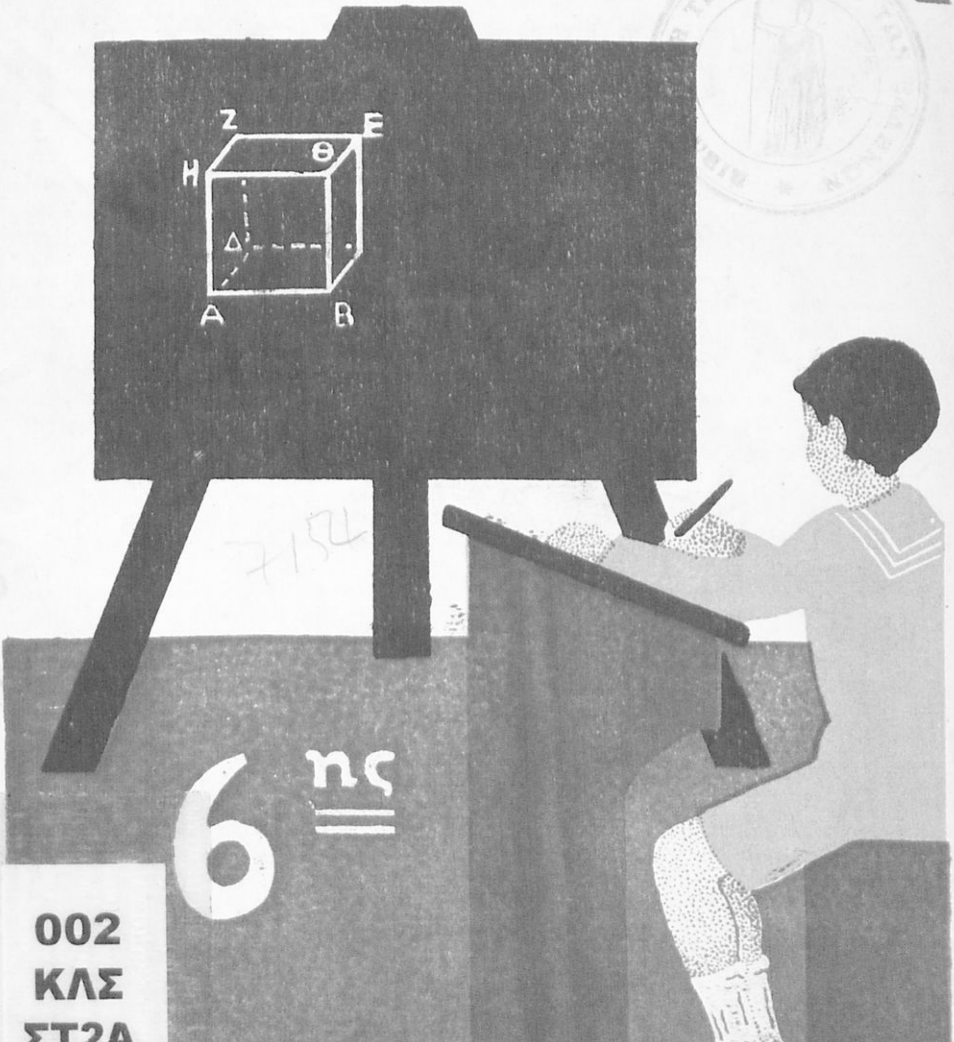
Π. ΠΑΝΑΓΟΠΟΥΛΟΥ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ



...ΕΚΟΣ ΟΙΚΟΣ
...ΓΡΑΚΟΥ Α.Ε

ΠΑΝΟΥ Δ. ΠΑΝΑΓΟΠΟΥΛΟΥ
Τέως ἐπιθεωρητοῦ τῶν δημοτικῶν σχολείων

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Διὰ τὴν ΣΤ΄ τάξιν τῶν Δημοτικῶν Σχολείων

ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥ Α. Ε. ΑΘΗΝΑΙ
4 – ΑΛΘΑΙΑΣ – 4

Κάθε ἀντίτυπο ὑπογράφεται ἀπὸ τὸν συγγραφέα.

PRINTED IN GREECE—1934
ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥ Α.Ε.

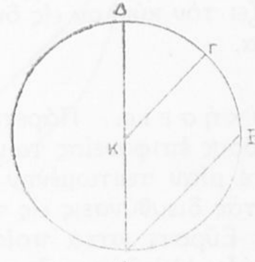
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ

Εἰς τὴν 5ην τάξιν ἐμάθομεν γεωμετρικὰ σώματα, τῶν ὁποίων ὅλαι αἱ ἕδραι εἶναι ἐπίπεδοι ἐπιφάνειαι. Εἰς τὰς ἐπιφανείας αὐτὰς ἡ εὐθεῖα γραμμὴ ἐφαρμόζει ὁλόκληρος καθ' οἱανδήποτε διεύθυνσιν καὶ ἂν τὴν θέσωμεν. Τὰ σχήματα ὅλων τῶν ἑδρῶν ὅλων τῶν σωμάτων, τὰ ὁποῖα ἐμάθομεν εἰς τὴν 5ην τάξιν ἀποτελοῦνται ἀπὸ εὐθείας γραμμάς.

Ὑπάρχει ἓν σῶμα, τὸ ὁποῖον ἔχει δύο ἐπιπέδους ἐπιφανείας καὶ μίαν κυρτήν. Εἰς τὴν κυρτὴν ἐπιφάνειαν τοῦ σώματος τού-

Σχ. 1.



Σχ. 2.

του ἡ εὐθεῖα γραμμὴ ἐφαρμόζει ὁλόκληρος μόνον κατὰ μίαν διεύθυνσιν. Κατὰ τὰς ἄλλας ἐφαρμόζει μόνον εἰς ἓν σημεῖον.

Τὸ σῶμα τοῦτο λέγεται κύλινδρος. Κύλινδροι εἶναι οἱ σωλῆνες, πολλὰ σκεύη, πολλαὶ στῆλαι κ.λ. Τὸ σχῆμα 1 μᾶς δείχνει τὴν εἰκόνα τοῦ κυλίνδρου. Ὁ κύλινδρος ἔχει δύο ἐπιπέδους ἐπιφανείας τὴν μίαν ἀπέναντι τῆς ἄλλης ἴσας καὶ παραλλήλους καὶ μίαν κυρτὴν γύρω.

Ἂν πάρωμεν μίαν ἐπίπεδον ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου καὶ κάμωμεν εἰς τὸ χαρτὶ τὸ σχῆμα της, θὰ ἴδωμεν ὅτι δὲν ἀποτελεῖται ἀπὸ εὐθείας γραμμάς, ἀλλ' ἀπὸ μίαν καμπύλην. Τὸ σχῆμα τοῦτο λέγεται κύκλος καὶ φαίνεται εἰς τὸ 2ον σχῆμα. Ἀκριβῶς τὸ μέσον τοῦ κύκλου λέγεται κέντρον καὶ εἶναι τὸ Κ (σχ. 2). Ἡ γραμμή, ἡ ὁποία περιορίζει γύρω τὸν κύκλον λέγεται περιφέρεια. Ὅλα τὰ σημεῖα τῆς περιφερείας ἀπέχουν ἐξίσου ἀπὸ τὸ κέντρον. Ἡ εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ἑνώνουσα τὸ κέντρον τοῦ κύκλου μὲ ἓν σημεῖον τῆς περιφερείας λέγεται ἀκτίς. Ὅλαι αἱ ἀκτῖνες τοῦ κύκλου εἶναι ἴσαι. Ἡ εὐθεῖα ἡ ἑνώνουσα δύο σημεῖα τῆς περιφερείας καὶ διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου, λέγεται διάμετρος. Ἡ διάμετρος εἶναι διπλασία τῆς ἀκτῖνος. Τμῆμα τῆς περιφερείας λέγεται τόξον. Ἡ εὐθεῖα ἡ ἑνώνουσα τὰ δύο ἄκρα τοῦ τόξου λέγεται χορδή. Ἂν φέρωμεν δύο ἀκτῖνας εἰς τὰ ἄκρα ἑνὸς τόξου, τὸ μέρος τοῦ κύκλου τὸ περικλειόμενον μεταξὺ τῶν δύο ἀκτίνων καὶ τοῦ τόξου λέγεται τομεὺς κύκλου. Τοιοῦτος τομεὺς εἶναι τὸ μέρος ΚΓΔ (σχ.2). Μέρος τοῦ κύκλου, περικλειόμενον μεταξὺ μιᾶς χορδῆς καὶ τοῦ ἀντιστοίχου τόξου λέγεται τμῆμα κύκλου. Τοιοῦτον εἶναι τὸ μέρος τοῦ κύκλου τὸ εὑρισκόμενον μεταξὺ τῆς χορδῆς ΑΒ καὶ τοῦ τόξου. Ἡ διάμετρος χωρίζει τὸν κύκλον εἰς δύο ἴσα μέρη, τὰ ὁποῖα λέγονται ἡμικύκλια.

* * *

Ἀσκήσεις. Πάρετε διαφόρους κυλίνδρους. Δείξατε τὰς ἐπιπέδους ἐπιφανείας των. Δείξατε τὰς κυρτὰς ἐπιφανείας των. Πάρετε μίαν τεντωμένην κλωστήν. Ἐφαρμόσατε αὐτὴν καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις εἰς τὰς ἐπιπέδους ἐπιφανείας τῶν κυλίνδρων. Εὕρατε κατὰ ποίαν διεύθυνσιν ἡ τεντωμένη κλωστὴ ἐφαρμόζει ὁλόκληρος εἰς τὰς κυρτὰς ἐπιφανείας τῶν κυλίνδρων Εὕρετε κατὰ ποίας διευθύνσεις ἡ κλωστὴ ἐφαρμόζει εἰς αὐτὰς μόνον εἰς ἓν σημεῖον.

Εἰς τὸ σχῆμα 2 δείξατε ποῖος εἶναι ὁ κύκλος, ποῖον εἶναι τὸ κέντρον, ἡ περιφέρεια, ἡ ἀκτίς, ἡ διάμετρος, τὰ ἡμικύκλια, τὸ τόξον, ἡ χορδή, τὸ τμῆμα τοῦ κύκλου καὶ ὁ τομεύς.

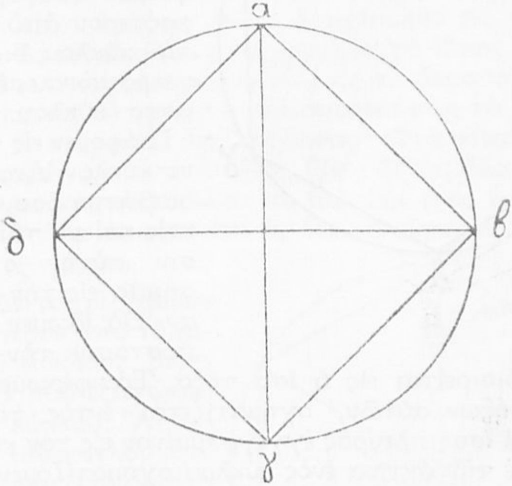
* * *

Διὰ νὰ σχηματίσωμεν κύκλον εἰς τὸ χαρτί, ἀνοίγομεν τὸν διαβήτην, ἐφαρμόζομεν τὸ ἓν μετάλλινον ἄκρον του εἰς ἓν σημεῖον καὶ μὲ τὸ ἄλλο γράφομεν τὴν περιφέρειαν.

Διὰ νὰ σχηματίσωμεν κύκλον εἰς τὸ ἔδαφος, παίρνομεν ἕνα σπάγγον καὶ στερεώνομεν τὸ ἓν ἄκρον του εἰς τὸ ἔδαφος. Εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον δένομεν ἓν ξύλον μυτερόν. Κρατοῦντες πάντοτε τεντωμένην τὴν κλωστὴν χαράσσομεν μὲ τὸ ξύλον τὴν περιφέρειαν.

