

ΣΠΥΡΟΥ Δ. ΡΑΛΛΗ - ΑΝΔΡ. ΤΟΞΟΠΟΥΛΟΥ - ΔΔ. ΤΟΞΟΠΟΥΛΟΥ
ΔΗΜΟΔΙΔΑΣΚΑΛΩΝ

69 ΠΔΒ
Ράλλης (Ε) / Τοξοπούλου (Α) / Τοξοπούλου (Δ)

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ

Κ Α Ι

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

ΓΙΑ ΤΗΝ Ε΄ ΚΑΙ ΣΤ΄ ΤΑΞΗ ΤΟΥ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Έγκριμένον για την τριετία 1962-65
μέ την υπ' άρ. 61330/20-6-52 Δ/γην Υπουργείου Παιδείας.



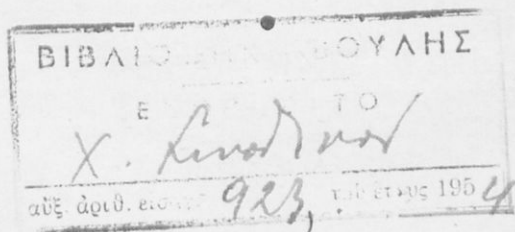
TIMHS ENEKEN

ΤΥΠΟΣ: Χ. ΣΥΝΟΔΙΟΥ - ΛΕΚΚΑ 7
ΑΘΗΝΑΙ 1952

002
ΚΛΣ
ΣΤ2Α
739

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Για την Ε' και ΣΤ' τάξη του Δημοτικού



ΑΘΗΝΑΙ

1952

002
ΕΛΕ
ΣΤΡΑ
739

ΒΑΣΙΛΕΙΟΝ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟΝ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Δ/σις Διδ. Βιβλίων

Ἄριθ. Πρωτ. 61330.

Ἐν Ἀθήναις τῇ 20/6/1952

Πρὸς

Τοὺς κ.κ. Σπυρ. Ράλλη, Ἄνδρον. Τοξοπούλου καὶ Ἀδαμ. Τοξοπούλου

Ἐν τ α ὺ θ α

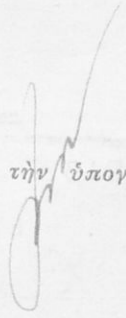
Ἀνακοινοῦμεν ὑμῖν ὅτι διὰ τῆς ὑπ' ἄριθ. 61452/12.6.52 ἀποφάσεως τοῦ Ἑπουργείου μετὰ σύμφωνον γνωμοδότησιν τοῦ Κεντρικοῦ Γνωμοδοτικοῦ καὶ Διοικητικοῦ Συμβουλίου Ἐκπαιδύσεως ἐνεκρίθη τὸ ὑπὸ τὸν τίτλον «*Ἀριθμητικὴ καὶ Προβλήματα*» βιβλίον σας ὡς βοηθητικὸν τοῦ μαθήματος τῆς ἀριθμητικῆς διὰ τοὺς μαθητὰς τῶν Ε' καὶ ΣΤ' τάξεων τοῦ Δημοτικοῦ Σχολείου ἐπὶ μίαν τριετίαν ἀρχομένην ἀπὸ 1.9.1952.

Παρακαλοῦμεν ὅθεν ὅπως μεριμνήσητε διὰ τὴν ἔγκαιρον ἐκτύπωσιν τοῦ βιβλίου τούτου συμμορφούμενοι πρὸς τὰς ὑποδείξεις τοῦ Ἐκπαιδευτικοῦ Συμβουλίου καὶ τὸν κανονισμὸν ἐκδόσεως βοηθητικῶν βιβλίων τοῦ Δημοτικοῦ Σχολείου.

Ε. Υ.

Ὁ Διευθυντὴς
Χ. ΜΟΥΣΤΡΗΣ

*Πᾶν γνήσιον ἀντίτυπον φέρει τὴν ὑπογραφήν τῶν
συγγραφέων.*



ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ὁ πατέρας τοῦ Τάκη Τσάκωνα ἀπὸ τὰ Μποξικά τῆς Κορινθίας εἶναι κτηνοτρόφος. Πούλησε προχθὲς τὸ Σάββατο στὸν χασάπη τοῦ χωριοῦ 5 κατσίκια. Τὸ πρῶτο βγήκε καθαρὸ 5 ὀκάδες, τὸ δεύτερο 6 ὀκ. 250 δράμια, τὸ τρίτο 4 ὀκ. 50 δράμια, τὸ τέταρτο 7 ὀκάδες 100 δράμια καὶ τὸ πέμπτο 8 ὀκάδες. Ὁ χασάπης ὑπολόγισε τὸ κρέας μὲ 18.000 δραχμὲς τὴν ὀκά. Πόσα χρήματα πῆρε ὁ πατέρας τοῦ Τάκη;

2. Ὁ κ. Νίκος Παπουτσιῆς εἶναι ὁ μαραγκὸς πὸν μᾶς ἐφτείαξε τὴ στέγη, τὸ ταβάνι, τὶς πόρτες καὶ τὰ παράθυρα τοῦ σχολειοῦ μας. Μᾶς κάλεσε λοιπὸν νὰ τοῦ κάνουμε τὸ λογαριασμὸ γιὰ τὴν ξυλεία πὸν ἀγόρασε. Τρεῖς φορὲς ἀγόρασε ξυλεία. Τὴν πρώτη φορὰ ἔφερε 4 κυβικὰ ξυλεία καὶ τὰ πλήρωσε 850.000 δραχ. τὸ κυβικὸ, τὴ δεύτερη φορὰ ἔφερε 6 κυβικὰ ξυλεία καὶ τὰ πλήρωσε 1.200.000 δραχ. τὸ κυβικὸ καὶ τὴν τρίτη φορὰ 2 κυβικὰ ξυλεία καὶ τὰ πλήρωσε μὲ 935.000 δραχ. τὸ κυβικὸ. Γιὰ νὰ τὰ μεταφέρῃ μέχρι τὸ χωριὸ πλήρωσε 1.500.000 δραχ. Ἐκάμαμε τὸ λογαριασμὸ καὶ βρήκαμε ὅτι ἔδωσε . . . ἄλλὰ κάμετε καὶ σεῖς ὅλους τοὺς λογαριασμοὺς καὶ βρῆτε πόσα χρήματα ἔδωσε.

3. Στὸ χωριὸ μας συνηθίζουν οἱ κτηνοτρόφοι νὰ ἐνώνουν τὴν ἀνοιξὴ τὰ γίδια ἢ τὰ πρόβατά τους, πὸν ἔδῳ τὰ λένε μὲ ἓνα ὄνομα πράματα. Ὁ Γιάννης Πούλος ἔχει 145 πράματα, ὁ μπαρμπα·Χρήστος Πιστεῦος 207 πράματα καὶ ὁ Κώστας Γιωργούλιας 256 πράματα. Τὰ ἔνωσαν λοιπὸν καὶ τὰ ἔδωσαν στὸν Γιώργο Πούλο νὰ τὰ βόσκει. Πρέπει ὅμως νὰ ξέρῃ ὁ Γιώργος πόσα ἔχει. Μπορεῖτε νὰ τοῦ πῆτε σεῖς;

4. Ὁ Γιώργος καὶ ὁ Τάκης ξεκίνησαν ἀπὸ τὴν Ἀθήνα γιὰ τὴν Κόρινθο μὲ διαφορετικὸ αὐτοκίνητο. Τὸ αὐτοκίνητο πὸν μπῆκε ὁ Γιώργος ἔκαμε 2 ὥρες 35' 28'' γιὰ νὰ φτάσῃ στὴν Κό-

ρινθο, ἐνῶ τὸ ἄλλο αὐτοκίνητο πὺ μπῆκε ὁ Τάκης ἔκαμε 3 ὥρες 7' 15'' γιὰ νὰ φτάσῃ στὴν Κόρινθο. Πόση ὥρα ἀργότερα ἔφτασε ὁ Τάκης;

5. Ὁ Β. Χροσιάδης ἔμπορος στὴ Λάρισα πούλησε αὐτὸ τὸ καλοκαίρι ἀπὸ ἓνα τόπι ἀνδρικό καλοκαιρινὸ ὕφασμα 37 πῆχεις 5 ρούπια. Ὅλο τὸ τόπι ἦταν 54 πῆχεις. Πόσο ὕφασμα τοῦ ἔμεινε ἀπὸ τὸ τόπι αὐτό;

6. Σήμερα οἱ περισσότεροι ἔμποροι ψωνίζουν μὲ λίρες χρυσῆς Ἀγγλίας. Μιὰ χρυσὴ λίρα ἔχει σήμερα 225.000 δραχ. Ὁ κ. Οἰκονόμου ἔμπορος στὴ Νεμέα εἰδοποιήθηκε ἀπὸ τὴν Ἀθήνα νὰ στείλῃ ἀμέσως 38 λίρες γιὰ τὴν ἐξόφληση τῶν ἐμπορευμάτων πὺ παράγγειλε. Δὲν εἶχε ὅμως λίρες κι ἔστειλε δραχμῆς. Πόσες δραχμῆς ἔστειλε;

7. Στὴν Κρήτη καὶ στὴν Πελοπόννησο παράγουν σουλτανίνα καὶ μαύρη σταφίδα. Τὴν ἐφετεινὴ χρονιά εἶχαμε τὴν παρακάτω παραγωγή σὲ ξερὴ σουλτανίνα.

1. Χανιά σουλτανίνα	2.500	τόνοι	70	δκ.	240	δράμια
2. Ἡράκλειο	»	33.000	»	150	»	320
3. Σητεία	»	1.500	»	40	»	80
3. Κόρινθος	»	6.350	»	90	»	200
5. Κιάτο	»	580	»	160	»	290
6. Ξυλόκαστρο	»	165	»	100	»	300
7. Αἴγιο	»	5.300	»	120	»	250

Πόση ἦταν ἡ παραγωγή ὅλης τῆς χώρας σὲ σουλτανίνα; (Σημ. 1 τόννος=780 δκάδες, 1 δκά=400 δράμια).

8. Γιὰ νὰ ράψῃ ἡ μητέρα σου ἑσένα καὶ τῶν τριῶν ἀδελφῶν σου πουνκάμισα, τῆς εἶπε ὁ ἔμπορος ὅτι γιὰ κάθε πουνκάμισο πρέπει ν' ἀγοράσῃ 5 πῆχεις 2 ρούπια. Πόσο ὕφασμα θὰ χρειασθῇ καὶ πόσα χρήματα θὰ πληρώσῃ ἂν κάθε πῆχυς ἔχη 14.000 δραχμῆς;

9. Ἡ μητέρα σου σοῦ ἔδωσε 20.000 δραχ. νὰ πᾶς στὴν ἀγορὰ νὰ ψωνίσῃς. Ἀγόρασες 2 δκ. ντομάτες μὲ 1.500 δραχ. τὴν δκά, 3 δκ. πατάτες μὲ 2.350 δραχ. τὴν δκά, 5 λεμόνια μὲ 750 δραχ. τὸ ἓνα. Μὲ τὰ ὑπόλοιπα ἀγόρασες 10 σοκολάτες. Πόσα ἔδωσες στὰ ψώνια καὶ πόσα χρήματα στοίχισε κάθε σοκολάτα;

10. Ὁ κῆπος τοῦ σχολείου μας ἔχει μῆκος 24,60 μέτρα. Οἱ

ομάδες τοῦ σχολείου μας ποὺ θὰ μοιρασθοῦν τὸν κήπο εἶναι 6. Πόσα μέτρα μήκους σχολικοῦ κήπου θὰ πέσει σὲ κάθε ομάδα;

11. Ὁ κύριος Ἥλιος Τσακμάκης εἶναι κτηνοτρόφος μὲ πολλὰ γίδια. Ἐφέτος ἡ χρονιά πῆγε πολὺ καλά. Ἐγέμισε 52,5 τενεκέδες βούτυρο. Ὁ κάθε τενεκὲς παίρνει 12,5 ὀκ. καὶ τὸ πούλησε τὸ βούτυρο μὲ 34.000 δραχ. τὴν ὀκὰ χοντρικῶς. Τὰ γίδια ὅμως ἔχουν ἀνάγκη τὸ χειμῶνα ἀπὸ φαῖ, γιατί τὸ χιόνι στὰ Θεσσαλικά χωριά δὲν ἀστειεύεται. Ἀγόρασε, λοιπόν, 500 ὀκ. βαμβακόπηττα μὲ 1750 δραχ. τὴν ὀκὰ, 350 ὀκάδες κτηνοτροφικά κουριά μὲ 3240 δραχ. τὴν ὀκὰ καὶ 675 ὀκάδες λαθούρια μὲ 2680 δραχ. τὴν ὀκὰ. Ὅσα χρήματα πῆρε ἀπὸ τὸ βούτυρο τὰ ἔδωσε ὅλα ἢ τοῦ περίσσεψαν καὶ πόσα;

12. Ὁ μπαρμπα - Γιάννης ὁ Καρατζῆς παράγει πολὺ λάδι. Τὴν περασμένη χρονιά ἡ ἔσοδεία του ἔφτασε 2484,60 ὀκ. λάδι καὶ γιὰ νὰ τὸ τοποθετήσῃ ἔφτιαξε 6 μεγάλες ὁμοιες λίμπες. Πόσο λάδι θὰ χωρέσῃ ἡ κάθε μία;

13. Ἡ ναυμαχία στὴ Σαλαμίνα ἔγινε στὰ 480 π.Χ. Πόσα χρόνια ἔχουν περάσει μέχρι σήμερα;

14. Γεννήθηκαν στὶς 14 Δεκεμβρίου τοῦ 1939. Πόσων ἐτῶν, μηνῶν καὶ ἡμερῶν εἶσαι σήμερα;

15. Ἡ Εὐρώπη ἔχει ἔκταση 10.000.000 τετρ. χλμ., ἡ Ἀσία 44.000.000 τετρ. χλμ., ἡ Ἀφρική 30.000.000 τετρ. χλμ., ἡ Αὐστράλια 9.000.000 τετρ. χλμ. Ἄν προσθέσουμε καὶ τὴν ἔκταση τῆς Ἀμερικῆς θὰ δοῦμε ὅτι καὶ οἱ πέντε Ἠπειροὶ ἔχουν ἔκταση 133.000.000 τετρ. χλμ. Πόση λοιπὸν ἔκταση ἔχει ἡ Ἀμερική;

16. Ὁ κ. Παν. Σποῦλος εἶναι σταφιδοπαραγωγός. Εἶχε κατὰ μικροπράγματα νὰ ψωνίσῃ καὶ φόρτωσε στὸ μούλαρι του 83,5 ὀκ. ξερὴ κορινθιακὴ σταφίδα καὶ τὴν πῆγε ἀπὸ τὸ χωριὸ του στὸ παζάρι τῆς Νεμέας νὰ τὴν πουλήσῃ. Ὁ πρῶτος ἔμπορος ποὺ τὸν συνάντησε τοῦ ἔδωσε 2.350 δραχ. τὴν ὀκὰ. Χωρὶς νὰ χάσῃ καιρὸ ὁ κ. Σποῦλος τὴν ἔδωσε κι ἀφοῦ πῆρε τὰ χρήματα πῆγε νὰ ψωνίσῃ. Πῆρε 12,25 ὀκ. πατάτες μὲ 1800 δραχ. τὴν ὀκὰ, 6,50 ὀκ. βακαλάο μὲ 8400 δραχ. τὴν ὀκὰ. Μὲ τὰ ὑπόλοιπα ἀγόρασε τρία ξεύγη πέδιλα γιὰ τοὺς σπιτικούς του. Πόσα πῆρε ἀπὸ

τὴ σταφίδα, πόσα ἔδωσε στὰ ψώνια καὶ πόσο στοίχισε κάθε ζευγὸς πέδιλα ;

17. Ὅταν ἔρχεται ξένος στόλος κάθομαι στὸ μπαλκόνι μου στὸν Πειραιᾶ καὶ κάνω γοῦστο πὺν χαριετοῦν μὲ τὰ κανόνια τους. Ἐνῶ πλέουν ρίχνουν κι ἀπὸ μιὰ κανονιά. Πρῶτα βλέπω τὴ λάμψη κι ἔπειτα ἀκούω τὸν ἤχο. Ξέρω ὅτι ὁ ἤχος τρέχει 340 μέτρα τὸ δευτερόλεπτο, ἐνῶ τὴ λάμψη τὴ βλέπω ἀμέσως. Ὑπολογίζω λοιπόν, κρατώντας τὸ ρολοῖ μου στὸ χέρι πόσο μακριὰ εἶναι τὸ καράβι ἀπὸ μένα, κάθε φορὰ πὺν ρίχνει κανονιά. Τὴν πρώτη κανονιά τὴν ἀκουσα ἔπειτα ἀπὸ 12'', τὴν δεύτερη ἔπειτα ἀπὸ 9'', τὴν τρίτη ἔπειτα ἀπὸ 7'', τὴν τέταρτη ἔπειτα ἀπὸ 4'' καὶ τίς ὑπόλοιπες ὡς τίς εἴκοσι μία τίς ἀκουα πάντα ἔπειτα ἀπὸ 2''. Πόσα μέτρα μακριὰ μου ἦταν τὸ καράβι κάθε φορὰ ;

18. Ὁ κρεοπώλης κ Θύμιος Λαφαζάνης ἔσφαξε στὴν Ἐλευσίνα τρία μοσχάρια κι ἔπιασε 1.687.400. Κάθε ὀκὰ κρέας πουλήθηκε μὲ 22.500 δραχ. Πόσες ὀκάδες ἦταν τὸ κρέας ;

19. Ἐνας βιβλιοπώλης ἐπούλησε φέτος 17.600 βιβλία μὲ 5.000 τὸ ἕνα. Ἀπ' αὐτὰ ἦσαν ἔξοδα, τυπωτικά καὶ ἐκπτώσεις 3.200 δραχ. κάθε βιβλίο. Πόσο ἦταν τὸ κέρδος του ἀπὸ τὰ βιβλία πὺν πούλησε ;

20. Ἡ κ. Εὐαγγελία Φλώρου κατέβασε στὸ παζάρι τῆς Ἀγιάς 300 αυγὰ καὶ τὰ πούλησε μὲ 1800 δραχ. τὸ ζευγάρι. Πόσα λεπτιὰ πῆρε ;

21. Ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ στὴ Θεσσαλονίκη εἶναι 640 χιλιόμετρα. Πόσες ὄρες κάνει ὁ οὐδηρόδρομος νὰ πάη, ὅταν τρέξη μὲ 36 χλμ. τὴν ὥρα ;

22. Γιὰ νὰ κάμουν οἱ ἔμποροι εἰσαγωγὲς ἀπὸ ξένες γῶρες ζητοῦν ἀπὸ τὸ Ὑπουργεῖο Οἰκονομικῶν νὰ τοὺς χορηγήσῃ μία πίστωση σὲ δολλάρια. Τὸ κατὰστημα εἰδῶν ἀλιείας Ἰωάν. Φαρουτζία, στὸν Πειραιᾶ, πῆρε ἀπὸ τὸ Ὑπουργεῖο μία πίστωση 1200 δολλαρίων γιὰ νὰ φέρῃ ἀπὸ τὴν Τσεχοσλοβακία εἰδικὰ γυαλιὰ πυριάντοχα. Τὸ κάθε δολλάριο τὸ ὑπολογίζουμε 15.000 δραχ. Τοῦ ἔστειλαν, λοιπόν, ἀπὸ τὴν Τσεχοσλοβακία 225 γυαλιὰ. Ἐπλήρωσε φόρο στὸ τελωνεῖο 9.000.000 δραχ. Πόσο πρέπει νὰ πουλήσῃ κάθε γυαλιὸ γιὰ νὰ κερδίσῃ στὸ καθένα 60.000 δραχ. ;

23. Στὸ χωριό μου τὸ Κοινοτικὸ Συμβούλιο ἔβαλε φόρο

στό λάδι 25 δραχμές τὴν ὀκά. Ὅλο τὸ χωριὸν παρήγαγε 360.000 ὀκάδες. Πόσο φόρο θὰ εισπράξει ἡ Κοινότητα;

24. Στὴν ἐβδομαδιαία ἀγορὰ τῆς Ἁγίας Λαρίσης, κατεβάζουν οἱ χωρικοὶ κάθε Σάββατο κάστανα καὶ τὰ πουλοῦν. Ἡ Κοινότητα Ἁγίας βάζει φόρο στὴν πλατεῖα ποῦ ἀκουμποῦν τὰ κάστανα. Σὲ κάθε ὀκά πληρώνουν φόρο 15 δρχ. Αὐτὸ τὸ Σάββατο εἶχε εισπράξεις 246.000 δρχ. Πόσες ὀκάδες κάστανα ἤλθαν στὴν ἀγορά;

25. Ὁ ἔμπορος μῆλων Γ. Σερμανίδης ἐφόρτωσε ἀπὸ τὸν Ἁγιοκάμπο τῆς Σκῆτης - Ἁγίας 105.840 ὀκάδες μῆλα καὶ τὰ πλήρωσε στὸν τόπο τῆς παραγωγῆς 1840 δρχ. τὴν ὀκά. Γιὰ νὰ τὰ συσκευάσῃ ἐπλήρωσε 30 δρχ. τὴν ὀκά καὶ γιὰ νὰ τὰ μεταφέρει στὴ Θεσσαλονίκη ἐπλήρωσε 230 δρχ. τὴν ὀκά. Εἶχε ὅμως ζημιές. Τοῦ ἐσάπισαν καὶ πέταξε 2.120 ὀκάδες μῆλα. Στὴ Θεσσαλονίκη πούλησε τὰ ὑπόλοιπα χοντρικῶς καὶ εἰσέπραξε 232.716.000. Ζημίωσε ἀπὸ τὸ ἐμπόριο ἢ κέρδισε καὶ πόσα;

26. Ἡ κυρὰ - Σοφία εἶναι πρώτη στὸν ἀργαλειὸ στὰ Μποζικὰ τῆς Κορινθίας. Βγάζει 12 πήχεις τὴν ἡμέρα. Δουλεύει 26 μέρες τὸ μῆνα καὶ σὲ κάθε πῆχυν παίρνει 4.500 δρχ. ὑφαντικά. Πόσα χρήματα βγάζει ὅλο τὸ μῆνα;

27. Ἡ τιμὴ ἀσφαλείας τοῦ σταριοῦ ὁρίσθηκε σὲ 2.300 δρχ. τὴν ὀκά. Τὸ κράτος θὰ συγκεντρώσῃ στὴν τιμὴ αὐτὴ 100.000 τόννους σταριοῦ ἀπὸ τοὺς παραγωγούς. Ἄν συγκεντρώσῃ ὅλη τὴν ποσότητα, πόσα χρήματα θὰ πάρουν οἱ παραγωγοί; (Σημ. 1 τόννος=780 ὀκάδες).

