

ΠΕΤΡΟΥ Γ. ΤΟΓΚΑ

Καθηγητοῦ τῶν Μαθηματικῶν τῆς Βαρβακείου Προτύπου Σχολῆς
τοῦ Διδασκαλείου τῆς Μέσης Ἐκπαίδευσως

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ

ΔΙΑ ΤΗΝ ΣΤ' ΤΑΞΙΝ ΤΩΝ ΔΗΜΟΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ

Ἄριθ. ἐγκριτικῆς ἀποφάσεως $\frac{50163}{10-7-1936}$

ΕΚΔΟΣΙΣ ΕΚΤΗ

ΑΘΗΝΑΙ

Τύποις: Α. ΜΑΚΡΟΠΟΔΑΡΑ Φρ. Ρουζβελτ 71

1947

Κάθε γνήσιον αντίτυπον φέρει τὴν ὑπογραφήν τοῦ συγγραφέως.



ΒΙΒΛΙΟΝ Α'.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι.

ΑΠΛΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

ΠΟΣΑ ΑΝΑΛΟΓΑ

1. Παράδειγμα 1ον.— *Τὰ 5 μέτρα ἑνὸς ὑφάσματος κοστίζουν 6500 δραχ. Πόσον κοστίζουν τὰ 18 μέτρα τοῦ αὐτοῦ ὑφάσματος;*

Λύσις. Μὲ ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα.

Ἄφοῦ τὰ 5 μ. κοστίζουν 6500 δρ., τὸ 1 μ. κοστίζει 5 φορές ὀλιγώτερον, δηλ. $\frac{6500}{5}$ δρ. καὶ τὰ 18 μ. κοστίζουν 18 φορές πε-

ρισσότερον, δηλ. $\frac{6500}{5} \times 18 = \frac{6500 \times 18}{5} = \frac{117000}{5} = 23400$ δραχ.

Λύσατε τὰ κάτωθι προβλήματα.

Προφορικῶς 2. Ἐὰν 3 τετράδια ἀξίζουν 600 δρ., πόσον ἀξίζουν τὰ 5 τετράδια; τὰ 8; τὰ 10;

3. Ἐὰν οἱ 2 πήχεις δαντέλλας ἀξίζουν 300 δρ., πόσον ἀξίζουν οἱ 4 πήχεις; οἱ 8; οἱ 10;

4. Μία ἐργάτρια λαμβάνει 120000 δραχ. εἰς 30 ἡμέρ. Πόσον λαμβάνει εἰς 5 ἡμ.; εἰς 10 ἡμ.;

5. Παράδειγμα 2ον. — *Ἐνας ἐργάτης κερδίζει 25200 δρ. εἰς 6 ἡμέρας. Πόσας ἡμέρας πρέπει νὰ ἐργασθῇ διὰ νὰ κερδίσῃ 105000 δρ.;*

Κατάταξις.

Τὰς 25200 δραχ. κερδίζει εἰς 6 ἡμ.

» 105000 » » » χ » ;

Λύσις. Μὲ σύγκρισιν τῶν ποσῶν

Συγκρίνομεν τὰ ποσὰ δραχμᾶς καὶ ἡμέρας.

Ἄφοῦ τὰς 25200 δρχ. τὰς κερδίζει εἰς 6 ἡμέρας, τὰς διπλασίας δραχμᾶς θὰ τὰς κερδίσῃ εἰς διπλασίας ἡμέρας· ὥστε τὰ ποσὰ δραχμαὶ καὶ ἡμέραι εἶναι *ἀνάλογα*. Δι' αὐτὸ ὁ ἄγνωστος χ ἰσοῦται μὲ τὸν ὑπεράνω του ἀριθμὸν 6 ἐπὶ τὸ κλάσμα $\frac{25200}{105000}$

ποῦ σχηματίζουν αἱ δύο τιμαὶ τοῦ δευτέρου ποσοῦ, *ἀντεστραμ-*

μένον, δηλ. $\chi = 6 \times \frac{105000}{25200} = \frac{6 \times 105000}{25200} = 25$ ἡμ.

Ἀπόκρ. Ὡστε πρέπει νὰ ἐργασθῇ 25 ἡμέρας.

Λύσατε τὰ κάτωδι προβλήματα.

Γραπτῶς. 6. Αἱ 7 ὀκάδες μῆλα κοστίζουν 11200 δρ. Πόσον κοστίζουν αἱ 25 ὀκ. μῆλα;

7. Μὲ 9600 δρχ. ἀγοράζομεν 3 ὀκάδες ὀρύζης. Μὲ 38400 δρ. πόσας ὀκάδας ἀγοράζομεν;

8. Αἱ 6 ὀκάδες ἐλαίου κοστίζουν 219,60 δραχ. Πόσον κοστίζουν αἱ 4 ὀκάδες τῆς αὐτῆς ποιότητος ἐλαίου;

9. Πόσον θὰ πληρώσωμεν διὰ 38 ὀκάδας ἄρτου, ὅταν αἱ 67 ὀκάδες κοστίζουν 576,20 δρ.;

10. 6 ὀκάδες καυσόξυλα κοστίζουν 8,40 δραχ. Πόσον κοστίζουν 35 ὀκάδες καυσόξυλα;

11. Μὲ 50 ὀκάδες ἀλεύρου κάμνομεν 65 ὀκ. ἄρτου, Πόσας ὀκάδας ἄρτου θὰ κάμωμεν μὲ 125 ὀκ. ἀλεύρου.

12. Μὲ 100 ὀκ. ἐλαιῶν κάμνομεν 25 ὀκ. ἐλαίου. Πόσας ὀκάδας ἐλαίου θὰ κάμωμεν μὲ 1300 ὀκ. ἐλαιῶν;

13. Τὰ 12,50 μέτρα ἑνὸς ὑφάσματος κοστίζουν 100 δρ. Πόσον κοστίζουν τὰ 17,75 μέτρα τοῦ αὐτοῦ ὑφάσματος;

14. Οἱ 3 πῆχεις ἑνὸς ὑφάσματος κοστίζουν 36,60 δρ. Πόσον κοστίζουν οἱ 7 πῆχεις;

15. Ἐνας ἔμπορος κερδίζει 223,20 δρ., ἂν πωλήσῃ 36 μέτρα ἀπὸ ἕνα ὑφασμα. Πόσον θὰ κερδίσῃ, ἂν πωλήσῃ 7 μέτρα ἀπὸ τὸ αὐτὸ ὑφασμα;

16. Οί 8 πήχεις ενός ύφασματος κοστίζουν 173,60 δραχ. Πόσον κοστίζουν οί 15 πήχ. και 3 ρούπια του αυτού ύφασματος;
17. Με 1 λίραν και 6 σελλίνια αγοράζομεν 3,50 μέτρα εξ ενός ύφασματος, Πόσα μέτρα του αυτού ύφασματος θά αγοράσωμεν με 15 λίρας, 10 σελ. 8 πέννας; (τρέψατε πρώτον τὰς λίρας, σελλίνια και πέννας εις πέννας).
18. Αί 5 όκ. 200 δράμ. ενός πράγματος κοστίζουν 90 δραχ. Πόσον κοστίζουν οί 3 στατήρες 25 όκ. και 300 δράμ. του αυτού πράγματος;
19. 25 οικογένειαι έμοιράσθησαν 23 στατήρας 25 όκ. και 300 δράμ. άλεύρου. Πόσον έλαβεν έκάστη οικογένεια;
20. Τὰ 350 δράμια ενός πράγματος κοστίζουν 9,80 δρ. Πόσον κοστίζουν τὰ $\frac{5}{8}$ τῆς όκᾶς;
21. Ένας εργάτης κερδίζει εις 15 ήμέρας 574,50 δρ. Πόσας δραχ. θά κερδίση εις 28 ήμέρας;
22. Η διατροφή 3 ζώων κοστίζει εις κτηνοτρόφον 2293,50 δρ. τὸ έτος. Πόσον θά κοστίση ή διατροφή 7 ζώων εις τὸν αὐτὸν χρόνον;
23. 24 έργάται έλαβον δι' εργασίαν των 1116 δραχ. Πόσας δραχμάς έπρεπε νὰ λάβουν, αν η̄σαν 5 έργάται;
24. Ένας εργάτης εις $3\frac{2}{3}$ ώρας σκάπτει ένα χάνδακα, πὸν έχει μήκος 6,50 μέτρα. Πόσον μήκος του χάνδακος θά σκάψη εις 2 ώρας 20';
- (Τρέψατε τὰς $3\frac{2}{3}$ ώρας και τὰς 2 ώρας 20' εις πρώτα λεπτά).
25. Μία κυρία ήγόρασε 8,25 μέτρα από ένα ύφασμα και έδωσε 90 δρ. Ο έμπορος όμως κατὰ λάθος τῆς έδωσε 0,25 μέτρα ολιγώτερον. Πόσα χρήματα πρέπει νὰ τῆς έπιτρέψη;
26. Μία ράβδος πὸν έχει μήκος 1,20 και έχει στηθῆ κατακορύφως ρίπτει σκιάν 1,60 μ. Νὰ εύρεθῆ πόσον είναι τὸ ύψος ενός δένδρου, πὸν κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμήν, ρίπτει σκιάν 20 μέτρων;
27. Ένας όδοιπόρος διατρέχει 45 χιλιόμετρα εις 10 ώρας. Ποίαν απόστασιν θά διατρέξῃ εις 7 ώρας;

28. 100° βαθμοί τοῦ θερμομέτρου Κελσίου ἰσοδυναμοῦν μὲ 80 βαθμοὺς Ρεωμόρου. 38° Κελσίου μὲ πόσους βαθμοὺς Ρεωμόρου ἰσοδυναμοῦν;

29. Μία ὑφάντρια εἰς 2 ὥρας ὑφαίνει 1 πηχ. 6 ρούπια ἐξ ἑνὸς ὑφάσματος. Πόσον θὰ ὑφάνῃ εἰς 8 ὥρας;

ΠΟΣΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ

30. Παράδειγμα 1ον.—5 ἐργάται χρειάζονται 6 ἡμέρας, διὰ νὰ τελειώσουν μίαν ἐργασίαν. Πόσας ἡμέρας θὰ χρειασθοῦν διὰ νὰ τελειώσουν τὴν αὐτὴν ἐργασίαν, 15 ἐργάται;

Κατάταξις. 5 ἐργάται χρειάζονται 6 ἡμέραι

15 » » χ;

Λύσις. Μὲ ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα. Ἀφοῦ οἱ 5 ἐργάται χρειάζονται 6 ἡμέρας διὰ νὰ τελειώσουν τὴν ἐργασίαν, ὁ 1 ἐργάτης, ἀντὶ τῶν 6 ἐργατῶν, θὰ χρειασθῆ 6 φορές περισσοτέρας, δηλ. 6×5 ἡμ. καὶ οἱ 15 ἐργάται, ἀντὶ τοῦ 1 ἐργάτου, θὰ χρειασθοῦν 15 φορές ὀλιγότερον ἡμέρας, δηλ.

$$\frac{6 \times 5}{15} = \frac{30}{15} = 2 \text{ ἡμέρας}$$

5 ἐργ.	6 ἡμ.
1 »	6×5 ἡμ.
15 »	$\frac{6 \times 5}{15} = 2$ ἡμ.

Ἀπόκρ. Ὡστε οἱ 15 ἐργάται θὰ χρειασθοῦν 2 ἡμέρας διὰ νὰ τελειώσουν τὴν ἐργασίαν αὐτὴν.

31. Παράδειγμα 2ον.—Μία γυναῖκα διὰ νὰ κάμῃ ἓνα φόρεμα χρειάζεται 4 μέτρα ἀπὸ ἓνα ὑφασμα, ὅταν τὸ πλάτος τοῦ εἶναι 0,85 μέτρα. Πόσα μέτρα ὑφάσματος θὰ χρειασθῆ διὰ τὸ αὐτὸ φόρεμα, ἂν τὸ πλάτος τοῦ ὑφάσματος εἶναι 0,60 μέτρα;

Κατάταξις 4 μέτρα μῆκ. 0,85 μ. πλ.

χ » » 0,60 μ. πλ.

Λύσις. Μὲ σύγκρισιν τῶν ποσοστῶν. Συγκρίνομεν τὰ ποσὰ μῆκος καὶ πλάτος. Ὄταν τὸ πλάτος τοῦ ὑφάσματος εἶναι 0,85 μ. χρειαζόμεθα 4 μέτρα μῆκος ἀπὸ τὸ ὑφασμα· ὅταν τὸ πλάτος τοῦ ὑφάσματος εἶναι διπλάσιον θὰ χρειασθῶμεν δύο φορές ὀλιγότερον μῆκος ἀπὸ τὸ ὑφασμα. Τὰ ποσὰ πλάτος καὶ μῆκος εἶναι λοιπὸν ἀντίστροφα.

Δι' αὐτὸ ὁ ἄγνωστος χ ἰσοῦται μὲ τὸν ὑπεράνω του ἀριθμὸν

4 επί τὸ κλάσμα $\frac{0,85}{0,60}$, πού σχηματίζουν αἱ δύο τιμαὶ τοῦ ἄλλου

ποσοῦ, ὅπως ἔχει, δηλ.

$$\chi = 4 \times \frac{0,85}{0,60} = \frac{4 \times 0,85}{0,60} = \frac{4 \times 85}{60} = \frac{340}{60} = \frac{34}{6} = 5,66 \text{ μέτρα.}$$

Ἄποκρ. θὰ χρειασθῆ 5,66 μέτρα.

Λύσατε τὰ κάτωθι προβλήματα

Γραπτῶς. 32. Δύο ἐργάται χρειάζονται 9 ἡμέρας διὰ νὰ σκάψουν μίαν ἄμπελον. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ σκάψουν τὴν αὐτὴν ἄμπελον 5 ἐργάται, ἂν ἐργάζονται μὲ τὴν αὐτὴν δύναμιν;

33. Μία μαθήτρια διὰ νὰ κατασκευάσῃ ἓνα φόρεμα χρειάζεται 6 πήχεις ἐξ ἑνὸς ὑφάσματος, ἔαν τὸ πλάτος τοῦ εἶναι 1 πηχ. 2 ρούπια. Πόσους πήχεις θὰ χρειασθῆ ἐξ ἄλλου ὑφάσματος, τοῦ ὁποίου τὸ πλάτος εἶναι 1 πηχ. 4 ρούπια;

34. Ἐνας ἐργολάβος διὰ νὰ τελειώσῃ μίαν ἐργασίαν, χρειάζεται 15 ἐργάτας, ὅταν ἐργάζονται 8 ὥρας τὴν ἡμέραν. Πόσους ἐργάτας θὰ χρειασθῆ διὰ τὴν αὐτὴν ἐργασίαν, ἔαν ἐργάζονται 6 ὥρας τὴν ἡμέραν;

35. Ἐνας κτηματίας χρησιμοποιεῖ ἐργάτας διὰ νὰ θερίσουν ἓνα κτῆμα του. Ὅταν οἱ ἐργάται ἐργάζονται 9 ὥρας τὴν ἡμέραν, χρειάζονται 10 ἡμέρας διὰ νὰ τελειώσουν τὸν θερισμόν. Νὰ εὑρεθῆ εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τελειώσουν τὸν θερισμόν, ἂν ἐργάζονται 6 ὥρας τὴν ἡμέραν;

36. Ἐνας ποδηλάτης, ὅταν τρέχῃ μὲ ταχύτητα 12 χιλιομ. τὴν ὥραν, χρειάζεται 9 ὥρας διὰ νὰ διατρέξῃ μίαν ἀπόστασιν. Πόσας ὥρας θὰ χρειασθῆ διὰ νὰ διατρέξῃ τὴν ἴδιαν ἀπόστασιν, ἔνα αὐτοκίνητον μὲ ταχύτητα 36 χιλιομέτρων τὴν ὥραν;

37. Διὰ νὰ στρώσουν τὸ πάτωμα μιάς σάλας, χρειάζονται 24 μέτρα τάπητος, ὅταν ὁ τάπης ἔχῃ πλάτος 1,50 μέτρα. Πόσα μέτρα τάπητος θὰ χρειασθῆ, ἂν τὸ πλάτος τοῦ εἶναι 1,20 μέτρα;

38. Ἠγόρασε κάποιος 15 μέτρα ἀπὸ ἓνα ὑφασμα πρὸς 12 δρ. τὸ μέτρον. Πόσα μέτρα θὰ ἠγόραζε, μὲ τὰ αὐτὰ χρήματα, ἂν τὸ ὑφασμα ἐκόστιζε 20 δραχμὰς τὸ μέτρον;

39. Μία βρύσις, ἡ ὁποία παρέχει 45 ὀκάδας ὕδατος εἰς ἓνα λεπτόν τῆς ὥρας, χρειάζεται 12 ὥρας γιὰ νὰ γεμίσῃ μίαν δεξα-

μενήν. Πόσας ώρας θά χρειασθῆ μία ἄλλη βρύσις, διὰ νὰ γεμίση τὴν αὐτὴν δεξαμενήν, ἂν παρέχει 54 ὀκ. ὕδατος εἰς ἕνα λεπτόν τῆς ώρας;

40. Μία φρουρὰ ἀπὸ 400 στρατιώτας ἔχει τροφὰς δι' 6 μῆνας. Πόσους στρατιώτας ἔπρεπε νὰ ἔχη ἡ φρουρὰ διὰ νὰ περάσουν 8 μῆνας με τὰς αὐτὰς τροφὰς;

41. Διὰ νὰ κατασκευάσωμεν ἕναν τάπητα χρειάζομεθα 18 μέτρα ὕφασματος, ὅταν τὸ ὕφασμα ἔχει πλάτος 1,50 μ. Πόσα μέτρα ὕφασματος, χρειάζομεθα διὰ νὰ κατασκευάσωμεν τὸν αὐτὸν τάπητα με ἕνα ἄλλο ὕφασμα, τὸ ὁποῖον ἔχει πλάτος 1,20 μέτρα;

42. Ἐνας μαθητὴς με τὰ χρήματα ποὺ ἔχει μπορεῖ νὰ ἀγοράσῃ 6 γλυκίσματα, ἂν τὸ κάθε γλύκισμα ἀξίζει 1,50 δρ. Ἐάν τὸ κάθε γλύκισμα ἦξιζε 1,80 δρ. πόσα γλυκίσματα θά ἠγόραζε με τὰ αὐτὰ χρήματα;

43. Διὰ νὰ κάμη κάποιος μίαν ἐνδυμασίαν χρειάζεται 4 πῆχ. 2 ρούπια ἀπὸ ἕνα ὕφασμα τοῦ ὁποῦ το πλάτος εἶναι 2 πῆχεις 5 ρούπια. Πόσον ὕφασμα, θά χρειασθῆ διὰ νὰ κάμη τὴν αὐτὴν ἐνδυμασίαν, με ἄλλο ὕφασμα. ποὺ τὸ πλάτος του εἶναι 2 πῆχ. 1 ρούπι;

44. Κάποιος φιλόνηθρος ἤθελε νὰ μοιράσῃ ἕνα χρηματικὸν ποσὸν εἰς 25 πτωχοὺς, δίδων εἰς τὸν καθένα 72 δρ. Ἀλλὰ παρουσιάσθησαν 5 πτωχοὶ ἀκόμη. Νὰ εὔρεθῆ πόσα χρήματα πρέπει νὰ δώσῃ εἰς κάθε πτωχόν, χωρὶς νὰ ἐξοδεύσῃ περισσότερα ἀπὸ ὅσα ἤθελε.

ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

45. Παράδειγμα 1ον.— 2 ἐργάται κερδίζουν εἰς 3 ἡμέρας 450 δρχ. Πόσον θὰ κερδίσουν 5 ἐργάται εἰς 4 ἡμέρας;

Κατὰτάξις. 2 ἐργάται εἰς 3 ἡμ. κερδίζουν 450 δρ.
 5 » » 4 » » χ

Δύσις. Με ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα.

Ἐπειδὴ οἱ 2 ἐργάται εἰς 3 ἡμέρας κερδίζουν 450 δραχμάς, ὁ 1 ἐργάτης εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον θὰ κερδίσῃ 2 φορές ὀλιγώτερον, δηλ. $\frac{450}{2}$ δρ. καὶ οἱ 5 ἐργάται εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον θὰ

κερδίσουν 5 φορές περισσότερον, από ὅσα κερδίζει ὁ 1 ἐργάτης, δηλ. θὰ κερδίσουν $\frac{450 \times 5}{2}$ δραχ.

Ἄφοῦ οἱ 5 ἐργάται εἰς 3 ἡμ. κερδίζουν $\frac{450 \times 5}{2}$ δρα., εἰς 1 ἡμ. θὰ κερδίσουν 3 φορές ὀλιγώτερον, δηλ. $\frac{450 \times 5}{2 \times 3}$ δρα. καὶ εἰς 4 ἡμέρας θὰ κερδίσουν 4 φορές περισσότερον, από ὅσα κερδίζουν εἰς μίαν ἡμέραν, δηλ. θὰ κερδίσουν

$$\frac{450 \times 5 \times 4}{2 \times 3} = \frac{9000}{6} = 1500 \text{ δρα.}$$

Ἄποδο. Οἱ 5 ἐργάται εἰς 4 ἡμέρας θὰ κερδίσουν 1500 δρα.