***

Ἀσκήσεις. Σχηματίσατε εἰς τὸ χαρτὶ κύκλον μὲ ἀκτῖνα 5 δακτύλων. Φέρατε μίαν ἀκτῖνα καὶ μίαν διάμετρον. Πόσον



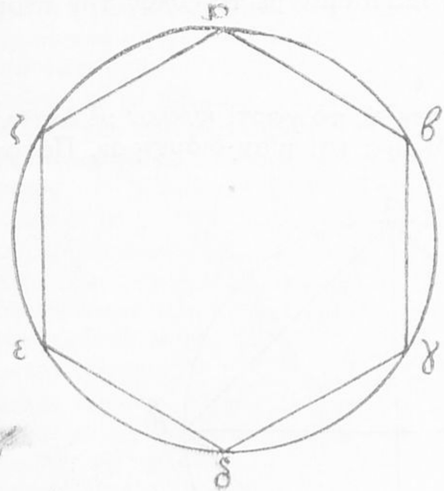
Σχ. 3

μῆκος θὰ ἔχῃ ἡ διάμετρος. Πάρετε ἐκ τῆς περιφερείας ἓν τόξον. Φέρατε μίαν χορδὴν 4 δακτύλων. Σχηματίσατε τμῆμα κύκλου καὶ τομέα κύκλου.

Σχηματίσατε εἰς τὸ χαρτὶ κατὰ βούλησιν 5 κύκλους. Σχηματίσατε εἰς τὸ ἔδαφος κύκλον μὲ ἀκτῖνα 5 μέτρων. Φέρατε τὴν ἀκτῖνα καὶ τὴν διάμετρον. Πάρετε ἓν τόξον. Φέρατε μίαν χορδὴν 4 μέτρων. Σχηματίσατε τμῆμα κύκλου καὶ τομέα κύκλου. Σχηματίσατε εἰς τὸ ἔδαφος κατὰ βούλησιν 5 κύκλους. Μεταφέρατε τούτους εἰς τὸ χαρτὶ ὑπὸ κλίμακα ἑνὸς ἑκατοστοῦ.

***

Γράφομεν ἕνα κύκλον εἰς τὸ χαρτὶ καὶ φέρομεν δύο διαμέτρους, τὴν μίαν κάθετον ἐπὶ τῆς ἄλλης (σχ. 3). Αἱ δύο διάμετροι διαιροῦν τὸν κύκλον εἰς 4 ἴσα μέρη. Ἐὰν φέρωμεν τὰς χορδὰς αβ, βγ, γδ καὶ δα, σχηματίζεται ἐντὸς τοῦ κύκλου ἓν τετράγωνον, τὸ ὁποῖον λέγεται ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν κύκλον.



4

Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραγώνου τούτου εἶναι μικρότερον ἀπὸ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου, διότι ἔξω τοῦ τετραγώνου μένουν 4 τμήματα κύκλου.

Γράφομεν εἰς τὸ χαρτὶ ἕνα κύκλον. Ἀνοίγομεν τὸν διαβήτην ὅσον εἶναι ἡ ἀκτὶς καὶ μὲ τὴν ἀπόστασιν αὐτὴν σημειώνομεν σημεῖα εἰς τὴν περιφέρειαν. Θὰ ἴδωμεν ὅτι μὲ ἀπόστασιν τὴν ἀκτῖνα ἡ περιφέρεια διαιρεῖται εἰς 6 ἴσα τόξα. Ἐὰν φέρωμεν τὰς χορδὰς τῶν τόξων αὐτῶν, σχηματίζεται ἐντὸς τοῦ κύκλου ἑξάγωνον μὲ ἴσας πλευρὰς ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν κύκλον (σχ. 4). Ὥστε μὲ τὴν ἀκτῖνα ἑνὸς κύκλου σχηματίζομεν ἐντὸς τοῦ κύκλου κανονικὸν ἑξάγωνον.

*
* *

Ἀσκήσεις. Σχηματίσατε εἰς τὸ χαρτὶ κύκλον. Φέρατε δύο διαμέτρους καθέτους. Φέρατε εἰς τὰ ἄκρα τῶν διαμέτρων χορδάς. Σβήσατε τὰς διαμέτρους καὶ ἂς μείνῃ μόνον τὸ ἐγγεγραμμένον τετράγωνον. Εὕρετε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραγώνου εἰς τετραγωνικοὺς δακτύλους.

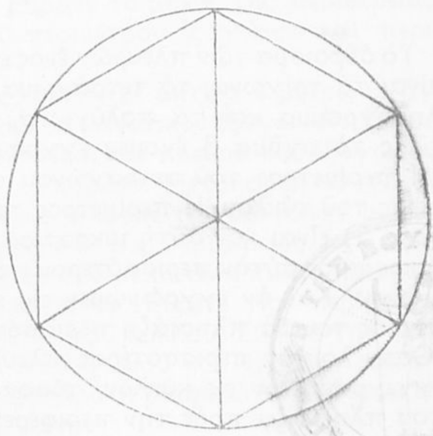
Σχηματίσατε εἰς τὸ ἔδαφος κύκλον. Φέρατε δύο διαμέτρους καθέτους. Φέρατε εἰς τὰ ἄκρα τῶν διαμέτρων χορδάς. Σβήσατε τὰς διαμέτρους καὶ ἀφήσατε μόνον τὸ ἐγγεγραμμένον τετράγωνον. Εὕρατε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραγώνου.

Σχηματίσατε τὰ ἴδια εἰς τὸ ἔδαφος κατὰ βούλησιν. Σχηματίσατε εἰς τὸ χαρτὶ κύκλον. Μὲ τὴν ἀκτῖνα ἐγγράψατε εἰς τὸν κύκλον κανονικὸν ἑξάγωνον. Κάμετε 5 ὅμοια σχήματα.

Σχηματίσατε εἰς τὸ ἔδαφος κύκλον. Μὲ τὴν ἀκτῖνα ἐγγράψατε εἰς τὸν κύκλον κανονικὸν ἑξάγωνον. Κάμετε 5 ὅμοια σχήματα.

***

Ἔχομεν εἰς τὸ χαρτὶ ἕνα κύκλον καὶ εἰς αὐτὸν ἐγγεγραμμένον κανονικὸν ἑξάγωνον. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πολυγώνου τούτου, εἶναι ἀνάγκη νὰ τὸ διαιρέσωμεν εἰς τρίγωνα μὲ διαγωνίους. Δυνάμεθα ὅμως νὰ κάμωμεν τὸ ἴδιον, ἂν ἀπὸ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου φέρωμεν εὐθείας εἰς τὰ ἄκρα τῶν χορδῶν, ὅπως φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 5. Τοιουτοτρόπως τὸ ἑξάπλευρον διῃρέθη εἰς 6 τρίγωνα. Τὰ τρίγωνα ταῦτα εἶναι ἰσοσκελῆ, διότι αἱ πλευραί του εἶναι ἀκτῖνες. Εἶναι δὲ καὶ ὅλα ἴσα μεταξύ των. Ἀρκεῖ λοιπὸν νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς τριγώνου καὶ νὰ τὸ πολλαπλασιάσωμεν ἐπὶ 6, διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδὸν ὅλου τοῦ ἑξαγώνου.



Σχ. 5

Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἑξαγώνου εἶναι μικρότερον ἀπὸ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου, διότι μένουν ἐκτὸς τοῦ ἑξαγώνου 6 τμήματα κύκλου. Ἂν ὅμως ἐντὸς τοῦ κύκλου ἦτο ἐγγεγραμμένον τετράγωνον θὰ ἔμενον ἔξω τούτου μεγαλύτερα τμήματα κύκλου.

Δυνάμεθα εἰς τὸν κύκλον νὰ ἐγγράψωμεν καὶ ὀκτάγωνον καὶ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδόν του, ἂν τὸ διαιρέσωμεν εἰς τρίγωνα μὲ τὰς ἀκτῖνας, ὅπως ἐκάμομεν καὶ εἰς τὸ ἑξάγωνον. Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὀκταγώνου θὰ εἶναι μικρότερον ἀπὸ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου, διότι θὰ μένουν ἔξω τοῦ ὀκταγώνου 8 τμήματα κύκλου. Τὰ τμήματα ὅμως αὐτὰ θὰ εἶναι μικρότερα ἀπὸ τὰ τμήμανον. Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ἀπὸ ἑκάστην πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου τετραγώνου ὑψοῦται ἕδρα ἐπίπεδος μὲ ὕψος τὸ αὐτὸ μὲ τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου. Θὰ ἔχωμεν τότε ἓν ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον μὲ βάσιν τετράγωνον ἐγγεγραμμένον εἰς τὴν κυκλικὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου καὶ μὲ ὕψος τὸ αὐτὸ μὲ τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου. Τὸ ὀρθογώνιον τοῦτο παραλληλεπίπεδον θὰ εὑρίσκεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου καὶ θὰ ἔχῃ μικρότερον ὄγκον ἀπ' αὐτόν, διότι τμήματα τοῦ κυλίνδρου εὑρίσκονται ἔξω τοῦ παραλληλεπιπέδου.

Ἐγγράφομεν εἰς τὴν κυκλικὴν βάσιν τοῦ αὐτοῦ κυλίνδρου κανονικὸν ἑξάγωνον. Ἀπὸ ἑκάστην πλευρὰν τοῦ ἑξαγώνου τούτου ἃς ὑποθέσωμεν ὅτι ὑψοῦται μία ἐπίπεδος ἕδρα μὲ ὕψος τὸ αὐτὸ μὲ τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου. Θὰ ἔχωμεν τότε ἓν πρῖσμα μὲ βάσιν ἑξάγωνον,ἐγγεγραμμένην εἰς τὴν κυκλικὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου καὶ μὲ ὕψος τὸ αὐτὸ μὲ τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου. Τὸ πρῖσμα θὰ ἐμπεριέχεται εἰς τὸν κύλινδρον καὶ θὰ ἔχῃ ὄγκον μικρότερον ἀπὸ τὸν ὄγκον τοῦ κυλίνδρου, διότι τμήματα τοῦ κυλίνδρου θὰ μένουν ἔξω τοῦ πρίσματος. Τὰ τμήματα ὅμως τοῦ κυλίνδρου τὰ μένοντα ἔξω τοῦ πρίσματος εἶναι μικρότερα ἀπὸ τὰ τμήματα τοῦ κυλίνδρου, τὰ μένοντα ἔξω τοῦ ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου μὲ βάσιν τετράγωνον ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν κύκλον τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου.

Συμβαίνει καὶ ἐδῶ ὅ,τι συμβαίνει εἰς τὰ σχήματα 3 καὶ 4. Τὰ τμήματα τοῦ κύκλου τὰ μένοντα ἔξω τοῦ ἑξαγώνου εἶναι μικρότερα ἀπὸ τὰ τμήματα κύκλου, τὰ μένοντα ἔξω τοῦ τετραγώνου.

Ἂν εἰς τὴν κυκλικὴν βάσιν τοῦ αὐτοῦ κυλίνδρου ἐγγράψωμεν ὀκτάγωνον καὶ ἐξ ἑκάστης πλευρᾶς του ὑψωθῇ ἐπίπεδος ἕδρα ἔχουσα τὸ αὐτὸ ὕψος μὲ τὸν κύλινδρον, θὰ ἔχωμεν πρῖσμα μὲ βάσιν ὀκτάγωνον, ἐγγεγραμμένον εἰς τὴν κυκλικὴν βάσιν κυλίνδρου.Τὸ πρῖσμα τοῦτο θὰ περικλείεται εἰς τὸν κύλινδρον καὶ θὰ ἔχῃ ὄγκον μικρότερον ἀπ'αὐτόν, διότι πολλὰ τμήματα τοῦ κυλίνδρου θὰ μένουν ἔξω τοῦ πρίσματος.Τὰ τμήματα ὅμως τοῦ κυλίνδρου,τὰ μένοντα ἔξω τοῦ ὀκταγώνου πρίσματος εἶναι μικρότερα ἀπὸ τὰ τμήματα, τὰ μένοντα ἔξω τοῦ ἑξαγωνικοῦ καὶ τοῦ τετραγωνικοῦ πρίσματος. Ἑπομένως ὅσον περισσότεραι εἶναι αἱ πλευραὶ τῆς βάσεως πρίσματος ἔχοντος τὸ αὐτὸ ὕψος μὲ κύλινδρον καὶ μὲ βάσιν ἐγγεγραμμένην εἰς τὸν κύκλον τοῦ κυλίνδρου, τόσον περισσότερον ὁ ὄγκος τοῦ πρίσματος θὰ πλησιάζῃ πρὸς τὸν ὄγκον τοῦ κυλίνδρου.

