50

ΜΗΝΑ ΜΑΚΡΟΠΟΥΛΟΥ

Μακρόπουλος (Μηνάς)

ΘΕΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Α ΜΗΧΑΝΙΚΗ

Β΄ ΕΚΔΟΣΙΣ

ΑΘΗΝΑΙ 1963

ΜΗΝΑ ΜΑΚΡΟΠΟΥΛΟΥ

ΘΕΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Α΄

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΠΡΟΣ ΧΡΗΣΙΝ ΤΩΝ ΥΠΟΨΗΦΙΩΝ ΤΩΝ ΑΝΩΤΑΤΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Β΄ ΕΚΔΟΣΙΣ

ΑΘΗΝΑΙ 1963

ΠΟΛΥΓΡΑΦΗΜΕΝΑΙ ΕΚΔΟΣΕΙΣ **Ν. ΜΟΙΡΟΠΟΥΛΟΣ** ★ ΧΑΡ. ΤΡΙΚΟΥΠΗ 16 - ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ 61 ★ ΤΗΛ. 614.166

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Καί ἡ δεύτερη ἔκδοση τοῦ βιβλίου τούτου, ἔχει σάν βασική ἐπιδίωξη νά καταστήσει τούς ὑποψηφίους τῶν Ἀνωτάτων Σχολῶν ἱκανούς νά ἐπιτύχουν στό μάθημα τῆς Φυσικῆς.

Γιά τό σκοπό αὐτό περιγράφει τά διάφορα θέματα ὡς αὐτοτελῆ, ὅσο γίνεται, καί δίδει ἀπαντήσεις σέ πολλές ἐρωτήσεις, πού εἶναι δυνατόν νά τεθοῦν στίς εἰσαγωγικές ἐξετάσεις.

Μέ τήν ἐλπίδα πώς προσφέρω στούς ὑποψηφίους τῶν Ἀνωτάτων Σχολῶν ἕνα πολύτιμο βοήθημα, τό παραδίδω στήν κρίση τοῦ ἀναγνώστη.

Θεωρῶ δέ ὑποχρέωσή μου νά εὐχαριστήσω τούς μαθητές μου Κ.Κυριακίδην καί Σ.Ράπτην γιά τήν φροντίδα τῆς δεύτερης ἔκδοσης καθώς καί γιά τήν διόρθωση τῶν δοκιμίων, πού εἶχε σάν ἀποτέλεσμα νά περιορίσει τίς ἀβλεψίες στό ἐλάχιστο.

Μ. Μακρόπουλος

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Φαινόμενα. Ὀνομάζομεν φαινόμενα τάς διαφόρους μεταβολάς, αἱ ὁποῖαι λαμβάνουν χώραν εἰς τήν φύσιν.

Φυσικά φαινόμενα*. Φυσικά φαινόμενα καλοῦνται τά φαινόμενα ἐκεῖνα κατά τά ὁποῖα δέν ἐπέρχεται μεταβολή εἰς τήν σύστασιν τῶν σωμάτων. Ὁ βρασμός π.χ. τοῦ ὕδατος εἶναι φυσικόν φαινόμενον, διότι κατά τόν βρασμόν οὐδεμία μεταβολή ἐπέρχεται εἰς τήν σύστασιν τοῦ ὕδατος.

Χημικά φαινόμενα. Χημικά φαινόμενα καλοῦνται τά φαινόμενα ἐκεῖνα κατά τά ὁποῖα ἐπέρχεται ριζική μεταβολή εἰς τήν σύστασιν τῶν σωμάτων. Ἡ ἕνωσις π.χ. τοῦ ὑδρογόνου μέ τό ὀξυγόνον πρός σχηματισμόν ὕδατος εἶναι χημικόν φαινόμενον, καθ' ὅσον τό ὕδωρ, τό ὁποῖον προκύπτει παρουσιάζει οὐσιωδῶς διαφορετικήν σύστασιν ἀπό τό ὑδρογόνον καί ὀξυγόνον.

Ὁ ἀνωτέρω ὅμως διαχωρισμός τῶν φαινομένων εἰς χημικά καί φυσικά δέν εἶναι ἀπολύτως αὐστηρός, διότι ὑπάρχουν φαινόμενα, τά ὁποῖα δέν δύνανται σαφῶς νά ὑπαχθοῦν εἰς μίαν ἐκ τῶν δύο κατηγοριῶν, π.χ. ἡ ἠλεκτρόλυσις τοῦ ὕδατος καί πολλά ἄλλα φαινόμενα εἶναι συγχρόνως χημικά καί φυσικά φαινόμενα.

Πείραμα. Τό πείραμα εἶναι ἡ ἀναπαραγωγή ἑνός φαινομένου εἰς τό ἐργαστήριον ὑπό καταλλήλους συνθήκας καί ἔχει σκοπόν τήν εὕρεσιν τοῦ νόμου, ὁ ὁποῖος διέπει τό φαινόμενον.

---

* Φυσικά φαινόμενα δέν εἶναι μόνον αἱ παροδικαί μεταβολαί τῶν σωμάτων. Ἡ θραῦσις ἑνός ὑαλοπίνακος π.χ. εἶναι φυσικόν φαινόμενον, οὐχί ὅμως καί παροδική μεταβολή.

Νόμος. Καλοῦμεν νόμον ἑνός φυσικοῦ φαινομένου, τήν σχέσιν ἡ ὁποία συνδέει τά μεγέθη, τά ὁποῖα ἐμφανίζονται κατά τήν διεξαγωγήν τοῦ φαινομένου.

Μέτρησις φυσικῶν μεγεθῶν. Μέτρησις ἑνός φυσικοῦ μεγέθους καλεῖται ἡ σύγκρισις αὐτοῦ πρός ἄλλο ὁμοειδές μέγεθος, τό ὁποῖον ὁρίζομεν ὡς μονάδα μετρήσεως. Ἀπό τήν μέτρησιν ἑνός μεγέθους (π.χ. μήκους) προκύπτει ἕνας ἀριθμός (π.χ. 24,5), ὁ ὁποῖος καλεῖται ἀριθμητική τιμή* τοῦ μετρουμένου μεγέθους καί ἀκολουθεῖται ὁ ἀριθμός αὐτός πάντοτε ὑπό τῆς μονάδος μετρήσεως (π.χ. 24,5 m). Ἡ ἀριθμητική τιμή μαζί μέ τήν μονάδα μετρήσεως ἀποτελεῖ τό μέτρον τοῦ φυσικοῦ μεγέθους.

Σύστημα μονάδων C.G.S. (centimètre, gramme, seconde). Εἰς τό σύστημα αὐτό ἐξελέγησαν ὡς θεμελιώδη μεγέθη τό μῆκος (L), ἡ μᾶζα (M) καί ὁ χρόνος (T) καί μέ ἀντιστοίχους μονάδας μετρήσεως τό ἑκατοστόμετρον (1 cm) διά τό μῆκος, τό γραμμάριον (1 gr) διά τήν μᾶζαν καί τό δευτερόλεπτον (1 sec) διά τόν χρόνον.

Τεχνικόν σύστημα μονάδων ἤ Τ.Σ. Εἰς τό σύστημα αὐτό ἐξελέγησαν ὡς θεμελιώδη μεγέθη τό μῆκος (L), ἡ δύναμις (F) καί ὁ χρόνος (T) καί μέ ἀντιστοίχους μονάδας τό μέτρον (1 m) διά τό μῆκος, τό χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr*) διά τήν δύναμιν καί τό δευτερόλεπτον (1 sec) διά τόν χρόνον.

Πρακτικόν σύστημα μονάδων ἤ M.K.S.A. (mètre, kilogramme seconde, Ampère). Εἰς τό πρακτικόν σύστημα ἐξελέγησαν ὡς θεμελιώδη μεγέθη τό μῆκος (L), ἡ μᾶζα (M), ὁ χρόνος (T) καί ἡ ἔντασις τοῦ ρεύματος (I) καί μέ ἀντιστοίχους μονάδας τό μέτρον (1 m) διά τό μῆκος, τό χιλιόγραμμον (1 kgr) διά τήν μᾶζαν, τό δευτερόλεπτον (1 sec) διά τόν χρόνον καί τό Ampère (1 A) διά τήν ἔντασιν τοῦ ρεύματος.

---

* Ἡ ἀριθμητική τιμή εἶναι ἀριθμός καί δέν πρέπει νά συγχέηται μέ τό μέτρον, τοὐλάχιστον εἰς τό μάθημα τῆς Φυσικῆς.

<u>Μέτρησις διαφόρων φυσικῶν μεγεθῶν</u>. α) Μονάδες μήκους. 1) Εἰς τό σύστημα C.G.S. ὡς μονάς μήκους λαμβάνεται τό ἑκατοστόμετρον (1 cm), τό ὁποῖον εἶναι τό 1/100 τοῦ προτύπου μέτρου. 2) Εἰς τό Τ.Σ. μονάδων καί τό M.K.S.A. ὡς μονάς μήκους λαμβάνεται τό μέτρον (1 m) τό ὁποῖον εἶναι τό μῆκος τοῦ προτύπου μέτρου, τό ὁποῖον φυλάσσεται εἰς τό Διεθνές Γραφεῖον Μέτρων καί Σταθμῶν. Χρησιμοποιοῦνται ἐπίσης ἐκτός τῶν ἀνωτέρω μονάδων μήκους καί πολλαπλάσια ἤ ὑποπολλαπλάσια αὐτῶν . π.χ.

1 km (χιλιόμετρον)	$= 10^{3}$ m	$= 10^{5}$ cm
1 dm (δεκατόμετρον)	$= 10^{-1}$ m	$= 10$ cm
1 mm (χιλιοστόμετρον)	$= 10^{-3}$ m	$= 10^{-1}$ cm
1 μ (μικρόν)	$= 10^{-6}$ m	$= 10^{-4}$ cm
1 Å (Angström)	$= 10^{-10}$ m	$= 10^{-8}$ cm

Σημείωσις. Τό μέτρον (1 m) εἶχεν ὁρισθῆ ἀρχικῶς ὡς τό 1/40.000.000 τοῦ ἑνός μεσημβρινοῦ τῆς Γῆς. Ὅμως εὑρέθη ἀργότερον ὅτι τοῦτο εἶναι κατά τι μεγαλύτερον ἀπό τό πρότυπον μέτρον.

β) Μονάδες μάζης: 1) Εἰς τό σύστημα C.G.S. ὡς μονάς μάζης λαμβάνεται τό γραμμάριον, τό ὁποῖον εἶναι τό 1/1000 τοῦ προτύπου χιλιογράμμου, τό ὁποῖον φυλάσσεται εἰς τό Διεθνές Γραφεῖον Μέτρων καί Σταθμῶν. 2) Εἰς τό Τ.Σ. μονάδων ἡ μονάς μάζης εἶναι παράγωγος μονάς. Αὕτη καλεῖται 1 Τ.Μ. μάζης καί ἀποδεικνύεται ὅτι ἰσοῦται μέ 9,81 kgr. 3) Εἰς τό σύστημα M.K.S.A. ὡς μονάς μάζης λαμβάνεται ἡ μᾶζα τοῦ προτύπου χιλιογράμμου (1 kgr), τό ὁποῖον εἶναι κύλινδρος ἀπό ἰριδιοῦχον λευκόχρυσον καί φυλάσσεται εἰς τό Διεθνές Γραφεῖον Μέτρων καί Σταθμῶν.

Σημείωσις. Ἀρχικῶς τό γραμμάριον εἶχεν ὁρισθῆ ὡς ἡ μᾶζα ἑνός κυβικοῦ ἑκατοστομέτρου ἀπεσταγμένου ὕδατος καί θερμοκρασίας +4°C. Ἐπίσης χρησιμοποιοῦνται πολλαπλάσια καί ὑποπολλαπλάσια τῆς μονάδος 1 gr:

1 kgr (χιλιόγραμμον)	$= 10^{3}$ gr
1 tn (τόννος)	$= 10^{6}$ gr
1 mgr (χιλιοστόγραμμον)	$= 10^{-3}$ gr

γ) Μ ο ν ά δ ε ς δ υ ν ά μ ε ω ς. 1) Εἰς τό σύστημα C.G.S. λαμβάνεται ὡς μονάς δυνάμεως ἡ δ ύ ν η (1 dyn). Ἡ μονάς αὕτη εἶναι παράγωγος μονάς καί ἀποδεικνύεται ὅτι: 1 dyn=1/981.000 kgr* . 2) Εἰς τό Τ.Σ. μονάδων λαμβάνεται ὡς μονάς δυνάμεως τό χ ι λ ι ό γ ρ α μ μ ο ν β ά ρ ο υ ς (1 kgr*) τό ὁποῖον εἶναι ἡ δύναμις διά τῆς ὁποίας ἕλκεται ἡ μᾶζα τοῦ προτύπου χιλιογράμμου (1 kgr) εἰς τόπον, ὁ ὁποῖος ἔχει πλάτος 45° καί εὑρίσκεται εἰς τό ὕψος τῆς θαλάσσης. 3) Εἰς τό σύστημα M.K.S.A. ὡς μονάς δυνάμεως λαμβάνεται τό Νιοῦτον (1 Newton), τό ὁποῖον ἀποδεικνύεται ὅτι εἶναι 10^5 dyn.

δ) Μ ο ν ά δ ε ς χ ρ ό ν ο υ. Ὡς μονάς χρόνου καί εἰς τά τρία συστήματα χρησιμοποιεῖται τό δ ε υ τ ε ρ ό - λ ε π τ ο ν (1 sec) τό ὁποῖον εἶναι τό 1/86.400 τῆς μέσης ἡλιακῆς ἡμέρας. Ἐπίσης χρησιμοποιοῦνται καί τά πολλαπλάσια τῆς μονάδος 1 sec:

1 min (λεπτόν) = 60 sec
1 h (ὥρα) = 60 min = 3.600 sec

ε) Μ ο ν ά δ ε ς γ ω ν ί α ς. Ὡς μονάς γωνίας (ἐπιπέδου) χρησιμοποιεῖται τό ἀ κ τ ί ν ι ο ν (1 rad), ἤτοι ἡ ἐπίκεντρος γωνία ἡ ὁποία βαίνει εἰς τόξον περιφερείας μήκους ἴσου πρός τήν ἀκτῖνα αὐτῆς. Ὡς μονάς στερεᾶς γωνίας χρησιμοποιεῖται τό σ τ ε ρ α κ τ ί ν ι ο ν, ἤτοι ἡ ἐπίκεντρος στερεά γωνία ἡ ὁποία βαίνει εἰς τμῆμα ἐπιφανείας σφαίρας ἐμβαδοῦ ἴσου πρός τό τετράγωνον τῆς ἀκτῖνος. Ἐπειδή τό μῆκος τῆς περιφερείας εἶναι $2\pi R$, ἕπεται ὅτι εἰς πλήρη κύκλον ἀντιστοιχεῖ γωνία 2π rad (2.3,14 ἀκτίνια) καί ἐπειδή ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας εἶναι $4\pi R^2$ ἕπεται ὅτι εἰς πλήρη σφαῖραν, ἀντιστοιχεῖ στερεά γωνία 4π στερακτίνια.

Ἐπίσης ἄλλη μονάς γωνίας εἶναι ἡ μοῖρα (1°), ἤτοι ἡ ἐπίκεντρος γωνία ἡ ὁποία βαίνει εἰς τόξον ἴσον πρός 1/360 τῆς περιφερείας.

Μονόμετρα καί διανυσματικά μεγέθη. 1) Μ ο ν ό μ ε τ ρ α καλοῦνται τά φυσικά μεγέθη, τά ὁποῖα ὁρίζονται πλήρως, ἄν δοθῇ μόνον τό μέτρον αὐτῶν. Μονόμετρα μεγέθη εἶναι π.χ. ἡ μᾶζα, ὁ χρόνος κ.λ.π.

2) Δ ι α ν υ σ μ α τ ι κ ά μ ε γ έ θ η καλοῦνται τά φυσικά μεγέθη, τά ὁποῖα ὁρίζονται πλήρως, ἄν δοθῇ τό μέτρον

α ὔ τ ῶ ν κ α ί ἐ π ί π λ έ ο ν τ ό σ η μ ε ῖ ο ν ἐ φ α ρ μ ο γ ῆ ς, ἡ δ ι ε ύ θ υ ν σ ι ς κ α ί ἡ φ ο ρ ά τ ω ν. Διανυσματικά μεγέθη εἶναι π.χ. ἡ δύναμις, ἡ ταχύτης, ἡ ἐπιτάχυνσις κ.λ.π.

Διαστάσεις τῶν παραγώγων μεγεθῶν. Ἕνα παράγωγον μέγεθος, δηλ. μή θεμελιῶδες μέγεθος ἑνός συστήματος μονάδων, εὑρίσκεται πάντοτε εἰς ὡρισμένην σχέσιν πρός τά θεμελιώδη μεγέθη. Οὕτω π.χ. ἡ ἐπιφάνεια S εἶναι ὡς πρός τό ποιόν της μῆκος ἐπί μῆκος, δηλ. τό μῆκος L εἰς τό τετράγωνον. Οὕτω διά νά ἐκφράσωμεν τήν ποιοτικήν σχέσιν τῆς ἐπιφανείας ὡς πρός τό μῆκος γράφομεν:

$$[S] = [L^2]$$

ὅπου αἱ ἀγκύλαι σημαίνουν, ὅτι ἡ σχέσις εἶναι μόνον ποιοτική.

Γενικῶς, κάθε φυσικόν μέγεθος, ἔστω A, δύναται νά ἐκφρασθῇ συναρτήσει τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν ἑνός συστήματος, ἔστω τοῦ συστήματος C.G.S., διά τῆς σχέσεως:

$$[A] = [M^{\alpha} L^{\beta} T^{\gamma}]$$

Ἡ σχέσις αὕτη καλεῖται ἐξίσωσις διαστάσεων καί λέγομεν ὅτι ἐκφράζει τάς διαστάσεις τοῦ μεγέθους A εἰς τό σύστημα C.G.S., οἱ δέ ἐκθέται α,β,γ καλοῦνται διαστάσεις τοῦ θεωρουμένου μεγέθους εἰς τό αὐτό σύστημα.

Ἡ ταχύτης υ π.χ., ὡς πηλίκον τοῦ διαστήματος s διά τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου t, θά συνδέεται μέ τά τρία θεμελιώδη μεγέθη τοῦ συστήματος C.G.S. διά τῆς σχέσεως:

$$[\upsilon] = [L^1 M^0 T^{-1}]$$

ἤτοι ἡ ταχύτης ἔχει διαστάσεις 1,0,-1.

Ἐάν αἱ διαστάσεις ἑνός φυσικοῦ μεγέθους εἶναι ο,ο,ο, τότε τό μέγεθος αὐτό καλεῖται ἀ δ ι ά σ τ α τ ο ν μ έ γ ε θ ο ς ἤ κ α θ α ρ ό ς ἀ ρ ι θ μ ό ς.

Διά τήν εὕρεσιν τῆς ἐξισώσεως διαστάσεων ἑνός μεγέθους ἀναχωροῦμεν ἐκ τῆς ἐξισώσεως ὁρισμοῦ τοῦ μεγέθους καί ἐκφράζομεν τά ὑπεισερχόμενα ἄλλα μεγέθη συναρτήσει τῶν θεμελιωδῶν μεγεθῶν ἑνός ἐκ τῶν συστημάτων μονάδων.

ΚΙΝΗΤΙΚΗ

'Η Κινητική εἶναι τό μέρος τῆς Μηχανικῆς, τό ὁποῖον ἐξετάζει τάς κινήσεις ἀνεξαρτήτως τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι τάς προκαλοῦν.

<u>'Υλικόν σημεῖον.</u> 'Ονομάζομεν ὑλικόν σημεῖον κάθε σῶμα, τοῦ ὁποίου τάς διαστάσεις δυνάμεθα νά θεωρήσωμεν ἀπειροστάς ἐν σχέσει πρός τά ἄλλα μήκη, τά ὁποῖα ἐμφανίζονται εἰς τό ἐξεταζόμενον πρόβλημα. Εἰς ὡρισμένα προβλήματα π.χ. τῆς οὐρανίου μηχανικῆς, ἡ γῆ θεωρεῖται ὡς ὑλικόν σημεῖον, ἐν συγκρίσει πρός τήν ἀπόστασιν αὐτῆς ἀπό τοῦ ἡλίου ἤ ἄλλων ἀστέρων.

<u>Κίνησις ὑλικοῦ σημείου.</u> Λέγομεν ὅτι ἕν ὑλικόν σημεῖον κινεῖται, ὅταν ἀλλάσσῃ θέσιν ὡς πρός ἄλλα σώματα, τά ὁποῖα κατά συνθήκην θεωροῦμεν ἀκίνητα. 'Ως ἐκ τούτου, ἡ κίνησις εἶναι πάντοτε σχετική καί οὐδέν νόημα ἔχει εἰς τήν Φυσικήν ἡ ἀπόλυτος κίνησις.

<u>Τροχιά ὑλικοῦ σημείου.</u> Καλοῦμεν τροχιάν κινουμένου ὑλικοῦ σημείου, τόν γεωμετρικόν τόπον ὅλων τῶν σημείων διά τῶν ὁποίων διέρχεται τό ὑλικόν σημεῖον.

<u>Διάστημα.</u> Καλοῦμεν διάστημα κινουμένου ὑλικοῦ σημείου, τό τμῆμα τῆς τροχιᾶς, τό ὁποῖον ὁρίζεται ἑκάστην χρονικήν στιγμήν ἀπό τό ὑλικόν σημεῖον καί ἀπό ἕνα ὡρισμένον σημεῖον τῆς τροχιᾶς. Τό ὡρισμένον τοῦτο σημεῖον, ἀπό τό ὁποῖον μετρῶμεν ἑκάστοτε τά διαστήματα, ὀνομάζεται ἀρχή τῶν διαστημάτων.

ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΤΑΧΥΤΗΤΟΣ. α) Μέση ταχύτης. Καλοῦμεν μέσην ταχύτητα $\bar{\upsilon}$ κινητοῦ, διά τό χρονικόν διάστημα t, τό πηλίκον τοῦ διαστήματος s, τό ὁποῖον διανύει τό κινητόν ἐντός χρόνου t, διά τοῦ χρόνου τούτου. Ἤτοι:

$$\bar{\upsilon} = \frac{s}{t}$$

Ἡ μέση ταχύτης ἰσοῦται καί μέ τήν σταθεράν ταχύτητα, τήν ὁποίαν ἔπρεπε νά εἶχε τό κινητόν διά νά διανύσῃ τό αὐτό διάστημα εἰς τόν αὐτόν χρόνον.

β) Στιγμιαία ταχύτης. Καλοῦμεν στιγμιαίαν ταχύτητα υ κινητοῦ, τό ὅριον τοῦ πηλίκου τοῦ διαστήματος Δs, τό ὁποῖον διανύει τό κινητόν ἐντός χρόνου Δt, διά τοῦ χρόνου τούτου, ὅταν ὁ χρόνος τείνῃ εἰς τό μηδέν. Ἤτοι:

$$\upsilon = \text{Oρ}\,\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

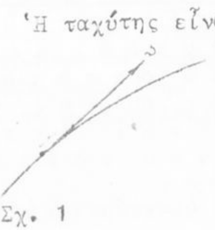
$$\text{ὅταν } \Delta t \longrightarrow 0$$

Ἡ στιγμιαία ταχύτης δύναται νά ὁρισθῇ ἁπλούστερα ὡς ἑξῆς:

Καλεῖται στιγμιαία ταχύτης υ τό πηλίκον ἑνός ἀπείρως μικροῦ διαστήματος ds, τό ὁποῖον διανύει τό κινητόν, διά τοῦ ἀντιστοίχου ἀπείρως μικροῦ χρόνου dt. Ἤτοι:

$$\upsilon = \frac{ds}{dt}$$

Ἡ ταχύτης εἶναι μέγεθος διανυσματικόν (σχ. 1), τό ὁποῖον ἔχει σημεῖον ἐφαρμογῆς τό κινητόν, ἐφάπτεται ἐπί τῆς τροχιᾶς καί ἔχει φοράν τήν φοράν τῆς κινήσεως.



Σχ. 1

γ) Ταχύτης εἰς τήν ὁμαλήν κίνησιν. Καλοῦμεν ταχύτητα υ εἰς τήν ὁμαλήν κίνησιν τό σταθερόν πηλίκον ἑνός οἱουδήποτε διαστήματος s, τό ὁποῖον διανύει τό κινητόν ἐντός χρόνου t, διά τοῦ χρόνου τούτου*. Ἤτοι:

$$\boxed{\upsilon = \frac{s}{t}}$$

Μονάδες ταχύτητος. α) Εἰς τό σύστημα C.G.S. μονάς ταχύτητος εἶναι τό 1 cm/sec, ἡ ὁποία ὁρίζεται ὡς ταχύτης κινητοῦ, τό ὁποῖον κινούμενον μέ ὁμαλήν κίνησιν, διανύει διάστημα ἑνός ἑκατοστομέτρου εἰς ἕνα δευτερόλεπτον. Ἤτοι:

$$\upsilon = \frac{s}{t} = \frac{1\,cm}{1sec} = 1\,\frac{cm}{sec}$$

β) Εἰς τό Τ.Σ. μονάδων καί τό σύστημα M.K.S.A. μονάς ταχύτητος εἶναι τό 1 m/sec, ἡ ὁποία ὁρίζεται ὡς ἡ ταχύτης κινητοῦ, τό ὁποῖον κινούμενον μέ κίνησιν ὁμαλήν διανύει διάστημα ἑνός μέτρου εἰς ἕνα δευτερόλεπτον. Ἤτοι:

$$\upsilon = \frac{s}{t} = \frac{1\,m}{1sec} = 1\,\frac{m}{sec}$$

ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΕΩΣ. α) Στιγμιαία ἐπιτάχυνσις.- Καλοῦμεν στιγμιαίαν ἐπιτάχυνσιν γ κινητοῦ τό πηλίκον τῆς μεταβολῆς dυ τῆς ταχύτητος, ἡ ὁποία ἐπέρχεται ἐντός ἀπείρως μικροῦ χρόνου dt, διά τοῦ χρόνου τούτου. Ἤτοι:

$$\boxed{\gamma = \frac{d\upsilon}{dt}}$$

β) Ἐπιτάχυνσις εἰς τήν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν. Καλοῦμεν ἐπιτάχυνσιν γ εἰς τήν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν τό σταθερόν πηλίκον τῆς μεταβολῆς Δυ τῆς ταχύτητος, ἡ ὁποία ἐπέρχεται ἐντός χρόνου Δt διά τοῦ χρόνου τούτου.

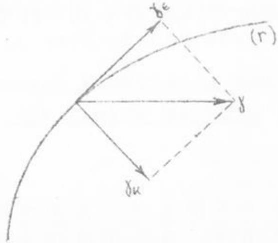
---

* Ἡ ταχύτης δέν εἶναι "τό διάστημα τό διανυόμενον ὑπό τοῦ κινητοῦ εἰς τήν μονάδα τοῦ χρόνου".

Ἤτοι:

$$\boxed{\gamma = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}}$$

Ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι μέγεθος διανυσματικόν (σχ.2)μέ σημεῖον ἐφαρμογῆς τό κινητόν καί φοράν πρός τό κοῖλον τῆς τροχιᾶς.Αὕτη δύναται ν'ἀναλυθῇ εἰς δύο συνιστώσας:τήν ἐ π ι τ ρ ό χ ι ο ν ἐπιτάχυνσιν γ_ε , ἡ ὁποία ἐφάπτεται τῆς τροχιᾶς καί τήν κ ε ν τ ρ ο μ ό λ ο ν ἐπιτάχυνσιν γ_κ , ἡ ὁποία εἶναι κάθετος ἐπί τήν ἐπιτρόχιον ἐπιτάχυνσιν.Ἡ ἐπιτρόχιος ἐπιτάχυνσις ὀφείλεται εἰς τήν μεταβολήν τοῦ μέτρου τῆς ταχύτητος, ἡ δέ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις εἰς τήν μεταβολήν τῆς διευθύνσεως τῆς ταχύτητος. Ὡς ἐκ τούτου εἰς μέν τήν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν ὑπάρχει μόνον ἐπιτρόχιος, εἰς δέ τήν κυκλικήν ὁμαλήν μόνον κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις.



Σχ. 2

Μονάδες ἐπιταχύνσεως. Εἰς τό σύστημα C.G.S. μονάς ἐπιταχύνσεως εἶναι τό 1cm/sec², ἡ ὁποία ὁρίζεται ὡς ἡ ἐπιτάχυνσις κινητοῦ, τό ὁποῖον κινούμενον μέ κίνησιν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς μεταβαλλομένην, μεταβάλλει τήν ταχύτητα κατά 1cm/sec τό δευτερόλεπτον. Ἤτοι:

$$\gamma = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{1\ \mathrm{cm/sec}}{1\,\mathrm{sec}} = 1\,\mathrm{cm/sec}^2$$

β) Εἰς τό Τ.Σ. μονάδων καί τό σύστημα M.K.S.A.μονάς ἐπιταχύνσεως εἶναι τό 1m/sec², ἡ ὁποία ὁρίζεται ὡς ἡ ἐπιτάχυνσις κινητοῦ τό ὁποῖον, κινούμενον μέ εὐθύγραμμον ὁμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν, μεταβάλλει τήν ταχύτητά του κατά 1m/ /sec τό δευτερόλεπτον. Ἤτοι:

$$\gamma = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{1\ \mathrm{m/sec}}{1\ \mathrm{sec}} = 1\,\mathrm{m/sec}^2$$

<u>Ὁμαλή κίνησις.</u> Καλοῦμεν ὁμαλήν κίνησιν, τήν κίνησιν ἑνός κινητοῦ, τοῦ ὁποίου τό μέτρον τῆς ταχύτητος παραμένει σταθερόν. Εἰς τήν ὁμαλήν κίνησιν τό κινητόν διανύει εἰς ἴσους χρόνους ἴσα διαστήματα*, καί ἡ ταχύτης του ὁρίζεται ὡς τό σταθερόν πηλίκον ἑνός οἱουδήποτε διαστήματος s, τό ὁποῖον διανύει τό κινητόν ἐντός χρόνου t, διά τοῦ χρόνου τούτου. Ἤτοι:

$$\boxed{\upsilon = \frac{s}{t}}$$

<u>Μεταβαλλομένη κίνησις.</u> Καλοῦμεν μεταβαλλομένην κίνησιν τήν κίνησιν κινητοῦ, τοῦ ὁποίου ἡ ταχύτης μεταβάλλεται κατά μέτρον.

<u>ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΙΣ.</u> Καλοῦμεν εὐθύγραμμον ὁμαλήν κίνησιν τήν κίνησιν κατά τήν ὁποίαν ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ παραμένει σταθερά καί κατά μέτρον καί κατά διεύθυνσιν.

<u>Ταχύτης.</u> Ταχύτης υ εἰς τήν εὐθύγραμμον ὁμαλήν κίνησιν καλεῖται τό σταθερόν πηλίκον τοῦ διαστήματος s, τό ὁποῖον διανύει τό κινητόν ἐντός χρόνου t, διά τοῦ χρόνου τούτου. Ἤτοι:

$$\boxed{\upsilon = \frac{s}{t} = \sigma\tau\alpha\vartheta.}$$

Ἐάν ὁ τύπος τῆς ταχύτητος λυθῇ ὡς πρός τό διάστημα λαμβάνομεν

$$s = \upsilon . t$$

---

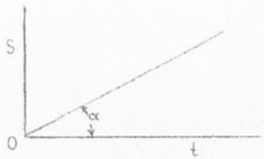
* Ὄχι ὅμως καί ἀντιστρόφως. Ἐάν τό κινητόν διανύῃ εἰς ἴσους χρόνους ἴσα διαστήματα δέν ἔχει πάντοτε ὁμαλήν κίνησιν.

καί ἐπειδή ἡ ταχύτης εἶναι σταθερά ἐξάγομεν τόν νόμον:

Τ ό διανυόμενον διάστημα s ἑ κάστην χρονικήν στιγμήν εἶναι ἀ νάλογον τοῦ χρόνου t, ἐντός τοῦ ὁποίου διανύεται.

Εἰς τήν εὐθύγραμμον ὁμαλήν κίνησιν ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι μηδέν ($\gamma = 0$), διότι δέν λαμβάνει χώραν μεταβολή τῆς ταχύτη τος, οὔτε κατά μέτρον οὔτε κατά διεύθυνσιν.

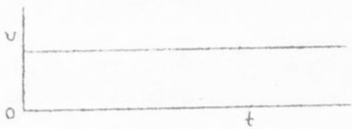
<u>Γραφική παράστασις τοῦ διαστήματος συναρτήσει τοῦ χρόνου εἰς τήν ὁμαλήν κίνησιν</u> (σχ. 3). Ὁ τύπος $s = \upsilon \cdot t$ τῆς ὁμαλῆς κινήσεως εἶναι συνάρτησις πρώτου βαθμοῦ τοῦ διαστήματος s ὡς πρός τόν χρόνον t. Συνεπῶς ἡ γραφική παράστασις τοῦ διαστήματος θά εἶναι εὐθεῖα γραμμή. Αὕτη δέ πρέπει νά διέρχεται διά τῆς ἀρχῆς Ο τῶν ἀξόνων (s, t), διότι διά $t = 0$ προκύπτει καί $s = 0$. Ἐξ ἄλλου ἡ ἐφαπτομένη τῆς γωνίας α, εἶναι υ, διότι, ὡς φαίνεται ἐκ τοῦ διαγράμματος, εἶναι:



Σχ. 3

$$\varepsilon\varphi\, \alpha = \frac{s}{t} = \upsilon$$

<u>Γραφική παράστασις τῆς ταχύτητος.</u> Ἐπειδή ἡ ταχύτης εἰς τήν ὁμαλήν εὐθύγραμμον κίνησιν εἶναι σταθερά (υ = σταθερόν) ἡ γραφική παράστασις αὐτῆς θά εἶναι εὐθεῖα γραμμή (σχ. 4) παράλληλος ὡς πρός τόν ἄξονα τῶν χρόνων t.



Σχ. 4

<u>ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ ΟΜΑΛΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΙΣ.</u> Καλοῦμεν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν, τήν κίνησιν κατά τήν ὁποίαν τό κινητόν κινεῖ-

ται ἐπ' εὐθείας γραμμῆς μέ σταθεράν ἐπιτάχυνσιν.

<u>'Επιτάχυνσις.</u> Καλεῖται ἐπιτάχυνσις γ εἰς τήν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν τό πηλίκον τῆς μεταβολῆς Δυ τῆς ταχύτητος, ἡ ὁποία ἐπέρχεται ἐντός χρόνου Δt, διά τοῦ χρόνου τούτου. Ἤτοι:

$$\gamma = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \text{σταθ.}$$

Ἡ εὐθύγραμμος ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις καλεῖται ἐπιταχυνομένη, ὅταν ἡ ταχύτης αὐξάνεται μετά τοῦ χρόνου καί ἐπιβραδυνομένη, ὅταν ἡ ταχύτης ἐλαττοῦται μετά τοῦ χρόνου. Εἰς τήν ἐπιταχυνομένην κίνησιν ἡ ἐπιτάχυνσις γ ἔχει τήν φοράν τῆς ταχύτητος καί, ὡς ἐκ τούτου, λαμβάνεται θετική, ἐνῷ εἰς τήν ἐπιβραδυνομένην κίνησιν ἔχει φοράν ἀντίθετον τῆς ταχύτητος καί, ὡς ἐκ τούτου, λαμβάνεται ἀρνητική.

<u>Τύποι</u>

	$\upsilon_0 = 0$	$\upsilon_0 \neq 0$	
1)	$\upsilon = \gamma . t$	$\upsilon = \upsilon_0 \pm \gamma . t$	: τύπος τῆς ταχύτητος συναρτήσει τοῦ χρόνου
2)	$s = \frac{1}{2}\gamma . t^2$	$s = \upsilon_0 t \pm \frac{1}{2}\gamma . t^2$	: τύπος τοῦ διαστήματος
3)	$\bar{\upsilon} = \frac{\upsilon}{2}$	$\bar{\upsilon} = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2}$	: τύπος τῆς μέσης ταχύτητος.
4)	$\upsilon = \sqrt{2\gamma s}$	$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 \pm 2\gamma . s}$	: τύπος τῆς ταχύτητος συναρτήσει τοῦ διαστήματος
5)	——	$tm = \frac{\upsilon_0}{\gamma}$	: τύπος τοῦ μεγίστου χρόνου
6)	——	$sm = \frac{\upsilon_0^2}{2\gamma}$	: τύπος τοῦ μεγίστου διαστήματος.

Σημείωσις. Εἰς τούς τύπους (1), (2) καί (4) τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως μέ ἀρχικήν ταχύτητα τό σημεῖον + τίθεται, ὅταν ἡ κίνησις εἶναι ἐπιταχυνομένη καί τό σημεῖον − , ὅταν εἶναι ἐπιβραδυνομένη.

Νόμοι. Ἐκ τῶν τύπων $\upsilon = \gamma \cdot t$ καί $s = \gamma \cdot t^2/2$ τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος ἐξάγονται οἱ ἀκόλουθοι δύο νόμοι:

1) Ἡ ταχύτης υ τοῦ κινητοῦ εἰς ἑκάστην χρονικήν στιγμήν εἶναι ἀνάλογος τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου t.

2) Τό διάστημα s, τό ὁποῖον διανύει τό κινητόν ἑκάστην χρονικήν στιγμήν, εἶναι ἀνάλογον τοῦ τετραγώνου τοῦ χρόνου t ἐντός τοῦ ὁποίου διανύεται.

Ἐξαγωγή τοῦ τύπου $\upsilon = \upsilon_0 \pm \gamma \cdot t$. Θεωρήσωμεν κινητόν τό ὁποῖον ἔχει ἀρχικήν ταχύτητα υ_0 καί μετά χρόνον t ἀποκτᾷ τελικήν ταχύτητα υ, κινούμενον μέ σταθεράν ἐπιτάχυνσιν γ ἐπ' εὐθείας γραμμῆς.

Προφανῶς ἐντός τοῦ χρόνου t ἡ ταχύτης του μεταβάλλεται κατά $\upsilon - \upsilon_0$ καί συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς ἐπιταχύνσεως θά ἔχωμεν

$$\gamma = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t}$$

Ἐάν λύσωμεν τόν ἀνωτέρω τύπον ὡς πρός υ λαμβάνομεν $\upsilon = \upsilon_0 + \gamma t$. Ἐπειδή ὅμως ἡ κίνησις δύναται νά εἶναι καί ἐπιβραδυνομένη, ὁπότε ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι ἀρνητική, θά ἔχωμεν:

$$\boxed{\upsilon = \upsilon_0 \pm \gamma \cdot t}$$

Ἐξαγωγή τοῦ τύπου $\bar{\upsilon} = (\upsilon_0 + \upsilon)/2$. Ἐκ τοῦ τύπου $\upsilon = \upsilon_0 + \gamma t$ ἐάν θέσωμεν ὅπου t διαδοχικῶς τάς τιμάς 0,1,2,..... t, λαμβάνομεν ἀντιστοίχως:

$$\upsilon_0 \;,\; \upsilon_0 + 1\gamma, \;\; \upsilon_0 + 2\gamma, \; \ldots\ldots \upsilon$$

Παρατηροῦμεν λοιπόν ὅτι αἱ τιμαί τῆς ταχύτητος ἀποτελοῦν ἀριθμητικήν πρόοδον μέ λόγον τό γ, διά νά εὕρωμεν δέ τόν μέσον ὅρον τῶν τιμῶν, δηλ. τήν μέσην ταχύτητα $\bar{\upsilon}$, λαμβάνομεν ὡς γνωστόν, τό ἡμιάθροισμα τῶν ἄκρων ὅρων. Οὕτως ἔχομεν:

$$\boxed{\bar{\upsilon} = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2}}$$

'<u>Εξαγωγή τοῦ τύπου</u> $s = \upsilon_0 . t \pm \gamma t^2/2$. 'Εάν τό κινητόν διανύσῃ διάστημα s ἐντός χρόνου t, ἡ μέση ταχύτης του θά εἶναι ἐξ ὁρισμοῦ

$$\bar{\upsilon} = \frac{s}{t} \qquad (1)$$

Λύομεν τόν τύπον (1) ὡς πρός s καί λαμβάνομεν

$$s = \bar{\upsilon} . t \qquad (2)$$

Θέτομεν εἰς τόν τύπον (2) $\bar{\upsilon} = (\upsilon_0 + \upsilon)/2$ καί ἔχομεν

$$s = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2} . t \qquad (3)$$

Εἶναι ὅμως $\upsilon = \upsilon_0 \pm \gamma . t$ καί δι'ἀντικαταστάσεως εἰς τόν τύπον (3) προκύπτει, μετά τήν ἐκτέλεσιν τῶν πράξεων, ὅτι:

$$\boxed{s = \upsilon_0 . t \pm \frac{1}{2} \gamma . t^2}$$

'<u>Εξαγωγή τοῦ τύπου</u> $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 \pm 2\gamma . s}$. Εἰς τήν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν ἰσχύουν οἱ τύποι:

$$\upsilon = \upsilon_0 + \gamma . t \qquad (1)$$

$$s = \upsilon_0 . t + \frac{1}{2} \gamma . t^2 \qquad (2)$$

'Εάν λύσωμεν τόν τύπον (1) ὡς πρός t λαμβάνομεν

$$t = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{\gamma}$$

καί ἐάν τήν τιμήν αὐτήν τοῦ χρόνου θέσωμεν εἰς τόν τύπον (2) θά ἔχωμεν:

$$s = \upsilon_o \cdot \frac{\upsilon-\upsilon_o}{\gamma} + \frac{1}{2}\gamma \cdot \frac{(\upsilon-\upsilon_o)^2}{\gamma^2}$$

καί δι'ἐκτελέσεως τῶν πράξεων λαμβάνομεν

$$s = \frac{\upsilon^2-\upsilon_o^2}{2\gamma} \qquad (3)$$

'Εάν τώρα λύσωμεν τόν τύπον (3) ὡς πρός υ προκύπτει

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_o^2 + 2\gamma \cdot s}$$

'Επειδή ὅμως ἡ κίνησις δύναται νά εἶναι καί ἐπιβραδυνομένη γράφομεν γενικώτερον:

$$\boxed{\upsilon = \sqrt{\upsilon_o^2 \pm 2\gamma \cdot s}}$$

'Εξαγωγή τῶν τύπων: $t_m = \upsilon_o/\gamma$ καί $s_m = \upsilon_o^2/2\gamma$. Εἰς τήν ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν ἰσχύουν οἱ τύποι:

$$\upsilon = \upsilon_o - \gamma \cdot t \qquad (1)$$

$$s_m = \upsilon_o \cdot t_m - \frac{1}{2}\gamma \cdot t_m^2 \qquad (2)$$

'Εάν ὑποθέσωμεν ὅτι τό κινητόν ἠρεμεῖ μετά πάροδον ὡρισμένου χρόνου, τότε τό κινητόν θά ἔχῃ τελικήν ταχύτητα μηδέν, θά ἔχῃ διανύσει ἕνα μέγιστον διάστημα s_m καί θά ἔχῃ παρέλθει χρόνος μέγιστος t_m. Οὕτως ἐάν θέσωμεν εἰς τούς τύπους (1) καί (2) $\upsilon = 0$, $s=s_m$ καί $t=t_m$ λαμβάνομεν

$$0 = \upsilon_o - \gamma \cdot t_m \qquad (3)$$

$$s_m = \upsilon_o \cdot t_m - \frac{1}{2}\gamma \cdot t_m^2 \qquad (4)$$

Δι'ἐπιλύσεως τοῦ τύπου (3) ὡς πρός t_m προκύπτει

$$\boxed{t_m = \frac{\upsilon_o}{\gamma}}$$

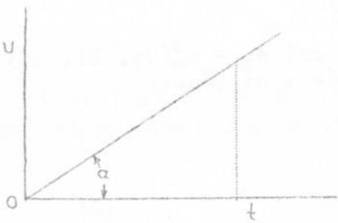
καί ἐάν τήν τιμήν αὐτήν τοῦ χρόνου θέσωμεν εἰς τόν τύπον (4) ἔχομεν

$$s_m = \frac{\upsilon_o^2}{\gamma} - \frac{\upsilon_o^2}{2\gamma}$$

καί τελικῶς προκύπτει:

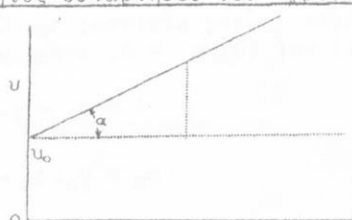
$$\boxed{s_m = \frac{\upsilon_o^2}{2\gamma}}$$

<u>Γραφική παράστασις τῆς ταχύτητος συναρτήσει τοῦ χρόνου ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος.</u> Ὁ τύπος τῆς ταχύτητος $\upsilon = \gamma t$ εἶναι συνάρτησις πρώτου βαθμοῦ τῆς ταχύτητος ὡς πρός τόν χρόνον. Συνεπῶς ἡ γραφική παράστασις τῆς ταχύτητος εἶναι εὐθεῖα γραμμή. Αὔτη πρέπει νά διέρχεται διά τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων 0, διότι διά $t = 0$ προκύπτει καί $\upsilon = 0$. Τέλος ἡ εὐθεῖα γραμμή πρέπει νά παρουσιάζῃ κλίσιν $\varepsilon\varphi\, \alpha = \upsilon/t = \gamma$ ὡς πρός τόν ἄξονα t. Οὕτω λαμβάνομεν τήν γραφικήν παράστασιν τῆς ταχύτητος (σχ. 5).



Σχ. 5

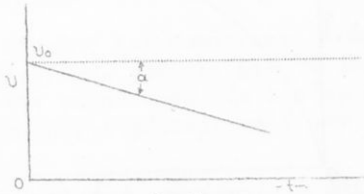
<u>Γραφική παράστασις τῆς ταχύτητος συναρτήσει τοῦ χρόνου μέ ἀρχικήν ταχύτητα.</u> Ὁ τύπος τῆς ταχύτητος $\upsilon = \gamma t$ εἶναι συνάρτησις πρώτου βαθμοῦ τῆς ταχύτητος ὡς πρός τόν χρόνον. Ἄρα ἡ γραφική παράστασις τῆς ταχύτητος εἶναι εὐθεῖα γραμμή. Αὔτη τέμνει τόν ἄξονα υ εἰς τό σημεῖον υ_o, διότι ὅταν $t = 0$



Σχ. 6

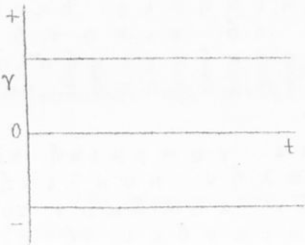
τότε $υ = υ_0$. Τέλος ἡ κλίσις τῆς εὐθείας γραμμῆς ὡς πρός τόν ἄξονα t θά εἶναι εφ α = $(υ-υ_0)/t=γ$. Οὕτω λαμβάνομεν τήν γραφικήν παράστασιν τῆς ταχύτητος (σχ. 6).

'Εάν ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη, τότε θά ἰσχύῃ ὁ τύπος $υ = υ_0 - γt$, ὁπότε πρόκειται πάλιν περί εὐθείας γραμμῆς, ἡ ὁποία τέμνει τόν ἄξονα υ είς τό σημεῖον $υ_0$, μέ κλίσιν ὅμως ὡς πρός τόν ἄξονα εφ $α=(υ_0-υ)/t=γ$.



Σχ.7

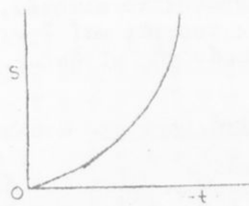
Γραφική παράστασις τῆς ἐπιταχύνσεως. 'Επειδή ἡ ἐπιτάχυνσις γ εἰς τήν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν εἶναι σταθερά καί θετική, θά ἀποδίδεται δι'εὐθείας γραμμῆς παραλλήλου ὡς πρός τόν ἄξονα t καί θά τέμνῃ τόν ἄξονα γ εἰς σημεῖον εὑρισκόμενον πρός τό θετικόν τμῆμα αὐτοῦ (σχ.8).



Σχ.8

'Εάν ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη, τότε ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι σταθερά καί ἀρνητική.
Συνεπῶς θά ἀποδίδεται γραφικῶς δι'εὐθείας γραμμῆς πάλιν παραλλήλου ὡς πρός τόν ἄξονα t, ἀλλά θά τέμνῃ τόν ἄξονα γ εἰς σημεῖον εὑρισκόμενον εἰς τό ἀρνητικόν τμῆμα αὐτοῦ (σχ.8).

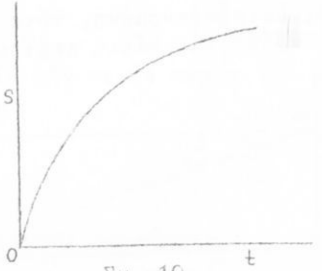
Γραφική παράστασις τοῦ διαστήματος. 'Ο τύπος $s=υ_0t+γt^2/2$ εἶναι συνάρτησις δευτέρου βαθμοῦ τοῦ διαστήματος ὡς πρός τόν χρόνον . Συνεπῶς ἡ γραφική παράστασις τοῦ διαστήματος εἰς τήν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν εἶναι καμπύλη γραμμή. Αὕτη διέρχεται διά τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων O, διότι διά $t=0$ εἶναι καί $s=0$. 'Επίσης ἀποδεικνύεται (θέτοντες τιμάς εἰς τόν χρόνον t



Σχ.9

καί λαμβάνοντες τάς άντιστοίχους τιμάς τοῦ s) ὅτι τό κοῖλον τῆς καμπύλης εἶναι πρός τά ἄνω (σχ.9).

Εἰς τήν ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν ὁ τύπος τοῦ διαστήματος $s = v_0 t - \gamma t^2/2$ εἶναι ἐπίσης δευτέρου βαθμοῦ ὡς πρός t καί ἐπομένως ἡ γραφική παράστασις αὐτοῦ θά εἶναι καμπύλη, διερχομένη ἐπίσης διά τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων, μέ τό κοῖλον ὅμως, ὡς ἀποδεικνύεται, πρός τά κάτω (σχ.10)



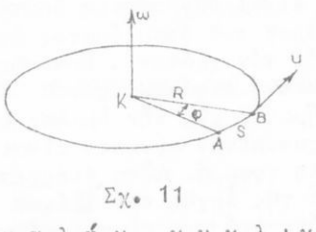
Σχ. 10

<u>ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΙΣ</u>. Καλεῖται ὁμαλή κυκλική κίνησις ἡ κίνησις ἐκείνη κατά τήν ὁποίαν τό κινητόν κινεῖται ἐπί περιφερείας κύκλου καί τό μέτρον τῆς ταχύτητός του παραμένει σταθερόν.

<u>Γραμμική ταχύτης</u>. Καλεῖται γραμμική ταχύτης υ εἰς τήν ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν τό σταθερόν πηλίκον τοῦ τόξου s, τό ὁποῖον διανύει τό κινητόν ἐντός χρόνου t, διά τοῦ χρόνου τούτου. Ἤτοι:

$$\boxed{\upsilon = \frac{s}{t} = \sigma\tau\alpha\vartheta.}$$

Ἡ γραμμική ταχύτης εἶναι διανυσματικόν μέγεθος μέ σημεῖον ἐφαρμογῆς τό κινητόν, ἐφάπτεται τῆς τροχιᾶς καί ἔχει φοράν τήν φοράν τῆς κινήσεως. (σχ. 11).



Σχ. 11

<u>Γωνιακή ταχύτης</u>. Καλεῖται γωνιακή ταχύτης ω εἰς τήν ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν τό σταθερόν πηλίκον τῆς γωνίας φ, τήν ὁποίαν διαγράφει ἡ

ἐ π ι β α τ ι κ ή ἀ κ τ ί ς ἐ ν τ ό ς χ ρ ό ν ο υ t, δ ι ά τ ο ῦ χ ρ ό ν ο υ τ ο ύ τ ο υ. Ἤτοι:

$$\boxed{\omega = \frac{\varphi}{t} = \text{σταθ.}}$$

Ἡ γωνιακή ταχύτης εἶναι μέγεθος διανυσματικόν, διέρχεται διά τοῦ κέντρου περιστροφῆς, εἶναι κάθετος ἐπί τό ἐπίπεδον τοῦ κύκλου καί ἔχει φοράν τήν φοράν κατά τήν ὁποίαν προχωρεῖ δεξιόστροφος κοχλίας, ὅταν περιστρέφεται κατά τήν φοράν τῆς κινήσεως (σχ.11).

<u>Σχέσις μεταξύ ταχύτητος υ, γωνιακῆς ταχύτητος ω καί ἀκτῖνος R.</u>

$$\boxed{\upsilon = \omega . R}$$

Ἀ π ό δ ε ι ξ ι ς. Τό τόξον s, ὡς γνωστόν, ἰσοῦται μέ τό γινόμενον τῆς γωνίας φ ἐπί τήν ἀκτῖνα R. Ἤτοι:

$$s = \varphi . R$$

Ἐάν θέσωμεν τήν τιμήν τοῦ s εἰς τόν τύπον $\upsilon = s/t$, λαμβάνομεν:

$$\upsilon = \frac{\varphi}{t} . R$$

ἤ ἐπειδή $\varphi/t = \omega$ προκύπτει:

$$\upsilon = \omega . R$$

Ἡ κυκλική ὁμαλή κίνησις εἶναι π ε ρ ι ο δ ι κ ή κ ί ν η σ ι ς, διότι ἐπαναλαμβάνεται ἡ αὐτή κατ' ἴσα χρονικά διαστήματα καί, ὡς ἐκ τούτου, ἔχει περίοδον καί συχνότητα.

<u>Περίοδος</u>. Κ α λ ε ῖ τ α ι π ε ρ ί ο δ ο ς εἰς τήν ὁ μ α λ ή ν κ υ κ λ ι κ ή ν κ ί ν η σ ι ν ὁ χ ρ ό ν ο ς Τ, ὁ ὁ π ο ῖ ο ς ἀ π α ι τ ε ῖ τ α ι ἵ ν α τ ό κ ι ν η τ ό ν ἐ κ τ ε λ έ σ ῃ μ ί α ν π ε ρ ι σ τ ρ ο φ ή ν.

<u>Συχνότης</u>. Καλεῖται συχνότης ν, εἰς τήν ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν τό σταθερόν πηλίκον τοῦ ἀριθμοῦ τῶν περιστροφῶν c, τάς ὁποίας ἐκτελεῖ τό κινητόν ἐντός χρόνου t, διά τοῦ χρόνου

τούτου. Ἤτοι:

$$\boxed{\nu = \frac{c}{t} = \text{σταθ.}}$$

<u>Σχέσις μεταξύ περιόδου Τ καί συχνότητος ν.</u>

$$\boxed{T.\nu = 1}$$

Ἤτοι ἡ περίοδος καί ἡ συχνότης εἶναι μεγέθη ἀντίστροφα ἀλλήλων.

<u>Μονάδες συχνότητος.</u> Μονάς συχνότητος εἰς τό C.G.S.,Τ.Σ. μον. καί M.K.S.A. εἶναι ὁ 1 c/sec , ὁρίζεται δέ ὡς ἡ συχνότης κινητοῦ τό ὁποῖον κινούμενον μέ ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν ἐκτελεῖ μίαν περιστροφήν (ἕνα κύκλον c), τό δευτερόλεπτον. Ἤτοι:

$$\nu = \frac{c}{t} = \frac{1\,c}{1\,sec} = 1\,c/sec$$

Ἡ μονάς 1 c/sec γράφεται συνήθως καί ὡς 1 sec^{-1} καί καλεῖται καί 1 Hz. Ἤτοι:

$$1\,c/sec = 1\,sec^{-1} = 1\,Hz$$

Ἐπίσης χρησιμοποιοῦνται τά πολλαπλάσια:

$$1\,Kc/sec = 10^{3}\,sec^{-1} = 1\,KHz$$
$$1\,Mc/sec = 10^{6}\,sec^{-1} = 1\,MHz$$

<u>Μονάς γωνιακῆς ταχύτητος.</u> Ὡς μονάς τῆς γωνιακῆς ταχύτητος ορίζεται τό 1 rad/sec , ἡ ὁποία εἶναι ἡ γωνιακή ταχύτης κινητοῦ τό ὁποῖον κινούμενον μέ κίνησιν ὁμαλήν κυκλικήν διανύει τόξον ἑνός ἀκτινίου τό δευτερόλεπτον. Ἤτοι:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{1\,rad}{1\,sec} = 1\,rad/sec$$

<u>Τύποι τῆς γωνιακῆς ταχύτητος:</u> Ἐπειδή $\omega = \varphi/t$, ἐάν ὑποθέσωμεν ὅτι τό κινητόν ἐκτελεῖ μίαν περιστροφήν, τότε φ =

$= 2\pi$ καί $t = T$. Συνεπῶς θά εἶναι:

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}$$

'Εξ ἄλλου ἐπειδή $T = 1/\nu$ ἐκ τοῦ ἀνωτέρω τύπου προκύπτει:

$$\boxed{\omega = 2\pi.\nu}$$

<u>Τύποι τῆς γραμμικῆς ταχύτητος.</u> 'Εκ τοῦ τύπου $\upsilon = \omega.R$, ἐάν θέσωμεν $\omega = 2\pi/T$ καί $\omega = 2\pi.\nu$ λαμβάνομεν ἀντιστοίχως:

$$\boxed{\upsilon = \frac{2\pi.R}{T}} \qquad \text{καί} \qquad \boxed{\upsilon = 2\pi.\nu.R}$$

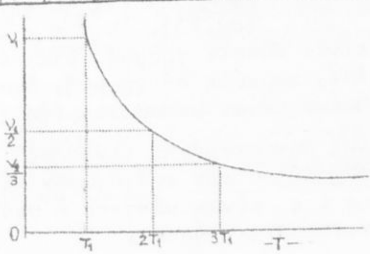
<u>Κυκλική συχνότης.</u> 'Εκ τοῦ τύπου $\omega = 2\pi.\nu$ ἐπειδή τό ν ἔχει διαστάσεις συχνότητος, ἐνῷ τό 2π εἶναι καθαρός ἀριθμός, ἕπεται ὅτι ἡ γωνιακή ταχύτης ἔχει καί αὐτή διαστάσεις συχνότητος. Ἵνα ὅμως γίνεται διάκρισις αὐτῆς ὡς πρός τήν συχνότητα ν, καλεῖται ἡ γωνιακή ταχύτης κ υ κ λ ι κ ή σ υ χ ν ό τ η ς.

<u>Κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις.</u> 'Επειδή εἰς τήν κυκλικήν ὁμαλήν κίνησιν ἡ ταχύτης υ μεταβάλλεται μόνον ὡς πρός τήν διεύθυνσιν, εἰς τήν κίνησιν αὐτήν ὑπάρχει μόνον κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις γ_κ. 'Αποδεικνύεται δέ ὅτι:

$$\boxed{\gamma_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2.R = 4\pi^2.\nu^2.R = \frac{4\pi^2.R}{T^2}}$$

<u>Γραφική παράστασις τῆς συχνότητος ν συναρτήσει τῆς περιόδου T.</u> 'Εκ τοῦ τύπου $\nu = 1/T = T^{-1}$ παρατηροῦμεν ὅτι ἡ συχνότης ν δέν εἶναι πρώτου βαθμοῦ ὡς πρός T. Συνεπῶς θά ἀποδίδεται γραφικῶς διά καμπύλης γραμμῆς.

'Εάν εἰς τόν τύπον $\nu = 1/T$, ὅπου T θέσωμεν



Σχ. 12

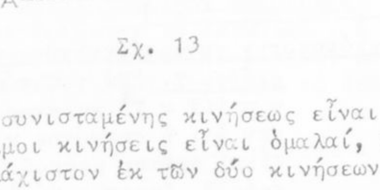
τάς τιμάς $0, T_1, 2T_1, 3T_1, \ldots \infty$ λαμβάνομεν ἀντιστοίχως διά τήν συχνότητα τάς τιμάς ∞ , $\nu_1, \nu_1/2, \nu_1/3, \ldots 0$.

Πίναξ τιμῶν

T	0	T_1	$2T_1$	$3T_1 \ldots \infty$
ν	∞	ν_1	$\frac{\nu_1}{2}$	$\frac{\nu_1}{3} \ldots 0$

Βάσει τῶν ἀνωτέρω τιμῶν χαράσωμεν τήν καμπύλην (σχ.12). Ἡ καμπύλη πλησιάζει τούς ἄξονας ν, Τ ἀσυμπτωτικῶς.

ΣΥΝΘΕΣΙΣ ΚΙΝΗΣΕΩΝ: "Ἐάν ἕνα κινητόν μετέχη συγχρόνως δύο εὐθυγράμμων κινήσεων, τό σημεῖον εἰς τό ὁποῖον θά εὑρίσκεται μετά πάροδον ὡρισμένου χρόνου εἶναι ἡ τετάρτη κορυφή τοῦ παραλληλογράμμου, τό ὁποῖον κατασκευάζεται μέ πλευράς τά διαστήματα τῶν δύο εὐθυγράμμων κινήσεων".

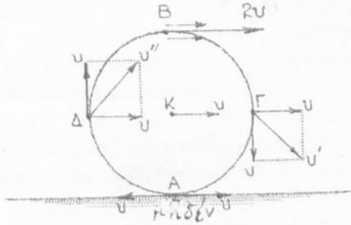


Σχ. 13

Οὕτως ἐάν τό κινητόν διανύη κατά τήν μίαν κίνησιν τό διάστημα ΑΒ εἰς χρόνον t καί κατά τήν ἄλλην κίνησιν τό διάστημα ΑΓ ἐπίσης εἰς χρόνον t, τότε ἐκτελοῦν συγχρόνως τάς δύο κινήσεις θά εὑρίσκεται ἐντός χρόνου t εἰς τό σημεῖον Δ. (σχ.13). Ἡ τροχιά τῆς συνισταμένης κινήσεως εἶναι εὐθεῖα γραμμή, ὅταν αἱ εὐθύγραμμοι κινήσεις εἶναι ὁμαλαί, καμπύλη δέ γραμμή, ὅταν ἡ μία τοὐλάχιστον ἐκ τῶν δύο κινήσεων εἶναι μεταβαλλομένη (σχ.13).

Ἡ ταχύτης τῆς συνισταμένης κινήσεως εἶναι πάντοτε ἡ συνισταμένη τῶν ταχυτήτων τῶν συνιστωσῶν κινήσεων. Ἐπίσης ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι πάντοτε ἡ συνισταμένη τῶν ἐπιταχύνσεων τῶν συνιστωσῶν κινήσεων.

Παράδειγμα: Τά διάφορα σημεῖα τῆς περιφερείας τροχοῦ αὐτοκινήτου κινουμένου μέ ταχύτητα υ, δέν ἔχουν τήν αὐτήν ταχύτητα (σχ. 14). Τό σημεῖον Α ἔχει ταχύτητα μηδέν, τό σημεῖον Β ταχύτητα 2υ, τό σημεῖον Γ ταχύτητα υ΄, τό σημεῖον Δ ταχύτητα υ΄΄ κ.λ.π.



Σχ. 14

<u>Ἀρχή τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων:</u> "Ἐάν κινητόν μετέχῃ δύο ἤ περισσοτέρων κινήσεων*, τό σημεῖον εἰς τό ὁποῖον θά εὑρίσκεται μετά πάροδον ὡρισμένου χρόνου t, εἶναι τό αὐτό πάντοτε εἴτε τό κινητόν ἐκτελεῖ ἑκάστην κίνησιν χωριστά καί διαδοχικῶς καί ἐπί τόν αὐτόν χρόνον t ἑκάστην, εἴτε ἐκτελεῖ συγχρόνως ὅλας τάς κινήσεις."

<u>Ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς τήν ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν.</u> Εἰς τήν ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν ὑπάρχει μόνον κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις, διότι εἰς τήν κίνησιν αὐτήν μεταβάλλεται μόνον ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος (γραμμικῆς). Τό μέτρον τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως ἀποδεικνύεται ὅτι εἶναι:

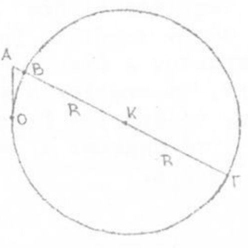
$$\boxed{\gamma_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}}$$

<u>Ἀπόδειξις:</u> Ἔστω κινητόν κινούμενον ἐπί περιφερείας κύκλου (σχ.15) μέ κίνησιν ὁμαλήν, τῆς ὁποίας τό μέτρον τῆς ταχύτητος εἶναι υ, καί ἔστω ὅτι ἐντός ἐλαχίστου χρόνου t διανύει τό τόξον ΟΒ. Τήν κίνησιν αὐτήν δυνάμεθα ν' ἀναλύσωμεν εἰς δύο κινήσεις: εἰς μίαν ὁμαλήν καί εὐθύγραμμον κατά τήν ἐφαπτομένην τῆς τροχιᾶς καί εἰς μίαν ὁμαλῶς ἐπιτα-

---

* Εἰς τήν πραγματικότητα οὐδέποτε κινητόν ἐκτελεῖ περισσοτέρας τῆς μιᾶς κινήσεις. Λέγοντες ὅτι κινητόν μετέχει δύο κινήσεων, ἐννοοῦμεν ὅτι τό σύστημα ἀναφορᾶς ἐκτελεῖ καί αὐτό ἰδίαν κίνησιν.

χυνομένην μέ φοράν πρός τό κέντρον Κ. Ὑποθέτομεν δηλαδή ὅτι τό κινητόν ἐντός τοῦ ἀπειροελαχίστου χρόνου t διανύει τό διάστημα ΟΑ μέ σταθεράν ταχύτητα υ καί ἀκολούθως, ἀφοῦ παύση ἡ πρώτη κίνησις, τό κινητόν ἐντός χρόνου ἐπίσης t διανύει τό διάστημα ΑΒ μέ σταθεράν ἐπιτάχυνσιν γ_κ. Συμφώνως πρός τούς γνωστούς τύπους τῆς ὁμαλῆς καί τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως θά ἔχωμεν:



Σχ. 15

$$ΟΑ = υ . t \qquad \text{καί} \qquad ΑΒ = \frac{1}{2} \gamma_\kappa . t^2 \qquad (1)$$

Ἐξ ἄλλου ἐκ τῆς γεωμετρίας γνωρίζομεν ὅτι:

$$(ΟΑ)^2 = (ΑΒ) . (ΑΓ)$$

ἤ ἐπειδή

$$(ΑΓ) = (ΑΒ) + (ΒΓ) = (ΑΒ) + 2R \quad \text{γράφομεν:}$$

$$(ΟΑ)^2 = (ΑΒ) . \left[(ΑΒ) + 2R\right]$$

Τό διάστημα ΑΒ, ἐν σχέσει πρός τήν διάμετρον 2R, εἶναι ἀπειροελάχιστον, διότι ἀντιστοιχεῖ εἰς χρόνον ἐπίσης ἀπειροελάχιστον καί, ὡς ἐκ τούτου, δυνάμεθα νά τό παραλείψωμεν ἀπό τό ἄθροισμα (ΑΒ) + 2R καί νά γράψωμεν:

$$(ΟΑ)^2 = (ΑΒ) . 2R \qquad (2)$$

Συμφώνως δέ πρός τάς σχέσεις (1) ἡ σχέσις (2) γίνεται:

$$υ^2 . t^2 = \frac{1}{2} \gamma_\kappa . t^2 . 2R$$

ἤ $$υ^2 = \gamma_\kappa . R \qquad (3)$$

Ἐκ τῆς τελευταίας σχέσεως (3) ἐξάγομεν ὅτι:

$$\boxed{\gamma_\kappa = \frac{υ^2}{R}}$$

ΣΤΑΤΙΚΗ

Ἡ Στατική εἶναι τό μέρος τῆς Μηχανικῆς, τό ὁποῖον ἐξετάζει τάς δυνάμεις καί τάς συνθήκας ἰσορροπίας αὐτῶν.

ΔΥΝΑΜΕΙΣ: Κ α λ ο ῦ μ ε ν δ υ ν ά μ ε ι ς τά α ἴ τ ι α, τ ά ὁ π ο ῖ α δ ύ ν α ν τ α ι ε ἴ τ ε νά μ ε τ α β ά λ λ ο υ ν τ ή ν τ α χ ύ τ η τ α τ ῶ ν σ ω μ ά τ ω ν ε ἴ τ ε νά π ρ ο κ α λ έ σ ο υ ν τ ή ν π α ρ α μ ό ρ φ ω σ ι ν α ὐ τ ῶ ν.

Χαρακτηριστικά στοιχεῖα τῆς δυνάμεως. Ἡ δύναμις εἶναι δ ι α ν υ σ μ α τ ι κ ό ν μ έ γ ε θ ο ς καί, ὡς ἐκ τούτου, ἔχει ὅλα τά χαρακτηριστικά στοιχεῖα τοῦ διανύσματος. Ἤτοι:

1) Φ ο ρ έ α ἤ ε ὐ θ ε ῖ α ν ἐ π ε ν ε ρ γ ε ί α ς. Ὁ φορεύς τῆς δυνάμεως εἶναι ἡ εὐθεῖα ἐπί τῆς ὁποίας κεῖται ἡ δύναμις.

2) Δ ι ε ύ θ υ ν σ ι ν. Ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως εἶναι κάθε εὐθεῖα παράλληλος πρός τόν φορέα αὐτῆς.

3) Φ ο ρ ά ν. Ἐπί τοῦ φορέως ὁρίζομεν θετικήν καί ἀρνητικήν φοράν, ὁπότε ἡ δύναμις δύναται νά ἔχῃ τήν μίαν ἤ τήν ἄλλην ἐξ αὐτῶν.

4) Σ η μ ε ῖ ο ν ἐ φ α ρ μ ο γ ῆ ς. Τό σημεῖον ἐφαρμογῆς εἶναι ἕν σημεῖον ἐπί τοῦ ὁποίου ἐξασκεῖται ἡ δύναμις. Ἐάν ἡ δύναμις ἐξασκῆται ἐπί στερεοῦ σώματος τοῦτο εὑρίσκεται ὁπουδήποτε ἐπί τοῦ φορέως, ἀλλ' ὁπωσδήποτε ἐπί σημείου τοῦ σώματος.

5) Μ έ τ ρ ο ν (ἔντασις). Τό μέτρον τῆς δυνάμεως εἶναι ἡ ἀριθμητική τιμή, ἡ ὁποία προκύπτει ἐκ τῆς μετρήσεως τῆς δυνάμεως, ἀκολουθουμένη ὅμως ὑπό τῆς μονάδος μετρήσεως(π.χ.120 kgr*).

Ἡ δύναμις ἐξασκεῖται πάντοτε ἐπί σώματος καί προέρχεται πάντοτε ἐξ ἄλλου σώματος εἴτε ἐξ ἐπαφῆς εἴτε ἐξ ἀποστάσεως. Δυνάμεις ἐξ ἐπαφῆς ἔχομεν π.χ. κατά τήν κροῦσιν δύο σωμάτων, ἐνῷ δυνάμεις ἐξ ἀποστάσεως ἔχομεν π.χ. κατά τήν ἕλξιν τῶν σωμάτων ὑπό τῆς Γῆς κ.λ.π.

'Αξίωμα τῆς δράσεως καί ἀντιδράσεως: "'Εάν σῶμα Α ἐξασκῆ δύναμιν ἐπί σώματος Β, τότε καί τό σῶμα Β ἐξασκεῖ συγχρόνως ἐπί τοῦ σώματος Α ἴσην καί ἀντίθετον δύναμιν".

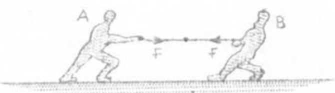
Παραδείγματα: α) Ἡ Γῆ ἕλκει ἕνα σῶμα μέ ὡρισμένην δύναμιν F καί τό σῶμα ἕλκει συγχρόνως τήν Γῆν μέ δύναμιν ἐπίσης F*.

β) "Εστω ὅτι εἰς τά ἄκρα σχοινίου ἐξασκοῦνται αἱ ἴσαι καί ἀντίθετοι δυνάμεις (F, F) (σχ.16). Μέ ποίαν δύναμιν τείνεται τό σχοινίον;

Σχ. 16

'Απάντησις: Μόνον μέ δύναμιν F, διότι ἡ ἑτέρα δύναμις εἶναι ἁπλῶς ἡ ἀντίδρασις.

γ) Κατά τό πείραμα τῆς διελκυστίνδας (σχ.17) ὁ Β παρασύρει τόν Α καί ὅμως ἡ δύναμις τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ὁ Β ἐπί τοῦ Α εἶναι ἴση πρός τήν δύναμιν, τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ὁ Α ἐπ' αὐτοῦ. ('Αξίωμα: δρᾶσις = ἀντίδρασις).