28. Τὰ περασμένα Χριστούγεννα ἀγόρασα 4 πήχεις καὶ 3 ρούπια ἀγγλικὸ μάλλινο ὕφασμα μὲ 120.000 δρχ. τὸν πῆχυν. Πόσα ἐπλήρωσα στὸ ὕφασμα;

29. Ὁ κ. Νίκος ἐπλήρωσε στὴν ἐταιρεία Ὑδάτων Ἀθηνῶν γιὰ νερὸ τῆς προηγούμενης τριμηνίας δρχ. 53.650. Ἡ ἐταιρεία ὑπολογίζει τὸ νερὸ μὲ 2300 δρχ. τὸ κυβικὸ μέτρο. Πόσα κυβικὰ μέτρα νερὸ ἐξόδεψε τὴν παραπάνω τριμηνία ὁ κ. Νίκος;

30. Ἡ Ἡλεκτρικὴ ἐταιρεία Ἀθηνῶν - Πειραιῶς ἔχει ὀρίσει τὴν τιμὴ τοῦ συνηθισμένου ἠλεκτρικοῦ ρεύματος σὲ 750 δρχ. τὸ κιλοβάτ. Στὸ σπίτι τοῦ κ. Τάσου ἔκαψαν αὐτὸ τὸ μῆνα 19 κιλοβάτ. Πόσος θὰ εἶναι ὁ λογαριασμὸς ποῦ θὰ πληρώσῃ ὁ κ. Τάσος;

31. Ἡ λίμνη τοῦ Μαραθῶνα περιεῖχε στίς 19 Δεκεμβρίου 1950 9.007.000 κυβικά μέτρα νερό, ἐνῶ στίς 19 Δεκεμβρίου 1949 ἡ λίμνη περιεῖχε 20.240.000 κυβικά μέτρα νερό. Πόση εἶναι ἡ διαφορὰ τοῦ νεροῦ ἀπὸ τῆ μιὰ ἡμερομηνία στὴν ἄλλη;

32. Τὸ ταχυδρομεῖο Κορίνθου ἐπούλησε σήμερα: 150 γραμματόσημα τῶν 700 δραχμῶν, 150 γραμματόσημα τῶν 50 δραχμῶν, 96 γραμματόσημα τῶν 1500 δραχ. καὶ 465 γραμματόσημα τῶν 100 δραχμῶν. Ἐπίσης εἰσέπραξε ἀπὸ τὴν ἀποστολὴ ταχυδρομικῶν δεμάτων 680.000 δραχμές. Πόσες εἶναι οἱ σημερινές εἰσπράξεις τοῦ Ταχυδρ. Γραφείου Κορίνθου;

33. Παραμονὲς Χριστουγέννων. Ὁ κόσμος κινεῖται γιὰ ψόγια. Τὸ κρεωπωλεῖο τοῦ κ. Καράγιωργα ἔκαμε τὴν παρακάτω πούληση: 126 ὀκάδες κρέας ἀρνιοῦ μὲ 26.000 δραχ. τὴν ὀκά, 93,5 ὀκάδες κρέας μοσχαριοῦ μὲ 18.500 δραχ. τὴν ὀκά. Πόσα εἰσέπραξε;

34. Μεγάλῃ κίνηση ἔχουν ἐπίσης τὰ παντοπωλεῖα. Τὸ κατάστημα τοῦ κ. Ἀργυρίου στὸν Πειραιᾶ ἔκαμε τὴν παρακάτω πούληση: Βούτυρο γάλακτος 128,5 ὀκάδες μὲ 52.000 δραχ. τὴν ὀκά, 165, 2 ὀκάδες τυρὶ φέτα μὲ 18.000 δραχ. τὴν ὀκά καὶ 53,6 ὀκάδες κασέρι Θεσσαλίας μὲ 28.600 δραχ. τὴν ὀκά. Πόσα εἰσέπραξε;

35. Ἀκόμα μεγαλύτερη κίνηση ἔχουν αὐτὲς τὶς ἡμέρες τὰ καταστήματα ποὺ πωλοῦν παιδικὰ παιχνίδια. Τὸ κατάστημα «Μπιμπελὸ» στὴν Ἀθήνα ἔκαμε τὴν παρακάτω πώληση: 316 κοῦκλες μὲ 25.000 δραχ. τὴ μία, 85 παιδικὰ καροτσάκια μὲ 28.500 δραχ. τὸ ἕνα, 27 σιδηροδρόμους μὲ 83.500 δραχ. τὸ ἕνα. Πόσα εἰσέπραξε;

36. Τὰ παιδιά τοῦ σχολείου μας γύρισαν κι εἶπαν αὐτὲς τὶς ἡμέρες τὰ κάλαντα. Ἐμάζεψαν 386.000 δραχ. καὶ τὶς ἐμοίρασαν: Γιὰ γλυκὰ στὸ νοσοκομεῖο παίδων δραχ. 125.000 καὶ γιὰ τὴ βιβλιοθήκη τοῦ σχολείου 163.000 δραχ. Μὲ τὰ ὑπόλοιπα ἀγόρασαν 3 ζεύγη πέδιλα γιὰ τρία φτωχὰ παιδιά τοῦ σχολείου μας. Πόσο ἔδωσαν στὰ γλυκὰ καὶ στὴ βιβλιοθήκη τοῦ σχολείου καὶ πόσο στοίχισε κάθε ζεῦγος πέδιλα;

37. Ὁ Ἐρυθρὸς Σταυρὸς Νεότητος ἔχει σήματα ΕΣΝ μὲ

500 δραχ. τὸ ἓνα. Ἐστείλαμε 57.500 δραχ. Πόσα σήματα θὰ μᾶς στείλῃ ;

38. Τὸ σιτάρι στοιχίζει 2.250 δραχ. ἡ ὀκά. Τὸ ἀλεῦρι στοιχίζει 3.000 δραχ. ἡ ὀκά. Ἐχω 450.000 δραχ. Πόσες ὀκάδες σιτάρι, ἢ πόσες ὀκάδες ἀλεῦρι μπορῶ ν' ἀγοράσω μ' αὐτὰ τὰ χρήματα ;

39. Εἰσπράττω κάθε μῆνα 1.250.000 δραχμᾶς καὶ ἔσοδον 752.500 δραχ. Σὲ πόσους μῆνες θὰ ἔχω οἰκονομίαις 5.170.000 δραχ.

40. Ἡ χρυσὴ λίρα Ἀγγλίας ἔχει σήμερον 220.000 δραχ. Πόσες δραχμᾶς θὰ πάρω ἂν ἐξαργυρώσω 8 λίρας καὶ 12 σελίνια ;

41. Ὁ ράφτης κ. Π. Λουτρίδης στὸν Πειραιᾶ εἶχε ἓνα τόπι ὕφασμα μάλλινο 52 πήχεις καὶ 4 ρούπια. Τὸ ἔφτιαξε ὄλο ἀνδρικές φορεσιὰς καὶ σὲ κάθε ἀνδρική φορεσιὰ ὑπολόγισε 4 πήχεις καὶ 3 ρούπια. Γιὰ ὕφασμα καὶ ραπτικά ἐπῆρε γιὰ κάθε φορεσιὰ 950.000 δραχμᾶς. Πόσες φορεσιὰς ἔβγαλε ἀπὸ ὄλο τὸ τόπι τοῦ ὕφασματος καὶ πόσα χρήματα εἰσέπραξε ;

42. Ὁ συνεταιρισμὸς ἐλαιοπαραγωγῶν Καλαμῶν συγκέντρωσε στὶς ἀποθήκες του πέρουσι 562.835 ὀκάδες λάδι. Τὸ λάδι αὐτὸ τὸ πούλησε χονδρικῶς μὲ 11.815 δραχ. τὴν ὀκά. Ἐκράτησε ὁμοῦ γιὰ ἔξοδα ἀποθήκης κλπ., 84.425.250 δραχ. Πόσα χρήματα ἔδωσε στοὺς παραγωγούς ;

43. Ὁ κ. Πέτρος Τσάκωνας ἔλαβε ἀπὸ τὴν Ἀμερικὴ ἓνα τσέκ 35 δολλάρια. Πόσες δραχμᾶς θὰ πάρῃ ὅταν ἐξαργυρώσῃ τὸ τσέκ μὲ 15.000 δραχ. τὸ δολλᾶρι ;

44. Στὸ σιδηροοργεῖο τοῦ κ. Ριζούλη στὸν Πυργετὸ-Λαρίσης παρήγγειλε τὸ σχολεῖο μία σιδερένια ἐξώπορτα, ἡ ὁποία ζύγιζε 157 ὀκάδες. Ὁ κ. Ριζούλης ἐζήτησε 7.000 δραχ. τὴν ὀκά γιὰ τὸ σίδηρο καὶ τὴν κατεργασία. Πόσα χρήματα θὰ πληρώσῃ τὸ σχολικὸ ταμεῖο γιὰ τὴν ἐξώπορτα ;

45. Τὰ μαθήματα καὶ διωλείμματα στὸ σχολεῖο μας ἔχουν αὐτὲς τίς ὥρες : Πρῶτη 8-8 καὶ 10'. Πρῶτο μάθημα 8 καὶ 10' ἕως 9. Δεύτερο μάθημα 9 καὶ 10' ἕως 9 καὶ 55'. Τρίτο μάθημα 10 καὶ 15' ἕως 11 καὶ 5' καὶ τέταρτο μάθημα 11 καὶ 15' ἕως 12 καὶ 5'. Πόσες ὥρες κάνουμε μάθημα καὶ πόσες ὥρες διακοῦν τὰ διωλείμματα ;

46. Ἐνα σιδερένιο βαρέλι πετρελαίου ποὺ εἶχε μέσα 100 ὀκάδες πετρελαίου τὸ βάλαμε σὲ δοχεῖα πετρελαίου ἀπ' αὐτὰ ποὺ

χωροῦν 12 ὀκ. καὶ 200 δράμια. Σὲ πόσα δοχεῖα ἐτοποθετήσαμε τὸ πετρέλαιο;

47. Ὁ κ. Σωτήριος Ράπτης παραγωγὸς ἀπὸ τὰ Μποξικά τῆς Νεμέας ἐπούλησε τὶς παραμονὲς τῶν Χριστουγέννων 314,5 ὀκάδες μῆλα καὶ ὁ ἔμπορος τὰ τοποθέτησε σὲ καφάσια, ἀπ' αὐτὰ πὺν χωροῦν 18,5 ὀκάδες μῆλα τὸ καθένα. Πόσα καφάσια ἐγέμισε ὁ ἔμπορος;

48. Γιὰ τὶς 314,5 ὀκάδες μῆλα πῆρε ὁ κ. Ράπτης 1.289.450 δρχ. Πόσο τὴν ὀκά πληρώθηκαν τὰ μῆλα;

49. Ὁ Ραδιοφωνικὸς Σταθμὸς Ἀθηνῶν ἀρχίζει τὸ πρόγραμμα τοῦ στίς 7 τὸ πρωῖ καὶ διακόπτει στίς 3 καὶ 5' μετὰ τὸ μεσημέρι. Ἐπειτα ξαναρχίζει στίς 4 καὶ 45' καὶ σταματᾷ στίς 12 καὶ 5' τὰ μεσάνυχτα. Πόσες ὥρες σὲ εἰκοσιτετράωρο ἐργάζεται καὶ πόσες κάνει διακοπὴ;

50. Τὸ σχολικὸ ἔτος ἀρχίζει στίς 10 Σεπτεμβρίου. Τὰ μαθήματα διακόπτονται ἀπὸ τὶς 23 Δεκεμβρίου μέχρι τὶς 7 Ἰανουαρίου. Ξαναρχίζουν στίς 8 Ἰανουαρίου καὶ διακόπτονται ἀπὸ τὴ Μεγάλῃ Τετάρτῃ μέχρι τὴν Κυριακὴ τοῦ Θωμᾶ. Ξαναρχίζουν καὶ πάλι μέχρι τὶς 30 Ἰουνίου καὶ διακόπτονται πάλι τὰ μαθήματα γιὰ τὶς θερινὲς διακοπὲς μέχρι τὶς 9 Σεπτεμβρίου. Πόσους μῆνες σὲ κάθε σχολικὸ ἔτος γίνονται μαθήματα καὶ πόσους μῆνες διακοῦν οἱ διακοπὲς;

51. Ἡ Κοινοπραξία Συνεταιριστικῶν Ὄργανώσεων Σταφιδοπαραγωγῶν Κιάτου συγκέντρωσε στίς ἀποθῆκες τῆς τὶς παρακάτω ποσότητες Κορινθιακῆς σταφίδας ἀπὸ τὰ παρακάτω χωριά:

1. Μποξικά	650.000	ὀκάδες
2. Τιτάνη	147.334	»
3. Καστράκι	422.650	»
4. Λέριζα	316.182	»
5. Γοννούσα	239.314	»

Πόσες ὀκάδες σταφίδα συγκέντρωσε ἀπ' αὐτὰ τὰ πέντε χωριά; Καὶ πόσοι τόνοι εἶναι αὐτὲς οἱ ὀκάδες;

52. Ὁ καπνέμπορος Καβάλλας κ. Θεοδορίδης συγκέντρωσε στίς ἀποθῆκες τοῦ ἐφέτος 125.210 ὀκάδες καπνά. Τὰ ἀγόρασε μὲ 27.000 δρχ. τὴν ὀκά. Κατὰ τὴν ἐπεξεργασία εἶχε φύρα 5.840

δκάδες. Τὰ καπνὰ τὰ πούλησε μὲ 42.000 δραχ. τὴν δκά. Κέρδισε, ἢ ζημιώθηκε καὶ τί ποσόν;

53. Ὁ χαρτοπώλης Νεμέας κ. Μητρόκος εἶχε τὴν πρώτη Ὀκτωβρίου τὴν παρακάτω πώληση:

- α) Ἀλφαβητάρια 120 μὲ 5.500 δραχ. τὸ ἕνα.
- β) Ἀναγνωστικά Β' 75 μὲ 6.000 δραχ. τὸ ἕνα.
- γ) Ἀναγνωστικά Γ' 82 μὲ 6.500 δραχ. τὸ ἕνα.
- δ) Ἀναγνωστικά Δ' 28 μὲ 6.500 δραχ. τὸ ἕνα.
- ε) Ἀναγνωστικά Ε' 35 μὲ 7.000 δραχ. τὸ ἕνα.
- στ) Ἀναγνωστικά ΣΤ' 64 μὲ 7.500 δραχ. τὸ ἕνα.

Πόσα χρήματα εἰσέπραξε τὴν ἡμέρα ἐκείνη;

54. Στὴ γειτονιά μου εἶνε ἕνα μικρὸ καρβουνιάρικο καὶ καὶ τώρα τὸ χειμῶνα κάνει ὅπωςδήποτε καλὴ δουλειά. Ὁ ἰδιοκτήτης τοῦ μαγαζιοῦ ἀγόρασε τὸ καλοκαίρι 2.000 δκάδες μὲ 1.200 δραχ. τὴν δκά. Εἶχε ὅμως μέσα αὐτὸ τὸ κάρβουνο 250 δκάδες καρβουνόσκονη. Τὴν καρβουνόσκονη τὴν ἐπούλησε μὲ 800 δραχ. τὴν δκά, καὶ τὰ καλὰ κάρβουνα μὲ 1800 δραχ. τὴν δκά. Κέρδισε, ἢ ζημιώθηκε καὶ πόσα;

55. Ὁ αὐγοπώλης κ. Ἰσόπουλος στὸ Πειραιᾶ, ἔφερε ἀπὸ τὴν ὑπαιθρο γιὰ τὶς ἡμέρες τοῦ Πάσχα 15.000 αὐγά, τὰ ὁποῖα ἀγόρασε μὲ 450 δραχμὲς τὸ ἕνα. Ὅταν τὰ ἔβγαζε ἀπὸ τὰ κασόνια τοῦ ἔσπασαν 870 αὐγά. Ἀπὸ τὰ ὑπόλοιπα τὰ μισὰ τὰ πούλησε μὲ 600 δραχ. τὸ ἕνα καὶ τὰ ἄλλα μισὰ μὲ 650 δραχ. τὸ ἕνα. Κέρδισε ἢ ζημιώθηκε καὶ τί ποσόν;

56. Τὸ πετρελαιοκίνητο «Ἅγιος Γεώργιος» νηολογίου Πειραιῶς μετέφερε 23 τόννους καὶ 500 δκάδες κρεμμύδια ἀπὸ τὰ Βάτικα στὸν Πειραιᾶ. Στὸ ταξίδι ὅμως τὸ ἔπιασε φοβερὴ τρικυμία καὶ ἀναγκάστηκε νὰ ρίξει στὴ θάλασσα 7.850 δκάδες κρεμμύδια. Τί φορτίο ἔφερε στὸν Πειραιᾶ;

57. Στὴν Κρήτη ὑπάρχει τὸ ἐργοστάσιο τοῦ κ. Μανωλικάκη πὺ βγάζει τὶς ὥραιες πορτοκαλλάδες. Σὲ κάθε 3,5 δκάδες πορτοκαλλία βγάζει μιὰ δκά χυμὸ πορτοκαλλιοῦ. Τὸν περασμένο χειμῶνα ἀγόρασε 17.500 δκάδες πορτοκαλλία μὲ 600 δραχμὲς τὴν δκά. (Στὴν Κρήτη τὰ πορτοκαλλία τὰ πωλοῦν μὲ τὴν δκά). Τὸν χυμὸ τοῦ πορτοκαλλιοῦ πὺ ἔβγαλε ἀπὸ τὴν ποσότητα αὐτὴ, τὸν πούλησε μὲ 8600 δραχ. τὴν δκά. Ἄν ἀφαιρέση 17.500.000

δρχ. πού ἔκαμε γιὰ νὰ πληρώσῃ τοὺς ἐργάτες, τὰ μπουκάλια, κλπ., τί κέρδος εἶχε;

58. Τὸ γάλα ἐβαπορῶν πού μᾶς ἔρχεται ἀπὸ τὴν Ἀμερικὴ καὶ τὴν Ὀλλανδία, διατηρεῖται μέσα σὲ κουτιά, ἀφοῦ ἀφαιρέσουν τὸ νερό του, ὅταν εἶναι ἀκόμα νωπό. Λένε, λοιπόν, ὅτι ἀπὸ κάθε τρεῖς ὀκάδες γάλα νωπό βγάζουν μία ὀκὰ ἐβαπορῶν. Σ' ἓνα ἐργοστάσιο τῆς Ὀλλανδίας συγκέντρωσαν μία μέρα 12.600 ὀκάδες νωπό γάλα, ἀφαίρεσαν τὸ νερὸ καὶ τοποθέτησαν τὸ καλὸ σὲ κουτιά τῶν 100 δραμίων. Πόσο γάλα ἐβαπορῶν ἔβγαλαν ἀπὸ τὴν ποσότητα αὐτὴ καὶ πόσα κουτιά ἐγένευσαν;

59. Οἱ κτηνοτρόφοι τῆς Θεσσαλίας βγάζουν τὸ καλύτερο βούτυρο ἀπὸ τὸ γίδινο γάλα. Σὲ κάθε 16 ὀκάδες γάλα βγάζουν μία ὀκὰ βούτυρο. Μία μέρα συγκέντρωσαν στὴ στάνη τοῦ τσέλιγγα Γερο-Θανάση, ἀπάνω στ' Ἀγραφα, 576 ὀκάδες γάλα. Πόσο βούτυρο ἔβγαλαν ἀπ' αὐτὸ τὸ γάλα;

60. Οἱ χωρικοὶ μας ὅταν πηγαίνουν στὸ μύλο νὰ ἀλέσουν τὸ σιτάρι τους ὁ μυλωνὰς τοὺς κρατᾷ τὸ ἄξαι, δηλαδὴ τὰ ἀλεστικά του δικαιώματα. Στὶς 100 ὀκάδες κρατοῦν 5, ἢ 6, ἢ 7, καμμιά φορὰ καὶ 10 ὀκάδες. Ὁ γερο-Βασίλης πῆγε στὸ μύλο τοῦ χωριοῦ του 250 ὀκάδες σιτάρι καὶ τοῦ κράτησε ὁ μυλωνὰς 6 ὀκάδες στὶς 100. Πόσες ὀκάδες ἀλεύρι πῆρε στὸ σίτι του ὁ γερο-Βασίλης;

61. Ἀπὸ μιὰ σιδερένια βέργα, πού εἶχε μᾶκρος 4,380 μ. ἔκοψε ὁ σιδηρουργὸς κ. Ἀνδρέας 2,896 μ. Τὸ ὑπόλοιπο τὸ ἔκαμε 4 ἴσες βέργες μικρές. Πόσο μᾶκρος εἶχε κάθε μικρὴ σιδερένια βέργα;

62. Ὁ πατέρας μου εἶναι ὑπάλληλος καὶ παίρνει κάθε μῆνα μισθὸ 980.000 δρχ. Αὐτὸ τὸ μῆνα εἶχαμε στὸ σίτι αὐτὰ τὰ ἔξοδα: α) Γιὰ φαγητὸ 514.250 δρχ. β) γιὰ ἐνοίκιο 67.000 δρχ. γ) γιὰ φῶς 24.400 δρχ. δ) γιὰ νερὸ 12.850 δρχ. ε) γιὰ ρούχα 163.500 δρχ. στ) γιὰ παπούτσια 98.000 δρχ. Πόσα ἦσαν ὅλα τὰ ἔξοδα καὶ πόσα περίσσεψαν τοῦ πατέρα μου;

63. Ὅλο τὸ χωριὸ μας παρήγαγε ἐφέτος 723.200 ὀκάδες κορινθιακὴ σταφίδα. Στὴν Κοινοπραξία Συνεταιρισμῶν εἶπαμε ὅτι παρέδωσε 650.000 ὀκάδες. Πόση κορινθιακὴ σταφίδα ἔμεινε ἀκόμα στὰ χέρια τῶν παραγωγῶν τοῦ χωριοῦ μας;

Κ Λ Α Σ Μ Α Τ Α

1. Αίσθητοποίηση $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$.

(Υλικό: τέσσερα φύλλα χαρτί ὄμοιο)

1. Πάρτε ὄλοι στὰ χέρια σας ἓνα φύλλο χαρτί. Διπλώστε το στὴ μέση. Πόσα ἴσα κομμάτια ἔγινε τὸ φύλλο; Κάθε κομμάτι εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο ἢ ὄχι; Πῶς λέγεται τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ δύο κομμάτια; (μισὸ ἢ ἓνα δεύτερο). Πῶς λέγονται τὰ δύο κομμάτια; Καὶ τὰ δύο μαζὶ εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο ἢ ὄχι; Λοιπὸν πόσα δεύτερα εἶναι τὸ φύλλο; Αὐτὸ γράψτε το: Ὅλοκληρο τὸ φύλλο εἶναι δεύτερα.

2. Πάρτε τὸ δεύτερο φύλλο καὶ διπλώστε το δύο φορές. Πόσα ἴσα κομμάτια ἔγινε τώρα τὸ φύλλο; Κάθε κομμάτι εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο ἢ ὄχι; Πῶς λέγεται τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ τέσσερα κομμάτια; (ἓνα τέταρτο). Πῶς λέγονται τὰ δύο κομμάτια; τὰ τρία; τὰ τέσσερα; Καὶ τὰ τέσσερα μαζὶ εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο ἢ ὄχι; Λοιπὸν, πόσα τέταρτα εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο; Αὐτὸ γράψτε το: Ὅλοκληρο τὸ φύλλο εἶναι τέταρτα.

3. Πάρτε τὸ τρίτο φύλλο καὶ διπλώστε το τρεῖς φορές. Πόσα ἴσα κομμάτια ἔγινε τώρα τὸ φύλλο; Κάθε κομμάτι εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο ἢ ὄχι; Πῶς λέγεται τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ ὀκτὼ κομμάτια; (ἓνα ὄγδοο). Πῶς λέγονται τὰ δύο κομμάτια; τὰ τρία; τὰ τέσσερα; τὰ πέντε; τὰ ἕξι; τὰ ἑπτὰ; τὰ ὀκτώ; Καὶ τὰ ὀκτὼ κομμάτια εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο ἢ ὄχι; Λοιπὸν πόσα ὄγδοα εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο; Αὐτὸ γράψτε το: Ὅλοκληρο τὸ φύλλο εἶναι ὄγδοα.

4. Πάρτε τὸ τέταρτο φύλλο καὶ διπλώστε το τέσσερις φορές. Πόσα ἴσα κομμάτια ἔγινε τώρα τὸ φύλλο; Κάθε κομμάτι εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο ἢ ὄχι; Πῶς λέγεται τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ δεκαῆξι κομμάτια; (ἓνα δέκατο ἕκτο). Πῶς λέγονται τὰ δύο κομμάτια; τὰ τρία; τὰ ἑπτὰ; τὰ ἔντεκα; τὰ δεκαπέντε; τὰ δεκαῆξι; Καὶ τὰ δεκαῆξι κομμάτια εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο ἢ

ὄχι; Λοιπόν, πόσα δέκατα ἕκτα εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο; Αὐτὸ γράφετέ το: Ὅλοκληρο τὸ φύλλο εἶναι . . . δέκατα ἕκτα.

