

4 69 ΠΑΒ

Μονοαίμα(η) = 2βη Αγρίων.

ΜΑΡΙΑΣ ΛΙΟΥΔΑΚΗ - ΣΤΕΛΙΟΥ ΑΛΟΪΖΟΥ
ΔΙΔΑΣΚΑΛΩΝ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ



6

002
ΚΛΣ
ΣΤ2Α
1379

ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ
ΡΟΥ ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥ Α.Ε.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΥΟΧΙΟ

ΕΚΔΟΣΗ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΕΚΔΟΣΗ



ΥΟΧΙΟ

Λιονταρή (Μ) = Διδ. Αρσίου Γου.
Μ. ΛΙΟΥΔΑΚΗ - Σ. ΑΛΟΪΖΟΥ
ΔΙΔΑΣΚΑΛΩΝ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΕΓΚΕΚΡΙΜΕΝΑ ΔΙΑ ΤΗΝ ΤΕΤΡΑΕΤΙΑΝ 1936-1940

Αριθ. εγχειρ. άποφ. $\frac{50163}{10-7-1936}$

ΕΚΔΟΣΙΣ ΤΡΙΤΗ

Άντίτυπα 3.000



ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ
ΠΕΤΡΟΥ ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥ Α. Ε.
ΠΕΣΜΑΖΟΓΛΟΥ 9 - ΑΘΗΝΑΙ

1937

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

002
ΚΑΣ
ΣΤΑ
1379

Τὰ γνήσια αντίτυπα φέρουν τὰς ὑπογραφὰς τῶν συγγραφέων.

Τύποις : Κ. Σ. Παπαδογιάννη, Ψαρῶν 41, Ἀθήναι.

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ



1. ΑΠΛΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

Α') ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΑΛΟΓΑ

Προβλήματα λυόμενα από μνήμης:

1) 6 πέννες αξίζουν 3 δραχμές. Πόσον αξίζουν α) διπλάσια; α) τριπλάσια; α) ημίσεις;

2) 12 πορτοκάλια αξίζουν 17 δραχμές. Πόσον αξίζουν α) τα διπλάσια; β) τα τριπλάσια;

3) 8 τετράδια αξίζουν 12 δραχμές. Πόσον αξίζουν α) τα ημίση; β) τα τριπλάσια; γ) τα πενταπλάσια;

4) 4 όκάνδες λεμόνια αξίζουν 44 δραχμές. Πόσον αξίζουν α) α) α) ημίσειαι όκάνδες; β) α) διπλάσια όκάνδες; γ) α) εξαπλάσια όκάνδες;

5) 8 όκάνδες αμύγδαλα αξίζουν 70 δραχμές. Πόσον αξίζουν α) α) ημίσειαι; β) τὸ $\frac{1}{1}$; γ) α) τριπλάσια; δ) α) δεκαπλάσια;

Προβλήματα λυόμενα γραπτῶς:

1) 10 όκάνδες πατάτες αξίζουν 50 δραχμές. Αί 7 όκάνδες πόσον αξίζουν;

Κατάταξις :	10 όκ.	50 δραχ.
	7 »	X »

Λύσις α' (μὲ τὴν ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα):

Αἰ 10 όκ. ἀξίζουσιν 50 δραχ.

Ἡ 1 » ἀξίζει 50 : 10 ἢ $\frac{50}{10}$

Αἰ 7 όκ. ἀξίζουσιν $\frac{7 \times 50}{10} =$;

Λύσις β' (μὲ τὴν μέθοδον):

$$X = \frac{50 \times 7}{10} = ;$$

- 2) Μὲ 120 δραχμὰς ἀγοράζομεν 12 πήχεις ὑφάσματος. Μὲ 90 δραχμὰς πόσους πήχεις θὰ ἀγοράσωμεν;
- 3) 10 όκάδες ρύζι ἀξίζουσιν 150 δραχμὰς. Αἰ 8 όκάδες πόσον ἀξίζουσιν;
- 4) 42 όκάδες σαποῦνι ἀξίζουσιν 750 δραχμὰς. Αἰ 36 όκάδες πόσον ἀξίζουσιν;
- 5) Μὲ 12 πήχεις ὑφάσμα κατασκευάζομεν 24 πετσέτες φαγητοῦ. Μὲ 16 πήχεις πόσας θὰ κατασκευάσωμεν;
- 6) 40 στρατιῶται θέλουν 20 όκάδες ψωμί τὴν ἡμέραν. 50 στρατιῶται πόσον ψωμί θέλουν;
- 7) Μὲ 45 μέτρα ὑφάσματος χακὶ ἐνδύονται 15 στρατιῶται. Μὲ 96 μέτρα πόσοι θὰ ἐνδυθοῦν;
- 8) 50 ἐργάται σκάπτουν 10 στρέμματα ἀμπέλι τὴν ἐβδομάδα. 80 ἐργάται πόσον θὰ σκάψουν;
- 9) 32 κτίσται κτίζουσιν 16 μέτρα τοίχου τὴν ἡμέραν. 48 κτίσται πόσον τοίχον θὰ κτίσουν;
- 10) Εἰς ὑπάλλληλος λαμβάνει μηνιαῖον μισθὸν 1500

δραχμάς. Ἐν ἀπολυθῆ τὴν 16ην τοῦ μηνός, πόσον μισθὸν θὰ λάβῃ;

11) 100 βαθμοὶ τοῦ θερμομέτρου Κελσίου ἰσοδυναμοῦν μὲ 80 βαθμοὺς τοῦ θερμομέτρου Ρεωμύρου. 80 βαθμοὶ Κελσίου μὲ πόσους Ρεωμύρου ἰσοδυναμοῦν; 40 βαθμοὶ Ρεωμύρου μὲ πόσους Κελσίου ἰσοδυναμοῦν;

12) 200 ὀκάδες σίτου μᾶς δίδουν 160 ὀκάδες ἀλευρου. Αἱ 1000 ὀκάδες σίτου πόσον ἄλευρον θὰ μᾶς δώσουν;

13) 240 ὀκάδες ξύλα κάμνουν 150 ὀκάδες κάρβουνα. Πόσας ὀκάδας κάρβουνα θὰ λάβωμεν ἀπὸ 1440 ὀκάδας ξύλα;

14) Μία ὑφάντρια ὑφαίνει εἰς 2 ὥρας 4,20 μέτρα παννί. Εἰς πόσας ὥρας θὰ ὑφάνῃ 6,80 μέτρα;

15) 3 μάρκα Γερμανικὰ ἔχουν 63,90 δραχ. Πόσας δραχ. ἔχουν τὰ 5 μάρκα; τὰ 20 μάρκα; τὰ 80 μάρκα;

16) Μὲ 2 δραχμάς ἀγοράζομεν $\frac{2}{8}$ τοῦ πήχεως ἀπὸ ἓνα ὕφασμα. Πόσους πήχεις ἀγοράζομεν μὲ 24 δραχμάς; μὲ 48 δραχμάς; μὲ 96 δραχμάς;

Β') ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ

Προβλήματα λυόμενα ἀπὸ μνήμης:

1) 4 ἐργάται σκάπτουν ἓνα κῆπον εἰς 12 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τὸν σκάψουν α') οἱ ἡμίσεις ἐργάται; β') τὸ $\frac{1}{4}$ τῶν ἐργατῶν; γ') οἱ διπλάσιοι; δ') οἱ τριπλάσιοι ἐργάται;

2) Μία δακτυλογράφος ἐργαζομένη 4 ὥρας τὴν ἡμέ-

ραν, τελειώνει μίαν ἔργασίαν εἰς 8 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τελειώσῃ τὴν ἰδίαν ἔργασίαν, ἂν ἐργάζεται α') διπλασίας ὥρας τὴν ἡμέραν; β') τριπλασίας;

3) Ἐν αὐτοκίνητον ὅταν τρέχῃ 30 χιλιόμετρα τὴν ὥραν διατρέχει μίαν ἀπόστασιν εἰς 4 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ διατρέξῃ τὴν ἰδίαν ἀπόστασιν ἂν τρέχῃ: α') τὰ ἡμίση χιλιόμετρα τὴν ὥραν; β') τὰ διπλάσια; γ') τὰ τριπλάσια;

4) 6 θερισταὶ θερίζουν ἓνα χωράφι εἰς 6 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τὸ θερίσῃ 1 θεριστής; Εἰς πόσας ἡμέρας οἱ 3: Εἰς πόσας οἱ 12 θερισταὶ;

Προβλήματα λυόμενα γραπτῶς:

1) 10 ἐργάται τελειώνουν μίαν ἔργασίαν εἰς 8 ἡμέρας. Πόσοι ἐργάται θὰ τελειώσουν τὴν ἰδίαν ἔργασίαν εἰς 5 ἡμέρας;

Κατάταξις:

8 ἡμ.	10 ἐργ.
5 »	X »

Λύσις α' (μὲ τὴν ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα):

Εἰς 8 ἡμέρας 10 ἐργ.
 » 1 » (8 φορὰς περισσότεροι ἐργ.) 8×10
 » 5 » (5 φορὰς ὀλιγώτεροι ἐργ.) $\frac{8 \times 10}{5} =$;

Λύσις β'. (μὲ τὴν μέθοδον): $X = \frac{10 \times 8}{5} =$;

2) Μὲ 4 πῆχεις ὕφασμα, πὺ ἐχει πλάτος 2 μέτρα, κατασκευάζομεν ἓν φόρεμα. Πόσους πῆχεις θὰ χρεια-

σθῶμεν, ἂν τὸ πλάτος τοῦ ὑφάσματος εἶναι μόνον 1,50 μέτρα ;

3) Κτίστης κτίζει 3 μέτρα τοῖχον τὴν ἡμέραν, ὅταν τὸ πάχος του εἶναι 1 μέτρον. Πόσα μέτρα τοίχου θὰ κτίσῃ, ἂν τὸ πάχος του εἶναι 1,50 μέτρα ;

4) 30 ἐργάται σκάπτουν ἓνα ἀμπέλι εἰς 8 ἡμέρας. 20 ἐργάται εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τὸ σκάψουν ;

5) Ἐνα ἀμάξι ποὺ τρέχει 8 χιλιόμετρα τὴν ὥραν, διατρέχει μίαν ἀπόστασιν εἰς 5 ὥρας. Ἄν τρέξῃ μὲ 6 χιλιόμετρα τὴν ὥραν, εἰς πόσας ὥρας θὰ τρέξῃ τὴν ἰδίαν ἀπόστασιν ;

6) Μία ὑφάντρια ὑφαίνει ἓνα ὕφασμα εἰς 6 ἡμέρας, ὅταν ὑφαίνῃ 5 πῆχεις τὴν ἡμέραν. Ἄν ὑφαίνῃ μόνον 3 πῆχεις τὴν ἡμέραν, εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τὸ ὑφάνῃ ;

7) Ἐργάτης τελειώνει ἓν ἔργον εἰς 12 ἡμέρας, ὅταν ἐργάζεται 6 ὥρας τὴν ἡμέραν. Ἄν ἐργάζεται 3 ὥρας τὴν ἡμέραν, εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τὸ τελειώσῃ ;

8) Ἐργολάβος τελειώνει μίαν ἐργασίαν εἰς 15 ἡμέρας μὲ 10 ἐργάτας. Μὲ πόσους ἐργάτας θὰ τὴν τελειώσῃ εἰς 10 ἡμέρας ;

9) Ἐν ἀτμόπλοιον ταχύτητος 7 μιλίων τὴν ὥραν πηγαίνει ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ εἰς τὴν Θεσσαλονίκην εἰς 20 ὥρας. Ποίαν ταχύτητα πρέπει νὰ ἔχῃ ἄλλο ἀτμόπλοιον, τὸ ὁποῖον ἔκαμε τὸ ἴδιον ταξείδιον εἰς 12 ὥρας ;

10) 3.000 στρατιῶται ἔχουν τροφίμα διὰ 50 ἡμέρας. Ἄν φύγουν οἱ 1000 στρατιῶται, πόσας ἡμέρας θὰ ἐπαρκέσουν τὰ τροφίμα εἰς τοὺς ὑπολοίπους ;

11) Μία δεξαμενὴ ἔχει 4 βρούσεις. Ἄν ἀνοίξωμεν τὰς 2, γεμίζει εἰς 4 ὥρας. Εἰς πόσας ὥρας θὰ γεμίσῃ, ἂν ἀνοιχθοῦν μαζὶ καὶ αἱ 4 ; Εἰς πόσας, ἂν ἀνοιχθοῦν μόνον αἱ 3 ;

2. ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

Α') ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΑΛΟΓΑ

1) 40 στρατιῶται εἰς 2 ἡμέρας θέλουν 50 ὀκάδας ψωμί. 20 στρατιῶται εἰς 4 ἡμέρας πόσας ὀκάδας θέλουν;

Κατάταξις:

40	στρ.	2	ἡμ.	50	ὀκ.
20	»	4	»	X	»

Λύσις α' (μὲ τὴν ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα):

Οἱ 40 στρατ. εἰς 2 ἡμέρας θέλουν 50 ὀκ.

ὁ 1 » » » » θέλει $\frac{50}{40}$

καὶ οἱ 20 » » » » θέλουν $\frac{50 \times 20}{40} = ;$

οἱ 20 » » 1 » » $\frac{50 \times 20}{40 \times 2}$

οἱ 20 » » 4 » » $\frac{50 \times 20 \times 4}{40 \times 2} = ;$

Λύσις β'. (μὲ τὴν μέθοδον): $X = \frac{50 \times 20 \times 4}{40 \times 2} = ;$

Β') ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ

1) 6 ἐργάται, ὅταν ἐργάζονται 8 ὥρας τὴν ἡμέραν, σκάπτουν ἓνα ἀμπέλι εἰς 12 ἡμέρας. Πόσοι ἐργάται θὰ σκάψουν τὸ αὐτὸ ἀμπέλι εἰς 6 ἡμέρας, ὅταν ἐργάζονται 4 ὥρας τὴν ἡμέραν;

Κατάταξις : $\begin{array}{ccccccc} 6 & \text{ἐργάτ.} & 8 & \text{ὥρας} & 12 & \text{ἡμ.} & \\ X & \gg & 4 & \gg & 6 & \gg & \end{array}$

Λύσις α' (μὲ τὴν ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα) :

εἰς 12 ἡμ. μὲ 8 ὥρ. ἐργασίας χρειάζονται 6 ἐργάται

» 1 » » 8 » » » 6×12 ἐργ.

» 6 » » 8 » » » $\frac{6 \times 12}{6}$ »

» 6 » » 1 » » » $\frac{6 \times 12 \times 8}{6}$ ἐργ.

» 6 » » 4 » » » $\frac{6 \times 12 \times 8}{6 \times 4} = ;$ ἐργ.

