ΣΠΥΡΟΥ ΚΑΝΕΛΛΟΥ

ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ ΟΠΤΙΚΗ

ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ
"ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΥ"
ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ 56 - ΤΗΛ. 612·412

ΣΠΥΡΟΥ Γ. ΚΑΝΕΛΛΟΥ

Κανέλλος (Σπύρος Γ.)

ΚΥΜΑΝΣΕΙΣ ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ-ΟΠΤΙΚΗ

Κυματική

ΠΡΟΣ ΧΡΗΣΙΝ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ
ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΟΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ
ΤΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ
"ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΥ"
ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ 56 - ΤΗΛ. 612.412

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Εἰς τὸ παρὸν βιβλίον ἐκτίθεται τὸ μέρος τῆς Φυσικῆς τὸ ὁποῖον ἀφορᾶ τὰς κυμάνσεις («Κυματική»), τὸν ἦχον ('Ακουστικὴ») καὶ τὸ Φῶς («'Οπτική»). Ἡ περιεχομένη ὕλη ἀνταποκρίνεται πρὸς τὸ πρόγραμμα διδασκαλίας τῆς Φυσικῆς εἰς τὰ Λύκεια Θετικῆς κατευθύνσεως. Ἡ ὕλη αὐτὴ εἶναι ἐπαρκὴς διὰ μίαν προ-Πανεπιστημιακήν, Θεωρητικὴν κατάρτισιν εἰς τ' ἀνωτέρω κεφάλαια τῆς Φυσικῆς, διὰ τοὺς μέλλοντας ν' ἀκολουθήσουν Θετικὰς 'Επιστήμας.

Κάθε κεφάλαιον συνοδεύεται ἀπὸ σχετικὰς ἀσκήσεις διὰ τῶν ὁποίων ὁ μαθητὴς ἐξοικειοῦται περισσότερον μὲ τὴν Θεωρίαν. Αἱ ἀριθμητικαὶ ἀπαντήσεις τῶν προτεινομένων ἀσκήσεων παρατίθενται εἰς τὸ τέλος τοῦ βιβλίου.

Τέλος, ὡρισμέναι θεωρητικαὶ ἀποδείξεις καὶ ἰδιαίτερα τινὰ προβλήματα, τὰ ὁποῖα, ἐκτὸς προγράμματος περιλαμβάνονται εἰς τὸ βιβλίον, σημειοῦνται δι' ἀστερίσκου καὶ διὰ μικροτέρων τυπογραφικῶν στοιχείων.

'Αθῆναι, 'Απρίλιος 1965
Ὁ συγγραφεὺς
Σ. Γ. ΚΑΝΕΛΛΟΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ — ΚΥΜΑΝΣΕΙΣ — ΗΧΟΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ I

Ταλαντώσεις

§ 1. Ταλάντωσις ὑλικοῦ σημείου. Λέγομεν ὅτι ἕνα κινούμενον ὑλικὸν σημεῖον ἐκτελεῖ ταλάντωσιν, ὅταν μετὰ πάροδον ὡρισμένου χρόνου, τοῦ ἰδίου πάντοτε, ἐπανέρχεται εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆς τροχιᾶς του καὶ μὲ τὴν αὐτὴν ταχύτητα - διάνυσμα. Ἡ ταλάντωσις, δηλαδή, εἶναι μία περιοδικῶς ἐπαναλαμβανομένη κίνησις.

Ὁ χρόνος ὅστις μεσολαβεῖ μεταξὺ δύο ***διαδοχικῶν διαβάσεων*** τοῦ σημείου διὰ τῆς αὐτῆς θέσεως καὶ ***μὲ τὴν αὐτὴν ταχύτητα—διάνυσμα,*** λέγεται ***περίοδος τῆς ταλαντώσεως*** καὶ παρίσταται συνήθως μὲ τὸ T. Ἡ σταθερὰ T εἶναι ἕνα κύριον χαρακτηριστικὸν τῆς ταλαντώσεως.

Τὸ ἀντίστροφον τῆς περιόδου T εἶναι ἡ ***συχνότης*** N τῆς ταλαντώσεως, δηλ. τὸ πλῆθος τῶν ἐπαναλήψεων τῆς κινήσεως, εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου :

$$N = \frac{1}{T}, \qquad NT = 1, \qquad T = \frac{1}{N} \tag{1}$$

Αἱ σχέσεις (1) εἶναι ἤδη γνωσταὶ ἀπὸ τὴν Μηχανικήν.

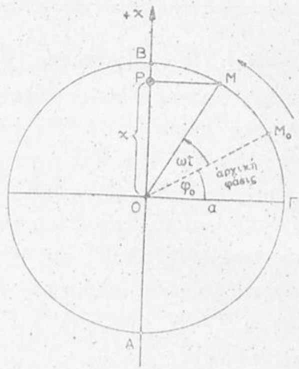
Μονὰς συχνότητος εἶναι τὸ $\sec^{-1} = 1$ Hz (Herz)

Εἰς τὴν Μηχανικὴν ἔχομεν γνωρίσει ἤδη περιπτώσεις ταλαντώσεων : τὴν κίνησιν τοῦ ὑλικοῦ σημείου τοῦ Μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς, τὴν ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν καὶ τὴν ἁπλῆν ἁρμονικὴν ταλάντωσιν, ἡ ὁποία ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὰς δύο προηγουμένας, εἶναι εὐθύγραμμος κίνησις. Εἰς τὰ ἑπόμενα, θὰ ἐξετάσωμεν εὐθυγράμμους ταλαντώσεις ὑλικοῦ σημείου.

Τυπικῶς ὅμοια φαινόμενα πρὸς τὴν ταλάντωσιν, παρουσιάζονται συχνὰ εἰς τὴν Φυσικήν· περιπτώσεις δηλαδὴ καθ' ἃς μεταβαλλόμενον φυσικὸν μέγεθος ἐπανακτᾶ τὴν αὐτὴν τιμὴν κατὰ κανονικὰ χρονικὰ διαστήματα. Τοιαῦτα περιοδικὰ φαινόμενα φέρονται γενικῶς ὑπὸ τὸ ὄνομα «ταλαντώσεις».

§ 2. Ἁρμονικὴ ταλάντωσις. α´) Ὑπενθυμίζομεν τώρα, τὸ ἁπλούστατον εἶδος εὐθυγράμμου ταλαντώσεως, τὴν ἁρμονικὴν ταλάντωσιν (συντόμως Α.Τ.) τὴν ὁποίαν ἔχομεν σπουδάσει εἰς τὴν Μηχανικήν.

Ἂς θεωρήσωμεν κινητὸν σημεῖον Μ διαγράφον περιφέρειαν (Ο,α) μὲ σταθερὰν γωνιακὴν ταχύτητα ω (σχ.1). Ἡ προβολὴ Ρ τοῦ κινητοῦ Μ ἐπὶ τυχοῦσαν σταθερὰν διάμετρον ΑΒ ἐκτελεῖ τότε μίαν παλινδρομικὴν κίνησιν μεταβαίνουσα ἀπὸ τὸ Α εἰς τὸ Β καὶ τἀνάπαλιν. Ἡ τοιαύτη κίνησις τῆς προβολῆς Ρ τοῦ Μ καλεῖται *ἁρμονικὴ ταλάντωσις* (Α.Τ.) ἢ καὶ ἁπλῆ ἁρμονικὴ ταλάντωσις.



Σχ. 1

Σύμφωνα μὲ τὸν γενικὸν ὁρισμὸν τῆς περιόδου Τ καὶ τῆς συχνότητος Ν κάθε ταλαντώσεως θὰ ἔχωμεν ὅτι διὰ τὴν ἀνωτέρω ἁπλῆν ἁρμονικὴν ταλάντωσιν, περίοδος εἶναι ὁ χρόνος τῆς διαδρομῆς Ρ—Β—Α—Ρ (σχ. 1) (ἢ Α→Β—Α ἢ Ο—Β—Α—Ο) καὶ συχνότης Ν=1/Τ= = πλῆθος τῶν ἀποκαταστάσεων τοῦ Ρ εἰς τὴν αὐτὴν θέσιν (καὶ μὲ τὴν ἰδίαν φορὰν κινήσεως) εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου.

Πλάτος τῆς ἁρμονικῆς ταλαντώσεως τοῦ Ρ (σχ. 1) καλεῖται ἡ ἀπόστασις ΟΑ=ΟΒ=α δηλ. ***ἡ μεγίστη ἀπομάκρυνσις τοῦ Ρ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς Α.Τ.***, δηλ. τοῦ Ο.

Κυκλικὴ συχνότης τῆς Α.Τ. καλεῖται ἡ σταθερὰ ω, ἥτις ἔχει μονάδα τὸ rad/sec. Ἐκ τῆς Μηχανικῆς γνωρίζομεν ὅτι

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi N.$$

β´) **Χρονικὴ ἐξίσωσις τῆς Α.Τ.** Ἂς λάβωμεν ἐπὶ τῆς Οx ἐφ᾽ ἧς κινεῖται τὸ Ρ, ὡς ἀρχὴν τῶν διαστημάτων τὸ Ο, θετικὴν φορὰν ἐκ τοῦ Ο πρὸς τὸ Β (σχ. 1) καὶ ἂς ἐκλέξωμεν τὴν ἡμιευθεῖαν $ΟΓ \perp ΟΒ$ ὡς ἀρχὴν μετρήσεως τῶν γωνιῶν. Τὸ ἐπὶ τῆς περιφερείας κινούμενον σημεῖον, ἔστω ὅτι εὑρίσκεται εἰς M_0 κατὰ τὴν ἀρχὴν τῶν χρόνων (t=0) καὶ εἰς Μ κατὰ τὴν τυχοῦσαν χρονικὴν στιγμὴν t. Ἡ γωνία $\widehat{ΓΟM_0} = \varphi_0$ καλεῖται ***«ἀρχικὴ φάσις»*** τῆς Α.Τ.

Θὰ ἔχωμεν δὲ $\widehat{ΓΟΜ} = \varphi_0 + M_0\widehat{O}M$ ὅπου $M_0\widehat{O}M = \omega t$ λόγῳ τῆς ὁμαλῆς κυκλικῆς κινήσεως τοῦ Μ. Ἡ θέσις τοῦ Ρ ἐπὶ τῆς τροχιᾶς του

ΑΒ καθορίζεται ἐκ τῆς *ἀπομακρύνσεώς* του $\overline{OP}$ (θετικῆς ἢ ἀρνητικῆς) ἀπὸ τὴν ἀρχὴν Ο τῶν διαστημάτων. Κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t θὰ ἔχωμεν: $\overline{OP}=x=$ προβολὴ τοῦ $\overrightarrow{OM}$ ἐπὶ τὸν ἄξονα $ox=$ $=(OM)\sigma\upsilon\nu B\widehat{O}M=\alpha\eta\mu\Gamma\widehat{O}M=\alpha\eta\mu(\varphi_0+\omega t)$. Ἐντεῦθεν ἡ χρονικὴ ἐξίσωσις τῆς ἁρμονικῆς ταλαντώσεως:

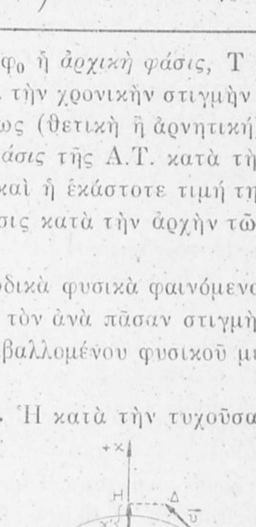
$$\boxed{\overline{OP}=x=\alpha\eta\mu(\omega t+\varphi_0)=\alpha\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t+\varphi_0\right)=\alpha\eta\mu(2\pi Nt+\varphi_0)} \tag{1}$$

ὅπου α τὸ *πλάτος*, ω ἡ *κυκλικὴ συχνότης*, φ_0 ἡ *ἀρχικὴ φάσις*, Τ ἡ *περίοδος*, Ν ἡ *συχνότης* τῆς Α.Τ. καὶ x ἡ κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t *ἀπομάκρυνσις* ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς ταλαντώσεως (θετικὴ ἢ ἀρνητική).

γ΄) **Φάσις.** Ἡ γωνία $\omega t+\varphi_0$ καλεῖται *φάσις* τῆς Α.Τ. κατὰ τὴν στιγμὴν t. Ἡ φάσις μεταβάλλεται ἐν χρόνῳ καὶ ἡ ἑκάστοτε τιμή της καθορίζει τὴν θέσιν τοῦ Ρ. Ἡ φ_0 εἶναι ἡ φάσις κατὰ τὴν ἀρχὴν τῶν χρόνων ἢ *ἀρχικὴ φάσις*.

Γενικώτερον, καλεῖται φάσις εἰς τὰ περιοδικὰ φυσικὰ φαινόμενα, μία συνάρτησις τοῦ χρόνου ἡ ὁποία ἐπιτρέπει τὸν ἀνὰ πᾶσαν στιγμὴν ὑπολογισμὸν τῆς τιμῆς τοῦ περιοδικῶς μεταβαλλομένου φυσικοῦ μεγέθους.

δ΄) **Ταχύτης καὶ ἐπιτάχυνσις τῆς Α.Τ.** Ἡ κατὰ τὴν τυχοῦσαν χρονικὴν στιγμὴν t ταχύτης $x'=\overline{PH}$ τοῦ σημείου Ρ τοῦ ἐκτελοῦντος ἁρμονικὴν ταλάντωσιν (βλ. σχ. 2) εἶναι (κατὰ τὰ γνωστὰ ἐκ τῆς Μηχανικῆς), προβολὴ ἐπὶ τὸν ἄξονα Οx τῆς ταχύτητος $\vec{\upsilon}=\overrightarrow{M\Delta}$ τοῦ σημείου Μ τοῦ ἐκτελοῦντος τὴν ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν. Ἡ δὲ ἐπιτάχυνσις $x''=\overline{P\Theta}$ τοῦ Ρ εἶναι ἡ προβολὴ ἐπὶ τὸν Οx τῆς ἐπιταχύνσεως $\overrightarrow{ME}=\vec{\gamma}$ τοῦ Μ (ἥτις εἶναι κεντρομόλος). Γνωρίζομεν ὅτι ἡ προβολὴ διανύσματος ἐπὶ ἄξονα, ἰσοῦται μὲ τὸ μέτρον τοῦ διανύσματος ἐπὶ τὸ συνημίτονον τῆς γωνίας



Σχ. 2

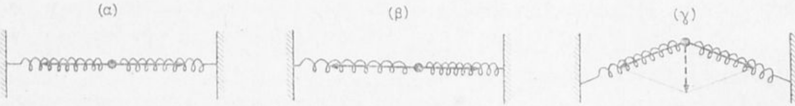
ἄξονος καὶ διανύσματος. Ἡ γωνία τοῦ $\vec{\upsilon}$ μὲ τὸν $+\overrightarrow{Ox}$ ἰσοῦται μὲ $\Gamma\widehat{O}M=\varphi_0+\omega t$ (σχ. 2) ἡ δὲ γωνία τοῦ $\vec{\gamma}$ μὲ τὸν $+\overrightarrow{Ox}$ ἰσοῦται μὲ $\frac{\pi}{2}+\Gamma\widehat{O}M=\frac{\pi}{2}+(\varphi_0+\omega t)$. Ἐπίσης τὰ μέτρα τῶν $\vec{\upsilon}$ καὶ $\vec{\gamma}$ εἶναι ἀντιστοίχως αω καὶ $\alpha\omega^2$. Ἐκ τούτων, ὑπολογίζονται αἱ προβολαὶ x′ καὶ x″ συναρτήσει τοῦ χρόνου (ὁ ὑπολογισμὸς τῶν x′ καὶ x″ δύναται νὰ γίνῃ καὶ ἀμέσως, διὰ τῶν κανόνων τῆς παραγωγίσεως τῶν συναρτήσεων). Εὑρίσκεται ὅτι :

(2) ταχύτης τῆς Α.Τ. : $\boxed{x' = \alpha\omega\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0)}$

ἐπιτάχυνσις τῆς Α.Τ. : $\boxed{x'' = -\alpha\omega^2\eta\mu(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x}$

Ἐκ τῆς $x'' = -\omega^2 x$ φαίνεται ὅτι *ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ P εἶναι ἀνάλογος τῆς ἀπομακρύνσεως αὐτοῦ ἀπὸ τὸ κέντρον ταλαντώσεως O καὶ φέρεται πάντοτε πρὸς τὸ κέντρον ταλαντώσεως.*

ε′) **Δυναμικὴ ἐξήγησις τῆς Α.Τ.** Ἔστω ὑλικὸν σημεῖον P, μάζης m μεταθετὸν ἐπὶ τοῦ ἄξονος Ox καὶ τὸ ὁποῖον ἔχει θέσιν εὐστα-



Σχ. 3

Ὑλικὸν σημεῖον ὑπὸ τὴν ἐνέργειαν δύο τεταμένων ἐλατηρίων : (α) ἰσορροποῦν εὐσταθῶς, (β) καὶ (γ), ἀπομακρυνθὲν τῆς θέσεως τῆς ἰσορροπίας του

θοῦς ἰσορροπίας, τὸ O (παρβλ. σχ. 3). Ἐὰν ἐξωτερικὸν αἴτιον ἀπομακρύνῃ τὸ P ἀπὸ τὴν θέσιν O τῆς εὐσταθοῦς ἰσορροπίας, τότε ἀναπτύσσεται δύναμις ἐπαναφορᾶς ἐπὶ τοῦ P ἡ ὁποία τείνει νὰ τὸ ἐπαναφέρῃ εἰς τὸ O καὶ οὕτω τὸ P ταλαντεύεται περὶ τὸ O.

Ἐὰν ἡ (ἑλκτικὴ) δύναμις ἐπαναφορᾶς, εἶναι ἀνάλογος τῆς ἀποστάσεως τοῦ P ἀπὸ τὸ O (καὶ πάντοτε ἀντίρροπος πρὸς τὴν ἀπομάκρυνσιν $\overrightarrow{OP}$), τότε, ἀποδεικνύεται ὅτι τὸ P ἐκτελεῖ ἁρμονικὴν ταλάντωσιν μὲ κέντρον τὸ O.

Δηλαδή, ***ἡ Α.Τ. ὀφείλεται εἰς κινοῦσαν δύναμιν F ἀνάλογον τῆς ἀποστάσεως τοῦ κινητοῦ P ἀπὸ σταθεροῦ σημείου O καὶ ἀντίρροπον πρὸς τὸ*** $\overrightarrow{OP}$ ἤτοι :

(3) $$F = -kx$$

ὅπου x ἡ ἀπομάκρυνσις $\overline{OP}$ καὶ **k *σταθερὸς συντελεστὴς ἀναλογίας***. Τὸ k ἔχει διαστάσεις : δύναμις διὰ διαστήματος καὶ καλεῖται ***κατευθύνουσα δύναμις*** ἰσοῦται δὲ ἀριθμητικῶς μὲ τὴν ἑλκτικὴν δύναμιν ἥτις ἀσκεῖται ἐπὶ τοῦ P ὅταν τοῦτο ἀπέχῃ μίαν μονάδα μήκους ἀπὸ τοῦ O. Μονὰς κατευθυνούσης δυναμέως εἶναι 1 dyne/cm.

Ἐπειδὴ $F=mx''$, ἕπεται ἐκ τῆς (3) ὅτι:

$$mx''=-kx \quad \text{καὶ ἐπειδὴ} \quad x''=-\omega^2 x \qquad (\text{βλ. } (2))$$

$$\text{ἕπεται} \qquad \mathbf{k=m\omega^2=m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2} \qquad \text{καὶ}$$

(4) $\boxed{T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$ ὅπου k ἡ κατευθύνουσα δύναμις.

Ἡ (4) δεικνύει ὅτι: *Ἡ περίοδος τῆς Α.Τ. ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὴν μᾶζαν τοῦ κινητοῦ καὶ ἀπὸ τὴν κατευθύνουσαν δύναμιν καὶ ὄχι ἀπὸ τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως.*

στ') Κινητικὴ καὶ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ ἁρμονικῶς ταλαντουμένου ὑλικοῦ σημείου. Εἰς ἀπόστασιν x ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς ταλαντώσεώς του τὸ ὑλικὸν σημεῖον P ἔχει καὶ κινητικὴν καὶ δυναμικὴν ἐνέργειαν. Ἡ πρώτη, ἴση μὲ τὸ ἥμισυ τῆς μάζης ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος ἔχει τὴν ἔκφρασιν:

$$E_{Kιν}=\frac{1}{2}m(x')^2=\frac{1}{2}m\left\{\alpha\omega\,\text{συν}(\omega t+\varphi_0)\right\}^2 \quad (\text{βλ. τύπον } (2))=$$

$$=\frac{1}{2}m\alpha^2\omega^2\left\{1-\text{ημ}^2(\omega t+\varphi_0)\right\}=\frac{1}{2}m\left\{\alpha^2\omega^2-\omega^2\cdot\alpha^2\text{ημ}^2(\omega t+\varphi_0)\right\}=$$

$$=\frac{1}{2}m\left\{\alpha^2\omega^2-\omega^2x^2\right\}(\text{βλ. ἐξισ. } (1))=\frac{1}{2}m\omega^2(\alpha^2-x^2)=\frac{1}{2}k(\alpha^2-x^2).$$

Ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ P ἰσοῦται μὲ τὸ ἔργον τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ καταβάλλωμεν διὰ ν' ἀπομακρύνωμεν τὸ P κατὰ x ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας του κατανικῶντες τὴν δύναμιν ἐπαναφορᾶς. Τοῦτο ὑπολογίζεται ἴσον πρὸς $kx^2/2$. Οὕτω ἔχομεν εἰς ἀπομάκρυνσιν x:

$$(5) \qquad \mathbf{E_{Kιν}=\frac{1}{2}k(\alpha^2-x^2),\quad E_{Δυν}=\frac{1}{2}kx^2,\quad E_{Ολική}=\frac{1}{2}k\alpha^2.}$$

Ἡ ὁλικὴ ἐνέργεια τοῦ ὑλικοῦ σημείου, $E_{ολ}=E_{Kιν}+E_{Δυν}$ εἶναι σταθερὰ εἰς τὴν Α.Τ.

ζ') Γραφικὴ παράστασις τῆς Α.Τ. Ἡ γραφικὴ παράστασις τῆς συναρτήσεως τοῦ t: $x=\alpha\,\text{ημ}(\omega t+\varphi_0)$ λέγεται καὶ γραφικὴ παράστασις τῆς Α.Τ. Ὡς γνωστόν, διὰ τὴν κατασκευὴν τῆς γραφικῆς παραστάσεως ὁποιασδήποτε συναρτήσεως τοῦ t, $x=\varphi(t)$ ἐκλέγομεν σύστημα δύο ὀρθογωνίων (ἐν γένει) ἀξόνων: τὸν ἄξονα τῶν t (δηλ. τῶν χρόνων) καὶ τὸν ἄξονα τῶν x ἐφ' οὗ μετροῦνται αἱ τιμαὶ τῆς συναρτήσεως x (δηλ. αἱ «ἀπομακρύνσεις» τοῦ κινητοῦ) καὶ κατασκευάζομεν ἀρκετὸν πλῆθος σημείων Α, Β, Γ, Δ... ἐχόντων τετμη-

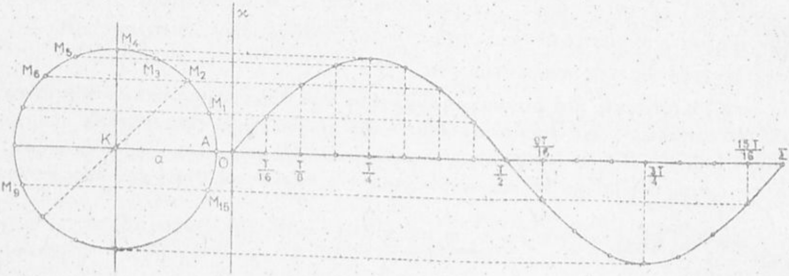
Σχ. 4

μένας μέν, διαφόρους τιμὰς τοῦ χρόνου, τεταγμένας δὲ τὰς ἀντιστοίχους τιμὰς τοῦ x, δηλαδὴ τῆς συναρτήσεως. (σχ. 4).

Συνδέομεν τὰ A, B, Γ, Δ... δι' ὁμαλῆς καμπύλης καὶ ἔχομεν τὴν κατ προσέγγισιν γραφικὴν παράστασιν τῆς συναρτήσεως $x=\varphi(t)$.

Διὰ τὴν Α.Τ. : $x=\alpha\eta\mu(\omega t+\varphi)$ ἡ παραστατικὴ καμπύλη εἶναι μία *ἡμιτονοειδὴς γραμμή*, τῆς ὁποίας κάθε σημεῖον ἔχει τετμημένην μὲν μίαν τιμὴν t τοῦ χρόνου τεταγμένην δὲ ἴσην πρὸς $\alpha\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$.

Μία μέθοδος κατασκευῆς τῆς γραφικῆς παραστάσεως τῆς Α.Τ., $x=\alpha\eta\mu(\omega t)=$ $=\alpha\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ δεικνύεται εἰς τὸ σχ. 5.



Σχ. 5

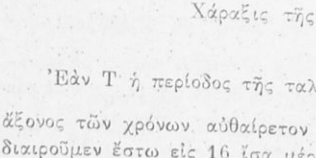
Χάραξις τῆς καμπύλης $x=\alpha\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$

Ἐὰν T ἡ περίοδος τῆς ταλαντώσεως $\left(T=\frac{2\pi}{\omega}\right)$, ὁρίζομεν ἐπὶ μὲν τοῦ ἄξονος τῶν χρόνων αὐθαίρετον μῆκος $\overline{O\Sigma}$ παριστῶν τὴν περίοδον T, τὸ ὁποῖον διαιροῦμεν ἔστω εἰς 16 ἴσα μέρη, ἐνῶ συγχρόνως, διαιροῦμεν τὴν περιφέρειαν (K, α) διὰ τῶν σημείων A, M_1, M_2..., M_{15} εἰς 16 ἴσα μέρη.

Ἡ Α.Τ. γεννᾶται διὰ τῆς ἐπὶ τὴν εὐθεῖαν KM_4 προβολῆς σημείου M διανύοντος ὁμαλῶς τὴν περιφέρειαν καὶ διερχομένου διὰ τῶν A, M_1, M_2..., M_{15} κατὰ τὰς χρονικὰς στιγμὰς 0,T/16, 2T/16..., 15T/16. Ἐπομένως, εὑρίσκομεν σχεδιαστικῶς, τὰς ἀπομακρύνσεις τοῦ ταλαντουμένου σημείου κατὰ τὰς ἀνωτέρω χρονικὰς στιγμάς, καὶ μεταφέρομεν ταύτας εἰς τὸ σύστημα τῶν ἀξόνων (Ot, Ox), ὡς ἀντιστοίχους τεταγμένας.

§3. Σύνθεσις συγγραμικῶν ἁρμονικῶν ταλαντώσεων

α΄) Ἔστω ὅτι τὸ ὑλ. σημεῖον P ἐκτελεῖ Α.Τ. ἐντὸς τοῦ σώματος Σ κατὰ τὴν διεύθυνσιν x΄x, μὲ κέντρον O, ἐνῶ συγχρόνως, τὸ ὅλον σῶμα (Σ) ἐκτελεῖ καὶ αὐτὸ Α.Τ ***κατὰ τὴν ἰδίαν διεύθυνσιν*** x΄x μὲ κέντρον τὸ σταθερὸν σημεῖον O΄. Τότε ὅπως γνωρίζομεν ἐκ τῆς Μηχανικῆς, τὸ P θὰ ἐκτελῇ μίαν



Σχ. 6

σύνθετον κίνησιν, ***τὴν συνισταμένην τῶν δύο Α.Τ.*** ἡ ὁποία ἔχει (δι' ἀκίνητον παρατηρητὴν ἔξω τοῦ (Σ)), χρονικὴν ἐξίσωσιν τῆς μορφῆς.

$$(1) \qquad x=x_1+x_2=\alpha_1\eta\mu(\omega_1 t+\varphi_1)+\alpha_2\eta\mu(\omega_2 t+\varphi_2)\cdot$$

ὅπου $x_1=\overline{O'P}=\alpha_1\eta\mu(\omega_1 t+\varphi_1)$ καὶ $x_2=\overline{OP}=\alpha_2\eta\mu(\omega_2 t+\varphi_2)$ εἶναι αἱ χρονικαὶ ἐξισώσεις τῶν δύο κινήσεων εἰς ἃς μετέχει τὸ Ρ. Ἡ (1) παριστᾷ τὴν ἐκ δύο Α.Τ. συνισταμένην κίνησιν ἡ ὁποία δὲν εἶναι ἐν γένει Α.Τ. ἀλλὰ γενικῶς. μιὰ πολύπλοκος ταλάντωσις.

Ἡ γραφικὴ παράστασις τῆς (1) γίνεται εὔκολα ἂν ἔχωμεν ἤδη χαράξει τὰς γραφικὰς παραστάσεις τῶν δύο συνιστωσῶν αὐτῆς, δηλ. τῆς $x_1=\alpha_1\eta\mu(\omega_1 t+\varphi_1)$ καὶ $x_2=\alpha_2\eta\mu(\omega_2 t+\varphi_2)$. Δὲν ἔχομεν παρὰ νὰ προσθέτωμεν ἀλγεβρικῶς τὰς τεταγμένας τῶν δύο συνιστωσῶν τὰς ἀντιστοιχούσας εἰς τὴν αὐτὴν χρονικὴν στιγμὴν διὰ νὰ εὑρίσκωμεν τὴν τεταγμένην (δηλ. τὴν ἀπομάκρυνσιν) τῆς συνισταμένης ταλαντώσεως κατὰ τὴν αὐτὴν χρονικὴν στιγμήν.

β') **Σύνθεσις δύο Α.Τ. τῆς ἰδίας συχνότητος.** Ἐὰν $\omega_1=\omega_2=\omega$, ἡ (1) καθίσταται

$$(2) \qquad x=\alpha_1\eta\mu(\omega t+\varphi_1)+\alpha_2\eta\mu(\omega t+\varphi_2)$$

Μετὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῶν $\eta\mu(\omega t+\varphi_1)$ καὶ $\eta\mu(\omega t+\varphi_2)$ καὶ ἀναγωγὴν ὁμοίων ὅρων ἡ (2) καθίσταται

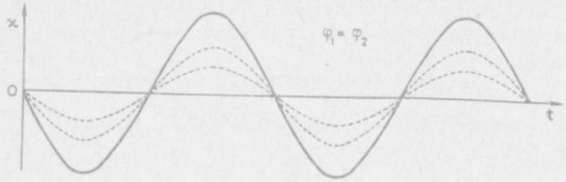
$$(3) \qquad x=K\,\eta\mu(\omega t)+\Lambda\,\sigma\upsilon\nu(\omega t) \qquad \text{ὅπου}$$

$$(4) \qquad K=\alpha_1\sigma\upsilon\nu\varphi_1+\alpha_2\sigma\upsilon\nu\varphi_2, \qquad \Lambda=\alpha_1\eta\mu\varphi_1+\alpha_2\eta\mu\varphi_2.$$

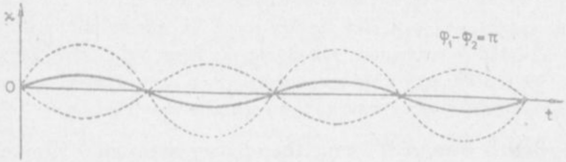
Ἂν ὑποτεθῇ $K\neq 0$ καὶ τεθῇ $\Lambda/K=\varepsilon\varphi\vartheta$ ἡ (3) γράφεται

$$x=K\left(\eta\mu\omega t+\frac{\Lambda}{K}\sigma\upsilon\nu\omega t\right)=K\left(\eta\mu\omega t+\frac{\eta\mu\vartheta}{\sigma\upsilon\nu\vartheta}\sigma\upsilon\nu\omega t\right)=$$

$=\dfrac{K}{\sigma\upsilon\nu\vartheta}(\eta\mu\omega t\sigma\upsilon\nu\vartheta+\sigma\upsilon\nu\omega t\eta\mu\vartheta)=\dfrac{K}{\sigma\upsilon\nu\vartheta}\eta\mu(\omega t+\vartheta)$. Βλέπομεν ὅτι ***ὅταν $\omega_1=\omega_2=\omega$ ἡ συνισταμένη τῶν δύο Α.Τ. εἶναι πάλιν Α.Τ. μὲ κυκλικὴν συχνότητα πάλιν, ω*** καὶ πλάτος $\alpha=|K/\sigma\upsilon\nu\vartheta|$. Λαμβάνοντες ὑπ' ὄψιν ὅτι $\varepsilon\varphi\vartheta=\Lambda/K$ καὶ $1/\sigma\upsilon\nu^2\vartheta=1+\varepsilon\varphi^2\vartheta=1+\dfrac{\Lambda^2}{K^2}=$ $=\dfrac{K^2+\Lambda^2}{K^2}$ εὑρίσκομεν ὅτι $\alpha^2=K^2+\Lambda^2$ καὶ $\alpha=\sqrt{K^2+\Lambda^2}$. Θέτοντες εἰς τὴν τελευταίαν ὅπου Κ καὶ Λ τὰς τιμάς των (4) εὑρίσκομεν $\alpha=\sqrt{\alpha_1^2+\alpha_2^2+2\alpha_1\alpha_2\sigma\upsilon\nu(\varphi_1-\varphi_2)}$. Ἐξ αὐτῆς συνάγομεν ὅτι ***ἂν $\varphi_1-\varphi_2=0$, τότε $\alpha=\alpha_1+\alpha_2$*** (τὰ πλάτη προστίθενται) καὶ ***ἂν $\varphi_1-\varphi_2=\pi$ τότε $\alpha=\alpha_1-\alpha_2$*** (τὰ πλάτη ἀφαιροῦνται). (βλέπε σχ. 7 καὶ σχ. 8).



Σχ. 7
Σύνθεσις δύο Α.Τ. τῆς ἰδίας συχνότητος καὶ φάσεως. Τὰ πλάτη προστίθενται.



Σχ. 8
Σύνθεσις δύο Α.Τ. τῆς ἰδίας συχνότητος καὶ μὲ διαφορὰν φάσεως π. Τὰ πλάτη ἀφαιροῦνται.

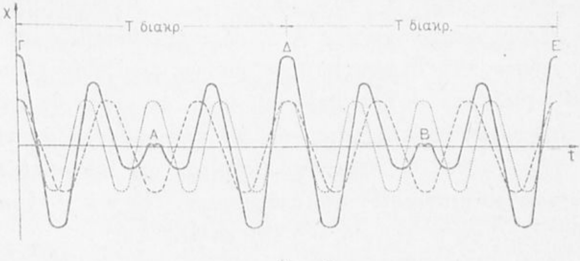
γ΄) **Διακροτήματα**. Ἄς ζητήσωμεν τώρα νὰ συνθέσωμεν δὺο Α.Τ. τοῦ αὐτοῦ πλάτους α καὶ τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες N_1 καὶ N_2 διαφέρουν ὀλίγον. Αἱ δύο ἐπὶ μέρους ταλαντώσεις, ἃς ἔχουν ἐξισώσεις: (διὰ τὴν ἁπλότητα) $x_1 = α ημ(2πN_1 t)$ καὶ $x_2 = α ημ(2πN_2 t)$ (βλ. §2, τύπος (1)). Ἡ συνισταμένη ταλάντωσις θὰ ἔχῃ χρονικὴν ἐξίσωσιν: $x = x_1 + x_2 = α\{ημ 2πN_1 t + ημ 2πN_2 t\}$ καὶ τελικῶς,

$$x = 2α συν\left(2π\frac{N_1 - N_2}{2}t\right) ημ\left(2π\frac{N_1 + N_2}{2}t\right) \tag{5}$$

Ἐάν, τώρα, τὰ N_1, N_2 ὀλίγον μόνον διαφέρουν ἀπ' ἀλλήλων, τότε τὸ $(N_1 - N_2)/2$ εἶναι πολὺ μικρὸν ἔναντι τοῦ $(N_1 + N_2)/2$ καὶ ὡς ἐκ τούτου, ὁ παράγων $συν\left(2π\frac{N_1 - N_2}{2}t\right)$ μεταβάλλεται πολὺ βραδύτερον παρὰ ὁ παράγων $ημ\left(2π\frac{N_1 + N_2}{2}t\right)$. Ὁ τελευταῖος οὗτος παράγων ὑφίσταται περιοδικὴν μεταβολήν, συχνότητος $\frac{N_1 + N_2}{2}$, ὀλίγον διαφερούσης τῶν N_1 καὶ N_2, δεδομένου ὅτι αἱ N_1, N_2 διαφέρουν μεταξύ των πολὺ ὀλίγον. Καὶ ὁ πρῶτος παράγων $2α συν\left(2π\frac{N_1 - N_2}{2}t\right)$ ὑφίσταται περιοδικὴν μεταβολὴν ἀλλ᾽ ἡ συχνότης τῆς ταλαντώσεώς του, ἴση πρὸς $(N_1-N_2)/2$ εἶναι ἀσήμαντος ὡς πρὸς τὴν συχνότητα $(N_1+N_2)/2$ τοῦ δευτέρου.

Ἡ περιοδικὴ λοιπὸν μεταβολὴ τοῦ πρώτου παράγοντος $2\alpha\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{N_1-N_2}{2}t\right)$ εἶναι βραδυτάτη ἔναντι τῆς ταχείας περιοδικῆς μεταβολῆς τοῦ δευτέρου παράγοντος $\eta\mu\left(2\pi\frac{N_1+N_2}{2}t\right)$. Ἐνῷ δηλαδὴ ὁ δεύτερος ἔχει διέλθη ὁλόκληρον τὸν κύκλον τῶν δυνατῶν τιμῶν του, ὁ πρῶτος, ὀλίγον μόνον ἔχει μεταβληθῆ. Κατόπιν τούτων δυνάμεθα νὰ ἑρμηνεύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν (5) ὡς μίαν ταλάντωσιν συχνότητος $(N_1+N_2)/2$ τῆς ὁποίας τὸ πλάτος, ἴσον πρὸς $2\alpha\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{N_1-N_2}{2}t\right)$ μεταβάλλεται καὶ αὐτὸ μετὰ τοῦ χρόνου βραδέως ἀλλὰ περιοδικῶς. Αἱ τιμαὶ μεταξὺ τῶν ὁποίων κυμαίνεται τὸ πλάτος $2\alpha\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{N_1-N_2}{2}t\right)$ κατ᾽ ἀπόλυτον τιμήν, εἶναι ἀπὸ 2α ἕως 0.

Τὸ ἰδιότυπον αὐτὸ εἶδος ταλαντώσεως, τὸ προκῦπτον ἀπὸ τὴν ἐπαλληλίαν δύο Α. Τ. μὲ ὀλίγον διαφερούσας συχνότητας λέγεται ***«διακρότημα»***.



Σχ. 9

Ὁ χρόνος T ὅστις μεσολαβεῖ μεταξὺ δύο ἀλληλοδιαδόχων μεγίστων τοῦ περιοδικῶς μεταβαλλομένου πλάτους καλεῖται ***περίοδος τοῦ διακροτήματος*** καὶ ἰσοῦται πρὸς τὸν χρόνον ὅστις ἀπαιτεῖται ἵνα τὸ $\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{N_1-N_2}{2}t\right)$ μεταβληθῆ ἀπὸ $+1$ εἰς -1. Διὰ νὰ συμβῆ δὲ τοῦτο πρέπει τὸ τόξον $2\pi\frac{N_1-N_2}{2}t$ νὰ μεταβληθῆ ἀπὸ $k\pi$ ἕως $(k+1)\pi$ (k τυχὼν ἀκέραιος). Ἔστω λοιπὸν ὅτι κατὰ τὰς χρονικὰς στιγμὰς t_1

καὶ t_2 τὸ τόξον $2\pi\frac{N_1-N_2}{2}t$ ἔχει ἀντιστοίχως τιμὰς $k\pi$ καὶ $(k+1)\pi$. Θὰ ἔχωμεν τότε: $\pi(N_1-N_2)t_1=k\pi$ καὶ $\pi(N_1-N_2)t_2=(k+1)\pi$ καὶ δι' ἀφαιρέσεως κατὰ μέλη: $\pi(N_1-N_2)(t_2-t_1)=\pi$ ἢ $t_2-t_1=1/(N_1-N_2)$. Ἀλλ' ἡ χρονικὴ ἀπόστασις t_2-t_1 εἶναι ἡ περίοδος T τοῦ διακροτήματος:

$$T_{\delta\iota\alpha\kappa\rho}=\frac{1}{N_1-N_2}. \tag{6}$$

Ἡ συχνότης $N_{\delta\iota\alpha\kappa\rho}$ τῶν διακροτημάτων, δηλ. τὸ πλῆθος τῶν μεγίστων (ἢ τῶν ἐλαχίστων) τοῦ πλάτους τῆς ταλαντώσεως εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου, εἶναι ὡς γνωρίζομεν τὸ ἀντίστροφον τῆς περιόδου:

$$\boxed{N_{\delta\iota\alpha\kappa\rho}=N_1-N_2} \tag{7}$$

Εἰς τὸ σχ. 9 βλέπομεν δύο μηδενισμοὺς (ἐλάχιστα) τοῦ πλάτους, εἰς A καὶ B καὶ τρία μέγιστα εἰς Γ, Δ καὶ E.

δ') **Σύνθεσις περισσοτέρων Α.Τ.** Ἕνα ὑλικὸν σημεῖον, δύναται νὰ μετέχῃ ὄχι μόνον δύο Α.Τ. (βλ. § 3, α'), ἀλλὰ καὶ περισσοτέρων, ὁπότε ἡ χρονικὴ ἐξίσωσις τῆς κινήσεώς του θὰ εἶναι τῆς μορφῆς

$$x=\alpha_1\eta\mu(\omega_1 t+\varphi_1)+\alpha_2\eta\mu(\omega_2 t+\varphi_2)+\cdots+\alpha_\nu\eta\mu(\omega_\nu t+\varphi_\nu) \tag{8}$$

ὅπου $x_1=\alpha_1\eta\mu(\omega_1 t+\varphi_1)$, $x_2=\alpha_2\eta\mu(\omega_2 t+\varphi_2)$, $\cdots$ εἶναι αἱ χρονικαὶ ἐξισώσεις ἐπὶ μέρους συγγραμμικῶν Α.Τ. αἵτινες συντιθέμεναι δημιουργοῦν τὴν κίνησιν τοῦ P τὴν καθοριζομένην ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (8).

Ἐὰν αἱ κυκλικαὶ συχνότητες ω_2, ω_3,...ω_ν εἶναι ἀκέραια πολλαπλάσια τῆς πρώτης, ω_1, τότε ἡ (8) ἐκφράζει μίαν ταλάντωσιν (§ 1) τῆς ὁποίας ἡ περίοδος ἰσοῦται μὲ τὴν περίοδον τῆς πρώτης ἐκ τῶν συνιστωσῶν ταλαντώσεων. Ἐὰν π.χ. εἶναι $\omega_1=\omega$, $\omega_2=2\omega$, $\omega_3=3\omega$,... $\omega_\nu=\nu\omega$, τότε ἡ (8) καθίσταται,

$$x=\alpha_1\eta\mu(\omega t+\varphi_1)+\alpha_2\eta\mu(2\omega t+\varphi_2)+\ldots+\alpha_\nu\eta\mu(\nu\omega t+\varphi_\nu) \tag{9}$$

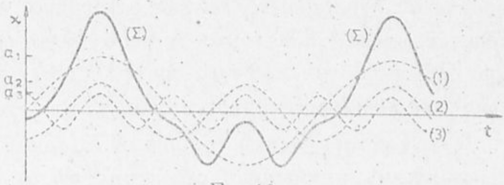
βλέπομεν δὲ ὅτι ὅταν ὁ χρόνος t γίνῃ $t+\frac{2\pi}{\omega}$ δηλ. αὐξηθῇ κατὰ μίαν περίοδον τῆς πρώτης Α.Τ., ἡ (9) καθίσταται: $x=\alpha_1\eta\mu(\omega t+\varphi_1+2\pi)+$

$$+\alpha_2\eta\mu(2\omega t+\varphi_2+4\pi)+\ldots+\alpha_\nu\eta\mu(\nu\omega t+\varphi_\nu+2\nu\pi)\equiv$$

$$\equiv\alpha_1\eta\mu(\omega t+\varphi_1)+\alpha_2\eta\mu(2\omega t+\varphi_2)+\cdots+\alpha_\nu\eta\mu(\nu\omega t+\varphi_\nu)$$

δηλ. ἡ (9) οὐδόλως μεταβάλλεται. Συνεπῶς ἡ κίνησις (9) εἶναι περιοδική, μὲ περίοδον $2\pi/\omega$ ἴσην πρὸς τὴν περίοδον τῆς πρώτης ἐκ τῶν συνιστωσῶν ταλαντώσεων ἥτις καλεῖται καὶ *θεμελιώδης*.

Τὸ σχ. 10 εἰκονίζει τὴν σύνθεσιν τριῶν Α.Τ. (1), (2) καὶ (3) μὲ πλάτη α_1, α_2, α_3 ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 6 : 3 : 2, ἀρχικὰς φάσεις $\varphi_1=0$, $\varphi_2=-\pi/2$, $\varphi_3=+\pi/2$ καὶ συχνότητας ἀναλόγους τῶν ἀριθμῶν 1 : 2 : 3. Ἡ ἐξ αὐτῶν συνισταμένη ταλάντωσις παριστωμένη διὰ τῆς καμπύλης (Σ) ἔχει περίοδον ἴσην μὲ τὴν περίοδον τῆς πρώτης (θεμελιώδους) συνιστώσης (1) καὶ κατασκευάζεται γραφικῶς ***διὰ προσθέσεως τῶν τεταγμένων.***



Σχ. 10

§4. Ἀνάλυσις τυχούσης ταλαντώσεως κατὰ Fourier.

Εἴδομεν εἰς τὴν §2 ε΄ ὅτι ὅταν ἡ δύναμις ἐπαναφορᾶς ἡ δρῶσα ἐπὶ τοῦ ὑλικοῦ σημείου P εἶναι εὐθέως ἀνάλογος τῆς ἀποστάσεως τοῦ P ἀπὸ τῆς θέσεως O τῆς εὐσταθοῦς ἰσορροπίας του, τότε τὸ P ἐκτελεῖ Α.Τ. Ὑπάρχουν περιπτώσεις καθ᾿ ἃς ἡ δύναμις αὕτη ἐπαναφορᾶς, ἐξαρτᾶται κατ᾿ ἄλλον τρόπον ἀπὸ τὴν ἀπόστασιν |OP| ὁπότε δὲν προκύπτει ἁρμονικὴ ταλάντωσις τοῦ P ἀλλὰ δυνατὸν νὰ προκύψῃ μία ἄλλου τύπου ταλάντωσις δηλ. μία περιοδικὴ κίνησις τοῦ P ὡς περιεγράφη εἰς τὴν §1.

Ὁ Fourier ἀπέδειξεν ὅτι, ***οἱαδήποτε ταλάντωσις (βλ. §1) συχνότητος ἔστω, N, δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς συνισταμένη ἑνὸς πλήθους ἁπλῶν ἁρμονικῶν ταλαντώσεων ἐχουσῶν συχνότητας N, 2N, 3N,... νN,...***

Ἤτοι ἡ χρονικὴ ἐξίσωσις *πάσης ταλαντώσεως* ὑλικοῦ σημείου δύναται νὰ τεθῇ ὑπὸ τὴν μορφὴν

$$(1) \qquad x=\alpha_1 \eta\mu(\omega t+\varphi_1)+\alpha_2 \eta\mu(2\omega t+\varphi_2)+\alpha_3 \eta\mu(3\omega t+\varphi_3)+......$$

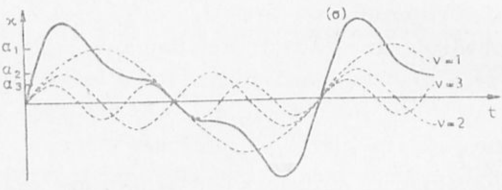
ὅπου τὸ πλῆθος τῶν προσθετέων τοῦ 2ου μέλους δύναται νὰ εἶναι καὶ ἄπειρον.

Εἰς τὴν (1), οἱ δεῖκται 1, 2, 3,... ν,... λέγονται *ἀριθμοὶ τάξεως*. Ἡ 1η Α.Τ. μὲ κυκλικὴν συχνότητα ω καὶ ἑπομένως μὲ συχνότητα $N=\omega/2\pi$ ὀνομάζεται ***θεμελιώδης ταλάντωσις*** ἢ ***πρώτη ἁρμονικὴ*** ἐνῷ αἱ ἑπόμεναι συνιστῶσαι ταλαντώσεις, 2^{α}, 3^{η}, 4^{η},... μὲ κυκλικὰς συχνότητας 2ω, 3ω, 4ω,.... ὀνομάζονται ***ἀνώτεραι ἁρμονικαί.*** Ἡ 2^{α}, λέγεται, *δευτέρα ἁρμονική*, ἡ 3η, *τρίτη ἁρμονική*... τῆς θεμελιώδους. Αἱ συχνότητες N_2, N_3,... τῶν ἀνωτέρων ἁρμονικῶν εἶναι ἀκέραια πολλαπλάσια τῆς συχνότητος τῆς θεμελιώδους Α.Τ. Τέλος, αἱ ἀνώτεραι ἁρμονικαὶ ταλαντώσεις διαφέρουν μεταξύ των ὡς πρὸς τὰς ἀρχικὰς φάσεις καὶ τὰ πλάτη. Τὰ τελευταῖα ταῦτα βαίνουν εἰς τὰς πλείστας πρακτικὰς περιπτώσεις, ταχέως μειούμενα, ἐφ' ὅσον αὐξάνει ὁ ἀριθμὸς τάξεως καὶ διὰ τοῦτο ἡ σειρὰ ἐν τῇ ἐξισώσει (1) ὑπολογίζεται ἀπὸ ὀλίγους μόνον πρώτους ὅρους, παραλειπομένων τῶν ὑπολοίπων, χωρὶς νὰ προκύψῃ σοβαρόν τι λάθος.

Ὅταν εἶναι γνωστὴ ἡ χρονικὴ ἐξίσωσις μιᾶς ταλαντώσεως, τότε αἱ ἁρμονικαὶ συνιστῶσαι αὐτῆς δηλ. τὰ α_1, α_2, α_3... καὶ φ_1, φ_2, φ_3... τῆς ἐξισ. (1) ὑπολογίζονται διὰ τοῦ Μαθηματικοῦ λογισμοῦ καὶ ἡ ταλάντωσις *ἀναλύεται* εἰς ἁρμονικάς.

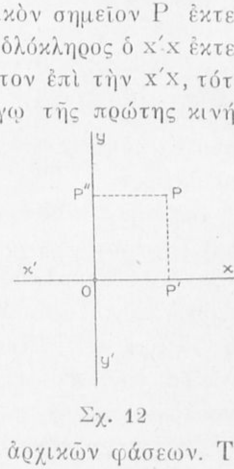
Εἰς τὴν προηγουμένην παράγραφον εἴδομεν τὸ ἀντίστροφον τῆς ἀνωτέρω ἀναλύσεως δηλ. ὅτι, ἁρμονικαὶ ταλαντώσεις μὲ συχνότητας N, 2N, 3N,... συντιθέμεναι δίδουν ὡς συνισταμένην κίνησιν, μίαν ταλάντωσιν (ὄχι ἁρμονικήν), συχνότητος N.

Τὸ σχ. 11 δεικνύει τὴν ἀνάλυσιν μιᾶς ταλαντώσεως (σ) εἰς μίαν θεμελιώδη Α.Τ. καὶ εἰς τὰς δύο πρώτας ἀνωτέρας ἁρμονικάς. Τὰ πλάτη τῶν τριῶν ἁρμονικῶν εἰς ἃς ἀναλύεται ἡ (σ) εἶναι $\alpha_1=6$, $\alpha_2=3$, $\alpha_3=2$ καὶ αἱ ἀρχικαὶ φάσεις αὐτῶν εἶναι $\varphi_1=\varphi_2=\varphi_3=0$.



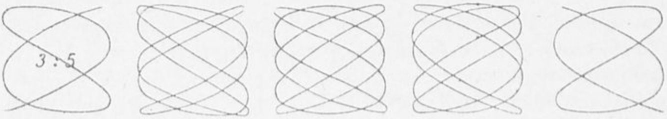
Σχ. 11

§5. Εἰκόνες τοῦ Lissajous. Ἐὰν τὸ ὑλικὸν σημεῖον P ἐκτελῇ μίαν Α.Τ ἐπὶ τοῦ ἄξονος x΄x ἐγῶ συγχρόνως ὁλόκληρος ὁ x΄x ἐκτελεῖ μίαν ἄλλην Α.Τ. κατὰ διεύθυνσιν y΄y, κάθετον ἐπὶ τὴν x΄x, τότε κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t, τὸ P θὰ ἔχῃ λόγῳ τῆς πρώτης κινήσεως, τετμημένην $\overline{OP'}=\alpha_1 \eta\mu(\omega_1 t+\varphi_1)$ καὶ λόγω τῆς δευτέρας, τεταγμένην $\overline{OP''}=\alpha_2 \eta\mu(\omega_2 t+\varphi_2)$ (σχ. 12). Μεταβαλλομένου τοῦ χρόνου t, τὸ P κινεῖται ἐν τῷ ἐπιπέδῳ xoy τῶν δύο ἀξόνων, διαγράφον μιὰν τροχιάν, γενικῶς πολύπλοκον ἡ ὁποία καλεῖται *εἰκὼν τοῦ Lissajous* καὶ τῆς ὁποίας τὸ σχῆμα ἐξαρτᾶται ὄχι μόνον ἀπὸ τὰς κυκλικὰς συχνότητας ω_1 καὶ ω_2 τῶν δύο καθέτων Α.Τ. ἀλλὰ καὶ ἀπὸ τὰ πλάτη α_1, α_2 αὐτῶν καὶ ἀπὸ τὴν διαφορὰν $\varphi_1-\varphi_2$ τῶν ἀρχικῶν φάσεων. Τὸ



Σχ. 12

σχ. 13 δεικνύει μερικὰ παραδείγματα διὰ τὴν περίπτωσιν $\omega_1 : \omega_2 =$ $= 3 : 5$, $\alpha_1 = \alpha_2$ μὲ διαφόρους τιμὰς τῆς $\varphi_1 - \varphi_2$.

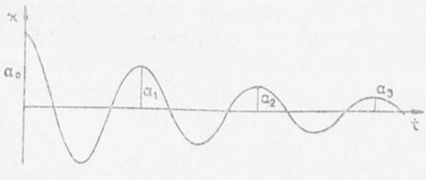


Σχ. 13
Εἰκόνες Lissajous μὲ $\omega_1 : \omega_2 = 3 : 5$

Ἡ εἰκὼν Lissajous εἶναι τότε μόνον κλειστὴ γραμμή, ὅταν ὁ λόγος ω_1/ω_2 εἶναι σύμμετρος ἀριθμός. Διὰ $\alpha_1 = \alpha_2$ καὶ συγχρόνως $\omega_1 = \omega_2$ ἡ τροχιὰ τοῦ P εἶναι ἔλλειψις ἥτις καθίσταται κύκλος ὅταν $\varphi_1 - \varphi_2 = \pm\pi/2$ καὶ εὐθεῖα ὅταν $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$.

Ὁ Lissajous παρήγαγε πειραματικῶς τὰς εἰκόνας αὐτὰς ὑπὸ μορφὴν φωτεινῶν τροχιῶν. Αἱ εἰκόνες Lissajous εὑρίσκουν σήμερον, ἐφαρμογὰς ἐν τῇ πράξει.

§6. Ἀποσβεννυμένη ἁρμονικὴ ταλάντωσις. Ἐὰν ἡ ἁρμονικὴ ταλάντωσις ἑνὸς ὑλικοῦ σημείου δὲν συντηρεῖται διὰ καταλλήλου ἐξωτερικῆς ἐπιδράσεως, τότε βαθμηδὸν χάνει εἰς πλάτος, λόγῳ τῶν ἀναποφεύκτων τριβῶν, διατηρεῖ ὅμως μίαν σταθερὰν περίοδον, δηλ. ὁ χρόνος μεταβάσεως ἀπὸ τῆς μιᾶς ἄκρας θέσεως τοῦ κινητοῦ εἰς τὴν ἄλλην, παραμένει πρακτικῶς, σταθερὸς καίτοι τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως μειοῦται. Ὅταν ἡ τριβὴ δὲν εἶναι πολὺ μεγάλη ἐν σχέσει μὲ τὴν κατευθύνουσαν δύναμιν τότε ἀποδεικνύεται ὅτι τὰ διαδοχικὰ πλάτη ταλαντώσεως ἀποτελοῦν φθίνουσαν γεωμετρικὴν πρόοδον καὶ ἔχομεν τὴν λεγομένην *ἀποσβεννυμένην (ἢ φθίνουσαν) ἁρμονικὴν ταλάντωσιν* τῆς ὁποίας ἡ γραφικὴ παράστασις ἀποδίδεται εἰς τὸ σχ. 14.



Σχ. 14

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ἐλατήριον στερεωμένον εἰς τὸ ἕνα ἄκρον του καὶ φέρον ἐξηρτημένον βάρος κατὰ τὸ ἄλλο, τίθεται εἰς κατακόρυφον ταλάντωσιν ἐκτελοῦν 100 πλήρεις παλινδρομήσεις εἰς 5 sec. Εὕρετε τὴν περίοδον τῆς ταλαντώσεως καὶ τὴν συχνότητα αὐτῆς.

2. Ποία ἡ φάσις τῆς Α.Τ. κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν κατὰ τὴν ὁποίαν

τὸ ἐκτελοῦν τὴν κίνησιν ταύτην κινητόν, ἀπέχει ἀπὸ τὸ κέντρον τῆς ταλαντώσεως τὸ ἥμισυ τοῦ πλάτους;

3. Ὑλικὸν σημεῖον Μ ἐκτελοῦν ἁπλῆν ἁρμονικὴν ταλάντωσιν (Α.Τ.) διατρέχει τμῆμα εὐθείας (AB)=10 cm ἡ δὲ περίοδος τῆς ταλαντώσεως εἶναι 2 sec. Νὰ εὑρεθοῦν: i) Ἡ ἀκτὶς καὶ ἡ γραμμικὴ ταχύτης τῆς κυκλικῆς κινήσεως τῆς ὁποίας προβολὴ εἶναι ἡ κίνησις τοῦ Μ. ii) Ἡ ταχύτης καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ Μ εἰς τὸ σημεῖον Β. iii) Ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ Μ ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς ἀπομάκρυνσιν αὐτοῦ ἴσην μὲ 2 cm ἀπὸ τοῦ μέσου Ο τῆς ΑΒ (βλ. §2, δ΄).

4. Εἰς Α.Τ. δίδονται τὸ πλάτος $\alpha=20$ cm, ἡ ἀρχικὴ φάσις $\varphi_0=0$ καὶ ἡ κυκλικὴ συχνότης $\omega=\frac{\pi}{2}\,\mathrm{sec}^{-1}$. Ζητοῦνται: i) Ποῦ εὑρίσκεται τὸ κινητὸν τὰς χρονικὰς στιγμὰς $t=0$, $t=1$ sec, $t=2$ sec καὶ $t=2{,}5$ sec; ii) Ποία ἡ περίοδος Τ τοῦ κινητοῦ; iii) Ἀποδείξατε ὅτι κατὰ τὰς χρονικὰς στιγμὰς $t=1$ sec, $t=5$ sec καὶ $t=9$ sec, τὸ κινητὸν εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον. iv) Ποία ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ κινητοῦ ὅταν εὑρίσκεται εἰς ἀπομάκρυνσιν $x=-5$ cm;

5. Ὑλικὸν σημεῖον ἐκτελοῦν Α.Τ. περιόδου $T=2$ sec καὶ πλάτους $\alpha=3$ m διέρχεται διὰ τοῦ μέσου τῆς τροχιᾶς του κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν $t=1$ sec. Νὰ γραφῇ ἡ χρονικὴ ἐξίσωσις τῆς κινήσεως καὶ νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης του τὴν χρονικὴν στιγμὴν $t=2$ sec.

6. Ὑλικὸν σημεῖον ἐκτελοῦν Α.Τ. διατρέχει τμῆμα εὐθείας μήκους 8 m. Ἡ συχνότης τῆς κινήσεως εἶναι 10 Hz καὶ κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν $t=0$ τὸ κινητὸν εὑρίσκεται εἰς τὸ μέγιστον τῆς ἀπομακρύνσεώς του. Νὰ γραφῇ ἡ ἐξίσωσις τῆς κινήσεως καὶ νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις εἰς $t=0$.

7. Αἱ ταχύτητες ὑλικοῦ σημείου ἐκτελοῦντος Α.Τ. εἶναι $x_1'=16\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}}$ καὶ $x_2'=8\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}}$ εἰς ἀντιστοίχους ἀπομακρύνσεις $x_1=8$ cm καὶ $x_2=12$ cm. Νὰ ὑπολογισθοῦν ἡ περίοδος καὶ τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως (βλ. §2, δ΄).

8. Ὑλικὸν σημεῖον ἐκτελοῦν Α.Τ. ἔχει μεγίστην ἐπιτάχυνσιν $x_0''=5\pi^2\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}^2}$ ἡ δὲ ταχύτης του εἶναι $3\pi\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}}$ εἰς ἀπομάκρυσιν 4 cm. Νὰ εὑρεθοῦν ἡ περίοδος καὶ τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως.

9. Ὑλικὸν σημεῖον ἐκτελοῦν Α.Τ ἔχει ταχύτητα $x_1'=4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$ εἰς ἀπομάκρυνσιν $x_1=3$ m καὶ ταχύτητα $x_2'=3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$ εἰς ἀπομάκρυνσιν $x_2=4$ m. Ποία ἡ ταχύτης του εἰς τὸ κέντρον τῆς ταλαντώσεως;

10. Ὑλικὸν σημεῖον ἔχει χρονικὴν ἐξίσωσιν κινήσεως

$$x=\alpha\,\text{συν}(\omega t+\varphi).$$

Νὰ καθορισθοῦν τὰ α, ω, φ ἂν τὸ μῆκος τῆς τροχιᾶς εἶναι 12 cm καὶ ἂν κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν $t=0$, εἶναι $x=+3$ καὶ $x'=+15\sqrt{3}\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}}$.

11. Ὑλικὸν σημεῖον ἔχει ἐξίσωσιν κινήσεως

$$x=\alpha\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi).$$

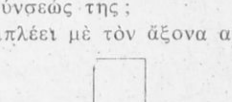
Καθορίσατε τὰ α, ω καὶ φ γνωρίζοντες ὅτι τὸ μῆκος τῆς τροχιᾶς εἶναι 10 cm καὶ ὅτι ὁ λόγος τῆς ταχύτητος υ πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν γ, λαμβάνει τὴν αὐτὴν τιμὴν εἰς δύο χρονικὰς στιγμὰς αἱ ὁποῖαι διαφέρουν μεταξύ των κατὰ 2 sec (τοῦ χρόνου τούτου θεωρουμένου τοῦ ἐλαχίστου δυνατοῦ) καὶ ὅτι κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t=1 sec ἔχομεν υ=1,103 γ.

12. Μᾶζα m=2 kgr προσδεδεμένη διὰ δύο ὁμοίων ἐλατηρίων τοποθετεῖται ἐπὶ ὁριζοντίου λείου ἐπιπέδου ὡς εἰκονίζεται εἰς τὸ σχῆμα. Ἡ μᾶζα μετατοπίζεται κατὰ 20 cm πρὸς τὰ δεξιὰ καὶ κατόπιν ἀφίεται ἐλευθέρα. Ἕνας παρατηρητὴς σημειώνει ὅτι ἡ μᾶζα ἐκτελεῖ 15 ταλαντώσεις εἰς 30 sec. Νὰ προσδιορισθοῦν τὸ πλάτος, ἡ περίοδος καὶ ἡ συχνότης τῆς κινήσεως. Νὰ γραφῇ, ἡ ἐξίσωσις ἡ περιγράφουσα τὴν κίνησιν καὶ νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ὁλικὴ ἐνέργεια τοῦ συστήματος. (βλ. §2 στ').

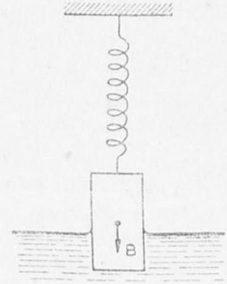
13. Σῶμα μάζης 100 gr ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἑνὸς ἄκρου κατακορύφου σπειροειδοῦς ἐλατηρίου. Ὅταν ἀπομακρύνωμεν τὸ σῶμα κατὰ 10 cm ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας του καὶ τὸ ἀφήσωμεν ἐλεύθερον ἐκτελεῖ κατακορύφους ταλαντώσεις περιόδου 2 sec. i) Ποία ἡ ταχύτης του ὅταν διέρχεται ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας του; ii) Ποία ἡ ἐπιτάχυνσίς του εἰς ἀπομάκρυνσιν 5 cm ὑπεράνω τῆς θέσεως ἰσορροπίας; iii) Ὅταν κινῆται πρὸς τὰ ἄνω, πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται ἵνα κινηθῇ ἐκ σημείου 5 cm κάτω τῆς θέσεως ἰσορροπίας εἰς σημεῖον 5 cm ὑπεράνω τῆς θέσεως ἰσορροπίας;

14. Ἡ παραπλεύρως εἰκονιζομένη σφαῖρα, μάζης m=100 gr ἐκτελεῖ Α.Τ. πλάτους 5 cm. Ἐὰν αἱ σταθεραὶ τῶν ἐλατηρίων εἶναι ἀντιστοίχως $k_1=1000\,\frac{dyn}{cm}$ καὶ $k_2=3000\,\frac{dyn}{cm}$, νὰ ὑπολογισθοῦν i) ἡ περίοδος τῆς Α.Τ. ii) ἡ ταχύτης εἰς τὸ κέντρον ταλαντώσεως. iii) Τὴν στιγμὴν κατὰ τὴν ὁποίαν διέρχεται ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσορροπίας ρίπτεται ἐπὶ τῆς μάζης κατακορύφως ἑτέρα σφαῖρα ἐκ πλαστελίνης μάζης m=100 gr ἡ ὁποία προσκολλᾶται ἐπ' αὐτῆς. Νὰ εὑρεθῇ ἡ νέα περίοδος καὶ τὸ νέον πλάτος τῆς ταλαντώσεως. iv) Ἡ ἀπάντησις εἰς τὴν ἀνωτέρω ἐρώτησιν θὰ ἦτο ἡ αὐτὴ ἐὰν τὴν δευτέραν σφαῖραν ἐρρίπταμεν ἐπὶ τῆς πρώτης ὅταν ἡ τελευταία αὕτη εὑρίσκετο εἰς τὸ μέγιστον τῆς ἀπομακρύνσεώς της;

15. Μεταλλικὸς κύλινδρος ὕψους h=15 cm ἐπιπλέει μὲ τὸν ἄξονα αὐτοῦ κατακόρυφον ἐντὸς ὑδραργύρου πυκνότητος $\rho'=13{,}6\,\frac{gr}{cm^3}$. Ὁ κύλινδρος οὗτος τίθεται εἰς κατακορύφους ταλαντώσεις τῶν ὁποίων ἡ περίοδος εὑρίσκεται ἴση πρὸς 0,62 sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ πυκνότης ρ τοῦ μετάλλου, ἂν αἱ τριβαὶ καὶ ἀντιστάσεις θεωρηθοῦν ἀμελητέαι.



16. Κύλινδρος μάζης 5 kgr καὶ διατομῆς 250 cm^2 ἐξαρτᾶται ἐξ ἐλατηρίου σταθερᾶς $k=250000 \frac{dyn}{cm}$ καὶ ἰσορροπεῖ μερικῶς βυθισμένος ἐντὸς τοῦ ὕδατος (εἰδικοῦ βάρους $\varepsilon=1 \frac{gr^*}{cm^3}$), ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ περίοδος T διὰ μικρὰς κατακορύφους ταλαντώσεις. Ἡ ἀδράνεια τοῦ ὕδατος νὰ θεωρηθῇ ἀμελητέα $\left(g=10 \frac{m}{sec^2}\right)$.



17. Ὑλικὸν σημεῖον ὑπόκειται ταυτοχρόνως εἰς δύο ἁρμονικὰς ταλαντώσεις τοῦ αὐτοῦ πλάτους $\alpha=5$ cm καὶ τῆς αὐτῆς συχνότητος $N=10$ H_z, ἀλλὰ καθέτους ἐπ' ἀλλήλας μίαν κατὰ τὸν ἄξονα τῶν x καὶ τὴν ἄλλην κατὰ τὸν ἄξονα τῶν y, συστήματος ὀρθογωνίων ἀξόνων o,xy. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ μορφὴ τῆς τροχιᾶς τοῦ ὑλικοῦ σημείου i) ὅταν ἡ διαφορὰ φάσεως τῶν δύο ταλαντώσεων εἶναι μηδὲν καὶ ii) ὅταν ἡ διαφορὰ φάσεως εἶναι 90^0.

Ποία ἡ συχνότης τῆς συνισταμένης ταλαντώσεως εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις καὶ ποῖον τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ;

18. Θεωρήσατε ὅτι ὑλικὸν σημεῖον ὑπόκειται ταυτοχρόνως εἰς δύο Α.Τ. ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, τῶν ὁποίων αἱ χρονικαὶ ἐξισώσεις εἶναι $x_1=2\eta\mu 2\pi\nu t$ καὶ $x_2=\eta\mu 2\pi(2\nu)t$ ἀντιστοίχως. Διὰ γραφικῆς παραστάσεως τῶν ἀνωτέρω ἐξισώσεων ἐπὶ κοινοῦ συστήματος ὀρθογωνίων ἀξόνων 0,tx καὶ διὰ προσθέσεως τῶν τεταγμένων αὐτῶν νὰ παρασταθῇ γραφικῶς ἡ συνισταμένη ταλάντωσις $x=x_1+x_2=2\eta\mu 2\pi\nu t+\eta\mu 2\pi(2\nu)t$.

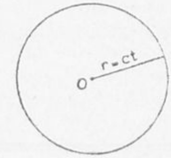
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ II

Κυμάνσεις

§ 7. **Μετάδοσις μιᾶς διαταραχῆς. Κύματα.** α΄) Ἐὰν στοιχειῶδες τμῆμα τῆς μάζης ἑνὸς ὑλικοῦ, στερεοῦ ἢ ὑγροῦ ἢ ἀερίου, ἀπομακρυνθῇ στιγμιαίως ἀπὸ τὴν φυσικὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας του τότε εἰς τὴν περιοχὴν αὐτήν, ἡ ἐλαστικὴ ἰσορροπία ἐντὸς τοῦ ὑλικοῦ διαταράσσεται. Αἱ μεταξὺ τῶν στοιχειωδῶν τμημάτων τῆς μάζης ὑπάρχουσαι ἐλαστικαὶ δυνάμεις, τείνουν νὰ ἐπαναφέρουν τὴν διαταραχθεῖσαν ἰσορροπίαν καὶ ἐπιδροῦν ἐπὶ τοῦ μετατοπισθέντος σωματιδίου καὶ δι᾽ αὐτοῦ, ἐπὶ τῶν ἀμέσως γειτονικῶν του τὰ ὁποῖα ἐπίσης ἀπομακρύνονται ἀπὸ τῆς θέσεως τῆς ἰσορροπίας των καὶ ὡς ἐκ τούτου ἡ διαταραχὴ ἐπεκτείνεται εἰς τὰ ἀμέσως γειτονικὰ τμηματίδια τῆς μάζης. Ταῦτα πάλιν ἐπιδροῦν ἐπὶ τῶν ἀμέσως γειτονικῶν των τμηματιδίων μάζης καὶ ἡ διαταραχή, ἐκπορευθεῖσα ἀπὸ ἑνὸς ἀρχικοῦ κέντρου, διαδίδεται ἐντὸς τοῦ ὑλικοῦ. Καὶ ἂν μὲν ἡ ἀρχικὴ διαταραχὴ εἶναι στιγμιαία καὶ δὲν ἐπαναληφθῇ, ἡ ἐσωτερικὴ ἰσορροπία τοῦ ὑλικοῦ ἀποκαθίσταται κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον: πρῶτον εἰς τὸ κέντρον διαταραχῆς καὶ κατόπιν ἀπὸ τόπου εἰς τόπον βαθμιαίως. Ἐὰν ὅμως ἡ ἀρχικὴ διαταραχὴ διαρκεῖ, τότε μεταδίδεται βαθμηδὸν εἰς ὁλόκληρον τὴν μᾶζαν. Ἡ διαταραχὴ διατρέχει τὸ ὑλικὸν μέσον μὲ ἱκανὴν ταχύτητα, ἐνῶ συγχρόνως τὰ μικρὰ τεμαχίδια ὕλης τὰ συγκροτοῦντα τὸ ὑλικὸν μέσον, δὲν ἀπομακρύνονται πολὺ ἀπὸ τὴν μέσην θέσιν τῆς ἰσορροπίας των. *Μία τοιαύτη διαταραχὴ ἐξαπλουμένη εἰς ἕνα ὑλικὸν σύστημα καλεῖται* ***κῦμα*** *τὸ δὲ σύνολον τῶν κινήσεων τῶν διαφόρων μερῶν τοῦ ὅλου ὑλικοῦ, καλεῖται* ***κύμανσις.*** Τέλος, ἡ ὑπὸ τοῦ κύματος προσβαλλομένη περιοχὴ καλεῖται *κυματικὸν πεδίον*.

Τοιαύτης φύσεως κυμάνσεις παρουσιάζονται συχνότατα εἰς τὴν φύσιν καὶ δι᾽ αὐτῶν μεταδίδεται ταχύτατα ἐξ ἀποστάσεως, ἐνέργεια ὅπως συμβαίνει εἰς τὸν ἦχον, τὸ φῶς, τὴν ἀκτινοβολουμένην θερμότητα καὶ πλεῖστα ἄλλα φυσικὰ φαινόμενα.

β΄) **Σφαιρικὰ κύματα.** Ἐντὸς ὁμογενοῦς καὶ ἰσοτρόπου μέσου, ἕνα κῦμα ἐξαπλοῦται καθ᾽ ὅλας τὰς διευθύνσεις μὲ τὴν ἰδίαν *ταχύτητα διαδόσεως*, c. Ἑπομένως, κάθε ἐκ τοῦ κέντρου ἐκπορευομένη διαταραχὴ φθάνει μετὰ χρόνον t εἰς τὴν ἐπιφάνειαν σφαίρας, ἀκτῖνος r = ct (βλ. σχ. 19). Ἔστω τώρα ὅτι ἡ κεντρικὴ διαταραχὴ ἔχει χρονικὴν ἐξίσωσιν x = f(t).



Σχ. 19
Ἐξάπλωσις ἑνὸς σφαιρικοῦ κύματος

Τότε, αἱ διάφοροι καταστάσεις τῆς κεντρικῆς ταλαντώσεως αἱ διαμορφούμεναι ἀπὸ τὴν μεταβολὴν τῆς φάσεώς της, φθάνουν εἰς τὰ σημεῖα μιᾶς τοιαύτης σφαίρας κατὰ χρόνον r/c ἀργότερον παρὰ εἰς τὸ κέντρον διαταραχῆς. Δηλαδή, *κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t συμβαίνει εἰς τὴν σφαιρικὴν ἐπιφάνειαν, τὸ ἀνάλογον ἐκείνου τὸ ὁποῖον συνέβαινε εἰς τὸ κέντρον κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν* $t - \frac{r}{c}$. Ἑπομένως, ἂν εἰς τὸ κέντρον ἔχομεν τὴν ταλάντωσιν x = f(t), εἰς ἀπόστασιν r ἀπὸ τοῦ κέντρου θὰ ἔχωμεν ταλάντωσιν τῆς μορφῆς

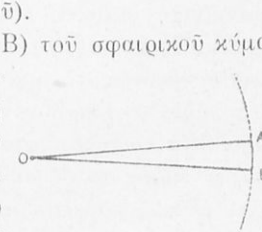
$$x = \gamma f\left(t - \frac{r}{c}\right) \tag{1}$$

ὅπου τὸ γ εἶναι ἕνας παράγων σμικρύνσεως τοῦ πλάτους (ἢ ἐντάσεως) τῆς ἀρχικῆς ταλαντώσεως, ἔχων τιμὴν 1 εἰς τὸ κέντρον καὶ μειούμενος μετὰ τῆς ἀποστάσεως r.

Κατὰ ταῦτα αἱ καταστάσεις εἰς τὰ διάφορα σημεῖα ἑνὸς κυματικοῦ πεδίου εἶναι εἰκόνες τῶν εἰς τὸ κέντρον τῆς διαταραχῆς καταστάσεων, χρονικῶς μετατοπισμέναι.

Καλεῖται ***μέτωπον κύματος*** ἡ ἐπιφάνεια ἐπὶ τῆς ὁποίας ὑπάρχει παντοῦ ἡ αὐτὴ φάσις διαταραχῆς (κραδασμοῦ).

γ´) **Ἐπίπεδον κῦμα.** Μικρὰ περιοχὴ (AB) τοῦ σφαιρικοῦ κύματος ἀντιστοιχοῦσα εἰς ἄνοιγμα μικρᾶς (στερεᾶς) γωνίας (σχ. 20), δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἐπίπεδος περιοχὴ καὶ καλεῖται *ἐπίπεδον κῦμα*. Τοιαύτη περίπτωσις παρουσιάζεται ὅταν μικρὰ περιοχὴ τοῦ κυματικοῦ πεδίου εὑρίσκεται εἰς μεγάλην ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ κέντρου διαταραχῆς O.



Σχ. 20

δ´) Εἰς κάθε κυματικὸν πεδίον, ὑφίσταται *ρεῦμα ἐνεργείας* ἐκ τοῦ κέντρου διαταραχῆς ἐκπορευόμενον. Διότι ἡ ἐνέργεια ἡ ὁποία καταναλίσκεται διὰ νὰ προκαλέσῃ τὸν κραδασμὸν εἰς τὸ κέντρον, μεταδίδεται βαθμηδὸν ἀπὸ τόπου εἰς τόπον. Τοιουτοτρόπως, καθίσταται δυνατόν, ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐκπορευομένη ἐνέργεια νὰ δράσῃ εἰς περιοχὴν ἀπομακρυσμένην τοῦ κέντρου. Οὕτω π. χ. δύναται τὸ ἀπὸ ἑνὸς παλλομένου σώματος ἐξερχόμενον ἠχητικὸν κῦμα, νὰ θέση εἰς κραδασμὸν τὸ ἀκουστικόν μας τύμπανον. Τὰ ἰσχυρὰ δὲ κύματα διαταραχῆς δύνανται νὰ ἐξασκήσουν ἰσχυρὰν δρᾶσιν εἰς μεγάλην ἀπόστασιν, ὅπως π.χ. τὰ κύματα ἐκρήξεως καὶ τὰ σεισμικὰ κύματα.

ε΄) **Ἀκτῖνες.** Ἂς θεωρήσωμεν σφαιρικὸν κῦμα κέντρου Ο καὶ κῶνον λίαν μικροῦ ἀνοίγματος μὲ κορυφὴν τὸ Ο (σχ. 20).

Ἐὰν τὸ γωνιακὸν ἄνοιγμα $\widehat{AOB}$ τοῦ κώνου φαντασθῶμεν ὅτι ἐλαττοῦται ἀπεριορίστως, τότε ὁ ὁλοὲν συμπτυσσόμενος κῶνος τείνει νὰ λάβη τὸν χαρακτῆρα εὐθείας καθέτου ἐπὶ τὸ μέτωπον κύματος· ἡ νοητὴ αὐτὴ εὐθεῖα λέγεται *ἀκτίς*. Τὸ σύνολον τῶν ἀκτίνων αἱ ὁποῖαι πληροῦν ἕνα κῶνον τυχόντος ἀνοίγματος καλεῖται *δέσμη ἀκτίνων*. Ἕνα ἐπίπεδον κῦμα δύναται νὰ θεωρηθῆ ὡς συγκείμενον ἀπὸ δέσμην παραλλήλων ἀκτίνων.

Εἰς ὁμογενῆ καὶ ἰσότροπα μέσα, λαμβάνει χώραν μία *εὐθύγραμμος μετάδοσις* τῆς ἐνεργείας τοῦ κύματος, πάντοτε δι᾽ ἀκτίνων καθέτων ἐπὶ τὸ μέτωπον κύματος.

§ 8. Περιοδικά, ἐπίπεδα κύματα. α΄) Ἂς θεωρήσωμεν ἐπίπεδον ἁρμονικὸν κῦμα μεταδιδόμενον ἐντὸς κυματικοῦ πεδίου κατὰ τὴν θετικὴν φορὰν τοῦ ἄξονος OR. Ἂς ἐκλέξωμεν ὡς ἀρχὴν τῶν χρόνων ($t=0$) τὴν στιγμὴν καθ᾽ ἣν ἕνα ὡρισμένον σημεῖον Ο τῆς OR ἔχει φάσιν ἴσην μὲ μηδέν, ὁπότε ἡ χρονικὴ ἐξίσωσις τῆς Α.Τ. τοῦ Ο θὰ εἶναι: $x = \alpha\eta\mu(\omega t) = \alpha\eta\mu(2\pi N t)$. Ἡ ταλάντωσις τοῦ Ο θὰ μεταδοθῆ εἰς ἕνα δεύτερον σημεῖον εὑρισκόμενον εἰς ἀπόστασιν r ἀπὸ τοῦ Ο, ἔστω μετὰ χρόνον t καὶ ἂς δεχθῶμεν ὅτι δὲν συμβαίνει ἐξασθένησις τοῦ πλάτους τῆς Α.Τ. μετὰ τῆς ἀποστάσεως r. Τότε κατὰ τὰ γραφέντα εἰς τὴν § 7, β΄, ἡ ἐξίσωσις τῆς κινήσεως τοῦ δευτέρου τούτου σημείου θὰ προκύπτη ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν τῆς κινήσεως τοῦ Ο ἂν εἰς τὴν τελευταίαν ταύτην τεθῆ ὅπου t τὸ $t - \frac{r}{c}$ ὅπου c ἡ ταχύτης μεταδόσεως τοῦ κύματος. Ἑπομένως, τὸ εἰς ἀπόστασιν r ἀπὸ τοῦ Ο εὑρισκόμενον σημεῖον θὰ ἐκτελῆ Α.Τ. ἔχουσαν χρονικὴν ἐξίσωσιν

$$(1) \qquad \boxed{x = \alpha\eta\mu\omega\left(t - \frac{r}{c}\right) = \alpha\eta\mu 2\pi N\left(t - \frac{r}{c}\right)}$$

Ἡ (1) λέγεται καὶ *ἐξίσωσις τοῦ τρέχοντος κύματος*. Ἡ (1) περιέχει δύο ἀνεξαρτήτους μεταβλητάς, τὸν χρόνον t καὶ τὴν ἀπόστασιν r ἀπὸ τῆς ἀρχῆς. Ἐὰν δώσωμεν εἰς τὸ t μίαν σταθερὰν τιμὴν t_0 καὶ μεταβάλλωμεν τὸ r, τότε ἡ (1) δίδει τὰς ἀπομακρύνσεις x ἀπὸ τῆς θέσεως τῆς ἰσορροπίας των, τῶν διαφόρων σημείων τῆς εὐθείας OR τοῦ κυματικοῦ πεδίου κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t_0, δηλ. δίδει τὴν στιγμιαίαν εἰκόνα τῆς ὅλης κυμάνσεως. Ἐὰν δώσωμεν εἰς τὸ r μίαν σταθερὰν τιμὴν r_0 καὶ μεταβάλλομεν τὸ t, τότε ἡ (1) δίδει τὴν χρονικὴν ἐξίσωσιν τῆς κινήσεως ***ἑνὸς*** ὡρισμένου σημείου τοῦ κυματικοῦ πεδίου, ἀπέχοντος r_0 ἀπὸ τοῦ O.

β′) **Μῆκος κύματος.** Δύο σημεῖα M_1, M_2 μὲ τετμημένας r_1 καὶ r_2 εὑρίσκονται *ἀνὰ πᾶσαν χρονικὴν στιγμὴν t* εἰς τὴν αὐτὴν κινητικὴν κατάστασιν (ἔχουν τὴν ἰδίαν ἀπομάκρυνσιν καὶ ταχύτητα) ὅταν αἱ φάσεις των διαφέρουν κατὰ ἀκέραιον πολλαπλάσιον τοῦ 2π, δηλ. ὅταν $2\pi N(t-r_1/c)-2\pi N(t-r_2/c)=2k\pi$ ὅπου k ἀκέραιος θετικὸς ἢ ἀρνητικὸς (βλ. ἀνωτέρω ἐξίσωσιν (1)), ἢ τελικῶς, ὅταν $r_2-r_1=kc/N$, δηλ. ἡ ἀπ᾽ ἀλλήλων ἀπόστασις εἶναι ἀκέραιον πολλαπλάσιον τοῦ c/N. Διὰ $k=1$ ἔχομεν δύο ***ἀμέσως διαδοχικὰ*** σημεῖα μὲ τὴν αὐτὴν κινητικὴν κατάστασιν, ἀπέχοντα ἀλλήλων κατὰ $r_2-r_1=c/N$. Ἡ ἀπόστασις αὐτὴ λέγεται ***μῆκος κύματος*** καὶ παρίσταται διὰ τοῦ λ. Ἔτσι π.χ. ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν σημείων εὑρισκομένων εἰς τὸ maximum $+\alpha$ τῆς ἀπομακρύνσεως (ὅπως π.χ. τὰ Γ, Δ τοῦ σχ. 21) ἢ εἰς τὸ minimum $-\alpha$ τῆς ἀπομακρύνσεως, ἰσοῦται μὲ ἓν μῆκος κύματος. Ἔχομεν λοιπόν,

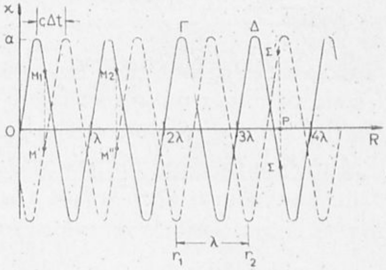
$$\boxed{\lambda=\frac{c}{N}=cT=c\,\frac{2\pi}{\omega}} \tag{2}$$

ὅπου λ τὸ μῆκος κύματος, N ἡ συχνότης, T ἡ περίοδος τῆς Α.Τ. ἑκάστου σημείου τοῦ κυματικοῦ πεδίου καὶ c ἡ ταχύτης μεταδόσεως τοῦ κύματος.

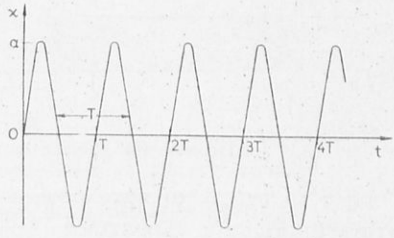
Ἡ (2) δεικνύει ὅτι *διὰ δεδομένην ταχύτητα μεταδόσεως, τὸ μῆκος κύματος εἶναι τόσον μικρότερον ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ συχνότης N τῶν κραδασμῶν.* Ἐπίσης, ἐπειδὴ τὸ κῦμα προχωρεῖ μὲ ταχύτητα c, ἕπεται ὅτι εἰς χρόνον μιᾶς περιόδου T, προχωρεῖ κατὰ c.T, δηλ. κατὰ *ἓν μῆκος κύματος.*

Ὅλαι αἱ δυναταὶ κινητικαὶ καταστάσεις τῶν ὑλικῶν σημείων λαμβάνουν χώραν εἰς την περιοχὴν ἑνὸς μήκους κύματος, καὶ ἑκάστη ἅπαξ (βλ. σχ. 21).

γ′) **Γραφικαὶ παραστάσεις.** Τὸ σχ. 21 παρέχει διὰ τῆς συνεχοῦς γραμμῆς, μίαν γραφικὴν παράστασιν τῆς ἀπομακρύνσεως x τῶν διαφόρων σημείων τῆς OR ἀπὸ τὴν μέσην θέσιν των, κατὰ μίαν ὡρισμένην χρονικὴν στιγμὴν t. Ἡ ἀπομάκρυνσις $\overline{\text{PΣ}}$ τοῦ τυχόντος σημείου P τῆς OR δίδεται ὡς συνάρτησις τοῦ τόπου, δηλ. τῆς ἀποστάσεως $\overline{\text{OP}}$=r. Διὰ δὲ τῆς ἐστιγμένης γραμμῆς, δίδονται αἱ ἀπομακρύνσεις $\overline{\text{PΣ}'}$ μετὰ χρόνον Δt ἀργότερον, ἤτοι κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t+Δt. Τὰ σημεῖα M_1, M_2 ἀπέχοντα ἀλλήλων κατὰ ἕνα μῆκος κύματος εὑρίσκονται εἰς τὴν ἰδίαν κινητικὴν κατάστασιν κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t (ἴσαι ἀπομακρύνσεις καὶ διανυσματικαὶ ταχύτητες). Τὰ ἴδια σημεῖα, κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t+Δt εὑρίσκονται εἰς ἄλλας θέσεις M′ καὶ M′′ ἀλλὰ πάλιν εἰς τὴν αὐτὴν κινητικὴν κατάστασιν μεταξύ των. Κατὰ τὴν χρονικὴν διάρκειαν Δt, τὸ κῦμα μετετοπίσθη κατὰ διάστημα c.Δt κατὰ τὴν φορὰν $\overrightarrow{\text{OR}}$, δηλ. ἡ ἐστιγμένη γραμμὴ εἶναι ἡ παράλληλος μετατόπισις τῆς συνεχοῦς. Μίαν συνεχῆ εἰκόνα τῆς κυμάνσεως θὰ εἴχομεν ἂν ἐφανταζόμεθα ὁλόκληρον τὴν συνεχῆ γραμμὴν ὁμαλῶς ὀλισθαίνουσαν κατὰ τὴν διεύθυνσιν OR τοῦ κύματος, μὲ ταχύτητα ἴσην πρὸς τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ κύματος.



Σχ. 21
Δύο στιγμιότυπα τῆς κυμάνσεως τῶν σημείων τῆς OR κατὰ τὰς χρονικὰς στιγμὰς t καὶ t+Δt. Ἡ ἀπομάκρυνσις x εἶναι συνάρτησις τοῦ τόπου



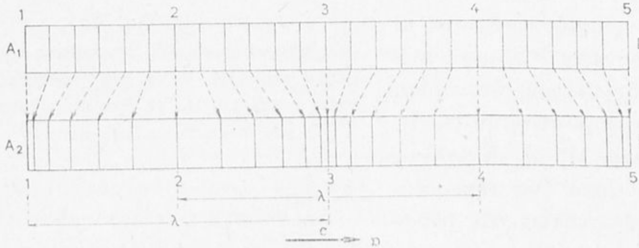
Σχ. 22
Γραφικὴ παράστασις τῆς ταλαντώσεως εἰς ἕνα κῦμα, ῥέοντος τοῦ χρόνου, εἰς ἕνα ὡρισμένον τόπον. Ἡ ἀπομάκρυνσις x εἶναι συνάρτησις τοῦ χρόνου

Τὸ σχ. 22 παριστᾷ γραφικῶς τὴν ταλάντωσιν εἰς ἕνα ὡρισμένον σημεῖον τοῦ κυματικοῦ πεδίου, συναρτήσει τοῦ χρόνου. Ἡ καμπύλη τοῦ σχ. 21 εἶναι τῆς ἰδίας φύσεως μὲ τὴν τοῦ σχ. 5, διότι καὶ ἐδῶ, τὸ ὑπὸ τοῦ κύματος προσβαλλόμενον ὑλικὸν σημεῖον, ἐκτελεῖ Α.Τ.

Αἱ καμπύλαι τῶν σχημάτων 21 καὶ 22 εἶναι αἱ αὐταί, δηλ. ἡ μία ἐφαρμόζει ἐπὶ τῆς ἄλλης. Συνάγεται δὲ ἐκ τούτου ὅτι ἡ ἐν χώρῳ πορεία τῆς κυμάνσεως εἰς μίαν δεδομένην χρονικὴν στιγμὴν εἶναι πιστὸν ἀντίγραφον τῆς ἐν χρόνῳ πορείας τῆς ταλαντώσεως εἰς ἕνα δεδομένον τόπον.

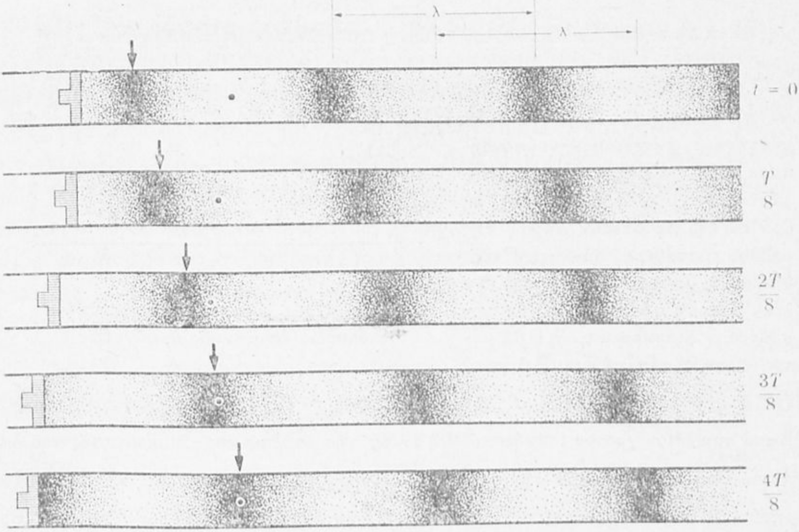
§ 9. **Διαμήκη κύματα.** α΄) *Καλοῦνται* ***διαμήκη κύματα,*** *ἐκεῖνα εἰς τὰ ὁποῖα ἡ διεύθυνσις καθ' ἣν ταλαντεύονται τὰ τμηματίδια τῆς μάζης καὶ ἡ διεύθυνσις καθ' ἣν μεταδίδεται τὸ κῦμα, συμπίπτουν.*

Εἰς τὰ διαμήκη, δηλαδὴ κύματα, αἱ μετατοπίσεις x τῶν στοιχειωδῶν μαζῶν γίνονται κατὰ μῆκος τῆς ἀκτῖνος διαδόσεως τοῦ κύματος (καθέτως πρὸς τὸ μέτωπον τοῦ κύματος).



Σχ. 23
Πυκνώματα καὶ ἀραιώματα εἰς διάμηκες κῦμα

Εἰς τὸ σχ. 23, αἱ κατακόρυφοι γραμμαὶ μεταξὺ A_1 καὶ B_1 παριστοῦν ἰσαπέχοντα τμηματίδια τῆς μάζης πρὸ τῆς διελεύσεως τοῦ κύματος. Ὅταν ἡ περιοχὴ διατρέχεται ἀπὸ διάμηκες κῦμα, τότε, εἰς κάθε δεδομένην χρονικὴν στιγμὴν τὰ σωματίδια δὲν εἶναι πλέον ἰσαπέχοντα, ἀλλὰ διατεταγμένα ὅπως αἱ κατακόρυφοι γραμμαὶ μεταξὺ A_2 καὶ B_2. Τὰ βέλη ὁδηγοῦν πρὸς τὴν νέαν θέσιν ἑκάστου (ἁρμονικῶς ταλαντευομένου) σωματιδίου. Ὡρισμένα ἐκ τῶν σωματιδίων ὅπως τὰ 1, 2, 3, 4, 5 θὰ ἔχουν ἐπανέλθη εἰς τὰς ἀρχικάς των θέσεις. Τὰ μεταξὺ τῶν 1 καί 2 καὶ τὰ μεταξὺ τῶν 3 καὶ 4 ἔχουν μετατοπισθῆ πρὸς τ' ἀριστερὰ (ἀντιθέτως πρὸς τὴν φορὰν μεταδόσεως τῆς κυμάνσεως) καὶ τὰ μεταξὺ τῶν 2 καὶ 3 καὶ τὰ μεταξὺ τῶν 4 καὶ 5, πρὸς τὰ δεξιά. Αἱ μετατοπίσεις αὐταὶ συνεπάγονται πύκνωσιν τῆς ὕλης εἰς τὰς περιοχὰς 1, 3 καὶ 5 καὶ ἀραίωσιν εἰς τὰς 2 καὶ 4. Οὕτω, εἰς κάθε χρονικὴν στιγμὴν ὑπάρχη μία σειρὰ ἰσαπεχόντων *πυκνωμάτων* καὶ μία σειρὰ ἰσαπεχόντων *ἀραιωμάτων*. Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν πυκνωμάτων ἰσοῦται πρὸς τὸ μῆκος κύματος καὶ δύο διαδοχικῶν ἀραιωμάτων ἐπίσης. Σὺν τῇ παρόδῳ τοῦ χρόνου τὰ πυκνώματα καὶ ἀραιώματα μετατοπίζονται ἐντὸς τοῦ ὑλικοῦ μέσου (λόγῳ τῆς ταλαντώσεως τῶν σωματιδίων), ὅπως δεικνύει τὸ σχ. 24.



Σχ. 24
Ἡμιτονοειδὲς διάμηκες, τρέχον κῦμα. Τὰ πέντε στιγμιότυπα ἀντιστοιχοῦν εἰς χρονικὰς στιγμὰς ἀπεχούσας κατὰ τὸ 1/8 τῆς περιόδου

β′) **Ταχύτης c διαδόσεως τοῦ διαμήκους κύματος:**

(1) εἰς τὰ στερεά: $\boxed{c=\sqrt{\dfrac{E}{\varrho}}}$ ὅπου E τὸ μέτρον ἐλαστικότητος καὶ ρ ἡ πυκνότης τοῦ στερεοῦ.

(2) εἰς τὰ ρευστά: $\boxed{c=\sqrt{\dfrac{B}{\varrho}}}$ ὅπου B ὁ συντελεστὴς ἐλαστικότητος καὶ ρ ἡ πυκνότης τοῦ ρευστοῦ.

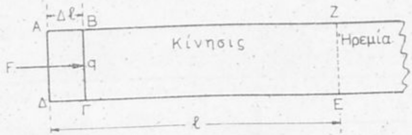
Ἡ ποσότης B ὁρίζεται διὰ τὰ ὑγρὰ καὶ ἀέρια ὡς ἑξῆς: ἐὰν μεταβολὴ κατὰ Δp τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως προκαλέσῃ μεταβολὴν ΔV εἰς τὸν ἀρχικὸν ὄγκον V, τότε $B = \Delta p / (\Delta V : V)$. Ὁ (2) δίδει διὰ τὰ ἀέρια:

(3) $\boxed{c=\sqrt{\dfrac{p\gamma}{\varrho}}}$ ὅπου p ἡ πίεσις, ρ ἡ πυκνότης καὶ γ ὁ λόγος c_p / c_v τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τοῦ ἀερίου.

(Εἰδικῶς διὰ τὰ ἀέρια τὸ B, δέον νὰ ὑπολογίζεται βάσει τοῦ τύπου τῆς ἀδιαβατικῆς μεταβολῆς: pV^{γ} = σταθ., ὅπου γ ὁ λόγος τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων c_p / c_v · διότι ἡ ἐνέργεια τοῦ κύματος ἁπλῶς μεταβιβάζεται, χωρὶς νὰ προσφέρῃ θερμότητα εἰς τὴν ἀέριον μᾶζαν. Ἐκ τῆς pV^{γ}=σταθ. ἕπεται διὰ διαφορίσεως $p\gamma V^{\gamma-1}\Delta V + V^{\gamma}\Delta p = 0$ ἢ $p\gamma\Delta V + V\Delta p = 0$ ἢ $\Delta p/(\Delta V{:}V) = -p\gamma$

καὶ ἂν τὸ Δρ ληφθῇ κατ' ἀπόλυτον τιμήν: $|\Delta p|/(\Delta V:V)=p\gamma=B$. Ὥστε $c=\sqrt{\frac{p\gamma}{\rho}}$.)

*γ') **Ἀποδείξεις τῶν τύπων (1) καὶ (2).** Ἄς θεωρήσωμεν στερεὰν ράβδον διατομῆς q, τῆς ὁποίας τὸ ὑλικὸν ἔχει μέτρον ἐλαστικότητος E καὶ πυκνότητα ρ, ἐκτεινομένην ὁσονδήποτε πρὸς τὰ δεξιὰ (σχ. 25). Κατά τινα στιγμὴν ἄς ἀρχίσῃ νὰ δρᾷ εἰς τὸ ἀριστερὸν ἄκρον τῆς ράβδου, σταθερὰ δύναμις F τῆς ὁποίας ἡ δρᾶσις διαρκεῖ ἐπὶ ἕνα λίαν μικρὸν χρόνον t. Κατὰ τὴν χρονικὴν διάρκειαν t, ἡ F θὰ μετατοπίσῃ τὴν ἐπιφάνειαν ΑΔ κατὰ ἕνα ἐπίσης μικρὸν διάστημα $\boxed{\Delta l=\upsilon t}$ ὅπου υ ἡ ταχύτης μετατοπίσεως τῆς F.



