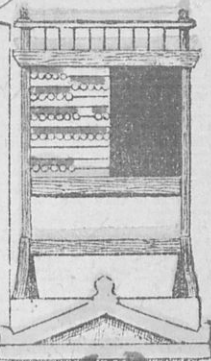


**002
ΚΛΣ
ΣΤ2Α
749**

5 69 ΠΑΒ



ΤΡΥΦΩΝΟΣ ΕΥΡΟΥ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΤΕΥΧΟΣ Β.

ΠΕΡΙΕΧΟΝ

τὴν ὅλην τοῦ προγράμματος
τῆς 5ης καὶ 6ης τάξεως
τῶν Δημ. Σχολείων.

23



ΕΚΔΟΣΙΣ ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΥ

Δ. ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥ
ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ



ΤΡΥΦΩΝΟΣ ΞΥΡΟΥ

Διευθυντοῦ τοῦ θου Δημοτικοῦ Σχολείου Ἀθηνῶν

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΥΣΑΙ

ΤΗΝ ΥΛΗΝ ΤΟΥ ΕΝ ΙΣΧΥΙ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

ΤΗΣ ΠΕΜΠΤΗΣ ΚΑΙ ΕΚΤΗΣ ΤΑΞΕΩΣ ΤΩΝ ΔΗΜ. ΣΧΟΛΕΙΩΝ



Κατεχωρίσθη ἐν τῇ βιβλίῳ διαθήκῃ

αἰ. β' κτλ. 602

ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ

ΕΚΔΟΣΙΣ ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΥ Δ. ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥ

56 - ΟΔΟΣ ΣΤΑΔΙΟΥ - 56

1916

002
ΕΛΣ
ΕΤ2Α
749

ΤΥΠΟΣ ΠΑΡΑΣΚΕΥΑ ΛΕΩΝΗ ΟΔΟΣ ΠΕΡΙΚΛΕΟΥΣ 16



ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΙ ΤΩΝ ΠΡΟΚΑΤΑΡΚΤΙΚΩΝ ΓΝΩΣΕΩΝ

1) Ἐὰν κόψωμεν ἓνα ἄρτον εἰς 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 μέρη πῶς ὀνομάζεται ἕκαστον τῶν μερῶν ;

2) Ἐὰν κόψωμεν ἓν μῆλον εἰς 9, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 80, 100, 200, 300, 800 μέρη πῶς ὀνομάζεται ἕκαστον τῶν μερῶν ;

3) Εἰς πόσα ἴσα μέρη πρέπει νὰ διαιρεθῇ ἡ ἀκεραία μονὰς διὰ νὰ προκύψωσιν αἱ κλασματικαὶ μονάδες $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{40}$, $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{60}$;

4) Τίς ἐκ τῶν κλασματικῶν μονάδων $\frac{1}{3}$ καὶ $\frac{1}{5}$ εἶνε μεγαλυτέρα ;

5) Τίς ἐκ τῶν κλασματικῶν μονάδων $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{40}$, $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{200}$ εἶνε μεγαλυτέρα ;

6) Τίς ἐκ τῶν κλασματικῶν μονάδων $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{30}$ εἶνε μικροτέρα ; Τίς ἐκ τῶν κλασματικῶν μονάδων $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ εἶνε μικροτέρα ;

7) Ἐὰν ἡ κλασματικὴ μονὰς $\frac{1}{10}$ ἐπαναληφθῇ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ποῖοι κλασματικοὶ ἀριθμοὶ θὰ προκύψωσι ;

8) Ἐκ τῆς ἐπαναλήψεως ποίας κλασματικῆς μονάδος προέκυψαν οἱ κλασματικοὶ ἀριθμοὶ $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{10}{12}$, $\frac{11}{12}$;

9) Ἐκ τῆς ἐπαναλήψεως τῆς κλασματικῆς μονάδος $\frac{1}{18}$ ποῖοι κλασματικοὶ ἀριθμοὶ δύνανται νὰ προκύψωσι ;

10) Νὰ εὐρεθῶσι τέσσαρες κλασματικοὶ ἀριθμοὶ προκύπτοντες ἐξ ἑκάστης τῶν κλασματικῶν μονάδων $\frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{18}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{40}, \frac{1}{50}, \frac{1}{65}, \frac{1}{72}, \frac{1}{80}, \frac{1}{90}, \frac{1}{100}$.

11) Ποῖοι ἐκ τῶν κλασματικῶν ἀριθμῶν $\frac{2}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{4}, \frac{5}{8}, \frac{6}{9}, \frac{7}{7}, \frac{8}{10}, \frac{3}{15}, \frac{9}{12}, \frac{6}{6}, \frac{8}{5}, \frac{1}{3}, \frac{12}{9}, \frac{15}{3}, \frac{20}{4}, \frac{10}{30}, \frac{50}{10}, \frac{60}{20}$ εἶνε ἴσοι μὲ τὴν ἀκεραίαν, ποῖοι εἶνε μεγαλύτεροι καὶ ποῖοι μικρότεροι ;

12) Πῶς λέγεται ὁ κλασματικὸς ἀριθμὸς, ὅστις εἶνε μικρότερος τῆς ἀκεραίας μονάδος ; πῶς λέγεται ὅταν εἶνε μεγαλύτερος ; Πῶς εἶνε οἱ ὅροι τοῦ γνησίου κλάσματος ; πῶς τοῦ καταχρηστικοῦ ;

13) Νὰ γραφῶσι 5 κλασματικοὶ ἀριθμοὶ ἴσοι μὲ τὴν ἀκεραίαν μονάδα, 5 μικρότεροι καὶ 5 μεγαλύτεροι τῆς ἀκεραίας μονάδος.

14) Νὰ τραπῶσιν οἱ ἀκέραιοι ἀριθμοὶ 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 20, 30 εἰς κλασματικοὺς ἀριθμοὺς ἔχοντας παρονομαστήν τὸ 5 καὶ οἱ ἀκέραιοι 4, 6, 8, 9, 10, 15, 20, 25, 30 εἰς κλάσματα ἔχοντα παρονομαστήν τὸ 8. Πῶς λέγονται τὰ κλάσματα ταῦτα ; διατί λέγονται καταχρηστικά ;

Πῶς τρέπεται ἀκέραιος ἀριθμὸς εἰς ἰσοδύναμον κλασματικὸν τοῦ ὁποίου ὁ παρονομαστής εἶνε δεδομένος ;

15) Νὰ τραπῇ ὁ μικτὸς 5 $\frac{3}{4}$ εἰς κλάσμα. Λύσις ἢ ἀκεραία μονὰς ἔχει $\frac{4}{4}$, αἱ δύο ἔχουν 2 φορές τὸ $\frac{4}{4} = \frac{8}{4}$ καὶ αἱ πέντε ἀκέραιοι μονάδες ἔχουν $\frac{4}{4} \times 5 = \frac{20}{4} + \frac{3}{4} = \frac{23}{4}$.

16) Μὲ πόσα ἑνᾶτα ἰσοδυναμοῦσιν οἱ μικτοὶ $5\frac{2}{9}$, $3\frac{5}{9}$, $4\frac{7}{9}$, $6\frac{3}{9}$, $7\frac{4}{9}$, $8\frac{5}{9}$, $2\frac{6}{9}$;

17) Μὲ ποίους κλασματικοὺς ἀριθμοὺς ἰσοδυναμοῦσιν οἱ μικτοὶ $4\frac{2}{5}$, $6\frac{3}{8}$, $7\frac{4}{9}$, $8\frac{3}{4}$, $2\frac{3}{6}$, $5\frac{4}{7}$, $6\frac{7}{10}$;

Πῶς τρέπονται οἱ μικτοὶ εἰς κλασματικοὺς ἀριθμοὺς ;

18) Ἀπὸ τὸ καταχρηστικὸν κλάσμα $\frac{23}{6}$ νὰ ἐξαχθῶσιν αἱ ἀκέραιαι μονάδες.

Λύσις.—Γνωρίζομεν ὅτι $\frac{6}{6} = 1$ ἀκεραίαν, ἐὰν τὸ ἀφαιρέσωμεν ἀπὸ τὸ $\frac{23}{6}$ θὰ μᾶς μείνωσι $\frac{17}{6}$, ἐὰν ἀφαιρέσωμεν ἄλλην 1 ἀκερσίαν μονάδα $= \frac{6}{6}$ θὰ μᾶς μείνουν $\frac{11}{6}$ καὶ ἂν ἀφαιρέσωμεν ἄλλην 1 ἀκερσίαν μονάδα θὰ μᾶς μείνουν $\frac{5}{6}$, ἅτινα δὲν περιέχουσιν ἄλλην ἀκερσίαν μονάδα, ἔχομεν λοιπὸν ἐξαγάγει τόσας ἀκεραίαις μονάδας, ὅσας φορὰς χωρεῖ τὸ 6 εἰς τὸ $23 = 3$ ἀκεραίαις μονάδας.

19) Μὲ ποίους ἀκεραίους ἰσοδυναμοῦν τὰ καταχρηστικὰ κλάσματα $\frac{12}{3}$, $\frac{15}{5}$, $\frac{20}{4}$, $\frac{8}{2}$, $\frac{9}{3}$, $\frac{40}{8}$, $\frac{30}{6}$, $\frac{45}{9}$, $\frac{50}{10}$;

20) Μὲ ποίους μικτοὺς ἰσοδυναμοῦσι τὰ καταχρηστικὰ κλάσματα $\frac{9}{5}$, $\frac{13}{4}$, $\frac{19}{6}$, $\frac{23}{6}$, $\frac{32}{5}$, $\frac{13}{2}$, $\frac{14}{3}$, $\frac{25}{8}$, $\frac{37}{9}$, $\frac{43}{10}$, $\frac{58}{7}$;

Πῶς ἐξάγονται αἱ ἀκέραιαι μονάδες ἀπὸ τὰ καταχρηστικὰ κλάσματα ;

Πότε τὸ καταχρηστικὸν κλάσμα γίνεται ἀκέραιος ; πότε μικτός ;

21) Τὸ κλάσμα $\frac{6}{24}$ νὰ γίνῃ δις καὶ τρίς μεγαλύτερον.

Λύσις. Ὁ ἀριθμητὴς φανερώνει πόσας κλασματικὰς μονάδας λαμβάνομεν ἐκ τῆς ἀκεραίας, ὁ δὲ παρονομαστὴς εἰς πόσας κλασματικὰς ἔχει διαιρεθῇ ἡ ἀκεραία· ἔθεν διὰ νὰ γίνῃ τὸ κλάσμα $\frac{6}{24}$ δίς, τρίς, τετράκις μεγαλύτερα πρέπει νὰ λάβωμεν 2, 3, 4 φορές περισσότερον τὸ 6 ἢ ἔταν ἕκαστον κομμάτι (ἐκάστη κλασματικὴ μονάς), ἔπερ λαμβάνομεν, γίνῃ 2, 3, 4 κλπ. φορές μεγαλύτερον, τὸ ὅποιον θὰ συμβῇ ἔταν ἡ ἀκεραία κοπῇ εἰς 2, 3, 4 ὀλιγώτερα κομμάτια.

$$22) \text{ Ἐπομένως } \frac{6 \times 2}{24} = \frac{12}{24} \quad \frac{6 \times 3}{24} = \frac{18}{24} \quad \frac{6 \times 4}{24} = \frac{24}{24}$$

$$\eta \quad \frac{6}{24:2} = \frac{6}{12} \quad \frac{6}{24:3} = \frac{6}{8} \quad \frac{6}{24:4} = \frac{6}{6}$$

22) Τὰ κλάσματα $\frac{3}{36}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{8}{24}$, $\frac{10}{48}$ νὰ γίνουν 2, 3, 4, 6 καὶ 12 φορές μεγαλύτερα καὶ κατὰ τοὺς δύο τρόπους.

$$23) \text{ Τὸ κλάσμα } \frac{12}{15} \text{ νὰ γίνῃ 2, 3, 4, 6 φορές μικρότερον.}$$

Λύσις. Διὰ νὰ γίνῃ 2, 3, 4, 6 φορές μικρότερον πρέπει νὰ λάβωμεν 2, 3, 4, 6 φορές ὀλιγώτερας κλασματικὰς μονάδας, ἔπερ θὰ συμβῇ, ἔταν διαιρέσωμεν τὸν ὅρον τοῦ κλάσματος (τὸν ἀριθμητήν), ὁ ὅποιος φανερώνει πόσας κλασματικὰς μονάδας θὰ λάβωμεν, διὰ 2, 3, 4, 6 ἢ ἔταν τὰ κομμάτια (κλασματικαὶ μονάδες) τὰ ὅποια λαμβάνομεν, γίνουν 2, 3, 4, 6 φορές μικρότερα, τὸ ὅποιον συμβαίνει, ἔταν τὴν ἀκεραίαν κόψωμεν εἰς 2, 3, 4, 6 φορές περισσότερα κομμάτια, ἔταν πολλαπλασιάσωμεν δηλ. τὸν ὅρον τοῦ κλάσματος (τὸν παρονομαστήν) ὁ ὅποιος φανερώνει εἰς πόσας κλασματικὰς μονάδας κόπτομεν τὴν ἀκεραίαν ἐπὶ 2, 3, 4, 6,

$$\alpha\pi\alpha \quad \frac{12:2}{15} = \frac{6}{15} \quad \frac{12:3}{15} = \frac{4}{15} \quad \frac{12:4}{15} = \frac{3}{15} \quad \frac{12:6}{15} = \frac{2}{15}$$

$$\eta \quad \frac{12}{15 \times 2} = \frac{12}{30} \quad \frac{12}{15 \times 3} = \frac{12}{45} \quad \frac{12}{15 \times 4} = \frac{12}{60} \quad \frac{12}{15 \times 6} = \frac{12}{90}$$

24) Τὸ κλάσμα $\frac{10}{20}$ νὰ γίνῃ 2, 5, 10 φορές μικρότερον. Τὸ κλάσμα $\frac{18}{20}$ νὰ γίνῃ 2, 3, 6 καὶ 9 φορές μικρότερον καὶ κατὰ τοὺς δύο τρόπους.

25) Ποῖα κλάσματα εἶνε τριπλάσια τῶν $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{6}{18}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{8}{21}$.

26) Ποῖα κλάσματα εἶνε 2 φορές μικρότερα τῶν $\frac{6}{8}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{10}{20}$;

27) Νὰ εὐρεθῇ κλάσμα ἰσοδύναμον πρὸς τὸ $\frac{2}{3}$;

Λύσις. Ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὸν ἀριθμητὴν ἐπὶ 3 τὸ προκύπτον κλάσμα $\frac{2 \times 3}{3} = \frac{6}{3}$ εἶνε τρεῖς μεγαλύτεροι τοῦ $\frac{2}{3}$. Ἐὰν δὲ πολλαπλασιάσωμεν τὸν παρονομαστήν τοῦ κλάσματος $\frac{6}{3}$ ἐπὶ 3 τὸ προκύπτον κλάσμα $\frac{6}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$ εἶνε τρεῖς μικρότερον τοῦ $\frac{6}{3}$ ἐπομένως τὸ κλάσμα $\frac{6}{9}$ ἔχει τὴν αὐτὴν ἀξίαν μὲ τὸ κλάσμα $\frac{2}{3}$ ἥτοι $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$.

Ὅμοίως ἐὰν διαιρέσωμεν τὸν ἀριθμητὴν τοῦ κλάσματος $\frac{6:3}{9} = \frac{2}{9}$ τὸ $\frac{2}{9}$ εἶνε τρεῖς μικρότερον τοῦ $\frac{6}{9}$ ἐὰν διαιρέσωμεν τὸν παρονομαστήν τοῦ κλάσματος $\frac{2}{9:3} = \frac{2}{3}$ τὸ κλάσμα $\frac{2}{3}$ εἶνε τρεῖς μεγαλύτερον

τοῦ $\frac{2}{9}$ ἐπομένως τὸ κλάσμα $\frac{2}{3}$ ἔχει τὴν αὐτὴν ἀξίαν μὲ τὸ κλάσμα $\frac{6}{9}$ ἥτοι $\frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3}$.

28) Νὰ εὑρεθῶσι 5 κλάσματα ἰσοδύναμα πρὸς τὸ $\frac{6}{8}$, 4 κλάσματα ἰσοδύναμα πρὸς τὸ $\frac{8}{12}$, 3 ἰσοδύναμα πρὸς τὸ $\frac{15}{30}$, 2 ἰσοδύναμα πρὸς τὸ $\frac{6}{20}$ καὶ 3 μὲ μικροτέρους ὅρους ἰσοδύναμα πρὸς τὸ $\frac{120}{180}$.

Πότε ἐν κλάσμα γίνεται δις τρις κλπ. μεγαλύτερον; Πότε ἐν κλάσμα γίνεται δῖς, τρις κλπ. μικρότερον; Πότε δὲν μεταβάλλεται ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος.

29) Νὰ ἀπλοποιηθῶσι τὰ ἐξῆς κλάσματα

$$\frac{4}{8}, \frac{6}{9}, \frac{12}{18}, \frac{30}{65}, \frac{45}{80}, \frac{200}{400}, \frac{693}{819}, \frac{582}{727}, \frac{1269}{8139}.$$

30) Νὰ τραπῶσιν εἰς ὁμώνυμα τὰ ἐξῆς κλάσματα

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \frac{2}{8} &=; \frac{1}{3} \frac{2}{4} \frac{3}{5} =; \frac{2}{10} \frac{3}{4} \frac{4}{5} \frac{1}{20} =; \frac{3}{10} \frac{1}{6} \frac{4}{5} \frac{5}{15} =; \\ \frac{2}{5} \frac{3}{6} &=; \frac{1}{3} \frac{2}{8} \frac{3}{4} =; \frac{6}{12} \frac{2}{3} \frac{2}{6} \frac{1}{2} =; \frac{2}{9} \frac{5}{6} \frac{2}{4} \frac{4}{8} =; \\ \frac{1}{3} \frac{4}{5} &=; \frac{2}{8} \frac{3}{5} \frac{6}{10} =; \frac{2}{3} \frac{1}{5} \frac{6}{15} \frac{5}{5} =; \frac{4}{8} \frac{3}{4} \frac{2}{6} \frac{9}{32} =; \end{aligned}$$

Τί χρησιμεύει ἡ τροπὴ τῶν ἑτερονόμων κλασμάτων εἰς ὁμώνυμα;

Σημειώσεις. Ἡ τροπὴ τῶν ἑτερονόμων εἰς ὁμώνυμα πρέπει νὰ γίνεται ὅπου εἶνε δυνατόν διὰ τοῦ ἐλαχίστου κοινοῦ πολλαπλασίου. Ἐὰν δηλ. ὁ μεγαλύτερος παρονομαστής δὲν διαιρεῖται διὰ τῶν ἄλλων διπλασιάζομεν, τριπλασιάζομεν κλπ. τοῦτον μέχρις οὗ εὑρεθῇ ἀριθμὸς, ὁ ὅποιος νὰ διαιρῇται δι' ὅλων τῶν ἄλλων παρονομαστῶν

καὶ μὲ τὸ πηλίκον τῆς διαιρέσεως τούτου δι' ἐκάστου παρονομαστοῦ πολλαπλασιάζομεν ἀμφοτέρους τοὺς ὅρους τοῦ κλάσματος.

Πρόσθεσις.

Ἐκτελέσατε τὰς ἐπομένους πράξεις·

$$\alpha'. \quad \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = ; \quad \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = ; \quad \frac{2}{6} + \frac{3}{6} + \frac{5}{6} = ;$$

$$\frac{3}{8} + \frac{5}{8} + \frac{4}{8} + \frac{7}{8} = ; \quad 4\frac{3}{6} + 6\frac{3}{6} = ;$$

$$\beta'. \quad \frac{6}{9} + \frac{5}{9} = ; \quad \frac{3}{7} + \frac{4}{7} = ; \quad \frac{3}{10} + \frac{4}{10} + \frac{5}{10} = ;$$

$$\frac{5}{12} + \frac{6}{12} + \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = ; \quad 7\frac{2}{3} + 8\frac{1}{3} = ;$$

$$\gamma'. \quad \frac{3}{7} + \frac{2}{3} = ; \quad \frac{5}{8} + \frac{1}{4} = ; \quad 6 + 4 + 3\frac{3}{4} + 7\frac{5}{12} = ;$$

$$2 + 3\frac{2}{3} + \frac{4}{6} \quad 6 + \frac{5}{9} \quad 8 + \frac{6}{18} = ; \quad 8\frac{3}{4} + 5\frac{2}{8} = ;$$

Προβλήματα προσθέσεως.

1) Ἐπλήρωσέ τις διὰ τυρὸν $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς διὰ πετρέλαιον $\frac{1}{5}$

καὶ διὰ καφὲν $\frac{3}{5}$. Πόσον ἐπλήρωσε δι' ὅλα.

2) Μαθητὴς τις ἔλαβε $\frac{3}{10}$ τῆς δραχμῆς καὶ εἶχε καὶ $\frac{2}{5}$; Πόσα

ἔχει τὸ ὅλον ;

3) Ποῖον εἶνε τὸ ἄθροισμα τῶν κλασμάτων $\frac{4}{7}$ καὶ $\frac{2}{9}$;

4) Δύο ἐργάται ἐργασθέντες ἐπὶ ἔργου τινὸς ἐξετέλεσαν ὁ μὲν πρῶτος τὰ $\frac{2}{3}$ ὁ δὲ δεύτερος τὸ $\frac{1}{6}$. Πόσον μέρος τοῦ ὅλου ἔργου ἐξετέλεσαν.

5) Ἐκ δύο ἐργατῶν ὁ μὲν δύναται νὰ τελειώσῃ ἐν ἔργον εἰς 6 ὥρας, ὁ δὲ ἕτερος εἰς 8 ὥρας. Πόσον μέρος τοῦ ὅλου ἔργου θὰ τελειώσωσι καὶ αἱ δύο εἰς μίαν ὥραν ;

6) Τίς εἶνε ὁ ἀριθμὸς ὅστις ἐλαττούμενος κατὰ $\frac{3}{5}$ γίνεται $\frac{9}{10}$;

7) Ἐργάτης τις εἰργάσθη ἐπὶ τρεῖς ἡμέρας, τὴν πρώτην ἡμέραν εἰργάσθη 6 $\frac{3}{5}$ ὥρας, τὴν δευτέραν 7 $\frac{1}{2}$ ὥρας καὶ τὴν τρίτην 5 $\frac{1}{3}$ ὥρ. Πόσας ὥρας εἰργάσθη καὶ τὰς τρεῖς ἡμέρας ;

8) Μαθητὴς τις ἠγόρασε χάρτιν πληρώσας $\frac{1}{2}$ δραχμ. μελάνην $\frac{1}{4}$ δρ. καὶ διάφορα βιβλία 7 $\frac{1}{2}$ δραχ. ἔδωκε δὲ χαρτονόμισμα καὶ ἔλαβεν ὑπόλοιπον 1 $\frac{3}{4}$. Πόσων δραχμῶν ἦτο τὸ χαρτονόμισμα ;

9) Δύο κρήναι δύνανται νὰ πληρώσωσι δεξαμενὴν ἢ μὲν εἰς 9 ὥρας ἢ δὲ εἰς 8 ὥρας. Ποῖον μέρος τῆς ὅλης δεξαμενῆς θὰ πληρώσωσι καὶ αἱ δύο ὁμοῦ εἰς μίαν ὥραν ;

Λύσις. Ἀφοῦ ἡ α', εἰς 9 ὥρας γεμίζει τὴν δεξαμενὴν εἰς 1 ὥραν θὰ γεμίσῃ τὸ $\frac{1}{9}$ καὶ ἀφοῦ εἰς 8 ὥρας γεμίζει ἡ δευτέρα τὴν δεξαμενὴν εἰς 1 ὥραν θὰ γεμίσῃ $\frac{1}{8}$ τῆς δεξαμενῆς καὶ αἱ δύο ὁμοῦ εἰς μίαν ὥραν θὰ γεμίσωσιν $\frac{1}{9} + \frac{1}{8} = \frac{8}{72} + \frac{9}{72} = \frac{17}{72}$.

10) Τὸ $\frac{1}{4}$ τὸ $\frac{1}{5}$ τὸ $\frac{1}{10}$ καὶ τὰ $\frac{2}{20}$. Ποῖον μέρος τῆς δραχμῆς ἀποτελοῦσι ;

11) Ὑπελογίσθη στρατοῦ τινος τὸ ἱππικὸν εἶνε τὸ $\frac{1}{5}$ τοῦ πεζικοῦ καὶ τὸ πυροβολικὸν τὸ δέκατον τοῦ πεζικοῦ. Ποῖον μέρος τοῦ πεζικοῦ εἶνε τὸ ἱππικὸν καὶ τὸ πυροβολικόν ;

12) Ποιον εἶνε τὸ μήκος τριῶν τεμαχίων υφάσματος ἐκ τῶν ὁποίων τὸ ἓν ἔχει μήκος 15 πηχ. τὸ δὲ ἕτερον 12 πηχ. $\frac{3}{8}$ καὶ τὸ τρίτον $20\frac{1}{2}$ πηχ. ;

13) Μαθητὴς ἔδωκεν εἰς συμμαθητὴν του $\frac{3}{4}$ τοῦ μήλου εἰς ἕτερον $\frac{5}{6}$ εἰς τρίτον 1 καὶ $\frac{1}{2}$ καὶ ἔφαγε καὶ ὁ ἴδιος $2\frac{11}{12}$. Πόσα μῆλα εἶχε τὸ ὅλον ;

14) Ἐκ βαρελίου πλήρους οἴνου ἐπωλήσαμεν τὴν πρώτην ἡμέραν $35\frac{1}{2}$ ὁκάδας τὴν δευτέραν ἡμέραν $48\frac{4}{10}$ τὴν τρίτην $50\frac{3}{4}$ καὶ τὴν τετάρτην $75\frac{1}{2}$. Πόσας ὁκάδας ἐπωλήσαμεν ;

15) Στρατὸς ἕνεκα κόπου καὶ ἀσθενειῶν ἔχει ἐν ἀχρηστίᾳ τὸ $\frac{1}{6}$ τῆς δυνάμεως αὐτοῦ, ἀφῆκε δὲ πρὸς φρούρησιν διαφόρων ἐπι-καίρων θέσεων τὸ $\frac{1}{120}$, $\frac{7}{60}$, καὶ τὰ $\frac{2}{15}$ καὶ τέλος εἰς τὴν μάχην ἐφονεύθησαν τὰ $\frac{3}{20}$ αὐτοῦ. Πόσον μέρος τῆς ἀρχικῆς δυνάμεως στερεῖται ὁ ἀρχηγός ;

Πῶς προστίθενται τὰ ὁμώνυμα κλάσματα ; Πῶς τὰ ἑτερόνυμα ; κατὰ πόσους τρόπους τρέπονται τὰ ἑτερόνυμα εἰς ὁμώνυμα ; ποῖος εἶνε ὁ προτιμότερος ; διατί ; Πῶς προστίθεται κλάσμα εἰς μικτόν ; ἀκέραιος εἰς μικτόν ; Κατὰ πόσους τρόπους προστίθενται οἱ μικτοί ; Ποῖον τρόπον προτιμῶμεν ἐν τῇ πράξει ;

Ἀφαίρεσις

Ἐκτελέσατε τὰς ἐπομένους πράξεις.

$$\alpha'. \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = ; \quad \frac{5}{8} - \frac{2}{8} = ; \quad \frac{4}{9} - \frac{2}{9} = ; \quad \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = ;$$

$$\frac{8}{10} - \frac{5}{10} = ;$$

$$\beta'. \quad 6 - \frac{3}{4} = ; \quad 9 - 3\frac{2}{5} = ; \quad 5 - 2\frac{3}{4} = ; \quad 6\frac{3}{4} - 2\frac{1}{2} = ;$$

$$8\frac{3}{5} - 4\frac{1}{8} = ;$$

$$\gamma'. \quad 5\frac{3}{4} - 2\frac{1}{8} = ; \quad 6\frac{4}{5} - \frac{2}{10} = ; \quad 3\frac{1}{4} - \frac{4}{7} = ; \quad 7\frac{2}{3} - 3\frac{1}{4} = ;$$

Προβλήματα αφαιρέως

1) Ποία εἶνε ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῶν $\frac{3}{2}$ καὶ $\frac{3}{7}$; τοῦ $\frac{3}{4}$ καὶ $\frac{1}{8}$; τοῦ $\frac{9}{10}$ καὶ $\frac{1}{2}$; τοῦ $\frac{5}{8}$; καὶ $\frac{1}{3}$;

2) Ἐργάτης τις ἐκ 5 δραχμῶν, τὰς ὁποίας ἔχει ἐξώδευσε $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς. Πόσαι τῷ ἀπέμειναν ;

3) Ράπτης τις ἡγόρασε τὰ $\frac{6}{8}$ τοῦ πήχεως βελλοῦδου καὶ ἐχρησιμοποίησε τὰ $\frac{4}{10}$. Πόσον τῷ ἔμεινεν.

4) Ἐμπορὸς τις ἐπλήρωσε τὰ $\frac{3}{5}$ τοῦ χρέους του. Πόσα χρεωστεῖ ἀκόμῃ ;

5) Πόσον πρέπει νὰ προσθέσωμεν εἰς τὸ κλάσμα $\frac{3}{8}$ διὰ νὰ προκύψῃ τὸ κλάσμα $\frac{2}{3}$;

6) Κρήνη πληροὶ τὴν δεξαμενὴν εἰς 3 ὥρας, στρόφιγξ δὲ δύναται νὰ κενώσῃ αὐτὴν εἰς 5 ὥρας. Ποῖον μέρος τῆς ὅλης χωρητικότητος θὰ πληρωθῇ μετὰ μίαν ὥραν ἂν ἀνοιχθῶσι συγχρόνως ἡ κρήνη καὶ ἡ στρόφιγξ ;

7) Ἐχει τις νὰ διατρέξῃ ὁδὸν $4\frac{3}{4}$ ὥρων, διέτρεξε δὲ ταύτας μόνον $1\frac{1}{3}$ ὥραν, πόσας ὥρας θὰ διατρέξῃ ἀκόμῃ ;

- 8) Ἀγγεῖον πλήρες ἐλαίου ζυγίζει 8 ὀκάδας, τὸ ἀπόβαρον αὐτοῦ εἶνε $1 \text{ ὀκ. } \frac{3}{8}$. Ποῖον εἶνε τὸ βάρος τοῦ ἐλαίου;
- 9) Ἐργάτης ἔλαθε δι' ἐργασίαν ἐνὸς μηνὸς δραχμὰς 175 καὶ ἐξ αὐτῶν ἐξώδευσε $120 \frac{2}{5}$. Πόσαι τοῦ ἐπερίσσευσαν;
- 10) Ἐκ τεμαχίου ὑφάσματος 9 πήχεων ἐχρησιμοποιήθησαν $4 \frac{5}{8}$ πήχ., πόσον ὑφασμα ἀπέμεινεν;
- 11) Ἔχει τις $25 \frac{2}{8}$ πήχ. ὑφάσματος. Πόσας πήχεις ἀκόμη θὰ ἀγοράσῃ διὰ νὰ ἔχῃ $46 \frac{3}{8}$;
- 12) Ἐκ $3 \frac{1}{4}$ ὀκάδων γεωμήλων ἐχρησιμοποιήθησαν $\frac{4}{8}$ τῆς ὀκάς. Πόσαι ἔμειναν;
- 13) Ὁ Γεώργιος εἶνε $16 \frac{2}{3}$ ἐτῶν, ὁ δὲ Κωνσταντῖνος $12 \frac{1}{2}$ ἐτῶν. Ποία εἶνε ἡ διαφορὰ τῆς ἡλικίας των;
- 14) Τὸ ἄθροισμα δύο ἀριθμῶν εἶνε 8, ὁ δὲ εἰς τῶν προσθετέων εἶνε $4 \frac{3}{4}$. Ποῖος εἶνε ὁ ἕτερος;
- 15) Δοχεῖον κενὸν ζυγίζει $4 \frac{1}{4}$ χιλιόγραμμα, πλήρες δὲ $18 \frac{1}{8}$. Πόσον εἶνε τὸ βάρος τοῦ ἐμπεριεχομένου οἴνου;
- 16) Ἐδωκέ τις τὸ $\frac{1}{3}$ τῶν ὧσων εἶχε χρημάτων καὶ εἰς ἕτερον τὸ $\frac{1}{4}$. Πόσα χρήματα τῷ ἔμειναν;
- 17) Ἐξ ἀγγείου περιέχοντος 45 ὀκ. οἴνου ἐχύθησαν τὰ $\frac{9}{10}$ τῆς ὀκάς. Πόσαι ὀκάδες οἴνου ἐναπέμειναν;

18) Διὰ νὰ ἔχη σῶμά τι βάρος $45 \frac{1}{2}$ ὀκάδας πρέπει νὰ προσ-
θέσωμεν εἰς αὐτὸ βάρος $9 \frac{3}{4}$ ὀκάδων. Πόσον εἶνε τὸ βάρος τοῦ σώ-
ματος αὐτοῦ ;

19) Ἐδανείσθη τις 1200 δραχμὰς ἐξ αὐτῶν δὲ ἀπέδωκε
 $530 \frac{3}{4}$. Πόσας ἀκόμη ὀφείλει ;

20) Πόσον ὕδωρ πρέπει νὰ προσθέσωμεν εἰς ὄξος $54 \frac{1}{4}$, ὥπως
λάδωμεν μίγμα $67 \frac{2}{10}$;

21) Κύριός τις ἀπολαμβάνει καθ' ἐκάστην $14 \frac{1}{2}$ δραχ. καὶ δα-
πανᾷ $11 \frac{3}{4}$ δραχ. Πόσαι δραχμαὶ τῷ περισσεύουν καθ' ἐκάστην ;

Πῶς ἀφαιρεῖται κλασματικὸς ἀπὸ κλασματικόν ; κλασματικὸς
ἀπὸ ἀκέραιον ; κλασματικὸς ἀπὸ μικτόν ; κατὰ πόσους τρόπους ἀφαι-
ρεῖται μικτὸς ἀπὸ μικτόν ; ἐν τῇ πράξει ποίου τύπου γίνεται χρῆ-
σις ; Τί κάμνομεν ὅταν τί κλάσμα τοῦ ἀφαιρετέου εἶνε μεγαλύτερον
ἀπὸ τὸ κλάσμα τοῦ μειωτέου ; $\left(8 \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 7 + \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = 7 \frac{2}{4} \right)$

Προβλήματα προσθέσεως καὶ ἀφαιρέσεως

1) Ἐργάτης τις ἀνέλαβε νὰ ἐκτελέσῃ ἐντὸς τριῶν ἡμερῶν ἔργον
τι· κατὰ τὴν πρώτην ἡμέραν ἐξετέλεσε $\frac{3}{20}$ καὶ κατὰ τὴν δευτέραν
τὰ $\frac{3}{8}$. Πόσον μέρος τοῦ ἔργου θὰ ἐκτελέσῃ κατὰ τὴν τρίτην ἡμέραν ;

2) Ἠγόρασέ τις τρία τεμάχια ὑφάσματος, ἐξ ὧν τὸ α' εἶνε $35 \frac{3}{8}$
τοῦ πήχους, τὸ β' $6 \frac{1}{4}$ περισσότερον τοῦ α' καὶ τὸ γ' $2 \frac{6}{8}$

ὀλιγώτερον τοῦ πρώτου. Ἐκ πόσων πήχεων ἀποτελεῖται ἕκαστον τεμάχιον καὶ ἐκ πόσων πήχεων ἀποτελοῦνται καὶ τὰ τρία ὁμοῦ ;

3) Τρεῖς κρουνοὶ πληροῦσιν εἰς μίαν ὥραν τὸ $\frac{1}{6}$ δεξαμενῆς τινος ἀλλ' ὁ α' ἐκ τούτων πληροῖ εἰς 1 ὥραν τὸ $\frac{1}{20}$ αὐτῆς, ὁ δὲ β' εἰς μίαν ὥραν τὸ $\frac{1}{15}$. Πόσον μέρος τῆς δεξαμενῆς πληροῖ ὁ γ' μόνος εἰς μίαν ὥραν ;

4) Πόσαι ὥραι μεσολαβοῦν ἀπὸ τῆς 7 $\frac{1}{2}$ ὥρας τῆς πρωίας μέχρι τῆς 10ης τῆς ἐπομένης πρωίας καὶ πόσαι μέχρι τῆς 11 $\frac{1}{2}$ τῆς ἐπομένης ἑσπέρας ;

5) Εἰς τινα οἰκοδομὴν οἱ ἐργάται ἀρχίζουσι τὴν ἐργασίαν των τὴν 6 $\frac{1}{2}$ ὥραν π. μ., διακόπτουσι δὲ ταύτην τὴν 12 τῆς μεσημβρίας, ἐπαναλαμβάνουσι δὲ αὐτὴν κατὰ τὴν 1 $\frac{1}{2}$ ὥραν μ. μ. καὶ ἀποχωροῦσι τὴν 6ην ἑσπερινήν. Πόσας ὥρας ἐργάζονται τὴν ἡμέραν ;

6) Πατήρ τις ὥρισεν ἐν τῇ διαθήκῃ του νὰ λάβῃ ἡ σύζυγός του τὰ $\frac{2}{9}$ τῆς περιουσίας του καὶ ἕκαστος τῶν τεσσάρων υἱῶν του τὸ $\frac{1}{10}$ αὐτῆς, τὰ δὲ λοιπὰ νὰ δωρηθῶσιν εἰς τὰ φιλανθρωπικὰ καταστήματα. Πόσον μέρος τῆς περιουσίας του θὰ λάβωσιν αὐτά ;

7) Εἶχέ τις 75 $\frac{3}{5}$ δραχμάς, ἔλαβε παρά τινος 15 $\frac{1}{4}$, ἐδαπάνησεν ἐκ τούτων 36 δρ. $\frac{9}{10}$. Πόσαι δραχμαὶ τῇ ἔμειναν ;

8) Ἐκ τεμαχίου ὑφάσματος περιέχοντος 45 $\frac{2}{8}$ ἀπεκόψαμεν διὰ

δύο ένδυμασίαις 9 πήχ. $\frac{1}{2}$, διά δύο πανταλόνια 3 $\frac{3}{6}$ πήχεις διά δύο παλτά 7 $\frac{1}{4}$ πήχεις. Πόσαι πήχεις μᾶς απέμειναν ;

9) Ἡγόρασέ τις βούτυρον ἀξίας 13 $\frac{3}{5}$ δραχ., καφέ 5 $\frac{1}{4}$, κρέας 3 $\frac{1}{2}$, ζάκχαρην 3 $\frac{1}{5}$ καὶ ἄλλα διάφορα ἀξίας ἐν ὅλῳ δραχ. 15 $\frac{8}{10}$. Πόσαι δραχμαὶ θὰ τῷ μείνουν ἀπὸ τὸ ἑκατοντάδραχμον ;

10) Ἡγόρασέ τις ἐν ὅπλον ἀντὶ 75 $\frac{1}{5}$ δραχ., ἐξόδευσε διὰ τὴν θήκην του 15 $\frac{3}{4}$ δραχ. Τὸ ἐπώλησε δὲ 125 $\frac{3}{20}$. Πόσας δραχμάς ἐκέρδισεν.

Πολλαπλασιασμός.

Ἐκτελέσατε τὰς ἐπομένους πράξεις·

$$\alpha'. \quad \frac{2}{3} \times 6 = ; \quad 8 \times \frac{6}{8} = ; \quad \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = ; \quad 3 \frac{2}{5} \times 8 = ;$$

$$\beta'. \quad 8 \times 3 \frac{6}{9} = ; \quad \frac{6}{9} \times 3 \frac{4}{8} = ; \quad 3 \frac{4}{9} \times \frac{6}{8} = ;$$

$$\gamma'. \quad 3 \frac{5}{8} \times 6 \frac{1}{3} = ; \quad 9 \frac{1}{3} \times 5 \frac{7}{8} = ; \quad 3 \frac{2}{3} \times 4 \frac{1}{3} = ;$$

δ'. Πῶς πολλαπλασιάζεται κλάσμα ἐπὶ ἀκέραιον, ἀκέραιος ἐπὶ κλάσμα ; μικτὸς ἐπὶ ἀκέραιον ; ἀκέραιος ἐπὶ μικτόν ; κλάσμα ἐπὶ μικτόν ; μικτὸς ἐπὶ κλάσμα ; μικτὸς ἐπὶ μικτόν ; κλάσμα ἐπὶ κλάσμα ;

Νὰ ἐκτελεσθῶσι συντόμως οἱ ἑξῆς πολλαπλασιασμοί·

$65 \times 5 = ;$	$138 \times 5 = ;$	$260 \times 5 = ;$
$248 \times 5 = ;$	$263 \times 5 = ;$	$375 \times 50 = ;$
$376 \times 5 = ;$	$23 \times 5 = ;$	$2645 \times 50 = ;$
$128 \times 5 = ;$	$564 \times 50 = ;$	$3845 \times 500 = ;$
$362 \times 5 = ;$	$348 \times 500 = ;$	$5648 \times 500 = ;$

Σημειώσεις.—Ἐπειδὴ ὁ $5 = \frac{10}{2}$ διὰ νὰ πολλαπλασιάσωμεν

ἀριθμὸν τινα ἐπὶ $5 = \frac{10}{2}$ ἄρκει νὰ πολλαπλασιάσωμεν τοῦτον ἐπὶ 10

καὶ τὸ γινόμενον νὰ διαιρέσωμεν διὰ τοῦ 2. Ἐπειδὴ τὸ $50 = \frac{100}{2}$

καὶ τὸ $500 = \frac{1000}{2}$ διὰ νὰ πολλαπλασιάσωμεν ἀριθμὸν ἐπὶ $50 = \frac{100}{2}$

ἢ ἐπὶ $500 = \frac{1000}{2}$ πολλαπλασιάζομεν τοῦτον ἐπὶ 100 ἢ ἐπὶ 1000

καὶ τὸ γινόμενον διαιροῦμεν διὰ τοῦ 2.

Νὰ ἐκτελεσθῶσι συντόμως οἱ ἑξῆς πολλαπλασιασμοί·

$$275 \times 15 = ; \quad 636 \times 15 = ; \quad 446 \times 150 = ; \quad 270 \times 150 = ;$$

$$320 \times 15 = ; \quad 420 \times 15 = ; \quad 526 \times 150 = ; \quad 326 \times 150 = ;$$

Σημειώσεις.—Ἐπειδὴ τὸ $15 = 10 + 5 = 10 + \frac{10}{2}$. Ἄρα διὰ νὰ

πολλαπλασιάσωμεν ἀριθμὸν τινα ἐπὶ 15 πρῶτον πολλαπλασιάζομεν αὐτὸν ἐπὶ 10, δεῦτερον λαμβάνομεν τὸ ἥμισυ τοῦ γινομένου τούτου καὶ τρίτον προσθέτομεν τὰ δύο μερικὰ γινόμενα.

$$\text{Ὀμοίως τὸ } 150 = 100 + \frac{100}{2}$$

$$364 \times 25 = ; \quad 875 \times 25 = ; \quad 654 \times 25 = ; \quad 163 \times 50 = ;$$

$$248 \times 25 = ; \quad 120 \times 25 = ; \quad 136 \times 25 = ; \quad 145 \times 150 = ;$$

Σημειώσεις.—Ἐπειδὴ ὁ $25 = \frac{100}{4}$ διὰ νὰ πολλαπλασιάσωμεν

ἀριθμὸν τινα ἐπὶ $25 = \frac{100}{4}$, πολλαπλασιάζομεν τὸν ἀριθμὸν τοῦτον

ἐπὶ 100 καὶ τὸ γινόμενον διαιροῦμεν διὰ τοῦ 4.

Νὰ εὑρεθῶσι συντόμως τὰ ἑξῆς γινόμενα.

$$50 \times \frac{4}{5} = ; \quad 80 \times \frac{7}{8} = ; \quad 30 \times \frac{2}{3} = ; \quad 120 \times \frac{5}{4} = ;$$

$$30 \times \frac{4}{3} = ; \quad 150 \times \frac{6}{5} = ;$$

Σημ. Ἵνα πολλαπλασιάσωμεν ἀριθμὸν τινα ἐπὶ κλάσμα οὕτινος ὁ ἀριθμητὴς εἶνε κατὰ μονάδα μικρότερος τοῦ παρονομαστοῦ ὡς τὸν $80 \times \frac{7}{8}$, ἀρκεῖ νὰ ἀφαιρέσωμεν ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν τοῦτον (80) τὸ $\frac{1}{8}$ διότι τὸ $\frac{7}{8} = \frac{8}{8} - \frac{1}{8}$. Ὅμοίως Ἵνα πολλαπλασιάσωμεν ἀριθμὸν τινα ἐπὶ κλάσμα, τοῦ ὁποίου ὁ ἀριθμητὴς εἶνε κατὰ μίαν μονάδα μεγαλύτερος τοῦ παρονομαστοῦ ὡς $150 \times \frac{6}{5}$ ἀρκεῖ νὰ προσθέσωμεν εἰς τὸν δοθέντα ἀριθμὸν 150 τὸ $\frac{1}{5}$ αὐτοῦ, διότι τὸ $150 = \frac{5}{5}$ τὸ δε $\frac{6}{5} = \frac{5}{5} + \frac{1}{5}$. ἄρα $150 \times \frac{6}{5} = 150 + 30 = 180$.

Λύσις προβλημάτων διὰ τῆς ἀναγωγῆς εἰς τὴν μονάδα.

1) Ὁ πῆχυς ὑφάσματος τιμᾶται 15 δραχμάς. Πόσον τιμῶνται $\frac{7}{8}$ τοῦ πῆχεως.

$$1 = \frac{8}{8} \text{ πηχ. τιμῶνται } 15 \text{ δρ.}$$

$$\frac{1}{8} \text{ πηχ. τιμᾶται } \frac{15}{8}.$$

$$\frac{7}{8} \text{ πηχ. τιμῶνται } \frac{15 \times 7}{8}.$$

ὁ εἰς πῆχυς, ὁ ὁποῖος ἰσοῦται μὲ τὸ $\frac{8}{8}$ τιμῶνται, 15 δραχ. τὸ $\frac{1}{8}$ τοῦ πῆχεως, τὸ ὁποῖον εἶνε 8 φορές μικρότερον τῶν $\frac{8}{8}$, θὰ τιμῶνται καὶ 8 φορές ὀλιγώτερον τοῦ 15 ἤτοι $\frac{15}{8}$, καὶ τὰ $\frac{7}{8}$, τὰ ὅποια εἶνε

7 φορές μεγαλύτερον τοῦ $\frac{1}{8}$ θὰ τιμᾶται καὶ 7 φορές περισσότερον τοῦ $\frac{15}{8}$ ἤτοι $\frac{15 \times 7}{8}$.

2) Ἡ 1 ὀκά τοῦ καφέ τιμᾶται $3 \frac{8}{10}$ δραχ. Πόσον τιμῶνται αἱ $6 \frac{2}{5}$ ὀκ. ;

Λύσις. Πρὸς εὐκολίαν τρέπομεν τοὺς μικτοὺς εἰς κλασματικὰς $\frac{38}{10}$ καὶ $\frac{32}{5}$.

ἡ 1 ὀκά ἢ τὰ $\frac{5}{5}$ ὀκάς τιμῶνται $\frac{38}{10}$

τὸ $\frac{1}{5}$ ὀκάς τιμᾶται $\frac{38}{10 \times 5}$

καὶ τὰ $\frac{32}{5}$ ὀκάς τιμῶνται $\frac{38 \times 32}{10 \times 5}$

ἡ 1 ὀκά ἢ ὅποια ἰσοῦται μετὰ $\frac{5}{5}$ τιμᾶται $\frac{38}{10}$ τὸ $\frac{1}{5}$ τὸ ὅποῖον εἶνε 5

φορές μικρότερον ἀπὸ τὰ $\frac{5}{5}$ θὰ τιμᾶται καὶ 5 φορές ὀλιγώτερον τὰ

$\frac{38}{10}$ ἤτοι $\frac{38}{10 \times 5}$ καὶ τὰ $\frac{32}{5}$ τὰ ὅποια εἶνε 32 φορές μεγαλύτερα

ἀπὸ τὰ $\frac{1}{5}$ θὰ τιμᾶται καὶ 32 φορές περισσότερον τὸ $\frac{38}{10 \times 5}$ ἤτοι

$\frac{38 \times 32}{10 \times 5}$.