Λύσις β' (μὲ τὴν μέθοδον) : $X = \frac{6 \times 8 \times 12}{4 \times 6} = ;$

Γ') ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΑΛΟΓΑ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ ΜΑΖΙ

1) 6 ἐργάται εἰς 10 ἡμέρας σκάπτουν 20 στρέμματα. Εἰς πόσας ἡμέρας 12 ἐργάται θὰ σκάψουν 40 στρέμματα :

Κατάταξις : $\begin{array}{ccccccc} 6 & \text{ἐργ.} & 10 & \text{ἡμ.} & 20 & \text{στρέμ.} & \\ 12 & \gg & X & \gg & 40 & \gg & \end{array}$

Λύσις :

(μὲ τὴν μέθοδον) : $X = 10 \times \frac{6 \times 40}{12 \times 20}$



Δ') ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΑΛΟΓΑ, ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΟΓΑ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ ΜΑΖΙ

1) "Εν αὐτοκίνητον παίρνει 500 δραχμὰς διὰ τὴν μεταφέρειν 1500 ὀκάδας λάδι εἰς ἀπόστασιν 60 χιλιομέτρων. Πόσον θὰ πάρῃ διὰ τὴν μεταφέρειν 800 ὀκάδας εἰς ἀπόστασιν 75 χιλιομέτρων ;

2) Μὲ 15 πήχεις ὑφάσματος πλάτους 2 μέτρων κατασκευάζομεν 4 φορέματα. Μὲ 20 πήχεις ὑφάσματος πλάτους 1,50 μέτρου πόσα φορέματα θὰ κατασκευάσωμεν ;

3) 18 κτίσται κτίζουν τὴν ἡμέραν 46 μέτρα τοῖχον πάχους 1 μέτρου. Πόσοι κτίσται θὰ κτίσουν 40 μέτρα πάχους 0,50 μέτρα ;

4) 25 ἄνθρωποι τρώγουν 45 ὀκάδες ψωμὶ εἰς 3 ἡμέρας. 50 ἄνθρωποι πόσας ὀκάδας θέλουσιν εἰς 12 ἡμέρας ;

5) 7 βρύσεις, ὅταν τρέχουν 2 ὥρας τὴν ἡμέραν, χύνουν 8.000 ὀκάδας νερὸ εἰς 5 ἡμέρας. Πόσας ὀκάδας θὰ χύσουν αἱ 4 βρύσεις εἰς 8 ἡμέρας, ἂν τρέχουν 1 ὥραν τὴν ἡμέραν ;

6) Μία μοδίστα, ἐργαζομένη 8 ὥρας τὴν ἡμέραν, ἐτοιμάζει εἰς 5 ἡμέρας 6 φορέματα. Ἐὰν ἐργάζεται 10 ὥρας τὴν ἡμέραν, πόσα φορέματα θὰ ἐτοιμάσῃ εἰς 7 ἡμέρας ;

7) Ἐργολάβος πληρώνει 1500 δραχμὰς εἰς 6 ἐργάτας, ἐργασθέντας 4 ἡμέρας μὲ 8ωρον ἐργασίαν τὴν ἡμέραν. Πόσον θὰ πληρώσῃ εἰς 8 ἐργάτας, ἐργασθέντας 6 ἡμέρας μὲ 10ωρον ἐργασίαν τὴν ἡμέραν ;

8) 20 ἐργάται, ἂν ἐργασθοῦν 8 ὥρας τὴν ἡμέραν, σκάπτουν ἓνα ἀμπέλι εἰς 15 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας

40 εργάται θὰ σκάψουν τὸ ἴδιο ἀμπέλι, ἂν ἐργασθοῦν 6 ὥρας τὴν ἡμέραν;

9) Διὰ νὰ σκεπασθοῦν οἱ τοῖχοι ἐνὸς δωματίου μὲ χαρτί, χρειάζονται 15 τόπια μήκους 10 μέτρων καὶ πλάτους 0,60. Πόσα τόπια χαρτί θὰ χρειασθοῦν, ἂν τὸ χαρτί ἔξῃ μῆκος 14 μέτρα καὶ πλάτος 0,80;

10) Εἰς ἓνα στρατῶνα εὐρίσκονται 1500 στρατιῶται καὶ ἔχουν τροφίμα διὰ 30 ἡμέρας. Ἐν μετὰ 10 ἡμέρας προστεθοῦν ἀκόμη 300 στρατιῶται, εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τελειώσουν τὰ τροφίμα τῶν;

3. ΠΟΣΟΣΤΑ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΣΟΣΤΩΝ

1) Εἰς μίαν ἐπιχείρησιν ποῦ δίδει κέρδος 4%, διέθεσαμεν κεφάλαια 2000 δραχμῶν. Πόσον κέρδος θὰ ἔχωμεν;

Λύσις: Εἰς 100 δραχμ. κέρδος 4 δραχ.
 » 2000 » » X »

$$X = \frac{4 \times 2000}{100} = ;$$

2) Ὑφασματέμπορος κερδίζει εἰς ἕκαστον πῆχυν ἐνὸς ὑφάσματος 6%. Μετὰ τὴν πώλησιν ὀλοκλήρου τοῦ ὑφάσματος ἐκέρδισε 90 δραχμάς. Ποία ἦτο ἡ ἀξία τοῦ ὑφάσματος;

Λύσις: Εἰς 100 δραχ. κέρδος 6 δραχ.
 » X » » 90 »

$$X = \frac{100 \times 90}{6} = ;$$

3) Ἐργολάβος ἐκέρδισε 10.000 δραχμὰς ἀπὸ τὴν κατασκευὴν ἑνὸς κτιρίου ἀξίας 100.000 δραχμῶν. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἦτο τὸ κέρδος του;

Λύσις: Ἀπὸ 100.000 δραχ. κέρδος 10.000 δραχ.
 » 100 » » X »

$$X = \frac{10.000 \times 100}{100.000} = ;$$

Προβλήματα λυόμενα ἀπὸ μνήμης:

1) Ποῖα εἶναι τὰ ποσοστὰ πρὸς 1% τῶν 100 δραχμῶν; τῶν 300; 500; 800; 1000 δραχμῶν;

2) Ποῖα εἶναι τὰ ποσοστὰ πρὸς 2% τῶν 50 δραχμῶν; τῶν 200; 400; 700; 900 δραχμῶν;

3) Ποῖα εἶναι τὰ ποσοστὰ πρὸς 3% τῶν 1000 δραχμῶν; τῶν 800; 600; 300; 200; 50 δραχμῶν;

4) Ποῖα εἶναι τὰ ποσοστὰ πρὸς 8% τῶν 50; 150; 400; 600; 800 δραχμῶν;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΙΑΦΟΡΑ

1) Ἐμπορὸς ἠγόρασεν ὕφασμα καὶ ἔδωσε 300 δραχ. Μεταπωλῆσας αὐτό, ἐκέρδισε 125 δραχμὰς. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐκέρδισε;

- 2) Ἐμπορός τις πωλεῖ ὕφασμα ἀξίας 350 δραχμῶν μὲ κέρδος 8%. Πόσον θὰ κερδίσῃ εἰς ὅλον τὸ ὕφασμα;
- 3) Ἡ ὀκᾶ τὰ φασόλια κοστίζει εἰς τὸν ἔμπορον 15 δραχμάς. Θέλει νὰ τὰ πωλῇ μὲ κέρδος 10%. Πόσον θὰ πωλῇ τὴν ὀκᾶν;
- 4) Ὁ πῆγυς ὑφάσματος στοιχίζει εἰς τὸν ἔμπορον 80 δραχμάς. Πόσον πρέπει νὰ πωλῇ τὸν πῆγυν διὰ νὰ κερδίξῃ 13%;
- 5) Γεωργὸς ἔχει εἰσόδημα ἐτήσιον 12530 δραχμῶν. Ὁ φόρος γεωργικῆς παραγωγῆς εἶναι 6%. Πόσον φόρον θὰ πληρώσῃ ἐπὶ τοῦ ὅλου εἰσοδήματος;
- 6) Εἰσπράκτωρ ἐταιρείας ἔχει ποσοστὸν 3% ἐπὶ τῶν εἰσπράξεων. Πόσον θὰ λάβῃ ἐπὶ τοῦ εἰσπραχθέντος ποσοῦ 6340 δραχμῶν;
- 7) Εἰσπράκτωρ εἰσέπραξε 35426 δραχμάς. Πόσον ποσοστὸν θὰ λάβῃ, ἂν πληρωθῇ πρὸς 5%; Πόσον, ἂν πληρωθῇ μὲ 6%;
- 8) Ὑπάλληλος ἐπιχειρήσεως λαμβάνει ποσοστὸν 8% ἐπὶ τῶν κερδῶν. Πόσον θὰ λάβῃ, ἂν ἡ ἐπιχείρησις εἶχε κέρδη 80360 δραχμάς;
- 9) Ἐμπόρευμα τὸ ὁποῖον ἐστοίχιζε 5 δραχμῶν, ἐπωλήθη 4 δραχμάς. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐξημιώθη ὁ ἔμπορος;
- 10) Τράπεζα πτωχεύσασα ἔδωσεν εἰς τοὺς καταθέτας 8% τῶν καταθέσεων των. Ποία ἡ κατάθεσις ἀνθρώπου ὁ ὁποῖος ἔλαβε 2500;
- 11) Γίνεται κράτησις ἐπὶ τοῦ μισθοῦ ὑπαλλήλου 9%, λαμβάνει δὲ οὗτος καθαρὸν μισθὸν 1740 δραχμάς. Ποῖος εἶναι ὁ ὀλικὸς του μισθός;
- 12) Ἐμπορος πωλεῖ τὴν ὀκᾶν τῆς ὀρύξης πρὸς 16 δραχμάς, κερδίξων 20%. Πόσον τοῦ στοιχίζει ἡ ὀκᾶ ἢ ὀρυζα;

13) Ἐπιβάτης ἐπλήρωσε δι' εἰσιτήριοιον σιδηροδρομικὸν Ἀθηνῶν—Θεσσαλονίκης, μὲ ἔκπτωσιν 25 % 650 δραχμᾶς. Ποία εἶναι ἡ τιμὴ ὀλοκλήρου τοῦ εἰσιτηρίου;

14) Ἐκ τοῦ θαλασσίου ὕδατος ἐξάγεται 2 % ἄλας ἐπὶ τοῦ βάρους του. Πόσον θαλάσσιον ὕδωρ ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἐξαγωγήν 350 ὀκάδων ἄλατος;

15) Ἐκ τοῦ ζακχαροκαλάμου ἐξάγεται 15 % ζάκχαρις. Πόσας ὀκάδας ζακχάρεως θ' ἀποδώσουν 32000 ὀκάδες ζακχαροκαλάμου;

16) Ἐμπορος ἠγόρασεν ἐμπορεῦματα ἀξίας 6500 δραχμῶν μὲ ἔκπτωσιν (σκόντο) 15 %. Πόσον θὰ πληρώσῃ;

17) Μεσίτης ἐπώλησε μίαν οἰκίαν ἀντὶ 120000 δραχμῶν μὲ ἀμοιβὴν (μεσιτείαν) 2 %. Πόσας δραχμᾶς ἔλαβε;

18) Πόσον οἰνόπνευμα ὑπάρχει εἰς 800 ὀκάδες κρασί 13 βαθμῶν (13°);

19) Ἐνας ἐπλήρωσεν ἀσφάλιστρα διὰ τὸ κατάστημά του πρὸς 3 % 1800 δραχμᾶς. Ποία ἦτο ἡ ἀξία τοῦ καταστήματός του;

20) Τὸ θαλάσσιον ὕδωρ περιέχει 3,5 % ἄλας. Ἀπὸ πόσας ὀκάδας ὕδατος θὰ ἐξαχθοῦν 130 ὀκάδες ἄλατος;

21) Εἰς τὸ Ἡράκλειον τῆς Κρήτης μὲ πληθυσμὸν 30.000 κατοίκους ἠσθένησαν τὸ 1935 ἀπὸ τύφον 250 ἄτομα, καὶ ἀπέθανον 20. Πόσοι τοῖς ἑκατὸν ἠσθένησαν; Πόσοι τοῖς ἑκατὸν ἐπὶ τῶν ἀσθενῶν ἀπέθανον;

4. ΤΟΚΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΖΗΤΕΙΤΑΙ Ο ΤΟΚΟΣ

α') 'Ο τόκος εις ἔτη.

Προβλήματα λυόμενα ἀπὸ μνήμης:

1) Ἐάν 100 δραχμαὶ εἰς 1 ἔτος φέρουν τόκον 6 δραχμάς, 200 δραχμαὶ πόσον τόκον φέρουν;

2) Πόσον τόκον φέρουν εἰς 1 ἔτος 300 δραχμαὶ πρὸς 5%; 400 δραχ. πρὸς 8%; 600 δραχ. πρὸς 4%; 1000 δραχ. πρὸς 3%;

3) Ἐάν 100 δραχμαὶ εἰς 1 ἔτος φέρουν τόκον 4 δραχμάς, εἰς 3 ἔτη πόσον τόκον θὰ φέρουν;

4) Πόσον τόκον φέρουν 100 δραχμαὶ εἰς 2 ἔτη πρὸς 6%; εἰς 5 ἔτη; πρὸς 4%; εἰς 3 ἔτη πρὸς 10%;

5) Πόσον τόκον φέρουν 300 δραχμαὶ πρὸς 6% εἰς 2 ἔτη; εἰς 4 ἔτη; εἰς 5 ἔτη; εἰς 8 ἔτη;

6) Πόσον τόκον φέρουν 200 δραχμαὶ εἰς 2 ἔτη πρὸς 5%; 4000 δραχμαὶ εἰς 2 ἔτη πρὸς 6%; 500 δραχμαὶ εἰς 2 ἔτη πρὸς 3%;

Προβλήματα λυόμενα γραπτῶς:

1) Πόσον τόκον φέρουν 500 δραχμαὶ εἰς 3 ἔτη πρὸς 8%;

Κατάταξις:

100 δραχ.	εἰς 1 ἔτος	φέρουν τόκον	8 δραχ.
500 »	» 3 ἔτη	»	» X »

Λύσις α' (μὲ τὴν ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα):

100 δραχμαὶ εἰς 1 ἔτος φέρουν τόκον		8 δρχ.
1 δραχμὴ » 1 » φέρει »		$\frac{8}{100}$ »
500 δραχμαὶ » 1 » φέρουν »		$\frac{8 \times 500}{100}$
500 » » 3 ἔτη » »		$\frac{8 \times 500 \times 3}{100}$

Λύσις β' (μὲ τὴν σύνθετον μέθοδον):

Τὰ ποσὰ κεφάλαιον καὶ τόκος, χρόνος καὶ τόκος εἶναι ποσὰ ἀνάλογα, ἐπομένως:

$$X = \frac{8 \times 500 \times 3}{100 \times 1} = \frac{500 \times 3 \times 8}{100} = 120$$

Λύσις γ' (μὲ τὸν τύπον τοῦ τόκου):

T = τόκος

K = κεφάλαιον

E = ἐπιτόκιον

X = χρόνος

Ὁ τύπος τοῦ τόκου εἰς ἔτη:

$$T = \frac{K \times X \times E}{100}$$

$$\text{ὥστε } T = \frac{500 \times 3 \times 8}{100} = 120 \text{ δραχμαί.}$$

2) Ποία ἀπὸ τὰς παραπάνω τρεῖς λύσεις εἶναι ἡ πλέον σύντομος καὶ εὐκόλος;

3) Σύμφωνα μὲ τὸν τύπον τοῦ τόκου εἰς ἔτη, λύσατε τὰ παρακάτω προβλήματα:

α') Νὰ εὐρεθῆ ὁ τόκος τῶν 600 δραχμῶν εἰς 4 ἔτη πρὸς 3 %.

$$\text{Λύσις:} \quad \frac{600 \times 4 \times 3}{100} = ;$$

β') Νὰ εὐρεθῆ ὁ τόκος τῶν 800 δραχμῶν εἰς 2, 3, 5 καὶ 8 ἔτη πρὸς 6 %.