Σχ. 25. Πρὸς εὕρεσιν τῆς ταχύτητος διαδόσεως ἐπιμήκους κυμάνσεως

Κατὰ τὸν ἴδιον χρόνον t θὰ μεταδοθῇ ἐντὸς τῆς ράβδου κῦμα πυκνότητος τοῦ ὁποίου τὸ μέτωπον, κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t θ' ἀπέχῃ τῆς ΑΔ κατὰ $\boxed{l=ct}$ ὅπου c ἡ ταχύτης μεταδόσεως τοῦ διαμήκους κύματος. Διὰ τῆς δυνάμεως F, τὸ τμῆμα ΑΖ τῆς ράβδου ἐπεβραχύνθη κατὰ Δl, συνεπῶς κατὰ τὸν νόμον τοῦ Hook θὰ εἶναι: $\frac{F}{q}=E\frac{\Delta l}{l}=E\frac{\upsilon t}{ct}$, καὶ $F=qE\frac{\upsilon}{c}$. Διὰ τῆς F, τὰ διάφορα μέρη τῆς μάζης ΑΔΕΖ ὑπέστησαν μετατοπίσεις καὶ μεταβολὰς ταχύτητος καὶ ὁρμῆς. Ἡ μᾶζα $(ΑΔΕΖ)=m=\rho ql$ ἄς νοηθῇ ἀποτελουμένη ἀπὸ στοιχειώδη παράλληλα πρὸς τὴν διατομὴν ΑΔ στρώματα $m_1, m_2, \dots m_\nu$, ὅπου $m_1+m_2+\dots+m_\nu=m$. Ἐντὸς τοῦ χρόνου t, ὅλα τὰ στρώματα ἀπέκτησαν διαδοχικῶς (ὄχι συγχρόνως) ταχύτητα υ τὴν ὁποίαν δὲν διετήρησαν ἀλλ' ἕκαστον τὴν μετέδωσε εἰς τὸ ἑπόμενόν του. Συνεπῶς ἐν χρόνῳ t, ἡ μεταβολὴ τῆς ὁρμῆς τῆς μάζης ΑΔΕΖ θεωρουμένης ἡ ὑλικοῦ συστήματος $m_1+m_2+\dots+m_\nu$ εἶναι: $m_1\upsilon+m_2\upsilon+\dots+m_\nu\upsilon=m\upsilon=\rho ql\upsilon=\rho qc\upsilon t$.

Ἐξ ἄλλου ἡ ὤθησις τῆς F ἐπὶ τῆς μάζης ΑΔΕΖ ἐν χρόνῳ t εἶναι: $Ft=qE\frac{\upsilon}{c}t$. Ἐξισοῦντες τὴν ὤθησιν μὲ τὴν μεταβολὴν τῆς ὁρμῆς (Θεώρημα τῆς ὁρμῆς) λαμβάνομεν $qE\frac{\upsilon}{c}t=\rho qc\upsilon t$ καὶ ἐξ αὐτῆς: $E=\rho c^2$ καὶ $c=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ (*Τύπος τοῦ Νεύτωνος*).

Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ τύπου (2) ἐργαζόμεθα ὁμοίως. Ἀρκεῖ νὰ φαντασθῶμεν εἰς τὸ σχ. 25, ἀντὶ στερεᾶς ράβδου, ἕνα μακρὸν σωλῆνα περιέχοντα τὸ ρευστὸν καὶ ἔμβολον ΑΔ μετατοπιζόμενον στιγμιαίως ὑπὸ τῆς δυνάμεως F. Ἡ **F** δημιουργεῖ αὔξησιν τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως, ἴσην πρὸς $\Delta p=F/q$ καὶ ἐλάττωσιν τοῦ ὄγκου $V=ql$ κατὰ $\Delta V=q\Delta l$, συνεπῶς, $B=\Delta p/(\Delta V:V)=(F:q)/(\Delta l:l)$ καὶ $F=qB\frac{\Delta l}{l}=qB\frac{\upsilon}{c}$. Ἡ μεταβολὴ τῆς ὁρμῆς τῆς μάζης ΑΔΕΖ εἶναι ὡς προηγουμένως εἴδομεν, $m\upsilon=\rho pl\upsilon=\rho qc\upsilon t$ καὶ ἑπομένως, ἐκ τῆς $Ft=m\upsilon$ λαμβάνομεν τώρα τὸν τύπον (2).

§ 10. Ἐγκάρσια κύματα. Πόλωσις. α΄) *Κύματα εἰς τὰ ὁποῖα τὰ τμηματίδια τῆς μάζης ταλαντεύονται καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν μεταδόσεως τῆς κυμάνσεως, καλοῦνται* ***ἐγκάρσια κύματα.***

Εἰς τὴν εἰδικὴν περίπτωσιν, καθ᾽ ἣν τὰ τμηματίδια τῆς μάζης τὰ εὑρισκόμενα ἐπὶ μιᾶς ἀκτῖνος, πάλλονται ὅλα *ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ*, συνεπῶς πάλλονται *ἐπὶ παραλλήλων εὐθυγράμμων τμημάτων* καθέτων ἐπὶ τὴν ἀκτῖνα διαδόσεως τοῦ κύματος, λέγομεν ὅτι τὸ κῦμα εἶναι ***γραμμικῶς πολωμένον***· τὸ δὲ ἐπίπεδον ἐντὸς τοῦ ὁποίου κινοῦνται τὰ σωματίδια, λέγεται ***ἐπίπεδον πολώσεως.*** (Πολλάκις, τὸ «γραμμικῶς πολωμένον» λέγεται ἁπλῶς «*πολωμένον*» κῦμα).

(α) Σχ. 26 (β)

α΄) Αἱ κατά τινα χρονικὴν στιγμὴν μετατοπίσεις τῶν σωματιδίων εἰς ἐγκάρσιον κῦμα. β΄) Κάμψις καὶ στρέψις τοῦ ὑλικοῦ μέσου

Τὸ σχ. 26 (α) παριστᾷ τὰς ἀπομακρύνσεις ἀπὸ τῆς θέσεως ἰσορροπίας, ἰσαπεχόντων σωματιδίων, εἰς ἕνα ἐγκάρσιον, γραμμικῶς πολωμένον, ἁρμονικὸν κῦμα. Εἰς τὸ (β) φαίνεται ἡ ἐκ τῆς κυμάνσεως συνεπαγομένη κύρτωσις καὶ στρέψις τοῦ ὑλικοῦ μέσου.

Εἰς τὸ ἐγκάρσιον κῦμα τοῦ σχ. 26, αἱ κατά τινα στιγμὴν ὑψηλότεραι περιοχαὶ τῆς ἡμιτονοειδοῦς γραμμῆς λέγονται ἐνίοτε, ***«ὄρη»*** ἐνῶ αἱ κατώταται, ***«κοιλάδες»***. Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν ὀρέων ἰσοῦται μὲ τὸ μῆκος κύματος, (βλέπε καὶ τὰ σημεῖα Γ,Δ τοῦ σχ. 21).

Εἰς τὴν γενικὴν περίπτωσιν ἐγκαρσίου κύματος, τὰ σωματίδια ταλαντεύονται κατὰ διαφόρους διευθύνσεις, ἀλλὰ πάντως, καθέτως ἐπὶ τὴν ἀκτῖνα μεταδόσεως. Ἐὰν τὸ ἐγκάρσιον κῦμα συναντήσῃ κατάλληλον διάταξιν ἡ ὁποία ἐπιτρέπει νὰ διέρχωνται δι᾽ αὐτῆς ταλαντώσεις μιᾶς ὡρισμένης διευθύνσεως μόνον, τότε ἐξέρχεται ὡς γραμμικῶς πολωμένον. Διὰ τὸ διάμηκες κῦμα, τοιοῦτον φαινόμενον δὲν δύναται νὰ συμβῇ. Οὕτω διὰ τοῦ φαινομένου τῆς γραμμικῆς πολώσεως διαχωρίζονται βασικῶς τὰ διαμήκη καὶ τὰ ἐγκάρσια κύματα.

Π.χ., κατὰ μῆκος τεταμένου σχοινίου δύνανται νὰ διαδοθοῦν καὶ ἐγκάρσια καὶ διαμήκη κύματα. Ἐὰν τὸ σχοινίον διέρχεται δι᾽ ἐπιμήκους σχισμῆς, τότε τὰ διαμήκη κύματα διέρχονται ἀπροσκόπτως διὰ τῆς σχισμῆς οἱανδήποτε διεύθυνσιν καὶ ἂν ἔχῃ αὕτη. Ἐξ ἑνὸς ὅμως ἐγκαρσίου κύματος διατρέχοντος τὸ σχοινίον, διέρχονται διὰ τῆς σχισμῆς μόνον αἱ ταλαντώσεις αἱ ἐπιτελούμεναι εἰς τὸ ἐπίπεδον τὸ ὁποῖον ὁρίζει ἡ διεύθυνσις τοῦ σχοινίου καὶ ἡ σχισμή, ὅλαι δὲ αἱ ἄλλαι ἀνακόπτονται ἐν ὅλῳ ἢ ἐν μέρει. Τὸ ἐγκάρσιον κῦμα, μετὰ τὴν διέλευσίν του διὰ τῆς σχισμῆς τροποποιεῖται καὶ συνεχίζει διαδιδόμενον διὰ τοῦ σχοινίου, ὡς γραμμικῶς πολωμένον κῦμα. Ἐὰν τὸ διατρέχον τὸ σχοινίον κῦμα εἶναι ἤδη γραμμικῶς πολωμένον τότε διέρχεται ἀκωλύτως διὰ τῆς σχισμῆς, μόνον ἐὰν ἡ σχισμὴ κεῖται εἰς τὸ ἐπίπεδον πολώσεως τοῦ κύματος. Ἐὰν ἡ σχισμὴ εἶναι κάθετος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον πολώσεως, τότε τὸ κῦμα οὐδόλως δύναται νὰ διέλθῃ διὰ τῆς σχισμῆς.

β΄) Εἰς τὸ ἐγκάρσιον κῦμα, αἱ δυνάμεις ἐπαναφορᾶς εἶναι ἐλαστικαὶ δυνάμεις κάμψεως καὶ στρέψεως τοῦ ὑλικοῦ, ὅπως δεικνύει καὶ τὸ σχ. 26_β. Ἐπειδὴ δὲ τοιαῦται δυνάμεις μόνον εἰς τὰ στερεὰ σώματα ἐμφανίζονται, συνάγεται (διὰ τὰς ἐν ὑλικῷ μέσῳ κυμάνσεις) ὅτι:

Τὰ ἐγκάρσια κύματα δύνανται νὰ λάβουν χώραν μόνον εἰς στερεὰ (ἐλαστικὰ) σώματα. Εἰς τὰ ὑγρὰ καὶ ἀέρια μόνον διαμήκεις κυμάνσεις εἶναι δυναταί.

Ἡ ἐξίσωσις τοῦ τρέχοντος κύματος (§ 8 (1)) καὶ αἱ γραφικαὶ παραστάσεις τῆς κυμάνσεως (§ 8, γ΄) ἰσχύουν καὶ διὰ τὰ διαμήκη καὶ διὰ τὰ ἐγκάρσια κύματα. Ὁμοίως, τὰ φαινόμενα τῆς συμβολῆς, ἀνακλάσεως, διαθλάσεως καὶ περιθλάσεως τῶν κυμάτων, περὶ τῶν ὁποίων θ᾽ ἀσχοληθῶμεν εἰς τὰ ἑπόμενα, ἰσχύουν καὶ διὰ τὰ δύο εἴδη τῶν κυμάτων.

γ΄) Ἐκτὸς τῆς γραμμικῆς πολώσεως, παρουσιάζονται εἰς τὴν Φυσικὴν καὶ *ἐλλειπτικῶς πολωμένα κύματα*. Εἰς τὰ κύματα αὐτὰ τὰ τμηματίδια τῆς μάζης διαγράφουν ἐλλειπτικὰς τροχιὰς ἐχούσας τὸ κέντρον των ἐπὶ τῆς ἀκτῖνος μεταδόσεως καὶ κειμένας εἰς ἐπίπεδα κάθετα ἐπὶ τὴν ἀκτῖνα μεταδόσεως. Εἰς ἕνα τοιοῦτον κῦμα, κάθε στοιχειώδης μᾶζα ἐκτελεῖ τὴν συνισταμένην κίνησιν δύο καθέτων ἐπ᾽ ἀλλήλας Α.Τ. ἐχουσῶν διαφορὰν φάσεως $\pi/2$: $x = \alpha\eta\mu\omega t$, $y = \beta\sigma\upsilon\nu\omega t$. Ἑπομένως τὸ ἐλλειπτικῶς πολωμένον κῦμα δύναται ν᾽ ἀναλυθῇ εἰς δύο γραμμικῶς πολωμένα ἁρμονικὰ κύματα ἐπὶ δύο καθέτων ἐπιπέδων (βλέπε καὶ § 11 α΄, «ἀρχὴ τῆς ἐπαλληλίας τῶν κυμάτων»). Ἐὰν τὰ πλάτη τῶν δύο τούτων συνιστώντων κυμάτων εἶναι ἴσα τότε τὰ σωματίδια διαγράφουν περιφερείας καὶ τὸ συνιστάμενον κῦμα λέγεται *κυκλικῶς πολωμένον*.

§ 11. Συμβολὴ δύο κυμάτων. α΄) Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ἐντὸς ἐλαστικοῦ μέσου ὑπάρχουν δύο κέντρα κραδασμοῦ, τὰ O_1 καὶ O_2, τὰ ὁποῖα δημιουργοῦν δύο κύματα.

Τότε, κάθε τμηματίδιον τοῦ ὑλικοῦ μέσου, προσβαλλόμενον καὶ ἀπὸ τὰ δύο κύματα μαζί, ἐκτελεῖ ταλάντωσιν ἡ ὁποία εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν δύο ταλαντώσεων τὰς ὁποίας θὰ ἐξετέλει ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ἑνὸς ἑκάστου κύματος, χωριστά. Ἐφαρμόζεται δηλ. ἡ λεγομένη *«ἀρχὴ τῆς ἐπαλληλίας τῶν κυμάτων»*.

Ἂς ἐξετάσωμεν, τώρα, τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν τὰ δύο κύματα ἔχουν τὴν ἰδίαν κυκλικὴν συχνότητα ω καὶ τὸ ἴδιο πλάτος α. Ἔστω ὅτι τὸ πρῶτον κῦμα δημιουργεῖ εἰς τὸ τμηματίδιον P τῆς μάζης, τὴν ἁρμονικὴν ταλάντωσιν $x_1 = \alpha\eta\mu(\omega t + \varphi_1)$ καὶ τὸ δεύτερον (μόνον του) δημιουργεῖ εἰς τὸ P τὴν *συγγραμμικὴν* ταλάντωσιν $x_2 = \alpha\eta\mu(\omega t + \varphi_2)$· τότε ἐκ τῆς ἐπαλληλίας τῶν δύο κυμάτων (δηλ. τῆς συγχρόνου ἐπιδράσεώς των), τὸ P λαμβάνει μίαν συνισταμένην ταλάντωσιν:

$$x = x_1 + x_2 = \eta\mu(\omega t + \varphi_1) + \alpha\eta\mu(\omega t + \varphi_2) \quad \text{ἢ} \quad \text{τελικῶς}$$

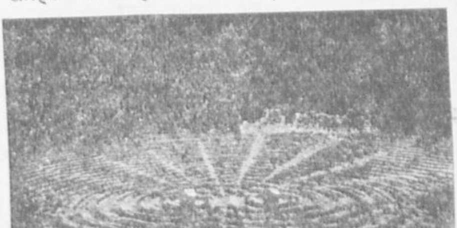
$$x = 2\alpha\sigma\upsilon\nu\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\,\eta\mu\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \tag{1}$$

Βλέπομεν ὅτι ***τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως τοῦ P*** (δηλαδὴ τὸ $2\alpha\sigma\upsilon\nu\{(\varphi_1 - \varphi_2)/2\}$ τῆς ἐξισ. (1)) ***ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν διαφορὰν φάσεως $\varphi_1 - \varphi_2$ τῶν δύο ἐπὶ μέρους ταλαντώσεων αἱ ὁποῖαι φθάνουν εἰς τὸ P***:

Ἐὰν $\varphi_1 - \varphi_2 = 2k\pi$ (k, ἀκέραιος), τότε $\sigma\upsilon\nu\{(\varphi_1 - \varphi_2)/2\} = \pm 1$ καὶ τὸ πλάτος τῆς (1) ἔχει ἀλγεβρικὴν τιμὴν $\pm 2\alpha$, ἀπόλυτον δὲ τιμὴν 2α, τὴν *μεγίστην* δυνατήν. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν αἱ δύο συνιστῶσαι ταλαντώσεις εὑρίσκονται «ἐν φάσει» καὶ ***ἀλληλοενισχύονται*** εἰς τὸν μέγιστον βαθμόν.

Ἐὰν $\varphi_1 - \varphi_2 = (2k+1)\pi$ τότε $\sigma\upsilon\nu\{(\varphi_1 - \varphi_2)/2\} = 0$ καὶ τὸ πλάτος τῆς (1) μηδενίζεται. Εἰς τὸ σημεῖον P, τότε αἱ δύο συνιστῶσαι ***ἀλληλοεξουδετεροῦνται*** πλήρως καὶ τὸ P ἀκινητεῖ μονίμως.

Μεταξὺ τῶν δύο ἀνωτέρω ἀκραίων περιπτώσεων μεσολαβοῦν ὅλαι αἱ λοιπαὶ δυναταὶ ἀλληλοενισχύσεις καὶ ἐξασθενήσεις τῆς κυμάνσεως συμβαίνουσαι κατὰ τόπους, ἀναλόγως τῆς θέσεως τοῦ P ὡς πρὸς τὰς δύο πηγὰς κραδασμοῦ.



Σχ. 27

Ἡ ἐπαλληλία δύο κυμάτων καλεῖται ***συμβολὴ τῶν κυμάτων***, τὰ δὲ φαινόμενα τῆς κατὰ τόπους ἀποσβέσεως ἢ ἐνισχύσεως τῶν ταλαντώσεων, καλοῦνται συνήθως, *φαινόμενα σ* πλάτη τῶν δύο συνιστωσῶν ταλαντώσεων εἶναι ἄνισα, τότε εἰς τὰ σημεῖα εἰς ἃ εἶναι $\varphi_1 - \varphi_2 = 2k\pi$ τὰ πλάτη προστίθενται (μεγίστη ἐνίσχυσις), εἰς δὲ τὰ σημεῖα εἰς ἃ $\varphi_1 - \varphi_2 = (2k\pi + 1)\pi$ τὰ πλάτη ἀφαιροῦνται καὶ ἐκεῖ ἔχομεν τὴν μεγίστην ἐξασθένησιν (βλ. § 3, β΄).

Τὸ σχ. 27 δεικνύει τὴν συμβολὴν δύο κυμάτων παραγομένων ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ὕδατος, ἀπὸ τὴν σύγχρονον, κατακόρυφον ταλάντωσιν δύο σωμάτων ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Κατὰ μῆκος ὡρισμένων γραμμῶν αἱ ὁποῖαι φαίνονται εἰς τὸ σχῆμα ὡς ἀκτῖνες, τὰ δύο κύματα ἀλληλοεξουδετεροῦνται πλήρως.

β΄) **Περίπτωσις δύο συγχρόνων πηγῶν.** Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι αἱ δύο πηγαὶ κραδασμοῦ O_1 καὶ O_2 εἶναι σύγχρονοι, δηλ. ἔχουν πάντοτε τὴν αὐτὴν φάσιν καὶ ὅτι ἐξ ἑκάστης τούτων ἐκπορεύεται ἀρχικὴ ταλάντωσις μὲ ἐξίσωσιν $x = \alpha\eta\mu\omega t$, διαδιδομένη εἰς τὸ ὑλικὸν μέσον πρὸς ὅλας τὰς κατευθύνσεις. Τότε τὸ ἐκ τῆς O_1 ἐκπορευόμενον κῦμα, δημιουργεῖ εἰς τὸ σημεῖον P ἀπέχον r_1 ἀπὸ τῆς O_1, τὴν ταλάντωσιν $x_1 = \alpha\eta\mu\left\{\omega\left(t - \frac{r_1}{c}\right)\right\}$, ὅπου c ἡ ταχύτης μεταδόσεως τοῦ κύματος (βλ. § 8, (1)), τὸ δὲ ἐκ τοῦ O_2 ἐκπορευόμενον, δημιουργεῖ εἰς τὸ P, ἀπέχον r_2 ἀπὸ τὸ O_2, τὴν ταλάντωσιν $x_2 = \alpha\eta\mu\left\{\omega\left(t - \frac{r_2}{c}\right)\right\}$. Ἑπομένως αἱ δύο εἰς τὸ P φθάνουσαι ταλαντώσεις ἔχουν διαφορὰν φάσεως $\varphi_1 - \varphi_2 = \omega(r_1 - r_2)/c$. Ὅπως εἴδομεν προηγουμένως, ἂν ἡ διαφορὰ αὐτὴ εἶναι $2k\pi$, λαμβάνει εἰς τὸ P, χώραν, ἡ μεγίστη ἀλληλοενίσχυσις τῶν δύο κυμάτων. Τοῦτο συμβαίνει ὅταν $\omega(r_1 - r_2)/c = 2k\pi$, ὁπότε $r_1 - r_2 = 2k\pi c/\omega = k\lambda$ ὅπου λ τὸ μῆκος κύματος καὶ k τυχὼν ἀκέραιος (βλ. § 8, (2)).

Ἂν πάλιν, ἡ διαφορὰ φάσεων $\varphi_1 - \varphi_2$ ἰσοῦται πρὸς $(2k+1)\pi$ ἔχομεν εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο ἀλληλοεξουδετέρωσιν τῶν δύο συρμῶν τῶν κυμάτων. Τοῦτο συμβαίνει ὅταν $\varphi_1 - \varphi_2 = \omega(r_1 - r_2)/c = (2k+1)\pi$ ἢ $(r_1 - r_2) = (2k+1)\pi c/\omega = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$. Ἑπομένως:

Εἰς ἕνα σημεῖον P τοῦ κυματικοῦ πεδίου, ἔχομεν τὸ μέγιστον πλάτος ταλαντώσεως ἢ ἀπόσβεσιν τῆς ταλαντώσεως καθ' ὅσον ἡ διαφορὰ τῶν ἀποστάσεων τοῦ P ἀπὸ τὰς δύο συγχρόνους πηγὰς κραδασμοῦ ἰσοῦται ἀντιστοίχως, μὲ ἄρτιον ἢ περιττὸν ἀριθμὸν ἡμικυμάτων.

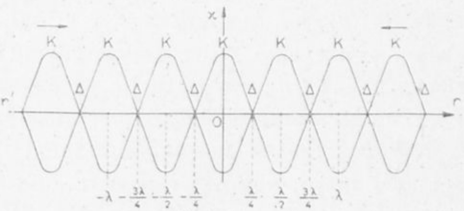
Ἡ διαφορὰ $r_1 - r_2$ λέγεται καὶ «διαφορὰ πορείας».

$$(2)\begin{cases} \text{Ἐὰν} \quad r_1-r_2=2k\dfrac{\lambda}{2} \text{ ἔχομεν τὸ μέγιστον πλάτος } (k=0,1,2\cdots) \\ \text{Ἐὰν} \quad r_1-r_2=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \text{ ἔχομεν ἀπόσβεσιν (πλάτος μηδὲν)} \\ \qquad r_1-r_2=\text{διαφορὰ πορείας} \end{cases}$$

Εἰς τ' ἀνωτέρω ὑποτίθεται ὅτι αἱ εἰς τὸ P συμβάλλουσαι κυμάνσεις τείνουν νὰ προσδώσουν εἰς τὸ P, συγγραμμικὰς ταλαντώσεις.

§ **12. Στάσιμα κύματα.** Ἄς θεωρήσωμεν τώρα, τὴν εἰδικὴν περίπτωσιν καθ' ἣν δύο ἐπίπεδα κύματα τοῦ αὐτοῦ πλάτους καὶ τῆς αὐτῆς συχνότητος τρέχουν κατὰ μῆκος ἑνὸς ἄξονος r′r, ***κατ' ἀντιθέτους φοράς.*** Ζητοῦμεν νὰ προσδιορίσωμεν τὴν κύμανσιν ἥτις θὰ προέλθῃ ἐκ τῆς συμβολῆς τῶν δύο τούτων, δηλ. πῶς θὰ πάλλονται τὰ σημεῖα τῆς r′r ὑπὸ τὴν σύγχρονον ἐπίδρασιν τῶν δύο ἀντιθέτων κυμάτων. Πρὸς τοῦτο, ἂς ἐκλέξωμεν ὡς ἀρχήν, O τοῦ ἄξονος r′r ἕνα σημεῖον τὸ ὁποῖον λαμβάνῃ ἀπὸ ἕκαστον κῦμα τὴν ἰδίαν ταλάντωσιν (ἐγκαρσίαν ἢ διαμήκη): x=αημ(ωt) (συνεπῶς ὁλικὴν ταλάντωσιν: x=2αημωt). Ἀφοῦ τὸ πρὸς τὰ θετικὰ τοῦ ἄξονος διαδιδόμενον κῦμα δημιουργεῖ εἰς τὸ O τὴν ταλάντωσιν x=αημ(ωt) ἕπεται ὅτι εἰς τὸ σημεῖον P κείμενον ἐπὶ τοῦ θετικοῦ ἡμιάξονος, καὶ εἰς ἀπόστασιν +r ***μετὰ*** τὸ O θὰ δημιουργῇ ταλάντωσιν ἡ ὁποία, χρονικῶς, ***ἕπεται*** τῆς εἰς τὸ O ταλαντώσεως κατὰ χρόνον r/c, δηλ. τὴν ταλάντωσιν

$$x_1=\alpha\eta\mu\left\{\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)\right\},$$ ὅπου c ἡ ταχύτης διαδόσεως (βλ. § 8, ἐξισ. (1)).



Σχ. 28

Στάσιμον κῦμα. Αἱ δύο ἡμιτονοειδεῖς καμπύλαι δεικνύουν τὰ σύνορα μεταξὺ τῶν ὁποίων κυμαίνονται αἱ ἀπομακρύνσεις τῶν ταλαντουμένων σημείων τῆς r′r

Ἐπίσης, ἀφοῦ τὸ πρὸς τ' ἀρνητικὰ τοῦ ἄξονος διαδιδόμενον κῦμα, δημιουργεῖ εἰς τὸ O τὴν ταλάντωσιν x=αημ(ωt), ἕπεται ὅτι εἰς ἀπόστασιν r, ***πρὸ*** τοῦ O θὰ δημιουργῇ ταλάντωσιν $x_2=\alpha\eta\mu\left\{\omega\left(t+\dfrac{r}{c}\right)\right\}$,

(ἡ ὁποία δηλαδή, χρονικῶς ***προηγεῖται*** τῆς εἰς τὸ O κατὰ χρόνον r/c).

Κατὰ συνέπειαν, ἡ ἐπαλληλία τῶν δύο ἀντιθέτων κυμάτων δημιουργεῖ εἰς P τὴν συνισταμένην ταλάντωσιν

$$x=x_1+x_2=\alpha\eta\mu\left\{\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)\right\}+\alpha\eta\mu\left\{\omega\left(t+\frac{r}{c}\right)\right\} \quad \text{ἢ}$$

(3) $$\boxed{x=2\alpha\sigma\upsilon\nu\left(\omega\frac{r}{c}\right)\eta\mu(\omega t)}$$ (Ἐξίσωσις στασίμου κύματος).

Διὰ σημεῖον P τοῦ ἀρνητικοῦ ἡμιάξονος r′r δηλ. διὰ $r<0$ εὑρίσκομεν ὁμοίως, ὅτι ἡ (3) ἰσχύει.

Ἐκ τῆς (3) βλέπομεν ὅτι ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ κυματικοῦ πεδίου r′r ἐκτελοῦν συγχρόνους ἁρμονικὰς ταλαντώσεις, μὲ τὴν αὐτὴν φάσιν, ἀλλὰ μὲ διάφορα πλάτη.

Τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως ἑνὸς δεδομένου σημείου P(r) ἰσοῦται μὲ $2\alpha\sigma\upsilon\nu\left(\omega\frac{r}{c}\right)$ καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν θέσιν τοῦ P ἐπὶ τοῦ ἄξονος. Τὸ πλάτος τοῦτο ἔχει τὴν μεγίστην τιμὴν εἰς τὰ σημεῖα P(r) διὰ τὰ ὁποῖα ἰσχύει : $\sigma\upsilon\nu(\omega r/c)=\pm 1$, δηλ.: $\omega r/c=k\pi$ (k ἀκέραιος) ἢ ἀκόμη, $r=k\pi/\omega$ ἢ τέλος, $r=k\lambda/2$ ὅπου λ τὸ μῆκος κύματος (βλ. § 8, τύπος (2)). Τὰ σημεῖα αὐτὰ εἰς τὰ ὁποῖα αἱ ταλαντώσεις ἀλληλοενισχύονται εἰς τὸ μέγιστον πλάτος, καλοῦνται ***κοιλίαι*** τῆς κυμάνσεως. Δύο διαδοχικαὶ κοιλίαι ἀπέχουν τοῦ O κατὰ $k\lambda/2$ καὶ $(k+1)\lambda/2$, συνεπῶς ἀπέχουν μεταξύ των κατὰ ἥμισυ μῆκος κύματος.

Ἐξ ἄλλου, τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως (3) μηδενίζεται εἰς τὰ σημεῖα P(r) διὰ τὰ ὁποῖα εἶναι $\sigma\upsilon\nu(\omega r/c)=0$ ἢ $\omega r/c=(2k+1)\pi/2$ ἢ $r=\left(k+\frac{1}{2}\right)\pi c/\omega$ ἢ ἀκόμη, $r=\left(k+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$. Τὰ σημεῖα αὐτὰ τὰ ὁποῖα μονίμως ἀκινητοῦν λέγονται ***δεσμοὶ*** τῆς κυμάνσεως.

Δύο διαδοχικοὶ δεσμοὶ ἀπέχουν μεταξύ των, ὅσον καὶ δύο διαδοχικαὶ κοιλίαι, δηλ. λ/2 ἐνῷ ἕκαστος δεσμὸς ἀπέχει ἀπὸ τὴν ἀμέσως ἑπομένην κοιλίαν κατὰ λ/4, ἤτοι τὸ τέταρτον τοῦ μήκους κύματος.

Τὸ ἀνωτέρω παρατηρούμενον φαινόμενον λέγεται ***στάσιμον κῦμα.*** Ἐμφανῆ στάσιμα κύματα δυνάμεθα νὰ παραγάγωμεν ἐπὶ τεταμένης χορδῆς ὅπως θὰ ἴδωμεν εἰς τὰ ἑπόμενα (§ 15).

§ 13. Ἀρχὴ τοῦ Huyghens (Χοϋγκενς). Τὸ περιεχόμενον τῆς ἀρχῆς τοῦ Huyghens (1690). ἱδρυτοῦ τῆς κυματικῆς θεωρίας τοῦ φωτός, δύναται νὰ συνοψισθῆ ὡς κάτωθι :

Κάθε τμηματίδιον μάζης τὸ ὁποῖον προσβάλλεται ἀπὸ τὸ κῦμα, *δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς κέντρον ἑνὸς νέου κύματος ἐκπεμπομένου ἀπὸ τὸ τμηματίδιον τοῦτο καὶ ἐντελῶς ὁμοίου πρὸς τὸ ἀρχικὸν κῦμα. («Στοιχειῶδες κῦμα»). Ἡ ἐνέργεια τὴν ὁποίαν προσλαμβάνει τὸ διεγερθὲν τμηματίδιον ἀπὸ τὸ δι' αὐτοῦ διερχόμενον ἀρχικὸν κῦμα, ἐκπέμπεται ἐκ νέου ὑπὸ τοῦ τμηματιδίου τούτου ὑπὸ μορφὴν στοιχειώδους κύματος οὕτως ὥστε ἡ ὁλικὴ ἐνέργεια τοῦ τμηματιδίου παραμένει σταθερά, ἐφ' ὅσον ἡ ἔντασις τοῦ διεγείροντος αὐτὸ κύματος, μένει σταθερά.*

Ἡ ἀρχὴ τοῦ Huyghens ἐφαρμοζομένη εἰς εἰδικάς τινας περιπτώσεις, δίδει ἱκανοποιητικὰ ἀποτελέσματα.

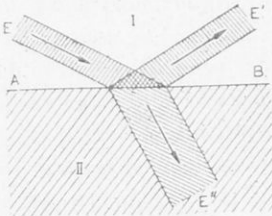
Μιὰ ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς τοῦ Huyghens εἶναι ἡ γεωμετρικὴ κατασκευὴ τοῦ μετώπου τοῦ κύματος. Ἐὰν ΑΑ΄ παριστᾷ τμῆμα μιᾶς μετωπικῆς ἐπιφανείας ἑνὸς σφαιρικοῦ κύματος (σχ. 29), τότε, δυνάμεθα νὰ φαντασθῶμεν ὅτι ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ΑΑ΄ εἶναι πηγαὶ στοιχειωδῶν σφαιρικῶν κυμάτων τὰ ὁποῖα, αὐτὰ πλέον, διαδίδουν πρὸς τὰ ἔξω τῆς ΑΑ΄ τὸ ἀρχικὸν κῦμα.

Σχ. 29
Κατασκευὴ τοῦ νέου μετώπου κύματος κατὰ Huyghens

Μετὰ χρόνον t, ἕκαστον σημεῖον τῆς ΑΑ΄ θὰ ἔχῃ διαδώσῃ τὴν κύμανσιν ἐντὸς σφαίρας ἐχούσης κέντρον τὸ σημεῖον τοῦτο καὶ ἀκτῖνα ct. Ὁ πέραν τῆς ΑΑ΄ καταλαμβανόμενος ὑπὸ τῆς κυμάνσεως χῶρος κατὰ τὸν χρόνον t, νοεῖται ὡς πλήρης τοιούτων σφαιρῶν (σχ. 29) καὶ συνεπῶς, ***τὸ σύνορον αὐτοῦ μὲ τὸν ὑπόλοιπον χῶρον*** τὸν μὴ προσβληθέντα εἰσέτι ὑπὸ τοῦ κύματος θὰ εἶναι μία ἐπιφάνεια ΒΒ΄ ἐφαπτομένη ὅλων τῶν ἀνωτέρω σφαιρῶν, ἡ λεγομένη «περιβάλλουσα» τούτων καὶ δή, ἡ ἐξωτερικὴ περιβάλλουσα. Ἀλλὰ τὸ σύνορον τοῦ ὑπὸ τοῦ κύματος προσβληθέντος χώρου μὲ τὸν ὑπόλοιπον χῶρον, εἶναι ἕνα μέτωπον τοῦ κύματος. Ὥστε τὸ νέον μέτωπον κύματος μετὰ χρόνον t, εἶναι ἡ ἐξωτερικὴ περιβάλλουσα τοῦ συνόλου τῶν σφαιρῶν ἐντὸς τῶν ὁποίων διεδόθησαν κατὰ τὸν χρόνον t τὰ στοιχειώδη κύματα τὰ ἐκπεμφθέντα ἀπὸ τὸ προηγούμενον μέτωπον κύματος. Ἐν ἧ περιπτώσει ἡ ταχύτης διαδόσεως c εἶναι σταθερὰ πρὸς ὅλας τὰς κατευθύνσεις, ἡ ΒΒ΄ (σχ. 29) εἶναι πάλιν σφαῖρα μὲ ἀκτῖνα, τὴν τῆς ΑΑ΄, ηὐξημένην κατὰ ct.

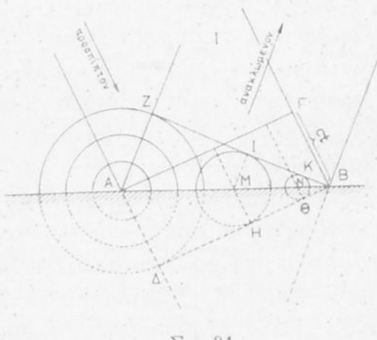
§ 14. Ἀνάκλασις τῶν κυμάτων. Ἂς θεωρήσωμεν δύο διαφορετικὰ μέσα Ι καὶ ΙΙ, συνορεύοντα διὰ τῆς λείας ἐπιφανείας ΑΒ (σχ. 30). Ἐὰν κῦμα διατρέχον τὸ μέσον Ι, συναντήσῃ τὸ σύνορον ΑΒ τῶν δύο μέσων Ι καὶ ΙΙ, τότε ὑφίσταται δύο διαφόρους ἐπιδράσεις. Μέρος Ε′ τῆς ὅλης ἐνεργείας Ε τοῦ κύματος (δυνατὸν καὶ ὁλόκληρος ἡ Ε) **ἀνακλᾶται** δηλ. ἐπαναρρίπτεται εἰς τὸ πρῶτον μέσον Ι.

Τὸ ὑπόλοιπον μέρος Ε″ τῆς ἐνεργείας εἰσχωρεῖ εἰς τὸ μέσον ΙΙ καὶ διαδίδεται εἰς αὐτὸ κατὰ διεύθυνσιν διάφορον τῆς ἀρχικῆς ἢ ὅπως λέγομεν **διαθλᾶται.** Ἡ διατήρησις τῆς ἐνεργείας ἐπιβάλλει : Ε=Ε′+Ε″ (βλ. σχ. 30).



Σχ. 30
Μεταβολαὶ τὰς ὁποίας πάσχει συρμὸς κυμάτων Ε φθάνων εἰς τὴν διαχωριστικὴν ἐπιφάνειαν ΑΒ τῶν δύο μέσων

Νόμος τῆς ἀνακλάσεως. Ἐφ᾽ ὅσον ἡ διαχωριστικὴ ἐπιφάνεια εἶναι λεία (καὶ τοῦτο σημαίνει ὅτι δὲν ἔχει ἀνωμαλίας διαστάσεων μεγαλυτέρων τοῦ μήκους κύματος) ἡ ἀνάκλασις λέγεται «*κανονική*». *Εἰς τὴν κανονικὴν ἀνάκλασιν ἐπὶ ἐπιπέδου ἐπιφανείας ΑΒ τὸ μέτωπον τοῦ ἀνακλωμένου κύματος εὑρίσκεται κατὰ τὴν τυχοῦσαν χρονικὴν στιγμὴν t, εἰς θέσιν συμμετρικὴν ὡς πρὸς τὸ ἐπίπεδον ΑΒ, ἐκείνης τὴν ὁποίαν θὰ εἶχε κατὰ τὴν ἰδίαν χρονικὴν στιγμὴν ἂν δὲν ὑπῆρχε ἡ ἀνακλῶσα ἐπιφάνεια ΑΒ* (σχ. 31).



Σχ. 31
Ἐξήγησις τῆς ἀνακλάσεως τοῦ κύματος διὰ τῆς ἀρχῆς τοῦ Huyghens

Τοῦτο ἐξηγεῖται μὲ τὰ στοιχειώδη κύματα τοῦ Huyghens ὡς ἑξῆς. Ἔστω ΑΓ τὸ μέτωπον τοῦ προσπίπτοντος ἐπὶ τὴν ΑΒ ἐπιπέδου κύματος. **Ἐὰν δὲν ὑπῆρχεν** ἡ ΑΒ, τότε μετὰ χρόνον t, ὅσον χρειάζεται τὸ Γ διὰ νὰ φθάσῃ εἰς τὸ Β, τὸ Α θεωρούμενον ὡς πηγὴ στοιχειώδους κύματος, θὰ εἶχε διαδώσει τὸ κῦμα, ἐντὸς τοῦ ἐστιγμένου ἡμισφαιρίου (Α, ΑΔ) ὅπου ΑΔ=ct=ΓΒ. Συνεπῶς τὸ νέον μέτωπον κύματος κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t **θὰ ἦτο** τὸ ΒΔ ἐφαπτόμενον τοῦ ἡμισφαιρίου (Α, ΑΔ). Ἡ ὕπαρξις ὅμως τῆς ἀνακλώσης ἐπιφανείας ΑΒ, ἐμποδίζει (μερικῶς, τουλάχιστον) τὴν διάδοσιν τοῦ ὑπὸ τοῦ Α ἐκπεμπομένου στοιχειώδους κύματος ἐντὸς τοῦ ἐστιγμένου ἡμισφαιρίου καὶ τὸ ἀναγκάζει νὰ διαδοθῇ πάλιν ἐντὸς τοῦ μέσου Ι καὶ ἐντὸς τοῦ ἡμισφαιρίου (Α, ΑΖ). Διὰ τὰ ἄλλα σημεῖα Μ, Ν... τῆς ΑΒ συμβαίνει τὸ ὅμοιον. Ἀντὶ νὰ διαδώσουν τὸ κῦμα ἐντὸς τῶν ἐστιγμένων ἡμισφαιρίων (Μ, ΜΗ), (Ν, ΝΘ)... τὸ διαδίδουν εἰς τὸ μέσον

Ι, ἐντὸς τῶν ἡμισφαιρίων (Μ, ΜΙ), (Ν, ΝΚ),... Συνεπῶς, μετὰ χρόνον t, θὰ δημιουργηθῇ νέον μέτωπον κύματος ΒΖ ἐφαπτόμενον τῶν συμμετρικῶν ἡμισφαιρίων (Α, ΑΖ), (Μ, ΜΙ) (Ν, ΝΚ)..., προχωροῦν ἐντὸς τοῦ μέσου Ι καὶ συμμετρικὸν τοῦ ΒΔ ὡς πρὸς ΑΒ.

Ἡ κατὰ τὴν ἀνάκλασιν ἐμφανιζομένη συμμετρία τῶν ἀνακλωμένων καὶ προσπιπτόντων κυματικῶν μετώπων ἡ ὁποία εἶναι καὶ ὁ νόμος τῆς ἀνακλάσεως τοῦ κύματος, ἐκφράζεται εὐχερέστερον ἂν ἀντὶ τῶν μετώπων κύματος, χρησιμοποιήσωμεν τὰς καθέτους ἐπ᾽ αὐτὰ εὐθείας, δηλ. τὰς ***ἀκτῖνας διαδόσεως*** (βλ. § 7΄ ε΄) τοῦ κύματος:

Ἡ προσπίπτουσα καὶ ἡ ἀνακλωμένη ἀκτίς, εἶναι συμμετρικαὶ ὡς πρὸς τὴν κάθετον ἡ ὁποία ἄγεται ἐπὶ τὴν ἀνακλῶσαν ἐπιφάνειαν εἰς τὸ σημεῖον προσπτώσεως. Ὁ νόμος ἰσχύει καὶ ὅταν τὸ προσπῖπτον κῦμα δὲν εἶναι ἐπίπεδον ἀλλ᾽ ἔχει καμπύλην μετωπικὴν ἐπιφάνειαν.

Ἡ ἀνάκλασις ἑνὸς κύματος ἐπὶ καμπύλης ἐπιφανείας γίνεται ὡς ἐὰν κάθε ἀκτὶς τοῦ προσπίπτοντος κύματος ἀνακλᾶται, ἐπὶ τοῦ ἐφαπτομένου ἐπιπέδου τῆς ἀνακλώσης ἐπιφανείας τοῦ ἀγομένου εἰς τὸ σημεῖον προσπτώσεως.

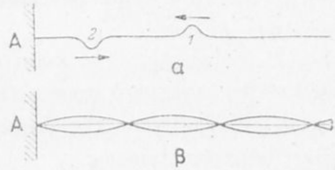
Διάχυσις. Ἐὰν ἡ ἀνακλῶσα ἐπιφάνεια ἐφ᾽ ἧς προσπίπτει τὸ κῦμα εἶναι τραχεῖα, τότε τὰ μέτωπα κύματος ἐμπίπτουν εἰς τὰ διαφόρως προσανατολισμένα στοιχειώδη ἐπίπεδα τῆς τραχείας ἐπιφανείας καὶ ἀνακλῶνται ἐπ᾽ αὐτῶν καθ᾽ ὅλας τὰς διευθύνσεις. Τὸ κῦμα τεμαχίζεται εἰς μέγα πλῆθος στοιχειωδῶν κυμάτων (ἀκτίνων) διαδιδομένων καθ᾽ ὅλας τὰς διευθύνσεις. Τὸ φαινόμενον καλεῖται *διαχεομένη ἀνάκλασις* ἢ καὶ *διάχυσις* τοῦ κύματος.

§ 15. Στάσιμα κύματα δημιουργούμενα κατὰ τὴν ἀνάκλασιν. α΄) Ἐὰν ἐπίπεδον κῦμα διευθυνόμενον καθέτως πρὸς ἕνα ἀκλόνητον τοῖχον, ἀνακλασθῇ ἐπ᾽ αὐτοῦ, τότε τὸ προσπῖπτον καὶ τὸ ἀνακλώμενον κῦμα διατρέχουν τὸν πρὸ τοῦ τοίχου χῶρον κατ᾽ ἀντιθέτους φορὰς καὶ ἐπειδὴ ἔχουν τὴν ἰδίαν συχνότητα καὶ τὸ ἴδιο πλάτος, συμβάλλοντα δημιουργοῦν ἕνα ***στάσιμον κῦμα*** (§ 12). Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν δημιουργεῖται ἐπὶ τοῦ τοίχου, εἰς τὸ σημεῖον προσπτώσεως, ἕνας ***δεσμὸς*** τοῦ στασίμου κύματος, διότι ἡ παρουσία τοῦ ἀνενδότου τοίχου δὲν ἐπιτρέπει τὰς ταλαντώσεις τῶν ἐν ἐπαφῇ μὲ αὐτὸν εὑρισκομένων τμηματιδίων. Ὁ ἑπόμενος δεσμὸς δημιουργεῖται εἰς ἀπόστασιν $\lambda/2$ πρὸ τοῦ τοίχου ὅπου λ τὸ μῆκος κύματος, κ.ο.κ.

Γνωρίζομεν ὅμως ὅτι δεσμὸς τοῦ στασίμου κύματος δημιουργεῖται εἰς τὰ σημεῖα ὅπου τὰ δύο συμβάλλοντα κύματα ἔχουν διαφορὰν φάσεως, περιττὸν πολλαπλάσιον τοῦ π εἰς ἕνα δὲ ὡρισμένον δεσμόν, δυνάμεθα, ἐκλέγοντες καταλλήλως τὴν ἀρχὴν τῶν χρόνων, νὰ ἔχωμεν διαφορὰν φάσεως, π.

Ἐπειδὴ λοιπὸν ἐπὶ τοῦ τοίχου ὑπάρχει δεσμός, ἕπεται ὅτι εἰς τὸ σημεῖον προσπτώσεως, τὸ προσπῖπτον κῦμα καὶ τὸ ἀνακλώμενον κῦμα ἔχουν διαφορὰν φάσεως π. Δηλαδὴ *τὸ προσπῖπτον κῦμα, ὑφίσταται κατὰ τὴν ἀνάκλασιν ἐπὶ τοῦ τοίχου,* ***πήδημα φάσεως*** *ἴσον πρὸς π. Τὸ πήδημα τοῦτο ἀντιστοιχεῖ εἰς διαφορὰν πορείας ἴσην πρὸς λ/2.*

β΄) **Κύματα ἐπὶ σχοινίου (ἢ χορδῆς).** Ἐὰν τὸ ἕνα ἄκρον τεταμένου σχοινίου στερεωθῆ καλῶς εἰς Α (σχ. 32α) καὶ διὰ συντόμου κτυπήματος δημιουργήσωμεν ἐπὶ τοῦ σχοινίου μίαν κύρτωσιν, βλέπομεν ὅτι ἡ κύρτωσις προχωρεῖ πρὸς τὸ στερεωμένον ἄκρον Α διατηροῦσα τὴν μορφὴν 1 σχ. 32α. Ὅταν ὅμως ἀνακλασθῆ εἰς τὸ Α βλέπομεν ὅτι ἡ κύρτωσις ***ἀντιστρέφεται*** καὶ ἐπιστρέφει διὰ τοῦ σχοινίου ὑπὸ τὴν μορφὴν 2 τοῦ σχ. 32α.

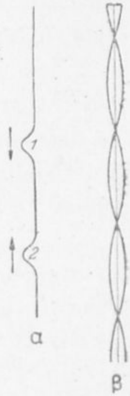


Σχ. 32
Ἀνάκλασις σχοινιοκύματος εἰς τὸ στερεωμένον ἄκρον.

Ἑπομένως τὸ στιγμιαῖον κῦμα κατὰ τὴν ἀνάκλασίν του ἐπὶ τοῦ ἀκλονήτου ἐμποδίου ***ὑφίσταται πήδημα φάσεως κατὰ π*** καὶ αἱ στιγμιαῖαι ἀπομακρύνσεις τῶν τμηματιδίων ἀλλάζουν ἀποτόμως, σημεῖον.

Ἐὰν διὰ καταλλήλου συνεχοῦς ταλαντώσεως τοῦ ἐλευθέρου ἄκρου τοῦ σχοινίου δημιουργήσωμεν συρμὸν κυμάτων, τότε τὰ προσπίπτοντα καὶ ἀνακλώμενα συμβάλλουν καὶ δημιουργοῦν κατὰ μῆκος τοῦ σχοινίου στάσιμον κῦμα ***τὸ δὲ στερεωμένον ἄκρον εἶναι πάντοτε, δεσμὸς τοῦ στασίμου κύματος*** (βλ. σχ. 32β).

Ἐὰν ἀφήσωμεν τὸ σχοινίον νὰ κρέμαται κατακορύφως μὲ ἐλεύθερον τὸ κάτω ἄκρον καὶ ἐπαναλάβωμεν τὰς ἰδίας ὡς ἄνω δοκιμάς, τότε ***δὲν διαπιστοῦμεν πήδημα φάσεως εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον.*** Ἡ κύρτωσις 1 φθάνουσα εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον (σχ. 33α) πάλιν ἀνακλᾶται καὶ ἐπιστρέφει διὰ τοῦ σχοινίου, ἀλλὰ ὑπὸ τὴν ἰδίαν μορφὴν 2 χωρίς, τώρα, ν' ἀντιστρέφεται. Διὰ τῆς συμβολῆς τῶν δύο κατ' ἀντίθετον φορὰν διαδιδομένων κυμάτων παράγεται πάλιν στάσιμον κῦμα κατὰ μῆκος τοῦ σχοινίου (σχ. 33β) ἀλλὰ ***τὸ ἐλεύθερον ἄκρον εἶναι κοιλία τοῦ στασίμου κύματος.***



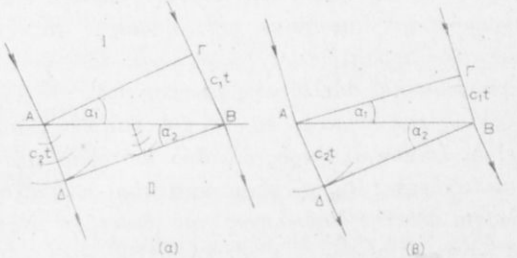
Σχ. 33
Ἀνάκλασις σχοινιοκύματος εἰς ἐλεύθερον ἄκρον.

§ 16. Τὸ πήδημα φάσεως κατὰ τὴν ἀνάκλασιν. Ἐκ δύο ἐλαστικῶν μέσων ἂς καλέσωμεν «κυματικῶς πυκνότερον» ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον μεταδίδει μίαν ὡρισμένην κύμανσιν βραδύτερον καὶ «κυματικῶς ἀραιότερον» ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον μεταδίδει τὴν κύμανσιν, ταχύτερον. Ἡ λεπτομερὴς θεωρητικὴ μελέτη τῶν φαινομένων τὰ ὁποῖα λαμβάνουν χώραν ὅταν κῦμα προσπίπτῃ ἐπὶ τῆς διαχωριστικῆς ἐπιφανείας δύο ἐλαστικῶν μέσων δεικνύει, ὅτι *ἡ ἀνάκλασις τοῦ κύματος ἐπὶ κυματικῶς πυκνοτέρου μέσου συνεπάγεται ἐν γένει ἕνα πήδημα φάσεως ἴσον πρὸς π. Δὲν ὑπάρχει δὲ πήδημα φάσεως ὅταν ἡ ἀνάκλασις γίνεται ἐπὶ κυματικῶς ἀραιοτέρου μέσου δηλ. ὅταν τὸ κῦμα ἔρχεται ἐκ τοῦ πυκνοτέρου καὶ προσπίπτει εἰς τὸ ἀραιότερον (ἀπὸ κυματικῆς ἀπόψεως) μέσον.*

Ἡ ἀνάκλασις τοῦ σχοινιοκύματος εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ σχοινίου (§ 15 β΄) εἶναι φαινόμενον ἀνάλογον πρὸς τὴν ἀνάκλασιν ἐπὶ «κυματικῶς ἀραιοτέρου» μέσου. Ἀρκεῖ νὰ φαντασθῶμεν ὅτι κατὰ τὸ ἐλεύθερον ἄκρον του, τὸ σχοινίον συνδέεται μὲ δεύτερον νοητὸν (ὑποθετικὸν) σχοινίον **ἀβαρὲς** καὶ ἐλαφρῶς τεταμένον, ὥστε νὰ μὴ ἐμποδίζῃ τὴν ταλάντωσιν τοῦ ἐλευθέρου ἄκρου. Τὸ δεύτερον τοῦτο, θὰ μετέδιδε, ὁπωσδήποτε, ταχύτερον τὸ κῦμα καὶ συνεπῶς ἡ ἀνάκλασις ἐπὶ τοῦ ἐλευθέρου ἄκρου, γίνεται ὡς ἐπὶ «ἀραιοτέρου κυματικῶς» μέσου καὶ διὰ τοῦτο δὲν ἔχομεν μεταβολὴν φάσεως. Ἡ ἀνάκλασις, πάλιν, ἐπὶ ἀκλονήτως στερεωμένου ἄκρου γίνεται ὡς ἐπὶ μέσου μὴ διαδίδοντος τὸ ἐγκάρσιον κῦμα, δηλ. μέσου τὸ ὁποῖον δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν «κυματικῶς πυκνότερον» καὶ διὰ τοῦτο ἔχομεν πήδημα φάσεως.

§ 17. Διάθλασις τῶν κυμάτων - Ὁλικὴ ἀνάκλασις. α΄) Ἐὰν ἕνα κῦμα διατρέχῃ δύο μέσα μὲ διαφορετικὰς ταχύτητας, τότε μόλις διέλθῃ διὰ τῆς διαχωριστικῆς ἐπιφανείας τῶν δύο μέσων (μεταβαῖνον ἐκ τοῦ ἑνὸς μέσου εἰς τὸ ἄλλο) ὑφίσταται ἀπότομον ἀλλαγὴν διευθύνσεως (βλ. σχ. 30). Τὸ φαινόμενον τοῦτο λέγεται ***διάθλασις*** τοῦ κύματος.

Ἔστωσαν c_1 καὶ c_2 αἱ ταχύτητες διαδόσεως τοῦ κύματος εἰς τὰ δύο μέσα I καὶ II, AB ἡ ἐπίπεδος διαχωριστικὴ ἐπιφάνεια τῶν I καὶ II καὶ ΑΓ τὸ μέτωπον τοῦ προσπίπτοντος κύματος κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t=0. Ἀπὸ τῆς στιγμῆς αὐτῆς τὸ κῦμα θὰ ἀρχίσῃ νὰ διαδίδεται καὶ ἐντὸς τοῦ



Σχ. 34 Πρὸς θεωρητικὴν ἐξήγησιν τῆς διαθλάσεως α) $c_1 > c_2$, β) $c_1 < c_2$

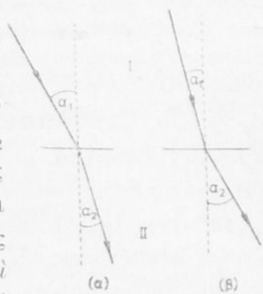
μέσου II, διὰ στοιχειωδῶν κυμάτων ἐκπορευομένων ἀπὸ τὰ διάφορα σημεῖα τῆς ΑΒ τὰ ὁποῖα τίθενται βαθμιαίως εἰς κραδασμόν, ἀρχῆς γενομένης ἀπὸ τὸ Α. Μετὰ χρόνον t, ὅταν τὸ Γ φθάση εἰς τὸ Β διανῦσαν ἐντὸς τοῦ μέσου I, διάστημα $(ΓΒ) = c_1 t$, (ὁπότε τὸ Β μόλις θ᾽ ἀρχίση ἐκπέμπον στοιχειῶδες κῦμα) τὸ Α θὰ ἔχη ἤδη διαδώση τὸ κῦμα, ἐντὸς τοῦ μέσου II εἰς ἀπόστασιν $ΑΔ=c_2 t$, καὶ τὸ νέον μέτωπον τοῦ κύματος θὰ εἶναι τὸ ΒΔ τοῦ σχήματος 34, ἐφαπτόμενον τῆς σφαίρας (Α, ΑΔ). Τὸ μέτωπον σμικρύνεται ἂν $c_2 < c_1$ (σχ. 34α) ἢ μεγεθύνεται ἂν $c_2 > c_1$ (σχ. 34β). Ἐὰν α_1, α_2 εἶναι αἱ γωνίαι τοῦ προσπίπτοντος καὶ τοῦ διαθλωμένου μετώπου μετὰ τῆς διαχωριστικῆς ΑΒ, θὰ ἔχωμεν προφανῶς :

$$(ΓΒ) = (ΑΒ)ημα_1 \quad καὶ \quad (ΑΔ) = (ΑΒ)ημα_2$$

καὶ διὰ διαιρέσεως κατὰ μέλη : $ΓΒ/ΑΔ = ημα_1/ημα_2$ ἢ $c_1 t/c_2 t = ημα_1/ημα_2$ ἤτοι τὸν νόμον τῆς διαθλάσεως :

$$\frac{ημα_1}{ημα_2} = \frac{c_1}{c_2} \tag{1}$$

Πρὸς εὐχερεστέραν διατύπωσιν τοῦ νόμου (1) χρησιμοποιοῦμεν τὰς ἀκτῖνας διαδόσεως ἀντὶ τῶν μετώπων κύματος. Ἡ γωνία α_1 ἰσοῦται μὲ τὴν γωνίαν τῆς προσπιπτούσης ἀκτῖνος ΓΒ μετὰ τῆς καθέτου ἐπὶ τὴν διαχωριστικὴν ἐπιφάνειαν ΑΒ εἰς τὸ Β καὶ καλεῖται *γωνία προσπτώσεως*. Ἡ α_2 ἰσοῦται μὲ τὴν γωνίαν τῆς καθέτου καὶ τῆς διαθλωμένης ἀκτῖνος (βλ. σχ. 35) καὶ καλεῖται *γωνία διαθλάσεως*. Ὁ νόμος τῆς διαθλάσεως διατυποῦται τώρα ὡς ἑξῆς : *προσπίπτουσα καὶ διαθλωμένη ἀκτὶς (διαδόσεως) κεῖνται εἰς τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον μετὰ τῆς καθέτου ἐπὶ τὴν διαχωριστικὴν ἐπιφάνειαν τὴν ἀγομένην εἰς τὸ σημεῖον προσπτώσεως, ὁ δὲ λόγος τῶν ἡμιτόνων τῶν γωνιῶν προσπτώσεως καὶ διαθλάσεως ἰσοῦται πρὸς τὸν λόγον τῶν ταχυτήτων διαδόσεως τοῦ κύματος εἰς τὸ 1ον καὶ 2ον μέσον*. Ὁ λόγος $ημα_1/ημα_2$ εἶναι λοιπὸν σταθερὸς διὰ δύο ἰσότροπα μέσα I καὶ II εἰς τὰ ὁποῖα αἱ ταχύτητες c_1, c_2 εἶναι σταθεραὶ καθ᾽ ὅλας τὰς διευθύνσεις. Καλεῖται *δείκτης διαθλάσεως τοῦ δευτέρου μέσου ὡς πρὸς τὸ πρῶτον*, ὁ λόγος $c_1/c_2 = \nu_{2,1}$. Ὁ δὲ λόγος $c_2/c_1 = \nu_{1,2}$, λέγεται δείκτης διαθλάσεως τοῦ πρώτου μέσου ὡς πρὸς τὸ δεύτερον. Ἔχομεν δηλαδή :



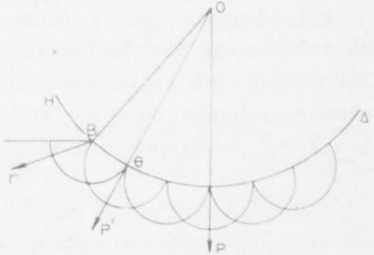
Σχ. 35
α) $c_1 > c_2$ β) $c_1 < c_2$

(2) $$\boxed{\frac{\eta\mu\alpha_1}{\eta\mu\alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \nu_{2,1} = \text{δείκτης διαθλάσεως τοῦ μέσου II ὡς πρὸς τὸ I} = \frac{1}{\nu_{1,2}}}$$

Ὅταν $c_1 > c_2$ τότε $\alpha_1 > \alpha_2$ (σχ. 35α) καὶ ἡ διαθλωμένη ἀκτὶς ***πλησιάζη πρὸς τὴν κάθετον*** (μετάβασις εἰς «κυματικῶς πυκνότερον» μέσον βλ. § 16). Τοὐναντίον συμβαίνει ὅταν $c_1 < c_2$ (σχ. 35β).

β΄) **Ὁλικὴ ἀνάκλασις.** Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ ὑλικὸν μέσον II εἶναι «κυματικῶς» ἀραιότερον τοῦ I, ἤτοι $c_2 > c_1$ (σχ. 35β). Τότε ὑπάρχει μία γωνία προσπτώσεως α_0, τῆς ἀκτῖνος διαδόσεως, εἰς τὴν ὁποίαν ἀντιστοιχεῖ γωνία διαθλάσεως ἴση πρὸς 90^0. Τὴν α_0 ὑπολογίζομεν ἐκ τῆς σχέσεως $\eta\mu\alpha_1/\eta\mu\alpha_2 = c_1/c_2 < 1$ θέτοντες: $\alpha_1 = \alpha_0$, $\alpha_2 = 90^0$, ὁπότε $\eta\mu\alpha_0/\eta\mu 90_0 = c_1/c_2$ καὶ $\eta\mu\alpha_0 = c_1/c_2 < 1$. Ἡ α_0 λέγεται *ὁρικὴ γωνία* καὶ εἰς αὐτήν, ἀντιστοιχεῖ ἡ μεγαλυτέρα δυνατὴ γωνία διαθλάσεως. Ἐὰν τὸ κῦμα προσπέση ὑπὸ γωνίαν μεγαλυτέραν τῆς ὁρικῆς, τότε διάθλασις δὲν λαμβάνει χώραν, ἀλλὰ τὸ κῦμα ἀνακλᾶται ἐξ ὁλοκλήρου ἐπὶ τῆς διαχωριστικῆς ἐπιφανείας τῶν δύο μέσων. Τὸ φαινόμενον τοῦτο λέγεται *ὁλικὴ ἀνάκλασις* τοῦ κύματος. *Ἡ ὁλικὴ ἀνάκλασις δύναται νὰ συμβῇ μόνον ὅταν τὸ κῦμα συναντᾷ τὴν διαχωριστικὴν ἐπιφάνειαν προερχόμενον ἐκ κυματικῶς πυκνοτέρου μέσου* (δηλ. μέσου διαδίδοντος βραδύτερον τὸ κῦμα).

§ 18. Περίθλασις. Ἡ εὐθύγραμμος διάδοσις ἑνὸς κύματος, διαταράσσεται εἰς τὰς ἀκμὰς τῶν παρεμβαλλομένων ἐμποδίων. Οὕτω π. χ. τὸ ἐκ τοῦ O προερχόμενον κῦμα (σχ. 36) ἐνῷ διαδίδεται εὐθυγράμμως κατὰ τὰς διευθύνσεις OP, OP΄... τοῦ ἐλευθέρου χώρου ΒΔ, εἰς τὴν ὀξεῖαν ἀκμὴν Β ἑνὸς ἐμποδίου ΑΒ ὑφίσταται κάμψιν καὶ προχωρεῖ πέραν τοῦ ἐμποδίου ὄχι κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΟΒ, ἀλλὰ κατ᾽ ἄλλην διεύθυνσιν ΒΓ, τεῖνον νὰ παρακάμψῃ τὸ ἐμπόδιον (σχ. 36).



Σχ. 36
Περίθλασις εἰς μίαν ἀκμήν.

Ἡ κάμψις αὐτή, τῆς πορείας τοῦ κύματος περὶ τὰς ἀκμὰς τῶν ἐμποδίων ἢ περὶ τὰ χείλη μιᾶς ὀπῆς. λέγεται ***περίθλασις τοῦ κύματος.*** Σύνηθες καθημερινὸν φαινόμενον περιθλάσεως εἶναι ἡ κάμψις τῆς πορείας τοῦ ἤχου ὅστις περιτρέχει τὰς ἀκμὰς τῶν στερεῶν ἐμποδίων. Τὸ αὐτὸ συμβαίνει καὶ μὲ τὰ μακρὰ κύματα τῆς ραδιοεπικοινωνίας. Εἰς τὰ φωτεινὰ κύματα ἡ κάμψις λόγῳ τῆς παρουσίας τῆς ἀκμῆς B ὑπολογίζεται λίαν μικρὰ λόγῳ τῆς ἐξαιρετικῆς βραχύτητος τοῦ μήκους κύματος.

Ἡ θεωρητικὴ ἐξήγησις τοῦ φαινομένου τῆς περιθλάσεως ἐπιτυγχάνεται διὰ τῆς ἀρχῆς τοῦ Huyghens μὲ τὴν βασικὴν σκέψιν ὅτι τὸ ἐκ τοῦ B (σχ. 36) ἐκπεμπόμενον στοιχειῶδες κῦμα πέραν τοῦ ἐμποδίου AB δὲν δύναται νὰ συμβάλλῃ μὲ ὅλα τὰ στοιχειώδη κύματα τὰ ἐκπεμπόμενα ἐκ τῆς περιοχῆς ΗΘ τοῦ B, ἀλλὰ μόνον μὲ ἐκεῖνα τὰ ὁποῖα δὲν ἀνακόπτονται ὑπὸ τοῦ ἐμποδίου AB. Ὁ ὑπολογισμὸς δεικνύει ὅτι τοῦτο συνεπάγεται διάδοσιν τοῦ κύματος κατὰ μίαν ὡρισμένην διεύθυνσιν ΒΓ διάφορον ἐκείνης καθ' ἣν θὰ διεδίδετο ἂν δὲν ὑπῆρχε τὸ ἐμπόδιον AB τὸ διαταράσσον τὴν συμμετρίαν τῶν συμβαλλόντων στοιχειωδῶν κυμάτων τῶν ἐκπεμπομένων ἀπὸ τὴν περιοχὴν ΗΘ τοῦ B.

§ 19. Τὰ κυματικὰ φαινόμενα. Ἡ Φυσικὴ ἐξετάζει καὶ κύματα διαδιδόμενα ἐν τῷ χώρῳ ***ἄνευ μεσολαβήσεως ὑλικοῦ τινὸς μέσου***, τὰ ὁποῖα *εἶναι τυπικῶς*, *ὅμοια* μὲ τὰ ἐν ὑλικῷ μέσῳ διαδιδόμενα: ἀντὶ ταλαντώσεως τοῦ σημείου P τοῦ κυματικοῦ πεδίου, ὑπάρχει εἰς τὴν θέσιν P περιοδικὴ μεταβολὴ ἑνὸς ἄλλου φυσικοῦ μεγέθους π.χ. τῆς ἐντάσεως ἑνὸς ἠλεκτρικοῦ ἢ ἠλεκτρομαγνητικοῦ πεδίου. Τοιαῦτα σημαντικὰ ἀπὸ θεωρητικῆς καὶ τεχνικῆς ἀπόψεως κύματα εἶναι τὰ *ἠλεκτρομαγνητικὰ κύματα* τὰ ὁποῖα ἐξετάζονται εἰς τὸν Ἠλεκτρισμὸν καθὼς καὶ ἄλλα κύματα δι' ὧν μεταφέρεται ἐνέργεια ἄνευ μεσολαβήσεως ὑλικοῦ μέσου.

Θὰ ἠδυνάμεθα νὰ δώσωμεν τὸν ἑπόμενον γενικὸν ὁρισμόν: *κῦμα εἶναι διαταραχὴ διαδιδομένη βαθμιαίως ἐν τῷ χώρῳ*. Ὅλαι αἱ ποικίλαι κυμάνσεις διὰ τῶν ὁποίων περιγράφεται ὁ φυσικὸς κόσμος, ἔχουν κοινὰ γνωρίσματα ὅπως π.χ. εἶναι ἡ ἐξίσωσις τοῦ κύματος, ἡ συμβολή, ἀνάκλασις, διάθλασις, περίθλασις.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

19. Δείξατε ὅτι ἡ ἐξίσωσις τοῦ τρέχοντος κύματος δύναται νὰ γραφῇ: $x = \alpha\eta\mu\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right)$, ὅπου λ τὸ μῆκος κύματος καὶ T ἡ περίοδος αὐτοῦ (βλ. § 8, (1) καὶ (2)).

20. Ἡ ἐξίσωσις ἑνὸς ἐγκαρσίου κύματος εἶναι τῆς μορφῆς: $x = -2\eta\mu\{\pi(0,5\,r - 200\,t)\}$, τὰ x καὶ r εἰς cm καὶ τὸ t εἰς sec. Νὰ εὑρεθοῦν

τὸ πλάτος α, τὸ μῆκος κύματος λ, ἡ συχνότης N, ἡ περίοδος T καὶ ἡ ταχύτης c, διαδόσεως τοῦ κύματος (βλ. § 8 καὶ ἄσκ. 19).

21. Ἡ ταλάντωσις μιᾶς πηγῆς δίδεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως: $x = \eta\mu t$, τὸ x εἰς cm καὶ τὸ t εἰς sec. Τὸ μῆκος κύματος τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν μετάδοσιν τῆς ταλαντώσεως ταύτης εἶναι 10 cm. Νὰ ὑπολογισθῇ εἰς χρόνον $t = 62{,}8$ sec ἡ ἀπομάκρυνσις ἑνὸς σωματιδίου τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται εἰς ἀπόστασιν 20 cm ἀπὸ τῆς πηγῆς.

22. Ἡμιτονοειδὴς κίνησις συχνότητος $N = 20$ Hz διαδίδεται μὲ ταχύτητα $c = 1 \frac{m}{sec}$. Ποία, ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο σημείων ἐπὶ μιᾶς ἀκτῖνος, τὰ ὁποῖα εὑρίσκονται εἰς διαφορὰν φάσεως 180^0; Πῶς μεταβάλλεται ἡ ἀπόστασις αὕτη μετὰ τῆς συχνότητος, ὅταν ἡ c μένῃ ἡ ἰδία;

23. Ἔκρηξις λαβοῦσα χώραν εἰς σημεῖον σιδηροδρομικῆς γραμμῆς διαδίδεται κατὰ μῆκος ταύτης ὡς καὶ μέσῳ τοῦ ἀέρος. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ διαφορὰ χρόνων Δt ἀφίξεως τῶν δύο κυμάτων μέσῳ τῆς γραμμῆς καὶ τοῦ ἀέρος εἰς σημεῖον ἀπέχον 1 km τοῦ σημείου τῆς ἐκρήξεως. [Μέτρον ἐλαστικότητος ὀρειχάλκου $E = 2.10^{12} \frac{dyn}{cm^2}$, πυκνότης ὀρειχάλκου $\rho_0 = 7{,}8 \frac{gr}{cm_s}$, πυκνότης ἀέρος $\rho_\alpha = 0{,}0013 \frac{gr}{cm^3}$, γ ἀέρος $= \frac{c_p}{c_v} = 1{,}4$, $1\,at = 10^6 \frac{dyn}{cm^2}$] (βλ. § 9, β΄).

24. Ἕνας ἄνθρωπος κάμνει παρατηρήσεις ἐπὶ τῆς διαδόσεως τῶν κυμάτων ἐπιφανείας ἑνὸς ποταμοῦ καὶ ὑπολογίζει ὅτι ἡ ἀπόστασις μεταξὺ ἑνὸς «ὄρους» καὶ τῆς ἀμέσως ἑπομένης κοιλάδος εἶναι 1 m. Ἐξ ἄλλου μετρᾷ τὴν διέλευσιν 18 «ὀρέων» ἐντὸς 15 sec. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω μετρήσεων νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης c διαδόσεως τῶν κυμάτων ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος.

25. Ἐπὶ ἠρεμούσης ἐπιφανείας ὕδατος ρίπτομεν 80 σταγόνας ὕδατος τὴν μίαν κατόπιν τῆς ἄλλης ἐντὸς 1 min καὶ διαπιστώνομεν τὴν δημιουργίαν κυκλικῶν κυμάτων τῶν ὁποίων τὸ κέντρον εὑρίσκεται εἰς τὸ σημεῖον πτώσεως τῶν σταγόνων. Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν «ὀρέων» εἶναι 45 cm. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης διαδόσεως τῶν κυμάτων εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕδατος.

26. Μία ἡμιτονοειδὴς κίνησις διαδίδεται εἰς τὴν ἐπιφάνειαν δοχείου ὕδατος μὲ ταχύτητα $c = 0{,}4 \frac{m}{sec}$. Διὰ καταλλήλου διατάξεως, δημιουργοῦμεν εἰς δύο σημεῖα A_1 καὶ A_2 τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς, δύο ἡμιτονοειδεῖς συγχρόνους κινήσεις περιόδου $T = 0{,}2$ sec καὶ πλάτους $0 = 0{,}5$ cm. Μικρὸν τεμάχιον φελλοῦ M εὑρίσκεται εἰς ἀποστάσεις $r_1 = 23$ cm ἐκ τοῦ A_1 καὶ $r_2 = 25$ cm ἐκ τοῦ A_2.

i) Νὰ προσδιορισθῇ ἡ ἔκφρασις τῆς ἀπομακρύνσεώς του x, συναρτήσει τοῦ χρόνου t.

ii) Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀπομάκρυνσις αὐτὴ x τὴν χρονικὴν στιγμὴν $t = 2$ sec.

iii) Κατὰ ποίαν χρονικὴν στιγμὴν t_0, τὸ τεμάχιον τοῦ φελλοῦ ἀκινητεῖ διὰ πρώτην φορὰν ἀφ' ἧς στιγμῆς αἱ δύο πηγαὶ A_1 καὶ A_2 ἐτέθησαν εἰς κίνησιν;

27. Κῦμα, προερχόμενον ἐκ πηγῆς S κειμένης ἔναντι κατακορύφου εὐρέος καὶ ἀνενδότου τοιχώματος, διαδιδόμενον ἐντὸς τοῦ ἀέρος, προσπίπτει καθέτως ἐπὶ τοῦ τοιχώματος καὶ ἀνακλώμενον σχηματίζει στάσιμα κύματα ἔμπροσθεν αὐτοῦ. Ἐὰν ἡ συχνότης τῆς πηγῆς εἶναι N=200 Hz ἡ δὲ ἀπόστασις μεταξὺ τῆς πρώτης κοιλίας K_1 καὶ τοῦ πεμπτου δεσμοῦ Δ_5 εἶναι 29,75 cm νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης c διαδόσεως τοῦ κύματος ἐντὸς τοῦ ἀέρος.

28. Ἐπίπεδον κῦμα διαδιδόμενον ἐντὸς τοῦ ἀέρος μὲ ταχύτητα $v_1 = 330 \frac{m}{sec}$ προσπίπτει ἐπὶ ἠρεμούσης ἐπιφανείας ὕδατος ὑπὸ γωνίαν 12^0. Ἐὰν ἡ ταχύτης τοῦ κύματος ἐντὸς τοῦ ὕδατος εἶναι $v_2=1320 \frac{m}{sec}$, ποία ἡ γωνία τὴν ὁποίαν σχηματίζει τὸ διαθλώμενον κῦμα μὲ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕδατος; Τὸ κῦμα τοῦτο δύναται νὰ διαθλασθῇ ἐντὸς τοῦ ὕδατος ὑπὸ οἵαν δήποτε γωνίαν προσπτώσεως; (ημ$12^0 \simeq 0,208$).

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ III

'Ακουστικὴ

§ 20. **Ἦχος.** Ἦχος εἶναι τὸ αἴτιον τοῦ ἀκουστικοῦ αἰσθήματος. Τὰ φαινόμενα τοῦ ἤχου ἐξετάζει ἡ Ἀκουστική.

§ 21. **Ἠχητικὰ κύματα.** *Πηγὴ τοῦ ἤχου* εἶναι πάντοτε ἕνα ἐλαστικῶς δονούμενον σῶμα. Οἱ κραδασμοὶ τῆς ἠχητικῆς πηγῆς διαδίδονται διὰ τοῦ περιβάλλοντος μέσου, π.χ. τοῦ ἀέρος ὑπὸ μορφὴν κυμάτων τὰ ὁποῖα φθάνοντα εἰς τὸ οὖς γίνονται ἀντιληπτὰ ὡς ἦχοι. Ἑπομένως, ὁ ἦχος εἶναι κυματικῆς φύσεως. Τὰ δὲ κύματα τὰ διεγείροντα τὸ αἰσθητήριον ὄργανον τῆς ἀκοῆς, λέγονται ἠχητικὰ κύματα.

Διὰ τοῦ κενοῦ ὁ ἦχος δὲν διαδίδεται.

§ 22. **Μουσικοὶ ἦχοι, θόρυβοι, κρότοι.** Οἱ ἦχοι διακρίνονται εἰς μουσικοὺς ἤχους, θορύβους καὶ κρότους. Οἱ ***μουσικοὶ ἦχοι*** παράγονται ἀπὸ περιοδικὴν κίνησιν τῆς πηγῆς, ἤτοι ἀπὸ ταλάντωσιν σταθερᾶς συχνότητος (§ 1).

Ἐὰν ἡ ταλάντωσις τῆς πηγῆς εἶναι ἁπλῆ ἁρμονικὴ ταλάντωσις ὁ ἦχος λέγεται *ἁπλοῦς*. Ἂν ἡ ταλάντωσις τῆς πηγῆς ἔχει μὲν σταθερὰν συχνότητα N ἀλλὰ δὲν εἶναι ἁρμονικὴ ταλάντωσις, τότε ὁ ἀντίστοιχος μουσικὸς ἦχος λέγεται *σύνθετος*. Ἐπειδή, κάθε ταλάντωσις συχνότητος N ἀναλύεται εἰς ἁπλᾶς Α.Τ. μὲ συχνότητας N, 2N, 3N... (βλέπε § 4) ἕπεται ὅτι κάθε σύνθετος μουσικὸς ἦχος συχνότητος N δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἀποτέλεσμα τῆς ἐπαλληλίας ***ἁπλῶν ἤχων*** ἐχόντων συχνότητας N (*θεμελιώδης ἦχος* ἢ πρῶτος ἁρμονικός), 2N (δεύτερος ἁρμονικός), 3N (τρίτος ἁρμονικός)... (Ἡ ὄντως ὑφισταμένη συχνότης εἶναι ἡ συχνότης N τῆς ὄχι ἁρμονικῆς ταλαντώσεως τῆς πηγῆς. Ἔχομεν ὅμως τὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα ἂν θεωρήσωμεν ἐπαλλήλους ἁρμονικὰς ταλαντώσεις μὲ συχνότητας N, 2N, 3N.... καὶ μὲ κατάλληλα πλάτη καὶ ἀρχικὰς φάσεις).

Ὁ σύνθετος μουσικὸς ἦχος προκαλεῖ ἐν γένει εὐάρεστον συναίσθημα, ἐνῶ ὁ ἁπλοῦς εἶναι μᾶλλον, ἀνιαρός. Κατὰ κανόνα τὰ παλλόμενα σώματα παράγουν σύνθετον ἦχον.

Ὁ ***θόρυβος*** παράγεται ἀπὸ διαφόρους ἠχητικοὺς κραδασμοὺς ὄχι περιοδικοὺς ἀλλὰ μεταβλητῆς συχνότητος οἱ ὁποῖοι μιγνύονται ἐπὶ ἕνα χρονικὸν διάστημα.

Ὁ *κρότος* παράγεται ἀπὸ ἠχητικὸν κῦμα βραχείας διαρκείας, τοῦ ὁποίου τὸ πλάτος ταχύτατα ἐλαττοῦται καὶ μηδενίζεται.

§ 23. Χαρακτῆρες τῶν μουσικῶν ἤχων. Ἕκαστος μουσικὸς ἦχος ἔχει τρία χαρακτηριστικά, τὰ ὁποῖα τὸν ξεχωρίζουν ἀπὸ ἕνα ἄλλον: *ὕψος, ἔντασιν* καὶ *χροιάν*.

α΄) **Ὕψος**. Τὸ ὕψος εἶναι ὁ χαρακτὴρ διὰ τοῦ ὁποίου διακρίνομεν ἕνα ὀξύτερον ἀπὸ ἕνα βαρύτερον ἦχον.

Τὸ ὕψος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν *συχνότητα* τῆς ταλαντώσεως. Οἱ ὀξεῖς ἦχοι ἔχουν μεγάλην συχνότητα παλμῶν ἀνὰ sec καὶ οἱ βαρεῖς, μικρὰν συχνότητα. Ἐννοεῖται ὅτι εἰς τὴν περίπτωσιν συνθέτου μουσικοῦ ἤχου, τὸ ὕψος τοῦ ἤχου χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὴν συχνότητα τοῦ θεμελιώδους ἤχου (ἡ ὁποία εἶναι καὶ ἡ πραγματικὴ συχνότης τῆς πηγῆς).

Ἐὰν λάβωμεν π.χ. ὡς συχνότητα τοῦ φθόγγου do μιᾶς μουσικῆς κλίμακος, 256 παλμοὺς ἀνὰ sec οἱ ἑπόμενοι φθόγγοι τῆς μουσικῆς (διατονικῆς) κλίμακος θὰ ἔχουν τὰς κάτωθι συχνοτητας:

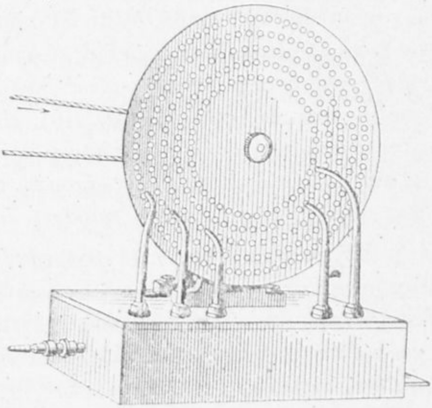
	do		re		mi		fa		sol		la		si		dó
	256		288		320		341,3		384		426,7		480		512
λόγοι		$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{16}{15}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{16}{15}$	

Ὁ *λόγος τῶν συχνοτήτων* δύο φθόγγων λέγεται *μουσικὸν διάστημα* μεταξὺ αὐτῶν. Τὸ μουσικὸν διάστημα μεταξὺ do καὶ dó εἶναι 2:1 καὶ λέγεται «ὀγδόη». Τὸ μεταξὺ do καὶ sol καὶ τὸ ἀπὸ fa ἕως dó εἶναι 3:2 καὶ λέγεται «πέμπτη». Τὸ μικρότερον διάστημα τὸ ὁποῖον ὑπάρχει εἰς τὴν διατονικὴν κλίμακα εἶναι 16:15 καὶ λέγεται *ἡμιτόνιον*. Τὰ διαστήματα 9:8 καὶ 10:9 λέγονται *τόνοι*.

Εἰς τὴν μουσικὴν χρησιμοποιεῖται σήμερον, ἀντὶ τῆς ἀνωτέρω διατονικῆς κλίμακος, ἡ λεγομένη «χρωματικὴ κλῖμαξ» εἰς τὴν ὁποίαν ἡ ὀγδόη χωρίζεται ὄχι εἰς 7 ἀλλ᾽ εἰς 12 *ἴσα* διαστήματα, ἕκαστον τῶν ὁποίων ἀντιπροσωπεύει λόγον συχνοτήτων $\sqrt[12]{2}=1{,}059$. Οἱ λογάριθμοι τῶν συχνοτήτων τῶν διαδοχικῶν φθόγγων τῆς χρωματικῆς κλίμακος, αὐξάνονται κατ᾽ ἀριθμητικὴν πρόοδον.

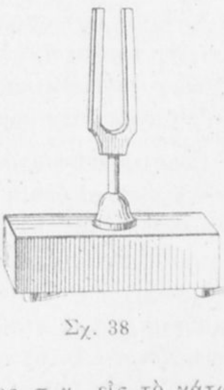
Ὁ βαρύτερος, ἀκουστὸς εἰς τὸ ἀνθρώπινον οὖς ἦχος ἔχει συχνότητα 16 Hz καὶ ὁ ὀξύτερος, 20 000 Hz. Κύματα μὲ συχνότητα ἔξω τοῦ διαστήματος τούτου δὲν γίνονται ἀντιληπτὰ ἀπὸ τὸ ἀνθρώπινον οὖς. Οἱ εἰς τὴν μουσικὴν χρησιμοποιούμενοι φθόγγοι ἔχουν συχνότητας μεταξὺ 16 καὶ 4 000 Hz.

Διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ ὕψους ἑνὸς μουσικοῦ ἤχου χρησιμεύει ἡ **«*σειρὴν μὲ ὀπὰς*»** (σχ. 37). Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ κυκλικὸν δίσκον φέροντα ἰσαπεχούσας κυκλικὰς ὀπάς, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ τεθῆ εἰς περιστροφήν. Ἐὰν διὰ στενοῦ σωλῆνος, προσφυσήσωμεν ρεῦμα ἀέρος εἰς μίαν σειρὰν στρεφομένων ὀπῶν, τότε τὸ ρεῦμα τοῦτο διακόπτεται καὶ ἀποκαθίσταται διαδοχικῶς καὶ δημιουργεῖται τοιουτοτρόπως μία περιοδικὴ μεταβολὴ τῆς πιέσεως τοῦ ἀέρος ἡ ὁποία παράγει ἠχητικὸν κῦμα. Ἡ συχνότης τοῦ παραγομένου ὑπὸ τῆς σειρῆνος ἤχου, ἰσοῦται πρὸς τὸ πλῆθος τῶν ὀπῶν αἱ ὁποῖαι παρελαύνουν εἰς 1 sec πρὸ τοῦ ἀεροφυσίου καὶ δύναται νὰ ὑπολογισθῆ ἀπὸ τὸ πλῆθος τῶν στροφῶν ἀνὰ sec τοῦ δίσκου καὶ ἀπὸ τὸ ὁλικὸν πλῆθος τῶν ὀπῶν ἐπὶ τῆς περιφερείας. Διὰ νὰ μετρήσωμεν τὸ ὕψος ἑνὸς ὡρισμένου ἤχου, ἀρκεῖ νὰ παράγωμεν διὰ τῆς σειρῆνος (ρυθμίζοντες τὰς στροφὰς) ἦχον ἰσοϋψῆ πρὸς τὸν ἐξεταζόμενον. Τὸ οὖς διακρίνει ἄριστα ἂν δύο ἦχοι εἶναι ἰσοϋψεῖς ἢ ὄχι.



Σχ. 37
Σειρὴν δι' ὀπῶν.

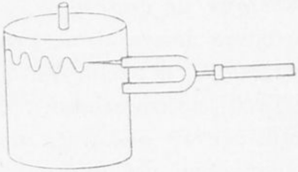
Τὸ **διαπασῶν** (σχ. 38) δύναται νὰ θεωρηθῆ ὡς κεκαμμένη χαλυβδίνη ράβδος ἡ ὁποία δύναται νὰ τεθῆ διὰ κτυπήματος εἰς ἐγκαρσίαν ταλάντωσιν. Κατὰ τὴν ταλάντωσι δημιουργοῦνται εἰς τὰ δύο ἄκρα τοῦ κάτω μέρους τοῦ διαπασῶν, δεσμοὶ τῆς κινήσεως (σχ. 39) ἐνῶ εἰς τὰ ἐλεύθερα ἄκρα καὶ περὶ τὸ μέσον, κοιλίαι. Τὸ κατώτερον ἄκρον τοῦ διαπασῶν ὑφίσταται μικρὰν ταλάντωσιν (σχ. 39) ἡ ὁποία δύναται νὰ διαθοθῆ καὶ εἰς ἄλλο σῶμα, ὅπως π. χ. εἰς τὸ κάτωθεν τοῦ διαπασῶν



Σχ. 38

Σχ. 39

κιβώτιον (ἀντηχεῖον) (σχ. 38). Ἡ συχνότης τοῦ ἤχου τὸν ὁποῖον παράγει ἕνα ὡρισμένον παλλόμενον διαπασῶν δύναται νὰ μετρηθῆ, ἂν τὸ ἓν ἄκρον του εἶναι ἐφωδιασμένον δι᾽ἀκίδος, ἡ ὁποία γράφει ἐπὶ ὁμαλῶς στρεφομένου κυλίνδρου κυματοειδῆ γραμμὴν (σχ. 40). Μετροῦντες τὰ πλήρη κύματα τῆς γραμμῆς τὰ ἀντιστοιχοῦντα εἰς 1 sec ἔχομεν τὸ ὕψος τοῦ ἤχου τὸ ὁποῖον παράγει τὸ διαπασῶν αὐτό.



Σχ. 40

β´) **Ἔντασις.** Ὅσον ἰσχυρότερον κρούσωμεν ἕνα διαπασῶν ἢ μίαν τεταμένην χορδήν, τόσον ἰσχυρότερος ἦχος παράγεται δηλ. ἦχος μεγαλυτέρας *ἐντάσεως*. Συνεπῶς ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου ἐξαρτᾶται κατά τινα τρόπον ἀπὸ τὸ *πλάτος* τῆς ταλαντώσεως τῆς πηγῆς καὶ αὐξάνει μετὰ τοῦ πλάτους. Ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου εἰς μίαν ἀπόστασιν r ἀπὸ τῆς ἠχητικῆς πηγῆς θὰ ἠδύνατο νὰ ὁρισθῇ καθ᾽ ὃν τρόπον ὁρίζεται ἡ ἔντασις τοῦ φωτισμοῦ εἰς μίαν ἀπόστασιν r ἀπὸ τῆς φωτεινῆς πηγῆς (βλ. φωτομετρίαν), βάσει τῆς ἐνεργείας Φ τὴν ὁποίαν ἐκπέμπει ἡ ἠχητικὴ πηγὴ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Ὡς ἐκ τούτου ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου θὰ ἠδύνατο νὰ ἐκφρασθῇ εἰς Watts ἀνὰ cm^2 καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως.

γ) **Χροιὰ (ἢ ποιόν).** Χροιὰ εἶναι ὁ χαρακτὴρ διὰ τοῦ ὁποίου διακρίνονται ἀπ᾽ ἀλλήλων δύο ἰσοϋψεῖς ἦχοι, (π.χ. κιθάρας καὶ βιολίου). Ἡ χροιὰ εἶναι γνώρισμα τῶν συνθέτων ἤχων καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς ἐντάσεις τῶν ἁρμονικῶν οἱ ὁποῖοι συνοδεύουν τὸν θεμελιώδη ἦχον. Ἡ χαρακτηριστικὴ διαφορὰ ποιότητος μεταξὺ τῶν ἤχων τῶν παραγομένων ἀπὸ τὰ διάφορα μουσικὰ ὄργανα ἔγκειται εἰς τὸ ὅτι οἱ διάφοροι ἁρμονικοὶ ἔχουν σχετικῶς πρὸς τὸν θεμελιώδη, διαφορετικὰς ἐντάσεις εἰς τὰ διάφορα ὄργανα. (Αἱ «σχετικαὶ ἐντάσεις» τῶν ἁρμονικῶν εἶναι διαφορετικαί).

δ´) **Ὑπέρηχοι.** Ἐλαστικαὶ κυμάνσεις μὲ συχνότητα μεγαλυτέραν τῶν 20 000 παλμῶν ἀνὰ sec αἱ ὁποῖαι, ὡς εἴδομεν, δὲν εἶναι ἀντιληπταὶ διὰ τοῦ ἀνθρωπίνου ὠτός, καλοῦνται ***ὑπέρηχοι.*** Οἱ ὑπέρηχοι μεταφέρουν πολὺ μεγαλυτέραν ἐνέργειαν ἀπὸ τὰ συνήθη ἠχητικὰ κύματα καὶ ἔχουν μεγαλυτέραν διεισδυτικότητα. Ἐκτὸς ἄλλων ἐφαρμογῶν των, χρησιμοποιοῦνται εἰς τὰ πλοῖα διὰ βυθομετρήσεις. Ἐκ τοῦ χρόνου τὸν ὁποῖον χρειάζεται ὁ ἐντὸς τοῦ ὕδατος παραγόμενος (δι᾽ ἠλεκτρικῆς μεθόδου) ὑπέρηχος, ἵνα ἐπιστρέψη, ἀνακλώμενος ἐπὶ τοῦ βυθοῦ καὶ ἐκ τῆς γνωστῆς ταχύτητος διαδόσεως τοῦ ἤχου ἐντὸς τοῦ ὕδατος (1450 $m.sec^{-1}$), ὑπολογίζεται τὸ βάθος τοῦ βυθοῦ.

§ 24. Ἀκουστότης. Τὸ φυσιολογικὸν ἀκουστικὸν αἴσθημα τὸ ὁποῖον ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου δημιουργεῖ εἰς ἡμᾶς, λέγεται *ἀκουστότης τοῦ ἤχου*. Ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ φυσικὴ ἔντασις (ροὴ ἐνεργείας) ἑνὸς ἤχου, τόσον ἰσχυρότερον ἀκουστικὸν αἴσθημα προκαλεῖ. Ἡ ἀκουστότης λοιπόν, αὐξάνεται μετὰ τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου ἀλλὰ δὲν διαπιστοῦται ἀναλογία τις μεταξὺ τῆς αὐξήσεως τῆς ἐντάσεως καὶ τῆς αὐξήσεως τῆς προκαλουμένης αἰσθήσεως δηλ. τῆς ἀκουστότητος. Διὰ ν' ἀντιληφθῶμεν ὅτι ἕνας ἦχος εἶναι ἰσχυρότερος ἑνὸς ἄλλου πρέπει νὰ ὑπάρχῃ αὔξησις τῆς φυσικῆς ἐντάσεως, τουλάχιστον κατὰ 10%. Τὰ πειράματα δεικνύουν ὅτι ὅταν ἡ φυσικὴ ἔντασις τοὺ ἤχου βαίνει αὐξανομένη κατὰ γεωμετρικὴν πρόοδον, ἡ ἀντίστοιχος προκαλουμένη εἰς τὸ οὖς φυσιολογικὴ αἴσθησις, αὐξάνεται κατ' ἀριθμητικὴν πρόοδον. Τοῦτο διατυποῦται ὡς ἑξῆς: ἴσαι αὐξήσεις τοῦ λογαρίθμου τῆς φυσικῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου, προκαλοῦν ἴσας αὐξήσεις τοῦ ἀντιστοίχου φυσιολογικοῦ αἰσθήματος εἰς τὸ οὖς, δηλαδὴ ἴσας αὐξήσεις τῆς ἀκουστότητος. Καίτοι ἡ ἀκουστότης εἶναι ὑποκειμενικὸν αἴσθημα, ἐθεωρήθη σκόπιμον νὰ δοθῇ ἕνας τρόπος μετρήσεως αὐτῆς ἡ δὲ χρησιμοποιουμένη μονὰς ἀκουστότητος καταλλήλως ὁριζομένη, λέγεται Phon. Οἱ μόλις ἀκουόμενοι ἦχοι χαρακτηρίζονται ἀπὸ 0 ἢ 1 Phon ἐνῶ οἱ ἀνυπόφοροι εἰς τὸ οὖς ἦχοι οἱ ὁποῖοι λόγῳ μεγάλης ἐντάσεως δημιουργοῦν αἴσθημα πόνου χαρακτηρίζονται μὲ 130 Phon.

* **Bel, decibel, Phon.** Ἐὰν δύο ἦχοι ἔχουν φυσικὰς ἐντάσεις I_1 καὶ I_2 τότε λέγομεν ὅτι ἔχουν διαφορὰν ἀκουστότητος ἴσην πρὸς λογ (I_1/I_2) Bels ἢ 10λογ (I_1/I_2) decibels. Ὥστε, ἂν ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου δεκαπλασιασθῇ, ἐπειδὴ λογ10=1, ἡ ἀκουστότης του αὐξάνεται κατὰ 1 Bel ἢ 10 decibels.

Τὸ Phon ὁρίζεται μὲ βάσιν τὸν ἦχον συχνότητος 1000 Hz. Δέχονται ὅτι διὰ νὰ εἶναι μόλις ἀκουστὸς ὁ βασικὸς αὐτὸς ἦχος πρέπει νὰ ἔχῃ φυσικὴν ἔντασιν $I_0 = 10^{-16}$ watt/cm². Δηλ. τὸ I_0 εἶναι τὸ minimum τῆς ἐντάσεως ἡ ὁποία πρέπει νὰ προσπέσῃ, εἰς τὸ οὖς διὰ νὰ εἶναι μόλις ἀκουστὸς ὁ βασικὸς ἦχος, τῶν 1000 Hz. Διὰ ἔντασιν I τοῦ ἤχου αὐτοῦ, ὁρίζεται ὡς ἀντίστοιχος ἀκουστότης ἡ ποσότης 10λογ(I/I_0) Phons. Ἡ ἀκουστότης τοῦ (βασικοῦ πάντοτε) ἤχου αὐξάνει κατὰ 1 Phon ὅταν ἡ ἔντασίς του πολλαπλασιάζεται ἐπὶ 1,259. Διότι διὰ δύο ἐντάσεις I_1 καὶ I_2 αἱ ἀντίστοιχοι ἀκουστότητες εἶναι 10 λογ(I_1/I_0) Phons καὶ 10λογ(I_2/I_0) Phons. Αὗται διαφέρουν κατὰ 10λογ(I_1/I_2) Phons καὶ ἂν $I_1/I_2=1,259$ ἡ διαφορὰ καθίσταται 10 λογ 1,259= =10.0,1=1 Phon.

Διὰ νὰ ἐκτιμηθῇ ἡ ἀκουστότης ἑνὸς δεδομένου ἤχου, παράγεται ὁ βασικὸς ἦχος εἰς τοιαύτην ἔντασιν ὥστε τὸ οὖς νὰ κρίνῃ τοὺς δύο ἤχους ὡς ἔχοντας τὴν ἰδίαν ἀκουστότητα. Τότε, ὡς ἀκουστότης τοῦ δεδομένου ἤχου θεωρεῖται ἡ τοῦ βασικοῦ.

§ 25. Διάδοσις τοῦ ἤχου διὰ τοῦ ἀέρος. Ἡ διάδοσις τοῦ ἤχου διὰ τοῦ ἀέρος δὲν εἶναι ἄλλο τι ἀπὸ τὴν διάδοσιν ἑνὸς κύματος ἐντὸς ἐλαστικοῦ μέσου. Τὸ ἠχητικὸν κῦμα τὸ ὁποῖον, ἡ ἠχογόνος πηγὴ διαδίδει εἰς τὸν ἀέρα, εἶναι πάντοτε ἕνα διάμηκες κῦμα (§ 10, β'). Κατὰ μῆκος τῆς ἠχητικῆς ἀκτῖνος σχηματίζονται πυκνώματα καὶ ἀραιώματα τοῦ ἀέρος τὰ ὁποῖα προχωροῦν μὲ τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου (βλ. σχ. 24). Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν πυκνωμάτων ἢ ἀραιωμάτων ἰσοῦται ἐνταῦθα πρὸ τὸ μῆκος κύματος τοῦ ἤχου. Ἐννοεῖται ὅτι δὲν ἔχομεν ροὴν ὕλης ἀλλὰ μόνον περιοδικὴν μεταβολὴν τῆς πιέσεως τοῦ ἀέρος εἰς κάθε περιοχὴν τοῦ κυματικοῦ πεδίου μὲ διάφορον φάσιν ἀπὸ τόπου εἰς τόπον καὶ οὕτω ἡ κατανομὴ τῶν πυκνωμάτων καὶ ἀραιωμάτων μετατοπίζεται.

Ὅταν ὁ ἦχος διαδίδεται ἐντὸς σωλῆνος (σχ. 24), τὸ μέτωπον τοῦ κύματος εἶναι ἐπίπεδον. Ὅταν ὁ ἦχος διαδίδεται καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις τότε τὸ μέτωπον κύματος εἶναι σφαιρικὸν καὶ σχηματίζονται πάλιν, πυκνώματα καὶ ἀραιώματα ἔχοντα σχῆμα σφαιρικὸν μὲ κέντρον τὴν ἠχογόνον πηγήν, τὰ ὁποῖα προχωροῦν μὲ τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ ἤχου.

Διὰ τῶν ὑγρῶν. τὰ ἠχητικὰ κύματα διαδίδονται καθ' ὅμοιον τρόπον καὶ εἶναι πάλιν. διαμήκη κύματα.