5. Πάρετε τώρα, ὅπως τὰ διπλώσαμε, τὸ πρῶτο καὶ δεύτερο φύλλο. Βάλετε ἀπάνω στὸ ἕνα δεύτερο, τὸ ἕνα τέταρτο. Τὸ σκέπασε ἢ ὄχι; Πόσα τέταρτα θὰ βάλουμε γιὰ νὰ σκεπάσουμε τὸ ἕνα δεύτερο; Αὐτὸ γράφετέ το: Ἕνα δεύτερο εἶναι ἴσο μὲ τέταρτα.

6. Πάρετε τώρα, ἔτσι ὅπως εἶναι διπλωμένα, τὸ πρῶτο καὶ τρίτο φύλλο. Βάλετε ἀπάνω στὸ ἕνα δεύτερο, τὸ ἕνα ὄγδοο. Τὸ σκέπασε ἢ ὄχι; Πόσα ὄγδοα θὰ βάλουμε γιὰ νὰ σκεπάσουμε τὸ ἕνα δεύτερο; Αὐτὸ γράφετέ το: Ἕνα δεύτερο εἶναι ἴσο μὲ . . . ὄγδοα.

7. Πάρετε τώρα, πάλι ἔτσι ὅπως εἶναι διπλωμένα, τὸ πρῶτο καὶ τὸ τέταρτο φύλλο. Βάλετε ἀπάνω στὸ ἕνα δεύτερο τὸ ἕνα δέκατο ἕκτο. Τὸ σκέπασε ἢ ὄχι; Πόσα δέκατα ἕκτα θὰ βάλουμε γιὰ νὰ σκεπάσουμε τὸ ἕνα δεύτερο; Αὐτὸ γράφετέ το: Ἕνα δεύτερο εἶναι ἴσο μὲ . . . δέκατα ἕκτα.

8. Πάρετε τώρα τὸ δεύτερο καὶ τρίτο φύλλο. Βάλετε ἀπάνω στὸ ἕνα τέταρτο, τὸ ἕνα ὄγδοο. Τὸ σκέπασε ἢ ὄχι; Πόσα ὄγδοα θὰ βάλουμε γιὰ νὰ σκεπάσουμε τὸ ἕνα τέταρτο; Αὐτὸ γράφετέ το. Ἕνα τέταρτο εἶναι ἴσο μὲ . . . ὄγδοα.

9. Πάρετε τώρα τὸ δεύτερο καὶ τέταρτο φύλλο. Βάλετε ἀπάνω στὸ ἕνα τέταρτο, τὸ ἕνα δέκατο ἕκτο. Τὸ σκέπασε ἢ ὄχι; Πόσα δέκατα ἕκτα θὰ βάλουμε γιὰ νὰ σκεπάσουμε τὸ ἕνα τέταρτο; Αὐτὸ γράφετέ το: Ἕνα τέταρτο εἶναι ἴσο μὲ . . . δέκατα ἕκτα.

10. Πάρετε τώρα τὸ τρίτο καὶ τέταρτο φύλλο. Βάλετε ἀπάνω στὸ ἕνα ὄγδοο, τὸ ἕνα δέκατο ἕκτο. Τὸ σκέπασε; Πόσα δέκατα ἕκτα θὰ βάλουμε γιὰ νὰ σκεπάσουμε τὸ ἕνα ὄγδοο; Αὐτὸ γράφετέ το: Ἕνα ὄγδοο εἶναι ἴσο μὲ . . . δέκατα ἕκτα.

11. Βάλετε μπροστά σας τὰ φύλλα τὸ χαρτί ἔτσι ὅπως εἶναι διπλωμένα. Πρῶτα τὸ πρῶτο, κοντά του τὸ δεύτερο, κοντά του τὸ τρίτο, κοντά του τὸ τέταρτο. Ποιὸ εἶναι μεγαλύτερο κομμάτι; Ὅνομάσετέ τα μὲ τὴ σειρά ἀπὸ τὸ μεγαλύτερο ὡς τὸ μικρότερο καὶ γράφετέ το.

2. Αισθητοποίηση $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$.

(Υλικό: τρία φύλλα χαρτί όμοια με τὰ πρώτα).

1. Πάρετε τὸ πρῶτο φύλλο στὸ χέρι καὶ διπλώσετέ το στὰ τρία. Πόσα ἴσα κομμάτια ἔγινε τὸ φύλλο; Κάθε κομμάτι εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο ἢ ὄχι; Πῶς λέγεται τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ τρία κομμάτια; (ἓνα τρίτο). Πῶς λέγονται τὰ δύο; τὰ τρία; Καὶ τὰ τρία μαζί εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο ἢ ὄχι; Πόσα τρίτα εἶναι τὸ φύλλο; Γράψτε το: Ὁλόκληρο τὸ φύλλο εἶναι . . . τρίτα.

2. Πάρετε τὸ δεύτερο φύλλο καὶ διπλώσετέ το στὰ τρία καὶ ἔτσι ὅπως εἶναι τσακίσετέ το στὴ μέση. Πόσα ἴσα κομμάτια ἔγινε τὸ φύλλο; Κάθε κομμάτι εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο ἢ ὄχι; Πῶς λέγεται τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ ἔξι; (ἓνα ἕκτο). Τὰ δύο; τρία; τέσσερα; πέντε; ἔξι; Καὶ τὰ ἔξι μαζί εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο ἢ ὄχι; Πόσα ἕκτα εἶναι τὸ φύλλο; Γράψτε το: Ὁλόκληρο τὸ φύλλο εἶναι. . . . ἕκτα.

3. Πάρετε τὸ τρίτο φύλλο. Διπλώσετέ το ὅπως διπλώσατε τὸ δεύτερο, πρῶτα στὰ τρία, κατόπι στὴ μέση καὶ τώρα ὅπως εἶναι διπλωμένο τσακίσετέ το πάλι στὴ μέση. Πόσα ἴσα κομμάτια ἔγινε τὸ φύλλο; Κάθε κομμάτι εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο; Πῶς λέγεται τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ δώδεκα; (ἓνα δωδέκατο). Τὰ δύο; τρία; πέντε; ἑννιά; ἑνδεκα; δώδεκα; Καὶ τὰ δώδεκα εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο ἢ ὄχι; Πόσα δωδέκατα, λοιπόν, εἶναι ὁλόκληρο τὸ φύλλο; Γράψτε το: Ὁλόκληρο τὸ φύλλο εἶναι δωδέκατα.

4. Πάρετε τώρα, ὅπως τὰ διπλώσαμε τὸ πρῶτο καὶ δεύτερο φύλλο. Βάλετε ἀπάνω στὸ ἓνα τρίτο, τὸ ἓνα ἕκτο. Τὸ σκέπασε ἢ ὄχι; Πόσα ἕκτα θὰ βάλουμε γιὰ νὰ σκεπάσουμε τὸ ἓνα τρίτο; τὰ δύο τρίτα; Γράψτε το:

Τὸ ἓνα τρίτο εἶναι ἴσο μὲ. . . . ἕκτα.

Τὰ δύο τρίτα εἶναι ἴσα μὲ. . . . ἕκτα.

5. Πάρετε τώρα, τὸ πρῶτο καὶ τρίτο φύλλο, διπλωμένα. Βάλετε ἀπάνω στὸ ἓνα τρίτο, τὸ ἓνα δωδέκατο. Τὸ σκέπασε ἢ ὄχι; Πόσα δωδέκατα θὰ βάλουμε γιὰ νὰ σκεπάσουμε τὸ ἓνα τρίτο; τὰ δύο τρίτα; Αὐτὸ γράψτε το:

Τὸ ἓνα τρίτο εἶναι ἴσο μὲ. . . . δωδέκατα.

Τὰ δύο τρίτα εἶναι ἴσα μὲ. . . . δωδέκατα.

6. Πάρτε τώρα τὸ δεύτερο καὶ τρίτο φύλλο, διπλωμένα. Βάλτε ἀπάνω στὸ ἓνα ἕκτο, τὸ ἓνα δωδέκατο. Τὸ σκέπασε; Πόσα δωδέκατα θὰ βάλουμε γιὰ νὰ σκεπάσουμε τὸ ἓνα ἕκτο; τὰ δύο; τὰ τρία; τὰ τέσσερα; τὰ πέντε; Αὐτὸ γράφετέ το:

Τὸ ἓνα ἕκτο εἶναι ἴσο μὲ δωδέκατα.

Τὰ δύο ἕκτα εἶναι ἴσα μὲ δωδέκατα.

Τὰ τρία ἕκτα εἶναι ἴσα μὲ δωδέκατα.

Τὰ τέσσερα ἕκτα εἶναι ἴσα μὲ δωδέκατα.

Τὰ πέντε ἕκτα εἶναι ἴσα μὲ δωδέκατα.

7. Βάλτε προστά σας καὶ τὰ τρία φύλλα ὅπως εἶναι διπλωμένα. Ποιὸ εἶναι μεγαλύτερο κομμάτι; Ὀνομάσετέ τα μὲ τὴ σειρά, ἀπὸ τὸ μεγαλύτερο μέχρι τὸ μικρότερο καὶ γράφετέ το.

3. Αἰσθητοποίηση $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}$.

(Ὑλικό: δύο φύλλα χαρτί, ὅμοια μὲ τὰ πρῶτα)

1. Πάρτε τὸ πρῶτο φύλλο καὶ διπλώσετέ το ἔτσι ὥστε νὰ γίνουν πέντε ἴσα κομμάτια. Κάθε κομμάτι εἶναι ὀλόκληρο τὸ φύλλο; Πῶς λέγεται τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ πέντε; (ἓνα πέμπτο). Τὰ δύο; τρία; τέσσερα; πέντε; Πόσα πέμπτα εἶναι ὀλόκληρο τὸ φύλλο; Γράφετέ το: Ὀλόκληρο τὸ φύλλο εἶναι πέμπτα.

2. Πάρτε τὸ δεύτερο φύλλο καὶ διπλώσετέ το ὅπως καὶ τὸ πρῶτο ὥστε νὰ γίνουν πέντε ἴσα κομμάτια καὶ κατόπι τσακίσετέ το στὴ μέση. Πόσα ἴσα κομμάτια ἔγιναν; Κάθε κομμάτι εἶναι ὀλόκληρο τὸ φύλλο; Πῶς λέγεται τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ δέκα; (ἓνα δέκατο). Τὰ δύο; τρία; ἔξι; ἑννιά; δέκα; Πόσα δέκατα εἶναι ὀλόκληρο τὸ φύλλο; Γράφετέ το: Ὀλόκληρο τὸ φύλλο εἶναι δέκατα.

3. Πάρτε τώρα καὶ τὰ δύο φύλλα διπλωμένα καὶ βάλτε ἀπάνω στὸ ἓνα πέμπτο, τὸ ἓνα δέκατο. Τὸ σκέπασε; Πόσα δέκατα θὰ βάλουμε γιὰ νὰ σκεπάσουμε τὸ ἓνα πέμπτο; τὰ δύο; τὰ τρία; τὰ τέσσερα; Γράψτε το:

Ἐνα πέμπτο εἶναι ἴσο μὲ δέκατα.

Δύο πέμπτα » » » » »

Τρία » » » » »

Τέσσερα » » » » »

4. Βάλετε τώρα μπροστά σας και τὰ δύο φύλλα ἔτσι διπλωμένα. Ποιό εἶναι μεγαλύτερο κομμάτι; Ὀνομάσετε τὰ μὲ τὴ σειρά ποῖο εἶναι μεγαλύτερο και ποῖο μικρότερο και γράψτε το.

4. Σύγκριση τῶν διαφόρων κομματιῶν τοῦ χαρτιοῦ

1. Ὅσα φύλλα χαρτί διπλώσαμε ἀπὸ τὴν ἀρχὴ τοποθετήσατέ τὰ μπροστά σας, ἀνοιγμένα, ὄχι διπλωμένα. Ὅλα τὰ φύλλα βέβαια εἶναι ἴσα. Κι αὐτὸ πού εἶναι χωρισμένο στὰ δύο, κι αὐτὸ πού εἶναι χωρισμένο στὰ τρία, στὰ τέσσερα κλπ. κομμάτια, ὡς αὐτὸ πού εἶναι χωρισμένο σὲ δεκαῆξι κομμάτια. Ὅστε τὸ φύλλο τὸ χαρτί πού εἶναι χωρισμένο σὲ δύο δεύτερα εἶναι ἴσο και μὲ κεῖνο πού εἶναι χωρισμένο σὲ τρία τρίτα καθὼς και μ' αὐτὸ πού εἶναι χωρισμένο σὲ τέσσερα τέταρτα κι ἔτσι πᾶμε μέχρι τὸ τελευταῖο φύλλο. Ὅστε ἢ δύο δεύτερα ποῦμε, ἢ τρία τρίτα, ἢ πέντε πέμπτα, ἢ δέκα δέκατα, ἢ δεκαῆξι δέκατα ἕκτα εἶναι τὸ ἴδιο πρᾶμα. Πάντα δηλαδὴ μιᾶμε γιὰ ἓνα ὁλόκληρο φύλλο χαρτί.

2. Κόψετε τώρα ἀπὸ κάθε φύλλο χαρτί ὅπως τὰ εἶχαμε διπλώσει τὸ ἓνα κομμάτι. Βάλετέ τὰ μὲ τὴ σειρά τὸ ἓνα δίπλα στὸ ἄλλο, ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ μεγαλύτερο μέχρι τὸ μικρότερο. Ὀνομάσετε τὰ και κατόπι νὰ τὰ κολλήσετε στὸ τετράδιο τῆς Ἀριθμητικῆς ἔτσι μὲ τὴ σειρά και νὰ γράψετε κάτω ἀπὸ καθένα τί κομμάτι εἶναι.

Ὁρισμοί :

1. Κλασματικὴ μονάδα λέγεται καθένα ἀπὸ τὰ ἴσα μέρη, στὰ ὁποῖα διαφεῖται ἡ ἀκεραία μονάδα.

2. Κλάσμα λέγεται ἓνα πλῆθος ἀπὸ ἴδιες κλασματικὲς μονάδες, ἢ και μὰ μόνη κλασματικὴ μονάδα.

3. Προσθέτοντας στὴ μία κλασματικὴ μονάδα ἄλλη μιὰ ἴδια και σ' αὐτὲς τρίτη, τέταρτη, πέμπτη κλπ. κάνουμε πλῆθος ἀπὸ κλασματικὲς μονάδες, ὅπως και τοὺς ἀκεραίους ἀριθμοὺς τοὺς σχηματίζουμε ἀπὸ πλῆθος ἀκεραίων μονάδων.

5. Γραφὴ κλασμάτων

1. Ὅσα εἶπαμε μὲ τὰ λόγια θὰ μάθουμε νὰ τὰ γράφουμε μὲ τοὺς ἀριθμοὺς. Τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ δύο ἴσα κομμάτια τῆς κόλ-

λας, τὸ εἶπαμε : ἓνα δεύτερο καὶ τὸ γράφουμε ἔτσι : $\frac{1}{2}$. Τὰ δύο κομμάτια τῆς κόλλας, πῶς τὰ εἶπαμε καὶ πῶς θὰ τὰ γράψουμε; Γράψτε το.

2. Τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ τρία ἴσα κομμάτια τῆς κόλλας τὸ εἶπαμε : ἓνα τρίτο καὶ τὸ γράφουμε ἔτσι : $\frac{1}{3}$. Τὰ δύο κομμάτια πῶς τὰ εἶπαμε καὶ πῶς θὰ τὰ γράφουμε; Τὰ τρία κομμάτια πῶς τὰ εἶπαμε καὶ πῶς θὰ τὰ γράφουμε; Γράψτε τα.

3. Τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ τέσσερα ἴσα κομμάτια τῆς κόλλας πῶς τὸ εἶπαμε; Πῶς θὰ τὸ γράψουμε; Ἐπίσης τὰ δύο, τὰ τρία, τὰ τέσσερα κομμάτια πῶς τὰ εἶπαμε; Πῶς θὰ τὰ γράψουμε; Γράψτε τα.

4. Τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ πέντε ἴσα κομμάτια τῆς κόλλας πῶς τὸ εἶπαμε καὶ πῶς θὰ τὸ γράψουμε; Ἐπίσης τὰ δύο, τρία, τέσσερα, πέντε κομμάτια πῶς τὰ εἶπαμε καὶ πῶς θὰ τὰ γράψουμε; Γράψτε τα.

5. Τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ ἕξι ἴσα κομμάτια τῆς κόλλας πῶς τὸ εἶπαμε καὶ πῶς θὰ τὸ γράψουμε; Ὀνόμασε καὶ γράψε τὰ δύο τρία, τέσσερα, πέντε, ἕξι, ἑπτὰ, ὀκτὼ κομμάτια.

6. Τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ ὀκτὼ ἴσα κομμάτια τῆς κόλλας πῶς τὸ εἶπαμε καὶ πῶς θὰ τὸ γράψουμε; Ὀνόμασε καὶ γράψε τὰ δύο, τρία, τέσσερα, πέντε, ἕξι, ἑπτὰ, ὀκτὼ κομμάτια.

7. Τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ δέκα ἴσα κομμάτια τῆς κόλλας πῶς τὸ εἶπαμε καὶ πῶς θὰ τὸ γράψουμε; Ὀνόμασε καὶ γράψε τὰ δύο, τρία, τέσσερα, κλπ. μέχρι τὰ δέκα κομμάτια.

8. Τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ δώδεκα ἴσα κομμάτια τῆς κόλλας πῶς τὸ εἶπαμε; Γράψτε το. Ἐπίσης ὀνομάσετε καὶ γράψτε τὰ δύο, τρία κλπ. μέχρι τὰ δέκα ἕξι κομμάτια.

9. Στὸ τετραδίό μας κολλήσαμε μὲ τὴ σειρὰ, ἀπὸ τὸ μεγαλύτερο ὡς τὸ μικρότερο, τὰ κομμάτια, πού εἶχαμε κόψει ἀπὸ τὴς κόλλες. Εἶχαμε πεῖ μάλιστα νὰ γράφουμε καὶ μὲ τὰ λόγια: Ἐνα δεύτερο, ἓνα τρίτο, ἓνα τέταρτο.

Τώρα νὰ γράψετε κάτω ἀπὸ τὰ γράμματα καὶ μὲ τοὺς ἀριθμοὺς τὸ κάθε κομμάτι, ἔτσι : $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ κλπ.

10. Ὁ Κωστάκης δὲν ἤξερε νὰ τὰ βάλῃ μὲ τὴ σειρὰ καὶ τὰ ἔγραψε μερδεμένα. Νά, ἔτσι: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{5}$.

Ἐσεῖς μπορεῖτε νὰ τὰ βάλετε σωστὰ στὴ σειρὰ;

6. Κλάσματα χρόνου, μέτρων, χρημάτων, βαρῶν.

1. Ὁ χρόνος ἔχει 12 μῆνες. Ὁ ἕνας μῆνας τί μέρος τοῦ χρόνου εἶναι καὶ πῶς θὰ τὸ γράψουμε; Ἐπίσης οἱ τρεῖς, πέντε, ἑπτὰ, ὀκτώ, δέκα, δώδεκα μῆνες, τί μέρος τοῦ χρόνου εἶναι καὶ πῶς θὰ τὸ γράψουμε;

2. Ὁ μῆνας στὴν Ἀριθμητικὴ λογαριάζεται μὲ 30 μέρες. Ἡ μία μέρα τί μέρος τοῦ μηνὸς εἶναι; Ἐπίσης οἱ πέντε, ὀκτώ, εἴκοσι, τριάντα μέρες, τί μέρος τοῦ μηνὸς εἶναι καὶ πῶς θὰ τὸ γράψουμε;

3. Ἡ ἑβδομάδα ἔχει 7 μέρες. Ἡ μία μέρα τί μέρος τῆς εἶναι; Πῶς θὰ τὸ γράψουμε; Οἱ δύο, τρεῖς, πέντε, ἑπτὰ, τί μέρος τῆς ἑβδομάδας εἶναι καὶ πῶς θὰ τὸ γράψουμε;

4. Τὸ ἡμερονύκτιο ἔχει 24 ὥρες. Ἡ μία ὥρα τί μέρος τοῦ ἡμερονυκτίου εἶναι; Πῶς τὸ γράψουμε; Ἐπίσης οἱ ἕξι, δώδεκα, εἴκοσι τέσσαρες ὥρες τί μέρος τοῦ ἡμερονυκτίου εἶναι καὶ πῶς θὰ τὸ γράψουμε;

5. Ἡ ὥρα ἔχει 60 πρῶτα λεπτά. Τὸ ἕνα πρῶτο λεπτὸ τί μέρος τῆς ὥρας εἶναι; Πῶς γράφεται; Τὰ 15, 30, 45, 60 πρῶτα λεπτά τί μέρος τῆς ὥρας εἶναι καὶ πῶς γράφονται;

6. Ἐνα μέτρο χωρίζεται σὲ 100 δακτύλους ἢ πόντους. Ὁ ἕνας πόντος τί μέρος τοῦ μέτρου εἶναι; Πῶς γράφεται. Οἱ ἑπτὰ, δέκα, τριανταπέντε, πενήντα, ἑκατὸ πόντοι τί μέρος τοῦ μέτρου εἶναι καὶ πῶς γράφονται;

7. Ἐνα μέτρο χωρίζεται σὲ δέκα παλάμες. Ἡ μία παλάμη τί μέρος τοῦ μέτρου εἶναι καὶ πῶς θὰ γραφῇ; Ἐπίσης οἱ 2, 6, 9, 10 παλάμες, τί μέρος τοῦ μέτρου εἶναι καὶ πῶς γράφονται;

8. Ἐνα μέτρο χωρίζεται σὲ 1000 γραμμές. Ἡ μία γραμμὴ τί μέρος τοῦ μέτρου εἶναι καὶ πῶς θὰ γραφῇ; Ἐπίσης οἱ 4, 10,

50, 100, 500, 1000 γραμμές τί μέρος τοῦ μέτρου εἶναι καί πῶς γράφονται;

9. Ὁ πήχυς εἶναι λιγώτερο ἀπό ἕνα μέτρο, (εἶναι 0,64 μ.) καί χωρίζεται σέ 8 ρούπια. Τό ἕνα ρούπι τί μέρος τοῦ πήχεως εἶναι; Ἐπίσης τὰ 2, 3, 5, 7, 8 ρούπια τί μέρος τοῦ πήχεως εἶναι καί πῶς γράφονται;

10. Στό ἐμπόριο τίς κάλτσες, τὰ μαντήλια, τίς πετσέτες, τὰ παλοῦν μέ τή δωδεκάδα, ἢ ντουζίνα, ὅπως τή λένε. Μία δωδεκάδα εἶναι 12 μαντήλια. Τό ἕνα μαντήλι τί μέρος τῆς δωδεκάδας εἶναι καί πῶς θά γραφῆ; Ἐπίσης τὰ 2, 5, 7, 10, 11, 12 μαντήλια τί μέρος τῆς δωδεκάδας εἶναι καί πῶς γράφονται;

11. Τό χιλιάριο ἔχει 1000 δραχμές. Ἡ μία δραχμή τί μέρος τοῦ χιλιάριου εἶναι καί πῶς θά γραφῆ; Ἐπίσης οἱ 50, 100, 500, 1000 δραχμές τί μέρος τοῦ χιλιάριου εἶναι καί πῶς γράφονται;

12. Τό πεντοχίλιορο ἔχει 5 χιλιάρια. Τό ἕνα χιλιάριο τί μέρος τοῦ πεντοχίλιου εἶναι καί πῶς θά γραφῆ; Ἐπίσης τὰ 2, 3, 4, 5 χιλιάρια τί μέρος τοῦ πεντοχίλιου εἶναι καί πῶς γράφονται;

13. Τό δεκαχίλιορο ἔχει 10 χιλιάρια. Τό ἕνα χιλιάριο τί μέρος τοῦ δεκαχίλιου εἶναι καί πῶς θά γραφῆ; Ἐπίσης τὰ 2, 5, 8, 10 χιλιάρια τί μέρος τοῦ δεκαχίλιου εἶναι καί πῶς γράφονται;

14. Τό δεκαχίλιορο ἔχει 2 πεντοχίλια. Τό ἕνα πεντοχίλιορο τί μέρος τοῦ δεκαχίλιου εἶναι καί πῶς γράφεται; Ἐπίσης τὰ 2 πεντοχίλια;

15. Τό εἰκοσαχίλιορο ἔχει 20 χιλιάρια. Τό ἕνα χιλιάριο τί μέρος τοῦ εἰκοσαχίλιου εἶναι καί πῶς γράφεται; Ἐπίσης τὰ 5, 8, 10, 15, 19, 20 χιλιάρια τί μέρος τοῦ εἰκοσαχίλιου εἶναι καί πῶς γράφονται;

16. Τό εἰκοσαχίλιορο ἔχει 4 πεντοχίλια. Τό ἕνα πεντοχίλιορο τί μέρος τοῦ εἰκοσαχίλιου εἶναι καί πῶς θά γραφῆ; Τὰ 2, 3, 4, πεντοχίλια τί μέρος τοῦ εἰκοσαχίλιου εἶναι καί πῶς γράφονται;

17. Τό εἰκοσαχίλιορο ἔχει 2 δεκαχίλια. Τό ἕνα δεκαχίλιορο τί μέρος τοῦ εἰκοσαχίλιου εἶναι καί πῶς γράφεται; Ἐπί-

σης τὰ 2 δεκαχίλιαρα τί μέρος τοῦ εἰκοσαχίλιου εἶναι καί πῶς γράφονται;

18. Ἡ ὀκτὼ ἔχει 400 δράμια. Τὸ ἓνα δράμι τί μέρος τῆς ὀκτῶς εἶναι καί πῶς θὰ τὸ γράψουμε; Ἐπίσης τὰ 2, 10, 25, 50, 100, 300, 399, 400 δράμια τί μέρος τῆς ὀκτῶς εἶναι καί πῶς θὰ τὸ γράψουμε;

19. Ἡ λίτρα στὰ Ἑπτάνησα ἔχει 16 οὐγγιές. Τί μέρος τῆς λίτρας εἶναι ἡ 1, 2, 4, 8, 15, 16 οὐγγιές καί πῶς θὰ τὸ γράψουμε;

20. Τὸ κιλὸ (χιλιόγραμμα) ἔχει 1000 γραμμάρια. Τί μέρος τοῦ κילוῦ εἶναι τὸ 1, 10, 50, 100, 999, 1000 γραμμάρια καί πῶς θὰ τὸ γράψουμε;

7. Σύγκριση κλασμάτων.