γ') Ἐδανείσθημεν ἀπὸ μίαν τράπεζαν 2000 δραχ. πρὸς 8% ἐπὶ 3 ἔτη. Πόσον τόκον θὰ πληρώσωμεν ;

δ') Κατεθέσαμεν εἰς τὸ ταχυδρομικὸν ταμιευτήριον 1500 δραχ. πρὸς 4%. Τί τόκον θὰ λάβωμεν μετὰ 2 ἔτη ;

ε') Κεφάλαιον 6000 δραχμῶν ἐτοκίσθη πρὸς 9% διὰ 4 ἔτη. Πόσον τόκον θὰ δώσῃ ;

στ') Μία ὁμολογία τοῦ Ἀ' Ἀναγκαστικοῦ Δανείου 100 δραχμῶν εἶναι ἐξοφλητέα ἐντὸς 20 ἐτῶν πρὸς 6 1/2 %. Πόσον τόκον θὰ δώσῃ κατὰ τὴν ἐξοφλησίαν της ;

ζ') Εἰς τὴν Ἐθνικὴν Τράπεζαν κατεθέσαμεν 9000 δραχμὰς πρὸς 3 1/2 % διὰ 5 ἔτη. Πόσον τόκον θὰ μᾶς δώσουν ;

η') Πόσον τόκον φέρει κεφάλαιον 13000 δραχμῶν τοκίζόμενον πρὸς 10% εἰς 6 ἔτη ;

θ') Νὰ εὐρεθῆ ὁ τόκος τῶν 650 δραχμῶν πρὸς 8% εἰς 1, 3, 5, 6, 7, 9, 13 ἔτη.

ι') Νὰ εὐρεθῆ ὁ τόκος τῶν 1500 δραχμῶν πρὸς 6% εἰς 2, 4, 6, 8, 10, 20 ἔτη.

ια') Ἡ Λαϊκὴ Τράπεζα δέχεται τὰς καταθέσεις πρὸς 4%. Τί τόκον θὰ λάβωμεν εἰς 3 ἔτη, ἂν καταθέσωμεν 2000 δραχμὰς ; Τί τόκον, ἂν καταθέσωμεν 6500 δραχμὰς διὰ 5 ἔτη ;

Ὁμολογία β' ἀναγκαστικοῦ δανείου.

ιβ') Λογάριασε τὸν τόκον τῆς ὁμολογίας αὐτῆς (200 δρ. πρὸς 5%) εἰς 3, 5, 6, 9, 10, 15 ἔτη.

Λαχειοφόρος ὁμολογία 300 ἑκατ.

ιγ') Λογάριασε τὸν τόκον τῆς ὁμολογίας αὐτῆς (100 δραχ. πρὸς 6%) εἰς 1, 2, 4, 7, 8, 9, 11, 16 ἔτη.

ιδ') Λογάριασε τὸν τόκον τῆς ὁμολογίας αὐτῆς κατὰ τὴν ἐξόφλησίν της.

β') Ὁ τόκος εἰς μῆνας.

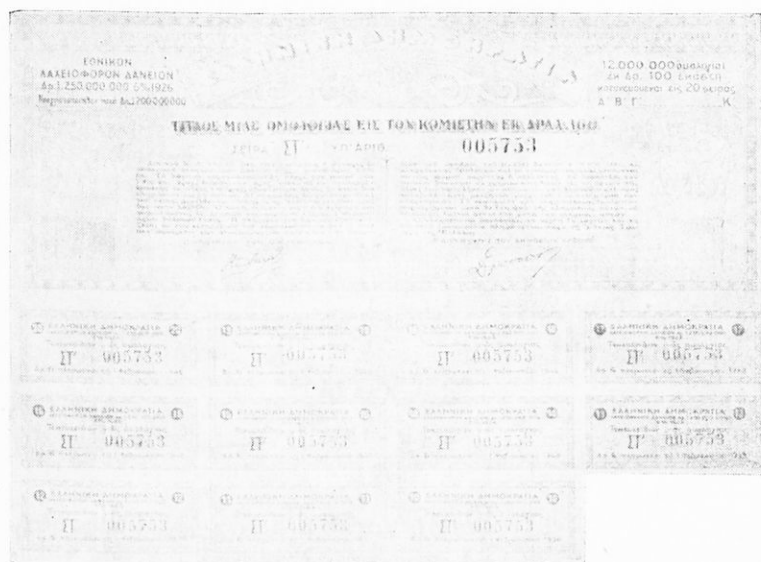
Προβλήματα λυόμενα ἀπὸ μνήμης :

- 1) Ἄν 100 δραχμαὶ εἰς 1 ἔτος ἢ 12 μῆνας φέρουν τόκον 8 δραχμάς, εἰς 6 μῆνας πόσον τόκον θὰ φέρουν ;
- 2) Πόσον τόκον φέρουν 200, 300, 400, 600, 800 δραχμαὶ εἰς 6 μῆνας πρὸς 6% ;
- 3) Πόσον τόκον φέρουν 100 δραχμαὶ πρὸς 10% εἰς 6 μῆνας ; 3 μῆνας ; 9 μῆνας ;
- 4) Πόσον τόκ. φέρουν 200 δρ. εἰς 6 μῆνας πρὸς 8%
 » » » 400 » » 3 » » 10%
 » » » 300 » » 9 » » 6%

Προβλήματα λυόμενα γραπτῶς :

- 1) Πόσον τόκον φέρουν 800 δραχμαὶ εἰς 6 μῆνας πρὸς 5% ;

Κατάταξις : 100 δραχ. εἰς 12 μῆνας 5 δραχ. τόκον
 800 » » 6 » X » »



Εικών Λαχειοφόρου ομολογίας 200 εκατ.

(Ίδε πρόβλημα εις 18ην σελίδα).

Λύσεις α') (με την αναγωγή εις την μονάδα):

100 δρ. εις 12 μῆν. (1 ἔτος) τόζον 5 δρ.

$$\begin{array}{r}
 1 \gg \gg 12 \gg \gg \gg \frac{5}{100} \\
 800 \gg \gg 12 \gg \gg \gg \frac{5 \times 800}{100} \\
 800 \gg \gg 1 \gg \gg \gg \frac{5 \times 800}{100 \times 12} \\
 800 \gg \gg 6 \gg \gg \gg \frac{5 \times 800 \times 6}{100 \times 12}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{K} \quad \text{X} \quad \text{E} \\
 \hline
 \frac{800 \times 6 \times 5}{1200}
 \end{array}$$

Λύσεις β') (με την σύνθετον μέθοδον):

Ἔχομεν ποσὰ ἀνάλογα, ἐπομένως:

$$\begin{array}{r}
 \text{K} \quad \text{X} \quad \text{E} \\
 X = \frac{5 \times 800 \times 6}{100 \times 12} = \frac{800 \times 6 \times 5}{1200} = 20
 \end{array}$$

Λύσεις γ') (με τὸν τύπον τοῦ τόκου):

Ὁ τύπος τοῦ τόκου εις μῆνας εἶναι:

$$T = \frac{K \times X \times E}{1200} \text{ (διατί);}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{K} \quad \text{X} \quad \text{E} \\
 \text{ὥστε } T = \frac{800 \times 6 \times 5}{1200} = 20
 \end{array}$$

2) Ποία ἀπὸ τὰς παραπάνω τρεῖς λύσεις εἶναι ἢ πλέον σύντομος καὶ εὐκόλος;

3) Σύμφωνα μετὸν τύπον τοῦ τόκου εις μῆνας, λύσατε τὰ παρακάτω προβλήματα:

α') Πόσον τόκον φέρουν 600 δραχμαὶ εἰς 8 μῆνας πρὸς 6 %;

$$\text{Δύσις :} \quad \frac{600 \times 8 \times 6}{1200}$$

β') Νὰ εὑρεθῇ ὁ τόκος τῶν 800 δραχ. εἰς 2, 3, 5 καὶ 8 μῆνας πρὸς 6%.

γ') Ἐδανείσθημεν ἀπὸ μίαν τράπεζαν 2000 δραχ. πρὸς 8% ἐπὶ 9 μῆνας. Πόσον τόκον θὰ πληρώσωμεν;

δ') Κατεθέσαμεν εἰς τὸ ταχυδρομικὸν ταμιευτήριον 2500 δραχ. πρὸς 4%. Τί τόκον θὰ λάβωμεν μετὰ 6 μῆνας;

ε') Κεφάλαιον 600 δραχμῶν ἐτοκίσθη πρὸς 9% διὰ 4 μῆνας. Πόσον τόκον θὰ δώσῃ;

ς') Εἰς τὴν Ἐθνικὴν Τράπεζαν κατεθέσαμεν 9000 δραχμὰς πρὸς 3½% διὰ 8 μῆνας. Πόσον τόκον θὰ λάβωμεν;

ζ') Πόσον τόκον φέρει κεφάλαιον 13000 δραχμῶν τοκίζόμενον πρὸς 10% εἰς 10 μῆνας;

η') Νὰ εὑρεθῇ ὁ τόκος τῶν 650 δραχμῶν πρὸς 8% εἰς 1, 3, 5, 6, 7, 9, 10 μῆνας.

θ') Νὰ εὑρεθῇ ὁ τόκος τῶν 1500 δραχμῶν πρὸς 6% εἰς 2, 4, 6, 8, 10, 11 μῆνας.

ι') Ἡ Τράπεζα Ἀθηνῶν δέχεται καταθέσεις πρὸς 4%. Τί ποσὸν θὰ λάβωμεν εἰς 8 μῆνας, ἂν καταθέσωμεν 3000 δραχμὰς; Τί τόκον, ἂν καταθέσωμεν 7000 δραχμὰς διὰ 6 μῆνας;

γ) Ὁ τόκος εἰς ἡμέρας.

Προβλήματα λυόμενα ἀπὸ μνήμης:

- 1) Ἐάν 100 δραγμαὶ εἰς 1 ἔτος (ἢ 360 ἡμέρας) φέρουν 8 δραγμαὶς, πόσον θὰ φέρουν εἰς 180 ἡμέρας;
- 2) Πόσον τόκον φέρουν 100 δραγμαὶ πρὸς 12% εἰς 30 ἡμέρας; εἰς 15 ἡμέρας;
- 3) Πόσον τόκον φέρουν 300 δραγμαὶ πρὸς 8% εἰς 30 ἡμέρας; εἰς 15 ἡμέρας;

Προβλήματα λυόμενα γραπτῶς:

- 1) Πόσον τόκον φέρουν 1000 δραγμαὶ εἰς 15 ἡμέρας πρὸς 12%;

Κατάταξις:

100 δρ.	εἰς 360 ἡμ.	(1 ἔτος)	τόκ.	12 δρ.
1000 »	»	15 »	»	X

Λύσις α' (μὲ τὴν ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα):

100	δρ.	εἰς 360	ἡμ.	τόκον	12	δρ.
1	»	» 360	»	»	$\frac{12}{100}$	»
1000	»	» 360	»	»	$\frac{12 \times 1000}{100}$	»
1000	»	» 1	»	»	$\frac{12 \times 1000}{100 \times 360}$	»
1000	»	» 15	»	»	$\frac{12 \times 1000 \times 15}{100 \times 360}$	»

$$\frac{K \quad X \quad E}{1000 \times 15 \times 12} = 5 \text{ δρ.}$$

$$\frac{\quad \quad \quad}{36000}$$

Λύσις β' (μὲ τὴν σύνθετον μέθοδον) :

Ἔχομεν ποσὰ ἀνάλογα, ὥστε :

$$X = \frac{12 \times 1000}{100} \times \frac{15}{360} = \frac{12 \times 1000 \times 15}{100 \times 360}$$

$$= \frac{K \quad X \quad E}{1000 \times 15 \times 12} = 5 \text{ δρ.}$$

Λύσις γ' (μὲ τὸν τύπον τοῦ τόκου):

Ὁ τύπος τοῦ τόκου εἰς ἡμέρας εἶναι :

$$T = \frac{K \times X \times E}{36000}$$

ὥστε $T = \frac{1000 \times 15 \times 12}{36000} = 5 \text{ δρ.}$

2) Λύσατε σύμφωνα μὲ τὸν τύπον τοῦ τόκου εἰς ἡμέρας τὰ ἐξῆς προβλήματα :

α') Πόσον τόκον φέρουν 600 δραγμαὶ εἰς 20 ἡμέρας πρὸς 6 % ;

Λύσις : $\frac{600 \times 20 \times 6}{36000} = ;$

β') Νὰ εὑρεθῇ ὁ τόκος τῶν 800 δραγμῶν εἰς 10, 15, 20 καὶ 25 ἡμέρας πρὸς 7 % .

γ') Ἐδανείσθημεν ἀπὸ μίαν τράπεζαν 20000 δραγμὰς πρὸς 8 % διὰ 20 ἡμέρας. Πόσον τόκον θὰ πληρώσωμεν ;

δ.) Κατέθεσαμεν εἰς τὸ Ταμιευτήριο τῆς Ἐμπορικῆς Τραπεζῆς 30000 δραγμὰς πρὸς 4 % . Τί τόκον θὰ λάβωμεν μετὰ 15 ἡμέρας ;

ε') Κεφάλαιον 15000 δραχμῶν ἐτοκίσθη πρὸς 12% διὰ 25 ἡμέρας. Πόσον τόκον θὰ δώσῃ;

στ') Εἰς τὴν Ἐμπορικὴν Τράπεζαν κατεθέσαμεν 50000 δραχμὰς πρὸς 5% καὶ τὰς ἀπεσύραμεν μετὰ 18 ἡμέρας. Τί τόκον θὰ λάβωμεν;

ζ') Πόσον τόκον φέρει κεφάλαιον 13000 δραχμῶν τοκισζόμενον πρὸς 10% εἰς 8, 10, 15, 20, 25 ἡμέρας;

η') Νὰ εὐρεθῇ ὁ τόκος τῶν 1800 δραχμῶν πρὸς 9% εἰς 3, 12, 17, 26 ἡμέρας.

δ') Ὁ τόκος εἰς ἡμέρας μὲ τὸν τοκάριθμον.

1) Πόσον τόκον φέρουν 600 δραχμαὶ πρὸς 6% εἰς 50 ἡμέρας;

$$\text{Λύσις:} \quad \frac{600 \times 6 \times 50}{36000} = 5 \text{ δραχ.}$$

Σημείωσις: Ἐάν τοῦ ἄνω κλάσματος $\frac{600 \times 6 \times 50}{36000}$

διαιρέσωμεν καὶ τοὺς δύο ὅρους μὲ τὸ ἐπιτόκιον, θὰ ἔχωμεν $\frac{600 \times 50}{36000 : 6} = \frac{600 \times 50}{6000}$. Ὁ ἀριθμητὴς τοῦ κλά-

σματος αὐτοῦ (600×50) εἶναι γινόμενον τοῦ κεφαλαίου ἐπὶ τὰς ἡμέρας καὶ λέγεται **τοκάριθμος**. Ὁ παρονομαστὴς πάλιν (6000) εἶναι πηλίκον τοῦ 36000 διὰ τοῦ ἐπιτοκίου (6) καὶ λέγεται **σταθερὸς διαιρέτης**.

Ὅστε, διὰ νὰ εὐρωμεν τὸν τόκον εἰς ἡμέρας, διαιροῦμεν τὸν τοκάριθμον διὰ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου.

$$(T = \frac{\text{τοκάριθμος}}{\text{σταθερὸς διαιρέτης}})$$

2) Νὰ εὐρητε μὲ τὸν τοκάριθμον τὸν τόκον:



α') 15.000 δραχμῶν πρὸς 6 % εἰς 20 ἡμέρας.

