ΚΟΣΜΑ Κ. ΜΙΧΑΗΛΙΔΟΥ
Τ. ΕΠΙΘΕΩΡΗΤΟΥ ΔΗΜΟΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ

ΒΙΒΛΙΟΝ ΤΟΥ ΔΙΔΑΣΚΑΛΟΥ

Συμπλήρωμα τῆς ἐγκεκριμένης ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ Ε΄ καὶ ΣΤ΄ τάξεως τοῦ Χαραλ. Κοσμᾶ Μιχαηλίδου

(προορίζεται μόνον διὰ τοὺς διδάσκοντας καὶ παρέχεται δωρεάν.)

ΠΕΡΙΕΧΕΙ:

Ὁρισμούς, κανόνες, παρατηρήσεις, ὁδηγίες, ὡς καὶ τὶς λύσεις τῶν ἀσκήσεων καὶ τῶν προβλημάτων τῆς ὡς ἄνω ἐγκεκριμένης ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ Ε΄ καὶ ΣΤ΄ τοῦ *Χαρ. Κ. Μιχαηλίδου.*

ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ
ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΝ ΤΗΣ "ΕΣΤΙΑΣ"
ΙΩΑΝΝΟΥ Δ. ΚΟΛΛΑΡΟΥ & Σ^ΙΑΣ Α.Ε.
38 - ΟΔΟΣ ΤΣΩΡΤΣΙΛ - 38
1952

Τὰ γνήσια ἀντίτυπα φέρουν τὴν σφραγῖδα τοῦ βιβλιοπωλείου τῆς «Ἑστίας».

Τύποις: Ἑλληνικῆς Ἐκδοτικῆς Ἑταιρείας Α.Ε. Παπαδιαμαντοπούλου 44, Ἀθῆναι.
Ἐκμετάλλευσις Ἀλεξάνδρου Φιλοπούλου.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σελ. 3 - 4 (1). ***Γραφὴ καὶ ἀπαγγελία τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν.*** — Ἡ ἔννοια τοῦ ἀριθμοῦ ἔχει τὴν πρώτη της ἀρχὴ στὴν παρατήρησι ὁμοίων πραγμάτων, ὅπως π.χ. εἶναι οἱ βῶλοι, τὰ μῆλα κλπ. Ὅταν ἀριθμοῦμε τὰ πράγματα αὐτὰ σχηματίζομε τοὺς ***ἀκεραίους ἀριθμούς.*** Ἕνα ἀπὸ τὰ ὅμοια πράγματα, τὰ ὁποῖα ἀριθμοῦμε λέγεται ***μονάδα*** (βλέπε καὶ σελ. 97 - 98 Ἀριθμ.). Προσθέτοντες δὲ μιὰ - μιὰ τὴ μονάδα σχηματίζομε τὴ σειρὰ τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν, ἡ ὁποία δὲν ἔχει τέλος.

Τοὺς ἀκεραίους ἀριθμοὺς τοὺς ὀνομάζομε μὲ ὀλίγες λέξεις ***(ἀρίθμησις προφορική)*** καὶ τοὺς γράφομε μὲ ὀλίγα ψηφία ***(ἀρίθμησις γραπτή).*** Γιὰ νὰ ὀνομάσουν τοὺς ἀριθμοὺς μὲ ὀλίγες λέξεις· α) ἔδωσαν στοὺς δέκα πρώτους ἀριθμοὺς τὰ ὀνόματα: ἕνα, δύο... δέκα, β) σχηματίζουν τὶς ***μονάδες διαφόρων τάξεων:*** Στὴ δεκαδικὴ ἀρίθμησι δέκα μονάδες μιᾶς τάξεως σχηματίζουν μιὰ μονάδα τῆς ἀμέσως ἀνωτέρας τάξεως, γ) σχηματίζουν τὶς ***κλάσεις*** ἀπὸ τρεῖς τάξεις ἡ κάθε μιὰ (μονάδες, δεκάδες, ἑκατοντάδες). Ἔτσι ἔχομε τὴν κλάσι τῶν ***ἁπλῶν μονάδων,*** τῶν ***χιλιάδων,*** τῶν ***ἑκατομμυρίων*** κλπ.

Τώρα γιὰ νὰ γράφουν τοὺς ἀριθμοὺς μὲ ὀλίγα ψηφία· α) παριστάνουν τοὺς πρώτους ἐννέα ἀριθμοὺς μὲ τὰ ψηφία 1, 2, 3, ... 9. β) Στὸν ἀριθμὸ κάθε τάξις παριστάνεται μὲ ἕνα ψηφίο. γ) ***Κάθε ψηφίο, ποὺ γράφεται ἀριστερὰ ἄλλου ψηφίου, παριστάνει μονάδες δέκα φορὲς μεγαλύτερες ἀπὸ ἐκεῖνες, ποὺ παριστάνει τὸ ἄλλο ψηφίο·*** δ) ἂν ὁ ἀριθμὸς δὲν ἔχῃ μονάδες ἀπὸ μιὰ τάξι, στὴ θέσι τους γράφομε τὰ ψηφίο 0 (μηδέν). Ἔτσι κάθε ἀριθμὸς γράφεται μὲ τὰ ψηφία 1, 2, 3... 9 (σημαντικὰ) καὶ μὲ τὸ 0.

Ὅταν ἀπαγγέλλωμε τοὺς ἀριθμοὺς φαίνεται, ὅτι γίνονται ἀπὸ τὶς μονάδες: ἕνα, χίλια, ἑκατομμύριο δισεκατομμύριο κλπ. Γι' αὐτὸ χωρίζομε τοὺς ἀριθμοὺς σὲ τριψήφια τμήματα ἀρχίζοντας ἀπὸ τὰ δεξιὰ καὶ ἀπαγγέλλομε κάθε τμῆμα χωριστά, ὡς νὰ ἦτο ἕνας ἀριθμός.

Τώρα παρατηροῦμε, ὅτι ἂν ἀπὸ ἕναν ἀριθμὸ ἀποκόψωμε ἀπὸ τὰ δεξιά, ἕνα, δύο, τρία κλπ. ψηφία, ὁ ἀριθμὸς ποὺ μένει φανερώνει ἀντίστοιχα τὸ σύνολο τῶν δεκάδων, τῶν ἑκατοντάδων, τῶν χιλιάδων κλπ. τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ. Ἔτσι (ἄσκ. 12) ὁ ἀριθμὸς 583689 ἔχει τὸ ὅλον 58368 δεκάδες, 5836 ἑκατοντάδες, 583 χιλιάδες.

Σελ. 4 - 6. Πράξεις στοὺς ἀκεραίους ἀριθμούς.— 1) Πρόσθεσις. Πρόσθεσις εἶναι ἡ πρᾶξις μὲ τὴν ὁποία σχηματίζομε ἕνα ἀριθμὸ ἀπὸ ὅλες τὶς μονάδες ποὺ ἔχουν δύο ἢ περισσότεροι ἀριθμοί: Ὅταν οἱ προσθετέοι ἀριθμοὶ εἶναι συγκεκριμένοι πρέπει νὰ εἶναι ***ὁμοειδεῖς,*** τὸ δὲ ἄθροισμά τους εἶναι ὁμοειδὲς πρὸς αὐτούς. ***2) Ἀφαίρεσις εἶναι ἡ πρᾶξις, μὲ τὴν ὁποία ἐλαττώνομε δοθέντα ἀριθμὸ (τὸν μειωτέο) κατὰ τόσες***

(1) Οἱ ἀριθμοὶ ἀναφέρονται στὶς σχετικὲς σελίδες τῆς Ἀριθμητικῆς.

μονάδες, ὅσες ἔχει ἕνας ἄλλος δοθεὶς ἀριθμὸς (ὁ ἀφαιρετέος). Τὸ ἐξαγόμενο τῆς ἀφαιρέσεως λέγεται *ὑπόλοιπο* ἢ *διαφορὰ* ἢ *ὑπεροχή*. Ὅταν οἱ ὅροι τῆς διαφορᾶς (Δ), δηλ. ὁ μειωτέος (Μ) καὶ ὁ ἀφαιρετέος (Α) εἶναι συγκεκριμένοι ἀριθμοί, πρέπει νὰ εἶναι *ὁμοειδεῖς*. Ἡ δὲ διαφορὰ εἶναι ὁμοειδὴς πρὸς αὐτούς. Οἱ ὅροι Μ, Α καὶ Δ συνδέονται μὲ τὶς σχέσεις $Μ - Α = Δ$, $Μ = Α + Δ$ καὶ $Μ - Δ = Α$.

3) Πολλαπλασιασμός. Πολλαπλασιασμὸς εἶναι ἡ πρᾶξις, μὲ τὴν ὁποία ἐπαναλαμβάνομε ἕνα ἀριθμὸ πολλὲς φορές.

Ὁ πολλαπλασιαστὴς εἶναι *πάντοτε* ἀφηρημένος ἀριθμός, ἐνῶ ὁ πολλαπλασιαστέος ἠμπορεῖ νὰ εἶναι ἀφηρημένος ἢ συγκεκριμένος. Τὸ γινόμενο εἶναι ὁμοειδὲς μὲ τὸν πολλαπλασιαστέο.

Προβλήματα ποὺ λύνονται μὲ πολλαπλασιασμό. Ὅταν γνωρίζωμε τὴν τιμὴ μιᾶς μονάδας ἑνὸς πράγματος καὶ ζητοῦμε τὴν τιμὴ πολλῶν μονάδων τοῦ ἰδίου πράγματος, κάνομε πολλαπλασιασμό. Πολλαπλασιαστέος εἶναι ἡ τιμὴ τῆς μιᾶς μονάδας καὶ πολλαπλασιαστὴς ὁ ἀριθμὸς ποὺ φανερώνει πόσες εἶναι οἱ πολλὲς μονάδες.

4) Διαίρεσις. α) Διαίρεσις εἶναι ἡ πρᾶξις, μὲ τὴν ὁποία μοιράζομε ἕνα ἀριθμὸ (τὸν διαιρετέο) *σὲ ἴσα μέρη καὶ τόσα, ὅσα φανερώνει ἄλλος ἀριθμὸς* (ὁ διαιρέτης). *β) Διαίρεσις εἶναι ἡ πρᾶξις, μὲ τὴν ὁποία βρίσκομε πόσες φορὲς ἕνας ἀριθμὸς* (ὁ διαιρέτης) *χωράει σὲ ἄλλο ἀριθμὸ* (τὸν διαιρετέο).

Τὸ ἐξαγόμενο τῆς διαιρέσεως λέγεται *πηλίκο*. Ἡ διαίρεσις ὅταν δὲν ἀφίνη ὑπόλοιπο (δηλ. ὅταν ἔχη ὑπόλοιπο 0) λέγεται *τελεία*, ἀλλέως λέγεται *ἀτελής*. Ὅταν *πολλαπλασιάσωμε τὸν διαιρέτη ἐπὶ τὸ πηλίκο καὶ στὸ γινόμενο προσθέσωμε τὸ ὑπόλοιπο* (ἂν ὑπάρχη), *βρίσκομε ἐξαγόμενο ἴσο μὲ τὸν διαιρετέο*. Τὸ ὑπόλοιπο τῆς διαιρέσεως εἶναι μικρότερο ἀπὸ τὸν διαιρέτη.

Ἔτσι ἀπὸ τὴ διαίρεσι $20:5=4$ ἔχομε τὴ σχέσι $5 \times 4 = 20$, $20 = 5 \times 4$ καὶ ἀπὸ τὴ διαίρεσι $23:5=4$ πηλ. καὶ 3 ὑπ., ἔχομε τὴ σχέσι $23 = 5 \times 4 + 3$. Καὶ ἀντίστροφα ἀπὸ τὸ γινόμενο π.χ. $7 \times 8 = 56$ ἔχομε τὶς διαιρέσεις $56:8=7$ καὶ $56:7=8$. Ἀπὸ δὲ τὶς σχέσεις $63 = 12 \times 5 + 3$ καὶ $3 < 5$ ἔχομε τὴν τελεία διαίρεσι $(63-3):12=5$.

Προβλήματα ποὺ λύνονται μὲ διαίρεσι.—α) *Ὅταν γνωρίζωμε τὴν τιμὴ πολλῶν μονάδων ἑνὸς πράγματος καὶ ζητοῦμε τὴν τιμὴ τῆς μιᾶς μονάδας τοῦ ἰδίου πράγματος κάνομε διαίρεσι* (μερισμοῦ). *Διαιρετέος εἶναι ἡ τιμὴ τῶν πολλῶν μονάδων καὶ διαιρέτης εἶναι ὁ ἀριθμὸς ποὺ φανερώνει πόσες εἶναι οἱ πολλὲς μονάδες.* Στὰ προβλήματα μερισμοῦ ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης εἶναι *ἑτεροειδεῖς*. Τὸ πηλίκο εἶναι ὁμοειδὲς μὲ τὸν διαιρετέο. Ἔτσι τὰ προβλ. 1 καὶ 4 (σελ. 5 - 6) εἶναι μερισμοῦ. β) *Ὅταν γνωρίζωμε τὴν τιμὴ μιᾶς μονάδας πράγματος καὶ τὴν τιμὴ πολλῶν μονάδων τοῦ ἰδίου πράγματος καὶ ζητοῦμε πόσες εἶναι οἱ πολλὲς μονάδες, κάνομε διαίρεσι* (μετρήσεως). *Διαιρετέος εἶναι ἡ τιμὴ τῶν πολλῶν μονάδων καὶ διαιρέτης ἡ τιμὴ τῆς μιᾶς μονάδας.* Στὰ προβλήματα μετρήσεως ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης εἶναι *ὁμοειδεῖς*. Τὸ πηλίκο προσδιορίζεται ἀπὸ τὸ πρόβλημα. Ἔτσι τὰ προβλήματα 2 καὶ 5 (σελ. 5 - 6) εἶναι μετρήσεως.

Διαιρέται, πολλαπλάσια κλπ.— Ὁ ἀριθμὸς π. χ. 30 ὁ ὁποῖος διαιρεῖται ἀκριβῶς διὰ τοῦ 6 λέγεται *διαιρετὸς* διὰ τοῦ 6, ὁ δὲ 6 λέγεται *διαιρέτης* τοῦ 30. Θὰ ἔχωμε δὲ τότε τὴ σχέσι $30 = 6 \times 5$, ἡ ὁποία μᾶς λέγει ὅτι ὁ 30 γίνεται ἀπὸ τὸν 6 ὅταν πολλαπλασιασθῇ ἐπὶ 5. Γιὰ τὸ λόγο τοῦτο ὁ 30 λέγεται ***πολλαπλάσιο*** τοῦ 6, ὁ δὲ 6 λέγεται ***παράγων*** τοῦ 30. Γενικά. α) ***Ἕνας ἀριθμὸς λέγεται διαιρετὸς δι' ἄλλου, ἂν διαιρεῖται ἀκριβῶς διὰ τοῦ ἄλλου.*** β) ***Ἕνας ἀριθμὸς λέγεται διαιρέτης ἄλλου, ἂν διαιρῇ τὸν ἄλλον ἀκριβῶς.*** γ) ***Ἕνας ἀριθμὸς λέγεται πολλαπλάσιο ἄλλου, ἂν γίνεται ἀπὸ αὐτὸν διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ.*** δ) ***Ὁ ἀριθμὸς ὁ ὁποῖος παράγει ἄλλον διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ λέγεται παράγων αὐτοῦ.***

Ἔτσι ἐπειδὴ π. χ. $40 : 8 = 5$ (καὶ $40 = 8 \times 5$), ὁ 40 εἶναι διαιρετὸς διὰ τοῦ 8 ἢ πολλαπλάσιο τοῦ 8, ὁ δὲ 8 εἶναι διαιρέτης τοῦ 40 ἢ παράγων αὐτοῦ.

Χαρακτῆρες διαιρετότητος.— 1) ***Διὰ 10, 100, 1000*** *κλπ.* ***Διὰ τοῦ 10 διαιρεῖται κάθε ἀριθμός, ἂν τελειώνῃ σὲ 0, διὰ τοῦ 100, ἂν τελειώνῃ σὲ δύο 0, διὰ τοῦ 1000, ἂν τελειώνῃ σὲ τρία 0 κ.ο.κ.*** 2) ***Διὰ 2 (ἢ 5). Διὰ 2 (ἢ 5) διαιρεῖται κάθε ἀριθμὸς τοῦ ὁποίου τὸ τελευταῖο ψηφίο διαιρεῖται διὰ 2 (ἢ 5).*** Ἔτσι οἱ ἀριθμοὶ ποὺ τελειώνουν σὲ 0, 2, 4, 6, 8 διαιροῦνται διὰ τοῦ 2 (οἱ δὲ ἀριθμοὶ ποὺ τελειώνουν σὲ 0 ἢ 5 διαιροῦνται διὰ τοῦ 5). 3) ***Διὰ 4 (ἢ 25). Διὰ 4 (ἢ 25) διαιρεῖται κάθε ἀριθμὸς τοῦ ὁποίου τὰ δύο τελευταῖα ψηφία εἶναι 0 ἢ κάμνουν ἀριθμὸν διαιρετὸν διὰ τοῦ 4 (ἢ 25).*** Π. χ. ὁ ἀριθμὸς 2584 διαιρεῖται διὰ 4, διότι ὁ 84 διαιρεῖται διὰ 4. Ὅμοια ὁ ἀριθμὸς 37600 διαιρεῖται διὰ 4. (Οἱ ἀριθμοὶ ποὺ τελειώνουν σὲ 00, 25, 50, 75 διαιροῦνται διὰ τοῦ 25). 4) ***Διὰ 3 (ἢ 9). Διὰ 3 (ἢ 9) διαιρεῖται κάθε ἀριθμός, τοῦ ὁποίου τὸ ἄθροισμα τῶν ψηφίων εἶναι διαιρετὸν διὰ 3 (ἢ 9).*** Ἔτσι ὁ ἀριθμὸς 3126, διαιρεῖται διὰ 3, διότι τὸ ἄθροισμα $3 + 1 + 2 + 6 = 12$ διαιρεῖται διὰ 3.