§ 26. Ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου. α') Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα προσδιορίζεται δι' ἀμέσου μετρήσεως, προκύπτει ὅμως καὶ θεωρητικῶς. Ἐκ τῶν μετρήσεων εὑρέθη ὅτι ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα, εἰς θερμοκρασίαν 20^0C εἶναι ἴση πρὸς 340 m/sec ἐνῷ εἰς 0^0C εἶναι 331 m/sec

Ὁ θεωρητικὸς τύπος τῆς ταχύτητος υ τοῦ ἤχου ἐντὸς ἀερίου πιέσεως p καὶ πυκνότητος ϱ εἶναι ὁ ἀκόλουθος:

$\upsilon = \sqrt{\dfrac{p\gamma}{\varrho}}$ ὅπου γ ὁ λόγος τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τοῦ ἀερίου (§ 9, β', (3)). *Διὰ τὸν ἀέρα, $\gamma=1,4$.* (Εἰς ἀπολύτους μονάδας ὁ τύπος δίδει τὸ υ εἰς cm/sec ἐφ' ὅσον ἡ p εἶναι εἰς dynes/cm^2 καὶ τὸ ϱ εἰς gr/cm^3). Ὁ θεωρητικὸς τύπος συμφωνεῖ καλῶς μὲ τὰ ἐξαγόμενα τῶν παρατηρήσεων. ***Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ ἀέρια*** ἔχει τὰς ἑπομένας ἰδιότητας (προκυπτούσας ἀπὸ τὸν θεωρητικὸν τύπον).

i) ***Εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς συχνότητος (ὕψους) τοῦ ἤχου.***

Δηλ. ὀξεῖς καὶ βαρεῖς ἦχοι διαδίδονται εἰς τὸν ἀέρα μετὰ τῆς αὐτῆς ταχύτητος.

ii) ***Ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος (ἢ ἀερίου).*** Ἡ ταχύτης υ_0 τοῦ ἤχου εἰς 0 βαθμοὺς Κελσίου καὶ ἡ ταχύτης υ_θ αὐτοῦ εἰς θ βαθμοὺς Κελσίου συνδέονται διὰ τῆς σχέσεως

(1) $$\boxed{\upsilon_\theta = \upsilon_0 \sqrt{1+\alpha\theta}}$$

ὅπου $\alpha = 1/273\ \mathrm{grad}^{-1}$, ὁ θερμικὸς συντελεστὴς τῶν ἀερίων.

iii) ***Εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς πιέσεως τοῦ ἀερίου ἐντὸς τοῦ ὁποίου μεταδίδεται.***

Εἰς τὰ ὑγρὰ ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἶναι μεγαλυτέρα παρὰ εἰς τὰ ἀέρια· εἰς δὲ τὰ στερεὰ ὁ ἦχος διαδίδεται ταχύτερον παρὰ εἰς τὰ ὑγρά.

β΄) Ὅταν σῶμα κινῆται ἐν τῷ ἀέρι μὲ ταχύτητα μεγαλυτέραν τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου ($\approx$1224 km/h) λέγομεν ὅτι ἔχει **ὑπερηχητικὴν** ταχύτητα. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν δημιουργοῦνται ἐν τῷ ἀέρι δύο ἰσχυρὰ κύματα, ἕνα κῦμα πιέσεως ἐξερχόμενον ἀπὸ τὴν κεφαλὴν τῆς βολίδος καὶ ἕνα κῦμα ἀραιώσεως ἐξερχόμενον ἀπὸ τὴν οὐρὰν αὐτῆς, τὰ ὁποῖα λέγονται *κύματα κρούσεως*. Ἡ βολὶς προηγεῖται πάντοτε τῶν δύο τούτων κυμάτων ὡς ἔχουσα ταχύτητα μεγαλυτέραν τῆς ταχύτητος κύματος ἐν τῷ ἀέρι. Ὅταν δὲ ἡ ταχύτης τῆς βολίδος κατέλθη κάτω τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου, τὰ δύο κρουστικὰ κύματα διαλύονται.

§ 27. Μῆκος κύματος τοῦ ἤχου. Γνωρίζομεν ὅτι τὸ μῆκος κύματος λ, ἡ συχνότης N καὶ ἡ ταχύτης υ διαδόσεως τοῦ κύματος συνδέονται διὰ τῆς σχέσεως

(1) $$\upsilon = \lambda N$$

Δι᾽ ἕνα ὁποιονδήποτε ἦχον, ἡ ταχύτης διαδόσεώς του υ, εἰς τὸν ἀέρα εἶναι γνωστή, πάντοτε ἡ ἰδία δι᾽ ὅλους τοὺς ἤχους, καὶ ἴση πρὸς 331 m/sec εἰς 0^0C. Ἑπομένως ἐκ τοῦ τύπου (1) δυνάμεθα νὰ εὑρίσκωμεν τὸ μῆκος κύματος ἑνὸς ἤχου, ὅταν δοθῇ ἡ συχνότης (ἢ ὕψος) τοῦ ἤχου (καὶ ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀέρος). Π.χ. ὁ φθόγγος do τῆς διατονικῆς κλίμακος ἔχει συχνότητα N=256 καὶ συνεπῶς εἰς 0^0C θὰ ἔχῃ μῆκος κύματος 331/256 μέτρων = 1,29 m.

ΠΗΓΑΙ ΤΩΝ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΗΧΩΝ

§ 28. Χορδαί. α΄) **Ταχύτης διαδόσεως ἐγκαρσίου κύματος κατὰ μῆκος τεταμένης χορδῆς.** Ἂς θεωρήσωμεν χορδὴν τεταμένην τῆς ὁποίας τὰ ἄκρα εἶναι στερεωμένα, πληττομένην καθέτως εἰς ἕνα σημεῖόν της. Ἡ εἰς τὸ πληττόμενον σημεῖον δημιουργουμένη περιοδικὴ διαταραχὴ διαδίδεται κατὰ μῆκος τῆς χορδῆς, ὡς ἐγκάρσιον κῦμα, μὲ ταχύτητα διαδόσεως ἔστω c. Ἐὰν καλέσωμεν F τὴν δύναμιν ἡ ὁποία τείνει τὴν χορδὴν (τάσιν τῆς χορδῆς) καὶ μ τὴν γραμμικὴν πυκνότητα τῆς χορδῆς (δηλ. τὴν μᾶζαν ἀνὰ μονάδα μήκους τῆς χορδῆς), ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ ταχύτης c ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὰ F καὶ μ, ὡς κάτωθι :

(1) $$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad \text{(ἐγκάρσιον κῦμα).}$$

(Εἰς ἀπολύτους μονάδας, τὸ c ἐκφράζει cm/sec, τὸ F, dynes καὶ τὸ μ, gr/cm).

Ἡ τάσις F δύναται νὰ θεωρηθῆ ὡς ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν ἡ χορδὴ ἐξασκεῖ ἐπὶ ἑ κ ά σ τ ο υ τῶν δύο ἀκλονήτων στηριγμάτων ἐφ' ὧν εἶναι προσδεδεμένη. Ἡ γραμμικὴ πυκνότης μ δύναται προφανῶς νὰ ὑπολογισθῆ συναρτήσει τῆς ἀκτῖνος r τῆς ἐγκαρσίας τομῆς τῆς χορδῆς καὶ τῆς πυκνότητος ρ τῆς χορδῆς διὰ τοῦ τύπου :

(2) $$\mu = \pi r^2 \cdot 1 \cdot \rho = \pi r^2 \rho .$$

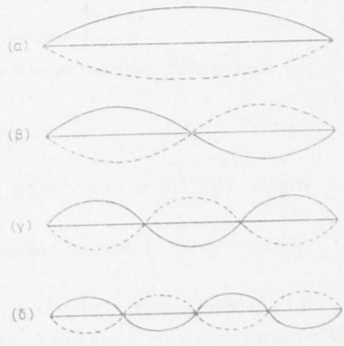
β') **Κύμανσις τεταμένης χορδῆς.** Ἡ ἀνωτέρω θεωρηθεῖσα χορδή, πληττομένη καθέτως εἰς ἕνα σημεῖον της καταλαμβάνεται ὁλόκληρος ἀπὸ μίαν κ ύ μ α ν σ ι ν. Ἡ κύμανσις αὐτὴ δύναται πάντοτε, νὰ ἑρμηνευθῆ ὡς ἐπαλληλία πολλῶν, ἁπλουστάτων κυμάνσεων, κατὰ τὸν ἀκόλον τρόπον. Ἡ περιοδικὴ διαταραχὴ εἰς τὸ πληττόμενον σημεῖον διαδίδεται ὡς ***κῦμα*** (ἐγκάρσιον, ἔστω) κατὰ μῆκος τῆς χορδῆς (καὶ κατὰ τὰς δύο ἀντιθέτους φοράς). Εἰς τὰ δύο ἀνένδοτα ἄκρα τῆς χορδῆς, τὸ κῦμα τοῦτο ἀνακλᾶται καὶ τὰ ἀνακλώμενα κύματα, ἐπιστρέφοντα, συμβάλλουν καὶ δημιουργοῦν στάσιμον κῦμα (§ 12). Ἐπειδὴ δὲ αἱ ἀνακλάσεις τοῦ ἀρχικοῦ κύματος εἰς τὰ ἄκρα, συνεχίζονται ἀδιαλείπτως, δημιουργοῦνται ὑπὸ τῶν ἀντιθέτως, βαινόντων ἀνακλωμένων κυμάτων, διάφορα ἐν γένει στάσιμα κύματα. *Πλὴν ὅμως, τὰ δύο ἀκλόνητα ἄκρα τῆς χορδῆς ἐπιτρέπουν τὴν δημιουργίαν στασίμων κυμάτων, μόνον μιᾶς ὡρισμένης μορφῆς.* Διότι, εἰς τὰ δύο στερεωμένα ἄκρα, ἡ ταλάντωσις ἐμποδίζεται καὶ σχηματίζονται ἐκεῖ, ὑποχρεωτικῶς, ***δεσμοὶ*** τοῦ στασίμου κύματος, οἱ ὁποῖοι ὀφείλουν ν' ἀπέχουν ἀπ' ἀλλήλων κατὰ ἀκέραιον πολλαπλάσιον τοῦ ἡμίσεως μήκους κύματος (βλ. σελ. 30).

Ἑπομένως, εἶναι δυνατά, μόνον στάσιμα κύματα εἰς τὰ ὁποῖα τὸ μῆκος L τῆς χορδῆς εἶναι ἀκέραιον πολλαπλάσιον τοῦ ἡμικύματος :

$L=\nu\lambda_\nu/2$. Εἰς τὴν χορδὴν λοιπὸν δύνανται νὰ ἐμφανισθοῦν μόνον, τοιαῦτα στάσιμα κύματα, τῶν ὁποίων τὸ μῆκος κύματος εἶναι:

(3) $\lambda_\nu=2L/\nu$, $\nu=1, 2, 3, \ldots$, $L=$μῆκος χορδῆς

Διὰ $\nu=1$ λαμβάνομεν *τὴν θεμελιώδη ταλάντωσιν* τῆς χορδῆς καθ' ἣν τὸ μῆκος τοῦ ἐπ' αὐτῆς στασίμου κύματος εἶναι $2L$, τὰ δύο ἄκρα εἶναι ***διαδοχικοὶ*** δεσμοὶ καὶ μία μόνον κοιλία σχηματίζεται εἰς τὸ μέσον τῆς χορδῆς ὡς δεικνύει τὸ διάγραμμα (α) τοῦ σχ. 41. Τὰ λοιπὰ στάσιμα κύματα τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ λάβουν χώραν ἐπὶ τῆς χορδῆς, σύμφωνα μὲ τὴν ἐξίσωσιν (3) ἔχουν μήκη κύματος $2L/2$, $2L/3$, $2L/4\ldots$ καὶ ἐμφανίζουν κατὰ συνέπειαν ἐνδιαμέσους δεσμούς. Οὕτω, διὰ $\nu=2$, $\nu=3$, $\nu=4$ ἔχομεν ἀντιστοίχως, στάσιμα κύματα παριστώμενα ὑπὸ τῶν διαγραμμάτων (α), (β), (γ) τοῦ σχ. 41.



Σχ. 41
Ταλαντώσεις χορδῆς τεταμένης

Τὰ ἀνωτέρω δυνατὰ στάσιμα κύματα εἶναι ἐν γένει, παρόντα εἰς τὴν τελικὴν κύμανσιν τῆς χορδῆς. Γενικῶς, ἡ ταλάντωσις τῆς χορδῆς (ἢ μᾶλλον ἡ κύμανσις αὐτῆς) συνίσταται ἀπὸ τὴν ἐπαλληλίαν τῆς θεμελιώδους ταλαντώσεως (α) μὲ τὰς λοιπὰς ἐπὶ μέρους ταλαντώσεως ὅπως αἱ (β), (γ), (δ) αἱ ὁποῖαι δύνανται νὰ δημιουργηθοῦν ἐπὶ τῆς χορδῆς.

γ΄) **Ὕψος τοῦ ἤχου τὸν ὁποῖον παράγει μία χορδή.** Ἡ θεμελιώδης ταλάντωσις (σχ. 41, (α)) τὴν ὁποίαν ἐκτελεῖ χορδὴ μήκους L ἔχει μίαν σταθερὰν συχνότητα N (δηλ. ὅλα τὰ σημεῖα τῆς χορδῆς δονοῦνται μὲ τὴν αὐτὴν συχνότητα, ὅπως συμβαίνει εἰς κάθε στάσιμον κῦμα). Κατὰ συνέπειαν διαδίδει εἰς τὸν ἀέρα, ἠχητικὸν κῦμα συχνότητος πάλιν, N, καὶ παράγεται ἦχος ὕψους N, ὅστις εἶναι ὁ θεμελιώδης, ὑπὸ τῆς χορδῆς παραγόμενος ἦχος.

Αἱ ἐπὶ μέρους ταλαντώσεις κατὰ τὰ διαγράμματα (β), (γ), (δ) τοῦ σχ. 41, προσθέτουν τοὺς ἁρμονικοὺς ἤχους, τοὺς ἔχοντας συχνότητας $2N$, $3N\ldots$ καὶ οὕτω δημιουργεῖται τὸ ποιὸν τοῦ ἤχου. Τὸ N, δύναται νὰ ὑπολογισθῇ ἐκ τοῦ τύπου (1) ἂν ἐκφράσωμεν τὸ c συναρτήσει τοῦ μήκους κύματος, τὸ ὁποῖον εἶναι $2L$ διὰ τὸ διάγραμμα (α) καὶ τῆς συχνότητος N τοῦ στασίμου κύματος: $c=2LN$ (βλ. § 8, β΄) ὁπότε ὁ (1) δίδει: $2LN=\sqrt{F/\mu}$ καί:

(4) $$\boxed{N=\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}}$$ (ὕψος τοῦ θεμελιώδους ἤχου τῆς χορδῆς).

Ὁ ἁρμονικὸς τάξεως ν θὰ ἔχῃ συχνότητα

(4΄) $$N=\frac{\nu}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}.$$

Βάσει τοῦ (2) ὁ (4) γίνεται

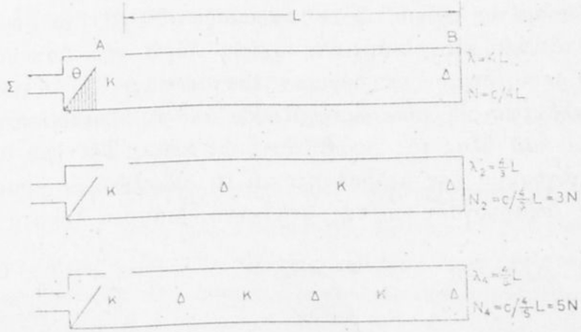
(5) $$N=\frac{1}{2Lr}\sqrt{\frac{F}{\pi\varrho}}$$ (ὕψος θεμελιώδους ἤχου).

Ὁ (5) περιγράφει τοὺς λεγομένους *«νόμους τῶν χορδῶν»* οἱ ὁποῖοι καὶ πειραματικῶς ἐπαληθεύονται. (Π.χ. ἂν τετραπλασιασθῇ, ἐννεαπλασιασθῇ... ἡ τάσις F, τότε διπλασιάζεται, τριπλασιάζεται,... τὸ ὕψος τοῦ παραγομένου ἤχου. Ἂν τὸ μῆκος L τῆς χορδῆς, ὑποδιπλασιασθῇ τότε ὁ ἦχος ὀξύνεται εἰς τὸ διπλάσιον ὕψος κτλ.).

§ 29. Ἠχητικοὶ σωλῆνες. Οἱ ἠχητικοὶ σωλῆνες, εἶναι κατ᾿ ἀρχήν, σωλῆνες μὲ στερεὰ τοιχώματα, οἱ ὁποῖοι παράγουν ἦχον ὅταν τεθῇ εἰς κύμανσιν ἡ ἐντὸς αὐτῶν περιεχομένη ἀέριος στήλη. Οὗτοι διεγείρονται συνήθως διὰ προσφυσήσεως ρεύματος ἀέρος (σχ. 42 καὶ 43) ὁ ὁποῖος ἐμφυσώμενος διὰ σωλῆνος Σ εἰσέρχεται εἰς τὸν θάλαμον Θ, πλήττει τὸ χεῖλος Α μιᾶς παραπλεύρου σχισμῆς τοῦ σωλῆνος καὶ παράγει ἐκεῖ μίαν διαταραχὴν τοῦ ἀέρος. Ἡ διαταραχὴ αὐτὴ διεγείρει ὁλόκληρον τὴν ἀέριον στήλην τοῦ σωλῆνος εἰς μίαν κύμανσιν προσδιοριζομένην ἀπὸ τὰς εἰς τὰ ἄκρα τῆς ἀερίου στήλης ἐπικρατούσας συνθήκας. Ἡ σχισμὴ Α εἶναι ἓν ἀνοικτὸν ἄκρον τῆς ἀερίου στήλης καὶ ἐκεῖ ἔχομεν μονίμως, μεγίστου πλάτους ταλαντώσεις τῶν τμηματιδίων τοῦ ἀέρος. Ἐὰν καὶ τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ σωλῆνος εἶναι ἀνοικτὸν (σχ. 42) τότε ἡ ἀέριος στήλη πάλλεται μὲ δύο ἐλεύθερα ἄκρα τὰ ὁποῖα εἶναι κοιλίαι τῆς κυμάνσεως. (*Ἀνοικτός, ἠχητικὸς σωλήν*). Ἡ θεμελιώδης ταλάντωσις τῆς ἀερίου στήλης εἰς τὸν ἀνοικτὸν ἠχητικὸν σωλῆνα ἔχει λοιπὸν δύο διαδοχικὰς κοιλίας ἀπεχούσας κατὰ τὸ μῆκος L τοῦ ἠχητικοῦ σωλῆνος, ἄρα τὸ μῆκος κύματος αὐτῆς εἶναι $\lambda=2L$ καὶ ἡ συχνότης της $N=c/\lambda=c/2L$ ὅπου c ἡ ταχύτης διαδόσεως (ἐπιμήκους) κύματος ἐντὸς τοῦ ἀέρος. Ἡ θεμελιώδης ταλάντωσις

Σχ. 42

Τρόποι ταλαντώσεως τῆς ἀερίου στήλης ἀνοικτοῦ ἠχητικοῦ σωλῆνος



Σχ. 43

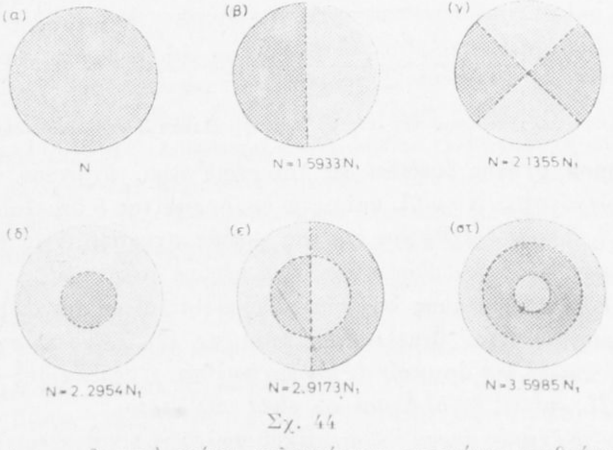
Τρόποι ταλαντώσεως τῆς ἀερίου στήλης κλειστοῦ ἠχητικοῦ σωλῆνος

τῆς ἀερίου στήλης διαδίδει εἰς τὸν πέριξ ἀέρα, ἠχητικὸν κῦμα τῆς ἰδίας συχνότητος $N = c/2L$ καὶ οὕτω δημιουργεῖται ὁ θεμελιώδης ἦχος ὕψους N. Ὅπως ἐλέχθη καὶ διὰ τὰς χορδάς, σχηματίζονται ἐντὸς τῆς ἀερίου στήλης τοῦ σωλῆνος καὶ ἐπὶ μέρους ταλαντώσεις (στάσιμα κύματα), μὲ ἐνδιαμέσους δεσμοὺς καὶ κοιλίας αἱ ὁποῖαι δημιουργοῦν τοὺς ἁρμονικοὺς τοῦ θεμελιώδους ἤχου (σχ. 42). Ἀπὸ τὸ σχ. 42 βλέπομε ὅτι: *«εἰς ἕνα ἀνοικτὸν ἠχητικὸν σωλῆνα, ἡ θεμελιώδης συχνότης εἶναι $c/2L$, πάντες δὲ οἱ ἁρμονικοὶ εἶναι παρόντες»*.

Ἐὰν τὸ ἕτερον ἄκρον τοῦ ἠχητικοῦ σωλῆνος εἶναι κλειστὸν (*κλειστὸς ἠχητικὸς σωλήν*), τότε κατ' ἀνάγκην, εἰς τὸ κλειστὸν ἄκρον σχηματίζεται δεσμὸς τῆς κυμάνσεως. Ἐπειδὴ δὲ ἡ ἀπόστασις μιᾶς κοιλίας (εἰς A) καὶ ἑνὸς δεσμοῦ (εἰς B, σχ. 43) ἰσοῦται μὲ τὸ τέταρτον τοῦ μήκους τοῦ στασίμου κύματος, διὰ τοῦτο ἡ θεμελιώδης ταλάντωσις τῆς ἀερίου στήλης, ἔχει μῆκος κύματος 4L καὶ συχνότητα N=c/4L. Τὰ δυνατὰ στάσιμα κύματα εἰς τὸν κλειστὸν ἠχητικὸν σωλῆνα φαίνονται εἰς τὸ σχ. 43. Βλέπομεν ὅτι: *«Εἰς ἕνα κλειστὸν ἠχητικὸν σωλῆνα ἡ θεμελιώδης συχνότης εἶναι N=c/4L, συνυπάρχουν δὲ μόνον οἱ ἁρμονικοὶ περιττῆς τάξεως»*. Ἐξ αὐτοῦ ἀπορρέει ἡ διαφορὰ ποιοῦ τοῦ ἤχου τῶν δύο τύπων τῶν ἠχητικῶν σωλήνων. Παρατηροῦμεν ἐπίσης ὅτι: *ὑπὸ τὸ αὐτὸ μῆκος, ὁ ἀνοικτὸς ἠχητικὸς σωλὴν παράγει ἦχον διπλασίου ὕψους ἢ ὁ κλειστὸς* (κατὰ μίαν ὀκτάδα ὑψηλότερον).

§ 30. Μεβρᾶναι καὶ πλᾶκες. Πρὸς παραγωγὴν μουσικῶν ἤχων χρησιμοποιοῦνται καὶ ὡρισμένα σώματα μὲ πάχος λίαν μικρὸν ἐν σχέσει μὲ τὰς δύο ἄλλας διαστάσεις των: μεβρᾶναι καὶ πλάκες.

Ἡ εὔκαμπτος μεβράνη τείνεται ἐπὶ ἀκινήτου πλαισίου καὶ τότε ἀποκτᾶ ὡρισμένον σχῆμα. Ἐὰν παραμορφωθῇ εἰς ἕνα σημεῖον, τείνει νὰ ἐπανέλθη εἰς τὸ ἀρχικὸν σχῆμα λόγῳ τῆς ἀσκουμένης τάσεως (ἡ ὁποία δημιουργεῖ δύναμιν ἐπαναφορᾶς) καὶ οὕτω δημιουργεῖται ταλάντωσις ἡ ὁποία ἐκπηγάζουσα ἀπὸ τὸ πληττόμενον σημεῖον διαδίδεται καθ᾽ ὅλας τὰς διευθύνσεις ὡς κῦμα. Τὸ κῦμα ἀνακλᾶται εἰς τὸ περίγραμμα τῆς μεμβράνης καὶ τὰ ἀνακλώμενα κύματα συμβάλλοντα δημιουργοῦν ἐπὶ τῆς μεμβράνης διάφορα δυνατὰ στάσιμα



Σχ. 44

Διάφοροι δυνατοὶ τρόποι ταλαντώσεως τεταμένης μεμβράνης διακρινόμενοι ἀπὸ τὰς δεσμικὰς γραμμάς. Ἡ συχνότης N ἑκάστης ἰδιαιτέρας ταλαντώσεως παρέχεται συναρτήσει τῆς θεμελιώδους συχνότητος N.

κύματα ἔχοντα ἕκαστον ἰδίαν συχνότητα. Ἡ θεμελιώδης ταλάντωσις τῆς μεμβράνης ἔγκειται εἰς τὴν δημιουργίαν ἐπ' αὐτῆς στασίμου κύματος μὲ δεσμὸν τὸ περίγραμμα τῆς μεβράνης (σχ. 44 (α)), ἐνῶ ὅλα τὰ ἄλλα σημεῖα ἐκτελοῦν συγχρόνους ταλαντώσεις συχνότητος Ν καὶ πλάτους μειουμένου ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν περιφέρειαν. Τὰ ἄλλα δυνατὰ στάσιμα κύματα τὰ ὁποῖα ἠμποροῦν νὰ δημιουργηθοῦν, παρίστανται εἰς τὸ σχ. 44, ὅπου αἱ ἐστιγμέναι γραμμαὶ δεικνύουν τοὺς δεσμοὺς τοῦ στασίμου κύματος. Τὰ στάσιμα αὐτὰ κύματα ἔχουν ἰδίας συχνότητας καὶ προσθέτουν εἰς τὸν θεμελιώδη τόνον, ἐπὶ μέρους τόνους, οἱ ὁποῖοι δὲν εἶναι ἁρμονικοὶ τοῦ θεμελιώδους, διότι τὰ ὕψη των δὲν εἶναι ἀκέραια πολλαπλάσια τοῦ ὕψους τοῦ θεμελιώδους.

Ἡ μεταλλικὴ πλὰξ ἐξ ἄλλου, ἔχει μόνιμον σχῆμα καὶ ἀντιτάσσει εἰς τὴν παραμόρφωσιν, ἰδίας ἐλαστικὰς δυνάμεις, χωρὶς τὴν βοήθειαν πλαισίου. Αὕτη, τίθεται εἰς ταλάντωσιν κατ' ἀνάλογον τρόπον μὲ τὴν μεμβράνην. (Φυσικά, τὸ περίγραμμα θὰ εἶναι τώρα, κοιλία τῆς κυμάνσεως καὶ τὸ στερεωμένον κέντρον, δεσμός).

Αἱ μεμβρᾶναι καὶ πλάκες χρησιμοποιοῦνται εἰς τὰ διαφράγματα τῶν τηλεφώνων καὶ μικροφώνων.

§ 31. Ἀρχὴ λειτουργίας τοῦ φωνογράφου. Ὁ φωνογράφος, ἐπινοηθεὶς ὑπὸ τοῦ Thomas A. Edison τὸ 1887, εἶναι συσκευὴ χρησιμεύουσα διὰ τὴν καταγραφὴν τῶν ἤχων (φωνοληψίαν), καθὼς ἐπίσης καὶ διὰ τὴν ἀναπαραγωγὴν τῶν καταγραφέντων ἤχων. Ἡ ἀρχὴ λειτουργίας τοῦ φωνογράφου, ὅπως οὗτος κατεσκευάσθη ὑπὸ τοῦ Edison, εἶναι ἡ ἑξῆς: Ὁ πρὸς ἀποτύπωσιν ἦχος παράγεται ἔμπροσθεν κυκλικοῦ ἐλαστικοῦ διαφράγματος τὸ ὁποῖον τίθεται ὑπὸ τῶν ἠχητικῶν κυμάτων εἰς κραδασμόν. Ἐπὶ τοῦ διαφράγματος προσκολλᾶται ὀξεῖα ἀκίς, ἡ ὁποία χαράσσει αὔλακα ἑλικοειδῆ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας κυλίνδρου ἐκ κηροῦ στρεφομένου ἰσοταχῶς περὶ τὸν ἄξονά του καὶ συγχρόνως, προχωροῦντος κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονός του. Ἡ αὔλαξ φέρει ἐναλλαγὰς βάθους, ἀντιστοιχούσας εἰς τοὺς κραδασμοὺς τῆς ἠχητικῆς πηγῆς τῆς δονούσης τὴν μεμβράνην. Οὕτω γίνεται ἀποτύπωσις τοῦ ἤχου.

Διὰ τὴν ἀναπαραγωγὴν τοῦ ἤχου ἀντικαθίσταται τὸ διάφραγμα δι' ἄλλου, φέροντος ἀμβλεῖαν ἀκίδα, ἡ ὁποία, ἀκολουθοῦσα τὴν ἐπὶ τοῦ κυλίνδρου αὔλακα μεταδίδει εἰς τὸ διάφραγμα τὰς αὐτὰς ἀκριβῶς δονήσεις, αἱ ὁποῖαι ἐξετελέσθησαν κατὰ τὴν καταγραφὴν τοῦ ἤχου. Οὕτω ὑπὸ τοῦ διαφράγματος ἀναπαράγεται ὁ ἦχος.

Σήμερον ἡ φωνοληψία γίνεται δι᾽ ἠλεκτρικῆς καταγραφῆς, τῇ βοηθείᾳ μικροφώνου ἡ δὲ βελόνη καταγράφει ἑλικοειδῆ γραμμὴν ἐπὶ κηρίνου δίσκου. Ἐκ τοῦ κηρίνου δίσκου κατασκευάζεται δι᾽ ἠλεκτρολύσεως χάλκινον ἀρνητικὸν ἀντίτυπον τὸ ὁποῖον χρησιμεύει ὡς μήτρα διὰ τὴν παραγωγὴν σειρᾶς φωνογραφικῶν δίσκων.

§ 32. Συντονισμὸς - Συνήχησις. α΄) **Συντονισμός.** Ἐὰν σῶμα ἢ σύστημα, κέκτηται μίαν φυσικὴν συχνότητα ταλαντώσεως N, προσιδιάζουσαν εἰς αὐτό, ὅπως π.χ. ἕνα ἐκκρεμές, μιὰ χορδὴ τεταμένη ἢ μεμβράνη τεταμένη κ.τ.λ., τότε λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα ἔχει *ἰδίαν συχνότητα* ἢ ***ἰδιοσυχνότητα,*** N. Ἡ ἰδιοσυχνότης N χαρακτηρίζεται ἐκ τοῦ ὅτι τὸ σῶμα, τεθὲν εἰς ταλάντωσιν καὶ ἀφεθὲν κατόπιν ἐλεύθερον, διατηρεῖ ἐπί τινα χρόνον τὴν κτηθεῖσαν συχνότητα N. Φυσικά, αἱ ἐξωτερικαὶ ἀντιστάσεις καὶ τριβαὶ ἐξασθενοῦν κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον ταχέως, τὸ ***πλάτος*** τῆς ταλαντώσεώς του. Ἐὰν ἡ ἐξασθένισις αὐτὴ εἶναι ταχεῖα λέγομεν ὅτι ἡ ταλάντωσις ἔχει *μεγάλην ἀπόσβεσιν* ἂν δὲ βραδεῖα, *μικρὰν ἀπόσβεσιν*. Π.χ. ἐκκρεμὲς ἐντὸς τοῦ ἀέρος, ἔχει μικρὰν ἀπόσβεσιν, ἐντὸς δὲ τοῦ ὕδατος, μεγάλην.

Ἐὰν ἐπὶ συστήματος ἔχοντος ἰδιοσυχνότητα N ἀσκεῖται περιοδικῶς, δύναμις μὲ συχνότητα N′ τότε τὸ σύστημα, ἐκτελεῖ τελικῶς, ***ἐξηναγκασμένην ταλάντωσιν*** μὲ τὴν συχνότητα N′ τῆς δυνάμεως. (Ἀποδεικνύεται ὅτι διὰ νὰ ἐπιτευχθῇ μόνιμος ἐξηναγκασμένη ταλάντωσις τοῦ συστήματος, ἀπαραίτητος προϋπόθεσις εἶναι ἡ ὕπαρξις μιᾶς «ἀποσβέσεως» (βλέπε ἀνωτέρω). Ἄνευ αὐτῆς, αἱ περιοδικαὶ ὤσεις τῆς δυνάμεως, ἐπιφέρουν μίαν ἄτακτον κίνησιν εἰς τὸ σύστημα, χωρὶς ποτὲ νὰ ἐπικρατήσῃ ἡ ἐξωτερικῶς ἐπιβαλλομένη συχνότης N′).

Ὅταν δημιουργηθῇ ἡ ἐξηναγκασμένη ταλάντωσις, παρατηρεῖται τὸ ἑξῆς φαινόμενον:

Τὸ πλάτος τῆς ἐξηναγκασμένης ταλαντώσεως εἶναι τόσον μεγαλύτερον, ὅσον περισσότερον τὸ N′ πλησιάζει πρὸς τὸ N καὶ γίνεται μέγιστον, ὅτατ N′=N. Ἡ πραγματοποίησις μεγίστου πλάτους ταλαντώσεως, ἡ λαμβάνουσα χώραν ὅταν αἱ N καὶ N′ εἶναι περίπου ἴσαι, λέγεται ***συντονισμός.***

Οὕτω π.χ., ἂν ἐπὶ αἰωρουμένου ἐκκρεμοῦς δίδωμεν μικρὰς ὠθήσεις ἀνὰ ἴσα χρονικὰ διαστήματα καὶ ἡ συχνότης τῶν ὤσεων τούτων συμπίπτει μὲ τὴν ἰδιοσυχνότητα τοῦ ἐκκρεμοῦς, τότε μετά τινα χρόνον θὰ ἐπέλθῃ συντονισμός, αἱ ὠθήσεις θὰ προστίθενται καὶ τὸ πλάτος τῆς αἰωρήσεως θὰ γίνῃ σημαντικῶς μέγα. Εἰς μικροτέραν κλίμακα θὰ συμβῇ τὸ ἴδιον ἂν ἡ συχνότης τῶν ὤσεων διαφέρει ὀλίγον τῆς ἰδιοσυχνότητος τοῦ ἐκκρεμοῦς. Ἂν ὅμως ἡ περίοδος τῶν ὤσεων διαφέρει σημαντικῶς ἀπὸ τὴν περίοδον τοῦ ἐκκρεμοῦς, τότε τὸ ἀνωτέρω φαινόμενον τῆς αὐξήσεως τοῦ πλάτους αἰωρήσεως δὲν λαμβάνει χώραν. Τὸ ἐκκρεμὲς ἐκτελεῖ ἐξηναγκασμένας κινήσεις τῶν ὁποίων τὸ πλάτος δὲν βαίνει αὐξανόμενον, ἀλλὰ δυνατὸν καὶ νὰ ἐλαττοῦται μέχρι μηδενισμοῦ.

Ἄλλο παράδειγμα συντονισμοῦ ἔστω τὸ ἑξῆς:

Ἐὰν ἐξαρτήσωμεν δύο ἰσομήκη ἐκκρεμῆ ἀπὸ δύο σημεῖα τεταμένου ὁριζοντίου σχοινίου καὶ θέσωμεν τὸ ἓν ἐκκρεμές εἰς ταλάντωσιν, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι μετ' ὀλίγον καὶ τὸ δεύτερον ἐκκρεμὲς ἀρχίζει νὰ αἰωρῆται μὲ πλάτος ταλαντώσεως διαρκῶς αὐξάνον μέχρις ὅτου ἐξισωθῇ μὲ τὸ πλάτος τοῦ πρώτου. Ἐνταῦθα τὸ πρῶτον ἐκκρεμὲς μεταδίδει περιοδικὰς ὤσεις εἰς τὸ δεύτερον διὰ κύματος διαδιδομένου διὰ τοῦ ἀέρος καὶ διὰ τοῦ σχοινίου καὶ ἐπειδὴ αἱ περίοδοι καὶ συνεπῶς καὶ αἱ συχνότητες τῶν δύο ἐκκρεμῶν εἶναι ἴσαι, ἐπέρχεται συντονισμὸς καὶ αἱ ταλαντώσεις τοῦ δευτέρου φθάνουν τὸ μέγιστον πλάτος των. Τὸ φαινόμενον τοῦτο συμβαίνει καὶ ὅταν τὰ μήκη (καὶ συνεπῶς καὶ αἱ συχνότητες) τῶν ἐκκρεμῶν διαφέρουν ὀλίγον. Δὲν συμβαίνει δέ, δηλαδὴ τὸ δεύτερον ἐκκρεμὲς ***δὲν τίθεται εἰς αἰώρησιν,*** ὅταν τὸ μῆκος του διαφέρῃ πολὺ ἀπὸ τοῦ πρώτου.

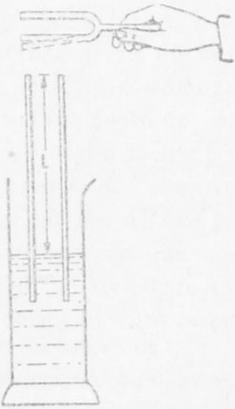
Εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα, αἱ ταλαντώσεις τῶν δύο ἐκκρεμῶν λέγονται ***συνεζευγμέναι ταλαντώσεις***, ἡ δὲ ὀνομασία αὐτὴ δίδεται καὶ εἰς ὅλα τὰ ὅμοια φαινόμενα εἰς τὰ ὁποῖα δύο συστήματα τῆς αὐτῆς περίπου ἰδιοσυχνότητος δύνανται νὰ ἀλληλοεπηρρεάζωνται.

Τὸ φαινόμενον τοῦ συντονισμοῦ δυνάμεθα νὰ ἐκφράσωμεν ὡς ἑξῆς: *«Ἐὰν σύστημα (δέκτης) ἔχον ἰδίαν συχνότητα N δέχεται ἔξωθεν περιοδικὴν ἐπίδρασιν συχνότητος N', τὸ πλάτος τῶν ταλαντώσεων τοῦ δέκτου αὐξάνει ἐὰν ἡ συχνότης N' τοῦ ἐπιδρῶντος αἰτίου πλησιάζει πρὸς τὴν συχνότητα N τοῦ δέκτου. Τὸ μέγιστον δὲ πλάτος ἐπιτυγχάνεται ὅταν $N' = N$».*

Εἰς τὰς τεχνικάς, μηχανικάς, κατασκευὰς ὁ συντονισμὸς πρέπει ν' ἀποφεύγεται ἐκεῖ ὅπου τὰ πολὺ μεγάλα πλάτη ταλαντώσεως συνεπάγονται μεγάλας παραμορφώσεις τῶν μερῶν τῆς κατασκευῆς καὶ ἑπομένως κίνδυνον θραύσεως αὐτῶν. Οὕτω π.χ. μία λειτουργοῦσα μηχανὴ ἑδραζομένη ἐπὶ βάσεως προκαλεῖ περιοδικὰς κρούσεις ἐπὶ τῆς βάσεως. Ἡ συχνότης τῶν κρούσεων καὶ ἡ ἰδία συχνότης τῆς βάσεως πρέπει νὰ διαφέρουν πολύ, ἵνα μὴ ἐπέλθῃ συντονισμὸς καὶ αἱ ταλαντώσεις τῆς βάσεως λάβουν ὑπερβολικὸν πλάτος.

β΄) **Συνήχησις.** Ὁ συντονισμὸς παρουσιάζεται εἰς τὴν ἀκουστικὴν ὡς ἑξῆς: Τὸ κῦμα μιᾶς ἠχογόνου πηγῆς διαδιδόμενον ἐξ ἀποστάσεως (συνήθως διὰ τοῦ ἀέρος), φθάνει εἰς ἕνα ἄλλο σῶμα ἔχον τὴν αὐτὴν ἰδιοσυχνότητα μὲ τὴν πηγήν, ὁπότε τὸ δεύτερον αὐτὸ σῶμα διεγείρεται καὶ παράγει ἦχον ἰσοϋψῆ πρὸς τὸν ἀρχικόν. Τὸ φαινόμενον αὐτὸ καλεῖται ***συνήχησις*** καὶ εἶναι μία περίπτωσις συντονισμοῦ.

Οὕτω π.χ. ἐὰν ἠχοῦν διαπασῶν παράγον ἕνα ὡρισμένον φθόγγον τῆς μουσικῆς κλίμακος, πλησιάσωμεν εἰς μίαν κιθάραν κανονικῶς χορδισμένην, ἀκούομεν ἀπὸ τὴν κιθάραν νὰ παράγεται ὁ αὐτὸς μουσικὸς φθόγγος. Δηλαδὴ μία χορδὴ τῆς κιθάρας ***συνηχεῖ*** μὲ τὸ διαπασῶν ἐνῷ αἱ ἄλλαι χορδαὶ δὲν διεγείρονται.



Σχ. 45
Συνήχησις
ἀερίου στήλης.

Δι᾽ ἑνὸς διαπασῶν, δυνάμεθα ἐπίσης νὰ θέσωμεν εἰς ἰσχυρὰν ταλάντωσιν στήλην ἀέρος εὑρισκομένην ἐντὸς σωλῆνος καταλλήλου μήκους ὡς φαίνεται εἰς τὸ σχ. 45. Ἐὰν μεταβάλλωμεν τὸ μῆκος L τῆς ἀερίου στήλης τῆςεὑρισκομένης ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, βυθίζοντες περισσότερον ἢ ὀλιγώτερον αὐτὸν ἐντὸς ὕδατος ἐνῷ συγχρόνως ὑπεράνω τοῦ σωλῆνος εὑρίσκεται ἠχοῦν διαπασῶν, τότε ἀκούομεν τὸν ἦχον τοῦ διαπασῶν, ἐνισχυόμενον τὰ μέγιστα διὰ συνηχήσεως, ὅταν τὸ μῆκος L τῆς ἀερίου στήλης ἰσοῦται μὲ 1/4, 3/4, 5/4 ... τοῦ μήκους κύματος τοῦ ἐκπεμπομένου ὑπὸ τοῦ διαπασῶν ἤχου (βλ. κλειστοὺς ἠχητικοὺς σωλῆνας § 29).

§ 33. Ἀντηχεῖα—Ἀνάλυσις καὶ σύνθεσις τῶν ἤχων.

α΄) **Ἀντηχεῖα.** Ἐὰν ἠχοῦν διαπασῶν πλησιάσωμεν εἰς ξύλινον κιβώτιον ἀνοικτὸν κατὰ τὸ ἓν ἄκρον, τότε ἂν αἱ διαστάσεις τοῦ κιβωτίου εἶναι κατάλληλοι, ὁ ἐντὸς τοῦ κιβωτίου ἀὴρ *συνηχεῖ* μὲ τὸ διαπασῶν καὶ ὁ ἦχος τοῦ διαπασῶν ἐνισχύεται. Ἡ ἐνίσχυσις εἶναι ἐντονωτάτη ὅταν ἡ θεμελιώδης συχνότης τῆς ταλαντώσεως τοῦ ἐντὸς τοῦ κιβωτίου ἀέρος συμπίπτει μὲ τὴν συχνότητα τοῦ διαπασῶν. Τὸ κιβώτιον τοῦτο, μὲ τὰς καταλλήλους διαστάσεις, τὸ ὁποῖον ἐνισχύει τὸν ἦχον εἶναι ἕνα *ἀντηχεῖον*.

Γενικῶς, ὀνομάζονται ***ἀντηχεῖα***, κοιλώματα καταλλήλου μεγέθους καὶ σχήματος περιέχοντα ἀέρα καὶ χρησιμεύοντα διὰ τὴν ἐνίσχυσιν τῶν ἤχων. Τὰ ἀντηχεῖα τῶν μουσικῶν ὀργάνων (βιολίου, κιθάρας κλπ.) ἐνισχύουν ὅλους τοὺς παραγομένους ὑπὸ τῶν χορδῶν φθόγγους. Τοῦτο ἐπιτυγχάνεται χάρις εἰς τὸ εἰδικὸν σχῆμα αὐτῶν.

Ἀλλά, κατασκευάζονται καὶ ἀντηχεῖα ἐνισχύοντα μόνον ἕνα ἦχον (ἐκεῖνον τὸν ὁποῖον δύναται νὰ παράγῃ ὁ ἐντὸς αὐτῶν ἀὴρ διεγειρόμενος), ὅπως λ.χ. τὸ ἀντηχεῖον τοῦ διαπασῶν.

β΄) **Ἀνάλυσις καὶ σύνθεσις τῶν ἤχων.** *Ἐὰν ἐπὶ ἀντηχείου ἔχοντος μίαν χαρακτηριστικὴν ἰδιοσυχνότητα Ν, προσπέσῃ μῖγμα (δηλ. ἐπαλληλία) ἤχων, τὸ ἀντηχεῖον συνηχεῖ μόνον ὅταν μεταξὺ τῶν συγχρόνως προσπιπτόντων ἤχων ὑπάρχῃ καὶ ὁ ἦχος μὲ συχνότητα Ν.*

Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς ταύτης στηριζόμενος ὁ Helmholtz ἐπέτυχε τὴν ἀνάλυσιν τῶν συνθέτων ἤχων κατασκευάσας εἰδικὰ σφαιρικὰ ἀντηχεῖα ΑΒ. Ὁ μικρὸς σωλὴν Β εἰσάγεται εἰς τὸ οὖς ἐνῶ πρὸ τοῦ Α παράγεται ὁ ἦχος. Τὸ κάθε ἀντηχεῖον τοῦ Helmholtz ἐνισχύει ἕνα μόνον ἦχον.

Σχ. 46
Ἀντηχεῖον τοῦ Helmholtz

Ἀνευρίσκων λοιπὸν ὁ Helmholtz ποῖα ἀντηχεῖα διεγείρονται ἀπὸ ἕναν δεδομένον ἦχον, προσδιώριζε τοὺς ἁπλοῦς ἤχους ἀπὸ τοὺς ὁποίους συνίστατο ὁ ἐξεταζόμενος ἦχος, δηλαδὴ ἔκαμε ἀνάλυσιν τοῦ ἤχου τούτου. Οὕτω ἀπέδειξεν ὅτι ἡ χροιὰ τοῦ μουσικοῦ ἤχου ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ πλῆθος καὶ τὴν ἔντασιν τῶν ἁρμονικῶν ποὺ συνοδεύουν τὸν θεμελιώδη. Ὅταν ὁ θεμελιώδης συνοδεύεται ὑπὸ ἄλλων μὴ ἁρμονικῶν (τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες δὲν εἶναι ἀκέραια πολλαπλάσια τῆς συχνότητος τοῦ θεμελιώδους) τότε ἔχομεν ἦχον σύνθετον, ἀλλὰ ὄχι μουσικὸν δηλ. στερούμενον μουσικοῦ χαρακτῆρος.

Ὁ Helmholtz εὗρεν ὅτι ὑπάρχουν καὶ ***ἁπλοῖ ἦχοι***, δηλαδὴ μὴ συνοδευόμενοι ἀπὸ ἄλλους. Δι᾽ αὐτοὺς συνηχεῖ ἓν μόνον ἀντηχεῖον καὶ δὲν ξεχωρίζουν μεταξύ των κατὰ τὴν χροιάν.

Ἐπίσης ὁ Helmholtz ἐπέτυχε τὴν δημιουργίαν διαφόρων συνθέτων ἤχων (μεταξὺ τῶν ὁποίων ἦσαν καὶ φωνήεντα ἀνθρωπίνης φωνῆς) διὰ τῆς συγχρόνου συνηχήσεως ὡρισμένων ἀντηχείων (*σύνθεσις ἤχων*).

§ **34. Ἀνάκλασις τοῦ ἤχου.** Τὸ ἠχητικὸν κῦμα προσπῖπτον ἐπὶ ἐμποδίου, ἀνακλᾶται, σύμφωνα μὲ τοὺς νόμους τῆς ἀνακλάσεως τῶν κυμάτων (§ 14). Ὁ ἐξ ἀνακλάσεως προκύπτων ἦχος εἶναι ὡς νὰ προέρχεται ἀπὸ τὸ συμμετρικὸν τῆς ἠχητικῆς πηγῆς ὡς πρὸς τὸ ἐπίπεδον ἀνακλάσεως.

Ἡ ἐπανάληψις ἑνὸς ἤχου ἡ προερχομένη ἐξ ἀνακλάσεως, καλεῖται ***ἠχώ.*** Διὰ νὰ γίνη ἀντιληπτὸν τὸ φαινόμενον τῆς ἠχοῦς, πρέπει ὁ παρατηρητὴς νὰ εὑρίσκεται εἰς κατάλληλον ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ τοιχώματος ἐφ' οὗ γίνεται ἡ ἀνάκλασις.

Οὕτω π.χ. διὰ νὰ ἀντιληφθῶμεν τὴν ἠχὼ μιᾶς συλλαβῆς πρέπει ν' ἀπέχωμεν ἀπὸ τὸ τοίχωμα τοὐλάχιστον 17 μέτρα. Τότε ὁ ἦχος διὰ νὰ ἐπιστρέψη εἰς ἡμᾶς πρέπει νὰ διανύση $17 + 17 = 34$ μέτρα, ἄρα θὰ χρειασθῆ 1/10 sec. Συνεπῶς ὁ ἐξ ἀνακλάσεως ἦχος θὰ προσπέση εἰς τὸ οὖς μας 1/10 sec μετὰ τὴν ἐκφώνησιν τῆς συλλαβῆς καὶ δὲν θὰ συγχέεται μὲ τὸν ἀπ' εὐθείας ἦχον. Διότι τὸ οὖς δύναται νὰ διακρίνη ἀπ' ἀλλήλων δύο βραχεῖς ἤχους προσπίπτοντας εἰς αὐτὸ 1/10 sec ὁ εἷς μετὰ τὸν ἄλλον. Διὰ ν' ἀκούσωμεν τὴν ἠχὼ δισυλλάβου λέξεως πρέπει ν' ἀπέχωμεν ἀπὸ τὸ τοίχωμα 2×17 m. Ἐκ πολλαπλῶν ἀνακλάσεων δυνάμεθα νὰ ἔχωμεν *πολλαπλῆν ἠχώ.*

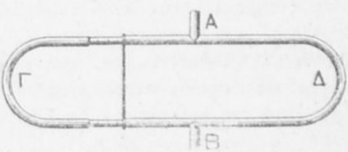
Ὅταν ὁ ἐξ ἀνακλάσεως ἦχος συγχέεται μὲ τὸν ἀπ' εὐθείας ἀκουόμενον, τότε ἔχομεν μετήχησιν, δηλ. ἐνίσχυσιν τοῦ ἤχου, (λ.χ. εἰς αἴθουσαν γυμνὴν ἐπίπλων κλπ.).

Ἡ *«ἀκουστικὴ ἑνὸς χώρου»* ἐξαρτᾶται, ὄχι μόνον ἀπὸ τὸ γεωμετρικὸν σχῆμα τοῦ χώρου, ἀλλὰ καὶ ἀπὸ τὰ ἀντικείμενα τὰ τοποθετημένα εἰς αὐτόν. Π. χ., τάπητες, παραπετάσματα, ἐπένδυσις τῶν τοίχων, συνάθροισις πολλῶν ἀτόμων, ἀπορροφοῦν (ἀποσβέννουν) τὸ μέγιστον μέρος τοῦ προσπίπτοντος ἤχου καὶ ἐλαττώνουν τὴν μετήχησιν. Ἐξ ἄλλου ἡ ἠχὼ καὶ ἡ μετήχησις, εἰς μεγάλους χώρους δύναται ν' ἀποβῆ λίαν δυσάρεστος, ὅταν συγχέεται μὲ τὴν ἀπ' εὐθείας ὁμιλίαν ἢ μὲ τὴν ἐντὸς τοῦ χώρου ἐκτελουμένην μουσικήν. Ἐκ τούτου προκύπτει εἰς τὴν Ἀρχιτεκτονικὴν τὸ δύσκολον πρόβλημα τῆς ἀκουστικῆς τῶν χώρων, τοῦ ὁποίου ἱκανοποιητικὴ λύσις δὲν δύναται συνήθως νὰ προδιαγραφῆ καὶ τὸ ὁποῖον ἐξετάζεται βάσει πολλῶν, γενικῶν ἐμπειρικῶν γνώσεων. Ὡρισμέναι μορφαὶ χώρων παρουσιάζουν ἰδιάζοντα ἀκουστικὰ φαινόμενα προερχόμενα ἐξ ἀνακλάσεων τοῦ ἤχου. Οὕτω π.χ. ὅταν ὁ ἦχος ἐξέρχεται ἀπὸ τὴν ἑστίαν μιᾶς ἐλλείψεως, συγκεντροῦται ἀνακλώμενος ἐπ' αὐτῆς, εἰς τὴν ἄλλην ἑστίαν, λόγῳ τῶν γεωμετρικῶν ἰδιοτήτων τῆς καμπύλης αὐτῆς.

Διὰ τῆς ὁλικῆς ἀνακλάσεως τῶν ἠχητικῶν κυμάτων (§ 17, β΄) ἐξηγεῖται ἡ μετάδοσις τοῦ κρότου μιᾶς ἐκρήξεως ἢ πυροβολισμοῦ εἰς μεγάλας ἀποστάσεις, εἰς τὰς ὁποίας ὁ ἦχος εἶναι ἀδύνατον νὰ φθάσῃ ἀπ᾽ εὐθείας. Τὰ κρουστικὰ κύματα (§ 26, β΄) φθάνοντα εἰς τὸ σύνορον δύο στρωμάτων τῆς ἀτμοσφαίρας εἰς ὕψος 40 — 80 km εἶναι δυνατὸν νὰ ὑποστοῦν ὁλικὴν ἀνάκλασιν ἐπὶ τοῦ συνόρου τούτου ἐφ᾽ ὅσον αἱ συνθῆκαι πυκνότητος τῶν δύο στρωμάτων καὶ ἡ γωνία προσπτώσεως, εἶναι κατάλληλοι. Τότε, ἀνακλώματα, φθάνουν πάλιν εἰς τὸ ἔδαφος εἰς ἀπόστασιν 150 km καὶ πλέον ἀπὸ τὸ μέρος τῆς ἐκρήξεως. Μεταξὺ τῆς μεμακρυσμένης ταύτης περιοχῆς εἰς τὴν ὁποίαν γίνονται ἐξ ἀνακλάσεως ἀκουστὰ καὶ τῆς περιοχῆς εἰς τὴν ὁποίαν, τὰ ἠχητικὰ κύματα γίνονται, ἀπ᾽ εὐθείας ἀκουστά, μεσολαβῆ μία περιοχὴ πλάτους 100 — 150 km ἡ ὁποία λέγεται *«ζώνη τῆς σιωπῆς»*, ἐντὸς τῆς ὁποίας ὁ κρότος τῆς ἐκρήξεως δὲν εἶναι ἀκουστός.

§ 35. Διάθλασις καὶ περίθλασις τοῦ ἤχου. Τὰ φαινόμενα τῆς διαθλάσεως, ὁλικῆς ἀνακλάσεως καὶ περιθλάσεως τῶν κυμάτων τὰ ἐξετασθέντα εἰς τὰς § 17 καὶ § 18 λαμβάνουν χώραν, βεβαίως, καὶ εἰς τὰ ἠχητικὰ κύματα. Ἡ διάθλασις τοῦ ἤχου ἀποδεικνύεται πειραματικῶς (ἰδίως διὰ ἤχους μικροῦ μήκους κύματος) μὲ τὴν βοήθειαν φακῶν καὶ πρισμάτων ἐξ εἰδικῆς ὕλης, κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον καθ᾽ ὃν δεικνύεται ἡ διάθλασις τοῦ φωτὸς εἰς τὴν Γεωμετρικὴν ὀπτικήν.

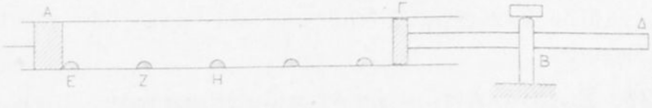
§ 36. Συμβολὴ τῶν ἠχητικῶν κυμάτων. α΄) Τὴν συμβολὴν (§ 11) δύο ἠχητικῶν κυμάτων ἐν τῷ ἀέρι δυνάμεθα νὰ διαπιστώσωμεν διὰ τοῦ ἀκουστικοῦ συμβολομέτρου τοῦ Quincke εἰκονιζομένου εἰς τὸ σχ. 47. Ἠχητικὸν κῦμα εἰσέρχεται διὰ τοῦ στομίου Α εἰς τὸν μεταλλικὸν σωλῆνα ΑΓΒΔ καὶ ἀκούεται διὰ τοῦ στομίου Β. Τὸ κῦμα διαιρεῖται εἰς δύο κύματα διατρέχοντα τοὺς δύο κλάδους ΑΔΒ καὶ ΑΓΒ τοῦ σωλῆνος ἐξ ὧν ὁ μὲν ΑΔΒ εἶναι σταθερὸς ὁ δὲ ΑΓΒ δύναται ὀλισθαίνων νὰ μεταβάλλῃ μῆκος, οὕτως ὥστε τὰ δύο κύματα νὰ φθάνουν εἰς Β μὲ διαφορὰν πορείας (βλ. § 11, β΄). Ὅταν αἱ δύο διαδρομαὶ εἶναι ἰσομήκεις, τὰ δύο κύματα συμβάλλουν εἰς Β ὑπὸ τὴν αὐτὴν φάσιν, αἱ ἐντάσεις προστί-



Σχ. 47
Σωλὴν συμβολῆς ἠχητικῶν (διαμήκων) κυμάτων (Σάλπιγξ τοῦ Quincke)

θενται καὶ ὁ ἦχος ἐνισχύεται. Ἐὰν ὁ ΑΓΒ ἀρχίσῃ νὰ ὀλισθαίνῃ, δημιουργεῖται διαφορὰ πορείας καὶ συνεπῶς καὶ φάσεως, εἰς τὰ εἰς Β συμβάλλοντα ἠχητικὰ κύματα, τοῦτο δὲ ἔχει ὡς συνέπειαν τὴν ἐξασθένησιν ἢ ἐνίσχυσιν τοῦ εἰς Β ἀκουομένου ἤχου. Ἐπειδή, ἀπόσβεσις τοῦ ἤχου λαμβάνει χώραν, ὅταν αἱ δύο διαδρομαὶ ΑΓΒ καὶ ΑΔΒ διαφέρουν κατὰ $\lambda/2$, $3\lambda/2$, $5\lambda/2$ ... ὅπου λ τὸ μῆκος κύματος τοῦ ἤχου (βλ. § 11, β΄), διὰ τοῦτο μεταξὺ δύο διαδοχικῶν ἀποσβέσεων (minima) ἀντιστοιχεῖ ἐπιμήκυνσις τῆς διαδρομῆς ΑΓΔ κατὰ ἓν μῆκος κύματος. Ἐκ τούτου δύναται νὰ μετρηθῇ καὶ τὸ μῆκος κύματος τοῦ εἰς Α παραγομένου ἤχου.

β΄) **Σωλὴν τοῦ Kundt.** Στάσιμα ἠχητικὰ κύματα (§ 12) ἐντὸς ἀερίου γίνονται καταφανῆ διὰ τοῦ *σωλῆνος τοῦ Kundt*, διὰ τοῦ ὁποίου μετρᾶται καὶ ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ διάφορα ἀέρια. Ὁ σωλὴν τοῦ Kundt, εἶναι ἕνας μακρὸς ὑάλινος σωλὴν τοῦ ὁποίου τὸ κάτω μέρος εἶναι κεκαλυμμένον ὑπὸ κόνεως λυκοποδίου (ἢ τριμμάτων φελλοῦ) καὶ τοῦ ὁποίου τὸ ἓν ἄκρον κλείεται ὑπὸ ἐμβόλου Α (σχ. 48). Μία ράβδος ΓΔ μεταλλική, στερεωμένη κατὰ τὸ μέσον της Β, φέρει εἰς τὸ ἓν ἄκρον της δίσκον Γ ὅστις εἰσέρχεται ἀπὸ τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ ὑαλίνου σωλῆνος καὶ ἐφαρμόζει ὡς εἶδος ἐμβόλου. Ἡ ράβδος τίθεται εἰς *διαμήκεις* κραδασμοὺς προστριβομένη κατὰ τὸ ἐλεύθερον ἄκρον της Δ δι' ὑφάσματος ρητινωμένου καὶ παράγει ὀξὺν χαρακτηριστικὸν ἦχον. Τὸ ἔμβολον Γ τίθεται τότε εἰς κραδασμὸν ὁ ὁποῖος διαδίδει εἰς τὸν ἀέρα τοῦ σωλῆνος, ἠχητικὸν



Σχ. 48
Στάσιμον κῦμα ἐντὸς ἀερίου (Σχήματα κόνεως εἰς σωλῆνα Kundt)

κῦμα. Διὰ κατάλληλον θέσιν τοῦ ἐμβόλου Α ἡ ἀέριος στήλη συνηχεῖ μετὰ τοῦ Γ. Δηλαδὴ τὸ εἰς Α ἀνακλώμενον κῦμα συμβάλλει μετὰ τοῦ προσπίπτοντος καὶ δημιουργεῖ στάσιμον κῦμα, ἤτοι σύγχρονον ταλάντωσιν ὁλοκλήρου τῆς ἀερίου στήλης, μὲ δεσμοὺς καὶ κοιλίας (§ 12, σελ. 30). Ἡ κόνις ἐκδιώκεται ὑπὸ τοῦ ἀέρος ἀπὸ τὰς κοιλίας καὶ συσσωρεύεται εἰς τοὺς δεσμοὺς τοῦ κύματος ὑπὸ μορφὴν μικρῶν σωρῶν Ε, Ζ, Η ... Οὕτω γίνεται ἀντιληπτὸν εἰς ἡμᾶς τὸ στάσιμον κῦμα. Ἡ ἀπόστασις ἔστω $\lambda/2$ μεταξὺ δύο διαδοχικῶν σωρῶν ἰσοῦται μὲ τὸ ἥμισυ μῆκος κύματος τοῦ ἐν τῷ ἀέρι τοῦ κυλίνδρου διαδιδομένου ὑπὸ τῆς ἠχογόνου πηγῆς Γ, ἤχου (§ 12, σελ. 30). Οὕτω ἔχομεν μέθοδον μετρήσεως τοῦ μήκους κύματος τοῦ ὑπὸ τοῦ Γ παραγομένου ἤχου.

Ὑπολογισμοί. Ἐὰν Ν ἡ συχνότης τοῦ δίσκου Γ καὶ υ ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα, θὰ ἔχωμεν:

(1) $$\upsilon = \lambda N$$

Ἐὰν ὁ ἀὴρ τοῦ σωλῆνος, ἀντικατασταθῇ δι' ἄλλου ἀερίου καὶ μετρηθῇ πάλιν, διὰ τῆς αὐτῆς μεθόδου, τὸ νέον μῆκος κύματος λ_1 τοῦ ἤχου, ἐντὸς τοῦ νέου ἀερίου θὰ ἔχωμεν:

$$(2) \qquad \upsilon_1 = \lambda_1 N$$

ὅπου υ_1 ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου ἐντὸς τοῦ δευτέρου ἀερίου. Ἐκ τῶν (1) καὶ (2) ἕπεται: $\upsilon_1/\upsilon = \lambda_1/\lambda$ καὶ ἂν ἡ ταχύτης υ τοῦ ἤχου ἐν τῷ ἀέρι εἶναι γνωστή, εὑρίσκεται ἐκ τῆς ἰσότητος ταύτης καὶ ἡ υ_1.

Ἕτερος ὑπολογισμὸς τῆς υ_1 δύναται νὰ γίνῃ ὡς ἑξῆς: Ἂν L τὸ μῆκος τῆς ῥάβδου ΓΔ, τότε, ἐπειδὴ αὕτη εἶναι στερεωμένη κατὰ τὸ μέσον της, τὰ δὲ ἄκρα της εἶναι ἐλεύθερα ἡ θεμελιώδης ταλάντωσίς της ἔχει διαδοχικὰς κοιλίας εἰς τὰ δύο ἄκρα, συνεπῶς μῆκος κύματος 2L. Ἂν N ἡ θεμελιώδης συχνότης τῆς ῥάβδου (καὶ τοῦ Γ, ἐπομένως) καὶ c ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ διαμήκους κύματος ἐντὸς τῆς ῥάβδου, τότε $c = 2LN$. Ἀλλὰ $c = \sqrt{E/\rho}$ ὅπου E τὸ μέτρον ἐλαστικότητος καὶ ρ ἡ πυκνότης τῆς ῥάβδου (τύπος (1), § 9). Συνεπῶς, $\sqrt{E/\rho} = 2LN$ καὶ διαιρέσεως κατὰ μέλη μὲ τὴν (2) ὑπολογίζομεν:

$$\upsilon_1 = \frac{\lambda_1}{2L}\sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

γ΄) **Διακροτήματα.** Κατὰ τὴν συμβολὴν δύο ἤχων μὲ ὀλίγον διαφερούσας συχνότητας (ὕψη) N_1 καὶ N_2 γίνεται ἀντιληπτὸν τὸ φαινόμενον τοῦ διακροτήματος, ὅπως περιεγράφη γενικῶς εἰς τὴν §3,γ΄. Ἀκούονται δηλαδὴ περιοδικαὶ ἐνισχύσεις καὶ ἀποσβέσεις τῆς ἐντάσεως τοῦ συνισταμένου ἤχου αἱ ὁποῖαι μάλιστα προκαλοῦν δυσάρεστον ἀκουστικὸν αἴσθημα.

Ἡ *συχνότης τῶν διακροτημάτων* εἶναι τὸ πλῆθος τῶν μεγίστων τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου, ἀνὰ sec καὶ ἰσοῦται ὡς εἴδομεν εἰς τὴν σελ.10 μὲ $|N_1 - N_2|$.

Περίοδος τῶν διακροτημάτων εἶναι ἡ χρονικὴ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν μεγίστων τῆς ἐντάσεως: $1/|N_1 - N_2|$ sec. Ὅταν ἡ διαφορὰ $|N_1 - N_2|$ αὐξάνει, τὰ διακροτήματα πυκνοῦνται καὶ τέλος συγχέονται εἰς ἕνα ἦχον ὁ ὁποῖος λέγεται καὶ ἦχος «ἐκ διαφορᾶς».

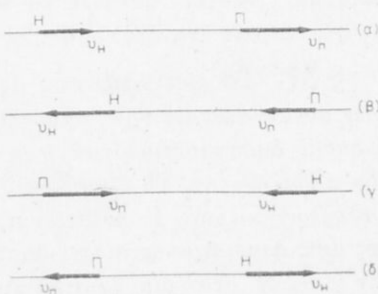
§ 37. Τὸ φαινόμενον Doppler. α΄) Τὸ φαινόμενον Doppler συνίσταται εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ ὕψους τοῦ ἀκουομένου ἤχου ἡ ὁποία διαπιστοῦται ὅταν ἡ ἠχητικὴ πηγὴ κινῆται σχετικῶς πρὸς τὸν παρατηρητήν. Τὸ φαινόμενον Doppler ἀπαντᾶται συχνὰ εἰς τὴν καθημερινὴν ζωήν. Γνωρίζομεν π.χ. ὅτι τὸ ὕψος τοῦ ἤχου τῆς σειρῆνος μιᾶς ἀτμομηχανῆς πίπτει ἀποτόμως μόλις αὕτη διέλθῃ πρὸ ἡμῶν. Ἐν γένει δέ, ὅταν μία ἠχητικὴ πηγὴ κινῆται σχετικῶς πρὸς ἕνα παρατηρητήν, ἡ συχνότης τῶν ταλαντώσεων τὰς ὁποίας δέχεται οὗτος, μεταβάλλεται. Καὶ ἂν μὲν ἡ πηγὴ πλησιάζῃ πρὸς τὸν παρατηρητήν, οὗτος προσδέχεται μεγαλύτερον ἀριθμὸν κραδασμῶν ἀνὰ sec παρὰ ἂν οὗτος καὶ ἡ πηγὴ ἦσαν ἀκίνητοι· ἂν δὲ ἡ ἠχητικὴ πηγὴ ἀπομακρύνεται, οὗτος δέχεται ὀλιγωτέρας ταλαντώσεις ἀνὰ sec. Συνεπῶς ὁ ἦχος φαίνεται εἰς τὸν παρατηρητήν, ὀξύτερος τοῦ κανονικοῦ εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν καὶ βαρύτερος εἰς τὴν δευτέραν. Κατωτέρω παραθέτομεν τὰ ἐξαγόμενα εἰς τὰ ὁποῖα ὁδηγεῖ ἡ Μαθηματικὴ ἐξέτασις τοῦ ζητήματος τούτου, εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν ἡ πηγὴ καὶ ὁ παρατηρητὴς κινοῦνται *ἐπὶ μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας (ε).*

Ἐπὶ τῆς εὐθείας (ε) ἐφ' ἧς κινοῦνται, ἡ πηγὴ Η, ὁ παρατηρητὴς Π καὶ ὁ ἦχος, λαμβάνομεν ὡς θετικὴν φορὰν τὴν φορὰν ἐκ τῆς πηγῆς πρὸς τὸν παρατηρητὴν καὶ θεωροῦμεν τὰς τρεῖς διανυσματικὰς ταχύτητας, $\vec{\upsilon}_H$, τῆς πηγῆς, $\vec{\upsilon}_\Pi$ τοῦ παρατηρητοῦ καὶ $\vec{c}$ τοῦ ἤχου ὅπου τὸ $\vec{c}$ θεωρεῖται ὡς διάνυσμα φερόμενον πάντοτε, ἐκ τῆς πηγῆς πρὸς τὸν παρατηρητὴν καὶ συνεπῶς ἔχον ἀλγεβρικὴν τιμὴν c, θετικὴν πάντοτε (ἴσην μὲ τὸ μέτρον τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου). Ἂν, τώρα, εἶναι $\bar{\upsilon}_H$, $\bar{\upsilon}_\Pi$ καὶ $\bar{c}$ αἱ ἀλγεβρικαὶ τιμαὶ τῶν διανυσμάτων $\vec{\upsilon}_H$, $\vec{\upsilon}_\Pi$, $\vec{c}$ (λαμβανόμεναι σχετικῶς πρὸς τὴν ὁρισθεῖσαν θετικὴν φοράν), N εἶναι ἡ συχνότης τοῦ ἤχου τὸν ὁποῖον ἐκπέμπει ἡ πηγὴ καὶ N΄ ἡ συχνότης τοῦ ἤχου τὸν ὁποῖον ἀκούει ὁ παρατηρητής, τότε ἰσχύει :

$$\boxed{N' = N\,\frac{\bar{c} - \bar{\upsilon}_\Pi}{\bar{c} - \bar{\upsilon}_H}} \tag{1}$$

Διάφοροι εἰδικαὶ περιπτώσεις. Ἂς εἶναι c, υ_Π, υ_H αἱ ἀπόλυτοι τιμαὶ τῶν ταχυτήτων τοῦ ἤχου, τοῦ παρατηρητοῦ Π καὶ τῆς πηγῆς Η. Εἰς τὸ σχῆμα 49 (α) τὰ διανύσματα $\vec{\upsilon}_\Pi$ καὶ $\vec{\upsilon}_H$ ἔχουν τὴν θετικὴν φοράν, δηλ. τὴν ἐκ τῆς Η πρὸς Π ἄρα ἀλγεβρικὰς τιμάς, θετικάς: $\bar{\upsilon}_\Pi = \upsilon_\Pi$, $\bar{\upsilon}_H = \upsilon_H$ καὶ ὁ (1) δίδει :

$N' = N\,\dfrac{c - \upsilon_\Pi}{c - \upsilon_H}$. Εἰς τὸ σχ. 49 (β)



Σχ. 49

τὰ $\vec{\upsilon}_\Pi$ καὶ $\vec{\upsilon}_H$ ἔχουν τὴν ἀρνητικὴν φορὰν (ἀντίθετον τῆς φορᾶς Η πρὸς Π) ἄρα ἀλγεβρικὰς τιμὰς ἀρνητικάς : $\bar{\upsilon}_\Pi = -\upsilon_\Pi$, $\bar{\upsilon}_H = -\upsilon_H$ καὶ ὁ τύπος (1) δίδει : $N'=N\dfrac{c+v_\Pi}{c+v_H}$. Εἰς τὸ σχ. 49 (γ), θετικὴ φορὰ εἶναι ἐκ τοῦ Η πρὸς Π, τὸ $\vec{v}_\Pi$ ἄρα ἀρνητικὸν καὶ τὸ $\vec{v}_H$ θετικὸν συνεπῶς, $\bar{v}_\Pi=-v_\Pi$ καὶ $\bar{v}_H=v_H$ καὶ ὁ τύπος (1) δίδει : $N'=N\dfrac{c+v_\Pi}{c-v_H}$. Εἰς τὸ σχ. 49 (δ) τὸ $\vec{v}_\Pi$ τὴν φορὰν ἐκ τοῦ Η πρὸς Π ἄρα εἶναι θετικὸν ἐνῶ τὸ $\vec{v}_H$ εἶναι ἀρνητικόν: $\bar{v}_\Pi=v_\Pi$, $\bar{v}_H=-v_H$ καὶ ὁ (1) δίδει :

$$N'=N\frac{c-v_\Pi}{c+v_H}.$$

Σχ. 50

Εἰς τὸ σχ. 50 (α) ὁ παρατηρητὴς Π εἶναι ἀκίνητος καὶ ἡ πηγὴ πλησιάζει πρὸς αὐτόν. Ἔχομεν: $v_\Pi=0$, $\vec{v}_H$ θετικόν, ἄρα $\bar{v}_H=v_H$ καὶ ὁ (1) δίδει :

$$N'=N\frac{c}{c-v_H}=N\frac{1}{1-\dfrac{v_H}{c}}.$$

Εἰς τὸ σχ. 50 (β) ἡ πηγὴ ἀπομακρύνεται τοῦ ἀκινήτου παρατηρητοῦ: $v_\Pi=0$, $\bar{v}_H=-v_H$ καὶ $N'=N\dfrac{c}{c+v_H}=N\dfrac{1}{1+\dfrac{v_H}{N}}$. Εἰς τὸ σχ. 50 (γ) ὁ παρατηρητὴς πλησιάζει πρὸς τὴν ἀκίνητον ἠχητικὴν πηγήν: $\vec{v}_\Pi$ ἀρνητικὸν (διότι θετικὴ φορὰ εἶναι πάντοτε ἐκ τοῦ Η πρὸς τὸ Π), $\bar{v}_\Pi=-v_\Pi$, $v_H=0$ καὶ $N=N'\dfrac{c+v_\Pi}{c}=N'\left(1+\dfrac{v_\Pi}{c}\right)$. Εἰς τὸ σχ. 50(δ), ὁ παρατηρητὴς ἀπομακρύνεται τῆς ἀκινήτου πηγῆς: $\vec{v}_\Pi$, θετικόν, $\bar{v}_\Pi=v_\Pi$, $v_H=0$ καὶ $N=N'\dfrac{c-v_\Pi}{c}=N'\left(1-\dfrac{v_\Pi}{c}\right)$.

β΄) Ἂς θεωρήσωμεν τὴν περίπτωσιν καθ᾽ ἣν ὁ μὲν παρατηρητὴς Π εἶναι ἀκίνητος ἡ δὲ πηγὴ Η κινεῖται ἐπὶ εὐθείας **μὴ διερχομένης** διὰ τοῦ Π, ὁπότε ἡ διανυσματικὴ ταχύτης $\vec{v}_H$ τῆς πηγῆς ἔχει διεύθυνσιν διάφορον τῆς διευθύνσεως ΠΗ καὶ ἡ γωνία τῶν $\vec{v}_H$, $\overrightarrow{\Pi H}$ μεταβάλλεται ἐν χρόνῳ. Τότε ἡ συχνότης N΄ τὴν ὁποίαν ἀκούει ὁ παρατηρητὴς εἶναι μεταβλητὴ ἐν χρόνῳ. Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν ὑπὸ ποῖον (στιγμιαῖον) ὕψος N΄, δέχεται ὁ παρατηρητής, ἦχον συχνότητος N ἐκπεμφθέντα ὑπὸ τῆς πηγῆς ὅταν αὕτη εὑρίσκετο εἰς μίαν (τυχοῦσαν) θέσιν Η, λαμβάνομεν εἰς τὸν τύπον (1) ὡς ταχύτητα τῆς πηγῆς, τὴν **συνιστῶσαν** τῆς $\vec{\upsilon}_H$ κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΠΗ.

Τὸ ἀνάλογον πράττομεν ὅταν κινῆται ὁ παρατηρητής, ἡ δὲ πηγὴ εἶναι ἀκίνητος.

γ΄) Τὸ φαινόμενον Doppler δὲν ἐμφανίζεται μόνον εἰς τὴν ἀκουστικήν, ἀλλὰ καὶ εἰς ἄλλα κυματικὰ φαινόμενα. Ὑπάρχει τὸ ὀπτικὸν φαινόμενον Doppler κατὰ τὸ ὁποῖον, ἡ κίνησις τῆς φωτεινῆς πηγῆς σχετικῶς πρὸς ἕνα παρατηρητὴν ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νὰ βλέπῃ ὁ παρατηρητὴς διαφορετικὸν τὸ χρῶμα τοῦ ἐκπεμπομένου φωτός. Διότι προσδέχεται διαφορετικὴν συχνότητα κραδασμῶν παρὰ ἐὰν ἡ φωτεινὴ πηγὴ ἦτο ἀκίνητος.

Τὸ ὀπτικὸν φαινόμενον Doppler ἔχει μεγάλην σημασίαν εἰς τὴν ἀστρονομίαν. Ἄλλη περίπτωσις τοῦ φαινομένου Doppler λαμβάνει χώραν κατὰ τὴν ἀνάκλασιν τῶν κυμάτων radar ἐπὶ ἑνὸς κινουμένου ἀντικειμένου. Τὰ ἀνακλώμενα κύματα ἔχουν μικροτέραν συχνότητα ἀπὸ τὰ προσπίπτοντα, ὅταν τὸ ἀντικείμενον ἀπομακρύνεται τῆς πηγῆς καὶ μεγαλυτέραν ὅταν τοῦτο πλησιάζῃ πρὸς τὴν πηγήν.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

29. Σειρὴν συνίσταται ἐξ ἑνὸς ἐπιπέδου δίσκου στρεπτοῦ περὶ ἄξονα κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδόν του. Ὁ δίσκος οὗτος φέρει 16 ὀπὰς ἴσας καὶ ἰσαπεχούσας κατὰ μῆκος περιφερείας ἐχούσης τὸ κέντρον της ἐπὶ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς. Στέλλομεν ρεῦμα ἀέρος ἀπὸ σταθερὸν σωλῆνα κείμενον ἔναντι τῶν ὀπῶν. Ὅταν ὁ δίσκος περιστρέφεται τὸ ρεῦμα τοῦ ἀέρος διακόπτεται καὶ ἀποκαθίσταται περιοδικῶς καὶ ἡ σειρὴν ἐκπέμπει ἦχον.

i) Ἐὰν ὁ δίσκος ἐκτελῇ 1275 στροφὰς ἐντὸς 2 min. Ποία ἡ συχνότης τοῦ παραγομένου ἤχου;

ii) Ἕνας δεύτερος δίσκος φέρων 24 ὀπὰς περιστρέφεται παραπλεύρως μὲ τὴν αὐτὴν συχνότητα. Ποῖον τὸ μουσικὸν διάστημα τῶν δύο ἤχων τῶν παραγομένων ὑπὸ τῶν δύο σειρήνων; (βλ. § 23).

30. Μία ἔκρηξις λαμβάνει χώραν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας λίμνης. Ἕνας κολυμβητὴς πλησίον τῆς ἀκτῆς δέχεται δύο κύματα. Τὸ ἓν μέσῳ τοῦ ὕδατος καὶ τὸ ἄλλο μέσῳ τοῦ ἀέρος. Ὁ χρόνος ὅστις μεσολαβεῖ μεταξὺ τῆς ἀφίξεως εἰς τὸν κολυμβητὴν τῶν δύο κυμάτων εἶναι 4 sec. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀπόστασις τοῦ κολυμβητοῦ ἀπὸ τοῦ σημείου τῆς ἐκρήξεως. Ταχύτητες τοῦ ἤχου ἐντὸς τοῦ ἀέρος καὶ τοῦ ὕδατος ἀντιστοίχως $\upsilon_1 = 350\ \frac{m}{sec}$ καὶ $\upsilon_2 = 1400\ \frac{m}{sec}$.

31. Ὁ χρόνος ὅστις ἀπαιτεῖται ἵνα ἦχος, συχνότητος 612 Hz, ἐκπεμπόμενος ἐκ σημείου 200 m κάτω τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος μεταδοθῇ ἐντὸς

τοῦ ἀέρος καὶ εἰς σημεῖον 200 m ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος εἶναι $t = 0{,}744$ sec. Ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα $\upsilon_1 = 330$ m/sec.

Ἐκ τῶν δεδομένων τούτων νὰ ὑπολογισθῇ i) τὸ μῆκος κύματος λ_1 τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα, ii) τὸ μῆκος κύματος λ_2 τοῦ ἤχου τούτου ἐντὸς τοῦ ὕδατος.

32. Ποῖον τὸ ὕψος ἤχου ὅστις εἰς θερμοκρασίαν 30°C ἔχει μῆκος κύματος 175 cm; (Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς 0°C : 330 m/sec).

33. Δείξατε ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου ἐντὸς ἀερίου, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν τῆς ἀπολύτου θερμοκρασίας.

34. Χορδὴ μάζης $m = 30$ gr τείνεται μεταξὺ δύο ὑποστηριγμάτων καὶ εὑρίσκεται ὅτι ὅταν τεθῇ εἰς ταλάντωσιν δίδει θεμελιώδη συχνότητα 30 Hz, ὅταν τὰ ὑποστηρίγματα ἀπέχουν μεταξύ των κατὰ $l = 60$ cm. i) Ποία ἡ ταχύτης διαδόσεως τῶν ἐγκαρσίων κυμάτων εἰς τὴν χορδὴν καὶ ii) νὰ ὑπολογισθῇ ἡ τείνουσα τὴν χορδὴν δύναμις.

35. Χορδὴ ἐκ χάλυβος μήκους 50 cm καὶ μάζης 10 gr τείνεται ὑπὸ δυνάμεως 400 Nt. i) Ποία ἡ θεμελιώδης συχνότης αὐτῆς; ii) Ποῖος ὁ ἀνώτερος ἁρμονικὸς ὅστις δύναται νὰ γίνῃ ἀντιληπτὸς ὑπὸ ἀκροατοῦ ὁ ὁποῖος δύναται ἀκούῃ ἤχους συχνότητος μέχρι 10 000 Hz.

36. Δύο χορδαὶ ἐκ τοῦ αὐτοῦ μετάλλου, τοῦ αὐτοῦ μήκους καὶ τῆς αὐτῆς διαμέτρου ταλαντοῦνται ἐν ὁμοφωνίᾳ, ὅταν ἡ τείνουσα αὐτὰς δύναμις εἶναι ἡ αὐτή. Ὅταν αὐξήσωμεν τὴν τείνουσαν δύναμιν τῆς μιᾶς κατὰ 1% καὶ τεθοῦν συγχρόνως εἰς ταλάντωσιν ἀκούομεν 3 διακροτήματα ἐντὸς 2 sec. Ποία ἡ ἀρχικὴ συχνότης ταλαντώσεως τῶν δύο χορδῶν;

37. Χορδὴ μήκους 150 cm ταλαντοῦται ἐγκαρσίως εἰς 7 τμήματα, μὲ συχνότητα 120 sec^{-1}. Ποία ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἐγκαρσίου κύματος ἐπὶ τῆς χορδῆς;

38. Δύο σύρματα Α καὶ Β ἐκ τοῦ αὐτοῦ μετάλλου, τοῦ αὐτοῦ μήκους καὶ τῶν ὁποίων αἱ διάμετροι ἔχουν λόγον 7 : 4, ὅταν τίθενται εἰς ταλάντωσιν αἱ θεμελιώδεις συχνότητες αὐτῶν ἔχουν λόγον 4 : 5. Τὰ δύο ἀνωτέρω σύρματα ταλαντοῦνται ἐν ὁμοφωνίᾳ ὅταν ἡ τείνουσα δύναμις τοῦ Β ἐλαττωθῇ κατὰ 1,5 Kgr*. Νὰ εὑρεθῇ ἡ τείνουσα δύναμις τοῦ Α καὶ ἡ ἀρχικὴ τείνουσα δύναμις τοῦ Β.

39. Χορδὴ ἐκ χάλυβος μήκους $l = 100$ cm καὶ πυκνότητος $\rho = 8 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ τείνεται μεταξὺ δύο ὑποστηριγμάτων ὑπὸ δυνάμεως F. Ταλαντουμένη ἡ χορδὴ αὕτη δίδει θεμελιώδη συχνότητα $N = 200$ Hz. Νὰ εὑρεθοῦν: i) Ἡ ταχύτης διαδόσεως τῶν κυμάτων εἰς τὴν χορδὴν καὶ ii) Ἐὰν ἡ μεγίστη ἐπιτάχυνσις εἰς τὸ μέσον τῆς χορδῆς εἶναι $80\,000 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, ποῖον τὸ πλάτος ταλαντώσεως εἰς τὸ μέσον τῆς χορδῆς;

40. Χαλύβδινον σύρμα τεταμένον ὑπὸ βάρους 4 kg* ἔχει διάμετρον 0,8 mm καὶ πυκνότητα 7,8 gr/cm³. i) Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης διαδόσεως ἐγκαρσίου κύματος κατὰ μῆκος τοῦ σύρματος. ii) Ἐὰν τὸ μέτρον ἐλαστικότητος τοῦ χάλυβος εἶναι $E = 2 \cdot 10^{12}$ dynes/cm², νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης διαδόσεως διαμήκους κύματος εἰς τὸ αὐτὸ σύρμα.

41. Νὰ εὑρεθῇ τὸ μῆκος κύματος τοῦ τρίτου ἁρμονικοῦ, ὁ ὁποῖος παράγεται ὑπὸ σάλπιγγος εἰς τὴν ὁποίαν ἡ στήλη ἀέρος εἶναι 90 cm. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου νὰ ληφθῇ: 330 m/sec.

42. Ἠχητικὸς σωλὴν A μήκους $l_A = 0{,}5$ m κλειστὸς κατὰ τὸ ἓν ἄκρον αὐτοῦ τιθέμενος εἰς ταλάντωσιν δίδει τὸν τρίτον ἁρμονικόν. Ἕνας δεύτερος σωλὴν B μήκους $l_B = 1$ m ἀνοικτὸς καὶ κατὰ τὰ δύο ἄκρα τιθέμενος εἰς ταλάντωσιν δίδει τὸν θεμελιώδη τόνον. Ποῖαι αἱ ἀνωτέρω συχνότητες;

43. Ἠχητικὸς σωλὴν διεγειρόμενος εἰς ταλάντωσιν δίδει θεμελιώδη τόνον 275 Hz. Ἐπαναδιεγειρόμενος δίδει τόνον συχνότητος 550 Hz. Ἐὰν ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν σωλῆνα εἶναι 330 m/sec, ποῖον τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος;

44. Συρμὸς ἀκουστικῶν κυμάτων διαδίδεται κατὰ μῆκος εὐρέος σωλῆνος καὶ ἀνακλᾶται ἐπὶ τοῦ ἀνοικτοῦ ἄκρου. Ἐὰν τὸ πλάτος τῶν κυμάτων εἶναι 0,002 cm, ἡ συχνότης 1000 Hz καὶ τὸ μῆκος κύματος $\lambda = 33$ cm, νὰ εὑρεθῇ τὸ πλάτος ταλαντώσεως εἰς σημεῖον 20 cm πρὸ τοῦ ἀνοικτοῦ ἄκρου.

45. Ποία ἡ θεμελιώδης συχνότης ταλαντώσεως στήλης ἀέρος εὑρισκομένου ἐντὸς λεπτοῦ σωλῆνος, μήκους 1 m καὶ ἀνοικτοῦ κατὰ τὰ δύο ἄκρα, εἰς θερμοκρασίαν 20°C.

Δίδονται: $\gamma = \dfrac{c_p}{c_v} = 1{,}4$.

Πυκνότης ἀέρος ὑπὸ καν. συνθήκας 0,0013 gr/cm³.

Πυκνότης ὑδραργύρου 13,6 gr/cm³ καὶ g = 981 cm/sec².

46. Διαπασῶν εὑρίσκεται πλησίον τοῦ ἀνοικτοῦ ἄκρου κιλυνδρικοῦ ὑαλίνου σωλῆνος. Τὸ ἄλλο ἄκρον εἶναι κλειστὸν ὑπὸ κινητοῦ ἐμβόλου. Ἐπιτυγχάνομεν δὲ σύμπτωσιν τῆς συχνότητος τοῦ διαπασῶν μὲ τὴν μικροτέραν τῶν συχνοτήτων τῶν ἐκπεμπομένων ὑπὸ τοῦ ἠχητικοῦ σωλῆνος, ὅταν τὸ μῆκος τούτου εἶναι $l_1 = 25$ cm. Ἐὰν ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι 344 $\dfrac{m}{see}$ νὰ εὑρεθῇ ἡ συχνότης τῆς διαπασῶν.

47. Ἐὰν ἡ ταχύτης διαδόσεως τῶν ἠχητικῶν κυμάτων ἐντὸς τοῦ ἀέρος εἶναι 330 $\dfrac{m}{sec}$ καὶ ἐντὸς τοῦ ὕδατος 1410 $\dfrac{m}{sec}$ νὰ ἐξετασθῇ ἐὰν τὰ ἠχητικὰ κύματα δύνανται νὰ ὑποστοῦν ὁλικὴν ἀνάκλασιν ὅταν προσπίπτουν ἐκ τοῦ ἀέρος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕδατος καὶ ποία ἡ ὁρικὴ γωνία.

48. ἄνθρωπος βλέπει τὸν «ἀτμὸν» τῆς συρίκτρας σιδηροδρόμου, 2 sec πρὸ τῆς ἀκροάσεως τοῦ ἤχου. Ποία ἡ ἀπόστασις τοῦ ἀνθρώπου ἀπὸ τοῦ σιδηροδρόμου; υ ἤχου = 330 m/sec).

49. Ἕνας ἄνθρωπος εὑρισκόμενος ἐντὸς μακροῦ διαδρόμου μεταφέρει μετρονόμον ὅστις κτυπᾷ κάθε $\dfrac{1}{2}$ sec. Παρατηρεῖ δὲ ὅτι ὅταν εὑρίσκεται 124,5 m ἐκ τοῦ ἑνὸς ἄκρου ἡ ἠχὼ ἐν συνδυασμῷ πρὸς τοὺς κτύπους τοῦ ἰδίου τοῦ μετρονόμου δίδουν συνολικὴν ἐντύπωσιν ἑνὸς κτύπου κάθε

$\frac{1}{4}$ sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου ποὺ δίδει τὸ ἀνωτέρω πείραμα.

50. Ἐκ πλοίου πλησιάζοντος μίαν ἀκτήν, ἐκπέμπεται ἠχητικὸν σῆμα, ἡ ἠχὼ τοῦ ὁποίου ἀκούεται μετὰ χρόνον 10 sec ἀπὸ τῆς ἐκπομπῆς. Πέντε λεπτὰ ἀργότερον ἡ ἠχὼ ἑνὸς δευτέρου ἠχητικοῦ σήματος ἀκούεται 8 sec ἀπὸ τῆς ἐκπομπῆς. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης τοῦ πλοίου. Ταχύτης τοῦ ἤχου $\upsilon = 330$ m/sec.

51. Νὰ δειχθῇ ὅτι ὁ χρόνος ὅστις παρέρχεται ἀπὸ τῆς ἐκπομπῆς ἑνὸς ἤχου ἐκπεμπομένου ἐκ σημείου Α καὶ τῆς ἠχοῦς τῆς λαμβανομένης εἰς Α κατόπιν ἀνακλάσεως τοῦ ἤχου τούτου ἐπὶ ἀντικειμένου Β, ἀπέχοντος τοῦ Α κατὰ d, εἶναι : i) $\frac{2d}{\upsilon}$ ὅταν δὲν πνέει ἄνεμος. ii) $\frac{2d}{\upsilon\left(1-\frac{\upsilon_\alpha^2}{\upsilon^2}\right)}$ ὅταν πνέει ἄνεμος ταχύτητος υ_α ἐκ τοῦ Α πρός τὸ Β καὶ iii) $\frac{2d}{\upsilon\sqrt{1-\frac{\upsilon_\alpha^2}{\upsilon^2}}}$ ὅταν πνέει ἄνεμος κατὰ διεύθυνσιν κάθετον ἐπὶ τὴν ΑΒ μὲ ταχύτητα υ_α. Ταχύτης ἤχου υ.

52. Διαπασῶν ἀγνώστου συχνότητος Ν παρέχει 2 διακροτήματα ἀνὰ sec ὅταν ἐκπέμπει ἦχον ταὐτοχρόνως μὲ ἕνα ἄλλο διαπασῶν συχνότητος 256 Hz. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ Ν.

53. Ποῖαι αἱ συχνότητες δύο ἤχων ὅταν τὸ μουσικὸν διάστημα μεταξὺ αὐτῶν εἶναι ἕνα ἡμιτόνιον, ἀκουόμενοι δὲ συγχρόνως ἐμφανίζουν 8 διακροτήματα ἀνὰ sec ; (βλ. σελ. 42 καὶ σελ. 10).

54. Δύο κλειστοὶ ἠχητικοὶ σωλῆνες ἔχουν μῆκος 150 cm ἕκαστος. Πόσα διακροτήματα ἀνὰ sec θὰ ἀκούωνται ὅταν διεγείρωνται, ὁ ἕνας εἰς 0°C καὶ ὁ ἄλλος εἰς 30°C καὶ δίδουν τοὺς θεμελιώδεις τόνους ; (Ταχύτης ἤχου εἰς 0°C : 330 m/sec).

55. Μία χορδὴ ἐξ ὀρειχάλκου καὶ μία ἐκ χάλυβος τοῦ αὐτοῦ μήκους, τῆς αὐτῆς διαμέτρου καὶ τῆς αὐτῆς τεινούσης δυνάμεως, δίδουν 5 διακροτήματα ἀνὰ sec ὅταν διεγείρονται συγχρόνως καὶ δίδουν τοὺς θεμελιώδεις αὐτῶν τόνους. Νὰ εὑρεθῇ ἡ θεμελιώδης ἑκάστης χορδῆς. Πυκνότης ὀρειχάλκου 8,4, πυκνότης χάλυβος 7,8.

56. Δύο ὅμοιοι ἀνοικτοὶ ἠχητικοὶ σωλῆνες μήκους ἕκαστος 85 cm εἶναι πλήρεις ἀέρος θερμοκρασίας 15°C. Ἐὰν ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἰς τοὺς 15°C εἶναι $\upsilon = 340$ m/sec, ποία ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους τόνου ποὺ δίδουν οἱ ἀνωτέρω ἠχητικοὶ σωλῆνες. Ὁ εἷς τῶν ἀνωτέρω ἠχητικῶν σωλήνων φέρεται εἰς θερμοκρασίαν 18°C. Ποία ἡ συχνότης τῶν διακροτημάτων τὴν ὁποίαν ἀντιλαμβάνεται τώρα ἀκροατής ;

57. Λεπτὸς κατακόρυφος σωλὴν μήκους 1 m, πληροῦται δι' ὕδατος τὸ ὁποῖον δύναται νὰ ρέῃ βραδέως ἐκ τοῦ πυθμένος. Διὰ ποίας θέσεις τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπιτύχωμεν συνήχησιν μὲ διαπασῶν συχνότητο3 660 Hz ; Ταχύτης τοῦ ἤχου $\upsilon = 330 \frac{m}{sec}$.

58. Διαπασῶν συνηχεῖ μὲ χορδὴν μήκους 201 cm ἡ ὁποία ἀποδίδει τὸν θεμελιώδη ἦχον. Ἐὰν τὸ μῆκος τῆς χορδῆς ἐλαττωθῆ κατὰ 1 cm, παραμενούσης σταθερᾶς τῆς τάσεώς της, τότε παράγεται ἕνα διακρότημα εἰς κάθε 2 sec, ἐφ' ὅσον ἡ χορδὴ καὶ τὸ διαπασῶν ἠχοῦν συγχρόνως. Ζητεῖται ἡ συχνότης τοῦ διαπασῶν.

59. Χορδὴ διεγείρεται εἰς ταλάντωσιν ὑπὸ διαπασῶν συχνότητος 30 Hz. Τὸ ἓν ἄκρον τῆς χορδῆς εἶναι σταθερὸν τὸ δὲ ἕτερον διέρχεται διὰ τροχαλίας καὶ τείνεται ὑπὸ βάρους Β. Τὸ ταλαντούμενον μῆκος ΑΡ εἶναι 2 m. i) Δίδομεν εἰς τὸ βάρος Β τὴν τιμὴν 720 gr* καὶ παρατηροῦμεν ὅτι ὅταν τὸ διαπασῶν τεθῆ εἰς ταλάντωσιν ἡ χορδὴ ΑΡ ταλαντοῦται χωρὶς νὰ ἔχωμεν δεσμὸν κινήσεως μεταξὺ Α καὶ Ρ. Νὰ προσδιορισθῆ ἡ μᾶζα τῆς χορδῆς. ii) Διὰ ποίας τιμὰς τοῦ βάρους Β ἐπιτυγχάνομεν διαδοχικῶς μεταξὺ Α καὶ Ρ ἕνα δεσμὸν κινήσεως καὶ κατόπιν δύο δεσμοὺς κινήσεως, ὅταν ἡ χορδὴ διεγερθῆ εἰς ταλάντωσιν ὑπὸ τῶν διαπασῶν; $\left(g=9{,}8\ \frac{m}{sec^2}\right)$.

60. Ἐκ τοῦ Α στέλλομεν ἠχητικὰ κύματα σταθερᾶς συχνότητος N=1324 Hz μέσῳ τοῦ ἀέρος τοῦ σωλῆνος τοῦ σχήματος 47, σελ. 59. Τὰ κύματα αὐτὰ φθάνουν εἰς τὸ Β διὰ τῶν δρόμων Γ καὶ Δ. Ὁ δρόμος Δ ἔχει σταθερὸν μῆκος $\Lambda_\Delta = 50$ cm. Διὰ ποίας τιμὰς τοῦ μήκους Λ_Γ τοῦ δρόμου Γ θὰ ἀκούσωμεν ἐλάχιστον ἐντάσεως ἤχου εἰς τὸ Β; Ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα 331 $\frac{m}{sec}$.

61. Ἐὰν τὸν δρόμον Γ τῆς ἀνωτέρω συσκευῆς πληρώσωμεν δι' ἀέρος τὸν δὲ Δ δι' ὑδρογόνου, ποία ἡ μικροτέρα συχνότης διὰ τῆς ὁποίας θὰ παραχθῆ μέγιστον ἐντάσεως ἤχου εἰς Β ὅταν $\Lambda_\Gamma = \Lambda_\Delta = 2$ m; Ταχύτητες τοῦ ἤχου: εἰς τὸν ἀέρα $\upsilon_1=330\ \frac{m}{sec}$ καὶ εἰς τὸ ὑδρογόνον, $\upsilon_2=1250\ \frac{m}{sec}$.

62. Σωλὴν Kundt πληρούμενος ὑπὸ ἀέρος τίθεται εἰς ταλάντωσιν καὶ παρατηρεῖται ὅτι ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τοῦ 1ου καὶ 16ου σωροῦ τῶν ρινισμάτων φελλοῦ εἶναι τότε 72 cm. Ἐν συνεχείᾳ ἀντικαθίσταται ὁ ἀὴρ ὑπὸ ἑνὸς ἀερίου. Ὅταν ὁ σωλὴν ἐπαναδιεγερθῆ εἰς ταλάντωσιν μετρεῖται ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τοῦ 1ου καὶ 21ου σωροῦ τῶν ρινισμάτων φελλοῦ καὶ εὑρίσκεται ἴση πρὸς 98 cm. Νὰ εὑρεθῆ ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου ἐντὸς τοῦ ἀερίου.

63. Ὑαλίνη ράβδος μήκους 1 m, πυκνότητος 2,5 gr/cm³ καὶ μέτρου ἐλαστικότητος $7 \cdot 10^{11}$ dynes/cm³, στερεωμένη εἰς τὸ μέσον της, παράγει, προστριβόμενη διὰ ὑφάσματος ρητινωμένου ἕνα ὀξὺν ἦχον. Νὰ εὑρεθῆ τὸ ὕψος τοῦ ἤχου τούτου καὶ τὸ μῆκος κύματος αὐτοῦ ἐν τῷ ἀέρι ἂν ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου ἐν τῷ ἀέρι εἶναι 340 m (βλ. § 36, σελ. 61).

