

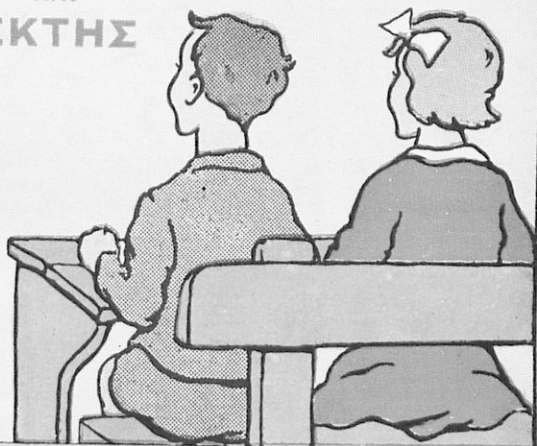
Κ.Ξ. ΠΑΠΑΝΙΚΗΤΟΠΟΥΛΟΥ
Τ. ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Άσκήσεις και Προβλήματα Αριθμητικής

$$\frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{18}{24}$$



ΠΕΜΠΤΗΣ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ
ΚΑΙ
ΕΚΤΗΣ



002
ΚΛΣ
ΣΤ2Α
759

ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ Δ.Ν. ΤΖΑΚΑ - Σ. ΔΕΛΑΓΡΑΜΜΑΤΙΚΑ & ΣΙΑ
ΑΘΗΝΑΙ - ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ 81Α



5 69 ΠΔΒ.
Κ. Ξ. ΠΑΠΑΝΙΚΗΤΟΠΟΥΛΟΥ
ΥΠΟΥΣ ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΟΥ ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ ΑΡΣΑΚΕΙΟΥ ΔΙΔΑΣΚΑΛΕΙΟΥ

Παπανικητοπούλου (Κ. Ξ.)

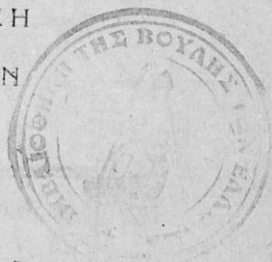
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

~~ΚΑΙ~~

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ

ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΚΤΗ ΤΑΞΗ
ΤΩΝ ΔΗΜΟΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ

ΕΚΔΟΣΗ ΕΚΤΗ



Εξέταση - Αξιολογούμενα
154 47

ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ
Δ. Ν. ΤΖΑΚΑ - Σ. ΔΕΛΑΓΡΑΜΜΑΤΙΚΑ
ΙΔΡΥΘΕΙΣ 1876
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΤΩ 65
ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ
1946

002
ΕΛΕ
ΕΤ2Α
759

Πάν γνήσιον αντίτυπον φέρει τὴν ὑπογραφήν τοῦ συγγραφέως καὶ τὴν σφραγίδα τῶν ἐκδοτῶν.



[Handwritten signature]

ΣΗΚΗΤΗΣΙΣ ΑΤΑΜΗΑΘΟΥ

ΙΤΗΣΙΣ: ΑΝΑΣΤ. ΚΑΪΤΑΤΖΗ & ΥΙΩΝ
● ΑΝΑΞΑΓΟΡΑΣ 20-ΑΘΗΝΑΙ ●

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΑΠΛΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

Α. Μὲ ποσὰ ἀνάλογα.

Α' ομάδα. Ἀπὸ μνήμης. 1) 4 πορτοκάλια ἔχουν 50 δραχμές. Πόσες δραχμές ἔχουν διπλάσια πορτοκάλια ; τριπλάσια πορτοκάλια ;

2) Μὲ 60 δραχμές ἀγοράζομε 12 λεμόνια. Πόσα λεμόνια ἀγοράζομε μὲ τὸ μισὸ τῶν 60 δραχμῶν ; μὲ τὸ τρίτο τῶν 60 δραχμῶν ;

Πῶς λέγονται τὰ ποσὰ αὐτά, πού ἔχουν τοιαύτη σχέση μεταξύ τους, ὥστε διὰ τὸ ἓνα ποσὸν γίνῃ 2, 3 κτλ., φορές μεγαλύτερο (ἢ μικρότερο) καὶ τὸ ἄλλο ποσὸν γίνεταί 2, 3 κτλ., φορές μεγαλύτερο (ἢ μικρότερο) ;

3) 3 πῆχες δαντέλλα ἔχουν 200 δραχμές. Πόσο ἔχουν 6 πῆχες (διπλάσιες) ; 9 πῆχες (τριπλάσιες) ; 15 πῆχες ;

4) 5 φύλλα χαρτί ἔχουν 20 δραχμές. Πόσο ἔχουν 10 φύλλα ; 15 φύλλα ; 20 φύλλα ; 25 φύλλα ;

5) 100 λεμόνια ἔχουν 300 δραχμές. Πόσο ἔχουν 200 λεμόνια ; 300 λεμόνια ; 1000 λεμόνια ;

6) 12 κουταλάκια ἔχουν 600 δραχμές. Πόσο ἔχουν 6 κουταλάκια ; 4 κουταλάκια ; 3 κουταλάκια ;

7) 1000 κεραμύδια ἔχουν 28 χιλιάδες δραχμές. Πόσο ἔχουν 500 κεραμύδια ; 250 κεραμύδια ;

Β' ομάδα. Γραπτῶς. 1) Μὲ 15 δραχμές ἀγοράζομε ἀπὸ ἓνα πρᾶγμα 6 δράμια. Πόσα ἀγοράζομε μὲ 25 δραχμές ;

$$\begin{array}{r} \text{Κατάταξη} \cdot \quad 15 \text{ δραχ.} \quad 6 \text{ δράμ.} \\ \hline \quad \quad \quad 25 \quad \quad \quad \chi \end{array}$$

Στὸ πρόβλημα αὐτὸ τὰ ποσὰ (δραχμές καὶ δράμια) εἶ-

ναι ανάλογα. Θα λύσωμε αυτό με την αναγωγή στην μονάδα.

Με 15 δραχμές αγοράζομε 6 δράμια

με 1 δραχμή αγοράζομε $\frac{6}{15}$ δράμια

και με 25 δραχμές αγοράζομε $\frac{6 \times 25}{15} =$;

Όταν τὰ ποσὰ εἶναι ἀνάλογα, λύομε συντόμως τὸ πρόβλημα με τὸν ἑξῆς κανόνα. **Πολλαπλασιάζομε τὸν ὑπεράνω τοῦ ἀγνώστου (χ) ἀριθμὸ μετὰ τὸ κλάσμα, ποὺ σχηματίζουν οἱ δύο τιμὲς τοῦ ἄλλου ποσοῦ** (ἔταν χωρισθοῦν με μία γραμμὴ) **ἀντεστραμμένον.** Ἔτσι $6 \times \frac{25}{15}$ ἢ

$$\frac{6 \times 25}{15}$$

2) 40 δράμια ἐξ ἑνὸς πράγματος ἀξίζουν 35 δραχμές. Πόσο ἀξίζουν 50 δράμια ; 180 δράμια ;

3) Με 3 ὀκάδες ἀλεύρι γίνεται ἄρτος 4 ὀκάδες. Πόσο ἀλεύρι χρειάζεται, γιὰ νὰ γίνῃ ἄρτος 64 ὀκάδες ; 280 ὀκάδες ;

4) 70 δράμια ἐξ ἑνὸς πράγματος ἀξίζουν δραχμὲς 59,50. Πόσο ἀξίζουν 120 δράμια ; 250 δράμια ;

5) 3 μέτρα κορδέλλα ἀξίζουν δραχ. 265,50. Πόσο ἀξίζουν 2,50 μέτρα ; 1,75 μέτρα ;

Γ' ὁμάδα. 1) Με 270 δραχμὲς αγοράζομε ἀπὸ ἕνα πρᾶγμα $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκάς. Πόσο αγοράζομε με 450 δραχμὲς ; με 180 δραχμὲς ;

2) Με 360 δραχμὲς αγοράζομε ἀπὸ ἕνα πρᾶγμα $1\frac{1}{2}$ τῆς ὀκάς. Πόσο αγοράζομε με 300 δραχμὲς ; με 500 δραχμ. ;

3) Με δραχμὲς 37,50 αγοράζομε δαντέλλα $\frac{5}{8}$ τῆς πήχης. Πόση αγοράζομε με δραχ. 22,50 ; με δραχ. 67,50 ;

4) 3 πήχες κορδέλλα ἀξίζουν δραχμὲς 64,50. Πόσο ἀξίζουν $\frac{5}{8}$ τῆς πήχης ; $2\frac{1}{2}$ τῆς πήχης ;

5) Τα $\frac{4}{5}$ του μέτρου από ένα ύφασμα αξίζουν 860 δραχμές. Πόσο αξίζουν 2 μέτρα ; $\frac{3}{4}$ του μέτρου ;

6) 1 όκκ και 200 δράμια έξ ενός πράγματος αξίζουν 570 δραχμές. Πόσο αξίζουν 2 όκκ και 110 δράμια ; Και πόσο 3 όκάδες ;

Σημ. 1 όκκ 200 δράμια=600 δράμια και 3 όκκ. 100 δρ., =1300 δράμια. Τρέπομε και τους δύο στην ατή κατωτέρα τάξη για να γίνωνται από την ίδια μονάδα.

7) 300 δράμια έξ ενός πράγματος αξίζουν 420 δραχ. Πόσο αξίζουν 4 όκάδες και 200 δράμια ; Και πόσο 5 όκκ. ;

8) 6 πήχες και 2 ρούπια έξ ενός ύφασματος αξίζουν 4800 δραχμές. Πόσο αξίζουν 2 πήχες ; Και πόσο 3 πήχες και 6 ρούπια ;

9) Μία ύφάντρια εις 2/ ώρες και 30 λεπτά ύφάνει από ένα ύφασμα $\frac{3}{8}$ της πήχης. Πόσο ύφάνει εις 6 ώρες. Και πόσο εις 4 ώρες και 20 λεπτά ;

Δ' ομάδα. 1) "Όταν 3 λίρες αγγλικές έχουν 3600 δραχμές, πόσο έχουν 5 λίρες ; 20 λίρες ; 70 λίρες ;

2) "Όταν με 5000 δραχμές αγοράζομε 4 λίρες, πόσες αγοράζομε με 11250 δραχμές ; με 25000 δραχμές ;

3) "Όταν 4 δολλάρια έχουν 720 δραχμές, πόσο έχουν 9 δολλάρια ; 50 δολλάρια ; 80 δολλάρια ;

4) "Όταν με 1200 δραχμές αγοράζομε 5 δολλάρια, πόσα αγοράζομε με 7200 δραχμές ; με 16800 δραχμές ;

5) "Όταν 5 φράγκα γαλλικά έχουν 19,50 δραχμές, πόσο έχουν 180 φράγκα ; 170 φράγκα ;

6) "Όταν με 210 δραχ. αγοράζομε 50 φράγκα γαλλικά, πόσα αγοράζομε με 294 δραχμές, με 337,50 δραχμές ;

7) "Όταν 3 μάρκα έχουν 132,50 δραχμές, πόσο έχουν 25 μάρκα ; 140 μάρκα ;

8) "Όταν με 214 δραχμές αγοράζομε 5 μάρκα, πόσα μάρκα αγοράζομε με 1070 δραχμές ; με 2709,20 δραχμές ;

Β'. Με ποσά αντίστροφα.

Α'. ομάδα. 1) 2 εργάτες σκάπτουν ένα άμπέλι εις 5 ημέρες. Εις πόσες ημέρες θά τὸ σκάψῃ ὁ 1 εργάτης ;

2) 1 εργάτης σκάπτει ένα άμπέλι εις 12 ημέρες. Εις πόσες ημέρες θά τὸ σκάψουν μαζί 2 εργάτες ; 3 εργάτες ; 4 εργάτες ;

Πὼς λέγονται τὰ ποσά αὐτά, πὺ ἔχουν τοιαύτη σχέση μετὰξὺ τους, ὥστε ὅταν τὸ ένα ποσὸν γίνῃ 2, 3 κτλ., φορές μεγαλύτερο (ἢ μικρότερο), τὸ ἄλλο ποσὸν γίνεται 2, 3 κτλ., φορές μικρότερο (ἢ μεγαλύτερο);

3) 8 εργάτες σκάπτουν ένα άμπέλι εις 9 ημέρες. Εις πόσες ημέρες θά τὸ σκάψουν 6 εργάτες ;

$$\begin{array}{rcc} \text{Κατάταξη} & \frac{8 \text{ ἔργ.}}{6} & 9 \text{ ἡμ.} \\ & & \chi \end{array}$$

Στὸ πρόβλημα αὐτὸ τὰ ποσά (εργάτες καὶ ημέρες) εἶναι ἀντίστροφα. Θά λύσωμε αὐτὸ μετὴν ἀναγωγή στὴ μονάδα.

Οἱ 8 εργάτες τὸ σκάπτουν εις 9 ἡμ.

ὁ 1 εργάτης τὸ σκάπτει εις 9×8 ἡμ.

καὶ οἱ 6 εργάτες τὸ σκάπτουν εις $\frac{9 \times 8}{6}$;

"Όταν τὰ ποσά εἶναι ἀντίστροφα, λύομε συντόμως τὸ πρόβλημα μετὴν ἐξῆς κανόνα. Πολλαπλασιάζομε τὸν ὑπεράνω τοῦ ἀγνώστου (χ) ἀριθμὸ μετὸ κλάσμα, πὺ σχηματίζουν οἱ δύο τιμές τοῦ ἄλλου ποσοῦ, ὅπως εἶναι. Ἔτσι $9 \times \frac{8}{6}$ ἢ $\frac{9 \times 8}{6}$.

4) 9 γυναῖκες θερίζουν ένα χωράφι εις 8 ημέρες. Εις πόσες ημέρες θά τὸ θερίσουν 12 γυναῖκες ; 6 γυναῖκες ;

5) Μία μοθῆτρια, ὅταν ἐργάζεται 2 ὥρες τὴν ἡμέρα, τελειώνει ένα ἐργόχειρο εις 18 ημέρες. Εις πόσες ημέρες θά τὸ τελειώσῃ, ὅταν ἐργάζεται τὴν ἡμέρα 3 ὥρες ; 4 ὥρες ;

6) Μία οἰκογένεια γιὰ νὰ περάσῃ ένα μῆνα (30 ἡμ.) μετὸ λάδι πὺ ἔχει, πρέπει νὰ ξοδεύῃ τὴν ἡμέρα 140 δράμα. Πόσο πρέπει νὰ ξοδεύῃ τὴν ἡμέρα γιὰ νὰ περάσῃ μετὸ ἴδιο λάδι 35 ημέρες ; 42 ημέρες ;

7) Γιὰ νὰ κάνωμε ένα φόρεμα, θέλομε 5 πῆχες ἀπὸ

Λύσις με την αναγωγή στην μονάδα.

Οι 5 εργάτες εις 8 ημέρες θέλουν 30 όκ.

ό 1 εργάτης εις 8 ημέρες θέλει $\frac{30}{5}$ »

και οι 7 εργάτες εις 8 ημέρες θέλουν $\frac{30 \times 7}{5}$ »

οι 7 εργάτες εις 1 ημέρα θέλουν $\frac{30 \times 7}{5 \times 8}$ »

οι 7 εργάτες εις 12 ημέρες θέλουν $\frac{30 \times 7 \times 12}{5 \times 8}$ »

Λύσις με την σύγκριση των ποσών.

Συγκρίνομε ένα-ένα πρσόν χωριστά με το ποσόν του ζητουμένου αγνώστου, αν δηλαδή είναι ανάλογο ή αντίστροφο με αυτό. Λεγομε 5 εργάτες θέλουν άρτο 30 όκάδες· αν ήσαν διπλάσιοι εργάτες, θα ήθελαν και διπλάσιες όκάδες· τα ποσά λοιπόν (εργάτες και όκάδες) είναι ανάλογα, διά τουτο θα πολλαπλασιάσωμε τον υπεράνω του αγνώστου αριθμό 30 με το κλάσμα $\frac{5}{7}$ άντεστραμμέ-

νο, $30 \times \frac{7}{5}$ όκ.