Κοινοὶ διαιρέται.— Οἱ ἀριθμοὶ 18 καὶ 24 παρατηροῦμε ὅτι διαιροῦνται ἀκριβῶς διὰ τῶν ἀριθμῶν 1, 2, 3, 6. Γιὰ τὸ λόγο τοῦτο οἱ 1, 2, 3, 6 λέγονται κοινοὶ διαιρέται τῶν ἀριθμῶν 18 καὶ 24. Ἀπὸ αὐτοὺς δὲ ὁ 6, ὁ ὁποῖος εἶναι ὁ μεγαλύτερος λέγεται ***μέγιστος κοινὸς διαιρέτης*** (μ. κ. δ.) τῶν ἀριθμῶν 18 καὶ 24. Ὥστε: ***Κοινὸς διαιρέτης δύο ἢ περισσοτέρων ἀριθμῶν λέγεται ὁ ἀριθμὸς ὁ ὁποῖος διαιρεῖ ὅλους ἀκριβῶς. Μέγιστος δὲ κοινὸς διαιρέτης αὐτῶν λέγεται ὁ μεγαλύτερος ἀπὸ ὅλους τοὺς κοινοὺς διαιρέτας, ποὺ ἔχουν οἱ ἀριθμοὶ αὐτοί.*** Ἂν ἀριθμοὶ ἔχουν κοινὸ διαιρέτη μόνο τὴ μονάδα 1, λέγονται ***πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους.***

Γιὰ νὰ βροῦμε τὸν μ. κ. δ. δύο ἀριθμῶν, τοὺς διαιροῦμε καὶ ἂν βροῦμε ὑπόλοιπο 0, ὁ μικρότερος εἶναι ὁ μ. κ. δ. αὐτῶν. Ἂν δὲ ὄχι, διαιροῦμε τὸν μικρότερο διὰ τοῦ ὑπολοίπου, τὸ δὲ ὑπόλοιπο αὐτὸ διὰ τοῦ νέου ὑπολοίπου κ. ο. κ. μέχρις ὅτου βροῦμε ὑπόλοιπο 0. Ὁ διαιρέτης τῆς τελευταίας διαιρέσεως, εἶναι ὁ ζητούμενος μ. κ. δ. Ἂν οἱ ἀριθμοὶ εἶναι τρεῖς βρίσκομε τὸν μ. κ. δ. δύο ἀπὸ αὐτοὺς καὶ κατόπιν βρίσκομε τὸν μ. κ. δ. τοῦ τρίτου καὶ τοῦ μ. κ. δ. ποὺ βρήκαμε.

Κοινὰ πολλαπλάσια.—Ὁ ἀριθμὸς 12 διαιρεῖται ἀκριβῶς διὰ τοῦ 4 καὶ τοῦ 3. Γιὰ τὸ λόγο τοῦτο ὁ 12 λέγεται ***κοινὸ πολλαπλάσιο*** τῶν ἀριθμῶν 4 καὶ 3. Ἔτσι βλέπομε ὅτι καὶ οἱ ἀριθμοὶ 24, 36, 48 κλπ. εἶναι κοινὰ πολλαπλάσια τῶν 4 καὶ 3, ἀλλ' ἀπὸ αὐτὰ τὸ 12 ποὺ εἶναι τὸ μικρότερο λέγεται ***ἐλάχιστο κοινὸ πολλαπλάσιο*** (ἐ.κ.π.) τῶν 4 καὶ 3. Ὥστε: 1) ***Ἕνας ἀριθμὸς λέγεται κοινὸ πολλαπλάσιο δύο ἢ περισσοτέρων ἀριθμῶν, ὅταν***

διαιρεῖται ἀκριβῶς μὲ καθένα ἀπὸ αὐτούς. 2) Τὰ κοινὰ πολλαπλάσια δοθέντων ἀριθμῶν εἶναι ἄπειρα καὶ 3) Τὸ μικρότερο ἀπὸ ὅλα τὰ κοινὰ πολλαπλάσια δοθέντων ἀριθμῶν, λέγεται ἐλάχιστο κοινὸ πολλαπλάσιο αὐτῶν.

Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐ.κ.π. δοθέντων ἀριθμῶν διαιροῦμε τὸν μεγαλύτερο ἀπὸ αὐτοὺς μὲ καθένα ἀπὸ τοὺς ἄλλους. Ἂν ὅλες οἱ διαιρέσεις ἀφίνουν ὑπόλοιπο 0, τότε ὁ μεγαλύτερος εἶναι τὸ ζητούμενο ἐ.κ.π., ἂν δὲ ὄχι διαιροῦμε μὲ καθένα ἀπὸ τοὺς ἄλλους, τὸ διπλάσιο τοῦ μεγαλυτέρου, τὸ τριπλάσιό του κ.ο.κ. μέχρι ὅτου βροῦμε ἀριθμό, ποὺ νὰ διαιρεῖται ἀκριβῶς μὲ καθένα ἀπὸ τοὺς ἄλλους. Τότε ὁ ἀριθμὸς αὐτὸς εἶναι τὸ ζητούμενο ἐ.κ.π.

Π. χ. ἀπὸ τοὺς ἀριθμοὺς 12, 20, 45, οἱ 12 καὶ 20 δὲν διαιροῦν ἀκριβῶς τὸν 45, οὔτε τὸν $45\times2=90$, $45\times3=135$. Διαιροῦν ὅμως ἀκριβῶς τὸν $45\times4=180$. Ἔτσι ὁ 180 εἶναι τὸ ἐ. κ. π. τῶν ἀριθμῶν 12, 20, 45.

Σελ. 6 - 7. Δεκαδικοὶ ἀριθμοί.—Ἂν τὴν ἀκεραία μονάδα 1 τὴ διαιρέσωμε σὲ 10, 100, 1000 κλπ. ἴσα μέρη, λαμβάνομε τὶς *δεκαδικὲς κλασματικὲς μονάδες,* δέκατο, ἑκατοστό, χιλιοστὸ κλπ. ποὺ ἡ κάθε μιὰ εἶναι δέκα φορὲς μικρότερη ἀπὸ τὴν ἀμέσως προηγουμένη της. Ἔτσι ἕναν ἀριθμὸ ποὺ περιέχει ἀκέραιες δεκαδικὲς μονάδες καὶ κλασματικές, τὸν γράφομε ὅπως τοὺς ἀκεραίους (σελ. 3, γ) μὲ τὴ διαφορὰ ὅτι χωρίζομε τὸ ἀκέραιο μέρος ἀπὸ τὸ δεκαδικὸ (κλασματικὸ) μέροςμὲ μιὰ ὑποδιαστολὴ (ποὺ γράφεται ἀμέσως ἔπειτα ἀπὸ τὸ ψηφίο τῶν μονάδων). Ἔτσι π.χ. στὸν ἀριθμὸ 15,324 ὁ 15 εἶναι τὸ ἀκέραιο μέρος του καὶ τὸ 324 τὸ δεκαδικό. Ἡ ἀξία δὲ κάθε ψηφίου του ὁρίζεται ἀπὸ τὴ θέσι ποὺ ἔχει σχετικὰ μὲ τὴν ὑποδιαστολή. Π. χ. τὸ ψηφίο 1 παριστάνει δεκάδες, τὸ δὲ 2 παριστάνει ἑκατοστά. Ἂν ὅμως τὰ ψηφία αὐτὰ ἀλλάξουν θέσι σχετικὰ μὲ τὴν ὑποδιαστολή, ὅπως συμβαίνει στὸν ἀριθμὸ 153,24 τὸ μὲν 1 παριστάνει ἑκατοντάδες, τὸ δὲ 2 παριστάνει δέκατα. Ἔτσι εὔκολα συμπεραίνομε ὅτι : α) *ἡ ἀξία δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ δὲν ἀλλάζει, ὅταν γράψωμε εἰς τὸ τέλος του ὁσαδήποτε μηδενικά.* Ἔτσι εἶναι $3{,}15=3{,}150=$ $=3{,}1500$ καὶ $7=7{,}00$ ἢ $18=18{,}000$ κλπ. β) *Πολλαπλασιάζομε δεκαδικὸ ἀριθμὸ ἐπὶ 10, 100, 1000 κλπ. μεταθέτοντες τὴν ὑποδιαστολὴ μιά, δυό, τρεῖς κλπ. θέσεις πρὸς τὰ δεξιά.* Ἔτσι εἶναι $5{,}76\times10=57{,}6$ $3{,}56\times1000=3560$· $12{,}4\times1000=12400$. γ) *Διαιροῦμε δεκαδικὸ ἀριθμὸ διὰ 10, 100, 1000 κλπ. μεταθέτοντες τὴν ὑποδιαστολὴ μιά, δυό, τρεῖς κλπ. θέσεις πρὸς τ' ἀριστερά.* Ἔτσι εἶναι $24{,}5:10=2{,}45$· $0{,}3:100=0{,}003$· $0{,}7:1000=0{,}0007$.

Οἱ πράξεις μὲ δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς γίνονται ὅπως καὶ στοὺς ἀκεραίους. Μόνο ποὺ πρέπει νὰ προσέχωμε νὰ γράφωμε στὸ ἐξαγόμενο τὴν ὑποδιαστολὴ στήν κατάλληλη θέσι. Ἐξ ἄλλου πρέπει νὰ ἔχωμε ὑπ' ὄψιν ὅτι, γιὰ νὰ διαιρέσωμε μὲ δεκαδικὸ ἀριθμὸ πρέπει νὰ κάνωμε πρῶτα τὸν διαιρέτη ἀκέραιο. Ἔτσι $198:4{,}5=1980:45=44$ καὶ $3{,}575:0{,}25=357{,}5:25=14{,}3$.

Σελ. 8. Εὐθεῖα καὶ ἀντίστροφη σχέσι ποσῶν.— Βλέπε σελ. 98 § 5 Ἀριθμητικῆς.

Σελ. 9. Λύσις προβλημάτων μὲ τὴν ἀναγωγὴ στὴ μονάδα.—Βλέπε σελ. 80 - 84 Ἀριθμητικῆς. Πρέπει ὅμως νὰ προσέχωμε, ἂν τὰ ποσὰ τοῦ προβλήματος εἶναι ἀνάλογα ἢ ἀντίστροφα. Π.χ. (σελ. 9 πρ. 5). Ἀφοῦ σὲ 4,5 ὧρ. τρέχει 160,2 χλμ. σὲ 1 ὥρα θὰ τρέξη 160,2 : 4,5 = 1602 : 45 = = 35,6 χλμ. (ποσὰ ἀνάλογα). Ἐνῶ (σελ. 9, πρ. 6), ἀφοῦ 4 ἐργ. σκάφτουν ἕνα ἀμπέλι σὲ 16 ἡμ., ὁ 1 ἐργ. θὰ τὸ σκάψη σὲ 16 ἡμ. $\times$ 4 = 64 ἡμ. (ποσὰ ἀντίστροφα). Ὅμοια βρίσκομε (πρ. 7) 3,6 $\times$ 40 = 144 ὧρ. μὲ ταχ. 1 χλμ. τὴν ὥρα καὶ 144 : 60 = 2,4 ὧρ. μὲ ταχ. 60 χλμ. τὴν ὥρα καὶ (πρ. 8) τὴν ἀπόστασι 50 $\times$ 4,5 = 225 χλμ. θὰ τὴν τρέξη σὲ 225 : 15 = 15 ὧρ.

Σελ. 9. Μετρικὸ σύστημα.— 1. Μονάδες μήκους. α) Τὸ μέτρο. 1 μ. = 10 παλ. = 10 δάκτυλοι ἢ ἑκατοστόμετρα = 1000 γραμμὲς ἢ χιλιοστόμετρα. Πολλαπλάσια τοῦ μ. Δεκάμετρο, ἑκατόμετρο, χιλιόμετρο (ἢ στάδιο). β) ***Ἡ πήχη*** (γιὰ τὰ ὑφάσματα) = 0,64 τοῦ μέτρου (ἢ ἀκριβέστερα 0,648 τοῦ μ.). 1 πήχ. = 8 ρούπια γ) ***Ἡ γυάρδα*** = 0,91 τοῦ μέτρου (ἢ ἀκριβέστερα 0,914 τοῦ μ.), 1 γυάρ. = 1 πόδι, 1 πόδι = 12 ἴντσες (δάκτυλοι). δ) ***Ὁ τεκτονικὸς πῆχυς*** (γιὰ τὰ οἰκόπεδα) = 0,75 τοῦ μ. ε) ***Τὸ ναυτικὸ μίλι*** = 1852 μ.

2. α) Ἐπιφάνειες (ἐμβαδά). β) Ἐμβαδὰ οἰκοπέδων· 1 τετρ. τεκτ. πῆχυς = $\frac{9}{16}$ τοῦ τετρ. μέτρου ἢ 0,5625 αὐτοῦ. ***3.*** Ὄγκους. ***4. Μονάδες βάρους.*** α) ***Ἡ ὀκὰ*** = 400 δράμ., ὁ στατῆρας = 44 ὀκ. β) ***Τὸ γραμμάριο*** = τὸ βάρος ἑνὸς κυβικοῦ δακτύλου νεροῦ ἀπεσταγμένου θερμοκρασίας 4^0. 1 δράμ. = 3,2 γραμ., 1 ὀκὰ = 1280 γραμ., 1 χιλιόγραμμο = 1000 γραμ. = = 312,5 δράμια. 1 τόννος = 781 ὀκ. 100 δραμ.

5. ***Μονάδες νομισμάτων.— Ἡ δραχμή. Ἡ λίρα Ἀγγλίας*** = 20 σελίνια· 1 σελ. = 12 πέννες. 1 πέν. = 4 φαρδίνια. ***Τὸ δολλάριο*** = 100 σέντς (ἑκατοστά). ***Τὸ μάρκο*** (γερμανική) = 100 πφένιχ. ***Τὸ ροῦβλι*** = 100 καπίκια. ***Τὸ γρόσι*** = 40 παράδες. 100 γρόσια = 1 λίρα (Τουρκίας).

6. ***Μονάδες χρόνου. Ἡ ἡμέρα*** (τὸ ***ἡμερονύκτιο***) = 24 ὧρες. 1 ὥρα = = 60 πρῶτα λεπτά. 1 π.λ. = 60 δεύτερα λεπτά. Ὁ ***μῆνας*** καὶ τὸ ***ἔτος.*** Ἀπὸ 4 συνεχῆ ἔτη τὰ 3 εἶναι κοινὰ ἀπὸ 365 ἡμέρες καὶ τὸ τέταρτο εἶναι δίσεκτο = 366 ἡμ. Ἔτσι ἀπὸ τὰ ἔτη 1948, 1949, 1950, 1951 δίσεκτο εἶναι τὸ 1948 (γιατὶ διαιρεῖται διὰ 4). Ἐξαιροῦνται τὰ ἔτη ποὺ φανερώνουν αἰῶνες (αἰώνας = 100 ἔτη), τὰ ὁποῖα εἶναι κοινά, ἐκτὸς ἂν ὁ ἀριθμὸς τῶν ἑκατοντάδων διαιρεῖται διὰ 4. Π.χ. ἀπὸ τὰ ἔτη 2000, 2100, 2200, 2300 δίσεκτο εἶναι τὸ 2000, γιατὶ ὁ ἀριθμὸς 20 διαιρεῖται διὰ 4.

