴ σκοπὸν ἔχει νὰ μορφώσῃ τοὺς μαθητὰς νὰ σκέπτωνται λογικῶς καὶ νὰ ἐκφράζωνται ἀκριβῶς, ὁ διδάσκαλος πρέπει νὰ γυμνάζῃ αὐτοὺς καὶ εἰς τὰ δύο ταῦτα. Καλὸν δὲ νομίζομεν νὰ τηρῇ κατὰ τὴν λύσιν τῶν προβλημάτων τὴν μέθοδον, ἣν ἡμεῖς ἐπίτηδες ἐν πλάτει εἰς ἕκαστον πρόβλημα ἐκθέτομεν.

Ἀσκήσεις.

λεπτ. λεπτ. λεπτ.	λεπτ. λεπτ. δραχ.	δραχ. δραχ. τάλληρ.
6 + 8 =;	42 + 74 =;	17 + 34 =;
14 + 25 =	28 + 91 =	14 + 28 =
16 + 43 =	49 + 69 =	15 + 32 =
17 + 20 =	82 + 46 =	14 + 48 =
19 + 21 =	32 + 65 =	25 + 70 =
22 + 28 =	75 + 75 =	32 + 42 =
35 + 36 =	85 + 98 =	45 + 36 =
45 + 47 =	53 + 92 =	38 + 37 =
12 + 57 =	68 + 32 =	51 + 57 =
49 + 37 =	45 + 91 =	65 + 38 =

ὀκάδ. ὀκάδ. στατ.	ῥούπ. ῥούπ. πήχ.	μην. μην. ἔτη.
35 + 43 =;	7 + 38 =;	6 + 46 =;
31 + 18 =	15 + 32 =	16 + 53 =
17 + 54 =	32 + 56 =	17 + 42 =
17 + 36 =	45 + 70 =	48 + 18 =
31 + 70 =	19 + 48 =	39 + 36 =

Β' Γραπτῶς.

1. Πόσοι πήχεις γίνονται 8 πήχεις καὶ 3 ῥούπια, 4 πήχεις καὶ 2 ῥούπια, 7 πήχεις καὶ 6 ῥούπια, 9 πήχεις καὶ 3 ῥούπια;

Λύσις. Διὰ νὰ εὕρωμεν γραπτῶς τὸ ζητούμενον, γράφομεν τὰ ὁμώνυμα εἴδη τὸ ἓν ὑποκάτω τοῦ ἄλλου καὶ ἔπειτα προσθέτομεν ἀρχίζοντες ἀπὸ τὰ κατώτατα εἴδη. Ἂν δὲ ἐκ τοῦ ἀθροίσματος κατωτέρων εἰδῶν προκύψῃ εἶδός τι ἀνώτερον, τότε τοῦτο συναριθμεῖται μὲ τὸ εἶδος τοῦτο. Οὕτω τὸ ἄνω πρόβλημα καταστρώνεται ὡς ἑξῆς·

πήχ.	ῥούπ.
8	3
4	2
7	6
9	3
29	6

2. Πόσα γίνονται;

	βαρέλ.	ὀκάδ.	δράμια
	50	32	150
	40	14	200
	60	22	300
Ἀπόκρισις	151	21	250

3. Πόσα γίνονται;

	ἔτη	μῆνες	ἡμέραι
	28	3	4
	45	6	8
	35	5	7
Ἀπόκρισις	109	2	19

Προβλήματα.

1. Ἄνθρωπός τις δαπανᾷ ἄνευ ἀνάγκης 1 λεπτὸν τὴν ἡμέραν. Π σα γίνονται ταῦτα εἰς 10 ἔτη. (36 δραχ. 50 λεπτά).
2. Ὁ Φεβρουάριος χει 28 ἡμέρας, ὁ Μάρτιος 31, καὶ ὁ Ἀπρίλιος 30. Πόσας ἡμέρας ἔχουν καὶ οἱ τρεῖς οὗτοι μῆνες;
3. Σι ηρόδρομος διέρχεται 4 σταθμούς. Καὶ εἰς μὲν τὸν πρῶτον φθάνει εἰς 19 λεπτά, εἰς δὲ τὸν δεύτερον εἰς 22, εἰς δὲ τὸν τρίτον

εἰς 24 καὶ εἰς τὸν τέταρτον εἰς 20 λεπτά. Πόσον διήρκεσε τὸ ταξείδιον. (1 ὥρα 25 λεπτ.).

4. Γεωργὸς ἔχει ἓν κτῆμα 9 στρεμμάτων καὶ 900 τετραγωνικῶν μέτρων. Κατόπιν ἠγόρασε καὶ μικρὸν κτῆμα γείτονος ἐκτάσεως 2 στρεμμάτων καὶ 300 τετραγωνικῶν μέτρων. Πόσον εἶναι τώρα τὸ ὅλον κτῆμα (12 στρεμ. 200 τετραγωνικὰ μέτρα).

5. Ἠγόρασέ τις 4 φορτία ἀνθράκων. Τούτων τὸ μὲν ἓν εἶχε 2 στατῆρας καὶ 15 ὀκάδας, τὸ δὲ δεύτερον 1 στατῆρα καὶ 42 ὀκάδας, τὸ δὲ τρίτον 1 στατῆρα καὶ 38 ὀκάδας, καὶ τὸ τέταρτον δύο στατῆρες καὶ 12 ὀκάδας. Πόσοι στατῆρες ἦσαν ἐν ὅλῳ ; (8 στατῆρες 19 ὀκ.).

6. Ὁ Νικόλαος ἦτο 14 ἐτῶν, 9 μηνῶν καὶ 26 ἡμερῶν, ὅτε ἦλθεν εἰς φανοποιόν, ἵνα μάθῃ τὴν τέχνην. Μετὰ 4 ἔτη, 3 μῆνας καὶ 8 ἡμέρας ἤνοιξεν ἴδιον ἐργαστήριον, ὅπου εἰργάσθη 8 ἔτη 5 μῆνας καὶ 19 ἡμέρας. Πόσον ἐτῶν τώρα εἶναι ὁ Νικόλαος ; 27 ἐτ. 6 μην. 23 ἡμερ.).

§ 6. ΑΦΑΙΡΕΣΙΣ

Α. Νοερῶς.

1. Ἔχω 15 τάλληρα καὶ 4 δραχμάς. Ἐκ τούτων ἐπλήρωσα εἰς τὸν ὑποδηματοποιὸν 6 τάλληρα καὶ 3 δραχμάς. Πόσα τάλληρα μοῦ μένουν ;

Λύσις. Ἀφαιροῦμεν πρῶτον ἀπὸ τὰ 15 τάλληρα καὶ 4 δραχμὰς τὰ 6 τάλληρα καὶ ἔχομεν 9 τάλληρα καὶ 4 δραχμάς. Ἔπειτα ἀφαιροῦμεν καὶ τὰς 3 δραχμὰς καὶ ἔχομεν 9 τάλληρα καὶ 1 δραχμήν.

2. Ἀπὸ κομμάτι ὑφάσματος ἐξ 8 πήχεων καὶ 2 ὀγδόων κόπτω 5 πήχεις καὶ 6 ὄγδοα. Πόσον πρᾶγμα μένει ;

Λύσις. Ἀπὸ 8 πήχεις καὶ 2 ὄγδοα ἀφαιρῶ πρῶτον 5 πήχεις καὶ ἔχω 3 πήχεις καὶ 2 ὄγδοα. Κατόπιν ἀφαιρῶ καὶ 6 ὄγδοα. Τὰ 6 ὄγδοα χωρίζω εἰς 2 καὶ 4. Ἀφαιρῶ πρῶτον τὰ 2 καὶ μένουν ἀκέραιοι 3 πήχεις. Ἔπειτα ἐξ αὐτῶν ἀφαιρῶ καὶ 4 ὄγδοα καὶ μένουν 2 πήχεις καὶ 4 ὄγδοα.

3. Ἀπὸ 48 δραχμὰς καὶ 32 λεπτά, νὰ ἀφαιρέσωμεν 16 δραχμὰς καὶ 50 λεπτά.

Λύσις. Κατ' ἀρχὰς ἀφαιροῦμεν 16 δραχμὰς καὶ ἔχομεν 32 δραχμὰς καὶ 32 λεπτά. Ἔπειτα ἀφαιροῦμεν καὶ τὰ 50 λεπτά. Χάριν εὐκολίας χωρίζομεν τὰ 50 εἰς 32 καὶ 18. Καὶ πρῶτον ἀφαιροῦμεν τὰ

32, ὅτε ἔχομεν ἀκεραίας 32 δραχμάς. Ἐκ τούτων ἀφαιροῦμεν καὶ 1 λεπτὰ καὶ τότε ἔχομεν 31 δραχμ. καὶ 82 λεπτά.

4. Ἐν φορτίον ἐλαίου ἦτο 62 ὀκάδες καὶ 200 δράμια, μὲ τοὺς δύ ἀσκοὺς ὁμοῦ. Ἦσαν δὲ οἱ ἀσκοὶ 4 ὀκάδες καὶ 300 δράμια. Πόσο ἦτο τὸ ἔλαιον μόνον;

Λύσις. Κατὰ πρῶτον ἀφαιροῦμεν τὰς 4 ὀκάδας καὶ ἔχομεν 58 ὀκά δας καὶ 200 δράμια. Ἔπειτα ἀφαιροῦμεν καὶ τὰ 300 δράμια. Χάρι εὐκολίας διαιροῦμεν αὐτὰ εἰς 200 καὶ 100. Ἀφαιροῦμεν πρῶτον τ 200 δράμια καὶ ἔχομεν ὀκάδας 58. Ἐκ τούτων ἀφαιροῦμεν καὶ τ 100 δράμια καὶ ἔχομεν 57 ὀκάδας καὶ 300 δράμια.

Ἀσκήσεις.

δραχ.	λεπτ.		δραχ.	λεπτ.		ὀκάδ.	δράμ.		ὀκάδ.	δράμ.	
5	19	—	2	10	=;	7	150	—	5	100	=;
6	20	—	3	15	=	8	300	—	5	200	=
8	18	—	4	17	=	9	100	—	7	50	=
7	25	—	5	20	=	12	30	—	10	40	=
9	40	—	6	30	=	14	60	—	12	50	=
3	60	—	1	60	=	17	300	—	16	150	=
5	55	—	3	25	=	25	120	—	20	100	=
9	43	—	6	23	=	45	280	—	40	150	=

Β' Γραπτῶς.

1. Πόσα μένουν, ὅταν ἀπὸ 709 τάλληρα, 4 δραχμὰς καὶ 30 λεπτά ἀφαιρέσω 405 τάλληρα, 2 δραχμὰς καὶ 20 λεπτά;

Λύσις. Γράφομεν τὰ ὁμώνυμα εἴδη τὸ ἓν κάτωθεν τοῦ ἄλλου ἔπειτ ἀφαιροῦμεν ἀρχίζοντες ἀπὸ τὸ κατώτατον εἶδος ὡς ἑξῆς·

τάλ.	δραχ.	λεπτ.
709	4	30
405	2	20
304	2	10

2. Πόσα μένουν, ὅταν ἀπὸ 65 τάλληρα, 2 δραχμὰς καὶ 50 λεπτ ἀφαιρέσω 50 τάλληρα, 3 δραχμὰς καὶ 60 λεπτά;

Λύσις. Καὶ ἐνταῦθα γράφομεν τὰ ὁμώνυμα εἴδη τὸ ἓν ὑπὸ τὸ ἄλ καὶ κατόπιν ἀφαιροῦμεν. Ἀλλὰ κατὰ τὴν ἀφαίρεσιν πολλὰ μέλη τ ἀφαιρετέου εἶναι μεγαλήτερα τῶν ἀντιστοίχων τοῦ μειωτέου. Καὶ δ τοῦτο αὐξάνομεν αὐτὰ κατὰ τόσας μονάδας, εἰς ὅσας ἀναλύεται μ μονὰς τοῦ ἀνωτέρου εἴδους καὶ ἔπειτα γίνεται ἡ ἀφαίρεσις. Μόνον εἰς τοῦτο πρέπει ἐνταῦθα νὰ προσέχωμεν, νὰ συμψηφίζωμεν τὴν ληφθεῖσαν μονάδα, ἢ γράφοντες τὸν μειωτέον κατὰ 1 μικρότερον ἢ αὐξάνοντες τὸν ἀντίστοιχόν του ἀφαιρετέον κατὰ 1 ὡς ἑξῆς.

τάλ.	δραχ.	λεπ.
65	2	50
50	3.	60
14	3	90

Ἐξηγήσεις. α΄) 60 ἀπὸ 50 δὲν ἀφαιρεῖται. Δανειζόμεθα ἐκ τῶν 2 δραχμῶν 1 δραχμήν. Ἡ δραχμὴ ἔχει 100 λεπτὰ καὶ 50 τὰ ὑπάρχοντα=150. 60 ἀπὸ 150=90· β΄) 3 δραχμαὶ ἀπὸ 1 δραχμὴν δὲν ἀφαιροῦνται. Δανειζόμεθα ἀπὸ 65 τάλληρα 1 τάλληρον. 1 τάλληρον ἔχει 5 δραχμὰς καὶ 2 δραχμαὶ=7 δραχμαί· 4 δραχμ. ἀπὸ 7 δραχμ. μένουν 3 δραχμαί· γ΄) 50 ἀπὸ 64 ἢ 51 ἀπὸ 65=14 τάλληρα.

Προβλήματα.

1. Πρόκειται νὰ κατασκευασθῇ σιδηρόδρομος ἔχων μῆκος 17 χιλιομέτρων καὶ 428 μέτρων καὶ 5 δακτύλων. Τούτου κατεσκευάσθησαν 7 τμήματα, ἑκάστου τῶν ὁποίων τὸ μῆκος ἔχει ὡς ἑξῆς· α΄) 314 μέτρα· β΄) 189 μέτρα· γ΄) 963 μέτρα· δ΄) 1 χιλιόμετρον καὶ 483 μέτρα ε΄) 2 χιλιόμετρα καὶ 766 μέτρα· ς΄) 5 χιλιόμετρα καὶ 884 μέτρα· ζ΄) 972 μέτρα. Πόσον μέρος τοῦ σιδηροδρόμου μένει ἀκατασκεύαστον;
2. Ἐργοστάσιον ἀνεδέχθη νὰ προμηθεύσῃ διὰ τὸν στρατὸν 500 μέτρα ἐρέας. Παρέδωκε μέχρι τοῦδε 37,30 μέτρα + 84,64 μέτρ. + 48,44 μέτρ. + 83,77 μέτρ. + 65,45 μέτρα. Πόσα ὀφείλει ἀκόμη;
3. Τὰ ἐτήσια ἔσοδά μου εἶναι 1040 δραχ. 60 λεπτά, τὰ δὲ ἔξοδά μου 888 δραχμὰς 84 λεπτά. Πόσον περίσσευμα ἔχω;
4. Ἠγόρασέ τις κτῆμα ἀντὶ 28300 δραχμῶν καὶ ἐπλήρωσεν ἀμέσως 19819 καὶ 58 λεπτά. Πόσα χρήματα ἀκόμη χρεωστεῖ;
5. Εἶχέ τις ἐν τῷ ταμείῳ του τὴν 1 Μαρτίου δραχμὰς 988 καὶ 12 λεπτά. Ἐξώδευσε δὲ διαρκοῦντος τοῦ μηνὸς α΄) 62 δραχμ. καὶ 73 λεπτά· β΄) 89 δραχμ. καὶ 68 λεπτ. γ΄) 109 δραχμ. καὶ 72 λεπτ. δ΄) 96 δρ. καὶ 12 λεπτ. ε΄) 80 λεπτ. ς΄) 67 δρ. καὶ 43 λεπτά. Πόσα χρήματα μένουν ἐν τῷ ταμείῳ τῇ 1 Ἀπριλίου;
6. Βαρέλιον μὲ σάκχαρι ἔχει ὁλικὸν βάρος 148 ὀκάδ. 325 δράμ.

Ἡ τάρα (τὸ ἀπόβαρον ἢ κενὸν βαρέλιον) ζυγίζει 19 ὀκάδας 250 δράμια. Πόσας ὀκάδας εἶναι τὸ σάκχαρι;

7. Ἐμπόρευμα ἔχει ἀκαθάριστον βάρος 3 στατῆρας 18 ὀκάδας. Εἶναι δὲ τὸ καθαρὸν (νέττο) βάρος 2 στατῆρες, 35 ὀκάδες. Πόση εἶναι ἡ τάρα;

8. Εἰς ἓν βαγένιον ἐρρίφθη οἶνος 548 μπότσας, 1 ὀκᾶ καὶ 300 δράμια. Μετὰ 1 δὲ ἔτος εὑρέθησαν 532 μπότσαι καὶ 150 δράμια. Πόση ἦτο ἡ φύρα;

9. Λάκκος ἔχων 301 κυβικῶν μέτρων χωρητικότητα πρόκειται νὰ πληρωθῇ. Ἐρρίφθησαν δὲ εἰς αὐτὸν χώματα, ὥστε ἐγέμισε κατὰ 189 κυβικὰ μέτρα καὶ 36 κυβικοὺς δακτύλους. Πόσος χῶρος μένει ἀκόμη κενός;

10. Ἔκ τινος οἰκοπέδου, τὸ ὁποῖον εἶχεν ἔκτασιν 158 μέτρα καὶ 49 δακτύλους ἀπεκόπησαν κατὰ τὴν ῥυμοτομίαν 49 μέτρα καὶ 88 δάκτυλοι. Πόσον μένει ὑπόλοιπον;

§ 7. ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

Α΄ Νοερῶς.

1. Πόσον τιμῶνται 48 ὀκάδες, ὅταν ἑκάστη ὀκᾶ τιμᾶται 1 δραχμὴν καὶ 60 λεπτά;

Λύσις. Αἱ 48 ὀκάδες πρὸς 1 δραχμὴν ἀξίζουν 48 δραχμ. αἱ 48 ὀκάδες πρὸς 60 λεπτὰ ἢ πρὸς 6 δεκάρας ἀξίζουν 288 δεκάρ. ἢ 28 δραχμὰς καὶ 80 λεπτά. 48 δραχμαὶ καὶ 28 δραχμαὶ γίνονται 76 δραχμαί. Ὅθεν τιμῶνται αἱ 48 ὀκάδ. δραχμὰς 76 καὶ 80 λεπτά.