Σχ. 17

Συμφώνως πρός τό ἀξίωμα τῆς δράσεως καί ἀντιδράσεως, αἱ δυνάμεις ἐμφανίζονται εἰς τήν φύσιν ἀνά ζεύγη, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία (οἱαδήποτε) ἐκ τῶν δύο ἀποτελεῖ τήν δρᾶσιν καί ἡ ἑτέρα τήν ἀντίδρασιν. Αἱ δύο ὅμως δυνάμεις (δρᾶσις καί ἀντίδρασις) ἐνεργοῦν ὄχι ἐπί τοῦ αὐτοῦ σώματος, ἀλλά ἐπί δύο διαφόρων σωμάτων.

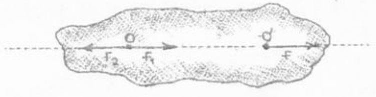
Θεμελιώδεις ἀρχαί τῆς Στατικῆς: α) "Δύο δυνάμεις τοῦ αὐτοῦ φορέως, ἴσων μέτρων, ἀντιθέτων φορῶν καί ἐφηρμοσμέναι ἐπί τοῦ αὐτοῦ σώματος ἰσορροποῦν".

β) "Μία δύναμις δύναται νά μετακινηθῆ ἐπί τοῦ φορέως της ὥστε νά ἔχη ἄλλο σημεῖον ἐφαρμογῆς ἐπί τοῦ σώματος, χωρίς νά

* Κακῶς γράφεται ὅτι "τό σῶμα κινεῖται πρός τήν Γῆν καί ὄχι ἀντιθέτως, διότι ἡ μᾶζα τῆς Γῆς εἶναι μεγάλη". "Αν γνωρίζωμεν ὅτι πράγματι τό σῶμα κινεῖται πρός τήν Γῆν, τότε θά ἐγνωρίζαμεν καί τήν ἀπόλυτον κίνησιν.

μεταβληθῇ τό ἀποτέλεσμα αὐτῆς".

Ἡ δευτέρα ἀρχή εἶναι συνέπεια τῆς πρώτης: "Εστω δύναμις F μέ σημεῖον ἐφαρμογῆς τό O. Εἰς τό σημεῖον O΄ εὑρισκόμενον ἐπί τοῦ φορέως τῆς δυνάμεως καί ἐπί τοῦ σώματος, θεωροῦμεν τάς δυνάμεις F_1, F_2, αἱ ὁποῖαι ἔχουν ἴσα μέτρα πρός τό μέτρον τῆς F καί ἀντιθέτους φοράς (σχ.18). Προφανῶς ἡ ἀρχική δύναμις F ἀνάγεται εἰς τό σύστημα τῶν δυνάμεων F, F_1, F_2, διότι ἡ συνισταμένη τῶν F_1 καί F_2 εἶναι μηδέν. Ἐάν τώρα θεωρήσωμεν τάς δυνάμεις F καί F_2 ἡ συνισταμένη τούτων εἶναι μηδέν καί ἑπομένως τό σύστημα τῶν δυνάμεων ἀνάγεται μόνον εἰς τήν δύναμιν F_1.



Σχ. 18

Παρατήρησις. Μία δύναμις δέν δύναται νά μετατοπισθῇ παραλλήλως πρός ἑαυτήν, διότι τότε προκύπτει δύναμις καί ζεῦγος δυνάμεων.

<u>ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΔΥΝΑΜΕΩΣ.</u> Ἡ δύναμις δύναται νά μετρηθῇ μέ δύο μεθόδους: τήν σ τ α τ ι κ ή ν μ έ θ ο δ ο ν καί τήν δ υ ν α μ ι κ ή ν μ έ θ ο δ ο ν.

α) <u>Στατική μέθοδος.</u> Ἡ μέθοδος αὐτή βασίζεται ἐπί τῆς μετρήσεως τῆς ἐλαστικῆς παραμορφώσεως τήν ὁποίαν δύναται νά ἐπιφέρῃ μία δύναμις, ὅταν ἐπενεργῇ ἐπί ἑνός ἐλαστικοῦ σώματος, διότι αἱ ἐ λ α σ τ ι κ α ί π α ρ α μ ο ρ φ ώ σ ε ι ς ε ἶ ν α ι π ά ν τ ο τ ε ἀ ν ά λ ο γ ο ι τ ῶ ν μ έ τ ρ ω ν τ ῶ ν π ρ ο κ α λ ο υ σ ῶ ν α ὐ τ ά ς δ υ ν ά μ ε ω ν. Ἤτοι:

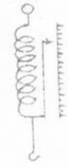
$$\boxed{F = K.\Delta\chi}$$

ὅπου $\Delta\chi$ εἶναι ἡ ἐλαστική παραμόρφωσις (μεταβολή μήκους) καί K μία σταθερά ἐξαρτωμένη ἐκ τῆς φύσεως καί τῶν γεωμετρικῶν στοιχείων τοῦ ἐλαστικοῦ σώματος.

Στατικῶς ἡ δύναμις μετρᾶται διά τῶν δυναμομέτρων.

Δ υ ν α μ ό μ ε τ ρ α. Τά δυναμόμετρα εἶναι ὄργανα διά τῶν ὁποίων δυνάμεθα νά μετρήσωμεν μίαν δύναμιν. Ἡ ἀ ρ χ ή λειτουργίας αὐτῶν στηρίζεται εἰς τό ὅτι αἱ ἐλαστικαί παραμορφώσεις εἶναι ἀνάλογοι τῶν μέτρων τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐπενεργοῦν ἐπί ἑνός ἐλαστικοῦ σώματος.

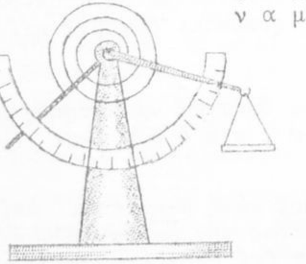
Τό πλέον σύνηθες δυναμόμετρον εἶναι τό δυναμόμετρον μετά σπειροειδοῦς ἐλατηρίου (κ. κανταράκι) (Σχῆμα 19). Ἐκτός ὅμως αὐτοῦ χρησιμοποιοῦνται καί ἄλλοι τύποι, ὡς εἶναι τό δυναμόμετρον μετά ἐλατηρίου κεκαμμένου ὑπό γωνίαν (σχ. 20) κλπ.



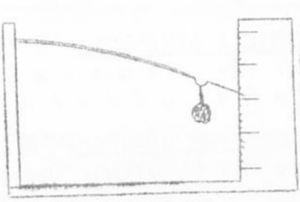
Σχ. 19

Σχ. 20

Ἐπίσης λίαν ἐν χρήσει δυναμόμετρον εἶναι καί ὁ ζυγός μετά ἐλατηρίου (σχ. 21). Τέλος διά τήν μέτρησιν πολύ μικρῶν βαρῶν χρησιμοποιεῖται τό μικροδυναμόμετρον (σχ. 22).



Σχ. 21



Σχ. 22

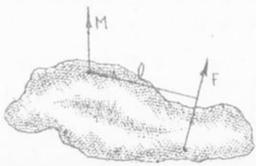
β) <u>Δυναμική μέθοδος</u>. Ἡ μέθοδος αὐτή στηρίζεται ἐπί τῆς μετρήσεως τῆς ἐπιταχύνσεως, τήν ὁποίαν προκαλεῖ ἡ δύναμις, ὅταν ἐπενεργῇ ἐπί ἑνός ἐλευθέρου σώματος, διότι ἡ δύναμις F εἶναι ἀνάλογος τῆς ἐπιταχύνσεως γ τήν ὁποίαν προσδίδει εἰς τό σῶμα. Ἤτοι:

$$\boxed{F = m \cdot \gamma}$$

ὅπου m ἡ μᾶζα τοῦ σώματος

ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΕΩΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΣΗΜΕΙΟΝ. Ἐάν μία δύναμις ἐνεργῇ ἐπί ἑνός σώματος καί τείνῃ νά περιστρέφῃ αὐτό περί σημεῖον, λέγομεν ὅτι ἐπί τοῦ σώματος ἐξασκεῖται ῥοπή.

Καλοῦμεν ῥοπήν δυνάμεως F ὡς πρός σημεῖον O, τό διανυσματικόν μέγεθος M (σχ. 23), τό ὁποῖον διέρχεται διά τοῦ O, εἶναι κάθετον ἐπί τό ἐπίπεδον, τό ὁποῖον ὁρίζεται ὑπό τῆς δυνάμεως καί τοῦ σημείου καί ἔχει φοράν τήν φοράν κατά τήν ὁποίαν προχωρεῖ δεξιόστροφος κοχλίας, περιστρεφόμενος κατά τήν φοράν τῆς δυνάμεως. Τό μέτρον M τῆς ῥοπῆς ἰσοῦται πρός τό μέτρον F τῆς δυνάμεως ἐπί τήν ἀπόστασιν l αὐτῆς ἀπό τοῦ σημείου περιστροφῆς. Ἤτοι:



Σχ. 23

$$\boxed{M = F.l}$$

Ῥοπή ἐξασκεῖται π.χ. ὅταν ὠθοῦμεν τήν θύραν νά κλείσῃ, ὅταν ἐνεργῶμεν ἐπί τῆς χειρολαβῆς αὐτῆς κ.λ.π.

Θεώρημα τῶν ῥοπῶν: "Ἐάν πολλαί ὁμοεπίπεδοι δυνάμεις ἐνεργοῦν ἐπί σώματος, τότε τό ἀλγεβρικόν ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν τῶν δυνάμεων ὡς πρός οἱονδήποτε σημεῖον τοῦ ἐπιπέδου τῶν δυνάμεων, ἰσοῦται πρός τήν ῥοπήν τῆς συνισταμένης ὡς πρός τό αὐτό σημεῖον.

Ἐκ τοῦ θεωρήματος τῶν ῥοπῶν ἐξάγεται ὅτι: Ἐάν ἐπί ἑνός σώματος ἐξασκοῦνται πολλαί ὁμοεπίπεδοι δυνάμεις καί τό σῶμα ἰσορροπῇ, τότε τό ἀλγεβρικόν ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων ὡς πρός οἱονδήποτε σημεῖον τοῦ ἐπιπέδου των εἶναι μηδέν.

ΣΥΝΘΕΣΙΣ ΔΥΝΑΜΕΩΝ. Καλοῦμεν σύνθεσιν δυνάμεων τήν ἀντικατάστασιν δυνάμεων ὑπό μιᾶς μόνον δυνάμεως, ἡ ὁποία ἐπιφέρει τό αὐτό ἀποτέλεσμα καί ἐντός τοῦ αὐτοῦ χρόνου.

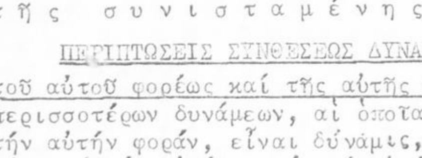
Ἡ δύναμις ἡ ὁποία ἀντικαθιστᾶ τάς ἄλλας δυνάμεις καλεῖται συνισταμένη δύναμις.

Συνεπῶς ἡ σύνθεσις τῶν δυνάμεων ἔχει σκοπόν τήν εὕρεσιν τῆς συνισταμένης αὐτῶν.

ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΣΥΝΘΕΣΕΩΣ ΔΥΝΑΜΕΩΝ. 1) Σύνθεσις δυνάμεων τοῦ αὐτοῦ φορέως καί τῆς αὐτῆς φορᾶς: Ἡ συνισταμένη δύο ἤ περισσοτέρων δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἔχουν τόν αὐτόν φορέα καί τήν αὐτήν φοράν, εἶναι δύναμις, ἡ ὁποία ἔχει τόν αὐτόν φορέα καί τήν αὐτήν φοράν μέ αὐτάς καί μέτρον F ἴσον πρός τό ἄθροισμα τῶν μέτρων F_1, F_2 ... τῶν δυνάμεων. Ἤτοι:

$$\boxed{F = F_1 + F_2 + \ldots}$$

2) Σύνθεσις δύο δυνάμεων τοῦ αὐτοῦ φορέως καί ἀντιθέτων φορῶν: Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἔχουν τόν αὐτόν φορέα καί ἀντιθέτους φοράς, εἶναι δύναμις, ἡ ὁποία ἔχει τόν αὐτόν φορέα μέ αὐτάς καί φοράν τήν φοράν τῆς μεγαλυτέρας δυνάμεως καί μέτρον F ἴσον πρός τήν διαφοράν τῶν μέτρων F_1, F_2 τῶν δυνάμεων (σχ.24). Ἤτοι:

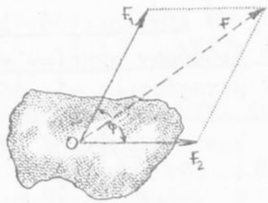


Σχ. 24

$$\boxed{F = F_1 - F_2}$$

3) Σύνθεσις δύο δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ἐπί τοῦ αὐτοῦ σημείου ὑπό γωνίαν. (Νόμος τοῦ παραλληλογράμμου): Ἡ συνισταμένη F δύο δυνάμεων F_1, F_2, αἱ

όποῖαι ἔχουν τό αὐτό σημεῖον ἐφαρμογῆς καί σχηματίζουν γωνίαν φ μεταξύ των, εἶναι ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου (σχ. 25), τό ὁποῖον σχηματίζεται μέ πλευράς τάς δύο δυνάμεις, ἔχει τό αὐτό σημεῖον ἐφαρμογῆς μέ αὐτάς καί μέτρον ἴσον πρός:



Σχ. 25

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \text{συν}\, \varphi} \quad (1)$$

Διερεύνησις τοῦ τύπου: α) Ἐάν αἱ δύο δυνάμεις εἶναι τῆς αὐτῆς φορᾶς, τότε $\varphi = 0^o$ καί συν$\varphi=1$. Ἐπομένως ἐκ τοῦ ἀνωτέρω τύπου ἐξάγομεν:

$$F = F_1 + F_2$$

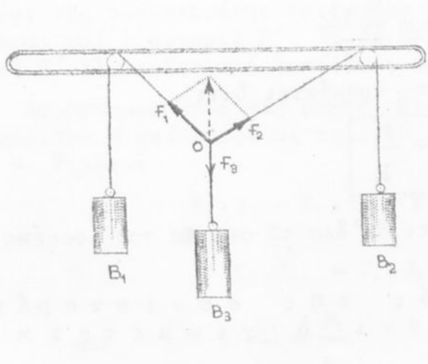
β) Ἐάν αἱ δύο δυνάμεις ἔχουν ἀντιθέτους φοράς, τότε $\varphi = 180^o$ καί συν $\varphi = -1$. Ἐπομένως ἐκ τοῦ ἀνωτέρω τύπου (1) ἐξάγομεν:

$$F = F_1 - F_2$$

γ) Ἐάν $\varphi = 90^o$, τότε συν $\varphi = 0$ καί

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

Πειραματική ἀπόδειξις τοῦ νόμου τοῦ παραλληλογράμμου:

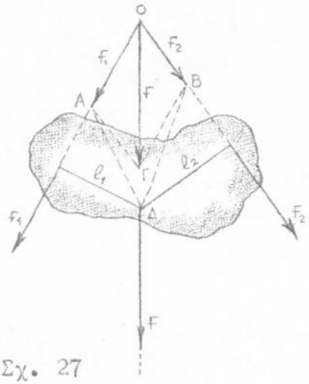


Σχ. 26

Διά τῶν βαρῶν B_1, B_2, B_3 τῆς διατάξεως (σχ. 26) ἐξασκοῦνται αἱ τρεῖς δυνάμεις F_1, F_2 καί καί F_3 εἰς τό σημεῖον O. Παριστάνομεν τάς τρεῖς δυνάμεις ὑπό κατάλληλον κλίμακα ἐπί τῶν νημάτων μέ τά τρία διανύσματα τοῦ σχήματος.

Ἐάν τώρα κατασκευάσωμεν τό παραλληλόγραμμον τῶν δυνάμεων F_1 καί F_2, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ διαγώνιος αὐτοῦ (ὡς διάνυσμα) εἶναι ἴση καί ἀντίθετος πρός τήν δύναμιν F_3.

4) <u>Σύνθεσις δύο ὁμοεπιπέδων δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ἐπί δύο διαφόρων σημείων καί ὑπό γωνίαν:</u> Εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν μεταφέρομεν τάς δύο δυνάμεις ἐπί τῶν φορέων των ὥστε νά ἔχουν τό αὐτό σημεῖον ἐφαρμογῆς O (σχ.27), τό ὁποῖον εἶναι τό σημεῖον τομῆς τῶν φορέων αὐτῶν. Διά τοῦ τρόπου τούτου ἀνάγομεν τό πρόβλημα εἰς τήν σύνθεσιν δυνάμεων συμφώνως πρός τόν νόμον τοῦ παραλληλογράμμου καί εὑρίσκομεν τήν συνισταμένην δύναμιν F αὐτῶν. Ἡ συνισταμένη F δύναται τώρα νά μεταφερθῇ ἐπί τοῦ φορέως αὐτῆς, ὥστε νά ἔχῃ σημεῖον ἐφαρμογῆς ἐπί τοῦ σώματος. Ὁ φορεύς τῆς συνισταμένης εἶναι, ὡς ἀποδεικνύεται, πάντοτε ὡρισμένος, ἐφ'ὅσον ἔχουν δοθῆ οἱ φορεῖς καί τά μέτρα τῶν δυνάμεων.



Σχ. 27

<u>Ἀ π ό δ ε ι ξ ι ς</u>: Ἐκ τοῦ τυχόντος σημείου Δ φέρομεν τάς καθέτους l_1 καί l_2 ἐπί τῶν φορέων τῶν δυνάμεων F_1 καί F_2. Τά τρίγωνα ΟΑΔ καί ΟΒΔ εἶναι ἰσοδύναμα ὡς ἔχοντα τήν αὐτήν βάσιν ΟΔ καί ἴσα ὕψη. Ἐάν τώρα θεωρήσωμεν ὡς βάσεις τῶν ἰδίων τριγώνων τάς ΟΑ καί ΟΒ, θά πρέπει νά ἰσχύῃ ἡ σχέσις:

$$\frac{F_1 \cdot l_1}{2} = \frac{F_2 \cdot l_2}{2}$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης προκύπτει ὅτι:

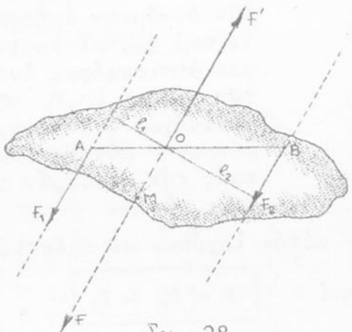
$$\boxed{\frac{l_1}{l_2} = \frac{F_2}{F_1}}$$

Ἡ ἰδιότης αὐτή ἰσχύει δι'ὅλα τά σημεῖα τοῦ φορέως καί μόνον δι'αὐτά.

Ἄρα: Ὁ φ ο ρ ε ύ ς τ ῆ ς σ υ ν ι σ τ α μ έ ν η ς δ υ ν ά μ ε ω ς F ε ἶ ν α ι ὁ γ ε ω μ ε τ ρ ι κ ό ς τόπος τῶν σημείων, τά ὁποῖα ἀπέχουν ἀπό τούς φορεῖς τῶν δυνάμεων F_1 καί F_2 ἀποστάσεις, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν ἀντιστοίχων δυνάμεων.

5) <u>Σύνθεσις δύο δυνάμεων παραλλήλων καί τῆς αὐτῆς φορᾶς:</u>

Ἡ συνισταμένη F δύο δυνάμεων F_1 καί F_2 παραλλήλων καί τῆς αὐτῆς φορᾶς (σχ.28) εἶναι δύναμις παράλληλος καί τῆς αὐτῆς φορᾶς πρός αὐτάς. Ὁ φορεύς της εὑρίσκεται μεταξύ τῶν φορέων τῶν δύο δυνάμεων καί ἀπέχει ἀπό αὐτάς ἀποστάσεις l_1, l_2 αἱ ὁποῖαι εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν μέτρων F_1, F_2 τῶν ἀντιστοίχων δυνάμεων, τό δέ μέτρον της F ἰσοῦται πρός τό ἄθροισμα τῶν μέτρων τῶν δυνάμεων.



Σχ. 28

Ἤτοι ἰσχύουν εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν αἱ σχέσεις:

$$\boxed{\frac{l_1}{l_2} = \frac{F_2}{F_1}} \quad \text{καί} \quad \boxed{F = F_1 + F_2}$$

<u>Ἐξαγωγή τοῦ τύπου</u> $l_1/l_2 = F_2/F_1$: Ἐάν στηρίξωμεν τό σῶμα (σχ.28) διά τοῦ σημείου Μ αὐτοῦ, εὑρισκόμενον ὅμως ἐπί τοῦ φορέως τῆς συνισταμένης δυνάμεως, τότε ἐπί τοῦ σώματος ἐξασκεῖται καί ἡ δύναμις F′, τό δέ σῶμα ἰσορροπεῖ. Συνεπῶς ἡ δύναμις F′ εἶναι ἴση καί ἀντίθετος πρός τήν συνισταμένην F.

Λαμβάνομεν τώρα τάς ροπάς τῶν δυνάμεων F_1, F_2, F′ ὡς πρός τό σημεῖον Μ καί συμφώνως πρός τό θεώρημα τῶν ροπῶν ἔχομεν:

$$F_1 \cdot l_1 - F_2 \cdot l_2 + F' \cdot 0 = 0$$

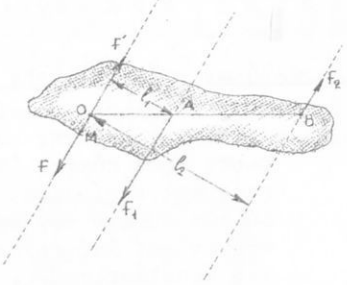
ἤ

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$$

καί

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{F_2}{F_1}$$

6) <u>Σύνθεσις δύο δυνάμεων παραλλήλων καί ἀντιθέτων φορῶν</u>: Ἡ συνισταμένη F δύο δυνάμεων F_1 καί F_2 παραλλήλων καί ἀντιθέτων φορῶν εἶναι δύναμις παράλληλος πρός αὐτάς καί ἔχει φοράν τήν φοράν τῆς μεγαλυτέρας δυνάμεως(σχ. 29). Ὁ φορεύς αὐτῆς εὑρίσκεται πέραν τῆς μεγαλυτέρας δυνάμεως καί ἀπέχει ἀπό τούς φορεῖς τῶν δύο δυνάμεων ἀποστάσεις l_1 καί l_2, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν μέτρων F_1, F_2 τῶν ἀντιστοίχων δυνάμεων, τό δέ μέτρον F αὐτῆς ἰσοῦται πρός τήν διαφοράν τῶν μέτρων αὐτῶν.



Σχ. 29

Ἤτοι εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν ἰσχύουν αἱ σχέσεις:

$$\boxed{\frac{l_1}{l_2} = \frac{F_2}{F_1}} \quad \text{καί} \quad \boxed{F = F_1 - F_2}$$

<u>Ἐξαγωγή τοῦ τύπου</u>: $l_1/l_2 = F_2/F_1$. Ἐάν στηρίξωμεν τό σῶμα (σχ.29) διά τοῦ σημείου M αὐτοῦ, εὑρισκόμενον ὅμως ἐπί τοῦ φορέως τῆς συνισταμένης δυνάμεως, τότε ἐπί τοῦ σώματος ἐξασκεῖται ἐπί πλέον ἡ δύναμις F΄ καί τό σῶμα ἰσορροπεῖ. Συνεπῶς ἡ δύναμις F΄ εἶναι ἴση καί ἀντίθετος πρός τήν συνισταμένην F.

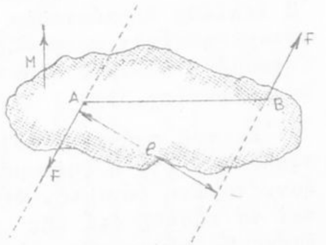
Λαμβάνομεν τώρα τάς ροπάς τῶν δυνάμεων F_1, F_2, F΄ ὡς πρός τό σημεῖον M καί συμφώνως πρός τό θ ε ώ ρ η μ α τῶν ρ ο π ῶ ν ἔχομεν:

$$F_1 \cdot l_1 - F_2 \cdot l_2 + F' \cdot 0 = 0$$

ἤ $$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$$

καί $$\frac{l_1}{l_2} = \frac{F_2}{F_1}$$

ΖΕΥΓΟΣ ΔΥΝΑΜΕΩΝ. Καλοῦμεν ζεῦγος δυνάμεων τό σύστημα δύο δυνάμεων παραλλήλων, ἀντιθέτων φορῶν καί ἴσων μέτρων (σχ.30).



Σχ. 30

Τό ζεῦγος δυνάμεων δέν ἔχει συνισταμένην διότι F-F=0 καί, ὡς ἐκ τούτου, δέν δύναται νά μεταθέσῃ τό σῶμα. Δύναται ὅμως νά περιστρέψῃ αὐτό καί συνεπῶς ἔχει ροπήν.

Ροπή ζεύγους. Ἡ ροπή τοῦ ζεύγους εἶναι μέγεθος διανυσματικόν, κάθετον ἐπί τό ἐπίπεδον, τό ὁποῖον ὁρίζουν αἱ δύο δυνάμεις, ἔχει φοράν τήν φοράν κατά τήν ὁποίαν προχωρεῖ δεξιόστροφος κοχλίας, ὅταν περιστρέφεται κατά τήν φοράν κατά τήν ὁποίαν τείνει νά περιστραφῇ τό σῶμα καί μέτρον M ἴσον πρός τό γινόμενον τοῦ μέτρου F τῆς μιᾶς δυνάμεως ἐπί τήν ἀπόστασιν l τῶν δύο δυνάμεων.

Ἄρα τό μέτρον τῆς ροπῆς τοῦ ζεύγους δίδεται ὑπό τοῦ τύπου:

$$\boxed{M = F.l}$$

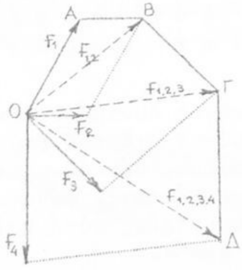
Παραδείγματα ἐφαρμογῆς ζεύγους:

α) Ὁ ὁδηγός τοῦ αὐτοκινήτου ἐξασκεῖ ζεῦγος δυνάμεων, ὅταν ἐνεργῇ διά τῶν χειρῶν του ἐπί τοῦ βολάν.

β) Ἐπί τοῦ κλειδίου τῆς θύρας ἐξασκεῖται ζεῦγος δυνάμεων, ὅταν ἀνοίγωμεν ἤ κλείωμεν τήν θύραν.

ΣΥΝΘΕΣΙΣ ΠΟΛΛΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΤΟΥ ΑΥΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΩΝ. Εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν συνθέτομεν πρῶτον δύο ἐξ αὐτῶν, συμφώνως πρός τόν νόμον τοῦ παραλληλογράμμου, τήν προκύπτουσαν συνισταμένην δύναμιν συνθέτο -

μεν μέ μίαν ἄλλην δύναμιν, τήν νέαν προκύπτουσαν συνισταμένην δύναμιν συνθέτομεν μέ μίαν ἄλλην δύναμιν κ.ο.κ., μέχρις ὅτου ἐξαντλήσωμεν ὅλας τάς δοθείσας δυνάμεις. Ἡ τελικῶς προκύπτουσα συνισταμένη εἶναι προφανῶς ἡ ζητουμένη δύναμις ὅλων τῶν δυνάμεων (σχ.31).

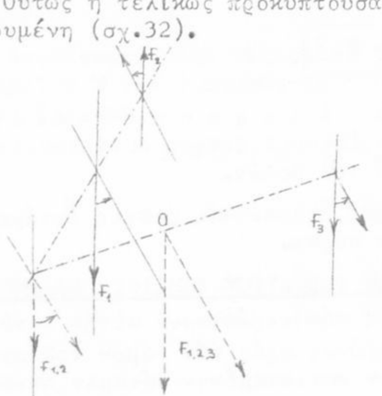


Σχ. 31

Ἐκ τοῦ σχήματος (31) προκύπτει ὅτι ἡ ζητουμένη συνισταμένη δύναμις, δύναται νά εὑρεθῇ διά τῆς κατασκευῆς μόνον τῆς πολυγωνικῆς γραμμῆς ΟΑΒΓΔ. Ἡ πολυγωνική αὐτή γραμμή καλεῖται δ υ ν α μ ο π ο λ ύ γ ω ν ο ν, ἡ δέ ἀρχή καί τό τέλος αὐτῆς ὁρίζουν τήν συνισταμένην δύναμιν $F_{1,2,3,4}$

Ἐάν τό δ υ ν α μ ο π ο λ ύ γ ω ν ο ν εἶναι κλειστόν δηλαδή, ἐάν συμπίπτουν ἡ ἀρχή καί τό τέλος αὐτοῦ, τότε ἡ συνισταμένη δύναμις εἶναι μηδέν.

<u>ΣΥΝΘΕΣΙΣ ΠΟΛΛΩΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ.</u> Ὅταν δοθοῦν πολλαί παράλληλοι δυνάμεις, συνθέτομεν πρῶτον δύο ἐξ αὐτῶν, τήν προκύπτουσαν συνισταμένην δύναμιν συνθέτομεν μέ μίαν ἄλλην δύναμιν κ.ο.κ. μέχρις ὅτου ἐξαντλήσωμεν ὅλας τάς δοθείσας δυνάμεις. Οὕτως ἡ τελικῶς προκύπτουσα συνισταμένη δύναμις εἶναι ἡ ζητουμένη (σχ.32).



Σχ.32

Ἐκ τοῦ σχήματος (32) παρατηροῦμεν ὅτι ὁ φορεύς τῆς συνισταμένης δυνάμεως ἐξακολουθεῖ νά διέρχεται διά τοῦ αὐτοῦ σημείου O, ἐάν αἱ δυνάμεις στρέφωνται περί τά σημεῖα ἐφαρμογῆς των κατά τήν αὐτήν γωνίαν καί πρός τήν αὐτήν φοράν, τά δέ μέτρα τῶν δυνάμεων παραμένουν τά αὐτά. Τό αὐτό ἐπίσης θά συμβαίνῃ, ἐάν τά μέτρα τῶν δυνάμεων με ταβάλλωνται, πολλαπλασιαζόμενα ὅμως ἐπί τόν αὐτόν ἀριθμόν. Τό σημεῖον Ο διά τοῦ ὁποίου διέρχεται ὁ φορεύς τῆς συνισταμένης δυνάμεως καλεῖται κ έ ν τ ρ ο ν τ ῶ ν π α ρ α λ λ ή λ ω ν δ υ ν ά μ ε ω ν.

Ἤτοι: Κ α λ ο ῦ μ ε ν κ έ ν τ ρ ο ν π α ρ α λ λ ή λ ω ν δ υ ν ά μ ε ω ν τ ό σ η μ ε ῖ ο ν δ ι ά τ ο ῦ ὁ π ο ί ο υ δ ι έ ρ χ ε τ α ι π ά ν τ ο τ ε ὁ φ ο ρ ε ύ ς τ ῆ ς σ υ ν ι σ τ α μ έ ν η ς δ υ ν ά μ ε ω ς ἐ ά ν α ἱ δ υ ν ά μ ε ι ς σ τ ρ α φ ο ῦ ν κ α τ ά τ ή ν α ὐ τ ή ν γ ω ν ί α ν κ α ί π ρ ό ς τ ή ν α ὐ τ ή ν φ ο ρ ά ν, τ ά δ έ μ έ τ ρ α α ὐ τ ῶ ν ἤ ν ά π α ρ α μ έ ν ο υ ν ἀ μ ε τ ά β λ η τ α ἤ ν ά πολ λ α π λ α σ ι ά ζ ω ν τ α ι ὅ λ α ἐ π ί τ ό ν α ὐ τ ό ν ἀ ρ ι θ μ ό ν.

<u>ΑΝΑΛΥΣΙΣ ΔΥΝΑΜΕΩΣ.</u> Καλοῦμεν ἀνάλυσιν δυνάμεως τήν ἀντικατάστασιν αὐτῆς ὑπό δύο ἤ περισσοτέρων ἄλλων δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐπιφέρουν τό αὐτό ἀποτέλεσμα ἐντός τοῦ αὐτοῦ χρόνου, μέ τήν δύναμιν τήν ὁποίαν ἀντικαθιστοῦν.

Αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἀντικαθιστοῦν τήν δοθεῖσαν δύναμιν, καλοῦνται σ υ ν ι σ τ ῶ σ α ι δ υ ν ά μ ε ι ς καί ἑπομένως, ἡ ἀνάλυσις μιᾶς δυνάμεως ἀνάγεται εἰς τήν εὕρεσιν τῶν συνιστωσῶν αὐτῆς.

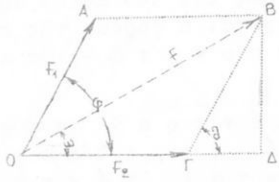
<u>ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΑΝΑΛΥΣΕΩΣ ΔΥΝΑΜΕΩΣ:</u> α) <u>Ἀνάλυσις μιᾶς δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας ὁμοεπιπέδους καί μή παραλλήλους δυνάμεις.</u> Ἔστω ἡ δύναμις F καί αἱ συνιστῶσαι αὐτῆς F_1 καί F_2 (σχ.33). Ὡς γνωστόν θά ἰσχύῃ ἡ σχέσις:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \text{συν}\ \varphi} \qquad (1)$$

Ἐξ ἄλλου ἐκ τοῦ σχήματος (33) ἔχομεν:

$$\text{εφ}\ \omega = \frac{(\text{ΒΔ})}{(\text{0Δ})} = \frac{(\text{ΒΔ})}{F_2 + (\text{ΓΔ})} \qquad (2)$$

Εἶναι ὅμως (ΒΔ) = (ΒΓ).ημ θ = F_1.ημ θ καί (ΓΔ) = (ΒΓ). συν θ = F_1.συν θ, ὁπότε δι'ἀντικαταστάσεως εἰς τήν σχέσιν (2) λαμβάνομεν:



Σχ.33

$$\varepsilon\varphi\ \omega = \frac{F_1 \cdot \eta\mu\ \vartheta}{F_2 + F_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\ \vartheta} \qquad (3)$$

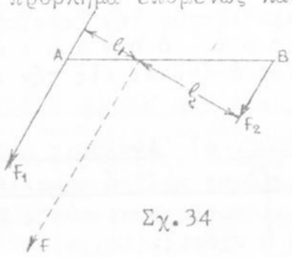
'Εκ τῶν σχέσεων (1) καί (3) συνάγομεν ὅτι τό πρόβλημα καθίσταται ὡρισμένον, ὅταν μεταξύ τῶν δύο ἐξισώσεων ὑπάρχουν μόνον δύο ἄγνωστοι.

β) <u>'Ανάλυσις δυνάμεως εἰς δύο ὁμοπαραλλήλους συνιστώσας.</u> Ἔστω ἡ δύναμις F καί αἱ συνιστῶσαι F_1, F_2 αὐτῆς (σχ.34). 'Ως γνωστόν, θά ἰσχύουν αἱ σχέσεις:

$$F = F_1 + F_2$$

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{F_2}{F_1}$$

Τό πρόβλημα ἑπομένως καθίσταται ὡρισμένον, ὅταν μεταξύ τῶν δύο ἐξισώσεων ὑπάρχουν μόνον δύο ἄγνωστοι. Ὅταν π.χ. ἔχουν δοθῆ ἡ δύναμις F_1 καί ἡ ἀπόστασις l_1, τό πρόβλημα ἔχει λύσιν.



Σχ.34

<u>ΣΥΝΘΗΚΑΙ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ ΣΩΜΑΤΟΣ</u>. Ἵνα σῶμα ἰσορροπῇ πρέπει καί ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων τῶν ἐνεργουσῶν ἐπί τοῦ σώματος νά εἶναι μηδέν καί ἡ συνισταμένη τῶν ροπῶν τούτων νά εἶναι ἐπίσης μηδέν.

<u>Περιπτώσεις:</u> α) Ἵνα σῶμα ἰσορροπῇ, ὅταν ἐπ'αὐτοῦ ἐπενεργοῦν δύο δυνάμεις, πρέπει αἱ δυνάμεις νά ἔχουν τόν αὐτόν φορέα, ἴσα μέτρα καί ἀντιθέτους φοράς.

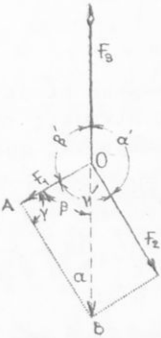
β) Ἵνα σῶμα ἰσορροπῇ, ὅταν ἐπ'αὐτοῦ ἐπενεργοῦν τρεῖς δυνάμεις, πρέπει οἱ φορεῖς τῶν δυνάμεων νά διέρχωνται διά τοῦ αὐτοῦ σημείου καί ἑκάστη δύναμις νά εἶναι ἴση καί ἀντίθετος πρός τήν συνισταμένην τῶν δύο ἄλλων (σχ. 35).

'Εκ τοῦ τριγώνου OAB τοῦ σχήματος (35), ὡς γνωστόν, ἔχομεν:

$$\frac{(OA)}{\eta\mu\alpha} = \frac{(AB)}{\eta\mu\beta} = \frac{(OB)}{\eta\mu\gamma}$$

ἤ

$$\frac{F_1}{\eta\mu\alpha} = \frac{F_2}{\eta\mu\beta} = \frac{F_3}{\eta\mu\gamma}$$



Σχ. 35

'Επειδή ὅμως εἶναι $\alpha + \alpha' = 180^o$, $\beta + \beta' = 180^o$ καί $\gamma + \gamma' = 180^o$, θά εἶναι $\eta\mu\alpha = \eta\mu\alpha'$, $\eta\mu\beta = \eta\mu\beta'$, $\eta\mu\gamma = \eta\mu\gamma'$ καί ἐάν συμβολίσωμεν τάς γωνίας α', β', γ' ἀντιστοίχως διά τῶν (F_1, F_2), (F_1, F_3) κλπ., ἡ σχέσις (1) γράφεται:

$$\boxed{\frac{F_1}{\eta\mu(F_2, F_3)} = \frac{F_2}{\eta\mu(F_1, F_3)} = \frac{F_3}{\eta\mu(F_1, F_2)}}$$

Ἄρα: Ἐάν τρεῖς δυνάμεις εἶναι ἐφηρμοσμέναι ἐπί ἑνός σώματος καί τό σῶμα ἰσορροπῇ, τότε τά πηλίκα τά ὁποῖα προκύπτουν, ἐάν ἑκάστη δύναμις διαιρεθῇ διά τοῦ ἡμιτόνου τῆς γωνίας τῶν δύο ἄλλων, εἶναι ἴσα μεταξύ των.

ΔΥΝΑΜΙΚΗ

Ἡ Δυναμική εἶναι τό μέρος τῆς Μηχανικῆς, τό ὁποῖον ἐξετάζει τάς κινήσεις τῶν σωμάτων ἐν συνδυασμῷ πρός τάς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι τάς προκαλοῦν.

ΑΡΧΑΙ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ. Ἡ Δυναμική ἐθεμελιώθη κυρίως ὑπό τοῦ Γαλιλαίου καί τοῦ Νεύτωνος καί βασίζεται ἐπί τριῶν βασικῶν ἀρχῶν (ἀξιωμάτων), αἱ ὁποῖαι καλοῦνται ἀρχαί τῆς Δυναμικῆς ἤ ἀρχαί τοῦ Νεύτωνος:

Ἡ πρώτη ἀρχή τῆς Δυναμικῆς εἶναι ἡ "ἀρχή τῆς ἀδρανείας", ἡ δευτέρα ἀρχή περιέχεται εἰς τόν "θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς" καί ἡ τρίτη ἀρχή εἶναι ἡ "ἀρχή τῆς δράσεως καί ἀντιδράσεως".

Ἀρχή τῆς ἀδρανείας. Ἐάν ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐπενεργοῦν ἐπί ἑνός ὑλικοῦ σημείου, εἶναι μηδέν, τότε τό ὑλικόν σημεῖον ἤ ἠρεμεῖ ἤ κινεῖται μέ κίνησιν εὐθύγραμμον καί ὁμαλήν.

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω ἀρχῆς συνάγομεν ὅτι: "ὑλικόν σημεῖον εὑρισκόμενον ἐν ἠρεμίᾳ οὐδέν δύναται νά κινηθῇ ἤ ἐάν κινῆται δέν δύναται νά ἠρεμήσῃ ἄνευ τῆς ἐπενεργείας δυνάμεως".

Ἐπίσης συνάγομεν ὅτι: "διά νά κινῆται ἕνα ὑλικόν σημεῖον μέ κίνησιν διάφορον τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως, πρέπει ἐπί αὐτοῦ νά ἐξασκῆται συνεχῶς δύναμις".

Ἡ ἀρχή τῆς ἀδρανείας δύναται νά προκύψῃ καί ἐκ τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς ὡς πόρισμα:

"Εστω $F = 0$. Τότε ἐκ τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς $F = m.\gamma$ ἔπεται ὅτι $\gamma = 0$, διότι $m \neq 0$. Ἐπειδή ὅμως εἶναι $\gamma = \Delta\upsilon/\Delta t$ καί $\Delta t \neq 0$ προκύπτει $\Delta\upsilon = 0$. Διά νά εἶναι ὅμως ἡ μεταβολή $\Delta\upsilon$ τῆς ταχύτητος μηδέν, πρέπει, ἡ ταχύτης υ τοῦ κινητοῦ νά εἶναι ἤ μηδέν ἤ σταθερά καί κατά μέτρον καί κατά διεύθυνσιν καί κατά φοράν.

Ἀδράνεια τῆς ὕλης. Ἐκ τῆς ἀνωτέρω ἀρχῆς συνάγομεν ὅτι ἡ ὕλη ἔχει τήν ἰδιότητα νά παρουσιάζῃ ἀντίστασιν εἰς κάθε προσπάθειαν μεταβολῆς τῆς κινητικῆς της καταστάσεως. Δηλαδή, ἄν σῶμα ἠρεμῇ, θέλει νά παραμείνῃ ἐν ἠρεμίᾳ ἤ ἄν κινῆται, θέλει νά παραμείνῃ ἐν κινήσει καί διά τοῦτο λέγομεν ὅτι παρουσιάζει ἀδράνειαν.

<u>Ἀδράνεια:</u> Καλοῦμεν ἀδράνειαν τῆς ὕλης τήν χαρακτηριστικήν ἰδιότητα, τήν ὁποίαν παρουσιάζει ἡ ὕλη νά προβάλλῃ ἀντίστασιν εἰς κάθε προσπάθειαν μεταβολῆς τῆς ταχύτητος αὐτῆς.

Ἡ ἀδράνεια, τήν ὁποίαν παρουσιάζει ἕνα σῶμα, εἶναι ἀνάλογος τῆς μάζης αὐτοῦ καί ἐπομένως δυνάμεθα δι' ἐκτιμήσεως τῆς ἀδρανείας τοῦ σώματος νά ὑπολογίσωμεν τήν μᾶζαν του. Οὕτω μετρᾶται π.χ. ἡ μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου δι' ἐκτροπῆς αὐτοῦ ἐκ τῆς τροχιᾶς του ὑπό μαγνητικοῦ ἤ ἠλεκτρικοῦ πεδίου.

Παραδείγματα ἀδρανείας. Ἀποτελέσματα τῆς ἀδρανείας τῶν σωμάτων συναντῶμεν πολλά εἰς τήν καθημερινήν ζωήν. Οἱ ἐπιβάται π.χ. ἑνός ὀχήματος κλίνουν ἀποτόμως πρός τά ὀπίσω ἤ πρός τά ἐμπρός, ὅταν τό ὄχημα ἀντιστοίχως ἐκκινήσῃ ἤ σταματήσῃ ἀποτόμως. Χαρακτηριστικόν ὅμως παράδειγμα ἀδρανείας ἀποτελεῖ ἡ "φακιρική" ἐπίδειξις ἀντοχῆς, κατά τήν ὁποίαν ἐξαπλωμένος ἄνθρωπος θέτει ἐπί τοῦ στήθους του μεγάλην πέτραν καί δέχεται κατόπιν μέ ἀξιοθαύμαστον ἀντοχήν, τά κτυπήματα πού ἐπιφέρουν ἐπ' αὐτῆς μέ ἕνα μεγάλο σφυρί. Εἰς τήν πραγματικότητα ὅμως ἡ μεγάλη πέτρα παρουσιάζει καί μεγάλην ἀδράνειαν καί μέ τά κτυπήματα, τά ὁποῖα δέχεται δύναται ἀκόμη καί νά θραυσθῇ, χωρίς σχεδόν νά ὀπισθοδρομῇ ὥστε νά δέχεται καί τό στῆθος τοῦ ἀνθρώπου αἰσθητῶς τά κτυπήματα αὐτά.

Θεμελιώδης νόμος τῆς Μηχανικῆς*: "Ἡ δύναμις F, ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ συνεχῶς ἐπί ἑνός ἐλευθέρου ὑλικοῦ σημείου, εἶναι ἀνάλογος τῆς ἐπιταχύνσεως γ τήν ὁποίαν προσδίδει εἰς αὐτό.

Ἤτοι:

$$\boxed{F = m \cdot \gamma}$$ Θεμελιώδης νόμος τῆς Μηχανικῆς

Ἐκ τοῦ θεμελιώδους νόμους τῆς Μηχανικῆς προκύπτει ὁ ὁρισμός τῆς μάζης:

Καλοῦμεν μᾶζαν m ἑνός ὑλικοῦ σημείου τό πηλίκον τῆς δυνάμεως F, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπί τοῦ σώματος, διά τῆς ἐπιταχύνσεως γ, τήν ὁποίαν προσδίδει ἡ δύναμις εἰς αὐτό.

Συμπεράσματα ἐξαγόμενα ἐκ τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς: α) Ἐάν ὑποθέσωμεν ὅτι $F = 0$, τότε ἐκ τοῦ τύπου $F = m \cdot \gamma$ λαμβάνομεν $\gamma = 0$, διότι $m \neq 0$. Ἐπειδή ὅμως εἶναι $\gamma = \Delta \upsilon / \Delta t$, ἐνῷ $\Delta t \neq 0$, ἕπεται ὅτι $\Delta \upsilon = 0$. Ἑπομένως ἡ ταχύτης υ τοῦ σώματος ἤ εἶναι μηδέν ἤ, ἐάν δέν εἶναι μηδέν, παραμένει σταθερά καί κατά μέτρον καί κατά διεύθυνσιν.

Οὕτως ἐξάγομεν τήν ἀρχήν τῆς ἀδρανείας ὡς πόρισμα τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς:

"Ἐάν ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐπενεργοῦν ἐπί ἑνός ὑλικοῦ σημείου εἶναι μηδέν, τότε τό σῶμα ἤ ἠρεμεῖ ἤ κινεῖται μέ ταχύτητα σταθεράν καί κατά μέτρον καί κατά διεύθυνσιν".

β) Ἐάν ἐπί ὑλικοῦ σημείου, τό ὁποῖον ἀρχικῶς εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ, ἐπιδρᾷ συνεχῶς δύναμις σταθερά κατά μέτρον διεύθυνσιν καί φοράν, τότε αὐτό ἐκτελεῖ κίνησιν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην καί κατά τήν φοράν τῆς δυνάμεως.

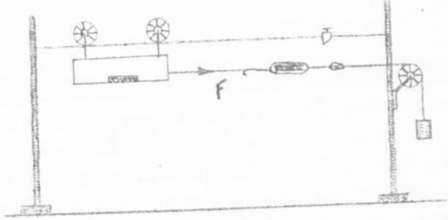
---

* Εἰς τό βιβλίον τοῦ Ο.Ε.Σ.Β. ἀναφέρεται ὡς "θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς δυναμικῆς".

γ) 'Εάν έπί ύλικοῦ σημείου, τό όποῖον έχει άρχικήν ταχύτητα, έπιδρᾷ συνεχῶς δύναμις σταθερά μόνον κατά μέτρον καί καθέτως πρός τήν ταχύτητα αύτοῦ, τότε τό ύλικόν σημεῖον έκτελεῖ κ ί ν η σ ι ν ὁ μ α λ ή ν κ υ κ λ ι κ ή ν. Τοιαύτην κίνησιν π.χ. έκτελεῖ τό ήλεκτρόνιον, ὅταν κινῆται έντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς αύτοῦ.

δ) 'Εάν έπί ύλικοῦ σημείου, τό όποῖον έχει άρχικήν ταχύτητα, έπιδρᾷ συνεχῶς δύναμις σταθερά κατά μέτρον, διεύθυνσιν καί φοράν, άλλά κατά διεύθυνσιν διάφορον τῆς άρχικῆς ταχύτητος, τότε τό ύλικόν σημεῖον έκτελεῖ κί ν η σ ι ν π α ρ α β ο λ ι κ ή ν. Τοιαύτην κίνησιν π.χ. έκτελεῖ λίθος, ὁ όποῖος βάλλεται ὄχι κατακορύφως. 'Επίσης π α ρ α β ο λ ι κ ή ν κ ί ν η σ ι ν έκτελεῖ καί τό ήλεκτρόνιον, ὅταν κινῆται έντός ὁμογενοῦς ήλεκτρικοῦ πεδίου κατά διεύθυνσιν διάφορον τῶν δυναμικῶν γραμμῶν.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ ΘΕΜΕΛΙΩΔΟΥΣ ΝΟΜΟΥ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ: α) Σχέσις μεταξύ δυνάμεως καί έπιταχύνσεως. 'Επί τοῦ βαγονίου τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος (36) έφαρμόζομεν σταθεράν δύναμιν F τήν όποίαν δεικνύει τό δυναμόμετρον καί μετρῶμεν τό διάστημα s τό όποῖον διανύει τό βαγόνιον έντός ὡρισμένου χρόνου t. 'Ακολούθως έκ τοῦ τύπου $s = \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2$ τῆς ὁμαλῶς έπιταχυνομένης κινήσεως, ύπολογίζομεν τήν έπιτάχυνσιν γ τοῦ βαγονίου.



Σχ. 36

'Εάν έν συνεχείᾳ έπαναλάβωμεν τό πείραμα, διατηροῦντες τήν μᾶζαν m τοῦ βαγονίου σταθεράν, μέ δυνάμεις 2F, 3F,.... θά εὕρωμεν άντιστοίχως έπιταχύνσεις 2γ, 3γ,...

"Αρα: Ἡ έ π ι τ ά χ υ ν σ ι ς γ, τ ή ν ὁ π ο ί α ν ά π ο κ τ ᾷ ἕ ν α σ ῶ μ α, ε ἶ ν α ι ά ν ά λ ο γ ο ς τ ῆ ς δ υ ν ά μ ε ω ς F, ἡ ὁ π ο ί α έ π ε ν ε ρ γ ε ῖ έ π' α ύ τ ο ῦ.

β) Σχέσις μεταξύ μάζης καί έπιταχύνσεως. 'Επαναλαμβάνομεν τό πείραμα τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος (36) μέ σταθεράν πάντοτε δύναμιν, ἀλλά διά διαφόρους ἑκάστοτε μάζας τοῦ βαγονίου. 'Εάν αἱ ἑκάστοτε μᾶζαι αὐτοῦ m, 2m, 3m,...εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως ἐπιταχύνσεις γ, $\frac{\gamma}{2}$, $\frac{\gamma}{3}$, ...

"Αρα: Ἡ ἐπιτάχυνσις γ, τήν ὁποίαν ἀποκτοῦν τά σώματα, ὑπό τήν ἐπενέργειαν σταθερᾶς δυνάμεως F, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς μάζης m αὐτῶν.

γ) <u>Σχέσις μεταξύ δυνάμεως καί κινήσεως</u>*. "Οταν ἕνα σῶμα ἀφεθῇ ἐλεύθερον, ἀπουσίᾳ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, τότε πίπτει κατακορύφως μέ σταθεράν ἐπιτάχυνσιν g. Ἡ τοιαύτη κίνησις τοῦ σώματος ὅμως ὀφείλεται εἰς τήν ἐπενέργειαν σταθερᾶς δυνάμεως, ἡ ὁποία εἶναι τό βάρος B αὐτοῦ.

"Αρα: 'Εάν ἐπί σώματος, τό ὁποῖον εὑρίσκεται ἀρχικῶς ἐν ἠρεμίᾳ, ἐξασκῆται συνεχῶς δύναμις σταθερά κατά μέτρον καί διεύθυνσιν, τότε τό σῶμα ἐκτελεῖ κίνησιν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κατά τήν φοράν τῆς δυνάμεως.

<u>ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΘΕΜΕΛΙΩΔΟΥΣ ΝΟΜΟΥ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΙΣ ΤΗΝ ΠΤΩΣΙΝ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ</u>. 'Εάν ἕνα σῶμα ἀφεθῇ ἐλεύθερον, ἀπουσίᾳ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, τότε τό σῶμα πίπτει ὑπό τήν ἐπίδρασιν τῆς ἕλξεως τῆς Γῆς, ἡ ὁποία ἐξασκεῖ σταθεράν δύναμιν καί ἡ ὁποία καλεῖται βάρος B τοῦ σώματος. Εἶναι ὅμως γνωστόν, ὅτι ἡ σταθερά δύναμις τοῦ βάρους του, προσδίδει εἰς αὐτό σταθεράν ἐπιτάχυνσιν g (ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος), καί ἐπομένως, ἐάν m εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ πίπτοντος σώματος, δι'ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς, εὑρίσκομεν:

$$B = m \cdot g$$

<u>Συνέπειαι ἐκ τῆς σχέσεως B = m.g</u> : α) "Εστω δύο σώματα, τά ὁποῖα ἔχουν μάζας m_1 καί m_2. 'Εάν τά σώματα αὐτά εὑρίσκωνται εἰς τόν αὐτόν τόπον, τότε ὑφίστανται τήν αὐτήν

*'Αναφέρεται οὕτως εἰς τό βιβλίον τοῦ Ο.Ε.Σ.Β.

ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος g . Ἑπομένως τά βάρη αὐτῶν θά εἶναι:

$$B_1 = m_1 \cdot g$$

$$B_2 = m_2 \cdot g$$

Ἔστω τώρα ὅτι ζυγίζομεν τά δύο σώματα καί εὑρίσκομεν ὅτι ἔχουν ἴσα βάρη: $B_1 = B_2$. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω σχέσεων λαμβάνομεν:

$$m_1 \cdot g = m_2 \cdot g$$

καί $$\boxed{m_1 = m_2}$$

Ἄρα: Ἐ ά ν δ ύ ο σ ώ μ α τ α ε ὑ ρ ι σ κ ό μ ε ν α ε ἰ ς τ ό ν α ὐ τ ό ν τ ό π ο ν, ἔ χ ο υ ν ἴ σ α β ά ρ η, τ ό τ ε ἔ χ ο υ ν κ α ί ἴ σ α ς μ ά ζ α ς.

β) Ἔστω δύο σώματα, τά ὁποῖα ἔχουν ἴσα βάρη $B_1 = B_2 = B$ εἰς τόν αὐτόν τόπον, τότε, συμφώνως πρός τήν ἀνωτέρω περίπτωσιν, θά ἔχουν ἴσας μάζας $m_1 = m_2 = m$. Ἐάν τώρα τά δύο σώματα μεταφερθοῦν εἰς ἄλλον τόπον, ὅπου ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος εἶναι g' θά ἔχουν βάρη ἀντιστοίχως:

$$B' = m \cdot g'$$

$$B'' = m \cdot g'$$

καί ἐπομένως λαμβάνομεν:

$$B' = B''$$

Ἄρα: Ἐ ά ν δ ύ ο σ ώ μ α τ α ἔ χ ο υ ν εἰς τόν α ὐ τ ό ν τ ό π ο ν ἴ σ α β ά ρ η, τ ό τ ε κ α ί εἰς ο ἱ ο ν δ ή π ο τ ε ἄ λ λ ο ν τ ό π ο ν θ ά ἔ χ ο υ ν ἐ π ί σ η ς ἴ σ α β ά ρ η.

<u>Ἀρχή τῆς δράσεως καί ἀντιδράσεως</u>: (βλ. σελ. 30).

<u>ΜΟΝΑΔΕΣ ΔΥΝΑΜΕΩΣ:</u> α) <u>Εἰς τό σύστημα C.G.S.</u> Ὡς μονάς δυνάμεως εἰς τό σύστημα C.G.S. λαμβάνεται ἡ δ ύ ν η (1 dyn) ἡ ὁποία εἶναι ἡ δύναμις, ἡ ὁποία, ὅταν ἐπενεργῇ ἐπί ἐλευθέρου σώματος μάζης 1 gr, προσδίδει εἰς αὐτό ἐπιτάχυνσιν 1 cm/sec². Ἤτοι:

$$F = m \cdot \gamma = 1\ gr \cdot 1\ cm/sec^2 = 1\ gr \cdot cm/sec^2 = 1\ dyn$$

β) Εἰς τό Τ.Σ. μονάδων. Ὡς μονάς δυνάμεως εἰς τό Τ.Σ. μονάδων ὁρίζεται τό χ ι λ ι ό γ ρ α μ μ ο ν (1 kgr*), τό ὁποῖον εἶναι θεμελιώδης μονάς τοῦ συστήματος τούτου.

Τό 1 kgr* ὁρίζεται ὡς ἡ δύναμις, μέ τήν ὁποίαν ἡ Γῆ ἕλκει τό πρότυπον χιλιόγραμμον (1 kgr), εἰς γεωγραφικόν πλάτος 45°. Ἀποδεικνύεται δέ ὅτι:

$$1 \text{ kgr}^* = 981.000 \text{ dyn}$$

γ) Εἰς τό πρακτικόν σύστημα μονάδων (M.K.S.A.). Ὡς μονάς δυνάμεως εἰς τό σύστημα M.K.S.A. ὁρίζεται τό Ν ι ο ῦ τ ο ν (1Nt), τό ὁποῖον εἶναι ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ὅταν ἐπενεργῇ ἐπί ἐλευθέρου σώματος μάζης 1 kgr, προσδίδει εἰς αὐτό ἐπιτάχυνσιν 1 m/sec². Ἤτοι:

$$F = m \cdot \gamma = 1 \text{kgr} \cdot 1 \text{m/sec}^2 = 1 \text{ kgr} \cdot \text{m/sec}^2 = 1 \text{Nt}$$

Εἶναι δέ $\quad 1 \text{ Nt} = 1000 \text{ gr} \cdot 100 \text{ cm/sec}^2 = 10^5 \text{ dyn}$

Σχέσις μεταξύ gr* καί dyn. Ἔστω σῶμα μάζης 1gr. Τοῦτο, ὅταν ἀφεθῇ ἐλεύθερον, ἀποκτᾷ ἐπιτάχυνσιν g=981 cm/sec². Ἄρα τό βάρος αὐτοῦ θά εἶναι:

$$B = m \cdot g = 1 \text{gr} \cdot 981 \text{ cm/sec}^2 = 981 \text{ dyn}$$

Τό βάρος (δύναμις) ὅμως τῶν 981 dyn τό ἐκάλεσαν 1 gr* καί, ὡς ἐκ τούτου, ἔχομεν:

$$1 \text{ gr}^* = 981 \text{ dyn}$$

Σύμπτωσις τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν τοῦ βάρους καί τῆς μάζης. Ἐφ' ὅσον τό βάρος τῆς μάζης τοῦ ἑνός γραμμαρίου (1 gr), τό ἐκαλέσαμεν ἕνα γραμμάριον βάρους (1 gr*), προκύπτει ὅτι:

Ἡ μᾶζα καί τό βάρος μετροῦνται μέ τόν αὐτόν ἀριθμόν, ὅταν ἡ μέν μᾶζα ἐκφράζεται εἰς γραμμάρια μάζης (gr) τό δέ βάρος εἰς γραμμάρια βάρους (gr*). Ἐννοεῖται ὅτι τοῦτο συμβαίνει μόνον εἰς γεωγραφικόν πλάτος 45° καί εἰς τό ὕψος τῆς θαλάσσης.

ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΜΑΖΗΣ. Ὁρισμός. Καλοῦμεν μᾶζαν m ἑνός σώματος τό σταθερόν πηλίκον τῆς δυνάμεως F, ἡ ὁποία ἐ ξ α σ κ ε ῖ τ α ι ἐ π ί τ ο ῦ σ ώ μ α τ ο ς, δ ι ά τ ῆ ς ἐ π ι τ α χ ύ ν σ ε ω ς γ, τ ή ν ὁ π ο ί α ν π ρ ο σ δ ί δ ε ι ἡ δ ύ ν α μ ι ς ε ἰ ς τ ό σ ῶ - μ α. Ἤτοι:

$$\boxed{m = \frac{F}{\gamma} = \sigma\tau\alpha\vartheta.}$$

Ἡ μᾶζα ἀποτελεῖ μέγεθος σταθερόν δι'ὡρισμένον ποσόν ὕλης καί δέν ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ τόπου εἰς τόν ὁποῖον εὑρίσκεται τό σῶμα.

Ὅμως, κατά τήν "θ ε ω ρ ί α ν τ ῆ ς σ χ ε τ ι κ ό τ η τ ο ς" τοῦ Einstein, ἡ μᾶζα m ἑνός σώματος αὐξάνεται μετά τῆς ταχύτητος υ αὐτοῦ, συμφώνως πρός τόν τύπον

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}$$

ὅπου m_0 εἶναι ἡ μᾶζα ἠρεμίας τοῦ σώματος καί c ἡ ταχύτης τοῦ φωτός.

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω τύπου ἐξάγεται ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος τείνει εἰς τό ἄπειρον, ὅταν ἡ ταχύτης αὐτοῦ τείνῃ νά γίνῃ ἴση πρός τήν ταχύτητα τοῦ φωτός.

<u>Μέτρησις τῆς μάζης</u>. Ἡ μᾶζα ἑνός σώματος δύναται νά εὑρεθῇ σ τ α τ ι κ ῶ ς καί δ υ ν α μ ι κ ῶ ς.

Σ τ α τ ι κ ῶ ς ἡ μᾶζα μετρᾶται διά τοῦ ζυγοῦ.

Ἔστω ὅτι τά βάρη τῶν σωμάτων τά ὁποῖα εὑρίσκονται ἐπί τῶν δίσκων τοῦ ζυγοῦ εἶναι B_1 καί B_2. Θά ἰσχύουν αἱ σχέσεις:

$$B_1 = m_1 \cdot g$$

$$B_2 = m_2 \cdot g$$

καί ἐκ τούτων προκύπτει

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

Ἄρα ὁ ζυγός μ ε τ ρ ᾶ (σ υ γ κ ρ ί ν ε ι) καί τά βάρη καί τάς μάζας τῶν σωμάτων.

Δ υ ν α μ ι κ ῶ ς μετρᾶται διά διαφόρων μεθόδων, αἱ ὁποῖαι βασίζονται εἰς τήν ἀδράνειαν τήν ὁποίαν παρουσιάζουν τά σώματα.

Μονάδες μάζης: α) Εἰς τό σύστημα C.G.S. Ὡς μονάς μάζης εἰς τό σύστημα C.G.S. λαμβάνεται τό γ ρ α μ μ ά ρ ι ο ν μ ά ζ η ς (1 gr), τό ὁποῖον εἶναι θεμελιώδης μονάς τοῦ συστήματος τούτου.

Τό γραμμάριον μάζης ὁρίζεται ὡς τό 1/1000 τῆς μάζης τοῦ π ρ ο τ ύ π ο υ χ ι λ ι ο γ ρ ά μ μ ο υ (1 kgr).

Ἐπίσης τό γραμμάριον μάζης, συμφώνως πρός παλαιότερον ὁρισμόν, ἰσοῦται περίπου καί πρός τήν μᾶζαν ἑνός κυβικοῦ ἑκατοστομέτρου ἀπεσταγμένου ὕδατος καί θερμοκρασίας +4°C.

β) Εἰς τό Τ.Σ. μονάδων. Ὡς μονάς μάζης εἰς τό Τ.Σ.μονάδων λαμβάνεται ἡ Τ.Μ. μ ά ζ η ς, ἡ ὁποία εἶναι ἡ μᾶζα σώματος ἐπί τοῦ ὁποίου, ὅταν ἐπενεργῇ δύναμις 1 kgr*, προσδίδει εἰς αὐτό ἐπιτάχυνσιν 1 m/sec². Ἤτοι:

$$m = \frac{F}{\gamma} = \frac{1\ kgr^*}{1\ m/sec^2} = 1\ kgr^* \cdot m^{-1} \cdot sec^2 = 1\ \text{Τ.Μ. μάζης}$$

Σ χ έ σ ι ς μ ε τ α ξ ύ Τ.Μ. μ ά ζ η ς καί kgr: Ἐπειδή

$$1\ \text{Τ.Μ. μάζης} = \frac{1\ kgr^*}{1\ m/sec^2} = \frac{981.000\ dyn}{100\ cm/sec^2}$$

καί $1\ dyn = 1\ gr \cdot cm/sec^2$

ἐξάγομεν:

$$1\ \text{Τ.Μ. μάζης} = 9810\ gr = 9{,}81\ kgr$$

γ) Εἰς τό Πρακτικόν Σύστημα (M.K.S.A.). Ὡς μονάς μάζης εἰς τό σύστημα M.K.S.A. ὁρίζεται τό 1 kgr, τό ὁποῖον εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ π ρ ο τ ύ π ο υ χ ι λ ι ο γ ρ ά μ μ ο υ. Τό 1 kgr εἶναι θεμελιώδης μονάς τοῦ συστήματος M.K.S.A.

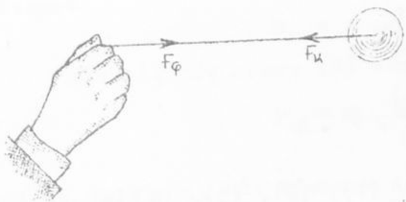
ΚΕΝΤΡΟΜΟΛΟΣ ΚΑΙ ΦΥΓΟΚΕΝΤΡΟΣ ΔΥΝΑΜΙΣ. Ὅταν σῶμα περιστρέφεται μέ ὁμαλήν **κίνησιν**, τότε μεταβάλλεται μόνον ἡ δ ι ε ύ θ υ ν σ ι ς τῆς ταχύτητος καί ἑπομένως τό σῶμα ἔχει μόνον κ ε ν τ ρ ο μ ό λ ο ν ἐ π ι τ ά χ υ ν σ ι ν. Συμφώνως ὅμως πρός τόν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς ($F = m \cdot \gamma$) ἐπί τοῦ σώματος ἐξασκεῖται δ ύ ν α μ ι ς κ ε ν τ ρ ο μ ό λ ο ς, ἡ ὁποία προσδίδει τήν κεντρομόλον ἐπιτά -

χυνσιν.

<u>Κεντρομόλος δύναμις</u>. Καλοῦμεν κεντρομόλον δύναμιν, τήν δύναμιν ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ ἐπί ἐλευθέρου σώματος καί τό ἐξαναγκάζει νά κινῆται ἐπί περιφερείας κύκλου μέ κίνησιν ὁμαλήν. Αὔτη ἔχει φοράν πρός τό κέντρον περιστροφῆς καί μέτρον $F_κ$ ἴσον πρός

$$\boxed{F_κ = m \cdot \frac{υ^2}{R}}$$

Ἡ κεντρομόλος δύναμις ἐξασκεῖται πάντοτε ἐπί τοῦ περιστρεφομένου σώματος. Ὅταν π.χ. περιστρέφωμεν λίθον διά νήματος, τότε ἐπί τοῦ λίθου ἐπενεργεῖ δύναμις προερχομένη ἐκ τῆς χειρός μας (σχ. 37). Ἐπίσης ὅταν ὄχημα ἐκτελῇ στροφήν ἐπί ὁριζοντίου δρόμου, τότε ἐπ' αὐτοῦ ἐπενεργεῖ κεντρομόλος δύναμις προερχομένη ἐκ τοῦ ἐδάφους κ.λ.π.



Σχ. 37

Κατά τήν περιστροφήν ὅμως ἑνός σώματος, συμφώνως πρός τό ἀξίωμα τῆς δράσεως καί ἀντιδράσεως, πρέπει καί τό περιστρεφόμενον σῶμα νά ἐξασκῇ ἴσην καί ἀντίθετον δύναμιν ἐπί τοῦ ἄλλου σώματος, τό ὁποῖον τοῦ ἐξασκεῖ τήν κεντρομόλον δύναμιν. Ἡ δύναμις αὐτή, ἡ ὁποία ἀσκεῖται ἐπί τοῦ μή περιστρεφομένου σώματος καλεῖται φυγόκεντρος δύναμις.

<u>Φυγόκεντρος δύναμις</u>: Καλοῦμεν φυγόκεντρον δύναμιν, τήν δύναμιν ἡ ὁποία ἀσκεῖται ὑπό τοῦ περιστρεφομένου σώματος ἐπί τοῦ ἄλλου σώματος, τό ὁποῖον ἐξαναγκάζει αὐτό νά περιστρέφεται. Αὔτη ἔχει φοράν ἀντίθετον τῆς κεντρομόλου καί μέτρον $F_φ$ ἴσον πρός τό μέτρον $F_κ$ τῆς κεντρομόλου δυνάμεως. Ἤτοι:

$$\boxed{F_{\varphi} = m \cdot \frac{\upsilon^2}{R}}$$

Ἡ φυγόκεντρος δύναμις, ὅπως εἴπομεν, δέν ἐξασκεῖται ἐπί τοῦ περιστρεφομένου σώματος*. Ὅταν π.χ. περιστρέφωμεν λίθον τῇ βοηθείᾳ νήματος, τότε ἐξασκεῖται ἡ φυγόκεντρος δύναμις ἐπί τῆς χειρός μας (σχ. 37).

Ἐπίσης ὅταν ὄχημα ἐκτελῇ στροφήν, τότε ἡ φυγόκεντρος δύναμις ἐπενεργεῖ ἐπί τοῦ ἐδάφους.

Τύποι

1) $F_\kappa = m \cdot \frac{\upsilon^2}{R}$

2) $F_\kappa = m \cdot \omega^2 \cdot R$

3) $F_\kappa = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R$

4) $F_\kappa = m \cdot 4\pi^2 \cdot \nu^2 \cdot R$

Νόμοι. α) Ἐκ τῶν τύπων (1), (2), (3), (4) ἐξάγομεν τόν νόμον:

Ἡ κεντρομόλος δύναμις F_κ εἶναι πάντοτε ἀνάλογος τῆς μάζης m τοῦ περιστρεφομένου σώματος.

β) Ἐκ τοῦ τύπου (1) ἐξάγομεν τόν νόμον:

Ἡ κεντρομόλος δύναμις F_κ εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς γραμμικῆς ταχύτητος υ τοῦ περιστρεφομένου σώματος, ὅταν ἡ μᾶζα m καί ἡ ἀκτίς R παραμένουν σταθεραί.

γ) Ἐκ τοῦ τύπου (1) ἐξάγομεν ἐπίσης τόν νόμον:

Ἡ κεντρομόλος δύναμις F_κ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος R περιστροφῆς, ὅταν ἡ μᾶζα m καί ἡ γραμμική ταχύτης υ παραμένουν σταθεραί.

---

* Αὐτό συμβαίνει μόνον, ὅταν ὁ παρατηρητής παραμένῃ ἀκίνητος.

δ) Ἡ κεντρομόλος δύναμις F_κ εἶναι ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος R περιστροφῆς, ὅταν ἡ μᾶζα m καί ἡ γωνιακή ταχύτης ω (ἤ ἡ περίοδος T ἤ ἡ συχνότης ν) παραμένουν σταθεραί.

<u>Ἐξαγωγή τῶν τύπων.</u> Ἐπειδή εἰς τήν ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν μεταβάλλεται μόνον ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος υ, ὑπάρχει μόνον κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις, ἡ ὁποία εἶναι $\gamma_\kappa = \upsilon^2/R$. Ἑπομένως, ἐάν εἰς τόν θεμελιώδη τύπον τῆς Μηχανικῆς $F = m \cdot \gamma$ θέσωμεν $\gamma = \gamma_\kappa = \upsilon^2/R$, τότε $F = F_\kappa$ καί ἔχομεν:

$$F_\kappa = m \cdot \frac{\upsilon^2}{R} \qquad (1)$$

Ἐάν τώρα θέσωμεν εἰς τόν ἀνωτέρω τύπον (1) $\upsilon = \omega \cdot R$ λαμβάνομεν:

$$F_\kappa = m \cdot \omega^2 \cdot R \qquad (2)$$

Ἐάν εἰς τόν τύπον (2) θέσωμεν $\omega = 2\pi/T$, λαμβάνομεν:

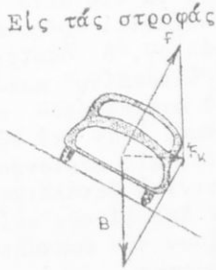
$$F_\kappa = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R \qquad (3)$$

καί ἐν συνεχείᾳ, ἐάν θέσωμεν εἰς τόν τύπον (3) $T = 1/\nu$ προκύπτει:

$$F_\kappa = m \cdot 4\pi^2 \cdot \nu^2 \cdot R$$

<u>Παραδείγματα καί ἐφαρμογαί κεντρομόλου καί φυγοκέντρου δυνάμεως:</u> 1) Ὁ δρομεύς εἰς τήν στροφήν κλίνει πρός τά μέσα, ἵνα ἡ συνισταμένη τοῦ βάρους του καί ἡ ἀντίδρασις τοῦ ἐδάφους γίνῃ ἡ ἀπαιτουμένη κεντρομόλος δύναμις.