Σελ. 9 - 10. Συμμιγεῖς ἀριθμοί. — Ἄσκ. 7 (σελ. 10). Ὁ ἀριθμὸς 8 πῆχες 5 ρούπια βλέπομε ὅτι ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ 8 πῆχες καὶ ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ 5 ρούπια, τοῦ ὁποίου ἡ μονάδα (τὸ 1 ρούπι) εἶναι ὑποπολλαπλάσιο τῆς πήχης, ποὺ εἶναι ἀρχικὴ μονάδα. Ἔτσι καὶ ὁ ἀριθμὸς 3 στ. 25 ὀκ. 300 δρμ. βλέπομε ὅτι ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ 3 στατῆρες, τοῦ ὁποίου ἡ μονάδα (ὁ 1 στατῆρας) εἶναι πολλαπλάσιο τῆς ὀκᾶς (ἀρχικὴ μονάδα), ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ 25 ὀκ. καὶ ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ 300 δράμια, τοῦ ὁποίου ἡ μονάδα (τὸ 1 δράμι) εἶναι ὑποπολλαπλάσιο τῆς ὀκᾶς. Οἱ δύο αὐτοὶ ἀριθμοὶ 8 πῆχες 5 ρούπια καὶ 3 στ. 25 ὀκ. 300 δρμ. λέγονται συμμιγεῖς. Γενικά: ***Συμμιγὴς ἀριθμὸς εἶναι ὁ συγκεκριμένος ἀριθμός, ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖται ἀπὸ πολλοὺς ἀριθμούς. Εἶναι δὲ οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ πολλαπλάσια ἢ μέρη μιᾶς ἀρχικῆς μονάδας καὶ καθένας τους ἔχει ἰδιαίτερο ὄνομα.*** Οἱ συμμιγεῖς ἀριθμοὶ ὅταν τρέπωνται σὲ μονάδες τῆς τελευταίας τους τάξεως γίνονται ἀκέραιοι. Ἔτσι βρίσκομε:

7. α) 8 πηχ. 5 ρ. $= 8 \times 8 + 5 = 64 + 5 = 69$ ρ. β) 2 γυάρ. $= 3 \times 2 = 6$ πόδ., 2 γυάρ. 2 π. $= 6$ π. $+ 2$ π. $= 8$ π. $= 12 \times 8 = 96$ ἴντσες. Ὥστε 2 γυάρ. 2 πόδ. 5 ἴντ. $= 96 + 5 = 101$ ἴντσες. γ) 3 στ. $= 44 \times 3 = 132$ ὀκ. 3 στ. 25 ὀκ. $= 132 + 25 = 157$ ὀκ. $= 400 \times 157 = 62800$ δρμ. Ὥστε 3 στ. 25 ὀκ. 300 δρμ. $= 62800 + 300 = 63100$ δρμ. δ) 3 λίρ. $= 20 \times 3 = 60$ σελ., 3 λίρ. 8 σελ. $= 68$ σελ. $= 12 \times 68 = 816$ π. Ὥστε 3 λ. 8 σ. 4 π. $= 816$ π. $+ 4$ π. $= 820$ π. ε) 12 σ. 7 π. $= 12 \times 12 + 7 = 144 + 7 = 151$ π. $= 4 \times 151 = 604$ φαρδ. Ὥστε 12 σελ. 7 π. 2 φ. $= 606$ φ. στ) 2 ὧρ. 20 πρ. $= 60 \times 2 + 20 = 140$ π. $= 60 \times 140 = 8400$ δ. καὶ 2 ὧρ. 20 π. 30 δ. $= 8430$ δ.

Ἐξ ἄλλου βρίσκομε: *8.* α) $45000 \times 15{,}6 = 702000$ δρχ. β) $315000 : 45000 = 7$ λ. γ) 1 σελ. $= 45000 : 20 = 2250$ δρχ. καὶ 12 σελ. $= 2250 \times 12 = 27000$ δρχ. *9.* 1 σέντς $= 15000 : 100 = 150$ δρχ. καὶ 60 σέντς $= 150 \times 60 = 9000$ δρχ. *10.* $0{,}5625 \times 400 = 225$ τ.μ. *11.* $900 : 0{,}5625 = 1600$ τ.τ.π.

Σελ. 11 - 12. Πράξεις στοὺς συμμιγεῖς ἀριθμούς. — α) ***Πρόσθεσις συμμιγῶν.***

1.

34 στ.	20 ὀκ.	300 δρ.		800 δρμ. = 2 ὀκ.
45 »	25 »	200 »		45 ὀκ. + 2 ὀκ. = 47 ὀκ. =
50 »		300 »		= 1 στ. 3 ὀκ.
129 στ.	45 ὀκ.	800 δρ.		
130 στ.	3 ὀκ.			

2. 450 χλγρ. 500 γρμ. + 675 χλγρ. + 750 γρμ. + 504 χλγρ. 250 γρμ. = 1629 χλγρ. 1500 γρμ. = 1630 χλγρ. 500 γρμ. = 1 τόν. 630 χλγρ. 500 γρ.

Σημείωσις.—Ἐπειδὴ τὸ 1 γραμμάριο εἶναι τὸ χιλιοστὸ (0,001) τοῦ χιλιογράμμου ἠμποροῦμε νὰ γράψωμε 450 χλγρ. 500 γρμ. = 450,500 χλγ. κ.ο.κ. Ὥστε ἐδῶ ἔχομε 450,500 χλγρ. + 675,750 χλγρ. + 504,250 χλγρ. = 1630,500 χλγρ. = 1 τόν. 630 χλγρ. 500 γρμ.

3. 8 ὧρ. 40 π. + 7 ὧρ. 30 π. + 6 ὧρ. 5 π. = 21 ὧρ. 75 π. = 22 ὧρ. 15 π.

4. 10 χρ. 6 μ. 20 ἡμ. + 2 χρ. 7 μ. 15 ἡμ. = 12 χρ. 13 μ. 35 ἡμ. = 12 χρ. 14 μ. 5 ἡμ. = 13 χρ. 2 μ. 5 ἡμ.

β) ***Ἀφαίρεσις συμμιγῶν.*** *5.*

1000 λίρ.	0 σελ.	ἤτοι	999 λίρ.	20 σελ.
725 »	15 »		725 »	15 »
			274 λίρ.	5 »

6. Π. χ. στὶς 16 τοῦ Ὀκτώβρη 1952. Ἀλλ' ὡς τότε ἔχουν περάσει ἀπὸ τῆς γεννήσεως τοῦ Χριστοῦ 1951 χρόνια 9 μῆνες καὶ 16 ἡμέρες. Ὅμοια ὡς τὶς 6 τοῦ Δεκέμβρη τοῦ 1932 ἔχουν περάσει 1931 χρόνια 11 μῆνες καὶ 6 ἡμέρες. Ἔτσι ἐδῶ πρέπει νὰ κάνωμε τὴν ἀφαίρεσι:

1951 χρ.	9 μῆν.	16 ἡμ.	ἤτοι τὴν	1950 χρ.	21 μῆν.	16 ἡμ.
1931 »	11 »	6 »		1931 »	11 »	6 »
				19 χρ.	10 μῆν.	10 ἡμ.

7. (12 ὧρ. — 6 ὧρ. 45 π.) + 2 ὧρ. 35 π. = (11 ὧρ. 60 π. — 6 ὧρ. 45 π.) + + 2 ὧρ. 35 π. = 5 ὧρ. 15 π. + 2 ὧρ. 35 π. = 7 ὧρ. 50 π.

8. 55 πχ. — (15 π. 6 ρ. + 23 π. 4 ρ.) = 55 π. — 39 π. 2 ρ. = 15 π. 6 ρ.

γ) ***Πολλαπλασιασμὸς συμμιγοῦς ἐπὶ ἀκέραιο.— Γιὰ νὰ πολλαπλασιάσωμε συμμιγῆ ἐπὶ ἀκέραιο πολλαπλασιάζομε κάθε μέρος τοῦ συμμιγοῦς ἐπὶ τὸν ἀκέραιο.*** Ἂν δὲ σὲ μερικό τι γινόμενο περιέχωνται μονάδες τῆς ἀμέσως ἀνωτέρας τάξεως τὶς ἐξάγωμε καὶ τὶς προσθέτομε στὸ μερικὸ γινόμενο τῆς ἀμέσως ἀνωτέρας τάξεως. Ἔτσι βρίσκομε:

9. α) (5 πῆχ. 2 ρ.) × 4=20 π. 8 ρ.=21 π. β) (5 π. 2 ρ.) × 5=25 π. 10 ρ.= =26 π. 2 ρ. γ) (5 π. 2 ρ.) × 8 = 40 π. 16 ρ.=42 π. *10.* (6 λ. 4 σ.) × 5 = 30 λ. 20 σ.= 31 λ. *11.* (13 ὀκ. 300 δραμ.) × 8 = 104 ὀκ. 2400 δρ. = 110 ὀκ.= 2 στ. 22 ὀκ. *12.* (28 ὀκ. 300 δρμ.) × 5 = 140 ὀκ. 1500 δρμ. = 143 ὀκ. 300 δρμ.= = 3 στ. 11 ὀκ. 300 δρμ.

δ) ***Διαίρεσις συμμιγοῦς δι' ἀκεραίου.— Γιὰ νὰ διαιρέσωμε συμμιγῆ δι' ἀκεραίου διαιροῦμε διὰ τοῦ ἀκεραίου πρῶτα τὶς μονάδες τῆς ἀνωτάτης τάξεως· ἔπειτα τὸ ὑπόλοιπο τῆς διαιρέσεως αὐτῆς τὸ τρέπομε σὲ μονάδες τῆς ἀμέσως κατωτέρας τάξεως καὶ τὶς προσθέτομε στὶς ὅμοιες μονάδες τοῦ διαιρετέου· διαιροῦμε δὲ τὸ ἄθροισμα ποὺ λαμβάνομε διὰ τοῦ ἀκεραίου καὶ ἐξακολουθοῦμε ὁμοίως.***

Ἔτσι (ἄσκησις 13 σελ. 11) στὴ διαίρεσι (16 π. 7 ρ.): 5, διαιροῦμε πρῶτα 16 π. : 5 καὶ βρίσκομε πηλίκο 3 π. καὶ ὑπόλοιπο 1 πήχη. Ἀλλὰ 1 πήχ.=8 ρ. καὶ 8 ρ.+7 ρ.=15 ρ. Ἔπειτα διαιροῦμε 15 ρ. : 5=3 ρ. Ὥστε (16 π. 7 ρ.) : 5 = 3 π. 3 ρ. Τὴν πρᾶξι αὐτὴ τὴ διατάσσομε ἔτσι:

```
16 π  7 ρ.  | 5
15 »        |--------
----        | 3 π. 3 ρ.
 1 π.
 8 »
----
 8 ρ.
 7 »
----
15 ρ.
15 »
----
 0.
```

14.

```
2 στ. 33 ὀκ. 200 δρ. | 4
44 »                 |----------------------
----                 | 0 στ. 30 ὀκ. 150 δρ.
88 ὀκ.
33 »
----
121 ὀκ.
120 »
----
  1 ὀκ.
400 »
----
400 δρ.
200 »
----
600 »
600 »
----
  0 »
```

Ὅμοια βρίσκομε: *15.* (51 λ. 3 σ.) : 6=8 λ. 10 σ. 6 π. *16.* (273 χλμ. 400 μ.) : 6=45 χλμ. 400 μ.

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΓΙΑ ΤΗΝ Ε΄ ΤΑΞΙ

Στὸ σύστημα τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν, ἡ διαίρεσις οὔτε πάντοτε εἶναι δυνατή, οὔτε πάντοτε εἶναι τελεία. Π. χ. ἡ διαίρεσις 4 : 5 δὲ γίνεται, ἡ δὲ 9 : 2 εἶναι ἀτελής. Στὸ κλασματικὸ ὅμως σύστημα (ἀκέραιοι καὶ κλασματικοὶ μαζὶ) ἡ διαίρεσις εἶναι πάντοτε δυνατὴ καὶ τελεία, διότι εἶναι $4 : 5 = \frac{4}{5}$ καὶ $9 : 2 = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$.

Γιὰ νὰ βρεθοῦν οἱ νέοι ἀριθμοί, δηλαδὴ οἱ κλασματικοί, ἐσκέφθησαν ἔτσι: ἀφοῦ κάθε πρᾶγμα ἠμπορεῖ νὰ διαιρεθῆ (νὰ χωρισθῆ) σὲ ὁσαδήποτε ἴσα μέρη, δεχόμαστε ὅτι καὶ ἡ ἀκεραία μονάδα 1 ἠμπορεῖ νὰ χωρισθῆ σὲ ὁσαδήποτε ἴσα μέρη. Ἔτσι ἔχομε τὴν ἔννοια τῆς ***κλα-***

σματικῆς μονάδας μὲ τὴν ἐπανάληψι τῆς ὁποίας σχηματίζομε τοὺς ***κλασματικοὺς*** ἀριθμοὺς ἢ ἁπλούστερα τὰ ***κλάσματα***. Τὸ κλάσμα ὅμως ἔχει καὶ ἄλλη σημασία. Εἶναι τὸ πηλίκο τῆς διαιρέσεως δύο ἀκεραίων ἀριθμῶν. (σελ. 17 - 18 2η ὁμάδα). Ἔτσι (ἄσκ. 4 σελ. 19) τὰ $\frac{2}{3}$ τοῦ γλυκίσματος φανερώνουν ἢ α) ὅτι τὸ γλύκισμα ἐχωρίσθηκε σὲ 3 ἴσα μέρη καὶ ἀπὸ αὐτὰ ἐλάβαμε τὰ 2 ἢ β) ὅτι εἶναι τὸ μερίδιο καθενὸς ἀπὸ 3 ἀνθρώπους εἰς τοὺς ὁποίους ἐμοιράσαμε δύο ἴσα γλυκίσματα ἐξίσου, δηλαδὴ τὰ $\frac{2}{3}$ γλυκ. εἶναι τὸ πηλίκο τῆς διαιρέσεως 2 γλυκ. : 3. Ἔτσι καὶ τὸ $\frac{5}{8}$ πήχ. φανερώνει ἢ α) τὰ 5 ἀπὸ τὰ 8 ἴσα μέρη εἰς τὰ ὁποῖα διαιρέθηκε ἡ 1 πήχη ἢ β) τὸ πηλίκο τῆς διαιρέσεως 5 πήχ. : $8 = \frac{5}{8}$ πήχ.

Σελ. 26 - 35. Ἰδιότητες τῶν κλασμάτων.—Κατὰ τὴν 1η ἰδιότητα (σελ. 26-27) ***ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος δὲν ἀλλάζει, ἂν οἱ δύο ὅροι του πολλαπλασιασθοῦν, ἢ διαιρεθοῦν μὲ τὸν ἴδιο ἀριθμὸ*** (ἂν διαιροῦνται). Ἐφαρμογὴ τῆς ἰδιότητας αὐτῆς κάνομε στὴν ἁπλοποίησι τῶν κλασμάτων, στὴ σύγκρισί τους καὶ στὶς πράξεις πρόσθεσι καὶ ἀφαίρεσι, ὅπου δηλ. πρέπει νὰ τρέψωμε ἑτερώνυμα κλάσματα σὲ ὁμώνυμα.—***Ἁπλοποίησι κλάσματος λέγεται ἡ πρᾶξις μὲ τὴν ὁποία ἀπὸ ἕνα κλάσμα βρίσκομε ἄλλο ἴσο μὲ τὸ δοθὲν ἀλλὰ μὲ μικροτέρους ὅρους*** (ἄσκ. 2, σελ. 29). Γιὰ νὰ ἁπλοποιηθῆ ἕνα κλάσμα πρέπει οἱ ὅροι του νὰ ἔχουν ***κοινὸ*** διαιρέτη. Ἂν τοὺς ὅρους κλάσματος τοὺς διαιρέσωμε μὲ τὸν ***μέγιστο κοινὸ*** διαιρέτη τους, τὸ κλάσμα ποὺ θὰ βροῦμε θὰ εἶναι ***ἀνάγωγο.*** Γιατὶ οἱ ὅροι του θὰ ἔχουν μέγιστο κοινὸ διαιρέτη τὴ μονάδα 1, ἤτοι γιατὶ οἱ ὅροι του θὰ εἶναι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. Ἡ ἁπλοποίησι κλάσματος ἠμπορεῖ νὰ χρησιμεύσῃ α) γιὰ νὰ ἐννοήσωμε γρηγορώτερα τὴν ἀξία του καὶ β) γιὰ νὰ κάνωμε τὶς πράξεις στὰ κλάσματα εὐκολώτερα, ὅπως θὰ δοῦμε παρακάτω.

Σελ. 30. 6. β) $\frac{28:4}{32:4} = \frac{7}{8}$, $\frac{60:30}{90:30} = \frac{2}{3}$, $\frac{48:16}{80:16} = \frac{3}{5}$, $\frac{32:8}{56:8} = \frac{4}{7}$,

$$\frac{70:14}{84:14} = \frac{5}{6}, \quad \frac{27:27}{81:27} = \frac{1}{3}.$$

Ἀπὸ τὴ 2η ἰδιότητα τῶν κλασμάτων συνάγομε γενικὰ ὅτι: ὅταν ὁ ἀριθμητὴς κλάσματος αὐξάνει καὶ τὸ κλάσμα αὐξάνει, καὶ ὅταν ὁ ἀριθμητὴς κλάσματος ἐλαττοῦται καὶ τὸ κλάσμα ἐλαττοῦται (σελ. 32, 8). Ἀπὸ τὴν 3η ἰδιότητα συνάγομε γενικὰ ὅτι: ὅταν ὁ παρονομαστὴς κλάσματος αὐξάνει τὸ κλάσμα ἐλαττοῦται, ὅταν δὲ ὁ παρανομαστὴς κλάσματος ἐλαττοῦται, τὸ κλάσμα αὐξάνει (σελ. 35, 5).