Δύσις :

$$\text{Τοκᾶριθμὸς : } 15000 \times 20 = 300000$$

$$\text{Σταθερὸς διαιρέτης : } 36000 \times 6 = 6000$$

$$\text{Τόκος} = 300000 : 6000 = 50 \text{ δρχ.}$$

β') 20000 δρχ. πρὸς 4 % εἰς 40 ἡμέρας.

γ') 30000 » » 6 % » 25 »

δ') 40000 » » 5 % » 15 »

ε') 45000 » » 8 % » 50 »

ς') 50000 » » 9 % » 45 »

ζ') 55000 » » 10 % » 10 »

η') 15000 » » 12 % » 65 »

θ') 32000 » » 9 % » 38 »

ι') 43000 » » 8 % » 42 »

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

ΕΥΡΕΣΙΣ ΤΟΚΟΥ

α') Ὁ τόκος εἰς ἔτη. Τύπος : $T = \frac{Κ. Χ. Ε.}{100}$

β') Ὁ » » μῆνας » $T = \frac{Κ. Χ. Ε.}{1200}$

γ') Ὁ » » ἡμέρας » $T = \frac{Κ. Χ. Ε.}{36000}$

δ') Ὁ » » ἡμέρας

μὲ τὸν τοκᾶριθμὸν » $T = \frac{\text{Τοκᾶριθμὸς}}{\text{Σταθερὸς διαι-}} \\ \text{ρέτης}$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΟΠΟΥ ΖΗΤΕΙΤΑΙ ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ

α') Ὁ χρόνος εἰς ἔτη.

Προβλήματα λυόμενα ἀπὸ μνήμης :

1) Ἐάν 100 δραγμαὶ πρὸς 6% φέρουν εἰς 1 ἔτος τόκον 6 δραγμαῖς, πόσαι δραγμαὶ εἰς 1 ἔτος θὰ φέρουν τόκον 18 δραγμαῖς;

2) Πόσαι δραγμαὶ τοκίζόμεναι πρὸς 8% θὰ φέρουν εἰς 1 ἔτος τόκον 16 δραγμαῖς; Πόσαι 24; Πόσαι 40; Πόσαι 80 δραγμαῖς;

Προβλήματα λυόμενα γραπτῶς :

1) Ἐνας ἐδάνεισε χρήματα πρὸς 6%, καὶ παίρνει 60 δραγμαῖς τὸ ἔτος τόκον. Ποῖον εἶναι τὸ κεφάλαιον ποὺ ἐδάνεισεν;

Κατάταξις:
$$\frac{100 \text{ δραχ. } 1 \text{ ἔτος τόκον } 6 \text{ δραχ.}}{X \quad \gg \quad 1 \quad \gg \quad \gg \quad 60 \quad \gg}$$

$$\text{Λύσις: } X = 190 \times \frac{1}{1} \times \frac{60}{6} = \frac{100 \times 60}{6} = ;$$

2) Ἐνας ἐδάνεισε κεφάλαιον μὲ 8%, καὶ ἔπειτα ἀπὸ 2 ἔτη ἔλαβε τόκον 120 δραγμαῖς. Πόσον εἶναι τὸ κεφάλαιον;

Κατάταξις:
$$\frac{100 \text{ δραχ. } 1 \text{ ἔτος τόκον } 8 \text{ δραχ.}}{X \quad \gg \quad 2 \quad \gg \quad 120 \quad \gg}$$

Λύσις α' (μὲ τὴν μέθοδον) :

Τὰ ποσὰ κεφάλαιον καὶ τόκος εἶναι ποσὰ ἀνάλογα

ἀλλὰ κεφάλαιον καὶ χρόνος εἶναι ἀντίστροφα. Ὡστε

$$X = 100 \times \frac{1}{2} \times \frac{120}{8} = \frac{100 \times 120}{2 \times 8} = \frac{120 \times 100}{2 \times 8} = ;$$

Δύσις β' (μὲ τὸν τύπον τοῦ Κεφαλαίου):

$$\text{Ὁ τύπος τοῦ Κεφαλαίου εἶναι : } K = \frac{T \times 100}{X \times E}$$

Ἄν λύσωμεν τὸ πρόβλημα μὲ τὸν τύπον αὐτόν,

$$\text{ἔχομεν : } K = \frac{T}{\frac{2 \times 8}{X \times E}} = ;$$

3) Ποῖον κεφάλαιον τοκίζομενον πρὸς 8% δίδει 60 δραχμὰς τὸ ἔτος τόκον ;

4) Ποῖον κεφάλαιον τοκίζομενον πρὸς 9% δίδει εἰς 3 ἔτη τόκον 45 δραχμὰς ;

5) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 5 ἔτη πρὸς 8% φέρει τόκον 300 δραχμὰς ;

6) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 10 ἔτη πρὸς 10% φέρει τόκον 320 δραχμὰς ;

7) Ἐνας ἔδανείσθη πρὸς 7% διὰ 5 ἔτη καὶ ἐπλήρωσεν εἰς αὐτὰ τὰ ἔτη 1856 δραχμὰς. Πόσας δραχμὰς ἔδανείσθη ;

8) Ἐνας ἔλαβεν ἀπὸ τὴν τράπεζαν δραχμὰς 3500 ἀπὸ τόκους τῶν καταθέσεων του διὰ 3 ἔτη. Πόσαι εἶναι αἱ καταθέσεις του ;

β') Ὁ χρόνος εἰς μῆνας.

1) Ποῖον κεφάλαιον, τοκιζόμενον πρὸς 5%, φέρει τόκον 40 δραχμὰς εἰς 6 μῆνας :

Κατάταξις : $\frac{100 \text{ δρ. } 12 \text{ μῆν. (1 \text{ \textasciitilde}τος) \text{ \textasciitilde}τόκ. } 5 \text{ δρ.}}{X \quad \gg \quad 6 \quad \gg \quad \quad \quad \gg \quad 40 \quad \gg}$

$$\text{Δύσις } \alpha' : X = 100 \times \frac{12}{6} \times \frac{40}{5} = \frac{100 \times 12 \times 40}{6 \times 5}$$

$$\frac{1200 \times 40}{6 \times 5} = \frac{40 \times 1200}{X \quad E} ;$$

2) Ποῖον κεφάλαιον τοκιζόμενον πρὸς 10%, φέρει τόκον 60 δραχμὰς εἰς 8 μῆνας :

Κατάταξις : $\frac{100 \text{ δρ. } 12 \text{ μῆνας \text{ \textasciitilde}τόκον } 10}{X \quad \gg \quad 8 \quad \gg \quad \quad \quad \gg \quad 60}$

$$\text{Δύσις } \alpha' : X = 100 \times \frac{12}{8} \times \frac{60}{10} = \frac{100 \times 12 \times 60}{8 \times 10} =$$

$$\frac{1200 \times 60}{8 \times 10} = \frac{60 \times 1200}{X \quad E} ;$$

Δύσις β' (μὲ τὸν τύπον τοῦ Κεφαλαίου) :

Ὁ τύπος τοῦ Κεφαλαίου, ὅταν ὁ Χρόνος εἶναι μῆ-

νες, εἶναι : $K = \frac{T \times 1200}{X \times E}$, ἐπομένως :

$$K = \frac{T}{8 \times 10} \times \frac{60 \times 1200}{X \quad E} ;$$

3) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 6 μῆνας πρὸς 6% φέρει τόκον 40 δραχμᾶς;

4) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 10 μῆνας πρὸς 9% φέρει τόκον 60 δραχμᾶς; Ποῖον 50; Ποῖον 80; Ποῖον 150; Ποῖον 200;

5) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 1 ἔτος καὶ 3 μῆνας πρὸς 4% φέρει τόκον 800 δραχμᾶς;

6) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 2 ἔτη καὶ 2 μῆνας πρὸς 3% φέρει τόκον 180 δραχμᾶς;

7) Ἐνας ὑπάλληλος παίρνει τὸν μῆνα 3000 δραχμᾶς μισθόν. Ποῖον κεφάλαιον τοκιζόμενον πρὸς 7% φέρει τόσον εἰσόδημα τὸν μῆνα;

8) Ἐνας ἐδανείσθη πρὸς 8% διὰ 10 μῆνας, καὶ ἐκλήρωσε τόκον 950 δραχμᾶς. Πόσας δραχμᾶς ἐδανείσθη;

γ) Ὁ χρόνος εἰς ἡμέρας.

1) Ποῖον κεφάλαιον τοκιζόμενον πρὸς 8% φέρει τόκον 10 δραχμᾶς εἰς 15 ἡμέρας;

Κατάταξις :

100 δραχ.	360 ἡμ.	τόκος 8	δραχ.
X	» 15	» 8	» 10

$$\text{Λύσις α'} : X = 100 \times \frac{360}{15} \times \frac{10}{8} = \frac{100 \times 360 \times 10}{15 \times 8}$$

$$= \frac{36000 \times 10}{15 \times 8} = \frac{T}{15 \times 8} = \frac{10 \times 36.000}{X \quad E}$$

Λύσις β' (μὲ τὸν τύπον τοῦ Κεφαλαίου):

Ὁ τύπος τοῦ κεφαλαίου, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι, εἶναι :

$$K = \frac{T \cdot 36.000}{X \cdot E}$$

Ἐπομένως :

$$K = \frac{T}{\frac{10 \times 36.000}{15 \times 8}} = ;$$

2) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 40 ἡμέρας πρὸς 8 % φέρει τόκον 60 δραχμᾶς ;

3) Ποῖον κεφάλαιον τοκίζόμενον πρὸς 10 % φέρει τόκον 30 δραχμᾶς εἰς 20 ἡμέρας ; Ποῖον εἰς 10 ἡμέρας ; Ποῖον εἰς 25 ἡμέρας ; Ποῖον εἰς 65 ἡμέρας ; Ποῖον εἰς 45 ;

4) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 3 μῆνας καὶ 12 ἡμέρας, τοκίζόμενον πρὸς 9 % φέρει τόκον 125 δραχμᾶς ;

5) Ἐνας ἀπέσυρε ἀπὸ μίαν Τράπεζαν τὰς καταθέσεις του, αἱ ὁποῖαι ἐτοκίζοντο πρὸς 6 %, εἰς 45 ἡμέρας, καὶ ἔλαβε τόκον 80 δραχμᾶς. Πόσα χρήματα εἶχε καταθέσει ;

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

ΕΥΡΕΣΙΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

$$\alpha') \quad \text{Ὁ χρόνος} \quad \text{ἔτη} \quad \text{—} \quad \text{τύπος} \quad K = \frac{T \cdot 100}{X \cdot E}$$

$$\beta') \quad \text{Ὁ} \quad \text{»} \quad \text{μῆνες} \quad \text{—} \quad \text{»} \quad K = \frac{T \cdot 1200}{X \cdot E}$$

$$\gamma') \text{ Ὁ χρόνος ἡμέραι} - \text{τύπος} \quad K = \frac{T \cdot 36000}{X \cdot E}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΖΗΤΕΙΤΑΙ ΤΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟΝ

α') Ὁ χρόνος εἰς ἔτη.

Προβλήματα λυόμενα ἀπὸ μνήμης.

1) Ἐάν 400 δραχμαὶ φέρουν τόκον εἰς 2 ἔτη 80 δραχμάς, πόσον θὰ φέρουν εἰς 1 ἔτος; Ἐάν ἦσαν 100 δραχμαὶ, πόσον θὰ ἔφερον εἰς 1 ἔτος;

2) Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν:

α') 300 δραχμαὶ, καὶ εἰς 1 ἔτος ἔφεραν τόκον 30 δραχμάς;

β') 500 δραχμαὶ, καὶ εἰς 1 ἔτος ἔφεραν τόκον 28 δραχμάς;

3) Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν 100 δραχμαὶ, καὶ ἔφεραν εἰς 2 ἔτη τόκον 30 δραχμάς; Εἰς 4 ἔτη, 36 δραχμάς; Εἰς 5 ἔτη, 40 δραχμάς;

Προβλήματα λυόμενα γραπτῶς:

1) Μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν τοκίζονται 600 δραχμαὶ, καὶ εἰς 3 ἔτη φέρουν τόκον 180 δραχμάς;

Κατάταξις :

600	δρχ.	3	ἔτη	τόκον	180	δρχ.
100	»	1	»	»	X	»

Λύσις α' (μὲ τὴν μέθοδον):

$$X = 100 \times \frac{100}{600} \times \frac{1}{3} = \frac{180 \times 100 \times 1}{600 \times 3} = \frac{180 \times 100}{600 \times 3} = \frac{T}{K \cdot X}$$

Λύσις β' (μὲ τὸν τύπον τοῦ ἐπιτοκίου):

Ὁ τύπος τοῦ Ἐπιτοκίου, ὅταν ὁ Χρόνος εἶναι εἰς ἔτη, εἶναι: $E = \frac{T \cdot 100}{K \cdot X}$

Λύοντες τὸ πρόβλημα μὲ τὸν ἄνω τύπον ἔχομεν πάλιν: $E = \frac{180 \times 100}{600 \times 3} =$

2) Μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν 700 δραγμαί, καὶ εἰς 2 ἔτη ἔφερον τόκον 70 δραγμάς;

Λύσις (μὲ τὸν τύπον τοῦ ἐπιτοκίου): $E = \frac{T \cdot 100}{K \cdot X}$

$$E = \frac{70 \times 100}{700 \times 2} =$$

3') Νὰ εὐρεθῇ μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν :

α')	500	δρ.	εἰς	1	ἔτος	καὶ	ἔφεραν	τόκον	50	δρ.
β')	300	»	»	2	ἔτη	»	»	»	120	»
γ')	600	»	»	3	»	»	»	»	90	»
δ')	700	»	»	4	»	»	»	»	100	»
ε')	800	»	»	5	»	»	»	»	120	»
ς')	1000	»	»	6	»	»	»	»	200	»
ζ')	1500	»	»	3	»	»	»	»	125	»
η')	2000	»	»	4	»	»	»	»	350	»

4) Μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν πρέπει νὰ τοκισθοῦν 400 δραγμαί διὰ νὰ διπλασιασθοῦν εἰς 8 ἔτη;

5) Μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν πρέπει νὰ τοκισθοῦν 500 δραχμαὶ διὰ νὰ τριπλασιασθοῦν εἰς 16 ἔτη;

6) Ἐνας ἐτόκισε 3000 δραχμὰς διὰ 2 ἔτη καὶ ἔλαβεν ὡς τόκον 120 δραχμὰς. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτόκισε τὰ χρήματά του;

7) Ἐδανείσθημεν ἀπὸ μίαν Τράπεζαν 7000 δραχμ. καὶ ἐπληρώσαμεν διὰ 2 ἔτη 300 δραχμὰς. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐδανείσθημεν;

β') Ὁ χρόνος εἰς μῆνας.

1) Μὲ πόσον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθησαν 300 δραχμαὶ καὶ εἰς 6 μῆνας ἔφεραν τόκον 9 δραχμὰς;

Κατάταξις:
$$\begin{array}{ccccccc} 300 \text{ δραχ.} & 6 \text{ μῆνας} & 9 \text{ δραχ.} & \text{τόκος} & & & \\ 100 & \text{»} & 12 & \text{»} & X & \text{»} & \end{array}$$

Λύσις α' (μὲ τὴν μέθοδον):

$$X = 9 \times \frac{100}{300} \times \frac{12}{6} = \frac{9 \times 1 \times 1200}{300 \times 6} = \frac{T}{K \cdot X} = \frac{9 \times 1200}{300 \times 6};$$

Λύσις β' (μὲ τὸν τύπον τοῦ ἐπιτοκίου).