2) Εἰς τάς στροφάς οἱ δρόμοι εἶναι κεκλιμένοι, ἵνα ἡ συνισταμένη τοῦ βάρους B διερχομένου ὀχήματος καί τῆς ἀντιδράσεως F τοῦ ἐδάφους γίνῃ ἡ ἀπαιτουμένη διά τήν περιστροφήν τοῦ ὀχήματος κεντρομόλος δύναμις (σχ. 38).



Σχ. 38

3) Κατά τήν περιστροφήν τεχνητοῦ δορυφόρου ἐπί κυκλικῆς τροχιᾶς, ἐπενεργεῖ ἐπ' αὐτοῦ κεντρομόλος δύναμις, ἡ ὁποία εἶ-

ναι ἡ ἕλξις τήν ὁποίαν ἀσκεῖ ἡ Γῆ ἐπί τοῦ δορυφόρου,δηλ. τό βάρος τοῦ δορυφόρου. Συγχρόνως ομως ἐπί τῆς γῆς ἐξασκεῖται φυγόκεντρος δύναμις, ἡ ὁποία εἶναι ἡ ἕλξις τήν ὁποίαν ἀσκεῖ ὁ δορυφόρος ἐπί τῆς Γῆς.

4) Ἡ λειτουργία τοῦ ρυθμιστοῦ τοῦ Watt ὀφείλεται εἰς τήν ἐμφάνισιν κεντρομόλων δυνάμεων ἐπί τῶν σφαιριδίων αὐτοῦ.

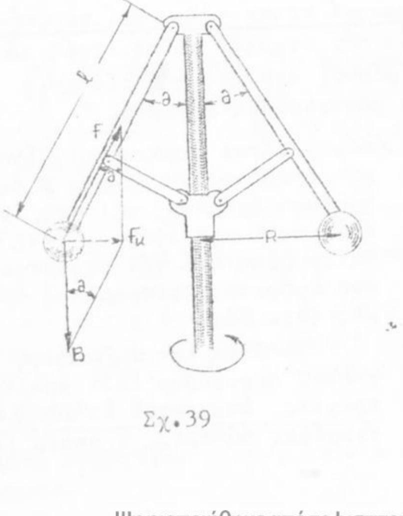
5) Ἡ λειτουργία τοῦ ταχυμέτρου ὁμοίως ὀφείλεται εἰς τήν ἐμφάνισιν κεντρομόλων δυνάμεων ἐπί τῶν σφαιριδίων αὐτοῦ.

6) Ἐφαρμογήν ἀναπτύξεως κεντρομόλων καί φυγοκέντρων δυνάμεων ἀποτελεῖ ἡ φυγόκεντρική ἀντλία, ἡ συσκευή φυγοκεντρήσεως τοῦ αἵματος, ἡ φυγοκεντρική συσκευή διαχωρισμοῦ ἰσοτόπων, κ.λ.π.

7) Ἡ ἀνακύκλωσις ὀχήματος ἐπί σιδηροτροχιᾶς ἐπιτυγχάνεται διά τῆς ἐπενεργείας κεντρομόλου δυνάμεως ἐπ'αὐτοῦ, ἡ ὁποία ὀφείλεται εἰς τό βάρος τοῦ ὀχήματος καί τήν ἀντίδρασιν τῆς τροχιᾶς.

<u>ΡΥΘΜΙΣΤΗΣ ΤΟΥ WATT</u>. Ὁ ρυθμιστής τοῦ Watt εἶναι συσκευή, διά τῆς ὁποίας ρυθμίζεται ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ τῶν ἀτμολεβήτων.

Ἀποτελεῖται ἀπό κατακόρυφον μεταλλικόν στέλεχος (σχ. 39), εἰς τό ἄνω ἄκρον δέ αὐτοῦ συνδέονται ἀρθρωτῶς δύο ἄλλα ἰσομήκη μεταλλικά στελέχη, ἕκαστον τῶν ὁποίων φέρει μεταλλικήν σφαῖραν. Τά δύο αὐτά στελέχη συνδέονται ἀρθρωτῶς μέ δακτύλιον, ὁ ὁποῖος δύναται νά ὀλισθαίνῃ κατά μῆκος τοῦ κατακορύφου στελέχους. Οὕτως, ὅταν τό σύστημα τίθεται εἰς περιστροφικήν κίνησιν, αἱ μεταλλικαί σφαῖραι ἀποκλίνουν καί ἐξαναγκάζουν τόν δακτύλιον ν'ἀνέρχεται.



Σχ.39

"Εστω Β τό βάρος τῆς μιᾶς σφαίρας (βλ.σχῆμα 39) καί F ἡ δύναμις ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπ'αὐτῆς ὑπό τοῦ στελέχους.Κατά τήν περιστροφήν τοῦ ρυθμιστοῦ τοῦ Watt ἡ συνισταμένη τοῦ βάρους Β καί τῆς δυνάμεως F, ἔχει φοράν πρός τό κέντρον περιστροφῆς καί εἶναι ἡ κ ε ν τ ρ ο μ ό λ ο ς δ ύ ν α μ ι ς F_K.

Ἐκ τοῦ σχήματος ἔχομεν:

$$\varepsilon\varphi\,\vartheta = \frac{F_K}{B}$$

Ἐπειδή ὅμως $F_K = m\cdot\omega^2\cdot R$ καί $B = m\cdot g$ λαμβάνομεν:

$$\varepsilon\varphi\,\vartheta = \frac{\omega^2\cdot R}{g}$$

Θέτομεν εἰς τήν ἀνωτέρω σχέσιν $R = l\cdot\eta\mu\,\vartheta$ καί εὑρίσκομεν:

$$\frac{1}{\sigma\upsilon\nu\,\vartheta} = \frac{\omega^2\cdot l}{g}$$

ἤ $$\sigma\upsilon\nu\,\vartheta = \frac{g}{\omega^2\cdot l}$$

Ἐκ τῆς τελευταίας σχέσεως ἐξάγομεν: ὅταν $\sigma\upsilon\nu\vartheta < 1$, τότε $\vartheta > 0$ καί ἑπομένως αἱ σφαῖραι ἀποκλίνουν. Τοῦτο ὅμως συμβαίνει ὅταν

$$\frac{g}{\omega^2\cdot l} < 1$$

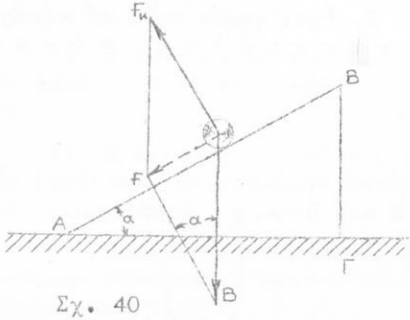
καί ἑπομένως, ὅταν $$\boxed{\omega > \sqrt{\frac{g}{l}} = \omega_0}$$

Δηλαδή ὑπάρχει μία ὡρισμένη γωνιακή ταχύτης ω_0 περιστροφῆς (ὁριακή γωνιακή ταχύτης) καί διά νά ἀρχίσουν ν'ἀνέρχωνται αἱ σφαῖραι πρέπει ἡ γωνιακή ταχύτης ω περιστροφῆς τοῦ ρυθμιστοῦ τοῦ Watt νά εἶναι μεγαλυτέρα αὐτῆς. Ἤτοι:

$$\boxed{\omega > \omega_0}$$

<u>ΚΕΚΛΙΜΕΝΟΝ ΕΠΙΠΕΔΟΝ.</u> Κεκλιμένον ἐπίπεδον εἶναι κάθε ἐπίπεδος ἐπιφάνεια, ἡ ὁποία σχηματίζει γωνίαν μέ τό ὁριζόν

τιον ἐπίπεδον (σχ. 40). Ἡ γωνία α τήν ὁποίαν σχηματίζει τό κεκλιμένον ἐπίπεδον μέ τό ὁριζόντιον ἐπίπεδον καλεῖται γ ω ν ί α κ λ ί σ ε ω ς, τό δέ ἡμίτονον τῆς γωνίας αὐτῆς (ημ α) καλεῖται κ λ ί σ ι ς τ ο ῦ κ ε κ λ ι μ έ ν ο υ ἐ π ι π έ δ ο υ.



Σχ. 40

Ὅταν ἐπί τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου τεθῇ σῶμα, τότε ἐπ'αὐτοῦ ἐξασκοῦνται δύο δυνάμεις: τό βάρος B τοῦ σώματος καί ἡ ἀντίδρασις Fκ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος ἐπί τό κεκλιμένον ἐπίπεδον, ἐφ'ὅσον τοῦτο δέν παρουσιάζει τριβάς.

Αἱ δύο αὐταί δυνάμεις δίδουν συνισταμένην δύναμιν F, ἡ ὁποία εἶναι παράλληλος πρός τό κεκλιμένον ἐπίπεδον καί τείνει αὐτη νά κινήσῃ τό σῶμα μέ κ ί ν η σ ι ν ὁ μ α λ ῶ ς ἐ π ι τ α χ υ ν ο μ έ ν η ν.

<u>Τύποι τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου</u>. Βάσει τοῦ σχήματος ἔχομεν:

$$\boxed{F = B \cdot \eta\mu\ \alpha} \qquad (1)$$

Ἐπειδή ὅμως $F = m \cdot \gamma$ καί $B = m \cdot g$ λαμβάνομεν καί τόν τύπον:

$$\boxed{\gamma = g \cdot \eta\mu\ \alpha} \qquad (2)$$

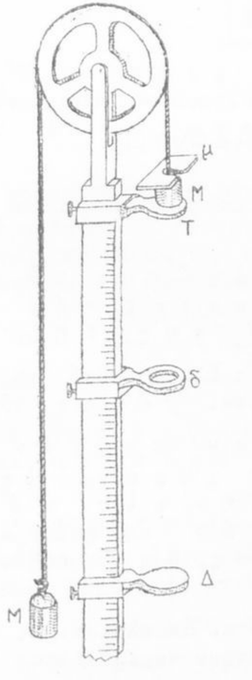
<u>Ἐφαρμογαί</u>: α) Τό κεκλιμένον ἐπίπεδον δύναται νά χρησιμοποιηθῇ ὡς ἁ π λ ῆ μ η χ α ν ή, διότι, ὡς ἐκ τοῦ τύπου (1) φαίνεται, διά νά ἰσορροπήσωμεν σῶμα εὑρισκόμενον ἐπ' αὐτοῦ, ἐξασκοῦμεν δύναμιν F μικροτέραν τοῦ βάρους του B.

β) Διά τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου δυνάμεθα νά ὑπολογίσωμεν τήν ἔ ν τ α σ ι ν τ ῆ ς β α ρ ύ τ η τ ο ς g (ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος) εἰς ἕνα τόπον. Αὔτη ὑπολογίζεται ἐκ τοῦ τύπου (2), πλήν ὅμως ἡ μέθοδος αὐτή δέν χρησιμοποιεῖται σήμερον, διότι δέν μᾶς παρέχει μεγάλην ἀκρίβειαν.

γ) Ὡς ἐξάγεται ἐκ τοῦ τύπου (2), δυνάμεθα νά ἐπιβραδύνωμεν τήν πτῶσιν τῶν σωμάτων, διότι εἶναι πάντοτε $\gamma < g$.

Ἄρα τό κεκλιμένον ἐπίπεδον δύναται νά χρησιμοποιηθῇ διά τήν ἐ π α λ ή θ ε υ σ ι ν τ ῶ ν ν ό μ ω ν τ ῆ ς ἐ- λ ε υ θ έ ρ α ς π τ ώ σ ε ω ς τ ῶ ν σ ω μ ά τ ω ν.

ΜΗΧΑΝΗ ΤΟΥ ATWOOD. Ἡ μηχανή Atwood χρησιμοποιεῖται διά τήν ἀπόδειξιν τῶν νόμων τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων, καθώς καί διά τήν εὕρεσιν τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος, οὐχί ὅμως μέ μεγάλην ἀκρίβειαν, ὅπως τοῦτο ἐπιτυγχάνεται διά τοῦ ἐκκρεμοῦς. Ἀποτελεῖται ἀπό ἕνα κατακόρυφον ὑποδιῃρημένον κανόνα, μήκους περίπου 2 m, εἰς τό ἄνω ἄκρον τοῦ ὁποίου εὑρίσκεται ἐλαφρά τροχαλία στρεφομένη περί ὁριζόντιον ἄξονα (σχ.41) καί διά τῆς αὔλακος τῆς ὁποίας διέρχεται λεπτόν νῆμα. Εἰς τά ἄκρα τοῦ νήματος δένονται δύο κύλινδροι ἴσοι, ἕκαστος μάζης, ἔστω Μ. Κατά μῆκος τοῦ κανόνος δύνανται νά στερεώνωνται εἰς διαφόρους θέσεις ὁ δακτύλιος δ καί ὁ δίσκος Δ, ἡ χρησιμοποίησις δέ αὐτῶν ἐξαρτᾶται ἀπό τό εἶδος τοῦ πειράματος τό ὁποῖον πρόκειται νά ἐκτελέσωμεν. Ἐπί τοῦ κανόνος ἐπίσης καί εἰς τό ἄνω μέρος αὐτοῦ, ὅπου ὑπάρχει ἡ ἔνδειξις μηδέν, στερεώνεται ἀρθρωτή τράπεζα Τ, ἡ ὁποία χρησιμεύει διά νά ὑποβαστάζῃ τόν ἕνα τῶν κυλίνδρων. Διά νά κινηθῇ τό σύστημα μέ ἐπιτάχυνσιν, θέτομεν ἐπί τοῦ κυλίνδρου, τόν ὑποβασταζόμενον ὑπό τῆς τραπέζης, μικράν πρόσθετον μᾶζαν μ -καλουμένη "ἱππεύς"- καί ἀκολούθως εἰς ὡρισμένην χρονικήν στιγμήν προκαλοῦμεν, διά καταλλήλου χειρισμοῦ, τήν πτῶσιν τοῦ κυλίνδρου, πού ὑποβαστάζει τήν πρόσθετον μᾶζαν μ.



Σχ.41

Ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐπιταχύνει τό σύστημα, εἶναι προφανῶς μόνον τό πρόσθετον βάρος μ.g, ἡ δέ μᾶζα ἐπί τῆς ὁποίας ἐπενεργεῖ εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ συστήματος, ἤτοι ἡ μᾶζα 2Μ + μ. Ἐπομένως, ἐάν ἐφαρμόσωμεν τόν θεμελιώδη νόμον τῆς δυναμικῆς, λαμβάνομεν:

$$\boxed{\gamma = \frac{F}{m} = \frac{\mu}{2M+\mu}\cdot g}$$

Ἐπειδή $\mu < 2M+\mu$, ἕπεται ὅτι $\gamma < g$. Συνεπῶς τό πρόσθετον σῶμα πίπτει μέ ἐπιτάχυνσιν μικροτέραν ἐκείνης, μέ τήν ὁποίαν θά ἔπιπτεν ἐλευθέρως.

ΠΑΓΚΟΣΜΙΟΣ ΕΛΞΙΣ - ΒΑΡΥΤΗΣ

Βαρύτης*. Καλεῖται βαρύτης τό αἴτιον τό ὁποῖον προκαλεῖ τήν ἕλξιν τῶν σωμάτων ὑπό τῆς Γῆς.

Ἕνεκα τῆς βαρύτητος, κάθε σῶμα ἕλκεται ὑπό τῆς Γῆς μέ ὡρισμένην δύναμιν, ἡ ὁποία καλεῖται βάρος αὐτοῦ.

Πεδίον βαρύτητος. Καλοῦμεν πεδίον βαρύτητος τῆς Γῆς, τόν χῶρον, ὁ ὁποῖος περιβάλλει τήν Γῆν, εἰς κάθε σημεῖον τοῦ ὁποίου ἄν εὑρίσκεται σῶμα ἀποκτᾶ βάρος, δηλαδή ἕλκεται ὑπό τῆς Γῆς.

Τό πεδίον βαρύτητος δέν ὀφείλεται ἀποκλειστικῶς εἰς ὡρισμένας ἰδιότητας τῆς Γῆς. Κάθε ἄστρον περιβάλλεται ὑπό πεδίου βαρύτητος.

Ἕνα πεδίον βαρύτητος χαρακτηρίζεται ἀπό τήν ἔντασιν καί τό δυναμικόν** εἰς ἕκαστον σημεῖον του.

---

* Κακῶς λέγεται ὅτι "βαρύτης εἶναι ἡ ἕλξις τῶν σωμάτων ὑπό τῆς Γῆς".

** Καλοῦμεν δυναμικόν U_Σ πεδίου βαρύτητος εἰς ἕνα σημεῖον Σ αὐτοῦ τό πηλίκον τοῦ ἔργου $A_{\Sigma\infty}$, τό ὁποῖον ἀπαιτεῖται ἵνα σῶμα μεταφερθῇ ἀπό τοῦ σημείου Σ μέχρι τοῦ ἀπείρου, διά τῆς μάζης m τοῦ σώματος. Ἤτοι: $U_\Sigma = \frac{A_{\Sigma\infty}}{m}$

Ἔντασις βαρύτητος. Καλοῦμεν ἔντασιν τῆς βαρύτητος $g_Σ$ εἰς ἕνα σημεῖον Σ τοῦ πεδίου βαρύτητος, τό πηλίκον τοῦ βάρους B τοῦ σώματος, ὅταν τοῦτο εὑρίσκεται εἰς τό σημεῖον Σ, διά τῆς μάζης m τοῦ σώματος. Ἤτοι:

$$\boxed{g_Σ = \frac{B_Σ}{m}}$$

Ἡ ἔντασις τῆς βαρύτητος εἰς τὸ ὡρισμένον σημεῖον συμπίπτει μέ τήν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος.

ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΠΑΓΚΟΣΜΙΟΥ ΕΛΞΕΩΣ: "Δύο ὑλικά σημεῖα ἕλκονται ἀμοιβαίως μέ δύναμιν, τῆς ὁποίας τό μέτρον F εἶναι ἀνάλογον τῶν μαζῶν m_1 καί m_2 καί ἀντιστρόφως ἀνάλογον τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως R αὐτῶν". Ἤτοι:

$$\boxed{F = K \cdot \frac{m_1 : m_2}{R^2}}$$: Νόμος τοῦ Νεύτωνος

ὅπου K εἶναι παγκόσμιος σταθερά καί καλεῖται σταθερά τῆς παγκοσμίου ἕλξεως.

Ἡ σταθερά K τῆς παγκοσμίου ἕλξεως εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς φύσεως τῆς ὕλης καί ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τῶν μονάδων μετρήσεως. Εὑρέθη δέ ὅτι:

$$K = 6,68 \cdot 10^{-8}\ dyn. \ cm^2 \cdot gr^{-2}$$

Ἡ ἕλξις τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ Γῆ ἐπί τῶν διαφόρων σωμάτων εἶναι, προφανῶς, μερική περίπτωσις τοῦ νόμου τῆς παγκοσμίου ἕλξεως.

ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΒΑΡΟΥΣ: Βάρος. Καλοῦμεν βάρος σώματος τήν δύναμιν μέ τήν ὁποίαν ἡ Γῆ ἕλκει αὐτό.

Δυνάμεθα ὅμως νά δώσωμεν καί τόν ἀκόλουθον ὁρισμόν:

Βάρος σώματος καλεῖται ἡ συνισταμένη ὅλων τῶν ἑλκτικῶν παραλ λήλων δυνάμεων, τάς ποίας ἐξασκεῖ ἡ Γῆ ἐπί τοῦ σώματος.

Κέντρον βάρους*. Καλοῦμεν κέντρον βάρους σώματος τό σημεῖον διά τοῦ ὁποίου διέρχεται πάντοτε ὁ φορεύς τοῦ βάρους ὁπωσδήποτε καί ἄν στραφῇ τό σῶμα.

Ἐπίσης δυνάμεθα νά δώσωμεν καί τόν ἀκόλουθον ὁρισμόν: Κέντρον βάρους σώματος καλεῖται τό κέντρον τῶν παραλλήλων δυνάμεων τάς ὁποίας ἐξασκεῖ ἡ Γῆ ἐπί τοῦ σώματος.

Τό κέντρον βάρους δύναται νά εἶναι εἴτε σημεῖον τοῦ σώματος, εἴτε σημεῖον εὑρισκόμενον ἐκτός αὐτοῦ.

Τό βάρος ὡς μερική περίπτωσις τῆς παγκοσμίου ἕλξεως.- Τό βάρος Β ἑνός σώματος εἶναι μερική περίπτωσις τοῦ νόμου τῆς παγκοσμίου ἕλξεως καί εἶναι αὐτό ἡ ἑλκτική δύναμις F ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἀμοιβαίως μεταξύ τοῦ σώματος καί τῆς Γῆς.

Ἐάν καλέσωμεν m τήν μᾶζαν τοῦ σώματος, M τήν μᾶζαν τῆς Γῆς, r τήν ἀκτῖνα τῆς Γῆς καί h τό ὕψος τοῦ σώματος, τότε βάσει τοῦ τύπου $F = K.(m_1 . m_2 / R^2)$ θά ἔχωμεν:

$$\boxed{B = K \cdot \frac{M \cdot m}{(r+h)^2}}$$: Τύπος τοῦ βάρους (1)

Μεταβολαί τοῦ βάρους: Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω τύπου ἐξάγομεν ὅτι:

α) Τό βάρος ἑνός σώματος ἐλαττοῦται μετά τοῦ ὕψους καί εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογον τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως αὐτοῦ ἀπό τοῦ κέντρου τῆς Γῆς.

β) Τό βάρος ἑνός σώματος αὐξάνεται (ὀλίγον), ἄν τό σῶμα μεταφέρεται πρός ἕνα ἐκ τῶν πόλων τῆς Γῆς, διότι πλησιάζει, ἕνεκα τοῦ σχήματος τῆς Γῆς, πρός τό κέντρον αὐτῆς. Αν-

---

*Τό κέντρον βάρους δέν εἶναι "τό σημεῖον ἐφαρμογῆς τοῦ βάρους". Εἰς κοίλην σφαῖραν π.χ. τό κέντρον βάρους εὑρίσκεται εἰς τό κοῖλον μέρος καί ἐπ'αὐτοῦ δέν δύναται νά ἐξασκῆται δύναμις (Βάρος).

τιθέτως δέ ἐλαττοῦται, ἄν μεταφέρεται τό σῶμα πρός τόν ἰσημερινόν, διότι ἀπομακρύνεται ἀπό τοῦ κέντρου τῆς Γῆς.

'Επίσης, λόγῳ τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς, τό βάρος τῶν σωμάτων εἶναι ἀκόμη κατά τι μικρότερον εἰς τόν ἰσημερινόν.

Διαφοραί μεταξύ βάρους καί μάζης: α) Τ ό β ά ρ ο ς καί ἡ μ ᾶ ζ α εἶναι δύο τελείως διάφορα μεγέθη.

β) Τό βάρος τοῦ σώματος μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως τῆς ἀποστάσεώς του ἀπό τό κέντρον τῆς Γῆς καί μηδενίζεται, ὅταν τό σῶμα εὑρεθῇ ἐκτός πεδίου βαρύτητος.

'Αντιθέτως ἡ μᾶζα τοῦ σώματος εἶναι μέγεθος σταθερόν μή ἐξαρτώμενον ἐκ τῆς θέσεως τήν ὁποίαν κατέχει τό σῶμα εἰς ἕνα πεδίον βαρύτητος.

Ὅμως, κατά τήν θ ε ω ρ ί α ν τ ῆ ς σ χ ε τ ι κ ό τ η τ ο ς (Einstein) καί ἡ μᾶζα μεταβάλλεται μετά τῆς ταχύτητος. 'Εάν π.χ. m_0 εἶναι ἡ μᾶζα ἠρεμίας τοῦ σώματος καί υ ἡ ταχύτης αὐτοῦ, τότε ἡ μᾶζα m τοῦ σώματος δίδεται ὑπό τοῦ τύπου:

$$\boxed{m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}} \quad : \text{Τύπος Einstein}$$

ὅπου c εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ φωτός.

'Εκ τοῦ ἀνωτέρω τύπου ἐξάγεται ὅτι: ὅταν ἡ ταχύτης τοῦ σώματος τείνῃ νά γίνῃ ἴση πρός τήν ταχύτητα τοῦ φωτός τότε ἡ μᾶζα αὐτοῦ τείνει νά γίνῃ ἄπειρος.

Μέτρησις τοῦ βάρους. Τό βάρος τῶν σωμάτων μετρᾶται μόνον μέ τό δ υ ν α μ ό μ ε τ ρ ο ν. Διά νά μετρήσωμεν τό βάρος ἑνός σώματος εἰς ἕνα τόπον διά τοῦ ζ υ γ ο ῦ πρέπει νά γνωρίζωμεν τό ἀκριβές βάρος τῶν χρησιμοποιουμένων σταθμῶν εἰς τόν τόπον τῆς ζυγίσεως.

'Επειδή τό βάρος τῶν σωμάτων εἶναι ὀλίγον μεγαλύτερον εἰς τούς πόλους καί ὀλίγον μικρότερον εἰς τόν ἰσημερινόν, ἕπεται ὅτι συμφέρει εἰς τόν ἔμπορον νά ἀγοράζῃ ἐμπόρευμα εἰς τόν ἰσημερινόν καί νά τό πωλῇ εἰς τούς πόλους, ἀρκεῖ πρός τοῦτο νά χρησιμοποιῇ δ υ ν α μ ό μ ε τ ρ ο ν καί ὄχι ζ υ γ ό ν.

ΕΝΤΑΣΙΣ ΤΗΣ ΒΑΡΥΤΗΤΟΣ - ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΙΣ ΤΗΣ ΒΑΡΥΤΗΤΟΣ:"Ἐντασις βαρύτητος. Καλοῦμεν ἔντασιν βαρύτητος $g_Σ$ εἰς ἕνα σημεῖον Σ τοῦ πεδίου βαρύτητος, τό πηλίκον τοῦ βάρους Β, τό ὁποῖον ἀποκτᾷ ἕνα σῶμα, ὅταν τεθῇ εἰς τό σημεῖον Σ διά τῆς μάζης m αὐτοῦ. "Ητοι:

$$\boxed{g_Σ = \frac{B_Σ}{m}} \qquad (1)$$

Ἡ ἔντασις τῆς βαρύτητος εἰς γεωγραφικόν πλάτος 45° καί εἰς τό ὕψος τῆς θαλάσσης εὑρέθη ὅτι εἶναι g =981 dyn/gr καί εἶναι ἡ αὐτή μέ τήν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος.

Ἐκ τοῦ νόμου τῆς παγκοσμίου ἕλξεως

$$F = K \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$$

ἐάν ὑποθέσωμεν ὅτι m_1 εἶναι ἡ μᾶζα Μ τῆς Γῆς, m_2 ἡ μᾶζα m ἑνός σώματος, r ἡ ἀκτίς τῆς Γῆς καί h τό ὕψος τοῦ σώματος, τότε $F = B_Σ$ καί προκύπτει:

$$B_Σ = K \cdot \frac{M \cdot m}{(r+h)^2} \quad : \text{βάρος τοῦ σώματος} \quad (2)$$

Διά συνδυασμοῦ δέ τῶν τύπων (1) καί (2) λαμβάνομεν

$$\boxed{g_Σ = K \cdot \frac{M}{(r+h)^2}} \qquad (3)$$

Μεταβολαί τοῦ g. Ἡ ἔντασις τῆς βαρύτητος (ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος), βάσει τοῦ τύπου (3), ὑπόκειται εἰς τάς κατωτέρω μεταβολάς:

α) Ἐλαττοῦται μετά τοῦ ὕψους h, μεταβαλλομένη ἀντιστρόφως ἀναλόγως τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως R = r+h, τοῦ σημείου Σ ἀπό τοῦ κέντρου τῆς Γῆς εἰς τό ὁποῖον ἀναφέρεται.

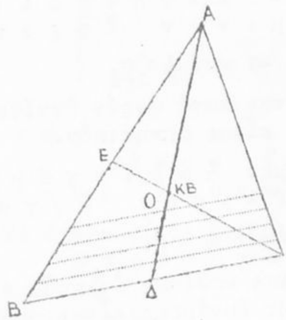
β) Εἶναι ὀλίγον μικροτέρα εἰς τόν ἰσημερινόν καί ὀλίγον μεγαλυτέρα εἰς τούς πόλους, ἕνεκα τοῦ πεπλατυσμένου σχήματος τῆς Γῆς.

ΕΥΡΕΣΙΣ ΚΕΝΤΡΟΥ ΒΑΡΟΥΣ. Τό κέντρον βάρους ὁμογενοῦς σώματος εὑρίσκεται:

α) Ἐπί τοῦ κέντρου συμμετρίας τοῦ σώματος, ἄν τοῦτο εἶναι συμμετρικόν ὡς πρός σημεῖον. Τό κέντρον βάρους π.χ. ὁμογενοῦς σφαίρας εὑρίσκεται ἐπί τοῦ κέντρου αὐτῆς, ἐνῷ ὁμογενοῦς κυλίνδρου εἰς τό μέσον τοῦ εὐθυγράμμου τμήματος, τό ὁποῖον συνδέει τά κέντρα τῶν δύο βάσεων κ.λ.π.

β) Ἐπί τοῦ ἄξονος συμμετρίας τοῦ σώματος, ἄν τοῦτο παρουσιάζῃ συμμετρικήν κατασκευήν ὡς πρός ἄξονα. Ὅταν τό σῶμα ἔχῃ δύο ἄξονας συμμετρίας, τότε προφανῶς εὑρίσκεται ἐπί τῆς τομῆς τῶν ἀξόνων συμμετρίας.

Κέντρον βάρους τριγωνικῆς πλακός. Ἐάν θεωρήσωμεν ὅτι τό τρίγωνον (σχ.42) ἀποτελεῖται ἀπό στοιχειώδεις λωρίδας παραλλήλους πρός μίαν βάσιν αὐτοῦ, τότε τό κ.β. ἑκάστης λωρίδος εὑρίσκεται εἰς τό μέσον αὐτῆς. Τά μέσα ὅμως τῶν στοιχειωδῶν λωρίδων εὑρίσκονται ἐπί τῆς διαμέσου ΑΔ τοῦ τριγώνου καί ἐπομένως τό κ.β. τοῦ τριγώνου θά εὑρίσκεται ἐπί τῆς διαμέσου αὐτῆς. Ἐπειδή ὅμως τό αὐτό δυνάμεθα νά ἐπαναλάβωμεν καί μέ λωρίδας παραλλήλους πρός τάς ἄλλας πλευράς τοῦ τριγώνου, ἕπεται ὅτι τό κ.β. τοῦ τριγώνου εὑρίσκεται ἐπί τῶν διαμέσων αὐτοῦ, δηλαδή ἐπί τῆς τομῆς Ο αὐτῶν.



Σχ. 42

ΕΡΓΟΝ - ΙΣΧΥΣ

ΕΡΓΟΝ. Λέγομεν ὅτι μία δύναμις παράγει ἔργον, ὅταν μετατοπίζῃ τό σῶμα ἐπί τοῦ ὁποίου ἐπενεργεῖ.

ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΕΡΓΟΥ: α) Δύναμις σταθερά καί μετατόπισις εὐθεῖα. Ἐάν ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ ἐπί ἑνός σώματος, εἶναι σταθερά κατά μέτρον, διεύθυνσιν καί φοράν τότε τό ἔργον A τῆς δυνάμεως εἶναι ἴσον πρός τό γινόμενον τοῦ μέτρου F αὐτῆς ἐπί τήν μετατόπισιν s καί ἐπί τό συνημίτονον τῆς γωνίας α, ἡ ὁποία σχηματίζεται ἀπό τήν δύναμιν καί τήν μετατόπισιν (σχ.43). Ἤτοι:

Σχ.43

$$\boxed{A = F.s.\text{συν}\ \alpha}$$

Διερεύνησις τοῦ τύπου: 1) Ἐάν α = = 0°, τότε συν α = 1 καί A > 0.

Ἄρα: Ὅταν τό σῶμα μετατοπίζεται κατά τήν φοράν τῆς δυνάμεως, τό ἔργον τῆς δυνάμεως εἶναι θετικόν.

Τό θετικόν τοῦτο ἔργον καλοῦμεν κινητήριον ἔργον καί ἀποτελεῖ τό δαπανώμενον ἔργον.

2) Ἐάν α = 180°, τότε συν α = -1 καί A < 0.

Ἄρα: Ὅταν τό σῶμα μετατοπίζεται κατά φοράν ἀντίθετον τῆς δυνάμεως, τό ἔργον τῆς δυνάμεως εἶναι ἀρνητικόν.

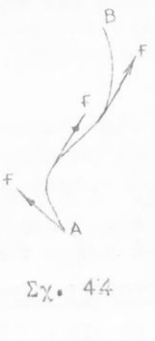
Τό ἀρνητικόν τοῦτο ἔργον καλοῦμεν ἀνθιστάμενον ἔργον καί ἀποτελεῖ τό ὠφέλιμον ἔργον.

3) Ἐάν α = 90°, τότε συν α = 0 καί A = 0.

Ἄρα: Ὅταν τό σῶμα μετατοπίζεται καθέτως ὡς πρός τήν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως, τό ἔργον τῆς δυνάμεως εἶναι μηδέν.

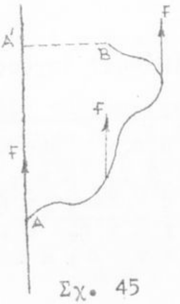
Ἡ κεντρομόλος δύναμις π.χ. ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ ἐπί τοῦ δορυφόρου δέν παράγει ἔργον.

β) Δύναμις σταθερά μόνον κατά μέτρον καί ἐφαπτομένη τῆς καμπύλης μετατοπίσεως. Ἐάν ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ, ἐπί ἑνός σώματος, εἶναι σταθερά κατά μέτρον καί ἐφάπτεται συνεχῶς τῆς καμπύλης μετατοπίσεως, τήν ὁποίαν προκαλεῖ εἰς τό σῶμα, τότε τό ἔργον τῆς δυνάμεως ἰσοῦται πρός τό γινόμενον τοῦ μέτρου F αὐτῆς ἐπί τήν μετατόπισιν AB (σχ.44). Ἤτοι: $A = F.(\overset{\frown}{AB})$.



Σχ. 44

<u>Δύναμις σταθερά κατά μέτρον καί διεύθυνσιν καί μετατό-πισις καμπύλη.</u> 'Εάν ἡ δύναμις ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ ἐπί ἑνός σώματος εἶναι σταθερά κατά μέτρον καί διεύθυνσιν καί τό σῶμα μετατοπίζεται ἐπί καμπύλης γραμμῆς, τότε τό ἔργον τῆς δυνάμεως ἰσοῦται πρός τό γινόμενον τοῦ μέτρου F αὐτῆς, ἐπί τήν προβολήν τῆς μετατοπίσεως $\widehat{AB}$ ἐπί τήν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως (σχ. 45). Ἤτοι:



Σχ. 45

$$\boxed{A = F.\pi\rho\beta.(\widehat{AB}) = F.(AA')}$$

Συμφώνως πρός τά ἀνωτέρω, ὅταν ἡ δύναμις εἶναι σταθερά κατά μέτρον καί διεύθυνσιν, τότε τό ἔργον εἶναι ἀνεξάρτητον τοῦ δρόμου, ἐξαρτώμενον μόνον ἐκ τῆς ἀρχικῆς καί τελικῆς θέσεως τοῦ σώματος.

Τό ἔργον εἶναι ἀνεξάρτητον τοῦ δρόμου ἀκόμη, εἰς τό πεδίον βαρύτητος, τό ἠλεκτρικόν πεδίον καί τό μαγνητικόν πεδίον μονίμου μαγνήτου.

<u>Ἔργον βαρύτητος.</u> Τό ἔργον τῆς βαρύτητος εἶναι ἀνεξάρτητον τοῦ δρόμου (περίπτωσις γ) καί ἰσοῦται πάντοτε μέ τό γινόμενον τοῦ βάρους B τοῦ σώματος ἐπί τήν κατακόρυφον ἀπόστασιν h τῆς ἀρχικῆς καί τελικῆς θέσεως τοῦ σώματος, ὅταν ἡ μετατόπισις εἶναι μικρά, ὥστε νά δυνάμεθα νά θεωρήσωμεν τό βάρος σταθερόν. Ἄρα θά ἔχωμεν:

$$\boxed{A = B.h}$$

'Εκ τοῦ τύπου τοῦ ἔργου τῆς περιπτώσεως (γ) ἐξάγομεν τό συμπέρασμα:

Ὅταν ἡ δύναμις εἶναι σταθερά κατά μέτρον καί διεύθυνσιν καί τό σῶμα ἐκτελῇ κλειστήν μετατόπισιν (δηλ. ἐπανέρχεται εἰς τήν ἀρχικήν του θέσιν), τότε τό ἔργον εἶναι μηδέν.

ΙΣΧΥΣ. Καλοῦμεν ἰσχύν N μηχανῆς τό πηλίκον τοῦ ἔργου A, τό ὁποῖον παράγει ἡ μηχανή ἐντός χρόνου t, διά τοῦ χρόνου τούτου. Ἤτοι:

$$\boxed{N = \frac{A}{t}}$$ τύπος (μέσης) ἰσχύος

Συντελεστής ἀποδόσεως. Καλοῦμεν συντελεστήν ἀποδόσεως η μιᾶς μηχανῆς, τόν λόγον τῆς ἰσχύος $N_{απ}$, τήν ὁποίαν ἀποδίδει ἡ μηχανή, διά τῆς ἰσχύος $N_{δαπ}$, τήν ὁποίαν δαπανᾷ αὕτη. Ἤτοι:

$$\boxed{\eta = \frac{N_{απ}}{N_{δαπ}}}$$

Ὁ συντελεστής ἀποδόσεως εἶναι πάντοτε μικρότερος τῆς μονάδος ($\eta < 1$) καί μία μηχανή εἶναι τόσον ἀποδοτικωτέρα ὅσον ὁ συντελεστής ἀποδόσεως αὐτῆς τείνει πρός τήν μονάδα.

Τύπος τῆς ἰσχύος, ὅταν σῶμα κινῆται μέ σταθεράν ταχύτητα. Ἔστω ὅτι ἐπί σώματος ἐξασκεῖται σταθερά δύναμις F καί τό σῶμα κινεῖται (λόγῳ τριβῶν) μέ σταθεράν ταχύτητα υ. Ὅταν τό σῶμα ἔχῃ διανύσει διάστημα s, τότε ἡ δύναμις θά ἔχῃ παραγάγει ἔργον

$$A = F.s$$

καί συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς ἰσχύος ($N = A/t$) θά ἔχωμεν:

$$N = F.\frac{s}{t}$$

Ἐπειδή ὅμως ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλή, θά εἶναι $s/t = υ$ καί ἑπομένως προκύπτει:

$$\boxed{N = F.υ}$$

ΜΟΝΑΔΕΣ ΕΡΓΟΥ: 1) Εἰς τό σύστημα C.G.S.. Ὡς μονάς ἔργου εἰς τό σύστημα C.G.S. λαμβάνεται τό ἔ ρ γ ι ο ν (1 erg), τό ὁποῖον εἶναι τό ἔργον τό παραγόμενον ὑπό δυνάμεως 1 dyn, ὅταν μετατοπίζῃ τό σῶμα ἐπί τοῦ ὁποίου ἐπενεργεῖ κατά 1 cm καί κατά τήν διεύθυνσίν της. Ἤτοι:

$$A = F.s = 1\,dyn . 1\,cm = 1\,dyn . cm = 1\ erg$$

2) Εἰς τό πρακτικόν σύστημα (M.K.S.A.). Ὡς μονάς ἔργου εἰς τό σύστημα M.K.S.A. λαμβάνεται τό Τ ζ ά ο υ λ (1 Joule), τό ὁποῖον εἶναι τό ἔργον τό παραγόμενον ὑπό δυνάμεως 1 Nt, ὅταν μετατοπίζῃ τό σῶμα ἐπί τοῦ ὁποίου ἐπενεργεῖ κατά 1 m καί κατά τήν διεύθυνσίν της. Ἤτοι:

$$A = F.s = 1\ Nt . 1\,m = 1\,Joule$$

Ἐπειδή ὅμως $1\,m = 10^2\,cm$ καί $1\ Nt = 10^5\ dyn$ λαμβάνομεν:

$$1\ Joule = 10^5\,dyn\ . 10^2\ cm = 10^7\ erg$$

3) Εἰς τό Τ.Σ. μονάδων. Ὡς μονάς ἔργου εἰς τό Τ.Σ. μονάδων λαμβάνεται τό χ ι λ ι ο γ ρ α μ μ ό μ ε τ ρ ο ν (1 kgr*. m), τό ὁποῖον εἶναι τό ἔργον τό παραγόμενον ὑπό δυνάμεως 1 kgr*, ὅταν μετατοπίζῃ τό σῶμα ἐπί τοῦ ὁποίου ἐπενεργεῖ κατά 1 m καί κατά τήν διεύθυνσίν της. Ἤτοι:

$$A = F.s = 1\,kgr^* . 1\,m = 1\ kgr^* . m$$

Σ χ έ σ ι ς μ ε τ α ξ ύ 1kgr*. m καί Joule: $1\,kgr^* . m =$ $= 981.000\ dyn . 100\,cm = 9{,}81 . 10^7\ erg = 9{,}81\ Joule$

Ἤτοι: $1\,kgr^* . m = 9{,}81\ Joule$

4) Τό βατώριον (1 Wh). Τό 1 Wh εἶναι τό ἔργον τό ὁποῖον παράγει μηχανή ἰσχύος 1 W, ὅταν ἐργάζεται ἐπί μίαν ὥραν (1h). Ἤτοι:

$$A = N.t = 1\ W . 1\ h = 1\,Wh$$

5) <u>Τό κιλοβατώριον</u> (1 KWh). Τό 1 KWh εἶναι τό ἔργον τό ὁποῖον παράγει μηχανή ἰσχύος 1 KW, ὅταν ἐργάζεται ἐπί μίαν ὥραν (1h). Ἤτοι:

$$A = N.t = 1\ KW.1h = 1\ KWh$$

Σχέσις μεταξύ KWh καί Joule:

$$1\ KWh = 1000\ W.3600\ sec = 3.600.000\ Joule$$

Ἤτοι: $$1\ KWh = 3.600.000\ Joule$$

6) <u>Ὁ ὡριαῖος ἵππος</u>: εἶναι τό ἔργον τό ὁποῖον παράγει μηχανή ἰσχύος ἑνός ἵππου (1 CV ἤ 1 HP), ὅταν ἐργάζεται ἐπί μίαν ὥραν. Ἤτοι:

$$A = N.t = 1\ \text{ἵππος} . 1\ \text{ὥρα} = 1\ \text{ὡριαῖος ἵππος}.$$

7) 1 Cal (θερμίς) = 4,2 Joule

8) 1 eV (ἠλεκτρονιοβόλτ) = $1{,}62.10^{-19}$ Joule

<u>ΜΟΝΑΔΕΣ ΙΣΧΥΟΣ.</u> 1) <u>Εἰς τό σύστημα C.G.S.</u>. Ὡς μονάς ἰσχύος εἰς τό σύστημα C.G.S. λαμβάνεται τό 1 erg/sec, τό ὁποῖον εἶναι ἡ ἰσχύς μηχανῆς ἡ ὁποία παράγει ἔργον 1 erg εἰς χρόνον 1 sec. Ἤτοι:

$$N = \frac{A}{t} = \frac{1\ erg}{1\ sec} = 1\ erg/sec$$

2) <u>Εἰς τό Πρακτικόν σύστημα Μονάδων (M.K.S.A.)</u> Ὡς μονάς ἰσχύος εἰς τό σύστημα M.K.S.A. λαμβάνεται τό Βάττ (1 Watt), τό ὁποῖον εἶναι ἡ ἰσχύς μηχανῆς ἡ ὁποία παράγει ἔργον 1 Joule εἰς χρόνον 1 sec. Ἤτοι:

$$N = \frac{A}{t} = \frac{1\ Joule}{1\ sec} = 1\ Joule/sec = 1\ Watt$$

Πολλαπλάσιον τῆς μονάδος εἶναι τό

$$1\ KW = 10^3\ Watt$$

3) Εἰς τό Τ.Σ. μονάδων. Ὡς μονάς ἰσχύος εἰς τό Τ.Σ.μονάδων λαμβάνεται τό 1 kgr*.m/sec, τό ὁποῖον εἶναι ἡ ἰσχύς μηχανῆς ἡ ὁποία παράγει ἔργον 1 kgr*.m εἰς χρόνον 1 sec. Ἤτοι:

$$N = \frac{A}{t} = \frac{1\ \text{kgr}^*.\text{m}}{1\ \text{sec}} = 1\ \text{kgr}^*.\text{m/sec}$$

4) Ὁ ἵππος ἤ ἀτμόϊππος (1 CV ἤ 1 PS), ὁ ὁποῖος ἰσοῦται πρός 75 kgr*.m/sec. Ἤτοι:

$$1\ \text{CV} = 75\ \text{kgr}^*.\text{m/sec} = 736\ \text{Watt}$$

5) Ὁ ἀγγλικός ἵππος (1 HP), ὁ ὁποῖος ἰσοῦται πρός 76 kgr*.m/sec. Ἤτοι:

$$1\ \text{HP} = 76\ \text{kgr}^*.\text{m/sec} = 746\ \text{Watt}$$

ΕΝΕΡΓΕΙΑ - ΜΟΡΦΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

ΕΝΕΡΓΕΙΑ. Καλοῦμεν ἐνέργειαν τό φυσικόν μέγεθος, τοῦ ὁποίου αἱ μεταβολαί προκαλοῦν τά φαινόμενα.

'Επειδή αἱ μεταβολαί τῆς ἐνεργείας δύνανται νά προκύψουν ἀπό τό μηχανικόν ἔργον ἤ νά μετατραποῦν εἰς αὐτό, δυνάμεθα νά ὁρίσωμεν τήν ἐνέργειαν καί ὡς ἑξῆς:

Καλοῦμεν ἐνέργειαν* τήν φυσικήν ὀντότητα, ἡ ὁποία ὑπάρχει εἰς κάθε σῶμα καί τῆς ὁποίας αἱ μεταβολαί δύνανται νά προκύψουν ἀπό τό μηχανικόν ἔργον ἤ δύνανται νά παραγάγουν μηχανικόν ἔργον.

Βάσει τοῦ ἀνωτέρω ὁρισμοῦ τό μηχανικόν ἔργον εἶναι μορφή τῆς ἐνεργείας.

ΜΟΡΦΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ. 'Η ἐνέργεια ἐμφανίζεται ὑπό διαφόρους μορφάς. Αὗται εἶναι: 'Η μηχανική ἐνέργεια, ἡ χημική ἐνέργεια, ἡ θερμότης, ἡ ἠλεκτρική ἐνέργεια κ.λ.π.

Μορφαί μηχανικῆς ἐνεργείας. 'Η μηχανική ἐνέργεια διακρίνεται εἰς κινητικήν ἐνέργειαν καί εἰς δυναμικήν ἐνέργειαν.

Κινητική ἐνέργεια. Καλοῦμεν κινητικήν ἐνέργειαν τήν ἐνέργειαν τήν ὁποίαν ἔχει ἕνα σῶμα λόγῳ τῆς ταχύτητός του.

---

* 'Η ἐνέργεια δέν εἶναι "ἡ ἱκανότης τοῦ σώματος νά παράγῃ ἔργον".

Ἡ κινητική ἐνέργεια $E_{κιν}$ ἑνός σώματος μάζης m καί τό ὁποῖον κινεῖται μέ ταχύτητα υ, ἀποδεικνύεται ὅτι δίδεται ὑπό τοῦ τύπου:

$$\boxed{E_{κιν} = \frac{1}{2} m \cdot υ^2}$$

Δυναμική ἐνέργεια. Καλοῦμεν δυναμικήν ἐνέργειαν τήν ἐνέργειαν τήν ὁποίαν ἔχει ἕνα σῶμα εἴτε λόγῳ τῆς καταστάσεώς του εἴτε λόγῳ τῆς θέσεώς του ὡς πρός ἄλλα σώματα.

Ἡ δυναμική ἐνέργεια $E_{δυν}$ τήν ὁποίαν ἔχει ἕνα σῶμα βάρους B, εὑρισκόμενον εἰς ἀπόστασιν R+h ἀπό τοῦ κέντρου τῆς Γῆς* ἀποδεικνύεται ὅτι δίδεται ὑπό τοῦ τύπου:

$$\boxed{E_{δυν} = B \cdot (R + h)}$$

ὅπου R ἡ ἀκτίς τῆς Γῆς καί h τό ὕψος εἰς τό ὁποῖον εὑρίσκεται τό σῶμα.

Συνήθως ὅμως ἡ δυναμική ἐνέργεια, ὅταν τό σῶμα εὑρίσκεται εἰς τήν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς, λαμβάνεται ἴση πρός μηδέν καί συνήθως λαμβάνεται ἡ δυν. ἐνέργεια ὡς πρός τήν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς:

$$\boxed{E_{δυν} = B \cdot h}$$

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΑΙ ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΑΥΤΗΣ. Καλοῦμεν κινητικήν ἐνέργειαν τήν ἐνέργειαν τήν ὁποίαν ἔχει ἕνα σῶμα λόγῳ τῆς ταχύτητος αὐτοῦ.

Ἡ κινητική ἐνέργεια $E_{κιν}$ ἰσοῦται πρός τό ἥμισυ τοῦ γινομένου τῆς μάζης m τοῦ σώματος ἐπί τό τετράγωνον τῆς ταχύτητος υ αὐτοῦ. Ἤτοι:

$$\boxed{E_{κιν} = \frac{1}{2} m \cdot υ^2}$$

* Ἡ δυναμική ἐνέργεια εἰς τό ἄπειρον θεωρεῖται ἴση πρός μηδέν συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τοῦ δυναμικοῦ.

'<u>Απόδειξις</u>. 'Εάν ἐπί ἐλεύθέρου σώματος μάζης m, τό ὁποῖον ἀρχικῶς ἠρεμεῖ, ἐπενεργῇ δύναμις F, τότε ἡ δύναμις προσδίδει εἰς τό σῶμα ἐπιτάχυνσιν γ καί μετά ὡρισμένον χρόνον τό σῶμα θά ἔχῃ ἀποκτήσει ταχύτητα υ καί θά ἔχῃ διανύσει διάστημα s. 'Η δύναμις παρήγαγε, προφανῶς, ἔργον A τό ὁποῖον ἔχει ἀποταμιευθῆ εἰς τό σῶμα ὑπό μορφήν κινητικῆς ἐνεργείας $E_{κιν}$. 'Επομένως ἔχομεν:

$$E_{κιν} = A \qquad (1)$$

'Αλλά εἶναι $\quad A = F \cdot s \qquad (2)$

'Επειδή ὅμως $\quad F = m \cdot \gamma \quad καί \quad s = \frac{1}{2}\gamma t^2$

'Η σχέσις (2) γράφεται

$$A = \frac{1}{2} m \cdot \gamma^2 \cdot t^2$$

ἤ $$A = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2 \qquad (3)$$

(διότι $\gamma \cdot t = \upsilon$)

῞Ενεκα τῆς σχέσεως (3) ἡ σχέσις (1) γίνεται:

$$E_{κιν} = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2$$

'Εκ τῆς σχέσεως (1) προκύπτει:

'Η κινητική ἐνέργεια ἑνός σώματος ἰσοῦται πρός τό ἔργον τό ὁποῖον ἐδαπανήθη ἵνα τό σῶμα ἀποκτήσῃ τήν ταχύτητά του.

<u>ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΑΙ ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΑΥΤΗΣ.</u> Καλοῦμεν δυναμικήν ἐνέργειαν ἑνός σώματος τήν ἐνέργειαν τήν ὁποίαν ἔχει τό σῶμα λόγῳ τῆς θέσεως αὐτοῦ ὡς πρός ἄλλα σώματα ἤ λόγῳ τῆς καταστάσεως αὐτοῦ.

'Η δυναμική ἐνέργεια $E_{δυν}$ σώματος βάρους B καί εὑρισκομένου εἰς ὕψος h ἀπό τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης δίδεται ὑπό τοῦ τύπου:

$$E_{δυν} = B \cdot h$$

'Απόδειξις. "Εστω σῶμα βάρους B καί εὑρισκόμενον εἰς ὕψος h. "Ινα τό σῶμα ἀνέλθῃ εἰς τό ὕψος αὐτό πρέπει νά ἐπιδράσῃ ἐπί τοῦ σώματος δύναμις F ἴση καί ἀντίθετος πρός τό βάρος B αὐτοῦ. 'Επομένως, κατά τήν ἄνοδον τοῦ σώματος δαπανᾶται ἔργον A, τό ὁποῖον, προφανῶς, ἀποταμιεύεται ἐντός τοῦ σώματος, ὑπό μορφήν δυναμικῆς ἐνεργείας $E_{δυν}$. "Αρα θά εἶναι:

$$E_{δυν} = A \qquad (1)$$

'Αλλά

$$A = B.h$$

καί οὕτω λαμβάνομεν

$$E_{δυν} = B.h \qquad (2)$$

'Εκ τῆς σχέσεως (1) προκύπτει:

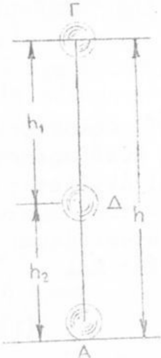
'Η δυναμική ἐνέργεια ἑνός σώματος ἰσοῦται πρός τό ἔργον τό ὁποῖον ἐδαπανήθη, ἵνα τό σῶμα ἀνέλθῃ εἰς τό ὕψος εἰς τό ὁποῖον εὑρίσκεται.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΗΣ ΔΙΑΤΗΡΗΣΕΩΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ - ΜΕΤΑΤΡΟΠΑΙ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ. Θεώρημα: "'Η Μηχανική ἐνέργεια ἑνός ἀπομεμονωμένου συστήματος σωμάτων παραμένει σταθερά, ἐφ' ὅσον δέν μετατρέπεται εἰς ἐνέργειαν ἄλλης μορφῆς".

'Απόδειξις. "Εστω σῶμα μάζης m καί εὑρισκόμενον εἰς ὕψος h (σχ. 46). Τό σῶμα εἰς τήν θέσιν αὐτήν Γ ἔχει μόνον δυναμικήν ἐνέργειαν:

$$E_{δυν} = B \cdot h \qquad (1)$$

'Εάν τώρα ἀφήσωμεν τό σῶμα ἐλεύθερον, κινεῖται τοῦτο πρός τά κάτω μέ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν ὑπό τήν ἐπενέργειαν τοῦ βάρους του καί συνεχῶς ἡ ταχύτης του αὐξάνεται, ἐνῷ ἀντιστοίχως τό ὕψος του ἐλαττοῦται. 'Επομένως, ἡ δυναμική ἐνέργεια τοῦ σώματος μετατρέπεται συνεχῶς εἰς κι-



Σχ. 46

νητικήν ἐνέργειαν καί εἶναι προφανές ὅτι εἰς τήν θέσιν Α ὅλη ἡ δυναμική ἐνέργεια θά ἔχῃ μετατραπῆ εἰς Κινητικήν. Τό ἀντίθετον ἀκριβῶς θά συμβαίνῃ ὅταν τό σῶμα βάλλεται πρός τά ἄνω μέ ἀρχικήν ταχύτητα.

Ἄς θεωρήσωμεν μίαν τυχοῦσαν θέσιν Δ διά τῆς ὁποίας τό σῶμα διέρχεται εἴτε κατερχόμενον εἴτε ἀνερχόμενον. Εἰς τήν θέσιν αὐτήν τό σῶμα θά ἔχῃ ὁλικήν ἐνέργειαν:

$$E_{ολ} = E_{δυν} + E_{κιν} \qquad (2)$$

Ἀλλά $E_{δυν} = B \cdot h_2$

καί $E_{κιν} = \frac{1}{2} m \cdot υ^2 = \frac{1}{2} m \cdot (\sqrt{2gh_1})^2 = m \cdot g \cdot h_1 = B \cdot h_1$

Οὕτως ἡ σχέσις (2) γράφεται:

$$E_{ολ} = B \cdot h_2 + B \cdot h_1 = B\,(h_2 + h_1)$$

καί $E_{ολ} = B \cdot h$ (3)

Ἐάν συγκρίνωμεν τάς σχέσεις (3) καί (1), ἐξάγομεν τό συμπέρασμα:

Ἐάν ἡ Κινητική ἐνέργεια ἑνός σώματος μετατρέπεται εἰς δυναμικήν καί ἀντιστρόφως, ἡ μηχανική ἐνέργεια αὐτοῦ, ἤτοι τό ἄθροισμα τῆς κινητικῆς καί δυναμικῆς του ἐνεργείας, παραμένει κάθε χρονικήν στιγμήν σταθερόν.

Τό θεώρημα τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας εἶναι μερική περίπτωσις μιᾶς θεμελιώδους ἀρχῆς τῆς Φυσικῆς, ἡ ὁποία καλεῖται: "ἀρχή τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας".

Ἀρχή τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας: "Ἡ ὁλική ἐνέργεια ἑνός μεμονωμένου συστήματος σωμάτων παραμένει σταθ ε ρ ά".

Συμφώνως πρός τήν ἀνωτέρω ἀρχήν, ἀποκλείεται ἡ πραγματοποίησις τοῦ ἀ ε ι κ ι ν ή τ ο υ π ρ ώ τ ο υ ε ἴ δ ο υ ς, δηλ. ἡ πραγματοποίησις μηχανῆς, ἡ ὁποία νά παράγῃ ἐνέργειαν ἐκ τοῦ μηδενός.

ΕΞΙΣΩΣΙΣ ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑΣ ΜΑΖΗΣ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ. Ὁ Einstein ἀπέδειξε θεωρητικῶς, εἰς τήν θ ε ω ρ ί α ν τ ῆ ς σ χ ε τ ι κ ό τ η τ ο ς, τήν ἰσοδυναμίαν τῆς μάζης καί τῆς ἐνεργείας. Διά τῆς ἐπαναστατικῆς ταύτης ἀντιλήψεως ἡ ὕλη ἑνός σώματος θεωρεῖται ὅτι δύναται νά μετατραπῇ ἰσοδυνάμως εἰς ἐνέργειαν καί ἀντιστρόφως ἡ ἐνέργεια νά μετατραπῇ ἰσοδυνάμως εἰς ὕλην.

Ἡ ἰσοδυναμία μάζης καί ἐνεργείας ἐκφράζεται διά τῆς ἐξισώσεως

$$\boxed{E = m \cdot c^2}$$: Ἐξίσωσις ἰσοδυναμίας μάζης καί ἐνεργείας

Βάσει τῆς ἀνωτέρω ἐξισώσεως θεωρεῖται σήμερον ὅτι ἡ ὕλη δύναται νά μετατρέπεται ἰσοδυνάμως εἰς ἐνέργειαν καί ἀντιστρόφως, ἡ ἐνέργεια νά μετατρέπεται ἰσοδυνάμως εἰς ὕλην. Ἐ π ο μ έ ν ω ς ἡ ὕ λ η δ ύ ν α τ α ι ν ά θ ε ω ρ η θ ῇ ὡς σ υ μ π ε π υ κ ν ω μ έ ν η ἐ ν έ ρ γ ε ι α.

Ἐπίσης ἐκ τῆς ἀνωτέρω ἐξισώσεως καί ἐφ' ὅσον παραδεχθῶμεν τήν μετατροπήν τῆς ὕλης εἰς ἐνέργειαν καί ἀντιστρόφως, συνάγεται ἡ ἀρχή:

Τ ό ἄ θ ρ ο ι σ μ α τ ῆ ς ὕ λ η ς κ α ί ἐ ν ε ρ γ ε ί α ς, α ἱ ὁ π ο ῖ α ι ὑ π ά ρ χ ο υ ν ε ἰ ς τ ό σ ύ μ π α ν, π α ρ α μ έ ν ε ι σ τ α θ ε ρ ό ν κ α τ ά τ ά ς μ ε τ α β ο λ ά ς τ ῆ ς ὕ λ η ς ε ἰ ς ἐ ν έ ρ γ ε ι α ν κ α ί ἀ ν τ ι σ τ ρ ό φ ω ς.

Ἡ ἐ ξ ί σ ω σ ι ς ἰ σ ο δ υ ν α μ ί α ς μ ά ζ η ς κ α ί ἐ ν ε ρ γ ε ί α ς ἔτυχε πειραματικῆς ἐπαληθεύσεως κατά τήν ἔκρηξιν τῆς πρώτης ἀτομικῆς βόμβας.

Τό ποσόν τῆς ἐνεργείας τό ὁποῖον ἰσοδυναμεῖ πρός ὡρισμένην μᾶζαν εἶναι τεράστιον. Εἰς μᾶζαν 1 gr ἰσοδυναμεῖ ἐνέργεια

$$E = m \cdot c^2 = 1\ gr.(3.10^{10}\ cm/sec)^2 = 9.10^{20}\ erg = 9.10^{13}\ Joule$$

'Η ἰσοδυναμία τῆς μάζης καί τῆς ἐνεργείας διαπιστώνεται κατά τήν δ ί δ υ μ ο ν γ έ ν ε σ ι ν (ὑλοποίησις), ὁπότε ἕνα φ ω τ ό ν ι ο ν μετατρέπεται εἰς π ο ζ ι τ ρ ό ν ι ο ν καί ἀρνητικόν ἠ λ ε κ τ ρ ό ν ι ο ν.

Σήμερον εἰς τούς ἀτομικούς ἀντιδραστῆρας γίνεται εὐρεῖα ἐφαρμογή τῆς ἐ ξ ι σ ώ σ ε ω ς ἰ σ ο δ υ ν α μ ί α ς μ ά ζ η ς κ α ί ἐ ν ε ρ γ ε ί α ς δι'εἰρηνικούς σκοπούς καί ἡ ἀνθρωπότης ἀτενίζει μέ πεποίθησιν εἰς ἕνα καλύτερον μέλλον, τό ὁποῖον θά προέλθῃ ἀπό τάς ἐπιτεύξεις τῆς ἀνθρωπίνης νοήσεως.

<u>ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΜΑΖΗΣ ΜΕΤΑ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΟΣ.</u> 'Ο Einstein ἀπέδειξε θεωρητικῶς εἰς τήν θεωρίαν τῆς σχετικότητος ὅτι:

'Η μᾶζα m ἑ ν ό ς σ ώ μ α τ ο ς α ὐ ξ ά ν ε τ α ι α ὐ ξ α ν ο μ έ ν η ς τ ῆ ς τ α χ ύ τ η τ ο ς υ α ὐ τ ο ῦ, σ υ μ φ ώ ν ω ς π ρ ό ς τ ή ν ἐ ξ ί σ ω σ ι ν

$$\boxed{m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}} \qquad (1)$$

ὅπου m_o ε ἶ ν α ι ἡ μ ᾶ ζ α ἠ ρ ε μ ί α ς τ ο ῦ σ ώ μ α τ ο ς καί c ἡ τ α χ ύ τ η ς τ ο ῦ φ ω τ ό ς.

'Εκ τῆς ἀνωτέρω ἐξισώσεως συνάγομεν ὅτι διά νά μεταβληθῇ αἰσθητῶς ἡ μᾶζα τοῦ σώματος πρέπει ἡ ταχύτης υ αὐτοῦ νά πλησιάζῃ πρός τήν ταχύτητα c τοῦ φωτός. Ἕνεκα τούτου δέν διαπιστώνεται πειραματικῶς αὔξησις τῆς μάζης διά συνήθεις ταχύτητας.

Εἰς τόν μικρόκοσμον ὅμως, ὅπου οἱ ταχύτητες εἶναι ἀρκετά μεγάλαι, ἡ ἀνωτέρω ἐξίσωσις μεταβολῆς τῆς μάζης μετά τῆς ταχύτητος εὑρίσκει καί πειραματικήν ἐπαλήθευσιν.

<u>Διερεύνησις τῆς ἐξισώσεως:</u> 'Εάν ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ ταχύτης υ τοῦ σώματος τείνει πρός τήν ταχύτητα c τοῦ φωτός, τότε ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) προκύπτει ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος τείνει νά γίνῃ ἄπειρος. Συνεπῶς καθίσταται φανερόν ὅτι:

'Η τ α χ ύ τ η ς τ ο ῦ φ ω τ ό ς ε ἶ ν α ι ἕ ν α ὅ ρ ι ο ν τ ό ὁ π ο ῖ ο ν δ έ ν δ ύ ν α τ α ι ν ά π ρ α γ μ α τ ο π ο ι η θ ῇ.

Παρατήρησις: Ἐάν ὑποθέσωμεν ὅτι ἕν ἠλεκτρόνιον κινεῖται μέ ταχύτητα πλησιάζουσαν πρός τήν ταχύτητα τοῦ φωτός, τότε ἐπέρχεται αἰσθητή μεταβολή τῆς μάζης του. Γνωρίζομεν ὅμως ὅτι τό ἠλεκτρόνιον, λόγῳ τῆς ταχύτητός του ἔχει ἀποκτήσει καί ἐνέργειαν (κινητικήν ἐνέργειαν). Ἑπομένως ἡ αὔξησις τῆς μάζης αὐτοῦ πρέπει νά ὀφείλεται εἰς τήν ἀποκτηθεῖσαν κινητικήν ἐνέργειαν. Οὕτω καταλήγομεν εἰς τό συμπέρασμα ὅτι:

Ἡ ἐνέργεια ἔχει μᾶζαν*.

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω συλλογισμοῦ προκύπτει ὅτι, ὅταν προσδίδωμεν ἐνέργειαν εἰς ἕνα σῶμα πρέπει νά αὐξάνεται ἡ μᾶζα αὐτοῦ. Ὅταν θερμαίνωμεν π.χ. ἕνα σῶμα ἡ μᾶζα τοῦ σώματος αὐξάνεται. Τοῦτο ὅμως δέν εἶναι δυνατόν, πρός τό παρόν, νά πιστοποιηθῇ πειραματικῶς, διότι διά ν'αὐξηθῇ ἡ μᾶζα κατά ποσόν μετρήσιμον ὑπό τῶν σημερινῶν διατάξεων ζυγίσεως, πρέπει νά προσδώσωμεν στό σῶμα τεράστιον ποσόν θερμότητος.

ΟΡΜΗ-ΚΡΟΥΣΙΣ

ΟΡΜΗ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ. Καλοῦμεν ὁρμήν J ὑλικοῦ σημείου τό γινόμενον τῆς μάζης m τοῦ ὑλικοῦ σημείου ἐπί τήν ταχύτητα υ αὐτοῦ. Ἤτοι:

$$\boxed{J = m \cdot \upsilon}$$

Ἡ ὁρμή εἶναι μέγεθος διανυσματικόν καί ἔχει ὡς φορέα κατ' φοράν τόν φορέα καί τήν φοράν τῆς ταχύτητος.

Μονάδες ὁρμῆς: α) Εἰς τό σύστημα C.G.S. εἶναι τό 1 gr.cm/sec. Ἤτοι $J = m.\upsilon = 1\ gr \cdot 1\ cm/sec = 1\ gr.cm/sec$.

---

*Κακῶς λέγεται ὅτι "ἡ μᾶζα εἶναι τό ποσόν τῆς ὕλης".

β) Εἰς τό Τ.Σ. μονάδων εἶναι τό 1 kgr*.sec. Ἦτοι
$J = m.\upsilon = 1\ kgr^{*}.m^{-1}.sec^{2}.1\ m/sec = 1\ kgr^{*}.sec.$

γ) Εἰς τό M.K.S.A. εἶναι τό 1 kgr.m/sec. Ἦτοι
$J = m.\upsilon = 1\ kgr.1\ m/sec = 1\ kgr.m/sec.$

<u>Ὤθησις ἤ ὦσις δυνάμεως.</u> Καλοῦμεν ὤθησιν δυνάμεως τό γινόμενον τῆς δυνάμεως F ἐπί τόν χρόνον Δt ἐπενεργείας αὐτῆς ἐπί ἐλευθέρου σώματος. Ἦτοι:

$$\text{Ὤθησις δυνάμεως} = F.\Delta t$$

<u>Σχέσις μεταξύ ὠθήσεως, δυνάμεως καί ὁρμῆς:</u> "Ἡ μεταβολή ΔJ τῆς ὁρμῆς ἑνός ὑλικοῦ σημείου ἐντός χρόνου Δt ἰσοῦται πρός τήν ὤθησιν F.Δt τῆς δυνάμεως ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ ἐπ' αὐτοῦ. Ἦτοι:

$$\boxed{F.\Delta t = \Delta(m.\upsilon) = \Delta J}$$

Ἀπόδειξις: Ἔστω ὑλικόν σημεῖον μάζης m κινούμενον μέ ταχύτητα υ. Ἐάν ἐπί τοῦ ὑλικοῦ σημείου ἐπενεργήσῃ δύναμις F ἐπί χρόνον Δt, τότε θά μεταβληθῇ ἡ ταχύτης αὐτοῦ ἔστω κατά Δυ καί ἡ ἐπιτάχυνσίς του θά εἶναι $\gamma = \Delta\upsilon/\Delta t$. Δι' ἐφαρμογῆς τώρα τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς ($F = m.\gamma$) λαμβάνομεν:

$$F = m.\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \qquad (1)$$

ἤ
$$F = \frac{\Delta(m.\upsilon)}{\Delta t} \qquad (2)$$

(διότι m = σταθ.)

καί τελικῶς προκύπτει

$$F.\Delta t = \Delta(m.\upsilon) \qquad (3)$$

ἤ
$$F.\Delta t = \Delta J \qquad (4)$$

Ἡ σχέσις (2) ὀνομάζεται "θεμελιώδης νόμος τῆς Μηχανικῆς ὑπό τήν γενικωτέραν αὐτοῦ μορφήν".

<u>Θεώρημα τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς</u>: "Ἡ ὁρμή ἑνός συστήματος ὑλικῶν σημείων παραμένει σταθερά, ἐφ' ὅσον δέν ἐπενεργοῦν ἐπ' αὐτοῦ ἐξωτερικαί δυνάμεις."

Ἀπόδειξις: "Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι δύο ὑλικά σημεῖα μαζῶν m_1 καί m_2 κινοῦνται ἐπί τῆς αὐτῆς εὐθείας μέ ταχύτητας $υ_1$ καί $υ_2$ ἀντιστοίχως (σχ. 47). Ἐάν τά ὑλικά σημεῖα συγκρουσθοῦν, τότε κατά τό ἀξίωμα τῆς δράσεως καί ἀντιδράσεως ἐξασκοῦν ἀμοιβαίως ἴσας καί ἀντιθέτους δυνάμεις (F, -F) καί ἐπί τόν αὐτόν χρόνον Δt.

Σχ. 47

Ἔστω ὅτι μετά τήν κροῦσιν αἱ ταχύτητες αὐτῶν μεταβάλλονται κατά $\Delta υ_1$ καί $\Delta υ_2$ ἀντιστοίχως. Προφανῶς αἱ ὁρμαί J_1 καί J_2 αὐτῶν μεταβάλλονται τότε κατά ΔJ_1 καί ΔJ_2 καί συμφώνως πρός τήν σχέσιν (4) θά ἔχωμεν:

$$-F \cdot \Delta t = \Delta J_1$$

$$F \cdot \Delta t = \Delta J_2$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω σχέσεων προκύπτει

$$\boxed{\Delta J_1 + \Delta J_2 = 0}$$

Ἤτοι: Μετά τήν κροῦσιν τό ἀλγεβρικόν ἄθροισμα τῶν μεταβολῶν τῶν ὁρμῶν τῶν ὑλικῶν σημείων εἶναι μηδέν. Ἑπομένως ἡ ὁρμή τοῦ συστήματος παραμένει καί μετά τήν κροῦσιν σταθερά.

<u>ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ ΤΟΥ ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ ΔΙΑΤΗΡΗΣΕΩΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ</u>: α) <u>Ἀνάκρουσις πυροβόλου</u>. Κατά τήν ἐκπυρσοκρότησιν τοῦ πυροβόλου, τά ἀέρια τά ὁποῖα προκύπτουν ἐκ τῆς ἀναφλέξεως τῆς πυρίτιδος ἐξασκοῦν ἐπί τοῦ βλήματος δύναμιν ἴσου μέτρου πρός τήν δύναμιν τήν ὁποίαν ἐξασκοῦν ἐπί τοῦ κλείστρου τοῦ πυροβόλου καί ἀντιθέτου φορᾶς. Ὑπό τήν ἐπενέργειαν τῶν δυνάμεων αὐτῶν τό μέν βλῆμα ἐξέρχεται ἐκ τοῦ σωλῆνος μέ ταχύτητα $υ_β$, τό δέ πυροβόλον ἀποκτᾷ ταχύτητα $υ_π$. Ἐπειδή ὅμως αἱ ἐξασκούμεναι δυνάμεις εἶναι ἐσωτερικαί δυνάμεις, πρέπει κατά τήν ἀνάκρουσιν νά ἰσχύῃ τό θεώρημα τῆς ὁρμῆς. Ἤτοι:

Ὁρμή - πρό = Ὁρμή - μετά

$$m_\beta \cdot 0 + m_\pi \cdot 0 = m_\beta \cdot \upsilon_\beta + m_\pi \cdot \upsilon_\pi$$

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω σχέσεως ἐξάγομεν ὅτι:

$$\boxed{\upsilon_\pi = - \frac{m_\beta}{m_\pi} \cdot \upsilon_\beta}$$

Ἑπομένως τό πυροβόλον, συγχρόνως μέ τήν ἐκσφενδόνισιν τοῦ βλήματος, κ ι ν ε ῖ τ α ι π ρ ό ς τ ά ὀ π ί σ ω μέ ταχύτητα ὅμως πολύ μικροτέραν τῆς ταχύτητος τοῦ βλήματος διότι ἡ μᾶζα m_β τοῦ βλήματος εἶναι πολύ μικροτέρα τῆς μάζης m_π τοῦ πυροβόλου.