64. Ἕνας ἄνθρωπος βαδίζει μὲ ταχύτητα 3 $\frac{m}{sec}$ κατὰ μῆκος εὐθείας ὁδοῦ ἑνούσης δύο σταθμοὺς τῶν ὁποίων οἱ σειρῆνες ἠχοῦν συγχρόνως μὲ συχνότητα N=500 c/s. Νὰ εὑρεθῆ ἡ συχνότης τῶν διακροτημάτων τὰ ὁποῖα ἀντιλαμβάνεται ὁ ἄνθρωπος. Ταχύτης τοῦ ἤχου $\upsilon=330\ \frac{m}{sec}$.

65. Ταλαντούμενον διαπασῶν κινεῖται μὲ σταθερὰν ταχύτητα $150 \frac{m}{sec}$ κατὰ διεύθυνσιν κάθετον ἐπὶ κατακόρυφον τοίχωμα, ἐπὶ τοῦ ὁποίου καὶ ἀνακλῶνται τὰ ἠχητικὰ κύματα. Ἐὰν ἡ συχνότης τοῦ διαπασῶν εἶναι 512 sec^{-1}, ποία ἡ συχνότης τῶν διακροτημάτων ποὺ ἀκούει ἀκίνητος παρατηρητὴς ἀπὸ τὸν ὁποῖον διῆλθεν τὸ διαπασῶν. $\left(\text{Ταχύτης ἤχου } 330 \frac{m}{ssc}\right)$.

66. Ἕνας ἄνθρωπος κατευθύνει δέσμην ἠχητικῶν κυμάτων συχνότητος 1200 c/sec ἐπὶ αὐτοκινήτου πλησιάζοντος αὐτόν. Ὁ ἄνθρωπος ἀκούει τότε διακροτήματα παραγόμενα ἐκ τῆς συμβολῆς τῶν ἀνακλωμένων καὶ ἐκπεμπομένων κυμάτων. Ποία ἡ συχνότης τῶν διακροτημάτων ἐὰν τὸ αὐτοκίνητον κινεῖται μὲ ταχύτητα $30 \frac{m}{sec}$. Ταχύτης τοῦ ἤχου $330 \frac{m}{sec}$.

67. Κινούμενος σιδηροδρομικὸς συρμὸς διασχίζει σταθμὸν μὲ σταθερὰν ταχύτητα υ, ἐκπέμπων συριγμοὺς σταθερᾶς συχνότητος Ν. Παρατηρητὴς εὑρισκόμενος ἐπὶ τῆς ἀποβάθρας τοῦ σταθμοῦ ἀντιλαμβάνεται ὅτι καθὼς ὁ συρμὸς προσπερνᾶ αὐτὸν συμβαίνει πτῶσις τοῦ ὕψους τῶν συριγμῶν ἀντιστοιχοῦσα εἰς διάστημα $\frac{6}{5}$. Ποία ἡ ταχύτης τοῦ συρμοῦ; Ταχύτης τοῦ ἤχου $330 \frac{m}{sec}$.

68. Πηγὴ ἠχητικῶν κυμάτων ἐκπέμπουσα κύματα συχνότητος 100 Hz κινεῖται πρὸς τὰ δεξιὰ ἐντὸς ἠρεμοῦντος ἀέρος μὲ ταχύτητα $30 \frac{m}{sec}$. Δεξιὰ τῆς πηγῆς εὑρίσκεται μεγάλη ἀνακλῶσα ἐπιφάνεια κινουμένη πρὸς τὰ ἀριστερὰ μὲ ταχύτητα $120 \frac{m}{sec}$.

i) Ποῖον τὸ μῆκος κύματος τῶν ἐκπεμπομένων κυμάτων ἔμπροσθεν καὶ ὄπισθεν τῆς πηγῆς.

ii) Πόσα κύματα προσπίπτουν ἐπὶ τῆς ἀνακλώσης ἐπιφανείας εἰς 0,2 sec.

iii) Ποῖον τὸ μῆκος κύματος τῶν ἀνακλωμένων κυμάτων.

Ταχύτης ἤχου 330 m/sec.

69. Σιδηρόδρομος κινεῖται ὁμαλῶς μὲ ταχύτητα $υ_1$ ἐπὶ εὐθείας τροχιᾶς μεταξὺ δύο γεφυρῶν Α καὶ Β κατευθυνόμενος πρὸς Α. Παρατηρητὴς ἐπὶ τοῦ σιδηροδρόμου ἀκούει τὴν ἠχὼ τῆς συρίκτρας τοῦ σιδηροδρόμου ἐξ ἀνακλάσεως ἐπὶ τῶν δύο γεφυρῶν. Ἐὰν υ ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου νὰ εὑρεθῇ ὁ λόγος τῶν μηκῶν κύματος τῶν ἀνακλωμένων κυμάτων ἐπὶ τῶν Α καὶ Β καὶ ὁ λόγος τῶν συχνοτήτων τῶν ἠχὼ τῶν ἀκουομένων ὑπὸ τοῦ παρατηρητοῦ.

70. Διαπασῶν συχνότητος N=900 c/s προσαρμόζεται ἐπὶ ὁριζοντίας περιστρεφομένης μὲ συχνότητα $N_0 = 8 \frac{στρ}{sec}$ τραπέζης καὶ εἰς ἀπόστασιν v=0,5 m ἐκ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς αὐτῆς. Ποία ἡ μεγίστη καὶ ποία ἡ ἐλαχίστη συχνότης τοῦ παραγομένου ἐκ τοῦ διαπασῶν ἤχου τοῦ ἀκουομένου ὑπὸ ἀκροατοῦ τοῦ ὁποίου τὸ αὐτὶ εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος μὲ τὸ διαπασῶν. Ταχύτης ἤχου $340 \frac{m}{sec}$.

71. Ἀντικείμενον ρίπτεται ἐξ ἀεροπλάνου κινουμένου ὁριζοντίως μὲ ταχύτητα $\upsilon_1 = 250 \frac{km}{h}$ εἰς ὕψος 5 km. Μόλις τὸ ἀντικείμενον προσκρούσῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους σειρὴν πλησίον τοῦ σημείου πτώσεως, ἐκπέμπει συριγμὸν συχνότητος $N_0 = 300 \ sec^{-1}$. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ χρόνος ποὺ παρέρχεται ἀπὸ τῆς στιγμῆς τῆς ρίψεως τοῦ ἀντικειμένου μέχρις ὅτου ὁ πιλότος ἀκούσῃ τὸν συριγμὸν ἐκ τῆς σειρῆνος ὡς καὶ ἡ ἀρχικὴ συχνότης τοῦ ὑπὸ τοῦ πιλότου λαμβανομένου συριγμοῦ.

$\left(g = 9{,}8 \frac{m}{sec^2} \cdot \text{ Ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα } \upsilon = 330 \frac{m}{sec}\right)$.

72. Ἀεροπλάνον κινεῖται ὁριζοντίως μὲ ταχύτητα $\upsilon_1 = 110 \frac{m}{sec}$. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἑκατοστιαία μεταβολὴ μεταξὺ τῆς συχνότητος τοῦ ἤχου τοῦ ἀεροπλάνου τοῦ ἀκουομένου ὑπὸ παρατηρητοῦ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους τὴν στιγμὴν ποὺ παρατηρεῖ τοῦτο κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω καὶ τῆς ἀληθοῦς συχνότητος τῆς ἐκπεμπομένης ὑπὸ τοῦ ἀεροπλάνου. Ταχύτης ἤχου $330 \frac{m}{sec}$.

73. Ἀκίνητος πηγὴ ἐκπέμπει κύματα συχνότητος N_0 καὶ ταχύτητος c. Τὰ κύματα αὐτὰ προσπίπτουν καθέτως ἐπὶ ἀνακλώσης ἐπιφανείας ἥτις ἀπομακρύνεται τῆς πηγῆς μὲ ταχύτητα υ, καὶ τὰ ἀνακλώμενα κύματα συχνότητος N λαμβάνονται ἀπὸ ἀκίνητον δέκτην ἐντοπισμένον εἰς τὴν πηγήν. Νὰ δειχθῇ ὅτι i) $N = N_0 \frac{c-\upsilon}{c+\upsilon}$. ii) Κατὰ τὸν διὰ radar προσδιορισμὸν τῆς ταχύτητος κινουμένων στόχων ἕνας ἀκίνητος πομπὸς ἐκπέμπει δέσμην ραδιοφωνικῶν κυμάτων πρὸς κινούμενον στόχον. Τὰ κύματα αὐτὰ ἀνακλώμενα ἐπὶ τοῦ στόχου λαμβάνονται ὑπὸ δέκτου πλησίον τῆς πηγῆς. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ ταχύτης κινουμένου στόχου ὅταν ἡ συχνότης τοῦ πομποῦ N_0, τοῦ δέκτου N καὶ ἡ ταχύτης τῶν ραδιοφωνικῶν κυμάτων c.

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΟΠΤΙΚΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ IV

Εὐθύγραμμος διάδοσις καὶ ταχύτης τοῦ φωτὸς

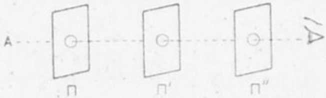
§ 38. **Πρῶται ἔννοιαι.** Ἡ Ὀπτικὴ ἐξετάζει τὰ φαινόμενα τὰ ὁποῖα παρουσιάζει τὸ ὁρατὸν εἰς τὸν ὀφθαλμὸν φῶς (*φωτεινὰ φαινόμενα*).

Τὰ σώματα διακρίνομεν εἰς *αὐτόφωτα* καὶ *ἑτερόφωτα*. Τὰ αὐτόφωτα ἐκπέμπουν ἀφ᾽ ἑαυτῶν φῶς, εὑρίσκονται δὲ συνήθως εἰς ὑψηλὴν θερμοκρασίαν (Ἥλιος, ἀπλανεῖς ἀστέρες, ἠλεκτρικὸς λαμπτήρ). Ἐκπομπὴ φωτός, δύναται ὅμως νὰ ὑπάρξῃ καὶ ἄνευ ὑψηλῆς θερμοκρασίας τῆς φωτεινῆς πηγῆς (ἠλεκτρικαὶ ἐκκενώσεις εἰς ἀέρια, φθορισμός, φωσφορισμός).

Τὰ ἑτερόφωτα δὲν ἐκπέμπουν ἴδιον φῶς, ἀλλὰ ἀντανακλοῦν μέρος τοῦ φωτὸς τὸ ὁποῖον προσπίπτει ἐπ᾽ αὐτῶν ἀπὸ αὐτόφωτα σώματα (Σελήνη, πλανῆται καὶ σχεδὸν ὅλα τὰ ἐπίγεια ἀντικείμενα).

Ἄλλη ὀπτικὴ διαίρεσις τῶν σωμάτων εἶναι εἰς: *διαφανῆ*, *ἀδιαφανῆ* καὶ *ἡμιδιαφανῆ*. Τὰ διαφανῆ ἀφήνουν νὰ διέλθῃ τὸ φῶς διὰ μέσου τῆς μάζης των (ὕδωρ, ἀήρ, ὕαλος). Τὰ ἀδιαφανῆ ἀνακόπτουν τὸ ἐπ᾽ αὐτῶν προσπίπτον φῶς. Τὰ ἡμιδιαφανῆ (ἢ διαφώτιστα) ἀφήνουν νὰ διέλθῃ διὰ τῆς μάζης των τὸ φῶς, ἀλλὰ δὲν ἀφήνουν νὰ διακρίνωμεν τὸ σχῆμα τῶν ἀντικειμένων. Ἡ διαφάνεια ἐξαρτᾶται καὶ ἀπὸ τὸ πάχος τοῦ σώματος. Τὸ θαλάσσιον ὕδωρ εἰς μεγάλο βάθος εἶναι ἡμιδιαφανές, ἐνῶ φύλλον μετάλλου λεπτότατον ἠμπορεῖ νὰ εἶναι ἡμιδιαφανὲς ἢ διαφανές.

§ 39. **Ἀκτῖνες – Γεωμετρικὴ ὀπτική.** Τὸ φῶς διαδίδεται εὐθυγράμμως μέσα εἰς κάθε ὁμογενὲς μέσον, Π.χ. διὰ νὰ μᾶς εἶναι ὁρατὸν ἕνα φωτεινὸν σημεῖον Α ὅταν ἔχωμεν παρεμβάλλει μεταξὺ αὐτοῦ καὶ τοῦ ὀφθαλμοῦ μας σειρὰν «πετασμάτων» (ἀδιαφανῶν ἐπιπέδων) Π, Π΄, Π΄΄ φερόντων μικρὰς ὀπάς, πρέπει αἱ ὀπαὶ αὐταὶ νὰ εὑρίσκωνται ὅλαι ἐπ' εὐθείας μετὰ τοῦ Α καὶ τοῦ ὀφθαλμοῦ μας (σχ. 51).



Σχ. 51

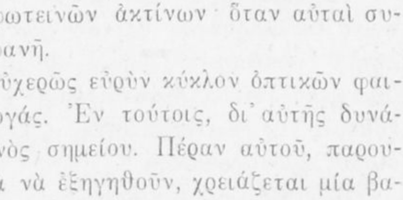
Καλοῦμεν ***φωτεινὴν ἀκτῖνα*** μίαν εὐθεῖαν ἐπὶ τῆς ὁποίας διαδίδεται φῶς, ***φωτεινὴν*** δὲ ***δέσμην*** καλοῦμεν ἕνα πυκνὸν σύνολον ἀκτίνων σχηματιζουσῶν ἕνα φωτεινὸν κῶνον (*κωνικὴ δέσμη*) ἢ κύλινδρον (*παράλληλος δέσμη*). Τὸ ἡλιακὸν φῶς εἰσερχόμενον μέσα εἰς ἕνα σκοτεινὸν θάλαμον μᾶς δίδει τὴν εἰκόνα μιᾶς φωτεινῆς δέσμης.

Εἰς τὴν πραγματικότητα μόνον φωτειναὶ δέσμαι ὑπάρχουν καὶ ὄχι φωτειναὶ ἀκτῖνες. Ὡς φωτεινὴν ἀκτῖνα θεωροῦμεν δέσμην λίαν μικροῦ ἀνοίγματος.

Ἡ Γεωμετρικὴ Ὀπτικὴ μελετᾶ ποικίλα φωτεινὰ φαινόμενα βοηθουμένη ἁπλῶς ἀπὸ τὴν ἔννοιαν τῶν φωτεινῶν ἀκτίνων χωρὶς νὰ χρησιμοποιῇ θεωρίας σχετικὰς μὲ τὴν φύσιν τοῦ φωτός. Ἐξετάζει δὲ κυρίως τὴν πορείαν τῶν φωτεινῶν ἀκτίνων ὅταν αὐταὶ συναντοῦν σώματα διαφανῆ ἢ ἀδιαφανῆ.

Ἡ γεωμετρικὴ ὀπτικὴ ἐξηγεῖ εὐχερῶς εὐρὺν κύκλον ὀπτικῶν φαινομένων καὶ ἔχει πλείστας ἐφαρμογάς. Ἐν τούτοις, δι' αὐτῆς δυνάμεθα νὰ προχωρήσωμεν μέχρις ἑνὸς σημείου. Πέραν αὐτοῦ, παρουσιάζονται φαινόμενα τὰ ὁποῖα διὰ νὰ ἐξηγηθοῦν, χρειάζεται μία βαθυτέρα θεωρία ἐπὶ τῆς φύσεως τοῦ φωτός, τὸ ὁποῖον εἶναι κύμανσις. Τοῦτο πράττει ἡ *Φυσικὴ* (ἢ *Κυματικὴ*) *Ὀπτική*, ἡ ὁποία ἐξηγεῖ καὶ ὅλα ὅσα ἐξηγοῦνται διὰ τῆς Γεωμετρικῆς Ὀπτικῆς. Παρατηρητέον ὅτι καὶ ἡ φυσικὴ ὀπτικὴ εἶναι μία στενὴ περιοχὴ (μερικὴ περίπτωσις) ἑνὸς εὐρυτέρου κύκλου κυματικῶν φαινομένων τὰ ὁποῖα κατὰ μέγα μέρος, δὲν εἶναι ἀντιληπτὰ διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ.

§ 40. Σκιαὶ - Σκοτεινὸς θάλαμος. α΄) Ἄμεσον ἀποτέλεσμα τῆς εὐθυγράμμου διαδόσεως τοῦ φωτὸς εἶναι ὁ σχηματισμὸς σκιᾶς. Ἐὰν ἡ φωτεινὴ πηγὴ Φ εἶναι πολὺ μικρῶν διαστάσεων (φωτεινὸν σημεῖον) καὶ φαντασθῶμεν κωνικὴν ἐπιφάνειαν μὲ κορυφὴν τὸ Φ ἐφαπτομένην τοῦ ἀδιαφανοῦς σώματος Σ, ὁ χῶρος

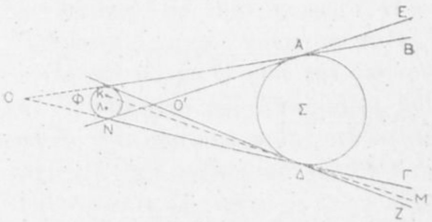


Σχ. 52

Ε ὁ πέραν τοῦ σώματος καὶ ἐντὸς τοῦ νοητοῦ αὐτοῦ κώνου δὲν δέχεται καθόλου φῶς ἀπὸ τὸ ἐκπεμπόμενον ὑπὸ τῆς Φ (λόγῳ τῆς εὐθυγράμμου διαδόσεως) καὶ καλεῖται ***σκιά.*** Παραθέτοντες πέτασμα Π, τέμνον τὴν σκιάν, βλέπομεν ἐπ᾽ αὐτοῦ μίαν περιοχὴν σκοτεινὴν (μὴ δεχομένην φῶς ἀπὸ τὸ Φ), ἐνῷ τὸ λοιπὸν μέρος τοῦ πετάσματος εἶναι φωτεινόν. Οὕτω σχηματίζεται ἡ σκιὰ ἐπὶ τοῦ πετάσματος (σχ. 52). Ἐὰν πάλιν ἡ φωτεινὴ πηγὴ Φ ἔχει διαστάσεις (σχ. 53α), τότε θεωροῦμεν δύο κωνικὰς ἐπιφανείας ἑκάστη τῶν ὁποίων ἐφάπτεται καὶ τῆς Φ καὶ τοῦ Σ. Ἡ μία μὲ κορυφὴν τὸ Ο, περιέχει τὰ δύο σώματα Φ καὶ Σ πρὸς τὸ αὐτὸ μέρος τοῦ Ο, ἐνῷ ἡ ἄλλη ἔχει τὴν κορυφήν της μεταξὺ τῶν δύο σωμάτων.

Ὁ πέραν τοῦ Σ χῶρος χωρίζεται εἰς τρεῖς περιοχάς :

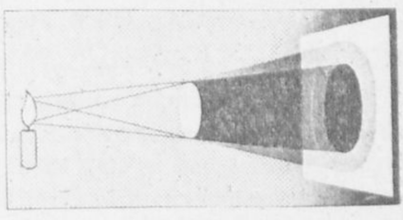
1. Εἰς τὴν περιοχὴν ΒΑΔΓ ἐντὸς τῆς ὁποίας δὲν εἰσχωρεῖ καμμία ἀκτὶς ἀπὸ τὸ Φ καὶ ἡ ὁποία καλεῖται ***σκιὰ*** (ὁ ἐντὸς τοῦ κώνου χῶρος).



Σχ. 53α

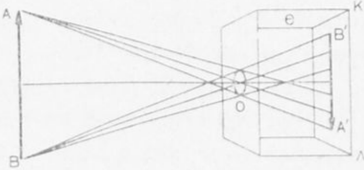
2. Εἰς τὴν περιοχὴν ἐκτὸς τοῦ κώνου Ο, ἀλλὰ ἐντὸς τοῦ Ο′ (χῶρος ΕΑΒ ἢ ΓΔΖ) εἰς τὴν ὁποίαν εἰσέρχονται ἀκτῖνες ἀπὸ μέρος μόνον τῆς Φ καὶ ἡ ὁποία καλεῖται ***παρασκιά.*** Ἕνα σημεῖον Μ, λ.χ. τῆς περιοχῆς ΓΔΖ δέχεται ἀκτῖνας ἀπὸ τὰ σημεῖα Κ, Λ, Ν ἀλλὰ ὄχι καὶ ἀπὸ σημεῖα τῆς Φ κείμενα ὑψηλότερον τοῦ Κ.

3. Τὸ μέρος τοῦ χώρου ποὺ εἶναι ἐκτὸς καὶ τῶν δύο αὐτῶν κώνων καὶ τὸ ὁποῖον καλεῖται φωτεινὸν μέρος. Ἐὰν τοποθετήσωμεν πέραν τοῦ Σ ἕνα πέτασμα (σχ. 53β) διακρίνομεν τρεῖς διακεκριμένας περιοχάς: α′) Μίαν κεντρικὴν ζώνην σκοτεινὴν (τομὴ τοῦ σκιεροῦ κώνου ΒΑΔΓ καὶ τοῦ πετάσματος), β′) μίαν δευτέραν ζώνην περιβάλλουσαν τὴν πρώτην εἰς τὴν ὁποίαν ἡ σκιὰ βαθμιαίως ἐξασθενίζει (τομὴ τοῦ χώρου τῆς παρασκιᾶς καὶ τοῦ πετάσματος) καὶ γ′) μίαν τρίτην ζώνην περιβάλλουσαν τὰς δύο πρώτας ἐντελῶς φωτιζομένην (τομὴ τοῦ χώρου τοῦ ἐκτὸς τῶν δύο κώνων καὶ τοῦ πετάσματος).


Σχ. 53β

β΄) Τὸ φαινόμενον τῶν ἐκλείψεων τῶν οὐρανίων σωμάτων ἐξηγεῖται ἀμέσως μὲ τὴν θεωρίαν τῶν σκιῶν. Π.χ. ὅταν ἡ σελήνη εἰσέρχεται εἰς τὴν σκιὰν τῆς γῆς (μὲ φωτεινὴν πηγὴν τὸν Ἥλιον) ἔχομεν ἔκλειψιν τῆς σελήνης, ἐνῶ ὅταν μέρος τῆς γηΐνης ἐπιφανείας εἰσέλθῃ εἰς τὴν σκιὰν τῆς σελήνης ἔχομεν, εἰς τὴν περιοχὴν αὐτὴν τῆς γῆς, ἔκλειψιν τοῦ ἡλίου.

γ΄) **Σκοτεινὸς θάλαμος**. Ἐὰν κλειστὸς σκοτεινὸς θάλαμος Θ (σχ. 54) φέρῃ μικρὰν ὀπὴν Ο ἐπὶ τῆς μιᾶς ἕδρας του, τότε κάθε ἐξωτερικὸν φωτεινὸν ἀντικείμενον ΑΒ εὑρισκόμενον πρὸς τὸ μέρος τῆς ὀπῆς Ο, παρέχει τὴν εἰκόνα του, Α΄Β΄ ἀνεστραμμένην ἐπὶ τῆς ἀπέναντι ἕδρας ΚΛ τοῦ θαλάμου. Διότι τὸ κάθε σημεῖον τοῦ ΑΒ ἐκπέμπον λεπτὴν φωτεινὴν δέσμην διερχομένην διὰ τῆς ὀπῆς Ο σχηματίζει ἐπὶ τοῦ τοιχώματος ΚΛ φωτεινὸν εἴδωλον ἔχον τὸ σχῆμα τῆς ὀπῆς. Ὅλα αὐτὰ τὰ εἴδωλα εἰς τὸ σύνολόν τους δίδουν τὴν εἰκόνα τοῦ ΑΒ ἀνεστραμένην καὶ ἀνεξάρτητον τοῦ σχήματος τῆς ὀπῆς. Τὸ εἴδωλον Α΄Β΄ εἶναι τόσον σαφέστερον ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ ὀπὴ καὶ ἠμπορεῖ νὰ φωτογραφηθῇ ἂν τεθῇ εἰς τὴν θέσιν ΚΛ φωτογραφικὴ πλὰξ ἐπὶ κατάλληλον χρόνον. Ὅσον ὅμως μικραίνει ἡ ὀπή, τόσον ὀλιγώτερον φωτεινὸν εἶναι τὸ εἴδωλον. Ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων ΟΑΒ, ΟΑ΄Β΄ ἔχομεν τὴν σχέσιν μηκῶν εἰδώλου καὶ ἀντικειμένου: Α΄Β΄ : ΑΒ=ΟΑ΄ : ΟΑ.



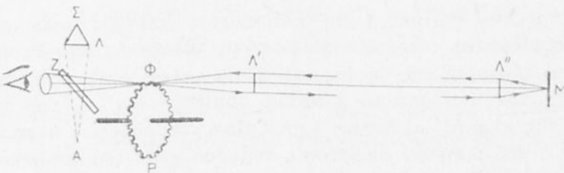
Σχ. 54
Εἰκὼν τοῦ ΑΒ σχηματιζομένη ἐν σκοτεινῷ θαλάμῳ.

§ 41. Ταχύτης τοῦ φωτός.

α΄) Τὸ φῶς μεταδίδεται εἰς τὸ κενὸν μὲ ταχύτητα 3.10^{10} cm.sec^{-1}=300.000 km.sec^{-1} (ἡ μεγίστη ταχύτης μέσα εἰς τὴν φύσιν). Μὲ τὴν ταχύτητα αὐτὴν τὸ φῶς θὰ περιέτρεχε 7,5 φορὰς τὴν γῆν, ἐντὸς δευτερολέπτου.

Διὰ νὰ φθάσῃ τὸ φῶς τοῦ ἡλίου μέχρι τῆς γῆς χρειάζεται 500 sec, ἐνῶ ἀπὸ τῆς σελήνης εἰς τὴν γῆν 1,28 sec. Ἡ ταχύτης τοῦ φωτὸς προσδιωρίσθη πρῶτον ἀπὸ τὸν Δανὸν ἀστρονόμον Olaf Römer τὸ 1676 ἀπὸ ἀστρονομικὰς παρατηρήσεις. Ἀργότερον, ἡ ταχύτης τοῦ φωτὸς προσδιορίσθη διὰ μετρήσεων αἱ ὁποῖαι ἐξετελέσθησαν ἐπὶ τῆς γῆς. Ἀναφέρωμεν κατωτέρω τὴν μέθοδον τοῦ Fizeau.

β΄) **Μέθοδος τοῦ Fizeau.** Φαντασθῶμεν ὀδοντωτὸν τροχὸν Ρ, τοῦ ὁποίου οἱ ὀδόντες χωρίζονται ἀπὸ διάκενα ἴσα, ἔχοντα πλάτος ἴσον πρὸς τὸ πλάτος κάθε ὀδόντος. Ἐὰν φωτεινὴ ἀκτίς, ἀναχωροῦσα ἀπὸ ἕνα διάκενον Φ, φθάση εἰς ἕνα ἀπομεμακρυσμένον κάτοπτρον Μ, ἀπέχον h ἀπὸ τὸ Φ καὶ ἀνακλασθῆ, τότε μέχρις ὅτου ἐπιστρέψη εἰς τὸ Φ θὰ μεσολαβήση κάποιος χρόνος t καὶ ὁ παρατηρητὴς εἰς τὸ Ο θὰ βλέπη τὴν ἐπιστρέφουσαν ἀκτῖνα, ἐφ' ὅσον ὁ τροχὸς ἠρεμεῖ. Ἂν ὅμως τεθῆ εἰς ταχεῖαν περιστροφήν, δυνατὸν ἡ ἐπιστρέφουσα ἀκτὶς νὰ συναντήση τὸν ἑπόμενον τοῦ διακένου ὀδόντα καὶ νὰ μὴ εἶναι τότε ὁρατὴ ἀπὸ τὸν παρατηρητὴν Ο. Τότε, ἂν εἶναι Ν τὸ πλῆθος τῶν



Σχ. 55
Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ταχύτητος τοῦ φωτὸς κατὰ Fizeau

στροφῶν τοῦ τροχοῦ ἀνὰ sec καὶ ν τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων, ὁ χρόνος t μεταβάσεως καὶ ἐπιστροφῆς τῆς ἀκτῖνος θὰ εἶναι ἴσος πρὸς τὸν χρόνον ποὺ χρειάζεται ἵνα τὸ διάκενον ἀντικατασταθῆ διὰ τοῦ ἑπομένου ὀδόντος, δηλ. $\frac{1}{2N\nu}$ καὶ ἡ ταχύτης τοῦ φωτὸς θὰ εἶναι:

$$\upsilon = \frac{2h}{t} = 4hN\nu.$$

Αὐτὴ εἶναι ἡ ἀρχὴ τῆς μεθόδου τοῦ Fizeau.

Ἡ διάταξις τοῦ πειράματος γίνεται ὡς εἰς τὸ σχ. 55. Ἡ φωτεινὴ πηγὴ Σ ἐκπέμπει φωτεινὴν δέσμην, ἡ ὁποία διὰ τοῦ φακοῦ Λ γίνεται συγκλίνουσα πρὸς τὸ σημεῖον Α. Ἀνακοπτομένη ὅμως ἀπὸ τὴν ὑαλίνην πλάκα Ζ συγκεντροῦται (ἐν μέρει) εἰς τὸ σημεῖον Φ, συμμετρικὸν τοῦ Α, ὡς πρὸς τὸ ἐπίπεδον Ζ (ἐνῶ μέρος τοῦ φωτὸς διέρχεται διὰ τῆς ὑαλίνης πλακὸς Ζ). Ἀκολούθως διὰ τοῦ φακοῦ Λ′ γίνεται κυλινδρικὴ καὶ μεταβαίνουσα εἰς τὸν ἄλλον σταθμὸν συγκεντροῦται διὰ τοῦ φακοῦ Λ″ ἐπὶ τοῦ κατόπτρου Μ ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἀνακλᾶται καὶ καὶ ἀκολουθεῖ τὴν ἀντίστροφον πορείαν. Φθάνουσα εἰς τὴν πλάκα Ζ διέρχεται ἐν μέρει δι' αὐτῆς καὶ γίνεται ὁρατὴ εἰς τὸν παρατηρητὴν βλέποντας εἰς Ο. Ὁ παρατηρητὴς εἰς Ο ἐξακολουθεῖ νὰ βλέπη τὴν ἐπιστρέφουσαν ἀκτῖνα, ἐφ' ὅσον ἡ ταχύτης περιστροφῆς τοῦ τροχοῦ εἶναι μικρά. Ὅταν ὅμως ἡ ταχύτης τοῦ τροχοῦ αὐξανομένη φθάση μίαν ὡρισμένην τιμὴν ὁ παρατηρητὴς Ο δὲν βλέπει πλέον τὴν ἐπιστρέφουσαν ἀκτῖνα.

γ΄) Ὁ Foucault δι᾽ ἄλλης μεθόδου (τοῦ περιστρεφομένου κατόπτρου) ἐπέτυχε τὴν μέτρησιν τῆς ταχύτητος τοῦ φωτὸς ἐντὸς τοῦ ἐργαστηρίου καὶ ἀπέδειξεν ὅτι τὸ φῶς διαδίδεται ἐντὸς τοῦ ὕδατος μὲ ταχύτητα μικροτέραν τῆς ἐν τῷ ἀέρι. (βλ. ἀσκ. 93).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

74. Ἔμπροσθεν κατακορύφου πετάσματος καὶ εἰς ἀπόστασιν 10 cm ἀπ᾽ αὐτοῦ εὑρίσκεται τετράγωνος ἀδιαφανὴς πλὰξ πλευρᾶς 2 cm, παράλληλος πρὸς τὸ πέτασμα, τῆς ὁποίας μία πλευρὰ εἶναι ὁριζοντία. Δύο φωτεινὰ σημεῖα ἀπέχοντα 1 m ἀπὸ τὸ πέτασμα δημιουργοῦν ἐπὶ τοῦ πετάσματος δύο σκιὰς τῆς πλακός, αἱ ὁποῖαι ἔχουν μίαν κατακόρυφον πλευρὰν κοινήν. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀπ᾽ ἀλλήλων ἀπόστασις τῶν δύο φωτεινῶν σημείων.

75. Εἰς μίαν διάταξιν Fizeau τὸ ἐντονώτερον φῶς ἐμφανίζεται διὰ πρώτην φορὰν ὅταν ὁ τροχὸς ἐκτελῇ 10 στροφὰς ἀνὰ sec. Ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τοῦ ἀνακλῶντος κατόπτρου εἶναι 25 km ὁ δὲ ἀριθμὸς τῶν ὀδόντων 600. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης τοῦ φωτός.

76. Εἰς μίαν διάταξιν Fizeau διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ταχύτητος τοῦ φωτὸς ἡ ἀπόστασις τοῦ ἀνακλῶντος κατόπτρου εἶναι 22,9 km ὁ δὲ ὀδοντωτός, τροχὸς ἔχει διάμετρον 40 mm καὶ 180 ὀδόντας. Ποία ἡ γωνιακὴ ταχύτης του, ἵνα τὸ φῶς τὸ διαβιβαζόμενον δι᾽ ἑνὸς διακένου, νὰ ἐπιστρέφῃ διὰ τοῦ ἑπομένου;

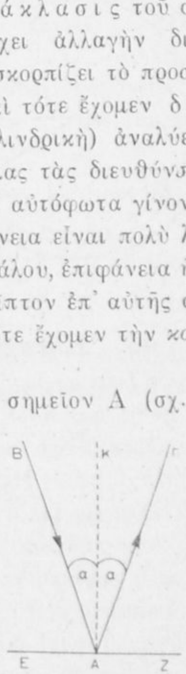
77. Ἐπίπεδος φωτεινὴ πηγὴ ἔχει σχῆμα τετραγώνου πλευρᾶς 2 cm καὶ ἵσταται πρὸ παραλλήλου πετάσματος εἰς ἀπόστασιν 2 m. Εἰς τὸ μέσον τῆς ἀποστάσεως τῶν δύο τούτων εὑρίσκεται ἀδιαφανὴς πλὰξ τετράγωνος μὲ πλευρὰς παραλλήλους πρὸς τὰς πλευρὰς τῆς φωτεινῆς πηγῆς καὶ ἐχούσας μῆκος 3 cm. Ὑπολογίσατε τὸ ἐμβαδὸν i) τῆς σκιᾶς, ii) τῆς παρασκιᾶς ἡ ὁποία δημιουργεῖται ἐπὶ τοῦ πετάσματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ V

Κάτοπτρα

§ 42. **Ἀνάκλασις τοῦ φωτός.** α΄) Ὁσάκις τὸ φῶς προσπίπτει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ἑνὸς σώματος, πάντοτε ἕνα μέρος αὐτοῦ, μὴ δυνάμενον νὰ εἰσχωρήσῃ ἐντὸς τοῦ σώματος, ἀλλάζει διεύθυνσιν. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται ἀνάκλασις τοῦ φωτός· ὥστε κατὰ τὴν ἀνάκλασιν τὸ φῶς πάσχει ἀλλαγὴν διευθύνσεως. Ὅταν ἡ ἐπιφάνεια εἶναι τραχεῖα, διασκορπίζει τὸ προσπῖπτον ἐπ᾽ αὐτῆς φῶς καθ᾽ ὅλας τὰς διευθύνσεις καὶ τότε ἔχομεν διάχυσιν τοῦ φωτός. Μία παράλληλος δέσμη (κυλινδρικὴ) ἀναλύεται ὑπὸ τῆς τραχείας ἐπιφανείας εἰς ἀκτῖνας πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις. Ἐξ αἰτίας τῆς διαχύσεως τοῦ φωτός, σώματα ὄχι αὐτόφωτα γίνονται ὁρατὰ ἀπὸ κάθε διεύθυνσιν. Ὅταν ὅμως ἡ ἐπιφάνεια εἶναι πολὺ λεία (ὅπως π.χ. λεία μεταλλικὴ ἐπιφάνεια, ἐπιφάνεια ὑάλου, ἐπιφάνεια ἠρεμοῦντος ὑγροῦ), τότε δὲν διασκορπίζει τὸ προσπῖπτον ἐπ᾽ αὐτῆς φῶς ἀτάκτως, ἀλλὰ σύμφωνα μὲ ὡρισμένον νόμον· τότε ἔχομεν τὴν *κανονικὴν ἀνάκλασιν* ἢ ἁπλῶς ἀνάκλασιν.

β΄) **Νόμοι τῆς ἀνακλάσεως.** Ἐὰν εἰς τὸ σημεῖον Α (σχ. 56) λείας ἐπιφανείας ΕΖ, κανονικῶς ἀνακλώσης τὸ φῶς, προσπέσῃ ἡ φωτεινὴ ἀκτὶς ΒΑ, τότε ἀλλάζει ἀποτόμως διεύθυνσιν ἀκολουθοῦσα τὴν εὐθεῖαν ΑΓ (ἀνακλωμένη ἀκτίς). Ἐὰν εἰς τὸ σημεῖον Α νοήσωμεν κάθετον ΑΚ ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν ΕΖ, καλέσωμεν δὲ τὴν γωνίαν ΒΑΚ γωνίαν προσπτώσεως καὶ τὴν γωνίαν ΚΑΓ γωνίαν ἀνακλάσεως, τότε οἱ νόμοι τῆς (κανονικῆς) ἀνακλάσεως διατυπώνονται ὡς ἑξῆς :



Σχ: 56
Προσπίπτουσα καὶ ἀνακλωμένη ἀκτίς.

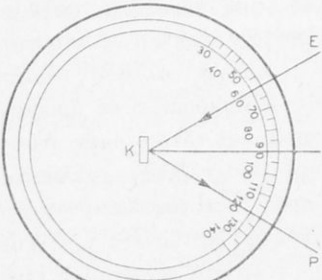
i) *Προσπίπτουσα καὶ ἀνακλωμένη ἀκτὶς κεῖνται εἰς τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον μετὰ τῆς καθέτου τῆς ἀγομένης εἰς τὸ σημεῖον προσπτώσεως.*

ii) *Ἡ γωνία προσπτώσεως εἶναι ἴση μὲ τὴν γωνίαν ἀνακλάσεως.* Καὶ οἱ δύο νόμοι συγχρόνως δύνανται νὰ διατυπωθοῦν ὡς ἑξῆς :

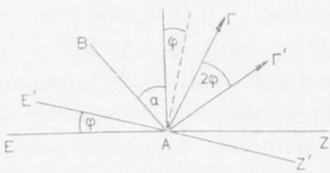
προσπίπτουσα καὶ ἀνακλωμένη ἀκτὶς εἶναι συμμετρικαὶ ὡς πρὸς τὴν κάθετον ΑΚ.

Πειραματικὴ ἀπόδειξις, ἠμπορεῖ νὰ γίνῃ τῇ βοηθείᾳ δίσκου διῃρημένου εἰς μοίρας καὶ φέροντος εἰς τὸ κέντρον του μικρὸν κάτοπτρον Κ κάθετον ἐπὶ τὴν ἀκτῖνα τὴν διερχομένην διὰ τῆς διαιρέσεως 90°. Λεπτοτάτη φωτεινὴ δέσμη ΕΚ ἀνακλᾶται κατὰ τὴν ΚΡ σύμφωνα μὲ τοὺς ἀνωτέρω νόμους (σχ. 57).

Παρατήρησις. Ἐὰν ἡ προσπίπτουσα ἀκτὶς ΒΑ (σχ. 58) μείνῃ ἀμετάβλητος, στραφῇ ὅμως περὶ τὸ Α, ἡ ἀνακλῶσα ἐπιφάνεια ΕΖ κατὰ γωνίαν φ, τότε εὔκολα προκύπτει ὅτι ἡ ἀνακλωμένη ἀκτὶς ΑΓ στρέφεται κατὰ διπλασίαν γωνίαν, δηλ. 2φ.



Σχ. 57

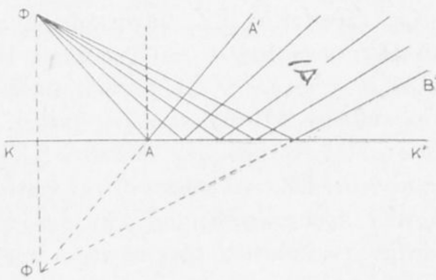


Σχ. 58

§ 43. Ἐπίπεδα κάτοπτρα.

α΄) Κάθε ἀνακλῶσα κανονικῶς τὸ φῶς λεία στιλπνὴ ἐπιφάνεια λέγεται ***κάτοπτρον.***

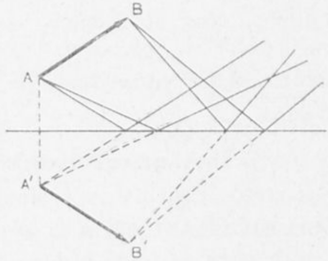
Ἔστω φωτεινὸν σημεῖον Φ πρὸ ἐπιπέδου κατόπτρου ΚΚ΄ (σχ. 59). Ἡ τυχοῦσα φωτεινὴ ἀκτὶς ΦΑ ἀνακλᾶται κατὰ τὴν εὐθεῖαν ΑΑ΄ τῆς ὁποίας ἡ προέκτασις διέρχεται (σύμφωνα μὲ τοὺς νόμους τῆς ἀνακλάσεως) διὰ σταθεροῦ σημείου Φ΄ συμμετρικοῦ τοῦ Φ ὡς πρὸς τὸ ἐπίπεδον ΚΚ΄. Ἔτσι ὅλαι αἱ ἀνακλώμεναι φαίνονται εἰς τὸν ὀφθαλμὸν ὡς νὰ προέρχωνται ἀπὸ τὸ σημεῖον Φ΄. Φυσικὰ μόνον αἱ προεκτάσεις τῶν ἀνακλωμένων ἀκτίνων τέμνονται εἰς τὸ Φ΄, τὸ ὁποῖον ὁ ὀφθαλμὸς ἐκλαμβάνει ὡς φωτεινὴν πηγήν. Τὸ συμμετρικὸν



Σχ. 59
Εἴδωλον φωτεινοῦ σημείου εἰς ἐπίπεδον κάτοπτρον.

τοῦτο σημεῖον Φ′ εἶναι ἕνα *εἴδωλον* τοῦ φωτεινοῦ σημείου Φ καλεῖται δὲ ***φανταστικὸν εἴδωλον*** τοῦ Φ.

Ἐὰν πρὸ τοῦ ἐπιπέδου κατόπτρου τεθῆ φωτεινὸν ἀντικείμενον ΑΒ, τὰ διάφορα σημεῖα τοῦ ἀντικειμένου σχηματίζουν εἴδωλα φανταστικά, τὰ ὁποῖα εἰς τὸ σύνολόν τους παρέχουν τὸ εἴδωλον τοῦ ἀντικειμένου (σχ. 60). Συνεπῶς τὸ εἴδωλον θὰ εἶναι συμμετρικὸν τοῦ ἀντικειμένου ὡς πρὸς τὸ ἐπίπεδον τοῦ κατόπτρου καὶ ***φανταστικὸν*** (*κατ' ἔμφασιν*).



Σχ. 60
Εἴδωλον φωτεινοῦ ἀντικειμένου ΑΒ εἰς ἐπίπεδον κάτοπτρον

Ἐν γένει τὸ εἴδωλον δὲν εἶναι ἐφαρμόσιμον μὲ τὸ ἀντικείμενον.

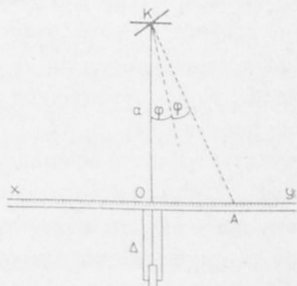
Εἰς τὰ συνήθη κάτοπτρα καλύπτουν τὴν ὀπισθίαν ἐπιφάνειαν διὰ στρώματος ἀργύρου, τὸ ὁποῖον ἀνακλᾶ τὸ μέγιστον μέρος τοῦ προσπίπτοντος φωτός.

β′) **Ἐφαρμογαὶ τῶν ἐπιπέδων κατόπτρων.** Γενικῶς τὰ ἐπίπεδα κάτοπτρα χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν Φυσικήν:

1ον. *Διὰ νὰ δώσουν ἐκ τῶν προτέρων ὡρισμένην διεύθυνσιν εἰς μίαν οἱανδήποτε φωτεινὴν ἀκτῖνα.*

2ον. *Διὰ τὴν μέτρησιν γωνιῶν.*

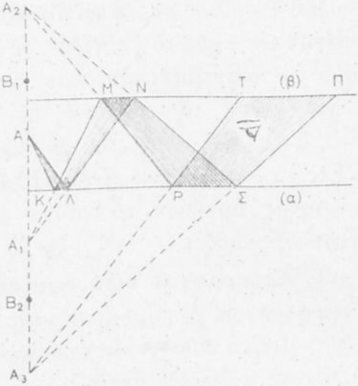
Διὰ τὴν μέτρησιν γωνιῶν χρησιμοποιεῖται τὸ ***περίστρεπτον κάτοπτρον*** (Poggendorff). Διὰ καταλλήλου διατάξεως ἐπιτυγχάνεται μέτρησις τῆς γωνίας στροφῆς μικροῦ ἐπιπέδου κατόπρου Κ (τὸ Κ δύναται νὰ εἶναι π.χ. προσηρμοσμένον ἐπὶ τῆς μαγνητικῆς βελόνης εὐπαθοῦς γαλβανομέτρου καὶ νὰ στρέφεται μαζὺ μὲ αὐτὴν κατὰ μικρὰν γωνίαν τὴν ὁποίαν θέλομεν νὰ μετρήσωμεν ἐπακριβῶς). Εἰς γνωστὴν ἀπόστασιν α (σχ. 61) εὑρίσκεται ἡ διόπτρα Δ τῆς ὁποίας ὁ ἄξων εἶναι κάθετος πρὸς τὸ Κ. Τότε βλέπομεν διὰ τῆς Δ, κατόπιν ἀνακλάσεως ἐπὶ τοῦ Κ. τὴν διαίρεσιν 0 μιᾶς κλίμακος xy καθέτου πρὸς τὸν ἄξονα τῆς διόπτρας. Ἐὰν τὸ κάτοπτρον στραφῆ κατὰ γωνίαν φ, τότε βλέπομεν διὰ τῆς διόπτρας ἕνα ἄλλο σημεῖον Λ τοῦ κανόνος τέτοιο ὥστε $ΟΚΛ = 2φ$. Ἐὰν



Σχ. 61
Μέτρησις μικρῶν γωνιῶν διὰ τῆς κατοπτρικῆς μεθόδου.

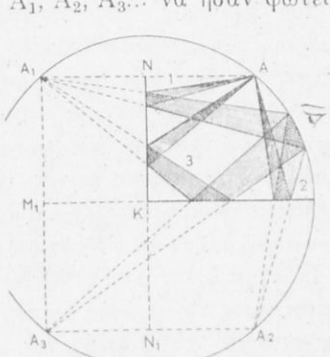
τὸ σημεῖον Α ποὺ βλέπομεν ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν διαίρεσιν d τῆς κλίμακος, τότε θὰ ἔχωμεν: $\varepsilon\varphi 2\varphi = \frac{d}{\alpha}$ καὶ διὰ μικρὰ φ θὰ ἔχωμεν κατὰ προσέγγισιν $2\varphi \sim \frac{d}{\alpha}$ (ἀκτίνια). Ἡ ἀκρίβεια τῆς μεθόδου αὐτῆς εἶναι πολὺ μεγάλη.

γ΄) **Πολλαπλαῖ ἀνακλάσεις.** i) ***Παράλληλα κάτοπτρα.*** Ἐὰν φωτεινὸν σημεῖον Α εὑρίσκεται μεταξὺ δύο παραλλήλων κατόπτρων (α) καὶ (β) (σχ. 62) ἡ ἐξ αὐτοῦ ἐκπεμπομένη φωτεινὴ δέσμη ὑφίσταται ἀλλεπαλλήλους ἀνακλάσεις ἐπὶ τῶν δύο κατόπτρων καὶ διὰ τοῦτο δημιουργεῖται μέγα πλῆθος φανταστικῶν εἰδώλων.



Σχ. 62
Φωτεινὸν σημεῖον Α, μεταξὺ παραλλήλων κατόπτρων.

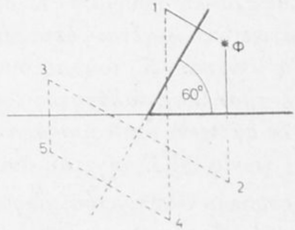
Ἔτσι π.χ. ἡ δέσμη ΑΚΛ ἀνακλωμένη ἐπὶ τοῦ (α) κατὰ τὴν ΚΛΝΜ παρέχει τὸ εἴδωλον A_1. Ἡ ΚΛΝΜ ἀνακλωμένη ἐπὶ τοῦ (β) κατὰ τὴν ΜΝΣΡ παρέχει τὸ φανταστικὸν εἴδωλον A_2 συμμετρικὸν τοῦ A_1 ὡς πρὸς τὸ (β). Ἡ ΜΝΣΡ ἀνακλωμένη ἐπὶ τοῦ (α) παρέχει τὸ εἴδωλον A_3 συμμετρικὸν τοῦ A_2 ὡς πρὸς τὸ (α) κ.ο.κ. Δηλ. εἶναι ὡσὰν τὰ A_1, A_2, A_3... νὰ ἦσαν φωτειναὶ πηγαί. Σχηματίζονται ἀκόμη τὸ B_1, συμμετρικὸν τοῦ Α ὡς πρὸς τὸ (β), τὸ B_2 συμμετρικὸν τοῦ B_1 ὡς πρὸς τὸ (α) κ.τ.λ. Κατ᾽ αὐτὸν τὸν τρόπον ὁ ὀφθαλμὸς βλέπει μέγα πλῆθος φανταστικῶν εἰδώλων, διότι δέχεται συγχρόνως πολλὰς φωτεινὰς δέσμας προερχομένας ἐκ διαφορετικῶν ἀνακλάσεων. Ἐπειδὴ ὅμως ἡ ἔντασις τοῦ φωτὸς εἰς ἑκάστην ἀνάκλασιν ἐλαττοῦται, τὰ μεμακρυσμένα εἴδωλα καθίστανται ἀόρατα.



Σχ. 63
Σχηματισμὸς 3 εἰδώλων εἰς δύο κάθετα κάτοπτρα.

ii) ***Κάτοπτρα ὑπὸ γωνίαν.*** Σημεῖον εὑρισκόμενον μεταξὺ δύο καθέτων κατόπτρων σχηματίζει τρία εἴδωλα ὅπως δεικνύει τὸ σχ. 63.

Ἐὰν ἡ γωνία τοῦ κατόπτρου εἶναι 60° τὸ πλῆθος τῶν εἰδώλων εἶναι 5. (σχ. 64). Ἂν ἡ γωνία εἶναι 45° σχηματίζονται 7 εἴδωλα. Τὰ εἴδωλα εἶναι πάντοτε διατεταγμένα ἐπὶ περιφερείας κύκλου.



Σχ. 64
Σχηματισμὸς 5 εἰδώλων εἰς δύο κάτοπτρα ὑπὸ γωνίαν 60°.

iii) ***Καλειδοσκόπιον.*** Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο κάτοπτρα ὑπὸ γωνίαν (συνήθως 60° μεταξὺ τῶν ὁποίων τίθενται μικρὰ τεμάχια ὑάλου χρωματισμένα, τῶν ὁποίων τὰ πολλαπλᾶ εἴδωλα δημιουργοῦν ἐξαιρετικῶς ποικίλον συνδυασμὸν χρωματιστῶν εἰκόνων συμμετρικῶς διατεταγμένων.

δ΄) **Τὸ ἀντιστρεπτὸν τῆς πορείας τοῦ φωτός.** Ἡ συμμετρία τῆς προσπιπτούσης καὶ τῆς ἀνακλωμένης ἀκτῖνος ὡς πρὸς τὴν κάθετον, ἐξασφαλίζει τὸ *ἀντιστρεπτὸν τῆς πορείας τοῦ φωτὸς κατὰ τὴν ἀνάκλασιν.*

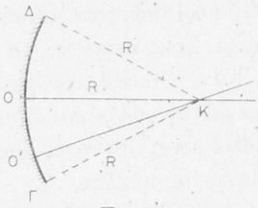
Σχ. 65
Τὸ ἀντιστρεπτὸν τῆς πορείας τοῦ φωτὸς κατὰ τὴν ἀνάκλασιν.

Πράγματι, ὅπως βλέπομεν εἰς τὸ σχ. 56, σελ. 77, ἂν ἡ ΓΑ εἶναι ἡ προσπίπτουσα, τότε ἡ ΑΒ θὰ εἶναι ἡ ἀνακλωμένη. Συνεπῶς ἂν ἀκτὶς φωτεινὴ ἀναχωροῦσα ἀπὸ τὸ σημεῖον Κ (σχ. 65) φθάση εἰς τὸ Ν ἀφοῦ ὑποστῇ ἐν τῷ μεταξὺ ὁσασδήποτε ἀνακλάσεις ἐπὶ οἱωνδήποτε κατόπτρων, εἶναι δὲ ΜΝ τὸ τελευταῖον τμῆμα τῆς διαδρομῆς της, τότε καὶ ἡ φωτεινὴ ἀκτὶς ἡ ἐκπεμπομένη ἀπὸ τὸ Ν κατὰ τὴν ΝΜ θὰ φθάση (κατόπιν ἀνακλάσεων) πάλιν εἰς τὸ Κ.

§ 44. Σφαιρικὰ κάτοπτρα.

α΄) Κάτοπτρα τῶν ὁποίων ἡ ἀνακλαστικὴ ἐπιφάνεια εἶναι μέρος σφαιρικῆς ἐπιφανείας (συνήθως σφαιρικὴ ζώνη μὲ μίαν βάσιν) λέγονται ***σφαιρικά.*** Ὅταν ἡ ἀνακλῶσα ἐπιφάνεια εἶναι κοίλη (ἐσωτερικὴ) τὸ κάτοπτρον λέγεται ***κοῖλον σφαιρικὸν κάτοπτρον*** καὶ ὅταν εἶναι κυρτὴ (ἐξωτερικὴ) λέγεται ***κυρτὸν σφαιρικὸν κάτοπτρον.***

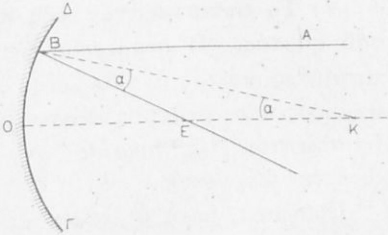
Ἐὰν ἡ κατοπτρικὴ ἐπιφάνεια παράγεται διὰ περιστροφῆς ἑνὸς τόξου ΓΔ περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ ΟΚ, ὅπου Ο εἶναι τὸ μέσον τοῦ τόξου $\widehat{\Gamma\Delta}$, τότε τὸ μὲν Ο λέγεται ***κορυφὴ*** τοῦ κατόπτρου, ἡ δὲ εὐθεῖα ΟΚ ***κύριος ἄξων***. Κάθε ἄλλη εὐθεῖα Ο'Κ συναντῶσα τὸ κάτοπτρον λέγεται ***δευτερεύων ἄξων***. Τὸ κέντρον Κ τοῦ τόξου ΓΔ λέγεται ***κέντρον καμπυλότητος*** τοῦ κατόπτρου,



Σχ. 66
Κοῖλον σφαιρικὸν κάτοπτρον

ἡ δὲ ἀκτὶς R τοῦ τόξου ***ἀκτὶς καμπυλότητος*** τοῦ κατόπτρου (σχ. 66). Ἡ γωνία ΔΚΓ λέγεται ***ἄνοιγμα*** τοῦ κατόπτρου. Εἰς τὰ ἑπόμενα θὰ ἐξετάσωμεν κάτοπτρα *μικροῦ ἀνοίγματος* (ἡ $\widehat{\Gamma K \Delta}$ τὸ πολὺ μέχρι 9^0).

β') **Κυρία ἑστία κοίλου σφαιρικοῦ κατόπτρου.** Θεωρήσωμεν φωτεινὴν ἀκτῖνα ΑΒ προσπίπτουσαν ἐπὶ τοῦ κοίλου σφαιρικοῦ κατόπτρου ΓΔ παραλλήλως πρὸς τὸν ἄξονα ΟΚ (σχ. 67). Ἂν εἰς τὸ Β φέρωμεν τὴν ἀκτῖνα ΚΒ, ἥτις εἶναι καὶ κάθετος ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν ΓΔ εἰς τὸ σημεῖον Β, τότε ἡ γωνία ΑΒΚ = α εἶναι ἡ γωνία προσπτώσεως. Ἡ ἀνακλωμένη ἀκτὶς θὰ σχηματίσῃ γωνίαν ΚΒΕ = α καὶ θὰ συναντήσῃ τὸν κύριον ἄξονα εἰς σημεῖον Ε. Ἐκ τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου ΚΒΕ ἔχομεν ΕΒ=ΕΚ. Ἀλλὰ



Σχ. 67
Ἀκτῖνες παρ/λοι πρὸς τὸν κύριον ἄξονα ΟΚ κοίλου σφ. κατόπτρου.

κατὰ προσέγγισιν εἶναι (λόγῳ τοῦ μικροῦ ἀνοίγματος): ΕΟ = ΕΒ. Ὥστε τελικῶς:

$$EK = EO$$

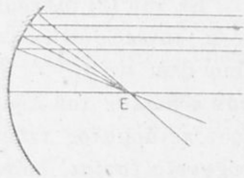
δηλ. τὸ Ε εἶναι (κατὰ μεγάλην προσέγγισιν) τὸ μέσον τῆς ἀκτῖνος ΟΚ. Καὶ κάθε ἄλλη παράλληλος πρὸς τὸν κύριον ἄξονα ἀκτὶς καὶ πλησίον αὐτοῦ κειμένη θὰ διέλθῃ διὰ τοῦ σημείου Ε.

Τὸ σημεῖον Ε εἰς τὸ ὁποῖον συντρέχουν ὅλαι αἱ παραλλήλως πρὸς τὸν ἄξονα προσπίπτουσαι φωτειναὶ ἀκτῖνες καλεῖται ***κυρία ἑστία*** τοῦ σφαιρικοῦ κατόπτρου, ἡ δὲ ἀπόστασις:

$$\boxed{EO = f = \frac{R}{2}}$$

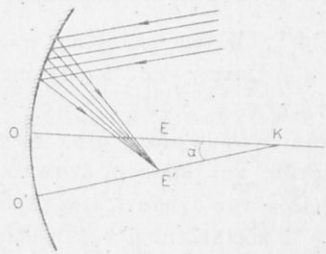
καλεῖται ***ἑστιακὴ ἀπόστασις*** τοῦ σφαιρικοῦ κατόπτρου.

Λόγῳ τοῦ ἀντιστρεπτοῦ τῆς πορείας τοῦ φωτὸς ἕπεται ὅτι καὶ κάθε ἀκτὶς ἀναχωροῦσα ἐκ τῆς κυρίας ἑστίας καὶ προσπίπτουσα ἐπὶ τοῦ κατόπτρου ἐξέρχεται παραλλήλως πρὸς τὸν κύριον ἄξονα (σχ. 68).



Σχ. 68

γ′) **Δευτερεύουσαι ἑστίαι – Ἑστιακὸν ἐπίπεδον.** Ἐὰν παράλληλος δέσμη προσπέσῃ παραλλήλως πρὸς δευτερεύοντα ἄξονα Ο′Κ τότε φυσικὰ συγκεντρώνεται εἰς τὸ μέσον Ε′ τῆς ἀκτῖνος ΚΟ′ (σχ. 69). Τὸ Ε′ λέγεται ***δευτερεύουσα ἑστία.*** Ὁ γεωμετρικὸς τόπος τῶν δευτερουσῶν ἑστιῶν εἶναι κατὰ προσέγγισιν (διὰ μικρᾶς γωνίας α) ἐπίπεδον κάθετον εἰς τὸ μέσον τῆς ΟΚ καὶ καλεῖται ***ἑστιακὸν ἐπίπεδον.***



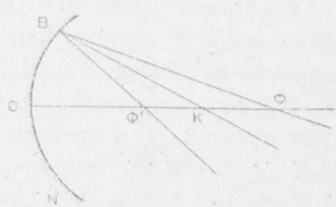
Σχ. 69
Δευτερεύουσα ἑστία Ε′

δ′) **Τύπος τῶν κοίλων σφαιρικῶν κατόπτρων.** Ἔστω Φ τὸ φωτεινὸν σημεῖον ἐπὶ τοῦ κυρίου ἄξονος καὶ πέραν τοῦ κέντρου καμπυλότητος τοῦ κατόπτρου (σχ. 70). Ἡ τυχοῦσα φωτεινὴ ἀκτὶς ΦΒ συναντᾶ μετὰ τὴν ἀνάκλασίν της τὸν κύριον ἄξονα εἰς τὸ σημεῖον Φ′. Ἐὰν τεθῇ (ΟΦ) $=\pi$ καὶ (ΟΦ′) $=\pi'$ θὰ ἔχωμεν τὴν ἀναλογίαν:

$$\frac{\Phi B}{B\Phi'} = \frac{K\Phi}{K\Phi'} \quad \text{(θεώρημα τῆς διχοτόμου).}$$

Λόγῳ τοῦ μικροῦ ἀνοίγματος ἔχομεν κατὰ μεγάλην προσέγγισιν $\Phi B = \Phi O = \pi$ καὶ $B\Phi' = O\Phi' = \pi'$ καὶ ἡ ἀνωτέρω ἀναλογία μετασχηματίζεται εἰς τήν:

$$(1) \qquad \frac{\pi}{\pi'} = \frac{\pi - R}{R - \pi'}$$



Σχ. 70

Ἡ σχέσις (1) μετὰ τὴν ἐκτέλεσιν τῶν πράξεων λαμβάνει τὴν μορφήν:

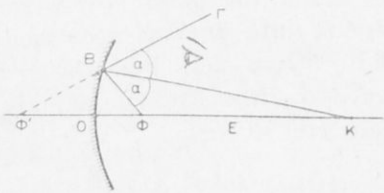
$$(2) \qquad \boxed{\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi'} = \frac{1}{f}}$$

Ἐκ τοῦ (2) βλέπομεν ὅτι τὸ $\pi' = O\Phi'$ εἶναι ὡρισμένον ὅταν δοθῇ τὸ π, συνεπῶς αἱ ἐκ τοῦ Φ ἐκπορευόμεναι φωτειναὶ ἀκτῖνες συντρέχουν ὅλαι εἰς τὸ Φ′. Τὸ Φ′ εἶναι τὸ ***καθ᾽ ὑπόστασιν*** ἢ ***πραγματικὸν εἴδωλον*** τοῦ σημείου Φ καὶ ἠμποροῦμεν νὰ τὸ λάβωμεν ἐπὶ μικροῦ πετάσματος τεθέντος εἰς τὴν θέσιν Φ′. Τὰ Φ καὶ Φ′ λέγονται ***συζυγεῖς ἑστίαι,*** διότι ἂν τὸ φωτεινὸν σημεῖον τεθῇ εἰς τὴν θέσιν Φ′ θὰ σχηματίσῃ πραγματικὸν εἴδωλον εἰς τὴν θέσιν Φ (ἀμοιβαίως ἐναλλακτά). Ἐκ τοῦ τύπου (2) ἕπεται ὅτι κάθε προσθετέος τοῦ πρώτου μέλους εἶναι μικρότερος τοῦ $\frac{1}{f}$, δηλ. $\frac{1}{\pi} < \frac{1}{f}$, ἄρα $\pi' > f$ ἢ $O\Phi' > OE$, ὁμοίως δὲ καὶ $\pi = O\Phi > OE$.

Ὥστε: τὸ πραγματικὸν εἴδωλον σχηματίζεται πάντοτε πέραν τῆς κυρίας ἑστίας, ἔχομεν δὲ πραγματικὸν εἴδωλον μόνον ὅταν τὸ φωτεινὸν σημεῖον εἶναι πέραν τῆς κυρίας ἑστίας· καὶ μάλιστα, ὅταν τὸ Φ εὑρίσκεται πέραν τοῦ κέντρου, τὸ εἴδωλόν του σχηματίζεται μεταξὺ κυρίας ἑστίας καὶ κέντρου, ὅταν δὲ τὸ Φ εὑρίσκεται μεταξὺ κυρίας ἑστίας καὶ κέντρου τὸ εἴδωλόν του σχηματίζεται πέραν τοῦ κέντρου.

Ἐπίσης ἐκ τοῦ τύπου (2) ἕπεται ὅτι ὅταν τὸ φωτεινὸν σημεῖον πλησιάζῃ πρὸς τὴν κορυφὴν Ο, τὸ πραγματικὸν εἴδωλόν του ἀπομακρύνεται ἀπὸ τὸ Ο. Διότι ὅταν ἐλαττοῦται τὸ π τότε τὸ $\frac{1}{\pi}$ αὐξάνει, ἄρα τὸ $\frac{1}{\pi'}$ ἐλαττοῦται (ἀφοῦ $\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi}$, = σταθερόν), ἄρα τὸ π' αὐξάνει.

Ὑποθέσωμεν τώρα ὅτι τὸ φωτεινὸν σημεῖον Φ εὑρίσκεται μεταξὺ κορυφῆς καὶ ἑστίας (σχ. 71). Τότε ἡ τυχοῦσα ἀνακλωμένη ἀκτὶς ΒΓ δὲν συναντᾶ τὸν κύριον ἄξονα, ἀλλ᾽ ἡ προέκτασίς της τὸν συναντᾶ εἰς σημεῖον Φ′. Δι᾽ ἀναλόγου τρόπου πρὸς τὸν προηγούμενον, (θεώρημα ἐξωτερικῆς διχοτόμου) ἀποδεικνύεται ὅτι αἱ ἀποστάσεις $O\Phi = \pi$ καὶ $O\Phi' = \pi'$ συνδέονται διὰ τῆς σχέσεως:

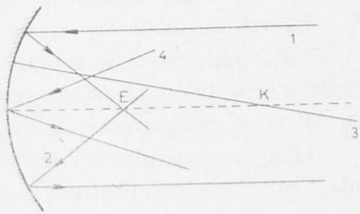


Φανταστικὸν εἴδωλον τοῦ Φ εἰς κοῖλον σφ. κάτοπτρον

$$\boxed{\frac{1}{\pi} - \frac{1}{\pi'} = \frac{1}{f}} \qquad (3)$$

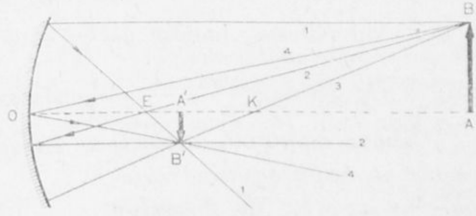
Εἰς τὸ σημεῖον Φ′ συντρέχουν τώρα αἱ προεκτάσεις ὅλων τῶν ἀνακλωμένων ἀκτίνων. Τὸ Φ′ εἶναι λοιπὸν φανταστικὸν εἴδωλον (ἰδὲ ἐπίπεδα κάτοπτρα) τοῦ φωτεινοῦ σημείου Φ καὶ κεῖται ὄπισθεν τοῦ κατόπτρου εἰς ἀπόστασιν π′ παρεχομένην ἀπὸ τὸν τύπον (3).

ε′) **Εἴδωλον ἀντικειμένου εἰς κοῖλον σφαιρικὸν κάτοπτρον.** Διὰ τὴν γεωμετρικὴν κατασκευὴν τοῦ εἰδώλου ἑνὸς ἀντικειμένου χρειάζεται ἐν γένει νὰ κατασκευάσωμεν τὰ εἴδωλα πολλῶν σημείων τοῦ ἀντικειμένου. Αἱ καταλληλότεραι ἀκτῖνες τῶν ὁποίων κάμνομεν χρῆσιν διὰ τὴν σχεδίασιν, παρίστανται εἰς τὸ σχ. 72: 1) παράλληλοι πρὸς τὸν κύριον ἄξονα, αἱ ὁποῖαι κατόπιν τῆς ἀνακλάσεως διέρχονται διὰ τῆς κυρίας ἑστίας. 2) διὰ τῆς κυρίας ἑστίας διερχόμεναι, αἱ ὁποῖαι ἐξέρχονται // πρὸς τὸν κύριον ἄξονα 3) διὰ τοῦ κέντρου καμπυλότητος τοῦ κατόπτρου διερχόμεναι, αἱ ὁποῖαι ἀνακλῶνται ἐφ᾽ ἑαυτῶν. 4) εἰς τὴν κορυφὴν προσπίπτουσαι αἱ ὁποῖαι ἀνακλῶνται κατὰ τὴν συμμετρικὴν πρὸς τὸν κύριον ἄξονα εὐθεῖαν.



Σχ. 72
Αἱ διὰ τὴν σχεδίασιν τοῦ εἰδώλου εἰς σφ. κάτοπτρα χρησιμοποιούμεναι ἀκτῖνες.

Διὰ τὴν κατασκευὴν τοῦ εἰδώλου ἑνὸς σημείου Β (σχ. 73) κειμένου ἔξω τοῦ κυρίου ἄξονος ἀρκοῦν δύο ἐκ τῶν τεσσάρων τούτων ἀκτίνων. Ἐφ᾽ ὅσον πρόκειται διὰ μικρὰς γωνίας προσπτώσεως ὁποιοδήποτε ζεῦγος ἐκ τῶν τεσσάρων τούτων ἀκτίνων καὶ ἂν χρησιμοποιήσωμεν εἰς τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα καταλήγομεν. Διὰ τοῦ σημείου εἰς τὸ ὁποῖον συντρέχουν αἱ ἀνακλώμεναι τῶν τεσσάρων ἀκτίνων 1,2,3,4, διέρχονται κατόπιν τῆς ἀνακλάσεως καὶ ὅλαι ἐκ τοῦ Β ἐκπορευόμεναι φωτειναὶ ἀκτῖνες αἱ προσπίπτουσαι ἐπὶ τοῦ κατόπτρου.



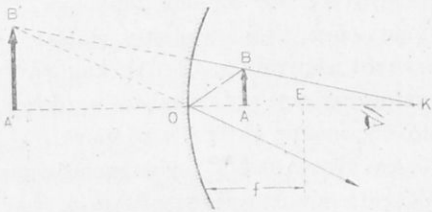
Σχ. 73
Πραγματικὸν εἴδωλον ἀντικειμένου ΑΒ εἰς κοῖλον σφ. κάτοπρον

Ἐὰν τὸ ἀντικείμενον ΑΒ (σχ. 73) ἵσταται καθέτως πρὸς τὸν κύριον ἄξονα, κατασκευάσωμεν δὲ τὸ εἴδωλον Β΄ τοῦ ἄκρου του Β, τότε ὑπὸ τὰς προαναφερθείσας συνθήκας τὰ λοιπὰ σημεῖα τοῦ ΑΒ σχηματίζουν εἴδωλα κείμενα κατὰ μεγάλην προσέγγισιν ἐπὶ τῆς καθέτου Α΄Β΄ ἐπὶ τὸν κύριον ἄξονα. Τὸ Α΄Β΄ εἶναι τὸ εἴδωλον τοῦ ΑΒ.

Ἐὰν τὸ ἀντικείμενον κεῖται πέραν τοῦ Κ (σχ. 73) τὸ εἴδωλόν του εἶναι *πραγματικὸν ἀνεστραμμένον καὶ μικρότερον*. Ἐὰν τὸ ἀντικείμενον Α΄Β΄ (σχ. 73) κεῖται μεταξὺ ἑστίας καὶ κέντρου τὸ εἴδωλόν του ΑΒ εἶναι *πραγματικὸν ἀνεστραμμένον καὶ μεγαλύτερον*.

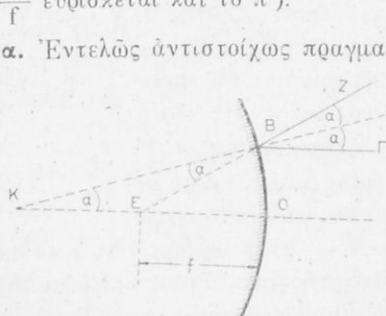
Ὅταν τὸ ἀντικείμενον κεῖται μεταξὺ ἑστίας καὶ κορυφῆς τὸ εἴδωλόν του εἶναι φανταστικόν, μεγαλύτερον καὶ ὀρθόν, ὅπως δεικνύει τὸ σχῆμα 74.

στ) **Μεγέθυνσις.** Ὁ λόγος τῶν μηκῶν τοῦ εἰδώλου πρὸς τὸ ἀντικείμενον δηλ. $\frac{A'B'}{AB}$ ἰσοῦται καὶ εἰς τὸ σχ. 73 καὶ εἰς τὸ σχ. 74 μὲ $\frac{OA}{OA'}$ (ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων ΟΒΑ, ΟΑ΄Β΄). Δηλ. τὰ μήκη τοῦ εἰδώλου καὶ τοῦ ἀντικειμένου ἔχουν λόγον ὃν καὶ αἱ ἀποστάσεις αὐτῶν ἀπὸ τῆς κορυφῆς. Ὁ λόγος αὐτὸς λέγεται ***γραμμικὴ μεγένθυσις***. Ἂν τεθῇ $OA = \pi$ καὶ $OA' = \pi'$ ἡ μεγέθυνσις ἰσοῦται μὲ $\frac{\pi'}{\pi}$ καὶ εὑρίσκεται ἂν δοθῇ τὸ π, (διότι ἐκ τῆς σχέσεως $\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi'} = \frac{1}{f}$ εὑρίσκεται καὶ τὸ π΄).



Σχ. 74
Φανταστικὸν εἴδωλον τοῦ ΑΒ

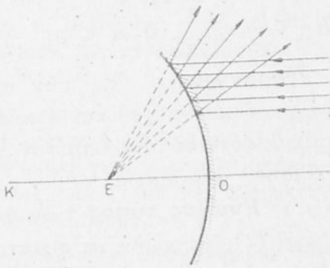
ζ΄) **Κυρτὰ σφαιρικὰ κάτοπτρα.** Ἐντελῶς ἀντιστοίχως πραγματευόμεθα τὰ κυρτὰ σφαιρικὰ κάτοπτρα. Ἐν πρώτοις ἂν προσπέσῃ φωτεινὴ ἀκτὶς ΓΒ ἐπὶ τοῦ κυρτοῦ σφαιρικοῦ κατόπτρου, παραλλήλως πρὸς τὸν κύριον ἄξονα (σχ. 75) ἀνακλᾶται κατὰ τὴν ΒΖ τῆς ὁποίας ἡ προέκτασις τέμνει τὸν κύριον ἄξονα ΟΚ εἰς τὸ μέσον Ε τῆς ἀκτῖνος ΚΟ. Τὸ Ε λέγεται ***κυρία ἑστία***



Σχ. 75

τοῦ κυρτοῦ σφαιρικοῦ κατόπτρου καὶ εἰς αὐτὴν συγκεντροῦνται αἱ προεκτάσεις τῶν ἀνακλωμένων φωτεινῶν ἀκτίνων ΒΖ (*φανταστικὴ ἑστία*).

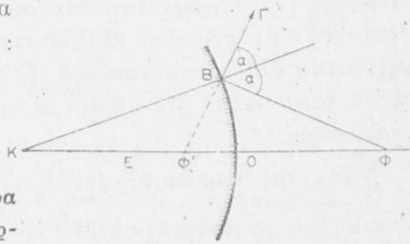
Παραλλήλως πρὸς τὴν ΟΚ προσπίπτουσα δέσμη ἐπὶ κυρτοῦ σφαιρικοῦ κατόπτρου ἐξέρχεται ἀποκλίνουσα ὡς ἐὰν προήρχετο ἀπὸ τὴν ἑστίαν (σχ. 76). Ἡ ἀπόστασις $EO = \frac{R}{2}$ λέγεται πάλιν ***ἑστιακὴ ἀπόστασις*** τοῦ κατόπτρου καὶ παρίσταται μὲ f.



Σχ. 76.
Φανταστικὴ ἑστία Ε
κυρτοῦ σφ. κατόπτρου.

Φωτεινὸν σημεῖον Φ εὑρισκόμενον ἐπὶ τοῦ κυρίου ἄξονος κυρτοῦ σφαιρικοῦ κατόπτρου σχηματίζει φανταστικὸν εἴδωλον Φ′ (σχ. 77), εἰς τὸ ὁποῖον συγκεντροῦνται αἱ π ρ ο ε κ τ ά σ ε ι ς τῶν ἀνακλωμένων ἀκτίνων ΒΓ. Ἂν τεθῇ ΟΦ=π καὶ ΟΦ′=π′ εὑρίσκομεν, ἐργαζόμενοι ὅπως καὶ εἰς τὰ κοῖλα σφαιρικὰ κάτοπτρα, τὴν σχέσιν:

$$\boxed{\frac{1}{\pi} - \frac{1}{\pi'} = -\frac{1}{f}} \qquad (4)$$

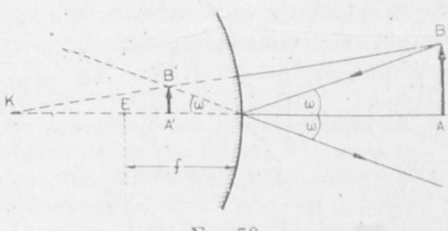


Σχ. 77
Φανταστικὸν εἴδωλον τοῦ Φ
εἰς κυρτὸν σφ. κάτοπτρον.

Τὰ κυρτὰ σφαιρικὰ κάτοπτρα παρέχουν μόνον φανταστικά, ὀρθὰ καὶ μικρότερα τῶν ἀντικειμένων εἴδωλα.

Ἡ κατασκευὴ τοῦ εἰδώλου εἰς τὰ κυρτὰ σφαιρικὰ κάτοπτρα γίνεται κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον ὅπως καὶ εἰς τὰ κοῖλα.

Εἰς τὸ σχ. 78 χρησιμοποιοῦμεν διὰ τὴν κατασκευὴν τοῦ εἰδώλου τοῦ Β τὰς ἀκτῖνας 3 καὶ 4 τοῦ ἐδ. ε′. Ἡ γραμμικὴ μεγέθυνσις $\frac{A'B'}{AB}$ ἰσοῦται καὶ πάλιν μὲ $\frac{OA'}{OA}$ δηλ.



Σχ. 78
Εἴδωλον τοῦ ΑΒ
εἰς κυρτὸν σφ. κάτοπτρον.

μὲ $\frac{\pi'}{\pi}$ (ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων ΟΑΒ, ΟΑ΄Β΄ ὅπου Ο ἡ κορυφὴ τοῦ κατόπτρου). Ἐδῶ ὅμως εἶναι πάντοτε $\frac{\pi'}{\pi} < 1$ διότι ἐκ τοῦ τύπου (4) ἕπεται: $\frac{1}{\pi} < \frac{1}{\pi'}$ ἢ $\pi' < \pi$.

Παρατήρησις. Ἐκ τῶν σχημάτων (78), (74) προκύπτει ὅτι *ἂν σφαιρικοῦ κατόπτρου καὶ ἡ κυρτὴ καὶ ἡ κοίλη ἐπιφάνεια εἶναι κατοπτρικαὶ τότε τὸ ἀντικείμενον καὶ τὸ φανταστικὸν εἴδωλόν του εἶναι ἐναλλακτὰ ἀμοιβαίως.*

η΄) **Ἑνιαῖος τύπος τῶν σφαιρικῶν κατόπτρων**. Οἱ τύποι (2), (3) καὶ (4) ἠμποροῦν νὰ συμπεριληφθοῦν εἰς τόν:

$$\boxed{\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi'} = \frac{1}{f}}$$

ὑπὸ τὰς ἑξῆς τρεῖς παραδοχάς:

i) ***Ἡ ἀπόστασις τοῦ ἀντικειμένου ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κατόπτρου νὰ λαμβάνεται θετική.*** **ii)** ***Ἡ ἀπόστασις τοῦ εἰδώλου ἀπὸ τοῦ κατόπτρου νὰ λαμβάνεται θετικὴ διὰ τὰ πραγματικὰ καὶ ἀρνητικὴ διὰ τὰ φανταστικὰ εἴδωλα.*** **iii)** ***Ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις*** **f** ***νὰ λαμβάνεται θετικὴ διὰ τὰ κοῖλα καὶ ἀρνητικὴ διὰ τὰ κυρτὰ κάτοπτρα.***

Ὑπὸ τὰς παραδοχὰς αὐτὰς ἡ γραμμικὴ μεγέθυνσις $\frac{\pi'}{\pi}$ θὰ εἶναι θετικὴ διὰ τὰ πραγματικὰ (ἀνεστραμμένα) εἴδωλα καὶ ἀρνητικὴ διὰ τὰ φανταστικὰ (ὀρθά), ἀνεξαρτήτως τοῦ εἴδους τοῦ κατόπτρου.

θ΄) **Νευτώνειος τύπος**. Ἂν x ἡ ἀπόστασις τοῦ φωτεινοῦ σημείου Φ ἀπὸ τῆς ἑστίας ($x>0$) ὅταν τὸ Φ κεῖται πέραν τῆς κυρίας ἑστίας καὶ $x<0$ ὅταν τὸ Φ κεῖται μεταξὺ ἑστίας καὶ κορυφῆς) καὶ x΄ ἡ ἀπόστασις τοῦ εἰδώλου Φ΄ πάλιν ἀπὸ τῆς ἑστίας (μὲ τοὺς αὐτοὺς περιορισμοὺς ὡς πρὸς τὸ σημεῖον τοῦ x΄), τότε θὰ εἶναι $\pi = f + x$ καὶ $\pi' = f + x'$ (διὰ τὰ κυρτὰ κάτοπτρα τὸ f ἀρνητικόν).

Ὁ τύπος $\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi'} = \frac{1}{f}$ γίνεται: $\frac{1}{f+x} + \frac{1}{f+x'} = \frac{1}{f}$ ἢ

$$f^2 + fx' + f^2 + fx = f^2 + fx' + fx + xx' \quad \text{ἢ}$$

(6) $$\boxed{xx' = f^2}$$

Ὁ (6) ἰσχύει δι΄ ὅλα τὰ εἴδη τῶν σφαιρικῶν κατόπτρων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

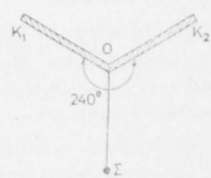
Ἐπίπεδα κάτοπτρα.

78. Ἔστω ΦΑ ἡ προσπίπτουσα φωτεινὴ ἀκτὶς ἐπὶ ἐπιπέδου κατόπτρου Κ καὶ ΑΦ′ ἡ ἀνακλωμένη. Νὰ δειχθῇ ὅτι ἂν τὸ Κ στραφῇ κατὰ γωνίαν θ περὶ ἄξονα διὰ τοῦ Α διερχόμενον καὶ κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον ΦΑΦ′, τότε ἡ ἀνακλωμένη στρέφεται κατὰ γωνίαν 2θ.

79. Λεπτὴ φωτεινὴ δέσμη ἀνακλᾶται ἐπὶ μικροῦ ἐπιπέδου κατόπτρου Κ καὶ ἐν συνεχείᾳ προσπίπτει καθέτως ἐπὶ κλίμακος εὑρισκομένης εἰς ἀπόστασιν 6,30 m ἀπὸ τοῦ Κ. Ἐὰν τὸ Κ στραφῇ κατά τινα γωνίαν, ἡ ἀπόκλισις τῆς ἀνακλωμένης φωτεινῆς δέσμης, μετρουμένη ἐπὶ τῆς κλίμακος, εἶναι 2,70 m. Κατὰ ποίαν γωνίαν ἐστράφη τὸ κάτοπτρον;

80. Παρατηρητὴς ὕψους 1,72 m ἵσταται ἔμπροσθεν ἐπιπέδου, ὀρθογωνίου, κατακορύφου κατόπτρου. Ποῖον πρέπει νὰ εἶναι τὸ ὕψος τοῦ κατόπτρου καὶ κατὰ πόσον πρέπει ν' ἀπέχῃ ἀπὸ τὸ ἔδαφος, ὥστε ὁ παρατηρητὴς νὰ βλέπῃ ὁλόκληρον τὸ σῶμα του ἐντὸς τοῦ κατόπτρου, δεδομένου ὅτι ὁ ὀφθαλμός του ἀπέχει ἀπὸ τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς κεφαλῆς του κατὰ 10 cm;

81. Αἱ ἀνακλαστικαὶ ἐπιφάνειαι δύο ἐπιπέδων κατόπτρων OK_1, OK_2 σχηματίζουν γωνίαν 240°. Φωτεινὸν σημεῖον Σ ἀπέχον τοῦ Ο ἀπόστασιν 50 cm, κεῖται ἐπὶ τοῦ διχοτομοῦντος ἐπιπέδου τῆς διέδρου K_1OK_2 ὡς εἰς τὸ σχῆμα. i) Νὰ κατασκευασθοῦν αἱ δύο ἀνακλώμεναι δέσμαι καὶ νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀπόστασις τῶν δύο σημείων ἀπὸ τὰ ὁποῖα ἀναχωροῦν αἱ δέσμαι αὐταί. ii) Ἐὰν τὸ Σ μετατοπίζεται, εἰς ποίαν περιοχὴν πρέπει νὰ παραμένῃ διὰ νὰ ἔχωμεν δύο ἀνακλωμένας δέσμας καὶ τί συμβαίνει ὅταν τὸ Σ ἐξέλθῃ τῆς περιοχῆς αὐτῆς;



82. Αἱ ἀνακλαστικαὶ ἐπιφάνειαι δύο παραλλήλων ἐπιπέδων κατόπτρων ἀπέχουν ἀλλήλων, 20 cm. Μεταξὺ τούτων ὑπάρχει φωτεινὸν σημεῖον ἀπέχον 5 cm ἀπὸ τὸ ἕνα κάτοπτρον. Ὑπολογίσατε τὰς ἀποστάσεις ἑκάστου κατόπτρου ἀπὸ τὰ τρία πλησιέστερα εἴδωλα τὰ σχηματιζόμενα ἐν αὐτῷ.

83. Δύο ἐπίπεδα κάτοπτρα M_1, M_2 σχηματίζουν δίεδρον γωνίαν 60°. Εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τῆς διέδρου τοποθετεῖται φωτεινὸν σημεῖον Α. Νὰ καθορισθοῦν δι' ὀπτικοῦ διαγράμματος τὰ εἴδωλα τὰ ὁποῖα δίδει τὸ σύστημα τῶν δύο κατόπτρων, τοῦ σημείου Α.

84. Ἐπίπεδον κάτοπτρον ὕψους 60 cm τοποθετεῖται ἐπὶ τοίχου δωματίου, ὥστε ἡ κάτω πλευρὰ αὐτοῦ νὰ εἶναι ὁριζοντία καὶ εἰς ἀπόστασιν 120 cm ἐκ τοῦ πατώματος. Ἐὰν ὁ ἔναντι τοῖχος τοῦ δωματίου εὑρίσκεται εἰς ἀπόστασιν 450 cm καὶ εἶναι ὕψους 300 cm, νὰ χαραχθῇ ὀπτικὸν διάγραμμα διὰ τοῦ ὁποίου νὰ δεικνύεται εἰς ποίαν θέσιν πρέπει νὰ τοποθετήσῃ τὸν ὀφθαλμόν του παρατηρητής, ὥστε νὰ βλέπῃ ἀνακλώμενον ἐντὸς τοῦ κατόπτρου ὅλον τὸ ὕψος τοῦ ἔναντι τοίχου, ἐκ τοῦ πατώματος μέχρι τῆς ὀροφῆς, καὶ νὰ ὑπολογισθῇ ἡ θέσις αὐτή.

Σφαιρικὰ κάτοπτρα.

85. Δίδεται κοῖλον κάτοπτρον ἀκτῖνος 6 m. Ζητεῖται εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπ' αὐτοῦ δέον νὰ τοποθετηθῆ ἀντικείμενον κάθετον πρὸς τὸν κύριον ἄξονα διὰ νὰ λάβωμεν :

i) εἴδωλον ἀνεστραμμένον καὶ 5 φορὰς μικρότερον τοῦ ἀντικειμένου.
ii) » » » » μεγαλύτερον » »
iii) » ὀρθὸν » » » » »

86. Ἐπίπεδον κάτοπτρον εἶναι τοποθετημένον καθέτως πρὸς τὸν κύριον ἄξονα κοίλου σφαιρικοῦ ἀκτῖνος 4 μέτρων. Φωτεινὸν σημεῖον Μ, κείμενον μεταξὺ τούτων καὶ εἰς ἀπόστασιν 3 m ἀπὸ τὴν κορυφὴν τοῦ σφαιρικοῦ, ρίπτει φωτεινὴν δέσμην, ἥτις ἀφοῦ ἀνακλασθῆ καὶ ἐπὶ τῶν δύο κατόπτρων σχηματίζει εἴδωλον ἐπάνω εἰς τὸ Μ. Ζητεῖται ἡ ἀπόστασις τῶν δύο κατόπτρων.

87. Δεδομένου ὅτι ἡ φαινομένη διάμετρος τοῦ ἡλίου εἶναι 32′ νὰ ὑπολογισθῆ ἡ διάμετρος τοῦ εἰδώλου τοῦ ἡλίου ὅπερ σχηματίζεται εἰς κάτοπτρον σφαιρικὸν ἀκτῖνος $R=6$ m.

88. Εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς κορυφῆς κοίλου σφαιρικοῦ κατόπτρου ἀκτῖνος $R=180$ cm δέον νὰ τεθῆ μικρὸν ἀντικείμενον ἵνα σχηματίζη πραγματικὸν εἴδωλον, οὗτινος αἱ διαστάσεις νὰ εἶναι τὰ ἡμίση τῶν διαστάσεων τοῦ ἀντικειμένου;

89. Λαμπτὴρ εὑρίσκεται 90 cm ἀπὸ πετάσματος, ἕνα δὲ κοῖλον κάτοπτρον σχηματίζει ἐπὶ τοῦ πετάσματος εἴδωλον τοῦ λαμπτῆρος ἔχον τετραπλασίας διαστασεις ἀπὸ τὰς τοῦ λαμπτῆρος. Ποία ἡ ἀκτὶς τοῦ σφαιρικοῦ κατόπτρου;

90 Κοῖλον κάτοπτρον σχηματίζει ἐπὶ πετάσματος, πραγματικὸν εἴδωλον διπλασίων γραμμικῶν διαστάσεων τοῦ ἀντικειμένου. Ἀντικείμενον καὶ πέτασμα μετατοπίζονται εἰς τρόπον ὥστε τὸ εἴδωλον νὰ εἶναι τριπλάσιον τοῦ ἀντικειμένου. Ἐὰν ἡ μετατόπισις τοῦ πετάσματος εἶναι 25 cm, νὰ προσδιοριορισθῆ ἡ μετατόπισις τοῦ ἀντικειμένου καὶ ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις τοῦ κατόπτρου.

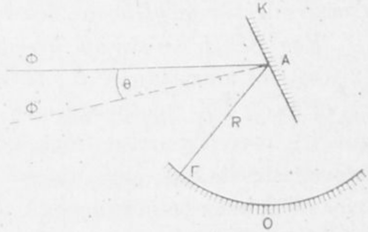
91. Κοῖλον κάτοπτρον, ἀκτῖνος καμπυλότητος $R_1 = 20$ cm καὶ κυρτὸν ἀκτῖνος $R_2=30$ cm, τοποθετοῦνται εἰς ἀπόστασιν 40 cm τὸ ἓν ἔναντι τοῦ ἄλλου, ὥστε νὰ ἔχουν κοινὸν κύριον ἄξονα. Φωτεινὸν ἀντικείμενον, μήκους 5 cm, τοποθετεῖται καθέτως ἐπὶ τὸν ἄξονα καὶ εἰς ἀπόστασιν 15 cm ἐκ τοῦ κοίλου. Νὰ εὑρεθῆ ἡ θέσις, ἡ φύσις καὶ τὸ μέγεθος τοῦ εἰδώλου τοῦ σχηματιζομένου κατόπιν δύο ἀνακλάσεων, τῆς πρώτης συμβαινούσης εἰς τὸ κοῖλον καὶ τῆς δευτέρας εἰς τὸ κυρτόν.

92. Δύο σφαιρικὰ κοῖλα κάτοπτρα ἑστιακῶν ἀποστάσεων 10 cm καὶ 18 cm ἀντιστοίχως, κεῖνται ἔναντι ἀλλήλων, ὥστε νὰ ἔχουν τὸν αὐτὸν κύριον ἄξονα καὶ αἱ κορυφαί των νὰ ἀπέχουν κατὰ 84 cm. Νὰ εὑρεθῆ ἐπὶ τοῦ κυρίου ἄξονος ἡ θέσις φωτεινοῦ σημείου Μ, τὸ ὁποῖον νὰ σχηματίζη κατόπιν διαδοχικῆς ἀνακλάσεως καὶ ἐπὶ τῶν δύο κατόπτρων εἴδωλον συμπῖπτον μὲ τὸ Μ.

93. Κυρτὸν σφαιρικὸν κάτοπτρον καὶ ἐπίπεδον, τίθενται ἀπέναντι ἀλ-

λήλων καὶ εἰς ἀπόστασιν 28 cm. Τὸ ἐπίπεδον κάτοπτρον τοποθετεῖται καθέτως πρὸς τὸν κύριον ἄξονα τοῦ κυρτοῦ. Εἰς τὸ μέσον τῆς ἀποστάσεώς των τοποθετεῖται μικρὸν φωτεινὸν ἀντικείμενον. Ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου κατόπτρου βλέπομεν δύο εἴδωλα, τὸ ἓν σχηματιζόμενον ἐκ τῶν ἀπ' εὐθείας προσπιπτουσῶν ἐκ τοῦ ἀντικειμένου ἀκτίνων εἰς αὐτό, τὸ δὲ δεύτερον ἐκ τῶν προσπιπτουσῶν κατόπιν ἀνακλάσεως εἰς τὸ κυρτόν. Τὸ πλέον μεμακρυσμένον ἐξ αὐτῶν ἀπέχει ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου κατόπτρου 38 cm. Νὰ γίνῃ τὸ ὀπτικὸν διάγραμμα καὶ νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀκτὶς καμπυλότητος τοῦ σφαιρικοῦ κατόπτρου.

94. Λεπτὴ φωτεινὴ δέσμη ΦΑ προσπίπτει εἰς τὸ σημεῖον Α ἐπιπέδου κατόπτρου Κ, τὸ ὁποῖον Α εἶναι τὸ κέντρον κοίλου σφαιρικοῦ κατόπτρου Ο, ἀκτῖνος R. Ἡ ΦΑ ἀνακλᾶται ἐπὶ τοῦ Κ καὶ προσπίπτει ἐπὶ τοῦ σφαιρικοῦ κατόπτρου εἰς ἓν σημεῖον Γ αὐτοῦ. Ἐὰν τὸ Κ εἶναι ἀκίνητον, ἡ ἀκτὶς ἐπιστρέφει διὰ τῆς ἰδίας ὁδοῦ ΓΑΦ. Ἐὰν τὸ Κ στρέφεται ὁμαλῶς περὶ ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ Α καὶ κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ σχήματος, μὲ συχνότητα N στρ/sec τότε ἡ ἐπιστρέφουσα ἀκτίς, ἐπιστρέφει κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΑΦ΄, σχηματίζουσαν γωνίαν θ^0 μετὰ τῆς παλαιᾶς ΑΦ. Συναρτήσει τῶν R, N καὶ θ νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης τοῦ φωτός. (Περίστρεπτον κάτοπτρον τοῦ Foucault) (βλ. καὶ παρατηρ. σελ. 78).

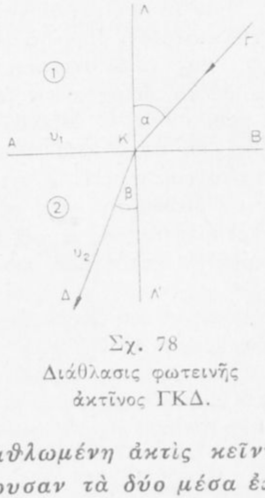


ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ VI

Διάθλασις - Ὀπτικὰ πρίσματα - Φακοὶ

§ 45. **Διάθλασις τοῦ φωτός.** α΄) *Διάθλασις τοῦ φωτὸς καλεῖται τὸ φαινόμενον κατὰ τὸ ὁποῖον, φωτεινὴ ἀκτὶς διαπερῶσα τὴν ἐπιφάνειαν τὴν χωρίζουσαν δύο διαφανῆ μέσα, ἀλλάζει κατεύθυνσιν.*

Ἐὰν ΑΒ ἡ ἐπιφάνεια ἡ χωρίζουσα δύο διαφανῆ σώματα [1] καὶ [2] (σχ. 78) προσπέσῃ δὲ εἰς τὸ Κ ἡ φωτεινὴ ἀκτὶς ΓΚ προερχομένη ἐκ τοῦ μέσου (1), τότε ἡ φωτεινὴ αὐτὴ ἀκτὶς εἰσδύουσα εἰς τὸ δεύτερον διαφανὲς μέσον ἀκολουθεῖ νέαν διεύθυνσιν ΚΔ (*θλᾶται*).



Σχ. 78
Διάθλασις φωτεινῆς ἀκτῖνος ΓΚΔ.

Ἂν ἀχθῇ εἰς τὸ Κ ἡ κάθετος πρὸς τὴν διαχωριστικὴν ἐπιφάνειαν, ὀνομάσωμεν δὲ τὴν ΓΚ *προσπίπτουσαν*, τὴν ΚΔ *διαθλωμένην*, τὴν γωνίαν ΓΚΛ=α *γωνίαν προσπτώσεως* καὶ τὴν γωνίαν ΔΚΛ΄=β *γωνίαν διαθλάσεως*, τότε οἱ νόμοι τῆς διαθλάσεως τοῦ φωτὸς διατυποῦνται ὡς ἑξῆς:

1ος. Νόμος: ***Προσπίπτουσα καὶ διαθλωμένη ἀκτὶς κεῖνται ἐπὶ ἐπιπέδου καθέτου πρὸς τὴν χωρίζουσαν τὰ δύο μέσα ἐπιφάνειαν.***

2ος. Νόμος: ***Ὁ λόγος τῶν ἡμιτόνων τῶν γωνιῶν προσπτώσεως καὶ διαθλάσεως εἶναι σταθερὸς διὰ δύο δεδομένα διαφανῆ μέσα.*** Δηλ. ὑπὸ οἱανδήποτε γωνίαν α καὶ ἂν προσπέσῃ ἡ ΓΚ ὁ λόγος $\frac{\text{ημα}}{\text{ημβ}}$ θά εἶναι πάντοτε ὁ ἴδιος διὰ τὰ μέσα (1) καὶ (2).

Πειραματικῶς ἀποδεικνύεται ὅτι ***καὶ εἰς τὴν διάθλασιν τηρεῖται τὸ ἀντιστρεπτὸν τῆς πορείας τοῦ φωτός.*** Ἐὰν δηλ. ἡ ΔΚ (σχ. 78) εἶναι ἡ προσπίπτουσα ἀκτίς, τότε ἡ ΚΓ εἶναι ἡ διαθλωμένη.

β΄) **Δείκτης διαθλάσεως.** Ὁ σταθερὸς ἀριθμὸς $\frac{\text{ημα}}{\text{ημβ}}$ καλεῖται

δείκτης διαθλάσεως τοῦ δευτέρου μέσου πρὸς τὸ πρῶτον, (σχετικὸς δ.δ.) καὶ παρίσταται μὲ $\nu_{2,1}$. Ὥστε:

$$\boxed{\nu_{2,1} = \frac{\eta\mu\alpha}{\eta\mu\beta}} \tag{1}$$

Φυσικά, θὰ εἶναι $\nu_{1,2} = \dfrac{\eta\mu\beta}{\eta\mu\alpha}$ λόγῳ τοῦ ἀντιστρεπτοῦ τῆς πορείας τοῦ φωτός.

Ἀποδεικνύεται (βλ. § 17) ***ὅτι ὁ δείκτης διαθλάσεως $\nu_{2,1}$ ἰσοῦται μὲ τὸν λόγων τῶν ταχυτήτων υ_1 καὶ υ_2 τοῦ φωτὸς εἰς τὰ δύο μέσα [1] καὶ [2]:***

$$\boxed{\nu_{2,1} = \frac{\eta\mu\alpha}{\eta\mu\beta} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}} \tag{2}$$

Ἀπόλυτος δείκτης διαθλάσεως ἑνὸς μέσου καλεῖται ὁ δ. διαθλάσεως αὐτοῦ ὡς πρὸς τὸ κενόν. Ἐὰν δηλ. τὸ μέσον [1] ἦτο τὸ κενὸν καὶ c ἡ ταχύτης τοῦ φωτὸς εἰς τὸ κενόν, τότε ὁ ἀπόλυτος δ.δ. τοῦ μέσου [2] παριστώμενος μὲ ν_2 θὰ ἰσοῦται σύμφωνα μὲ τὸν τύπον (2), μὲ $\nu_2 = c/\upsilon_2$ Ὁμοίως, ἐὰν καλέσωμεν ν_1 τὸν ἀπόλυτον δ.δ. τοῦ μέσου [1] θά ἔχωμεν $\nu_1 = c/\upsilon_1$ καὶ τότε ὁ τύπος (2) γράφεται:

$$\nu_{2,1} = \frac{\dfrac{c}{\upsilon_2}}{\dfrac{c}{\upsilon_1}} = \frac{\nu_2}{\nu_1}$$

Ἔτσι λαμβάνομεν τὸν τύπον:

$$\boxed{\nu_{2,1} = \frac{\nu_2}{\nu_1}} \tag{3}$$

Ἐὰν τὸ μέσον (1) εἶναι ὁ ἀήρ, ἐπειδὴ ὁ δ. δ. τοῦ ἀέρος ἰσοῦται μὲ 1,000294, ὁ τύπος (3) δίδει τότε: $\nu_{2,1} = \dfrac{\nu_2}{1{,}000294}$, δηλ. $\nu_{2,1} \approx \nu_2$.