Έπειτα μεταβαίνομε στις ημέρες και λέγομε : Για να περάσουν 8 ημέρες (οι 7 εργάτες), θέλουν $30 \times \frac{7}{5}$ όκάδες· αν ήθελαν να περάσουν διπλάσιες ημέρες θα έχρειάζοντο και διπλάσιες όκάδες· τα ποσά (ημέρες και όκάδες) είναι ανάλογα, διά τουτο θα πολλαπλασιάσωμε τον αριθμό $30 \times \frac{7}{5}$ με το κλάσμα $\frac{8}{12}$ άντεστραμμένο, $30 \times \frac{7}{5} \times$

$$\frac{12}{8} = \frac{30 \times 7 \times 12}{5 \times 8} = ;$$

2) 80 στρατιώτες εις 3 ημέρες θέλουν κρέας 45 όκάδες. Πόσο κρέας θέλουν 120 στρατιώτες εις 5 ημέρες ;

3) Όταν μία μαθήτρια εργάζεται 3 ώρες την ημέρα, πλέκει εις 6 ημέρες 9 πήχες δαντέλλα. Όταν εργάζεται 2 ώρες την ημέρα, πόση θα πλέξη εις 20 ημέρες ;

4) 5 γυναίκες έρραψαν εις 10 ημέρες 45 υποκάμισα. Πόσα υποκάμισα θα ράψουν 8 γυναίκες εις 15 ημέρες ;

5) Εἰς ἓνα δωμάτιο ποῦ ἔχει μῆκος 8 μέτρα καὶ πλάτος 6, χωροῦν 24 θρανία. Πόσα ὅμοια θρανία χωροῦν εἰς ἄλλο δωμάτιο, ποῦ ἔχει μῆκος 6 μέτρα καὶ πλάτος 5 μ.;

6) Μία γυναῖκα γιὰ νὰ ὑφάνῃ 24 πῆχες ἀπὸ ἓνα ὕφασμα, ποῦ ἔχει πλάτος 7 ρούπια, θέλει 6 ὀκάδες νῆμα. Πόσο νῆμα θέλει γιὰ νὰ ὑφάνῃ ἀπὸ τὸ ἴδιο ὕφασμα 35 πῆχες καὶ νὰ ἔχη πλάτος 1 πῆχη;

7) 6 ἐργάτες ἐργάσθησαν 8 ἡμέρες μὲ τὸ ἴδιο ἡμερομίσθιο καὶ πῆραν 36000 δραχ. Πόσες θὰ πάρουν 5 ἐργάτες εἰς 9 ἡμέρες μὲ τὸ ἴδιο ἡμερομίσθιο;

8) Ἐνα ὕφασμα ἔχει μῆκος 30 μέτρα καὶ πλάτος 0,90 μ. καὶ κοστίζει 23600 δραχμές. Πόσο κοστίζει ἄλλο ὅμοιο ὕφασμα, ποῦ ἔχει μῆκος 25 μέτρα καὶ πλάτος 1 μέτρο;

Β' ομάδα. 1) Γιὰ νὰ στρωθῇ μὲ ὕφασμα ἓνα δωμάτιο, ποῦ ἔχει μῆκος 6 μέτρα καὶ πλάτος 4,20 μέτρα, χρειάζονται 36 μ. Πόσα μέτρα χρειάζονται γιὰ νὰ στρωθῇ μὲ τὸ ἴδιο ὕφασμα ἄλλο δωμάτιο, ποῦ ἔχει μῆκος 5,60 μ. καὶ πλάτος 4 μέτρα;

2) 5 κτίστες, ὅταν ἐργάζονται 8 ὧρες τὴν ἡμέρα, θέλουν 15 ἡμέρες γιὰ νὰ κτίσουν ἓνα τοῖχο. Πόσες ἡμέρες θέλουν 6 κτίστες, ὅταν ἐργάζονται 10 ὧρες τὴν ἡμέρα, γιὰ νὰ κτίσουν τὸν ἴδιο τοῖχο;

3) 16 ἐργάτες, ὅταν ἐργάζονται 9 ὧρες τὴν ἡμέρα, σκάπτουν ἓνα ἀμπέλι εἰς 5 ἡμέρες. Εἰς πόσες ἡμέρες θὰ τὸ σκάψουν 10 ἐργάτες, ὅταν ἐργάζονται 8 ὧρες τὴν ἡμέρα;

4) Γιὰ νὰ πατωθῇ δωμάτιο μὲ σανίδες ποῦ ἔχουν μῆκος 2,80 μέτρα καὶ πλάτος 0,25, χρειάζονται 40 σανίδες. Πόσες σανίδες χρειάζονται γιὰ νὰ πατωθῇ τὸ ἴδιο δωμάτιο μὲ σανίδες ποῦ ἔχουν μῆκος 2 μ. καὶ πλάτος 0,20;

5) Γιὰ νὰ κάνουμε 4 φορέματα ἀπὸ ἓνα ὕφασμα, ποῦ ἔχει πλάτος 1 πῆχη καὶ 6 ρούπια, θέλομε 30 πῆχες. Πόσες πῆχες θέλομε γιὰ νὰ κάνουμε 6 ὅμοια φορέματα ἀπὸ ἄλλο ὕφασμα ποῦ ἔχει πλάτος 1 πῆχη καὶ 2 ρούπια;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΟΥ ΤΟΣΟ ΤΑ ΕΚΑΤΟ

Α' ομάδα. Ἀπὸ μνήμης. 1) Πόσες δραχμές εἶναι τὸ 1%, τὸ 2%, τὸ 3%, τὸ 4% τῶν 1600 δραχμῶν;

Σημ. Τὸ 1% τῶν 1600 δραχμῶν εἶναι τὸ ἑκατοστὸ αὐτῶν. $1600 : 100 = 16$ δρ. (παραλείπομε τὰ δύο μηδενικά τοῦ 1600). Τὸ 2% εἶναι τὸ διπλάσιο τοῦ 16. τὸ 3% εἶναι τὸ τριπλάσιο τοῦ 16 κτλ.

2) Νὰ εὕρῃς πόσες δραχμὲς εἶναι :

α') τὸ 2% τῶν 800, 2000, 5000, 12000 δραχμῶν

β') τὸ 3% τῶν 400, 3000, 8000, 15000 δραχμῶν

γ') τὸ 4% τῶν 600, 4000, 7000, 20000 δραχμῶν

Γραπτῶς. Πόσο εἶναι τὸ 2% τῶν 1280 δραχμῶν ; τὸ 3% τῶν 984 δραχμῶν ; τὸ 5% τῶν 3570 δραχμῶν ;

Σημ. Τὸ πρῶτο εἶναι $12,80 \times 2 =$;

Β' ὁμάδα. 1) Ἔχομε εἰσόδημα ἀπὸ ἓνα κτῆμα 9850 δρχ. Πόσο φόρο θὰ πληρώσωμε στὸ Δημόσιο μὲ 8% ;

Κατάταξη. Εἰς 100 δρ. θὰ πληρώσωμε 8 δρ.
 εἰς 9850 X

Εὐρίσκομε $\frac{8 \times 9850}{100} = 98,50 \times 8 =$; Βλέπομε διὰ πολλο-

πλασιάζεται τὸ ἑκατοστὸ τοῦ 9850 μὲ 8.

2) Τὸ ἐνοίκιο οἰκίας εἶναι τὸ ἔτος 16800 δρ. Πόσος φόρος θὰ πληρωθῇ στὸ Δημόσιο μὲ 18% ;

Σημ. Πρὸς εὐκολία μας δὲν κάνουμε κατάταξη τῶν ἀριθμῶν, ὅπως ἀνωτέρω, ἀλλὰ πολλαπλασιάζομε τὸ ἑκατοστὸ τοῦ 16800 μὲ 18 καὶ εὐρίσκομε $168 \times 18 =$; Μὲ τὸν ἴδιον τρόπο νὰ λυθοῦν τὰ κατωτέρω προβλήματα :

3) Ἐνας ἔμποροῦπάλληλος, ἐκτὸς τοῦ μισθοῦ του, παίρνει ἀπὸ τὰ κέρδη 5% (αὐτὰ λέγονται ἀπὸ τοὺς ἔμπόρους ποσοστά). Πόσες δραχμὲς θὰ πάρῃ, ἂν τὰ κέρδη τοῦ μηνὸς εἶναι 96000 δρ. ; 128000 δρ. ; 28450 δρχ. ;

4) Ἐνας μεσίτης παίρνει μεσιτεία 2%. Πόσες δραχμὲς θὰ πάρῃ ποὺ ἐπώλησε μιὰ οἰκία μὲ 868000 δραχμὲς ; μὲ 975000 δραχμὲς ;

5) Ἐνας εἰσπράκτωρ παίρνει ἀπὸ τὰς εἰσπράξεις ποὺ κάνει 4%. Πόσες δραχμὲς θὰ πάρῃ, ἂν εἰσπράξῃ 76400 δραχμὲς ; 125600 δραχμὲς ;

Προβλήματα ἐκπτώσεως. Α' ὁμάδα. 1) Ἐνας ἀγόρασε διάφορα πράγματα ἀπὸ ἓνα ἔμπορο, τὰ ὁποῖα ἀξίζουν 37540 δραχμὲς καὶ μὲ τὴ συμφωνία νὰ τὰ πληρώσῃ

ἀργότερα. Ἄν ὁμοῦς θέλῃ νὰ τὰ πληρώσῃ τώρα, θὰ τοῦ ἀφαιρέσουν 5% (αὐτὸ λέγεται ἀπὸ τοὺς ἐμπόρους **ἐκπτώση ἢ σκόντο**). Πόσες δραχμὲς θὰ τοῦ ἀφαιρέσουν Καὶ πόσες θὰ πληρώσῃ;

Σημ. εἰς $\frac{100}{37540}$ δρ. γίνεται ἐκπτώση 5 δρ:
 εἰς 37540 » » » Χ »

Εὐρίσκομε $X = 5 \times \frac{37540}{100} = 5 \times 375,40 = 1877$ δρ. καὶ θὰ

πληρώσῃ $37540 - 1877 =$;

2) Ἐμπορος πωλεῖ τὰ ὑφάσματα τοῦ με ἐκπτώση 15% ἀπὸ ὅσο εἶναι γραμμένο στὰ ὑφάσματα. Πόση ἐκπτώση θὰ γίνῃ εἰς ὑφασμα τοῦ εἶναι γραμμένη ἡ τιμὴ 940 δραχμὲς; Καὶ με πόσες δραχμὲς θὰ πληρωθῇ;

Σημ. Ἡ ἐκπτώση εἶναι $9,40 \times 15 =$;

3) Λογάριασε χωρὶς κατὰταξὴ τῶν ἀριθμῶν, πόση εἶναι ἡ ἐκπτώση καὶ πόση ἡ πληρωμὴ.

α') με 3% εἰς 6500, εἰς 28500, εἰς 48200, εἰς 34000 δρ

β') με 5% εἰς 5780, εἰς 36400, εἰς 58,600, εἰς 92700 δρ

γ') με 6% εἰς 15600, εἰς 42800, εἰς 71500, εἰς 125000 δρ

δ') με 10% εἰς 24500, εἰς 67900, εἰς 84250, εἰς 154800 δρ.

4) Οἱ μαθηταὶ ἑνὸς σχολείου μετέβησαν σιδηροδρομικῶς εἰς μίαν πόλιν καὶ τοὺς ἔγινε ἐκπτώση στὰ εἰσιτήριά. των 40%. Πόση ἐκπτώση θὰ γίνῃ καὶ πόσο θὰ πληρώσῃ ὁ καθένας μαθητῆς, ἂν τὸ εἰσιτήριον εἶναι 370 δραχμὲς; 430 δραχμὲς;

Β' ομάδα 1) Ἐνας ἀγόρασε ἐμπορεύματα, τὰ ὅποια ἀξίζουν 57800 δραχμὲς καὶ ἐπειδὴ τὰ πλήρωσε ἀμέσως τοῦ ἔκαναν ἐκπτώση (σκόντο) 3468 δρ. Με πόσο τὰ ἑκατὸ ἔγινε ἡ ἐκπτώση;

Σημ. εἰς $\frac{57800}{100}$ δρ. ἔγινε ἐκπτώσις 3468
 εἰς 100 » » » Χ

Εὐρίσκομε $\chi = 3468 \times \frac{100}{57800} =$;

2) Λογάριασε με πόσο τὰ ἑκατὸ ἔγινε ἐκπτώση εἰς ἐμπορεύματα, τὰ ὅποια

α') ἀξίζουν 60000 δρ. καὶ ἔγινε ἐκπτώση 1800 δρ.

β') » 150000 δρ. » » » 7500 δρ.

γ') » 240000 δρ. » » » 14400 δρ.

δ') αξίζουν 54800 δρ. και έγινε έκπτωση 3562 δρ.

Προβλήματα κέρδους και ζημίας. Α' ομάδα. 1) Ένα ύφασμα κοστίζει στον έμπορο 600 δρ. ή πήχη και το πούλησε με κέρδος 8 % . Πόσο έκέρδισε από κάθε μία πήχη ; Και πόσο πούλησε την πήχη ;

Κατάταξη. Είς $\frac{100}{600}$ δρ. έκέρδισε 8 δρ.
είς 600 Χ

Εύρισκομε $\frac{8 \times 600}{100} = 48$ δρ.

Σημ. Το κέρδος αυτό εύρισκομε και από μνήμης. Πολλαπλασιάζομε το 600 με το 8 και από τα δεξιά του γινομένου 4800 χωρίζομε δύο ψηφία 48. Όποτε πούλησε την πήχη $600 + 48 = 648$ δρ.

2) Λογάριασε από μνήμης πόσο είναι το κέρδος και πόσο θα πουληθῆ ένα πράγμα :

α') όταν κοστίζη 400 δρ. με κέρδος 7 % , 8 % , 9 %

β') όταν κοστίζη 900 δρ. με κέρδος 6 % , 7 % , 10 %

γ') όταν κοστίζη 1200 δρ. με κέρδος 2 % , 3 % , 5 %

δ') όταν κοστίζη 650 δρ. με κέρδος 10 % , 20 % , 30 %

3) Λογάριασε γραπτώς, χωρίς κατάταξη των άριθμών, πόσο είναι το κέρδος και πόσο θα πουληθῆ ένα πράγμα :

α') όταν κοστίζη 2600 δρ. με κέρδος 4 % , 5 % , 9 %

β') όταν κοστίζη 4750 δρ. με κέρδος 5 % , 8 % , 10 %

γ') όταν κοστίζη 35000 δρ. με κέρδος 4,5 % , 7,50 %

Β' ομάδα. 1) Ένα ύφασμα κοστίζει στον έμπορο 1350 δρ. και το πούλησε 1458 δρ. Πόσο τὰ έκατό έκέρδισε ;

Σημ. Είς $\frac{1350}{100}$ δρ. έκέρδισε 108 δρ.
είς 100 δρ. Χ

2) Λογάριασε πόσο τὰ έκατό είναι το κέρδος εις ένα πράγμα :

α') όταν κοστίζη 850 δρ. και πουληθῆ 918, 935, 952 δρ.

β') όταν κοστίζη 640 δρ. » » 672, 704, 736 δρ.

γ') όταν κοστίζη 1250 δρ. » » 1300, 1325, 1500 δρ.

δ') όταν κοστίζη 2000 δρ. » » 2090, 2120, 2150 δρ.

Γ' ομάδα. Ένας έμπορος έπούλησε ύφασμα με 184 δραχ. την πήχη και κέρδισε 15 % στην τιμή που κοστίζει. Πόσο κοστίζει ή πήχη ;

Σημ. "Αν κοστίζη 100 δρ. ἐκέρδισε 15 καὶ τὸ πούλησε 115 δραχ. Ὄστε :

"Αν τὸ πούληση 115 δρ. κοστίζει 100 δρ.

» » » 184 δρ. » χ δρ.

2) Λογάριασε πόσο κοστίζει ἓνα πρᾶγμα :

α) ὅταν πούληθῆ 147 δρ. με κέρδος 5 %, 8 %, 12 %

β) ὅταν πούληθῆ 84 δρ. με κέρδος 9 %, 10 %, 16 %

γ) ὅταν πούληθῆ 19,25 δρ. με κέρδος 10 %, 20 %, 25 %

δ) ὅταν πούληθῆ 166,75 δρ. με κέρδος 15 %, 25 %, 30 %

3) Ἐμπορος ἐπούλησε ὕφασμα με ζημία 4 % ἕνεκα μικρῆς βλάβης του καὶ πῆρε 3696 δρ. Πόσο τοῦ ἐκόστιζε :

Προβλήματα ἀποβάρου. 1) Παντοπώλης ἀγόρασε λάδι πού ἐζύγιζε μαζί με τὸ βαρέλι 160 ὀκάδες καὶ τοῦ ἔκαναν ἔκπτωση (σκόντιο) 15 % γιὰ τὸ ἀπόβαρο (ντάρα). Πόσο εἶναι τὸ ἀπόβαρο ; Καὶ πόσο τὸ καθαρό (νέτο) λάδι :

Σημ. Τὸ βάρος πού ἔχει τὸ βαρέλι μαζί με τὸ λάδι λέγεται **μικτὸ βάρος** ἢ **ἀκαθάριστο βάρος**.

Κατάταξη. μ. βάρος 100 ὀκ. ἀπόβαρο 15 ὀκ.