β) Πύραυλος. Ἡ κίνησις τοῦ πυραύλου ἐπιτυγχάνεται διά τῆς συνεχοῦς ἐκσφενδονίσεως ἀερίων, προερχομένων ἐκ τῆς καύσεως καταλλήλων καυσίμων, μέ μεγάλην ταχύτητα ἐκ τοῦ ὀπισθίου μέρους τοῦ πυραύλου. Ἐπειδή δέ, κατά τήν ἐκσφενδόνισιν τῶν ἀερίων, ἐπί τοῦ συστήματος (πύραυλος-ἀέρια) δέν ἐξασκοῦνται ἐξωτερικαί δυνάμεις, ἰσχύει κάθε χρονικήν στιγμήν τό θ ε ώ ρ η μ α τ ῆ ς δ ι α τ η ρ ή σ ε ω ς τ ῆ ς ὁ ρ μ ῆ ς.

γ) Κροῦσις. Κ α τ ά τ ά ς δ ι α φ ό ρ ο υ ς κ ρ ο ύ σ ε ι ς τ ῶ ν σ ω μ ά τ ω ν ἰ σ χ ύ ε ι π ά ν τ ο τ ε τ ό θ ε ώ ρ η μ α τ ῆ ς δ ι α τ η ρ ή σ ε ω ς τ ῆ ς ὁ ρ μ ῆ ς.

δ) Κίνησις ἀεροπλάνου. Ἡ κίνησις τοῦ ἀεροπλάνου ὀφείλεται εἰς τό θ ε ώ ρ η μ α τ ῆ ς δ ι α τ η ρ ή σ ε ω ς τ ῆ ς ὁ ρ μ ῆ ς. Ἡ ἕλιξ τοῦ ἀεροπλάνου περιστρεφομένη ἐκσφενδονίζει πρός τάς ὀπίσω μάζας ἀέρος μέ μεγάλην ταχύτητα, ἐνῷ συγχρόνως τό ἀεροπλάνον κινεῖται πρός τά ἐμπρός.

ε) Κίνησις ἐπί τελείως λείου δαπέδου. Ἄνθρωπος εὑρισκόμενος ἐπί τελείως λείου δαπέδου εἶναι ἀδύνατον νά κινηθῇ μέ βηματισμόν, διότι δέν ὑπάρχουν αἱ ἀπαιτούμεναι πρός τοῦτο τριβαί. Διά νά κινηθῇ ἑπομένως πρέπει νά ἐπιτύχῃ, κατ' ἕνα οἱονδήποτε τρόπον, ἐφαρμογήν τοῦ θεωρήματος τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς. Δύναται νά κινηθῇ π.χ. ἐάν ἐκφυσᾷ ἰσχυρῶς ἐκ τοῦ στόματος αὐτοῦ ἀέρα, πρός κατεύθυνσιν ἀντίθετον ἐκείνης πρός τήν ὁποίαν προτίθεται νά κινηθῇ.

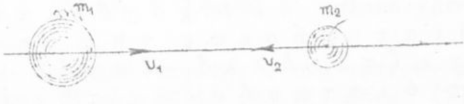
<u>ΚΡΟΥΣΙΣ.</u> Εἰς τήν κροῦσιν δύο σωμάτων ἰσχύει πάντοτε τό θεώρημα τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, δέν ἰσχύει ὅμως πάντοτε καί τό θεώρημα τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας.

Αἱ κρούσεις, ἀναλόγως τῆς ἰσχύος ἤ ὄχι τοῦ θεωρήματος τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας, διακρίνονται εἰς τελείως ἐλαστικάς κρούσεις καί εἰς μή τελείως ἐλαστικάς κρούσεις.

<u>Κεντρική κροῦσις.</u> Ἡ κροῦσις δύο σφαιρῶν καλεῖται κεντρική κροῦσις, ἐάν τά κέντρα βάρους αὐτῶν κινοῦνται ἐπί τῆς αὐτῆς εὐθείας γραμμῆς.

<u>ΤΕΛΕΙΩΣ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΙΣ.</u> Καλοῦμεν τελείως ἐλαστικήν κροῦσιν τήν κροῦσιν ἐκείνην, κατά τήν ὁποίαν ἰσχύει ἐκτός τοῦ θεωρήματος τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς καί τό θεώρημα τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας.

Θεωρήσωμεν δύο τελείως ἐλαστικάς σφαίρας, αἱ ὁποῖαι ἔχουν μάζας m_1 καί m_2 καί αἱ ὁποῖαι ἐκτελοῦν κεντρικήν κροῦσιν μέ ταχύτητας ἀντιστοίχως υ_1 καί υ_2 καί χωρίς περιστροφήν (σχ. 48). Μετά τήν κροῦσιν αἱ σφαῖραι κινοῦνται, ἔστω μέ ταχύτητας υ_1' καί υ_2'. Ἐπειδή ἡ κροῦσις τῶν δύο σφαιρῶν ὑποτίθεται τελείως ἐλαστική, θά ἰσχύουν αἱ σχέσεις:



Σχ. 48

$$\text{Ὁρμή - πρό} = \text{Ὁρμή - μετά}$$

$$m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 = m_1 \cdot \upsilon_1' + m_2 \cdot \upsilon_2' \qquad (1)$$

$$\text{Κινητική ἐνέργεια - πρό} = \text{Κινητική ἐνέργεια - μετά}$$

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot \upsilon_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon_2'^2 \qquad (2)$$

'Εκ τῶν δύο ἀνωτέρω σχέσεων δυνάμεθα νά ὑπολογίσωμεν τάς ταχύτητας υ_1' καί υ_2' τάς ὁποίας θά ἔχουν αἱ σφαῖραι μετά τήν κροῦσιν.

Τελείως ἐλαστική κροῦσις, ὅταν αἱ μᾶζαι τῶν δύο σωμάτων εἶναι ἴσαι. Ὅταν αἱ μᾶζαι τῶν δύο τελείως ἐλαστικῶν σφαιρῶν εἶναι ἴσαι, αἱ ἀνωτέρω σχέσεις (1) καί (2) γράφονται:

$$m\,(\upsilon_1 - \upsilon_2) = m\,(\upsilon_1' + \upsilon_2')$$

$$\frac{1}{2}\,m\,(\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2) = \frac{1}{2}\,m\,(\upsilon_1'^2 + \upsilon_2'^2)$$

ἤ $$\upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon_1' + \upsilon_2'$$

καί $$\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 = \upsilon_1'^2 + \upsilon_2'^2$$

Δι' ἐπιλύσεως τῶν σχέσεων αὐτῶν εὑρίσκομεν:

$$\upsilon_1' = -\upsilon_2 \quad \text{καί} \quad \upsilon_2' = \upsilon_1$$

Ἄρα: Εἰς τήν τελείως ἐλαστικήν κροῦσιν, ὅταν αἱ μᾶζαι τῶν δύο σωμάτων εἶναι ἴσαι, τά σώματα ἐναλλάσσουν ταχύτητας.

ΜΗ ΤΕΛΕΙΩΣ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΙΣ Ἤ ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΙΣ. Καλεῖται μή τελείως ἐλαστική κροῦσις ἡ κροῦσις ἐκείνη, κατά τήν ὁποίαν δέν ἰσχύει τό θεώρημα τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας, ἀλλά ἰσχύει τό θεώρημα τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας.

Θεωρήσωμεν δύο μή τελείως ἐλαστικάς σφαίρας, αἱ ὁποῖαι ἔχουν μάζας m_1 καί m_2 καί ἐκτελοῦν κεντρικήν κροῦσιν μέ ταχύτητας υ_1 καί υ_2 ἀντιστοίχως καί χωρίς περιστροφήν (σχ. 48). Θά ἰσχύουν αἱ σχέσεις:

$$\text{Ὁρμή - πρό} = \text{Ὁρμή - μετά}$$

$$m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 = m_1 \cdot \upsilon_1' + m_2 \cdot \upsilon_2' \qquad (1)$$

$$\text{Ἐνέργεια - πρό} = \text{Ἐνέργεια - μετά}$$

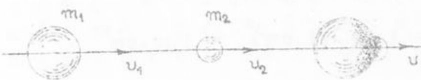
$$\frac{1}{2}\,m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\,m_2 \cdot \upsilon_2^2 = \frac{1}{2}\,m_1 \cdot \upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}\,m_2 \cdot \upsilon_2'^2 + Q \qquad (2)$$

Ὅπου $υ_1'$ καί $υ_2'$ εἶναι αἱ ταχύτητες τῶν σφαιρῶν μετά τήν κροῦσιν καί Q ἡ θερμότης ἡ ὁποία ἀναπτύσσεται λόγῳ τῶν τριβῶν.

Παρατηροῦμεν ἐκ τῶν σχέσεων (1) καί (2) ὅτι διά νά εὑρεθοῦν αἱ ταχύτητες $υ_1'$ καί $υ_2'$ πρέπει νά γνωρίζωμεν τήν ἐνέργειαν, ἡ ὁποία μετατρέπεται εἰς θερμότητα.

Τελείως μή ἐλαστική κροῦσις ἤ τελείως πλαστική κροῦσις. Καλοῦμεν τελείως πλαστικήν κροῦσιν τήν πλαστικήν ἐκείνην κροῦσιν κατά τήν ὁποίαν τά δύο σώματα μετά τήν κροῦσιν κινοῦνται ὡς ἕνα σῶμα.

Θεωρήσωμεν δύο τελείως μή ἐλαστικάς σφαίρας, αἱ ὁποῖαι ἔχουν μᾶζας m_1 καί m_2 καί ἐκτελοῦν τελείως πλαστικήν κροῦσιν (κεντρικήν) μέ ταχύτητας ἀντιστοίχως $υ_1$ καί $υ_2$ καί χωρίς περιστροφήν (σχ.49). Ἐπειδή ἡ κροῦσις εἶναι τελείως μή ἐλαστική, αἱ δύο σφαῖραι μετά τήν κροῦσιν κινοῦνται ὡς ἕνα σῶμα μέ ταχύτητα ἔστω $υ$. Θά ἰσχύουν αἱ σχέσεις:



Σχ.49

$$\text{Ὁρμή - πρό} = \text{Ὁρμή - μετά}$$

$$m_1 \cdot υ_1 + m_2 \cdot υ_2 = (m_1 + m_2) \cdot υ \qquad (1)$$

$$\text{Ἐνέργεια-πρό} = \text{Ἐνέργεια - μετά}$$

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot υ_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot υ_2^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot υ^2 + Q \qquad (2)$$

Ἡ κοινή ταχύτης $υ$ τῶν σφαιρῶν μετά τήν κροῦσιν δύναται ἀμέσως νά εὑρεθῇ ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1). Ἀκολούθως ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2) δύναται νά εὑρεθῇ καί ἡ θερμότης Q, ἡ ὁποία προκύπτει λόγῳ τῶν τριβῶν.

Συντελεστής κρούσεως καλεῖται ὁ λόγος:

$$κ = -\frac{υ_1' - υ_2'}{υ_1 - υ_2} = \frac{υ_2' - υ_1'}{υ_1 - υ_2}$$

Ὁ συντελεστής κρούσεως εἶναι ἀνεξάρτητος τῶν ταχυτήτων τῶν δύο σωμάτων καί ἐξαρτᾶται μόνον ἀπό τάς φυσίας τούτων. Εἶναι δηλαδή ὁ αὐτός πάντοτε διά τό αὐτό ζεῦγος σωμάτων.

ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ

ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ: Καλοῦμεν ροπήν ἀδρανείας Θ ὑλικοῦ σημείου ὡς πρός ἄξονα τό γινόμενον τῆς μάζης m τοῦ ὑλικοῦ σημείου ἐπί τό τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως R αὐτοῦ ἀπό τοῦ ἄξονος. Ἤτοι:

$$\Theta = m \cdot R^2$$

Μονάδες μετρήσεως: α) Σύστημα C.G.S.

$$\Theta = m \cdot R^2 = 1\ gr \cdot (1\ cm)^2 = 1\ gr \cdot cm^2$$

β) Σύστημα M.K.S.A.

$$\Theta = m \cdot R^2 = 1\ kgr \cdot (1\ m)^2 = 1\ kgr \cdot m^2$$

γ) Τεχνικόν σύστημα:

$$\Theta = m \cdot R^2 = (1\ kgr^* \cdot m^{-1} \cdot sec^2) \cdot (1m)^2 =$$
$$= 1\ kgr^* \cdot m \cdot sec^2$$

ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ: Καλοῦμεν ροπήν ἀδρανείας Θ στερεοῦ σώματος ὡς πρός ἄξονα τό ἄθροισμα τῶν ροπῶν ἀδρανείας ὅλων τῶν ὑλικῶν σημείων ὡς πρός τόν ἄξονα τοῦτον. Ἤτοι:

$$\boxed{\Theta = \Sigma m_i \cdot R_i^2}$$

ὅπου $i = 1, 2, 3, \ldots\ldots$

Ἑπομένως ἡ ροπή ἀδρανείας ἑνός στερεοῦ σώματος, τό ὁποῖον ἀποτελεῖται ἀπό τά ὑλικά σημεῖα $m_1, m_2, m_3, \ldots$ καί τῶν ὁποίων αἱ ἀποστάσεις ἀπό τοῦ ἄξονος εἶναι ἀντιστοίχως $R_1, R_2, R_3, \ldots$, θά εἶναι:

$$\Theta = m_1 . R_1^2 + m_2 . R_2^2 + m_3 . R_3^2 + \ldots$$

Ἡ ροπή ἀδρανείας Θ τοῦ σώματος ἐμφανίζεται ὡς ἡ ἀδράνεια αὐτοῦ εἰς πᾶσαν μεταβολήν τῆς γωνιακῆς του ταχύτητος ω.

ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ/ Λέγομεν ὅτι στερεόν σῶμα περιστρέφεται περί ἄξονα, ὅταν ὅλα τά σημεῖα τοῦ σώματος, τά ὁποῖα εὑρίσκονται ἐπί τοῦ ἄξονος τούτου παραμένουν ἀκίνητα κατά τήν κίνησιν τοῦ σώματος.

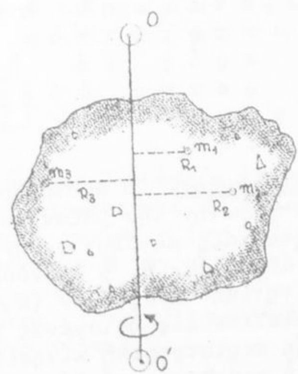
Ἡ κινητική ἐνέργεια $E_{κιν}$ ἑνός στερεοῦ σώματος περιστρεφομένου περί ἄξονα ἰσοῦται πρός τό ἥμισυ τοῦ γινομένου τῆς ροπῆς ἀδρανείας Θ αὐτοῦ ὡς πρός τόν ἄξονα ἐπί τό τετράγωνον τῆς γωνιακῆς ταχύτητος ω τοῦ σώματος. Ἤτοι:

$$\boxed{E_{κιν} = \frac{1}{2}\,\Theta . \omega^2}$$

Ἀπόδειξις: Ἔστω στερεόν σῶμα (σχ.50) περιστρεφόμενον περί τόν ἄξονα ΟΟ΄. Ἐάν τά ὑλικά σημεῖα αὐτοῦ $m_1, m_2, m_3, \ldots$ ἔχουν γραμμικάς ταχύτητας $\upsilon_1, \upsilon_2, \upsilon_3, \ldots$ ἀντιστοίχως, τότε αἱ κινητικαί ἐνέργειαι τῶν ὑλικῶν σημείων θά εἶναι:

$$E_{1,κιν} = \frac{1}{2} m_1 . \upsilon_1^2$$

$$E_{2,κιν} = \frac{1}{2} m_2 . \upsilon_2^2$$



Σχ. 50

$$E_{3,\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon_3^2$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

καί ἡ ὁλική κινητική ἐνέργεια τοῦ σώματος:

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \cdot \upsilon_3^2 + \ldots$$

'Επειδή ὅμως $\upsilon_1 = \omega \cdot R_1$, $\upsilon_2 = \omega \cdot R_2$, $\upsilon_3 = \omega \cdot R_3$, ... λαμβάνομεν:

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} (m_1 \cdot R_1^2 + m_2 \cdot R_2^2 + m_3 \cdot R_3^2 + \ldots) \cdot \omega^2$$

'Εξ ἄλλου εἶναι, ὡς γνωστόν, $\Theta = m_1 \cdot R_1^2 + m_2 \cdot R_2^2 + m_3 \cdot R_3^2 + \ldots$ καί εὑρίσκομεν τελικῶς:

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} \Theta \cdot \omega^2$$

"Αρα: Ἡ κινητική ἐνέργεια $E_{\kappa\iota\nu}$ ἑνός στερεοῦ σώματος, τό ὁποῖον περιστρέφεται περί ἄξονα ἰσοῦται πρός τό ἥμισυ τοῦ γινομένου τῆς ροπῆς ἀδρανείας Θ ἐπί τό τετράγωνον τῆς γωνιακῆς ταχύτητος ω αὐτοῦ.

Σφόνδυλος. Ὁ σφόνδυλος εἶναι τροχός μεγάλης ἀκτῖνος μέ συγκεντρωμένην τήν μᾶζαν του σχεδόν ἐπί τῆς περιφερείας ὥστε νά παρουσιάζῃ μεγάλην ροπήν ἀδρανείας. Λόγῳ τῆς μεγάλης του ροπῆς ἀδρανείας Θ, ὁ σφόνδυλος ἀποκτᾷ περιστρεφόμενος μεγάλην κινητικήν ἐνέργειαν ($E_{\kappa\iota\nu} = 1/2\ \Theta \cdot \omega^2$) καί διά τοῦτο χρησιμοποιεῖται εἰς ὡρισμένας μηχανάς διά νά ἐπιτυγχάνεται ἡ ἰσοταχής περιστροφική κίνησις τῶν στροφάλων τῶν μηχανῶν, ἔστω κι'ἄν ἡ κινοῦσα ροπή δέν παραμένει σταθερά.

ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ. Καλοῦμεν στροφορμήν G ὑλικοῦ σημείου τό γινόμενον τῆς ὁρμῆς $m \cdot \upsilon$ αὐτοῦ ἐπί τήν ἀκτῖνα R

περιστροφῆς τοῦ ὑλικοῦ σημείου.
Ἤτοι:

$$\boxed{G = m.\upsilon.R}$$

Ἡ στροφορμή εἶναι μέγεθος διανυσματικόν, κάθετον ἐπί τό ἐπίπεδον, τό ὁποῖον ὁρίζει ἡ ταχύτης καί τό κέντρον περιστροφῆς καί ἔχει φοράν τήν φοράν κατά τήν ὁποίαν προχωρεῖ δεξιόστροφος κοχλίας στρεφόμενος κατά τήν φοράν τῆς ταχύτητος.

Ἐπειδή ὅμως εἶναι, ὡς γνωστόν, $\upsilon = \omega.R$ δι'ἀντικαταστάσεως εἰς τόν ἀνωτέρω τύπον λαμβάνομεν:

$$G = m.R^2.\omega$$

ἤ $$G = \Theta.\omega$$

ὅπου $\Theta = m.R^2$ ἡ ροπή ἀδρανείας τοῦ ὑλικοῦ σημείου.

<u>Στροφορμή στερεοῦ σώματος.</u> Ἡ στροφορμή στερεοῦ σώματος εἶναι τό ἄθροισμα ὅλων τῶν στροφορμῶν τῶν ὑλικῶν σημείων τοῦ σώματος. Ἤτοι:

$$G = \Sigma\, m_i R_i^2.\omega \quad (\text{ὅπου } i = 1,2,3,\ldots)$$

καί $$G = \Theta.\omega \quad (\text{ὅπου } \Theta = \Sigma\, m_i R_i^2)$$

<u>ΕΡΓΟΝ ΡΟΠΗΣ</u>. Τό ἔργον Α ροπῆς Μ ἰσοῦται πρός τό γινόμενον τοῦ μέτρου Μ τῆς ροπῆς ἐπί τήν γωνίαν φ περιστροφῆς τοῦ σώματος. Ἤτοι:

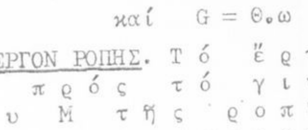
$$\boxed{A = M.\varphi}$$

<u>Ἀπόδειξις:</u> Ἔστω δύναμις F ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ ἐπί σώματος καί τό περιστρέφει κατά γωνίαν φ (σχ.51). Ἐάν καλέσωμεν S τήν μετατόπισιν τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως, τότε τό παραγόμενον ἔργον εἶναι:

$$A = F.S$$

ἤ ἐπειδή $S = \varphi.R$

$$A = F.R.\varphi$$



Σχ. 51

'Αλλά, ὡς γνωστόν, F.R = M καί οὕτως εὑρίσκομεν ὅτι τό ἔργον τῆς ροπῆς M εἶναι:

$$A = M.\varphi$$

'Ισχύς ροπῆς. 'Εάν τό σῶμα περιστρέφεται ὑπό τήν ἐπίδρασιν τῆς ροπῆς M μέ σταθεράν γωνιακήν ταχύτητα ω τότε, θά ἔχωμεν:

$$A = M.\varphi$$

$$\text{ἤ} \quad \frac{A}{t} = M.\frac{\varphi}{t}$$

'Αλλά, ὡς γνωστόν, τό πηλίκον A/t εἶναι ἐξ ὁρισμοῦ ἡ ἰσχύς N καί φ/t = ω καί ἐπομένως λαμβάνομεν:

$$\boxed{N = M.\omega}$$

Π Ι Ν Α Ξ

'Αντιστοιχίαι μεταφορικῆς καί στροφικῆς κινήσεως	
Μ Ε Τ Α Φ Ο Ρ Α	**Σ Τ Ρ Ο Φ Η**
διάστημα S δύναμις F μᾶζα m ταχύτης υ	γωνία φ ροπή M ροπή ἀδρανείας Θ γωνιακή ταχύτης ω
$\boxed{\upsilon = \omega . R}$	
'Εκ τῶν ἀνωτέρω ἀντιστοιχιῶν προκύπτουν ἀναλογίαι μεταξύ μεταφορικῆς καί στροφικῆς κινήσεως, ὡς π.χ. αἱ ἀναλογίαι:	
$\upsilon = \dfrac{s}{t}$ $E_{\kappa\iota\nu} = \dfrac{1}{2} m . \upsilon^2$ $A = F . s$ $N = F . \upsilon$ . . .	$\omega = \dfrac{\varphi}{t}$ $E_{\kappa\iota\nu} = \dfrac{1}{2} \Theta . \omega^2$ $A = M . \varphi$ $N = M . \omega$ . . .

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

Διά νά ἰσορροπῇ ἕνα σῶμα πρέπει, καί ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐπενεργοῦν ἐπί τοῦ σώματος, νά εἶναι μηδέν, καί ἡ συνισταμένη τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων αὐτῶν νά εἶναι ἐπίσης μηδέν.

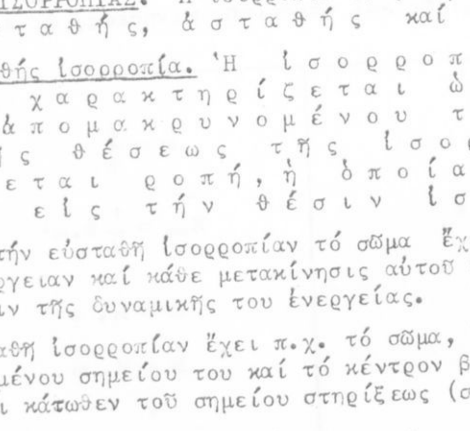
Ἐπομένως διά νά ἰσορροπῇ στερεόν σῶμα στηριζόμενον δι' ἑνός σημείου του, πρέπει ἡ κατακόρυφος ἡ ὁποία διέρχεται διά τοῦ σημείου στηρίξεως νά διέρχεται καί διά τοῦ κέντρου βάρους τοῦ σώματος. Ἐπίσης διά νά ἰσορροπῇ ἕνα στερεόν σῶμα στηριζόμενον ἐπί βάσεως στηρίξεως, πρέπει ἡ κατακόρυφος, ἡ ὁποία διέρχεται διά τοῦ κέντρου βάρους τοῦ σώματος, νά διέρχεται καί διά τῆς βάσεως στηρίξεως.

<u>ΕΙΔΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ</u>. Ἡ ἰσορροπία ἑνός σώματος δύναται νά εἶναι ε ὐ σ τ α θ ή ς, ἀ σ τ α θ ή ς καί ἀ δ ι ά φ ο ρ ο ς.

<u>Εὐσταθής ἰσορροπία.</u> Ἡ ἰ σ ο ρ ρ ο π ί α ἑ ν ό ς σ ώ μ α τ ο ς χ α ρ α κ τ η ρ ί ζ ε τ α ι ὡ ς ε ὐ σ τ α θ ή ς, ὅ τ α ν ἀ π ο μ α κ ρ υ ν ο μ έ ν ο υ τ ο ῦ σ ώ μ α τ ο ς ἐ κ τ ῆ ς θ έ σ ε ω ς τ ῆ ς ἰ σ ο ρ ρ ο π ί α ς, ἐ μ φ α ν ί ζ ε τ α ι ρ ο π ή, ἡ ὁ π ο ί α τ ό ἐ π α ν α φ έ ρ ε ι ε ἰ ς τ ή ν θ έ σ ι ν ἰ σ ο ρ ρ ο π ί α ς.

Εἰς τήν εὐσταθῆ ἰσορροπίαν τό σῶμα ἔχει ὡρισμένην δυναμικήν ἐνέργειαν καί κάθε μετακίνησις αὐτοῦ ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τήν αὔξησιν τῆς δυναμικῆς του ἐνεργείας.

Εὐσταθῆ ἰσορροπίαν ἔχει π.χ. τό σῶμα, ὅταν στηρίζεται δι' ἑνός ὡρισμένου σημείου του καί τό κέντρον βάρους τοῦ σώματος εὑρίσκεται κάτωθεν τοῦ σημείου στηρίξεως (σχ.52α). Ἐπίσης ἡ



Σχ. 52

Σχ. 53

σφαῖρα ὅταν εὑρίσκεται ἐπί κοίλης ἐπιφανείας (σχ.53α).

<u>'Ασταθής ἰσορροπία.</u> 'Η ἰσορροπία ἑνός σώματος χαρακτηρίζεται ὡς ἀσταθής, ὅταν, ἀπομακρυνομένου αὐτοῦ ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας, ἐμφανίζεται ροπή, ἡ ὁποία τό ἀπομακρύνει ἀκόμη περισσότερον.

Εἰς τήν ἀσταθῆ ἰσορροπίαν τό σῶμα ἔχει ὡρισμένην δυναμικήν ἐνέργειαν καί κάθε ἀπομάκρυνσις αὐτοῦ ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τήν ἐλάττωσιν τῆς δυναμικῆς του ἐνεργείας.

'Ασταθῆ ἰσορροπία ἔχει π.χ. τό σῶμα, ὅταν στηρίζεται δι' ἑνός ὡρισμένου σημείου του, τό δέ κ.β. τοῦ σώματος εὑρίσκεται ἄνωθεν τοῦ σημείου στηρίξεως Ο (σχ.52 β). 'Επίσης ἡ σφαῖρα, ὅταν εὑρίσκεται ἐπί κυρτῆς ἐπιφανείας (σχ.53 β).

<u>'Αδιάφορος ἰσορροπία.</u> 'Η ἰσορροπία ἑνός σώματος χαρακτηρίζεται ὡς ἀδιάφορος, ὅταν τό σῶμα, ἀπομακρυνόμενον τῆς θέσεως ἰσορροπίας, ἰσορροπεῖ εἰς οἱανδήποτε θέσιν.

Εἰς τήν ἀδιάφορον ἰσορροπίαν τό σῶμα κατά τήν μετακίνησίν του διατηρεῖ τήν αὐτήν τιμήν δυναμικῆς ἐνεργείας.

'Αδιάφορον ἰσορροπίαν ἔχει π.χ. τό σῶμα, ὅταν στηρίζεται διά τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ (σχ.52 γ). 'Επίσης ἡ σφαῖρα, ὅταν εὑρίσκεται ἐπί ὁριζοντίου ἐπιπέδου (σχ. 53γ).

<u>'Ισορροπία σώματος στηριζομένου δι' ἑνός ὡρισμένου σημείου*.</u> Σῶμα στηριζόμενον δι' ἑνός ὡρισμένου σημείου του ἰσορροπεῖ, ὅταν τό κέντρον βάρους τοῦ σώματος καί τό σημεῖον στηρίξεως εὑρίσκονται ἐπί τῆς αὐτῆς κατακορύφου (σχ. 52).

α) Τό σῶμα εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν ἔχει ευσταθῆ ἰσορροπίαν, ὅταν τό κ.β. αὐτοῦ εὑρίσκεται κάτωθεν <u>τοῦ σημείου στηρίξεως</u> Ο, διότι ἀπομακρυνόμενον ἐκ τῆς θέσεως

* Τά αὐτά ἰσχύουν καί δι' ἄξονα στηρίξεως ὁριζόντιον.

ἰσορροπίας ἐμφανίζεται ροπή, ἡ ὁποία τό ἐπαναφέ-
ρει εἰς τήν ἀρχικήν του θέσιν
(σχ.52α). Εἰς τήν θέσιν τῆς εὐσταθοῦς ἰσορροπίας τό σῶμα
ἔχει τήν ἐλαχίστην δυνατήν δυναμικήν ἐνέργειαν, διότι τό κέν-
τρον βάρους αὐτοῦ εὑρίσκεται εἰς τήν χαμηλοτέραν δυνατήν θέ-
σιν.

β) Τό σῶμα ἔχει ἀσταθῆ ἰσορροπίαν, ὅ-
ταν τό κέντρον βάρους κ.β. αὐτοῦ εὑρίσκεται ἄνωθεν τοῦ ση-
μείου στηρίξεως Ο, διότι, ἀπομακρυνομένου τοῦ σώματος τῆς
θέσεως τῆς ἰσορροπίας, ἐμφανίζεται ροπή ἡ ὁποία τό ἀ-
πομακρύνει ἀκόμη περισσότερον
(σχ.52β). Εἰς τήν ἀσταθῆ ἰσορροπίαν τό σῶμα ἔχει τήν μεγί-
στην δυνατήν δυναμικήν ἐνέργειαν, διότι τό κέντρον βάρους
αὐτοῦ εὑρίσκεται εἰς τήν ὑψηλοτέραν δυνατήν θέσιν.

γ) Τό σῶμα ἔχει ἀδιάφορον ἰσορροπί-
αν ὅταν συμπίπτουν τό κέντρον βάρους κ.β. αὐτοῦ καί τό
σημεῖον στηρίξεως Ο, διότι μετακινούμενον τό σῶμα ἰσορ-
ροπεῖ καί εἰς οἱανδήποτε ἄλλην
θέσιν (σχ.52γ). Εἰς τήν ἀδιάφορον ἰσορροπίαν τό σῶμα
ἔχει εἰς ὅλας τάς θέσεις αὐτοῦ τήν αὐτήν δυναμικήν ἐνέργει-
αν, διότι τό κέντρον βάρους αὐτοῦ παραμένει πάντοτε εἰς τήν
αὐτήν θέσιν.

<u>Ἰσορροπία σώματος στηριζομένου δι' ἑνός σημείου ὄχι ὡ-
ρισμένου - περίπτωσις σφαίρας</u>. Ἡ σφαῖρα ἰσορροπεῖ, ὅταν τό
σημεῖον στηρίξεως καί τό κέντρον βάρους αὐτῆς εὑρίσκωνται ἐ-
πί τῆς αὐτῆς κατακορύφου.

α) Ἡ σφαῖρα ἔχει εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, ὅταν εὑρίσκεται
ἐπί κοίλης ἐπιφανείας, διότι ἀπομακρυνομέ-
νη ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας ἐπανέρχεται εἰς
αὐτήν. Εἰς τήν εὐσταθῆ ἰσορροπίαν η σφαῖρα ἔχει τήν
ἐλαχίστην δυνατήν δυναμικήν ἐνέργειαν (σχ.53α).

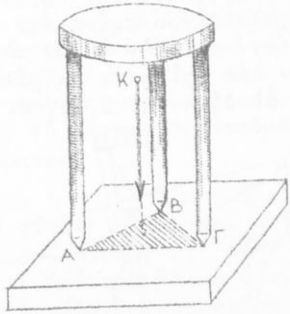
β) Ἡ σφαῖρα ἔχει ἀσταθῆ ἰσορροπίαν,
ὅταν εὑρίσκεται ἐπί κυρτῆς ἐπιφανείας, δι-
ότι ἀπομακρυνομένη ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας ἀπομακρύνεται ἀ-
κόμη περισσότερον. Εἰς τήν ἀσταθῆ ἰσορροπίαν ἡ σφαῖρα ἔχει
τήν μεγίστην δυνατήν δυναμικήν ἐνέργειαν (σχ.53β).

γ) Ἡ σφαῖρα ἔχει ἀδιάφορον ἰσορροπί-
αν, ὅταν εὑρίσκεται ἐπί ὁριζοντίου ἐπιπέ-
δου, διότι, ἀπομακρυνομένη ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας, ἰ-
σορροπεῖ καί εἰς οἱανδήποτε ἄλ-

λ η ν θ έ σ ι ν. Εἰς τήν ἀδιάφορον ἰσορροπίαν ἡ σφαῖρα ἔχει πάντοτε τήν αὐτήν δυναμικήν ἐνέργειαν (σχ. 53 γ).

'Ισορροπία σώματος στηριζομένου ἐπί βάσεως στηρίξεως.

Διά νά ἰσορροπῆ ἕνα σῶμα, ὅταν στηρίζεται ἐπί βάσεως στηρίξεως, πρέπει ὁ φορεύς τοῦ βάρους νά διέρχεται διά τῆς βάσεως στηρίξεως(σχ. 54). Ε ἰ ς τ ή ν π ε ρ ί π τ ω σ ι ν α ὐ τ ή ν ἡ ἰ σ ο ρ ρ ο π ί α τ ο ῦ σ ώ μ α τ ο ς εἶναι π ά ν τ ο τ ε ε ὐ σ τ α θ ή ς, μ έ χ ρ ι ς ὅ μ ω ς ὡ ρ ι σ μ έ ν ω ν ὁ ρ ί ω ν. Ἡ ἰσορροπία τοῦ σώματος εἶναι τόσον περισσότερον εὐσταθής ὅσον χαμηλότερον εἶναι τό κέντρον βάρους τοῦ σώματος καί ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ βάσις στηρίξεως.



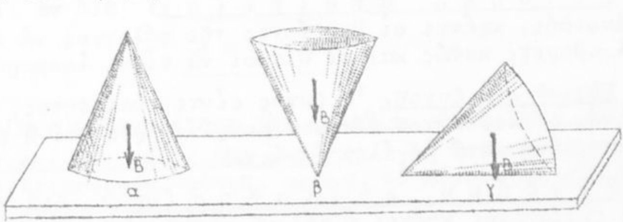
Σχ. 54

Β α θ μ ό ς ε ὐ σ τ α θ ε ί α ς. Καλεῖται βαθμός εὐσταθείας ἡ γωνία ἐκτροπῆς τοῦ σώματος ἐκείνη πέραν τῆς ὁποίας ἡ εὐσταθής ἰσορροπία μετατρέπεται εἰς ἀσταθῆ.

Ἡ γωνία εὐσταθείας εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον τό κέντρον βάρους τοῦ σώματος εἶναι χαμηλότερον καί ὅσον ἡ βάσις στηρίξεως μεγαλυτέρα.

'Ισορροπία κώνου στηριζομένου ἐπί ὁριζοντίου ἐπιπέδου:

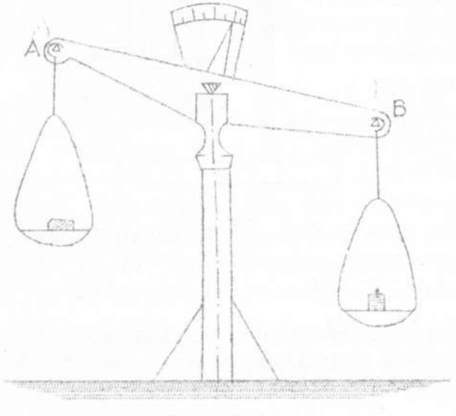
α) Ὅταν στηρίζεται διά τῆς βάσεως, ἔχει ἰσορροπίαν εὐσταθῆ καί ἰσχύουν τά γνωστά περί ἰσορροπίας σώματος μέ βάσιν στηρίξεως (σχ. 55 α). β) Ὅταν στηρίζεται μέ τήν κορυφήν, ἔχει ἰσορροπίαν ἀσταθῆ (σχ. 55 β) καί γ) Ὅταν στηρίζεται μέ τήν



Σχ. 55

κωνικήν ἐπιφάνειαν, ἔχει ἢ ἀδιάφορον ἰσορροπίαν ἢ εὐσταθῆ, ἀναλόγως (σχ. 55γ) τῆς ἐκτροπῆς τήν ὁποίαν ὑφίσταται.

<u>ΖΥΓΟΣ</u>. Τό κύριον μέρος τοῦ ζυγοῦ ἀποτελεῖται ἀπό τήν φάλαγγα ΑΒ (σχ.56), ἡ ὁποία εἶναι κατασκευασμένη ἀπό ὑλικόν μικροῦ εἰδικοῦ βάρους καί εἶναι, ὅσον τό δυνατόν ἄκαμπτος. Ἡ φάλαγξ στηρίζεται ἐπί ὁριζοντίας χαλυβδίνης πλακός διά τῆς ἀκμῆς χαλυβδίνου πρίσματος εἰς τρόπον ὥστε νά ἔχῃ εὐσταθῆ ἰσορροπίαν περί τήν ἀκμήν αὐτήν. Εἰς τά ἄκρα τῆς φάλαγγος ὑπάρχουν δύο πρίσματα ἐκ χάλυβος καί ἐκ τῶν ἀκμῶν αὐτῶν ἐξαρτῶνται οἱ δίσκοι τοῦ ζυγοῦ. Ἐπί τῆς φάλαγγος εἶναι στερεωμένος δείκτης, ὁ ὁποῖος κινεῖται ἔμπροσθεν βαθμολογημένου τόξου. Ὅταν ἡ φάλαγξ ἰσορροπῇ χωρίς βάρη ἐπί τῶν δίσκων, ὁ δείκτης δεικνύει τό μηδέν τῆς κλίμακος.



Σχ. 56

Ὁ ζυγός συγκρίνει καί τά βάρη καί τάς μάζας τῶν σωμάτων, τά ὁποῖα τίθενται ἐπί τῶν δίσκων του.

<u>Ἀκρίβεια ζυγοῦ</u>. Ὁ ζυγός λέγεται ἀκριβής, ὅταν ἡ φάλαγξ αὐτοῦ εὑρίσκεται εἰς ὁριζοντίαν θέσιν μέ ἴσα βάρη ἐπί τῶν δίσκων του.

<u>Συνθήκη ἀκριβείας</u>: Διά νά εἶναι ὁ ζυγός ἀκριβής, πρέπει οἱ βραχίονες τῆς φάλαγγος νά εἶναι ἴσοι καί ἰσοβαρεῖς καθώς καί οἱ δίσκοι νά εἶναι ἰσοβαρεῖς.

<u>Εὐαισθησία ζυγοῦ</u>. Ὁ ζυγός εἶναι εὐαίσθητος, ὅταν ἐπί τοῦ ἑνός δίσκου αὐτοῦ θέτωμεν μικρόν βάρος καί ἡ φάλαγξ αὐτοῦ ἀποκλίνῃ κατά μεγάλην γωνίαν.

<u>Συνθήκη εὐαισθησίας</u>: Διά νά εἶναι ὁ ζυγός εὐαίσθητος πρέπει ἡ φάλαγξ αὐτοῦ νά εἶναι κατασκευασμένη ἀπό ὑλικόν μικροῦ εἰδικοῦ βάρους, τό κέντρον βάρους αὐ-

τῆς νά εὑρίσκεται πλησίον τοῦ ἄξονος περιστροφῆς καί τό μῆκος τῶν βραχιόνων τῆς φάλαγγος μεγάλον.

Ἀκριβής ζύγισις μέ ζυγόν μή ἀκριβῆ. Δυνάμεθα νά ἐπιτύχωμεν ἀκριβῆ ζύγισιν, ὅταν ὁ ζυγός δέν εἶναι ἀκριβής, μέ δύο μεθόδους:

Μέθοδος τῆς ἀντικαταστάσεως: Θέτομεν τό πρός ζύγισιν σῶμα ἐπί τοῦ ἑνός δίσκου καί ἐπί τοῦ ἄλλου δίσκου θέτομεν ἄμμον μέχρις ὅτου ὁ δείκτης ἰσορροπήσῃ εἰς ὡρισμένην θέσιν. Κατόπιν ἀφαιροῦμεν τό σῶμα καί εἰς τήν θέσιν του θέτομεν σταθμά, ὥστε ὁ δείκτης νά ἰσορροπήσῃ εἰς τήν ἰδίαν ἀκριβῶς θέσιν. Προφανῶς τό βάρος τῶν σταθμῶν θά ἰσοῦται τότε πρός τό βάρος τοῦ σώματος.

Μέθοδος τῆς διπλῆς ζυγίσεως: Ἔστω ὅτι οἱ βραχίονες τοῦ ζυγοῦ εἶναι l_1 καί l_2. Διά νά ζυγίσωμεν τό σῶμα θέτομεν αὐτό ἐπί τοῦ δίσκου εἰς τόν ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ, ἔστω, ὁ βραχίων l_1 καί ἐπί τοῦ ἄλλου δίσκου θέτομεν σταθμά ἔστω B_1 μέχρις ὅτου ἡ φάλαγξ ἰσορροπήσῃ ὁριζοντίως. Ἐάν λάβωμεν τάς ροπάς ὡς πρός τόν ἄξονα περιστροφῆς τῆς φάλαγγος θά ἔχομεν:

$$B\cdot l_1 = B_1\cdot l_2 \qquad (1)$$

Ἀκολούθως τοποθετοῦμεν τό σῶμα ἐπί τοῦ ἄλλου δίσκου καί ἀποκαθιστῶμεν τήν ἰσορροπίαν μέ σταθμά ἔστω B_2. Ἐάν λάβωμεν τάς ροπάς πάλιν ὡς πρός τόν ἄξονα περιστροφῆς τῆς φάλαγγος θά ἔχωμεν:

$$B_2\cdot l_1 = B\cdot l_2 \qquad (2)$$

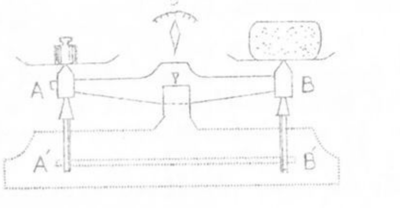
Ἐκ τῶν σχέσεων (1) καί (2) εὑρίσκομεν ὅτι τό βάρος τοῦ σώματος εἶναι:

$$\boxed{B = \sqrt{B_1\cdot B_2}}$$

Σύγκρισις δυναμομέτρου καί ζυγοῦ ὡς πρός τήν μέτρησιν τοῦ βάρους καί τῆς μάζης τῶν σωμάτων. Τό δυναμόμετρον, λόγῳ τοῦ τρόπου λειτουργίας αὐτοῦ, μετρᾷ τό βάρος τῶν σωμάτων, ἐνῷ ὁ ζυγός μετρᾷ τήν μᾶζαν αὐτῶν.

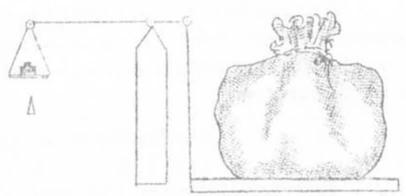
Δύναται ὅμως ὁ ζυγός νά μετρήσῃ καί τό βάρος, ἐάν τά σταθμά εἶναι βαθμολογημένα εἰς μονάδας βάρους εἰς τόν τόπον τῆς ζυγίσεως (π.χ. δι'ἑνός δυναμομέτρου). Τά σταθμά ὅμως εἶναι βαθμολογημένα πάντοτε εἰς μονάδας μάζης καί, ὡς ἐκ τούτου, ὁ ζυγός χρησιμοποιεῖται διά τήν ἀκριβῆ μέτρησιν τῆς μάζης καί ὄχι τοῦ βάρους.

ΠΡΑΚΤΙΚΟΙ ΤΥΠΟΙ ΖΥΓΩΝ. α) Ζυγός Roberval. Ἡ φάλαγξ ΑΒ τοῦ ζυγοῦ αὐτοῦ εἶναι συγχρόνως ἡ ἄνω πλευρά ἑνός ἀρθρωτοῦ παραλληλογράμμου ΑΒΒ΄Α΄(σχ.57). Λόγῳ τῆς διατάξεως αὐτῆς αἱ πλευραί ΑΑ΄ καί ΒΒ΄ παραμένουν πάντοτε κατακόρυφοι, ὅταν αἱ γωνίαι τοῦ παραλληλογράμμου μεταβάλλωνται.



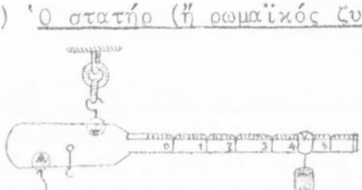
Σχ. 57

β) Δεκαπλασιαστικός ζυγός (κ.πλάστιγξ). Διά τοῦ ζυγοῦ αὐτοῦ ἐπιτυγχάνεται ἡ ζύγισις μεγάλων βαρῶν διά χρησιμοποιήσεως μικρῶν σταθμῶν. Τό πρός ζύγισιν βάρος τίθεται ἐπί τῆς τραπέζης Τ(σχ.58) ἡ ὁποία διά καταλλήλου διατάξεως μοχλῶν ὑφίσταται μόνον παράλληλον μετακίνησιν. Εἰς τόν δεκαπλασιαστικόν ζυγόν οἱ μοχλοί ἔχουν ὑπολογισθῆ,ὥστε τά σταθμά, τά ὁποῖα τίθενται ἐπί τοῦ δίσκου Δ, νά ἰσορροποῦν δεκαπλάσιον βάρος, εὑρισκόμενον ἐπί τῆς τραπέζης.



Σχ. 58

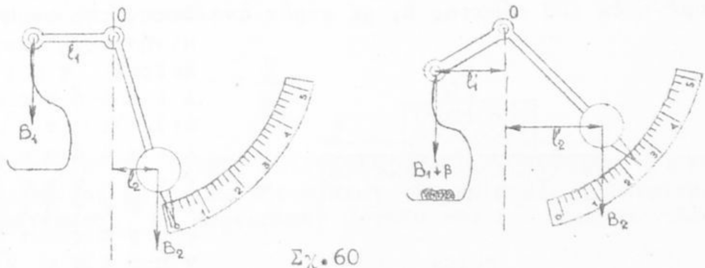
γ) Ὁ στατήρ (ἤ ρωμαϊκός ζυγός). Ἡ φάλαγξ τοῦ ζυγοῦ τούτου ἀποτελεῖται ἀπό δύο ἀνίσους βραχίονας (σχ.59) καί ἰσορροπεῖ ὁριζοντίως ἄνευ φορτίου, ὅταν τό μεταθετόν βάρος Β΄εὑρίσκεται εἰς τήν ἔνδειξιν μηδέν. Τό ὑπό ζύγισιν βάρος ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἄ-



Σχ.59

κρου τοῦ μικροτέρου βραχίονος καί ἰσορροποῦμεν τήν φάλαγγα , εἰς ὁριζοντίαν θέσιν, διά μετακινήσεως ἐπί τοῦ μεγάλου βραχίονος τοῦ μεταθετοῦ βάρους. Ἡ θέσις τοῦ μεταθετοῦ βάρους μᾶς παρέχει τό ζητούμενον βάρος δι'ἁπλῆς ἀναγνώσεως ἐπί τοῦ βαθμολογημένου βραχίονος.

γ) Αὐτόματοι ζυγοί. Λίαν διαδεδομένοι τύποι ζυγῶν εἶναι σήμερον οἱ αὐτόματοι ζυγοί. Εἰς τό σχῆμα (60) δεικνύεται αὐ-



Σχ. 60

τόματος ζυγός ἁπλουστάτης μορφῆς. Ὅταν ὁ δίσκος εἶναι κενός τότε ἰσχύει ἡ σχέσις:

$$B_1 . l_1 = B_2 . l_2$$

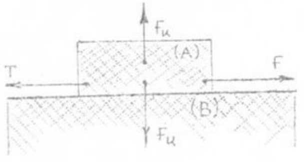
Ὅταν ὅμως ἐπί του δίσκου τεθῆ τό βάρος β, τότε θά ἰσχύῃ ἡ σχέσις:

$$(B_1+\beta) . l_1' = B_2 . l_2'$$

Τό βάρος β τοῦ σώματος εὑρίσκεται δι'ἀπευθείας ἀναγνώσεως ἐπί τοῦ βαθμολογημένου τόξου.

ΤΡΙΒΗ

<u>ΤΡΙΒΗ ΟΛΙΣΘΗΣΕΩΣ.</u> Ὅταν σῶμα Α ὀλισθαίνῃ ἐπί ἄλλου σώματος Β, τότε ἐπί τοῦ σώματος Α ἐξασκεῖται δύναμις $\vec{T}$, προερχομένη ἐκ τοῦ σώματος Β, μέ φοράν ἀντίθετον τῆς φορᾶς τῆς κινήσεως, ἡ ὁποία καλεῖται τριβή ὀλισθήσεως (σχ. 61). Ἡ τριβή ὀλισθήσεως ἔχει φοράν ἀντίθετον τῆς φορᾶς τῆς κινήσεως καί μέτρον ἴσον πρός τό μέτρον τῆς δυνάμεως, ἡ ὁποία πρέπει νά ἐξασκῆται ἐπί τοῦ σώματος διά νά ὀλισθαίνῃ τοῦτο μέ κίνησιν ὁμαλήν.



Σχ. 61

<u>Νόμοι τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως</u>*: α) Ἡ τριβή ὀλισθήσεως Τ ἀποδεικνύεται ὅτι εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς ταχύτητος υ, μέ τήν ὁποίαν κινεῖται τό ὀλισθαῖνον σῶμα.

β) Ἡ τριβή ὀλισθήσεως Τ εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ἐμβαδοῦ S τῆς ἐπιφανείας ἐπαφῆς τῶν δύο σωμάτων.

γ) Ἡ τριβή ὀλισθήσεως Τ εἶναι ἀνάλογος τῆς δυνάμεως F_κ, ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ καθέτως ἐπί τῆς ἐπιφανείας ἐπαφῆς τῶν δύο σωμάτων. Ἤτοι:

$$\boxed{T = \eta \cdot F_\kappa} \qquad (1)$$

ὅπου η εἶναι συντελεστής ἐξαρτώμενος ἐκ τῆς φύσεως τῶν ἐπιφανειῶν καί καλεῖται συντελεστής τριβῆς ὀ-

* Αἱ περιπτώσεις α καί β ἐξάγονται ἐκ τοῦ τύπου (1), ὁ ὁποῖος εἶναι καί ὁ μοναδικός νόμος.

λ ι σ θ ή σ ε ω ς.

<u>Συντελεστής τριβῆς ὀλισθήσεως.</u> Καλοῦμεν συντελεστήν τριβῆς ὀλισθήσεως η τόν λόγον τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως Τ, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπί τοῦ ὀλισθαίνοντος σώματος, διά τῆς δυνάμεως F_κ, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται καθέτως ἐπί τῶν ἐπιφανειῶν ἐπαφῆς τῶν δύο σωμάτων. Ἤτοι:

$$\eta = \frac{T}{F_\kappa}$$

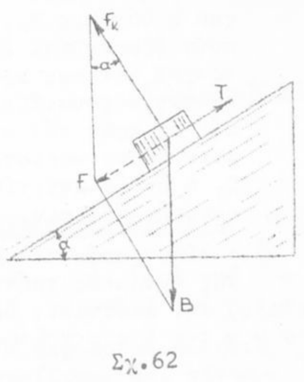
Ὁ συντελεστής τριβῆς ὀλισθήσεως η εἶναι καθαρός ἀριθμός ἐξαρτώμενος μόνον ἐκ τῆς φύσεως τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν καί ἐλαττοῦται, ἄν παρεμβληθῇ μεταξύ τῶν δύο σωμάτων λιπαντικόν.

<u>Γωνία τριβῆς.</u> Θεωρήσωμεν σῶμα ὀλισθαῖνον ἐπί κεκλιμένου ἐπιπέδου πρός τά κάτω μέ κίνησιν ὁμαλήν (σχ.62). Ἐπί τοῦ σώματος θά ἐξασκῆται ἡ τριβή ὀλισθήσεως Τ ἡ ὁποία εἶναι ἴση καί ἀντίθετος πρός τήν συνισταμένην F τοῦ βάρους Β τοῦ σώματος καί τῆς ἀντιδράσεως F_κ, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπ᾽αὐτοῦ ὑπό τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου. Ἤτοι:

$$T = F \qquad (1)$$

Ἐπίσης ἔχομεν ὅτι:

$$\varepsilon\varphi\ \alpha = \frac{F}{F_\kappa} \qquad (2)$$



Σχ.62

καί βάσει τῆς σχέσεως (1) ἡ σχέσις (2) γράφεται:

$$\varepsilon\varphi\ \alpha = \frac{T}{F_\kappa}$$

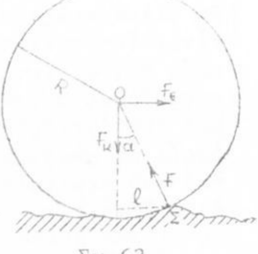
'Επειδή ὅμως $T/F_{\kappa} = \eta$ (συντελεστής τριβῆς) λαμβάνομεν:

$$\boxed{\varepsilon\varphi\, \alpha = \eta}$$

"Αρα: Ὅταν σῶμα ὁλισθαίνῃ ἐπί κεκλιμένου ἐπιπέδου μέ κίνησιν ὁμαλήν, τότε ὁ συντελεστής τριβῆς η ἰσοῦται πρός τήν ἐφαπτομένην τῆς γωνίας κλίσεως α τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου.

Δυνάμεθα ἐπομένως νά ὑπολογίσωμεν τόν συντελεστήν τριβῆς, ἐάν μετρήσωμεν τήν γωνίαν α δι' ὀλίσθησιν μέ κίνησιν ὁμαλήν.

ΤΡΙΒΗ ΚΥΛΙΣΕΩΣ. Ὅταν τροχός κυλίεται ἐπί τοῦ ἐδάφους, τότε ἡ ἀντίδρασις F προερχομένη ἐκ τοῦ ἐδάφους (σχ.63) μετατοπίζεται πρός τά ἐμπρός*, ὁ φορεύς της ομως ἐξακολουθεῖ νά διέρχεται διά τοῦ ἄξονος περιστροφῆς O τοῦ τροχοῦ. Οὕτω κατά τήν κύλισιν τοῦ τροχοῦ ἡ δύναμις F_{κ}, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπί τοῦ τροχοῦ καθέτως πρός τό ἔδαφος, παρουσιάζει ροπήν ὡς πρός τόν στιγμιαῖον ἄξονα περιστροφῆς Σ, ἡ ὁποία ἀντιτίθεται εἰς τήν κύλισιν.



Σχ.63

Τήν ροπήν $M = F_{\kappa} \cdot l$ τῆς δυνάμεως ταύτης καλοῦμεν τριβήν κυλίσεως, τήν ἀπόστασιν δέ l αὐτῆς ἀπό τοῦ σημείου Σ καλοῦμεν συντελεστήν τριβῆς κυλίσεως.

Διά νά κυλίεται ὁ τροχός ἰσοταχῶς, πρέπει ἐπί τοῦ ἄξονος αὐτοῦ O νά ἐξασκῆται δύναμις F_{ε}, τῆς ὁποίας ἡ ροπή ὡς πρός τό σημεῖον Σ νά εἶναι ἴση καί ἀντίθετος πρός τήν ροπήν M τῆς δυνάμεως F_{κ}.

'Η δύναμις F_{ε} καλεῖται δύναμις ἕλξεως καί εἶναι ἀνάλογος τῆς δυνάμεως F_{κ}. Ἤτοι:

---

* Τοῦτο συμβαίνει λόγῳ παραμορφώσεως τοῦ ἐδάφους.

$$\boxed{F_\varepsilon = \varphi . F_\kappa}$$

ὅπου φ εἶναι συντελεστής ἐξαρτώμενος ἐκ τῆς φύσεως τῶν ἐπιφανειῶν καί καλεῖται συντελεστής ἕλξεως.

Ὅταν ὁ τροχός κινῆται ἰσοταχῶς, τότε αἱ ῥοπαί τῶν δυνάμεων ὡς πρός τό σημεῖον Σ εἶναι μηδέν. Ἄρα:

$$F_\kappa . 1 - F_\varepsilon . R . \text{συν}\, \alpha = 0$$

καί $$F_\varepsilon = 1 . \frac{F_\kappa}{R\, \text{συν}\, \alpha}$$

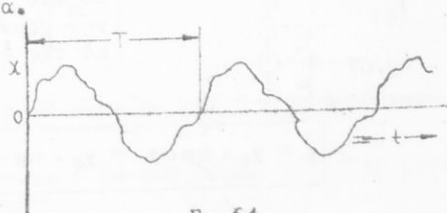
Συνήθως ἡ γωνία α εἶναι πολύ μικρά καί δυνάμεθα νά θέσωμεν συν α = 1, ὁπότε λαμβάνομεν:

$$\boxed{F_\varepsilon = 1 . \frac{F_\kappa}{R}}$$

ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ - ΕΚΚΡΕΜΕΣ

<u>ΠΕΡΙΟΔΙΚΗ ΚΙΝΗΣΙΣ</u>. Μία κίνησις καλεῖται περιοδική, ὅταν ἐπαναλαμβάνεται η αὐτή πάντοτε κατ' ἴσα χρονικά διαστήματα.

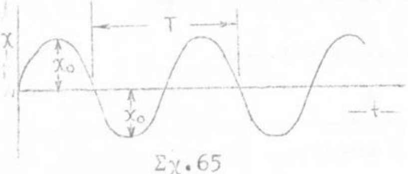
Ἡ περιοδική κίνησις χαρακτηρίζεται ἀπό τήν περίοδον Τ (σχ.64) καί ἀπό τήν ἐν γένει πολύπλοκον διαδοχήν τῶν θέσεων τοῦ κινητοῦ ἐντός μιᾶς περιόδου.



Σχ.64

ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΙΣ. Καλοῦμεν ἁρμονικήν γραμμικήν ταλάντωσιν, τήν εὐθύγραμμον περιοδικήν κίνησιν ἑνός ὑλικοῦ σημείου, τοῦ ὁποίου ἡ ἀπομάκρυνσις χ ἀπό ἑνός ὡρισμένου σημείου τῆς τροχιᾶς εἶναι ἡμιτονοειδής συνάρτησις τοῦ χρόνου. t. Ἤτοι ἡ ἐξίσωσις κινήσεως αὐτοῦ εἶναι τῆς μορφῆς:

$$\chi = \chi_0 \cdot \eta\mu\,\omega t \qquad (1)$$

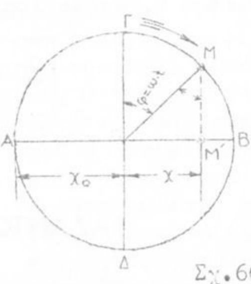


Σχ.65

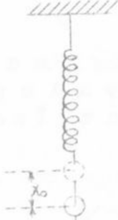
Ἡ γραφική παράστασις τῆς ἁρμονικῆς ταλαντώσεως εἶναι ἡμιτονοειδής καμπύλη (σχ. 65).

Ἁρμονικήν γραμμικήν ταλάντωσιν ἐκτελεῖ ἡ προβολή Μ΄, ἐπί τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου (σχ.66) ἑνός σημείου Μ, τό ὁποῖον κινεῖται ἐπί τῆς περιφερείας μέ κίνησιν ὁμαλήν.

Τοιαύτην κίνησιν ἐκτελεῖ ἐπίσης σῶμα εὑρισκόμενον εἰς τό ἄκρον ἐλατηρίου, ὅταν τό ἐκτρέψωμεν κατακορύφως ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας (σχ.67).



Σχ.66



Σχ.67

Στοιχεῖα ἁρμονικῆς γραμμικῆς ταλαντώσεως: 1) Ἡ στιγμιαία ἀπομάκρυνσις. Ἤτοι ἡ ἀπόστασις χ τοῦ κινουμένου ὑλικοῦ σημείου ἀπό τῆς θέσεως ἰσορροπίας, ὡρισμένην χρονικήν στιγμήν. Αὕτη δίδεται ὑπό τῆς ἡμιτονοειδοῦς ἐξισώσεως :

$$\boxed{\chi = \chi_0 \cdot \eta\mu\,\omega t = \chi_0 \cdot \eta\mu \frac{2\pi}{T} t = \chi_0 \cdot \eta\mu\, 2\pi \cdot \nu t}$$

2) Τό πλάτος. Ἤτοι ἡ μεγίστη ἀπομάκρυνσις χ_0 τοῦ κινουμένου ὑλικοῦ σημείου ἀπό τῆς θέσεως ἰσορροπίας.

3) Ἡ π ε ρ ί ο δ ο ς. Ἦτοι ὁ χρόνος T, ὁ ὁποῖος ἀπαιτεῖται διά νά ἐκτελέσῃ τό ὑλικόν σημεῖον μίαν πλήρη ταλάντωσιν.

4) Ἡ κ υ κ λ ι κ ή σ υ χ ν ό τ η ς ω, ἡ ὁποία ἰσοῦται πρός τό γινόμενον 2π.ν, ὅπου ν εἶναι ἡ συχνότης.

5) Ἡ φ ά σ ι ς. Ἦτοι ἡ γωνία ωt, ἡ ὁποία συνεχῶς αὐξάνεται.

<u>Συνθήκη παραγωγῆς ἐλευθέρας ἁρμονικῆς γραμμικῆς ταλαντώσεως:</u> Δ ι ά ν ά ἐ κ τ ε λ ῇ ὑ λ ι κ ό ν σ η μ ε ῖ ο ν ἁ ρ μ ο ν ι κ ή ν γ ρ α μ μ ι κ ή ν τ α λ ά ν τ ω σ ι ν, π ρ έ π ε ι ν ά ἐ π ε ν ε ρ γ ῇ ἐ π' α ὐ τ ο ῦ δ ύ ν α μ ι ς, ἡ ὁ π ο ί α ν ά ε ἶ ν α ι ἀ ν ά λ ο γ ο ς τ ῆ ς ἀ π ο μ α κ ρ ύ ν σ ε ω ς κ α ί ν ά ἔ χ ῃ φ ο ρ ά ν ἀ ν τ ί θ ε τ ο ν π ρ ό ς α ὐ τ ή ν. Ἦτοι:

$$\boxed{F = -D \cdot \chi} \quad : \text{Συνθήκη παραγωγῆς ἁρμονικῆς ταλαντώσεως} \qquad (2)$$

ὅπου D εἶναι μία σταθερά καί καλεῖται κ α τ ε υ θ ύ ν ο υ σ α δ ύ ν α μ ι ς ἤ σ τ α θ ε ρ ά τ ο ῦ ἐ λ α τ η ρ ί ο υ, ὅ τ α ν π ρ ό κ ε ι τ α ι δ ι ά ἐ λ α τ ή ρ ι ο ν.

Ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐξαναγκάζει τό ὑλικόν σημεῖον νά ἐκτελῇ ἁρμονικήν ταλάντωσιν καλεῖται δ ύ ν α μ ι ς ἐ π α ν α φ ο ρ ᾶ ς, διότι τείνει συνεχῶς νά ἐπαναφέρῃ τό ὑλικόν σημεῖον εἰς τήν θέσιν ἰσορροπίας.

<u>Ἡ περίοδος εἰς τήν ἐλευθέραν ἁρμονικήν (γραμμικήν) ταλάντωσιν.</u> Ἡ περίοδος T τῆς ἐ λ ε υ θ έ ρ α ς ἁ ρ μ ο ν ι κ ῆ ς τ α λ α ν τ ώ σ ε ω ς δίδεται ὑπό τοῦ τύπου:

$$\boxed{T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}} \qquad (3)$$

ὅπου m εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ ὑλικοῦ σημείου καί D ἡ κατευθύνουσα δύναμις.

Ἐπειδή, ὡς γνωστόν, ω = 2π/T ἐκ τοῦ τύπου (3) ἐξάγομεν:

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}}$$

<u>Σχέσις μεταξύ δυνάμεως καί ἐπιταχύνσεως εἰς τήν ἁρμονικήν (γραμμικήν) ταλάντωσιν.</u> Ἡ σχέσις μεταξύ τῆς δυνάμεως F καί τῆς ἐπιταχύνσεως γ, τήν ὁποίαν αὕτη προσδίδει εἰς σῶμα m, εἶναι παντοῦ καί πάντοτε ὁ θεμελιώδης νόμος τῆς Μηχανικῆς:

$$\boxed{F = m \cdot \gamma} \qquad (4)$$

<u>Ἡ ταχύτης εἰς τήν ἁρμονικήν γραμμικήν ταλάντωσιν.</u> Ἡ ταχύτης υ εἰς τήν ἁρμονικήν γραμμικήν ταλάντωσιν δίδεται ὑπό τοῦ τύπου:

$$\upsilon = \upsilon_0 \cdot \text{συν}\, \omega t$$

$$\text{ἤ} \qquad \boxed{\upsilon = \upsilon_0 \cdot \text{ημ}\, (\omega t + 90^o)} \qquad (5)$$

ὅπου υ_0 εἶναι τό π λ ά τ ο ς τ ῆ ς τ α χ ύ τ η τ ο ς , δηλαδή ἡ μεγίστη ταχύτης τοῦ ὑλικοῦ σημείου καί ω ἡ κυκλική συχνότης.

Ἐπειδή ἡ μεγίστη ταχύτης υ_0 τῆς προβολῆς Μ' (βλ. σχ. 69) εἶναι ἡ γραμμική ταχύτης τοῦ σημείου Μ, κινουμένου ὁμαλῶς ἐπί τῆς περιφερείας ἀκτῖνος χ_0, θά εἶναι:

$$\upsilon_0 = \omega \cdot \chi_0$$

καί οὕτως ὁ τύπος (5) δύναται νά γραφῇ:

$$\boxed{\upsilon = \omega \cdot \chi_0 \cdot \text{ημ}\, (\omega t + 90^o)} \qquad (6)$$

Ἡ ταχύτης, βάσει τοῦ τύπου (5), εἶναι μεγίστη υ_0 τάς χρονικάς στιγμάς 0, T/2, T,...κατά τάς ὁποίας τό ὑλικόν σημεῖον διέρχεται διά τῆς θέσεως ἰσορροπίας, καί μηδέν τάς χρονικάς στιγμάς T/4, 3T/4,... κατά τάς ὁποίας τό ὑλικόν σημεῖον εὑρίσκεται εἰς μίαν ἀκραίαν θέσιν.

<u>Ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς τήν ἁρμονικήν γραμμικήν ταλάντωσιν.</u> Ἡ ἐπιτάχυνσις γ εἰς τήν ἁρμονικήν γραμμικήν ταλάντωσιν δίδεται ὑπό τοῦ τύπου:

$$\gamma = -\gamma_0 \cdot \text{ημ}\, \omega t$$

$$ή \quad γ = γ_0 \cdot ημ\ (ωt + 180^o) \qquad (7)$$

ὅπου $γ_0$ εἶναι ἡ μεγίστη ἐπιτάχυνσις τοῦ ὑλικοῦ σημείου καί ω ἡ κυκλική συχνότης.

'Επειδή ἡ μεγίστη ἐπιτάχυνσίς $γ_0$ τῆς προβολῆς Μ′ εἶναι ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις τοῦ σημείου Μ (βλ.σχ.70), τό ὁποῖον κινεῖται μέ κίνησιν ὁμαλήν ἐπί τῆς περιφερείας ἀκτῖνος $χ_0$ θά εἶναι:

$$γ_0 = \frac{υ_0^2}{χ_0} = ω^2 \cdot χ_0$$

καί οὕτως ὁ τύπος (7) γράφεται:

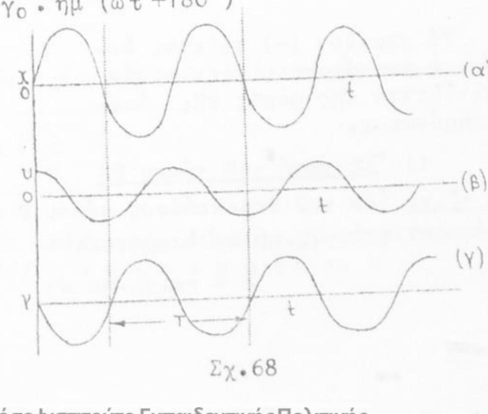
$$\boxed{γ = ω^2 \cdot χ_0 \cdot ημ\ (ωt + 180^o)} \qquad (8)$$

'Η ἐπιτάχυνσις γ, βάσει τοῦ τύπου (7), εἶναι μεγίστη τάς χρονικάς στιγμάς Τ/4, 3Τ/4,..., κατά τάς ὁποίας τό ὑλικόν σημεῖον εὑρίσκεται εἰς ἀκραίαν θέσιν, καί μηδέν τάς χρονικάς στιγμάς 0, Τ/2, Τ,..., κατά τάς ὁποίας τό ὑλικόν σημεῖον διέρχεται διά τῆς θέσεως ἰσορροπίας.

Γραφικαί παραστάσεις: ἀπομακρύνσεως, ταχύτητος καί ἐπιταχύνσεως. 'Εκ τῶν τύπων:

$$χ = χ_0 \cdot ημ\ ωt$$
$$υ = υ_0 \cdot ημ\ (ωt + 90^o)$$
$$γ = γ_0 \cdot ημ\ (ωt + 180^o)$$

παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἀπομάκρυνσις χ, ἡ ταχύτης υ καί ἡ ἐπιτάχυνσις γ, εἶναι ὅλαι ἡμιτονοειδεῖς συναρτήσεις τοῦ χρόνου t καί ὅτι ἔχουν τήν αὐτήν κυκλικήν συχνότητα ω συνεπῶς καί τήν αὐτήν περίοδον Τ.



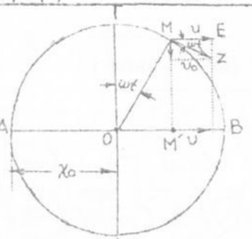
Σχ.68

'Εξ ἄλλου ἡ ταχύτης παρουσιάζει ὡς πρός τήν ἀπομάκρυνσιν διαφοράν φάσεως $+90^o$, ἡ ἐπιτάχυνσις ὡς πρός τήν ταχύτητα παρουσιάζει διαφοράν φάσεως $+90^o$ καί ὡς πρός τήν ἀπομάκρυνσιν παρουσιάζει διαφοράν φάσεως $+180^o$. Ἄρα παρίστανται γραφικῶς διά τῶν ἡμιτονοειδῶν καμπυλῶν τῶν σχημάτων (σχ. 68α, σχ.68β, σχ.68γ).