2. Πόσον τιμῶνται 9 πήχεις, ὅταν ὁ 1 πῆχυς τιμᾶται 2 τάλληρα, 3 δραχμὰς καὶ 40 λεπτά;

Λύσις. Ἀπὸ 2 τάλληρα οἱ 9 πήχεις τιμῶνται 18 τάλληρα, ἀπὸ 3 δραχμὰς οἱ 9 πήχεις ἔχουν 27 δραχμὰς ἢ 5 τάλληρ. καὶ 2 δραχ. 18 τάλληρ. καὶ 5 τάλληρ. καὶ 2 δραχ.=23 τάλληρ. καὶ 2 δραχ. Ἔπειτα ἀπὸ 40 λεπτὰ οἱ 9 πήχεις=3 δραχμὰς καὶ 60 λεπτά, 3 δραχμαὶ καὶ 60 λεπτὰ καὶ 2 δραχμαὶ=5 δραχ. καὶ 60 λεπτά, ἢ 1 τάλληρον καὶ 60 λεπτά. 23 τάλληρα καὶ 60 λεπτὰ καὶ 1 τάλληρον=24 τάλληρα καὶ 60 λεπτά. Ὅθεν τιμῶνται οἱ 9 πήχεις 24 τάλληρα καὶ 60 λεπτά.

Προβλήματα.

1. Πόσον τιμῶνται 3 δωδεκάδες αὐγά, ὅταν ἕκαστον αὐγὸν τιμᾶται 5 λεπτά. (1 δραχ. 80 λεπτ.).

2. Ἄνθρωπός τις ἠγόρασε 32 ὀκάδας μέλι πρὸς 90 λεπτὰ τὴν ὀκάν. Πόσα χρήματα ἔδωκε; (28 δραχ. 80 λεπτ.).
3. Ἐργάτης κερδαίνει τὴν ἡμέραν 3 δραχμάς. Πόσας εἰς 3 ἑβδομάδας; (54 δραχμ.).
4. Ὁ κύριος Πασπάτης κατῴκει πρότερον εἰς τὴν Κόρινθον καὶ ἐπλήρωνεν ἐνοίκιον κατὰ μῆνα 35 δραχμ. 50 λεπτά. Ἀλλ' ἤδη μετενάστευσεν εἰς Ἀθήνας, ὅπου πληρώνει 5πλάσιον ἐνοίκιον. Πόσον ἄρά γε πληρώνει ἐν Ἀθήναις;
5. Ἐν Σουηδίᾳ φέρει ἐνίοτε ἡ βρίζα, ἥτις εὐδοκιμεῖ καλλίτερον εἰς χώρας ψυχρὰς ἢ θερμάς, καρπὸν 3πλάσιον. Πόσον καρπὸν θὰ φέρῃ ἀγρὸς γεωργοῦ, εἰς ὃν ἔχει σπαρῆ βρίζα 3 κοιλῶν καὶ 8 ὀκάδων;
6. Ἀπὸ ἓν κομμάτι ὕφασμα ἐξ 120 μέτρων ἐκόπησαν 8 ἐνδυμασίαι, ἑκάστη ἀπὸ 5 πήχεις καὶ 2 δακτύλους. Πόσοι πήχεις ὑπολείπονται;
7. Εἷς δανείζει 85 δραχ. 80 λεπτ. Μετά τινα δὲ ἔτη λαμβάνει τὸ κεφάλαιον καὶ ἥμισυ ἀκόμη τοῦ κεφαλαίου διὰ τόκους. Τὸ ποσὸν ὅμως τοῦτο ὅλον δαπανᾷ πρὸς ἐπισκευὴν τῆς οἰκίας του, ἥτις ἐχρειάσθη χρήματα τετραπλάσια. Πόσα χρήματα ἐχρειάσθη;

Β' Γραπτῶς.

1. Εἰς ἕνα σιδηρόδρομον ἐργάζονται 45 ἄνθρωποι, ὧν ἕκαστος λαμβάνει τὴν ἑβδομάδα 4 τάλληρα 2 δραχμὰς καὶ 50 λεπτ. Πόσα χρήματα λαμβάνουσιν ὅλοι ὁμοῦ καθ' ἑβδομάδα;

Λύσις. Ἐπειδὴ 1 ἐργάτης καθ' ἑβδομάδα λαμβάνει 4 τάλ. 2 δραχ. 50 λεπτά, οἱ 45 ἐργάται θὰ λαμβάνωσι 45 φορὰς τόσον. Ἐπειδὴ τοῦτο εἶναι δύσκολον νὰ ὁρίσωμεν μὲ τὸν νοῦν, ἐκτελοῦμεν τοῦτο γραπτῶς ὡς ἑξῆς.

τάλ.	δραχ.	λεπτ.
4	2	50
		45
202	2	50

Πολλαπλασιάζομεν πρῶτον τὸ 45 μὲ 50 λεπτὰ καὶ ἔχομεν ἐν ὅλῳ δραχμὰς 22 καὶ 50 λεπτά. Γράφομεν τὰ λεπτὰ εἰς τὴν στήλην τῶν λεπτῶν, τὰς δὲ 22 δραχμὰς φυλάττομεν νὰ προσθέσωμεν εἰς τὴν στήλην τῶν δραχμῶν. Κατόπιν πολλαπλασιάζομεν τὸ 45 μὲ 2 δραχμὰς καὶ ἔχομεν δραχμὰς 90, καὶ 22 αἱ φυλαχθεῖσαι ἐκ τοῦ προηγουμένου πολλαπλασιασμοῦ γίνονται ἐν ὅλῳ 112 ἤτοι 22 τάλληρα καὶ 2 δραχμαί. Σημειοῦμεν εἰς τὴν στήλην τῶν δραχμῶν τὰς 2 δραχμὰς καὶ ἀφίνομεν τὰ 22 τάλληρα νὰ προσθέσωμεν κατόπιν εἰς τὰ τάλληρα. Ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν τὸ 45 μὲ 4 τάλ. καὶ ἔχομεν 180 τάλ. καὶ 22 τάλληρα ἀκόμη 202 τάλ.

2. Πόσον τιμῶνται 45 χιλιάδες λίτραι σταφίδος, ὅταν ἑκάστη χιλιὰς τιμᾶται 180 δραχ. καὶ 60 λεπτά.

δραχ.	λεπτ.
180	60
	45
8127	0

Προβλήματα.

1. Ἐθνικὸν κτῆμα διενεμήθη εἰς 9 γεωργούς. Ἔλαβε δ' ἕκαστος 90 στρέμματα ἀγρούς, 8 στρέμματα καὶ 734 μέτρα βοσκάς, καὶ δάσος πενταπλάσιον τῶν βοσκῶν. Πόσον εἶναι τὸ ὅλον κτῆμα;

2. Πόσον εἶναι τὸ ὕψος κλίμακος ἐχούσης 22 βαθμῖδας, ἐὰν ἑκάστη βαθμὶς ἔχῃ ὕψος 19 δακτύλων;

3. Ἐὰν σιδηρόδρομος διατρέχῃ 717 μέτρα εἰς τὸ λεπτόν, πόσα μέτρα διατρέχει εἰς 1 ὥραν;

4. Εἰς τὴν οἰκοδομὴν μιᾶς οἰκίας ἐργάζονται 19 κτίσται. Τούτων οἱ μὲν 12 ἔχουσιν ἡμερομίσθιον 4 δραχμὰς καὶ 40 λεπτά· οἱ δὲ λοιποὶ λαμβάνουσι μόνον 2 δραχμὰς καὶ 70 λεπτὰ καθ' ἑκάστην. Πόσα λαμβάνουσι καθ' ἑβδομάδα ὅλοι ὁμοῦ;

5. Ἔμπορός τις ἠγόρασε 12 κομμάτια ὑφάσματος ἀπὸ 25 πήχεις ἕκαστον πρὸς δραχμὰς 3 καὶ λεπτὰ 45 τὸν πῆχυν. Πόσα πρέπει νὰ πληρώσῃ δι' ὅλα;

6. 1 στατὴρ ἔχει βάρος 56 χιλιογράμμων καὶ 320 γραμμαρίων. Πόσα χιλιόγραμμα ἔχουσιν 7 στατῆρες;

7. Εἰς σιδηρουργεῖον δαπανῶνται καθ' ἡμέραν 20 στατήρων καὶ 37 ὀκάδων ἄνθρακες. Πόσοι δαπανῶνται τὸν μῆνα; Πόσοι τὸ ἔτος;

§ 8. ΔΙΑΙΡΕΣΙΣ

Α΄ Νοερῶς.

Περιέχονται

λεπτ.		λεπτ.	φορὰς	λεπτ.		δραχμ.	φορὰς	λεπ.		δρ.	λεπ.	φορὰς
4	εἰς	20	5	1	εἰς	1	100	3	εἰς	1	20	40
12	»	72	6	5	»	1	20	9	»	1	80	20
18	»	90	5	10	»	2	20	20	»	2	20	11
25	»	75	3	5	»	3	60	15	»	1	35	9
6	»	84	14	60	»	3	5	16	»	1	76	11
7	»	98	14	25	»	3	12	18	»	1	44	8

ὀκαδ.		στατ.	φορὰς	δραμ.		ὀκαδ.	φορὰς	ὧραι		ἡμέραι	φορὰς
4	εἰς	1	11	100	εἰς	1	4	4	εἰς	1	6
2	»	1	22	10	»	1	40	8	»	2	6
1	»	2	88	1	»	1	400	2	»	12	144
11	»	1	4	200	»	1	2	1	»	2	48

Τί μέρος εἶναι

$\frac{1}{4}$			$\frac{1}{5}$			$\frac{1}{12}$			$\frac{1}{2}$			
λεπτ.		λεπτ.	λεπτ.		λεπτ.	δραχ.		δραχ.	δραχ.		δραχ.	λεπτ.
4	=	1	25	=	5	108	=	9	11	=	2	50
16	=	4	75	=	15	96	=	8	9	=	4	50
40	=	10	90	=	18	144	=	12	17	=	8	50
64	=	16	85	=	17	240	=	20	23	=	12	50
72	=	18	95	=	19	960	=	80	31	=	15	50

$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{5}$			$\frac{1}{4}$				$\frac{1}{5}$		
πήχ.		πήχ.	ῥούπ.		ῥούπ.	ὥρ.		ὥρ.	λεπτ.	μέτρ.		δάκτυλ.
12	=	4	15	=	3	1	=		15	1	=	20
3	=	1	40	=	8	8	=	2		2	=	40
9	=	3	80	=	16	9	=	2	15	3	=	60
18	=	6	100	=	20	5	=	1	15	4	=	80

Προβλήματα.

1. Μὲ 14 πήχεις ἐρέας καὶ 2 ῥούπια πρόκειται νὰ γείνωσι 3 ἐνδυμασίαι. Πόσον πρᾶγμα ἀπαιτεῖται δι' ἑκάστην ἐνδυμασίαν;

Λύσις. Ἀφ' οὗ θὰ γείνωσι 3 ἐνδυμασίαι, τότε ἑκάστη θὰ χρειασθῇ τὸ $^1/_3$ τῶν 14 πήχεων καὶ 2 ῥουπίων. Τὸ $^1/_3$ τῶν 14 πήχεων εἶναι 4 πήχεις καὶ περισσεύουν καὶ 2 πήχεις. Τούτους ἀναλύοντες εἰς ῥούπια ἔχομεν 16 ῥούπια καὶ 2 ῥούπια τὰ ὑπάρχοντα γίνονται 18 ῥούπια. Τὸ $^1/_3$ τῶν 18 ῥουπίων εἶναι 6 ῥούπια. Ἀπαιτοῦνται λοιπὸν δι' ἑκάστην ἐνδυμασίαν 4 πήχεις καὶ 6 ῥούπια.

2. Γεωργοῦ τινος ἡ συγκομιδὴ ἦτο 162 κοιλὰ καὶ 14 ὀκάδας. Ἦτο δὲ ὁ σπόρος, ὃν ἔσπειρε, τὸ $^1/_8$ τῆς συγκομιδῆς. Πόσος ἦτο σπόρος;

Λύσις. Τὸ $^1/_8$ τῶν 162 κοιλῶν εἶναι 20 κοιλὰ καὶ μένουν καὶ 2. Τὰ δύο ταῦτα ἀναλύομεν εἰς ὀκάδας καὶ ἔχομεν 44 ὀκάδας καὶ 14 ἀκόμη=58 ὀκάδες. Τὸ $^1/_8$ τῶν 58 ὀκάδων=7 ὀκάδες καὶ μένουν καὶ 2 ὀκάδες. Τὰς 2 ὀκάδας ἀναλύομεν εἰς δράμια καὶ ἔχομεν 800 δράμια. Τὸ $^1/_8$ τῶν 800 δραμίων=100 δράμια. Ὅθεν ὁ σπόρος εἶναι 20 κοιλά, 7 ὀκάδ. καὶ 100 δράμ.

3. Ποιμήν τις κουρεύσας τα πρόβατά του ἔλαβεν 64 ὀκάδας μαλλί. Ὑπολογίζει δὲ ὅτι ἕκαστον πρόβατον τοῦ ἔδωκε κατὰ μέσον ὅρον 2 ὀκάδες μαλλί. Πόσα πρόβατα εἶχε;

4. Πόσας ὀκάδας καφφὲ ἀγοράζει τις μὲ 600 δραχμάς, ὅταν ἑκάστη ὀκὰ πωλῆται πρὸς 5 δραχμάς;

5. Ὑπάλληλος λαμβάνει κατ' ἔτος 1500 δραχμὰς μισθόν. Πόσον λαμβάνει κατὰ μῆνα;

Β' Γραπτῶς.

1. Ἠγόρασα 52 στατῆρας ἀνθράκων καὶ ἔδωκα 249 δραχμὰς καὶ 60 λεπτά. Πόσον τιμᾶται ἕκαστος στατήρ;

Λύσις. Ἀφ' οὗ 52 στατῆρες τιμῶνται 249 δραχμὰς καὶ 60 λεπτά, ὁ 1 στατὴρ θὰ τιμᾶται τὸ 52ον μέρος τοῦ 249 καὶ 60 λεπτά. Εὑρίσκομεν δὲ τοῦτο διαιροῦντες τὸ 249 καὶ 60 διὰ 52 ὡς ἑξῆς.

249 δραχ. 60 λεπτ. | 52
41 | 4 δραχ. 80 λεπτ.
100
4100
60
4160
000

2. Εἷς ἄνθρωπος ἔχει ἕνα ἐκτεταμένον τόπον ἐντὸς τῆς πόλεως ἀπὸ 7 στρέμματα καὶ 200 μέτρα. Τοῦτον θέλει νὰ διαιρέσῃ εἰς οἰκόπεδα ἀπὸ 480 μέτρα ἕκαστον. Εἰς πόσα οἰκόπεδα θὰ διαιρεθῇ ὁ τόπος;

Λύσις. Ἀφ' οὗ 480 μέτρα θὰ ἔχῃ ἕκαστον οἰκόπεδον, τότε τὰ 7 στρέμματα καὶ 200 μέτρα θὰ εἶναι τόσα οἰκόπεδα, ὅσας φορὰς τὸ 480 ἐμπεριέχεται εἰς τὰ 7 στρέμματα καὶ 200 μέτρα. Εὑρίσκομεν δὲ τοῦτο διαιροῦντες τὰ 7 στρέμματα 200 μέτρα διὰ τοῦ 480 ὡς ἑξῆς·

στρέμματ.	μέτρα	μέτρα
7	200	480
1000		15
7000		
200		
7200		
2400		
000		

Ὅθεν εἰς 15 οἰκόπεδα θὰ διαιρεθῇ ὁ τόπος.

3. Ἔχομεν ἕνα τοῖχον ἐκτισμένον μὲ τούβουλα. Ὁ τοῖχος οὗτος εἶναι 1 μέτρον μακρὸς καὶ 1 μετρον ὑψηλός, πάχος ὅμως ἔχει μόνον 60 δακτύλων. Ὅλα τὰ τούβουλα εἶναι ἴσου μεγέθους. Ἔχει δὲ ἕκαστον τούβουλον 15 δακτύλων μῆκος, 6 δακτύλων πλάτος καὶ 2 δακτύλων πάχος. Ζητεῖται δὲ νὰ εὕρωμεν πόσα τούβουλα ἐτοποθετήθησαν εἰς τὸν τοῖχον;

Λύσις. Ἠξεύρομεν τὸν ὄγκον τοῦ τοίχου καὶ τὸν ὄγκον τοῦ 1 τούβλου. Θὰ εἶναι τόσα τούβουλα, ὅσον ὁ ὄγκος τοῦ 1 τούβλου εἰσέρχεται εἰς τὸν ὄγκον ὅλων. Ὑπολογίζω τὸν ὄγκον τοῦ τοίχου. Ὁ τοῖχος ἔχει 1 μέτρον μῆκος ἢ 100 δακτύλους καὶ 1 μέτρον ὕψος ἢ 100 δακτύλους. Εἶναι δὲ ἡ ὅλη ἐπιφάνεια τοῦ τοίχου $100 \times 100 = 10000$ δακτύλους. Ἐπειδὴ δὲ τὸ πάχος τοῦ τοίχου εἶναι 60 δακτ. διὰ νὰ μάθωμεν πόσων δακτύλων εἶναι ὅλος ὁ ὄγκος τοῦ τοίχου πρέπει νὰ πολλλαπλασιάσωμεν $10000 \times 60 = 600000$ δακτυλ. Τὸν ὄγκον τοῦτον τοῦ τοίχου ἐξ 600000 δακτύλων διαιροῦμεν διὰ τοῦ ὄγκου τοῦ 1 τούβλου, ὅστις εἶναι $15 \times 6 \times 2 = 135$ δακτύλους καὶ εὑρίσκομεν ὅτι εἰς τὴν οἰκοδομὴν τοῦ τοίχου ἐχρειάσθησαν $333^1/_3$ τούβουλα.

4. Ἠγοράσαμεν 32 πήχεις καὶ 4 ῥούπια καὶ ἐδώκαμεν 149 δραχμὰς καὶ 50 λεπτά. Πόσον τιμᾶται ὁ πῆχυς;

Λύσις. Κάμνομεν τοὺς 32 πήχεις ῥούπια $= 256$ ῥούπια καὶ $4 = 260$ ῥούπια. Ὡσαύτως μεταβάλλομεν καὶ τὰς 149 δραχμὰς εἰς λεπτά $= 14900$ καὶ ἀκόμη $50 = 14950$. Ἤδη τὸ ἄνω πρόβλημα ἔλαβε τὴν ἑξῆς μορφήν· 260 ῥούπια τιμῶνται 14950 λεπτά, τὸ δὲ 1 ῥοῦπι θὰ τιμᾶται τόσα λεπτά, ὅσας φορὰς τὸ 260 εἰσέρχεται εἰς τὸ 14950. Διαιροῦντες δὲ εὑρίσκομεν ὅτι εἰσέρχεται $57^1/_2$ φοράς, ἄρα $57^1/_2$ λεπτὰ τιμᾶται ἕκαστον ῥοῦπι, ὁ δὲ πῆχυς θὰ τιμᾶται $8 \times 57^1/_2$ λεπτὰ ἤτοι 460 λεπτά.