Πρακτικῶς, λαμβάνομεν πολλάκις ὡς ἀπόλυτον δείκτην διαθλάσεως, τὸν σχετικὸν ὡς πρὸς τὸν ἀέρα.

Παρατήρησις. Ὁ τύπος (3) ἐν συνδυασμῷ μὲ τὸν (2) δίδει:

$\dfrac{\eta\mu\alpha}{\eta\mu\beta} = \dfrac{\nu_2}{\nu_1}$ ἢ

(4) $$\boxed{\nu_1 \eta\mu\alpha = \nu_2 \eta\mu\beta}$$

Δηλ. ***«τὸ γινόμενον τοῦ ἀπολύτου δ. δ. ἐπὶ τὸ ἡμίτονον τῆς γωνίας τῆς φωτεινῆς ἀκτῖνος μετὰ τῆς καθέτου μένει κατὰ τὴν διάθλασιν σταθερόν».***

Ἀντὶ τοῦ τύπου (1), εἶναι πρακτικώτερον εἰς τὰς ἐφαρμογάς, νὰ χρησιμοποιοῦμεν τὸν (4).

Ἐκ δύο μέσων ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον ἔχει ***μεγαλύτερον*** δ. δ. λέγεται ***ὀπτικῶς πυκνότερον*** τοῦ ἄλλου καὶ τὸ ἄλλο ***ὀπτικῶς ἀραιότερον*** τοῦ πρώτου. Τὰ φυσικῶς πυκνότερα σώματα εἶναι συνήθως καὶ ὀπτικῶς πυκνότερα. Τοῦτο ὅμως δὲν συμβαίνει πάντοτε. Ἔτσι π.χ. τὸ οἰνόπνευμα, ὁ αἰθήρ, τὸ τερεβινθέλαιον, ἂν καὶ ἀραιότερα τοῦ ὕδατος εἶναι ὀπτικῶς πυκνότερα αὐτοῦ.

Θεωρήσωμεν φωτεινὴν ἀκτῖνα μεταβαίνουσαν εἰς ὀπτικῶς πυκνότερον μέσον. Π.χ. εἰς τὸ σχ. 78 ἂν εἶναι $\nu_2 > \nu_1$, τότε:

$$\nu_{2,1} = \frac{\eta\mu\alpha}{\eta\mu\beta} = \frac{\nu_2}{\nu_1} > 1 \text{ καὶ } \eta\mu\alpha > \eta\mu\beta \text{ καὶ } \alpha > \beta.$$

Ὥστε: ***ἡ φωτεινὴ ἀκτὶς εἰσερχομένη εἰς ὀπτικῶς πυκνότερον μέσον πλησιάζει πρὸς τὴν κάθετον· εἰσερχομένη δὲ εἰς ὀπτικῶς ἀραιότερον ἀπομακρύνεται τῆς καθέτου.***

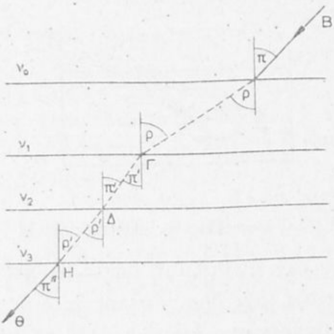
γ′) **Περίπτωσις διαφανῶν ἐπαλλήλων πλακῶν.** Φωτεινὴ ἀκτὶς ΒΑ διερχομένη διὰ μιᾶς ἢ καὶ πολλῶν (σχ. 79 καὶ 80) ἐπαλλήλων διαφανῶν πλακῶν (μὲ παραλλήλους ἕδρας) δὲν ὑφίσταται ἐκτροπὴν (γωνιώδη) ἀλλὰ μόνον παράλληλον μετατόπισιν. Εἰς τὸ σχ. 79 π.χ. ἔχομεν: $\nu_1 \eta\mu\pi = \nu_2 \eta\mu\rho$ (βλ. τύπον (4) καὶ ἐν συνεχείᾳ, $\nu_2 \eta\mu\rho = \nu_1 \eta\mu\pi'$ ἐξ ὧν $\nu_1 \eta\mu\pi = \nu_1 \eta\mu\pi'$, $\eta\mu\pi = \eta\mu\pi'$, $\pi = \pi'$ ἄρα ΓΔ // ΒΑ. Εἰς τὸ σχ. 80, ἐὰν ν_1, ν_2, ν_3 εἶναι οἱ ἀπόλυτοι δεῖκται διαθλάσεως τῶν διαφανων πλακῶν καὶ ν_0 ὁ δ.δ. τοῦ ἑκατέρωθεν αὐτῶν διαφανοῦς μέσου καὶ ΒΑΓΔΗΘ εἶναι ἡ πορεία φωτεινῆς ἀκτῖνος θὰ ἔχωμεν τὰς ἰσότητας:

Σχ. 79

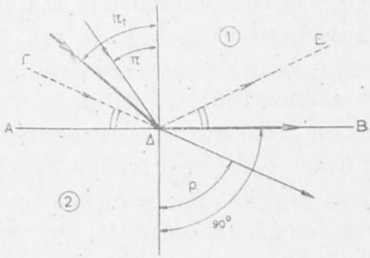
Διάθλασις διὰ πλακὸς

$\nu_0 \eta\mu\pi = \nu_1 \eta\mu\rho$ (τύπος (4)), $\nu_1 \eta\mu\rho = \nu_2 \eta\mu\pi'$, $\nu_2 \eta\mu\pi' = \nu_3 \eta\mu\rho'$, $\nu_3 \eta\mu\rho = \nu_0 \eta\mu\pi''$ ἐξ ὧν $\nu_0 \eta\mu\pi = \nu_0 \eta\mu\pi''$ ἢ $\eta\mu\pi = \eta\mu\pi''$· συνεπῶς $\pi = \pi''$, ΒΑ//ΗΘ.

δ′) **Ὁρικὴ γωνία, ὁλικὴ ἀνάκλασις.** Ὅταν τὸ φῶς μεταβαίνη ἀπὸ ὀπτικῶς πυκνότερον εἰς ὀπτικῶς ἀραιότερον διαφανὲς μέσον ἡ



Σχ. 80
Προσπίπτουσα ΒΑ καὶ ἐξερχομένη ΗΘ εἶναι παράλληλοι.



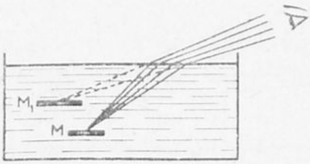
Σχ. 81
Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ὁρικῆς γωνίας π_1.

γωνία διαθλάσεως ϱ εἶναι μεγαλυτέρα τῆς γωνίας προσπτώσεως π (σχ. 81). Ἐὰν νοήσωμεν τὴν π διαρκῶς αὐξάνουσαν, θὰ αὐξάνη τότε καὶ ἡ ϱ, ἡ ὁποία πρώτη θὰ φθάση τὰς 90^0 ἐνῶ ἡ π θὰ ἔχη τότε μίαν τιμὴν $\pi_1 < 90^0$.

Ἡ γωνία προσπτώσεως π_1 εἰς τὴν ὁποίαν ἀντιστοιχεῖ γωνία διαθλάσεως 90^0 καλεῖται ***ὁρικὴ γωνία.*** Ἡ διαθλωμένη ἀκτὶς εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν κεῖται ἐπὶ τῆς διαχωριστικῆς ἐπιφανείας ΑΒ καὶ διατρέχει συγχρόνως καὶ τὰ δύο μέσα [1] καὶ [2].

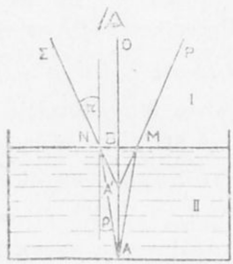
Ὁ 2ος νόμος τῆς διαθλάσεως δίδει: $\frac{\eta\mu\pi_1}{\eta\mu 90^0} = \nu_{2,1} < 1$ καὶ $\eta\mu\pi_1 = \nu_{2,1} = \frac{1}{\nu_{1,2}}$ καὶ ἔτσι λογίζεται ἡ ὁρικὴ γωνία π_1. Π.χ. κατὰ τὴν μετάβασιν ἀπὸ τῆς ὑάλου εἰς τὸν ἀέρα ἐπειδὴ $\nu_{\text{ὕαλος-ἀήρ}} = 3/2$ θὰ εἶναι $\eta\mu\pi_1 = 2/3$ καὶ $\pi_1 \approx 42^0$. Ἐὰν ἡ φωτεινὴ ἀκτὶς προσπέση ὑπὸ γωνίαν μεγαλυτέραν τῆς ὁρικῆς π_1, τότε δὲν εἰσχωρεῖ διόλου εἰς τὸ μέσον [2] ἀλλὰ ἀνακλᾶται ἐπὶ τῆς ΑΒ ὡς ἐπὶ κατόπτρου ἀκολουθοῦσα τὴν συμμετρικὴν διεύθυνσιν ΔΕ(σχ. 81).Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται ***ὁλικὴ ἀνάκλασις.*** Κατ᾽ αὐτήν, *ἡ ἀνακλωμένη δέσμη ἔχει φωτεινὴν ἔντασιν ὅσην καὶ ἡ προσπίπτουσα* (ἀφοῦ διαθλωμένη δέσμη δὲν ὑπάρχει).

§ 46. Διάφορα φαινόμενα ὀφειλόμενα εἰς τὴν διάθλασιν. α') **Φαινομένη ἀνύψωσις τῶν βυθισμένων σωμάτων.** Ἐὰν εἰς τὸν πυθμένα δοχείου θέσωμεν ἕνα νόμισμα Μ (σχ. 82), ὁ δὲ ὀφθαλμὸς τεθῇ εἰς θέσιν ἀπὸ τὴν ὁποίαν τὸ Μ δὲν φαίνεται, διότι ἀποκρύπτεται ἀπὸ τὸ χεῖλος τοῦ δοχείου, τότε ἐὰν γεμίσωμεν τὸ δοχεῖον μὲ ὕδωρ βλέπομεν τὸ νόμισμα ὑψηλότερον τῆς ἀρχικῆς του θέσεως, ἐνῶ τὸ δοχεῖον φαίνεται ἀβαθέστερον. Τοῦτο συμβαίνει διότι αἱ ἐκ τοῦ Μ ἀκτῖνες, ἐξερχόμεναι εἰς ὀπτικῶς ἀραιότερον μέσον ἀποκλίνουν τῆς καθέτου καὶ φθάνουν μέχρι τοῦ ὀφθαλμοῦ ὅστις βλέπει τὸ φανταστικὸν εἴδωλον M_1 τοῦ νομίσματος (ὄχι ὅμως εὐκρινὲς διότι αἱ προεκτάσεις τῶν διαθλωμένων δὲν συντρέχουν ἀκριβῶς εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον).



Σχ. 82
Φαινομένη ἀνύψωσις τοῦ Μ

Ὁμοίως, σημεῖον Α τοῦ πυθμένος δοχείου περιέχοντος, ὑγρὸν μὲ δ. δ. ν, παρατηρούμενον κατακορύφως ἀπὸ τὴν θέσιν Ο (σχ. 83) φαίνεται ὡς νὰ κεῖται ὑψηλότερον, εἰς τὴν θέσιν Α΄. Διότι ἡ λεπτοτάτη δέσμη ΑΜΝ ἐξέρχεται περισσότερον ἀποκλίνουσα, κατὰ τὴν ΣΝΜΡ ὡς ἐὰν προήρχετο ἀπὸ τὸ Α΄.



Σχ. 83
Φαινόμενον βάθος

Ἐὰν ἡ ΟΑ συναντᾷ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν εἰς τὸ Β, τότε ἡ ἐξωτερικὴ γωνία ΝΑ΄Β τοῦ τριγώνου ΝΑ΄Α, ἰσοῦται μὲ τὴν γωνίαν π, τῆς ΝΣ μετὰ τῆς εἰς Ν καθέτου ἐνῶ ἡ γωνία ΝΑΑ΄ τοῦ ἰδίου τριγώνου ἰσοῦται μὲ τὴν γωνίαν ϱ τῆς ΑΝ καὶ τῆς εἰς Ν καθέτου. Ὁ νόμος τῶν ἡμιτόνων δίδει :

$$\frac{\text{ΝΑ}}{\text{ΝΑ}'} = \frac{\text{ημ.}\widehat{\text{ΝΑ}'\text{Β}}}{\text{ημ.}\widehat{\text{ΝΑΑ}'}} = \frac{\text{ημπ}}{\text{ημϱ}} = \nu \quad \text{καὶ} \quad (\text{ΝΑ}) = (\text{ΝΑ}')\nu.$$

Ἀλλὰ $\text{ΝΑ} \approx \text{ΒΑ}$, $\text{ΝΑ}' \approx \text{ΒΑ}'$ καὶ συνεπῶς : $(\text{ΒΑ}) = (\text{ΒΑ}')\nu$, δηλ. τὸ φαινόμενον βάθος $(\text{ΒΑ}') = (\text{ΒΑ})/\nu$:

$$(1) \qquad \boxed{h \text{ φαινόμενον} = \frac{h \text{ ἀληθὲς}}{\nu}}$$

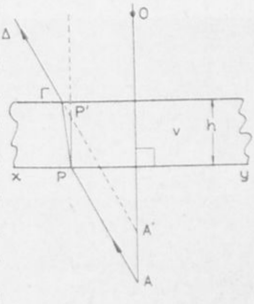
Ἡ ***ἀνύψωσις*** ΑΑ΄ τοῦ Α ἰσοῦται μὲ $\text{ΑΒ} - \text{Α}'\text{Β} = h$ ἀληθὲς — $- h$ φαινόμενον $= h$ ἀληθὲς $- \dfrac{h \text{ ἀληθὲς}}{\nu}$ δηλ. :

(2) Φαινομένη ἀνύψωσις $AA' = \frac{\nu-1}{\nu}h$, ὅπου h τὸ ἀληθὲς βάθος.

Παρατηρήσεις. Τὸ σχ. 83, δεικνύει, λόγῳ τοῦ ἀντιστρεπτοῦ τῆς πορείας τοῦ φωτὸς ὅτι: «Ἂν συγκλίνουσα φωτεινὴ δέσμη ΣΝΑ′ΜΡ ἐρχομένη ἐκ τοῦ μέσου Ι, ἐπρόκειτο νὰ συγκεντρωθῇ εἰς σημεῖον Α′ κείμενον εἰς βάθος ΒΑ′ = h ἐντὸς τοῦ ὀπτικοῦ μέσου ΙΙ, τότε, λόγῳ τῆς παρουσίας τοῦ ΙΙ, συγκεντροῦται εἰς σημεῖον Α κείμενον εἰς βάθος (ΒΑ) = h′ = νh, ὅπου ν ὁ δ.δ. τοῦ ΙΙ ὡς πρὸς τὸ Ι».

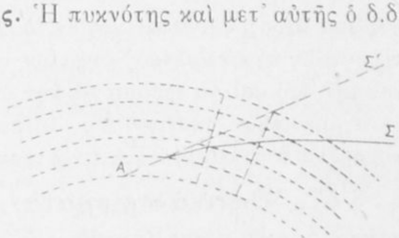
Ἐπίσης τὸ σχ. 83 δεικνύει ὅτι «ἂν ἀποκλίνουσα (κωνικὴ) φωτεινὴ δέσμη ΑΝΜ ἐξέρχεται ἐκ τοῦ μέσου ΙΙ πρὸς τὸ μέσον Ι, τότε πορεύεται ἐντὸς τοῦ Ι ὡς ἐὰν προήρχετο ὄχι ἀπὸ βάθος ΒΑ ἀλλὰ ἀπὸ βάθος (ΒΑ′) = (ΒΑ)/ν, ὅπου ν, ὁ δ. δ. τοῦ ΙΙ ὡς πρὸς τὸ Ι». (Αἱ παρατηρήσεις αὐταὶ διευκολύνουν εἰς ὡρισμένα προβλήματα).

β′) **Φαινομένη ἀνύψωσις φωτεινοῦ σημείου κειμένου ὄπισθεν διαφανοῦς πλακός.** Ἡ ὀπτικὴ ἀνύψωσις ΑΑ′, σημείου Α κειμένου ὄπισθεν διαφανοῦς πλακὸς καὶ παρατηρουμένου ἀπὸ τὸ ἀντίθετον μέρος (σχ. 83α) *εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς ἀποστάσεως τοῦ Α ἀπὸ τῆς πλακός*. Διότι ἡ ἀκτὶς ΑΡ (σχ. 83α) ἐξέρχεται κατὰ τὴν ΓΔ//ΑΡ καὶ τὸ Α φαίνεται ἀπὸ τοῦ Ο εἰς τὴν θέσιν Α′ (ὑπὸ τὸν ὅρον ἡ γωνία ΡΑΟ νὰ εἶναι λίαν μικρά). Ἂν ἡ ΔΑ′ τέμνει εἰς Ρ′ τὴν εἰς Ρ κάθετον ἐπὶ τὴν ἕδραν xy, τότε τὸ ΡΡ′Α′Α εἶναι παρ/μον καὶ (ΑΑ′) = (ΡΡ′) = ἀνύψωσις τοῦ Ρ (παράβαλλε μὲ σχ. 83) = h(ν—1)/ν (βλ. τύπον (2)), ὅπου h τὸ πάχος καὶ ν ὁ δ.δ. τῆς πλακὸς ὡς πρὸς τὸ ἑκατέρωθεν αὐτῆς διαφανὲς μέσον.



Σχ. 83α

γ′) **Ἀτμοσφαιρικὴ διάθλασις.** Ἡ πυκνότης καὶ μετ᾽ αὐτῆς ὁ δ.δ. τῆς ἀτμοσφαίρας αὐξάνει ἐν γένει ὅσον κατερχόμεθα πρὸς τὸ ἔδαφος. Διὰ τοῦτο φωτεινὴ ἀκτὶς ποὺ ἐκπέμπεται ἀπὸ ἀστέρα Σ, εἰσερχομένη ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας διασχίζει στρώματα ἀέρος, τὰ ὁποῖα καθίστανται ὁλοὲν καὶ ὀπτικῶς πυκνότερα. Ἔτσι προσεγγίζει διαρκῶς πρὸς τὴν

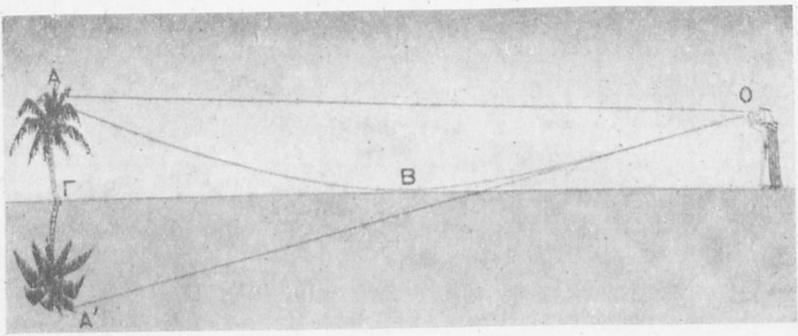


Σχ. 84
Φαινομένη ἀνύψωσις τοῦ ἀστέρος Σ

κάθετον διαγράφουσα γ ρ α μ μ ὴ ν κ α μ π ύ λ η ν (σχ. 84).

Ὁ ὀφθαλμὸς εὑρισκόμενος εἰς τὸ Α ἀναζητεῖ τὸν ἀστέρα ***κατὰ τὴν ἐφαπτομένην*** τῆς καμπύλης εἰς τὸ σημεῖον Α καὶ βλέπει αὐτὸν εἰς θέσιν Σ′ κειμένην ὑ ψ η λ ό τ ε ρ ο ν τ ῆ ς π ρ α γ μ α τ ι κ ῆ ς. Ἡ φαινομένη ἀνύψωσις τῶν ἀστέρων εἶναι μεγίστη παρὰ τὸν ὁρίζοντα καὶ μηδενίζεται εἰς τὸ Ζενίθ. Ἐξ αἰτίας τῆς ἀνυψώσεως αὐτῆς αὐξάνει ἡ διάρκεια τῆς ἡμέρας διότι βλέπομεν τὸν δίσκον τοῦ ἡλίου, ἐνῶ ἀκόμη οὗτος δὲν ἔχει ἀνατείλλει ἢ ἐνῶ ἤδη ἔχει δύσει. Ἐπίσης ὁ δίσκος τοῦ ἀνατέλλοντος ἡλίου φαίνεται πεπιεσμένος κατὰ τὴν κατακόρυφον διότι τὸ κάτω χεῖλος τοῦ δίσκου ὑφίσταται μεγαλυτέραν ὀπτικὴν ἀνύψωσιν ἢ τὸ ἄνω.

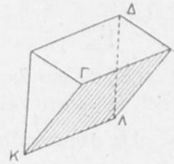
δ′) **Ἀντικατοπτρισμός.** Εἰς τὰ θερμὰ ἐδάφη, τὰ στρώματα τοῦ ἀέρος ἔχουν θερμοκρασίας αὐξανούσας ὅσον πλησιάζομεν πρὸς τὸ ἔδαφος. Φωτεινὴ ἀκτὶς ΑΒ φθάνουσα πλαγίως εἰς τὸ λίαν θερμὸν



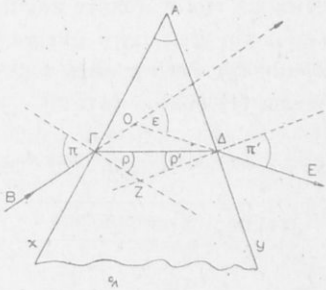
Σχ. 85
Ἀντικατοπτρισμός

στρῶμα ἀέρος, τὸ γειτονικὸν μὲ τὸ ἔδαφος (καὶ συνεπῶς ὀπτικῶς ἀραιότερον τῶν ὑπερκειμένων) δυνατὸν νὰ ὑποστῇ ὁλικὴν ἀνάκλασιν ἐπ᾽ αὐτοῦ (σχ. 85) καὶ νὰ φθάσῃ εἰς τὸν ὀφθαλμὸν Ο ὡς νὰ προήρχετο ἀπὸ τὸ συμμετρικὸν σημεῖον Α′. Ὁ παρατηρητὴς τότε βλέπει τὰ μεμακρυσμένα ἀντικείμενα ΓΑ ἀνεστραμμένα (*ἀντικατοπτρισμός*).

§ **47. Ὀπτικὰ πρίσματα.** α′) **Ὀπτικὸν πρῖσμα** λέγεται κάθε διαφανὲς μέσον (συνήθως ὕαλος ἢ κρύσταλλον) τοῦ ὁποίου δύο περικλείουσαι ἐπιφάνειαι εἶναι ἐπίπεδα τεμνόμενα (σχ. 86). Ἡ δίεδρος γωνία Γ–ΚΛ–Δ ἣν σχηματίζουν τὰ δύο αὐτὰ ἐπίπεδα λέγεται ***διαθλαστικὴ γωνία*** τοῦ πρίσματος. Ἡ τομὴ τοῦ πρίσματος ὑπὸ ἐπιπέδου καθέτου πρὸς τὴν ἀκμὴν ΚΛ τῆς διαθλαστικῆς γωνίας λέγεται ***κυρία τομὴ*** τοῦ πρίσματος. Αὕτη παρίσταται εἰς τὸ σχ. 87. Θὰ ἐξετάσωμεν τὴν διαδρομὴν τοῦ φωτὸς μέσα εἰς τὴν κυρίαν τομὴν τοῦ πρίσματος. Ἡ φωτεινὴ ἀκτὶς ΒΓ προσπίπτουσα ἐπὶ τῆς ἐπιπέδου ἕδρας Αx (σχ. 87) ὑπὸ γωνίαν π εἰσχωρεῖ εἰς τὸ πρίσμα ὑφισταμένη διάθλασιν. Κατόπιν προχωρεῖ εὐθυγράμμως ἐντὸς τοῦ πρίσματος κατὰ τὴν ΓΔ, σχηματίζουσαν γωνίαν διαθλάσεως ρ, προσπίπτει ἐπὶ τῆς δευτέρας ἕδρας Αy ὑπὸ γωνίαν ρ΄ καὶ διαθλᾶται κατὰ τὴν ΔΕ σχηματίζουσαν γωνίαν π΄ μετὰ τῆς καθέτου. Συνεπείᾳ τῶν δύο τούτων διαθλάσεων ἡ φωτεινὴ ἀκτὶς ὑφίσταται μίαν ἐκτροπήν. Καλεῖται ***ἐκτροπὴ*** ἡ γωνία ε, ἡ ὁποία σχηματίζεται ὑπὸ τῆς εἰσερχομένης ἀκτῖνος ΒΓ καὶ τῆς ἐξερχομένης ΔΕ καὶ ἡ ὁποία ἔχει τὰς πλευράς της ὁμορρόπους πρὸς τὰς ἀκτίνας ταύτας. Ἐὰν καλέσωμεν ν τὸν δ.δ. τῆς οὐσίας τοῦ πρίσματος ὡς πρὸς τὸν ἀέρα (ν>1) θὰ ἔχωμεν τὰς ἑξῆς σχέσεις χρησιμευούσας διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ἐκτροπῆς ε:



Σχ. 86
Ὀπτικὸν πρῖσμα



Σχ. 87
Πορεία ΒΓΔΕ φωτεινῆς ἀκτῖνος διὰ τῆς κυρίας τομῆς ὀπτικοῦ πρίσματος.

$$(1)\quad \frac{\eta\mu\pi}{\eta\mu\varrho}=\nu,\ \varrho+\varrho'=\widehat{A},\ \frac{\eta\mu\pi'}{\eta\mu\varrho'}=\nu,\quad \varepsilon=(\pi-\varrho)+(\pi'-\varrho')=\pi+\pi'-A$$

(ἡ δευτέρα προκύπτει ἐκ τοῦ τριγώνου ΓΖΔ: $\varrho+\varrho'=180-\widehat{\Gamma Z\Delta}=A$ ἡ δὲ τετάρτη ἐκφράζει ὅτι ἡ ε εἶναι ἐξωτερικὴ γωνία τοῦ τριγώνου ΓΟΔ).

Ἀπὸ τοὺς τύπους (1) προκύπτουν τὰ ἑξῆς:

i) *Ἐὰν π καὶ Α μένουν σταθερά, ἡ ἐκτροπὴ ε αὐξάνει αὐξάνοντος τοῦ ν.*

ii) *Ἐὰν π καὶ ν μένουν σταθερά, ἡ ἐκτροπὴ ε αὐξάνει αὐξανούσης τῆς διαθλ. γωνίας Α.*

✱ *Ἀπόδειξις τοῦ i*: Ἀπὸ τὴν πρώτην τῶν (1) ἕπεται ὅτι τὸ ρ ἐλαττοῦται, ἀπὸ τὴν δευτέραν τῶν (1) ἕπεται ὅτι τὸ ρ΄ αὐξάνει, ἀπὸ τὴν τρίτην ὅτι τὸ π΄ κατὰ μείζονα λόγον αὐξάνει καὶ ἀπὸ τὴν τετάρτην ὅτι τὸ ε αὐξάνει.

Ἀπόδειξις τοῦ ii: Ἡ τρίτη τῶν (1) δίδει:

$$ημπ'-ημρ'=(ν-1)ημρ' \quad ή$$

$$(2) \qquad 2ημ\frac{π'-ρ'}{2}.\,συν\frac{π'+ρ'}{2}=(ν-1)ημρ' \;\; ή \;\; ημ\frac{π'-ρ'}{2}=\frac{(ν-1)ημρ'}{2συν\dfrac{π'+ρ'}{2}}$$

Ἐξ ἄλλου ἂν ἡ Α αὐξάνη, ἡ ρ' αὐξάνει καὶ συνεπῶς καὶ ἡ π', ἀλλὰ τότε ἡ (2) δίδει ὅτι καὶ ἡ π'−ρ' αὐξάνει, ἄρα καὶ ἡ $ε=(π-ρ)+(π'-ρ')$.

Τὰ συμπεράσματα i καὶ ii ἀποδεικνύονται καὶ πειραματικῶς.

β') **Νευτώνειος θέσις τοῦ πρίσματος.** Ἀποδεικνύεται ὅτι τὴν μικροτέραν δυνατὴν ἐκτροπὴν ($ε_{min}$) ὑφίσταται ἡ φωτεινὴ ἀκτὶς ΒΓ (σχ. 87) ὅταν προσπίπτη ἐπὶ τοῦ πρίσματος ἔτσι ὥστε ἡ γωνία π νὰ ἰσοῦται μὲ τὴν π' (ὁπότε καὶ ἡ ϱ=ϱ'). Ἡ θέσις αὐτὴ τοῦ πρίσματος ὡς πρὸς τὴν φωτεινὴν ἀκτῖνα ΒΓ λέγεται ***Νευτώνειος θέσις***, *ἡ δὲ διαδρομὴ τῆς ἀκτῖνος εἶναι τότε συμμετρικὴ πρὸς τὴν διχοτόμον τῆς Α.* Οἱ τύποι (1) δίδουν τότε:

$$2ϱ=A,\; ϱ=\frac{A}{2} \text{ καὶ } ε_{min}=2π-A, \text{ ὁπότε } π=\frac{A+ε_{min}}{2}.$$

Ὁ τύπος $\boxed{ν=ημπ/ημϱ}$ γίνεται τότε:

$$(3) \qquad ν=\frac{ημ\dfrac{A+ε_{min}}{2}}{ημ\dfrac{A}{2}}$$

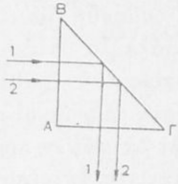
Ἐκ τοῦ τύπου (3) ὑπολογίζομεν τὴν ἐλαχίστην ἐκτροπὴν $ε_{min}$ ἢ ἢ μᾶλλον τὸν δ.δ. τῆς οὐσίας τοῦ πρίσματος ὅταν ἡ ἐλαχίστη ἐκτροπὴ ἔχει προσδιορισθῆ πειραματικῶς.

γ') **Περίπτωσις μικρᾶς γωνίας προσπτώσεως.** Ἐὰν ἡ π εἶναι ἀρκετὰ μικρὰ γωνία, τότε ἐπειδὴ $ϱ+ϱ'=A$ ἕπεται ὅτι καὶ ἡ ϱ' καὶ ἡ π' θὰ εἶναι μέσα εἰς τὴν περιοχὴν τῶν μικρῶν γωνιῶν. Τὰ ἡμίτονα τότε εἶναι πρακτικῶς ἀνάλογα τῶν τόξων καὶ οἱ (1) γίνονται:

$$\frac{π}{ϱ}=ν,\; \frac{π'}{ϱ'}=ν,\; π=ϱν,\; π'=ϱ'ν,\; π+π'=(ϱ+ϱ')ν=A\cdot ν \text{ καὶ } ε=π+$$
$$+π'-A=A\cdot ν-A.$$ Ἔχομεν λοιπὸν ***διὰ μικρὰ π καὶ Α τὸν ἁπλουστευμένον τύπον τῆς ἐκτροπῆς:***

$$(4) \qquad \boxed{ε=(ν-1)A}$$

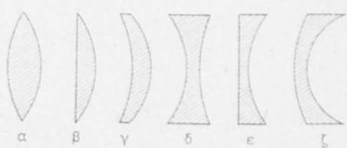
δ') **Πρῖσμα ὁλικῆς ἀνακλάσεως.** Τοῦτο εἶναι ὑάλινον πρῖσμα δ.δ. περίπου 1,5, τοῦ ὁποίου ἡ κυρία τομὴ εἶναι ἰσοσκελὲς ὀρθογώνιον τρίγωνον, ἠμπορεῖ δὲ νὰ χρησιμεύσῃ ὡς κάτοπτρον ἐξ αἰτίας τοῦ φαινομένου τῆς ὁλικῆς ἀνακλάσεως. Κάθε φωτεινὴ ἀκτὶς προσπίπτουσα καθέτως ἐπὶ τῆς μιᾶς τῶν καθέτων ἑδρῶν (σχ. 88) φθάνει ἐπὶ τῆς ὑποτεινούσης ἕδρας ΒΓ (λείας καὶ ἐπιπέδου) ὑπὸ γωνίαν προσπτώσεως 45° δηλ. μεγαλυτέραν τῆς ὁρικῆς (ἡ ὁποία εἶναι 42° (§ 45, δ')). Συνεπῶς ἀνακλᾶται ὁλικῶς ἐπὶ τῆς ὑποτεινούσης ἕδρας καὶ ἐξέρχεται καθέτως πρὸς τὴν τρίτην ἕδραν. Τὰ πρίσματα αὐτὰ παρέχουν εἴδωλα φωτεινότερα τῶν συνήθων κατόπτρων.



Σχ. 88
Πρῖσμα ὁλικῆς ἀνακλάσεως.

§ **48. Λεπτοὶ φακοί.** α') *Καλεῖται φακὸς κάθε διαφανὲς σῶμα (συνήθως ὕαλος) περατούμενον εἰς δύο ἐπιφανείας σφαιρικὰς ἢ μίαν σφαιρικὴν καὶ μίαν ἐπίπεδον.* Μὲ διαφόρους διατάξεις τῶν δύο περικλειουσῶν ἐπιφανειῶν δημιουργοῦνται τὰ ἑπόμενα εἴδη φακῶν:

i) ***Συγκλίνοντες φακοί:*** *α') Ἀμφίκυρτος. β') Ἐπιπεδόκυρτος. γ') Μηνίσκος συγκλίνων* (σχ. 89). Αὐτοὶ εἶναι παχύτεροι εἰς τὸ μέσον καὶ ἔχουν τὴν ἰδιότητα νὰ συγκεντρώνουν τὰς δι' αὐτῶν διερχομένας φωτεινὰς ἀκτίνας.

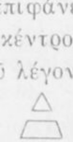


Σχ. 89
Εἴδη φακῶν

ii) ***Ἀποκλίνοντες φακοί:*** *δ') Ἀμφίκοιλος. ε') Ἐπιπεδόκοιλος. ζ') Μηνίσκος ἀποκλίνων* (σχ. 89). Αὐτοὶ εἶναι λεπτότεροι εἰς τὸ μέσον καὶ ἀποκεντρώνουν τὰς φωτεινὰς ἀκτίνας.

Καλεῖται ***ἄξων τοῦ φακοῦ*** ἡ εὐθεῖα ἥτις συνδέει τὰ κέντρα τῶν δύο σφαιρικῶν ἐπιφανειῶν τοῦ φακοῦ ἢ ἂν ἡ μία ἐπιφάνεια εἶναι ἐπίπεδος, ἡ κάθετος ἐπ' αὐτὴν ἡ διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἄλλης. Αἱ ἀκτῖνες τῶν σφαιρικῶν ἐπιφανειῶν τοῦ φακοῦ λέγονται ***ἀκτῖνες καμπυλότητος*** τοῦ φακοῦ.

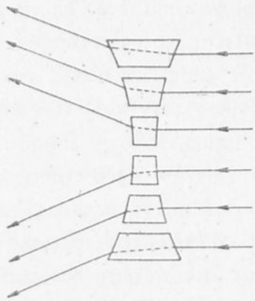
Εἰς τὰ ἑπόμενα, θὰ ἐξετάσωμεν μόνον *λεπτοὺς φακούς*, δηλ. ἔχοντας πάχος πολὺ μικρὸν ἐν σχέσει μὲ τὰς ἀκτίνας καμπυλότητός των καὶ ἐπὶ τῶν ὁποίων προσπίπτουν φωτειναὶ ἀκτῖνες σχηματίζουσαι *μικρὰς γωνίας* μὲ τὸν κύριον ἄξονα.



Σχ. 90

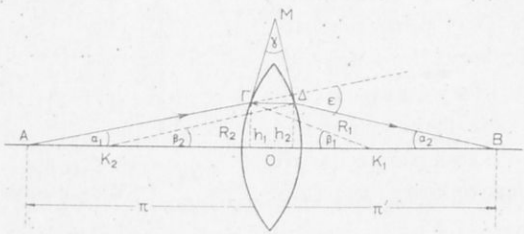
β') Ὁ συγκλίνων φακὸς ἠμπορεῖ νὰ

ἐξομοιωθῆ μὲ σῶμα συγκείμενον ἀπὸ ἐπάλληλα ὀπτικὰ πρίσματα (σχ. 90) τῶν ὁποίων ἡ διαθλαστικὴ γωνία ***αὐξάνει*** ὅσον ἀπομακρυνόμεθα ἀπὸ τὸν ἄξονα. Αἱ ἐπ᾽ αὐτῶν προσπίπτουσαι παράλληλοι ἀκτῖνες ἐκτρέπονται ὁλοὲν καὶ περισσότερον ὅσον ἀπομακρύνονται τοῦ ἄξονος (βλ. § 47, τύπος (4)) καὶ καταλήγουν νὰ συγκεντρωθοῦν εἰς ἕνα σημεῖον. Ὅταν αἱ κορυφαὶ τῶν ἐπαλλήλων πρισμάτων εἶναι ἐστραμμέναι πρὸς τὸ μέρος τοῦ ἄξονος, τὸ σύνολον αὐτῶν ἐξομοιοῦται πρὸς ἀποκλίνοντα φακὸν (σχ. 91).



Σχ. 91

γ′) **Τύπος τῶν λεπτῶν συγκλινόντων φακῶν.** Ἀπὸ φωτεινὸν σημεῖον Α κείμενον ἐπὶ τοῦ κυρίου ἄξονος συγκλίνοντος φακοῦ Ο θεωρήσωμεν φωτεινὴν ἀκτῖνα ΑΓ προσπίπτουσαν ὑπὸ μικρὰν γωνίαν



Σχ. 92
Διὰ τὴν εὕρεσιν τοῦ τύπου τῶν φακῶν

α_1 ὡς πρὸς τὸν ἄξονα καὶ ἡ ὁποία κατόπιν δύο διαθλάσεων συναντᾶ πάλιν τὸν ἄξονα πρὸς τὸ ἄλλο μέρος τοῦ φακοῦ εἰς σημεῖον Β καὶ ὑπὸ γωνίαν α_2 (σχ. 92). Ἄς εἶναι K_1, K_2 τὰ κέντρα καμπυλότητος τῶν δύο σφαιρικῶν ἐπιφανειῶν καὶ R_1, R_2 αἱ ἀντίστοιχοι ἀκτῖνες καμπυλότητος τοῦ φακοῦ. Τὰ σημεῖα Γ καὶ Δ εἰσόδου καὶ ἐξόδου τῆς ἀκτῖνος θὰ ἀπέχουν ἀπὸ τὸν ἄξονα ἀποστάσεις h_1, h_2 ἐλάχιστα διαφερούσας λόγῳ τοῦ μικροῦ πάχους τοῦ φακοῦ. Ἐὰν καλέσωμεν ε τὴν ἐκτροπὴν τῆς φωτεινῆς ἀκτῖνος θὰ ἔχωμεν (ἐπειδὴ ἡ ε εἶναι ἐξωτερικὴ γωνία τριγώνου):

(1) $$\varepsilon = \alpha_1 + \alpha_2$$

Ἐξ ἄλλου ἂν νοήσωμεν εἰς τὰ Γ καὶ Δ δύο ἐφαπτόμενα ἐπίπεδα σχηματίζοντα γωνίαν γ, ἠμποροῦμεν νὰ θεωρήσωμεν τὴν ἀκτῖνα

ΑΓΔΒ ὡς διελθοῦσαν διὰ πρίσματος διαθλαστικῆς γωνίας γ (μικρᾶς) καὶ συνεπῶς νὰ ἐφαρμόσωμεν διὰ τὴν ἐκτροπὴν ε τὸν τύπον τῶν λεπτῶν πρισμάτων ((4) τῆς § 17):

(2) $$\varepsilon = (\nu - 1) \cdot \gamma$$

Ἐκ τῶν (1) καὶ (2) λαμβάνομεν τὴν ἐξίσωσιν:

(3) $$\alpha_1 + \alpha_2 = (\nu - 1) \cdot \gamma$$

Ἐξ ἄλλου, ἂν ἀχθοῦν αἱ ἀκτῖνες $K_1\Gamma$ καὶ $K_2\Delta$ κάθετοι ἐπὶ τὰς ἕδρας τοῦ νοητοῦ πρίσματος ΓΜΔ καὶ σχηματίζουσαι γωνίας β_1, β_2 μὲ τὸν ἄξονα, θὰ ἔχωμεν:

(4) $$\beta_1 + \beta_2 = \gamma$$

Λόγῳ τῆς (4) ἡ (3) γίνεται:

(5) $$\alpha_1 + \alpha_2 = (\nu - 1)(\beta_1 + \beta_2)$$

Εἰς τὴν (5) ἀντικαθιστῶμεν τὰς μικρὰς γωνίας α_1, α_2 διὰ τῶν ἐφαπτομένων των καὶ τὰς β_1, β_2 διὰ τῶν ἡμιτόνων των ὁπότε λαμβάνομεν τήν:

(6) $$\varepsilon\varphi\alpha_1 + \varepsilon\varphi\alpha_2 = (\nu - 1)\{\eta\mu\beta_1 + \eta\mu\beta\}$$

Ἀλλὰ εἶναι:

$\varepsilon\varphi\alpha_1 = \dfrac{h_1}{\pi}$, $\varepsilon\varphi\alpha_2 = \dfrac{h_2}{\pi'}$, $\eta\mu\beta_1 = \dfrac{h_1}{R_1}$, $\eta\mu\beta_2 = \dfrac{h_2}{R_2}$, ὅπου π παριστάνει τὴν ἀπόστασιν τοῦ Α καὶ π΄ τοῦ Β ἀπὸ τὸν φακόν.

Ἔτσι ἡ (6) λαμβάνει τὴν μορφήν:

(7) $$\frac{h_1}{\pi} + \frac{h_2}{\pi'} = (\nu - 1)\left\{\frac{h_1}{R_1} + \frac{h_2}{R_2}\right\}$$

Ἐπειδὴ δέ, δυνάμεθα νὰ θέσωμεν $h_1 = h_2$ ἡ (7) λαμβάνει τὴν μορφήν:

(8) $$\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi'} = (\nu - 1)\left\{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right\}$$

Ἐὰν ἡ σταθερὰ ποσότης $(\nu - 1)\left\{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right\}$ παρασταθῇ μὲ $\dfrac{1}{f}$ ἡ (8) μᾶς παρέχει τὸν τύπον τῶν φακῶν:

(9) $$\boxed{\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi'} = \frac{1}{f}}$$ ὅπου

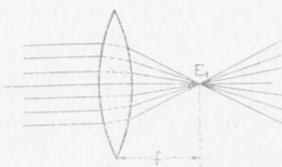
(10) $$\boxed{\frac{1}{f} = (\nu - 1)\left\{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right\}}$$

Ἡ (9) μᾶς παρέχει τὴν ἀπόστασιν π′ εἰς τὴν ὁποίαν συγκεντροῦνται αἱ ἀκτῖνες ΑΓ προερχόμεναι ἀπὸ σημεῖον τοῦ κυρίου ἄξονος ἀπέχον π ἀπὸ τὸν φακόν.

Τὸ μέγεθος f εἶναι μία χαρακτηριστικὴ σταθερὰ διὰ τὸν φακόν. Ἐὰν τὸ Α ἀπομακρυνθῇ εἰς ἄπειρον ἀπόστασιν, δηλ. $\pi=\infty$, ὁ τύπος (9) δίδει τότε $\frac{1}{\pi'}=\frac{1}{f}$, $\pi'=f$. Δηλαδὴ παράλληλοι πρὸς τὸν κύριον ἄξονα ἀκτῖνες συγκεντροῦνται εἰς σημεῖον E_1 τοῦ ἄξονος, τὸ ὁποῖον ἀπέχει ἀπόστασιν f ἀπὸ τὸν φακὸν (σχ. 93).

Τὸ σημεῖον E_1 λέγεται ***κυρία ἑστία*** τοῦ φακοῦ καὶ ἡ ἀπόστασις f, λέγεται ***ἑστιακὴ ἀπόστασις.*** Ἐὰν αἱ ἀκτῖνες καμπυλότητος τοῦ ***ἀμφικύρτου*** φακοῦ εἶναι ἴσαι πρὸς R, ὁ τύπος (10) δίδει $\frac{1}{f}=\frac{2(\nu-1)}{R}$ καὶ διὰ τὴν συνήθη ὕαλον ὅπου $\nu=1{,}5$ θὰ ἔχωμεν

$$\boxed{f=R}$$



Σχ. 93
Κυρία ἑστία συγκλίνοντος φακοῦ

Διὰ τὸν ***ἐπιπεδόκυρτον*** φακὸν ἡ μία ἀκτὶς καμπυλότητος θὰ ληφθῇ ἀπείρως μεγάλη καὶ ἐὰν τεθῇ $R_1=R$, $R_2=\infty$ ὁ τύπος (10) δίδει :

$$\text{(11)} \qquad \frac{1}{f}=\frac{(\nu-1)}{R} \qquad \text{ἢ} \qquad \boxed{f=\frac{R}{\nu-1}}$$

Διὰ δὲ τὴν συνήθη ὕαλον ($\nu=1{,}5$) θὰ εἶναι $\boxed{f=2R}$.

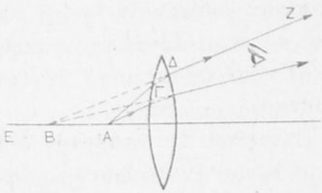
Διὰ τὸν ***συγκλίνοντα μηνίσκον***, ἂν εἶναι R_1 ἡ ἀκτὶς τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας καὶ R_2 ἡ τῆς κοίλης ($R_2>R_1$) ἀποδεικνύεται ὅτι θὰ ἰσχύει ὁ τύπος :

$$\text{(12)} \qquad \frac{1}{\pi}+\frac{1}{\pi'}=\frac{1}{f} \quad \text{ὅπου} \quad \frac{1}{f}=(\nu-1)\left\{\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right\}.$$

Λόγῳ τοῦ ἀντιστρεπτοῦ τῆς πορείας τοῦ φωτός, δέσμη ἐξερχομένη ἀπὸ τὴν κυρίαν ἑστίαν τοῦ συγκλίνοντος φακοῦ, μετὰ τὴν διέλευσίν της διὰ τοῦ φακοῦ γίνεται παράλληλος πρὸς τὸν κύριον ἄξονα (σχ. 93).

Ἕκαστος συγκλίνων φακὸς ἔχει δύο κυρίας ἑστίας ἑκατέρωθεν αὐτοῦ κειμένας καὶ εἰς ἴσας ἀποστάσεις f ἀπὸ τοῦ φακοῦ.

Ἡ πρὸς τὰ ἀριστερὰ ἑστία εἶναι τὸ εἴδωλον τοῦ ἐπ᾽ ἄπειρον πρὸς τὰ δεξιὰ σημείου τοῦ κυρίου ἄξονος καὶ ἡ πρὸς τὰ δεξιά, τὸ εἴδωλον τοῦ ἐπ' ἄπειρον πρὸς τὰ ἀριστερὰ σημείου τοῦ κυρίου ἄξονος.



Σχ. 94
Φανταστικὸν εἴδωλον τοῦ Α εἰς συγκλίνοντα φακόν.

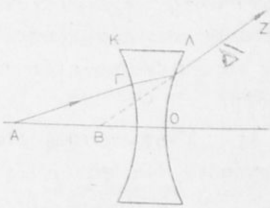
Ὁ τύπος (9) προϋποθέτει ὅτι $\pi > f$ (ὅπως εἰς τὰ σφαιρικὰ κάτοπτρα). Δηλαδὴ ἔχομεν πραγματικὸν εἴδωλον τοῦ φωτεινοῦ σημείου Α (σχ. 92) μόνον ὅταν τὸ Α εὑρίσκεται ***πέραν*** τῆς κυρίας ἑστίας τοῦ φακοῦ.

Ἐὰν εἶναι τὸ Α μεταξὺ ἑστίας καὶ φακοῦ (σχ. 94), τότε ὄχι ἡ ἐξερχομένη ἀκτὶς ΔΖ ἀλλ' ἡ προέκτασίς της διέρχεται διὰ σταθεροῦ σημείου Β τοῦ κυρίου ἄξονος.

Τὸ Β εἶναι τὸ φανταστικὸν εἴδωλον τοῦ Α καὶ κεῖται πρὸς τὸ αὐτὸ μέρος τοῦ φακοῦ μὲ τὸ Α. Ἐὰν π καὶ π' αἱ ἀποστάσεις τοῦ Α καὶ τοῦ φανταστικοῦ εἰδώλου του ἀπὸ τὸν φακόν, ἀποδεικνύεται ἡ σχέσις :

$$\boxed{\frac{1}{\pi} - \frac{1}{\pi'} = \frac{1}{f}} \tag{13}$$

δ') **Ἀποκλίνοντες φακοί.** Κάθε ἀκτὶς ΑΓ (σχ. 95) ἐκπορευομένη ἀπὸ σημεῖον Α τοῦ κυρίου ἄξονος, ὅταν προσπέσῃ ἐπὶ τοῦ ἀποκλίνοντος φακοῦ ἐκτρέπεται πλησιάζουσα πρὸς τὴν βάσιν ΚΛ (ἴδε ὀπτικὰ πρίσματα) καὶ συνεπῶς δὲν συναντᾷ πλέον τὸν κύριον ἄξονα. Ἡ προέκτασίς της ὅμως διέρχεται διὰ σταθεροῦ σημείου Β τοῦ ἄξονος. Τὸ Β εἶναι τὸ φανταστικὸν εἴδωλον τοῦ Α, ὑπάρχει δὲ μεταξὺ τῶν ἀποστάσεων $OA = \pi$ καὶ $OB = \pi'$ ἡ σχέσις :



Σχ. 95
Φανταστικὸν εἴδωλον τοῦ Α εἰς ἀποκλίνοντα φακόν.

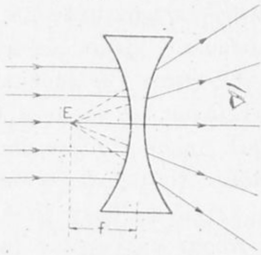
$$\boxed{\frac{1}{\pi} - \frac{1}{\pi'} = -\frac{1}{f}} \qquad \text{ὅπου} \quad \frac{1}{f} = (\nu - 1)\left\{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right\}$$

ὅπου R_1, R_2 αἱ ἀκτῖνες καμπυλότητος τοῦ ἀποκλίνοντος ἀμφικοίλου φακοῦ καὶ ν ὁ δ.δ. αὐτοῦ.

Ἐὰν $\pi = \infty$, τότε $\pi' = f$. Δηλ. δέσμη παραλλήλων πρὸς τὸν κύριον ἄξονα ἀκτίνων ἐξέρχεται ἀποκλίνουσα, ὡς ἐὰν προήρχετο ἀπὸ σημεῖον Ε ἀπέχον ἀπόστασιν f ἀπὸ τὸν φακόν. Τὸ Ε καλεῖται ***ἑστία*** τοῦ φακοῦ (φανταστική) καὶ ἡ ἀπόστασις f λέγεται ***ἑστιαἀπόστασις*** τοῦ φακοῦ.

Ἐννοεῖται ὅτι ὑπάρχουν δύο φανταστικαὶ ἑστίαι ἑκατέρωθεν τοῦ φακοῦ καὶ εἰς ἀποστάσεις f ἀπὸ τούτου.

Ἕνα ἐπ' ἄπειρον φωτεινὸν σημεῖον ἐπὶ τοῦ κυρίου ἄξονος, ὁ ὀφθαλμὸς τὸ βλέπει διὰ τοῦ ἀποκλίνοντος φακοῦ εἰς τὸ σημεῖον Ε (σχ. 96).



Σχ. 96
Κυρία ἑστία (φανταστική) ἀποκλίνοντος φακοῦ.

ε') **Ἑνιαῖος τύπος φακῶν.** *Ὁ τύπος :*

$$\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi'} = \frac{1}{f} = (\nu - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

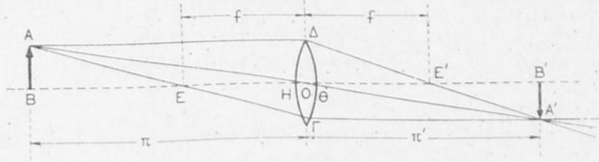
ἰσχύει δι' ὅλους τοὺς φακοὺς καὶ δι' ὅλας τὰς περιπτώσεις (πραγματικῶν ἢ φανταστικῶν εἰδώλων) ὑπὸ τὰς ἑξῆς προϋποθέσεις:

Ἡ ἀπόστασις π τοῦ (πραγματικοῦ) φωτεινοῦ σημείου νὰ λαμβάνεται θετική, ἐνῶ ἡ ἀπόστασις τοῦ εἰδώλου νὰ λαμβάνεται θετικὴ διὰ πραγματικὸν εἴδωλον καὶ ἀρνητικὴ διὰ φανταστικόν. Κάθε ἀκτὶς καμπυλότητος νὰ λαμβάνεται θετικὴ διὰ κυρτὴν ἐπιφάνειαν καὶ ἀρνητικὴ διὰ κοίλην σφαιρικὴν ἐπιφάνειαν καὶ τέλος εἰς περίπτωσιν ἐπιπέδου ἐπιφανείας τὸ 1/R νὰ λαμβάνεται μηδέν.

στ') **Ἀπεικόνισις διὰ τῶν λεπτῶν φακῶν.** Φωτεινὴ ἀκτὶς διερχομένη διὰ φακοῦ εἰς τρόπον ὥστε τὰ ἐφαπτόμενα ἐπίπεδα τοῦ φακοῦ εἰς τὰ σημεῖα τῆς εἰσόδου καὶ ἐξόδου αὐτῆς νὰ εἶναι παράλληλα, δὲν ὑφίσταται γωνιώδη ἐκτροπήν, ἀλλὰ μόνον παράλληλον μετατόπισιν (§ 45, γ').

Εἰς τοὺς λεπτοὺς φακοὺς ἡ παράλληλος αὐτὴ μετατόπισις εἶναι ἀρκετὰ μικρὰ ὥστε νὰ ἠμπορῇ πρακτικῶς νὰ παραληφθῇ. Σχεδιάζομεν δὲ τὰς ἀκτίνας αὐτὰς ὡς διερχομένας διὰ τοῦ κέντρου Ο, ὡς εἰς σχ. 98 καὶ 99, χωρὶς νὰ ὑποστοῦν διάθλασιν. (Εἰς τοὺς παχεῖς φακοὺς ὑπάρχει ἕνα ὡρισμένον σημεῖον Ο ἐντὸς τοῦ τμήματος ΗΘ (σχ. 97), λεγόμενον *ὀπτικὸν κέντρον* τοῦ φακοῦ, τοιοῦτον ὥστε πᾶσα ἀκτὶς δι' αὐτοῦ διερχομένη νὰ ἐξέρχεται τοῦ φακοῦ ἔχουσα τὴν διεύθυνσιν τῆς προσπιπτούσης. Εἰς τοὺς λεπτοὺς φακοὺς τὸ Ο ἠμπορεῖ νὰ ληφθῇ ὁπουδήποτε ἐπὶ τῆς ΗΘ ἀφοῦ τὸ μῆκος ΗΘ ἐξομοιοῦται μὲ μηδέν).

Αἱ φωτειναὶ ἀκτῖνες αἱ ἐκπορευόμεναι ἀπὸ τὸ κάθε σημεῖον ἑνὸς ἀντικειμένου, ἀφοῦ διέλθουν διὰ συγκλίνοντος φακοῦ ἢ συγκεντροῦν-



Σχ. 97

Πραγματικὸν εἴδωλον ἀντικειμένου ΑΒ εἰς συγκλίνοντα φακὸν

ται εἰς ἓν σημεῖον πρὸς τὸ ἄλλο μέρος τοῦ φακοῦ ἢ ἐξέρχονται ἀποκλίνουσαι, ὡς ἐὰν προήρχοντο ἀπὸ σημεῖον κείμενον πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ φακοῦ πρὸς τὴν ὁποίαν κεῖται τὸ ἀντικείμενον. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ὁ φακὸς παρέχει ἕνα ***πραγματικὸν*** εἴδωλον τοῦ σημείου, εἰς δὲ τὴν δευτέραν ἕνα ***φανταστικόν.*** Διὰ τὴν κατασκευὴν τοῦ εἰδώλου ἑνὸς σημείου ἀρκοῦν δύο ἀκτῖνες. Κατὰ προτίμησιν χρησιμοποιοῦμεν δύο ἀπὸ τὰς ἑξῆς τρεῖς ἀκτῖνας (σχ. 97).

1ον. Τὴν ἀκτῖνα ΑΔ παράλληλον πρὸς τὸν κύριον ἄξονα ἡ ὁποία διέρχεται διὰ τῆς ἑστίας Ε′ κειμένης ἀπὸ τὴν ἄλλην πλευρὰν τοῦ φακοῦ.

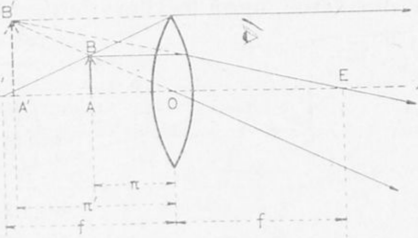
2ον. Τὴν ἀκτῖνα ΑΓ διερχομένην διὰ τῆς ἑστίας Ε τῆς κειμένης πρὸς τὸ μέρος τοῦ ἀντικειμένου. Αὕτη ἐξέρχεται παράλληλος πρὸς τὸν κύριον ἄξονα.

3ον. Τὴν ἀκτῖνα ΑΟ διερχομένην διὰ τοῦ κέντρου Ο τοῦ φακοῦ, ἡ ὁποία, ὅπως εἴδομεν προηγουμένως, δὲν ἐπηρεάζεται ἀπὸ τὴν παρουσίαν τοῦ φακοῦ. Καὶ αἱ τρεῖς συντρέχουν εἰς τὸ σημεῖον Α′. Λόγῳ τοῦ μικροῦ πάχους τοῦ φακοῦ δὲν σχεδιάζεται ἡ πορεία τῆς ἀκτῖνος μέσα εἰς τὸν φακόν.

Τὸ σχ. 97 δεικνύει τὴν γεωμ. κατασκευὴν τοῦ εἰδώλου ὅταν τὸ ἀντικείμενον ΑΒ κεῖται πέραν τῆς κυρίας ἑστίας ἑνὸς συγκλίνοντος φακοῦ. Τότε ἔχομεν εἴδωλον ***πραγματικὸν καὶ ἀνεστραμμένον*** καὶ κείμενον πρὸς τὸ ἀντίθετον μέρος. Ἐὰν π καὶ π′ αἱ ἀποστάσεις τοῦ ἀντικειμένου ΑΒ καὶ τοῦ εἰδώλου του Α′Β′ ἀπὸ τὸν φακόν, ἡ ***γραμμικὴ μεγέθυνσις*** $M = \frac{A'B'}{AB}$ ὑπολογίζεται ἀπὸ τὰ ὅμοια τρίγωνα τοῦ σχήματος κατὰ διαφόρους τρόπους:

$$M = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OB'}{OB} \quad \text{ἢ} \quad M = \frac{A'B'}{\Delta O} = \frac{E'B'}{E'O} \quad \text{ἢ} \quad M = \frac{O\Gamma}{AB} = \frac{EO}{EB} \quad \text{δηλαδή:}$$

(14) $$M = \frac{\pi'}{\pi} = \frac{\pi' - f}{f} = \frac{f}{\pi - f}$$

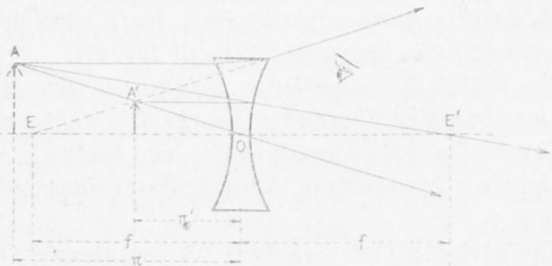


Σχ. 98
Φανταστικὸν εἴδωλον τοῦ ΑΒ εἰς συγκλίνοντα φακόν.

Ἐὰν τὸ ἀντικείμενον κεῖται μεταξὺ ἑστίας Ε΄ καὶ συγκλίνοντος φακοῦ, τότε παρέχει εἴδωλον φανταστικόν, ὀρθὸν καὶ κείμενον πρὸς τὸ αὐτὸ μέρος μὲ τὸ ἀντικείμενον. Ἡ κατασκευὴ τοῦ εἰδώλου γίνεται φανερὰ ἀπὸ τὸ σχ. 98 καὶ ἡ μεγέθυνσις

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{\pi'}{\pi} \quad \text{ὅπου ὅμως,} \quad \frac{1}{\pi} - \frac{1}{\pi'} = \frac{1}{f}.$$

Ἐντελῶς ἀντιστοίχως γίνεται ἡ κατασκευὴ τοῦ εἰδώλου εἰς τοὺς ἀποκλίνοντας φακούς. Τὸ σχ. 99 δεικνύει τὴν κατασκευὴν τοῦ εἰδώ-

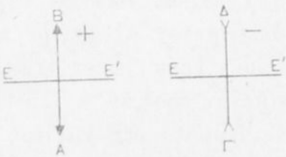


Σχ. 99
Εἴδωλον τοῦ ἀντικειμένου Α εἰς ἀποκλίνοντα φακὸν

λου Α΄ τοῦ σημείου Α μὲ τὴν χρῆσιν καὶ τῶν τριῶν ἀκτίνων ποὺ ἀνεφέραμεν.

Εἰς τοὺς ἀποκλίνοντας φακοὺς τὸ εἴδωλον ἑνὸς πραγματικοῦ ἀντικειμένου εἶναι ***πάντοτε φανταστικόν, ὀρθὸν*** καὶ κεῖται πρὸς τὸ μέρος τοῦ φακοῦ, πρὸς ὃ κεῖται καὶ τὸ ἀντικείμενον.

Ἡ γραμμικὴ μεγέθυνσις εἶναι πάλιν $\frac{\pi'}{\pi}$.



Σχ. 100
συγκλίνων ἀποκλίνων

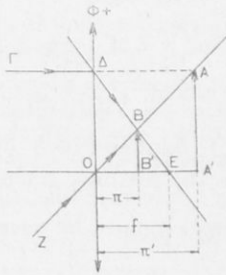
Συμβολισμός. Οἱ συγκλίνοντες φακοὶ συμβολίζονται συνήθως διὰ τοῦ βέλους ΑΒ οἱ δὲ ἀποκλίνοντες διὰ τοῦ ΓΔ ὡς ἐν σχ. 100.

Παρατήρησις: Εἰς ὅλους τοὺς φακούς, ***μετατοπιζομένου τοῦ ἀντικειμένου ἐπὶ τοῦ κυρίου ἄξονος, μετατοπίζεται καὶ τὸ εἴδωλόν του (πραγματικὸν ἢ φανταστικόν), πάντοτε κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν καθ' ἣν μετατοπίζεται καὶ τὸ ἀντικείμενον.*** Ἔτσι π.χ. ὅταν τὸ ἀντικείμενον πλησιάζῃ πρὸς τὸν φακόν, τὸ πραγματικὸν εἴδωλόν του ἀπομακρύνεται ἐνῶ τὸ φανταστικὸν εἴδωλον πλησιάζει καὶ αὐτό.

ζ') **Εἴδωλον φανταστικοῦ ἀντικειμένου.** Ἔστω ΑΑ΄ τὸ πραγματικὸν εἴδωλον (σχ. 101) ἑνὸς ἀντικειμένου τὸ ὁποῖον **θὰ ἐσχημάτιζε** ἕνας φακὸς μὴ σημειούμενος εἰς τὸ σχῆμα, ἢ καὶ ἕνα σφαιρικὸν κάτοπτρον ἐὰν δὲν παρενεβάλλετο εἰς τὴν πορείαν τῶν ἀκτίνων ἕνας συγκλίνων φακὸς Φ. Ἐξ αἰτίας τοῦ Φ δὲν σχηματίζεται τὸ ΑΑ΄ ἀλλὰ ἕνα ἄλλο πραγματικὸν εἴδωλον τὸ ΒΒ΄.

Ὀνομάζομεν τὸ ΒΒ΄, πραγματικὸν εἴδωλον τοῦ «φανταστικοῦ ἀντικειμένου» ΑΑ΄.

Ἡ ὀνομασία αὐτὴ προέρχεται ἐκ τοῦ ὅτι τὸ ΑΑ΄ δὲν σχηματίζεται πράγματι, δηλ. δὲν ὑπάρχει. Ἡ κατασκευὴ τοῦ εἰδώλου ΒΒ΄ γίνεται διὰ **τῶν** δύο ἀκτίνων ΓΔ καὶ ΖΟ αἱ ὁποῖαι **θὰ συνέτρεχον** εἰς τὸ Α, ἀλλὰ λόγῳ τῆς παρεμβολῆς τοῦ Φ_+ συντρέχουν εἰς τὸ Β (σχ. 101). Ἡ μεγέθυνσις: $\frac{BB'}{AA'} = \frac{OB'}{OA'} = \frac{\pi'}{\pi}$.

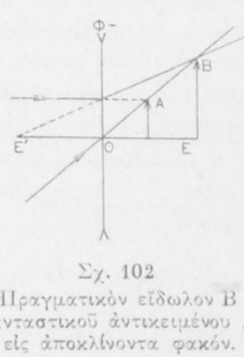


Σχ. 101
Πραγματικὸν εἴδωλον ΒΒ΄ φανταστικοῦ ἀντικειμένου ΑΑ΄.

Ἡ ἀπόστασις ΟΑ΄=π τοῦ φανταστικοῦ ἀντικειμένου δέον νὰ λαμβάνεται ἀρνητική. Δηλ. θὰ ἰσχύῃ ὁ τύπος $-\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi'} = \frac{1}{f}$. (Διότι ἂν θεωρηθῇ τὸ ΒΒ΄ ὡς ἀντικείμενον, θὰ ἐσχημάτιζε διὰ τοῦ Φ_+ τὸ φανταστικὸν εἴδωλον ΑΑ΄ ἀφοῦ αἱ ἀκτῖνες ΒΔΓ καὶ ΒΟΖ δὲν θὰ συναντῶντο αὐταὶ ἀλλ' αἱ προεκτάσεις των). Ὁ συγκλίνων φακὸς σχηματίζει πάντοτε εἴδωλον πραγματικὸν ὀρθὸν καὶ μικρότερον τοῦ φανταστικοῦ ἀντικειμένου.

Εἰς τὸ σχ. 102 εὑρίσκεται τὸ φανταστικὸν ἀντικείμενον Α ἐντὸς τῆς ἑστιακῆς ἀποστάσεως **ἀποκλίνοντος** φακοῦ Φ—. Κατασκευάζομεν ὅπως καὶ ἀνωτέρω τὸ εἴδωλόν του Β διὰ τῆς παραλλήλου πρὸς τὸν ἄξονα ἀκτῖνος καὶ διὰ τῆς διὰ τοῦ κέντρου διερχομένης. Τὸ εἴδωλον εἶναι ὀρθόν, πραγματικὸν καὶ μεγαλύτερον. Αἱ ἀποστάσεις π καὶ π΄ τοῦ φανταστικοῦ ἀντικειμένου καὶ τοῦ εἰδώλου του ἀπὸ τὸν φακὸν θὰ συνδέωνται τώρα διὰ τῆς σχέσεως:

$$-\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi'} = -\frac{1}{f}.$$



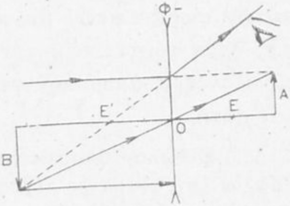
Σχ. 102
Πραγματικὸν εἴδωλον Β φανταστικοῦ ἀντικειμένου Α εἰς ἀποκλίνοντα φακόν.

Διὰ πολλαπλασσιασμοῦ ἐπὶ π′ λαμβάνομεν:

$$-\frac{\pi'}{\pi}+1=-\frac{\pi'}{f} \quad \text{καὶ ἡ μεγέθυνσις} \quad M=\frac{\pi'}{\pi}=1+\frac{\pi'}{f}=\frac{\pi'+f}{f}.$$

Εἰς τὸ σχ. 103 εὑρίσκεται τὸ φανταστικὸν ἀντικείμενον Α πέραν τῆς ἑστίας τοῦ ἀποκλίνοντος φακοῦ Φ—. Τὸ εἴδωλόν του Β εἶναι τότε φανταστικὸν καὶ ἀνεστραμμένον ὅπως εὑρίσκομεν διὰ τῆς αὐτῆς ὡς ἀνωτέρω κατασκευῆς. Αἱ ἀποστάσεις π καὶ π′ συνδέονται διὰ τῆς σχέσεως: $-\frac{1}{\pi}-\frac{1}{\pi'}=-\frac{1}{f}$. Ἐξ αὐτῆς εὑρίσκομεν:

$$1+\frac{\pi}{\pi'}=\frac{\pi}{f},\ \frac{\pi}{\pi'}=\frac{\pi-f}{f} \quad \text{καὶ} \quad \frac{\pi'}{\pi}=\frac{f}{\pi-f}.$$



Σχ. 103
Φανταστικὸν εἴδωλον Β φανταστικοῦ ἀντικειμένου Α.

Ἐὰν $\pi<2f$, τότε ἡ μεγέθυνσις $\frac{\pi'}{\pi}$ εἶναι κατ᾽ ἀπόλυτον τιμὴν >1.

Τὰ εἴδωλα τῶν φανταστικῶν ἀντικειμένων ἔχουν πρακτικὴν σημασίαν εἰς τὸ μικροσκόπιον καὶ τὰς διόπτρας.

η′) **Διαθλαστικὴ δύναμις φακοῦ καὶ συστήματος φακῶν.** Ἀντὶ τῆς ἑστιακῆς ἀποστάσεως f λαμβάνεται συχνὰ εἰς τοὺς φακούς, ὡς χαρακτηριστικὸν μέγεθος ὁ ἀριθμὸς $\frac{1}{f}$, ὅπου τὸ f ἔχει μετρηθῆ εἰς *μέτρα*. Τὸ μέγεθος $\frac{1}{f}$ καλεῖται ***διαθλαστικὴ δύναμις*** ἢ ***ἰσχὺς*** τοῦ φακοῦ.

Ἡ μονὰς ἰσχύος, δηλ. $1\,m^{-1}$ καλεῖται ***διοπτρία*** (δηλ. ἡ ἰσχὺς φακοῦ ἔχοντος ἑστιακὴν ἀπόστασιν 1 μέτρου). Οὕτω π. χ. φακὸς ἰσχύος 5 διοπτριῶν ἔχει ἑστιακὴν ἀπόστασιν f=20 cm. Οἱ ἀποκλίνοντες φακοὶ ἔχουν ἀ ρ ν η τ ι κ ὴ ν ἰ σ χ ύ ν.

Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιοῦν συστήματα δύο ἢ περισσοτέρων φακῶν ἐχόντων κοινὸν ἄξονα. Εἰς τὴν περίπτωσιν καθ᾽ ἣν οἱ λεπτοὶ φακοὶ τοῦ συστήματος ἀπέχουν μικρὰς ἀποστάσεις ἀπ᾽ ἀλλήλων ἢ εἶναι συνεχόμενοι, τότε τὸ ὅλον σύστημα λειτουργεῖ ὡς ἕνας φακός, ἔχων ἰσχὺν τὸ ἄθροισμα τῶν διαθλαστικῶν δυνάμεων τῶν φακῶν ἐξ ὧν σύγκειται. Ἔτσι π.χ. ἂν συνάψωμεν τρεῖς φακοὺς μὲ ἑστιακὰς ἀποστάσεις $f_1=33{,}3$ cm, $f_2=50$ cm, $f_3=-10$ cm, τὸ σύστημα θὰ ἔχῃ ἰσχύν:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_3}=\frac{1}{1/3}+\frac{1}{1/2}-\frac{1}{1/10}=-5$$ διοπτριῶν καὶ ἑστιακὴν ἀπόστασιν $f=-\frac{1}{5}$ μέτρου $=-20$ cm.

§ 49. Ἐλαττώματα τῶν φακῶν. Οἱ ἁπλοῖ φακοὶ παρουσιάζουν σειρὰν ἐλαττωμάτων, δηλ. παρεκκλίσεων ἀπὸ τοὺς προηγουμένως ἀνευρεθέντας νόμους, τῶν ὁποίων τὸ αἴτιον ἔγκειται εἰς τὸ ὅτι τὸ πάχος τοῦ φακοῦ δὲν εἶναι ἀρκετὰ μικρόν, ὡς ὑπετέθη εἰς τὴν θεωρίαν, αἱ προσπίπτουσαι φωτιναὶ ἀκτῖνες δὲν σχηματίζουν μικρὰν γωνίαν πρὸς τὸν ἄξονα καὶ τέλος εἰς τὸ ὅτι τὰ διάφορα χρώματα ἐκ τῶν ὁποίων σύγκειται τὸ λευκὸν χρῶμα, διαθλῶνται ἀνίσως (ἴδε κατωτέρω ἀνάλυσιν φωτός).

Τὰ ἐλαττώματα τῶν φακῶν εἶναι κυρίως:

i) **Ἐκτροπὴ ἐκ σφαιρικότητος.** Αἱ ἐξωτερικαὶ ζῶναι τοῦ φακοῦ, ὅταν οὗτος ἔχῃ μεγάλο ἄνοιγμα, παρουσιάζουν μικροτέραν ἑστιακὴν ἀπόστασιν καὶ αἱ δι᾽ αὐτῶν διερχόμεναι ἀκτῖνες συγκλίνουν περισσότερον πρὸς τὸν ἄξονα παρὰ αἱ κεντρικαὶ ἀκτῖνες.

ii) **Χρωματικὴ ἐκτροπή.** Ὁ δ.δ. τῆς ὑάλου εἶναι διάφορος διὰ τὰ διάφορα χρώματα, ἐλάχιστος ὡς πρὸς τὸ ἐρυθρὸν καὶ μέγιστος ὡς πρὸς τὸ ἰῶδες. Αἱ ἐρυθραὶ ἀκτῖνες αἱ ὑπάρχουσαι μέσα εἰς τὸ λευκὸν φῶς συγκεντροῦνται ἀπώτερον καὶ ἰώδεις πλησιέστερον τοῦ φακοῦ. Τὸ εἴδωλον παρουσιάζει «ἰριδισμόν».

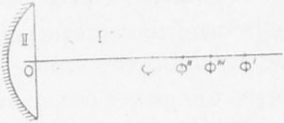
iii) **Ἀστιγματισμός.** Λεπτὴ δέσμη ἀκτίνων ἐκπεμπομένη ἀπὸ ἓν σημεῖον καὶ προσπίπτουσα ὑπὸ μεγάλην γωνίαν πρὸς τὸν ἄξονα δὲν παρέχει εἴδωλον ἓν μόνον σημεῖον, ἀλλὰ δύο μικρὰ εὐθύγραμμα τμήματα ἀσύμβατα καὶ κάθετα ἐπ᾽ ἄλληλα. Τὸ εἴδωλον εἶναι τότε συγκεχυμένον.

iv) **Καμπύλωσις τῶν εἰδώλων.** Τὸ εἴδωλον ἐπιπέδου ἀντικειμένου παραλλήλου πρὸς τὸν φακὸν (καὶ ἔχοντος κάποιαν ἔκτασιν ἀρκετὴν) δὲν εἶναι ἐπίπεδον ἀλλὰ καμπύλον καὶ τότε δὲν ἠμπορεῖ νὰ ληφθῇ σαφῶς ἐπὶ ἐπιπέδου πετάσματος.

Ὅλα τὰ ἀνωτέρω ἐλαττώματα διορθώνονται πλήρως διὰ συνδυασμοῦ φακῶν (συστήματος φακῶν) μὲ καταλλήλους ἀκτίνας καμπυλότητος καὶ διαφόρους δείκτας διαθλάσεως.

∗ § 50. Ἰδιαίτερα τινὰ προβλήματα ***(Ἡ παράγραφος αὐτὴ εἶναι ἐκτὸς προγράμματος).***

α΄) Πῶς λειτουργεῖ ὀπτικὸν σύστημα ὅπερ σύγκειται ἐξ ἑνὸς λεπτοῦ ἐπιπεδοκύρτου φακοῦ δ.δ. ν μὲ σφαιρικὴν ἐπιφάνειαν ἀκτῖνος R, ἐπηργυρωμένην; (Ἢ ὅπερ τὸ ἴδιον, ὁριζόντιον κοῖλον σφαιρικὸν κάτοπτρον, ἀκτῖνος R, πλῆρες ὑγροῦ δ. δ. ν;)



Σχ. 104

Λύσις: Ἔστω Φ φωτεινὸν σημεῖον ἐπὶ τοῦ κυρίου ἄξονος, ἀπέχον ἀπόστασιν ΟΦ=π ἀπὸ τοῦ φακοῦ (σχ. 104). Ἡ ἐκ τοῦ Φ ἐξερχομένη κωνική, φωτεινὴ δέσμη εἰσερχομένη εἰς τὸ μέσον II πλησιάζει πρὸς τὴν κάθετον καὶ πορεύεται ἐντὸς αὐτοῦ ὡς ἐὰν προήρχετο ἀπὸ σημεῖον Φ′ ἀπέχον τοῦ Ο περισσότερον τοῦ Φ καὶ δὴ τοιοῦτον ὥστε ΟΦ′=π′=νπ (βλ. παρατηρήσεις, σελ. 97). Ἐπομένως ἀνακλᾶται ἐπὶ τοῦ κοίλου κατόπτρου ὡς νὰ προσέπιπτε εἰς αὐτὸ ἐξ ἀποστάσεως π′=ΟΦ′ ἄρα ἐξέρχεται τοῦ κατόπτρου πορευομένη εἰς τὸ μέσον II καὶ τείνουσα νὰ συγκεντρωθῇ εἰς σημεῖον Φ′′ ὅπου ΟΦ′′ = π′′. Ἐξερχομένη ὅμως ἐκ τοῦ II εἰς τὸ I, ἀποκλίνει περισσότερον τῆς καθέτου καὶ συγκεντροῦται πλησιέστερον, εἰς τὸ σημεῖον Φ′′′, ὅπερ εἶναι καὶ τὸ τελικὸν εἴδωλον τοῦ Φ. Ἐὰν δὲ ΟΦ′′′=π′′′, τότε $\pi''' = \frac{\pi''}{\nu}$ (βλ. παρατήρ. § 46, α′ σελ. 97 καὶ σχ. 83).

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων $\pi' = \nu\pi$, $\frac{1}{\pi'} + \frac{1}{\pi''} = \frac{2}{R}$, $\pi'' = \nu\pi'''$ λαμβάνομεν τήν:

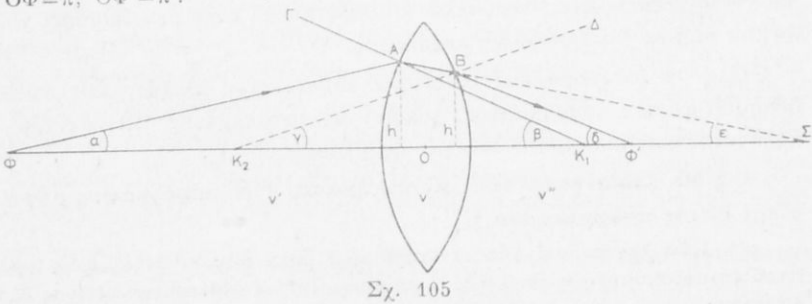
$$\frac{1}{\nu\pi} + \frac{1}{\nu\pi''} = \frac{2}{R} \quad \text{ἢ} \quad \boxed{\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi'''} = \frac{2\nu}{R}}$$

συνδέουσαν τὰς ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ Ο, τοῦ φωτεινοῦ σημείου Φ καὶ τοῦ εἰδώλου του Φ′′′.

Τὸ σύστημα λειτουργεῖ ὡς σφαιρικὸν κάτοπτρον ἀκτῖνος R/ν.

β′) Λεπτὸς ἀμφίκυρτος φακὸς δείκτου διαθλάσεως ν, ἔχων ἀκτῖνας καμπυλότητος R_1 καὶ R_2 εὑρίσκεται μεταξὺ δύο ὀπτικῶν μέσων ἐχόντων δείκτας διαθλάσεως ν′ καὶ ν′′ μικροτέρους τοῦ ν. Ποῖος ὁ τύπος τῶν φακῶν ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ;

Λύσις: Ἔστω Φ φωτεινὸν σημεῖον ἐπὶ τοῦ κυρίου ἄξονος, ΦΑΒΦ′ ἡ πορεία μιᾶς ἀκτῖνος, Φ′ τὸ εἴδωλον τοῦ Φ, K_1, K_2 τὰ κέντρα τῶν σφαιρικῶν ἐπιφανειῶν καὶ R_1, R_2 ἀντιστοίχως αἱ ἀκτῖνες τούτων (βλ. σχ. 105) καὶ ΟΦ=π, ΟΦ′=π′.



Σχ. 105

Ἐκ τοῦ σχ. 105 λαμβάνομεν: $\nu' \eta\mu \widehat{\Phi A \Gamma} = \nu \eta\mu \widehat{\Sigma A K_1}$ ἢ

$$\frac{\nu}{\nu'} = \frac{\eta\mu\widehat{\Phi A\Gamma}}{\eta\mu\widehat{\Sigma A K_1}} = \frac{\eta\mu(\alpha+\beta)}{\eta\mu(\beta-\varepsilon)} \sim \frac{\alpha+\beta}{\beta-\varepsilon} \sim \frac{\frac{h}{\pi}+\frac{h}{R_1}}{\frac{h}{R_1}-\frac{h}{O\Sigma}} \qquad \text{καθὼς καὶ}$$

$$\frac{\nu''}{\nu} = \frac{\eta\mu\widehat{AB K_2}}{\eta\mu\widehat{\Delta B\Phi'}} = \frac{\eta\mu(\gamma+\varepsilon)}{\eta\mu(\gamma+\delta)} \sim \frac{\gamma+\varepsilon}{\gamma+\delta} \sim \frac{\frac{h}{R_2}+\frac{h}{O\Sigma}}{\frac{h}{R_2}+\frac{h}{\pi'}}. \qquad \text{Ἑπομένως}$$

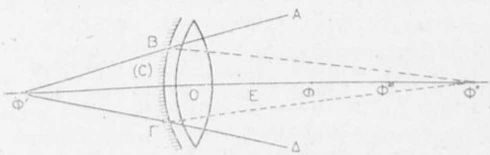
$$\frac{1}{R_1} - \frac{1}{O\Sigma} = \frac{\nu'}{\nu}\left(\frac{1}{\pi}+\frac{1}{R_1}\right), \quad \frac{1}{R_2} + \frac{1}{O\Sigma} = \frac{\nu''}{\nu}\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{\pi'}\right).$$

Διὰ προσθέσεως τῶν δύο τούτων λαμβάνομεν τὸν ζητούμενον τύπον:

$$\boxed{\frac{\nu'}{\pi} + \frac{\nu''}{\pi'} = \frac{\nu-\nu'}{R_1} + \frac{\nu-\nu''}{R_2}}$$

Ἡ σύμβασις τῶν σημείων, ἰσχύει καὶ ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ: τὸ $\pi'>0$ διὰ πραγματικὸν καὶ $\pi'<0$ διὰ φανταστικὸν εἴδωλον, $R_1>0$ διὰ κυρτὴν καὶ $R_1<0$ διὰ κοίλην ἐπιφάνειαν καὶ ὁμοίως διὰ τὸ R_2. Ἐὰν $\pi=\infty$, τότε $\pi'=f'=$ $=$ ἡ μία ἑστιακὴ ἀπόστασις καὶ ἂν $\pi'=\infty$, τότε $\pi=f=$ ἡ ἄλλη. Ἐὰν ὁ φακὸς εἶναι ἐπιπεδόκυρτος, τότε ἡ μία ἀκτίς, π.χ. ἡ R_1 εἶναι >0 καὶ ἡ ἄλλη ἄπειρος καὶ ὁ τύπος γίνεται $\nu'/\pi+\nu''/\pi'=(\nu-\nu')/R_1$.

γ') Φακὸς καὶ σφαιρικὸν κάτοπτρον ἐγγὺς ἀλλήλων. Ἔστω συγκλίνων φακὸς O, ἑστιακῆς ἀποστάσεως f καὶ κοῖλον σφαιρικὸν κάτοπτρον (c)



Σχ. 106

ἑστιακῆς ἀποστάσεως f′ εὑρισκόμενον ἐγγύτατα τοῦ φακοῦ καὶ ὄχι ἐν ἐπαφῇ, ὡς εἰς τὸ σχ. 106. Ἔστω φωτεινὸν σημεῖον Φ πέραν τῆς κυρίας ἑστίας E τοῦ φακοῦ. Ζητοῦμεν τὸ εἴδωλόν του ἐν τῷ ὀπτικῷ τούτῳ συστήματι.

Ἡ ἐκ τοῦ Φ ἐκπεμπομένη φωτεινὴ δέσμη ἀφοῦ διέλθῃ διὰ τοῦ φακοῦ, τείνει νὰ συγκεντρωθῇ εἰς τὸ Φ′, ἄρα προσπίπτει ἐπὶ τοῦ (c) ὑπὸ τὴν μορφὴν ΑΒΓΔ καὶ ἀνακλωμένη, θὰ συνέκλινε εἰς τὸ Φ′′ ἂν δὲν ὑπῆρχε ὁ φακός. Διερχομένη ὅμως καὶ πάλιν διὰ τοῦ φακοῦ, συγκλίνει ἐνωρίτερον, εἰς τὸ Φ′′′ ὅπερ εἶναι τὸ ζητούμενον εἴδωλον.

Ἔχομεν λοιπόν: τὸ Φ′ εἶναι τὸ εἴδωλον τοῦ Φ ὡς πρὸς τὸν φακὸν (μὴ σχηματιζόμενον ὅμως). Τὸ Φ′′ (μὴ σχηματιζόμενον) εἶναι τὸ πραγματικὸν εἴδωλον τοῦ φανταστικοῦ ἀντικειμένου Φ′ (ὡς πρὸς τὸ κάτοπτρον (c), § 48, ζ′) καὶ τὸ Φ′′′ εἶναι τὸ πραγματικὸν εἴδωλον τοῦ φανταστικοῦ ἀντικειμένου Φ′′, ὡς πρὸς τὸν φακόν. Ἐπειδὴ ἡ ἀπόστασις τοῦ φανταστικοῦ ἀντικειμένου ὡς πρὸς τὸν φακὸν (ἢ κάτοπτρον) λαμβάνεται ἀρνητικὴ θὰ ἔχωμεν τὰς ἀντιστοίχους ἐξισώσεις:

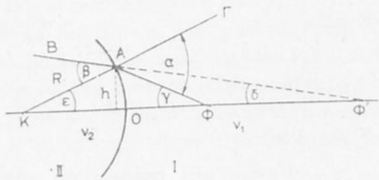
$$\left\{ \frac{1}{(\text{ΟΦ})} + \frac{1}{(\text{ΟΦ}')} = \frac{1}{f},\ -\frac{1}{(\text{ΟΦ}')} + \frac{1}{(\text{ΟΦ}'')} = \frac{1}{f'},\ -\frac{1}{(\text{ΟΦ}'')} + \frac{1}{(\text{ΟΦ}''')} = \frac{1}{f} \right\}$$

καὶ διὰ προσθέσεως τούτων:

$$\frac{1}{(\text{ΟΦ})} + \frac{1}{(\text{ΟΦ}''')} = \frac{2}{f} + \frac{1}{f'} \quad \text{ἢ} \quad \boxed{\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi'''} = \frac{2}{f_{\text{φακοῦ}}} + \frac{1}{f_{\text{κατόπτρου}}}}$$

δ΄) Ἂς καλέσωμεν «σφαιρικὸν δίοπτρον», σύστημα δύο διαφανῶν μέσων I καὶ II ἐχόντων δ. δ. ν_1 καὶ ν_2 ἀντιστοίχως καὶ διαχωριζομένων ὑπὸ σφαιρικῆς ἐπιφανείας (K, R). Τὸ K ἔστω ὅτι εὑρίσκεται ἐντὸς τοῦ II (σχ. 107). **Ζητεῖται νὰ μελετηθῇ τὸ ὑπὸ τοῦ συστήματος τούτου παρεχόμενον εἴδωλον φωτεινοῦ σημείου.**

Λύσις: Ἔστω Φ φωτεινὸν σημεῖον ἐντὸς τοῦ I. Ἡ ἀκτὶς ΦΑ εἰσχωροῦσα εἰς τὸ σφαιρικὸν μέσον II, προχωρεῖ κατὰ τὴν AB καὶ ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ *προέκτασις* τῆς AB συναντᾷ τὴν ΚΟΦ εἰς Φ′. Καλοῦμεν: (ΟΦ) = π, (ΟΦ′) = π′ καὶ ὑποθέτοντες ὅλας τὰς γωνίας, μικράς, ἔχομεν $\nu_1 \eta\mu \widehat{\text{ΦΑΓ}} = \nu_2 \eta\mu \widehat{\text{ΚΑΒ}}$ ἐκ τῆς ὁποίας λαμβάνομεν κατὰ σειράν:



Σχ. 107

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{\eta\mu\widehat{\text{ΦΑΓ}}}{\eta\mu\widehat{\text{ΚΑΒ}}} = \frac{\eta\mu\alpha}{\eta\mu\beta} = \frac{\eta\mu(\varepsilon+\gamma)}{\eta\mu(\varepsilon+\delta)} \sim \frac{\varepsilon+\gamma}{\varepsilon+\delta} \sim \frac{\eta\mu\varepsilon+\varepsilon\varphi\gamma}{\eta\mu\varepsilon+\varepsilon\varphi\delta} = \frac{\frac{h}{R}+\frac{h}{\pi}}{\frac{h}{R}+\frac{h}{\pi'}},$$

καὶ ἐξ αὐτῆς: $\frac{\nu_2}{R} + \frac{\nu_2}{\pi'} = \frac{\nu_1}{R} + \frac{\nu_1}{\pi}$ ἢ

$$\boxed{\frac{\nu_1}{\pi} - \frac{\nu_2}{\pi'} = \frac{\nu_2 - \nu_1}{R}} \qquad (1)$$

Ἑπομένως, ἡ δέσμη ΦΑΟ προχωρεῖ ἐντὸς τοῦ μέσου II ὡς ἐὰν προήρχετο ἐκ τοῦ σημείου Φ′ ἀπέχοντος τοῦ Ο κατὰ π′, διδόμενον ὑπὸ τῆς (1). Τὸ Φ′ εἶναι ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ, τὸ *φανταστικὸν εἴδωλον* τοῦ Φ.

Ἂν ὑποθέσωμεν ὅτι, ὄχι ἡ προέκτασις τῆς AB ἀλλ' ἡ ἰδία εἰσερχομένη ἀκτὶς AB συναντᾷ τὴν ΟΚ εἰς ἕνα σημεῖον Φ′ ἐντὸς τοῦ II, τότε ἂν (ΟΦ′) = π′, εὑρίσκομεν καθ' ὅμοιον τρόπον:

$$\boxed{\frac{\nu_1}{\pi} + \frac{\nu_2}{\pi'} = \frac{\nu_2 - \nu_1}{R}} \qquad (2)$$

Ἐν τῇ περιπτώσει δὲ ταύτῃ ἔχομεν *πραγματικὸν εἴδωλον* τοῦ Φ.

Ὁ τύπος (2) δύναται νὰ ληφθῇ ὡς ἑνιαῖος τύπος τοῦ σφαιρικοῦ διόπτρου ὑπὸ τὸν ὅρον: $\pi'<0$ διὰ φανταστικὸν καὶ $\pi'>0$ διὰ πραγματικὸν εἴδωλον.

Ἐὰν τὸ μέσον I εἶναι ὁ ἀὴρ (ἢ τὸ κενὸν) καὶ τὸ II ἔχει δ. δ. ἴσον μὲ ν ὁ (1) γίνεται

$$\frac{1}{\pi}-\frac{\nu}{\pi'}=\frac{\nu-1}{R}. \tag{3}$$

Ἐκ τοῦ (3) συνάγομεν ὅτι διὰ νὰ ἔχωμεν φανταστικὸν εἴδωλον πρέπει καὶ ἀρκεῖ, $1/\pi>(\nu-1)R$ ἢ $\pi<R/(\nu-1)$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Διάθλασις.

95. Ἐπί τινος ὁριζοντίου ὑαλίνου καθρέπτου, πάχους ὑάλου 2 cm προσπίπτει φωτεινὴ ἀκτὶς ὑπὸ γωνίαν 45^0, ἥτις ἀνακλωμένη ἐπὶ τῆς κάτω ἐπαργυρωμένης ἐπιφανείας αὐτοῦ ἐξέρχεται εἰς τὸν ἀέρα. Ζητεῖται ἡ ἀπόστασις τῶν σημείων εἰσόδου καὶ ἐξόδου τῆς ἀκτῖνος ἂν ὁ δ. δ. τῆς ὑάλου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα εἶναι $\eta=\sqrt{2}$.

96. Ἐντὸς δοχείου μὲ ὑγρὸν ἀγνώστου δ. δ. ἐπιπλέει κυκλικὸς δίσκος φελλοῦ, ἀκτῖνος $R=10$ cm. Διὰ τοῦ κέντρου τοῦ δίσκου διέρχεται στέλεχος κάθετον ἐπὶ τὸν δίσκον καὶ βεβυθισμένον εἰς τὸ ὑγρόν. Τὸ βυθισμένον τμῆμα τοῦ στελέχους εἶναι ἀόρατον μέχρις ἀποστάσεως 7,5 cm ἀπὸ τὸ κέντρον τοῦ δίσκου. Ζητεῖται ὁ δ. δ. τοῦ ὑγροῦ καὶ ἡ ταχύτης τοῦ φωτὸς ἐντὸς αὐτοῦ, ἂν εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ φωτὸς εἰς τὸν ἀέρα εἶναι $c=3.10^{10}$ cm/sec.

97. Κωνικὴ δέσμη φωτὸς ἀνοίγματος 60^0 πίπτει ἐπὶ πλακὸς ὑαλίνης, πάχους 3 cm καὶ δ. δ. $\eta=1{,}41$, ὥστε ὁ ἄξων της νὰ εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν πλάκα. Ζητεῖται νὰ καθορισθῇ ἡ θέσις τῆς κορυφῆς τῆς ἐξερχομένης κωνικῆς δέσμης.

98. Στέλεχος ἐν μέρει βεβυθισμένον εἰς ὕδωρ (δ. δ $=4/3$) φαίνεται, παρατηρούμενον κατακορύφως ἔξωθεν, κεκλιμμένον κατὰ 45^0 ὡς πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕδατος. Ποία ἡ πραγματικὴ κλίσις αὐτοῦ;

99. Ἐπίπεδον κάτοπτρον σύγκειται ἀπὸ ὑαλίνην πλάκα, δ. δ. 3/2, πάχους 1 cm καὶ τῆς ὁποίας ἡ ὀπισθία ὄψις εἶναι ἐπαργυρωμένη. Φωτεινὸν σημεῖον ἀπέχει τῆς προσθίας ὄψεως κατὰ 50 cm. Εἰς ποίαν ἀπόστασιν ὄπισθεν τῆς προσθίας ὄψεως σχηματίζεται τὸ εἴδωλόν του;

100. Πολὺ πλησίον κοίλου σφαιρ. κατόπτρου μικροῦ ἀνοίγματος καὶ ἑστιακῆς ἀποστάσεως $f=25$ cm τοποθετεῖται ὑαλίνη πλὰξ δ. δ. $\eta=1{,}5$ καὶ πάχους 3 cm, καθέτως πρὸς τὸν κύριον ἄξονα αὐτοῦ. Ζητεῖται νὰ εὑρεθῇ εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ κατόπτρου πρέπει νὰ τοποθετηθῇ φωτεινὸν σημεῖον ὥστε τὸ εἴδωλόν του νὰ συμπίπτῃ μὲ αὐτό; (δηλ. ἑκάστη ἀκτὶς νὰ ἐπιστρέφῃ διὰ τοῦ ἰδίου δρόμου).

101. Δοχεῖον βάθους 2d πληροῦται κατὰ τὸ ἥμισυ δι' ὕδατος δ. δ. η_1 καὶ κατὰ τὸ ἄλλο ἥμισυ δι' ὑγροῦ δ. δ. η_2. Δείξατε ὅτι τὸ φαινόμενον βάθος τοῦ δοχείου ὁρώμενον κατακορύφως εἶναι $d\left(\frac{1}{\eta_1}+\frac{1}{\eta_2}\right)$.

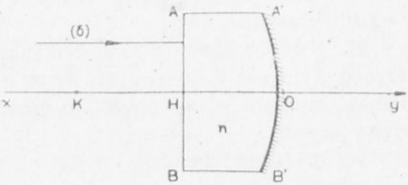
102. Δοχεῖον περιέχει πλακίδιον ἐξ ὑάλου πάχους 8 cm καὶ δ. δ. 1,6. Ὑπεράνω τούτου ὑγρὸν πάχους 4,5 cm καὶ δ. δ. 1,5 καὶ ὑπεράνω τούτου ὕδωρ πάχους 6 cm καὶ δ. δ. 4/3. Διὰ παρατηρητὴν παρατηροῦντα ἐκ τῶν ἄνω ποία ἡ φαινομένη θέσις ἑνὸς σημείου τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου;

103. Κοῖλον κάτοπτρον μικροῦ ἀνοίγματος τίθεται ὁριζοντίως καὶ πληροῦται δι' ὕδατος δ.δ. 4/3. Εἰς ποίαν θέσιν τοῦ κυρίου ἄξονος τούτου τιθέμενον φωτεινὸν σημεῖον συμπίπτει μὲ τὸ εἴδωλόν του, δηλ. αἱ ἀκτῖνες νὰ ἐπιστρέφουν ἀπὸ τὸν ἴδιον δρόμον. Ἑστιακὴ ἀπόστασις κατόπτρου f=8 cm.

104. Μικρὸν ἀντικείμενον τοποθετεῖται ἐπὶ τοῦ κυρίου ἄξονος κοίλου σφαιρικοῦ κατόπτρου ἀκτῖνος καμπυλότητος R=20 cm καὶ εἰς ἀπόστασιν 30 cm. Κατὰ πόσον θὰ μεταβληθοῦν ἡ θέσις καὶ τὸ μέγεθος τοῦ εἰδώλου ὅταν πλακίδιον μὲ παραλλήλους ἕδρας πάχους 6 cm καὶ δ.δ. η=1,5 παρεμβληθῇ καθέτως ἐπὶ τὸν κύριον ἄξονα μεταξὺ κέντρου καμπυλότητος καὶ ἀντικειμένου.

105. Εἰς τὸ μέσον τῆς ἄνω ἐπιφανείας ὑαλίνου κύβου δ.δ. $\eta=\sqrt{2}$ προσπίπτει φωτεινὴ ἀκτὶς ὑπὸ γωνίαν 45^0, οὕτως ὥστε τὸ ἐπίπεδον προσπτώσεως νὰ εἶναι παράλληλον πρὸς μίαν πλευρικὴν ἕδραν τοῦ κύβου. Ποία ἡ ἐκτροπὴ τῆς ἀκτῖνος μετὰ τὴν ἔξοδον ἐκ τοῦ κύβου. Δίδεται εφ$26^0 35'$=0,5.

106. Ὑάλινος πλήρης κύλινδρος ἄξονος xy περιορίζεται ὑπὸ ἐπιπέδου ἐπιφανείας ΑΒ καθέτου ἐπὶ τὸν ἄξονα καὶ ὑπὸ σφαιρικῆς ἐπιφανείας Α'Β' τῆς ὁποίας τὸ κέντρον Κ κεῖται ἐπὶ τοῦ xy καὶ ἡ ὁποία εἶναι ἐπηργυρωμένη. i) Νὰ χαραχθῇ ἡ πορεία ἀκτῖνος (δ) παραλλήλου πρὸς τὸν xy καὶ πλησίον αὐτοῦ καὶ νὰ προσδιορισθῇ τὸ σημεῖον Ε' τομῆς τῆς ἀναδυομένης ἐκ τοῦ ὀπτικοῦ συστήματος καὶ τοῦ xy.



ii) Νὰ προσδιορισθῇ ἡ θέσις σημείου Κ' τοῦ ἄξονος, τοιούτου ὥστε πᾶσα ἀκτὶς προσπίπτουσα ἐπὶ τοῦ ὀπτικοῦ συστήματος καὶ διερχομένη διὰ τοῦ Κ' νὰ δίδῃ ἀναδυομένην καὶ πάλιν διὰ τοῦ Κ' (δηλ. προσπίπτουσα καὶ ἀναδυομένη νὰ συμπίπτουν).