ΕΞΑΓΩΓΗ ΤΩΝ ΤΥΠΩΝ ΤΗΣ ΑΡΜΟΝΙΚΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΣ: 1) Ἐξαγωγή τοῦ τύπου $\chi = \chi_o \cdot \eta\mu\ \omega t$. Ἐκ τοῦ τριγώνου ΜΟΜ΄ τοῦ σχήματος (69) ἐξάγομεν ὅτι:

$$\boxed{\chi = \chi_o \cdot \eta\mu\ \omega t}$$

2) Ἐξαγωγή τοῦ τύπου $\upsilon = \upsilon_o \cdot \eta\mu(\omega t + 90^o)$. Ἐκ τοῦ τριγώνου ΜΕΖ τοῦ σχήματος (69) ἐξάγομεν ὅτι:



Σχ. 69

$$\upsilon = \upsilon_o \cdot \sigma\upsilon\nu\ \omega t$$

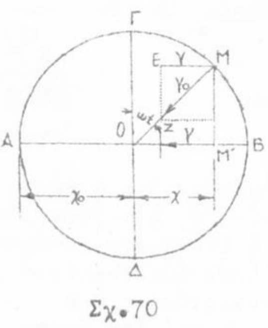
ἤ $$\boxed{\upsilon = \upsilon_o \cdot \eta\mu(\omega t + 90^o)} \qquad (2)$$

3) Ἐξαγωγή τοῦ τύπου $\gamma = \gamma_o \cdot \eta\mu(\omega t + 90^o)$. Ἐκ τοῦ τριγώνου ΜΕΖ τοῦ σχήματος (70) ἐξάγομεν ὅτι:

$$\gamma = -\gamma_o \cdot \eta\mu\ \omega t$$

ἤ $$\boxed{\gamma = \gamma_o \cdot \eta\mu(\omega t + 180^o)} \qquad (3)$$

Τό σημεῖον (−) τίθεται διότι ἡ ἐπιτάχυνσις ἔχει φοράν ἀντίθετον τῆς φορᾶς τῆς ἀπομακρύνσεως.



Σχ. 70

4) Ἐξαγωγή τοῦ τύπου $F = -D.\gamma$. Ἐκ τοῦ θεμελιώδους νόμου $F = m \cdot \gamma$ τῆς Μηχανικῆς, ἐάν θέσωμεν $\gamma = -\gamma_o \cdot \eta\mu\ \omega t$ λαμβάνομεν:

$$F = -m \cdot \gamma_o \cdot \eta\mu\ \omega t \qquad (4)$$

'Εξ ἄλλου, ἐκ τοῦ τριγώνου ΜΟΜ' τοῦ σχήματος (69), ἔχομεν:

$$\eta\mu\ \omega t = \frac{\chi}{\chi_0}$$

Οὕτως ἡ σχέσις (4) γράφεται:

$$F = -\frac{m\cdot\gamma_0}{\chi_0}\cdot\chi$$

'Εάν τώρα καλέσωμεν D τό σταθερόν μέγεθος $m\cdot\gamma_0/\chi_0$, λαμβάνομεν:

$$\boxed{F = -D.X} \qquad (5)$$

5) 'Εξαγωγή τοῦ τύπου $T = 2\pi\sqrt{m/D}$. Ὅπως εἴπομεν ἀνωτέρω εἶναι:

$$D = \frac{m\cdot\gamma_0}{\chi_0} \qquad (6)$$

'Αλλά, ὡς γνωστόν,

$$\gamma_0 = \frac{\upsilon_c^2}{\chi_0} = \omega^2\cdot\chi_0 = \frac{4\pi^2}{T^2}\cdot\chi_0$$

καί ἐπομένως ἡ σχέσις (6) γίνεται:

$$D = \frac{m.4\pi^2}{T^2} \qquad (7)$$

'Εάν λύσωμεν τώρα τήν σχέσιν (7) ὡς πρός T εὑρίσκομεν:

$$\boxed{T = 2\pi.\sqrt{\frac{m}{D}}}$$

ΕΙΔΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ. Μία ταλάντωσις δύναται νά εἶναι: α) ἐλευθέρα καί β) ἐξηναγκασμένη.

'Ελευθέρα ταλάντωσις. Καλοῦμεν ἐλευθέραν ταλάντωσιν, τήν ταλάντωσιν τήν ὁποίαν ἐκτελεῖ ἕνας ταλαντωτής, ὅταν διεγερθῇ καί κατόπιν ἀφεθῇ τελείως ἐλεύθερος.

Είς τήν ἐλευθέραν του ταλάντωσιν, ὁ ταλαντωτής ταλαντοῦται μέ ὡρισμένην συχνότητα ν_o, ἡ ὁποία καλεῖται ἰδιοσυχνότης αὐτοῦ.

'Η ἰδιοσυχνότης τοῦ ταλαντωτοῦ ἐξαρτᾶται ἀπό ὡρισμένα φυσικά μεγέθη ἀναλόγως τῆς φύσεως αὐτοῦ. Οὕτω π.χ. ἡ ἰδιοσυχνότης τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς δίδεται ὑπό τοῦ τύπου:

$$\nu_o = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$$

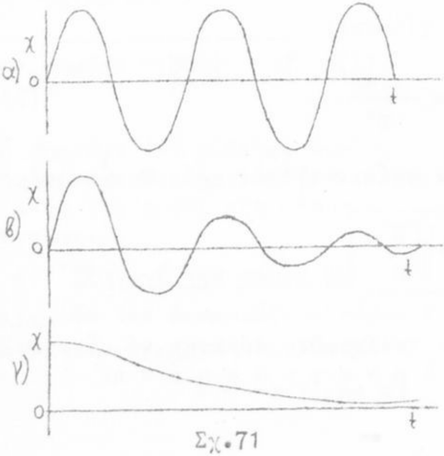
ὅπου g εἶναι ἡ ἔντασις τῆς βαρύτητος (ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος) καί l τό μῆκος τοῦ ἐκκρεμοῦς.

'Η ἰδιοσυχνότης τοῦ κυκλώματος Thomson δίδεται ὑπό τοῦ τύπου:

$$\nu_o = \frac{1}{2\pi.\sqrt{L.C}}$$

ὅπου L εἶναι ὁ συντελεστής αὐτεπαγωγῆς τοῦ κυκλώματος καί C ἡ χωρητικότης αὐτοῦ.

'Η ἐλευθέρα ταλάντωσις δύναται νά εἶναι: α) ἀμείωτος (ἤ συντηρουμένη) (σχ. 71α). β) φθίνουσα (ἤ ἀποσβεννυμένη) (σχ.71β) καί γ) ἀπεριοδική (σχ.71γ).



Σχ.71

<u>'Εξηναγκασμένη ταλάντωσις-Συντονισμός</u>. Κ α λ ο ῦ μ ε ν ἐ ξ η ν α γ κ α σ μ έ ν η ν τ α λ ά ν τ ω σ ι ν, τήν τ α λ ά ν τ ω σ ι ν τ ή ν ὁ π ο ί α ν ἐ κ τ ε λ ε ῖ ἕ ν α ς τ α λ α ν τ ω τ ή ς, ὅ τ α ν ἐ π' α ὐ τ ο ῦ ἐ π ι δ ρ ᾷ, ἐ ξ ω τ ε ρ ι κ ό ν π ε ρ ι ο δ ι κ ό ν α ἴ τ ι ο ν.

Εἰς τήν ἐξηναγκασμένην ταλάντωσιν, ὁ ταλαντωτής πάλλεται ὄχι μέ τήν ἰδιοσυχνότητά του ν_0, ἀλλά μέ τήν συχνότητα ν τοῦ ἐπιδρῶντος ἐξωτερικοῦ αἰτίου, τό δέ πλάτος x_0 αὐτοῦ ἐξαρτᾶται ἀπό τήν διαφοράν τῶν συχνοτήτων ν_0 καί ν. Τό πλάτος x_0 τῆς ἐξηναγκασμένης ταλαντώσεως εἶναι μικρόν, ὅταν ἡ διαφορά τῶν δύο συχνοτήτων ν καί ν_0 εἶναι μεγάλη καί συνεχῶς καθίσταται μεγαλύτερον ὅταν ἡ διαφορά αὐτῶν ἐλαττοῦται. Εἰς τήν περίπτωσιν δέ κατά τήν ὁποίαν ἡ συχνότης ν τοῦ ἐπιδρῶντος ἐξωτερικοῦ αἰτίου γίνει ἴση πρός τήν ἰδιοσυχνότητα ν_0 τοῦ ταλαντωτοῦ, τότε τό πλάτος καθίσταται μέγιστον καί λέγομεν ὅτι ἔχομεν σ υ ν τ ο ν ι σ μ ό ν.

<u>Συντονισμός</u>. Κ α λ ο ῦ μ ε ν σ υ ν τ ο ν ι σ μ ό ν τ ό φ α ι ν ό μ ε ν ο ν κ α τ ά τ ό ὁ π ο ῖ ο ν ἕ ν α ς τ α λ α ν τ ω τ ή ς ἐ κ τ ε λ ε ῖ ἐ ξ η ν α γ κ α σ μ έ ν η ν τ α λ ά ν τ ω σ ι ν μ ε γ ί σ τ ο υ π λ ά τ ο υ ς*.

<u>Συνθήκη συντονισμοῦ</u>. Διά νά ἐκτελῇ ὁ ταλαντωτής ταλαντώσεις μεγίστου πλάτους, δηλαδή διά νά ἔχωμεν συντονισμόν, πρέπει ἡ σ υ χ ν ό τ η ς τ ο ῦ ἐ π ι δ ρ ῶ ν τ ο ς π ε ρ ι ο δ ι κ ο ῦ α ἰ τ ί ο υ ν ά σ υ μ π ί π τ ῃ μ έ τ ή ν ἰ δ ι ο σ υ χ ν ό τ η τ α ν_0 τ ο ῦ τ α λ α ν τ ω τ ο ῦ. Ἤτοι πρέπει νά εἶναι:

$$\boxed{\nu = \nu_0} \quad : \quad \text{συνθήκη συντονισμοῦ}$$

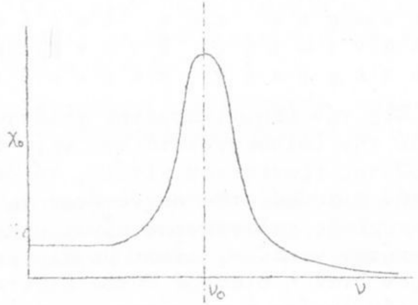
<u>Καμπύλη συντονισμοῦ</u>. 'Επειδή ὅταν $\nu = \nu_0$ τό πλάτος x_0 τῆς ταλαντώσεως εἶναι μέγιστον, ἐνῷ διά τιμάς τοῦ ν συνεχῶς μικροτέρας ἤ μεγαλυτέρας τοῦ ν_0 τό πλάτος x_0 ἀποτόμως καθίσταται συνεχῶς μικρότερον, ἡ γ ρ α φ ι κ ή π α ρ ά σ τ α σ ι ς τ ῆ ς ἐ ξ η ν α γ κ α σ μ έ ν η ς τ α λ α ν τ ώ σ ε ω ς (κ α μ π ύ λ η σ υ ν τ ο ν ι σ μ ο ῦ) εἶναι ἡ καμπύλη τοῦ σχήματος 72.

---

* Συντονισμός δέν εἶναι "ἡ περίπτωσις κατά τήν ὁποίαν ἡ συχνότης τοῦ ἐπιδρῶντος αἰτίου συμπίπτει μέ τήν ἰδιοσυχνότητα τοῦ ταλαντωτοῦ". Αὐτό εἶναι ἡ συνθήκη συντονισμοῦ.

Παραδείγματα συντονισμοῦ. Ὁ συντονισμός εὑρίσκει πολλάς ἐφαρμογάς.

α) Εἰς τήν Μ η χ α ν ι κ ή ν π.χ. δυνάμεθα νά ἀναφέρωμεν τήν ταλάντωσιν τῆς αἰώρας (κούνιας). Διά νά ἀποκτήσῃ ἡ αἰώρα μέγιστον πλάτος αἰωρήσεως πρέπει νά ἐπιδρῶμεν ἐπ'αὐτῆς διά τῶν χειρῶν μας περιοδικῶς καί μέ συχνότητα ἴσην πρός τήν ἰδιοσυχνότητα τῆς αἰώρας.



Σχ.72

β) Εἰς τήν Ἀ κ ο υ σ τ ι κ ή ν ὁ συντονισμός καλεῖται καί σ υ ν ή χ η σ ι ς. Ὡς παράδειγμα δυνάμεθα νά ἀναφέρωμεν τά ἀντηχεῖα, τά ὁποῖα ἐνισχύουν τούς ἤχους μέ φαινόμενον συντονισμοῦ, κ.ἄ.

γ) Εἰς τήν Ὀ π τ ι κ ή ν τό φαινόμενον τοῦ συντονισμοῦ ἐμφανίζεται κατά τήν ἀπορρόφησιν τῶν φασματικῶν γραμμῶν ὑπό τῶν ἀερίων (Ἀρχή τῆς ἀντιστροφῆς τῶν ραβδώσεων).

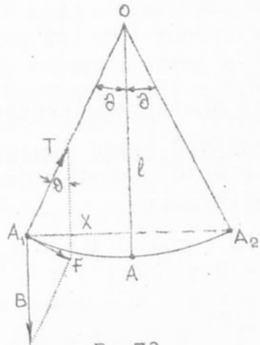
δ) Εἰς τόν Ἠ λ ε κ τ ρ ι σ μ ό ν τό φαινόμενον τοῦ συντονισμοῦ ἐμφανίζεται εἰς τό κύκλωμα ἠλεκτρικῶν ταλαντώσεων (κύκλωμα Thomson) καί εὑρίσκει ἐφαρμογήν εἰς τήν ἀσύρματον τηλεπικοινωνίαν διά τόν συντονισμόν τοῦ δέκτου μέ τόν πομπόν.

ΑΠΛΟΥΝ Ἤ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΝ ΕΚΚΡΕΜΕΣ. Κ α λ ο ῦ μ ε ν ἁ π λ ο ῦ ν ἤ μ α θ η μ α τ ι κ ό ν ἐ κ κ ρ ε μ έ ς ἰ δ α ν ι κ ή ν δ ι ά τ α ξ ι ν, ἡ ὁ π ο ί α ἀ π ο τ ε λ ε ῖ τ α ι ἀ π ό ὑ λ ι κ ό ν σ η μ ε ῖ ο ν ἐ ξ η ρ τ η μ έ ν ο ν ἀ π ό σ τ α θ ε ρ ο ῦ σ η μ ε ί ο υ δ ι ά ν ή μ α τ ο ς ἀ β α ρ ο ῦ ς κ α ί μ ή ἐ κ τ α τ ο ῦ, κ α ί τ ό ὁ π ο ῖ ο ν δ ύ ν α τ α ι ν ά κ ι ν ῆ τ α ι ἄ ν ε υ τ ρ ι β ῶ ν.

Μῆκος ἐκκρεμοῦς. Μῆκος ἐκκρεμοῦς καλεῖται τό μῆκος l τοῦ νήματος αὐτοῦ.

Πλάτος ἐκκρεμοῦς. Πλάτος ἐκκρεμοῦς καλεῖται ἡ γωνία θ, ἡ ὁποία σχηματίζεται ἀπό τήν κατακόρυφον καί ἀπό μίαν ἀκραίαν θέσιν τοῦ νήματος. αὐτοῦ.

<u>Πλήρης αἰώρησις.</u> Πλήρης αἰώρησις καλεῖται ἡ μετάβασις τοῦ ἐκκρέμους ἀπό τῆς μιᾶς ἀκραίας θέσεως εἰς τήν ἄλλην καί ἐπαναφορά αὐτοῦ.



Σχ.73

<u>'Εξέτασις τῆς κινήσεως τοῦ ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς.</u> "Οταν ἀπομακρύνωμεν τό ἐκκρεμές ἀπό τήν θέσιν τῆς ἰσορροπίας του κατά γωνίαν θ καί τό φέρωμεν εἰς τήν θέσιν OA_1, τότε τό ἐκκρεμές ἀποκτᾷ ὡρισμένην δυναμικήν ἐνέργειαν. 'Εάν τώρα τό ἀφήσωμεν ἐλεύθερον, κινεῖται πρός τήν θέσιν ἰσορροπίας OA μετατρεπομένης τῆς δυναμικῆς του ἐνεργείας συνεχῶς εἰς κινητικήν ἐνέργειαν καί, ὅταν φθάσῃ εἰς τήν θέσιν ἰσορροπίας τότε ἡ δυναμική του ἐνέργεια ἔχει μετατραπεῖ ἐξ ὁλοκλήρου εἰς κινητικήν ἐνέργειαν. Εἰς τήν θέσιν τῆς ἰσορροπίας ὅμως τό ἐκκρεμές, λόγῳ ἀδρανείας, δέν ἠρεμεῖ, ἀλλά κινεῖται τώρα πέραν τῆς θέσεως ταύτης μετατρεπομένης συνεχῶς τῆς κινητικῆς ἐνεργείας του εἰς δυναμικήν ἐνέργειαν καί εἰς τήν θέσιν OA_2, ἡ ὁποία εἶναι συμμετρική τῆς OA_1 ὡς πρός τήν κατακόρυφον, τό ἐκκρεμές ἐπανακτᾷ τήν δυναμικήν του ἐνέργειαν. Προφανῶς, τό αὐτό ἐπαναλαμβάνεται κατ'ἀντίθετον φοράν καί οὕτω τό ἐκκρεμές ἐκτελεῖ περιοδικήν κίνησιν περί τήν θέσιν ἰσορροπίας ὑπό συνεχῆ μετατροπήν τῆς δυναμικῆς του ἐνεργείας εἰς κινητικήν καί ἀντιστρόφως.

'Η τοιαύτη κίνησις τοῦ ἐκκρεμοῦς καλεῖται κίνησις αἰωρήσεων.

'Εάν ὑποθέσωμεν ὅτι τό πλάτος θ τῆς αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι πολύ μικρόν, ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ κίνησις αὐτοῦ εἶναι ἁρμονική γραμμική ταλάντωσις καί ἐπομένως ἡ ἐξίσωσις κινήσεως αὐτοῦ εἶναι:

$$\boxed{x = x_0 \cdot \eta\mu\, \omega t}$$: 'Εξίσωσις κινήσεως ἐκκρεμοῦς

Τύπος τοῦ ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς. Ἐφ'ὅσον τό ἐκκρεμές ἐκτελεῖ αἰωρήσεις μικροῦ πλάτους, ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ περίοδός του T εἶναι:

$$\boxed{T = 2\pi . \sqrt{\frac{l}{g}}}$$

ὅπου l τό μῆκος τοῦ ἐκκρεμοῦς καί g ἡ ἔντασις τῆς βαρύτητος.

Νόμοι τοῦ ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς. Ἐφ'ὅσον τό ἐκκρεμές ἐκτελεῖ αἰωρήσεις πολύ μικροῦ πλάτους, ἀποδεικνύεται ὅτι ἰσχύουν αἱ ἀκόλουθοι νόμοι:

1) Ἡ περίοδος T τοῦ ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ πλάτους φ αἰωρήσεως αὐτοῦ.

2) Ἡ περίοδος T τοῦ ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι εἰς τόν αὐτόν τόπον (g = σταθ.) ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τοῦ μήκους l αὐτοῦ.

3) Ἡ περίοδος T τοῦ ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τῆς ἐντάσεως τῆς βαρύτητος g.

4) Ἡ περίοδος T τοῦ ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς μάζης καί τῆς φύσεως τῆς ὕλης τοῦ ὑλικοῦ σημείου αὐτοῦ.

5) Τό ἐπίπεδον αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς παραμένει σταθερόν.

Σημείωσις. Ὁ τελευταῖος νόμος ἰσχύει καί διά πλάτος μεγάλον.

Ἐξαγωγή τοῦ τύπου $T = 2\pi . \sqrt{l/g}$. Ἐκ τοῦ σχήματος (73) ἐξάγομεν ὅτι:

$$F = B . \eta\mu\, \theta \qquad (1)$$

Ἐπειδή ὅμως εἶναι $\eta\mu\, \theta = \chi/l$

ἡ σχέσις (1) γράφεται:

$$F = B . \frac{\chi}{l} \qquad (2)$$

$$F = \frac{m.g}{l} . x \qquad (3)$$

Ἐφ'ὅσον ἡ γωνία θ εἶναι πολύ μικρά τό τόξον $\widehat{A_1AA_2}$ ἐπί τοῦ ὁποίου κινεῖται τό ὑλικόν σημεῖον τοῦ ἐκκρεμοῦς δύναται νά ταυτισθῇ μέ τήν χορδήν του A_1A_2. Τότε ὅμως καί ὁ φορεύς τῆς δυνάμεως F τείνει νά πέσῃ ἐπί τῆς χορδῆς ταύτης καί ἐπειδή ἔχει φοράν ἀντίθετον τῆς ἀπομακρύνσεως x θά εἶναι αὕτη ἡ δύναμις ἐπαναφορᾶς πού ἐπενεργεῖ ἐπί τοῦ ὑλικοῦ σημείου καί τό ἐξαναγκάζει νά ἐκτελῇ ἁρμονικήν γραμμικήν ταλάντωσιν. Ἄρα ἡ σχέσις (3) πρέπει νά γραφῇ ὀρθῶς:

$$F = - \frac{m.g}{l} . x \qquad (4)$$

καί τό m.g/l νά εἶναι ἡ κατευθύνουσα δύναμις D.

Ἤτοι:

$$D = - \frac{m.g}{l} \qquad (5)$$

Ὡς γνωστόν ὅμως ἡ περίοδος εἰς τήν ἁρμονικήν γραμμικήν ταλάντωσιν δίδεται ὑπό τοῦ τύπου:

$$T = 2\pi . \sqrt{\frac{m}{D}} \qquad (6)$$

Ἄρα, ἄν εἰς τήν σχέσιν (6) θέσωμεν τήν τιμήν τοῦ D εὑρίσκομεν:

$$\boxed{T = 2\pi . \sqrt{\frac{l}{g}}}$$

<u>ΦΥΣΙΚΟΝ Ἢ ΣΥΝΘΕΤΟΝ ΕΚΚΡΕΜΕΣ</u>. Καλοῦμεν φυσικόν ἤ σύνθετον ἐκκρεμές κάθε στερεόν σῶμα, δυνάμενον νά στρέφεται περί ὁριζόντιον ἄξονα μή διερχόμενον διά τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ.

Ὅταν τό φυσικόν ἐκκρεμές ἐκτραπῇ ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας, κατά γωνίαν θ (σχ. 73), τότε, λόγῳ τοῦ βάρους του B, ἐμφανίζεται ροπή, ἡ ὁποία τό ἐξαναγκάζει νά ἐκτελέσῃ αἰωρήσεις. Ἐάν δέ τό πλάτος αἰωρήσεως εἶναι πολύ μικρόν, τότε ἡ κίνησις τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς ἀποδεικνύεται ὅτι εἶναι ἁρμονική στροφική ταλάντωσις.

Καλοῦμεν ἀνηγμένον μῆκος τοῦ

ἐκκρεμοῦς τό μῆκος ἑνός ἰσοχρόνου πρός αὐτό μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς.

Ἀποδεικνύεται ὅτι τό ἀνηγμένον μῆκος δίδεται ὑπό τοῦ τύπου:

$$\boxed{l = \frac{\Theta}{m \cdot \alpha}}$$

ὅπου Θ εἶναι ἡ ροπή ἀδρανείας τοῦ ἐκκρεμοῦς, m ἡ μᾶζα αὐτοῦ καί α ἡ ἀπόστασις τοῦ κέντρου βάρους του ἀπό τοῦ ἄξονος περιστροφῆς.

Τό πρόβλημα τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς συνίσταται εἰς τήν εὕρεσιν τοῦ ἀνηγμένου μήκους l, δηλαδή τοῦ μήκους τοῦ ἰσοχρόνου πρός αὐτό μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς. Αὐτό εὑρίσκεται εἰς τήν πρᾶξιν εὐκόλως, ὅταν χρησιμοποιήσωμεν εἰδικοῦ τύπου ἐκκρεμές, ὅπως π.χ. εἶναι τό ἀναστρέψιμον ἐκκρεμές τοῦ Kater.

Ὅλα τά χρησιμοποιούμενα ἐκκρεμῆ εἶναι σύνθετα. Ἕνεκα δέ τῶν παρουσιαζομένων τριβῶν εἰς τόν ἄξονα περιστροφῆς καί τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος, η κίνησις αὐτῶν εἶναι φθίνουσα ταλάντωσις.

Διά νά διατηρήσωμεν τήν κίνησιν τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς ἀμείωτον προσφέρομεν εἰς τό ἐκκρεμές τήν κατάλληλον στιγμήν δι'εἰδικῆς διατάξεως, τήν ἐνέργειαν, τήν ὁποίαν χάνει ἑκάστην περίοδον. Εἰς τά ὡρολόγια τοῦ τοίχου π.χ. χρησιμοποιεῖται ἐλατήριον παραμορφωμένον ἤ πίπτον σῶμα.

Εἰς τά συνήθη ὡρολόγια, ἀντί ἐκκρεμοῦς, χρησιμοποιεῖται τροχός μετά σπειροειδοῦς ἐλατηρίου, ὁ ὁποῖος καλεῖται αἰωρητής, ἡ δέ ταλάντωσις αὐτοῦ διατηρεῖται ἀμείωτος διά τῆς δράσεως ἐλατηρίου τό ὁποῖον παραμορφώνομεν διά τοῦ κουρδίσματος τοῦ ὡρολογίου.

<u>ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ ΤΟΥ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ:</u> 1) <u>Διά τήν μέτρησιν τοῦ χρόνου</u>. Ἐπειδή αἱ αἰωρήσεις μικροῦ πλάτους τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἰσόχρονοι, χρησιμοποιεῖται τό ἐκκρεμές διά νά προσδίδῃ εἰς τούς δείκτας τῶν ὡρολογίων ἰσοταχῆ κίνησιν.

2) <u>Διά τήν μέτρησιν τοῦ g</u>. Ἐάν λύσωμεν τόν τύπον τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς $T = 2\pi.\sqrt{l/g}$ ὡς πρός g λαμβάνομεν:

$$\boxed{g = \frac{4\pi^2 \cdot l}{T^2}}$$

Ἄρα, ἄν γνωρίζωμεν τό μῆκος l τοῦ ἐκκρεμοῦς καί μετρήσωμεν τήν περίοδον T αὐτοῦ, εὑρίσκομεν τήν τιμήν τοῦ g εἰς ἕνα τόπον. Πρός τοῦτο χρησιμοποιεῖται, συνήθως, τό ἀναστρέψιμον ἐκκρεμές τοῦ Kater.

3) Εἰς τούς σεισμογράφους. Τό βασικώτερον ὄργανον τῶν σεισμογράφων εἶναι ἕνα ἐκκρεμές, τό ὁποῖον αἰωρεῖται περί ἄξονα, ὁ ὁποῖος σχηματίζει γωνίαν ὡς πρός τό ὁριζόντιον ἐπίπεδον.

4) Διά τήν ἐξερεύνησιν τοῦ ὑπεδάφους. Ἐπειδή τό g εἰς ἕνα τόπον ἐξαρτᾶται ἀπό τήν πυκνότητα τοῦ ὑπεδάφους, ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς μεταβάλλεται ἀπό τόπου εἰς τόπον καί ἄν ἀκόμη μετακινούμεθα ἐπί τοῦ αὐτοῦ παραλλήλου. Οὕτω διά τῆς χρήσεως καταλλήλου ἐκκρεμοῦς δυνάμεθα νά διαπιστώσωμεν τήν ὕπαρξιν πετρελαίου, μεταλλεύματος κλπ. εἰς τό ὑπέδαφος.

5) Διά τήν ἀπόδειξιν τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς περί τόν ἄξονά της. Τήν περιστροφήν τῆς Γῆς περί τόν ἄξονά της τήν ἀπέδειξεν ὁ Foucault μέ σῶμα βάρους 25 kgr* τό ὁποῖον ἐξήρτησε διά σύρματος μήκους 79 μέτρων ἐκ τῆς ὀροφῆς τοῦ Πανθέου τῶν Παρισίων.

6) Διά τήν εὕρεσιν τοῦ πραγματικοῦ σχήματος τῆς Γῆς. Τό ἀκριβές σχῆμα τῆς Γῆς εὑρίσκεται, ἐάν μετρηθοῦν αἱ τιμαί τοῦ g εἰς τά διάφορα σημεῖα αὐτῆς.

ΑΠΛΑΙ-ΜΗΧΑΝΑΙ

ΜΗΧΑΝΑΙ. Καλοῦμεν μηχανήν κάθε σύστημα σωμάτων, τό ὁποῖον δύναται νά μετασχηματίζῃ ἐνέργειαν μιᾶς μορφῆς εἰς ἐνέργειαν ἄλλης μορφῆς.

Μηχανάί π.χ. εἶναι οἱ κινητῆρες (βενζινοκινητῆρες, ἠλεκτροκινητῆρες κλπ.), οἱ ὁποῖοι μετατρέπουν ἐνέργειαν ὡρισμένης μορφῆς (θερμότητα, ἠλεκτρικήν ἐνέργειαν κλπ.) εἰς μηχανικόν ἔργον.

Συντελεστής ἀποδόσεως μηχανῆς. Καλοῦμεν συντελεστήν ἀποδόσεως η μιᾶς μηχανῆς τόν λόγον τῆς ἰσχύος $N_{απ}$, τήν ὁποίαν ἀποδίδει ἡ μηχανή πρός τήν ἰσχύν $N_{δαπ}$, τήν ὁποίαν δαπανᾷ αὕτη. Ἤτοι:

$$\boxed{\eta = \frac{N_{απ}}{N_{δαπ}}}$$

Ὁ συντελεστής ἀποδόσεως ὅλων τῶν μηχανῶν εἶναι μικρότερος τῆς μονάδος ($\eta < 1$), ἡ δέ μηχανή ἔχει τόσον μεγαλυτέραν ἀπόδοσιν, ὅσον ὁ συντελεστής ἀποδόσεως αὐτῆς πλησιάζει πρός τήν μονάδα.

Ἀπόδοσις μηχανῆς. Καλοῦμεν ἀπόδοσιν μηχανῆς τήν ἑκατοστιαίαν ἔκφρασιν τοῦ συντελεστοῦ ἀποδόσεως.

ΑΠΛΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ. Ἁπλῆ μηχανή καλεῖται ἡ μηχανή ἡ ὁποία ἀποτελεῖται μόνον ἀπό ἕνα σῶμα καί εἰς τήν ὁποίαν τόσον ἡ προσφερομένη, ὅσον καί ἡ ἀποδιδομένη ἐνέργεια ἐμφανίζονται ὑπό μορφήν μηχανικοῦ ἔργου.

Ἐφ'ὅσον αἱ ἁπλαῖ μηχαναί μετασχηματίζουν τό μηχανικόν ἔργον, τό ὁποῖον ἰσοῦται πρός τό γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπί τήν μετατόπισιν, ἕπεται ὅτι μεταβάλλουν τήν δύναμιν κατά μέτρον καί διεύθυνσιν καί ἀντιστοίχως τήν μετατόπισιν τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως.

Τό πρόβλημα, τό ὁποῖον ἐνδιαφέρει συνήθως εἰς τάς ἁπλᾶς μηχανάς, εἶναι ἡ ἀνεύρεσις τῆς σχέσεως τῶν δύο δυνάμεων αἱ ὁποῖαι ἐπενεργοῦν ἐπί τῆς ἁπλῆς μηχανῆς. Ἡ σχέσις αὕτη δύναται νά εὑρεθῇ εὐκόλως δι'ἐφαρμογῆς τῆς συνθήκης ἰσορροπίας στερεοῦ σώματος, ἤ δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας, ἐφ' ὅσον βέβαια θεωρήσωμεν, ὅτι δέν ἐπέρχεται μετατροπή μηχανικῆς ἐνεργείας εἰς θερμότητα.

Μηχανικόν πλεονέκτημα. Καλοῦμεν μηχανικόν πλεονέκτημα μιᾶς ἁπλῆς μηχανῆς τόν λόγον τῆς ἀντιστάσεως F_2 ὡς πρός τήν καταβαλομένην δύναμιν F_1 πρός ἰσορρόπησιν αὐτῆς. Ἤτοι:

$$\boxed{\text{Μηχανικόν πλεονέκτημα} = \frac{F_2}{F_1}}$$

Ἐφαρμογή τοῦ θεωρήματος τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας εἰς ἁπλᾶς μηχανάς. Ἔστω $\vec{F_1}$ ἡ δύναμις ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ εἰς τό ἕνα ἄκρον ἁπλῆς μηχανῆς καί s_1 στοιχειώδης μετατόπισις τοῦ ἄκρου αὐτοῦ κατά τήν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως. Ἐπίσης ἔστω $\vec{F_2}$ ἡ δύναμις ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ εἰς τό ἄλλο ἄκρον καί s_2 ἡ ἀντίστοιχος στοιχειώδης μετατόπισις τοῦ ἄκρου κατά τήν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως. Ἐφ' ὅσον ἡ ἁπλῆ μηχανή ἰσορροπῆ καί παραμελήσωμεν τήν ἀπώλειαν τοῦ ἔργου, ἡ ὁποία ἐπέρχεται πάντοτε λόγῳ τῶν ἀναποφεύκτων τριβῶν τῆς μηχανῆς, τότε, συμφώνως πρός τό θεώρημα τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας, θά ἔχωμεν:

$$\boxed{F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2} \qquad (1)$$

Ἄρα: Διά κάθε στοιχειώδη μετατόπισιν ἁπλῆς μηχανῆς, τό ἔργον τῆς κινητηρίου δυνάμεως $\vec{F_1}$ ἰσοῦται πρός τό ἔργον τῆς ἀνθισταμένης δυνάμεως $\vec{F_2}$.

Ἐκ τῆς σχέσεως (1) προκύπτει:

$$\boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{s_2}{s_1}} \qquad (2)$$

Ἄρα: Κατά τήν λειτουργίαν ἁπλῆς μηχανῆς ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν τό χάνομεν εἰς δρόμον.

Ἡ σχέσις (2) δύναται νά γραφῆ:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{s_2}{t}}{\frac{s_1}{t}}$$

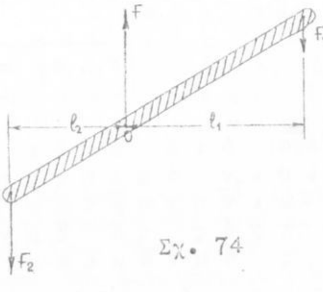
ή $$\boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}} \qquad (3)$$

ὅπου t εἶναι ὁ χρόνος ἑκάστης μετατοπίσεως καί υ_1, υ_2 αἱ ταχύτητες τῶν σημείων ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως καί τῆς ἀντιστάσεως ἀντιστοίχως (κίνησις ὁμαλή).

"Αρα: Κατά τήν λειτουργίαν ἁπλῆς μηχανῆς, ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν τό χάνομεν εἰς ταχύτητα.

<u>ΜΟΧΛΟΣ.</u> Καλεῖται μοχλός στερεόν σῶμα, τό ὁποῖον δύναται νά στρέφεται περί σταθερόν ἄξονα ἤ σημεῖον (ὑπομόχλιον).

Συνήθως ὁ μοχλός εἶναι ἐπιμήκης ράβδος μεταλλική ἤ ξυλίνη (σχ.74). Ἐπί τοῦ μοχλοῦ ἐξασκεῖται ἡ κινητήριος δύναμις F_1, ἡ ἀνθισταμένη δύναμις F_2 (ἀντίστασις) καί ἡ ἀντίδρασις F τοῦ ὑπομοχλίου. Αἱ ἀποστάσεις l_1 καί l_2 τῶν δυνάμεων F_1 καί F_2 ἀπό τοῦ ὑπομοχλίου καλοῦνται μοχλοβραχίονες.



Σχ. 74

<u>Συνθῆκαι ἰσορροπίας μοχλοῦ.</u> Διά νά ἰσορροπῇ ὁ μοχλός πρέπει:

α) Ἡ κινητήριος δύναμις F_1, ἡ ἀντίστασις F_2 καί τό ὑπομόχλιον O, ἐάν τοῦτο εἶναι σημεῖον, νά εὑρίσκωνται ἐπί τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου.

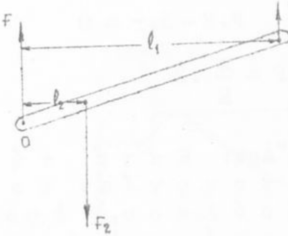
β) Ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται ἐπ' αὐτοῦ νά εἶναι μηδέν. Ἤτοι:

$$F_1 + F_2 - F = 0 \qquad (1)$$

γ) Ἡ συνισταμένη τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων νά εἶναι μηδέν*. Ἤτοι:

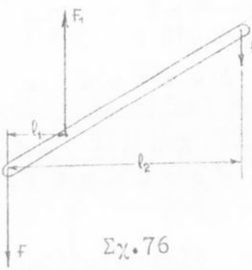
$$F_1 \cdot l_1 - F_2 \cdot l_2 = 0$$

ἤ $$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \qquad (2)$$



Σχ. 75

Ἐκ τῆς σχέσεως (2) συνάγομεν ὅτι ὅσον ὁ μοχλοβραχίων l_1 τῆς δυνάμεως F_1 εἶναι μεγαλύτερος τοῦ μοχλοβραχίονος l_2 τῆς ἀντιστάσεως F_2, τόσον ἡ δύναμις εἶναι μικροτέρα τῆς ἀντιστάσεως.



Σχ.76

Οἱ μοχλοί τούς ὁποίους χρησιμοποιοῦμεν εἰς τήν καθημερινήν ζωήν εἶναι πολλοί: Τό ψαλλίδι, ὁ λοστός, ἡ τανάλια, τό κουπί κ.ἄ.

<u>ΒΑΡΟΥΛΚΟΝ</u>. Τό βαροῦλκον εἶναι κύλινδρος μεταλλικός ἤ ξύλινος, ὁ ὁποῖος δύναται νά περιστρέφεται περί τόν ἄξονά του τῇ βοηθείᾳ λαβῆς (κ. μανιβέλλα). Ἐπί τοῦ κυλίνδρου στερεώνεται τό ἕνα ἄκρον σχοινίου, τό ὁποῖον ἀκολούθως περιελίσσεται ἐπί τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ, καί εἰς τό ἄλλον ἄκρον τοῦ σχοινίου, συνδέεται τό πρός ἀνύψωσιν βάρος Β (σχ.77).

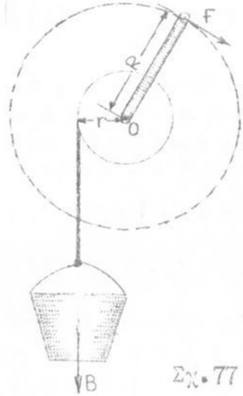
Ἐάν διά τήν ἀνύψωσιν τοῦ βάρους Β ἀπαιτῆται νά ἐφαρμοσθῇ ἐπί τῆς λαβῆς δύναμις F, τότε δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήμα-

* Θεωροῦμεν ὡς σημεῖον ἀναφορᾶς τῶν ροπῶν τό ὑπομόχλιον.

τος τῶν ροπῶν ὡς πρός τόν ἄξονα O, λαμβάνομεν:

$$F.R - B.r = 0$$

ἤ $$\boxed{F = \frac{r}{R} . B}$$



Σχ. 77

Ἄρα: Κατά τήν λειτουργίαν τοῦ βαρούλκου, ἡ ἐφαρμοζομένη ἐπί τῆς λαβῆς δύναμις F εἶναι τόσον μικροτέρα τοῦ ἀνυψουμένου βάρους B, ὅσον μεγαλύτερος εἶναι ὁ βραχίων R τῆς δυνάμεως, ἀπό τήν ἀκτῖνα r τοῦ κυλίνδρου.

Ὅ,τι κερδίζομεν ὅμως εἰς δύναμιν τό χάνομεν, προφανῶς, εἰς δρόμον.

<u>ΤΡΟΧΑΛΙΑΙ.</u> Ἡ τροχαλία εἶναι δίσκος συνήθως μεταλλικός ἤ ξύλινος, ὁ ὁποῖος δύναται νά περιστρέφεται περί ἄξονα διερχόμενον διά τοῦ κέντρου τοῦ δίσκου καί φέρει εἰς τήν περιφέρειαν αὔλακα διά τῆς ὁποίας διέρχεται σχοινίον. Ὁ ἄξων τῆς τροχαλίας στηρίζεται ἐπί ἑνός στελέχους σχήματος Π, τό ὁποῖον καλεῖται τροχαλιοθήκη.

Διακρίνομεν δύο εἴδη τροχαλιῶν τήν ἀμετάθετον ἤ παγίαν τροχαλίαν καί τήν μεταθετήν ἤ ἐλευθέραν τροχαλίαν.

<u>Ἀμετάθετος (ἤ παγία) τροχαλία.</u> Ἡ ἀμετάθετος τροχαλία στηρίζεται διά τῆς τροχαλιοθήκης αὐτῆς ἀπό σταθεροῦ ὑποστηρίγματος, εἰς τρόπον ὥστε, νά δύναται μόνον νά περιστρέφεται χωρίς νά μετατοπίζεται (σχ.78).

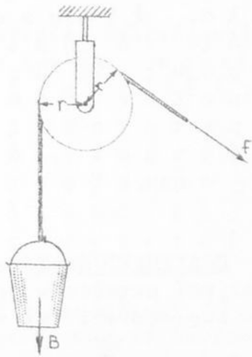
Ἐκ τοῦ ἑνός ἄκρου τοῦ σχοινίου ἐξαρτᾶται τό πρός ἀνύψωσιν βάρος B, ἐνῷ ἡ πρός τοῦτο ἀπαιτουμένη δύναμις F ἐφαρμόζεται εἰς τό ἄλλον ἄκρον τοῦ σχοινίου.

'Εάν έφαρμόσωμεν τό θεώρημα τῶν ροπῶν, κατά τήν ἰσορροπίαν τῆς τροχαλίας, ὡς πρός τόν ἄξονα περιστροφῆς Ο αὐτῆς ἔχομεν:

$$F \cdot r - B \cdot r = 0$$

ἤ

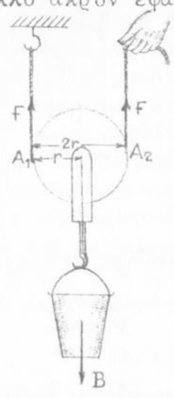
$$\boxed{F = B}$$



Σχ. 78

Ἄρα: Ὅταν χρησιμοποιῶμεν ἀμετάθετον τροχαλίαν δέν κερδίζομεν εἰς δύναμιν, ἀλλ' ἁπλῶς μεταβάλλομεν τήν διεύθυνσιν καί τήν φοράν τῆς δυνάμεως.

Μεταθετή (ἤ ἐλευθέρα) τροχαλία. Εἰς τήν τροχαλίαν αὐτήν τό ἕνα ἄκρον τοῦ σχοινίου στερεώνεται εἰς σταθερόν ὑποστήριγμα, εἰς τό ἄλλο ἄκρον ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις F, τό πρός ἀνύψωσιν δέ βάρος Β ἐφαρμόζεται ἐπί τῆς τροχαλιοθήκης (σχ.79).



Σχ. 79

Διά τοῦ τρόπου τούτου, κατά τήν λειτουργίαν τῆς τροχαλίας, αὕτη περιστρέφεται περί τόν ἄξονα αὐτῆς, ἐνῷ συγχρόνως ὁ ἄξων μετατίθεται.

'Εάν τά δύο τμήματα τοῦ σχοινίου εἶναι παράλληλα καί ἐφαρμόσωμεν τό θεώρημα τῶν ροπῶν, κατά τήν ἰσορροπίαν τῆς τροχαλίας, ὡς πρός τό σημεῖον A_1 θά ἔχωμεν:

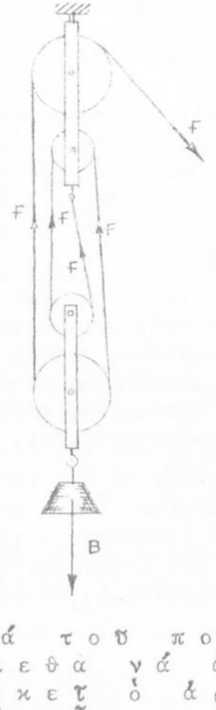
$$F \cdot 2r = B \cdot r$$

ἤ

$$\boxed{F = \frac{B}{2}}$$

"Αρα: Όταν χρησιμοποιοῦμεν μεταθετήν τροχαλίαν καί τά δύο τμήματα τοῦ σχοινίου εἶναι παράλληλα, ἐξασκοῦμεν δύναμιν F ἴσην πρός τό ἥμισυ τοῦ ἀνυψουμένου βάρους B. Προφανῶς ὅμως, τότε τό σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως F μετατοπίζεται κατά διπλασίαν ἀπόστασιν, ἀπό ὅ,τι μετατοπίζεται τό σημεῖον ἐφαρμογῆς τοῦ βάρους B.

ΠΟΛΥΣΠΑΣΤΟΝ. Τό πολύσπαστον ἀποτελεῖ συνδυασμόν ἀμεταθέτων καί μεταθετῶν τροχαλιῶν (σχ.80). Αἱ ἀμετάθετοι τροχαλίαι εὑρίσκονται ἐπί κοινῆς τροχαλιοθήκης, η ὁποία στερεώνεται εἰς σταθερόν ὑποστήριγμα, αἱ δέ μεταθεταί τροχαλίαι εὑρίσκονται, ἐπίσης, ἐπί κοινῆς τροχαλιοθήκης, ἐκ τῆς ὁποίας ἐφαρμόζεται τό πρός ἀνύψωσιν βάρος.



Σχ.80

Τό ἕν ἄκρον τοῦ σχοινίου δένεται ἐπί τῆς ἀμεταθέτου τροχαλιοθήκης καί, ἀφοῦ διέλθῃ τό σχοινίον καταλλήλως διά τῶν αὐλάκων ὅλων τῶν τροχαλιῶν, ἐξασκοῦμεν εἰς τό ἐλεύθερον ἄκρον αὐτοῦ τήν ἀπαιτουμένην δύναμιν F.

Εὐκόλως ἀποδεικνύεται ὅτι:

$$F = \frac{B}{n}$$

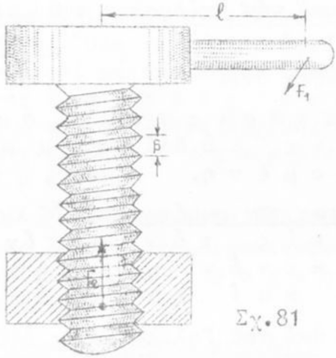
ὅπου n εἶναι ὁ ἀριθμός ὅλων τῶν τροχαλιῶν.

Διά τοῦ πολυσπάστου, ἑπομένως δυνάμεθα νά ἀνυψώσωμεν μεγάλα βάρη, ἀρκεῖ ὁ ἀριθμός τῶν τροχαλιῶν νά εἶναι μεγάλος.

<u>ΚΟΧΛΙΑΣ</u>. Ὁ κοχλίας εἶναι ἁπλῆ μηχανή, ἡ ὁποία ἀποτελεῖται ἀπό δύο μέρη: τόν κυρίως κοχλίαν καί τό περικόχλιον.

Ὁ κυρίως κοχλίας ἀποτελεῖται ἀπό στερεόν κύλινδρον ἐπί τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὁποίου ὑπάρχει συνεχής προεξοχή ὑπό μορφήν κυλινδρικῆς ἕλικος (σχ.81).

<u>Βῆμα κοχλίου</u>. Καλοῦμεν βῆμα κοχλίου τήν ἀπόστασιν δύο διαδοχικῶν σημείων τῆς ἕλικος, τά ὁποῖα εὑρίσκονται ἐπί τῆς αὐτῆς γενετείρας τοῦ κυλίνδρου (βλ.σχῆμα).



Σχ.81

Τό περικόχλιον εἶναι στερεόν σῶμα τό ὁποῖον φέρει κυλινδρικήν ὀπήν, ἐπί τῆς ἐπιφανείας δέ αὐτῆς ὑπάρχει συνεχής ἐσοχή ὑπό μορφήν κυλινδρικῆς ἕλικος, τῆς ὁποίας τό βῆμα εἶναι ἴσον πρός τό βῆμα τοῦ κοχλίου.

<u>Λειτουργία</u>. Ὁ κοχλίας περιστρεφόμενος τῇ βοηθείᾳ μοχλοῦ προχωρεῖ κατά μῆκος τοῦ περικοχλίου. Ἐάν F_1 εἶναι ἡ δύναμις, ἡ ἐφαρμοζομένη εἰς τό ἄκρον τοῦ μοχλοῦ καί F_2 ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπί τοῦ κοχλίου, τότε δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεωρήματος τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας, διά μίαν πλήρη περιστροφήν θά ἔχωμεν:

$$F_1 \cdot 2\pi \cdot l = F_2 \cdot \beta$$

ἤ

$$\boxed{F_1 = \frac{\beta}{2\pi \cdot l} \cdot F_2}$$

Ἄρα: Διά τοῦ κοχλίου δυνάμεθα νά ἐξασκήσωμεν μεγάλην δύναμιν δι' ἐφαρμογῆς μικρᾶς δυνάμεως, ἀρκεῖ τό βῆμα τοῦ κοχλίου νά εἶναι μικρόν καί τό μῆκος τοῦ μοχλοῦ μεγάλον.

ΕΛΕΥΘΕΡΑ ΠΤΩΣΙΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

Ἡ πτῶσις τῶν σωμάτων λέγεται ἐλευθέρα, ὅταν αὐτά πίπτουν εἰς τό κενόν καί μόνον ὑπό τήν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους των.

Πρῶτος ὁ Γαλιλαῖος ἀπέδειξεν ὅτι:

Ἡ ἐλευθέρα πτῶσις τῶν σωμάτων εἶναι κίνησις εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη.

Νόμοι τῆς ἐλευθέρας πτώσεως τῶν σωμάτων. α) Ὅλα τά σώματα πίπτουν εἰς τόν αὐτόν τόπον καί εἰς τό κενόν μέ τήν αὐτήν ἐπιτάχυνσιν καί κατακορύφως.

Ὁ νόμος αὐτός διετυπώθη ὑπό τοῦ Γαλιλαίου ὡς ἑξῆς: "Ὅλα τά σώματα ἀφιέμενα ἐκ τοῦ αὐτοῦ ὕψους καί εἰς τό κενόν πίπτουν συγχρόνως εἰς τό ἔδαφος.

β) Ἡ ταχύτης, τήν ὁποίαν ἀποκτᾷ ἕν σῶμα, ὅταν ἀφεθῇ ἐλεύθερον εἰς τό κενόν, εἶναι ἀνάλογος τοῦ χρόνου τῆς πτώσεως.

γ) Τό διάστημα τό ὁποῖον διανύει ἕνα σῶμα, ὅταν ἀφεθῇ ἐλεύθερον εἰς τό κενόν, εἶναι ἀνάλογον τοῦ τετραγώνου τοῦ χρόνου τῆς πτώσεως.

Πειραματικαί ἀποδείξεις τῶν νόμων. Ὁ πρῶτος νόμος ἀποδεικνύεται εὐκόλως μέ τόν σωλῆνα τοῦ Νεύτωνος. Ὁ σωλήν τοῦ Νεύτωνος εἶναι ἐπιμήκης ὑάλινος σωλήν μήκους περίπου 2 μέτρων, κλειστός εἰς τό ἕνα ἄκρον καί φέρων εἰς τό ἄλλο στρόφιγγα. 'Εντός τοῦ σωλῆνος θέτομεν σώματα διαφόρου μάζης καί φύσεως (π.χ. τεμάχιον σιδήρου, τεμάχιον ξύλου καί τεμάχιον χάρτου). Ὅταν ὁ σωλήν περιέχῃ ἀέρα, παρατηροῦμεν ὅτι, ἐάν τόν ἀναστρέψωμεν ταχέως, τά σώματα δέν πίπτουν συγχρόνως. Ὅταν ὅμως ἀφαιρέσωμεν τόν ἀέρα καί ἐπαναλάβωμεν τό πείραμα, τότε παρατηροῦμεν ὅτι ὅλα τά σώματα πίπτουν συγχρόνως.

Ὁ δεύτερος καί ὁ τρίτος νόμος ἀποδεικνύονται πειραματικῶς μέ διαφόρους μεθόδους, ὅπως π.χ. μέ τό κ ε κ λ ι μ έ ν ο ν ἐ π ί π ε δ ο ν, τήν μ η χ α ν ή ν τοῦ Atwood τήν χ ρ ο ν ο φ ω τ ο γ ρ α φ ι κ ή ν μ έ θ ο δ ο ν κ.ἄ.

<u>Προσδιορισμός τοῦ εἴδους τῆς κινήσεως κατά τήν ἐλευθέραν πτῶσιν.</u> Ὅλα τά σώματα ἀφιέμενα εἰς τό κενόν πίπτουν κατακορύφως καί μέ τήν αὐτήν ἐπιτάχυνσιν εἰς τόν αὐτόν τόπον. Ἐπομένως ἡ π τ ῶ σ ι ς ἑ ν ό ς σ ώ μ α τ ο ς ε ἰ ς τ ό κ ε ν ό ν (ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος) ε ἶ ν α ι κ ί ν η σ ι ς ε ὐ θ ύ γ ρ α μ μ ο ς ὁ μ α λ ῶ ς ἐ π ι τ α χ υ ν ο μ έ ν η.

Διά τήν εὕρεσιν τοῦ εἴδους τῆς κινήσεως ἑνός ἐλευθέρως πίπτοντος σώματος χρησιμοποιοῦνται διάφοροι μέθοδοι, μία τῶν ὁποίων εἶναι καί ἡ χ ρ ο ν ο φ ω τ ο γ ρ α φ ι κ ή μ έ θ ο δ ο ς.

<u>Χρονοφωτογραφική μέθοδος.</u> Σφαῖρα ἀπό χάλυβα καί χρωματισμένη λευκή ἀφίνομεν νά πέσῃ ἔμπροσθεν μαύρου πετάσματος, ἐνῶ συγχρόνως λαμβάνομεν φωτογραφίας αὐτῆς ἐπί τῆς αὐτῆς φωτογραφικῆς πλακός.

Πρός τοῦτο χρησιμοποιοῦμεν κατάλληλον φωτογραφικήν μηχανήν, ἡ ὁποία δύναται νά λαμβάνῃ φωτογραφίας κατ' ἴσα μικρά χρονικά διαστήματα.

Ὅταν ἐμφανίσωμεν τήν φωτογραφικήν πλάκα θά παρατηρήσωμεν μίαν σειράν εἰδώλων Α΄, Β΄, Γ΄, Δ΄, κειμένων ἐπί εὐθείας, τά ὁποῖα εἶναι εἴδωλα τῆς σφαίρας, ὅταν αὐτή εὑρίσκεται ἀντιστοίχως εἰς τάς θέσεις Α,Β,Γ,Δ (σχ. 82), ὅπου ἡ θέσις Α ἀντιστοιχεῖ εἰς τήν ἐκκίνησιν τῆς σφαίρας.

'Εάν μετρήσωμεν τάς ἀποστάσεις τῶν εἰδώλων θά εὕρωμεν ὅτι:

$$(A'\Gamma') = 4.(A'B'), \quad (A'\Delta') = 9.(A'B')$$

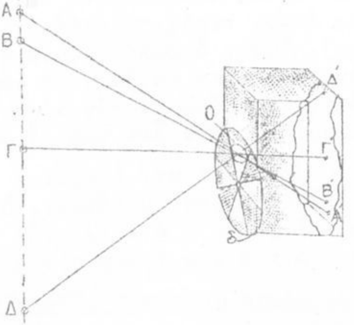
Προφανῶς ὅμως, λόγῳ ὁμοιότητος τῶν τριγώνων τοῦ σχήματος, θά εἶναι:

(ΑΓ) = 4.(ΑΒ) ,

(ΑΔ) = 9.(ΑΒ)

ἤτοι τά διαστήματα, τά ὁποῖα διανύει ἡ πίπτουσα σφαῖρα, εἶναι ἀνάλογα τῶν τετραγώνων τῶν χρόνων ἐντός τῶν ὁποίων διανύονται.

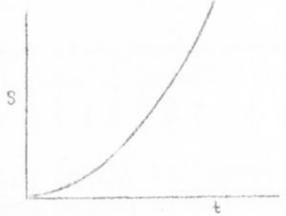
Ἄρα: Ἡ ἐλευθέρα πτῶσις εἶναι κίνησις εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη.



Σχ.82

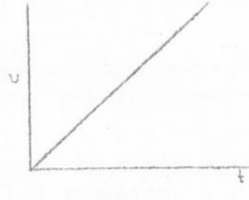
Γραφική παράστασις τῶν νόμων τῆς ἐλευθέρας πτώσεως τῶν σωμάτων.

α)



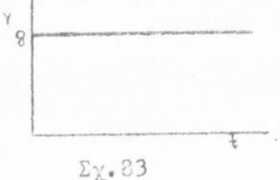
Γραφική παράστασις τοῦ διαστήματος συναρτήσει τοῦ χρόνου ($s = g.t^2/2$)

β)



Γραφική παράστασις τῆς ταχύτητος συναρτήσει τοῦ χρόνου ($\upsilon = g.t$).

γ)



Γραφική παράστασις τῆς ἐπιταχύνσεως συναρτήσει τοῦ χρόνου ($\gamma = g = \sigma\tau\alpha\theta.$)

Σχ.83

<u>ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΣ ΒΟΛΗ</u>. Ὅταν σῶμα βάλλεται κατακορύφως καί πρός τά κάτω μέ ἀρχικήν ταχύτητα $υ_0$, τότε λόγῳ τοῦ βάρους του, τό ὁποῖον εἶναι δύναμις σταθερά, ἐκτελεῖ κ ί ν η σ ι ν ε ὐ θ ύ γ ρ α μ μ ο ν ὁ μ α λ ῶ ς ἐ π ι τ α χ υ ν ο μ έ ν η ν. Ἀντιθέτως, ὅταν τό σῶμα βάλλεται πρός τά ἄνω μέ ἀρχικήν ταχύτητα $υ_0$, τότε ἐκτελεῖ κ ί ν η σ ι ν ε ὐ θ ύ γ ρ α μ μ ο ν ὁ μ α λ ῶ ς ἐ π ι β ρ α δ υ ν ο μ έ ν η ν. Ἑπομένως εἰς τήν κατακόρυφον βολήν πρέπει νά ἰσχύουν οἱ τύποι τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως.

Οὕτως, ἐάν θέσωμεν εἰς τούς γνωστούς τύπους τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως $s = h$ καί $γ = g$, λαμβάνομεν τούς κάτωθι τύπους:

ὅταν $υ_0 = 0$	ὅταν $υ_0 \neq 0$	
1) $υ = g \cdot t$	$υ = υ_0 \pm g \cdot t$	: τύπος τῆς ταχύτητος συναρτήσει τοῦ χρόνου
2) $h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$	$h = υ_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} g \cdot t^2$	: τύπος τοῦ διαστήματος
3) $υ = \sqrt{2g \cdot h}$	$υ = \sqrt{υ_0^2 \pm 2g \cdot h}$	: τύπος τῆς ταχύτητος συναρτήσει τοῦ ὕψους
4) ——	$t_α = \frac{υ_0}{g}$	: τύπος τοῦ χρόνου ἀνόδου
5) ——	$h_m = \frac{υ_0^2}{2g}$	: τύπος τοῦ μεγίστου ὕψους.

Τό (+) τίθεται διά βολήν κατακορύφως καί πρός τά κάτω καί τό (-) διά βολήν κατακορύφως καί πρός τά ἄνω.

<u>Ὁ χρόνος καθόδου $t_κ$ ἰσοῦται πρός τόν χρόνον ἀνόδου $t_α$</u>

Ἔστω ὅτι σῶμα ἀφίεται ἀπό ὕψους h ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος καί ὅτι φθάνει εἰς τό ἔδαφος εἰς χρόνον $t_κ$. Θά ἰσχύῃ ἡ σχέσις:

$$h = \frac{1}{2}\, g \cdot t_{\kappa}^2 \qquad (1)$$

'Εάν τώρα τό σῶμα βληθῇ κατακορύφως καί πρός τά ἄνω μέ ἀρχικήν ταχύτητα υ_o, ὥστε νά φθάσῃ μετά χρόνον t_α εἰς τό ὕψος h, θά ἰσχύῃ ἡ σχέσις:

$$h = \upsilon_o \cdot t_\alpha - \frac{1}{2}\, g \cdot t_\alpha^2 \qquad (2)$$

'Εκ τῶν σχέσεων (1) καί (2) λαμβάνομεν:

$$\frac{1}{2}\, g \cdot t_\kappa^2 = \upsilon_o \cdot t - \frac{1}{2}\, g \cdot t_\alpha^2 \qquad (3)$$

ἤ

$$t_\kappa^2 = 2\,\frac{\upsilon_o}{g} \cdot t_\alpha - t_\alpha^2$$

'Επειδή ὅμως εἶναι $\upsilon_o/g = t_\alpha$ προκύπτει:

$$t_\kappa^2 = 2t_\alpha^2 - t_\alpha^2 = t_\alpha^2$$

καί

$$\boxed{t_\kappa = t_\alpha}$$

'Η ταχύτης υ μέ τήν ὁποίαν φθάνει τό σῶμα εἰς τό ἔδαφος ἰσοῦται πρός τήν ἀρχικήν ταχύτητα υ_o μέ τήν ὁποίαν ἐβλήθη αὐτό κατακορύφως καί πρός τά ἄνω. Ἔστω ὅτι σῶμα βάλλεται κατακορύφως καί πρός τά ἄνω μέ ἀρχικήν ταχύτητα υ_o. Τό σῶμα θά φθάσῃ εἰς μέγιστον ὕψος h_m τό ὁποῖον δίδεται, ὡς γνωστόν, ὑπό τοῦ τύπου:

$$h_m = \frac{\upsilon_o^2}{2g} \qquad (1)$$

'Εάν τώρα τό σῶμα κατέλθῃ εἰς τό ἔδαφος θά ἰσχύῃ ἡ σχέσις:

$$h_m = \frac{1}{2}\, g \cdot t^2 \qquad (2)$$

'Εκ τῶν σχέσεων (1) καί (2) λαμβάνομεν:

$$\frac{1}{2}\, g \cdot t^2 = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$$

ἤ
$$g^2 \cdot t^2 = \upsilon_0^2 \qquad (3)$$

'Επειδή ὅμως εἶναι $g \cdot t = \upsilon$, ἡ σχέσις (3) γράφεται:

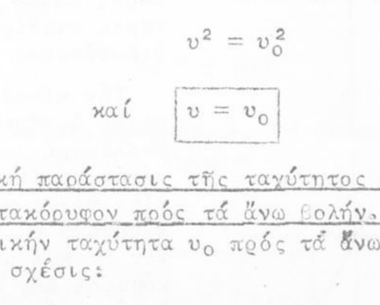
$$\upsilon^2 = \upsilon_0^2$$

καί
$$\boxed{\upsilon = \upsilon_0}$$

Γραφική παράστασις τῆς ταχύτητος συναρτήσει τοῦ χρόνου εἰς τήν κατακόρυφον πρός τά ἄνω βολήν. Ἔστω ὅτι σῶμα βάλλεται μέ ἀρχικήν ταχύτητα υ_0 πρός τά ἄνω καί κατακορύφως. Τότε θά ἰσχύῃ ἡ σχέσις:

$$\upsilon = \upsilon_0 - g \cdot t$$

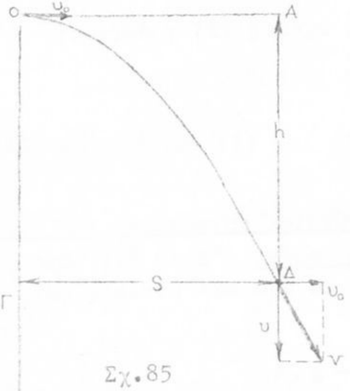
'Η ἀνωτέρω ἐξίσωσις εἶναι πρώτου βαθμοῦ ὡς πρός τόν χρόνον καί,ὡς ἐκ τούτου, ἡ γραφική παράστασις τῆς ταχύτητος εἶναι εὐθεῖα γραμμή. Αὕτη πρέπει νά τέμνῃ τόν ἄξονα υ εἰς τό σημεῖον υ_0, διότι διά $t = 0$ λαμβάνομεν καί $\upsilon = \upsilon_0$. Διά τήν χάραξιν τῆς εὐθείας γραμμῆς ἀπαιτεῖται ἀκόμη ἕνα σημεῖον,τό ὁποῖον εὑρίσκομεν ὡς ἑξῆς:



'Εάν τό σῶμα ἀνέλθῃ εἰς τό μέγιστον ὕψος μετά πάροδον χρόνου t_α, θά χρειασθῇ ἐπίσης χρόνος t_α διά νά κατέλθῃ. Ἤτοι συνολικῶς χρόνον $t = 2t_\alpha$. 'Επειδή ὅμως $t_\alpha = \upsilon_0/g$ λαμβάνομεν $t = 2\upsilon_0/g$. 'Εάν τώρα τήν τιμήν τοῦ χρόνου θέσωμεν εἰς τόν τύπον τῆς ταχύτητος λαμβάνομεν $\upsilon = -\upsilon_0$.

Οὕτω μέ τά δύο ζεύγη τῶν τιμῶν ($t = 0$, $\upsilon = \upsilon_o$) καί ($t = 2t_a$, $\upsilon = -\upsilon_o$) χαράσομεν τήν εὐθεῖαν γραμμήν (βλ.σχ.84).

ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ. 'Εάν σῶμα βληθῇ ὁριζοντίως μέ ἀρχικήν ταχύτητα υ_o ἀπό τοῦ σημείου Ο (σχ.85), τό ὁποῖον εὑρίσκεται εἰς ὕψος h, τότε ἐκτελεῖ παραβολικήν κίνησιν κινούμενον ἐπί τῆς παραβολῆς ΟΔ, διότι τό βάρος αὐτοῦ εἶναι δύναμις σταθεροῦ μέτρου διευθύνσεως καί φορᾶς.



Σχ.85

Τήν κίνησιν τοῦ σώματος δυνάμεθα νά τήν ἀναλύσωμεν εἰς δύο κινήσεις: μίαν ὁριζοντίαν ΟΑ μέ σταθεράν ταχύτητα υ_o ἐπί χρόνον t καί μίαν κατακόρυφον ΑΔ, κατά τήν ὁποίαν τό σῶμα πίπτει ἐλευθέρως ἐπί χρόνον ἐπίσης t. 'Επομένως θά ἰσχύουν αἱ σχέσεις:

$$s = \upsilon_o \cdot t \qquad (1)$$

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \qquad (2)$$

'Εάν τήν σχέσιν (2) λύσωμεν ὡς πρός t, λαμβάνομεν:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

καί οὕτω ἐκ τῆς σχέσεως (1) προκύπτει:

$$\boxed{s = \upsilon_o \sqrt{\frac{2h}{g}}} \qquad (3)$$

'Ο τύπος (3) μᾶς παρέχει τήν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν τοῦ σημείου πτώσεως Δ τοῦ σώματος ἀπό τοῦ σημείου βολῆς Ο. 'Η ταχύτης v μέ τήν ὁποίαν πίπτει τό σῶμα εὑρίσκεται εὐκόλως ὡς ἑξῆς:

Τό σῶμα εἰς τήν θέσιν Ο ἔχει κινητικήν ἐνέργειαν καί δυναμικήν ἐνέργειαν. Ἤτοι ἡ ὁλική του ἐνέργεια εἶναι:

$$E_0 = \frac{1}{2} m . \upsilon_0^2 + m . g . h$$

Τό σῶμα, ὅταν φθάνῃ εἰς τήν θέσιν Δ, ἔχει μόνον κινητικήν ἐνέργειαν:

$$E_\kappa = \frac{1}{2} m . V^2$$

Ἐάν λοιπόν ἐφαρμόσωμεν τό θεώρημα τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας, ἔχομεν:

$$E_\kappa = E_0$$

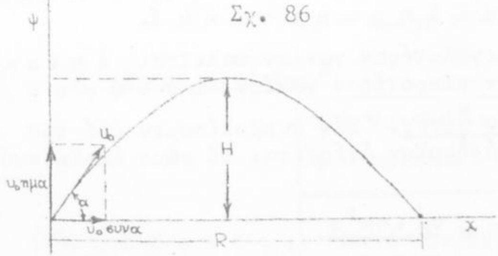
$$\text{ἤ} \quad \frac{1}{2} m . V^2 = \frac{1}{2} m . \upsilon_0^2 + m . g . h$$

καί τελικῶς λαμβάνομεν:

$$\boxed{V = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2 g . h}}$$

<u>ΒΟΛΗ ΥΠΟ ΓΩΝΙΑΝ</u> (πλαγία βολή). Ἐάν σῶμα βληθῇ ἀπό τό σημεῖον Ο (σχ. 86) μέ ἀρχικήν ταχύτητα υ_0 καί ὑπό γωνίαν α ὡς πρός τό ὁριζόντιον ἐπίπεδον, τότε τό σῶμα ἐκτελεῖ παραβολικήν κίνησιν, διότι ἡ δύναμις (τό βάρος), ἡ ὁποία ἐπενεργεῖ ἐπ' αὐτοῦ εἶναι σταθερά κατά μέτρον καί διεύθυνσιν.

Σχ. 86



<u>Γωνία βολῆς</u>. Καλοῦμεν γωνίαν βολῆς τήν γωνίαν α, τήν ὁποίαν σχηματίζει ἡ ἀρχική ταχύτης υ_0 μέ τό ὁριζόντιον ἐπίπεδον.

<u>Βεληνεκές</u>. Καλοῦμεν βεληνεκές τήν ἀπόστασιν R τοῦ σημείου πτώσεως ἀπό τοῦ σημείου βολῆς, ὅταν καί τά δύο σημεῖα εὑρίσκωνται ἐπί τοῦ αὐτοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου.

Τύπος τοῦ βεληνεκοῦς. Τό βεληνεκές δίδεται ὑπό τοῦ τύπου:

$$\boxed{R = \frac{\upsilon_0^2 \cdot \eta\mu\, 2\alpha}{g}} \qquad (1)$$

Διερεύνησις τοῦ τύπου: 1) Τό βεληνεκές R γίνεται μέγιστον ὅταν ημ 2α = 1, δηλαδή ὅταν 2α = = 90° ἤ α = 45°.

Ἄρα: Μέ τήν αὐτήν πάντοτε ταχύτητα τό μέγιστον βεληνεκές ἐπιτυγχάνεται, μέ γωνίαν βολῆς 45°.

2) Ἐπειδή ημ 2α = ημ (180°-2α) = ημ 2(90°-α), ὁ τύπος τοῦ βεληνεκοῦς γράφεται:

$$R = \frac{\upsilon_0^2 \cdot \eta\mu\, 2(90^\circ - \alpha)}{g} \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν τύπων (1) καί (2) ἐξάγομεν:

Τό αὐτό βεληνεκές ἐπιτυγχάνεται μέ δύο γωνίας βολῆς, αἱ ὁποῖαι εἶναι συμπληρωματικαί.

Ἡ βολή ὑπό τήν μεγαλυτέραν γωνίαν καλεῖται ἐπισκηπτική καί ὑπό τήν μικροτέραν γωνίαν εὐθύφορος.

<u>Τύπος τοῦ μεγίστου ὕψους</u>. Ἐάν συμβολίσωμεν διά τοῦ H τό μέγιστον ὕψος, εἰς τό ὁποῖον ἀνέρχεται τό σῶμα ἀποδεικνύεται ὅτι εἶναι:

$$\boxed{H = \frac{\upsilon_0^2 \cdot \eta\mu^2 \alpha}{2g}} \qquad (3)$$

Διερεύνησις τοῦ τύπου. Ἐάν ὑποθέσωμεν ὅτι ἐπιτυγχάνεται τό μέγιστον βεληνεκές, τότε α = 45°, ημ α = $\sqrt{2}/2$ καί ημ²α = 1/2.

$$\boxed{H = \frac{1}{2} \cdot \frac{\upsilon_0^2}{2g}}$$

"Αρα: "Ο τ α ν τ ό σ ῶ μ α β ά λ λ ε τ α ι ὑ π ό γ ω ν ί α ν 45°, ἀ ν έ ρ χ ε τ α ι ε ἰ ς ὕ ψ ο ς ἴ σ ο ν π ρ ό ς τ ό ἥ μ ι σ υ τ ο ῦ ὕ ψ ο υ ς, εἰς τ ό ὁ π ο ῖ ο ν θ ά ἀ ν ή ρ χ ε τ ο, ἐ ά ν ἐ β ά λ λ ε τ ο κ α τ α κ ο ρ ύ φ ω ς π ρ ό ς τ ά ἄ ν ω καί μ έ τ ή ν α ὐ τ ή ν ἀ ρ χ ι κ ή ν τ α χ ύ τ η τ α.