ΣΗΜ. Ὅταν ἔχωμεν νὰ διαιρέσωμεν συμμιγῆ ἀριθμὸν διὰ συμμιγοῦς, ὁ ἁπλούστερος τρόπος τῆς διαιρέσεως εἶναι νὰ ἀναλύσωμεν καὶ τοὺς δύο εἰς τὰ κατώτερα αὐτῶν εἴδη καὶ ἔπειτα νὰ διαιρέσωμεν αὐτοὺς ὡς νὰ ἦσαν ἀκέραιοι. Σημειωτέον δὲ ὅτι τὸ εὑρεθὲν πηλίκον θὰ δηλοῖ μονάδας τοῦ κατωτάτου εἴδους, ἃς εὐκόλως δυνάμεθα νὰ ἀναγάγωμεν εἰς μονάδας ἀνωτέρων εἰδῶν, ὡς ἐν τοῖς ἔμπροσθεν ἐμάθομεν.

§ 9. ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΙ ΧΡΟΝΟΥ (1)

Πᾶν μέρος τοῦ χρόνου, εἴτε μικρὸν τοῦτο εἶναι εἴτε μέγα, καλεῖται *χρονικὸν διάστημα*. Τοιαῦτα χρονικὰ διαστήματα εἶναι ἡ ἡμέρα καὶ αἱ ὑποδιαιρέσεις αὐτῆς, ἡ ὥρα, τὰ λεπτά, αἱ στιγμαὶ (δευτερόλεπτα), ἔπειτα τὰ πολλαπλάσια τῆς ἡμέρας, οἷον ἡ ἑβδομάς, ὁ μήν, τὸ ἔτος, ὁ αἰὼν κλπ.

Διακρίνομεν δὲ εἰς πᾶν χρονικὸν διάστημα τρία μέρη, *τὴν ἀρχήν*, *τὴν διάρκειαν καὶ τὸ τέλος*, π. χ. παιδίον ἐγεννήθη κατὰ τὴν 1ην Ἰανουαρίου τοῦ ἔτους 1890 (ἀρχὴ τοῦ ἔτους) καὶ ἀπέθανε τὴν 31 Δεκεμβρίου τοῦ 1890 ἔτους (τέλος τοῦ ἔτους). Ἡ διάρκεια τῆς ζωῆς τοῦ παιδίου εἶναι 12 μηνῶν.

Κατὰ τοὺς ὑπολογισμοὺς μὲ τὰ χρονικὰ διαστήματα πρέπει νὰ ἔχωμεν ὑπ' ὄψει ὅτι τούτων ἄλλα μὲν λαμβάνουσι τὸ ὄνομά των εὐθὺς ὡς ἀρχίσουν, ἄλλα δέ, ἀφ' οὗ τελειώσουν. Καὶ εἰς τὴν ἀρχὴν μὲν λαμβάνουσι τὸ ὄνομά των καὶ ἐξακολουθοῦσι νὰ ἔχωσι τοῦτο καθ' ὅλην τὴν διάρκειάν των, ὁ αἰών, τὸ ἔτος, ὁ μήν, ἡ ἡμέρα, εἰς δὲ τὸ τέλος λαμβάνουσι τὸ ὄνομά των αἱ ὧραι καὶ τὰ λεπτά· π. χ. τὸ ἔτος 1890 ὀνομάζεται οὕτως εὐθὺς ὡς παρέλθῃ ἡ 12 ὥρα μ. μ. τῆς 31 Δεκεμβρίου 1889. Κατ' αὐτὴν δὲ τὴν στιγμὴν ἄρχεται καὶ ὁ μὴν Ἰανουάριος, ὅστις ἔλαβεν εὐθὺς τὸ ὄνομά του, ὡσαύτως καὶ ἡ ἡμέρα, ἡ πρώτη Ἰανουαρίου, ἥτις ἔλαβε τὸ ὄνομά της, ἐν ᾧ μόλις ἤρχισε. Δὲν ἔχει ὅμως τὸ πρᾶγμα οὕτω καὶ περὶ τῶν ὡρῶν. Ὅταν εἴπω ὅτι κοιμῶμαι τὴν 10 ὥραν μ. μ. καὶ ἀνίσταμαι τὴν 6 ὥραν π. μ. δηλῶ ὅτι κοιμῶμαι, ἀφ' οὗ παρέλθωσι πλήρεις 10 ὧραι ἀπὸ τῆς μεσημβρίας καὶ ἀνίσταμαι, ἀφ' οὗ παρέλθωσι πλήρεις 6 ὧραι μετὰ τὸ μεσονύκτιον.

1. Ὑπολογισμοὶ μὲ ἡμέρας.

Ἡ ἡμέρα, κυρίως τὸ ἡμερονύκτιον, ἔχει 24 ὥρας. Ἀριθμοῦμεν δὲ ταύτας ἀπὸ 1 ἕως 12 καὶ πάλιν ἀρχίζομεν ἀπὸ 1 ἕως 12. Ἑπομένως

(1) Ἕνεκα δυσκολιῶν τινων, ἃς παρουσιάζουσιν οἱ ὑπολογισμοὶ μὲ τὰ διάφορα χρονικὰ διαστήματα, ἀφήκαμεν τοὺς τοιούτους ὑπολογισμοὺς νὰ πραγματευθῶμεν ἐνταῦθα ἐν τῷ τέλει τῶν συμμιγῶν ἀριθμῶν.

τὸ ἡμερονύκτιον, ἡ ἡμέρα, ἔχει 2 φορὰς 12 ὥρας ἢ 2 δωδεκάωρα. Ἡ 1 ὥρα ἄρχεται ἀπὸ τοῦ μεσονυκτίου, ἡ δὲ ἄλλη 1 ὥρα ἄρχεται ἀπὸ τῆς μεσημβρίας. Πρὸς διάκρισιν δὲ κατὰ μὲν τὸ πρῶτον 12ωρον τίθεται ἡ λέξις *πρὸ μεσημβρίας, πρωΐ, μετὰ τὸ μεσονύκτιον*, κατὰ δὲ τὸ δεύτερον 12ωρον τίθεται ἡ λέξις *μετὰ μεσημβρίαν, ἑσπέρας, πρὸ τοῦ μεσονυκτίου*. Κατὰ ταῦτα ἡ 1 ὥρα τῆς μεσημβρίας εἶναι κυρίως ἡ 13 ὥρα τῆς ἡμέρας, ἡ δὲ 2 ὥρα μετὰ μεσημβρίαν ἡ 14 ὥρα τῆς ἡμέρας κλπ.

1. Πόσαι ὧραι παρῆλθον τῆς ἡμέρας, ὅταν τὸ ὡρολόγιον ἡμῶν δεικνύῃ 3 ὥρας μετὰ μεσημβρίαν;

Λύσις. Ἀπὸ τοῦ μεσονυκτίου μέχρι τῆς μεσημβρίας παρῆλθον 12 ὧραι, ἀπὸ δὲ τῆς μεσημβρίας μέχρι τῆς 3 ὥρας μετὰ μεσημβρίαν παρῆλθον 3 ὧραι. 12 ὧραι καὶ 3 ὧραι=15 ὧραι. Ὅθεν 15 ὧραι παρῆλθον τῆς ἡμέρας.

2. Τὸ ὡρολόγιον δεικνύει 9 ὥραν πρὸ μεσημβρίας. Πόσαι ὧραι παρῆλθον ἀπὸ τοῦ μεσονυκτίου; (9 ὧραι).

3. Πόσαι ὧραι ὑπάρχουν μεταξὺ τῆς 2 ὥρας πρὸ μεσημβρίας καὶ τῆς 10 ὡσαύτως πρὸ μεσημβρίας; (8 ὧραι).

4. Ἄνθρωπός τις ἀναχωρεῖ ἐκ Τριπόλεως τὴν 6 ὥραν πρωῒ καὶ φθάνει εἰς Ναύπλιον τὴν 3 ὥραν μ. μ. Πόσας ὥρας ἐταξείδευε;

Λύσις. Ἀπὸ τῆς 6 ὥρας μέχρι τῆς μεσημβρίας εἶναι 6 ὧραι. Ἀπὸ τῆς μεσημβρίας μέχρι τῆς 3 ὥρας εἶναι 3 ὧραι· 6 ὧραι καὶ 3 ὧραι γίνονται 9 ὧραι. Ὅθεν ἐταξείδευεν 9 ὥρας.

5. Ἡ Βουλὴ ἤρχισε νὰ συνεδριάζῃ τὴν 9 ὥραν π. μ. διήρκεσε δὲ ἡ συνεδρία 5 ὥρας. Πότε ἐτελείωσε;

Λύσις. Ἀφ' οὗ ἤρχισεν ἡ συνεδρία τὴν 9 ὥραν π. μ. καὶ διήρκεσε 5 ὥρας, θὰ ἐτελείωσε τὴν 9+5 ὥραν=14 ὥραν=2 ὥραν μ. μ.

6. Ὁ Νικόλαος ἔκαμε ταξείδιον ἀπὸ τὰς Ἀθήνας μέχρι τῶν Θηβῶν εἰς 11 ὥρας. Ἔφθασε δὲ ἐκεῖ ἑσπέρας κατὰ τὴ 9 ὥραν. Πότε ἀνεχώρησεν ἐξ Ἀθηνῶν;

Λύσις. Ἀφ' οὗ ἔφθασε τὴν 9 ὥραν μ. μ. διήρκεσε δὲ τὸ ταξείδιον 11 ὥρας, ἡ ἀναχώρησις ἐγένετο 2 ὥρας πρὸ τῆς μεσημβρίας ἤτοι τὴν 10 ὥραν π. μ.

7. Ἄνθρωπός τις ἀνεχώρησε κατὰ τὴν 8 ὥραν ἑσπέρας δι' ἀτμοπλοίου ἀπὸ Βώλου εἰς Χαλκίδα. Τὸ ἀτμόπλοιον διανύει 9 μίλια τὴν ὥραν. Εἶναι δὲ τὸ διάστημα ἀπὸ Βώλου εἰς Χαλκίδα 108 μίλια. Κατὰ ποίαν ὥραν θὰ φθάσῃ εἰς Χαλκίδα;

Λύσις. Ἀφ' οὗ τὸ ἀτμόπλοιον διανύῃ 9 μίλια τὴν ὥραν, τὰ 108 μίλια θα τὰ διανύσῃ εἰς 12 ὥρας. Ἀναχωρεῖ τὴν 8 ὥραν ἑσπέρας. Μέχρι μεσονυκτίου εἶναι 4 ὧραι. Ἀπὸ δὲ τοῦ μεσονυκτίου μέχρι τῆς 8 ὥρας πρωῒ παρῆλθον 8 ὧραι ἤτοι ἐν ὅλῳ 12 ὧραι. Ὥστε τὸ ἀτμόπλοιον θὰ φθάσῃ εἰς Χαλκίδα τῇ 8 ὥρᾳ π. μ.

2. Ὑπολογισμοὶ μὲ λεπτὰ καὶ δευτερόλεπτα.

Ἡ ὥρα ἔχει 60 λεπτά, τὸ λεπτὸν ἔχει 60 δευτερόλεπτα. 15 λεπτὰ τῆς ὥρας εἶναι ἓν τέταρτον ($^1/_4$) τῆς ὥρας. 30 λεπτὰ τῆς ὥρας εἶναι ἡμίσεια ὥρα, 45 λεπτὰ τῆς ὥρας εἶναι τρία τέταρτα τῆς ὥρας ($^3/_4$).

1. Πόσος χρόνος παρῆλθεν ἀπὸ τῆς 3 ὥρας μ. μ. μέχρι τῆς 5 ὥρας καὶ 20 λεπτῶν; (2. ὧραι καὶ 20 λεπτά).

2. Πόσος δὲ ἀπὸ τῆς 7 ὥρας καὶ 15 λεπτῶν ἑσπέρας μέχρι τῆς 9 ὥρας καὶ 45 λεπτῶν;

Λύσις. 7 καὶ 15 μέχρι τῆς 8 καὶ 15 εἶναι 1 ὥρα, μέχρι δὲ τῆς 9 καὶ 15 εἶναι ἄλλη 1 ὥρα ἤτοι 2 ὧραι, μέχρι δὲ τῶν 45 λεπτῶν εἶναι 30 λεπτά. Ὥστε παρῆλθον 2 ὧραι καὶ 30 λεπτά.

3. Μουσική τις ἤρχισε νὰ παιανίζῃ τὴν 8 ὥραν καὶ 20 λεπτά· ἐπαιάνισε δὲ 1 ὥραν καὶ 40 λεπτά. Πότε ἐτελείωσε;

Λύσις. Ἡ μουσικὴ ἤρχισε 8 καὶ 20. Εἰς τοῦτο προσθέτομεν 1 ὥραν καὶ 20 λεπτὰ ποῦ ἐπαιάνισεν· ἔχομεν 10ην ὥραν. Ἄρα ἐτελείωσε ἡ μουσικὴ τὴν 10ην ὥραν.

4. Ὁ κύριος Π. ἀρχίζει σπουδαίαν ἐργασίαν κατὰ τὴν 10 ὥραν καὶ 15 λεπτὰ καὶ τελειώνει αὐτὴν μετὰ 5 ὥρας καὶ 52 λεπτά. Πότε ἐτελείωσε;

Λύσις. Εἰς τὰς 10 ὥρας καὶ 15 λεπτὰ προσθέτομεν πρῶτον 5 ὥρας καὶ ἔχομεν 15 ὥρας 15 λεπτά. Εἰς ταῦτα προσθέτομεν ἀκόμη 52 λεπτά, καὶ ἔχομεν 16 ὥρας 7 λεπτὰ ἤτοι 4 ὥρας 7 λεπτὰ μ. μ.

Γραπτῶς τὸ πρόβλημα καταστρώνεται οὕτως

	22 ὥρ.	15	λεπτ.
+	5 »	52	»
	28 ὥρ.	7	λεπτ.
—	24		
	4 ὥρ.	7	λεπτ.

Ἐξήγησις. Ἡ ἐργασία ἀρχίζει τὴν 10 ὥρ. 15 λεπτ. μ. μ. ἢ τὴν 22 ὥρ. 15 λεπτὰ ἀπὸ τοῦ μεσονυκτίου. Εἰς ταῦτα προσθέτομεν καὶ τὰς ὥρας τῆς ἐργασίας 5 ὥρ. 52 λεπτὰ καὶ ἔχομεν 28 ὥρ. 7 λεπτά. Ἐκ τούτων ἀφαιροῦμεν τὰς ὥρας μιᾶς ἡμέρας ἤτοι 24 ὥρας καὶ ἔχομεν 4 ὥρ. 7 λεπτά, ἤτοι ἡ ἐργασία ἐτελείωσε τὴν 4 ὥραν 7 λεπτὰ μετὰ τὸ μεσονύκτιον ἢ πρὸ μεσημβρίας τῆς ἄλλης ἡμέρας.

5. Κατὰ τὴν 1 Ἰουλίου ὁ ἥλιος μένει εἰς τὸν οὐρανὸν 14 ὥρας 35 λεπτά. Δύει δὲ 7 ὥρ. καὶ 23 λεπτ. μ. μ. Πότε ἀνατέλλει;

Λύσις. Ὁ ἥλιος δύει τὴν 7 ὥρ. καὶ 23 λεπτὰ ἢ τὴν 19 ὥρ. 23 λεπτά. Ἀφαιροῦμεν τὴν διάρκειαν τῆς ἡμέρας 14 ὥρ. 35 λεπτὰ καὶ εὑρίσκομεν τὴν ἀνατολὴν τοῦ ἡλίου 4 ὥρ. 48 λεπτά.

6. Κατὰ τὴν 15 Νοεμβρίου 1884 συνέβη ὁλικὴ ἔκλειψις τῆς σελήνης. Διήρκεσε δὲ αὕτη 3 ὥρ. 50 λεπτὰ καὶ ἐτελείωσε τὴν 2 ὥρ. 33 λεπτὰ π. μ. Πότε ἤρχισε;

Λύσις. Ἀφ' οὗ ἐτελείωσε τὴν 2 ὥρ. 33 λεπτὰ π. μ. εἶχε παρέλθη ὅλη ἡ προηγουμένη ἡμέρα ἢ 24 ὧραι καὶ 2 ὧραι καὶ 33 λεπτὰ ἤτοι ἐν ὅλῳ 26 ὧραι καὶ 33 λεπτά. Ἐκ τούτων ἀφαιροῦμεν τὴν διάρκειαν τῆς ἐκλείψεως 3 ὥρ. 50 λεπτὰ καὶ ἔχομεν 22 ὥρ. 43 λεπτ. ἤτοι τὴν 10 ὥρ. 43 λεπτὰ μ. μ.

3. Ὑπολογισμοὶ μὲ ἑβδομάδας.

Ἑπτὰ ἡμέραι κάμνουν μίαν ἑβδομάδα. Κυρίως ἑβδομάδα λέγοντες ἐννοοῦμεν τὸ χρονικὸν διάστημα ἀπὸ τῆς Κυριακῆς μέχρι τέλους τοῦ Σαββάτου. Δυνάμεθα ὅμως νὰ ὀνομάσωμεν ἑβδομάδα καὶ πᾶσαν ἄλλην ἑβδομάδα ἡμερῶν ἀρχομένην ἀπὸ ὡρισμένην ἡμέραν καὶ ὥραν καὶ λήγουσαν εἰς τὴν αὐτὴν ἡμέραν καὶ ὥραν ἤτοι τὸ γινόμενον 7×24 ὥρας. Ἑκάστη ἑβδομὰς ἔχει 7 ἡμέρας. Ἐσφαλμένως ἄρα ὑπολογίζομεν ἐν τῷ βίῳ δύο ἑβδομάδας εἰς 15 ἡμέρας, π. χ. Κυριακὴ καὶ Κυριακὴ 8 ἡμέραι καὶ Κυριακὴ 15 ἡμέραι.

1. Πόσος χρόνος κεῖται μεταξὺ τῆς 10 ὥρας 50 λεπτὰ π. μ. τῆς Δευτέρας καὶ τῆς 7 ὥρας 16 λεπτὰ μ. μ. τῆς Παρασκευῆς;

Λύσις. Ἀπὸ τῆς 10 ὥρας 50 λεπτὰ π. μ. τῆς Δευτέρας μέχρι τοῦ αὐτοῦ χρόνου τῆς Παρασκευῆς εἶναι 4 ἡμέραι. Ἀπὸ τῆς 10 ὥρ. 50 λεπτὰ π. μ. τῆς Παρασκευῆς μέχρι τῆς 7 ὥρας 16 λεπτὰ μ. μ. εἶναι 8 ὧραι καὶ 26 λεπτά. Ὁ μεσολαβῶν ἄρα χρόνος εἶναι 4 ἡμέραι, 8 ὧραι καὶ 26 λεπτά.

Γραπτῶς διατυποῦται τὸ πρόβλημα ὡς ἑξῆς·

5 ἡμέρ.	19 ὥρ.	16 λεπτ.
— 1 »	10 »	50 »
4 ἡμερ.	8 ὥρ.	26 λεπτ.