Σελ. 35 - 39. Σύγκρισι κλασμάτων. — Ἡ σύγκρισι κλασμάτων ὁμωνύμων ἢ κλασμάτων ἑτερωνύμων ποὺ ὅμως ἔχουν ὅλα τὸν ἴδιο ἀριθμητή, γίνεται σύμφωνα μὲ ὅσα εἴπαμε παραπάνω γιὰ τὴ 2η καὶ 3η ἰδιότητα. Ἔτσι ἀπομένει ἡ σύγκρισι κλασμάτων ἑτερωνύμων μὲ διαφόρους ἀριθμητάς. Ἀλλὰ τέτοια γιὰ νὰ συγκριθοῦν πρέπει νὰ γίνουν πρῶτα ὁμώνυμα. Ἡ τροπὴ ἑτερωνύμων κλασμάτων σὲ ὁμώνυμα γίνεται μὲ τὸν κανόνα τῆς σελίδος 37. Καλὸν ὅμως πρὶν ἐφαρμόσωμε τὸν κανόνα αὐτόν, νὰ κάνωμε τὰ κλάσματα ἀνάγωγα, ὅσα φυσικὰ δὲν εἶναι καὶ κατόπιν ὡς κοινὸ παρονομαστὴ νὰ λάβωμε τὸν ἐλάχιστο κοινὸ πολλαπλάσιο τῶν παρονομαστῶν τῶν κλασμάτων, ὅπως γίνεται στὸ π. δ. 3 τῆς σελίδος 36-37. (Βλέπε καὶ σελ. 5-6 τοῦ παρόντος). Ὅταν δύο ἑτερώνυμα κλάσματα εἶναι ἀνάγωγα καὶ οἱ παρονομασταί τους εἶναι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους τὰ τρέπομε σὲ ὁμώνυμα ***πολλαπλασιάζοντες καὶ τοὺς δύο ὅρους τοῦ καθενὸς κλάσματος ἐπὶ τὸν παρονομαστὴ τοῦ ἄλλου*** (Σημ. σελ. 37). Ἔτσι π. χ. βρίσκομε (ἄσκ. 1, σελ. 38) α) $\frac{1\times3}{2\times3}=\frac{3}{6}$, $\frac{2\times2}{3\times2}=\frac{4}{6}$, β) $\frac{3\times6}{5\times6}=\frac{18}{30}$, $\frac{1\times5}{6\times5}=\frac{5}{30}$.

Ὅταν πολλὰ ἑτερώνυμα κλάσματα εἶναι ἀνάγωγα καὶ οἱ παρονομασταί τους εἶναι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀνὰ δύο, τὰ τρέπομε σὲ ὁμώνυμα ***πολλαπλασιάζοντες καὶ τοὺς δύο ὅρους τοῦ καθενὸς κλάσματος ἐπὶ τὸ γινόμενο τῶν παρονομαστῶν ὅλων τῶν ἄλλων κλασμάτων.*** Π. χ. (ἄσκ. 3γ, σελ. 38) τὰ κλάσματα $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{2}$ εἶναι ἀνάγωγα καὶ οἱ πα- 3, 7, ὡς καὶ οἱ 3, 2 ὡς καὶ οἱ 7, 2 εἶνα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. Τότε ἔχομε $\frac{1}{3}=\frac{1\times7\times2}{3\times7\times2}=\frac{14}{42}$, $\frac{2}{7}=\frac{2\times3\times2}{7\times3\times2}=\frac{12}{42}$, $\frac{1}{2}=\frac{1\times3\times7}{2\times3\times7}=\frac{21}{42}$.

Σημείωσις.—Οἱ παραπάνω γενικοὶ κανόνες ἐφαρμόζονται καὶ σὲ κλάσματα μὴ ἀνάγωγα καθὼς καὶ σὲ κλάσματα, ποὺ οἱ παρονομασταί τους δὲν εἶναι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. Ἀλλὰ τότε ὁ κοινὸς παρονομαστὴς τῶν ὁμωνύμων κλασμάτων ἠμπορεῖ νὰ εἶναι πολὺ μεγάλος ἀριθμός. Τότε θὰ ἐφαρμόσωμε τὸν κανόνα τῆς σελ. 37, βρίσκοντες τὸ ἐ.κ.π. τῶν παρονομαστῶν.

Σελ. 42 - 80. Πράξεις μὲ κλασματικοὺς ἀριθμούς.

Α΄. Γιὰ νὰ προσθέσωμε κλάσματα πρέπει νὰ εἶναι ὁμώνυμα. Τότε προσθέτομε ***μόνο*** τοὺς ἀριθμητάς τους καὶ ἀφίνομε παρονομαστὴ τὸν ἴδιο.

Β΄. Γιὰ νὰ ἀφαιρέσωμε κλάσμα ἀπὸ ἄλλο, πρέπει νὰ εἶναι ὁμώνυμο μὲ τὸ ἄλλο. Τότε ἀφαιροῦμε τὸν ἀριθμητή του ἀπὸ τὸν ἀριθμητὴ τοῦ ἄλλου (τοῦ μειωτέου) καὶ κάτω ἀπὸ τὸ ὑπόλοιπο γράφομε τὸν ἴδιο παρονομαστή.

Σελ. 51. 4 ὁμάδα.— Οἱ πρῶτες ἀσκήσεις τῆς ὁμάδας αὐτῆς θέλουν νὰ δείξουν ὅτι: ***Ὅταν ἔχωμε ν' ἀφαιρέσωμε ἀπὸ κλάσμα*** (ἢ ἀπὸ ὁποιοδήποτε ἀριθμὸ) ***πολλὰ κλάσματα*** (ἢ πολλοὺς ἀριθμοὺς) ἢ 1) ***ἀφαιροῦμε ἀπὸ τὸ πρῶτο κλάσμα τὸ δεύτερο καὶ ἀπὸ τὸ ὑπόλοιπο ἀφαιροῦμε τὸ τρίτο καὶ ἀπὸ τὸ νέο ὑπόλοιπο ἀφαιροῦμε τὸ τέταρτο κ.ο.κ.*** ἢ 2) ***ἀφαιροῦμε ἀπὸ τὸ πρῶτο κλάσμα, διὰ μιᾶς τὸ ἄθροισμα ὅλων τῶν ἄλλων κλασμάτων.*** Ἔτσι ἔχομε (σελ. 52, ἄσκ. 2) $\frac{17}{19}-\frac{8}{19}-\frac{3}{19}=\frac{9}{19}-\frac{3}{19}=\frac{6}{19}$ ἢ $\frac{17}{19}-\left(\frac{8}{19}+\frac{3}{19}\right)=\frac{17}{19}-\frac{11}{19}=\frac{6}{19}$.

Σελ. 53. Στὸν πολλαπλασιασμὸ κλάσματος ἐπὶ ἀκέραιο, παρατηροῦμε 1) ὅτι (σελ. 54, ἄσκ. 2) ***ὅταν πολλαπλασιάζωμε κλάσμα ἐπὶ τὸν παρονομαστή του βρίσκομε γινόμενο τὸν ἀριθμητή του*** καὶ 2) ὅτι (σελ. 55, ἄσκ. 7) ὅταν ὁ ἀκέραιος πολλαπλασιαστὴς εἶναι διαιρετὸς διὰ τοῦ παρονομαστοῦ τοῦ κλάσματος, ἠμποροῦμε πρῶτα νὰ διαιρέσωμε καὶ ἔπειτα νὰ πολλαπλασιάσωμε. Ἔτσι εἶναι $\frac{5}{9} \times 18 = 5 \times 2 = 10$.

Σελ. 57. Ἀπὸ τὴν *παρατήρηση* τῆς σελ. 57, συνάγομε τὸν γενικὸ ὁρισμὸ τῆς διαιρέσεως, ἤτοι: ***Διαίρεσις ἀριθμοῦ δι' ἄλλου εἶναι ἡ πρᾶξις μὲ τὴν ὁποίαν βρίσκομε τρίτο ἀριθμὸ*** (τὸ πηλίκο), ***ὁ ὁποῖος, ὅταν πολλαπλασιασθῇ ἐπὶ τὸν ἄλλον*** (τὸν διαιρέτη) ***δίδει γινόμενο τὸν πρῶτο ἀριθμὸ*** (τὸν διαιρετέο).

Σελὶς 62. Ἀσκήσεις. 1η ὁμάδα.— 3. 8000 δρχ.$\times \frac{4}{5} = 1600$ δρχ.$\times 4 = 6400$ δρχ. *4.* $64000 \times \frac{5}{8} = 8000 \times 5 = 40000$ δρχ. *6.* α) $10 \times \frac{1}{2} = 5$, $20 \times \frac{1}{5} = 4$ κ.ο.κ. *7.* α) $60 \times \frac{2}{3} = 20 \times 2 = 40$, β) $40 \times \frac{3}{4} = 10 \times 3 = 30$ κ.ο.κ.

Σελ. 63. 2α ὁμάδα.— 1. 42 χλμ.$\times \frac{7}{12} = 24\frac{1}{2}$ χλμ. *2.* α) $60 \times \frac{5}{6} = 10 \times 5 = 50$ στρ. β) $60 - 50 = 10$ στρ. ἢ $60 \times \frac{1}{6} = 10$ στρ. *3.* α) $500000 \times \frac{5}{8} = 312500$ δρχ. β) $500000 \times \frac{3}{8} = 187500$ δρχ. *4.* $360 \times \frac{5}{9} = 40 \times 5 = 200$ ὀκ.

Σελ. 64. Ἀσκήσεις. 1η ὁμάδα.—2. $\frac{25}{2} \times \frac{5}{8} = \frac{125}{16} = 7\frac{13}{16}$ χλδ. *3.* $\frac{17}{20} \times \frac{2}{3} = \frac{17}{10} \times \frac{1}{3} = \frac{17}{30}$ τῆς λίρας. *5.* α) $\frac{6}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{7}$, β) $\frac{15}{19} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{19}$. *6.* α) $\frac{6}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{7}$, β) $\frac{15}{19} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{19}$.

Σελ. 65. 2α ὁμάδα. — 1. $\frac{4}{5} \times \frac{7}{12} = \frac{7}{15}$. *2.* $\frac{9}{10} \times \frac{3}{5} = \frac{27}{50}$ τῆς λίρας. *3.* α) $\frac{5}{8} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$ τοῦ χλγρ. β) $\frac{5}{8} \times \frac{9}{10} = \frac{9}{16}$ τοῦ χλγρ. *4.* $\frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{16}{25}$ τετρ. μέτρ. *5.* $\frac{3}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$ τῆς λίρας.

Σελ. 65. 3η ὁμάδα.— 1. Γιὰ νὰ πολλαπλασιάσωμε μεικτὸ ἐπὶ κλάσμα α) τρέπομε τὸν μεικτὸ σὲ κλάσμα καὶ τὸ πολλαπλασιάζομε ἐπὶ τὸ κλάσμα ἢ β) πολλαπλασιάζομε χωριστὰ τὸν ἀκέραιο τοῦ μεικτοῦ καὶ χωριστὰ τὸ κλάσμα του, ἐπὶ τὸ κλάσμα καὶ ἔπειτα προσθέτομε τὰ δύο γινόμενα. 4. Γιὰ νὰ πολλαπλασιάσωμε ἀριθμὸ ἐπὶ μεικτὸ 1) *τρέπομε τὸν μεικτὸ σὲ κλάσμα καὶ ἔπειτα πολλαπλασιάζομε* ἢ 2) *πολλαπλασιάζομε τὸν ἀριθμὸ χωριστὰ ἐπὶ τὸν ἀκέραιο τοῦ μεικτοῦ καὶ χωριστὰ ἐπὶ τὸ κλάσμα του καὶ ἔπειτα προσθέτομε τὰ δύο γινόμενα. 7. Γιὰ νὰ πολλαπλασιάσωμε μεικτὸ ἀριθμὸ ἐπὶ μεικτό, τρέπομε τοὺς μεικτοὺς σὲ κλάσματα καὶ ἔπειτα τὰ πολλαπλασιάζομε.*

7η ὁμάδα. Σελ. 72.— 5. Τὸ χαλὶ εἶχε ἐμβαδὸ $\frac{4}{5} \times \frac{9}{10}$ τετρ. μέτρα· (ἔτσι ἐστοίχησε $40000 \times \frac{4}{5} \times \frac{9}{10} = 800 \times 4 \times 9 = 28800$ δραχμές· *6.* α) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ κυβ. μ. β) $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$ κυβ. μέτ.

γ) $\frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{64}{125}$ κ. μ. *7.* α) $\frac{1}{10} \times 12 \times 6\frac{1}{2} = \frac{1}{10} \times 12 \times \frac{13}{2} = \frac{78}{10}$ κιλοβάττ. β) $\frac{78}{10} \times 30 = 234$ κλβ. *8.* α) $\frac{3}{8}$ β) $\frac{9}{4} \times \frac{6}{5} \times \frac{20}{9} = 6$ γ) $\frac{57}{8} \times \frac{13}{8} \times \frac{24}{7} = \frac{2223}{56} = 39\frac{39}{56}$. *9.* $\frac{5}{8} \times 7\frac{1}{2} \times 6 = \frac{225}{8} = 28\frac{1}{8}$ π. *10.* $3\frac{1}{4} \times 22\frac{1}{2} \times 10 = \frac{2925}{4} = 731\frac{1}{4}$ χλδ. *11.* $4\frac{1}{2} \times 52\frac{1}{2} \times 3 = \frac{2835}{4} = 708\frac{3}{4}$ λ. *12.* $\frac{1}{2} \times 52\frac{1}{2} \times 3 = 78\frac{3}{4}$ λ. *13.* α) $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$ κ. μ. β) $2\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{3} = \frac{7}{3} \times \frac{7}{3} \times \frac{7}{3} = \frac{343}{27} = 12\frac{19}{27}$ κ. μ. *14.* α) $\frac{5}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{105}{8}$ κ. μ. β) $\frac{4}{3} \times \frac{7}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{14}{5}$ κ. μ.

Διαίρεσις ἀριθμοῦ διὰ κλάσματος. Σελ. 74-75. Ἀσκήσεις. 1η ὁμάδα. *2.* 12000 δρχ. : $\frac{7}{8}$ (μερισμός). *3.* $48 : \frac{3}{4}$ (μέτρησις). ***2η ὁμάδα.*** Προβλήματα λυόμενα μὲ διαίρεσι μερισμοῦ. ***3η ὁμάδα.*** Προβλήματα λυόμενα μὲ διαίρεσι μετρήσεως.

Σελ. 77 - 80. Διάφορες ἀσκήσεις καὶ προβλήματα.— 14. 1) $84 : \frac{3}{4} = 112$ καὶ 2) $3\frac{3}{4} \times 112 = 339\frac{1}{2}$ χλδ. *15.* 1) $178\frac{3}{4} : 5\frac{1}{2} = 65$ χλμ. 2) $2000 \times 65 = 130000$ δρχ. *16.* 1) $60 : 7\frac{1}{2} = 8$ ὥρ. 2) $(60 \times 6) - 48\frac{1}{2} \times 7 = 360 - 339\frac{1}{2} = 20\frac{1}{2}$ χλδ. *17.* 1) ἐπὶ $\left(2\frac{1}{2} : \frac{3}{5}\right) = \frac{7}{2}$, 2) ἐπὶ $\left(\frac{11}{24} : \frac{7}{8}\right) = \frac{11}{21}$. *18.* Διὰ $\left(3\frac{1}{4} : 4\frac{7}{8}\right) = \frac{2}{3}$.

Σελ. 84 - 86. Προβλήματα. — 1. $\frac{1000}{4} \times 3$. *2.* $\frac{400}{5} \times 4$. *3.* $\frac{44}{8} \times 3$ *4.* $\frac{60}{12} \times 7$. *5.* $\frac{200}{5} \times 3$ καὶ $\frac{81}{9} \times 7$. *6.* $\frac{23}{4 \times 3} \times 2$ *7.* $\frac{50}{5} \times 8$ *8.* $\frac{51}{8 \times 3} \times 4$ *9.* $\frac{41}{41} \times 8$. *10.* Γιὰ 1 σεν. $10\frac{1}{2} : 3 = \frac{7}{2}$ π. καὶ γίνονται $24\frac{1}{2} : \frac{7}{2} = 7$ σεν. *11.* $16\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} = 13\frac{1}{5}$ ὥρ. *12.* $180 : \frac{3}{5} = 300$ ὀκ. *13.* $\left(18000 : \frac{3}{4}\right) \times 2\frac{3}{5} = 18000 \times \frac{4}{3} \times \frac{13}{5} = 62400$ δρχ. *14.* $8\frac{1}{2} \times 10\frac{3}{2} = 91\frac{3}{8}$ μίλλια *15.* $60\frac{3}{8} : 5\frac{1}{4} = 11\frac{1}{2}$ ὥρ. *16.* $75 : \frac{3}{8} = 200$ ὀκ. *17.* $1500 - \left(1500 \times \frac{2}{5} + 1500 \times \frac{1}{8}\right) = 1500 - 787\frac{1}{2} = 712\frac{1}{2}$ ὀκ. Ἢ ἐπειδὴ $\frac{2}{5} + \frac{1}{8} = \frac{21}{40}$, ἐπούλησε $1500 \times \frac{19}{40} = 712\frac{1}{2}$ ὀκ. *18.* $200000 \times \frac{3}{5} : 6 = 20000$

δρχ. *19.* $600 \times \frac{2}{5} : \frac{3}{4} = 320$ φιάλ. *20.* $1000000 \times \frac{3}{4} : 2 = 375000$ δραχμές. *21.* α) $40 \times \frac{5}{8} = 25$ ἑκ. β) 15 ἑκ. : 3 = 5 ἑκ. *22.* α) $60 \times \frac{1}{2} = 30$ ἑκατ. β) $60 \times \frac{1}{3} = 20$ ἑκ. γ) 60 — 50 = 10 ἑκ. *23.* 1η) $1200 \times \frac{3}{5} = 720$ ὀκάδες. 2η) $480 \times \frac{5}{8} = 300$ ὀκ. *24.* 1η ἀγορά. $2800 \times \left(480 \times \frac{5}{8}\right) = 2800 \times 300 =$ $= 840000$ δρχ. 2α ἀγορά. $3100 \times 180 = 558000$ δρχ. Τὸ ὅλον 1398000 δρχ. *25.* Ἀξ. σιταριοῦ $2700 \times \left(360 \times \frac{3}{5}\right) = 2700 \times 216 = 583200$ δρχ. Ἀξ 1 ὀκ. καλ. $2700 \times \frac{2}{3} = 1800$ δρχ. Ἀξ. ὅλου καλ. $1800 \times 144 = 259200$ δραχμές. Ὅλη ἀξ. 842400 δρχ.