46. Παράδειγμα 2ον.—10 ἐργάται σκάπτουν 12 στρέμματα ἐνὸς ἀγροῦ εἰς 15 ἡμέρας, ἂν ἐργάζωνται 8 ὥρας τὴν ἡμέραν. Εἰς πόσας ἡμέρας 8 ἐργάται θὰ σκάψουν 9 στρέμματα τοῦ αὐτοῦ ἀγροῦ, ἐὰν ἐργάζωνται 6 ὥρας τὴν ἡμέραν;

Κατὰτάξις

10 ἐργάται	12 στρέμ.	15 ἡμ.	8 ὥρ.
8 »	9 »	X »	6 »

Δύσις. Μὲ σύγκρισιν τῶν ποσῶν.

Συγκρίνομεν κάθε ποσὸν μὲ τὸ ποσὸν τοῦ ἀγνώστου.

α') Ἐργάται καὶ ἡμέραι.

Ἄφοῦ οἱ 10 ἐργάται σκάπτουν τὸν ἀγρὸν εἰς 15 ἡμέρας, οἱ διπλάσιοι ἐργάται θὰ σκάψουν τὸν ἀγρὸν εἰς δύο φορές ὀλιγώτερον ἡμέρας. Τὰ ποσὰ λοιπὸν ἐργάται καὶ ἡμέραι εἶναι ἀντίστροφα.

β') Στρέμματα καὶ ἡμέραι.

Ἄφοῦ τὰ 12 στρέμ. τὰ σκάπτουν εἰς 15 ἡμέρας, τὰ διπλάσια στρέμματα θὰ τὰ σκάψουν εἰς διπλασίας ἡμέρας. Ἄρα τὰ ποσὰ στρέμματα καὶ ἡμέραι εἶναι ἀνάλογα.

γ') Ὁραιοὶ καὶ ἡμέραι.

Ἄν ἐργάζωνται 8 ὥρας τὴν ἡμέραν χρειάζονται 15 ἡμέρας διὰ νὰ σκάψουν τὸν ἀγρὸν ἂν ἐργάζωνται διπλασίας ὥρας τὴν ἡμέραν θὰ χρειασθοῦν δύο φορές ὀλιγώτερον ἡμέρας. Ἄρα τὰ ποσὰ ὥραι καὶ ἡμέραι εἶναι ἀντίστροφα.

Ἐπομένως, ὁ ἀγνώστος χ ἰσοῦται μὲ τὸν ὑπεράνω του ἀριθμὸν 15 ἐπὶ τὸ κλάσμα $\frac{10}{8}$, τοῦ σχηματίζουν οἱ δύο ἀριθμοὶ τῶν

έργατων, όπως έχει, διότι τὰ ποσὰ εἶναι ἀντίστροφα καὶ ἐπὶ τὸ κλάσμα $\frac{12}{9}$, πού σχηματίζουν οἱ δύο ἀριθμοὶ τῶν στρεμμάτων, ἀντεστραμμένον, διότι τὰ ποσὰ εἶναι ἀνάλογα καὶ ἐπὶ τὸ κλάσμα $\frac{8}{6}$, πού σχηματίζουν οἱ ἀριθμοὶ τῶν ὥρων, όπως έχει, διότι τὰ ποσὰ εἶναι ἀντίστροφα· δηλ.

$$\begin{aligned} \chi &= 15 \times \frac{10}{8} \times \frac{9}{12} \times \frac{8}{6} = \frac{15 \times 10 \times 9 \times 8}{8 \times 12 \times 6} \\ &= \frac{15 \times 10 \times 9 \times 1}{1 \times 12 \times 6} = \frac{1350}{72} = 18 \frac{54}{72} = 18 \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Ἀπόκτ. Ὡστε οἱ 8 ἐργάται θὰ χρειασθοῦν $18 \frac{3}{4}$ ἡμέρας.

Λύσατε τὰ κάτωθι προβλήματα.

Γραπτῶς. 47. Διὰ νὰ μεταφέρῃ ἓνας ἀμαξηλάτης 350 ὀκάδας σίτου εἰς ἀπόστασιν 12 χιλιομέτρων ζητεῖ 175 δρ. Πόσον θὰ ζητήσῃ ἂν μεταφέρῃ 500 ὀκ. εἰς ἀπόστασιν 30 χιλιομέτρων;

48. Ἐνας ἐργάτης ἔλαβε 350 δρ. διὰ νὰ σκάψῃ ἓνα κήπον, πού εἶχε μῆκος 25 μέτρ. καὶ πλάτος 8 μέτρ. Πόσα ἔπρεπε νὰ λάβῃ, ἂν ὁ κήπος εἶχε μῆκος 35 μέτρα καὶ πλάτος 24 μέτρα;

49. Μία βρύσις εἰς 6 ὥρας γεμίζει μίαν δεξαμενὴν; ἡ ὁποία ἔχει 4 μέτρα μῆκος, 3 μέτρα πλάτος καὶ 3,50 βάθος. Πόσον χρόνον θὰ ἐχρειάζετο, διὰ νὰ γεμίσῃ μίαν ἄλλην δεξαμενὴν, ἡ ὁποία ἔχει μῆκος 5,6 μ., πλάτος 2,50 μ. καὶ βάθος 2 μέτρα;

50. Διὰ νὰ κτίσωμεν ἓνα τοῖχον, πού ἔχει 15 μέτρα μῆκος, 0,80 μέτρα πάχος καὶ 2 μέτρα ὕψος, ἐπληρώσαμεν 1200 δρχ Πόσον ἔπρεπε νὰ πληρώσωμεν, ἂν ὁ τοῖχος εἶχε 10 μέτρα μῆκος, 1,20 πάχος καὶ 5 μέτρα ὕψος;

51. Μία οἰκογένεια, ἡ ὁποία ἀποτελεῖται ἀπὸ 8 ἄτομα, ἔφαγε εἰς ἓνα μῆνα 85 ὀκάδες ἄρτου. Πόσας ὀκάδας θὰ φάγῃ εἰς 96 ἡμέρας μία ἄλλη οἰκογένεια, πού ἀποτελεῖται ἀπὸ 5 ἄτομα;

52. 6 ἐργάται, ἐργαζόμενοι 10 ὥρας τὴν ἡμέραν, σκάπτουν ἓνα χάνδακα, πού ἔχει μῆκος 72 μέτρα εἰς 8 ἡμέρας. Πόσας

ήμερας πρέπει να εργασθούν 8 έργαται, που έχουν την αυτήν δύναμιν, διὰ να σκάψουν ένα άλλο χάνδακα, που έχει μήκος 122,40 μ., ἂν εργάζωνται 6 ὥρας τὴν ἡμέραν;

53. 8 εργάται τελειώνουν μίαν ἐργασίαν εἰς 15 ἡμέρας καὶ λαμβάνουν 1200 δρ. δι' αὐτήν. Πόσοι εργάται ἔπρεπε νὰ ἦσαν διὰ νὰ τελειώσουν τὴν αὐτὴν ἐργασίαν εἰς 22 ἡμέρας καὶ νὰ λάβουν 880 δρ.;

54. 35 βαρέλια που χωροῦν τὸ καθένα 250 ὀκάδες, κοστίζουν 4200 δραχ. Πόσον κοστίζουν τὰ 50 βαρέλια, ἂν χωροῦν τὸ καθένα 325 ὀκάδες;

55. "Ενας εργάτης, ἂν ἐργασθῆ 8 ὥρας τὴν ἡμέραν σκάπτει εἰς 15 ἡμέρας ἕνα κήπον μήκους 35 μέτρ. καὶ πλάτους 12 μέτρ. Πόσας ἡμέρας πρέπει νὰ ἐργασθῆ, διὰ νὰ σκάψῃ ἕνα ἄλλον κήπον, που ἔχει μήκος 36 μέτρα καὶ πλάτος 12,5 μέτρ., ἂν ἐργάζεται 6 ὥρας τὴν ἡμέραν;

56. Διὰ τὴν διατροφὴν 20 ἀσθενῶν ἐνὸς Νοσοκομείου ἔδωσαν 9000 δρχ. εἰς 15 ἡμέρας. Πόση θὰ εἶναι ἡ δαπάνη εἰς 25 ἡμέρας, ἔὰν οἱ ἀσθενεῖς γίνουν 75;

57. Μὲ 15 ὀκ. νήματος κατασκευάζομεν ὕφασμα 25 μέτρων μήκους καὶ 0,64 πλάτους. Μὲ 21 ὀκ. νήματος πόσον ὕφασμα θὰ κατασκευάσωμεν, ἔὰν τὸ πλάτος του εἶναι 0,80 μέτρα;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΣΟΣΤΩΝ

Τὰ προβλήματα τῶν ποσοστῶν λύονται, ὅπως καὶ τὰ προβλήματα τῆς ἀπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν.

Πρέπει ὅμως κατὰ τὴν κατάταξιν τοῦ προβλήματος νὰ προσέχωμεν, ὥστε οἱ ἀριθμοὶ που παριστάνουν τὸ αὐτὸ ποσόν, νὰ εὐρίσκωνται εἰς τὴν αὐτὴν στήλην.

58. Παράδειγμα 1ον.— "Ενας ἐμπορὸς πωλεῖ τὰ ἐμπορεύματα του μὲ κέρδος 25% Πόσον θὰ εἶναι τὸ κέρδος του, ἂν πωλήσῃ ἐμπορεύματα ἀξίας 1250 δρ. καὶ β) Πόσα θὰ εἰσπράξῃ ἐν ὄλφ.

Σημ. Κερδίζω 25% σημαίνει ὅτι εἰς τὰς 100 δρχ. κερδίζω 25 δρ. καὶ ἐπομένως τὰ πωλῶ $100 + 25 = 125$ δρ.

Κατάταξις

100 δρ. άξια 25 δρ. κέρδ.
1250 » » χ » »

άξια	=	100
κέρδ.	=	25
πώλ.	=	125

Άυσις. Έπειδή τὰ ποσά άξια και κέρδος είναι ανάλογα, έχουμε: $\chi = 25 \text{ δρ.} \times \frac{1250}{100} \times \frac{25 \times 1250}{100} = \frac{31250}{100} = 312,50$

Άπόκρ. Το κέρδος είναι 312,50 δρ.

β') Θα εισπράξη έν δλω 1250 δρ. + 312,50 δρ. 1562,50 δρ.

59. Παράδειγμα 2ον.— Ένα έμπόρευμα πωλείται με έκπτωσησιν 30 %₀. Πόσον θα πληρώσωμεν, εάν αγοράσωμεν έμπόρευμα, τὸ ὁποῖον άξίζει 1450 δρ.;

Κατάταξις.

Έάν ήξιζε 100 δρ. θα έπλήρ. 70 δρ.
» » 1450 » » » χ

άξια	=	100
έκπτ.	=	30
πώλ.	=	70

Άυσις. Έπειδή τὰ ποσά είναι ανάλογα έχουμε

$$\chi = 70 \text{ δρ.} \times \frac{1450}{100} = \frac{70 \times 1450}{100} = 1015 \text{ δρ.}$$

Άπόκρ. Θα πληρώσωμεν 1015 δρ.

Σημ. Είς τὸ πρόβλημα αὐτὸ ήδυνάμεθα νά εὔρωμεν πρῶτον τήν έκπτωσησιν τῶν 1450 δρ. πρὸς 30 %₀, τήν ὁποίαν έπειτα έπρεπε νά αφαιρέσωμεν από τὰς 1450 δρ.

Λύσατε τὰ κάτωδι προβλήματα

Προφορικῶς 60. Πῶς εύρίσκομεν τὸ 1 %₀ ένὸς αριθμοῦ;

61. Εὔρετε τὸ 1 %₀ τῶν 500 δρ.; τῶν 600 δρ.; τῶν 1300 δρ.;

62. Πῶς εύρίσκομεν τὸ 2 %₀, τὸ 3 %₀, τὸ 4 %₀, τὸ 5 %₀ ένὸς αριθμοῦ;

63. Εὔρετε τὸ 2 %₀ τῶν 150 δρ.; τῶν 500 δρ.; τῶν 700 δρ.;

64. Εὔρετε τὸ 3 %₀ τῶν 200 δρ.; τῶν 900 δρ.; τῶν 800 δρ.;

65. Εὔρετε τὸ 4 %₀ τῶν 300 δρ.; τῶν 600 δρ.; τῶν 1000 δρ.;

66. Εὔρετε τὸ 5 %₀ τῶν 200 δρ.; τῶν 300 δρ.; τῶν 800 δρ.;

67. Εὔρετε τὸ 6 %₀ τῶν 300 δρ.; τῶν 500 δρ.; τῶν 1000 δρ.;

68. Εὔρετε τὸ 10 %₀ τῶν 300 δρ.; τῶν 400 δρ.; τῶν 600 δρ.;

69. Εὔρετε τὸ 20 %₀ τῶν 400 δρ.; τῶν 500 δρ.; τῶν 800 δρ.;

Γραπτῶς 70. Ένα μολύβι κοστίζει 2,50 δρ. Πόσον πρέπει νά τὸ πωλήσωμεν διὰ νά κερδίσωμεν 20 %₀;

71. Ένας έμπορος πωλεῖ τὰ έμπορεύματά του με ζημίαν

12%. Πόση θά είναι ή ζημία του και πόσον θά εισπράξει, αν πωλήση έμπορεύματα άξιας 17500 δρ. ;

✓ 72. Ένα έμπόρευμα κοστίζει 258,50 δρ. Πόσον πρέπει να τὸ πωλήσωμεν διὰ να κερδίσωμεν 15 % ;

✓ 73. Ὁ φόρος ἐπὶ τῶν οἰκοδομῶν εἶναι 12,5 %. Πόσον φόρον θά πληρώση ένας ἰδιοκτήτης μιᾶς οἰκίας, ἐάν αὕτη ἀξίζη 265000 δρ. ;

✓ 74. Ένας ἵππος κοστίζει 5600 δρ. Πόσον πρέπει να τὸν πωλήσωμεν, διὰ να κερδίσωμεν 5,25 % ;

✓ 75. Ένας μεσίτης λαμβάνει 2 % διὰ μεσιτεῖαν. Ἐν ἐνοικίαση μιαν οἰκίαν πρὸς 2400 δρ. τὸν μῆνα, πόσην μεσιτεῖαν πρέπει να λάβη (Ἡ μεσιτεῖα ὑπολογίζεται εἰς ἐτήσιον ἐνοίκιον, δηλ. 2400 δρ. \times 12 = 28800 δρ.)

76. Μεσίτης ἐπώλησεν οἰκίαν ἀξίας 36000 δρ. Πόσα θά λάβη ἀπὸ τὸν ἰδιοκτήτην τῆς οἰκίας, διὰ τὴν μεσιτεῖαν πρὸς 2 % ;

77. Ένα Σύνταγμα στρατιωτῶν ἔκαμε σκοποβολὴν καὶ ἔρριψεν 25000 σφαίρας. Ἐν ἡ ἐπιτυχία ἐπὶ τοῦ στόχου ἦτο 85 %, να εὔρεθῇ πόσαι σφαῖραι ἐπέτυχον ἐπὶ τοῦ στόχου.

78. Ένας παντοπώλης ἔχει θέσει ἔλαιον μέσα εἰς βαρέλια. Ἐάν τὰ βαρέλια, με τὸ ἔλαιον μαζί, ζυγίζουσι 1200 ὀκάδες (μικτὸν βάρος), πόσον εἶναι τὸ καθαρὸν ἔλαιον, αν τὸ ἀπόβαρον (ντάρα) εἶναι 15 %. (Νὰ εὔρεθῇ πρῶτον τὸ ὀλικὸν ἀπόβαρον καὶ να ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τὰς 1200 ὀκάδας).

+ 79. Εἰς ἓνα σχολεῖον ἔχουσι ἐγγραφεῖ 360 μαθηταί. Κατὰ τὸ τέλος τοῦ σχολικοῦ ἔτους ἐπροβιάσθησαν 85 %. Νὰ εὔρεθῇ πόσοι μαθηταί ἐπροβιάσθησαν καὶ πόσοι ἔμειναν εἰς τὴν αὐτὴν τάξιν.

+ 80. Ὅταν ξηρανθοῦν τὰ νωπὰ καρύδια, χάνουσι 18 % ἐπὶ τοῦ βάρους των. Πόσον βάρος θά ἔχουσι 75 ὀκ. νωπὰ καρύδια, ὅταν ξηρανθοῦν.

81. Έμπορος πτωχεύσας συνεβιάσθη με τοὺς πιστωτάς του να πληρώση 60 %, Ἐάν ὁ ἔμπορος ἔχρωσται 375000 δρ. πόσα ἔπρεπε να πληρώση ;

82. Τὸ μικτὸν βάρος ἑνὸς ἐμπορεύματος εἶναι 1250 ὀκ. Πόσον εἶναι τὸ καθαρὸν βάρος, ἐάν τὸ ἀπόβαρον εἶναι 3,5 %.

83. Έμπορος ἀσφαλίζει τὰ ἐμπορεύματά του πρὸς 2 % καὶ

πληρώνει δι' ασφάλιστρα δρ. 520. Πόσον αξίζουν τὰ ἐμπορεύματά του ;

84. Ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ χαρτοσήμου ἐπιβαρύνεται μὲ 30% διὰ τὴν ἐξυπηρέτησιν τοῦ ἀναγκαστικοῦ δανείου καὶ μὲ 2% διὰ προμήθειαν, ὅταν πωλῆται παρ' ἰδιώτου. Ἐὰν ζητήσωμεν χαρτόσημον 30 δρ., πόσον πρέπει νὰ πληρώσωμεν εἰς τὸν ἰδιώτην ;

85. Ἐνα μετάλλευμα δίδει 4% σίδηρον. Ἐὰν ἐξαγάγωμεν ἀπὸ τὸ μετάλλευμα αὐτὸ 560 τόννους, πόσον σίδηρον θὰ λάβωμεν ;

86. Ἀσφαλίζει κάποιος τὴν οἰκίαν του, ἣ ὅποια ἀξίζει 385000 δρ. πρὸς 2,5%. Πόσα ασφάλιστρα θὰ πληρώσῃ ;

87. Γεωργὸς ἀσφαλίζει τὰ εἰσοδήματά του πρὸς 3% ἑναντίον τοῦ κινδύνου τῶν καιρικῶν μεταβολῶν. Ἐὰν τὰ εἰσοδήματά του ὑπελογίσθησαν εἰς 125000 δρ., πόσον πρέπει νὰ πληρώσῃ δι' ασφάλιστρα ;

88. Οἱ βιβλιοπῶλαι διὰ τὴν πώλησιν τῶν βιβλίων λαμβάνουν διὰ προμήθειαν 20% ἐπὶ τῶν εἰσπραττομένων. Πόσῃν προμήθειαν θὰ λάβουν, ἂν εἰσπράξουν 7500 δρ. ἀπὸ τὴν πώλησιν βιβλίων ;

89. Ἐμπορὸς πωλεῖ τὰ ἐμπορεύματά του μὲ ἔκπτωσιν 25% λόγῳ τῆς ἐποχῆς. Πόση εἶναι ἡ ἔκπτωσις μιᾶς ἔνδυμασίας, ἣ ὅποια ἐπωλεῖτο 1750 δρ. καὶ πόσον θὰ πληρώσωμεν τώρα ;

90. Οἱ σιδηρόδρομοι λόγῳ τοῦ συναγωνισμοῦ τῶν αὐτοκινήτων χορηγοῦν εἰσιτήρια μὲ ἔκπτωσιν 25%. Τὸ εἰσιτήριο ἀπὸ Ἀθηνῶν μέχρι Καλαμῶν εἶναι 320 δρχ. Πόση εἶναι ἡ ἔκπτωσις καὶ πόσον θὰ πληρώσωμεν τὸ εἰσιτήριο ;

91. Ὅταν οἱ μαθηταὶ μεταβαίνουν διὰ τοῦ σιδηροδρόμου εἰς ἐκδρομὴν, ἔχουν ἔκπτωσιν ἐπὶ τῶν εἰσιτηρίων 40%. Νὰ εὐρεθῇ πόσον θὰ πληρώσῃ ἕκαστος μαθητῆς, ἐὰν ἡ ἀξία τοῦ εἰσιτηρίου ἦτο 124,75 δρ.

