

1506
ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ Σ. ΚΩΝΣΤΑΝΤΑ
Δημοδιδασκάλου τοῦ 18ου Δημοτικοῦ Σχολείου
Γ'. Περιφέρειας Ἀθηνῶν.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

ΕΓΚΕΚΡΙΜΕΝΑ

ΔΙΑ ΤΗΝ ΣΤ' ΤΑΞΙΝ ΤΩΝ ΔΗΜΟΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ

ΕΚΔΟΣΙΣ ΤΕΤΑΡΤΗ

ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ
ΔΗΜ. Ν. ΤΖΑΚΑ—ΣΤΕΦ. ΔΕΛΑΓΡΑΜΜΑΤΙΚΑ
ΕΤΟΣ ΙΔΡΥΣΕΩΣ 1876
ΑΘΗΝΑΙ—ΕΛΕΥΘ. ΒΕΝΙΖΕΛΟΥ—65Α

1948

Πᾶν γνήσιον ἀντίτυπον φέρει τὴν ὑπογραφήν τοῦ
συγγραφέως.

Γεωργίου Κωνσταντίνου

Α' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ
ΤΗΣ ΑΠΛΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

Α') ΑΠΟ ΜΝΗΜΗΣ

Όμας α'.

- 1.—4 δκ. πατάτες αξίζουν 20 δραχ. Πόσον θὰ δώσω α) διὰ 8 δκ.
β) διὰ 12 δκ., γ) διὰ 16 δκ. ;
- 2.—3 Πήχ. ταντέλας τιμῶνται 36 δραχ. Πόσον τιμῶνται : α) 6
πήχ., β) 9 πήχ., γ) 12 πήχ. ;
- 3.—10 δκ. μήλα αξίζουν 250 δραχ. Πόσο αξίζουν : α) 20 δκ., β)
30 δκ., γ) 40 δκ. ;

Όμας β'.

- 1.—30 δκ. πεπόνια αξίζουν 120 δραχ. Πόσο αξίζουν : α) 15 δκ.,
β) 10 δκ., γ) 5 δκ. ;
- 2.—Εἷς ἔργατης δι' ἔργασίαν του 20 ἡμερῶν πληρώνεται 1200
δραχ. Πόσον θὰ πληρωθῇ δι' ἔργασίαν : α) 10 ἡμερῶν, β) 5 ἡμερῶν ;
- 3.—Μὲ 18 δραχ. εἷς μαθητὴς ἠγόρασε 36 βόλους. Πόσον αξίζουν :
α) οἱ 18 βόλοι, β) οἱ 6 βόλοι ;

Όμας γ'.

- 1.—7 ἔργαται τελειῶνουν ἓν ἔργον εἰς 24 ἡμέρας.
α) Εἷς πόσας ἡμέρας θὰ τελειώσουν αὐτὸ 14 ἔργαται ;
β) » » » » » » 21 »
γ) » » » » » » 28 »
- 2.—20 κτίσται κτίζουν μίαν οἰκίαν εἰς 36 ἡμέρας.
α) Εἷς πόσας θὰ τὴν κτίσουν 40 κτίσται ;
α) » » » » » 60 »
γ) » » » » » 80 »
- 3.—Ένας μὲ τὰ χρήματα ποὺ ἔχει περῶν 60 ἡμέρας, ἐὰν ἐξο-
δεύη 25 δραχμὰς τὴν ἡμέραν. Πόσας θὰ περάσῃ :
α) ἐὰν ἐξοδεύη 50 δραχ. τὴν ἡμέραν ;
β) » » 75 » » »
γ) » » 100 » » »

Ὅμας δ'.

1.—30 ἐργάται σκάπτουν ἓνα χανδάκι εἰς 24 ἡμέρας.

α) Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τὸ σκάσουν 15 ἐργάται;

β) » » » » » » 10 »

γ) » » » » » » 5 »

2.—800 στρατιῶται ἔχουν τροφὰς διὰ 30 ἡμέρας.

α) 400 στρατ. μὲ τὰς ἰδίας τροφὰς πόσας ἡμέρας θὰ περάσουν;

β) 200 » » » » » » » » »

γ) 100 » » » » » » » » »

Β') ΓΡΑΠΤΩΣ

Ὅμας α'.

1.—5 πήχεις ἐνὸς ὑφάσματος τιμῶνται 80 δραχμαί. Πόσον τιμῶνται 10 πήχεις ἐξ αὐτοῦ;

Δύσεις

Κατάταξις τοῦ προβλήματος.

$$\frac{5}{10} \text{ πήχεις τιμῶνται } \frac{80}{X} \text{ δραχ.}$$

Σύγκρισις τῶν ποσῶν.

Οἱ 5 πήχεις τιμῶνται 80 δραχ.

Οἱ 10 » » 160 » Ἄρα τὰ ποσὰ εἶναι

εὐθέως ἀνάλογα.

Εὐρέσις τοῦ ἀγνώστου X.

Διὰ τὸ εὐρὸν τὸν ἀγνώστου X, πολλαπλασιάζω τὸν ὑπεράνω αὐτοῦ γεγραμμένον ἀριθμὸν 80 ἐπὶ τὸ κλάσμα $\frac{5}{10}$ ἀνεστραμμένον,

$$\text{ἦτοι } X = 80 \times \frac{10}{5} = \frac{80 \times 10}{5} = \frac{800}{5} = 160 \text{ δραχ.} \quad (1)$$

(1) **ΣΗΜ.** Διὰ τὸ ἐπαληθεύσουν τὴν λύσιν οἱ μαθηταὶ λύνουν τὸ πρόβλημα διὰ τῆς ἀναγωγῆς εἰς τὴν μονάδα:

ἦτοι οἱ 5 πήχεις τιμῶνται 80 δραχ.

$$\text{ὁ } 1 \text{ » » } \frac{80}{5} \text{ »}$$

$$\text{καὶ οἱ } 10 \text{ » » } \frac{80}{5} \times 10 = \frac{80 \times 10}{5} = \frac{800}{5} = 160 \text{ δραχ.}$$

2.—Μὲ 369.60 δραχ. ἀγοράζω 22 πήχεις χασέ. Μὲ πόσας δραχμάς θὰ ἀγοράσω 50 πήχεις ἕξ αὐτοῦ ; (°Απ. 840).

3.—5 ὀκ. ξυλανθράκων στοιχίζου 16.50 δραχ. Πόσον στοιχίζου 30 ὀκ. αὐτῶν ; (°Απ. 99).

4.—4 κουβαρίστρες ἔχου 36,60 δραχ. Πόσον ἔχου 14 κουβαρίστρες ; (°Απ. 128,10).

5.—Τὰ $\frac{5}{8}$ τῆς ὀκᾶς τυροῦ τιμῶνται 25.60 δραχμάς. Πόσον θὰ δώσωμεν διὰ 7 ὀκ. ; (°Απ. 286,72).

6.—Διὰ νὰ ἀγοράσω 5 μέτρα ἕξ ἐνὸς ὑφάσματος ἐπλήρωσα 1200 δραχμάς. Πόσον θὰ πληρώσω α) διὰ 10,50 μέτρα ἕξ αὐτοῦ ; β) διὰ $15 \frac{1}{2}$ μέτρα ; (°Απ. 2520—3.720)

7.—Μία ράβδος μήκου 1,80 μέτρα ρίπτει σκιὰν 0,90 μέτρον. Πόσον εἶναι τὸ ὕψος ἐνὸς δένδρου, τὸ ὁποῖον κατὰ τὴν αὐτὴν ὥραν ρίπτει σκιὰν 8,70 μέτρα ; (°Απ. 17.40).

8.—Μὲ 100 ὀκ. ἀλεύρου κάμνομεν 130 ὀκ. ψωμί. Πόσον ψωμί θὰ κάμωμεν μὲ 390 ὀκ. ἀλεύρου ; (°Απ. 507).

9.—130 ὀκ. ψωμί γίνονται ἀπὸ 130 ὀκ. ἄλευρον. Ἀπὸ πόσας ὀκάδας ἀλεύρου θὰ γίνου 650 ὀκ. ψωμί ; (°Απ. 500)

10.—10 πήχεις ὑφάσματος κοστίζου 2500 δραχ. Πόσον κοστίζου οἱ 25 πήχεις καὶ 6 ρούπια ; (°Απ. 6437 $\frac{1}{2}$)

11.—Διὰ 350 δράμια ζάχαρη ἔδωκα 42,70 δραχ. Πόσον κοστίζου : α) ἡ ὀκᾶ ; β) τὰ $\frac{5}{8}$ τῆς ὀκᾶς ; γ) οἱ 25 ὀκ. καὶ 150 δράμια ; (°Απ. 48,80), (°Απ. 30,50), (°Απ. 1238,30).

12.—3 ὀκ. 250 δράμια οἴνου κοστίζου 43 δραχ. καὶ 50 λεπτά. Πόσον κοστίζου 5 στατῆρες 30 ὀκ. καὶ 300 δράμια ἕκ τοῦ ἰδίου οἴνου ; (°Απ. 3009).

13.—Μὲ 2 λίρες καὶ 8 σελίνια ἀγοράζομεν $2\frac{1}{2}$ πήχεις ἀπὸ ἓνα ὑφασμα. Πόσους πήχεις θ' ἀγοράζαμε ἀπ' τὸ ἴδιο ὑφασμα μὲ 16 λίρες καὶ 8 πέννες ; (°Απ. $16\frac{2}{3}$ π.).

14.—Ἄν τὰ 10 δολλάρια ἰσοδυναμοῦν μὲ 55 δραχ. μὲ πόσας δραχ. ἰσοδυναμοῦν τὰ 150 δολλάρια ; (°Απ. 825).

15.—Σὲ 4 ὄρες καὶ 30' λεπτά δίνει μιὰ πηγὴ 10 στατῆρας καὶ 22 ὄκ. νερό. Πόσον δίνει στὸ ἡμερονύχτιο ; (Ἄπ. 56 στατ.).

Ἑομάς β'. (1)

1.—10 ὄκ. τυροῦ τιμῶνται 380 δραχ. Πόσον τιμῶνται 5 ὄκάδες αὐτοῦ ; (ἄπ. 190).

2.—8 ὄκάδες πατάτες ἀξίζουν 40 δραχμάς. Πόσον κοστίζουν :
α) 4 ὄκ. ἔξ αὐτῶν ; β) $2\frac{6}{8}$ ὄκ. ; γ) 1 ὄκά ; δ) $\frac{3}{4}$ ὄκ. ;

(ἄπ. 20, $13\frac{3}{4}$, 5, $3\frac{3}{4}$).

3.—Εἰς 14 ἡμέρας ὑφαίνει μιὰ ὑφάντρια 56 πήχεις ἔξ ἑνὸς ὑφάσματος. Πόσους πήχεις θὰ ὑφάνῃ εἰς 4 ἡμέρας ; (ἄπ. 16).

4.—Ἐνας ἐργάτης τελειώνει τὰ $\frac{3}{4}$ ἐνὸς ἔργου εἰς $7\frac{1}{2}$ ἡμέρας.

Τί μέρος τοῦ ἔργου θὰ τελειώσῃ εἰς 2 ἡμέρας ; (ἄπ. $\frac{1}{5}$).

5.—Ὁ πῆχυς ἐνὸς μεταξωτοῦ ὑφάσματος ἔχει $120\frac{2}{5}$ δραχμάς.

Πόσον ἔχουν τὰ 5 ρούπια ; (ἄπ. $75\frac{1}{4}$).

6.—Ἐπλήρωσα διὰ 50 ὄκ. ζάχαρη 1030 δραχμάς. Πόσας θὰ δώσω διὰ 27 ὄκάδας ζάχαρη ; (ἄπ. $556\frac{1}{5}$).

7.—Μὲ 10 δραχ. ἀγοράζω 40 βόλους. Πόσους θ' ἀγοράσω μὲ 7 δραχμάς ; (ἄπ. 28).

8.—Ἀπὸ 100 ὄκ. σταφυλῶν παράγονται 55 ὄκ. μούστος. Πόσους θὰ παραχθῇ ἀπὸ 60 ὄκ. σταφυλῶν ; (ἄπ. 33).

9.—Διὰ 18 ὄκ. σαποῦνι ἐπλήρωσα $373\frac{1}{2}$ δραχμάς. Πόσον θὰ πληρώσω διὰ 10 ὄκάδας αὐτοῦ ; (ἄπ. $207\frac{1}{2}$).

10.—Διὰ $7\frac{1}{2}$ ὄκ. ρύζι ἐπλήρωσα 141 δραχ. Πόσον θὰ πληρώσω

(1) ΣΗΜ. Ἡ ὑποδειγματικὴ λύσις τοῦ 1ου προβλ. καὶ ἡ κατάδειξις εἰς τοὺς μαθητὰς τοῦ διατί, γίνεται εὐκόλα ὡς εἰς τὴν ἀνωτέρω α' ὁμάδα.

διὰ $3\frac{1}{4}$ ὀκάδας αὐτοῦ; (ἀπ. 61,1).

11.—10 ὀκ. μήλα ἀξίζουν 120 δραχμάς. Πόσο ἀξίζουν :

α) $\frac{1}{4}$ ὀκ. β) $\frac{3}{4}$ ὀκ. γ) $\frac{5}{8}$ ὀκ. δ) $4\frac{4}{5}$ ὀκ.; (ἀπ. 3, 9, $7\frac{1}{2}$, 57,6).

12.—5 πήχ. ὑφάσματος ἀξίζουν 60 δραχμάς. Πόσον ἀξίζουν :

α) $\frac{1}{8}$ πήχ. β) $\frac{7}{8}$ πήχ. γ) $5\frac{3}{8}$ πήχ.; (ἀπ. $1\frac{1}{2}$, $10\frac{1}{2}$, $64\frac{1}{2}$).

‘Ομάς γ’.

1.—10 κτίσται κτίζουν ἓνα τοῖχον σὲ 14 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τὸν ἔκτιζαν 20 κτίσται;

Δύσις

Κατάταξις τοῦ προβλήματος.

$\frac{10}{20}$ κτίσται $\frac{14}{X}$ ἡμ.

» » X; »

Σύγκρισις τῶν ποσῶν :

Οἱ 10 κτίσται κτίζουν τὸν τοῖχον σὲ 14 ἡμ.

Οἱ 20 » » » » 7 »

Ἄρα τὰ ποσὰ εἶναι ἀντίστροφα

Εὑρεσις τοῦ ἀγνώστου X :

Διὰ νὰ εὑροῦμε τὸν ἀγνώστο X πολλαπλασιάζομε τὸν ὑπεράνω αὐτοῦ γεγραμμένον ἀριθ. 14 ἐπὶ τὸ κλάσμα $\frac{10}{20}$ ὅπως ἔχει :

ἦτοι $X = 14 \times \frac{10}{20} = 14 \times \frac{1}{2} = \frac{14}{2} = 7$ ἡμ. (ἀπ. 7).

2.—Ἐνας ἐργάτης ἐργαζόμενος 8 ὥρας τὴν ἡμέραν ἔσκαψεν ἓνα κῆπον εἰς 9 ἡμέρας. Πόσας ὥρας τὴν ἡμέραν ἔπρεπε νὰ ἐργάζεται διὰ νὰ ἔσκαπτε τὸν κῆπον εἰς 12 ἡμέρας; (ἀπ. 6).

3.—Μὲ τὰ χρήματα ποῦ ἔχω, εἰς ἐξοδεύω τὴν ἡμέραν 54 δραχμάς, περὶ 14 ἡμέρας. Πόσας δραχμάς πρέπει νὰ ἐξοδεύω τὴν ἡμέραν, εἰς θέλω νὰ περάσω μὲ τὰ ἴδια χρήματα 27 ἡμέρας; (ἀπ. 28).

4.—Εἰς ταχυδρομὸς βαδίζων $5\frac{1}{2}$ ὥρας τὴν ἡμέραν διατρέχει

μίαν ἀπόστασιν εἰς 21 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ διατρέξῃ ταύτην, ἔὰν βαδίξῃ $10\frac{1}{2}$ ὥρας τὴν ἡμέραν ; (ἀπ. 11).

5.—18 ἐργάται τελειώνουν ἓν ἔργον ἐργαζόμενοι 8 ὥρας τὴν ἡμέραν. Πόσοι ἐργάται θὰ ἐκτελέσουν τὸ αὐτὸ ἔργον εἰς τὰς ἰδίας ἡμέρας ἐργαζόμενοι 9 ὥρας τὴν ἡμέραν ; (ἀπ. 16).

6.—60 ἄνθρωποι ἔχουν τροφὰς διὰ 4 μῆνας καὶ 10 ἡμέρας. Πόσοι ἄνθρωποι θὰ περάσουν μὲ τὰς αὐτὰς τροφὰς 5 μῆνας καὶ 6 ἡμέρας ; (ἀπ. 50)

7.—8 ἐργάται σκάπτουν ἓνα ἀγρὸν εἰς 4 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τὸν σκάψουν α) 6 ἐργάται ; β) 1 ἐργάτης ; γ) 12 ἐργάται ;

$$(\text{ἀπ. } 5\frac{1}{3} - 32 - 2\frac{2}{3}).$$

Ὅμας δ'

1.—14 ἐργάται σκάπτουν ἓνα ἀμπέλι εἰς 5 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ σκάψουν αὐτὸ 7 ἐργάται ; (ἀπ. 10).

2.—Διὰ νὰ στρωθῇ τὸ πάτωμα ἑνὸς δωματίου ἐχρηιάσθησαν 45 σανίδια πλάτους ἕκαστον 0,25 μέτρου. Πόσα σανίδια πλάτους ἕκαστον 0,15 μέτρου θὰ χρειασθοῦν διὰ τὴν στρωσὴν τοῦ ἰδίου πατώματος ; (ἀπ. 75)

3.—Ἐνας ἐργάτης σκάπτει ἓνα χανδάκι ἐργαζόμενος $8\frac{1}{2}$ ὥρας τὴν ἡμέραν σὲ 28 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ σκάψῃ τοῦτο, ἔὰν ἐργάζητε 7 ὥρας τὴν ἡμέραν ; (ἀπ. 34)

4.—Μία ὑφάντρια ὑφαίνουσα ἐπὶ 9 ὥρας τὴν ἡμέραν εἰς 20 ἡμέρας ὑφαίνει ἓνα τόπι πανί. Ἐὰν θέλῃ νὰ ὑφάνῃ αὐτὸ εἰς 18 ἡμέρας πόσας ὥρας πρέπει νὰ ἐργάζηται τὴν ἡμέραν ; (ἀπ. 10).

5.—4 ἐργάται τελειώνουν ἓν ἔργον εἰς $8\frac{2}{4}$ ἡμέρας. Πόσοι ἐργάται θὰ τελειώσουν τὸ αὐτὸ ἔργον εἰς $2\frac{1}{8}$ ἡμέρας ; (ἀπ. 16).

6.—560 στρατιῶται κλεισμένοι ἐντὸς φρουρίου ἔχουν τροφὰς διὰ 35 ἡμέρας. Ἄν θέλουν νὰ ἐπαρκέσουν αὐταὶ διὰ 50 ἡμέρας, ποῖον

μέρος τοῦ ἀρχικοῦ σιτηρεσίου πρέπει νὰ λαμβάνουν ; $(\text{ἀπ. } \frac{7}{10}).$

7.—Ἐν αὐτοκίνητον διατρέχει τὴν ἀπόστασιν μεταξὺ δύο πόλεων εἰς 10 ὥρας, τρέχον μὲ ταχύτητα 45 χιλιομέτρων τὴν ὥραν. Εἰς πόσας ὥρας θὰ διατρέξῃ τὴν ἴδιαν ἀπόστασιν, ἂν τρέγῃ μὲ ταχύτητα 60 χι-

λιομέτρων τὴν ὥραν ; $(\text{ἀπ. } 7\frac{1}{2})$

Ὅμας ε'.

1.—Διὰ 10 πήχεις καὶ 5 ρούπια ἐνὸς ὑφάσματος πληρώνομεν 2975 δρχ. Πόσον θὰ πληρώσωμεν διὰ 14 πήχεις καὶ 2 ρούπια ; $(\text{ἀπ. } 3990).$

Δύσεις :

Κατάταξις α'.

Κατάταξις β'.

$$\frac{10 \text{ πήχ. } \cdot 5 \text{ ρούπ.}}{14 \quad 2} \quad \frac{2975 \text{ δρχ.}}{X}$$

$$\frac{85 \text{ ρούπ.}}{114} \quad \frac{2975 \text{ δρχ.}}{X}$$

Σύγκρισις. ὅπως εἰς τὴν λύσιν τῆς α' ομάδος.

Εὐρεσις τοῦ X ὁμοίως ὡς εἰς τὴν λύσιν τῆς α' ομάδος.

ΣΗΜ. Κατὰ τὴν β' διάταξιν δύνανται οἱ συμμιγεῖς νὰ τραποῦν εἰς μικτούς.

$$\frac{10 \frac{5}{8} \text{ πήχ.}}{14 \frac{2}{8}} \quad \frac{2975 \text{ δρχ.}}{X}$$

2.—Μὲ 420 δρχ. καὶ 25 λεπτὰ ἀγοράζω 20 πήχ. καὶ 4 ρούπια χασέ. Πόσους θ' ἀγοράσω μὲ 615 δρχ. $(\text{ἀπ. } 30).$

3.—50 δράμια κρέατος ἀξίζουν $5\frac{3}{4}$ δραχμάς. Πόσον ἀξίζουν

2 δκ, 150 δράμια ; (ἀπ. $109\frac{1}{4}$).

4.—Ἐν αὐτοίνητον με ταχύτητα 40 χιλιομέτρων καὶ 600 μέτρων διέτρεξε μίαν ἀπόστασιν εἰς 4 ὥρας καὶ 30'. Εἰς πόσας ὥρας θὰ τὴν διατρέξῃ ἐν ἄλλο, πού ἔχει ταχύτητα 60 χιλιομέτρων 900 μέτρων ; (ἀπ. 3).

5.—Διὰ μίαν ἐνδυμασίαν χρειάζονται $4\frac{3}{8}$ πήχεις ἐξ ἐνὸς ὑφάσματος, ἔχοντος πλάτος 2 πήχεων καὶ 2 ρουπιών. Πόσοι πήχεις θὰ χρειασθοῦν διὰ τὴν αὐτὴν ἐνδυμασίαν ἐξ ἐνὸς ἄλλου ὑφάσματος ἔχοντος πλάτος 1 πῆχυν καὶ 7 ρούπια ; (ἀπ. $5\frac{1}{4}$ πήχ).

6.—250 στρατιῶται πολιορκημένοι εἰς ἓν φρούριον ἔχουν τροφὰς διὰ 1 μῆνα καὶ 10 ἡμέρας. Διὰ πόσας ἡμέρας θὰ φθάσουν αἱ τροφαί, α) ἂν προσέλθουν 150 στρατιῶται ; β) ἂν ἐξέλθουν 150 στρατιῶται ; (ἀπ. 25—100).

Ὅμᾶς στ'.

1.—Ἐπωλήθη ἐν ἐμπόρευμα ἀντὶ 900 δραχμῶν με κέρδος $12\frac{1}{2}\%$ ἐπὶ τῆς ἀξίας του. Πόσον ἠγοράσθη ; (ἀπ. 800).

Λύσις.

Κατάταξις τοῦ προβλήματος.

Ἀξία ἀγορᾶς $\frac{100}{X}$ δραχ. πώλησις $\frac{112,50}{900}$ δραχ.
 » » » ὅταν » » »

Σύγκρισις ὡς ἐν τῇ λύσει τοῦ 1ου τῆς α' ομάδος.

Εὔρεσις τοῦ X :

$$\begin{aligned} \text{ἦτοι } X &= 100 \times \frac{900}{112,50} = \frac{90000}{112,50} = \frac{9.000.000}{11250} = \\ &= \frac{900.000}{1125} = \frac{180.000}{225} = \frac{20.000}{25} = \frac{4.000}{5} = 800 \text{ δραχ.} \end{aligned}$$

2.—Ἐν οἰκόπεδον ἐπωλήθη ἀντὶ 58.500 δραχμῶν με κέρδος

20% ἐπὶ τῆς ἀξίας τῆς ἀγορᾶς του. Ποία ἡ τιμὴ τῆς ἀγορᾶς του ;
(ἀπ. 48.750).

3.—Ἐπώλησα ἓνα ἄλογο ἀντὶ 850000 δραχ. καὶ ἐκέρδησα 25%.
Πόσο τὸ εἶχα ἀγοράσει ; (ἀπ. 680.000).

4.—Εἰς παντοπώλης ἐπώλησεν ἓν ἐμπόρευμα 37275 δραχ. μετὰ
ζημίαν 25% ἐπὶ τῆς ἀξίας του. Πόσον ἐστοίχιζε τοῦτο ;

Λύσις.

Πώλησις $\frac{75}{37275}$ δραχ. ἀγορὰ $\frac{100}{X}$ δραχ.
» » » »

$$X = 100 \times \frac{37275}{75} = 100 \times \frac{7455}{15} = 100 \times \frac{1491}{3} =$$

$$= \frac{149100}{3} = 49760.$$

5.—Ἐπωλήθη ἓν ἐμπόρευμα ἀντὶ 915 δραχ. μετὰ ζημίαν $8\frac{1}{2}\%$.

Πόσον εἶχεν ἀγορασθῆ ; (ἀπ. 1000).

6.—Ἀγόρασα ἓνα σπῆτι 250.000 δραχμᾶς καὶ τὸ μετεπώλησα μετὰ
κέρδος 24%. Πόσον τὸ ἐπώλησα ; (ἀπ. 310.000).

7.—Ἀγόρασα μιὰ ἀγελάδα 600.000 δραχ. καὶ τὴν μετεπώλησα μετὰ
ζημίαν 20%. Πόσον τὴν ἐπώλησα ; (ἀπ. 480.000).

Β'. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΣΟΣΤΩΝ

ΣΗΜ. Τὰ προβλήματα ποσοτῶν εἶναι προβλήματα τῆς ἀπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν.

Α'. ΑΠΟ ΜΝΗΜΗΣ

Ὅμας α'.

1.—Εἷς παραγγελιοδόχος παίρνει ποσοστὰ 1% :

α)	Πόσα θὰ πάρη ἐπὶ εἰσπράξεων	300	δρχ ;
β)	» » » » »	500	»
γ)	» » » » »	800	»
δ)	» » » » »	1500	»
ε)	» » » » »	25000	»

2.—Εἷς παραγγελιοδόχος παίρνει 2% ποσοστὰ.

α)	Πόσα θὰ πάρη ἐπὶ εἰσπράξεων	200	δρχ ;
β)	» » » » »	500	»
γ)	» » » » »	1200	»
δ)	» » » » »	24000	»

3.—Πόσα εἶναι τὰ ποσοστὰ πρὸς 3% τῶν 200 δρχ.

»	»	»	»	»	4%	»	400	»
»	»	»	»	»	5%	»	300	»
»	»	»	»	»	10%	»	800	»

ΣΗΜ. Πρὸς εὑρεσιν διαιροῦμεν τὰς εἰσπράξεις διὰ 100 καὶ τὸ πηλίκον πολλαπλασιάζομεν ἐπὶ τὰ λαμβανόμενα τοῖς 100 ποσοστὰ 1,2, κλπ.

Ὅμας β'.

1.—Εἷς μεσίτης παίρνει προμήθειαν $\frac{1}{2}$ % :

α)	Πόσα θὰ πάρη ἐκ τῆς ἀγορᾶς πραγμάτων	300	δρχ.
β)	» » » » »	800	»
γ)	» » » » »	9000	»
δ)	» » » » »	50000	»

ΣΗΜ. Εὐρίσκομεν 1% καὶ διαιροῦμε διὰ 2.

2.—Εἷς μεσίτης παίρνει προμήθειαν $\frac{1}{4}$ % . Πόσα θὰ λάβῃ :

α)	Ἐκ τῆς πωλήσεως ἔμπορευμάτων	800	δραχ.
β)	» » » »	1600	»
γ)	» » » »	24000	»
δ)	» » » »	80000	»

ΣΗΜ. Εὐρίσκομεν 1 % καὶ διαιροῦμεν διὰ 4.

3.—Πόσα εἶναι τὰ ποσοστὰ πρὸς $\frac{3}{4}$ %

α)	Ἐπὶ παραγγελιῶν :	400	δραχμῶν :
β)	» »	800	»
γ)	» »	12000	»
δ)	» »	80000	

ΣΗΜ. Εὐρίσκομεν 3 % καὶ διαροῦμεν διὰ 4.

Ὅμας γ'.

1.—Πόσῃν προμήθειαν πρὸς $2\frac{1}{2}$ % θὰ λάβῃ εἷς μεσίτης, ὅστις

ἐπέτυχε πωλήσεις :

α)	200	δραχμῶν ;
β)	300	»
γ)	500	»
δ)	20000	»

ΣΗΜ. Τρέπεται ὁ $2\frac{1}{2}$ εἷς κλάσμα $\frac{5}{2}$ καὶ εὐρίσκομεν $\frac{5}{2}$ %

ὡς ἀνωτέρω.