Σημειώσεις.—Πολλαπλασιαστέος εἶνε ἡ τιμὴ τῆς μιᾶς μονάδος, καὶ συμφωνεῖ μετὰ τὸ γινόμενον καὶ πολλαπλασιαστῆς αἱ δεδομένοι μονάδαις ἢ τὸ δεδομένον μέρος αὐτῆς· ὁ πολλαπλασιαστέος κατὰ τὴν διὰ τῆς ἀναγωγῆς εἰς τὴν μονάδα λύσιν τῶν προβλημάτων γράφεται πάντοτε δεύτερος.

Προβλήματα πολλαπλασιασμοῦ

- 1) Τὰ $\frac{4}{5}$ τῆς δραχμῆς. Πόσα λεπτὰ εἶνε ;
- 2) Τὰ $\frac{7}{8}$ τῆς ὀκάς. Πόσα δράμια εἶνε ;
- 3) Τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ στατηῆρος πόσα δράμια εἶνε ;
- 4) Τὰ $\frac{5}{8}$ τῆς ὀκάς, τὰ $\frac{3}{5}$, τὰ $\frac{7}{10}$, τὰ $\frac{3}{20}$, τὰ $\frac{3}{4}$ καὶ τὰ $\frac{5}{40}$ τῆς ὀκάς πόσα δράμια εἶνε ;
- 5) Τὰ $\frac{2}{5}$, τὸ $\frac{1}{4}$, τὰ $\frac{8}{10}$, τὰ $\frac{7}{20}$, τὰ $\frac{2}{50}$, τὰ $\frac{8}{100}$ τῆς δραχμῆς πόσα λεπτὰ εἶνε ;
- 6) Πόσον τιμῶνται 8 ὀκάδες γεωμήλων, ὅταν ἡ μία ὀκά τιμᾶται $\frac{3}{5}$ τῆς δραχμῆς ;
- 7) Ὁ εἰς πήχυς ὑφάσματος τιμᾶται $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς. Πόσον τιμῶνται οἱ 15 πήχεις ;
- 8) Ἡ 1 ὀκά ζακχάρεως τιμᾶται 2 δραχμάς. Πόσον τιμῶνται τὰ $\frac{7}{8}$ τῆς ὀκάς ;
- 9) Ἡ μία ὀκά λαχάνων τιμᾶται $\frac{2}{5}$ τῆς δραχμῆς. Πόσον τιμῶνται τὰ $\frac{7}{10}$ τῆς ὀκάς ;
- 10) Πόσα εἶνε τὰ $\frac{6}{8}$ τῶν $\frac{4}{5}$;

Αύσεις.—Τὰ $\frac{8}{8}$ ἰσοῦνται μὲ $\frac{4}{5}$

τὸ $\frac{1}{8}$ ἰσοῦται μὲ $\frac{4}{5} \times 8$

καὶ τὰ $\frac{6}{8}$ ἰσοῦνται μὲ $\frac{4 \times 6}{5 \times 8} = \frac{3}{5}$

11) Πόσον τιμῶνται 8 $\frac{3}{4}$ δκάδ. ὀρύξης, όταν 1 δκά τιμᾶται 1 $\frac{1}{4}$ δραχμᾶς ;

12) Κρήνη τις εἰς μίαν ὥραν χύνει 40 $\frac{1}{5}$ δκάδας. Πόσας δκάδας θὰ χύσῃ εἰς 8 $\frac{1}{4}$ ὥρας ;

13) Ἐργάτης λαμβάνει καθ' ἑβδομάδα 42 $\frac{3}{4}$ δραχμᾶς. Πόσας δραχμᾶς θὰ λάβῃ εἰς 5 $\frac{4}{6}$ ἑβδομάδας ;

14) Ἦγώρασέ τις 23 $\frac{3}{4}$ στατήρας ἀνθρώπων πρὸς 9 $\frac{1}{2}$ δραχμᾶς τὸν στατήρα. Πόσον ἐπλήρωσε ;

15) Ἐξοδεύει τις κατὰ μῆνα 140 $\frac{1}{2}$ δραχμᾶς. Πόσας δραχμᾶς ἐξοδεύει εἰς τὰ $\frac{2}{5}$ τοῦ μηνός ;

16) Ὑφάντης ὑφαίνει 1 μέτρον εἰς $\frac{3}{4}$ τῆς ὥρας. Εἰς πόσας ὥρας θὰ ὑφάνῃ 45 $\frac{2}{3}$ μέτρα ;

17) Ἐργάτης εἰς μίαν ἡμέραν τελειώνει 7 $\frac{6}{10}$ μέτρα ἔργου τινός. Πόσα θὰ τελειώσῃ εἰς 35 $\frac{1}{2}$ ἡμέρας.

18) 600 δραχμαὶ νὰ δοθοῦν εἰς δύο ἄτομα ἐξ ὧν τὸ ἓν θὰ λάβῃ τὰ $\frac{3}{5}$ καὶ τὸ ἕτερον τὰ ὑπόλοιπα. Πόσας δραχμὰς θὰ λάβῃ ἕκαστον ἄτομον ;

19) Πόσον τιμῶνται $8\frac{2}{10}$ ὀκάδας βουτύρου ὅταν 1 ὀκά τιμᾶται $5\frac{3}{4}$ δραχμὰς ;

20) Εἰς πῆχυς ἐριούχου τιμᾶται $16\frac{2}{5}$ δρ. Πόσας δραχμὰς τιμῶνται αἱ $10\frac{6}{8}$ πῆχεως ;

21) Πόσαι δραχμαὶ εἶνε τὰ $\frac{3}{4}$ τῶν $\frac{4}{5}$ τοῦ ἑκατονταδράχμου ;

$$\tau\acute{\alpha} \frac{4}{4} = \frac{4}{5} \qquad \frac{5}{5} = \frac{100}{5}$$

$$\tau\acute{o} \frac{1}{4} = \frac{4}{5 \times 4} \qquad \frac{1}{5} = 100$$

$$\kappa\alpha\iota \tau\acute{o} \frac{3}{4} = \frac{4 \times 3}{5 \times 4} = \frac{3}{5} \qquad \frac{3}{5} = \frac{100 \times 3}{5} = \frac{300}{5} = 60 \text{ δρ.}$$

Διαίρεσις.

Νὰ ἐκτελεσθῶσι συντόμως αἱ ἐξῆς διαιρέσεις·

$$35 : 5 \qquad 275 : 50 \qquad 680 : 500 = ; \qquad 875 : 25$$

$$160 : 5 \qquad 360 : 50 \qquad 845 : 500 = ; \qquad 640 : 25$$

$$360 : 5 \qquad 145 : 50 \qquad 750 : 500 = ; \qquad 320 : 25$$

Σημειώσεις.—Ἐπειδὴ $\delta 5 = \frac{10}{2}$, $\delta 50 = \frac{100}{2}$, $\delta 25 = \frac{100}{4}$ κα

$$\delta 500 = \frac{1000}{2} \text{ ἵνα διαιρέσωμεν ἀριθμὸν τινα διὰ τοῦ } 5, 50, 500$$

πολλαπλασιάζωμεν αὐτὸν ἐπὶ 2 καὶ τὸ γινόμενον διαίρομεν διὰ τοῦ
10, 100, 1000 ὁμοίως διὰ τοῦ $25 = \frac{100}{4}$.

Λύσις προβλημάτων διὰ τῆς ἀναγωγῆς εἰς τὴν μονάδα

1) Τὰ $\frac{2}{3}$ τῆς ὀκάς τοῦ βουτύρου τιμᾶται 5 δραχ. Πόσον τιμᾶται ἡ 1 ὀκά ;

Λύσις. Ἀφοῦ τὰ $\frac{2}{3}$ τῆς ὀκάς τιμῶνται 5 δραχ.

Τὸ $\frac{1}{3}$ τῆς ὀκάς τιμᾶται $\frac{5}{2}$ δραχ.

καὶ τὰ $\frac{3}{3} = 1$ ὀκά τιμῶνται $\frac{5 \times 3}{2}$ δραχ. $= \frac{15}{2} = 7,5$ δραχ.

Ἀφοῦ τὰ $\frac{2}{3}$ τιμῶνται 5 δραχμαὶ τὸ $\frac{1}{3}$, τὸ ὅποion εἶνε 2 φορές

ὀλιγώτερον τοῦ $\frac{2}{3}$, θὰ τιμᾶται 2 φορές ὀλιγώτερον τὸ 5 ἤτοι $\frac{5}{2}$

καὶ τὰ $\frac{3}{3}$ τὰ ὅποια εἶνε 3 φορές περισσότερα τοῦ $\frac{1}{3}$ θὰ τιμῶνται

3 φορές περισσότερον τὸ $\frac{5}{2}$ ἤτοι $\frac{5}{2} \times 3 = \frac{15}{2}$ (τὸ ἐξαγόμενον τοῦτο

$\frac{5 \times 3}{2}$ δύναται νὰ εὑρεθῇ καὶ ἀμέσως διὰ τῆς διαιρέσεως τοῦ

$5 : \frac{2}{3} = 5 \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2}$)

2) Αἱ 6 $\frac{3}{8}$ πήχεις ὑφάσματος τιμῶνται 24 $\frac{3}{4}$ δραχ. Πόσον τιμᾶται ὁ εἰς πήχυς ;

Δύοις.—Τρέπομεν τοὺς μικτοὺς εἰς κλασματικούς $\frac{51}{8}$ $\frac{99}{4}$

τὰ $\frac{51}{8}$ τοῦ πήχεως τιμῶνται $\frac{99}{4}$ τῆς δραχμῆς

τὸ $\frac{1}{8}$ » » τιμᾶται $\frac{99}{4} \times 51$ τῆς δραχμῆς

καὶ τὰ $\frac{8}{8} = 1$ πηχ. » $\frac{99 \times 8}{4 \times 51} = \frac{792}{204}$

(Τὸ ἐξαγόμενον τοῦτο εὐρίσκεται καὶ ἀμέσως διὰ τῆς διαιρέσεως τοῦ $\frac{99}{4} : \frac{51}{8} = \frac{99}{4} \times \frac{8}{51}$)

3) Εὐρεῖν ἀριθμόν, τοῦ ὁποίου τὰ $\frac{3}{4}$ ἀποτελοῦν τὸν ἀριθμὸν 12.

τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ ἀριθμοῦ εἶνε 12

τὰ $\frac{1}{4}$ » » » $\frac{12}{3}$

καὶ τὰ $\frac{4}{4}$ ἦτοι ὁλόκληρος ὁ ἀριθμὸς εἶνε $\frac{12 \times 4}{3} = 16$

(Τὸ ἐξαγόμενον τοῦτο εὐρίσκεται καὶ ἀμέσως διὰ τῆς διαιρέσεως τοῦ $12 : \frac{3}{4} = 12 \times \frac{4}{3} =$)

4) Ἐργάτης τις τελειώνει τὰ $\frac{5}{16}$ τοῦ ἔργου εἰς μίαν ὥραν. Εἰς

πόσας ὥρας θὰ τελειώσῃ τὰ $\frac{3}{4}$ αὐτοῦ;

τὰ $\frac{5}{16}$ τοῦ ἔργου τελειώνει εἰς 1 ὥραν.

τὸ $\frac{1}{16}$ » » » » $1:5 = \frac{1}{5}$

τὰ $\frac{16}{16} = \frac{4}{4}$ » » » » $\frac{1}{5} \times 16 = \frac{16}{5}$

τὸ $\frac{1}{4}$ » » » » $\frac{16}{5} \times 4$

καὶ τὰ $\frac{3}{4}$ » » » » $\frac{16 \times 3}{5 \times 4}$

5) Ποῖον μέρος τῆς ὁκάς ἀποτελοῦσι τὰ 100 δράμια τὰ 300, τὰ 80, τὰ 50, τὰ 40, τὰ 20, τὰ 60, τὰ 150, τὰ 120, τὰ 160, τὰ 360 ;

6) Ποῖον μέρος τῆς δραχμῆς εἶνε τὰ 50 λεπτὰ τὰ 20, τὰ 25, τὰ 75, τὰ 15, τὰ 10, τὰ 5, τὰ 2 ;

7) Ποῖον μέρος τοῦ 30 εἶνε ὁ 6 ; τοῦ 80 εἶνε ὁ 20 ; τοῦ 12 εἶνε ὁ 4 ; τοῦ 15 εἶνε ὁ 3 ;

8) Πόσον τιμᾶται ὁ 1 πῆχυς ταινίας ἔταν αἱ 5 πῆχεις τιμῶνται $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς.

9) Τὰ $\frac{6}{8}$ τοῦ πῆχεως τιμῶνται $\frac{4}{5}$ τῆς δραχμῆς. Πόσον τιμᾶται ὁ εἰς πῆχυς ;

10) Ἐργάτης τις λαμβάνει $36\frac{2}{5}$ δρ. εἰς μίαν ἐβδομάδα. Πόσον εἶνε τὸ ἡμερομίσθιον του.

11) Τὰ $\frac{5}{8}$ ἐριούχου τιμῶνται $12\frac{3}{8}$ τοῦ πῆχεως. Πόσον τιμᾶται ὁ 1 πῆχυς ;

12) Διὰ νὰ ἐκτελεσθῶσι τὰ $\frac{2}{5}$ ἔργου τινὸς ἀπαιτοῦνται $6\frac{2}{10}$

ἡμέρας. Πόσαι ἡμέραι ἀπαιτοῦνται διὰ τὴν ἐκτέλεσιν τοῦ ὅλου ἔργου ;

13) Ἀτμόπλοιον διανύει εἰς $8\frac{1}{2}$ ὥρας 130 $\frac{1}{4}$ μίλια. Πόσα μίλια διανύει καθ' ὥραν ;

14) Πόσους στατήρας ἀνθράκων δύναται τις νὰ ἀγοράσῃ μὲ $440\frac{2}{5}$ δραχμάς, ἐὰν ἕκαστος στατήρ τιμᾶται $9\frac{3}{20}$ δραχμάς ;

15) Διὰ $6\frac{1}{2}$ ὥρας ἐπλήρωσέ τις εἰς ἀμαξιγλάτην $29\frac{1}{4}$ δρ. Πόσας δραχμάς ἐπλήρωσε καθ' ὥραν ;

16) Μὲ $1\frac{1}{4}$ δραχμάς ἡγόρασέ τις $2\frac{1}{2}$ ὀκάδας γεωμήλων. Πόσον τιμᾶται ἡ ὀκά ;

17) Τίνος ἀριθμοῦ τὰ $\frac{5}{8}$ εἶνε $\frac{4}{5}$;

Λύσις. Τὰ $\frac{5}{8}$ εἶναι $\frac{4}{5}$

$$\text{τὸ } \frac{1}{8} \quad \gg \quad \frac{4}{5 \times 5}$$

$$\text{καὶ τὰ } \frac{8}{8} \quad \gg \quad \frac{4 \times 8}{5 \times 5}$$

18) Τίς εἶνε ὁ ἀριθμὸς τοῦ ὁποίου τὰ $\frac{3}{4}$ ἰσοδυναμοῦσι πρὸς 42 ὀκάδας ;

19) Τελειώνει τις εἰς $\frac{3}{4}$ τῆς ὥρας τὰ $\frac{7}{8}$ τοῦ ἔργου. Πόσον θὰ τελειώσῃ εἰς 1 ὥραν ;

20) Ὑφασμα μήκους 36 μέτρων πρόκειται νὰ κοπῇ εἰς τεμάχια,

ἑκαστον τῶν ὁποίων θὰ ἔχῃ μῆκος $\frac{9}{10}$ τοῦ μέτρου. Πόσα τεμάχια θὰ γίνῃ ;

21) Ποία ἡ χωρητικότης ἀγγείου, τοῦ ὁποίου τὰ $\frac{4}{5}$ πληροῦνται μὲ 120 ὀκάδας ὕδατος ;

22) Τὸ ἄθροισμα δύο ἀριθμῶν εἶνε 80, ὁ δὲ μικρότερος τούτων εἶνε τὰ $\frac{3}{5}$ τοῦ μεγαλυτέρου. Τίνες οἱ ἀριθμοὶ οὗτοι ;

Λύσις.—Ὁ μεγαλύτερος εἶνε $\frac{5}{5}$ καὶ ὁ μικρότερος $\frac{3}{5}$ αὐτοῦ.

ἐπομένως τὸ ἄθροισμα $\frac{5}{5} + \frac{3}{5} = \frac{8}{5}$ ἰσοῦται μὲ 80

$$\text{τὰ } \frac{8}{5} \text{ ἰσοῦνται 80}$$

$$\text{τὸ } \frac{1}{5} \quad \text{»} \quad \frac{80}{8}$$

$$\text{καὶ τὰ } \frac{5}{5} \quad \text{»} \quad \frac{80 \times 5}{8} = \frac{400}{8} = 50$$

$$\text{τὸ } \frac{1}{5} \quad \text{»} \quad \frac{50}{5}$$

$$\text{καὶ τὰ } \frac{3}{5} \quad \text{»} \quad \frac{50 \times 3}{5} = \frac{150}{5} = 30$$

23) Πόσον ζυγίζει τὸ μέτρον ὑφάσματος, οὗ τινος τὰ $9\frac{1}{2}$ μέτρα ζυγίζουν $2\frac{1}{4}$ ὀκάδας ;

24) Νὰ εὑρεθῇ ἀριθμὸς τοῦ ὁποίου τὰ $\frac{2}{5}$ καὶ $\frac{1}{8}$ αὐξανόμενα κατὰ 9 δίδουσι τὸν ἀριθμὸν 30.

$$\text{Λύσεις. } \frac{2}{5} + \frac{1}{8} = \frac{16}{40} + \frac{5}{40} = \frac{21}{40} + \frac{9}{40} = \frac{30}{40} = 30$$

$$\text{τὸ } \frac{1}{40} = \frac{30}{30}$$

$$\text{καὶ τὰ } \frac{40}{40} = \frac{30 \times 40}{30} = 40$$

25) Μὲ $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς ἀγοράζομεν 4 $\frac{1}{2}$ ὀκάδας ἀνθρώκων.

Μὲ πόσας δραχμὰς ἀγοράζομεν 8 $\frac{2}{5}$ ὀκάδας ;

$$\text{Λύσεις.} — 4 \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \text{ ὀκάδας τιμῶνται } \frac{3}{4} \text{ δραχμὰς}$$

$$\text{τὸ } \frac{1}{2} \quad \gg \quad \gg \quad \frac{3}{4} \times 9$$

$$\text{τὰ } \frac{2}{2} \quad \gg \quad \gg \quad \frac{3 \times 2}{4 \times 9}$$

$$\frac{2}{2} = 1 = \frac{5}{5} \quad \gg \quad \gg \quad \frac{3 \times 2}{4 \times 9} = \frac{6}{36}$$

$$\frac{1}{5} \quad \gg \quad \gg \quad \frac{6}{36 \times 5}$$

$$\frac{42}{5} \quad \gg \quad \gg \quad \frac{6 \times 42}{36 \times 5} = \frac{7}{5} = 1 \frac{2}{5}$$

26) Κρήνη τις χορηγεῖ 5 $\frac{3}{4}$ ὕδατος εἰς 2 $\frac{1}{2}$ ὥρας. Εἰς 1 ὥραν πόσας ὀκάδας θὰ χορηγήσῃ ;

27) Εἰς ἐκ τῶν δύο συνεταίρων συμμετέχων κατὰ $\frac{4}{9}$ ἐπὶ τῶν κερδῶν ἔλαβε μερίδιον 4780 δραχμὰς Πόσον τὸ ὅλον κέρδος ;

Ἐκτελέσατε τὰς ἐπομένους πράξεις·

$$\alpha'. \quad \frac{4}{9} : 3 = ; \quad \frac{5}{8} : 4 = ; \quad 4 : \frac{5}{6} = ; \quad 8 : \frac{2}{3} = ; \quad \frac{5}{6} : \frac{2}{3} = ; \quad \frac{3}{4} : \frac{1}{3} = ;$$

$$\beta'. \quad 2 \frac{3}{4} : 4 = ; \quad 3 \frac{1}{2} : 5 = ; \quad 9 : 3 \frac{1}{5} = ; \quad 3 : 2 \frac{2}{5} = ; \quad 6 : 4 \frac{1}{3} = ;$$

$$\gamma'. \quad 8 \frac{3}{3} : \frac{4}{5} = ; \quad 3 \frac{1}{3} : \frac{2}{5} = ; \quad \frac{5}{8} : 4 \frac{1}{3} = ; \quad \frac{2}{3} : 6 \frac{2}{5} = ; \quad 3 : 5 \frac{3}{8} = ;$$

$$\delta'. \quad 5 \frac{3}{4} : 3 \frac{4}{8} = ; \quad 6 \frac{2}{3} : 5 \frac{7}{8} = ;$$

Πῶς διαιρεῖται κλάσμα δι' ἀκεραίου ; ἀκέραιος διὰ κλάσματος ;
κλάσμα διὰ κλάσματος ; μικτὸς διὰ κλάσματος ; κλάσμα διὰ μικτοῦ ;
μικτὸς διὰ μικτοῦ ;

Σύμμικτα προβλήματα τῶν κλασματικῶν ἀριθμῶν

1) Ἐξ ὑφάσματος 35 πήχων ἐδώκαμεν $9 \frac{5}{8}$ πήχεις. Πόσαι
πήχεις μᾶς ἔμειναν ;

2) Τὰ $\frac{4}{5}$ ἀγροῦ τινος τιμῶνται 875 δρ. Πόσον τιμῶνται τὰ $\frac{3}{4}$
αὐτοῦ ;

Λύσις.—Τὰ $\frac{4}{5}$ τιμῶνται 875 δρ.

$$\tauὸ \frac{1}{5} \quad \text{»} \quad \frac{875}{4}$$

$$\kappaαὶ \tauὸ \frac{5}{5} = \frac{4}{4} \quad \text{»} \quad \frac{875 \times 5}{4}$$

$$\tauὰ \frac{5}{5} = \frac{4}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \text{»} \quad \frac{875 \times 5}{4 \times 4}$$

$$\frac{3}{4} \quad \text{»} \quad \frac{875 \times 5 \times 3}{4 \times 4} = \frac{13125}{16}$$

3) Κερδίζει τις καθ' ἐκάστην $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς καὶ ἐξοδεύει ἐκ τούτων τὰ $\frac{3}{6}$. Πόσα ἐξοδεύει καθ' ἐκάστην καὶ τί ἐναποταμιεύει ;

4) Ράβδος τις εἶνε διηρημένη εἰς τρία μέρη. Τὸ πρῶτον εἶνε τὸ $\frac{1}{4}$ τῆς ὅλης ράβδου, τὸ δεύτερον τὰ $\frac{2}{9}$, τὸ δὲ τρίτον ἔχει μῆκος 48 δακτύλων. Πόσον εἶνε τὸ μῆκος τῆς ράβδου ταύτης ;

5) Τὰ $\frac{3}{5}$ τῶν $\frac{2}{3}$ τοῦ $\frac{1}{4}$ ἀριθμοῦ τινος εἶνε ἴσα πρὸς 15. Ποῖος εἶνε ὁ ἀριθμὸς οὗτος ;

Λύσεις.

$$\begin{array}{l}
 \text{Τὰ } \frac{5}{5} \text{ ἰσοῦντ. πρὸς τὰ } \frac{2}{3} \quad \left| \quad \text{τὰ } \frac{5}{5} = \frac{1}{4} \quad \left| \quad \text{τὰ } \frac{2}{20} = 15 \right. \right. \\
 \text{τὸ } \frac{1}{5} \quad \gg \quad \gg \quad \gg \quad \frac{2}{3} \times 5 \quad \left| \quad \text{τὰ } \frac{1}{5} \quad \frac{1}{4} \times 5 \quad \left| \quad \text{τὸ } \frac{1}{20} = \frac{15}{2} \right. \right. \\
 \text{καὶ } \frac{3}{5} \quad \gg \quad \gg \quad \gg \quad \frac{2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{2}{5} \quad \left| \quad \text{καὶ } \frac{2}{5} \quad \frac{1 \times 2}{4 \times 5} = \frac{2}{20} \quad \left| \quad \text{καὶ } \frac{20}{20} = \frac{15 \times 20}{2} \right. \right. \\
 \\
 = \frac{300}{2} = 150
 \end{array}$$

6) Ἀπολέσας τὰ $\frac{3}{5}$ τῶν χρημάτων μου ἔχω 300 δραχμάς. Πόσα χρήματα εἶχον ;

7) Ἐδαπάνησέ τις τὰ $\frac{2}{3}$ τῶν $\frac{4}{5}$ τῶν χρημάτων του καὶ τοῦ ἔμειναν 105 δραχμαί. Πόσας δραχμάς εἶχεν ;

Λύσεις.

$$\text{Τὰ } \frac{3}{3} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{15}{15} - \frac{8}{15} = \frac{7}{15} = 105$$

$$\text{τὸ } \frac{1}{3} = \frac{4}{5} \times 3$$

$$\frac{1}{15} = \frac{105}{7}$$

$$\text{καὶ τὰ } \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{15}{15} = \frac{105 \times 15}{7} = \frac{1575}{7} = 225$$

8) Ἐργάτης τις διὰ τὰ $\frac{6}{8}$ ἔργου τινὸς ἔλαβε 250 $\frac{3}{4}$ δραχμάς.

Πόσον θὰ λάβῃ διὰ τὸ ὅλον ἔργον ;

9) Ἐδόθη εἰς τινα τὸ $\frac{1}{3}$ ποσοῦ τινός, εἰς ἕτερον τὸ $\frac{1}{4}$ καὶ εἰς τρίτον τὸ ὑπόλοιπον, ὅπερ ἦτο 50000 δραχμαί. Ποῖον ἦτο τὸ ποσὸν τοῦτο ;

10) Εἶχέ τις 565 $\frac{1}{2}$ δραχμάς καὶ μὲ μέρος τῶν χρημάτων τούτων

ἡγόρασε 32 $\frac{1}{4}$ πηχ. ὑφάσματος πρὸς 9 $\frac{4}{5}$ δραχμάς. Πόσα χρήματα ἐπερίσσευσαν ;

11) Διὰ νὰ ἐνδυθῶσι οἱ ἄνδρες τάγματός τινος παρηγγέλθησαν 5400 μέτρα ἐριούχου, πλάτους $\frac{12}{8}$ τοῦ μέτρου. Ἀλλ' ἐπειδὴ ὁ προμηθευτὴς δὲν εὔρεν ἐριούχον αὐτοῦ τοῦ πλάτους, ἀπέστειλεν 6000 μέτρα ἐριούχου μικροτέρου πλάτους. Ποῖον εἶνε τὸ πλάτος τοῦ νέου τούτου ὑφάσματος ;

Λύσεις. Ἐὰν τὸ μῆκος τοῦ ἐριούχου εἶνε 5400 τὸ πλάτος πρέπει νὰ εἶνε $\frac{12}{8}$. ἂν τὸ μῆκος εἶνε ἓν μέτρον, τὸ πλάτος πρέπει

νὰ εἶνε $\frac{12 \times 5400}{8}$. ἂν δὲ τὸ μῆκος εἶνε 6000 τότε τὸ πλάτος πρέπει

νὰ εἶνε $\frac{12 \times 5400}{8 \times 6000} = 1 \frac{7}{20}$ τοῦ μέτρου.

12) Εἰς $2 \frac{1}{2}$ ὥρας σκάπτει τις $3 \frac{4}{5}$ μέτρα χάνδακός τινος.

Εἰς $8 \frac{3}{4}$ ὥρας πόσον μέρος τοῦ χάνδακος θὰ σκάψῃ ;

α'. Εἰς $\frac{5}{2}$ σκάπτει $\frac{19}{5}$ β'. Εἰς $\frac{2}{2}$ ἢ $\frac{4}{4}=1$ ὥραν σκάπτει $\frac{38}{25}$

$\frac{1}{2}$ » $\frac{19}{5} \times 5$ $\frac{1}{4}$ » » $\frac{38}{25} \times 4$

καὶ εἰς $\frac{2}{2}$ » $\frac{19 \times 2}{5 \times 5}$ $\frac{35}{4}$ » » $\frac{38 \times 35}{25 \times 4}$

13) Ἐὰν εἰς τὰ $\frac{3}{5}$ καὶ $\frac{1}{4}$ ἐκ τῶν χρημάτων μου προσθέσῃ τις

12 δραχμὰς θὰ εὕρῃ τὸ ποσὸν ὑπερ εἶχον. Πόσα εἶχον ;

Λύσις. $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}$ τὸ ὅλον τῶν χρημάτων ἦτο $\frac{20}{20}$

$\frac{20}{20} - \frac{17}{20} = \frac{3}{20}$ τὸ $\frac{3}{20} = 12$

τὸ $\frac{1}{20} = \frac{12}{3}$

καὶ τὸ $\frac{20}{20} - \frac{12 \times 20}{3} = \frac{240}{3} = 80$.

14) Ἐπλήρωσέ τις τὰ $\frac{2}{5}$ τοῦ χρέους του ἔπειτα τὰ $\frac{2}{3}$ τοῦ ὑπο-

λοίπου καὶ ὀφείλει ἀκόμη 3500 δραμὰς. Πόσον εἶνε τὸ ὅλον χρέος ;

Λύσις. Ὅλον τὸ χρέος εἶνε $\frac{5}{5}$ ἀφαιροῦμεν τὰ $\frac{2}{5}$ μένου $\frac{3}{5}$ ὑπό-

λοιπον. Τὰ $\frac{2}{3}$ αὐτοῦ εἶνε $\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ ἐπλήρωσε λοιπὸν $\frac{2}{5}$

τὴν πρώτην φοράν καὶ $\frac{2}{5}$ τὴν δευτέραν ἦτοι ἐπλήρωσε τὸ ὅλον

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4}{5} \text{ και μένει χρέος } \frac{1}{5} = 3500 \text{ τὰ } \frac{5}{5} = 3500 \times 5 = 17,500.$$

15) Ἐμπορὸς τις ἐπώλησε τὰ $\frac{3}{5}$ ἐξ ἑνὸς υφάσματος τὸ δὲ ὑπόλοιπον εὐρέθη $18\frac{6}{10}$ μέτρα. Πόσα χρήματα ἔλαβε διὰ τὸ πωλῆ-
θέν, ἐὰν τὸ μέτρον ἐπωλήθη πρὸς $8\frac{1}{2}$ δραχμάς ;

16) Ἐργάτης τις τελειώνει εἰς 5 ἡμέρας ἔργον τι, ἕτερος τὸ αὐτὸ ἔργον εἰς 7 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας ὁμοῦ ἐργαζόμενοι θὰ τελειώ-
σωσι τὸ ἔργον ;

17) Ἠγόρασέ τις ὠὰ πρὸς 10 λεπτὰ τὰ 3 καὶ πεταπωλῆσας αὐτὰ πρὸς 15 λεπτὰ τὰ δύο παρετήρησεν ὅτι ἐκέρδισε 15 δρ. Πόσα ὠὰ ἠγόρασεν ;

Λύσις. Ἐκαστον ὠὸν ἠγοράσθη $\frac{10}{3}$ τοῦ λεπτοῦ καὶ ἐπωλήθη πρὸς $\frac{15}{2}$ ὥστε ἀπὸ ἑκαστον ἐκέρδισε $\frac{15}{2} - \frac{10}{3} = \frac{45}{6} - \frac{20}{6} = \frac{25}{6}$ ὥσας δὲ φορές χωρεῖ τὸ $\frac{25}{6}$ εἰς τὸ 1500 λεπτὰ τόσα ὠὰ ἠγόρασεν ἥτοι $6 \times 1500 = 9000 : 25 = 360$.

18) Ἐμπορὸς τις ἐπώλησεν ἐξ ἑνὸς υφάσματος ἔχοντος μήκος 140 πήχεων τὸ τρίτον αὐτοῦ καὶ ἔπειτα τὰ $\frac{2}{5}$ τοῦ ὑπολοίπου. Πό-
σαι πήχεις τῷ ἔμειναν ;

Λύσις. Ἀφοῦ ἐπώλησε τὸ $\frac{1}{3}$ τῶν 140 πήχεων τῷ ἔμειναν τὰ $\frac{2}{3}$ αὐτῶν ἥτοι $140 \times \frac{2}{3}$. Ἀφοῦ πάλιν ἐπώλησε τὰ $\frac{2}{5}$ τοῦ ὑπο-
λοίπου τῷ ἔμειναν τὰ $\frac{3}{5}$ αὐτοῦ ἥτοι $140 \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = 56$ πήχεις.

19) Ἐφερέ τις πρὸς πώλησιν τρία φορτία οἴνου. Τὸ ἐν τούτων περιείχε $86\frac{2}{5}$ ὀκάδας, τὸ ἄλλο $95\frac{1}{2}$ καὶ τὸ τρίτον $78\frac{1}{8}$. ἀλλὰ καθ' ὁδὸν τῇ ἐχύθησαν $18\frac{3}{4}$ ὀκάδας· τὸ δὲ ὑπόλοιπον ἐπώλησε πρὸς $\frac{4}{5}$ τῆς δραχμῆς. Πόσας δραχμὰς ἔλαβε :

20) Τὰ $\frac{3}{4}$ δεξαμενῆς τινος πληροῦνται ὑπὸ τινος κρουνοῦ εἰς 6 ὥρας, τὰ δὲ $\frac{5}{6}$ αὐτῆς κενοῦνται ὑπὸ ἄλλου κρουνοῦ εἰς 10 ὥρας. Ἐὰν ἀνοιχθῶσι συγχρόνως καὶ οἱ δύο κρουνοί, εἰς πόσας ὥρας θὰ πληρωθῇ ἡ δεξαμενὴ :

Λύσις. Ἀφοῦ εἰς 6 ὥρας πληροῦνται τὰ $\frac{3}{4}$ εἰς 1 ὥραν θὰ πληρωθῶσι τὰ $\frac{3}{4 \times 6} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$ καὶ ἀφοῦ εἰς 10 ὥρας κενοῦνται τὰ $\frac{5}{6}$ εἰς 1 ὥραν θὰ ἐκκενωθῶσι τὰ $\frac{5}{6 \times 10} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$ ὥστε εἰς ἐκάστην ὥραν πληροῦνται $\frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{1}{24}$. Τὸ $\frac{1}{24}$ πληροῦται εἰς 1 ὥραν καὶ ὁλόκληρος ἡ δεξαμενὴ, ἦτοι τὰ $\frac{24}{24}$ θὰ πληρωθῶσιν εἰς $24 \times 1 = 24$ ὥρας.

21) Ἐρωτηθεὶς τις περὶ τῆς ἡλικίας του ἀπεκρίθη. Ἐὰν ἡ ἡλικία μου διαιρεθῇ διὰ $\frac{3}{8}$, προκύπτει πηλίκον μεγαλύτερον τῆς ἡλικίας μου κατὰ 50 ἔτη. Ποία εἶνε ἡ ἡλικία αὐτοῦ :

Λύσις. Διὰ νὰ διαιρέσωμεν ἀριθμὸν διὰ κλάσματος θὰ πολλαπλασιάσωμεν τοῦτον ἐπὶ τὸ κλάσμα ἀντεστραμμένον. Ὅθεν τὰ $\frac{8}{3}$ τῆς ἡλικίας του ὑπερβαίνει τὴν ἡλικίαν του κατὰ 50 καὶ

ἐπειδὴ ἡλικία του εἶνε $\frac{3}{5}$ ἔπεται ὅτι τὰ $\frac{5}{3}$ τῆς ἡλικίας του εἶνε 50,

τὸ $\frac{1}{3}$ εἶνε ἴσον μὲ $\frac{50}{5}$ καὶ τὰ $\frac{3}{5} = \frac{50}{5} \times 3 = \frac{150}{5} = 30$.

22) Ὁπωροπώλης τις ἐρωτηθεὶς πόσα πορτοκάλια εἶχε, ἀπεκρίθη. Ἐὰν εἶχον ἄλλα τόσα καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῶν καὶ τὸ πέμπτον καὶ 9 ἀκόμη θὰ εἶχον ἐν ὄλῳ 360. Πόσα εἶχεν ;

Λύσις. Τὸ $\frac{1}{2}$ καὶ τὸ $\frac{1}{5}$ ἀποτελοῦσι $\frac{7}{10}$ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν πορτοκαλίων του, ὅλος δὲ ὁ ἀριθμὸς τῶν πορτοκαλίων θὰ παρασταθῇ διὰ τοῦ κλάσματος $\frac{10}{10}$ ἐπομένως $\frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{7}{10} = \frac{27}{10}$ καὶ 9 ἀκόμη θὰ

εἶχε 360. Ἐὰν δὲ δὲν εἶχε τὰ 9 τότε τὰ $\frac{27}{10} = 351$ τὸ $\frac{1}{10} = \frac{351}{27}$

καὶ τὰ $\frac{10}{10} = \frac{351 \times 10}{27} = 130$.

23) Ἐρωτηθεὶς τις τί ὥρα εἶνε ἀπεκρίθη πρὸ ἐνὸς τετάρτου ἤτο τὸ ἥμισυ τῶν δύο τρίτων τοῦ ἡμίσεως ἡμερονυκτίου τί ὥρα ἦτο ;

Λύσις. Πρὸ ἐνὸς τετάρτου ἦτο $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 24 = 4$ ἐπομένως

ὅτε ἠρωτήθη ἦτο $4\frac{1}{4}$.

24) Δύο πεζοπόροι ἀναχωροῦσιν ἐξ Ἀθηνῶν διὰ τὰς Θήδας· τοῦτων ὁ εἰς βαδίζει 14 χιλιόμετρα εἰς 3 ὥρας, ὁ δὲ ἄλλος 22 εἰς 5 ὥρας. Ἐὰν ἡ ἀπόστασις τῶν δύο πόλεων εἶνε 57 χιλιόμετρα, τίς τοῦτων θὰ φθάσῃ προτύτερα καὶ πόσῃν ὥραν ;

25) Ἐδάνεισέ τις εἰς τινὰ τὰ $\frac{3}{8}$ τῆς περιουσίας του αὐτὸς δὲ

ἐδάνεισεν εἰς τρίτον τὰ $\frac{7}{11}$ τῶν ὕσων ἔλαβε καὶ τῷ ἔμειναν 12000

δραχμαί. Ποῖον τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον ;

26) Ἐκ τινος πίθου πλήρους οἴνου ἐπώλησέ τις τὰ $\frac{2}{7}$ αὐτοῦ,

ἔπειτα $\frac{3}{8}$ τοῦ ὑπολοίπου καὶ τοῦ ἔμειναν 25 ὀκάδες. Πόσων ὀκάδων ἦτο ἡ χωρητικότης τοῦ πίθου ;

Λύσις. Ἀφοῦ ἐπώλησε τὰ $\frac{2}{7}$ τῷ ἔμειναν $\frac{5}{7}$ τοῦ ὑπολοίπου

τούτου ἔδωκε τὰ $\frac{3}{8}$ ἤτοι $\frac{5}{7} \times \frac{3}{8} = \frac{15}{56}$ ἔδωκε δὲ τὸ ὅλον $\frac{2}{7} + \frac{15}{56}$

$= \frac{31}{56}$, τὸ ὑπόλοιπον δὲ τούτου εἶνε $\frac{25}{56} = 25$ ἄρα ἡ χωρητικότης εἶνε

$\frac{25}{56} = 25$.

$$\frac{1}{56} = \frac{25}{56} \text{ καὶ } \frac{56}{56} = \frac{25 \times 56}{25} = 56.$$

27) Ἠγόρασέ τις τὰ $\frac{3}{7}$ ἐνὸς ὑφάσματος περιέχοντος $75\frac{2}{5}$

μέτρου πρὸς $2\frac{3}{4}$ δραχμάς τὸν πῆχυν· ἐκ τούτων ἐπλήρωσε $56\frac{2}{5}$ δραχμάς. Πόσας δραχμάς ὀφείλει ἀκόμη ;

28) Ποιμὴν ἐρωτηθεὶς περὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν προβάτων του ἀπήντησεν ἂν εἶχον τὸ $\frac{1}{3}$ τῶν ὄσων ἔχω καὶ 15 ἀκόμη τὰ πρόβατά μου θὰ συνεποσοῦντο εἰς 175. Πόσα πρόβατα εἶχε ;

29) Ἐὰν τήξωμεν ὁμοῦ 30 δράμια ἀργύρου καὶ 70 δράμια χαλκοῦ, πόσος ἄργυρος θὰ περιέχεται εἰς τὰ $\frac{4}{5}$ τοῦ δραμίου τοῦ μίγματος τούτου ;

30) Αἱ 2 πῆχεις ὑφάσματος τινος τιμῶνται $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς. Αἱ 15 $\frac{1}{8}$ πῆχεις τοῦ ἰδίου ὑφάσματος πόσον τιμῶνται.

31) Με $5 \frac{1}{2}$ δραχμὰς ἀγοράζομεν $9 \frac{2}{5}$ ὀκάδας σίτου, με $25 \frac{1}{4}$ δραχμὰς πόσας ὀκάδας ἀγοράζομεν ;

Σημειώσεις.—Τὸ πρόβλημα τοῦτο καὶ τὰ παρόμοια λύονται ἀναλυόμενα εἰς δύο ἀπλούστερα προβλήματα, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ πρῶτον εἶνε πάντοτε διαιρέσεως (μερισμοῦ), τὸ δὲ δεύτερον πολλαπλασιασμοῦ ἢ διαιρέσεως (μετρήσεως).

με $5 \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$	δραχμὰς ἀγοράζομεν	$\frac{47}{5}$	ὀκάδας
με τὸ $\frac{1}{2}$	»	»	$\frac{47}{5 \times 11}$
καὶ με τὰ $\frac{2}{2} = 1$	»	»	$\frac{47 \times 2}{5 \times 11}$
καὶ ἄφοῦ με $\frac{2}{2} = \frac{4}{4} = 1$	»	»	$\frac{94}{55}$
με τὸ $\frac{1}{4}$	»	»	$\frac{94}{55 \times 4}$
καὶ με τὰ $\frac{101}{4}$	»	»	$\frac{94 \times 101}{55 \times 4}$

Σύνθετα κλάσματα

Τὸ πηλίκον δύο οἰωνδήποτε ἀριθμῶν δύναται νὰ παρασταθῇ κλαματικῶς εἰς $3 : 4 = \frac{3}{4}$, $5 : 8 = \frac{5}{8}$, $6 : \frac{3}{4} = \frac{6}{\frac{3}{4}} = \frac{6 \times 4}{3} = 8$, $4 \frac{3}{5} : \frac{4}{8} = \frac{4 \frac{3}{5}}{\frac{4}{8}} = \frac{4 \frac{3}{5} \times 8}{4} = \frac{32 \frac{24}{5}}{4} = 8 \frac{6}{5}$.
 Ἡ ἀναπαράστασις τῶν ὁποίων οἱ δύο ὅροι δὲν εἶνε ἀκέραιοι ἀριθμοὶ λέγονται σύνθετα κλάσματα.

Νὰ τραποῦν τὰ σύνθετα κλάσματα $\frac{4}{\frac{3}{5}}$, $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{5}{8}}$, $\frac{2 \frac{3}{5}}{\frac{3}{4}}$ εἰς κοινὰ

$$\begin{aligned} \text{κλάσματα} \quad \frac{4}{3} &= \frac{4 \times 5}{3 \times 5} = \frac{20}{3}, \quad \frac{4}{3} = \frac{20}{3}, \quad \frac{3}{5} = \frac{3 \times 5 \times 8}{5 \times 5 \times 8} = \frac{24}{25} \\ \frac{13}{5} &= \frac{13}{5} = \frac{13 \times 5 \times 6}{5 \times 5 \times 6} = \frac{13 \times 6}{27 \times 5} = \frac{78}{175} \\ 4 \frac{3}{6} &= \frac{27}{6} = \frac{27}{6} \times 6 \times 5 = \frac{27 \times 6}{27 \times 5} = \frac{78}{175} \end{aligned}$$

Σημειώσεις.—“Ἴνα τρέψωμεν σύνθετον κλάσμα εἰς κοινὸν πολλαπλασιάζομεν ἀμφοτέρους τοὺς ὅρους αὐτοῦ ἐπὶ τὸ ἐλάχιστον κοινὸν πολλαπλάσιον τῶν παρονομαστῶν τῶν δύο ὅρων αὐτοῦ. Ἐὰν οἱ ὅροι τοῦ συνθέτου κλάσματος εἶνε μικτοὶ τρέπομεν αὐτοὺς εἰς κλάσματα καὶ ἔπειτα τρέπομεν αὐτὰ εἰς ἀπλοῦν. Ἐὰν ὁ εἰς τῶν ὅρων εἶνε ἀκέραιος δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς κλάσμα ἔχον παρονομαστὴν τὴν μονάδα.

ΠΕΡΙ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Τροπὴ συμμιγῶν εἰς ἰσοδυνάμους κλασματικούς.

1) Νὰ τραπῇ ὁ συμμιγῆς 8 εἰκοσ., 3 τάλ., 4 δραχ. καὶ 60 λεπτοὶ εἰς κλασματικὸν τοῦ εἰκοσαδράχμου, τοῦ ταλλήρου, τῆς δραχμῆς καὶ εἰς ἀκέραιον ἀριθμὸν.

2) Νὰ τραπῇ ὁ συμμιγῆς 6 στατῆρες, 30 ὀκάδ. καὶ 300 δράμια εἰς κλασματικὸν τοῦ στατῆρος, τῆς ὀκάς καὶ εἰς ἀκέραιον ἀριθμὸν.

3) 7 ἔτη, 9 μῆνες, 15 ἡμέρας, 13 ὥρας εἰς κλασματικὸν τοῦ ἔτους, τοῦ μηνός, τῆς ἡμέρας καὶ εἰς ἀκέραιον.

4) 6 πῆχεις καὶ 7 ρούπια νὰ τραποῦν εἰς κλασματικὸν τοῦ πήχεως

5) 3 παλάμαι, 8 δακτύλους καὶ 9 γραμμᾶι νὰ τραποῦν εἰς κλασματικὸν τοῦ μέτρου, τῆς παλάμης, τοῦ δακτύλου καὶ εἰς ἀκέραιον ἀριθμὸν.

6) 350 δράμια νὰ τραπῇ εἰς κλασματικὸν τοῦ στατῆρος καὶ τῆς ὀκάς.

7) 6 ἡμέραι καὶ 12 ὥραι νὰ τραπῇ εἰς κλασματικὸν τοῦ ἔτους τοῦ μηνός τῆς ἡμέρας καὶ εἰς ἀκέραιον.

8) Νὰ τραπῇ ὁ δεκαδικὸς 0,375 τοῦ ἔτους εἰς συμμιγῇ ἀριθμὸν.

9) Νὰ τραπῇ ὁ 0,65 τοῦ στατῆρος εἰς συμμιγῇ ἀριθμὸν.