92. Κτηματίας συνέλεξε ἀπὸ τὰ κτήματά του 5670 ὄκ. χόρτου χλωροῦ. Ἐὰν ξηρανθῇ τὸ χόρτον, χάνει ἀπὸ τὸ βάρος του 30%. α') Νὰ εὐρεθῇ πόσας ὀκάδας ξηροῦ χόρτου θὰ ἔχη β') τί εἶναι προτιμώτερον, νὰ πωλήσῃ τὸ χόρτον χλωρὸν πρὸς 2,60 τὴν ὀκᾶν ἢ ξηρὸν πρὸς 3,50 δρ. τὴν ὀκᾶν ;

93. Ὅταν ὁ καφὲς καβουρδίζεται χάνει 18% ἀπὸ τὸ βά-

ρος του. "Αν καβουρδίσωμεν 2 όκ. καφέ, πόσον καβουρδισμένον καφέ θα λάβωμεν;

94. Ό σάπων, όταν ξηρανθῆ χάνει 15% από τό βάρος του. Ήγοράσαμεν 60 όκ χλωροῦ σάπωνος. Νά εύρεθῆ πόσας όκάδας ξηροῦ σάπωνος θα μείνουν.

95. Έχει κάποιος μίαν οίκλαν, ἡ οποίαἀξιζει 425000 δρ. Ἀπό ἐνοίκια τῆς οίκλας αὐτῆς εἰσπράττει 75000 δρ. κατ'έτος. Ἐπί τοῦ εἰσοδήματος αὐτοῦ πληρώνει φόρον οἰκοδομῶν 12% καί φόρον ὁδοστρωμάτων 2,50%. Ἐπίσης ἐπί τοῦ καθαροῦ αὐτοῦ εἰσοδήματος, πού μένει, πληρώνει ἀκόμη φόρον εἰσοδήματος 4%. Νά εύρεθῆ πόσον καθαρόν εἰσόδημα θα ἔχη ὁ ἰδιοκτῆτης τῆς οίκλας;

96. Παράδειγμα 3ον.—*Ένας ἔμπορος ἐπώλησεν ἀντί 1800 δραχ. ἕνα ἐμπόρευμα, πού ἤξιζε 1500 δραχ. Ποσόν τοῖς ἑκατόν ἐκέρδισε;*

Λύσις.—Τό κέρδος του εἶναι 1800 δραχ.—1500 δραχ.=300 δραχ.
"Έχομεν λοιπόν τώρα τήν κάτωθι κατάταξιν τοῦ προβλήματος:

$$\begin{array}{ccccccc} 1500 & \text{δραχ.} & \text{ἀξία} & 300 & \text{δρ.} & \text{κέρδος} & \\ 100 & \text{»} & \text{»} & X & \text{»} & \text{»} & \end{array}$$

Ἐπειδή τὰ ποσά, ἀξία καί κέρδος, εἶναι ἀνάλογα, ἔχομεν:

$$x = 300 \times \frac{100}{1500} = \frac{300 \times 100}{1500} = 20$$

Ἀπόκτ. Ἐκέρδισεν 20%

Λύσατε τὰ κάτωθι προβλήματα.

97. Ένας ἔμπορος εἰσπράττει 9800 δρ. ἀπό ἐμπορεύματα πού ἀξιζοῦν 8750 δρ. Πόσον τοῖς ἑκατόν ἐκέρδισεν;

98. Ένα ἐμπόρευμα, πού ἤξιζε 1300 δρ., ἐπωλήθη πρὸς 975 δρ. Πόσον τοῖς ἑκατόν ἐζημιώθη ὁ ἔμπορος;

99. Ένας ἵππος, πού ἤξιζε 3500 δρ., ἐπωλήθη ἀντί 3875 δρ. Πόσον τοῖς ἑκατόν ἦτο τό κέρδος;

100. Διά μίαν οίκλαν, πού ἤξιζε 250000 δρ., ἐπληρώσαμεν ἀσφάλιστρα 375 δρ. Πόσον τοῖς χιλίοις ἐπληρώσαμεν δι' ἀσφάλιστρα;

101. Τό ἔλαιον κατὰ τό 1914 ἐπωλεῖτο 1,20 δραχ. τήν όκάν. Σήμερον πωλεῖται 38,40 δραχ. τήν όκάν. Πόσον τοῖς ἑκατόν ηὔξῆθη ἡ τιμή του;

Ἡ κατάταξις τοῦ προβλήματος εἶναι:

Όταν ή αξία είναι 1,20 ή αύξ. 37,20

» » » 100 X

102. Έμπορος ήγόρασε ύφασμα πρὸς 25,60 δρ. τὸν πῆχυν καὶ ἐπώλησε αὐτὸ πρὸς 35,85 δρ. τὸν πῆχυν. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐκέρδισεν;

103. Κατὰ τὴν ἀπογραφὴν τοῦ 1928 εὐρέθη, ὅτι ἐπὶ 459211 κατοίκων τῶν Ἀθηνῶν οἱ 129380 ἦσαν πρόσφυγες. Νὰ εὐρεθῆ πόσον τοῖς ἑκατὸν εἶναι οἱ πρόσφυγες ἐπὶ τοῦ πληθυσμοῦ τῶν Ἀθηνῶν.

104. Παράδειγμα 4ον. — *Ένας ἔμπορος πωλεῖ τὰ ἐμπορεύματά του μὲ κερδος 20 % καὶ εἰσπράττει 3000 δρχ. Πόσον ἤξιζαν τὰ ἐμπορεύματά του;*

Λύσις. Ἐὰν τὸ ἐμπόρευμα ἤξιζε δρχ. 100, θὰ ἐκέρδιζε 20 δρχ. καὶ ἐπομένως θὰ τὸ ἐπώλει

$$100 \text{ δρ.} + 20 \text{ δρ.} = 120 \text{ δρ.}$$

Θὰ ἔχωμεν λοιπὸν τὸ ἐξῆς πρόβλημα

ἀξία	=	100
κέρδ.	=	20
εἰσπρ.	=	120

ὅταν εἰσπράττη 120 δρ. τὸ ἐμπ. ἀξ. 100 δρ.

» » 3000 » » » » X

Ἐπειδὴ τὰ ποσά, εἴσπραξις καὶ ἀξία, εἶναι ἀνάλογα ἔχομεν

$$X = 100 \times \frac{3000}{120} = \frac{100 \times 3000}{120} = \frac{300000}{120} = 2500$$

Ἀπόκρ. Ὡστε τὰ ἐμπορεύματα ἀξίζουν 2500 δρ.

Λύσατε τὰ κάτωδι προβλήματα

105. Ένας ὀπωροπώλης πωλεῖ τὰ γεώμηλα πρὸς 7,20 δρ. τὴν ὀκᾶν καὶ κερδίζει 20 %. Πόσον εἶχεν ἀγοράσει τὴν ὀκᾶν;

106. Ένας ἔμπορος ἐπώλησε τὰ ἐμπορεύματά του ἀντὶ 16800 δρ. καὶ ἐκέρδισε 12 % ἐπὶ τῆς ἀξίας των. Νὰ εὐρεθῆ πόσον ἤξιζαν τὰ ἐμπορεύματά του.

107. Ὁ σῖτος, ὅταν ἀλεσοθῆ, δίδει 70 % ἄλευρον καὶ τὸ ὑπόλοιπον πίτυρον. Πόσας ὀκάδας σίτου πρέπει νὰ ἀλέσωμεν διὰ νὰ λάβωμεν 154 ὀκ. ἄλευρον;

108. Ένα ἐμπόρευμα ἐπωλήθη μὲ ζημίαν 14 %, ἀντὶ 1505 δρ. Πόσον ἤξιζεν τὸ ἐμπόρευμα;

108. Ένας ὑπάλληλος ξενοδοχείου εἰσέπραξε μίαν ἡμέραν 935 δρ. Ἐὰν τὸ πουρμπουάρ του (φιλοδώρημα) εἶναι 10 ο), νὰ

εύρεθῆ πόσα πρέπει νὰ κρατήσῃ ἀπὸ τὴν εἰσπραξιν καὶ πόσα νὰ δώσῃ εἰς τὸν ξενοδόχον.

110. Τὸ καθαρὸν βάρος ἑνὸς ἐμπορεύματος εἶναι 1261 ὀκ. Πόσον εἶναι τὸ μικτὸν βάρος, ἐὰν τὸ ἀπόβαρον εἶναι 3%;

111. Ἐμπορος πτωχεύσας συμβιβάζεται με τοὺς δανειστὰς τοῦ να πληρώσῃ 75%. Ἐὰν ἕνας ἐκ τῶν δανειστῶν τοῦ ἔλαβα 120000 δρ., νὰ εὐρεθῆ πόσον εἶχε δανείσει τὸν ἔμπορον.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΟΚΟΥ

Εἰς τὰ προβλήματα τοῦ τόκου μᾶς παρουσιάζονται τέσσαρα διάφορα ποσά:

α') *Τὸ κεφάλαιον*, δηλ. τὰ χρήματα ποὺ δανείζομεν εἰς κάποιον ἢ καταθέτομεν εἰς μίαν Τράπεζαν.

β') *Ὁ χρόνος*, δηλ. τὸ χρονικὸν διάστημα ποὺ μένουν δανεισμένα τὰ χρήματα.

γ') *Ὁ τόκος*, δηλ. τὸ κέρδος ποὺ φέρουν τὰ χρήματα, ποὺ ἐδανείσαμεν ἢ κατεθέσαμεν.

δ') *Τὸ ἐπιτόκιον*, δηλ. τὸ κέρδος τῶν 100 δρ. εἰς ἕνα ἔτος.

Σημ. Τὸ ἐπιτόκιον τὸ παριστάμενον, ὅπως παριστάνομεν τὸ τόσον τοῖς ἑκατόν· δηλ. 5% σημαίνει ὅτι αἱ 100 δρ. κεφάλαιον φερουν 5 δρ. τόκον εἰς ἕνα ἔτος.

Προβλήματα εἰς τὰ ὁποῖα ζητεῖται ὁ τόκος

112. Παράδειγμα 1ον. — Πόσον τόκον φέρουν 3765 δραχμαὶ εἰς 3 ἔτη πρὸς 4,5% καὶ πόσον θὰ λάβωμεν ἐν ὄλῳ;

Δύσιν. Ἐδῶ μᾶς ζητεῖται ὁ Τόκος καὶ μᾶς δίδονται τὸ Κεφάλαιον=3765 δρ., ὁ Χρόνος=3 ἔτη

K=3765
E=4,5%
X=3 ἔτη
T=;

καὶ τὸ ἐπιτόκιον=4,5. Καὶ διὰ νὰ εὐρωμεν τὸν τόκον πολλαπλασιάζομεν τὰ τρία ἄλλα ποσά, δηλ. τὸ κεφάλαιον, τὸ ἐπιτόκιον καὶ τὸν χρόνον καὶ τὸ γινόμενον διαιροῦμεν διὰ τοῦ 100, διότι ἐδῶ ὁ χρόνος εἶναι ἔτη.

Θὰ ἔχωμεν λοιπὸν

$$\text{Τόκος} = \frac{K \cdot E \cdot X}{100} = \frac{3765 \times 4,5 \times 3}{100} = \frac{50827,5}{100} = 508,275$$

Ἀπόκρ. Ὁ τόκος εἶναι 508,275 δρ. καὶ θὰ

λάβωμεν ἐν ὄλῳ 3765 + 508,275 = 4273,275 δρ.

3765
508,275
4273,275

Πέτρου Γ. Τόγκα, Ἀσκ. καὶ Προβλ. Ἀριθμητικῆς ΣΤ' τάξ. Ἐκδ. ΣΤ'. 2

Λύσατε τὰ κάτωδι προβλήματα

Πρόφορικώς 113. Πόσος είναι ὁ ἐτήσιος τόκος, πρὸς 1% τῶν 800 δρ.; τῶν 1300 δρ.; τῶν 2500 δρ.;

114. Πόσος είναι ὁ ἐτήσιος τόκος, πρὸς 3%, τῶν 400 δρχ.; τῶν 500 δρ.; τῶν 900 δρ.; τῶν 1500 δρ.;

115. Πόσος είναι ὁ ἐτήσιος τόκος, πρὸς 4%, τῶν 200 δρχ.; τῶν 700 δρ.; τῶν 1000 δρ.; τῶν 1500 δρ.;

116. Πόσος είναι ὁ ἐτήσιος τόκος, πρὸς 5% τῶν 200 δρχ.; τῶν 300 δρ.; τῶν 800 δρ.; τῶν 200 δρ.;

117. Πόσον τόκον φέρουν 200 δρ. εἰς 3 ἔτη πρὸς 4%;

118. Πόσον τόκον φέρουν 500 δρ. εἰς 2 ἔτη πρὸς 5%;

119. Παράδειγμα 2ον. Ἐδανείσαμεν εἰς κάποιον 27500 δρ. πρὸς 6 ο). Πόσον τόκον θὰ λάβωμεν μετὰ 3 ἔτη καὶ 4 μῆνας!

Λύσις. Ἐδῶ μᾶς ζητεῖται ὁ Τόκος καὶ μᾶς δίδονται τὸ Κεφάλαιον=27500 δρ., τὸ ἐπιτόκιον=6, καὶ ὁ Χρόνος 3 ἔτη 4 μην. ἢ 40 μῆνες. Καὶ διὰ νὰ εὐρωμεν τὸν τόκον πολλαπλασιάζομεν τὰ τρία ἄλλα ποσά, δηλ. τὸ Κεφάλαιον, τὸ Ἐπιτόκιον καὶ τὸν Χρόνον καὶ αὐτὸ ποῦ θὰ εὐρωμέν διαιροῦμεν διὰ τοῦ 1200, διότι ὁ χρόνος εἶναι μῆνες.

K=27500
E=6 %
X=40 μην.
T=;

$$\text{Τόκος} = \frac{K \cdot E \cdot X}{1200} = \frac{27500 \times 6 \times 40}{1200} = \frac{66000}{12} = 5500 \text{ δρ.}$$

Ἄποκο. Θὰ λάβωμεν 5500 δρ. τόκον.

120. παράδειγμα 3ον. Καταθέσαμεν εἰς τὸ Ταχυδρομικὸν Ταμιευτήριον 3500 δρχ. πρὸς 4%. Πόσον τόκον θὰ λάβωμεν μετὰ 2 ἔτη 3 μῆνες καὶ 20 ἡμέρας.

Λύσις. Ἐδῶ μᾶς ζητεῖται ὁ Τόκος καὶ μᾶς δίδονται τὸ Κεφάλαιον=3500, τὸ Ἐπιτόκιον=4, ὁ Χρόνος=2 ἔτη 3 μῆνες 20 ἡμ.=830 ἡμέραι.

K=3500
E=4 %
X=830 ἡμ.
T=;

Καὶ διὰ νὰ εὐρωμεν τὸν τόκον πολλαπλασιάζομεν τὰ τρία ἄλλα ποσά καὶ τὸ γινόμενον, ποῦ θὰ εὐρωμεν διαιροῦμεν διὰ τοῦ 36000, διότι ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι.

Θὰ ἔχωμεν λοιπόν.

$$\text{Τόκος} = \frac{K \cdot E \cdot X}{36000} = \frac{3500 \times 4 \times 830}{36000} = \frac{35 \times 4 \times 83}{36}$$

$$= \frac{35 \times 1 \times 83}{9} = \frac{2905}{9} = 322,77 \text{ δρ.}$$

Ἀπόκρ. Θὰ λάβωμεν τόκον 322,77 δρ.

Β'. Λύσις διὰ τῶν Τοκάριθμων. Τοκάριθμος λέγεται τὸ γινόμενον τοῦ Κεφαλαίου ἐπὶ τὰς ἡμέρας, ἦτοι

$$\text{Τοκάριθμος} = \text{Κεφάλαιον} \times \text{ἡμέρας}$$

Ὁ σταθερὸς διαιρέτης εὑρίσκεται, ἂν διαιρέσωμεν τὸ 36000 διὰ τοῦ ἐπιτοκίου.

Διὰ νὰ εὔρωμεν τὸν τόκον, διὰ τῶν τοκάριθμων, διαιροῦμεν τὸν τοκάριθμον διὰ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου.

$$\text{ἦτοι} \quad \text{Τόκος} = \frac{\text{τοκάριθμος}}{\text{σταθ. διαιρέτης}}$$

Εἰς τὸ πρόβλημα αὐτὸ ἔχομεν

$$\text{Τοκάριθμος} = \text{Κεφάλ.} \times \text{Ἡμέρ.}$$

$$= 3500 \times 830 = 2905000$$

$$\text{Σταθερὸς διαιρέτης} = 36000 : \text{Ἐπιτοκίου}$$

$$= 36000 : 4 = 9000 \quad \cdot \quad \text{ἐπομένως}$$

$$\text{Τόκος} = \frac{\text{τοκάριθμος}}{\text{σταθ. διαιρ.}} = \frac{2905000}{9000} = 322,77$$

Ἀπόκρ. Θὰ λάβῃ τόκον 322,77 δρ.

Λύσατε τὰ κάτωδι προβλήματα

Γραπτῶς 121. Πόσον τόκον φέρουν 6500 δραχ. εἰς 4 ἔτη πρὸς 5%.

122. Δανείζομεν 2750 δρ. πρὸς 8,5%. Πόσον τόκον θὰ λάβωμεν μετὰ 3 ἔτη;

123. Νὰ εὑρεθῇ ὁ τόκος τῶν 7825 δρ. πρὸς 3% εἰς 6 ἔτη καὶ 3 μῆνας.

124. Ἄν καταθέσωμεν 12750 δρ. πρὸς 3,75%, πόσον τόκον θὰ λάβωμεν μετὰ 2 ἔτη καὶ 6 μῆνας;

125. Πόσον τόκον φέρουν 12800 δραχ. πρὸς 6% εἰς 1 ἔτος 2 μῆνας καὶ 20 ἡμέρας;

126. Πόσον τόκον φέρουν 12600 δρ. πρὸς 4,25% εἰς 40 ἡμέρας;

127. Ἄν δανεισώμεν 8500 δρ. πρὸς 7,5%, πόσον τόκον θὰ

λάβωμεν μετὰ 2 ἔτη 1 μῆνα καὶ 10 ἡμέρας; Νὰ λυθῆ διὰ τῶν τοκαρίθμων.

✓ **128.** Ἐνας φιλόφρωνος ἔχει καταθέσει εἰς τὴν Ἑθν. Τράπεζαν 750000 δρ. πρὸς 3,5% καὶ ἔχει διατάξει οἱ τόκοι τοῦ ποσοῦ αὐτοῦ νὰ δίδωνται εἰς τὸ Νοσοκομεῖον τῆς Πατρίδος του, Νὰ εὔρεθῆ πόσον τόκον λαμβάνει τὸ Νοσοκομεῖον κατ' ἔτος.

✓ **129.** Πατήρ τις, ὅταν ἐγεννήθη ἡ κόρη του, κατέθεσε εἰς τὸ Ταχυδρομικὸν Ταμιευτήριον 25000 δρ. πρὸς 6%. Νὰ εὔρεθῆ πόσα θὰ λάβῃ ἡ κόρη ἐν ὄλω, τόκον καὶ κεφάλαιον, ὅταν γίνῃ 20 ἔτων.

✓ **130.** Ἐνας κτηματίας ἐδάνεισε κάποιον 8740 δρ. πρὸς 8,5%. Εἰς τὸ τέλος τοῦ ἔτους ὁ κτηματίας ἔλαβε ἀπέναντι τοῦ τόκου 365 δρ. Πόσα πρέπει νὰ λάβῃ ἀκόμη;

131. Πόσον τόκον φέρουν 14400 δρ., εἰς 5 μῆνας καὶ 20 ἡμέρας πρὸς 5% (μὲ τοκαρίθμους).

132. Πόσον τόκον φέρουν 25750 δρχ. ἀπὸ 1 Ἰανουαρίου μέχρι 15 Μαΐου τοῦ αὐτοῦ ἔτους πρὸς 6% (μὲ τοκαρίθμους).

Προβλήματα εἰς τὰ ὁποῖα ζητεῖται τὸ κεφάλαιον.

Παράδειγμα 1ον. 133. Ποῖον κεφάλαιον πρέπει νὰ καταθέσωμεν εἰς τὸ Ταχυδρομικὸν Ταμιευτήριον πρὸς 4% διὰ νὰ λάβωμεν τόκον 2760 δρ. εἰς 3 ἔτη.

Λύσις. Ἐδῶ μᾶς ζητεῖται τὸ Κεφάλαιον καὶ μᾶς δίδεται ὁ Τόκος=2760 δρ., τὸ Ἐπιτόκιον=4 καὶ ὁ Χρόνος=3 ἔτη. Καὶ διὰ νὰ εὔρωμεν τὸ κεφάλαιον πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 100 καὶ αὐτὸ ποῦ θὰ εὔρωμεν διαιροῦμεν διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων ποσῶν.

K=;
E=4 %
X=3 ἔτη
T=2760

Θὰ ἔχωμεν λοιπόν.

$$\text{Κεφάλαιον} = \frac{T \cdot 100}{X \cdot E} = \frac{2760 \times 100}{3 \times 4} = \frac{276000}{12} = 23000 \text{ δρ.}$$

Ἀπόκρ. Πρέπει νὰ καταθέσωμεν 23000 δρ.