Στὴν ἀριθμητικὴ κάθε κομμάτι, κάθε μέρος, ἀπὸ μιὰ δλόκληρη ἀκεραία μονάδα, ἢ ἀπὸ μιὰ δλόκληρη ποσότητα, τὸ λέμε **κλάσμα**.

Γράψετε στὸ τετραδίό σας καί βρῆτε τὶς παρακάτω ἀσκήσεις.

1. Μελετήσατε καλὰ τὶς πρῶτες ἀσκήσεις, ποὺ κάναμε μὲ τὰ διπλωμένα φύλλα, καί πέστε μας ποιὸ εἶναι τὸ μεγαλύτερο κλάσμα σὲ κάθε σειρά:

$$\alpha) \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{4}{8}, \frac{8}{16}, \quad \beta) \frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{4}{12}$$

$$\gamma) \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{8}{12}, \quad \delta) \frac{1}{5}, \frac{2}{10}$$

$$\epsilon) \frac{2}{5}, \frac{4}{10}, \quad \sigma\tau) \frac{3}{5}, \frac{6}{10}, \quad \zeta) \frac{4}{5}, \frac{8}{10}$$

2. Ἀφοῦ βρήκαμε τὶς παραπάνω ἀσκήσεις τώρα νὰ βρῆτε:

α) Πόσες δραχμὲς εἶναι τὸ $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{4}{8}, \frac{8}{16}$ τοῦ χιλιάριου;

β) Πόσες μέρες εἶναι τὸ $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{4}{12}$ τοῦ μηνὸς;

γ) Πόσοι μῆνες εἶναι τὰ $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{8}{12}$ τοῦ χρόνου;

δ) Πόσα δράμια είναι τὸ $\frac{1}{5}, \frac{2}{10}$ τῆς ὀκάς ;

ε) Πόσοι πόντοι εἶναι τὰ $\frac{2}{5}, \frac{4}{10}$ τοῦ μέτρου ;

στ) Πόσες δραχμὲς εἶναι τὰ $\frac{3}{5}, \frac{6}{10}$ τοῦ χιλιάριου ;

ζ) Πόσα δράμια εἶναι τὰ $\frac{4}{5}, \frac{8}{10}$ τῆς ὀκάς ;

3. Ἀφοῦ προσέξετε καλὰ αὐτὲς τὶς ἀσκήσεις, νῆ βρῆτε τὶς παρακάτω, μελετώντας πάλι καλὰ τὶς ἀσκήσεις ποὺ κάναμε μὲ τὰ διπλωμένα φύλλα. Νὰ βρῆτε ποῖο εἶναι τὸ μεγαλύτερο κλάσμα σὲ κάθε σειρά.

α) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$. β) $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}$. γ) $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}$.

4. Ἀφοῦ βρήκατε ποῖο εἶναι μεγαλύτερο κλάσμα, τώρα νὰ βρῆτε :

α) Πόσες δραχμὲς εἶναι τὸ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ τοῦ χιλιάριου ;

β) Πόσες μέρες εἶναι τὸ $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ τοῦ μηνός ;

γ) Πόσα δράμια εἶναι τὸ $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}$ τῆς ὀκάς ;

5. Ἀφοῦ βρήκατε αὐτὲς τὶς ἀσκήσεις κι ἀφοῦ ξαναδῆτε πάλι τὶς ἀσκήσεις ποὺ κάναμε στὴν ἀρχὴ μὲ τὰ διπλωμένα φύλλα, νὰ βρῆτε ποῖο εἶναι τὸ μεγαλύτερο κλάσμα σὲ κάθε σειρά :

α) $\frac{2}{2}, \frac{4}{4}, \frac{8}{8}, \frac{16}{16}$. β) $\frac{3}{3}, \frac{6}{6}, \frac{12}{12}$. γ) $\frac{5}{5}, \frac{10}{10}$.

6. Τώρα μπορεῖτε νὰ μᾶς πῆτε :

α) Πόσες δραχμὲς εἶναι τὰ $\frac{2}{2}, \frac{4}{4}, \frac{8}{8}, \frac{16}{16}$ τοῦ χιλιάριου,

δηλ. πόσα χιλιάρια ;

β) Πόσες μέρες εἶναι τὰ $\frac{3}{3}, \frac{6}{6}, \frac{12}{12}$ τοῦ μηνός ; δηλ.

πόσοι μῆνες ;

γ) Πόσα δράχμα είναι τὰ $\frac{5}{5}$, $\frac{10}{10}$ τῆς ὁκάς; δηλ. πόσες ὁκάδες;

Τώρα ἄς κάνουμε καὶ λίγη διδασκαλία.

Γιὰ νὰ γράψουμε ἓνα κλάσμα τραβῆμε τὴν *εὐθεῖα γραμμὴ* (—). Ὁ ἀριθμὸς ποὺ γράφουμε πάνω ἀπὸ τὴν εὐθεῖα γραμμὴ, φανερώνει πόσα κομμάτια πῆραμε ἀπὸ τὴν ἀκεραία μονάδα ποὺ κόψαμε καὶ λέγεται *ἀριθμητὴς* καὶ ὁ ἀριθμὸς ποὺ γράφουμε κάτω ἀπὸ τὴν εὐθεῖα γραμμὴ φανερώνει σὲ πόσα κομμάτια κόψαμε τὴν ἀκεραία μονάδα καὶ λέγεται *παρονομαστής*. Κι οἱ δυὸ μαζὶ λέγονται *ὄροι τοῦ κλάσματος*.

8. Σύγκριση τῶν κλασμάτων μὲ τὴν ἀκεραία μονάδα.

1. Ὁ Γιώργος ἔχει χίλιες δραχμὲς. Πόσα τέταρτα τοῦ χιλιάρικου εἶναι οἱ χίλιες δραχμὲς;

2. Ὁ Τάκης ἔχει καὶ αὐτὸς χίλιες δραχμὲς. Πόσα δεύτερα τοῦ χιλιάρικου εἶναι οἱ χίλιες δραχμὲς;

3. Ἡ Θανάσω ἔχει καὶ αὐτὴ χίλιες δραχμὲς. Πόσα ὄγδοα τοῦ χιλιάρικου εἶναι οἱ χίλιες δραχμὲς;

$$\text{Ὡστε ἔχουμε: } \frac{4}{4} = 1 \text{ χιλ.}, \quad \frac{2}{2} = 1 \text{ χιλ.}, \quad \frac{8}{8} = 1 \text{ χιλ.}$$

Κοιτάξετε τὸν ἀριθμητὴ καὶ τὸν παρονομαστὴ κάθε κλάσματος ἀπὸ τὰ παραπάνω. Τί βλέπετε.

Ὡστε: Ὅταν ὁ ἀριθμητὴς καὶ ὁ παρονομαστὴς τοῦ κλάσματος εἶναι τὸ κλάσμα εἶναι ἴσο μὲ ἀκεραία μονάδα.

4. Ὁ Ἀλέξης ἔχει πεντακόσιες δραχμὲς. Πόσα δεύτερα τοῦ χιλιάρικου εἶναι οἱ πεντακόσιες δραχμὲς;

5. Ἡ Ἐλενίτσα ἔχει καὶ αὐτὴ πεντακόσιες δραχμὲς. Πόσα τέταρτα τοῦ χιλιάρικου εἶναι οἱ πεντακόσιες δραχμὲς;

6. Κι ὁ Γιάννης ἔχει πεντακόσιες δραχμὲς. Πόσα ὄγδοα τοῦ χιλιάρικου εἶναι οἱ πεντακόσιες δραχμὲς;

$$\begin{aligned} \text{Ὡστε ἔχουμε: } \frac{1}{2} \text{ τοῦ χιλιάρικου} &= 500 \text{ δραχ. (ὅχι ὄλ. χιλ.)} \\ \frac{2}{4} &= 500 \text{ » » » »} \end{aligned}$$

$$\frac{4}{8} \text{ τοῦ χιλιάριου} = 500 \text{ δραχ. (ὄχι ὄλ. χιλ.)}$$

Κοιτάξετε τὸν ἀριθμητὴ καὶ τὸν παρονομαστὴ κάθε κλάσματος ἀπὸ τὰ παραπάνω. Τί βλέπετε;

Ὡστε: Ὄταν ὁ ἀριθμητὴς εἶναι . . . ἀπὸ τὸν παρονομαστή, τὸ κλάσμα εἶναι . . . ἀπὸ μία ἀκεραία μονάδα καὶ λέγεται **γνήσιο**.

7. Ἡ Μαίρη ἔχει χίλιες πεντακόσιες δραχμῆς. Πόσα δευτέρα τοῦ χιλιάριου εἶναι οἱ χίλιες πεντακόσιες δραχμῆς.

8. Ἡ Ἀλέξω ἔχει καὶ αὐτὴ χίλιες πεντακόσιες δραχμῆς; Πόσα τέταρτα τοῦ χιλιάριου εἶναι οἱ χίλιες πεντακόσιες δραχμῆς.

9. Κι ὁ Βασίλης ἔχει χίλιες πεντακόσιες δραχμῆς. Πόσα ὄγδοα τοῦ χιλιάριου εἶναι οἱ χίλιες πεντακόσιες δραχμῆς;

$$\text{Ὡστε ἔχουμε: } \frac{3}{2} \text{ τοῦ χιλ.} = 1500 \text{ δραχ. (δηλ. πάνω ἀπὸ 1 χιλ.)}$$

$$\frac{6}{4} \quad \gg = 1500 \quad \gg \quad \gg \quad \gg \quad \gg$$

$$\frac{12}{8} \quad \gg = 1500 \quad \gg \quad \gg \quad \gg \quad \gg$$

Κοιτάξετε τὸν ἀριθμητὴ καὶ τὸν παρονομαστὴ κάθε κλάσματος ἀπὸ τὰ παραπάνω. Τί βλέπετε;

Ὡστε: Ὄταν ὁ ἀριθμητὴς εἶναι . . . ἀπὸ τὸν παρονομαστή, τὸ κλάσμα εἶναι . . . ἀπὸ μία ἀκεραία μονάδα καὶ λέγεται **καταχρηστικό**.

Ἀσκήσεις

Ἀπὸ τὰ παρακάτω κλάσματα νὰ ξεχωρίσης:

α) Ποιά εἶναι γνήσια, β) Ποιά εἶναι ἴσα μὲ μιά ἀκεραία μονάδα καὶ γ) Ποιά εἶναι καταχρηστικά.

$$1. \frac{4}{10}, \frac{20}{20}, \frac{15}{12}, \frac{1}{4}, \frac{6}{5}, \frac{3}{3}, \frac{10}{20}, \frac{500}{100}, \frac{1000}{1000}, \frac{4}{2}.$$

$$2. \frac{35}{100}, \frac{10}{10}, \frac{60}{50}, \frac{10}{100}, \frac{40}{40}, \frac{7}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{5}, \frac{6}{4}, \frac{11}{12}, \frac{7}{7}.$$

$$3. \frac{4}{3}, \frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{8}{10}, \frac{12}{10}, \frac{10}{10}, \frac{6}{6}, \frac{3}{6}, \frac{9}{6}.$$

9. Ἐξαγωγή ἀκεραίων μονάδων ἀπὸ τὰ καταχρηστικά κλάσματα.

1. Εἶπαμε ὅτι: Ἡ Μαίρη ἔχει $\frac{3}{2}$ τοῦ χιλιάρ. δηλ. $1\frac{1}{2}$ τοῦ χιλ.

Ἡ Ἀλέξω ἔχει $\frac{6}{4}$ » » » $1\frac{2}{4}$ » »

Ὁ Βασίλης ἔχει $\frac{12}{8}$ » » » $1\frac{4}{8}$ » »

Ξέρουμε ὅτι $\frac{2}{2}$ εἶναι 1 χιλιάρικο. Μέχρι τὰ $\frac{3}{2}$ περισσεύει

ἀκόμα $\frac{1}{2}$. Ἔτσι ἔχουμε $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ τοῦ χιλιάρικο.

Ἐπίσης ξέρουμε ὅτι $\frac{4}{4}$ εἶναι 1 χιλιάρικο. Μέχρι τὰ $\frac{6}{4}$ περισσεύουν ἀκόμα $\frac{2}{4}$. Ἔτσι ἔχουμε $\frac{6}{4} = 1\frac{2}{4}$ τοῦ χιλιάρικο.

Ἐπίσης ξέρουμε ὅτι $\frac{8}{8}$ εἶναι 1 χιλιάρικο. Μέχρι τὰ $\frac{12}{8}$ περισσεύουν ἀκόμα $\frac{4}{8}$. Ἔτσι ἔχουμε $\frac{12}{8} = 1\frac{4}{8}$ τοῦ χιλιάρικο.

Ὅταν ἔτσι σκεπτόμεθα μπορούμε νὰ βγάξουμε εὐκόλα ἀπὸ τὰ καταχρηστικά κλάσματα τὶς ἀκέραιες μονάδες. Τώρα μόνος σας μπορεῖτε νὰ βγάξετε τὶς ἀκέραιες μονάδες. Κάνετε λοιπὸν τὶς παρακάτω ἀσκήσεις.

$$\frac{15}{6} =, \quad \frac{8}{4} =, \quad \frac{25}{6} =, \quad \frac{30}{10} =, \quad \frac{4}{3} =,$$

$$\frac{28}{7} =, \quad \frac{16}{5} =, \quad \frac{1000}{100} =, \quad \frac{70}{30} =, \quad \frac{450}{80} =$$

$$\frac{9}{4} =, \quad \frac{70}{50} =, \quad \frac{36}{9} =, \quad \frac{10}{3} =, \quad \frac{60}{25} =$$

3. Μ' ἓνα εὐκόλο τρόπο μπορούμε νὰ βγάξουμε τὶς ἀκέραιες μονάδες: $\frac{15}{6} = \frac{15}{3} \left| \frac{6}{2} = 2\frac{3}{6}$

Διαιροῦμε τὸν ἀριθμητὴ μὲ τὸν παρονομαστή. Τὸ πηλίκον δείχνει τὶς ἀκέραιες μονάδες. Τὸ ὑπόλοιπον εἶναι κλάσμα.

10. Μικτοὶ ἀριθμοί.

Ὁ ἀριθμὸς $2\frac{3}{6}$ καθὼς καὶ οἱ ἄλλοι ἀριθμοὶ πὸν βρήκαμε παραπάνω ὅταν βγάλαμε τὶς ἀκέραυες μονάδες ἀπὸ τὰ καταχρηστικὰ κλάσματα, δὲν εἶναι οὔτε σκέτοι ἀκέραυοι, οὔτε σκέτα κλάσματα. Ἀποτελοῦνται ἀπὸ ἀκέραυο καὶ ἀπὸ κλάσμα καὶ λέγονται **μικτοὶ ἀριθμοί**.

1. Γράψετε μὲ μικτοὺς ἀριθμοὺς τὰ παρακάτω ποσά.

- α) 15 μέτρα καὶ 35 πόντοι =
- β) 28 μέτρα καὶ 6 πόντοι =
- γ) 20 πήχ. καὶ 3 ρούπια =
- δ) 52 πήχ. καὶ 7 ρούπια =
- ε) 125 δκάδ. καὶ 350 δράμια =
- στ) 40 δκάδ. καὶ 100 δράμια =
- ζ) 6 ἔτη καὶ 3 μῆνες =
- η) 18 ἔτη καὶ 9 μέρες =
- θ) 8 μῆνες καὶ 25 μέρες =
- ι) 11 μῆνες καὶ 20 μέρες =

11. Τροπὴ μικτῶν σὲ κλάσματα.

$7\frac{2}{8}$ πήχεις ὕψασμα εἶναι μικτὸς ἀριθμὸς. Γιὰ νὰ τὸν κάνομε κλάσμα λέμε ὅτι κάθε πήχυς ἔχει $\frac{8}{8}$, οἱ 7 πήχεις ἔχουν 7 φορὲς περισσότερα ὕγδοα, δηλαδὴ $\frac{56}{8}$ καὶ $\frac{2}{8}$ γίνονται $\frac{58}{8}$. Λοιπὸν $7\frac{2}{8} = \frac{58}{8}$.

*Ἀλλὰ γιὰ εὐκολία μας κάθε φορὰ πὸν ἔχομε ἓνα μικτὸ νὰ τὸν κάνομε κλάσμα, θὰ λέμε: "Ὀγδοα θὰ γίνη; $8 \times 7 = 56$ καὶ 2 κλασματικὲς μονάδες ὁ ἀριθμητῆς, γίνονται 58. Ὁ ἀριθμὸς 58 θὰ γραφῆ ἀριθμητῆς καὶ παρονομαστῆς γράφεται ὁ παρονομαστῆς τοῦ κλάσματος.

"Ὅστε λοιπὸν; Ἐνα μικτὸ γιὰ νὰ τὸν κάνομε κλάσμα πῶς σκεπτόμεθα καὶ τί ἐνέργειες κάνομε; Γράψετε μόνοι σας τὸ συμπέρασμα σὸ τετραδίον.

Άσκησης.

1. Νὰ γίνουν κλάσματα οἱ παρακάτω μικτοί.

$$\alpha) 12 \frac{1}{5}, 30 \frac{2}{3}, 25 \frac{1}{4}, 16 \frac{4}{10}, 100 \frac{1}{10}, 53 \frac{2}{8}.$$

$$\beta) 6 \frac{1}{2}, 29 \frac{4}{7}, 50 \frac{3}{15}, 18 \frac{7}{12}, 31 \frac{6}{40}, 11 \frac{1}{20}.$$

$$\gamma) 14 \frac{4}{25}, 27 \frac{15}{60}, 150 \frac{3}{9}, 2 \frac{50}{200}, 7 \frac{10}{1000}, 4 \frac{10}{500}.$$

Τροπή ἀκεραίων σὲ κλάσματα.

Ξέρουμε ὅτι μία ἀκεραία μονάδα εἶναι ἴση με $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4},$

$$\frac{5}{5}, \frac{6}{6}, \frac{10}{10}, \frac{100}{100} \text{ κλπ.}$$

Ἄν τώρα 2 ἀκεραίες μονάδες τις κάνουμε δεύτερα, θὰ γίνουν $\frac{4}{2}$. Ἄν 6 ἀκεραίες μονάδες τις κάνουμε τρίτα θὰ γίνουν

$\frac{18}{3}$. Ἄν 10 ἀκεραίες μονάδες τις κάνουμε δέκατα, θὰ γίνουν

$\frac{100}{10}$. Ἄν 5 ἀκεραίες μονάδες τις κάνουμε ἑκατοστά, θὰ γίνουν

$$\frac{500}{100}.$$

Άσκησης.

Τώρα μπορεῖτε καὶ μόνοι σας νὰ κάμετε αὐτὴ τὴν ἐργασία.

α) Οἱ ἀριθμοὶ 9, 16, 5, 8, 27 νὰ γίνουν τρίτα.

β) Οἱ ἀριθμοὶ 100, 7, 25, 90, 10 νὰ γίνουν δέκατα.

γ) Οἱ ἀριθμοὶ 12, 4, 50, 15, 40 νὰ γίνουν ὄγδοα.

δ) Οἱ ἀριθμοὶ 6, 52, 3, 17, 28 νὰ γίνουν ἑκατοστά.

ε) Οἱ ἀριθμοὶ 23, 14, 60, 51, 32 νὰ γίνουν τέταρτα.

12. Ἰδιότητες τῶν κλασμάτων.

1. Γράψετε στὰ τετράδιά σας τὰ κλάσματα :

$$\frac{2}{100}, \frac{4}{100}, \frac{8}{100}, \frac{16}{100}, \frac{32}{100}, \frac{64}{100}.$$

Τὸ κλάσμα $\frac{4}{100}$ εἶναι μικρότερο, ἴσο ἢ μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ κλάσμα $\frac{2}{100}$; Ἐάν εἶναι μεγαλύτερο, πόσες φορές εἶναι μεγαλύτερο;

Τὸ κλάσμα $\frac{8}{100}$ εἶναι μικρότερο, ἴσο ἢ μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ κλάσμα $\frac{2}{100}$ καὶ πόσες φορές;

Ἔτσι νὰ συγκρίνετε ὡς τὸ τέλος ὅλα τὰ κλάσματα μὲ τὸ πρῶτο καὶ νὰ μᾶς πῆτε πόσες φορές μεγαλύτερο εἶναι τὸ καθένα ἀπὸ τὸ κλάσμα $\frac{2}{100}$.

Βρήκαμε λοιπὸν ὅτι τὸ κλάσμα $\frac{4}{100}$ εἶναι δύο φορές μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ κλάσμα $\frac{2}{100}$. Γιὰ κοιτάξετε ὁ ἀριθμητὴς 4 πόσες φορές μεγαλύτερος εἶναι ἀπὸ τὸν ἀριθμητὴ 2;

Ἐπίσης βρήκαμε ὅτι τὸ κλάσμα $\frac{8}{100}$ εἶναι τέσσερες φορές μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ κλάσμα $\frac{2}{100}$. Κι ὁ ἀριθμητὴς 8 εἶναι τέσσερες φορές μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν ἀριθμητὴ 2.

Ἔτσι συγκρίνοντας ὅλα τὰ κλάσματα βλέπουμε ὅτι ὅταν πολλαπλασιάσουμε τὸν ἀριθμητὴ ἑνὸς κλάσματος 2, 4, 8, 16, 32 κλπ. φορές, τὸ κλάσμα τί γίνεται;

Γράψετε αὐτὸν τὸν κανόνα. Εἶναι ἡ πρώτη ιδιότητα τῶν κλασμάτων.