Κλασματικοὶ εἰς ἰσοδυνάμους συμμιγεῖς

Νὰ τραπῶσιν εἰς συμμιγεῖς·

$$1) \frac{3}{5} \text{ εἰκοσαδράχμου } \frac{2}{3} \text{ ἔτους } \frac{23}{5} \text{ στατῆρος } \frac{3}{7} \text{ πήχεως.}$$

$$2) \frac{2}{5} \text{ ἡμέρας } \frac{3}{8} \text{ μέτρου } \frac{15}{7} \text{ δραχμῆς } \frac{8}{5} \text{ ὥρας.}$$

Προβλήματα προσθέσεως καὶ ἀφαιρέσεως συμμιγῶν

1) Ἐπώλησέ τις ἡμέραν τινὰ 3 πήχ. καὶ 6 ρούπια ὑφάσματος, τὴν ἐπομένην 6 πήχ. καὶ 7 ρούπια καὶ τὴν τρίτην ἡμέραν 10 πήχ. καὶ 4 ρούπια ἐκ τοῦ αὐτοῦ ὑφάσματος. Πόσον εἶνε τὸ πωληθέν ;

2) Ἐχρεώσται τις εἰς τινὰ 3 εἰκοσάδρ., 3 τάλληρα, 4 δρ. καὶ 60 λεπτά. Εἰς ἄλλον 12 εἰκοσάδρ., 2 τάλληρα, 3 δραχμὰς καὶ 30 λεπτά. Πόσα ἐχρεώσται τὸ ὅλον ;

3) Ἠγόρασέ τις σίτον κατὰ τρεῖς διαφόρους ἐποχάς. Τὴν α' φορὰν ἠγόρασε 6 στατῆρας καὶ 20 ὀκάδας, τὴν β' φορὰν ἠγόρασε 7 στατῆρας καὶ 300 δράμια καὶ τὴν γ' φορὰν 10 στατῆρας, 15 ὀκάδας καὶ 350 δράμια. Πόσον ἠγόρασεν ἐν ὅλῳ ;

4) Ἐκ τεμαχίου ὑφάσματος 85 πήχεων καὶ 7 ρουπίων ἐχρησιμοποίηθον 47 πήχ. καὶ 7 ρούπια. Πόσον ὕφασμα ἀπέμεινεν ;

5) Ἀγρὸς σύγκειται ἐξ 25 στρεμμάτων καὶ 270 μέτρων, ἕτερος ἐκ 18 στρεμμάτων καὶ 685 μέτρων καὶ τρίτος ἐκ 19 στρεμμάτων καὶ 250 μέτρων. Πόση εἶνε ἡ ὅλική ἑκτασις ;

6) Ἐπώλησέ τις ἐξ ἑνὸς πράγματος τὴν μὲν α' φορὰν $\frac{3}{5}$ τοῦ στατῆρος, τὴν δὲ β' φορὰν $\frac{2}{5}$ τῆς ὀκάς, καὶ τὴν γ' φορὰν 3 στατῆρας, 25 ὀκάδας καὶ 300 δράμια. Πόσον ἐπώλησεν ἐν ὅλῳ ;

7) Ἐργάται ἀνέλαβον νὰ κτίσουν τοῖχον 25 μέτρων, 9 παλ.

καὶ 6 δακτύλων. Τὴν α' ἡμέραν ἐκτίσαν 8 μέτρα, 6 παλ. καὶ 10 δακτ. Τὴν δευτέραν 7 μέτρ., 3 παλάμ. καὶ 9 δακτύλ. Πόσον μέρος τοῦ τοίχου μένει ἀκόμη ἀνεκτέλεστον ;

8) Ἀνθρωπὸς τις ἀπέθανε τὸ 1905 23 Ἰουλίου, ὥραν 8ην μ.μ. καὶ ἔζησεν 67 ἔτη, 8 μῆνας, 11 ἡμέρας, 10 ὥρας καὶ 33'. Πότε ἐγεννήθη ;

9) Ἐργάτης τὴν πρώτην ἡμέραν εἰργάσθη 10 ὥρ. 30' καὶ 25''. Τὴν δευτέραν 6 ὥρας 40', 50'', τὴν τρίτην 8 ὥρ. 25 καὶ 35'' καὶ τὴν δ' ἡμέραν εἰργάσθη τὰ $\frac{3}{7}$ τῆς ἡμέρας. Πόσον τὸ ἔλόν εἰργάσθη ;

10) Ἐχει τις 3 στατήρας, 25 οκάδας καὶ 300 δράμια τυροῦ καὶ ἐπώλησε τὰ 0,65 τοῦ στατήρος. Πόσος τυρὸς τῷ ἔμεινεν ;

11) Ἐκ τεμαχίου ὑφάσματος, ἔχοντος μῆκος 90 ὑάρδων, ἐπωλήθησαν 50 ὑάρδαί, 3 παλ. καὶ 9 δάκτυλοι. Πόσον ὑφασμα ἔμεινεν ;

12) Ἐγεννήθη τις τῷ 1878 Ἰουλίου 10 καὶ ὥραν 8ην π. μ. καὶ ἔζησε 35 ἔτη, 3 μῆνες καὶ 10 ἡμέρες. Πότε ἀπέθανε ;

13) Ὅδοῦ ἐχούσης μῆκος 9 σταδίων καὶ 650 μέτρων ἐπεσκευάσθησαν τὰ 6 στάδια καὶ 680 μέτρα. Πόσον μέρος αὐτῆς δὲν ἐπεσκευάσθη ;

14) Ἀνθρακοπώλης τις ἐξ ὀγδοήκοντα στατήρων καὶ 15 οκάδων ἐπώλησεν 35 στατήρες, 25 οκάδες καὶ 300 δράμια. Πόσοι ἄνθρακες τῷ ἀπέμειναν ;

15) Ἐκ σχοινίου μήκους $\frac{19}{3}$ τῆς ὀργυιᾶς ἐχρησιμοποιήθησαν $\frac{2}{5}$ τῆς ὀργυιᾶς καὶ $1\frac{1}{7}$ τῆς ὀργυιᾶς. Πόσον σχοινίον ἀπέμεινεν ;

16) Ἡ πλευρὰ ἀμπέλου, ἐχούσης σχῆμα τετραγώνου, ἔχει μῆκος 18 μέτρων, 9 παλ., 11 δακτ. καὶ 8 γραμ. Ποῖον εἶνε τὸ μῆκος τῆς περιμέτρου ;

17) Φιλάνθρωπος ἔχει ἐν τῇ ἀποθήκῃ του 65 στατήρας, 30 οκάδας καὶ 300 δράμια σίτου. Διέταξε δὲ νὰ δοθῶσιν εἰς διαφόρους πτωχοὺς τὰ ἐξῆς ποσά· Εἷς τινα $\frac{6}{7}$ στατήρος, εἰς ἄλλον $\frac{12}{8}$ στα-

τήρος, εἰς τρίτον $\frac{20}{3}$ τοῦ στατήρος καὶ εἰς τὸν τέταρτον $\frac{18}{5}$ τοῦ στατήρος. Πόσος σίτος ἀπέμεινεν ἐν τῇ ἀποθήκῃ του ;

18) Ἀνθρωπὸς τις εἶχε 30 εἰκοσάδραχμα, 2 τάλληρα, 3 δρ. καὶ 80 λεπτά. Ἐξ αὐτῶν ἐδάνεισε $\frac{8}{3}$ τοῦ εἰκοσαδρ. καὶ ἔλαβε παρά τινος ὀφειλέτου $\frac{6}{5}$ τοῦ ταλλήρου. Πόσον ἔχει τώρα ;

19) Ἀμαξα, ἔχουσα νὰ διανύσῃ ἀπόστασιν $\frac{445}{3}$ σταδίων εἰς τρεῖς ἡμέρας, διήνυσε τὴν πρώτην ἡμέραν $\frac{99}{2}$ στάδια, τὴν δευτέραν $\frac{209}{4}$ στάδια. Πόσον διάστημα ἔχει νὰ διανύσῃ τὴν τρίτην ἡμέραν ;

20) Τρεῖς ἀδελφοὶ ἔχουσιν ἡλικίαν 90 ἐτῶν, 11 μηνῶν, 3 ἡμερῶν, 18 ὥρων 30' καὶ 45''. Ὁ α' ἔχει ἡλικίαν 35 ἐτῶν, 8 μηνῶν, 20 ἡμερῶν, 15 ὥρων καὶ 20'. Ὁ β' 33 ἐτῶν, 6 μηνῶν, 25 ἡμερῶν, 20 ὥρων 20' καὶ 30''. Ποία εἶνε ἡ ἡλικία τοῦ τρίτου ;

21) Ἔργον τι τελειώνει εἰς 45 ἡμέρας, 13 ὥρας καὶ 40'. Πρὸς τοῦτο εἰς ἐργάτης ἐργάσθη τὸ πρῶτον 5 ἡμέρας, 9 ὥρας 35' καὶ 40''. Ἐπειτα 8 ἡμέρας, 14 ὥρας 25' καὶ 30'' καὶ τέλος $10\frac{3}{5}$ ἡμέρας. Πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται πρὸς ἀποπεράτωσιν ;

22) Κιβώτιον σιδηροῦν πλήρες ἐμπορευμάτων ζυγίζει 12 στατήρας, 35 ὀκάδας καὶ 350 δράμια, ἀφαιρεθέντος δὲ τοῦ ἐμπορεύματος τὸ κιβώτιον κενὸν ζυγίζει $\frac{5}{3}$ τοῦ στατήρος. Πόσον τὸ βάρος τοῦ ἐμπορεύματος ;

23) Ἐμπορὸς τις τὴν Δευτέραν εἰσέπραξεν 30 εἰκοσάδραχμα, 2 τάλληρα, 4 δραχμάς καὶ 80 λεπτά. Τὴν Τρίτην ἐπλήρωσε 8 τάλληρα, 3 δρ., 2 δρ. καὶ 20 λεπτά καὶ τὴν Παρασκευὴν εἰσέπραξε $\frac{70}{3}$ τοῦ εἰκοσαδράχμου. Πόσα εἰσέπραξε καὶ πόσα τῷ ἔμειναν ;

24) Ἐκ 48 στατήρων καὶ 30 δακάδων ἐδώκαμεν τὰ $\frac{13}{7}$ τοῦ στατήρος. Πόσον μᾶς ἔμεινεν ;

25) Ἐκ 32 εἰκοσαδράχμων ἐδώκαμεν 12 εἰκοσάδραχμα, 3 τάλληρα, 2 δραχμὰς καὶ 70 λεπτά. Πόσα μᾶς ἔμειναν ;

26) Ἐκ τινος ὑφάσματος 15 πήχεων ἐκόπησαν $\frac{13}{5}$ τοῦ πήχεως, ἔπειτα ἐκόπησαν $\frac{18}{4}$ τοῦ πήχεως καὶ τέλος 3 πήχ. καὶ 3 ρούπια.

Πόσον ὑφασμα ἔμεινεν ;

27) Ναύτης τις κατὰ τὸ διάστημα 2 ἐτῶν ὑπηρέτησεν εἰς τρία πλοῖα ὡς ἐξῆς. Εἰς τὸ ἐν τῶν πλοίων εἰργάσθη 6 μῆνες, 20 ἡμέρας, 12 ὥρας 18' καὶ 20'' καὶ εἰς τὸ ἕτερον 9 μῆνας, 25 ἡμέρας, 10 ὥρας 15' καὶ 25''. Πόσον χρόνον ὑπηρέτησεν εἰς τὸ τρίτον πλοῖον ;

28) Ὁ συμμιγῆς ἀριθμὸς 1915 ἔτ., 6 μῆνας, 28 ἡμέρ. 15 ὥρας νὰ τραπῇ εἰς χρονολογίαν.

29) Τὸ βάρος τῶν πωληθέντων ξυλανθράκων μετὰ τῶν σάκκων αὐτῶν ἦτο 380 στατήρ., 35 δακάδ. καὶ 250 δράμια. Τὸ βάρος τῶν σάκκων ἦτο $\frac{4}{3}$ στατήρ. Πόσον βάρος ξυλανθράκων ἐπωλήσαμεν ;

30) Ἐμπορὸς τις ἔχει 52 στατήρας, 36 δακάδας καὶ 300 δράμ. τυροῦ, ἐπώλησε δὲ ἐκ τούτου τὰ $\frac{98}{3}$ τοῦ στατήρος. Πόσος τυρὸς τῷ ἔμεινεν ;

Πολλαπλασιασμὸς συμμιγοῦς ἐπὶ ἀκέραιον

1) Ἐχομεν 9 ἀποθήκας ἴσης χωρητικότητος καὶ πλήρεις σίτου. Ἐκάστη δὲ τούτων περιλαμβάνει 75 στατήρας, 32 δακάδας καὶ 300 δράμια. Πόσον σῖτον ἔχομεν ;

2) 15 ἄνθρωποι ἔχουσι τὴν αὐτὴν ἡλικίαν ἀκριβῶς· ἡ δὲ ἡλικία ἐκάστου τούτων 25 ἔτη, 9 μῆνας, 25 ἡμέρας καὶ 12 ὥρας. Πόσα ἔτη, μῆνας κλπ. ἀποτελοῦσιν αἱ ἡλικίαι πάντων τούτων ;

3) Πόσον ἐνοίκιον πληρώνει τις εἰς 36 μῆνας, ἔταν δι' ἕκαστον μῆνα πληρώνει 5 εἰκοσάδρ., 2 τάλληρα, 3 δραχ. καὶ 80 λεπτά ;

4) Ἴππος διατρέχει ἵπποδρόμιον 50άκας, τοῦ δὲ ἵπποδρομίου ἡ περιφέρεια εἶνε 86 μέτρων, 8 παλ., 10 δακτ. καὶ 10 γραμμᾶς. Πόσον διατρέχει;

5) Ὁ στατήρ τοῦ καφέ τιμᾶται 5 εἰκοσάδρ., 3 τάλληρα, 4 δρ. καὶ 50 λεπτά. Πόσον τιμῶνται 18 στατήρες;

Πῶς πολλαπλασιάζεται συμμιγῆς ἐπὶ ἀκέραιον;

Διαφορετικὴ συμμιγοῦς δι' ἀκεραίου

1) Νὰ εὑρεθῇ τὸ εἰκοστὸν τῶν 30 εἰκοσ., 2 ταλ., 3 δραχ. καὶ 80 λεπτῶν καὶ τὸ ὄγδοον τῶν 15 ἐτῶν, 6 μηνῶν, 20 ἡμερῶν καὶ 22 ὥρων.

2) Τέσσαρες ἀδελφοὶ ἔχουσιν ἀδιαίρετον περιουσίαν συγχειμένην ἐκ 240 εἰκ., 3 ταλ., 4 δρ. καὶ 60 λεπτῶν. Ποῖον τὸ μερίδιον ἐκάστου τούτων ἐκ τῆς περιουσίας;

3) Ταχυδρόμος θέλει νὰ διανύσῃ εἰς 6 ὥρας διάστημα 38 σταδίων, 250 μέτρων, 6 παλ., 8 δακτ. καὶ 10 γραμμῶν. Πόσον διάστημα πρέπει νὰ διανύσῃ τὴν ὥραν;

4) 360 στατήρας ἀνθρώπων, 30 ὀκάδας καὶ 250 δράμια ἀνήκουσιν εἰς 18 ἀνθρώπους. Πόσον θὰ λάβῃ ἕκαστος τούτων;

5) Νὰ εὑρεθῇ τὸ ἕκον τῶν 40 στατήρων, 30 ὀκάδων καὶ 300 δραμίων.

Πῶς διαιρεῖται συμμιγῆς δι' ἀκεραίου;

Πολλαπλασιασμὸς συμμιγοῦς ἐπὶ κλασματικόν

1) Μὲ ἓν εἰκοσάδραχμον ἀγοράζομεν 30 μέτρ., 8 παλ., 9 δακτ. καὶ 10 γραμμᾶς ὑφάσματος τινος. Πόσον θὰ ἀγοράσωμεν μὲ τὰ $\frac{7}{8}$ αὐτοῦ;

2) Ἐὰν μὲ μίαν δραχμὴν ἀγοράζομεν 45 πήχεις καὶ 6 ρούπια ταινίας τινός. Πόσον θὰ ἀγοράσωμεν μὲ $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς;

3) Νὰ εὑρεθοῦν τὰ $\frac{4}{5}$ τῶν 26 στατήρ., 25 ὀκ. καὶ 300 δραμίων.

4) Νὰ εὑρεθοῦν τὰ $\frac{3}{5}$ τῶν 3 ἐτῶν, 10 μηνῶν, 20 ἡμερῶν καὶ 12 ὥρῶν.

Πῶς πολλαπλασιάζεται συμμιγῆς ἐπὶ κλάσμα ;

Διαίρεσις συμμιγοῦς διὰ κλάσματος

1) Ποῖον εἶνε τὸ μῆκος τῆς ὁδοῦ, ὅταν τὰ $\frac{2}{3}$ εἶνε 30 στάδια, 850 μέτρα, 8 παλάμ., 6 δάκτ. καὶ 8 γραμμαί ;

2) Πόση εἶνε ἡ χωρητικότης ἀποθήκης, τῆς ὁποίας τὰ $\frac{7}{8}$ περιλαμβάνουσι 300 στατήρας, 30 ὀκάδας καὶ 350 δραμίων ;

3) Πόσον τιμᾶται τὸ στρέμμα, ὅταν τὰ $\frac{5}{8}$ αὐτοῦ τιμῶνται 35 εἰκοσάδρ., 2 τάλ., 2 δραχ. καὶ 80 λεπτά ;

4) Πόσον τιμᾶται ὁ πῆχυς ὑφάσματος ὅταν τὰ $\frac{3}{12}$ αὐτοῦ τιμῶνται 7 δραχμάς καὶ 60 λεπτά ;

Πῶς διαιρεῖται συμμιγῆς διὰ κλάσματος ;

Πολλαπλασιασμὸς συμμιγοῦς ἐπὶ μικτὸν

1) Ἐὰν μὲ ἐν τάλληρον ἀγοράζωμεν 3 ὀρ., 4 ποδ. καὶ 8 δακτ. καὶ 10 γραμ. ὑφάσματος τιнос. Πόσον θὰ ἀγοράσωμεν μὲ 8 τάλ. καὶ $\frac{6}{8}$ τοῦ ταλλήρου ;

2) Ἐργάται τινὲς εἰς μίαν ἡμέραν κατεσκεύασαν 40 στατήρας, 30 ὀκάδας καὶ 200 δραμια ξυλανθράκων. Πόσους ξυλάνθρακας θὰ κατασκευάσουν εἰς 9 $\frac{3}{4}$ ἡμέρας ;

3) Ἐὰν ὁ εἰς πῆχυς τιμᾶται 3 τάλ., 4 δραχ. καὶ 80 λεπτά, πόσον τιμῶνται 6 $\frac{2}{8}$ πῆχεις ;

Πῶς πολλαπλασιάζεται συμμιγῆς ἐπὶ μικτὸν ;

Διαίρεσις συμμιγοῦς διὰ μικτοῦ

- 1) Μὲ $5 \frac{2}{5}$ δραχ. ἀγοράζομεν 7 πήχ. καὶ 6 ρούπια. Πόσον θὰ ἀγοράσωμεν μὲ μίαν δραχμὴν ;
- 2) Ὑπηρέτης ἐργασθεὶς $2 \frac{1}{2}$ μῆνας ἔλαβε 6 εἰκοσάδρ., 1 τάλ., 3 δραχμὰς καὶ 80 λεπτά. Πόσον λαμβάνει τὸν μῆνα ;
- 3) Δι' ἐργασίαν 8 ὥρων $30' 20''$ ἔλαβέ τις $3 \frac{1}{2}$ δραχ. Πόσας ὥρας πρέπει νὰ ἐργασθῇ διὰ νὰ λάβῃ 1 δραχμὴν ;

Πῶς διαιρεῖται συμμιγῆς διὰ μικτοῦ

Ἐκτελέσατε τὰς ἐπομένους πράξεις·

$$10 \text{ λιβ. } 7 \text{ σελ. } 8 \text{ πεν. } \times 18 = ;$$

$$8 \text{ στατ. } 18 \text{ ὀκ. } 250 \text{ δραμ. } \times 15 = ;$$

$$8 \text{ πήχ. } 3 \text{ ρ. } \times 350 = ;$$

$$6 \text{ στατ. } 9 \text{ ὀκ. } 300 \text{ δρ. } \times 0,45 = ;$$

$$25 \text{ ἡμερ. } 9 \text{ ὥρας } 3' 40'' \times \frac{2}{3} = ;$$

$$8 \text{ στατ. } 40 \text{ ὀκ. καὶ } 350 \text{ δραμ. } \times \frac{5}{6} = ;$$

$$15 \text{ εἰκ. } 3 \text{ ταλ. } 1 \text{ δρ. } 80 \text{ λεπτά } \times \frac{8}{10} = ;$$

$$9 \text{ πήχ. καὶ } 6 \text{ ρουπια } \times 3 \frac{2}{5} = ;$$

$$9 \text{ ἔτη } 7 \text{ μῆνες } 15 \text{ ἡμ. } 8 \text{ ὥρ. } 45' 55'' \times 3 \frac{4}{5} = ;$$

$$20 \text{ στατ. } 30 \text{ ὀκ. } 300 \text{ δράμ. } : 25 = ;$$

$$18 \text{ πήχ. } 6 \text{ ρ. } : 5 = ;$$

$$6 \text{ στατ. } 20 \text{ ὀκ. } 350 \text{ δράμ. } : 0,35 = ;$$

$$16 \text{ ταχ. } 450 \text{ χιλιογρ. } 500 \text{ γραμ. } \times : \frac{4}{9} = ;$$

$$12 \text{ ὀργ. } 6 \text{ πόδ. } 7 \text{ δακ. } 10 \text{ γραμ.} : \frac{7}{8} = ;$$

$$18 \text{ πήχ. καὶ } 7 \text{ ρούπια} : 3 \frac{2}{5} = ;$$

$$30 \text{ τόν. } 500 \text{ χιλ. } 300 \text{ γραμ.} : 8 \frac{3}{4} = ;$$

$$3 \text{ ἔτη } 11 \text{ μην. } 20 \text{ ἡμ. } 6 \text{ ὥρ. } 20' \text{ } 40'' : 7 \frac{3}{8} = ;$$

$$8 \text{ ὀρ. } 4 \text{ ποδ. } 7 \text{ δακ. } 9 \text{ γραμ.} : 8 \frac{3}{5} = ;$$

Πολλαπλασιασμοὶ συμμιγοῦς ἐπὶ συμμιγῆ.

- 1) Πόσον τιμῶνται 12 ὀκάδες καὶ 300 δράμ. βουτύρου ὅταν ἡ ὀκά τιμᾶται 6 δρ. καὶ 30 λεπτά.
- 2) Ὁ πήχυς ὑφάσματος τιμᾶται 8 δραχ. καὶ 75 λεπτά. Πόσον τιμῶνται 16 πήχ. καὶ 3 ρούπια ;
- 3) Πόσον τιμῶνται 18 στατήρες, 30 ὀκ. καὶ 300 δράμια ἀσβέστου, ὅταν ὁ στατήρ τιμᾶται 2 δρ. καὶ 60 λεπτά ;
- 4) Κτίσται κτίζουν εἰς μίαν ὥραν 8 μέτρα, 6 παλ., 4 δάκτ. καὶ 10 γραμ. Πόσον θὰ κτίσουν εἰς 3 ἡμέρ., 15 ὥρας 40' 20'' λεπτά ;
- 5) Ὑφάντρια εἰς μίαν ἡμέραν ὑφαίνει 3 πήχεις καὶ 6 ρούπια. Πόσον θὰ ὑφάνῃ εἰς 6 ἡμέρας, 8 ὥρας 30' καὶ 20'' ;
- 6) Ἐὰν ὁ στατήρ πράγματός τινος τιμᾶται 15 δρ. καὶ 80 λεπτ. Πόσον θὰ πληρώσω ἐὰν ἀγοράσω 8 ὀκάδας καὶ 250 δράμια ;
- 7) Ὑπηρέτης τις λαμβάνει τὸν μῆνα 4 εἰκοσ., 3 τάλ., 3 δραχ. καὶ 50 λεπτά. Πόσον θὰ λάβῃ εἰς 6 μῆνας καὶ 20 ἡμέρας ;
- 8) Ὁ εἰς στατήρ τιμᾶται 8 τάλ., 3 δραχ. καὶ 80 λεπτά. Πόσον τιμῶνται 18 στατήρες, 18 ὀκ. καὶ 150 δρ. ;
- 9) Κινητόν τι εἰς 1 ὥραν διατρέχει 12 στάδια, 350 μέτρα, 3 παλ. καὶ 6 δάκτ. Πόσον θὰ διατρέξῃ ἐὰν κινῆται μετὰ τῆς αὐτῆς ταχύτητος εἰς 30 ὥρας 20' καὶ 50''.
- 10) Πόσον τιμῶνται 18 στρέμ. καὶ 600 μέτρα ἀμπέλου, ἂν ἕκαστον στρέμμα τιμᾶται 15 εἰκοσάδρ. 3 τάλληρα 2 δραχμὰς καὶ 80 λεπτά ;

11) Ἀτμομηχανή καταναλίσκει εἰς μίαν ὥραν 3 τόννους καὶ 250 χιλιόγρ. ἀνθράκων. Πόσον θὰ καταναλώσῃ εἰς 12 ὥρας 30' καὶ 10''.

Πῶς πολλαπλασιάζεται συμμιγῆς ἐπὶ συμμιγῇ ;

Διαίρεσις συμμιγοῦς διὰ συμμιγοῦς.

1) Ὑπόρασέ τις 35 στατῆρας 18 ὀκάδ. 350 δράμ. ἀντὶ 80 εἰκ. 2 ταλ. 4 δραχ. 80 λεπ. Πόσον ἀγοράζει ἀντὶ μιᾶς δραχμῆς ;

2) Ὑπηρέτης δι' ἐργασίαν 3 μηνῶν 20 ἡμερῶν καὶ 12 ὥρῶν ἔλαβε 12 εἰκοσάδραχμα 2 ταλ. 4 δρ. καὶ λεπ. Πόσον πρέπει νὰ ἐργασθῇ διὰ νὰ λάβῃ α' ἐν εἰκοσάδραχμον, β' ἐν τάλληρον, καὶ γ' μίαν δραχμὴν ;

3) Ὑπηρέτης δι' ἐργασίαν 8 μηνῶν 20 ἡμερῶν καὶ 10 ὥρῶν ἔλαβεν 36 εἰκός. 1 τάλ. 4 δραχ. καὶ 80 λεπτά. Πόσα ἐλάμβανε α' τὸν μῆνα, β' τὴν ἡμέραν καὶ γ' τὴν ὥραν ;

4) Κρουνός τις δίδει 85 ὀκάδες καὶ 200 δράμια ὕδατος εἰς 2 ὥρας καὶ 15' εἰς πόσον χρόνον θὰ δώσῃ μίαν ὀκᾶν ; καὶ πόσας ὀκάδας θὰ δώσῃ εἰς 1 ὥραν ;

5) 4 στατῆρες 8 ὀκάδες καὶ 250 δράμια βουτύρου τιμᾶται 975 δραχ. καὶ 40 λεπτά. Πόσον ἀξίζουν αἱ 25 ὀκάδες καὶ 300 δράμια ;

6) Γυνή τις κατεσκεύασεν ἐκ δύο διαφόρων ὑφασμάτων δύο φορέματα ἴσα καθ' ἓλα ἐκ τοῦ ἐνὸς ὑφάσματος τοῦ ὁποίου τὸ πλάτος ἦτο 1 πηχ. καὶ 3 ρούπια ἐχρειάσθη 11 πηχ. καὶ 4 ρούπια ἐκ τοῦ ἄλλου ἐχρειάσθη 9 πηχ. καὶ 2 ρούπια. Πόσον ἦτο τὸ πλάτος αὐτοῦ ;

7) Μὲ 13 δραχμὰς καὶ 50 λεπτά ἡγόρασέ τις 7 ὀκάδας καὶ 300 δράμια. Πόσον θὰ δώσῃ διὰ νὰ ἀγοράσῃ 50 ὀκάδ. καὶ 100 δράμια ;

8) Τροχός τις κάμνει 230 στροφὰς περὶ τὸν ἄξονά του εἰς 1' καὶ 5''. Πόσας στροφὰς θὰ κάμῃ εἰς 4 ὥρας 20' καὶ 40'' ;

9) Πρὸς πόσον ἐπληρώσαμεν τὴν ὀκᾶν τὸν τυρὸν ὅταν δι' ἓνα στατῆρα 15 ὀκάδες καὶ 300 δράμια ἐπληρώσαμεν 6 εἰκοσάδραχμα 2 τάλ. 3 δραχ. καὶ 80 λεπτά ;

11) Ὑπόρασέ τις 2 στατῆρας 10 ὀκάδας καὶ 300 δρ. ἀσδέστου καὶ ἐπλήρωσε 3 δραχμὰς καὶ 80 λεπτά. Πόσῃν ἀσδέστον θὰ ἀγοράσωμεν μὲ μίαν δραχμὴν ; καὶ πόσον θὰ πληρώσωμεν διὰ μίαν ὀκᾶν ;

Πῶς διαιρεῖται συμμιγῆς διὰ συμμιγοῦς. Πόσας περιπτώσεις διακρίνομεν ; μὲ ποῖον συμφωνεῖ τὸ πηλίκον εἰς τὰ προβλήματα τοῦ μερισμοῦ.

Σύμμικτα προβλήματα τῶν 4 πράξεων τῶν συμμιγῶν ἀριθμῶν.

1) Ἡ ὁκᾶ πράγματός τινος τιμᾶται 3,25 πόσον τιμῶνται 6 ὁκάδες καὶ 300 δράμια ;

2) Μὲ 6 σελ. καὶ 8 πεν. ἀγοράζομεν 1 ὑάρδα ἔκ τινος ὑφάσματος. Πόσας ὑάρδας ἀγοράζομεν μὲ 18 λίρ. καὶ 9 σελίνια ;

3) Τὰ $\frac{7}{8}$ ἀποστάσεώς τινος εἶνε 240 στάδια 380 μέτρα καὶ 9 παλάμαι. Ποῖον εἶνε τὸ μῆκος τῆς ἀποστάσεως ;

4) Ἰππεὺς τις εἰς 3 ὥρας καὶ 40' διανύει 28 στάδια καὶ 600 μέτρα. Πόσον διατρέχει καθ' ὥραν ;

5) Ὁ τόννος ἐλαίου τιμᾶται 50 εἰκοσάδρ. 1 τάλ. 3 δρ. καὶ 80 λεπτά. Πόσον τιμᾶται 1 ὁκᾶ ;

6) Διὰ τὴν ἀποπεράτωσιν ἔργου τινὸς εἰς ἐργάτης εἰργάσθη 8 ὥρ. 40' καὶ 5''. Διὰ τὴν ἀποπεράτωσιν ἄλλου ἔργου εἰργάσθη τὰ $\frac{3}{2}$ τοῦ διὰ τὸ πρῶτον δαπανηθέντος χρόνου. Πόσον χρόνον ἔδαπάνησε δι' ἑκάστην ;

7) Ἐὰν οἰκογένειά τις καταναλίσκη κατὰ μέσον ὅρον 2 ὁκ. καὶ 300 δράμια ἀνθράκων καθ' ἑκάστην τιμωμένων 0,25 τῆς δραχμῆς, πόσους ἀνθράκας θὰ καταναλώσῃ εἰς 8 μῆνας καὶ 12 ἡμέρας καὶ πόσον θὰ πληρώσῃ ;

8) Ἐμπορός τις ἡγόρασε 58 πήχεις καὶ 6 ρούπια ὑφάσματος τινος. Τὸ ὑφασμα τοῦτο θέλει νὰ πωλήσῃ πρὸς 3 ταλ., 3 δραχ. καὶ 60 λεπτά τὸ γαλλικὸν μέτρον. Πόσα χρήματα θὰ λάβῃ ;

9) Θέλει τις νὰ πωλήσῃ οἰκόπεδον ἀποτελούμενον ἐξ ὀκτακοσίων τετραγ. μέτρων ἀντὶ 12 δρ. καὶ 75 λεπτά τὸν τεκτον. τετραγ. πῆχυν. Πόσα χρήματα θὰ λάβῃ.

10) Διὰ τὴν ἀγορὰν 4 μέτρων, 6 παλαμ. καὶ 9 δακτύλων ἐριούχου καὶ 20 μέτρων λινοῦ ὑφάσματος ἐπληρώθησαν ὑπὸ τινος 4 εἰκο-

σάδρ., 2 τάλ., 3 δραχ. και 55 λεπτά. Ἐὰν δὲ ἡγόραζε 15 μόνον μέτρα λινοῦ θὰ ἐπλήρωνε 2 τάλληρα και 60 λεπτά. Πόσον τιμᾶται τὸ μέτρον τοῦ λινοῦ και πόσον τοῦ ἐριούχου ;

11) Ἐπλήρωσέ τις δι' ἐνοίκιον 360,50 δραχμάς διὰ 4 μῆνας και 25 ἡμέρας. Πόσον εἶνε τὸ μηνιαῖον ἐνοίκιον ;

12) Ὡρολόγιόν τι εἰς 12 ὥρας και 30' ὑστερεῖ 4' και 30''. Πόσον ὑστερεῖ καθ' ὥραν ;

13) Ἐὰν 6 στατήρες, 30 ὀκάδας και 300 δράμια ἐμπορεύματός τινος ἀξίζουσιν 785,60 δρ. Πόσον ἀξίζει ἡ 1 ὀκά ;

14) Ὅταν ἡ λίρα στερλίνα ἰσχυναμῇ πρὸς 25 δραχμάς και 12 λεπτά πόσας λίρας, σελίνια και πέννας θὰ ἀγοράσωμεν μὲ 2645 δραχμάς και 80 λεπτά ;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΡΟΣ ΑΣΚΗΣΙΝ ΑΠΟ ΜΝΗΜΗΣ

1) Ὅταν ἡ ὀκά τοῦ κρέατος πωλῆται 2,80 δρ. Πόσον ἀξίζουσιν τὰ 100 δράμια, τὰ 200 δρ., τὰ 300 δράμ., τὰ 150 δράμ., τὰ 250 δράμ., τὰ 350 δράμια, αἱ 3 ὀκ. και 100, αἱ 4 ὀκ. και 50 δράμια ;

2) Ὅταν ἡ ὀκά τοῦ καφέ πωλῆται 3,60 δρ., πόσον ἀξίζουσιν τὰ 40 δρ., τὰ 80 δράμ., τὰ 320 δρ., τὰ 360 δρ., τὰ 20 δρ., τὰ 10 δρ., τὰ 60 δρ., τὰ 30 δρ., ἡ 1 ὀκ. και 90 δρ., αἱ 2 ὀκ. και 110 δρ. και αἱ 3 ὀκ. 360 δράμια ;

3) Ὅταν ὁ πῆχυς τιμᾶται 16 δραχμάς, πόσον τιμῶνται τὰ 4 ρούπια, τὰ 2 ρούπια, τὸ 1 ρούπι, τὰ 5 ρούπια, τὰ 6 ρούπια, τὰ 7 ρούπια, οἱ 4 πῆχεις και 6 ρούπια, οἱ 5 πῆχεις και 2 ρούπια ;

4) Πόσας δραχμ. τιμᾶται ἡ ὀκά πράγματός τινος, ἔταν τὸ δράμιον τιμᾶται 1 λεπτόν, 1 $\frac{1}{2}$ λεπτόν, 2 λεπτ., 3 λεπτ., 4 λεπτ., 5 $\frac{1}{2}$ λεπτ. και 8 λεπτά ;

5) Ἐὰν τὸ χαβιάρι πωλῆται κατ' ὀκᾶν 44 δραχμ., πόσον τιμῶνται τὰ 200 δράμ., τὰ 100, τὰ 50 δρ., τὰ 300 δρ., τὰ 180 δρ., τὰ 250 δρ., τὰ 40, τὰ 20, τὰ 10, τὰ 30, τὰ 50 δράμ., τὰ 60, τὰ 80, τὰ 90, τὰ 120, τὰ 130, τὰ 160, τὰ 180, τὰ 240, τὰ 360 δρ. ;

6) Ἐὰν τὰ 2 ρούπια τιμῶνται 1,60, πόσον τιμᾶται ὁ πῆχυς ;

7) Τὰ 80 δράμ. τοῦ καφέ τιμῶνται 72 λεπτ. Πόσον τιμᾶται ἡ ὀκά ;

9) Τὰ 300 δράμια τοῦ κρέατος τιμῶνται 1,80. Πόσον τιμᾶται ἡ ὀκτῶ ;

10) Πόσα δράμια ὀρύξης θὰ ἀγοράσω μὲ 60 λεπτά, ὅταν ἡ ὀκτῶ τιμᾶται 1,50 δραχμᾶς, ὅταν ἡ ὀκτῶ τιμᾶται 1,20 δραχ., ὅταν ἡ ὀκτῶ τιμᾶται 2 δραχμᾶς ;

ΑΠΛΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

1) 9 πήχεις υφάσματος τιμῶνται 100 δραχμᾶς. 6 πήχεις τοῦ αὐτοῦ υφάσματος πόσον τιμῶνται ;

Λύσις.—Οἱ 9 πήχεις τιμῶνται 100 δραχμᾶς

$$\begin{array}{rcll}
 \delta & 1 & \text{»} & \text{»} & \frac{100}{9} \\
 \text{καὶ αἰ} & 6 & \text{»} & \text{»} & \frac{100 \times 6}{9} \\
 \eta & \frac{9}{6} & \text{»} & \text{»} & 100 \\
 & & & & \times \\
 \hline
 \times & = 100 \times \frac{6}{9} = \frac{100 \times 6}{9}
 \end{array}$$

Πολλαπλασιάζομεν τὸν ὁμοειδῆ τοῦ ἀγνώστου μὲ τὸ κλάσμα ἀνεστραμμένον, ὅταν τὰ ποσὰ εἶνε εὐθέως ἀνάλογα ἢ μὲ τὸ κλάσμα ὡς ἔχει ὅταν τὰ ποσὰ εἶνε ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

2) 8 ὀκάδες χαλκοῦ τιμῶνται 36,50 δρ. Πόσας δραχμᾶς τιμῶνται 12 ὀκάδες χαλκοῦ ;

Λύσις.—Οἱ 8 ὀκάδες χαλκοῦ τιμῶνται 36,50

$$\begin{array}{rcll}
 \eta & 1 \text{ ὀκτῶ} & \text{»} & \text{τιμᾶται} & \frac{36,50}{8} \\
 \text{καὶ αἰ} & 12 \text{ ὀκάδες} & \text{»} & \text{τιμῶνται} & \frac{36,50 \times 12}{8} \\
 \eta & \frac{8}{12} \text{ ὀκτῶ} & \text{τιμῶνται} & 36,50 \text{ δρ.} & \\
 & & & & \times \\
 \hline
 \times & = 36,50 \times \frac{12}{8} = \frac{36,50 \times 12}{8} = \frac{3650 \times 12}{800}
 \end{array}$$

Ὁ $X =$ ἰσοῦται μὲ τὸν ὁμοειδῆ αὐτοῦ 36,50 ἐπὶ τὸ κλάσμα ἀνεστραμμένον ἐπειδὴ τὰ ποσὰ εἶνε εὐθέτως ἀνάλογα.

3) 25 ἐργάται ἐκτελοῦσιν ἔργον τι εἰς 32 ἡμέρας. 10 ἐργάται εἰς πόσας ἡμέρας θὰ ἐκτελέσωσι τὸ αὐτὸ ἔργον ;

Οἱ 25 ἐργάται ἐκτελοῦσι τὸ ἔργον εἰς 32 ἡμέρας
 ὁ 1 ἐργάτης ἐκτελεῖ » » » 32×25

Οἱ 10 ἐργάται ἐκτελοῦσι » » » $\frac{32 \times 25}{10}$

ἢ $\frac{25}{10}$ ἐργ. ἐκτελοῦσι τὸ ἔργον εἰς 32 ἡμέρ.
 10 » » $\times$

$$X = 32 \times \frac{25}{10} = \frac{32 \times 25}{10}$$

Πολλαπλασιάζομεν τὸν ὁμοειδῆ τοῦ ἀγνώστου ἐπὶ τὸ κλάσμα ὡς ἔχει ἐπειδὴ τὰ ποσὰ εἶνε ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

4) Ὅδοιπóρος βαδίζων 6 ὥρας τὴν ἡμέραν διήνυσε διάστημά τι εἰς 18 ἡμέρας. Ἐὰν βαδίζῃ καθ' ἡμέραν 8 ὥρας εἰς πόσας ἡμέρας θὰ διανύσῃ τὸ αὐτὸ διάστημα ;

5) Φρουρὰ ἀποτελουμένη ἐκ 400 ἀνδρῶν καὶ ἔχουσα τροφὰς διὰ 42 ἡμέρας λαμβάνει ἐπικουρίαν 300 ἀνδρῶν μὴ φερόντων τροφάς. Πόσον μέρος τοῦ ἀρχικοῦ σιτηρεσίου πρέπει νὰ λαμβάνῃ ἕκαστος στρατιώτης, ἵνα αἱ τροφαὶ ἐπαρκέσωσι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ἡμερῶν.

6) Ράβδος ὀρθία ἔχουσα μῆκος 2,30 μέτρων ρίπτει σκιὰν 0,90 μέτρου. Πόσον τὸ ὕψος κυπαρίσσου ἣ ὁποία ρίπτει σκιὰν 7,30 μέτρων.

7) Ἀτμάμαξα διανύει διάστημά τι εἰς 18 ὥρας καὶ 40' μὲ ταχύτητα 57 χιλιομέτρων καθ' ὥραν· εἰς πόνον χρόνον δύναται νὰ διανύσῃ τὸ αὐτὸ διάστημα, ἂν ἡ ταχύτης γίνῃ 65 χιλιομέτρα καθ' ὥραν ;

8) 10 βήματα ὁδοιπόρου κάμνουσι 6,7 μέτρα. Πόσα βήματα θὰ κάμῃ οὗτος διὰ νὰ διατρέξῃ διάστημα 10500 μέτρων ;

9) Ἐξ ἐβδομήκοντα ὁκ. ἐλαιῶν ἐξάγομεν 15 ὀκάδας καὶ 300 ὀράμ. ἐλαίου· ἐκ 1245 ὀκάδων ἐλαιῶν πόσας ὀκάδας ἐλαίου θὰ ἐξαγάγωμεν ;

10) Ταξειδιώτης τις ἐπλήρωσε δι' εἰσιτήριον Βας θέσεως καὶ

δι' ἀπόστασιν 350 χιλιομ. δραχ. 36.50. Πόσον θὰ πληρώσῃ δι' ἀπόστασιν 565 χιλ. ;

11) Ἐξ 100 ὀκάδων ἀλεύρου κατασκευάζομεν 125 ὀκ. καὶ 30 δράμ. ἄρτου. Πόσον ἄλευρον θὰ χρειασθῶμεν διὰ 875 ὀκάδας ἄρτου ;

12) Πόσοι σάκκοι θὰ χρειασθῶσι διὰ νὰ περιλάβωσι 88 στατήρας 40 ὀκάδας καὶ 300 δράμια ἐὰν οἱ 15 σάκκοι περιλαμβάνουσι 18 στατήρας 20 ὀκάδας καὶ 250 δράμια ;

13) Πόσας ὀκάδας τυροῦ δύναται τις νὰ ἀγοράσῃ ἀντὶ 75.60 δραχ. ἐὰν αἱ 8 ὀκ. 200 δράμια τιμῶνται 20.40 δραχμάς ;

14) Ὀδοιπόρος βαδίζων 9 ὥρας τὴν ἡμέραν χρειάζεται 304 μέτρα διὰ νὰ διατρέξῃ τὸ μεταξὺ δύο πόλεων διάστημα ἐὰν τὸ διάστημα διέτρεχε εἰς 27 ἡμέρας πόσας ὥρας θὰ ἐδάδιζε τὴν ἡμέραν ;

Πότε δύο ποσὰ καλοῦνται εὐθέως ἀνάλογα ; Πότε καλοῦνται ἀντιστρόφως ἀνάλογα ; εὐρὲ ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα, εὐρὲ ἀντιστρόφως ἀνάλογα (τοὺς συμμιγεῖς ἀνάγομεν εἰς τὴν αὐτὴν μονάδα).

Προβλήματα συνθέτου μεθόδου.

1) Ὑφάντης ἐργαζόμενος 9 ὥρας καθ' ἡμέραν ἐπὶ 15 ἡμέρας ὑφαίνει 120 πήχεις ὑφάσματος, ὁ αὐτὸς δὲ ὑφάντης ἐργαζόμενος 12 ὥρας καθ' ἡμέραν, εἰς πόσας ἡμέρας θὰ ὑφάνῃ 160 πήχεις ;

Πρὸς λύσιν τοῦ προβλήματος καταστρώνομεν τοῦτο ὡς ἑξῆς.

$$\frac{9 \text{ ὥρας}}{12} \quad \frac{15 \text{ ἡμ.}}{\chi} \quad \frac{120 \text{ πηχ.}}{160}$$

καὶ ἀναλύομεν τοῦτο εἰς δύο προβλήματα τῆς ἀπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν.

$$\frac{9 \text{ ὥρ.}}{12} \quad \frac{15 \text{ ἡμ.}}{\chi} \quad \left(\frac{120}{120} \right) \text{ καὶ ἐπειδὴ τὰ ποσὰ τῶν ἡμερῶν καὶ τῶν$$

ὥρων εἶνε ἀντιστρόφως ἀνάλογα ἔχομεν $\chi = 15 \times \frac{9}{12} = \frac{15 \times 9}{12}$ (τὸ χ

ἴσον μὲ τὸν ὁμοειδῆ του ἐπὶ τὸ κλάσμα ὡς ἔχει), ἀφοῦ δὲ εὗρομεν ὅτι ὁ ὑφάντης 12 ὥρας ἐργαζόμενος καθ' ἡμέραν ὑφαίνει τὰς 120 πήχεις

εἰς $\frac{15 \times 9}{12}$ ἡμ. ζητοῦμεν νὰ εὕρωμεν εἰς πόσας ἡμέρας ὁ αὐτὸς ὑφάντης

τὰς αὐτὰς ὥρας καθ' ἡμέραν ἐργαζόμενος θὰ ὑφάνει 160 πήχεις πρὸς τοῦτο καταστρώνομεν τὸ δεύτερον τῆς ἀπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν πρόβλημα $\left(\frac{9}{12}\right) \frac{15 \text{ ἡμ.}}{\chi} \frac{120}{160}$. Ἐπειδὴ τὰ ποσὰ τῶν ἡμερῶν καὶ τῶν πήχεων εἶνε εὐθέως ἀνάλογα εὐρίσκομεν

$$\chi = 15 \frac{9}{12} \times \frac{160}{120} = \frac{15 \times 8 \times 160}{12 \times 120}.$$

2) Ταχυδρόμος τις βαδίζων 6 ὥρας τὴν ἡμέραν διέτρεξεν εἰς 18 ἡμέρας 540 στάδια· ὁ αὐτὸς ταχυδρόμος, ἐὰν βαδίζῃ 8 ὥρας τὴν ἡμέραν, εἰς πόσας ἡμέρας θὰ διατρέξῃ 860 στάδια ;

3) Τάπης ἔχων μῆκος 9 πήχεων καὶ πλάτος $5\frac{1}{2}$ ἀξίζει 480 δραχμὰς. Πόσον ἀξίζει ἄλλος τάπης τῆς αὐτῆς ποιότητος ἔχων μῆκος $7\frac{1}{2}$ πήχεων καὶ πλάτος 6 ;

4) 50 ἐργάται ἐργαζόμενοι 10 ὥρας τὴν ἡμέραν ἐξετέλεσαν εἰς 20 ἡμέρας τὰ $\frac{3}{5}$ ἔργου τίνος. Πόσας ὥρας τὴν ἡμέραν πρέπει νὰ ἐργάζονται διὰ νὰ ἐκτελέσωσι τὸ ὑπόλοιπον τοῦ ἔργου εἰς 18 ἡμέρας ;

5) Σιδηρᾶ τις πλάξ τῆς ὁποίας τὸ μῆκος εἶνε 1,30 πηχ., τὸ πλάτος 0,35 καὶ τὸ πάχος 0,05 ἔχει βάρος 95 ὀκ. καὶ 150 δράμα. Πόσον βάρος ἔχει ἄλλη τις σιδηρᾶ πλάξ τῆς ὁποίας τὸ μῆκος εἶνε 180 τὸ πλάτος 0,85 καὶ τὸ πάχος 0,023 ; (τρέπομεν τὸν συμμιγῇ εἰς δράμια).

Σημειώσεις. Μετὰ τὴν κατάστροψιν τοῦ προβλήματος πρὸς εὕρεσιν τῆς ζητουμένης τιμῆς (χ) πολλαπλασιάζομεν τὸν ἄνωθεν αὐτοῦ ἀριθμὸν ἐφ' ἑκάστον τῶν κλασμάτων τὰ ὅποια σχηματίζουν αἱ δύο τιμαὶ ἐκάστου ποσοῦ ὥς ἔχει ἂν τὸ ποσὸν εἶνε ἀντιστρόφως ἀνάλογον πρὸς τὸ ποσὸν τοῦ ἀγνώστου, ἀνεστραμμένον δὲ ἂν τὸ ποσὸν εἶνε ἀνάλογον πρὸς αὐτό· ἐὰν ὑπάρχουν συμμιγεῖς τοὺς ἀνάγομεν εἰς τὴν αὐτὴν μονάδα.