Ὁ τύπος τοῦ ἐπιτοκίου, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι εἰς μῆνας, εἶναι:

$$E = \frac{T \cdot 1200}{K \cdot X}$$

Λύοντες τὸ πρόβλημα μὲ τὸν ἄνω τύπον ἔχομεν:

$$E = \frac{T}{K \cdot X} = \frac{9 \times 1200}{300 \times 6} = ;$$

2) Μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν 600 δραγμαὶ καὶ εἰς 8 μῆνας ἔφεραν τόκον 30 δραγμῶν;

Λύσις: (μὲ τὸν τύπον ἐπιτοκίου): $\left(E = \frac{T \cdot 1200}{K \cdot X} \right)$

$$E = \frac{T}{\frac{K}{30} \times \frac{1200}{8}} =;$$

3) Νὰ εὐρεθῇ μὲ πόσον τὰ ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν:

α') 500 δρ. καὶ ἔφεραν εἰς 6 μῆνας τόκον 30 δρ.

β') 400 » » » » 4 » » 20 »

γ') 600 » » » » 5 » » 40 »

δ') 700 » » » » 3 » » 30 »

ε') 300 » » » » 7 » » 35 »

ς') 800 » » » » 8 » » 50 »

ζ') 1000 » » » » 10 » » 80 »

γ') Ὁ χρόνος εἰς ἡμέρας.

1) Μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν 1200 δραγ. καὶ εἰς 15 ἡμέρας ἔφεραν τόκον 5 δραγμαίς;

Κατάταξις: $\frac{1200 \text{ δραγ. εἰς } 15 \text{ ἡμέρας } 5 \text{ δραγ. τόκον}}{100 \text{ » » } 360 \text{ » } X \text{ » »}}$

Λύσις: (μὲ τὴν μέθοδον).

$$X = 5 \times \frac{100}{1200} \times \frac{360}{15} = \frac{5 \times 100 \times 360}{1200 \times 15}$$

$$= \frac{5 \times 36000}{1200 \times 15} =;$$

Λύσις : (μὲ τὸν τύπον τοῦ ἐπιτοκίου).

Ὁ τύπος τοῦ ἐπιτοκίου ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι, εἶναι :

$$E = \frac{T \cdot 36000}{K \cdot X}$$

Λύοντες μὲ τὸν ἄνω τύπον τὸ πρόβλημα, ἔχομεν :

$$E = \frac{T}{\frac{5 \times 36000}{1200 \times 15}} = ;$$

2) Μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν 500 δραχμαὶ καὶ εἰς 70 ἡμέρας ἔφεραν τόκον 10 δραχμᾶς :

Λύσις : (μὲ τὸν τύπον ἐπιτοκίου): $\left(E = \frac{T \cdot 36000}{K \cdot X} \right)$

$$E = \frac{T}{\frac{10 \times 36000}{500 \times 70}}$$

3) Νὰ εὐρεθῇ μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν :

α')	500	δρ.	καὶ	εἰς	18	ἡμέρας	ἔφεραν	τόκον	8	δρ.
β')	400	»	»	»	20	»	»	»	9	»
γ')	300	»	»	»	22	»	»	»	30	»
δ')	400	»	»	»	18	»	»	»	25	»
ε')	500	»	»	»	20	»	»	»	115	»

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

ΕΥΡΕΣΙΣ ΕΠΙΤΟΚΙΟΥ

$$\alpha') \text{ 'Ο χρόνος } \xi\text{τη} \text{ — τύπος } E = \frac{T \cdot 100}{K \cdot X}$$

$$\beta') \text{ 'Ο χρόνος μῆνες} \text{ — τύπος } E = \frac{T \cdot 1200}{K \cdot X}$$

$$\gamma') \text{ » » ἡμέραι} \text{ — τύπος } E = \frac{T \cdot 36000}{K \cdot X}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΟΠΟΥ ΖΗΤΕΙΤΑΙ Ο ΧΡΟΝΟΣ

Προβλήματα λυόμενα ἀπὸ μνήμης :

1) 100 δραχμαὶ εἰς 1 ἔτος φέρουν τόκον 8 δραχμῶν. Εἰς πόσον χρόνον θὰ φέρουν τόκον 16 δραχμῶν; Εἰς πόσον 24, 56, 64 δραχμῶν;

2) Εἰς πόσον χρόνον 300 δραχμαὶ πρὸς 6% φέρουν τόκον 36 δραχμῶν;

3) Εἰς πόσον χρόνον 400 δραχμαὶ πρὸς 8% φέρουν τόκον 64 δραχμῶν;

4) Εἰς πόσον χρόνον 600 δραχμαὶ πρὸς 5% φέρουν τόκον 90 δραχμῶν;

Προβλήματα λυόμενα γραπτῶς :

1) Εἰς πόσον χρόνον 800 δραχμαὶ πρὸς 5% φέρουν τόκον 40 δραχμῶν;

Κατάταξις :

100 δρ. εἰς 1 ἔτος (ἢ 12 μῆν. ἢ 360 ἡμ.) ἔχουν τόκ. 5 δρ.
 800 » » X » » » » » 20 »

Ἡ λύσις γίνεται ὅπως καὶ εἰς τὰ προηγούμενα. Τὰ ποσὰ ἐδῶ τοῦ κεφαλαίου καὶ χρόνου εἶναι ἀντίστροφα, τοῦ τόκου καὶ χρόνου ἀνάλογα, ὥστε :

$$X = 1 \text{ (ἢ 12, ἢ 360)} \times \frac{T}{800 \times 5} = \frac{T}{K \cdot E}$$

$$\frac{T \cdot 100}{K \cdot E} \text{ (τύπος χρόνου εἰς ἔτη.)}$$

$$\text{ἢ } X = \frac{T \cdot 100 \times 12}{K \cdot E} \text{ ἢ } \frac{T \cdot 1200}{K \cdot E} \text{ (τύπος χρόνου εἰς μῆνας).}$$

$$\text{ἢ } X = \frac{T \cdot 100 \times 360}{K \cdot E} \text{ ἢ } \frac{T \cdot 3600}{K \cdot E} \text{ (τύπος χρόνου εἰς ἡμέρας).}$$

2) Εἰς πόσον χρόνον 500 δραχ. πρὸς 6 % φέρουν τόκον 20 δραχμᾶς ;

3) Εἰς πόσον χρόνον 5000 δραχ. πρὸς 5 % φέρουν τόκον 15 δραχμᾶς ;

4) Πόσον καιρὸν εἶναι τοκισμένα :

α') 6000 δραχ. πρὸς 5 % καὶ φέρουν τόκον 420 δραχ. ;

β') 5000 » » 9 % » » » 600 » ;

γ') 4000 » » 7 % » » » 280 » ;

δ') 3000 » » 8 % » » » 220 » ;

5) Ἐνας ἔμπορος ἐτόκισε 13000 δραχμᾶς πρὸς 5 %. Ἐντὸς ὀλίγου ἔλαβε, κεφάλαιον καὶ τόκον μαζί,

16000 δραχμάς. Πόσον καιρόν ἦσαν τοκισμένα τὰ κεφάλαιά του :

6) Ἐνας βοσκὸς ἐπώλησε 48 πρόβατα πρὸς 75 δραχ. τὸ ἓν. Τὰ χρήματα, ποὺ ἔλαβεν ἐτόκισε πρὸς 7% καὶ ἔλαβε μετὰ τινα χρόνον τόκον 395 δραχμάς. Μετὰ πόσον χρόνον ἔλαβε τὸν τόκον αὐτόν ;

7) Εἰς πόσον χρόνον

α') 900 δραχ. πρὸς 6% ἔγιναν μαζί με τὸν τόκον 1000 δραχ.;

β') 800 » » 5% » » » » » 950 » ;

γ') 1500 » » 7% » » » » » 1800 » ;

δ') 600 » » 10% » » » » » 900 » ;

ε') 2000 » » 9% » » » » » 3000 » ;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΝΑΤΟΚΙΣΜΟΥ

1) Κάποιος κατέθεσεν εἰς μίαν Τράπεζαν 10000 δραχ. πρὸς 5%. Τὸν τόκον ὁμοῦ τοῦ πρώτου ἔτους δὲν τὸν ἔλαβεν ἀλλὰ τὸν προσέθεσεν εἰς τὸ κεφάλαιον. Τὸ νέον αὐτὸ ποσὸν (ἀρχικὸν κεφάλαιον καὶ τόκος μαζί) ἀφῆκεν εἰς τὴν Τράπεζαν μετὰ τὸ ἴδιον ἐπιτόκιον δι' ἓν ἀκόμη ἔτος. Οὕτως ὁ τόκος θὰ φέρῃ νέον τόκον (τοῦτο λέγεται ἀνατοκισμός). Πόσα θὰ λάβῃ ἐν ὄλῳ εἰς τὸ τέλος τοῦ ἔτους ;

Λύσις :

Ἀρχικὸν κεφάλαιον καταθέσεων δραχμαὶ 10000

Ὁ τόκος δι' ἓν ἔτος πρὸς 5% » 500

Νέον κεφάλαιον διὰ τὸ δεύτερον ἔτος δραχμαὶ 10500

Ὁ τόκος του δι' ἓν ἔτος πρὸς 5% » 525

Ἐλαβον εἰς τὸ τέλος τοῦ β' ἔτους » 11025

2) Ἐνας κατέθεσεν εἰς μίαν Τράπεζαν δραχμάς

15000 μὲ ἀνατοκισμὸν 8 %. Πόσα θὰ λάβῃ : α') μετὰ τρία ἔτη, β') μετὰ 5 ἔτη ;

3) Ἐνας κατέθεσεν εἰς μίαν Τράπεζαν 20000 δραχ. μὲ ἀνατοκισμὸν 4 %. Πόσα θὰ λάβῃ μετὰ 5 ἔτη ; Πόσα θὰ ἐλάμβανε μὲ ἀπλοῦν τόκον ;

4) 30000 δραγμαὶ ἀνατοκίζονται κατὰ ἐξάμηνον πρὸς 7 %. Πόσα θὰ γίνουν μετὰ 3 ἔτη ;

5) Ὁ πληθυσμὸς μιᾶς πόλεως εἶναι σήμερον 30.000 κάτοικοι. Αὐξάνει δὲ κατ' ἔτος κατὰ 2 %. Πόσοι θὰ εἶναι μετὰ 3 ἔτη ;

5. ΥΦΑΙΡΕΣΙΣ

Ἐκεῖνοι ποὺ δανεῖζουν χρήματα καὶ οἱ ἔμποροι ποὺ πωλοῦν ἐμπορεύματα, διὰ ν' ἀσφαλίσουν τὰ χρήματά των, παίρνουν ἀπὸ τὸν δανειζόμενον μίαν ἀπόδειξιν γραμμένην εἰς χαρτὶ μὲ χαρτόσημον, ἢ ὁποῖα ἀναφέρει : α') Τὸ ποσὸν ποὺ ὀφείλει νὰ πληρώσῃ ὁ δανεισθεὶς εἰς τὸν δανείσαντα. β') Τὴν ἡμέραν ποὺ πρέπει νὰ πληρωθῇ τὸ ποσὸν τῆς ἀποδείξεως.

Ἡ ἀπόδειξις αὕτη λέγεται *γραμμάτιον*. Τὸ ἀναγραφόμενον χρέος λέγεται *ὀνομαστικὴ ἀξία*. Ἡ ἡμέρα κατὰ τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ πληρωθῇ τὸ χρέος λέγεται *ἡμέρα λήξεως* τοῦ γραμματίου. Ἐάν π. χ. ὁ ἔμπορος Γ. Πέτρου ἔδωκεν ἐμπορεύματα ἀξίας 2000 δραχμῶν εἰς τὸν Ν. Κωνσταντίνου, καὶ ὁ δεύτερος δὲν ἔχῃ νὰ τὰ πληρώσῃ ἀμέσως, ἀλλὰ μετὰ 1 ἔτος, τότε ὁ ἔμπορος θὰ λογαριάσῃ τὸν τόκον τῶν 2000 δραχμῶν εἰς 1 ἔτος μὲ

τὸ ἐπιτόκιον ποὺ θὰ συμφωνήσουν (8% π. χ.), καὶ θὰ συντάξῃ ἓνα γραμμάτιον ποὺ ὁ ὀφειλέτης θὰ τὸ ὑπογράψῃ. Τὸ γραμμάτιον θὰ γράφῃ τὰ ἑξῆς:

Λιὰ δραχμὰς 2.160

Μετὰ ἐν ἔτος ἀπὸ σήμερον ὑπόσχομαι καὶ ὑποχρεοῦμαι νὰ πληρώσω εἰς τὸν κ. Γ. Πέτρου ἢ εἰς διαταγὴν τοῦ δύο χιλιάδας ἑκατὸν ἐξήκοντα δραχμὰς, τὰς ὁποίας ἔλαβον παρ' αὐτοῦ εἰς ἔμπορεύματα.

Ἐν Ἀθήναις τῇ 1 Μαρτίου 1936.

(ὑπογραφή) *Γ. Κωνσταντίνου*

Εἰς τὸ γραμμάτιον αὐτὸ *ὀνομαστικὴ ἀξία* εἶναι αἱ 2.160 δραχμαί, καὶ ἡ *ἡμέρα λήξεως* εἶναι ἡ 1 Μαρτίου 1937.

Σύμφωνα μὲ τὸ γραμμάτιον αὐτὸ ὁ ἔμπορος Γ. Πέτρου θὰ λάβῃ τὰ χρήματά του τὴν 1 Μαρτίου 1937. Ἐὰν ὁμοίως τοῦ χρειασθῶν τὰ χρήματα πρωύτερα, τότε ἔμπορεῖ νὰ πωλήσῃ τὸ γραμμάτιον εἰς ἄλλον. Δὲν θὰ λάβῃ ὁμοίως τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν τοῦ γραμματίου, δηλ. τὰς 2.160 δραχμὰς. Καὶ τοῦτο, διότι ἐκεῖνος ποὺ θὰ ἀγοράσῃ τὸ γραμμάτιον θὰ θέλῃ βέβαια καὶ αὐτὸς νὰ κερδίσῃ ἀπὸ τὴν ἀγορὰν αὐτὴν.

Θὰ τοῦ δώσῃ λοιπὸν ὄχι ὅλα τὰ χρήματα τοῦ γραμματίου, ἀλλ' ὅσα πρέπει νὰ λάβῃ ὡς τὴν ἡμέραν ποὺ πωλεῖ ἢ προεξοφλεῖ τὸ γραμμάτιον. Ἐὰν π. χ. πωλήσῃ τὸ γραμμάτιον 6 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του, τότε ὁ ἀγοραστὴς θὰ τοῦ κρατήσῃ τὸν τόκον τῶν 6 μηνῶν καὶ θὰ τοῦ δώσῃ τὸ ὑπόλοιπον. Ὁ τόκος αὐτὸς ποὺ ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν τοῦ γραμματίου λέγεται

ὑφαίρεσις (ἢ σκόντο). Τὸ ποσὸν ποὺ θὰ λάβῃ ὁ ἔμπορος ποὺ πωλεῖ τὸ γραμματίον μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τῆς ὑφαίρεσεως λέγεται **παροῦσα ἢ πραγματικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου**.