Ἀσκήσεις

Τὰ παρακάτω κλάσματα νὰ γίνουν μεγαλύτερα πολλαπλασιάζοντας τὸν ἀριθμητὴ.

α) $\frac{2}{10}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{10}$ νὰ γίνουν 4 φορές μεγαλύτερα

β) $\frac{3}{50}$, $\frac{6}{15}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{16}{100}$ νὰ γίνουν 6 φορές μεγαλύτερα.

γ) $\frac{4}{100}$, $\frac{15}{60}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{17}{40}$ να γίνουν 10 φορές μεγαλύτερα.

2. Γράψετε στο τετράδιό σας τὰ παρακάτω κλάσματα :

$$\frac{2}{4}, \frac{2}{8}, \frac{2}{16}, \frac{2}{32}, \frac{2}{64}.$$

Συγκρίνετε τὸ κλάσμα $\frac{2}{8}$ μὲ τὸ $\frac{2}{4}$ καὶ πείτε μου ποῖο εἶναι μικρότερο καὶ πόσες φορές; Συγκρίνετε τὸν παρονομαστή 8 καὶ τὸν παρονομαστή 4 καὶ πείτε μου ποιὸς εἶναι μεγαλύτερος;

Ὡστε τὸ κλάσμα $\frac{2}{8}$ εἶναι 2 φορές μικρότερο ἀπὸ τὸ κλάσμα $\frac{2}{4}$. Κι ὁ παρονομαστής του εἶναι δύο φορές μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν παρονομαστή τοῦ πρώτου κλάσματος.

Συγκρίνετε ὅλα τὰ κλάσματα μὲ τὸ πρώτο καὶ πείτε μου πόσες φορές μικρότερο εἶναι τὸ καθένα ἀπὸ τὸ πρώτο καὶ πόσες φορές μεγαλύτερος εἶναι ὁ παρονομαστής του.

Εὐκόλα μπορεῖτε νὰ βγάλετε μόνοι σας τὸ συμπέρασμα.

Ὅταν πολλαπλασιάσουμε τὸν παρονομαστή ἑνὸς κλάσματος 2, 4, 8, 16 κλπ. φορές, τὸ κλάσμα τί γίνεται;

Γράψετε αὐτὸ τὸν κανόνα. Εἶναι ἡ δεύτερη ιδιότητα τῶν κλασμάτων.

Ἀσκήσεις

Τὰ παρακάτω κλάσματα νὰ γίνουν μικρότερα πολλαπλασιάζοντας τὸν παρονομαστή:

α) $\frac{3}{6}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{15}$ νὰ γίνουν 6 φορές μικρότερα.

β) $\frac{4}{10}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{9}$ νὰ γίνουν 10 φορές μικρότερα.

γ) $\frac{5}{25}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{18}{20}$, $\frac{12}{50}$ νὰ γίνουν 4 φορές μικρότερα.

3. Γράψετε στο τετράδιό σας τὰ παρακάτω κλάσματα.

$$\frac{800}{1000}, \frac{400}{1000}, \frac{200}{1000}, \frac{100}{1000}, \frac{50}{1000}, \frac{25}{1000}.$$

Συγκρίνετε τὸ πρῶτο καὶ τὸ δεύτερο κλάσμα. Ποιὸ εἶναι μικρότερο καὶ πόσες φορές; Ποιὸς ἀριθμητῆς εἶναι μικρότερος καὶ πόσες φορές;

Συγκρίνετε ἐπίσης ὅλα τὰ ὑπόλοιπα κλάσματα μὲ τὸ πρῶτο καὶ πείτε μου πόσες φορές μικρότερο εἶναι κάθε κλάσμα ἀπὸ τὸ πρῶτο καὶ πόσες φορές μικρότερος εἶναι ὁ ἀριθμητῆς του ἀπὸ τὸν πρῶτο;

Ἀκόμη πὺ εὔκολα μπορεῖτε νὰ βγάλετε μόνοι σας τὸ συμπέρασμα. Ὄταν διαιρέσουμε τὸν ἀριθμητῆν ἑνὸς κλάσματος διὰ 2, 4, 8, 16 κλπ. τὸ κλάσμα τί γίνεται;

Γράψετε αὐτὸν τὸν κανόνα. Εἶναι ἡ τρίτη ιδιότητα τῶν κλασμάτων.

Ἀσκήσεις.

Τὰ παρακάτω κλάσματα νὰ γίνουν μικρότερα διαιρώντας τὸν ἀριθμητῆ.

α) $\frac{18}{100}$, $\frac{27}{50}$, $\frac{300}{1000}$, $\frac{51}{60}$ νὰ γίνουν 3 φορές μικρότερα.

β) $\frac{25}{40}$, $\frac{60}{70}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{80}{100}$ νὰ γίνουν 5 φορές μικρότερα.

γ) $\frac{48}{58}$, $\frac{24}{30}$, $\frac{16}{25}$, $\frac{128}{200}$ νὰ γίνουν 8 φορές μικρότερα.

4. Γράψετε στὸ τετράδιό σας τὰ παρακάτω κλάσματα:

$$\frac{4}{80}, \frac{4}{40}, \frac{4}{20}, \frac{4}{10}, \frac{4}{5}.$$

Συγκρίνετε τὸ πρῶτο καὶ δεύτερο κλάσμα. Ποιὸ εἶναι μεγαλύτερο καὶ πόσες φορές; Ποιὸς παρονομαστής εἶναι μικρότερος καὶ πόσες φορές;

Συγκρίνετε ἐπίσης ὅλα τὰ ὑπόλοιπα κλάσματα μὲ τὸ πρῶτο καὶ πείτε μου πόσες φορές μεγαλύτερο εἶναι τὸ καθένα ἀπὸ τὸ πρῶτο καὶ πόσες φορές μικρότερος εἶναι ὁ παρονομαστής του ἀπὸ τὸν πρῶτο;

Ἀκόμα εὐκολώτερα τώρα μπορεῖτε νὰ βγάλετε ἐντελῶς μόνοι τὸ συμπέρασμα. Ὄταν διαιρέσουμε τὸν παρονομαστὴ ἑνὸς κλάσματος διὰ 2, 4, 8 κλπ. τὸ κλάσμα τί γίνεται;

Γράψετε αὐτὸν τὸν κανόνα. Εἶναι ἡ τέταρτη ιδιότητα τῶν κλασμάτων.

Ἀσκήσεις.

Τὰ παρακάτω κλάσματα νὰ γίνουν μεγαλύτερα διαιρώντας τὸν παρονομαστή.

α) $\frac{30}{70}, \frac{12}{35}, \frac{6}{42}, \frac{15}{105}$ νὰ γίνουν 7 φορές μεγαλύτερα.

β) $\frac{6}{48}, \frac{15}{120}, \frac{8}{96}, \frac{4}{24}$ νὰ γίνουν 12 φορές μεγαλύτερα.

γ) $\frac{4}{60}, \frac{8}{240}, \frac{3}{45}, \frac{1}{30}$ νὰ γίνουν 15 φορές μεγαλύτερα.

5. Γράψετε στὸ τετράδιό σας τὰ παρακάτω κλάσματα.

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{4}{8}, \frac{8}{16}, \frac{16}{32}$$

Συγκρίνετε τὸ πρῶτο καὶ δεῦτερο κλάσμα. Ποιὸ εἶναι μεγαλύτερο ἢ μικρότερο; Συγκρίνετε τοὺς ἀριθμητές τους καὶ τοὺς παρονομαστές τους. Συγκρίνετε ἐπίσης ὅλα τὰ ὑπόλοιπα κλάσματα μὲ τὸ πρῶτο, καὶ πέστε μου πόσες φορές μεγαλύτερο ἢ μικρότερο εἶναι τὸ καθένα μὲ τὸ πρῶτο. Κοιτάζετε κάθε φορά καλὰ καὶ τοὺς δύο ὅρους κάθε κλάσματος.

Τί συμπέρασμα βγάζετε;

Ὅταν πολλαπλασιάσουμε καὶ τοὺς δύο ὅρους τοῦ κλάσματος μὲ τὸν ἴδιο ἀριθμὸ τὸ κλάσμα τί γίνεται;

Γράψετε καὶ αὐτὸν τὸν κανόνα. Εἶναι ἡ πέμπτη ιδιότητα τῶν κλασμάτων.

Ἀσκήσεις.

Στὰ παρακάτω κλάσματα νὰ πολλαπλασιάσετε καὶ τοὺς δύο ὅρους:

α) $\frac{2}{5}, \frac{1}{4}, \frac{8}{10}, \frac{6}{15}$ ἐπὶ 8 β) $\frac{4}{12}, \frac{25}{100}, \frac{9}{25}, \frac{3}{8}$ ἐπὶ 10.

γ) $\frac{60}{80}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{9}{30}$ ἐπὶ 5.

6. Γράψετε στὸ τετράδιό σας τὰ παρακάτω κλάσματα :

$$\frac{32}{80}, \frac{16}{40}, \frac{8}{20}, \frac{4}{10}, \frac{2}{5}$$

Συγκρίνετε τὸ πρῶτο καὶ δεύτερο κλάσμα. Ποιό εἶναι μεγαλύτερο ἢ μικρότερο; Συγκρίνετε καὶ τοὺς δύο ὄρους κάθε κλάσματος. Συγκρίνετε ἐπίσης ὅλα τὰ υπόλοιπα κλάσματα μὲ τὸ πρῶτο καὶ πέστε μου τί παρατηρεῖτε, δίνοντας κάθε φορά ἰδιαίτερη προσοχὴ καὶ στοὺς δύο ὄρους κάθε κλάσματος.

Τί συμπέρασμα βγάζετε;

Ὅταν διαιρέσουμε καὶ τοὺς δύο ὄρους κάθε κλάσματος μὲ τὸν ἴδιο ἀριθμὸ, τὸ κλάσμα τί γίνεται;

Γράψετε κι αὐτὸν τὸν κανόνα. Εἶναι ἡ ἕκτη ιδιότητα τῶν κλασμάτων. Σᾶς συμβουλεύω νὰ τὶς διαβάσετε πολλὰς φορὰς τὶς ιδιότητες τῶν κλασμάτων γιατί θὰ σᾶς βοηθήσουν πολὺ στὴν παρακάτω ἔργη.

Ἀσκήσεις

Στὰ παρακάτω κλάσματα νὰ διαιρέσετε καὶ τοὺς δύο ὄρους :

α) $\frac{35}{40}, \frac{80}{120}, \frac{75}{200}, \frac{5}{10}$ διὰ 5.

β) $\frac{50}{100}, \frac{125}{500}, \frac{400}{1000}, \frac{75}{225}$ διὰ 25.

γ) $\frac{81}{90}, \frac{36}{63}, \frac{90}{180}, \frac{45}{72}$ διὰ 9.

Σημ. Τὰ κλάσματα ποὺ ἔχουν ἴση ἀξία, ἴση δύναμη, τὰ λέμε *ισοδύναμα*.

13. Ἀπλοποίηση τῶν κλασμάτων

Ἀπλοποιῶ στὴν κυριολεξία θὰ πῆ: κάνω ἓνα πράγμα πρὸ ἀπλό. Ἀπλοποιῶ ἓνα κλάσμα θὰ πῆ: κάνω ἓνα κλάσμα πρὸ ἀπλό ὥστε νὰ καταλαβαίνω τὴν ἀξία του καλύτερα.

Στὶς παραπάνω ἀσκήσεις ὅταν διαιρούσαμε καὶ τοὺς δύο ὄρους τῶν κλασμάτων διὰ 5, διὰ 25, διὰ 9 δὲν κάναμε τίποτε ἄλλο παρὰ *ἀπλοποίηση*. Κι ὅπως εἶπαμε τὰ κλάσματα ποὺ βρί-

σκαμε διαιρώντας και τους δύο όρους κάθε κλάσματος με τον ίδιο αριθμό ήσαν ισοδύναμα με τα πρώτα, είχαν δηλαδή την ίδια αξία.

Για να απλοποιήσουμε οποιοδήποτε κλάσμα, πρέπει πρώτα-πρώτα να ξέρουμε πολύ καλά διαίρεση. Έπειτα θα βρούμε με ποιόν αριθμό διαιρούνται *ακριβώς* (να μην αφήνουν υπόλοιπο) και οι δύο όροι του κλάσματος.

Αυτός ο αριθμός είναι ο κοινός διαιρέτης και των δύο όρων του κλάσματος. Μπορεί να υπάρχει κι άλλος κοινός διαιρέτης. Μπορεί ακόμα να υπάρχει και τρίτος και τέταρτος. Στην απλοποίηση των κλασμάτων εμείς θα βρούμε τον πιο μεγάλο, τον μέγιστο, όπως λέγεται, κοινό διαιρέτη και θα κάμουμε την απλοποίηση.

Ένα παράδειγμα.

Έχουμε να απλοποιήσουμε το κλάσμα $\frac{150}{300}$. Και οι δύο όροι του κλάσματος διαιρούνται με τους παρακάτω αριθμούς: 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 150. Όλοι είναι κοινοί διαιρέτες των αριθμών 150 και 300. Εμείς όμως για να κάνουμε την απλοποίηση θα πάρουμε τον *μέγιστο κοινό διαιρέτη* (Μ.Κ.Δ.) το 150. Κι έχουμε: $\frac{150:150}{300:150} = \frac{1}{2}$. Το κλάσμα $\frac{1}{2}$ είναι

ισοδύναμο με το κλάσμα $\frac{150}{300}$ γιατί ξέρουμε από τις ιδιότητες των κλασμάτων ότι όταν διαιρέσουμε και τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιον αριθμό, το κλάσμα που βρίσκουμε είναι ισοδύναμο με το πρώτο. Οι όροι του κλάσματος $\frac{1}{2}$ δεν απλοποιούνται άλλο γιατί δεν υπάρχει άλλος αριθμός που να διαιρή και τους δύο όρους. Το κλάσμα αυτό λέγεται *ανάγωγο*, και οι όροι του είναι *πρώτοι προς άλλλους*.

Άσκησης.

Να απλοποιηθούν τα παρακάτω κλάσματα με τον Μ.Κ.Δ. τους.

$$\frac{24}{60}, \frac{15}{75}, \frac{40}{200}, \frac{18}{72}, \frac{6}{10}, \frac{16}{40}, \frac{100}{350}, \frac{42}{63}, \frac{25}{100}, \frac{90}{135}, \frac{40}{50}, \frac{32}{96}, \frac{48}{80}$$

$$\frac{75}{175}, \frac{30}{120}, \frac{100}{1000}, \frac{500}{800}, \frac{45}{75}, \frac{240}{400}, \frac{225}{300}, \frac{63}{105}, \frac{42}{70}, \frac{250}{450}, \frac{57}{95}, \frac{4}{8}.$$

Ἐάν δυσκολεύεστε, κάνετε δύο καὶ τρεῖς ἀπλοποιήσεις συνέχεια γιὰ κάθε κλάσμα, ὥσπου νὰ φτάσετε σὲ κλάσμα ἀνάγωγο.

Μερικὰ γιὰ νὰ εὐκολυνώμεθα στὴν γρήγορη διαίρεση.

α) Ἐνας ἀριθμὸς διαιρεῖται ἀκριβῶς διὰ τοῦ 2, ὅταν τὸ τελευταῖο του ψηφίον εἶναι 2, 4, 6, 8, 0.

β) Ἐνας ἀριθμὸς διαιρεῖται ἀκριβῶς διὰ τοῦ 3, 9 ὅταν τὸ ἄθροισμα ὅλων τῶν ψηφίων τοῦ ἀριθμοῦ διαιρεῖται ἀκριβῶς μὲ τὸ 3, 9.

γ) Ἐνας ἀριθμὸς διαιρεῖται ἀκριβῶς διὰ τοῦ 4 ἂν τελειώ-
νη σὲ 00 ἢ τὰ δύο τελευταῖα ψηφία ἀποτελοῦν ἀριθμὸν ποῦ
διαίρεται ἀκριβῶς διὰ 4.

δ) Ἐνας ἀριθμὸς διαιρεῖται ἀκριβῶς διὰ τοῦ 5 ὅταν τὸ
τελευταῖο του ψηφίον εἶναι 0, 5.

ε) Ἐνας ἀριθμὸς διαιρεῖται ἀκριβῶς διὰ τοῦ 6 ὅταν δια-
ρεῖται τοῦλάχιστον καὶ μὲ τὸ 2 καὶ μὲ τὸ 3.

στ) Ἐνας ἀριθμὸς διαιρεῖται ἀκριβῶς διὰ τοῦ 10 ὅταν τε-
λειώνει τοῦλάχιστον σὲ 0.

ζ) Ἐνας ἀριθμὸς διαιρεῖται ἀκριβῶς διὰ τοῦ 100 ὅταν τε-
λειώνει τοῦλάχιστον σὲ 00.

η) Ἐνας ἀριθμὸς διαιρεῖται ἀκριβῶς διὰ τοῦ 1000 ὅταν
τελειώνει τοῦλάχιστον σὲ 000.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ τοὺς παρακάτω ἀριθμοὺς νὰ ξεχωρίσετε ποιοὶ δια-
ροῦνται διὰ τοῦ 2, 4, 3, 9.

4617, 5892, 8904, 15435, 476, 261, 9342, 7000.

2. Ἐπίσης ποιοὶ διαροῦνται διὰ 5, 6.

830, 2316, 593, 3815, 928, 7590, 3618, 7384.

3. Ἐπίσης ποιοὶ διαροῦνται διὰ τὸ 10, 100, 1000.

8315, 6710, 90300, 65120, 3000, 7690, 3800, 14000.

14. Κλάσματα δμώνυμα καὶ ἑτερόνυμα.

1. Γράψετε στὸ τετραδίό σας τὰ παρακάτω κλάσματα:

$$\frac{10}{20}, \frac{3}{20}, \frac{8}{20}, \frac{5}{20}, \frac{14}{20}, \frac{9}{20}, \frac{18}{20}, \frac{2}{20}.$$

Αὐτὰ τὰ κλάσματα μοιάζουν σὲ τίποτε; Κοιτάξετε καὶ πέστε μου. Αὐτὰ τὰ κλάσματα ἔχουν τὸ ἴδιο ὄνομα, ὅπως πολλὰ παιδιὰ ἀπὸ σᾶς ἔχουν τὸ ἴδιο ἐπίθετο. Καὶ τὰ λέμε *ὁμώνυμα*.

Ἄπὸ τί τὸ καταλαβαίνουμε ὅτι δύο ἢ περισσότερα κλάσματα εἶναι ὁμώνυμα;

Γράψετε τὸν κανόνα στὸ τετράδιό σας.

2. Στὰ ὁμώνυμα κλάσματα εὐκόλα καταλαβαίνουμε ποῖο εἶναι μεγαλύτερο καὶ ποῖο μικρότερο. Ἔσεῖς μπορεῖτε νὰ βάλετε τὰ παραπάνω κλάσματα μὲ τὴ σειρά ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ μικρότερο ὡς τὸ μεγαλύτερο καὶ ἀνάποδα; (Ὅταν λέμε $\frac{2}{20}$ τοῦ μήλου καὶ $\frac{18}{20}$ τοῦ μήλου καταλαβαίνουμε ὅτι τὰ $\frac{2}{20}$ εἶναι μικρότερο κομμάτι ἀπὸ τὰ $\frac{18}{20}$).

Ἀσκήσεις.

3. Ἄπὸ τὰ παρακάτω κλάσματα νὰ ξεχωρίσετε τὰ ὁμώνυμα καὶ νὰ τὰ βάλετε κατὰ σειρά ἀπὸ τὸ μικρότερο ὡς τὸ μεγαλύτερο.

$$\frac{3}{8}, \frac{1}{3}, \frac{8}{15}, \frac{4}{20}, \frac{5}{8}, \frac{16}{20}, \frac{1}{5}, \frac{7}{12}, \frac{9}{15}, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}$$

$$\frac{19}{20}, \frac{6}{8}, \frac{3}{3}, \frac{9}{12}, \frac{4}{15}, \frac{2}{8}, \frac{3}{5}, \frac{2}{12}, \frac{8}{15}, \frac{14}{20}, \frac{7}{8}$$

$$\frac{5}{20}, \frac{2}{8}, \frac{6}{100}, \frac{15}{20}, \frac{25}{100}, \frac{6}{8}, \frac{90}{100}, \frac{3}{30}, \frac{13}{15}, \frac{11}{12}, \frac{10}{20}$$

4. Γράψετε στὸ τετράδιό σας τὰ παρακάτω κλάσματα:

$$\frac{10}{15}, \frac{3}{4}, \frac{9}{10}, \frac{2}{3}, \frac{8}{20}, \frac{17}{50}, \frac{2}{5}, \frac{1}{8}$$

Αὐτὰ τὰ κλάσματα μοιάζουν σὲ τίποτε; Κοιτάξετε καὶ πέστε μου. Αὐτὰ δὲν ἔχουν τὸ ἴδιο ὄνομα, ἔχουν *ἕτερο* (διαφορετικὸ) ὄνομα τὸ καθένα γι' αὐτὸ λέγονται καὶ *ἕτερόνυμα*.

Ἄπὸ τί τὸ καταλαβαίνουμε ὅτι δύο ἢ περισσότερα κλάσματα εἶναι ἕτερόνυμα; Γράψετε τὸν κανόνα στὸ τετράδιό σας.

5. Γράψετε στο τετράδιό σας τὰ παρακάτω ἑτερόνυμα κλάσματα.

$$\frac{1}{7}, \frac{1}{4}, \frac{1}{20}, \frac{1}{15}, \frac{1}{8}, \frac{1}{3}, \frac{1}{100}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{50}, \frac{1}{6}.$$

Καὶ σ' αὐτὰ τὰ ἑτερόνυμα κλάσματα πού ὁ ἀριθμητὴς εἶναι ἴδιος, εὐκόλα μποροῦμε νὰ καταλάβουμε ποῖο εἶναι τὸ μεγαλύτερο καὶ ποῖο εἶναι τὸ μικρότερο. Ἐσεῖς μπορεῖτε νὰ τὰ βάλετε μὲ τὴ σειρά ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ μεγαλύτερο καὶ τελειώνοντας στὸ μικρότερο καὶ ἀνάποδα; Ὅταν λέμε $\frac{1}{7}$ τοῦ μήλου καὶ $\frac{1}{100}$ καταβαίνουμε ὅτι ἓνα κομμάτι τοῦ μήλου πού τὸ χωρίζουμε σὲ ἑπτὰ, εἶναι πολὺ μεγαλύτερο ἀπὸ ἓνα κομμάτι τοῦ μήλου πού τὸ χωρίζουμε σὲ ἑκατό.

Ἀσκήσεις.

6. Τὰ παρακάτω ἑτερόνυμα κλάσματα νὰ τὰ χωρίσετε σὲ κατηγορίες καὶ νὰ τὰ βάλετε μὲ τὴ σειρά, ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ μεγαλύτερο κλάσμα καὶ τελειώνοντας στὸ μικρότερο. (Πρῶτὴ σειρά ὅσα ἔχουν ἀριθμητὴ 1).

$$\frac{3}{20}, \frac{1}{4}, \frac{10}{100}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \frac{3}{12}, \frac{10}{50}, \frac{1}{8}, \frac{4}{15}, \frac{10}{60}, \frac{3}{30}, \frac{1}{3}, \frac{4}{8},$$

$$\frac{10}{35}, \frac{3}{9}, \frac{4}{25}, \frac{1}{2}, \frac{10}{16}, \frac{4}{80}, \frac{1}{45}, \frac{3}{75}, \frac{10}{500}, \frac{3}{65}.$$

15. Τροπὴ ἑτερονόμων κλασμάτων σὲ ὁμόνυμα.