Καὶ ἂν ὑποτεθῇ ὅτι ἐγγράφομεν εἰς τὴν κυκλικὴν βάσιν κυλίνδρου πολύγωνον μὲ ἀπείρους πλευράς, τὸ πρῖσμα, τὸ ἔχον βάσιν αὐτὸ τὸ πολύγωνον καὶ ὕψος τὸ τοῦ κυλίνδρου, θὰ ἔχῃ ὄγκον ἴσον μὲ τὸν ὄγκον τοῦ κυλίνδρου. Ἐπομένως ὁ κύλινδρος δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς πρῖσμα ἔχον βάσιν πολύγωνον κανονικὸν μὲ ἀπείρους πλευράς. Συμβαίνει καὶ ἐδῶ ὅ,τι συμβαίνει καὶ μὲ τὸν κύκλον, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς κανονικὸν πολύγωνον μὲ ἀπείρους πλευράς.

***

Ἔχομεν εἰς τὸ ἔδαφος ἕνα μεγάλον κύκλον. Γύρω γύρω εἰς τὴν περιφέρειαν ἐφαρμόζομεν σπάγγον. Ἔπειτα μετροῦμεν τὸν σπάγγον πόσα μέτρα εἶναι. Μετροῦμεν ἔπειτα τὴν διάμετρον. Διαιροῦμεν τὸν ἀριθμόν, τὸν ὁποῖον εὕρομεν ἀπὸ τὴν περιφέρειαν μὲ τὸν ἀριθμόν, τὸν ὁποῖον εὕρομεν ἀπὸ τὴν διάμετρον καὶ εὑρίσκομεν πηλίκον 3,14. Σχηματίζομεν ἄλλους κύκλους μεγαλυτέρους, μικροτέρους καὶ κάμνομεν τὸ ἴδιον, μετροῦμεν δηλ. τὴν περιφέρειαν καὶ τὴν διάμετρον καὶ διαιροῦμεν. Πάντοτε θὰ εὑρίσκωμεν πηλίκον 3,14.

Κάμνομεν τὸ ἴδιον καὶ ε'ς τὸ χαρτί. Σχηματίζομεν διαφόρους κύκλους καὶ μετροῦμεν τὴν περιφέρειαν μὲ μίαν κλωστὴν καὶ τὴν διάμετρον μὲ τὸ ὑποδεκάμετρον καὶ διαιροῦμεν. Πάντοτε θὰ εὑρίσκωμεν πηλίκον 3,14. Αὐτὸ τὸ 3,14 λέγεται σταθερὸς λόγος τῆς περιφερείας πρὸς τὴν διάμετρον. Ὥστε ἡ περιφέρεια εἶναι 3,14 φορὰς μεγαλυτέρα τῆς διαμέτρου.

***

Ἀ σ κ ή σ ε ι ς. Κάμετε εἰς τὸ ἔδαφος 4 κύκλους διαφόρων μεγεθῶν. Μετρήσατε μὲ σπάγγον τὴν περιφέρειαν καὶ τὴν διάμετρον ἑκάστου καὶ διαιρεῖτε. Σχηματίσατε εἰς τὸ χαρτὶ 5 κύκλους διαφόρων μεγεθῶν. Μετρήσατε μὲ κλωστὴν τὴν περιφέρειαν καὶ τὴν διάμετρον ἑκάστου καὶ διαιρεῖτε.

***

Π ρ ο β λ ή μ α τ α. Ἡ διάμετρος ἑνὸς κύκλου εἶναι 7 μέτρα. Πόση εἶναι ἡ περιφέρειά του;

Σχηματίσατε μόνοι σας 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ περιφέρεια ἑνὸς κύκλου εἶναι 38,56 μέτρα. Πόση εἶναι ἡ διάμετρός του;

Σχηματίσατε μόνοι σας 5 ὅμοια προβλήματα.

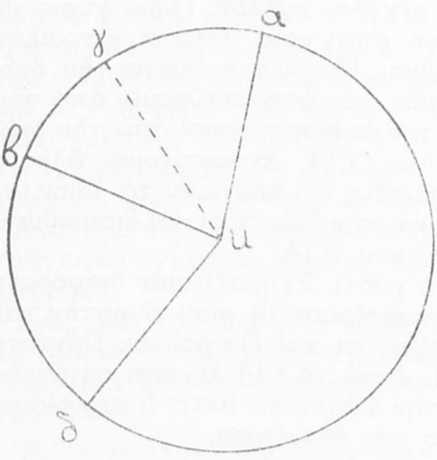
Ἡ ἀκτὶς ἑνὸς κύκλου εἶναι 4,7 μέτρα. Πόση εἶναι ἡ περιφέρειά του;

Κάμετε μόνοι σας 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ περιφέρεια κύκλου εἶναι 40,8. Ποία εἶναι ἡ ἀκτίς; Κάμετε μόνοι σας 5 ὅμοια προβλήματα.

***

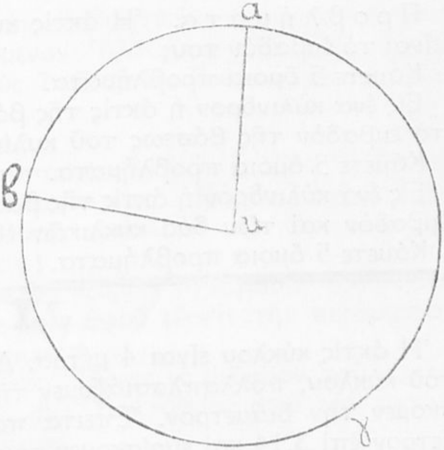
Σχηματίζομεν εἰς τὸ χαρτὶ ἕνα κύκλον καὶ ἐντὸς αὐτοῦ ἕνα τομέα (σχ. 6). Ὁ τομεὺς καβ εἶναι ὡς ἓν τρίγωνον ἰσοσκελές, διότι αἱ πλευραί του κα καὶ κβ εἶναι ἴσαι, διότι εἶναι ἀκτῖνες τοῦ αὐτοῦ κύκλου καὶ ὅλαι αἱ ἀκτῖνες τοῦ αὐτοῦ κύκλου εἶναι ἴσαι. Βάσις τοῦ ἰσοσκελοῦς τούτου τριγώνου εἶναι τὸ τόξον αβ. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἰσοσκελοῦς τούτου τριγώνου, φέρομεν τὸ ὕψος του. Γνωρίζομεν ὅτι τὸ ὕψος τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου εἶναι ἡ εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ἑνώνουσα τὸν κορυφήν του μὲ τὸ μέσον τῆς βάσεως. Καὶ ὕψος ἐδῶ εἶναι ἡ κγ, ὁποία εἶναι καὶ αὐτὴ ἀκτίς. Ἐπομένως, διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου ακβ, πολλαπλασιάζωμεν τὸ τόξον αβ ἐπὶ τὸ ἥμισυ τῆς ἀκτῖνος.



Σχ 6

Παίρνομεν μεγαλύτερον τομέα τὸν ακδ. Καὶ αὐτὸς εἶναι ἰσοσκελὲς τρίγωνον μὲ πλευρὰς τὰς ἀκτῖνας κα καὶ κδ καὶ βάσιν τὸ τόξον αδ. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου ακδ, πολλαπλασιάζομεν τὴν βάσιν τοῦ αδ, τὸ τόξον δηλ. ἐπὶ τὸ ἥμισυ τῆς ἀκτῖνος, διότι ἡ ἀκτὶς εἶναι τὸ ὕψος του. Τὰ τόξα ὅμως αβ καὶ αδ εἶναι τμήματα τῆς περιφερείας.

Εἰς τὸν κύκλον τοῦ σχήματος 7 λαμβάνομεν τὸν τομέα βγα, ὁ ὁποῖος καὶ αὐτὸς εἶναι τρίγωνον ἰσοσκελὲς μὲ πλευρὰς τὰς ἀκτῖνας κβ καὶ κα. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου τούτου, πολλαπλασιάζομεν τὸ τόξον βγα μὲ τὸ ἥμισυ τῆς ἀκτῖνος.



Σχ. 7

Ἔπειτα παίρνομεν ἀκόμη μεγαλύτερον τόξον καὶ σχηματίζομεν ἄλλο τρίγωνον ἰσοσκελές. Ἔπειτα παίρνομεν καὶ ἄλλο ἀκόμη μεγαλύτερον τόξον καὶ ἄλλο μεγαλύτερον, ἕως ὅτου πάρωμεν ὅλην τὴν περιφέρειαν. Καὶ τότε ὁ κύκλος μᾶς παριστάνεται ὡς ἓν τρίγωνον ἰσοσκελὲς μὲ βάσιν ὁλόκληρον τὴν περιφέρειαν καὶ ὕψος τὴν ἀκτῖνα. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου, τοῦ ἔχοντος βάσιν ὅλην τὴν περιφέρειαν καὶ ὕψος τὴν ἀκτῖνα, πολλαπλασιάζομεν τὴν περιφέρειαν ἐπὶ τὸ ἥμισυ τῆς ἀκτῖνος.

Ὥστε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου εὑρίσκεται, ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὴν περιφέρειαν ἐπὶ τὸ ἥμισυ τῆς ἀκτῖνος.

Διὰ τὸ ἐμβαδὸν λοιπὸν τοῦ κύκλου μᾶς χρειάζονται ἡ περιφέρεια καὶ ἡ ἀκτίς.

* * *

Προβλήματα. Ἡ ἀκτὶς κύκλου εἶναι 4,7 μέτρα. Πόση εἶναι ἡ διάμετρός του;

Ἡ διάμετρος κύκλου εἶναι 9,4. Πόση εἶναι ἡ περιφέρεια;

Ἡ ἀκτὶς κύκλου εἶναι 5,6. Πόση εἶναι ἡ περιφέρεια;

* * *

Ἀπὸ τὴν λύσιν τῶν προβλημάτων τούτων βλέπομεν ὅτι, ὅταν γνωρίζωμεν τὴν ἀκτῖνα, εὐκόλως εὑρίσκομεν τὴν περιφέρειαν. Διὰ τὸ ἐμβαδὸν λοιπὸν τοῦ κύκλου εἶναι ἀρκετὸν νὰ μᾶς δοθῇ μόνον ἡ ἀκτὶς.

* * *

Προβλήματα. Ἡ ἀκτὶς κύκλου εἶναι 7 μέτρα. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδόν του;

Κάμετε 5 ὅμοια προβλήματα.

Εἰς ἕνα κύλινδρον ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως εἶναι 0,8. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου;

Κάμετε 5 ὅμοια προβλήματα.

Εἰς ἕνα κύλινδρον ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως εἶναι 2,6 Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν καὶ τῶν δύο κυκλικῶν ἑδρῶν τοῦ κυλίνδρου;

Κάμετε 5 ὅμοια προβλήματα.

* * *

Ἡ ἀκτὶς κύκλου εἶναι 4 μέτρα. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου, πολλαπλασιάζομεν τὴν ἀκτῖνα 4 ἐπὶ 2 καὶ εὑρίσκομεν τὴν διάμετρον. Ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν τὴν διάμετρον ἐπὶ 3,14 καὶ εὑρίσκομεν τὴν περιφέρειαν. Ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν ἐπὶ τὸ ἥμισυ τῆς ἀκτῖνος καὶ εὑρίσκομεν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου. Ὥστε ἔχομεν 4 ἡ ἀκτὶς ἐπὶ 2 ἴσον 8 ἡ διάμετρος ἐπὶ 3,14 ἴσον 25,12 ἡ περιφέρεια, ἐπὶ τὸ ἥμισυ τῆς ἀκτῖνος 2 ἴσον 50,24 τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου. Συντομώτερον αὐτὸ τὸ γράφομεν $4\times2\times3{,}14\times2=50{,}24$. Ἀντὶ ὅμως νὰ πολλαπλασιάσωμεν ἐπὶ τὸ ἥμισυ τῆς ἀκτῖνος, πολλαπλασιάζομεν ἐπὶ ὁλόκληρον τὴν ἀκτῖνα καὶ διαιροῦμεν διὰ τοῦ 2. Ὥστε ἔχομεν τὸν τύπον $4\times2\times3{,}14,\times4:2=50{,}24$.

Ἔχομεν ἕνα τύπον ἀριθμητικὸν $3\times5\times2\times4=120$. Ἐὰν ἀλλάξωμεν τὴν τάξιν τῶν ἀριθμῶν καὶ τοὺς γράψωμεν $2\times5\times3\times4=120$, πάλιν τὸ αὐτὸ γινόμενον εὑρίσκεται.