Λύσατε τὰ κάτωθι προβλήματα

Προφορικῶς. 134. Ποῖον κεφάλαιον τοκιζόμενον πρὸς 4% φέρει ἐτήσιον τόκον 15 δρ.; 20.; 100 δρ.;

135. Ποῖον κεφάλαιον τοκίζομενον πρὸς 5% φέρει ἐτήσιον τόκον 15 δρ.; 40 δρ.; 100 δρ.;

136. Ποῖον κεφάλαιον τοκίζομενον πρὸς 10% φέρει ἐτήσιον τόκον 300 δρ.; 400 δρ.; 600 δρ.;

137. Παράδειγμα 2ον. Ποῖον κεφάλαιον πρέπει νὰ τοκίσωμεν πρὸς 6,5 ο/ο διὰ νὰ λάβωμεν 7800 δρ. τόκον εἰς 1 ἔτος καὶ 8 μῆνας;

Λύσις. Ἐδῶ μᾶς ζητεῖται τὸ Κεφάλαιον καὶ μᾶς δίδονται τὸ Ἐπιτόκιον=6,5, ὁ Τόκος=7800 δρ. καὶ ὁ Χρόνος=1 ἔτος 8 μῆνες ἢ 20 μῆνες καὶ διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ κεφάλαιον πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 1200 (διότι ὁ χρόνος εἶναι μῆνες) καὶ αὐτὸ ποῦ θὰ εὕρωμεν τὸ διαιροῦμεν διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων ποσῶν.

K=;
E=6,5%
X=20 μ.
T=7800

$$\text{Κεφάλαιον} = \frac{T \cdot 1200}{E \cdot K} = \frac{7800 \times 1200}{6,5 \times 20} = \frac{9360000}{13} = 720000 \text{ δρ.}$$

Ἀπόκρ. Πρέπει νὰ τοκίσωμεν 720000 δρχ.

138. Παράδειγμα 3ον. Ποῖον κεφάλαιον πρέπει νὰ καταθέσωμεν εἰς μίαν Τράπεζαν πρὸς 3,5% διὰ νὰ λάβωμεν 665 δρ. τόκον μετὰ 1 ἔτος καὶ 20 ἡμέρας.

Λύσις. Ἐδῶ μᾶς ζητεῖται τὸ Κεφάλαιον καὶ μᾶς δίδεται ὁ Τόκος=665 δρ., ὁ Χρόνος=1 ἔτος καὶ 20 ἡμ. ἢ 380 ἡμ. καὶ τὸ Ἐπιτόκιον=3,5.

K=;
E=3,5%
X=380 ἡμ.
T=665

Καὶ διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ Κεφάλαιον πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 36000 (διότι ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι) καὶ αὐτὸ ποῦ θὰ εὕρωμεν τὸ διαιροῦμεν διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων ποσῶν.

Θὰ ἔχωμεν λοιπὸν

$$\text{Κεφάλαιον} = \frac{T \cdot 36000}{X \cdot E} = \frac{665 \times 36000}{380 \times 3,5} = \frac{23940000}{1330} = 18000$$

Ἀπόκρ. Πρέπει νὰ καταθέσωμεν 18000 δρχ. κεφάλαιον

Λύσατε τὰ κάτωθι προβλήματα

Γραπτῶς **139.** Πόσα πρέπει νὰ καταθέσωμεν εἰς τὸ ταχυδρομικὸν Ταμιευτήριον πρὸς 4,5% διὰ νὰ λάβωμεν 2160 δρ. τόκον εἰς 3 ἔτη;

✓ **140.** Ποῖον κεφάλαιον πρέπει νὰ τοκίσωμεν πρὸς 3,5% διὰ νὰ λάβωμεν τόκον 432 δρ. εἰς 2 ἔτη 1 μῆνα καὶ 10 ἡμέρας.

✓ **141.** Ἐνας υπάλληλος λαμβάνει τὸν μῆνα 3600 δρ. Ποῖον κεφάλαιον ἔπρεπε νὰ ἔχη καταθέσει εἰς μίαν Τράπεζαν πρὸς 4% διὰ νὰ λαμβάνῃ ὡς τόκον, ὅσον μισθὸν λαμβάνει εἰς ἓνα μῆνα;

✓ **142.** Ποῖον κεφάλαιον πρέπει νὰ δανεισῶμεν πρὸς 5% διὰ νὰ λάβωμεν τόκον 77,50 δρ. ἀπὸ τὰς 15 Μαΐου μέχρι τῆς 20 Ὀκτωβρίου τοῦ ἰδίου ἔτους (οἱ μῆνες ὑπολογίζονται πρὸς 30 ἡμέρας ἕκαστος).

+ **143.** Μία οἰκία ἐνοικιάζεται πρὸς 1600 δρ. τὸν μῆνα. Πόση πρέπει νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀξία τῆς οἰκίας πρὸς 8%;

Προβλήματα εἰς τὰ ὁποῖα ζητεῖται ὁ χρόνος

144. Παράδειγμα. *Εἰς πόσον χρόνον 5680 δρ. τοκίζομεναι πρὸς 3,75% φέρουν τόκον 355 δραχμάς;*

Δύσις. Ἐδῶ μᾶς ζητεῖται ὁ Χρόνος καὶ μᾶς δίδεται ὁ Τόκος=355 δρ., τὸ Κεφάλαιον 5680 καὶ τὸ Ἐπιτόκιον=3,75. Καὶ γνωρίζομεν ὅτι διὰ νὰ εὔρωμεν τὸν χρόνον πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 100 καὶ αὐτὸ πού θὰ εὔρωμεν διαιροῦμεν διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων ποσῶν, δηλ. τοῦ κεφαλαίου καὶ ἐπιτοκίου. Θὰ ἔχωμεν λοιπὸν

K=5680
E=3,75%
X=;
T=355

$$\text{Χρόνος} = \frac{T \cdot 100}{K \cdot E} = \frac{355 \times 100}{5680 \times 3,75} = \frac{3550}{2130}$$

355	213
142	1
X	12
284	
142	
1704	
000	

1 ἔτ. 8 μῆνες

Ἄπόκρ. Εἰς 1 ἔτος 8 μῆνες.

Λύσατε τὰ κάτωθι προβλήματα

Προφορικῶς. **145.** Εἰς πόσον χρόνον 400 δρ. τοκίζομεναι πρὸς 4% φέρουν τόκον 32 δρ.;

146. Εἰς πόσον χρόνον 3000 δρ. τοκίζομεναι πρὸς 5% φέρουν τόκον 60 δρ.;

+ *Γραπῶς.* **147.** Εἰς πόσον χρόνον 35000 δρ. τοκίζομεναι πρὸς 6% φέρουν τόκον 2250 δρ.;

148. Πόσον χρόνον πρέπει νὰ μείνουν τοκισμένα 6700 δρ. πρὸς 4% διὰ νὰ λάβωμεν τόκον 670 δρ.;

149. Ἐνας πατέρας διὰ νὰ εὐχαριστήσῃ τὸν υἱὸν του, ποῦ ἐπήγοινε καλὰ εἰς τὰ μαθήματα, τοῦ ἠγόρασε ἕνα ὠρολόγιον, ποῦ ἤξιζε 1700 δρ. Ἐπὶ πόσον χρόνον ἔπρεπε νὰ τοκίσῃ 36000 δρ. πρὸς 4% διὰ νὰ λάβῃ τόκον, ὅσον τοῦ ἐχρειάζετο διὰ τὸ ὠρολόγιον;

150. Ἐνας γεωργὸς ἐτόκισε 15900 δρ. πρὸς 5%. Μετὰ ἕνα ὀρισμένον χρονικὸν διάστημα, μὲ τοὺς τόκους, ποῦ ἔλαβε ἀπὸ τὰ χρήματά του αὐτά, ἠγόρασε ἕνα ἵππον ποῦ ἤξιζε 3650 δρ. Πόσον χρόνον ἔμειναν τοκισμένα τὰ χρήματά του;

Προβλήματα εἰς τὰ ὁποῖα ζητεῖται τὸ ἐπιτόκιον

151. Παράδειγμα 1ον. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον πρέπει νὰ τοκίσωμεν 3600 δρ. διὰ νὰ λάβωμεν, μετὰ 5 ἔτη, 1800 δρ. τόκον.

Δύσιν. Ἐδῶ μᾶς ζητεῖται τὸ ἐπιτόκιον καὶ μᾶς δίδεται τὸ Κεφάλαιον = 3600 δρ., ὁ Χρόνος = 5 ἔτη καὶ ὁ Τόκος = 1800 δρ. Γνωρίζομεν δὲ ὅτι διὰ νὰ εὐρωμεν τὸ ἐπιτόκιον πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 100 καὶ αὐτὸ ποῦ θὰ εὐρωμεν τὸ διαιροῦμεν διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων ποσῶν· δηλ. θὰ ἔχωμεν

$K = 3600$
$E = ;$
$X = 5 \text{ ἔτη}$
$T = 1800$

$$E = \frac{T \cdot 100}{K \cdot X} = \frac{1800 \times 100}{3600 \times 5} = \frac{1800}{180} = 10$$

Ἀπόκρ. Πρέπει νὰ τοκίσωμεν τὰ χρήματα πρὸς 10%.

Λύσατε τὰ κάτωθι προβλήματα

Προφορικῶς. **152.** Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον πρέπει νὰ τοκίσωμεν 400 δρ. διὰ νὰ λάβωμεν ἐτήσιον τόκον 12 δρ.; 18 δρ.; 20 δρ.;

153. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον πρέπει νὰ τοκίσωμεν 2000 δρ. διὰ νὰ λάβωμεν 150 δρ. τόκον εἰς 3 ἔτη;

154. Παράδειγμα 2ον. Ἐδανείσαμεν 3500 δρ. καὶ ἐλά-

βομεν εις δύο ἔτη καὶ 5 μῆνας, 1015 δρ. τόκον. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐδανείσαμεν τὰ χρήματα ;

Λύσις. Ἐδῶ μᾶς ζητεῖται τὸ ἐπιτόκιον καὶ μᾶς δίδεται τὸ Κεφάλαιον = 3500 δρ., ὁ Χρόνος = 2 ἔτη καὶ 5 μῆνες, ἢ 29 μῆνες καὶ ὁ Τόκος 1015 δρ.

K=3500
X=29 μ.
E=;
T=1015

Καὶ διὰ νὰ εὐρωμεν τὸ Ἐπιτόκιον πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 1200, (διότι ὁ χρόνος εἶναι μῆνες) καὶ τὸ ἐξαγόμενον διαιροῦμεν διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων ποσῶν.

Δηλ. θὰ ἔχωμεν

$$E = \frac{T \cdot 100}{K \cdot X} = \frac{1015 \times 1200}{3500 \times 29} = \frac{1015 \times 12}{35 \times 29} = \frac{12180}{1015} = 12\%$$

Ἀπόκρ. Ἐδανείσαμεν τὰ χρήματα πρὸς 12%.

155. Παράδειγμα 2ον. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον πρέπει νὰ τοκίσωμεν 5000 δρ. διὰ νὰ λάβωμεν, ὕστερα ἀπὸ 2 ἔτη 5 μῆνας καὶ 21 ἡμέρας, τόκον 742,5 δρ.

Λύσις. Ἐδῶ μᾶς ζητεῖται τὸ ἐπιτόκιον καὶ μᾶς δίδεται τὸ Κεφάλαιον = 5000 δρ., ὁ Χρόνος = 2 ἔτη 5 μῆνες 21 ἡμέρ. ἢ 891 ἡμέραι καὶ ὁ Τόκος = 742,5. Καὶ διὰ νὰ εὐρωμεν τὸ ἐπιτόκιον πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 36000

K=5000
E=;
X=891 ἡμ.
T=742,5

(διότι ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι) καὶ τὸ ἐξαγόμενον διαιροῦμεν διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων ποσῶν, δηλ. θὰ ἔχωμεν

$$E = \frac{T \cdot 36000}{K \cdot X} = \frac{742,5 \times 36000}{5000 \times 891} = \frac{742,5 \times 36}{5 \times 891} = \frac{26730}{4455} = 6$$

Ἀπόκρ. Πρέπει νὰ τοκίσωμεν τὰ χρήματα πρὸς 6%.

Λύσατε τὰ κάτωθι προβλήματα

Γραπτῶς. **156.** Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον πρέπει νὰ τοκίσωμεν 3765 δρ. διὰ νὰ λάβωμεν 1129,50 δρ. τόκον εἰς 3 ἔτη ;

157. Ἐδανείσθη κάποιος 22800 δρ. καὶ ἐπλήρωσε ἐτήσιον τόκον 729,60 δρ. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐδανείσθη τὰ χρήματά του

158. Πὸς ποῖον ἐπιτόκιον πρέπει νὰ τοκίσωμεν 32750 διὰ νὰ λάβωμεν εἰς 3 ἔτη καὶ 8 μῆν. 5403,75 δρ. τόκον.

159. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον πρέπει νὰ δανείσωμεν 1600 δρ. διὰ νὰ λάβωμεν 160 δρ. τόκον εἰς 1 ἔτος 1 μῆνα καὶ 10 ἡμέρας ;

160. Ἐνας κτηματίας ἐπώλησε σίτον καὶ ἔλαβε 7500 δρ. Τὰ χρήματα, ποῦ ἔλαβε ἀπὸ τὸν σίτον, τὰ ἐδάνεισε εἰς κάποιον ἄλλον καὶ ὕστερα ἀπὸ 3 ἔτη καὶ 7 μῆνας ἔλαβε τόκον 3225. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐδάνεισε τὰ χρήματά του ;

Διάφορα προβλήματα τοῦ τόκου.

Σπουδαία παρατήρησις. Εἰς τὰ προβλήματα τοῦ τόκου, προ- τοῦ ἀρχίσωμεν τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος, πρέπει πάντοτε νὰ παρατηροῦμεν, ἂν μᾶς δίδωνται τρία ποσά, ὅταν μᾶς ζητῆται τὸ τέταρτον.

Π.χ. ὅταν μᾶς ζητῆται τὸ κεφάλαιον, πρέπει νὰ γνωρίζωμεν τὰ τρία ἄλλα ποσά, δηλ. τὸν χρόνον, τὸ ἐπιτόκιον, καὶ τὸν τόκον.

Ἐὰν ἓνα ἀπὸ τὰ ποσά αὐτὰ δὲν δίδεται ἀμέσως εἰς τὸ πρό- βλημα, πρέπει νὰ τὸ εὗρωμεν ὅπωςδήποτε καὶ ἔπειτα νὰ ἐφαρ- μόσωμεν τὸν τύπον, ποῦ δίδει τὸ κεφάλαιον.

Τὸ αὐτὸ πρέπει νὰ κάμωμεν καὶ ὅταν ζητῆται ἓνα ἀπὸ τὰ ἄλλα τέσσαρα ποσά.

161. Παράδειγμα. Ἐνας κτηματίας ἐπώλησε 3500 δκ. σίτου πρὸς 6,5 δρ. τὴν δκᾶν. Τὰ χρήματα ποῦ ἔλαβε ἀπὸ τὴν πώλησιν τὰ ἐδάνεισε πρὸς 7⁰/₁₀. Νὰ εὗρεθῇ πόσον τόκον θὰ λαμβάνῃ καθεὶς χρόνον ἀπὸ τὰ χρήματα αὐτά.

Λύσις. Ἐδῶ μᾶς ζητεῖται ὁ Τόκος καὶ μᾶς δίδεται τὸ Ἐπι- τόκιον=7, ὁ Χρόνος=1 ἔτος. Εἶναι ἀνάγκη λοιπὸν νὰ εὗρωμεν τὸ κεφάλαιον.

Τὸ κεφάλαιον εἶναι ἡ ἀξία τοῦ σίτου, δηλ.
 $6,5 \text{ δρ.} \times 3500 = 22750 \text{ δρ.}$

Διὰ νὰ εὗρωμεν τὸν τόκον τώρα, ἔχομεν

$$T = \frac{K \cdot E \cdot X}{100} = \frac{22750 \times 7 \times 1}{100} = \frac{15925}{10} = 1592,5$$

Ἄποκο. Θὰ λάβῃ τόκον 1592,5 δρ.

162. Έχει κάποιος μίαν οίκιαν, πού ἀξίζει 250000 δρ. Νά εὐρεθῆ τί εἶναι προτιμώτερον νά κάμῃ ὁ ἰδιοκτῆτης του: Νά τὴν ἐνοικιάσῃ πρὸς 1800 δρ. τὸν μῆνα, ἢ νά τὴν πωλήσῃ καὶ νά καταθέσῃ τὰ χρήματα εἰς μίαν Τράπεζαν πρὸς 6%.

163. Ἐπὶ πόσον χρόνον πρέπει νά καταθέσωμεν 35000 δρ. πρὸς 12% διὰ νά λάβωμεν τόκον καὶ κεφάλαιον μαζί 39000 δρ.

164. Μετὰ πόσον χρόνον ἕνα κεφάλαιον τοκιζόμενον πρὸς 8% διπλασιάζεται; (Ἄν τὸ κεφάλαιον εἶναι 200, πρέπει νά φέρῃ τόκον 200 δρ. διὰ νά διπλασιασθῇ).

165. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον πρέπει νά τοκισθῇ ἕνα κεφάλαιον διὰ νά διπλασιασθῇ εἰς 20 ἔτη;

166. Μετὰ πόσον χρόνον 15000 δρ. τοκιζόμεναι πρὸς 5% γίνονται μὲ τοὺς τόκους των 15750 δρ.;

167. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον πρέπει νά τοκίσωμεν 17850 δρ. διὰ νά λάδωμεν, μετὰ 3 ἔτη, 19992 δρ. τόκους καὶ κεφάλαιον;

168. Εἰς πόσον χρόνον κεφάλαιον 7500 δρ. τοκιζόμενον πρὸς 4% φέρει τὸν αὐτὸν τόκον, πού φέρουν 25000 δρ. εἰς 1 ἔτος καὶ 8 μῆνας πρὸς 6%.

169. Ἐνα Κράτος ἔκαμεν ἑσωτερ. δάνειον 300000000 δρχ. καὶ τὸ διεμοίρασεν εἰς 1500000 τοκοφόρους ὁμολογίας. Πόσας δρ. ἀξίζει κάθε ὁμολογία καὶ πόσον εἶναι τὸ τοκομερίδιον κάθε ὁμολογίας πρὸς 8% κατὰ ἑξάμηνον;

170. Ἠγόρασε κάποιος μετοχὰς πρὸς 760 δρ. τὴν καθεμίαν καὶ μετὰ ἕνα ἑξάμηνον ἔλαβε μέρισμα ἀπὸ καθεμίαν δρ. 30,40. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐκέρδισεν;

171. Ἐνας κτηματίας ἐπώλησε 150 ὀκάδες οἴνου πρὸς 8 δρ. τὴν ὀκᾶν, καὶ τὰ χρήματα πού ἔλαβε τὰ ἐτόκισε πρὸς 4%. Πόσον τόκον θὰ λάβῃ εἰς 4 ἔτη 3 μῆνας καὶ 20 ἡμέρας;

172. Ποῖον κεφάλαιον πρέπει νά καταθέσωμεν εἰς μίαν Τράπεζαν πρὸς 4% διὰ νά λάβωμεν μετὰ τρία ἔτη τόσον τόκον, ὅσον φέρουν 3600 δρ. εἰς 5 ἔτη καὶ 10 μῆνας πρὸς 3%;

(Νά εὐρετε πρῶτον τὸν τόκον τῶν 3600 δρ. εἰς 5 ἔτη καὶ 10 μῆνας πρὸς 3%).

173. Ἐνας κτηματίας ἔχει καταθέσει εἰς μίαν Τράπεζαν ἕνα χρηματικὸν ποσὸν πρὸς 5% καὶ μὲ τὸν τόκον, πού λαμβάνει εἰς 1 ἔτος, ἀγοράζει 15 μέτρ. ὑφάσματος πρὸς 65 δρ. τὸ μέτρον

και δύο ζευγή-ύποδημάτων πρὸς 260 δρ. τὸ ζευγος. Νὰ εὐρεθῆ πόσα χρήματα ἔχει καταθέσει εἰς τὴν Τράπεζαν.

174. "Ενας ἔμπορος λαμβάνει 1575 δρ. ἐτήσιον τόκον ἀπὸ ἓνα κεφάλαιον, ποὺ ἔχει δανείσει πρὸς 6⁰/₁₀₀. Μὲ τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ κεφαλαίου αὐτοῦ ἀγοράζει 393,75 μέτρα ὑφάσματος. Νὰ εὐρεθῆ πόσον ἠγόρασε τὸ μέτρον τοῦ ὑφάσματος;

175. Ποῖον κεφάλαιον πρέπει νὰ καταθέσωμεν εἰς μίαν Τράπεζαν πρὸς 4,5⁰/₁₀₀ διὰ νὰ λάβωμεν εἰς 1 ἔτος τόσον τόκον, ὅσος μᾶς χρειάζεται διὰ νὰ ἀγοράσωμεν 850 ὀκ. ἄρτου πρὸς 7 δρ. τὴν ὀκᾶν.