Ἐξήγησις. Ἡ παρασκευὴ εἶναι ἡ ἕκτη ἡμέρα τῆς ἑβδομάδος. Τελειώνει δὲ κατὰ τὸ μεσονύκτιον, ὅτε ἀρχίζει τὸ Σάββατον. Ὥστε μέχρι τῆς 7 ὥρ 36 λεπτ. τῆς Παρασκευῆς ἔχουν παρέλθει 5 ἡμέραι, 19 ὥρ. καὶ 16 λεπτά. Ἐκ τούτων ἀφαιροῦμεν τὸν χρόνον, ὅστις παρῆλθεν ἀπὸ τῆς Κυριακῆς μέχρι τῆς 10 ὥρ. 50 λεπτ. π. μ. τῆς Δευτέρας ἤτοι 1 ἡμέραν, 10 ὥρ. 50 λεπτ. καὶ εὑρίσκομεν 4 ἡμέρας 8 ὥρας 26 λεπτά.

2. Ὡρολόγιον χορδιζόμενον διαρκεῖ ἀκριβῶς 1 ἡμέραν 10 ὥρας καὶ 45 λεπτά. Πότε θὰ παύσῃ, ὅταν χορδισθῇ κατὰ τὴν 10 ὥραν καὶ 12 λεπτὰ μ. μ. τῆς Τετάρτης ;

Λύσις. Ἀπὸ τῆς 10 ὥρας καὶ 12 λεπτῶν μ. μ. τῆς Τετάρτης μέχρι τοῦ αὐτοῦ χρόνου τῆς Πέμπτης εἶναι 1 ἡμέρα. Εἰς ταύτας πρέπει νὰ προσθέσωμεν ἀκόμη καὶ 10 ὥρας, 45 λεπτὰ καὶ φθάνομεν τότε εἰς τῆς Παρασκευῆς τὴν 2 ὥραν 57 λεπτά.

Γραπτῶς διατυποῦται τὸ πρόβλημα ὡς ἑξῆς·

3 ἡμέρ.	22 ὥρ.	12 λεπτ.
+1 »	10 »	45 »
5 ἡμέρ.	8 ὥρ.	57 λεπτ.

Ἐξήγησις. Ἀπὸ τῆς Κυριακῆς μέχρι τῆς 10 ὥρας καὶ 12 λεπτῶν μ.μ. τῆς Τετάρτης παρῆλθον 3 ἡμέραι, 22 ὧραι 12 λεπτά, ἤτοι αὐτὸς εἶναι ὁ χρόνος, καθ᾽ ὃν ἐχορδίσαμεν τὸ ὡρολόγιον. Διήρκεσε δὲ τὸ ὡρολόγιον χορδισθὲν 1 ἡμέρ. 10 ὥρας 45 λεπτά, ὅπερ προστιθέμενον δίδει ἡμῖν 5 ἡμέρας 8 ὥρας 57 λεπτά, ἤτοι τὴν Παρασκευὴν κατὰ τὴν 8 ὥραν καὶ 7 λεπτὰ π. μ.

3. Ταξειδεύων τις ἀπὸ Κορίνθου ἔφθασεν εἰς Καλάμας τὴν Δευτέραν κατὰ τὴν 3 ὥραν 45 λεπτὰ μ.μ. Διήρκεσε δὲ τὸ ταξείδιον τοῦτο 3 ἡμέρας, 10 ὥρας, 25 λεπτά. Πότε ἀνεχώρησεν ἐκ Κορίνθου ;

Λύσις. Ἀπὸ τοῦ χρόνου τῆς ἀφίξεως πρέπει νὰ ἀφαιρέσωμεν τὸν χρόνον τοῦ ταξειδίου. Ἀφαιροῦμεν πρῶτον 3 ἡμέρας καὶ ἐρχόμεθα εἰς τὴν Παρασκευὴν 3 ὥρ. 45 λεπτὰ μ. μ. Ἔπειτα ἀφαιροῦμεν καὶ 10 ὥρ. 25 λεπτὰ καὶ ἔχομεν 5 ὥρας 20 λεπτὰ π. μ. Ὥστε ἀνεχώρησε τὴν Παρασκευὴν 5 ὥρ. 20 λεπτὰ π. μ.

Γραπτῶς διατυποῦται τὸ πρόβλημα ὡς ἑξῆς.

8 ἡμέρ.	15 ὥρ.	45 λεπτ.
−3 »	10 »	25 »
5 ἡμέρ.	5 ὥρ.	20 λεπτ.

Ἐξήγησις. Ἐπειδὴ ὁ ὁδοιπόρος ἔφθασε τὴν Δευτέραν εἰς Καλάμας, τὸ δὲ ταξείδιόν του διήρκεσε 3 ἡμέρας, 10 ὥρας, 25 λεπτά, ἡ ἀναχώρησις ἐγένετο ἀναμφιβόλως τὴν προηγουμένην ἑβδομάδα. Εἰς τὰς 7 ἡμέρας τῆς ἑβδομάδος ταύτης προσθέτω τὴν Κυριακὴν ὡς καὶ τὰς ὥρας πάσας τῆς Δευτέρας μέχρι τῆς ὥρας τῆς ἀφίξεως καὶ οὕτως ἔχω 8 ἡμέρας, 15 ὥρ. 45 λεπτά. Ἐκ τούτων ἀφαιροῦντες τὸν χρόνον τῆς διαρκείας τοῦ ταξειδίου 3 ἡμ. 10 ὥρ. 25 λεπτὰ ἔχομεν ὡς ὑπόλοιπον 5 ἡμ. 5 ὥρ. 20 λεπτά, ἤτοι τὸ ταξείδιον ἐγένετο τὴν Παρασκευὴν 5 ὥρ. 20 λεπ. π.μ.

4. Ὑπολογισμοὶ μὲ ἔτη καὶ μῆνας.

Ὅλος ὁ χρόνος, τὸν ὁποῖον χρειάζεται ἡ γῆ διὰ νὰ κινηθῇ περὶ τὸν ἥλιον, καλεῖται ἔτος. Τὸ ἔτος ἔχει 365 ἡμέρας, 5 ὥρ. 48 λεπτὰ καὶ 45 δευτερόλεπτα. Ἀλλὰ κοινῶς τὸ ἔτος λογαριάζεται μόνον μὲ 365 ἡμέρας, κατὰ τετραετίαν δὲ προστίθεται καὶ 1 ἡμέρα ἀκόμη (εἰς τὸν Φεβρουάριον μῆνα, ὅστις τότε ἔχει 29 ἡμέρας, ἐν ᾧ συνήθως ἔχει 28) καὶ τὸ ἔτος τότε ὀνομάζεται ἐμβόλιμον ἢ δίσεκτον. Ἔχει δὲ τὸ ἔτος 12 μῆνας τῶν ὁποίων

ὁ πρῶτος	λέγεται	Ἰανουάριος	καὶ	ἔχει	ἡμέρας	31
ὁ δεύτερος	»	Φεβρουάριος	»	»	»	28 ἢ 29
ὁ τρίτος	»	Μάρτιος	»	»	»	31
ὁ τέταρτος	»	Ἀπρίλιος	»	»	»	30
ὁ πέμπτος	»	Μάϊος	»	»	»	31
ὁ ἕκτος	»	Ἰούνιος	»	»	»	30
ὁ ἕβδομος	»	Ἰούλιος	»	»	»	31
ὁ ὄγδοος	»	Αὔγουστος	»	»	»	31
ὁ ἔνατος	»	Σεπτέμβριος	»	»	»	30
ὁ δέκατος	»	Ὀκτώβριος	»	»	»	31
ὁ ἑνδέκατος	»	Νοέμβριος	»	»	»	30
ὁ δωδέκατος	»	Δεκέμβριος	»	»	»	31

Ὅστις θέλει νὰ ἔχῃ πρόχειρον τὴν μνήμην τῶν μηνῶν τῶν ἐχόντων ἡμέρας 31, ἂς ἐνθυμῆται τὰς ἑξῆς λέξεις Μαρ-ία ἰουλ-μὰ δεκ-οκτὼ αὐγά, δι' ὧν δηλοῦται ἡ πρώτη συλλαβὴ τῶν μηνῶν τῶν ἐχόντων ἡμέρας 31. Οὕτω π. χ. Μαρ-ία = Μάρτιος καὶ Ἰανουάριος, Ἰουλ-μὰ = Ἰούλιος καὶ Μάϊος, δεκ-οκτὼ = Δεκέμβριος καὶ Ὀκτώβριος, αὐγὰ = Αὔγουστος.

Τὰ ἔτη λαμβάνουσι τὸ ὄνομά των, ὡς εἴπομεν καὶ προηγουμένως, εὐθὺς ὡς ἀρχίσουν, καὶ ἐξακολουθοῦσιν οὕτω νὰ ὀνομάζωνται μέχρι τέλους, ὅτε ἀρχίζει νέον ἔτος. Ἐπίσης συμβαίνει καὶ μὲ τοὺς μῆνας καὶ μὲ τὰς ἡμέρας π. χ. τὸ ἔτος 1890 ὀνομάζεται οὕτω καὶ κατὰ τὸν Ἰανουάριον καὶ κατὰ τὸν Φεβρουάριον καὶ καθ' ὅλους τοὺς μῆνας μέχρι 31 Δεκεμβρίου. Ὡσαύτως ὁ Ἰανουάριος ὀνομάζεται οὕτω καὶ κατὰ τὴν 1 ἡμέραν καὶ κατὰ τὴν 2 ἡμέραν κλπ. μέχρι τῆς 31 ἡμέρας.

1. Κατὰ τὴν 13 Αὐγούστου πόσοι μῆνες καὶ πόσαι ἡμέραι παρῆλθον τοῦ ἔτους;

Λύσις. Ὁ Αὔγουστος εἶναι ὁ ὄγδοος μήν, παρῆλθον ἄρα 7 μῆνες. Ἡ 13 Αὐγούστου δὲν παρῆλθε, παρῆλθον ἄρα αἱ 12 ἡμέραι. Ὥστε μέχρι τῆς 13 Αὐγούστου παρῆλθον 7 μῆνες καὶ 12 ἡμέραι.

2. Ποίαν ἡμερομηνίαν πρέπει νὰ γράψω, ὅταν παρῆλθον τοῦ ἔτους 9 μῆνες καὶ 17 ἡμέραι;

Λύσις. Ἀφ' οὗ παρῆλθον 9 μῆνες τοῦ ἔτους, τότε ἤρχισεν ὁ δέκατος μήν. Ὁ δέκατος μὴν εἶναι ὁ 8βριος. Τούτου, ἀφ' οὗ παρῆλθον 17 ἡμέραι, θὰ γράψωμεν τὴν 18ην 8βρίου.

3. Ὑπηρέτης ἐμισθώθη εἰς ἓν ξενοδοχεῖον ἀπὸ 1 Ἰανουαρίου. Ἀλλὰ μετὰ 4 μῆνας καὶ 17 ἡμέρας ἀπεβλήθη διὰ ψευδολογίαν. Ποίαν ἡμέραν τοῦ μηνὸς ἐγένετο τοῦτο; (18 Μαΐου).

4. Πόσος χρόνος παρῆλθεν ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τοῦ ἔτους μέχρι τῆς 3 ὥρας καὶ 42 λεπτὰ μ. μ. τῆς 24 Ἰουνίου; (5 μῆν. 23 ἡμέρ. 15 ὥρ. 42 λεπτ.).

5. Πόσος χρόνος εἶναι μεταξὺ τῆς 12 Ἰουλίου καὶ 12 Νοεμβρίου; (4 μῆν.).

6. Πόσος χρόνος παρῆλθεν ἀπὸ τῆς 17 Μαΐου μέχρι τῆς 30 7βρίου;

Γραπτῶς λύεται τὸ πρόβλημα ὡς ἑξῆς·

8 μην.	29 ἡμέρ,
4 »	16 »
4 μην.	13 ἡμέρ.

Ἐξήγησις. Ὁ Σεπτέμβριος εἶναι ὁ ἔνατος μήν. Μέχρι τῆς 30 ἡμέρας αὐτοῦ παρῆλθον 8 μῆνες καὶ 29 ἡμέραι. Ἐκ τούτων ἀφαιροῦμεν τὸν χρόνον μέχρι τῆς 17 Μαΐου ἤτοι 4 μῆνας καὶ 16 ἡμέρας καὶ τότε ἔχομεν 4 μῆνας καὶ 13 ἡμέρας.

7. Οἰκία ἐπερατώθη τὴν 24 Μαΐου, ἐνοικιάσθη δὲ τὴν 28 Ὀκτωβρίου τοῦ αὐτοῦ ἔτους. Πόσος χρόνος κεῖται μεταξύ;

9 μην.	27 ἡμέρ.
4 »	23 »
5 μῆν.	4 ἡμέρ.

Ἐξήγησις. Ὁ ὀκτώβριος εἶναι ὁ 10 μήν. Μέχρι δὲ τῆς 28 τοῦ αὐτοῦ μηνὸς ἔχουν παρέλθει 9 μῆνες καὶ 27 ἡμέραι. Ὁ Μάϊος εἶναι ὁ 5ος μήν. Μέχρι δὲ τῆς 24 τοῦ αὐτοῦ μηνὸς ἔχουν παρέλθει 4 μῆνες καὶ 23 ἡμέραι. Ἀφαιρῶ ταύτας καὶ εὑρίσκω 5 μῆν. καὶ 4 ἡμέρας.

8. Ὁ Γεώργιος ἐγεννήθη τὴν 14 Φεβρουαρίου. Ποίας ἡλικίας εἶναι τὴν 12 Ὀκτωβρίου τοῦ αὐτοῦ ἔτους;

9 μην.	11 ἡμέρ.
1 »	13 »
8 μην.	28 ἡμέρ.

Ἐξήγησις. Μέχρι τῆς 12 Ὀκτωβρίου παρῆλθον 9 μῆνες καὶ 11 ἡμέρ. τοῦ ἔτους. Ἐπίσης μέχρι τῆς 14 Φεβρουαρ. παρῆλθεν 1 μήν. 13 ἡμέρ. Ἀφαιροῦμεν τὸν χρόνον τοῦτον. Κατὰ τὴν ἀφαίρεσιν δανειζόμεθα 1 μῆνα τὸν Σεπτέμβριον, ὅστις ἔχει 30 ἡμέρ. Ἄλλοι μῆνες ἔχουσι 31, ὁ Φεβρουάριος μόνον 28, καὶ διὰ τοῦτο πρέπει νὰ βλέπωμεν ποῖος μὴν εἶναι, ἵνα μὴ περιπίπτωμεν εἰς σφάλματα. 30 ἡμέραι καὶ 11=41 ἡμέρ. Ἐκ τούτων ἀφαιροῦμεν κλπ.

9. Ὁ Π. διέτριψεν εἰς ταξείδιον, τὸ ὁποῖον ἤρχισε τὴν 5 Ἀπριλίου, 5 μῆνας καὶ 28 ἡμέρας. Πότε ἐπανῆλθε;

3 μην.	4 ἡμέρ.
5 »	28 »
9 μην.	2 ἡμέρ.

Ἐξήγησις. Κατὰ τὴν 5 Ἀπριλίου εἶχον παρέλθει τοῦ ἔτους 3 μῆν. 4 ἡμέραι. Διήρκεσε δὲ τὸ ταξείδιον 5 μῆν. καὶ 28 ἡμέρας. Ταῦτα ἀθροίζομεν καὶ ἔχομεν 9 μῆν. καὶ 2 ἡμέρας ἤτοι τὴν 3 Ὀκτωβρίου.

10. Ποῖος χρόνος κεῖται ἀκριβῶς κατὰ 10 μῆνας 27 ἡμέρας 16 ὥρας 14 λεπτ. 2 δευτερόλεπτα πρὸ τῆς 11 ὥρ. 24 λεπτ. 18 δευτερόλεπτα π. μ. τῆς 14 Ἰουλίου;

18 μῆν.	13 ἡμέρ.	11 ὥρ.	24 λεπτ.	18 δευτερόλ.
—10	27	16	14	2
7	15	19	10	16

Ἐξήγησις. Ὁ Ἰούλιος εἶναι ὁ ἕβδομος μήν. Ἀφ' οὗ δὲ πρὸ τοῦ μηνὸς τούτου εἶναι 10 μῆνες, καταλαμβάνομεν εὐθὺς ὅτι ὁ ζητούμενος χρόνος εὑρίσκεται εἰς τὸ παρελθὸν ἔτος. Ἐὰν λοιπὸν προσθέσωμεν εἰς τοὺς 12 μῆνας τοῦ παρελθόντος ἔτους καὶ τὸν δεδομένον χρόνον, ὅστις ἔχει παρέλθει μέχρι τῆς 14 Ἰουλίου, τότε ἔχομεν 18 μῆν. 13 ἡμ. κλ. Ἐκ τοῦ χρόνου τούτου ἀφαιροῦμεν τοὺς 10 μῆνας 27 ἡμέρ. κλ. καὶ εὑρίσκομεν 7 μην. 15 ἡμ. κλπ. Ὁ χρόνος ὅμως αὐτὸς εἶναι ἡ 16 Αὐγούστου παρελθόντος ἔτους, 7 ὥρ. 10 λεπτ. 16 δευτερόλεπτα π. μ.

Ἡ χριστιανικὴ χρονολογία.

Τὸ μέγα γεγονός, ἐκ τοῦ ὁποίου ὅλοι οἱ χριστιανοὶ ἀριθμοῦμεν τὰ ἔτη, εἶναι ἡ γέννησις τοῦ Ἰησοῦ Χριστοῦ. Ἤδη ἔχομεν τὸ 1898 ἔτος ἤτοι τὸ παρὸν ἔτος εἶναι τὸ 1898 μετὰ τὴν γέννησιν τοῦ Χριστοῦ, δηλ. παρῆλθον ἔκτοτε πλήρη ἔτη 1897. Κατὰ δὲ τὴν 31 Δεκεμβρίου 1898, ἀκριβῶς τὴν 12 ὥραν τῆς νυκτός, θὰ ἔχωσι παρέλθῃ πλήρη ἔτη 1898. Κατ' αὐτὴν δὲ τὴν στιγμὴν θὰ ἀρχίσῃ εὐθὺς καὶ τὸ 1899 ἔτος. Ὥστε κατὰ ταῦτα ἐν ἔτει 1845 παρῆλθον πλήρη ἔτη 1844, ἐν δὲ τῷ ἔτει 1821 παρῆλθον πλήρη ἔτη 1820.

1. Πόσα ἔτη, μῆνες καὶ ἡμέραι παρῆλθον ἀπὸ τῆς Χριστοῦ γεννήσεως μέχρι τῆς 13 Νοεμβρίου 1804; (1803 ἔτη, 10 μην. 12 ἡμέρ.).
2. Ποίαν χρονολογίαν πρέπει νὰ γράψωμεν, ὅταν παρῆλθον 1790 ἔτη, 7 μῆνες, 19 ἡμέραι; (20 Αὐγούστου 1791).