6) Διὰ τὴν τροφὴν 240 στρατιωτῶν ἐπὶ 20 ἡμέρας ἐχρειάσθη-

σαν 2150 δραχμαί. Ἐπὶ πόσας ἡμέρας ἀρκοῦσιν 9150 δρ. διὰ τὴν τροφήν 320 στρατιωτῶν ;

7) 30 ἐργάται, ἐργαζόμενοι 10 ὥρας τὴν ἡμέραν, ἐχρειάσθησαν 20 ἡμέρας διὰ νὰ ὑφάνωσι 380 πήχεις ὑφάσματος πλάτους 1,3. Εἰς πόσας ἡμέρας 20 ἐργάται ἐργαζόμενοι 12 ὥρας τὴν ἡμέραν θὰ ὑφάνωσι 260 πήχεις ὑφάσματος πλάτους 1,6 πηχ. ;

8) Πρὸς ἐνδυμασίαν 450 στρατιωτῶν ἀπαιτοῦνται 2300 πήχεις ὑφάσματος πλάτους $1 \frac{1}{4}$. Πόσαι πήχεις ἀπαιτοῦνται πρὸς ἐνδυμασίαν 600 στρατιωτῶν ἐκ τοῦ αὐτοῦ μὲν ὑφάσματος, ἀλλὰ πλάτους $1 \frac{3}{5}$;

9) Διὰ νὰ στρώσωμεν αἰθουσαν πλάτους 6 μέτρ. καὶ μήκους 9 μέτρων ἐχρειάσθησαν 36,81 μέτρα τάπητος. ἔχοντος πλάτος $1 \frac{1}{2}$ μέτρα. Διὰ νὰ στρώσωμεν ἐτέραν αἰθουσαν ἔχουσιν μήκος 7 μέτρων καὶ πλάτος 5 μέτρων πόσα μέτρα τάπητος ἔχοντος πλάτος 7 ρουπίων θὰ χρειασθῶσι ;

10) 20 ἵπποι εἰς 30 ἡμέρας τρώγουσι 27 στατῆρας καὶ 12 ὀκάδας κριθῆς. Πόσας ὀκάδας θὰ χρειασθῶσι 80 ἵπποι εἰς 20 ἡμέρας ;

11) Φρουρὰ ἐκ τετρακοσίων ἀνδρῶν καταναλίσκει εἰς 18 ἡμέρας 5400 ὀκάδας ἄρτου, ἐὰν ἡ ἄνω φρουρὰ ἐλαττωθῇ κατὰ 150 ἄνδρας εἰς πόσας ἡμέρας θὰ καταναλώσῃ 3800 ὀκάδας ;

12) 16 ἐργάται, ἐργαζόμενοι 7 ὥρας τὴν ἡμέραν, εἰς 18 ἡμέρας ἐτελείωσαν τάφρον 350 μέτρων μήκους, 8 πλάτους καὶ 5 βάθους. Εἰς πόσας ἡμέρας 10 ἐργάται, ἐργαζόμενοι 6 ὥρας τὴν ἡμέραν, θὰ σκάψωσιν ἐτέραν τάφρον 250 μ. μήκους, 15 πλάτους καὶ 8 βάθους ;

13) 18 ἐφημεριδοπῶλαι κερδίζουσιν εἰς 7 ἡμέρας 320 δραχμάς. Ἐπὶ πόσας ἡμέρας 25 ἄλλοι θὰ κερδίσωσι 480 δραχμάς ;

14) Οἰκογένεια ἐξ ἐπτά ἀτόμων ἐδαπάνησαν 145 ὀκ. καὶ 300 δράμια ἄρτου εἰς ἓνα μῆνα. Πόσον ἄρτον θὰ χρειασθῇ ἐτέρα οἰκογένεια ἐκ 5 ἀτόμων συνιστάμενη εἰς 38 ἡμέρας ;

14) Πηγὴ ἐπὶ 9 ἡμέρας βέουσα 12 ὥρας καθ' ἐκάστην, ἔδωκε 850 χιλιόλιτρα. Πόσον ὕδωρ θὰ δώσῃ ἡ αὐτὴ πηγὴ ἐπὶ 7 ἡμέρας, βέουσα 10 ὥρας καθ' ἐκάστην ;

16) Κοσμηματογράφος λαμβάνει 4455 δρ. νὰ χρωματίσῃ τοῖχον 6,80 μῆκους καὶ ὕψους 4,70. Ποῖα θὰ εἶνε ἡ ἀμοιβή του ἂν χρωματίσῃ ἕτερον τοῖχον 19,70 μέτρ. μῆκους καὶ 4,90 μ. ὕψους ;

17) Ἐὰν ἄγρὸς 145 μέτρων μῆκους καὶ πλάτους 12,8 δίδει 25 χιλιόλιτρα γαιωμῶλων καὶ 35 ἑκατ. Πόσα θὰ δώσῃ ἕτερος ἄγρὸς 184 μέτρων μῆκους καὶ 18,20 πλάτους ;

Προβλήματα τόκου

1) Πόσον τόκον φέρουσι 3500 δραχμαὶ πρὸς 7 % α' εἰς 4 ἔτη, β' εἰς 2 ἔτη καὶ 3 μῆνας καὶ γ' εἰς 45 ἡμέρας ;

Καταστρώνομεν ὡς τὰ προβλήματα τῆς συνθέτου μεθόδου·

$$\alpha'. \quad \frac{100 \text{ κεφ.}}{3500} \quad \frac{1 \text{ ἔτ. φέρουσι}}{4} \quad 7 \text{ τόκ.} \quad \times$$

$$X = 7 \times \frac{3500}{100} \times \frac{4}{1} = \frac{7 \times 3500 \times 4}{100}$$

$$\beta'. \quad \frac{100 \text{ κεφ.}}{3500} \quad \frac{12 \text{ μην. φέρουσι}}{27} \quad 7 \text{ τόκ.} \quad \times$$

$$X = 7 \times \frac{3500}{100} \times \frac{27}{12} = \frac{7 \times 3500 \times 27}{100 \times 12} = \frac{7 \times 3500 \times 27}{1200}$$

$$\gamma'. \quad \frac{100 \text{ κεφ.}}{3500} \quad \frac{360 \text{ ἡμ. φέρουσι}}{45} \quad 7 \text{ τόκ.} \quad \times$$

$$X = 7 \times \frac{3500}{100} \times \frac{45}{360} = \frac{7 \times 3500 \times 45}{100 \times 360}$$

$$\text{Ὁ τόκος εἰς 4 ἔτη} \quad T = \frac{3500 \times 7 \times 4}{100}$$

$$\text{» » » 2 ἔτη καὶ 3 μῆνας} \quad T = \frac{3500 \times 7 \times 27}{1200}$$

$$\text{» » » 45 ἡμέρας} \quad T = \frac{3500 \times 7 \times 45}{36000}$$

Σημειώσεις.—Ἵνα εὐρωμεν τὸν τόκον πολλαπλασιάζομεν τὰ τρία δεδομένα, κεφάλαιον, χρόνον καὶ ἐπιτόκιον καὶ διαιροῦμεν διὰ τοῦ

100, ἐὰν ὁ χρόνος εἴνε ἐκπεφρασμένος, εἰς ἔτη διὰ τοῦ 1200, ἐὰν εἴνε ἐκπεφρασμένος εἰς μῆνας καὶ διὰ τοῦ 36000 ἐὰν εἴνε ἐκπεφρασμένος εἰς ἡμέρας. Ἐὰν ὁ χρόνος εἴνε συμμιγῆς ἀριθμὸς τρέπομεν αὐτὸν εἰς μονάδας μιᾶς τάξεως.

2) Πόσον τόκον φέρουσιν 8500 δραχμαὶ πρὸς 4 % εἰς 6 ἔτη ;

3) Ἐκ κεφαλαίου 2400 πόσον τόκον θὰ λάβωμεν εἰς 8 μῆνας καὶ 20 ἡμέρας ;

4) Πόσον τόκον φέρουσιν 6300 δραχμαὶ τοκίζόμεναι πρὸς 9 % εἰς 3 ἔτη 4 μῆνας καὶ 18 ἡμέρας ;

5) Ποῖος εἴνε ὁ τόκος 860 δραχ. πρὸς 7 % μετὰ 6 ἔτη καὶ 9 μῆνας ;

6) Ποῖον κεφάλαιον πρὸς 9 % τοκίζόμενον εἰς 65 ἡμέρας φέρει τόκον 45,50 ;

Λύσεις.—Καταστρώνομεν τὸ πρόβλημα :

$$\begin{array}{r}
 100 \text{ κεφ.} \quad 360 \text{ ἡμέρ.} \quad \text{φέρει τόκον} \quad 9 \\
 \times \quad \quad \quad 65 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 45,50 \\
 \hline
 X = 100 \times \frac{360}{65} \times \frac{45 \times 50}{9} = X = \frac{100 \times 360 \times 45,50}{65 \times 9} \\
 \text{Κεφάλαιον} = \frac{45,50 \times 36000}{65 \times 9}
 \end{array}$$

Σημείωσις.—Διὰ νὰ εὐρωμεν τὸ κεφάλαιον πολλαπλασιάζομεν τὸν δεδομένον τόκον ἐπὶ 100 ἢ 1200 ἢ 36000, καθ' ὅσον ὁ χρόνος εἴνε ἐκπεφρασμένος εἰς ἔτη, μῆνας, ἡμέρας καὶ διαιροῦμεν διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων.

7) Ποῖον κεφάλαιον πρὸς 8 % τοκίζόμενον εἰς 5 ἔτη καὶ 6 μῆνας φέρει τόκον 450 δραχμάς ;

8) Ποῖον κεφάλαιον τοκίζόμενον πρὸς 4,5 % εἰς 6 ἔτη φέρει τόκον 1250 δραχ. ;

9) Μετὰ πόσον χρόνον κεφάλαιον 1500 δρ. πρὸς 6 % φέρει τόκον 225 δραχμάς ;

$$\begin{array}{rcl} \text{Δύσις.} & \frac{100 \text{ κεφ.}}{1500} & \frac{1 \text{ ἔτος φέρει τόκον } 6}{\times \quad \quad \quad 225} \end{array}$$

$$X = 1 \times \frac{100}{1500} \times \frac{225}{6} = \frac{100 \times 225}{1500 \times 6}$$

$$\text{Χρόνος} = \frac{100 \times 225}{1500 \times 6}$$

Σημειώσεις.—Διὰ νὰ εὗρωμεν τὸν χρόνον ἐκπεφρασμένον εἰς ἔτη πολλαπλασιάζομεν τὸν δεδομένον τόκον ἐπὶ 100 καὶ διαιροῦμεν διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων δεδομένων, τοῦ κεφαλαίου καὶ τοῦ ἐπιτοκίου.

10) Ταξειδιώτης κατὰ τὴν ὥραν τῆς ἀναχωρήσεώς του ἐτόκισε 2600 δραχμὰς πρὸς 9 $\frac{1}{2}$ %, κατὰ δὲ τὴν ἐπιστροφὴν του ἔλαβε κεφάλαιον καὶ τόκους 3150 δραχμὰς. Πόσον χρόνον ἐταξείδευε;

11) Εἰς πόσον χρόνον κεφάλαιον 3500 δραχμῶν τοκίζόμενον πρὸς 9 $\frac{1}{2}$ % διπλασιάζεται; (δίδει τόκον 3500).

Παρατήρησις.—Διὰ νὰ εὗρωμεν τὸν χρόνον, καθ' ὃν κεφάλαιόν τι διπλασιάζεται ἀρκεῖ νὰ διαιρέσωμεν τὸ 100 διὰ τοῦ ἐπιτοκίου.

12) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον τοκιζόμεναι 960 φέρουσιν εἰς 7 ἔτη 420 δρ. τόκον;

$$\begin{array}{rcl} \text{Δύσις.} & \frac{960 \text{ κεφ.}}{100} & \frac{7 \text{ ἔτη φέρουσιν τόκον } 420}{\times \quad \quad \quad} \end{array}$$

$$X = 420 \times \frac{100}{960} \times \frac{1}{7} = \frac{420 \times 100}{960 \times 7}$$

$$\text{Ἐπιτόκιον} = \frac{420 \times 100}{960 \times 7}$$

14) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον τοκιζόμενον κεφάλαιόν τι διπλασιάζεται μετὰ 20 ἔτη;

Σημειώσεις.—Διὰ νὰ εὗρωμεν τὸ ἐπιτόκιον πολλαπλασιάζομεν τὸν δεδομένον τόκον ἐπὶ 100 ἢ 1200 ἢ 36000 καθ' ὅσον ὁ χρόνος εἶνε ἐκπεφρασμένος εἰς ἔτη, μῆνας, ἡμέρας καὶ διαιροῦμεν διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων δεδομένων.

Ἐκ τῶν ἄνω προβλημάτων τοῦ τόκου συνάγωμεν τὸν ἐξῆς κανόνα.

Ἄν μὲν εἶνε ἄγνωστος ὁ τόκος πρὸς εὐρεσιν αὐτοῦ πολλαπλασιάζομεν τὰ τρία δεδομένα ποσὰ καὶ τὸ γινόμενον διαιροῦμεν διὰ το 100 ἢ 1200 ἢ 36.000. Ἄν δὲ ὁ τόκος εἶνε γνωστὸς καὶ ζητεῖται ἓν τῶν τριῶν ἄλλων ποσῶν πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 100 ἢ 1200 ἢ 36000 καὶ τὸ ἐξαγόμενον τοῦτο διαιροῦμεν διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων δεδομένων ποσῶν.

Σημείωσις.—Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐπιτοκίον, ὑπὸ τὸ ὅποσον κεφάλαιόν τι διπλασιάζεται εἰς ὀρισμένον χρόνον ἀρκεῖ νὰ διαιρέσωμεν τὸ 100 διὰ τοῦ χρόνου τούτου.

15) Ἠγόρασέ τις 1300 πήχεις υφάσματος πρὸς 8 δρ. τὸν πήχυν καὶ μετὰ 75 ἡμέρας θέλει νὰ μεταπωλήσῃ αὐτὰς μὲ κέρδος 15 ο)ο πρὸς πόσον θὰ πωλήσῃ τὸν πήχυν.

16) Ἠγόρασέ τις οἰκίαν ἀντὶ 60000 δραχμῶν τὴν ὁποίαν ἐνοικιάζει ἐτησίως ἀντὶ 3800 δραχμῶν ἀλλὰ πληρώνει δι' ὕδωρ 80 δραχ. διὰ φόρον οἰκοδομῆς 210 καὶ λόγῳ φθορᾶς 200 ζητεῖται πόσον τοῖς ο)ο ἐτοκίσθησαν τὰ χρήματα ταῦτα ;

17) Πωλὼν τις τὴν ζάχαριν πρὸς 1,70 τὴν ὀκᾶν λέγει ὅτι κερδίζει 20 ο)ο ἐκ τῶν χρημάτων του. Πόσον ἠγόρασε τὴν ὀκᾶν ;

Λύσις. 100 τιμὴ ἀγορᾶς 120 τιμὴ πωλήσεως
 X » » 1,70

$$X = 100 \frac{1,70}{120} = \frac{100 \times 1,70}{120} = \frac{100 \times 170}{12000}$$

18) Ἐμπορὸς τις ἐπώλησε τὰ ἐμπορεύματά του ἀντὶ 4650 δραχμῶν μὲ ζημίαν 12 ο)ο ἐπὶ τῆς ἀξίας τῆς ἀγορᾶς. Πόσον τὰ εἶχεν ἀγοράσει καὶ πόση εἶνε ἡ ὀλικὴ ζημία ; -

Λύσις. 88 τιμὴ πωλήσεως 100 τιμὴ ἀγορᾶς
 4650 » » X

$$X = 100 \frac{4650}{88} = \frac{100 \times 4650}{88}$$

19) Ἡ ὀκᾶ τοῦ καφέ στοιχίζει 3,15 δρ. καὶ πωλεῖται 3,60

δρ. Πόσον τοῖς ο)ο κερδίζει, ὁ ἔμπορος ἐπὶ τῆς ἀξίας τῆς ἀγο-
ρᾶς του ;

Δύσις. Ἀφοῦ ἐξ ἐκάστης ὁκτὼ κερδίζει $3,60 - 315 = 0,45$
ἐπεταί

$$\begin{array}{r} 3,15 \text{ δρ. τιμὴ ἀγορᾶς} \quad 0,45 \text{ κέρδη} \\ 100 \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad X \\ \hline X = 0,45 \frac{100}{3,15} = \frac{0,45 \times 100}{3,15} = \frac{45 \times 100}{315} \end{array}$$

20) Ἄνθρωπος τις δανεῖζει τὰ χρήματά του πρὸς 9 ο)ο· ἀλλὰ
κρατεῖ ἀμέσως τὸν τόκον· πρὸς ποῖον πραγματικὸν ἐπιτόκιον τοκίζει
τὰ χρήματά του.

21) Ἐὰν τις οἰκονομῇ καθ' ἐκάστην 5 δραχ., πόσον κεφά-
λαιον πρέπει νὰ τοκίσῃ πρὸς 6 ο)ο, ἵνα λάβῃ ὡς τόκον ὅσα οἰκονομεῖ
κατ' ἔτος ;

22) Κύριός τις θέλει νὰ τοκίσῃ κεφάλαιον 15300 δραχμῶν, οὕτως
ὥστε νὰ ἔχῃ ἐτήσιον εἰσόδημα 2400 δραχ. πρὸς πόσον ἐπὶ τοῖς ο)ο
πρέπει νὰ τοκίσῃ τὸ κεφάλαιόν του ;

23) Ποῖον κεφάλαιον τοκισθὲν πρὸς 9 ο)ο ἐπὶ 4 ἔτη ἐγένετο
μετὰ τοῦ τόκου του 2720 καὶ ποῖος ὁ τόκος ;

Δύσις. Εὐρίσκομεν τὸν τόκον τῶν 100 δραχμῶν εἰς 4 ἔτη
πρὸς 9 ο)ο = 36.

$$\begin{array}{r} \text{κεφ. 100 δρ.} \quad \text{ἄθρ. κεφ. καὶ τόκου 136 δρ.} \\ X \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad 2720 \text{ »} \\ \hline X = 100 \frac{2720}{136} \end{array}$$

καὶ διὰ νὰ εὕρωμεν τὸν τόκον καταστρώνομεν ὡς ἐξῆς τὸ πρόβλημα

$$\begin{array}{r} 36 \text{ τόκος ἔμπεριέχεται εἰς κεφ. καὶ τόκον} \quad 136 \\ X \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad 2720 \\ \hline X = 36 \times \frac{2720}{136} \end{array}$$

Υφαίρεσις.

Τί καλεῖται ὀνομαστικὴ ἀξία γραμματίου ἢ συναλλαγματικῆς ; Τί καλεῖται πραγματικὴ ἀξία ; Πῶς λέγεται ὁ τόκος ἀπὸ τῆς προεξοφλήσεως τοῦ γραμματίου μέχρι τῆς λήξεως αὐτοῦ ; ὑφαίρεσις (κ. σκόντο). Πόσων εἰδῶν ὑφαίρεσιν ἔχομεν ; Ποῖα λέγεται ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις ; Ποῖα λέγεται ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις ; Διατί εἶνε ἄδικος ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις ; Πῶς λέγεται τὸ ποσὸν τὸ ὁποῖον μένει μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τῆς ὑφαιρέσεως ; Πότε ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου ἢ τῆς συναλλαγματικῆς μεταβάλλεται εἰς πραγματικὴν ;

Προβλήματα ὑφαιρέσεως

1) Γραμμάτιον 2300 δραχμῶν προεξοφλεῖται 3 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως αὐτοῦ πρὸς 12 ο/ο. Πόση εἶνε ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ πόση ἡ πραγματικὴ ἀξία αὐτοῦ ;

$$\begin{array}{r} \text{Δύσις.} \quad \frac{100 \text{ κεφ.}}{2300} \quad \frac{12 \text{ μῆνες}}{3} \quad \frac{9 \text{ ἔτη}}{X} \\ \hline X = 9 \frac{2300}{100} \times \frac{3}{12} = \frac{62100}{1200} = 51,75 \text{ ἐξωτερ. ὑφαίρ.} \end{array}$$

$2300 - 51,75 = 2248,25$ πραγματικὴ ἀξία. Τὸ πρόβλημα τοῦτο ἐλύθη ὥς καὶ τὰ προβλήματα τοῦ τόκου, εἰς τὰ ὁποῖα ζητεῖται ὁ τόκος.

Ὅμοίως τὰ προβλήματα τῆς ὑφαιρέσεως, εἰς τὰ ὁποῖα ζητεῖται ὁ χρόνος ἢ τὸ ἐπιτόκιον, εἶνε προβλήματα τόκου καὶ λύονται ὅπως καὶ ἐκεῖνα, ὅταν ζητεῖται ὁ χρόνος ἢ τὸ ἐπιτόκιον.

2) Γραμμάτιόν τι λήγον μετὰ 60 ἡμέρας καὶ προεξοφληθὲν σήμερον πρὸς 9 ο/ο, ἀπέφερε πραγματικὴν ἀξίαν 2360 δραχμῶν. Ποῖα εἶνε ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ Γραμματίου καὶ πόση ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις ;

Δύσις.—Εὐρίσκομεν τὸν τόκον τῶν 100 δραχ. πρὸς 9 ο/ο καὶ 60 ἡμέρας :

$$\begin{array}{r} \frac{100}{100} \quad \frac{360}{60} \quad 9 \\ \hline X = 9 \times \frac{100}{100} \times \frac{60}{360} = \frac{540}{360} = 1,50 \end{array}$$

“Όταν ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου εἶνε 100 δραχ. ἡ πραγματικὴ εἶνε $100 - 1,50 = 98,50$

$$\begin{array}{r} \text{ἄρα } 100 \text{ ὀνομαστ.} \quad 98,50 \text{ πραγματ.} \\ \times \quad \quad \quad 2360 \\ \hline \end{array}$$

$$X = 100 \times \frac{2360}{98,50} = \frac{100 \times 2360}{98,50} = \frac{2360000}{9850} = 2395,93$$

ὀνομαστικὴ ἀξία καὶ $2395,93 - 2360 = 35,93$ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις.

3) Γραμμάτιον 3500 δραχμῶν προεξοφλεῖται 8 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως πρὸς 9 % . Ποία εἶνε ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ ποία ἡ πραγματικὴ ἀξία ;

$$\begin{array}{r} \text{Λύσις.} \quad \quad \quad \frac{100}{100} \quad \quad \frac{12}{8} \quad \quad 9 \\ \times \quad \quad \quad \times \quad \quad \times \\ \hline \end{array}$$

$$X = 9 \times \frac{8}{12} = \frac{72}{12} = 6 \text{ δραχ.}$$

$$\begin{array}{r} 100 \text{ δραχ. ἔχουν ἐσωτερ. ὑφαίρεσιν } 6 \\ 3500 \quad \quad \quad \times \\ \hline \end{array}$$

$$X = 6 \times \frac{3500}{106} = \frac{6 \times 3500}{106} = \frac{21000}{106}$$

ἐσωτερικὴ ὑφαίρ. 198,11 $3500 - 198,11 = 3301,89$ ἡ πραγματικὴ ἀξία, τὴν ὁποίαν θυνάμεθα νὰ εὕρωμεν καὶ ἀπ’ ἐδθείας·

$$\begin{array}{r} 106 \text{ ὀνομ. ἀξία} \quad 100 \text{ πραγμ. ἀξία} \\ \frac{3500}{3500} \quad \quad \times \\ \hline \end{array}$$

$$X = 100 \times \frac{3500}{106} = 3301,89$$

4) Γραμμάτιον 1120 προεξοφλεῖται ἀντὶ 875,50 μὲ ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν 9 %· μετὰ πόσον χρόνον λήγει ;

5) Ποία εἶνε ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις γραμματίου 3500 δραχ. ἐξοφλουμένου ἐν ἔτος πρὸ τῆς λήξεως αὐτοῦ πρὸς 7 % ;

6) Ποία εἶνε ἡ πραγματικὴ ἀξία γραμματίου 6550 ἐξαργυρουμένου μὲ ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν 2 ἔτη πρὸ τῆς λήξεως αὐτοῦ εἰς 8 % ;

7) Συναλλαγματική 1500 δραχ. προεξοφλήθη 8 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως αὐτῆς ἀντὶ 1440 δρ. Πρὸς πόσον ταῖς % ἐγένετο ἡ ὑφαίρεσις ;

8) Εἰς πτωχεύσαντα ἔμπορον ἐχάρισαν οἱ δανεισταὶ τοῦ 30 % ἀπὸ τὸ χρέος του, συμποσούμενον εἰς 120000· μὲ πόσας δραχμὰς ἐξοφλεῖται τὸ χρέος τοῦτο ;

9) Γραμμάτιον ἐξοφλεῖται ἐν ἔτος πρὸ τῆς λήξεως αὐτοῦ πρὸς 5 % ἀντὶ 890 δραχμῶν. Πόση ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία αὐτοῦ ; (μὲ ἐξωτερικὴν καὶ ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν) καὶ τίς ἡ διαφορά ;

Λύσις.—Ὁ τόκος τῶν 100 δραχμῶν εἰς ἐν ἔτος πρὸς 5 % εἶνε 5 δραχμαί, ὥστε·

$$\text{μὲ ἐξωτερ.} \quad \frac{100 \text{ ὀνομαστ.}}{\times} \quad \frac{95 \text{ πραγ.}}{890}$$

$$X \times 100 \times \frac{890}{95} = \frac{89000}{95} = 936,84$$

$$\text{μὲ ἐσωτερικὴν} \quad \frac{105 \text{ ὀνομαστ.}}{\times} \quad \frac{100 \text{ πραγμ.}}{890}$$

$$X = 105 \times \frac{890}{100} = \frac{93450}{100} = 934,50$$

10) Ποία εἶνε ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία γραμματίου προεξοφληθέντος ἐξωτερικῶς 8 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως αὐτοῦ πρὸς 9 % ἀντὶ 850,60 δραχμῶν ;

11) Ποία εἶνε ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία γραμματίου προεξοφληθέντος ἐσωτερικῶς 9 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως αὐτοῦ εἰς 6 ο)ο ἀντὶ 1250 δραχμῶν ;

12) Μετὰ πόσον χρόνον λήγει γραμμάτιον 18630 δραχμῶν, ὅπερ προεξοφλήθη πρὸς 6 ο)ο καὶ ἔδωκεν ἐσωτερικὴν 630 δραχμῶν ;

13) Ὁφείζει τις 610 δραχμὰς ἔδωκε πρὸς ἐξόφλησιν τοῦ χρέους του γραμμάτιον 700 δραχ. πληρωτέον μετὰ 3 μῆνας. Πόσον θὰ λάβῃ ὑπόλοιπον ἂν ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις γίνῃ πρὸς 8 ο)ο ;

14) Μετὰ πόσον χρόνον λήγει γραμμάτιον 580 δραχμῶν ὅπερ ἐξοφλήθη ἐσωτερικῶς ἀντὶ 550 δραχμῶν πρὸς 10 ο)ο ;

Λύσις. Ἐπειδὴ ζητεῖται ὁ χρόνος λύεται κατὰ τὰ προβλήματα τοῦ τόκου μὲ ἐσωτερ.

$$\begin{array}{ccc} 100 \text{ κεφ.} & 1 \text{ ἔτ.} & 10 \text{ τόκ.} \\ \hline 550 & X & 30 \end{array}$$

$$X = 1 \times \frac{100}{550} \times \frac{30}{10} = \frac{3000}{5500} = \frac{30}{55} = \frac{6}{11} = 6 \text{ μην. } 16 \text{ ἡμ. } \frac{4}{11}$$

καὶ μὲ ἐξωτ. ὕφ.

$$\begin{array}{ccc} 100 \text{ κεφ.} & 1 \text{ ἔτ.} & 10 \text{ τόκ.} \\ \hline 580 & X & 30 \end{array}$$

$$X = 1 \times \frac{100}{580} \times \frac{30}{10} = \frac{3000}{5800} = \frac{30}{58} = 6 \text{ μην. } 6 \text{ ἡμ. } \frac{6}{29}$$

15) Γραμματίον τι προεξωφλήφη 5 μηνας πρὸ τῆς λήξεως αὐτοῦ πρὸς 12 ο)ο καὶ ἐγένετο ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις 200 δραχ. Πόση ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία αὐτοῦ ;

Προβλήματα μερισμοῦ καὶ εταιρείας.

1) Τρεῖς ἔμποροι ἔχουσι νὰ μοιράσωσι 23400 δραχμὰς οὕτως ὥστε ὁ α΄. νὰ λάβῃ 2 μερίδια, ὁ β΄. νὰ λάβῃ 3 καὶ ὁ τρίτος 5 μερίδια. Ποῖον θὰ εἶνε τὸ μερίδιον ἑκάστου ;

$$\begin{array}{rcl} \text{Λύσις.} & \alpha'. & 2 \\ & \beta'. & 3 \\ & \gamma'. & 5 \\ & \hline & & 10 \end{array}$$

Ἄν. ὁ α΄. ἐλάβανεν 10 μερίδια ἔπρεπε νὰ λάβῃ τὸ ὅλον ἦτοι 23400
» » » 1 μερίδιον » » » 23400

10

καὶ ἀφοῦ λαμβάνει 2 μερίδια » » »

$$23400 \times 2$$

10

ὁμοίως ὁ β΄

$$23400 \times 3$$

10

ὁμοίως ὁ γ΄

$$23400 \times 5$$

10

Σημειώσεις. Διὰ νὰ μοιράσωμεν ἀριθμὸν τινα εἰς μέρη ἀνάλογα πολλῶν ἄλλων δεδομένων ἀριθμῶν πολλαπλασιάζομεν τὸν δεδομένον ἀριθμὸν ἐφ' ἑνα ἕκαστον ἐξ αὐτῶν καὶ διαιροῦμεν διὰ τοῦ ἀθροίσματος αὐτῶν.

2) Ἐδόθη εἰς τρεῖς πτωχοὺς γέροντας τὸ ποσὸν 4285 δραχ. διὰ νὰ διανεμηθῶσι μεταξὺ των ἀναλόγως τῆς ἡλικίας των· τούτων δὲ ὁ εἰς ἦτο 70 ἐτῶν, ὁ δεῦτερος 73 καὶ ὁ τρίτος 75 ἐτῶν. Ποῖον θὰ εἶνε τὸ μερίδιον ἑκάστου ;

Λύσις.	α'.	70		α'.	70×4285
	β'.	73			<u>218</u>
	γ'.	75		β'.	73×4285
		<u>218</u>			<u>218</u>
				γ'.	75×4285
					<u>218</u>

3) Δύο καρραγωγεῖς ἔλαβον 840 δραχμὰς διὰ τὴν μετακόμισιν ἐμπορευμάτων. Τούτων ὁ μὲν μετέφερεν 1850 ὀκάδας, ὁ δὲ μετέφερε 4645 ὀκάδας. Πόσας δραχμὰς θὰ λάβῃ ἕκαστος ;

4) Πρόκειται νὰ διανεμηθῶσι 75000 δραχ. εἰς τρεῖς κληρονόμους, οὕτως ὥστε τὰ μερίδια αὐτῶν νὰ εἶνε ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 5, 6, 13. Πόσας δραχμὰς θὰ λάβῃ ἕκαστος ;

5) Τρεῖς ἔμποροι εἶχον καταβάλλει ὁμοῦ 30000 δρ. διὰ μίαν ἐμπορικὴν ἐπιχείρησιν καὶ ἐκέρδισαν 8000 δραχμὰς. Ἐκ τοῦ κέρδους τούτου ἔλαβον ὁ α' 2400, ὁ β' 1600 καὶ ὁ γ' 4000. Πόσας δραχμὰς εἶχε καταβάλλει ἕκαστος ;

Λύσις.

Ἄν ὁ α' ἐλάμβανεν 8000	ἔπρεπε νὰ εἶχε καταβάλλῃ τὸ ὅλον ἦτοι 30000				
» » » 1 » » »					30000
καὶ ἄφοῦ ἔλαβε 2400 » » »					30000×2400
					<u>8000</u>
ὁ β'.	30000×1600				
	8000				
				καὶ ὁ γ'.	30000×4000
					<u>8000</u>

6) Ἐμπορὸς τις ἤρχισεν ἐμπορικὴν τινα ἐπιχείρησιν μὲ 4000 δραχμάς· μετὰ 5 μῆνας προσέλαβε δεύτερον, ὅστις κατέβαλε 5500 δρ. καὶ μετὰ 8 μῆνας ἀπὸ τὸν δεύτερον προσέλαβε τρίτον, ὁ ὁποῖος κατέβαλε 3000 δρ. Μετὰ 3 ἔτη δὲ ἀπὸ τῆς ἐνάρξεως τῆς ἐπιχειρήσεως λογαριασθέντες εὗρον ὅτι ἐκέρδισαν 9600 δρ. Πόσας θὰ λάβῃ ἕκαστος ;

7) Τρεῖς ἔμποροι κατέβαλον ὁμοῦ 4000 δρ. διὰ μίαν ἐμπορικὴν ἐπιχείρησιν· μετὰ τὴν διάλυσιν ταύτης ἔλαβον κεφάλαιον καὶ κέρδος ὁμοῦ ὁ μὲν α'. 2080 δραχ., ὁ δὲ β'. 1612 καὶ ὁ γ' 1508. Πόσας κατέβαλεν ἕκαστος ;

Λύσεις.

Ἐὰν ὁ α' ἐλάβῃ 5200 δρ. ἔπρεπε νὰ καταβάλῃ τὸ ὅλον ἦτοι δρ. 4000

4000
» » » 1 » » » »
5200
4000 × 2080
5200

καὶ ἀφοῦ ὁ α' ἔλαβε 2080 » »

4000 × 1612	καὶ ὁ γ'.	4000 × 1508
5200		4000

8) Τρεῖς ἔμποροι ἐφόρτωσαν εἰς τι πλοῖον 1500 πρόβατα, ἐκ τούτων 400 ἀνῆκον εἰς τὸν α', 500 εἰς τὸν β' καὶ 600 εἰς τὸν γ'. Ἀλλὰ κατὰ τὸν πλοῦν ἔνεκα τρικυμίας ἠναγκάσθη ὁ πλοίαρχος νὰ βίψῃ εἰς τὴν θάλασσαν 300 πρόβατα. Πόσον ἐζημιώθη ἕκαστος ;

9) Πρὸς κατασκευὴν πυρίτιδος μιγνύουν συνήθως 16 μέρη νίτρου, 3 μέρη ἀνθρακος καὶ 2 μέρη θείου. Πρὸς κατασκευὴν 840 ὀκάδων πυρίτιδος, πόσας ὀκάδας ἐξ ἐκάστης τῶν οὐσιῶν τούτων πρέπει νὰ λάβωμεν ;

10) Πατὴρ ἀποθανὼν διέταξε νὰ μερισθῇ ἡ περιουσία αὐτοῦ, ἀνερχομένη εἰς 18000 δρ., εἰς τοὺς 3 υἱοὺς του ὡς ἐξῆς· Ὁ δεύτερος νὰ λάβῃ διπλάσιον τοῦ α' καὶ ὁ τρίτος ὅσον καὶ οἱ δύο ἄλλοι ὁμοῦ. Ποῖον τὸ μερίδιον ἐκάστου κληρονόμου ;

11) Ἐὰν διανεμηθῇ ἡ ἐναπομείνασα περιουσία 80000 δραχμῶν χρεοκοπήσαντος ἐμπόρου μεταξὺ τῶν τεσσάρων αὐτῶν πιστωτῶν, ὧν

ὁ α' εἶχε πιστώσει αὐτὸν μὲ 35000 δρ., ὁ β' μὲ 45000 δρ. καὶ ὁ γ' μὲ 60000 δρ. Πόσας δραχμὰς θὰ λάβῃ ἕκαστος ;

12) Διὰ τὴν καλλιέργειαν μιᾶς ἀμπέλου ἔλαβον 3 ἐργάτας 465 δραχμὰς. Εἰργάσθησαν δὲ ὁ μὲν α' 12 ἡμέρας ἐπὶ 9 ὥρας καθ' ἑκάστην, ὁ β' 15 ἡμέρας ἐπὶ 8 ὥρας καθ' ἑκάστην καὶ ὁ γ' 30 ἡμέρας ἐπὶ 12 ὥρας καθ' ἑκάστην. Πόσας δραχμὰς θὰ λάβῃ ἕκαστος ;

Προβλήματα μέσου ὄρου καὶ μίξεως

1) Οἰκογένειά τις ἐπλήρωσεν ἐπὶ 4 ἔτη δι' ἐνοίκιον 80 δραχμὰς κατὰ μῆνα, μετὰ ταῦτα ἐπὶ 3 ἔτη 90 δραχ. κατὰ μῆνα καὶ μετὰ ταῦτα ἐπὶ 5 ἔτη 120 δρ. κατὰ μῆνα. Πόσον εἶνε τὸ μέσον ἐνοίκιον αὐτῆς κατὰ τὰ 12 ταῦτα ἔτη ;

2) Κτῆμά τι ἔφερε κατὰ τὸ παρὸν ἔτος εἰσόδημα 850 δραχμὰς, κατὰ τὸ παρελθὸν δὲ 750 δραχ. καὶ κατὰ τὸ προπαραελθὸν 1050. Ποῖος ὁ μέσος ὅρος τοῦ εἰσοδήματος τούτου κατὰ τὰ τρία ταῦτα ἔτη ;

3) Ἐὰν ἀναμίξῃ τις 80 ὀκάδας οἴνου τῶν 40 λεπτῶν κατ' ὀκᾶν, 90 ὀκάδας τῶν 55 λεπτῶν καὶ 120 τῶν 60 λεπτῶν. Πόσον πρέπει νὰ πωληθῇ ἡ ὀκᾶ τοῦ μίγματος ;

Δύσεις.	—	80 ὀκ.	πρὸς	40 λ.	τιμῶνται	$80 \times 40 = 32,00$
		90	»	»	55 »	$90 \times 55 = 49,50$
		120	»	»	60 »	$120 \times 60 = 72,00$
		ἄρα αἱ 190 ὀκ.	μίγματος	τιμῶνται		153,50
		ἢ 1 ὀκ.	»	τιμᾶται		153,50
						190.—

4) Οἰνοπώλης ἔχει 600 ὀκάδας οἴνου, τὸν ὅποιον πωλεῖ πρὸς 80 λεπτὰ ἑκάστην ὀκᾶν. Ἐὰν ἀναμίξῃ μετ' αὐτοῦ 150 ὀκάδας ὕδατος, πόσον θὰ πωλήσῃ τὴν ὀκᾶν ;

Δύσεις.	—	600 ὀκ.	πρὸς	80 λεπτ.	τιμῶνται	$600 \times 80 = 48,00$
		150 »	»	0 »	»	$150 \times 0 = 0,00$
		ἄρα 750 »	μίγματος	τιμῶνται		480,00
		1 ὀκ.	»	τιμᾶται		480,00
						750.—

5) Ἐμπορός τις ἀναμιγνύει 110 ὀκάδας ἀλεύρων τῶν 50 λεπτῶν κατ' ὀκᾶν, 60 ὀκάδας ἄλλης ποιότητος τῶν 55 λεπτῶν καὶ 150 ἐκ τρίτης ποιότητος τῶν 40 λεπτῶν. Εἰς ποίαν τιμὴν πρέπει νὰ πωλήσῃ τὴν ὀκᾶν τοῦ μίγματος διὰ νὰ κερδίσῃ 23 δραχμὰς ;

6) Μαθητὴς τις ἔλαβεν εἰς τὰ Ἑλληνικὰ 6, εἰς τὰ Μαθηματικὰ 5, εἰς τὴν Ἱστορίαν 6, εἰς τὴν Γεωγραφίαν 4, εἰς τὰ Φυσικὰ 4, εἰς τὰ Θρησκευτικὰ 6, εἰς τὴν Γυμναστικὴν 3, εἰς τὴν Ὀδικὴν 3 καὶ εἰς τὴν Καλλιγραφίαν 5. Τίς εἶνε ὁ γενικὸς βαθμὸς τοῦ μαθητοῦ τούτου ;

7) Ἐὰν ἀναμίξωμεν 350 ὀκάδας ἐλαίου, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ τιμᾶται 1,50 δρ. μετὰ 480 ὀκάδων ἐλαίου, οὗτινος ἡ ὀκᾶ τιμᾶται πρὸς 1,80 δρ. Πόσον θὰ τιμᾶται ἡ ὀκᾶ τοῦ μίγματος ;

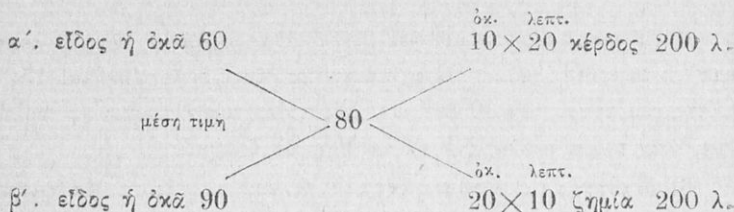
8) Πόσον πρέπει νὰ λάβωμεν ἐκ δύο εἰδῶν οἴνου, ὧν ὁ μὲν τιμᾶται 60 λεπτὰ κατ' ὀκᾶν, ὁ δὲ 90, ὥπως ἀποτελέσωμεν μίγμα ἀξίας 80 λεπτῶν κατ' ὀκᾶν ;

Λύσις.—Ἐκάστη ὀκᾶ τοῦ α' εἶδους, εἰσαγομένη εἰς τὸ μίγμα καὶ πωλουμένη 80 λεπτὰ, φέρει κέρδος $80-60=20$, ἐκάστη δὲ ὀκᾶ τοῦ δευτέρου εἶδους εἰσαγομένη εἰς τὸ μίγμα καὶ πωλουμένη πρὸς 80 λεπτὰ φέρει ζημίαν $90-80=10$, ἐὰν λοιπὸν λάβωμεν ἐκ τοῦ α' εἶδους 10 ὀκάδας καὶ ἐκ τοῦ β' 20 ὀκάδας θὰ ἔχωμεν ἀφ' ἑνὸς κέρδος $10 \times 20 = 200$ λ., ἀφ' ἑτέρου δὲ ζημίαν $20 \times 10 = 200$ λεπτῶν, ὥστε εἰς μίαν τοιαύτην ἀνάμιξιν τὸ κέρδος καὶ ἡ ζημία ἐξισοῦται· ἄρα εἰς μίγμα 30 ὀκ. λαμβ. 10 ὀκ. ἐκ τοῦ α' εἶδους καὶ 20 ἐκ τοῦ β'.

» » » 1 » » $\frac{10}{30}$ » » » » » $\frac{20}{30}$ » » »

καὶ ἐπομένως ὅσουδῆποτε μίγματος τὸ $\frac{1}{3}$ λαμβάνομεν ἐκ τοῦ α' εἶδους

καὶ $\frac{2}{3}$ ἐκ τοῦ β' εἶδους. Ἡ πρᾶξις διατάσσεται συντόμως ὡς ἑξῆς :



Δοκιμή :

α'. είδος	10	ὁκ. × 60 λ. = 6,00
β'. »	20	× 90 = 18
μῖγμα	30	× 80 = 24

9) Πόσον χαλκὸν πρέπει νὰ συγχωνεύσωμεν μετὰ 5 δακάδων καθαροῦ ἀργύρου, ὥστε νὰ λάβωμεν κράμα ἀργύρου βαθμοῦ καθαρότητος 0,840 ;

Σημείωσις.—Ὁ χαλκὸς ἀναμιγνύμενος λογίζεται ὡς ἔχων τίτλον καθαρότητος 0.

10) Ἀνέμιξέ τις 750 δακάδας αἰνοπνεύματος 90⁰ καὶ 450 δακάδας τῶν 60⁰ καὶ 200 ὁκ. ὕδατος. Πόσος θὰ εἶνε ὁ βαθμὸς τοῦ μίγματος ;

11) Ἔχει τις δύο ὄγκους ἀργύρου· τοῦ πρώτου ἡ καθαρότης εἶνε 0,935 καὶ τοῦ δευτέρου 0,880. Πόσον πρέπει νὰ βάλῃ ἐφ' ἐκάστου εἶδους διὰ νὰ ἀποτελέσῃ μίγμα 9 δακάδων καθαρότητος 0,900.

12) Συνεχώνευσέ τις 25 δράμια ἀργύρου, τοῦ ὁποῖου ὁ βαθμὸς τῆς καθαρότητος εἶνε 0,88, ἔπειτα 15 δράμια τοῦ ὁποῖου ὁ βαθμὸς τῆς καθαρότητος εἶνε 0,80. Ποῖος θὰ εἶνε ὁ βαθμὸς τῆς καθαρότητος τοῦ κράματος ;

Σημείωσις.—Βαθμὸς καθαρότητος ἡ τίτλος τῶν πολυτίμων μετάλλων καλεῖται ἡ ποσότης τοῦ καθαροῦ μετάλλου, ἡ ἐμπεριεχομένη εἰς τὴν μανάδα τοῦ βάρους τοῦ κράματος. Π. χ. λέγοντες ὅτι ὁ βαθμὸς καθαρότητος τῶν χρυσῶν νομισμάτων εἶνε 0,900 ἐννοοῦμεν ὅτι ἐκ τοῦ ὅλου βάρους αὐτοῦ τὰ $\frac{900}{1000}$ εἶνε καθαρὸς χρυσός, τὰ δὲ

$\frac{100}{1000}$ εἶνε ἐξ ἄλλων μετάλλων.



ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΝ Δ. ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥ

56—ΣΤΑΔΙΟΥ—56

Ἐξεδόθησαν τὰ κάτωθι βοηθητικά βιβλία:

ΦΩΤΟΠΟΥΛΟΥ Φ.

- 1) Παλαιὰ Διαθήκη.
- 2) Καινὴ Διαθήκη.
- 3) Ἑκκλησιαστικὴ Ἱστορία.
- 4) Κατήχησις καὶ Λειτουργικὴ ὁμοῦ.
- 5) Ἱστορία Ἀρχαίας Ἑλλάδος τεῦχος 1ον (Ἡρακλῆς — Τρωϊκὸς πόλεμος).
- 6) Ἱστορία Ἀρχαίας Ἑλλάδος τεῦχος 2ον (ἀπὸ τῶν Τρωϊκῶν πολέμων μέχρι τῆς εἰς τοὺς Ρωμαίους ὑποταγῆς).
- 7) Ἱστορία Νεωτέρας Ἑλλάδος.
- 8) Βυζαντινὴ Ἱστορία.
- 9) Ζωολογία ε', στ' τάξεως.

ΓΟΝΤΖΕ ΗΛ.

- 10) Γραμματικὴ καὶ Ὁρθογραφικὴ Διδασκαλία διὰ τὴν γ' καὶ δ' τάξιν.
- 11) Γραμματικὴ καὶ Ὁρθογραφικὴ Διδασκαλία διὰ τὴν ε' καὶ στ' τάξιν.
- 12) Φυτολογία γ' καὶ δ' τάξεως.
- 13) Φυτολογία τεῦχος β' διὰ τὴν ε' καὶ στ' τάξιν.
- 14) Ζωολογία α' γ' δ'

ΞΗΡΟΥ ΤΡ.

- 15) Ἀριθμητικαὶ ἀσκήσεις γ' καὶ δ' τάξεως.
- 16) » » ε' καὶ στ'.