Εἰς τὸν τύπον $4\times2\times3{,}14\times4:2=50{,}24$ δυνάμεθα νὰ ἀλλάξωμεν τὴν τάξιν τῶν ἀριθμῶν καὶ νὰ τοὺς γράψωμεν $4\times2:2\times4\times3{,}14=50{,}24$.

Ἔχομεν εἰς τὴν ἀρχὴν $4\times2:2$. Δηλαδὴ πολλαπλασιάζομεν τὸ 4 ἐπὶ 2 καὶ ἔπειτα τὸ διαιροῦμεν διὰ 2. Ἐὰν γίνῃ αὐτό, πάλιν μένει 4. Ἑπομένως τὸ $\times2:2$ τὸ σβήνομεν καὶ μένει $4\times4\times3{,}14=50{,}24$, τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου. Τὸ 4 ὅμως εἶναι ἡ ἀκτίς. Ἑπομένως διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου πολλαπλασιάζομεν τὴν ἀκτῖνα ἐπὶ τὸν ἑαυτόν της καὶ ἔπειτα ἐπὶ 3,14.

***

Ἀσκήσεις. Ἔχετε τὸν ἀριθμητικὸν τύπον 4×7×6×3. Εὕρατε ποῖον εἶναι τὸ γινόμενον. Ἀλλάξατε τὴν τάξιν τῶν ἀριθμῶν καὶ γράψατε αὐτοὺς 7×3×6×4. Ποῖον εἶναι τὸ γινόμενον; Τί παρατηρεῖτε;

Κάμετε 5 ὁμοίας ἀσκήσεις.

Ἔχετε τὸν ἀριθμητικὸν τύπον 6×5×8:5×7. Ἐὰν ἐκτελέσετε τὰς πράξεις τί εὑρίσκετε; Σβήσατε τὸ ×5 καὶ τό:5 καὶ ἂς μείνη 6×8×7. Τί εὑρίσκετε; Τί παρατηρεῖτε;

Κάμετε 5 ὁμοίας ἀσκήσεις.

Ἡ ἀκτὶς κύκλου εἶναι 8 μέτρα. Εὕρετε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου κατὰ τὸν πρῶτον τρόπον δηλ. ἀφοῦ εὕρετε τὴν περιφέρειαν.

Κάμετε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ ἀκτὶς κύκλου εἶναι 6 μέτρα. Εὕρετε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου κατὰ τὸν δεύτερον τρόπον δηλ. ἀπ᾽ εὐθείας ἀπὸ τὴν ἀκτῖνα.

Κάμετε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ ἀκτὶς κύκλου εἶναι 5,6. Εὕρετε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου κατὰ τὸν δεύτερον τρόπον.

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

***

Λαμβάνομεν ἕνα κύλινδρον καὶ περιτυλίσσομεν τὴν κυρτὴν ἐπιφάνειάν του μὲ χαρτί. Ἐὰν ἀνοίξωμεν τὸ χαρτί, θὰ ἴδωμεν ὅτι ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου. Βάσις τοῦ ὀρθογωνίου τούτου εἶναι ἡ περιφέρεια τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου καὶ ὕψος τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου.

Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὀρθογωνίου τούτου, πολλαπλασιάζομεν τὴν βάσιν του ἐπὶ τὸ ὕψος. Τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τούτου εἶναι ἴσον μὲ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὀρθογωνίου. Ἑπομένως, διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου, πολλαπλασιάζομεν τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως ἐπὶ τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου.

***

Ἀσκήσεις. Πάρετε διαφόρους κυλίνδρους καὶ τυλίξατε τὴν κυρτὴν ἐπιφάνειάν των μὲ χαρτί. Ἀνοίξατε ἔπειτα τὰ χαρτιὰ αὐτὰ καὶ παρατηρήσατε τί σχῆμα ἔχουν.

***

Προβλήματα. Ἡ περιφέρεια τῆς βάσεως κυλίνδρου εἶναι 8 μέτρα καὶ τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου 7 μέτρα. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα μὲ διαφόρους ἀριθμούς.

Ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως κυλίνδρου εἶναι 2 μέτρα. Πόση εἶναι ἡ περιφέρεια καὶ πόσον τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας, ἐὰν τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου εἶναι 6 μέτρα;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως κυλίνδρου εἶναι 3 μέτρα καὶ τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου 5 μέτρα. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως κυλίνδρου εἶναι 4 μέτρα καὶ τὸ ὕψος του 6 μέτρα. Εὕρατε πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἕδρας τῆς κειμένης ἀπέναντι τῆς βάσεως. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου.

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως κυλίνδρου εἶναι 3 μέτρα καὶ τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου 5 μέτρα. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν ὁλοκλήρου τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

***

Εἴπομεν ὅτι ὁ κύλινδρος εἶναι ἴσος μὲ πρῖσμα, τὸ ὁποῖον ἔχει βάσιν πολύγωνον μὲ ἀπείρους πλευρὰς καὶ ὕψος τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου.

Εἴπομεν ἐπίσης ὅτι ἡ περιφέρεια τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου εἶναι ἴση μὲ πολύγωνον, ἔχον ἀπείρους πλευράς. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸν ὄγκον ἑνὸς πρίσματος, πολλαπλασιάζομεν τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως ἐπὶ τὸ ὕψος του. Ἑπομένως, διὰ νὰ εὕρωμεν καὶ τοῦ κυλίνδρου τὸν ὄγκον, πολλαπλασιάζομεν τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεώς του ἐπὶ τὸ ὕψος του.

***

Προβλήματα. Τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως κυλίνδρου εἶναι 24 τετραγωνικὰ μέτρα καὶ τὸ ὕψος του 6 μέτρα. Πόσα κυβικὰ μέτρα εἶναι ὁ ὄγκος του;

Ἡ περιφέρεια τῆς βάσεως κυλίνδρου εἶναι 31,4 μέτρα καὶ ἡ ἀκτὶς 5. Τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου εἶναι 4 μέτρα. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου καὶ πόσος ὁ ὄγκος του;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως κυλίνδρου εἶναι 2,5 καὶ τὸ ὕψος του 6 μέτρα. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως; Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ κυλίνδρου;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως κυλίνδρου εἶναι 3,7 καὶ τὸ ὕψος του 7 μέτρα. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ κυλίνδρου;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

***

Ἀσκήσεις. Δείξατε κυλινδρικὰ ἀντικείμενα. Μετρήσατε μὲ κλωστὴν τὴν περιφέρειάν των. Εὕρετε ἐκ τῶν περιφερειῶν τὰς ἀκτῖνας τῆς βάσεως. Εὕρετε τὰ ἐμβαδὰ τῶν βάσεων. Μετρήσατε τὰ ὕψη τῶν κυλίνδρων. Εὕρετε τὰ ἐμβαδὰ τῶν κυρτῶν ἐπιφανειῶν των. Εὕρετε τὰ ἐμβαδὰ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κυλίνδρων. Εὕρετε τοὺς ὄγκους τῶν διαφόρων κυλίνδρων

***

Διὰ νὰ κατασκευάσωμεν κύλινδρον, λαμβάνομεν φύλλον χάρτου σχήματος ὀρθογωνίου καὶ τὸ κάμπτομεν ἕως ὅτου συναντηθῶσι τὰ δύο ἄκρα του.

***

Ἀσκήσεις Κατασκευάσατε ἐκ λεπτοῦ χαρτονίου 5 κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων.

Κατασκευάσατε ἐκ πηλοῦ 5 κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων.

***

Ἀσκήσεις ἐπαναλήψεως μαθημάτων 5ης τάξεως.

Σχηματίσατε εἰς τὸ ἔδαφος μὲ σπάγγον τετράγωνον μὲ πλευρὰν 9 μέτρων καὶ μεταφέρατε τοῦτο εἰς τὸ χαρτὶ ὑπὸ κλίμακα ἑνὸς ἑκατοστοῦ.

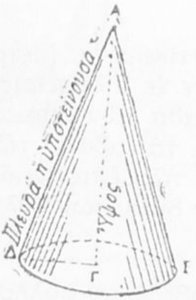
Φέρατε εἰς τὸ ἔδαφος μὲ σπάγγον δύο παραλλήλους γραμμὰς 8 μέτρων ἑκάστην καὶ νὰ ἀπέχουν 3 μέτρα ἀπ᾿ ἀλλήλων.

Σχηματίσατε εἰς τὸ ἔδαφος ὀρθογώνιον μὲ μεγάλην πλευρὰν 10 μέτρων καὶ μικρὰν 7 καὶ μεταφέρατε τοῦτο εἰς τὸ χαρτὶ ὑπὸ κλίμακα ἑνὸς ἑκατοστοῦ.

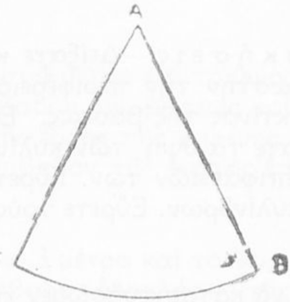
Σχηματίσατε εἰς τὸ ἔδαφος παραλληλόγραμμον.

ΚΩΝΟΣ

Ὁ κύλινδρος ἔχει δύο ἐπιπέδους ἕδρας κυκλικὰς καὶ μίαν κυρτὴν ἐπιφάνειαν. Ὑπάρχει ἓν σῶμα, τὸ ὁποῖον ἔχει μίαν μόνον ἕδραν ἐπίπεδον καὶ κυκλικήν, μίαν κυρτὴν ἐπιφάνειαν καὶ κο-



Σχ. 8.



Σχ. 9.

ρυφὴν ὡς ἡ πυραμίς. Αὐτὸ τὸ σῶμα λέγεται κῶνος (σχ. 8).

Ἔχει λοιπὸν ὁ κῶνος μίαν ἐπίπεδον ἐπιφάνειαν κυκλικήν, ἡ ὁποία λέγεται βάσις του, μίαν κυρτὴν ἐπιφάνειαν καὶ μίαν κορυφήν. Ἐὰν φέρωμεν μίαν κάθετον ἀπὸ τῆς κορυφῆς εἰς τὴν βάσιν τοῦ κώνου, ἡ κάθετος αὕτη ὀνομάζεται ὕψος τοῦ κώνου.

* * *

Ἀ σ κ ή σ ε ι ς. Πάρετε κῶνον καὶ δείξατε τὴν κορυφήν του, τὴν βάσιν του καὶ τὴν κυρτὴν ἐπιφάνειαν. Μετρήσατε τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως καὶ ἐξ αὐτῆς εὕρατε τὴν διάμετρον καὶ τὴν ἀκτῖνα. Πάρετε μίαν κλωστὴν τεντωμένην. Εὕρατε κατὰ ποίαν διεύθυνσιν ἐφαρμόζει ὁλόκληρος ἡ κλωστὴ εἰς τὴν κυρτὴν ἐπιφάνειαν καὶ κατὰ ποίας διευθύσεις ἐφαρμόζει μόνον εἰς ἓν σημεῖον.

***

Λαμβάνομεν ἓν φύλλον χάρτου καὶ περιτυλίσσομεν μὲ αὐτὸ ἀκριβῶς τὴν κυρτὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου. Ὅταν ξετυλίγωμεν τὸ χαρτί, θὰ ἴδωμεν ὅτι θὰ ἔχη σχῆμα τομέως κύκλου (σχ. 9).

Εἶναι φανερὸν ὅτι τὸ τόξον τοῦ τομέως τούτου εἶναι ἡ περιφέρεια τῆς βάσεως καὶ ἀκτὶς ἡ εὐθεῖα γραμμή, ἡ ἑνώνουσα τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου μὲ ἓν σημεῖον τῆς περιφερείας τῆς βάσεως.

Γνωρίζομεν ὅτι διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς τομέως, πολλαπλασιάζομεν τὸ τόξον του ἐπὶ τὸ ἥμισυ τῆς ἀκτῖνος, διότι ὁ τομεὺς εἶναι ὡς τρίγωνον μὲ βάσιν τὸ τόξον καὶ ὕψος τὴν ἀκτῖνα. Ἑπομένως διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου πολαπλασιάζομεν τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως ἐπὶ τὸ ἥμισυ τῆς πλευρᾶς τοῦ κώνου. Πλευρὰν ὀνομάζομεν τὴν εὐθεῖαν, τὴν ἑνοῦσαν τὴν κορυφὴν μὲ ἓν σημεῖον τῆς περιφερείας.