Σελ. 89 - 91. Ἀσκήσεις (μὲ δεκαδικούς). *1η ὁμάδα.*— α) $\frac{3}{20} = 0{,}15 \cdot$ $\frac{3}{40} = 0{,}075 \cdot \frac{5}{8} = 0{,}625$ β) $\frac{3}{16} = 0{,}1875 \cdot \frac{11}{16} = 0{,}6875 \cdot \frac{37}{160} = 0{,}23125$ γ) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0{,}25 \cdot \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0{,}2 \cdot \frac{30}{48} = \frac{5}{8} = 0{,}625 \cdot \frac{9}{75} = \frac{3}{25} = 0{,}12 \cdot \frac{7}{28} =$ $= \frac{1}{4} = 0{,}25 \cdot \frac{7}{56} = \frac{1}{8} = 0{,}125.$

3. $\frac{2}{3} = 0{,}66..$ *4.* $\frac{5}{6} = 0{,}833..,$ $\frac{3}{11} = 0{,}27\,27..,$ $\frac{7}{11} = 0{,}6363...,$ $\frac{3}{22} = 0{,}13636..,$ $\frac{5}{18} = 0{,}277..,$ $\frac{13}{33} = 0{,}3939..$ *2α ὁμάδα. 1.*— α) $0{,}5 + 0{,}4$ β) $0{,}75 + 0{,}25$ *2.* α) $0{,}87 - 0{,}6$ β) $0{,}75 - 0{,}125$ *3.* α) $\frac{2}{3} + \frac{2}{10} = \frac{2}{3} + \frac{1}{5}$ β) $\frac{5}{6} + \frac{5}{100} = \frac{5}{6} + \frac{1}{20}$ δ) $\frac{1}{6} - \frac{4}{100} = \frac{1}{6} - \frac{1}{25}$ *3η ὁμάδα. 1.*— α) $0{,}4 \times \frac{3}{4} = 0{,}4 \times 0{,}75 = 0{,}3$ ἤ $0{,}4 \times \frac{3}{4} = \frac{0{,}4 \times 3}{4} = \frac{1{,}2}{4} = 0{,}3$

β) $\frac{3}{5} \times 1{,}25 = 0{,}6 \times 1{,}25 = 0{,}75$ ἤ $\frac{3}{5} \times 1{,}25 = \frac{3 \times 1{,}25}{5} = \frac{3{,}75}{5} = 0{,}75$

δ) $0{,}9 : \frac{3}{5} = 0{,}9 : 0{,}6 = 9 : 6 = 1{,}5$ ἤ $0{,}9 : \frac{3}{5} = 0{,}9 \times \frac{5}{3} = \frac{4{,}5}{3} = 1{,}5$

2. $37{,}5 \times 2{,}5 = 93{,}75$ *3.* $2{,}15 \times 5{,}2 = 11{,}18$ *4.* $7{,}5 : 0{,}75 — 100$ *5.* $19{,}2 : 3{,}2 = 6$ *6.* $16{,}4 : 0{,}4 = 41$ χλδ. *7.* $52{,}2 : 4{,}4.$

Σελ. 92 - 95. Διάφορα προβλήματα.— *1.* $\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$ *2.* $\frac{72-56}{72} = \frac{16}{72} =$ $= \frac{2}{9}$ *3.* $7\frac{25}{50}$, $7\frac{26}{50}$ *4.* $23\frac{4}{10} + 17\frac{5}{10} + 15\frac{7}{10}$ *5.* $100 - 25\frac{6}{8} -$ $- 32\frac{5}{8}$ *6.* α) ἀπὸ $14\frac{3}{10}$ ὀκ. β) ἀπὸ $\frac{71}{4} = 17\frac{3}{4}$ ὀκ. *7.* $2\frac{1}{2} + 5 =$ $= 7\frac{1}{2}$ ὀκ. *8.* α) $7 \times \frac{3}{4}$ ὀκ. β) $4000 \times 7 \times \frac{3}{4} = 21000$ δρ. *9.* α) $5\frac{3}{4} \times 30$ β) $5\frac{3}{4} \times 30 \times 4$ *10.* φύρα $= 1000 \times {}^{3}/_{40} = 75$ ὀκ. *11.* α) 0,1 β) 0,6 γ) ὑπ.= 1 — 0,7 = 0,3. *12.* 3, 18 καὶ 9 στρ. *13.* $\frac{1}{5}$ τοῦ κτ. = 15 : 3 = 5 στρ. α) 10 στρ. Ὅλο τὸ κτῆμα 25 στρ. *14.* Ἀξ. 1 πήχ. 210 000 : 5 $^1/_4$ = 40 000 δρ. Ἀξ. 8,5 πηχ.= 340 000 δρχ. *15.* Ὅλο τὸ λάδι = 15 × $^3/_4$ = 11 $^1/_4$ ὀκ. Ἀξ. 1 ὀκ. 135 000 : 11 $^1/_4$ = 12 000 δρχ. *16.* 7 $^{22}/_{44}$+ 8 $^{33}/_{44}$—9 $^{14}/_{44}$=6 $^{41}/_{44}$ στ. *17.* 160—49,75 — 87,5 = 160—137,25 =22,75 μ. *18.* α) 3 600 × $^2/_9$=800 ὀκ. γιὰ τὴν οἰκογ. β) (3 600 — 800) × $^1/_4$= 2 800 × $^1/_4$ = 700 ὀκ. γιὰ σπόρο γ) Ἐπούλησε 3 600 — 800 — 700 = 3 600 — 1500 = 2 100 ὀκ. Ἢ 2 800 — 700 = 2 100 ὀκ. *19.* Γιὰ 1 ὑπ. = 4,75 + 0,25 = 5 πῆχ. *20.* 20,5 × 49,5 = 1014,75 χλδρ. γιὰ 1 τόπι. *21.* α) Ἀλεῦρι 360 × 0,9 = 324 ὀκ. β) Ψωμὶ = 324+324×$^1/_4$= = 324+81=405 ὀκ. *22.* Ὁ 120 $^{10}/_{11}$· 5 = 24 $^2/_{11}$. *23.* Ὁ $^{13}/_{25}$: 1,6=$^{13}/_{25}$:$^{16}/_{10}$= = $^{13}/_{40}$. *24.* 10 × $^5/_4$ = 12 $^1/_2$. *25.* 30 : $^5/_4$ = 24. *26.* 15,2 × 12,5 = 190 τ. μ. *27.* 303,60 : 18,4 = 16,5 μ. *28.* α) ὄγκος = 0,5 × 0,5 × 1,6 = 0,400 = 0,4 κ. μ. β) Βάρος 0,4 × 2,65 = 1,060 τόν.= 1060 χιλιόγρ.

29. (1 σελ. 2 π.)×80 = σελ. 160 π.= 93 σ. 4 π.= 4 λ. 13 σ. 4 π. *30.* (20 στ. 12 ὀκ.) : 5=4 στ. 2 ὀκ. 160 δρμ. *31.* ***Γιὰ νὰ πολλαπλασιάσωμε συμμιγῆ ἐπὶ κλάσμα πολλαπλασιάζομε τὸν συμμιγῆ ἐπὶ τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος καὶ τὸ γινόμενο τὸ διαιροῦμε διὰ τοῦ παρονομαστοῦ του.*** Ἔτσι βρίσκομε α) (30 π. 6 ρ.) : 3=10 π. 2 ρ. β) (9 στ. 36 ὀκ.) : 4=2 στ. 20 ὀκ. γ) Ἐδῶ ***τρέπομε τὸν μεικτὸ σὲ κλάσμα καὶ ἔπειτα πολλαπλασιάζομε.*** Ἔτσι βρίσκομε (18 χλμ. 650 μ.) × $\frac{5}{2}$ =(90 χλμ. 3250 μ.) : 2=(93 χλμ. 250 μ.) : 2= 46 χλμ. 625 μ. δ) (4 χλγ. 250 γρμ.) × $\frac{6}{5}$ = (25 χλγ. 500 γρμ.) : 5=5 χλμ. 100 γρμ. *32.* ***Γιὰ νὰ διαιρέσωμε συμμιγῆ διὰ κλάσματος πολλαπλασιάζομε τὸν συμμιγῆ ἐπὶ τὸ κλάσμα ἀντεστραμμένο.*** Ἂν ὁ διαιρέτης εἶναι μεικτὸς τὸν τρέπομε σὲ κλάσμα καὶ ἔπειτα ἐφαρμόζομε τὸν παραπάνω κανόνα. Ἔτσι βρίσκομε α) (3 γ. 2π.) × 4 : 3= (12 γ. 8 π.) : 3 = 4 γ. 2 π. 8 ἴντσ. β) (8 ὀκ. 300 δρμ.)×3 : 2=(26 ὀκ. 100 δρμ.) : 2=13 ὀκ. 50 δρμ. γ) (9 λ. 15 σ.)× 4 : 5=39 λ. : 5=7 λ. 16 σ. δ) (1 τ. 400 χλγ. 200 γρ)×2 : 5= 560 χλγ. 80 γραμ. *33.* (4 λ.—3 λ. 10 σ. 6 π.)×17 = (9 σ. 6 π.)×17=161 σ. 6 π.=8 λ. 1 σ. 6 π. *34.* Ἐδῶ ἔχομε τὴ διαίρεση μετρήσεως (180 λίρ. 10 σελ.) : 2 λ. Θὰ τρέψωμε λοιπὸν διαιρετέο καὶ διαιρέτη σὲ ὁμοειδεῖς ἁπλοῦς ἀριθμοὺς καὶ ἔπειτα θὰ διαιρέσωμε· ἔτσι θὰ τοὺς τρέψωμε σὲ λίρες. Ἐπειδὴ δὲ 180 λίρ. 10 σελ.= 180 $\frac{1}{2}$ λίρ. ἔχομε τὴ διαίρεσι 180 $\frac{1}{2}$: 2=90 $\frac{1}{4}$. Ὥστε ἀγόρασε 90 $\frac{1}{4}$ γυάρδες.

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΣΤ΄ ΤΑΞΙ

Σελ. 99-100.— ***Ἀσκήσεις. 1η ὁμάδα.*** Ποσὰ ἀνάλογα. ***2η ὁμάδα.*** Ποσὰ ἀντίστροφα.

Ἁπλῆ μέθοδος τῶν τριῶν. Ἀσκήσεις. Σελ. 102. ***1η ὁμάδα.*** (Ποσὰ ἀνάλογα). *1.* χ=4 ὀκ.× $\frac{108}{36}$ =4 ὀκ.×3 = 12 ὀκ. *2.* χ=3 ὧρ.× $\frac{90}{135}$ = = $\frac{270}{135}$ =2 ὧρ. *3.* 192 ὀκ.× $\frac{15}{4}$ = 720 ὀκ. *4.* 135.000 δρχ.× $\frac{5}{3}$ = 225000 δραχ. *5.* 450000 δρχ. *6.* 48 ὀκ. *7.* 47,25 πήχ. *8.* 14 λίρ.× $\frac{27}{3,5}$ =108 λίρ.

9. $140000 \times \frac{0,75}{2} = 52500$ δρχ. *10.* Ἐπειδὴ $\frac{1}{4}$ τοῦ χιλιογρ. $= 1000 \times \frac{1}{4} =$ 250 γραμ. βρίσκομε 2500 δρχ. $\times \frac{250}{20} = 31250$ δρχ. *11.* Ἐπειδὴ 1 π. 5 ρ.= 13 ρ. καὶ 3 π.=24 ρ. βρίσκομε 96000 δρχ.×13 : 24=52000 δρχ. *12.* Ἐπειδὴ 1 ὀκ. 300 δρμ.=700 δρμ. βρίσκομε 27500×700 : 250=77000 δρχ.

Σελ. 103. 2η ὁμάδα. (Ποσὰ ἀντίστροφα). *1.* $\chi = 16$ ἡμ. $\times \frac{6}{8}$ ἤτοι 16 ἡμ.×6 : 8=12 ἡμ. *2.* χ=3 ὥρ.×40 : 30=4 ὥρ. *3.* 30 ὀκ. *4.* 6 πῆχ. *5.* Ἐπειδὴ 1 π.=8 ρ. καὶ 1 π. 2 ρ.=10 ρ. βρίσκομε 5×8 : 10=4 π. *6.* 64×0,1 : 0,08= =6,4 : 0,08=640 : 8=80 σαν. *7.* 6,5×16 : 13=8 ὥρ. *8.* 20×12 : 16=15 ἡμ.

Σελὶς 104. Προβλήματα ποσοστῶν. Σ' αὐτὰ τὰ ποσὰ ποὺ δίνονται εἶναι ἀνάλογα.

Σελὶς 105. Προβλήματα. 1η ὁμάδα. 2. Ἔκπτωσις 16 × 165250 : 100 = = 26440 δραχ. καὶ εἴσπραξις (100 — 16) × 165250 : 100 = 84 × 165250 : 100 = = 138810 δρχ. (ἢ 165250 — 26440 = 138810 δρχ.). Ἐδῶ ἠμποροῦμε νὰ ποῦμε ὅτι ἡ ἔκπτωσις εἶναι τὰ $\frac{16}{100} = 0,16$ τῆς ἀξίας καὶ ἡ εἴσπραξις εἶναι τὰ $\frac{84}{100} = 0,84$ τῆς ἀξίας. Ὥστε, ἔκπτωσις = 0,16 × 165250=26440 καὶ εἴσπραξις 0,84 × 165250 = 138810 δρχ. Ἄλλως τε $\frac{16 \times 165250}{100} = \frac{16}{100} \times 165250 =$ $= 0,16 \times 165250$. *3.* Β = 75 × 104 : 100 = 0,75 × 104 = 78 ὀκ. καὶ Λ = 25 × 104 : 100 = 0,25 × 104 = 26 ὀκ. *4.* Χ = 60 × 75 : 100 = 0,60 × 75 = 45 ὀκ. καὶ Κ = 0,40 × 75 = 30 ὀκ. *5.* 6,5 × 3000 : 100 = 195 ὀκ. *6.* Ἐνοίκιο ἑνὸς χρόνου 250000 × 12 = 3000000 δρχ. Μεσιτεία τοῖς % = 2 + 2 = 4. Ὥστε ἐπῆρε μεσιτεία 4 × 3000000 : 100 = 120000 δρχ. *7.* (30 × 3000000 : 100) + + (25 × 300000 : 100) = 90000 + 75000 = 165000 δρχ. *8.* Τὴ δεύτερη χρονιὰ τὸ 1ο χωράφι στὶς 100 ὀκ. ἔδωκε 100 + 12 = 112 ὀκ. καὶ τὸ 2ο χωράφι στὶς 100 ὀκ. ἔδωκε 100 — 8 = 92 ὀκ. Ὥστε τὴ δεύτερη χρονιὰ ἀπὸ τὰ δύο χωράφια ἐπῆρε $112 \times \frac{1700}{100} + 92 \times \frac{1600}{100} = 1904 + 1472 = 3376$ ὀκάδες. *9.* 2,5 × 40000000 : 1000 = 100000 δρχ. *10.* Θὰ κτισθῇ σὲ 60 × 600 : 100 = = 360 τ.τ.π. Ἡ αὐλὴ καὶ οἱ διάδρομοι θὰ πιάσουν 15 × 600 : 100 = 90 τ.τ.π. Θὰ μείνουν γιὰ κῆπο (100 — 60 — 15) × 600 : 100 = 25 × 600 : 100 = 150 τ.τ.π. ἢ 600 — 360 — 90 = 600 — 450 = 150 τ.τ.π.

Σελ. 106. 2η ὁμάδα. *2.* $100 \times \frac{276000}{100-8} = 100 \times \frac{276000}{92} = 100 \times 3000$ = 300000 δρχ. *3.* Γιὰ 1000 δρχ. ἐπλήρωσε 5. Γιὰ πόσες δρχ. ἐπλήρωσε 144000 δρχ. Ἔτσι βρίσκομε 1000×144000 : 5=28880000 δρχ. *4.* 100×1350000 : : 45 = 3000000 δρχ. *5.* 100 × 105000 : 3,5 = 3000000 δρχ. *6.* Μεσιτεία καὶ ἀμοιβὴ $2 + \frac{1}{2} = 2,5$ %. Ὥστε τὸ οἰκόπεδο ἀγοράσθηκε μὲ 100 × × 250000 : 2,5 = 10000000 δρχ.

Σελ. 107. 3η ὁμάδα. *2.* Ὁλικὴ ἔκπ. 320000 — 288000 = 32000 δραχ. Ἔκπ. τοῖς % = 32000 × 100 : 320000 = 10. *3.* 4000 × 100 : 500000 = 8 %. *4.* 135000 × 100 : 675000 = 20 %. *5.* 85 × 100 : 340 = 25 %. *6.* 8400 × 100 : : 28000 = 3 %. *7.* 10 %, 65 %, 25 %.