* » 160 » χ

ἢ καὶ χωρὶς κατάταξη πολλαπλασιάζομε τὸ ἑκατοστὸ τοῦ 160 με τὸ 15. $1,60 \times 15 = 24$ ὀκ. Τὸ καθαρό λάδι εἶναι $160 - 24 =$;

2) Λογάριασε, χωρὶς κατάταξη τῶν ἀριθμῶν, πόσο εἶναι τὸ ἀπόβαρο καὶ πόσο τὸ καθαρό βάρος, ὅταν

α) τὸ μικτὸ βάρος εἶναι 250 ὀκ. καὶ τὸ ἀπόβ. 8 %, 10 %

β) τὸ μικτὸ βάρος εἶναι 340 ὀκ. καὶ τὸ ἀπόβ. 5 %, 15 %

γ) τὸ μικτὸ βάρος εἶναι 420 ὀκ. καὶ τὸ ἀπόβ. 15 %, 9 %

δ) τὸ μικτὸ βάρος εἶναι 860 ὀκ. καὶ τὸ ἀπόβ. 4 %, 12 %

3) Ἐνας ἀγόρασε κάρβουνα καὶ ζυγίζουσαν μαζί με τὰ σακιά 350 ὀκάδες καὶ τοῦ ἔκαναν ἔκπτωση 2 %. Πόσες ὀκάδες κάρβουνα ἀγόρασε ; Καὶ πόσο θὰ πληρώσῃ με 40 δρ. τὴν ὀκά ;

4) Ἐνας παντοπώλης ἀγόρασε σαποῦνι πού ζυγίζει μαζί με τὰ κιβώτια 250 ὀκάδες τὸ καθαρό σαποῦνι εἶναι 230 ὀκ. Πόσο τὰ ἑκατὸ ἐλογαριάσθη τὸ ἀπόβαρο ;

Κατάταξις. μ. βάρος 250 όκ. απόβ. 20 όκ.
» » 100 » Χ

- 5) Λογάριασε πόσο τὰ έκατό είναι τὸ απόβαρο, όταν
α') τὸ μ. βάρος είναι 80 όκ. καὶ τὸ απόβαρο 4 όκ.
β') τὸ μ. βάρος είναι 150 όκ. καὶ τὸ απόβαρο 9 όκ.
γ') τὸ μ. βάρος είναι 260 όκ. καὶ τὸ απόβαρο 39 όκ.
δ') τὸ μ. βάρος είναι 425 όκ. καὶ τὸ απόβαρο 51 όκ.

Προβλήματα ασφαλείας. 1) Μία οίκία έχει ασφαλισθή για ένα χρόνο κατὰ τοῦ κινδύνου τῆς πυρκαϊᾶς διὰ 675000 δρ. με 2% . Πόσες δραχμὲς είναι τὰ ασφάλιστρα ;

Σημ. Εἰς 1000 δρ. εἶναι 2 δρ.

2) Μία οἰκογένεια ἀσφάλισε τὰ ἐπιπλά τῆς για 435000 δρ. δι' ένα χρόνο καὶ με 1,5% . Πόσα ασφάλιστρα θὰ πληρώσῃ ;

3) Ἐμπορος ἀσφάλισε τὰ ἐμπορεύματά του με 2% , καὶ πληρώσε ασφάλιστρα 750 δρ. Πόση ἀξία ἔχουν τὰ ἐμπορεύματά του ;

Προβλήματα ἀνάμιτα. 1) Ἐνα σχολεῖο ἔχει 360 μαθητὰς καὶ ἀπ' αὐτοὺς ἐπροβιβάσθησαν 85% . Πόσοι μαθηταὶ ἐπροβιβάσθησαν ;

2) Ἐάν τὰ ἐνοίκια αὐξηθοῦν κατὰ 30% , πόσο ἐνοίκιο θὰ πληρώνη μία οἰκογένεια, ἡ ὁποία πρότερον ἐπλήρωνε τὸν μῆνα 740 δραχμὲς : 1260 δραχμὲς ;

3) Μία οἰκογένεια ἐξόδευε τὸν μῆνα λάδι 5 ὀκάδες, τῶρα εἶναι ἀνάγκη νὰ τὸ ἐλαττώσῃ κατὰ 15% . Πόσο λάδι πρέπει νὰ ξοδεύῃ τὸν μῆνα ;

4) Εἰς μία πόλη οἱ κάτοικοι ἦσαν ἄλλοτε 142500, τῶρα εἶναι 159600. Πόσο τὰ ἑκατό ἠῤῥξησε ὁ πληθυσμὸς τῆς ; Καὶ πόσο στὰ χίλια ;

5) Ἐνα χωράφι εἶναι 12 στρέμματα καὶ τὸ κάθε στρέμμα ἔκανε πέρυσι σιτᾶρι 90 ὀκάδες, ἐφέτος ἔγινε σιτᾶρι 30% περισσότερο. Πόσο σιτᾶρι ἔγινε ἐφέτος ;

6) Ἐνας ἄλεσε σιτᾶρι 280 ὀκάδες καὶ ἔγινε ἀλεύρι 73% , πίτυρα 26% καὶ φύρα 1% . Πόσες ὀκάδες ἔγινε ἀλεύρι ; Πόσες πίτυρα ; Καὶ πόσες φύρα ;

7) Τὸ κρέας, όταν ψηθῇ, χάνει ἀπὸ τὸ βάρος του 25% . Ἐνας ἔψησε κρέας 5 $\frac{1}{2}$ ὀκάδες. Πόσο κρέας ἔμεινε ;

8) Ὁ καφές, ὅταν καβουρδισθῆ, χάνει ἀπὸ τὸ βάρος τοῦ 17 % . Ἄν ἀγοράσωμε μίαν ὀκά καφέ ὠμὸν μὲ 700 δρ. τὴν ὀκά, πόσα δράμια καφές θὰ μείνῃ μετὰ τὸ καβουρτισμα; Καὶ πόσο θὰ κοστίζῃ ἡ ὀκά τοῦ καβουρτισμένου καφέ;

9) Εἰς μίαν πόλιν οἱ κάτοικοι ἦσαν ἄλλοτε 48600, τώρα ἠὺξήθησαν κατὰ 15 % . Πόσους κατοίκους ἔχει τώρα;

10) Οἱ κώδωνες τῶν ἐκκλησιῶν περιέχουν 78 % χαλκὸν καὶ 22 % , κασσίτερον (καλάγι). Πόσο χαλκὸν καὶ πόσο κασσίτερον περιέχει κώδων πού ζυγίζει 450 ὀκάδες; 860 ὀκ. :

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΟΚΟΥ

Α'. Προβλήματα εἰς τὰ ὅποια ζητεῖται ὁ τόκος.

Α' ομάδα. 1) Ἐνας ἐδάνεισε 500 δραχ. μὲ 8 % . Πόσο τόκο θὰ πάρῃ εἰς ἓνα ἔτος;

Σημ. Αἱ 500 δραχμὲς εἶναι 5 ἑκατοστάρικα. Ἀπὸ τὸ ἓνα ἑκατοστάρικο θὰ πάρῃ 8 δραχ. καὶ ἀπὸ τὰ 5 ἑκατοστάρικα θὰ πάρῃ $8 \times 5 = 40$ δρ. Πολλαπλασιάζομε δηλαδὴ τὸ ἑκατοστὸ τοῦ κεφαλαίου μὲ τὸ ἐπιτόκιο.

2) Νὰ εὕρῃς ἀπὸ μνήμης πόσο τόκο φέρουν εἰς ἓνα ἔτος :

α) 400 δρ. μὲ 3 % , 4 % , 5 % , 6 % , 8 %

β) 600 δρ. μὲ 4 % , 5 % , 6 % , 9 % , 10 %

γ) 900 δρ. μὲ 6 % , 4 % , 9 % , 7 % , 8 %

δ) 5000 δρ. μὲ 2 % , 5 % , 6 % , 9 % , 10 %

3) Νὰ εὕρῃς γραπτῶς πόσο τόκο φέρουν εἰς ἓνα ἔτος :

α) μὲ 6 % 765, 984, 2350, 3670 δραχμὲς

β) μὲ 8 % 845, 1260, 3420, 5830 δραχμὲς

γ) μὲ 12 % 970, 3740, 6980, 15360 δραχμὲς

δ) μὲ 4,50 % 2000, 48500, 72000, 35000 δραχμὲς.

Β' ομάδα 1) Ἐνας ἐδάνεισε 780 δραχ. μὲ 9 % . Πόσο τόκο θὰ πάρῃ εἰς 3 ἔτη;

Κατάταξιν.	100 δρ.	1 ἔτος	9 τόκο
	720	3	χ

Λύσις. Μὲ τὴν ἀναγωγήν εἰς τὴν μονάδα.

οἱ 100 δραχμὲς εἰς 1 ἔτος φέρουν τόκο 9 δρ.

ή 1 δραχμὴ εἰς 1 ἔτος φέρει τόκο $\frac{9}{100}$

οἱ 780 δραχμὲς εἰς 1 ἔτος φέρουν τόκο $\frac{9 \times 780}{100}$

οἱ 780 δραχμὲς εἰς 3 ἔτη φέρουν τόκο $\frac{9 \times 780 \times 3}{100}$ ἢ

$$\frac{780 \times 9 \times 3}{100}$$

Ὁ 780 εἶναι τὸ κεφάλαιο, ὁ 9 εἶναι τὸ ἐπιτόκιο καὶ ὁ 3 εἶναι ὁ χρόνος. Ἀπὸ τὸ ἀνωτέρω ἐξαγόμενον μανθάνομε τὸν κατωτέρω κανόνα, μὲ τὸν ὁποῖον εὐρίσκομε συντόμως τὸν τόκο, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη.

Γιὰ νὰ εὐρώμε τὸν τόκο, πολλαπλασιάζομε τὸ κεφάλαιο, τὸ ἐπιτόκιο καὶ τὸν χρόνο καὶ τὸ γινόμενον διαιροῦμε μὲ 100 (ὅν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη).

Παράδειγμα. Πόσον τόκο φέρουν 8000 δραχ. εἰς 2 ἔτη μὲ 12% ; Ἐχομε : τόκος = $\frac{8000 \times 12 \times 2}{100}$;

2) Πόσο τόκο φέρουν

α') 640 δρ. εἰς 2 ἔτη μὲ 6%, 8%, 7%, 12% ;

β') 2450 δρ. εἰς 3 ἔτη μὲ 5%, 7%, 10%, 9% ;

γ') 36800 δρ. εἰς 3 ἔτη μὲ 8%, 9%, 15%, 12% ;

δ') 48000 δρ. εἰς 3 ἔτη μὲ $4\frac{1}{2}$ % (=4,50), $7\frac{1}{2}$ %, $8\frac{1}{2}$ % ;

Γ' ὁμάδα. Ἐνας ἐδάνεισε 6000 δραχ. μὲ 10%. Πόσον τόκο θὰ πάρῃ εἰς 8 μῆνας ;

Κατάταξι.	100 δρ.	12 μ.	10 τόκο
	6000	8	χ

Λύσις οἱ 100 δραχμὲς εἰς 12 μ. φέρουν τόκο 10 δρ.

ή 1 δραχμὴ εἰς 12 μ. φέρει τόκο $\frac{10}{100}$

οἱ 6000 δραχ. εἰς 12 μ. φέρουν τόκο $\frac{10 \times 6000}{100}$

οἱ 6000 δραχ. εἰς 1 μ. φέρουν τόκο $\frac{10 \times 6000}{100 \times 12}$

$$\begin{aligned} \text{οί 6000 δραχ. εις 8 μ. φέρουν τόκο} & \frac{10 \times 6000 \times 8}{100 \times 12} \\ \frac{6000 \times 10 \times 8}{1200} & = ; \end{aligned}$$

Ἀπὸ τὸ ἀνωτέρω ἐξαγόμενον μανθάνομε ὅτι, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες, διαιροῦμε τὸ γινόμενον τοῦ κεφαλαίου, τοῦ ἐπιτοκίου καὶ τοῦ χρόνου μὲ 1200.

Παράδειγμα. Πόσον τόκο φέρουν 2700 δρ. μὲ 8 % εἰς 4 μῆνες : Ἔχομε Τόκος = $\frac{2700 \times 8 \times 4}{1200} = ;$

2) Πόσον τόκο φέρουν

α') 900 δρ. εἰς 4 μῆνες μὲ 6 %, 9 %, 10 %, 12 % :

β') 12850 δρ. εἰς 1 ἔτος 8 μ. (= 20 μ.) μὲ 9 %, μὲ 15 % :

γ') 32000 δρ. εἰς 2 ἔτη 4 μ. μὲ 6 % ; μὲ 8 % ; μὲ 4 % :

δ') 48000 δρ. εἰς 8 μ. μὲ $3\frac{1}{2}$ % (= 3,50) ; μὲ $5\frac{3}{4}$ (5,75) :

Δ' Ομάδα. 1) Ἐνὰς ἔβαλε εἰς μίαν Τράπεζαν 2700 δραχ. μὲ 4 %. Πόσον τόκο θὰ πάρῃ εἰς 20 ἡμέρας ;

Κατόταξι.	100 δρ.	360 ἡμ. (1)	4 τόκο
	2700	20	χ

Λύσις. οἱ 100 δραχ. εἰς 360 ἡμ. φέρουν τόκο 4 δρ.

ἢ 1 δραχμὴ εἰς 360 ἡμ. φέρει τόκο $\frac{4}{100}$

οἱ 2700 δραχ. εἰς 360 ἡμ. φέρουν τόκο $\frac{4 \times 2700}{100}$

οἱ 2700 δραχ. εἰς 1 ἡμ. φέρουν τόκο $\frac{4 \times 2700}{100 \times 360}$

οἱ 2700 δραχ. εἰς 20 ἡμ. φέρουν τόκο $\frac{4 \times 2700 \times 20}{100 \times 360}$ ἢ

$$\frac{2700 \times 4 \times 20}{36000} = ;$$

Ἀπὸ τὸ ἀνωτέρω ἐξαγόμενον μανθάνομε ὅτι, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέρες, διαιροῦμε τὸ γινόμενον τοῦ κεφα-

(1) Τὸ ἔτος λογαριάζεται μὲ 360 ἡμέρες καὶ οἱ μῆνες μὲ 30 ἡμ.

λαίου, τοῦ ἐπιτοκίου καὶ τοῦ χρόνου μὲ 36000. Ὡστε ἔχομε τὸν ἐξῆς γενικό κανόνα:

Διὰ νὰ εὐρώμε τὸν τόκο, πολλαπλασιάσωμε τὸ κεφάλαιο, τὸ ἐπιτόκιο καὶ τὸν χρόνο καὶ τὸ γινόμενον διαιροῦμε μὲ 100 ἂν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη, μὲ 1200 ἂν εἶναι μῆνες καὶ μὲ 36000 ἂν εἶναι ἡμέρες.

2) Πόσον τόκο φέρουν

α') 4800 δρ. εἰς 24 ἡμ. μὲ 10 ‰, 12 ‰, 15 ‰, 16 ‰ :

β') 6500 δρ. εἰς 1 ἔτος 2 ἡμ. (=14 μ.) μὲ 6 ‰, 8 ‰, 9 ‰ :

γ') 15800 δρ. εἰς 3 ἔτη μὲ 4 ‰, 7 ‰, $5\frac{1}{2}$ ‰, $7\frac{1}{2}$ ‰ :

δ') 9000 δρ. εἰς 2 μ. 20 ἡμ. (=80 ἡμ.) μὲ $4\frac{3}{4}$ ‰ (=4,75)

μὲ $3\frac{1}{2}$ ‰ : $6\frac{2}{5}$ ‰ :

ε') 20000 δρ. εἰς 1 ἔτος 2 μ. 10 ἡμ. (=430 ἡμ.) μὲ 8 ‰,

μὲ $4\frac{1}{2}$ ‰ : μὲ $3\frac{1}{4}$ ‰ (=3,25) : μὲ $7\frac{1}{2}$ ‰ :

3) Πόσον τόκο φέρουν 4800 δραχ. ἀπὸ 8 Μαρτίου ὠς 23 Ἰουλίου (τοῦ ἰδίου ἔτους) μὲ 6 ‰, μὲ 9 ‰, μὲ 10 ‰ :

Σημ. Ἀπὸ 8 Μαρτίου ὠς 8 Ἰουλίου εἶναι 4 μῆνες καὶ ἀπὸ 8 Ἰουλίου ὠς 23 τοῦ ἰδίου εἶναι 15 ἡμέρες.

Ἄλλος τρόπος. Ὁ Μάρτιος εἶναι ὁ τρίτος μῆνας τοῦ ἔτους καὶ ὁ Ἰούλιος εἶναι ὁ ἑβδόμος μῆνας τοῦ ἔτους, θὰ γράψωμε λοιπὸν στή θέσι τοὺς τοὺς ἀριθμοὺς 3 καὶ 7 καὶ ὑστεραῖθ' ἀφαιρέσωμε. Ἔτσι.

7 μ.	23 ἡμ.
3	8
4 μ.	15 ἡμ.