1. Γράψετε στὸ τετράδιό σας τὰ παρακάτω ἑτερόνυμα κλάσματα:

$$\frac{2}{4}, \frac{3}{12}.$$

Αὐτὰ τὰ κλάσματα γιὰ νὰ γίνουν ὁμόνυμα ἢ πρέπει νὰ γίνουν δωδέκατα ὅπως λέει ὁ μεγαλύτερος παρονομαστής ἢ κάτι παραπάνω. Τὸ πρῶτο κλάσμα γιὰ νὰ γίνη δωδέκατα δὲν ἔχουμε παρὰ νὰ κάνουμε τὸν παρονομαστή του τρεῖς φορές μεγαλύτερον. Γιὰ νὰ μὴ χάσῃ ὅμως τὸ κλάσμα τὴν ἀξία του πρέπει κι' ὁ ἀριθμητὴς νὰ γίνη τρεῖς φορές μεγαλύτερος, γιατί ἔξερουμε ἀπὸ τὶς ιδιότητες τῶν κλασμάτων ὅτι ὅταν πολλαπλασιασ-

σουμε και τούς δύο ὄρους τοῦ κλάσματος μὲ τὸν ἴδιο ἀριθμὸ τὸ κλάσμα πὸν βρῖσκουμε εἶναι ἰσοδύναμο μὲ τὸ πρῶτο. Ἔτσι ἔχουμε :

$$\frac{2}{4}, \frac{3}{12} = \frac{2 \times 3}{4 \times 3} = \frac{6}{12}, \frac{3}{12}.$$

Τώρα ἔγιναν καὶ τὰ δύο ὁμώνυμα.

2. Γράψετε στὸ τετραδίό σας τὰ παρακάτω ἑτερόνυμα κλάσματα :

$$\frac{4}{5}, \frac{3}{8}, \frac{2}{4}, \frac{6}{10}.$$

Ἐδῶ ἔχουμε τέσσερα ἑτερόνυμα κλά-

σματα νὰ γίνουν ὁμώνυμα. Γιὰ νὰ εὐκολυνθοῦμε πρέπει νὰ βροῦμε ἓνα ἀριθμὸ πὸν νὰ εἶναι κοινὸ πολλαπλάσιο ὄλων τῶν παρονομαστῶν. Ποιὸς εἶναι αὐτὸς ὁ ἀριθμὸς;

Προσέξτε πῶς θὰ τὸν βροῦμε. Παίρνομε τὸν μεγαλύτερο ἀπὸ τοὺς τέσσερες παρονομαστῆς. Εἶναι τὸ 10. Ὁ ἀριθμὸς 10 εἶναι κοινὸ πολλαπλάσιο ὄλων τῶν παρονομαστῶν; Ὁχι! Εἶναι μόνον τοῦ 5 ($5 \times 2 = 10$) καὶ τοῦ 10 ($10 \times 1 = 10$).

Τότε διπλασιάζουμε τὸ 10 καὶ γίνεται 20. Ὁ ἀριθμὸς 20 εἶναι κοινὸ πολλαπλάσιο ὄλων τῶν παρονομαστῶν; Ὁχι! Εἶναι μόνον τοῦ 5 ($5 \times 4 = 20$), τοῦ 4 ($4 \times 5 = 20$) καὶ τοῦ 10 ($10 \times 2 = 20$).

Τότε τριπλασιάζουμε τὸ 10 καὶ γίνεται 30. Ὁ ἀριθμὸς 30 εἶναι κοινὸ πολλαπλάσιο μόνον δύο παρονομαστῶν. Τότε τετραπλασιάζουμε τὸ 10 καὶ γίνεται 40. Ὁ ἀριθμὸς 40 εἶναι κοινὸ πολλαπλάσιο ὄλων τῶν παρονομαστῶν ($5 \times 8 = 40$), ($8 \times 5 = 40$), ($4 \times 10 = 40$), ($10 \times 4 = 40$).

Δὲν εἶναι ὅμως μόνον τὸ 40. Εἶναι καὶ τὸ 80 καὶ τὸ 120 καὶ τὸ 160 καὶ τὸ 200 καὶ πολλὰ ἄλλα. Τὸ 40 ὅμως εἶναι τὸ μικρότερο, τὸ **ελάχιστο**, ὅπως λέγεται, **κοινὸ πολλαπλάσιο** (Ε.Κ.Π.). Κι ἑμᾶς αὐτὸ συμφέρει νὰ πάρουμε.

Ἡ ἐργασία ἀπὸ δῶ καὶ πέρα εἶναι ἀπλῆ καὶ εὐκόλη. Γράφουμε πέρα ἀπὸ τὰ κλάσματα τὰ γράμματα Ε.Κ.Π. = 40. Τραβᾶμε καμπύλες γραμμὲς πάνω ἀπὸ τοὺς ἀριθμητῆς καὶ κατόπιν λέμε. Ὁ ἀριθμὸς 5 εἰς τὸ 40 πάει 8 φορές. Τὸν ἀριθμὸ 8 τὸν γράφουμε πάνω ἀπὸ τὴν καμπύλη γραμμὴ τοῦ κλάσματος $\frac{4}{5}$.

Τὸ ἴδιο κάνουμε γιὰ ὅλα τὰ κλάσματα καὶ κατόπιν πολλαπλασι-

άζουμε και τούς δύο ὅρους κάθε κλάσματος με τὸν ἀριθμὸ, ποὺ εἶναι πάνω ἀπὸ τὴν καμπύλη γραμμὴ. Τὰ κλάσματα ποὺ βροῖσκουμε εἶναι ἰσοδύναμα με τὰ πρῶτα. Ξέρετε γιατί; Πέστε το.

$$\text{Ἔτσι ἔχουμε: } \frac{\overbrace{8}^8}{\underbrace{4}_5}, \frac{\overbrace{5}^5}{\underbrace{3}_8}, \frac{\overbrace{10}^{10}}{\underbrace{2}_4}, \frac{\overbrace{4}^4}{\underbrace{6}_{10}} \text{ Ε.Κ.Π.} = 40$$

$$\frac{32}{40}, \frac{15}{40}, \frac{20}{40}, \frac{24}{40}$$

Τὰ κλάσματα ἔγιναν ὁμώνυμα χωρὶς νὰ χάσουν τὴν ἀξία τους.

2. Καὶ με ἄλλο τρόπο μποροῦν τὰ κλάσματα νὰ γίνουν ὁμώνυμα. Πολλαπλασιάζουμε ὅλους τοὺς παρονομαστές. Τὸ γινόμενό τους εἶναι τὸ κοινὸ πολλαπλάσιο. Τὸ γράφουμε σὰν Ε.Κ.Π. καὶ κάνουμε κατόπι τὴν ἴδια ἐργασία, ποὺ κάναμε με τὸν προηγούμενο τρόπο.

Ἀσκήσεις.

Νὰ γίνουν ὁμώνυμα τὰ παρακάτω ἑτερόνυμα κλάσματα.

$$\alpha) \frac{4}{6}, \frac{1}{4}, \frac{7}{8}, \frac{2}{3} \quad \beta) \frac{6}{15}, \frac{1}{5}, \frac{2}{10}, \frac{9}{12}$$

$$\gamma) \frac{10}{20}, \frac{1}{4}, \frac{7}{16}, \frac{2}{5}$$

Προβλήματα.

1. Ὁ Τάκης πάει στὸ Γυμνάσιο, ξέρει καλὰ τὰ κλάσματα. Γιὰ νὰ πειράξη ὅμως τὸν ἀδελφὸ του Βαγγέλη καὶ τὰ δύο ξαδέλφια του, Βασίλη καὶ Ἀσπασία, τοὺς λέει: Θὰ μοιράσω ἓνα μῆλο κι ἔσένα Βαγγέλη θὰ σοῦ δώσω τὸ $\frac{1}{5}$, ἔσένα Βασίλη τὰ $\frac{3}{8}$ καὶ σένα Ἀσπασία τὰ $\frac{6}{20}$. Ἐκεῖνοι κλαῖνε καὶ δὲν ξέρουν ποιὸς θὰ πάρῃ τὸ μεγαλύτερο κομμάτι. Ἐσεῖς μπορεῖτε νὰ τοὺς βοηθήσετε;

2. Δῶσε μου $\frac{8}{10}$ τοῦ χιλιάρικου γιὰ τὸ σέλινο ποὺ ἀγόρα-

σες, λείει ὁ μανάβης στὸ Γιάννη. Ὁ Γιάννης ὅμως ξέρεει καλὰ τὰ κλάσματα καὶ γιὰ νὰ τὸν πειράξῃ τοῦ λείει: Θὰ σᾶς δώσω μόνο $\frac{4}{5}$ τοῦ χιλιάριου, γιατί δὲν ἔχω ἄλλα. Ὁ μανάβης θύμωσε. Τὶ λέτε σεῖς εἶχε δίκιο;

3. Ὁ Χρῆστος ἀγόρασε φέτος τέσσερα βιβλία, α) Ἀριθμητική καὶ ἔδωσε $\frac{4}{5}$ τοῦ δεκαχίλιου, β) Ἱστορία καὶ ἔδωσε $\frac{9}{10}$ τοῦ δεκαχίλιου, γ) Φυσικὴ Πειραματικὴ καὶ ἔδωσε $\frac{3}{4}$ τοῦ δεκαχίλιου καὶ δ) Θρησκευτικὰ καὶ ἔδωσε $\frac{1}{2}$ τοῦ δεκαχίλιου. Ποιὸ ἦταν τὸ ἀκριβότερο βιβλίο;

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

1. Πρόσθεση ὁμώνυμων κλασμάτων.

1. Ὁ ἔμπορος Νεμέας κ. Χαράλαμπος Παπαγεωργίου ἀπὸ ἓνα τόπι ὕφασμα πούλησε τὴν Δευτέρα τὰ $\frac{4}{20}$, τὴν Τετάρτη τὰ $\frac{7}{20}$ τὴν Παρασκευὴ τὰ $\frac{2}{20}$ καὶ τὸ Σάββατο τὰ $\frac{5}{20}$. Πόσο ὕφασμα πούλησε;

Πρέπει νὰ γίνῃ πρόσθεση: $\frac{4}{20} + \frac{7}{20} + \frac{2}{20} + \frac{5}{20}$. Καὶ

τὰ τέσσερα κλάσματα εἶναι ὁμώνυμα. Ἀμέσως λοιπὸν μποροῦμε νὰ κάνουμε τὴν πρόσθεση. Ὅπως θὰ λέγαμε 4 πήχεις καὶ 7 πήχεις καὶ 2 πήχεις καὶ 5 πήχεις, ἔτσι θὰ ποῦμε $\frac{4}{20} + \frac{7}{20} + \frac{2}{20} + \frac{5}{20} = \frac{18}{20}$. Τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμητῶν ποῦ τὸ γράψαμε; Παρονομαστὴ ποῖδν ἐγράψαμε; Μπορούσαμε νὰ γράψουμε ἄλλον παρονομαστὴ καὶ γιατί;

Βγάλετε, λοιπὸν, μόνοι σας τὸ συμπέρασμα, τί κάνουμε ὅταν ἔχουμε νὰ προσθέσουμε ὁμώνυμα κλάσματα;

Καμιὰ φορὰ οἱ προσθετέοι μπορεῖ νὰ μᾶς δώσουν ἄθροισμα

σμα κλάσμα καταχρηστικό. Θα βγάλουμε άμέσως τις άκέραιες μονάδες.

Άσκησης.

2. Να προσθέσετε τὰ παρακάτω ὁμώνυμα κλάσματα.

$$\alpha) \frac{4}{100} + \frac{15}{100} + \frac{80}{100} + \frac{35}{100} + \frac{20}{100} =$$

$$\beta) \frac{6}{25} + \frac{14}{25} + \frac{20}{25} + \frac{15}{25} + \frac{8}{25} =$$

$$\gamma) \frac{8}{10} + \frac{7}{10} + \frac{9}{10} + \frac{4}{10} + \frac{2}{10} = \quad \delta) \frac{7}{15} + \frac{12}{15} + \frac{6}{15} + \frac{3}{15} + \frac{5}{15} =$$

2. Προσθεση μικτῶν καὶ κλασμάτων με ὁμώνυμα κλάσματα.

1. Ὁ κ. Γεώργιος Σιμάτης αὐτὴ τὴν ἑβδομάδα μάζεψε ἀπὸ τὸ περιβόλι του διάφορα ποσὰ φασολάκια. Τὴ Δευτέρα $3\frac{1}{4}$ ὄκ. τὴν Τρίτη μόνον $\frac{2}{4}$ τῆς ὄκας, τὴν Πέμπτη $5\frac{1}{4}$ ὀκάδες, τὴν Παρασκευὴ μόνον $\frac{3}{4}$ τῆς ὄκας καὶ τὸ Σάββατο $7\frac{2}{4}$ ὄκ. Πόσες ὀκάδες φασολάκια μάζεψε ὅλη τὴν ἑβδομάδα;

Οἱ ἀριθμοὶ ποὺ ἔχουμε νὰ προσθέσουμε εἶναι μικτοὶ καὶ κλάσματα. Ὅλα τὰ κλάσματα εἶναι ὁμώνυμα. Ἄν ὑπῆρχαν μόνον ἀκέραιοι τί θὰ κάναμε; Ἄν ὑπῆρχαν μόνον κλάσματα τί θὰ κάναμε; Σ' αὐτούς, λοιπόν, τοὺς ἀριθμούς, ποὺ ὑπάρχουν καὶ ἀκέραιοι καὶ κλάσματα, τί ἐνέργειες θὰ κάνουμε;

Βγάλετε, λοιπόν, μόνοι σας τὸ συμπέρασμα πῶς γίνεται ἡ πρόσθεση μικτῶν καὶ κλασμάτων, ὅταν ὅλα τὰ κλάσματα εἶναι ὁμώνυμα; Γράψετε τὸ συμπέρασμα στὸ τετραδίδι σας.

Ἄν τὸ κλάσμα εἶναι καταχρηστικό, θὰ βγάλουμε τὶς ἀκέραιες μονάδες καὶ θὰ τὶς προσθέσουμε με τὶς ἄλλες ἀκέραιες ποὺ ἔχουμε βρῆ.

Ἔχουμε λοιπόν: $3\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + 5\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + 7\frac{3}{4} = 15\frac{9}{4} =$
 $17\frac{1}{4}$ δκάδες.

Προβλήματα.

2. Ὁ κ. Γιώργης Γάτσινος εἶναι μικροέμπορος καὶ γυρίζει τὰ χωριά τῆς Νεμέας, πουλώντας ψιλικά, ὕφασματα, μπογιές, κλπ. Στὰ Μποξικά πούλησε $16\frac{7}{8}$ πήχεις ὕφασμα, στὴν Τιτάνη $22\frac{5}{8}$ πήχεις ὕφασμα, στὸ Καστράκι $11\frac{3}{8}$ πήχεις ὕφασμα καὶ στὴ Λέριζα $20\frac{6}{8}$ πήχεις ὕφασμα. Πόσο ὕφασμα πούλησε καὶ στὰ τέσσερα χωριά;

3. Ὁ ἴδιος μικροέμπορος ἀπὸ ψιλικά εἰσέπραξε στὸν Ἀσπρόκαμπο $8\frac{100}{1000}$ χιλιάρικα, στὸ Ψάρι $15\frac{900}{1000}$ χιλιάρικα,

στὸ Πετρί $24\frac{850}{1000}$ χιλιάρικα καὶ στ' Ἀηδόνια $17\frac{750}{1000}$ χιλιάρικα. Πόσα χιλιάρικα εἰσέπραξε ἀπὸ τὰ ψιλικά τοῦ πούλησε στὰ τέσσερα χωριά;

4. Στὴν πλατεῖα τῆς Νεμέας κάθεται ὁ γέρο-Παντελῆς καὶ πουλáει τσιγάρα, καραμέλες κι' ἄλλα εἶδη. Προχθὲς εἰσέπραξε $65\frac{1}{10}$ χιλιάρικα, χθὲς μόνο $\frac{9}{10}$ τοῦ χιλιάρικου καὶ σήμερα $30\frac{8}{10}$ χιλιάρικα. Πόσα χιλιάρικα εἰσέπραξε καὶ τὶς τρεῖς ἡμέρες;

5. Ὁ κ. Τάκης Μῖκος κατέβασε αὐτὴ τὴν ἐβδομάδα τέσσερες φορές σταφίδα στὴ Νεμέα μὲ τὸ αὐτοκίνητο. Τὴν πρώτη φορά $150\frac{1}{10}$ δκάδες, τὴ δεύτερη $240\frac{7}{10}$ δκάδες, τὴν τρίτη $195\frac{6}{10}$ δκάδες καὶ τὴν τέταρτη $310\frac{8}{10}$ δκάδες. Πόσες δκάδες σταφίδα κατέβασε καὶ τὶς τέσσερες φορές;

3. Προσθεση ετερονόμων κλασμάτων.

1. Ὁ κ. Βασίλης Παπαϊωάννου εἶναι ὁ μπακάλης τοῦ Πυργετοῦ - Λαρίσης. Μπῆκαν μέσα στὸ μαγαζί του σήμερα καὶ φόμισαν μπογιές νὰ βάψουν τὰ νήματα γιὰ τὶς βελέντζες: Ἡ κυρὰ Τσάβω πῆρε $\frac{200}{400}$ τῆς ὀκᾶς μπογιές, ἡ κυρὰ - Ντάβαινα $\frac{5}{8}$ τῆς ὀκᾶς, ἡ κυρὰ-Ντελαμιχάλαινα $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκᾶς, κ' ἡ κυρὰ Ρήγαινα $\frac{1}{2}$ τῆς ὀκᾶς μπογιές. Πόση μπογιὰ πούλησε σήμερα ὁ κύρ - Βασίλης;

“Ὅπως βλέπουμε ἐδῶ ἔχουμε νὰ προσθέσουμε ἑτερόνυμα κλάσματα. Ἐπὶ μὲν νὰ προστεθοῦν προτοῦ γίνουν ὁμόνυμα; Ὁχι! Λοιπὸν ἡ πρώτη μας δουλειὰ εἶναι νὰ γίνουν τὰ κλάσματα ὁμόνυμα. Ὅλοι ξέρουμε πῶς θὰ γίνουν ὁμόνυμα. Ἐγὼ γράφω μόνον τὴν ἄσκηση καὶ ἐσεῖς νὰ τὴ δικαιολογήσετε.

$$\frac{\overbrace{200}^1}{400} + \frac{\overbrace{5}^{50}}{8} + \frac{\overbrace{3}^{100}}{4} + \frac{\overbrace{1}^{200}}{2} = \quad \text{E.K.II.}=400$$

$$\frac{200}{400} + \frac{250}{400} + \frac{300}{400} + \frac{200}{400} = \frac{950}{400} \times 2 \frac{150}{400} \text{ ὀκᾶδ.}$$

Λοιπὸν πῶς προθέτουμε ἑτερόνυμα κλάσματα; Γράψετε στὸ τετραδίό σας τὸν κανόνα.

Ἀσκήσεις.

2. Νὰ γράψετε προβλήματα μὲ λόγια, παίρνοντας τοὺς παρακάτω ἀριθμούς.

$$\alpha) \frac{2}{10} \text{ χιλ.} + \frac{3}{4} \text{ χιλ.} + \frac{300}{1000} \text{ χιλ.} + \frac{50}{100} \text{ χιλ.} =$$

$$\beta) \frac{7}{8} \text{ πηχ.} + \frac{3}{4} \text{ πηχ.} + \frac{1}{2} \text{ πηχ.} =$$

$$\gamma) \frac{45}{60} \text{ ὄρ.} + \frac{2}{4} \text{ ὄρ.} + \frac{1}{2} \text{ ὄρ.} =$$

$$\delta) \frac{70}{100} \text{ μετρ.} + \frac{9}{10} \text{ μετρ.} + \frac{1}{2} \text{ μετρ.} =$$

4. Πρόσθεση μικτῶν καὶ κλασματικῶν ἀριθμῶν μὲ κλάσματα ἑτερόνυμα.

1. Ὁ κ. Στασινὸς παντοπώλης στὴν ὁδὸν Τσαμιαδοῦ 14 στὸν Πειραιᾶ ἀγοράζει λάδια ἐξαιρετικὰ ἀπὸ τὸ Κρανίδι. Χθὲς ἔλαβε τρία βαρέλια γεμάτα καθὼς καὶ δύο μικρὰ μπουκαλάκια γιὰ δεῖγμα. Τὸ πρῶτο βαρέλι εἶχε μέσα $52 \frac{3}{4}$ ὀκάδες, τὸ δεύτερο $57 \frac{5}{8}$ ὀκάδες καὶ τὸ τρίτο $53 \frac{1}{2}$. Ἐπίσης τὸ πρῶτο μπουκαλί εἶχε δεῖγμα μέσα $\frac{175}{400}$ καὶ τὸ δεύτερο $\frac{4}{5}$ τῆς ὀκάς. Πόσες ὀκάδες εἶναι ὅλο τὸ λάδι;

Οἱ ἀριθμοὶ ποὺ ἔχουμε νὰ προσθέσουμε εἶναι μικτοὶ καὶ κλασματικοὶ μὲ κλάσματα ἑτερόνυμα. Ἄν εἶχαμε μόνον ἀκεραίους τί θὰ κάναμε; Ἄν εἶχαμε μόνον ἑτερόνυμα κλάσματα πῶς θὰ γινόταν ἡ πρόσθεση; Τώρα ποὺ ἔχουμε καὶ ἀκεραίους καὶ κλάσματα πῶς θὰ γίνῃ ἡ ἐργασία μας;

Ἐγὼ κάνω τὴν ἀσκήση καὶ σεῖς νὰ τὴ δικαιολογήσετε.

$$52 \frac{3}{4} + 57 \frac{5}{8} + 53 \frac{1}{2} + \frac{175}{400} + \frac{4}{5} = \text{Ε.Κ.Π.} = 400$$

$$= 52 \frac{300}{400} + 57 \frac{250}{400} + 53 \frac{200}{400} + \frac{175}{400} + \frac{320}{400} = 162 \frac{1245}{400} = 165 \frac{45}{400}$$

Δίγη προσοχή. Τοὺς ἀκεραίους δὲν τοὺς πειράζουμε ὅταν κάνουμε τὰ κλάσματα ὁμώνυμα, ἀλλὰ τοὺς ἀφήνουμε ὅπως εἶναι. Ἐπίσης ὅταν τὸ κλάσμα, ποὺ βρίσκουμε ἀπὸ τὴν πρόθεση τῶν ἄλλων κλασμάτων εἶναι καταχρηστικὸ βγάξομε τὶς ἀκέριαις μονάδες καὶ τὶς προσθέτομε μὲ τὸν ἄλλον ἀκέριο. Τὸ ὑπόλοιπο — ἂν ἔχη — τὸ γράφομε κλάσμα.

Προβλήματα.

2. Οἱ ἔμποροι Ἀλέξης καὶ Ἀργύρης Μητσόπουλος στὴ Νεμέα κάνουν τυριά, βούτυρα, μυζήθρες. Τὸ φετεινὸ καλοκαίρι ἡ ἐργασία τους ἐπῆγε πολὺ καλά. Ἀπὸ τὸ ἡμερολόγιό τους ἀντιγράφω:

25 Μαΐου 1950. Παραλαβή. $450\frac{1}{2}$ δκάδες τυρί,
 28 $\frac{2}{5}$ δκάδες βούτυρο, $42\frac{3}{4}$ δκάδες μυσήθρες.

1 Ιουνίου 1950. Παραλαβή. $746\frac{100}{400}$ δκάδες τυρί,
 28 $\frac{1}{4}$ δκάδες βούτυρο, $59\frac{1}{10}$ δκάδες μυσήθρες.

15 Ιουνίου 1950. Παραλαβή. $822\frac{5}{8}$ δκάδες τυρί,
 33 $\frac{4}{10}$ δκάδες βούτυρο, $65\frac{300}{400}$ δκάδες μυσήθρες.

4 Ιουλίου 1950. Παραλαβή. $517\frac{3}{4}$ δκάδες τυρί,
 18 $\frac{250}{400}$ δκάδες βούτυρο, $39\frac{4}{5}$ δκάδες μυσήθρες.

Πόσες δκάδες τυρί χωριστά, πόσες δκάδες βούτυρο χωριστά, και πόσες δκάδες μυσήθρες χωριστά, παρέλαβαν σ' αυτό το χρονικό διάστημα;

ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Ἡ ἀφαίρεση τῶν κλασμάτων ἔχει πολλές περιπτώσεις, δώσετε μόνον προσοχή περισσότερη καὶ δὲ θὰ νοιώσετε καμμιά δυσκολία.