Σελ. 108. 4η ὁμάδα. 1. $225 \times 1200 : 100 = 2700$. *2.* $92{,}5 \times 374 : 100 = 345{,}95$ ὀκ. *5.* Μεῖγμα $24 + 16 = 40$ ὀκ. $B = 24 \times 100 : 40 = 60\ ^0/_0$. $\Lambda = 16 \times 100 : 40\ ^0/_0$. *7.* Ἂν ἄξιζε 100 δρχ. θὰ εἰσέπραττε 122,5 δρχ. Ὥστε τώρα ποὺ εἰσέπραξε 367500 δρχ. τὸ ὕφασμα ἀξίζει $100 \times 367500 : 122{,}5 = 300000$ δρχ. *8.* Ἀξία $100 \times 800000 : 40 = 2000000$ δρχ. Ὑπόλοιπα 1200000 δραχ. Κάθε μία δόσις 400000 δρχ.

Σελ. 108. Σύνθετη μέθοδος τῶν τριῶν. Προβλήματα (σελ. 111-112). *1.* Ἡ ἀμοιβὴ εἶναι ἀνάλογη πρὸς τὸν ἀριθμὸ τῶν ἐργατῶν καὶ τῶν ἡμερῶν. Ὥστε $\chi = 600000$ δρχ.$\times \frac{12}{5} \times \frac{4}{6} = 960000$ δρχ. *2.* Οἱ ἡμέρες ἐργασίας εἶναι ποσὸ ἀντίστροφο πρὸς τὸν ἀριθμὸ τῶν ἐργατῶν καὶ ἀνάλογο πρὸς τὰ στρέμματα. Ὥστε $\chi = 12$ ἡμ.$\times \frac{6}{8} \times \frac{16}{12} = 12$ ἡμ. *3.* Ἡ ἀμοιβὴ εἶναι ἀνάλογη πρὸς τὰ δύο ἄλλα διδόμενα ποσά. Ὥστε $\chi = 72000$ δρχ.$\times \frac{9}{5} \times \frac{8}{6} = 172800$ δρχ. *4.* 200 ζ. κάλ. $\times \frac{3}{2} \times \frac{6}{5} = 360$ ζ. κάλ. *5.* 3 ὥρ.$\times \frac{12}{4} \times \frac{64}{48} = 12$ ὥρ. *6.* Τὸ ζητούμενο μῆκος εἶναι ἀνάλογο πρὸς τὸ βάρος (τὰ χιλιόγραμμα) καὶ ἀντίστροφο πρὸς τὸ πλάτος. Ὥστε $\chi = 400$ μ.$\times \frac{250}{100} \times \frac{1{,}2}{1} = 1200$ μ. *7.* 20 φορ. $\times \frac{120}{60} \times \frac{10}{8} = 50$ φορ. *8.* 7 ἐρ.$\times \frac{5}{11} \times \frac{49{,}5}{17{,}5} = 9$ ἐρ. *9.* 1400 μ. $\times \frac{12}{5} \times \frac{8}{7} \times \frac{9}{6} = 5760$ μ. *10.* 18 ἡμ.$\times \frac{50}{48} \times \frac{200}{100} \times \frac{4}{3} = 50$ ἡμ.

Σελ. 112. Προβλήματα ἁπλοῦ τόκου.—Τὰ τέσσερα εἴδη προβλημάτων τοῦ ἁπλοῦ τόκου, ὅταν ὁ χρόνος δίνεται σὲ ἔτη, τὰ λύνομε μὲ τὸν ἑξῆς κανόνα: ***Γιὰ νὰ βροῦμε τὸν τόκο πολλαπλασιάζομε τὰ τρία δεδομένα*** (ἤτοι τὸ ἐπιτόκιο, τὸ κεφάλαιο καὶ τὸ χρόνο) ***καὶ τὸ γινόμενο τὸ διαιροῦμε δι' 100· γιὰ νὰ βροῦμε δὲ ἕνα ἀπὸ τὰ ἄλλα ποσὰ πολλαπλασιάζομε τὸν τόκο ἐπὶ 100 καὶ τὸ γινόμενο τὸ διαιροῦμε μὲ τὸ γινόμενο τῶν δύο ἄλλων δοθέντων ποσῶν.*** Ἔτσι εἶναι: τόκος $= \frac{E.K.X.}{100}$, Κεφάλαιο $= \frac{T.100}{X.\ E.}$, Χρόνος $= \frac{T.100}{K.\ E.}$, Ἐπιτόκιο $= \frac{T.\ 100}{K.\ X.}$.

Ἂν ὁ χρόνος δίνεται σὲ μῆνες τὸ 100 γίνεται 1200, ἂν δὲ δίνεται σὲ ἡμέρες τὸ 100 γίνεται 36000.

Σελὶς 114. Προβλήματα. 1. Διαιροῦμε πρῶτα διὰ τοῦ 100 καὶ τὸ πηλίκο τὸ πολλαπλασιάζομε ἐπὶ τὸ ἐπιτόκιο. Ἔτσι βρίσκομε α) $500 \times 4 = 2000$ δρχ. β) $200 \times 3 = 600$ δρχ. γ) $600 \times 5 = 3000$ δρχ. δ) $1 \times 5 = 5$ λίρ. ε) $4 \times 2 = 8$ δολ. *2.* Κ' ἐδῶ διαιρῶντας πρῶτα διὰ τοῦ 100 βρίσκομε α) $3500 \times 4 \times 2 = 28000$ δρχ. β) $4200 \times 5 \times 4 = 84000$ δρχ. γ) $8000 \times 4{,}5 \times 3 = 108000$ δρχ. δ) $6000 \times 6{,}5 \times 5 = 195000$ δρχ. *3.* α) $3000000 \times 6 \times 1 : 1200 = 15000$ δρχ. β) $450000 \times 9 \times 3 : 1200 = 10125$ δρχ. γ) $175500 \times 7 \times 16 : 1200 = 16380$ δρχ. δ) $1800 \times 4{,}5 \times 15 : 1200 = 94{,}5$ δολ. *4.* α) $630000 \times 9 \times 40 : 36000 = 6300$ δρχ. β) $380000 \times 5 \times 54 : 36000 = 2850$ δρχ. γ) $1640 \times 4{,}5 \times 100 : 36000 = 20{,}5$ λίρ. δ) $225000 \times 6 \times 400 : 36000 = 15000$ δρχ. *5.* $(600000 \times 10 \times 8 + 1200000 \times 8 \times 6) : 1200 = 70000$ δρχ. *6.* $T = 640000 \times 4{,}5 \times 5 : 1200 = 12000$ δρχ.

8. α) $200000 \times 40 : 4000 = 2000$ δρχ. β) $630000 \times 25 : 4500 = 3500$ δρχ. γ) $267000 \times 99 : (36000 : 4) = 267000 \times 99 : 9000 = 2937$ δρχ. δ) $72000 \times 45 : (36000 : 5) = 72000 \times 45 : 7200 = 450$ δρχ.

Σελ. 116. Προβλήματα. ***1.*** α) $37200 \times 100 : 4 \times 1 = 930000$ δραχμ. β) 150000 δρχ. γ) 40000 δρχ. ***2.*** α) $18000 \times 1200 : 9 \times 1 = 240000$ δραχμ. β) 852000 δρχ. γ) 2400000 δρχ. ***3.*** $40000 \times 36000 : 8 \times 100 = 1800000$ δραχ. β) 1040000 δρχ. γ) 1280000 δρχ. ***4.*** $\chi = 1$ ἔτ. $\kappa = 206500$ δρχ. ***5.*** $\chi = 7$ μῆνες $\kappa = 1560000$ δρχ. ***8.*** $\chi = 202$ ἡμ. $\kappa = 181000$ δολ. ***7.*** α) 111600000 δρχ. β) 151200000 δρχ. ***6.*** 2ο κεφ.$= 500000$ δρχ. Τ. 1ου κεφ. ἐπὶ 2 ἔτ.$= 200000$ δρχ. Ἐπρόσθεσε 300000 δρχ.

Σελ. 118. Προβλήματα. ***1.*** α) $60000 \times 100 : 200000 \times 5 = 6$ ἔτη, β) 4 ἔτη, γ) 9 ἔτη. ***2.*** α) $2100 \times 1200 : 70000 \times 4 = 9$ μῆν. β) 7 μ. ***3.*** α) $20000 \times 36000 : 9 \times 1000000 = 80$ ἡμ. β) 24 ἡμ. ***4.*** $40000 \times 1200 : 300000 \times 8 = 20$ μῆν. ***5.*** $30000 \times 1200 : 500000 \times 9 = 8$ μῆν.

Σελ. 120. Προβλήματα. ***1.*** α) $72000 \times 100 : 900000 \times 2 = 4\,\%$, β) $25000 \times 1200 : 1000000 \times 5 = 6\,\%$, γ) $15000 \times 36000 : 3600000 \times 40 = 3{,}75\,\%$, δ) $36 \times 1200 : 2700 \times 4 = 4\,\%$. ***2.*** $7{,}5\,\%$. ***3.*** $\chi = 160$ ἡμ. $E = 9\,\%$. ***4.*** Μὲ $4\,\%$. ***5.*** Εἴσπραξις ἀπὸ τὸ τυρὶ 308000 δρχ. $E = 8\,\%$.

Σελ. 120. Διάφορα προβλήματα.—1. Τόκος σὲ 1 ἔτος $= 800000$ δρχ. ***2.*** Εἴσπραξις $4000 \times 1540 = 6160000$ δρχ. Ἐτήσιος τόκος $= 616000$ δρχ. ***3.*** Εἴσπρ. $2500 \times 6000 = 15000000$ δρχ. Τόκος τῶν 7500000 δρχ. ἐπὶ 18 μ.$= 900000$ δρχ. ***4.*** 45000000 δρχ. ***5.*** Τ. 1ου κεφ. 27000 δρχ. Ἐδάνεισε 324000 δρχ. ***6.*** Εἰσόδημα ἀπὸ τὸ δάνειο $180000 \times {}^2/_3 = 120000$ δρχ. Πρέπει νὰ δανείσῃ 16000000 δρχ. ***7.*** $T = 200000$ δρχ. Χρόνος $= 200000 \times 100 : 200000 \times 4 = 100 : 4 = 25$ ἔτη. ***8.*** Ὁποιοδήποτε κεφάλαιο καὶ ἂν πάρωμε θὰ βροῦμε τὸ ἴδιο ἐξαγόμενο. Ἂν λοιπὸν πάρωμε κεφάλαιο 50 δρχ. τοῦτο πρέπει νὰ δώσῃ τόκο 50 δρχ. Ἔτσι βρίσκομε χρόνος $= 50 \times 100 : 50 \times 8 = 100 : 8 = 12{,}5$ ἔτη. ***9.*** Τ. 1ου δανείου $= 27000$ δρχ. Χρόνος 8ου δανείου $27000 \times 1200 : 648000 \times 10 = 5$ μῆν. ***10.*** Εἴσπραξις 960000 δρχ. Χρ. 1 ἔτ. 3 μ. 8 ἡμ. ***11.*** Εἴσπραξις 840000 δρχ. Ἐπιτ. $7{,}5\,\%$. ***12.*** Εἴσπρ. 990000 δρχ. $T = 46200$ δρ. $E = 8\,\%$. ***13.*** $T = 60000$ δρχ. Προμήθ. $1440000 \times 1{,}5 : 100 = 216000$ δρχ.

Σελ. 124. Προβλήματα ὑφαιρέσεως.— 1. Ὑφ.$= 270\,000 \times 3 \times 9 : 1200 = 6\,075$ δρχ. Π. Α $= 270\,000 - 6\,075 = 263\,925$ δρ. ***2.*** $\times = 6$ μῆν. Ὑφ. $= 820\,000 \times 6 \times 8 : 1200 = 32\,800$ δρ. Π. Α. $= 787\,200$ δρ. ***3.*** Ὑφ.$= 630\,000 \times 170 \times 7{,}5 : 36\,000 = 22\,312{,}50$ δρ. Π. Α. $= 607\,687{,}50$ δρ. ***4.*** Ο. Α. (τύπος κεφαλαίου) $= 32\,400 \times 1200 : 10 \times 3 = 1\,296\,000$ δρχ. ***5.*** Χρ. $= 2$ μ. 20 ἡμ.$= 80$ ἡμ. Ο. Α. $= 45\,450 \times 36\,000 : 80 \times 9 = 2\,272\,500$ δρ. Π. Α.$= 2\,227\,050$ δρ. ***6.*** $E = 114\,000 \times 1200 : 720\,000 \times 4 = 4{,}75\,\%$ ***7.*** $E = 48\,000 \times 36\,000 : 540\,000 \times 100 = 32\,\%$. ***8.*** Χρ. $= 3$ μ. 15 ἡμ.$= 105$ ἡμ. Ἡ Π. Α. νὰ διορθωθῇ εἰς 1 381 000 δρχ. Ὥστε Ὑφ. $= 49\,000$ δρχ. $E = 49\,000 \times 36\,000 : 1\,400\,000 \times 105 = 12\,\%$. ***9.*** $\times = 2\,300 \times 1200 : 138\,000 \times 5 = 4$ μῆν. ***10.*** $\times = 113{,}95 \times 36\,000 : 1\,720 \times 9 = 265$ ἡμ. ***11.*** Ὑφ.$= 240\,800$ δρχ. $\times = 301$ ἡμ.

Σελ. 126. Προβλήματα (ἐπὶ χρεωγράφων). ***1.*** Θὰ γράφη τόκο $= 10\,000 \times 5 \times 6 : 1200 = 250$ δρ. ***2.*** $(1000 \times 1000) \times 6{,}5 \times 1 : 100 = 65\,000$ δρχ. ***3.*** Τόκος μιᾶς ὁμολογίας εἰς 1 ἔτος $= 10\,000 \times 6 \times 1 : 100 = 600$ δρχ. Ἀλλ' ὁ τόκος οὗτος εἰσπράττεται ἐπὶ κεφαλαίου 8 000 δρχ. Ὥστε E =

$= 600 \times 100 : 8000 \times 1 = 7{,}5\,\%$. *4.* $125\,000\,000 : 25\,000 = 5\,000$ δρχ. *5.* $2275 \times 50 = 113\,750$ δρχ. *6.* Μέρισμα κατὰ μετοχὴ $= 210\,000 \times 5 \times 1 : 100 = 10\,500$ δρχ. Ἀγόρασε $2\,100\,000 : 10500$ δρχ. ἀγόρασε $= 200$ μετοχές. *7.* Τόκος 1 ὁμολ. εἰς 6 μῆνες $= 10\,000 \times 4{,}5 \times 6 : 1200 = 225$ δρχ. Ἔχει $67\,500 : 225 = 300$ ὁμολ. *8.* Τόκος $= 800\,000 \times 4 \times 16 : 1200 = 48\,000$ δρχ. Τόκος + Κεφ. $= 848\,000$ δρχ. Ἀγόρασε $848\,000 : 10\,000 = 84$ ὁμολ. καὶ τοῦ ἐπερίσεψαν 8000 δρχ. *9.* Μέρισμα κατὰ μετοχὴ $= 10\,000 \times 6 \times 1 : 100 = 600$ δρχ. Εἰσέπραξε $600 \times 84 = 50\,400$ δρχ. *10.* Μεσιτικὰ $= 16\,000 \times 1{,}5 : 100 = 240$ δρχ. Ἡ 1 ὁμολ. ἐστοίχισε 16240 δρχ. $E = 812 \times 100 : 16\,240 \times 1 = 5\,\%$.

Σελ. 128. Ἀσκήσεις (ἐπὶ τοῦ λόγου δύο ἀριθμῶν). *1.* α) $80 : 6 = 5$ β) $27 : 3 = 9$ γ) $5 : 25 = 5/25 = 1/5$ δ) $4 : 9 = 4/9$ ε) $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{4}{2} = 2$ στ) $\frac{1}{9} : \frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ζ) $4 : 5 = 4/5$ η) $5 : 4 = 5/4$. Οἱ λόγοι $4/5$ καὶ $5/4$ εἶναι ἀριθμοὶ ἀντίστροφοι.

2. α) 36 π. : 4 π $= 9$ β) 30 μ : 120 μ. $= 30/120 = 1/4$ 8) 5 λ. : 9 λ. $= 5/9$ δ) 1 στ. : 11 ὀκ. $= 44$ ὀκ. : 11 ὀκ. $= 4$ ε) 1 μ. : 20 ἑκ. $= 100$ ἑκ. : 20 ἑκ. $= 5$ στ) 5 ἑκ. : 4 παλ. $= 5$ ἑκ. : 40 ἑκ. $= 5/40 = 1/8$.

3. 12 μ. : 18 μ. $= 12/18 = 2/3$. *4.* 1 π. : (1 π. 2 ρ.) $= 8$ ρ. : 10 ρ. $= 8/10 = 4/5$. *5.* 8 000 δρχ. 16 δρχ. $= 500$. Ὥστε ὁ τιμάριθμος τοῦ ριζιοῦ εἶναι 500. Ἔτσι ἂν ὁ τιμάριθμος ἑνὸς ἄλλου εἴδους εἶναι π. χ. 350 αὐτὸ σημαίνει ὅτι ἡ σημερινὴ τιμὴ τοῦ εἴδους αὐτοῦ εἶναι 350 φορὲς μεγαλύτερη ἀπὸ τὴν προπολεμική του τιμή.