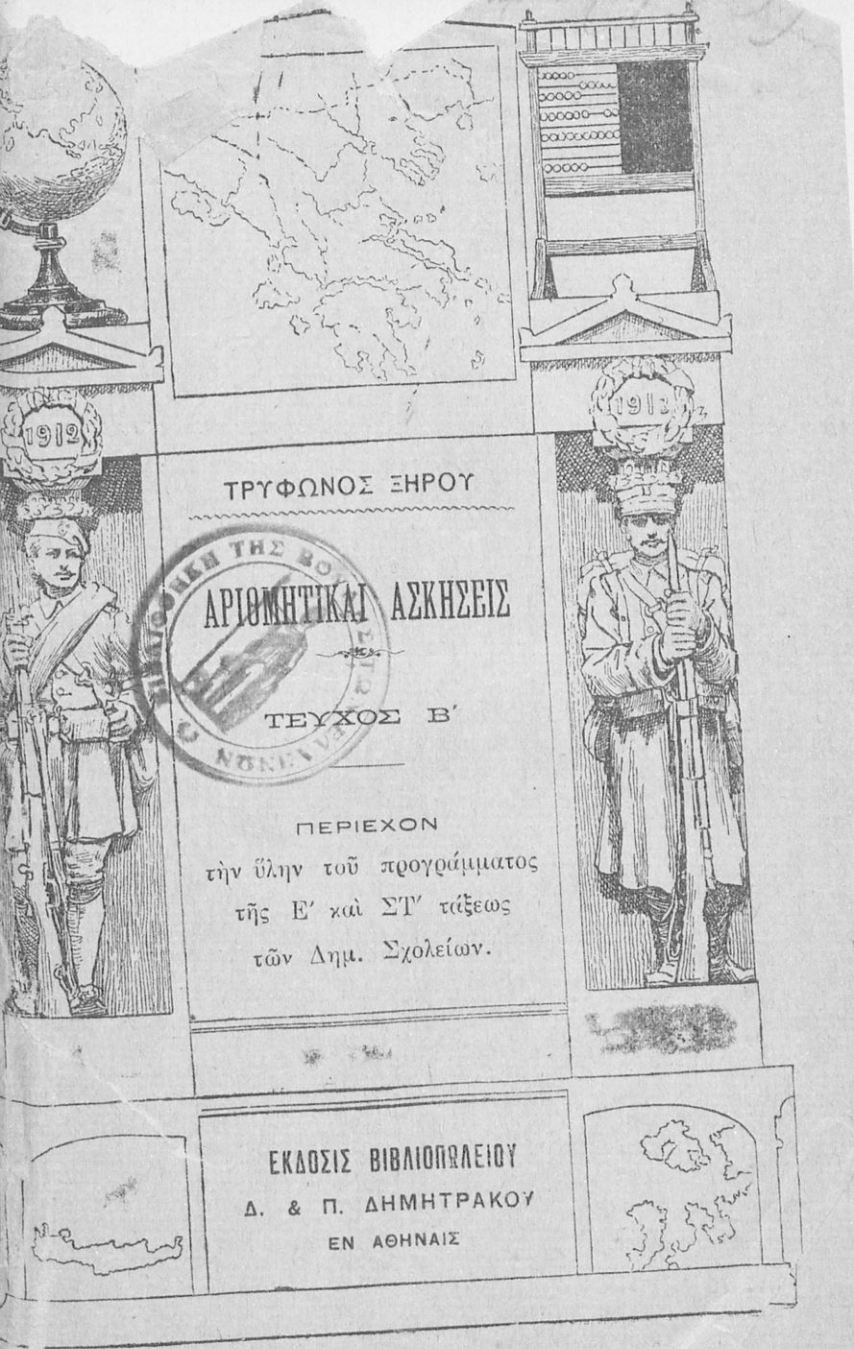
ΒΟΥΛΑΓΑΡΗ Δ.

- 17) Ὁρνιθολογία.
- 18) Χημεία.

ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥ Δ.

- 19) Γεωγραφία τῆς Ἑλλάδος, κατὰ ταξείδια μετὰ εἰδικοῦ ὑψομετρικοῦ χάρτου.
- 20) Γεωγραφία τῆς Ἀσίας, Ἀφρικῆς, Ἀμερικῆς, Ὀκεανίας διὰ τὴν ε' τάξιν. Δ. Πατισσούλου.





ΤΡΥΦΩΝΟΣ ΞΗΡΟΥ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΤΕΥΧΟΣ Β'

ΠΕΡΙΕΧΟΝ

τὴν ὕλην τοῦ προγράμματος
τῆς Ε' καὶ ΣΤ' τάξεως
τῶν Δημ. Σχολείων.

ΕΚΔΟΣΙΣ ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΥ

Δ. & Π. ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥ

ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ

ΤΡΥΦΩΝΟΣ ΣΗΡΟΥ

ΡΙΘΜΗΤΙΚΑΙ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΥΣΑΙ

ΥΛΗΝ ΤΟΥ ΕΝ ΙΣΧΥΙ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΠΕΜΠΤΗΣ
ΚΑΙ ΕΚΤΗΣ ΤΑΞΕΩΣ ΤΩΝ ΔΗΜΟΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ



2

565

ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ

ΕΚΔΟΣΙΣ ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΥ ΔΗΜ. & Π. ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥ
56 ΟΔΟΣ ΣΤΑΔΙΟΥ 56

1920

Εκδόσις Γ'



ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΙ ΤΩΝ ΠΡΟΚΑΤΑΡΚΤΙΚΩΝ ΓΝΩΣΕΩΝ

- 1) Ἐν κόψωμεν ἓνα ἄρτον εἰς 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ἴσα, πῶς ὀνομάζεται ἕκαστον τῶν μερῶν;
- 2) Ἐὰν κόψωμεν ἓν μῆλον εἰς 9, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 60, 80, 200, 300, 800 ἴσα μέρη, πῶς ὀνομάζεται ἕκαστον τῶν μερῶν;
- 3) Εἰς πόσα ἴσα μέρη πρέπει νά διαιρεθῇ ἡ ἀκεραία μονὰς νά προκύψωσιν αἱ κλασματικαὶ μονάδες $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{40}, \frac{1}{50}, \frac{1}{60}$;
- 4) Τίς ἐκ τῶν κλασματικῶν μονάδων $\frac{1}{3}$ καὶ $\frac{1}{5}$ εἶνε μεγαλύτερα;
- 5) Τίς ἐκ τῶν κλασματικῶν μονάδων $\frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{50}, \frac{1}{200}$ εἶνε μεγαλύτερα;
- 6) Τίς ἐκ τῶν κλασματικῶν μονάδων $\frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}$ εἶνε μικρότερα; Τίς ἐκ τῶν κλασματικῶν μονάδων $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ εἶνε μικρότερα;
- 7) Ἐὰν ἡ κλασματικὴ μονὰς $\frac{1}{10}$ ἐπαναληφθῇ 2, 3, 4, 5, 6, 9 ποῖοι κλασματικοὶ ἀριθμοὶ θὰ προκύψωσι;
- 8) Ἐκ τῆς ἐπαναλήψεως ποίας κλασματικῆς μονάδος προέκυψαν κλασματικοὶ ἀριθμοὶ $\frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \frac{6}{12}, \frac{8}{12}, \frac{9}{12}, \frac{10}{12}, \frac{11}{12}$;

9) Ἐκ τῆς ἐπαναλήψεως τῆς κλασματικῆς μονάδος $\frac{1}{18}$, ποῖοι κλασματικοὶ ἀριθμοὶ δύνανται νὰ προκύψωσι;

10) Νὰ εὐρεθῶσι τέσσαρες κλασματικοὶ ἀριθμοὶ προτιπτοντες ἐξ ἐκάστης τῶν κλασματικῶν μονάδων $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{11}$.

$$\frac{1}{18}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{40}, \frac{1}{50}, \frac{1}{65}, \frac{1}{72}, \frac{1}{80}, \frac{1}{90}, \frac{1}{100}$$

11) Ποῖοι ἐκ τῶν κλασματικῶν ἀριθμῶν $\frac{2}{2}, \frac{5}{5}, \frac{4}{4}, \frac{5}{8}, \frac{6}{9}$

$\frac{7}{7}, \frac{8}{10}, \frac{3}{15}, \frac{9}{12}, \frac{6}{6}, \frac{8}{5}, \frac{1}{3}, \frac{12}{9}, \frac{15}{3}, \frac{20}{4}, \frac{10}{30}, \frac{50}{10}, \frac{60}{20}$ εἶναι ἴσοι μὲ τὴν ἀκεραίαν, ποῖοι εἶνε μεγαλύτεροι καὶ ποῖοι μικρότεροι;

12) Πῶς λέγεται ὁ κλασματικὸς ἀριθμὸς, ὅστις εἶνε μικρότερος τῆς ἀκεραίας μονάδος; πῶς λέγεται, ὅταν εἶνε μεγαλύτερος; Πῶς εἶνε οἱ ὅροι τοῦ γνησίου κλάσματος; πῶς τὸ καταχρηστικῶς;

13) Νὰ γραφῶσι 5 κλασματικοὶ ἀριθμοὶ ἴσοι μὲ τὴν ἀκεραίαν μονάδα, 5 μικρότεροι καὶ 5 μεγαλύτεροι τῆς ἀκεραίας μονάδος.

14) Νὰ τραπῶσιν οἱ ἀκέριοι ἀριθμοὶ 2, 3, 5, 7, 8, 9, 11, 12, 20, 30, εἰς κλασματικοὺς ἀριθμοὺς ἔχοντας παρονομαστήν τὸ 5 καὶ οἱ ἀκέριοι 4, 6, 8, 9, 10, 15, 20, 25, εἰς κλάσματα ἔχοντα παρονομαστήν τὸ 8. Πῶς λέγονται τὰ κλάσματα ταῦτα; διατί λέγονται καταχρηστικά;

Πῶς τρέπεται ὁ ἀκέριος ἀριθμὸς εἰς ἰσοδύναμον κλασματικόν, τοῦ ὁποίου ὁ παρονομαστής εἶνε δεδομένος;

15) Νὰ τραπῇ ὁ μικτὸς $5\frac{3}{4}$ εἰς κλάσμα. Λύσις. Ἡ ἀκεραία μονάς ἔχει $\frac{4}{4}$, αἱ δύο ἔχουν δύο φορές τὸ $\frac{4}{4} = \frac{8}{4}$ καὶ αἱ πέντε

$$\text{ἀκέριοι μονάδες ἔχουν } \frac{4}{4} \times 5 = \frac{20}{4} + \frac{3}{4} = \frac{23}{4}.$$

16) Μὲ πόσα ἔνατα ἰσοδυναμοῦσιν οἱ μικτοὶ $5\frac{2}{9}$, $3\frac{5}{9}$, $7\frac{7}{9}$, $6\frac{3}{9}$, $7\frac{4}{9}$, $8\frac{5}{9}$, $2\frac{6}{9}$;

17) Μὲ ποίους κλασματικούς ἀριθμούς ἰσοδυναμοῦσιν οἱ μικτοὶ $4\frac{2}{5}$, $6\frac{3}{8}$, $7\frac{4}{9}$, $8\frac{3}{3}$, $2\frac{3}{6}$, $5\frac{4}{7}$, $6\frac{7}{10}$;

Πῶς τρέπονται οἱ μικτοὶ εἰς κλασματικούς ἀριθμούς;

18) Ἀπὸ τὸ καταχρηστικὸν κλάσμα $\frac{23}{6}$ νὰ ἐξαχθῶσιν αἱ ἑξαιρητικαὶ μονάδες.

Λύσις. — Γνωρίζομεν ὅτι $\frac{6}{6} = 1$ ἀκεραίαν, ἐὰν τὸ ἀφαιρέσωμεν ἀπὸ τὸ $\frac{23}{6}$ θὰ μᾶς μείνωσι $\frac{17}{6}$, ἐὰν ἀφαιρέσωμεν ἄλλην

ἀκεραίαν μονάδα $= \frac{6}{6}$ θὰ μᾶς μείνου $\frac{11}{6}$ καὶ ἂν ἀφαιρέσω ἄλλην ἀκεραίαν μονάδα θὰ μᾶς μείνουν $\frac{5}{6}$, ἅτινα δὲν πε-

χουσιν ἄλλην 1 ἀκεραίαν μονάδα, ἔχομεν λοιπὸν ἐξαγάγει 3 ἀκεραίας μονάδας, ὅσας φορὰς χωρεῖ τὸ 6 εἰς τὸ 23 ἀκεραίας μονάδας.

19) Μὲ ποίους ἀκεραίους ἰσοδυναμοῦν τὰ καταχρηστικὰ κλάσματα $\frac{12}{3}$, $\frac{15}{5}$, $\frac{20}{4}$, $\frac{8}{2}$, $\frac{9}{3}$, $\frac{40}{8}$, $\frac{30}{6}$, $\frac{45}{9}$, $\frac{50}{10}$;

20) Μὲ ποίους μικτοὺς ἰσοδυναμοῦσι τὰ καταχρηστικὰ κλάσματα $\frac{9}{5}$, $\frac{13}{4}$, $\frac{19}{6}$, $\frac{23}{6}$, $\frac{32}{5}$, $\frac{13}{2}$, $\frac{14}{3}$, $\frac{25}{8}$, $\frac{37}{9}$, $\frac{43}{10}$, $\frac{58}{7}$;

Πῶς ἐξάγονται αἱ ἑξαιρητικαὶ μονάδες ἀπὸ τὰ καταχρηστικὰ κλάσματα;
 Ἰότε τὸ καταχρηστικὸν κλάσμα γίνεται ἀκέραιος; πότε ὅς;

1) Τὸ κλάσμα $\frac{6}{24}$ νὰ γίνῃ δις καὶ τρις μεγαλύτερον.

Λύσις.— Ὁ ἀριθμητὴς φανερῶνει πόσας κλασματικὰς νάδας λαμβάνομεν ἐκ τῆς ἀκεραίας, ὃ δὲ παρονομαστὴς εἰς σὰς κλασματικὰς ἔχει διεραιθῇ ἡ ἀκεραία· ὅθεν διὰ νὰ τὸ κλάσμα $\frac{6}{24}$ δῖς, τρίς, τετράκις μεγαλύτερον, πρέπει νὰ βωμεν 2, 3, 4 φορὰς περισσότερον τὸ 6 ἢ ὅταν ἕκαστον μάτι (ἐκάστη κλασματικὴ μονάς), ὅπερ λαμβάνομεν, γίνῃ 3, 4 κλπ. φορὰ μεγαλύτερον τὸ ὁποῖον θὰ συμβῇ δὲ ἀκεραία κοπῇ εἰς 2, 3, 4 ὀλιγώτερα κομμάτια.

$$\text{Ἐπομένω: } \frac{6 \times 2}{24} = \frac{12}{24} \quad \frac{6 \times 3}{24} = \frac{18}{24} \quad \frac{6 \times 4}{24} = \frac{24}{24},$$

$$\text{ἢ } \frac{6}{24:2} = \frac{6}{12} \quad \frac{6}{24:3} = \frac{6}{8} \quad \frac{6}{24:4} = \frac{6}{6}.$$

22) Τὰ κλάσματα $\frac{3}{36}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{8}{24}$, $\frac{10}{48}$ νὰ γίνουν 2, 3, 4,

12 φορὰς μεγαλύτερα καὶ κατὰ τοὺς δύο τρόπους.

23) Τὸ κλάσμα $\frac{12}{15}$ νὰ γίνῃ 2, 3, 4, 6 φορὰς μικρότερον

Λύσις. Διὰ νὰ γίνῃ 2, 3, 4, 6 φορὰς μικρότερον, πρέπει λάβωμεν 2, 3, 4, 6 φορὰς ὀλιγωτέρας κλασματικὰς μονάδας ὅπερ θὰ συμβῇ, ὅταν διαιρέσωμεν τὸν ὅρον τοῦ κλάσματος (τὸν ἀριθμητὴν), ὃ ὁποῖος φανερῶνει πόσας κλασματικὰς νάδας θὰ λάβωμεν, διὰ 2, 3, 4, 6 ἢ ὅταν τὰ κομμάτια κλασματικὰ μονάδες), τὰ ὁποῖα λαμβάνομεν, γίνουν 2, 3, 4, 6 φορὰς μικρότερα, τὸ ὁποῖον συμβαίνει, ὅταν τὴν ἀκεραίαν κόψωμεν εἰς 2, 3, 4, 6 φορὰς περισσότερα κομμάτια· πολλαπλασιάσωμεν δηλ. τὸν ὅρον τοῦ κλάσματος (τὸν παρονομαστήν), ὃ ὁποῖος φανερῶνει εἰς πόσας κλασματικὰς νάδας κόπτομεν τὴν ἀκεραίαν ἐπὶ 2, 3, 4, 6,

$$\text{ἄρα } \frac{12:2}{15} = \frac{6}{15} \quad \frac{12:3}{15} = \frac{4}{15} \quad \frac{12:4}{15} = \frac{3}{15} \quad \frac{12:6}{15} = \frac{2}{15}$$

$$\text{ἢ } \frac{12}{15 \times 2} = \frac{12}{30} \quad \frac{12}{15 \times 3} = \frac{12}{45} \quad \frac{12}{15 \times 4} = \frac{12}{60} \quad \frac{12}{15 \times 6} = \frac{12}{90}.$$

24) Τὸ κλάσμα $\frac{10}{20}$ νὰ γίνῃ 2, 5, 10 φορές μικρότερον. Τὸ κλάσμα $\frac{18}{20}$ νὰ γίνῃ 2, 3, 6 καὶ 9 φορές μικρότερον καὶ κατὰ τοὺς δύο τρόπους.

25) Ποῖα κλάσματα εἶνε τριπλάσια τῶν $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{6}{18}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{8}{21}$.

26) Ποῖα κλάσματα εἶνε 2 φορές μικρότερα τῶν $\frac{6}{8}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{10}{20}$.

27) Νὰ εὕρε οδύ αμον πρὸς τὸ $\frac{2}{3}$.

Δύσις. Ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὸν ἀριθμητὴν ἐπὶ 3, τὸ προκῦπτον κλάσμα $\frac{2 \times 3}{3} = \frac{6}{3}$ εἶνε τρεῖς μεγαλύτερον τοῦ $\frac{2}{3}$.

Ἐὰν δὲ πολλαπλασιάσωμεν τὴν παρονομαστὴν τοῦ κλάσματος $\frac{6}{3}$ ἐπὶ 3, τὸ προκῦπτον κλάσμα $\frac{6}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$ εἶνε τρεῖς μικρότερον

τοῦ $\frac{6}{3}$ ἐπομένως τὸ κλάσμα $\frac{6}{9}$ ἔχει τὴν αὐτὴν ἀξίαν μετὰ τὸ

κλάσμα $\frac{2}{3}$, ἥτοι $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$.

Ὅμοίως, ἐὰν διαιρέσωμεν τὸν ἀριθμητὴν τοῦ κλάσματος $\frac{6:3}{9} = \frac{2}{9}$ τὸ $\frac{2}{9}$ εἶνε τρεῖς μικρότερον τοῦ $\frac{6}{9}$, ἐὰν διαιρέσωμεν τὸν

παρονομαστὴν τοῦ κλάσματος $\frac{2}{9:3} = \frac{2}{3}$, τὸ κλάσμα $\frac{2}{3} = \nu\zeta$

τρὶς μεγαλύτερον τοῦ $\frac{2}{9}$ · ἐπομένως τὸ κλάσμα $\frac{2}{3}$ ἔχει τὴν αὐτὴν ἀξίαν μὲ τὸ κλάσμα $\frac{6}{9}$, ἥτοι $\frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3}$.

28) Νὰ εὐρεθῶσι 5 κλάσματα ἰσοδύναμα πρὸς τὸ $\frac{4}{8}$, 4 κλάσματα ἰσοδύναμα πρὸς τὸ $\frac{8}{12}$, 3 ἰσοδύναμα πρὸς τὸ $\frac{15}{30}$, 2 ἰσοδύναμα πρὸς τὸ $\frac{6}{20}$ καὶ 3 μὲ μικροτέρους ὅρους ἰσοδύναμα πρὸς τὸ $\frac{120}{180}$.

Πότε ἓν κλάσμα γίνεται δίς, τρὶς κλπ. μεγαλύτερον; Πότε ἓν κλάσμα γίνεται δίς, τρὶς κλπ. μικρότερον; Πότε δὲν μεταβάλλεται ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος;

29) Νὰ ἀπλοποιηθῶσι τὰ ἑξῆς κλάσματα·

$$\frac{4}{8}, \frac{6}{9}, \frac{12}{18}, \frac{30}{65}, \frac{45}{80}, \frac{200}{400}, \frac{693}{819}, \frac{582}{727}, \frac{1269}{8139}.$$

30) Νὰ τραπῶσιν εἰς ὁμώνυμα τὰ ἑξῆς κλάσματα·

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \frac{2}{8} &=; \frac{1}{3} \frac{2}{4} \frac{3}{5} =; \frac{2}{10} \frac{3}{4} \frac{4}{5} \frac{1}{20} =; \frac{3}{10} \frac{1}{6} \frac{4}{5} \frac{5}{15} =; \\ \frac{2}{5} \frac{3}{6} &=; \frac{1}{3} \frac{2}{8} \frac{3}{4} =; \frac{6}{12} \frac{2}{3} \frac{2}{6} \frac{1}{2} =; \frac{2}{9} \frac{5}{6} \frac{2}{4} \frac{4}{8} =; \\ \frac{1}{3} \frac{4}{5} &=; \frac{2}{8} \frac{3}{5} \frac{6}{10} =; \frac{2}{3} \frac{1}{5} \frac{6}{15} \frac{5}{5} =; \frac{4}{8} \frac{3}{4} \frac{2}{6} \frac{9}{32} =; \end{aligned}$$

Τί χρησιμεύει ἡ τροπὴ τῶν ἑτερωνύμων κλασμάτων ὁμώνυμα;

Σημείωσις. Ἡ τροπὴ τῶν ἑτερωνύμων εἰς ὁμώνυμα πρὸς τὸ νὰ γίνεται, ὅπου εἶνε δυνατόν, διὰ τοῦ ἐλαχίστου κοινού πολλαπλασίου. Ἐάν δηλ. ὁ μεγαλύτερος παρονομαστής διαιρῇται διὰ τῶν ἄλλων, διπλασιάζομεν, τριπλασιάζομεν κτλ. τοῦτον, μέχρις οὗ εὐρεθῇ ἀριθμὸς, ὁ ὅποιος νὰ διαιρῇται ὅλων τῶν ἄλλων παρονομαστῶν καὶ μὲ τὸ πηλίκον τῆς

φρέσεως τούτου δι' ἐκάστου παρονομαστοῦ πολλαπλασιάζο-
εν ἀμφοτέρους τοὺς ὅρους τοῦ κλάσματος.

Π ρ ό σ θ ε σ ι ς .

Ἐκτελέσατε τὰς ἐπομένας πράξεις·

$$\alpha' \quad \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = ; \quad \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = ; \quad \frac{2}{6} + \frac{2}{6} + \frac{5}{6} = ;$$

$$\frac{3}{8} + \frac{5}{8} + \frac{4}{8} + \frac{7}{8} = ; \quad 4 \frac{3}{6} + 6 \frac{3}{6} = ;$$

$$\beta' \quad \frac{6}{9} + \frac{5}{9} = ; \quad \frac{3}{7} + \frac{4}{7} = ; \quad \frac{3}{10} + \frac{4}{10} + \frac{5}{10} = ;$$

$$\frac{5}{12} + \frac{6}{12} + \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = ; \quad 7 \frac{2}{3} + 8 \frac{1}{3} = ;$$

$$\gamma' \quad \frac{3}{7} + \frac{2}{3} = ; \quad \frac{5}{8} + \frac{1}{4} = ; \quad 6 + 4 + 3 \frac{3}{4} + 7 \frac{5}{12} = ;$$

$$2 + 3 + \frac{2}{3} + \frac{4}{6} \quad 6 + \frac{5}{9} \quad 8 + \frac{6}{18} = ; \quad 8 \frac{3}{4} + 5 \frac{2}{8} = ;$$

Π ρ ο β λ ή μ α τ α π ρ ο σ θ έ σ ε ω ς .

1) Ἐπλήρωσέ τις διὰ τυρὸν $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς, διὰ πετρέ-
λαιον $\frac{1}{5}$ καὶ διὰ καφὲν $\frac{3}{5}$. Πόσον ἐπλήρωσε δι' ὅλα;

2) Μαθητὴς τις ἔλαβε $\frac{3}{10}$ τῆς δραχμῆς καὶ εἶχε καὶ $\frac{2}{5}$.
Ὅσα ἔχει τὸ ὅλον;

3) Ποῖον εἶνε τὸ ἄθροισμα τῶν κλασμάτων $\frac{4}{7}$ καὶ $\frac{2}{9}$;

4) Δύο ἐργάται ἐργασθέντες ἐπὶ ἔργου τινὸς ἐξετέλεσαν ὁ
πρῶτος τὰ $\frac{2}{3}$, ὁ δὲ δεύτερος τὸ $\frac{1}{6}$. Πόσον μέρος τοῦ ὅλου
ἐργου ἐξετέλεσαν;

5) Ἐκ δύο ἐργατῶν ὁ μὲν δύναται νὰ τελειώσῃ ἓν ἔργον
ἐν 6 ὥραις, ὁ δὲ ἕτερος εἰς 8 ὥρας. Πόσον μέρος τοῦ ὅλου
ἐργου θὰ τελειώσωσι καὶ οἱ δύο εἰς μίαν ὥραν;

6) Τίς εἶνε ὁ ἀριθμὸς ὅστις ἐλαττούμενος κατὰ $\frac{3}{5}$ γίνεται $\frac{9}{10}$;

7) Ἐργάτης τις εἰργάσθη ἐπὶ τρεῖς ἡμέρας, τὴν πρώτην εἰργάσθη $6\frac{3}{5}$ ὥρας, τὴν δευτέραν $7\frac{1}{2}$ ὥρας καὶ τρίτην $5\frac{1}{3}$ ὥρας. Πόσας ὥρας εἰργάσθη καὶ τὰς τρεῖς ἡμέρας;

8) Μαθητὴς τις ἠγόρασε χάρτην πληρώσας $\frac{1}{2}$ δραχμὴν, $\frac{1}{4}$ δρ. καὶ διάφορα βιβλία $7\frac{1}{2}$ δραχ., ἔδωκε δὲ χάριν νόμισμα καὶ ἔλαβεν ὑπόλοιπον $1\frac{3}{4}$. Πόσων δραχμῶν ἦν ἡ χάρτις;

9) Δύο κρῆναι δύνανται νὰ πληρώσωσι δεξαμενὴν εἰς 9 ὥρας, ἡ δὲ εἰς 8 ὥρας. Ποῖον μέρος τῆς ὅλης δεξαμενῆς πληρώσωσι καὶ αἱ δύο ὁμοῦ εἰς μία ὥραν;

Λύσις. Ἀφοῦ ἡ α' εἰς 9 ὥρας γεμίζει τὴν δεξαμενὴν εἰς 1 ὥραν θὰ γεμίσῃ τὸ $\frac{1}{9}$, καὶ ἀφοῦ εἰς 8 ὥρας γεμίζει τὴν δεξαμενὴν, εἰς 1 ὥραν θὰ γεμίσῃ $\frac{1}{8}$ τῆς δεξαμενῆς καὶ αἱ δύο ὁμοῦ εἰς μίαν ὥραν θὰ γεμίσωσιν $\frac{1}{9} + \frac{1}{8} = \frac{17}{72}$.

10) Τὸ $\frac{1}{4}$, τὸ $\frac{1}{5}$, τὸ $\frac{1}{10}$ καὶ τὰ $\frac{2}{20}$ ποῖον μέρος τῆς ὅλης ἀποτελοῦσι;

11) Ὑπελογίσθη στρατοῦ τινος τὸ ἱππικὸν ὅτι εἶνε τοῦ πεζικοῦ καὶ τὸ πυροβολικὸν τὸ δέκατον τοῦ πεζικοῦ. Ποῖον μέρος τοῦ πεζικοῦ εἶνε τὸ ἱππικὸν καὶ τὸ πυροβολικὸν;

12) Ποῖον εἶνε τὸ μῆκος τριῶν τεμαχίων ὑφάσματος, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ ἓν ἔχει μῆκος 15 πῆχ., τὸ δὲ ἕτερον 12 πῆχ. $\frac{3}{8}$ καὶ τὸ τρίτον $20\frac{1}{2}$ πῆχεων;

13) Μαθητὴς ἔδωκεν εἰς συμμαθητὴν του $\frac{3}{4}$ τοῦ μήλου εἰς ἕτερον $\frac{5}{6}$, εἰς τρίτον 1 καὶ $\frac{1}{2}$ καὶ ἔφαγε καὶ ὁ ἴδιος $2\frac{11}{12}$. Πόσα μῆλα εἶχε τὸ ὅλον;

14) Ἐκ βαρελίου πλήρους οἴνου ἐπωλήσαμεν τὴν πρώτην ἡμέραν $35\frac{1}{2}$ ὀκάδας, τὴν δευτέραν ἡμέραν $48\frac{4}{10}$ τὴν τρίτην 50 $\frac{3}{4}$ καὶ τὴν τετάρτην $75\frac{1}{2}$. Πόσας ὀκάδας ἐπωλήσαμεν;

15) Στρατὸς ἕνεκα κόπου καὶ ἀσθενειῶν ἔχει ἐν ἀχρηστίᾳ τὸ $\frac{1}{6}$ τῆς δυνάμεως αὐτοῦ, ἀφῆκε δὲ πρὸς φρούρησιν διαφόρων ἐπικαίρων θέσεων τὸ $\frac{1}{120}$ $\frac{7}{60}$ καὶ τὰ $\frac{2}{15}$ καὶ τέλος εἰς τὴν μάχην ἐφονεύθησαν τὰ $\frac{3}{20}$ αὐτοῦ. Πόσον μέρος τῆς ἀρχικῆς δυνάμεως στερεῖται ὁ ἀρχηγός;

Πῶς προστίθενται τὰ ὁμώνυμα κλάσματα; Πῶς τὰ ἑτερόνυμα; κατὰ πόσους τρόπους τρέπονται τὰ ἑτερόνυμα εἰς ὁμώνυμα; ποῖος εἶνε ὁ προτιμότερος; διατί; Πῶς προστίθεται κλάσμα εἰς μικτόν; ἀκέραιος εἰς μικτόν; Κατὰ πόσους τρόπους προστίθενται οἱ μικτοί; Ποῖον τρόπον προτιμῶμεν ἐν τῇ πράξει;

Ἀ φ α ῖ ρ ε σ ε ι ς .

Ἐκτελέσατε τὰς ἐπομένας πράξεις·

$$\alpha' \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = ; \quad \frac{5}{8} - \frac{2}{8} = ; \quad \frac{4}{9} - \frac{2}{9} = ; \quad \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = ; \quad \frac{8}{10} - \frac{5}{10} = ;$$

$$\beta' \quad 6 - \frac{3}{3} =; \quad 9 - 3 \frac{2}{5} =; \quad 5 - 2 \frac{3}{4} =; \quad 6 \frac{3}{4} =; \quad 2 - \frac{1}{2} =;$$

$$8 \frac{3}{5} - 4 \frac{1}{8} =;$$

$$\gamma' \quad 5 \frac{3}{4} - 2 \frac{1}{8} =; \quad 6 \frac{4}{5} - \frac{2}{10} =; \quad 3 \frac{1}{4} - \frac{4}{7} =; \quad 7 \frac{2}{3} - 3 \frac{1}{4} =$$

Προβλήματα ἀφαιρέσεως.

1) Ποία εἶνε ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῶν $\frac{2}{3}$ καὶ $\frac{3}{7}$; τοῦ $\frac{3}{4}$ καὶ $\frac{1}{8}$; τοῦ $\frac{9}{10}$ καὶ $\frac{1}{2}$; τοῦ $\frac{5}{8}$ καὶ $\frac{1}{3}$;

2) Ἐργάτης τις ἐκ 5 δραχμῶν, τὰς ὁποίας ἔχει, ἐξώδευσε $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς. Πόσαι τῷ ἀπέμειναν;

3) Ῥάπτης τις ἠγόρασε τὰ $\frac{5}{8}$ τοῦ πήχεως βελούδου καὶ ἐχρησιμοποίησε τὰ $\frac{4}{10}$. Πόσον τῷ ἔμεινεν;

4) Ἐμπορὸς τις ἐπλήρωσε τὰ $\frac{3}{5}$ τοῦ χρέους του. Πόσον χρεωστεῖ ἀκόμη;

5) Πόσον πρέπει νὰ προσθέσωμεν εἰς τὸ κλάσμα $\frac{3}{8}$ διὰ νὰ προκύψῃ τὸ κλάσμα $\frac{2}{3}$;

6) Κρήνη πληροῖ τὴν δεξαμενὴν εἰς 3 ὥρας, στρόφιγξ δὲ δύναται νὰ κενώσῃ αὐτὴν εἰς 5 ὥρας. Ποῖον μέρος τῆς ὅλης χωρητικότητος θὰ πληρωθῇ μετὰ μίαν ὥραν, ἂν ἀνοιχθῶσιν συγχρόνως ἡ κρήνη καὶ ὁ στρόφιγξ;

7) Ἐχει τις νὰ διατρέξῃ ὁδὸν $4 \frac{3}{4}$ ὥρων, διέτρεξε δὲ τὰς μόνον $1 \frac{1}{3}$ ὥραν, πόσας ὥρας θὰ διατρέξῃ ἀκόμη;

- 8) Ἀγγεῖον πλήρες ἐλαίου ζυγίζει 8 ὀκόδας, τὸ ἀπόβα-
ν αὐτοῦ εἶνε $1 \text{ ὀκ. } \frac{3}{8}$. Ποῖον εἶναι τὸ βάρος τοῦ ἐλαίου;
- 9) Ἑργάτης ἔλαβε δι' ἐργασίαν ἐνὸς μηνὸς δραχμὰς 175
καὶ ἐξ αὐτῶν ἐξώδευσε $120 \frac{2}{5}$. Πόσαι τοῦ ἐπερίσσευσαν;
- 10) Ἐκ τεμαχίου ὑφάσματος 9 πήχεων ἐχρησιμοποιήθη-
ν $4 \frac{5}{8}$ πήχ. Πόσον ὕψος ἀπέμεινεν;
- 11) Ἐχει τις $25 \frac{3}{4}$ πήχ. ὑφάσματος. Πόσας πήχεις ἀκόμη
ἀγαράσῃ διὰ νὰ ἔχῃ $46 \frac{3}{8}$;
- 12) Ἐκ $3 \frac{1}{4}$ ὀκάδων γεωμήλων ἐχρησιμοποιήθησαν $\frac{4}{8}$
ὀκάς. Πόσαι ἔμειναν;
- 13) Ὁ Γεώργιος εἶνε $16 \frac{2}{3}$ ἐτῶν, ὁ δὲ Κωνσταντῖνος 12
ἐτῶν. Ποία εἶνε ἡ διαφορὰ τῆς ἡλικίας τῶν;
- 14) Τὸ ἄθροισμα δύο ἀριθμῶν εἶνε 8, ὁ δὲ εἷς τῶν προσ-
θέτων εἶνε $4 \frac{3}{4}$. Ποῖος εἶνε ὁ ἕτερος;
- 15) Δοχεῖον κενὸν ζυγίζει $4 \frac{1}{4}$ χιλιόγραμμα, πλήρες δὲ 18
Πόσον εἶνε τὸ βάρος τοῦ ἐμπεριεχομένου;
- 16) Ἐδωκέ τις εἷς τινα τὸ $\frac{1}{3}$ τῶν ὅσων εἶχε χρημάτων
εἷς ἕτερον τὸ $\frac{1}{4}$. Πόσα χρήματα τῷ ἔμειναν;
- 17) Ἐξ ἀγγείου περιέχοντος 45 ὀκ. οἴνου, ἐχύθησαν τὰ
τῆς ὀκάς. Πόσαι ὀκάδες οἴνου ἐναπέμειναν;

18) Διὰ νὰ ἔχη σῶμά τι βάρους $45\frac{1}{2}$ ὀκάδων πρέπει νὰ προσθέσωμεν εἰς αὐτὸ βάρους $6\frac{3}{4}$ ὀκάδας. Πόσον εἶνε τὸ βάρους τοῦ σώματος αὐτοῦ;

19) Ἐδανείσθη τις 1200 δραχμάς, ἐξ αὐτῶν δὲ ἀπέδωκεν $350\frac{3}{4}$. Πόσας ἀκόμη ὀφείλει;

20) Πόσον ὕδωρ πρέπει νὰ προσθέσωμεν εἰς ὄξος $54\frac{1}{4}$ ὅπως λάβωμεν μεῖγμα $67\frac{2}{10}$;

21) Κύριός τις ἀπολαμβάνει καθ' ἑκάστην $14\frac{1}{2}$ δραχ. καὶ δαπανᾷ $11\frac{3}{4}$ δραχ. Πόσαι δραχμαὶ τῇ περισσεύουν καθ' ἑκάστην;

Πῶς ἀφαιρεῖται κλασματικὸς ἀπὸ κλασματικόν; κλασματικὸς ἀπὸ ἀκέραιον; κλασματικὸς ἀπὸ μικτόν; κατὰ πόσους τρόπους ἀφαιρεῖται μικτὸς ἀπὸ μικτόν; ἐν τῇ πράξει ποῖος τρόπος γίνεται χρῆσις; Τί κάμνομεν, ὅταν τι κλάσμα τοῦ ἀφαιρετέου εἶνε μεγαλύτερον ἀπὸ τὸ κλάσμα τοῦ μειωτέου;

$$\left(8\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 7 + \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = 7\frac{2}{4}\right).$$

Προβλήματα προσθέσεως καὶ ἀφαιρέσεως

1) Ἐργάτης τις ἀνέλωβε νὰ ἐκτελέσῃ ἐντὸς τριῶν ἡμερῶν ἔργον τι κατὰ τὴν πρώτην ἡμέραν ἐξετέλεσε $\frac{3}{20}$ καὶ κατὰ τὴν δευτέραν τὰ $\frac{3}{3}$. Πόσον μέρος τοῦ ἔργου θὰ ἐκτελέσῃ κατὰ τὴν τρίτην ἡμέραν;

2) Ἠγόρασέ τις τρία τεμάχια ὑφάσματος, ἐξ ὧν τὸ α' εἶναι $35\frac{3}{8}$ τοῦ πήχεως, τὸ β' $6\frac{1}{4}$ περισσότερον τοῦ α' καὶ τὸ γ' $2\frac{1}{2}$ περισσότερον τοῦ β'.

γώτερον τοῦ πρώτου. Ἐκ πόσων πήχεων ἀποτελεῖται ἕκαστον τεμάχιον καὶ ἐκ πόσων πήχεων ἀποτελοῦνται καὶ τὰ αὐτοῦ;

3) Τρεῖς κρουνοὶ πληροῦσιν εἰς μίαν ὥραν τὸ $\frac{1}{6}$ δεξάτης τινος. ἄλλ' ὁ α' ἐκ τούτων πληροῖ εἰς μίαν ὥραν τὸ $\frac{1}{20}$

της, ὁ δὲ β' εἰς μίαν ὥραν τὸ $\frac{1}{15}$. Πόσον μέρος τῆς δεξάτης πληροῖ ὁ γ' ὁ μόνος εἰς μίαν ὥραν;

4) Πόσαι ὥραι μεσολαβοῦν ἀπὸ τῆς 7 $\frac{1}{2}$ ὥρας τῆς πρωίας μέχρι τῆς 10ης τῆς ἐπομένης πρωίας καὶ πόσαι μέχρι τῆς 1 $\frac{1}{2}$ τῆς ἐπομένης ἑσπέρας;

5) Εἷς τινα οἰκοδομὴν οἱ ἐργάται ἀρχίζουν τὴν ἐργασίαν ἀπὸ τῆς 6 $\frac{1}{2}$ ὥραν π. μ., διακόπτουσι δὲ ταύτην τὴν 12 τῆς μεσημβρίας, ἐπαναλαμβάνουσι δὲ ταύτην κατὰ τὴν 1 $\frac{1}{2}$ ὥραν π. μ. καὶ ἀποχωροῦσι τὴν 6 ἑσπερινήν. Πόσας ὥρας ἐργάζονται τὴν ἡμέραν;

6) Πατήρ τις ὥρισεν ἐν τῇ διαθήκῃ του νὰ λάβῃ ἡ σύζυγος του τὰ $\frac{2}{9}$ τῆς περιουσίας του καὶ ἕκαστος τῶν τεσσάρων υἱῶν του τὸ $\frac{1}{10}$ αὐτῆς, τὰ δὲ λοιπὰ νὰ δωρηθῶσιν εἰς τὰ ἀνθρωπικὰ καταστήματα. Πόσον μέρος τῆς περιουσίας τοῦ πατρὸς θὰ λάβωσιν αὐτά;

7) Εἶχε τις 75 $\frac{3}{5}$ δραχμάς, ἔλαβε παρὰ τινος 15 $\frac{1}{4}$, ἔδωκεν ἐκ τούτων 36 δρ. $\frac{9}{10}$. Πόσαι δραχμαὶ τῷ ἔμειναν;

8) Ἐκ τεμαχίου ὑφάσματος περιέχοντος 45 $\frac{2}{8}$ ἀπεκόψα-

μεν διὰ δύο ἐνδυμασίας 9 πήχ. $\frac{1}{2}$, διὰ δύο πανταλόνια 3 πήχεις, διὰ δύο παλτά 7 $\frac{1}{4}$ πήχεις. Πόσαι πήχεις μᾶς ἀμειναν;

9) Ἡγόρασέ τις βούτυρον ἀξίας 13 $\frac{3}{5}$ δραχ., καφὲν 5 κρέας 3 $\frac{1}{2}$, ζάγχαριν 3 $\frac{1}{5}$ καὶ ἄλλα διάφορα ἀξίας ἐν 80 δραχ. 15 $\frac{8}{10}$. Πόσαι δραχμαὶ θὰ τῷ μείνουν ἀπὸ τὸ ἑκατοτάδραχμον.

10) Ἡγόρασέ τις ἐν ὄπλον ἀντὶ 75 $\frac{1}{5}$ δραχ. ἐξώδευσε δὲ τὴν θήκην του 15 $\frac{3}{4}$ δραχ. Τὸ ἐπώλησε δὲ 125 $\frac{3}{20}$. Πόσας ἐκέρδησεν.

Πολλαπλασιασμός.

Ἐκτελέσατε τὰς ἐπομένας πράξεις·

$$\alpha' \quad \frac{2}{3} \times 6 = ; \quad 8 \times \frac{8}{6} = ; \quad \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = ; \quad 3 \frac{2}{5} \times 8 = ;$$

$$\beta' \quad 8 \times 3 \frac{6}{9} = ; \quad \frac{6}{9} \times 3 \frac{4}{8} = ; \quad 3 \frac{4}{9} \times \frac{6}{8} = ;$$

$$\gamma' \quad 3 \frac{5}{8} \times 6 \frac{1}{3} = ; \quad 9 \frac{1}{3} \times 5 \frac{7}{8} = ; \quad 3 \frac{2}{3} \times 4 \frac{1}{3} = ;$$

δ' Πῶς πολλαπλασιάζεται κλάσμα ἐπὶ ἀκέραιον, ἀκέραιος ἐπὶ κλάσμα; μικτὸς ἐπὶ ἀκέραιον; ἀκέραιος ἐπὶ μικτὸ κλάσμα ἐπὶ μικτόν; μικτὸς ἐπὶ κλάσμα; μικτὸς ἐπὶ μικτὸ κλάσμα ἐπὶ κλάσμα;

Νὰ ἐκτελεσθῶσι συντόμως οἱ ἑξῆς πολλαπλασιασμοί·

65 × 5 = ;	138 × 5 = ;	260 × 5 = ;
249 × 5 = ;	263 × 5 = ;	375 × 50 = ;
376 × 5 = ;	23 × 5 = ;	2645 × 50 = ;
128 × 5 = ;	564 × 50 = ;	3845 × 500 = ;
362 × 5 = ;	348 × 500 = ;	5648 × 500 = ;

Σημείωσις. — Ἐπειδὴ ὁ $5 = \frac{10}{2}$, διὰ νὰ πολλαπλασιάσωμεν ἀριθμὸν τινὰ ἐπὶ $5 = \frac{10}{2}$, ἀρκ. ἵ νὰ πολλαπλασιάσωμεν τοῦτον ἐπὶ 10 καὶ τὸ γινόμενον νὰ διαιρέσωμεν διὰ τοῦ 2. Ἐπειδὴ $50 = \frac{100}{2}$ καὶ $500 = \frac{1000}{2}$, διὰ νὰ πολλαπλασιάσωμεν ἀριθμὸν ἐπὶ $50 = \frac{100}{2}$ ἢ ἐπὶ $500 = \frac{1000}{2}$, πολλαπλασιάζομεν τοῦτον ἐπὶ 100 ἢ ἐπὶ 1000 καὶ τὸ γινόμενον διαιροῦμεν διὰ τοῦ 2.

Νὰ ἐκτελεσθῶσι συντόμως οἱ ἑξῆς πολλαπλασιασμοί :

$$\begin{array}{l} 275 \times 15 = ; \quad 636 \times 15 = ; \quad 446 \times 150 = ; \quad 270 \times 150 = ; \\ 320 \times 15 = ; \quad 420 \times 15 = ; \quad 136 \times 150 = ; \quad 326 \times 150 = ; \end{array}$$

Σημείωσις. — Ἐπειδὴ $15 = 10 + 5 = 10 + \frac{10}{2}$. Ἀρα διὰ νὰ πολλαπλασιάσωμεν ἀριθμὸν τινὰ ἐπὶ 15 πρῶτον πολλαπλασιάζομεν αὐτὸν ἐπὶ 10, δεύτερον λαμβάνομεν τὸ ἥμισυ τοῦ γινομένου τούτου καὶ τρίτον προσθέτομεν τὰ δύο μερικὰ γινόμενα.

$$\text{Ὅμοίως τὸ } 150 = 100 + \frac{100}{2}$$

$$\begin{array}{l} 364 \times 25 = ; \quad 875 \times 24 = ; \quad 654 \times 25 = ; \quad 163 \times 50 = ; \\ 248 \times 25 = ; \quad 120 \times 25 = ; \quad 136 \times 25 = ; \quad 145 \times 150 = ; \end{array}$$

Σημείωσις. — Ἐπειδὴ ὁ $25 = \frac{100}{4}$, διὰ νὰ πολλαπλασιάσωμεν ἀριθμὸν τινὰ ἐπὶ $25 = \frac{100}{4}$, πολλαπλασιάζομεν τὸν ἀριθμὸν τοῦτον ἐπὶ 100 καὶ τὸ γινόμενον διαιροῦμεν διὰ τοῦ 4.

Νὰ εὐρεθῶσι συντόμως τὰ ἑξῆς γινόμενα.

$$50 \times \frac{4}{5} = ; \quad 80 \times \frac{7}{8} = ; \quad 30 \times \frac{2}{3} = ; \quad 120 \times \frac{5}{4} = ;$$

$$30 \times \frac{4}{3} = ; \quad 150 \times \frac{6}{5} = ;$$

Σημ. Ἵνα πολλαπλασιάσωμεν ἀριθμὸν τινὰ ἐπὶ κλάσμα οὔτινος ὁ ἀριθμητὴς εἶνε κατὰ μονάδα μικρότερος τοῦ παραινμαστοῦ, ὥς τὸν $80 \times \frac{7}{8}$, ἀρκεῖ νὰ ἀφαιρέσωμεν ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν τοῦτον (80) τὸ $\frac{1}{8}$, διότι τὸ $\frac{7}{8} = \frac{8}{8} - \frac{1}{8}$. Ομοίως, Ἵνα πολλαπλασιάσωμεν ἀριθμὸν τινὰ ἐπὶ κλάσμα, τοῦ ὁποίου ὁ ἀριθμητὴς εἶνε κατὰ μίαν μονάδα μεγαλύτερος τοῦ παραινμαστοῦ, ὥς $150 \times \frac{6}{5}$, ἀρκεῖ νὰ προσθέσωμεν εἰς τὸν δοθέντα ἀριθμὸν 150 τὸ $\frac{1}{5}$ αὐτοῦ, διότι τὸ $150 = \frac{5}{5}$, τὸ δὲ $\frac{6}{5} = \frac{5}{5} + \frac{1}{5}$. Ἄρα $150 \times \frac{6}{5} = 150 + 30 = 180$.