1. Ἀφαίρεση ὁμωνύμων κλασμάτων καὶ μικτῶν μὲ ὁμόνυμα κλάσματα.

1. Ὁ Λάκης εἶχε $\frac{800}{1000}$ τοῦ χιλιάρικου κι' ἔδωσε γιὰ καραμέλλες τὰ $\frac{500}{1000}$. Πόσα τοῦ ἔμειναν; Ἡ σκέψη μᾶς λέει ὅτι τοῦ ἔμειναν $\frac{300}{1000}$. Καὶ οἱ ἀριθμοὶ τὸ ἴδιο πρέπει νὰ δείξουν.

$$\frac{800}{1000} = \frac{500}{1000} = \frac{300}{1000}$$

Ποῦ ἐγράψαμε τὸ ὑπόλοιπα ἀπὸ τὴν ἀφαίρεση τῶν δύο ἀριθμητῶν; Ποῖον ἀριθμὸ ἐγράψατε παρονομαστή; Μπορούσαμε νὰ γράψουμε ἄλλον παρονομαστή καὶ γιατί;

2. Γιὰ νὰ συντομεύουμε τὶς περιπτώσεις :

$$16 \frac{5}{8} - \frac{3}{8} = 16 \frac{2}{8}. \text{ Τὸ κλάσμα } \frac{3}{8} \text{ ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὸ } \frac{5}{8}$$

Ἐκεῖνος μένει ὅπως εἶναι.

$$3. 24 \frac{2}{4} - \frac{3}{4} = 23 \frac{6}{4} - \frac{3}{4} = 23 \frac{3}{4}. \text{ Τὸ κλάσμα}$$

$\frac{3}{4}$ δὲν ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὸ κλάσμα $\frac{2}{4}$. Παίρουμε μία ἀκεραία μονάδα ἀπὸ τὶς 24 καὶ μένουν 23. Τὴν ἀκεραία μονάδα τὴν

κάνουμε $\frac{4}{4}$ καὶ $\frac{2}{4}$ πὺ ἐχουμε κλάσμα, γίνονται $\frac{6}{4}$. Ἐτσι ὁ

ἀριθμὸς $24 \frac{2}{4}$ ἔγινε $23 \frac{6}{4}$ πὺ εἶναι τὸ ἴδιο, γιατί τὸ κλά-

σμα $\frac{6}{4}$ εἶναι μία ἀκεραία μονάδα καὶ $\frac{2}{4}$. Τώρα τὸ κλάσμα

$\frac{3}{4}$ ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὸ $\frac{6}{4}$. Ἐκεῖνος μένει ὅπως εἶναι.

$$4. 50 \frac{4}{5} - 25 \frac{1}{5} = 25 \frac{3}{5}. \text{ Ἐκεῖνος ἀπὸ τὸν ἀκεραίο}$$

ἀφαιρεῖται καὶ τὸ κλάσμα ἀπὸ τὸ κλάσμα ἀφαιρεῖται. Ἡ πράξη δὲν παρουσιάζει καμμία δυσκολία.

$$5. 17 \frac{2}{10} - 8 \frac{4}{10}. \text{ Ἐκεῖνος ἀπὸ τὸν ἀκεραίο ἀφαιρεῖ-$$

ται, ἀλλὰ τὸ κλάσμα ἀπὸ τὸ κλάσμα δὲν ἀφαιρεῖται. Παίρουμε μία ἀκεραία μονάδα ἀπὸ τὶς 17 καὶ μένουν 16. Τὴν ἀκεραία

μονάδα τὴν κάνουμε $\frac{10}{10}$ καὶ $\frac{2}{10}$ πὺ ἐχουμε γίνονται $\frac{12}{10}$. Ἐτσι

ὁ ἀριθμὸς $17 \frac{2}{10}$ ἔγινε $16 \frac{12}{10}$ πὺ εἶναι τὸ ἴδιο. Τώρα ὁ ἀκε-

ραὶος ἀπὸ τὸν ἀκεραίο ἀφαιρεῖται καὶ τὸ κλάσμα ἀπὸ τὸ κλάσμα ἀφαιρεῖται.

$$\text{Ἐχομεν λοιπὸν : } 17 \frac{2}{10} - 8 \frac{4}{10} = 16 \frac{12}{10} - 8 \frac{4}{10} = 8 \frac{8}{10}$$

$$6. 25 - \frac{3}{4} = 24 \frac{4}{4} - \frac{3}{4} = 24 \frac{1}{4}. \text{ Γιὰ νὰ γίνῃ αὐτὴ ἡ}$$

ἀφαίρεσις πρέπει κ' ὁ ἀκεραὶος ν' ἀποκτήσῃ ἓνα κλάσμα. Παίρ-

νουμε μία ἀκεραία μονάδα ἀπὸ τὶς 25 καὶ τὴν κάνουμε $\frac{4}{4}$ γιατί καὶ τὸ ἄλλο κλάσμα εἶναι τέταρτα. Ἔτσι ὁ ἀκέραιος 25 ἔγινε μικτὸς $24\frac{4}{4}$. Ἡ πράξι, τώρα δὲν παρουσιάζει καμμία δυσκολία. Θὰ γίνῃ ὅπως στὴν περίπτωση 2.

7. $40 - 20\frac{2}{6} = 39\frac{6}{6} - 20\frac{2}{6} = 19\frac{4}{6}$. Γιὰ νὰ γίνῃ αὐτὴ ἡ ἀφαίρεση πρέπει ὁ ἀκέραιος νὰ γίνῃ μικτὸς καὶ γίνεται μὲ τὸν τρόπο πὺ εἶπαμε μόλις στὴν προηγούμενη περίπτωση. Κατόπιν ἡ ἀφαίρεση γίνεται ὅτως ἀφαιροῦμε μικτὸν ἀπὸ μικτόν.

8. $25\frac{5}{10} - 15 = 10\frac{5}{10}$. Ἀφαιρεῖται ὁ ἀκέραιος ἀπὸ τὸν ἀκέραιο καὶ κατόπι γράφουμε καὶ τὸ κλάσμα τοῦ μειωτέου.

Προβλήματα.

1. Ἀπὸ 24 $\frac{100}{400}$ ὀκάδες λάδι πὺ εἶχαμε στὸ σπίτι ξοδέψαμε αὐτὸ τὸ μῆνα $5\frac{300}{400}$ ὀκάδες. Πόσο λάδι μᾶς ἔμεινε.

2. Στὸ πανηγύρι τῆς Ἁγίας Τριάδος ὁ Βαγγελάκης ἀπὸ τὰ 20 χιλιάρικα πὺ εἶχε, ξώδεψε σὲ καραμέλλες καὶ λουκούμια $7\frac{1}{4}$ χιλιάρικα. Πόσα χιλιάρικα τοῦ ἔμειναν;

3. Στὸν κουμπαρά της ἡ Ντίνα εἶχε $145\frac{7}{10}$ χιλιάρικα, ἔδωσε ὅμως γιὰ τὰ βιβλία της $126\frac{4}{10}$ χιλιάρικα. Πόσα χιλιάρικα τῆς ἔμειναν.

4. Ἀπὸ ἓνα τόπι $24\frac{2}{8}$ πήχεις ὕφασμα ἀγοράσαμε $\frac{6}{8}$ πήχεις. Πόσο ὕφασμα ἔμεινε;

5. Ἡ Μαίρη ἀγόρασε $2\frac{5}{8}$ πήχεις κορδέλλα κι' ἡ Ντίνα 7

$\frac{2}{8}$ πήχεις κορδέλλα. Πόσους πήχεις κορδέλλα περισσότερη πή-
ρε η Ντίνα από τη Μαίρη;

2. *Αφαίρεση ετερονύμων κλασμάτων ἀκεραίων και μικτῶν
με ετερώνημα κλάσματα.*

Τις ἴδιες περιπτώσεις θὰ συναντήσουμε και στην ἀφαίρεση
ετερονύμων κλασμάτων, ἀκεραίων και μικτῶν με ετερώνημα
κλάσματα. Μόνον προτοῦ γίνῃ ἡ ἀφαίρεση πρέπει τὰ κλάσματα
νὰ γίνουν ὁμώνυμα. Ἐπειτα σὲ κάθε περίπτωση θὰ συμβουλευ-
ώμεθα τὶ κάναμε με τὰ ὁμώνυμα κλάσματα. Ἄς λύσουμε μιὰ
ἄσκηση.

Ὁ ἔμπορος Λαρίσης κ. Ἀξενίδης ἀπὸ ἓνα τόπι $52\frac{2}{8}$
πήχεις ὕφασμα, πούλησε $17\frac{3}{4}$ πήχεις. Πόσο ὕφασμα ἀπέμεινε

Πρῶτα πρέπει νὰ γίνουν τὰ κλάσματα ὁμώνυμα.

$$52 \frac{2}{8} - 17 \frac{3}{4} \quad \text{E.K.II.} = 8$$

$$= 52 \frac{2}{8} - 17 \frac{6}{8} = 51 \frac{10}{8} - 17 \frac{6}{8} = 34 \frac{4}{8}$$

πήχεις ὕφασμα.

Ἐφοῦ ἔγιναν ὁμώνυμα τὰ κλάσματα, βλέπουμε ὅτι τὸ κλά-
σμα ἀπὸ τὸ κλάσμα δὲν ἀφαιρεῖται, παίρνουμε μιὰν ἀκεραία μο-
νάδα και συνεχίζουμε τὴν πράξη ὅπως και στην περίπτωση - 5 -
τοῦ προηγούμενου κεφαλαίου.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗ

1. Ὁ πατέρας τοῦ Νίκου κατέβηκε στην ἀγορὰ νὰ ψωνίση.

Εἶχε στην τσέπη του $84\frac{1}{2}$ χιλιάρικα. Ἐδωσε για κρέας $32\frac{1}{4}$

χιλιάρικα, για πατάτες $7\frac{2}{10}$ χιλιάρικα, για μπάμιες $5\frac{4}{5}$ χιλιά-

ρικά, και για ντομάτες $4\frac{10}{100}$ χιλιάρικα. Πόσα χιλιάρικα ἔδωσε στα ψώνια και πόσα τοῦ ἔμειναν ;

2. Οἱ περισσότεροι τυρέμποροι για να παρουσιάσουν φτηνό μαγειρικό λίπος ἀνακατεύουν λίπος, μαργαρίνη και ἄγνὸ βούτυρο. Ἐτσι και τὸ κατάστημα Ἐδελφῶν Κολοκυθᾶ για να κάμη ἓνα μείγμα μαγειρικοῦ λίπους βάρους 100 ὀκάδων, χρησιμοποιεῖ

$36\frac{1}{4}$ ὀκάδες λίπος, $53\frac{2}{5}$ ὀκάδες μαργαρίνη. Τὸ ὑπόλοιπο μέχρι τις 100 ὀκάδες εἶναι βούτυρο. Πόσο εἶναι τὸ βούτυρο;

3. Ἐνα μεγάλο δοχεῖο τοματοπελτέ παίρνει μέσα $15\frac{3}{8}$ ὀκάδες πελτέ. Ἐπ' αὐτὸν πουλήθηκε στὸ μπακάικο τοῦ κ. Καμποροπούλου στὸν Πειραιᾶ, τὴ μιὰ μέρα $2\frac{1}{2}$ ὀκάδες και τὴν ἄλλη $6\frac{3}{5}$ ὀκάδες. Πόσος πελτές ἔμεινε ἀκόμα μέσα στὸ δοχεῖο;

4. Ἐγοράσαμε για τὴν γκαζιέρα μας ἓνα δοχεῖο πετρέλαιο $12\frac{2}{4}$ ὀκάδες. Ἐκάψαμε τὴ μιὰ βδομάδα $3\frac{100}{400}$ ὀκάδες πετρέλαιο και τὴν ἄλλη $4\frac{5}{8}$ ὀκάδες. Πόσο πετρέλαιο μένει ἀκόμα μέσα στὸ δοχεῖο;

5. Ἐπὸ τὸν Πειραιᾶ μέχρι τὴ Θεσσαλονίκη κάνουμε μετὰ τὸ σιδηρόδρομο $16\frac{3}{60}$ ὥρες. Ξεκινώντας ἐκίναμε μέχρι τὴ Λαμία $5\frac{1}{4}$ ὥρες. Κι' ἀπὸ κεῖ μέχρι τὴ Λάρισα $6\frac{10}{20}$ ὥρες. Πόσες ὥρες θέλουμε ἀκόμα μέχρι τὴ Θεσσαλονίκη;

6. Τὸ ἑλληνικὸ ἔμπορικὸ πλοῖο «Γ. Γουλανδρῆς» ἔφερε στὸν Πειραιᾶ φορτίο ζάχαρης 5.000 τόννοι. Ἐπ' αὐτὴν τὴν ποσότητα ἔστειλε ἡ κυβέρνησις για διανομὴ στὸν πληθυσμὸ :

Στὴ Θεσσαλονίκη $163\frac{1}{5}$ τόννους, στὴ Λάρισα $72\frac{3}{4}$ τόννους, στὰ Γιάννενα $87\frac{6}{10}$ τόννους, στὴν Κόρινθο $26\frac{10}{20}$ τόν-

νους, στην Πάτρα $98 \frac{15}{40}$ τόννους. Πόσοι τόννοι ζάχαρης έμειναν στις αποθήκες για τις υπόλοιπες πόλεις τής πατρίδος μας;

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

(Υλικά: Τετράδια, μολύβια, πέννες, γομολάστιχες, καρταμέλλες, σοκολάτες, κοντυλοφόροι, κόλλες διαγωνισμού.

Ένας μαθητής είναι ο πωλητής κι' οί άλλοι αγοραστής με πραγματικά χρήματα. Κάθε φορά αλλάζουν αγοραστής και πωλητής).

1. Ο Τάκης βγαίνει ν' αγοράση 5 μολύβια. Το κάθε μολύβι έχει $\frac{800}{1000}$ του χιλιάριου. Πόσα χρήματα θα δώσει;

Ο πωλητής σκέπτεται. Ξέρει πόσο έχει το ένα μολύβι και θέλει να βρη πόσο έχουν τα πολλά. Θα κάμη πολλαπλασιασμό. Πρώτα τον κάνει με τη σκέψη του και λέει. Το ένα μολύβι έχει $\frac{800}{1000}$ του χιλιάριου, τα 2 έχουν $\frac{1600}{1000}$ του χιλιάριου,

τα 3 έχουν $\frac{2400}{1000}$ του χιλ. τα 4 έχουν $\frac{3200}{1000}$ του χιλ. και τα 5

μολύβια έχουν $\frac{4000}{1000}$ του χιλιάριου. Το κάθε χιλιάρικο έχει

$\frac{1000}{1000}$, τα $\frac{4000}{1000}$ είναι 4 χιλιάρικοα.

Μόλις τέλειωσε τη σκέψη του πιάνει το μολύβι και το χαρτί. Ο αγοραστής πιάνει την κιμωλία και γράφει στον πίνακα. Οί άλλοι μαθητές γράφουν στα τετράδια.

$$\frac{800}{1000} \times 5 = \frac{4000}{1000} = 4 \text{ χιλιάρικοα.}$$

Πολλαπλασίασε τον αριθμητή επί τον άκραιο. Ποῦ έγραψε το γινόμενο; Ποιον αριθμό έγραψε παρονομαστή και γιατί;

Τώρα μπορείτε μόνοι σας να βγάλετε το συμπέρασμα πως πολλαπλασιάζουμε άκραιοι επί κλάσμα και να το γράψετε στο τετράδιό σας.

2. Ἡ Θανάσω βγαίνει ν' ἀγοράσῃ $\frac{5}{10}$ τῆς σοκολάτας γιατί δὲν ἔχει πολλὰ χρήματα. Κάθε σοκολάτα ἔχει 3 χιλιάρια. Πόσα χρήματα θὰ δώσῃ;

Ὁ πωλητὴς σκέπτεται. Ὀλόκληρη ἡ σοκολάτα δηλαδή τὰ $\frac{10}{10}$ ἔχουν 3 χιλιάρια. Τὸ $\frac{1}{10}$ ἔχει 10 φορές λιγώτερο, δηλαδή 300 δραχμές. Τώρα τὰ $\frac{5}{10}$ ἔχουν 5 φορές περισσότερο ἀπὸ τὸ $\frac{1}{10}$, δηλαδή 1500 δραχμές, ἢ ἓνα καὶ μισὸ χιλιάριο.

Μετὰ τὴ σκέψη, εἰς ἐνέργεια τετράδια, μολύβια, κιμωλίες :

$$3 \times \frac{5}{10} = \frac{15}{10} = 1 \frac{5}{10} \text{ χιλ. } \left(\frac{5}{10} \text{ τοῦ χιλ. εἶναι μισὸ χιλ. ἢ } 500 \text{ δραχμές} \right).$$

Πῶς ἔγινε ὁ πολλαπλασιασμὸς μὲ τοὺς ἀριθμούς; Ποῦ γράφηκε κάθε ποσό; Τί ἀριθμοὶ εἶναι ὁ πολλαπλασιαστέος καὶ ὁ πολλαπλασιαστής;

Βγάλετε τὸ συμπέρασμα πῶς πολλαπλασιάζουμε τέτοιους ἀριθμούς καὶ γράφετέ το στὸ τετράδιό σας.

3. Ἡ Ἑλένη βγαίνει ν' ἀγοράσῃ 6 γομολάστιχες. Ἡ κάθε γομολάστιχα ἔχει $2 \frac{3}{5}$ χιλιάρια. Πόσα χρήματα θὰ δώσῃ.

Ὁ πωλητὴς σκέπτεται : Μὲ 2 χιλιάρια ἢ μία, οἱ 6 γομολάστιχες στοιχίζουν 12 χιλιάρια. Μὲ $\frac{3}{5}$ τοῦ χιλιάριου ἢ μία, οἱ 6 γομολάστιχες στοιχίζουν $\frac{18}{5}$ δηλαδή $3 \frac{3}{5}$ χιλιάρια. Ἔχουμε λοιπὸν : 12 χιλιάρια καὶ $3 \frac{3}{5}$ γίνονται $15 \frac{3}{5}$ χιλιάρια. ($\frac{3}{5}$ τοῦ χιλιάριου εἶναι 600 δραχμές).

Τέλειωσε τὴ σκέψη της. Ὅλοι πιάνουν τὸ χαρτί καὶ τὸ μολύβι καὶ ὁ ἀγοραστὴς τὴν κιμωλία.

$$2 \frac{3}{5} \times 6 = 12 \frac{18}{5} = 15 \frac{3}{5} = 5 \text{ χιλ. καὶ } 600 \text{ δραχμές.}$$

— Ἐγὼ τὸ λύνω μὲ ἄλλο τρόπο λέει ἡ Τασούλα. Νὰ ἴ-
 ῥετσι :

$$\frac{13}{5} \times 6 = \frac{78}{5} = 15 \frac{3}{5} \text{ χιλιάρια.}$$

Τὶ ἔκαμε ἡ Τασούλα;

Τὶ εἶναι οἱ ἀριθμοί, πὺν πολλαπλασιάσαμε καὶ πῶς ἐγίνε
 ὁ πολλαπλασιασμός; Βγάλτε τὸ συμπέρασμα καὶ γράψτετέ το στὸ
 τετράδιο.

4. Ὁ Κωστάκης ἔχει ἀνάγκη ἀπὸ ἓνα τετράδιο καλλιγρα-
 φίας, μὲ τριάντα φύλλα. Ὑπολογίζει ὅτι θὰ τοῦ χρειαστοῦν 7
 $\frac{2}{4}$ κόλλες διαγωνισμοῦ. Ἡ κάθε κόλλα ἔχει 150 δραχμές. Πό-
 σα χρήματα θὰ δώσῃ;

Ὁ πωλητὴς σκέπτεται. Οἱ 7 κόλλες ἀπὸ 150 δραχμές ἢ μία
 στοιχίζου 1050 δραχμές. Τὰ $\frac{2}{4}$ τῆς κόλλας, δηλαδὴ ἡ μι-
 σὴ κόλλα στοιχίζει 75 δραχμές. Ὅλα μαζὶ γίνονται 1125 δραχ.

Ὅλοι γράφου:

$$150 \times 7 \frac{2}{4} = 1050 \frac{300}{4} = 1125 \text{ δραχμές.}$$

Τὸ πρόβλημα μπορεῖ νὰ λυθῆ καὶ μ' ἄλλο τρόπο, λέει ἡ
 Ἄννα. Νὰ! Ἐτσι :

$$150 \times \frac{30}{4} = \frac{4500}{4} = 1125 \text{ δραχμές.}$$

Δηλαδή, τὶ ἔκαμε ἡ Ἄννα;

Οἱ ἀριθμοί, πὺν πολλαπλασιάσαμε, τοὺς γνωρίζετε τὶ εἶναι.
 Βγάλτε λοιπὸν μόνοι τὸ συμπέρασμα καὶ γράψτετέ το στὸ τετρά-
 διό σας.

5. Ἡ Κούλα ἔχει ἰδιαιτέρη συμπάθεια στὶς σοκολάτες. Οὔ-
 τε πολλὰς θέλει, οὔτε ἀπὸ τίς ἀκριβές. Προτιμáει $\frac{1}{10}$ τῆς σοκο-
 λάτας, ἀπ' αὐτὰς πὺν ἔχου 10 τοῦ δεκαχίλιου ἢ μία
 Πόσα χρήματα θὰ δώσῃ;

Ἐδῶ χρειάζεταιται περισσότερη σκέψη. Μία ὀλόκληρη σοκολά-
τα ἔχει $\frac{1}{10}$ τοῦ δεκαχίλιου, μὲ ἄλλα λόγια ἓνα χιλιάρικο. Τὸ
 $\frac{1}{10}$ τῆς σοκολάτας θὰ ἔχη δέκα φορές ἀκόμη λιγώτερο, δηλαδή
 $\frac{1}{100}$ τοῦ δεκαχίλιου, μὲ ἄλλα λόγια 100 δραχμές.

Μετὰ τὴ σκέψη ὅλοι γράφουν :

$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} \text{ τοῦ δεκαχίλιου δηλαδή } 100 \text{ δραχμές.}$$

Τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ πολλαπλασιάσαμε τοὺς γνωρίζετε. Βγά-
λετε λοιπὸν μόνοι σας τὸ συμπέρασμα καὶ γράψτε τὸ στὸ τετρά-
διό σας.