Ὅμας δ'.

1.—Πόσα ποσοστὰ θὰ λάβῃ ἕνας μεσίτης πρὸς 1 % ἐπὶ παραγγελίας :

α)	8000	δραχμῶν ;
β)	15000	»
γ)	560000	»

ΣΗΜ. Διαιρούμεν τὰς παραγγελίας διὰ 1000 καὶ τὸ πηλίκον πολλαπλασιάζομεν ἐπὶ τὰ λαμβανόμενα ποσοστά.

2.—Πόσῃν προμήθειαν θὰ πάρῃ εἰς παραγγελιοδόχος πρὸς 5 % ἐπὶ παραγγελίας :

- α) 7000 δραχμῶν ;
- β) 12000 »
- γ) 60000 »

ΣΗΜ. Διαιρούμεν τὰς παραγγελίας διὰ 1000 καὶ τὸ πηλίκον πολλαπλασιάζομεν ἐπὶ 5.

3.—Πόσα εἶναι τὰ ἀσφάλιστρα πρὸς $\frac{3}{4}$ % ἐπὶ ποσῶν ἀσφαλίσεως;

- α) 8000 δραχμῶν
- β) 15000 »
- γ) 12000 »

ΣΗΜ. Εὐρίσκομεν 3 % καὶ διαιρούμεν διὰ 4.

4.—Πόσα ἀσφάλιστρα θὰ λάβῃ μιὰ ἀσφαλιστικὴ Ἑταιρεία ἢ ὅποια λαμβάνει $3\frac{1}{2}$ % ἀσφάλιστρα :

- α) Ἀπὸ μίαν οἰκίαν τὴν ὅποیان ἠσφάλισεν ἀντὶ 6000 δραχ. ;
- β) » » » » » » » 20000 »
- γ) » » » » » » » 40000 »

ΣΗΜ. Τρέπεται ὁ $3\frac{1}{2}$ εἰς κλάσμα $\frac{7}{2}$ καὶ εὐρίσκομεν $\frac{7}{2}$ %

Β'. ΓΡΑΠΤΩΣ.

Ὅμας α'.

1.—Εἰς παραγγελιοδόχος παίρνει 1 % ἀπὸ τὴν ἀξίαν τῶν ὧσων πωλεῖ πραγμάτων. Πόσα θὰ πάρῃ σήμερον πού ἐπώλησε 35.670 δραχ. ἐμπόρευμα ; (ἀπ. 356,70).

2.—Πόσῃν προμήθειαν (μεσιτείαν) θὰ πάρῃ ἓνας μεσίτης, ὅστις παίρνει $\frac{3}{4}$ % προμήθειαν, ἂν ἠγόρασε διὰ λογαριασμὸν ἑνὸς σιτεμπόρου 25000 ὀκάδας σίτου πρὸς 7,50 δραχ. τὴν ὀκάαν ; (ἀπ. $1406\frac{1}{4}$).

3.—Πόσα ποσοστά θὰ πάρη ἓνας ἔμποροῦπάλληλος ἀπὸ 17450 δραχ. εἰσπραΐεις, ἐὰν παίρῃ 10% ποσοστά ; (ἀπ. 1745).

4.—Πόσῃν ἔκπτωσιν θὰ κάμῃ ἓνας ἔμπορος εἰς ἔμπορεύματα 10600 δραχμῶν, διότι ἐπληρώθησαν ἀμέσως, ἐὰν κάμῃ αὐτὴν πρὸς $8\frac{1}{2}$ % ; (ἀπ. 901).

5.—Πόσον φόρον θὰ πληρώσῃ εἰς εἰς τὸ δημόσιον ἂν τὰ καθαρὰ του ἑτήσια ἔσοδα εἶναι 140.000 δραχ. ὁ δὲ δημόσιος φόρος ἐπὶ τῆς καθαρᾶς προσόδου 12% ; (ἀπ. 16800).

6.—Πόσα ἀσφάλιστρα θὰ πληρώσω διὰ μίαν οἰκίαν ἀξίας 375.000 δραχ. πρὸς $2\frac{1}{2}$ % ; (ἀπ. $937\frac{1}{2}$).

7.—Πόσα ἐκέρδισεν εἰς ἔμπορος, ὅστις ἠγόρασεν ἐν ὕφασμα ἂντι 16500 δραχμῶν καὶ τὸ μετεπώλησε μὲ κέρδος 18% ; (ἀπ. 2970).

8.—Ἠγόρασα ἐν οἰκόπεδον 85.000 δραχ. καὶ τὸ ἐπώλησα μὲ ζημίαν 5%. Πόσον ἐζημιώθην ; (ἀπ. 4250).

9.—Ἀγόρασεν ἓνας καφὲ πρὸς 80 δραχ. τὴν ὀκᾶν καὶ τὸν μετεπώλησε 92,80 δραχ. τὴν ὀκᾶν. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐκέρδισεν ; (ἀπ. 16%).

Ὅμας β΄.

1.— $12\frac{1}{2}$ ὀκ. σταφύλια ἀποδίδουν $5\frac{1}{2}$ ὀκ. κρασί. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἀποδίδουν κρασί αἱ σταφυλαὶ αὗται ; (ἀπ. 44%).

2.—Ἀπὸ 20.000 ὀκ. σιτᾶρι πού ἠγοράσαμεν, ἐπώλησαμεν 19.500 ὀκ. σιτᾶρι, τὸ δὲ ὑπόλοιπον ἔγινε φύρα. Πόση φύρα ἔγινε τοῖς ἑκατὸν ; (ἀπ. $2\frac{1}{2}$ %).

3.—Ἠγόρασα ἐν ὕφασμα 280 δραχ. καὶ τὸ ἐπώλησα 303,80 δραχ. Πόσον τοῖς ἑκατὸν (X%) ἐκέρδησα ; (ἀπ. 8,50%).

4.—Ὁ μισθὸς ἐνὸς ὑπαλλήλου ἀπὸ 3500 δραχ. ἠϋξήθη εἰς 4375 δραχ. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἠϋξήθη οὗτος ; (ἀπ. 25%).

5.—Εἰς τὴν Α΄ τάξιν ἦσαν ἐγγεγραμμένοι 120 μαθηταὶ καὶ προϋβιβάσθησαν 96 μαθηταί. Πόσοι τοῖς ἑκατὸν προϋβιβάσθησαν ; (ἀπ. 80%).

6.—Εἰς παντοπώλης, πού ἐπώλει τὴν ὀκᾶν τῆς ζαχαρέως 22 δραχ.

τήν πωλεί τώρα $16\frac{1}{2}$ δραχ. τὴν ὀκτῶν. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἔκπτωσιν κάμνει ; (ἀπ. 25 %).

7.—Ἐπλήρωσα διὰ τὴν ἀγορὰν ἀνθρώκων 120,000 δραχ., ἐκ τῆς πωλήσεως δὲ αὐτῶν ἔλαβον 148.800 δραχ. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐπὶ τῆς ἀξίας τῆς ἀγορᾶς τῶν ἐκέρδησα ; (ἀπ. 24 %).

Ὅμας γ'.

1.—Εἷς ἔμπορος πτωχεύσας συνεβιβάσθη νὰ πληρώσῃ ἀπὸ τὰ χρέη του 172.000 δραχ. τὰ 35 %. Πόσα ἐπλήρωσε ; (ἀπ. 60.200).

2.—Εἷς ἔκαμε στάσιν πληρωμῶν καὶ συνεβιβάσθη νὰ πληρώσῃ 45 % . Πόσα θὰ πάρῃ εἰς ἀπὸ τοὺς πιστωτὰς του, ὅστις τὸν ἐπίστωσε 110.000 δραχμάς ; (ἀπ. 49.500).

3.—Ἐμπορός τις ἠγόρασεν ἔμπορεύματα ἀξίας 54.780 δραχμῶν. Ἐπειδὴ δὲ τὰ ἐπλήρωσεν ἀμέσως τοῦ ἔκαμον ἔκπτωσιν $5\frac{1}{2}$ % . Πόσα θὰ πληρώσῃ ; (ἀπ. 51767,10).

4.—Ὁ χλωρὸς σάπων, ὅταν ξηρανθῇ, χάνει 15 % ἀπὸ τὸ βᾶρος του. Πόσες ὀκάδες σάπων θὰ μείνῃ ξηρός, σ' ἓνα παντοπώλῃ, ὅστις ἠγόρασε 120 ὀκ. χλωροῦ σάπωνος ; (ἀπ. 102).

Ὅμας δ'.

1) Σιτέμπορος ἠγόρασε σῖτον καὶ ἐπλήρωσε 16575 δραχ., τὸν μετεπώλησε δὲ μὲ κέρδος 15 % ἐπὶ τῆς ἀξίας τῆς ἀγορᾶς. Πόσον ἐκέρδησεν ; (ἀπ. 2486,25).

2.—Ἐκ τῆς πωλήσεως βουτύρου ἐξημιώθη 5 % ἐπὶ τῆς ἀξίας του. Πόσον ἐξημιώθη τὸ ὄλον, ἐὰν ἡ ἀξία τοῦ βουτύρου ἦτο 25.800 δραχμαί ; (ἀπ. 1290).

3.—Ἐπώλησα μίαν οἰκίαν 393.125 δραχ. καὶ ἐξημιώθη 7,50 % ἐπὶ τῆς ἀξίας τῆς ἀγορᾶς. Πόσον τὴν εἶχον ἀγοράσει ; (ἀπ. 425,000).

4.—Ἀπὸ μίαν ἐπιχείρησιν, ἀπὸ τὴν ὁποίαν ἐκέρδησα 10 % , ἐκέρδησα τὸ ὄλον 9.660 δραχμάς. Ποῖον κεφάλαιον εἶχα καταθέσει δι' αὐτήν ; (ἀπ. 96.600).

5.—Ἠσφάλισα τὴν οἰκίαν μου διὰ 4 ἔτη πρὸς $2\frac{1}{4}$ % καὶ ἐπλήρωσα 787,50 δραχ. δι' ἀσφάλιστρα. Διὰ πόσον ποσὸν ἠσφάλισα τὴν οἰκίαν μου ; (ἀπ. 87.500).

6.—Ἐμπορὸς τις διαλύων τὸ κατάστημά του ἐπώλησε τὰ ἔμπορεύματα τοῦ καταστήματός του μὲ ζηνίαν 10 % . Ἐὰν ἡ ὅλη ζηνία ἦτο 65.400 δραχ. πόση ἦτο ἡ ὅλη ἀξία τῶν ἔμπορευμάτων του ;

(ἀπ. 654.000).

7.—Ἐνας παραγγελιοδόχος ἀπὸ τὴν πώλησιν ἔμπορευμάτων ἔλαβε ὡς ποσοστὰ πρὸς 4 % δραχ. 36.000 Πόσες δραχμὲς εἶναι ἡ ἀξία τῶν ἔμπορευμάτων ;

(ἀπ. 900.000)

8.—Ἐπλήρωσα δι' ἀσφάλιστρα τῆς οἰκίας μου πρὸς 4 %₀₀ δρ. 680 Διὰ ποῖον ποσὸν ἠσφάλισα τὴν οἰκίαν μου ;

(ἀπ. 170.000).

Γ'. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

Ὅμας α'.

1.—10 ἐργάται σκάπτουν μίαν ἄμπελον 12 στρεμμάτων εἰς 5 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας 15 ἐργάται θὰ σκάψουν μίαν ἄμπελον 36 στρεμμάτων ;

Λύσις.

Κατάταξις τοῦ προβλήματος.

$$\begin{array}{ccccccc} 10 & \text{ἐργ.} & 12 & \text{στρεμ.} & 5 & \text{ἡμ.} & \\ \frac{1}{15} & \text{»} & \frac{1}{36} & \text{»} & \frac{1}{X} & \text{»} & \end{array}$$

Σύγκρισις.

10 ἐργάται σκάπτουν 12 στρέμ. εἰς 5 ἡμέρας.

20 » » 12 » » $2\frac{1}{2}$ »

Ἄρα τὸ ποσὸν τῶν ἐργατῶν πρὸς τὸ ποσὸν τοῦ ἀγνώστου εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογον.

12 στρέμματα τὰ σκάπτουν 10 ἐργάται εἰς 5 ἡμέρας

24 » » » 10 » » 10 »

Ἄρα τὸ ποσὸν τῶν στρεμμάτων πρὸς τὸ ποσὸν τοῦ ἀγνώστου εἶναι εὐθέως ἀνάλογον.

Εὑρεσις τοῦ X :

Πρὸς εὑρεσιν τοῦ ἀγνώστου X, πολλαπλασιάζομεν τὸν ὑπεράνω αὐτοῦ γεγραμμένον ἀριθμὸν ἐπὶ τὰ κλάσματα, πὺν κάνουν τὰ ἄλλα ποσά, ἀντιστραμμένα μὲν, ὅσων τὰ ποσὰ εἶναι εὐθέως ἀνάλογα πρὸς τὸ ποσὸν τοῦ ἀγνώστου, ὅπως ἔχουν δέ, ὅσων τὰ ποσὰ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

$$\begin{aligned} \text{Ἦτοι } X &= 5 \times \frac{10}{15} \times \frac{36}{12} = 5 \times \frac{2}{3} \times \frac{6}{2} = \frac{5 \times 2 \times 6}{3 \times 2} = \frac{60}{6} \\ &= 10 \text{ ἡμέραι.} \end{aligned}$$

2.—10 ἐργάται παίρουν 4500 δραχ. εἰς 6 ἡμέρας. Πόσας παίρουν 20 ἐργάται εἰς 12 ἡμέρας; (ἀπ. 18 000).

3.—7 πήχεις ὑφάσματος πλάτους 5 ρουπιῶν ἀξίζουν 280 δραχ. Πόσον ἀξίζουν 10 πήχεις ἰδίου ὑφάσματος πλάτους 1 πήχεως καὶ 2 ρουπιῶν; (ἀπ. 800).

4. Μία ὑφάντρια ὑφαίνει μὲ 8 ὀκ. νήματος 20 $\frac{1}{2}$ πήχεις ὑφάσματος πλάτους 1 πήχεως. Πόσους πήχεις ὑφάσματος πλάτους 5 ρουπιῶν θὰ ὑφάνῃ μὲ 15 δακάδας νήματος; (ἀπ. 61 $\frac{1}{2}$).

5.—5 μέτρα ὑφάσματος πλάτους 6 ρουπιῶν πωλοῦνται 750 δραχ. Πόσον θὰ δώσω διὰ 10 μέτρα τούτου, πλάτους ὅμως 7 ρουπιῶν; (ἀπ. 1750).

6.—4 ἐργάται ἐργαζόμενοι 8 ὥρας τὴν ἡμέραν σκάπτουν ἀγρὸν 10 στρεμματίων εἰς 15 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας 12 ἐργάται ἐργαζόμενοι 10 ὥρας τὴν ἡμέραν θὰ σκάψουν ἓνα ἀγρὸν 15 στρεμματίων; (ἀπ. 6).

7.—16 ἐργάται ἐργαζόμενοι 7 $\frac{1}{2}$ ὥρας τὴν ἡμέραν ἔσκαψαν εἰς 12 ἡμέρας μίαν τάφρον μήκους 80 μέτρων, πλάτους 0,80 μέτρου καὶ βάθους 1,25 μέτρων. Εἰς πόσας ἡμέρας 24 ἐργάται ἐργαζόμενοι 8 ὥρας τὴν ἡμέραν θὰ σκάψουν ἄλλην τάφρον μήκους 100 μέτρων, πλάτους 1 μέτρου καὶ βάθους 1 μέτρου; (ἀπ. 9 $\frac{3}{8}$).

8.—Εἰς ἐργατὴς ἐργαζόμενος 8 ὥρας τὴν ἡμέραν, ὑφαίνει 20 μέτρα ἑνὸς ὑφάσματος εἰς 4 ἡμέρας. Πόσας ὥρας πρέπει νὰ ἐργάζεται

τὴν ἡμέραν διὰ νὰ ὑφάνη 45 μέτρα τοῦ αὐτοῦ ὑφάσματος εἰς 12 ἡμέρας ; (ἀπ. 6).

9.—7 ἐργάται ἐργαζόμενοι 8 ὥρας τὴν ἡμέραν, λαμβάνουν 14087.50 δραχ. εἰς 25 ἡμέρας. Πόσας δραχμάς θὰ λάβουν 21 ἐργάται ἐργαζόμενοι $8\frac{1}{3}$ ὥρας τὴν ἡμέραν ἐπὶ 20 ἡμέρας ; (ἀπ. 35218,75).

Ὅμας β'.

1.—12 ἐργάται παίρνουν εἰς 10 ἡμέρας 5400 δραχμάς 6 ἐργάται πόσας δραχ. θὰ πάρουν εἰς 5 ἡμέρας ; (ἀπ. 1350).

2.—8 ἐργάται ἐργαζόμενοι $7\frac{1}{2}$ ὥρας τὴν ἡμέραν σκάπτουν ἓνα ἀμπέλι εἰς 10 ἡμέρας. Πόσας ὥρας τὴν ἡμέραν πρέπει νὰ ἐργάζωνται διὰ νὰ τὸ σκάψουν 6 ἐργάται εἰς 12 ἡμέρας ; (ἀπ. $8\frac{1}{3}$).

3.—5 ἐργάται ἔλαβον εἰς 15 ἡμέρας 5662.50 δραχ. Πόσας δραχ. θὰ λάβουν 8 ἐργάται εἰς 12 ἡμέρας ; (ἀπ. 7248).

4.—10 κτίσται ἐργαζόμενοι 8 ὥρας τὴν ἡμέραν κτίζουν μίαν οἰκίαν εἰς 27 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ κτίσουν ταύτην 16 κτίσται ἐργαζόμενοι $7\frac{1}{2}$ ὥρας τὴν ἡμέραν ; (ἀπ. 18).

5.—15 κτίσται ἐργαζόμενοι 8 ὥρας τὴν ἡμέραν κτίζουν τοὺς τοίχους μιᾶς οἰκίας εἰς 17 ἡμέρας. 10 κτίσται ἐργαζόμενοι $8\frac{1}{2}$ ὥρας τὴν ἡμέραν εἰς πόσας ἡμέρας θὰ κτίσουν τούτους ; (ἀπ. 24).

Ὅμας γ'.

1.—Ἐνας ἐργάτης εἰς 15 ἡμέρας ἐξετέλεσε τὰ $\frac{5}{6}$ ἐνὸς ἔργου ἐργαζόμενος 8 ὥρας τὴν ἡμέραν. Πόσας ὥρας πρέπει νὰ ἐργάζηται διὰ νὰ ἐκτελέσῃ τὸ ὑπόλοιπον ἔργον εἰς 4 ἡμέρας ; (ἀπ. 6).

2.—24 ἐργάται ἐργαζόμενοι 7 ὥρας τὴν ἡμέραν ἐξετέλεσαν τὰ $\frac{2}{5}$ ἔργου τινὸς εἰς 22 ἡμέρας. Πόσας ὥρας πρέπει νὰ ἐργάζωνται τὴν ἡμέραν διὰ νὰ ἐκτελέσουν τὸ ὑπόλοιπον ἔργον εἰς 28 ἡμέρας ; (ἀπ. $8\frac{1}{4}$).

3.—12 εργάται ἐξετέλεσαν εἰς 16 ἡμέρας τὸ $\frac{1}{3}$ ἐνὸς ἔργου.

Ἐπειτα ἀπεχώρησαν 4 εργάται· μετὰ πόσας ἡμέρας οἱ ὑπόλοιποι ἐργάται θὰ ἀποπερατώσουν τὸ ἔργον; (ἀπ. 48).

4.—8 εργάται ἀνέλαβον νὰ ἐκτελέσουν ἓν ἔργον εἰς 17 ἡμέρας ἐργαζόμενοι 7 ὥρας τὴν ἡμέραν. Μετὰ ἐργασίαν 5 ἡμερῶν ἀπεχώρησαν 2 εργάται, οἱ δὲ ὑπόλοιποι ἐργάζονται 1 ὥραν περισσότερον τὴν ἡμέραν. Μετὰ πόσον χρόνον θὰ ἐκτελέσουν τὸ ἔργον; (ἀπ. 14).

5.—Ἐν ἔργον πρόκειται νὰ ἐκτελεσθῇ εἰς 30 ἡμέρας· 38 εργάται ἐξετέλεσαν τὰ $\frac{2}{3}$ αὐτοῦ εἰς 24 ἡμέρας. Πόσοι εργάται πρέπει νὰ προστεθοῦν ἀκόμη διὰ νὰ ἐκτελεσθῇ τὸ ἔργον εἰς τὴν συμφωνίαν τῶν 30 ἡμερῶν; (ἀπ. 38).

Ὅμας δ'.

1.—Μία σιδηρᾶ δοκὸς μήκους 5,40 μέτρων, πλάτους 0,20 μέτρου καὶ πάχους 0,15 μέτρου ζυγίζει 120 ὀκάδας καὶ 240 δράμια. Πόσον θὰ ζυγίσῃ ἄλλη δοκὸς μήκους 2,70 μέτρων, πλάτους 0,15 μέτρου καὶ πάχους 0,10 μέτρου; (ἀπ. $30\frac{3}{20}$).

2.—Εἰς τάπης μήκους $5\frac{5}{8}$ πήχεων καὶ πλάτους $3\frac{4}{8}$ πήχεων τιμᾶται 7000 δραχ. Πόσον τιμᾶται ἓνας ἄλλος τάπης τῆς ἰδίας ποιότητος μήκους $4\frac{1}{2}$ πήχεων, πλάτους δὲ 4 πήχεων; (ἀπ. 6400).

4.—Μία τάφρος μήκους 75 μέτρων, πλάτους 0,80 μέτρου καὶ βάθους $\frac{4}{5}$ τοῦ μέτρου στοιχίζει 20,000 δραχ. Πόσον θὰ στοιχίσῃ μία ἄλλη τάφρος μήκους $100\frac{1}{2}$ μέτρων, πλάτους 1 μέτρου καὶ βάθους 1,20 μέτρων; (ἀπ. 50,250).

Ὅμας ε'.

1.—Ἐν αὐτοκίνητον διατρέχει εἰς 4 ἡμέρας 800 χιλιόμετρα τρέχον ἐπὶ 12 ὥρας τὴν ἡμέραν. Πόσας ὥρας πρέπει νὰ τρέχη τὴν ἡμέ-

ραν διὰ τὴν διατρέξιν μὲ τὴν ἰδίαν ταχύτητα 650 χιλιόμετρα εἰς 6 ἡμέρας ;
(ἀπ. $6\frac{1}{2}$).

2.—Ἐνας ὁδοιπόρος διατρέχει 110 χιλιόμετρα εἰς 4 ἡμέρας βαδίζων 5 ὥρας τὴν ἡμέραν. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ διατρέξῃ 275 χιλιόμετρα, ἐὰν βαδίζῃ $6\frac{1}{4}$ ὥρας τὴν ἡμέραν ;
(ἀπ. 8).

Ἑνάς στ'.

1.—360 στρατιῶται χρειάζονται τὴν ἡμέραν $67\frac{1}{2}$ ὀκάδας κρέατος. Πόσον θὰ χρειασθοῦν 1400 στρατιῶται εἰς 6 ἡμέρας ; (ἀπ. 1575).

2.—840 στρατιῶται πολιορκημένοι ἔχουν τροφὰς δι' 1 μῆνα καὶ 4 ἡμέρας λαμβάνοντες ὀλόκληρον σιτηρέσιον· ἐξῆλθον ὅμως 160 στρατιῶται ἄνευ τροφῶν καὶ οἱ ὑπόλοιποι λαμβάνουν τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ σιτηρεσίου. Διὰ πόσας ἡμέρας θὰ ἐπαρκέσουν τώρα αἱ τροφαί ;
(ἀπ. 1 μῆνα 26 ἡμ.).

3.—Εἰς ἓν φρούριον πολιορκοῦνται 900 στρατιῶται ἔχοντες τροφὰς δι' 1 μῆνα. Πόσοι στρατιῶται πρέπει νὰ ἐξέλθουν ἐκ τοῦ φρουρίου διὰ νὰ ἐπαρκέσουν αἱ τροφαί δι' $1\frac{1}{2}$ μῆνα εἰς τοὺς ὑπολοίπους στρατιώτας λαμβάνοντας $\frac{3}{4}$ τοῦ σιτηρεσίου ;
(ἀπ. 100).

4.—900 στρατιῶται πολιορκοῦνται εἰς ἓν φρούριον ἔχοντες τροφὰς διὰ 60 ἡμέρας· ἦλθεν ὅμως ἐξ ἀρχῆς εἰς ταύτους βοήθεια ἀπὸ 300 στρατιώτας ἄνευ τροφῶν. Πόσον μέρος τοῦ ἀρχικοῦ σιτηρεσίου πρέπει νὰ λαμβάνῃ ἕκαστος στρατιώτης διὰ νὰ φθάσουν αἱ τροφαί δι' 90 ἡμέρας ;
(Ἀπ. $\frac{1}{2}$).

Δ'. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΟΚΟΥ

ΣΗΜ. Τὰ προβλήματα τόκου εἶναι προβλήματα τῆς συνθέτου μεθόδου τῶν τριῶν.

ΑΠΟ ΜΝΗΜΗΣ. Ὅμας α'.

1 ⁽¹⁾ .	Πόσον τόκον φέρουν	σὲ 1 ἔτος	πρὸς 5 %	αἰ 200 δραχ. :
2.	»	»	»	» 400 »
3.	»	»	»	» 800 »
4.	»	»	»	» 1500 »
5.	»	»	»	» 5000 »
6 ⁽²⁾ .	»	»	» 2 ἔτη	» 6 % » 300 »
7.	»	»	» 2 »	» 8 % » 600 »
8.	»	»	» 3 »	» 8 % » 800 »
9.	»	»	» 3 »	» 9 % » 2000 »
10.	»	»	» 4 »	» 10 % » 5000 »
11.	»	»	» 4 »	» 4 % » 800 »
12 ⁽³⁾ .	»	»	» 6 μῆνας	» 5 % » 500 »
13.	»	»	» 4 »	» 6 % » 600 »
14.	»	»	» 2 »	» 6 % » 800 »
15.	»	»	» 3 »	» 8 % » 500 »

ΓΡΑΠΤΩΣ

1. Πόσον τόκον φέρουν 500 δραχ. εἰς 1 ἔτος πρὸς 4 % ;
2. Πόσον τόκον φέρουν 860 δραχ. σὲ 2 ἔτη πρὸς 6 % ;
3. Πόσον τόκον φέρουν 650.80 δραχ. σὲ 5 ἔτη πρὸς 5 % ;
4. » » » 8000 » » 4 » » 8 % ;
5. » » » 480,50 » » 2 » » 10 % ;
6. » » » 580,50 » » 5 » » 8 % ;
7. » » » 500 » » 6 » » 5.40 % ;

(1) Πολλαπλασιάζομεν τὸ ἐπιτόκιον ἐπὶ τὰς ἑκατοντάδας τῶν δραχμῶν.

(2) Εὐρίσκεται ὁ τόκος τοῦ ἔτους καὶ ἔπειτα τῶν πολλῶν ἐτῶν.

(3) Εὐρίσκεται ὁ τόκος τοῦ ἔτους καὶ ἔπειτα τοῦ μέρους τοῦ ἔτους, ποὺ ἀποτελοῦν οἱ μῆνες.

8. Πόσον τόκον φέρουν 3500 δραχ. σὲ 2 ἔτη πρὸς 6,50% ; (455).
9. » » » 8600 » » 5 » » $4\frac{4}{5}$; (2064).
10. Πόσον τόκον φέρουν 600 δραχ. σὲ 6 μῆνας πρὸς 5% ; (15.)
11. Πόσον τόκον φέρουν 1500 δραχ. σὲ 3 ἔτη πρὸς $6\frac{1}{2}$ % ; (292,50).
12. » » » 1000 » » 8 » » $8\frac{2}{5}$ % ; (56).
13. Πόσον τόκον φέρουν 600 δραχ. εἰς 1 ἔτος καὶ 6 μῆνας πρὸς 5% ;
(ἀπ. 45).
14. Πόσον τόκον φέρουν 2500 δραχ. εἰς 2 ἔτη καὶ 4 μῆνας πρὸς
4,50% ; (ἀπ. 262,50).
15. Πόσον τόκον φέρουν 800,40 δραχ. εἰς 3 ἔτη καὶ 8 μῆνας πρὸς
 $5\frac{1}{4}$ % ; (ἀπ. 154,07).
16. Πόσον τόκον φέρουν 850 δραχ. εἰς 45 ἡμέρας πρὸς 8% ; (8,50).
17. Πόσον τόκον φέρουν 1800 δραχ. εἰς 20 ἡμέρας πρὸς $8\frac{1}{2}$; (8,50).
18. Πόσον τόκον φέρουν 4000 δραχ. εἰς 15 ἡμέρας πρὸς 4,50% ;
(ἀπ. 7,50).
19. Πόσον τόκον φέρουν 840 δραχ. εἰς 8 μῆνας καὶ 10 ἡμέρας πρὸς
7,50% ; (ἀπ. 43,75).
20. Πόσον τόκον φέρουν 7200 δραχ. εἰς 1 ἔτος, 2 μῆνας καὶ 20 ἡμέ-
ρας πρὸς $6\frac{3}{4}$ % ; (ἀπ. 594)
21. Πόσον τόκον φέρουν 21.600 δραχ. εἰς 2 ἔτη, 4 μῆνας καὶ 20 ἡμέ-
ρας πρὸς 5,50% ; (ἀπ. 283,80).
22. Ἐτοκίσθησαν 12.500 δραχ. πρὸς 12% τὴν 12ην Μαρτίου 1947.
Πόσον τόκον θὰ φέρουν μέχρι τῆς 18ης Αὐγούστου ἰδίου ἔτους ; (625).
23. Πόσον τόκον δίδουν 8800 δραχ. εἰς 1 ἔτος, 2 μῆνας καὶ 8 ἡμέρας
πρὸς $4\frac{1}{2}$; (ἀπ. 470,80).
24. Πόσος εἶναι ὁ σύνθετος τόκος ἑνὸς γραμματίου 2000 δραχ. ἐπὶ
3 ἔτη πρὸς 5% ; (ἀπ. 315,25).