Προβλήματα.

1) Ἐμπορος προεξώφλησε γραμματίον ὀνομαστικῆς ἀξίας 500 δραχμῶν 2 ἔτη πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 6% . Πόση εἶναι ἡ ὑφαίρεσις καὶ ποία ἡ πραγματικὴ ἀξία :

Λύσις : Ἐπειδὴ μᾶς ζητεῖται ἡ ὑφαίρεσις, δηλ. ὁ τόκος τῶν 500 δραχμῶν εἰς 2 ἔτη, πὸν θὰ κρατηθῇ κατὰ τὴν πληρωμὴν τοῦ γραμματίου, τὸ πρόβλημα ὁμοιάζει μὲ πρόβλημα ὅπου μᾶς ζητεῖται ὁ τόκος εἰς ἔτη. Σύμφωνα μὲ τὰ γνωστά μας, θὰ πολλαπλασιάσωμεν τὰ τρία δεδομένα ποσὰ καὶ θὰ διαιρέσωμεν μὲ τὸ 100.

$$Y = \frac{500 \times 2 \times 6}{100} = 60 \text{ δραχ.}$$

60 δρ. ἡ ὑφαίρεσις. Ἡ παροῦσα πραγματικὴ ἀξία θὰ εἶναι $500 - 60 = 440$ δραχμαί.

2) Πόση εἶναι ἡ ὑφαίρεσις καὶ πόση ἡ πραγματικὴ ἀξία ἢ παροῦσα ἀξία τῶν ἑξῆς γραμματίων :

α') 5000 δρ., ποὺ ἐξαργυρώνεται 1 ἔτος πρὸ τῆς λήξεως πρὸς 7% .

β') 3060 δρ., ποὺ ἐξαργυρώνεται 2 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως πρὸς 12% .

γ') 2000 δρ., ποὺ ἐξαργυρώνεται 1 ἔτος καὶ 3 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως πρὸς 10% .

δ') 1000 δρ., ποὺ ἐξαργυρώνεται 1 ἔτος καὶ 5 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως πρὸς 8% .

ε') 1000 δρ. πού εξαργυρώνεται 45 ημέρας πρὸ τῆς λήξεως πρὸς 10 %.

3) Ἐνας ἠγόρασε σπίτι ἀντὶ 50000 δρ. καὶ θὰ τὸ πληρώσῃ μετὰ 2 ἔτη. Ἄν τὸ πληρώσῃ ἀμέσως, θὰ τοῦ κάμουν ἔκπτωσιν 3 %. Πόσον θὰ κερδίσῃ καὶ πόσον θὰ πληρώσῃ;

4) Ἔχομεν δύο γραμμάτια. Τὸ ἓν 440 δρ. καὶ τὸ ἄλλο 500 δρ. Τὸ πρῶτον λήγει μετὰ 5 μῆνας καὶ τὸ δεύτερον μετὰ 4, εξαργυρώνονται δὲ μὲ 4 %. Ποῖον ἐκ τῶν δύο ἀξίζει σήμερον περισσότερον;

5) Γραμμάτιον 6000 εξαργυρώνεται εἰς 3 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του μὲ ὑφαίρεσιν 30 δρ. Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν ἔγινεν ἡ εξαργύρωσις;

6) Ἀπὸ γραμμάτιον, πού ἠθέλεν 6 μῆνας νὰ λήξῃ, μὲ ἐπιτόκιον 8 %, ἔγινε κράτησις 40 δραχμῶν. Πόσον ἦτο τὸ ποσὸν τοῦ γραμματίου;

7) Πόσον χρόνον θέλει νὰ λήξῃ γραμμάτιον 950 δραχμῶν, πού εξαργυρώνεται πρὸς 6 % μὲ ὑφαίρεσιν 48 δραχμῶν;

8) Γραμμάτιον 8000 δρ. ἐξοφλεῖται 9 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως καὶ γίνεται ὀλικὴ ὑφαίρεσις 600 δραχμῶν. Πόσον τοῖς ἑκατὸν γίνεται ὑφαίρεσις;

9) Γραμμάτιον 90 δρ. ἐξοφλεῖται πρὸ τῆς λήξεως μὲ 6 % καὶ γίνεται ὀλικὴ ὑφαίρεσις 45 δραχμῶν. Πόσον χρόνον πρὸ τῆς λήξεώς του ἐξοφλήθη τὸ γραμμάτιον;

10) Γραμμάτιον ἐξοφλήθη 8 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του μὲ 7 %. Ἡ ὀλικὴ ὑφαίρεσις τοῦ γραμματίου ἦτο 49 δραχμαί. Πόσων δραχμῶν ἦτο τὸ γραμμάτιον;

6. ΜΕΡΙΣΜΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΡΙΣΜΟΥ ΕΙΣ ΜΕΡΗ ΑΝΑΛΟΓΑ

1) Νὰ μοιρασθοῦν 20 πορτοκάλια εἰς 3 παιδιὰ ἀνάλογα μὲ τοὺς ἀριθμοὺς 2, 3, 5.

Λύσις: Ὅταν θὰ πάρη τὸ α' 2, τὸ β' 3, καὶ τὸ γ' 5, θὰ πάρουν ὅλα μαζὶ 10 ($2 + 3 + 5 = 10$).

α' παιδί: Εἰς τὰ 10 πορτοκάλια τὸ α' παίρνει 2
 » » 20 » » » X

β' παιδί: Εἰς τὰ 10 πορτοκάλια παίρνει 3
 » » 20 » » X

γ' παιδί: Εἰς τὰ 10 πορτοκάλια παίρνει 5
 » » 20 » » X

Τὰ ποσὰ εἶναι ἀνάλογα, ἐπομένως:

$$\alpha' \text{ παιδί } X = 2 \times \frac{20}{10} = 4$$

$$\beta' \text{ παιδί } X = 3 \times \frac{20}{10} = 6$$

$$\gamma' \text{ παιδί } X = 5 \times \frac{20}{10} = 10$$

Τὸ ὅλον πορτοκάλια 20

2) Τρεῖς βρῦσεις ἐγέμισαν μίαν δεξαμενὴν χωρητικότητος 800 ὀκάδων εἰς 6 ὥρας. Ἡ μία ἔτρεχε 1 ὥραν, ἡ ἄλλη 2 ὥρας καὶ ἡ τρίτη 3 ὥρας. Πόσον νερὸ ἔτρεξεν ἀπὸ τὴν κάθε μίαν;

Λύσις: Θὰ μοιράσωμεν τὸν μεριστέον ἀριθμὸν 800 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 1, 2, 3.

$$1 + 2 + 3 = 6$$

Σύμφωνα με τὰ προηγούμενα θὰ ἔχωμεν :

$$\alpha' \text{ βρούσις : } \frac{800 \times 1}{6} = 133 \frac{1}{3} \text{ ὄζ.}$$

$$\beta' \text{ βρούσις : } \frac{800 \times 2}{6} = 266 \frac{2}{3} \text{ ὄζ.}$$

$$\gamma' \text{ βρούσις : } \frac{800 \times 3}{6} = 400 \text{ ὄζ.}$$

$$799 \frac{3}{3} = 800 \text{ ὄζ.}$$

3) Δύο ἐργάτρια ἐτελείωσαν ἀπὸ κοινοῦ μίαν ἐργασίαν καὶ ἔλαβον 540 δραχμάς. Ἡ μία ὅμως ἔκαμε 5 ἡμερομίσθια καὶ ἡ ἄλλη 4. Πόσα θὰ λάβῃ ἐκάστη ;

4) Δύο ἄνθρωποι ἠγόρασαν ἓνα χωράφι 500 τετραγωνικῶν μέτρων ἀντὶ 12.000 δραχμῶν. Ὁ εἷς ἔδωσε 4000 δραχμάς, καὶ ὁ ἄλλος 8000. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα θὰ λάβῃ ἕκαστος ;

5) Νὰ μοιρασθῇ ὁ ἀριθμὸς 300 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 3, 5 καὶ 7.

6) Εἰς ἓν μικτὸν σχολεῖον φοιτοῦν 300 παιδιά. Τὰ ἀγόρια εἶναι τριπλάσια τῶν κοριτσιῶν. Πόσα εἶναι τὰ ἀγόρια καὶ πόσα τὰ κορίτσια ;

7) Τρεῖς οἰκογένειαι συγκατοικοῦν εἰς μίαν οἰκίαν καὶ πληρώνουν ἐνοίκιον 1000 δραχμάς ἀνάλογα μὲ τὰ μέλη τῆς οἰκογενείας των. Ἡ α' οἰκογένεια ἀποτελεῖται ἀπὸ 3 μέλη, ἡ β' ἀπὸ 4 καὶ ἡ γ' ἀπὸ 7. Πόσον ἐνοίκιον θὰ πληρώσῃ κάθε οἰκογένεια ;

8) Δύο ἐργάται ἔσκαψαν ἓνα ἀμπέλι καὶ ἔλαβαν

1600 δραχμάς. Ὁ πρῶτος εἰργάσθη 12 ἡμέρας καὶ ὁ δεύτερος 8. Πόσας δραχμάς θὰ λάβῃ ἕκαστος ;

9) Ἀπὸ μίαν θεατρικὴν ἐπιχείρησιν πὺν ἀφῆκε κέρδη 30000 δραχμάς, ἔλαβεν ὁ πρῶτος ἠθοποιοὺς 4 μερίδια, ὁ δεύτερος 3 καὶ ὁ τρίτος 2. Πόσας δραχμάς ἔλαβεν ἕκαστος ;

10) Δύο βοσκοὶ ἐνοικίασαν ἐν λιβάδιον ἀντὶ 5000 δραχμῶν. Ὁ ἕνας ἐβόσκησεν 60 πρόβατα καὶ ὁ ἄλλος 40. Πόσα θὰ πληρώσῃ ἕκαστος ;

7. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ

α') Κεφάλαια Διάφορα.

1) Τρεῖς ἔμποροι κατέθεσαν διὰ μίαν ἐπιχείρησιν, ὁ α' 2 χιλιάδας δραχμάς, ὁ β' 4 χιλιάδας καὶ ὁ γ' 6 χιλιάδας. Εἰς τὸ τέλος τῆς ἐπιχειρήσεως ἐκέρδισαν 24 χιλιάδας δραχμάς. Πόσον κέρδος θὰ λάβῃ ἕκαστος ;

Δύσις :

Οἱ τρεῖς ἔμποροι δὲν κατέθεσαν τὸ αὐτὸ ποσὸν εἰς τὴν ἐπιχείρησιν, ἐπομένως καὶ τὸ κέρδος δὲν θὰ εἶναι ἴσον. Τὸ κέρδος πρέπει νὰ μοιρασθῇ ἀνάλογα μὲ τὰ ποσά, πὺν κατέθεσαν ὁ καθένας. Τὸ πρόβλημα ἐπομένως εἶναι πρόβλημα Μερισμοῦ, καὶ τὸ κέρδος τῶν 24000 δραχμῶν θὰ μοιρασθῇ ἀνάλογα μὲ τοὺς ἀριθμοὺς 2000, 4000 καὶ 6000.

$$2000 + 4000 + 6000 = 12000$$

Ἐπομένως :

$$\text{κέρδος τοῦ α'}. \frac{24000 \times 2000}{12000} = 4000$$

$$\text{κέρδος τοῦ β'}. \frac{24000 \times 4000}{12000} = 8000$$

$$\text{κέρδος τοῦ γ'}. \frac{24000 \times 6000}{12000} = 12000$$

Ὀλικὸν κέρδος 24000

2) Τρεῖς ἔμποροι ἔκαμαν μίαν ἐπιχείρησιν. Ὁ πρῶτος κατέβαλε 4000 δρ., ὁ δεύτερος 6000 καὶ ὁ τρίτος 8000. Εἰς τὸ τέλος ἐζημιώθησαν 10000 δραχμάς. Πόση ζημία ἀναλογεῖ εἰς τὸν καθένα;

3) Δύο ἔμποροι συνεταιρίσθησαν καὶ κατέβαλον ὁ πρῶτος 10000 δρ., ὁ δεύτερος 15000. Εἰς τὸ τέλος ἐκέρδισαν 2000 δραχμάς. Πόσον κέρδος θὰ λάβῃ ἕκαστος;

4) Τρεῖς συνεταιῖροι ἐπώλησαν 4000 ὀκάδες λάδι πρὸς 25 δρ. τὴν ὀκᾶν. Πόσα θὰ λάβῃ ὁ καθένας, ὅταν ὁ πρῶτος ἔχει καταθέσει κεφάλαια 800 δραχμῶν, ὁ δεύτερος 1500 καὶ ὁ τρίτος 1000;

5) Δύο βοσκοὶ εἶχον μαζὶ τὰ πρόβατά των. Ὁ ἕνας ἔχει 250 πρόβατα καὶ ὁ ἄλλος 318. Ἐπώλησαν 120 ὀκάδες μαλλὶ πρὸς 30 δρ. τὴν ὀκᾶν καὶ 200 ὀκάδες τυρὶ πρὸς 45 δρ. τὴν ὀκᾶν. Πόσα χρήματα θὰ λάβῃ ἕκαστος;

β') Χρόνος διάφορος.