6. α) 4,5 μ. : 1,5 μ. $= \frac{4{,}5}{1{,}5} = \frac{45}{15} = 3$, β) 1,5 μ. : 4,5 μ. $= \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$. Οἱ δύο αὐτοὶ λόγοι εἶναι ἀριθμοὶ ἀντίστροφοι. *7.* Ὁ δεύτερος λόγος εἶναι ἀντίστροφος τοῦ πρώτου, ἤτοι ὁ λόγος τοῦ β πρὸς τὸ α εἶναι $\frac{3}{2}$. *8.* Δίνεται ὅτι ὁ μισθὸς τοῦ ὑπαλλήλου εἶναι 6πλάσιος τοῦ ἐνοικίου. Ὥστε τὸ ἐνοίκιο εἶναι τὸ $1/6$ τοῦ μισθοῦ, δηλ. $1200000 : 6 = 200000$ δρχ. *9.* Ὁ καρπὸς εἶναι 12πλάσιος τοῦ σπόρου ἤτοι 72 ὀκ. $\times 12 = 864$ ὀκ. *10.* Ἡ περιουσία τοῦ 1ου εἶναι 3πλασία τῆς τοῦ 2ου ἤτοι $24 \times 3 = 72$ ἑκατομ. *11.* Τὸ ἄλλο ὕφασμα ἔχει πλάτος (1 π. 6 ρ) : $2 = 7$ ρ. *12.* Τὸ κυπαρίσσι ἔχει ὕψος 5,2 μ. $\times 2 = 10{,}4$ μ.

Σελ. 132. Προβλήματα (μερισμοῦ) *1.* α) Ἐπειδὴ $4 + 5 = 9$ καὶ $108 : 9 = 12$, τὰ ζητούμενα μέρη εἶναι $12 \times 4 = 48 \left(= \frac{108 \times 4}{9}\right)$ καὶ $12 \times 5 = 60 \left(= \frac{108 \times 5}{9}\right)$. β) $3 + 4 = 7$ καὶ $210 : 7 = 30$ Ὥστε τὸ ζ. μέρη εἶναι $30 \times 3 = 90$ καὶ $30 \times 4 = 120$, γ) $5 + 6 + 7 = 18$ καὶ $180 : 18 = 10$. Ὥστε τὰ ζ. μέρη εἶναι $10 \times 5 = 50$, $10 \times 6 = 60$ καὶ $10 \times 7 = 70$, δ) $\frac{10 \times 5}{5 \times 6 \times 9} = \frac{10 \times 5}{20} = \frac{5}{2}$, $\frac{10 \times 6}{2} = 3$, $\frac{10 \times 9}{20} = \frac{9}{2}$. *2.* Ὁ πρῶτος 480000 δρχ. $\times 7 : 12 = 280000$ δρχ. καὶ ὁ ἄλλος $480000 \times 5 : 12 = 200000$ δραχ. *3.* Θὰ μοιρασθοῦν αἱ 90000 δραχ. σὲ μέρη ἀνάλογα τῶν 20000 δρχ. καὶ 25000 δρχ. Ἔτσι ὁ 1ος θὰ πάρῃ $\frac{90000 \times 20000}{45000} = 2 \times 20000 =$

$\times$ 40000 δρχ. καὶ ὁ 2ος θὰ πάρη $\frac{90000 \times 25000}{45000} = 2 \times 25000 = 50000$ δρχ.

Παρατήρησις. Ἂν τοὺς ἀριθμοὺς 20000 καὶ 25000 τοὺς διαιρέσωμε διὰ τοῦ μ.κ.δ. αὐτῶν 5000, θὰ βροῦμε πηλίκα 4 καὶ 5. Ἂν δὲ τὶς 90000 δρχ. τὶς μοιράσωμε σὲ μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 4 καὶ 5, θὰ βροῦμε τὰ ἴδια μέρη 40000 δρχ. 50000 δρχ. Καὶ πραγματικὰ θὰ βροῦμε $\frac{90000 \times 4}{9} = 10000 \times 4 = 40000$ δρχ. καὶ $\frac{90000 \times 5}{9} = 10000 \times 5 = 50000$ δρχ. Οἱ ἀριθμοὶ λοιπὸν ἀναλόγως τῶν ὁποίων μοιράζομε δύνανται νὰ διαιρεθοῦν ὅλοι μὲ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν (ὅταν διαιροῦνται) χωρὶς τὰ μέρη νὰ πάθουν τίποτε. Τοῦτο δὲ τὸ ἐφαρμόζομε, γιὰ νὰ ἁπλουστεύσωμε τὶς πράξεις (βλέπε καὶ σημείωσι Ἀριθμητικῆς σελ. 137).

4. Β $= 40 \times 3 : 5 = 24$ ὀκ. καὶ Λ. $= 40 \times 2 : 5 = 16$ ὀκ. *5.* Χρυσὸς $= 7 \times 9 : 10 = 6{,}3$ δρμ. καὶ χαλκὸς $= 7 \times 1 : 10 = 0{,}7$ δρμ. *6.* Ὅταν ὁ ἄλλος παίρνει 1 μερίδιο, ὁ πρῶτος παίρνει 2. Ἔτσι ὁ 1ος ἐπῆρε $1200000 \times 2 : 3 = 800000$ δρχ. καὶ ὁ 2ος ἐπῆρε $1200000 \times 1 : 3 = 400000$ δρχ. *7.* Ὁ 1ος $360000 \times 4 : 18 = 80000$ δραχ., ὁ 2ος $= 100000$ δραχ. καὶ ὁ 3ος $= 180000$ δρχ. *8.* Τὰ 18 ἡμερομίσθια θὰ μοιρασθοῦν σὲ μέρη ἀνάλογα τῶν 125000, 150000 καὶ 175000 ἢ τῶν 125, 150, 175 ἢ τέλος τῶν 5, 6, 7. Ἔτσι βρίσκομε 5 ἡμ. τοῦ α, 6 ἡμ. τοῦ β καὶ 7 ἡμ. τοῦ γ. *9.* α) $3 \times 2 : 9 = {}^2/_3$ στρ., β) $3 \times 3 : 9 = 1$ στρ., γ) $3 \times 4 : 9 = 1\,{}^1/_3$ στρ. *10.* α) $338000 \times 2 : 13 = 26000 \times 2 = 52000$ δρχ., β) 104000 δρχ., γ) 182000 δρχ. *11.* α) 2 μερ., β) 5 μερ., γ) 6 μ. Ὥστε ἐπῆραν ὁ α) $221000 \times 2 : 13 = 17000 \times 2 = 34000$ δρχ., ὁ β) 85000 δρχ. καὶ ὁ γ) 102000 δρχ. *12.* Ἂν ὁ Α ἔδινε 1 δρχ., ὁ Β ἔδινε 2 δρχ. καὶ ὁ Γ 3 δρχ. Ὥστε ἀγόρασαν ὁ Α $= 48 \times 1 : 6 = 8$ στρ., ὁ Β $= 16$ στρ. καὶ ὁ Γ $= 24$ στρ.

Σελ. 133. 2η ὁμάδα. 1. Γιὰ νὰ μερίσωμε ἀριθμὸ σὲ μέρη ἀνάλογα κλασμάτων, τρέπομε τὰ κλάσματα σὲ ὁμώνυμα καὶ ἔπειτα μερίζομε τὸν ἀριθμὸ σὲ μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμητῶν τους. *2.* $21 \times 4 : 7 = 12$ καὶ $21 \times 3 : 7 = 9$. *3.* Τὰ ὁμώνυμα κλάσματα εἶναι $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$. Ὥστε βρίσκομε $210 \times 3 : 7 = 90$ καὶ $210 \times 4 : 7 = 100$. *4.* Τὰ ὁμώνυμα κλάσματα εἶνα $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$. Ὥστε βρίσκομε $300 \times 3 : 12 = 25 \times 3 = 75$, $25 \times 4 = 100$, $25 \times 5 = 125$. *5.* Ἔχομε $2\frac{1}{2}$ ὀκ. $= \frac{5}{2}$ ὀκ. $= \frac{10}{4}$ ὀκ. καὶ $\frac{3}{4}$ ὀκ. Ὥστε βρίσκομε $26 \times 10 : 13 = 2 \times 10 = 20$ ὀκ. β. καὶ $2 \times 3 = 6$ ὀκ. λ. *6.* Ἐπειδὴ 1 ὀκ. $= \frac{4}{4}$ ὀκ. βρίσκομε $60 = 4 : 5 = 12 \times 4 = 48$ ὀκ. καφὲ καὶ $12 \times 1 = 12$ ὀκ. κριθ. *7.* Ἐπειδὴ $2\frac{1}{2}$ ὀκ. $= 1000$ δράμια, ἔβαλε $240 \times 1000 : 1200 = 200$ ὀκ. ἀλ. σιταριοῦ καὶ $240 \times 200 : 1200 = 40$ ὀκ. ἄλ. καλ. *8.* Ἐπειδὴ $1 = \frac{2}{2}$, $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ καὶ $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ βρίσκομε ὅτι θὰ πάρουν: 1) ὁ ἀθλ. σύλ. $7500000 \times 2 : 10 = 750000 \times 2 = 1500000$ δρχ. 2) τὸ δημ. σχ. $75000 \times 3 = 2250000$ δρχ. καὶ 3) γιὰ τοὺς ἀπόρους θὰ μείνουν $750000 \times 5 = 3750000$

δρχ. *9.* χαλ. $= \frac{24{,}65 \times 8}{8+3{,}5+3} = \frac{24{,}65 \times 8}{14{,}5} = 1{,}7 \times 8 = 13{,}6$ χλγρ. Τσ. $=$ $= 1{,}7 \times 3{,}5 = 5{,}95$ χλγρ. καὶ νίκελ $= 1{,}7 \times 3 = 5{,}1$ χλγ.

Σελ. 135. 3η ὁμάδα. Ἔχομε 6×5=30 ὥρ., 7×4=28 ὥρ. καὶ 8×6= =48 ὥρ. Ὥστε ὕφαιναν ἡ α) 50×30 : (30+28+48)=53×30 : 160=15 π., ἡ β) 53×28 : 106=14 π., καὶ ἡ γ) 53×48 : 106=24 π. *3.* Ἔχομε 45×4=180 ὀκ., 53×2=106 ὀκ., 38×3=114 ὀκ. Ὥστε ἐπῆραν ὁ α) 20000000 × 180 : : 400=500001×80=9000000 δρχ. ὁ β) 50000×106=5300000 δρχ. καὶ ὁ γ) 50000×114=5700000 δρχ. *4.* Οἱ ὑπόλοιπες οἰκογένειες εἶναι 5. Ὥστε θὰ μοιράσωμε πρῶτα τὰ 470 στρ. σὲ μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 6×2=12, 5×3=15 καὶ 4×5=20. Ὥστε οἱ δύο πρῶτες οἰκογένειες ἐπῆραν 470×12 : : 47=10×12=120 στρ., οἱ 3 δεύτερες ἐπῆραν 10×15=150 στρ. καὶ οἱ ὑπόλοιπες 5 οἰκογένειες ἐπῆραν 10×20=200 στρ. Σὲ κάθε δὲ μέλος ἀναλογοῦν ἀπὸ 10 στρ. γιατὶ 120 : 12=10, 150 : 15=10 καὶ 200 : 20=10.

Σελ. 136. Προβλήματα ἑταιρείας.— 3. Σὲ ζημία 1 δραχ. τοῦ ἑνός, ἡ ζημία τοῦ ἄλλου εἶναι 2 δρχ. Ὥστε ἡ ὅλη ζημία θὰ μοιρασθῇ σὲ μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 1 καὶ 2. Ὥστε ζ. 1ου 1125000 × 1 : 3 = 375000 δρχ. καὶ ζ. 2ου 750000 δρχ. *4.* Θὰ μοιράσωμε σὲ μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 1250000, 1750000 ἢ τῶν 125, 175 ἢ τέλος τῶν 5, 7. Ὥστε κ. 1ου 2250000 × 5 : 12 = 937500 δρχ. καὶ 2ου 1312500 δρχ. *5.* α = 18000000, β = 9000000. *6.* Θὰ μοιράσωμε ἀναλόγως τῶν ἀριθμῶν 18, 12, 8 ἢ τῶν 9, 6, 4. Ὥστε κ 1ον 9 ἑκ., 2ον 6 ἑκ., 3ον 4 ἑκ. *7.* Χρόνος 10 μ. καὶ 8 μ. Ὥστε ζ. α) 900000 × 10 : 18 = 500000 δρχ. καὶ β) 400000 δρχ. *8.* Κεφ. α) 4 ἑκ. β) 3 ἑκ. καὶ γ) 5 ἑκ. Ὥστε κ. α) 6300000 × 4 : 12 = 2100000 δρχ. β) 1575000 δρχ. καὶ γ) 2625000 δρχ. *9.* Καθαρὰ κέρδη 6750000 × 0,75 = 5062500 δρχ., τὰ ὁποῖα θὰ μοιρασθοῦν σὲ μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 18 καὶ 27 ἢ τῶν 2 καὶ 3. Ἔτσι κ α) 2025000 δρχ. καὶ β) 3037500 δρχ. *10.* Κατάθεσις α) 9 ἑκ. β) $9 \times {}^2/_3 = 6$ ἑκ. Καθαρὸ κέρδος 2250000 × × 0,80 = 1800000. Κέρδος α) 1800000 × 9 : 15 = 1080000 δρχ. β) 720000 δρχ.

Σελ. 138. 2η ὁμάδα.— 2. Θὰ μοιράσωμε ἀναλόγως τῶν γινομένων 4500000 × 8, 6000000 × 7 ἢ τῶν 45 × 8 = 360, 60 × 7 = 420 ἢ τέλος τῶν ἀριθμῶν 6, 7. Ὥστε κ. α) 3900000×6 : 13 = 1800000 β) 2100000. *3.* χρόνος 12 μ. καὶ 8 μ. Θὰ μοιράσωμε ἀναλόγως τῶν 8 × 12 = 96, 10 × 8 = = 80 ἢ τῶν 6 καὶ 5. Ὥστε κ. α) 3520000 × 6 : 11 = 1920000 καὶ β) 1600000. *4.* Κατάθεσις α) 6 ἑκ. β) 12 ἑκ. Χρόνοι 16 μ. καὶ 10 μ. Θὰ μοιράσωμε ἀναλόγως τῶν 6 × 16 = 96 καὶ 12 × 10 = 120 ἢ τῶν 4 καὶ 5. Ὥστε κ. α) 1920000 καὶ β) 2400000. *5.* Χρόνοι 3 ἔτ., 2 ἔτ., 1 ἔτ. Θὰ μοιράσωμε σὲ μέρη ἀνάλογα τῶν 20 × 3 = 60, 18 × 2 = 36, 30 × 1 = 30 ἢ τῶν 10, 6, 5. Ὥστε κ. α) 2400 λ β) 1440 λ. καὶ γ) 1200 λ. *6.* Καταθέσεις β) 20000 δολ. γ) $10000 \times {}^3/_2 = 15000$ δολ. Θὰ μοιράσωμε ἀναλόγως τῶν 10 × 20 = 200, 20 × 15 = 300, 15 × 10 = 150 ἢ τῶν 4, 6, 3. Ὥστε κ. α) 4000 δολ. β) 6000 δολ. γ) 3000 δολ.

Σελ. 141. Προβλήματα (μέσου ὅρου).— *1.* (3,6 + 2,7 + 3,3) : 3 = 3,2 μ. *2.* 13^0. *3.* 9,5 ὀκ. *4.* 3509 ὀκ. *5.* (4200 + 2800) : (6 + 4) = 700 ὀκ.

Σελ. 142. Προβλήματα (ἀναμείξεως 1ου εἴδους). — *1.* α) καὶ β) 4000 + 3000) : 2 = 3500 δρχ. γ) θὰ προσθέτωμε τὶς τιμὲς καὶ τὸ ἄθροισμά τους θὰ τὸ διαιροῦμε διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν εἰδῶν ποὺ ἀναμιγνύωνται.

2. (4200 + 3000 + 3300) : 3 = 3500 δρχ. *3.* (12000 × 60 + 16000 × 40) : (60 + + 40) = 1360000 : 100 = 13600 δρχ. *4.* 'Αξ. 1 όκ. = (45000 × 50 + 18000 × × 30) : (50 + 30) = 2790000 : 80 = 34875 δρχ. 'Αξ. 5 όκ = 34875 × 5 = 174375 δρχ. *5.* (3000 × 500 + 2300 × 250) : (500 + 200) = 1960000 : 700 = 2800 δρχ. *6.* 'Αξ. 1 όκ. (80000 × 15 + 60000 × 10) : 25 = 72000 δρχ. Τὴν πουλάει 72000 + 72000 × 0,20 = 86400 ἢ 72000 × 1,20 = 86400 δρχ. *7.* 18000 × 12 × × 15000 × 3 + 12000 × 5) : (12 + 3 + 5) = 321000 : 20 = 16050 δρχ. *8.* (3200 × × 3,5 + 1800 × 1,5) : (3,5 + 1,5) = 13900 : 5 = 2780 δραχ. *9.* (50000 × 2 + 60000 × $^1/_2$) : (2 + $^1/_2$) = 130000 : 2,5 = 52000 δρχ. *10.* (3000 × 850 + 3600 × × 600 + 0 × 50) : (850 + 600 + 50) = 4710000 : 1500 = 3140 δρχ. *11.* 'Αξ. 1 όκ. = (18000 × 15 + 48000 × 30) : 45 = 38000 δραχ. Τὴν πουλάει 38000 × × 1,15 = 43700 δρχ. *12.* 'Αξ. 1 όκ. = (3000 × 400 + 2400 × 200) : 600 = 2800 δρχ. Κέρ. 1 όκ. 400 δρχ. Όλον κέρ. = 400 × 600 = 240000 δρχ. *13.* 'Αξ. μείγματος = 3500 × 1800 = 6300000 δρχ. 'Αξ. 800 όκ. = 4000 × 800 = 3200000 δρχ. 'Αξ. 1000 όκ. = 6300000 — 3200000 = 3100000 δρχ. Α'ξ. 1 όκ. = 3100 δρχ. *14.* Λῖπος 20 × 0,20 = 4 όκ. Μεῖγμα 24 όκ. τὸ ὁποῖον ἀξίζει 37500 × 24 = 900000 δρχ. 'Αξ. 20 όκ. βουτύρου = 42000 × 20 = 840000 δρχ. 'Αξ. 4 όκ. λίπ. = 60000 δρχ. καὶ 1 όκ. αὐτοῦ 15000 δρχ.