γ) Εϋρεσις τοῦ ἀγνώστου X. (ὡς γνωστόν) ἦτοι :

$$X = 100 \times \frac{1}{3} \times \frac{60}{4} = 100 \times \frac{1}{3} \times \frac{15}{1} = \frac{1500}{3} = 500 \text{ δραχ.}$$

2.—Ποῖον κεφάλαιον εἰς 4 ἔτη πρὸς $7\frac{3}{4}\%$ ἔδωκε τόκον 775 δραχμάς ; (ἀπ. 2500).

3.—Πόσας δραχμάς ἐδάνεισα πρὸς 10% καὶ ἐπῆρα δι' ἓν ἔτος τόκον 1500 δραχμάς ; (ἀπ. 15000).

4.—Ποῖον κεφάλαιον εἰς 8 μῆνας πρὸς $6,50\%$ ἔφερε τόκον 58,50 δραχμάς ; (ἀπ. 1350).

5.—Ποῖον κεφάλαιον ἔδωκε τόκον πρὸς $4,50\%$ εἰς 20 ἡμέρας 12 δραχμάς ; (ἀπ. 4800).

6.—Ποῖον κεφάλαιον εἰς 4 μῆνας καὶ 20 ἡμέρας ἔφερε τόκον πρὸς $7\frac{1}{5}\%$ 70,70 δραχμάς ; (2.525)

7.—Ποῖον κεφάλαιον ἔδωκε τόκον πρὸς $8,50\%$ εἰς 1 ἔτος 4 μῆνας καὶ 15 ἡμέρας 420,75 δραχμάς ; (ἀπ. 3600).

8.—Ποῖον κεφάλαιον τοκισζόμενον πρὸς 10% δίδει ἐτήσιον ἔσοδον, ὅσον ὁ ἐτήσιος μισθὸς ἑνὸς ὑπαλλήλου, τοῦ ὁποῖου ὁ μηνιαῖος μισθὸς εἶναι 4750 ; (ἀπ. 570,000)

9.—Τὸ ἐτήσιον ἐνοίκιον μιᾶς πολυκατοικίας εἶναι 24000 δραχ. ἀπιδίδει δὲ τοιοῦτοτρόπως ἡ ἀξία τῆς οἰκίας καθαρὸν ἔσοδον 6% . Ποία εἶναι ἡ ἀξία τῆς οἰκίας ; (ἀπ. 4.000,000).

10.—Ποῖον κεφάλαιον πρὸς $4\frac{1}{2}\%$ φέρει τόκον 1600 δραχ. ἀπὸ τῆς 5ης Μαρτίου 1935 μέχρι τῆς 15ης Αὐγούστου ἰδίου ἔτους ; (ἀπ. 80,000)

Ὅμας γ'.

ΑΠΟ ΜΝΗΜΗΣ.

(*) 1.—Ἐὰν 1000 δραχ. εἰς 3 ἔτη ἔφερον τόκον 240 δραχ. πόσον τοῖς ἑκατὸν (X%) ἐτοκίσθησαν ;

2.—600 δραχ. εἰς 5 ἔτη ἔφερον τόκον 300 δραχ. X% ἐτοκίσθησαν ;

(*) Εὐρίσκεται ὁ τόκος τοῦ 1 ἔτους καὶ διαιρεῖται διὰ τῶν ἑκατοντάδων τοῦ κεφαλαίου.

3.—400 δραχ. σὲ 1 ἔτος ἔδωσαν τόκον 24 δραχ. Πόσον τοῖς ἑκατὸν (X%) ἔδανείσθησαν ;

4.—800 δραχ. σὲ 2 ἔτη ἔφεραν τόκον 80 δραχ. Πόσον τοῖς ἑκατὸν (X%) ἔδανείσθησαν ;

5.—Πόσον τοῖς ἑκατὸν (X%) ἔδανείσθησαν 400 δραχ. καὶ ἔφερον σὲ 1 ἔτος τόκον 20 δραχμάς ;

6.—Πόσον τοῖς ἑκατὸν (X%) ἔδανείσθησαν 800 δραχ. καὶ ἔφερον σὲ 1 ἔτος τόκον 56 δραχμάς ;

7.—Πόσον τοῖς ἑκατὸν (X%) ἔδανείσθησαν 600 δραχ. καὶ ἔφερον σὲ 3 ἔτη τόκον 180 δραχμάς ;

8.—Πόσον τοῖς ἑκατὸν (X%) πρέπει νὰ δανεισθοῦν 12,000 δραχ. ὥστε σὲ 10 ἔτη νὰ διπλασιασθοῦν ;

ΓΡΑΠΤΩΣ

1.—Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν πρέπει νὰ δανεισθῶσι 560 δραχ. διὰ νὰ φέρουν εἰς 3 ἔτη τόκον 168 δραχ. (ἀπ. 10%).

2.—Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν (X%) θὰ δανείσωμεν 400 δραχ. διὰ νὰ πάρωμεν εἰς 1 ἔτος 48 δραχ. τόκον ; (ἀπ. 12%).

3.—Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον (X%) ἔδανείσωμεν 650 δραχ. καὶ ἐλάβομεν εἰς 9 μῆνας 39 δραχ. τόκον ; (ἀπ. 8%).

4.—Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἔδανείσωμεν $450\frac{1}{2}$ δραχ. ἐπὶ 4 ἔτη καὶ ἐπλήρωσαμεν τόκον 108,12 δραχ. ; (ἀπ. 6%).

5.—4.500 δραχ. ἔδανείσθησαν καὶ ἐλάβομεν μετὰ 1 ἔτος, 2 μῆνας καὶ 20 ἡμέρας 4967,50 δραχ. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἔδανείσθησαν ; (ἀπ. 8,50%).

6.—Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν ἔδανείσθησαν 2400 δραχ. καὶ ἔφερον εἰς 10 μῆνας καὶ 15 ἡμέρας τόκον 189 δραχ. ; (ἀπ. 9%).

7.—Μὲ ποῖον ἐπιτόκιον ἔδανείσθη τις 7640 δραχ. καὶ ἐπλήρωσε μετὰ 2 ἔτη καὶ 8 μῆνας 9779,20 δραχ. διὰ κεφάλαιον καὶ τόκους μαζί ; (ἀπ. 10,50%).

8.—Εἷς ἠγόρασε ἓν κτήμα ἀπὸ καρποφόρα δένδρα ἀντὶ 245.000 δραχ., ἀπὸ τὸ ὁποῖον ἔσοδεύει καθαρὸν ἔσοδον τὸ ἔτος 15.680 δραχ. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἔσοδεύει ; (ἀπ. 6,40%).

9.—Τὴν 20 Ἰανουαρίου 1926 ἔδανείσθη 5 800 δραχ. τὰς ὁποίας

ἔξωφλησα τὴν 20 Σεπτεμβρίου ἰδίου ἔτους διὰ 6206 δραχ. πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν (X %) ἔδανείσθην ; (ἀπ. 10,50%).

10.—Πόσον τοῖς ἑκατὸν (X %) ἔτοκίσθησαν 3500 δραχ. καὶ ἔφεραν τόκον εἰς 2 ἔτη, 4 μῆνας καὶ 15 ἡμέρας 665 δραχμαῖς ; (ἀπ. 8 %).

11.—Ἀγόρασε ἓνας βουτυρέμπορος βούτυρον πρὸς 60 δραχ. τὴν ὀκτῶν καὶ τὸ μετεπώλησε μετὰ 6 μῆνας πρὸς 64,50 δραχ. τὴν ὀκτῶν. Πόσον τοῖς ἑκατὸν (X %) ἔκέρδισεν ; (ἀπ. 15 %).

12.—Ἠγόρασα ἓνα σπίτι 450.000 δραχ. ἀπὸ τὸ ὁποῖον παίρνω μηνιαῖον ἐνοίκιον 1875 δραχ., ἐξοδεύω δὲ δι' ἐπισκευὰς 1125 δραχ. καὶ διὰ φόρον πληρῶν 2250 δραχ. κατ' ἔτος. Πόσον τοῖς ἑκατὸν δίδουν καθαρὸν ἔσοδον τὰ χρήματα, πού ἔδωκα διὰ τὴν ἀγορὰν τῆς οἰκίας ; (ἀπ. 4,25 %).

Ὅμας δ'.

ΑΠΟ ΜΝΗΜΗΣ

(*)1.—Εἰς πόσα ἔτη 600 δραχ. πρὸς 5 % ἔφεραν τόκον 60 δραχ. ;

2.—Εἰς πόσα ἔτη 1000 δραχ. πρὸς 8 % ἔφεραν τόκον 320 δραχ. ;

3.—Εἰς πόσα ἔτη 1500 δραχ. πρὸς 6 % ἔφεραν τόκον 360 δραχμαῖς ;

4.—Αἰ 200 δραχμαὶ εἰς πόσον χρόνον φέρουν τόκον 8 δραχμαῖς πρὸς 8 % ;

5.—Εἰς πόσον χρόνον 300 δραχ. θὰ φέρουν 12 δραχμαῖς τόκον πρὸς 12 % ;

6.—Εἰς πόσον χρόνον αἰ 600 δραχμαὶ θὰ φέρουν τόκον 20 δραχ. πρὸς 10 % ;

ΓΡΑΠΤΩΣ

1.—Εἰς πόσον χρόνον 8500 δραχ. ἔδανείσθησαν πρὸς 12 % καὶ ἔφεραν τόκον 5100 δραχ. ; (ἀπ. 5).

2.—Εἰς πόσον χρόνον 4500 δραχ. ἔδωκαν πρὸς 8,40 % τόκον 252 δραχ. ; (ἀπ. 8 μῆνας).

(*) Εὐρίσκεται ὁ τόκος τοῦ κεφαλαίου εἰς 1 ἔτος καὶ δι' αὐτοῦ διαιρεῖται ὁ ὅλος τόκος.

3.— Εἰς πόσον χρόνον 10000 δρχ. ἔδωκαν πρὸς 5,50% τόκον 27,50 δρχ.; (ἀπ. 18 ἡμ.)

4.— Εἰς πόσον χρόνον 2400 δρχ. ἔδωκαν τόκον 174,20 δρχ. πρὸς $6\frac{1}{2}\%$; (ἀπ. 1 ἔτ. 1 μην, 12 ἡμ.)

5.— Τὴν 10ην Ἰουνίου 1946 ἐδάνεισα 1400 δρχ. πρὸς $7\frac{1}{2}\%$.

Ἔλαβα δὲ κατὰ τὴν ἐξόφλησιν 1557,50 δρχ. Πότε ἐγένινεν ἡ ἐξόφλησις; (ἀπ. 10—12—1947).

6.— Εἰς πόσον χρόνον κεφάλαιον 840 δρχ. πρὸς 8% διπλασιάζονται; (ἀπ. 12 $\frac{1}{2}$ ἔτη).

7.— Εἰς πόσον χρόνον ἐδανείσθη ἓνας 12000 δρχ. πρὸς 8% καὶ ἐγένε μετὰ τῶν τόκων του 14.080 δραχμαί; (ἀπ. 2 ἔτη καὶ 2 μῆνες).

8.— Ἐνας κατέθεσε γιὰ προῖκα τῆς κόρης του κατὰ τὴν γέννησίν της 400.000 δρχ. πρὸς 8%. Ὄταν ὑπανδρευθῆ ἡ κόρη ἔλαβε ἀπ' τὴν Τράπεζα 1.040.000 δρχ. (κεφ. καὶ τόκους). Πόσων ἐτῶν ἦτο; (20 ἔτη).

Ὅμας ε'

1.— Ἐνας ἐδανείσθη χρήματα πρὸς 6,50% καὶ εἰς 3 ἔτη ἐπλήρωσε κεφάλαιον καὶ τόκον μαζὶ 1673 δρχ. α) Ποῖον ἦτο τὸ κεφάλαιον ποῦ εἶχε δανεισθῆ; β) Ποῖος ὁ τόκος, τὸν ὁποῖον ἐπλήρωσε;

Λύσις.

Κατάταξις.

$$\frac{100}{100} \text{ δρχ. } \frac{1}{3} \text{ ἔτος } \frac{6,50}{X} \text{ δρχ.}$$

Σύγκρισις: γνωστή.

Εὔρεσις τοῦ X: ἦτοι $X = 6,50 \times \frac{3}{1} = 6,50 \times 3 = 19,50$.

α'. Κατάταξις.

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Κεφ. και τόκοι} & \frac{119,50}{1673} & \text{δρχ.} & \frac{3}{3} & \text{ἔτη} & \frac{100}{X} & \text{δρχ. κεφ.} \\ \text{»} & \text{»} & \text{»} & & \text{»} & & \text{»} \end{array}$$

Σύγκρισις : γνωστή.

$$\begin{aligned} \text{Εὔρεσις τοῦ } X &: \text{ ἦτοι } = 100 \times \frac{1673}{119,50} = \frac{167300}{119,50} = \\ &= \frac{33460}{2390} = \frac{6698}{4,78} = \frac{3346}{2,39} = \frac{334600}{239} = 1400 \text{ δρχ.} \end{aligned}$$

β'. Κατάταξις.

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{119,50}{1673} & \text{τόκος και κεφ.} & \frac{19,50}{X} & \text{δρχ. τόκος} \\ \text{»} & \text{»} & \text{»} & \text{»} \end{array}$$

Σύγκρισις : γνωστή.

$$\begin{aligned} \text{Εὔρεσις τοῦ } X &: \text{ ἦτοι } X = 19,50 \times \frac{1673}{119,50} = \frac{32623,50}{119,50} = \\ &= \frac{3262350}{11950} = \frac{326235}{1195} = \frac{65247}{239} = 273 \text{ δρχ.} \end{aligned}$$

ΣΗΜ. Ὁ τόκος εὐρίσκεται καὶ $1673 - 1400 = 273$ δρχ.

2.— Ἐδανείσθη τις χρήματα πρὸς 6% καὶ εἰς ἓνα ἔτος ἐπλήρωσε διὰ κεφάλαιον καὶ τόκον μαζὶ 8034,80 δρχ.

α) Ποῖον κεφάλαιον ἔδανείσθη ;

β') Πόσον τόκον ἐπλήρωσεν ; (ἀπ. 7580—454,80).

3.— Ἐπλήρωσα διὰ τόκους καὶ κεφάλαιον μετὰ 8 μῆνας 5350 δρχ.

Ἄν εἶχον δανεισθῆ πρὸς 10,50% : α') Πόσον ἦτο τὸ κεφάλαιον, ποῦ ἔδανείσθη ; β') Πόσος ἦτο ὁ τόκος ποῦ ἐπλήρωσα ; (ἀπ. 5000—350.)

4.— Ἐπλήρωσα διὰ τόκους καὶ κεφάλαιον ὁμοῦ μετὰ 1 ἔτος καὶ 6 μῆνας 872 δρχ. Ἄν εἶχον δανεισθῆ πρὸς 6% : α') Πόσα εἶχον δανεισθῆ ; β') πόσα ἐπλήρωσα διὰ τόκους ; (ἀπ. 800—72).

5.— Πόσας δραχμὰς πρέπει νὰ δανείσω πρὸς 5,40% διὰ νὰ πάρω μετὰ 4 μῆνας 20 ἡμέρας κεφάλαιον καὶ τόκον μαζὶ 3063 δρχ.

(ἀπ. 3000).

6.—Κατέθεσα εἰς τὸ ταμιευτήριον τὴν 15ην Ἰουνίου 1947 ἕνα ποσὸν πρὸς 6% καὶ τὴν 15ην Δεκεμβρίου τοῦ ἰδίου ἔτους τὸ ἀπέσυρα καὶ ἔλαβα τὸ ὅλον 51500 δρχ. Πόσα εἶχον καταθέσει ; (ἀπ. 50000).

Ὅμας στ'.

1.—Κατέθεσα εἰς τὸ Ταχυδρομικὸν Ταμιευτήριον : α') τὴν 1ην Φεβρουαρίου 1934 δρχ. 450, β') τὴν 10ην Αὐγούστου ἰδίου ἔτους δρχ. 720, γ') τὴν 1ην Δεκεμβρίου ἰδίου ἔτους δρχ. 600 καὶ δ') τὴν 20ὴν Μαρτίου 1935 δρχ. 540. Πόσαι θὰ εἶναι αἱ καταθέσεις μου μετὰ τῶν τόκων ὁμοῦ εἰς τὸ τέλος τοῦ 1935, ἂν τὸ Ταμιευτήριον πληρῶνῃ διὰ τὰς καταθέσεις 4% τόκον ; (ἀπ. 2427,30).

2.—Ἐδανείσθη τις ἀπὸ τὴν Ἐθνικὴν Τράπεζαν πρὸς $7\frac{1}{2}$ % α') τὴν 1ην Μαρτίου ἐν. ἔτους (1935) 30000 δρχ., β') τὴν 10ην Μαΐου ἰδίου ἔτους 14.400 δρχ., γ') τὴν 2αν Ἰουνίου ἰδίου ἔτους 7.200 δρχ. Πόσα θὰ πληρώσῃ τὴν 10ην Δεκεμβρίου ἰδίου ἔτους διὰ τὰ πληρῶσῃ τὰ χρέη του ταῦτα ; (ἀπ. 54.262).

3.—Κατέθεσα εἰς μίαν Τράπεζαν πρὸς 4% : α') τὴν 14 Μαρτίου 1935 δρχ. 2.700, β') τὴν 20 Μαΐου 1935 δρχ. 4.950. Τὴν 20 δὲ Ὀκτωβρίου 1935 ἀπέσυρα τὰς καταθέσεις μαζί μὲ τοὺς τόκους. Πόσα ἔλαβα ; (ἀπ. 7797,30).

3.—Πόσον ἐνοίκιον θὰ πληρώσῃ μία οἰκογένεια τὸν μῆνα τώρα ποὺ ἠδέηθησαν τὰ ἐνοίκια 10% καὶ ἡ ὁποία ἐπλήρωνεν ἕως τώρα, δρχ. 1.200 τὸν μῆνα ; (ἀπ. 1.320).

5.—Ἐμπορὸς τις ἠγόρασε παρ' ἄλλου ἐμπόρευμα ἀξίας 2850 δρχ., τὰς ὁποίας συνεφώνησε νὰ πληρώσῃ μετὰ 4 μῆνας μὲ ἐπιτόκιον 8%. Πόσας δραχμὰς θὰ φέρῃ τὸ χρεωστικὸν γραμματίον ; (2926).

6.—Πόσας δραχμὰς θὰ πάρῃ διὰ κεφάλαιον καὶ τόκους μετὰ 3 ἔτη εἰς, ὅστις ἐδάνεισε 10.000 δραχμὰς πρὸς 5% μὲ ἀπλοῦν τόκον καὶ πόσας δραχμὰς θὰ πάρῃ ἂν τὸ δάνειον τὸ ἔκαμε μὲ συνθετικὸν τόκον ; (ἀπ. α'. 11500, β'. 11576,25).

7.—Ἐδάνεισα 80.000 δρχ. καὶ τὰ μὲν $\frac{3}{5}$ αὐτῶν πρὸς 6% τὰς δὲ ὑπολοίπους πρὸς $6\frac{1}{2}$ %. Πόσον τόκον θὰ λαμβάνω κατ' ἔτος ;

(ἀπ. 4960).

8.—Κατέθεσα εἰς τὸ ταχυδρομικὸν ταμειυτήριον 8.000 δρχ. πρὸς 4,50 % καὶ τὰς ἀπέσυρα μετὰ 5 μῆνας. Πόσα ἐπῆρα ; (ἀπ. 8150).

Ὅμας ζ'.

1.—Εἰς πόσον χρόνον κεφάλαιον 480 δρχ. τοκίζόμενον πρὸς 4,50 % τριπλασιάζεται ; (ἀπ. 44 ἔση 5 μῆν. 10 ἡμ.).

2.—Εἰς πόσον χρόνον κεφάλαιόν τι τοκίζόμενον πρὸς $7\frac{1}{2}$ % διπλασιάζεται ; (13 ἔτη 4 μῆνες).

3.—Ἐπὶ πόσον χρόνον ἐδανείσθησαν 2850 δρχ. πρὸς 12 % καὶ ἔγιναν μετὰ τοῦ τόκου των 3277,50 δραχμαί ; (ἀπ. 1 ἔτος, 3 μῆν.).

4.—Μία οἰκία δίδει ἀπὸ ἐνοίκια κατὰ τριμηνίαν 6875 δρχ., τοιουτοτρόπως δὲ ἡ ἀξία τῆς οἰκίας ἀποδίδει κέρδος 5 %. Ποία εἶναι ἡ ἀξία τῆς οἰκίας ; (ἀπ. 550.000).

5.—Ἡγόρασα 4 μετοχὰς τῆς Ἐθνικῆς Τραπεζῆς πρὸς 10.000 δρχ. ἐκάστην καὶ ἐπῆρα εἰς 3 ἔτη μέροςμα 11.400 δρχ. Πόσον τοῖς ἑκατὸν (X %) ἐπῆρα ἀπὸ τὰ χρήματα, τὰ ὅπῃα ἔδωκα διὰ τὴν ἀγορὰν τῶν μετοχῶν ; (ἀπ. 9,50 %).

6.—Κατὰ τὴν γέννησιν τῆς κόρης μου κατέθεσα εἰς τὸ ταμειυτήριον 25.000 δρχ. πρὸς 6 %, ἵνα τὰ ἀποσύρη κατὰ τὸν γάμον τῆς ἔλαβε δὲ αὕτη τότε 63250 δραχμάς. Εἰς ποίαν ἡλικίαν πανδρεύτηκε ; (ἀπ. $25\frac{1}{2}$ ἔτη).

7.—Χωρικός τις ἐδανείσθη 6540 δρχ. πρὸς 10 %. Μετὰ 10 μῆνας ἔφερεν εἰς τὸν δανειστήν του 460 ὀκάδας σίτου πρὸς 7,50 δρχ. τὴν ὀκάην. Πόσα χρεωστεῖ ; (ἀπ. 3635).

8.—Ἡγόρασα μίαν οἰκίαν ἀντὶ 800.000 δρχ. καὶ ἄλλην μίαν ἀντὶ 500.000 δρχ. Ἀπολαμβάνω δε ἐτησίως καθαρὰ ἔσοδα ἐκ μὲν τῆς πρώτης 40.000 δρχ. ἐκ δὲ τῆς δευτέρας 25 000 δρχ. Πόσον τῆς ἑκατὸν ἀπολαμβάνω καὶ ἐκ τῶν δύο ὁμοῦ ; (ἀπ. 5 %).

9.—Τὸ Ταχυδρομικὸν Ταμειυτήριον δέχεται καταθέσεις μὲ τόκον 6 %. Πόσας δραχμάς τόκον θὰ πάρη τις μέχρι τῆς 20 Σεπτεμβρίου 1935, εἰὰν κατέθεσε 6000 δρχ. τὴν 10 Ἰανουαρίου 1935 ; (250).

10.—Ἐνας ὑπάλληλος κατέθεσε στὸ ταμειυτήριον τὴν 20 Μαρτίου 1935 δρχ. 800 πρὸς 4,50 % καὶ τ' ἀπέσυρε τὴν 14ην Ἀπριλίου τοῦ ἰδίου ἔτους. Πόσας δραχμάς ἔλαβε ; (ἀπ. 802,40).

11.— Ἀγόρασα μίαν οἰκίαν ἀντὶ 750.000 δραχμῶν. Ἀπολαμβάνω δὲ ἐκ ταύτης ἐτησίως 72.000 δραχμάς, ἔξοδεύω ὅμως κατ' ἔτος δι' ἐπισκευὰς 3500 δρχ. καὶ διὰ φόρον πληρώνω 8500 δρχ. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἀπολαμβάνω ; (ἀπ. 8%).

12.— Εἰς ἐπιπλοποῖς πωλεῖ τὰ ἐπιπλά του μὲ κέρδος 10%. Πόσας δραχμάς ἐκόστισεν ἐν ἐπιπλον, τὸ ὁποῖον πωληθὲν ἔφερε κέρδος 160 δρχ ; (ἀπ. 1600).

13.— Πωλήσας μίαν οἰκίαν ἀντὶ 336.000 δρχ. ἐκέρδισα 12% ἐπὶ τῆς ἀξίας τῆς ἀγορᾶς της. Πόσον τὴν εἶχα ἀγοράσει ; (ἀπ. 300.000).

14.— Εἰς ἐδάνεισεν εἰς ἄλλον 5000 δρχ. πρὸς 10% διὰ 2 ἔτη καὶ ἐκράτησεν εὐθὺς τὸν τόκον δώσας εἰς αὐτὸν τὸ ὑπόλοιπον. Πρὸς πόσον ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν ἐδάνοισε πραγματικῶς ; (12 $\frac{1}{2}$ %).

15.— Πόσον πρέπει νὰ ἐνοικιασθῇ τὸν μῆνα ἓνα σπίτι, τὸ ὁποῖον ἠγοράσθη 160 000 δρχ. καὶ διὰ τὸ ὁποῖον ἔξοδεύθησαν 20.000 δρχ. διὰ νὰ δίδῃ κέρδος 6% ; (ἀπ. 900).

16.— Ἠγόρασα μίαν οἰκίαν 180.000 δρχ. καὶ ἔξοδευσα δι' ἐπισκευᾶς της 20500 δρχ. Ἐσοδεύω ἐκ ταύτης ἔξ ἐνοικίων ἐτησίως 13032,50 δρχ. Πόσον ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν (X %) δίδουν ἔσοδον τὰ χρήματα, πὸν ἔδωκα διὰ τὴν οἰκίαν ; (6,50 %).

17.— Κατέθεσα εἰς μίαν Τράπεζαν 6000 δρχ. μὲ ἀνατοκισμὸν πρὸς 4%. Πόσα ἐπῆρα μετὰ 3 ἔτη ; (ἀπ. 8869,12).

Ὅμας η'. (Ὁμολογίαι).

1.— Ὁμολογίαι εἶναι ἔγγραφοι ἀποδείξεις τοῦ Κράτους πρὸς τοὺς πολίτας του, διὰ τῶν ὁποίων τὸ Κράτος δανείζεται παρ' αὐτῶν πρὸς ὄρισμένον ἐπιτόκιον, τὸ ὁποῖον ἀναγράφεται εἰς αὐτήν.

Ἡ ἀξία ἐκάστης ὁμολογίας ἀναγράφεται εἰς αὐτήν, ἀλλὰ πολλάκις μεταβάλλεται.

Ὁ τόκος τῶν ὁμολογιῶν πληρώνεται καθ' ἑξαμηνίαν ἢ κατ' ἔτος εἶναι δὲ οὗτος ἀναγεγραμμένος εἰς μικρὰ τετράγωνα προσκεκολλημένα εἰς τὴν ὁμολογίαν· ἕκαστον τούτων κατὰ τὸν χρόνον τῆς πληρωμῆς τοῦ τόκου ἀποκόπτεται καὶ προσάγεται πρὸς πληρωμὴν.

Προβλήματα :

1. — Ἡγόρασα ὁμολογίας ἀξίας 500 δραχ., τῶν ὁποίων ὁ τόκος καθ' ἑξάμηνον εἶναι 15 δραχ. Πόσον τοῖς ἑκατὸν τοκίζω τὰ χρήματα ;
(ἀπ. 6%).

2. — Ἐν Κράτος ἐξέδωκε 400.000 ὁμολογίας δι' ἕν δάνειον 200.000.000 δραχμῶν, τοῦ ὁποίου ὁ τόκος εἶναι 5%. Πόση εἶναι ἡ ἀξία ἐκάστης ὁμολογίας καὶ πόσον δραχμῶν εἶναι ἕκαστον τοκομερίδιον δι' 6 μῆνας ;

(ἀπ. 500 δραχ. $12\frac{1}{2}$ %).