Λύσεις προβλημάτων διὰ τῆς ἀναγωγῆς εἰς τὴν μονάδα

1) Ὁ πῆχυς ὑφάσματος τιμᾶται 15 δραχμάς. Πόσον μῶνται $\frac{7}{8}$ τοῦ πῆχεως.

$$1 = \frac{8}{8} \text{ πηχ. τιμῶνται } 15 \text{ δρ.}$$

$$\frac{1}{8} \text{ πηχ. τιμᾶται } \frac{15}{8}.$$

$$\frac{7}{8} \text{ πηχ. τιμῶνται } \frac{15 \times 7}{8}$$

ὁ εἷς πῆχυς, ὁ ὁποῖος ἰσοῦται μὲ τὸ $\frac{8}{8}$, τιμᾶται, 15 δραχ.

$\frac{1}{8}$ τοῦ πῆχεως τὸ ὁποῖον εἶνε 8 φορὰς μικρότερον τῶν $\frac{8}{8}$

τιμᾶται καὶ 8 φορὰς ὀλιγώτερον τοῦ 15, ἥτοι $\frac{15}{8}$. καὶ τὸ

ἡ ὁποῖα εἶνε 7 φορὰς μεγαλύτερα τοῦ $\frac{1}{8}$, θὰ τιμῶνται καὶ
φορὰς περισσότερον τοῦ $\frac{15}{8}$ ἢτοι $\frac{15 \times 7}{8}$.

2) Ἡ 1 ὀκά τοῦ καφὲ τιμᾶται 3 $\frac{8}{10}$ δραχ. Πόσον τιμῶν-
ται αἱ 6 $\frac{2}{5}$ ὀκ.;

Λύσις. Πρὸς εὐκολίαν τρέπομεν τοὺς μικτοὺς εἰς κλασμα-
τικούς $\frac{38}{10}$ καὶ $\frac{32}{5}$.

$$\text{ἡ } 1 \text{ ὀκά ἢ τὰ } \frac{5}{5} \text{ ὀκάς τιμῶνται } \frac{38}{10}$$

$$\text{τὸ } \frac{1}{5} \text{ ὀκάς τιμᾶται } \frac{38}{10 \times 5}$$

$$\text{καὶ τὰ } \frac{32}{5} \text{ ὀκάς τιμῶνται } \frac{38 \times 32}{10 \times 5}$$

ἡ 1 ὀκά, ἡ ὁποῖα ἰσοῦται μετὰ $\frac{5}{5}$, τιμᾶται $\frac{38}{10}$, τὸ $\frac{1}{5}$, τὸ ὅποῖον
εἶνε 5 φορὰς μικρότερον ἀπὸ τὰ $\frac{5}{5}$, θὰ τιμᾶται 5 φορὰς

ὀλιγώτερον τὰ $\frac{38}{10}$, ἢτοι $\frac{38}{10 \times 5}$, καὶ τὰ $\frac{32}{5}$, τὰ ὁποῖα εἶνε 32 φο-

ρὰς μεγαλύτερα ἀπὸ τὸ $\frac{1}{5}$ θὰ τιμῶνται καὶ 32 φορὰς περισ-

σότερον τὸ $\frac{38}{10 \times 5}$, ἢτοι $\frac{38 \times 32}{10 \times 5}$.

Σημείωσις.— Πολλαπλασιαστέος εἶνε ἡ τιμὴ τῆς μιᾶς μο-
νάδος καὶ συμφωνεῖ μετὰ τὸ γινόμενον καὶ πολλαπλασιαστῆς
αἱ δεδομέναι μονάδες ἢ τὸ δεδομένον μέρος αὐτῆς· ὁ πολλα-
πλασιαστέος κατὰ τὴν διὰ τῆς ἀναγωγῆς εἰς τὴν μονάδα
λύσιν τῶν προβλημάτων γράφεται πάντοτε δεύτερος.

Προβλήματα Πολλαπλασιασμοῦ.

- 1) Τὰ $\frac{4}{5}$ τῆς δραχμῆς. Πόσα λεπτὰ εἶνε;
- 2) Τὰ $\frac{7}{8}$ τῆς ὀκάς. Πόσα δράμια εἶνε;
- 3) Τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ στατήρος πόσα δράμια εἶνε;
- 4) Τὰ $\frac{5}{8}$ τῆς ὀκάς, τὰ $\frac{3}{5}$, τὰ $\frac{7}{10}$, τὰ $\frac{3}{20}$, τὰ $\frac{3}{4}$ καὶ τὰ τῆς ὀκάς πόσα δράμια εἶνε;
- 5) Τὰ $\frac{2}{5}$, τὸ $\frac{1}{4}$, τὰ $\frac{8}{10}$, τὰ $\frac{7}{20}$, τὰ $\frac{2}{50}$, τὰ $\frac{8}{100}$ τῆς δραχμῆς πόσα λεπτὰ εἶνε;
- 6) Πόσον τιμῶνται 8 ὀκάδες γεωμήλων, ὅταν ἡ μία τιμᾶται $\frac{3}{5}$ τῆς δραχμῆς;
- 7) Ὁ εἷς πῆχυς ὑφάσματος τιμᾶται $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς. Πόσον τιμῶνται οἱ 15 πήχεις;
- 8) Ἡ 1 ὀκά ζακχάρεως τιμᾶται 2 δραχμάς. Πόσον τιμῶνται τὰ $\frac{7}{10}$ τῆς ὀκάς;
- 9) Ἡ μία ὀκά λαχάνων τιμᾶται $\frac{2}{5}$ τῆς δραχμῆς. Πόσον τιμῶνται τὰ $\frac{7}{10}$ τῆς ὀκάς;
- 10) Πόσα εἶνε τὰ $\frac{6}{8}$ τῶν $\frac{4}{5}$;

Δύσιν. — Τὰ $\frac{8}{8}$ ἰσοῦνται μὲ $\frac{4}{5}$

τὸ $\frac{1}{8}$ ἰσοῦται μὲ $\frac{4}{5} \times 8$

καὶ τὰ $\frac{6}{8}$ ἰσοῦνται μὲ $\frac{4 \times 6}{5 \times 8} = \frac{3}{5}$

11) Πόσον τιμῶνται 8 $\frac{3}{4}$ ὀκάδ. ὀρύζης, ὅταν 1 ὀκά τι-
ᾶται 1 $\frac{1}{4}$ δραχμάς;

12) Κρήνη τις εἰς μίαν ὥραν χύνει 40 $\frac{1}{5}$ ὀκάδας. Πό-
σας ὀκάδας θὰ χύσῃ εἰς 8 $\frac{1}{4}$ ὥρας;

13) Ἐργάτης λαμβάνει καθ' ἑβδομάδα 42 $\frac{3}{4}$ δραχμάς.
Πόσας δραχμάς θὰ λάβῃ εἰς 5 $\frac{4}{6}$ ἑβδομάδας;

14) Ἦγόρασέ τις 23 $\frac{3}{4}$ στατῆρας ἀνθράκων πρὸς 9 $\frac{1}{2}$
δραχμάς τὸν στατῆρα. Πόσον ἐπλήρωσε;

15) Ἐξοδεύει τις κατὰ μῆνα 140 $\frac{1}{2}$ δραχμάς. Πόσας
δραχμάς ἐξοδεύει εἰς τὰ $\frac{2}{5}$ τοῦ μηνός;

16) Ὑφάντης ὑφαίνει 1 μέτρον εἰς $\frac{3}{4}$ τῆς ὥρας. Εἰς πό-
σας ὥρας θὰ ὑφάνῃ 45 $\frac{2}{3}$ μέτρα;

17) Ἐργάτης εἰς μίαν ἡμέραν τελειώνει 7 $\frac{6}{10}$ μέτρα ἔργου
τῆς ἡμέρας. Πόσα θὰ τελειώσῃ εἰς 35 $\frac{1}{2}$ ἡμέρας;

18) 600 δραχμαὶ νὰ δοθοῦν εἰς δύο ἄτομα, ἐξ ὧν τὸ ἓν θὰ λάβῃ τὰ $\frac{3}{5}$ καὶ τὸ ἕτερον τὰ ὑπόλοιπα. Πόσας δραχμὰς θὰ λάβῃ ἕκαστον ἄτομον;

19) Πόσον τιμῶνται $8\frac{2}{10}$ ὀκάδες βουτύρου, ὅταν 1 ὀκά τιμᾶται $5\frac{3}{4}$ δραχμάς;

20) Εἰς πηγῆς ἐριούχου τιμᾶται $16\frac{2}{5}$ δρ. Πόσας δραχμὰς τιμῶνται αἱ $10\frac{6}{8}$ πηγέως;

11) Πόσαι δραχμαὶ εἶνε τὰ $\frac{3}{4}$ τῶν $\frac{4}{5}$ τοῦ ἑκατονταδράχμου;

$$\tauὰ \frac{4}{4} = \frac{4}{5} \qquad \frac{5}{5} = \frac{100}{5}$$

$$\tauὸ \frac{1}{4} = \frac{4}{5 \times 4} \qquad \frac{1}{5} = 100$$

$$\kappaαὶ \tauὸ \frac{3}{4} = \frac{4 \times 3}{5 \times 4} = \frac{3}{5} \qquad \frac{3}{5} = \frac{100 \times 3}{5} = \frac{300}{5} = 60 \text{ δρ.}$$

Διαιρέσεις

Νὰ ἐκτελεσθῶσιν συντόμως αἱ ἐξῆς διαιρέσεις.

$$\begin{array}{llll} 35 : 5 = ; & 275 : 50 = ; & 680 : 500 = ; & 865 : 25 = ; \\ 160 : 5 = ; & 360 : 50 = ; & 845 : 500 = ; & 640 : 25 = ; \\ 360 : 5 = ; & 145 : 50 = ; & 750 : 500 = ; & 320 : 25 = ; \end{array}$$

Σημείωσις.— Ἐπειδὴ ὁ 5 = $\frac{10}{2}$, ὁ 50 = $\frac{100}{2}$, ὁ 25 = $\frac{50}{2}$

καὶ ὁ 500 = $\frac{1000}{2}$, ἵνα διαιρέσωμεν ἀριθμὸν τινὰ διὰ τοῦ

0, 500, πολλαπλασιάζομεν αὐτὸν ἐπὶ 2 καὶ τὸ γινόμενον
0, 100, 1000, ὁμοίως διὰ τοῦ $25 = \frac{100}{4}$.

**Λύσεις προβλημάτων διὰ τῆς ἀναγωγῆς
εἰς τὴν μονάδα.**

1) Τὰ $\frac{2}{3}$ τῆς ὀκᾶς τοῦ βουτύρου τιμᾶται 5 δραχ. Πόσον
τιμᾶται ἡ 1 ὀκᾶ;

Λύσεις. Ἀφοῦ τὰ $\frac{2}{3}$ τῆς ὀκᾶς τιμῶνται 5 δραχ.

Τὸ $\frac{1}{3}$ τῆς ὀκᾶς τιμᾶται $\frac{5}{2}$ δραχ.

καὶ τὰ $\frac{3}{3} = 1$ ὀκᾶ τιμῶνται $\frac{5 \times 3}{2}$ δραχμ. $= \frac{15}{2} = 7, 5$ δρ.

Ἀφοῦ τὰ $\frac{2}{3}$ τιμῶνται 5 δραχμάς, τὸ $\frac{1}{3}$, τὸ ὁποῖον εἶνε 2 φο

ράς ὀλιγώτερον τοῦ $\frac{2}{3}$, θὰ τιμᾶται 2 φορές ὀλιγώτερον, τὸ 5

ἤτοι $\frac{2}{5}$ καὶ τὰ $\frac{3}{3}$, τὰ ὅποια εἶνε 3 φορές περισσότερα τοῦ $\frac{1}{3}$

θὰ τιμῶνται 3 φορές περισσότερον, τὸ $\frac{5}{2}$ ἤτοι $\frac{5}{2} \times 3 = \frac{15}{2}$ (τὸ

ἐξαγόμενον τοῦτο $\frac{5 \times 3}{2}$ δύναται νὰ εὐρεθῇ καὶ ἀμέσως διὰ τῆς

διαίρεσεως τοῦ 5: $\frac{2}{3} = 5 \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2}$).

2) Οἱ 6 $\frac{3}{8}$ πήχεις ὑφάσματος τιμῶνται $24 \frac{3}{4}$ δραχ. Πό-
σον τιμᾶται ὁ εἷς πήχυς;

Λύσις. — Τρέπομεν τοὺς μικτοὺς εἰς κλασματικούς

$\frac{99}{4}$, τὰ $\frac{51}{8}$ τοῦ πήχεως τιμῶνται $\frac{99}{4}$ τῆς δραχμῆς

τὸ $\frac{1}{8}$ » » τιμᾶται $\frac{99}{4} \times 51$ τῆς δραχμῆς

καὶ τὰ $\frac{8}{8} = 1$ πήχ. » $\frac{99 \times 8}{4 \times 51} = \frac{792}{204}$

(Τὸ ἐξαγόμενον τοῦτο εὐρίσκεται καὶ ἀμέσως διὰ τῆς διαιρέσεως τοῦ $\frac{99}{4} : \frac{51}{8} = \frac{99}{4} \times \frac{8}{51}$).

3) Εὐρεῖν ἀριθμόν, τοῦ ὁποίου τὰ $\frac{3}{4}$ ἀποτελοῦν τὸν ἀριθμὸν 12· τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ ἀριθμοῦ εἶνε 12

τὸ $\frac{1}{4}$ » » $\frac{12}{3}$

καὶ τὰ $\frac{4}{4}$, ἥτοι ὁλόκληρος ὁ ἀριθμὸς, εἶνε $\frac{12 \times 4}{3} = 16$

(Τὸ ἐξαγόμενον τοῦτο εὐρίσκεται καὶ ἀμέσως διὰ τῆς διαιρέσεως τοῦ $12 : \frac{3}{4} = 12 \times \frac{4}{3} =$).

4) Ἐργάτης τις τελειώνει τὰ $\frac{5}{16}$ τοῦ ἔργου εἰς μίαν ὥραν

Εἰς πόσας ὥρας θὰ τελειώσῃ τὰ $\frac{3}{4}$ αὐτοῦ;

τὰ $\frac{5}{16}$	τοῦ ἔργου τελειώνει εἰς 1 ὥραν.	
τὸ $\frac{1}{16}$	»	»
τὰ $\frac{16}{16} = \frac{4}{4}$	»	»
τὸ $\frac{1}{4}$	»	»
τὰ $\frac{3}{4}$	»	»

$$1:5 = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{5} \times 16 = \frac{16}{5}$$

$$\frac{16}{5} \times 4$$

$$\frac{16}{5} \times 3$$

5) Ποῖον μέρος τῆς ὁκτῆς ἀποτελοῦσι τὰ 100 δράμα, τὰ 80, τὰ 50, τὰ 40, τὰ 20, τὰ 60, τὰ 150, τὰ 160, 360;

6) Ποῖον μέρος τῆς δραχμῆς εἶνε τὰ 50 λεπτά, τὰ 20, τὰ 75, τὰ 15, τὰ 10, τὰ 5, τὰ 2;

7) Ποῖον μέρος τοῦ 30 εἶνε ὁ 6; τοῦ 80 εἶνε ὁ 20; τοῦ εἶνε 4; τοῦ 15 εἶνε ὁ 3;

8) Πόσον τιμᾶται ὁ 1 πήχυς ταινίας, ὅταν οἱ 5 πήχεις τιμῶνται $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς.

9) Τὰ $\frac{6}{8}$ τοῦ πήχεως τιμῶνται $\frac{4}{5}$ τῆς δραχμῆς. Πόσον τιμᾶται ὁ εἰς πήχυς;

10) Ἐργάτης τις λαμβάνει $36\frac{2}{5}$ δρ. εἰς μίαν ἐβδομάδα. Πόσον εἶνε τὸ ἡμερομίσθιον του.

11) Τὰ $\frac{5}{8}$ ἐριούχου τιμῶνται $12\frac{3}{8}$ τοῦ πήχεως. Πόσον τιμᾶται ὁ 1 πήχυς;

12) Διὰ νὰ ἐκτελεσθῶσι τὰ $\frac{2}{5}$ ἔργου τινός, ἀπαιτοῦνται 6

$\frac{2}{10}$ ἡμέρας. Πόσαι ἡμέραι ἀπαιτοῦνται διὰ τὴν ἐκτέλεσιν τοῦ ὅλου ἔργου;

13) Ἀτμόπλοιον διανύει εἰς $8\frac{1}{2}$ ὥρας $130\frac{1}{4}$ μίλια. Πόσα μίλια διανύει καθ' ὥραν;

14) Πόσους στατῆρας ἀνθρώπων δύναται τις νὰ ἀγοράσῃ μὲ $440\frac{2}{5}$ δραχμὰς, ἐὰν ἕκαστος στατῆρ τιμᾶται $9\frac{3}{20}$ δραχμὰς;

15) Διὰ $6\frac{1}{2}$ ὥρας ἐπλήρωσέ τις εἰς ἀμαξηλάτην $29\frac{1}{4}$ Πόσας δραχμὰς ἐπλήρωσε καθ' ὥραν;

16) Μὲ $1\frac{1}{4}$ δραχμὰς ἠγόρασέ τις $2\frac{1}{2}$ ὀκάδας γεωμήλων. Πόσον τιμᾶται ἡ ὀκά;

17) Τίνο; ἀριθμοῦ τὰ $\frac{5}{8}$ εἶνε $\frac{4}{5}$;

Λύσις. Τὰ $\frac{5}{8}$ εἶνε $\frac{4}{5}$

τὸ $\frac{1}{8}$ » $\frac{4}{5 \times 5}$

κατὰ τὰ $\frac{8}{8}$ » $\frac{4 \times 8}{5 \times 5}$

18) Τίς εἶνε ὁ ἀριθμὸς, τοῦ ὁποίου τὰ $\frac{3}{4}$ ἰσοδυναμοῦν πρὸς 42 ὀκάδας;

19) Τελειώνει τις εἰς $\frac{3}{4}$ τῆς ὥρας τὰ $\frac{7}{8}$ τοῦ ἔργου. Πόσον θὰ τελειώσῃ εἰς 1 ὥραν;

20) Ὑφασμα μήκους 36 μέτρων πρόκειται νὰ κοπῇ

μάχια, ἕκαστον τῶν ὁποίων θὰ ἔχῃ μῆκος $\frac{9}{10}$ τοῦ μέτρου.
 ὅσα τεμάχια θὰ γίνῃ;

21) Ποία ἡ χωρητικότης ἀγγείου, τοῦ ὁποίου τὰ $\frac{4}{5}$ πλη-
 οῦνται μὲ 120 ὀκάδας ὕδατος;

22) Τὸ ἄθροισμα δύο ἀριθμῶν εἶνε 80, ὁ δὲ μικρότερος
 ὅτων εἶνε τὰ $\frac{3}{5}$ τοῦ μεγαλυτέρου. Τίνες οἱ ἀριθμοὶ οὗτοι;

Λύσις. — Ὁ μεγαλύτερος εἶνε $\frac{5}{5}$ καὶ ὁ μικρότερος $\frac{3}{5}$
 τοῦ, ἐπομένως τὸ ἄθροισμα $\frac{5}{5} + \frac{3}{5} = \frac{8}{5}$ ἰσοῦται μὲ 80

$$\text{τὰ } \frac{8}{5} \text{ ἰσοῦνται 80}$$

$$\text{καὶ τὸ } \frac{1}{5} \quad \gg \quad \frac{80}{8}$$

$$\text{καὶ τὰ } \frac{5}{5} \quad \gg \quad \frac{80 \times 5}{8} = \frac{400}{8} = 50$$

$$\text{τὸ } \frac{1}{5} \quad \gg \quad \frac{50}{5}$$

$$\text{καὶ τὰ } \frac{3}{5} \quad \gg \quad \frac{50 \times 3}{5} = \frac{150}{5} = 30$$

23) Πόσον ζυγίζει τὸ μέτρον ὑφάσματος, οὗ τινος τὰ 9
 μέτρα ζυγίζουν 2 $\frac{1}{4}$ ὀκάδας;

24) Νὰ εὗρεθῇ ἀριθμός, τοῦ ὁποίου τὰ $\frac{2}{5}$ καὶ $\frac{1}{8}$ αὐξανό-
 ντα κατὰ 9 δίδουσι τὸν ἀριθμὸν 30.

$$\text{Λύσις. } \frac{2}{5} + \frac{1}{8} = \frac{16}{40} + \frac{5}{40} = \frac{21}{40} + \frac{9}{40} = \frac{30}{40} = 30$$

$$\tau\acute{o} \frac{1}{40} = \frac{30}{40}$$

$$\kappa\alpha\iota \tau\acute{\alpha} \frac{40}{40} = \frac{30 \times 40}{40} = 30$$

25) Μὲ $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς ἀγοράζομεν 4 $\frac{1}{2}$ ὀκάδας ἀνθρ
κων. Μὲ πόσας δραχμὰς ἀγοράζομεν 8 $\frac{2}{5}$ ὀκάδας;

$$\text{Λύσις. — } 4 \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \text{ ὀκάδας τιμῶνται } \frac{3}{4} \text{ δραχμὰς}$$

$$\tau\acute{o} \frac{1}{2} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \frac{3}{4} \times 9$$

$$\tau\acute{\alpha} \frac{2}{2} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \frac{3 \times 2}{4 \times 9}$$

$$\frac{2}{2} = 1 = \frac{5}{5} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \frac{3 \times 2}{4 \times 9} = \frac{6}{36}$$

$$\frac{1}{5} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \frac{6}{36 \times 5}$$

$$\frac{42}{5} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \frac{6 \times 42}{36 \times 5} = \frac{7}{5} = 1$$

26) Κρήνη τις χορηγεῖ 5 $\frac{3}{4}$ ὕδατος εἰς 2 $\frac{1}{2}$ ὥρας. Εἰς
ὥραν πόσας ὀκάδας θὰ χορηγήσῃ;

27) Εἷς ἐκ τῶν δύο συνεταίρων συμμετέχων κατὰ $\frac{4}{9}$
τῶν κερδῶν ἔλαβε μερίδιον 1780 δραχμὰς. Πόσον τὸ ὅ
κέρδος;

Ἐκτελέσατε τὰς ἐπομένας πράξεις :

$$\alpha'. \frac{4}{9} : 3 = ; \frac{5}{8} : 4 = ; 4 : \frac{5}{6} = ; 8 : \frac{2}{3} = ; \frac{5}{6} : \frac{2}{3} = ; \frac{3}{4} : \frac{1}{3} = ;$$

$$\beta'. 2\frac{3}{4} : 4 = ; 3\frac{1}{2} : 5 = ; 9 : 3\frac{1}{5} = ; 3 : 2\frac{3}{5} = ; 6 : 4\frac{1}{3} = ;$$

$$\gamma'. 8\frac{3}{3} : \frac{4}{5} = ; 3\frac{1}{3} : \frac{2}{5} = ; \frac{5}{8} : 4\frac{1}{3} = ; \frac{2}{3} : 6\frac{2}{5} = ; 3 : 5\frac{3}{8} = ;$$

$$\delta'. 5\frac{3}{4} : 3\frac{4}{8} = ; 6\frac{2}{3} : 5\frac{7}{8} = ;$$

Πῶς διαιρεῖται κλάσμα δι' ἀκεραίου; ἀκέραιος διὰ κλά-
ματος; κλάσμα διὰ κλάσματος; μικτὸς διὰ κλάσματος; κλά-
σμα διὰ μικτοῦ; μικτὸς διὰ μικτοῦ;

Σύμμικτα προβλήματα τῶν κλασματικῶν ἀριθμῶν.

1) Ἐξ ὑφάσματος 35 πήχεων ἐδώκαμεν $9\frac{5}{8}$ πήχεις. Πό-
σοι πήχεις μᾶς ἔμειναν;

2) Τὰ $\frac{4}{5}$ ἀγροῦ τινος τιμῶνται 875 δρ. Πόσον τιμῶνται
τὰ $\frac{3}{4}$ αὐτοῦ;

Λύσι. Τὰ $\frac{4}{5}$ τιμῶνται 875 δρ.

$$\tauὸ \frac{1}{5} \quad \text{»} \quad \frac{765}{4}$$

$$\kappaαὶ \tauὸ \frac{5}{5} = \frac{4}{4} \quad \text{»} \quad \frac{875 \times 5}{4}$$

$$\tauὰ \frac{5}{5} = \frac{4}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \text{»} \quad \frac{875 \times 5}{4 \times 4}$$

$$\frac{3}{4} \quad \text{»} \quad \frac{875 \times 5 \times 3}{4 \times 4} = \frac{13125}{16}$$

3) Κερδίζει τις καθ' ἐκάστην $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς καὶ εἰς
δεύει ἐκ τούτων τὰ $\frac{3}{6}$. Πόσα ἐξοδεύει καθ' ἐκάστην καὶ
ἐναποταμιεύει;

4) Ράβδος τις εἶνε διηρημένη εἰς τρία μέρη. Τὸ πρῶτον
εἶνε τὸ $\frac{1}{4}$ τῆς ὅλης ράβδου, τὸ δεύτερον τὰ $\frac{2}{9}$, τὸ δὲ τρίτον
ἔχει μῆκος 48 δακτύλων. Πόσον εἶνε τὸ μῆκος τῆς ράβδου
ταύτης;

5) Τὰ $\frac{3}{5}$ τῶν $\frac{2}{3}$ τοῦ $\frac{1}{4}$ ἀριθμοῦ τινος εἶνε ἴσα πρὸς
Ποῖος εἶνε ὁ ἀριθμὸς οὗτος;

Λύσεις.

$$\begin{array}{l|l|l}
 \text{Τὰ } \frac{5}{5} \text{ ἰσοῦντ. πρὸς τὰ } \frac{2}{3} & \left| \begin{array}{l} \text{τὰ } \frac{5}{5} = \frac{4}{4} \\ \text{τὰ } \frac{1}{5} = \frac{1}{4} \times 5 \end{array} \right. & \left| \begin{array}{l} \text{τὰ } \frac{2}{20} = 15 \\ \text{τὸ } \frac{1}{20} = \frac{15}{2} \end{array} \right. \\
 \text{καὶ } \frac{3}{5} & \left| \begin{array}{l} \frac{2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{2}{5} \\ \text{καὶ } \frac{2}{5} = \frac{1 \times 2}{4 \times 5} = \frac{2}{20} \end{array} \right. & \left| \begin{array}{l} \text{καὶ } \frac{20}{20} = 150 \\ \text{καὶ } \frac{20}{20} = 150 \end{array} \right. \\
 & & = \frac{300}{2} = 150
 \end{array}$$

6) Ἀπολέσας τὰ $\frac{3}{5}$ τῶν χρημάτων μου ἔχω 300 δραχμὰς.
Πόσα χρήματα εἶχον;

7) Ἐδαπάνησέ τις τὰ $\frac{2}{3}$ τῶν $\frac{4}{5}$ τῶν χρημάτων τοῦ
τοῦ ἔμειναν 105 δραχμαί. Πόσας δραχμάς εἶχεν;

Λύσεις

$$\tau\acute{\alpha} \frac{3}{3} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{15}{15} - \frac{8}{15} = \frac{7}{15} = 105$$

$$\tau\acute{o} \frac{1}{3} = \frac{4}{5} \times 3$$

$$\frac{1}{15} = \frac{105}{7}$$

$$\kappa\alpha\iota \tau\acute{\alpha} \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \times 2 = \frac{8}{5} \quad \frac{15}{15} = \frac{105}{7} \times 15 = \frac{1575}{7} = 225$$

8) Ἐργάτης τις διὰ τὰ $\frac{6}{8}$ ἔργου τινὸς ἔλαβε 250 $\frac{3}{4}$ δρα-
 ῖας. Πόσον θὰ λάβῃ διὰ τὸ ὅλον ἔργον;

9) Ἐδόθη εἰς τινα τὸ $\frac{1}{3}$ ποσοῦ τινός, εἰς ἕτερον τὸ $\frac{1}{4}$
 εἰς τρίτον τὸ ὑπόλοιπον, ὅπερ ἦτο 50000 δραχμαί. Ποῖον
 τὸ ποσὸν τοῦτο;

10) Εἶχέ τις 565 $\frac{1}{2}$ δραχμὰς καὶ μὲ μέρος τῶν χρημά-
 των τούτων ἡγόρασε 32 $\frac{1}{4}$ πηχ. ὑφάσματος πρὸς 9 $\frac{4}{5}$ δρα-
 ῖας. Πόσα χρήματα ἐπερίσσευσαν;

11) Διὰ νὰ ἐνδυθῶσιν οἱ ἄνδρες τάγματός τινος παρηγ-
 ῶθησαν 5400 μέτρα ἐριούχου, πλάτους $\frac{12}{8}$ τοῦ μέτρου.
 Ἀλλ' ἐπειδὴ ὁ προμηθευτὴς δὲν εὔρεν ἐριούχον αὐτοῦ τοῦ
 πλάτους, ἀπέστειλεν 6000 μέτρα ἐριούχου μικροτέρου πλά-
 τος. Ποῖον εἶνε τὸ πλάτος τοῦ νέου τούτου ὑφάσματος;

Λύσις. Ἐὰν τὸ μῆκος τοῦ ἐριούχου εἶνε 5400, τὸ πλάτος
 πρέπει νὰ εἶνε $\frac{12}{8}$, ἐὰν τὸ μῆκος εἶνε ἓν μέτρον, τὸ πλάτος πρέ-

πει νὰ εἶνε $\frac{12}{8} \times 5400$. Ἄν δὲ τὸ μῆκος εἶνε 6000, τότε τὸ πλά-

τος πρέπει νὰ εἶνε $\frac{12 \times 540}{8 \times 6000} = 1 \frac{7}{20}$ τοῦ μέτρου.

12) Εἰς $2\frac{1}{2}$ ὥρας σκάπτει τις $3\frac{4}{5}$ μέτρα χάνδακος τοῦ

Εἰς $8\frac{3}{4}$ ὥρας πόσον μέρος τοῦ χάνδακος θὰ σκάψῃ;

$$\begin{array}{l} \alpha'. \text{ Εἰς } \frac{5}{2} \text{ σκάπτει } \frac{19}{5} \quad \beta'. \text{ Εἰς } \frac{2}{2} \text{ ἢ } \frac{4}{4} = 1 \text{ ὥραν σκάπτει } \frac{38}{25} \\ \frac{1}{2} \quad \gg \quad \frac{19}{5} \times 5 \quad \frac{1}{4} \quad \gg \quad \frac{38}{25} \times \\ \text{καὶ εἰς } \frac{2}{2} \quad \gg \quad \frac{19 \times 2}{5 \times 5} \quad \frac{35}{4} \quad \gg \quad \frac{38}{25} \times \end{array}$$

13) Ἐὰν εἰς τὰ $\frac{3}{5}$ καὶ $\frac{1}{4}$ ἐκ τῶν χρημάτων μου προοί-
τις 12 δραχμὰς, θὰ εὔρῃ τὸ ποσὸν ὅπερ εἶχον. Πόσα εἶχον;

Λύσις. $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}$ τὸ ὅλων τῶν χρημάτων

$$\frac{20}{20} - \frac{17}{20} = \frac{3}{20}, \text{ τὸ } \frac{3}{20} = 12$$

$$\text{τὸ } \frac{1}{20} = \frac{12}{3}$$

$$\text{καὶ τὸ } \frac{20}{20} - \frac{12 \times 20}{3} = \frac{240}{3} = 80.$$

14) Ἐπλήρωσέ τις τὰ $\frac{2}{5}$ τοῦ χρέους του, ἔπειτα τὰ
ὑπολοίπου καὶ ὀφείλει ἀκόμη 3500 δραχμὰς. Πόσον εἶ-
δὸν χρέος;

Λύσις. Ὅλον τὸ χρέος εἶνε $\frac{5}{5}$, ἀφαιροῦμεν τὰ $\frac{2}{5}$
 $\frac{3}{5}$ ὑπόλοιπον. Τὰ $\frac{2}{3}$ αὐτοῦ εἶνε $\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$. ἐπὶ
λοιπὸν $\frac{2}{5}$ τὴν πρώτην φορὰν καὶ $\frac{2}{5}$ τὴν δευτέραν, ἥτοι

ῥωσε τὸ ὅλον $\frac{2}{2} + \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$ καὶ μένει χρέος $\frac{1}{5} = 3500$ τὰ $\frac{5}{5} = 3500 \times 3 = 17,200$.

15) Ἐμπορὸς τις ἐπώλησε τὰ $\frac{3}{5}$ ἐξ ἑνὸς ὑφάσματος, τὸ δὲ ἀπόλοιπον εὐρέθη $18\frac{1}{10}$ μέτρα. Πόσα χρήματα ἔλαβε διὰ τὸ πωληθέν, ἐὰν τὸ μέτρον ἐπωλήθη πρὸς $8\frac{1}{2}$ δραχμὰς;

16) Ἐργάτης τις τελειώνει εἰς 5 ἡμέρας ἔργον τι, ἕτερος τὸ αὐτὸ ἔργον εἰς 7 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας ὁμοῦ ἐργαζόμενοι θὰ τελειώσωσι τὸ ἔργον;

17) Ἡ γόρασέ τις φὰ πρὸς 10 λεπτὰ τὰ 3 καὶ μεταπωλήσας αὐτὰ πρὸς 15 λεπτὰ τὰ δύο παρατήρησεν ὅτι ἐκέρδισε 15 δρ. Πόσα φὰ ἠγόρασεν;

Λύσις. Ἐκαστον φὸν ἠγοράσθη $\frac{10}{3}$ τοῦ λεπτοῦ καὶ ἐπωλήθη πρὸς $\frac{15}{2}$, ὥστε ἀπὸ ἑκαστον ἐκέρδισε $\frac{15}{2} - \frac{10}{3} = \frac{45}{6} - \frac{20}{6} = \frac{25}{6}$, ὅσας δὲ φορὰς χωρεῖ τὸ $\frac{25}{6}$ εἰς τὸ 1500 λεπτά, τόσα φὰ ἠγόρασεν, ἥτοι $6 \times 1500 = 9000 : 25 = 360$.

12) Ἐμπορὸς τις ἐπώλησεν ἐξ ἑνὸς ὑφάσματος ἔχοντος μήκος 140 πήξεων τὸ τρίτον αὐτοῦ καὶ ἔπειτα τὰ $\frac{2}{5}$ τοῦ ἀπολοίπου. Πόσαι πήξεις τῷ ἔμειναν;

Λύσις. Ἀφοῦ ἐπώλησε τὸ $\frac{1}{3}$ τῶν 140 πήξεων, τῷ ἔμειναν τὰ $\frac{2}{3}$ αὐτῶν, ἥτοι $140 \times \frac{2}{3}$. Ἀφοῦ πάλιν ἐπώλησε τὰ $\frac{2}{5}$ τοῦ

υπολοίπου, τῷ ἔμειναν τὰ $\frac{3}{5}$ αὐτοῦ, ἥτοι $140 \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = 56$ πήχεις.

19) Ἐφερέ τις πρὸς πώλησιν τρία φορτία οἴνου. Τὸ πρῶτον περιεῖχεν $86\frac{2}{5}$ ὀκάδας, τὸ ἄλλο $95\frac{1}{2}$ καὶ τὸ τρίτον $71\frac{1}{8}$. ἄλλὰ καθ' ὁδὸν τῷ ἐχύθησαν $18\frac{3}{4}$ ὀκάδες, τὸ δὲ ὑπόλοιπον ἐπώλησε πρὸς $\frac{4}{5}$ τῆς δραχμῆς. Πόσας δραχμὰς ἔλαβε ;

20) Τὰ $\frac{3}{4}$ δεξαμενῆς τινος πληροῦνται ὑπὸ τινος κρουνοῦ εἰς 6 ὥρας, τὰ δὲ $\frac{5}{6}$ αὐτῆς κενοῦνται ὑπὸ ἄλλου κρουνοῦ εἰς 10 ὥρας. Ἐὰν ἀνοιχθῶσι συγχρόνως καὶ οἱ δύο κρουνοί, εἰς πόσας ὥρας θὰ πληρωθῇ ἡ δεξαμενὴ ;

Λύσις. Ἀφοῦ εἰς 6 ὥρας πληροῦνται τὰ $\frac{3}{4}$, εἰς 1 ὥραν θὰ πληρωθῶσι τὰ $\frac{3}{4 \times 6} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$ καὶ ἀφοῦ εἰς 10 ὥρας κενοῦνται τὰ $\frac{5}{6}$, εἰς 1 ὥραν θὰ ἐκκενωθῶσι τὰ $\frac{5}{6 \times 10} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$, ὥστε εἰς ἐκάστην ὥραν πληροῦνται $\frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{1}{24}$. Τὸ $\frac{1}{24}$ πληροῦνται εἰς 1 ὥραν καὶ ὁλόκληρος ἡ δεξαμενὴ, ἥτοι τὰ $\frac{24}{24}$, θὰ πληρωθῶσιν εἰς $24 \times 1 = 24$ ὥρας.

21) Ἐρωτηθεὶς τις περὶ τῆς ἡλικίας του ἀπεκρίθη. Ἐάν ἡ ἡλικία μου διαιρεθῇ διὰ $\frac{3}{8}$, προκύπτει πηλίκον μεγαλύτερον τῆς ἡλικίας μου κατὰ 50 ἔτη. Ποία εἶνε ἡ ἡλικία αὐτοῦ ;

Λύσις. Διὰ νὰ διαιρέσωμεν ἀριθμὸν διὰ κλάσματος,

λαπλασιάζωμεν τοῦτον ἐπὶ τὸ κλάσμα ἀντεστραμμένον.
 Ἐν τὰ $\frac{8}{3}$ τῆς ἡλικίας του ὑπερβαίνουνσι τὴν ἡλικίαν του
 ἂν 50 καί, ἐπειδὴ ἡλικία του εἶνε $\frac{3}{5}$, ἔπεται ὅτι τὰ $\frac{5}{3}$ τῆς ἡ-
 λίας του εἶνε 50, τὸ $\frac{1}{3}$ εἶνε ἴσον μὲ $\frac{50}{5}$ καὶ τὰ $\frac{3}{5} = \frac{50}{5} \times 3 =$
 $= 30$.

22) Ὁπωροπώλης τις ἐρωτηθεὶς πόσα πορτοκάλια εἶχεν,
 ἀπεκρίθη. Ἐὰν εἶχον ἄλλα τόσα καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῶν καὶ τὸ
 ἕκτον καὶ 9 ἀκόμη, θὰ εἶχον ἐν ὅλῳ 360. Πόσα εἶχε ;

Λύσις. Τὸ $\frac{1}{2}$ καὶ τὸ $\frac{1}{5}$ ἀποτελοῦσι $\frac{7}{10}$ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν
 πορτοκαλίων του, ὅλος δὲ ὁ ἀριθμὸς τῶν πορτοκαλίων θὰ
 παρασταθῇ διὰ τοῦ κλάσματος $\frac{10}{10}$, ἐπομένως $\frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{7}{10} = \frac{27}{10}$
 9 ἀκόμη θὰ εἶχε 360. Ἐὰν δὲ δὲν εἶχε τὰ 9, τότε τὰ $\frac{27}{10} =$

1, τὸ $\frac{1}{10} = \frac{351}{27}$ καὶ τὰ $\frac{10}{10} = \frac{351 \times 10}{27} = 130$.

23) Ἐρωτηθεὶς τις τί ὥρα εἶνε ἀπεκρίθη πρὸ ἐνὸς τετάρ-
 τοῦ ἦτο τὸ ἥμισυ τῶν δύο τρίτων τοῦ ἡμίσεος ἡμερονυκτίου.
 ὥρα ἦτο ;

Λύσις. Πρὸ ἐνὸς τετάρτου ἦτο $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 24 = 4$, ἐπο-
 μέως ὅτε ἠρωτήθη ἦτο $4 \frac{1}{4}$.

24) Δύο πεζοπόροι ἀναχωροῦσιν ἐξ Ἀθηνῶν διὰ τὰς Θή-
 ρας· τούτων ὁ εἰς βαδίζει 14 χιλιόμετρα εἰς 3 ὥρας, ὁ δὲ ἄλ-
 λος 22 εἰς 5 ὥρας. Ἐὰν ἡ ἀπόστασις τῶν δύο πόλεων εἶνε 57

χιλιόμετρα, τίς τούτων θὰ φθάσῃ πρωτύτερα καὶ ποίαν ὁ-

25) Ἐδάνεισέ τις εἰς τινὰ τὰ $\frac{3}{8}$ τῆς περιουσίας του, αὐ-

τὸν δὲ ἐδάνεισεν εἰς τρίτον τὰ $\frac{7}{11}$ τῶν ὅσων ἔλαβε καὶ τῷ ἔμει-
 12000 δραχμαί. Ποῖον τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον;

26) Ἐκ τινος πίθου πλήρους οἴνου ἐπώλησέ τις τὰ $\frac{3}{8}$
 τοῦ, ἔπειτα $\frac{3}{8}$ τοῦ ὑπολοίπου καὶ τῷ ἔμειναν 25 ὀκάδες.
 ὅσων ὀκάδων ἦτο ἡ χωρητικότης τοῦ πίθου;

Λύσις. Ἀφοῦ ἐπώλησε τὰ $\frac{2}{7}$, τῷ ἔμειναν $\frac{5}{7}$, τοῦ ὑπο-
 λοιπού τούτου ἔδωκε τὰ $\frac{3}{8}$, ἦτοι $\frac{5}{7} \times \frac{3}{8} = \frac{15}{56}$, ἔδωκε δὲ τὸ
 $\frac{2}{7} + \frac{15}{56} = \frac{31}{56}$, τὸ ὑπόλοιπον δὲ τούτου εἶνε $\frac{25}{56} = 25$. ἄρα ἡ
 χωρητικότης εἶνε $\frac{25}{56} = 25$.

$$\frac{1}{56} = \frac{25}{25} \text{ καὶ } \frac{56}{56} = \frac{25 \times 56}{25} = 56.$$

27) Ἡγόρασέ τις τὰ $\frac{3}{7}$ ἐνὸς ὑφάσματος περιέχοντος 1
 μέτρον πρὸς $2\frac{3}{4}$ δραχμάς τὸν πῆχυν· ἐκ τούτων ἐπλήρωσε
 12000 δραχμάς. Πόσας δραχμάς ὀφείλει ἀκόμη;

28) Ποιμὴν ἐρωτηθεὶς περὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν προβά-
 του ἀπήντησεν· εἰς τὸ $\frac{1}{3}$ τῶν ὅσων ἔχω καὶ 15 ἀκόμη
 τὰ πρόβατά μου θὰ συνεποσοῦντο εἰς 175. Πόσα πρόβα-
 τὰ εἶχε;

29) Ἐὰν τήξωμεν ὁμοῦ 30 δράμα ἀργύρου καὶ 70

χαλκοῦ, πόσος ἄργυρος θὰ περιέχεται εἰς τὰ $\frac{4}{5}$ τοῦ δρα-
 τοῦ μίγματος τούτου ;

30) Αἱ 2 πήχεις ὑφάσματος τινος τιμῶνται $\frac{3}{4}$ τῆς δρα-

ς. Αἱ 15 $\frac{1}{8}$ πήχεις τοῦ ἰδίου ὑφάσματος πόσον τιμῶνται ;

31) Μὲ $5\frac{1}{2}$ δραχμὰς ἀγοράζομεν $9\frac{2}{5}$ ὀκάδας σίτου, μὲ
 δραχμὰς πόσας ὀκάδας ἀγοράζομεν ;

Σημείωσις. — Τὸ πρόβλημα τοῦτο καὶ τὰ παρόμοια λύον-
 ἀναλυόμενα εἰς δύο ἀπλούστατα προβλήματα, ἐκ τῶν
 ὧν τὸ πρῶτον εἶνε πάντοτε διαιρέσεως (μερισμοῦ), τὸ δὲ
 δεύτερον πολλαπλασιασμοῦ ἢ διαιρέσεως (μετρήσεως).

μὲ $5\frac{1}{2} = \frac{11}{2}$	δραχμὰς ἀγοράζομεν	$\frac{47}{5}$ ὀκάδας
μὲ τὸ $\frac{1}{2}$	»	» $\frac{47}{5 \times 11}$
καὶ μὲ τὰ $\frac{2}{2} = 1$	»	» $\frac{47 \times 2}{5 \times 11}$
ἀφοῦ μὲ $\frac{2}{2} = \frac{4}{4} = 1$	»	» $\frac{94}{55}$
μὲ τὸ $\frac{1}{4}$	»	» $\frac{94}{55 \times 4}$
καὶ μὲ τὰ $\frac{101}{4}$	»	» $\frac{94 \times 101}{55 \times 4}$

Σύνθετα κλάσματα

Ἡ πηλίκον δύο οἰωνοδήποτε ἀριθμῶν δύναται νὰ παρασταθῇ

$$\text{μαθητικῶς εἰς } 3:4 = \frac{3}{4}, \quad 5:8 = \frac{5}{8}, \quad 6:\frac{3}{4} = \frac{6}{\frac{3}{4}} = \frac{6 \cdot 4}{3} = \frac{24}{3} = 8, \quad 4\frac{3}{5}:\frac{4}{8} = \frac{4\frac{3}{5}}{\frac{4}{8}} = \frac{4\frac{3}{5} \cdot 8}{4} = \frac{32\frac{24}{5}}{4} = 8\frac{6}{5}$$

Τὰ κλάσματα, τῶν ὁποίων οἱ δύο ὅροι δὲν εἶνε ἀκέραιοι ἀρὲς καλοῦνται σύνθετα κλάσματα.

Νὰ τραποῦν τὰ σύνθετα κλάσματα $\frac{4}{3}, \frac{3}{5}, \frac{2\frac{3}{5}}{4\frac{3}{6}}$ εἰς

$$\begin{aligned} \text{κλάσματα} \quad \frac{4}{3} &= \frac{4 \times 5}{3 \times 5} = \frac{20}{3} \quad \frac{4}{3} = \frac{20}{3} \quad \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \quad \frac{3}{5} \times 5 \times 8 = \frac{24}{25} \\ &= \frac{20}{3} \quad \frac{4}{3} = \frac{20}{3} \quad \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \quad \frac{3}{5} \times 5 \times 8 = \frac{24}{25} \\ &= \frac{13}{5} \quad \frac{13}{5} \quad \frac{13}{5} \times 5 \times 6 = \frac{13 \times 6}{27 \times 5} = \frac{78}{175} \\ &= \frac{3}{4} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{3}{4} \times 5 \times 6 = \frac{27 \times 5}{6} = \frac{78}{175} \end{aligned}$$

Σημείωσις.— Ἰνα τρέψωμεν σύνθετον κλάσμα εἰς κοινὸν πολλαπλασιάζομεν ἀμφοτέρους τοὺς ὅρους αὐτοῦ ἐπὶ τὸ χριστον κοινόν πολλαπλάσιον τῶν παρονομαστῶν τῶν δύο αὐτοῦ. Ἐὰν οἱ ὅροι τοῦ συνθέτου κλάσματος εἶνε μικτοί, ποιοῦμεν αὐτοὺς εἰς κλάσματα καὶ ἔπειτα τρέπομεν αὐτὰ εἰς ἀπλοῦν. Ἐὰν ὁ εἰς τῶν ὁρῶν εἶνε ἀκέραιος, δύναται νὰ θεωρῶς κλάσμα ἔχον παρονομαστὴν τὴν μονάδα.

ΠΕΡΙ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Τρόπὴ συμμιγῶν εἰς ἰσοδυνάμους κλασματικούς

1) Νὰ τραπῇ ὁ συμμιγῆς 8 εἰκοσ., 3 τάλ., 4 δραχ. καὶ 7 λεπτά εἰς κλασματικὸν τοῦ εἰκοσαδράχμου, τοῦ ταλλήρου, δραχμῆς καὶ εἰς ἀκέραιον ἀριθμόν.

2) Νὰ τραπῇ ὁ συμμιγῆς 6 στατῆρες, 30 ὀκάδ. καὶ 6 δράμια εἰς κλασματικὸν τοῦ στατῆρος, τῆς ὀκάς καὶ εἰς ἀκέραιον ἀριθμόν.