4) Πόσον τόκο φέρουν 6000 δρχ. ἀπὸ 5 Ἀπριλίου ὠς 15 Μαΐου (τοῦ ἰδίου ἔτους) μὲ 4 ‰ : μὲ 5 ‰ : μὲ $6\frac{1}{2}$ ‰ :

5) Πόσον τόκο φέρουν 18000 δρχ. ἀπὸ τὸ ἔτος 1942 Αὐγούστου 20 ὠς τὸ ἔτος 1944 Μαΐου 25 μὲ 6 ‰, μὲ 10 ‰, μὲ 12 ‰ :

Πρόβλημα άνατοκισμού

1) Ένας έτόκισε 8000 δραχ. με 10%, δια ένα έτος. Στο τέλος του έτους το κεφάλαιο και τον τόκο μαζί πού έπηρε, έτόκισε εις άλλον δια ένα έτος με 10%. Το κεφάλαιο και τον τόκο μαζί πού έπηρε άπ' αυτόν, έτόκισε πάλιν εις τρίτον δια ένα έτος με 10%. Πόσες δραχμές έπηρε άπό τον τρίτον :

Γύσις. Από τον πρώτον έπηρε στο τέλος του έτους 8.800 δρ. (κεφ. 8000 και τόκος 800). Στον δεύτερο έτόκισε 8800 δρ. και στο τέλος του έτους έπηρε 9680 δρ. (κ. 8800 και τ. 880). Στον τρίτο έτόκισε 9680 δρ. και στο τέλος του έτους έπηρε 10648 δρ. (κ. 9680 και τ. 968).

Σημ. Όταν το τέλος έκάστου έτους (ή εξαμηνίας) προστίθεται στο κεφάλαιο και ο τόκος και σχηματίζεται έτσι νέο κεφάλαιο δια το έπόμενο έτος, οτε και ο τόκος φέρει τόκο λέγομε οτι οι τόκοι **κεφαλαιοποιούνται** ή οτι το κεφάλαιο **άνατοκίζεται**.

2) Έργάτης έβαλε εις μία Τράπεζα 24500 δρ. με άνατοκισμό 6% κάθε 6 μήνες. Πόσες δραχμές θα πάρη ύστερα άπό 1 έτος ; άπό 2 έτη και 8 μήνες ;

3) Εις μία πόλη οι κάτοικοι είναι σήμερα 60000 και κάθε χρόνο αυξάνουν 8%. Πόσοι κάτοικοι θα γίνουν ύστερα άπό 2, 3, 4 χρόνια :

Β'. Προβλήματα στα όποια ζητείται το έπιτόκιο.

Α' Ομάδα. 1) Ένας έδάνεισε 800 δραχ. για ένα έτος και στο τέλος του έτους έπηρε τόκο 72. δρ. Με πόσο τά έκατό έδάνεισε :

Κατάταξη. 800 δρ. φέρουν τόκο 72 δρ.
100 » » χ

Εύρίσκομε $\frac{72 \times 100}{800} = \frac{72}{8} = 9\%$. Αυτό μπορούμε να το εύρωμε και χωρις κατάταξη των αριθμών. Διαιρούμε τον τόκο του έτους με το έκατοστό του κεφαλαίου.

2) Νά εύρης χωρις κατάταξη των αριθμών με πόσο τά έκατό έτοκίσθησαν δι' ένα έτος:

α') 850 δρ. και ἔφεραν τόκο 68 δρ., 85 δρ., 76,50 δρ.

Σημ. Τὸ ἐπιτόκιο τοῦ πρώτου εἶναι $68 : 8,50 =$;

β') 1500 δρ. και ἔφεραν τόκο 75 δρ., 135 δρ., 180 δρ.

γ') 2600 δρ. » » » 78 δρ., 130 δρ., 208 δρ.

δ') 3250 δρ. » » » 260 δρ., 325 δρ., 162,50 δρ.

Β' Ομάδα. 1) Ἐνας ἐδανείσθη 9500 δραχ. και ὕστερα ἀπὸ 2 ἔτη ἐπλήρωσε τόκο 2280 δραχ. Μὲ πόσο τὰ ἑκατὸ ἐδανείσθη ;

Κατάταξι.	$\frac{9500}{100}$ δρ.	$\frac{2}{1}$ ἔτη	2280 τόκ.
			χ

Λύσις. Μὲ τὴν ἀναγωγή στὴν μονάδα.

οἱ 9500 δρ. εἰς 2 ἔτη φέρουν τόκο 2280 δρ

ἢ 1 δρ. εἰς 2 ἔτη φέρει τόκο $\frac{2280}{9500}$

οἱ 100 δρ. εἰς 2 ἔτη φέρουν τόκο $\frac{2280 \times 100}{9500}$

οἱ 100 δρ. εἰς 1 ἔτος φέρουν τόκο $\frac{2280 \times 100}{9500 \times 2} =$;

Ἀπὸ τὸ ἀνωτέρω ἐξαγόμενον μαθαίνομε τὸν ἐξῆς κανόνα. Γιὰ νὰ εὐρώμε τὸ ἐπιτόκιο, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη, πολλαπλασιάζομε τὸν τόκο μὲ 100 και τὸ γινόμενον διαιροῦμε μὲ τὸ γινόμενον τοῦ κεφαλαίου και τοῦ χρόνου.

Παράδειγμα. Μὲ πόσο τὰ ἑκατὸ ἐτοκίσθησαν 4500 δραχ. και ἔφερον εἰς 3 ἔτη τόκο 540 δραχμάς ; Ἔχομεν

$$\text{ἐπιτ.} = \frac{540 \times 100}{4500 \times 3} =$$

2) Μὲ πόσο τὰ ἑκατὸ ἐτοκίσθησαν

α') 5000 δρ. και ἔφεραν εἰς 3 ἔτη τόκο 1050 δραχμάς ; 1200 δραχμάς ; 1500 δραχμάς ;

β') 3000 δραχ. και ἔφεραν εἰς 2 ἔτη τόκο 360 δραχμάς ; 270 δραχμάς ; 450 δραχμάς ;

γ') 6850 δραχ. και ἔφεραν εἰς 3 ἔτη τόκο 822 δραχμάς ; 2466 δραχμάς ; 2055 δραχμάς ;

3) Μὲ πόσο τὰ ἑκατὸ πρέπει νὰ τοκισθοῦν 8000 δραχ. γιὰ νὰ διπλασιασθοῦν (νὰ φέρουν τόκο ὅσο εἶναι και τὸ κεφάλαιον) ὕστερα ἀπὸ 5 ἔτη ; 8 ἔτη ; 10 ἔτη ;

Γ' Ομάδα. 1) Ένας έδανείσθη 2400 δραχ. και ύστερα από 3 μήνες έπλήρωσε τόκο 48 δρ. Με πόσο τὰ έκατό έδανείσθη;

Κατάταξη	2400 δρ.	3 μ.	48 τ.
	100	12	χ

Λύσις. οί 2400 δραχ. εις 3 μ. φέρουν τόκο 48 δρ.

ή 1 δραχ. εις 3 μ. φέρει τόκο $\frac{48}{2400}$

οί 100 δραχ. εις 3 μ. φέρουν » $\frac{48 \times 100}{2400}$

οί 100 δραχ. εις 1 μ. φέρουν » $\frac{48 \times 100}{2400 \times 3}$

οί 100 δραχ. εις 12 μ. φέρουν » $\frac{48 \times 100 \times 12}{2400 \times 3}$

$$= \frac{48 \times 1200}{2400 \times 3} =$$

Από τὸ άνωτέρω έξαγόμενο μανθάνομε ότι, όταν ὁ χρόνος εἶναι μήνες, πολλαπλασιάζεται ὁ τόκος μὲ 1200.

2) Με πόσο τὰ έκατό έτοκίσθησαν :

α') 1500 δρ. και έφεραν εις 4 μήνες τόκο 35 δραχμές ; 50 δραχμές ; 60 δραχμές ;

β') 2480 δρ. και έφεραν εις 3 μήνες τόκο 31 δραχμές ; 40.30 δραχμές ; 55.80 δραχμές ;

γ') 1800 δρ. και έφεραν εις 1 έτος και 2 μ. (=14 μ.) τόκο 168 δραχμές ; 126 δραχμές ; 178.50 δραχμές ;

δ) 15000 δρ. και έφερον εις 2 έτη και 4 μ. τόκο 2025 δραχμές ; 1350 δραχμές ; 1687,50 δραχμές ;

Δ' Ομάδα. 1) Ένας έδανείσθη 9000 δρ. και ύστερα από 80 ήμέρες έπλήρωσε τόκο 240 δρ. Με πόσο τὰ έκατό έδανείσθη ;

Κατάταξη.	9000 δρ.	80 ήμ.	240 τ.
	100	360	χ

Εύρίσκομε με την άναγωγή στην μονάδα

$$\frac{240 \times 100 \times 360}{9000 \times 80} \text{ ή } \frac{240 \times 36000}{9000 \times 80} =$$

Από τὸ άνωτέρω έξαγόμενο μανθάνομε ότι, όταν ὁ

χρόνος είναι ημέρες, πολλαπλασιάζεται ο τόκος με 36000. Ωστε έχουμε τον εξής γενικό κανόνα:

Για να εύρωμε τὸ ἐπιτόκιο, πολλαπλασιάζομε τὸν τόκο μὲ 100 ἂν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη, μὲ 1200 ἂν εἶναι μῆνες καὶ μὲ 36000 ἂν εἶναι ἡμέρες, καὶ τὸ γινόμενο διαιροῦμε μὲ τὸ γινόμενο τοῦ κεφαλαίου καὶ τοῦ χρόνου.

2) Μὲ πόσο τὰ ἑκατὸ ἐτοκίσθησαν

α') 1800 δρ. καὶ ἔφεραν εἰς 50 ἡμέρες τόκο 15 δραχμῆς ; 20 δραχμῆς 32,50 δραχμῆς ;

β') 7400 δρ. καὶ ἔφεραν εἰς 5 μ. καὶ 10 ἡμ. τόκο 148 δραχμῆς ; 996 δραχμῆς ; 592 δραχμῆς ;

γ') 4000 δρ. καὶ ἔφεραν εἰς 1 ἔτος 3 μ. 10 ἡμ. τόκο 590 δραχμῆς ; 1150 δραχμῆς ; 920 δραχμῆς ;

δ') 9000 δρ. καὶ ἔφεραν εἰς 2 ἔτη 6 μ. 20 ἡμ. τόκο 1840 δραχμῆς ; 2300 δραχμῆς ; 2760 δραχμῆς ;

ε') 8000 δρ. καὶ ἔφεραν εἰς 1 ἔτος 3 μ. τόκο 600 δραχμῆς ; 800 δραχμῆς ; 650 δραχμῆς ;

στ') 25000 δρ. καὶ ἔφεραν εἰς 2 ἔτη τόκο 1750 δραχμῆς ; 3000 δραχμῆς ; 2250 δραχμῆς ;

Γ'. Προβλήματα εἰς ἃ ἑπιζητεῖται τὸ κεφάλαιο.

Α' Ομάδα. 1) Ἐνας ἐδάνεισε κεφάλαιο μὲ 8 % καὶ παίρνει τὸ ἔτος τόκο 32 δραχ. Ποῖο εἶναι τὸ κεφάλαιο ;

Κατάταξι.
$$\begin{array}{r} 100 \text{ δρ. φέρουν } 8 \text{ δρ. τόκο} \\ \hline \chi \qquad \qquad \qquad 32 \end{array}$$

Εὐρίσκομε $\frac{100 \times 32}{8} = 100 \times 4 = 400$ δρ. Αὐτὸ μπο-

ροῦμε νὰ τὸ εύρωμε καὶ ἀπὸ μνήμης, χωρὶς κατάταξη τῶν ἀριθμῶν. Διαιροῦμε τὸν τόκο 32 τοῦ ἔτους μὲ τὸ ἐπιτόκιο 8 καὶ τὸ πηλίκον 4 πολλαπλασιάζομε μὲ 100.

2) Νὰ εὕρῃς ἀπὸ μνήμης ποῖο κεφάλαιο εἶναι τοκισμένο εἰς ἓνα ἔτος :

α') μὲ 4 % καὶ φέρει τόκο 8, 20, 36, 40 δραχμῆς ;

β') μὲ 5 % καὶ φέρει τόκο 15, 25, 40, 350 δραχμῆς ;

γ') με 6%, και φέρει τόκο 12, 18, 30, 120 δραχμές ;

δ') με 8%, και φέρει τόκο 16, 24, 40, 320 δραχμές ;

Β' ομάδα. 1) Ένας έδάνεισε κεφάλαιο με 12%, και ύστερα από 2 έτη έπληρε τόκο 180 δραχ. Πόσο είναι το κεφάλαιο;

$$\begin{array}{cccc} \text{Κατάταξη.} & 100 \text{ δρ.} & \frac{1 \text{ έτ.}}{2} & \frac{12 \text{ π.}}{180} \\ & \chi & & \end{array}$$

Λύσις. Με την αναγωγή στην μονάδα.

Τόκο 12 δρ. εις 1 έτος φέρει το κεφάλ. 100 δρ.

τόκο 1 δρ. εις 1 έτος φέρει το κεφάλ. $\frac{100}{12}$

τόκο 180 δρ. εις 1 έτος φέρει το κεφ. $\frac{100 \times 180}{12}$

τόκο 180 δρ. εις 2 έτη φέρει το κεφ. $\frac{100 \times 180}{12 \times 2}$ ή

$$\frac{180 \times 100}{12 \times 2} = ;$$

Από το άνωτέρω έξαγόμενο μανθάνομε τον έξης κανόνα: Για να εύρωμε το κεφάλαιο, όταν ο χρόνος είναι έτη, πολλαπλασιάζομε τον τόκο με 100 και το γινόμενο διαιρούμε με το γινόμενο του έπιτοκίου και του χρόνου.

Παράδειγμα. Ποιο κεφάλαιο έτοκίσθη με 5%, και έφερε εις 3 έτη τόκο 900 δραχμές ;

$$\text{Έχομε Κεφ.} = \frac{900 \times 100}{5 \times 3} = ;$$

2) Ποιο κεφάλαιο έτοκίσθη:

α) με 9%, και έφερε εις 4 έτη τόκο 216 δραχμές ; 180 δραχμές ; 620 δραχμές ; 1080 δραχμές ;

β') με 10%, και έφερε εις 3 έτη τόκο 210 δραχμές ; 600 δραχμές ; 960 δραχμές ; 262.50 δραχμές ;

γ') με 8%, και έφερε εις 3 έτη τόκο 636 δραχμές ; 1884 δραχμές ; 153.60 δραχμές ; 352.80 δραχμές ;

δ') με 4 $\frac{1}{2}$ %, και έφερε εις 2 έτη τόκο 54 δραχμές ; 180 δραχμές ; 78 30 δραχμές ; 223.20 δραχμές ;

Γ' Ομάδα. 1) Ένας εδάνεισε κεφάλαιο με 9% κα-
 ύστερα από 3 μήνες έπηρε τόκο 72 δρ. Ποιο είναι το κε-
 φάλαιο ;

Κατάταξη. 100 δρ. 12 μ. 9 τ.
 X 3 72

Λύσις. Τόκο 9 δρ. εις 12 μ. φέρει το κεφάλ. 100 δρ.

τόκο 1 δρ. εις 12 μ. φέρει το κεφάλ. $\frac{100}{9}$

τόκο 72 δρ. εις 12 μ. φέρει το κεφάλ. $\frac{100 \times 72}{9}$

τόκο 72 δρ. εις 1 μ. φέρει το κεφάλ. $\frac{100 \times 72 \times 12}{9}$

τόκο 72 δρ. εις 3 μ. φέρει το κεφάλ. $\frac{100 \times 72 \times 12}{9 \times 3} =$

$$\frac{72 \times 1200}{9 \times 3} = :$$

Άπό το άνωτέρω έξαγόμενο μανθάνομε ότι, όταν ό
 χρόνος είναι μήνες, πολλαπλασιάζεται ό τόκος με 1200.

2) Ποιο κεφάλαιο είναι τοκισμένο

α) με 10% και φέρει εις 5 μήνες τόκο 50 δραχμές ;
 125 δραχμές ; 200 δραχμές ; 76 δραχμές ;

β) με 6% και φέρει εις 4 μήνες τόκο 52 δραχμές ; 39
 δραχμές ; 25 δραχμές ; 130 δραχμές ;

γ) με 5% και φέρει εις 1 έτος και 8 μ. τόκο 25 δραχ-
 μές ; 300 δραχμές ; 75 δραχμές ; 155 δραχμές ;

δ) με 12% και φέρει εις 2 έτη και 3 μ. τόκο 15 δραχ-
 μές ; 756 δραχμές ; 29,50 δραχμές ; 2640,60 δραχμές ;

Δ' Ομάδα. 1) Ένας εδάνεισε κεφάλαιο με 15% και
 ύστερα από 20 ήμέρες έπηρε τόκο 250 δραχμές. Ποιο
 είναι το κεφάλαιο ;

Κατάταξη. 100 δρ. 360 ήμ. 15 τ.
 X 20 250

Εδρίσκομε με την άναγωγή στην μονάδα

$$\frac{100 \times 250 \times 360}{15 \times 20} = \frac{250 \times 36000}{15 \times 20} = :$$

Άπό το άνωτέρω έξαγόμενο μανθάνομε ότι, όταν ό

χρόνος είναι ημέρες, πολλαπλασιάζεται ο τόκος με 36000.
 Ωστε έχουμε τον έξης γενικό κανόνα.