3. — Τὸ κράτος ἐξέδωκε δάνειον 3.200.000.000 καὶ ὠρίσθηκε ἡ ἀξία ἐκάστης ὁμολογίας 100 δραχμῶν. Πόσαι εἶναι αἱ ὁμολογίαι τοῦ δανείου ;
(ἀπ. 32.000.000).

4. — Ἐχω 25 ὁμολογίας τοῦ α' ἀναγκαστικοῦ δανείου τῶν 100 δραχμῶν καὶ λαμβάνω τόκον ἀπὸ κάθε τοκομερίδιον 4 δραχ. τὸ ἔτος. Πόσον τόκον λαμβάνω τὸ ἔτος ;
(ἀπ. 100).

5. — Τὸ ἐπιτόκιον τῶν ὁμολογιῶν τοῦ α' ἀναγκαστικοῦ δανείου ἦτο 6 δραχ. τὸ κράτος ὅμως τὸ ἠλάττωσε κατὰ 25%. Ποῖον εἶναι τὸ σημερινὸν ἐπιτόκιον τῶν ὁμολογιῶν τούτων ;
(ἀπ. 4,50%).

6. — Τὸ κράτος διὰ δάνειον 300.000.000 δραχ. πρὸς 6% ἐξέδωκεν ὁμολογίας ὀνομαστικῆς ἀξίας 100 δραχ. Νὰ εὑρητε :

α) Πόσας ὁμολογίας ἐξέδωκε ;
(ἀπ. 3.000.000).

β) Πόσον τόκον πληρώνει τὸ ἔτος ;
(ἀπ. 18.000.000).

γ) Πόσον τόκον καθ' ἑξαμηνίαν λαμβάνει ἕνας, ὅστις ἔχει 500 ὁμολογίας ;
(ἀπ. 1500).

δ) Πόσον δὲ λαμβάνει τόκον τώρα, πὺν τὸ κράτος ἠλάττωσε τὸν τόκον κατὰ 25% ;
(ἀπ. 1125).

Ὅμας θ' (Μετοχαί).

Αἱ μετοχαί εἶναι ἔγγραφοι ἀποδείξεις, διὰ τῶν ὁποίων οἱ ἰδρυταὶ μιᾶς Τραπεζῆς ἢ μιᾶς ἐπιχειρήσεως δανεῖζονται παρὰ τῶν πολιτῶν πρὸς ὠρισμένον ἐπιτόκιον.

Εἰς ταύτας ἀναγράφεται τὸ δανειζόμενον ποσόν, τὸ ὁποῖον εἶναι εἰς ὅλας τὸ αὐτὸ καὶ λέγεται *ὀνομαστικὴ ἀξία*.

Οἱ κάτοχοι τῶν μετοχῶν λέγονται μέτοχοι τῆς ἐπιχειρήσεως, διότι με-

τέχουν τῶν κερδῶν αὐτῆς· εἰς τούτους μοιράζονται κατὰ ἑξάμηνον ἢ κατ' ἔτος τὰ κέρδη, τὰ ὁποῖα μοιράζονται εἰς τόσα μέρη, ὅσαι εἶναι αἱ μετοχαί, λαμβάνει δὲ ἕκαστος μέτοχος τόσα μερίσματα (μέρη), ὅσας μεταχὰς ἔχει.

Τὸ μέροςμα εἶναι εὐνόητον, ὅτι αὐξάνει ἢ ἐλαττοῦται ἀναλόγως τῶν κερδῶν τῆς ἐπιχειρήσεως.

ΣΗΜ. Ἡ λύσις τῶν προβλημάτων τῶν μετοχῶν εἶναι λίαν εὐνόητος.

Προβλήματα.

1.— Μία ἐπιχείρησις ἐξέδωκε μετοχὰς 20.000.000 δραμῶν, ἐκάστης τῶν ὁποίων ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία εἶναι 500 δραγμαί. Πόσας μετοχὰς ἐξέδωκε ;
(ἀπ. 40.000).

2.— Μία ἐπιχείρησις ἐξέδωκε 10.000 μετοχὰς διὰ δάνειον 30.000.000 δραμῶν. Πόση εἶναι ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία ἐκάστης μετοχῆς ;
(3.000).

3.— Αἱ μετοχαὶ μιᾶς ἐπιχειρήσεως ἦσαν 25.000, τὰ δὲ καθαρὰ κέρδη τῆς 300.000 δραμῶν τοῦ α' ἑξαμήνου. Ποῖον τὸ μέροςμα κατὰ τὸ α' ἑξάμηνον ἐκάστης μετοχῆς ;
(ἀπ. 12).

4.— Ἠγόρασε τις 150 μετοχὰς τῶν 500 δραμῶν μιᾶς Ἐταιρίας. Τὸ μέροςμα κατὰ τὸ α' ἑξάμηνον ἐκάστης μετοχῆς ἦτο 15 δραγμαί. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτόκισε τὰ χρήματα του ;
(ἀπ. 6%).

5.— Μιὰ μετοχὴ τῆς Ἐθνικῆς Τραπεζῆς ἀξίας 5000 δραχ. δίδει καθ' ἑξαμηνίαν μέροςμα 150 δραμῶν. Πόσον τοῖς ἑκατὸν λαμβάνει κατ' ἔτος τόκον ὁ κάτοχος αὐτῆς ;
(ἀπ. 6%).

6.— Ἀγόρασα μετοχὰς μιᾶς Ἐταιρίας μὲ 3500 δραμὰς ἐκάστην. Ἐὰν τὸ μέροςμα ἐκάστης μετοχῆς εἰς 9 μῆνας εἶναι 210 δραχ. πόσον τοῖς ἑκατὸν (X%) παίρνω ἀπ' τὰ χρήματα ποῦ ἔδωσα γιὰ τὰς μετοχὰς ;
(ἀπ. 8%).

7.— Ἀγόρασα μετοχὰς μιᾶς Τραπεζῆς τῶν 300 δραμῶν, ποῦ μοῦ ἀπέδωκαν κατὰ τὸ πρῶτον ἔτος τῆς ἀγορᾶς τῶν μέροςμα $6\frac{1}{2}$ %.

ἐν ὄλῳ δὲ 1560 δραμὰς. Πόσας μετοχὰς ἀγόρασα ;
(ἀπ. 80).

8.— Τῆς αὐτῆς τραπέζης ἀγόρασα ἄλλας μετοχὰς τῶν 400 δραχ-

μῶν, πὸν μοῦ ἀπέδωκαν εἰς τὰ 2 πρῶτα ἔτη μέρισμα 4% καὶ ἔλαβα ἐν ὅλῳ 5600 δραχ. τοιοῦτον. Πόσαι ἦσαν αἱ μετοχαὶ τοῦ ἀγόρασα ;

(ἀπ. 175).

9.— Ἐχει ἓνας 60 μετοχὰς μιᾶς Ἑταιρίας τῶν 1000 δραχ. ἐκάστην. Τὸ μέρισμα, πὸν ἔλαβε στὸ τέλος τοῦ ἔτους, ἦτο 6,50%. Πόσο μέρισμα ἔλαβε ἀπὸ τὶς 60 μετοχές του ;

(ἀπ. 3,900).

Ε'. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΑΝΕΙΩΝ ΤΟΚΟΧΡΕΩΛΥΤΙΚΩΝ⁽¹⁾

1.— Δάνειον 8000 δραχμῶν πρὸς 8% ἔξοφλεῖται τοκοχρεωλυτικῶς δι' ἑτησίου χρεωλύσιον 2000 δραχμῶν. Εἰς πόσον χρόνον θὰ ἔξοφληθῇ ;

Λύσις.

Εὐρίσκεται ὁ τόκος τοῦ α' ἔτους, προστίθεται εἰς τὸ κεφάλαιον καὶ ἐκ τοῦ ἀθροίσματος ἀφαιρεῖται τὸ χρεωλύσιον 2000. Τὸ ὑπόλοιπον εἶναι τὸ κεφάλαιον διὰ τὸ β' ἔτος καὶ κάμνομεν τὰ αὐτὰ πὸν κάμναμε διὰ τὸ α' ἔτος. Τὰ αὐτὰ κάμνομεν καὶ διὰ τὰ ἐπόμενα ἔτη μέχρις ἔξοφλήσεως, ὡς ἀκολούθως :

1ον ἔτος : κεφάλαιον δραχμαὶ	8000
τόκος α' ἔτους τῶν 8000	+ 640
	8640
Ἀφαιρεῖται χρεωλύσιον	— 2000
	6640
2ον ἔτος : κεφάλαιον	6640
τόκος β' ἔτους τῶν 6640	+ 531,20
	7171,20
Ἀφαιρεῖται τοκοχρεωλύσιον	— 2000
	5171,20

1) Τοκοχρεωλυτικὰ δάνεια λέγονται ὅσα ἔξοφλοῦνται μὲ χρεωλύσιον ἢ τοκοχρεωλύσιον.

Τοκοχρεωλύσιον δὲ εἶναι τὸ ποσὸν τὸ ὁποῖον πληρώνεται δι' ὀρισμένον χρονικὸν διάστημα (μηνὸς ἢ ἑξαμήνου ἢ ἔτους) πρὸς ἐξόφλησιν ἑνὸς δανείου.

3ον έτος : κεφάλαιον	5.171,20
τόκος γ' έτους τών 5171,20	+ 413,70
	<hr/> 5.584,90
°Αφαιρείται χρεωλύσιον	- 2000
	<hr/> 3584,90
4ον έτος : κεφάλαιον	3584,90
τόκος δ' έτους τών 3584,90	+ 286,80
	<hr/> 3871,70
°Αφαιρείται χρεωλύσιον	- 2000
	<hr/> 1871,70
5ον έτος : κεφάλαιον	1871,70
τόκος ε' έτους τών 1871,70	+ 149,70
	<hr/> 2021,40
°Αφαιρείται χρεωλύσιον	- 2000
	<hr/> 0021,40
6ον έτος : κεφάλαιον	21,40
τόκος στ' έτους ήτοι τών 21,40	+ 1,70
	<hr/> 23,10

Είς 6 έτη τὸ πληρωτέον ποσὸν κατὰ τὸ 6ον έτος εἶναι μόνον 23,10 δρχ.

2.— Δάνειον 5000 δρχ. πρὸς 6% ἔξοφλεῖται μὲ ἐτήσιον τοκοχρεωλύσιον 800 δρχ. Πόσας δρχ. θὰ ὀφείλῃ μετὰ 3 έτη ; (ἀπ. 3408,20).

3.— Δάνειον 10000 δρχ. πρὸς 9% ἔξοφλεῖται τοκοχρεωλυτικῶς δι' ἐτησίου χρεωλυσίου 2400 δρχ. Εἰς πόσον χρόνον θὰ ἔξοφληθῇ ; (ἀπ. εἰς 6 έτη· τὸ δὲ κατὰ τὸ 6ον έτος πληρωτέον ποσὸν 1114,98).

4.— Δάνειον 2000 δρχ. πρὸς 10% ἔξοφλεῖται τοκοχρεωλυτικῶς διὰ μηνιαίου χρεωλυσίου 500 δρχ. Εἰς πόσους μῆνας θὰ ἔξοφληθῇ ; (ἀπ. εἰς 5 μῆνας· τὸ δὲ κατὰ τὸν 5ον μῆνα πληρωτέον ποσὸν 42,71).

5.— Μία μοδίστρα ἀγόρασε μιὰ ὄαυτομηχανή ἀντὶ 60.000 δρχ. καὶ συνεφώνησε νὰ τὰς πληρώσῃ σὲ ἴσας δόσεις κατὰ τριμηνίαν καὶ μὲ τόκον 6%· αἱ δόσεις θὰ ἀποτελοῦνται ἀπὸ 20.000 δρχ. (πλὴν τῆς τελευταίας, ποὺ θ' ἀποτελεῖται ἀπ' τὸ ὑπόλοιπον):

α) Πόσον τόκον θὰ πληρώσῃ ; (1863,74)

β) Πόσον θὰ στοιχίσῃ ἡ μηχανή ; (61863,74).

6. — Ἀγόρασε ἓνας ἓνα κτῆμα ἀντὶ 50000 δραχμῶν καὶ ἐπλήρωσε μόνον 30.000 δραχ. τὰς δὲ ὑπολοίπους συνεφώνησε νὰ τὰς πληρώσῃ εἰς ἴσας ἐτησίας δόσεις πληρώσεων καὶ τόκον 4% :

α) Πόσον τόκον θὰ πληρώσῃ ; (ἀπ. 1918,38)

β) Πόσον θὰ στοιχίσῃ τὸ κτῆμα ; (ἀπ. 51918,38).

γ) Μετὰ πόσα ἔτη θὰ ἐξοφληθῇ τὸ χρέος ; (ἀπ. 4).

7. — Ἐδανείσθη 2500 δραχ. πρὸς 6% μὲ τὴν συμφωνίαν νὰ τὰς πληρώσῃ εἰς 5 ἴσας μηνιαίας δόσεις, συγχρόνως ὅμως νὰ πληρώνω καὶ τὸν μέχρι τῆς πληρωμῆς ἐκάστης δόσεως τόκον. Πόσον τόκον θὰ πληρώσῃ ; (ἀπ. 37,50).

ΣΤ'. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΥΦΑΙΡΕΣΕΩΣ

Α'. ΕΞΩΤΕΡΙΚΗΣ ΥΦΑΙΡΕΣΕΩΣ

Ὅμας α'

1. — Γραμματίον 2600 δραχ. λήγει μετὰ 1 ἔτος καὶ 2 μῆνας καὶ προεξοφλεῖται σήμερον πρὸς $7\frac{1}{2}\%$. α) Ποία ἡ ἐξωτερικὴ του ὑφαίρεσις. Ποία ἡ παρούσα του ἀξία ;

Λύσις α'.

Κατάταξις.

$$\frac{100}{2600} \text{ δραχ. } \frac{12}{14} \text{ μῆνες } 7\frac{1}{2} \text{ δραχ. } \frac{1}{2}$$

Σύγκρισις ὡς ἐν τῷ προβλήματι 1 τῆς α' ομάδος τοῦ τόκου.

$$\text{Εὐρέσις τοῦ } X: \quad \text{ἦτοι } X = 7\frac{1}{2} \times \frac{2600}{100} \times \frac{14}{12} =$$

$$= 7 \frac{1}{2} \times 26 \times \frac{7}{6} = \frac{15}{2} \times 26 \times \frac{7}{6} = 15 \times 13 \times \frac{7}{6} =$$

$$= 5 \times 13 \times \frac{7}{2} = \frac{455}{2} = 227 \frac{1}{2} \text{ δρχ.}$$

Αύσις β'.

Πρὸς εὔρεσιν ἤδη τῆς παρουσίας ἀξίας του ἀφαιρεῖται ἡ ἔξωτερικὴ του ὑφαίρεσις ἀπὸ τὴν ὀνομαστικὴν του ἀξίαν, ἦτοι :

$$2600 - 227 \frac{1}{2} = 2599 \frac{2}{2} - 227 \frac{1}{2} = 2372 \frac{1}{2} \text{ δρχ.}$$

Εὐρίσκεται ὁμως ἡ παροῦσα ἀξία καὶ ἀπ' εὐθείας ὡς ἐξῆς :

Εὐρίσκομεν πρῶτον τὴν παροῦσαν ἀξίαν τῶν 100 δρχ., ἦτοι :

$$\frac{100 \text{ δρχ.}}{100} \quad \frac{12 \text{ μῆνες}}{14} \quad \frac{7 \frac{1}{2} \text{ δρχ.}}{X}$$

$$X = 7 \frac{1}{2} \times \frac{14}{12} = \frac{15}{2} \times \frac{7}{6} = \frac{5}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{35}{4} = 8,75 \text{ δρχ.}$$

Ἄρα ἡ παροῦσα ἀξία τῶν 100 δρχ. εἶναι $100 - 8,75 = 91,25$ δρχ.

Εὐρίσκω ἤδη τὴν παροῦσαν ἀξίαν τῶν 2600 δραχμῶν.

$$\frac{100 \text{ δρχ.}}{2600} \quad \frac{14 \text{ μῆνες}}{14} \quad \frac{91,25 \text{ δρχ.}}{X}$$

$$X = 91,25 \times \frac{2600}{100} = 91,25 \times 26 = 2372,50 \text{ δραχμῶν.}$$

2.— Πόσας δραχμῶν θὰ κρατήσῃ καὶ πόσας θὰ πληρώσῃ ἕνας τραπεζίτης, ὅστις ἠγόρασεν ἕνα γραμμάτιον 4000 δραχμῶν, τὸ ὁποῖον λήγει μετὰ 6 μῆνας καὶ με ὑφαίρεσιν 7% ἔξωτερικὴν; (ἀπ. 140—38600).

3.— Γραμμάτιον 5400 δραχμῶν λήγον μετὰ 20 ἡμέρας, προεξοφλεῖται σήμερον πρὸς 8%.

α) Πόση ἡ ἔξωτερικὴ του ὑφαίρεσις ;

β) Ποία ἡ παροῦσα ἀξία του ;

(ἀπ. 24—5376).

4.— Γραμμάτιον 9000 δρχ. λήγον μετὰ 6 μῆνας καὶ 8 ἡμέρας προεξοφλεῖται σήμερον πρὸς 6,50%.

Ποία εἶναι ἡ ἔξωτερικὴ του ὑφαίρεσις ;

Ποία ἡ παροῦσα ἀξία του ; (ἀπ. 305,50—8694,50).

5.— Ἐν γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας 12 000 δραχ. ἔληγε τέλος Ἰουνίου καὶ προεξωφλήθη τὴν 10ην Μαρτίου τοῦ ἰδίου ἔτους πρὸς 12⁰/₁₀₀. α) Ποία εἶναι ἡ ἑξωτερικὴ του ὑφαίρεσις ;

β) Ποία ἡ παροῦσα ἀξία του ; (ἀπ. 440—11560).

6.— Γραμμάριον 1800 δραχ. προεξωφλήθη 5 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 10⁰/₁₀₀. Πόση ἡ ἑξωτερικὴ του ὑφαίρεσις ; (ἀπ. 75).

7.— Γραμμάτιον 600 δραχμῶν λήγον μετὰ 4 μῆνας προεξοφλεῖται σήμερον πρὸς 4 $\frac{1}{2}$ ⁰/₁₀₀. Ποία ἡ σημερινὴ του ἀξία ; (ἀπ. 591).

8.— Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἑξωτερικὴ ὑφαίρεσις τῶν κάτωθι γραμματίων :

α) 5000 δραχ. προεξοφλουμένων 3 ἔτη πρὸ τῆς λήξεως πρὸς 4,50⁰/₁₀₀. (ἀπ. 675).

β) 1500 δραχμῶν προεξοφλουμένων 2 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως πρὸς 5 $\frac{1}{2}$ ⁰/₁₀₀. (ἀπ. 13 $\frac{3}{4}$).

γ) 2000 δραχμῶν προεξοφλουμένων 45 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεως πρὸς 6⁰/₁₀₀. (ἀπ. 15)

Ὅμας β'.

1.— Γραμμάτιον προεξοφληθὲν 6 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 6 $\frac{1}{2}$ ⁰/₁₀₀ ἔδωκεν ὑφαίρεσιν ἑξωτερικὴν 32,50. Ποία εἶναι ἡ ὀνομαστικὴ του ἀξία ;

Λύσις.

Κατάταξις :

$$\frac{100 \text{ δραχ.}}{X} \quad \gg \quad \frac{12 \text{ μῆνας}}{6} \quad \gg \quad \frac{6 \frac{1}{2} \text{ δραχ.}}{32,50}$$

$$X = 100X \frac{12}{6} X \frac{32,50}{6 \frac{1}{2}} = 100X2X \frac{32,50}{\frac{13}{2}} = 100 X2X \frac{65}{13} =$$

$$= \frac{13000}{13} = 1000 \text{ δραχ.}$$

2.— Γραμμάτιον προεξωφλήθη 4 μῆνας πρὸς τῆς λήξεώς του πρὸς 6% καὶ ἔλαβεν ὁ κομιστὴς 784 δραχμάς. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ του ἀξία; (ἀπ. 800).

Λύσις.

Εὐρίσκω τὴν ἔξωτερικὴν ὑφαίρεσιν τῶν 100 δραχ. 4 μηνῶν

$$\frac{100}{100} \text{ δραχ. } \frac{12}{4} \text{ μῆνας } \frac{6}{X} \text{ δραχ.}$$

$$X = 6 \times \frac{4}{12} = 6 \times \frac{1}{3} = \frac{6}{3} = 2 \text{ δραχ.}$$

Ὅστε ἡ παροῦσα ἀξία κατὰ τὴν προεξόφλησιν τῶν 100 δραχμῶν ἦτο $100 - 2 = 98$ δραχμαὶ

ὥστε παροῦσα ἀξία $\frac{98}{784}$ δραχ. ὀνομαστικὴ $\frac{100}{X}$ δραχ.

$$X = 100 \times \frac{784}{98} = 100 \times \frac{392}{49} = \frac{39200}{49} = 800 \text{ δραχ.}$$

3.— Γραμμάτιον λῆγον τὴν 15ην Ἰουνίου 1935 προεξωφλήθη τὴν 15ην Μαρτίου ἰδίου ἔτους με̄ ἔξωτερικὴν ὑφαίρεσιν 12% διὰ 1164 δραχμῶν. Ποία ἦτο ἡ ὀνομαστικὴ του ἀξία; (ἀπ. 1200).

4.— Γραμμάτιον λῆγον μετὰ 8 μῆνας, προεξωφλεῖται σήμερον πρὸς 10% καὶ δίδει ἔξωτερικὴν ὑφαίρεσιν 54 δραχ. Ποία εἶναι ἡ ὀνομαστικὴ του ἀξία; (ἀπ. 810).

Ὅμως γ'.

1.— Γραμμάτιον 8400 δραχ. λῆγον τὴν 5 Δεκεμβρίου προεξωφλήθη τὴν 5 Ἰουλίου τοῦ ἰδίου ἔτους με̄ ὑφαίρεσιν 280 δραχ. Πόσον τῆς ἑκατὸν ἔγινεν ἡ προεξόφλησις; (ἀπ. 8%).

2.— Γραμμάτιον 400 δραχ. προεξωφλήθη 8 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς

του ἀντὶ 380 δραχ. Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν ἔγινεν ἡ ἐξωτερικὴ του ὑφαίρεσις ;

$$(\text{ἀπ. } 7\frac{1}{2}\%)$$

3.— Γραμματίον προεξωφλήθη 3 μῆνας καὶ 10 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του ἀντὶ 587,50 δραχμῶν καὶ ἔγινεν ὑφαίρεσις ἐξωτερικὴ 12,50 δραχμῶν. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἔγινεν ἡ προεξόφλησις ; (ἀπ. 7,50%).

4.— Γραμματίον 1200 δραχμῶν προεξωφλήθη 45 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του με ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν 9,75 δραχμῶν. Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν ἔγινεν ἡ ὑφαίρεσις ;

$$(\text{ἀπ. } 6,50\%)$$

5.— Γραμματίον 4800 δραχ. ἔληγε μετὰ 2 ἔτη καὶ προεξωφλήθη σήμερον ἀντὶ 3936 δραχμῶν. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἔγινεν ἡ προεξόφλησις ;

$$(\text{ἀπ. } 9\%)$$

Ὅμας δ'.

1.— Γραμματίον 2800 δραχμῶν προεξωφλήθη πρὸς 9% καὶ ἔγινεν ὑφαίρεσις ἐξωτερικὴ 52,50 δραχμῶν. Μετὰ πόσον χρόνον ἔληγε τὸ γραμματίον ;

Λύσις.

$$\frac{100}{2800} \text{ δραχ. } \frac{1}{X} \text{ ἔτος } \frac{9}{52,50} \text{ δραχ.}$$

$$X = 1 \times \frac{100}{2800} \times \frac{52,50}{9} = \frac{1}{28} \times \frac{17,50}{4} =$$

$$= \frac{1}{14} \times \frac{8,75}{3} = \frac{8,75}{42} \text{ ἔτους, ἥτοι 2 μῆνες 15 ἡμέραι.}$$

$$\begin{array}{r} 8,75 \quad | \quad 42 \\ \times 12 \quad 0 \text{ ἔτη 2 μῆνες 15 ἡμ.} \\ \hline 1750 \\ 875 \\ \hline \text{μῆνες} \quad 105,00 \\ 21 \\ \times 30 \\ \hline \text{ἡμέρ.} \quad 630 \\ 210 \\ \hline 00 \end{array}$$

2.— Γραμμάτιον 7200 δραχμῶν προεξωφλήθη με ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν 8% καὶ ἔδωκεν τοιαύτην 144 δραχμῶν. Πρὸ πόσου χρόνου προεξωφλήθη τὸ γραμμάτιον; (ἀπ. 3 μῆνας).

3.— Γραμμάτιον 1500 δραχμῶν προεξωφλήθη πρὸς 7,50% ἀντὶ 1468,75 δραχμῶν με ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν. Μετὰ πόσον χρόνον ἔληγε; (ἀπ. 3 μῆνες 10 ἡμέρ).

4.— Γραμμάτιον 6000 δραχμῶν προεξωφλήθη πρὸς 6% τὴν 10ην Μαρτίου 1935 ἀντὶ 5860 δραχμῶν με ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν. Πότε ἔληγε; (ἀπ. 4 μῆνες 20 ἡμέρ).

5.— Γραμμάτιον προεξωφλήθη πρὸς 8,25% ἀντὶ 3411,90 δραχ., ἔδωκε δὲ ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν 188,10 δραχμῶν. Πόσον χρόνον πρὸ τῆς λήξεώς του προεξωφλήθη; (ἀπ. 7 μῆν. 18 ἡμ.).

6.— Τὴν 15ην Ἰουνίου προεξωφλήθη ἐν γραμμάτιον 2400 δραχ. ἀντὶ 2385 δραχμῶν με ἐπιτόκιον 5%. Πότε ἔληγε; (ἀπ. μετὰ 45 ἡμέρας ἤτοι τέλους Ἰουλίου ἰδίου ἔτους).

Β' ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΥΦΑΙΡΕΣΕΩΣ

Ὅμας α'

1. Γραμμάτιον 5200 δραχμῶν λήγον μετὰ 8 μῆνας, προεξοφλεῖται σήμερον με ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν πρὸς 6%.

α) Πόση ἡ ἐσωτερικὴ του ὑφαίρεσις;

β) Πόση ἡ παροῦσα του ἀξία;

Λύσις.

α) Εὐρίσκω τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν δανείου 100 δραχμῶν δι' 8 μῆνας πρὸς 6% ἤτοι:

$$\frac{100}{100} \text{ δραχ.} \cdot \frac{12 \text{ μῆνες}}{8} \gg \frac{6}{X} \text{ δραχ.} \quad \left| \quad X = 6 \times \frac{8}{12} = \frac{8}{2} = 4 \text{ δραχ.} \right.$$

Ἄρα ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία δανείου δραχμῶν 100 δι' 8 μῆνας πρὸς 6% εἶναι $100 + 4 = 104$ δραχ.

Ἐὰν τοῦτο τὸ δάνειον προεξοφληθῇ 8 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 4% εἶναι φανερὸν ὅτι θὰ ἔχη ὑφαίρεσιν 4 δραχ. ὥστε:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{ὄνομ. ἀξία} & \frac{104}{5200} & \text{δρχ. ὑφαίρ.} & \frac{4}{X} & \text{δρχ.} & & \\ \text{»} & \text{»} & & & & & \end{array}$$

$$X = 4 \times \frac{5200}{104} = \frac{5200}{26} = \frac{2600}{13} = 200 \text{ δρχ.}$$

“Ὅθεν ἡ παροῦσα ἀξία εἶναι $5200 - 200 = 5000$ δραχμᾶς.

. Ἀλλὰ καὶ οὕτως : Εὐρίσκεται ἡ ὑφαίρεσις τῶν 100 δρχ. δι’ 8 μῆνας πρὸς 6% ὅπως ἀνωτέρω, ἥτις εἶναι 4 δραχμῶν. Ἔπειτα :

$$\begin{array}{ccccccc} \text{ὄνομ. ἀξία} & \frac{104}{5200} & \text{δρχ. ἡ παροῦσα} & \frac{100}{X} & \text{δρχ.} & & \\ \text{»} & \text{»} & & & & & \end{array}$$

$$\begin{aligned} X &= 100 \times \frac{5200}{104} = 100 \times \frac{1300}{26} = 100 \times \frac{650}{13} = \\ &= \frac{65000}{13} = 5000 \text{ δρχ.} \end{aligned}$$

2.—Γραμμάτιον 2505 δραχμῶν προεξοφλεῖται 18 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του με ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν πρὸς 4%.

α) Πόση ὑφαίρεσις ἐγένε ; β) Ποία ἡ παροῦσα του ἀξία ;
(ἀπ. 5 δρχ.), (ἀπ. 2500 δρχ.).