176. Πόσας ὀκάδας σίτου πρέπει νὰ πωλήσῃ ἓνας γεωργὸς πρὸς 6,20 δρ. τὴν ὀκᾶν διὰ νὰ λάβῃ ἓνα χρηματικὸν ποσόν, τὸ ὁποῖον, ἂν τὸ καταθέσῃ εἰς μίαν Τράπεζαν πρὸς 4⁰/₁₀₀, νὰ τοῦ φέρῃ ἐτήσιον τόκον 297,60 δρ.

177. "Εχει κάποιος 235000 δρ. καὶ θέλει μὲ αὐτὰς νὰ ἀγοράσῃ μίαν οἰκίαν. Ἡ οἰκία ὅμως ἀξίζει 250000 δρ. καὶ διὰ τοῦτο ἀναγκάζεται νὰ τοκίσῃ τὰ χρήματά του πρὸς 4⁰/₁₀₀ διὰ νὰ λάβῃ ὡς τόκον, ὅσον χρειάζεται διὰ νὰ συμπληρώσῃ τὸ ποσὸν ποὺ ἀξίζει ἡ οἰκία. Νὰ εὐρεθῆ ἐπὶ πόσον χρόνον πρέπει νὰ μείνουν τοκισμένα τὰ χρήματά του;

178. "Ενας γεωργὸς ἔχει καταθέσει εἰς μίαν Τράπεζαν 17600 δρ. πρὸς 3⁰/₁₀₀. "Υστέρᾳ ἀπὸ ἓνα ὠρισμένον χρόνον, μὲ τοὺς τόκους, ποὺ ἔλαβε ἀπὸ τὸ ποσὸν ποὺ κατέθεσε, ἠγόρασεν 20 μέτρα ὑφάσματος πρὸς 44 δρ. τὸ μέτρον. Νὰ εὐρεθῆ ἐπὶ πόσον χρόνον ἦσαν τοκισμένα τὰ χρήματά του.

179. "Ενας κτηνοτρόφος ἐπώλησε 30 πρόβατα πρὸς 250 τὸ ἓνα, καὶ δύο βώδια πρὸς 1500 δρ. τὸ ἓνα. Τὰ χρήματα, ποὺ ἔλαβε ἀπὸ τὴν πώλησιν, τὰ ἐτόκισε πρὸς 5⁰/₁₀₀. Μὲ τοὺς τόκους, ποὺ θὰ λάβῃ, θέλει νὰ ἀγοράσῃ 160 ὀκάδας σίτου πρὸς 7 δρ. τὴν ὀκᾶν. Νὰ εὐρεθῆ ἐπὶ πόσον χρόνον πρέπει νὰ μείνουν τοκισμένα τὰ χρήματά του.

180. "Ενας γεωργὸς ἐπώλησε 560 ὀκ σίτου πρὸς 6,50 δρ. τὴν ὀκᾶν. Τὰ χρήματα, ποὺ ἔλαβε ἀπὸ τὴν πώλησιν τοῦ σίτου, ἐδάνεισε πρὸς 9⁰/₁₀₀ καὶ μετὰ ἓνα ὠρισμένον χρόνον ἔλαβε τόκους καὶ κεφάλαιον 4732 δρ. Νὰ εὐρεθῆ πόσον χρόνον ἔμειναν δανεισμένα τὰ χρήματα.

(Τὸ κεφάλαιον=6,50 δρχ. × 5600=3640 δρχ., ὁ τόκος εἶναι 4732 δρ.—3640 δρ.=1072 δρ.)

181. Ἐδανείσαμεν 17240 δρ. καὶ ὕστερα ἀπὸ 3 ἔτη ἔλαβομεν τόκον καὶ κεφάλαιον 20860,40 δρ. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἔδανείσαμεν τὰ χρήματα;

182. Ἐνας ἔμπορος ἐπώλησε 5 τόπια ὑφάσματος τῶν 25 μέτρων ἕκαστον, πρὸς 20,50 τὸ μέτρον. Τὰ χρήματα, ποῦ ἔλαβε ἀπὸ τὴν πώλησιν, κατέθεσε εἰς μίαν Τράπεζαν καὶ ὕστερα ἀπὸ 6 ἔτη ἔλαβε τόκον 768,75 δρ. Νὰ εὐρεθῆ πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον κατέθεσε τὰ χρήματα.

183. Ἐνας κτηνοτρόφος ἐπώλησεν ἐντὸς ἐνὸς ἔτους α') 360 ὄκ. βουτύρου πρὸς 75 δρ. τὴν ὄκᾰν, β') 1200 ὄκ. τυροῦ πρὸς 30 δρ. τὴν ὄκᾰν, γ') 2000 αὐγά πρὸς 2,50 τὸ ζεῦγος. Τὰ χρήματα ποῦ ἔλαβε ἀπὸ τὴν πώλησιν αὐτῶν, ἐτόκισεν εἰς μίαν Τράπεζαν καὶ ὕστερα ἀπὸ 1 ἔτος καὶ 8 μῆνας ἔλαβε 6550 δρχ. τόκον. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτόκισε τὰ χρήματά του;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΥΦΑΙΡΕΣΕΩΣ

Εἰς τὰ προβλήματα τῆς ὑφαίρεσεως μᾶς παρουσιάζονται τὰ ἑξῆς ποσά:

α') Ἡ *ὀνομαστικὴ ἀξία*, δηλ. τὸ χρηματικὸν ποσὸν ποῦ ἀναγράφει τὸ γραμμάτιον.

β') Ὁ *Χρόνος* τῆς προεξοφλήσεως τοῦ γραμματίου.

γ') Τὸ *ἐπιτόκιον*, δηλ. ὁ κατόπιν συμφωνίας ὑπολογιζόμενος τόκος τῶν 100 δρ. εἰς ἕνα ἔτος.

δ') Ἡ *Ὑφαίρεσις*, δηλ. ἡ ἔκπτωσης (σκόντο) ποῦ λαμβάνει ἐκεῖνος ποῦ προεξοφλεῖ τὸ γραμμάτιον.

ε') Ἡ *πραγματικὴ ἀξία* τοῦ γραμματίου, δηλ. τὸ χρηματικὸν ποσὸν ποῦ μένει ἀπὸ τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν, ἂν ἀφαίρεσωμεν τὴν ὑφαίρεσιν.

Ἡ Ὑφαίρεσις διακρίνεται εἰς *ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν* καὶ εἰς *ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν*.

Ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις εἶναι ὁ τόκος τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας εἰς ὠρισμένον χρόνον πρὸς ὠρισμένον ἐπιτόκιον.

Ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις εἶναι ὁ τόκος τῆς πραγματικῆς ἀξίας εἰς ὠρισμένον χρόνον πρὸς ὠρισμένον ἐπιτόκιον.

Σπουδαία παρατήρησις. Εἰς τὰ προβλήματα τῆς ὑφαιρέσεως πρέπει νὰ προσέχωμεν τὰ ἑξῆς :

α') Ἐάν εἰς ἓνα πρόβλημα ἀναφέρωνται ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία καὶ ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις, τότε τὸ πρόβλημα εἶναι πρόβλημα ἀπλοῦ τόκου, καὶ ἡ λύσις του γίνεται, ὅπως εἰς τὰ προβλήματα τοῦ τόκου, πού μᾶς ζητεῖται ὁ τόκος, ἢ τὸ κεφάλαιον (ὀνομαστικὴ ἀξία) ἢ ὁ χρόνος ἢ τὸ ἐπιτόκιον.

Ἄπλᾶ προβλήματα τόκου εἶναι καὶ τὰ προβλήματα τῆς ὑφαιρέσεως, εἰς τὰ ὁποῖα ἀναφέρονται ἡ πραγματικὴ ἀξία καὶ ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις.

Ἐάν ὅμως εἰς ἓνα πρόβλημα τῆς ὑφαιρέσεως δὲν ἀναφέρωνται τὰ συντροφικὰ ποσά, δηλ. ὀνομαστικὴ ἀξία καὶ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις, ἢ ἡ πραγματικὴ ἀξία καὶ ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις, τότε τὸ πρόβλημα δὲν εἶναι πρόβλημα ἀπλοῦ τόκου, ἀλλὰ ἀνάγεται εἰς τὰ προβλήματα τοῦ τόκου καὶ ἡ λύσις του γίνεται, ὅπως θὰ δεῖξωμεν κατωτέρω.

Α') Προβλήματα ἐξωτερικῆς ὑφαιρέσεως.

184. Παράδειγμα 1ον. Γραμμάτιον 2400 δρ. προεξοφλεῖται 5 μῆνας πρὸς τῆς λήξεώς του πρὸς 12% Ποία εἶναι ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ ποία ἡ πραγματικὴ ἀξία;

Λύσις. Ἐδῶ μᾶς δίδεται ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία = 2400, ὁ Χρόνος = 5 μῆνες, τὸ Ἐπιτόκιον = 12 καὶ ζητεῖται ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις.

Ὀνομ.	= 2400
Χρ.	= 5 μ.
Ε	= 12%
Ἐξ. ὑφ.	= ;

Ἐπειδὴ εἰς τὸ πρόβλημα αὐτὸ ἀναφέρεται ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία καὶ ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις, τὸ πρόβλημα αὐτὸ εἶναι πρόβλημα ἀπλοῦ τόκου, εἰς τὸ ὁποῖον μᾶς ζητεῖται ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις, δηλ. ὁ τόκος τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας εἰς 5 μῆνας πρὸς 12%. Θὰ ἔχωμεν λοιπὸν

$$\begin{aligned} \text{Έξ. ύφ.} &= \text{Τόκος} = \frac{\text{Κ.Ε.Χ.}}{1200} = \frac{2400 \times 12 \times 5}{1200} \\ &= \frac{2 \times 12 \times 5}{1} = 120 \text{ δρ.} \end{aligned}$$

Ἀπόκρ. Ἡ ἔξωτερικὴ ὑφαίρεσις εἶναι 120 δρ. καὶ ἐπομένως ἡ πραγματικὴ ἀξία θὰ εἶναι 2400 δρ.—120 δρ.=2280 δρχ.

185. Παράδειγμα 2ον. Γραμμάτιον 18000 δρχ. προεξωφλήθη ἐξωτερικῶς 8 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του ἀντὶ 17290 δρ. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἔγινε ἡ προεξόφλησις.

Δύσις. Ἐδῶ μᾶς δίδεται ἡ Ὀνομαστικὴ ἀξία =18000 δρχ.. ἡ Ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις=18000 δρχ.—17290 δρ.=720 δρχ., ὁ Χρόνος=8 μῆνες, καὶ μᾶς ζητεῖται τὸ Ἐπιτόκιον.

Ὀν. ἀξ.=	18000
Χρ. =	8 μ.
Ε. =	12 %
Ἐξ. ύφ.=	;

Ἐπειδὴ εἰς τὸ πρόβλημα αὐτὸ ἀναφέρεται ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία καὶ ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις, τὸ πρόβλημα αὐτὸ εἶναι πρόβλημα ἀπλοῦ τόκου, εἰς τὸ ὁποῖον μᾶς ζητεῖται τὸ ἐπιτόκιον. Θὰ ἔχωμεν λοιπὸν

$$E = \frac{T \cdot 1200}{K \cdot T} = \frac{720 \times 1200}{18000 \times 8} = \frac{72 \times 12}{18 \times 8} = \frac{9 \times 2}{3 \times 1} = \frac{18}{3} = 6 \%$$

Ἀπόκρ. Ἡ προεξόφλησις ἔγινε πρὸς 6 %.

186. Παράδειγμα 3ον. Γραμμάτιον προεξοφλήθη 6 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 12 % μὲ ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν 210 δρχ. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου;

Δύσις. Ἐδῶ μᾶς δίδεται ὁ Χρόνος=6 μῆνες, τὸ Ἐπιτόκιον=12 %, ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις=210 δρχ. καὶ ζητεῖται ἡ Ὀνομαστικὴ ἀξία.

Ὀν. ἀξ. =;	
Χρ. =	6 μ.
Ε. =	12 %
Ἐξ. ύφ.=	210

Ἐπειδὴ εἰς τὸ πρόβλημα αὐτὸ ἀναφέρονται ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία, τὸ πρόβλημα εἶναι ἀπλοῦ τόκου, εἰς τὸ ὁποῖον μᾶς ζητεῖται ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία, δηλ. τὸ κεφάλαιον.

Θὰ ἔχωμεν λοιπὸν,

$$K = \frac{T \cdot 1200}{X \cdot E} = \frac{210 \times 1200}{6 \times 12} = \frac{210 \times 100}{6 \times 1} = \frac{21000}{6} = 3500$$

Ἀπόκρ. Ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία εἶναι 3500 δραχμαί.

187. Παράδειγμα 4ον. "Ένα γραμμάτιον προεξοφλείται 75 ημέρας πρὸ τῆς λήξεώς του ἀντὶ 2535 δρχ. πρὸς 12⁰/₁₀₀. Νὰ εὐρεθῇ. α') ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ β') ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου.

Λύσις. Ἐδῶ μᾶς δίδεται ὁ Χρόνος = 75 ἡμέραι, ἡ Πραγματικὴ ἀξία = 2535 δρχ., τὸ Ἐπιτόκιον = 12⁰/₁₀₀ καὶ μᾶς ζητεῖται ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις.

Ἐπειδὴ εἰς τὸ πρόβλημα αὐτὸ μᾶς ζητεῖται ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ δὲν μᾶς δίδεται ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία, διὰ τοῦτο τὸ πρόβλημα αὐτὸ δὲν εἶναι πρόβλημα ἀπλοῦ τόκου, ἀλλὰ ὑπάγεται εἰς τὰ προβλήματα τοῦ τόκου.

Ἡ λύσις του γίνεται ὡς ἑξῆς:

Λαμβάνομεν μίαν ὀνομαστικὴν ἀξίαν 100 δρ. καὶ εὐρίσκομεν τὴν ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσίν της (δηλ. τὸν τόκον) εἰς 75 ἡμέρας πρὸς 12⁰/₁₀₀. Ὁ τόκος αὐτὸς εἶναι:

$$T = \frac{K.E.X.}{36000} = \frac{100 \times 12 \times 75}{36000} = \frac{75}{30} = 2,50$$

Τὸν τόκον 2,50 τῶν 100 δρ. ἀφαιροῦμεν ἀπὸ τὰς 100 δρ. τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας καὶ ἔχομεν

$$100 \text{ δρ.} - 2,50 \text{ δρ.} = 97,50 \text{ δρ.} \text{ πραγματικὴν ἀξίαν.}$$

Ἐπειτα ἔχομεν νὰ λύσωμεν τὸ ἐξῆς πρόβλημα τῆς ἀπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν.

Ὅταν ἡ πραγματικὴ ἀξία εἶναι 97,50 ἡ ἐξ. ὑφ. εἶναι 2,5 δρ.

» » » » 2535 » » » χ

$$x = 2,5 \times \frac{2535}{97,50} = \frac{2,5 \times 2535}{97,50} = \frac{6337,5}{97,50} = \frac{63375}{975} = 65$$

Ἀπόκρ. Ὅστε ἡ ἐξωτερ. ὑφαίρεσις εἶναι 65 δρ. καὶ ἐπομένως ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία εἶναι 2535 δρ. + 65 δρ. = 2600 δρ.

Λύσατε τὰ κάτωθι προβλήματα.

188. "Ένα γραμμάτιον 1800 προεξοφλείται 50 ἡμ. πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 6⁰/₁₀₀. Ποία εἶναι ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ ποία ἡ παροῦσα ἀξία;

189. Ποία εἶναι ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία ἑνὸς γραμματίου, τὸ

ὅποιον προεξοφλεῖται 3 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 9% καὶ δίδει ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν 77 δρ.

190. Γραμμάτιον 2400 δρ. προεξοφλεῖται ἐξωτερικῶς 40 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του μὲ ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν 16 δρ. Νὰ εὐρεθῇ πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον γίνεται ἡ προεξόφλησις;

191. Γραμμάτιον 2565 δρ. προεξοφλήθη ἐξωτερικῶς ἀντὶ 2436,75 δρ. πρὸς 12%. Πρὸ πόσου χρόνου ἔγινε ἡ προεξόφλησις;

192. Γραμμάτιον 2800 δρ. λήγει τὴν 15 Μαΐου καὶ προεξοφλεῖται τὴν 20 Μαρτίου τοῦ αὐτοῦ ἔτους. Ποία εἶναι ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις πρὸς 9% καὶ ποία ἡ πραγματικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου;

193. Ἡ Ἐθνικὴ Τράπεζα προεξόφλησε ἐξωτερικῶς τὴν 25 Αὐγούστου, πρὸς 6%, τὰ ἐξῆς γραμμάτια:

α') Γραμμάτιον 2400 δρχ. πού ἔληγε τὴν 20 Νοεμβρίου, β') Γραμμάτιον 3650 δρχ. πού ἔληγε τὴν 25 Ὀκτωβρίου καὶ γ') Γραμμάτιον 5400 δρχ. πού ἔληγε τὴν 15 Δεκεμβρίου. Νὰ εὐρεθῇ πόσῃ ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν ἐκράτησε καὶ ἀπὸ τὰ τρία γραμμάτια καὶ πόσον ἐπλήρωσε εἰς τοὺς δικαιούχους.

194. Ποία εἶναι ἡ πραγματικὴ ἀξία ἐνὸς γραμματίου 6000 δρ., τὸ ὅποιον προεξοφλεῖται ἐξωτερικῶς 18 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 6,5%;

Β') Προβλήματα ἐσωτερικῆς ὑφαιρέσεως.

195. Γραμμάτιον 3150 δρ. προεξοφλεῖται 5 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 12%. Πόση εἶναι ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ ἡ πραγματικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου;

Λύσις. Ἐδῶ μᾶς δίδεται ἡ Ὀνομαστικὴ ἀξία = 3150 δρ. ὁ Χρόνος = 5 μῆνες, τὸ Ἐπιτόκιον = 12% καὶ ζητεῖται ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις, δηλ. ὁ τόκος τῆς πραγματικῆς ἀξίας.

Ὀν. ἀξ. =	3150
X. =	5 μῆν.
E. =	12 %
Ἐσ. ὑφ. =	:

Ἐπειδὴ εἰς τὸ πρόβλημα αὐτὸ μᾶς ζητεῖται ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ δὲν μᾶς δίδεται ἡ πραγματικὴ ἀξία, διὰ τοῦτο τὸ πρόβλημα αὐτὸ δὲν εἶναι πρόβλημα ἀπλοῦ τόκου, ἀλλὰ ὑπάγεται εἰς τὰ προβλήματα τοῦ τόκου.

Ἡ λύσις του γίνεται ὡς ἐξῆς:

Λάμβάνομεν μίαν *πραγματικήν αξίαν* 100 δρ. και *εύρισκομεν* τὴν *ἑσωτερικὴν ὑφαίρεσιν* (δηλ. τὸν τόκον) εἰς 5 μῆνας πρὸς 12⁰/₁₀.

$$\text{Τόκος} = \frac{\text{Κ.Ε.Χ.}}{1200} = \frac{100 \times 12 \times 5}{1200} = 5 \text{ δρ.}$$

Τὴν *ἑσωτερικὴν αὐτὴν ὑφαίρεσιν* τῶν 5 δρ. προσθέτομεν εἰς τὴν *πραγματικὴν αξίαν* τῶν 100 δρ. και ἔχομεν
100 δρ. + 5 δρ. = 105 δρ. *ὀνομαστικὴν αξία.*

Ἐπειτα ἔχομεν νὰ λύσωμεν τὸ ἐξῆς πρόβλημα τῆς ἀπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν.

Ὅταν ἡ ὀνομ. αξία εἶναι 105 δρ. ἡ ἑσ. ὑφ. εἶναι 5 δρ.

» » » » 3150 » » » X ;

$$x = 5 \times \frac{3150}{105} = \frac{5 \times 3150}{105} = \frac{15750}{105} = 150 \text{ δρ.}$$

Ἀπόκτ. Ἡ ἑσωτερικὴ ὑφαίρεσις εἶναι 150 δρ., ἡ δὲ *πραγματικὴ αξία* τοῦ γραμματίου εἶναι 3150 δρ. — 150 δρ. = 3000 δρ.