Για να εύρωμε τὸ κεφάλαιο, πολλαπλασιάζομε τὸν τόκο με 100 ἂν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη, με 1200 ἂν εἶναι μῆνες καὶ με 36000 ἂν εἶναι ἡμέρες καὶ τὸ γινόμενο διαιροῦμε με τὸ γινόμενο τοῦ ἐπιτοκίου καὶ τοῦ χρόνου.

2) Ποῖο κεφάλαιο ἐτοκίσθη :

α) με 6% καὶ ἔφερε εἰς 40 ἡμέρες τόκο 12 δραχμ. ; 40 δραχμ. ; 16 δραχμ. ; 60 δραχμ. ;

β) με 7½% καὶ ἔφερε εἰς 20 ἡμέρες τόκο 30 δραχμ. ; 50 δραχμ. ; 75 δραχμ. ; 13,60 δραχμ. ;

γ) με 9% καὶ ἔφερε εἰς 1 μῆνα καὶ 18 ἡμ. τόκο 36 δραχμ. ; 96 δραχμ. ; 21,60 δραχμ. ; 28,80 δραχμ. ;

δ) με 12% καὶ ἔφερε εἰς 1 ἔτος καὶ 2 μ. 20 ἡμ. τόκο 220 δραχμ. ; 132, 110, 3520 δραχμ. ;

ε) με 3½% καὶ ἔφερε εἰς 2 ἔτη 4 μ. τόκο 490 δραχμ. ; 935 δραχμ. ; 2450 δραχμ. ;

στ) με 7½% καὶ ἔφερε εἰς 3 ἔτη τόκο 1800 δραχμ. ; 675 δραχμ. ; 9000 δραχμ. ;

Εὔρεις τοῦ κεφαλαίου ἠνωμένου με τὸν τόκο.

1) Ἐνας ἐδάνεισε κεφάλαιο με 10% καὶ ὕστερα ἀπὸ 9 μῆνες ἐπῆρε κεφάλαιο καὶ τόκο μαζί 3870 δρ. Πόσο ἦτο τὸ κεφάλαιο καὶ πόσος ὁ τόκος ;

Σημ. Ἄς ὑποθέσωμε, ὅτι ἐδάνεισε 100 δραχμ., ὁ τόκος αὐτῶν εἰς 9 μῆνες με 10% εἶναι 7,50 δραχμ., θὰ πάρῃ λοιπὸν δρ. 107,50. Ωστε

ἂν πάρῃ	107,50 δρ. τὸ κεφάλ.	εἶναι	100
»	»	3870 δρ.	»

εὐρίσκομε 3600. Ὁ τόκος εἶναι 3870—3600= :

2) Ἐνας ἔβαλε εἰς μίαν Τράπεζαν κεφάλαιο με 6% καὶ ὕστερα ἀπὸ 1 ἔτος καὶ 8 μ. ἐπῆρε κεφάλαιο καὶ τόκο μαζί 3300 δρ. Πόσο ἦτο τὸ κεφάλαιο ; Καὶ πόσος ὁ τόκος ;

Δ' Προβλήματα στα όποια ζητείται ο χρόνος.

1) Ένας έδανείσε 1500 δραχ. με 8% και έπληρε τόκο 360 δραχ. Πόσον χρόνο τας είχε δανείσει :

Κατάταξη.	100 Ξρ.	1 έτος	8 π.
	1500	x	360

Λύσις.	100 δρ. φέρουν τόκο	8 δρ. εις	1 έτος
	1 δρ. φέρει τόκο	8 δρ. εις	100 έτη
	1500 δρ. φέρουν τόκο	8 δρ. εις	$\frac{100}{1500}$ έτη
	1500 δρ. φέρουν τόκο	1 δρ. εις	$\frac{100}{1500 \times 8}$ έτη
	1500 δρ. φέρουν τόκο	360 δρ. εις	$\frac{100 \times 360}{1500 \times 8}$

Από το άνωτέρω εξαγόμενο μαιθάνομε τόν έξήκ κανόνα:

Γιά να εύρωμε τόν χρόνο, πολλαπλασιάζομε τόν τόκο με 100 και τó γινόμενο διαίροϋμε με τó γινόμενο του κ.φαλάιου και του έπιτοχίου.

2) Πόσον χρόνο έτοκίσθησαν

α') 8000 δρ. με 6% και έφεραν τόκο 96 δραχμές ; 144 δραχμές ; 240 δραχμές ; 540 δραχμές ;

β') 3000 δρ. με 4% και έφεραν τόκο 120 δραχμές 360 δραχμές ; 240 δραχμές ; 15 δραχμές ;

γ') 640 δραχ. με 12% και έφεραν τόκο 384 δραχμές ; 76 δραχμές ; 80 δραχμές ; 230,40 δραχμές ;

δ') 9000 δραχ. με 7,50% και έφεραν τόκο 255 δραχμές ; 975 δραχμές ; 37,50 δραχμές ; 93,75 δραχμές ;

Προβλήματα προς άσκησι.

Α'. Ομάδα. 1) Ένας έδανείσε 8000 δρ. διά 1 έτος και 3 μήνες με 9%. Πόσο θα πληρώση κεφάλαιο και τόκο μαζί ;

2) Ένας έδανείσθη 6000 δρ. τó 1938, Απριλίου 20, με 12% και τó έτος 1940, Αύγούστου 10, έπλήρωσε τó χρέος

του. Πόσες δραχμές ἐπλήρωσε μαζί με τὸν τόκο;

3) Γεωργὸς ἀγόρασε χωράφι με 148000 δρ. καὶ ὕστερα ἀπὸ 2 ἔτη τὸ ἐπώλησε με κέρδος 15%. Πόσο τὸ ἐπώλησε;

4) Ἐνας ἀγόρασε μίαν οἰκίαν με 400.000 δρ. καὶ ἐξώδεψε διὰ νὰ τὴν ἐπισκευάσῃ 80.000 δρ. Πόσα νὰ τὴν ἐνοικίασῃ τὸν μῆνα, διὰ νὰ κερδίσῃ ἀπὸ τὰ χρήματά του 8%; 10%;

Β' Ομάδα 1) Ἐνα κτῆμα ἀγοράσθη με 85.000 δρ. καὶ μετὰ 2 ἔτη ἔδωσε κέρδος 13600 δρ. Πόσο τὰ ἑκατὸ ἔδωσε κέρδος;

2) Ἐνα ὕφασμα κοστίζει στὸν ἔμπορο 720 δρ. ἢ πῆχην. ὕστερα ἀπὸ 3 μῆνες τὸ ἐπώλησε με 900 δρ. τὴν πῆχην. Πόσο τὰ ἑκατὸ ἐκέρδησε;

3) Ἐνας ἐδανείσθη 48.000 δρ. καὶ ὕστερα ἀπὸ 1 ἔτος καὶ 3 μῆνες ἐπλήρωσε κεφάλαιο καὶ τόκο μαζί 55.200 δρ. Με πόσο τὰ ἑκατὸ ἐδανείσθη;

Σημ. Ὁ τόκος εἶναι $55.200 - 48.000 =$;

4) Γεωργὸς ἀγόρασε χωράφι με 86000 δρ. καὶ ὕστερα ἀπὸ 1 ἔτος καὶ 8 μῆνες τὸ ἐπώλησε 98900 δρ. Πόσο τὰ ἑκατὸ ἐκέρδισε;

5) Με πόσο τὰ ἑκατὸ πρέπει νὰ τοκίσωμε 36000 δρ. διὰ νὰ πάρωμε ὕστερα ἀπὸ 6 μῆνες τόσο τόκο, ὅσο φέρουν 15000 δρ. εἰς 2 ἔτη με 6%;

Γ' Ομάδα 1) Ἐνας παίρνει ἀπὸ τὴν Τράπεζαν κάθε ἑξαμηνία τοκο 15000 δρ. Πόσο κεφάλαιο ἔχει βάλει στὴν Τράπεζαν με 5%; με 4%;

2) Ὑπάλληλος παίρνει τὸν μῆνα μισθὸ 14800 δρ. Πόσο κεφάλαιο πρέπει νὰ τοκισθῇ με 6%, διὰ νὰ φέρῃ τόκο ἴσο με τὸν μισθὸ του;

3) Ἐνας παίρνει ἀπὸ τὴν οἰκίαν του ἐνοίκιο τὸν μῆνα 1800 δρ. Πόσο πρέπει νὰ λογαριασθῇ ἡ ἀξία τῆς οἰκίας του με 5%; με 6%;

4) Ἐνας ἐδάνε σε κεφάλαιο με 12%, τὸ ἔτος 1943, Ἰουλίου 10, καὶ τὸ ἔτος 1944, Ὀκτωβρίου 25, ἐπῆρε τόκο 1240 δρ. Πόσο κεφάλαιο ἐδάνεισε;

5) Πόσο κεφάλαιο πρέπει νὰ τοκίσωμε με 8%, διὰ νὰ

πάρωμε ὕστερα ἀπὸ ἓνα ἔτος καὶ 3 μῆνες τόκο, ὅσο φέρουν 6000 δρ. εἰς 8 μῆνες μὲ 10% ; μὲ 12% ;

Δ' Ομάδα 1) Ἐνας ἔβαλε εἰς μίαν Τράπεζαν 25000 δραχ. μὲ 6% . Εἰς πόσον χρόνον θὰ γίνουν μαζί μὲ τὸν τόκο 32500 δραχ. ;

2) Ὄταν ἐγεννήθη μία κόρη, ὁ πατέρας τῆς ἔβαλε εἰς τὴν Τράπεζαν 40000 δρ. μὲ 8% , γιὰ νὰ τὰς πάρῃ ἡ κόρη τοῦ μοζι μὲ τοὺς τόκους, ὅταν ἔλθῃ εἰς γάμον ἡ κόρη τοῦ κατὰ τὸν γάμον τῆς ἐπῆρε ἀπὸ τὴν Τράπεζαν 121600 δρ. Πόσων ἐτῶν ἐνουμφεύθη ;

3) Πόσα ἔτη πρέπει νὰ τοκισθῇ κεφάλαιον, γιὰ νὰ διπλασιασθῇ μὲ 6% ; μὲ 10% ;

Σημ. Ὅταν ἔχωμε κεφάλαιον, ὅπως ἐδῶ, παίρνομε ὅσο θέλομε, ἀλλὰ τόκο θὰ πάρωμε ὅσο εἶναι καὶ τὸ κεφάλαιον.

4) Ἐνας ἔβαλε εἰς μίαν Τράπεζαν, 15000 δραχ. τὸ ἔτος 1942, Ἰουλίου 25, μὲ 6% , ὕστερα ἐπῆρε ἀπὸ τὴν Τράπεζαν μαζί μὲ τόκο 15625 δρ. Πότε τὰς ἐπῆρε ;

Προβλήματα ἀγορᾶς καὶ πωλήσεως ὁμολογιῶν καὶ μετοχῶν. (1)

1) Ἐνα δάνειον τοῦ Κράτους εἶναι 200.000.000 δρ. καὶ εἶναι μορασμένο εἰς 800.000 ὁμολογίες. Πόσες δραχμὲς ἀξίζει ἡ καθεμία ὁμολογία ; Καὶ πόσες δραχμὲς εἶναι τὸ ἑξάμηνον τοκομερίδιον κάθε ὁμολογίας μὲ 7% ;

Σημ. Τὸ ἑξάμηνον τοκομερίδιον εἶναι ὁ τόκος κάθε ὁμολογίας εἰς 6 μῆνες.

2) Ἐνας ἔχει 450 ὁμολογίες ἑνὸς δανείου τοῦ Κράτους, ποῦ ἔχει ἡ καθεμία ἀρχικὴ ἀξία 100 δραχ. καὶ φέρει τόκο 4,50% . Πόσον τόκο παίρνει τὸ ἑξάμηνον ;

3) Εἰς ποία τιμὴ νὰ ἀγοράσωμε τὴν καθεμία ἀπὸ τὰς ἀνωτέρω ὁμολογίας, γιὰ νὰ ἔχωμε κέρδος ἀπὸ τὰ χρήματά μας 6% ; 6,25% ; 7,50% ;

Σημ. Εἰς 100 δρ. θὰ ἔχωμε κέρδος 6, εἰς πόσες δραχμὲς θὰ ἔχωμε κέρδος 4,50 ;

(1) Ὁ διδάσκων πρέπει νὰ ἐξηγήσῃ εἰς τοὺς μαθητὰς, τί εἶναι οἱ ὁμολογίες, τί οἱ μετοχές, τί τοκομερίδιον καὶ τί μέρισμα.

4) Οι όμολογίες ενός άλλου δανείου του Κράτους έχουν αρχική αξία 500 δρ. και δίνουν τόκο 6%. Εάν από αυτές αγοράσωμε με 325 δρ. την καθεμία, πόσες δραχμές θα δώσωμε; Πόσο τόκο θα έχωμε το έτος; Και πόσο τα έκατό θα έχωμε κέρδος από τα χρήματά μας;

5) Ένας αγόρασε μετοχές με 800 δρ. την καθεμία και κάθε μετοχή έδωσε το έτος μέρισμα (κέρδος) 53,40 δραχ. Πόσο τα έκατό έκέρδισε από τα χρήματά του;

6) Ένας αγόρασε 500 μετοχές με 280 δρ. την καθεμία; ύστερα ύψώθη ή τιμή τους και τις έπώλησε 295 δρ. την καθεμία. Πόσες δραχμές έκέρδισε; Και πόσο τα έκατό είναι το κέρδος του;

7) Ένας αγόρασε μετοχές με 340 δρ. την καθεμία και μετά 4 μήνες τις έπώλησε με ζημία 12%. Πόσο τις έπώλησε;

ΥΦΑΙΡΕΣΗ

Α'. Ομάδα. 1) Ο κ. Γ. Βασιλείου έδανείσθη από τον Β Γεωργίου 3000 δραχ. την 10 Μαΐου του 1945 γά 8 μήνες με 12%/. Πόσο θα πληρώση μαζί με τον τόκο;

Σημ. Ο τόκος είναι 240 δραχμές, θα πληρώση 3240 δρ. Για περισσότερη ασφάλεια εκείνος που δανείζει χρήματα εις άλλον, παίρνει από εκείνον που δανείζεται απόδειξι γραμμένη επάνω εις χαρτίσημο, δι του χρεωσται τόσες δραχμές. Η απόδειξι αυτή λέγεται **γραμμάτιο** (ή συνάλλαγμα) και γράφουν στο γραμμάτιο τα έξης.

Γραμμάτιο δια δρ. 3240. Ληξις 10 'Ιαν. 1946

Μετά οκτώ μήνες από σήμερα ύπόσχομαι να πληρώσω στον κ. Β. Γεωργίου ή στην διαταγή του τρεις χιλιάδες διακόσες σαράντα δραχμές που μου έδάνεισε.

Έν 10 Μαΐου 1945

(ύπογραφή) Γ. Βασιλείου.

Οι έμποροι όταν δέν πληρώνουν άμέσως τα έμπορεύ-

ματα που αγοράζουν, δίνουν στον δανειστή τους τέτοια γραμμάτια (εις διαταγήν). Εκείνοι που έχουν τα γραμμάτια μπορούν να τα πουλήσουν εις άλλον προτιού να τελειώση ο χρόνος που αναφέρεται εις αυτά.

2) Ο κ. Σωτ. Βλάχος έδανείσθη την 8 Αυγούστου του 1944 από τον κ. Χρ. Καζάκο 8000 δραχ. για 6 μήνες με 10% . Να γίνη το γραμμάτιο εις ένα φύλλο χαρτί.

3) Ο κ. αγόρασε σήμερα από τον κ. έμπορεύματα αξίας 450000 δραχμών και θέλει να τις πληρώση ύστερα από 6 μήνες με 6% . Να γίνη το γραμμάτιο εις ένα φύλλο χαρτί.

4) Ένας αγόρασε έμπορεύματα αξίας 190000 δραχμών με την συμφωνία να τις πληρώση ύστερα από τρεις μήνες. Αν θέλη να τις πληρώση τώρα, θά του κάνουν έκπτωση 6% (θά του αφαιρέσουν τον τόκο των 190000 δρ. για 3μ. με 6%). Πόση έκπτωση θά του κάνουν ; Και πόσο θά πληρώση ;

5) Έμπορος έχει γραμμάτιο 30000 δραχμών, του οποίου η προθεμία λήγει μετά 4 μήνες, αλλά σήμερα του χρειάζονται χρήματα και αναγκάζεται να πουλήση το γραμμάτιο εις ένα τραπεζίτη με έκπτωση 6% . Πόσες δρ θά κρατήση ο τραπεζίτης ; Και πόσες θά πληρώση ;

Σημ. Ο τραπεζίτης που αγοράζει (προεξοφλεί) το γραμμάτιο θά κρατήση τον τόκο των 30000 δρ. εις 4μ. με 6% που είναι 600 δρ. και θά πληρώση 30000—600= 29400 δρ. Ο τόκος που κρατείται από το γραμμάτιο λέγεται **ύφξιση**. Το ποσό που πληρώνεται (29400 δρ.) λέγεται **παρούσα ή πραγματική** αξία του γραμματίου, και το ποσό που γράφεται στο γραμμάτιο (30000 δρ.) λέγεται **ονομαστική** αξία του γραμματίου.