3. Ὁ Κίμων ἐγεννήθη ἐν Χίῳ τὴν 16 Δεκεμβρίου 1742 καὶ ἀπέθανεν εἰς ἡλικίαν 76 ἐτῶν, 8 μην. 27 ἡμ. Πότε ἀπέθανε;

1741 ἔτη	11 μῆν.	15 ἡμέρ.
76 »	8 »	27
1818 ἔτη	8 μην.	11 ἡμέρ.

Ἐξήγησις. Ὅταν ἐγεννήθη ὁ Κίμων εἶχον παρέλθει ἀπὸ Χριστοῦ γεννήσεως 1741 ἔτη, 11 μῆν. 15 ἡμέρ. Εἰς ταῦτα προσθέτομεν καὶ τὴν ἡλικίαν 76 ἔτη, 8 μῆν. 27 ἡμερ. καὶ ἔχομεν 1818 ἔτη, 8 μην. 11 ἡμέρας, ὅπερ μετατρεπόμενον εἰς τὴν γλῶσσαν τῆς χρονολογίας εἶναι 12 Σεπτεμβρίου 1819. Ἀξιοσημείωτον δὲ εἶναι ἐνταῦθα ὅτι κατὰ τὴν ἀναγωγὴν τῶν ἡμερῶν εἰς μῆνα, ἐπειδὴ ὁ ὄγδοος μὴν εἶναι ὁ Αὔγουστος, ὅστις ἔχει 31 ἡμέρας, αἱ (15+27=) 42 ἡμέραι κάμνουσιν 1 μῆνα καὶ 11 μόνον ἡμέρας.

4. Ἄνθρωπός τις ἀπέθανε τὴν 18 Αὐγούστου 1786 εἰς ἡλικίαν 74 ἐτῶν, 6 μην. 24 ἡμερῶν. Πότε ἐγεννήθη; (τὴν 24 Ἰανουαρίου 1712).

ΣΗΜ. Εἰς τὸ πρόβλημα τοῦτο παρατηροῦμεν ὅτι κατὰ τὴν ἀφαίρεσιν τῶν ἡμερῶν ὁ μὴν ὁ ἕβδομος, ὃν δανειζόμεθα, εἶναι ὁ Ἰούλιος ἔχων ἡμ. 31.

5. Ἀπέθανέ τις τὴν 25 Σεπτεμβρίου 1842 τὴν 3 ὥραν 45 λεπτά, 20 δευτερολ. μ. μ. Εἶχε δὲ γεννηθῆ τὸ ἔτος 1793 τὴν 29 Ἀπριλίου, τὴν 10 ὥραν 27 λεπτ. 10 δευτερ. μ. μ. Εἰς ποίαν ἡλικίαν ἀπέθανε;

1841 ἔτ.	8 μην.	23 ἡμ.	15 ὥρ.	45 λεπ.	20 δευτ.
—1792 »	3 »	28 »	22 »	27 »	10 »
59 ἔτ.	4 μην.	25 ἡμ.	17 ὥρ.	18 λεπ.	10 δευτ.

6. Μαθητὴς ἐνεγράφη εἰς τὸ σχολεῖον ἔχων ἡλικίαν 6 ἐτῶν, 5 μην. 20 ἡμερ. Μετὰ 11 ἔτη, 10 μην. 12 ἡμέρας ἔλαβεν ἀπολυτήριον γυμνασίου. Ποίας ἡλικίας ἦτο τότε;

7. Τῇ 10 Σεπτεμβρίου 1892 ἐδάνεισα εἴς τινα χρήματα, οὗτος δὲ μοὶ τὰ ἀπέδωκε μετὰ 3 ἔτη, 2 μῆν. 12 ἡμέρας. Πότε ἔγεινε τοῦτο;

8. Πλοῖόν τι ἐξέπλευσεν ἐκ τοῦ λιμένος τὴν 22 Μαρτίου 1894 περὶ ὥραν 9 π. μ. καὶ ἐπανῆλθε τὴν 7 Νοεμβρίου 1895 περὶ ὥραν 7 π. μ. Πόσον χρόνον ἀπεδήμει τὸ πλοῖον;

9. Οἰκία τις ἤρχισε νὰ κτίζηται τὴν 13 Ἀπριλίου 1894, διήρκεσε δὲ ἡ οἰκοδόμησις αὐτῆς 13 μῆνας καὶ 9 ἡμέρας. Κατὰ ποῖον ἀκριβῶς χρόνον ἐτελείωσε;

§ 10. ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

Εἰσαγωγή.

1. 1 ὀκὰ ὀρυζίου τιμᾶται 90 λεπτὰ
2 ὀκάδες » θὰ τιμῶνται 2×90
3 » » » 3×90
4 » » » 4×90
κλπ.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω βλέπομεν ὅτι
διπλάσιον πρᾶγμα ἔχει διπλάσια χρήματα
τριπλάσιον πρᾶγμα ἔχει τριπλάσια χρήματα
τετραπλάσιον πρᾶγμα ἔχει τετραπλάσια χρήματα

2. 4 ὀκάδες κρέατος τιμῶνται 4 δραχμάς. 2 ὀκάδες κρέατος θὰ τιμῶνται $^1/_2$ τῶν 4 δραχμῶν.
1 ὀκὰ κρέατος θὰ τιμᾶται $^1/_4$ τῶν 4 δραχμῶν.

Ἐκ τούτου βλέπομεν ὅτι
τὸ ἥμισυ τοῦ πράγματος ἔχει τὸ ἥμισυ τῶν χρημάτων
τὸ τέταρτον τοῦ πράγματος ἔχει τὸ τέταρτον τῶν χρημάτων.

3. 1 κοιλὸν σίτου ἔχει βάρος 22 ὀκάδας
2 κοιλὰ σίτου θὰ ἔχωσι βάρος 2×22 ὀκάδας
3 κοιλὰ σίτου θὰ ἔχωσι βάρος 3×22 » κλπ.

Ἐκ τούτου βλέπομεν ὅτι
διπλάσιον ποσὸν ἔχει διπλάσιον βάρος.
τριπλάσιον ποσὸν ἔχει τριπλάσιον βάρος κλπ.

4. Εἷς ἐργάτης εἰς μίαν ἡμέραν λαμβάνει μισθὸν 2 δραχμὰς
εἰς δύο ἡμέρας θὰ λάβῃ μισθὸν 2×2 δραχμὰς
εἰς τρεῖς ἡμέρας θὰ λάβῃ μισθὸν 3×2 δραχμὰς
εἰς $^1/_2$ ἡμέραν θὰ λάβῃ μισθὸν $^1/_2$ τῶν 2 δραχμῶν.

Ἐκ τούτου βλέπομεν ὅτι
ὅταν εἶναι διπλάσιος χρόνος θὰ εἶναι διπλάσιος καὶ ὁ μισθὸς
ὅταν εἶναι τριπλάσιος χρόνος θὰ εἶναι τριπλάσιος καὶ ὁ μισθὸς
ὅταν εἶναι ἥμισυς χρόνος θὰ εἶναι ἥμισυς καὶ ὁ μισθὸς

ἤ

περισσότερος ὁ χρόνος, περισσότερος καὶ ὁ μισθὸς
ὀλιγώτερος ὁ χρόνος, ὀλιγώτερος καὶ ὁ μισθός.

5. 2 ἐργάται σκάπτουσι μίαν τάφρον εἰς 9 ἡμέρας
1 ἐργάτης θὰ σκάψῃ αὐτὴν εἰς 2×9 ἡμέρας.

Ἐκ τούτου βλέπομεν ὅτι

Ὅταν εἶναι τὸ ἥμισυ μόνον τῶν ἐργατῶν, ὁ χρόνος θὰ εἶναι διπλάσιος.

6. 1 ἄνθρωπος σκάπτει κῆπον εἰς 6 ἡμέρας
3 ἄνθρωποι σκάπτουν αὐτὸν εἰς $^1/_3$ τῶν 6 ἡμερῶν.

Ἐκ τούτου βλέπομεν ὅτι
ὅταν εἶναι τὸ τρίτον τῶν ἐργατῶν, ὁ χρόνος θὰ εἶναι τριπλάσιος· ὅσον αὐξάνουν οἱ ἐργάται τόσον ἐλαττοῦται ὁ χρόνος, καὶ τανάπαλιν ὅσον ἐλαττοῦνται οἱ ἐργάται, τοσοῦτον αὐξάνει ὁ χρόνος.

7. 1 ἐνδυμασία ἀπαιτεῖ 4 πήχεις ὅταν τὸ πλάτος τοῦ ὑφάσματος εἶναι 1 πῆχυς.
1 » » 8 πήχεις ὅταν τὸ πλάτος τοῦ ὑφάσματος εἶναι $^1/_2$ πῆχυς.
1 » » 2 πήχεις ὅταν τὸ πλάτος τοῦ ὑφάσματος εἶναι 2 πήχεις.

Ἐκ τούτου βλέπομεν ὅτι
περισσότερον πλάτος, ὀλιγώτεροι πήχεις.
ὀλιγώτερον πλάτος, περισσότεροι πήχεις

§ 10. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ ΕΚ ΤΟΥ ΕΝΟΣ ΜΕΡΙ ΤΩΝ ΠΟΛΛΩΝ

α΄ Εὐθεῖα σχέσις.

1. 1 ὀκᾶ κρέατος τιμᾶται 2 δραχμάς. Πόσον τιμῶνται αἱ 28 ὀκάδες;

Λύσις. Αἱ 28 ὀκάδες εἶναι 28 φορὰς μεγαλείτεραι τῆς 1 ὀκᾶς. Ἀφ' οὗ δὲ ἡ 1 ὀκᾶ τιμᾶται 2 δραχμάς, αἱ 28 ὀκάδες θὰ τιμῶνται 28 φορὰς 2 δραχμὰς ἢ 56 δραχμάς.

2. Μὲ 1 τάλληρον ἀγοράζομεν 2 πήχεις καὶ 3 ῥούπια ὑφάσματος. Μὲ 6 τάλληρα πόσους πήχεις θὰ ἀγοράσωμεν;

Λύσις. 6 τάλλ. εἶναι 6 φορὰς περισσότερα τοῦ 1 ταλλήρου. Ἀφ' οὗ δὲ μὲ 1 τάλλ. ἀγοράζωμεν 2 πήχεις καὶ 3 ῥούπια, μὲ 6 τάλληρα θὰ ἀγοράσωμεν 6 φορὰς 2 πήχεις καὶ 3 ῥούπια. Ὑπολογίζοντες ταῦτα εὑρίσκομεν 14 πήχεις καὶ 2 ῥούπια. Ὅθεν μὲ 6 τάλληρα θὰ ἀγοράσωμεν 14 πήχεις καὶ 4 ῥούπια.

3. Πόσον τιμᾶται οἰκόπεδον ἐξ 1 στρέμματος, ὅταν ἕκαστος τετραγωνικὸς πῆχυς τιμᾶται 6 δραχμάς;

Λύσις. 1 στρέμμα ἔχει 1000 τετραγων. πήχεις. Ἀφ' οὗ δὲ ὁ 1 τετραγωνικὸς πῆχυς τιμᾶται 6 δραχμάς, τὸ 1 στρέμμα ἢ οἱ 1000 τετραγ. πήχεις θὰ τιμῶνται $1000 \times 6 = 6000$ δραχμάς.

4. Ἐργάτης κερδίζει καθ' ἑκάστην ἡμέραν 3 δραχμάς. Πόσα θὰ κερδίσῃ εἰς 3 ἑβδομάδας καὶ 3 ἡμέρας;

Λύσις. Ἡ ἑβδομὰς ἔχει ἐργασίμους ἡμέρας 6. 3 δὲ ἑβδομάδες εἶναι 10 ἡμέραι καὶ 3 ἀκόμη=21 ἡμέραι. Ἀφ' οὗ δὲ ὁ ἐργάτης εἰς 1 ἡμέραν κερδίζῃ 3 δραχ. εἰς 21 ἡμέραν θὰ κερδίσῃ 3×21=63 δραχμάς.

β') Ἀντίστροφος σχέσις.

1. Εἷς ἐργάτης καλλιεργεῖ κῆπον εἰς 9 ἡμέρας, εἰς πόσας ἡμέρας θὰ καλλιεργήσωσι τοῦτον 3 ἐργάται;

Λύσις. 3 ἐργάται εἶναι τριπλάσιοι τοῦ 1. Ἀφ' οὗ δὲ ὁ 1 χρειάζεται 9 ἡμέρας, οἱ 3 θὰ χρειασθῶσι τὸ $1/_3$ τῶν 9 ἡμερῶν ἢ 3 ἡμέρας.

2. Ἂν δαπανῶ 1 τάλληρον καθ' ἑκάστην ἡμέραν, τότε περνῶ μὲ τὰ χρήματα ποῦ ἔχω 6 μῆνας. Πόσον δὲ χρόνον θὰ περάσω, ἂν δαπανῶ 5 τάλληρα καθ' ἑκάστην ἡμέραν;

Λύσις. Τὰ 5 τάλληρα εἶναι πενταπλάσια τοῦ 1. Ἀφ' οὗ δὲ δαπανῶν μόνον 1 τάλληρον τὴν μέραν περνῶ 6 μῆνας, ἂν δαπανῶ πενταπλάσια, θὰ περάσω τὸ $1/_5$ τῶν 6 μηνῶν ἤτοι 1 μῆνα καὶ 6 ἡμέρας.

§ 11. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ ΕΚ ΤΩΝ ΠΟΛΛΩΝ ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΕΝΟΣ

α') Εὐθεῖα σχέσις.

1. Ὁ κ. Καρδαρᾶς λαμβάνει κατ' ἔτος μισθὸν 552 τάλληρα. Πόσα χρήματα λαμβάνει κατὰ μῆνα.

Λύσις. Ἀφ' οὗ εἰς 1 ἔτος ἢ εἰς 12 μῆνας λαμβάνῃ 552 τάλληρα, εἰς 1 μῆνα θὰ λαμβάνῃ τὸ $1/_{12}$ τῶν 552 ἢ 46 τάλληρα.

2. 4 ἄνθρωποι πληρώνουν ἔξοδά των εἰς ἓν ξενοδοχεῖον μαζὶ 18 τάλληρα. Πόσον ἀναλογεῖ εἰς ἕκαστον;

Λύσις. Ἀφ' οὗ οἱ 4 πληρώνουν 18 τάλληρα, ὁ 1 θὰ πληρώσῃ, τὸ $1/_4$ τῶν 18 ταλλήρων ἤτοι 4 ταλ. 2 δραχμὰς 50 λεπτ.

3. Καρραγωγεὺς ἐφόρτωσεν ἐπὶ τοῦ κάρρου του 12 σάκκους ἀλεύρου. Ὅλον δὲ τὸ βάρος εἶναι 600 ὀκάδων. Πόσον βάρος ἔχει ἕκαστος σάκκος;

Λύσις. Ἀφ' οὗ οἱ 12 σάκκοι ἔχουν βάρος 600 ὀκάδων, ὁ 1 σάκκος θὰ ἔχῃ βάρος τὸ $1/_{12}$ τῶν 600 ὀκάδων ἢ 50 ὀκάδας.

4. 5 ὀκάδες καπνοῦ τιμῶνται 14 δραχμάς. Πόσον τιμᾶται ἑκάστη ὀκά;

Λύσις. Ἀφ' οὗ αἱ 5 ὀκάδες τιμῶνται 14 δραχμάς, ἡ 1 ὀκὰ θὰ τιμᾶται τὸ $1/_5$ τῶν 14 δραχμῶν ἢ 2 δραχμὰς καὶ 80 λεπτά.

6΄) Ἀντίστροφος σχέσις.

1. 9 ἄνθρωποι περνῶσι μὲ τὴν ὑπάρχουσαν ζωοτροφίαν 5 ἡμέρας. Πόσον χρόνον δύναται νὰ περάσῃ 1 ἄνθρωπος ;

Λύσις. Ἀφ' οὗ οἱ 9 ἄνθρωποι περνῶσι 5 ἡμέρας, ὁ 1 ἄνθρωπος μόνος θὰ περάσῃ τὸ ἐννεαπλάσιον ἢ 9×5 ἡμέρ.=45 ἡμέραι.

2. Οἰκία κτίζεται μὲ 3 κτίστας εἰς 4 ἡμέρας. Πόσοι κτίσται χρειάζονται ἵνα τελειώσουν αὐτὴν εἰς 1 ἡμέραν ;

Λύσις. Ἡ 1 ἡμέρα εἶναι $^1/_4$ τῶν 4 ἡμερῶν. Ἀφ' οὗ δὲ εἰς 4 ἡμέρας χρειάζονται 3 κτίσται, εἰς 1 ἡμέραν θὰ χρειασθῶσι τετραπλάσιοι ἢ 4×3 κτίστ.=12 κτίστ.

3. Ἄνθρωπός τις δύναται νὰ πληρώσῃ εἰς 3 ἔτη τὸ χρέος του, ἂν πληρώνῃ κατα μῆνα 24 τάλληρα. Πόσα χρήματα πρέπει νὰ πληρώνῃ κατὰ μῆνα, ἂν θέλῃ νὰ ἐξοφλήσῃ τὸ χρέος του εἰς 1 ἔτος.

Λύσις. Τὸ 1 ἔτος εἶναι τὸ $^1/_3$ τῶν 3 ἐτῶν. Ἀφ' οὗ δὲ χρειάζεται 24 τάλληρα κατὰ μῆνα διὰ νὰ ἐξοφλήσῃ τὸ χρέος του εἰς 3 ἔτη, διὰ νὰ τὸ ἐξοφλήσῃ εἰς 1 ἔτος πρέπει κατὰ μῆνα νὰ πληρώνῃ τριπλάσια ἢ 3×24 τάλληρα=72 τάλληρα.

4. Διὰ τὸ πάτωμα μιᾶς αἰθούσης χρειάζονται 45 σανίδες. Πόσαι σανίδες τοῦ αὐτοῦ μήκους θὰ χρειασθῶσιν, ἂν αὗται εἶναι στενότεραι κατὰ τὸ ἥμισυ.

Λύσις. Ἀφ' οὗ αἱ σανίδες εἶναι κατὰ τὸ ἥμισυ στενότεραι, τότε θὰ χρειασθῶσιν ἄλλαι τόσαι ἤτοι 2×45=90 σανίδες.

§ 12. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ ΕΚ ΠΟΛΛΩΝ ΠΕΡΙ ΠΟΛΛΩΝ

α΄) Εὐθεῖα σχέσις.

1. 4 ὀκάδες τιμῶνται 1 τάλληρον. Πόσον τιμῶνται 12 ὀκάδες ;

Λύσις. Αἱ 12 ὀκάδες εἶναι τριπλάσιαι τῶν 4 ὀκάδων. Ἀφ' οὗ δὲ αἱ 4 ὀκάδες τιμῶνται 1 τάλληρον, αἱ 12 ὀκάδες θὰ τιμῶνται τριπλάσια ἢ 3×1 τάλληρα=3 τάλληρα.