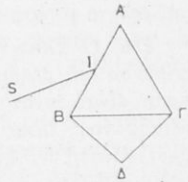
iii) Νὰ κατασκευασθῇ γεωμετρικῶς τὸ εἴδωλον ποὺ δίδει τὸ ὀπτικὸν τοῦτο σύστημα ἑνὸς μικροῦ ἀντικειμένου τοποθετουμένου καθέτως ἐπὶ τὸν ἄξονα. Δίδεται (ΗΟ)=10 cm, (ΚΟ)=50 cm καὶ δ.δ. ὑάλου=1,5.

Ὀπτικὰ πρίσματα

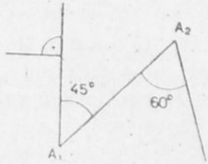
107. Πρῖσμα ὀπτικὸν ἔχει διαθλαστικὴν γωνίαν 30^0 καὶ δείκτην διαθλάσεως ὡς πρὸς τὸν ἀέρα=$\sqrt{2}$. Ἂν φωτεινὴ ἀκτὶς προσπέσῃ καθέτως ἐπὶ μίαν ἕδραν του, ὑπολογίσατε τὴν ἐκτροπὴν ἣν θὰ ὑποστῇ διερχομένη διὰ τοῦ πρίσματος.

108. Ὑπὸ ποίαν γωνίαν δέον νὰ προσπέσῃ ἐπὶ τῆς μιᾶς ἕδρας πρίσματος διαθλαστικῆς γωνίας Α καὶ δ.δ. ν, μονόχρους ἀκτὶς ἵνα ἐξέλθῃ κάθετος πρὸς τὴν ἄλλην ἕδραν;

109. Ἡ τομὴ ὀπτικοῦ πρίσματος εἶναι ἰσόπλευρον τρίγωνον ΑΒΓ. Ἡ ἀκτὶς SI προσπίπτει εἰς τὴν θέσιν ἐλαχίστης ἐκτροπῆς. i) Ἂν διὰ τὸ πρῖσμα αὐτὸ ἡ ἐλαχίστη ἐκτροπὴ εἶναι 60^0, ζητεῖται ἡ γωνία προσπτώσεως τῆς SI καὶ ὁ δ.δ. τοῦ πρίσματος. ii) Ἂν ἐπαργυρωθῇ ἡ ἕδρα ΑΓ καὶ προστεθῇ πρῖσμα ΒΓΔ ὁλικῆς ἀνακλάσεως, δηλ. πρῖσμα τομῆς ὀρθογωνίου ἰσοσκελοῦς τριγώνου, ἔχον δ. δ. $\sqrt{\frac{3}{2}}$, πῶς πορεύεται ἡ ἀκτὶς εἰς τὸ σύστημα καὶ πῶς ἐξέρχεται; iii) Κάτωθεν ποίας τιμῆς πρέπει νὰ εἶναι ὁ δ.δ. τοῦ ΒΓΔ, ὥστε νὰ ἔχωμεν ὁλικὴν ἀνάκλασιν ἐπὶ τῆς ἕδρας ΒΓ;



110. Πρῖσμα διαθλαστικῆς γωνίας $A_2 = 60^0$ καὶ δ.δ. $v_2 = \sqrt{3}$ εἶναι προσκεκολλημένον μὲ πρῖσμα διαθλαστικῆς γωνίας $A_1 = 45^0$ καὶ δείκτην διαθλάσεως $v_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}$. Μία φωτεινὴ ἀκτὶς προσπίπτει καθέτως ἐπὶ τὴν ἕδραν τοῦ πρίσματος A_1. Ζητεῖται: i) Νὰ δειχθῇ ἡ πορεία τοῦ φωτός. ii) Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐκτροπὴ αὐτοῦ.

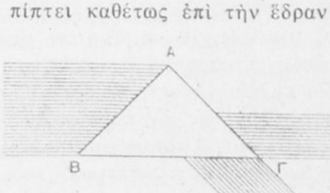


111. Πρῖσμα διαθλαστικῆς γωνίας $A = 46^0$ προκαλεῖ ἐλαχίστην ἐκτροπὴν 32^0 εἰς δέσμην μονοχρόου φωτός. Ὑπολογίσατε τὸν δ.δ. τοῦ πρίσματος ὡς πρὸς τὸ φῶς τοῦτο.

112. Φωτεινὴ ἀκτὶς ὑφίσταται ἐκτροπὴν $1^0\,52'$ διερχομένη διὰ λεπτοῦ πρίσματος διαθλαστικῆς γωνίας 3^0. Εὕρετε τὸν δ.δ. τῆς οὐσίας τοῦ πρίσματος.

113. i) Φωτεινὴ μονόχρους ἀκτὶς πίπτει καθέτως ἐπὶ τὴν ἕδραν ΑΒ ὑαλίνου πρίσματος, οὗτινος ἡ τομὴ εἶναι ὀρθογώνιον ἰσοσκελὲς τρίγωνον ΑΒΓ μὲ ὀρθὴν γωνίαν εἰς Α καὶ ἐξέρχεται ἐφαπτομενικῶς πρὸς τὴν ΒΓ. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ δ.δ. τοῦ πρίσματος.

ii) Νὰ δειχθῇ ὅτι δέσμη παράλληλος πρὸς τὴν ΒΓ ἐκ τοῦ αὐτοῦ μονοχρόου φωτός, προσπίπτουσα ἐπὶ τῆς ἕδρας ΑΒ τοῦ σχήματος (σχ. δ΄) ὥστε νὰ καλύπτῃ ἀκριβῶς ταύτην, ἀναλύεται εἰς δύο παραλλήλους δέσμας ἐξερχομένη τοῦ πρίσματος. Νὰ καθορισθοῦν τὰ σύνορα ἑκάστης τούτων.



Φακοὶ

114. Φωτεινὸν ἀντικείμενον θέλομεν νὰ προβάλωμεν ἐπὶ πετάσματος ἀπέχοντος 5 cm ἀπ᾽ αὐτοῦ εἰς τὸ ὀκταπλάσιον. Ζητεῖται ἡ θέσις καὶ ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις συγκλίνοντος φακοῦ δι᾽ οὗ δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν τοῦτο. Ὁμοίως: Ἂν χρησιμοποιήσωμεν κοῖλον σφαιρικὸν κάτοπτρον.

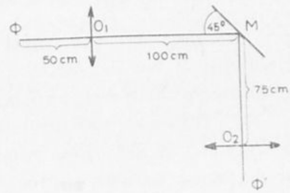
115. Συγκλίνων φακὸς κεῖται μεταξὺ φωτεινῆς πηγῆς καὶ πετάσματος ἀπεχόντων 50 cm. Λαμβάνομεν εὐκρινὲς εἴδωλον ἐπὶ τοῦ πετάσματος διὰ

δύο θέσεις τοῦ φακοῦ ἀπεχούσας 20 cm ἀπ' ἀλλήλων. Εὕρετε τὴν ἑστιακὴν ἀπόστασιν τοῦ φακοῦ, καθὼς καὶ τὰ μεγέθη τῶν δύο εἰδώλων, ὑποτιθεμένου ὅτι τὸ μῆκος τῆς φωτεινῆς πηγῆς εἶναι 2 cm.

116. Συγκλίνων φακὸς ἑστιακῆς ἀποστάσεως 20 cm κεῖται μεταξὺ ἀντικειμένου καὶ πετάσματος ἀπεχόντων κατὰ 200 cm. Διὰ ποίας θέσεις τοῦ φακοῦ εἶναι δυνατὸν νὰ σχηματισθῇ τὸ εἴδωλον τοῦ ἀντικειμένου ἐπὶ τοῦ πετάσματος; Ποία ἡ ἐλαχίστη ἀπόστασις ἀντικειμένου πετάσματος διὰ νὰ εἶναι δυνατὴ ἡ λῆψις εἰκόνος ἐπὶ τοῦ πετάσματος.

117. Φακὸς ἰσχύος +5 διοπτριῶν εὑρίσκεται ἄνωθεν δοχείου κενοῦ, εἰς ὕψος 45 cm ὑπεράνω τοῦ πυθμένος. Ὑπεράνω τοῦ φακοῦ εὑρίσκεται φωτεινὸν σημεῖον Σ ἀπέχον τοῦ φακοῦ 40 cm. Ζητεῖται πόσον ὕψος ὕδατος πρέπει νὰ ρίψωμεν μέσα εἰς τὸ δοχεῖον ὥστε τὸ εἴδωλον τοῦ Σ νὰ σχηματισθῇ ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου. Ὁ δ.δ. τοῦ ὕδατος εἶναι 4/3.

118. Ἡ φωτεινὴ πηγὴ Φ εὑρίσκεται 50 cm πρὸ τοῦ φακοῦ O_1 συγκλίνοντος καὶ 4 διοπτριῶν. Ἕνα μέτρον μετὰ τὸν O_1 ὑπάρχει ἐπίπεδον κάτοπτρον Μ κεκλιμένον κατὰ 45^0 πρὸς τὸν κύριον ἄξονα τοῦ O_1 καὶ τὸ ὁποῖον τὴν διὰ τοῦ O_1 διελθοῦσαν δέσμην ἀποστέλλει εἰς φακὸν O_2 4 διοπτριῶν ἀπέχοντα 75 cm ἀπ' αὐτοῦ. Ζητεῖται εἰς ποίαν ἀπόστασιν μετὰ τὸν O_2 πρέπει νὰ τεθῇ πέτασμα διὰ νὰ λάβωμεν τὸ πραγματικὸν εἴδωλον τοῦ Φ, τὸ σχηματισθὲν κατόπιν τῆς διελεύσεως τῆς φωτεινῆς δέσμης καὶ διὰ τῶν δύο φακῶν.



119. Ἐπίπεδον κάτοπτρον Μ τίθεται καθέτως πρὸς τὸν κύριον ἄξονα φακοῦ Ο συγκλίνοντος καὶ ἔχοντος ἑστιακὴν ἀπόστασιν f=20 cm καὶ εἰς ἀπόστασιν ΟΜ=10 cm ἀπὸ τοῦ φακοῦ. i) Χαράξατε τὴν πορείαν φωτεινῆς ἀκτῖνος παραλλήλου πρὸς τὸν κύριον ἄξονα ἥτις διέρχεται διὰ τοῦ φακοῦ, κατόπιν ἀνακλᾶται ἐπὶ τοῦ κατόπτρου καὶ διέρχεται πάλιν διὰ τοῦ φακοῦ. ii) Ὁμοίως, τὴν πορείαν ἀκτῖνος διερχομένης διὰ τῆς κυρίας ἑστίας τοῦ φακοῦ. iii) Κατασκευάσατε γραφικῶς τὸ εἴδωλον ἀντικειμένου ΑΒ τὸ παρεχόμενον ὑπὸ τοῦ ὀπτικοῦ τούτου συστήματος ὅταν τὸ Α εὑρίσκεται ἐπὶ τοῦ κυρίου ἄξονος, εἰς ἀπόστασιν 40 cm ἀπὸ τοῦ Ο τὸ δὲ ΑΒ εἶναι κάθετον ἐπὶ τὸν κύριον ἄξονα.

120. Φακός, ἑστιακῆς ἀποστάσεως f=+10 cm καὶ διαμέτρου 3 cm, εὑρίσκεται πρὸ διαφράγματος (Π) καθέτου ἐπὶ τὸν κύριον ἄξονα, εἰς ἀπόστασιν 20 cm ἀπὸ τοῦ (Π). Ἐπὶ τοῦ κυρίου ἄξονος τοῦ φακοῦ καὶ εἰς ἀπόστασιν x cm ἀπὸ τούτου εὑρίσκεται φωτεινὸν σημεῖον Σ, οὕτως ὥστε ὁ φακὸς νὰ εἶναι μεταξὺ τοῦ Σ καὶ τοῦ (Π). Ἡ ἐκ τοῦ Σ ἐκπεμπομένη φωτεινὴ δέσμη ἡ ἔχουσα κορυφὴν τὸ Σ καὶ βάσιν τὸν φακόν, ἀφήνει μετὰ τὴν διέλευσίν της διὰ τοῦ φακοῦ, φωτεινὴν κηλίδα ἐπὶ τοῦ (Π), διαμέτρου Δ. Νὰ γίνῃ ἡ γραφικὴ παράστασις τῆς μεταβολῆς τοῦ Δ, ὅταν τὸ x μεταβάλλεται ἀπὸ ∞ ἕως 0.

121. Διὰ συγκλίνοντος φακοῦ ἑστιακῆς ἀποστάσεως f=200 cm σχημα-

τίζομεν ἐπὶ πετάσματος εὐκρινὲς εἴδωλον τοῦ ἡλίου, διαμέτρου d=1,92 cm. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ φαινομένη διάμετρος τοῦ ἡλίου εἰς rad.

122. Εὕρετε τὸ ὕψος δένδρου ἐκ τῆς φωτογραφίας του ὅταν γνωρίζομεν ὅτι, ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις τοῦ φακοῦ τῆς φωτογραφικῆς μηχανῆς εἶναι ἴση μὲ 20 cm, ἡ φωτογραφικὴ πλὰξ εὑρίσκεται 0,25 cm ὄπισθεν τῆς ἑστίας τοῦ φακοῦ καὶ ὅτι ἐπὶ τῆς πλακὸς τὸ δένδρον ἔχει ὕψος 15 cm.

123. Ἐπὶ τῆς ἐπιπέδου ἕδρας λεπτοῦ ἐπιπεδοκύρτου φακοῦ προσπίπτει δέσμη φωτεινὴ παράλληλος τῷ κυρίῳ ἄξονι. Δι' ἑνὸς μικροῦ πετάσματος διαπιστοῦμεν τὴν ὕπαρξιν δύο φωτεινῶν σημείων, τοῦ ἑνὸς ἐντόνως φωτεινοῦ πρὸς τὸ μέρος τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας καὶ εἰς ἀπόστασιν 30 cm πέραν αὐτῆς καὶ τοῦ ἄλλου ἀμυδρῶς φωτεινοῦ πρὸς τὸ μέρος τῆς ἐπιπέδου ἕδρας σχηματιζόμενον ἐκ τῶν ἀκτίνων αἱ ὁποῖαι ἀνακλῶνται ἐπὶ τῆς κοίλης ἐπιφανείας τοῦ φακοῦ καὶ εἰς ἀπόστασιν 5 cm ἀπὸ ταύτης. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ δ.δ. τῆς ὕλης τοῦ φακοῦ.

124. Αἱ φωτειναὶ ἀκτῖνες ποὺ προέρχονται ἀπὸ ἕνα ἀντικείμενον προσπίπτουν ἐπὶ συγκλίνοντὸς φακοῦ f = +25 cm καὶ κατόπιν ἐπὶ ἀποκλίνοντος ἔχοντος f = —10 cm καὶ εὑρισκομένου πλησιέστατα τοῦ πρώτου. Ζητεῖται εἰς ποίαν ἀπόστασιν θὰ σχηματισθῇ τὸ εἴδωλον καὶ ποῖον τὸ μέγεθος τούτου ἂν τὸ μῆκος τοῦ ἀντικειμένου εἶναι 4 cm καὶ ἡ ἀπόστασίς του ἀπὸ τὸ σύστημα τῶν φακῶν εἶναι 40 cm.

125. Ἀντικείμενον ΑΒ εὑρίσκεται εἰς ἀπόστασιν 1 m ἀπὸ φακὸν Ο ἀποκλίνοντα, ἰσχύος -1 διοπτριῶν. Μετὰ τὸν ἀποκλίνοντα ὑπάρχει συγκλίνων φακὸς Ο' ἰσχύος +2 διοπτριῶν. Ζητεῖται ἡ ἀπόστασις ΟΟ', ὥστε τὸ σύστημα τῶν δύο φακῶν νὰ δίδη εἴδωλον πραγματικὸν καὶ ἴσον πρὸς τὸ ΑΒ. Ποία ἡ ἀπόστασις τοῦ εἰδώλου ἀπὸ τὸ ἀντικείμενον;

126. i) Ἐκ δύο φακῶν Φ_1 καὶ Φ_2 ὁ πρῶτος ἔχει ἰσχὺν +2 διοπτριῶν ἐνῶ ἡ ἰσχὺς τοῦ δευτέρου μετρᾶται διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Συνενοῦμεν τοὺς Φ_1 καὶ Φ_2 καὶ εἰς ἀπόστασιν 25 cm ἀπὸ τοῦ συστήματος τῶν δύο φακῶν θέτομεν ἀντικείμενον ΑΒ = 2 cm τοῦ ὁποίου λαμβάνομεν πραγματικὸν εἴδωλον ΓΔ = 4 cm. Ποία ἡ ἰσχὺς τοῦ Φ_2; ii) Ἀπομακρύνομεν τοὺς Φ_1 καὶ Φ_2, θέτομεν τὸ ΑΒ εἰς ἀπόστασιν 60 cm πρὸ τοῦ Φ_1 καὶ τὸν Φ_2 εἰς ἀπόστασιν 75 cm μετὰ τὸν Φ_1 Προσδιορίσατε τὸ εἶδος καὶ τὴν θέσιν τοῦ νέου εἰδώλου τοῦ ΑΒ. Διὰ τῆς γεωμετρικῆς κατασκευῆς μιᾶς μόνον ἀκτῖνος, προσδιορίσατε τὴν μεγέθυνσιν ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ.

127. Ἐπιπεδόκοιλος φακὸς ἔχει ἐπηργυρωμένην τὴν κοίλην ἐπιφάνειάν του, ἥτις ἔχει ἀκτῖνα R = 50 cm. Ἔναντι τῆς ἐπιπέδου ἕδρας τοῦ φακοῦ καὶ εἰς ἀπόστασιν 50 cm ἀπὸ τὸ κέντρον τοῦ φακοῦ τίθεται καθέτως πρὸς τὸν κύριον ἄξονα μικρὸν φωτεινὸν ἀντικείμενον. Ζητεῖται τὸ εἶδος καὶ ἡ θέσις τοῦ σχηματιζομένου εἰδώλου ἂν ὁ δ.δ. τοῦ φακοῦ εἶναι 1,5.

128. Λεπτός, συγκλίνων ἐπιπεδόκυρτος φακὸς δ.δ. $\nu_1 = 3/2$ τοποθετεῖται σχεδὸν ἐφαπτόμενος διὰ τῆς σφαιρικῆς του ἐπιφανείας, ἐπιπέδου μεταλλικοῦ κατόπτρου ὁριζοντίου. Πληροῦμεν τὸ διάκενον μεταξὺ φακοῦ καὶ κατόπτρου δι' ὕδατος, δ.δ. $\nu_2 = 4/3$. Θέτοντες μικρὸν φωτεινὸν σημεῖον ἐπὶ τοῦ κυρίου ἄξονος καὶ εἰς ὕψος 24 cm ἀπὸ τοῦ φακοῦ, παρατηροῦμεν ὅτι τοῦτο παρέχει εἴδωλον συμπίπτον μὲ αὐτὸ τοῦτο τὸ ἀντικείμενον (ἑκάστης

ἀκτῖνος, ἐπιστρεφούσης διὰ τῆς ἰδίας ὁδοῦ). Ζητεῖται ἡ ἀκτὶς R τῆς σφαιρικῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐπιπεδοκύρτου φακοῦ.

129. Μικρὸν ἀντικείμενον τοποθετεῖται εἰς τὸ μηδὲν βαθμολογημένου ὁριζοντίου κανόνος. Συγκλίνων φακὸς $f_1=10$ cm καὶ ἀποκλίνων φακὸς $f_2=-8$ cm τοποθετοῦνται εἰς τὰς ὑποδιαιρέσεις 35 cm καὶ 45 cm ἀντιστοίχως. Εἰς ποίαν ὑποδιαίρεσιν τοῦ κανόνος σχηματίζεται τὸ τελικὸν εἴδωλον καὶ ποία ἡ μεγέθυνσις;

130. Ποία ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις ὑαλίνου ἀμφικύρτου φακοῦ ἐμβαπτισμένου ἐντὸς ὕδατος, ἐὰν αἱ ἀκτῖνες καμπυλότητος τούτου εἶναι $R_1=10$ cm καὶ $R_3=15$ cm. Δίδονται δεῖκται διαθλάσεως ὕδατος καὶ ὑάλου 4/3 καὶ 3/2 ἀντιστοίχως.

131. Συμμετρικὸς ἀμφίκυρτος φακὸς ἐξ ὑάλου, ἀκτίνων καμπυλότητος $R_1=R_2=3$ cm, τοποθετεῖται ὁριζοντίως, ἀκριβῶς κάτωθεν τῆς ἐπιφανείας ὕδατος καὶ εἰς τρόπον ὥστε νὰ καλύπτεται οὗτος πλήρως. Τὸ ὕδωρ περιέχεται ἐντὸς δοχείου καὶ ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια αὐτοῦ εὑρίσκεται εἰς ὕψος 40 cm ἐκ τοῦ πυθμένος. Φωτεινὸν σημεῖον ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου ὁρᾶται κατακορύφως μέσῳ τοῦ φακοῦ καὶ τοῦ ὕδατος. Ποῦ σχηματίζεται τὸ εἴδωλον τοῦ φωτεινοῦ τούτου σημείου; Δίδονται $\nu_{\text{ὑαλ.}}=\frac{3}{2}$ καὶ $\nu_{\text{ὑδ.}}=\frac{4}{3}$.

132. Συγκλίνων φακὸς σχηματίζει τὸ εἴδωλον ἑνὸς ἀντικειμένου ἐπὶ πετάσματος μὲ μεγέθυνσιν 2,5. Τὸ ἀντικείμενον καὶ τὸ πέτασμα διατηροῦνται σταθερὰ καὶ ὁ φακὸς μετατοπίζεται κατὰ 10 cm, ὥστε νὰ δίδῃ καὶ πάλιν εὐκρινὲς εἴδωλον ἐπὶ τοῦ πετάσματος ἐνῷ ἡ μεγέθυνσις καθίσταται τώρα 0,4. Ποία ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις τοῦ φακοῦ;

133. Λεπτὸς ἀμφίκυρτος συμμετρικὸς φακὸς τοποθετεῖται ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου κατόπτρου μὲ τὸν ἄξονά του κατακόρυφον. Ἐὰν δὲ φωτεινὸν σημεῖον τοποθετηθῇ 20 cm ὑπεράνω τοῦ φακοῦ, εἴδωλον καὶ ἀντικείμενον συμπίπτουν, ἑκάστης ἀκτῖνος ἐπιστρεφούσης διὰ τῆς ἰδίας ὁδοῦ. Ὁ χῶρος μεταξὺ φακοῦ καὶ κατόπτρου πληροῦται δι' ὕδατος δ.δ. $\eta_2=4/3$ καὶ τότε διὰ νὰ ἐπιτευχθῇ σύμπτωσις εἰδώλου καὶ ἀντικειμένου πρέπει νὰ τοποθετήσωμεν τὸ φωτεινὸν σημεῖον 27,5 cm ἀπὸ τοῦ φακοῦ. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀκτὶς καμπυλότητος τοῦ φακοῦ.

134. Ἀποκλίνων φακὸς τοποθετεῖται εἰς ἀπόστασιν 25 cm ἔμπροσθεν κοίλου σφαιρικοῦ κατόπτρου ἑστιακῆς ἀποστάσεως $f_1=20$ cm καὶ εὑρίσκεται ὅτι φωτεινὸν σημεῖον τοποθετούμενον 68,6 cm ἔμπροσθεν τοῦ φακοῦ συμπίπτει μὲ τὸ εἴδωλόν του μέσῳ τοῦ συστήματος, ἑκάστης ἀκτῖνος ἐπιστρεφούσης ἐκ τῆς ἰδίας ὁδοῦ. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις τοῦ φακοῦ.

135. Φωτεινὸν σημεῖον τοποθετεῖται ἔμπροσθεν ἀποκλίνοντος φακοῦ καὶ εἰς ἀπόστασιν ἴσην πρὸς τὴν ἑστιακήν του. Κοῖλον κάτοπτρον ἑστιακῆς ἀποστάσεως 25 cm τοποθετεῖται 40 cm ὄπισθεν τοῦ φακοῦ καὶ ἕνα πραγματικὸν εἴδωλον παρατηρεῖται συμπῖπτον μὲ αὐτὸ τοῦτο τὸ φωτεινὸν σημεῖον, (ἑκάστης ἀκτῖνος ἐπιστρεφούσης ἐκ τῆς ἰδίας ὁδοῦ). Νὰ προσδιορισθῇ ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις τοῦ φακοῦ.

136. Ἡ μία ἐπιφάνεια λεπτοῦ συμμετρικοῦ ἀμφικύρτου φακοῦ ἐπαργυροῦται. Ἀντικείμενον τοποθετεῖται πλησίον τοῦ ἄξονος τοῦ φακοῦ πρὸς

τὴν μὴ ἐπαργυρωμένην πλευρὰν καὶ εἰς ἀπόστασιν 10 cm ἀπ' αὐτοῦ. Μέσῳ τοῦ συστήματος σχηματίζεται ἕνα πραγματικὸν εἴδωλον εἰς ἀπόστασιν 20 cm ἀπὸ τοῦ φακοῦ. Ἐὰν ὁ δ.δ. τῆς ὑάλου εἶναι 1,5, ποία ἡ ἀκτὶς καμπυλότητος τῶν ἐπιφανειῶν τοῦ φακοῦ;

137. Συγκλίνων φακὸς ἑστιακῆς ἀποστάσεως f=20 cm τοποθετεῖται πρὸ κοίλου σφαιρικοῦ κατόπτρου ἀκτῖνος καμπυλότητος 40 cm καὶ εἰς ἀπόστασιν 20 cm ἀπὸ αὐτοῦ. Ἀντικείμενον ὕψους 2 cm τίθεται καθέτως ἐπὶ τὸν κοινὸν κύριον ἄξονα φακοῦ-κατόπτρου καὶ 40 cm πρὸ τοῦ φακοῦ. Ζητεῖται ἡ θέσις, ἡ φύσις καὶ τὸ μέγεθος τοῦ σχηματιζομένου εἰδώλου.

138. Συγκλίνων φακὸς ἑστιακῆς ἀποστάσεως 20 cm καὶ κυρτὸν κάτοπτρον ἀκτῖνος καμπυλότητος 24 cm τοποθετοῦνται εἰς ἀπόστασιν 42 cm, εἰς τρόπον ὥστε οἱ κύριοι ἄξονες αὐτῶν νὰ συμπίπτουν. Φωτεινὸν ἀντικείμενον τοποθετεῖται πρὸ τοῦ φακοῦ καὶ εἰς ἀπόστασιν 60 cm. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ φύσις καὶ ἡ θέσις τοῦ τελικοῦ εἰδώλου, ποὺ δίδει τὸ σύστημα.

139. Ἀποκλίνων φακὸς ἑστιακῆς ἀποστάσεως -6 cm τίθεται πρὸ κυρτοῦ σφαιρικοῦ κατόπτρου ἑστιακῆς ἀποστάσεως 20 cm καὶ εἰς ἀπόστασιν 16 cm ἀπ' αὐτοῦ καὶ εἰς τρόπον ὥστε οἱ κύριοι ἄξονες αὐτῶν νὰ συμπίπτουν. Φωτεινὸν ἀντικείμενον τίθεται εἰς ἀπόστασιν 12 cm πρὸ τοῦ φακοῦ καὶ ὄχι μεταξὺ φακοῦ καὶ κατόπτρου. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ φύσις καὶ ἡ θέσις τοῦ σχηματιζομένου εἰδώλου.

140. Συγκλίνων φακὸς ἔχει ἑστιακὴν ἀπόστασιν f=10 cm. Δι' ἓν ἀντικείμενον τιθέμενον εἰς ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ φακοῦ 30 cm, 20 cm, 15 cm καὶ 5 cm νὰ προσδιορισθοῦν: i) ἡ θέσις τοῦ εἰδώλου, ii) ἡ μεγέθυνσίς του, iii) ἡ φύσις τοῦ εἰδώλου (ἂν εἶναι πραγματικὸν ἢ φανταστικὸν) καὶ iv) ἂν εἶναι ὀρθὸν ἢ ἀνεστραμμένον.

141. Ὑπολογίσατε τὰς ἑστιακὰς ἀποστάσεις τῶν διαφόρων φακῶν τοὺς ὁποίους ἐπιτυγχάνομεν διὰ συνδυασμοῦ δύο σφαιρικῶν ἐπιφανειῶν τῶν ὁποίων αἱ ἀκτῖνες καμπυλότητος ἔχουν ἀπόλυτον τιμὴν 10 cm καὶ 20 cm καὶ τῶν ὁποίων ὁ δ. δ. εἶναι ν=1,5. Ποῖοι ἐξ αὐτῶν εἶναι συγκλίνοντες καὶ ποῖοι ἀποκλίνοντες;

142. Ἓν ἀντικείμενον τοποθετεῖται εἰς ἀπόστασιν 18 cm ἀπὸ τῆς ὀθόνης. Εἰς ποίας θέσεις μεταξὺ τοῦ ἀντικειμένου καὶ τῆς ὀθόνης τοποθετούμενος φακὸς ἑστιακῆς ἀποστάσεως 4 cm δύναται νὰ προβάλῃ τὸ ἀντικείμενον ἐπὶ τῆς ὀθόνης; Καὶ ποία ἡ ἐπιτυγχανομένη διὰ τὰς θέσεις αὐτὰς μεγέθυνσις;

143. Ἀντικείμενον προβάλλεται δι' ἑνὸς φακοῦ ἐπὶ ὀθόνης τοποθετουμένης 12 cm ἐκ τοῦ φακοῦ. Ὅταν ὁ φακὸς ἀπομακρυνθῇ κατὰ 2 cm ἐκ τοῦ ἀντικειμένου διὰ νὰ λάβωμεν καὶ πάλιν εὐκρινὲς εἴδωλον ἐπὶ τῆς ὀθόνης πρέπει νὰ πλησιάσωμεν αὐτὴν πρὸς τὸ ἀντικείμενον κατὰ 2 cm. Ποία ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις τοῦ φακοῦ;

143. Ὅταν ἕνα ἀντικείμενον τοποθετεῖται εἰς κατάλληλον ἀπόστασιν πρὸ συγκλίνοντος φακοῦ τὸ εἴδωλον λαμβάνεται ἐπὶ ὀθόνης εὑρισκομένης 20 cm ὄπισθεν τοῦ φακοῦ. Ὅταν μεταξὺ συγκλίνοντος φακοῦ καὶ ὀθόνης καὶ εἰς ἀπόστασιν 10 cm ἀπὸ τοῦ συγκλίνοντος τοποθετηθῇ ἀποκλίνων φακός, εὑρίσκεται ὅτι, πρέπει νὰ ἀπομακρύνωμεν τὴν ὀθόνην κατὰ 20 cm ἐκ

τῆς προηγουμένης θέσεώς της ἵνα ἐπιτύχωμεν εὐκρινῆ εἰκόνα τοῦ ἀντικειμένου ἐπ᾽ αὐτῆς. Ποία ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις τοῦ ἀποκλίνοντος φακοῦ;

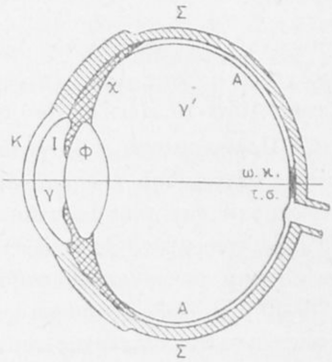
145. Δύο λεπτοὶ φακοὶ ἀμφότεροι ἑστιακῶν ἀποστάσεων 10 cm, ὁ εἷς συγκλίνων, ὁ ἕτερος ἀποκλίνων, τοποθετοῦνται μὲ τὰ ὀπτικά των κέντρα ἀπέχοντα 5 cm. Ἀντικείμενον τοποθετεῖται εἰς ἀπόστασιν 20 cm ἀπὸ τοῦ συγκλίνοντος. Ζητεῖται ἡ φύσις καὶ ἡ θέσις τοῦ σχηματιζομένου εἰδώλου.

146. Φωτεινὸν σημεῖον τίθεται ἐπὶ τοῦ κυρίου ἄξονος συγκλίνοντος φακοῦ, ἑστιακῆς ἀποστάσεως 10 cm καὶ εἰς ἀπόστασιν 20 cm πρὸ αὐτοῦ. Εἰς τὴν πορείαν τῆς ἐξερχομένης ἐκ τοῦ φακοῦ δέσμης, παρεμβάλλεται πλακίδιον μὲ παραλλήλους ἕδρας, πάχους 3 cm καὶ δ.δ. $\nu=1,5$ καὶ καθέτως ἐπὶ τὸν κύριον ἄξονα τοῦ φακοῦ. Ζητεῖται ἡ θέσις τοῦ σχηματιζομένου εἰδώλου. Ποῦ θὰ ἐσχηματίζετο τὸ εἴδωλον ἐὰν τὸ πλακίδιον ἐτίθετο πρὸ τοῦ φακοῦ, δηλ. παρενεβάλλετο εἰς τὴν πορείαν τῆς προσπιπτούσης εἰς τὸν φακὸν δέσμης ;

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ VII

Ὀπτικὰ ὄργανα

§ 51. Ὁ ὀφθαλμός. α΄) Ὁ ἀνθρώπινος ὀφθαλμὸς παρίσταται εἰς γενικὰς γραμμὰς ὑπὸ τοῦ σχ. 108. Εἶναι σχεδὸν σφαιρικὸς καὶ περικλείεται ὑπὸ τοῦ *σκληρωτικοῦ χιτῶνος* Σ, ὁ ὁποῖος πρὸς τὰ ἐμπρὸς λεπτύνεται καὶ γίνεται κυρτότερος καὶ διαφανὴς καλούμενος *κερατοειδὴς χιτών*, Κ. Διὰ τοῦ *κρυσταλλώδους φακοῦ* Φ ὁ ὀφλαλμὸς χωρίζεται εἰς δύο ἄνισα διαμερίσματα· καὶ τὸ μὲν πρόσθιον (μεταξὺ κερατοειδοῦς καὶ φακοῦ) εἶναι πλῆρες τοῦ *ὑδατώδους ὑγροῦ* γ (ν = 1,337) τὸ δὲ ὀπίσθιον, πλῆρες τοῦ *ὑαλώδους ὑγροῦ* γ΄(ν = 1,339).



Σχ. 108

Ὁ φακὸς Φ καλύπτεται μερικῶς κατὰ τὴν προσθίαν ὄψιν του ὑπὸ τῆς ἴριδος Ι, ἡ ὁποία εἶναι προέκτασις τοῦ *χωριοειδοῦς χιτῶνος* Χ. Ἡ ἴρις εἶναι κυκλικὸν διάφραγμα φέρον εἰς τὸ κέντρον ὀπὴν καλουμένην *κόρην*. Ἡ κόρη εὐρύνεται ἢ σμικρύνεται ρυθμίζουσα τὸ ποσὸν τοῦ φωτὸς τοῦ εἰσερχομένου εἰς τὸν ὀφθαλμόν. Τὸ ἐσωτερικὸν τοίχωμα τοῦ ὀφθαλμοῦ καλύπτεται ὑπὸ λεπτῆς μεμβράνης ἡ ὁποία λέγεται *ἀμφιβληστροειδὴς χιτὼν* (Α). Αὐτὸς περιέχει ὅλα τὰ εὐαίσθητα εἰς τὸ φῶς καὶ εἰς τὰ χρώματα νευρίδια καὶ αὐτὸς δέχεται ἐρεθισμὸν ὑπὸ τῶν φωτεινῶν ἀκτίνων, τὸν ὁποῖον μεταδίδει διὰ τοῦ ὀπτικοῦ νεύρου εἰς τὸν ἐγκέφαλον.

Τὸ εἴδωλον τοῦ ὁρωμένου ἀντικειμένου σχηματίζεται ἀνεστραμμένον, λίαν μικρὸν καὶ καθ' ὑπόστασιν ***ἐπὶ τοῦ ἀμφιβληστροειδοῦς.***

Ἀντικείμενα τῶν ὁποίων τὰ εἴδωλα σχηματίζονται πρὸ ἢ πέραν τοῦ ἀμφιβληστροειδοῦς ἢ δὲν διακρίνονται ἢ φαίνονται συγκεχυμένα.

Αἱ διάφοροι περιοχαὶ τοῦ ἀμφιβληστροειδοῦς δὲν ἔχουν τὴν αὐτὴν εὐπάθειαν εἰς τὸ φῶς. Τὸ μέρος καθ' ὃ εἰσέρχεται τὸ ὀπτικὸν νεῦρον εἶναι τελείως ἀναίσθητον εἰς τὸ φῶς καὶ λέγεται *τυφλὸν σημεῖον* (τ. σ.), ἐνῶ πλησίον αὐτοῦ ὑπάρχει περιοχὴ καλουμένη *ὠχρὰ* *κηλὶς* (ὠ. κ.) εἰς τὴν ὁποίαν εὑρίσκονται νευρίδια εὐαίσθητα μόνον εἰς τὰ χρώματα.

Ἐὰν παρατηρήσωμεν τὸν ἀστέρα τοῦ σχ. 109 μὲ τὸν δεξιὸν ὀφθαλ-

Σχ. 109

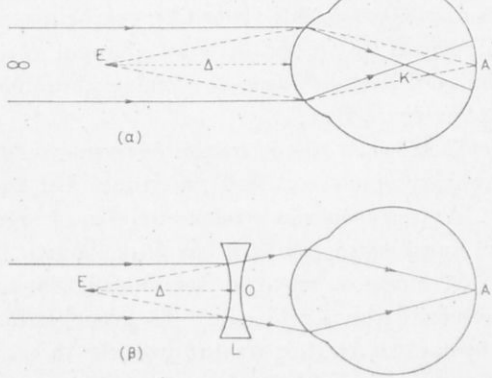
μὸν κρατοῦντες κλειστὸν τὸν ἀριστερόν, τότε διὰ μίαν ὡρισμένην ἀπόστασιν τῆς εἰκόνος ἀπὸ τὸν ὀφθαλμόν μας ὁ μαῦρος κύκλος ἐξαφανίζεται. Διότι τὸ εἴδωλόν του σχηματίζεται ἐπὶ τοῦ τυφλοῦ σημείου.

β΄) **Προσαρμογή**. Ὁ σχηματισμὸς τοῦ εἰδώλου εἰς τὴν αὐτὴν πάντοτε θέσιν, δηλ. ἐπὶ τοῦ ἀμφιβληστροειδοῦς, ἐπιτυγχάνεται διὰ μεταβολῆς τῆς ἑστιακῆς ἀποστάσεως τοῦ κρυσταλλώδους φακοῦ τῇ βοηθείᾳ ὡρισμένου μυός. Ὅσον τὸ ἀντικείμενον πλησιάζει πρὸς τὸν ὀφθαλμόν, τόσον ὁ φακὸς κυρτοῦται καὶ ἡ ἑστιακή του ἀπόστασις μικραίνει (βλέπε καὶ § 48, στ΄ παρατήρησις). Αὐτὸς εἶναι ὁ (αὐτόματος) μηχανισμὸς τῆς ***προσαρμογῆς*** τοῦ ὀφθαλμοῦ.

Ὁ ***κανονικὸς ὀφθαλμὸς*** βλέπει τὰ λίαν μεμακρυσμένα ἢ καὶ εἰς ἄπειρον ἀντικείμενα ***ἄνευ προσαρμογῆς*** (ἀστέρες, σελήνη κλπ.). Διὰ τὰ πλησιέστερα ἀντικείμενα προσαρμόζεται εὐκόλως ***μέχρι τοῦ κατωτέρου ὁρίου εὐκρινοῦς ὁράσεως*** τὸ ὁποῖον κατὰ μέσον ὅρον εἶναι 25 cm.

§ 52. Συνήθη ἐλαττώματα τοῦ ὀφθαλμοῦ. α΄) Μυωπία.

Εἰς τὸν *μύωπα ὀφθαλμὸν* τὰ εἴδωλα τῶν μεμακρυσμένων ἀντικειμένων σχηματίζονται ***πρὸ*** τοῦ ἀμφιβληστροειδοῦς (εἰς τὸ σημεῖον Κ τοῦ σχ. 110 (α)) εἴτε διότι ὁ ἄξων τοῦ ὀφθαλμοῦ εἶναι μακρός, εἴτε διότι ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις τοῦ φακοῦ εἶναι μικροτέρα τῆς κανονικῆς. Ὁ μύωψ δὲν δια-



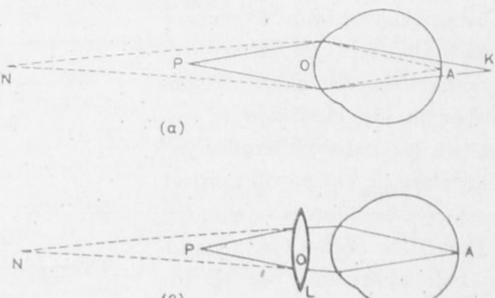
Σχ. 110. Μύωψ ὀφθαλμὸς-Διορθωτικὸς φακὸς

κρίνει λοιπὸν τὰ μεμακρυσμένα ἀντικείμενα καὶ ἀρχίζει συνήθως νὰ βλέπῃ ἀπὸ ἀποστάσεως 6—8 m μέχρις ὀλίγων ἑκατοστομέτρων ἀπὸ τὸν ὀφθαλμόν του.

Τὸ σημεῖον Ε (σχ. 110 (α)) τὸ ὁποῖον βλέπει ὁ μύωψ ἄνευ προσαρμογῆς, καθορίζει τὴν ***μεγίστην ἀπόστασιν Δ τῆς εὐκρινοῦς ὁράσεώς του.*** Τὰ πέραν τοῦ Ε σημεῖα δὲν εἶναι σαφῶς ὁρατά, ἐνῶ τὰ μεταξὺ τοῦ Ε καὶ ὀφθαλμοῦ γίνονται ὁρατὰ διὰ προσαρμογῆς τοῦ φακοῦ. (Φυσικά, ὑπάρχει καὶ ἕνα κατώτερον ὅριον εὐκρινοῦς ὁράσεως τοῦ μύωπος, τὸ ὁποῖον εἶναι συνήθως μικρότερον παρὰ εἰς τὸν κανονικὸν ὀφθαλμόν). Κατὰ ταῦτα, ὅ,τι εἶναι τὸ ἐπ' ἄπειρον σημεῖον, διὰ τὸν κανονικὸν ὀφθαλμόν, εἶναι τὸ εἰς πεπερασμένην ἀπόστασιν κείμενον σημεῖον Ε, διὰ τὸν μύωπα.

Ἡ μυωπία θεραπεύεται διὰ ἀποκλίνοντος φακοῦ L (σχ. 110 (β)) διὰ τοῦ ὁποίου αἱ φωτειναὶ ἀκτῖνες ἀποκλίνουσαι συγκεντροῦνται ἐπὶ τοῦ ἀμφιβληστροειδοῦς.

Ἐὰν ἡ μεγίστη ἀπόστασις εὐκρινοῦς ὁράσεως τοῦ μύωπος εἶναι Δ, τὰ «γυαλιά» του πρέπει νὰ ἔχουν ἑστιακὴν ἀπόστασιν $f = -(OE) = -\Delta$ (σχ. 110 (β)). Διότι τότε τὸ ἐπ' ἄπειρον σημεῖον ἔρχεται διὰ τοῦ φακοῦ L εἰς τὸ Ε (φανταστικὸν εἴδωλον τοῦ ∞) καὶ καθίσταται ὁρατόν, κάθε δὲ ἀντικείμενον ἀπέχον ἀπὸ τὸν ὀφθαλμόν του περισσότερον ἀπὸ Δ, θὰ παρέχῃ διὰ τοῦ φακοῦ φανταστικὸν εἴδωλον μεταξὺ τοῦ Ε καὶ τοῦ μέσου τῆς ΕΟ, δηλ. μέσα εἰς τὸ πεδίον ὁράσεως τοῦ μύωπος καὶ συνεπῶς, ὁρατὸν ὑπ' αὐτοῦ (βλ. § 48, στ', παρατήρησις). Ἐν ὀλίγοις, διὰ τοῦ ἀποκλίνοντος φακοῦ, ὁ μύωψ βλέπει, ὄχι τὰ ἀντικείμενα ἀπ' εὐθείας, ἀλλὰ τὰ κατ' ἔμφασιν εἴδωλά των, τὰ ὁποῖα σχηματίζονται πλησιέστερον πρὸς τὸν ὀφθαλμόν του, ἐντὸς τῆς ἀποστάσεως εὐκρινοῦς ὁράσεως.



Σχ. 111. Πρεσβύωψ ὀφθαλμὸς—Διορθωτικὸς φακὸς

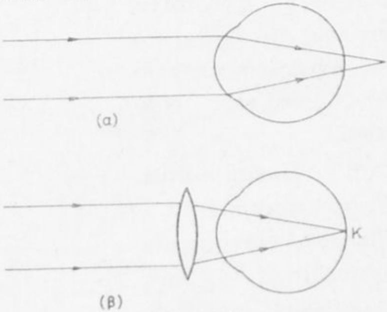
β') **Πρεσβυωπία.** Εἰς τὸν ***πρεσβύωπα*** ὀφθαλμὸν ἡ ἱκανότης τῆς προσαρμογῆς τοῦ κρυσταλλώδους φακοῦ εἶναι ἐξησθενημένη. Ἐνῶ βλέπει τὰ μακρὰν ἀντικείμενα διὰ τὰ ὁποῖα δὲν χρειάζεται μεγάλη προσαρμογή, δὲν βλέπει εὐκρινῶς τὰ πλησίον ἀντικείμενα ὡς μὴ δυνάμενος νὰ προσαρμοσθῇ ὡς πρὸς αὐτά· τούτων τὰ εἴδωλα σχηματίζονται ὄπισθεν τοῦ ἀμφιβληστροειδοῦς. (Εἰς τὸ σχ. 111 (α) τὸ P σχηματίζει εἴδωλον εἰς K). Ἡ πρεσβυωπία παρουσιάζεται προϊούσης τῆς ἡλικίας (συνήθως περὶ τὸ 45ον ἔτος) καὶ θεραπεύεται διὰ *συγκλινόντων* φακῶν. Τὰ «γυαλιὰ» πρέπει νὰ φορῇ ὁ πρεσβύωψ μόνον ὅταν βλέπῃ πλησίον ἀντικείμενα.

Ἔστω N τὸ ***πλησιέστερον*** σημεῖον τὸ ὁποῖον ὁ πρεσβύωψ ὀφθαλμὸς βλέπει εὐκρινῶς. Τότε ἡ ἀπόστασις (ON) = δ εἶναι ἡ *ἐλαχίστη ἀπόστασις τῆς εὐκρινοῦς ὁράσεώς του*, τὰ δὲ μεταξὺ N καὶ O ἀντικείμενα (σχ. 111 (α)) δὲν τὰ βλέπει εὐκρινῶς (σχηματίζουν εἴδωλα, πέραν τοῦ ἀμφιβληστροειδοῦς). Ἐὰν πρεσβύωψ θέλῃ νὰ βλέπῃ καθαρὰ εἰς μίαν ὡρισμένην ἀπόστασιν (OP) = $\pi < \delta$ τότε πρέπει ὁ συγκλίνων φακὸς L (σχ. 111 (β)) νὰ δίδῃ φανταστικὸν εἴδωλον τοῦ P εἰς τὴν θέσιν N, δηλ. εἴδωλον, εὐκρινῶς ὁρατὸν ὑπὸ τοῦ πρεσβύωπος ὀφθαλμοῦ.

Ἑπομένως ὁ διορθωτικὸς φακὸς δέον νὰ ἔχῃ ἑστιακὴν ἀπόστασιν f τοιαύτην ὥστε $\frac{1}{OP} - \frac{1}{ON} = \frac{1}{f}$ ἢ $\frac{1}{\pi} - \frac{1}{\delta} = \frac{1}{f}$ καὶ $f = \frac{\pi\delta}{\delta - \pi}$.

Συνήθως, χρειάζεται νὰ βλέπωμεν καθαρὰ (π.χ. νὰ ἀναγιγνώσκωμεν) εἰς ἀπόστασιν 25 cm. Τότε πρέπει $f = 25\delta/(\delta - 25)$, ὅπου δ cm ἡ ἐλαχίστη ἀπόστασις εὐκρινοῦς ὁράσεως τοῦ πρεσβύωπος. Ἐν ὀλίγοις, τὰ πλησίον τοῦ πρεσβύωπος ὀφθαλμοῦ ἀντικείμενα, μὴ ὁρατὰ εἰς αὐτόν, δίδουν διὰ τοῦ συγκλίνοντος φακοῦ, φανταστικὰ εἴδωλα, πλέον ἀπομεμακρυσμένα, κείμενα εἰς τὸ πεδίον ὁράσεως τοῦ πρεσβύωπος καὶ συνεπῶς, ὁρατὰ ὑπ' αὐτοῦ.

γ΄) **Ὑπερμετρωπία.** Εἰς τὸν ***ὑπερμέτρωπα*** ὀφθαλμὸν τὰ εἴδωλα τῶν μεμακρυσμένων ἀντικειμένων σχηματίζονται πέραν τοῦ ἀμφιβληστροειδοῦς διότι ὁ ἄξων τοῦ ὀφθαλμοῦ εἶναι βραχὺς (σχ. 112 (α) (πρᾶγμα τὸ ὁποῖον δὲν συμβαίνει εἰς τὴν πρεσβυωπίαν).



Σχ. 112
Ὑπερμέτρωψ ὀφθαλμὸς

Χωρὶς διορθωτικοὺς φακούς, ὁ ὀφθαλμὸς πρέπει νὰ προσαρμόζεται ἐντατικῶς διὰ νὰ ἴδῃ καὶ τὰ μακρὰν καὶ πρὸ παντὸς τὰ πλησίον ἀντικείμενα, ἑπομένως οὐδέποτε εὑρίσκεται εἰς ἀνάπαυσιν. Ἀποτέλεσμα εἶναι κεφαλόπονοι καὶ ταχεῖα κόπωσις.

Ἡ ὑπερμετρωπία θεραπεύεται διὰ ***συγκλίνοντος*** φακοῦ (σχ. 112 β)), ὁ ὁποῖος αὐξάνει τὴν σύγκλισιν τῶν ἀκτίνων καὶ δημιουργεῖ τὸ εἴδωλον ἐπὶ τοῦ ἀμφιβληστροειδοῦς.

δ΄) **Ἀστιγματισμός.** Ἕνα ἄλλο ἀρκετὰ διαδεδομένον ἐλάττωμα τοῦ ὀφθαλμοῦ εἶναι ὁ ***ἀστιγματισμός.*** Ἡ ἀνωμαλία ἔγκειται εἰς τὸ ὅτι τὸ ὀπτικὸν σύστημα τοῦ ὀφθαλμοῦ δὲν εἶναι συμμετρικόν, ὅπως π.χ. ἕνας σφαιρικὸς φακός, ἀλλὰ παρουσιάζει κατὰ διαφόρους διευθύνσεις (διατομὰς) διαφόρους καμπυλότητας καὶ συνεπῶς διάφορον διαθλαστικὴν δύναμιν.

Οὕτω π.χ. δὲν ἠμπορεῖ συγχρόνως νὰ βλέπῃ εὐκρινῶς δύο καθέτους εὐθείας εὑρισκομένας εἰς τὴν ἰδίαν ἀπόστασιν ἀπ᾽ αὐτοῦ. Ἐὰν βλέπῃ τὴν μίαν εὐκρινῶς θὰ βλέπῃ τὴν ἄλλην ἀσαφῶς. Τὸ ἐλάττωμα διορθώνεται μὲ φακοὺς ἐλαφρῶς ***κυλινδρικούς***, καταλλήλως διευθετημένους.

§ 53. Στερεοσκοπικὴ ὅρασις. Οἱ ὀφθαλμοὶ δὲν μᾶς παρέχουν μόνον τὴν αἴσθησιν τοῦ φωτὸς καὶ τῶν χρωμάτων ἀλλὰ καὶ τὴν αἴσθησιν τῆς ἀποστάσεως καὶ συνεπῶς τῆς ἐν τῷ χώρῳ θέσεως τῶν ἀντικειμένων. Τὸ τελευταῖον τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὴν ὕπαρξιν δύο ὀφθαλμῶν. Ἑνὸς δεδομένου ἀντικειμένου οἱ δύο ὀφθαλμοὶ σχηματίζουν δύο εἴδωλα ***διαφεροντα ἀλλήλων*** τόσον περισσότερον ὅσον τὸ ἀντικείμενον εὑρίσκεται πλησιέστερον. Ἡ διαφορὰ αὕτη τῶν δύο εἰδώλων δὲν εἶναι εἰς ἡμᾶς συνειδητή. Ἡ εἰς τὸ ὑποσυνείδητον μένουσα ἀνισότης τῶν δύο εἰκόνων τοῦ αὐτοῦ ἀντικειμένου παράγει τὴν ἐντύπωσιν τῆς ἐν τῷ χώρῳ θέσεως τῶν διαφόρων τμημάτων τοῦ ἀντικειμένου. Τοῦτο λέγεται ***στερεοσκοπικὴ ὅρασις.***

Ἐφαρμογὴν ἔχομεν εἰς τὴν *στερεοσκοπικὴν ἀπεικόνισιν* ἐπιτυγχανομένην μὲ διπλῆν φωτογράφισιν τοῦ ἀντικειμένου ἀπὸ δύο διαφόρους θέσεις καὶ κατόπιν μὲ ταυτόχρονον παρατήρησιν τῶν δυο φωτογραφιῶν τῆς κάθε μιᾶς μὲ τὸν ἀντίστοιχον ὀφθαλμόν.

ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΑ

§ 54. Ἁπλοῦν μικροσκόπιον. α΄) Μὲ ἕνα συγκλίνοντα φακὸν ἠμποροῦμεν νὰ βλέπωμεν μεγεθυνσμένα μικρὰ ἀντικείμενα ΑΑ΄ εὑρισκόμενα εἰς λίαν μικρὰν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ὀφθαλμοῦ μας, πολὺ μικροτέραν τῆς ἀποστάσεως τῆς εὐκρινοῦς ὁράσεως. Ἀρκεῖ τὸ παρατηρούμενον ἀντικείμενον Α΄Α νὰ τεθῇ ***ἐντὸς*** τῆς ἑστιακῆς ἀποστάσεως τοῦ φακοῦ καὶ πλησίον τοῦ ἑστιακοῦ ἐπιπέδου· τότε ὁ φακὸς δημιουργεῖ φανταστικὸν εἴδωλον BB′ ὀρθὸν καὶ μεγαλύτερον, τὸ ὁποῖον παρατηροῦμεν ἀνέτως φέροντες τὸν ὀφθαλμόν μας ἐγγύτατα τοῦ φακοῦ (σχ. 114), διότι τὸ BB′ σχηματίζεται εἰς κανονικὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τὸν ὀφθαλμόν.

β′) **Μεγέθυνσις.** Εἰς τὰ μικροσκόπια ἐν γένει, ***καλοῦμεν μεγέθυνσιν, τὸν λόγον τῆς γωνίας β ὑπὸ τὴν ὁποίαν βλέπομεν μέσῳ τοῦ μικροσκοπίου τὸ εἴδωλον τοῦ ἀντικειμένου, πρὸς τὴν γωνίαν α ὑπὸ τὴν ὁποίαν θὰ ἐβλέπαμεν ἄνευ τοῦ ὀργάνου, τὸ ἀντικείμενον, ἐὰν τοῦτο εὑρίσκετο εἰς τὴν ἰδίαν ἀπόστασιν ποὺ εὑρίσκεται καὶ τὸ εἴδωλον.*** *(Γωνιακὴ μεγέθυνσις).*

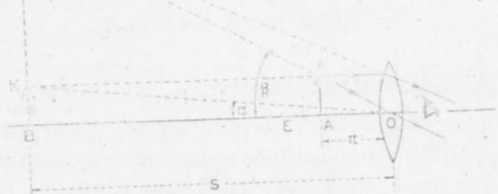
Κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς μεγεθύνσεως $M = \beta/\alpha$ ἀντικαθιστῶμεν συνήθως τὰς γωνίας α, β διὰ τῶν ἐφαπτομένων των, ἐφ᾽ ὅσον αἱ γωνίαι εἶναι ἀρκετὰ μικραί. Τούτου συμβαίνοντος, ἂν BB′ εἶναι τὸ ἀπὸ τοῦ O βλεπόμενον εἴδωλον (σχ. 113) καὶ BK τὸ ἀντικείμενον τεθὲν εἰς τὴν ἰδίαν ἀπόστασιν, ἔχομεν :

Σχ. 113
Μεγέθυνσις β : α

(1) $M = \beta/\alpha \sim \text{εφ}\beta/\text{εφ}\alpha = \dfrac{BB'}{OB} : \dfrac{BK}{OB} = (BB')/(BK) =$ *μῆκος εἰδώλου πρὸς μῆκος ἀντικειμένου.* (Δηλ. M∼γραμμικὴ μεγέθυνσις).

γ′) **Μεγέθυνσις τοῦ ἁπλοῦ μικροσκοπίου.** Ἡ μεγέθυνσις γενικῶς, ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν θέσιν εἰς ἣν σχηματίζεται τὸ εἴδωλον καὶ ἀπὸ τὴν θέσιν τοῦ ὀφθαλμοῦ μας.

Διὰ νὰ ἔχωμεν εἰς τὸ ἁπλοῦν μικροσκόπιον, τὴν μεγαλυτέραν δυνατὴν μεγέθυνσιν, τοποθετοῦμεν τὸν φακὸν ἔτσι ὥστε τὸ εἴδωλον BB′ νὰ σχηματίζεται εἰς τὴν ἐλαχίστην ἀπόστασιν S τῆς εὐκρινοῦς



Σχ. 114
Ἁπλοῦν μικροσκόπιον

ὁράσεως (s=25 cm), τοῦ ὀφθαλμοῦ μας εὑρισκομένου ἐγγύτατα (εἰς τὸ κέντρον O) τοῦ φακοῦ (σχ. 114). Ὑπ᾽ αὐτὰς τὰς συνθήκας ἡ μεγέθυνσις M εἶναι : $M=\beta/\alpha$ (σχ. 114) $\sim$ εφβ/εφα=$BB'/AA'=OB/OA=s/OA$. Ἐκ τοῦ τύπου ὅμως τῶν φακῶν: $\frac{1}{OA}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$ λαμβάνομεν $\frac{s}{OA}-1=\frac{s}{f}$ καὶ συνεπῶς :

$$\boxed{M=\frac{s}{f}+1} \tag{2}$$

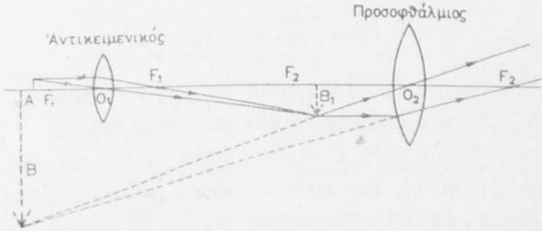
Ἐὰν τὸ s καὶ f μετρηθοῦν εἰς μέτρα, τότε θὰ εἶναι s=1/4 m καὶ 1/f=Δ=ἰσχὺς τοῦ φακοῦ. Ὁ τύπος (2) γράφεται

$$\boxed{M=\frac{\Delta}{4}+1} \tag{3}$$

ὅπου Δ ἡ ἰσχὺς τοῦ φακοῦ εἰς διοπτρίας. Ἔτσι π.χ. φακὸς μὲ f=12,5 cm, δηλ. 8 διοπτριῶν δίδει μεγέθυνσιν γραμμικὴν M=3. Εἰς τὸ ἐμπόριον ἡ μεγέθυνσις λογίζεται ἴση μὲ Δ/4. Διὰ μεγαλυτέρας μεγεθύνσεις χρειάζεται τὸ σύνθετον μικροσκόπιον.

§ 55. Σύνθετον μικροσκόπιον. Τὸ μικροσκόπιον εἶναι κατ᾽ οὐσίαν σύστημα δύο φακῶν συγκλινόντων ***μὲ μικρὰς ἑστιακὰς ἀποστάσεις***, προσηρμοσμένων εἰς τὰ ἄκρα σωλῆνος μεταλλίνου.

Ὁ εἷς φακὸς λέγεται ***ἀντικειμενικὸς*** καὶ ὁ ἄλλος ***προσοφθάλμιος***. Εἰς τὴν πραγματικότητα ἕκαστος τῶν δύο αὐτῶν φακῶν εἶναι πάλιν σύστημα φακῶν (διὰ τὴν διόρθωσιν τῶν ἐλαττωμάτων τῶν φακῶν) ἀπὸ θεωρητικῆς ὅμως ἀπόψεως ἠμποροῦμεν νὰ θεωροῦμεν αὐτοὺς ὡς λεπτοὺς φακοὺς μὲ ἑστιακὰς ἀποστάσεις f_1 καὶ f_2 ἀντι-



Σχ. 115
Σύνθετον μικροσκόπιον

στοίχως. Τὸ ἀντικείμενον Α τίθεται πλησίον τῆς κυρίας ἑστίας F_1 τοῦ ἀντικειμενικοῦ φακοῦ O_1 (σχ. 115), ἀλλὰ πάντως πέραν αὐτῆς ὥστε νὰ σχηματισθῇ διὰ τοῦ O_1 ***πραγματικὸν εἴδωλον B_1*** μεγαλύτερον τοῦ ἀντικειμένου καὶ ***μέσα εἰς τὴν ἑστιακὴν ἀπόστασιν*** τοῦ προσοφθαλμίου φακοῦ O_2.

Ὁ προσοφθάλμιος λειτουργεῖ τότε ὡς ἁπλοῦν μικροσκόπιον διὰ τὴν παρατήρησιν τοῦ ἐνδιαμέσου αὐτοῦ εἰδώλου B_1 (ἴδε § 54) καὶ δημιουργεῖ εἴδωλον Β φανταστικόν, ὀρθὸν ὡς πρὸς τὸ B_1, συνεπῶς ἀνεστραμμένον ὡς πρὸς Α καὶ ἐκ νέου μεγεθυσμένον. Μετακινοῦντες τὸ ὄργανον, φροντίζομεν ὥστε τὸ εἴδωλον Β νὰ σχηματίζεται εἰς τὴν ἀπόστασιν s τῆς εὐκρινοῦς ὁράσεως ἀπὸ τὸν ὀφθαλμὸν ὅστις ὑποτίθεται εἰς τὸ κέντρον τοῦ προσοφθαλμίου. Ὑπὸ τὰς συνθήκας αὐτὰς θὰ ζητήσωμεν τὴν μεγέθυνσιν τοῦ μικροσκοπίου.

Ἡ ***Μεγέθυνσις,*** Μ (§ 54, β΄) δίδεται ἀπὸ τὸν λόγον: Β / Α = μῆκος εἰδώλου / μῆκος ἀντικειμένου. Ἐὰν γράψωμεν

$$M = \frac{B}{A} = \frac{B}{B_1} \cdot \frac{B_1}{A}$$

βλέπομεν ὅτι ἡ Μ ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον δύο μεγεθύνσεων: τῆς B_1/A ἡ ὁποία δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἡ μεγέθυνσις τὴν ὁποίαν δημιουργεῖ ὁ ἀντικειμενικὸς καὶ τῆς B/B_1 ἡ ὁποία εἶναι ἡ μεγέθυνσις τοῦ προσοφθαλμίου, ὑπολογισθεῖσα εἰς τὴν § 54. Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν B_1/A ἂς καλέσωμεν π καὶ π΄ τὰς ἀποστάσεις τοῦ ἀντικειμένου Α καὶ τοῦ εἰδώλου του B_1 ἀπὸ τὸν ἀντικειμενικόν. Θὰ ἔχωμεν: $\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi'} = \frac{1}{f_1}$, $\frac{\pi'}{\pi} = \frac{\pi'}{f_1} - 1$. Ἀλλὰ $\frac{\pi'}{\pi} = \frac{B_1}{A}$. Συνεπῶς ἡ μεγέθυνσις $\frac{B_1}{A}$ ἰσοῦται μὲ $\frac{\pi'}{f_1} - 1$. Ἡ $\frac{B}{B_1}$ εὑρέθη ἴση μὲ $\frac{s}{f_2} + 1$ (§ 54). Συνεπῶς ἔχομεν ὡς μεγέθυνσιν:

$$M = \left(\frac{\pi'}{f_1} - 1\right)\left(\frac{s}{f_2} + 1\right). \tag{1}$$

ὅπου τὸ π΄ δύναται νὰ ὑπολογισθῇ ἐκ τῆς ἀποστάσεως π τοῦ ἀντικειμένου Α, ἀπὸ τὸν ἀντικειμενικὸν καὶ s=25 cm.

Ἐὰν τὸ π΄ εἶναι μέγα ἐν σχέσει πρὸς f_1 καὶ τὸ s μέγα ἐν σχέσει μὲ τὸ f_2 δυνάμεθα νὰ παραλείψωμεν τὰς μονάδας ἀπὸ παρενθέσεις καὶ νὰ λάβωμεν ὡς δευτέραν προσέγγισιν τῆς Μ:

$$M = \frac{\pi'}{f_1} \cdot \frac{s}{f_2}. \tag{2}$$

Τέλος, ἂν λάβωμεν ὑπ᾽ ὄψιν ὅτι τὸ π΄ ὀλίγον ἐν γένει διαφέρει τῆς ἀποστάσεως λ τῶν δύο φακῶν O_1 καὶ O_2 διότι τὸ $f_2=F_2O_2$ εἶναι λίαν μικρόν, λαμβάνομεν μίαν τρίτην προσέγγισιν τῆς μεγεθύνσεως Μ:

$$(3) \qquad M = \frac{\lambda s}{f_1 f_2}.$$

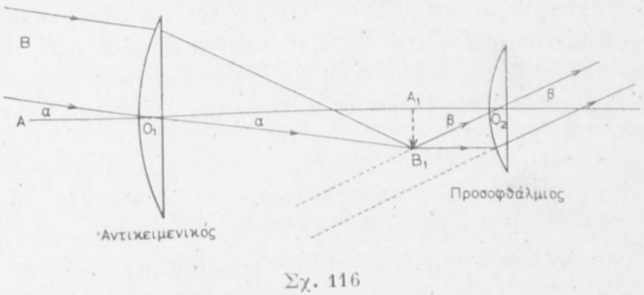
Ἐκ τῶν ἀνωτέρω βλέπομεν ὅτι ἡ μεγέθυνσις εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον μικρότεραι εἶναι αἱ ἑστιακαὶ ἀποστάσεις τοῦ ἀντικειμενικοῦ καὶ τοῦ προσοφθαλμίου.

Ἡ μεγέθυνσις τῶν μικροσκοπίων ἔχει ἀνώτερον ὅριον τὸ 3000. Συνήθως κυμαίνεται περὶ τὸ 800.

§ **56. Τηλεσκόπια – Μεγέθυνσις.** Τὰ τηλεσκόπια, ἢ ἀστρονομικαὶ διόπτραι, χρησιμεύουν διὰ τὴν παρατήρησιν τῶν οὐρανίων σωμάτων ἢ μεμακρυσμένων ἀντικειμένων.

Ἐὰν β εἶναι γωνία ὑπὸ τὴν ὁποίαν βλέπομεν τὸ μεμακρυσμένον ἀντικείμενον μέσῳ τῆς διόπτρας καὶ α ἡ γωνία ὑπὸ τὴν ὁποίαν τὸ βλέπομεν διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ, τότε ὁ λόγος β : α καλεῖται μεγέθυνσις τῆς διόπτρας (ἢ τοῦ τηλεσκοπίου). Συνήθως αἱ γωνίαι α, β εἶναι μικραὶ καὶ ἡ μεγέθυνσις Μ = β/α προσεγγίζεται διὰ τοῦ πηλίκου εφβ/εφα.

§ **57. Ἀστρονομικὴ διόπτρα (Kepler 1611).** α΄) Ἡ ἀστρονομικὴ διόπτρα σύγκειται κατ᾽ ἀρχὴν ἀπὸ δύο συγκλίνοντας φακούς: ἕνα ***ἀντικειμενικόν, μεγάλης ἑστιακῆς ἀποστάσεως*** f_1, καὶ ἀπὸ ἕνα



Σχ. 116
Τηλεσκόπιον. Τελικὸν εἴδωλον εἰς ἄπειρον

προσοφθάλμιον μικρᾶς ἑστιακῆς ἀποστάσεως f_2, μὴ διαφέροντα οὐσιωδῶς ἀπὸ τὸν τοῦ μικροσκοπίου. Ἡ ἀπόστασις τῶν δύο φακῶν, δύναται νὰ μεταβάλλεται διὰ μηχανισμοῦ ἵνα ρυθμίζεται ἡ διόπτρα.

Ὁ ἀντικειμενικός, σχηματίζει εἴδωλον A_1B_1 τοῦ λίαν μεμακρυσμένου ἀντικειμένου AB, πραγματικὸν καὶ ἀνεστραμμένον, ἐπὶ τοῦ ἑστιακοῦ του ἐπιπέδου κείμενον. Τὸ εἴδωλον δὲ τοῦτο A_1B_1 παρατηροῦμεν διὰ τοῦ προσοφθαλμίου ὡς δι᾽ ἁπλοῦ μικροσκοπίου. Ἡ παρατήρησις γίνεται κατὰ δύο τρόπους.

i) *Ἡ διόπτρα ρυθμίζεται οὕτως ὥστε ἡ κυρία ἑστία τοῦ ἀντικειμενικοῦ νὰ συμπίπτῃ μὲ τὴν τοῦ προσοφθαλμίου.* Τότε τὸ πραγματικὸν εἴδωλον A_1B_1 κεῖται εἰς τὸ ἑστιακὸν ἐπίπεδον τοῦ προσοφθαλμίου καὶ ἐκπέμπει πρὸς αὐτὸν φωτεινὰς δέσμας αἱ ὁποῖαι ἐξέρχονται τοῦ προσοφθαλμίου ὡς παράλληλοι δέσμαι. Ἑπομένως ὁ ὀφθαλμὸς εἰς O_2 βλέπει τὸ εἴδωλον τοῦ A_1B_1 εἰς τὸ ἄπειρον (σχ. 116) καὶ ὑπὸ γωνίαν τινὰ β. Ἄνευ τοῦ ὀργάνου, ὁ ὀφθαλμὸς βλέπει τὸ ἀντικείμενον AB πάλιν εἰς ἄπειρον, ἀλλ᾽ ὑπὸ γωνίαν α. Ἑπομένως, ἡ μεγέθυνσις εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην εἶναι (§ 56):

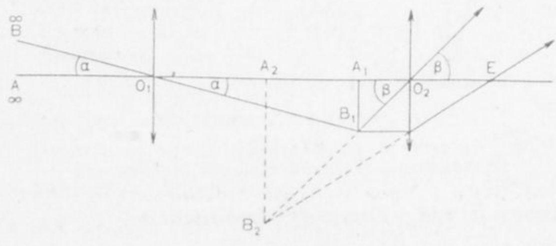
$$M = \beta/\alpha \sim \varepsilon\varphi\beta/\varepsilon\varphi\alpha = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} : \frac{A_1B_1}{A_1O_1} = \frac{A_1O_1}{O_2A_1} = \frac{f_1}{f_2}.$$

$$\boxed{M = \frac{f_1}{f_2}} \qquad (1)$$

Ἡ μεγέθυνσις εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις τοῦ ἀντικειμενικοῦ (ἀντιθέτως ἀπὸ ὅ,τι συμβαίνει εἰς τὸ μικροσκόπιον).

Τὸ μῆκος τῆς διόπτρας ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ εἶναι ἴσον πρὸς $f_1 + f_2$ καὶ ἡ ἀνωτέρω ρύθμισις καθ᾽ ἣν τὸ τελικὸν εἴδωλον σχηματίζεται εἰς ἄπειρον, λέγεται *ρύθμισις εἰς ἄπειρον* καὶ *κανονικὴ ρύθμισις*.

ii) *Ἡ διόπτρα ρυθμίζεται ὥστε τὸ πρῶτον εἴδωλον A_1B_1 παρατηρούμενον διὰ τοῦ προσοφθαλμίου νὰ παρέχῃ φανταστικὸν εἴδωλον A_2B_2 εἰς τὴν ἀπόστασιν s τῆς εὐκρινοῦς ὁράσεως* (σχ. 117). Πρὸς τοῦτο πρέ-



Σχ. 117

Τηλεσκόπιον. Τελικὸν εἴδωλον εἰς τὴν ἀπόστασιν τῆς εὐκρινοῦς ὁράσεως πει τὸ A_1B_1 νὰ πέσῃ ***ἐντὸς*** τῆς ἑστιακῆς ἀποστάσεως τοῦ προσοφθαλμίου (βλ. § 54), ὁπότε τὸ μῆκος O_1O_2 τῆς διόπτρας θὰ εἶναι ὀλίγον μικρότερον τοῦ f_1+f_2.

Ἡ μεγέθυνσις ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ παρουσιάζει μικράν τινα διαφορὰν μὲ τὴν τῆς προηγουμένης περιπτώσεως.

(Διὰ τὴν ἀκρίβειαν, εἶναι $M \sim$ εφβ / εφα $= (A_2B_2 \,/\, O_2A_2) : (A_1B_1 \,/\, O_1A_1) =$
$= (A_2B_2 \,/\, A_1B_1) \cdot (O_1A_1 \,/\, O_2A_2) =$ (βλέπε τύπον (2), § 54) $\left(\frac{s}{f_2}+1\right) \cdot \frac{f_1}{s} =$
$= \frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{f_2}{s}\left(\frac{s}{f_2}+1\right)$. Δηλ. ἡ προηγουμένη μεγέθυνσις (1) πολλαπλασιάζεται ἐπὶ τὸν παράγοντα $\frac{f_2}{s}\left(\frac{s}{f_2}+1\right) = 1 + \frac{f_2}{s}$ ὅστις ὀλίγον διαφέρει τῆς μονάδος, διότι τὸ f_2 καὶ συνεπῶς τὸ f_2/s εἶναι λίαν μικρόν).

Ὁ ἀντικειμενικὸς καὶ ὁ προσοφθάλμιος φακὸς τῶν διοπτρῶν εἶναι σύνθετοι ἐκ 2 ἢ 3 φακῶν ἕκαστος. Ὁ δεύτερος εὑρίσκεται ἐντὸς σωλῆνος ὅστις εἰσάγεται μέσα εἰς ἄλλον εὐρύτερον καὶ μακρὸν σωλῆνα φέροντα τὸν ἀντικειμενικόν.

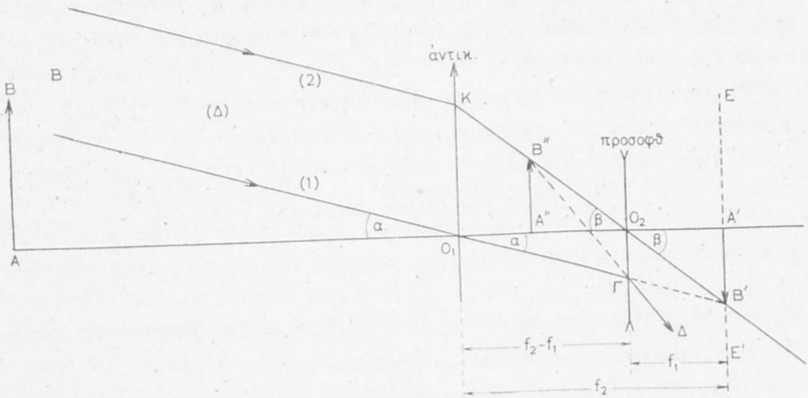
β΄) **Διόπτρα τῶν ἐπιγείων.** Διὰ τὴν παρατήρησιν μεμακρυσμένων ἐπιγείων ἀντικειμένων χρησιμοποιεῖται διόπτρα ὡς ἡ ἀστρονομική, ἀλλὰ ἔχουσα μεταξὺ O_1 καὶ O_2 δύο ἄλλους φακοὺς διὰ τῶν ὁποίων ***ἀνορθοῦται*** τὸ καθ᾿ ὑπόστασιν εἴδωλον A_1B_1 ὥστε νὰ φαίνωνται τὰ εἴδωλα ὀρθὰ ὡς πρὸς τὰ ἀντικείμενα.

§ 58. Ὀλλανδικὴ διόπτρα (Lipperhey 1608, Γαλιλαῖος 1609).

Εἰς αὐτὴν ***ὁ ἀντικειμενικὸς φακὸς εἶναι συγκλίνων καὶ ὁ προσοφθάλμιος ἀποκλίνων, μὲ συμπιπτούσας τὰς ὀπισθίας ἑστίας των.***

Εἰς τὸ σχ. 118 φαίνεται ὁ σχηματισμὸς τοῦ φανταστικοῦ εἰδώλου A″B″ ἑνὸς μακρυνοῦ ἀντικειμένου AB μὲ χρῆσιν ἀκτίνων διερχομένων διὰ τῶν ὀπτικῶν κέντρων τῶν δύο φακῶν. Ἀπὸ τὴν παράλληλον δέσμην (Δ) τὴν προερχομένην ἀπὸ τὸ ἄνω ἄκρον B τοῦ μεμακρυσμένου ἀντικειμένου καὶ προσπίπτουσαν ἐπὶ τοῦ ἀντικειμενικοῦ ὑπὸ γωνίαν α ὡς πρὸς τὸν ἄξονα O_1O_2, ἐκλέγομεν δύο ἀκτῖνας, τὴν (1) διερχομένην διὰ τοῦ ὀπτικοῦ κέντρου O_1 τοῦ ἀντικειμενικοῦ καὶ τὴν (2) διερχομένην διὰ τοῦ ὀπτικοῦ κέντρου O_2 τοῦ προσοφθαλμίου *μετὰ τὴν διέλευσίν της* διὰ τοῦ O_1.

Ἐὰν δὲν ὑπῆρχε ὁ προσοφθάλμιος O_2 αἱ δύο ἀκτῖνες μετὰ τὴν δίοδόν των διὰ τοῦ O_1 θὰ συνηντῶντο εἰς τὸ σημεῖον B′ ***ἐπὶ τοῦ ἑστιακοῦ ἐπιπέδου*** EE′ τοῦ προσοφθαλμίου (λόγῳ τῆς μεγάλης ἀποστάσεως τοῦ ἀντικειμένου) καὶ τὸ εἴδωλον τοῦ AB θὰ ἐδημιουργεῖτο



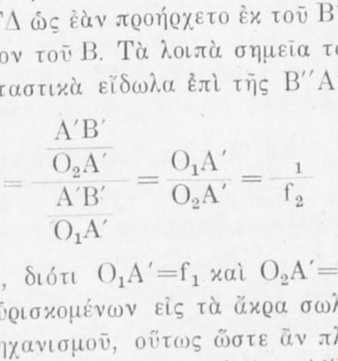
Σχ. 118
Ὁλλανδικὴ δίοπτρα

πραγματικὸν εἰς τὴν θέσιν A′B′. Ἡ παρουσία ὅμως τοῦ O_2 ἐκτρέπει τὴν $O_1\Gamma$ κατὰ τὴν ΓΔκαὶ ἀφήνει ἀμετάβλητον τὴν διεύθυνσιν τῆς KO_2. Ὁ ὀφθαλμὸς βλέπει τὴν δέσμην $B'O_2\Gamma\Delta$ ὡς ἐὰν προήρχετο ἐκ τοῦ B′′, τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ φανταστικὸν εἴδωλον τοῦ B. Τὰ λοιπὰ σημεῖα τοῦ AB σχηματίζουν κατ᾽ ἀναλογίαν φανταστικὰ εἴδωλα ἐπὶ τῆς B′′A′′.

$$\text{Ἡ μεγέθυνσις}\quad M = \frac{\beta}{\alpha} \sim \frac{\varepsilon\varphi\beta}{\varepsilon\varphi\alpha} = \frac{\dfrac{A'B'}{O_2A'}}{\dfrac{A'B'}{O_1A'}} = \frac{O_1A'}{O_2A'} = \frac{1}{f_2}$$

(ὅπως καὶ εἰς τὴν ἀστρον. διόπτραν), διότι $O_1A'=f_1$ καὶ $O_2A'=f_2$.

Ἡ ἀπόστασις τῶν δύο φακῶν (εὑρισκομένων εἰς τὰ ἄκρα σωλῆνος) δύναται νὰ μεταβάλλεται διὰ μηχανισμοῦ, οὕτως ὥστε ἂν πλησιάση πολὺ τὸ ἀντικείμενον AB, νὰ σχηματίζεται τὸ εἴδωλον A′′B′′ ἀρκετὰ μακρὰν τοῦ ὀφθαλμοῦ ὥστε οὗτος ἀνέτως, ἄνευ ἐντατικῆς προσαρμογῆς νὰ τὸ διακρίνη.



Σχ. 119
Κατοπτρικὸν τηλεσκόπιον

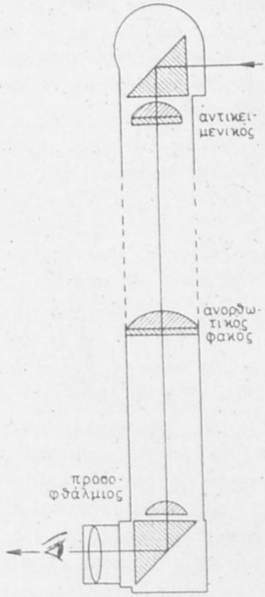
§ 59. Κατοπτρικὸν τηλεσκόπιον (Newton).

Εἰς τὸ ἀστρονομικὸν τηλεσκόπιον ἀντὶ τοῦ ἀντικειμενικοῦ φακοῦ δύναται νὰ τεθῆ κοῖλον σφαιρικὸν κάτοπτρον. Αἱ ἐπὶ τοῦ σφαιρικοῦ κατόπτρου ανακλώμεναι ἀκτῖνες (σχ. 119) ρίπτονται ὑπὸ μικροῦ ἐπιπέδου κατόπτρου S πλαγίως καὶ σχηματίζουν πραγματικὸν εἴδωλον τοῦ ἀστέρος εἰς τὸ B ἀντὶ νὰ τὸ σχηματίσουν εἰς τὸ E. Τὸ B παρατηρεῖται διὰ τοῦ προσοφθαλμίου O. Ἡ φωτεινότης τοῦ εἰδώλου εἶναι σημαντική· δὲν μειοῦται δὲ αὕτη ἀπὸ τὸ κάτοπτρον S, διότι τοῦτο ἔχει λίαν μικρὰς διαστάσεις.

§ 60. Τὸ περισκόπιον εἶναι διόπτρα κατακόρυφος μήκους μεταβλητοῦ εἰς τὴν ὁποίαν ὁ ἀντικειμενικὸς φακὸς ἠμπορεῖ νὰ φθάσῃ εἰς εὐνοϊκὸν διὰ τὴν παρατήρησιν ὕψος ἐνῶ ὁ παρατηρητὴς εὑρίσκεται χαμηλά, εἰς θέσιν ἀπὸ τὴν ὁποίαν δὲν εἶναι ὁρατὸν τὸ ἀντικείμενον.

Ἡ ἀλλαγὴ τῆς πορείας τῶν φωτεινῶν ἀκτίνων γίνεται διὰ δύο πρισμάτων ὁλικῆς ἀνακλάσεως ὡς δεικνύει τὸ σχ. 120.

Χρησιμοποιεῖται εἰς τὰ ὑποβρύχια καὶ τὰ ὀχυρά.



Σχ. 120
Περισκόπιον

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Ὀφθαλμός.

147. Ἠμπορεῖ τις νὰ βλέπῃ εὐκρινῶς εἰς ἀπόστασιν 10 cm τὸ ὀλιγώτερον. Ἂν φορέσῃ διορθωτικοὺς φακοὺς ἰσχύος +5 διοπτρῶν, ποία θὰ εἶναι τότε ἡ ἐλαχίστη ἀπόστασις τῆς εὐκρινοῦς ὁράσεώς του;

148. Πρεσβύωψ βλέπει τοὐλάχιστον εἰς ἀπόστασιν 120 cm καὶ θέλει νὰ διαβάζῃ εἰς ἀπόστασιν 30 cm. Τί φακοὺς θὰ μεταχειρισθῇ; Ἂν δὲ ἔχῃ φακοὺς μὲ f = 36 cm, εἰς πόσην ἀπόστασιν ἀπὸ τοὺς ὀφθαλμούς του θὰ τοὺς θέσῃ διὰ νὰ διαβάζῃ πάλιν εἰς ἀπόστασιν 30 cm;

149. Μύωψ παρατηρητὴς μὲ ὅρια εὐκρινοῦς ὁράσεως 8,5 cm καὶ 21 cm, χρησιμοποιεῖ μεγεθυντικὸν φακὸν 20 διοπτριῶν τὸν ὁποῖον θέτει εἰς ἀπόστασιν 1 cm ἀπὸ τὸν ὀφθαλμόν του. i) Προσδιορίσατε τὰς ἄκρας θέσεις ὡς πρὸς τὸν ὀφθαλμόν του, τῶν ἀντικειμένων τὰ ὁποῖα δύναται νὰ διακρίνῃ καλῶς, χρησιμοποιῶν τὸν φακόν. ii) Ὑπὸ ποίαν γωνίαν βλέπει διὰ τοῦ φακοῦ ἀντικείμενον μήκους 0,1 cm τεθὲν εἰς τὴν ἀνωτέρω ὑπολογισθεῖσαν ἐλαχίστην ἀπόστασιν εὐκρινοῦς ὁράσεως; iii) Ἐὰν ὁ μύωψ παρατηρητὴς παρατηρεῖ ἄνευ τοῦ φακοῦ, ὕδωρ εὑρισκόμενον ἐντὸς δοχείου

καὶ ἔχων τοὺς ὀφθαλμούς του 5 cm ὑπεράνω τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος, ποῖον εἶναι τὸ μέγιστον βάθος εἰς τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ εὑρίσκεται ἀντικείμενον βυθισμένον εἰς τὸ ὕδωρ, διὰ νὰ διακρίνεται εὐχερῶς ὑπὸ τοῦ παρατηρητοῦ; Δείκτης διαθλάσεως ὕδατος $\eta=4/3$.

150. Πρεσβύωψ ἔχει τὸ ἐγγύτατον σημεῖον του (ἐλαχίστη ἀπόστασις εὐκρινοῦς ὁράσεως) εἰς 100 cm καὶ τὸ ἀπώτατον (μεγίστη ἀπόστασις εὐκρινοῦς ὁράσεως) εἰς τὸ ἄπειρον. i) Ποίους φακοὺς πρέπει νὰ χρησιμοποιῆ ἵνα φέρη τὸ ἐγγύτατον σημεῖον εἰς τὸ κανονικὸν (25 cm) καὶ ii) Ποῦ θὰ εὑρίσκεται τὸ ἀπώτατον σημεῖον ὅταν ὁ ὀφθαλμὸς φέρει τοὺς ἐν λόγῳ φακούς; iii) Ἐὰν ὁ φακὸς τεθῆ 2 cm ἐκ τοῦ ὀφθαλμοῦ ποία ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις τοῦ φακοῦ;

151. Τὸ ἀπώτατον σημεῖον καὶ τὸ ἐγγύτατον σημεῖον ἑνὸς μύωπος εἶναι 100 cm καὶ 18 cm ἐκ τοῦ ὀφθαλμοῦ. Ποίους φακοὺς πρέπει νὰ χρησιμοποιήση ὥστε νὰ καταστῆ ἱκανὸς νὰ παρατηρῆ μακρυνὸν ἀντικείμενον καὶ ποῖον τότε τὸ ἐγγύτατον σημεῖον του;

152. Ὀφθαλμὸς δύναται νὰ παρατηρῆ ἀντικείμενα μόνον ὅταν κεῖνται μεταξὺ 50 cm καὶ 300 cm ἀπ' αὐτοῦ. Τί φακοὺς πρέπει νὰ χρησιμοποιήση i) διὰ νὰ αὐξήση τὴν μεγίστην ἀπόστασιν εὐκρινοῦς ὁράσεώς του εἰς τὸ ἄπειρον καὶ ii) διὰ νὰ ἐλαττώση τὴν ἐλαχίστην ἀπόστασιν εὐκρινοῦς ὁράσεώς του εἰς 25 cm. Νὰ εὑρεθῆ ἡ περιοχὴ εὐκρινοῦς ὁράσεως ὅταν χρησιμοποιεῖ ἕκαστον τῶν ἀνωτέρω φακῶν.

153. Τί φακοὺς ἀπαιτεῖται νὰ χρησιμοποιήση ἄνθρωπος τοῦ ὁποίου ἡ ἐλαχίστη ἀπόστασις εὐκρινοῦς ὁράσεως εἶναι 5 cm προκειμένου νὰ ἀναγιγνώσκη ἀνέτως εἰς ἀπόστασιν 20 cm;

154. Μύωψ δύναται νὰ βλέπη εὐκρινῶς ἀντικείμενα μεταξὺ 15 cm καὶ 90 cm ἐκ τοῦ ὀφθαλμοῦ του. Ποίους φακοὺς πρέπει νὰ χρησιμοποιήση προκειμένου νὰ βλέπη μακρυνὸν ἀντικείμενον καὶ ποία θὰ εἶναι τότε ἡ ἐλαχίστη ἀπόστασις εὐκρινοῦς ὁράσεώς του.

Ὀπτικὰ ὄργανα

155. Ἀστρονομικὴ διόπτρα εἶναι ρυθμισμένη εἰς ἄπειρον. Ἐὰν παρατηρήσωμεν δι' αὐτῆς ἕνα ἐπίγειον ἀντικείμενον πρέπει νὰ αὐξήσωμεν κατὰ 1 cm τὴν ἀπόστασιν τοῦ προσοφθαλμίου ἀπὸ τοῦ ἀντικειμενικοῦ διὰ νὰ τὸ ἴδωμεν καὶ πάλιν μέσῳ τῆς διόπτρας εἰς τὸ ἄπειρον. Ζητεῖται ἡ ἀπόστασις τοῦ ἀντικειμένου τούτου ἀπὸ τῆς διόπτρας, ἐὰν ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις τοῦ ἀντικειμενικοῦ εἶναι 120 cm.

156. Ἀστρονομικὴ διόπτρα ἔχει προσοφθάλμιον μὲ $f=4$ cm καὶ εἶναι ρυθμισμένη εἰς ἄπειρον. Ὄπισθεν τοῦ προσοφθαλμίου καὶ εἰς ἀπόστασιν 20 cm ἀπ' αὐτοῦ τίθεται σταθερὸν διάφραγμα. Ποίαν μετατόπισιν πρέπει νὰ ὑποστῆ ὁ προσοφθάλμιος διὰ νὰ λάβωμεν ἐπὶ τοῦ πετάσματος τὸ πραγματικὸν εἴδωλον ἑνὸς ἀστέρος;

157. Μικροσκοπίου ὁ ἀντικειμενικὸς φακὸς δίδει μόνος του μεγέθυνσιν 75, ἐνῶ ὁ προσοφθάλμιος ἔχει ἑστιακὴν ἀπόστασιν 1 cm. Ζητεῖται i) ἡ μεγέθυνσις τοῦ μικροσκοπίου, ii) ἡ γωνία ὑπὸ τὴν ὁποίαν φαίνεται ἀντικεί-

μενον μήκους 1/30 mm διὰ μέσου τοῦ μικροσκοπίου αὐτοῦ. Νὰ ληφθῇ ἐλαχίστη ἀπόστασις εὐκρινοῦς ὁράσεως 25 cm.

158. Ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις τοῦ προσοφθαλμίου συνθέτου μικροσκοπίου εἶναι 2 cm καὶ ἡ τοῦ ἀντικειμενικοῦ 1 cm. Ἡ ἀπόστασις τῶν δύο φακῶν εἶναι 18 cm. Διὰ τοῦ μικροσκοπίου αὐτοῦ παρατηρητής, τοῦ ὁποίου ὁ ὀφθαλμὸς εὑρίσκεται εἰς τὴν ἑστίαν τοῦ προσοφθαλμίου καὶ ἔχει ἐλαχίστην ἀπόστασιν εὐκρινοῦς ὁράσεως 25 cm, παρατηρεῖ μικρὸν ἀντικείμενον. Κατὰ ποίαν φορὰν καὶ κατὰ πόσον πρέπει νὰ μετακινηθῇ τὸ μικροσκόπιον ὡς πρὸς τὸ ἀντικείμετον διὰ νὰ μετατοπισθῇ τὸ εἴδωλον ἐκ τοῦ ἀπείρου εἰς τὴν ἐλαχίστην ἀπόστασιν τῆς εὐκρινοῦς ὁράσεως;

159. Μικροσκοπίου ὁ ἀντικειμενικὸς ἔχει ἰσχὺν 200 m^{-1} καὶ ὁ προσοφθάλμιος 50 m^{-1} καὶ ἡ ἀπόστασίς των εἶναι 15 cm. Διὰ τοῦ μικροσκοπίου θέλομεν νὰ προβάλωμεν τὸ εἴδωλον ἀντικειμένου ἀπέχοντος ἀπὸ πετάσματος 2 m. Νὰ εὑρεθῇ εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ἀντικειμενικοῦ πρέπει νὰ τεθῇ τὸ ἀντικείμενον καὶ πόση ἡ ἐπιτυγχανομένη μεγέθυνσις;

160. Ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις τοῦ ἀντικειμενικοῦ διόπτρας τοῦ Γαλιλαίου εἶναι 20 cm καὶ ἡ τοῦ προσοφθαλμίου 4 cm. i) Ἐὰν τὸ φανταστικὸν εἴδωλον μεμακρυσμένου ἀντικειμένου σχηματίζεται εἰς ἀπόστασιν 20 cm ἀπὸ τοῦ προσοφθαλμίου, πόση εἶναι ἡ ἀπόστασις τῶν δύο φακῶν; ii) Τί γίνεται τὸ εἴδωλον τοῦτο ὅταν ὀπισθοχωρήσῃ ὁ προσοφθάλμιος κατὰ 15 mm;

161. Συγκλίνοντες φακοὶ ἑστιακῶν ἀποστάσεων 3 cm καὶ 5 cm χρησιμοποιοῦνται ἀντιστοίχως ὡς ἀντικειμενικὸς καὶ προσοφθάλμιος ἑνὸς μικροσκοπίου. Ἐὰν τὸ ἀντικείμενον εὑρίσκεται εἰς ἀπόστασιν 3,5 cm ἐκ τοῦ ἀντικειμενικοῦ καὶ τὸ τελικὸν εἴδωλον σχηματίζεται εἰς ἀπόστασιν 25 cm ἐκ τοῦ προσοφθαλμίου ποία ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν κέντρων τῶν φακῶν;

162. Ἕνα μικροσκόπιον ἔχει ἀντικειμενικὸν ἑστιακῆς ἀποστάσεως 0,5 cm καὶ προσοφθάλμιον ἑστιακῆς ἀποστάσεως 2,5 cm. Ἐὰν τὸ τελικὸν εἴδωλον σχηματίζεται εἰς ἀπόστασιν 25 cm ἐκ τοῦ προσοφθαλμίου καὶ ἡ μεγέθυνσις ποὺ δίδει τὸ ὄργανον εἶναι 330, ποία ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν κέντρων τῶν φακῶν;

163. Ἕνα μικροσκόπιον ἀποτελεῖται ἀπὸ ἀντικειμενικὸν ἑστιακῆς ἀποστάσεως 1,5 cm, εὑρισκόμενον εἰς ἀπόστασιν 12 cm ἀπὸ προσοφθαλμίου, ἑστιακῆς ἀποστάσεως 2 cm. Ἀντικείμενον τοποθετεῖται εἰς τοιαύτην θέσιν ὥστε τὸ τελικὸν εἴδωλον τὸ παρατηρούμενον ὑπὸ παρατηρητοῦ νὰ σχηματίζεται 10 cm ἀπὸ τοῦ προσοφθαλμίου. Νὰ συγκριθῇ ἡ γωνία ἡ ὑποτεινομένη ὑπὸ τοῦ εἰδώλου εἰς τὸν προσοφθάλμιον μὲ αὐτὴν τὴν ὁποίαν ὑποτείνει τὸ ἀντικείμενον, τοποθετούμενον εἰς ἀπόστασιν 10cm ἀπὸ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ, δηλ. ἡ γωνιακὴ μεγέθυνσις.

164. Ἄνθρωπος τοῦ ὁποίου ἡ ἐλαχίστη ἀπόστασις εὐκρινοῦς ὁράσεως εἶναι 20 cm χρησιμοποιεῖ μεγεθυντικὸν φακὸν ἑστιακῆς ἀποστάσεως 5 cm κρατᾶ δὲ τοῦτον πλησίον τοῦ ὀφθαλμοῦ του. Ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ θέσις τοῦ ἐξεταζομένου ἀντικειμένου καὶ ποία ἡ ἐπιτυγχανομένη μεγέθυνσις;

165. Αἱ ἑστιακαὶ ἀποστάσεις τοῦ ἀντικειμενικοῦ καὶ τοῦ προσοφθαλμίου ἑνὸς ἀστρονομικοῦ τηλεσκοπίου εἶναι 12 cm καὶ 1 cm ἀντιστοίχως. Τὸ τηλεσκόπιον τίθεται πρὸ κλίμακος εὑρισκομένης εἰς ἀπόστασιν 72 cm

ἀπὸ τοῦ ἀντικειμενικοῦ καὶ τὸ τελικὸν εἴδωλον σχηματίζεται 12 cm ἐκ τοῦ ὀφθαλμοῦ τοῦ παρατηρητοῦ. Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ μῆκος τοῦ τηλεσκοπίου καὶ ἡ μεγέθυνσις ἡ προκαλουμένη ὑπ᾽ αὐτοῦ.

166. Αἱ ἑστιακαὶ ἀποστάσεις τοῦ ἀντικειμενικοῦ καὶ τοῦ προσοφθαλμίου ἑνὸς ἀστρονομικοῦ τηλεσκοπίου εἶναι ἀντιστοίχως 12 cm καὶ 2 cm. i) Πόση ἡ ἀπόστασις τῶν κέντρων τῶν φακῶν, ὅταν χρησιμοποιοῦνται ὑπὸ κανονικοῦ ὀφθαλμοῦ (μεγίστη ἀπόστασις εὐκρινοῦς ὁράσεως τὸ ἄπειρον) διὰ παρατήρησιν τῆς σελήνης καὶ διὰ ρύθμισιν τοῦ τηλεσκοπίου εἰς ἄπειρον; ii) Κατὰ πόσον πρέπει νὰ μετατοπίσωμεν τὸν προσοφθάλμιον ὅταν ὁ παρατηρητὴς στρέψῃ τὸ τηλεσκόπιο διὰ παρατήρησιν δένδρου ἀπέχοντος 240 cm ἐκ τοῦ ἀντικειμενικοῦ χωρὶς νὰ ἀλλάξῃ τὴν προσαρμογὴν τοῦ ὀφθαλμοῦ του (δηλ. νὰ παρατηρῇ τὸ τελικὸν εἴδωλον μέσῳ τοῦ τηλεσκοπίου εἰς ἄπειρον;)

167. Ἀστρονομικὸν τηλεσκόπιον συνίσταται ἐξ ἀντικειμενικοῦ ἑστιακῆς ἀποστάσεως 60 cm. Στρέφομεν τὸ τηλεσκόπιον πρὸς τὴν σελήνην καὶ ρυθμίζομεν τοῦτο ὥστε τὸ τελικὸν εἴδωλον τὸ λαμβανόμενον μέσῳ αὐτοῦ νὰ σχηματίζεται εἰς τὴν ἐλαχίστην ἀπόστασιν εὐκρινοῦς ὁράσεως (25 cm) ἐκ τοῦ προσοφθαλμίου. Θεωροῦντες ὅτι ἡ φαινομένη διάμετρος τῆς σελήνης εἶναι 0,5^0. i) Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ γωνιακὴ μεγέθυνσις καὶ ii) τὸ ὕψος τοῦ εἰδώλου.

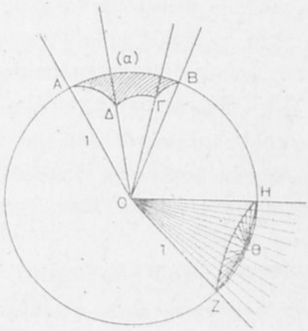
168. Ἀστρονομικὸν τηλεσκόπιον προσαρμόζεται διὰ νὰ δώσῃ τὸ πραγματικὸν εἴδωλον τοῦ ἡλίου ἐπὶ ὀθόνης. Ἐὰν αἱ ἑστιακαὶ ἀποστάσεις ἀντικειμενικοῦ καὶ προσοφθαλμίου εἶναι 100 cm καὶ 2,5 cm ἀντιστοίχως καὶ τὸ λαμβανόμενον εἴδωλον τοῦ ἡλίου ἐπὶ ὀθόνης τοποθετουμένης εἰς ἀπόστασιν 30 cm ἐκ τοῦ προσοφθαλμίου ἔχει 9,6 cm, νὰ εὑρεθῇ ἡ γωνία τὴν ὁποίαν ὁ ἥλιος ὑποτείνει εἰς τὸ κέντρον τοῦ ἀντικειμενικοῦ.