***

Π ρ ο β λ ή μ α τ α. Ἡ περιφέρεια τῆς βάσεως κώνου εἶναι 16 μέτρα καὶ ἡ πλευρά του 9. Ποῖον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας του;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ διάμετρος τῆς βάσεως κώνου εἶναι 3 8 καὶ ἡ πλευρά του 5. Ποῖον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως κώνου εἶναι 4 μέτρα καὶ ἡ πλευρά του 7. Ποῖον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας του;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως κώνου εἶναι 2,65. Ποῖον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως κώνου εἶναι 3,5 καὶ ἡ πλευρά του 7. Ποῖον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν ὅλης τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

***

Παίρνομεν ἕνα κῶνον καὶ εἰς τὴν βάσιν του ἐγγράφομεν κανονικὸν τετράγωνον. Ἂν ἐξ ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ τετραγώνου ὑψωθῇ μία τριγωνικὴ ἕδρα μέχρι τῆς κορυφῆς τοῦ τετραγώνου ἔχομεν μίαν τετραγωνικὴν πυραμίδα, ἔχουσαν βάσιν τετράγωνον ἐγγεγραμμένον εἰς τὴν βάσιν τοῦ κώνου καὶ ὕψος ἴσον μὲ τὸ ὕψος τοῦ κώνου. Εἶναι φανερὸν ὅτι ἡ τετραγωνικὴ πυραμὶς θὰ ἐμπεριέχεται εἰς τὸν κῶνον καὶ θὰ ἔχῃ ὄγκον μικρότερον τοῦ κώνου, διότι τμήματα κώνου μένουν ἔξω τῆς πυραμίδος. Ἐγγράφομεν εἰς τὴν βάσιν κώνου κανονικὸν ὀκτάγωνον. Ἐξ ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ ὀκταγώνου ὑψοῦμεν τριγωνικὴν ἕδραν μέχρι τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου. Θὰ ἔχωμεν οὕτω πολυγωνικὴν πυραμίδα μὲ βάσιν ὀκτάγωνον ἐγγεγραμμένον εἰς τὴν βάσιν τοῦ κώνου καὶ μὲ ὕψος ἴσον μὲ τὸ ὕψος τοῦ κώνου. Ὁ ὄγκος τῆς πυραμίδος ταύτης θὰ εἶναι μικρότερος τοῦ ὄγκου τοῦ κώνου, διότι τμήματα τοῦ κώνου μένουν ἔξω τῆς πυραμίδος. Ὁ ὄγκος ὅμως τῆς δευτέρας ταύτης πολυγωνικῆς πυραμίδος πλησιάζει περισσότερον πρὸς τὸν ὄγκον τοῦ κώνου, διότι μικρότερα τμήματα τοῦ κώνου μένουν ἔξω τῆς πολυγωνικῆς πυραμίδος.

Ἂν εἰς τὴν βάσιν κώνου ἐγγράψωμεν κανονικὸν πολύγωνον μὲ 100 πλευρὰς καὶ ἐξ ἑκάστης πλευρᾶς ὑψώσωμεν τριγωνικὴν ἕδραν μέχρι τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου, θὰ ἔχωμεν πολυγωνικὴν πυραμίδα μὲ βάσιν πολύγωνον ἐγγεγραμμένον εἰς τὴν βάσιν τοῦ κώνου καὶ μὲ ὕψος ἴσον μὲ τὸ ὕψος τοῦ κώνου. Ὁ ὄγκος τῆς πολυγωνικῆς ταύτης πυραμίδος θὰ εἶναι μικρότερος ἀπὸ τὸν ὄγκον τοῦ κώνου, διότι τμήματα τοῦ κώνου μένουν ἔξω τῆς πυραμίδος. Ὁ ὄγκος τῆς πυραμίδος ταύτης θὰ πλησιάζῃ ἀκόμη περισσότερον πρὸς τὸν ὄγκον τοῦ κώνου, διότι μικρότερα τμήματα τούτου μένουν ἔξω τῆς πυραμίδος.

Ἂν λοιπὸν ἐντὸς κώνου ἔχωμεν πολυγωνικὴν πυραμίδα μὲ τὸ πολύγωνόν της ἐγγεγραμμένον εἰς τὴν βάσιν τοῦ κώνου καὶ μὲ τὸ αὐτὸ ὕψος, ὅσον περισσοτέρας πλευρὰς ἔχει τὸ πολύγωνον, τόσον ὁ ὄγκος τῆς πυραμίδος πλησιάζει περισσότερον πρὸς τὸν ὄγκον τοῦ κώνου.

Καὶ ἐὰν τὸ πολύγωνον ἔχῃ ἀπείρους πλευράς, ὁ ὄγκος τῆς πυραμίδος θὰ εἶναι ἴσος μὲ τὸν ὄγκον τοῦ κώνου. Ἑπομένως ὁ κῶνος εἶναι μία πολυγωνικὴ πυραμίς, ἔχουσα βάσιν πολύγωνον μὲ ἀπείρους πλευράς, ἐγγεγραμμένον εἰς τὴν βάσιν τοῦ κώνου καὶ ὕψος τὸ αὐτό.

Ὁ ὄγκος τῆς πυραμίδος εὑρίσκεται,ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως ἐπὶ τὸ ὕψος καὶ διαιρέσωμεν διὰ 3. Ἑπομένως καὶ ὁ ὄγκος τοῦ κώνου εὑρίσκεται, ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεώς του ἐπὶ τὸ ὕψος του.

***

Π ρ ο β λ ή μ α τ α. Κώνου τινὸς τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως εἶναι 8 τετραγωνικὰ μέτρα καὶ τὸ ὕψος του 6 μέτρα. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος του;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Κώνου τινὸς ἡ διάμετρος τῆς βάσεως εἶναι 16 μέτρα καὶ τὸ ὕψος του 7 μέτρα. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος του;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Κώνου τινὸς ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως εἶναι 5 μέτρα καὶ τὸ ὕψος του 8 μέτρα. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ κώνου;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

***

Ἀ σ κ ή σ ε ι ς. Δείξατε κωνικὰ ἀντικείμενα. Ἂν θέσωμεν τὴν βάσιν τοῦ κώνου εἰς ὁριζοντίαν διεύθυνσιν, πῶς δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὸ ὕψος του; Πάρετε ξύλινον κῶνον καὶ εὕρετε τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας του εἰς τετραγωνικοὺς δακτύλους.Θέσατε τὴν βάσιν τοῦ κώνου εἰς ὁριζοντίαν διεύθυνσιν. Εὕρετε τὸ ὕψος του καὶ κατόπιν τὸν ὄγκον του εἰς κυβικοὺς δακτύλους.

***

Διὰ νὰ ἰχνογραφήσωμεν κῶνον, γράφομεν μὲ τὸν διαβήτην τόξον κύκλον καὶ εἰς τὰ ἄκρα τοῦ φέρομεν τὰς ἀκτῖνας.

Διὰ νὰ κατασκευάσωμεν κῶνον ἐκ λεπτοῦ χαρτονίου, γράφομεν ἐπ' αὐτοῦ τόξον κύκλου, φέρομεν εἰς τὰ ἄκρα τοῦ τόξου τὰς ἀκτῖνας καὶ ἀποκόπτομεν διὰ μαχαιρίου ὅλον τὸ σχῆμα. Διπλώνομεν ἔπειτα τὸ χαρτόνι,ἕως ὅτου τὰ δύο ἄκρα του συναντηθῶσιν.

***

Ἀ σ κ ή σ ε ι ς. Ἰχνογραφήσατε 5 κώνους διαφόρων διαστάσεων.

Κατασκευάσατε 5 κώνους ἐκ χαρτονίου διαφόρων διαστάσεων.

Κατασκευάσατε ἐκ πηλοῦ 5 κώνους τῶν αὐτῶν διαστάσεων μὲ τοὺς χαρτίνους.

***

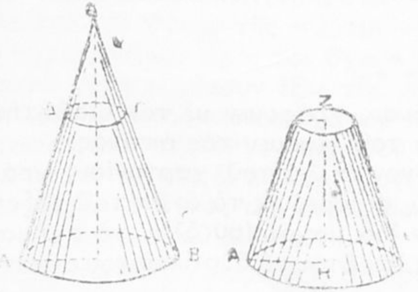
Ἀ σ κ ή σ ε ι ς ἐπὶ τῶν διδαχθέντων εἰς τὴν 5 τάξιν. Τοποθετήσατε μίαν ράβδον κατακορύφως. Τοποθετήσατε ἄλλην ράβδον ὁριζοντίως.

Σχηματίσατε εἰς τὸ ἔδαφος τρίγωνον. Μεταφέρατε τοῦτο εἰς τὸ χαρτὶ ὑπὸ κλίμακα ἑνὸς ἑκατοστοῦ. Εὕρετε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου τούτου.

Σχηματίσατε εἰς τὸ ἔδαφος πολύγωνον. Διαιρέσατε τοῦτο εἰς τρίγωνα καὶ μεταφέρατε αὐτὰ εἰς τὸ χαρτὶ ὑπὸ κλίμακα ἑνὸς ἑκατοστοῦ. Εὕρετε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πολυγώνου.

ΚΟΛΟΥΡΟΣ ΚΩΝΟΣ

Ἐὰν κόψωμεν τὴν πυραμίδα παραλλήλως πρὸς τὴν βάσιν, ἔχομεν τὴν κόλουρον πυραμίδα, περὶ τῆς ὁποίας ἐμάθομεν εἰς τὴν 5ην τάξιν.



Σχ. 10.

Ἐὰν κόψωμεν τὸν κῶνον παραλλήλως πρὸς τὴν βάσιν, ἔχομεν τὸν κόλουρον κῶνον. (σχ. 10).

Ὁ κόλουρος κῶνος ἔχει δύο ἐπιπέδους ἐπιφανείας κυκλικὰς καὶ μίαν κυρτὴν ἐπιφάνειαν. Τὸ τεμάχιον, τὸ ὁποῖον ἐκόψαμεν ἀπὸ τὸν κῶνον εἶναι καὶ αὐτὸς κῶνος. Ἡ εὐθεῖα γραμμή, ἡ ἑνώνουσα τὰ κέντρα τῶν δύο κυκλικῶν ἑδρῶν τοῦ κολούρου κώνου, λέγεται ὕψος αὐτοῦ.

Ἡ εὐθεῖα γραμμή, ἡ ἑνώνουσα δύο σημεῖα τῶν δύο περιφερειῶν τοῦ κολούρου κώνου, λέγεται πλευρὰ αὐτοῦ. Ἡ κάτω περιφέρεια τοῦ κουλούρου κώνου εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν ἐπάνω.

Ἐὰν μετρήσωμεν τὴν κάτω ἀκτῖνα καὶ τὴν ἐπάνω, τὰς προσθέσωμεν καὶ διαιρέσωμεν διὰ 2, εὑρίσκομεν τὴν μέσην ἀκτῖνα.

Ἐὰν τὴν μέσην ἀκτῖνα πολλαπλασιάσωμεν ἐπὶ 2, εὑρίσκομεν τὴν μέσην διάμετρον. Ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὴν μέσην διάμετρον ἐπὶ 3,14, εὑρίσκομεν τὴν μέσην περιφέρειαν τοῦ κολούρου κώνου. Ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὴν μέσην περιφέρειαν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κουλούρου κώνου, εὑρίσκομεν τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας του.

*
* *

Ἀ σ κ ή σ ε ι ς. Πάρετε κῶνον ἀπὸ πηλὸν καὶ καταστήσατε αὐτὸν κόλουρον. Δείξατε τὴν βάσιν του, τὴν ἀπέναντι ἐπιφάνειαν, τὴν κυρτὴν ἐπιφάνειάν του. Μετρήσατε τὴν ἄνω περιφέρειαν καὶ, τὴν κάτω. Φέρατε τὴν πλευρὰν τοῦ κολούρου κώνου καὶ μετρήσατε αὐτήν.