1) Τρεῖς ἔμποροι κατέθεσαν τὸ αὐτὸ ποσὸν ἕκαστος εἰς μίαν ἐπιχείρησιν. Εἰς τὴν ἐπιχείρησιν ὅμως ἔμειναν 3 ἔτη τὰ χρήματα τοῦ πρώτου, 2 ἔτη τοῦ δευτέρου καὶ

Λιουδάκη-Ἀλοῖζου, «*Ἀριθμ. προβλήματα*» σ' τᾶς., Ἐκδ. 3η, 1937 4

Ψηφιοποιήθηκε ἀπὸ τὸ Ἰνστιτούτο Ἐκπαιδευτικῆς Πολιτικῆς

1 ἔτος τοῦ τρίτου. Εἰς τὸ τέλος ἡ ἐπιχείρησις ἄφησε ζημίαν 18 χιλ. δραχμῶν. Πόση ζημία ἀναλογεῖ εἰς ἕκαστον;

Λύσις :

Οἱ τρεῖς ἔμποροι κατέθεσαν τὸ ἴδιον ποσόν, ἀλλ' ὁ χρόνος ποὺ ἔμεινε τὸ ποσὸν τοῦ καθενὸς εἰς τὴν ἐπιχείρησιν εἶναι διάφορος. Ἐπομένως ἡ ζημία θὰ εἶναι ἀνάλογος μὲ τὰ ἔτη ποὺ ἔμειναν τὰ χρήματα καθενὸς εἰς τὴν ἐπιχείρησιν, δηλ. ἡ ζημία τῶν 18000 δραχμῶν θὰ μοιρασθῇ ἀνάλογα μὲ τοὺς ἀριθμοὺς 3, 2, 1.

$$3 + 2 + 1 = 6.$$

$$\text{Ζημία τοῦ α' : } \frac{18000 \times 3}{6} = 9000$$

$$\text{Ζημία τοῦ β' : } \frac{18000 \times 2}{6} = 6000$$

$$\text{Ζημία τοῦ γ' : } \frac{18000 \times 1}{6} = 3000$$

Ὅλική ζημία	18000
-------------	-------

2) Δύο ἔμποροι κατέθεσαν τὸ αὐτὸ ποσὸν χρημάτων διὰ μίαν ἐπιχείρησιν. Τοῦ ἐνὸς τὰ χρήματα ἔμειναν 11 μῆνας εἰς τὴν ἐπιχείρησιν καὶ τοῦ ἄλλου 8 μῆνας. Εἰς τὸ τέλος ἐκέρδισαν 8.000 δραχμάς. Πόσον θὰ λάβῃ ἕκαστος;

3) Δύο ἔμποροι κατέθεσαν 50.000 δραχμάς, καὶ ἔκαμαν μίαν ἐπιχείρησιν. Εἰς τὸ τέλος ἐκέρδησαν 3.500 δραχμάς. Τοῦ ἐνὸς ὁμως τὰ κεφάλαια ἔμειναν 2 ἔτη εἰς τὴν ἐπιχείρησιν καὶ τοῦ ἄλλου 2 ἔτη καὶ 6 μῆνας. Ποῖον τὸ κέρδος ἐκάστου;

4) Δύο συνεταῖροι κατέθεσαν ἴσα ποσὰ διὰ μίαν ἐπιχείρησιν καὶ ἐκέρδισαν 55.000 δραχμὰς. Τὸ κεφάλαιον τοῦ πρώτου ἔμεινε 12 μῆνας εἰς τὴν ἐπιχείρησιν. Ὁ δεύτερος ἐκέρδισε 2.100 δραχμὰς. Πόσον ἐκέρδισεν ὁ πρῶτος; Πόσον χρόνον ἔμεινε εἰς τὴν ἐπιχείρησιν τὸ κεφάλαιον τοῦ δευτέρου;

5) Δύο ἔμποροι συνεταιρίσθησαν μὲ ἴσα κεφάλαια. Τὸ κεφάλαιον τοῦ πρώτου ἔμεινε 14 μῆνας εἰς τὴν ἐπιχείρησιν καὶ ἔφερε κέρδος 3000 δραχμὰς. Τὸ κεφάλαιον τοῦ δευτέρου ἔφερε κέρδος 1.500 δραχμὰς. Πόσον χρόνον ἔμεινε τὸ κεφάλαιον τοῦ δευτέρου εἰς τὴν ἐπιχείρησιν;

γ') Κεφάλαια καὶ χρόνος διάφορα.

1) Ἐνας ἔμπορος ἀνέλαβε μίαν ἐπιχείρησιν μὲ 2000 δραχμὰς. Μετὰ 2 μῆνας προσέλαβε καὶ ἄλλον συνεταῖρον, ὅστις κατέβαλε 4000 δραχμὰς. Μετὰ 10 μῆνας ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῆς ἐπιχειρήσεως ἐκέρδισαν 3000 δραχμὰς! Πόσας θὰ λάβῃ ἕκαστος;

Λύσις :

Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν καὶ τὰ κεφάλαια ποὺ κατέθεσαν καὶ ὁ χρόνος ποὺ ἔμειναν εἰς τὴν ἐπιχείρησιν εἶναι διάφορα. Ὁ πρῶτος κατέθεσε 2000 δραχμὰς διὰ 10 μῆνας καὶ ὁ δεύτερος 4000 δραχμὰς διὰ 8 μῆνας. Σκεπτόμεθα λοιπὸν ὡς ἑξῆς : Τὸ κέρδος ποὺ θὰ ἔπαιρουν ὁ πρῶτος εἰς 10 μῆνας, διὰ νὰ τὸ πάρῃ εἰς ἓνα μῆνα, θὰ ἔπρεπε τὸ κεφάλαιον ποὺ κατέθεσε, δηλ. αἱ 2000 δραχμαί, νὰ γίνουν 10 φορές περισσότερα, δηλαδή $2000 \times 10 = 20000$. Καὶ τὸ κέρδος τοῦ δευτέρου εἰς 8

μῆνας, διὰ νὰ τὸ λάβῃ εἰς 1 μῆνα, ἔπρεπε τὸ κεφάλαιόν του, δηλ. αἱ 4000 δραχμαί, νὰ γίνουν 8 φορές περισσό-
τεροι, δηλ. $4000 \times 8 = 32.000$. Ἐπομένως τὸ κέρδος τῶν 3000 δραχμῶν τῆς ἐπιχειρήσεως πρέπει νὰ μοιρα-
σθῇ ἀνάλογα μὲ τοὺς ἀριθμοὺς 20.900 καὶ 32.000.
Ἔχομεν οὕτω $20.000 + 32.000 = 52.000$.

Ἐπομένως :

$$\text{κέρδος τοῦ α': } \frac{3000 \times 20000}{52000} = 1153,15 \text{ δρ.}$$

$$\text{κέρδος τοῦ β': } \frac{3000 \times 32000}{52000} = 1846,85 \text{ »}$$

Συνολικὸν κέρδος 3000.—

2) Τρεῖς ἐργάται εἰργάσθησαν μαζὶ καὶ ἐκέρδισαν 3.580 δραχ. Ὁ πρῶτος εἰργάσθη 5 ἡμέρας ἐπὶ 8 ὥρας τὴν ἡμέραν, ὁ δεύτερος 6 ἡμέρας ἐπὶ 7 ὥρας τὴν ἡμέραν, καὶ ὁ τρίτος 12 ἡμέρας ἐπὶ 5 ὥρας τὴν ἡμέραν. Πόσον θὰ λάβῃ ἕκαστος ;

3) Ἐνας ἔμπορος ἤρχισε τὸ ἐμπόριόν του μὲ 35.000 δραχμάς. Μετὰ 3 μῆνας ἔλαβε καὶ ἄλλον συνεταιῖρον καταθέσαντα 55.000 δραχ. Εἰς τὸ τέλος τοῦ ἔτους ἐζημιώθησαν 15.000 δραχ. Πόσον θὰ πληρώσῃ ἕκαστος ;

4) Δύο βοσκοὶ ἐνοίκιασαν ἓνα λιβάδι πρὸς 8.500 δραχ. Ὁ ἓνας ἐβόσκησε 120 πρόβατα ἐπὶ 6 μῆνας, ὁ ἄλλος 80 πρόβατα ἐπὶ 10 μῆνας. Πόσα ἀπὸ τὸ ἐνοίκιον πρέπει νὰ πληρώσῃ ὁ καθένας ;

5) Δύο ὑφάντριά ἐπῆραν 3850 δραχ. ἀπὸ ἓνα ὕφασμα πὸν ὕφαναν μαζὶ. Ἡ μία εἰργάσθη 15 ἡμέρας ἀπὸ 6 ὥρας τὴν ἡμέραν, ἡ ἄλλη εἰργάσθη 18 ἡμέρας ἀπὸ 7 ὥρας τὴν ἡμέραν. Πόσα χρήματα θὰ πάρῃ ἕκαστη ;

8. ΜΙΞΙΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΙΞΕΩΣ

α') Εἶδος.

1) Ἐνας ἔμπορος ἀνέμιξε δύο εἶδη σίτου. Ἀπὸ τὸ πρῶτον εἶδος, τοῦ ὁποίου ἡ τιμὴ ἦτο 5 δραγμαί, ἔλαβε 100 ὀκάδες, καὶ ἀπὸ τὸ δεύτερον εἶδος, τοῦ ὁποίου ἡ τιμὴ ἦτο 6,50 δρ. ἡ ὀκά, ἔλαβε 200 ὀκάδες. Πόσον πρέπει νὰ πωλῇ τὴν ὀκᾶν, διὰ νὰ εἰσπράξῃ τὰ ἴδια χρήματα;

Λύσις :

$$5 \text{ δρ.} \times 100 \text{ ὀκ.} = 500 \text{ δρ.}$$

$$6,50 \text{ δρ.} \times 200 \text{ ὀκ.} = 1300 \text{ δρ.}$$

$$300 \quad \text{ὀκ. κοστίζουν} \quad 1800 \text{ δρ.}$$

$$1 \text{ ὀκ. κοστίζει} \quad 1800 : 300 \text{ δρ.} = 6 \text{ δρ.}$$

2) Παντοπώλης ἀνέμιξε 550 ὀκ. φασόλια τῶν 11 δραγμῶν μὲ 200 ὀκ. τῶν 14 δρ. Πόσον κάνουν ὅλα τὰ φασόλια μαζί καὶ πόσον ἡ ὀκά τοῦ μίγματος;

3) Ἐμπορος ἀνέμιξε 560 ὀκ. ἀλεύρι τῶν 7 δραγμ. μὲ 250 ὀκ. τῶν 9,50 δρ. Πόσον πρέπει νὰ πωλῇ τὴν ὀκᾶν τοῦ μίγματος, διὰ νὰ μὴ κερδίσῃ, ἢ τοῦλάχιστον νὰ μὴ ζημιωθῇ;

4) Γεωργὸς ἀνέμιξε 312 ὀκ. κριθῆς τῶν 4,50 δραγμῶν μὲ 285 ὀκ. σίτου τῶν 7,30 δρ. Πόσον θὰ πωλήσῃ τὸ μίγμα, διὰ νὰ κερδίσῃ 1,30 δρ. εἰς τὴν ὀκᾶν;

5) Ἄλλος γεωργὸς ἀνέμιξε 500 ὀκ. σίκαλιν τῶν 4,20 δρ. μὲ 355 ὀκ. κριθῆς τῶν 3,80 δρ. καὶ μὲ 200 ὀκ. σίτου τῶν 7,85 δρ. Πόσον κοστίζει ἡ ὀκά τοῦ μίγ-

ματος και πόσον πρέπει να την πωλή, δια να κερδίση 1055 δραχμάς ;

6) Βοσκός ανέμιξεν 75 οκάδες βούτυρον των 90 δραχμών με 150 οκάδες λίπος των 40 δρ. Πόσον θα πωλή την οκάν του μίγματος δια να κερδίξη 15 δραχ. εις την οκάν ;

7) Γαλακτοπώλης ανέμιξε 45 οκάδες γάλα των 7 δραχμών με 12 οκάδες νερό. Πόσον πρέπει να πωλή την οκάν του μίγματος δια να κερδίξη απ' όλον το μίγμα 104 δραχμάς ;

8) Καφεπώλης ανέμιξε 50 οκάδες καφέ των 105 δραχμών με 65 οκάδες των 80 δρ. Πόσον θα πωλήση την οκάν του μίγματος, δια να κερδίση 345 δραχμάς ;

9) Να εύρης την τιμήν της οκάς εις τα κάτωθι μίγματα :

α') Λάδι 50 οκ. των 28 δρ. και 30 οκ. των 20 δρ.

» 60 » » 30 » » 50 » » 25 »

» 100 » » 28 » » 40 » » 22 »

β') Κρασί 40 οκ. των 6 δρ. και 30 οκ. των 5 δρ.

» 60 » » 5 » » 40 » » 6 »

» 90 » » 4 » » 20 » » 5,50 »

γ') Καφές 30 οκ. των 100 δρ. και 40 οκ. των 90 δρ.

» 50 » » 185 » » 20 » » 95 »

» 70 » » 105 » » 30 » » 87 »

β') Είδος.

1) Έμπορος ήθέλησε να κατασκευάση από 2 είδη αλεύρου μίγμα 200 οκάδων. Του πρώτου είδους ή οκά κοστίζει 10 δραχμάς, του δευτέρου 15 δραχμάς. Πόσας

οκάδας πρέπει να λάβη από έναστων είδους, ώστε εκάστη οκά του μίγματος να τιμᾶται 13 δραχμᾶς ;

Λύσις :

Κάθε οκά του πρώτου είδους τιμᾶται 10 δραχμᾶς. Ἄν πωληθῆ 13, ὁ ἔμπορος θὰ ἔχη κέρδος 3 δραχμᾶς. Ἐκάστη οκά του δευτέρου είδους τιμᾶται 15 δραχμᾶς. Ἄν πωληθῆ 13, θὰ ἔχη ζημίαν 2 δραχμᾶς. Ὡστε, ἂν λάβη 2 οκάδας ἀπὸ τὸ α' είδος, θὰ ἔχη κέρδος $2 \times 3 = 6$ δραχμᾶς. Ἐπίσης, ἂν λάβη 3 οκά. ἀπὸ τὸ β' είδος, θὰ ἔχη ζημίαν $3 \times 2 = 6$ δραχμᾶς. Ἄν λάβη λοιπὸν 2 οκάδας ἀπὸ τὸ α' είδος καὶ 3 ἀπὸ τὸ β', δὲν ἔχει οὔτε κέρδος οὔτε ζημίαν. Ἐπομένως ἂν κατεσκευάζε μίγμα 5 οκάδων, θὰ ἔπαιρνε 2 οκά. ἀπὸ τὸ α' είδος καὶ 3 ἀπὸ τὸ β', ἐπομένως :

Διὰ μίγμα 5 οκά. λαμβάνει ἀπὸ τὸ α' είδος 2 οκάδ.

» » 200 » » » » X »

$$X = 2 \times \frac{200}{5} = \frac{400}{5} = 80 \text{ οκάδες.}$$

Διὰ μίγμα 5 οκά. λαμβάνει ἀπὸ τὸ β' είδος 3 οκάδ.

» » 200 » » » » X »

$$X = 3 \times \frac{200}{5} = \frac{600}{5} = 120 \text{ οκάδες.}$$

2) Παντοπώλης ἔχει βούτυρον 2 ειδῶν. Ἡ τιμὴ τοῦ α' είδους εἶναι 98 δραχμᾶς καὶ τοῦ β' 88 δραχμᾶς. Πόσας οκάδας θ' ἀναμίξει ἕξ ἐκάστου είδους, διὰ νὰ κάμη μίγμα 70 οκάδων πρὸς 90 δραχμᾶς τὴν οκά ;

3) Καφεπώλης ἠθέλησε νὰ κάμη μίγμα 126 οκάδων ἐκ δύο ειδῶν καφέ. Τοῦ ἐνὸς ἡ οκά ἐτιμᾶτο 90 δραχμᾶς καὶ τοῦ ἄλλου 72 δραχμᾶς. Πόσας οκάδας θ' ἀναμίξει ἕξ ἐκάστου είδους ;

4) Ἐργοστασιάρχης ἀνέμιξε δύο εἶδη οἰνοπνεύματος. Τὸ ἓν εἶναι 70° (βαθμῶν) καὶ τὸ ἄλλο 80° . Ἐὰν λάβῃ 60 ὀκάδας ἀπὸ τὸ ἀ΄ εἶδος, πόσας θὰ λάβῃ ἀπὸ τὸ β΄ εἶδος, ὥστε τὸ μίγμα νὰ εἶναι 75° ;

5) Παντοπώλης ἀνέμιξε 30 ὀκάδας ἐλαίου β΄ ποιότητος τῶν 26 δραχμῶν μὲ ἔλαιον ἀ΄ ποιότητος τῶν 30 δραχμῶν, τὴν δὲ ὀκᾶν τοῦ μίγματος ἐπώλει πρὸς 29 δρ. Πόσας ὀκάδας ἐλαίου ἔλαβεν ἀπὸ τὴν ἀ΄ ποιότητα;

6) Οἰνοπώλης ἔχει 300 ὀκάδας κρασί τῶν 6 δραχ. τὴν ὀκᾶν. Πόσας ὀκάδας νερὸ πρέπει νὰ ρίψῃ εἰς τὸ κρασί, διὰ νὰ κάμῃ μίγμα ἀξίας 5 δραχ. τὴν ὀκᾶν;

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

ΚΥΚΛΟΣ

1) Ἐνὸς κύκλου ἡ διάμετρος εἶναι 0,88 μ. Εὑρετε τὴν ἀκτίνα καὶ τὴν περιφέρειαν.