Σελ. 146. Προβλήματα. (ἀναμείξεως 2ου εἴδους).— *1.* 'Αναλογία: 15 όκ. β. μὲ 10 όκ. λ. Ὥστε θὰ βάλη β. = 72 × 15 : 25 = 43,2 όκ καὶ λ. = = 72 × 10 : 25 = 28,8 όκ. *2.* 'Επειδὴ οἱ διαφορὲς 4400 — 3700 = 700 καὶ 3700 — 3 000 = 700 εἶναι ἴσες θὰ βάλη ἀπὸ 500 όκ. *3.* α) 140 × 5 : 8 = 87,5 όκ. β) 140 × 3 : 8 = 52,5 όκ. *4.* 2 όκ. ἀπὸ τὴν α καὶ 1 όκ. ἀπὸ τὴ β *5.* 'Αξ. 1 όκ. μ. = 1 200 000 : 50 = 24 000 δρχ. Ἔβαλε ἀπὸ τὴν α = 50 × 7 : 18 = 19 $^4/_9$ όκ., ἀπὸ τὴ β = 50 × 11 : 18 = 30 $^5/_9$ όκ. *6.* 'Αξ. 1 όκ. μ. = 780 000 : : 12 = 65 000 δρχ. Θὰ βάλη ἀπὸ τὴν α = 12 × 1 : 4 = 3 όκ. καὶ ἀπὸ τὴ β = 12 × 3 : 4 = 9 όκ *8.* 'Αναλογία: 225 όκ. β. μὲ 45 όκ. λ ἢ 5 όκ. β. μὲ 1 όκ. λ. Ὥστε θὰ βάλη λῖπος 1 όκ. × 20 : 5 = 4 όκ. *9.* 'Αναλογία: 4 όκ. α' μὲ 5 όκ. β'. Ὥστε ἀπὸ τὴ β' θὰ βάλη 5 όκ. × 80 : 4 = 100 όκ. *10.* 'Αναλογία: 1 όκ. α' μὲ 3 όκ. β'. Ὥστε θὰ βάλη 3 όκ. οἰν. τῶν 20 000 δρχ. τὴν ὀκά.

Σελὶς 151. Προβλήματα (κραμάτων).— ***1η ὁμάδα. Α.*** *1.* 0,850 × 60 = = 51 γρ. *2.* 9 : 12 = 0,750. *3.* 1 : 2 = 0,500. *4.* (0,900 × 7 + 0,750 × 8) : 15 = = (6, 3 + 6) : 15 = 12,3 : 15 = 0,820. *5.* 32 : (32 + 8) = 32 : 40 = 0,800. *6.* 3,06 : (3,06 + 0,54) = 3,06 : 3,60 = 0,850. *7.* 16 × 6 : 24 = 4 δρμ. *8.* 15 × 24 : : 20 = 18 καρ.

Β. *1.* 80 × 0,20 = 16 όκ. *2.* 20 : 25 = 0,80 ἤτοι 80^0. *4.* (0,40 × 15 + + 0,60 × 5) : (15 + 5) = (6 + 3) : 20 = 9 : 20 = 0,45 ἤτοι 45^0. *5.* Μεῖγμα 15 όκ. περιέχει 0,40 × 15 = 6 όκ. καθ. οἰνόπνευμα. Οἱ 10 όκ. περιέχουν 0,5 × 10 = 5 όκ. καθ. οἰνόπνευμα. Ὥστε οἱ ἄλλες 5 όκ. περιέχουν 1 όκ. καθαρὸ οἰνόπνευμα, ἤτοι τὸ οἰνόπνευμα τῶν 5 όκ. εἶναι 20^0 (γιατὶ 1 : 5 = 0,20).

Σελ. 151. 2α ὁμάδα. Α. *1.* 'Απὸ α' 30 × 30 : 100 = 9 γρ. καὶ ἀπὸ β' 30 × 70 : 100 = 21 γρ. *2.* 40 γραμ ἀπὸ κάθε εἶδος. *3.* 'Αναλογία: 750 — — 0 = 750 γραμ. καθ. χρυσὸς καὶ 1000 — 750 = 250 γραμ. χαλκός. Ὥστε σὲ 12 γραμ. καθ. χρυσὸ ἀναλογοῦν 250 × 12 : 750 = 4 γραμ. χαλκός.

Β. *1.* α' 80 × 8 : 20 = 32 όκ., β' 80 × 12 : 20 = 48 όκ. *2.* 'Αναλογία:

$20-0=20$ όκ. καθ. οινόπνευμα μὲ $100-20=80$ όκ. νερὸ ἢ 1 όκ. καθ. οἰν. μὲ 4 ὀκ. νερό. Ὥστε θὰ βάλη $39\times 1:5=7{,}8$ ὀκ. καθ. οἰνοπν. καὶ $39\times 4:5=31{,}2$ ὀκ. νερό. *3.* Ἀναλογία: 20 ὀκ. τῶν 30^0 μὲ 10 ὀκ. τῶν 60^0. Ὥστε θὰ βάλη $10\times 10:20=5$ ὀκ. τῶν 60^0.

Σελ. 152. Διάφορα προβλήματα.— *1.* $15\times\frac{4}{3}=20$ ἡμ. *2.* 124 800 : : 15,6 = 8 000 δρχ. *3.* $7\times\frac{40\,000}{35\,000}=8$ ὥρ. *4.* 90 000 δρχ. *5.* $72\times\frac{15}{3}\times\frac{2}{6}=120$ μ. *6.* $3\,255\times\frac{15}{10}\times\frac{12}{14}=4185$ μ. *7.* 1,50· 15· 150. *8.* 4,5· 22,5. *9.* Χάνει $12{,}5\times\frac{88}{100}=11$ όκ. Ἔτσι γίνεται $88-11=77$ όκ. Ἡ ἀπ' εὐθείας γίνεται $(100-12{,}5)\times\frac{88}{100}=77$ ὀκ. *10.* Ὀξ. $137{,}5\times\frac{21}{100}=28{,}875$ κ. μ. Ἀξ. $137{,}5\times\frac{79}{100}=108{,}625$ κ.μ. *11.* α) $2\,700\times 0{,}28=756$ στ. β) $2700\times 0{,}30=810$ σ. γ) $2\,700\times 0{,}20=540$ στ. καὶ δ) $2\,700\times 0{,}22=594$ στ. *12.* $100\times\frac{450}{4{,}5}=10\,000$ ὀκ. *13.* $100\times\frac{810\,000}{67{,}5}=1\,200\,000$ δρχ. μισθός. Γιὰ τὶς ἄλλες ἀνάγκες διαθέτει $\frac{32{,}5\times 1\,200\,000}{100}=390\,000$ δραχμὰς ἢ $1\,200\,000-810\,000=390\,000$ δρχ. *14.* $18:\frac{150}{100}=18\times\frac{100}{150}=12$. *15.* Τὰ $\frac{74{,}1\times 100}{97{,}5}=76\,\%$ χαλκὸς καὶ $24\,\%$ τσίγκος. *16.* $6{,}5\,\%$ μεταφ. καὶ $11{,}5\,\%$ τελ. δασ. *17.* Χρέος $75\,000\,000\times\frac{2}{5}=30\,000\,000$ δρχ. Τόκος 6 μηνῶν = 675 000 δρχ. Ἐπλήρωσε τὸ ὅλον 30 675 000 δρχ. *18.* Τὸ $\frac{1}{4}$ τῆς ἀξίας εἶναι $\frac{1\,275\,000\times 100}{8{,}5\times 1}=15\,000\,000$ δρχ. Ὥστε ἀγόρασε τὸ σπίτι μὲ $15\,000\,000\times 4=60\,000\,000$ δρχ. *19.* Χρόνος 216 ἡμ. Ἐπιτ. $3\,\%$. *20.* Χρόνος σὲ ἡμέρες $\frac{195\,000\times 36\,000}{6\,000\,000\times 3{,}75}=312=10$ μ. 12 ἡμ. Ὥστε ἀπέσυρε τὰ χρήματά του στὶς 12 Φεβρουαρίου τοῦ ἑπομένου ἔτους.

21. Χρόνος 1ου γραμμ. 1 μῆν. καὶ 2ου 2 μῆν. Ἔκπτωσις 1ου γραμμ. $900000\times 1\times 8:1200=6000$ δρχ. Ἔκπτωσις 2ου γραμμ. $6000\times 2=12000$ δρχ. Ἐξώφλησε μὲ 1782000 δρχ. *22.* Α^{ον} γραμμ. 600000 δρχ. $+\,600000\times 3\times 9:1200=600000+13500=613500$ δρχ. Β^{ον} γραμμ. $600000+13500\times\times 2=627000$ δραχμ. *23.* α) $70000\times 50+22000\times 25=4050000$ δραχμ. β) $\frac{70000\times 6}{100}\times 50+\frac{22000\times 4}{100}\times 25=4200\times 50+880\times 25=232000$ δρχ. *24.* $А=80000:2+20000=60000$ δραχμ. $B=80000:2=40000$ δραχμ. *25.* ἀγ. $=250:2+50=175$. κορ. $=250:2=125$. *26.* α) $14:2+10=17$ ὥρ., β) $14:2=7$ ὥρ. *27.* $246{,}24\times 1:9=27{,}36$ χλγ. *28.* Χωρητικότητα δωματίου $=5\times 4\times 4=80$ κυβ. μ. Ὀξ. $=21\times 80:100=16{,}80$ κμ. *29.* Ἔδωσαν ἡ α) = 20000 δρχ., ἡ β) 15000 δχρ., ἡ γ) 25000 δρχ. Ἔτσι τὸ κέρδος θὰ μοιρασθῇ σὲ μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 20, 15, 25 ἢ τῶν 4, 3, 5. Ἐπῆρε λοιπὸν ἡ α) $3000000\times 4:12=1000000$ δρχ., ἡ β) 750000 δρχ., καὶ ὁ γ) 1250000 δρχ. *30.* Μεῖγμα 1500 δράμια. Καφὲς $= 1500 \times 3 : 4 =$ 1125 δράμ. $= 2$ ὀκ. 325 δρ. Κριθάρι $1500 \times 1 : 4 = 375$ δραμ. *31.* Ἐπειδὴ $4000000 : 2 = 2000000$, ὁ β κατέθεσε $2000000 \times 3 = 6000000$ δρχ. καὶ ὁ γ $2000000 \times 5 = 10000000$ δρχ. Τὸ κέρδος θὰ μοιρασθῇ σὲ μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 2, 3, 5. Ἔτσι ἐπῆραν ὁ α) $3000000 \times 2 : 10 = 600000$ δρχ., ὁ β) 900000 δρχ. καὶ ὁ γ) 1500000 δρχ.

32. Χρόνοι 12 μῆν., 12 μῆν. καὶ 9 μῆν. Τὸ κέρδος θὰ μοιρασθῇ σὲ μέρη ἀνάλογα τῶν $8 \times 12 = 96$, $10 \times 12 = 120$, $12 \times 9 = 108$ ἢ τῶν 8, 10, 9. Ἔτσι ἐπῆραν ὁ α) $6480000 \times 8 : 27 = 240000 \times 8 = 1920000$ δρχ., ὁ β) $240000 \times$ $\times 10 = 2400000$ δρχ. καὶ ὁ γ) $240000 \times 9 = 2160000$ δρχ. *33.* Ἐπειδὴ 1 ὀκ 200 δρμ.$=1 \frac{1}{2}$ ὀκ.$= \frac{3}{2}$ ὀκ. καὶ 150 δρμ.$= \frac{150}{400} = \frac{3}{8}$ ὀκ. ἡ 1 ὀκ. μείγ. ἀξίζει $\left(45000 \times \frac{3}{2} + 18000 \times \frac{3}{8}\right) : \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{8}\right) = 74250$ δρχ. $: \frac{15}{8} = 39600$ δρχ. *34.* Ἀναλογία : 15 ὀκ. τῆς α΄ μὲ 10 ὀκ. τῆς β΄ ἢ 3 ὀκ. τῆς α΄ μὲ 2 ὀκ. τῆς β΄ ἢ 3 δράμ. τῆς α΄ μὲ 2 δράμ. τῆς β΄. Ἐπειδὴ δὲ 3 ὀκ.300 δράμ.$=$ 1500 δράμ. θὰ βάλη ἀπὸ τὴν α΄ $1500 \times 3 : 5 = 900$ δράμ.$=2$ ὀκ. 100 δράμ. καὶ ἀπὸ τὴ β΄ $1500 \times 2 : 5 = 600$ δράμ.$=1$ ὀκ 200 δράμ *35.* Ἀναλογία : 25 μέρη τῶν 85^0 μὲ 15 μέρη τῶν 45^0. Ὥστε ἔβαλε ἀπὸ τὸ α΄ 1 ὀκ.$\times 25 : 40 = \frac{25}{40}$ ὀκ. $= \frac{5}{8}$ ὀκ.$=250$ δράμ. καὶ ἀπὸ τὸ β΄ 1 ὀκ $\times 15 : 25 = \frac{15}{40}$ ὀκ.$=$ $\frac{3}{8}$ ὀκ. $=150$ δράμ. *36.* Ἀφοῦ στὰ 100 μέρη τοῦ πρώτου κράματος τὰ 20 εἶναι καθαρὸς χρυσός, στὰ 1000 μέρη αὐτοῦ τὰ 200 εἶναι καθ. χρυσός. Ὥστε τὸ πρῶτο κρᾶμα ἔχει τίτλο 0,200. Ὅμοια βρίσκομε ὅτι τὸ κρᾶμα ποὺ θέλομε νὰ κάνωμε θὰ ἔχη τίτλο 0,600. Ἐπειδὴ δὲ $0{,}600 - 0{,}200 = 0{,}400$ καὶ $1{,}000 - 0{,}600 = 0{,}400$ βρίσκομε ὅτι στὰ 50 γραμ. τίτλου 0,200, θὰ βάλη 50 γραμ., καθ. χρυσοῦ γιὰ νὰ κάνη κρᾶμα τίτλου 0,600 δηλαδὴ μὲ 60 $^0/_0$ καθ. χρυσό. *37.* Ἡ πρώτη ἁρμύρα εἶναι 8 βαθμῶν, τὸ ἁλάτι 100 βαθμῶν καὶ ἡ ἁρμύρα ποὺ θὰ κάνωμε 12 βαθμῶν· ὥστε ἡ ἀναλογία εἶναι $100 - 12 = 88$ ὀκ. ἁρμύρα τῶν 8 βαθμῶν μὲ $12 - 8 = 4$ ὀκ. ἁλάτι· ὥστε θὰ ἀναμείξωμε $46 \times 88 : 92 = 44$ ὀκ. ἁρμύρα τῶν 8 βαθμῶν μὲ $46 \times 4 : 92 = 2$ ὀκ. ἁλάτι. *38.* Τὸ χωράφι ἔχει ἔκτασι $185{,}5 \times 80 = 14840$ τ. μέτρα $=$ $= 14{,}840$ στρέμ. Ὁ ἄλλος ἐπλήρωσε 2100000 δρχ. Ὥστε ἡ ἔκτασι θὰ μοιρασθῇ σὲ μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 24 καὶ 21 ἢ τῶν 8 καὶ 7 Ἀναλογοῦν λοιπὸν στὸν α) $14{,}840 \times 8 : 15 = 7{,}915$ στρ. περίπου καὶ στὸν β) $14{,}840 \times 7 : 15 = 7{,}915$ στρ. περίπου. *39.* Ἡ βάσι ἔχει ἀκτῖνα 4 παλ. καὶ ἐμβαδὸ $4 \times 4 \times 3{,}14 = 50{,}24$ τ. παλ. Τὸ ὕψος εἶναι 10 παλ. Ὥστε α) ὄγκος $50{,}24 \times 10 = 502{,}4$ κυβ. παλ. β) βάρος $502{,}4 \times 0{,}92 = 462{,}208$ χιλγρ. γ) θὰ μοιρασθῇ ἀνάλογα πρὸς τοὺς ἀριθμοὺς 3 καὶ 2. Ὥστε ὁ α) ἐπῆρε $462{,}208 \times 3 : 5 = 277{,}325$ χιλγρ. καὶ ὁ β) $462{,}208 \times 2 : 5 = 184{,}883$ χλγρ. *40.* α) ὄγκος $^4/_3 \times 3{,}14 \times 3 \times 3 \times 3 = 113{,}040$ κυβ. δακτ. β) βάρος $113{,}040 \times$ $\times 10 = 1130{,}40$ γραμμ. γ) καθαρὸς χρυσὸς $1130{,}40 \times 0{,}900 = 1017{,}36$ γραμμάρια.

ΤΕΛΟΣ