169. Τηλεσκόπιον τοῦ Γαλιλαίου ἔχει ἀντικειμενικὸν ἑστιακῆς ἀποστάσεως 12 cm καὶ προσοφθάλμιον ἑστιακῆς ἀποστάσεως 5 cm. Τὸ τηλεσκόπιον τοῦτο στρέφεται πρὸς μακρυνὸν ἀντικείμενον καὶ ρυθμίζεται εἰς τρόπον ὥστε τὸ τελικὸν εἴδωλον τὸ ὁρώμενον ὑπὸ τοῦ ὀφθαλμοῦ νὰ φαίνεται εἰς ἀπόστασιν 30 cm ἐκ τοῦ προσοφθαλμίου. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ ἐπιτυγχανομένη γωνιακὴ μεγέθυνσις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ VIII

'Αρχαὶ τῆς φωτομετρίας-Φωτόμετρα

§ 61. **Τὸ στερεακτίνιον.** Καλεῖται *στερεακτίνιον* (ἢ «μονὰς τῶν στερεῶν γωνιῶν»), στερεὰ γωνία τοιαύτη ὥστε, ἂν γραφῆ σφαῖρα μὲ κέντρον τὴν κορυφήν της καὶ ἀκτῖνα 1 m, τὸ ἐντὸς τῆς στερεᾶς γωνίας περιεχόμενον μέρος τῆς σφαιρικῆς ἐπιφανείας, νὰ ἔχῃ ἐμβαδὸν 1 m² (σχ. 121).



Σχ. 121

Στερεακτίνιον. Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ σφαιρ. πολυγώνου (α) ἢ τῆς σφαιρ. ζώνης ΘΗΖ εἶναι 1 τετραγ. μέτρον εἰς σφαῖραν ἀκτῖνος 1 μέτρου.

Στερεὰ γωνία ***Ω στερεακτινίων,*** θ' ἀποκόπτῃ ἀπὸ τῆς ἀνωτέρω μοναδιαίας σφαίρας, ἐμβαδὸν Ω m². Ἐὰν μία στερεὰ γωνία, Ω στερεακτινίων ἔχει τὴν κορυφήν της εἰς τὸ κέντρον σφαίρας ἀκτῖνος R m, τότε, ἀποκόπτει ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας, ἐμβαδὸν $R^2\Omega$ m².

§ 62. **Φωτεινὴ ροὴ καὶ ἔντασις φωτεινῆς πηγῆς.** Ἐπειδὴ τὸ φῶς εἶναι μία μορφὴ ἐνεργείας, διὰ τοῦτο ἠμποροῦμεν νὰ ὁμιλοῦμεν περὶ τοῦ ποσοῦ τοῦ φωτὸς τὸ ὁποῖον ἐκπέμπει μία φωτεινὴ πηγή.

Τὸ ποσὸν τῆς φωτεινῆς ἐνεργείας τὸ ὁποῖον ἐκπέμπει συνολικῶς ἡ πηγή, καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις, εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου καλεῖται «ὁλικὴ φωτεινὴ ροὴ» (Φ) τῆς πηγῆς.

Καλεῖται ἔντασις ἢ ἰσχὺς (J) σημειακῆς φωτεινῆς πηγῆς κατὰ μίαν δεδομένην διεύθυνσιν, ἡ φωτεινὴ ροὴ (=φωτεινὴ ἐνέργεια ἀνὰ sec) ***τὴν ὁποίαν ἐκπέμπει ἡ πηγὴ ἐντὸς στερεᾶς γωνίας ἑνὸς στερεακτινίου κατὰ τὴν διεύθυνσιν ταύτην.***

Ἡ ἔντασις J δύναται νὰ ὁρισθῆ καὶ ὡς: *ποσὸν φωτεινῆς ἐνεργείας* ρέχουν ἔντασιν φωτεινῆς πηγῆς ἔχουσαν ὡρισμένην σχέσιν μὲ τὸ ἀνωτέρω ὁρισθὲν «κηρίον» (ἢ νέον κηρίον).

β΄) **Τὸ Λοῦμεν (Lumen = Lm).** ***Ἡ μονὰς φωτεινῆς ροῆς καλεῖται Λοῦμεν (Lm) καὶ ἰσοῦται μὲ τὸ ποσὸν τῆς φωτεινῆς ἐνεργείας τὴν ὁποίαν ἐκπέμπει ἀνὰ sec ἰσότροπος φωτεινὴ πηγὴ μικρῶν διαστάσεων, ἐντάσεως ἑνὸς κηρίου (Ν. Κ.) μέσα εἰς στερεὰν γωνίαν ἑνὸς στερεακτινίου (§ 61).*** Ἐπειδὴ δὲ ἡ σφαῖρα ὁλόκληρος, περιέχει 4π στερεακτίνια ἕπεται ὅτι ὁμοιόμορφος φωτεινὴ πηγὴ ἐντάσεως ἑνὸς κηρίου ἐκπέμπει ὁλικὴν φωτεινὴν ἐνέργειαν 4π Lumen. Τοῦτο προκύπτει καὶ ἐκ τοῦ τύπου $\Phi = 4\pi J$ (§ 62) ὅταν $J = 1$ (τὸ J εἰς κηρία, τὸ Φ εἰς Lumen). Γενικώτερον, Lumens = Κηρία × στερεακτίνια.

γ΄) **Τὸ Lux.** ***Ἡ μονὰς φωτισμοῦ (§ 63) καλεῖται Lux** καὶ ὁρίζεται ὡς ὁ **φωτισμὸς ἐπιφανείας τεθείσης καθέτως πρὸς τὰς ἀκτῖνας καὶ εἰς ἀπόστασιν ἑνὸς μέτρου ἀπὸ φωτεινῆς πηγῆς ἐντάσεως ἑνὸς κηρίου.***

Δηλαδή, φωτεινὴ πηγὴ ἑνὸς κηρίου, δίδει εἰς ἀπόστασιν ἑνὸς μέτρου, κάθετον φωτισμόν, ἑνὸς Lux. Εἰς ἀπόστασιν R μέτρων θὰ δίδῃ κάθετον φωτισμὸν $1/R^2$ Lux (νόμος τῶν ἀποστάσ ων). Τέλος, φωτεινὴ πηγὴ J κηρίων, θὰ δίδῃ εἰς ἀπόστασιν R μέτρων, κάθετον φωτισμὸν J/R^2 Lux καὶ πλάγιον φωτισμόν, $J\sigma\upsilon\nu\alpha/R^2$ Lux (§ 63, τύπος (1)). Ἑπομένως, ὁ τύπος τοῦ φωτισμοῦ: $E = J\sigma\upsilon\nu\alpha/R^2$ δέον νὰ χρησιμοποιεῖται μέ: **J εἰς κηρία, R εἰς μέτρα, E εἰς Lux.**

Ἀπὸ τοὺς ὁρισμούς, δυνάμεθα νὰ ἴδωμεν ὅτι φωτισμὸς ἑνὸς Lux προκαλεῖται ἀπὸ 1 Lumen προσπῖπτον ἐπὶ ἑνὸς m^2 τεθέντος καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῶν ἀκτίνων.

§ 65. Φωτόμετρα. Καλοῦνται φωτόμετρα τὰ ὄργανα διὰ τῶν ὁποίων μετροῦμεν τὴν ἔντασιν μιᾶς φωτεινῆς πηγῆς, συγκρίνοντες αὐτὴν πρὸς τὴν ἔντασιν μιᾶς ἄλλης, ἡ ὁποία εἴτε ἔχει ληφθῆ ὡς μονὰς εἴτε ἔχει γνωστὴν σχέσιν πρὸς τὴν μονάδα.

Ἡ ἀρχὴ λειτουργίας τῶν φωτομέτρων εἶναι ἡ ἑξῆς:

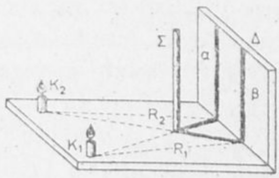
Ἐὰν δύο ἐπιφάνειαι φωτίζονται καθέτως καὶ ***ἐξ ἴσου*** (λαμβάνουν τὸν αὐτὸν φωτισμὸν) ἡ μὲν μία ἀπὸ φωτεινὴν πηγὴν K_1, ἀπέχουσαν ἀπ᾽ αὐτῆς R_1, ἡ δὲ ἄλλη ἀπὸ ἄλλην φωτεινὴν πηγὴν K_2 ἀπέχουσαν ἀπ᾽ αὐτῆς R_2, ***τότε αἱ ἐντάσεις τῶν δύο φωτεινῶν πηγῶν εἶναι ἀνάλογοι πρὸς τὰ τετράγωνα τῶν ἀποστάσεών των ἀπὸ τὰς δύο ἐπιφανείας τὰς ὁποίας ἰσάκις φωτίζουν.***

Πράγματι, ἂν J_1 ἡ ἔντασις τῆς πρώτης καὶ J_2 ἡ τῆς δευτέρας φωτεινῆς πηγῆς, τότε κατὰ τὸν τύπον (2), § 63, ἡ πρώτη ἐπιφάνεια θὰ λαμβάνῃ φωτισμόν, $E = J_1 / R_1^2$ ἡ δὲ δευτέρα: $E = J_2 / R_2^2$. Συνεπῶς:

$$(1) \qquad \frac{J_1}{J_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} \qquad \text{(Τύπος τῶν φωτομέτρων)}$$

Σημειωτέον ὅτι ὁ ὀφθαλμὸς διακρίνει καὶ ἐλαχίστας διαφορὰς φωτισμοῦ. Τούτου δὲ γίνεται χρῆσις διὰ τὴν διαπίστωσιν ὅτι αἱ δύο ἐπιφάνειαι φωτίζονται ἐξ ἴσου.

Φωτόμετρον τοῦ Rumford. Αἱ δύο φωτειναὶ πηγαὶ K_1, K_2 ἵστανται πρὸ λευκοῦ πετάσματος Δ πλησίον τοῦ ὁποίου εὑρίσκεται τὸ ἀδιαφανὲς στέλεχος Σ:



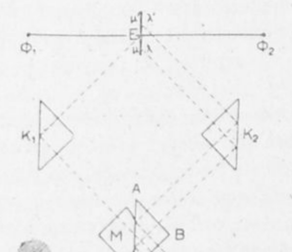
Σχ. 123
Φωτόμετρον διὰ σκιῶν

Τοποθετοῦμεν τὰς πρὸς σύγκρισιν πηγὰς K_1, K_2 εἰς ἀποστάσεις R_1, R_2 ἀπὸ τοῦ Δ εἰς τρόπον ὥστε αἱ δύο σκιαὶ α, β τοῦ στελέχους νὰ φαίνωνται ἐξ ἴσου σκιεραὶ (ἰσοβαθεῖς). Τότε ἡ β φωτίζεται ἀπὸ τὴν K_1 μὲ ὅσην ἔντασιν φωτίζεται ἡ α ἀπὸ τὴν K_2.

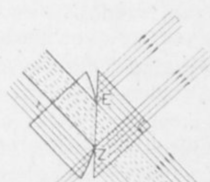
Μεταξὺ τῶν ἐντάσεων J_1, J_2 τῶν δύο πηγῶν θὰ ὑφίσταται τότε ἡ σχέσις (βλ. τύπον (1)):

$$J_1 : J_2 = R_1^2 : R_2^2.$$

Φωτόμετρον τῶν Lummer καὶ Brodhun. Τοῦτο χρησιμεύει



Σχ. 124



Σχ. 124α

Φωτόμετρον Lummer–Brodhun

δι᾽ ἀκριβεστέρας μετρήσεις. Ἡ διάταξις καὶ ἡ λειτουργία του φαίνονται ἀπὸ τὸ σχ. 124. Αἱ δύο ὄψεις μικροῦ λευκοῦ διαφράγματος Ε φωτίζονται ἀπὸ δύο φωτεινὰς πηγὰς Φ_1, Φ_2 κειμένας ἑκατέρωθεν τοῦ Ε. Ὁ παρατηρητὴς βλέπει διὰ τῆς διόπτρας Δ τὴν φωτιζομένην ὄψιν μμ′ τοῦ διαφράγματος διότι αἱ ἐξ αὐτῆς ἀκτῖνες ἀνακλώμεναι ἐπὶ τοῦ κατόπτρου K_1 (ἢ πρίσματος ὁλικῆς ἀνακλάσεως) διέρχονται διὰ τοῦ συστήματος τῶν δύο ὑαλίνων πρισμάτων Μ καὶ ΑΒΓ, ἐν μέρει κατὰ τὸ τμῆμα ἐπαφῆς αὐτῶν (ἴδε σχ. 124α). Συγχρόνως ὅμως βλέπει καὶ φῶς προερχόμενον ἀπὸ τὴν ὄψιν λλ′, τὸ ὁποῖον ἀνακλᾶται ἐπὶ τοῦ κατόπτρου K_2 καὶ ἐπὶ τῆς ἕδρας ΑΓ τοῦ πρίσματος. Ὁ παρατηρητὴς ἑπομένως βλέπει δύο ἐλλείψεις 1 καὶ 2 ἐξ ὧν ἡ μία περιβάλλει τὴν ἄλλην. Ἡ ἐσωτερικὴ προέρχεται ἀπὸ τὸ φῶς μόνον τῆς μμ′, ἐνῶ ἡ ἐξωτερικὴ μόνον ἀπὸ τὸ τῆς λλ′. Διότι τὸ ἐκ τῆς λλ′ φῶς τὸ προσπῖπτον ἐπὶ τοῦ κοινοῦ μέρους ΕΖ (σχ. 124α) δὲν ἀνακλᾶται, ἀλλὰ διέρχεται. Αἱ δύο αὐταὶ ἐλλείψεις φαίνονται ἐξ ἴσου φωτειναὶ ὅταν αἱ ἐπιφάνειαι λλ′ καὶ μμ′ λαμβάνουν τὸν αὐτὸν φωτισμόν, ὁπότε πληροῦται ἡ σχέσις:

$$J_1 : J_2 = R_1^2 : R_2^2.$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

170. Λαμπτὴρ ἰσχύος 50 Ν.Κ. καὶ ἕτερος 10 Ν.Κ. εὑρίσκονται ἑκατέρωθεν τοῦ διαφράγματος ἑνὸς φωτομέτρου καὶ παρέχουν τὸν αὐτὸν φωτισμὸν εἰς τὰς δύο ὄψεις τοῦ διαφράγματος. Ἐὰν ὁ πρῶτος ἀπέχη 60 cm ἀπὸ τοῦ διαφράγματος, πόσον ἀπέχει ὁ δεύτερος;

171. Ἑκατέρωθεν διαφράγματος ὑπάρχουν δύο λαμπτῆρες ἰσχύων 40 καὶ 25 κηρίων καὶ εἰς ἀποστάσεις 60 cm καὶ 50 cm ἀντιστοίχως. Ποῦ πρέπει νὰ τοποθετηθῇ τρίτος λαμπτήρ, ἐντάσεως 4 κηρίων ἵνα αἱ δύο ὄψεις φωτίζονται ἐξ ἴσου;

172. Λαμπτὴρ ἰσχύος 100 κηρίων εἶναι ἐξηρτημένος ὑπεράνω τοῦ κέντρου τραπέζης καὶ εἰς ὕψος 120 cm ἀπ᾽ αὐτῆς. Ποῖον φωτισμὸν δέχεται σημεῖον τῆς τραπέζης εὑρισκόμενον εἰς ἀπόστασιν 90 cm ἀπὸ τοῦ κέντρου;

173. Δύο φωτειναὶ πηγαὶ προκαλοῦν ἴσους φωτισμοὺς ἐπὶ τοῦ διαφράγματος ἑνὸς φωτομέτρου τιθέμεναι εἰς ἀποστάσεις 40 cm καὶ 60 cm ἀντιστοίχως ἀπὸ τούτου. Ἐπίπεδον κάτοπτρον τίθεται 5 cm πέραν τῆς ἀσθενεστέρας φωτεινῆς πηγῆς οὕτως ὥστε νὰ ρίπτῃ τὸ ἐπ᾽ αὐτοῦ ἀνακλώμενον φῶς τῆς πηγῆς ταύτης, πάλιν ἐπὶ τοῦ φωτομετρικοῦ διαφράγματος. Εὑρίσκεται τότε ὅτι ἡ ἰσχυροτέρα πηγὴ δέον νὰ πλησιάσῃ κατὰ 11 cm πρὸς τὸ διάφραγμα διὰ ν᾽ ἀποκατασταθῇ ἡ ἰσότης φωτισμοῦ. Ποῖον ποσοστὸν τοῦ ἐπ᾽ αὐτοῦ προσπίπτοντος φωτὸς ἀνακλᾷ τὸ κάτοπτρον;

174. Ἠλεκτρικὸς λαμπτὴρ πυρακτώσεως, θεωρούμενος ὡς ἰσότροπος σημειακὴ φωτεινὴ πηγὴ ἰσχύος 60 Watt, παρέχει φωτεινὴν ἰσχὺν 66,5 Ν.Κη-

ρίων. i) Ποία ἡ ὁλικὴ φωτεινὴ ροὴ τὴν ὁποίαν ἐκπέμπει ὁ λαμπτήρ; ii) Ποῖον ποσοστὸν τῆς καταναλισκομένης ὑπὸ τοῦ λαμπτῆρος ἐνεργείας μετατρέπεται εἰς φωτεινὴν ἐνέργειαν γνωστοῦ ὄντος ὅτι 1 N.K. ἰσοδυναμεῖ μὲ 0,0016 Watt;

175. Πόσα Lumen προσπίπτουν ἐπὶ ἐπιφανείας 2×4 m^2 ἡ ὁποία ἔχει ὁμοιόμορφον φωτισμὸν 6 Lux;

176. Φωτεινὴ πηγὴ προκαλεῖ ἐπὶ τοῦ δαπέδου καὶ ὑπὸ κάθετον πρόσπτωσίν φωτισμὸν 80 Lux. Νὰ εὑρεθῇ ὁ φωτισμὸς εἰς ἕτερον σημεῖον τοῦ δαπέδου, εἰς τὸ ὁποῖον, αἱ ἀκτῖνες τῆς πηγῆς προσπίπτουν ὑπὸ γωνίαν 60^0 (ὡς πρὸς τὴν κάθετον).

177. Τρεῖς λυχνίαι ἐντάσεως 200 κηρίων ἑκάστη εὑρίσκονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας. Ἑκάστη τῶν δύο ἀκραίων ἀπέχει τῆς μεσαίας 4 m. Αἱ λυχνίαι φωτίζουν μικρὰν ἐπιφάνειαν εὑρισκομένην κάτωθεν τῆς μεσαίας καθέτως φωτιζομένην ὑπὸ τῆς μεσαίας καὶ εἰς ἀπόστασιν ἀπ' αὐτῆς 3m. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἔντασις μιᾶς λυχνίας τιθεμένης εἰς τὴν θέσιν τῆς μεσαίας καὶ φωτιζούσης τὴν μικρὰν ἐπιφάνειαν ἐξ ἴσου ὡς καὶ αἱ τρεῖς ὁμοῦ.

178. Δύο φωτειναὶ πηγαὶ τοποθετημέναι εἰς τὰ σημεῖα Α καὶ Β ἔχουν λόγον ἐντάσεων $\frac{I_A}{I_B} = \sqrt{3}$. Περὶ τὸ μέσον Ο τῆς ΑΒ στρέφεται στέλεχος μήκους (ΟΓ)=(ΟΒ)=(ΟΑ) εἰς τὸ ἄκρον Γ τοῦ ὁποίου εὑρίσκεται μικρὰ ἐπίπεδος ἐπιφανεια στρεφομένη καὶ αὐτὴ ὥστε νὰ εἶναι κάθετος εἰς τὴν ΑΒ. Ζητεῖται ἡ γωνία στροφῆς $\sphericalangle$ ΓΟΒ διὰ τὴν ὁποίαν αἱ δύο ὄψεις τῆς ἐπιπέδου ἐπιφανείας νὰ δέχωνται τὸν αὐτὸν φωτισμόν.

179. Δύο λαμπτῆρες Α καὶ Β προκαλοῦν ἴσους φωτισμοὺς ἐπὶ φωτομετρικοῦ διαφράγματος ὅταν ἀπέχουν ἀντιστοίχως 30 cm καὶ 60 cm. Ἐπίπεδον κάτοπτρον μὲ τὴν ἀνακλαστικήν του ἐπιφάνειαν κάθετον ἐπὶ τὴν φωτομετρικὴν κλίμακα τοποθετεῖται εἰς ἀπόστασιν 7,5 cm ὄπισθεν τοῦ λαμπτῆρος Α. Διὰ νὰ ἐπιτύχωμεν τότε ἴσον φωτισμὸν ἐπὶ τοῦ φωτομετρικοῦ διαφράγματος πρέπει νὰ πλησιάσωμεν τὸν Β πρὸς τὸ διάφραγμα κατὰ 9 cm. Νὰ εὑρεθῇ ποῖον κλάσμα τοῦ προσπίπτοντος ἐπὶ τοῦ κατόπτρου φωτὸς ἀνακλᾶται ὑπὸ τούτου.

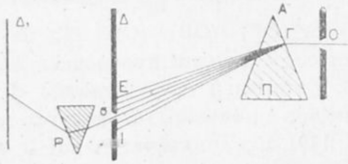
180. Διάφραγμα φέρει κυκλικὴν ὀπὴν διαμέτρου $\delta=10$ cm. Ἐπὶ τῆς εὐθείας (καθέτου ἐπὶ τὸ διάφραγμα) τῆς διερχομένης διὰ τοῦ κέντρου τῆς ὀπῆς καὶ εἰς ἀπόστασιν $r=2$ cm ἀπ' αὐτῆς, εὑρίσκεται φωτεινὴ πηγὴ μικρῶν διαστάσεων. Ἐὰν ἡ διὰ τῆς ὀπῆς διερχομένη φωτεινὴ ροὴ εἶναι ἴση πρὸς 0,05 Lm, ποία ἡ φωτεινὴ ἰσχὺς τῆς πηγῆς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ὀπῆς;

181. Δωμάτιον σχήματος κύβου πλευρᾶς 5 m ἔχει εἰς τὸ κέντρον του ἰσότροπον σημειακὴν πηγὴν φωτεινῆς ἰσχύος 1000 N.K. i) Ποία ἡ αὔξησις εἰς τὸν φωτισμὸν τοῦ κέντρου τοῦ πατώματος, ἐὰν ὁ εἷς τῶν πλευρικῶν τοίχων καταστῇ τέλειον κάτοπτρον. ii) Ποία ἡ αὔξησις τοῦ φωτισμοῦ εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον, ἐὰν δύο συνεχόμενοι πλευρικοὶ τοῖχοι καταστοῦν τέλεια κάτοπτρα;

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ IX

Φάσματα φωτεινῶν πηγῶν

§ **66. Ἀνάλυσις τοῦ λευκοῦ φωτός.** α΄) Ἐὰν παράλληλος δέσμη ἡλιακοῦ φωτὸς ΟΓ εἰσερχομένη ἐντὸς σκοτεινοῦ θαλάμου προσπέσῃ ἐπὶ ὑαλίνου πρίσματος Π τότε ὄχι μόνον ἐκτρέπεται πρὸς τὴν βάσιν τοῦ πρίσματος, ἀλλὰ καὶ διασπᾶται εἰς φωτεινὰς ἀκτῖνας διαφόρων χρωμάτων. Πράγματι ἐπὶ τοῦ πετάσματος Δ λαμβάνομεν ἔγχρωμον ταινίαν ΕΙ τῆς ὁποίας τὸ ἀνώτερον μέρος εἶναι ἐρυθρὸν τὸ δὲ κατώτερον ἰῶδες (σχ. 125). Ὥστε ἡ ἐκτροπὴ τοῦ ἐρυθροῦ φωτὸς εἶναι ἡ ἐλαχίστη, τοῦ δὲ ἰώδους ἡ μεγίστη. Μεταξὺ τῶν δύο τούτων ἀκραίων χρωμάτων μεσολαβοῦν πλεῖστα ἄλλα χρώματα τῶν ὁποίων τὸ ἀκριβὲς πλῆθος, λόγῳ τῆς βαθμιαίας μεταβάσεως ἀπὸ τοῦ ἑνὸς χρώματος εἰς τὸ ἄλλο δὲν ἠμπορεῖ νὰ καθορισθῇ. Ξεχωρίζουν ὅμως κατὰ σειρὰν ἓξ χρώματα: ἐρυθρόν, πορτοκαλόχρουν, κίτρινον, πράσινον, κυανοῦν, ἰῶδες. Ὁλόκληρος ἡ ἔγχρωμος ταινία καλεῖται *συνεχὲς φάσμα* (ἡλιακόν), τὸ δὲ φαινόμενον αὐτὸ λέγεται *ἀνάλυσις τοῦ (ἡλιακοῦ) φωτός*.



Σχ. 125
Ἀνάλυσις τοῦ λευκοῦ φωτὸς

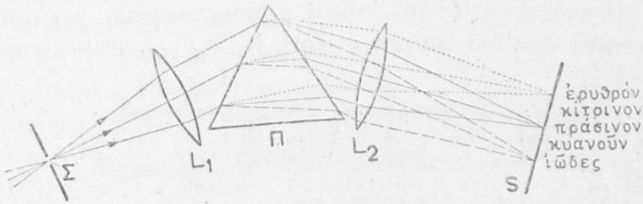
Ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἕπεται ὅτι τὸ ἡλιακὸν φῶς δὲν εἶναι ἁπλοῦν φῶς ἀλλὰ σύγκειται ἀπὸ τὰς διαφοροχρώμους ἀκτῖνας τοῦ φάσματος. Γίνεται δὲ ἀνάλυσις τοῦ φωτὸς αὐτοῦ διότι τὰ συνιστῶντα αὐτὸ χρώματα ἐκτρέπονται ἀνίσως ὑπὸ τοῦ πρίσματος, δηλ. ἔχουν διαφορετικοὺς δείκτας διαθλάσεως ὡς πρὸς τὴν ὕαλον: τὸ ἐρυθρὸν τὸν μικρότερον καὶ τὸ ἰῶδες τὸν μεγαλύτερον.

Ὁ Newton ὅστις ἐξηκρίβωσε πρῶτος τὸ γεγονὸς αὐτὸ (1704) ἀπέδειξεν ὅτι δυνάμεθα ν' ἀνασυνθέσωμεν τὸ λευκὸν φῶς ἐκ τῶν συνιστώντων αὐτὸ χρωμάτων. Πράγματι, ἂν ταχέως ταλαντεύωμεν τὸ πρίσμα Π κατὰ μικρὰν γωνίαν περὶ τὴν ἀκμήν του, τὰ χρώματα τῆς ταινίας ἀναμιγνύονται εἰς τὴν ὅρασίν μας καὶ παρέχουν τὴν ἐντύπωσιν τοῦ λευκοῦ.

Καλλίτερον γίνεται ἡ σύνθεσις τῶν συνιστώντων τὸ λευκὸν χρωμάτων, διὰ φακοῦ ὁ ὁποῖος συγκεντρώνει τὴν δέσμην ΕΓΙ εἰς λευκὸν φῶς.

Τὰ χρώματα τοῦ φάσματος εἶναι ἁπλᾶ, δηλ. ἕκαστον τούτων δὲν ἀναλύεται περαιτέρω. Πράγματι, ἐὰν διὰ σχισμῆς σ ὑπαρχούσης εἰς τὸ διάφραγμα (σχ. 125) καὶ εἰς τὴν περιοχὴν λ. χ. τοῦ πρασίνου μέρους τοῦ φάσματος διέλθῃ λεπτὴ δέσμη πρασίνου φωτός καὶ προσπέσῃ ἀκολούθως ἐπὶ δευτέρου πρίσματος Ρ μᾶς δίδει ἐπὶ πετάσματος Δ_1 πάλιν τὸ πράσινον χρῶμα.

β΄) **Καθαρὸν φάσμα.** Τὸ φάσμα τοῦ ἡλιακοῦ (ἢ ἄλλου οἱουδήποτε) φωτός, φαίνεται καθαρώτερα μὲ τὴν ἀκόλουθον διάταξιν



Σχ. 126
Πρὸς σχηματισμὸν καθαροῦ φάσματος

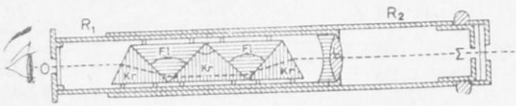
(Fraunhofer): Λεπτὴ σχισμὴ Σ (σχ. 126) κάθετος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ σχήματος καὶ κειμένη εἰς τὸ ἑστιακὸν ἐπίπεδον φακοῦ L_1, φωτίζεται ἐξ ἀριστερῶν. Τὸ διὰ τῆς σχισμῆς διερχόμενον φῶς, μετατρέπεται διὰ τοῦ L_1 εἰς παράλληλον φωτεινὴν δέσμην καὶ προσπίπτει ἐπὶ πρίσματος Π ἔχοντος τὴν ἀκμήν του παράλληλον τῇ σχισμῇ. Αἱ διαφόρων χρωμάτων ἀκτῖνες ἐξ ὧν συνίσταται τὸ διὰ τοῦ Π διερχόμενον φῶς, ἐκτρέπονται ἀνίσως (ἔχουν διάφορον διαθλαστικότητα) καὶ τὸ φῶς ἀναλύεται. (Εἰς τὸ σχ. 126 ἐρυθραὶ ἀκτῖνες εἶναι αἱ ἐστιγμέναι, πράσιναι αἱ συνεχεῖς καὶ ἰώδεις αἱ διακεκομέναι). Ἀκολούθως τὸ φῶς προσπίπτει ἐπὶ δευτέρου φακοῦ L_2. Μέχρις ἐδῶ, αἱ ἀκτῖνες τοῦ ἰδίου χρώματος (τοῦ ἰδίου δ.δ.) παραμένουν παράλληλοι μεταξύ των. Κατὰ συνέπειαν συγκεντροῦνται ὅλαι ἐπὶ τοῦ ἑστιακοῦ ἐπιπέδου S τοῦ L_2 καὶ δημιουργοῦν ἐπὶ τοῦ πετάσματος S ἔγχρωμον συνεχῆ ταινίαν ἥτις εἶναι τὸ *καθαρὸν φάσμα* τοῦ διὰ τῆς Σ διερχομένου φωτός.

γ΄) **Φασματοσκόπια.** Συσκευαὶ διὰ τὴν παρατήρησιν καὶ μελέτην τῶν φασμάτων καλοῦνται *φασματοσκόπια* ἢ *φασματόμετρα.*

Ἡ κατασκευὴ ἑνὸς φασματοσκοπίου βασίζεται εἰς τὴν ἀνωτέρω διάταξιν τοῦ σχ. 126 δι᾽ ἧς δημιουργεῖται τὸ καθαρὸν φάσμα. Εἰς τὸ φασματοσκόπιον, τὸ πέτασμα S δὲν ὑπάρχει, ἐνῷ ὁ φακὸς L_2 εἶναι ὁ ἀντικειμενικὸς μιᾶς διόπτρας ρυθμισμένης εἰς ἄπειρον (§ 57, i). Τὸ φάσμα, σχηματιζόμενον εἰς τὸ κοινὸν ἑστιακὸν ἐπίπεδον ἀντικειμενικοῦ καὶ προσοφθαλμίου, παρατηρεῖται διὰ τοῦ προσοφθαλμίου μεγεθυσμένον καὶ εὐκρινές. Φυσικά, ἡ εἴσοδος ξένου φωτὸς εἰς τὴν διόπτραν πρέπει νὰ ἐμποδίζεται καὶ τοῦτο ἐπιτυγχάνεται διὰ σωλήνων ἐντὸς τῶν ὁποίων διαδίδονται αἱ ἀκτῖνες τοῦ ἐξεταζομένου φωτὸς καὶ δι᾽ ἄλλων σχετικῶν προφυλάξεων.

Διὰ τὴν φωτογράφησιν τῶν φασμάτων, τίθεται εἰς τὴν θέσιν τοῦ πετάσματος S (σχ. 126), φωτογραφικὴ πλάξ. Τὸ ὄργανον τότε λέγεται *φασματογράφος*.

Κατασκευάζονται ἐπίσης, ἁπλᾶ *«φασματοσκόπια τῆς τσέπης»* ἀποτελούμενα ἀπὸ ἕνα διπλοῦν σωλῆνα R_1, R_2 (σχ. 127) μεταβλητοῦ



Σχ. 127

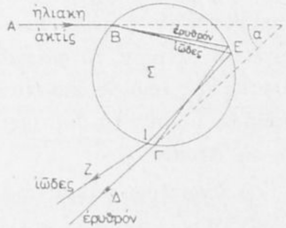
Φασματοσκόπιον τσέπης. R_1, R_3 συρτὸς σωλήν, L φακός, Σ σχισμή, Kr στεφανύαλος, Fl πυριτύαλος, O, προσοφθάλμιος.

μήκους ἐντὸς τοῦ ὁποίου τίθενται ἀλληλοδιαδόχως κατάλληλα πρίσματα διαφόρου διαθλαστικότητος (στεφανύαλος (Krown) καὶ πυριτύαλος (Flint)). Τὸ σύστημα τῶν πρισμάτων τούτων δημιουργεῖ μίαν ἀνάλυσιν τοῦ φωτὸς καὶ συνεπῶς καὶ φάσμα, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι τὸ μεσαῖον μέρος τοῦ φάσματος δὲν παρουσιάζει ἐκτροπήν, δηλαδὴ εἶναι εὐθυγραμμισμένον μὲ τὰς εἰσερχομένας φωτεινὰς ἀκτίνας. *(Πρίσματα εὐθυσκοπίας)*. Ἑπομένως, ἀποφεύγεται ἡ κάμψις τῶν φωτεινῶν ἀκτίνων ὅπως συμβαίνει μὲ τὸ ἁπλοῦν πρῖσμα (σχ. 125) καὶ ἡ παρατήρησις γίνεται ἀπ᾽ εὐθείας ὡς διὰ διόπτρας (σχ. 127).

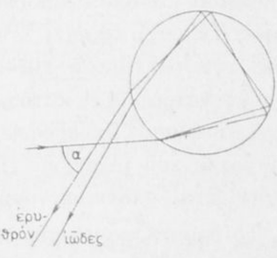
δ΄) **Γραμμαὶ τοῦ Fraunhofer.** Τὸ ἡλιακὸν φάσμα διατέμνεται ἀπὸ μεγάλο πλῆθος λεπτῶν, σκοτεινῶν, γραμμῶν αἱ ὁποῖαι ὀνομάζονται *«γραμμαὶ (ἢ ραβδώσεις) τοῦ Fraunhofer»*.

Αἱ ἐμφανέστεραι ἐξ αὐτῶν ὀνομάζονται κατὰ σειράν, μὲ τὰ γράμματα A, B, C, D, E, F, G, H.... Ἡ διάταξις τῶν «ραβδώσεων» εἶναι πάντοτε ἡ αὐτή, οἱαδήποτε καὶ ἂν εἶναι ἡ διαθλαστικὴ οὐσία τοῦ πρίσματος. Αἱ A, B, C εὑρίσκονται πάντοτε εἰς τὴν περιοχὴν τοῦ ἐρυθροῦ, ἡ D εἰς τὴν τοῦ κιτρίνου, ἡ F εἰς τὴν τοῦ κυανοῦ καὶ ἡ H εἰς τὴν τοῦ ἰώδους. Ἡ παρουσία τῶν γραμμῶν Fraunhofer ἐξηγεῖται εἰς τὴν § 67.

ε΄) **Οὐράνιον τόξον.** Ἡ ἐμφάνισις τοῦ «οὐρανίου τόξου» ἐξηγεῖται διὰ τῆς διαθλάσεως καὶ ἀνακλάσεως τοῦ ἡλιακοῦ φωτὸς μέσα εἰς τὰς σταγόνας τῆς βροχῆς. Κάθε ἀκτὶς τοῦ ἡλίου προσπίπτουσα μὲ κατάλληλον κλίσιν ἐπὶ τῆς σταγόνος Σ ὅπως ἡ AB τοῦ σχ. 128 ***ὑφίσταται πρῶτον ἀνάλυσιν,*** ἀκολούθως ***ἀνακλᾶται ἐν μέρει*** ἐπὶ τῆς σφαιρικῆς ἐπιφανείας τῆς σταγόνος εἰς τὴν περιοχὴν E καὶ ἐξέρχεται κατὰ τὴν δέσμην ΓΔΖΙ. Τὸ ἰῶδες μέρος τοῦ ἡλιακοῦ φωτὸς ὑφίσταται τὴν μεγίστην ἐκτροπὴν καὶ τὸ ἐρυθρὸν τὴν ἐλαχίστην. Αἱ ἐξερχόμεναι τῆς σταγόνος ἀκτῖνες σχηματίζουν μέσην γωνίαν $\alpha = 41^0$ μὲ τὴν διεύθυνσιν τῶν ἡλιακῶν, αἱ ἰώδεις ὀλίγον μεγαλυτέραν καὶ αἱ ἐρυθραὶ ὀλίγον μικροτέραν. Δι᾽ αὐτὸ τὸ οὐράνιον τόξον τὸ βλέπομεν πρὸς τὸ ἀντίθετον μέρος τοῦ οὐρανοῦ ἀπὸ ἐκεῖνο ποὺ εὑρίσκεται ὁ ἥλιος· ἔχει δὲ σχῆμα κυκλικῆς ταινίας μὲ τὰ γνωστὰ χρώματα.



Σχ. 128
Πρὸς ἐξήγησιν τοῦ οὐρανίου τόξου.



Σχ. 129

Διὰ διπλῆς ἀνακλάσεως τοῦ φωτὸς ἐντὸς τῆς σταγόνος (σχ. 129) δύναται νὰ δημιουργηθῇ δεύτερον οὐράνιον τόξον εἰς τὸ ὁποῖον ἡ σειρὰ τῶν χρωμάτων εἶναι ἀνεστραμμένη.

§ 67. Φάσματα ἐκπομπῆς καὶ ἀπορροφήσεως. Φασματοσκοπικὴ ἀνάλυσις.

α΄) ***Τὰ στερεὰ καὶ ὑγρὰ σώματα ἀχθέντα εἰς διάπυρον κατάστασιν παρέχουν φάσμα συνεχές,*** δηλ. περιέχον ὅλα τὰ χρώματα ἀπὸ ἐρυθρὸν μέχρις ἰώδους καὶ μὴ διακοπτόμενον ὑπὸ σκοτεινῶν γραμμῶν.

Τὰ ἐν διεγέρσει ἀέρια παρέχουν φάσμα ἐκ μεμονωμένων ἐγχρόων γραμμῶν ἢ ταινιῶν. (Αἱ ταινίαι εἶναι πυκναὶ ὁμάδες γραμμῶν συνεχομένων). Π.χ. τὸ διάπυρον ὑδρογόνον δίδει φάσμα συγκείμενον ἐκ τεσσάρων φωτεινῶν γραμμῶν. Ἐπίσης ἂν εἰς τὴν ἄχρουν φλόγα τοῦ λύχνου Bunsen εἰσαγάγωμεν τεμάχιον NaCl, ἡ φλὸξ καθίσταται φωτεινὴ ἐκ ***διαπύρων ἀτμῶν*** τοῦ νατρίου καὶ παρέχει φάσμα συγκείμενον ἐκ μιᾶς κιτρίνης γραμμῆς (φάσμα τοῦ νατρίου ἀχθέντος εἰς ἀέριον κατάστασιν). Γενικῶς, *κάθε στοιχεῖον παρέχει ἴδιον χαρακτηριστικὸν φάσμα* (ὅταν τὸ στοιχεῖον ἀχθῆ εἰς καταλλήλους συνθήκας). Ἐὰν ἡ φλὸξ περιέχη περισσότερα μέταλλα εἰς κατάστασιν φωτεινῶν ἀτμῶν, ***τὸ φάσμα περιέχει ὅλας τὰς φωτεινὰς γραμμὰς ἢ ταινίας*** τὰς ὁποίας ἕκαστον μέταλλον θὰ παρουσίαζε χωριστά. Φάσμα γραμμῶν δίδουν τὰ διάπυρα ἄτομα καὶ ταινιῶν τὰ διάπυρα μόρια καὶ ὄχι τὰ ἄτομα.

Τὰ ἀνωτέρω φάσματα λέγονται ***φάσματα ἐκπομπῆς.***

β΄) Ὅταν τὸ φῶς μιᾶς πηγῆς παρεχούσης συνεχὲς φάσμα διέλθη διὰ μέσου οὐσίας, στερεᾶς, ὑγρᾶς ἢ ἀερίου τότε παρέχει φάσμα διαφορετικόν, καλούμενον ***φάσμα ἀπορροφήσεως τῆς οὐσίας*** καὶ τοῦ ὁποίου ἡ μορφὴ ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἀπορροφώσης οὐσίας. Εἰς τὸ συνεχὲς φάσμα, ἐμφανίζονται τότε σκοτειναὶ γραμμαὶ εἰς τὴν θέσιν τῶν χρωμάτων τὰ ὁποῖα ἀπορροφᾶ ἡ οὐσία. Τὸ βολταϊκὸν τόξον π.χ. (διάπυρος ἄνθραξ) παρέχει λευκὸν φῶς καὶ φάσμα συνεχές. Ἂν ὅμως τὸ φῶς τοῦ βολταϊκοῦ τόξου διαπεράση φλόγα Bunsen περιέχουσαν ἀτμοὺς νατρίου καὶ κατόπιν ἀναλυθῆ διὰ φασματοσκοπίου τότε παρέχει τὸ φάσμα ἀπορροφήσεως τοῦ νατρίου, δηλ. μέσα εἰς τὸ φάσμα τοῦ βολταϊκοῦ τόξου, εἰς τὴν θέσιν τῆς κιτρίνης γραμμῆς τοῦ νατρίου ἐμφανίζεται σκοτεινὴ γραμμή.

Τὸ ὅμοιον παρατηρεῖται εἰς πλεῖστα διάπυρα ἀέρια καὶ ἀτμούς, δηλ. ταῦτα *ἀπορροφοῦν ἐκείνας τὰς φωτεινὰς ἀκτινοβολίας, τὰς ὁποίας αὐτὰ ταῦτα δύνανται νὰ ἐκπέμψουν. (Ἀντιστροφὴ τῶν ραβδώσεων).*

Αἱ ραβδώσεις τοῦ Fraunhoffer εἰς τὸ ἡλιακὸν φάσμα (§ 66, δ΄) προέρχονται ἀπὸ ἀπορρόφησιν ποὺ ὑφίσταται τὸ λευκὸν φῶς τοῦ διαπύρου ἡλιακοῦ πυρῆνος (*φωτοσφαίρας*) ὅταν τοῦτο διέρχεται διὰ τῆς ἀτμοσφαίρας τοῦ ἡλίου (*χρωμοσφαίρας*). Τὸ ἡλιακὸν φάσμα μὲ τὰς σκοτεινὰς ραβδώσεις Fraunhoffer εἶναι λοιπὸν φάσμα ἀπορροφήσεως τῶν ἀερίων τῆς ἡλιακῆς ἀτμοσφαίρας (καὶ εἰς ἐλάχιστον ποσοστόν, τῆς γηίνης ἀτμοσφαίρας).

γ΄) **Φασματοσκοπικὴ ἀνάλυσις.** ***Τὸ φάσμα ἐκπομπῆς ἢ ἀπορροφήσεως τοῦ κάθε στοιχείου εἶναι ἀπολύτως χαρακτηριστικὸν διὰ τὸ στοιχεῖον τοῦτο.*** Δύναται λοιπὸν νὰ χρησιμεύση διὰ τὴν ἐξακρίβωσιν τῆς ὑπάρξεως τοῦ στοιχείου τούτου. Ἐπ᾽ αὐτοῦ στηρίζεται ἡ ***φασματοσκοπικὴ ἀνάλυσις*** (ἱδρυθεῖσα ὑπὸ τῶν Bunsen καὶ Kirchhoff) διὰ τῆς ὁποίας ἀνευρίσκομεν μέσα εἰς ἕνα σῶμα τὴν παρουσίαν ἑνὸς ἢ περισσοτέρων ἁπλῶν σωμάτων ἐξετάζοντες τὸ φάσμα ἐκπομπῆς ἢ ἀπορροφήσεως ποὺ παρέχει τὸ σῶμα.

Οὕτω εὑρέθη ἡ σύστασις τῆς ἡλιακῆς ἀτμοσφαιρας εἰς τὴν ὁποίαν εὑρέθησαν παρόντα ὅλα σχεδὸν τὰ ἐπὶ τῆς γῆς γνωστὰ στοιχεῖα.

Διὰ τῆς μελέτης τοῦ φάσματος τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων εὑρέθη ὅτι καὶ εἰς αὐτοὺς ὑπάρχουν τὰ ἴδια στοιχεῖα ποὺ ὑπάρχουν καὶ εἰς τὴν γῆν. Πολλὰ νέα στοιχεῖα ἀνεκαλύφθησαν πρῶτον φασματοσκοπικῶς (τὸ ἥλιον, τὸ καίσιον, τὸ ρουβίδιον, τὸ θάλλιον, τὸ ἴνδιον κ.τ.λ.) καὶ κατόπιν παρεσκευάσθησαν χημικῶς.

Ἡ μέθοδος τῆς φασματοσκοπικῆς ἀναλύσεως παρέχει μεγάλην εὐπάθειαν· δυνάμεθα π.χ. νὰ ἀνεύρωμεν διὰ τοῦ φασματοσκοπίου ποσότητα 0,0000 000 3 mgr νατρίου ἢ 0,000 000 9 mgr λιθίου.

§ 68. Ἀντιστοιχία χρωμάτων καὶ μηκῶν κύματος.

α΄) Βάσει τῆς κυριαρχούσης θεωρίας καθ᾽ ἣν τὸ φῶς εἶναι κύμανσις καὶ συγκεκριμμένως, περιοδικὴ διαταραχὴ ἠλεκτρομαγνητικῆς φύσεως διαδιδομένη ἐν τῷ χώρῳ (Maxwell 1871), δέον ἐκτὸς τῆς ταχύτητος διαδόσεώς του c, τὸ φῶς νὰ ἔχῃ καὶ ἕνα μῆκος κύματος λ καὶ μίαν συχνότητα Ν συνδεόμενα διὰ τῆς σχέσεως $\boxed{c = \lambda N}$.

Τὸ χρῶμα τοῦ φωτὸς καθορίζεται ἀπὸ τὴν συχνότητα Ν τοῦ ὑπὸ τῆς φωτεινῆς πηγῆς ἐκπεμπομένου κύματος (ὅπως τὸ ὕψος ἑνὸς ἤχου καθορίζεται ἀπὸ τὴν συχνότητά του).

Ἡ ταχύτης c διαδόσεως τοῦ φωτὸς ἐν τῷ κενῷ εἶναι ἡ ἰδία δι᾽ ὅλας τὰς συχνότητας (χρώματα) καὶ ἴση μὲ 3.10^{10} cm/sec.

Τὸ μῆκος κύματος $\lambda = c/N$ μιᾶς μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας ἐν τῷ κενῷ, ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὴν συχνότητα Ν, ἀφοῦ ἐν τῷ κενῷ ἡ c εἶναι ἡ ἰδία δι᾽ ὅλα τὰ χρώματα. Διὰ τοῦτο ***τὰ διάφορα χρώματα χαρακτηρίζονται ἀπὸ τὸ μῆκος κύματος αὐτῶν ἐν τῷ κενῷ.***

(Ἐν τούτοις, ἐπειδὴ ἡ ταχύτης c διαδόσεως τοῦ φωτὸς διαφέρει εἰς τὰ διάφορα διαφανῆ μέσα, ἕπεται ἐκ τοῦ τύπου $\lambda = c/N$ ὅτι τὸ μῆκος κύματος ἑνὸς ὡρισμένου χρώματος ἀλλάζει ἐντὸς τῶν διαφόρων διαφανῶν μέσων).

Ἐν τῷ κενῷ, τὸ μῆκος κύματος τοῦ ἐρυθροῦ ἄκρου τοῦ ὁρατοῦ φάσματος εἶναι περίπου 0,000076 cm καὶ τοῦ ἰώδους ἄκρου εἶναι 0,000038 cm. Ἐκ τοῦ τύπου $N=c/\lambda$, μὲ $c=3\cdot10^{10}$ cm/sec, ἕπεται ὅτι αἱ ἀντίστοιχοι συχνότητες ἐρυθροῦ καὶ ἰώδους εἶναι $3{,}85\cdot10^{14}$ καὶ $8{,}35.10^{14}$ sec^{-1}. Μεταξὺ τῶν ὁρίων τούτων κυμαίνονται αἱ συχνότητες τῶν διαφόρων ὁρατῶν χρωμάτων. Συχνότητες (ἠλεκτρομαγνητικῶν κυμάτων) ἔξω τῶν ὁρίων τούτων δὲν γίνονται ἀντιληπταὶ ὑπὸ μορφὴν φωτὸς εἰς τὸν ἀνθρώπινον ὀφθαλμόν.

β΄) Λόγῳ τῆς ἐξαιρετικῆς βραχύτητος τοῦ μήκους κύματος τῶν διαφόρων φωτεινῶν ἀκτινοβολιῶν χρησιμοποιοῦνται διὰ τὰς ἀντιστοίχους μετρήσεις, κατάλληλοι μικραὶ μονάδες μήκους:

τὸ μικρὸν (μ) : $1\,\mu=10^{-6}$ m (*ἑκατομμυριοστὸν τοῦ μέτρου*)

τὸ millimicron (mμ) : $1\,m\mu=0{,}001\,\mu=10^{-9}$ m

τὸ Ängström $(\mathring{A})$: $1\,\mathring{A}=0{,}1\,m\mu=10^{-10}\,m=10^{-8}$ cm.

Τὰ μήκη κύματος τῶν χρωμάτων τοῦ ὁρατοῦ φάσματος περιέχονται μεταξὺ 380 mμ (ἰῶδες) καὶ 760 mμ (ἐρυθρὸν) ἢ 3800 $\mathring{A}$ καὶ 7600 $\mathring{A}$.

§ 69. Τὸ ὀπτικὸν φαινόμενον Doppler. Τὸ εἰς τὴν ὀπτικὴν ἀνάλογον φαινόμενον πρὸς τὸ ἀκουστικὸν φαινόμενον Doppler (§ 37, α΄, γ΄) εἶναι τὸ ἀκόλουθον:

Ὅταν ἡ φωτεινὴ πηγὴ κινεῖται σχετικῶς πρὸς τὸν παρατηρητὴν τότε ἡ συχνότης τῶν φωτεινῶν κυμάτων τὰ ὁποῖα ὁ παρατηρητὴς προσδέχεται εἶναι διαφορετικὴ παρὰ ἐὰν ἡ φωτεινὴ πηγὴ καὶ ὁ παρατηρητὴς ἦσαν ἀκίνητοι. Τοῦτο συνεπάγεται καὶ μεταβολὴν μήκους κύματος ἄρα καὶ χρώματος, ἡ ὁποία δύναται νὰ γίνῃ ἀντιληπτὴ εἰς τὸ φάσμα τῆς κινουμένης πηγῆς. Ἐὰν ἕνας ἀστὴρ πλησιάζει πρὸς τὴν γῆν αἱ σκοτειναὶ ῥαβδώσεις τοῦ φάσματος τοῦ ἀστέρος μετατοπίζονται πρὸς τὸ ἰῶδες, δηλ. πρὸς τὴν περιοχὴν τῶν μικρῶν μηκῶν κύματος. Ἀντιθέτως, ἂν ὁ ἀστὴρ ἀπομακρύνεται τῆς γῆς, αἱ φασματικαὶ γραμμαὶ μετατοπίζονται πρὸς τὸ ἐρυθρόν. Ἡ μεταβολὴ τοῦ μήκους κύματος εἶναι ἐν γένει μικρὰ διότι ἡ σχετικὴ ταχύτης ἀστέρος—γῆς εἶναι μικρὰ ἐν σχέσει μὲ τὴν ταχύτητα τοῦ φωτός. Πάντως εἶναι μετρήσιμος καὶ ἐκ τῆς μετρουμένης μεταβολῆς τοῦ μήκους κύματος προσδιορίζεται διὰ καταλλήλων ὑπολογισμῶν ἡ σχετικὴ ταχύτης τοῦ ἀστέρος ὡς πρὸς τὴν γῆν.

Τὸ ὀπτικὸν φαινόμενον Doppler ἔχει πολλὰς ἐνδιαφερούσας ἐφαρμογὰς εἰς τὴν Ἀστρονομίαν. Οὕτω π.χ. δύναται νὰ μελετηθῇ ἡ περιστροφὴ τοῦ Ἡλίου περὶ τὸν ἄξονά του. Κατὰ τὴν περιστροφὴν ταύτην τὸ ἓν ἄκρον τῆς ἡλιακῆς σφαίρας πλησιάζει πρὸς τὴν γῆν ἐνῶ τὸ ἀπέναντι, ἀπομακρύνεται. Τοῦτο συνεπάγεται διπλοῦν φαινόμενον Doppler ἐκ τῆς μελέτης τοῦ ὁποίου εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπολογισθῇ ἡ γωνιακὴ ταχύτης περιστροφῆς τοῦ Ἡλίου. Ἐπίσης διὰ τῆς ἰδίας ὡς ἄνω ἀρχῆς, ἐξακριβοῦται φασματοσκοπικῶς ἡ ὕπαρξις διπλῶν ἀστέρων οἱ ὁποῖοι φαίνονται διὰ τοῦ τηλεσκοπίου ὡς ἕνας, ἐνῶ πράγματι πρόκειται περὶ ζεύγους ἀστέρων στρεφομένων περὶ κοινὸν ἄξονα· καὶ πλεῖστα ἀκόμη ἀστρονομικὰ ἐξαγόμενα προκύπτουν φασματοσκοπικῶς, βάσει τοῦ ὀπτικοῦ φαινομένου Doppler.

§ 70. Ὑπέρυθρος καὶ ὑπεριώδης περιοχὴ τοῦ φάσματος. α΄) **Ὑπέρυθροι ἀκτῖνες.** Ἐὰν δι' εὐαισθήτου θερμομετρικῆς συσκευῆς (θερμοηλεκτρικῆς στήλης) ἐξετασθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ ἡλιακοῦ φάσματος (§ 66), εὑρίσκεται ὅτι ὅσον προχωροῦμεν ἐκ τοῦ ἰώδους πρὸς τὸ ἐρυθρὸν ἡ θερμοκρασία αὐξάνεται. Ἐάν προχωρήσωμεν εἰς τὸ σκοτεινὸν μέρος τοῦ φάσματος, πέραν τοῦ ἐρυθροῦ ἄκρου, ἡ θερμοκρασία ἀνέρχεται ἀκόμη περισσότερον καὶ τοῦτο συνεχίζεται μέχρι μιᾶς ὡρισμένης ἀποστάσεως ἀπὸ τοῦ ἐρυθροῦ ἄκρου τοῦ φάσματος. Ἑπομένως, τὸ φάσμα ἐπεκτείνεται καὶ πέραν τοῦ ἐρυθροῦ μέρους, διὰ μιᾶς ἀοράτου ἀκτινοβολίας, εἰς μίαν περιοχὴν ἡ ὁποία καλεῖται ***ὑπέρυθρος περιοχὴ τοῦ φάσματος***. Αἱ ἀκτῖνες αἱ φθάνουσαι εἰς τὴν περιοχὴν ταύτην καλοῦνται ***ὑπέρυθροι ἀκτῖνες*** καὶ ἀνεκαλύφθησαν ἀπὸ τὰ θερμικά των ἀποτελέσματα. Ἐκ τῆς πειραματικῆς ἐρεύνης κατεδείχθη ὅτι αἱ ὑπέρυθροι ἀκτῖνες ἀκολουθοῦν τοὺς ἰδίους νόμους ἀνακλάσεως καὶ διαθλάσεως μὲ τὰς λοιπὰς φωτεινὰς ἀκτίνας καὶ ὅτι ἂν καὶ ἀόρατοι, εἶναι δυνατὸν νὰ φωτογραφηθοῦν διὰ καταλλήλων, εὐαισθητοποιημένων, φωτογραφικῶν πλακῶν.

Τὰ μήκη κύματος τῶν ὑπερύθρων ἀκτίνων εἶναι μεγαλύτερα τοῦ μήκους κύματος τοῦ ἐρυθροῦ (§ 68) (καὶ αἱ συχνότητες μικρότεραι). Εἰς τὸ ἡλιακὸν φάσμα, τὸ μέγιστον μῆκος κύματος τὸ ὁποῖον δύναται νὰ παρατηρηθῇ, εἶναι 5,3 μ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸ πέρας τῆς ὑπερύθρου (ἀοράτου) περιοχῆς τοῦ φάσματος ἐνῶ τὸ ὁρατὸν ἐρυθρὸν ἄκρον τοῦ φάσματος ἀντιστοιχεῖ εἰς μῆκος κύματος 0,76 μ (βλ. μονάδας εἰς § 68). Αἱ ὑπέρυθροι ἀκτῖνες μεγαλυτέρου μήκους κύματος, ἀπορροφῶνται πλήρως ἀπὸ τοὺς ὑδρατμοὺς τῆς ἀτμοσφαίρας καὶ δὲν ἐμφανίζονται εἰς τὸ ἡλιακὸν φάσμα. Διὰ τὴν ἐξερεύνησιν τῶν ὑπερύθρων ἀκτίνων χρησιμοποιοῦνται ἀντί τοῦ ἡλιακοῦ φωτός, τεχνηταὶ φωτειναὶ πηγαί. Ἡ ὑπέρυθρος περιοχὴ τοῦ φάσματος ἐξηρευνήθη οὕτω μέχρι μήκους κύματος 343 μ. Τὸ ἀκρότατον αὐτὸ σημεῖον τῆς ὑπερύθρου (ἀοράτου) περιοχῆς τοῦ φάσματος ἔχει μῆκος κύματος ὅσον σχεδὸν καὶ τὰ βραχύτατα ἠλεκτρομαγνητικὰ κύματα τῆς ραδιοεπικοινωνίας. Τὰ τελευταῖα ταῦτα ἔχουν ἐν γένει μεγάλα μήκη κύματος μεγαλύτερα πάσης ὑπερύθρου ἀκτινοβολίας καὶ φθάνοντα μέχρι 10 000 μέτρων.

β΄) **Ὑπεριώδεις ἀκτῖνες.** Τὸ ὁρατὸν μέρος τοῦ ἡλιακοῦ φάσματος ἔχει κάτω πέρας, τὸ ἰῶδες. Ἐν τούτοις ἂν λάβωμεν μίαν φωτογραφίαν τοῦ φάσματος, *βλέπομεν ὅτι τοῦτο* ἐκτείνεται εἰς ἀρκετὴν ἀπόστασιν καὶ κάτω τοῦ ἰώδους. Ἑπομένως ὑπάρχει κάτω τοῦ ἰώδους ἀκτινοβολία μὴ ὁρατὴ ἀλλ᾽ ἐπιδρῶσα ἐπὶ τῆς φωτογραφικῆς πλακὸς καὶ ἡ ὁποία σύγκειται ἀπὸ κύματα βραχύτερα τοῦ ἰώδους. Ἡ περιοχὴ αὐτὴ τοῦ φάσματος λέγεται *ὑπεριώδης περιοχή*. Αἱ ὑπεριώδεις ἀκτῖνες καθίστανται ἐπίσης ἀντιληπταὶ ὅταν προσπίπτουν ἐπὶ πλακὸς ψευδαργύρου, ὁπότε ἡ πλὰξ φωτίζεται διὰ πρασινωποῦ φωτὸς (φθορίζει).

Εἰς τὸ ἡλιακὸν φάσμα αἱ ὑπεριώδεις ἀκτῖνες σταματοῦν ἀρκετὰ ἀποτόμως μέχρι μήκους κύματος 2900 Å (ἐνῶ τὸ ἰῶδες ἄκρον ἀντιστοιχεῖ εἰς 3800 Å (βλ. § 68)). Τοῦτο ὅμως ὀφείλεται εἰς τὴν γηΐνην ἀτμόσφαιραν τῆς ὁποίας τὸ ὀξυγόνον (O_2) καὶ ὄζον (O_3) ἀπορροφοῦν ἰσχυρῶς τὰς ὑπεριώδεις ἀκτῖνας. Τὸ ὑπεριῶδες φάσμα ἐρευνᾶται εἰς εὐρυτέραν περιοχὴν (κάτω τῶν 2900 Å) διὰ χρήσεως τεχνητῶν φωτεινῶν πηγῶν καὶ ἀκόμη, ἵνα μὴ ἀπορροφῶνται αἱ ὑπεριώδεις ἀκτῖνες, διὰ διαβιβάσεως τοῦ φωτὸς ἐν τῷ κενῷ.

γ΄) Αἱ τρεῖς περιοχαί: ὑπέρυθρος, ὁρατὴ καὶ ὑπεριώδης λαμβάνονται μαζὶ ὑπὸ τὸ ὄνομα *ὀπτικὸν φάσμα*. Τὸ ὀπτικὸν φάσμα θεωρεῖται μέρος τοῦ πλήρους ἠλεκτρομαγνητικοῦ φάσματος τοῦ ὁποίου μία εἰκὼν δίδεται ἀπὸ τὸ σχ. 130.

Κοσμικαὶ ἀκτῖνες	Ἀκτ. γ	Ἀκτ. X	Ὑπεριώδεις	ὁρατὸν φάσμα	Ὑπέρυθροι	Ἠλεκτρικαὶ (ἀσύρματος)
10^{-11} cm	10^{-9} cm	10^{-6} cm	10^{-5} cm	$3{\cdot}8{\cdot}10^{-5}$ cm	$7{,}6.10^{-5}$ cm	$4{\cdot}10^{-2}$ cm

10^4 metres	

Σχ. 130

Εἰς τὴν τελευταίαν γραμμὴν τοῦ σχ. 130, οἱ ἀναγραφόμενοι ἀριθμοὶ ἐκφράζουν ὡς ἔγγιστα τὰ μήκη κύματος τὰ ἀντιστοιχοῦντα εἰς τὰ **σύνορα** τῶν διαφόρων ἀκτινοβολιῶν ἐν τῷ φυσικῷ κόσμῳ.

§ 71. Χρῶμα τῶν σωμάτων. α΄) ***Καλοῦνται ἁπλᾶ χρώματα*** τὰ χρώματα τοῦ φάσματος τὰ προκύπτοντα διὰ τῆς ἀναλύσεως τοῦ λευκοῦ φωτός. Ἕνα χρῶμα ὅμως δύναται νὰ προκύψῃ καὶ δι᾽ ἀναμίξεως ἁπλῶν χρωμάτων τοῦ φάσματος, ὑπὸ κατάλληλον ἀναλογίαν.

Π.χ. μιγνύοντες ἐρυθρὸν καὶ κίτρινον τοῦ φάσματος λαμβάνομεν πορτοκαλόχρουν (ὄχι ὅμως ἁπλοῦν).

β') ***Εἰς κάθε ἁπλοῦν χρῶμα τοῦ φάσματος ἀντιστοιχεῖ ἕνα ἄλλο μὲ τὸ ὁποῖον ἀναμιγνυόμενον ὑπὸ κατάλληλον ἀναλογίαν δίδει καθαρὸν λευκὸν χρῶμα.*** Τὰ δύο αὐτὰ χρώματα λέγονται ***«συμπληρωματικά»***, ὅπως λ.χ. τὸ κυανοῦν καὶ τὸ κίτρινον ἢ τὸ ἰῶδες καὶ ἐρυθρόν.

γ') Δὲν λαμβάνομεν ὅμως τὰ ἴδια ἀποτελέσματα ὅταν ἀναμιγνύομεν ***χρωστικὰς οὐσίας***. Ἔτσι π.χ. ἐνῶ τὰ (φωτεινὰ) ἁπλᾶ χρώματα, κυανοῦν καὶ κίτρινον παρέχουν τὸ λευκόν, ἐὰν ἀναμίξωμεν χρωστικὴν ὕλην κυανῆν καὶ κιτρίνην λαμβάνομεν, ὡς γνωτόν, μῖγμα *πράσινον*. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι τὸ μῖγμα ἔχει τὰς ἰδιότητας τῶν μερῶν, ἀπὸ τὰ ὁποῖα σύγκειται, ὄχι μόνον ὅσον ἀφορᾷ τὴν ἀκτινοβολίαν τῶν χρωμάτων, ἀλλὰ καὶ ὡς πρὸς τὴν ἀπορρόφησιν τῶν ἐπ' αὐτοῦ προσπιπτουσῶν ἀκτίνων.

δ') Τὸ χρῶμα ποὺ ἔχει ἕνα σῶμα φωτιζόμενον ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι τοῦτο δὲν ἀνακλᾷ ὅλα τὰ χρώματα μὲ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν. Ἕνα σῶμα τὸ ὁποῖον ἀνακλᾷ μόνον τὸ ἐρυθρὸν φῶς φαίνεται ἐρυθρὸν ὅταν φωτίζεται ὑπὸ λευκοῦ φωτός. Ἐὰν τὸ σῶμα τοῦτο φωτισθῇ μὲ κυανοῦν φῶς, τότε φαίνεται μέλαν, διότι τὰς κυανὰς ἀκτίνας δὲν ἀνακλᾷ ἀλλ' ἀπορροφᾷ.

Ἕκαστον λοιπὸν σῶμα ἐπιδρᾷ ἐκλεκτικῶς ἐπὶ τῶν ἀκτινοβολιῶν τοῦ λευκοῦ καὶ ἄλλας μὲν τούτων ἀπορροφᾷ ἄλλας δὲ ἀνακλᾷ. Τὸ χρῶμα του προέρχεται ἐκ τῆς μίξεως τῶν ἀκτίνων τὰς ὁποίας δὲν ἀπορροφᾷ. *Ὡς φυσικὸν χρῶμα θεωρεῖται ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον δεικνύει τὸ σῶμα φωτιζόμενον ὑπὸ λευκοῦ φωτός.*

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Ἀνάλυσις τοῦ φωτὸς

182. Ἀκτὶς φωτὸς πίπτει καθέτως ἐπὶ τῆς ἕδρας πρίσματος διαθλαστικῆς γωνίας 15^0. Ζητεῖται ἡ γωνία ποὺ θὰ σχηματίζουν ἐξερχόμεναι ἡ ἐρυθρὰ καὶ ἰώδης ἀκτίς. Ὁ δ.δ. τοῦ πρίσματος ὡς πρὸς τὸ ἐρυθρὸν φῶς : 1,60 καὶ πρὸς τὸ ἰῶδες 1,64 (ημ$15^0 = 0,258$, ημ$24^0,5 \approx 0,414$ καὶ ημ$25^0,1 \approx 0,424$).

183. Συγκλίνων φακὸς ἔχει δ.δ. $n_C = 1,77$ διὰ τὴν ἀκτινοβολίαν τῆς ραβδώσεως C (ἐρυθρὰ περιοχὴ) καὶ ἰσχὺν $+10$ διοπτριῶν διὰ τὴν αὐτὴν ἀκτινοβολίαν. Ἂν ὁ δ.δ. τοῦ φακοῦ ὡς πρὸς τὴν ἀκτινοβολίαν F (κυανὴ περιοχὴ) εἶναι $n_F = 1,79$, ποία ἡ ἰσχὺς τοῦ φακοῦ διὰ τὴν ἀκτινοβολίαν F ;

184. Ποία ἡ γωνιακὴ ἐκτροπὴ μεταξὺ τῶν ἀκτινοβολιῶν C καὶ F (δηλ. ἡ γωνία τῶν ἐξερχομένων φωτεινῶν ἀκτίνων) εἰς πρίσμα διαθλαστικῆς γωνίας 10^0 ἐξ ὑάλου ἐχούσης δ.δ. ἀντιστοίχως, 1,644 καὶ 1,664 ὡς πρὸς τὰς

φωτεινὰς ταύτας ἀκτινοβολίας; (Νὰ γίνῃ χρῆσις τοῦ τύπου τῶν λεπτῶν πρισμάτων).

185. Εἰς πρῖσμα γωνίας 10^0 ἐκ στεφανυάλου (crown) θέλομεν νὰ προσαρμόσωμεν ἕτερον πρῖσμα ἐκ πυριτυάλου (flint) οὕτως ὥστε αἱ ἀκτῖνες αἱ ἀντιστοιχοῦσαι εἰς τὰς ραβδώσεις C καὶ F νὰ ἐξέρχονται ἐκ τοῦ συστήματος παράλληλοι μεταξύ των. (Τοῦτο καλεῖται ἀχρωματισμὸς τῆς περιοχῆς μεταξὺ τῶν ραβδώσεων C καὶ F τοῦ φάσματος). Ζητεῖται: i) Ποία ἡ γωνία τοῦ δευτέρου πρίσματος; καὶ ii) Ποία ἡ ἐκτροπὴ τὴν ὁποίαν ὑφίσταται εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἡ φωτεινὴ ἀκτινοβολία τῆς ραβδώσεως D; (ἡ D κεῖται εἰς τὴν περιοχὴν τοῦ κιτρίνου καὶ λαμβάνεται ὡς μεσαία ἀκτὶς μεταξὺ τῶν C καὶ F). Δίδεται ὅτι οἱ δ.δ. τῆς στεφανυάλου ὡς πρὸς τὰς γραμμὰς C, D, F εἶναι ἀντιστοίχως: $n_C=1{,}514$, $n_D=1{,}517$, $n_F=1{,}523$ καὶ τῆς πυριτυάλου: $n'_C=1{,}644$, $n'_D=1{,}650$, $n'_F=164$. (Νὰ γίνῃ χρῆσις τοῦ τύπου τῶν λεπτῶν πρισμάτων).

186. Θέλομεν νὰ προσαρμόσωμεν εἰς πρῖσμα ἐκ στεφανυάλου, γωνίας 12^0 ἕνα πρῖσμα ἐκ πυριτυάλου οὕτως ὥστε τὸ σύστημα νὰ προκαλῇ ἀνάλυσιν τοῦ φωτὸς ἀλλ' οὐχὶ ἐκτροπὴν τῆς μέσης ἀκτινοβολίας D. Ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ γωνία τοῦ δευτέρου πρίσματος; Οἱ δ.δ. ὡς πρὸς τὴν D εἶναι ἀντιστοίχως $n_1=1{,}52$ καὶ $n_2=1{,}65$. (Νὰ ληφθῇ ὁ τύπος τῶν λεπτῶν πρισμάτων).

187. Παράλληλος δέσμη λευκοῦ φωτὸς προσπίπτει παραλλήλως πρὸς τὸν κύριον ἄξονα, ἐπὶ ἀμφικύρτου φακοῦ ἔχοντος ἀκτίνας καμπυλότητος +32 καὶ +48 cm. Ὁ δ. δ. τῆς ὕλης τοῦ φακοῦ εἶναι $n_\varepsilon=1{,}578$ διὰ τὴν ἀκτινοβολίαν τῆς ραβδώσεως Α (ἐρυθρὰ περιοχὴ) καὶ $n_i=1{,}614$ διὰ τὴν ἀκτινοβολίαν Η (ἰώδης περιοχή). Ποία ἡ ἀπ' ἀλλήλων ἀπόστασις τῶν δύο ἑστιῶν, ἐρυθρᾶς καὶ ἰώδους, αἱ ὁποῖαι δημιουργοῦνται ἀπὸ τὰς δύο ταύτας ἀκτινοβολίας;

188. Φακὸς ἐκ στεφανυάλου ἔχει δ.δ. ἴσον μὲ n_ε ὡς πρὸς τὴν ἐρυθρὰν ἀκτινοβολίαν καὶ n_i ὡς πρὸς τὴν ἰώδη καὶ ἀκτίνας καμπυλότητος R_1, R_2. Ἕτερος φακὸς ἐκ πυριτυάλου ἔχει δ.δ. ὡς πρὸς τὰς αὐτὰς ἀκτινοβολίας ἀντιστοίχως n_ε' καὶ n_i' καὶ ἀκτίνας καμπυλότητος R_1', R_2'. Συνάπτοντες τούτους ἀποτελοῦμεν σύστημα ἐκ δύο φακῶν. Ποία σχέσις πρέπει νὰ ὑπάρχῃ μεταξὺ τῶν R_1, R_2, R_1', R_2', n_ε, n_ε', n_i καὶ n_i' ἵνα ἡ ἰσχὺς τοῦ συστήματος εἶναι ἡ ἰδία καὶ ὡς πρὸς τὴν ἐρυθρὰν καὶ ὡς πρὸς τὴν ἰώδη ἀκτινοβολίαν Δηλαδὴ ἡ ἑστία τοῦ συστήματος νὰ εἶναι κοινὴ διὰ τὰς δύο ἀκτινοβολίας.; (Πληρουμένης τῆς συνθήκης ταύτης οἱ δύο φακοὶ ἀποτελοῦν *ἀχρωματικὸν σύστημα* ἡ δὲ συνθήκη λέγεται *συνθήκη ἀχρωματισμοῦ*. Βλέπε «συμπληρωματικὰ χρώματα»).

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ

ΦΥΣΙΚΗ (ΚΥΜΑΤΙΚΗ) ΟΠΤΙΚΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ X

Κυματικὴ θεωρία τοῦ φωτὸς

§ 72. Ἡ φύσις τοῦ φωτός. Αἱ πρῶται θεωρίαι περὶ τῆς φύσεως τοῦ φωτὸς διετυπώθησαν κατὰ τὸ δεύτερον ἥμισυ τοῦ 17ου αἰῶνος. Ὁ Isaac Newton διετύπωσε κατὰ τὸ 1669 τὴν *θεωρίαν τῆς ἐκπομπῆς* καθ' ἣν τὸ φῶς ἀποτελεῖται ἀπὸ συρμοὺς μικροτάτων ὑλικῶν σωματιδίων ἐκπεμπομένων ὑπὸ τῆς φωτεινῆς πηγῆς. Βάσει τῆς θεωρίας ταύτης ἐξηγοῦνται ὡρισμένα ὀπτικὰ φαινόμενα.

Πρὸς τὴν θεωρίαν τῆς ἐκπομπῆς ὁ Huyghens ἀντέταξε τὸ 1677 τὴν *θεωρίαν τῶν κυμάτων* καθ' ἣν τὸ φῶς εἶναι διάδοσις συρμοῦ κυμάτων. Ἡ πρώτη ἀποφασιστικὴ ἀπόδειξις ὑπὲρ τῆς κυματικῆς θεωρίας ἐδόθη τὸ 1802 ἀπὸ τὸν Thomas Young βάσει τῶν φαινομένων συμβολῆς τοῦ φωτός. Ἐν συνεχείᾳ ἔγινε καταφανὲς ὅτι πάντα τὰ μέχρι τότε γνωστὰ φαινόμενα τοῦ φωτὸς μόνον βάσει τῆς κυματικῆς θεωρίας ἠδύναντο νὰ ἐξηγηθοῦν. Ἡ διάδοσις τῶν φωτεινῶν κυμάτων ἐθεωρεῖτο ὅτι γίνεται ἐντὸς μιᾶς ἀβαροῦς ὕλης πληρούσης τὸ σύμπαν, ἡ ὁποία ἐκαλεῖτο *«αἰθήρ»*. (Ἡ θεωρία περὶ αἰθέρος ἐγκατελείφθη σήμερον).

Κατὰ τὸ 1871 ὁ Maxwell ἀπέδειξεν *θεωρητικῶς* ὅτι τὰ φωτεινὰ φαινόυενα δύνανται νὰ ἑρμηνευθοῦν ὡς φαινόμενα ἠλεκτρομαγνητικῶν κυμάτων διαδιδομένων ἐν τῷ χώρῳ. Σημειωτέον ὅτι τὰ ἠλεκτρομαγνητικὰ κύματα δὲν ἦσαν ἀκόμη γνωστὰ πειραματικῶς.

Τὸ 1888 ὁ Hertz ὁρμηθεὶς ἀπὸ τὴν *ἠλεκτρομαγνητικὴν θεωρίαν τοῦ φωτὸς* τοῦ Maxwell ἀνεκάλεψε πειραματικῶς τὰ ἠλεκτρομαγνητικὰ κύματα. Ἀπ' εὐθείας πειραματικαὶ μετρήσεις ἔδειξαν ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ φωτὸς εἰς τὸ κενὸν εἶναι ἡ ἰδία μὲ τὴν ταχύτητα διαδόσεως ἠλεκτρομαγνητικῶν κυμάτων τῶν χρησιμοποιουμένων εἰς τὴν ραδιοφωνικὴν ἐπικοινωνίαν (ὅπως προέβλεπεν ἡ θεωρία τοῦ Maxwell).

Ἐξ αὐτοῦ συνήχθη ὅτι τὸ φῶς εἶναι μία ἠλεκτρομαγνητικὴ διαταραχὴ διαδιδομένη ἐν τῷ χώρῳ ἀλλὰ μὲ μῆκος κύματος κατὰ πολὺ βραχύτερον ἀπὸ τὰ κύματα τῆς ἀσυρμάτου ἐπικοινωνίας (βλ. § 19). (Κατὰ συνέπειαν, τὸ φῶς δὲν χρειάζεται ὑλικὸν μέσον διὰ νὰ διαδοθῇ. Ἐκ τῶν ἀστέρων π.χ. φθάνει διὰ τοῦ κενοῦ, εἰς τὴν γῆν).

§ 73. Ἀνάκλασις καὶ διάθλασις. Ἡ ἀνάκλασις τοῦ φωτὸς εἶναι ἀναγκαία συνέπεια τῆς κυματικῆς θεωρίας. Διότι ὅπως γνωρίζομεν, συρμὸς κυμάτων προσπίπτων ἐπὶ λείας ἐπιφανείας, ἀλλάσσει κατεύθυνσιν, συμμετρικῶς πρὸς τὴν κάθετον (βλ. § 14, σχ. 31).

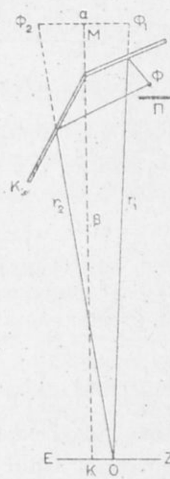
Ἡ διάθλασις τοῦ φωτὸς ἐξηγεῖται διὰ τῆς κυματικῆς θεωρίας ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι αἱ ταχύτητες διαδόσεως τοῦ φωτὸς εἶναι διαφορετικαὶ εἰς τὰ διαφορετικὰ μέσα. Πράγματι, ὅπως εἴδομεν εἰς τὴν § 17, τὸ φωτεινὸν κῦμα (ἢ οἱονδήποτε ἄλλο) μεταβαῖνον ἐκ τοῦ μέσου I εἰς τὸ II, διαθλᾶται σύμφωνα μὲ τὸν νόμον τῆς διαθλάσεως $\eta\mu\alpha_1/\eta\mu\alpha_2 = c_1/c_2 = \nu_{2,1}$, ὅπου c_1, c_2 αἱ ταχύτητες τοῦ κύματος εἰς τὰ μέσα I καὶ II, α_1, α_2 αἱ γωνίαι προσπτώσεως καὶ διαθλάσεως καὶ $\nu_{2,1}$ ὁ δ. δ. τοῦ II ὡς πρὸς τὸ I.

Ἐὰν τὸ I εἶναι ἀὴρ καὶ τὸ II εἶναι ὕδωρ, γνωρίζομεν ἀπὸ τὴν διάθλασιν τοῦ φωτὸς ὅπως ἐμελετήθη εἰς τὴν Γεωμετρικὴν Ὀπτικὴν ὅτι $\nu_{2,1} > 1$ δηλ. ὅτι τὸ ὕδωρ εἶναι ὀπτικῶς πυκνότερον (διαθλαστικώτερον) τοῦ ἀέρος. Ἄρα $c_1/c_2 > 1$, δηλ. $c_1 > c_2$. Ἕπεται λοιπὸν ἀπὸ τὴν θεωρίαν τῶν κυμάνσεων ὅτι τὸ φῶς κινεῖται βραδύτετερον ἐντὸς τοῦ ὕδατος παρὰ ἐντὸς τοῦ ἀέρος.

Αἱ ταχύτητες τοῦ φωτὸς ἐμετρήθησαν καὶ ἐντὸς τοῦ ἀέρος καὶ ἐντὸς τοῦ ὕδατος καὶ τὰ εὑρεθέντα ἀποτελέσματα στηρίζουν τὴν θεωρίαν τῶν κυμάνσεων.

§ 74. Συμβολὴ τοῦ φωτός. α') Ἐὰν τὸ φῶς εἶναι κύμανσις θὰ ἔπρεπε νὰ ἦτο δυνατὸν νὰ ἐμφανίσῃ φαινόμενα συμβολῆς, ὅπως καὶ ὁ ἦχος (βλ. § 11 καὶ § 36). Τοῦτο πράγματι συμβαίνει καὶ κατεδείχθη τὸ πρῶτον πειραματικῶς τὸ 1802 ὑπὸ τοῦ Thomas Young. Ἡ διάταξις τοῦ Young ἐμφανίζεται εἰς τό παράδειγμα τό διδόμενον εἰς τό τέλος τῆς παρούσης παραγράφου.

Ὁ Fresnel (1821) ἠρεύνησε τὴν συμβολὴν τοῦ φωτός χρησιμοποιήσας ὡς φωτεινὰς πηγὰς τὰ εἴδωλα Φ_1 καὶ Φ_2 μονοχρωματικῆς πηγῆς Φ (σχ. 130) ἐπὶ δύο κατόπτρων K_1 καὶ K_2 σχηματιζόντων γωνίαν ἐγγὺς τῶν 180^0. Αἱ δύο πηγαὶ Φ_1 καὶ Φ_2 εἶναι προφανῶς ***σύγχρονοι*** δηλ. ἐκπέμπουν κύματα τῆς ἰδίας συχνότητος καὶ φάσεως, κύματα συγχρονισμένα καὶ συνεπῶς κατάλληλοι διὰ νὰ μελετηθῆ τό φαινόμενον τῆς συμβολῆς ὡς περιεγράφη εἰς τὴν § 11 β΄, σελ. 28.



Σχ. 130

Ἡ ἀρχικὴ πηγὴ Φ κρύπτεται ὄπισθεν πετάσματος Π. Ὡς μονοχρωματικὴ πηγὴ δύναται νὰ χρησιμεύση φλὸξ χρωματισμένη κιτρίνη διὰ πυρακτώσεως χλωριούχου νατρίου. Ἔστωσαν τώρα $O\Phi_1 = r_1$ καὶ $O\Phi_2 = r_2$ αἱ ἀποστάσεις ἑνός σημείου Ο τοῦ ἐπιπέδου ΕΖ ἀπό τὰς φωτεινὰς πηγὰς Φ_1, Φ_2. Κατὰ τὰ γνωστὰ ἐκ τῆς συμβολῆς τῶν κυμάτων, πρέπει νὰ λαμβάνη χώραν τό ἑξῆς:

Ἐὰν ἡ διαφορὰ πορείας $r_2 - r_1 = (O\Phi_2) - (O\Phi_1)$ εἶναι περιττόν πολλαπλάσιον τοῦ ἡμίσεως μήκους κύματος τῆς φωτεινῆς κυμάνσεως, τότε τό φῶς ἀποσβέννυται εἰς τό Ο ἐνῶ ἂν τό $r_2 - r_1$ ἰσοῦται πρός ἄρτιον ἀριθμόν ἡμικυμάτων, τό φῶς ἐνισχύεται, ἀναλόγως τῆς θέσεως τοῦ Ο ἐπὶ τοῦ ΕΖ (βλ. § 11, β΄). Πράγματι, (διὰ φακοῦ) παρατηροῦνται ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ΕΖ σειρὰ ῥαβδώσεων ἐναλλὰξ φωτεινῶν καὶ σκοτεινῶν ἤτοι τὸ φαινόμενον τῆς συμβολῆς. ***Ἡ ἀπόστασις ἀπ᾽ ἀλλήλων τῶν διαδοχικῶν ῥαβδώσεων ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ μήκους κύματος τοῦ φωτὸς καὶ ὡς ἐκ τούτου τὸ φαινόμενον τῆς συμβολῆς δύναται νὰ χρησιμεύσῃ πρὸς προσδιορισμὸν τοῦ μήκους κύματος τοῦ φωτός.***

Πράγματι, ἂν ὑποτεθῆ εἰς τὸ σχ. 130, ἡ ΕΖ παράλληλος πρός τὴν $\Phi_1\Phi_2$ καὶ κληθῆ β ἡ ἀπόστασις τῶν εὐθειῶν $\Phi_1\Phi_2$ καὶ ΕΖ καὶ Κ τό σημεῖον εἰς ὃ ἡ μεσοκάθετος τῆς $\Phi_1\Phi_2$ τέμνει τὴν ΕΖ, θὰ ἔχομεν κατὰ γνωστόν θεώρημα τῆς Γεωμετρίας (ἡ διαφορὰ τῶν τετραγώνων δύο πλευρῶν τριγώνου ἰσοῦται πρός τό διπλάσιον γινόμενον τῆς τρίτης πλευρᾶς ἐπὶ τὴν προβολὴν τῆς ἀντιστοίχου διαμέσου ἐπὶ ταύτην):
$r^2_2 - r^2_1 = 2(\Phi_1\Phi_2)\cdot(OK)$ καὶ $r_2 - r_1 = \dfrac{2(\Phi_1\Phi_2)\cdot(OK)}{r_2 + r_1}$. Ἐπειδὴ αἱ γωνίαι τῶν $O\Phi_1$, $O\Phi_2$ μετὰ τῆς ΚΜ εἶναι πολὺ μικραί, θέτομεν κατὰ προσέγγισιν:

$$\boxed{r_1 + r_2 = 2\beta} \rightarrow \text{(βάσις διὰ τόν ὑπολογισμόν)}$$

καὶ ἡ ἀνωτέρω σχέσις γίνεται: $r_2 - r_1 = (KO) \cdot \frac{(\Phi_1\Phi_2)}{\beta}$. Ἂν δὲ τεθῇ $(KO) = x$ καὶ $(\Phi_1\Phi_2) = \alpha$, λαμβάνομεν ὡς διαφορὰν τῶν δρόμων οὓς διανύει τό φῶς διὰ νὰ φθάσῃ εἰς τό O ἐκ τῶν Φ_2 καὶ Φ_1 τὴν

$$(1) \qquad \boxed{r_2 - r_1 = \frac{\alpha x}{\beta}} \qquad \text{(διαφορὰ πορείας).}$$

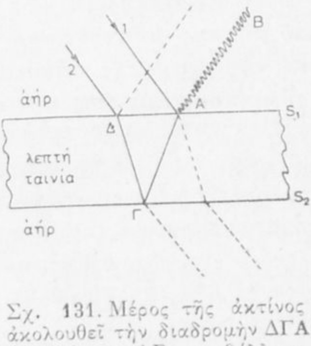
Θὰ ἔχωμεν λοιπόν ἀπόσβεσιν τοῦ φωτός ἂν $\frac{\alpha x}{\beta} = (2\varrho + 1)\frac{\lambda}{2}$ καὶ ἐνίσχυσιν ἂν $\frac{\alpha x}{\beta} = \varrho\lambda$ ὅπου λ τό μῆκος κύματος καὶ ρ τυχὼν ἀκέραιος. Ἐὰν δώσωμεν εἰς ρ δύο διαδοχικὰς τιμὰς ρ καὶ ρ+1 τότε αἱ ἀντίστοιχοι τιμαὶ τοῦ x εἰς ἃς ἔχωμεν σκοτεινὰς ζώνας, εἶναι:

$x = \frac{\varrho\lambda\beta}{\alpha}$ καὶ $x' = \frac{(\varrho+1)\lambda\beta}{\alpha}$. Ἄρα ἡ ἀπόστασις δύο διαδοχικῶν ραβδώσεων εἶναι:

$$(2) \qquad \boxed{\Delta = x' - x = \lambda\frac{\beta}{\alpha}}$$

Ἐκ τῶν Δ, β, α ὑπολογίζεται τὸ λ. Αἱ μονάδες μετρήσεως τοῦ λ ἐδόθησαν εἰς τὴν § 68 καὶ εἶναι τό μικρόν (micron) μ, τό mμ καὶ τό Å.

β΄) **Ἰριδισμός**. Μία λεπτὴ μεμβράνη πομφόλυγος εκ σάπωνος, παρατηρουμένη εἰς μονόχρουν φῶς ἐμφανίζει ἕνα ἀριθμὸν φωτεινῶν καὶ σκοτεινῶν ραβδώσεων ὀφειλομένων εἰς τὴν συμβολὴν τοῦ φωτὸς τοῦ ἀνακλωμένου εἰς τὰς δύο ἐπιφανείας S_1 καὶ S_2 τῆς μεμβράνης ὅπως ἐξηγεῖται εἰς τὸ Σχ. 131. Ἐνταῦθα, δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι μία ἀκτὶς (ὅπως τοῦ σχ. 131) πάσχει κατὰ τὴν ἀνάκλασιν ἐπὶ ὀπτικῶς πυκνοτέρου μέσου μίαν μεταβολὴν (πήδημα) φάσεως ἴσην πρὸς π, τοὐτέστιν ***οἵαν μεταβολὴν θὰ ἔπασχε διανύουσα***

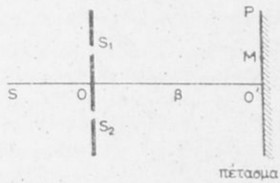


Σχ. **131**. Μέρος τῆς ἀκτῖνος 2 ἀκολουθεῖ τὴν διαδρομὴν ΔΓΑΒ καὶ ἐπὶ τῆς ΑΒ συμβάλλουν ἡ ἀνακλωμένη τῆς **1** καὶ ἡ διαθλωμένη τῆς **ΓΑ** *διάστημα* **$\lambda/2$.** Κατὰ τὴν ἀνάκλασιν ἐπὶ ὀπτικῶς ἀραιοτέρου μέσου (ὅπως ἡ ΔΓΑ τοῦ σχ. 131) τοιαύτη μεταβολὴ φάσεως δὲν συμβαίνει (βλ. § 16).

Ἐὰν ἡ πομφόλυξ φωτισθῇ διὰ λευκοῦ φωτὸς τότε ἐμφανίζει διάφορα χρώματα ὀφειλόμενα εἰς τὰ διάφορα μήκη κύματος, παρουσιαζομένου οὕτω ζωηροῦ ***ἰριδισμοῦ.*** Ὅμοια φαινόμενα παρουσιάζονται εἰς λεπτότατα πλακίδια ὑάλου ἢ εἰς λεπτὸν στρῶμα ἐλαίου ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ὕδατος.

γ΄) **Ὑπολογιστικὸν παράδειγμα.** «**Χρησιμοποιοῦμεν διάφραγμα μὲ δύο παραλλήλους σχισμὰς S_1, S_2 διὰ νὰ παράγωμεν τὸ φαινόμενον τῆς συμβολῆς τοῦ φωτὸς** (σχ. 132).

Αἱ δύο σχισμαὶ S_1 καὶ S_2 ἀπέχουσαι ἀλλήλων κατὰ $\alpha = 0{,}4$ mm, φωτίζονται ὑπὸ μονοχρωματικῆς πηγῆς S, μήκους κύματος $\lambda = 0{,}5\,\mu$ ἰσαπεχούσης ἀπὸ τὰς S_1 καὶ S_2 καὶ παραλλήλου πρὸς αὐτάς. (Διάταξις τοῦ Young).



Σχ. 132
Διάταξις τοῦ Young
διὰ τὴν ἐμφάνισιν τῆς συμβολῆς
τοῦ φωτός.

Τὸ διάφραγμα παρατηρήσεως εἶναι κάθετον ἐπὶ τὴν εὐθεῖαν SO εἰς τὸ O΄, τὸ δὲ O εἶναι μέσον τῆς S_1S_2. Ἡ ἀπόστασις $\beta = (OO΄)$ εἶναι 1 m.

(i) Περιγράψατε τὸ φαινόμενον τὸ ὁποῖον θὰ παρατηρηθῇ καὶ ὑπολογίσατε τὴν ἀπόστασιν O΄P εἰς ἣν παρατηρεῖται ἡ τετάρτη φωτεινὴ ράβδωσις.

(ii) Τοποθετοῦμεν ἔμπροσθεν τῆς σχισμῆς S_1, ὑάλινον πλακίδιον πάχους $\epsilon = 8\,\mu$ καὶ δείκτου διαθλάσεως, $\nu = 3/2$ καὶ ἀντικαθιστῶμεν τὴν πηγὴν S διὰ πηγῆς λευκοῦ φωτός. Προσδιορίσατε τὴν νέαν θέσιν τῆς κεντρικῆς φωτεινῆς ραβδώσεως».

Λύσις. **(i)** Ὅπως εἴδομεν ἀνωτέρω, εἰς τὴν διάταξιν τοῦ Fresnel, ἐπειδὴ αἱ σχισμαὶ S_1, S_2 λειτουργοῦν ὡς σύγχρονοι φωτειναὶ πηγαὶ λόγῳ τῆς συμμετρίας, θὰ παρατηρηθοῦν ἐπὶ τοῦ πετάσματος ραβδώσεις φωτειναὶ καὶ σκοτειναί, ἰσαπέχουσαι, ὀρθογώνιοι πρὸς τὴν S_1S_2. Εἰς τὰ σημεῖα M διὰ τὰ ὁποῖα εἶναι $MS_2 - MS_1 = r_2 - r_1 =$ ἀκέραιον πολλαπλάσιον, ρλ, τοῦ μήκους κύματος, θὰ ἔχωμεν φωτεινὰς ραβδώσεις· καὶ σκοτεινὰς ἂν $MS_2 - MS_1 = (2\rho+1)\dfrac{\lambda}{2}$.

Εἰς τὸ O΄ θὰ ἔχωμεν φωτεινὴν ράβδωσιν (κεντρικήν). Ὅπως εἴδομεν ἀνωτέρω, (τύπος (2)) ἡ ἀπόστασις δύο διαδοχικῶν φωτεινῶν ραβδώσεων εἶναι:

$$\Delta = \lambda\,\frac{\beta}{\alpha} = \frac{0{,}5\,\mu . 10^6\,\mu}{0{,}4\ .\ 10^3\,\mu} = \frac{5}{4}\,10^3\mu = \frac{5}{4}\ \mathrm{mm}.$$

Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῆς κεντρικῆς καὶ τῆς τετάρτης φωτεινῆς ραβδώσεως εἶναι $4\Delta = 5$ mm.

(ii) Ἡ ταχύτης τοῦ φωτὸς εἰς τὸν ἀέρα ἢ τὸ κενὸν ἔστω c. Ἡ ταχύτης αὐτοῦ ἐντὸς τῆς ὑάλου εἶναι $\upsilon = c/\nu$, (βλ. σελ. 93) ὅπου ν, ὁ δ. δ. τῆς ὑάλου. Ὁ χρόνος δν χρειάζεται τὸ φῶς διὰ νὰ διασχίσῃ τὸ ὑάλινον πλακίδιον πάχους ε εἶναι ε/υ, ἐνῶ ἐν ἀπουσίᾳ τοῦ πλακιδίου θὰ διέσχιζε τὸ αὐτὸ πάχος ἀέρος, εἰς χρόνον ε/c. Ἡ παρεμβολὴ λοιπὸν τοῦ πλακιδίου ηὔξησε τὴν διάρκειαν τῆς διαδρομῆς τοῦ φωτὸς κατὰ χρόνον

$$T = \frac{\varepsilon}{\upsilon} - \frac{\varepsilon}{c} = \frac{\varepsilon\nu}{c} - \frac{\varepsilon}{c} = \frac{\varepsilon}{c}(\nu - 1).$$

Τὸ πάχος τοῦ ἀέρος τὸ ὁποῖον θὰ διηνύετο ὑπὸ τοῦ φωτὸς εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον εἶναι : $h = c \cdot T = \varepsilon(\nu - 1) = \frac{\varepsilon}{2} = 4\ \mu.$

Ἡ παράθεσις τῆς πλακὸς εἰς τὴν δέσμην S_1, ἰσοδυναμεῖ κατὰ ταῦτα μὲ αὔξησιν τοῦ (ἐν τῷ ἀέρι) διανυομένου διαστήματος ἀπὸ S_1, μέχρι τοῦ διαφράγματος κατὰ $h = 4\ \mu$. Ἡ κεντρικὴ ράβδωσις εἰς τὴν ὁποίαν αἱ δύο φωτειναὶ δέσμαι S_1 καὶ S_2 φθάνουν ἐν φάσει, διανύουσαι ἴσα **ὀπτικὰ διαστήματα** (ἴσον πλῆθος περιόδων) θὰ εὑρίσκεται τώρα εἰς ἓν σημεῖον M τοῦ διαφράγματος, διὰ τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἔχωμεν : $MS_2 = MS_1 + h$ ἢ $r_2 - r_1 = 4\ \mu$.

Ἐὰν $O'M = x$ γνωρίζομεν ὅτι (τύπος (1))

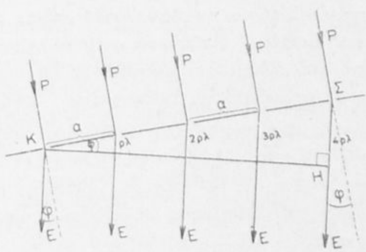
$$r_2 - r_1 = \frac{\alpha x}{\beta} \quad \text{καὶ} \quad x = \frac{\beta}{\alpha}(r_2 - r_1) = \frac{10^6}{0{,}4 \cdot 10^3} \cdot 4 \cdot 10^{-3}\ \text{mm} = 10\ \text{mm}.$$

Ἑπομένως ἡ κεντρικὴ ράβδωσις εἰς ἣν φθάνουν ὅλαι αἱ ἀκτινοβολίαι ἐν φάσει, θὰ μετατοπισθῇ πρὸς τὰ ἄνω κατὰ 10 mm καὶ θὰ εἶναι ἡ μόνη λευκή.

§ 75. Περίθλασις τοῦ φωτός. ***Καλεῖται περίθλασις τοῦ φωτός, τὸ φαινόμενον καθ' ὃ ἡ εὐθύγραμμος διάδοσις τοῦ φωτὸς διαταράσσεται καὶ φαινόμενα συμβολῆς ἐμφανίζονται ὅταν τὸ φῶς διέλθῃ διὰ στενῆς σχισμῆς ἢ συναντήσῃ σῶμα ἀδιαφανές, λίαν μικρῶν διαστάσεων.*** Πράγματι, ἐὰν μονόχρουν φῶς διέλθῃ διὰ στενῆς σχισμῆς τότε παρέχει ἐπὶ πετάσματος, ἀντὶ τοῦ φωτεινοῦ εἰδώλου τῆς σχισμῆς, ἐκτεταμένην σειρὰν φωτεινῶν καὶ σκοτεινῶν ραβδώσεων (παρατηρησίμων διὰ φακοῦ) αἵτινες εἶναι ζωηρότεραι περὶ τὸ μέσον καὶ ἐξασθενίζουν πρὸς τὰ ἄκρα. Ἐὰν τὸ φῶς εἶναι λευκὸν αἱ ραβδώσεις εἶναι κεχρωσμέναι διὰ διαφόρων χρωμάτων. Τὸ αὐτὸ ἀκριβῶς φαινόμενον παρατηρεῖται καὶ ὅταν τὸ φῶς διελθὸν διὰ τῆς σχισμῆς προσπέσῃ ἐπὶ λεπτοτάτου σύρματος τεθέντος παραλλήλως πρὸς τὴν σχισμὴν ὁπότε τὸ σύρμα δὲν δίδει σαφῆ σκιὰν ἀλλ' ἐκτεταμένον σύνολον σκοτεινῶν καὶ φωτεινῶν ραβδώσεων ἀκριβῶς ὅπως αἱ ἀνωτέρω περιγραφεῖσαι. Τὰ ἀνωτέρω παρατηρούμενα φαινόμενα καλοῦνται ***φαινόμενα περιθλάσεως*** καὶ κατ' αὐτὰ τὸ φῶς ὑφίσταται κάμψιν τῆς εὐθυγράμμου πορείας του περιτρέχον τὰ χείλη τῆς σχισμῆς ἢ τὴν ἀκμὴν ἀδιαφανοῦς σώματος, ὅπως συμβαίνει καὶ εἰς τὸν ἦχον (βλ. § 18).