3) 7 ἔτη, 9 μῆνες, 15 ἡμέραι, 13 ὥραι εἰς κλασματικὸν ἔτους, τοῦ μηνός, τῆς ἡμέρας καὶ εἰς ἀκέραιον.

4) 6 πῆχεις καὶ 7 ρούπια νὰ τραποῦν εἰς κλασματικὸν πῆχεως.

5) 3 παλάμαι, 8 δάκτυλοι καὶ 9 γραμμαὶ νὰ τραποῦν εἰς κλασματικὸν τοῦ μέτρου τῆς παλάμης, τοῦ δακτύλου καὶ εἰς ἀκέραιον ἀριθμὸν.

6) 350 δράμια νὰ τραπῇ εἰς κλασματικὸν τοῦ στατῆρος καὶ τῆς ὀκάς.

7) 6 ἡμέραι καὶ 12 ὥραι νὰ τραπῇ εἰς κλασματικὸν τοῦ ἔτους, τοῦ μηνός, τῆς ἡμέρας καὶ εἰς ἀκέραιον.

8) Νὰ τραπῇ ὁ δεκαδικὸς 0,575 τοῦ ἔτους εἰς συμμιγῇ ἀριθμὸν.

Κλασματικοὶ εἰς ἰσοδυνάμους συμμιγεῖς.

Νὰ τραπῶσιν εἰς συμμιγεῖς.

1) $\frac{3}{5}$ εἰκοσαδράχμου $\frac{2}{3}$ ἔτους $\frac{23}{5}$ στατῆρος $\frac{3}{7}$ πήχεως,

2) $\frac{2}{5}$ ἡμέρας $\frac{3}{8}$ μέτρου $\frac{15}{7}$ δραχμῆς $\frac{8}{5}$ ὥρας.

Προβλήματα προσθέσεως καὶ ἀφαιρέσεως συμμιγῶν.

1) Ἐπώλησέ τις ἡμέραν τινὰ 3 πήχ. καὶ 6 ρούπια ὑφάσμα-
τος, τὴν ἐπομένην 6 πήχεις καὶ 7 ρούπια καὶ τὴν τρίτην ἡμέ-
ραν 10 πήχεις καὶ 4 ρούπια ἐκ τοῦ αὐτοῦ ὑφάσματος. Πόσον
εἶνε τὸ πωληθέν ;

2) Ἐχρεώσται τις εἰς τινα 3 εἰκοσάδραχμα, 2 τάλληρα, 4
δρ. καὶ 60 λεπτά. Πόσον ἐχρεώθη τὸ ὅλον ;

3) Ἠγόρασέ τις σῖτον κατὰ τρεῖς διαφόρους ἐποχάς. Τὴν
α' φοράν ἠγόρασεν 6 στατῆρας καὶ 20 ὀκάδας, τὴν β' φοράν ἠ-
γόρασεν 7 στατῆρας καὶ 300 δράμια καὶ τὴν γ' φοράν 10 στα-
τῆρας, 15 ὀκάδας καὶ 350 δράμια. Πόσον ἠγόρασεν ἐν ὅλῳ;

4) Ἐκ τεμαχίου ὑφάσματος 85 πήχεων καὶ 7 ρουπίων ἐ-
χρησιμοποιήθησαν 47 πήχεις καὶ 7 ρούπια. Πόσον ὑφάσμα ἀ-
πέμεινε ;

5) Ἀγρὸς σύγκειται ἐξ 25 στρεμμάτων καὶ 270 μέτρων, ἑ-
τέρος ἐκ 18 στρεμμάτων καὶ 685 μέτρων καὶ τρίτος ἐκ 19 στρεμ-
μάτων καὶ 250 μέτρων. Πόση εἶνε ἡ ὅλική ἐκτασις ;



6) Ἐπώλησέ τις ἐξ ἑνὸς πράγματος τῆς μὲν α' φορὰν τοῦ στατήρος, τὴν δὲ β' φορὰν $\frac{2}{5}$ τῆς ὁκάς καὶ τὴν γ' φορὰν 3 στατήρας, 25 ὁκάδας καὶ 300 δράμια. Πόσον ἐπώλησεν ἐν ὅλῳ ;

7) Ἐργάται ἀνέλαβον νὰ κτίσουν τοίχον 25 μέτρων, 9 παλ. καὶ 6 δακτύλων. Τὴν α' ἡμέραν ἔκτισαν 8 μέτρα, 6 παλ. καὶ 40 δακτ. Τὴν δευτέραν 7 μέτρα, 3 παλ. καὶ 9 δακτύλ. Πόσον μέρος τοῦ τοίχου μένει ἀκόμη ἀνεκτέλεστον ;

8) Ἀνθρωπὸς τις ἀπέθανε τὸ 1903 23 Ἰουλίου, ὥραν 8ην μ. μ. καὶ ἔζησεν 67 ἔτη, 8 μῆνας, 11 ἡμέρας, 10 ὥρας καὶ 33'. Πότε ἐγεννήθη ;

9) Ἐργάτης τὴν πρώτην ἡμέραν εἰργάσθη 10 ὥρας, 30' καὶ 22". Τὴν δευτέραν 6 ὥραν, 40', 50', τὴν τρίτην 8 ὥρας 25' καὶ 35" καὶ τὴν δ' ἡμέραν εἰργάσθη τὰ $\frac{3}{7}$ τῆς ἡμέρας. Πόσον τὸ ὅλον εἰργάσθη ;

10) Ἐχει τις 3 στατήρας, 25 ὁκάδας καὶ 300 δράμια τυροῦ καὶ ἐπώλησέ τὰ 0,65 τοῦ στατήρος. Πόσος τυρὸς τῷ ἔμεινεν ;

11) Ἐκ τεμαχίου ὑφάσματος, ἔχοντος μῆκος 90 ὑάρδων, ἐπώληθησαν 50 ὑάρδαι, 3 παλ. καὶ 9 δάκτυλοι. Πόσον ὑφασμα ἔμεινεν ;

12) Ἐγεννήθη τις τῷ 1878 Ἰουλίου 10 καὶ ὥραν 8ην π. μ. καὶ ἔζησε 35 ἔτη, 3 μῆνας καὶ 10 ἡμέρας. Πότε ἀπέθανε ;

13) Ὁδοῦ ἐχούσης μῆκος 9 σταδίων καὶ 650 μέτρων ἐπεσκευάσθησαν τὰ 6 στάδια καὶ 680 μέτρα. Πόσον μέρος αὐτῆς δὲν ἐπεσκευάσθη ;

14) Ἀνθρακοπώλης τις ἐξ ὀγδοήκοντα στατήρων καὶ 15 ὁκάδων ἐπώλησε 35 στατήρας, 25 ὁκάδας καὶ 300 δράμια. Πόσοι ἀνθρακες τῷ ἀπέμειναν ;

15) Ἐκ σχοινίου μήκους $\frac{19}{3}$ τῆς ὀργυῖδος ἐχρησιμοποιήθησαν

τῆς ὀργυῖας καὶ $1\frac{1}{7}$ τῆς ὀργυῖας. Πόσον σχοινίον ἀπέ-
μεινεν ;

16) Ἡ πλευρὰ ἀμπέλου, ἐχούσης σχῆμα τετραγώνου, ἔχει
μήκος 18 μέτρων, 9 παλ. 11 δακτ. καὶ 8 γραμ. Ποῖον εἶνε τὸ
μήκος τῆς περιμέτρου ;

17) Φιλάνθρωπος ἔχει ἐν τῇ ἀποθήκῃ του 65 στατῆρας.
Δοκάδας καὶ 300 δράμια σίτου. Διέταξε δὲ νὰ δοθῶσιν εἰς
ἀφόρους πτωχοὺς τὰ ἐξῆς ποσά. Εἰς τινα $\frac{6}{7}$ στατῆρος, εἰς

ἄλλον $\frac{12}{8}$ στατῆρος, εἰς τρίτον $\frac{20}{3}$ τοῦ στατῆρος, καὶ εἰς τὸν
τέταρτον $\frac{18}{5}$ τοῦ στατῆρος. Πόσος σῆτος ἀπέμεινεν ἐν τῇ ἀπο-
θήκῃ του ;

18) Ἀνθρωπὸς τις εἶχε 30 εἰκοσάδραχμα, 2 τάλληρα, 3
λεπτά καὶ 80 λεπτά. Ἐξ αὐτῶν ἐδάνεισεν $\frac{8}{3}$ τοῦ εἰκοσαδ. καὶ
ἀπέδωκε παρά τινος ὀφειλέτου $\frac{6}{5}$ τοῦ ταλλήρου. Πόσα ἔχει
ἀποδοῦν ;

19) Ἀμαξία, ἔχουσα νὰ διανύσῃ ἀπόστασιν $\frac{445}{3}$ σταδίων
ἐν τρεῖς ἡμέρας, διήνυσεν τὴν πρώτην ἡμέραν $\frac{99}{2}$ στάδια καὶ τὴν
ἐνδεύτεραν $\frac{209}{4}$ στάδια. Πόσον διάστημα ἔχει νὰ διανύσῃ τὴν
τρίτην ἡμέραν ;

20) Τρεῖς ἀδελφοὶ ἔχουσιν ἡλικίαν 90 ἐτῶν, 11 μηνῶν, 3
ἡμερῶν, 18 ὥρῶν, 30' καὶ 45". Ὁ α' ἔχει ἡλικίαν 35 ἐτῶν, 8
μηνῶν, 20 ἡμερῶν, 15 ὥρῶν καὶ 20'. Ὁ β' 33 ἐτῶν, 6 μη-
νῶν, 25 ἡμερῶν, 20 ὥρῶν, 20' καὶ 80". Ποία εἶνε ἡ ἡλικία
τοῦ τρίτου ;

21) Ἔργον τι τελειώνει εἰς 45 ἡμέρας, 13 ὥρας καὶ 40'.

Πρὸς τοῦτο εἰς ἐργάτης εἰργάσθη τὸ πρῶτον 5 ἡμέρας, 9 ὥρ
35' καὶ 40". Ἐπειτα 8 ἡμέρας, 14 ὥρας, 25' καὶ 30" καὶ
λος 10 $\frac{3}{5}$ ἡμέρας. Πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται πρὸς ἀποπε
τωσιν ;

22) Κιβώτιον σιδηροῦν πλήρες ἐμπορευμάτων ζυγίζει
στατήρας, 35 ὀκάδας καὶ 350 δράμια, ἀφαιρεθέντος δὲ τοῦ
πορεύματος, τὸ κιβώτιον κενὸν ζυγίζει $\frac{5}{3}$ τοῦ στατήρος. Πόσ
τὸ βάρος τοῦ ἐμπορεύματος ;

23) Ἐμπορὸς τις τὴν Δευτέραν εἰσέπραξε 30 εἰκοσάδραχμ
2 τάλληρα, 4 δραχμὰς καὶ 80 λεπτά. Τὴν Τρίτην ἐπλήρωσεν
εἰκοσάδραχμα, 3 τάλληρα, 2 δρ. καὶ 20 λεπτά καὶ τὴν Παρασκευ
εἰσέπραξεν $\frac{70}{3}$ τοῦ εἰκοσαδράχμου. Πόσα εἰσέπραξε καὶ πόσα
ἔμειναν ;

24) Ἐκ 18 στατήρων καὶ 30 ὀκάδων ἐδώκαμεν τὰ $\frac{43}{7}$
στατήρος. Πόσον μᾶς ἔμεινεν ;

25) Ἐκ 32 εἰκοσαδράχμων ἐδώκαμεν 12 εἰκοσάδραχμα
τάλληρα, 2 δραχμὰς καὶ 10 λεπτά. Πόσα μᾶς ἔμειναν ;

26) Ἐκ τινος ὑφάσματος 15 πήχεων ἐκόπησαν $\frac{13}{5}$
πήχεως, ἔπειτα ἐκόπησαν $\frac{18}{4}$ τοῦ πήχεως καὶ τέλος 3 πήχεις
3 ρούπια. Πόσον ὑφάσμα ἔμεινεν ;

27) Ναύτης τις κατὰ τὸ διάστημα 2 ἐτῶν ὑπηρέτησεν
τρία πλοῖα ὡς ἐξῆς· Εἰς τὸ ἐν τῶν πλοίων εἰργάσθη 6 μῆν
20 ἡμέρας, 12 ὥρας, 18' καὶ 20" καὶ εἰς τὸ ἕτερον 9 μῆνας,
ἡμέρας, 12 ὥρας, 15' καὶ 25". Πόσον χρόνον ὑπηρέτησεν
τὸ τρίτον πλοῖον ;

28) Ὁ συμμιγῆς ἀριθμὸς 1915 ἔτ. 6 μῆνες, 28 ἡμέραι,
ὥραι νὰ τραπῇ εἰς χρονολογίαν.

29) Τὸ βάρος τῶν πωληθέντων ξυλανθράκων μετὰ τῶν σ

κων αὐτῶν ἦτο 380 στατῆρες, 35 ὀκάδες καὶ 250 δράμια. Τὸ βάρος τῶν σάνκων ἦτο $\frac{4}{3}$ στατῆρος. Πόσον βάρος ξυλανθράκων ἐπώλησαμεν ;

30) Ἐμπορὸς τις ἔχει 52 στατῆρας, 36 ὀκάδας καὶ 300 δράμια τυροῦ, ἐπώλησε δὲ ἐκ τούτου τὰ $\frac{98}{3}$ τοῦ στατῆρος. Πόσος τυρὸς τῷ ἔμεινεν ;

Πολλαπλασιασμός συμμιγοῦς ἐπὶ ἀκέραιον

1) Ἔχομεν 9 ἀποθήκας ἴσης χωρητικότητος καὶ πλήρεις σίτου. Ἐκάστη δὲ τούτων περιλαμβάνει 75 στατῆρας, 32 ὀκάδας καὶ 300 δράμια. Πόσον σῖτον ἔχομεν ;

2) 15 ἄνθρωποι ἔχουσι τὴν αὐτὴν ἡλικίαν ἀκριβῶς· ἡ δὲ ἡλικία ἐκάστου τούτων 25 ἔτη, 9 μῆνες, 25 ἡμέραι καὶ 12 ὥραι· Πόσα ἔτη, μῆνας κλπ. ἀποτελοῦσιν αἱ ἡλικίαι πάντων τούτων ;

3) Πόσον ἐνοίκιον πληρώνει τις εἰς 36 μῆνας, ὅταν δι' ἑκαστον μῆνα πληρῶνῃ 5 εἰκοσάδρ. 2 τάλληρα, 3 δρ. καὶ 80 λεπτά ;

4) Ἴππος διατρέχει ἵπποδρόμιον 50 ἄκας, τοῦ δὲ ἵπποδρομίου ἡ περιμέτρησις εἶνε 86 μέτρων, 8 παλ. 10 δακτ. καὶ 10 γραμμῶν. Πόσον διατρέχει ;

5) Ὁ στατῆρ τοῦ καρῆ τιμᾶται 5 εἰκοσάδρ., 3 τάλληρα, 4 δρ. καὶ 50 λεπτά. Πόσον τιμῶνται 18 στατῆρες ;

Πῶς πολλαπλασιάζεται συμμιγῆς ἐπὶ ἀκέραιον ;

Διαίρεσις συμμιγοῦς δι' ἀκέραιον

1) Νὰ εὐρεθῇ τὸ εἰκοστὸν τῶν 30 εἰκοσ., 2 ταλ., 3 δραχ. καὶ 80 λεπτῶν καὶ τὸ ὄγδοον τῶν 15 ἑτῶν, 6 μηνῶν, 20 ἡμερῶν καὶ 22 ὥρῶν.

2) Τέσσαρες ἀδελφοὶ ἔχουσιν ἀδιαίρετον περιουσίαν συγκειμένην ἐκ 240 εἰκ., 3 ταλ., 4 δρ. καὶ 60 λεπτῶν. Ποῖον τὸ μερίδιον ἐκάστου τούτων ἐκ τῆς περιουσίας ;

3) Ταχυδρόμος θέλει νὰ διανύσῃ εἰς 6 ὥρας διάστημα 38 σταδίων, 250 μέτρων, 6 παλ. 8 δακτ. καὶ 10 γραμμῶν. Πόσον διάστημα πρέπει νὰ διανύσῃ τὴν ὥραν ;

4) 360 στατήρες ἀνθράκων, 30 ὀκάδες καὶ 250 δράμια ἀνήκουσιν εἰς 18 ἀνθρώπους. Πόσον θὰ λάβῃ ἕκαστος τούτων;

5) Νὰ εὑρεθῇ τὸ βον τῶν 40 στατήρων, 30 ὀκάδων καὶ 300 δραμίων.

Πῶς διαιρεῖται συμμιγῆς δι' ἀκεραίου;

Πολλαπλασιασμός συμμιγοῦς ἐπὶ κλασματικόν

1) Μὲ ἓν εἰκοσάδραχμον ἀγοράζομεν 30 μέτρ., 8 παλ., 9 δακτ. καὶ 10 γραμμὰς ὑφάσματός τινος. Πόσον θὰ ἀγοράσωμεν μὲ τὰ $\frac{7}{8}$ αὐτοῦ;

2) Ἐὰν μὲ μίαν δραχμὴν ἀγοράζομεν 45 πήχεις καὶ 6 ρούπια ταινίας τινός, πόσον θὰ ἀγοράσωμεν μὲ $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς;

3) Νὰ εὑρεθοῦν τὰ $\frac{4}{5}$ τῶν 26 στατ. 25 ὀκ. καὶ 300 δραμίων.

4) Νὰ εὑρεθοῦν τὰ $\frac{3}{5}$ τῶν 3 ἐτῶν, 40 μηνῶν, 20 ἡμερῶν καὶ 12 ὥρῶν.

Πῶς πολλαπλασιάζεται συμμιγῆς ἐπὶ κλάσμα;

Διαίρεσις συμμιγοῦς διὰ κλάσματος

1) Ποῖον εἶνε τὸ μῆκος τῆς ὁδοῦ, ὅταν τὰ $\frac{2}{3}$ εἶνε 30 στάδια, 850 μέτρα, 8 παλ., 6 δάκτ. καὶ 8 γραμμαί;

2) Πόση εἶνε ἡ χωρητικότης ἀποθήκης, τῆς ὁποίας τὰ $\frac{7}{8}$ περιλαμβάνουσι 300 στατήρας, 30 ὀκάδας καὶ 350 δράμια;

3) Πόσον τιμᾶται τὸ στρέμμα, ὅταν τὰ $\frac{5}{8}$ αὐτοῦ τιμῶνται 35 εἰκοσάδρ. 2 τάλ. 2 δραχμ. καὶ 80 λεπτά;

4) Πόσον τιμᾶται ὁ πήχυς ὑφάσματος, ὅταν τὰ $\frac{3}{12}$ αὐτοῦ τιμῶνται 7 δραχμὰς καὶ 60 λεπτά;

Πῶς διαιρεῖται συμμιγῆς διὰ κλάσματος;

Πολλαπλασιασμός συμμιγοῦς ἐπὶ μικτόν

1) Ἐάν μὲ ἓν τάλληρον ἀγοράζωμεν 3 ὀργ. 4 πόδ. καὶ 8 ὀακτ. καὶ 10 γραμ. ὑφάσματός τινος, πόσον θὰ ἀγοράσωμεν μὲ 8 τάλ. καὶ $\frac{6}{8}$ τοῦ ταλλήρου;

2) Ἐργάται τινὲς εἰς μίαν ἡμέραν κατεσκεύασαν 40 στατήρας, 30 ὀκάδας καὶ 200 δράμια ξυλανθράκων. Πόσους ξυλάνθρακας θὰ κατασκευάσουν εἰς $9\frac{3}{4}$ ἡμέρας;

3) Ἐάν ὁ εἷς πήχυς τιμᾶται 3 τάλ., 4 δραχ. καὶ 80 λεπτά, πόσον τιμῶνται $6\frac{2}{8}$ πήχεις;

Πῶς πολλαπλασιάζεται συμμιγῆς ἐπὶ μικτόν;

Διαίρεσις συμμιγοῦς διὰ μικτοῦ

1) Μὲ $5\frac{2}{5}$ δραχ. ἀγοράζωμεν 7 πήχ. καὶ 6 ρούπια ὑφάσματος. Πόσον θὰ ἀγοράσωμεν μὲ μίαν δραχμὴν;

2) Ὑπηρέτης ἐργασθεὶς $2\frac{1}{2}$ μῆνας ἔλαβε 6 εἰκοσάδρ. 1 τάλ. 3 δραχμὰς καὶ 80 λεπτά. Πόσον λαμβάνει τὸν μῆνα;

3) Δι' ἐργασίαν 8 ὥρων 30' 20" ἔλαβέ τις $3\frac{1}{2}$ δραχμὰς. Πόσας ὥρας πρέπει νὰ ἐργασθῇ διὰ νὰ λάβῃ 1 δραχμὴν;

Πῶς διαιρεῖται συμμιγῆς διὰ μικτοῦ;

Ἐκτελέσατε τὰς ἐπομένους πράξεις.

$$\begin{aligned} 10 \text{ λίρ. } 7 \text{ σελ. } 8 \text{ πεν. } &\times 18 = ; \\ 8 \text{ στατ. } 18 \text{ ὀκ. } 250 \text{ δραμ. } &\times 15 = ; \\ 8 \text{ πήχ. } 3 \text{ ρ. } &\times 350 = ; \\ 6 \text{ στατ. } 9 \text{ ὀκ. } 300 \text{ δρ. } &\times 0,45 = ; \\ 25 \text{ ἡμέρ. } 9 \text{ ὥραι } 3' 40'' &\times \frac{2}{3} = ; \end{aligned}$$

$$8 \text{ στατ. } 40 \text{ ὀκ. καὶ } 350 \text{ δραμ. } \times \frac{5}{6} = ;$$

$$15 \text{ εἰκ. } 3 \text{ τάλ. } 1 \text{ δρ. } 80 \text{ λεπτά } \times \frac{8}{10} = ;$$

$$9 \text{ πήχ. καὶ } 6 \text{ ρούπια } \times 3\frac{2}{5} = ;$$

$$9 \text{ ἔτη } 7 \text{ μῆνες } 15 \text{ ἡμ. } 8 \text{ ὥρ. } 45' 55'' \times 3\frac{4}{5} = ;$$

$$20 \text{ στατ. } 30 \text{ ὀκ. } 30 \text{ δραμ. } : 25 = ;$$

$$18 \text{ πήχ. } 6 \text{ ρ. } : 5 = ;$$

$$6 \text{ στατ. } 20 \text{ ὀκ. } 350 \text{ δραμ. } : 0,35 = ;$$

$$16 \text{ ταχ. } 450 \text{ χιλιογρ. } 500 \text{ γραμ. } : \frac{4}{9} = ;$$

$$12 \text{ ὀργ. } 6 \text{ πόδ. } 7 \text{ δακ. } 10 \text{ γραμ. } : \frac{7}{8} = ;$$

$$18 \text{ πήχ. καὶ } 7 \text{ ρούπια } : 3\frac{2}{5} = ;$$

$$30 \text{ τόν. } 500 \text{ χιλ. } 300 \text{ γραμ. } : 8\frac{3}{4} = ;$$

$$3 \text{ ἔτη } 11 \text{ μην. } 20 \text{ ἡμ. } 6 \text{ ὥρ. } 20' 40'' : 7\frac{3}{8} = ;$$

$$8 \text{ ὀργ. } 4 \text{ πόδ. } 7 \text{ δάκ. } 9 \text{ γραμ. } : 8\frac{3}{5} = ;$$

Πολλαπλασιασμός συνμιγοῦς ἐπὶ συνμιγιῆ

1) Πόσον τιμῶνται 12 ὀκάδες καὶ 300 δράμ. βουτύρου, ὅταν ἡ ὀκά τιμᾶται 6 δρ. καὶ 30 λεπτά;

2) Ὁ πήχυς ὑφάσματος τιμᾶται 8 δραχ. καὶ 75 λεπτά. Πόσον τιμῶνται 16 πήχ. καὶ 3 ρούπια;

3) Πόσον τιμῶνται 18 στατῆρες 30 ὀκ. καὶ 300 δράμια ἁσβέστου, ὅταν ὁ στατῆρ τιμᾶται 2 δρ. καὶ 60 λεπτά;

4) Κτίσται κτίζουν εἰς μίαν ὥραν 8 μέτρα, 6 παλ., 4 δάκτ. καὶ 10 γραμ. Πόσον θὰ κτίσουν εἰς 3 ἡμέρ. 15 ὥρας 40' 20'';

5) Ὑφάντρια εἰς μίαν ἡμέραν ὑφαίνει 3 πήχεις καὶ 6 ρούπια. Πόσον θὰ ὑφάνῃ εἰς 6 ἡμέρας, 8 ὥρας 30' καὶ 20'';

- 6) Ἐὰν ὁ στατῆρ πράγματός τινος τιμᾶται 15 δρ. καὶ 80 π. Πόσον θὰ πληρώσω, ἐὰν ἀγοράσω 8 ὀκ. καὶ 250 δράμια;
- 7) Ὑπηρέτης τις λαμβάνει τὸν μῆνα 4 εἰκοσ., 3 τάλ., 3 δρ., 50 λεπτά. Πόσον θὰ λάβῃ εἰς 6 μῆνας καὶ 20 ἡμέρας;
- 8) Ὁ εἰς στατῆρ τιμᾶται 8 τάλ., 3 δραχ. καὶ 80 λεπτά. Πόσον τιμῶνται 18 στατῆρες, 18 ὀκ. καὶ 150 δρ.;
- 9) Κινητόν τι εἰς 1 ὥραν διατρέχει 18 στάδια, 350 μέτρα, παλ. καὶ 6 δακτ. Πόσον θὰ διατρέξῃ, ἐὰν κινῆται μετὰ τῆς αὐτῆς ταχύτητος εἰς 30 ὥρας 20' καὶ 50'';
- 10) Πόσον τιμῶνται 18 στρέμ. καὶ 600 μέτρα ἀμπέλου, ἂν αὐτὸν στρέμμα τιμᾶται 15 εἰκοσάδρ. 3 τάλληρα 2 δραχ. καὶ 10 λεπτά;
- 11) Ἀτμομηχανὴ καταναλίσκει εἰς μίαν ὥραν 3 τόννους καὶ 50 χιλιόγραμμα ἀνθράκων. Πόσον θὰ καταναλώσῃ εἰς 12 ὥρας, 30' καὶ 10'';
- Πῶς πολλαπλασιάζεται συμμιγῆς ἐπὶ συμμιγῇ;

Διαίρεσις συμμιγοῦς διὰ συμμιγοῦς.

- 1) Ἡγόρασέ τις 35 στατῆρας, 18 ὀκάδ. 350 δράμ. ἀντὶ 80 π. 2 τάλ. 4 δραχ. 80 λεπ. Πόσον ἀγοράζει ἀντὶ μιᾶς δραχμῆς;
- 2) Ὑπηρέτης δι' ἐργασίαν 3 μηνῶν, 20 ἡμερῶν καὶ 12 ὥρῶν ἔλαβε 12 εἰκοσάδραχμα, 2 τάλ. καὶ 4 δρ. Πόσον πρέπει νὰ ἐργασθῇ διὰ νὰ λάβῃ α' ἓν εἰκοσάδραχμον, β' ἓν τάλληρον καὶ γ' ἓν δραχμὴν;
- 3) Ὑπηρέτης δι' ἐργασίαν 8 μηνῶν, 20 ἡμερῶν καὶ 10 ὥρῶν ἔλαβε 36 εἰκοσ. 1 τάλ. 4 δραχ. καὶ 80 λεπτά. Ποσα ἔλαμβανε α' τὸν μῆνα, β' τὴν ἡμέραν καὶ γ' τὴν ὥραν;
- 4) Κρουνοὶς τις δίδει 85 ὀκάδας καὶ 200 δράμια ὕδατος εἰς 1 ὥραν καὶ 15'. Εἰς πόσον χρόνον θὰ δώσῃ μίαν ὀκᾶν; καὶ πόσας ὀκάδας θὰ δώσῃ εἰς 1 ὥραν;
- 5) 4 στατῆρες, 8 ὀκάδες καὶ 250 δράμια βουτύρου τιμῶνται 15 δραχ. καὶ 40 λεπτά. Πόσον ἀξίζουν αἱ 25 ὀκάδες καὶ 300 δράμια;
- 6) Γυνὴ τις κατεσκεύασεν ἐκ δύο διαφόρων ὑφασμάτων δύο

φορέματα ἴσα καθ' ὅλα. Ἐκ τοῦ ἐνὸς ὑφάσματος, τοῦ ὁποίου πλάτος ἦτο 1 πηχ. καὶ 3 ρούπια, ἐχρειάσθη 11 πήχ. καὶ 4 ρούπια, ἐκ τοῦ ἄλλου ἐχρειάσθη 9 πήχ. καὶ 2 ρούπια. Πόσον ἦτο πλάτος αὐτοῦ ;

7) Μὲ 13 δραχμὰς καὶ 50 λεπτὰ ἡγόρασέ τις 7 ὀκάδας καὶ 300 δράμια. Πόσον θὰ δώσῃ διὰ νὰ ἀγοράσῃ 50 ὀκάδ. καὶ 100 δράμια ;

8) Τροχὸς τις κάμνει 230 στροφὰς περὶ τὸν ἄξονά του εἰς καὶ 5". Πόσας στροφὰς θὰ κάμῃ εἰς 4 ὥρας 20' καὶ 40' ;

9) Πρὸς πόσον ἐπληρώσαμεν τὴν ὀκῶν τὸν τυρόν, ὅταν δι' 2 στατῆρας, 15 ὀκάδας καὶ 300 δράμια ἐπληρώσαμεν 6 εἰκοσάδρ. 2 τάλ. 3 δραχ. καὶ 80 λεπτὰ ;

10) Ἠγόρασέ τις 2 στατῆρας, 10 ὀκάδας καὶ 300 δράμια σβέστου καὶ ἐπλήρωσε 3 δραχμὰς καὶ 80 λεπτὰ. Πόσῃν ἀποστάσει στον θὰ ἀγοράσωμεν μὲ μίαν δραχμὴν ; καὶ πόσον θὰ πληρώσωμεν διὰ μίαν ὀκῶν ;

Πῶς διαιρεῖται συμμιγῆς διὰ συμμιγοῦς ; Πόσας περιπτώσεις διακρίνομεν ; μὲ ποῖον συμφωνεῖ τὸ πηλίκον εἰς τὰ προβλήματα τοῦ μερισμοῦ ;

Σύμμικτα προβλήματα τῶν 4 πράξεων τῶν συμμιγῶν ἀριθμῶν.

1) Ἡ ὀκῶ πράγματός τινος τιμᾶται 3,25. Πόσον τιμῶνται 6 ὀκάδες καὶ 300 δράμια ;

2) Μὲ 5 σελ. καὶ 8 πέν. ἀγοράζομεν 1 ὑάρδαν ἐκ τινος ὑφάσματος. Πόσας ὑάρδας ἀγοράζομεν μὲ 18 λίρ. καὶ 9 σελίνια ;

3) Τὰ $\frac{7}{8}$ ἀποστάσεώς τινος εἶνε 240 στάδια, 380 μέτρα καὶ 9 παλάμαι. Ποῖον εἶνε τὸ μῆκος τῆς ἀποστάσεως ;

4) Ἰππεὺς τις εἰς 3 ὥρας καὶ 40' διανύει 28 στάδια καὶ 60 μέτρα. Πόσον διατρέχει καθ' ὥραν ;

5) Ὁ τόννος ἐλαίου τιμᾶται 50 εἰκοσάδρ. 1 τάλ. 3 δραχ. καὶ 80 λεπτὰ. Πόσον τιμᾶται 1 ὀκῶ ;

6) Διὰ τὴν ἀποπεράτωσιν ἔργου τινὸς εἰς ἐργάτης εἰργάσθη 8 ὥρας, $10'$ καὶ $5''$. Διὰ τὴν ἀποπεράτωσιν ἄλλου ἔργου εἰργάσθη τὰ $\frac{3}{2}$ τοῦ διὰ τὸ πρῶτον δαπανηθέντος χρόνου. Πόσον χρόνον ἐδαπάνησε δι' ἀμφοτέρας;

7) Ἐὰν οἰκογένειά τις καταναλίσκῃ κατὰ μέσον ὅρον 2 ὀκ. καὶ 300 δράμια ἀνθράκων καθ' ἑκάστην τιμωμένων 0,25 τῆς δραχμῆς, πόσους ἀνθράκας θὰ καταναλώσῃ εἰς 8 μῆνας καὶ 12 ἡμέρας καὶ πόσον θὰ πληρώσῃ;

8) Ἐμπορὸς τις ἡγόρασε 58 πήχεις καὶ 6 ρούπια ὑφάσματος τινος. Τὸ ὕφασμα τοῦτο θέλει νὰ πωλήσῃ πρὸς 3 τάλ. 3 δραχ. καὶ 60 λεπτά τὸ γαλλικὸν μέτρον. Πόσα χρήματα θὰ λάβῃ;

9) Θέλει τις νὰ πωλήσῃ οἰκόπεδον ἀποτελούμενον ἐξ ὀκτακοσίων τετραγ. μέτρων ἀντὶ 12 δρ. καὶ 75 λεπτά τὸν τεκτον. τετραγ. πῆχυν. Πόσα χρήματα θὰ λάβῃ;

10) Διὰ τὴν ἀγορὰν 4 μέτρων, 6 παλαμ. καὶ 9 δακτύλων ἐριούχου καὶ 20 μέτρων λινοῦ ὑφάσματος ἐπληρώθησαν ὑπὸ τινος 4 εἰκοσόδρ., 2 τάλ., 3 δραχ. καὶ 55 λεπτά. Ἐὰν δὲ ἡγόραζε 15 μόνον μέτρα λινοῦ, θὰ ἐπλήρωνε 2 τάλληρα καὶ 60 λεπτά. Πόσον τιμᾶται τὸ μέτρον τοῦ λινοῦ καὶ πόσον τοῦ ἐριούχου;

11) Ἐπλήρωσέ τις δι' ἐνοίκιον 360,50 δραχμὰς διὰ 4 μῆνας καὶ 25 ἡμέρας. Πόσον εἶνε τὸ μηνιαῖον ἐνοίκιον;

12) Ὁρολόγιόν τι εἰς 12 ὥρας καὶ 30'' ὕστερεῖ 4' καὶ 30''. Πόσον ὕστερεῖ καθ' ὥραν;

13) Ἐὰν 6 στατῆρες, 30 ὀκάδες καὶ 300 δράμια ἐμπορεύματος τινος ἀξίζουν 785,40 δρ. Πόσον ἀξίζει ἡ 1 ὀκά;

14) Ὅταν ἡ στερλίνα λίρα ἰσοδυναμῇ πρὸς 25 δραχμὰς καὶ 25 λεπτά, πόσας λίρας, σελίνια καὶ πέννας θὰ ἀγοράσωμεν μετὰ 2655 δραχμὰς καὶ 80 λεπτά;



ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΡΟΣ ΑΣΚΗΣΙΝ ΑΠΟ ΜΝΗΜΗΣ

1) Όταν ἡ ὀκᾶ τοῦ κρέατος πωλῆται 2,80 δρ. Πόσον ἀξίζουν τὰ 100 δράμια, τὰ 200 δρ. τὰ 300 δράμ., τὰ 150 δράμ. τὰ 250 δρ., τὰ 350 δράμια, αἱ 3 ὀκ. καὶ 100, αἱ 4 ὀκ. καὶ 50 δράμια;

2) Όταν ἡ ὀκᾶ τοῦ καφέ πωλῆται 3,68 δρ., πόσον ἀξίζουν τὰ 40 δρ., τὰ 80 δρ., τὰ 320 δρ., τὰ 360 δρ. τὰ 20 δρ. τὰ 10 δρ. τὰ 60 δρ., τὰ 30 δρ., ἡ 1 ὀκ. καὶ 90 δρ., αἱ 2 ὀκ. καὶ 110 δρ. καὶ αἱ 3 ὀκ. καὶ 360 δράμια;

3) Όταν ὁ πῆχυς τιμᾶται 16 δραχμάς, πόσον τιμῶνται τὰ 4 ρούπια, τὰ 2 ρούπια, τὸ 1 ρούπι, τὰ 5 ρούπια, τὰ 7 ρούπια οἱ 4 πήχεις καὶ 6 ρούπια, οἱ 5 πήχεις καὶ 2 ρούπια ;

4) Πόσας δραχμ. τιμᾶται ἡ ὀκᾶ πράγματός τινος, ὅταν τὸ δράμιον τιμᾶται 1 λεπτόν, $1\frac{1}{2}$ λεπτόν, 2 λεπτ., 3 λεπτ., 4 λεπτ. $5\frac{1}{2}$ λεπτ. καὶ 8 λεπτά;

5) Ἐὰν τὸ χαβιάρι πωλῆται κατ' ὀκᾶν 44 δραχμ. πόσον τιμῶνται τὰ 200 δράμ., τὰ 100, τὰ 50 δρ. τὰ 300 δρ., τὰ 180 δρ., τὰ 250 δρ. τὰ 40, τὰ 20, τὰ 10, τὰ 30, τὰ 50 δράμ., τὰ 60, τὰ 80, τὰ 90, τὰ 120, τὰ 130, τὰ 160, τὰ 180, τὰ 240 τὰ 360 δράμια;

6) Ἐὰν τὰ 2 ρούπια τιμῶνται 1,60, πόσον τιμᾶται ὁ πῆχυς;

7) Τὰ 80 δράμ. τοῦ καφέ τιμῶνται 72 λεπτ. Πόσον τιμᾶται ἡ ὀκᾶ;

8) Τὰ 300 δράμια τοῦ κρέατος τιμῶνται 1,80. Πόσον τιμᾶται ἡ ὀκᾶ;

9) Πόσα δράμια ὀρύζης θὰ ἀγοράσω μὲ 60 λεπτά, ὅταν ἡ ὀκᾶ τιμᾶται 1,50 δραχμάς, ὅταν ἡ ὀκᾶ τιμᾶται 1,20 δραχμ. ὅταν ἡ ὀκᾶ τιμᾶται 2 δραχμάς;

ΑΠΛΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

1) 9 πήχεις υφάσματος τιμώνται 100 δραχμάς, 6 πήχεις αὐτοῦ υφάσματος πόσον τιμῶνται;

Λύσις. — Οἱ 9 πήχεις τιμῶνται 100 δραχμάς

$$\begin{array}{rclcl}
 \text{ὁ } 1 & & \gg & & 100 \\
 & & & & \hline
 & & & & 9 \\
 \text{καὶ αἱ } 6 & & \gg & & 100 \times 6 \\
 & & & & \hline
 & & & & 9 \\
 \text{ἢ } \frac{9}{6} & & \gg & & 100 \\
 & & & & \hline
 & & & & \times \\
 \hline
 X = 100 \times \frac{6}{9} = \frac{100 \times 6}{9}
 \end{array}$$

Πολλαπλασιάζομεν τὸν ὁμοεῖδῃ τοῦ ἀγνώστου μὲ τὸ κλάσμα ἐστραμμένον, ὅταν τὰ ποσὰ εἶνε εὐθέως ἀνάλογα ἢ μὲ τὸ ἄσμα ὡς ἔχει, ὅταν τὰ ποσὰ εἶνε ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

2) 8 ὀκάδες χαλκοῦ τιμῶνται 36,50 δρ. Πόσας δραχμάς τιμῶνται 12 ὀκάδες χαλκοῦ;

Λύσις. — Αἱ 8 ὀκάδες χαλκοῦ τιμῶνται 36,50

$$\begin{array}{rclcl}
 \text{ἢ } 1 \text{ ὀκά} & & \gg & & \text{τιμᾶται } \frac{36,50}{8}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rclcl}
 \text{καὶ αἱ } 12 \text{ ὀκάδες} & & \gg & & \text{τιμῶνται } \frac{36,50 \times 12}{8}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rclcl}
 \text{ἢ } \frac{8}{12} \text{ ὀκ. τιμῶνται } 36,50 \text{ δρ.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rclcl}
 & & & & \times \\
 \hline
 X = 36,50 \times \frac{12}{8} = \frac{36,50 \times 12}{8} = \frac{3650 \times 12}{800}
 \end{array}$$

Ὁ Χ ἰσοῦται μὲ τὸν ὁμοειδῆ αὐτοῦ 36,58 ἐπὶ τὸ κλᾶ ἀνεστραμμένον, ἐπειδὴ τὰ ποσὰ εἶνε εὐθέως ἀνάλογα.

3) 25 ἐργάται ἐκτελοῦσιν ἔργον τι εἰς 32 ἡμέρας· 10 ται εἰς πόσας ἡμέρας θὰ ἐκτελέσωσι τὸ αὐτὸ ἔργον;

Οἱ 25 ἐργάται ἐκτελοῦσι τὸ ἔργον εἰς 32 ἡμέρας

Ὁ 1 ἐργάτης ἐκτελεῖ » » » 32×25

Οἱ ἐργάται ἐκτελοῦσι » » » $\frac{32 \times 25}{10}$

ἢ $\frac{25}{10}$ ἐργάται ἐκτελοῦσι τὸ ἔργον εἰς 32 ἡμέρας,

$$X = 32 \times \frac{25}{10} = \frac{32 \times 25}{10}$$

Πολλαπλασιάζομεν τὸν ὁμοειδῆ τοῦ ἀγνώστου ἐπὶ τὸ κλᾶ ὥς ἔχει, ἐπειδὴ τὰ ποσὰ εἶνε ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

4) Ὀδοιπόρος βαδίζων 6 ὥρας τὴν ἡμέραν διήνυσεν εἰς στημὰ τι 18 ἡμέρας. Ἐάν βαδίζῃ καθ' ἡμέραν 8 ὥρας εἰς πόσας ἡμέρας θὰ διανύσῃ τὸ αὐτὸ διάστημα;

Φρουρά ἀποτελουμένη ἐκ 400 ἀνδρῶν καὶ ἔχουσα τροφὰς διὰ 42 ἡμέρας λαμβάνει ἐπικουρίαν 300 ἀνδρῶν μὴ φερόν τροφάς. Πόσον μέρος τοῦ ἀρχικοῦ σιτηρεσίου πρέπει νὰ ληθῇ ἕκαστος στρατιώτης, ἵνα αἱ τροφαὶ ἐπαρκέσωσι τὸν ἀριθμὸν ἡμερῶν;

6) Ράβδος ὀρθία ἔχουσα μῆκος 2,30 μέτρων ρίπτει σὺν 0,90 μέτρῳ. Πόσον τὸ ὕψος κυπαρίσσου, ἡ ὁποία ρίπτει σὺν 7,30 μέτρῳ;

7) Ἀτμάμαξα διανύει διάστημά τι εἰς 18 ὥρας καὶ 40 ταχύτητα 57 χιλιομέτρων καθ' ὥραν· εἰς πόσον χρόνον δύναται νὰ διανύσῃ τὸ αὐτὸ διάστημα, ἂν ἡ ταχύτης γίνῃ 65 χιλιομέτρων καθ' ὥραν;

8) 10 βήματα ὁδοιπόρου κάμνουσιν 6,7 μέτρα. Πόσα βήματα θὰ κάμῃ οὗτος διὰ νὰ διατρέξῃ διάστημα 10500 μέτρων;

9) Ἐξ ἐβδομήκοντα ὀκ. ἐλαιῶν ἐξαγομεν 15 ὀκάδας καὶ 300
μια ἐλαιον' ἐκ 1245 ὀκάδων ἐλαιῶν πόσας ὀκάδας ἐλαίου θὰ
ἀγώμεν;

10) Ταξιδιώτης τις ἐπλήρωσε δι' εἰσιτήριον Βας θέσεως
δι' ἀπόστασιν 357 χιλιομ. δραχ. 36,50. Πόσον θὰ πλη-
ρῇ δι' ἀπόστασιν 565 χιλιομέτρων;

11) Ἐξ 100 ὀκάδων ἀλευρου κατασκευάζομεν 125 ὀκ. καὶ
δράμια ἄρτου. Πόσον ἄλευρον θὰ χρειασθῶμεν διὰ 875 ὀκά-
δων ἄρτου;

12) Πόσοι σάκκοι θὰ χρειασθῶσι διὰ νὰ περιλάβωσι 88 στα-
ας, 40 ὀκάδας καὶ 300 δράμια, ἐάν οἱ 15 σάκκοι περιλαμ-
βουσι 18 στατήρας, 20 ὀκάδας καὶ 250 δράμια;

13) Πόσας ὀκάδας τυροῦ δύναται τις ν' ἀγοράσῃ ἀντὶ 75,60
χ., ἐάν αἱ 8 ὀκάδ. καὶ 200 δράμια τιμῶνται 20,40 δραχ.;

14) Ὅδοιπóρος βαδίζων 9 ὥρας τὴν ἡμέραν χρειάζεται 304
βρα διὰ νὰ διατρέξῃ τὸ μεταξὺ δύο πόλεων διάστημα· ἐάν τὸ
διάστημα διέτρεχεν εἰς 27 ἡμέρας, πόσας ὥρας θὰ ἐβάδιζε τὴν
ἡμέραν;

Πότε δύο ποσὰ καλοῦνται εὐθέως ἀνάλογα; Πότε καλοῦνται
ἐκστρόφως ἀνάλογα; εὐρὲ ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα, εὐρὲ ἀντι-
στρόφως ἀνάλογα (τοὺς συμμιγεῖς ἀνάγομεν εἰς τὴν αὐτὴν μο-
ρφήν).

Προβλήματα συνθέτου μεθόδου.

1) Ὑφάντης ἐργαζόμενος 9 ὥρας καθ' ἡμέραν ἐπὶ 15 ἡμέρας
αἰνέει 120 πήχεις ὑφάσματος, ὁ αὐτὸς δὲ ὑφάντης ἐργαζόμενος
9 ὥρας καθ' ἡμέραν, εἰς πόσας ἡμέρας θὰ ὑφάνῃ 160 πήχεις;
Πρὸς λύσιν τοῦ προβλήματος καταστρώνομεν τοῦτο ὡς ἑξῆς·

$$\frac{9 \text{ ὥρας}}{12} \frac{15 \text{ ἡμ.}}{\chi}, \quad \frac{120}{160} \text{ πήχ.}$$

καὶ ἀναλύομεν τοῦτο εἰς δύο προβλήματα τῆς ἀπλῆς μεθόδου
τρίων.

$$\frac{9 \text{ ὥρ.}}{\chi} \left(\frac{120}{160} \right) \text{ καὶ ἐπειδὴ τὰ ποσὰ τῶν ἡμερῶν καὶ τῶν ὥ-}$$

ρῶν εἶνε ἀντιστρόφως ἀνάλογα ἔχομεν $\chi = 15 \times \frac{9}{12} = \frac{15 \times 9}{12}$

χ ἴσον μὲ τὸν ὁμοειδῆ τοῦ ἐπὶ τὸ κλάσμα ὡς ἔχει), ἀποῦ δὲ
ρομεν ὅτι ὁ ὑφάντης 12 ὥρας ἐργαζόμενος καθ' ἡμέραν ὑφά-

τοὺς 120 πήχεις εἰς $\frac{15 \times 9}{12 \text{ ἡμ.}}$ ζητοῦμεν νὰ εὗρωμεν πόσας ἡ-

ρας ὁ αὐτὸς ὑφάντης τὰς αὐτὰς ὥρας καθ' ἡμέραν ἐργαζόμενος
ὑφάνῃ 160 πήχεις· πρὸς τοῦτο καταστρώνομεν τὸ δεῦτερον

ἀπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν πρόβλημα $\left(\frac{9}{12}\right) \frac{15}{\chi} \text{ ἡμ. } \frac{120}{160}$ Ἐπε-

τὰ ποσὰ τῶν ἡμερῶν καὶ τῶν πήχεων εἶνε εὐθέως ἀνάλογα,

ρίσκομεν $\chi = 15 \frac{9}{12} \times \frac{160}{120} = \frac{15 \times 8 \times 160}{12 \times 120}$

2) Ταχυδρόμος τις βαδίζων 6 ὥρας τὴν ἡμέραν διέτρεξε
18 ἡμέρας 540 στάδια· ὁ αὐτὸς ταχυδρόμος, ἐὰν βαδίζῃ 8 ὥ-
τὴν ἡμέραν, εἰς πόσας ἡμέρας θὰ διατρέξῃ 860 στάδια;

3) Τάπης ἔχων μῆκος 9 πήχεων καὶ πλάτος $5 \frac{1}{2}$ ἀξίζει
δραχμάς. Πόσον ἀξίζει ἄλλος τάπης τῆς αὐτῆς ποιότητος ἐ-
μῆκος $7 \frac{1}{2}$ πήχεων καὶ πλάτος 6;

4) 50 ἐργάται ἐργαζόμενοι 10 ὥρας τὴν ἡμέραν ἐξετέλε-
εἰς 20 ἡμέρας τὰ $\frac{3}{5}$ ἔργου τινός. Πόσας ὥρας τὴν ἡμέραν
πει νὰ ἐργάζωνται διὰ νὰ ἐκτελέσωσι τὸ ὑπόλοιπον τοῦ ἔρ-
εἰς 18 ἡμέρας;

5) Σιδηρᾶ τις πλάξ, τῆς ὁποίας τὸ μῆκος εἶνε 1,30 πήχ.,
πλάτος 0,35 καὶ τὸ πάχος 0,05 ἔχει βάρος 95 ὀκ. καὶ 150
μια. Πόσον βάρος ἔχει ἄλλη τις σιδηρᾶ πλάξ, τῆς ὁποίας
μῆκος εἶνε 1,80, τὸ πλάτος 0,85 καὶ τὸ πάχος 0,023; (τρέ-
μεν τὸν συμμιγῆ εἰς δράμια).