3.—Γραμμάτιον δραχμῶν 810 λήγον μετὰ 3 μῆνας καὶ 10 ἡμέρας προεξοφλεῖται σήμερον με ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν πρὸς $4 \frac{1}{2}$ %. α) Πόση ἡ ἐσωτερικὴ του ὑφαίρεσις ;

β) Πόση ἡ παροῦσα του ἀξία ; (ἀπ. 10 δρχ.), (ἀπ. 800 δρχ.).

4.—Γραμμάτιον 10750 δραχμῶν λήγον μετὰ 1 ἔτος καὶ 6 μῆνας προεξοφλεῖται σήμερον πρὸς 5% με ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν. Πόση ὑφαίρεσις θὰ γίνῃ ; (ἀπ. 750 δρχ.).

5.—Πόση ἡ σημερινὴ ἀξία ἐνὸς γραμματίου 1081,50 δρχ. τὸ ὁποῖον λήγει μετὰ 4 μῆνας, καὶ τοῦ ὁποῖου τὸ ἐπιτόκιον εἶναι 9% ; (ἀπ. 1050).

6.—Ἐδανείσθη τις πρὸς $7 \frac{1}{2}$ % διὰ γραμματίου λήγοντος μετὰ 8 μῆνας. εἰς τὸ ὁποῖον ἀνεγράφη τὸ ποσὸν 2100 δρχ. Ποῖον κεφάλαιον ἐδανείσθη ; (ἀπ. 2000).

Ὅμας β'.

1.—Γραμμάτιον ἐξοφληθὲν 80 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του με ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν πρὸς 9 % ἔδωκεν ὑφαίρεσιν 16 δραχ. Ποία ἦτο ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία του ;

Λύσις :

$$\frac{100}{100} \text{ δραχ.} \cdot \frac{360}{80} \text{ ἡμ.} \cdot \frac{9}{X} \text{ δραχ.}$$

$$X = 9 \times \frac{80}{360} = 9 \times \frac{8}{36} = 9 \times \frac{2}{9} = 2 \text{ δραχ.}$$

Ἄρα ἂν δανείση τις 100 δραχ. διὰ 80 ἡμ. θὰ κάμη γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας 102 δραχ. Ἄν τὸ προεξοφλήσῃ δὲ ἀμέσως, ἦτοι πρὸ 80 ἡμερῶν, θὰ φέρῃ ὑφαίρεσιν δραχ. 2.

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Ὅστε ὑφαίρ.} & \frac{2}{16} & \text{δραχ. ὀνομ. ἀξία} & \frac{102}{X} \\ \text{»} & \text{»} & \text{»} & \text{»} \end{array}$$

$$X = 102 \times \frac{16}{2} = 102 \times 8 = 816 \text{ δραχ.}$$

2.—Γραμμάτιον ἐξοφληθὲν 6 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του με ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν πρὸς 10 % ἔπαθεν ὑφαίρεσιν 60,50 δραχ. Ποῖον ἦτο τὸ ποσὸν (ὀνομ. ἀξία) τοῦ γραμματίου ;

(ἀπ. 1270,50).

3.—Πόσων δραχμῶν εἶναι γραμμάτιον προεξοφληθὲν με ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν πρὸς $7\frac{1}{2}$ % διὰ 2800 δραχ. 4 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του ;

(ἀπ. 2870).

Ὅμας γ'.

1.—Γραμμάτιον 1430 δραχ. προεξοφληθὲν 4 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του με ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν ἔπαθεν ἐν ὅλω τοιαύτην 55 δραχ. Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν συνεφωνήθη αὕτη ; (ἀπ. 12 %).

Λύσις :

Ἡ παροῦσα ἀξία τοῦ γραμματίου κατὰ τὴν προεξόφλησιν εἶναι $1430 - 55 = 1375$ δραχ.

$$\frac{1375}{100} \text{ δραχ.} \cdot \frac{4}{12} \text{ μην.} \cdot \frac{55}{X} \text{ δραχ.}$$

$$\times = 55 \times \frac{100}{1375} \times \frac{12}{4} = 11 \times \frac{100}{275} \times 3 = \frac{3300}{275} = \frac{660}{55} = \frac{132}{11} = 12\%$$

2.—Γραμμάτιον 2419,20 δραχ. προεξοφληθὲν 24 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του με ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν ἔπαθεν ἐν ὄλω τοιαύτην 19,20 δραχ. Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν ἔγινεν ὑφαίρεσις; (ἀπ. 12 %).

3.—Γραμμάτιον 2120 δραχ. προεξωφλήθη 9 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του διὰ 2000 δραχ. με ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἔγινεν ἡ ὑφαίρεσις; (ἀπ. 8 %).

4.—Γραμμάτιον προεξωφλήθη 2 μῆνας καὶ 10 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του ἀντὶ 540 δραχμῶν καὶ ἔπαθεν ὑφαίρεσιν ἐσωτερικὴν 10,50 δραχμῶν πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἔγινεν ἡ προεξόφλησις; (ἀπ. 10 %).

Ὅμας δ'.

1.—Γραμμάτιον 1530 δραχμῶν προεξοφλεῖται πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 8 % καὶ δίδει ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν 30 δραχμῶν. Πόσον χρόνον πρὸ τῆς λήξεώς του προεξωφλήθη;

Λύσις :

Ἡ παροῦσα ἀξία τοῦ γραμματίου εἶναι $1530 - 30 = 1500$ δραχ.

$$\frac{100}{1500} \text{ δραχ.} \cdot \frac{1}{X} \text{ ἔτος} \cdot \frac{8}{30} \text{ δραχ.}$$

$$X = 1 \times \frac{100}{1500} \times \frac{30}{8} = \frac{1}{15} \times \frac{15}{4} = \frac{1}{4} \text{ τοῦ ἔτους ἤτοι 3 μῆνας.}$$

2.—Γραμμάτιον 3048 δραχμῶν ἔξωφλήθη πρὸ τῆς λήξεώς του με ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν πρὸς 8 % καὶ ἔπαθε συνολικὴν ὑφαίρεσιν 48 δραχμῶν. Πόσον χρόνον πρὸ τῆς λήξεώς του ἔξωφλήθη; (ἀπ. 2 μ. 12 ἡ.)

3.—Προεξωφλήθη ἐν γραμμάτιον 4966,40 δραχμῶν πρὸς 6 % τὴν 10 Μαρτίου 1935 ἀντὶ 4850 δραχμῶν με ὑφαίρεσιν ἐσωτερικὴν. Πότε ἔληγε; (ἀπ. 4ην Αὐγ. 1935).

Ζ'. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΡΙΣΜΟΥ

Ὅμας α'.

1.—Εἷς φιλόπτοχος ἐμοίρασε 260 ὀκάδ. ἀλεύρου εἰς τρεῖς οἰκογενεῖας ἀναλόγως τῶν τέκνων των. Πόσας ὀκάδας ἐπῆρεν ἕκαστη, ἔαν ἡ πρώτη εἶχεν 6 τέκνα, ἡ δευτέρα 8 τέκνα καὶ ἡ τρίτη 10 τέκνα ;

$$(\text{ἀπ. } \alpha' : 65, \beta' : 86 \frac{2}{3} \gamma' : 108 \frac{1}{3}).$$

Λύσις.

Προσθέτω τοὺς μερίζοντας ἀριθμούς· ἦτοι $6 + 8 + 10 = 24$.

Μεριστέος ἀριθ. $\frac{24}{260}$ μερίδιον α' $\frac{6}{X}$
 » » » » » »

$$X = 6 \times \frac{260}{24} = \frac{260}{4} = \frac{65}{1} = 65 \text{ ὀκ.}$$

Ὅμοιως εὐρίσκεται τῆς β' καὶ γ' οἰκογενείας.

2.—4 ἐργάται ἐργάσθησαν εἰς ἓν ἔργον μὲ τὸ ἴδιον ἡμερομίσθιον ὁ α' 9 ἡμέρας, ὁ β' 8 ἡμέρας, ὁ γ' 6 ἡμέρας καὶ ὁ δ' 5 καὶ ἐπληρώθησαν ὅλοι μαζὺ 2240 δραχμῶν. Πόσας δραχμῶν θὰ λάβῃ ἕκαστος ;

$$(\text{ἀπ. } \alpha' 720, \beta' 640, \gamma' 480, \delta' 400).$$

3.—3 καραγωγεῖς μετέφερον ἀπὸ τὸ ἴδιον χωρίον εἰς Λάρισα ὁ α' 280, ὁ β' 320, ὁ γ' 360 κοιλὰ σίτου καὶ ἐπληρώθησαν μαζὺ 4800 δραχ. Πόσας δραχ. θὰ λάβῃ ἕκαστος ; (ἀπ. α' 1400, β' 1600, γ' 1800).

4.—4 κτηνατρόφοι ἐνοικίασαν ἓν λιβάδιον διὰ τὰ πρόβατά των 8250 δραχμῶν· εἶχον ὅλοι ἴσα πρόβατα, ἐβόσκησαν ὅμως τοῦ μὲν α' ἐπὶ 90 ἡμέρας, τοῦ β' ἐπὶ 80 ἡμέρας, τοῦ γ' ἐπὶ 65 ἡμέρας καὶ τοῦ δ' ἐπὶ 40 ἡμέρας. Πόσα θὰ πληρώσῃ ἕκαστος ;

$$(\text{ἀπ. } \alpha' 2700, \beta' 2400, \gamma' 1950, \delta' 1200).$$

5.—4 κτηνοτρόφοι ἐνοικίασαν ἓν λιβάδιον ἀντὶ 18450 δραχ. Ὅλων τὰ πρόβατα ἐβόσκησαν ἐπὶ 4 μῆνας, ἀλλ' ὁ α' εἶχεν 150 πρόβατα, ὁ β' 200, ὁ γ' 250, καὶ ὁ δ' 300 πρόβατα. Πόσα θὰ πληρώσῃ ἕκαστος ;

$$(\text{ἀπ. } \alpha' 3075, \beta' 4100, \gamma' 5125, \delta' 6150).$$

6.—3 ἐργάται ἐφόρτωσαν 3 βαγόνια μὲ σάκκους ξυλανθράκων· ὁ

α' μετέφερεν 85 σάκκους, ὁ β' 110, ὁ γ' 75 σάκκους· ἐπληρώθησαν μαζί 135 δραχμάς. Πόσας θὰ λάβῃ ἕκαστος ;

$$(\text{ἀπ. } \alpha' 42 \frac{1}{2}, \beta' 55, \gamma' 37 \frac{1}{2}).$$

7.—3 κληρονόμοι ἐκληρονόμησαν 360.000 δραχμάς· ἡ διαθήκη ὠρίζεν : ὁ β' νὰ λάβῃ διπλάσια τοῦ α' καὶ ὁ γ' διπλάσια ἀπὸ ὅσα ὁ α' καὶ ὁ β'. Πόσα θὰ λάβῃ ὁ καθένας ;

$$(\text{ἀπ. } \alpha' 40.000, \beta' 80.000, \gamma' 240.000).$$

8.—Νὰ μερισθῇ ὁ ἀριθμὸς 60 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 3, 5, 7.

$$(\text{ἀπ. } 12, 20, 28).$$

9.—Νὰ μερισθῇ ὁ ἀριθμὸς 360 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 12, 15, 18.

$$(\text{ἀπ. } 96, 120, 144).$$

10.—Νὰ μερισθῇ ὁ ἀριθμὸς 180 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 4, 5, 6.

$$(\text{ἀπ. } 48, 60, 72).$$

11.—Δύο συνεταῖροι ἔλαβον ἀπὸ μίαν ἐπιχείρησιν ὁ μὲν α' 4800 δραχ., ὁ δὲ β' 7200 δραχ. Οἱ δύο μαζί εἶχαν καταθέσει 24000 δραχ. Πόσον εἶχε καταθέσει ἕκαστος ;

$$(\text{ἀπ. } 9.600, 14.400).$$

12.—3 συνεταῖροι ἔζημιώθησαν ἀπὸ μίαν ἐπιχείρησιν 10.000 δραχ., εἶχον δὲ καταθέσει δι' αὐτὴν ὁ α' 20.000 δραχ., ὁ β' 36.000 δραχ. καὶ ὁ γ' 44.000 δραχμάς. Πόση ζημία ἀναλογεῖ εἰς ἕκαστον ;

$$(\text{ἀπ. } \alpha' 2000, \beta' 3600, \gamma' 4400).$$

13.—Νὰ μερισθῇ ὁ ἀριθμὸς $60 \frac{3}{4}$ εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν

10, 15, 20.

$$(\text{ἀπ. } 13 \frac{1}{2}, 20 \frac{1}{4}, 27).$$

Ὅμας β'.

1.—Νὰ μερισθῇ ὁ ἀριθμὸς 120 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν

$$\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}.$$

Δύσεις.

Πολλαπλασιάσω τοὺς μερίζοντας ἀριθμοὺς $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}$, ἐπὶ τὸν

ἀριθμὸν 24 ἦτοι ἐπὶ τὸ ἐλάχιστον κοινὸν πολλαπλάσιον τῶν παρανομαστῶν αὐτῶ· οὕτω θὰ ἔχομεν;

$$\frac{3}{4} \times 24 = \frac{72}{4} = 18$$

$$\frac{5}{6} \times 24 = \frac{120}{6} = 20 =$$

$$\frac{7}{8} \times 24 = \frac{168}{8} = \frac{42}{2} = 21.$$

Τοιοιουτρόπως ἔχομεν νὰ μερίσωμεν πλέον τὸν ἀριθμὸν 120 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν 18, 20, 21.

$$(\text{ἀπ. } 36 \frac{36}{59}, 40 \frac{40}{59}, 42 \frac{42}{59}).$$

2.—Νὰ μερισθῇ ὁ ἀριθμὸς 60 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4},$$

$$(\text{ἀπ. } 15 \frac{15}{23}, 20 \frac{20}{23}, 23 \frac{11}{23}).$$

3.—Νὰ μερισθῇ ὁ ἀριθμὸς 130 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν

$$\frac{2}{5}, \frac{6}{10}, \frac{5}{8}.$$

$$(\text{ἀπ. } 32, 48, 50).$$

4.—Νὰ μερισθῇ ὁ ἀριθμὸς 600 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν

$$5, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}.$$

$$(\text{ἀπ. } 480, 72, 48).$$

Ὅμας γ'.

1.—Νὰ μερισθῇ ὁ ἀριθμὸς 10130 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν $8 \frac{1}{2}, 10 \frac{2}{3}, 14 \frac{3}{5},$

Λύσις.

Τρέπω τοὺς μερίζοντας μικτοὺς ἀριθμοὺς εἰς κλάσματα, ἦτοι $8 \frac{1}{2} = \frac{17}{2}, 10 \frac{2}{3} = \frac{32}{3}, 14 \frac{3}{5} = \frac{73}{5}.$

Τοιοιουτρόπως πλέον ἔχομεν νὰ μερίσωμεν τὸν ἀριθμὸν 10130

εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν κλασμάτων $\frac{17}{2}$, $\frac{32}{3}$, $\frac{73}{5}$, τοῦτο δὲ κάμνομεν ὡς ἀνωτέρω ἐν τῷ 1ῳ τῆς β' ομάδος. (ἀπ. 2550, 3200, 4380).

2.—Νὰ μερισθῇ ὁ ἀριθμὸς 100 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν $5\frac{1}{2}$, $7\frac{2}{3}$, 6. (ἀπ. $28\frac{16}{23}$, 40, $31\frac{7}{23}$).

3.—Νὰ μερισθῇ ὁ ἀριθμὸς 1020 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν $5\frac{3}{4}$, $6\frac{1}{2}$, 0,5, (ἀπ. 460, 520, 40).

4.—Νὰ μερισθῇ ὁ ἀριθμὸς 650 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν $2\frac{1}{2}$, 6 καὶ 4,5. (ἀπ. 125, 300, 225).

Ὅμας δ'.

3. 3 ἐργάται ἔλαβον διὰ μίαν ἐργασίαν 1200 δραχμὰς. Ὁ α' εἰργάσθη ἐπὶ 5 ἡμέρας 8 ὥρας καθ' ἑκάστην ὁ β' ἐπὶ 4 ἡμέρας 9 ὥρας καθ' ἑκάστην καὶ ὁ γ' ἐπὶ 7 ἡμέρας 7 ὥρας καθ' ἑκάστην. Πόσας δραχμὰς θὰ λάβῃ ὁ καθεὶς ;

Λύσις.

Διὰ τὴν λάβην τὸ ἀναλογοῦν εἰς αὐτὸν κέρδος ἐκ τῶν 1200 δραχμῶν εἰργάσθη :

$$\begin{array}{rcl} \delta \text{ } \alpha' & 8 \text{ } \omega\text{ρας} \times 5 \text{ } \eta\text{μέρας} & = 40 \text{ } \omega\text{ρας.} \\ \text{» } \beta' & 9 \text{ } \text{»} \times 4 \text{ } \text{»} & = 36 \text{ } \text{»} \\ \text{» } \gamma' & 7 \text{ } \text{»} \times 7 \text{ } \text{»} & = 49 \text{ } \text{»} \end{array}$$

Ὡστε κατελήξαμεν νὰ μερίσωμεν τὸν ἀριθμὸν 1200 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 40, 36, 49. Τοῦτο κάμνωμεν πλέον ὡς ἐν τῷ 1ῳ τῆς α' ομάδος. (ἀπ. $384\frac{3}{5}$, $345\frac{3}{5}$, $470\frac{2}{5}$).

2.—3 κτηνοτρόφοι ἐνοικίασαν ἓνα λιβάδι διὰ τὰ πρόβατά των 22300 δραχμὰς μὲ τὴν συμφωνίαν νὰ πληρώσουν ὁ καθεὶς ἀναλόγως τῶν προβάτων του καὶ τοῦ χρόνου ποῦ θὰ βοσκήσουν ταῦτα :

$$\begin{array}{rcl} \delta \text{ } \alpha' & \text{ἐβόσκησεν} & 950 \text{ } \text{πρόβατα} \text{ ἐπὶ } 4 \text{ } \mu\eta\text{νας} \\ \text{» } \beta' & \text{»} & 1050 \text{ } \text{»} \text{ » } 3 \text{ } \text{»} \\ \text{» } \gamma' & \text{»} & 840 \text{ } \text{»} \text{ » } 5 \text{ } \text{»} \end{array}$$

Πόσα θὰ πληρώσῃ ὁ καθείς ; (ἀπ. 7600, 6300, 8400).

3.—3 καρραγωγεῖς μετέφερον τὸν σίτον ἐνὸς σιτεμπόρου Τρικκάλων ἀπὸ χωριά, τὰ ὁποῖα ἀπέιχον ἀπὸ τὰ Τρίκκαλα οὐχὶ τὴν αὐτὴν ἀπόστασιν :

ὁ α' μετέφερεν 400 κοιλὰ ἀπὸ ἀπόστασιν 5 χιλιομ.

» β' » 450 » » » 8 »

» γ' » 640 » » » 10 »

Ἐπληρώθησαν οἱ 3 μαζὶ 1200 δραχμῶς. Πόσα θὰ λάβῃ ὁ καθείς ; (ἀπ. 200, 360, 640).

Η' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ

Ὅμας α'.

1.—3 συνεταῖροι κατέβαλον συγχρόνως διὰ μίαν ἐπιχείρησιν ἑκαστος ἀπὸ 800 δραχμῶς. Μετὰ 2 ἔτη εὖρον κέρδος 12 000 δραχμῶς. Πόσας ἔλαβεν ἑκαστος ; (ἀπ. 4000).

2.—3 ἐργάται διὰ τὴν ἐκτέλεσιν ἐνὸς ἔργου ἐπληρώθησαν ἐν ὄλῳ 960 δραχμῶς· εἰργάσθησαν καὶ οἱ 3 τὰς αὐτὰς ἡμέρας καὶ ὥρας καθ' ἑάστην. Πόσα θὰ λάβῃ ἑκαστος ; (ἀπ. 320).

3.—4 κτηνοτρόφοι ἐνοικίασαν ἓνα λιβάδι 28,500 δραχμῶς διὰ τὰ πρόβατά των· ἐβόσκησαν ὅλα ἐπὶ 90 ἡμέρας καὶ εἶχον τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν προβάτων. Πόσα ἐπλήρωσεν ὁ καθείς ; (ἀπ. 7125).

Ὅμας β'.

1.—Δύο ἔμποροι ἔκαμαν μίαν ἐπιχείρησιν καὶ κατέβαλον δι' αὐτὴν συγχρόνως· ὁ α' 15,000 δραχμῶς, ὁ δὲ β' 20,000 δραχμῶς. Ἀπὸ τὴν ἐπιχείρησιν αὐτὴν εὖρον κέρδος 14,000 δραχμῶς. Πόσας θὰ λάβῃ ὁ καθείς ; (ἀπ. 6,000, 8000).

Λύσις.

Ὅμοῦ κατέθεσαν $15.000 + 20.000 = 35.000$ δραχ.

Μεριστέος ἀριθμὸς $\frac{35.000}{14.000}$ τὸ μερίδιον α' $\frac{1500}{X}$ β' $\frac{20.000}{X}$

» » $\frac{14.000}{X}$ » » $\frac{X}{X}$

$$\alpha' X = 1500 \times \frac{14.000}{35.000} = 1500 \times \frac{14}{35} = 3000 \times \frac{14}{7} = 3000 \times 2 = 6000$$

$$\beta' X = 20000 \times \frac{14.000}{35.000} = 20000 \times \frac{14}{35} = 4000 \times \frac{14}{7} = 4000 \times 2 = 8000$$

2.—3 ἔμποροι ἔκαμαν ἓν ἔμποριον καὶ κατέβαλον ἕξ ἀρχῆς μέχρι τέλους ὁ α' 250.000 δραχμᾶς, ὁ β' 180.000 δραχμᾶς καὶ ὁ γ' 320.000 δραχμᾶς. Εἰς τὸ τέλος εὗρον κέρδος 240.000 δραχμᾶς. Πόσας δραχμᾶς θὰ λάβῃ ὁ καθεὶς ἀπὸ τὸ κέρδος; (ἀπ. 80.000, 57.000, 102.400).

3.—3 συνεταῖοι κατέβαλον διὰ μίαν ἐπιχείρησιν συγχρόνως ὁ α' 10.000 δραχ., ὁ β' 15.000 δραχ., ὁ γ' 25.000 δραχ. Ἀπὸ τὴν ἐπιχείρησιν ἐκέρδησαν 20.000 δραχ. Πόσον κέρδος θὰ λάβῃ ὁ καθεὶς; (ἀπ. 4000, 6000, 1000).

4.—3 ἔμποροι κατέβαλον διὰ μίαν ἐπιχείρησιν: ὁ α' 200.000 δραχ. ὁ β' 150.000 δραχ. καὶ ὁ γ' 100.000 δραχ., συμφωνήθη ὁ α' νὰ λάβῃ ἀπ' τὰ κέρδη 20% περισσότερον. Τὰ κέρδη ἦσαν 270.000 δραχμῶν. Πόσα θὰ λάβῃ ὁ καθένας; (ἀπ. α' 150.000, β' 72.000, γ' 48.000).

5.—3 συνεταῖοι κατέθεσαν διὰ μίαν ἐπιχείρησιν 480.000 δραχ. καὶ ὁ μὲν α' τὸ $\frac{1}{2}$ αὐτῶν, ὁ β' τὸ $\frac{1}{3}$ καὶ ὁ γ' τὸ ὑπόλοιπον. Ἐκ τῆς ἐπιχειρήσεως ἐκέρδησαν 84.000 δραχμᾶς. Πόσον κέρδος θὰ λάβῃ ὁ καθένας; (ἀπ. 42.000, 280.000, 14.000).

6.—3 συνεταῖοι κατέθεσαν διὰ μίαν ἐπιχείρησιν 25.000 δραχ. ὁ καθεὶς, ἀλλ' ὁ α' τὰς κατέθεσεν ἕξ ἀρχῆς, ὁ β' μετὰ 8 μῆνας καὶ ὁ γ' μετὰ 6 μῆνας ἀπὸ τὴν κατάθεσιν τοῦ β', 10 δὲ μῆνας μετὰ τὴν κατάθεσιν τοῦ γ' εὗρον κέρδος 20.000 δραχμᾶς. Πόσον κέρδος ἔλαβεν ὁ καθεὶς; (ἀπ. 9600, 6400, 4000).

7.—3 κτηνοτρόφοι ἐνοικίασαν ἓνα λιβάδι δι' ἓνα ἔτος καὶ ἐπλήρωσαν 45000 δραχ. ὁ α' ἐξόσκησε τὰ πρόβατά του ἐπὶ 50 ἡμέρας· ὁ β' ἐπὶ 3 μῆνας καὶ 10 ἡμέρας καὶ ὁ γ' 2 μῆνας καὶ 15 ἡμέρας. Πόσα ἐπλήρωσε ὁ καθένας; (ἀπ. 10.000, 20.000, 15.000).

8.—4 ἐργάται ἔσκαψαν μίαν ἄμπελον καὶ ἔλαβον 5600 δραχμᾶς, ὁ α' εἰργάσθη 8 ἡμέρας, ὁ β' 12 ἡμέρας, ὁ γ' 16 ἡμέρας καὶ ὁ δ' 20 ἡμέρας, Πόσας θὰ λάβῃ ὁ καθεὶς; (ἀπ. 800, 1200, 1600, 2000).

9.—Ἐμπορὸς τις πωχεύσας παραχωρεῖ εἰς τοὺς ἴδανειστὰς τὴν περιουσίαν του ἐκ 40.000 δραχ. χρεωστῆ δὲ εἰς τὸν α' 20.000 δραχ., εἰς τὸν β' 30.000 δραχ. καὶ εἰς τὸν γ' 50.000 δραχ. Πόσας θὰ

λάβη ἕκαστος τῶν δανειστῶν ἐκ τῆς περιουσίας τοῦ πτωχεύσαντος ἐμπόρου ; (ἀπ. 8000, 12.000, 20.000).

10.—Ἐμπορός τις κατέβαλε διὰ μίαν ἐπιχείρησιν 2000 δραχ. μετὰ 1 ἔτος προσέλαβε συνεταῖρον, ὅστις κατέβαλε 2000 δραχ. 4 μῆνας μετὰ ταῦτα προσέλαβε καὶ γ', ὅστις κατέβαλεν ἐπίσης 2000 δραχ. Μετὰ 2 ἔτη ἀπὸ τῆς ἐνάρξεως τῆς ἐπιχειρήσεως εὗρέθη κέρδος 9900 δραχ. Πόσας θὰ λάβῃ ὁ καθείς ; (ἀπ. 5400, 2700, 1800).

11.—3 συνεταῖροι ἐξημιώθησαν ἐκ μιᾶς ἐπιχειρήσεως 10.000 δραχ. εἶχε δὲ καταθέσει δ' αὐτὴν ὁ μὲν α' 20.000 δραχ., ὁ β' 18.000 δραχ. καὶ ὁ γ' 12.000 δραχ. Πόση ζημίαν ἀναλογεῖ εἰς ἕκαστον ; (ἀπ. 4000, 3.600, 2400).

12.—Τρεῖς ἔμποροι ἐκέρδησαν ἐκ μιᾶς ἐπιχειρήσεως 4000 δραχ. ἐκ τῶν ὁποίων ἔλαβεν ὁ α' 1500 δραχ., ὁ β' 1200 δραχ. καὶ ὁ γ' τὰς ὑπολοίπους· εἶχον δὲ καταβάλει ὁμοῦ 14.400 δραχ. καὶ ἔμειναν τὰ κεφάλαια καὶ τῶν τριῶν ἀπ' ἀρχῆς μέχρι τέλους τῆς ἐπιχειρήσεως. Ποῖον ἦτο τὸ κεφάλαιον ἑκάστου ; (ἀπ. 5400, 4320, 4680).

Δύσεις.

$$\begin{array}{r} \text{κέρδος } \frac{4000 \text{ δραχ.}}{1500} \text{ κεφάλ. } \frac{14400 \text{ δραχ.}}{X} \\ \text{τοῦ α' } \gg \quad \gg \quad \gg \quad \gg \end{array}$$

$$X = 14400 \times \frac{1500}{4000} = 14400 \times \frac{15}{40} = 14400 \times \frac{3}{8} = \frac{43200}{8} = 5400$$

Ὅμοίως εὐρίσκονται καὶ τὰ κεφάλαια τῶν ἄλλων.

13.—Τρεῖς ἔμποροι ἔκαμαν ἑταιρείαν καὶ κατέβαλον ὁ α' 6000 δραχ. ὁ β' 4000 δραχ. καὶ ὁ γ' 3500 δραχμάς· ὅταν δὲ ἐμοιράσθησαν τὰ κέρδη, ἔλαβεν ὁ α' 600 δραχ. Πόσας ἔλαβεν ὁ β' ; Πόσας ὁ γ' ; (ἀπ. 400-350).

14.—Δύο συνεταιροὶ κατέβαλον εἰς μίαν ἐπιχείρησιν 300.000 δραχ. καὶ ἐκέρδησαν 90000 δραχ. ὁ β' ἔλαβε 18000 δραχμάς ὀλιγότερον. Πόσας δραχμάς εἶχε καταβάλει ὁ καθένας ; (ἀπ. 180.000, 120000).