§ 76. Ὀπτικὸν φράγμα. α΄) Τὸ φαινόμενον τῆς περιθλάσεως χρησιμοποιεῖται εἰς τὸ *ὀπτικὸν φράγμα* τὸ ὁποῖον συνίσταται ἐξ ὑαλίνης πλακὸς ἐπὶ τῆς ὁποίας ἔχουν χαραχθῆ δι᾽ ἀδάμαντος ἕνα μέγα πλῆθος λεπτῶν παραλλήλων καὶ ἰσαπεχουσῶν σχισμῶν. Συνήθως τὸ πλῆθος τῶν χαραγῶν ἀνέρχεται εἰς 5500 ἀνὰ cm τὰ δὲ διαστήματα μεταξὺ τῶν χαραγῶν ἐνεργοῦν ὡς λίαν στεναὶ σχισμαὶ δι᾽ ὧν διέρχεται τὸ φῶς. Ἐὰν παράλληλος δέσμη μονοχρόου φωτὸς προσπέση ***καθέτως*** ἐπὶ τοῦ πλακιδίου, ***τὰ περιθλώμενα διὰ τῶν σχισμῶν κύματα συμβάλλουσιν ἀλληλοεξουδετερούμενα, ἐξαιρέσει ὡρισμένων διευθύνσεων*** τῶν ὁποίων αἱ γωνίαι μετὰ τῆς ἀρχικῆς διευθύνσεως τῆς δέσμης (δηλ. μετὰ τῆς καθέτου ἐπὶ τὸ πλακίδιον) λέγονται ***γωνίαι περιθλάσεως***, ἐξαρτῶνται δὲ αὗται ἀπὸ τὴν ἀπόστασιν α τῶν χαραγῶν καὶ ἀπὸ τὸ μῆκος κύματος λ τοῦ φωτός. Αἱ γωνίαι αὗται προσδιορίζονται εὐκόλως πειραματικῶς καὶ χρησιμεύουν *διὰ τὸν ἀκριβῆ ὑπολογισμὸν τοῦ μήκους κύματος τοῦ φωτός* Ἐὰν τὸ περιθλώμενον φῶς δὲν εἶναι μονόχρουν τότε ἐμφανίζονται ἑκατέρωθεν τοῦ μέσου εἰδώλου, φάσματα κεχρωσμένα ὅπως καὶ εἰς τὸ ὀπτικὸν πρῖσμα.

β΄) **Ὑπολογισμὸς τῆς γωνίας περιθλάσεως**. Ἐκ τῆς προσπιπτούσης ἐπὶ τοῦ ὀπτικοῦ φράγματος φωτεινῆς δέσμης ἂς λάβωμεν τὰς συγχρονισμένας ἀκτῖνας Ρ αἱ ὁποῖαι διέρχονται διὰ τοῦ ἀριστεροῦ ἄκρου τῶν χαραγῶν, ὅπως εἰς τὸ σχ. 133.



Σχ. 133

Κατὰ τὴν ἀρχὴν τοῦ Huyghens, ἑκάστη σχισμὴ δι᾽ ἧς διέρχεται τὸ φῶς, ἐξομοιοῦται μὲ φωτεινὴν πηγὴν ἐκ τῆς ὁποίας ἐξέρχεται τὸ φῶς πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις. Ἂς ἐξετάσωμεν τώρα τὰς ἀκτῖνας αἵτινες ἐξέρχονται ἐκ τῶν διαφόρων σχισμῶν καὶ ***ἔχουν*** πᾶσαι ***τὴν ἰδίαν διεύθυνσιν Ε***. Εἶναι προφανὲς ὅτι ἐφ᾽ ὅσον αἱ ἐκ δύο γειτονικῶν σχισμῶν ἐξερχόμεναι παράλληλοι ἀκτῖνες Ε, συμβαίνει νὰ φθάνουν ἐπὶ τῆς καθέτου ΚΗ (σχ. 113) μὲ διαφορὰν πορείας, ἀκέραιον πολλαπλάσιον μήκους κύματος (ρλ), τότε συλλεγόμεναι διὰ φακοῦ (ἀρκεῖ δὲ καὶ ὁ φακὸς τοῦ ὀφθαλμοῦ, δηλ. ἡ παρατήρησις διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ), ἐνισχύουν τὰ μέγιστα ἀλλήλας. Συνεπῶς, ἐὰν κατὰ τὴν διεύθυνσιν Ε ἐξέρχεται φῶς, ἕπεται ὅτι ἡ γωνία φ τῆς Ε μετὰ τῆς Ρ (βλ.

σχ. 133) πληροῖ τὴν σχέσιν: $\eta\mu\varphi = \eta\mu\widehat{\Sigma K H} = \Sigma H/K\Sigma = \varrho\lambda/\alpha$ ἤτοι

(1) $\boxed{\eta\mu\varphi = \varrho\dfrac{\lambda}{\alpha}}$ ὅπου ρ ἀκέραιος (=τάξις συμβολῆς).

(Τὸ α παριστᾷ τὴν ἀπόστασιν μεταξὺ τῶν ἀριστερῶν ἄκρων δυὸ διαδοχικῶν σχισμῶν). Αἱ γωνίαι λοιπὸν φ καθ' ἅς ἐξέρχεται φῶς ἔχουν ἡμίτονα, λ/α, 2λ/α, 3λ/α...

Ἐὰν προσπίπτῃ καθέτως ἐπὶ τοῦ πλακιδίου λευκὸν φῶς, τότε κάθε χρῶμα ἐνισχύεται κατὰ τὰς ἰδικάς του διευθύνσεις καὶ δημιουργοῦνται συνεχῆ φάσματα ἑκατέρωθεν τῆς καθέτου. Ἐνῶ ὅμως τὸ ὀπτικὸν πρίσμα δίδει ἕνα φάσμα, τὸ ὀπτικὸν φράγμα δίδει περισσότερα, ἀντιστοιχοῦντα εἰς τὰς τιμὰς 1, 2, 3... τοῦ ρ καὶ τὰ ὁποῖα λέγονται φάσματα 1ης, 2ας, 3ης... τάξεως.

i) Ἔστω π.χ. $\alpha = 1{,}69 \cdot 10^{-4}$ cm ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν χαραγῶν τοῦ ἐπιπέδου ὀπτικοῦ φράγματος καὶ $\lambda = 400$ mμ τὸ μῆκος κύματος τοῦ ἰώδους. Τότε διὰ $\rho = 1$ λαμβάνομεν $\eta\mu\varphi = \lambda/\alpha = 4 \cdot 10^{-5}$ cm / $1{,}69 \cdot 10^{-4}$ cm $= 0{,}237$ καὶ $\varphi \approx 13^\circ 40'$. Ὑπὸ γωνίαν $13^\circ 40'$ ὡς πρὸς τὴν κάθετον εἶναι ὁρατὸν τὸ ἰῶδες. Ἐὰν διὰ τὸ ἐρυθρὸν δεχθῶμεν $\lambda = 700$ mμ $= 7 \cdot 10^{-5}$ cm καὶ λάβωμεν $\rho = 1$, τότε $\eta\mu\varphi = \lambda/\alpha = 7 \cdot 10^{-5}$ cm/$1{,}69 \cdot 10^{-4}$ cm $= 0{,}415$ καὶ $\varphi \approx 24^\circ 30'$. Ὑπὸ διεύθυνσιν σχηματίζουσαν γωνίαν $24^\circ 30'$ εἶναι ὁρατὸν τὸ ἐρυθρόν. Μεταξὺ τῶν δύο τούτων ἀκραίων διευθύνσεων μεσολαβοῦν τὰ λοιπὰ χρώματα τοῦ παραγομένου ὑπὸ τοῦ πλακιδίου φάσματος. Τὸ 1ης τάξεως τοῦτο φάσμα (ἀντιστοιχοῦν εἰς $\rho = 1$) περικλείεται ἐντὸς γωνίας $24^\circ 30' - 13^\circ 40' = 10^\circ 50'$.

ii) Διὰ τυχὸν α, ἡ γωνιώδης ἐκτροπὴ φ, 3ης τάξεως τοῦ ἰώδους θὰ δίδεται ὑπὸ τῆς $\eta\mu\varphi = 3 \times (4 \times 10^{-5})$cm/α ($\rho = 3$) καὶ ἡ 2ας τάξεως τοῦ ἐρυθροῦ ὑπὸ τῆς $\eta\mu\varphi' = 2 \times (7 \times 10^{-5})$ cm/α. Ἐπειδὴ προφανῶς $\varphi < \varphi'$ συνάγεται ὅτι πάντοτε, μέρος τοῦ φάσματος 3ης τάξεως ἐπικαλύπτει ἕνα μέρος τοῦ 2ας τάξεως φάσματος.

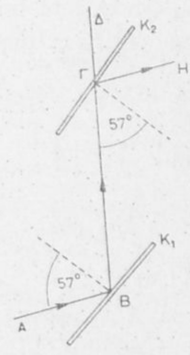
§ 77. Πόλωσις τοῦ φωτός.

α') Γνωρίζομεν ὅτι ἕνα κῦμα ἠμπορεῖ νὰ εἶναι διάμηκες ἢ ἐγκάρσιον (§ 10).

Τὸ φῶς διαδίδεται μόνον ***δι' ἐγκαρσίων κυμάτων.*** Ἤτοι τὸ περιοδικῶς μεταβαλλόμενον διάνυσμα τῆς ἠλεκτρικῆς ἐντάσεως τοῦ ἠλεκτρομαγνητικοῦ πεδίου τὸ ὁποῖον διαδίδει ἡ φωτεινὴ πηγή, εὑρίσκεται ἐν ἐπιπέδῳ καθέτῳ πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ἀκτῖνος. ***Εἰς τὸ φυσικὸν φῶς*** οἱ κραδασμοὶ τοῦ «ἠλεκτρικοῦ» τούτου διανύσματος, ὄντες κάθετοι πρὸς τὴν ἀκτῖνα, ἔχουν ποικίλας μὲν διευθύνσεις (*ἰδεώδης ἀταξία*), ***ἀλλὰ παραλλήλους ὅλας πρὸς τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον*** κάθετον ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς μεταδόσεως (σχ. 135). Ἐὰν ὅμως συμβῇ οἱ κραδασμοὶ νὰ εἶναι παράλληλοι μεταξύ των (κάθετοι πάντοτε πρὸς τὴν ἀκτῖνα), τότε τὸ φῶς λέγεται ***γραμμικῶς πολωμένον*** καὶ τὸ ἐπίπεδον ἐντὸς τοῦ ὁποίου γίνονται οἱ κραδασμοὶ (διερχόμενον διὰ τῆς ἀκτῖνος μεταδόσεως) λέγεται ***ἐπίπεδον πολώσεως***. Τέλος δυνατὸν ἡ κύμανσις νὰ εἶναι συνισταμένη δύο καθέτων ἐπ' ἀλλήλας, γραμμικῶς πολωμένων κυμάνσεων, ὁπότε τὸ φῶς λέγεται *κυκλικῶς* ἢ *ἐλλειπτικῶς* πολωμένον, καθ' ὅσον τὰ πλάτη τῶν δύο συνιστώντων κυμάτων εἶναι ἴσα ἢ ἄνισα (βλ. § 10, γ' σελ. 26).

Τὰ φαινόμενα τῆς περιθλάσεως καὶ συμβολῆς λαμβάνουν χώραν καὶ εἰς τὰ διαμήκη καὶ εἰς τὰ ἐγκάρσια κύματα. Τὸ φαινόμενον ὅμως τῆς πολώσεως δύναται νὰ συμβῇ ***μόνον*** εἰς ἐγκάρσιον κῦμα (§ 10, σελ. 25). Ἀνάλογα φαινόμενα πολώσεως εἰς τὸν ἦχον (διαμήκη κύματα) δὲν ὑπάρχουν.

β') **Πόλωσις δι' ἀνακλάσεως**. Τὸ φαινόμενον τὸ παρατηρηθὲν ὑπὸ τοῦ Malus (1808) συνηγορεῖ ἀποφασιστικῶς ὑπὲρ τῆς ἀπόψεως τῶν ἐγκαρσίων φωτεινῶν κυμάτων, ἔχει δὲ ὡς ἑξῆς: Μία φωτεινὴ ἀκτὶς ΑΒ πίπτει ὑπὸ γωνίαν προσπτώσεως $\vartheta = 57^0$, ἐπὶ ἐπιπέδου ὑαλίνης πλακὸς K_1 καὶ ἀνακλωμένη ἐν μέρει, προσπίπτει ἐπὶ δευτέρας ὑαλίνης πλακὸς K_2 πάλιν ὑπὸ γωνίαν 57^0 (σχ. 134).



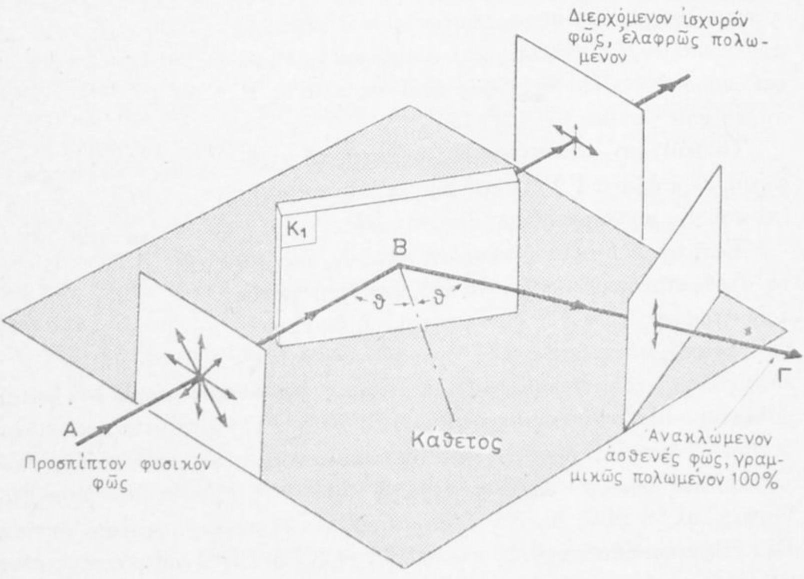
Σχ. 134

Τὸ δεύτερον κάτοπτρον K_2, δύναται νὰ στρέφεται περὶ ἄξονα ΓΔ ἔχοντα τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐπὶ τοῦ K_2 προσπιπτούσης ἀκτῖνος ΒΓ.

Ἐὰν τώρα ἡ δευτέρα ὑαλίνη πλὰξ K_2 ἀρχίση νὰ στρέφεται περὶ τὸν ἄξονα ΓΔ, ὁπότε ἡ γωνία προσπτώσεως τῶν 57^0 διατηρεῖται, ἡ δὲ ἐξ αὐτῆς ἀνακλωμένη ἀκτὶς ΓΗ διαγράφει κωνικὴν ἐπιφάνειαν, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἔντασις τῆς ἀνακλωμένης ΓΗ μεταβάλλεται κατὰ τὴν περιστροφήν. Ἡ ΓΗ ἔχει τὴν μεγίστην φωτεινὴν ἔντασιν ὅταν αἱ πλᾶκες K_1 καὶ K_2 εἶναι παράλληλοι, ἀκολούθως ἐξασθενεῖ καὶ ὅταν τὸ K_2 ἔχει στραφῇ κατὰ 90^0, ἡ ἀκτὶς ΓΗ ἀποσβένυται, δηλ. ἡ πλὰξ K_2 δὲν ἀνακλᾷ πλέον τὴν προσπίπτουσαν ἀκτῖνα ΒΓ. Ἐξακολουθούσης τῆς στροφῆς τοῦ K_2 ἡ ΓΗ ἀναφαίνεται πάλιν καὶ ἀποκτᾷ ἐκ νέου τὴν μεγίστην φωτεινὴν ἔντασιν ὅταν ἡ K_2 ἔχει στραφῇ κατὰ 180^0.

Τὰ ἀνωτέρω ἀποδεικνύουν ὅτι εἰς τὸ φῶς, ***κατόπιν τῆς ἀνακλάσεώς του*** ἐπὶ τῆς πρώτης πλακὸς K_1, ἔχει συμβῇ μία μεταβολή, διότι τὸ φῶς τῆς ἀκτῖνος ΒΓ κατὰ τὴν πρόσπτωσίν του ἐπὶ τῆς δευτέρας πλακὸς K_2, δὲν συμπεριφέρεται ὅπως τὸ φυσικὸν φῶς. Ἡ μεταβολὴ αὕτη ἐξηγεῖται μόνον ἂν δεχθῶμεν τὴν περίπτωσιν ἐγκαρσίων κραδασμῶν καὶ ὅτι ἡ πλὰξ K_2, ἀνακλᾶ μόνον μίαν κατηγορίαν ἐκ τῶν ἐγκαρσίων κραδασμῶν, π.χ. τῶν ἐκτελουμένων καθέτως πρὸς τὸ ἐπίπεδον προσπτώσεως ΑΒΓ, τὰς δὲ ἄλλας ἀπορροφᾶ ἢ διαθλᾶ (ὅπως φαίνεται ἀναλυτικώτερον εἰς τὸ σχ. 135).

Ἐὰν τὸ κῦμα τὸ διαδιδόμενον διὰ τῆς φωτεινῆς ἀκτῖνος ΒΓ τοῦ σχ. 134 ἦτο διάμηκες, ἡ στροφὴ τοῦ K_2 περὶ τὴν ΒΓ οὐδόλως θὰ μετέβαλλε τὴν σχετικὴν θέσιν κυμάνσεως—κατόπτρου καὶ συνεπῶς λόγῳ τῆς συμμετρίας, οὐδεμία μεταβολὴ εἰς τὴν ἔντασιν τῆς ἀνακλωμένης ἀκτῖνος θὰ ἠδύνατο νὰ συμβῇ. Ἐπομένως πρέπει νὰ ἔχωμεν κατὰ τὴν διαδρομὴν ΒΓ ἐγκαρσίους κραδασμούς, οἱ ὁποῖοι ἐπιτελοῦνται ἐντὸς ὡρισμένου ἐπιπέδου, ἡ δὲ στροφὴ τοῦ K_2 μεταβάλλουσα τὴν θέσιν τοῦ K_2 ὡς πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν κραδασμῶν, μεταβάλλει καὶ τὸ ἀποτέλεσμα τῆς ἀνακλάσεως.



Σχ. 135

Τὸ ὑπὸ γωνίαν $\vartheta=57^0$ ἐπὶ τῆς πλακὸς K_1 ἀνακλώμενον φῶς λέγεται ***γραμμικῶς πολωμένον***, δηλ. αἱ κραδασμοὶ ἐπιτελοῦνται μόνον ἐπὶ ἑνὸς ἐπιπέδου διερχομένου διὰ τῆς ΒΓ καὶ καθέτου ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον ΑΒΓ καὶ εἶναι κάθετοι πρὸς τὴν ΒΓ. Ἡ πλὰξ K_1 τοῦ σχ. 134 λέγεται *πολωτὴς* καὶ ἡ K_2 *ἀναλύτης*. Διὰ τῆς K_1 ἐπιτυγχάνεται καὶ διὰ τῆς K_2 διαπιστοῦται ἡ πόλωσις. Ἡ γωνία θ λέγεται *γωνία πολώσεως*.

Ἐὰν ν εἶναι ὁ δ.δ. τοῦ μέσου ἐντὸς τοῦ ὁποίου διαδίδεται τὸ φῶς **πρὸ** τῆς ἀνακλάσεώς του ἐπὶ τῆς K_1 καὶ ν΄ ὁ δ. δ. τοῦ ἀνακλῶντος ὑλικοῦ (δηλ. τῆς K_1) τότε ἡ γωνία πολώσεως θ δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου:

(1) $\varepsilon\varphi\theta = \nu'/\nu$ (Νόμος τοῦ Brewster).

Ἡ (1) ἐκφράζει ὅτι: ***ἀνακλωμένη καὶ διαθλωμένη ἀκτὶς δέον νὰ εἶναι κάθετοι ἐπ' ἀλλήλας.***

Τέλος, διὰ νὰ δημιουργηθῇ *δέσμη πολωμένων* φωτεινῶν ἀκτίνων, τίθεται ἀντὶ τῆς K_1 (σχ. 135), δέσμη λεπτῶν ἐπαλλήλων πλακιδίων ὁμοίων πρὸς τὸ K_1 καὶ τὸ καθὲν δίδει ἀπὸ μίαν ἀνακλωμένην, γραμμικῶς πολωμένην ἀκτῖνα.

§ 78. Διπλῆ διάθλασις τοῦ φωτός. α΄) Ἐὰν φωτεινὴ ἀκτὶς διέλθῃ διὰ μέσου Ἰσλανδικῆς κρυστάλλου, δημιουργοῦνται δύο διαθλώμεναι ἀκτῖνες, ὅπως εἰς τὸ σχ. 136. Κατὰ συνέπειαν, ἀντικείμενον παρατηρούμενον μέσῳ τῆς κρυστάλλου ταύτης φαίνεται διπλοῦν. Τὸ φαινόμενον τοῦτο λέγεται ***διπλῆ διάθλασις τοῦ φωτός.*** Ἡ μία τῶν διαθλωμένων ἀκτίνων ὑπακούει εἰς τοὺς συνήθεις νόμους τῆς διαθλάσεως καὶ καλεῖται ***τακτικὴ ἀκτίς,*** ἡ ἄλλη ἐν γένει δὲν ὑπόκειται εἰς τοὺς δύο νόμους τῆς διαθλάσεως καὶ ὀνομάζεται ***ἔκτακτος ἀκτίς.*** Ἡ ὕπαρξις δύο διαθλωμένων ἀκτίνων δεικνύει ὅτι ὑπάρχουν δύο διαθλώμενα κύματα διατρέχοντα τὴν κρύσταλλον μὲ διαφορετικὰς ταχύτητας. Ὑπάρχει ὅμως ἐν τῇ Ἰσλανδικῇ κρυστάλλῳ καὶ μία διεύθυνσις κατὰ μῆκος τῆς ὁποίας αἱ δύο κυμάνσεις προχωροῦν μὲ τὴν αὐτὴν ταχύτητα.

Σχ. 136

Κάθε εὐθεῖα παράλληλος πρός τὴν διεύθυνσιν αὐτὴν καλεῖται ***ὀπτικὸς ἄξων*** καὶ τό φῶς διερχόμενον τὴν κρύσταλλον κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ὀπτικοῦ ἄξονος δὲν χωρίζεται εἰς δύο ἀκτίνας. Ἡ Ἰσλανδικὴ κρύσταλλος καλεῖται *μοναξωνική*.

Μερικοὶ κρύσταλλοι εἶναι *διαξωνικοί*, δηλ. ἔχουν δύο ὀπτικοὺς ἄξονας. Ὁ ***τουρμαλίνης*** διαθλᾶ ἁπλῶς τὸ φῶς καὶ ἔχει τὴν ἰδιότητα νὰ ἀπορροφᾶ ἰσχυρῶς τὴν συνήθη ἀκτῖνα καὶ νὰ διαβιβάζῃ τὴν ἔκτακτον.

β΄) **Πόλωσις ἐκ διπλῆς διαθλάσεως.** Ἐὰν τὰς δύο ἐξερχομένας ἀκτίνας κατὰ τὴν διπλῆν διάθλασιν, δεχθῶμεν ἐπὶ κατόπτρου K_2 ὑπὸ τὴν γωνίαν τῆς πολώσεως (βλ. § 77, σχ. 134), εὑρίσκομεν στρέφοντες τὸ κάτοπτρον ὅτι ἑκατέρα τούτων ἀποσβέννυται περιοδικῶς. Ἐπομένως καὶ αἱ δύο ἀκτῖνες, τόσον ***ἡ ἔκτακτος ὅσον καὶ ἡ τακτικὴ εἶναι γραμμικῶς πολωμέναι*** καὶ μάλιστα, εὑρίσκεται ὅτι τὰ ἐπίπεδα πολώσεώς των εἶναι ***κάθετα ἐπ᾽ ἄλληλα.***

γ΄) **Πρῖσμα τοῦ Nicol.** Τοῦτο χρησιμεύει πρὸς παραγωγὴν γραμμικῶς πολωμένου φωτός, ἐκ φυσικοῦ φωτός. Τεμάχιον Ἰσλανδικῆς κρυστάλλου κόπτεται ὑπὸ ὡρισμένην γωνίαν (βλ. σχ. 137) εἰς δύο ἴσα τμήματα, τὰ ὁποῖα συγκολλῶνται ἐκ νέου διὰ βαλσάμου τοῦ Καναδᾶ καὶ συγκροτεῖται οὕτω τὸ πρῖσμα Nicol, ΕΖΗΘ. Ἐὰν φυσικὸν φῶς ΑΒ προσπέσῃ ἐπὶ τοῦ πρίσματος καθ᾽ ὃν τρόπον φαίνεται εἰς τὸ σχ. 137, τότε τοῦτο σχίζεται εἰς μίαν συνήθη καὶ μίαν ἔκτακτον ἀκτῖνα, αἱ ὁποῖαι φθάνουν ἀμφότεραι εἰς τὸ στρῶμα ΕΗ τοῦ βαλσάμου τοῦ Καναδᾶ. Ἡ τακτικὴ ἀκτὶς ἥτις διαθλᾶται ἐν προκειμένῳ περισσότερον, προσπίπτει ἐπὶ τοῦ ΕΗ ὑπὸ γωνίαν μεγαλυτέραν τῆς ὁρικῆς καὶ ὑφισταμένη ὁλικὴν ἀνάκλασιν, προσπίπτει ἐπὶ τῆς πλαγίας ἕδρας, ἀπομακρυνομένη τελείως τῆς ἐκτάκτου, τὴν ὁποίαν λαμβάνομεν ***μόνην*** κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΓΔ. Διότι ἡ ἔκτακτος ὡς διαθλωμένη ὀλιγώτερον προσπίπτει ἐπὶ τοῦ στρώματος ΕΗ ὑπὸ γωνίαν μικροτέραν τῆς ὁρικῆς, ἑπομένως δὲν ὑφίσταται ὁλικὴν ἀνάκλασιν, ἀλλὰ διέρχεται διὰ τοῦ πρίσματος καὶ ἐξέρχεται ἐκ τῆς ἀπέναντι ἕδρας ΘΗ ὡς γραμμικῶς πολωμένον φῶς.

Σχ. 137

Τὸ πρῖσμα Nicol ἐνεργεῖ λοιπὸν ὡς ὑαλίνη πλὰξ ὑπὸ γωνίαν 57^0 (βλ. § 77, β΄) δηλ. ὡς ***πολωτής***.

Δύναται ὅμως νὰ χρησιμεύσῃ καὶ ὡς ἀναλύτης δηλ. διὰ τὴν διαπίστωσιν γραμμικῆς πολώσεως. Οὕτω π.χ. ἂν διέλθῃ φῶς διαδοχικῶς διὰ διὰ δύο πρισμάτων Nicol, τότε τὸ ἐκ τοῦ πρώτου (*πολωτοῦ*) διερχόμενον φῶς διέρχεται ἀκωλύτως καὶ διὰ τοῦ δευτέρου (*ἀναλύτου*) ὅταν τὰ δύο πρίσματα ἔχουν τὸν ἴδιον προσανατολισμὸν ἐν τῷ χώρῳ (*παράλληλα Nicol*). Ἐὰν ὅμως εἶναι ἐστραμμένα κατὰ 90^0 πρὸς ἄλληλα, τότε τὸ δεύτερον πρίσμα ἀρνεῖται νὰ διαβιβάσῃ τὸ ἐκ τοῦ πρώτου προερχόμενον φῶς (*διασταυρωμένα Nicol*). Εἰς ἄλλας ἐνδιαμέσους θέσεις, ἔχομεν ὀλιγωτέραν ἢ περισσοτέραν ἐξασθένησιν τῆς διὰ τοῦ δευτέρου (ἀναλύτου) διερχομένης (πολωμένης) ἀκτῖνος.

δ') **Παραγωγὴ ἐλλειπτικῶς πολωμένου φωτός.** Γραμμικῶς πολωμένον φῶς, διερχόμενον διὰ διαθλαστικοῦ κρυστάλλου, ἐξέρχεται κατὰ κανόνα, ὡς *ἐλλειπτικῶς πολωμένον φῶς* (βλ. § 10, γ', σελ. 26).

§ 79. Στροφὴ τοῦ ἐπιπέδου πολώσεως.

α') **Ὀπτικῶς ἐνεργοὶ οὐσίαι.** Ἐὰν πλακίδιον χαλαζίου τετμημένον καθέτως πρὸς τὸν ὀπτικὸν ἄξονα, παρεμβάλωμεν μεταξὺ δύο διεσταυρωμένων Nicol, εὑρίσκομεν ὅτι τὸ φῶς διέρχεται τώρα διὰ τοῦ ἀναλύτου, ἐὰν δὲ στρέψωμεν τὸν ἀναλύτην καθ' ὡρισμένην γωνίαν, τὸ φῶς ἀφανίζεται πάλιν.

Φαίνεται ἐκ τούτου, ὅτι ὁ χαλαζίας ἔχει περιστρέψει τὸ ἐπίπεδον τῶν κυμάνσεων τοῦ δι' αὐτοῦ διερχομένου πολωμένου φωτὸς κατὰ μίαν ὡρισμένην γωνίαν. Διαλύματα ὀργανικῶν οὐσιῶν ὅπως σακχάρου ἢ τρυγικοῦ ὀξέος, ἔχουν ἐπίσης τὴν ἰδιότητα νὰ στρέφουν τὸ ἐπίπεδον πολώσεως τοῦ δι' αὐτῶν διερχομένου (γραμμικῶς) πολωμένου φωτὸς κατὰ τὴν μίαν ἢ τὴν ἄλλην φορὰν περιστροφῆς.

Αἱ οὐσίαι αὐταὶ καλοῦνται ***ὀπτικῶς ἐνεργοί.***

Νόμοι : ***Ἡ γωνία στροφῆς τοῦ ἐπιπέδου πολώσεως εἶναι ἀνάλογος, πρὸς τὸ μῆκος τῆς διαδρομῆς τοῦ φωτὸς διὰ τοῦ διαλύματος, ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τοῦ μήκους κύματος τοῦ φωτὸς καὶ ἀνάλογος τῆς συγκεντρώσεως τοῦ διαλύματος.***

β') Ὁ τρίτος νόμος ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἔχει ἐνδιαφέρουσαν πρακτικὴν ἐφαρμογὴν διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς *συγκεντρώσεως* ἑνὸς διαλύματος τῇ βοηθείᾳ τῆς γωνίας στροφῆς ἣν προκαλεῖ τοῦτο εἰς τὸ ἐπίπεδον πολώσεως. ***Συγκέντρωσις*** δὲ τοῦ διαλύματος καλεῖται τὸ ποσὸν εἰς γραμμάρια τῆς διαλυμένης οὐσίας τὸ περιεχόμενον εἰς 1 cm^3 διαλύματος.

Τὰ ὄργανα τὰ χρησιμεύοντα διὰ τὴν ἀκριβῆ μέτρησιν τῆς στροφῆς τοῦ ἐπιπέδου πολώσεως λέγονται ***σακχαρόμετρα.***

Παράδειγμα. «Ὑδατῶδες διάλυμα σακχάρου μήκους 20 cm προκαλεῖ εἰς τὸ κίτρινον φῶς τοῦ νατρίου στροφὴν 13°,2 εἰς θερμοκρασίαν 20°C. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ συγκέντρωσις σ τοῦ διαλύματος, δεδομένου ὅτι ἂν ἡ συγκέντρωσις τοῦ σακχάρου εἶναι 1/3 gr/cm^3 καὶ τὸ μῆκος τοῦ διαλύματος εἶναι 10 cm προκαλεῖται στροφὴ 22° εἰς τὴν ἰδίαν θερμοκρασίαν».

Λύσις. Ἂν καλέσωμεν φ τὴν γωνίαν στροφῆς, λ τὸ μῆκος τοῦ διαλύματος καὶ σ τὴν συγκέντρωσιν, τότε κατὰ τοὺς ἀνωτέρω νόμους θὰ εἶναι :

(1) $$\varphi = k.\lambda.\sigma$$

ὅπου k συντελεστὴς ἀναλογίας σταθερὸς διὰ τὸ κίτρινον φῶς καὶ διὰ σταθερὰν θερμοκρασίαν. Ἀπὸ τὰ δεδομένα τοῦ προβλήματος ἔχομεν (βάσει τῆς (1))

$$13^{o},2 = k \cdot 20.\sigma \quad \text{καὶ}$$

$$22^{o} = k \cdot 10.\frac{1}{3}.$$

Διαιροῦντες κατὰ μέλη λαμβάνομεν

$$\frac{132}{220} = 6\sigma \text{ καὶ } \sigma = \frac{22}{220} = \frac{1}{10}\ gr/cm^3 \text{ ἢ } 10\ gr/100\ cm^3.$$

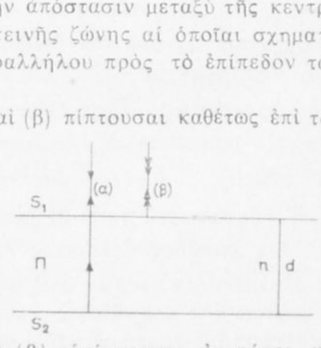
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

189. Μονοχρωματικὸν φῶς προερχόμενον ἐκ σημειακῆς φωτεινῆς πηγῆς, φωτίζει δύο λεπτὰς παραλλήλους σχισμὰς τῶν ὁποίων τὰ κέντρα ἀπέχουν ἀλλήλων κατὰ α=0,8 mm. Ἐπὶ διαφράγματος παραλλήλου πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν σχισμῶν καὶ εἰς ἀπόστασιν β=50 cm ἀπὸ τούτου σχηματίζονται ἐκ συμβολῆς σκοτειναὶ καὶ φωτειναὶ ζῶναι.

Ἂν ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν σκοτεινῶν ζωνῶν εἶναι Δ=0,304 mm, νὰ ὑπολογισθῇ τὸ μῆκος κύματος λ τοῦ φωτὸς εἰς Ångström. (Βλ. τύπον $\Delta = \lambda \frac{\beta}{\alpha}$ τῆς σελ. 78. Περὶ τοῦ Ångström, βλέπε «Μηχανική», σελ. 4).

190. Ἐρυθροῦν φῶς, μήκους κύματος 6438 Å, προερχόμενον ἐκ σημειακῆς φωτεινῆς πηγῆς, διέρχεται διὰ δύο παραλλήλων λεπτῶν σχισμῶν ἀπεχουσῶν α=1 mm. Ὑπολογίσατε εἰς cm τὴν ἀπόστασιν μεταξὺ τῆς κεντρικῆς φωτεινῆς ταινίας καὶ τῆς τρίτης σκοτεινῆς ζώνης αἱ ὁποῖαι σχηματίζονται, διὰ συμβολῆς ἐπὶ πετάσματος παραλλήλου πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν σχισμῶν καὶ ἀπέχοντος 1 m ἀπὸ τούτου.

191. Αἱ συγχρονισμέναι ἀκτῖνες (α) καὶ (β) πίπτουσαι καθέτως ἐπὶ τοῦ πλακιδίου Π, ἔχοντος δ. δ. n καὶ πάχος d ἐξέρχονται καὶ πάλιν πρὸς τὸ μέρος (Α) ἐξ οὗ προῆλθον ἀνακλασθεῖσαι ἡ μὲν (α) ἐπὶ τῆς κάτω ἐπιφανείας S_2 ἡ δὲ (β) ἐπὶ τῆς ἄνω S_1.



i) Ποίαν διαφορὰν πορείας παρουσιάζουν αἱ ἐξερχόμεναι ἀκτῖνες ;

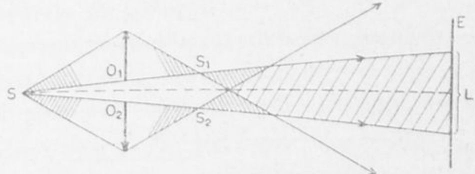
ii) Διὰ ποίας τιμὰς τοῦ d αἱ (α) καὶ (β) εὑρίσκονται ἐν φάσει καὶ συνεπῶς ἀλληλοενισχύονται ; Τὸ μῆκος κύματος τοῦ φωτὸς ἔστω λ (εἰς τὸν ἀέρα).

192. Πράσινον φῶς μήκους κύματος 5400 Å, περιθλᾶται διερχόμενον δι' ὀπτικοῦ φράγματος φέροντος 2.000 γραμμὰς/cm. Ὑπολογίσατε τὴν γωνίαν περιθλάσεως 3ης τάξεως.

193. Συγκλίνων φακὸς ἑστιακῆς ἀποστάσεως 30 cm, χωρίζεται εἰς δυὸ ἴσα μέρη, καὶ οἱ δύο προκύπτοντες ἡμιφακοὶ ἀπομακρύνονται κατὰ 1 mm ἀπ' ἀλλήλων ($O_1O_2=1$ mm). Φωτεινὴ σχισμὴ S κεῖται εἰς ἀπόστασιν 45 cm, ἀπὸ τοῦ διπλοῦ φακοῦ ὅστις παρέχει δύο εἴδωλα πραγματικὰ τῆς S, τὰ S_1 καὶ S_2. Τέλος διάφραγμα E εἰς ἀπόστασιν 3 m ἀπὸ τοῦ φακοῦ πρὸς τὸ μέρος τῶν εἰδώλων S_1, S_2, ἐπιτρέπει νὰ ἐξετάσωμεν τὸ φαινόμενον τῆς συμβολῆς.

i) Ἐξηγήσατε ὅ,τι δημιουργεῖται ἐπὶ τοῦ E καὶ ὑπολογίσατε τὴν ἀπόστασιν μεταξὺ δύο διαδοχικῶν φωτεινῶν ζωνῶν ὅταν ἡ S εἶναι μονοχρωματικὴ πηγή, μήκους κύματος 0,6 m.

ii) Ὑπολογίσατε τὸ πλάτος L τοῦ πεδίου ἐπὶ τοῦ E εἰς ὃ γίνεται ἡ συμβολὴ καὶ τὸ πλῆθος τῶν ὁρατῶν φωτεινῶν ραβδώσεων.



iii) Ἔμπροσθεν τῆς πηγῆς S, τοποθετεῖται λεπτὴ διαφανὴς πλὰξ δ.δ. η=1,6. Δείξατε ὅτι τὸ σύστημα τῶν ζωνῶν συμβολῆς, μετατοπίζεται παραλλήλως πρὸς ἑαυτό. Ἐὰν ἡ μετατόπισις εἶναι 1 mm, ποῖον τὸ πάχος τῆς πλακός; Πῶς διακρίνομεν κατόπιν τῆς μετατοπίσεως τὴν κεντρικὴν ζώνην εἰς τὴν περίπτωσιν λευκοῦ φωτός;

194. Πλακίδιον ἐξ ὑάλου πάχους d=0,4 μικρὸν φωτίζεται ὑπὸ δέσμης λευκοῦ φωτός, προσπίπτοντος καθέτως ἐπὶ τοῦ πλακιδίου. Ὁ δ.δ. τῆς ὑάλου εἶναι η=1,5. Ποῖα μήκη κύματος ἐντὸς τῆς περιοχῆς τοῦ ὁρατοῦ φάσματος $\lambda_i=40 \cdot 10^{-6}$ cm ἕως $\lambda_\varepsilon=70 \cdot 10^{-6}$ cm) θὰ ἐνισχυθοῦν εἰς τὴν ἀνακλωμένην δέσμην;

195. Ποῖον τὸ μικρότερον πάχος d, πλακιδίου δ.δ. η=1,4, ἐπὶ τὸ ὁποῖον ἐὰν προσπέσῃ δέσμη φωτὸς καθέτως, ἀπορροφᾶται ἡ ἰώδης ἀκτινοβολία μήκους κύματος λ=400 mμ=400 Å;

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ XI

Θεωρία τῶν κβάντα διὰ τὸ φῶς

§ 80. **Ἐξαγόμενα τινὰ τῆς θεωρίας τῆς σχετικότητος.** Ἡ θεωρία τῆς σχετικότητος, ἱδρυθεῖσα ὑπὸ τοῦ Einstein (1905), ἀποτελεῖ μίαν βάσιν τῆς νεωτέρας φυσικῆς καὶ ἔχει σπουδαίας ἐφαρμογὰς εἰς τὴν περιοχὴν τῆς ἀτομικῆς φυσικῆς. Ἡ πραγμάτευσις τῆς θεωρίας αὐτῆς δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ γίνῃ εἰς ἕνα βιβλίον στοιχειώδους Φυσικῆς. Θ᾽ ἀναφέρωμεν ὅμως κατωτέρω ὀλίγα συμπεράσματα ἀπορρέοντα ἐκ τῆς θεωρίας αὐτῆς τὰ ὁποῖα εἶναι ἀπαραίτητα διὰ τὴν μελέτην διαφόρων θεμάτων τῆς Ἀτομικῆς Φυσικῆς.

α΄) **Μᾶζα καὶ ταχύτης.** Κατὰ τὴν θεωρίαν τῆς σχετικότητος, ἡ μᾶζα ἑνὸς σώματος δὲν εἶναι σταθερὰ ποσότης, ἀλλ᾽ ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ταχύτητος μεθ᾽ ἧς κινεῖται τὸ σῶμα. Ἐὰν m εἶναι ἡ ***μᾶζα ἠρεμίας,*** δηλ. ἡ μᾶζα ἑνὸς ἀκινητοῦντος σώματος καὶ m΄ ἡ μᾶζα τοῦ ἰδίου σώματος κινουμένου ὅμως μὲ ταχύτητα υ, τότε ἰσχύει ἡ σχέσις

$$\text{(1)} \qquad \boxed{m' = \frac{m}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}}$$

ὅπου c ἡ ταχύτης τοῦ φωτὸς ἐν τῷ κενῷ.

Ἐκ τοῦ (1) ὑπολογίζεται ὅτι ὅταν υ=c/2, ἡ μᾶζα αὐξάνει περίπου 15⁰/₀ ἐν σχέσει μὲ τὴν μᾶζαν ἠρεμίας (δηλ. τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς υ=0) καὶ διὰ υ=3c/4 ἡ αὔξησις τῆς μάζης ὑπερβαίνει τὰ 50⁰/₀.

β΄) **Ὁρμή.** Εἰς τὴν θεωρίαν τῆς σχετικότητος ἡ ὁρμὴ ἑνὸς κινουμένου σώματος ὁρίζεται ὅπως εἰς τὴν Μηχανικὴν ὡς γινόμενον τῆς μάζης m΄ τοῦ κινουμένου σώματος (μᾶζα κινήσεως, ***ὄχι*** ἠρεμίας) ἐπὶ τὴν ταχύτητά του. Συνεπῶς ἔχει μέτρον

$$\text{(2)} \qquad \boxed{G = m'\upsilon = \frac{m\upsilon}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}}$$

Ὡς διάνυσμα, ἡ ὁρμὴ ἐκφράζεται διὰ τοῦ τύπου

$$\vec{G} = m\vec{\upsilon} \Big/ \sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}} \tag{2'}$$

ὅπου υ, τὸ μέτρον τῆς διανυσματικῆς ταχύτητος $\vec{\upsilon}$.

γ') **Ἰσοδυναμία μάζης καὶ ἐνεργείας.** Ἐκ τῆς θεωρίας τῆς σχετικότητος προκύπτει περαιτέρω ὅτι σῶμα κινούμενον μὲ ταχύτητα υ καὶ ἔχον μάζαν ἠρεμίας m, κατέχει ***ὁλικὴν ἐνέργειαν*** $E_{ο\lambda}$, διδομένην ὑπὸ τοῦ τύπου

$$\boxed{E_{ο\lambda} = \frac{m \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}} \tag{3}$$

Κατὰ συνέπειαν ***ἕνα ἠρεμοῦν σῶμα*** (δηλ. $\upsilon = 0$) ***κατέχει λόγῳ τῆς ὑπάρξεως τῆς μάζης του μίαν ἐνέργειαν:***

$$\boxed{E_{\eta\rho} = m \cdot c^2} \tag{4}$$

Ἐὰν ἀπὸ τὴν ὁλικὴν ἐνέργειαν $E_{ο\lambda}$ ἀφαιρέσωμεν τὴν $E_{\eta\rho}$, ἀπομένει τὸ μέρος τῆς ἐνεργείας τὸ ὀφειλόμενον εἰς τὴν κίνησιν, δηλ. ἡ *κινητικὴ ἐνέργεια* τοῦ σώματος:

$$\boxed{E_{\kappa\iota\nu} = E_{ο\lambda} - E_{\eta\rho} = mc^2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} - 1 \right\}} \tag{5}$$

Διὰ μικρὰς ταχύτητας υ ἐν σχέσει μὲ τὴν ταχύτητα c τοῦ φωτὸς ὁ τύπος (5), διὰ καταλλήλου λογισμοῦ παρέχει τὸν γνωστὸν τύτύπον: $E_{\kappa\iota\nu} = m\upsilon^2/2$.

Τέλος, ὁ τύπος (4) δύναται νὰ νοηθῇ καὶ κατ' ἀντίστροφον ἔννοιαν:

$$\boxed{m = \frac{E}{c^2}} \tag{1}$$

Ὅτι δηλαδὴ ***εἰς κάθε ἐνέργειαν E, ἀνήκει μία μᾶζα ἀνερχομένη εἰς E/c², ἑπομένως ἡ ἐνέργεια εἶναι ὅπως ἡ μᾶζα, ἀδρανὴς καὶ βαρεῖα*** (δηλ. ὑποκειμένη εἰς τὴν βαρύτητα).

§ 81. Θεωρία τῶν Quanta διὰ τὸ φῶς. α΄) Ἄς θεωρήσωμεν φωτεινὴν πηγὴν ἐκπέμπουσαν μονόχρουν φῶς τοῦ ὁποίου τὸ μῆκος κύματος ἔστω λ, ἡ συχνότης του ἔστω N καὶ ἡ ταχύτης διαδόσεως ἔστω c, τῶν λ, c, N συνδεομένων διὰ τῆς σχέσεως $\mathbf{c=\lambda \cdot N}$. Τὸ φῶς τοῦτο εἶναι ἐνέργεια ἐκπεμπομένη ἐκ τῆς πηγῆς ἐν τῷ χώρῳ. Κατὰ τὴν θεωρίαν τοῦ Plank ἡ ἐκ τῆς ἐν λόγῳ πηγῆς ἐκπεμπομένη φωτεινὴ ἐνέργεια ἐκπέμπεται ὄχι κατὰ τρόπον συνεχῆ ἀλλὰ ὡς συρμὸς ἀπὸ στοιχειώδη ποσὰ ἐνεργείας ***ἴσα καὶ ἀδιαίρετα*** τὰ ὁποῖα καλοῦνται ***κβάντα.***

Ἐὰν καλέσωμεν E τὸ ποσὸν τῆς ἐνεργείας ἑνὸς quanta τῆς ἀνωτέρω πηγῆς, τότε ὁποιοδήποτε ποσὸν φωτεινῆς ἐνεργείας τὸ ὁποῖον δυνάμεθα νὰ λάβωμεν ἐκ τῆς φωτεινῆς πηγῆς θὰ εἶναι ***ἀκέραιον πολλαπλάσιον τοῦ E*** καὶ κάθε ἐπιφάνεια φωτιζομένη ἐκ τῆς πηγῆς θὰ δέχεται φωτεινὴν ἐνέργειαν ἀκριβῶς ἀκέραιον πολλαπλάσιον τοῦ κβάντα E.

Ἡ ἄποψις αὕτη εἶναι ἐντελῶς ξένη πρὸς τὴν ἄποψιν τῆς κλασσικῆς θεωρίας καθ' ἣν ἡ φωτεινὴ ἐνέργεια δύναται νὰ μεταβάλλεται κατὰ τρόπον συνεχῆ, δηλ. κατὰ ὁσονδήποτε μικρὰς ποσότητας,

β΄) **Σταθερὰ τοῦ Plank.** Ἐν συνεχείᾳ ὁ Plank καθώρισε τὸ ποσὸν E τῆς κατεχομένης ὑπὸ ἑνὸς κβάντα, φωτεινῆς ἐνεργείας διὰ τοῦ θεμελιώδους τύπου

$$\boxed{E = h\,N} \tag{1}$$

ὅπου N ἡ ***συχνότης*** τοῦ ἐκπεμπομένου φωτὸς καὶ h, σταθερὰ ποσότης, ***ἡ ἰδία δι' ὅλας τὰς συχνότητας N.*** Ὁ παράγων h καλεῖται ***σταθερὰ τοῦ* Plank** καὶ ἔχει τιμήν:

$$h = 6{,}626\ 10^{-27}\ \text{erg·sec}\ (\text{ἐργιοδευτερόλεπτα})$$

$$\text{ἢ}\ h = 6{,}626\cdot 10^{-34}\ \text{joule·sec.}$$

(Σημειωτέον ὅτι αἱ μονάδες αὐταὶ εἶναι μονάδες στροφικῆς ὁρμῆς).

Ὁ τύπος (1) παρέχει τὴν ἐνέργειαν ἑνὸς φωτεινοῦ κβάντα διὰ φῶς συχνότητος N sec^{-1} ***εἰς ἔργια,*** ἐφ' ὅσον τὸ h εἶναι ἐκπεφρασμένον εἰς ἐργιοδευτερόλεπτα.

(Ἐννοεῖται ὅτι μία φωτεινὴ πηγή, συχνότητος N′ θὰ ἐκπέμπῃ quanta διαφορετικοῦ μεγέθους, ἕκαστον τῶν ὁποίων κατέχει ἐνέργειαν $E' = hN'$).

Κατὰ τὴν κβαντικὴν λοιπὸν θεωρίαν τοῦ φωτός, τοῦτο διαδίδεται ἐν τῷ χώρῳ ὑπὸ τὴν μορφὴν φωτεινῶν κβάντα διακεκριμμένων ἀπ' ἀλλήλων, ἕκαστον τῶν ὁποίων κατέχει ἐνέργειαν ἀνάλογον τῆς συχνότητος N τῶν φωτεινῶν κυμάτων καὶ μάλιστα μεγέθους h·N.

Ἡ θεωρία τῶν* quanta *δὲν περιορίζεται μόνον εἰς τὸ ὁρατὸν φῶς ἀλλ᾽ ἐκτείνεται εἰς πάσης φύσεως ἀκτινοβολίας, αἱ ὁποῖαι ἐπίσης μεταφέρουν ἐνέργειαν ἄνευ μεσολαβήσεως ὑλικοῦ φορέως καὶ αἱ ὁποῖαι διαφέρουν τοῦ φωτὸς ὡς πρὸς τὸ μῆκος κύματος (βλ. § 70, γ΄). ***Ἡ σταθερὰ* h *εἶναι μονίμως ἡ αὐτὴ εἰς πάσας τὰς περιπτώσεις.***

Τὰ κβάντα τῶν διαφόρων ἀκτινοβολιῶν (Röntgen, ἀκτῖνες γ κλπ.) διαφέρουν κατὰ τὴν συχνότητα N (καὶ συνεπῶς καὶ κατὰ τὸ μῆκος κύματος).

γ΄) **Φωτόνια.** Οὕτω καλοῦνται τὰ ἀνωτέρω ὁρισθέντα στοιχειώδη ποσὰ φωτεινῆς ἐνεργείας· δηλ. τὰ κβάντα τῆς φωτεινῆς ἐνεργείας ἢ ***φωτοκβάντα***. Ἡ ἐνέργεια ἑνὸς φωτονίου δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου (1).

Τὰ φωτόνια τῶν διαφοροχρώμων ἀκτινοβολιῶν κατέχουν διαφορετικὰ ποσὰ ἐνεργείας ὅπως ἐλέχθη ἀνωτέρω.

Εἰς τὰ φωτόνια *ἀποδίδεται καὶ ὑλικὴ ὑπόστασις*, δηλ. ταῦτα ἐξομοιοῦνται μὲ ὑλικὰ σωματίδια καὶ τοῦτο πρὸς ἐξήγησιν τῶν φαινομένων, ἐνῶ συγχρόνως ἡ ἔννοια τῆς συχνότητος τῶν κραδασμῶν, ἡ ἀπορρέουσα ἀπὸ τὴν θεωρίαν τῶν κυμάνσεων διατηρεῖται εἰς αὐτά.

Ὡς ἐλέχθη καὶ ἀνωτέρω αἱ πάσης φύσεως ἀκτινοβολίαι νοοῦνται ἐκπεμπόμεναι διὰ φωτονίων.

Φαινόμενα ἀνεξήγητα διὰ μόνης τῆς θεωρίας τῶν κυμάνσεων ἐξηγοῦνται πλήρως διὰ τῆς κβαντικῆς θεωρίας τοῦ φωτὸς καθ᾽ ἣν τὰ φωτεινὰ κβάντα ἢ φωτόνια συμπεριφέρονται ὡς ὑλικὰ σωματίδια (βλ. «φωτοηλεκτρικὸν φαινόμενον, § 84).

Τουναντίον ἡ κυματικὴ θεωρία τοῦ φωτὸς ἐξηγεῖ πλήρως τὴν συμβολὴν τοῦ φωτός, ἡ ὁποία μὲ τὴν κβαντικὴν θεωρίαν δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐξηγηθῆ.

Ἡ φυσικὴ ἀναγκάζεται νὰ παραδεχθῆ ὅτι τὸ φῶς συμπεριφέρεται ἄλλοτε ὡς κύμανσις καὶ ἄλλοτε ὡς δέσμη φωτονίων ὑλικῆς ὑποστάσεως.

Διὰ τῆς πρώτης παραδοχῆς ἑρμηνεύει τὰ φαινόμενα τῆς ***διαδόσεως*** τοῦ φωτὸς ἐν τῷ χώρῳ καὶ διὰ τῆς δευτέρας τὰ φαινόμενα τὰ σχετικὰ μὲ τὴν ***σύστασιν τοῦ φωτὸς*** καὶ τὰς ***ἀμοιβαίας δράσεις αὐτοῦ μετὰ τῶν ἀτόμων καὶ μορίων.***

γ΄) **Μᾶζα τοῦ φωτονίου.** Διὰ ν᾽ ἀντιστοιχίσωμεν εἰς τὸ φωτόνιον μίαν συγκεκριμένην ὑλικὴν μᾶζαν, λαμβάνομεν ὑπ᾽ ὄψιν ὅτι κατὰ τὴν θεωρίαν τῆς σχετικότητος, κάθε ἐνέργεια E κατέχει μᾶζαν E/c^2 (βλ. § 80 γ΄, τύπος (6)).

Ἑπομένως τὸ φωτόνιον δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς κατέχον μᾶζαν $m = E/c^2$, ὅπου E ἡ ἐνέργεια τοῦ φωτονίου. Ἀλλὰ κατὰ τὸν τύπον (1) τῆς παρούσης παραγράφου, εἶναι $E = h \cdot N$ ἑπομένως ἡ μᾶζα τοῦ (ἐν κινήσει) φωτονίου δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου:

$$\boxed{m = \frac{hN}{c^2} = \frac{E}{c^2}} \tag{2}$$

Ἐπειδή, $c = \lambda N$ ὁ ἀνωτέρω τύπος γράφεται καί:

$$\boxed{m = h/\lambda^2 N = h/c\lambda} \tag{3}$$

ε΄) **Ὁρμὴ τοῦ φωτονίου.** Ἐὰν ἡ φωτεινὴ ἐνέργεια κατέχει μίαν μᾶζαν τότε θὰ ἔχει ἐπίσης μίαν *ποσότητα κινήσεως* ἢ *ὁρμήν*. Τὸ μέτρον τῆς ὁρμῆς εἶναι $\mathbf{G = m'\upsilon}$ (βλ. τύπον (2) § 80, β΄), ὅπου m΄ ἡ μᾶζα κινήσεως καὶ υ ἡ ταχύτης.

Ἐπειδὴ εἰς τὰ φωτόνια ἡ μᾶζα $m' = E/c^2$ (ὡς εἴδομεν ἀνωτέρω) καὶ ἡ ταχύτης υ ἰσοῦται μὲ c, λαμβάνομεν χρησιμοποιοῦντες τὸν τύπον $G = m'\upsilon$, ὡς ὁρμὴν τοῦ φωτονίου:

$$\boxed{G = \frac{E}{c} = \frac{hN}{c} = \frac{h}{\lambda}} \tag{4}$$

ὅπου ἐλήφθη ὑπ' ὄψιν ὅτι $E = h \cdot N$ καὶ $c = \lambda \cdot N$, ὅπου λ τὸ μῆκος κύματος τοῦ φωτός. Ὡς διάνυσμα, ἡ ὁρμὴ τοῦ φωτονίου ἐκφράζεται μέ:

$$\vec{G} = \frac{h}{\lambda}\vec{i} \tag{4΄}$$

ὅπου $\vec{i}$ μοναδιαῖον διάνυσμα ὁμόρροπον πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ φωτονίου.

Διὰ τοῦ φωτονίου μεταφέρεται ἐν τῷ χώρῳ ὄχι μόνον ἐνέργεια ἀλλὰ καὶ ὁρμή, ἀκριβῶς ὅπως καὶ μὲ ἓν κινούμενον σῶμα. Κατὰ τὸ θεώρημα διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, τὸ φῶς μεταδίδει τὴν ὁρμὴν ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπὶ τοῦ ὁποίου προσπίπτει καὶ ὑπὸ τοῦ ὁποίου ἀπορροφᾶται. Συνεπῶς σῶμα ἀπορροφὸν φωτεινὴν ἀκτινοβολίαν ὑφίσταται δύναμιν καὶ ὡς ἐκ τούτου, μίαν *πίεσιν τῆς ἀκτινοβολίας* (πίεσιν ἐκ τοῦ φωτός). Ἀντιστρόφως ἐὰν σῶμα ἐκπέμπει τὸ φῶς, πάλιν ὑφίσταται ἀπώθησιν (ἀνάκρουσιν) ὅπως τὸ ὅπλον κατὰ τὴν ἐκπυρσοκρότησιν.

Ἐὰν τὰ φωτόνια ἀνακλῶνται ἐπὶ ἑνὸς σώματος τότε ἡ πιέζουσα τὸ σῶμα δύναμις εἶναι μεγέθει ἡ ἰδία καὶ κατὰ τὴν πρόσπτωσιν καὶ κατὰ τὴν ἀνάκλασιν (ὡς ἐὰν δηλαδὴ κατὰ πρῶτον τὸ φῶς ἀπορροφηθῇ καὶ κατόπιν ἐκπεμφθῇ). Ὡς ἐκ τούτου *κατὰ τὴν ἀνάκλασιν τῶν φωτονίων ἡ ἀκτινοβόλος πίεσις εἶναι διπλασία παρὰ εἰς τὴν ἁπλῆν ἀπορρόφησιν ἢ ἁπλῆν ἐκπομπήν.*

Κάθε ἀλλαγὴ κατευθύνσεως ἑνὸς φωτονίου συνεπάγεται μεταβολὴν (διανυσματικὴν) τῆς ὁρμῆς του καὶ τοῦτο δὲν γίνεται, ἄνευ τῆς δράσεως μιᾶς δυνάμεως ἐπ᾽ αὐτοῦ. Οὕτω κατὰ τὴν διάθλασιν τοῦ φωτὸς ἐμφανίζεται μεταξὺ φωτὸς καὶ διαθλῶντος σώματος, δύναμις πολὺ μικρὰ ἀλλὰ παρατηρήσιμος. Ὅταν δὲ τὸ φῶς διέρχεται, διὰ πλακὸς μὲ παραλλήλους ἕδρας, λόγῳ τῶν δύο διαθλάσεων, δημιουργεῖται ζεῦγος, δηλ. ῥοπή.

Ἡ πίεσις τῆς ἀκτινοβολίας ἔχει διαπιστωθῆ ὑπὸ πολλῶν ἐρευνητῶν.

Ἰσχυρότεραι πιέσεις τῆς ἀκτινοβολίας, δημιουργοῦνται εἰς τὴν ἀκτινοβόλον περιοχὴν πλησίον τοῦ ἡλίου (ἢ ἀπλανῶν ἀστέρων), τὸ δὲ καμπύλον σχῆμα τῶν κομητῶν προέρχεται ἐκ τοῦ ὅτι ἡ οὐρὰ τοῦ κομήτου ἀποτελεῖται ἀπὸ ἐξαιρετικῶς ἀραιὸν ὑλικὸν καὶ ἀπωθουμένη ὑπὸ τῆς ἡλιακῆς ἀκτινοβολίας ἀπομακρύνεται περισσότερον τοῦ ἡλίου παρὰ τὸ λοιπὸν σῶμα τοῦ κομήτου.

*** § 82. Ἠλεκτρόνια.** Ὅπως διδάσκεται εἰς τὸ οἰκεῖον μέρος τῆς Φυσικῆς, ὁ ἠλεκτρισμὸς εἶναι ἰδιότης τῆς ὕλης. Δὲν ὑπάρχει ὕλη χωρὶς ἠλεκτρικὸν φορτίον οὔτε φορτίον ἠλεκτρικὸν ἀνεξάρτητον τῆς ὕλης. Δεχόμεθα σήμερον ὅτι **τὸ ἄτομον τῶν σωμάτων ἀποτελεῖται ἀπὸ ἠλεκτρισμένα σωμάτια** καὶ δὴ ἀπὸ τὸν **πυρῆνα** ὁ ὁποῖος συγκεντρώνει τὸ μεγαλύτερον μέρος τῆς μάζης τοῦ ἀτόμου καὶ ὁ ὁποῖος φέρει ἠλεκτρικὸν φορτίον θετικὸν καὶ ἀπὸ τὰ **ἠλεκτρόνια** τὰ ὁποῖα φέρουν ἠλεκτρικὸν φορτίον ἀρνητικόν. Ὁ πυρὴν περιέχει θετικῶς ἠλεκτρισμένα στοιχειώδη σωμάτια καλούμενα **πρωτόνια** καὶ ἠλεκτρικῶς οὐδέτερα σωμάτια καλούμενα **οὐδετερόνια** ἢ **νετρόνια**. Τὰ ἠλεκτρόνια ἔχουν μᾶζαν ἀπειροελαχίστην (τὸ 1/1836 περίπου τῆς μάζης τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου) καὶ περιστρέφονται περὶ τὸν πυρῆνα.

Τὸ ἠλεκτρικὸν φορτίον ἑνὸς ἠλεκτρονίου εἶναι πάντοτε **ἀρνητικὸν** στοιχειῶδες ἠλεκτρικὸν φορτίον ἴσον πρὸς $\mathbf{4{,}803 \times 10^{-10}}$ ἠλεκτροστατικὰς μονάδας $=$ $\mathbf{1{,}602 \times 10^{-19}}$ Coulomb. (Αἱ μονάδες αὐταὶ ὁρίζονται εἰς τὸ οἰκεῖον μέρος τῆς Φυσικῆς).

Ἡ μᾶζα ἀφ᾽ ἑτέρου τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι:

$$\boxed{m = 0{,}9108 \times 10^{-27}\ \mathrm{gr}}$$

Ὅταν τὰ θετικῶς ἠλεκτρισμένα σωμάτια τοῦ πυρῆνος ἔχουν φορτία κατ᾽ ἀπόλυτον τιμὴν ἴσα πρὸς τὰ περὶ αὐτὸν περιστρεφόμενα ἠλεκτρόνια, τότε εὑρισκόμεθα εἰς οὐδετέραν ἠλεκτρικῶς κατάστασιν. Ἐὰν διὰ διαφόρους λόγους (π.χ.

λόγῳ τριβῆς ἢ γενικώτερον, λόγω ἀπορροφήσεως ἐνεργείας) ἀποσπασθοῦν ἠλεκτρόνια ἀπὸ τὸ ἄτομον, τοῦτο καθίσταται θετικῶς φορτισμένον διότι ἡ ἰσορροπία περὶ τῆς ὁποίας εἴπομεν προηγουμένως δὲν ὑφίσταται καὶ ὑπάρχει **ἔλλειμα ἠλεκτρονίων**. Ἀντιθέτως ὅταν ὑπάρξῃ **πλεόνασμα ἠλεκτρονίων** τότε ἔχομεν ἀρνητικὴν φόρτισιν τοῦ ἀτόμου. Ἓν θετικῶς φορτισμένον ἄτομον λέγεται **θετικὸν ἰὸν** καὶ ἓν ἀρνητικῶς φορτισμένον λέγεται **ἀρνητικὸν ἰόν**.

Εἰς τὰ μέταλλα, τὰ ἠλεκτρόνια παρουσιάζουν ἰδιαιτέραν εὐκινησίαν. Οὕτω ἀπὸ τὰ ἄτομα τῶν μετάλλων δύνανται εὐκόλως νὰ ἀποσπασθοῦν ἓν ἢ περισσόμερα ἠλεκτρόνια, τῶν ἀτόμων καθισταμένων θετικῶν ἰόντων. Τὰ εὐκίνητα αὐτὰ ἠλεκτρόνια ἐναλλάσσονται συνεχῶς μεταξὺ τῶν ἀτόμων τῶν μετάλλων καὶ οὕτω κινοῦνται ἀτάκτως ἐντὸς τῆς μάζης τῶν μετάλλων.

Λόγῳ τῆς ἀπειροελαχίστης μάζης τῶν ἠλεκτρονίων, ἡ μᾶζα τοῦ ἠλεκτριζομένου σώματος πρακτικῶς δὲν μεταβάλλεται.

§ 83. Ἀριθμητικοὶ ὑπολογισμοὶ βάσει τῆς θεωρίας τῶν κβάντα. Εἰς τὰ κατωτέρω διδόμενα ἀριθμητικὰ παραδείγματα ἡ ταχύτης τοῦ φωτὸς ἐν τῷ κενῷ λαμβάνεται $c=3\cdot10^{10}$ cm·sec^{-1} καὶ ἡ σταθερὰ h τοῦ Plank λαμβάνεται ἴση πρὸς $6{,}626.10^{-27}$ erg·sec ἢ καὶ $6{,}6\cdot10^{-27}$ erg·sec (βλ. § 81, β΄).

i) Πόσην ἐνέργειαν κατέχει ἕνα quanta μιᾶς ἀκτινοβολίας ἐχούσης μῆκος κύματος 5000 Å;

Λύσις. Ἐφαρμόζοντες τὸν τύπον (1) τῆς § 81 λαμβάνομεν:

$$E=h\cdot N=h\cdot c/\lambda=$$

$$=6{,}626\cdot10^{-27}\ \text{erg}\cdot\text{sec}\cdot3\cdot10^{8}\ \text{m.sec}^{-1}\cdot\frac{1}{5000\ \text{Å}}\cdot\frac{1\ \text{Å}}{10^{-10}\text{m}}$$

$$(\beta\lambda.\ \S\,67\ \beta')=6{,}626\cdot10^{-27}\cdot3\cdot10^{8}\cdot\frac{1}{5000}\cdot10^{10}\ \text{erg}=$$

$$=3{,}9756\cdot10^{-12}\ \text{erg}\sim3{,}98.10^{-19}\ \text{joules}.$$

ii) (Μῆκος κύματος Compton). Ποῖον τὸ μῆκος κύματος ἑνὸς φωτονίου ἔχοντος μᾶζαν ἴσην πρὸς τὴν τοῦ ἠλεκτρονίου;

Λύσις. Ἡ μᾶζα ἑνὸς ἠλεκτρονίου εἶναι $\mu=0{,}9108\cdot10^{-27}$ gr (βλ. § 82). Ἐξ ἄλλου, ἡ μᾶζα ἑνὸς φωτονίου εἶναι κατὰ τὸν τύπον (2) τῆς παραγρ. 81, $m=hN/c^2=hc/\lambda c^2$ (διότι $N=c/\lambda$)$=h/\lambda c$ καὶ

$$\lambda=\frac{h}{mc}. \tag{1}$$

Θέλομεν ὅμως νὰ εἶναι $m=\mu$ καὶ συνεπῶς ὁ (1) δίδει διὰ τὸ ζητούμενον μῆκος κύματος, $\lambda_k=h/\mu c$ (=μῆκος κύματος Compton) ἢ

$$\lambda_k=\frac{6{,}626\cdot10^{-27}\ \text{erg}\cdot\text{sec}}{0{,}9108\cdot10^{-27}\ \text{gr}\cdot3\cdot10^{10}\ \text{cm}\cdot\text{sec}^{-1}}=0{,}2432\cdot10^{-9}\cdot\frac{\text{gr}\cdot\text{cm}^2\cdot\text{sec}^{-2}\cdot\text{sec}}{\text{gr}\cdot\text{cm.sec}^{-1}}=$$

$$=0{,}2432\cdot10^{-9}\ \text{cm}=0{,}2432\cdot10^{-8}\ \text{cm}\cdot10^{-1}=0{,}2432\ \text{Å}\cdot10^{-1}=0{,}02432\ \text{Å}.$$

Ἐπομένως τὸ φωτόνιον μὲ μᾶζαν ἴσην πρὸς τὴν τοῦ ἠλεκτρονίου δέον νὰ προέρχεται ἀπὸ ἀκτινοβολίαν μήκους κύματος 0,02432 Å ἢ συχνότητα $N=c/\lambda=$ $=3\cdot10^{10}/0{,}2432\cdot10^{-9}\ \text{sec}^{-1}=1{,}2326\cdot10^{20}\ \text{sec}^{-1}$. Τοιοῦτον μῆκος κύματος δὲν ὑπάρχει εἰς τὸ φυσικὸν φῶς· ὑπάρχει ὅμως εἰς τὰς βραχέως μήκους κύματος (σκληρὰς) ἀκτῖνας Röntgen. **Αἱ ἀκτῖνες αὐταὶ δύνανται νὰ θεωρηθοῦν ὅτι ἐκπέμπουν κβάντα, μάζης ἴσης πρὸς τὴν τοῦ ἠλεκτρονίου.**

iii-) Φωτόνιον ἔχον μῆκος κύματος $5 \cdot 10^{-5}$ cm συγκρούεται μετὰ ἐλευθέρου ἠλεκτρονίου ἠρεμοῦντος. Μετὰ τὴν ἐλαστικὴν κροῦσιν τὸ φωτόνιον ἀποκτᾶ μῆκος κύματος $8 \cdot 10^{-5}$ cm. Ζητεῖται τὸ μέτρον τῆς ταχύτητος τὴν ὁποίαν ἀποκτᾶ τὸ ἠλεκτρόνιον μετὰ τὴν κροῦσιν ὑποτιθεμένου ὅτι ἡ ταχύτης αὕτη δὲν πλησιάζει πρὸς τὴν τοῦ φωτός.

Λύσις. Ἔστω E ἡ ἐνέργεια τοῦ φωτονίου πρὸ τῆς κρούσεως, E′ ἡ ἐνέργειά του μετὰ τὴν κροῦσιν καὶ W ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου μετὰ τὴν κροῦσιν. Κατὰ τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, θὰ εἶναι:

$$E = E' + W. \tag{2}$$

Ἐὰν N καὶ N′ αἱ συχνότητες τοῦ κύματος, αἱ ἀντιστοιχοῦσαι εἰς τὸ φωτόνιον πρὸ καὶ μετὰ τὴν κροῦσιν, μ ἡ μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου (βλ. § 82) καὶ υ ἡ ζητουμένη ταχύτης αὐτοῦ τὴν ὁποίαν ὑποθέτομεν ὄ χ ι πλησιάζουσαν τὴν ταχύτητα τοῦ φωτός, τότε ἡ (2) γίνεται σύμφωνα μὲ τὸν τύπον (1) § 81 β′:

$$hN = hN' + \frac{1}{2}\mu\upsilon^2. \tag{3}$$

Ἐὰν λ καὶ λ′ τὰ μήκη κύματος τὰ ἀντίστοιχα πρὸς τὰς συχνότητας N καὶ N′ ἡ (3) γίνεται:

$$h\frac{c}{\lambda} = h\frac{c}{\lambda'} + \frac{1}{2}\mu\upsilon^2 \tag{4}$$

καὶ συνεπῶς $\upsilon^2 = \dfrac{2hc}{\mu}\left(\dfrac{1}{\lambda} - \dfrac{1}{\lambda'}\right)$. Ἐργαζόμενοι μὲ μονάδας c.g.s εὑρίσκομεν:

$$\upsilon^2 = \frac{2.6{,}626 \cdot 10^{-27}}{0{,}9108 \cdot 10^{-27}} \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8}\right) 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ cgs} = \frac{6{,}226}{0{,}9108} \cdot \frac{9}{20} 10^{15} = \frac{28{,}017}{0{,}9108} 10^{14}$$

$$\text{καὶ } \upsilon = 10^7 \sqrt{\frac{28017}{911}} \text{ cm/sec} \approx 5{,}5 \cdot 10^7 \text{ cm/sec}.$$

iv) Ὁ ὀφθαλμὸς ἀντιλαμβάνεται φῶς, μήκους κύματος ἐν τῷ κενῷ 6.000 Ängström ἐφ' ὅσον προσπίπτουν ἐπ' αὐτοῦ τουλάχιστον 50 φωτόνια ἀνὰ sec. Νὰ ὑπολογισθῇ α′) ἡ ἐλαχίστη φωτεινὴ ροὴ (εἰς Watt) ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται ἵνα διεγερθῇ ὁ ὀφθαλμὸς ὑπὸ τοῦ ἐν λόγῳ φωτός. β′) ἡ ὁρμὴ τοῦ φωτονίου.

Λύσις. α′) Τὸ μῆκος κύματος τοῦ ἐν λόγῳ φωτονίου εἶναι $\lambda = 6000 \cdot 10^{-8}$cm $= 6 \cdot 10^{-5}$ cm. Ἡ ἐνέργεια ἑκάστου φωτονίου εἶναι κατὰ τὸν τύπον (1), § 81, β′)

$$E = hN = h\frac{c}{\lambda} \approx 6{,}6 \cdot 10^{-27} \text{ erg.sec } \frac{3 \cdot 10^{10} \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1}}{6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}} = 3{,}3 \cdot 10^{-12} \text{ erg.}$$

Ἡ ἐνέργεια ἡ προσπίπτουσα ἀνὰ sec εἰς τὸν ὀφθαλμὸν ὅστις δέχεται 50 φωτόνια ἀνὰ sec εἶναι 50 E ἀνὰ sec$=165 \cdot 10^{-12}$ erg/sec$=165 \cdot 10^{-19} \cdot 10^7$ erg/sec$=$ $=165 \cdot 10^{-19}$ Joule/sec$=165 \cdot 10^{-19}$ Watts.

β′) Διὰ τὴν ὁρμὴν τοῦ φωτονίου ἔχομεν τὸν τύπον (4), § 81:

$$G = \frac{E}{c} = \frac{hN}{c} = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-27}}{6 \cdot 10^{-5}} \cdot \frac{\text{erg} \cdot \text{sec}}{\text{cm}} = 1{,}1 \cdot 10^{-22} \text{ gr} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}.$$

ν) Ἐὰν σημειακὴ φωτεινὴ πηγὴ ἐκπέμπῃ x φωτόνια ἀνὰ sec πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις, μὲ μῆκος κύματος λ cm, ποία ἡ ἔντασις αὐτῆς εἰς Ν.Κ. (νέα κηρία);

Λύσις. Ἐπειδὴ ἕκαστον φωτόνιον ἔχει ἐνέργειαν $hN = hc/\lambda$ erg, ἡ ὁλικὴ φωτεινὴ ροὴ τῆς πηγῆς εἶναι $\Phi_{o\lambda} = xhc/\lambda$ erg·sec^{-1}. Ἐὰν καλέσωμεν J τὴν ἔντασιν τῆς πηγῆς γνωρίζομεν ὅτι:

$\Phi_{o\lambda} = 4\pi J$ Lumen (βλ. § 63) καὶ ἐπειδὴ 1 Lumen = 0,0016 Watts (βλ. § 63 β′) συνάγομεν ὅτι $\Phi_{o\lambda} = 4\pi J \cdot 0{,}0016$ Watts $= 4\pi J \cdot 0{,}0016 \cdot 10^7$ erg·sec^{-1}. Ἐξισοῦντες τὰς δύο ἐκφράσεις τοῦ $\Phi_{o\lambda}$ εὑρίσκομεν: $xhc/\lambda = 4\pi J \cdot 16 \cdot 10^3$ καὶ

$$J(N.K.) = \frac{xhc}{4\pi\lambda \cdot 16 \cdot 10^3} = \frac{x \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^{10}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot \lambda \cdot 16 \cdot 10^3} \approx \frac{x}{\lambda} \cdot 10^{-15} \text{ Νέα Κηρία.}$$

§ 84. Τὸ φαινόμενον Compton. α′) Φωτοηλεκτρικὸν φαινόμενον.

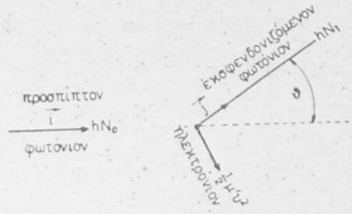
Τὸ φαινόμενον Compton. α′) **Φωτοηλεκτρικὸν φαινόμενον.** Ὑπεριῶδες φῶς προσπῖπτον ἐπὶ μεταλλικῆς ἐπιφανείας, ἐλευθερώνει ἠλεκτρόνια τὰ ὁποῖα ἐκσφενδονίζει ἔξω τοῦ μετάλλου. Τὸ αὐτὸ φαινόμενον δύναται νὰ παρατηρηθῇ καὶ δι᾽ ὁρατὸν φῶς μικροῦ μήκους κύματος προσπῖπτον ἐπὶ ἀλκαλικῶν μετάλλων. Τὸ φαινόμενον λέγεται ***φωτοηλεκτρικὸν*** καὶ λαμβάνει χώραν δι᾽ ἕκαστον μέταλλον ὅταν ἡ προσπίπτουσα ἀκτινοβολία ἔχει μῆκος κύματος κάτω ἑνὸς ἀνωτάτου ὁρίου λεγομένου ***ὁριακοῦ μήκους κύματος.*** Τὰ ἠλεκτρόνια ἐκσφενδονίζονται ἔξω τοῦ μετάλλου, δαπάναις τῆς ἐνεργείας τῶν φωτεινῶν κβάντα (φωτονίων), τὰ ὁποῖα προσπίπτουν ἐπ᾽ αὐτῶν.

Ὅταν λοιπὸν προσπίπτῃ φωτόνιον μὲ μῆκος κύματος μεγαλύτερον ὁριακοῦ, ἡ ἐνέργεια τοῦ φωτονίου δὲν ἐπαρκεῖ, διὰ ν᾽ ἀποσπάσῃ τὸ ἠλεκτρόνιον, δηλ. νὰ ἐκτελέσῃ τὸ *ἔργον ἐξαγωγῆς*.

Φωτοηλεκτρικὸν κύτταρον, λέγεται συσκευὴ ἐφ᾽ ἧς τὸ προσπῖπτον φῶς δημιουργεῖ ἠλεκτρικὸν ρεῦμα λόγῳ ἀπελευθερώσεως ἠλεκτρονίων. Ἡ ἔντασις τοῦ δημιουργουμένου ρεύματος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φωτεινὴν ροὴν ἥτις τὸ δημιουργεῖ.

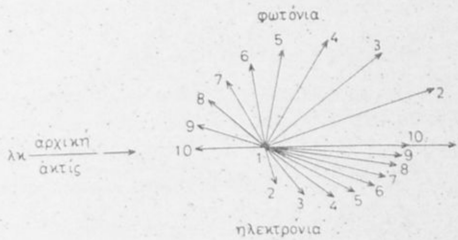
β′) **Τὸ φαινόμενον Compton.** Εἰς τὸ φωτοηλεκτρικὸν φαινόμενον, ἡ ἐνέργεια ἑνὸς φωτονίου ἀ ν α λ ί σ κ ε τ α ι π λ ή ρ ω ς μετατρεπομένη εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν ἑνὸς ἠλεκτρονίου καὶ εἰς τὸ ἔργον τῆς κατανικήσεως τῶν δυνάμεων, δι᾽ ὧν συγκρατεῖται τὸ ἠλεκτρόνιον ἐν τῷ μετάλλῳ, λεγόμενον ***ἔργον ἐξαγωγῆς.***

Ὑπάρχουν ὅμως καὶ φαινόμενα ἀντιδράσεως μεταξὺ φωτονίων καὶ ἠλεκτρονίων ὁμοιάζοντα μὲ τὴν ἐλαστικὴν κροῦσιν δύο σωμάτων. Τὰ φαινόμενα ταῦτα, εἰς τὰ ὁποῖα ἐκσφενδονίζονται καὶ τὰ ἠλεκτρόνια καὶ τὰ φωτόνια δέον ν᾽ ἀναμένωνται κυρίως, ὅταν αἱ μᾶζαι τοῦ φωτονίου (§ 81, δ′) καὶ τοῦ ἠλεκτρονίου (§ 82) εἶναι περίπου ἴσαι, ὥστε ἡ δρᾶσις καὶ ἀντίδρασις νὰ εἶναι καταφανὴς εἰς ἀμφότερα τὰ συγκρουόμενα «σωματίδια». Μετὰ τὴν «κροῦσιν» δέον ν' ἀναμένεται ἐπίσης ὅτι τὸ φωτόνιον καὶ τὸ ἠλεκτρόνιον ἐκσφενδονίζονται κατὰ διαφόρους διευθύνσεις (βλ. σχ. 138) καὶ ὅτι ἀκόμη τὸ ἀνακλώμενον φωτόνιον ἔχει ὑποστῆ μείωσιν τῆς ἐνεργείας του καὶ συνεπῶς ἐλάττωσιν τῆς συχνότητός του. Ταῦτα κατέδειξεν πειραματικῶς ὁ A. H. Compton (1922) χρησιμοποιήσας «σκληρὰς» (βραχέος κύματος) ἀκτῖνας Röntgen τῶν ὁποίων τὰ κβάντα ἔχουν μᾶζαν ἴσην περίπου πρὸς τὴν τοῦ ἠλεκτρονίου (βλ. ii, § 83). Ἡ θεωρία διεπιστώθη ἀργότερον καὶ μὲ ἀκτῖνας γ.



Σχ. 138

Αἱ ἀκτῖνες διαβιβάζονται διὰ γραφίτου ἢ παραφίνης καὶ μετὰ τὴν σύγκρουσίν των μὲ τὰ ἠλεκτρόνια, ἐξέρχονται κατὰ διαφόρους διευθύνσεις μὲ διάφορα μήκη κύματος τὰ ὁποῖα μετροῦνται καὶ παραβάλλονται πρὸς ἐκεῖνα τὰ ὁποῖα προβλέπει ἡ θεωρία.



Σχ. 139

Αἱ διευθύνσεις τῶν ἐξερχομένων ἀκτίνων διασπείρονται ἐντὸς γωνίας 180^0, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ ἄνω ἥμισυ τοῦ σχ. 139, ἐνῶ τὰ ἐξερχόμενα ἠλεκτρόνια διασπείρονται ἐντὸς γωνίας 90^0, ὡς εἰς τὸ κάτω μέρος τοῦ σχ. 139. Εἰς τὸ σχ. 139 τὰ μήκη τῶν βελῶν 1, 2, 3,···10 τοῦ ἄνω ἡμίσεως ἐκφράζουν τὰς ἐνεργείας Nh τῶν ἐξερχομένων μετὰ τὴν κροῦσιν φωτοκβάντων ἐνῶ τὰ μήκη τῶν βελῶν τοῦ κάτω μέρους ἐκφράζουν τὰς κινητικὰς ἐνεργείας τῶν ἐκσφενδονιζομένων ***ἀντιστοίχων*** ἠλεκτρονίων. Δύο βέλη φέροντα τὸν ἴδιον ἀριθμόν, ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸ αὐτὸ συγκρουσθὲν ζεῦγος φωτονίου - ἠλεκτρονίου.

(✱ **Θεωρητικοὶ ὑπολογισμοί.** Τὸ φωτόνιον, κατέχον ἀρχικῶς ἐνέργειαν $E_0=hN_0$ (§ 81, (1)) χάνει μέρος τῆς ἐνεργείας του, ἔστω τὸ ΔE τὸ ὁποῖον δίδει εἰς τὸ ἠλεκτρόνιον (σχ. 138)· ἑπομένως, μετὰ τὴν κροῦσιν, τὸ φωτόνιον ἔχει ἐνέργειαν $hN_0-\Delta E$. Ἡ ἐνέργεια ὅμως αὐτὴ εἶναι ὁπωσδήποτε τῆς μορφῆς hN_1 ὅπου N_1 ἡ **νέα συχνότης** τοῦ ἀνακλωμένου φωτονίου, μικροτέρα τῆς τοῦ προσπίπτοντος. Ἄρα, μεταξὺ τῶν συχνοτήτων N_0 καὶ N_1 θὰ ὑπάρχῃ ἡ σχέσις $hN_1 = hN_0 - \Delta E$ ἢ

(1) $h(N_0 - N_1) = \Delta E =$ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ ἐκσφενδονιζομένου ἠλεκτρονίου.

Ἐπειδὴ τὰ ἐκσφενδονιζόμενα ἠλεκτρόνια ἀποκτοῦν λίαν μεγάλας ταχύτητας, διὰ τοῦτο εἶναι ἀναγκαῖον. οἱ ὑπολογισμοὶ ἐνεργείας καὶ ὁρμῆς νὰ γίνουν διὰ τῶν τύπων τῆς θεωρίας τῆς σχετικότητος (Ρελατιβιστικῶν τύπων) δοθέντων εἰς τὴν §80. Ἐὰν μ ἡ **μᾶζα ἠρεμίας** τοῦ ἠλεκτρονίου, υ ἡ κτηθεῖσα ταχύτης του μετὰ τὴν ἐκσφενδόνισιν καὶ c ἡ ταχύτης τοῦ φωτός, τότε ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου κατὰ τὸν τύπον (5) τῆς § 80 εἶναι $\left\{\mu c^2 \Big/ \sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}\right\} - \mu c^2$ καὶ ἑπομένως ἡ (1) δίδει τὴν

$$h(N_0 - N_1) + \mu c^2 = \mu c^2 \Big/ \sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}} \tag{2}$$

Ἐξ ἄλλου, κατὰ τὸ θεώρημα διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, τὸ διανυσματικὸν ἄθροισμα τῶν ὁρμῶν φωτονίου καὶ ἠλεκτρονίου εἶναι τὸ αὐτὸ καὶ πρὸ καὶ μετὰ τὴν κροῦσιν. Ἡ ὁρμὴ τοῦ φωτονίου πρὸ τῆς κρούσεως ἔχει μέτρον hN_0/c ((4), § 81, ε΄), ὡς διάνυσμα δὲ ἰσοῦται μὲ $\overrightarrow{G_0} = hN_0 \vec{i} / c$ ὅπου $\vec{i}$ τὸ μοναδιαῖον διάνυσμα τὸ δεικνῦον τὴν κατεύθυνσιν τῆς προσπιπτούσης ἀκτῖνος (σχ. 136). Ἡ ὁρμὴ τοῦ ἐξερχομένου κατὰ τὴν διεύθυνσιν $\vec{j}$ (σχ. 136) φωτονίου θὰ εἶναι $\overrightarrow{G_1} = hN_1\vec{j} / c$. Ἡ ὁρμὴ τοῦ ἐκσφενδονιζομένου ἠλεκτρονίου θὰ εἶναι κατὰ τὸν τύπον (2΄) § 80, $\vec{G} = \mu\vec{\upsilon} \Big/ \sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}$.

Τὸ θεώρημα τῆς ὁρμῆς δίδει λοιπόν: $\overrightarrow{G_0} = \overrightarrow{G_1} + \vec{G}$ ἢ $\vec{G} = \overrightarrow{G_0} - \overrightarrow{G_1}$ καὶ διὰ τετραγωνισμοῦ:

$$G^2 = G^2_0 + G^2_1 - 2\overrightarrow{G_0}\overrightarrow{G_1} \tag{3}$$

ὅπου $\overrightarrow{G_0}\overrightarrow{G_1}$ τὸ ἐσωτερικὸν γινόμενον τῶν διανυσμάτων $\overrightarrow{G_0}$ καὶ $\overrightarrow{G_1}$ ἴσον πρὸς G_0G_1συνθ ὅπου θ ἡ γωνία τῶν $\vec{i}, \vec{j}$ (σχ. 136).

Ἡ (3) δίδει οὕτω:

$$G^2 = \frac{h^2}{c^2}\,(N_0^2 - 2N_0N_1\text{συν}\theta + N^2). \tag{4}$$

Ἐξ ἄλλου, βάσει τοῦ τύπου $G = \mu\upsilon \Big/ \sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}$ φαίνεται εὔκολα ὅτι ἀληθεύει ἡ ἰσότης

$$\left\{\mu c^2 \Big/ \sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}\right\}^2 \cdot \frac{1}{c^2} - G^2 = \mu^2 c^2 \tag{5}$$

Χάρις εἰς τὰς σχέσεις (2) καὶ (4) ἡ (5) γίνεται

$$\{h(N_0 - N_1) + \mu c^2\}^2 \cdot \frac{1}{c^2} - \frac{h^2}{c^2}\,(N_0^2 - 2N_0N_1\text{συν}\theta + N^2) = \mu^2 c^2$$

καὶ μετὰ τὰς πράξεις λαμβάνομεν

$$\frac{N_0 - N}{N_0 N} = \frac{1}{N} - \frac{1}{N_0} = \frac{h}{\mu c^2}\,(1 - \text{συν}\theta).$$

Ἔστω, τώρα ὅτι ἡ προσπίπτουσα ἀκτινοβολία ἔχει μῆκος κύματος λ_k ἴσον πρὸς τὸ μῆκος κύματος Compton, δηλ. $\lambda_k = \frac{h}{\mu c}$ (§ 83, ii).

Τότε ἡ τελευταία ἐξίσωσις δίδει: $\frac{1}{N} - \frac{1}{N_0} = \frac{\lambda_k}{c}\,(1 - \text{συν}\theta)$ καὶ ἂν τὸ μῆκος κύματος τοῦ ἐκσφενδονιζομένου φωτοκβάντα εἶναι λ'_k καὶ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ὁ τύπος $1/N = \lambda/c$, ἡ τελευταία αὕτη γίνεται

$$\frac{\lambda_k}{c} - \frac{\lambda_k'}{c} = \frac{\lambda_k}{c}(1-\sigma\upsilon\nu\theta) \quad \text{ἢ} \quad \lambda_k - \lambda_k' = 2\lambda_k \eta\mu^2\frac{\theta}{2}.$$

Ἡ τελευταία ἐξίσωσις δεικνύει ὅτι τὰ κατὰ διεύθυνσιν σχηματίζουσαν γωνίαν θ μετὰ τῆς ἀρχικῆς ἐξερχόμενα κβάντα ἔχουν ὑποστῆ μεταβολὴν μήκους κύματος $\Delta\lambda = \lambda_k - \lambda_k'$ ἴσην πρὸς $2\lambda_k \eta\mu^2\frac{\theta}{2}$. Τοῦτο δὲ δύναται νὰ ἐλεγχθῇ πειραματικῶς).

Ὁ Compton ἔδειξεν πειραματικῶς ὅτι τὰ ἐκσφενδονιζόμενα μὲ μειωμένην συχνότητα φωτοκβάντα ἔχουν τὰς διευθύνσεις ἀκριβῶς τὰς ὁποίας προβλέπει ἡ θεωρία τῶν quanta, τῆς σχετικότητος καὶ τῆς ἐλαστικῆς κρούσεως τῶν σωμάτων.

Διὰ τοῦ φαινομένου Compton ὑποστηρίζεται ἰσχυρῶς ἡ θεωρία τῶν Quanta.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙ ΤΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

1. $T=0{,}05$ sec, $N=20\ \text{sec}^{-1}$. **2**. $\pi/6$. **3**. i) 5 cm, ii) 0, iii) $-20\ \text{cm/sec}^2$. **4**. i) 0, 20 cm, 0 cm, $-14{,}1$ cm, ii) 4 ses, iii) $x=20$ cm, iv) $12{,}5\ \text{cm/scc}^2$. **5**. $x=3\eta\mu(\pi t-\pi)$, $\upsilon=-3\pi$ m/sec. **6**. $x=4\eta\mu\left(20\pi t+\frac{\pi}{2}\right)$, $-16\,000\ \text{m/sec}^2$. **7**. $T=2{,}03$, $\alpha=13{,}07$ cm. **8**. $\alpha=5$ cm, $T=2$ sec. **9**. $x_0'=5\,\frac{m}{scc}$. **10**. $x=6\,\sigma\upsilon\nu\left(5t-\frac{\pi}{3}\right)$. **11**. $x=5\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi t}{2}-\frac{\pi}{6}\right)$. **12**. $N=0{,}5\ \text{sec}^{-1}$, $T=2$ sec, $x=20\sigma\upsilon\nu\pi t$, $E_{o\lambda}=0{,}4$ joules. **13**. i) $31{,}4\,\frac{cm}{sec}$, ii) $50\,\frac{cm}{sec^2}$, iii) $\frac{1}{2}$ sec. **14**. i) $T\simeq 1$ cec, ii) $x_0'=31{,}4\,\frac{cm}{sec}$, iii) $T'=1{,}4$ sec, $\alpha'=3{,}5$ cm, iv) $\alpha=5$ cm, $T'=1{,}4$ sec. **15**. $8{,}66\,\frac{gr}{cm^3}$. **16**. 0,62 sec. **20**. $\alpha=2$ cm, $T=\frac{1}{100}$ sec, $N=100$ Hz, $\lambda=4$ cm, $c=400\,\frac{cm}{sec}$. **21**. $x=0$. **22**. ἀντιστρόφως ἀναλόγως τῆς N. **23**. 2,85 sec. **24**. $c=2{,}4\,\frac{m}{sec}$. **25**. $\upsilon=60\,\frac{cm}{sec}$. **26**. i) $x=\sigma\upsilon\nu\,\frac{\pi}{4}\,\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0{,}2}-3\right)$, ii) $x=0$, iii) $t=0{,}7$ sec. **27**. $340\,\frac{m}{sec}$. **28**. $56^{\circ}20'$. **29**. i) $170\ \text{sec}^{-1}$ ii) $\frac{3}{2}$. **30**. 1866,67 m. **31**. i) 0,539 m, ii) 2,37 m. **32**. 199 Hz. **34**. i) $3600\,\frac{cm}{sec}$, ii) $6{,}48\cdot 10^6$ dyn. **35**. i) 50 Hz, ii) 200. **36**. 300 Hz. **37**. $5143\,\frac{cm}{sec}$. **38**. $F_B=4\,\frac{1}{6}$ kgr*, $F_A=8\,\frac{1}{6}$ kgr*. **39**. i) $4\cdot 10^4\,\frac{cm}{sec}$, ii) $\frac{1}{20}$ cm. **40**. i) $100\,\frac{m}{sec}$, ii) $5{,}07\cdot 10^5\,\frac{cm}{sec}$. **41**. 550 Hz. **42**. $N_A=495$ Hz, $N_B=165$ Hz. **43**. $l=0{,}6$ m. **44**. 0,00317 cm **45**. $N=171$ Hz. **46**. 344 Hz. **47**. $13^{\circ}\,32'$. **48**. 660 m. **49**. $332\,\frac{m}{sec}$. **52**. 258 ἢ 254 Hz. **53**. $N_1=128$ Hz, $N_2=120$ Hz. **54**. 2,6. **55**. $N_1=131{,}6$ Hz, $N_2=136{,}6$ Hz. **56**. 1 Hz. **57**. 0,125 m, 0,375 m, 0,625 m καὶ 0,875 m. **58**. 100 Hz, **59**. i) $m=0{,}98$ gr, ii) 180 gr*, 80 gr*. **60**. 62,5, 87,5, 112,5,... **61**. 224 Hz. **62**. $338{,}3\,\frac{m}{sec}$. **63**. 2650 Hz, 12,8 cm. **64**. 15 Hz. **65**. $4{,}4\ \text{sec}^{-1}$. **66**. 2400 Hz.

67. $10\ \frac{m}{sec}$. **68.** i) 3 m, 3,6 m, ii) 30, iii) $\frac{7}{5}$ m. **69.** $\frac{\upsilon-\upsilon_1}{\upsilon+\upsilon_1}$, $\left(\frac{\upsilon+\upsilon_1}{\upsilon-\upsilon_1}\right)^2$. **74.** 20 cm. **75.** $3 \cdot 10^5\ \frac{km}{sec}$. **76.** $227{,}96\ \frac{rad}{sec}$. **77.** 16 cm^2, 48 cm^2. **79.** 11^0, 37,5'. **80.** 0,86 m, 0,81 m. **81.** 86,6 cm. **82.** 5,35 καὶ 75 cm, 15,55 καὶ 95 cm. **84.** 1,5 m ἐκ τοῦ πατώματος καὶ 1,125 m ἐκ τοῦ κατόπτρου. **85.** i) 18 m, ii) 3,6 m, iii) 2,4m. **86.** 4,5 m. **87.** 5,6 cm. **88.** 270 cm. **89.** 48 cm. **90.** $4\frac{1}{6}$ cm, 25 cm. **91.** 6 cm ὄπισθεν τοῦ κυρτοῦ, φανταστικόν, 6 cm. **92.** 60 cm, 12 cm. **93.** 70 cm. **94.** $\frac{4R \cdot 360 \cdot N}{\theta}$. **95.** 2,3 cm. **96.** 1,25. **97.** 1,03 cm, ἔμπροσθεν τῆς πρώτης. **98.** $48{,}6^0$. **99.** 57,75 cm. **100.** 51 cm. **102.** 12,5 cm ἐκ τῆς ἄνω ἐπιφανείας. **103.** 12 cm. **104.** 0,556, 0,056. **105.** 90^0. **106.** i) 10 cm, ii) 26,7 cm ἐκ τῆς ἐπιπέδου ἕδρας. **107.** 15^0. **109.** i) 60^0, $\sqrt{3}$, ii) καθέτως ἐπὶ τὴν ΒΔ, $n' \leqq \frac{\sqrt{3}}{2}$. **110.** 450. **111.** 1,615. **112.** 1,622. **113.** $\sqrt{2}$. **114.** $\frac{5}{9}$ m πρὸ τοῦ ἀντικειμένου, 0,494 m, 0,635 m. **115.** 10,5 cm. **116.** 80 cm. **117.** 20 cm. **118.** 31,25 cm. **121.** 0,0096 rad. **122.** 12 m. **123.** 1,5. **124.** 11,77 cm πρὸ τοῦ συστήματος, φανταστικόν, 1,177 cm. **125.** 25 cm. **126.** i) 4 m^{-1}, ii) 40,9 cm ὄπισθεν τοῦ Φ_2, πραγματικόν. **127.** φανταστικόν, 12,5 cm. **128.** 4 cm. **129.** 53, 0,8. **130.** 48 cm. **131.** $12\frac{6}{7}$ cm. **132.** $4\frac{16}{21}$ cm. **133.** 24,44 cm. **134.** 19,2 cm. **135.** 20 cm. **136.** 26,66 cm. **137.** 20 cm ὄπισθεν τοῦ φακοῦ, φανταστικὸν καὶ ἴσον πρὸς τὸ ἀντικείμενον. **138.** 34,29 cm, πραγματικόν. **139.** φανταστικόν, 11,3 cm ἀπὸ τὸν φακόν. **140.** i) 15 cm, 20 cm, 30 cm, −2 cm, ii) 0,5, 1, 2, 2. **141.** 13,33 cm, −40 cm, 40 cm, −13,33 cm. **142.** 12 cm καὶ 6 cm, 0,5 καὶ 2. **143.** 4 cm. **144.** −15 cm. **145.** 30 cm πρὸ τοῦ ἀποκλίνοντος. **146.** 21 cm, 21,1 cm. **147.** 6,67 cm. **148.** 2,44 cm. **149.** i) 5 cm, ii) 0,03 rad, iii) 21,34 cm. **150.** i) $33\frac{1}{3}$ cm, ii) $33\frac{1}{3}$ cm, iii) 30 cm. **151.** −100 cm, 21,9 cm. **152.** i) −300 cm, ii) 50 cm, $[60, \infty]$, $\left[25,\ 42\frac{6}{7}\right]$. **153.** −6,67 cm. **154.** −90 cm, 1 cm. **155.** 145,2 m. **156.** 14,93 καὶ 1,07 cm. **157.** i) 1950, ii) $14^0 35'$. **158.** πρέπει νὰ πλησιάσωμεν τὸ μικροσκόπιον κατὰ 0,0008 cm πρὸς τὸ ἀντικείμενον. **160.** i) 15 cm, ii) 28 cm. **161.** $25\frac{1}{6}$ cm. **162.** $17\frac{17}{22}$. **163.** $35\frac{1}{3}$. **164.** 4 cm, 5. **165.** $15\frac{21}{65}$ cm, $15\frac{3}{5}$. **166.** i) 14 cm, ii) $\frac{12}{19}$ cm. **167.** i) 22,4, ii) 4,88 cm. **168.** $0{,}5^0$. **169** 2. **170.** 0,268 m. **171.** 0,6 m. **172.** 35,55 Lux. **173.** 0,7. **174.** 0,01773. **175.** 48 Lumen. **176.** 10 Lux. **177.** 286,38 N.K. **178.** 60^0. **179.** 0,86. **180.** 25,5 N.K. **181.** i) 12,65 N.K., ii) 40,70 Lux. **182.** $0{,}6^0$. **183.** 10,26 διοπτρίαι. **184.** $0{,}2^0$. **185.** i) $4{,}5^0$, ii) $2{,}245^0$ **186.** 8^0. **187.** 0,95 cm. **188.** $(n_i - n_\varepsilon)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = (n'_\varepsilon - n'_i)\left(\frac{1}{R_1'} + \frac{1}{R_2'}\right)$. **189.** 4864 Å. **190.** 0,193 cm. **191** i) $2dn - \frac{\lambda}{2}$, ii) $2dn - \frac{\lambda}{2} = k\lambda$, $(k = 0, 1, 2, \ldots)$. **192.** 19^0. **193.** i) $28 \cdot 10^{-5}$ cm, ii) 2742, iii) 2,4 μ. **194.** 4800 Å. **195.** $d \simeq 0{,}71 \cdot 10^{-5}$ cm.

Διόρθωσις. Εἰς τὴν ὑπόδειξιν κάτωθεν τῆς ἀσκησ. 189 ἀνάγνωθι: σελ. 160 ἀντὶ σελ. 78.