6) Τραπεζίτης αγόρασε γραμμάτιο 6800 δραχ. με 6% και λήγει η προθεμία του μετά 5 μήνες. Πόσες δραχμές θά κρατήση ; Και πόσες θά πληρώση ;

7) Λογάριασε πόσες δραχμές θά κρατηθούν και πόσες θά πληρωθούν στα κατωτέρω γραμμάτια :

α) 28000 δρ. λήγει μετά 5 μ. με 6% , με 8% , με 12% .

β) 65000 δρ. λήγει μετά 1 έτος 3 μ. με 9% , με 10% .

γ) 240000 δρ. λήγει μετά 40 ημέρες με 10% , με 9% .

δ) 120000 δρ. λήγει μετά 1 μ. 20 ήμ. με 4%, με 5%, με 6½%.

Β'. Ομάδα. Ένας προεξώφλησε γραμμάτιο με 9% που λήγει μετά 3 μήνες, και κράτησε 90 δρ. τόκο Πόση ήτο ή όνομαστική του άξια, (ζητούμε τό κεφάλαιο).

2) Γραμμάτιο λήγει την 25 Μαΐου και προεξωφλήθη την 10 Μαρτίου (του ίδιου έτους) με 12% και έγινε ύφαιρεση (τόκος) 120 δραχ. Πόση ήτο ή όνομαστική του άξια :

3) Έμπορος προεξώφλησε γραμμάτιο 9000 δραχμών που λήγει μετά 40 ήμέρες, και κράτησε 60 δρ. τόκο. Με πόσο τά έκατό τό προεξώφλησε :

4) Τραπεζίτης προεξώφλησε γραμμάτιο 6000 δραχμών με 10% και κράτησε 200 δρ. τόκο. Πότε λήγει τό γραμμάτιο :

5) Ένας προεξώφλησε γραμμάτιο 28000 δραχ. με 9% και πλήρωσε 27370 δρ. Πότε λήγει τό γραμμάτιο :

Σημ. Ο τόκος είναι 28000—27370=630 δρ. και τό κεφάλαιο είναι ή όνομαστική άξια 28000.

6) Ένας προεξώφλησε γραμμάτιο με 9%, έπλήρωσε 6320 δρ. και κράτησε 80 δρ. Πότε λήγει τό γραμμάτιο :

Σημ. Κεφάλαιο θα πάρουμε την όνομαστική άξια 6320+80=6400

7) Ένας προεξώφλησε γραμμάτιο 20 ήμέρες πρό του να λήξη ή προθεσμία του, έπλήρωσε δρ. 2677,50 και κράτησε 22,50. Με πόσο τά έκατό τό προεξώφλησε :

8) Ένας προεξώφλησε γραμμάτιο 30000 δρ. με 6% την 25 Μαΐου του 1944 και κράτησε 250 δρ. Πότε λήγει τό γραμμάτιο :

9) Τραπεζίτης προεξώφλησε γραμμάτιο 3 μήνες πρό της λήξεώς του με 8% και πλήρωσε 3136 δρ. (πραγματική άξια). Πόση είναι ή όνομαστική του άξια :

Σημ. Υποθέτομε ότι ή όνομαστική του άξια είναι 100 δρ. Ο τόκος αυτών εις 3 μ. με 8% είναι 2 δραχμές· ό Τραπεζίτης λοιπόν θα κρατήση 2 δρ. και θα πληρώση 98 δρ. "Οστε

αν πληρώση 98 δρ. ή όνοσμ. είναι 100 δρ.

» 3136 » » » χ »

10) Τραπεζίτης προεξώφλησε γραμμάτιο 4 μήνες πρό της λήξεώς του με 9% και πλήρωσε 8340 δρ. Πόση είναι η όνομαστική του αξία :

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΡΙΣΜΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΕΙΣ ΜΕΡΗ ΑΝΑΛΟΓΑ

Α' Ομάδα 1) Νά μοιρασθούν 40 δραχμές εις δύο μέρη, τὰ ὅποια νὰ εἶναι ἀνάλογα με τοὺς ἀριθμοὺς 3 καὶ 5. Ποῖα εἶναι τὰ μέρη αὐτά :

Σημ. Δύο ἢ περ σσότεροι ἀριθμοὶ λέγονται ἀνάλογοι με ἄλλους ἀριθμοὺς (ἴσους τὸ πλῆθος), ἂν γίνωνται ἀπ' αὐτοὺς διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ με τὸν ἴδιο ἀριθμό.

Λύσις. Ἄν ἔχωμε νὰ μοιράσωμε $3+5=8$ δραχμές, τὸ ἕνα μέρος εἶναι 3 δρ. καὶ τὸ ἄλλο 5 δρ.

Ἄν ἔχωμε νὰ μοιράσωμε 1 δραχμή, τὸ ἕνα μέρος εἶναι

$$\frac{3}{8} \text{ δρ. καὶ τὸ ἄλλο } \frac{5}{8} \text{ δρ.}$$

καὶ ἂν ἔχωμε νὰ μοιράσωμε 40 δραχμές, τὸ ἕνα μέρος εἶναι $\frac{3 \times 40}{8} = 15$ καὶ τὸ ἄλλο $\frac{5 \times 40}{8} = 25$

Εἶναι $15+25=40$. Οἱ ἀριθμοὶ 15 καὶ 25 γίνωνται ἀπὸ τοὺς ἀριθμοὺς 3 καὶ 5, ὅταν πολλαπλασιασθοῦν με 5. Ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω ἐξαγόμενα μανθάνομε τὸν ἐξῆς κανόνα :

Γιὰ νὰ μερίσωμε ἀριθμὸν εἰς μέρη ἀνάλογα με ἄλλους ἀριθμοὺς, πολλαπλασιάζομε τὸν μεριστέον ἀριθμὸν με τὸν καθένα ἀπὸ τοὺς ἄλλους καὶ τὸ γινόμενο διαιροῦμε με τὸ ἄθροισμα αὐτῶν.

2) Νά μοιρασθοῦν :

- α') 600 δρ. εἰς μέρη ἀνάλογα με τοὺς ἀριθμοὺς 1 καὶ 3
- β') 2340 » » » » » » » 4 καὶ 5
- γ') 6240 δρ » » » » » » » 1,2 καὶ 5
- δ') 4500 δρ. » » » » » » » 1,3 καὶ 4

Β' Ομάδα 1) Δύο ἐργάτες ἐργάσθησαν εἰς ἕνα κτῆμα με τὸ αὐτὸ ἡμερομίσθιο καὶ πῆραν μαζὶ 3500 δραχ. Ὁ ἕνας ἐργάστη 2 ἡμέρες καὶ ὁ ἄλλος 3 ἡμ. Πόσες δραχμές θὰ πάρῃ ὁ καθένας :

2) Μιά μητέρα έμοίρασε 15 καρύδια στα δύο παιδιά της ανάλογα με την ηλικία τους. Το ένα είναι 12 έτων και το άλλο 8. Πόσα καρύδια έδωσε στο καθένα;

3) Ένα χωράφι έκανε σιτάρι 1350 όκάδες και θα το μοιράσουν ο πατέρας με τα δυο παιδιά του. ο πατέρας θα πάρη 4 μερίδια, το μεγαλύτερο παιδι θα πάρη 3 μερίδια και το μικρότερο 2 μερίδια. Πόσες όκάδες σιτάρι θα πάρη ο καθένας;

4) Ένας θέλει να μοιράση 70 όκάδες άλεύρι εις τρεις φτωχές οικογένειες ανάλογα με τα παιδιά που έχει ή καθεμία. Η μία οικογένεια έχει 6 παιδιά, ή άλλη 5 και ή άλλη 3. Πόσες όκάδες άλεύρι θα δώση στην καθεμία οικογένεια;

5) Τρεις εργάτες έσκαψαν ένα άμπέλι και πήραν μαζί 12000 δρ. Ο πρώτος ειργάσθη 3 ήμέρες, ο δεύτερος 5 και ο τρίτος 7 ήμέρες (με το ίδιο ήμερομισθιο. όλοι). Πόσες δραχμές θα πάρη ο καθένας;

Γ' Ομάδα. 1) Εις μία έκκλησία ήσαν 168 άνδρες και γυναίκες μαζί, οι άνδρες ήσαν τριπλάσιοι των γυναικών. Πόσοι ήσαν οι άνδρες και πόσες οι γυναίκες;

Σημ. Αν ήτο μία γυναίκα οι άνδρες ήσαν 3. Μοιράζομεν το 168 ανάλογα με τους αριθμούς 1 και 3.

2) Εις ένα πλοίο είναι 135 ταξιδιωτες, άνδρες, γυναίκες και παιδιά. Οι άνδρες είναι τριπλάσιοι των γυναικών και οι γυναίκες διπλάσιες των παιδιών. Πόσοι είναι οι άνδρες; Πόσες οι γυναίκες; Και πόσα τα παιδιά;

3) Να μερισθῆ ο αριθμός 620 εις μέρη ανάλογα με τους

αριθμούς $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ και 4.

Λύσις. Πρώτα πολλαπλασιάζομε τους αριθμούς

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ και 4 με το γινόμενο των παρονομαστών, ήτοι

με 6, για να κάνωμε τα κλάσματα άκεραίους προς εύκο-

λία μας. $\frac{1}{2} \times 6 = 3$, $\frac{2}{3} \times 6 = 4$, $4 \times 6 = 24$. Μεριζομε τώ-

ρα τον 620 εις μέρη ανάλογα με τους αριθμούς 3, 4 και 24.

4) Νά μερισθῆ ὁ ἀριθμὸς 185 εἰς μέρη ἀνάλογα μετὰ τοὺς ἀριθμοὺς 1, $\frac{1}{4}$ καὶ $\frac{3}{5}$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ.

Α'. Ομάδα. 1) Δύο ἔμποροι συνεφώνησαν νὰ κάνουν μαζί ἕνα ἐμπόριο, ὁ ἕνας ἔβαλε 20000 δραχ. καὶ ὁ ἄλλος 30000. Ἀπὸ τὸ ἐμπόριο αὐτὸ ἐκέρδισαν 16000 δραχ. καὶ θὰ τὶς μοιράσουν ἀνάλογα μετὰ τὰ κεφάλαια ποὺ ἔβαλαν. Πόσο κέρδος θὰ πάρῃ ὁ καθένας ;

2) Τρεῖς ἔμποροι συνεφώνησαν νὰ κάνουν μαζί ἕνα ἐμπόριο, ὁ πρῶτος ἔβαλε 200000 δραχμές, ὁ δεύτερος 150000 καὶ ὁ τρίτος 100000 δρ. Ἀπὸ τὸ ἐμπόριο αὐτὸ ἐκέρδισαν 70000 δρ. Πόσο κέρδος θὰ πάρῃ ὁ καθένας ;

3) Τρεῖς ἔμποροι ἔβαλαν μὲζὶ 600000 δρ. καὶ ἀγόρασαν λάδι, ὕστερα τὸ ἐπώλησαν καὶ κέρδισαν 90000 δρ. Ἀπὸ τὸ κέρδος αὐτὸ ὁ πρῶτος ἐπῆρε 24000 δραχμές, ὁ δεύτερος 30000 καὶ ὁ τρίτος τὶς ἄλλες. Πόσο κέρδος ἐπῆρε ὁ τρίτος ; Καὶ πόσες δραχμές ἔβαλε ὁ καθένας ;

4) Δύο ἔμποροι ἔβαλαν ἴσα χρήματα γιὰ νὰ κάνουν ἕνα ἐμπόριο, ἀπ' αὐτὸ ἐκέρδισαν 200000 δραχ. Ὁ ἕνας ἄφησε τὰ χρήματά του στὸ ἐμπόριο 2 ἔτη καὶ ὁ ἄλλος 1 ἔτος καὶ 4 μ. Πόσο κέρδος θὰ πάρῃ ὁ καθένας ;

Σημ. Τρέπομε πρῶτα τοὺς χρόνους εἰς μῆνες διὰ νὰ γίνωνται ἀπὸ τὴν ἴδ α μονάδα, ἦτοι 24 μ. καὶ 16 μ. ὕστερα μοιράζομε τὸ κέρδος ἀνάλογα μετὰ τοὺς χρόνους.

Β'. Ομάδα. 1) Δύο ἔμποροι συνεφώνησαν νὰ κάνουν μαζί ἕνα ἐμπόριο, ὁ πρῶτος ἔβαλε 60000 δραχ. καὶ ὁ δεύτερος 90000. Ἀπὸ τὸ ἐμπόριο αὐτὸ ἐκέρδισαν 30000 δραχμές, ἀπ' αὐτὲς θὰ πάρῃ ὁ πρῶτος 15% ἐπειδὴ ἦτο διευθυντὴς τοῦ ἐμπορίου, τίς δὲ ἄλλες θὰ μοιράσουν ἀνάλογα μετὰ τὰ κεφάλαια ποὺ ἔβαλαν. Πόσο κέρδος θὰ πάρῃ ὁ καθένας ;

2) Δύο ἔμποροι ἔκαναν μαζί ἕνα ἐμπόριο, ὁ πρῶτος ἔβαλε 180000 δραχ. γιὰ 5 μῆνες, ὁ δεύτερος 120000 δρ. γιὰ 4 μῆνες, ἀπὸ τὸ ἐμπόριο αὐτὸ ἐκέρδισαν 46000 δρ. Πόσο κέρδος θὰ πάρῃ ὁ καθένας ;

Σημ. Όταν τὰ κεφάλαια καὶ οἱ χρόνοι διαφέρουν μοιράζομε τὸ κέρδος ἀνάλογα μὲ τὰ γινόμενα, πού εὐρίσκομε, ὅταν πολλαπλασιάσωμε τὸ κεφάλαιο τοῦ καθενὸς μὲ τὸν χρόνο του.

3) Ἐμπορὸς ἄρχισε ἓνα ἐμπόριο μὲ 40000 δραχμές, ὕστερα ἀπὸ 2 μῆνες ἐπῆρε συνέταιρο μὲ 60000 δρ. καὶ ὕστερα ἀπὸ ἓνα ἔτος ἀπὸ τότε πού ἄρχισε τὸ ἐμπόριο ἐλογαριάσθησαν καὶ εὗρον ὅτι ἐκέρδισαν 32400 δρ. Πόσο κέρδος θὰ πάρῃ ὁ καθένας ;

Σημ. Τοῦ πρώτου τὰ χρήματα ἔμειναν στὸ ἐμπόριο 12 μῆνες καὶ τοῦ δευτέρου 10 μῆνες.

4) Δύο ποιμένες ἐνοικίασαν μαζί ἓνα λιβάδι μὲ 26000 δραχμές· ὁ ἓνας ἔβαλε εἰς τὸ λιβάδι 400 πρόβατα καὶ βόσκησαν 3 μῆνες, ὁ ἄλλος ἔβαλε 500 πρόβατα καὶ βόσκησαν 4 μῆνες. Πόσες δραχμές πρέπει νὰ πληρώσῃ ὁ καθένας ;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΝΑΜΙΞΕΩΣ

A' Ομάδα. 1) Ἐνας ἀγόρασε 6 ὀκάδες λάδι μὲ 250 δραχμές τὴν ὀκά καὶ 4 ὀκ. ἄλλο λάδι μὲ 280 δρ τὴν ὀκά. Ἐπειτα ἀνακάτεψε αἱ τὰ δύο εἶδη καὶ θέλει νὰ μάθῃ πόσο ἀξίζει ἡ ὀκά τοῦ μίγματος.

Σημ. Οἱ 6 ὀκ. μὲ 250 δρ. ἀξίζουν 1500 δρ.

οἱ 4 ὀκ. μὲ 280 δρ. ἀξίζουν 1120 δρ.

οἱ 10 ὀκ. τοῦ μίγματος ἀξίζουν 2620 δρ.

ἢ 1 ὀκ. τοῦ μίγματος ἀξίζει $2620 : 10 = 262$ δρ.