Τύποι τῆς ταχύτητος:

$$\boxed{\begin{aligned} \upsilon_x &= \upsilon_0 \cdot \text{συν}\,\alpha \\ \upsilon_\psi &= \upsilon_0 \cdot \text{ημ}\,\alpha - gt \end{aligned}} \qquad \begin{aligned} (3) \\ (4) \end{aligned}$$

'Α π ό δ ε ι ξ ι ς: 'Εάν προβάλλωμεν τήν ἀρχικήν ταχύτητα ἐπί τούς ἄξονας χ καί ψ, εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως υ_0.συνα καί υ_0.ημα. 'Η ταχύτης υ_0.συνα κατά τόν ἄξονα χ δέν μεταβάλλεται, διότι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος g εἶναι κάθετος πρός τόν ἄξονα χ. 'Επομένως θά εἶναι:

$$\upsilon_x = \upsilon_0 \cdot \text{συν}\,\alpha$$

Κατά τόν ἄξονα ὅμως ψ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος εἶναι ἀντιθέτου φορᾶς πρός τήν ταχύτητα υ_0.ημα καί ἐπομένως θά εἶναι:

$$\upsilon_\psi = \upsilon_0 \cdot \text{ημ}\,\alpha - gt$$

'Εξισώσεις κινήσεως*

$$\boxed{\begin{aligned} \chi &= \upsilon_0 \cdot \text{συν}\,\alpha \cdot t \\ \psi &= \upsilon_0 \cdot \text{ημ}\alpha \cdot t - \frac{1}{2}\, g \cdot t^2 \end{aligned}} \qquad \begin{aligned} (5) \\ (6) \end{aligned}$$

'Α π ό δ ε ι ξ ι ς: Κατά τόν ἄξονα χ ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλή μέ ταχύτητα υ_0.συνα. 'Επομένως ἡ ἐξίσωσις κινήσεως κατά μῆκος τοῦ ἄξονος αὐτοῦ θά εἶναι:

$$\chi = \upsilon_0 \cdot \text{συν}\,\alpha \cdot t$$

* 'Ονομάζομεν ἐξίσωσιν κινήσεως τήν ἐξίσωσιν πού συνδέει τό διάστημα μέ τόν χρόνον.

Κατά τόν ἄξονα ψ ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη καί ἑπομένως ἡ ἐξίσωσις κινήσεως θά εἶναι:

$$\psi = \upsilon_0 \cdot \eta\mu\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

'Εξαγωγή τοῦ τύπου τοῦ βεληνεκοῦς. 'Εάν τό σῶμα διανύση ὁριζοντίως τό διάστημα R = χ, βάσει τῆς σχέσεως (5) θά ἔχωμεν:

$$R = \upsilon_0 \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha \cdot t \qquad (7)$$

'Εν τῷ μεταξύ ὅμως τό σῶμα κινούμενον κατακορύφως θά ἔχη ἐπανέλθη είς τήν θέσιν 0, ὁπότε ψ = 0.

Οὕτως ἐκ τῆς σχέσεως (6) ἔχομεν:

$$0 = \upsilon_0 \cdot \eta\mu\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

ἤ

$$t = \frac{2\upsilon_0 \cdot \eta\mu\alpha}{g}$$

καί δι'ἀντικαταστάσεως εἰς τήν σχέσιν (7) λαμβάνομεν:

$$R = \frac{\upsilon_0^2 \cdot 2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha}{g}$$

'Επειδή ὅμως 2ημα.συνα = ημ2α ἡ ἀνωτέρω σχέσις γράφεται:

$$R = \frac{\upsilon_0^2 \cdot \eta\mu 2\alpha}{g}$$

'Εξαγωγή τοῦ τύπου τοῦ μεγίστου ὕψους. Ὅταν τό σῶμα ἔχη ἀνέλθει εἰς ὕψος H, τότε η ταχύτης υ_ψ εἶναι μηδέν. 'Επομένως ὁ τύπος (4) γράφεται:

$$0 = \upsilon_0 \cdot \eta\mu\alpha - g \cdot t$$

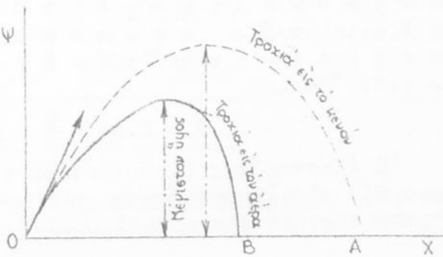
ὁπότε λαμβάνομεν:

$$t = \frac{\upsilon_0 \cdot \eta\mu\alpha}{g}$$

'Εάν τώρα τήν τιμήν αὐτήν τοῦ χρόνου θέσωμεν εἰς τήν σχέσιν (6) προκύπτει:

$$\psi = H = \frac{\upsilon_0^2 \cdot \eta\mu^2\alpha}{2g}$$

<u>ΒΟΛΗ ΕΝΤΟΣ ΤΟΥ ΑΕΡΟΣ</u>. Εἰς τά προηγούμενα ἐθεωρήσαμεν ὅτι ἡ βολή ὑπό γωνίαν γίνεται ἀπουσίᾳ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος. Ἐντός τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος ὅμως, ὅπως καί εἰς τήν πραγματικότητα συμβαίνει, ἡ τροχιά τοῦ βλήματος δέν εἶναι παραβολή διότι ὁ ἀήρ προβάλλει ἀντίστασιν εἰς τήν κίνησιν τοῦ βλήματος, ἡ ὁποία εἶναι τόσον μεγαλυτέρα ὅσον ἡ ταχύτης τοῦ βλήματος εἶναι μεγαλυτέρα. Οὕτω ἡ τροχιά τοῦ βλήματος παρεκκλίνει αἰσθητῶς τῆς παραβολῆς (σχ. 87) καί τό ἐπιτυγχανόμενον βεληνεκές εἶναι πολύ μικρότερον ἐκείνου πού δίδει ὁ τύπος τοῦ βεληνεκοῦς. Ἡ τροχιά τοῦ βλήματος ἐντός τοῦ ἀέρος καλεῖται βλητική.



Σχ.87

ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΣ

Καλοῦμεν ἐλαστικότητα τῶν σωμάτων τήν ἰδιότητα, τήν ὁποίαν ἔχουν ὡρισμένα σώματα νά παραμορφώνωνται ὑπό τήν ἐπίδρασιν ἐξωτερικῶν δυνάμεων ἤ ροπῶν καί νά ἐπανέρχωνται εἰς τήν ἀρχικήν των κατάστασιν, ὅταν παύσῃ ἡ ἐπενέργεια τῶν δυνάμεων ἤ τῶν ροπῶν.

<u>Ὅριον ἐλαστικότητος</u>. Ὅριον ἐλαστικότητος καλεῖται τό μέγεθος ἐκεῖνο

τῆς παραμορφώσεως, τό ὁποῖον ἐάν ὑπερβῇ ἕνα ἐλαστικόν σῶμα, ὑφίσταται μόνιμον παραμόρφωσιν.

<u>Ὅριον θραύσεως.</u> Ὅριον θραύσεως καλεῖται τό μέγεθος ἐκεῖνο τῆς παραμορφώσεως, τό ὁποῖον ἄν ὑπερβῇ ἕνα ἐλαστικόν σῶμα, θραύεται.

<u>Νόμος τοῦ Hooke:</u> "Αἱ ἐλαστικαί παραμορφώσεις εἶναι ἀνάλογοι τῶν μέτρων τῶν δυνάμεων ἤ τῶν ροπῶν αἱ ὁποῖαι τάς προκαλοῦν, ἐφ' ὅσον δέν ὑπερβαίνουν τό ὅριον ἐλαστικότητος.". Ἤτοι:

$$\boxed{F = K.\Delta\chi} \quad \text{ἤ} \quad \boxed{M = K.\Delta\varphi}$$

Ἡ ἐλαστικότης διακρίνεται: εἰς ἐλαστικότητα ἑλκυσμοῦ, εἰς ἐλαστικότητα κάμψεως καί εἰς ἐλαστικότητα στρέψεως.

<u>ΜΕΤΡΟΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ.</u> Ἀποδεικνύεται πειραματικῶς ὅτι ἡ ἐπιμήκυνσις Δl, τήν ὁποίαν ὑφίσταται ἕνα ἐλαστικόν νῆμα, π.χ. ἕνα σύρμα, εἶναι ἀνάλογος τῆς τεινούσης δυνάμεως F, ἀνάλογος τοῦ μήκους l τοῦ σύρματος καί ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς τομῆς S αὐτοῦ. Ἤτοι:

$$\boxed{\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S} \cdot l}$$

Τό E ἀποτελεῖ μίαν χαρακτηριστικήν σταθεράν τῆς ὕλης καί καλεῖται μέτρον ἐλαστικότητος ἤ σταθερά τοῦ Young.

ΠΥΚΝΟΤΗΣ - ΕΙΔΙΚΟΝ ΒΑΡΟΣ

ΠΥΚΝΟΤΗΣ. Καλοῦμεν πυκνότητα d, τοῦ ὑλικοῦ ἐκ τοῦ ὁποίου ἀποτελεῖται ἕνα ὁμογενές σῶμα, τό πηλίκον τῆς μάζης m τοῦ σώματος διά τοῦ ὄγκου V αὐτοῦ. Ἤτοι:

$$\boxed{d = \frac{m}{V}}$$

Μονάδες πυκνότητος. α) Εἰς τό σύστημα C.G.S. Ὡς μονάς πυκνότητος εἰς τό σύστημα C.G.S. λαμβάνεται τό $1 gr/cm^3$. Ἤτοι:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{1\ gr}{1\ cm^3} = 1\ gr/cm^3$$

β) Εἰς τό Τ.Σ. μονάδων. Ὡς μονάς πυκνότητος εἰς τό Τ.Σ. μονάδων λαμβάνεται ἡ

$$1\ \frac{\text{Τ.Μ. μάζης}}{m^3} = 9{,}81\ \frac{kgr}{m^3}$$

Ἤτοι:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{1\ \text{Τ.Μ. Μάζης}}{1\ m^3} = 1\ \frac{\text{Τ.Μ. Μάζης}}{m^3}$$

γ) Εἰς τό σύστημα M.K.S.A. Ὡς μονάς πυκνότητός εἰς τό σύστημα M.K.S.A. λαμβάνεται τό $1\ kgr/m^3$. Ἤτοι:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{1\ kgr}{1 m^3} = 1\ kgr/m^3$$

ΕΙΔΙΚΟΝ ΒΑΡΟΣ. Καλοῦμεν εἰδικόν βάρος ε, τοῦ ὑλικοῦ ἐκ τοῦ ὁποίου ἀποτελεῖται ἕνα ὁμογενές σῶμα, τό πηλίκον τοῦ μέτρου τοῦ βάρους Β τοῦ σώματος διά τοῦ ὄγκου αὐτοῦ. Ἤτοι:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{B}{V}}$$

<u>Μονάδες εἰδικοῦ βάρους:</u> α) <u>Εἰς τό σύστημα C.G.S.</u> Ὡς μονάς βάρους εἰς τό σύστημα C.G.S. λαμβάνεται ἡ 1 dyn/cm^3. Ἤτοι:

$$\varepsilon = \frac{B}{V} = \frac{1\ dyn}{1\ cm^3} = 1\,dyn/cm^3$$

β) <u>Εἰς τό Τ.Σ. μονάδων</u>. Ὡς μονάς εἰδικοῦ βάρους εἰς τό Τ.Σ. μονάδων λαμβάνεται τό 1 kgr^*/m^3 . Ἤτοι:

$$\varepsilon = \frac{B}{V} = \frac{1\ kgr^*}{1\ m^3} = 1\ kgr^*/m^3$$

γ) Ἐπίσης χρησιμοποιεῖται ἡ μονάς

$$1\ \frac{gr^*}{cm^3}$$

<u>Σχέσις μεταξύ εἰδικοῦ βάρους καί πυκνότητος.</u> Ἐπειδή $\varepsilon = B/V$ καί $B = m.g$ λαμβάνομεν $\varepsilon = m.g/V$. Εἶναι ὅμως $m/V = d$ καί ἐπομένως προκύπτει ἡ σχέσις:

$$\varepsilon = d.g$$

<u>Παρατήρησις.</u> Τό εἰδικόν βάρος καί ἡ πυκνότης μετροῦνται μέ τόν αὐτόν ἀριθμόν, ἐάν ἐκφράζωνται τό μέν εἰδικόν βάρος εἰς γραμμάρια βάρους (gr^*) ἀνά κυβικόν ἑκατοστόμετρον, ἡ δέ πυκνότης εἰς γραμμάρια μάζης (gr) ἀνά κυβικόν ἑκατοστόμετρον.

Ἐπίσης τό εἰδικόν βάρος μεταβάλλεται ὅπως καί τό βάρος, ἐνῷ ἡ πυκνότης εἶναι μέγεθος σταθερόν δι' ἕνα σῶμα ὅπως καί ἡ μᾶζα.

ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΠΕΔΙΟΥ

Καλοῦμεν πεδίον τόν χῶρον ἐκεῖνον εἰς κάθε σημεῖον τοῦ ὁποίου ἕνα ὡρισμένον μέγεθος ἔχει ὡρισμένην τιμήν.

ΔΥΝΑΜΙΚΟΝ ΠΕΔΙΟΝ. Καλοῦμεν δυναμικόν πεδίον τόν χῶρον ἐκεῖνον εἰς κάθε σημεῖον τοῦ ὁποίου, φερόμενον ἕνα κατάλληλον ὑπόθεμα δέχεται δύναμιν ἐκ μέρους τοῦ πεδίου.

Τά δυναμικά πεδία εἶναι: α) Τό πεδίον βαρύτητος, β) Τό ἠλεκτρικόν πεδίον, γ) Τό μαγνητικόν πεδίον.

Κάθε δυναμικόν πεδίον χαρακτηρίζεται ἀπό δύο μεγέθη: Τήν ἔντασιν καί τό δυναμικόν αὐτοῦ εἰς ἕκαστον σημεῖον.

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΠΙΕΣΕΩΣ. Καλοῦμεν πίεσιν p τό πηλίκον τῆς δυνάμεως F, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται καθέτως* ἐπί τινος ἐπιφανείας, διά τῆς ἐπιφανείας ταύτης. Ἤτοι:

$$\boxed{p = \frac{F}{s}}$$

---

* Κακῶς λέγεται ὅτι "ἡ πίεσις ἐξασκεῖται καθέτως", διότι ἡ πίεσις δέν εἶναι διανυσματικόν μέγεθος.

Συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς πιέσεως, ἡ πίεσις εἶναι τόσον μεγαλυτέρα ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ ἐπιφάνεια ἐπί τῆς ὁποίας ἐξασκεῖται μία ὡρισμένη δύναμις. Ἐάν ἐπομένως θέλωμεν ν'αὐξήσωμεν ἤ νά ἐλαττώσωμεν τήν πίεσιν, ὅταν η ἐξασκουμένη δύναμις εἶναι σταθερά, ἐλαττώνομεν ἤ αὐξάνομεν ἀντιστοίχως τήν ἐπιφάνειαν, ἐπί τῆς ὁποίας ἐξασκεῖται ἡ δύναμις. Οὕτω π.χ. διά νά βαδίσωμεν ἐπί στρώματος χιόνος χρησιμοποιοῦμεν εἰδικά πέδιλα μεγάλης ἐπιφανείας. Ἀντιθέτως διά νά διευκολύνωμεν τήν εἰσχώρησιν ἑνός πασσάλου ἐντός τοῦ ἐδάφους, πρέπει ὁ πάσσαλος νά ἔχῃ αἰχμήν δηλ. μικράν ἐπιφάνειαν.

Ἡ ὑ δ ρ ο σ τ α τ ι κ ή   π ί ε σ ι ς, ὅπως ἀποδεικνύεται, εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς πιεζομένης ἐπιφανείας καί ἐξαρτᾶται μόνον ἀπό τό βάθος h καί τό εἰδικόν βάρος τοῦ ὑγροῦ. Ἤτοι:

$$\boxed{p = \varepsilon \cdot h}$$

Μονάδες πιέσεως: 1) Εἰς τό σύστημα C.G.S.. Ὡς μονάς πιέσεως εἰς τό σύστημα C.G.S. λαμβάνεται ἡ 1 dyn/cm^2, η ὁποία ὁρίζεται ὡς ἡ πίεσις τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ δύναμις 1 dyn ὅταν ἐπενεργῇ καθέτως ἐπί ἐπιφανείας 1 cm^2. Ἤτοι:

$$p = \frac{F}{s} = \frac{1\ dyn}{1\ cm^2} = 1\ dyn/cm^2$$

2) Εἰς τό Τ.Σ. μονάδων. Ὡς μονάς πιέσεως εἰς τό Τ.Σ.μονάδων λαμβάνεται τό 1 kgr^*/m^2, ἡ ὁποία ορίζεται ὡς η πίεσις, τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ δύναμις 1 kgr*, ὅταν ἐπενεργῇ καθέτως ἐπί ἐπιφανείας 1 m^2. Ἤτοι:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{1\ kgr^*}{1\ m^2} = 1\ kgr^*/m^2$$

3) Ἡ φυσική ἀτμόσφαιρα 1 Atm. Ἡ πίεσις αὐτή εἶναι ἡ πίεσις, τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ ἀτμόσφαιρα εἰς τήν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης, εἶναι δέ ἴση καί μέ τήν πίεσιν τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ εἰς τήν βάσιν της στήλη υδραργύρου ὕψους 76 cm.

Ἐπειδή τό εἰδικόν βάρος τοῦ ὑδραργύρου εἶναι περίπου 13,6 gr^*/cm^3 ἐξάγεται ὅτι:

$$1\ Atm = 13{,}6\ gr^*/cm^3 \cdot 76\ cm = 1033\ gr^*/cm^2$$

ἤ $\quad 1\ Atm = 1{,}033\ kgr^*/cm^2$

4) 'Η τεχνική ἀτμόσφαιρα 1 at. 'Η μονάς αὐτή χρησιμοποιεῖται εἰς τήν πρᾶξιν καί εἶναι:

$$1\ at = 1\ kgr^*/cm^2$$

5) Τό 1 Torr. 'Η μονάς 1 Torr ἰσοῦται μέ τήν πίεσιν , τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ εἰς τήν βάσιν της στήλη ὑδραργύρου ὕψους 1mm. Ἤτοι:

$$1\ Torr = \text{πίεσις}\ 1\,mmHg$$

6) Τό 1 Bar $= 10^6 dyn/cm^2$

'Επομένως: $1\mu Bar = 1\ dyn/cm^2$

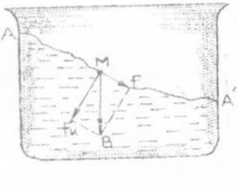
ΡΕΥΣΤΑ. Καλοῦνται ρευστά τά σώματα τά ὁποῖα δύνανται νά ὀλισθαίνουν, δηλαδή τά σώματα τῶν ὁποίων τά μόρια δύνανται νά ὀλισθαίνουν μεταξύ των ὑπό τήν ἐπίδρασιν πολύ μικρῶν δυνάμεων. Τά ρευστά διακρίνονται εἰς ἀ σ υ μ π ί ε σ τ α ρευστά καί σ υ μ π ι ε σ τ ά ρευστά.

'Ασυμπίεστα ρευστά. Τά ρευστά αὐτά εἶναι τά ὑγρά, τῶν ὁποίων δέν μεταβάλλεται ὁ ὄγκος ὑπό τήν ἐπίδρασιν ἐξωτερικῶν δυνάμεων. Τά ὑγρά λαμβάνουν τό σχῆμα τοῦ δοχείου ἐντός τοῦ ὁποίου τίθενται καί παρουσιάζουν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν.

Συμπιεστά ρευστά. Τά ρευστά αὐτά εἶναι τά ἀέρια, τῶν ὁποίων ὁ ὄγκος δύναται νά ἐλαττωθῇ ὑπό τήν ἐπίδρασιν ἐξωτερικῶν δυνάμεων. Τά ἀέρια ἔχουν τήν τάσιν νά καταλαμβάνουν ὅλον τόν ὄγκον τοῦ δοχείου,ἐντός τοῦ ὁποίου τίθενται καί, ὡς ἐκ τούτου, δέν παρουσιάζουν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν.

Η ΕΛΕΥΘΕΡΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΩΝ ΥΓΡΩΝ. 'Η ἐ λ ε υ θ έ ρ α ἐ π ι φ ά ν ε ι α ὑ γ ρ ο ῦ εὑ ρ ι σ κ ο μ έ ν ο υ ἐν ἰ σ ο ρ ρ ο π ί ᾳ ἐ ν τ ό ς δ ο χ ε ί ο υ εἶ ν α ι ὁ ρ ι ζ ό ν τ ι ο ν ἐ π ί π ε δ ο ν.

Ἔστω στοιχειῶδες μέρος ὑγροῦ Μ εὑρισκόμενον ἐπί τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ΑΑ΄ (σχ.88) ἐπί τοῦ Μ ἐξασκεῖται τό βάρος Β. 'Αναλύομεν τό Β εἰς δύο συνιστώσας τήν F,παραλλήλως π ρ ό ς τήν στοιχειώδη ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ καί τήν F_κ καθέτως πρός αὐτήν. 'Η F_κ ἐξουδετεροῦται, ἐπειδή τό ὑγρόν εἶναι ἀσυμπίεστον καί μένει ἡ F, ἡ ὁποία τείνει νά κινήσῃ τό ὑγρόν κατά τήν φοράν της. Ἐάν ὅμως ὑποθέσωμεν ὅτι τό ὑγρόν ἰσορροπεῖ πρέπει ἡ συνισταμένη F νά εἶναι μηδέν, ἑπομένως καί ἡ F_u νά εἶναι κατακόρυφος δηλ. νά εἶναι τό βάρος B. Ἐφόσον τώρα τό στοιχεῖον τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ εἶναι ὁριζόντιον, καί τοῦτο πρέπει νά συμβαίνῃ διά κάθε στοιχεῖον τῆς ἐπιφανείας, ἕπεται ὅτι ἡ ἐπιφάνεια AA' εἶναι ἐπίπεδος καί ὁριζοντία.



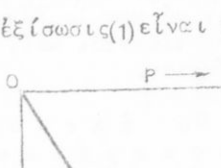
Σχ. 88

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΠΙΕΣΙΣ (πίεσις ἐντός τῆς μάζης ὑγροῦ). Ὑδροστατική πίεσις καλεῖται ἡ πίεσις, τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἕνα ὑγρόν λόγῳ τοῦ βάρους του. Ἑπομένως διά νά ὑπάρχῃ ὑδροστατική πίεσις πρέπει τό ὑγρόν νά εὑρίσκεται ἐντός πεδίου βαρύτητος.

Ἡ ὑδροστατική πίεσις p ἰσοῦται μέ τό γινόμενον τοῦ εἰδικοῦ βάρους ε τοῦ ὑγροῦ ἐπί τό βάθος h, εἰς τό ὁποῖον ἀναφέρεται ἡ πίεσις*. Ἤτοι:

$$\boxed{p = \varepsilon \cdot h} \qquad (1)$$

Ἡ ἐξίσωσις(1)εἶναι πρώτου βαθμοῦ καί ἑπομένως ἀποδίδεται γραφικῶς διά τῆς εὐθείας γραμμῆς τοῦ σχήματος (89).



Σχ.89

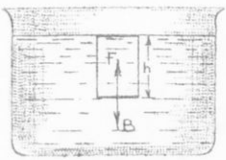
Ἡ ὑδροστατική πίεσις (μέση) ἡ ἐξασκουμένη ἐπί ἐπιφανείας εὑρισκομένης ἐντός τῆς μάζης ὑγροῦ εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ τῆς ἐπιφανείας, ἐξαρτᾶται δέ μόνον ἀπό τό βάθος εἰς τό ὁποῖον εὑρίσκεται τό κέντρον τῆς ἐπιφανείας.

---

*Ἡ ὑδροστατική πίεσις δέν πρέπει νά συγχέεται μέ τό βάρος τῆς ὑγρᾶς στήλης. Ἑπομένως δέν "ἰσοῦται μέ τό βάρος ὑγρᾶς στήλης ὕψους h καί βάσεως 1 cm^2".

Τήν ὕπαρξιν τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως δυνάμεθα νά δείξωμεν διά τοῦ ἀκολούθου πειράματος: Τό ἕνα στόμιον κυλινδρικοῦ σωλῆνος κλείεται ὑδατοστεγῶς διά λεπτοῦ ὑαλίνου δίσκου, ὁ ὁποῖος συγκρατεῖται τῇ βοηθείᾳ νήματος διερχομένου διά μέσου τοῦ σωλῆνος. Ὅταν βυθίσωμεν τόν κύλινδρον ἐντός ὑγροῦ, μέ τό κλειστόν μέρος πρός τά κάτω, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ὑαλίνη πλάξ παραμένει ἐπί τοῦ στομίου τοῦ κυλίνδρου, ὁπωσδήποτε καί ἄν στρέφωμεν τόν κύλινδρον. Προφανῶς ἡ ὑαλίνη πλάξ παραμένει εἰς τήν θέσιν της ὑπό τήν ἐπίδρασιν δυνάμεως, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ὑπό τοῦ ὑγροῦ. Ἑπομένως ἐπ' αὐτῆς ἐξασκεῖται ὑδροστατική πίεσις. Ὁ δίσκος, τέλος, ἀποσπᾶται, ὅταν πληρωθῇ ὁ κύλινδρος διά τοῦ ἰδίου ὑγροῦ μέχρι τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ τοῦ δοχείου.

<u>Ἐξαγωγή τοῦ τύπου $p = \varepsilon . h$.</u> Θεωροῦμεν κατακόρυφον κυλινδρικήν στήλην ὑγροῦ (σχ.90) βάσεως S καί ὕψους h. Ἐπί τῆς βάσεως S ἐξασκοῦνται αἱ δυνάμεις: α) τό βάρος B τῆς ὑγρᾶς στήλης, καί β) ἡ δύναμις F ἐκ μέρους τοῦ ὑπολοίπου ὑγροῦ. Ἐπειδή ἡ ἐπιφάνεια S θεωρεῖται ἐν ἰσορροπίᾳ θά εἶναι:



Σχ. 90

$$F = B$$

Εἶναι ὅμως $B = \varepsilon . V = \varepsilon . S . h$ καί ἐπομένως ἡ ἀνωτέρω σχέσις γράφεται:

$$F = \varepsilon . S . h$$

ἤ

$$\frac{F}{S} = \varepsilon . h$$

Ἐξ ὁρισμοῦ ὅμως εἶναι $F/S = p$ καί οὕτως εὑρίσκομεν:

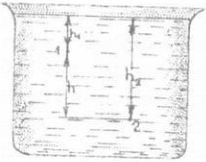
$$\boxed{p = \varepsilon . h}$$

<u>Παρατήρησις.</u> Ἡ συνολική πίεσις, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπί τῆς ἐπιφανείας S, εἶναι:

$$p = \varepsilon . h + p_{\alpha\tau\mu.}$$

ὅπου $p_{\alpha\tau\mu.}$ εἶναι ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις.

ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΣ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΗΣ ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗΣ*. "Ἡ διαφορά πιέσεως μεταξύ δύο σημείων ἐντός τῆς μάζης ὑγροῦ, εὑρισκομένου ἐν ἰσορροπίᾳ, ἰσοῦται μέ τό γινόμενον τοῦ εἰδικοῦ βάρους ε τοῦ ὑγροῦ ἐπί τήν κατακόρυφον ἀπόστασιν h τῶν δύο σημείων**.



Σχ.91

Ἀπόδειξις. Θεωροῦμεν τά σημεῖα 1 καί 2 τά ὁποῖα εὑρίσκονται εἰς βάθη h_1 καί h_2 ἀντιστοίχως ἐντός τῆς μάζης ὑγροῦ. Αἱ ὑδροστατικαί πιέσεις εἰς τά βάθη h_1 καί h_2 θά εἶναι ἀντιστοίχως (σχ.91).

$$p_1 = \varepsilon . h_1$$

$$p_2 = \varepsilon . h_2$$

"Αρα: $$p_2 - p_1 = \varepsilon . (h_2 - h_1)$$

Ἐπειδή ὅμως $h_2 - h_1 = h$ ἐξάγομεν ὅτι:

$$\boxed{p_2 - p_1 = \varepsilon . h}$$

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΠΙΕΣΕΩΣ ΔΙΑ ΤΗΣ ΣΤΗΛΗΣ ΥΔΡΑΡΓΥΡΟΥ. "Εστω στήλη ὑδραργύρου*** ὕψους h. Ἐάν εἶναι ε τό εἰδικόν βάρος τοῦ ὑδραργύρου, τότε, συμφώνως πρός τόν τύπον τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως, εἰς τήν βάσιν τῆς στήλης ἡ πίεσις εἶναι:

$$p = \varepsilon . h$$

Ἐάν ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου ἔχει ὕψος 20cm , τότε ἡ πίεσις εὑρίσκεται ἴση πρός:

---

* Ἀναφέρεται εἰς τό βιβλίον τοῦ Ο.Ε.Σ.Β. ὡς θεμελιώδης ἀρχή τῆς ὑδροστατικῆς.

** Δέν "ἰσοῦται μέ τό βάρος ὑγρᾶς στήλης, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν $1 cm^2$ καί ὕφος τήν κατακόρυφον ἀπόστασιν τῶν δύο σημείων".

*** Δέν εἶναι ἀπαραίτητον "ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου νά ἔχῃ βάσιν $1 cm^2$".

$$p = 13,6\ gr^*/cm^3 . 20\ cm = 272\ gr^*/cm^2$$

Συνήθως όμως, χάριν συντομίας, γράφομεν:

$$p = 20\ cmHg$$

καί έννοοῦμεν πίεσιν, τήν όποίαν έξασκεῖ ὑδράργυρος ὕψους 20cm. Ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις π.χ. λέγομεν ὅτι εἶναι:

$$\boxed{p_{ατμ} = 76\ cmHg}$$

καί έννοοῦμεν ὅτι εἶναι ἴση πρός τήν πίεσιν, τήν όποίαν έξασκεῖ στήλη ὑδραργύρου ὕψους 76cm.

<u>ΜΕΤΑΔΟΣΙΣ ΤΩΝ ΠΙΕΣΕΩΝ</u>. <u>Ἀρχή τοῦ Pascal</u>. "Ὅταν ἐπί ἠρεμοῦντος ὑγροῦ δέν ἐπιδρᾷ πεδίον βαρύτητος, ἡ πίεσις καθ'ὅλην τήν ἔκτασιν τοῦ ὑγροῦ εἶναι σταθερά".

Ἡ ἀνωτέρω ἀρχή διατυποῦται καί ὡς ἑξῆς:

"Ἡ ἐξωτερική πίεσις, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπί ἠρεμοῦντος ὑγροῦ μεταδίδεται ἡ αὐτή πρός ὅλας τάς διευθύνσεις ἐντός τοῦ ὑγροῦ".

<u>Θεωρητική ἀπόδειξις</u>: Ἔστω τυχόν σημεῖον Μ ἠρεμοῦντος ὑγροῦ εὑρισκόμενον εἰς βάθος h ἐντός αὐτοῦ. Ἡ ὑδροστατική πίεσις εἰς τό σημεῖον αὐτό εἶναι:

$$p = ε . h$$

Ἐπί τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ἐξασκοῦμεν τώρα ἐξωτερικήν πίεσιν ὡς ἑξῆς: Ρίπτομεν καί ἄλλο ὑγρόν, ὥστε ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ νά ἀνέλθη κατά h'. Προφανῶς διά τοῦ τρόπου αὐτοῦ ἐξησκήσαμεν ἐπί τῆς μάζης τοῦ ἀρχικοῦ ὑγροῦ ἐξωτερικήν πίεσιν:

$$p' = ε . h'$$

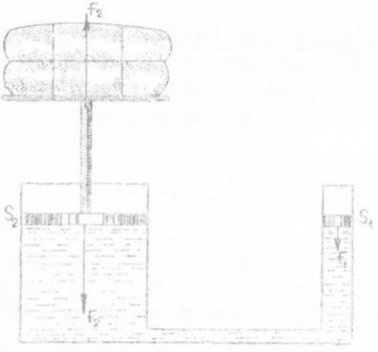
Εἰς τό σημεῖον ὅμως Μ ἡ πίεσις τώρα θά εἶναι:

$$p_{ολ} = ε . (h+h') = ε . h+ε . h'$$

καί $\boxed{p_{ολ} = p+ p'}$

Ήτοι ή πίεσις ηὐξήθη κατά τήν ἐξωτερικήν πίεσιν p΄. Ἐπειδή ὅμως τό σημεῖον Μ εἶναι τυχόν σημεῖον τοῦ ὑγροῦ ἕπεται ὅτι ἡ ἐ ξ ω τ ε ρ ι κ ή π ί ε σ ι ς p΄ δ ι α δ ί δ ε τ α ι ε ἰ ς κ ά θ ε σ η μ ε ῖ ο ν ἐ ν τ ό ς τ ῆ ς μ ά ζ η ς τ ο ῦ ὑ γ ρ ο ῦ.

Ἐφαρμογαί τῆς ἀρχῆς τοῦ Pascal : α) Εἰς τό ὑ δ ρ α υ λ ι κ ό ν π ι ε σ τ ή ρ ι ο ν. Τό ὑδραυλικόν πιεστήριον εἶναι ὑδροστατική μηχανή, διά τῆς ὁποίας δυνάμεθα νά ἐξασκήσωμεν μεγάλας δυνάμεις διαθέτοντες μικράν δύναμιν. Ἀποτελεῖται ἀπό δύο συγκοινωνοῦντας κυλινδρικούς σωλῆνας ἀνίσων τομῶν (σχ. 92α), οἱ ὁποῖοι περιέχουν ἔλαιον καί οἱ ὁποῖοι κλείονται ὑδατοστεγῶς δι᾽ ἐμβόλων.



Σχ.92α

Ἐάν ἐπί τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἐξασκήσωμεν, τῇ βοηθείᾳ μοχλοῦ, δύναμιν F_1, τότε ἐπί τοῦ μεγάλου ἐμβόλου θά ἐξασκηθῇ δύναμις ἔστω F_2. Κατά τήν ἀρχήν ὅμως τοῦ Pascal αἱ πιέσεις p_1 καί p_2, τάς ὁποίας δέχονται τά ἔμβολα θά εἶναι ἴσαι. Ἤτοι:

$$p_1 = p_2$$

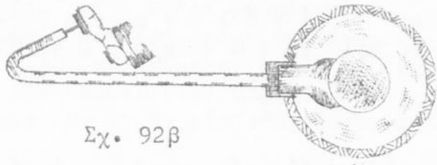
ἤ $$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

καί $$\boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}}$$

Ἄρα: Α ἱ δ υ ν ά μ ε ι ς α ἱ ἐ ξ α σ κ ο ύ μ ε ν α ι ἐ π ί τ ῶ ν ἐ μ β ό λ ω ν ε ἶ ν α ι ἀ ν ά λ ο γ ο ι τ ῶ ν τ ο μ ῶ ν α ὐ τ ῶ ν.

Τό ὑδραυλικόν πιεστήριον χρησιμοποιεῖται διά τήν συσκευασίαν τοῦ βάμβακος, τήν μέτρησιν τῆς ἀντοχῆς τῶν ὑλικῶν, εἰς τήν ἐξαγωγήν τοῦ ἐλαίου ἐκ τῶν σπερμάτων κλπ.

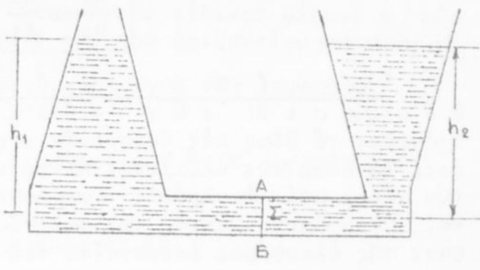
β) Ὑ δ ρ α υ λ ι κ ό ν φ ρ έ ν ο ν. Τό ὑδραυλικόν φρένον τοῦ αὐτοκινήτου ἀποτελεῖ ἐφαρμογήν τῆς ἀρχῆς τοῦ Pascal. Ἡ ἐξασκουμένη μικρά δύναμις ὑπό τοῦ ποδός τοῦ ὁδηγοῦ (σχ.92) ἐξασκεῖ μεγάλην δύναμιν ἐπί τοῦ τροχοῦ, ἐπειδή πρός τό μέρος τοῦ τροχοῦ ὁ σωλήν ἔχει μεγαλυτέραν διατομήν.



Σχ. 92β

<u>ΣΥΓΚΟΙΝΩΝΟΥΝΤΑ ΔΟΧΕΙΑ.</u> Α ἱ ἐ λ ε ύ θ ε ρ α ι ἐ π ι φ ά ν ε ι α ι ὑ γ ρ ο ῦ, τ ό ὁ π ο ῖ ο ν ε ὑ ρ ί σ κ ε τ α ι ἐ ν ἰ σ ο ρ ρ ο π ί ᾳ ἐ ν τ ό ς σ υ γ κ ο ι ν ω ν ο ύ ν τ ω ν δ ο χ ε ί ω ν, ε ὑ ρ ί σ κ ο ν τ α ι ἐ π ί τ ο ῦ α ὐ τ ο ῦ ὁ ρ ι ζ ο ν τ ί ο υ ἐ π ι π έ δ ο υ.

Ἀ π ό δ ε ι ξ ι ς. Ἔστω ὑγρόν εἰδικοῦ βάρους ε, εὑρισκόμενον ἐν ἰσορροπίᾳ ἐντός τῶν δύο συγκοινωνούντων δοχείων τοῦ σχήματος (σχ.93). Ἐάν θεωρήσωμεν μίαν τομήν ΑΒ τοῦ ὑγροῦ ἐντός τοῦ κοινοῦ σωλῆνος, τότε ἡ τομή αὐτή ὑφίσταται ἑκατέρωθεν εἰς κάθε σημεῖον της ἴσας πιέσεις. Οὕτως εἰς τό σημεῖον Σ τῆς τομῆς αἱ ἑκατέρωθεν πιέσεις εἶναι:



Σχ.93

$$p = \varepsilon \cdot h_1 , \qquad p = \varepsilon \cdot h_2$$

καί ἑπομένως προκύπτει ὅτι:

$$\boxed{h_1 = h_2}$$

<u>Ἰσορροπία δύο μή μειγνυομένων ὑγρῶν εὑρισκομένων ἐντός δύο συγκοινωνούντων δοχείων.</u> Ὅ τ α ν δ ύ ο μ ή μ ε ι γ ν υ ό μ ε ν α ὑ γ ρ ά ε ὑ ρ ί σ κ ω ν τ α ι ἐ ν ἰ σ ο ρ ρ ο π ί ᾳ ἐ ν τ ό ς δ ύ ο σ υ γ κ ο ι ν ω ν ο ύ ν-

τῶν δοχείων, τότε τά ὕψη h_1 καί h_2 τῶν ὑγρῶν, μετρούμενα ἀπό τῆς διαχωριστικῆς ἐπιφανείας αὐτῶν, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα τῶν εἰδικῶν βαρῶν ε_1 καί ε_2 τῶν ὑγρῶν. Ἤτοι:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

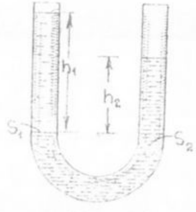
Ἀπόδειξις. Ἔστω δύο μή μειγνυόμενα ὑγρά εἰδικῶν βαρῶν ε_1 καί ε_2, εὑρισκόμενα ἐν ἰσορροπίᾳ ἐντός δύο συγκοινωνούντων δοχείων (σχ. 94).

Ἐάν θεωρήσωμεν τήν ἐπιφάνειαν S_2 εὑρισκομένην εἰς τό αὐτό ὁριζόντιον ἐπίπεδον μέ τήν διαχωριστικήν ἐπιφάνειαν S_1, τότε αἱ δύο ἐπιφάνειαι δέχονται ἴσας πιέσεις:

$p_1 = \varepsilon_1 . h_1$ καί $p_2 = \varepsilon_2 . h_2$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω σχέσεων ἐξάγομεν ὅτι:

$$\boxed{\frac{h_1}{h_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$



Σχ. 94

<u>Ἐφαρμογαί τῶν συγκοινωνούντων δοχείων</u>: α) Εἰς τήν ὕδρευσιν τῶν πόλεων. Πρός τοῦτο συγκεντρώνεται τό ὕδωρ εἰς δεξαμενήν εὑρισκομένην εἰς ἀρκετόν ὕψος. Τό ὕδωρ τῆς δεξαμενῆς κατέρχεται διά μέσου ἀγωγοῦ εἰς τήν πόλιν καί ἀκολούθως τροφοδοτεῖ τά διάφορα οἰκοδομήματα, ἀνερχόμενον ἐντός τῶν σωληνώσεων τό πολύ μέχρι τοῦ ὕψους τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος τῆς δεξαμενῆς.

β) Εἰς τήν δημιουργίαν τῶν πιδάκων. Πρός τοῦτο συγκεντρώνεται τό ὕδωρ εἰς μικράν δεξαμενήν εὑρισκομένην ὑψηλά. Ἀκολούθως κατέρχεται, τῇ βοηθείᾳ σωλῆνος, μέχρι τοῦ ἐδάφους καί ἀναπηδᾷ ἐκ τοῦ στομίου τοῦ σωλῆνος, ὁ ὁποῖος εἶναι ἐστραμμένος πρός τά ἄνω, διά νά φθάσῃ μέχρι τῆς στάθμης τοῦ ὕδατος τῆς δεξαμενῆς. Ἕνεκα ὅμως τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος, δέν κατορθώνει νά φθάσῃ εἰς τό ἀναφερόμενον ὕψος, συγχρόνως δέ διασπᾶται εἰς σταγονίδια.

γ) Εἰς τά ἀρτεσιανά φρέατα. Εἰς τό ἀρτεσιανόν φρέαρ τό ὕδωρ ἀναπηδᾷ διά νά φθάσῃ εἰς τήν στάθμην τοῦ ὕδατος, τό ὁποῖον περιέχεται μεταξύ δύο ὑδατοστεγῶν πετρωμάτων.

<u>Ἰσορροπία πολλῶν μή μειγνυομένων ὑγρῶν ἐντός τοῦ αὐτοῦ δοχείου.</u> Ὅταν πολλά μή μειγνυόμενα ὑγρά ἰσορροποῦν ἐντός τοῦ αὐτοῦ δοχείου, τότε διατάσσονται κατά τοιοῦτον τρόπον, ὥστε κάθε ὑπερκείμενον ὑγρόν νά ἔχῃ μικρότερον εἰδικόν βάρος τῶν ὑποκειμένων ὑγρῶν. Ἐπίσης αἱ διαχωριστικαί ἐπιφάνειαι τῶν ὑγρῶν εἶναι ὁριζόντια ἐπίπεδα.

<u>ΔΥΝΑΜΙΣ ΕΞΑΣΚΟΥΜΕΝΗ ΕΠΙ ΤΟΥ ΠΥΘΜΕΝΟΣ ΔΟΧΕΙΟΥ.</u> Ἡ δύναμις F, τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἕνα ὑγρόν ἐπί τοῦ ὁριζοντίου πυθμένος δοχείου, ἰσοῦται πρός τό γινόμενον τοῦ εἰδικοῦ βάρους ε τοῦ ὑγροῦ ἐπί τό ὕψος h αὐτοῦ καί ἐπί τό ἐμβαδόν S τῆς ἐπιφανείας τοῦ πυθμένος. Ἤτοι:

$$\boxed{F = \varepsilon . h . S}$$

Ἀπόδειξις. Ὅταν ὑγρόν εἰδικοῦ βάρους ε εὑρίσκεται ἐντός δοχείου, τότε ἐπί τοῦ ὁριζοντίου πυθμένος αὐτοῦ ἡ ἐξασκουμένη πίεσις εἶναι:

$$p = \varepsilon . h \qquad (1)$$

Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ ὅμως τῆς πιέσεως $p = F/S$, λαμβάνομεν

$$F = p . S$$

καί, λόγῳ τῆς σχέσεως (1), προκύπτει ὅτι

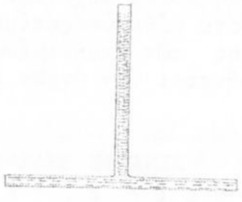
$$F = \varepsilon . h . S \qquad (2)$$

<u>Ὑδροστατικόν παράδοξον.</u> Ὁ τύπος (2) δύναται νά γραφῇ:

$$F = \varepsilon . V = B$$

Ἄρα: Ἡ δύναμις F, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπί τοῦ ὁριζοντίου πυθμένος δοχείου εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς χωρητικότητος τοῦ δοχείου καί ἰσοῦται πάντοτε μέ τό βάρος B στήλης ἐκ τοῦ ὑγροῦ, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν τόν πυθμένα τοῦ δοχείου καί ὕψος τήν κατακόρυφον ἀπόστασιν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ἀπό τοῦ πυθμένος.

Οὕτως ἡ δύναμις ἡ ἐξασκουμένη ἐπί τοῦ ὁριζοντίου πυθμένος δύναται νά εἶναι μεγαλυτέρα (ἤ μικροτέρα) τοῦ βάρους τοῦ ὑγροῦ τοῦ περιεχομένου ἐντός τοῦ δοχείου. Εἰς τό δοχεῖον π.χ. τοῦ σχήματος (95) ἡ δύναμις ἐπί τοῦ πυθμένος εἶναι κατά πολύ μεγαλυτέρα τοῦ βάρους τοῦ ὑγροῦ, τό ὁποῖον περιέχει τό δοχεῖον.



Σχ. 95

<u>ΔΥΝΑΜΙΣ ΕΞΑΣΚΟΥΜΕΝΗ ΕΠΙ ΠΛΕΥΡΙΚΟΥ ΤΟΙΧΩΜΑΤΟΣ.</u> Ἡ συνισταμένη δύναμις F ὅλων τῶν δυνάμεων, τάς ὁποίας ἐξασκεῖ ἕνα ὑγρόν ἐπί πλευρικοῦ ἐπιπέδου τοιχώματος, ἰσοῦται μέ τό γινόμενον τοῦ εἰδικοῦ βάρους ε τοῦ ὑγροῦ ἐπί τό ἐμβαδόν S τοῦ τοιχώματος καί ἐπί τήν κατακόρυφον ἀπόστασιν h_K τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ἀπό τοῦ κέντρου βάρους Κ τοῦ τοιχώματος. Ἤτοι:

$$\boxed{F = \varepsilon \cdot h_K \cdot S} \qquad (1)$$

Ἡ δύναμις αὐτή ἐξασκεῖται καθέτως ἐπί τοῦ ἐπιπέδου τοιχώματος καί ἔχει σημεῖον ἐφαρμογῆς ἕνα σημεῖον K_1, τό ὁποῖον καλεῖται κέντρον τῆς πιέσεως (σχ. 96 α,β,γ).

Σχ. 96

῾Ο τύπος (1) δύναται νά γραφῇ:

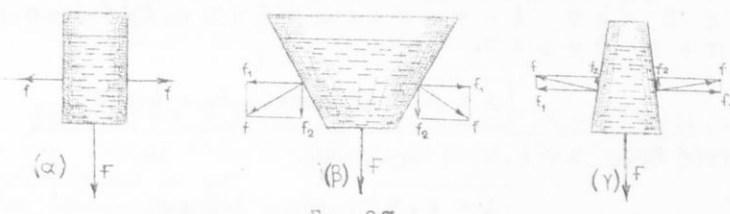
$$F = \varepsilon \cdot V = B$$

῎Αρα: ῾Η ἐξασκουμένη δύναμις F ἐπί πλευρικοῦ ἐπιπέδου τοιχώματος ἰσοῦται μέ τό βάρος B στήλης ἐκ τοῦ ὑγροῦ, ἡ ὁποία ἔχει ἐγκαρσίαν τομήν ἴσην πρός τό ἐμβαδόν τοῦ τοιχώματος καί ὕψος τήν κατακόρυφον ἀπόστασιν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ἀπό τοῦ κέντρου βάρους τοῦ τοιχώματος.

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΕΞΑΣΚΟΥΜΕΝΑΙ ΕΠΙ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΤΟΙΧΩΜΑΤΩΝ ΔΟΧΕΙΟΥ.

῞Οταν ἕνα ὑγρόν εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ ἐντός δοχείου, τότε ἐξασκεῖ δυνάμεις ἐπί ὅλων τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου. ῾Η συνισταμένη $F_{ολ}$ τῶν δυνάμεων τούτων εἶναι κατακόρυφος μέ φοράν πρός τά κάτω, διερχομένη διά τοῦ κέντρου βάρους τοῦ ὑγροῦ καί ἰσοῦται πρός τό βάρος B τοῦ ὑγροῦ.

᾿Απόδειξις. ῎Εστω τρία δοχεῖα (σχ. 97 α, β, γ), τά ὁποῖα ἔχουν ἴσους πυθμένας καί περιέχουν τό αὐτό ὑγρόν,



Σχ. 97

τό ὁποῖον φθάνει εἰς τό αὐτό ὕψος καί εἰς τά τρία δοχεῖα.

Εἰς τό πρῶτον δοχεῖον αἱ πλευρικαί δυνάμεις εἶναι ὁριζόντιαι καί ἀνά δύο ἴσαι καί ἀντίθετοι. ῾Ως ἐκ τούτου ἡ συνισταμένη τῶν πλευρικῶν δυνάμεων εἶναι μηδέν καί ἡ συνισταμένη $F_{ολ}$ εἶναι ἡ δύναμις F, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπί τοῦ πυθμένος καί ἰσοῦται πρός τό βάρος B τοῦ ὑγροῦ.

Εἰς τό δεύτερον δοχεῖον ἑκάστη πλευρική δύναμις f ἀναλύεται εἰς μίαν ὁριζοντίαν f_1 καί μίαν κατακόρυφον δύναμιν

f_2 μέ φοράν πρός τά κάτω. Αἱ ὁριζόντιαι δυνάμεις δίδουν συνισταμένην μηδέν, ἐνῷ αἱ κατακόρυφοι δυνάμεις δίδουν συνισταμένην, ἡ ὁποία προστίθεται εἰς τήν δύναμιν F τοῦ πυθμένος. Οὕτως ἡ δύναμις $F_{ολ}$ ἰσοῦται πάλιν μέ τό βάρος Β τοῦ ὑγροῦ.

Εἰς τό τρίτον δοχεῖον, ἀντιθέτως αἱ κατακόρυφοι δυνάμεις δίδουν συνισταμένην πρός τά ἄνω, ἡ ὁποία ἀφαιρεῖται ἀπό τήν δύναμιν F εἰς τρόπον, ὥστε ἡ $F_{ολ}$ νά ἰσοῦται πάλιν μέ τό βάρος τοῦ ὑγροῦ.

Προφανῶς, ὅταν τό δοχεῖον τίθεται ἐπί τοῦ ζυγοῦ, εὑρίσκομεν τό βάρος Β τοῦ ὑγροῦ (ὑποτίθεται τό βάρος τοῦ δοχείου ἀμελητέον) καί συνεπῶς τήν συνισταμένην $F_{ολ}$, τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ τό ὑγρόν ἐπί ὅλων τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου.

<u>ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ.</u> Κ ά θ ε σ ῶ μ α β υ θ ι ζ ό μ ε ν ο ν ἐ ν τ ό ς ὑ γ ρ ο ῦ δ έ χ ε τ α ι δ υ ν ά μ ε ι ς, τ ῶ ν ὁ π ο ί ω ν ἡ σ υ ν ι σ τ α μ έ ν η ε ἶ ν α ι κ α τ α κ ό ρ υ φ ο ς μ έ φ ο ρ ά ν π ρ ό ς τ ά ἄ ν ω κ α ί κ α λ ε ῖ τ α ι ἄ ν ω σ ι ς*. Ἡ ἄ ν ω σ ι ς Α δ ι έ ρ χ ε τ α ι π ά ν τ ο τ ε δ ι ά τ ο ῦ α ὐ τ ο ῦ σ η μ ε ί ο υ τ ο ῦ σ ώ μ α τ ο ς, τ ό ὁ π ο ῖ ο ν κ α λ ε ῖ τ α ι κ έ ν τ ρ ο ν ἀ ν ώ σ ε ω ς κ α ί ἔ χ ε ι μ έ τ ρ ο ν ἴ σ ο ν π ρ ό ς τ ό β ά ρ ο ς Β τ ο ῦ ἐ κ τ ο π ι ζ ο μ έ ν ο υ ὑ π ό τ ο ῦ σ ώ μ α τ ο ς ὑ γ ρ ο ῦ. Ἤτοι:

$$\boxed{A = B} \quad \text{(ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ)}$$

Ἐπειδή ὅμως $B = \varepsilon . V$ ἀ λαμβάνομεν

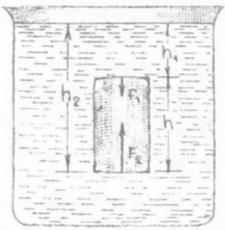
$$\boxed{A = \varepsilon . V} \ : \text{τύπος ἀνώσεως}$$

Ἄρα: Ἡ ἄνωσις Α ἰσοῦται μέ τό γινόμενον τοῦ εἰδικοῦ βάρους ε τοῦ ὑγροῦ ἐπί τόν ὄγκον V τοῦ σώματος, ὁ ὁποῖος εὑρίσκεται ἐντός τοῦ ὑγροῦ.

<u>Ὑπολογισμός τῆς ἀνώσεως.</u> Ἡ ἄνωσις δύναται νά ὑπολογισθῇ εὐκόλως, ἐάν ὑποθέσωμεν ὅτι τό βυθισμένον σῶμα εἶναι

---

*Ὅταν ἡ βάσις τοῦ σώματος ἐφαρμόζει τελείως ἐπί τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου, τότε τό σῶμα δ έ ν ὑ φ ί σ τ α τ α ι ἄ ν ω σ ι ν. Ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων ἔχει τώρα φοράν πρός τά κάτω σχήματος ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου καί αἱ βάσεις του εἶναι ὁριζόντιαι (σχ. 98). Ἐπειδή ἡ συνισταμένη τῶν πλευρικῶν δυνάμεων, τάς ὁποίας δέχεται τό ἐν λόγῳ σῶμα εἶναι μηδέν, ἕπεται ὅτι ἡ ἄνωσις A, τήν ὁποίαν δέχεται τό σῶμα εἶναι:



Σχ. 98

$$A = F_2 - F_1 \qquad (1)$$

Ἀλλά $F_2 = \varepsilon \cdot h_2 \cdot S$ καί

$$F_1 = \varepsilon \cdot h_1 \cdot S$$

ὅπου ε εἶναι τό εἰδικόν βάρος τοῦ ὑγροῦ καί S ἡ ἐπιφάνεια ἑκάστης βάσεως αὐτοῦ.

Ἑπομένως ἡ σχέσις (1) γράφεται:

$$A = \varepsilon \cdot h_2 \cdot S - \varepsilon \cdot h_1 \cdot S$$

ἤ $$A = \varepsilon(h_2 - h_1) \cdot S$$

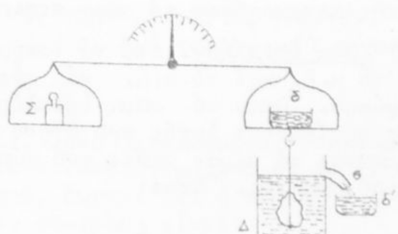
ἤ $$A = \varepsilon \cdot h \cdot S \qquad (2)$$

ὅπου h εἶναι τό ὕψος τοῦ σώματος.

Ἐπειδή ὅμως τό γινόμενον $h \cdot S$ εἶναι ὁ ὄγκος V τοῦ σώματος ἡ σχέσις (2) γράφεται:

$$A = \varepsilon \cdot V$$

<u>Πειραματική ἀπόδειξις τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους.</u> Εἰς τόν ἕνα δίσκον ὑδροστατικοῦ ζυγοῦ (σχ. 99) θέτομεν κενόν δοχεῖον δ καί ἐκ τοῦ ἰδίου δίσκου ἐξαρτῶμεν σῶμα μεγάλου εἰδικοῦ βάρους. Ἰσορροποῦμεν ἀκολούθως τόν ζυγόν θέτοντες σταθμά Σ ἐπί τοῦ ἄλλου δίσκου. Κατόπιν λαμβάνομεν δοχεῖον Δ μέ πλευρικόν σωλῆνα καί ρίπτομεν ἐντός αὐτοῦ ὑγρόν μέχρι τοῦ στομίου τοῦ σωλῆνος. Ἐάν τώρα βυθίσωμεν τό



Σχ. 99

σῶμα ἐντός τοῦ δοχείου Δ, ἡ ἰσορροπία τοῦ ζυγοῦ καταστρέφεται, ἐνῷ συγχρόνως ἐκ τοῦ σωλῆνος ἐκρέει τό ἐκτοπιζόμενον ὑγρόν, τό ὁποῖον συλλέγομεν ἐντός τοῦ δοχείου δ΄. Ἡ ἰσορροπία τοῦ ζυγοῦ ἀποκαθίσταται, ὅταν τό ἐκτοπισθέν ὑγρόν ρίψωμεν εἰς τό δοχεῖον δ τοῦ δίσκου.

Ἄρα: Κ ά θ ε σ ῶ μ α β υ θ ι ζ ό μ ε ν ο ν ἐ ν τ ό ς ὑ γ ρ ο ῦ ὑ φ ί σ τ α τ α ι ἄ ν ω σ ι ν ἴ σ η ν π ρ ό ς τ ό β ά ρ ο ς τ ο ῦ ἐ κ τ ο π ι ζ ο μ έ ν ο υ ὑ π ό τ ο ῦ σ ώ μ α τ ο ς ὑ γ ρ ο ῦ.

Καθίσταται φανερόν ὅτι καί τό σῶμα ἐξασκεῖ ἐπί τοῦ ὕδατος δύναμιν ἴσην καί ἀντιθέτου φορᾶς πρός τήν ἄνωσιν (ἀξίωμα τῆς δ ρ ά σ ε ω ς καί ἀ ν τ ι δ ρ ά σ ε ω ς).

<u>ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΩΜΑΤΟΣ</u>: α) <u>Σῶμα βυθισμένον τελείως ἐντός ὑγροῦ</u>. Διά νά ἰσορροπῇ ἕνα σῶμα, ὅταν εἶναι βυθισμένον ἐξ ολοκλήρου ἐντός ὑγροῦ, πρέπει καί ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων τῶν ἐπενεργουσῶν ἐπί τοῦ σώματος νά εἶναι μηδέν καί ἡ συνισταμένη τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων τούτων νά εἶναι ἐπίσης μηδέν.

Διά νά ἰσορροπῇ ἐπομένως τό σῶμα πρέπει ἡ ἄνωσις Α νά εἶναι ἴση μέ τό βάρος Β τοῦ σώματος, ἤτοι:

$$A = B$$

καί τό κ.β. τοῦ σώματος νά εὑρίσκεται ἐπί τῆς αὐτῆς κατακορύφου μέ τό κέντρον ἀνώσεως (κ.ά.).

Ἐάν ὅμως $A > B$ τότε τό σῶμα ἀνέρχεται καί ἐπιπλέει, ἐάν δέ $A < B$ τό σῶμα πίπτει εἰς τόν πυθμένα.

Ἐπίσης ἐάν τό κ.β. καί τό κ.ά. δέν εὑρίσκωνται ἐπί τῆς αὐτῆς κατακορύφου τό σῶμα περιστρέφεται.

β) <u>Σῶμα ἐπιπλέον</u>. Διά νά ἰσορροπῇ σῶμα, ὅταν ἐπιπλέῃ, πρέπει τό κ.β. καί τό κ.ά. νά εὑρίσκωνται ἐπί τῆς αὐτῆς κατακορύφου. Ὅταν τό σῶμα ἐπιπλέῃ, τότε μέρος μόνον τοῦ σώματος εὑρίσκεται ἐντός τοῦ ὑγροῦ καί ἡ ἄνωσις Α, τήν ὁποίαν ὑφίσταται τό μέρος τοῦτο τοῦ σώματος, εἶναι ἴση μέ τό βάρος Β τοῦ σώματος. Ἤτοι:

$$A = B$$

Ἡ ἰσορροπία ἐπιπλέοντος σώματος διακρίνεται εἰς ε ὐ σ τ α θ ῆ, ἀ σ τ α θ ῆ καί ἀ δ ι ά φ ο ρ ο ν.

Ὅταν τό κέντρον βάρους (κ.β.) εἶναι κάτωθεν τοῦ κέντρου ἀνώσεως (κ.ά.), ἡ ἰσορροπία τοῦ ἐπιπλέοντος σώματος, εἶναι πάντοτε εὐσταθής. Εἰς ὡρισμένας ὅμως περιπτώσεις, δύναται τό κ.β. νά εἶναι ἄνωθεν τοῦ κ.ά. καί ἡ ἰσορροπία νά εἶναι εὐσταθής ἐντός ὡρισμένων ὁρίων. Τοῦτο ἀκριβῶς συμβαίνει εἰς τά πλοῖα. Εἰς τό πλοῖον ἡ εὐσταθής ἰσορροπία χαρακτηρίζεται ἀπό τό ὅτι τό κ.β. εὑρίσκεται κάτωθεν ἑνός σημείου Μ (σχ.100), τό ὁποῖον καλεῖται μετάκεντρον. Τό μετάκεντρον εἶναι τό σημεῖον τῆς τομῆς τοῦ φορέως τῆς ἀνώσεως Α καί τοῦ ἄξονος συμμετρίας τοῦ πλοίου τοῦ διερχομένου διά τοῦ κέντρου βάρους (κ.β.) αὐτοῦ. Ἡ εὐστάθεια τοῦ πλοίου εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον τό μετάκεντρον Μ εὑρίσκεται ὑψηλότερον τοῦ κέντρου βάρους.

Σχ. 100

Ὑποβρύχιον. Τά ὑποβρύχια εἶναι σκάφη, τά ὁποῖα δύνανται νά πλέουν καί κάτωθεν τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. Διά τήν κατάδυσιν τοῦ ὑποβρυχίου ὡρισμένοι χῶροι, οἱ ὁποῖοι περιέχουν ἀέρα, πληροῦνται μέ ὕδωρ. Κατ' αὐτόν τόν τρόπον αὐξάνεται τό βάρος τοῦ ὑποβρυχίου καί ἀρχίζει νά καταδύεται. Τό ὑποβρύχιον παραμένει εἰς ὡρισμένον βάθος μόνον ὅταν κινῆται καί τοῦτο ἐπιτυγχάνεται μέ τήν βοήθειαν ὁριζοντίων πηδαλίων.

ΠΥΚΝΟΤΗΣ ΥΔΑΤΟΣ. Ἡ πυκνότης d τοῦ ὑλικοῦ ἐκ τοῦ ὁποίου ἀποτελεῖται ὁμογενές σῶμα εἶναι, ὡς γνωστόν, τό πηλίκον τῆς μάζης m τοῦ σώματος διά τοῦ ὄγκου V αὐτοῦ. Ἤτοι:

$$d = \frac{m}{V}$$

Ἐπειδή, ὡς γνωστόν, ὕδωρ ἀπεσταγμένον θερμοκρασίας $4^{\circ}C$ καί ὄγκου ἑνός κυβικοῦ ἑκατοστομέτρου ($1\ cm^3$) ἔχει μᾶζαν ἕνα γραμμάριον (1 gr), ἕπεται ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἰς τήν θερμοκρασίαν τῶν $4^{\circ}C$ εἶναι:

$$d = 1\ gr/cm^3$$

Εἰς οἱανδήποτε ἄλλην θερμοκρασίαν τό ὕδωρ ἔχει μικροτέραν πυκνότητα. Εἰς θερμοκρασίας π.χ. 3°C καί 5°C ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἶναι 0,9999 gr/cm³ καί εἰς θερμοκρασίαν 100°C εἶναι 0,9583 gr/cm³.

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΟΣ. Ἡ πυκνότης, ὡς γνωστόν, δίδεται ὑπό τοῦ τύπου:

$$d = \frac{m}{V}$$

Διά νά εὕρωμεν ἑπομένως τήν πυκνότητα ἑνός σώματος πρέπει νά γνωρίζωμεν τήν μᾶζαν καί τόν ὄγκον αὐτοῦ. Ἡ μᾶζα m τοῦ σώματος δύναται νά εὑρεθῇ εὐκόλως δι'ἑνός ζυγοῦ. Ὁ ὄγκος V ὅμως τοῦ σώματος δέν δύναται νά προσδιορισθῇ πάντοτε ἀμέσως, διά μετρήσεως δηλ. τῶν διαστάσεων αὐτοῦ. Ἕνεκα τούτου, διά νά εὕρωμεν τόν ὄγκον τοῦ σώματος, καταφεύγομεν εἰς τήν μέθοδον τῆς ἀνώσεως. Πρός τοῦτο βυθίζομεν τό σῶμα εἰς ἀπεσταγμένον ὕδωρ 4°C καί μετρῶμεν τήν ἄνωσιν A, τήν ὁποίαν ὑφίσταται.

Ἐπειδή ἡ ἄνωσις A εἶναι ἴση πρός τό γινόμενον τοῦ εἰδικοῦ βάρους ε τοῦ ὕδατος ἐπί τόν ὄγκον V τοῦ σώματος, θά ἔχωμεν:

$$A = \varepsilon \cdot V$$

Ἀλλά τό εἰδικόν βάρος ἀπεσταγμένου ὕδατος 4°C εἶναι, ὡς γνωστόν, 1 gr*/cm³.

Ἄρα: Ὁ ὄγκος τοῦ σώματος εἰς κυβικά ἑκατοστόμετρα (cm³) ἰσοῦται ἀριθμητικῶς πρός τήν ἄνωσιν εἰς γραμμάρια βάρους (gr*), τήν ὁποίαν ὑφίσταται τό σῶμα ἐντός ἀπεσταγμένου ὕδατος θερμοκρασίας 4°C.

ΣΧΕΤΙΚΟΝ ΕΙΔΙΚΟΝ ΒΑΡΟΣ. (Μέτρησις τοῦ σχετικοῦ εἰδικοῦ βάρους). Καλοῦμεν σχετικόν εἰδικόν βάρος $\varepsilon_{\sigma\chi}$ ἑνός σώματος, ὡς πρός ἕνα ὑγρόν, τόν λόγον τοῦ βάρους $B_{\sigma\omega\mu}$ τοῦ σώματος ὡς πρός τό βάρος $B_{\upsilon\gamma}$ ἴσου ὄγκου ὑγροῦ. Ἤτοι:

$$\boxed{\varepsilon_{\sigma\chi} = \frac{B_{\sigma\omega\mu}}{B_{\upsilon\gamma}}} \qquad \text{(καθαρός ἀριθμός)}$$

'Εάν ε εἶναι τό εἰδικόν βάρος (ἀπόλυτον) τοῦ σώματος, τότε, ὡς γνωστόν,

$$\varepsilon = \frac{B_{\sigma\omega\mu}}{V} \qquad (1)$$

ὅπου V εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ σώματος.

'Εάν τώρα πολλαπλασιάσωμεν τόν ἀριθμητήν καί παρονομαστήν τοῦ κλάσματος (1) μέ τό βάρος $B_{\upsilon\gamma}$ ἴσου ὄγκου πρός τόν ὄγκον V τοῦ σώματος, λαμβάνομεν:

$$\varepsilon = \frac{B_{\sigma\omega\mu}}{B_{\upsilon\gamma}} \cdot \frac{B_{\upsilon\gamma}}{V} \qquad (2)$$

'Επειδή ὅμως

$$\frac{B_{\sigma\omega\mu}}{B_{\upsilon\gamma}} = \varepsilon_{\sigma\chi} \qquad \text{καί} \qquad \frac{B_{\upsilon\gamma}}{V} = \varepsilon_{\upsilon\gamma}$$

ἡ σχέσις (2) γράφεται:

$$\boxed{\varepsilon = \varepsilon_{\sigma\chi} \cdot \varepsilon_{\upsilon\gamma}} \qquad (3)$$

"Αρα: Τ ό ε ἰ δ ι κ ό ν β ά ρ ο ς ε (ἀ π ό λ υ τ ο ν) ἑ ν ό ς σ ώ μ α τ ο ς ἰ σ ο ῦ τ α ι μ έ τ ό γ ι ν ό μ ε ν ο ν τ ο ῦ σ χ ε τ ι κ ο ῦ ε ἰ δ ι κ ο ῦ β ά ρ ο υ ς $\varepsilon_{\sigma\chi}$ τ ο ῦ σ ώ μ α τ ο ς, ὡ ς π ρ ό ς ἕ ν α ὑ γ ρ ό ν, ἐ π ί τ ό ε ἰ δ ι κ ό ν β ά ρ ο ς $\varepsilon_{\upsilon\gamma}$ (ἀ π ό λ υ τ ο ν) τ ο ῦ ὑ γ ρ ο ῦ.

"Οταν διά τήν μέτρησιν τοῦ εἰδικοῦ βάρους τοῦ σώματος, λάβωμεν ὕδωρ ἀπεσταγμένον 4°C, τότε $\varepsilon_{\upsilon\gamma} = 1\ gr^*/cm^3$ καί ἡ σχέσις (3) δύναται νά γραφῇ ἀριθμητικῶς:

$$\boxed{\varepsilon = \varepsilon_{\sigma\chi}}$$

"Αρα: Τ ό ε ἰ δ ι κ ό ν β ά ρ ο ς ἑ ν ό ς σ ώ μ α τ ο ς μ ε τ ρ ο ύ μ ε ν ο ν ε ἰ ς gr^*/cm^3 ἰ σ ο ῦ τ α ι ἀ ρ ι θ μ η τ ι κ ῶ ς μ έ τ ό σ χ ε τ ι κ ό ν ε ἰ δ ι κ ό ν β ά ρ ο ς τ ο ῦ σ ώ μ α τ ο ς ὡ ς π ρ ό ς ὕ δ ω ρ ἀ π ε σ τ α γ μ έ ν ο ν κ α ί θ ε ρ μ ο κ ρ α σ ί α ς 4°C.

<u>ΜΕΘΟΔΟΙ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΤΟΥ ΣΧΕΤΙΚΟΥ ΕΙΔΙΚΟΥ ΒΑΡΟΥΣ ΣΩΜΑΤΟΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΥΔΩΡ.</u> 'Επειδή τό εἰδικόν βάρος τοῦ ὕδατος $\varepsilon_{\upsilon\delta}$ εἰς διαφόρους θερμοκρασίας δίδεται ὑπό πινάκων, διά νά εὕ-

ρωμεν τό είδικόν βάρος ε ένός σώματος, άρκεῖ νά εὕρωμεν τό σχετικόν είδικόν βάρος $\varepsilon_{\sigma\chi}$ τοῦ σώματος ὡς πρός τό ὕδωρ καί κατόπιν νά πολλαπλασιάσωμεν τό σχετικόν είδικόν βάρος τοῦ σώματος ἐπί τό είδικόν βάρος τοῦ ὕδατος. Ἤτοι·

$$\boxed{\varepsilon = \varepsilon_{\sigma\chi} \cdot \varepsilon_{\upsilon\delta}}$$

Διά τήν εὕρεσιν τοῦ σχετικοῦ είδικοῦ βάρους $\varepsilon_{\sigma\chi}$ τοῦ σώματος ὡς πρός τό ὕδωρ χρησιμοποιοῦμεν μίαν τῶν ἀκολούθων μεθόδων:

α) Μέθοδος τῆς ἀνώσεως: 1) Στερεόν σῶμα. Ἐξαρτῶμεν τό σῶμα ἐκ τοῦ δίσκου ὑδροστατικοῦ ζυγοῦ, τῇ βοηθείᾳ νήματος, καί ἰσορροποῦμεν τόν ζυγόν θέτοντες είς τόν ἄλλον δίσκον σταθμά. Τό βάρος τῶν σταθμῶν εἶναι, προφανῶς, τό βάρος $B_{\sigma\omega\mu}$ τοῦ σώματος. Κατόπιν βυθίζομεν τό σῶμα ἐντός ὕδατος, ὁπότε ἡ ἰσορροπία τοῦ ζυγοῦ καταστρέφεται. Ἐπαναφέρομεν τόν ζυγόν είς τήν θέσιν τῆς ἰσορροπίας θέτοντες ἐπί τοῦ δίσκου, ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι ἐξηρτημένον τό σῶμα, σταθμά. Τό βάρος τῶν νέων σταθμῶν εἶναι, προφανῶς, τό βάρος $B_{\upsilon\delta}$ τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος. Ἐπομένως τό ζητούμενον σχετικόν είδικόν βάρος $\varepsilon_{\sigma\chi}$ τοῦ σώματος θά εἶναι:

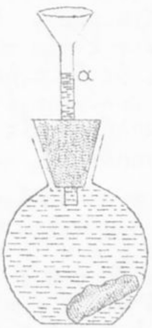
$$\varepsilon_{\sigma\chi} = \frac{B_{\sigma\omega\mu}}{B_{\upsilon\delta}}$$

2) Ὑγρόν σῶμα. Ἐξαρτῶμεν ἕνα σῶμα (συνήθως ὑάλινον) ἐκ τοῦ δίσκου τοῦ ὑδροστατικοῦ ζυγοῦ καί τό ἰσορροποῦμεν θέτοντες ἐπί τοῦ ἄλλου δίσκου ἄμμον. Κατόπιν βυθίζομεν τό σῶμα ἐντός τοῦ ὑγροῦ, τοῦ ὁποίου ζητοῦμεν τό είδικόν βάρος, ὁπότε ἡ ἰσορροπία τοῦ ζυγοῦ καταστρέφεται. Ἐπαναφέρομεν τήν ἰσορροπίαν τοῦ ζυγοῦ θέτοντες ἐπί τοῦ δίσκου ἐπί τοῦ ὁποίου εὑρίσκεται τό σῶμα σταθμά. Τό βάρος τῶν σταθμῶν εἶναι, προφανῶς, τό βάρος $B_{\upsilon\gamma}$ τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ. Ἐπαναλαμβάνομεν τό αὐτό βυθίζοντες τό σῶμα ἐντός ὕδατος. Τό βάρος τῶν νέων σταθμῶν εἶναι, προφανῶς, τό βάρος $B_{\upsilon\delta}$ τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος. Ἐπομένως τό ζητούμενον σχετικόν είδικόν βάρος $\varepsilon_{\sigma\chi}$ τοῦ ὑγροῦ θά εἶναι:

$$\varepsilon_{\sigma\chi} = \frac{B_{\upsilon\gamma}}{B_{\upsilon\delta}}$$

β) Μέθοδος τῆς ληκύθου: 1) Στερεόν σῶμα. Πληροῦμεν τήν λήκυθον (σχ. 101) μέ ὕδωρ μέχρι τῆς χαραγῆς α. Κατόπιν θέτομεν τήν λήκυθον καί τό σῶμα ἐπί τοῦ δίσκου ζυγοῦ καί ἰσορροποῦμεν μέ ἄμμον, τήν ὁποίαν θέτομεν ἐπί τοῦ ἄλλου δίσκου. Ἐξάγομεν ἀκολούθως τό σῶμα καί εἰς τήν θέσιν του θέτομεν σταθμά μέχρις ὅτου ἐπανέλθῃ ἡ ἰσορροπία τοῦ ζυγοῦ.