*
* *

Π ρ ο β λ ή μ α τ α. Κολούρου κώνου ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως εἶναι 7,8 καὶ ἡ ἀκτὶς τῆς ἄνω ἐπιφανείας 1,5. Ποία εἶναι ἡ μέση ἀκτίς;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως κολούρου κώνου εἶναι 4,6 καὶ ἡ ἀκτὶς τῆς ἀπέναντι ἐπιφανείας εἶναι 0,98. Ποία εἶναι ἡ μέση διάμετρος;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως κολούρου κώνου εἶναι 5,6 καὶ ἡ ἀκτὶς τῆς ἀπέναντι ἐπιφανείας 1, 2. Ποία εἶναι ἡ μέση περιφέρεια;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως κολούρου κώνου εἶναι 3,8 καὶ ἡ ἀκτὶς τῆς ἀπέναντι ἐπιφανείας 1,4. Ἡ πλευρά του εἶναι 6 μέτρα· Ποία εἶναι ἡ μέση περιφέρεια καὶ τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

*
* *

Εἴπομεν ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ κώνου εὑρίσκεται, ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως ἐπὶ τὸ ὕψος καὶ διαιρέσωμεν διὰ 3.

Ὁ ὄγκος τοῦ κολούρου κώνου εὑρίσκεται κατὰ προσέγγισιν ἐὰν εὕρωμεν τὸ μέσον ἐμβαδὸν τῶν δύο βάσεων, δηλ. τῶν δύο κυκλικῶν ἐπιπέδων ἐπιφανειῶν του, τὸ πολλαπλασιάσωμεν ἐπὶ τὸ ὕψος καὶ διαιρέσωμεν διὰ 3.

* * *

Π ρ ο β λ ή μ α τ α. Τὸ ἐμβαδὸν τῆς μιᾶς βάσεως κολούρου κώνου εἶναι 76,36 τετραγωνικὰ μέτρα. Τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἄλλης εἶναι 25,40. Τὸ ὕψος εἶναι 10 μέτρα. Πόσος εἶναι κατὰ προσέγγισιν ὁ ὄγκος τοῦ κολούρου κώνου;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Εἰς κόλουρον κῶνον ἡ ἀκτὶς τῆς μιᾶς βάσεως εἶναι 12 μέτρα καὶ τῆς ἄλλης 4 καὶ τὸ ὕψος τοῦ κολούρου κώνου εἶναι 15 μέτρα. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς μεγάλης βάσεως; Πόσον τὸ ἐμβαδὸν τῆς μικρᾶς; Ποῖος ὁ μέσος ὅρος τῶν δύο ἐμβαδῶν; Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ κολούρου κώνου;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ ἀκτὶς τῆς μεγάλης βάσεως κολούρου κώνου εἶναι 8,48, ἡ ἀκτὶς τῆς μικρᾶς βάσεως 1,60 καὶ τὸ ὕψος 12 μέτρα. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ κολούρου κώνου;

* * *

Ἀ σ κ ή σ ε ι ς. ἐπὶ τῶν μαθημάτων τῆς 5ης τάξεως.

Σχηματίσατε εἰς τὸ ἔδαφος παραλληλόγραμμον καὶ εὕρετε τὸ ἐμβαδόν του.

Σχηματίσατε εἰς τὸ ἔδαφος τραπέζιον καὶ εὕρετε τὸ ἐμβαδόν του.

Γράψατε εἰς τὸ χαρτὶ 5 διάφορα τρίγωνα. Μετρήσατε μὲ τὸ μοιρογνωμόνιον τὰς γωνίας ἑκάστου. Εὕρετε πόσας μοίρας ῖναι τὸ ἄθροισμα τῶν γωνιῶν ἑκάστου τριγώνου.

ΣΦΑΙΡΑ

Εἴπομεν ὅτι ὁ κῶνος ἔχει μίαν κυκλικὴν ἐπίπεδον ἐπιφάνειαν καὶ μίαν κυρτήν. Ὑπάρχει ἓν σῶμα, τὸ ὁποῖον ἔχει μόνον μίαν κυρτὴν ἐπιφάνειαν, τῆς ὁποίας ὅλα τὰ σημεῖα ἀπέχουν ἐξίσου ἀπὸ ἓν σημεῖον, τὸ ὁποῖον ὀνομάζεται κέντρον.

Τὸ σῶμα τοῦτο λέγεται σφαῖρα (σχ. 11) Ἐὰν κόψωμεν τὴν σφαῖραν μὲ τομὴν ἐπίπεδον εἰς οἱονδήποτε σημεῖον, ἡ τομὴ αὐτὴ θὰ παρουσιάζῃ κύκλον. Ἐὰν ἡ τομὴ διέρχεται μακρὰν τοῦ κέντρου, ὁ κύκλος θὰ εἶναι μικρός. Ὅσον ἡ τομὴ πλησιάζε πρὸς τὸ κέντρον, τόσον οἱ κύκλοι γίνονται μεγαλύτεροι. Ὅταν ἡ τομὴ διέλθῃ διὰ τοῦ κέντρου, τότε ὁ κύκλος της εἶναι ὁ μεγαλύτερος ὅλων καὶ λέγεται μέγιστος κύκλος τῆς σφαίρας, ὁ ὁποῖος διαιρεῖ τὴν σφαῖραν εἰς δύο ἴσα ἡμισφαίρια.

Σχ. 11.

Ἡ κυρτὴ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας εἶναι 4 φορὰς μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν ἑνὸς μεγίστου κύκλου.

Ἡ εὐθεῖα, ἡ ἑνώνουσα τὸ κέντρον τῆς σφαίρας μὲ οἱονδήποτε σημεῖον τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας της, λέγεται ἀκτίς. Ἡ ἀκτὶς τῆς σφαίρας εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀκτῖνα μεγίστου κύκλου. Ἡ εὐθεῖα γραμμή, ἡ ἑνώνουσα δύο σημεῖα τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας καὶ διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, λέγεται διάμετρος. Ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας εἶναι ἴση μὲ τὴν διάμετρον μεγίστου κύκλου.

*
* *

Ἀσκήσεις. Πάρετε ἓν πορτοκάλιον. Δείξατε τὴν κυρτὴν ἐπιφάνειαν. Κάμετε μίαν τομὴν ἐπίπεδον μακρὰν τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Κάμετε ἄλλην πλησιέστερον πρὸς τὸ κέντρον καὶ παρατηρήσατε τοὺς κύκλους τῶν δύο τομῶν. Κάμετε μίαν τομήν, διερχομένην διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Παρατηρήσατε τὸν μέγιστον κύκλον. Εἷς μέγιστος κύκλος ὑπάρχει εἰς τὴν σφαῖραν;

*
* *

Προβλήματα. Τὸ ἐμβαδὸν μεγίστου κύκλου τῆς σφαίρας εἶναι 19,8 τετραγωνικὰ μέτρα. Ποῖον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας της;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ ἀκτὶς σφαίρας εἶναι 9,6. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ μεγίστου κύκλου; Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας της;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ ἀκτὶς σφαίρας εἶναι 17,6. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδόν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας της;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

* * *

Τὴν σφαῖραν δυνάμεθα νὰ φαντασθῶμεν ὅτι ἀποτελεῖται ἀπὸ ἀπείρους πυραμίδας, τῶν ὁποίων ὅλαι αἱ βάσεις ἀποτελοῦν τὴν κυρτὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας καὶ ὅλαι αἱ κορυφαὶ τῶν πυραμίδων συναντῶνται εἰς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας. Ὕψος τῶν πυραμίδων εἶναι ἡ ἀκτὶς τῆς σφαίρας. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸν ὄγκον ὅλων τῶν πυραμίδων πολλαπλασιάζομεν τὸ ἐμβαδὸν ὅλων τῶν βάσεών των ἐπὶ τὸ ὕψος καὶ διαιροῦμεν διὰ 3. Αὐτὸς θὰ εἶναι καὶ ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας.

Εἴπομεν ὅμως ὅτι ὅλαι μαζὶ αἱ βάσεις τῶν πυραμίδων ἀποτελοῦν τὴν κυρτὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας καὶ ὕψος τῶν πυραμίδων εἶναι ἡ ἀκτὶς τῆς σφαίρας. Ἑπομένως, διὰ νὰ εὕρωμεν τὸν ὄγκον τῆς σφαίρας, πολλαπλασιάζομεν τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας της ἐπὶ τὴν ἀκτῖνα καὶ διαιροῦμεν διὰ 3.

* * *

Π ρ ο β λ ή μ α τ α. Τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας σφαίρας εἶναι 669, 3224 τετραγωνικὰ μέτρα καὶ ἡ ἀκτὶς 7,3. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας;

Ἡ ἀκτὶς σφαίρας εἶναι 3,6. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς μεγίστου κύκλου; Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας; Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος της;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

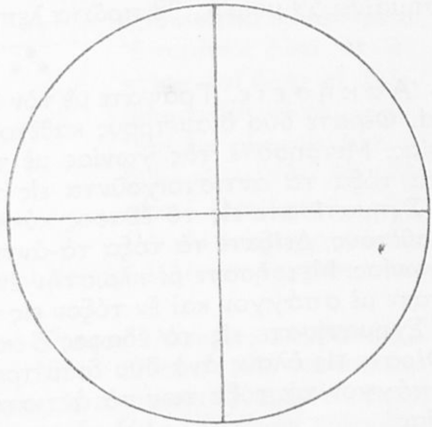
Ἡ ἀκτὶς σφαίρας εἶναι 8 μέτρα. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας της καὶ πόσος ὁ ὄγκος της;

Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

Ἡ ἀκτὶς σφαίρας εἶναι 3,6 μέτρα. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος της; Λύσατε 5 ὅμοια προβλήματα.

*
* *

Χαράσσομεν εἰς τὸ χαρτὶ κύκλον καὶ φέρομεν δύο διαμέτρους καθέτους τὴν μίαν ἐπὶ τῆς ἄλλης. Εἰς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου θὰ σχηματισθοῦν 4 γωνίαι ὀρθαὶ διότι αἱ διάμετροι εἶναι κάθετοι πρὸς ἀλλήλας (σχ. 12). Ὁ κύκλος καὶ ἡ περιφέρεια διαιροῦνται εἰς 4 ἴσα μέρη. Εἰς ἑκάστην ὀρθὴν γωνίαν ἀντιστοιχεῖ τόξον ἴσον μὲ τὸ ἓν τέταρτον τῆς περιφερείας.



Σχ. 12

Ἂν εἰς τὸ ἔδαφος γράψωμεν μὲ σπάγγον μεγάλον κύκλον καὶ φέρωμεν δύο καθέτους διαμέτρους, θὰ ἴδωμεν ὅτι εἰς ἑκάστην ὀρθὴν γωνίαν ἀντιστοιχεῖ πάλιν τόξον ἴσον μὲ τὸ ἓν τέταρτον τῆς περιφερείας.

Ἂν μετρήσωμεν μὲ κλωστὴν ἓν τόξον ὀρθῆς γωνίας εἰς τὸ χαρτὶ καὶ ἓν τόξον ὀρθῆς γωνίας εἰς τὸ ἔδαφος, θὰ ἴδωμεν ὅτι τὸ δεύτερον τόξον εἶναι μεγαλύτερον τοῦ πρώτου. Καὶ τὰ δύο ὅμως ἀντιστοιχοῦν εἰς ὀρθὰς γωνίας, ἐπειδὴ εἶναι τέταρτα περιφερείας. Τὸ τόξον τοῦ ἐδάφους εἶναι μεγαλύτερον, διότι καὶ ὁ κύκλος εἶναι μεγαλύτερος.

Ἀφοῦ ἑκάστη ὀρθὴ γωνία εἶναι 90 μοῖραι, λέγομεν ὅτι καὶ τὸ τέταρτον τῆς περιφερείας εἶναι 90 μοῖραι. Ἐπομένως ὅλη ἡ περιφέρεια κύκλου διαιρεῖται εἰς 360 μοίρας. Αἱ μοῖραι εἰς ὅλας τὰς περιφερείας δὲν ἔχουν τὸ αὐτὸ ἄνοιγμα. Εἰς μικροὺς κύκλους ἔχουν μικρὸν ἄνοιγμα, εἰς μεγάλους μεγάλο. Εἰς τὸν μέγιστον κύκλον τῆς γῆς μία μοῖρα ἔχει ἄνοιγμα 111 χιλιόμετρα. Εἰς τὸν μικρὸν κύκλον τοῦ χαρτιοῦ μία μοῖρα ἔχει ἄνοιγμα μόλις ἑνὸς χιλιοστοῦ τοῦ μέτρου. Ὅσον μεγάλος καὶ ἂν εἶναι ὁ κύκλος, αἱ μοῖραι θὰ εἶναι πάντοτε 360.