2) Πόσο ἀξίζει ἡ ὀκά τοῦ μίγματος πού γίνεται

α') Ἀπὸ 300 ὀκ. λάδι τῶν 240 δρ. ἢ ὀκά καὶ ἀπὸ 700 ὀκ. λάδι τῶν 300 δρ. ἢ ὀκά ;

β') Ἀπὸ 500 ὀκ. οἴνου τῶν 60 δραχ. ἢ ὀκά καὶ ἀπὸ 300 ὀκ. τῶν 50 δρ. ἢ ὀκά ;

γ') Ἀπὸ 80 ὀκ. βούτυρο τῶν 800 δρ. ἢ ὀκά καὶ ἀπὸ 20 ὀκ. λίπος τῶν 400 δρ. ἢ ὀκά ;

B' Ομάδα. 1) Ἐνας ἀνακάτεψε 500 ὀκάδες κριθάρι, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκά ἀξίζει 52 δρ. μὲ 300 ὀκ. καλαμπόκι, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκά ἀξίζει 60 δρ. Πόσο ἀξίζει ἡ ὀκά τοῦ

μίγματος ; Καί πόσο νά πουλήση τήν όκᾶ, γιά νά κερδίση ἀπό ὅλο τὸ μίγμα 4800 δραχμές ;

2) Παντοπώλης ἀνακάτεψε 200 όκ. λάδι, τοῦ ὁποίου ἡ όκᾶ κοστίζει 160 δραχ. μέ 200 όκ. ἄλλο λάδι, τοῦ ὁποίου ἡ όκᾶ κοστίζει 140 δραχ. Πόσο κοστίζει ἡ όκᾶ τοῦ μίγματος ; Πόσο νά πουλήση τήν όκᾶ, γιά νά κερδίση ἀπό ὅλο τὸ μίγμα 7500 δραχμές ; Καί πόσο γιά νά κερδίση 15 % ;

3) Παντοπώλης ἀγόρασε βούτυρο 40 όκ. μέ 750 δρ. τήν όκᾶ καί 10 όκ. χοιρινό λίπος μέ 400 δρ. τήν όκᾶ, ὕστερα τὰ ἔλυωσε μαζί καί πώλησε τήν όκᾶ μέ 740 δρ. Πόσο κοστίζει ἡ όκᾶ τοῦ μίγματος ; Πόσο κέρδισε ἀπό κάθε όκᾶ ; Καί πόσο τὰ ἑκατὸ εἶναι τὸ κέρδος του ;

4) Γα ακτοπώλης ἀγόρασε 35 όκ. γάλα μέ 80 δρ. τήν όκᾶ, ὕστερα ἔρριψε στὸ γάλα 5 όκ. νερό καί τὸ πούλησε μέ 120 δρ. τήν όκᾶ. Πόσο τὰ ἑκατὸ κέρδισε ;

Γ'. Ομάδα. 1) Γεωργός ἔχει σιτάρι δύο εἰδῶν, τῶν 80 δραχμῶν ἡ όκᾶ καί τῶν 70 δραχμῶν. Πόσες οκάδες νά πάρη ἀπὸ τὸ καθένα εἶδος, διὰ νά κάνη μίγμα 500 οκάδες, τὸ ὁποῖο νά πουλήση μέ 74 δρ. τήν όκᾶ καί νά πάρη ὅσες δραχμές θά ἔπαιρνε, ἂν ἐπώλει τὸ καθένα χωριστὰ μέ τήν τιμὴν του ;

Σημ. α' 80 δρ. 4 (διαφορὰ τοῦ 70 καί 74)
500 όκ. 74 δρ.

β' 70 δρ. 6 (διαφορὰ τοῦ 80 καί 74)

Μερίζομα τίς 500 όκ. ἀνάλογα μέ τίς διαφορὰς 4 καί 6.

2) Παντοπώλης ἔχει λάδι δύο εἰδῶν, τῶν 260 δρ. ἡ όκᾶ καί τῶν 240 δρ. ἡ όκᾶ. Πόσες οκάδες νά πάρη ἀπὸ τὸ καθένα εἶδος, γιά νά κάνη μίγμα 40 οκάδες, τὸ ὁποῖο νά πουλήση μέ 255 δρ. τήν όκᾶ καί νά πάρη ὅσες καί πρὶν δραχμές ; Καί πόσες οκάδες νά πάρη, γιά νά πουλήση τήν όκᾶ τοῦ μίγματος μέ 252 δραχμές ;

3) Ἐνας πωλεῖ οἶνον μέ 50 δρ. τήν όκᾶ. Πόσον οἶνον καί πόσο νερό νά ἀνακατέψῃ γιά νά κάνη μίγμα 400 οκάδες, τὸ ὁποῖο νά πωλῆ μέ 45 δρ. τήν όκᾶ καί νά πάρη ὅσες δραχμές θά ἔπαιρνε ἀπὸ τὸν οἶνον χωριστὰ ;

Δ'. Ομάδα. 1) Ἐχομε 30 όκ. οἰνόπνευμα τῶν 80 βαθμῶν. Πόσες οκάδες καθαρὸ οἰνόπνευμα περιέχει ;

Σημ. Όταν λέγουμε, ότι το οινόπνευμα είναι 80 βαθμών, έννοούμε ότι μόνον τὰ $\frac{80}{100}$ ή 0,80 αὐτοῦ εἶναι καθαρό οινόπνευμα, τὰ δὲ ἄλλα $\frac{20}{100}$ ή 0,20 εἶναι νερό.

2) Εἰς 160 δράμια οινόπνευμα τῶν 90 βαθμῶν ἐρρίψαμε νερό 20 δράμια. Πόσων βαθμῶν εἶναι τώρα τὸ μίγμα;

3) Ἐνας ἀνακάτεψε 4 ὄκ. οινόπνευμα τῶν 90 βαθμῶν με 6 ὄκ. οινόπνευμα τῶν 75 βαθμῶν. Πόσων βαθμῶν εἶναι τὸ μίγμα;

4) Ἐχομε οινόπνευμα τῶν 90 και 70 βαθμῶν. Πέσες ὀκάδες νὰ πάρωμεν ἀπὸ τὸ καθένα εἶδος, γιὰ νὰ κάνωμε μίγμα 80 ὄκ. και νὰ εἶναι 85 βαθμῶν; 80 βαθμῶν;

Ε'. Ομάδα. Κράματα μετάλλων. 1) Ἐνα κόσμημα ἀπὸ ἄργυρο και χαλκὸ ἔχει βάρος 80 δράμια και ὁ τίτλος του (ή βαθμὸς καθαρότητος) εἶναι 0,875. Πόσο εἶναι τὸ βάρος τοῦ περιεχομένου ἀργύρου;

Σημ. $0,875 \times 80 =$;

2) Πόσο ἄργυρο και πόσο χαλκὸ περιέχει ἓνα κόσμημα ποῦ ἔχει βάρος 60 δράμια και τίτλο 0,00;

3) Μία ἀλυσσίδα ὠρολογίου ἀπὸ χρυσὸ και χαλκὸ ἔχει βάρος 60 γραμμάρια και τίτλο 16 καράτια. Πόσο χρυσὸ καθ' ἑρὸ και πόσο χαλκὸ ἔχει;

Σημ. Ὁ καθαρὸς χρυσὸς εἰς τὰ κοσμήματα ἔχει τίτλο 24 καράτια. Εἰς τὰ 60 γραμ. ὑπάρχει χρυσὸς καθαρὸς $60 \times \frac{16}{24} =$;

4) Ἐνα κόσμημα ἀπὸ χαλκὸ και χρυσὸ ἔχει βάρος 80 γραμ. και τίτλο 18 καράτια. Πόσο χρυσὸ και πόσο χαλκὸ ἔχει;

5) Ἐνας χρυσοχόος ἔκανε δίσκο με 300 δράμια ἄργυρο, τοῦ ὁποῖου ὁ τίτλος εἶναι 0,920 και με 100 δράμια ἄργυρο, τοῦ ὁποῖου ὁ τίτλος εἶναι 0,800. Πόσος εἶναι ὁ τίτλος τοῦ κράματος;

6) Ἐνας χρυσοχόος ἔκανε βραχιόλι με 60 γραμμάρια χρυσὸ καθαρὸ και με 20 γραμ. χαλκὸ. Πόσος εἶναι ὁ τίτλος τοῦ κράματος;

7) Ένας χρυσοχόος έχει δύο κομμάτια χρυσό, τὸ ἓνα ἔχει τίτλο 0,900 καὶ τὸ ἄλλο 0,820. Πόσο νὰ πάρη ἀπὸ τὸ καθένα γιὰ νὰ κἀνῃ κράμα 32 δράμια καὶ νὰ ἔχη τίτλο 0,850;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ

1) Ἡ Μαίρη ἀγόρασε τρία βιβλία, γιὰ τὸ ἓνα ἔδωσε 35 δραχμές, διὰ τὸ ἄλλο 40 καὶ διὰ τὸ ἄλλο 60. Ἐὰν μὲ τὰ χρήματα ποὺ ἔδωσε, ἀγόραζε καὶ τὰ τρία βιβλία μὲ τὴν αὐτὴ τιμὴ, πόση θὰ ἦτο ἡ ἀξία τοῦ καθενός;

Σημ. Ἐδωσε $35+40+60=135$ δρ. Ἄν τὰ ἀγόραζε μὲ τὴν αὐτὴ τιμὴ, ἡ ἀξία τοῦ καθενός θὰ ἦτο $135:3=45$ δρ. Ἡ ἀξία 45 δρ. λέγεται **μέσος ὄρος** (ἢ **μέση τιμὴ**) τῶν ἀριθμῶν 35, 40 καὶ 60.

2) Μία οἰκογένεια ἐξώδεψε τὸν ἓνα μῆνα 28400 δραχμές, τὸν ἄλλο μῆνα 32000 καὶ τὸν ἄλλο 27500. Πόσο ἐρχονται κατὰ μῆνα τὰ ἐξοδά της;

3) Ένας ἐργάτης ἐργάστηκε τὴν πρώτη ἡμέρα μὲ ἡμερομίσθιο 400 δραχμές, τὴν δεύτερη ἡμέρα μὲ 470 καὶ τὴν τρίτη μὲ 480 δρ. Πόσο εἶναι κατὰ μέσον ὄρον τὸ ἡμερομίσθιό του;

4. Μία ὑπηρετρία ἐπῆρε τὸν πρῶτο χρόνο γιὰ μισθοῦς της 8160 δρ. πχ., τὸ δεύτερο χρόνο ἐπῆρε 9640 δρ. Πόσο ἔπαιρνε κατὰ μέσον ὄρον μισθὸν τὸν μῆνα;

5) Ένας οἰκογενειάρχης ἐπλήρωσε τὸν πρῶτο χρόνο ἐνοίκιο 19200 δραχμές, τὸ δεύτερο χρόνο 20000, τὸν τρίτο χρόνο 24800 καὶ τὸ τέταρτο χρόνο 26000. Πόσο ἐνοίκιο ἐπλήρωσε κατὰ μέσον ὄρον τὸ χρόνο;

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Κύλινδρος και κύκλος.

Α.

- 1) Πάρε τόν κύλινδρο (1) και δείξε ὅλη τὴν ἐπιφάνειά του.
- 2) Δείξε τὴν κυρτὴ ἐπιφάνειά του. Δείξε τὶς ἐπίπεδες ἐπιφάνειές του.
- 3) Τί λέγομε **βάση** στὸν κύλινδρο; Καὶ τί **ὑψος**;
- 4) Τί σχέσι ἔχουν οἱ βάσεις τοῦ κυλίνδρου μεταξύ τους;
- 5) Γράψε στὸν πίνακα ἓνα κύλινδρο καὶ δείξε τὶς δύο βάσεις του καὶ τὸ ὑψος του.
- 6) Τί σχῆμα ἔχουν οἱ βάσεις τοῦ κυλίνδρου;
- 7) Γράψε στὸν πίνακα μὲ τὸν διαβήτη (κουμπάσο) ἓνα κύκλο καὶ δείξε τὴν περιφέρειά του καὶ τὸ κέντρο του.
- 8) Γράψε στὸν κύκλο αὐτὸ δύο ἀκτίνες καὶ δύο διαμέτρους.
- 9) Τί σχέσι ἔχουν οἱ ἀκτίνες τοῦ κύκλου μεταξύ τους; Καὶ τί σχέσι ἔχουν οἱ διαμέτρους;
- 10) Τί σχέσι ἔχει ἡ διάμετρος μὲ τὴν ἀκτίνα τοῦ κύκλου;
- 11) Ποία εὐθεῖα χωρίζει τὸν κύκλο καὶ τὴν περιφέρειά του εἰς δύο ἴσα μέρη;
- 12) Γράψε στὸν πίνακα μία εὐθεῖα μὲ τὸν κανόνα ἴση μὲ 30 πό τους. Ἐπειτα γράψε κύκλο, ὃ ὅποιος νὰ ἔχη διάμετρο τὴν εὐθεῖα αὐτή.
- 13) Τί λέγομε τόξο; Καὶ τί χορδὴ αὐτοῦ;

(1) Τὸ σχολεῖο π. ἐπεὶ νὰ ἔχη κύλινδρο, κῶνα, σφαῖρα, διαβήτη καὶ μέτρο (γαλικό).

14) Γράψε στον πίνακα ένα κύκλο με σπάγγο. Έπειτα χάρισε ένα τόξο και να γράψης την χορδή του.

15) Πώς λέγεται το μέρος αυτό του κύκλου που περικλείεται από το τόξο και από την χορδή του ;

16) Στον αυτό κύκλο να χωρίσης ένα άλλο τόξο και να φέρης στα άκρα του ακτίνες. Πώς λέγεται το μέρος αυτό του κύκλου που περικλείεται από το τόξο και από τις δύο ακτίνες ;

B.

1) Τι σχέση έχει η περιφέρεια κύκλου με την διάμετρό του ;

Σημ. Η περιφέρεια είναι 3,14 φορές (περίπου) μεγαλύτερη από την διάμετρο.

2) Ένα άλωνι έχει διάμετρο 8 μέτρα. Πόση είναι η περιφέρειά του ;

Σημ. Για να εύρωμε την περιφέρεια κύκλου πολλαπλασιάζομε την διάμετρο με τον δεκαδικό αριθμό 3,14. Και το αντίστροφο, για να εύρωμε την διάμετρο διαιρούμε την περιφέρεια με τον αριθμό 3,14.

3) Πόση είναι η περιφέρεια κύκλου, του οποίου η διάμετρος είναι 5 μέτρα ; 4 μέτρα ; 2,40 του μέτρου ;

4) Ένα τραπεζομάντηλο κυκλικό έχει διάμετρο 0,50 του μέτρου. Πόσα μέτρα δαντέλλα θέλομε, για να βάλωμε εις όλο το γύρω του ; Και πόσο θα κοστίση με δρ. 78,50 το μέτρο ;

5) Πόση είναι η περιφέρεια κύκλου, του οποίου η ακτίνα είναι 2 μέτρα ; 3 μέτρα ; 3,50 μέτρα ;

6) Ένα άλωνι έχει περιφέρεια 25,12 μέτρα. Πόση είναι η διάμετρός του ; Και πόση η ακτίνα του !

7) Πόση η διάμετρος και πόση η ακτίνα κύκλου, του οποίου η περιφέρεια είναι 26 μέτρα ; 1,57 μέτρα.

8) Κήπος κυκλικός έχει ακτίνα 4 μέτρα, εις τον γύρω του είναι φυτευμένα μαρούλια και απέχει το ένα από το άλλο 0,16 του μέτρου. Πόσα μαρούλια είναι ;

9) Οι τροχοί (ρόδες) ενός αυτοκινήτου έχουν διάμετρο

0,90 τοῦ μέτρου. Πόσα μέτρα θὰ τρέξῃ τὸ αὐτοκίνητο
διὰν οἱ τροχοὶ τοῦ κάνουν 400 στροφές ; 2000 στροφές ;

Σημ. Ὄταν οἱ τροχοὶ τοῦ κάνουν μία περιστροφή, τὸ
αὐτοκίνητο θὰ τρέξῃ ὅση εἶναι ἡ περιφέρειά του.

10) Πόσες στροφές θὰ κάνουν οἱ τροχοὶ τοῦ ἰδίου αὐ-
τοκινήτου, διὰν τρέξῃ 1413 μέτρα ; 5652 μέτρα ;

11) Ὄταν ἡ περιφέρεια κύκλου εἶναι 54 μέτρα, πόσα
μέτρα εἶναι τόξο 20 μοιρῶν ;

Σημ. Ἡ μία μοίρα εἶναι $54 : 360 = 0,15$ μ. καὶ οἱ 20
μοῖρες εἶναι $0,15 \times 20 =$. μ.

12) Ὄταν ἡ περιφέρεια κύκλου εἶναι 9 μέτρα, 12,60
μέτρα, πόσα μέτρα εἶναι τόξο 34 μοιρῶν ; 150 μοιρῶν ;

Γ.

1) Ἐνα ἄλῳν ἔχει ἀκτίνα 4 μέτρα. Πόσα τετραγωνικά
μέτρα εἶναι τὸ ἔμβασό του ;

Σημ. Γιὰ νὰ εὑρῶμε τὸ ἔμβασό κύκλου, πολλαπλα-
σιάσουμε τὴν ἀκτίνα τοῦ μὲ τὸν ἑαυτὸν τῆς καὶ τὸ γι-
νόμενο πολλαπλασιάσουμε πάλι μὲ τὸν δεκαδικὸ ἀριθ-

μὸ 3,14. Ἔτσι $4 \times 4 \times 3,14 = 16 \times 3,14 =$. τ. μ.