2) Ἐνὸς κύκλου ἡ διάμετρος εἶναι 6 μέτρα. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν του ;

3) Ἀπὸ δύο κυκλικὰ ἀλώνια τὸ ἓν ἔχει ἀκτίνα 4 μέτρων καὶ τὸ ἄλλο διάμετρον 12 μέτρων. Ποῖον εἶναι μεγαλύτερον καὶ πόσον ;

ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ

1) Ἡ περιφέρεια τῆς βάσεως ἑνὸς κυλίνδρου εἶναι 3,55 μέτρα καὶ τὸ ὕψος 1,10 μ. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς ὅλης ἐξωτερικῆς ἐπιφανείας ;

2) Ἡ ἀκτίς τῆς βάσεως ἑνὸς κυλίνδρου εἶναι 5,6 μέτρα καὶ τὸ ὕψος 4 μέτρα. Ποῖα εἶναι τὰ ἐμβαδὰ τῆς βάσεως καὶ τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας ;

3) Πόσος χάρτης χρειάζεται, διὰ τὰ τυλίξωμεν κύλινδρον τοῦ ὁποῖου ἡ ἀκτίς εἶναι 0,04 μ. καὶ τὸ ὕψος 0,90 μέτρα ;

4) Ποῖος εἶναι ὁ ὄγκος κυλίνδρου ὁ ὁποῖος ἔχει ἀκτίνα βάσεως 2 μέτρα καὶ ὕψος 5 μέτρα ;

5) Πόσας λίτρας νεροῦ χωρεῖ κύλινδρος ὁ ὁποῖος ἔχει διάμετρον 5 μέτρα καὶ ὕψος 12 ;

ΚΩΝΟΣ

- 1) Ἡ ἀκτὶς βάσεως ἑνὸς κώνου εἶναι 2 μέτρα καὶ ἡ πλευρά του 5 μέτρα. Πόση εἶναι ἡ ἐπιφάνειά του ;
- 2) Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς ὅλης ἐπιφανείας κώνου, ὁ ὁποῖος ἔχει πλευρὰν 4 μ. καὶ διάμετρον 2 μέτρα ;
- 3) Ποῖος εἶναι ὁ ὄγκος κώνου ἔχοντος ἀκτῖνα βάσεως 2 μέτρα καὶ ὕψος 6 ;
- 4) Πόσα κυβικὰ μέτρα ἀέρος χωροῦν εἰς κωνικὴν σκηνην ἔχουσαν βάσιν 6,50 μ. καὶ ὕψος 3,50 μέτρα ;
- 5) Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα ὑφάσματος χρειάζονται διὰ νὰ κατασκευασθῇ ἡ ἄνω σκηνή ;

ΣΦΑΙΡΑ

- 1) Πόσαι εἶναι αἱ ἐπιφάνειαι τῶν σφαιρῶν αἱ ὁποῖαι ἔχουν ἀκτῖνα 0,6 μέτρων ; 3,2 μέτρων ; 0,70 μέτρων ;
- 2) Πόσην ἐπιφάνειαν ἔχει ἓν κυκλικὸν ἀερόστατον (μπαλόκι) μὲ ἀκτῖνα 2 μέτρων ;
- 3) Εὗρετε τὸ ἐμβαδὸν τῆς ποδοσφαίρας σας καὶ τὸν ὄγκον της.
- 4) Ἡ ἀκτὶς μιᾶς σφαίρας εἶναι 0,4 μέτρα. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος της ;
- 5) Ὁ μέγιστος κύκλος μιᾶς σφαίρας ἔχει ἐμβαδὸν 38,24 τ. μ. Ἡ ἀκτὶς της εἶναι 4 μέτρα. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος της ;
- 6) Ἡ ἐπιφάνεια μιᾶς σφαίρας εἶναι 50,24 τ. μ. καὶ ἡ ἀκτὶς της 2 μέτρα. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος της ;

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΔΙΑ ΤΟΥΣ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΑΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ

Μέθοδος τῶν τριῶν.—α') Διὰ νὰ λύσωμεν προβλήματα τῆς ἀπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν μὲ ποσὰ ἀνάλογα, πολλαπλασιάζομεν τὸν ὑπεράνω τοῦ X ἀριθμὸν ἐπὶ τὰ ἄλλα ποσὰ ὡς κλάσμα ἀντεστραμμένον.

β') Διὰ νὰ λύσωμεν προβλήματα τῆς ἀπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν μὲ ποσὰ ἀντίστροφα, πολλαπλασιάζομεν τὸν ὑπεράνω τοῦ X ἀριθμὸν μὲ τὰ ἄλλα ποσὰ ὡς κλάσμα.

Σύνθετος μέθοδος τῶν τριῶν.— Διὰ νὰ λύσωμεν προβλήματα τῆς συνθέτου μεθόδου τῶν τριῶν, πολλαπλασιάζομεν τὸν ὑπεράνω τοῦ X ἀριθμὸν μὲ τὰ ἄλλα ποσὰ ὡς κλάσματα ἀντεστραμμένα μὲν, ἂν τὰ ποσὰ εἶναι ἀνάλογα, ὅπως ἔχουν δέ, ἂν τὰ ποσὰ εἶναι ἀντίστροφα.

Ποσοστά.— Τὰ προβλήματα τῶν ποσοστῶν λύονται ὅπως καὶ τῆς ἀπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν.

Τόκος.— Πολλαπλασιάζομεν τὰ τρία ποσὰ (κεφάλαιον, χρόνον, ἐπιτόκιον) καὶ διαιροῦμεν μὲ τὸ 100, ἂν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη, μὲ τὸ 1200, ἂν εἶναι μῆνες, καὶ μὲ τὸ 36000 ἂν εἶναι ἡμέραι.

Κεφάλαιον.— Πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 100, ἂν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη, ἐπὶ 1200, ἂν εἶναι μῆνες, καὶ ἐπὶ 36000 ἂν εἶναι ἡμέραι, καὶ διαιροῦμεν μὲ τὸ γινόμενον τῶν δύο ἄλλων ποσῶν.

Ἐπιτόκιον.— Πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 100, ἂν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη ἐπὶ 1200, ἂν εἶναι μῆνες, καὶ ἐπὶ 36000, ἂν εἶναι ἡμέραι, καὶ διαιροῦμεν μὲ τὸ γινόμενον τῶν δύο ἄλλων ποσῶν.

Χρόνος.— Πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 100 ἢ 1200 ἢ 36000 ἀναλόγως τοῦ χρόνου, καὶ διαιροῦμεν μὲ τὸ γινόμενον τῶν δύο ἄλλων ποσῶν.

Υφαίρεισις.—Τὰ προβλήματα τῆς ὑφαίρεισεως εἶναι ὅπως καὶ τὰ προβλήματα τοῦ τόκου καὶ λύονται ὅπως καὶ ἐκεῖνα. Ἡ διαφορὰ εἶναι ὅτι ὁ τόκος λέγεται ὑφαίρεισις καὶ τὸ κεφάλαιον ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου.

Μερισμὸς εἰς μέρη ἀνάλογα.— Διὰ τὰ μερίσωμεν ἓνα ἀριθμὸν εἰς μέρη ἀνάλογα ἄλλων ἀριθμῶν, πολλαπλασιάζομεν τὸν μεριστέον ἀριθμὸν μὲ καθένα ἀπὸ τοὺς ἀριθμοὺς αὐτοὺς καὶ τὸ γινόμενον διαιροῦμεν μὲ τὸ ἄθροισμὰ των.

Προβλήματα ἑταιρείας.— Λύονται ὅπως τὰ προβλήματα μερισμοῦ.

Προβλήματα μίξεως α' εἶδους.— Πολλαπλασιάζομεν ἕκαστον ποσὸν μὲ τὴν τιμὴν τῆς μονάδος του καὶ τὸ ἄθροισμα τῶν γινομένων αὐτῶν διαιροῦμεν μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν ποσῶν.

Προβλήματα μίξεως β' εἶδους.— Πολλαπλασιάζομεν τὸν μεριστέον ἐπὶ τὰς διαφορὰς καὶ διαιροῦμεν διὰ τοῦ ἄθροισματός των.

Γ Ε Ω Μ Ε Τ Ρ Ι Α

ΚΥΚΛΟΣ

Πῶς εὐρίσκωμεν τὴν περιφέρειαν ἀπὸ τὴν ἀκτῖνα.— Πολλαπλασιάζομεν τὴν ἀκτῖνα ἐπὶ 6,28 ἢ ἐπὶ $2 \times 3,14$.

Πῶς εὐρίσκωμεν τὴν περιφέρειαν ἀπὸ τὴν διάμετρον.— Πολλαπλασιάζομεν τὴν διάμετρον ἐπὶ 3,14.

Πῶς εὐρίσκωμεν τὴν διάμετρον ἀπὸ τὴν περιφέρειαν.— Διαιροῦμεν τὴν περιφέρειαν διὰ 3,14.

Ἐμβαδὸν κύκλου.— Πολλαπλασιάζομεν τὸ τετράγωνον τῆς ἀκτίνος ἐπὶ 3,14.

ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ

Ἐμβαδὸν κυρτῆς ἐπιφανείας κυλίνδρου.— Πολλαπλασιάζομεν τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεώς του μὲ τὸ ὕψος του.

Ὅγκος κυλίνδρου.— Πολλαπλασιάζομεν τὸ ἔμβαδὸν τῆς βάσεώς του μὲ τὸ ὕψος του.

ΚΩΝΟΣ

Ἐμβαδὸν κυρτῆς ἐπιφανείας κώνου.— Πολλαπλασιάζομεν τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεώς του ἐπὶ τὴν πλευρὰν του καὶ διαιροῦμεν διὰ 2.

Ὅγκος κώνου.— Πολλαπλασιάζομεν τὸ ἔμβαδὸν τῆς βάσεώς του ἐπὶ τὸ ὕψος του καὶ διαιροῦμεν διὰ 3.

ΣΦΑΙΡΑ

Ἐμβαδὸν ἐπιφανείας σφαίρας.— Πολλαπλασιάζομεν τὸ ἔμβαδὸν τοῦ μεγίστου κύκλου τῆς ἐπὶ 4.

Ὅγκος σφαίρας.— Πολλαπλασιάζομεν τὴν ἐπιφανείαν τῆς ἐπὶ τὴν ἀκτῖνα καὶ διαιροῦμεν διὰ τοῦ 3.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Ἀπλῆ μέθοδος τῶν τριῶν.	Σελ.
α') Προβλήματα με ποσὰ ἀνάλογα	3
β') Προβλήματα με ποσὰ ἀντίστροφα	5
2. Σύνθετος μέθοδος τῶν τριῶν.	
α') Προβλήματα με ποσὰ ἀνάλογα	8
β') Προβλήματα με ποσὰ ἀντίστροφα	8
γ') Προβλήματα με ποσὰ ἀνάλογα καὶ ἀντίστροφα μαζί	9
δ') Προβλήματα με ποσὰ ἀνάλογα ἀντίστροφα καὶ ἀνά- λογα καὶ ἀντίστροφα μαζί	10
3. Ποσοστά.	
Προβλήματα ποσοστῶν	11
Προβλήματα διάφορα	12
4. Τόκος.	
Προβλήματα ποῦ ζητεῖται ὁ τόκος	15
Προβλήματα ὅπου ζητεῖται τὸ κεφάλαιον	29
Προβλήματα ποῦ ζητεῖται τὸ ἐπιτόκιον	34
Προβλήματα ὅπου ζητεῖται ὁ χρόνος.	39
Προβλήματα ἀνατοζισμοῦ	41
5. Ὑφαίρεσις.	
Προβλήματα	44
6. Μερισμός.	
Προβλήματα μερισμοῦ εἰς μέρη ἀνάλογα	46
7. Προβλήματα ἑταιρείας.	
Κεφάλαια διάφορα, χρόνος διάφορος	48
8. Μίξις.	
Προβλήματα μίξεως.	53
Γεωμετρικὰ προβλήματα.	57
Παράρτημα.	
Σημειώσεις διὰ τοὺς διδάσκοντας: Ἀριθμητικὴ, Γεω- μετρία.	59



0020561413

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΒΟΥΛΗΣ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΒΑΣΙΛΕΙΟΝ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟΝ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ & ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

Ἐν Ἀθήναις τῇ 10ῃ Ἰουλίου 1936

Ἀριθ. { πρωτ. 50163
 { διεκπ.

Πρὸς τοὺς συγγραφεῖς

κ. κ. Μ. ΔΙΟΥΔΑΚΗ — ΣΤ. ΑΛΦΙΖΟΝ

Ἀνακοινοῦμεν ὑμῖν ὅτι διὰ ταῦταριθμοῦ ὑπουργικῆς ἀποφάσεως, στηριζομένης εἰς τὸ ἄρθρ. 4 τοῦ νόμου 5911 καὶ τὴν ἀπόφασιν τῆς οἰκείας κριτικῆς ἐπιτροπῆς, τὴν περιλαμβανομένην εἰς τὴν ὑπ' ἀριθ. 7ην πράξιν αὐτῆς, ἐνεκρίθη ὡς διδακτικὸν βιβλίον πρὸς χρῆσιν τῶν μαθητῶν τῆς ΣΤ' τάξεως τῶν δημοτικῶν σχολείων τὸ ὑπὸ τὸν τίτλον «Ἀριθμητικὰ προβλήματα ΣΤ' δημοτικῶν» βιβλίον σας διὰ μίαν τετραετίαν ἀρχομένην ἀπὸ τῆς 15ῆς Σεπτεμβρίου 1936 ὑπὸ τὸν ὄρον νὰ συμμορφωθῆτε ἐπακριβῶς πρὸς τὰς ὑποδείξεις τῆς ἀρμοδίας κριτικῆς ἐπιτροπῆς.

Ἐντολῇ τοῦ Ὑπουργοῦ

Ὁ Διευθυντῆς
Ν. ΣΜΥΡΝΗΣ

Ἄρθρον 6 τοῦ Π. Διατάγματος τῆς 12 Φεβρουαρίου 1934

Τὰ διδακτικὰ βιβλία τὰ πωλούμενα μακρὰν τοῦ τόπου τῆς ἐκδόσεώς των ἐπιτρέπεται νὰ πωλοῦνται ἐπὶ τιμῇ ἀνωτέρα κατὰ 15% τῆς ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ παρόντος διατάγματος κανονισθείσης ἄνευ βιβλιοσήμου τιμῆς πρὸς ἀντιμετώπισιν τῆς δαπάνης συσκευῆς καὶ τῶν ταχυδρομικῶν τελῶν, ὑπὸ τὸν ὄρον ὅπως ἐπὶ τῆς τελευταίας σελίδος τοῦ ἐξωφύλλου ἐκτυποῦται τὸ παρὸν ἄρθρον.

ΤΙΜΗ Δρχ. 9.30

Ἀριθ. Ἀδείας κυκλοφ. 77169

29-9-37

Ψηφιοποιήθηκε ἀπὸ τὸ Ἰνστιτούτο Ἐκπαιδευτικῆς Πολιτικῆς
Δευτερόν ὄργ. 3 ἐπὶ πλέον