15.—Δύο συνεταῖροι κατέβαλον εἰς μίαν ἐπιχείρησιν 880.000 δραχ. καὶ ἐκέρδησαν 220.000 δραχμάς· ὁ α' εἶχε καταβάλει 80.000 δραχμάς περισσοτέρας. Πόσα κέρδη ἔλαβεν ὁ καθένας ; (ἀπ. 120.000, 100.000)

16.—Τρεῖς ἔμποροι εἰς τὸ τέλος μιᾶς ἐπιχειρήσεως εὗρον κέρδος 770 δραχμάς· ὁ α' ἔλαβε 200 δραχ., ὁ β' 250 δραχ. καὶ ὁ γ' τὰς ὑπο-

λοίπους, ὅστις εἶχε καταβάλει 1600 δραχ. Πόσα εἶχε καταβάλει ὁ α' ;
Πόσα ὁ β' ; (ἀπ. 1000, 1250).

17.—Δύο συνεταιῖροι κατέθεσαν διὰ μίαν ἐπιχείρησιν 30.000 δραχμάς· ἔλαβον κέρδος ἐκ ταύτης, ὁ α' 8000 δραχ. καὶ ὁ β' 7000 δραχ. Πόσον εἶχε καταθέσει ὁ καθείς ; (ἀπ. 16.000, 14.000).

18. Τρεῖς ἔμποροι ἐκέρδησαν 32.550 δραχμάς τὰς ὁποίας ἔμοιραν τοιουτοτρόπως, ὥστε ὁ α' ἔλαβε 5% περισσοτέρας τοῦ β'· ὁ β' 10% περισσοτέρας τοῦ γ'. Πόσα ἔλαβεν ὁ καθείς ; (ἀπ. 11.550—11.000—10.000).

19.—3 ἔμποροι ἐκέρδησαν ἀπὸ μίαν ἐπιχείρησιν 60.000 δραχμάς· μετὰ τὴν διάλυσιν ἔλαβεν ὁ α' κεφάλαιον καὶ κέρδος 80.000 δραχμάς, ὁ β' 70.000 δραχ. κεφάλαιον καὶ κέρδος καὶ ὁ γ' 50.000 δραχ. ἐπίσης κεφάλαιον καὶ κέρδος.

α') Ποῖον ἦτο τὸ κεφάλαιον ἐκάστου ;
(ἀπ. α' 56000, β' 49000, γ' 35.000).

β') Πόσον κέρδος ἔλαβεν ὁ καθένας ;
(ἀπ. α' 24.000, β' 21.000, γ' 15.000).

Ὅμας γ'.

1.—Εἷς ἔμπορος ἤρχισε μίαν ἐπιχείρησιν μετὰ 15.000 δραχ. Μετὰ 6 μῆνας προσέλαβε καὶ συνεταιρον, ὅστις κατέβαλεν 10.000 δραχμάς. μετὰ 6 μῆνας προσέλαβε καὶ τρίτον, ὅστις κατέβαλεν 30.000 δραχμάς. 8 μῆνας μετὰ ταῦτα εὗρον κέρδος 34.000 δραχ. Πόσα θὰ λάβῃ ἕξ αὐτῶν ὁ καθείς ;

Λύσις.

Διὰ τὴν λάβην τὸ ἀναλογοῦν εἰς αὐτὸν κέρδος ἐκ τῶν 34.000 δραχ. κερδῶν κατέβαλεν :

ὁ α'	15.000	δραχ.	ἐπὶ	20	μῆνας
ὁ β'	10.000	»	»	14	»
ὁ γ'	30.000	»	»	8	»

*Αν ἤθελε τὸ κέρδος τοῦτο ἕκαστος νὰ τὸ λάβῃ εἰς 1 μῆνα, ἔπρεπε νὰ καταβάλῃ :

ὁ α'	$15.000 \times 20 = 300.000$	δραχ.
ὁ β'	$10.000 \times 14 = 140.000$	»
ὁ γ'	$30.000 \times 8 = 240.000$	»

Ἦδη κατελήξαμεν εἰς τὸ νά μερίσωμεν τὰ κέρδη 34.000 δραχμᾶς εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 300.000, 140.000, 240.000 ὅπερ εἶναι γνωστόν. (ἀπ. 15.000, 7000, 12.000).

2.—Εἷς ἔμπορος ἤρχισεν μίαν ἐπιχείρησιν μετ' 120.000 δραχμᾶς, μετὰ 5 μῆνας ἐπῆρε συνεταῖρον, ὃ ὁποῖος κατέβαλεν 150.000 δραχμᾶς. 10 δὲ μῆνας ὕστερα διαλύσαντες τὴν ἐπιχείρησιν εὗρον κέρδος 66.000 δραχ. Πόσας δραχμᾶς ἀπὸ τὸ κέρδος θὰ λάβῃ ὁ καθεὶς ; (ἀπ. 36.000, 30.000)

3.—Εἷς ἔμπορος ἤρχισεν ἓν ἐμπόριον μετ' 50.000 δραχμᾶς καὶ ὕστερα ἀπὸ 4 μῆνας προσέλαβε καὶ συνεταῖρον, ὃ ὁποῖος κατέβαλεν 30000 δραχ., καὶ ὕστερα ἀπὸ ἄλλους 5 μῆνας προσέλαβε καὶ ἄλλον συνεταῖρον, ὃ ὁποῖος κατέβαλεν 20000 δραχ. Μετὰ 2 ἔτη ἀπὸ τῆς ἐναρξέως τοῦ ἐμπορίου εὗρον κέρδος 42000 δραχ. Πόσον κέρδος θὰ λάβῃ ὁ καθεὶς ; (ἀπ. 24000, 12000, 6000).

4.—Εἷς ἔμπορος ἤρχισε μίαν ἐπιχείρησιν μετ' 80.000 δραχ. μετὰ 5 μῆνας προσέλαβε καὶ συνεταῖρον ὅστις κατέβαλε 120.000 δραχ. Μετὰ 10 μῆνας ἀφ' ὅτου ἤρχισεν ἡ ἐπιχείρησις αὖρον κέρδος 70000 δραχ. Πόσον κέρδος θὰ λάβῃ ὁ καθένας ; (ἀπ. 40000, 30000).

5.—Δύο καραγωγεῖς μετέφερον σῖτον ἐνὸς ἐμπορίου καὶ ἐπληρώθησαν μαζὶ 8000 δραχμᾶς· ὁ α' μετέφερε 20000 ὀκάδας ἀπὸ ἀπόστασιν 10 χιλιομ., ὁ δὲ β' 15000 ὀκάδας εἰς ἀπόστασιν 8 χιλιομ. Πόσα θὰ λάβῃ ὁ καθεὶς ἀπὸ τὰς 8000 ; (ἀπ. 5000, 3000).

6.—Τρεῖς ἀμαξηλάται μετέφερον σῖτον ἐνὸς ἐμπορίου καὶ ἐπληρώθησαν μαζὶ 2400 δραχμᾶς· ὁ α' μετέφερε 1200 ὀκ. ἀπὸ ἀπόστασιν 5 χιλιομ., ὁ β' 1500 ὀκ. ἐξ ἀποστάσεως 8 χιλιομ. καὶ ὁ γ' 2000 ὀκ. ἐξ ἀποστάσεως 15 χιλιομ. Πόσα θὰ λάβῃ ὁ καθεὶς ; (ἀπ. 300, 600, 1500)

7.—Τρεῖς ἐργάται ἐτελείωσαν ἓν ἔργον μαζὶ καὶ ἐπληρώθησαν 5100 δραχμᾶς, ὁ α' εἰργάσθη ἐπὶ 5 ἡμέρας, 8 ὥρας τὴν ἡμέραν, ὁ β' ἐπὶ 8 ἡμέρας $7\frac{1}{2}$ ὥρας τὴν ἡμέραν καὶ ὁ γ' ἐπὶ 10 ἡμέρας, 7 ὥρας τὴν ἡμέραν. Πόσας δραχμᾶς θὰ λάβῃ ὁ καθεὶς ; (ἀπ. 1200, 1800, 2100).

8.—Δύο ἔργαται ἐξετέλεσαν ἓν ἔργον· ὁ α' εἰργάσθη ἐπὶ 12 ἡμέρας 5 ὥρας τὴν ἡμέραν, ὁ β' ἐπὶ 15 ἡμέρας 8 ὥρας τὴν ἡμέραν, ἐπληρώθησαν δὲ διὰ τὸ ἔργον μαζὶ 13500 δραχ. Πόσον θὰ λάβῃ ἕκαστος ;
(ἀπ. 4500, 9000).

9.—Ἐμπορὸς τις ἤρχισεν ἐπιχείρησιν καταβαλὼν 12000 δραχ. Μετὰ 1 ἔτος προσέλαβε συνεταῖρον, ὅστις κατέβαλε 10000 δραχ., 2 ἔτη μετὰ ταῦτα ὁ α' κατέβαλε πάλιν 5000 δραχ. 2 ἔτη μετὰ ταῦτα διελύθη ἡ Ἑταιρία καὶ εὐρέθη κέρδος 55000 δραχ. Πόσον θὰ λάβῃ ἕκαστος ;
(ἀπ. 35000, 20000).

10.—Τρεῖς συνεταῖροι κατέθεσαν διὰ μίαν ἐπιχείρησιν ὁ α' 10000 δραχ., ὁ β' 8000 δραχ. καὶ ὁ γ' 6000 δραχ. Τοῦ α' τὰ χρήματα ἔμειναν εἰς τὴν ἐπιχείρησιν 1 ἔτος, τοῦ β' 2 ἔτη καὶ τοῦ γ' 4 ἔτη. Ἐκ τῆς ἐπιχειρήσεως ἔζημιώθησαν 20000 δραχ. Πόσῃν ζημίαν θὰ πληρώσῃ ὁ καθείς ;
(ἀπ. 4000, 6400, 9600).

Θ' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΝΑΜΙΞΕΩΣ ΚΑΙ ΚΡΑΜΑΤΩΝ

Α'. Εἶδος.

Ἄμας α'.

1.—Πόσον κοστίζει ἡ ὀκτὼ τοῦ μίγματος ποῦ γίνεται ἀπὸ 50 ὀκ. κρασί τῶν 12 δραχ. καὶ 30 ὀκ. κρασί τῶν 10 δραχ. καὶ 10 ὀκ. κρασί τῶν 9 δραχμῶν ;
(ἀπ. 11).

Δύσις.

$$\text{Αἰ } 50 \text{ ὀκ. κοστίζουν } 12 \times 50 = 600 \text{ δραχ.}$$

$$\text{» } 30 \text{ » } \text{ » } 10 \times 30 = 300 \text{ »}$$

$$\text{» } 10 \text{ » } \text{ » } 9 \times 10 = 90 \text{ »}$$

$$\text{» } 90 \text{ » } \text{ » } 990 \text{ »}$$

$$\text{Αἰ } 90 \text{ ὀκ. τοῦ μίγ. κοστίζουν } 990 \text{ δραχ.}$$

$$\text{1 » » » » X »}$$

$$X = 990 \times \frac{1}{90} = \frac{990}{90} = \frac{99}{9} = 11 \text{ δραχ.}$$

2.—Πόσον κοστίζει ἡ ὀκτὼ καθενὸς ἀπὸ τὰ κατωτέρω μίγματα ποῦ γίνονται ;

α) Ἀπὸ 50 δκ. βουτύρου τῶν 80 δραχ. 40 δκ. βουτύρου τῶν 75 δραχ. καὶ 10 δκ. λίπους τῶν 40 δραχ. ; (ἀπ. 74).

β) Ἀπὸ 750 δκ. κρασί τῶν 10 δραχ., 200 δκ. κρασί τῶν 8,50 δραχ. καὶ 50 δκ. νερό ; (ἀπ. 9,20).

γ) Ἀπὸ 250 δκ. ἀλεύρου τῶν 8 δραχ., 100 δκ. ἀλεύρου τῶν 9 δραχ. καὶ 150 δκ. ἀλεύρου τῶν 10 δραχμῶν ; (ἀπ. 8,80).

3.—Ένας σιτέμπορος ἀνέμιξε 2500 δκ. σίτου τῶν 8 δραχ. μὲ 1000 δκ. σίτου τῶν 7 δραχ. καὶ 1500 δκ. ἄλλου σίτου τῶν 6 δραχ. Ποία ἡ τιμὴ τοῦ μίγματος ; (ἀπ. 7,20).

Ὅμας β'.

1.—Εἷς χρυσοχόος ἔτηξε μαζί 2 πλάκες ἀργύρου· ἡ α' ἐξύγιζε 50 γραμμάρια καὶ εἶχε τίτλον (ἤτοι βαθμὸν καθαρότητος) 0,750, ἡ β' δὲ ἐξύγιζεν 75 γραμμάρια καὶ εἶχε τίτλον 0,825. Ποῖος εἶναι ὁ τίτλος τοῦ κράματος ;

Δύσις.

Ἡ α' πλάξ, ἤτοι τὰ 50 γραμ. ἔχουν τίτλ. $0,750 \times 50 = 37,500$
 » β' » » » 75 » » » $0,825 \times 75 = 61,875$
 καὶ τὰ 125 » » » 99,375

Ἀφοῦ δὲ τὰ 125 γραμμάρια ἔχουν τίτλον 99,375
 1 » » X

$$X = 99,375 \times \frac{1}{125} = \frac{99,375}{125} = \frac{19,875}{25} =$$

$$= \frac{3,975}{5} = 0,795$$

2.—Χρυσοχόος ἔτηξε τρία εἶδη χρυσοῦ· τοῦ α' τὸ βάρος ἦτο 30 γραμμ. καὶ ὁ τίτλος 0,850· τοῦ β' τὸ βάρος ἦτο 50 γραμμ. καὶ ὁ τίτλος 0,800 καὶ τοῦ γ' τὸ βάρος ἦτο 20 γραμμ. καὶ ὁ τίτλος 0,750. Ποῖος εἶναι ὁ τίτλος τοῦ κράματος ; (ἀπ. 0,805).

3.—Χρυσοχόος ἔκαμε κράμα ἐξ ἑνὸς ἀργύρου βάρους 15 δραμίων καὶ τίτλου 0,850, ἐξ ἄλλου ἀργύρου βάρους 20 δραμίων καὶ τίτλου 0,825 καὶ ἐκ 15 δραμίων χαλκοῦ. Ποῖος εἶναι ὁ τίτλος κράματος ; (ἀπ. 0,585).

4.—Ένα βραχιόλι ἔγινε ἀπὸ 60 γραμμάρια καθαροῦ χρυσοῦ καὶ 20 γραμμάρια χαλκοῦ. Ποῖος ὁ τίτλος τοῦ κράματος; (ἀπ. 0,750).

Ὅμας γ'.

1.—Οἰνοπώλης ἀνέμιξεν α') 100 ὀκ. οἰνοπνεύματος τῶν 71°, β') 90 ὀκ. ἄλλου οἰνοπνεύματος τῶν 65° καὶ γ') 60 ὀκ. ἄλλου οἰνοπνεύματος τῶν 55°. Πόσον βαθμῶν μίγμα ἔκαμε; (ἀπ. 65°).

2.—Ἀνέμιξέ τις α') 120 ὀκ. οἰνοπνεύματος τῶν 60°, β') 100 ὀκ. οἰνοπνεύματος τῶν 53° καὶ 30 ὀκ. ὕδατος. Πόσον βαθμῶν μίγμα ἔκαμεν; (ἀπ. 50°).

3.—Ένα μίγμα οἰνοπνεύματος ἔγινεν ἀπὸ 60 ὀκ. καθαροῦ οἰνοπνεύματος καὶ 40 ὀκ. ἄλλου οἰνοπνεύματος τῶν 50° καὶ 25 ὀκ. ὕδατος. Ποῖος εἶναι ὁ βαθμὸς τοῦ μίγματος; (ἀπ. 64°).

Ὅμας δ'.

1.—Εἷς παντοπώλης ἀνέμιξεν 150 ὀκ. ἐλαίου τῶν 35 δρχ. καὶ 100 ὀκ. ἐλαίου τῶν 40 δρχ. Πόσον πρέπει νὰ πωλήσῃ τὴν ὀκᾶν τοῦ μίγματος διὰ νὰ κερδίσῃ 20% ἐπὶ τῆς ἀξίας τοῦ ἐλαίου;

Λύσις.

Αἱ 150 ὀκ. ἐλαίου ἀξίζουν	$35 \times 150 = 5250$
» 100 » » »	$40 \times 100 = 4000$
» 250 » τοῦ μίγμ. »	9250

Εὐρίσκω ἤδη τὸ κέρδος τοῦ μίγματος:

$$\frac{100}{9250} \text{ δρχ. } \quad \frac{20}{X} \text{ δρχ. κέρδος} \\ \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»}$$

$$X = 20 \times \frac{9250}{100} = 2 \times \frac{925}{1} = 2 \times 925 = 1850 \text{ δρχ.}$$

Ὡστε αἱ 250 ὀκ. τοῦ μίγματος πρέπει νὰ πωληθοῦν:

$$\begin{array}{r} \text{ἀξία των} \quad 9250 \\ \text{καὶ κέρδος} \quad + 1850 \\ \hline 11100 \end{array}$$

Ὅθεν πρέπει νὰ πωληθοῦν αἱ $\frac{250}{\eta \ 1}$ ὀκ. $\frac{11100}{X}$

$$X = 11100 \times \frac{1}{250} = \frac{11100}{250} = \frac{1110}{25} = \frac{222}{5} = 44,4 \text{ δρχ.}$$

2.—Ἀνέμιξα 20 ὀκάδες κρασί τῶν 7,50 δρχ. καὶ 30 ὀκ. ἄλλου τῶν 10 δρχ. Πόσον πρέπει νὰ πωλήσω τὴν ὀκᾶν τοῦ μίγματος διὰ νὰ κερδίσω 20% ἐπὶ τῆς ἀξίας του; (ἀπ. 10,80).

3.—Ἀνέμιξα 25 ὀκ. καφέ, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ ἀξίζει 80 δρχ. καὶ 15 ὀκ. ἄλλου καφέ, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ κοστίζει 70 δρχ. καὶ 10 ὀκάδ. ἄλλου τοῦ ὁποίου κοστίζει ἡ ὀκᾶ 75 δρχ. Πόσας δρχ. πρέπει νὰ πωλῶ τὴν ὀκᾶν τοῦ μίγματος διὰ νὰ κερδίσω 15%; (ἀπ. 87,40).

4.—Ἐνας οἰνοπώλης ἀνέμιξε 350 ὀκ. οἴνου τῶν 9,60 δρχ. ἡ ὀκᾶ, 400 ὀκ. ἄλλου οἴνου τῶν 8 δρχ. καὶ 50 ὀκ. ὕδατος:

α) Πόσον ἀξίζει ἡ ὀκᾶ τοῦ μίγματος; (ἀπ. 8,20).

β) Πόσον πρέπει νὰ πωλῇ τὴν ὀκᾶν αὐτοῦ διὰ νὰ κερδίσῃ 80 λεπτὰ τὴν ὀκᾶν; (ἀπ. 9)

Ὅμας ε΄.

1.—Οἰνοπώλης ἀνέμιξε 250 ὀκ. κρασί τῶν 10 δρχ. μὲ 30 ὀκάδες ὕδατος καὶ ἐπώλησε τὴν ὀκᾶν τοῦ μίγματος 9,50 δραχμῶν. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐκέρδησε;

Λύσις.

Αἱ 250 ὀκ. οἴνου ἀξίζουν $10 \times 250 = 2500$.

Αἱ $(250 + 30) = 280$ ὀκ. τοῦ μίγματος ἀξίζουν $9,50 \times 280 = 2660$ δρχ.

Ἄρα ἐκ τῆς ἀξίας τοῦ μίγματος 2500 δρχ. ἔχομεν κέρδος $2660 - 2500 = 160$ δρχ.

Ὅστε $\frac{2500}{100}$ δρχ. κέρδος $\frac{160}{X}$ δρχ.

$$X = 160 \times \frac{100}{2500} = 160 \times \frac{1}{25} = \frac{160}{25} = \frac{32}{5} = 6,40 \%$$

2.—Ἀνemiθθησαν 60 ὀκ. γάλα, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ ἐτιμᾶτο 8 δρχ. μὲ 100 ὀκ. γάλα, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ ἐτιμᾶτο 8,20 δρχ.; μὲ 30 ὀκ. γάλα

τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ ἐτιμᾶτο 10 δραχ. καὶ 10 ὀκ. νερό· ἡ ὀκᾶ δὲ τοῦ μίγματος ἐπωλήθη πρὸς 10 δραχ. Πόσον ἐκέρδησεν ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν; (ἀπ. 25%).

3.—Οἰνοπώλης ἔρριψε σὲ 1000 ὀκ. οἴνου τῶν 12 δραχ. ἡ ὀκᾶ καὶ 20% νερό. Πόσον τοῦ στοιχίζει ἡ ὀκᾶ τοῦ μίγματος; (ἀπ. 10).

4.—Ἀνέμιξα 20 ὀκ. καφέ τῶν 77 δραχ., μὲ 15 ὀκ. καφέ τῶν 84 δραχ. καὶ μὲ 25 ὀκ. καφέ τῶν 88 δραχ. Ἡ ὀκᾶ τοῦ μίγματος ἐπωλήθη 100 δραχ. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐκέρδησα ἐπὶ τοῖς ἀξίας τοῦ καφέ; (ἀπ. 20%).

Β'. Εἶδους.

Ὅμας α'.

1.—Θέλουμεν νὰ ἀναμίξωμεν 450 ὀκάδες κρασί τῶν 8,40 δραχ. μὲ ἄλλο τῶν 7,50 δραχ., ὥστε ἡ ὀκᾶ τοῦ μίγματος νὰ κοστίζει 8 δραχ. Πόσας ὀκάδας θὰ λάβωμεν ἐκ τοῦ β' εἶδους;

Δύσεις.

1 ὀκ. τοῦ α' εἶδους εἰς τὸ μίγμα χάνει	0,40	δραχ.
1 » » β' » » » » » κερδίζει	0,50	»
0,50 » » α' » » » » » χάνουν	$0,40 \times 0,50$	»
0,40 » » β' » » » » » κερδίζουν	$0,50 \times 0,40$	»

Ὅστε εἰς μίγμα 0,90 ὀκ. ἡ ὀκᾶ στοιχίζει 8 δραχ. χωρὶς ζημίαν ἢ κέρδος, ὁπότε ἔχωμεν 0,50 ὀκ. τοῦ α' καὶ 0,40 ὀκ. τοῦ β'.

Ὅστε: ὅταν ἔχωμεν 0,50 ὀκ. α', ἐκ τοῦ β' ἔχομεν 0,40 ὀκ.
 » » » 450 » » » » » X »

$$X = 0,40 \times \frac{450}{0,50} = 0,40 \times \frac{90}{0,10} = 0,40 \times \frac{9}{0,01} = \frac{3,60}{0,01} = \frac{360}{1} = 360 \text{ ὀκ.}$$

2.—Πόσας ὀκάδας λίπος, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ τιμᾶται 30 δραχμάς θὰ ἀναμίξωμεν μὲ 374 ὀκ. καθαροῦ βουτύρου, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ κοστίζει 72 δραχ. διὰ νὰ κάμωμεν μίγμα, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ νὰ τιμᾶται 58 δραχμάς; (ἀπ. 187).

3.—Σιτέμπορος ἔχει δύο εἶδη σίτου· τοῦ α' ἡ ὀκᾶ ἀξίζει 6,20 δραχ., τοῦ β' 7,40 δραχ. καὶ θέλει νὰ κάμῃ μίγμα ἐξ αὐτῶν, τοῦ ὁποίου

ἢ ὁκᾶ ν' ἀξίση 6,50 δραχ., νὰ λάβῃ δὲ ἐκ τοῦ β' εἴδους 1200 ὄκ. Πόσας πρέπει νὰ λάβῃ ἐκ τοῦ α' εἴδους ; (ἀπ. 3600).

4.—Πόσας ὀκάδας καφὲ τῶν 72 δραχ. πρέπει νὰ ἀναμίξωμεν με 60 ὄκ. καφὲ τῶν 80 δραχμῶν διὰ νὰ κάμωμεν μίγμα, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ νὰ κοστίζει 75 δραχμάς ; (ἀπ. 100).

5.—Πόσας ὀκάδας ὕδατος θ' ἀναμίξωμεν με 320 ὄκ. κρασιοῦ τῶν 7.60 δραχ. διὰ νὰ κάμωμεν μίγμα τῶν 6.40 δραχ. ; (ἀπ. 60 ὄκ.).

Ῥόμας β'

1.—Χρυσοκόπος συντέτηξεν 75 γραμμάρια χρυσοῦ, τίτλου 0,900 καὶ χαλκὸν καὶ ἔκαμε κοῤῥαμα τίτλου 0.750. Πόσα γραμμάρια χαλκοῦ ἔλαβε ;

Λύσις.

1 γραμ.	χρυσοῦ εἰς τὸ κοῤῥαμα χάνει	0,150	βαθμοῦς
1	» χαλκοῦ » » » κερδίζει	0,750	»
0,750	» χρυσοῦ » » » χάνουν	$0,150 \times 0,750$	»
0,150	» χαλκοῦ » » » κερδίζουν	$0,750 \times 0,150$	»

Ὡστε εἰς κοῤῥαμα $(0,750 + 0,150) = 0,900$ γραμμαρίων ἔχομεν 0,750 γραμμάρια χρυσοῦ καὶ 0,150 γραμμάρια χαλκοῦ, ὃ δὲ τίτλος του εἶναι 0,750 βαθμοί.

Ὡστε :

ἔταν ἔχομεν $\frac{0,750}{75}$ γραμμ. χρυσοῦ θέλομεν $\frac{0,150}{X}$ γραμμ. χαλκοῦ
 » » » » » » » » » »

$$X = 0,150 \times \frac{75}{0,750} = 0,150 \times \frac{15}{0,150} = 15 \text{ γραμμάρια χαλκοῦ.}$$

2.—Πόσα γραμμάρια χρυσοῦ, τίτλου 0,740⁰ πρέπει νὰ συντέτηξωμεν με 64 γραμμάρια χρυσοῦ τίτλου 0,970⁰ διὰ νὰ κάμωμεν ἓνα βραχιόλι τίτλου 0,900 ; (ἀπ. 28 γραμ.).

3.—Πόσον καθαρὸν ἄργυρον πρέπει ν' ἀναμίξωμεν με 78 γραμμάρια ἄργυρου τίτλου 0,900⁰ διὰ νὰ κάμωμεν κοῤῥαμα τίτλου 0,975⁰. (ἀπ. 234).

4.—Θέλομεν νὰ κάμωμεν ἓνα βραχιόλι ἀπὸ 40 γραμμάρια χρυσοῦν τίτλου 0,950 καὶ χαλκόν, ὥστε ὃ τίτλος τοῦ κοῤῥαματος νὰ εἶναι 0.800.

Πόσον χαλκὸν θὰ λάβωμεν ; (ἀπ. $7\frac{1}{2}$).

Ὅμας γ'.

1.—Θέλομεν ν' ἀναμίξωμεν 100 ὄκ. οἶνόπνευμα 82° μὲ ἄλλο 65° καὶ νὰ κάμωμεν μίγμα 70°. Πόσας ὀκάδας θὰ λάβωμεν ἐκ τοῦ β' οἶνοπνεύματος; (ἀπ. 240).

2.—Θέλομεν εἰς 120 ὄκ. οἶνοπνεύματος τῶν 28° νὰ ρίψωμεν ὕδωρ διὰ νὰ γίνῃ μίγμα 21°. Πόσας ὀκάδας ὕδατος θὰ ρίψωμεν; (ἀπ. 40).

Ὅμας δ'.

1.—Ἡ ὀκά τοῦ οἴνου στοιχίζει 8 δραχμάς, ἐνὸς δὲ ἄλλου 10 δραχ. Πόσες ὀκάδες τοῦ β' εἴδους θ' ἀναμίξωμεν μὲ 800 ὄκ. τοῦ α' ὥστε νὰ στοιχίξῃ ἡ ὀκά τοῦ μίγματος 10.50 δραχμάς μὲ κέρδος 25%.

Δύσεις.

Εὐρίσκομεν τὸ κέρδος τῆς ὀκάς τῶν οἴνων πρὸς 25% ἂν ἐπωλοῦντο χωριστὰ ὡς ἑξῆς:

$$\alpha) \frac{100 \text{ δραχ.}}{8} \quad \frac{25 \text{ δραχ. κέρδος}}{X} \quad \gg \quad \gg$$

$X = 25 \times \frac{8}{100} = \frac{8}{4} = 2 \text{ δραχ.}$ Ἄρα ἡ ὀκά τοῦ α' οἴνου μὲ τὸ κέρδος θὰ ἐπωλεῖτο ἰδιαίτερος $8 + 2 = 10$ δραχμάς.

$$\beta) \frac{100 \text{ δραχ.}}{10} \quad \frac{25 \text{ δραχ. κέρδος}}{X} \quad \gg \quad \gg$$

$$X = 25 \times \frac{10}{100} = 25 \times \frac{1}{10} = 5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2} = 2,50 \text{ δραχ.}$$

Ἄρα ἡ ὀκά τοῦ β' οἴνου θὰ ἐπωλεῖτο ἰδιαίτερος μὲ τὸ κέρδος $10 + 2,50 = 12,50$ δραχ.