2) Ἐνας κύκλος ἔχει ἀκτίνα 0,6 τοῦ μέτρου. Πόσα τε-
τραγωνικά μέτρα εἶναι τὸ ἔμβασό του ; Πόσες τετραγω-
νικὲς παλάμες ; Καὶ πόσοι τετραγωνικοὶ δάκτυλοι ;

Σημ. Τὸ τετρ. μέτρο εἶναι ἴσο μὲ 100 τετρ. παλάμες
καὶ μία τετρ. παλάμη ἴση μὲ 100 τετρ. δακτύλους.

3) Πόσο εἶναι τὸ ἔμβασό κύκλου, τοῦ ὁποῖου ἡ ἀκτί-
να εἶναι 2 μέτρα ; 3 μέτρα ; 1,2 τοῦ μέτρου ;

4) Πόσο εἶναι τὸ ἔμβασό κύκλου, τοῦ ὁποῖου ἡ διάμε-
τρος εἶναι 2 μέτρα ; 5 μέτρα ; 1,4 τοῦ μέτρου ;

5) Πόσο εἶναι τὸ ἔμβασό κύκλου, τοῦ ὁποῖου ἡ περι-
φέρεια εἶναι 7,85 μ. ; 2,20 μ. ; 15,70 μ. ;

Σημ. Θὰ εὑρῶμε πρῶτα τὴν ἀκτίνα.

6) Ἐνα χωράφι ἔχει μῆκος 150 μέτρα καὶ πλάτος 80
μ. στὸ μέσο αὐτοῦ ὑπάρχει ἄλῳν, τοῦ ὁποῖου ἡ διάμε-
τρος εἶναι 12 μέτρα. Ζητοῦμε νὰ μάθωμε :

α) Πόσα στρέμματα εἶναι τὸ χωράφι.

β') Πόσο έμβαδό έχει τὸ ἄλῶνι. Καί

γ') Πόσο χωράφι μένει γιὰ καλλιέργεια.

7) Πόσο εἶναι τὸ έμβαδό κυκλικοῦ τομέως, τοῦ ὁποῖου ἡ ἀκτίνα εἶναι 0,80 τοῦ μ. καὶ τὸ τόξο του 1,50 τοῦ μ.

Σημ. Γιὰ νὰ εὔρωμε τὸ έμβαδὸν κυκλικοῦ τομέως, πολλαπλασιάζομε τὸ μῆκος τοῦ τόξου του μετὴν ἀκτίνα καὶ τὸ γινόμενο διαιροῦμε μετὸ 2.

8) Πόσο εἶναι τὸ έμβαδό κυκλικοῦ τομέως, τοῦ ὁποῖου

α') ἡ ἀκτίνα εἶναι 1,20 μ. καὶ τὸ τόξο 3,40 μ. ;

β') » » 2 μ. » » 4,50 μ. ;

Δ.

1) Μία στήλη κυλινδρική ἔχει ὕψος 2 μέτρα καὶ ἡ περιφέρεια τῆς βάσης εἶναι 1,45 τοῦ μέτρου. Πόσα τετραγ. μέτρα εἶναι τὸ έμβαδό τῆς κυρτῆς ἐπιφάνειας τῆς ;

Σημ. Γιὰ νὰ εὔρωμε τὸ έμβαδό τῆς κυρτῆς ἐπιφάνειας κυλίνδρου, πολλαπλασιάζομε τὴν περιφέρεια τῆς βάσης του μετὸ ὕψος, $1,45 \times 2 =$;

2) Πόσο εἶναι τὸ έμβαδό τῆς κυρτῆς ἐπιφάνειας κυλίνδρου, τοῦ ὁποῖου

α') ἡ περιφέρεια εἶναι 1,20 μ. καὶ τὸ ὕψος 2,50 μ. ;

β') ἡ περιφέρεια εἶναι 0,80 μ. καὶ τὸ ὕψος 1,20 μ. ;

γ') ἡ διάμετρος τῆς βάσης εἶναι 2,40 μ. καὶ τὸ ὕψος 0,90 μ. ;

3) Μία στήλη κυλινδρική ἔχει ὕψος 2 μέτρα καὶ ἡ ἀκτίνα τῆς βάσης εἶναι 0,3 τοῦ μέτρου. Πόσα κυβικά μέτρα εἶναι ὁ ὄγκος τῆς ;

Σημ. Γιὰ νὰ εὔρωμε τὸν ὄγκο τοῦ κυλίνδρου πολλαπλασιάζομε τὸ έμβαδό τῆς βάσης μετὸ ὕψος του.

Τὸ έμβαδό τῆς βάσης εἶναι $0,3 \times 0,3 \times 3,14 = 0,2826$ τ μ. Ὁ ὄγκος του εἶναι $0,2826 \times 2 =$; κ. μ.

4) Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος στήλης κυλινδρικής, τῆς ὁποίας

α') τὸ ὕψος εἶναι 2,50 μ. καὶ ἡ ἀκτίνα τῆς βάσης 0,4 ;

β') τὸ ὕψος εἶναι 3 μ. καὶ ἡ διάμετρος τῆς βάσης 1,20 ;

γ) τὸ ὕψος εἶναι 2,80 μ. καὶ ἡ περιφέρεια τῆς βάσης 2 μέτρα ;

5) Μία στήλη κυλινδρική ἀπὸ μάρμαρο ἔχει ὕψος 5 μέτρα καὶ ἡ διάμετρος τῆς βάσης εἶναι 1,20 μ. Πόσα κυβικά μέτρα εἶναι ὁ ὄγκος τῆς ; Πόσες κυβικές παλάμες ; Καὶ πόσα χιλιόγραμμα εἶναι τὸ βάρος τῆς, ἂν μία κυβική παλάμη μάρμαρο ἔχη βάρος 2,84 χιλιόγραμμα ; (1 κυβ. μέτρο=1000 κυβικές παλάμες).

6) Ἐνα πηγάδι κυλινδρικό ἔχει διάμετρο 0,80 μ. καὶ τὸ νερὸ ποῦ ἔχει, φθάνει εἰς ὕψος 8 μ. Πόσα κυβικά μέτρα ἔχει νερὸ ; Καὶ πόσες ὀκάδες εἶναι τὸ νερὸ ; (ἓνα κυβικό μέτρο νερὸ ἔχει βάρος 780 ὀκ.).

7) Πόσες ὀκάδες νερὸ χωρεῖ ἓνα πηγάδι κυλινδρικό ποῦ ἔχει

διάμετρο 0,90 μ. καὶ βάθος 10 μέτρα ;
» 1,20 μ. καὶ βάθος 15 μ. ;
» 1,80 μ. καὶ βάθος 16,4 μ. ;

Κῶνος καὶ κόλυρος κῶνος.

Α'.

1) Πάρε τὸν κῶνο καὶ δεῖξε ὅλη τὴν ἐπιφάνειά του. Δεῖξε τὴν κυρτὴ ἐπιφάνειά του καὶ τὴν ἐπίπεδο ἐπιφάνειά του.

Τί λέγομε **βάση** στὸν κῶνο ; Τί **ὕψος** ; Καὶ τί **πλευρά** αὐτοῦ ;

Σημ. Πλευρὰ λέγεται κάθε εὐθεῖα, ποῦ ἐνώνει τὴν κορυφή μὲ ἓνα σημεῖο τῆς περιφέρειας τῆς βάσης.

3) Γράψε στὸν πίνακα ἓνα κῶνο. Δεῖξε τὴν βάση του, τὴν κορυφή του, τὸ ὕψος του καὶ τὴν πλευρά του.

4) Ἡ πλευρὰ κῶνου εἶναι 4 μέτρα καὶ ἡ περιφέρεια τῆς βάσης του εἶναι 5 μέτρα. Πόσα τετραγωνικά μέτρα εἶναι τὸ ἐμβαδὸ τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας του ;

Σημ. Γιὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδὸ τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας τοῦ κῶνου, πολλαπλασιάζομε τὴν περιφέρεια τῆς βάσης του μὲ τὴν πλευρά του καὶ τὸ γινόμενο διαιροῦμε μὲ 2. Ἔτσι $\frac{5 \times 4}{2} =$;

5) Πόσο είναι το έμβαδό της κυρτής επιφανείας κώνου, του οποίου

α') ή πλευρά είναι 2,50 μ. και ή περιφέρεια της βάσης 6,40 μ. ;

β') ή πλευρά είναι 3 μ. και ή περιφέρεια της βάσης 9,80 μ. ;

γ') ή πλευρά είναι 4,50 μ. και ή περιφέρεια της βάσης 12 μ. ;

B'

1) Το ύψος κώνου είναι 4 μέτρα και το έμβαδό της βάσης του είναι 28,20 τετρ. μέτρα. Πόσος είναι ό όγκος του ;

Σημ. Για να εύρωμε τον όγκο του κώνου πολλαπλασιάζομε το έμβαδό της βάσης του με το ύψος του και το γινόμενο διακροϋμε με 3.

2) Πόσος είναι ό όγκος κώνου, του οποίου

α') το ύψος είναι 0,80 μ. και το έμβαδό της βάσης 3,20 μ. ;

β') το ύψος είναι 1,20 μ. και το έμβαδό της βάσης 4,60 μ. ;

γ') το ύψος είναι 2 μέτρα και ή διάμετρος της βάσης 12,80 μ. ;

3) Μία κωνική σκηνή έχει ύψος 5 μέτρα και ή ακτίνα της βάσης της είναι 4 μέτρα. Πόσο είναι το έμβαδό της βάσης της ; Και πόσο όγκο έχει ;

Γ'

1) Τι λέγομε κόλουρο κώνο (κολοβό κώνο);

2) Τι λέγομε βάσεις του κολούρου κώνου ; Και τί πλευρά αυτού ;

3) Γράψε στον πίνακα ένα κόλουρο κώνο. Δείξε τις βάσεις του και την πλευρά του ;

4) Η πλευρά κολούρου κώνου είναι 3 μέτρα και ή περιφέρειες των δύο βάσεων του είναι ή μία 4 μέτρα κα

ή άλλη δ μ. Πόσο είναι το έμβαδο της κυρτής επιφανείας του ;

Σημ. Για να εύρωμε το έμβαδο της κυρτής επιφανείας κολούρου κώνου, πολλαπλασιάζομε το άρθροισμα των δύο περιφερειών των βάσεων του με την πλευρά του και το γινόμενο διακίρομε με $2 \cdot \frac{9 \times 3}{2} = 27$ τ.μ.

Σ φ α ί ρ α

Α'

- 1) Δείξε στην σφαίρα όλη την επιφάνειά της.
- 2) Στη σφαίρα τί λέγομε κέντρο ; Τί λέγομε άκτίνα ; Καί τί λέγομε διάμετρο ;
- 3) Τί σχέση έχουν οί άκτίνες της σφαίρας μεταξύ τους ; Καί τί σχέση έχουν οί διάμετρος ;
- 4) Τί σχέση έχει ή διάμετρος με την άκτίνα της σφαίρας ;
- 5) Ποίτοι λέγονται μέγιστοι κύκλοι της σφαίρας ; Καί τί σχέση έχουν μεταξύ τους ;
- 6) Δείξε στην γεωγραφική σφαίρα τοδ σχολείου τον έξονά της και τους πόλους της.
- 7) Δείξε τον ίσημερινό της. Δείξε το βόρειο και νότιο ήμισφαίριό της.
- 8) Δείξε τους παραλλήλους κύκλους του ίσημερινού. Δείξε και ένα μεση-βρινό της σφαίρας.

Β'

1) Μία σφαίρα έχει διάμετρο 0,5 τοδ μέτρον. Πόσο είναι το έμβαδο της επιφανείας της ;

Σημ. Για να εύρωμε το έμβαδο της επιφανείας σφαίρας, πολλαπλασιάζομε την περιφέρεια μεγίστου κύκλου της με την διάμετρό της.

Η περιφέρεια μεγίστου κύκλου της είναι $0,5 \times 3,14 =$

1,57 τοῦ μέτρου καὶ τὸ ἔμβαδὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς εἶναι $1,57 \times 0,5 = 7,85$ τετρ. μέτρα.

2) Ἐνα τόπι ἔχει διάμετρο 0,2 τοῦ μέτρου. Πόση εἶναι ἡ περιφέρεια μεγίστου κύκλου του ; Καὶ πόσο τὸ ἔμβαδὸ τῆς ἐπιφανείας του ;

3) Ἡ περιφέρεια μεγίστου κύκλου τῆς Γῆ; (ὑποθέτομε αὐτὴ σφαιρική) εἶναι 40000 χιλιόμετρα. Πόση εἶναι ἡ διάμετρος τῆς ; Καὶ πόσο τὸ ἔμβαδὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς ;

4) Μία σφαῖρα ἔχει διάμετρο 2 μέτρα. Πόσα κυβικὰ μέτρα εἶναι ὁ ὄγκος τῆς ;

Σημ. Γιὰ νὰ εὔρωμε τὸν ὄγκο σφαίρας, πολλαπλασιάζομε τὸ ἔμβαδὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς μὲ τὴν ἀκτίνά τῆς καὶ τὸ γινόμενο διαιροῦμε μὲ 3.

Ἡ περιφέρεια μεγίστου κύκλου τῆς εἶναι $2 \times 3,14 = 6,28$ τοῦ μέτρου, τὸ ἔμβαδὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς εἶναι $6,28 \times 2 = 12,56$ τ. μ. καὶ ὁ ὄγκος τῆς $\frac{12,56 \times 1}{3} =$; κ. μ.

5) Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος σφαίρας, τῆς ὁποίας ἡ διάμετρος εἶναι 3 μέτρα ; 5 μέτρα ; 1,6 τοῦ μέτρου ; 0,8 τοῦ μέτρου ;

6) Μία σφαῖρα ἀπὸ σίδηρο ἔχει διάμετρο 0,2 τοῦ μέτρου. Πόσο εἶναι τὸ ἔμβαδὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς ; Πόσος ὁ ὄγκος τῆς ; Καὶ πόσο εἶναι τὸ βάρος τῆς, ἂν μία κυβικὴ παλάμη σίδηρο ἔχη βάρος 6 ὀκάδες ;

Τ Ε Λ Ο Σ



0020560674



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟΝ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ & ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

Ἐν Ἀθήναις τῇ 20 Ἀυγούστου 1934

Ἄριθ. { πρωτ. 51231, 51232
 { διεκλ.

Πρὸς

τὸν κ. ΠΑΠΑΝΙΚΗΤΟΠΟΥΛΟΝ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΝ Συγγραφέα

Ἀνακοινοῦμεν ὑμῖν ὅτι διὰ ταῦταριθμοῦ ἐπουρογιῆς ἀποφάσεως, στηριζομένης δὲ εἰς τὸ ἀρθρ. 4 τοῦ νόμου 5911 καὶ τὴν ἀπόφασιν τῆς οἰκείας κοιτικῆς ἐπιτροπῆς, τὴν περιλαμβανομένην εἰς τὴν ὑπ' ἀριθ. 1ην πράξιν αὐτῆς, ἐνεκρίθη ὡς διδακτικὸν βιβλίον πρὸς χοῆσιν τῶν μαθητῶν τῆς Ε' καὶ ΣΤ' τάξεως τῶν δημοτικῶν σχολείων τὸ ὑπὸ τὸν τίτλον «Ἀσκήσεις καὶ Προβλήματα» βιβλίον σας διὰ μίαν τετραετίαν ἀρχομένην ἀπὸ τῆς 15ης Σεπτεμβρίου 1934 ὑπὸ τὸν ὅρον νὰ συμμορφωθῆτε ἐτακοιβῶς πρὸς τὰς ὑποδείξεις τῆς ἀμοοδιᾶς κοιτικῆς ἐπιτροπῆς.

Ἐντολῇ τοῦ Ὑπουργοῦ

Ὁ Τμηματάρχης
Ν. ΣΜΥΡΝΗΣ

Ἀριθ. 48615) 720/34
ἠμερομηνία) 21-9-35
ΤΙΜΗ ΚΑΤΕΤΟΥ 12.60
ΔΕΔΕΜ. 15.60

Ἄρθρον 6ον τοῦ ἀπὸ 21ης Σεπτεμβρίου 1932 Π. Διατάγματος Περὶ τοῦ τρόπου τῆς διατιμῆσεως τῶν ἐγκεκριμένων διδακτικῶν βιβλίων.

Τὰ διδακτικὰ βιβλία τὰ πωλοῦμενα μαζράν τοῦ τόπου τῆς ἐκδόσεώς των ἐπιτρέπεται νὰ πωλῶνται ἐπὶ τιμῇ ἀνωτέρα κατὰ 15% τῆς ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ παρόντος διατάγματος κανονισθείσης ἀνεβιβλιοσήμου τιμῆς πρὸς ἀντιμετώπισιν τῆς δαπάνης συσκευῆς καὶ τῶν ταχυδρομικῶν τελῶν, ὑπὸ τὸν ὅρον ὅπως ἐπὶ τῆς τελευταίας σελίδος τοῦ ἐξωφύλλου ἐκτυποῦται τὸ παρὸν ἀρθρον.