196. Παράδειγμα 2ον. *Γραμμάτιον προεξοφλεῖται ἀντὶ 17500 δρ., 40 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 9⁰/₁₀. Πόση εἶναι ἡ ἑσωτερικὴ ὑφαίρεσις και ποία ἡ ὀνομαστικὴ αξία του;*

Δύσις. Ἐδῶ μᾶς δίδεται ἡ *Πραγματικὴ αξία* = 17500 δρ., ὁ *Χρόνος* = 40 ἡμέραι, τὸ *Ἐπιτόκιον* = 9⁰/₁₀ και μᾶς *ζητεῖται* ἡ *ἑσωτερικὴ ὑφαίρεσις.*

Πρ. ἀξ. =	17500
X. =	40 ἡμ.
E. =	9 %
Ἐσ. ὑφ. = ;	

Ἐπειδὴ εἰς τὸ πρόβλημα αὐτὸ μᾶς δίδεται ἡ *πραγματικὴ αξία* και μᾶς *ζητεῖται* ἡ *ἑσωτερικὴ ὑφαίρεσις*, δηλ. ὁ *τόκος* τῆ *πραγματικῆς αξίας*, διὰ τοῦτο τὸ πρόβλημα αὐτὸ εἶναι πρόβλημα ἀπλοῦ τόκου. Ἐὰν ἔχομεν λοιπόν,

$$\text{Ἐσ. ὑφ.} = T = \frac{\text{Κ.Ε.Χ.}}{36000} = \frac{17500 \times 9 \times 40}{36000} = \frac{175}{1} = 175 \text{ δρ.}$$

Ἀπόκτ. Ὅστε ἡ ἑσωτερικὴ ὑφαίρεσις εἶναι 175 δρ. και ἐπομένως ἡ *ὀνομαστικὴ αξία* εἶναι 17500 δρ. + 175 δρ. = 17675 δρ.

Πέτρου Γ. Τόγκα, Ἄσκ. και Πρωβλ. Ἀριθμητικῆς ΣΤ' τάξ. Ἐκδ. ΣΤ'. 3

Λύσατε τὰ κάτωδι προβλήματα.

197. Γραμμάτιον 24000 δρ. προεξοφλείται 75 ἡμ. πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 12%. Ποία εἶναι ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ ποία ἡ πραγματικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου.

198. Γραμμάτιον 3735 δρ. προεξοφλείται ἐσωτερικῶς πρὸς 9% ἀντὶ 3500 δρ. Πρὸ πόσου χρόνου ἐγίνε ἡ προεξόφλησις.

199. Γραμμάτιον προεξοφλείται 45 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του ἀντὶ 1760 δρ. με ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν 22 δρ. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐγίνεν ἡ προεξόφλησις;

200. Γραμμάτιον προεξοφλείται 72 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του ἀντὶ 1850 δρ. πρὸς 6%. Ποία εἶναι ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις τοῦ γραμματίου καὶ ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία του;

201. Ποία εἶναι ἡ πραγματικὴ ἀξία γραμματίου, τὸ ὁποῖον προεξοφλείται 2 μῆν. καὶ 20 ἡμέρ. πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 12% καὶ δίδει ἐσωτ. ὑφαίρ. 151,20 δρ.

Διάφορα προβλήματα ὑφαιρέσεως

202. Ἐνας ἔμπορος ἠγόρασε ζάχαριν ἀντὶ 8600 δρ., τὰς ὁποίας ἔπρεπε νὰ πληρώσῃ μετὰ 1 ἔτος. Ἐὰν πληρώσῃ σήμερον τοῦ γίνεται ἔκπτωσις 4%. Ποία εἶναι ἡ ἔκπτωσις (ἐξωτ. ὑφαίρεσις) καὶ πόσα θὰ πληρώσῃ;

203. Ἐνας ἔμπορος ἠγόρασεν ἐμπορεύματα ἀξίας 1420 δρ. τὰς ὁποίας ἔπρεπε νὰ πληρώσῃ ὕστερα ἀπὸ 7 μῆνας. Ἐὰν πληρώσῃ ὅμως σήμερον τὴν ἀξίαν των, τοῦ γίνεται ἔκπτωσις 6%. Νὰ εὑρεθῇ πόση εἶναι ἡ ἔκπτωσις καὶ πόσα θὰ πληρώσῃ.

204. Ἐνας ἐργοστασιάρχης ἀποστέλλει εἰς ἓνα ἔμπορον 165 μέτρα ὑφάσματος πρὸς 24,60 τὸ μέτρον, με πίστωσιν 15 μῆνῶν. Ὁ ἔμπορος ὅμως πληρώνει ἀμέσως καὶ δι' αὐτὸ τοῦ γίνεται ἔκπτωσις (ἐξωτ. ὑφαίρεσις) 5%. Πόση εἶναι ἡ ἔκπτωσις καὶ πόσα θὰ πληρώσῃ.

205. Ἐνα γραμμάτιον 1600 δρ. εἶναι πληρωτέον μετὰ 15 μῆνας. Ἐὰν αὐτοῦ λαμβάνομεν ἓνα ἕλλο γραμμάτιον 1520 δρ., τὸ ὁποῖον εἶναι πληρωτέον μετὰ 6 μῆνας. Νὰ εὑρεθῇ, ἂν ἐκερδίσασμεν ἢ ἐχάσασμεν ἀπὸ τὴν ἀνταλλαγὴν αὐτὴν, ἂν ἡ ἐξωτ. ὑφαίρεσις γίνεται πρὸς 6%.

206. Κάποιος ὄφειλε νὰ πληρώσῃ 2400 δρ. ὕστερα ἀπὸ 1 ἔτος καὶ ἐπλήρωσε σήμερον 2280 δρ. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἔγινεν ἡ ἔκπτωσης (ἔξωτ. ὑφαίρεσις).

207. Ἐπλήρωσε κάποιος 5700 δρ., ἀντὶ ἑνὸς ποσοῦ, ποῦ ὄφειλε νὰ πληρώσῃ, ὕστερα ἀπὸ 15 μῆνας, Νὰ εὑρεθῇ ποῖον χρηματικὸν ποσὸν ἐχρεώσται, ἂν γνωρίζωμεν, ὅτι ἡ ἔκπτωσης ἐλογαριάσθη πρὸς 4%.

208. Ἐνας γεωργὸς ἠγόρασε ἀπὸ ἔμπορον ἐμπορεύματα ἀξίας 2472 δρ., τὰ ὁποῖα ὀφείλει νὰ πληρώσῃ μετὰ 8 μῆνας. Ἄλλὰ 5 μῆνας μετὰ τὴν ἀγορὰν θέλει νὰ πληρώσῃ τὸ ποσὸν μὲ ἔκπτωσιν 6%. Πόσα θὰ πληρώσῃ;

Προβλήματα δανείων κ.λ.π.

209. Ἐνας ἠγόρασε μετοχὰς μιᾶς Τραπεζῆς πρὸς 750 δρ. τὴν καθεμίαν. Κάθε μετοχὴ τοῦ ἔδωσε μέρισμα (κέρδος) εἰς ἓνα ἔτος 37,50 δρ. Νὰ εὑρεθῇ πόσα τοῖς ἑκατὸν ἐκέρδισε.

210. Ἐνας ἠγόρασε 30 μετοχὰς μιᾶς Τραπεζῆς πρὸς 250 δρ. κάθε μίαν καὶ τὰς ἐπώλησε πρὸς 260 δρ. τὴν καθεμίαν. Νὰ εὑρεθῇ α) πόσον ἔδωσε διὰ τὴν ἀγορὰν τῶν μετοχῶν; β) Πόσον ἐζημιώθη ἐν ὄλῳ καὶ γ) Πόσον τοῖς ἑκατὸν εἶναι ἡ ζημία του;

211. Ἐνα Κράτος ἔκαμεν ἐσωτερικὸν δάνειον 300000000 δρ. καὶ τὸ διεμοίρασε εἰς 1500000 τοκοφόρους ὁμολογίας. Νὰ εὑρεθῇ πόσον ἀξίζει κάθε ὁμολογία καὶ πόσοι θὰ εἶναι τὸ ἑξαμηνιαῖον τοκομερίδιον (τόκος) κάθε ὁμολογίας πρὸς 8%;

212. Ἐγόρασε κάποιος μετοχὰς. Κάθε μετοχὴ τοῦ ἔδιδε, πρὸς 8%, ἑξαμηνιαῖον μέρισμα 32 δρ. Πρὸς πόσον εἶχεν ἀγοράσει κάθε μετοχὴν;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΝΑΤΟΚΙΣΜΟΥ.

Λέγομεν ὅτι τοκίζομεν τὰ χρήματά μας μὲ ἀνατοκισμὸν, ὅταν εἰς τὸ τέλος κάθε χρόνου προσθέτομεν εἰς τὸ κεφάλαιον καὶ τὸν τόκον, ὅποτε τὸ κεφάλαιον μεταβάλλεται κάθε χρόνον.

213. Παράδειγμα. Ἐνας καταθέτει εἰς τὸ Ταχ. Ταμιευτήριον 15000 δρ. μὲ ἀνατοκισμὸν πρὸς 4%. Πόσον θὰ λάβῃ ὕστερα ἀπὸ 4 ἔτη;

Δύσις. Τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον εἶναι	15000	δρ.
ὁ τόκος αὐτοῦ εἰς 1 ἔτος πρὸς 4% εἶναι	600	»
Τὸ νέον κεφάλαιον διὰ τὸ 2ον ἔτος εἶναι	15600	»
ὁ τόκος αὐτοῦ εἰς 1 ἔτος πρὸς 4% εἶναι	624	»
Τὸ νέον κεφάλαιον διὰ τὸ 3ον ἔτος εἶναι	16224	»
ὁ τόκος αὐτοῦ εἰς 1 ἔτος πρὸς 4% εἶναι	648,96	»
Τὸ νέον κεφάλαιον διὰ τὸ 4ον ἔτος εἶναι	16872,96	»
ὁ τόκος αὐτοῦ εἰς 1 ἔτος πρὸς 4% εἶναι	674,92	»
Εἰς τὸ τέλος τοῦ 4ου ἔτους θὰ λάβῃ	17547,88	»

214. Ἐάν καταθέσωμεν εἰς τὴν Λαϊκὴν Τράπεζαν 5600 δρ. με ἀνατοκισμὸν πρὸς 3%, πόσα θὰ λάβωμεν μετὰ 3 ἔτη;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΡΙΣΜΟΥ

215. Παράδειγμα 1ον. Τρεῖς ἐργάται ἔσκαψαν ἕνα κῆπον καὶ ἔλαβον διὰ τὴν ἐργασίαν αὐτὴν 553,80 δρ. Ὁ πρῶτος ἐργάστη 15 ὥρας, ὁ δεῦτερος 22 ὥρας καὶ ὁ τρίτος 34 ὥρας. Πόσας δραχμὰς πρέπει νὰ λάβῃ κάθε[ἐργάτης.

Δύσις. Αἱ 553,80 δρ. πρέπει νὰ μοιρασθοῦν ἀναλόγως τῶν ὥρων, ποὺ ἐργάστησαν οἱ ἐργάται.

Κατάταξις.

	α')	15
553,80 δρ.	β')	22
	γ')	34

Ἄθροισμα = 71

Πρέπει νὰ μερίσωμεν τὸν ἀριθμὸν 553,80 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 15, 22, 34.

Καὶ διὰ νὰ μερίσωμεν ἕνα ἀριθμὸν εἰς μέρη ἀνάλογα ἄλλων πολλαπλασιάζομεν τὸν μεριστέον με καθένα ἀπὸ τοὺς δοθέντας ἀριθμοὺς καὶ τὸ γινόμενον τὸ διαίροῦμεν διὰ τοῦ ἀθροίσματος αὐτῶν.

$$\text{Ὁ 1ος θὰ λάβῃ} \quad \frac{553,80 \times 15}{71} = \frac{8307}{71} = 117 \text{ δρχ.}$$

$$\text{Ο 2ος θά λάβη } \frac{553,80 \times 22}{71} = \frac{12183,60}{71} = 171,60$$

$$\text{Ο 3ος θά λάβη } \frac{553,80 \times 34}{71} = \frac{18829,20}{71} = 265,20$$

$$\text{Δοκιμή } 117 + 171,60 + 265,20 = 553,80$$

Λύσατε τὰ κάτωθι προβλήματα

216. Προφορικῶς. Νά μερισθοῦν 35 δρ. εἰς δύο μαθητὰς ἀναλόγως τῶν ἀριθμῶν 2 καὶ 3.

217. Νά μερισθοῦν 36 δρχ. εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 1 καὶ 2.

218. Νά μερισθοῦν 90 δρχ. εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 2, 3, 4

219. Παράδειγμα 2ον. Νά μερισθῇ ὁ ἀριθμὸς 1200 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 2, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$

Λύσις. Κατάταξις τοῦ προβλήματος.

$$1200 \left\{ \begin{array}{l} \alpha') \quad 2 \quad \eta \quad \frac{24}{12} \quad \eta \quad 24 \\ \beta') \quad \frac{3}{4} \quad \eta \quad \frac{9}{12} \quad \eta \quad 9 \\ \gamma') \quad \frac{5}{6} \quad \eta \quad \frac{10}{12} \quad \eta \quad 10 \end{array} \right.$$

$$\text{— Ἀθροισμα } \quad \quad \quad \underline{43}$$

$$\begin{array}{l} \text{Τρέπομεν τοὺς ἀριθμοὺς } 2, \frac{3}{4}, \frac{5}{6} \quad \left| \quad \begin{array}{ccc} \underline{12} & \underline{3} & \underline{2} \\ 2 & \frac{3}{4} & \frac{5}{6} \end{array} \quad \text{ἐ.κ.π. } 12 \\ \text{εἰς ὁμώνυμα κλάσματα καὶ ἔχομεν} \\ \frac{24}{12}, \frac{9}{12}, \frac{10}{12} \quad \left| \quad \begin{array}{ccc} 24 & 9 & 10 \\ \underline{12} & \underline{12} & \underline{12} \end{array} \end{array}$$

Μερίζομεν τώρα τὸν ἀριθμὸν 1200 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμητῶν τῶν κλασμάτων, δηλ. τῶν 24, 9, 10.

Καὶ διὰ νὰ μερίσωμεν ἕνα ἀριθμὸν εἰς μέρη ἀνάλογα ἄλλων πολλαπλασιάζομεν τὸν μεριστέον κλπ.

Θὰ ἔχωμεν λοιπόν,

$$\text{τὸ 1ον μερίδιον εἶναι } \frac{1200 \times 24}{43} = 669 \frac{33}{43}$$

$$\text{τὸ 2ον μερίδιον εἶναι } \frac{1200 \times 9}{43} = \frac{10800}{43} = 251 \frac{7}{43}$$

$$\text{τὸ 3ον μερίδιον εἶναι } \frac{1200 \times 10}{43} = \frac{12000}{43} = 279 \frac{3}{43}$$

Δοκιμή.

$$669 \frac{33}{43} + 251 \frac{7}{43} + 279 = \frac{3}{43} = 1199 \frac{43}{43} = 1200$$

220. Παράδειγμα 3ον. *Πατὴρ μοιράζει τὴν περιουσίαν του κατὰ τὸν ἐξῆς τρόπον. Εἰς τὸν υἱὸν του δίδει τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ μεριδίου, ποὺ δίδει εἰς τὴν κόρην του καὶ εἰς τὴν σύζυγόν του δίδει διπλάσια τῶν ὄσων δίδει εἰς τὸν υἱὸν του. Ἐὰν ἡ περιουσία του ᾖτο 260.000 δρ. πόσα πρέπει νὰ λάβῃ ἕκαστος ;*

Δύσις. Κατάταξις τοῦ προβλήματος

260000	κόρη	$\frac{3}{4}$	τοῦ μερ. τῆς κόρης ἢ	$\frac{1}{4}$	ἢ	4
	υἱὸς	$\frac{3}{4}$	τοῦ μερ. τῆς κόρης ἢ	$\frac{3}{4}$	ἢ	3
	σύζ.		διπλάσιον υἱοῦ	ἢ	$\frac{6}{4}$	ἢ 6

Ἄθροισμα = 13

Ἄν παραστήσωμεν μὲ 1 τὸ μερίδιον τῆς κόρης, τότε τὸ μερίδιον τοῦ υἱοῦ θὰ παρασταθῇ μὲ $1 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ καὶ τῆς συζύγου μὲ $\frac{3}{4} \times 2 = \frac{6}{4}$.

Θὰ μερίρωμεν τώρα τὴν περιουσίαν τῶν 260000 δρ. εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 1, $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{4}$, ἢ τῶν

$$\frac{4}{4} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{6}{4}$$

ἢ τῶν ἀριθμητῶν 4, 3, 6.

$$\begin{array}{r|l} & \frac{4}{1} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{6} \\ & \frac{4}{1}, \quad \frac{3}{4}, \quad \frac{6}{4} \\ & \frac{4}{4}, \quad \frac{3}{4}, \quad \frac{6}{4} \end{array}$$

Καὶ διὰ νὰ μερίσωμεν ἓνα ἀριθμὸν εἰς μέρη ἀνάλογα ἄλλων πολλαπλασιάζομεν τὸν μεριστέον... κλπ.

“Ὡστε ἡ κόρη θὰ λάβῃ $\frac{260000 \times 4}{13} = \frac{20000 \times 4}{1} = 80000$

ὁ υἱὸς θὰ λάβῃ $\frac{260000 \times 3}{13} = \frac{20000 \times 3}{1} = 60000$

καὶ ἡ σύζυγος θὰ λάβῃ $\frac{260000 \times 6}{13} = \frac{20000 \times 6}{1} = 120000$

Δοκιμή. $80000 + 60000 + 120000 = 260000$ δρ.

Λύσατε τὰ κάτωδι προβλήματα.

Γραπτῶς. **221.** Τρεῖς ἐργάται διὰ μίαν ἐργασίαν ἔλαβον 14560 δρ. Ἄν ὁ πρῶτος εἰργάσθη 8 ἡμέρας, ὁ δεύτερος 12 ἡμέρας καὶ ὁ τρίτος 15 ἡμέρας, πόσον θὰ λάβῃ ὁ καθένας;

222. Ἐνας φιλάνθρωπος ἐμοίρασε 345950 δρ. εἰς τρεῖς οἰκογενεῖας ἀναλόγως τῶν ἀτόμων ποῦ εἶχον. Ἡ α' εἶχε 8 ἄτομα, ἡ β' 5 ἄτομα καὶ ἡ γ' 4 ἄτομα. Πόσον θὰ λάβῃ ἐκάστη οἰκογένεια;

223. Δύο ἐργάται ἔκτισαν ἓνα τοῖχον εἰς 48 ὥρας καὶ ἔλαβον ὁ μὲν πρῶτος 21000 δρχ, ὁ δὲ δεύτερος 15000 δρ. Πόσας ἡμέρας εἰργάσθη κάθε ἐργάτης;

224. Δύο ἀμαξηλάται μετέφερον ἐμπορεύματα, ὁ μὲν α' εἰς ἀπόστασιν 12 χιλιομ. ὁ δὲ β' εἰς ἀπόστασιν 13 χιλιομ. καὶ ἔλαβον διὰ μεταφορικὰ 92750 δρ. Πόσον πρέπει νὰ λάβῃ ἕκαστος;

225. Ἐνας παντοπώλης, κατὰ τὴν πρωτοχροنيάν, μοιράζει εἰς τοὺς ὑπαλλήλους του, ὡς δῶρον 36000 δρ. ἀναλόγως τοῦ μισθοῦ ποῦ λαμβάνουν. Νὰ εὑρεθῇ πόσα θὰ λάβῃ κάθε ὑπάλληλος, ἂν ὁ μισθὸς τοῦ πρώτου εἶναι 5000 δρ. τοῦ δευτέρου 6000 δρ. καὶ τοῦ τρίτου 7000 δρ.

226. Τρεις άδελφοί ήγόρασαν μαζί ένα άγρόν. 'Ο πρώτος έδωσε δια την άγοράν 8400 δρ. ό δεύτερος 9600 δρ. και ό τρίτος 10500 δρ. Από την καλλιέργειαν του άγρου αυτού έλαβον 1425 όκάδας σίτου. Πόσας όκάδας σίτου πρέπει να λάβη ό καθένας;

227. Τρεις έργάται έσκαψαν ένα λάκκον 132 κυβικών μέτρων. 'Ο πρώτος ειργάσθη επί 8 ήμέρας, ό δεύτερος επί 11 ήμέρας και ό τρίτος επί 14 ήμέρας. Πόσα χρήματα πρέπει να λάβη ό καθένας, άν πληρωθή προς 1500 δρ. τó κυβικόν μέτρον; (Νά εύρεθή πρώτον πόσον έλαβον όλοι).

228. Ένας φιλόνθρωπος μοιράζει 1220000 δρ. εις δύο σχολεία (Δημοτικόν και Γυμνάσιον) και εις τόν Φιλανθρωπικόν Σύλ-

λογον της πατρίδος του, αναλόγως των άριθμών $\frac{3}{4}$, 2, $2\frac{1}{4}$.

Νά εύρεθή πόσα θα λάβη κάθε σχολείον και ό Φιλανθρωπικός Σύλλογος;

229. Νά μοιρασθούν 15000 δρ. εις δύο παιδιά ούτως, ώστε, τó πρώτον παιδίον να λάβη διπλάσια από τó δεύτερον.