Προφανῶς, τό βάρος τῶν σταθμῶν εἶναι τό βάρος $B_{σωμ}$ τοῦ σώματος. Ἐν συνεχείᾳ θέτομεν τό σῶμα ἐντός τῆς ληκύθου καί πληροῦμεν αὐτήν μέ ὕδωρ μέχρι τῆς χαραγῆς α. Θέτομεν τήν λήκυθον ἐπί τοῦ δίσκου καί ἰσορροποῦμεν μέ νέα σταθμά. Τό βάρος τῶν νέων σταθμῶν εἶναι, προφανῶς, τό βάρος $B_{υδ}$ τοῦ ἐκτοπισθέντος ὕδατος ἐκ τῆς ληκύθου. Ἑπομένως τό ζητούμενον σχετικόν εἰδικόν βάρος $ε_{σχ}$ τοῦ σώματος θά εἶναι:



Σχ.101

$$ε_{σχ} = \frac{B_{σωμ}}{B_{υδ}}$$

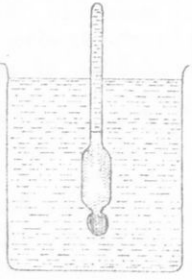
2) Ὑγρόν σῶμα. Θέτομεν τήν λήκυθον κενήν ἐπί τοῦ δίσκου καί τήν ἰσορροποῦμεν θέτοντες ἐπί τοῦ ἄλλου δίσκου ἄμμον. Κατόπιν πληροῦμεν τήν λήκυθον μέχρι τῆς χαραγῆς α μέ τό ὑγρόν, θέτομεν αὐτήν ἐπί τοῦ ἰδίου δίσκου καί ἐπαναφέρομεν τήν ἰσορροπίαν μέ σταθμά, τά ὁποῖα θέτομεν ἐπί τοῦ δίσκου, ὁ ὁποῖος ἔχει τήν ἄμμον. Προφανῶς τό βάρος τῶν σταθμῶν εἶναι τό βάρος $B_{υγ}$ τοῦ ὑγροῦ τῆς ληκύθου. Ἐπαναλαμβάνομεν τό αὐτό μέ ὕδωρ καί ἰσορροποῦμεν μέ νέα σταθμά. Τό βάρος τῶν νέων σταθμῶν, εἶναι, προφανῶς, τό βάρος $B_{υδ}$ τοῦ ὕδατος τῆς ληκύθου. Ἑπομένως τό σχετικόν εἰδικόν βάρος $ε_{σχ}$ τοῦ ὑγροῦ θά εἶναι:

$$ε_{σχ} = \frac{B_{υγ}}{B_{υδ}}$$

ΠΥΚΝΟΜΕΤΡΑ - ΑΡΑΙΟΜΕΤΡΑ. Ἡ πυκνότης τῶν ὑγρῶν δύναται νά εὑρεθῇ ταχέως δι' εἰδικῶν ὀργάνων, τά ὁποῖα καλοῦνται πυκνόμετρα ἤ ἀραιόμετρα, τά πλέον δέ εὔχρηστα εἶναι τά πυκνόμετρα ἤ ἀραιόμετρα σταθεροῦ βάρους.

Τά πυκνόμετρα χρησιμοποιοῦνται διά τήν μέτρησιν τῆς πυκνότητος ὑγρῶν, τά ὁποῖα ἔχουν πυκνότητα μεγαλυτέραν τῆς πυκνότητος τοῦ ὕδατος, ἐνῷ τά ἀραιόμετρα διά τήν μέτρησιν τῆς πυκνότητος ὑγρῶν, τά ὁποῖα ἔχουν πυκνότητα μικροτέραν τῆς πυκνότητος τοῦ ὕδατος.

Τά πυκνόμετρα ἤ ἀραιόμετρα εἶναι γενικῶς πλωτῆρες, οἱ ὁποῖοι ἀποτελοῦνται ἀπό κυλινδρικόν δοχεῖον (σχ. 102), τό ὁποῖον εἰς τό κάτω μέρος ἀπολήγει εἰς διόγκωσιν ἐντός τῆς ὁποίας ὑπάρχει, ὡς ἕρμα, ὑδράργυρος ἤ σκάγια μολύβδου, ἐνῷ εἰς τό ἄνω μέρος ἀπολήγει εἰς σωληνῖσκον βαθμολογημένον.



Σχ. 102

Ἡ λειτουργία τῶν πυκνομέτρων καί ἀραιομέτρων βασίζεται ἐπί τῆς ἀρχῆς τῆς ἀνώσεως, βάσει τῆς ὁποίας βυθίζονται αὐτά ἐντός τῶν ὑγρῶν τόσον ὀλιγώτερον, ὅσον πυκνότερον εἶναι τό ὑγρόν.

Ἡ βαθμολογία αὐτῶν γίνεται ἐπί τῇ βάσει προτύπων ὑγρῶν, τῶν ὁποίων ἡ πυκνότης εἶναι γνωστή καί μέ κλίμακα, συνήθως, εἰς gr/cm^3.

Τά πυκνόμετρα ἔχουν τήν ἔνδειξιν 1 gr/cm^3 εἰς τό ἄνω μέρος τοῦ σωληνίσκου, ἐνῷ τά ἀραιόμετρα εἰς τό κάτω μέρος τοῦ σωληνίσκου.

Εἰς τάς πρακτικάς ἐφαρμογάς χρησιμοποιοῦνται πυκνόμετρα ἤ ἀραιόμετρα Baumé, τά ὁποῖα φέρουν αὐθαίρετον κλίμακα καί χρησιμοποιοῦνται, κυρίως, διά τήν μέτρησιν τῆς πυκνότητος τῶν ὑγρῶν τῶν συσσωρευτῶν. Ἐπίσης χρησιμοποιοῦνται καί ὄργανα διά τῶν ὁποίων προσδιορίζεται ἀμέσως ἡ περιεκτικότης ἑνός διαλύματος ὡς πρός ἕνα τῶν συστατικῶν του καί φέρουν διαφόρους ὀνομασίας: οἰνοπνευματόμετρα, γαλακτόμετρα κλπ.

ΑΕΡΙΑ

<u>ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ.</u> Τά άέρια είναι σώματα τελείως ρευστά καί έχουν τήν τάσιν νά καταλαμβάνουν όλον τόν όγκον τοῦ δοχείου, έντός τοῦ όποίου τίθενται. Ένεκα τούτου τά άέρια δέν παρουσιάζουν έλευθέραν έπιφάνειαν, όπως τά ύγρά.

Έπίσης τά άέρια έμφανίζουν τελείαν έλαστικότητα όγκου καί συμπιέζονται, σχετικῶς, εὐκόλως.

Τά μόρια τῶν άερίων εὑρίσκονται είς συνεχῆ άτακτον κίνησιν, ἡ δέ μέση ταχύτης αὐτῶν έξαρτᾶται έκ τῆς θερμοκρασίας.

<u>Βάρος τῶν άερίων.</u> Τά άέρια, όπως καί όλα τά σώματα, όταν εὑρίσκωνται έντός πεδίου βαρύτητος, έχουν βάρος. Τό είδικόν όμως βάρος τῶν άερίων, έν συγκρίσει πρός τά άλλα σώματα, είναι πολύ μικρόν. Τό είδικόν βάρος π.χ. τοῦ άέρος ὑπό κανονικάς συνθήκας είναι:

$$\varepsilon_\alpha = 0{,}00129 \ gr^*/cm^3$$

<u>Πίεσις έξασκουμένη ὑπό τῶν άερίων.</u> Τά άέρια έξασκοῦν δύο πιέσεις:

α) Έξασκοῦν πίεσιν προερχομένην έκ τοῦ βάρους αὐτῶν, όταν εὑρίσκωνται έντός πεδίου βαρύτητος.

β) Έξασκοῦν πίεσιν προερχομένην έκ τῆς κινητικῆς καταστάσεως τῶν μορίων των.

Ἡ πίεσις ἡ προερχομένη έκ τῆς κινητικῆς καταστάσεως τῶν μορίων είναι άνεξάρτητος τῆς έντάσεως τοῦ πεδίου βαρύτητος καί είναι ἡ αὐτή είς όλα τά σημεῖα τοῦ άερίου (Άρχή τοῦ Pascal).

Έπειδή τό είδικόν βάρος τῶν άερίων είναι πολύ μικρόν, ἡ πίεσις ἡ προερχομένη έκ τοῦ βάρους αὐτῶν είναι άμελητέα, έν συγκρίσει πρός τήν πίεσιν τήν προερχομένην έκ τῆς κινητικῆς καταστάσεως τῶν μορίων των. Ένεκα τούτου είς όλας, σχεδόν τάς περιπτώσεις, ἡ πίεσις ἡ όφειλομένη είς τήν βαρύτητα, δέν ὑπολογίζεται.

ΑΡΧΗ ΤΟΥ PASCAL: "Ἡ πίεσις εἰς ὅλα τά σημεῖα ἑνός ἀερίου εἶναι ἡ αὐτή ἐφ' ὅσον τό ἀέριον εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ καί ἐκτός πεδίου βαρύτητος".

ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ('Εφαρμογή τῆς ἀνώσεως εἰς τά ἀέρια)

Κάθε σῶμα βυθιζόμενον ἐντός ἀερίου ὑφίσταται δυνάμεις τῶν ὁποίων ἡ συνισταμένη λέγεται ἄνωσις καί εἶναι κατακόρυφος μέ φοράν πρός τά ἄνω. Ἡ ἄνωσις Α ἰσοῦται μέ τό εἰδικόν βάρος τοῦ ἀερίου ἐπί τόν ὄγκον V τοῦ σώματος. Ἤτοι:

$$\boxed{A = \varepsilon . V}$$

Τήν ὕπαρξιν τῆς ἀνώσεως δυνάμεθα νά δείξωμεν διά τοῦ ἀκολούθου πειράματος:

Εἰς τούς δίσκους ζυγοῦ θέτομεν δύο σώματα διαφορετικοῦ ὄγκου καί τοιαῦτα, ὥστε ἡ ἔνδειξις τοῦ ζυγοῦ νά εἶναι μηδέν. 'Εάν τώρα τοποθετήσωμεν τόν ζυγόν ἐντός τοῦ κώδωνος ἀεραντλίας καί ἀφαιρέσωμεν τόν ἀέρα, θά παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ ἰσορροπία καταστρέφεται καί ἡ φάλαγξ κλίνει πρός τό μέρος τοῦ σώματος, τό ὁποῖον ἔχει τόν μεγαλύτερον ὄγκον.

'Εκ τοῦ ἀνωτέρω πειράματος συνάγομεν ὅτι τό σῶμα μέ τόν μεγαλύτερον ὄγκον ὑφίσταται καί μεγαλυτέραν ἄνωσιν. Ἐπομένως, ὅταν ζυγίζωμεν ἕνα σῶμα εἰς τόν ἀέρα εὑρίσκομεν τό φαινομενικόν βάρος καί ὄχι τό πραγματικόν βάρος αὐτοῦ.

'Εάν θέλωμεν νά εὕρωμεν τό πραγματικόν βάρος ἑνός σώματος, εἴμεθα ὑποχρεωμένοι, νά λογαριάσωμεν τήν ἄνωσιν τόσον τοῦ σώματος, ὅσον καί τῶν σταθμῶν.

Εὕρεσις τοῦ πραγματικοῦ βάρους. Ἔστω Β τό πραγματικόν βάρος τοῦ σώματος καί Β' τό πραγματικόν βάρος τῶν σταθμῶν (ἤ φαινομενικόν βάρος τοῦ σώματος). Ὅταν ὁ ζυγός ἰσορροπῇ (ἔνδειξις δείκτου μηδέν), τότε ἐπί ἑκάστου δίσκου ἐξασκοῦνται ἴσαι δυνάμεις. Ἤτοι:

$$B - A = B' - A' \qquad (1)$$

ὅπου A καί A΄ εἶναι ἀντιστοίχως αἱ ἀνώσεις σώματος καί σταθμῶν.

Ἐάν καλέσωμεν ε τό εἰδικόν βάρος τοῦ σώματος, ε΄ τό εἰδικόν βάρος τῶν σταθμῶν, ε_α τό εἰδικόν βάρος τοῦ ἀέρος, V τόν ὄγκον τοῦ σώματος καί V΄ τόν ὄγκον τῶν σταθμῶν, θά ἔχωμεν:

$$A = \varepsilon_\alpha . V = \varepsilon_\alpha . \frac{B}{\varepsilon} \qquad \text{καί} \qquad A' = \varepsilon_\alpha . V' = \varepsilon_\alpha . \frac{B'}{\varepsilon'}$$

Οὕτως ἡ σχέσις (1) γράφεται:

$$B - \varepsilon_\alpha . \frac{B}{\varepsilon} = B' - \varepsilon_\alpha . \frac{B'}{\varepsilon'} \qquad (2)$$

ἤ

$$B . \frac{\varepsilon - \varepsilon_\alpha}{\varepsilon} = B' . \frac{\varepsilon' - \varepsilon_\alpha}{\varepsilon'} \qquad (3)$$

καί

$$\boxed{B = B' . \frac{\varepsilon . (\varepsilon' - \varepsilon_\alpha)}{\varepsilon' . (\varepsilon - \varepsilon_\alpha)}} \qquad (4)$$

<u>ΑΕΡΟΣΤΑΤΟΝ</u>

Τό ἀερόστατον εἶναι ἡ πρώτη πτητική συσκευή, τήν ὁποίαν κατεσκεύασεν ὁ ἄνθρωπος, ἡ δέ ἀνύψωσις αὐτοῦ ὀφείλεται εἰς τήν ἀ ρ χ ή ν τ ῆ ς ἀ ν ώ σ ε ω ς.

Τό ἀερόστατον ἀποτελεῖται ἀπό ἕνα μεγάλον σάκκον (ἀπό ὕφασμα ἤ καουτσούκ), ὁ ὁποῖος πληροῦται μέ ἀέριον μικροῦ εἰδικοῦ βάρους (Ἥλιον ἤ Ὑδρογόνον), ἀπό τόν σάκκον δέ αὐτόν ἐξαρτᾶται καταλλήλως κάλαθος ἐντός τοῦ ὁποίου ἐπιβαίνουν οἱ ἀεροναῦται καί τοποθετοῦνται τά διάφορα ὄργανα ἐπιστημονικῶν μετρήσεων.

<u>Ἀνυψωτική δύναμις ἀεροστάτου</u>. Ἡ ἀνυψωτική δύναμις F τοῦ ἀεροστάτου θά εἶναι, προφανῶς, ἡ συνισταμένη τῆς ἀνώσεως A καί τοῦ ὁλικοῦ βάρους $B_{\text{ολ}}$ τοῦ ἀεροστάτου. Ἤτοι:

$$F = A - B_{\text{ολ}}$$

ἤ

$$F = A - (B' + B) \qquad (1)$$

ὅπου B΄ εἶναι τό βάρος τοῦ ἀερίου, τό ὁποῖον περιέχει ὁ σάκκος τοῦ ἀεροστάτου, καί B εἶναι τό βάρος τῶν διαφόρων ἐξαρτημάτων τοῦ ἀεροστάτου.

'Εάν καλέσωμεν ε τό ειδικόν βάρος τοῦ ἀέρος, ε΄ τό ειδικόν βάρος τοῦ ἀερίου καί V τόν ὄγκον τοῦ σάκκου, τότε θά ἔχωμεν:

$$A = \varepsilon . V \,, \qquad B' = \varepsilon' . V$$

καί ἐπομένως ἡ σχέσις (1) γράφεται:

$$F = \varepsilon . V - (\varepsilon' V + B) \qquad (2)$$

ἤ

$$\boxed{F = V.(\varepsilon - \varepsilon') - B} \qquad (3)$$

'<u>Αερόπλοιον</u>. Τό ἀερόπλοιον εἶναι πηδαλιουχούμενον ἀερόστατον. Τό σχῆμα τοῦ σάκκου αὐτοῦ εἶναι ἀτρακτοειδές διά νά ἐλαττοῦται ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος καί φέρει σύστημα προωθήσεως καθώς καί πηδάλια διά νά ἐπιτυγχάνεται ἡ ἐπιθυμητή κατεύθυνσις τοῦ ἀεροπλοίου.

<u>ΝΟΜΟΣ BOYLE - MARIOTTE ('Ισόθερμος μεταβολή ὄγκου)</u>.

"'Υ π ό σ τ α θ ε ρ ά ν θ ε ρ μ ο κ ρ α σ ί α ν θ τ ό γ ι ν ό μ ε ν ο ν τ ῆ ς π ι έ σ ε ω ς p ἐ π ί τ ό ν ὄ γ κ ο ν V, ὡ ρ ι σ μ έ ν η ς μ ά ζ η ς ἀ ε ρ ί ο υ, π α ρ α μ έ ν ε ι σ τ α θ ε ρ ό ν". Ἤτοι:

$$\boxed{\begin{array}{c} p . V = \sigma\tau\alpha\theta. \\ (\text{ὅταν } \theta = \sigma\tau\alpha\theta.) \end{array}}$$

Συμφώνως πρός τόν ἀνωτέρω νόμον, ἐάν ἡ πίεσις ἑνός ἀερίου εἶναι p_1 καί καταλαμβάνει ὄγκον V_1 ὑπό θερμοκρασίαν θ καί ἐπέλθη μεταβολή τῆς πιέσεως, ὥστε αὐτη νά γίνῃ p_2, χωρίς ὅμως νά μεταβληθῇ ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ, τότε ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου θά γίνῃ V_2, ὥστε νά ἰσχύῃ ἡ σχέσις:

$$p_1 . V_1 = p_2 . V_2$$

ἤ

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}$$

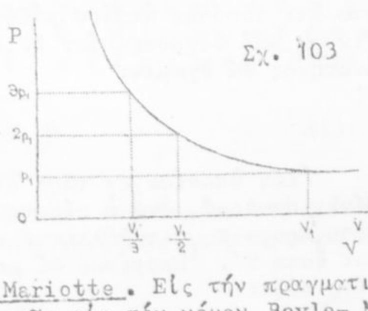
"Αρα: Ὑ π ὸ σ τ α θ ε ρ ὰ ν θ ε ρ μ ο κ ρ α σ ί α ν ο ἱ ὄ γ κ ο ι, τ ο ύ ς ὁ π ο ί ο υ ς δ ύ ν α τ α ι ν ά κ α τ α λ ά β ῃ ὡ ρ ι σ μ έ ν η μ ᾶ ζ α ἀ ε ρ ί ο υ ε ἶ ν α ι ἀ ν τ ι σ τ ρ ό φ ω ς ἀ ν ά λ ο γ ο ι τ ῶ ν ἐ ξ α σ κ ο υ μ έ ν ω ν π ι έ σ ε ω ν.

Γραφική παράστασις. Ἐκ τοῦ νόμου τῶν Boyle - Mariotte $p.V =$ σταθ. (ὅταν $\vartheta =$ σταθ.), δι' ὡρισμένην πίεσιν p_1 ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου θά εἶναι ἔστω V_1. Ἐάν ὅμως ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου γίνῃ $2\ p_1$, $3\ p_1$, ..., τότε ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου γίνεται ἀντιστοίχως $V_1/2$, $V_1/3$,.... Ἐπίσης, ὅταν ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου τείνῃ νά γίνῃ ἄπειρος, τότε ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου τείνει νά γίνῃ μηδέν, ἐνῷ, ὅταν ἡ πίεσις τείνῃ εἰς τό μηδέν, ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου τείνει νά γίνῃ ἄπειρος. Ἐπομένως λαμβάνομεν τόν ἀκόλουθον πίνακα τιμῶν:

Πίναξ τιμῶν

p	0	p_1	$2\ p_1$	$3\ p_1$	. . . . . ∞
V	∞	V_1	$\frac{V_1}{2}$	$\frac{V_1}{3}$	 0

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω πίνακος τῶν τιμῶν δυνάμεθα τώρα νά κατασκευάσωμεν τήν γραφικήν παράστασιν τῆς πιέσεως συναρτήσει τοῦ ὄγκου διά ἰσόθερμον μεταβολήν ἑνός ἀερίου. (σχ.103).



Σχ. 103

Ἰσχύς τοῦ νόμου Boyle - Mariotte. Εἰς τήν πραγματικότητα τά ἀέρια δέν ὑπακούουν πιστῶς εἰς τόν νόμον Boyle- Mariotte, ἀλλά μόνον κατά προσέγγισιν. Ἕνεκα τούτου τά ἀέρια, τά ὁποῖα, ἐάν ὑπῆρχον θά ἠκολούθουν πιστῶς τόν νόμον Boyle -

Mariotte, ἐκλήθησαν τ έ λ ε ι α ἤ ἰ δ α ν ι κ ά ἀ έ - ρ ι α, ἐνῷ τά ὑπάρχοντα εἰς τήν φύσιν ἀέρια ἐκλήθησαν π ρα- γ μ α τ ι κ ά ἤ φ υ σ ι κ ά ἀ έ ρ ι α.

Ἕνα ἀέριον συμπεριφέρεται, τόσον περισσότερον ὡς τέλειον ἀέριον, ὅσον περισσότερον ἀπέχει ἀπό τάς συνθήκας ὑγροποιήσεως αὐτοῦ.

<u>Πειραματική ἀπόδειξις τοῦ νόμου Boyle-Mariotte</u>. Ὁ νόμος Boyle-Mariotte ($p.V$ = σταθ., ὅταν ϑ = σταθ.) ἀποδεικνύεται σήμερον εὐκόλως διά μεταλλικοῦ κυλίνδρου, μέ ἔμβολον καί ἕνα μανόμετρον (σχ. 104).

Σχ.104

Ἐντός τοῦ κυλίνδρου θέτομεν ἀέριον, ὁ δέ κύλινδρος τοποθετεῖται ἐντός λουτροῦ σταθερᾶς θερμοκρασίας. Ἡ ἑκάστοτε θέσις τοῦ ἐμβόλου μᾶς παρέχει τόν ὄγκον τοῦ ἀερίου, ἐνῷ τό μανόμετρον δεικνύει τήν ἐξασκουμένην πίεσιν. Ἐάν ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου εἶναι V καί ἡ δεικνυομένη ὑπό τοῦ μανομέτρου πίεσις p, ὅταν μεταβάλωμεν τόν ὄγκον τοῦ ἀερίου ὥστε νά γίνῃ $K.V$, (ὅπου K =σταθ. ἀριθμός), θά παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ ἔνδειξις τοῦ μανομέτρου γίνεται p/K. Ἑπομένως ἐξάγομεν ὅτι:

$$\begin{array}{c} p.V = \text{σταθ.} \\ (\text{ὅταν } \vartheta = \text{σταθ.}) \end{array} : \quad \text{νόμος Boyle-Mariotte}$$

<u>Μεταβολή τῆς πυκνότητος ἀερίου (ἰσόθερμος μεταβολή)</u>. Ἔστω ὅτι ποσότης ἀερίου μάζης m καταλαμβάνει ὄγκον V ὑπό πίεσιν p καί θερμοκρασίαν ϑ. Συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς πυκνότητος θά ἔχωμεν:

$$d = \frac{m}{V} \tag{1}$$

Ἐάν ὑποθέσωμεν τώρα ὅτι ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου παραμένει σταθερά, ἐνῷ ἡ πίεσις αὐτοῦ μεταβάλλεται καί γίνεται p', τότε, προφανῶς, μεταβάλλεται καί ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου καί γίνεται ἔστω V'. Ἑπομένως θά μεταβληθῇ καί η πυκνότης του καί θά γίνῃ τώρα:

$$d' = \frac{m}{V'} \tag{2}$$

Διά διαιρέσεως κατά μέλη τῶν σχέσεων (1) καί (2) προκύπτει ὅτι:

$$\boxed{\frac{d}{d'} = \frac{V'}{V}} \qquad (3)$$

Ἄρα: Ὅταν ἡ θερμοκρασία ἑνός ἀερίου παραμένῃ σταθερά, ἡ πυκνότης αὐτοῦ μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως τοῦ ὄγκου, τόν ὁποῖον καταλαμβάνει.

Συμφώνως πρός τόν νόμον Boyle-Mariotte ἡ σχέσις (3) γράφεται:

$$\boxed{\frac{d}{d'} = \frac{p}{p'}} \qquad (4)$$

Ἄρα: Ὅταν ἡ θερμοκρασία ἑνός ἀερίου παραμένῃ σταθερά, ἡ πυκνότης αὐτοῦ μεταβάλλεται ἀναλόγως τῆς ἐξασκουμένης πιέσεως.

<u>ΣΧΕΤΙΚΗ ΠΥΚΝΟΤΗΣ ΑΕΡΙΟΥ</u>. Καλοῦμεν σχετικήν πυκνότητα δ ἑνός ἀερίου ὡς πρός τόν ἀτμοσφαιρικόν ἀέρα, τόν λόγον τῆς μάζης m τοῦ ἀερίου ὡς πρός τήν μᾶζαν M ἴσου ὄγκου ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, ὅταν εὑρίσκωνται ὑπό τάς αὐτάς συνθήκας θερμοκρασίας καί πιέσεως. Ἤτοι:

$$\boxed{\delta = \frac{m}{M}} \qquad (1)$$

Ἐάν καλέσωμεν d τήν πυκνότητα τοῦ ἀερίου καί D τήν πυκνότητα τοῦ ἀέρος ὑπό τάς αὐτάς συνθήκας θερμοκρασίας καί πιέσεως, τότε θά εἶναι:

$$m = d.V$$

$$M = D.V$$

καί ἡ σχέσις (1) γίνεται:

$$\boxed{\delta = \frac{d}{D}}$$

"Αρα: Ἡ σχετική πυκνότης δ ἑνός ἀερίου ὡς πρός τόν ἀέρα ἰσοῦται μέ τόν λόγον τῆς πυκνότητος d τοῦ ἀερίου ὡς πρός τήν πυκνότητα D τοῦ ἀέρος, ὅταν εὑρίσκωνται ὑπό τάς αὐτάς συνθήκας θερμοκρασίας καί πιέσεως.

Ἐπειδή τό γραμμομόριον παντός ἀερίου ὑπό κανονικάς συνθήκας καταλαμβάνει ὄγκον ἴσον πρός 22,4 λίτρα καί κάθε λίτρον ἀέρος ἔχει μᾶζαν 1,293 gr , ἕπεται ὅτι τά 22,4 λίτρα ἀέρος ἔχουν μᾶζαν 28,96 gr.

Ἐπίσης, ἐάν μ εἶναι τό μοριακόν βάρος ἑνός ἀερίου, τό γραμμομόριον αὐτοῦ θά εἶναι μ gr.

Οὕτω ἐάν εἰς τόν τύπον $\delta = m/M$ θέσωμεν $m = \mu$ gr καί $M = 28,96$ gr λαμβάνομεν:

$$\boxed{\delta = \frac{\mu}{28,96}}$$

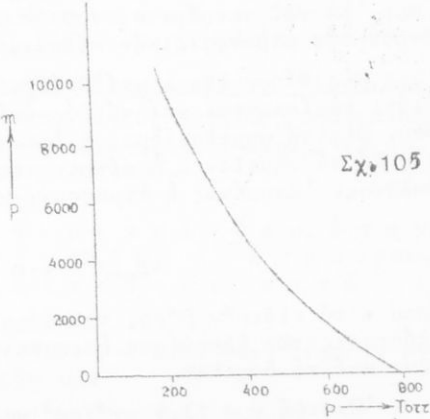
"Αρα: Ἡ σχετική πυκνότης ἑνός ἀερίου ὡς πρός τόν ἀέρα ἰσοῦται μέ τό πηλίκον τοῦ μοριακοῦ βάρους τοῦ ἀερίου διά τοῦ ἀριθμοῦ 28,96.

<u>ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΗ ΠΙΕΣΙΣ</u>. Ἡ ἀτμόσφαιρα εἶναι μεῖγμα ἀερίων, τό ὁποῖον περιβάλλει τήν Γῆν καί συγκρατεῖται πέριξ αὐτῆς ἕνεκα τῆς βαρύτητος. Ἕνεκα ὅμως τῆς βαρύτητος ἡ ἀτμόσφαιρα ἐξασκεῖ δυνάμεις ἐπί τῶν σωμάτων, ἑπομένως καί πιέσεις ἐπ' αὐτῶν.

Ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις εἰς τό ὕψος τῆς θαλάσσης εἶναι 1033 gr*/cm² καί ἐλαττοῦται μετά τοῦ ὕψους συμφώνως πρός τό διάγραμμα τοῦ σχήματος (103).

<u>Ἀπόδειξις τῆς ὑπάρξεως ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως</u>: 1) Ἐάν ἐπί τοῦ δίσκου ἀεραντλίας στερεώσωμεν δοχεῖον, τοῦ ὁποίου ἡ ἄ-

νω βάσις νά εἶναι ἐλαστική καί ἀφαιρέσωμεν τόν ἀτμοσφαιρικόν ἀέρα, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἐλαστική βάσις κάμπτεται πρός τό ἐσωτερικόν τοῦ δοχείου. 2) Ἡ ὕπαρξις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως ἀπεδείχθη μέ τό ἱστορικόν πείραμα τῶν ἡμισφαιρίων τοῦ Μαγδεμβούργου. Ὅταν τά ἡμισφαίρια ἔχουν διάμετρον 10 cm, τότε ἐπί ἑκάστου ἡμισφαιρίου ἐξασκεῖται ὑπό τῆς ἀτμοσφαίρας δύναμις 80 kgr*. 3) Ἡ λειτουργία τοῦ σιφωνίου ὀφείλεται εἰς τήν ὕπαρξιν ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. 4) Ἡ λειτουργία τῶν ὑδραντλιῶν (ἀναρροφήσεως) ὀφείλεται ἐπίσης εἰς τήν ὕπαρξιν ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. 5) Τό πείραμα τοῦ Torricelli ἀποδεικνύει τήν ὕπαρξιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, ἐνῷ συγχρόνως κατορθοῦται καί ἡ μέτρησις αὐτῆς.



Σχ.105

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΗΣ ΠΙΕΣΕΩΣ. (Πείραμα Torricelli).

Ὁ Torricelli εἶναι ὁ πρῶτος, ὁ ὁποῖος κατώρθωσε νά μετρήσῃ τήν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν.

Ἡ πίεσις τῆς ἀτμοσφαίρας εἶναι ἀδύνατον νά ὑπολογισθῇ μέ τόν τύπον p = ε.h, διότι ἀφ' ἑνός μέν τό εἰδικόν βάρος τοῦ ἀέρος μεταβάλλεται μετά τοῦ ὕψους καί ἀφ' ἑτέρου τό ὕψος τῆς ἀτμοσφαίρας δέν εἶναι ἐπακριβῶς γνωστόν.

Ὅμως ὁ Torricelli κατώρθωσε νά μετρήσῃ τήν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν μέ τήν ἀκόλουθον ἁπλῆν καί ἔξυπνον διάταξιν:

Ὑάλινος σωλήν μήκους ἑνός μέτρου, περίπου, καί κλειστός κατά τό ἕνα ἄκρον πληροῦται μέ ὑδράργυρον καί κλείεται τό ἄλλον ἄκρον του διά τοῦ δακτύλου μας. Ἀκολούθως ἀναστρέφεται ὁ σωλήν ἐντός δοχείου, τό ὁποῖον περιέχει ὑδράργυρον καί μετά ἀποσύρωμεν τόν δάκτυλον. Παρατηροῦμεν τότε ὅτι ὁ ὑδράργυρος δέν κατέρχεται τελείως ἐντός τοῦ σωλῆνος, ἀλλά παραμένει εἰς ὕψος 76 cm, περίπου. Ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις μεταξύ τῶν ἐλευθέρων ἐπιφανειῶν τοῦ ὑδραργύρου ἐντός τοῦ σωλῆνος καί τοῦ δοχείου εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς τομῆς τοῦ σωλῆνος τοῦ σχήματος τοῦ σωλῆνος καί τῆς κλίσεως αὐτοῦ.

'Εκ τοῦ πειράματος τοῦ Torricelli δυνάμεθα νά ὑπολογίσωμεν τήν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν, ὡς ἑξῆς:

Εἰς τά σημεῖα Α καί Β (σχ.106) ἡ πίεσις εἶναι ἡ αὐτή, διότι εὑρίσκονται καί τά δύο ἐπί τοῦ αὐτοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου. Εἰς τό σημεῖον ὅμως Α ἐξασκεῖται ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις, εἰς δέ τό σημεῖον Β ἡ πίεσις τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου τοῦ σωλῆνος. 'Επομένως ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις $P_{ατμ}$ θά εἶναι:

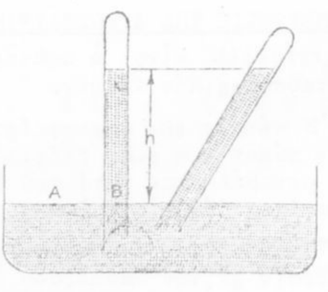
$$P_{ατμ} = ε \cdot h$$

ὅπου ε τό εἰδικόν βάρος τοῦ ὑδραργύρου καί h ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις τῶν ἐλευθέρων ἐπιφανειῶν τοῦ ὑδραργύρου εἰς τόν σωλῆνα καί τό δοχεῖον.

'Επειδή $ε = 13{,}6 \ gr^*/cm^3$ καί $h = 76$ cm εὑρίσκομεν ὅτι:

$$P_{ατμ} = 1033 \ gr^*/cm^2$$

"Αρα: 'Η ἀτμοσφαιρική πίεσις (εἰς θερμοκρασίαν 0°C καί εἰς τό ὕψος τῆς θαλάσσης) ἰσοῦται μέ τήν πίεσιν τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ εἰς τήν βάσιν της στήλη ὑδραργύρου ὕψους 76 cm δηλ. εἶναι ἴση μέ 1033 gr^*/cm^2.



Σχ.106

'Η ἀνωτέρω πίεσις ἐλήφθη ὡς μονάς πιέσεως καί καλεῖται φυσική ἀτμόσφαιρα (1 Atm). "Ητοι:

$$1 \ Atm = 1033 \ gr^*/cm^2$$

Πρός τιμήν τοῦ Torricelli, ἡ πίεσις τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ στήλη ὑδραργύρου ὕψους 1 mm καλεῖται 1 Torr καί, ἕνεκα τούτου, ἡ ἀτμοσφαιρική (κανονική) πίεσις, λέγομεν ὅτι εἶναι 760 Torr.

Σημείωσις. 'Ο χῶρος τοῦ σωλῆνος, ὁ ὁποῖος εὑρίσκεται ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου εἶναι κενός ἀέρος καί λέγεται β α ρ ο μ ε τ ρ ι κ ό ν κ ε ν ό ν. 'Εντός τοῦ χώρου αὐτοῦ εὑρίσκονται μόνον ἐλάχιστοι ἀτμοί ὑδραργύρου.

Μεταβολή τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετά τοῦ ὕψους. Διά μικρά ὕψη δυνάμεθα νά θεωρήσωμεν, ἄνευ αἰσθητοῦ σφάλματος, ὅτι τό εἰδικόν βάρος τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος παραμένει σταθερόν καί ἴσον πρός $\varepsilon = 0{,}00129\ gr^*/cm^3$.

'Ε π ο μ έ ν ω ς, δ ι ά μ ι κ ρ ά ὕ ψ η, ὅ τ α ν ἀ ν ε ρ χ ώ μ ε θ α κ α τ ά 10,5 m, ἡ ἀ τ μ ο σ φ α ι ρ ι κ ή π ί ε σ ι ς ἐ λ α τ τ ο ῦ τ α ι κ α τ ά 1 mmHg (1 Torr).

Τοῦτο ἐξάγεται ἀπό τόν τύπον $p = \varepsilon . h$, ὅταν θέσωμεν $\varepsilon = 0{,}00129\ gr^*/cm^3$ καί $h = 1050$ cm:

$$p = 0{,}00129\ gr^*/cm^3 . 1050\ cm = 1{,}35\ gr^*/cm^2$$

'Επειδή ὅμως τό εἰδικόν βάρος τοῦ ὑδραργύρου εἶναι, περίπου, $13{,}5\ gr^*/cm^3$, ἕπεται ὅτι:

$$p = 0{,}1\ cmHg = 1\ mmHg$$

Μέτρησις τοῦ ὕψους. Τό ὕψος δύναται νά μετρηθῇ διά μετρήσεως τῆς ἀ τ μ ο σ φ α ι ρ ι κ ῆ ς π ι έ σ ε ω ς. Διότι, ὡς γνωστόν, ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις ἐλαττοῦται μετά τοῦ ὕψους. Οὕτω, ἐάν γνωρίζωμεν τήν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν εἰς ἕνα ὡρισμένον ὕψος, δυνάμεθα νά ἐκτιμήσωμεν τό ὕψος τοῦτο.

Διά τήν μέτρησιν τοῦ ὕψους χρησιμοποιοῦνται τά βαρόμετρα. Εἰς τά ἀεροπλάνα π.χ., διά τήν ἐκτίμησιν τοῦ ὕ ψ ο υ ς χρησιμοποιοῦνται τά μ ε τ α λ λ ι κ ά β α ρ ό μ ε τ ρ α.

Τό ὕψος ἐπίσης δύναται νά μετρηθῇ διά μετρήσεως τοῦ σ η μ ε ί ο υ ζ έ σ ε ω ς τοῦ ὕδατος. Διότι τό σημεῖον ζέσεως ἐλαττοῦται ἐλαττουμένης τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Συνεπῶς ἀνερχόμενοι τό σημεῖον ζέσεως τοῦ ὕδατος πίπτει.

Η ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΩΝ ΧΑΜΗΛΩΝ ΚΑΙ ΥΨΗΛΩΝ ΠΙΕΣΕΩΝ: α) 'Η σημασία τῶν χαμηλῶν πιέσεων. 'Η πραγματοποίησις χαμηλῶν πιέσεων ἔχει μεγάλην σημασίαν διά τήν ἐπιστημονικήν ἔρευναν τῶν ἰδιοτήτων τῆς ὕλης. 'Επίσης εὑρίσκει καί σπουδαίας πρακτικας ἐφαρμογάς, ὅπως π.χ. εἰς τήν λειτουργίαν τῶν ἠλεκτρονικῶν λυχνιῶν, σωλήνων Coolidge , σωλῆνος Braun , φωτοκυττάρων κλπ.

Σήμερον πραγματοποιοῦνται πολύ χαμηλαί πιέσεις, αἱ ὁποῖαι φθάνουν εἰς ἑκατομμυριοστά τοῦ 1 Torr. Εἰς τάς χαμηλάς αὐτάς πιέσεις καί ὑπό θερμοκρασίαν 0° C περιέχονται, περίπου, 35.10^9 μόρια ἀερίου ἀνά κυβικόν ἑκατοστόμετρον, ἐνῷ ὑπό κανονικάς συνθήκας περιέχονται 27.10^{18} μόρια ἀνά κυβικόν ἑκατοστόμετρον.

Διά τήν πραγματοποίησιν πολύ χαμηλῆς πιέσεως, δηλ. ὑψηλοῦ κενοῦ χρησιμοποιεῖται κατ'ἀρχάς συνήθης περιστροφική ἀντλία, ἡ ὁποία δημιουργεῖ προκαταρκτικόν κενόν. 'Ακολούθως τίθεται εἰς λειτουργίαν ἀντλία διαχύσεως καί ἡ ἀραίωσις τοῦ ἀερίου δύναται νά προχωρήσῃ ἀκόμη περισσότερον διά τῆς παγιδεύσεως μορίων αὐτοῦ μέ κατάλληλον εἶδος ἄνθρακος ἤ μέ διάφορα ἄλλα μέσα.

β) <u>'Η σημασία τῶν ὑψηλῶν πιέσεων</u>. 'Η πραγματοποίησις πολύ ὑψηλῶν πιέσεων καθίσταται σπουδαία, τόσον εἰς τήν ἐπιστημονικήν ἔρευναν, ὅσον καί εἰς τάς πρακτικάς ἐφαρμογάς.

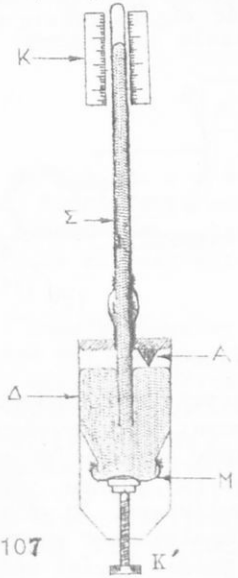
'Η ὕλη, εὑρισκομένη ὑπό ὑψηλήν πίεσιν, ἀποκτᾷ ὡρισμένας ἰδιότητας, αἱ ὁποῖαι παρουσιάζουν σπουδαῖον ἐνδιαφέρον. Τό ὕδωρ π.χ., ὅταν εὑρίσκεται ὑπό πίεσιν 25.000 ἀτμοσφαιρῶν, συμπεριφέρεται ὡς καουτσούκ. 'Επίσης, ὑπό τήν ἐπίδρασιν ὑψηλῶν πιέσεων αὐξάνεται ἡ χημική συγγένεια μεταξύ τῶν ἀερίων καί οὕτω διευκολύνονται αἱ χημικαί ἀντιδράσεις (π.χ. παρασκευή συνθετικῆς ἀμμωνίας).

<u>ΒΑΡΟΜΕΤΡΑ</u>. Τά βαρόμετρα εἶναι ὄργανα, διά τῶν ὁποίων μετροῦμεν τήν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν καί εἶναι δύο εἰδῶν: ὑδραργυρικά καί μεταλλικά. Ταῦτα χρησιμοποιοῦνται εἰς τούς μετεωρολογικούς σταθμούς διά τήν πρόγνωσιν τοῦ καιροῦ καί εἰς τήν ἀεροπλοΐαν διά τήν μέτρησιν τοῦ ὕψους.

α) <u>'Υδραργυρικά βαρόμετρα</u>. 'Η λειτουργία τῶν βαρομέτρων τούτων στηρίζεται εἰς τό πείραμα τοῦ Torricelli , εἶναι δέ τά βαρόμετρα αὐτά μεγάλης ἀκριβείας. 'Η μέτρησις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως δι'αὐτῶν ἐπιτυγχάνεται διά στήλης ὑδραργύρου, ἡ ὁποία ἰσορροπεῖ τήν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν. Τά ὑδραργυρικά βαρόμετρα εἶναι:

1) Τό βαρόμετρον τοῦ Fortin. Τό βαρόμετρον τοῦ Fortin ἀποτελεῖται, κατ'ἀρχήν, ἀπό σωλῆνα Tor-

ricelli Σ, δοχεῖον Δ μέ ὑδράργυρον καί κλίμακα Κ διά τήν μέτρησιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως (σχ.107).



Σχ.107

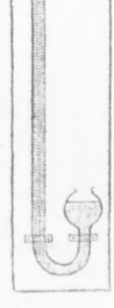
Ἡ ἄνω βάσις τοῦ δοχείου εἶναι ἀπό ξύλον, ἐνῷ ἡ κάτω βάσις εἶναι ἀπό δέρμα δυναμένη νά μετατοπίζεται μέ τήν βοήθειαν τοῦ κοχλίου Κ΄. Ἐπί τῆς ἄνω βάσεως εἶναι στερεωμένη ἀκίς Α, τῆς ὁποίας ἡ αἰχμή ἀντιστοιχεῖ εἰς τό μηδέν τῆς κλίμακος Κ.

Διά τήν μέτρησιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, πρέπει ἀ π α ρ α ι τ ή τ ω ς νά φέρωμεν, τῇ βοηθείᾳ τοῦ κοχλίου, εἰς ἐπαφήν τήν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑδραργύρου τοῦ δοχείου μέ τό ἄκρον τῆς ἀκίδος.

Προκειμένου νά μεταφέρωμεν τό ὄργανον, πληροῦμεν τό δοχεῖον καί τόν σωλῆνα μέ ὑδράργυρον μέ τήν βοήθειαν τοῦ κοχλίου, διότι ἄλλως ὑπάρχει κίνδυνος νά θραυσθῇ ὁ σωλήν.

2) Σ ι φ ο ν ο ε ι δ έ ς β α ρ ό μ ε τ ρ ο ν. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπό κεκαμμένον ὑάλινον σωλῆνα, ὁ ὁποῖος εἰς τό ἕνα ἄκρον εἶναι κλειστός καί εἰς τό ἄλλο διογκοῦται, ὥστε νά σχηματίζεται δοχεῖον, καί περιέχει ὑδράργυρον (σχ.108).

Ἑπομένως ἡ λειτουργία τοῦ σιφωνοειδοῦς βαρομέτρου στηρίζεται εἰς τό πείραμα τοῦ Torricelli.

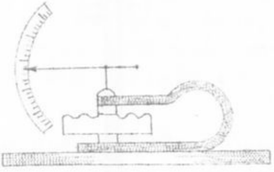

Σχ.108

β) <u>Μεταλλικά βαρόμετρα.</u> Ἡ ἀρχή λειτουργίας αὐτῶν στηρίζεται εἰς τήν παραμόρφωσιν, τήν ὁποίαν δύναται νά ἐπιφέρῃ ἡ μεταβολή τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, διά καταλλήλου διατάξεως λεπτῶν μεταλλικῶν ἐλασμάτων.

Τά μεταλλικά βαρόμετρα εἶναι ὀλιγώτε

ρον ἀκριβῆ τῶν ὑδραργυρικῶν βαρομέτρων, ἀλλά πλέον εὔχρηστα αὐτῶν. Βαθμολογοῦνται ἐν συγκρίσει πρός τάς ἐνδείξεις ὑδραργυρικοῦ βαρομέτρου.

Ἕνας συνήθης τύπος μεταλλικοῦ βαρομέτρου ἀποτελεῖται ἀπό μεταλλικόν κυλινδρικόν δοχεῖον κενόν ἀέρος (σχ.109), τοῦ ὁποίου ἡ ἄνω βάσις εἶναι πτυχωτή διά νά εἶναι εὔκαμπτος. Ὅταν μεταβάλλεται ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις, ἐπέρχεται παραμόρφωσις τῆς πτυχωτῆς ἐπιφανείας, διά καταλλήλου δέ διατάξεως μοχλῶν μετακινεῖται δείκτης ἔμπροσθεν βαθμολογημένου τόξου.


Σχ. 109

Βαρογράφος. Ὁ βαρογράφος εἶναι μεταλλικόν βαρόμετρον, τό ὁποῖον διά καταλλήλου διατάξεως δύναται νά καταγράφῃ τήν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν ἀνά ἑκάστην χρονικήν στιγμήν. Ἡ καταγραφή τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως γίνεται ἐπί φύλλου χάρτου, τό ὁποῖον ὑπάρχει ἐπί τῆς ἐπιφανείας κυλίνδρου. Ὁ κύλινδρος περιστρέφεται ἰσοταχῶς διά καταλλήλου ὡρολογιακοῦ μηχανισμοῦ καί ἐκτελεῖ μίαν περιστροφήν εἰς μίαν ἡμέραν ἤ μίαν ἑβδομάδα κ.λ.π.

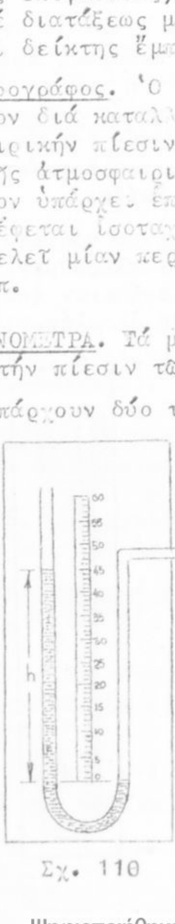
ΜΑΝΟΜΕΤΡΑ. Τά μανόμετρα εἶναι ὄργανα, τά ὁποῖα μᾶς παρέχουν τήν πίεσιν τῶν ἀερίων.

Ὑπάρχουν δύο τύποι μανομέτρων: Μανόμετρα μέ ὑγρόν καί μεταλλικά μανόμετρα.

α) Μανόμετρα μέ ὑγρόν. Τά μανόμετρα αὐτά διακρίνονται εἰς ἀνοικτά καί κλειστά.

1) Ἀνοικτόν μανόμετρον. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπό ὑάλινον σωλῆνα σχήματος U, ὁ ὁποῖος εἶναι ἀνοικτός εἰς τά δύο ἄκρα καί περιέχει, συνήθως, ὑδράργυρον (σχ.110).

Ὅταν ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου εἶναι ἴση μέ τήν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν, τό



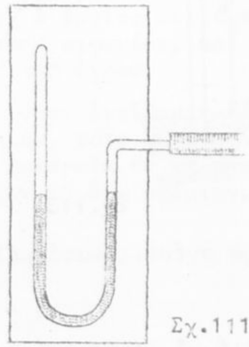
Σχ. 110

τε αἱ ἐπιφάνειαι τοῦ ὑδραργύρου εἰς τά δύο σκέλη τοῦ σωλῆνος εὑρίσκονται εἰς τό αὐτό ὁριζόντιον ἐπίπεδον.

Ἑπομένως ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου παρέχεται ὑπό τῆς σχέσεως:

$$\boxed{p = 76\ \mathrm{cmHg} \pm h\ \mathrm{cmHg}}$$

2) Κ λ ε ι σ τ ό ν μ α ν ό μ ε τ ρ ο ν. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπό ὑάλινον σωλῆνα σχήματος U, ὁ ὁποῖος εἶναι κλειστός εἰς τό ἕνα ἄκρον καί περιέχει ὑδράργυρον (σχ.111).



Σχ.111

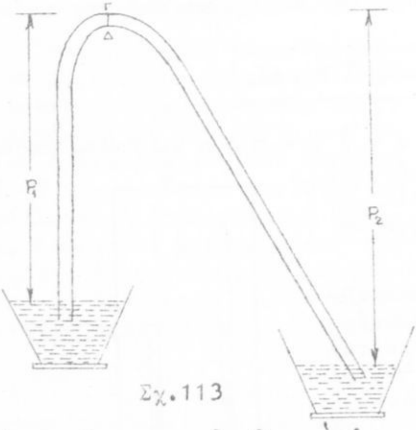
Ὅταν τό ὄργανον χρησιμοποιῆται διά τήν μέτρησιν μεγάλων πιέσεων, περιέχει ἀέριον καί ἡ λειτουργία του τότε στηρίζεται εἰς τόν νόμον Boyle-Mariotte. Ἐνῷ, ὅταν χρησιμοποιῆται διά πιέσεις πάρα πολύ μικράς, δέν περιέχει ἀέριον καί τότε τό ὄργανον λειτουργεῖ ὅπως ὁ σωλήν τοῦ Torricelli.

β) <u>Μεταλλικά μανόμετρα</u>. Ἡ λειτουργία τούτων βασίζεται ἐπί τῆς ἰδιότητος τήν ὁποίαν ἔχουν μεταλλικαί μεμβρᾶναι νά παραμορφώνωνται, ὅταν ἐπ' αὐτῶν ἐξασκῆται ἡ πίεσις ἀερίου.

Σχ.112

Ἕνας τύπος μεταλλικοῦ μανομέτρου ἀποτελεῖται ἀπό δοχεῖον, τοῦ ὁποίου ἡ μία βάσις εἶναι πτυχωτή διά νά εἶναι εὔκαμπτος καί ἡ ἄλλη φέρει σωλῆνα διά τοῦ ὁποίου τό ὄργανον συνδέεται μέ τόν χῶρον, εἰς τόν ὁποῖον εὑρίσκεται τό ἀέριον (σχ. 112). Ἀναλόγως τῆς πιέσεως τοῦ ἀερίου ἡ πτυχωτή ἐπιφάνεια ὑφίσταται ὡρισμένην παραμόρφωσιν, ἡ ὁποία διά καταλλήλου συστήματος μοχλῶν ἐξαναγκάζει δείκτην νά κινῆται ἔμπροσθεν βαθμολογημένου τόξου.

ΣΙΦΩΝ. Ὁ σίφων εἶναι κεκαμμένος σωλήν (σχ.113) καί χρησιμοποιεῖται διά τήν μετάγγισιν υγροῦ ἀπό ἕνα δοχεῖον εἰς ἄλλο, τό ὁποῖον εὑρίσκεται χαμηλότερον τοῦ πρώτου.



Σχ.113

Ἐάν θεωρήσωμεν ὅτι ἐπί τῆς ἐγκαρσίας τομῆς ΓΔ τοῦ σωλῆνος ὑπάρχει ἐλαστική μεμβράνη, τότε ἑκατέρωθεν αὐτῆς ἐξασκοῦνται αἱ πιέσεις:

$$p_1 = p_{ατμ} - ε.h_1 \quad καί$$

$$p_2 = p_{ατμ} - ε.h_2 \quad ὅπου$$

$p_{ατμ}$ εἶναι ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις καί ε τό εἰδικόν βάρος τοῦ ὑγροῦ

Ἐάν ἀφαιρέσωμεν τάς ἀνωτέρω σχέσεις κατά μέλη εὑρίσκομεν:

$$p_1 - p_2 = ε.(h_2 - h_1)$$

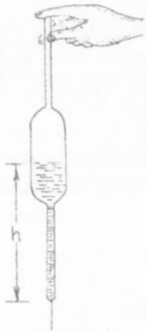
Διά νά λειτουργήσῃ ὁ σίφων πρέπει προηγουμένως νά διεγερθῇ. Τοῦτο ἐπιτυγχάνεται εἴτε δι'ἀναρροφήσεως ὑγροῦ ἐκ τοῦ ἐλευθέρου ἄκρου τοῦ σωλῆνος, εἴτε διά πληρώσεως τοῦ σωλῆνος ἐκ τῶν προτέρων μέ ὑγρόν.

Ἡ λειτουργία τοῦ σίφωνος ὀφείλεται εἰς τήν πραγματικότητα, εἰς τήν ὑφισταμένην συνοχήν μεταξύ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ καί ὄχι εἰς τήν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν.

Ἐ π ο μ έ ν ω ς ὁ σ ί φ ω ν λ ε ι τ ο υ ρ γ ε ῖ κ α ί ε ἰ ς τ ό κ ε ν ό ν.

ΣΙΦΩΝΙΟΝ. Τό σιφώνιον χρησιμεύει διά τήν μετάγγισιν μικρῶν ποσοτήτων ὑγροῦ. Εἶναι σωλήν (σχ.114), ὁ ὁποῖος εὐρύνεται περί τό μέσον καί καταλήγει εἰς στενόν στόμιον. Ἡ μετάγγισις τοῦ ὑγροῦ ἐπιτυγχάνεται εἴτε διά βυθίσεως τοῦ σωλῆνος ἐντός τοῦ ὑγροῦ μέ τό στενόν στόμιον πρός τά κάτω καί ἀνοικτόν τό ἄλλο στόμιον εἴτε δι'ἀναρροφήσεως διά τοῦ ἄνω στομίου.

Προκειμένου νά ἀνυψώσωμεν τόν σωλῆνα, κλείομεν τό ἄνω στόμιον διά τοῦ δακτύλου. Οὕτως, ὅταν ἀνυψώσωμεν τόν σωλῆνα, ἐκρέουν κατ' ἀρχάς ὀλίγαι σταγόναι ὑγροῦ, ἐνῷ τό ὑπόλοιπον ὑγρόν παραμένει ἐντός τοῦ σωλῆνος. Εἰς τό σιφώνιον ἰσχύει ὁ τύπος:



Σχ. 114

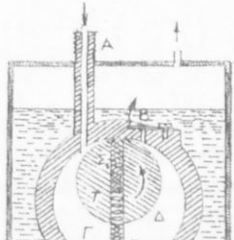
$$\boxed{p_{\alpha\tau\mu} = p + \varepsilon \cdot h}$$

ὅπου $p_{\alpha\tau\mu}$ εἶναι ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις, p ἡ πίεσις τοῦ ἀέρος, ὁ ὁποῖος περιέχεται ἐντός τοῦ σιφωνίου, καί h τό ὕψος τοῦ ὑγροῦ.

Ὅταν ἀνοίξωμεν τό ἄνω στόμιον, τότε τό ὑγρόν ἐκρέει, δυνάμεθα δέ νά σταματήσωμεν τήν ἐκροήν, ἐάν κλείσωμεν πάλιν τό ἄνω στόμιον.

ΑΕΡΑΝΤΛΙΑΙ

<u>ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΙΚΗ ΑΕΡΑΝΤΛΙΑ ΤΟΥ GAEDE</u>. Αἱ ἀεραντλίαι χρησιμεύουν διά τήν ἀραίωσιν ἑνός ἀερίου, τό ὁποῖον εὑρίσκεται ἐντός ὡρισμένου χώρου.



Σχ. 115

Λίαν διαδεδομένος τύπος ἀεραντλίας εἶναι ἡ περιστροφική ἀεραντλία τοῦ Gaede. Αὐτη ἀποτελεῖται ἀπό μεταλλικόν κύλινδρον ἐντός τοῦ ὁποίου περιστρέφεται μεταλλικόν τύμπανον, τό ὁποῖον ἐφαρμόζει μόνον εἰς τό ἄνω μέρος τοῦ κυλίνδρου μεταξύ τῶν σωλήνων Α καί Β. Τό τύμπανον διαπερᾶται ἀπό δύο σύρτας Σ_1 καί Σ_2, οἱ ὁποῖοι, τῇ βοηθείᾳ ἐλατηρίων, ἐφαρμόζουν τελείως ἐπί τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου (σχ.115).

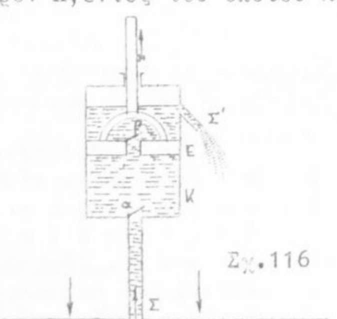
Ὅταν περιστρέφεται τό τύμπανον τότε ὁ χῶρος Γ αὐξάνεται ἐνῷ ὁ χῶρος Δ ἐλαττοῦται. Κατ'αὐτόν τόν τρόπον ἀπομονώνεται είς ἑκάστην περιστροφήν μία μᾶζα ἀερίου, ἡ ὁποία συμπιεζομένη ἐκδιώκεται διά τοῦ σωλῆνος Β.

Πρός ἐπίτευξιν στεγανότητος τοῦ ὅλου συστήματος, ἡ περιστροφική ἀντλία τίθεται ἐντός δοχείου, τό ὁποῖον περιέχει ἔλαιον.

ΥΔΡΑΝΤΛΙΑΙ

Λίαν διαδεδομένοι τύποι ὑδραντλιῶν εἶναι ὑδραντλίαι μέ ἔμβολον καί ὑποδιαιροῦνται εἰς ἀναρροφητικάς καί καταθλιπτικάς.

ΑΝΑΡΡΟΦΗΤΙΚΗ ΥΔΡΑΝΤΛΙΑ. Ἀποτελεῖται ἀπό μεταλλικόν κύλινδρον Κ, ἐντός τοῦ ὁποίου κινεῖται ὑδατοστεγῶς ἔμβολον Ε(σχ. 116). Ὁ κύλινδρος φέρει εἰς τήν βάσιν του σωλῆνα Σ, ὁ ὁποῖος βυθίζεται ἐντός τοῦ ὕδατος τοῦ δοχείου ἤ τοῦ φρέατος. Εἰς τό ἄνω ἄκρον τοῦ σωλῆνος Σ ὑπάρχει βαλβίς α, ἡ ὁποία ἀνοίγει ἐκ τῶν κάτω πρός τά ἄνω. Ἐπίσης ὑπάρχει βαλβίς β καί ἐπί τοῦ ἐμβόλου, ἡ ὁποία ἀνοίγει ὁμοίως ἐκ τῶν κάτω πρός τά ἄνω. Τό ἔμβολον παλινδρομεῖ ἐντός τοῦ κυλίνδρου τῇ βοηθείᾳ μοχλοῦ καί, ὅταν ἀνυψοῦται, ὁ ἀήρ ὁ εὑρισκόμενος κάτωθεν τοῦ ἐμβόλου ἀραιοῦται, ἐνῷ συγχρόνως ἀνοίγει ἡ βαλβίς α καί εἰσχωρεῖ ὁ ἀήρ ἐντός τοῦ κυλίνδρου. Ὑπό τήν ἐπίδρασιν τώρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως τό ὕδωρ ἀνέρχεται ἐντός τοῦ σωλῆνος εἰς ὡρισμένον ὕψος. Ὅταν τό ἔμβολον

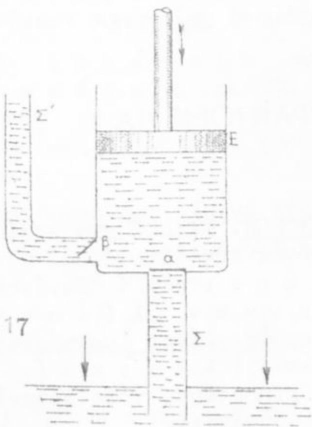


Σχ.116

κατέρχεται συμπιέζεται ὁ κάτωθεν τοῦ ἐμβόλου ἀήρ, ἐνῷ συγχρό νως ἀνοίγει ὑπό τήν ἐπίδρασιν τῆς πιέσεως ἡ βαλβίς β καί κλεί ει ἡ βαλβίς α. Μετά ἀπό ὡρισμένας παλινδρομήσεις τοῦ ἐμβόλου τό ὕδωρ εἰσέρχεται ἐντός τοῦ κυλίνδρου καί ὅταν ἀκολούθως κα τέρχεται τό ἔμβολον κλείει ἡ βαλβίς α καί ἀνοίγει ἡ βαλβίς β, ἀνερχομένου τοῦ ὕδατος ἄνωθεν τοῦ ἐμβόλου. Τέλος ὅταν ἀνέρχε ται τό ἔμβολον κλείει ἡ βαλβίς β, ἀνοίγει ἡ βαλβίς α, τό δέ ὕδωρ, τό ευρισκόμενον ἄνωθεν τοῦ ἐμβόλου, παρασύρεται καί ἐκ- ρέει διά τοῦ σωλῆνος Σ΄, ἐνῷ συγχρόνως νέον ὕδωρ εἰσέρχεται ἐντός τοῦ κυλίνδρου.

Ἡ ἀναρροφητική ἀντλία δύναται νά ἀναρροφήσῃ ὕδωρ θεωρη τικῶς ἀπό βάθος 10,33 m, εἰς τήν πρᾶξιν ὅμως τό βάθος τοῦτο εἶναι μικρότερον (7 m - 8 m).

ΚΑΤΑΘΛΙΠΤΙΚΗ ΑΝΤΛΙΑ. Ἀποτελεῖται ἀπό κύλινδρον, ἐντός τοῦ ὁποίου κινεῖται ὑδατοστεγῶς ἔμβολον Ε. Ἡ βάσις τοῦ κυ- λίνδρου φέρει σωλῆνα Σ, ὁ ὁποῖος βυθίζεται ἐντός τοῦ ὑγροῦ. Ἐπίσης ὑπάρχει καί σωλήν Σ΄ πλευρικῶς τοῦ κυ λίνδρου (σχ. 117).



Σχ. 117

Εἰς τά στόμια τῶν σω- λήνων ὑπάρχουν αἱ βαλβῖ- δες α καί β, ἐκ τῶν ὁποί- ων ἡ μέν α ἀνοίγει πρός τά ἔσω τοῦ κυλίνδρου ἡ δέ β πρός τά ἔξω αὐτοῦ.

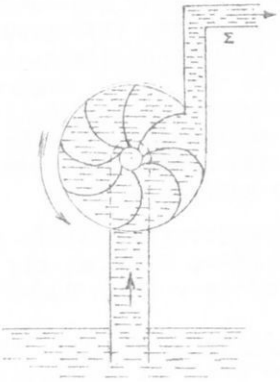
Ὅταν τό ἔμβολον ἀνυ - ψοῦται εἰσχωρεῖ ὑγρόν ἐν- τός τοῦ κυλίνδρου, διότι ἀνοίγει ἡ βαλβίς α, ὅταν δέ κατέρχεται κλείει ἡ βαλβίς α, τό ὑγρόν τότε συμπιεζόμενον ἀνοίγει τήν βαλβῖδα β καί ἀνέρχεται ἐντός τοῦ σωλῆνος Σ΄.

Ἡ καταθλιπτική ἀντλία δύναται νά ἀνυψώσῃ ὕδωρ εἰς πο- λύ μεγάλον ὕψος.

ΦΥΓΟΚΕΝΤΡΙΚΗ ΑΝΤΛΙΑ. Ἀποτελεῖται ἀπό μεταλλικόν κύλιν - δρον ἐντός τοῦ ὁποίου περιστρέφεται ταχέως ἄξων, ὁ ὁποῖος φέ ρει πτερύγια (σχ. 118).

Διά νά λειτουργήση πρέπει ὁ κύλινδρος νά πληρωθῆ μέ ὑγρόν. Κατά τήν περιστροφήν τῶν πτερυγίων τό ὕδωρ φυγοκεντρίζεται ὠθούμενον πρός τήν περιφέρειαν, καί ἐξαναγκάζεται οὕτω νά ἐκρεύση ἐκ τοῦ σωλῆνος Σ.

Ἡ φυγοκεντρική ἀντλία παρουσιάζει μεγάλην ἀπόδοσιν καί, ἕνεκα τούτου, χρησιμοποιεῖται πολύ εἰς ἀγροκτήματα κλπ.



Σχ. 118

ΜΟΡΙΑΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΜΟΡΙΩΝ Ή ΑΤΟΜΩΝ. Μεταξύ τῶν μορίων ἤ ἀτόμων τῆς ὕλης ἐξασκοῦνται, ἀναλόγως τῆς ἀποστάσεως αὐτῶν, εἴτε ἑλκτικαί εἴτε ἀπωστικαί δυνάμεις. Ὅταν ἡ ἀπόστασις μεταξύ τῶν δομικῶν λίθων (μόρια ἤ ἄτομα) τῆς ὕλης εἶναι μεγαλυτέρα ὡρισμένης ἀποστάσεως, τότε μεταξύ τῶν δομικῶν λίθων ἐξασκοῦνται ἑλκτικαί δυνάμεις, ἐνῷ ὅταν ἡ ἀπόστασις εἶναι μικροτέρα, τότε ἐμφανίζονται μεταξύ αὐτῶν ἀπωστικαί δυνάμεις.

Εἰς ἑλκτικάς δυνάμεις ὀφείλονται καί αἱ τρεῖς καταστάσεις τῆς ὕλης.

Εἰς τήν στερεάν κατάστασιν οἱ δομικοί λίθοι εὑρίσκονται πολύ πλησίον ἀλλήλων, καί, ὡς ἐκ τούτου, ἐξασκοῦνται μεταξύ αὐτῶν πολύ μεγάλαι ἑλκτικαί δυνάμεις.

Εἰς τήν ὑγράν κατάστασιν αἱ ἀποστάσεις μεταξύ τῶν δομικῶν λίθων εἶναι ὀλίγον μεγαλύτεραι καί, ὡς ἐκ τούτου, αἱ ἑλκτικαί δυνάμεις εἶναι μικραί.

Εἰς τήν ά έ ρ ι ο ν κατάστασιν αἱ ἀποστάσεις εἶναι ἀκόμη μεγαλύτεραι, αἱ ἑλκτικαί δυνάμεις πολύ μικραί καί τά μόρια (ἤ ἄτομα), λόγῳ τῆς κινητικῆς των καταστάσεως, ἔχουν τήν τάσιν νά ἀπομακρύνωνται μεταξύ των. Αἱ ἑλκτικαί δυνάμεις μεταξύ τῶν μορίων διακρίνονται εἰς δ υ ν ά μ ε ι ς σ υ ν ο χ ῆ ς καί δ υ ν ά μ ε ι ς σ υ ν α φ ε ί α ς.

α) <u>Δυνάμεις συνοχῆς.</u> 'Ονομάζομεν δ υ ν ά μ ε ι ς σ υ ν ο χ ῆ ς τάς ἑλκτικάς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται μεταξύ ὁ μ ο ε ι δ ῶ ν μ ο ρ ί ω ν τῆς ὕλης, τό ἀποτέλεσμα δέ τῶν δυνάμεων συνοχῆς ὀνομάζομεν σ υ ν ο χ ή ν.

Αἱ δυνάμεις συνοχῆς εἶναι πολύ μεγάλαι εἰς τά στερεά σώματα, ἐνῷ εἰς τά ὑγρά εἶναι μικραί καί εἰς τά ἀέρια σχεδόν ἀμελητέαι.

β) <u>Δυνάμεις συναφείας.</u> 'Ονομάζομεν δ υ ν ά μ ε ι ς σ υ ν α φ ε ί α ς τάς ἑλκτικάς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται μεταξύ ἑ τ ε ρ ο ε ι δ ῶ ν μ ο ρ ί ω ν, τό ἀποτέλεσμα δέ τῶν δυνάμεων συναφείας ὀνομάζομεν σ υ ν ά φ ε ι α ν.

'Η σ υ ν ά φ ε ι α παρουσιάζεται μεταξύ σ τ ε ρ ε ῶ ν σ ω μ ά τ ω ν, μεταξύ σ τ ε ρ ε ο ῦ καί ὑ γ ρ ο ῦ καί μεταξύ σ τ ε ρ ε ο ῦ καί ἀ ε ρ ί ο υ. Εἰς τήν τελευταίαν ὅμως περίπτωσιν χρησιμοποιεῖται ὁ ὅρος π ρ ο σ ρ ό φ η σ ι ς.

<u>Φαινόμενα ὀφειλόμενα εἰς τήν συνοχήν καί συνάφειαν:</u>

1) 'Ο σίφων λειτουργεῖ λόγῳ τῶν δυνάμεων συνοχῆς μεταξύ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ.

2) 'Η ἐ π ι φ α ν ε ι α κ ή τ ά σ ι ς ὀφείλεται εἰς τάς δυνάμεις συνοχῆς τῶν μορίων τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.

3) 'Η κ ι μ ω λ ί α γράφει ἐπί τοῦ πίνακος λόγῳ συναφείας.

4) 'Η μ ε λ ά ν η γράφει ἐπί τοῦ χάρτου λόγῳ συναφείας.

5) 'Η σ κ ό ν η ἐπικάθηται ἐπί τῶν ἐπίπλων λόγῳ συναφείας.

6) Τ ό ὕ δ ω ρ διαβρέχει τήν ὕαλον, διότι ἡ συνάφεια μεταξύ ὕδατος καί ὑάλου εἶναι μεγαλυτέρα τῆς συνοχῆς τῶν μορίων τοῦ ὕδατος.

7) 'Ο υ δ ρ ά ρ γ υ ρ ο ς δέν διαβρέχει τήν ὕαλον, διότι ἡ συνάφεια μεταξύ ὑδραργύρου καί ὑάλου εἶναι μικροτέρα τῆς συνοχῆς τῶν μορίων τοῦ ὑδραργύρου.

8) Ε ἰ ς δ υ ν ά μ ε ι ς σ υ ν α φ ε ί α ς κ α ί σ υ ν ο χ ῆ ς ὀφείλονται τά διάφορα τριχοειδῆ φαινόμενα.

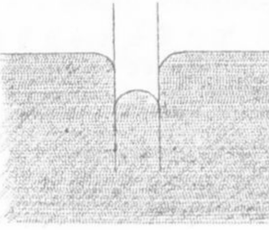
ΤΡΙΧΟΕΙΔΗ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ. 'Ονομάζομεν τριχοειδῆ φαινόμενα, ὡρισμένα φαινόμενα, τά ὁποῖα ἐμελετήθησαν διά πρώτην φοράν μεταξύ μικροδιαμετρικῶν (τριχοειδῶν) σωλήνων καί ὑγρῶν:

α) Ὅταν μικροδιαμετρικός ὑάλινος σωλήν εἰσαχθῇ ἐντός ὕδατος, τότε τό ὕδωρ διαβρέχει τόν σωλῆνα ἀνερχόμενον ἐντός τοῦ σωλῆνος τόσον ὑψηλότερον, ὅσον μικροτέρας διαμέτρου εἶναι ὁ σωλήν, ἡ δέ ἐπιφάνεια τοῦ ὕδατος ἐντός τοῦ σωλῆνος εἶναι τότε κοίλη πρός τά ἄνω (σχ.119)

Σχ. 119

Τό φαινόμενον τοῦτο, τό ὁποῖον ἐκ πρώτης ὄψεως φαίνεται ὅτι ἀντίκειται εἰς τάς ἀρχάς τῆς ὑδροστατικῆς, ὀφείλεται εἰς τό ὅτι ἡ συνάφεια μεταξύ ὕδατος καί ὑάλου εἶναι μεγαλυτέρα τῆς συνοχῆς τῶν μορίων τοῦ ὕδατος.