Τὰς μοίρας τὰς γράφομεν μὲ ἀριθμὸν καὶ πρὸς τὰ δεξιὰ καὶ ἄνω ἓν μικρὸν μηδενικόν. Π.χ. 46^{0} σημαίνει 46 μοίρας.

Ἑκάστη μοῖρα διαιρεῖται εἰς 60 πρῶτα λεπτά, τὰ ὁποῖα γράφομεν μὲ ἀριθμὸν καὶ εἰς τὰ δεξιὰ καὶ ἄνω μίαν ὀξεῖαν. Ἕκαστον πρῶτον λεπτὸν διαιρεῖται εἰς 60 δεύτερα, τὰ ὁποῖα σημειώνονται μὲ ἀριθμὸν ἔχοντα δύο ὀξείας. Π.χ. 59ο 38′ 46″ σημαίνει 59 μοίρας, 38 πρῶτα λεπτὰ καὶ 46 δεύτερα.

***

Ἀσκήσεις. Γράψατε μὲ τὸν διαβήτην κύκλον εἰς τὸ χαρτί. Φέρατε δύο διαμέτρους καθέτους. Δείξατε τὰς 4 ὀρθὰς γωνίας. Μετρήσατε τὰς γωνίας μὲ τὸ μοιρογνωμόνιον. Δείξατε τὰ τόξα τὰ ἀντιστοιχοῦντα εἰς τὰς ὀρθὰς γωνίας.

Σχηματίσατε εἰς τὸ ἔδαφος κύκλον. Φέρατε δύο διαμέτρους καθέτους. Δείξατε τὰ τόξα τὰ ἀντιστοιχοῦντα εἰς τὰς 4 ὀρθὰς γωνίας. Μετρήσατε μὲ κλωστὴν ἓν τόξον εἰς τὸ χαρτί· Μετρήσατε μὲ σπάγγον καὶ ἓν τόξον εἰς τὸ ἔδαφος.

Σχηματίσατε εἰς τὸ ἔδαφος 5 κύκλους διαφόρων μεγεθῶν. Φέρατε εἰς ὅλους ἀνὰ δύο διαμέτρους καθέτους. Μετρήσατε μὲ σπάγγον τὰ τόξα των τὰ ἀντιστοιχοῦντα εἰς τὰς ὀρθὰς γωνίας.

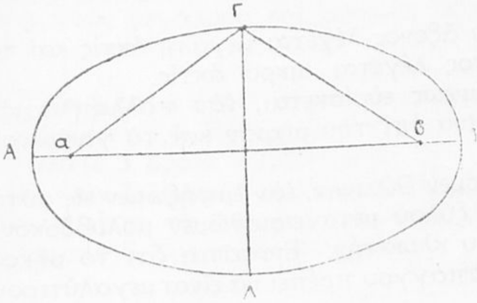
***

Προβλήματα. Εἴπομεν ὅτι εἰς τὸν μέγιστον κύκλον τῆς γῆς τὸ ἄνοιγμα μιᾶς μοίρας εἶναι 111 χιλιόμετρα. Πόσον εἶναι τὸ ἄνοιγμα ἑνὸς πρώτου λεπτοῦ; Πόσον εἶναι τὸ ἄνοιγμα ἑνὸς δευτέρου λεπτοῦ;

Δύο τόποι τῆς γῆς κεῖνται εἰς τὴν περεφέρειαν μεγίστου κύκλου καὶ ἀπέχουσιν ἀλλήλων 3 μοίρας καὶ 27′. Πόσα χιλιόμετρα εἶναι ἡ μεταξύ των ἀπόστασις;

ΕΛΛΕΙΨΙΣ

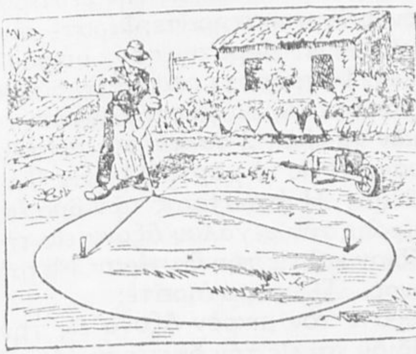
Ἐὰν κόψωμεν κύλινδρον παραλλήλως πρὸς τὴν βάσιν, ἡ τομὴ θὰ παρουσιάζῃ κύκλον ἴσον μὲ τὴν βάσιν. Ἐὰν ὅμως κόψωμεν τὸν κύλινδρον πλαγίως, ἡ τομὴ θὰ παρουσιάζῃ σχῆμα ὁμοιάζον μὲ τὸν κύκλον χωρὶς ὅμως νὰ εἶναι καὶ κύκλος. Τὸ σχῆμα τοῦτο λέγεται ἔλλειψις. (σχ. 13).



Σχ. 13.

Ἡ ἔλλειψις ἔχει περιφέρειαν ὅπως καὶ ὁ κύκλος, ὅλα τὰ σημεῖα της ὅμως δὲν ἀπέχουν ἐξίσου ἀπὸ τὸ κέντρον. Ἑπομένως ὅλαι αἱ ἀκτῖνες καὶ ὅλαι αἱ διάμετροι δὲν εἶναι ἴσαι. Ἔχομεν μίαν μεγίστην διάμετρον, τὴν ΑΒ καὶ μίαν ἐλαχίστην τὴν ΓΔ. Αἱ διάμετροι αὗται λέγονται ἄξονες. Ἔχομεν λοιπὸν εἰς τὴν ἔλλειψιν μεγάλον καὶ μικρὸν ἄξονα.

Διὰ νὰ σχηματίσωμεν εἰς τὸ ἔδαφος ἔλλειψιν, λαμβάνομεν δύο σημεῖα ἀπέχοντα ἀλλήλων ὅσον θέλομεν. Εἰς τὰ σημεῖα ταῦτα ἐμπήγομεν μεγάλα καρφία, εἰς τὰ ὁποῖα δένομεν τὰ ἄκρα ἑνὸς σπάγγου. Ἔπειτα παίρνομεν ἓν ξύλον μυτερὸν καὶ κρατοῦντες πάντοτε τεντωμένα τὰ δύο σκέλη τοῦ σπάγγου χαράσσομεν τὴν περιφέρειαν τῆς ἐλλείψεως, ὅπως χαράσσομεν τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου (σχ. 14).



Σχ. 14.

Τὰ δύο σημεῖα, εἰς τὰ ὁποῖα ἔχομεν ἐμπήξει τὰ καρφία, λέγονται ἑστίαι τῆς ἐλλείψεως. Εἰς τὸ σχῆμα 13 αἱ ἑστίαι εἶναι ἡ α καὶ ἡ β.

Ἐὰν φέρωμεν μίαν εὐθεῖαν ἑνώνουσαν τὰς δύο ἑστίας καὶ τὴν προεκτείνωμεν ἕως ὅτου συναντήσῃ τὴν περιφέρειαν καὶ ἀπὸ τὰ δύο μέρη, ἔχομεν τὸν μεγάλον ἄξονα τῆς ἐλλείψεως καὶ εἶναι ὁ ΑΒ.

Ἐὰν εἰς τὸ μέσον τοῦ μεγάλου ἄξονος φέρωμεν κάθετον καὶ ρὸν ὅσος εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ σώματος. Κάτωθι τοῦ δοχείου θέτομεν πιάτον, διὰ νὰ περισυλλέξωμεν τὸ νερόν. Χύνομεν τὸ ἐκτοπισθὲν νερὸν εἰς ἄλλο μικρότερον κανονικὸν δοχεῖον καὶ εὑρίσκομεν τὸν ὄγκον του. Εἶναι φανερὸν ὅτι ὅσος εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ ἐκχυθέντος νεροῦ εἶναι καὶ ὁ ὄγκος τοῦ σώματος.

***

Ἀσκήσεις. Εὕρετε τὸν ὄγκον ἑνὸς ἀκανονίστου σώματος κατὰ τὸν πρῶτον τρόπον.

Εὕρετε τὸν ὄγκον ἑνὸς ἀκανονίστου σώματος κατὰ τὸν δεύτερον τρόπον.

***

Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι θέλομεν νὰ εὕρωμεν τὸ ὕψος ἑνὸς δένδρου. Ὅταν εἶναι ἥλιος, μετροῦμεν τὴν σκιάν του καὶ ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι εἶναι 4 μέτρα. Πλησίον τοῦ δένδρου στήνομεν κατακορύφως μίαν ράβδον. Μετροῦμεν τὴν σκιὰν τῆς ράβδου καὶ ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι εἶναι 1,6 μέτρα. Μετροῦμεν τὸ μῆκος τῆς ράβδου καὶ ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι εἶναι 2,8. Κάμνομεν τότε τὴν ἀναλογίαν κατὰ τὴν μέθοδον τῶν τριῶν καὶ τὴν ἑξῆς σκέψιν. Ἀφοῦ ράβδος μήκους 2,8 ρίπτει σκιὰν 1,6, δένδρον, ρίπτον σκιὰν 4 μέτρων πόσον ὕψος ἔχει; Ἡ κατάστρωσις τοῦ προβλήματος γίνεται ὡς ἑξῆς

σκιά	ὕψος
1,6	2,8
4	×

Τὰ ποσὰ εἶναι ἀνάλογα. Πολλαπλασιάζομεν τὸ 2,8 ἐπὶ 4 καὶ διαιροῦμεν διὰ 1,6.

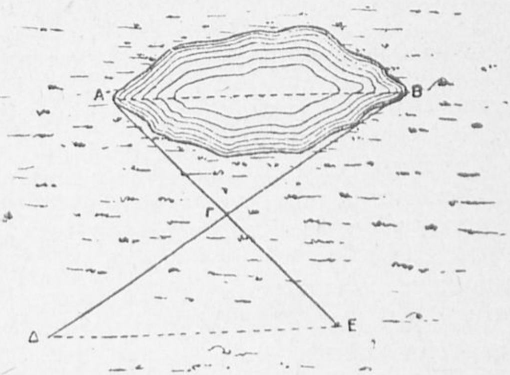
***

Ἀσκήσεις. Εὕρετε τὸ ὕψος οἰκίας ἀπὸ τὴν σκιάν της. Εὕρατε τὸ ὕψος 3 δένδρων ἀπὸ τὴν σκιάν των.

***

Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ἔχομεν μίαν λίμνην ἢ ἓν τέλμα καὶ θέλομεν νὰ μετρήσωμεν τὸ μῆκος του, χωρὶς νὰ δυνάμεθα νὰ εἰσέλθωμεν εἰς τὸ τέλμα (σχ. 15).

Λαμβάνομεν ἔξω τοῦ τέλματος ἓν σημεῖον, τὸ Γ καὶ φέρομεν τὰς εὐθείας ΓΑ καὶ ΓΒ. Ἔπειτα προεκτείνομεν τὴν ΓΒ ἄλλο τόσον καὶ ἔχομεν τὴν εὐθεῖαν ΓΔ. Προεκτείνομεν ἄλλο τόσον καὶ τὴν ΓΑ καὶ ἔχομεν τὴν εὐθεῖαν ΓΕ. Ἔπειτα ἑνώνομεν τὰ



Σχ. 15.

σημεῖα Ε καὶ Δ μὲ τὴν εὐθεῖαν ΔΕ. Αὐτὴ ἡ εὐθεῖα ΔΕ εἶναι ἴση μὲ τὴν ΑΒ, ἡ ὁποία εἶναι τὸ μῆκος τοῦ τέλματος.

***

Ἀ σ κ ή σ ε ι ς. Πάρετε μίαν ἔκτασιν γῆς καὶ ὑποθέσατε ὅτι εἶναι τέλμα, εἰς τὸ ὁποῖον δὲν δύνασθε νὰ εἰσέλθετε καὶ εὕρετε τὸ μῆκος της.

Κάμετε τὸ ἴδιον εἰς ἄλλας ἐκτάσεις.

ΔΙΑΦΟΡΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ἕν τετραγωνικὸν δωμάτιον ἔχει πλευρὰν 4,58 μέτρα Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδόν του;

2. Μία αὐλὴ τετραγωνικὴ ἔχει πλευρὰν 9,46. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδόν της; Πόσαι πλάκες χρειάζονται διὰ νὰ πλακοστρωθῆ, ἐὰν ἡ πλευρὰ ἑκάστης τετραγωνικῆς πλακὸς εἶναι 0,2 τοῦ μέτρου;

3. Ἡ ἀκμὴ κύβου εἶναι 2,16. Πόση εἶναι ἡ ἐπιφάνεια ὅλου τοῦ κύβου;

4. Ἡ ἀκμὴ κύβου εἶναι 0,75. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα χαρτὶ χρειαζόμεθα, διὰ νὰ τὸν σκεπάσωμεν ὁλόκληρον;

5. Ἕν δωμάτιον ἔχει σχῆμα κύβου. Ἡ ἀκμή του εἶναι 4,6. Εἷς ἐλαιοχρωματιστὴς προσφέρεται νὰ τὸ ἐλαιοχρωματίσῃ πρὸς 8,60 τὸ τετραγωνικὸν μέτρον. Πόσα χρήματα θὰ πληρώσωμεν;

6. Μία δεξαμενὴ ἔχει σχῆμα κύβου μὲ ἀκμὴν 5,46. Τὴν γεμίζομεν μὲ νερόν. Δι' ἕκαστον κυβικὸν μέτρον νεροῦ πληρώνομεν 12 δραχμάς. Πόσα χρήματα θὰ δώσωμεν διὰ τὸ νερόν;

7. Οἰκόπεδον τετραγωνικὸν ἔχει πλευρὰν 18,7. Ἐπωλήθη πρὸς 180 δραχμὰς τὸ τετραγωνικὸν μέτρον. Πόσα χρήματα ἐδόθησαν;

8. Ἡ περίμετρος τετραγώνου εἶναι 51,2 μέτρα. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδόν του;

9. Ἔχομεν κιβώτιον κυβικὸν μὲ ἀκμὴν 1,8. Πόσας πλάκας σάπωνος χωρεῖ, ἂν ἑκάστη πλὰξ ἔχει σχῆμα κύβου μὲ ἀκμὴν 0,04;

10. Ἕν οἰκόπεδον ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου. Ἡ μία πλευρά του εἶναι 15,7 καὶ ἡ ἄλλη 12,6. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδόν του;

11. Οἰκόπεδον σχήματος ὀρθογωνίου μὲ μεγάλην πλευρὰν 20,3 καὶ μὲ μικρὰν 15,6 ἐπωλήθη πρὸς 170δραχμὰς τὸ τετραγωνικὸν μέτρον. Πόσα χρήματα ἐδόθησαν;

12. Ἔχομεν οἰκόπεδον σχήματος ὀρθογωνίου μὲ μεγάλην πλευρὰν 28,8 καὶ μὲ μικρὰν 19,4. Οἰκοδομοῦμεν ἐντὸς αὐτοῦ οἰκίαν τετραγωνικὴν μὲ πλευρὰν 11 μέτρων. Πόσον οἰκόπεδον μένει ἐλεύθερον;

13. Ἔχομεν δωμάτιον σχήματος ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου. Ἡ μία ἀκμὴ τῆς βάσεως εἶναι 5,5 καὶ ἡ ἄλλη 3,8. Τὸ ὕψος τοῦ δωματίου εἶναι 4 μέτρα. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ δωματίου;

14. Ἔχομεν εἰς τὴν οἰκίαν μας δύο δωμάτια. Τὸ ἓν ἔχει σχῆμα κύβου μὲ ἀκμὴν 4,6. Τὸ ἄλλο ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου. Ἡ μία ἀκμὴ τῆς βάσεως εὐναι 5,8, ἡ ἄλλη 4,2 καὶ τὸ ὕψος τοῦ δωματίου 4,6. Ποία εἶναι ἡ διαφορὰ τῶν ὄγκων τῶν δύο δωματίων;

15. Μία αὐλὴ ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου μὲ μεγάλην πλευρὰν 20 ,4 καὶ μὲ μικρὰν 12,5. Πρόκειται νὰ τὴν στρώσωμεν μὲ τσιμέντον πρὸς 15 δραχμὰς τὸ τετραγωνικὸν μέτρον. Πόσα χρήματα θὰ πληρώσωμεν;

16. Ἑνὸς ὀρθογωνίου τὸ ἐμβαδὸν εἶναι 211,68 τετραγωνικὰ μέτρα καὶ ἡ μία πλευρὰ 16,8. Πόσον εἶναι ἡ ἄλλη πλευρά;

17. Παραλληλογράμμου τινὸς ἡ βάσις εἶναι 17,5 μέτρα καὶ τὸ ὕψος 8,6. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδόν του;

18. Εἰς ἓν κεκλιμένον παραλληλεπίπεδον μὲ βάσιν ὀρθογώνιον ἡ μία πλευρὰ τῆς βάσεως εἶναι 2,5 καὶ ἡ ἄλλη 5,8 καὶ τὸ ὕψος τοῦ παραλληλεπιπέδου 6,2. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος του;

19. Ὀρθογωνίου τριγώνου ἡ μία τῶν καθέτων εἶναι 4,8 καὶ ἡ ἄλλη 5,6. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν του;

20. Ἰσοπλεύρου τριγώνου ἡ πλευρὰ εἶναι 5,7 μέτρα. Πόσον εἶναι ἡ περίμετρός του;

21. Σκαλινοῦ τριγώνου ἡ βάσις εἶναι 6,4 καὶ τὸ ὕψος 4,2 μέτρα. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδόν του;

22. Τριγωνικῆς πυραμίδος τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως εἶναι 15,8 τετραγωνικὰ μέτρα καὶ τὸ ὕψος 4,7. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος της;

23. Εἰς τετραγωνικὴν πυραμίδα ἡ ἀκμὴ τῆς βάσεως εἶναι 5,3 καὶ τὸ ὕψος της 6,4. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος της;

24. Ἔχομεν πυραμίδα ὀρθογώνιον. Ἡ μία πλευρὰ τῆς βάσεώς της εἶναι 3,6 καὶ ἡ ἄλλη 5,3. Τὸ ὕψος τῆς πυραμίδος εἶναι 9,8. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος της;

25. Κύκλου τινὸς ἡ ἀκτὶς εἶναι 4,7. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδόν του;

26. Κύκλου τινὸς ἡ διάμετρος εἶναι 18,6. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδόν του;

27. Ἡ περιφέρεια κύκλου εἶναι 30,144 μέτρα. Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδόν του;

28. Ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως κυλίνδρου εἶναι 0,86 καὶ τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου 3,7. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι ἡ κυρτὴ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου; Πόσα ὅλη ἡ ἐπιφάνειά του;

29. Ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως κυλίνδρου εἶναι 3,5 καὶ τὸ ὕψος του 6,7. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος του;

30. Κολούρου κώνου ἡ ἀκτὶς τῆς μιᾶς βάσεως εἶναι 1,6 καὶ τῆς ἄλλης 0,6. Τὸ ὕψος 2,5. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι ὁλόκληρος ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κολούρου κώνου;

31. Κώνου ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως εἶναι 3,4 καὶ τὸ ὕψος του 8,2. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου;

32. Ἡ ἀκτὶς τῆς μιᾶς βάσεως κολούρου κώνου εἶναι 2,8 καὶ τῆς ἄλλης 0,6. Τὸ ὕψος του 6,4. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος του;

33. Ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως κώνου εἶναι 4, 9 καὶ τὸ ὕψος του 10,4. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος του;
34. Ἡ ἀκτὶς σφαίρας εἶναι 5 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι ὁ μέγιστος κύκλος της;
35. Ἡ ἀκτὶς σφαίρας εἶναι 2,7. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι ἡ ἐπιφάνειά της;
36. Ἡ διάμετρος σφαίρας εἶναι 10,8. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος της;
37. Ἐλλείψεώς τινος ὁ μεγάλος ἄξων εἶναι 10,8 καὶ ὁ μικρὸς 6,6. Πόση εἶναι ἡ περιφέρειά της;
38. Ἐλλείψεώς τινος ὁ μεγάλος ἄξων εἶναι 8,4 καὶ ὁ μικρὸς 5.4. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι ἡ ἔλλειψις;

ΤΕΛΟΣ

ΠΙΝΑΞ ΤΩΝ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΣΦΑΙΡΑ

ΕΛΛΕΙΨΙΣ

Τὰ νέα Βοηθητικά

1. Π. Παναγοπούλου τέως ἐπιθεωρ. Δημοτ. Σχολείων

		Δρχ.
1.	Παλαιὰ Διαθήκη	8,50
2.	Καινὴ Διαθήκη	8,50
3.	Ἐκκλησιαστικὴ Ἱστορία	8,50
4.	Κατήχησις καὶ Λειτουργική	8,50
5.	Ἡρωϊκοὶ Χρόνοι (Ἱστορία 3ης τάξεως)	8,50
6.	Ἱστορία Ἀρχαίας Ἑλλάδος 4ης τάξεως	8,50
7.	Βυζαντινὴ Ἱστορία Ε΄. τάξεως	8,50
8.	Νέα Ἱστορία Στ΄. τάξεως	8,50
9.	Φυσικὴ Πειραματικὴ Ε΄ καὶ ΣΤ΄	8,50
10.	Γεωμετρία Ε΄	8,50
11.	» ΣΤ΄	8,50

2. Μιχ. Παπαμαύρου τέως Διευθυντοῦ Διδασκαλείου

12.	Ἀριθμητικὰ Προβλήματα Β΄.	6,50
13.	» » Γ΄.	9.—
14.	» » Δ΄.	9.—
15.	» » Ε΄. **ἄρτι ἐγκριθὲν** (1934–38)	
16.	» » ΣΤ΄	9.—
17.	» » Γ΄. Δ΄.	9.—
18.	» » Ε΄. ΣΤ΄.	9.
19.	Ζωολογία Ε΄ (ζῶα ξένων χωρῶν)	8,50
20.	Ζωολογία ΣΤ΄. (Γενικὰ γνωρίσματα ζώων)	8,50
21.	ΦυτολογίαΕ΄ (Ζῶα ξένων χωρῶν)	8,50
22.	Φυτολογία ΣΤ΄ (Γενικὰ γνωρίσματα φυτῶν)	8,50
23.	Γεωμετρία Ε΄ καὶ ΣΤ΄.	

3. Μ. Παπαμαύρου—Π. Παναγοπούλου

24.	Ζφολογία διὰ τὴν 3ην καὶ 4ην τάξιν	8,50

4. Δ. Δημητράκου ἐπιμελείᾳ Δ. Τσαμασφύρου

25.	Γεωγραφία 3ης καὶ 4ης τάξεως (ἀνὰ τὴν Πατρίδα μας)	12.—
26.	» διὰ τὴν 5ην τάξιν	8,50
27.	» » » 6ην τάξιν	8,50

5. Θ. Θεοδωρίδου Δημοδιδασκάλου

28.	Χημεία	6,50
29.	Ὀρυκτολογία	6,50
30.	Φυσικὴ Πειραματικὴ	8,50

6. Ἰωάν. Γεωργοπούλου Γενικοῦ Ἐπιθεωρητοῦ

31.	Χημεία πρὸς χρῆσιν τῶν δημοδιδασκάλων καὶ μαθητῶν	10.—

7. Ἰωάννου Γαλήνη

32.	Γεωγραφία τῆς Ἑλλάδος τάξ. Δ΄	9.—

8. Βασιλείου Πετρούνια Καθηγητοῦ Γυμνασίου

33.	Ἐκκλησιαστικὴ Ἱστορία Ε΄-ΣΤ΄τάξ. **ἄρτι ἐγκριθεῖσα** (1934-38)	
34.	Παλαιὰ Διαθήκη	10.—
35.	Καινὴ Διαθήκη	10.—
36.	Κατήχησις-Λειτουργική	10.—

650

9. Νικολάου Γκινοπούλου

37.	Ἱστορία τοῦ Νέου Ἑλληνισμοῦ ΣΤ΄ τάξ. **ἐγκριθεῖσα** (1934-38)	