2. Πολλοὶ ἄνθρωποι ἔφαγον εἰς ἓν ξενοδοχεῖον, ὅπου ἐπλήρωσαν 35 δραχμάς. Τιμᾶται δὲ ἑκάστη μερὶς φαγητοῦ 70 λεπτά. Πόσαι μερίδες ἐδόθησαν ;

Λύσις. 35 δραχμαὶ εἶναι 3,500 λεπτὰ ἢ 350 δεκάραι. 70 λεπτὰ εἶναι 7 δεκάραι. Ἀφ' οὗ δὲ ἑκάστη μερὶς τιμᾶται 7 δεκάρας, μὲ 350 δεκάρας θὰ ἀγοράσωμεν τόσας μερίδας, ὅσας φορὰς τὸ 7 εἰσέρχεται εἰς τὸ 350. Εἰσέρχεται δὲ 50 φοράς. Ἄρα 50 μερίδες ἐδόθησαν.

3. Μῦλος ἀλέθει εἰς 3 ὥρας 4 στατῆρας σίτου, εἰς πόσον χρόνον δύνανται νὰ ἀλεσθῶσι 28 στατῆρες ;

Λύσις. Οἱ 28 στατῆρες εἶναι 7πλάσιοι τῶν 4 στατήρων, ἐπομένως θὰ χρειασθῶσι χρόνον 7πλάσιον ἤτοι 7×3 ὥρας=21 ὥρας.

β') Ἀντίστροφος σχέσις.

1. 4 γυναῖκες νήθουσιν ἓν ποσὸν ἐρίων εἰς 9 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας δύνανται 12 γυναῖκες νὰ νήσωσι τὰ αὐτὰ ἔρια.

Λύσις. Αἱ 12 γυναῖκες εἶναι τριπλάσιαι τῶν 4 γυναικῶν· ἐπομένως θὰ χρειασθῶσι τὸ $1/3$ τοῦ χρόνου ἤτοι 3 ἡμέρας.

2. Ἵνα ἀνορυχθῇ τάφρος εἰς 1 μῆνα χρειάζονται 84 ἐργάται. Πόσοι ἐργάται θὰ χρειασθῶσιν, ἵνα περατώσωσι ταύτην εἰς μίαν ἡμέραν ;

Λύσις. Ἡ 1 ἡμέρα εἶναι τὸ 30 μέρος τοῦ 1 μηνός· ἐπομένως θὰ χρειασθῶσι 30πλάσιοι ἐργάται ἢ 30×84=2,520.

3. Ἐν τῷ σταύλῳ τοῦ ἱππικοῦ εἶναι κριθὴ ἀποτεθειμένη διὰ 3 μῆνας, ὅταν οἱ ἵπποι εἶναι 90. Ἀλλ' ἤδη εὑρίσκονται ἵπποι 270. Πόσον χρόνον θὰ περάσουν μὲ τὴν κριθήν.

Λύσις. Οἱ 270 ἵπποι εἶναι τριπλάσιοι τῶν 90 ἵππων· ἄρα θὰ περάσουν μὲ τὴν κριθὴν τὸ $1/3$ τοῦ χρόνου, ἤτοι 1 μόνον μῆνα.

§ 13. ΛΥΣΙΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΔΙ' ΑΝΑΓΩΓΗΣ ΕΙΣ ΤΗΝ ΜΟΝΑΔΑ.

Εἰς τὰ ἑπόμενα προβλήματα, ἐπειδὴ τὸ τρίτον μέλος δὲν εἶναι καθαρὸν πολλαπλάσιον ἢ ὑποπολλαπλάσιον τοῦ πρώτου, ἀνάγομεν τὸ πρῶτον μέλος εἰς τὴν μονάδα καὶ ἐντεῦθεν ὁδηγούμεθα εἰς τὸν προσδιορισμὸν τοῦ τρίτου μέλους.

1. 4 ὀκάδες σακχάρεως τιμῶνται 6 δραχμάς. Πόσον τιμῶνται αἱ 9 ὀκάδες ;

Λύσις. 4 ὀκάδες τιμῶνται 6 δραχμὰς
1 ὀκὰ τιμᾶται $1/4$ τῶν 6 δραχμῶν ἢ 1.50 δραχ.
9 ὀκάδες τιμῶνται 9×1.50=13.50 δραχ.

2. 6 μέτρα ταινίας τιμῶνται 180 λεπτά. Πόσον τιμῶνται 15 μέτρα ;

Λύσις. 6 μέτρα τιμῶνται 180 λεπτὰ
1 μέτρον τιμᾶται $^1/_6$ τῶν 180=30 λεπτά.
15 μέτρα τιμῶνται 15×30=450 λεπτά.

3. Εἰς 3 ἡμέρας κερδαίνει τις 12 δραχμάς. Πόσας κερδαίνει εἰς 3 ἑβδομάδας;

Λύσις. Εἰς 3 ἡμέρας κερδαίνει 12 δραχμὰς
εἰς 18 ἡμέρας κερδαίνει 6×12=72 δραχμάς.

4. Τάφρος σκάπτεται εἰς 9 ἡμέρας, ὅταν ἐργάζωνται 12 ἄνθρωποι. Πόσοι ἄνθρωποι χρειάζονται, ἵνα τελειώσῃ ἡ τάφρος εἰς 4 ἡμέρας;

Λύσις. Εἰς 8 ἡμέρας χρειάζονται 12 ἄνθρωποι.
εἰς 1 ἡμέραν χρειάζονται 9×12=108 ἄνθρωποι.
εἰς 4 ἡμέρας χρειάζονται $^1/_4$ τῶν 108=27 ἄνθρωποι.

5. Ταχυδρόμος τις φθάνει ἀπὸ μιᾶς πόλεως εἰς τὴν ἄλλην εἰς 16 ἡμέρας, ὅταν ὁδοιπορῇ 8 ὥρας τὴν ἡμέραν. Ἂν ὅμως ὁδοιπορῇ 6 ὥρας τὴν ἡμέραν εἰς πόσας ἡμέρας θὰ φθάσῃ;

Λύσις. Ἂν ὁδοιπορῇ 8 ὥρας φθάνει εἰς 16 ἡμέρας
» » 1 ὥραν θὰ φθάσῃ εἰς 8×16 ἡμέρας.
=128 ἡμέρας.
» » 6 ὥρας θὰ φθάσῃ εἰς τὸ $^1/_6$ τῶν 128
=21 ἡμ. 4 ὥρας.

6. Φρούριον μὲ 6,000 στρατιώτας ἔχει τρόφιμα διὰ 4 μῆνας. Ἀλλ' ἔρχεται εἰς αὐτὸ ἐπικουρία ἐκ 2,000 στρατιωτῶν. Πόσον χρόνον ἤδη θὰ διαρκέσωσιν αἱ τροφαί;

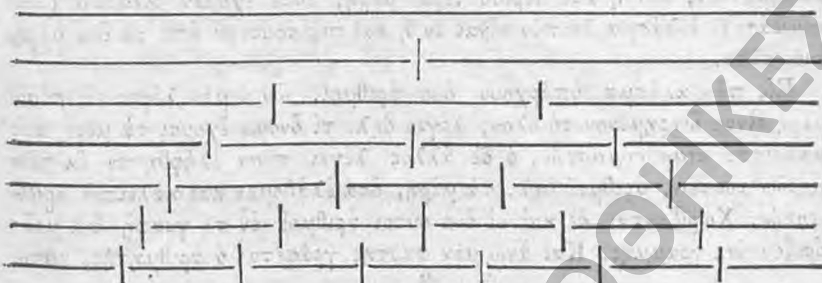
Λύσις. 6,000 στρατ. περνῶσι 4 μῆνας
1,000 » » 6×4 μην.=24 μῆνας
8,000 » » $^1/_8$ τῶν 24 μηνῶν=3 μῆνας.

§ 14. ΠΕΡΙ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Κόπτω ἓν μῆλον εἰς δύο μέρη ἴσα. Ἂν δ' ἑνώσω πάλιν καὶ τὰ δύο ταῦτα μέρη, σχηματίζω ἓν ὅλον μῆλον. Ἕκαστον δὲ τῶν δύο τούτων μερῶν τοῦ μήλου ὀνομάζεται ἥμισυ τοῦ μήλου ἢ δεύτερον μέρος τοῦ μήλου. Ἥμισυ λοιπὸν τοῦ μήλου ὀνομάζεται ἓν ἀπὸ τὰ δύο ἴσα μέρη ἑνὸς μήλου.

Κόπτω ἓν ἄλλο μῆλον εἰς τρία ἴσα μέρη. Καὶ τὰ τρία ταῦτα πάλιν μέρη ἑνούμενα ἀποτελοῦσι τὸ ὅλον μῆλον. Καλεῖται δὲ ἕκαστον τῶν τριῶν τούτων μερῶν τρίτον μέρος. Κατὰ ταῦτα τρίτον μέρος εἶναι ἓν ἐκ τῶν τριῶν ἴσων μερῶν ἑνὸς ὅλου.

Οὕτω δυνάμεθα νὰ διαιρέσωμεν ἓν μῆλον εἰς τέταρτα, πέμπτα, ἕκτα κλπ. Διὰ γραμμῶν παριστάνεται τὸ πρᾶγμα ὡς ἑξῆς·



Οἱ μαθηταὶ βλέποντες λέγουσι

1 ὁλόκληρος γραμμὴ ἢ 1 ὅλον.
1 ἥμισυ, 2 ἡμίση τοῦ ὅλου.
1 τρίτον, 2 τρίτα, 3 τρίτα τοῦ ὅλου.
1 τέταρτον, 2 τέταρτα, 3 τέταρτα, 4 τέταρτα τοῦ ὅλου.
1 πέμπτον, 2 πέμπτα, 3 πέμπτα κλπ. τοῦ ὅλου.
1 ἕκτον, 2 ἕκτα, 3 ἕκτα, 4 ἕκτα κλπ. τοῦ ὅλου.

Ἀσκήσεις.

1. Τί σημαίνει ἓν τρίτον;

Λύσις. Ἓν τρίτον σημαίνει ἓν μέρος ἀπὸ τὰ τρία ἴσα μέρη ἑνὸς ὅλου.

2. Τί σημαίνει 3 ὄγδα;

Λύσις. 3 ὄγδοα σημαίνει 3 μέρη ἀπὸ τὰ 8 ἴσα μέρη ἑνὸς ὅλου.

3. Τί σημαίνει 4 ἔνατα;

Λύσις. 4 ἔνατα σημαίνει 4 μέρη ἀπὸ τὰ 9 ἴσα μέρη ἑνὸς ὅλου.

4. Ὅταν ἔχω τὰ 7 ἔνατα, πόσα λείπουν διὰ νὰ γείνῃ τὸ ὅλον;

Λύσις. 9 ἔνατα εἶναι τὸ ὅλον. Ἀφ' οὗ ἔχω τὰ 7 ἔνατα, λείπουν μόνον 2 ἔνατα, ἵνα γείνῃ τὸ ὅλον.

5. Κατὰ πόσα ἕβδομα εἶναι τὰ τρία ἕβδομα μικρότερα τοῦ ὅλου;

Λύσις. Τὸ ὅλον εἶναι 7 ἕβδομα· ὥστε τὰ 3 ἕβδομα εἶναι μικρότερα τοῦ ὅλου κατὰ 4 ἕβδομα.

6. Ποῖον εἶναι μεγαλείτερον, τὰ 5 πέμπτα ἢ τὰ 6 ἕκτα;

Λύσις. Καὶ τὰ δύο εἶναι ἴσα, καὶ τὰ δύο ἀπαρτίζουσι ἑκάτερον ἓν ὅλον.

§ 15. ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ

Ἐὰν διαιρέσωμεν ἓν ὅλον εἰς ἴσα μέρη καὶ ἐκ τῶν μερῶν τούτων λάβωμεν ἕν, δύο ἢ καὶ περισσότερα μέρη, τότε ἔχομεν *κλάσμα* (= κομμάτι). Κλάσμα λοιπὸν εἶναι ἓν ἢ καὶ περισσότερα ἀπὸ τὰ ἴσα μέρη ἑνὸς ὅλου.

Εἰς πᾶν κλάσμα ὑπάρχουν δύο ἀριθμοί, ὧν ὁ μὲν λέγει εἰς πόσα μέρη εἶναι διῃρημένον τὸ ὅλον, λέγει δηλ. τί ὄνομα ἔχουσι τὰ μέρη καὶ καλεῖται *παρονομαστής*, ὁ δὲ ἄλλος λέγει πόσα ἐλήφθησαν ἐκ τῶν μερῶν τούτων, ἀριθμεῖ δηλ. τὰ μέρη, ὅσα ἐλάβομεν καὶ καλεῖται *ἀριθμητής*. Χωρίζονται δὲ καὶ οἱ δύο οὗτοι ἀριθμοὶ ἐν τῇ γραφῇ διὰ μιᾶς ὁριζοντίας γραμμῆς. Καὶ ἄνω μὲν ταύτης γράφεται ὁ ἀριθμητής, κάτω δὲ ὁ παρανομαστής, π. χ. $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{10}$. Ἀναγινώσκονται δὲ 5 ὄγδοα, 3 δέκατα.

§ 16. ΕΙΔΗ ΤΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Τὰ κλάσματα $^1/_5$, $^1/_6$, $^1/_9$ καλοῦνται ἁπλᾶ κλάσματα· διότι ἕκαστον ἔχει ἓν μόνον μέρος ἐκ τῶν ἴσων μερῶν, τὰ δὲ κλάσματα $^3/_5$, $^4/_6$, $^2/_9$ καλοῦνται σύνθετα κλάσματα· διότι ἕκαστον ἔχει περισσότερα τοῦ ἑνὸς ἴσα μέρη ἐκ τοῦ ὅλου.

Δύναται δὲ ἓν κλάσμα ἢ νὰ ἔχῃ ὀλιγώτερα μέρη, παρ' ὅσα ἔχει τὸ ὅλον π. χ. $^1/_3$, $^5/_9$, $^7/_{11}$ καὶ τότε καλεῖται τὸ κλάσμα *γνήσιον*· ἢ νὰ ἔχῃ ὅλα τὰ μέρη τοῦ ὅλου π. χ. $^3/_3$, $^5/_5$, $^{12}/_{12}$, ὅτε καλεῖται *καταχρηστικόν*· ἢ νὰ ἔχῃ μάλιστα καὶ μέρη περισσότερα ἢ ὅσα ἔχει τὸ ὅλον π. χ. $^7/_3$, $^{15}/_6$, $^{20}/_4$, ὅτε ὀνομάζεται ἐπίσης κλάσμα *καταχρηστικόν*.

Μεταξὺ δύο ἢ καὶ περισσοτέρων κλασμάτων δύναται νὰ συμβῇ ἢ νὰ ἔχωσιν ὅλα τὸν αὐτὸν παρονομαστὴν π. χ. $^2/_6$, $^3/_6$, $^4/_6$, ὅτε τὰ κλάσματα καλοῦνται *ἰσόμοιρα* ἢ *ὁμοιομερῆ* ἢ *ὁμώνυμα*, ἢ νὰ ἔχωσι διάφορον παρανομαστὴν π. χ. $^5/_6$, $^3/_4$, $^4/_7$, ὅτε καλοῦνται *ἀνισόμοιρα*, ἢ *ἀνομοιομερῆ*, ἢ *ἑτερώνυμα*.

Δυνατὸν δὲ καὶ ἀριθμοὶ ἀκέραιοι νὰ εἶναι ὁμοῦ μὲ κλάσματα π. χ. 9 $^3/_4$, 6 $^4/_5$ κλπ., ὅτε οἱ ἀριθμοὶ καλοῦνται *μικτοὶ* ἀριθμοί.

Ἀσκήσεις.

1. Πῶς καλοῦνται τὰ κλάσματα $^1/_6$, $^1/_9$, $^1/_{20}$ καὶ διατί;

Ἀπόκρισις. *Ἁπλᾶ κλάσματα*, διότι τὰ ἁπλᾶ ἔχουσιν ἀριθμητὴν 1.

Πῶς καλοῦνται τὰ κλάσματα $^5/_8$, $^4/_9$ καὶ διατί;

Ἀπόκρισις. *Σύνθετα κλάσματα*· διότι ἔχουσιν ἀριθμητὴν μεγαλείτερον τοῦ 1.

3. Εἴπατέ μοι μερικὰ κλάσματα γνήσια, μερικὰ κλάσματα καταχρηστικά. Πῶς διακρίνονται τὰ γνήσια τῶν καταχρηστικῶν;

Ἀπόκρισις. $^3/_4$, $^4/_5$ $^6/_6$ $^7/_4$. Ὁ ἀριθμητὴς τοῦ γνησίου κλάσματος εἶναι μικρότερος τοῦ παρονομαστοῦ· ὁ δὲ ἀριθμητὴς τοῦ καταχρηστικοῦ κλάσματος εἶναι ἢ ἴσος πρὸς τὸν παρονομαστὴν ἢ καὶ μεγαλείτερος.

4. Εἴπατέ μοι μερικὰ μὲν κλάσματα μὲ τὸν αὐτὸν παρονομαστήν, μερικὰ δὲ μὲ διάφορον.

§ 17. ΣΥΓΚΡΙΣΙΣ ΤΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΑΞΙΑΝ

1. Ποῖον εἶναι μεγαλείτερον τὸ $^2/_4$ ἢ τὸ $^3/_4$; τὸ $^6/_8$ ἢ τὸ $^4/_8$;

Ἀπόκρισις. Τὸ $^3/_4$ εἶναι μεγαλείτερον τοῦ $^2/_4$, τὸ $^6/_8$ μεγαλείτερον τοῦ $^4/_8$. Μεταξὺ τῶν κλασμάτων τῶν ἐχόντων τοὺς ἰδίους παρονομαστὰς τὸ ἔχον τὸν μεγαλείτερον ἀριθμητὴν εἶναι καὶ μεγαλείτερον κλάσμα.

2. Ποῖον εἶναι μεγαλείτερον τὸ $^3/_4$ ἢ τὸ $^3/_5$; τὸ $^6/_8$ ἢ τὸ $^6/_9$;

Ἀπόκρισις. Τὸ $^3/_4$ εἶναι μεγαλείτερον τοῦ $^3/_5$, τὸ $^6/_8$ εἶναι μεγαλείτερον τοῦ $^6/_9$. Μεταξὺ τῶν κλασμάτων τῶν ἐχόντων τοὺς αὐτοὺς ἀριθμητὰς μεγαλείτερον εἶναι τὸ ἔχον μικρότερον παρονομαστήν.

§ 18. ΤΡΟΠΗ ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ Ἢ ΚΑΙ ΜΙΚΤΩΝ ΕΙΣ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

1. Τρέψον 8 ἀκέραια εἰς τρίτα.

Λύσις. 1 ἀκέραιον ἔχει 3 τρίτα. 8 ἀκέραια ἔχουσι 8×3 τρίτα $=$ 24 τρίτα. Ὅθεν 8 ἀκέραια γίνονται 24 τρίτα.

2. Πόσα τέταρτα γίνονται 18 $^3/_4$.