230. Τρεις κτηνοτρόφοι ένοίκιασαν ένα λειβάδι άντι 17500 δρ. 'Ο πρώτος έβαλε να βοσκήσουν εις τó λειβάδι αυτό 130 πρόβατα, ό δεύτερος 120 και ό τρίτος 100 πρόβατα. Πόσα πρέπει να πληρώση καθένας δι' ένοίκιον;

231. Τρεις γεωργοί ήγόρασαν μίαν θεριστικην μηχανήν άντι 1500000 'Ο πρώτος έπλήρωσε 620000 δρ. ό δεύτερος 350000 και ό τρίτος τó υπόλοιπον. Με την μηχανήν αυτήν έθέρισαν τούς άγρους των συγχωριανών των και εισέπραξαν από την εργασίαν αυτήν 450000 δρ. Πόσα πρέπει να λάβη κάθε γεωργός από τά εισπραχθέντα.

232. Ένας φιλόνθρωπος μοιράζει 3500000 δρ. εις τó Δημοτικόν Σχολείον, εις τó Νοσοκομείον και εις τó 'Ορφανοτροφείον της πατρίδος του κατά τόν έξης τρόπον. Τó Νοσοκομείον θα λάβη διπλάσια του Σχολείου και τó 'Ορφανοτροφείον τά $\frac{4}{3}$ των όσων θα λάβη τó Νοσοκομείον και τó Σχολείον. Νά εύρεθή πόσα θα λάβη κάθε ίδρυμα;

233. Ένα κτήμα του ήτο 16,5 στρέμματα έμοιράσθη εις

τρεις αδελφους αναλογως των αριθμων $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $1\frac{1}{4}$. Πόσα

στρέμματα θα λάβη κάθε αδελφός ;

234. Τρία χωρία, που τα έχωριζε ένας ποταμός, απεφάσισαν να κάμουν μιαν γέφυραν με κοινά έξοδα, αλλά αναλόγως των κατοίκων, που έχει κάθε χωρίον. Έπλήρωσαν δε δια την γέφυραν αυτήν 3540000 δρ. Πόσα πρέπει να πληρώση κάθε χωρίον, αν το πρώτον είχε 565 κατοίκους, το δεύτερον 735 και το τρίτον 1650 κατοίκους ;

235. Να μοιρασθοῦν 2754 ὀκ. σίτου εἰς 4 οἰκογενεῖας κατὰ τὸν ἐξῆς τρόπον. Ἡ δευτέρα οἰκογένεια νὰ λάβῃ τὰ $\frac{2}{3}$ τοῦ με-

ριδίου τῆς πρώτης, ἡ τρίτη τὸ $\frac{1}{4}$ τῶν ὄσων θὰ λάβουν αἱ δύο

πρῶται καὶ ἡ τετάρτη τὰ $\frac{2}{5}$ τοῦ μεριδίου τῆς τρίτης.

236. Φιλάνθρωπος κατέθεσεν εἰς τὴν Ἐθν. Τράπεζαν 750000 δρ. πρὸς 3,5% καὶ διέταξεν οἱ ἐτήσιοι τόκοι νὰ μοιράζωνται εἰς τὸ Δημοτικὸν Σχολεῖον καὶ εἰς τὸ Γυμνάσιον τῆς πατρίδος του αναλόγως τῶν ἀριθμῶν 3 καὶ 5. Πόσοι τόκοι αναλογοῦν εἰς κάθε Σχολεῖον ;

237. Διὰ νὰ κάμουν τὴν πυρίτιδα (μπαρουτι) λαμβάνομεν 100 μέρη νίτρου, 12,5 μέρη θείου καὶ 12,5 μέρη ἄνθρακος. Πόσον πρέπει νὰ λάβουν ἀπὸ κάθε εἶδος διὰ νὰ κάμουν 250 ὀκάδας πυρίτιδος ;

238. Νὰ μοιρασθοῦν 27540 δρ. εἰς τρία παιδιά, οὕτως ὥστε τὸ δεύτερον νὰ λάβῃ διπλάσια τοῦ πρώτου. τὸ δὲ τρίτον τριπλάσια τοῦ δευτέρου.

239. Ἐνας θεῖος ἀφίνει τὴν περιουσίαν του εἰς τοὺς τρεῖς ἀνεπιούς του. Εἰς τὸν πρώτον δίδει 1250000 δρ., εἰς τὸν δεύτερον 1850000 καὶ εἰς τὸν τρίτον 1150000 δρ. Παραγγέλει ὁμως νὰ δώσουν εἰς ἕνα παλαιὸν ὑπηρέτην του 255000 δρ. Νὰ εὐρεθῇ πόσα πρέπει νὰ δώσῃ κάθε ἀνεπιός εἰς τὸν ὑπηρέτην ;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΤΑΙΡΙΑΣ

240. Παράδειγμα 1ον. Τρεις συνεταιῖροι ἔκαμαν μίαν ἐπιχείρησιν καὶ κατέθεσαν, ὁ πρῶτος 25000 δρ., ὁ δευτέρος 42000 δρ. καὶ ὁ τρίτος 38000 δρ. Ἀπὸ τὴν ἐπιχείρησιν αὐτὴν ἐκέρδισαν 8400 δρ. Πόσον κέρδος ἀναλογεῖ εἰς τὸν καθένα;

Κατάταξις. α') 25000 ἢ 25
8400 δρ. β') 42000 ἢ 42
γ') 38000 ἢ 38

Ἄθροισμα = 105

Λύσις. Τὸ κέρδος τῶν 8400 δρ. πρέπει νὰ μερισθῇ εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν καταθέσεων, δηλ. τῶν 25000, 42000, 38000 ἢ τῶν 25, 42, 38. Μερίζοντες τὰς 8400 δρ. εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 25, 42, 38 εὐρίσκομεν, ὅτι

$$\text{Ὁ 1ος θὰ λάβῃ} \quad \frac{8400 \times 25}{105} = \frac{210000}{105} = 2000 \text{ δρ.}$$

$$\text{Ὁ 2ος θὰ λάβῃ} \quad \frac{8400 \times 42}{105} = \frac{352800}{105} = 3360 \text{ δρ.}$$

$$\text{Ὁ 3ος θὰ λάβῃ} \quad \frac{8400 \times 38}{105} = \frac{319200}{105} = 3040 \text{ δρ.}$$

Δοκιμὴ. $2000 + 3360 + 3040 = 8400$

241. Παράδειγμα 2ον. Ἐνας ἔμπορος ἔκαμεν μίαν ἐπιχείρησιν μὲ ἓνα χρηματικὸν ποσόν. Ὑστερὰ ἀπὸ 5 μῆνας προσέλαβε καὶ συνεταιῖρον, ὁ ὁποῖος κατέθεσε τὸ αὐτὸ ποσόν· 8 μῆνας ἀργότερον ἀπὸ τὸν δευτέρον, προσέλαβον καὶ τρίτον συνεταιῖρον, ὁ ὁποῖος κατέθεσε τὸ αὐτὸ ποσόν. Δύο ἔτη ἀπὸ τότε πού ἤρχισε ἡ ἐπιχείρησις, ἐλογαριάσθησαν καὶ εὐρέθησαν ὅτι ἐκέρδισαν 59400 δρ. Νὰ εὐρεθῇ πόσον κέρδος ἀναλογεῖ εἰς κάθε ἔμπορον;

Σημ. Τὸ κέρδος τῶν 59400 δρ. πρέπει νὰ μοιρασθῇ εἰς μέρη ἀνάλογα τοῦ χρόνου κατὰ τὸν ὁποῖον ἔμειναν τὰ χρήματα τοῦ καθενὸς εἰς τὴν ἐπιχείρησιν. Τὰ χρήματα τοῦ πρώτου ἔμειναν 2 ἔτη ἢ 24 μῆνες, τοῦ δευτέρου $24 - 5 = 19$ μῆνες καὶ τοῦ τρίτου $19 - 8 = 11$ μῆνες.

242. Παράδειγμα 3ον. Τρεις ἔμποροι ἐκέρδισαν ἀπὸ μίαν ἐμπορικὴν ἐπιχείρησιν 48020 δρ. Ὁ πρῶτος εἶχε καταθέσει εἰς

τὴν ἐπιχείρησιν 42000 δρ. ἐπὶ 8 μῆνας· ὁ δεύτερος 35000 δρ. ἐπὶ 6 μῆνας καὶ ὁ τρίτος 20000 δρ. ἐπὶ 5 μῆνας. Νὰ εὐρεθῇ πόσον κέρδος ἀναλογεῖ εἰς καθένα ;

$$\begin{array}{l} \text{Κατάταξις} \\ 48020 \text{ δρ.} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \alpha') \quad 42000 \times 8 = 336000 \\ \beta') \quad 35000 \times 6 = 210000 \\ \gamma') \quad 28000 \times 5 = 140000 \end{array} \right.$$

$$\text{Ἄθροισμα} = 686000$$

Λύσις. Ἐπειδὴ αἱ καταθέσεις καὶ οἱ χρόνοι εἶναι ἄνιστοι, τὸ κέρδος πρέπει νὰ μερισθῇ εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 336000, 210000, 140000 ἢ τῶν 336, 210, 140. Μεριζόντες τὸ κέρδος 48020 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν 336, 210, 140 εὐρίσκομεν ὅτι

$$\text{Ἄ} 1\text{ος θὰ λάβῃ} \quad \frac{48020 \times 336}{686} = \frac{70 \times 336}{1} = 23520 \text{ δρ.}$$

$$\text{Ἄ} 2\text{ος θὰ λάβῃ} \quad \frac{48020 \times 210}{686} = \frac{70 \times 210}{1} = 14700 \text{ δρ.}$$

$$\text{Ἄ} 3\text{ος θὰ λάβῃ} \quad \frac{48020 \times 140}{686} = \frac{70 \times 140}{1} = 9800 \text{ δρ.}$$

$$\text{Δοκιμῆ.} \quad 23520 + 14700 + 9800 = 48020$$

Λύσατε τὰ κάτωθι προβλήματα

Γοαπτῶς. 243. Τρεῖς ἔμποροι ἔκαμαν μίαν ἐμπορικὴν ἐπιχείρησιν καὶ ἐκέρδισαν 70700 δρ. Ὁ πρῶτος κατέθεσε 25600 δρ. ὁ δεύτερος 35400 δρ. καὶ ὁ τρίτος 40000 δρ. Πόσον κέρδος ἀναλογεῖ εἰς τὸν καθένα ;

244. Τρεῖς κτηματῖαι, τῶν ὁποίων τὰ κτήματα ἐγειτόνευαν, ἤνοιξαν συνεταιρικῶς ἓνα πηγάδι διὰ νὰ ποτίζουσι τὰ κτήματά των. Τὸ πηγάδι ἐκόστισε 1067500 δρ. Πόσα ἀναλογεῖ νὰ πληρώσῃ ὁ καθένας, ἂν τὰ στρέμματα τοῦ πρώτου ἦσαν 5 στρέμματα, τοῦ δευτέρου 3,5 στρέμματα καὶ τοῦ τρίτου 6,75 στρέμματα ;

245. Τρεῖς συνεταιῖροι ἔκαμαν μίαν ἐπιχείρησιν καὶ κατέθεσαν ὁ πρῶτος 21750 δρ., ὁ δεύτερος 35250 δρ. καὶ ὁ τρίτος 40000 δρ. Ἀπὸ τὴν ἐπιχείρησιν αὐτὴν ἐζημιώθησαν 7760 δρ. Πόση ζημία ἀναλογεῖ εἰς τὸν καθένα ;

246. Τρεῖς ἔμποροι κατέθεσαν διὰ μίαν ἐμπορικὴν ἐπιχείρησιν 157200 δρ. Ἐμοίρασαν ἔπειτα τὸ κέρδος καὶ ἔλαβεν ὁ πρῶ-

τος 12500 δρ., ὁ δεύτερος 17500 δρ. καὶ ὁ τρίτος 22400 δρ. Νὰ εὑρεθῇ πόσα κατέθεσεν εἰς τὴν ἐπιχείρησιν ὁ καθένας ;

247. Τρεῖς γεωργοὶ συνεταιρίσθησαν καὶ ἠγόρασαν ἕνα κτῆμα ἀντὶ 21400 δρ. Ὁ πρῶτος ἔδωσε 8500, ὁ δεύτερος 5600 καὶ ὁ τρίτος τὸ ὑπόλοιπον. Ἐκαλλιέργησαν τὸ κτῆμα αὐτὸ καὶ ἔλαβον 8020 ὀκάδας σίτου, τὸ ὅποιον ἐπώλησαν πρὸς 60 δρχ. τὴν ὀκᾶν. Νὰ εὑρεθῇ πόσα χρήματα ἀναλογοῦν εἰς τὸν κάθε γεωργὸν ἀπὸ τὴν πώλησιν τοῦ σίτου.

248. Τρεῖς συνεταῖροι, ἀπὸ μίαν ἐπιχείρησιν πού ἔκαμαν, ἐκέρδισαν 22050 δρ. Καὶ οἱ τρεῖς συνεταῖροι κατέθεσαν τὸ αὐτὸ ποσόν, ἀλλὰ τὰ χρήματα τοῦ πρώτου ἔμειναν 8 μῆνας, τοῦ δευτέρου 7 μῆνας καὶ τοῦ τρίτου 6 μῆνας. Πόσον κέρδος ἀναλογεῖ εἰς τὸν καθένα ;

249. Ἕνας ἔμπορος ἤνοιξεν ἕνα ἐμπορικὸν κατάστημα. Μετὰ 10 μῆνας προσέλαβε συνεταῖρον, ὁ ὁποῖος κατέθεσε τὸ αὐτὸ χρηματικὸν ποσόν· 6 μῆνας ἀργότερον ἀπὸ τὸν δεύτερον προσέλαβον καὶ τρίτον συνεταῖρον, ὁ ὁποῖος κατέθεσε τὸ αὐτὸ χρηματικὸν ποσόν. Ἐνα ἔτος μετὰ τὸν τρίτον ἐλογαριάσθησαν καὶ εὑρήκαν, ὅτι ἐκέρδισαν 40600 δρ. Πόσον κέρδος ἀναλογεῖ εἰς τὸν καθένα ;

Ὁ χρόνος τοῦ τρίτου εἶναι 12 μῆνες, τοῦ δευτέρου $12+6=18$ μῆνες καὶ τοῦ πρώτου $18+10=28$ μῆνες).

250. Τρεῖς συνεταῖροι ἐκέρδισαν 14839 δρ. ἀπὸ μίαν ἐμπορικὴν ἐπιχείρησιν. Ὁ πρῶτος εἶχε καταθέσει 28000 δρ., ὁ δεύτερος 35000, καὶ ὁ τρίτος 40000 δρ. Ἀλλὰ τὰ χρήματα τοῦ πρώτου ἔμειναν εἰς τὴν ἐπιχείρησιν 18 μῆνας, τοῦ δευτέρου 15 μῆνας καὶ τοῦ τρίτου 8 μῆνας. Νὰ εὑρεθῇ πόσον κέρδος ἀναλογεῖ εἰς τὸν καθένα ;

251. Δύο ἔμποροι ἔκαμαν μίαν ἐπιχείρησιν. Ὁ πρῶτος κατέθεσε 24000 δρ., αἱ ὁποῖαι ἔμειναν 6 μῆνας εἰς τὴν ἐπιχείρησιν, ὁ δεύτερος κατέθεσεν 17500 δρ., αἱ ὁποῖαι ἔμειναν 11 μῆνας εἰς τὴν ἐπιχείρησιν. Ἀπὸ τὴν ἐπιχείρησιν αὐτὴν ἐκέρδισαν 134500 δρ. Πόσον κέρδος ἀναλογεῖ εἰς τὸν καθένα ;

252. Τρεῖς ἐργάται ἀνέλαβον νὰ κάνουν συνεταιρικῶς μίαν ἐργασίαν, διὰ τὴν ὅποian ἐπληρώθησαν 49200 δρ. Ὁ πρῶτος ἐργάτης εἰργάσθη 5 ἡμέρας, ἀλλὰ ἀπὸ 8 ὥρας τὴν ἡμέραν, ὁ

δεύτερος 9 ημέρας, αλλά από 6 ώρας την ημέραν και ο τρίτος 10 ημέρας, από 7 ώρας την ημέραν. Πόσα θα πληρωθῆ ὁ καθέννας ;

253. Δύο ἰδιοκτῆται φορτηγῶν αὐτοκινήτων ἔλαβον 60720 δρ. διὰ τὴν μεταφορὰν ἐμπορευμάτων. Ὁ πρῶτος μετέφερε ἐμπορεύματα 8 τόνων εἰς ἀπόστασιν 32 χιλιομ., ὁ δὲ δεύτερος 10 τόνων εἰς ἀπόστασιν 25 χιλιομέτρων. Πόσα πρέπει νὰ λάβῃ ὁ καθέννας ;

254. Δύο κτηνοτρόφοι ἐνοίκισαν ἓνα λειβάδι ἀντὶ 41250 δρ. Εἰς τὸ λειβάδι αὐτὸ ὁ πρῶτος ἔβαλε νὰ βοσκήσουν 250 πρόβατα ἐπὶ 22 ημέρας καὶ ὁ δεύτερος 185 πρόβατα ἐπὶ 26 ημέρας. Πόσα πρέπει νὰ πληρώσῃ κάθε κτηνοτρόφος ;

255. Τρεῖς ἔμποροι ἔκαμαν μίαν ἐπιχείρησιν διὰ τὴν ὁποίαν ὁ πρῶτος κατέθεσε 35725 δρ. διὰ 8 μῆνας, ὁ δεύτερος 23750 διὰ 6 μῆνας καὶ ὁ τρίτος 42000 διὰ 5 μῆνας. Ἀπὸ τὴν ἐπιχείρησιν αὐτὴν ἐζημιώθηκαν 12766 δρ. Πόση ζημίαι ἀναλογεῖ εἰς τὸν καθένα ;

256. Ἐνας ἔμπορος ἤνοιξε ἓνα ἐμπορικὸν κατάστημα μὲ 85000 δρ. ποῦ εἶχεν. Μετὰ 5 μῆνας προσέλαβε καὶ συνεταῖρον ὁ ὁποῖος κατέθεσε 58000 δρ. 8 μῆνας ἀργότερον ἀπὸ τὸν δεύτερον προσέλαβον καὶ τρίτον συνεταῖρον, ὁ ὁποῖος κατέθεσε 75000 δρ. Δύο ἔτη ἀπὸ τότε ποῦ ἤνοιξαν τὸ κατάστημα ἐλογαριάσθησαν καὶ εὔρον ὅτι ἐκέρδισαν 43637 δραχμάς. Πόσον κέρδος ἀναλογεῖ εἰς τὸν καθένα, ἂν προηγουμένως ἀφαιρέσωμεν τοὺς φόρους, ποῦ ἐπλήρωσαν εἰς τὸ Δημόσιον πρὸς 10% διὰ καθαρὰν πρόσοδον ;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΙΞΕΩΣ

257. Παράδειγμα 1ον. Παντοπώλης ἀναμειγνύει 80 ὀκ. ἔλαιου τῶν 35 δραχμῶν τὴν ὀκᾶν, μὲ 45 ὀκάδ. ἄλλου τῶν 36 δρ. τὴν ὀκᾶν. Πόσον πρέπει νὰ πωλῆ τὴν ὀκᾶν τοῦ μείγματος ;

Λύσις. Αἱ 80 ὀκ. πρὸς 32 δρ. τὴν ὀκᾶν ἀξίζουν $32 \times 80 = 2560$ δρ.

αἱ 45 ὀκ. » 36 » » » » $36 \times 45 = 1620$ δρ.

αἱ 125 ὀκ. τοῦ μείγματος ἀξίζουν 4180 δρ.

Ἄφοῦ αἱ 125 ὀκ. μείγμ. ἀξίζουν 4180 δρ.

ἢ 1 ὀκ. ἀξίζει 4180:125=33,44 δρ.

Ἄποκρ. Ὡστε πρέπει νὰ πωλῆ τὴν ὀκᾶν τοῦ μείγματος 33,44 δραχμάς.

Λύσατε τὰ κάτωδι προβλήματα.

Γραπτῶς. 258. Ἐνας οἰνοπώλης ἀναμειγνύει 75 ὀκ. οἴνου τῶν 650 δρ. τὴν ὀκᾶν, μὲ 90 ὀκάδας τῶν 45 δρ. τὴν ὀκᾶν. Πόσον πρέπει νὰ πωλήσῃ τὴν ὀκᾶν τοῦ μείγματος χωρὶς νὰ κερδίσῃ καὶ πόσον. ἂν θέλῃ νὰ κερδίξῃ 60 δρ. τὴν ὀκᾶν;

259. Ἐνας παντοπώλης ἀνέμιξε 85 ὀκάδες καφῆ τῶν 6500 δρ. τὴν ὀκᾶν, μὲ 45 ὀκάδες ἄλλου εἴδους τῶν 5400 δρ. τὴν ὀκᾶν. Πόσον πρέπει νὰ πωλῆ τὴν ὀκᾶν τοῦ μείγματος, χωρὶς νὰ κερδίξῃ καὶ πόσον, ἂν θέλῃ νὰ κερδίξῃ 25%;

260. Ἐνας ἀρτοπώλης ἀναμειγνύει 10 ὀκάδες ἀλεύρου τῶν 12 δρ. τὴν ὀκᾶν, μὲ 210 ὀκ. τῶν 6,50 τὴν ὀκᾶν. Πόσον πρέπει νὰ πωλῆ τὴν ὀκᾶν τοῦ μείγματος, χωρὶς νὰ κερδίξῃ καὶ πόσον, ἂν θέλῃ νὰ κερδίσῃ ἐν ὄλῳ 350 δραχμάς.