β) Ὅταν μικροδιαμετρικός ὑάλινος σωλήν εἰσαχθῇ ἐντός ὑδραργύρου, τότε ὁ ὑδράργυρος κατέρχεται ἐντός τοῦ σωλῆνος χωρίς νά διαβρέχῃ αὐτόν, τόσον χαμηλότερον, ὅσον μικροτέρας διαμέτρου εἶναι ὁ σωλήν, ἡ δέ ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου ἐντός τοῦ σωλῆνος εἶναι κυρτή πρός τά ἄνω(σχ.120)



Σχ.120

Τό φαινόμενον τοῦτο, τό ὁποῖον ἐκ πρώτης ὄψεως φαίνεται ὅτι ἀντίκειται εἰς τάς ἀρχάς τῆς ὑδροστατικῆς, ὀφείλεται εἰς τό ὅτι ἡ συνάφεια μεταξύ ὑδραργύρου καί ὑάλου εἶναι μικροτέρα τῆς συνοχῆς τῶν μορίων τοῦ ὑδραργύρου.

Λόγῳ τριχοειδῶν φαινομένων, ἀνέρχεται τό πετρέλαιον διά μέσου τῶν ἰνῶν τοῦ φιτυλίου τῆς λάμπας καί ἀπορροφᾶται ἡ μελάνη ἀπό τόν ἀπορροφητικόν χάρτην (στυπόχαρτον).

ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΤΑΣΙΣ. Ἐ π ι φ α ν ε ι α κ ή τ ά σ ι ς ὀ ν ο μ ά ζ ε τ α ι ἡ τ ά σ ι ς, τ ή ν ὁ π ο ί α ν π α ρ ο υ σ ι ά ζ ε ι ἡ ἐ λ ε υ θ έ ρ α ἐ π ι φ ά ν ε ι α ἑ ν ό ς ὑ γ ρ ο ῦ, ν ά κ α τ α λ α μ β ά ν ῃ ὅ σ ο ν τ ό δ υ ν α τ ό ν μ ι κ ρ ο τ έ ρ α ν ἔ κ τ α σ ι ν.

Ἡ ἐπιφανειακή τάσις ὀφείλεται εἰς τάς ἑλκτικάς δυνάμεις (δυνάμεις συνοχῆς) τῶν μορίων τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, αἱ ὁποῖαι ἔχουν ὡς ἀποτέλεσμα νά συμπεριφέρεται ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ὡς ἐλαστική μεμβράνη.

Εἰς τήν ἐπιφανειακήν τάσιν ὀφείλονται τά ἀκόλουθα φαινόμενα:

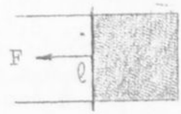
1) Σταγών ὑδραργύρου, ὅταν εὑρίσκεται ἐπί ὑαλίνης πλακός, λαμβάνει σχῆμα σφαιρικόν. Διότι ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου θέλει νά ἀποκτήσῃ τήν ἐλαχίστην δυνατήν ἐπιφάνειαν, ἡ δέ σφαῖρα, ὡς γνωστόν, εἶναι τό σχῆμα, τό ὁποῖον ὑπό δεδομένον ὄγκον ἔχει τήν ἐλαχίστην ἐπιφάνειαν.

2) Ὁ σχηματισμός ὑ γ ρ ῶ ν ὑ μ ε ν ί ω ν.

3) Διάφορα ἔντομα δύνανται νά κινοῦνται ἐπί τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος.

4) Σιδηρᾶ συνήθης βελόνη, ἀφοῦ προηγουμένως τήν ἀλείψωμεν μέ λίπος, ἐπιπλέει ἐπί τοῦ ὕδατος, ἐάν ἀφεθῇ μέ προσοχήν ἐπί τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ.

Συντελεστής ἐπιφανειακῆς τάσεως. Ἔστω ὀρθογώνιον πλαίσιον ἐκ σύρματος, τοῦ ὁποίου ἡ μία πλευρά εἶναι κινητή (σχ. 121). Ὅταν βυθίσωμεν τό πλαίσιον εἰς διάλυμα σάπωνος καί ἀκολούθως τό ἀνασύρομεν, θά σχηματισθῇ ἕν λεπτότατον ὑγρόν ὑμένιον, τοῦ ὁποίου τό ἐμβαδόν τείνει νά ἐλαττωθῇ καί οὕτω παρασύρεται ἡ κινητή πλευρά τοῦ πλαισίου. Διά νά διατηρήσωμεν λοιπόν τήν κινητήν πλευράν τοῦ πλαισίου εἰς τήν ἀρχικήν της θέσιν, πρέπει νά ἐξασκήσωμεν καθέτως ἐπ' αὐτήν δύναμιν ἔστω F. Τό μ έ τ ρ ο ν



Σχ. 121

τῆς δυνάμεως F εὑρίσκεται ὅτι εἶναι ἀνάλογον τοῦ μήκους l τῆς κινητῆς πλευρᾶς τοῦ πλαισίου. Ἤτοι:

$$\boxed{F = 2\alpha \cdot l}$$

Ὁ συντελεστής α καλεῖται συντελεστής ἐπιφανειακῆς τάσεως καί ἐξαρτᾶται ἀπό τήν φύσιν τοῦ ὑγροῦ καί τήν θερμοκρασίαν του.

<u>Παρατήρησις</u>. Ὁ ἀριθμός 2 εἰς τόν ἀνωτέρω τύπον τίθεται διότι τό ὑμένιον ἔχει δύο ἐλευθέρας ἐπιφανείας. Ἑπομένως ὁ τύπος $F = \alpha \cdot l$, ὅταν ἀναφέρεται εἰς τό πείραμα τοῦ ὑμενίου εἶναι λανθασμένος.

<u>ΔΙΑΛΥΜΑΤΑ</u>. Τά διαλύματα εἶναι ὁμογενῆ μίγματα, δηλαδή μίγματα τά ὁποῖα ἐμφανίζουν τήν αὐτήν σύστασιν καί τάς αὐτάς ἰδιότητας εἰς ὅλην τήν ἔκτασιν αὐτῶν. Προκύπτουν διά διαλύσεως ἑνός σώματος ἐντός ἄλλου ὅπως π.χ. ζαχάρεως ἐντός ὕδατος ἤ μαγειρικοῦ ἅλατος ἐντός ὕδατος κ.λ.π.

Τό ὑπό μικροτέραν ἀναλογίαν συστατικόν τοῦ μίγματος καλεῖται διαλελυμένον σῶμα, ἐνῷ τό ὑπό μεγαλυτέραν καλεῖται διαλύτης ἤ διαλυτικόν μέσον. Ἐνδιαφέρον παρουσιάζουν τά διαλύματα τῶν ὁποίων τό διαλυτικόν μέσον εἶναι ὑγρόν καί κυρίως ὕδωρ.

Τό διαλελυμένον σῶμα δύναται νά εἶναι στερεόν, ὑγρόν ἤ καί ἀέριον ἀρκεῖ νά μή ἀντιδρᾷ χημικῶς μέ τόν διαλύτην. Παράδειγμα διαλύσεως ἀερίου εἰς ὑγρόν ἀποτελοῦν τά ἀεριοῦχα ποτά ἐνῷ τά κράματα θεωροῦνται ὡς στερεά διαλύματα.

Τά συστατικά ἑνός διαλύματος διαχωρίζονται διά φυσικῶν μεθόδων ὅπως π.χ. δι'ἐξατμίσεως ἤ διά κρυσταλλώσεως κ.λ.π.

Διαλυτότης καλεῖται τό ποσόν τῆς μάζης ἑνός σώματος εἰς gr, ἡ ὁποία δύναται νά διαλυθῇ ἐντός ἑνός διαλυτικοῦ μέσου ὡρισμένου ὄγκου διά δεδομένην θερμοκρασίαν.

Συντελεστής διαλυτότητος καλεῖται τό ποσόν τῆς μάζης εἰς gr ἑνός σώματος τό ὁποῖον δύναται νά διαλυθῇ εἰς 1gr ὕδατος ἤ ἄλλου διαλύτου.

Κεκορεσμένον καλεῖται τό διάλυμα, ὅταν περιέχῃ ἐν διαλύσει ποσότητα ἴσην μέ τήν προβλεπομένην ὑπό τῆς διαλυτότητος.

'Α κ ό ρ ε σ τ ο ν καλεῖται τό διάλυμα, ὅταν περιέχῃ μικροτέραν ἀπό τήν ὑπό τῆς διαλυτότητος προβλεπομένην ποσότητα σώματος ἐν διαλύσει.

Ἕν κεκορεσμένον διάλυμα μετατρέπεται εἰς ἀκόρεστον δι' αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας (διότι οὕτω αὐξάνεται ἡ διαλυτότης) ἤ διά προσθήκης διαλύτου.

Ἄν ἡ θερμοκρασία ἑνός κεκορεσμένου διαλύματος ἐλαττωθῇ τότε ἐλαττοῦται καί ὁ συντελεστής διαλυτότητος, ὁπότε μέρος τοῦ διαλελυμένου σώματος ἀποβάλλεται ἐκ τοῦ διαλύματος καί τό διάλυμα ἐξακολουθεῖ νά παραμένῃ κεκορεσμένον.

'Ενίοτε καί ὑπό εἰδικάς συνθήκας εἶναι δυνατόν νά διαλυθῇ μεγαλυτέρα ποσότης σώματος ἀπό τήν ὑπό τῆς διαλυτότητος προβλεπομένην καί τότε τό διάλυμα λέγεται ὑ π έ ρ κ ο ρ ο ν. 'Αλλά τό διάλυμα αὐτό εἶναι ἀσταθές καί δι'ἁπλῆς ἀναταράξεως μεταπίπτει εἰς κεκορεσμένον δι'ἀποβολῆς τῆς ποσότητος ἡ ὁποία εἶχε διαλυθῆ ἐν περισσείᾳ.

<u>ΓΑΛΑΚΤΩΜΑΤΑ.</u> Τά γαλακτώματα εἶναι διαλύματα, τά ὁποῖα προκύπτουν, ὅταν ἐντός τοῦ διαλυτικοῦ μέσου εὑρίσκωνται εἰς λεπτότατον καταμερισμόν (ἐν αἰωρήσει) μικροί κόκκοι ἄ λ λ ο υ σώματος, τό ὁποῖον ὅμως δέν διαλύεται εἰς τό διαλυτικόν μέσον. Τό γάλα π.χ.,ἀπό τό ὁποῖον καί ἔλαβον τό ὄνομά τους, ἀνήκει εἰς τήν κατηγορίαν τῶν διαλυμάτων αὐτῶν καί συνίσταται ἀπό ὕδωρ,ἐντός τοῦ ὁποίου εὑρίσκονται ἐν αἰωρήσει πολλοί μικροί κόκκοι βουτύρου (λίπους) καθώς καί λακτόζης,καζεΐνης,ἀλβουμίνης κ.λ.π. Τό ὕδωρ καί τό ἔλαιον δέν μείγνυνται.Ὅμως διά παρατεταμένης ἀναταράξεως αὐτῶν ἐπιτυγχάνεται ὁ σχηματισμός γαλακτώματος διά τῆς ὁμοιομόρφου καί λεπτοτάτου κατανομῆς σταγονιδίων ἐλαίου ἐντός τοῦ ὕδατος.

Τά γαλακτώματα δέν εἶναι σταθερά διαλύματα καί ὡς ἐκ τούτου χρειάζεται νά ληφθοῦν ὡρισμένα προφυλακτικά μέτρα,ἵνα μή διαχωρισθοῦν εἰς στοιβάδας.

Πρός τοῦτο προστίθενται ὡρισμένα σώματα, τά ὁποῖα εἶναι διαλυτά εἰς ἕνα ἐκ τῶν δύο ὑγρῶν μέ ἀποτέλεσμα τήν διατήρησιν σταθερότητος τοῦ γαλακτώματος. Τά σώματα αὐτά καλοῦνται σ τ α θ ε ρ ο π ο ι η τ α ί.

Τά γαλακτώματα εὑρίσκουν ἐφαρμογήν εἰς τήν φαρμακευτικήν καθώς καί εἰς τήν οἰκιακήν οἰκονομίαν καί ὑγιεινήν. Ὁ κα θαρισμός τῶν ὑφασμάτων καί τοῦ δέρματος ὑποβοηθεῖται διά τοῦ σχηματισμοῦ γαλακτωμάτων λιπαρῶν σωμάτων ἐντός τοῦ ὕδατος τῇ βοηθείᾳ τοῦ σάπωνος.

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ. Κατά τήν κινητικήν θεωρίαν, τά μόρια ἑνός ἀερίου εὑρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον ἄτακτον κίνησιν συγκρουόμενα μεταξύ των καί μέ τά τοιχώματα τοῦ δοχείου, ἐντός τοῦ ὁποίου εὑρίσκεται.

Ἐκ τῆς προσκρούσεως δέ τῶν μορίων ἐπί τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, συμφώνως πρός τό θεώρημα τῆς μεταβολῆς τῆς ὁρμῆς, ἐξασκοῦνται ἐπί τῶν τοιχωμάτων δυνάμεις καί οὕτω δικαιολογεῖται ἡ ἐμφανιζομένη πίεσις.

Αἱ ταχύτητες μέ τάς ὁποίας κινοῦνται ὡρισμένην χρονικήν στιγμήν τά μόρια εἶναι διάφοροι, ἡ μέση ὅμως ταχύτης αὐτῶν εἶναι ὡρισμένη καί ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀερίου. Ὅταν ἡ θερμοκρασία αὐξάνεται, αὐξάνεται συγχρόνως καί ἡ μέση ταχύτης καί, ὡς ἐκ τούτου, ἡ ἐξασκουμένη πίεσις καθίσταται μεγαλυτέρα.

Ἡ ἄτακτος κίνησις τῶν μορίων παρετηρήθη διά πρώτην φοράν ὑπό τοῦ βοτανολόγου Brown (1827) εἰς τά ὑγρά καί διά τοῦτο καλεῖται καί κίνησις Brown.

Τήν κίνησιν Brown δυνάμεθα νά ἀντιληφθῶμεν, ἄν παρατηρήσωμεν μέ μικροσκόπιον σταγόνα ὕδατος, ἡ ὁποία περιέχει μικράν ποσότητα σινικῆς μελάνης. Παρατηροῦμεν τότε, ὅτι οἱ κόκκοι τῆς αἰθάλης τῆς σινικῆς μελάνης εὑρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον ἄτακτον κίνησιν.

Οἱ κόκκοι τῆς αἰθάλης ἐξαναγκάζονται νά κινοῦνται ἀτάκτως, διότι ἐπ' αὐτῶν προσκρούουν τά μόρια τοῦ ὕδατος, τά ὁποῖα εὑρίσκονται εἰς ἄτακτον κίνησιν.

Συμπεράσματα ἐκ τῆς κινητικῆς θεωρίας. Ἡ κινητική θεωρία ἠδυνήθη νά ἑρμηνεύσῃ μηχανικῶς ὅλους τούς νόμους τῶν ἀερίων καί νά ἐξαγάγῃ σπουδαῖα συμπεράσματα.

Διά τῆς κινητικῆς θεωρίας π.χ. ἐξηγήθησαν τά ἑξῆς:

1) Ἡ πίεσις p ἑνός ἀερίου εἶναι ἀνάλογος τῆς πυκνότητος d τοῦ ἀερίου καί ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς μέσης ταχύτητος u τῶν μορίων αὐτοῦ. Ἤτοι:

$$\boxed{p = \frac{1}{3}\, d.\upsilon^2}$$

2) Ἡ ἀπόλυτος θερμοκρασία τοῦ ἀερίου εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς μέσης ταχύτητος τῶν μορίων αὐτοῦ.

3) Ἡ θερμότης τοῦ ἀερίου εἶναι τό ἄθροισμα τῶν κινητικῶν ἐνεργειῶν τῶν μορίων αὐτοῦ.

4) Τό γραμμομόριον κάθε σώματος περιέχει τόν αὐτόν ἀριθμόν μορίων:

$N = 6{,}023.10^{23}$ μόρια/mol : Σταθερά Loschmidt

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΠΑΡΟΧΗ. Ὀνομάζομεν παροχήν Π σωλῆνος τό πηλίκον τοῦ ὄγκου V τοῦ ὑγροῦ, τό ὁποῖον διέρχεται διά μιᾶς τομῆς τοῦ σωλῆνος εἰς χρόνον t, διά τοῦ χρόνου τούτου. Ἤτοι:

$$\boxed{\Pi = \frac{V}{t}} \qquad (1)$$

Ἐάν καλέσωμεν l τό διάστημα, τό ὁποῖον διανύει τό ὑγρόν εἰς χρόνον t καί S τήν τομήν τοῦ σωλῆνος, τότε V=S.l καί ὁ τύπος (1) γράφεται:

$$\Pi = \frac{S.l}{t} \qquad (2)$$

'Επειδή ὅμως 1/t εἶναι ἡ ταχύτης υ τοῦ ὑγροῦ, λαμβάνομεν:

$$\boxed{\Pi = S.\upsilon} \qquad (3)$$

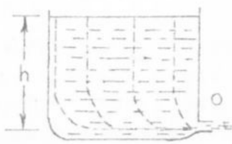
<u>ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ:</u> "Ἡ παροχή ἑνός σωλῆνος εἶναι σταθερά εἰςς οἱανδήποτε διατομήν αὐτοῦ".

Συμφώνως πρός τήν σχέσιν (2) ὁ νόμος τῆς συνεχείας γράφεται:

$$\boxed{S_1.\upsilon_1 = S_2.\upsilon_2}$$

<u>ΝΟΜΟΣ Bernoulli:</u> "Κατά τήν ροήν ἑνός ρευστοῦ ἐντός σωλῆνος ἡ πίεσις εἶναι μεγάλη εἰς σημεῖα μικρῶν ταχυτήτων καί μικρά εἰς σημεῖα μεγάλων ταχυτήτων".

<u>ΕΚΡΟΗ ΥΓΡΟΥ ΔΙ'ΟΠΗΣ.</u> Ἡ μᾶζα m τοῦ ὑγροῦ, τό ὁποῖον ἐκρέει ἐκ τῆς ὀπῆς O τοῦ δοχείου(σχ. 122) μέ ταχύτητα υ, ἔχει κινητικήν ἐνέργειαν $1/2\, m.\upsilon^2$. Ἡ αὐτή μᾶζα ὑγροῦ ὅμως, ὅταν εὑρίσκεται εἰς τό ὕψος h, ἔχει δυναμικήν ἐνέργειαν m.g.h. Κατά τό θεώρημα λοιπόν τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας θά ἔχωμεν:



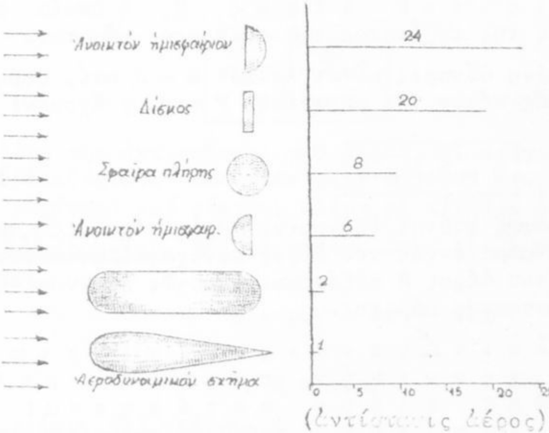
Σχ. 122

$$\frac{1}{2}m.\upsilon^2 = m.g.h$$

καί $\boxed{\upsilon = \sqrt{2gh}}$ (Θεώρημα Torricelli)

Ἄρα: Ἡ ταχύτης ἐκροῆς ὑγροῦ δι' ὀπῆς εἶναι ἡ αὐτή μέ τήν ταχύτητα, τήν ὁποίαν θά ἀπέκτα, ἄν ἔπιπτεν ἐλευθέρως ἐκ τοῦ ὕψους τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.

<u>ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΣ ΤΟΥ ΑΕΡΟΣ</u>. Ὅταν ἕνα σῶμα κινῆται ἐν σχέσει πρός τόν ἀέρα, τότε ἐπί τοῦ σώματος ἐξασκεῖται δύναμις ἀντιθέτου φορᾶς τῆς κινήσεως αὐτοῦ, ἡ ὁποία καλεῖται ἀεραντίστασις ἤ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος. Ἀποδεικνύεται δέ πειραματικῶς ὅτι:



Σχ. 123

Ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος R εἶναι ἀνάλογος τῆς μετωπικῆς ἐπιφανείας S τοῦ κινουμένου σώματος, ἀνάλογος τῆς πυκνότητος d τοῦ ἀέρος καί ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς σχετικῆς ταχύτητος υ τοῦ σώματος ὡς πρός τόν ἀέρα. Ἤτοι

$$\boxed{R = C_{αντ} \cdot S \cdot \frac{d}{2} \cdot υ^2}$$

ὅπου $C_{αντ}$ εἶναι συντελεστής (καθαρός ἀριθμός) καλούμενος συντελεστής ἀντιστάσεως* καί ἐξαρτᾶται κυρίως, ἐκ τοῦ σχήματος τοῦ ὀπισθίου μέρους τοῦ σώματος.

Ὁ συντελεστής ἀντιστάσεως $C_{αντ}$ ἔχει τήν μικροτέραν τιμήν διά τό ἰχθυοειδές σχῆμα (ἀεροδυναμικόν σχῆμα).

* Ὁ συντελεστής ἀντιστάσεως $C_{αντ}$ εἶναι διάφορος τοῦ συντελεστοῦ K τοῦ βιβλίου τοῦ Ο.Ε.Σ.Β. Ὁ συντελεστής K εἶναι τό γινόμενον $C_{αντ} \cdot d/2$ καί, ἐπομένως, δέν ἐξαρτᾶται μόνον ἀπό τό σχῆμα τοῦ σώματος.

Παρατήρησις. Ὁ ἀνωτέρω τύπος τῆς ἀντιστάσεως δέν ἰσχύει διά πολύ μεγάλας ταχύτητας.

ΠΤΩΣΙΣ ΣΩΜΑΤΟΣ ΕΝΤΟΣ ΤΟΥ ΑΕΡΟΣ. Ὅταν σῶμα πίπτῃ ἐντός τοῦ ἀέρος, ἐξασκοῦνται ἐπ' αὐτοῦ αἱ δυνάμεις: α) Τό βάρος Β τοῦ σώματος, τό ὁποῖον εἶναι δύναμις σταθερά καί β) ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος R, ἡ ὁποία αὐξάνεται αὐξανομένης τῆς ταχύτητος τοῦ πίπτοντος σώματος.

Ἡ συνισταμένη δύναμις εἶναι λοιπόν Β - R καί, συμφώνως πρός τόν θεμελιώδη νόμον τῆς μηχανικῆς $F = m.\gamma$ ἔχομεν:

$$\boxed{B - R = m.\gamma} \qquad (1)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης ἐξάγομεν: Ἡ ἐπιτάχυνσις γ, μέ τήν ὁποίαν πίπτει τό σῶμα ἐντός τοῦ ἀέρος συνεχῶς ἐλαττοῦται, διότι ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος R αὐξάνεται συνεχῶς αὐξανομένης τῆς ταχύτητος τοῦ πίπτοντος σώματος.

Ἄρα: Ἡ ἐπιτάχυνσις γ γίνεται ὡρισμένην χρονικήν στιγμήν μηδέν καί τό σῶμα πλέον κατέρχεται μέ σταθεράν ταχύτητα, τοῦτο δέ συμβαίνει ὅταν:

$$\boxed{B = R} \qquad (2)$$

Τήν σταθεράν ταχύτητα μέ τήν ὁποίαν πίπτει τό σῶμα ἐντός τοῦ ἀέρος καλοῦμεν ὁρικήν ταχύτητα υ_0.

Ἐπειδή δέ εἶναι:

$$R = C_{\alpha\nu\tau} . S . \frac{d}{2} \upsilon_0^2$$

(ὅπου $C_{\alpha\nu\tau}$ εἶναι ὁ συντελεστής ἀντιστάσεως, S ἡ μετωπική ἐπιφάνεια τοῦ σώματος, d ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος καί υ_0 ἡ ὁρική ταχύτης τοῦ σώματος), ἡ σχέσις (2) γράφεται:

$$B = C_{\alpha\nu\tau} . S . \frac{d}{2} . \upsilon_0^2$$

Οὕτως ἐξάγομεν ὅτι τό σῶμα πίπτει μέ ὁρικήν ταχύτητα υ_0 ἴσην πρός:

$$\boxed{\upsilon_o = \sqrt{\frac{2B}{C_{\alpha\nu\tau}\,.S.d}}} \qquad (3)$$

'Εάν θέσωμεν $C_{\alpha\nu\tau}\,.d/2 = K$ ή σχέσις (3) δύναται νά γραφῆ:

$$\boxed{\upsilon_o = \sqrt{\frac{B}{K\,.\,S}}} \qquad (4)$$

Λόγῳ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος, οἱ σταγόνες τῆς βροχῆς καί τό ἀλεξίπτωτον ἀποκτοῦν μετά πάροδον μικροῦ χρόνου τήν ὁρικήν ταχύτητα καί πίπτουν πλέον μέ κίνησιν ὁμαλήν.

<u>Παρατήρησις:</u> 'Εάν τό πίπτον σῶμα εἶναι σφαῖρα ἀκτῖνος r, τότε:

$$B = \varepsilon.V = \varepsilon.\,\frac{4}{3}\,\pi.\,r^3$$

$$S = \pi.\,r^2$$

καί ή σχέσις (4) γράφεται:

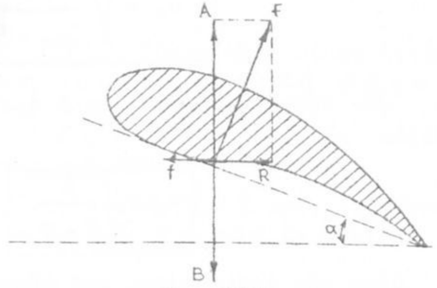
$$\boxed{\upsilon_o = 2.\sqrt{\frac{\varepsilon.r}{3K}}}$$

<u>ΑΕΡΟΠΛΑΝΟΝ</u>. 'Η προώθησις τοῦ ἀεροπλάνου ἐντός τοῦ ἀέρος ὀφείλεται εἰς τό θεώρημα τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, ἡ δέ στήριξις αὐτοῦ εἰς τόν ἀέρα καθώς καί ἡ ἀνύψωσις, ἐπιτυγχάνεται διά τῆς δημιουργίας δυναμικῆς ἀνώσεως.

Τό ἀεροπλάνον ἀποτελεῖται ἐκ τῶν ἀκολούθων μερῶν: 1) Ἐκ τῆς ἀτράκτου, 2) ἐκ τοῦ συστήματος στηρίξεως (πτέρυγες), 3) ἐκ τοῦ συστήματος διευθύνσεως, 4) ἐκ τοῦ συστήματος προσγειώσεως, καί 5) ἐκ τοῦ συστήματος προωθήσεως.

<u>Στήριξις ἀεροπλάνου</u>. "Οταν τό ἀεροπλάνον κινῆται ἐν σχέσει πρός τόν ἀέρα, τότε ἐπί τῶν πτερύγων αὐτοῦ ἐξασκεῖται δύναμις F (σχ.124), ἡ ὁποία καλεῖται ἀεροδύναμις.

Ἡ ἀεροδύναμις ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς γωνίας προσβολῆς α, τοῦ σχήματος καί τοῦ μεγέθους τῶν πτερύγων καί τῆς ταχύτητος τοῦ ἀεροπλάνου. Ὀφείλεται δέ εἰς τήν δημιουργίαν ὑποπιέσεων εἰς τό ἄνω μέρος τῶν πτερύγων καί ὑπερπιέσεων εἰς τό κάτω μέρος αὐτῶν.



Σχ. 124

Ἡ ἀεροδύναμις F ἔχει σημεῖον ἐφαρμογῆς, εὑρισκόμενον πρός τό ἐμπρόσθιον μέρος τῶν πτερύγων καί εἶναι ἐλαφρῶς κεκλιμένη πρός τά ὀπίσω. Αὕτη δύναται νά ἀναλυθῇ εἰς δύο συνιστώσας: 1) τήν δυναμικήν ἄνωσιν A, ἡ ὁποία εἶναι κατακόρυφος καί πρός τά ἄνω καί ἀντισταθμίζει τό βάρος B τοῦ ἀεροπλάνου καί 2) τήν ἀντίστασιν R, ἡ ὁποία ἔχει φοράν ἀντίθετον τῆς κινήσεως καί ἀντισταθμίζεται ὑπό τῆς προωστικῆς δυνάμεως f τῆς ἕλικος.

Οὕτω κατά τήν ὁριζοντίαν ἰσοταχῆ κίνησιν τοῦ ἀεροπλάνου ἐξασκοῦνται ἐπ' αὐτοῦ αἱ δυνάμεις: 1) ἡ δυναμική ἄνωσις A, 2) ἡ ἀντίστασις R, 3) τό βάρος B καί 4) ἡ προωστική δύναμις f. Εἶναι δέ:

$$\boxed{A = B} \quad \text{καί} \quad \boxed{f = R}$$

<u>Σύστημα προωθήσεως.</u> Διά τήν προώθησιν τοῦ ἀεροπλάνου χρησιμοποιοῦνται αἱ ἕλικες, αἱ ὁποῖαι περιστρέφονται μέ τήν βοήθειαν ἰσχυροῦ κινητῆρος.

Ὅταν περιστρέφεται ἡ ἕλιξ, τότε, λόγῳ τοῦ σχήματος αὐτῆς, ὠθοῦνται πρός τά ὀπίσω μεγάλαι μᾶζαι ἀέρος μέ μεγάλην ταχύτητα, συμφώνως δέ πρός τό θεώρημα διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς ὠθεῖται συγχρόνως καί τό ἀεροπλάνον πρός τά ἐμπρός.

Εἰς τά ἀεριοπροωθούμενα ἀεροπλάνα ἡ προωστική δύναμις ἐπιτυγχάνεται δι' ἐκτοξεύσεως ἀερίων ἐκ τοῦ ρώθωνος ἐκροῆς. Πρός τοῦτο εἰσέρχεται ἀήρ διά τοῦ ἐμπροσθίου μέρους τοῦ ἀεροπλάνου καί διά καταλλήλου συμπιεστοῦ συμπιέζεται. Ἀκολούθως ὁ ἀήρ ἀναμιγνύεται μέ πετρέλαιον καί συντελεῖ είς τήν καῦσιν αὐτοῦ, τά δέ καυσαέρια ἐκτονοῦνται καί ἐξέρχονται ἐκ τοῦ ρώθωνος, ὁ ὁποῖος εὑρίσκεται είς τό ὀπίσθιον μέρος.

Πρό τῆς ἐξόδου τά ἀέρια τῆς καύσεως παρέχουν μικρόν μέρος τῆς κινητικῆς των ἐνεργείας είς τόν συμπιεστήν διά τήν λειτουργίαν αὐτοῦ. Διά τῶν ἀεριοπροωθουμένων ἀεροπλάνων ἐπετεύχθησάν ὑπερηχητικαί ταχύτητες, δηλαδή ταχύτητες μεγαλύτεραι τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου.

Εἰς τούς π υ ρ α ύ λ ο υ ς ἡ προωστική δύναμις ἐπιτυγχάνεται ὅπως καί είς τά ἀεριοπροωθούμενα. Ο ἱ π ύ ρ α υ λ ο ι ὅ μ ω ς δ ι α φ έ ρ ο υ ν τ ῶ ν ἀ ε ρ ι ο - π ρ ο ω θ ο υ μ έ ν ω ν ἀ ε ρ ο π λ ά ν ω ν, δ ι ό τ ι δ έ ν ἔ χ ο υ ν ἀ ν ά γ κ η ν ἀ τ μ ο σ φ α ι ρ ι κ ο ῦ ἀ έ ρ ο ς. Τ ό ἀ π α ι τ ο ύ μ ε ν ο ν ὀ ξ υ γ ό ν ο ν π α ρ ά γ ε τ α ι ἐ ν τ ό ς τ ο ῦ π υ ρ α ύ λ ο υ διά χ η μ ι κ ῶ ν ἀ ν τ ι δ ρ ά σ ε ω ν.

ΓΕΝΙΚΑΙ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

('Υπό: Μ.Μακροπούλου)

1) Σῶμα βάρους 2 kgr* ἐξαρτᾶται ἐκ δυναμομέτρου, τό δέ δυναμόμετρον ἐξαρτᾶται ἀπό ἕτερον δυναμόμετρον, τό ὁποῖον εἶναι ἐξηρτημένον ἐκ σταθεροῦ ὑποστηρίγματος. Ποίαν ἔνδειξιν δεικνύει κάθε δυναμόμετρον; (Θεωροῦμεν τά δυναμόμετρα ὡς ἀβαρῆ).

2) Δύναμις ἐπενεργεῖ ἐπί ἑνός σημείου σώματος, τό ὁποῖον δέν συμπίπτει μέ τό κέντρον βάρους αὐτοῦ. Τί κίνησιν ἐκτελεῖ τό σῶμα;

3) 'Υπάρχει περίπτωσις ἡ δρᾶσις καί ἡ ἀντίδρασις νά μήν κεῖνται ἐπί τῆς αὐτῆς εὐθείας; 'Αναφέρατε τήν περίπτωσιν.

4) 'Επί σώματος ἐξασκεῖται δύναμις εἰς σημεῖον μή συμπῖπτον μέ τό κέντρον βάρους. 'Εάν τώρα ἐξασκήσωμεν εἰς τό κέντρον βάρους δύναμιν ἴσην καί ἀντίθετον μέ τήν προηγουμένην θά μεταβληθῆ ἡ ἐπ'αὐτοῦ ἐξασκουμένη ροπή;

5) "Ανθρωπος εὑρίσκεται ἐπί λέμβου μέ ἱστία. "Αν ὁ ἄνθρωπος δι'ἀνεμιστῆρος ὠθῇ μέ ρεῦμα ἀέρος τά ἱστία κινεῖται ἡ λέμβος;

6) 'Επί ποία ἀρχῆς στηρίζεται τό βάδισμα τοῦ ἀνθρώπου ἐπί τῆς γῆς;

7) Κύκλωψ σύρει νᾶνον διά σχοινίου. Πόσην δύναμιν ἐξασκεῖ ὁ νᾶνος ἐπί τοῦ κύκλωπος; Διατί κινεῖται ὁ νᾶνος;

8) Ποῖον τό βάρος σώματος ἐπί τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς; Αὐξάνει τό βάρος σώματος ὅταν κατέλθῃ τοῦτο ἐντός βαθέος φρέατος; Πόσο γίνεται τό βάρος τοῦ σώματος ὅταν ὑποτεθῇ ὅτι εὑρίσκεται εἰς τό κέντρον τῆς γῆς;

9) Πόση ἡ δυναμική ἐνέργεια σώματος εὑρισκομένου α) ἐπί τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς; β) εἰς τό κέντρον τῆς γῆς;

10) Εἶναι γνωστόν ὅτι, ὅσον ἀνέρχεται ἕνα σῶμα τόσον αὐξάνει ἡ δυναμική του ἐνέργεια καί εἰς ἄπειρον ἀπόστασιν ἀπό τοῦ κέντρου τῆς γῆς ἡ ἐνέργειά του......γίνεται μηδέν. Πῶς ἐξηγεῖται τοῦτο; Τί συμπέρασμα ἐξάγεται διά τήν δυναμικήν ἐνέργειαν τοῦ σώματος;

11) Πύραυλος ἐκτοξεύεται κατακορύφως πρός τά ἄνω. Τί κάμνει τότε ἡ γῆ;

12) Κυνηγός σκοπεύει πίθηκον. Δεδομένου ὅτι ὁ πίθηκος ἐξ ἐν στίγμου ἀφίνει τόν κλάδον ἀπό τοῦ ὁποίου συγκρατεῖται καί πί πτει εὐθύς ὡς ἴδῃ τήν λάμψιν τῆς ἐκπυρ/σεως τοῦ πυροβόλου, πρός ποῖον σημεῖον πρέπει νά κατευθύνῃ ὁ κυνηγός τήν κάνην: ἄνω, κάτω ἤ ἀκριβῶς ἐπί τοῦ πιθήκου διά νά ἐπιτύχῃ τοῦτον;

13) Πυροβόλον μεγάλου βεληνεκοῦς, εὑρισκόμενον ἐπί τοῦ ἰσημερινοῦ σκοπεύει στόχον εὑρισκόμενον πρός νότον. Ἡ σκόπευσις πρέπει νά γίνῃ πρός 'Ανατολάς, Δυσμάς ἤ ἐπί τοῦ κατακορύφου ἐπιπέδου τοῦ στόχου διά νά ἐπιτύχῃ τό πυροβόλον τόν στόχον.

14) Σῶμα ἀφίεται νά πέσῃ ἀπό τῆς κορυφῆς οὐρανοξύστου. Θά πέσῃ τοῦτο κατακορύφως;

15) 'Εκκρεμές εὑρίσκεται ἐντός δορυφόρου. Ποία ἡ περίοδος αὐτοῦ;

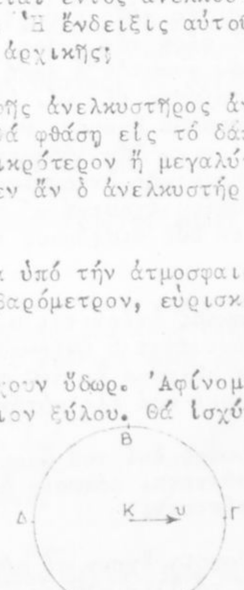
16) 'Υδραργυρικόν βαρόμετρον εὑρίσκεται ἐντός ἀνελκυστῆρος, ἀνερχομένου μέ σταθεράν ἐπιτάχυνσιν. Ἡ ἔνδειξις αὐτοῦ θά εἶναι μεγαλυτέρα, μικροτέρα ἤ ἴση τῆς ἀρχικῆς;

17) Σῶμα ἀφίεται νά πέσῃ ἐκ τῆς ὀροφῆς ἀνελκυστῆρος ἀνερχομένου μέ σταθεράν ταχύτητα. Τό σῶμα θά φθάσῃ εἰς τό δάπεδον τοῦ ἀνελκυστῆρος εἰς χρόνον ἴσον, μικρότερον ἤ μεγαλύτερον τοῦ χρόνου κατά τόν ὁποῖον θά ἔπιπτεν ἄν ὁ ἀνελκυστήρ δέν ἐκινῆτο;

18) Τεχνητός δορυφόρος περιέχει ἀέρα ὑπό τήν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν. Τί θά δεικνύῃ ὑδραργυρικόν βαρόμετρον, εὑρισκόμενον ἐντός αὐτοῦ καί τί μεταλλικόν;

19) Δύο συγκοινωνοῦντα δοχεῖα περιέχουν ὕδωρ. 'Αφίνομεν νά ἐπιπλέῃ ἐντός τοῦ ἑνός δοχείου τεμάχιον ξύλου. Θά ἰσχύῃ ἡ ἀρχή τῶν συγκοινωνούντων δοχείων;

20) Κατά ποίας κατευθύνσεις ἐκτινάσσεται ἡ λάσπη ἐκ τῶν σημείων Α,Β,Γ,Δ τῆς περιφερείας τοῦ τροχοῦ αὐτοκινήτου, ὅταν τοῦτο κινῆται μέ ταχύτητα υ;



21) Τριχοδιαμετρικός σωλήν βυθίζεται έντός ὕδατος καί ἀνέρχεται έντός αὐτοῦ τό ὕδωρ. Κόπτομεν κατόπιν τόν σωλῆνα κάτωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος ἐντός αὐτοῦ. Τί θά συμβῇ μέ τό ὕδωρ;

22) Τό ὕδωρ μεγάλου ἤ μικροῦ βάθους σηκώνει περισσότερον τόν κολυμβητήν;

23) Ζυγίζομεν δι᾿ ἑνός ζυγοῦ, εἰς τόν αὐτόν τόπον, φελλόν καί σίδηρον· παρατηροῦμεν δέ ὅτι ἔχουν τήν αὐτήν μᾶζαν 1 kgr. Ποῖον εἶναι τῶν δύο βαρύτερον;

24) 'Εάν ὑγροποιῆτο ἡ ἀτμόσφαιρα, τό προκῦπτον ὑγρόν θά ἐξασκοῦσε πίεσιν ἐπί τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς ἴσην μέ τήν ἀτμοσφαιρικήν;

25) Διατί δέν δύναται νά ὑπάρξῃ ἀτμόσφαιρα ἐπί τῆς Σελήνης;

26) "Ανθρωπος εὑρίσκεται ἐπί περιστρεφομένου σκαμνίου καί μέ τεταμένας τάς χεῖρας περιστρέφεται μέ γωνιακήν ταχύτητα ω. 'Εάν τώρα φέρῃ τάς χεῖρας του ἔμπροσθεν τοῦ στήθους του, μικραίνει ὡς γνωστόν ἡ ροπή ἀδρανείας καί αὐξάνει ἑπομένως ἡ γωνιακή ταχύτης εἰς ω΄. 'Εάν λάβωμεν τό θεώρημα διατηρήσεως τῆς στροφορμῆς ἔχομεν: $\Theta.\omega = \Theta'.\omega'$ ἐκ τοῦ ὁποίου ἔχομεν: $\omega' = \Theta/\Theta'.\omega$. 'Εάν λάβωμεν ἐπίσης τό θεώρημα τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας θά ἔχωμεν: $1/2\ \Theta.\omega^2 = 1/2\ \Theta'\omega'^2$ ἐκ τοῦ ὁποίου ἔχομεν: $\omega' = \sqrt{\Theta/\Theta'}.\omega$. Πῶς εἶναι δυνατόν νά εὑρίσκωμεν δύο διαφόρους τιμάς διά τήν αὐτήν γωνιακήν ταχύτητα ω΄;

27) "Ανθρωπος ἀνέρχεται κλίμακα εἰς ὕψος h καί αἰσθάνεται κόπον διότι τότε ὁ ἄνθρωπος παράγει ἔργον. "Οταν κατέρχεται τήν αὐτήν κλίμακα ἐκ τοῦ αὐτοῦ ὕψους διατί αἰσθάνεται κόπωσιν; Παράγει καί εἰς αὐτήν τήν περίπτωσιν πάλιν ἔργον;

28) "Ανθρωπος ἐπί τοῦ ὤμου του μεταφέρει φορτίον ὁριζοντίως. Διατί αἰσθάνεται κόπωσιν ἀφοῦ τό βάρος εἶναι κάθετον πρός τήν μετατόπισιν;

29) Δύο δοχεῖα ἔχουν τό αὐτό ὕψος καί τό ἕνα εἶναι πλῆρες ὕδατος ἐνῷ τό ἄλλο πλῆρες ὑδραργύρου. 'Ανοίγομεν εἰς τό κατώτατον σημεῖον ἀνά μίαν ὀπήν εἰς ἕκαστον, τοῦ αὐτοῦ ἐμβαδοῦ.

Ποΐον ὑγρόν θά ἐκρεύσῃ μέ μεγαλυτέραν ταχύτητα;

30) Δύο σφαῖραι ἴσαι, ἡ μία ἀπό ξύλον καί ἡ ἄλλη ἀπό σίδηρον δένονται μέ ἴσα νήματα καί ἐκτρέπονται κατά τήν αὐτήν γωνίαν. Ἐάν τώρα ἀφήσωμεν ἐλευθέρας τάς σφαίρας ποία θά ἠρεμήσῃ πρώτη; Τό πείραμα ἐκτελεῖται ἐντός τοῦ ἀέρος.

31) Σωλήν Νεύτωνος περιέχει σταγόνα ὕδατος καί τεμάχιον σιδήρου. Ἀφοῦ ἀφαιρέσωμεν τόν ἀέρα ἀναστρέφομεν ἀποτόμως τόν σωλῆνα. Ποΐον ἐκ τῶν δύο σωμάτων θά πέσῃ πρῶτον;

32) Εἰς βαρόμετρον Torricelli, τό ὕψος τοῦ ὑδραργύρου εὑρίσκεται εἰς τά 76cm. Τί θά συμβῇ ἐάν εἰς τό μέσον τοῦ σωλῆνος ἀνοίξωμεν μίαν ὀπήν;

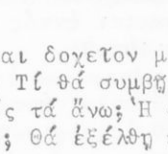
33) Ἡ μέση πυκνότης τῆς γῆς εἶναι $5 gr/cm^3$. Τό εἰδικόν βάρος αὐτῆς εἶναι $5 gr^*/cm^3$;

34) Ἐντός ἠρεμοῦντος ἀνελκυστῆρος εὑρίσκεται δοχεΐον μέ ὕδωρ, ἐντός δέ αὐτοῦ ἐπιπλέει ξυλίνη σφαίρα. Τί θά συμβῇ ὅταν ὁ ἀνελκυστήρ κινῆται μέ ἐπιτάχυνσιν πρός τά ἄνω; Ἡ σφαῖρα θά βυθισθῇ περισσότερον ἐντός τοῦ ὕδατος; Θά ἐξέλθῃ περισσότερον ἤ θά μείνῃ ὡς ἔχει;

35) Εἰς τήν διάταξιν Torricelli καί ἐντός τοῦ δοχείου τοῦ περιέχοντος τόν ὑδράργυρον βυθίζομεν ἕναν σωλῆνα μικρᾶς διατομῆς. Τί πρόκειται νά λάβῃ χώραν ὅταν ἀναρροφήσωμεν ἐκ τοῦ ἄκρου τοῦ λεπτοῦ σωλῆνος;

36) Ὑλικόν σημεΐον κινεΐται, ἐπί ἐλλειπτικῆς τροχιᾶς, μέ σταθεράν γραμμικήν ταχύτητα. Ἡ κεντρομόλος δύναμις διέρχεται διά τοῦ αὐτοῦ σημείου πάντοτε; Εἶναι σταθερά κατά μέτρον;

37) Εἰς ποΐον σημεΐον πρέπει νά διέρχηται τό ρεῦμα τοῦ ἀέρος τό ἐκτοξευόμενον ὑπό τοῦ φυσητῆρος διά νά ἰσορροπῇ τό σφαιρίδιον; Κάτω; Ἐπάνω ἤ εἰς τό κέντρον;



38) Ἄνθρωπος ἵσταται ἐπί σκαμνίου, δυναμένου νά περιστραφῇ περί κατακόρυφον ἄξονα. Πῶς δύναται ὁ ἄνθρωπος νά περιστρέφεται συνεχῶς μετά τοῦ σκαμνίου, χωρίς νά ἐξασκοῦνται ἐπ' αὐτοῦ ἐξωτερικαί δυνάμεις;

39) Διατί μολυβδίνη σφαίρα ἀφιεμένη ἀπό ὕψους νά πέσῃ ἐπί χαλυβδίνης πλακός ὑφίσταται παραμόρφωσιν, ἐνῷ ἄν πέσῃ ἐπί ἀμμώδους ἐδάφους δέν ὑφίσταται παραμόρφωσιν;

40) Πῶς δυνάμεθα νά εὕρωμεν τήν μᾶζαν τῆς γῆς;

41) Πῶς δυνάμεθα νά εὕρωμεν τήν μᾶζαν τοῦ ἡλίου;

42) Ἡ μᾶζα, ὡς γνωστόν, ἑνός σώματος αὐξάνεται μετά τῆς ταχύτητος. Ἐάν τεχνητός δορυφόρος κινῆται ἐπί ἐλλειπτικῆς τροχιᾶς περί τήν γῆν, τί πρέπει νά συμβαίνῃ μέ τήν τροχιάν του;

43) Διατί βρασμένον αὐγό δυνάμεθα νά τό θέσωμεν εἰς περιστροφικήν κίνησιν διά τῆς χειρός, ἐνῷ ὅταν εἶναι ἄβραστον δέν δυνάμεθα νά τό περιστρέφωμεν;

44) Σφαιρικόν ὑάλινον δοχεῖον περιέχει ὕδωρ (ὄχι πλῆρες) καί εὑρίσκεται ἐντός τεχνητοῦ δορυφόρου. Τί συμβαίνει μέ τό ὕδωρ ἐντός αὐτοῦ;

45) Πύραυλος ἐκτοξεύεται κατακορύφως ἐκ τόπου εὑρισκομένου ἐπί τοῦ ἰσημερινοῦ τῆς γῆς. Ποία ἡ τροχιά αὐτοῦ;

46) Ἐντός ἀνελκυστῆρος ἀκινήτου περιστρέφομεν, τῇ βοηθείᾳ νήματος, σῶμα μέ ταχύτητα $υ$, ἐπί ὁριζοντίου ἐπιπέδου, ὥστε τό νῆμα νά σχηματίζῃ γωνίαν μέ τήν κατακόρυφον 30^{o}. Ἐάν ὁ ἀνελκυστήρ τεθῇ εἰς κίνησιν πρός τά κάτω μέ ἐπιτάχυνσιν g, ἡ ταχύτης τοῦ σώματος θά παραμείνῃ $υ$; Ποίαν γωνίαν θά σχηματίζῃ τό νῆμα μέ τήν κατακόρυφον;

47) Ἡ ταχύτης τεχνητοῦ δορυφόρου αὐξάνεται μετά τοῦ ὕψους. Ποῦ τείνει αὕτη ὅταν τό ὕψος του τείνῃ εἰς τό ἄπειρον;

48) Ὑδραργυρικόν βαρόμετρον εὑρίσκεται ἐντός ἀνελκυστῆρος κατερχομένου μέ ἐπιτάχυνσιν g. Τί δεικνύει τοῦτο;

49) Ἐπί ποίας ἰδιότητος στηρίζεται τό βάδισμα ἐντόμου ἐπί τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος;

50) Δύο οὐδετερόνια ἔρχονται εἰς ἐπαφήν. Ἡ δύναμις ἕλξεως γίνεται ἄπειρος ;

51) Τό g έντός τῆς γῆς αὐξάνεται ἤ ἐλαττοῦται;

52) Τροχός ποδηλάτου ἐάν ἀφεθῇ ὄρθιος πίπτει. Διατί δέν πίπτει ὅταν κυλίεται ἐπί τοῦ ἐδάφους;

53) Ἐλαστικόν σῶμα ἀφίεται καί ἀναπηδᾷ εἰς τό ἥμισυ τοῦ ἑκάστοτε ὕψους. Θά ἠρεμήσῃ μετά ἀπείρου ἤ πεπερασμένου χρόνου; Θά ἐκτελέσῃ πεπερασμένον ἀριθμόν ἀναπηδήσεων ἤ ἄπειρον;

54) Σφαίρα προσδένεται εἰς τό ἄκρον ἐλατηρίου τοῦ ὁποίου τό ἄλλο ἄκρον εἶναι στερεωμένον. Ἐάν ἐκτρέψωμεν κατακορύφως τό σῶμα ἐκτελεῖ τοῦτο ἁρμονικήν ταλάντωσιν;

55) Ὑπάρχει πεδίον βαρύτητος ἄνωθεν τῆς ἀτμοσφαίρας;

56) Διατί ἡ διεύθυνσις τοῦ νήματος τῆς στάθμης δέν διέρχεται διά τοῦ κέντρου τῆς γῆς; Εἰς ποῖα σημεῖα μόνον διέρχεται διά τοῦ κέντρου τῆς γῆς;

57) Ὅταν αὐτοκίνητον φρενάρῃ ἀποτόμως, διατί παρουσιάζει τάσιν ἀνυψώσεως τοῦ ὀπισθίου συστήματος;

58) Πῶς αἰσθάνεται ἀστροναύτης εὑρισκόμενος ἐντός τεχνητοῦ δορυφόρου, περιστρεφομένου ἐπί κυκλικῆς τροχιᾶς καί πῶς ὅταν περιστρέφεται ἀπί ἐλλειπτικῆς τροχιᾶς.

59) Ἀπό ποῖον ὕψος πρέπει νά ἀφήσῃ ἄνθρωπος σῶμα διά νά μή πέσῃ εἰς τήν γῆν; (ὑποθέτομεν ὅτι δύναται ὁ ἄνθρωπος νά ἀφίσῃ τό σῶμα ἀπό τό ζητούμενον ὕψος).

60) Τό ἄκρον τριχοειδιαμετρικοῦ σωλῆνος βυθίζεται ἐντός ὕδατος δοχείου. Τί θά συμβῇ ἐάν τό δοχεῖον εὑρίσκεται ἐντός τεχνητοῦ δορυφόρου;

61) Πῶς δυνάμεθα νά εὕρωμεν τήν μᾶζα ἑνός σώματος εὑρισκομένου ἐντός τεχνητοῦ δορυφόρου; Νά ἀναφέρετε διάταξιν.

62) Ἡ μᾶζα ἑνός σώματος, ὡς γνωστόν, αὐξάνεται μετά τῆς ταχύτητος. Ἐάν δύο σώματα κινοῦνται κατά τήν αὐτήν φοράν, μέ τήν αὐτήν ταχύτητα, αὐξάνεται ἡ δύναμις ἕλξεως λόγῳ τοῦ νόμου τῆς Παγκοσμίου ἕλξεως;

63) Ἰσχύει ὁ νόμος τοῦ Νεύτωνος διά σῶμα εὑρισκόμενον ἐντός βαθέος φρέατος;

64) Διατί ὅταν πιέζωμε τό ἄκρον ἐλαστικοῦ σωλῆνος τό ὕδωρ ἐκ τοξεύεται μέ μεγαλυτέραν ταχύτητα.

65) Ὅταν σῶμα ἐκτελῇ ἀνακύκλωσιν ἐπί σιδηρᾶς τροχιᾶς καί εὑρίσκεται εἰς τό ἀνώτατον σημεῖον αὐτῆς, ποῦ ἐξασκεῖται ἡ φυγόκεντρος δύναμις;

66) Ἐπί ποίας ἀρχῆς στηρίζεται ἡ κίνησις τοῦ πλοίου;

67) Ποῦ εἶναι μεγαλυτέρα ἡ πίεσις εἰς βάθος h ἐντός τῆς θαλάσσης τοῦ Ἰσημερινοῦ ἤ εἰς βάθος h ἐντός τῆς θαλάσσης πλησίον τοῦ Βορείου Πόλου.

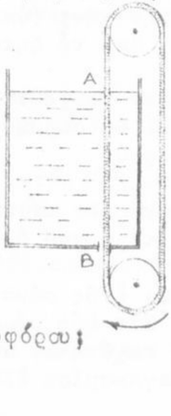
68) Σῶμα εὑρίσκεται ἐπί τοῦ ἐδάφους. Ἐάν ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ Γῆ αὐξάνει τήν συχνότητα περιστροφῆς συνεχῶς, τί θά συμβῇ κάποτε μέ τό σῶμα;

69) Πόσον ἔργον παράγεται κατά μίαν περιστροφήν τεχνητοῦ δορυφόρου;

70) Ἡ σταθερά τῆς παγκοσμίου ἕλξεως ἐντός τοῦ ὕδατος μεταβάλλεται;

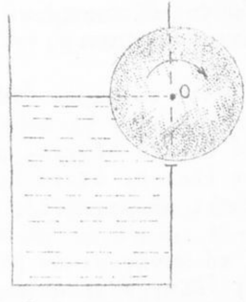
71) Διατί στράτευμα δέν διέρχεται διά γεφύρας βάδην;

72) Τό δοχεῖον τοῦ σχήματος περιέχει ὑδράργυρον. Διά τοῦ πυθμένος του διέρχεται ἱμάς ὑδατοστεγῶς καί συγκρατεῖται διά τῶν δύο τροχαλιῶν. Λόγῳ ἀνώσεως τοῦ τμήματος AB, τοῦ ἱμάντος τοῦ βυθισμένου ἐντός τοῦ ὑδραργύρου, θά ἔχωμεν συνεχῆ περιστροφήν τοῦ ἱμάντος ὡς δεικνύει τό βέλος;



73) Πόση ἡ ὁλική ἐνέργεια τεχνητοῦ δορυφόρου;

74) Διά τοῦ πλευρικοῦ τοιχώματος τοῦ δοχείου τοῦ σχήματος, εἰσέρχεται ὑδατοστεγῶς κατά τό ἥμισυ, ἐντός τοῦ δοχείου, ξύλινος δίσκος στρεπτός περί ἄξονα O, ὥστε τό 1/4 περίπου αὐτοῦ νά εὑρίσκεται ἐντός τοῦ ὑδραργύρου τοῦ δοχείου. Θά περιστρέφεται κατά τήν δεικνυομένην φορέν ὁ δίσκος λόγῳ ἀνώσεως;



75) Ἡ ταχύτης τεχνητοῦ δορυφόρου, περιστρεφομένου περί τήν Γῆν, εἶναι περίπου 8000 m/sec. Λόγῳ ὅμως τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος ὁ δορυφόρος χάνει συνεχῶς ὕψος. Ἡ ταχύτης τότε αὐξάνεται ἤ ἐλαττοῦται;

76) Ποῦ ὀφείλεται ἡ φακιρική ἐπίδειξις τῆς θραύσεως μεγάλου λίθου, μέ σφύραν, τιθεμένου ἐπί τοῦ στήθους ἐξηπλωμένου ἀνθρώπου;

77) Ποῦ ὀφείλεται ἡ φακιρική ἐπίδειξις τῆς κατακλίσεως ἀνθρώπου ἐπί σανίδος μέ καρφιά;

78) Ποῦ ὀφείλεται ἡ ἀναρπαγή στέγης ὑπό τοῦ ἀνέμου;

79) Διατί ἐκφεύγει ἐκ τῆς κανονικῆς πορείας (φαλτσάρει) ἡ ποδοσφαιρική μπάλα, ὅταν συγχρόνως περιστρέφεται;

80) Ἐάν σφαῖρα μπιλιάρδου προσκρούσῃ, χωρίς περιστροφήν, ἐπί μιᾶς ἄλλης ἀκινήτου καί κεντρικῶς τί θά συμβῇ;

81) Διατί τό πυροβόλον ὅπλον κλωτσάει πρός τά ἄνω, ὅταν τό στηρίξωμεν καλῶς ἐπί τοῦ ὤμου;

82) Εἰς τά ἡμισφαίρια τοῦ Μαγδεμβούργου, διά νά δείξουν τήν ὕπαρξιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, εἶχαν ζέψει ἐν ὅλῳ 16 ἄλογα. Εἰς τήν πραγματικότητα ὅμως ἠδύναντο νά φέρουν τό αὐτό ἀποτέλεσμα μόνον 8 ἄλογα. Διατί; Πῶς ἔπρεπε νά γίνῃ τό πείραμα μέ τά 8 ἄλογα;

83) Ὅταν περιστρέφωμεν δοχεῖον, περιέχον ὕδωρ, τό ὕδωρ δέν περιστρέφεται ἐντός τοῦ δοχείου. Διατί;

84) Διά νά ἀνυψώσωμεν ἕνα σῶμα, ὁμαλῶς, πρέπει νά ἐξασκήσωμεν δύναμιν ἴσην καί ἀντίθετον πρός τό βάρος αὐτοῦ. 'Αφοῦ ὅμως ἐπί τοῦ σώματος ἐξασκοῦνται δύο ἴσαι καί ἀντίθετοι δυνάμεις διατί τοῦτο ἀνυψοῦται;

85) Διατί ὅταν τρώγωμεν ἁλάτι αἰσθανόμεθα δεῖψαν;

86) Σιδηρά σφαῖρα δέχεται μεγαλυτέραν ἄνωσιν ἐντός τοῦ ὕδατος παρά ἐντός ἐλαίου. Διατί ὅμως ἀφιεμένη ἐντός τοῦ ὕδατος ἡ σφαῖρα πίπτει μέ μεγαλυτέραν ταχύτητα;

87) Διατί τό κυνηγετικόν βέλλος ἔχει πτερά εἰς τό ὀπίσθιον τμῆμα του; 'Εξηγήσατε σαφῶς διατί τό βέλλος κινεῖται πάντοτε μέ τήν αἰχμήν πρός τά ἐμπρός;

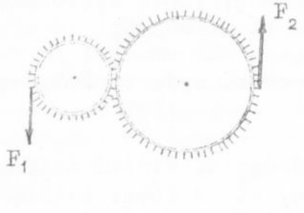
88) Διατί ἐάν ἐκσφενδονίσωμεν, σχεδόν ὁριζοντίως καί σχεδόν πλησίον τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης, πεπλατυσμένον βότσαλον τοῦτο, ὅταν ἔλθῃ εἰς ἐπαφήν μέ τό νερό, ἐκτελεῖ ἀναπηδήσεις (γκελάκια);

89) 'Ελαφρόν δοχεῖον περιέχει ἀέριον. Τί θά ἔπρεπε νά συμβῇ μέ τά μόρια τοῦ ἀερίου διά νά ἀνέλθῃ τό δοχεῖον μόνον του;

90) Εἰς τά ἄβαθῆ τῆς θαλάσσης ἐπιπλέει λέμβος. Εἶναι ηὐξημένη ἡ πίεσις ἐπί τοῦ βυθοῦ καί ἀκριβῶς κάτω τῆς λέμβου;

91) Κολυμβητής διά νά ἐκτελέσῃ στροφάς (τοῦμπες) εἰς τόν ἀέρα πρίν νά βουτήξῃ εἰς τήν θάλασσαν κάμπτει τό σῶμα του. Διατί;

92)



Εἰς τά ἄκρα τῶν δύο ὀδοντωτῶν τροχῶν τοῦ σχήματος ἐξασκοῦνται αἱ δυνάμεις F_1 καί F_2. Διά νά ἰσορροπῇ τό σύστημα τῶν δύο ὀδοντωτῶν τροχῶν πρέπει αἱ δυνάμεις αὗται νά εἶναι ἴσαι;

93) Δύο συγκοινωνοῦντα δοχεῖα περιέχουν ὕδωρ καί τό ἕν εὑρίσκεται εἰς τόν 'Ισημερινόν, ἐνῷ τό ἄλλο εἰς τόν Βόρειον Πόλον. Εἰς ποῖον δοχεῖον θά εὑρίσκεται ὑψηλότερον τό ὕδωρ;

94) Ἀστροναύτης ἐξέρχεται ἀπό τό διαστημόπλοιον. Πίπτει;

95) Ἄνθρωπος ἵσταται ἐπί ζυγοῦ καί κάμπτει ἀποτόμως τούς πόδας του. Τί συμβαίνει μέ τήν ἔνδειξιν τοῦ ζυγοῦ; Διατί; Ἐξηγήσατε τό φαινόμενον.

96) Ὁ μόλυβδος ἤ ὁ χάλυψ σφυρηλατούμενος θερμαίνεται ταχύτερον;

97) Τελείως ἐλαστικόν σῶμα, μάζης m, προσκρούει ἐπί τοίχου μέ ταχύτητα υ καί ἀναπηδᾷ μέ τήν αὐτήν ταχύτητα. Κατά πόσον μεταβάλλεται ἡ ὁρμή του;

98) Αἱ ξύλιναι ἕλικες, εἰς τό ἀεροπλάνο, ἔχουν εἰς τά ἄκρα των μεταλλικάς θήκας. Διατί; Ἐπίσης αἱ μεταλλικαί αὗται θῆκαι ἔχουν ὀπάς. Διατί;

99) Κατά τήν φυγοκέντρησιν μίγματος, τά συστατικά αὐτοῦ διατάσσονται κατά τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἐκεῖνα τά ὁποῖα ἔχουν μεγαλύτερον εἰδικόν βάρος ν'ἀπομακρύνωνται τοῦ κέντρου περιστροφῆς. Διατί ὅμως τό ἀντίθετον ἀκριβῶς συμβαίνει εἰς τήν Γῆν;

100) Ξυλίνη σφαῖρα ἐπιπλέει ἐπί τῆς ἐπιφανείας ὕδατος, εὑρισκομένου ἐντός δοχείου καί ἀκριβῶς εἰς τό μέσον. Ἐάν τό δοχεῖον κινῆται ὁριζοντίως μέ ἐπιτάχυνσιν, ἡ σφαῖρα ἐκτρέπεται τῆς θέσεώς της;

101) Διά νά διπλασιασθῇ ἡ ταχύτης ἑνός ἀεροπλάνου πόση πρέπει νά γίνῃ ἡ ἰσχύς τοῦ κινητῆρος του;

102) Ὁ σωλήν πυροβόλου ὅπλου ἔχει εἰς τήν ἐσωτερικήν ἐπιφάνειαν αὐτοῦ ἑλίκωσιν, διά νά ἀποκτᾷ περιστροφικήν κίνησιν τό ἐξερχόμενον βλῆμα. Εἰς τί χρησιμεύει ἡ περιστροφή τοῦ βλήματος;

103) Διά νά ἐκτοξεύσῃ ὁ δισκοβόλος τόν δίσκον εἰς μεγαλυτέραν ἀπόστασιν, θέτει αὐτόν συγχρόνως εἰς περιστροφικήν κίνησιν. Διατί;

104) Ὅταν περιστρέφεται ἡ ἕλιξ τοῦ ἀεροπλάνου διατί, βάσει τοῦ θεωρήματος διατηρήσεως τῆς στροφορμῆς, δέν περιστρέφεται ἀντιστρόφως τό ἀεροπλάνον;

105) Διά τούς κατοίκους τῆς Γῆς πόσας μορφάς Μηχανικῆς ενεργείας ἔχει ἡ Γῆ;

106) Ἀπό ὀχήματος, κινουμένου εὐθυγράμμως καί ὁμαλῶς, ἐκσφενδονίζεται κατακορύφως καί πρός τά ἄνω σῶμα. Ποῦ θά πέσῃ τοῦτο; Ἐπί τοῦ ὀχήματος, ἔμπροσθεν ἤ ὄπισθεν αὐτοῦ; (Ἀντίστασις ἀέρος ἀμελητέα).

107) Ποῖον ἐκ τῶν δύο σωμάτων συναντᾷ μεγαλυτέραν ἀντίστασιν εἰς τόν ἀέρα; τό α ἤ τό β;

108) Ποῖον τό ὑπομόχλιον κατά τήν λειτουργίαν τοῦ κουπιοῦ βάρκας;

109) Ποῦ ὀφείλεται ἡ μείωσις τῶν τραναταγμάτων, εἰς τά αὐτοκίνητα διά χρησιμοποιήσεως ἐλαστικῶν τροχῶν;

110) Ἀστροναύτης εὑρίσκεται ἐντός τεχνητοῦ δορυφόρου περιστρεφομένου κυκλικῶς περί τήν Γῆν. Δύναται διά πειράματος νά ἀποδείξῃ τις τήν περιστροφήν τοῦ δορυφόρου. Νά μή θεωρηθῇ ὡς πείραμα ἡ ἔλλειψις βαρύτητος πού αἰσθάνεται, διότι κάλλιστα τοῦτο δύναται νά συμβαίνῃ καί ὅταν ὁ δορυφόρος εὑρίσκεται μακράν τῆς Γῆς καί ἄλλων οὐρανίων σωμάτων.

111) Θερμαίνομεν ἕνα σῶμα, αὐξάνεται ἡ μᾶζα του;

112) Ἀνυψώνομεν σῶμα εἰς μεγάλο ὕψος, αὐξάνει ἡ μᾶζα του;

113) Διατί μικροί κόκκοι αἰθάλης ἐντός τοῦ ὕδατος κινοῦνται ἀτάκτως (φαινόμενον Brown), ἐνῷ μεγαλύτεροι κόκκοι παραμένουν ἀκίνητοι;

114) Πότε ἕνα σῶμα πίπτει μέ μεγαλυτέραν ταχύτητα εἰς κεκλιμένον ἐπίπεδον; Κυλιόμενον ἤ ὀλισθαῖνον;

115) Σανίς ὀλισθαίνει ἐπί κεκλιμένου ἐπιπέδου καί ἄνωθεν αὐτῆς ὑπάρχει τεμάχιον ξύλου. Ἐάν οἱ συντελεσταί τριβῆς μεταξύ κεκλιμένου ἐπιπέδου καί σανίδος, καθώς καί μεταξύ σανίδος καί τεμαχίου ξύλου εἶναι οἱ αὐτοί, τό τεμάχιον ξύλου ὀλισθάνει ὡς πρός τήν σανίδα;

116) Διατί φουσκωμένη μπάλα, ὅταν ἀφεθῇ, ἀναπηδᾷ εἰς ὕψος μεγαλύτερον παρά ἄν ἦτο ξεφούσκωτη;

117) Τεχνητός δορυφόρος πρόκειται νά ἐξαπολύση κάψουλα. Διά νά πέση ἡ κάψουλα κατακορύφως, πῶς πρέπει νά ἐκτοξευθῇ καί μέ ποίαν ταχύτητα;

118) 'Η Γῆ, ὡς γνωστόν, στρέφεται περί τόν ἄξονά της συνεχῶς. 'Αποτελεῖ ἀεικίνητον πρώτου εἴδους;

119) 'Επί τεχνητοῦ δορυφόρου, ἐξασκεῖται, ὡς γνωστόν, δύναμις ὑπό τῆς Γῆς, ἡ ὁποία εἶναι τό βάρος τοῦ δορυφόρου. Διατί ὁ δορυφόρος δέν πίπτει ἐπί τῆς Γῆς;

120) Διά νά λύσωμεν πρόβλημα τεχνητοῦ δορυφόρου ἀναχωροῦμεν ἐκ τῆς σχέσεως $F_K = B$, ὅπου F_K εἶναι ἡ κεντρομόλος δύναμις ἡ ἐξασκουμένη ἐπί τοῦ δορυφόρου καί B τό βάρος τοῦ δορυφόρου. Πόσαι δυνάμεις ἐξασκοῦνται ἐπί τοῦ δορυφόρου, μία ἤ δύο;

121) Ὅταν ὄχημα ἐκτελῇ ἀνακύκλωσιν ἐπί σιδηροτροχιᾶς κατακορύφου, διερχόμενον διά τῆς ἀνωτάτης θέσεως μέ τήν ὁρικήν ταχύτητα $\upsilon_o = \sqrt{R.g}$, τότε παύει νά ἐξασκῆται δύναμις μεταξύ ὀχήματος καί τροχιᾶς. Τό ὄχημα εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν πίπτει;

122) Λέγεται, ὅτι ὁ χυμός, ἀνέρχεται εἰς τούς κλάδους καί τά φῦλλα τῶν δένδρων λόγῳ τριχοειδῶν φαινομένων. Εἶναι ὅμως γνωστόν ὅτι, ὅταν κόψωμεν κλάδον ἀμπέλου, κατά τήν ἄνοιξιν, ἐκ τῆς προκυπτούσης τομῆς ἐξέρχεται συνεχῶς χυμός, καί πίπτει εἰς τό ἔδαφος. Δέν ἀντίκειται τοῦτο εἰς τό πρῶτον θερμοδυναμικόν ἀξίωμα;

123) Εἰς κεκλιμένον ἐπίπεδον ὀλισθαίνει δοχεῖον περιέχον ὕδωρ. Ποίαν κλίσιν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὕδατος;

124) Σῶμα βαρύ ἀφίεται εἰς τόν ὠκεανόν τί θά συμβῇ.

125) Διατί ἡ πίεσις δέν εἶναι διανυσματικόν μέγεθος ἀφοῦ ἡ δύναμις εἶναι διανυσματικόν μέγεθος;

126) Διατί τό ἔργον εἶναι μονόμετρον μέγεθος ἐνῷ ἡ ροπή εἶναι διανυσματικόν, ἀφοῦ ἀμφότερα τά μεγέθη εἶναι γινόμενα τῶν αὐ

τῶν δύο διανυσμάτων δηλ. δυνάμεως καί ἀποστάσεως;

127) Δύο χειράμαξαι εἶναι ἀκριβῶς ὅμοιαι, ἔχουν τό αὐτό φορτίον καί διαφέρουν είς τούς τροχούς (ἡ μία ἔχει μικρούς τροχούς, ἡ ἄλλη μεγάλους). Ποία ἐκ τῶν δύο χρειάζεται μεγαλυτέραν ὤθησιν διά νά κινηθῇ;

128) 'Υποθέτομεν ὅτι ἁμαξοστοιχία κινεῖται μέ ταχύτητα 200 m/sec καί ὅτι ἄνθρωπος ἐπ'αὐτῆς εὑρίσκεται εἰς τό ὀπίσθιον μέρος καί πυροβολεῖ πρός στόχον εὑρισκόμενον είς τό ἐμπρόσθιον μέρος αὐτῆς. 'Εάν τό βλῆμα ἐκσφενδονίζεται ἐκ τῆς κάνης μέ ταχύτητα 200m/sec θά φθάσῃ τόν στόχον;

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Σελ.