Λύσις. 1 ἀκέραιον ἔχει 4 τέταρτα, 18 ἀκέραια ἔχουσι 18×4 τέταρτα $=$ 72 τέταρτα καὶ 3 τέταρτα τὰ δεδομένα $=$ 75 τέταρτα. Ὅθεν 18 $^3/_4$ γίνονται 75 τέταρτα.

3. Πόσα ἔνατα γίνονται 312 $^5/_9$;

Λύσις. 1 ἀκέραιον ἔχει 9 ἔνατα. 312 ἀκέραια ἔχουσι 312×9 ἔνατα $=$ 2808 ἔνατα καὶ 5 ἔνατα τὰ δεδομένα $=$ 2813 ἔνατα.

4. Πόσα ὄγδοα γίνονται τὰ 205 ἀκέραια ;

5. Πόσα τέταρτα γίνονται τὰ 9 ἀκέραια ;

Ἓν ὅλον δύναται νὰ διαιρεθῇ εἰς 2, 3, 4, 5, 100, 200 κλπ. ἴσα μέρη, ὅτε ὀνομάζεται ἕκαστον τῶν μερῶν, ἂν μὲν εἶναι εἰς 2 διῃρημένον τὸ ὅλον, *δεύτερον*, ἂν δὲ εἰς 3, *τρίτον*, ἂν δὲ εἰς 4, *τέταρτον*, ἂν δὲ εἰς 5, *πέμπτον*, ἂν δὲ εἰς 100, *ἑκατοστόν*, ἂν δὲ εἰς 200, *διακοσιοστὸν* κλπ.

6. Πῶς καλεῖται ἕκαστον μέρος ἑνὸς ὅλου, ἂν τοῦτο εἶναι διῃρημένον εἰς 39 ἴσα μέρη ; πῶς ἂν εἶναι εἰς 1000 ; ἂν εἰς 500 ;

7. Εἰς πόσα ἴσα μέρη πρέπει νὰ διαιρεθῇ 1 ὅλον, ἵνα ἔχωμεν ὄγδοα ; εἰς πόσα δέ, ἵνα ἔχωμεν δέκατα ;

8. Πόσα δέκατα πέμπτα λείπουν ἐκ τοῦ ὅλου, ὅταν ὑπάρχουν $^{12}/_{15}$;

9. Πόσα ἔνατα πρέπει νὰ ἀφαιρέσω ἐκ τοῦ ὅλου, ἵνα μοῦ μείνωσι $^{5}/_{9}$;

§ 19. ΤΡΟΠΗ ΚΑΤΑΧΡΗΣΤΙΚΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ ΕΙΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ ΑΚΕΡΑΙΟΥΣ Ἢ ΜΙΚΤΟΥΣ

1. Πόσα ἀκέραια εἶναι τὰ $^{65}/_{9}$;

Λύσις. $^{9}/_{9}$ εἶναι 1 ἀκέραιον, $^{65}/_{9}$ εἶναι τόσα ἀκέραια, ὅσας φορὰς τὸ $^{9}/_{9}$ εἰσέρχεται εἰς τὸ $^{65}/_{9}$. Εἰσέρχεται δὲ τόσας φοράς, ὅσας καὶ τὸ 9 εἰσέρχεται εἰς τὸ 65, ἤτοι 7άκις, καὶ ὑπολείπονται καὶ $^{2}/_{9}$. Ὅθεν τὰ $^{65}/_{9}$ εἶναι 7 ἀκέραια καὶ $^{2}/_{9}$.

2. Ποίησον ἀκεραίους ἀριθμοὺς τὰ $^{30}/_{3}$. $^{42}/_{7}$, $^{63}/_{9}$.

Λύσις. α′) $^{3}/_{3}=1$, $^{30}/_{3}=10$. β′) $^{7}/_{7}=1$ $^{42}/_{7}=6$. γ′) $^{9}/_{9}=1$, $^{63}/_{9}=7$.

3. Τρέψον εἰς μικτοὺς ἀριθμοὺς τὰ ἑξῆς καταχρηστικὰ κλάσματα $^{14}/_{3}$, $^{22}/_{5}$, $^{68}/_{9}$, $^{116}/_{7}$.

Προβλήματα.

1. Πόσον τιμῶνται 100 πήχεις ὑφάσματος, ὅταν ὁ πῆχυς τιμᾶται τὸ $^{1}/_{2}$ τῆς δραχμῆς ;

Λύσις. 1 πῆχυς τιμᾶται $^{1}/_{2}$ δραχμῆς. 100 πήχεις τιμῶνται 100 φορὰς $^{1}/_{2}$ ἢ 50 ἀκεραίας δραχμάς.

2. Πόσον τιμῶνται 100 πήχεις, ὅταν ὁ πῆχυς τιμᾶται $^{1}/_{3}$ τῆς δραχμῆς ;

Λύσις. 1 πῆχυς τιμᾶται $^{1}/_{3}$ τῆς δραχμῆς. 100 πήχεις θὰ τιμῶνται 100 φορὰς $^{1}/_{3}$ ἢ $^{100}/_{3}$ τῆς δραχμῆς ἢ 33 $^{1}/_{3}$ δραχμ.

3. Εἰς ἓν ξενοδοχεῖον ἐξοδεύεται καθ' ἑκάστην ἡμέραν $^1/_4$ τῆς ὀκᾶς ἅλας. Πόσον δαπανᾶται εἰς 30 ἡμέρας;

Λύσις. Εἰς μίαν ἡμέραν ἐξοδεύεται $^1/_4$ τῆς ὀκᾶς, εἰς 30 ἡμέρας θὰ ἐξδεύωνται $^{30}/_4$, ὅ ἐστι 7 $^2/_4$ ὀκάδ.

4. Ποῖον εἶναι μεγαλείτερον τὸ $^{72}/_8$ ἢ τὸ $^{100}/_{10}$;

Λύσις. Τὸ $^{72}/_8=9$, τὸ $^{100}/_{10}=10$. Ἄρα τὸ $^{100}/_{10}$ εἶναι μεγαλείτερον.

5. 40 ὀκάδες κρέατος πόσας μερίδας δίδουσι περισσοτέρας, ἂν κόψω ἑκάστην μερίδα οὐχὶ ἀπὸ $^1/_2$ τῆς ὀκᾶς, ἀλλ' ἀπὸ $^1/_3$.

Λύσις. Ἀπὸ $^1/_2$ τῆς ὀκᾶς ἔχω 80 μερίδας, ἀπὸ $^1/_3$ τῆς ὀκᾶς ἔχω 120 μερίδας.

6. Πόσας ὀκάδας καπνοῦ χρειάζεταί τις τὸ ἔτος, ὅταν δαπανᾷ τὴν ἑβδομάδα $^1/_8$ τῆς ὀκᾶς;

Λύσις. Τὴν 1 ἑβδομάδα δαπανᾷ $^1/_8$ τῆς ὀκᾶς· κατὰ τὰς 52 ἑβδομάδας δαπανᾷ 52 φορὰς $^1/_8$ ἢ $^{52}/_8$, ὅ ἐστι 6 $^4/_8$ ὀκάδ.

§ 20. ΠΡΟΣΘΕΣΙΣ ΟΜΟΙΟΜΕΡΩΝ Ἢ ΟΜΩΝΥΜΩΝ ΜΟΝΟΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

1. Πόσα γίνονται $^3/_4$ καὶ $^1/_4$;

Λύσις. $^3/_4$ καὶ $^1/_4=^4/_4$ ἢ 1 ἀκέραιον.

2. Πρόσθεσε εἰς τὰ $^6/_7$ ἀκόμη $^4/_7$.

Λύσις. $^6/_7+^4/_7=^{10}/_7$ ἢ 1 $^3/_7$.

3. Πρόσθεσε $^9/_{11}+^1/_{11}+^7/_{11}$ ἢ 1 $^6/_{11}$.

Λύσις. $^9/_{11}+^1/_{11}+^7/_{11}=^{17}/_{11}$ ἢ 1 $^6/_{11}$.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω γίνεται φανερὸν ὅτι, ὅταν ἔχωμεν ὁμοιομερῆ κλάσματα νὰ προσθέσωμεν, προσθέτομεν τοὺς ἀριθμητὰς μόνον καὶ γράφομεν ὑπὸ τὸ ἄθροισμα αὐτῶν τὸν αὐτὸν παρονομαστήν.

4. Πόσα ἀθροίζονται 21 $^4/_9$ καὶ 2 $^7/_9$.

Λύσις. $21+2=23$. $^4/_9+^7/_9=^{11}/_9$ ἢ 1 $^2/_9$ $23+1\,^2/_9=24\,^2/_9$.

5. Πόσα ἀθροίζονται 8 $^3/_7$ καὶ 6 $^5/_7$.

Λύσις. $8+6=14$. $^3/_7+^5/_7=^8/_7$ ἢ 1 $^1/_7$. $14+^1/_7=15\,^1/_7$.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω γίνεται φανερὸν ὅτι, ὅταν ἔχωμεν νὰ ἀθροίσωμεν μικτοὺς ἀριθμούς, ἀθροίζομεν πρῶτον τοὺς ἀκεραίους, ἔπειτα τὰ κλάσματα καὶ ἔπειτα ἑνοῦμεν καὶ τὰ δύο ἀθροίσματα.

Προβλήματα.

1. Ὁ Γεώργιος διέτριψεν ἐν Πάτραις μὲν μῆνας $3\,^1/_3$, ἐν Καλάμαις δὲ μῆνας $2\,^2/_3$ καὶ ἐν Τριπόλει μῆνας $4\,^2/_3$. Πόσον χρόνον διέτριψεν εἰς πάσας ταύτας τὰς πόλεις; (10 μην. $^2/_3$).
2. Ἐδαπάνησέ τις δι' ἀγορὰν τροφίμων διὰ μὲν τὸ κρέας δρ. $2\,^2/_{10}$, διὰ δὲ τὸν ἄρτον δραχμὰς $1\,^4/_{10}$ διὰ δὲ τὸν οἶνον $^6/_{10}$ τῆς δραχμῆς. Πόσα ἐδαπάνησε δι' ὅλα; (δραχμὰς $4\,^2/_{10}$).
3. Ὁ Α εἶναι ἐτῶν $42\,^{11}/_{12}$, ὁ δὲ Β εἶναι $^7/_{12}$ τοῦ ἔτους πρεσβύτερος. Πόσον ἐτῶν εἶναι ὁ Β; ($43\,^6/_{12}$ ἔτη).
4. Ὁ Α. λαμβάνει κατ' ἔτος δραχμὰς $56\,^4/_5$ ὡς τόκον κεφαλαίου τινός, δραχμὰς δὲ $43\,^1/_5$ εἰσόδημα ἐκ τοῦ κήπου του, ὁ δὲ μισθός του κατὰ μῆνα εἶναι 75 δραχμαί. Πόσον εἶναι τὸ ἐτήσιον αὐτοῦ εἰσόδημα; (1000 δραχμαί).
5. Ὑπηρέτης λαμβάνει κατὰ πᾶσαν ἑβδομάδα 7 δραχ. μισθόν. Θέλων δὲ νὰ ἀγοράσῃ ἓν ἐπανωφόριον ἐπλήρωσε 4 ἑβδομάδων μισθὸν καὶ $2\,^1/_5$ δραχμὰς ἀκόμη. Ἔμεινε δὲ χρεώστης δραχμὰς $3\,^2/_5$. Τίς ἡ ἀξία τοῦ ἐπανωφορίου; (δραχμαὶ $33\,^3/_5$).

Β' Γραπτῶς.

1. Πόσον γίνεται $\frac{15}{19}$ καὶ $\frac{4}{19}$ καὶ $\frac{2}{19}$ καὶ $\frac{9}{19}$ καὶ $\frac{7}{19}$

Λύσις. $$\frac{5}{19}+\frac{4}{19}+\frac{2}{19}+\frac{9}{19}+\frac{7}{19}=\frac{5+4+2+9+7}{19}$$
$$=\frac{27}{19}=1\ \frac{8}{19}$$

2. Πόσα γίνονται $10\frac{11}{25}$ καὶ $3\frac{7}{25}$ καὶ $6\frac{17}{25}$

Λύσις. $10+3+6=19$,
$$\frac{11}{25}+\frac{7}{25}+\frac{17}{25}=\frac{11+7+17}{25}=\frac{35}{25}=1\frac{10}{25}.\ 19+1\frac{10}{25}=20\frac{10}{25}$$

§ 21. ΑΦΑΙΡΕΣΙΣ ΟΜΟΙΟΜΕΡΩΝ ΜΟΝΟΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Α' Νοερῶς.

1. Πόσα μένουν, ὅταν ἀπὸ $^3/_5$ ἀφαιρέσω $^1/_5$;
Λύσις. $^3/_5$ παρὰ $^1/_5$ μένουν $^2/_5$. Τὰ πέμπτα ἀφαιροῦνται ἀπὸ τὰ

πέμπτα ὡς αἱ ὀκάδες ἀπὸ τὰς ὀκάδας, τὰ μῆλα ἀπὸ τὰ μῆλα, τὰ σῦκα ἀπὸ τὰ σῦκα καὶ καθόλου τὰ ἀκέραια ἀπὸ τὰ ἀκέραια.

2. Πόσα μένουν, ὅταν ἀπὸ τὰ $3\,{}^{8}/_{9}$ ἀφαιρέσω $^{7}/_{9}$;

Λύσις. $3\,{}^{8}/_{9} - {}^{7}/_{9} = 3\,{}^{1}/_{9}$.

3. Πόσα μένουν, ὅταν ἀπὸ τὰ $3\,{}^{8}/_{9}$ ἀφαιρέσω 2;

Λύσις. $3\,{}^{8}/_{9} - 2 = 1\,{}^{8}/_{9}$.

4. Πόσα μένουν, ὅταν ἀπὸ 4 ἀφαιρέσω $^{5}/_{9}$;

Λύσις. Λαμβάνω ἐκ τοῦ 4 ἓν ἀκέραιον, ὅπερ κάμνω ἔνατα καὶ ἔχω $^{9}/_{9}$. Ἐκ τούτων ἀφαιρῶ $^{5}/_{9}$ καὶ ἔχω ὑπόλοιπον $^{4}/_{9}$ ἤτοι ἐν ὅλῳ $3\,{}^{4}/_{9}$.

5. Πόσα μένουν, ὅταν ἀπὸ $32\,{}^{3}/_{7}$ ἀφαιρέσω $20\,{}^{5}/_{7}$;

Λύσις. Ἀφαιρῶ πρῶτον ἀπὸ 32 τὸ 20 καὶ ἔχω ὑπόλοιπον 12. Ἔπειτα ἀφαιρῶ τὰ κλάσματα. Ἐπειδὴ τὸ $^{5}/_{7}$ εἶναι μεγαλείτερον τοῦ $^{3}/_{7}$ κατὰ $^{2}/_{7}$ καὶ δὲν δύναται νὰ ἀφαιρεθῇ, δανείζομαι ἐκ τοῦ 12 μίαν μονάδα, ἣν τρέπω εἰς ἕβδομα καὶ ἔχω $^{7}/_{7}$. Εἰς ταῦτα προσθέτω καὶ $^{3}/_{7}$, ὅτε γίνονται $^{10}/_{7}$. Ἐκ τούτων ἀφαιρῶ $^{5}/_{7}$ καὶ ἔχω ὑπόλοιπον $^{5}/_{7}$ ἤτοι ἐν ὅλῳ $11\,{}^{5}/_{7}$.

Προβλήματα.

1. Ὁ Α λαμβάνει μισθὸν κατὰ μῆνα $90\,{}^{3}/_{7}$. Ἐκ τούτων ἐδαπάνησε κατὰ τὸν Ἰανουάριον $45\,{}^{4}/_{7}$. Πόσα ἀπέμειναν αὐτῷ;

2. Ἐκ $39\,{}^{3}/_{4}$ ὀκάδων ἀλεύρου ἐδόθησαν εἰς πτωχὸν $15\,{}^{2}/_{4}$. Πόσα ὑπολείπονται;

3. Ὁ Νικόλαος εἶναι $12\,{}^{3}/_{4}$ ἐτῶν, ὁ δὲ Βασίλειος κατὰ $^{1}/_{2}$ τοῦ ἔτους νεώτερος. Πόσων ἐτῶν εἶναι ὁ Βασίλειος;

Β΄ Γραπτῶς.

1. Πόσα μένουν, ὅταν ἀπὸ $\frac{115}{119}$ ἀφαιρέσωμεν $\frac{95}{119}$;

Λύσις. $$\frac{115}{119} - \frac{95}{119} = \frac{115-95}{119} = \frac{20}{119}.$$

2. Πόσα μένουν, ὅταν ἀπὸ $229\frac{19}{23}$ ἀφαιρέσωμεν $157\frac{12}{23}$;

Λύσις $229\frac{19}{23} - 157\frac{12}{23}$. $229 - 157 = 72$,

$$\frac{19}{23} - \frac{12}{13} = \frac{7}{23} \text{ ἢ ἐν ὅλῳ } 72\frac{7}{23}$$

3. Πόσα γίνονται, ὅταν ἀπὸ $213\frac{21}{353}$ ἀφαιρέσω $96\frac{41}{353}$;

Λύσις. $213-96=117$. $\frac{21}{353}-\frac{41}{353}$. Ἐπειδὴ δὲν ἀφαιρεῖται, δανειζόμεθα μίαν μονάδα, ἥτις ἰσοδυναμεῖ πρὸς $\frac{353}{353}$ καὶ $\frac{21}{353}=$ $\frac{374}{353}-\frac{41}{353}=\frac{333}{353}$ ἢ ἐν ὅλῳ $116\frac{333}{353}$.

Ἀλγεβρικὰ προβλήματα.

1. Τίς εἶναι ἐκεῖνος ὁ ἀριθμός, ὅστις κατὰ $^4/_5$ αὐξανόμενος παρέχει $30\ ^2/_5$;

Λύσις. Ἀφ' οὗ ὁ ἀριθμὸς μὲ τὴν αὔξησιν κατὰ $^4/_5$ γίνεται $30\ ^2/_5$, τότε εὑρίσκεται, ἂν ἀφαιρέσωμεν τὸ $^4/_5$ ἀπὸ $30\ ^2/_5$, ὅτε ἔχομεν $29\ ^3/_5$.

2. Τίς ἀριθμὸς γίνεται ὁ $12\ ^7/_{11}$, ἂν αὐξήσωμεν αὐτὸν κατὰ $3\ ^3/_{11}$.

Λύσις. $12\ ^7/_{11}+3\ ^3/_{11}=15\ ^{10}/_{11}$.

3. Ἐπιπλοποιὸς ἐπώλησε μίαν σκευοθήκην καὶ μίαν τράπεζαν ἀμφότερα διὰ δραχμὰς $164\ ^4/_{10}$. Ἡ τράπεζα ἐξετιμήθη διὰ δραχμὰς $50\ ^6/_{10}$. Τίς ἡ ἀξία τῆς σκευοθήκης; ($113\ ^8/_{10}$ δραχμ.).