261. Ἐνας οἰνοπώλης ἔχει δύο βαρέλια οἴνου· τὸ πρῶτον περιέχει 500 ὀκάδες τῶν 8 δρ. τὴν ὀκᾶν, καὶ τὸ δεύτερον 450 ὀκ. τῶν 6,5 δρ. τὴν ὀκᾶν. Ἀναμειγνύει τὰ $\frac{3}{5}$ τοῦ οἴνου, ποῦ περιέχει τὸ πρῶτον βαρέλιον καὶ τὰ $\frac{4}{5}$ τοῦ δευτέρου. Πόσον πρέπει νὰ πωλῆ τὴν ὀκᾶν τοῦ μείγματος;

262. Ἐνας γεωργὸς ἀνέμιξε 1250 ὀκ. σίτου τῶν 7,5 δραχμῶν τὴν ὀκᾶν, μὲ 750 ὀκάδας κριθῆς τῶν 560 δρ. τὴν ὀκᾶν. Πόσον πρέπει νὰ πωλῆ τὴν ὀκᾶν τοῦ μείγματος, χωρὶς νὰ κερδίξῃ καὶ πόσο ἂν θέλῃ νὰ κερδίξῃ 20%.

263. Ἐχομεν οἶνον τῶν 13 δρ., τῶν 8 δρ. καὶ τῶν 6 δρ. τὴν ὀκᾶν καὶ τὸν ἀναμειγνύομεν κατὰ τὸν ἐξῆς τρόπον. Ἀπὸ τὸ πρῶτον εἶδος λαμβάνομεν διπλασίαν ποσότητα ἀπὸ ὅ,τι λαμβάνομεν ἀπὸ τὸ δεύτερον εἶδος καὶ ἀπὸ τὸ τρίτον εἶδος τριπλασίαν ποσότητα τοῦ πρώτου εἴδους, Πόσον πρέπει νὰ πωλήσωμεν τὴν ὀκᾶν τοῦ μείγματος;

264. Ἀναμειγνύομεν 150 ὀκ. οἴνου τῶν 8 δρ., μὲ 160 ὀκ. τῶν 7 δρ., μὲ 170 ὀκ. τῶν 6 δρ. καὶ μὲ 25 ὀκ. οἰνοπνεύματος

των 16 δρ. τὴν ὀκᾶν. Πόσον πρέπει νὰ πωλήσωμεν τὴν ὀκᾶν τοῦ μείγματος διὰ νὰ κερδίσωμεν 25% ;

265. Ἀναμειγνύομεν 35 ὀκ. οἴνου τῶν 10 δρ., μὲ 65 ὀκ. τῶν 7,5 δρ. τὴν ὀκᾶν. Ἐάν, μὲ τοιοῦτον μίγμα γεμίσωμεν ἓνα βαρέλιον τῶν 350 ὀκ., πόσον θὰ πληρώσωμεν ;

266. Ἀνέμειξε κάποιος 120 ὀκ. ἐλαίου τῶν 36 δρ., μὲ 80 ὀκ. ἄλλου ἐλαίου τῶν 28 δρ. τὴν ὀκᾶν καὶ ἐπώλησε τὴν ὀκᾶν τοῦ μείγματος 41 δρ. Νὰ εὑρεθῇ πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐκέρδισεν ;

267. Παράδειγμα 2ον. Ἐνας χρυσοχόος συγχωνεύει 15 γραμμάρια χρυσοῦ τίτλου (βαθμοῦ καθαρότητος) 0,800. μὲ 12 γραμμάρια χρυσοῦ, βαθμοῦ καθαρότητος 0,650. Ποῖος εἶναι ὁ βαθμὸς καθαρότητος τοῦ κράματος ;

Λύσις.

Τὰ 15 γρ. τίτλου 0,800 περιέχουν 0,800 γρ. χρ. X15=12,000 γρ. χρ.

» 12 » » 0,650 » 0,650 γρ. χρ. X12= 7,800 γρ. χρ.

» 27 » τοῦ κράματος » 19,800 γρ. χρ.

Ἄφου τὰ 27 γρ. τοῦ κράματος περιέχουν 19,800 γρ. καθ. χρυσοῦ, τὸ ἓνα γρ. θὰ περιέχη 19,800 : 27 = 0,733 περίπου.

Ἄπόζη. Ὁ τίτλος τοῦ κράματος εἶναι 0733.

Λύσατε τὰ κάτωθι προβλήματα

Γραπτῶς. 268. Συγχωνεύομεν 130 γραμμάρια ἀργύρου τίτλου 0,750 μὲ 85 γραμμάρια ἀργύρου τίτλου 0,850. καὶ μὲ 35 γραμ. ἄλλου ἀργύρου τίτλου 0,900. Ποῖος εἶναι ὁ τίτλος τοῦ κράματος ;

269. Διὰ νὰ κάμουν ἓν βραχιόλιον, συγχωνεύουν 73 γραμμάρια χρυσοῦ τίτλου 0,850, μὲ 42 γραμμάρια χαλκοῦ (ὁ τίτλος τοῦ χαλκοῦ εἶναι 0). Πόσος εἶναι ὁ τίτλος τοῦ βραχιολίου.

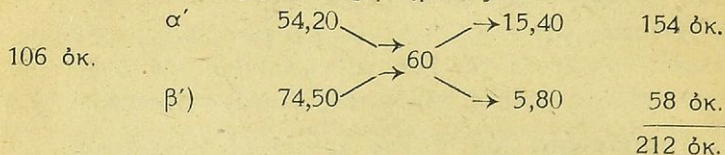
270. Διὰ νὰ κάμουν μίαν ἀλυσσίδα, συγχωνεύουν 12 γραμ. χρυσοῦ 18 καρατίων, μὲ 8 γραμμάρια χρυσοῦ 14 καρατίων, Πόσος εἶναι ὁ τίτλος τῆς ἀλυσσίδας ;

271. Ἐνα χρυσοῦν βραχιόλιον περιέχει 120 γραμ. καθαρὸν χρυσοῦ καὶ 30 γραμ. χαλκοῦ. Νὰ εὑρεθῇ ὁ τίτλος του.

272. Παράδειγμα 3ον. Ἐνας ἔμπορος ἔχει δύο εἶδη καφέ. τοῦ πρώτου εἴδους ἢ ὀκᾶ κοστίζει 54,20 τοῦ δευτέρου 75,40

δρ. ἡ δὲ θέλει δὲ νὰ σχηματίσῃ μείγμα, τὸ ὁποῖον νὰ πωλῇ πρὸς 60 δρ. τὴν ὀκᾶν. α) Κατὰ ποίαν ἀναλογία νὰ ἀναμείξῃ τὰ εἶδη αὐτά; β) πόσας ὀκάδας πρέπει νὰ λάβῃ ἀπὸ κάθε εἶδος, ἂν θέλῃ νὰ σχηματίσῃ μείγμα 106 ὀκάδων.

Λύσις. Κατάταξις τοῦ προβλήματος.



Ἄν λάβωμεν 1 ὀκᾶν ἀπὸ τὸ α' εἶδος καὶ τὴν θέσωμεν εἰς τὸ μείγμα θὰ τὴν πωλήσωμεν 60 δρ; καὶ ἐπομένως θὰ κερδίσωμεν 60 δρ.—54,20 δρ.—5,80 δρ.

Ἄν λάβωμεν 1 ὀκᾶν ἀπὸ τὸ β' εἶδος καὶ τὴν θέσωμεν εἰς τὸ μείγμα, θὰ τὴν πωλήσωμεν 60 δρ. καὶ ἐπομένως θὰ χάσωμεν 74,50 δρ.—60 δρ.—15,40

Ὡστε ἂν λάβωμεν 1 ὀκ. ἀπὸ τὸ α' εἶδος θὰ κερδίσωμεν 5,80 δρ.

» » 154 » » » » » » 5,8X154

» » 1 » » » β' » » χάσωμεν 15,40

» » 58 » » » » » » 15,4X58

Ὡστε οὔτε θὰ χάσωμεν, οὔτε θὰ κερδίσωμεν, ἂν λάβωμεν 154 ὀκ. ἀπὸ τὸ α' εἶδος καὶ 58 ὀκ. ἀπὸ τὸ β' εἶδος.

Κατὰ τὴν ἀναλογία νὰ πρὸς αὐτὴν πρέπει λοιπὸν νὰ ἀναμείξωμεν τὰ δύο εἶδη τοῦ καφέ.

Ἄν θέλωμεν νὰ εὐρωμεν πόσας ὀκάδας θὰ λάβῃ ἀπὸ κάθε εἶδος, διὰ νὰ σχηματίσῃ μείγμα 106 ὀκ., ἀρκεῖ νὰ μερίσωμεν τὸν ἀριθμὸν 106 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν 154 καὶ 58,

$$\begin{array}{r}
 106 \quad \alpha') \quad 154 \\
 \quad \quad \beta') \quad 58 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 212
 \end{array}$$

Μερίζοντες εὐρίσκομεν ὅτι :

$$\text{ἀπὸ τὸ 1ον εἶδος θὰ λάβῃ} \quad \frac{106 \times 154}{212} = \frac{16324}{212} = 77$$

$$\text{ἀπὸ τὸ 2ον εἶδος θὰ λάβῃ} \quad \frac{106 \times 58}{212} = \frac{6148}{212} = 29.$$

Λύσατε τὰ κάτωδι προβλήματα

Γραπτῶς. 273. Ἐχομεν οἶνον τῶν 650 δρ. τὴν ὀκᾶν καὶ τῶν 720 δρ. τὴν ὀκᾶν καὶ θέλομεν νὰ κάμωμεν ἓνα μείγμα τῶν 680 τὴν ὀκᾶν. Κατὰ ποίαν ἀναλογίαν πρέπει νὰ γίνῃ ἡ ἀνάμειξις.

274. Ἐνας παντοπώλης ἔχει οἶνον τῶν δρ. 10 τὴν ὀκᾶν καὶ τῶν 6,40 δρ. τὴν ὀκᾶν καὶ θέλει νὰ κάμῃ ἓνα μείγμα τῶν 8 δρ. τὴν ὀκᾶν. Πόσας ὀκάδας πρέπει νὰ λάβῃ ἀπὸ κάθε εἶδος, διὰ νὰ γεμίσῃ ἓνα βαρέλιον, ποῦ χωρεῖ 540 ὀκάδας;

275. Ἐνας παντοπώλης ἔχει λίπος τῶν 36 δρ. τὴν ὀκᾶν καὶ βούτυρον τῶν 80 δρ. τὴν ὀκᾶν. Κατὰ ποίαν ἀναλογίαν πρέπει νὰ ἀναμειξῇ τὰ δύο εἶδη, διὰ νὰ σχηματίσῃ μείγμα, τὸ ὅποιο νὰ πωλῇ πρὸς 60 δρ. τὴν ὀκᾶν; 2ον Πόσας ὀκάδας πρέπει νὰ λάβῃ ἀπὸ κάθε εἶδος διὰ νὰ σχηματίσῃ μείγμα 220 ὀκάδας.

276. Ἐνας ἀλευροπώλης ἔχει ἄλευρον τῶν 7,20 τὴν ὀκᾶν καὶ ἄλλο τῶν 10,40 δρ. τὴν ὀκᾶν. Ἐὰν θέλῃ νὰ σχηματίσῃ ἓνα μείγμα 480 ὀκάδων τῶν 8,60 τὴν ὀκᾶν, πόσας ὀκάδας πρέπει νὰ λάβῃ ἀπὸ κάθε εἶδος;

277. Ἐχομεν 220 ὀκ. οἴνου τῶν 12 δρ. τὴν ὀκᾶν. Πόσας ὀκ. ὕδατος πρέπει νὰ ρίψωμεν ἐντὸς τοῦ οἴνου, διὰ νὰ σχηματίσωμεν μείγμα, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ νὰ ἀξίζῃ 8 δρ.;

278. Ἐμπορος ἔχει οἰνόπνευμα τῶν 80^ο καὶ τῶν 50^ο καὶ θέλει νὰ κάμῃ οἰνόπνευμα τῶν 70^ο, 1ον) κατὰ ποίαν ἀναλογίαν πρέπει νὰ γίνῃ ἡ ἀνάμειξις. 2ον) ἐὰν θέλῃ νὰ γεμίσῃ ἓνα βαρέλιον 240 ὀκ. πόσας ὀκάδας πρέπει νὰ λάβῃ ἀπὸ κάθε εἶδος; 3ον) ἐὰν ἀπὸ τὸ πρῶτον εἶδος λάβῃ 120 ὀκ. πόσας θὰ λάβῃ ἀπὸ τὸ β' εἶδος;

279. Κατὰ ποίαν ἀναλογίαν πρέπει νὰ ἀναμειξώμεν ἔλαιον τῶν 40 δρ. μὲ ἔλαιον τῶν 28 δρ. διὰ νὰ σχηματίσωμεν μείγμα, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ νὰ κοστίζῃ 32 δρ.

280. Ἀνέμιξέ τις 42 ὀκ. λίπους τῶν 40 δρ. τὴν ὀκᾶν, μὲ 18 ὀκ. βουτύρου καὶ ἐσχμάτισε μείγμα, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ ἐκόστιζε 60 δρ. Νὰ εὐρεθῇ πόσον ἐκόστιζεν ἡ ὀκᾶ τοῦ βουτύρου;

(Νὰ εὐρετε τὴν ἀξίαν τοῦ μείγματος. Ἀπὸ αὐτὴν νὰ ἀφαιρέσετε τὴν ἀξίαν τοῦ λίπους. Ἐπειὸν ποῦ μένει εἶναι ἡ ἀξία τῶν 18 ὀκ. βουτύρου)

281. Ἐχομεν δύο εἶδη οἴνου· τοῦ α' εἴδους ἡ ὀκᾶ κοστίζει 10 δρ. τοῦ δευτέρου 6,50 δρ. Μὲ τὸν οἶνον αὐτὸν θέλομεν νὰ γेमίσωμεν ἓνα βαρέλιον, ποῦ χωρεῖ 250 ὀκάδας, Πόσας ὀκάδας πρέπει νὰ λάβωμεν ἀπὸ κάθε εἶδος, διὰ νὰ κοστίζῃ ὅλος ὁ οἶνος, ποῦ θὰ τεθῆ εἰς τὸ βαρέλιον, 1875 δρ.

(Ἡ ὀκᾶ τοῦ μείγματος κοστίζει 1875 : 250 = 7,50).

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ

282. Παράδειγμα. Μία οἰκογένεια ἐξώδευσε τὸν Ἰανουάριον 4600 δραχ., τὸν Φεβρουάριον 3800 δραχ., τὸν Μάρτιον 4200 δραχ. καὶ τὸν Ἀπρίλιον 5000 δραχ. Πόσον ἐξώδευσε κατὰ μέσον ὄρον, τὸν μῆνα;

Λύσις. Τὰ ἐξοδα τῶν 4 μηνῶν εἶναι

$$4600 + 3800 + 4200 + 5000 = 17600 \text{ δρ.}$$

ἐπομένως τὰ ἐξοδα τοῦ 1 μηνός θὰ εἶναι $17600 : 4 = 4400$ δρ.

Ἀπόκρ. Κατὰ μέσον ὄρον ἡ οἰκογένεια ἐξώδευσε 4400 δρ. κατὰ μῆνα.

Λύσατε τὰ κάτωδι προβλήματα.

Γραπτῶς. 283. Ἐργάτης λαμβάνει τὴν πρώτην ἐβδομάδα 4800 δρ., τὴν δευτέραν ἐβδομάδα 5280 δρ. καὶ τὴν τρίτην ἐβδομάδα 6500 δρ. Πόσα λαμβάνει κατὰ μέσον ὄρον τὴν ἐβδομάδα;

284. Οἱ βαθμοί, ποῦ ἔλαβεν ἓνας μαθητὴς εἰς τὰ μαθήματά του, εἶναι 5, 8, 5, 7, 6, 9. Μὲ τί γενικὸν βαθμὸν ἐπροβιβάσθη ὁ μαθητὴς;

ΠΕΤΡΟΥ Γ. ΤΟΓΚΑ

Καθηγητοῦ τῶν Μαθηματικῶν τῆς Βαρβακείου Προτύπου Σχολῆς
τοῦ Διδασκαλείου τῆς Μέσης Ἐκπαιδεύσεως

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ

ΔΙΑ ΤΗΝ ΣΤ' ΤΑΞΙΝ ΤΩΝ ΔΗΜΟΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ

Ἄριθ. ἐγκριτικῆς ἀποφάσεως ⁵⁰¹⁶³ 10-7-1936

ΕΚΔΟΣΙΣ ΕΚΤΗ

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΝ
ΧΑΡΙΔΗΜΟΥ Ι. ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΥ
ΡΟΥΣΣΕΛΤ (ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ) 56, ΑΘΗΝΑΙ
1947

Α'. ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ

1. **Άσκήσεις και προβλήματα Άριθμητικής.** Διά την Ε' τάξιν του Δημοτικού Σχολείου. Έγκεκριμένον Δοχ. 2.500
2. **Άσκήσεις και προβλήματα Άριθμητικής.** Διά την ΣΤ' τάξιν του Δημοτικού Σχολείου. Έγκεκριμένον Δοχ. 2.500
3. **Άσκήσεις και προβλήματα Γεωμετρίας.** Διά την Ε' και ΣΤ' τάξιν του Δημοτικού Σχολείου. Δοχ. 2.500

Β'. ΓΥΜΝΑΣΙΩΝ - ΠΡΑΚΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΑ ΤΟΥΣ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ ΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΣΧΟΛΩΝ.

1. **Μεγάλη Θεωρητική Γεωμετρία.** Περιέχει την ύλην την διδασκομένην εις τὰ Γυμνάσια και Πρακτικά Λύκεια και 3000 άσκήσεις. Βιβλίον άπαραίτητον διά τούς ύποψηφίους τών άνωτάτων σχολών. Δοχ. 40.000
2. **Μεγάλη Εϋδύγραμμος Τριγωνομετρία.** Περιέχει την ύλην την διδασκομένην εις τὰ Γυμνάσια και Πρακτικά Λύκεια και 163 άσκήσεις. Δοχ. 15.000
3. **Άσκήσεις και Θεωρία Άλγέβρας.** Κυκλοφοροϋν 5 τόμοι, οι όποιοι περιέχουν 5300 άσκήσεις Άλγέβρας λυμένες. Οι δύο πρώτοι τόμοι τιμώνται από 7500 δοχ. έκαστος και οι τρεις τελευταίοι από 10000 δοχ. έκαστος.
4. **Προβλήματα Γεωμετρικών τόπων και κατασκευών, εις δύο τόμους.** Περιέχουν 934 άτήρησις λυμένες επί τών γεωμ. τόπων και τών γεωμ. κατασκευών. Ο Ι τόμος τιμάται 6000 και ο ΙΙ 10000 δοχ.
5. **Άσκήσεις και προβλήματα Γεωμετρίας.** (Συμπλήρωμα). Το βιβλίον αυτό περιέχει 397 άσκήσεις Γεωμετρίας λυμένες, αι όποιαί αναφέρονται εις τās μεθόδους, που χρησιμοποιεί η Γεωμετρία προς άπόδειξιν γεωμ. θεωρημάτων και την λύσιν γεωμ. προβλημάτων. Το βιβλίον αυτό είναι ιδιαίτερος άπαραίτητον διά τούς ύποψηφίους του Πολυτεχνείου. Τιμάται Δοχ. 10000
6. **Άσκήσεις και προβλήματα Τριγωνομετρίας** υπό Πητρο. Τόγκα και Παν. Πουντζα. Περιέχει 1675 άσκήσεις τριγωνομετρίας λυμένες, εις τρεις τόμους. Έκαστος τόμος τιμάται 7500 δοχ.
7. **Μέγιστα και ελάχιστα έλγεβρικών πρραστάσεων.** Δοχ. 2500
8. **Λύσεις τών άσκήσεων και προβλημάτων της Άλγέβρας.** Οργανισμού. Δοχ. 2500
9. **Λύσεις τών άσκήσεων και προβλημάτων της Τριγωνομετρίας.** Οργανισμού. Δοχ. 3000
10. **Νέοι πίνακες Λογαρίθμων.** (ΣΤ'. Έκδοσις τρίχρωμος). Οι πίνακες αυτοί περιέχουν και πλήρες τυπολόγιον Άλγέβρας, Γεωμετρίας, Τριγωνομετρίας, Σφαιρικής Τριγωνομετρίας, Φυσικής, Αναλύσεως, Κοσμογραφίας, Χημείας.