Ὅθεν: 1 ὄκ. τοῦ α' σὲ μίγμα κερδίζει 0,50] δραχ.

1 » » β' » » χάνει 2 »

2 » » α' » » κερδίζουν $0,50 \times 2$ δραχ.

0,50 » » β' » » χάνουν $2 \times 0,50$ »

Ὅθεν διὰ μίγμα $2 + 0,50 = 2,50$ ὄκ. πρέπει νὰ πάρωμεν 2 ὄκ. ἐκ τοῦ α' καὶ 0,50 ὄκ. ἐκ τοῦ β' οἴνου.

$$\text{Ὅθεν : } \frac{2}{800} \text{ δκ. α', } \quad \frac{0,50}{X} \text{ δκ. β'}$$

» » »

$$X = 0,50 \times \frac{800}{2} = 0,50 \times 400 = 200 \text{ δκ. β'}$$

Σημειώσεις.

Δυνάμεθα νὰ μὴ εὕρωμεν τὰς τιμὰς τῶν δύο εἰδῶν τῶν οἴνων μετὰ τοῦ κέρδους 25 %, ἀλλὰ νὰ διατηρήσωμεν αὐτὰς ἄνευ αὐτοῦ, ἐὰν ἀφαιρέσωμεν καὶ ἀπὸ τὴν τιμὴν τῆς ὀκᾶς τοῦ μίγματος 10,50 δραχ. τὸ κέρδος 25 %, ἥτοι 2,10 δραχ., ὅτε αὕτη θὰ εἶναι 8,40 δραχμάς.

2.—Παντοπώλης θέλει νὰ ρίψη εἰς 220 ὀκάδας οἴνου τῶν 10 δραχμῶν ὕδωρ καὶ νὰ πωλῆ τὴν ὀκᾶν τοῦ μίγματος 11 δραχ. καὶ νὰ κερδίσῃ 15 %. Πόσον ὕδωρ πρέπει νὰ ρίψη ; (ἀπ. 10 δκ.).

3.—Πόσας δκ. καφέ τῶν 68 δραχμῶν θ' ἀναμίξωμεν μὲ 72 ὀκάδας ἄλλου καφέ τῶν 62 δραχμῶν ἵνα κάμωμεν μίγμα τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ μὲ κέρδος 20 % νὰ πωλῆται 79,20 δραχμάς ; (ἀπ. 144).

Γ'. Εἴδους.

Ὅμας α'.

1.—Ἔχω δύο εἶδη σίτου τοῦ α' ἢ ὀκᾶ στοιχίζει 6,20 δραχ. τοῦ β' 7,60 δραχ. θέλω ἐξ αὐτῶν νὰ κάμω μίγμα 420 ὀκάδων, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ νὰ στοιχίζῃ 6,80 δραχ. Πόσας ὀκάδας πρέπει νὰ πάρω ἀπὸ κάθε εἶδος ;

Λύσις.

Ἐν τῷ μίγματι τοῦ α' εἴδους	1 δκ. κερδίζει	0,60	δραχ.
» » » » β' »	1 » χάνει	0,80	»
» » » » α' »	0,80 » κερδίζουν	$0,60 \times 0,80$	»
» » » » β' »	0,60 » χάνουν	$0,80 \times 0,60$	»

Ὡστε μὲ 0,80 δκ. τοῦ α' καὶ 0,60 τοῦ β', κάμνω μίγμα 1,40 δκ., τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ ἀξίζει 6,80 δραχμάς.

$$\text{Ὡστε : Εἰς μίγμα } \frac{1,40}{420} \text{ δκ. εἶναι } \frac{0,80}{X} \text{ δκ. τοῦ α'}$$

» » »

$$X = 0,80 \times \frac{420}{1,40} = 0,80 \times \frac{42}{0,14} = 0,80 \times \frac{21}{0,07} =$$

$$= 0,80 \times \frac{3}{0,01} = \frac{2,40}{0,01} = \frac{240}{1} = 240 \text{ δκ.}$$

Εἰς μίγμα $\frac{1,40}{420}$ δκ. εἶναι $\frac{1,60}{X}$ δκ. τοῦ β'
 » » » » » » » » »

$$X = 0,60 \times \frac{420}{1,40} = 0,60 \times \frac{42}{0,14} = 0,60 \times \frac{21}{0,07} =$$

$$= 0,60 \times \frac{3}{0,01} = \frac{1,80}{0,01} = \frac{180}{1} = 180 \text{ δκ. ἐκ τοῦ β'}$$

2.—Πόσας δκάδας θὰ λάβῃ ἓνας παντοπώλης ἀπὸ ἓνα λάδι, ποὺ στοιχίζει ἡ δκά του 40 δραχ. καὶ πόσας ἀπὸ ἓνα ἄλλο εἶδος ποὺ ἡ δκά του στοιχίζει 34 δραχ. διὰ νὰ κάμῃ μίγμα 600 δκ. ποὺ ἡ δκά του νὰ στοιχίζῃ 38 δραχμάς ; (ἀπ. 400, 200).

3.—Πόσας δκάδας θὰ πάρω ἀπὸ ἓνα βούτυρον ποὺ ἡ δκά του στοιχίζει 80 δραχ. καὶ πόσας δκάδας λίπους, ποὺ ἡ δκά του στοιχίζει 30 δραχ., διὰ νὰ κάμω μίγμα 240 δκ., ποὺ ἡ δκά νὰ στοιχίζῃ 65 δραχμάς ; (ἀπ. 168, 72).

4.—Ἀνέμιξα δύο εἶδη ἀλεύρου ἐκ τῶν ὁποίων τοῦ α' ἡ δκά στοιχίζει 8,50 δραχ., τοῦ δὲ β' 7,30 δραχ. καὶ ἔκαμα μίγμα 60 δκ. τοῦ ὁποίου ἡ δκά στοιχίζει 8 δραχ. Πόσας δκάδας ἀλεύρου ἐπῆρα ἀπὸ κάθε εἶδος ; (ἀπ. 35, 25).

5.—Πόσας δκάδας γάλακτος, τοῦ ὁποίου ἡ δκά ἀξίζει 10,20 δραχ. καὶ πόσας δκάδας νεροῦ πρέπει ν' ἀναμίξωμεν διὰ νὰ κάμωμεν μίγμα 40 $\frac{4}{5}$ δκ. τοῦ ὁποίου ἡ δκά νὰ στοιχίζῃ 8,50 δραχ. ; (ἀπ. 34, 6 $\frac{4}{5}$).

6.—Πόσας δκάδας καφέ τῶν 84 δραχμῶν καὶ πόσας τῶν 70 δραχ. θ' ἀναμίξωμεν διὰ νὰ κάμωμεν μίγμα 70 δκάδων τοῦ ὁποίου ἡ δκά νὰ πωλῆται 78 δραχ. ; (ἀπ. 40 α', 30 β').

7.—Θέλομεν νὰ ἀναμίξωμεν οἶνον τῶν 9,60 δραχμῶν ἡ δκά μὲ νεροῦ καὶ νὰ κάμωμεν μίγμα 640 δκ., τοῦ ὁποίου ἡ δκά ν' ἀξίζῃ 7,80 δραχ. Πόσας δκάδας οἴνου καὶ πόσας ὕδατος θὰ βάλωμεν εἰς τὸ μίγμα ; (ἀπ. 520, 120).

Ὅμας β'.

1.—Ένας χρυσοχός ἔτηξε μίαν πλάκα ἀργύρου τίτλου 0,770 καὶ καὶ ἄλλην τίτλου 0,550 καὶ ἔκαμε 440 δραμίων τίτλου 0,690°. Πόσα δράμια ἔτηξεν ἀπὸ κάθε εἶδος;

Λύσις.

Εἰς τὸ κρᾶμα	1 δράμι τῆς α'	πλακὸς χάνει	0,080°
» » »	1 » »	β' » κερδίζει	0,140°
» » »	0,140 » »	α' » χάνουν	$0,080^\circ \times 0,140$
» » »	<u>0,080</u> » »	β' » κερδίζουν	$0,140^\circ \times 0,080$

Ὡστε εἰς » 0,220 » ἔχομεν 0,140 δραμίου τοῦ α' εἶδους καὶ 0,080 δραμίου τοῦ β' εἶδους.

Εἰς κρᾶμα	0,220 δραμίου τοῦ α'	εἶναι	0,140 δραμίου
» »	440 » » »	»	X »

$$X = 0,140 \times \frac{440}{0,220} = 140 \times \frac{440}{220} = 140 \times \frac{44}{22} =$$

$$= 140 \times 2 = 280 \text{ δράμια του α'.$$

Εἰς κρᾶμα	0,220 δράμια, τοῦ β'	εἶναι	0,080 δράμια
» »	440 » » »	»	X »

$$X = 0,080 \times \frac{440}{0,220} = 80 \times \frac{440}{220} = 80 \times \frac{44}{22} =$$

$$= 80 \times 2 = 160 \text{ δράμια τοῦ β'.$$

2.—Έχει εἷς χρυσοχός δύο εἶδη χρυσοῦ· ὁ τίτλος τοῦ α' εἶναι 0,930, τοῦ δὲ β' 0,780 καὶ θέλει νὰ κάμη κρᾶμα 180 δραμίων, τοῦ ὁποίου ὁ τίτλος νὰ εἶναι 0,840. Πόσα δράμια θὰ λάβῃ ἀπὸ κάθε εἶδος;

(ἀπ. 72, 108).

3.—Πόσα δράμια καθαρῶ ἀργύρου καὶ πόσα χαλκοῦ πρέπει νὰ συντήξῃ ἓνας χρυσοχός διὰ νὰ κάμη κρᾶμα 50 δραμίων, τοῦ ὁποίου ὁ τίτλος νὰ εἶναι 0,800;

(ἀπ. 40—10).

Ὅμας γ'.

1.—Ἀνείξα οἰνόπνευμα τῶν 68° μὲ ἄλλο τῶν 38°, καὶ ἔκαμα μῆγμα 100 ὀκάδων βαθμῶν 50°. Πόσας ὀκάδας ἐπῆρα ἀπὸ τὸ α' καὶ πόσας ἀπὸ τὸ β';

(ἀπ. 40, 60).

2.—Πόσας δκάδας οίνοπνεύματος 72° και πόσας άλλου 60° πρέπει ν' αναμείξωμεν διὰ νὰ κάμωμεν μίγμα 240 δκάδων 64°;

(ἀπ. 80, 160).

3.—Ένας ανέμειξε καθαρόν οινόπνευμα (100°) με οινόπνευμα 60° και έκαμε μίγμα 480 δκ 72°. Πόσας δκάδας πήρε από κάθε είδος;

(ἀπ. 144, 336).

Όμας δ'.

1.—Πόσας δκάδας ελαίου τών 38 δραχμῶν και πόσας τών 32 δραχμῶν πρέπει ν' αναμίξηη εἰς λαδέμπορος διὰ νὰ κάμη μίγμα 108 δκ. τοῦ ὁποίου η̄ δκᾶ νὰ στοιχίξη 40,80 δραχμᾶς με κέρδος 20 %;

Λύσις.

Εὐρίσκω τὸ κέρδος τῆς δκᾶς τοῦ α' και β' ελαίου πρὸς 20 % ὡς ἑξῆς :

$$\frac{100}{38} \text{ δραχ. } \frac{20}{X} \text{ δραχ.}$$

$$X = 20 \times \frac{38}{100} = 2 \times \frac{38}{10} = \frac{76}{10} = 7,60 \text{ δραχ. ἡ δκᾶ τοῦ α'}$$

$$\frac{100}{32} \text{ δραχ. } \frac{20}{X} \text{ δραχ.}$$

$$X = 20 \times \frac{32}{100} = 2 \times \frac{32}{10} = \frac{64}{10} = 6,40 \text{ δραχ. ἡ δκᾶ τοῦ β'}$$

Ὅστε η̄ δκᾶ τοῦ α' με κέρδος 20 % στοιχίζει 38 + 7,60 = 45,60 δραχμᾶς, τοῦ δὲ β' 32 + 6,40 = 38,40 δραχμᾶς.

Ὅστε εἰς τὸ μίγμα	1 δκ. τοῦ α'	χάνει	4,80	δραχ.
» » » »	1 » »	β' κερδίζει	2,40	»
» » » »	2,40 » »	α' χάνουν	4,80 × 2,40	»
» » » »	4,80 » »	β' κερδίζουν	2,40 × 4,80	»

Ὅστε εἰς μίγμα 7,20 εἶναι 2,40 δκ. τοῦ α' και 4,80 τοῦ β'.

Ὅστε εἰς μίγμα $\frac{7,20}{108}$ δκ. ἔχομεν $\frac{2,40}{X}$ δκ. α'.

» » » $\frac{7,20}{108}$ » » $\frac{2,40}{X}$ » »

$$X = 2,40 \times \frac{108}{7,20} = 240 \times \frac{108}{720} = 24 \times \frac{108}{72} = 24 \times \frac{12}{8} =$$

$$= 3 \times 12 = 36 \text{ δκάδες τοῦ α' .}$$

Εἰς μίγμα $\frac{7,20}{108}$ ὀκ. ἔχομεν $\frac{4,80}{X}$ ὀκ. β' .
 » » » » » »

$$X = 4,80 \times \frac{108}{7,20} = 480 \times \frac{108}{720} = 48 \times \frac{108}{72} = 6 \times \frac{108}{9} =$$

$$= 6 \times 12 = 72 \text{ δκάδες τοῦ β' .}$$

Σημείωσις.—Δυνάμεθα νὰ μὴ εὗρωμεν τὰς τιμὰς τῶν δύο εἰδῶν μετὰ κέρδους 20% ἀλλὰ νὰ διατηρήσωμεν αὐτὰς ἄνευ αὐτοῦ, ἐὰν ἀφαιρέσωμεν καὶ ἀπὸ τὴν τιμὴν τῆς ὀκᾶς τοῦ μίγματος 40,80 δρχ. τὸ κέρδος 20%, ἧτοι 6,80 δρχ., ὅτε μένει 34 δραχμάς.

2.—Πόσας δκάδας οἴνου τῶν 10 δραχμῶν καὶ πόσας ὕδατος πρέπει ν' ἀναμίξωμεν διὰ νὰ κάμωμεν μίγμα 115 δκάδων τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ νὰ παληῖται μὲ κέρδος 15% . 9,50 δραχμάς ; (ἀπ. 95, 20).

3.—Πόσας δκάδας ἀλεύρου τῶν 8,40 δρχ. καὶ πόσας τῶν 7,20 δρχ., πρέπει νὰ ἀναμίξωμεν διὰ νὰ κάμωμεν μίγμα 300 ὀκ., τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ νὰ στοιχίζη 9,50 δραχμάς μετὰ κέρδους 25% ; (ἀπ. 100, 200).

Ι'. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ

1.—Ἡγόρασα τρία εἶδη ἐλαίου· τοῦ α' τὴν ὀκᾶν πρὸς 40 δρχ. τοῦ β' πρὸς 38 δρχ. καὶ τοῦ γ' πρὸς 36 δρχ. Πόσον μρῦ στοιχίζει ἡ ὀκᾶ κατὰ μέσον ὄρον ; (ἀπ. 38).

2.—Ἐνας οἰκογενειάρχης ἐξώδευσε τὴν Κυριακὴν δραχμάς 150, τὴν Δευτέραν 86,50 δραχμάς, τὴν Τρίτην $110\frac{1}{4}$ δραχμάς, τὴν Τετάρτην 95,75 δραχμάς, τὴν Πέμπτην $75\frac{4}{5}$ δραχμάς, τὴν Παρασκευὴν $120\frac{7}{10}$ δραχμάς καὶ τὸ Σάββατον 68 δραχμάς. Πόσον ἐξώδευε τὴν ἡμέραν κατὰ μέσον ὄρον ; (ἀπ. 101).

3.—Εἰς μαθητῆς ἐπῆρε βαθμοὺς ἐτησίους εἰς τὰ Ἱστορικὰ 8, εἰς τὰ Ἑλληνικὰ 8, εἰς τὰ μαθηματικὰ 9, εἰς τὴν Ἑλληνικὴν Ἱστορίαν 6, εἰς τὴν φυσικὴν Ἱστορίαν 7, εἰς τὴν φυσικὴν πειραματικὴν καὶ χημείαν 5, εἰς τὴν γεωγραφίαν 7, εἰς τὴν καλλιγραφίαν 10, εἰς τὴν Ἱχθυογραφίαν 10, εἰς τὴν φθιδικὴν 7, εἰς τὴν γυμναστικὴν 6, εἰς τὴν χειροτεχνίαν 6. Ποῖος εἶναι ὁ γενικός του βαθμός; (ἀπ. $7\frac{5}{12}$).

4.—Ἐπώλησεν εἰς κτηνοτρόφος :

- α') 80 πρόβατα ἀντὶ 20.000 δραχμῶν.
 β') 20 » » 7.000 »
 γ') 50 » » 15.000 »

Πόσον ἐπώλησε κατὰ μέσον ὄρον τὸ καθένα; (ἀπ. 280).

5.—Κτήμα τι ἐφέτος ἔφερον εἰσόδημα 3780 δραχμῶν, πέρυσι 2870 δραχμῶν, προπέρυσι 3400 δραχμῶν. Ποῖος εἶναι ὁ μέσος ὄρος τοῦ εἰσοδήματος τοῦ κτήματος κατὰ τὰ 3 ἔτη; (ἀπ. 3350).

6.—Εἰς τὸ σχολεῖόν μας ἐφοίτησαν κατὰ τὸ παρὸν σχολικὸν ἔτος μαθηταὶ 250, κατὰ τὸ παρελθὸν 240 κατὰ τὸ προπαραελθὸν 230. Πόσοι ἐφοίτησαν κατὰ μέσον ὄρον κατὰ τὰ τρία τελευταῖα σχολικὰ ἔτη; (ἀπ. 240).

7.—Ἐργάτης ἔλαβε μίαν ἡμέραν 75 δραχμῶν, τὴν ἄλλην 80 καὶ τὴν ἄλλην 70. Μὲ ποῖον ἡμερομίσθιον εἰργάσθη καὶ τὰς τρεῖς ἡμέρας κατὰ μέσον ὄρον; (ἀπ. 75).

8.—Ἐνας σιδηρόδρομος ἔτρεξε: τὴν Ἀθῆν ὥραν 30 χιλιομ., τὴν Βαν ὥραν 36 χιλιομ., τὴν Γῆν ὥραν 40 χιλιομ. καὶ τὴν Δην 42 χιλιομ. Ποία ἦτο ἡ ταχύτης του κατὰ μέσον ὄρον; (ἦτοι πόσον ἔτρεχε τὴν ὥραν κατὰ μέσον ὄρον;) (ἀπ. 37 χιλ.).

9.—Χθὲς εἰς τὰς 7 π. μ. ἡ θερμοκρασία ἦτο 10° εἰς τὰς 10 π. μ. 13° εἰς τὰς 12 τῆς μεσημβρίας 15° εἰς τὰ 4 μ. μ. 12° καὶ εἰς τὰς 7 μ. μ. 10°. Ποία ἦτο ἡ μέση θερμοκρασία χθὲς; (ἀπ. 12°).

10.—Ἐνας ἐξώδευσεν ἐπὶ μίαν ἑβδομάδα τὰ ἑξῆς ποσά: τὴν Κυριακὴν 450 δραχμῶν, τὴν Δευτέραν 2875,50 δραχμῶν, τὴν Τρίτην 568,75 δραχμῶν, τὴν Τετάρτην 289,60 δραχμῶν, τὴν Πέμπτην 357 δραχμῶν, τὴν Παρασκευὴν 598,80 δραχμῶν καὶ τὸ Σάββατον 630,10 δραχμῶν. Πόσο ἐξώδευε τὴν ἡμέραν κατὰ μέσον ὄρον; (ἀπ. 824,25).

Α'. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ

Ὅμας α'. (Ζητεῖται ἡ περιφέρεια) (*).

- 1.—Ἡ ἀκτίς ἑνὸς κύκλου εἶναι 5 μέτρα. Ποία εἶναι ἡ περιφέρεια αὐτοῦ; (Ἔτερον με ἀκτίνα 7,5 μ.). (ἀπ. 31,4 μ.).
- 2.—Ἡ ἀκτίς κύκλου εἶναι 0,2 μ. Ποία ἡ περιφέρειά του; (ἀπ. 1,256 μ.).
- 3.—Ἡ διάμετρος μιᾶς κυκλικῆς τραπέζης εἶναι 2,40 μέτρα: α) Ποία εἶναι ἡ περιφέρειά της; β) Πόσα ἄτομα δύνανται νὰ καθήσουν πέριξ αὐτῆς, ἂν ἕκαστον ἄτομον καταταλαμβάνῃ 0,628 μέτρον; (ἀπ. 7,536 μ., 12).
- 4.—Ποία ἡ περιφέρεια ἑνὸς ἄλωνιου, τοῦ ὁποίου ἡ διάμετρος εἶναι 12 μέτρα; (ἀπ. 37,68 μ.).
- 5.—Ἡ διάμετρος κυκλικῆς τραπέζης εἶναι 1,98 μ. καὶ κἀθηναι πέριξ αὐτῆς 11 ἄτομα. Πόσον μέρος τῆς περιφερείας ἀναλογεῖ εἰς ἕκαστον; (ἀπ. 0,5652 μ.).
- 6.—Γύρω ἀπὸ μιὰ κυκλικὴ τράπεζα χωροῦν νὰ καθήσουν 8 ἄτομα. Ἡ ἀκτίς της εἶναι 0,8 μ. Πόσον μέρος τῆς περιφερείας καταλαμβάνει τὸ καθένα ἄτομον; (ἀπ. 0,628).
- 7.—Οἱ ῥόδες ἑνὸς αυτοκινήτου ἔχουν ἀκτίνα 0,40 μ. καὶ ἕκαστη ἐξ αὐτῶν ἔκαμε 20.000 σιτροφές. Πόσα μέτρα διέτρεξεν; (ἀπ. 50.240).
- 8.—Οἱ τροχοὶ αυτοκινήτου ἔχουν ἀκτίνα 0,8 τοῦ μέτρον. Πόσες σιτροφές θὰ κάμουν διὰ νὰ διατρέξῃ τὸ αυτοκίνητον 50240 μέτρα; (ἀπ. 10.000 σιτροφές).

(*) ΣΗΜ.—Μετροῦμεν τὰς περιφερείας διαφόρων κυλίνδρων καὶ τὰς διαμέτρους αὐτῶν. Διαιοῦμεν κατόπιν ἕκαστην περιφέρειαν διὰ τῆς διαμέτρον της. Παρατηροῦμεν τότε ὅτι πάντοτε εὐρίσκομεν τὸ αὐτὸ πηλίκον 3,14.

Ὅθεν με διαιρετέον τὴν περιφέρειαν καὶ διαιρετὴν τὴν διάμετρον ἔχομεν πηλίκον πάντοτε 3,14. Ἀλλὰ ὡς διαιρετέος ἡ περιφέρεια εἶναι γινόμενον τοῦ διαιρετοῦ ἐπὶ τὸ πηλίκον 3,14.

Ὅθεν διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν περιφέρειαν ἑνὸς κύκλου μετροῦμεν τὴν διάμετρον, ποὺ εἶναι εὐκόλον καὶ τὸ μῆκος της πολλαπλασιάζομεν ἐπὶ 3,14.

9.—Ένα τραπεζομάνδυλο κυκλικὸ ἔχει διάμετρο 1,5 μ. Πόσα μέτρα ταντέλλας χρειάζονται γιὰ ὅλον τὸν γῦρον του ; (ἀπ. 4.71).

Ὅμας β'. (*) Ζητεῖται ἡ διάμετρος καὶ ἡ ἀκτίς).

1.—Ἡ περιφέρεια κύκλου εἶναι 4.239 μέτρα. Ποία εἶναι ἡ διάμετρος του ; (ἀπ. 1.6 μ.).

2.—Ἡ περιφέρεια κύκλου εἶναι 22,608 μ. Ποία εἶναι ἡ ἀκτίς του ; (ἀπ. 3,6 μ.).

3.—Ἡ περιφέρεια τοῦ κορμοῦ ἑνὸς δένδρου εἶναι 7.536 μέτρα. Ποία εἶναι ἡ διάμετρος του ; Ποία ἡ ἀκτίς του ; (ἀπ. 2,4 μ. 1,2 μ.).

4.—Οἱ ἐμπρόσθιοι τροχοὶ μιᾶς ἀμάξης μετὰ 1000 στροφὰς διατρέχουν 3,768 μέτρα. Ποία εἶναι ἡ ἀκτίς των ; (ἀπ. 0,6 μ.).

5.—Ἡ περιφέρεια τῆς ὁδοῦ ἑνὸς κάρρου εἶναι 4,082 μ. Ποία εἶναι ἡ ἀκτίς τῆς ὁδοῦ ; (ἀπ. 0,65 μ.).

6.—Ἐκαστος μεσημβρινὸς τῆς γῆς ἔχει περιφέρειαν 40.000.000 μ. Πόσων μέτρων εἶναι ἡ ἀκτίς των ; (ἀπ. 6,369. 426,75 μ.).

Ὅμας γ'. (Ζητεῖται τὸ τόξον κύκλου).

1.—Ἡ ἀκτίς ἑνὸς κύκλου εἶναι 5 μέτρα. Πόσων μέτρων εἶναι τὸ τόξον αὐτοῦ 72° ; (ἀπ. 6,28 μ.).

Λύσις.

Ἡ περιφέρεια εἶναι : $(5 \times 2) \times 3,14 = 10 \times 3,14 = 31,4 \mu.$

Ἀλλὰ 1 περιφέρεια = 360° : ὅθεν $\frac{360^\circ}{72^\circ}$ εἶναι $\frac{31,4}{X}$ μέτρα.

$$X = 31,4 \times \frac{72}{360} = 31,4 \times \frac{8}{40} = 31,4 \times \frac{1}{5} = \frac{31,4}{5} = 6,28 \text{ μέτρα.}$$

2.—Τὸ γεωγραφικὸν πλάτος τῶν Ἀθηνῶν εἶναι 37° καὶ 57". Πόσα μέτρα ἀπέχουν αὐτὰ ἀπὸ τὸν Ἰσημερινόν ; (ὁ μεσημβρινὸς 40.000.000 μέτρα). (ἀπ. 4216.666 μ.).

Ὅμας δ'. (Ζητεῖται τὸ ἔμβαδὸν κύκλου).

1.—Ποῖον εἶναι τὸ ἔμβαδὸν ἑνὸς κύκλου, τοῦ ὁποῖου ἡ περιφέ-

(*) ΣΗΜ. Ἀφοῦ ἡ περιφέρεια εἶναι γινόμενον τῆς διαμέτρου ἐπὶ τὸ 3,14 διὰ νὰ εὐρωμεν τὴν διάμετρον, ὅταν γνωρίζωμεν τὴν περιφέρειαν, διαιροῦμεν αὐτὴν διὰ 3,14.

ρεια είναι 314 μέτρα, ἢ δὲ ἀκτίς του 50 μέτρα; (ἀπ. 7850 τ.μ.).

2.—Ἡ διάμετρος κύκλου εἶναι 3,50 μέτρα. Ποῖον εἶναι τὸ ἔμβασδόν του; (ἀπ. 9,61625 τ.μ.).

3.—Ποῖον τὸ ἔμβασδὸν κύκλου, τοῦ ὁποῖου ἡ ἀκτίς εἶναι 1,50 μ.; (ἀπ. 7,065 τ.μ.).

4.—Ἡ περιφέρεια κύκλου εἶναι 128,112 μέτρα. Ποῖον εἶναι τὸ ἔμβασδόν του; (ἀπ. 1306, 7424 τ.μ.).

5.—Δύο κύκλοι ὁμόκεντροι ἔχουν ἀκτίνας, ὁ μὲν 7,5 μέτρα, ὁ δὲ 5 μέτρα. Ποῖον εἶναι τὸ ἔμβασδὸν τῆς μεταξὺ τῶν δύο περιφερειῶν ἐπιφανείας; (ἀπ. 98, 125 τ.μ.).

‘Ομάς ε’ (Ζητεῖται τὸ ἔμβασδὸν τομέως κύκλου).

1.—Ἡ ἀκτίς ἑνὸς κύκλου εἶναι 0,15 μέτρον. Ποῖον τὸ ἔμβασδὸν τομέως αὐτοῦ, ὅστις ἔχει τόξον 60° ; (ἀπ. 0,011775 τ.μ.).