§ 22. ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΜΕ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΗΝ ΑΚΕΡΑΙΟΝ

Α΄ Νοερῶς.

1. Πόσον γίνεται τὸ τριπλάσιον τοῦ $^2/_7$.

Λύσις. Τὸ τριπλάσιον τοῦ $^2/_7$ σχηματίζεται, ὡς σχηματίζεται τὸ τριπλάσιον τῶν δύο μήλων, δύο κύβων, καθόλου δύο ἀκεραίων ἀριθμῶν. Ὅθεν $^2/_7\times3=^6/_7$, ὡς $^6/_7\times4=^{24}/_8$ ὡς $^1/_5\times4=^4/_5$.

2. Πόσα γίνονται $2\ ^3/_{13}\times4$;

Λύσις. $4\times2=8$. $4\times^3/_{13}=^{12}/_{13}$, ἐν ὅλῳ $8\ ^{12}/_{13}$.

3. Πόσα γίνονται $^4/_9\times18$;

Λύσις. $^4/_9\times18=^{72}/_9=8$. Ἢ καλλίτερα $^1/_9\times18=^{18}/_9$ ἢ 2. τὰ δὲ $^4/_9\times18=4\times2=8$.

Προβλήματα.

1. Πόσον εἶναι τὸ 8πλάσιον τοῦ $13\,^4/_9$; $(107\,^5/_9)$.

2. Γυνή τις ἠγόρασε μὲ δραχμὰς $20\,^5/_8$ βάμβακα, τὸν ὁποῖον νήσασα ἐπώλησεν εἰς τιμὴν τριπλασίαν τῆς ἀγορᾶς. Πόσας δραχμὰς ἔλαβεν ἐκ τῆς πωλήσεως; $(61\,^7/_8)$.

3. Ὁ Γεώργιος ἐκτελεῖ ἐργασίαν εἰς $^2/_3$ τῆς ὥρας, ἐν ᾧ ὁ Βασίλειος ἐκτελεῖ αὐτὴν εἰς χρόνον ἑξαπλάσιον. Πόσον χρόνον χρειάζεται ὁ Βασίλειος; (4 ὥρας).

4. Ἄνθρωπός τις εἰς 1 ἑβδομάδα δαπανᾷ $6\,^3/_4$ ὀκάδας ἄρτου. Πόσας ὀκάδας εἰς 1 ἔτος;

Λύσις. Εἰς 1 ἑβδομάδα $6\,^3/_4$, εἰς 52 ἑβδομάδας $52\times 6\,^3/_4$, ἤτοι 351 ὀκάδες.

Β' Γραπτῶς.

1. Πόσα γίνονται $\frac{17}{25}\times 19$;

Λύσις. $\frac{17}{25}\times 19=\frac{17\times 19}{25}=12\frac{23}{25}$.

2. Πόσα γίνονται $39\frac{12}{17}\times 24$;

Λύσις. $39\frac{12}{17}\times 24=39\times 24+24\times\frac{12}{17}=936+16\frac{16}{17}=952\frac{16}{17}$.

Ἀλγεβρικὰ προβλήματα.

1. Ἄνθρωπός τις ἐκ τοῦ $^1/_8$ τῆς περιουσίας του ἀγοράζει ἀγρὸν τιμώμενον 500 ταλλήρων καὶ περισσεύουσιν αὐτῷ καὶ 100 τάλληρα. Πόση εἶναι ἡ ὅλη του περιουσία;

Λύσις. Ἀφ' οὗ τὸ $^1/_8$ εἶναι 500 καὶ 100 ἤτοι 600 τάλληρα, ἡ ὅλη του οὐσία θὰ εἶναι 8×600 ταλ. ὅ ἐστι 4800 τάλληρα.

2. Εἰς ἓν σχολεῖον οἱ μαθηταὶ εἶναι εἰς δύο τάξεις διανεμημένοι οὕτως, ὥστε τὰ μὲν $^3/_8$ τοῦ ὅλου ἀριθμοῦ εἶναι ἐν τῇ πρώτῃ τάξει, τὰ δὲ λοιπὰ ἐν τῇ δευτέρᾳ. Ἔχει δὲ ἡ δευτέρα τάξις 24 μαθητὰς πλείονας τῆς πρώτης τάξεως. Πόσους μαθητὰς ἔχει ἐν ὅλῳ τὸ σχολεῖον καὶ πόσοι εἶναι ἐν ἑκάστῃ τάξει;

Λύσις. Οἱ μαθηταὶ ὅλοι εἶναι $^8/_8$. Ἐπειδὴ δὲ ἡ πρώτη τάξις ἔχει $^3/_8$, ἡ δευτέρα θὰ ἔχῃ $^5/_8$. Ὑπερβαίνει δὲ αὕτη τὴν πρώτην κατὰ $^2/_8$. Ἐπειδὴ δὲ τὰ $^2/_8$ εἶναι 24 μαθηταί, τὸ $^1/_8$ θὰ εἶναι 12 μαθηταί. Κατὰ ταῦτα ἡ πρώτη τάξις, ἡ $^3/_8$ τῶν μαθητῶν ἔχουσα, θὰ ἔχῃ 36 μαθητάς, ἡ δευτέρα, ἡ $^5/_8$ τῶν μαθητῶν ἔχουσα, θὰ ἔχῃ 60 μαθητάς. Ἀμφότεραι δὲ αἱ τάξεις θὰ ἔχωσι 96 μαθητάς.

3. Ἐὰν αὐξήσω τὰ $^3/_{10}$ ἑνὸς ἀριθμοῦ κατὰ 8, τότε λαμβάνω τὰ $^7/_{10}$ αὐτοῦ τοῦ ἀριθμοῦ. Τίς εἶναι ὁ ἀριθμὸς οὗτος;

Λύσις. Ἀφ' οὗ τὰ $^3/_{10}$ τοῦ ἀριθμοῦ αὐξανόμενα κατὰ 8 δίδουσι τὰ $^7/_{10}$ τοῦ ἀριθμοῦ, τότε τὸ $8 = ^4/_{10}$ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ ζητουμένου. Γνωρίζοντες ὅτι τὰ $^4/_{10}$ τοῦ ἀριθμοῦ εἶναι ἴσον πρὸς 8, εὐκόλως ὁρίζομεν καὶ τὸ $^1/_{10}$ αὐτοῦ, ὅπερ εἶναι ἴσον πρὸς 2. Ἀφ' οὗ δὲ τὸ $^1/_{10}$ τοῦ ἀριθμοῦ εἶναι ἴσον πρὸς 2, τότε ὁ ὅλος ἀριθμὸς ἢ τὰ $^{10}/_{10}$ εἶναι ἴσος πρὸς 10×2 ἤτοι πρὸς 20.

§ 23 ΔΙΑΙΡΕΣΙΣ (1)

Α΄ Νοερῶς.

1. Ποσάκις τὸ $^2/_7$ ἐνυπάρχει εἰς τὸ $^6/_7$;

Τὸ πρᾶγμα αἰσθητοποιεῖται ὡς ἑξῆς·

Λύσις. $^2/_7$ ἐνυπάρχουσιν εἰς τὸ $^6/_7$ τόσας φοράς, ὅσας φορὰς 7 λεπτὰ ἐνυπάρχουσιν εἰς 6 λεπτά, 2 μῆλα εἰς 6 μῆλα, ἤτοι 3 φοράς. Ἀφ' οὗ δὲ τὸ $^2/_7$ ἐνυπάρχῃ εἰς τὸ $^6/_7$ 3 φοράς, τότε τὸ $^2/_7$ εἶναι τὸ τρίτον μέρος τοῦ $^6/_7$, τὸ δὲ $^6/_7$ εἶναι τοῦ $^2/_7$ τὸ τριπλάσιον.

2. Ποσάκις τὸ $^3/_{11}$ εἰσέρχεται εἰς τὸ 9;

Λύσις. Τρέπομεν τὸ 9 εἰς 11ατα καὶ ἔχομεν $^{99}/_{11}$. Εἰς τοῦτο εἰσέρχεται τὸ $^3/_{11}$ 33 φοράς. Εἶναι δὲ τὸ $^3/_{11}$ τοῦ 9 τὸ $^1/_{33}$ μέρος, τὸ δὲ 9 τοῦ $^3/_{11}$ τὸ 33πλάσιον.

3. Ποσάκις τὸ $^7/_8$ εἰσέρχεται εἰς τὸ $2\,^5/_8$.

Λύσις. Τὸ $2\,^5/_8 = ^{21}/_8$. Εἰς τοῦτο εἰσέρχεται τὸ $^7/_8$ 3 φοράς. Εἶναι δὲ τὸ $^7/_8$ τὸ τρίτον μέρος τοῦ $2\,^5/_8$, τὸ δὲ $2\,^5/_8$ εἶναι τοῦ $^7/_8$ τὸ τριπλάσιον.

(1) Ἐνταῦθα ἡ διαίρεσις γίνεται μὲ ὁμοιομερῆ κλάσματα καὶ μὲ τοιαῦτα προβλήματα, εἰς ἃ τὸ πηλίκον εἶναι ἀκέραιος ἀριθμός.

4. Ποσάκις τὸ 4 $^1/_2$ εἰσέρχεται εἰς τὸ 31 $^1/_2$;

Λύσις. Τὸ 4 $^1/_2$= $^9/_2$, τὸ δὲ 31 $^1/_2$=$^{63}/_2$. Εἰσέρχεται δὲ τὸ $^9/_2$ εἰς τὸ $^{63}/_2$ 7 φοράς. Καὶ τὸ μὲν 4 $^1/_2$ εἶναι 7άκις μικρότερον τοῦ 31 $^1/_2$, τὸ δὲ 31 $^1/_2$ εἶναι 7πλάσιον τοῦ 4 $^1/_2$.

Προβλήματα.

1. Πόσας ὀκάδας καφφὲ δύναμαι νὰ ἀγοράσω μὲ 140 δραχμάς, ὅταν ἑκάστη ὀκὰ τιμᾶται 3 $^1/_2$ δραχμάς ;

Λύσις. 3 $^1/_2$ δραχ. εἶναι 7 ἡμίσειαι ἢ $^7/_2$. 140 δραχμαὶ εἶναι 280 ἡμίσειαι ἢ $^{180}/_2$. Ἀφ' οὗ δ' ἑκάστη ὀκὰ τιμᾶται 7 ἡμισείας δραχμάς, μὲ 280 ἡμισείας δραχμὰς θὰ ἀγοράσωμεν τόσας ὀκάδας, ὅσας φορὰς τὸ $^7/_2$ εἰσέρχεται εἰς $^{280}/_2$ ἤτοι 40 φοράς. Ὅθεν 40 ὀκάδας θὰ ἀγοράσωμεν μὲ 140 δραχμάς.

2. Ποσάκις πρέπει τις $^3/_4$ τῆς δραχμῆς νὰ προσθέσῃ, ἵνα ἔχῃ 21 δραχμήν ;

Λύσις. 21 δραχμαὶ =$^{84}/_4$. Εἰσέρχεται δὲ εἰς τὸ κλάσμα τοῦτο τὸ $^3/_4$ 28 φοράς. Ὥστε 28 φορὰς πρέπει νὰ προσθέσωμεν τὸ $^3/_4$, ἵνα ἔχωμεν 21 δραχμάς.

3. Ἄνθρωπός τις ἐπώλησε ποσόν τι κριθῆς ἀντὶ 300 δραχμῶν, ὑπελογίσθη δὲ ἡ ἀξία ἑκάστου στατῆρος εἰς δραχμὰς 7 $^1/_2$. Πόσοι στατῆρες ἦτο ἡ κριθή ;

Λύσις. Ἀφ' οὗ ἕκαστος στατὴρ ἤξιζε 7 $^1/_2$ δραχμὰς ἢ $^{15}/_2$ μὲ 300 δραχμὰς ἢ $^{600}/_2$ θὰ ἀγοράσωμεν τόσους στατῆρας, ὅσον εἰσέρχεται τὸ $^{15}/_2$ εἰς τὸ $^{600}/_2$ ἤτοι 40 στατῆρας.

4. Πόσα τετράδια κατασκευάζονται μὲ 36 κόλλας, ὅταν ἕκαστον τετράδιον ἔχῃ 4 $^1/_2$ κόλλας.

Λύσις. Ἀφ' οὗ ἕκαστον τετράδιον θὰ ἔχῃ 4 $^1/_2$ κόλλας ἢ $^9/_2$ μὲ 36 κόλλας ἢ μὲ $^{72}/_2$ θὰ κάμωμεν τόσα τετράδια, ὅσας φορὰς τὸ $^9/_2$ εἰσέρχεται εἰς τὸ $^{72}/_2$ ἤτοι 8 τετράδια.

Β' Γραπτῶς.

1. Ποσάκις εἰσέρχεται τὸ $\frac{3}{295}$ εἰς τὸ $\frac{285}{295}$;

Χρῆσις. **1.** 720×50 λεπ. $=720\times{}^1/_2$ δραχ. $=360$ δραχμάς.
2. 24×60 λεπτὰ $=24\times{}^1/_2$ δραχ. $+\ 24\times10$ λεπτὰ $=$ 14,40 λεπτά.
3. $180\times1{,}25$ λεπ. $=180\times{}^1/_4$ ταλ. $=45$ τάλληρα.
4. $160\times3{,}75$ λεπ. $=160\times{}^3/_4$ ταλ. $=120$ τάλληρα.

γ') Κλάσματα ὀκάδος.

Ἀνάλυσις. $^1/_4$ ὀκάδος $=100$ δράμια, $^2/_4$ ὀκάδ. $=200$ δράμια, $^3/_4$ ὀκάδος $=300$ δράμια, $^1/_5$ ὀκάδ. $=80$ δράμια, $^2/_5$ ὀκάδος $=160$ δράμια, $^3/_5$ ὀκάδ. $=240$ δράμια. $^1/_8$ ὀκάδ ς $=50$ δράμ. $^2/_8$ ὀκάδ. $=100$ δράμ. $^3/_8$ ὀκάδ. $=150$ δράμια, $^1/_{10}$ ὀκάδ. $=40$ δράμ. $^2/_{10}$ ὀκάδ. $=80$ δράμ. $^1/_{40}$ ὀκάδ. $=10$ δράμ. $^2/_{40}$ ὀκάδ. $=20$ δράμ.

Ἀναγωγή. 200 δράμ. $={}^1/_2$ ὀκάδ. 100 δράμ. $={}^1/_4$ ὀκάδ. 80 δράμ. $={}^1/_5$ ὀκάδ. 40 δράμ. $={}^1/_{10}$ ὀκάδ. 160 δράμ. $={}^2/_5$ ὀκ.

Χρῆσις. **1.** 240 δράμ. πρὸς 460 λεπ. ἡ ὀκὰ $={}^3/_5\times460$ λεπτ. $=276$ λεπτά.
2. 20 δράμ. πρὸς 24 δραχ. ἡ ὀκὰ $={}^2/_{40}\times24$ δρ. $=$ 120 λεπτά.
3. 160 δράμ. πρὸς 45 δραχ. ἡ ὀκὰ $={}^2/_5\times45$ δραχ. $=18$ δραχ.
4. 150 δράμ. πρὸς 8 δραχ. ἡ ὀκὰ $={}^3/_8\times8$ δραχ. $=3$ δρ.

δ') Κλάσματα μηνός.

Ἀνάλυσις. $^1/_2$ μηνὸς $=15$ ἡμέραι $^1/_3$ μηνὸς $=10$ ἡμέραι, $^1/_5$ μηνὸς $=6$ ἡμέραι, $^1/_6$ μηνὸς $=5$ ἡμέραι, $^1/_{10}$ μηνὸ. $=3$ ἡμέραι, $^1/_{15}$ μηνὸς $=2$ ἡμέραι, $^2/_3$ μηνὸς $=20$ ἡμέραι.

Ἀναγωγή. 1 ἡμέρα $={}^1/_{30}$ μην. 2 ἡμέρ. $={}^1/_{15}$ μην. 3 ἡμέρ. $={}^1/_{10}$ μην. 4 ἡμέρ. $={}^2/_{15}$ μην. 5 ἡμέρ. $={}^1/_6$ μην. 6 ἡμέρ. $={}^1/_5$ μην. 7 ἡμέρ. $={}^7/_{30}$ μην. 8 ἡμέρ. $={}^4/_{15}$ μην.

Χρῆσις. 48×15 ἡμέρ. $=48\times{}^1/_2$ μην. $=24$ μην.
65×24 ἡμέρ. $=65\times{}^4/_5$ μην. $=52$ μην. $=4$ ἔτη 4 μην.
180×18 ἡμέρ. $=180\times{}^3/_5$ μην. $=108$ μῆνας $=9$ ἔτη.

ΤΕΛΟΣ

Ἀριθμ. $\frac{\text{Πρωτ. 8462}}{\text{Διεκπ. 5739}}$ Ἐν Ἀθήναις, τῇ 22 Ἰουλίου 1897.

ΒΑΣΙΛΕΙΟΝ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ

ΤΟ ΥΠΟΥΡΓΕΙΟΝ
ΤΩΝ ΕΚΚΛΗΣΙΑΣΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ ΔΗΜΟΣΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΕΩΣ

Πρὸς τὸν κ. Π. Π. Οἰκονόμου.

Ἔχοντες ὑπ' ὄψει τὸν νόμον ,ΒΤΓ' τῆς 12 Ἰουλίου 1895, τὸ σχετικὸν Β. διάταγμα τῆς 28 Ὀκτωβρίου ἰδίου ἔτους, τὰς προκηρύξεις περὶ διαγωνισμοῦ διδακτικῶν βιβλίων τῆς στοιχειώδους ἐκπαιδεύσεως καὶ τὴν ἔκθεσιν τῆς οἰκείας ἐπιτροπείας, δηλοῦμεν ὑμῖν, ὅτι ἐγκρίνομεν τὰς ὑφ' ὑμῶν εἰς τὸν διαγωνισμὸν ὑποβληθείσας **Συλλογὰς ἀριθμητικῶν ἀσκήσεων**, ὅπως εἰσαχθῶσιν ἐπὶ πενταετίαν ἀπὸ τοῦ προσεχοῦς σχολικοῦ ἔτους ὡς διδακτικὸν βιβλίον διὰ τοὺς μαθητὰς τῆς Β', Γ' καὶ Δ' τάξεως τῶν δημοτικῶν σχολείων, δημοσίων, δημοσυντηρήτων καὶ ἰδιωτικῶν.

Καλεῖσθε δ' ὅπως ἐκτελέσητε τὰ ὑπὸ τοῦ εἰρημένου νόμου κλπ. ὑπαγορευόμενα καὶ τὰς ὑπὸ τῆς ἐπιτροπείας ἀναγραφομένας παρατηρήσεις.

Ὁ Ὑπουργὸς
ΑΘ. ΕΥΤΑΞΙΑΣ