Σημείωσις. Μετὰ τὴν κατάστροφωσιν τοῦ προβλήματος πρὸς ὕρσεσιν τῆς ζητουμένης τιμῆς (χ) πολλαπλασιάζομεν τὸν ἄνω-
εν αὐτοῦ ἀριθμὸν ἐφ' ἑκάστον τῶν κλασμάτων, τὰ ὅποια σχη-
ματίζουσιν αἱ δύο τιμαὶ ἐκάστου ποσοῦ, ὡς ἔχει, ἂν τὸ ποσὸν
ἦν ἀντιστρόφως ἀνάλογον πρὸς τὸ ποσὸν τοῦ ἀγνώστου, ἀνε-
τραμμένον δέ, ἂν τὸ ποσὸν εἶνε ἀνάλογον εἰς τὴν αὐτὴν μονάδα.

6) Διὰ τροφὴν 240 στρατιωτῶν ἐπὶ 20 ἡμέρας ἐχρειάσθη-
σαν 2150 δραχμαί. Ἐπὶ πόσας ἡμέρας ἀρκοῦσιν 9150 δρ. διὰ
τὴν τροφὴν 320 στρατιωτῶν ;

7) 30 ἐργάται, ἐργαζόμενοι 10 ὥρας τὴν ἡμέραν, ἐχρειάσθη-
σαν 20 ἡμέρας διὰ νὰ ὑφάνωσι 370 πήχεις ὑφάσματος πλάτους
1,3. Εἰς πόσας ἡμέρας 20 ἐργάται ἐργαζόμενοι 12 ὥρας τὴν ἡ-
μέραν θὰ ὑφάνωσι 260 πήχεις ὑφάσματος πλάτους 1,6 πήχ. ;

8) Πρὸς ἐνδυμασίαν 450 στρατιωτῶν ἀπαιτοῦνται 2300 πή-
χεις ὑφάσματος πλάτους $1 \frac{1}{4}$. Πόσοι πήχεις ἀπαιτοῦνται πρὸς
ἐνδυμασίαν 600 στρατιωτῶν ἐκ τοῦ αὐτοῦ ὑφάσματος, ἀλλὰ πλά-
τους $1 \frac{3}{5}$;

9) Διὰ νὰ στρώσωμεν αἶθουσαν πλάτους 6 μέτρων καὶ μή-
κους 9 μέτρων ἐχρειάσθησαν 36,81 μέτρα τάπητος ἔχοντος πλά-
τος $1 \frac{1}{2}$ μέτρου. Διὰ νὰ στρώσωμεν ἐτέραν αἶθουσαν ἔχουσαν μή-
κους 7 μέτρων καὶ πλάτος 5 μέτρων, πόσα μέτρα τάπητος ἔχον-
τος πλάτος 7 ρουπίων θὰ χρειασθῶσι ;

10) 20 ἵπποι εἰς 30 ἡμέρας τρώγουσιν 27 στατῆρας καὶ 12
ὀκάδας κριθῆς. Πόσας ὀκάδας θὰ χρειασθῶσιν 80 ἵπποι εἰς 20
ἡμέρας ;

11) Φρουρὰ ἐκ τετρακοσίων ἀνδρῶν καταναλίσκει εἰς 18 ἡ-
μέρας 5400 ὀκάδας ἄρτου, ἐὰν ἡ ἄνω φρουρὰ ἐλαττωθῇ κατὰ
150 ἀνδρας, εἰς πόσας ἡμέρας θὰ καταναλώσῃ 3800 ὀκάδας ;

12) 16 ἐργάται, ἐργαζόμενοι 6 ὥρας τὴν ἡμέραν εἰς 18 ἡμέ-
ρας ἐτελείωσαν τάρρον 350 μέτρων μήκους, 8 πλάτους καὶ 5

βάθους. Εἰς πόσας ἡμέρας 10 ἐργάται, ἐργαζόμενοι 6 ὥρας τῆς ἡμέραν, θὰ σκάψωσιν ἑτέραν τάφρον 250 μέτρων μήκους, 15 πλάτους καὶ 8 βάθους ;

13) 18 ἐφημεριδοπῶλαι κερδίζουν εἰς 7 ἡμέρας 320 δραχμὰς. Ἐπὶ πόσας ἡμέρας 25 ἑτεροὶ θὰ κερδίσωσι 480 δραχμὰς ;

14) Οἰκογένεια ἐξ 7 ἀτόμων ἐδαπάνησεν 145 ὀκάδ. καὶ 300 δράμια ἄρτου εἰς ἓνα μῆνα. Πόσον ἄρτον θὰ χρειασθῇ ἑτέρα οἰκογένεια ἐκ 5 ἀτόμων συνισταμένη εἰς 38 ἡμέρας ;

15) Πηγὴ ἐπὶ 9 ἡμέρας ρέουσα 12 ὥρας καθ' ἑκάστην, ἔδωκε 850 χιλιόλιτρα. Πόσον ὕδωρ θὰ δώσῃ ἡ αὐτὴ πηγὴ ἐπὶ 7 ἡμέρας, ρέουσα 10 ὥρας καθ' ἑκάστην ;

16) Κοσμηματογράφος λαμβάνει 4435 δρ. νὰ χρωματίσῃ τοῖχον 6,80 μήκους καὶ ὕψους 4,70. Ποία θὰ εἶνε ἡ ἀμοιβὴ τοῦ ἂν χρωματίσῃ ἑτερον τοῖχον 19,70 μ. μήκους καὶ 4,90 μ. ὕψους ;

17) Ἐὰν ἄγρὸς 145 μέτρων μήκους καὶ πλάτους 12,80 δίδῃ 25 χιλιόλιτρα γεωμήλων καὶ 35 ἑκατ. πόσα θὰ δώσῃ ἑτεροῦ ἄγρὸς 184 μέτρων μήκους καὶ 18,20 πλάτους ;

Προβλήματα τόκου

1) Πόσον τόκον φέρουσι 3500 δραχμαὶ πρὸς 7 ο)ο α' εἰς 1 ἔτη, β' εἰς 2 ἔτη καὶ 3 μῆνας καὶ γ' εἰς 45 ἡμέρας ;

Καταστρώνομεν ὡς τὰ προβλήματα τῆς συνθέτου μεθόδου.

$$\begin{array}{l}
 \alpha. \quad \begin{array}{ccc} 100 \text{ κεφ. } 1 \text{ ἔτ. φέρουσι } 7 \text{ τόκ.} \\ \hline 3500 & 4 & \times \\ \hline \end{array} \\
 X = 7 \times \frac{3500}{100} \times \frac{4}{1} = \frac{7 \times 3500 \times 4}{100} \\
 \beta. \quad \begin{array}{ccc} 100 \text{ κεφ. } 12 \text{ μην. φέρουσι } 7 \text{ τόκ.} \\ \hline 3500 & 27 & \times \\ \hline \end{array} \\
 X = 7 \times \frac{3500}{100} \times \frac{27}{12} = \frac{7 \times 3500 \times 27}{100 \times 12} = \frac{7 \times 3500 \times 27}{1200}
 \end{array}$$

$$\gamma \quad \frac{100 \text{ κεφ. } 360 \text{ ἡμ. φέρουσι τόκ. } 7}{3500 \quad 45} \quad \times$$

$$X = 7 \times \frac{3500}{100} \times \frac{45}{460} \times \frac{7 \times 3500 \times 45}{100 \times 360}$$

Ο τόκος εἰς 4 ἔτη $T = \frac{3500 \times 7 \times 4}{100}$

» » 2 ἔτη καὶ 3 μῆνας $T = \frac{3500 \times 7 \times 29}{1200}$

» » 45 ἡμέρας $T = \frac{3500 \times 7 \times 45}{36000}$

Σημειώσεις.— Ἴνα εὐρωμεν τὸν τόκον, πολλαπλασιάζομεν τρία δεδομένα, κεφάλαιον, χρόνον καὶ ἐπιτόκιον καὶ διαιροῦμεν διὰ τοῦ 100, ἐὰν ὁ χρόνος εἴναι ἐκπεφρασμένος εἰς ἔτη, διὰ 1200, ἐὰν εἴναι ἐκπεφρασμένος εἰς μῆνας καὶ διὰ τοῦ 36000 ἐὰν εἴναι ἐκπεφρασμένος εἰς ἡμέρας. Ἐὰν ὁ χρόνος εἴναι συμμιγῆς ῥηθμός, τρέπομεν αὐτὸν εἰς μονάδας μιᾶς τάξεως.

2) Πόσον τόκον φέρουσιν 8500 δραχμαὶ πρὸς 4ο/ο εἰς 6 ἔτη;

3) Ἐκ κεφαλαίου 2400 πόσον τόκον θὰ λάβωμεν εἰς 8 μῆνας καὶ 20 ἡμέρας;

4) Πόσον τόκον φέρουσιν 6300 δραχ. τοκισζόμεναι πρὸς 9 ο/ο εἰς 3 ἔτη 4 μῆνας καὶ 18 ἡμέρας;

5) Ποῖος εἴναι ὁ τόκος 860 δραχ. πρὸς 7 ο/ο μετὰ 6 ἔτη καὶ μῆνας;

6) Ποῖον κεφάλαιον πρὸς 9 ο/ο τοκισζόμενον εἰς 65 ἡμέρας φέρει τόκον 45,50;

Λύσις.—Καταστρώνομεν τὸ πρόβλημα:

$$\frac{100 \text{ κεφ. } 360 \text{ ἡμέρ. φέρει τόκον } 9}{\times \quad 65} \quad 45,50$$

$$X \times 100 \times \frac{360}{65} \times \frac{45 \times 50}{9} = \frac{100 \times 360 \times 45,50}{65 \times 9}$$

$$\text{Κεφάλαιον} = \frac{45,50 \times 36000}{65 \times 9}$$

Σημείωσις.—Διὰ νὰ εὐρώμεν τὸ κεφάλαιον πολλαπλασιάζομεν τὸν δεδομένον τόκον ἐπὶ 100 ἢ 1200 ἢ 36000, καθ' ὅσον χρόνος εἶνε ἐκπεφρασμένος εἰς ἔτη, μῆνας, ἡμέρας, καὶ διαιροῦμεν διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων.

7) Ποῖον κεφάλαιον πρὸς 8 ο)ο τοκίζόμενον εἰς 5 ἔτη καὶ μῆνας φέρει τόκον 450 δραχμᾶς ;

8) Ποῖον κεφάλαιον τοκίζόμενον πρὸς 4,5 ο)ο εἰς 6 ἔτη φέρει τόκον 1250 δραχμᾶς ;

9) Μετὰ πόσον χρόνον κεφάλαιον 1500 δραχ., πρὸς 6 ο)ο φέρει τόκον 225 δραχμᾶς ;

$$\begin{array}{r} \text{Αύσις.} \quad \frac{100 \text{ κεφ.}}{1500} \quad \frac{1 \text{ ἔτος φέρει τόκον}}{\times} \quad \frac{6}{225} \\ \hline X = 1 \times \frac{100}{1500} \times \frac{225}{6} = \frac{100 \times 225}{1500 \times 6} \\ \text{Χρόνος} = \frac{100 \times 225}{1500 \times 6} \end{array}$$

Σημείωσις.—Διὰ νὰ εὐρώμεν τὸν χρόνον ἐκπεφρασμένον εἰς ἔτη, πολλαπλασιάζομεν τὸν δεδομένον τόκον ἐπὶ 100 καὶ διαιροῦμεν διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων δεδομένων, τοῦ κεφαλαίου καὶ τοῦ ἐπιτοκίου.

10) Ταξιδιώτης κατὰ τὴν ὥραν τῆς ἀναχωρήσεώς του ἔτακσε 2600 δραχμᾶς πρὸς 9 ο)ο, κατὰ δὲ τὴν ἐπιστροφήν του ἔλαβε κεφάλαιον καὶ τόκους 3150 δραχμᾶς. Πόσον χρόνον ἔταξεν ;

11) Εἰς πόσον χρόνον κεφάλαιον 3500 δραχμῶν τοκίζόμενον πρὸς 9 ο)ο διπλασιάζεται ; (δίδει τόκον 3500).

Παρατήρησις.—Διὰ νὰ εὐρώμεν τὸν χρόνον, καθ' ὃν κεφάλαιόν τι διπλασιάζεται, ἀρκεῖ νὰ διαιρέσωμεν τὸ 100 διὰ τοῦ ἐπιτοκίου.

12) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον τοκίζόμενα 960 δραχμαί, φέρουσιν εἰς 7 ἔτη 420 δραχ. τόκον ;

$$\begin{array}{l} \text{Δύσιν.} \quad \frac{960 \text{ κεφ. } 7 \text{ ἔτη φέρουσι τόκον } 420}{100 \quad 1 \quad \times} \\ \\ X = 420 \times \frac{100}{960} \times \frac{1}{7} = \frac{420 \times 100}{960 \times 7} \\ \\ \text{Ἐπιτόκιον} = \frac{420 \times 100}{960 \times 7} \end{array}$$

14) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον τοκίζόμενον κεφάλαιόν τι διπλασιάζεται μετὰ 29 ἔτη ;

Σημείωσις.—Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐπιτόκιον πολλαπλασιάζομεν τὸν δεδομένον τόκον ἐπὶ 100 ἢ 1200 ἢ 36000, καθ' ὅσον ὁ χρόνος εἶνε ἐκπεφρασμένος εἰς ἔτη, μῆνας, ἡμέρας καὶ διαιρούμεν διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων δεδομένων.

Ἐκ τῶν ἄνω προβλημάτων τοῦ τόκου συνάγομεν τὸν ἐξῆς κανόνα·

Ἄν μὲν εἶνε ἄγνωστος ὁ τόκος, πρὸς εὗρεσιν αὐτοῦ πολλαπλασιάζομεν τὰ τρία δεδομένα ποσὰ καὶ τὸ γινόμενον διαιρούμεν διὰ τοῦ 100 ἢ 1200 ἢ 36000. Ἄν δὲ ὁ τόκος εἶνε γνωστός καὶ ζητεῖται ἐν τῶν τριῶν ἄλλων ποσῶν, πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 100 ἢ 1200 ἢ 36000 καὶ τὸ ἐξαγόμενον τοῦτο διαιρούμεν διὰ τοῦ γινομένου τῶν δύο ἄλλων δεδομένων ποσῶν.

Σημείωσις.—Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐπιτόκιον, ὑπὸ τὸ ὅποιον κεφάλαιόν τι διπλασιάζεται εἰς ὠρισμένον χρόνον, ἀρκεῖ νὰ διαιρέσωμεν τὸ 100 διὰ τοῦ χρόνου τούτου.

15) Ἠγόρασέ τις 1300 πήχεις ὑφάσματος πρὸς δραχ. 8 τὸν πήχυν καὶ μετὰ 75 ἡμέρας θέλει νὰ μεταπωλήσῃ αὐτὰς μὲ κέρδος 15 ο/ο. Πρὸς πόσον θὰ πωλήσῃ τὸν πήχυν ;

16) Ἠγόρασέ τις οἰκίαν ἀντὶ 60000 δραχμῶν, τὴν ὁποίαν ἐνοικιάζει ἐτησίως ἀντὶ 3800 δραχμῶν, ἀλλὰ πληρώνει δι' ὕδωρ 80 δραχ. διὰ φόρον οἰκοδομῆς 210 καὶ λόγῳ φθορᾶς 200. Ζητεῖται πόσον τοῖς ο/ο ἐτοκίσθησαν τὰ χρήματα ταῦτα ;

17) Πωλὼν τις ζάχαριν πρὸς 1,70 τὴν ὁκᾶν λέγει ὅτι κερδίζει 20 ο/ο ἐκ τῶν χρημάτων του. Πόσον ἠγόρασε τὴν ὁκᾶν ;

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Δύσις.} & 100 \text{ τιμή ἀγορᾶς} & 120 \text{ τιμή πωλήσεως} \\
 & X \quad \gg \quad \gg & 170 \\
 \hline
 & X=100 \frac{1,70}{120} = \frac{100 \times 1,70}{120} = \frac{100 \times 1,70}{12000}
 \end{array}$$

18) Ἐμπορὸς τις ἐπώλησε τὰ ἐμπορεύματά του ἀντὶ 4650 δραχ. μετ' ἐξήμιαν 12 ο)ο ἐπὶ τῆς ἀξίας τῆς ἀγορᾶς. Πόσον τὰ εἶ-
χεν ἀγοράσει καὶ πόση εἶνε ἡ ὀλικὴ ζημία;

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Δύσις.} & 88 \text{ τιμή πωλήσεως} & 100 \text{ τιμή ἀγορᾶς} \\
 & 4650 \quad \gg \quad \gg & X \\
 \hline
 & X=100 \frac{4650}{88} = \frac{100 \times 4650}{88}
 \end{array}$$

19) Ἡ ὀκᾶ τοῦ καφέ στοιχίζει 3,15 δρ. καὶ πωλεῖται 3,60
δραχ. Πόσον τοῖς ο)ο κερδίζει ὁ ἔμπορος ἐπὶ τῆς ἀξίας τῆς ἀγο-
ρᾶς του;

Δύσις. Ἀφοῦ ἐξ ἐκάστης ὀκᾶς κερδίζει 3,60—3,15—0,45
ἐπεται

$$\begin{array}{rcl}
 & 3,15 \text{ δραχ. τιμή ἀγορᾶς} & 0,45 \text{ κέρδη} \\
 & 100 \quad \gg \quad \gg \quad \gg & X \\
 \hline
 & X=0,45 \frac{100}{3,15} = \frac{0,45 \times 100}{3,15} = \frac{0,45 \times 100}{3,15}
 \end{array}$$

20) Ἀνθρωπὸς τις δανεῖζει τὰ χρήματά του πρὸς 9 ο)ο' ἀλλὰ κρατεῖ ἀμέσως τὸν τόκον· πρὸς ποῖον πραγματικὸν ἐπιτό-
κιον τοκίζει τὰ χρήματά του;

21) Ἐάν τις οἰκονομῇ καθ' ἐκάστην ὥδραχ., πόσον κεφά-
λαιον πρέπει νὰ τοκίσῃ πρὸς 6 ο)ο, ἵνα λάβῃ τόκον ὅσα οἰκονο-
μεῖ κατ' ἔτος;

22) Κύριός τις θέλει νὰ τοκίσῃ κεφάλαιον 15300 δραχμῶν οὕτως ὥστε νὰ ἔχῃ ἐτήσιον εἰσόδημα 2400 δραχμῶν. Πρὸς πό-
σον τοῖς ο)ο πρέπει νὰ τοκίσῃ τὸ κεφάλαιόν του;

23) Ποῖον κεφάλαιον τοκισθὲν πρὸς 9 ο)ο ἐπὶ 4 ἔτη ἐγένετο
μετὰ τοῦ τόκου του 2720 καὶ ποῖος ὁ τόκος;

Λύσις. Εύρισκομεν τὸν τόκον τῶν 100 δραχμῶν εἰς 4 ἔτη πρὸς 9 ο)ο=36.

κερ. 100 δρ.	ἀθρ. κερ καὶ τόκου 136 δρ.
X »	» » » » 2720 »

$$X = 100 \frac{2620}{136}$$

καὶ διὰ νὰ εὕρωμεν τὸν τόκον καταστρώνομεν ὡς ἐξῆς τὸ πρό-
βλημα·

36 τόκος ἐμπεριέχεται εἰς κερ. καὶ τόκον 136
X » » » » 2720

$$X = 36 \times \frac{2720}{136}$$

Ὑφαίρεσις.

Τί καλεῖται ὀνομαστικὴ ἀξία γραμματίου ἢ συναλλαγματι-
κῆς; Τί καλεῖται πραγματικὴ ἀξία; Πῶς λέγεται ὁ τόκος ἀπὸ
τῆς προεξοφλήσεως τοῦ γραμματίου μέχρι τῆς λήξεως αὐτοῦ;
Ὑφαίρεσις (κ. σκόντο). Πόσων εἰδῶν ὑφαίρεσιν ἔχομεν; Ποία λέ-
γεται ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις; Ποία λέγεται ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις;
Διατί εἶνε ἄδικος ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις; Πῶς λέγεται τὸ πο-
σόν, τὸ ὁποῖον μένει μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τῆς ὑφαίρεσεως; Πότε
ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου ἢ τῆς συναλλαγματικῆς με-
ταβάλλεται εἰς πραγματικὴν;

Προβλήματα ὑφαιρέσεως.

1) Γραμμάτιον 2300 δραχμῶν προεξοφλεῖται 3 μῆνας πρὸς
τῆς λήξεως αὐτοῦ πρὸς 12 ο)ο. Πόση εἶνε ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρε-
σις καὶ πόση ἡ πραγματικὴ ἀξία αὐτοῦ;

Λύσις.	100 κερ.	12 μῆνες	9 ἔτη
	2300	3	X

$$X = 9 \frac{2300}{100} \times \frac{3}{12} = \frac{62100}{1200} = 51,75 \text{ ἐξωτερ. ὑφαίρ.}$$

2300 — 51,75 = 2248,25 πραγματικὴ ἀξία. Τὸ πρόβλημα τοῦτο

ελύθη, ὡς καὶ τὰ προβλήματα τοῦ τόκου, εἰς τὰ ὅποια ζητεῖται ὁ τόκος.

Ὅμοιως τὰ προβλήματα τῆς ὑφαιρέσεως εἰς τὰ ὅποια ζητεῖται ὁ χρόνος ἢ τὸ ἐπιτόκιον, εἶνε προβλήματα τόκου καὶ λύονται ὅπως καὶ ἐκεῖνα, ὅταν ζητῇται ὁ χρόνος ἢ τὸ ἐπιτόκιον.

2) Γραμματίον τι λήγον μετὰ 60 ἡμέρας καὶ προεξοφληθὲν σήμερον πρὸς 9 ο/ο ἀπέφερε πραγματικὴν ἀξίαν 2360 δραχμῶν. Ποία εἶνε ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου καὶ πόση ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις;

Λύσις. Εὐρίσκομεν τὸν τόκον τῶν 100 δραχ. πρὸς 9 ο/ο καὶ 60 ἡμέρας.

$$\begin{array}{r} 100 \quad 360 \quad 9 \\ 100 \quad 60 \quad \times \\ \hline X = 9 \times \frac{100}{100} \times \frac{60}{360} = \frac{540}{360} = 1,50 \end{array}$$

Ὅταν ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου εἶναι 100 δραχ. ἡ πραγματικὴ εἶναι $100 - 1,50 = 98,50$.

$$\begin{array}{r} \text{ἄρα } 100 \text{ ὀνομαστ.} \quad 98,50 \text{ πραγματ.} \\ \times \quad 2360 \\ \hline X = 100 \times \frac{2360}{89,50} = \frac{100 \times 2360}{98,50} = \frac{2360000}{9850} = 2395,93 \end{array}$$

ὀνομαστικὴ ἀξία καὶ $2395,93 - 2360 = 35,93$ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις.

3) Γραμματίον 3500 δραχμῶν προεξοφλεῖται 8 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως πρὸς 9 %. Ποία εἶνε ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ ποία ἡ πραγματικὴ;

$$\begin{array}{r} \text{Λύσις.} \quad 100 \quad 12 \quad 9 \\ 100 \quad 8 \quad \times \\ \hline X = 9 \times \frac{8}{12} = \frac{72}{12} = 6 \text{ δραχ.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \text{ δραχ. ἔχουν ἑσωτερ. ὑφαίρεσιν } 6 \\ 3500 \end{array} \times$$

$$X = 6 \times \frac{3500}{106} = \frac{6 \times 3500}{106} = \frac{12000}{106}$$

ἑσωτερικὴ ὑφαίρ. 198,11 $3500 - 198,11 = 3301,89$ ἡ πραγμα-
τικὴ ἀξία, τὴν ὁποίαν δυνάμεθα νὰ εὐρώμεν καὶ ἀπ' εὐθείας.

$$\begin{array}{r} 106 \text{ ὀνομ. ἀξία } 100 \text{ πραγμ. ἀξία} \\ 3500 \end{array} \times$$

$$X = 100 \times \frac{3500}{106} = 3301,89$$

4) Γραμμάτιον δρ. 1120 προεξοφλεῖται ἀντὶ 875,50 μὲ ἐ-
σωτερικὴν ὑφαίρεσιν 9 % μετὰ πόσον χρόνον λήγει ;

5) Ποία εἶνε ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις γραμματίου 3500 δραχ.
ἑξοφλουμένου ἐν ἔτος πρὸ τῆς λήξεως αὐτοῦ πρὸς 7 % ;

6) Ποία εἶνε ἡ πραγματικὴ ἀξία γραμματίου 6550 ἑξαργυ-
ρουμένου μὲ ἑσωτερικὴν ὑφαίρεσιν 2 ἔτη πρὸ τῆς λήξεως αὐτοῦ
πρὸς 8 % ;

7) Συναλλαγματικὴ 1500 δραχ. προεξοφλήθη 8 μῆνας πρὸ
τῆς λήξεως αὐτῆς ἀντὶ 1340 δρ. Πρὸς πόσον τοῖς ο)ο ἐγένετο ἡ
ὑφαίρεσις ;

8) Εἰς πτωχεύσαντα ἔμπορον ἐχάρισαν οἱ δανεισταὶ τοῦ 30
ο)ο ἀπὸ τὸ χρέος του, συμποσούμενον εἰς 120000· μὲ πόσας
δραχμὰς ἐξοφλεῖται τὸ χρέος τοῦτο ;

9) Γραμμάτιον ἐξοφλεῖται ἐν ἔτος πρὸ τῆς λήξεως αὐτοῦ
πρὸς 5 ο)ο ἀντὶ 890 δραχμῶν. Πόση ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία αὐτοῦ ;
(μὲ ἐξωτερικὴν καὶ ἑσωτερικὴν ὑφαίρεσιν) καὶ τίς ἡ διαφορά ;

Λύσις.—Ὁ τόκος τῶν 100 δραχμῶν εἰς ἐν ἔτος πρὸς 5 ο)ο
εἶνε 5 δραχμαί, ὥστε·

$$\begin{array}{r} 100 \text{ ὀνομαστ. } 95 \\ \text{μὲ ἐξωτερ.} \times \end{array} \frac{95}{890}$$

$$X \times 100 \times \frac{890}{95} = \frac{89000}{95} = 936,84$$

$$\begin{array}{r} \text{μέ εσωτερικήν} \frac{105}{\times} \text{όνομαστ.} \quad \frac{100}{890} \text{πραγ.} \\ \hline X = 105 \times \frac{890}{100} = \frac{93450}{100} = 935,50 \end{array}$$

10) Ποία εἶνε ἡ ὀνομαστική ἀξία γραμματίου προεξοφλή-
θέντος ἐξωτερικῶς 8 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως αὐτοῦ πρὸς 9 ο)
ἀντὶ 850,60 δραχμῶν ;

11) Ποία εἶνε ἡ ὀνομαστική ἀξία γραμματίου προεξοφλή-
θέντος ἐσωτερικῶς 9 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως αὐτοῦ εἰς 6 ο) ἀν-
τὶ 1250 δραχμῶν ;

12) Μετὰ πόσον χρόνον λήγει γραμμάτιον 18630 δραχμῶν
ὅπερ προεξοφλήθη πρὸς 6 ο) καὶ ἔδωκεν ἐσωτερικὴν ὑπαίρεσιν
630 δραχμῶν ;

13) Ὀφείλει τις 640 δραχμάς, ἔδωκε πρὸς ἐξόφλησιν
χρέους τοῦ γραμμάτιον 700 δραχ. πληρωτέον μετὰ 3 μῆνας. Πό-
σον θὰ λάβῃ ὑπόλοιπον, ἂν ἡ ἐσωτερικὴ ὑπαίρεσις γίνῃ πρὸς
8 ο) ;

14) Μετὰ πόσον χρόνον λήγει γραμμάτιον 850 δραχμῶν
ὅπερ ἐξωφλήθη ἐσωτερικῶς ἀντὶ 550 δραχμῶν πρὸς 10 ο) ;

Λύσις. Ἐπειδὴ ζητεῖται ὁ χρόνος, λύεται κατὰ τὰ προβλ-
ήματα τοῦ τόκου με ἐσωτερ.

$$\begin{array}{r} \frac{100 \text{ κεφ.}}{550} \qquad \qquad \qquad 1 \text{ ἔτ.} \qquad \qquad \frac{10 \text{ τόκ.}}{30} \\ \hline X = 1 \times \frac{100}{550} \times \frac{30}{10} = \frac{3000}{550} = \frac{30}{55} = 6 \text{ μην. } 16 \text{ ἡμ. } \frac{4}{11} \end{array}$$

καὶ με ἐξωτ. ὄφ.

$$\begin{array}{r} \frac{100 \text{ κεφ.}}{580} \qquad \qquad \qquad 1 \text{ ἔτ.} \qquad \qquad \frac{10 \text{ τόκ.}}{30} \\ \hline X = 1 \times \frac{100}{580} \times \frac{30}{10} = \frac{3000}{580} = \frac{30}{58} = 6 \text{ μην. } 6 \text{ ἡμ. } \frac{6}{29} \end{array}$$

15) Γραμμάτιόν τι προεξοφλήθη 5 μῆνας πρὸ τῆς λήξε-
ως αὐτοῦ πρὸς 9 ο) ἀντὶ 850,60 δραχμῶν. Ποία εἶνε ἡ ὀνομαστική ἀξία αὐτοῦ ;

αὐτοῦ πρὸς 12 ο/ο καὶ ἐγένετο ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις 200 δραχ.
ἰσότης ἢ ὀνομαστικὴ ἀξία αὐτῶν ;

Προβλήματα μερισμοῦ καὶ ἐταιρείας.

1) Τρεῖς ἔμποροι ἔχουσι νὰ μοιράσωσι 23400 δραχμὰς οὕ-
τως ὥστε ὁ α' νὰ λάβῃ 2 μερίδια, ὁ β' νὰ λάβῃ 3 καὶ ὁ τρίτος
1 μερίδιον. Ποῖον θὰ εἶνε τὸ μερίδιον ἑκάστου ;

Δύσεις.	α'	2
	β'	3
	γ'	5
		<u>10</u>

Ἀν ὁ α' ἐλάβανεν 10 μερίδια ἔπρεπε νὰ λάβῃ τὸ ὅλον, ἦτοι 23400	
» » 1 μερίδιον » » »	23400
	<u>10</u>
καὶ ἀρὸν λαμβάνει 2 μερίδια » » »	23400 × 2
	<u>10</u>
ομοίως ὁ β'	23400 × 3
	<u>10</u>
ομοίως ὁ γ'	23400 × 5
	<u>10</u>

Σημείωσις. Διὰ νὰ μοιράσωμεν ἀριθμὸν τινα εἰς μέρη ἀνά-
λογα πολλῶν δεδομένων ἀριθμῶν, πολλαπλασιάζομεν τὸν δεδο-
μένον ἀριθμὸν ἐφ' ἑνὶ ἑκάστῳ ἐξ αὐτῶν καὶ διαιροῦμεν διὰ τοῦ
ἀθροίσματος αὐτῶν.

2) Ἐδόθη εἰς τρεῖς πτωχοὺς γέροντας τὸ ποσὸν 4285 δραχ.
διὰ νὰ διανεμηθῶσι μεταξὺ τῶν ἀναλόγως τῆς ἡλικίας τῶν τού-
των δὲ ὁ εἰς ἦτο 70 ἐτῶν, ὁ δεύτερος 73 καὶ ὁ τρίτος 75 ἐτῶν.
Ποῖον θὰ εἶνε τὸ μερίδιον ἑκάστου ;

Αύσις.	α'	70	α'	70×4285
	β'	73		<u>218</u>
	γ'	75	β'	73×4285
		<u>218</u>		<u>218</u>
			γ'	75×4285
				<u>218</u>

3) Δύο καρραγωγείς έλαβον 840 δραχμάς διά τήν μετακίνησιν έμπορευμάτων. Τούτων ό μέν μετέφερε 1850 οκάδας, ό δε μετέφερε 4645 οκάδας. Πόσας δραχμάς θά λάβη έκαστος ;

4) Πρόκειται νά διανεμηθώσιν 75000 δραχ. εις τρεις κληρονόμους, ούτως ώστε τά μερίδια αύτών νά είνε ανάλογα τών άριθμῶν 5, 6, 13. Πόσας δραχμάς θά λάβη έκαστος ;

5) Τρεις έμποροι είχον καταβάλει όμοῦ 30000 δραχ. διά μίαν έμπορικήν επιχείρησιν καί έκέρδισαν 8000 δραχμάς. Έκ τού κέρδους τούτου έλαβον ό α' 2400, ό β' 1600 καί ό γ' 4000. Πόσας δραχμάς είχε καταβάλει έκαστος ;

Αύσις.

Αν ό α' έλάμβανεν 8000,	έπρεπε νά είχε καταβάλῃ τό όλον 30000
» » » 1 » » »	30000
καί άφού έλαβε 2400 » » »	30000×2400
	<u>8000</u>
ό β' 30000×1600	καί ό γ' 80000×4000
<u>8000</u>	<u>8000</u>

6) Έμπορός τις ήρχισεν έμπορικήν τινα επιχείρησιν μέ 4000 δραχμάς· μετά 5 μήνας προσέλαβε δεύτερον, όστις κατέβαλε 5500 δραχ. καί μετά 8 μήνας άπό τόν δεύτερον προσέλαβε τρίτον, ό όποιον κατέβαλε 3000 δρ. Μετά 3 έτη διέ άπό τής επιχειρήσεως λογαριασθέντες εύρον ότι έκέρδισαν 9600 δραχμάς. Πόσας δραχμάς θά λάβη έκαστος ;

7) Τρεῖς ἔμποροι κατέβαλον ὁμοῦ 4000 δραχμὰς διὰ μίαν ἐμπορικὴν ἐπιχείρησιν· μετὰ τὴν διάλυσιν ταύτην ἔλαβον κεφάλαιον καὶ κέρδος ὁμοῦ ὁ μὲν α' 2080 δραχμὰς, ὁ δὲ β' 1612 καὶ ὁ γ' 1508. Πόσας κατέβαλεν ἕκαστος ;

Λύσις.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Ἐὰν ὁ α' ἐλάβ.} & 5200 \text{ δρ. ἔπρεπε νὰ καταβάλῃ τὸ ὅλον, ἦτοι δρ.} & 4000 \\
 & & 4000 \\
 \text{» } & \text{» } & \text{» } \\
 & 1 & \text{» } \\
 & & 5200 \\
 \text{καὶ ἀφοῦ ὁ α' ἔλαβε 2080 } & \text{»} & 4000 \times 2080 \\
 & & \hline
 & & 5200 \\
 \\
 \text{β' } & \frac{4000 \times 1612}{5200} & \text{καὶ ὁ γ' } \frac{4000 \times 1508}{5200}
 \end{array}$$

8) Τρεῖς ἔμποροι ἐφόρτωσαν εἰς τι πλοῖον 1500 πρόβατα, ἐκ τούτων 400 ἀνῆκον εἰς τὸν α', 500 εἰς τὸν β' καὶ 600 εἰς τὸν γ'. Ἀλλὰ κατὰ τὸν πλοῦν ἔνεκα τρικυμίας ἠναγκάσθη ὁ πλοίαρχος νὰ ρίψῃ εἰς τὴν θάλασσαν 300 πρόβατα. Πόσον ἐζημιώθη ἕκαστος ;

9) Πρὸς κατασκευὴν πυρίτιδος μιγνύουν συνήθως 16 μέρη πλινθίου, 3 μέρη ἀνθρακος καὶ 2 μέρη θείου. Πρὸς κατασκευὴν 840 ὀκάδων πυρίτιδος πόσας ὀκάδας ἐξ ἑκάστης τῶν οὐσιῶν τούτων πρέπει νὰ λάβωμεν ;

10) Πατὴρ ἀποθανὼν διέταξε νὰ μερισθῇ ἡ περιουσία αὐτοῦ, ἀνερχομένη εἰς 18000 δρ., εἰς τοὺς 3 υἱοὺς του ὡς ἐξῆς· Ὁ δευτέρος νὰ λάβῃ διπλάσιον τοῦ α' καὶ ὁ τρίτος ὅσον καὶ οἱ δύο ἄλλοι ὁμοῦ. Ποῖον τὸ μερίδιον ἑκάστου κληρονόμου ;

11) Ἐὰν διανεμηθῇ ἡ ἐναπομείνουσα περιουσία 80000 δραχμῶν χρεοκοπήσαντος ἐμπορίου μεταξὺ τῶν τριῶν αὐτοῦ πιστωτῶν, ὧν ὁ α' εἶχε πιστώσει αὐτὸν μὲ 35000 δρ., ὁ β' μὲ 45000 δρ. καὶ ὁ γ' μὲ 60000 δρ. Πόσας δραχμὰς θὰ λάβῃ ἕκαστος ;

12) Διὰ τὴν καλλιέργειαν μιᾶς ἀμπέλου ἔλαβον 3 ἐργάται 465 δραχμὰς. Εἰργάσθησαν δὲ ὁ μὲν α' 12 ἡμέρας ἐπὶ 9 ὥρας

καθ' ἐκάστην, ὃ 6' 15 ἡμέρας ἐπὶ 8 ὥρας καθ' ἐκάστην καὶ ὃ 30 ἡμέρας ἐπὶ 12 ὥρας καθ' ἐκάστην. Πόσας δραχμὰς θὰ λάβῃ ἑκαστος ;

Προβλήματα μέσου ὄρου καὶ μίξεως.

1) Οἰκογένειά τις ἐπλήρωσεν ἐπὶ 4 ἔτη δι' ἐνοίκιον 80 δραχμὰς κατὰ μῆνα, μετὰ ταῦτα ἐπὶ 3 ἔτη 90 δραχμ. κατὰ μῆνα καὶ μετὰ ταῦτα ἐπὶ 5 ἔτη 120 δρ. κατὰ μῆνα. Πόσον εἶνε τὸ μέσον ἐνοίκιον αὐτῆς κατὰ τὰ 12 ταῦτα ἔτη ;

2) Κτῆμά τι ἔφερε κατὰ τὸ παρὸν ἔτος εἰσόδημα 850 δραχμὰς, κατὰ τὸ παρελθόν δὲ 750 δρ. καὶ κατὰ τὸ προπαραελθόν 1050. Ποῖος ὁ μέσος ὅρος τοῦ εἰσοδήματος τούτου κατὰ τὰ τρία ταῦτα ἔτη ;

3) Ἐὰν ἀναμίξῃ τις 80 ὀκάδας οἴνου τῶν 40 λεπτῶν καὶ ὀκᾶν, 90 ὀκάδας τῶν 55 λεπτῶν καὶ 120 τῶν 60 λεπτῶν, πόσον πρέπει νὰ πωληθῇ ἡ ὀκᾶ τοῦ μίγματος ;

Δύσεις.— 80 ὀκ.	πρὸς 40 λ.	τιμῶνται	$80 \times 40 = 32,00$
90 »	» 55 »	»	$90 \times 55 = 49,50$
120 »	» 60 »	»	$120 \times 60 = 72,00$
ἄρα αἱ 190 ὀκ. μίγματος	τιμῶνται	.	153,50
ἢ 1 ὀκ.	τιμᾶται	.	153,50
			190.

4) Οἰνοπώλης ἔχει 600 ὀκάδας οἴνου, τὸν ὅποιον πωλεῖ πρὸς 80 λεπτά ἐκάστην ὀκᾶν. Ἐὰν ἀναμίξῃ μετ' αὐτοῦ 150 ὀκάδας ὕδατος, πόσον θὰ πωλήσῃ τὴν ὀκᾶν ;

Δύσεις.— 600 ὀκ.	πρὸς 80 λεπ.	τιμῶνται	$600 \times 80 = 48,00$
150 »	» 0 »	»	$150 \times 8 = 0,00$
750 » μίγματος	τιμῶνται	.	48,00
1 ὀκ.	τιμᾶται	.	48,00
			750.

5) Ἐμπορὸς τις ἀναμιγνύει 110 ὀκάδας ἀλεύρων τῶν 50 λεπτῶν κατ' ὀκᾶν, 60 ὀκάδας ἄλλης ποιότητος τῶν 55 λεπτῶν καὶ 150 ἐκ τρίτης ποιότητος τῶν 40 λεπτῶν. Εἰς ποίαν τιμὴν πρέπει νὰ πωλήσῃ τὴν ὀκᾶν τοῦ μίγματος διὰ νὰ κερδίῃ 23 δραχμὰς;

6) Μαθητὴς τις ἔλαβεν εἰς τὰ ἑλληνικὰ 6, εἰς τὰ μαθηματικὰ 5, εἰς τὴν ἱστορίαν 6, εἰς τὴν γεωγραφίαν 4, εἰς τὰ φυσικὰ 4, εἰς τὰ θρησκευτικὰ 6, εἰς τὴν γυμναστικὴν 3, εἰς τὴν ῥητορικὴν 3 καὶ εἰς τὴν καλλιγραφίαν 5. Τίς εἶνε ὁ γενικὸς βαθμὸς τοῦ μαθητοῦ τούτου;

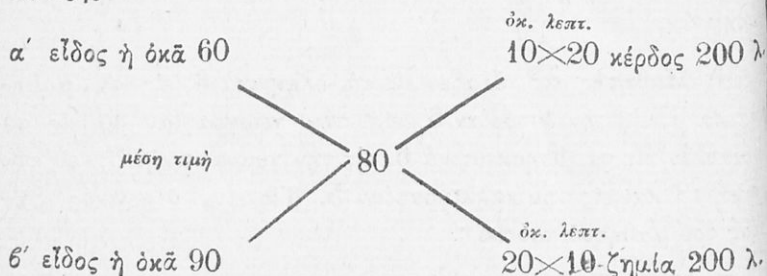
7) Ἐὰν ἀναμίξωμεν 350 ὀκάδας ἐλαίου, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ τιμᾶται 1,50 δρ. μετὰ 480 ὀκάδων ἐλαίου, τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ τιμᾶται πρὸς 1,80 δρ. Πόσον θὰ τιμᾶται ἡ ὀκᾶ τοῦ μίγματος;

7) Πόσον πρέπει νὰ λάβωμεν ἐκ δύο εἰδῶν οἴνου, ὧν ὁ μὲν τιμᾶται 60 λεπτά κατ' ὀκᾶν, ὁ δὲ 90, ὅπως ἀποτελέσωμεν μίγμα ἂξιαι 85 λεπτῶν κατ' ὀκᾶν;

Λύσις. — Ἐκάστη ὀκᾶ τοῦ α' εἶδους, εἰσαγομένη εἰς τὸ μίγμα καὶ πωλουμένη 80 λεπτά, φέρει κέρδος $80 - 60 = 20$, ἑκάστη δὲ ὀκᾶ τοῦ δευτέρου εἶδους εἰσαγομένη εἰς τὸ μίγμα καὶ πωλουμένη πρὸς 80 λεπτά φέρει ζημίαν $90 - 80 = 10$, ἐὰν λοιπὸν λάβωμεν ἐκ τοῦ α' εἶδους 10 ὀκάδας καὶ ἐκ τοῦ β' 20 ὀκάδας, θὰ ἔχωμεν ἀφ' ἑνὸς κέρδος $10 \times 20 = 200$ λ., ἀφ' ἑτέρου δὲ ζημίαν $20 \times 10 = 200$ λεπτῶν, ὥστε εἰς μίαν τοιαύτην ἀνάμειξιν τὸ κέρδος καὶ ἡ ζημία ἐξισοῦται, ἄρα εἰς μίγμα 30 ὀκ. λαμβάνομεν 10 ὀκάδας ἐκ τοῦ α' εἶδους καὶ 20 ἐκ τοῦ β'.

Ἄρα εἰς μίγμα 1 ὀκ. λαμβάνομεν $\frac{10}{30}$ ὀκ. ἐκ τοῦ α' εἶδους καὶ $\frac{20}{30}$ ἐκ τοῦ β' καὶ ἐπομένως ὅσουδήποτε μίγματος τὸ $\frac{1}{3}$ λαμβάνομεν ἐκ τοῦ α'.

εἶδους καὶ $\frac{2}{3}$ ἐκ τοῦ β' εἶδους. Ἡ πράξις διατάσσεται συντόμως ὡς ἐξῆς·



Δοκιμή·	α'	εἶδος	10	ὀκ. $\times$ 60	λ.	=	6,00
	β'	>	20	$\times$ 90		=	18
		μῖγμα	30	$\times$ 80		=	24

9) Πόσον χαλκὸν πρέπει νὰ συγχωνεύσωμεν μετὰ 5 ὀκάδων καθαρῷ ἀργύρου. ὥστε νὰ λάβωμεν κράμα ἀργύρου βαθμοῦ καθαρότητος 0,840 ;

Σημείωσις.—Ὁ χαλκὸς ἀναμιγνυόμενος λογίζεται ὡς ἔχων τίτλον καθαρότητος 0.

10) Ἀνέμιξέ τις 750 ὀκάδας οἶνοπνεύματος 90° καὶ 450 ὀκάδας τῶν 60° καὶ 200 ὀκ. ὕδατος. Πόσος θὰ εἶνε ὁ βαθμὸς τοῦ μίγματος ;

11) Ἐχει τις δύο ὄγκους ἀργύρου· τοῦ πρώτου ἡ καθαρότης εἶνε 9,935 καὶ τοῦ δευτέρου 0,880. Πόσον πρέπει νὰ βάλῃ ἀπ' ἑκάστου εἶδους διὰ νὰ ἀποτελέσῃ μῖγμα 9 ὀκάδων καθαρότητος 0,900;

12) Συνεχώνευσέ τις 25 δράμια ἀργύρου, τοῦ ὁποίου ὁ βαθμὸς τῆς καθαρότητος εἶνε 0,88, ἔπειτα 15 δράμια, τοῦ ὁποίου

βαθμός τῆς καθαρότητος εἶνε 0,80. Ποῖος θὰ εἶνε ὁ βαθμός τῆς καθαρότητος τοῦ κράματος ;

Σημείωσις.—Βαθμός καθαρότητος ἡ τίτλος τῶν πολυτίμων μετάλλων καλεῖται ἡ ποσότης τοῦ καθαροῦ μετάλλου, ἡ ἐμπεριεχομένη εἰς τὴν μονάδα τοῦ βάρους τοῦ κράματος. Π. χ. λέγοντες ὅτι ὁ βαθμός καθαρότητος τῶν χρυσῶν νομισμάτων εἶνε

0,900 ἐννοῦμεν ὅτι ἐκ τοῦ ὅλου βάρους αὐτοῦ τὰ $\frac{900}{1000}$ εἶνε καθα-

ροῦ χρυσός, τὰ δὲ $\frac{100}{1000}$ εἶνε ἐξ ἄλλων μετάλλων.









0020560664

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΒΟΥΛΗΣ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