2.—Ἡ διάμετρος ἑνὸς κύκλου εἶναι 6 μέτρα. Ποῖον εἶναι τὸ ἔμβασδὸν κυκλικῆς τομέως αὐτοῦ ἔχοντος τόξον 150° ; (ἀπ. 11,775 τ.μ.).

‘Ομάς στ’ (Ζητεῖται τὸ ἔμβασδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας κυλίνδρου).

1.—Τὸ ὕψος ἑνὸς κυλινδρικοῦ δοχείου εἶναι 0,30 μέτρον, ἢ δὲ περιφέρεια τῆς βάσεώς του 0,157 μέτρον. Ποία εἶναι ἡ κυρτή του ἐπιφάνεια; (ἀπ. 0,0471 τ.μ.).

2.—Τὸ ὕψος ἑνὸς κυλίνδρου εἶναι 1,20 μέτρα, ἢ δὲ διάμετρος τῆς βάσεώς του 0,10 μέτρον. Ποία ἡ κυρτή του ἐπιφάνεια; (ἀπ. 37,68 τ.μ.).

3.—Τὸ ὕψος ἑνὸς κυλίνδρου εἶναι 10 μέτρα, ἢ δὲ ἀκτίς του 1 μέτρον. Ποία εἶναι ἡ κυρτή του ἐπιφάνεια; (ἀπ. 62,8 τ.μ.).

4.—Μία κυλινδρική στήλη ἔχει ὕψος μὲν 6 μέτρα, διάμετρον δὲ τῆς βάσεώς του 0,65 μέτρον. Τὴν κυρτὴν ἐπιφάνειαν ταύτης πρόκειται νὰ καλύψωμεν δι’ ὑφάσματος πλάτους 1,20 μέτρα. Πόσα μέτρα ἔξ αὐτοῦ πρέπει ν’ ἀγοράσωμεν; (ἀπ. 10,205 μ.).

5.—Μία στήλη κυλινδρική ἔχει ὕψος μὲν 7 μέτρα, ἀκτίνα δὲ βάσεώς της 0,80 μέτρον. Τὴν κυρτὴν ἐπιφάνειαν ταύτης πρόκειται νὰ χρωματίσωμεν. Πόσον θὰ στοιχίσῃ ὁ χρωματισμὸς οὗτος, ἐὰν ὁ χρωματισμὸς ἐκάστου τετραγωνικοῦ μέτρον στοιχίῃ 7,50 δραχμάς;

(ἀπ. 263,76 δραχ.).

Ὅμας ζ'. (Ζητεῖται τὸ ἔμβαδὸν τῶν βάσεων του).

1.—Ἡ περιφέρεια τῆς βάσεως ἑνὸς κυλίνδρου εἶναι 1,57 μέτρα :

α) Ποῖον εἶναι τὸ ἔμβαδὸν τῆς βάσεώς του ; (ἀπ. 0,19625 τ.μ.).

β) Ποῖον τὸ ἔμβαδὸν τῶν δύο βάσεων του ; (ἀπ. 0,3925 τ.μ.).

2.—Ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως ἑνὸς κυλινδρικοῦ δοχείου εἶναι 0,15 μ. :

α) Ποῖον τὸ ἔμβαδὸν τῆς μιᾶς βάσεώς του ; (ἀπ. 0,07065 τ.μ.).

β) Ποῖον τὸ ἔμβαδὸν τῶν δύο βάσεων του ; (ἀπ. 0,1413 τ.μ.).

3.—Ἡ διάμετρος τῆς βάσεως ἑνὸς κυλινδρικοῦ κτιρίου (πύργου) εἶναι 5 μέτρα : α) Ποία ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐδάφους ἐπὶ τοῦ ὁποίου εἶναι κτισμένον ; (ἀπ. 19,625 τ.μ.).

Ὅμας η'. (Ζητεῖται τὸ ἔμβαδὸν κυλίνδρου).

1.—Τὸ ὕψος ἑνὸς κυλίνδρου εἶναι 1,60 μέτρα, ἡ δὲ ἀκτὶς τῆς βάσεώς του 0,30 μέτρον. Ποῖον εἶναι τὸ ἔμβαδὸν του ;

(ἀπ. 3,5796 τ. μ.)

2.—Τὸ ὕψος μιᾶς κυλινδρικῆς στήλης εἶναι 4 μέτρα, ἡ δὲ διάμετρος τῆς βάσεώς του 0,74 μ. Ποῖου εἶναι τὸ ἔμβαδὸν τῆς ;

(ἀπ. 10,1541 τ.μ.).

3.—Ἡ περιφέρεια τῆς βάσεως ἑνὸς κυλίνδρου εἶναι 2,198 μέτρα τὸ δὲ ὕψος του 6,50 μέτρα. Ποῖον εἶναι τὸ ἔμβαδὸν του ;

(ἀπ. 15,0563 τ.μ.)

4.—Ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεώς ἑνὸς κυλινδρικοῦ λέβητος ἐκ χαλκοῦ εἶναι 0,30 μέτρον, τὸ δὲ ὕψος του 0,80 μέτρον· ὁ λέβης ἔχει καὶ κάλυμμα ἐκ χαλκοῦ. Πόσον θὰ στοιχίσῃ ἡ κασιτέρωσις του, ἐὰν ἡ κασιτέρωσις ἐκάστου τετραγωνικοῦ μέτρου στοιχίσῃ 25 δραχμᾶς.

(ἀπ. 51,81 δραχ.).

Ὅμας θ'. (Ζητεῖται ὁ ὄγκος τοῦ κυλίνδρου).

1.—Ἐνας κυλινδρικός λέβης ἔχει ἀκτῖνα μὲν τῆς βάσεώς του 0,30 μέτρον, ὕψος δὲ 0,80 μέτρον. Ποῖος εἶναι ὁ χῶρος του ;

(ἀπ. 0,22608 κ.μ.).

2.—Ἡ διάμετρος τῆς βάσεως ἑνὸς κυλινδρικοῦ δοχείου εἶναι 2 μέτρα, τὸ δὲ ὕψος του 8 μέτρα. Ποῖος εἶναι ὁ χῶρος του ;

(ἀπ. 25,12 κ.μ.).

3.—Ο κορμός ενός δένδρου είναι κυλινδρικός· τούτου η περιφέρεια ἐκάστης βάσεως είναι 2,198 μέτρα, τὸ δὲ ὕψος του 4 μέτρα. Ποῖος εἶναι ὁ ὄγκος του ; (ἀπ. 1,5386 κ.μ.).

4.—Τὸ ὕψος μιᾶς κυλινδρικῆς στήλης ἐνὸς ναοῦ εἶναι 5,60 μέτρα, ἡ δὲ ἀκτὺς τῆς βάσεώς του 0,50 μέτρα. Ποῖος εἶναι ὁ ὄγκος αὐτῆς ; (ἀπ. 4,396 κ.μ.).

Ὅμας ι'. (Διάφορα).

1.—Τὸ ὕψος ἐνὸς κυλίνδρου εἶναι 6,50 μέτρα, ἡ δὲ ἀκτὺς τῆς βάσεώς του 0,90 μέτρον·

α) Ποία εἶναι ἡ διάμετρος τῆς βάσεώς του ; (ἀπ. 1,80 μ.).

β) Ποία εἶναι ἡ περιφέρεια τῆς βάσεώς του ; (ἀπ. 5,652 μ.).

γ) Ποῖον εἶναι τὸ ἔμβαδὸν τῆς μιᾶς βάσεώς του ; (ἀπ. 2,5434 τ.μ.).

δ) Ποῖον εἶναι τὸ ἔμβαδὸν τῶν δύο βάσεών του ; (ἀπ. 5,0868 τ.μ.).

ε) Ποῖον εἶναι τὸ ἔμβαδὸν τῆς κυρτῆς τῶν ἐπιφανείας ; (ἀπ. 36,738 τ.μ.).

στ) Ποῖον εἶναι τὸ ἔμβαδὸν τοῦ κυλίνδρου ; (ἀπ. 41,8248 τ.μ.).

ζ) Ποῖος εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ κυλίνδρου ; (ἀπ. 16,5321 κ.μ.).

2.—Ἐπὶ μιᾶς κυκλικῆς ξυλίνης βάσεως (φούντι), ἡ ὁποία ἔχει ἔμβαδὸν 3,2 τ. μέτρα, πρόκειται νὰ κατασκευασθῇ κάδος κυλινδρικός, ὅστις νὰ χωρῇ 6,3 κυβικά μέτρα. Ποῖον ὕψος πρέπει νὰ ἔχη ὁ κάδος ; (ἀπ. 1,96875 μ.).

3.—Γράψατε κύλινδρον μὲ διάμετρον 0,20 μέτρον καὶ ὕψος 0,70 μέτρον καὶ εὔρετε :

α) Τὴν ἀκτὴν τῆς βάσεώς του.

β) Τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεώς του.

γ) Τὸ ἔμβαδὸν τῆς μιᾶς βάσεώς του.

δ) Τὸ ἔμβαδὸν τῶν δύο βάσεών του.

ε) Τὸ ἔμβαδὸν τῆς κυρτῆς του ἐπιφανείας.

στ) Τὸ ἔμβαδὸν τοῦ κυλίνδρου.

ζ) Τὸν ὄγκον τοῦ κυλίνδρου.

(Ἄπ. α) 0,10 μ., β) 0,628 μ., γ) 0,0314 τ.μ., δ) 0,0628 τ.μ.

ε) 0,4896 τ.μ., στ) 0,5024 τ.μ., ζ) 0,02198 κ.μ.).

Β'. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΩΝΟΥ

Όμας α'. (Ζητείται ἡ κυρτὴ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἢ τῆς βάσεως ἢ ἡ ὀλική του ;

1.—Ποία εἶναι ἡ κυρτὴ ἐπιφάνεια κώνου, ὅστις ἔχει βάσιν μὲ περιφέρειαν 12,56 μέτρων καὶ πλευρὰν 15 μέτρων ; (ἀπ. 94,20 τ.μ.).

2.—Ποία εἶναι ἡ κυρτὴ ἐπιφάνεια ἑνὸς κώνου, ὅστις ἔχει ἀκτῖνα τῆς βάσεώς του 0,08 μέτρου καὶ πλευρὰν 0,15 μέτρου ;
(ἀπ. 0,03768 τ.μ.)

3.—Ἡ διάμετρος τῆς βάσεως ἑνὸς κωνικοῦ δοχείου εἶναι 0,25 μέτρου, ἡ δὲ πλευρὰ του 0,40 μέτρου. Ποία εἶναι ἡ κυρτὴ του ἐπιφάνεια ;
(ἀπ. 0.157 τ.μ.)

4.—Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα καραβοπάνου χρειάζονται διὰ νὰ γίνῃ μία σκηνή, ἡ ὁποία ἔχει περιφέρειαν τῆς βάσεώς της 10,50 μ. πλευρὰν δὲ τῆς κυρτῆς της ἐπιφανείας 3,80 μέτρων ; (ἀπ. 19,95 τ.μ.).

5.—Ἡ περιφέρεια τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας μιᾶς κωνικῆς σκηνῆς εἶναι 12 μέτρα, ἡ δὲ πλευρὰ της 3,80 μέτρα. Πόσα μέτρα καραβοπάνου θὰ χρειασθῶμεν δι' αὐτήν, ἂν τὸ πλάτος τοῦ καραβοπάνου εἶναι 0.75 μέτρου ;
(ἀπ. 30,4 μ.).

6.—Ἡ περιφέρεια τῆς βάσεως μιᾶς κωνικῆς σκηνῆς εἶναι 15.70 μέτρα. Πόσῃν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐδάφους, σκεπάζει αὕτη ;
(ἀπ. 19.625 τ.μ.).

7.—Ἡ περιφέρεια τῆς βάσεως ἑνὸς κώνου εἶναι 12,56 μέτρων, ἡ δὲ κυρτὴ του ἐπιφάνεια ἔχει πλευρὰν 3,20 μέτρων :

α) Ποία εἶναι ἡ κυρτὴ του ἐπιφάνεια ; (20,096).

β) Ποία εἶναι ἡ κυκλικὴ του ἐπιφάνεια ; (12,56)

γ) Ποία εἶναι ἡ ὀλική του ἐπιφάνεια ; (32,656)

8.—Ποῖον τὸ ἔμβαδὸν τῆς ὀλικῆς ἐπιφανείας ἑνὸς κώνου, ὅστις ἔχει πλευρὰν μὲν 3 μέτρων, ἀκτῖνα δὲ τῆς βάσεώς του 0,40 μέτρου ;
(ἀπ. 4,2704 τ.μ.).

9.—Θέλω νὰ κατασκευάσω μιὰ κωνικὴ σκηνή μὲ πλευρὰν 4 μέτρων καὶ περιφέρειαν τῆς βάσεως 10,50 μέτρων ἀπὸ καραβόπανο πλάτους 0,8 μέτρου. Πόσα μέτρα πρέπει ν' ἀγοράσω ἕξ αὐτοῦ ;
(ἀπ. 26.25 μ.).

Ὅμας β'. (Ζητείται ὁ ὄγκος κώνου).

1.—Τὸ ἔμβαδὸν τῆς βάσεως ἑνὸς κώνου εἶναι 31.80 τ.μ., τὸ δὲ ὕψος του 5 μ. Ποῖος εἶναι ὁ ὄγκος του ; (ἀπ. 53 κ.μ.).

2.—Ποῖος εἶναι ὁ ὄγκος κώνου, ὅστις ἔχει ὕψος μὲν 0,60 μέτρον ἀκτίνα δὲ τῆς βάσεώς του 0,15 μ. (ἀπ. 0,01413 κ.μ.).

3.—Ποῖος εἶναι ὁ ὄγκος κώνου, ὅστις ἔχει διάμετρον μὲν 1,50 μ. ὕψος δὲ 6 μέτρον ; (ἀπ. 3,5325 κ.μ.).

4.—Μία κωνικὴ σκηνὴ ἔχει ὕψος 2.40 μέτρα, ἡ περιφέρεια δὲ τῆς βάσεώς της εἶναι 9,42 μέτρον. Πόσα κυβικὰ μέτρα ἀέρος χωρεῖ ; (ἀπ. 5,652 κ. μ.).

5.—Ἡ περιφέρεια τῆς βάσεως ἑνὸς κώνου εἶναι 1,57 μ. τὸ δὲ ὕψος του 0,8 μ. Ποῖος εἶναι ὁ ὄγκος του ; (ἀπ. 0,0523 κ.μ.).

Ὅμας γ'. (Ζητείται τὸ ἔμβαδὸν καὶ ὁ ὄγκος κώνου).

1. Ἡ ἀκτίς τῆς βάσεως ἑνὸς κώνου εἶναι 0,16 μέτρον, ἡ δὲ πλευρὰ του 0,30 μέτρον καὶ τὸ ὕψος του 0,25 μέτρον :

α) Ποῖον τὸ ἔμβαδὸν τῆς βάσεώς του ;

β) Ποῖον τὸ ἔμβαδὸν τῆς κυρτῆς του ἐπιφανείας ;

γ) Ποῖον τὸ ἔμβαδὸν τοῦ κώνου ;

δ) Ποῖος ὁ ὄγκος αὐτοῦ ;

(ἀπάν. α' 0,080384 τ. μ., β' 0,15072 τ. μ., γ' 0,231104 τ. μ., δ' 0,006698 κ. μ.).

2.—Γράψατε κώνον μὲ ὕψος καὶ ἀκτίνα τῆς βάσεώς του ἴσα καὶ εὔρετε.

α) Τὴν ἀκτίνα τῆς βάσεώς του (μετροῦντες αὐτήν).

β) Τὸ ὕψος τοῦ κώνου (μετροῦντες αὐτό).

γ) Τὴν διάμετρον τῆς βάσεώς του.

δ) Τὴν πλευρὰν τῆς κυρτῆς του ἐπιφανείας (μετροῦντες αὐτήν).

ε) Τὸ ἔμβαδόν του.

στ) Τὸν ὄγκον του.

3.—Γράψατε κώνον μὲ διάμετρον τῆς βάσεώς του 0,05 μέτρον καὶ ὕψος 0,08 μέτρον καὶ εὔρετε ;

α) Τὴν πλευρὰν τῆς κυρτῆς του ἐπιφανείας (μετροῦντες αὐτήν).

β) Τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεώς του.

γ) Τὸ ἔμβαδόν του.

δ) Τὸν ὄγκο του.

(ἀπ. α' 0,082 μ., β' 0,157 μ., γ' 0,00899 τ. μ., δ' 0,000052 κ.μ.).

Γ'. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΟΛΟΥΡΟΥ ΚΩΝΟΥ

Ὅμας α'. (Ζητείται τὸ ἔμβαδόν).

1.—Ἡ ἄκτις τῆς μεγαλύτερας βάσεως ἑνὸς κολούρου κώνου εἶναι 0,8 μέτρου, τῆς δὲ μικροτέρας 0,2 μέτρου· τὸ ὕψος του εἶναι 1,20 μέτρα, καὶ ἡ πλευρά του 1,34 μέτρα. Νὰ εὑρεθῇ :

α) Τὸ ἔμβαδόν τῆς μεγαλύτερας βάσεώς του.

β) » » » μικροτέρας » »

γ) » » » κυρτῆς του ἐπιφανείας.

δ) » » » ὀλοκλήρου τοῦ κώνου.

(ἀπ. α' 2,0096, β' 0,1256, γ' 4,2076, δ' 6,3428).

2.—Ἡ διάμετρος τῆς μεγαλύτερας βάσεως ἑνὸς κολούρου κώνου εἶναι 0,8 μέτρου, τῆς δὲ μικροτέρας 0,2 μέτρου. Τὸ ὕψος τοῦ κολούρου κώνου εἶναι 1,20 μέτρα ἢ δὲ πλευρά του 1,27 μέτρα ; Νὰ εὑρεθῇ τὸ ἔμβαδόν του. (ἀπ. 2,5277 τ. μ.).

3.—Αἱ ἄκτινες τῶν βάσεων ἑνὸς κολούρου κώνου εἶναι 0,6 μέτρου καὶ 0,4 μέτρου, τὸ ὕψος 0,8 μέτρου καὶ ἡ πλευρά του 0,827 μέτρου. Ποία ἡ ἐπιφάνειά του ; (ἀπ. 4,2295 τ. μ.).

4.—Κατασκευάσατε κόλουρον κώνον ἐκ πηλοῦ καὶ εὑρετε τὸ ἔμβαδόν του.

Εὔρεσις τοῦ ὄγκου κολούρου κώνου.

Ὅ,τι κάμνομεν διὰ τὴν εὔρεσιν τοῦ ὄγκου κολούρου πυραμίδος τὸ ἴδιον κάμνομεν καὶ διὰ τὴν εὔρεσιν τοῦ ὄγκου κολούρου κώνου. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον εὑρίσκομεν κατωτέρω τὸν ὄγκον τοῦ κολούρου κώνου.

Καὶ α) Καθορίζομεν τὴν κορυφὴν τοῦ κοπέντος κώνου (Ο), ἐπεκτείνοντες 2 — 3 πλευρὰς τῆς κυρτῆς του ἐπιφανείας. Αὕτη εἶναι καὶ κορυφὴ τοῦ πλήρους κώνου, ποὺ ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸν κόλουρον κώνον καὶ ἀπὸ τὸν κοπέντα.

β) Ἐκ ταύτης φέρομεν παράλληλον πρὸς τὰς δύο βάσεις τοῦ κολούρου κώνου τὴν ΟΠ.

γ) Ἐκ τῆς παραλλήλου ταύτης φέρομεν καθέτους πρὸς τὰς βάσεις τοῦ κολούρου κώνου τὴν ΕΔ καὶ υΒ.

δ) Μετροῦμεν τὰς διαστάσεις τῶν δύο πλήρων κώνων καὶ εὐρίσκομεν τοὺς ὄγκους αὐτῶν. Καὶ

ε) Ἀφαιροῦμεν τὸν ὄγκον τοῦ μικροῦ πλήρους κώνου (τοῦ κομμένου) ἀπ' τὸν ὄγκον τοῦ μεγάλου πλήρους κώνου. Τὸ ὑπόλοιπον εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ κολούρου κώνου (*).

Ἐστω ἡ ἀκτὺς $AK = 4$ μ., καὶ ἡ ἀκτὺς $\Delta\kappa = 2$ μ., τὸ ὕψος $B\upsilon = 16$ μ., καὶ τὸ ὕψος $\Delta E = 8$ μ.

Τότε ἡ περιφέρεια τῆς βάσεως K θὰ εἶναι :

$(4 \times 2) \times 3,14 = 8 \times 3,14 = 25,12$ μ., τὸ δὲ ἔμβαδόν της

$$\frac{25,12 \times 4}{2} = \frac{100,48}{2} = 50,24 \text{ τ. μ.}$$

Ὁ ὄγκος τοῦ μεγάλου πλήρους κώνου $\Lambda B O$ θὰ εἶναι :

$$\frac{50,24 \times 16}{3} = \frac{803,84}{3} = 267,94 \text{ κ. μ.}$$

Ἡ περιφέρεια τῆς βάσεως κ εἶναι : $(2 \times 2) \times 3,14 = 4 \times 3,14 = 12,56$ μ. καὶ τὸ ἔμβαδόν της : $\frac{12,56 \times 2}{2} = 12,56$ τ. μ.

Ὁ ὄγκος τοῦ κομμένου πλήρους κώνου εἶναι :

$$\frac{12,56 \times 8}{3} = \frac{100,48}{3} = 33,49 \text{ κ. μ.}$$

Ἐπομένως ὁ ὄγκος τοῦ κολούρου κώνου θὰ εἶναι :

$$267,94 - 33,49 = 234,45 \text{ κ. μ.}$$

(*) *Σημείωσις* : Ἡ εὕρεσις τοῦ ὄγκου κολούρου κώνου δύναται νὰ διδαχθῇ κατανοητῶς μόνον ἐπ' αὐτῶν σφαιρῶν σωμάτων, ποῦ ἔχουν σχῆμα κολούρου κώνου κατὰ τὸν ἀνωτέρω τρόπον.

Δ'. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΦΑΙΡΑΣ

1.—Ἡ ἀκτίς μιᾶς σφαίρας εἶναι 0,6 μέτρον.

α) Ποία εἶναι ἡ διάμετρος αὐτῆς ;

β) Ποία εἶναι ἡ περιφέρεια ἑνὸς μεγίστου κύκλου αὐτῆς ;

γ) Ποῖον τὸ ἔμβαδὸν ἑνὸς μεγίστου κύκλου αὐτῆς ;

δ) Ποῖον τὸ ἔμβαδὸν τῆς σφαίρας ;

ε) Ποῖος ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας ;

(Ἄπ. α' 1,2 μ., β' 3,768 μ., γ' 1,1304 τ. μ., δ' 4,5216 τ. μ., ε' 0,90432 κ. μ.).

2.—Ἡ διάμετρος μιᾶς σφαίρας εἶναι 0,8 μέτρα.

α) Ποία ἡ ἀκτίς αὐτῆς ;

β) Ποία ἡ περιφέρεια ἑνὸς μεγίστου κύκλου τῆς ;

γ) Ποῖον τὸ ἔμβαδὸν ἑνὸς μεγίστου κύκλου τῆς ;

δ) Ποῖον τὸ ἔμβαδὸν τῆς σφαίρας ;

ε) Ποῖος ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας ;

(Ἄπ. α' 0,4 μ., β' 2,512 μ., γ' 0,5024 τ. μ., δ) 2,0096 τ. μ., ε') 0,26794 κ. μ.).

3.—Ἡ περιφέρεια ἑνὸς τοπίου εἶναι 0,628 μέτρον.

α) Ποία εἶναι ἡ διάμετρος του ;

β) Ποία εἶναι ἡ ἀκτίς του ;

γ) Ποῖον εἶναι τὸ ἔμβαδὸν ἑνὸς μεγίστου κύκλου αὐτοῦ ;

δ) Ποῖον τὸ ἔμβαδὸν του ;

ε) Ποῖος ὁ ὄγκος » ;

(Ἄπ. α' 0,2 μ., β' 0,1 μ., γ' 0,0314 τ. μ., δ' 0,1256 τ. μ., ε' 0,00418 κ. μ.).

4.—Ποία ἡ ἐπιφάνεια σφαίρας, τῆς ὁποίας ἡ ἀκτίς εἶναι 1,20 μέτρα ;

(ἀπ. 18,0864 τ. μ.).

—5.—Ποία ἡ ἐπιφάνεια σφαίρας, τῆς ὁποίας ἡ διάμετρος εἶναι 1,40 μέτρα ;

(ἀπ. 6,1544 τ. μ.).

6.—Ποία ἡ ἐπιφάνεια σφαίρας, τῆς ὁποίας ἡ περιφέρεια εἶναι 0,942 μέτρα ;

(ἀπ. 0,2826 τ. μ.).

7.—Ποῖος ὁ ὄγκος σφαίρας, τῆς ὁποίας ἡ ἀκτίς ἑνὸς μεγίστου κύκλου εἶναι 0,15 μέτρα ;

(ἀπ. 0,01413 κ. μ.).

8.—Ποῖος ὁ ὄγκος σφαίρας, τῆς ὁποίας ἡ διάμετρος ἑνὸς μεγί-

στον κύκλο της είναι 0,5 μέτρα ; (ἀπ. 0,0654 κ. μ.).

9.—Ποῖος ὁ ὄγκος σφαίρας, τῆς ὁποίας ἡ περιφέρεια ἑνὸς μεγίστου κύκλου της εἶναι 1,256 μέτρα ; (ἀπ. 0,03349 κ. μ.).

10.—Ἡ ἀκτίς μιᾶς σφαίρας, τὸ ὕψος ἑνὸς κυλίνδρου καὶ ἡ ἀκτίς τῆς βάσεως αὐτοῦ εἶναι 0,2 μέτρον. Ποσάκις ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἑνὸς στερεοῦ εἶναι μεγαλύτερα τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἄλλου ;

(ἀπ. ἴσαι).

11.—Ἡ περιφέρεια μιᾶς μεταλλικῆς σφαίρας εἶναι 0,2512 μέτρον. Ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ταύτης πρόκειται νὰ χρυσοθῇ, Πόσον θὰ στοιχίσῃ ἡ χρύσωσις, ἐὰν ἡ χρύσωσις ἐκάστου τετραγ. μέτρον στοιχίζῃ 4505 δραχμᾶς ; (ἀπ. 90,53).

12.—Τὸ ἔμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας μιᾶς σφαίρας εἶναι 4,5216 τετρ. μέτρα. Ποῖον εἶναι τὸ ἔμβαδὸν ἑνὸς μεγίστου κύκλου της ;

(ἀπ. 1,1304 τ. μ.).

13.—Ἐνὸς τοπιοῦ εὔρετε : α' τὸ ἔμβαδόν του, β' τὸν ὄγκον του.

14.—Κατασκευάσατε ἀπὸ πηλὸν μίαν σφαῖραν καὶ εὔρετε :

α) Τὴν διάμετρόν της.

β) Τὴν ἀκτῖνά της.

γ) Τὴν περιφέρειαν ἑνὸς μεγίστου της κύκλου

δ) Τὸ ἔμβαδὸν » » » » »

ε) Τὸ ἔμβαδόν της.

στ) Τὸν ὄγκον της.

Τ Ε Λ Ο Σ

Π Ε Ρ Ι Ε Χ Ο Μ Ε Ν Α

Α΄.	Προβλήματα τῆς ἀπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν	σελ.	3 — 11
Β΄.	» Ποσοστῶν	»	12 — 17
Γ΄.	» τῆς συνθ. μεθόδου τῶν τριῶν	»	17 — 21
Δ΄.	» Τόκου, ὁμολογιῶν, μετοχῶν	»	22 — 35
Ε΄.	» Δανείων τοκοχρεωλυτικῶν	»	35 — 37
ΣΤ΄.	» Ὑφαιρέσεως	»	37 — 45
Ζ΄.	» Μερισμοῦ	»	46 — 50
Η΄.	» Ἐταιρείας	»	50 — 55
Θ΄.	» Ἀναμίξεως καὶ Κραμάτων	»	55 — 66
Ι΄.	» Μέσου ὄρου	»	66 — 67
ΙΑ΄.	» Γεωμετρικὰ	»	68 — 78

ΕΣΤΑ ΤΟΥ ΛΑΟΥ

1. Αποστολή και Προβλεπόμενα Αποδοκίμα
2. « « « « « « « « « « « « « «
3. Αποστολή και Προβλεπόμενα Αποδοκίμα
4. Αποστολή και Προβλεπόμενα Αποδοκίμα
5. Αποστολή και Προβλεπόμενα Αποδοκίμα

ΕΡΓΑ ΤΟΥ ΙΔΙΟΥ

- | | |
|---|------------|
| 1. Ασκήσεις και Προβλήματα Αριθμητικής | τάξεως Γης |
| 2. » » » » | » Δης |
| 3. Ασκήσεις και Προβλήματα Αριθμητικής
και Γεωμετρίας | » Εης |
| 4. Ασκήσεις και Προβλήματα Αριθμητικής
και Γεωμετρίας 1947 | » ΣΤης |