6. Κι ὁ Γιώργος ἔχει ἀνάγκη ἀπὸ ἓνα τετράδιο καλλιγρα-
φίας μὲ πενήντα φύλλα. Ὑπολογίζει ὅτι θὰ τοῦ χρειαστοῦν 12
 $\frac{1}{2}$ κόλλες. Προτίμησε ὅμως ἀπὸ τίς κόλλες ποὺ ἔχουν
 $\frac{1}{8}$ τοῦ χιλιάρικου ἢ μία. Πόσα χρήματα θὰ δώση;

Ὁ πωλητής, ὁ ἀγοραστής κι ὅλα τὰ παιδιά σκέπτονται.
Οἱ 12 κόλλες ἀπὸ $\frac{1}{8}$ τοῦ χιλ. ἢ μία στοιχίζουν $\frac{12}{8}$ δηλαδή 1
 $\frac{4}{8}$ χιλιάρικα. Ἀφοῦ ἡ μία κόλλα, ἔχει $\frac{1}{8}$ τοῦ χιλιάρικου, τὸ
 $\frac{1}{4}$ τῆς κόλλας δηλαδή ἢμισὴ κόλλα, ἔχει μισὰ λεπτά. Τὰ μισὰ
τοῦ $\frac{1}{8}$ εἶναι $\frac{1}{16}$ τοῦ χιλ. Ἔχουμε λοιπὸν 1 $\frac{4}{8}$ χιλιάρικα καὶ
 $\frac{1}{16}$ τοῦ χιλιάρικου. Ἀλλὰ γιὰ νὰ προσθέσουμε τὰ $\frac{4}{8}$ μαζὶ μὲ τὸ
 $\frac{1}{16}$ πρέπει καὶ τὰ $\frac{4}{8}$ νὰ γίνουν δέκατα ἕκτα. Θὰ γίνουν, ἂν
πολλαπλασιάσουμε καὶ τοὺς δύο ὅρους τοῦ κλάσματος ἐπὶ 2. Ἔ-
τσι ἔχουμε : 1 $\frac{8}{16}$ καὶ $\frac{1}{16}$ γίνονται 1 $\frac{9}{16}$ ($\frac{9}{16}$ τοῦ χιλιάρικου
εἶναι 562,50 δραχμές).

$$\begin{aligned} \text{“Ολοι γράφουν: } & \frac{1}{8} \times 12 \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{8} \times 12 = \frac{12}{8} = 1 \right. \\ & \left. \frac{4}{8} \right) + \left(\frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16} \right) = 1 \frac{4}{8} + \frac{1}{16} = \text{Ε.Κ.Π.} = 16 \\ & = 1 \frac{8}{16} + \frac{1}{16} = 1 \frac{9}{16} \end{aligned}$$

Βλέπετε πόσες ενέργειες ἐκάναμε; Ἐνας μαθητὴς λέει: «Ἐγὼ μπορῶ νὰ κάμω κι ἄλλοιῶς τὶς πράξεις». Σηκώθηκε στὸν πίνακα κι ἔγραψε:

$$\frac{1}{8} \times 12 \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \times \frac{25}{2} = \frac{25}{16} = 1 \frac{9}{16}$$

Συμφωνεῖτε; Ἄν συμφωνεῖτε νὰ βγάλετε τὸ συμπέρασμα καὶ νὰ γράψετε τὸν κανόνα στὸ τετράδιό σας. Ἄν σᾶς δυσκολεύη ὁ πρῶτος τρόπος, προτιμήσετε τὸ δεύτερο.

7. Ἡ Κατίνα μιὰ κι ἔχει τώρα πολλὰ χρήματα σηκώνεται νῦν ἀγοράσει $24 \frac{5}{10}$ κόλλες διαγωνισμοῦ χοντρές, ἀπὸ αὐτὲς ποὺ ἔχουν $2 \frac{1}{2}$ ἑκατοστάρικα ἢ μία. Πόσα χρήματα θὰ δώσει;

Ἄλλοι ἔχουν πέσει σὲ βαθειὰ σκέψη:

α) Οἱ 24 κόλλες ἀπὸ 2 ἑκατοστάρικα ἢ μία, στοιχίζουν 48 ἑκατοστάρικα, δηλαδὴ 4.800 δραχμὲς.

β) Οἱ 24 κόλλες ἀπὸ $\frac{1}{2}$ ἑκατοστάρικον ἢ μία στοιχίζουν $\frac{24}{2}$ τοῦ ἑκατοστάρικου, δηλαδὴ 12 ἑκατοστάρικα ἢ 1200 δραχ.

γ) Τὰ $\frac{5}{10}$ τῆς κόλλας, δηλαδὴ ἡ μισὴ κόλλα, ἀπὸ 2 ἑκατοστάρικα ἢ μία, στοιχίζουν τὰ μισὰ χρήματα, δηλαδὴ 1 ἑκατοστάρικον, ἢ 100 δραχμὲς.

δ) Τὰ $\frac{5}{10}$ τῆς κόλλας, δηλαδὴ ἡ μισὴ κόλλα ἀπὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ ἑκατοστάρικου ἢ μία, δηλαδὴ ἀπὸ 50 δραχμὲς, στοιχίζουν τὰ μισὰ χρήματα, δηλαδὴ 25 δραχμὲς.

Τώρα τὰ προσθέτουμε ὅλα μαζί: 4.800 δραχμὲς καὶ 1200 δραχμὲς καὶ 100 δραχμὲς καὶ 25 δραχμὲς, γίνονται ὅλα 6125 δραχμὲς.

Τὸ μολύβι καὶ τὸ χαρτὶ καθὼς κι ἡ κλωθία στὸν πίνακα θὰ δείξουν ἂν κάναμε σωστὴ σκέψη:

Γράφουν λοιπόν, ὅλοι:

$$2 \frac{1}{2} \times 24 \frac{5}{10} = (2 \times 24 = 48) + \left(2 \times \frac{5}{10} = \frac{10}{10} = 1 \right) + \left(\frac{1}{2} \times 24 = \frac{24}{2} = 12 \right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{10} = \frac{5}{20} \right) = 48 + 1 + 12 + \frac{5}{20} = 61 \frac{5}{20} \text{ ἑκατοστάρικα}$$

$$\left(\frac{5}{20} \text{ τοῦ ἑκατοστάρ.} = 25 \text{ δραχ.} \right) = 6.125 \text{ δραχ.}$$

Εἶδατε πόσες ἐνέργειες ἐκάναμε; Ὁ Παναγιώτης ὁμως λέει: «Ἐγὼ μπρωῶ νὰ τὸ λύσω καὶ μὲ ἄλλο τρόπο». Σηκώνεται καὶ γράφει:

$$2 \frac{1}{2} \times 24 \frac{5}{10} = \frac{5}{2} \times \frac{245}{10} = \frac{1225}{20} = 61 \frac{5}{20}.$$

Συμφωνεῖτε; Εἶδατε καὶ τοὺς δύο τρόπους; Ποιὸς εἶναι συντομώτερος; Ἐγὼ προτιμῶ νὰ ξέρετε καὶ τοὺς δύο. Ὁ δεῦτερος εἶναι βέβαια σύντομος, ὁ πρῶτος ὁμως ξυπνάει τὸ μυαλό.

Τὶ εἶναι οἱ ἀριθμοί, τοὺς ξέρετε. Περιττὸ νὰ σᾶς πῶ ὅτι πρέπει νὰ βγάλετε τὸ συμπέρασμα καὶ νὰ τὸ γράψετε στὸ τετράδιό σας.

Ἀσκήσεις καὶ προβλήματα.

1. Τὸ πρατήριο τῆς Ἑταιρείας ἘΒΓΑ στὴ γειτονιά μας πουλάει κάθε πρωτὶ 236 μπουκάλια γάλα. Τὸ κάθε μπουκάλι ἔχει μέσα $\frac{200}{400}$ τῆς ὁκᾶς γάλα. Πόσες ὁκάδες γάλα πουλάει, λοιπόν, κάθε μέρα τὸ πρατήριο;

2. Στὸ σπίτι μου τρῶμε κάθε μέρα $2 \frac{1}{4}$ ὁκάδες ψωμί. Πόσες ὁκάδες ψωμί τρῶμε ὅλο τὸ μῆνα; (30 ἡμέρες)

3. Ο νερόμυλος του κ. Καλλαντζή στα Μποζικά της Κορινθίας, αλέθει στην ώρα $82 \frac{3}{8}$ δκάδες σιτάρι. Πόσες δκάδες αλέθει σε $7 \frac{3}{4}$ ώρες;

4. Όλοι οι κάτοικοι του χωριού μας είναι 630. Ο καθένας χρειάζεται σιτάρι τὸ μῆνα κατὰ μέσον ὄρον $7 \frac{2}{8}$ δκάδες. Πόσες δκάδες σιτάρι χρειάζονται ὅλοι οἱ κάτοικοι τοῦ χωριού μας κάθε μῆνα; Πόσες δκάδες τὸ χρόνο;

5. Τὸ περασμένο καλοκαίρι συνεργεῖο τῆς Νομαρχίας ῥάντισε μὲ Δ. Δ. Τ. ὅλα τὰ σπίτια τοῦ χωριού μας, πὸν εἶναι 120. Σὲ κάθε σπίτι ἔκαναν πάνω - κάτω $\frac{20}{60}$ τῆς ὥρας. Πόσες ὥρες ἔκαμε τὸ συνεργεῖο γιὰ νὰ περάσῃ ὅλα τὰ σπίτια τοῦ χωριού;

6. Στὴ Δαλαμανάρα τοῦ Ἄργους ὑπάρχει ἐργοστάσιο κονσερβοποιίας. Μιὰ μέρα πῆγαν τὰ παιδιά τῶν σχολείων Νεμέας ἐκδρομὴ κι' εἶδαν τὶς ἐργασίες. Μὲ τὴν εὐκαιρία ἔκαναν καὶ διάφορους λογαριασμούς.

α) Κάθε μικρὸ κουτὶ ντοματοπελιτὲ ζυγίζει $2 \frac{3}{4}$ δκάδες. Πόσες δκάδες ζυγίζουν τὰ 300 κουτιά;

β) Κάθε κουτὶ μπάμιες ζυγίζει $\frac{6}{8}$ τῆς δκάς. Πόσες δκάδες ζυγίζουν τὰ 565 κουτιά;

γ) Κάθε κουτὶ φασολάκια ζυγίζει $\frac{14}{16}$ τῆς δκάς. Πόσο ζυγίζουν τὰ 670 κουτιά.

7) Ὁ σωφὸρ κ. Σπῦρος Σιαμπλῆς ἀπὸ τὴ Νεμέα ἔβγαλε τώρα ἓνα καινούργιο λεωφορεῖο, πὸν τρέχει στὴν ἄσφαλτο μὲ $72 \frac{3}{5}$ χιλιόμετρα τὴν ὥρα. Πόσα χιλιόμετρα θὰ τρέξῃ σὲ $10 \frac{1}{2}$ ὥρες;

8. Τὸ ἑλληνικὸ ὑπερωκεάνειο «Νέα Ἑλλάς» πὸν κάνει τὴ διαδρομὴ Πειραιᾶ-Νέα Ὑόρκη, πλέει μὲ ταχύτητα $22 \frac{5}{10}$ μίλια

τήν ώρα. Πόσα μίλια θα πλεύσει σε $\frac{1}{2}$ τῆς ὥρας; Πόσα σε 15 ὥρες; Πόσα σε $20 \frac{3}{4}$ ὥρες;

9. Ὁ κ. Κ. Τσάκωνας μπακάλης στὰ Μποξικά τῆς Νεμέας κατέβηκε στὴ Νεμέα καὶ ψώνισε γιὰ τὸ μαγαζί του τὰ παρακάτω εἶδη: α) Ζάχαρη $7 \frac{1}{2}$ ὀκάδες μὲ 14 χιλιάρικα τὴν ὀκά. β) Μακαρόνια $16 \frac{2}{5}$ ὀκάδες μὲ $4 \frac{1}{10}$ χιλιάρικα τὴν ὀκά. γ) Καφ-φέ $\frac{4}{8}$ τῆς ὀκάς μὲ $66 \frac{10}{100}$ χιλιάρικα τὴν ὀκά. καὶ δ) ρύζι $12 \frac{1}{4}$ ὀκάδες μὲ $11 \frac{1}{20}$ χιλιάρικα τὴν ὀκά. Πόσα χιλιάρικα ἔδω-σε σ' ὅλα τὰ ψώνια;

10. Στὰ 1947 ἔγινε σ' ὅλους τοὺς ὑπαλλήλους διανομὴ ὑφά-σματος ἀπὸ $4 \frac{1}{2}$ πήχεις σὲ καθένα. Εἶναι 14.650 δασκάλοι. Πόσοι πήχεις ὑφασμα μοιράστηκαν μόνο στοὺς δασκάλους;

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Ὅταν γνωρίζουμε πόσο ἔχουν οἱ πολλὲς μονάδες ἢ μέρος τῆς μονάδος καὶ θέλουμε νὰ βροῦμε πόσο ἔχει ἢ μία μονάδα κά-νουμε διαίρεση.

(Υλικά γιὰ τὴ διδασκαλία τῆς διαίρεσης κλασμάτων. Ἡ τάξη γίνεται μικρὸ παντοπωλεῖο μὲ μικροποσὰ ἀπὸ ζάχαρη, ρύζι μακαρόνια, καφφέ, τσαΐ, φασόλια, κουκιά, καραμέλλες καὶ διά-φορα εἶδη γραφικῆς ὕλης. Μία μικρὴ ζυγαριὰ μὲ τὰ δράμια τῆς καὶ πραγματικὰ χρήματα. Εἶπαμε ὅτι κάθε φορὰ οἱ πωλητὲς κα' ἀγοραστὲς ἀλλάζουν).

1. Ἡ Μαριάνθη σηκώνεται καὶ μὲ $\frac{5}{10}$ τοῦ χιλιάρικου ἀγο-ράζει 5 καραμέλλες. Πόσο ἔχει ἢ μία καραμέλλα;

Ὁ πωλητὴς, ὁ ἀγοραστὴς κα' ὅλα τὰ παιδιά σκέπτονται. Ἀφοῦ ξέρουν πόσο ἔχουν οἱ πολλὲς καραμέλλες καὶ θέλουν νὰ μάθουν πόσο ἔχει ἢ μία πρέπει νὰ κάμουν διαίρεση. Ἐδῶ ἔχου

με νὰ διαιρέσουμε τὸ κλάσμα $\frac{5}{10}$ διὰ 5. Εἶπαμε στὶς ιδιότητες τῶν κλασμάτων ὅτι ἓνα κλάσμα γίνεται μικρότερο, ὅταν διαιρέσουμε τὸν ἀριθμητὴ του, ἢ πολλαπλασιάσουμε τὸν παρονομαστή του. Ὁ ἀριθμητὴς τοῦ κλάσματος $\frac{5}{10}$ διαιρεῖται διὰ τοῦ 5 καὶ ἔχουμε πηλίκον $\frac{1}{10}$. Ἐπομένως ἡ κάθε μία καραμέλλα ἀξίζει

$\frac{1}{10}$ τοῦ χιλιάριου δηλαδὴ 100 δραχμές.

Μετὰ τὴ σκέψη ὅλοι γράφουν :

$$\frac{5}{10} : 5 = \frac{1}{10} \text{ τοῦ χιλ.} = 100 \text{ δραχμές.}$$

Τὶ ἀριθμὸς εἶναι ὁ διαιρετέος καὶ τὶ ἀριθμὸς εἶναι ὁ διαιρέτης; Πῶς ἔγινε ἡ διαίρεση; Βγάλτε τὸ συμπέρασμα καὶ γράψτε το.

2. Ὁ Θανάσης σηκώνεται καὶ μὲ $\frac{8}{10}$ τοῦ χιλιάριου ἀγοράζει 10 χαρτοφάκελλα. Πόσο ἔχει τὸ ἓνα χαρτοφάκελλο;

Ἔδῳ ὁ ἀριθμητὴς δὲν διαιρεῖται διὰ τοῦ ἀκεραίου. Θὰ πολλαπλασιάσουμε τὸν παρονομαστή. Ὅλοι γράφουν:

$$\frac{8}{10} : 10 = \frac{8}{100} \text{ τοῦ χιλιάριου} = 80 \text{ δραχμές.}$$

Τὶ ἀριθμοὶ εἶναι ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης; Πῶς ἔγινε ἡ διαίρεση; Βγάλτε μόνοι τὸ συμπέρασμα καὶ γράψτε το.

3. Ἡ Τασοῦλα μὲ 10 $\frac{6}{10}$ χιλάρικα ἀγόρασε 2 ὀκάδες μακαρόνια. Πόσο ἔχει ἡ ὀκά;

Ἔδῳ καὶ ὁ ἀκεραῖος διαιρεῖται διὰ τοῦ ἀκεραίου καὶ ὁ ἀριθμητὴς διαιρεῖται διὰ τοῦ ἀκεραίου.

$$\text{Ὅλοι γράφουν: } 10 \frac{6}{10} : 2 = 5 \frac{3}{10} \text{ χιλάρικα} = 5300 \text{ δραχ.}$$

Τὶ ἀριθμοὶ εἶναι ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης; Πῶς ἔγινε ἡ διαίρεση; Γράψτε μόνοι σας τὸ συμπέρασμα στὸ τετράδιο.

4. Ὁ Σπῦρος μὲ 48 $\frac{2}{5}$ χιλιάρια ἀγοράζει 4 δεκάδες ρύζι ντόπιο. Πόσο ἔχει ἡ δεκά;

Σκέψη πολὺ ἀπλή. Ὁ ἀκέραιος διὰ τοῦ ἀκεραίου διαιρεῖται ὁ ἀριθμητῆς διὰ τοῦ ἀκεραίου δὲν διαιρεῖται. Θὰ πολλαπλασιάσουμε τὸν παρονομαστή.

Ὅλοι γράφουν : $48 \frac{2}{5} : 4 = 12 \frac{2}{20}$ χιλιάρια = 12 100 δραχμές.

Πῶς ἐγινε τώρα ἡ διαίρεση; Συμπληρώσετε τὸ συμπέρασμα τοῦ προηγουμένου παραδείγματος.

Ἡ Καλλιόπη μὲ 25 $\frac{1}{4}$ χιλιάρια ἀγοράζει 3 δεκάδες βακαλάο. Πόσο ἔχει ἡ δεκά;

Ὁ ἀκέραιος δὲν διαιρεῖται διὰ τοῦ ἀκεραίου. Ὁ μικτὸς 25 $\frac{1}{4}$ θὰ γίνῃ κλάσμα $\frac{101}{4}$. Ὁ ἀριθμὸς 101 δὲν διαιρεῖται ἀκριβῶς διὰ 3. Πολλαπλασιάζουμε τὸν παρονομαστή:

Ὅλοι γράφουν: $25 \frac{1}{4} : 3 = \frac{101}{4} : 3 = \frac{101}{12} = 8 \frac{5}{12}$ χιλιάρια = 8.417,50 δραχμές.

Εἶδατε πῶς ἐργαζόμεθα στὰ τρία τελευταῖα παραδείγματα; Νὰ γράψετε λοιπὸν ἓνα γενικὸ κανόνα πῶς γίνεται ἡ διαίρεση ὅταν ἔχουμε νὰ διαιρέσουμε μικτὸ δι' ἀκεραίου καὶ γιὰ τὶς τρεῖς περιπτώσεις.

(Μιὰ μικρὴ παρένθεση. Γιὰ νὰ βρῶ πόσες δραχμές εἶναι τὰ $\frac{5}{12}$ τοῦ χιλιάριου, πολλαπλασίασα τὸ 1000 γιὰτὶ χίλιες δραχμὲς ἔχει τὸ χιλιάριον), ἐπὶ $\frac{5}{12}$ δηλαδή $1000 \times \frac{5}{12} = \frac{5000}{12}$

Τὸ κλάσμα εἶναι καταχρηστικό. Βγάζουμε τὶς ἀκέραιες μονάδες διαιρώντας τὸν ἀριθμητῆ διὰ τοῦ παρονομαστοῦ. Ἀφοῦ τέλειωσε ὁ ἀκέραιος, βάζουμε ὑποδιαστολὴ καὶ προχωροῦμε σὲ δέκατα καὶ ἑκατοστά. Ἔτσι $\frac{5000}{12} = 417,50$ δραχμές.)

6. Ὁ Ντίνος σηκώνεται καὶ μὲ $\frac{3}{4}$ τοῦ δεκαχίλιαρου ἀγοράζει

$\frac{5}{8}$ τῆς ὀκᾶς ζάχαρη Πόσο ἔχει ἡ ὀκᾶ;

Ἐδῶ χρειάζεται λίγη προσοχή :

Ἀφοῦ τὰ $\frac{5}{8}$ τῆς ὀκᾶς ἀξίζουν $\frac{3}{4}$ τοῦ δεκαχίλιαρου

τὸ $\frac{1}{8}$ » » » 5 φορές λιγώτερο : δηλαδή

$$\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4 \times 5}$$

καὶ τὰ $\frac{8}{8}$ (δηλ. ἡ 1 ὀκᾶ) » 8 φορές περισσότερο δηλ.

$$\frac{3 \times 8}{4 \times 5} = \frac{24}{20} = 1 \frac{4}{20} \text{ τοῦ δεκαχίλιαρου}$$

1 δεκαχίλιο εἶναι 10.000. Τὰ $\frac{4}{20}$ ἢ $\frac{1}{5}$ τοῦ δεκαχίλιαρου εἶναι 2.000 δραχμές. Ὅλα μαζί 12.000 δραχμές.

Ἀπὸ τῆ σκέψη αὐτὴ βγῆκε τὸ παρακάτω. Ὅλοι γράφουν :

$$\frac{3}{4} : \frac{5}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{5} = \frac{24}{20} = 1 \frac{4}{20} = 1 \frac{1}{5} \text{ τοῦ δεκαχίλ.} =$$

12.000 δρχ.

Πῶς διαροῦμε λοιπὸν κλάσμα διὰ κλάσματος; Γράψετε τὸ συμπέρασμα στὸ τετράδιό σας.

7. Ὁ Γιαννάκης μὲ 52 $\frac{4}{10}$ ἀγοράζει $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκᾶς καφφέ.

Πόσο ἔχει ἡ ὀκᾶ;

Ὁ μικτὸς θὰ γίνῃ κλάσμα κι' ἔπειτα ξέρουμε πῶς θὰ διαροῦμε δύο κλάσματα.

$$\text{Ὅλοι γράφουν : } 52 \frac{4}{10} : \frac{3}{8} = \frac{524}{10} \times \frac{8}{3} = \frac{4192}{30} =$$

$$83 \frac{42}{50} \text{ χιλ.} = 83.840 \text{ δραχμές.}$$

Πῶς γίνεται κι' αὐτὴ ἡ διαίρεση εἶναι εὐκόλο νὰ τὸ ποῦμε
Γράψετε λοιπὸν τὸ συμπέρασμα μόνοι σας.

8. Ὁ Παῦλος μὲ $65 \frac{1}{2}$ χιλιάρινα ἀγοράζει $12 \frac{2}{4}$ ὀκάδες μακαρόνια. Πόσο ἔχει ἡ ὀκά;

Κι' οἱ δυὸ μικτοὶ θὰ γίνουν κλάσματα. Ἐπειτα εἶναι γνωστὸ πῶς διαιροῦμε κλάσμα διὰ κλάσματος.

$$\begin{aligned} \text{Ὅλοι γράφουν : } 65 \frac{1}{2} : 12 \frac{2}{4} &= \frac{131}{2} : \frac{50}{4} = \frac{131}{2} \times \\ \frac{4}{50} &= \frac{524}{100} = 5 \frac{24}{100} \text{ χιλ.} = 5.240 \text{ δραχμές.} \end{aligned}$$

Πόσο εὐκόλος εἶναι ὁ κανόνας γιὰ τὴν παραπάνω περίπτωσι! Γράψτετο λοιπὸν.

9. Ἡ Γεωργία μὲ 4.000 δραχμὲς ἀγόρασε $\frac{5}{8}$ τοῦ πήχεως κορδέλλα γιὰ τὰ μαλλιά της. Πόσο ἔχει ὁ πήχης;

Ὅλοι σκέπτονται : Ἀφοῦ τὰ $\frac{5}{8}$, ποὺ εἶναι ἓνα μέρος τοῦ πήχεως, ἔχουν 4.000, τὸ $\frac{1}{8}$ θὰ ἔχη 5 φορές λιγώτερο, δηλαδὴ $\frac{4000}{5}$. Καὶ τὰ $\frac{8}{8}$ θὰ ἔχουν 8 φορές περισσότερο ἀπ' ὅσο ἔχει τὸ $\frac{1}{8}$, δηλαδὴ $\frac{4000 \times 8}{5} = \frac{32000}{5} = 6400$ δραχμὲς.

Ὅλοι γράφουν :

$$4000 : \frac{5}{8} = 4000 \times \frac{8}{5} = \frac{32000}{5} = 6400 \text{ δραχμὲς.}$$

Ἔτσι βγαίνει τὸ συμπέρασμα. Ὅταν ἔχουμε νὰ διαιρέσουμε ἀκέραιον διὰ κλάσματος..., ἀλλά, συμπληρώσετε μόνοι σας τὸ συμπέρασμα.

10. Ἡ Ἀλεξάνδρα μὲ 14 χιλιάρινα ἀγόρασε $4 \frac{2}{4}$ πήχεις δαντέλλα. Πόσο ἔχει ὁ πήχης;

Τὴν ἴδια σκέψη κάνουν ὅλοι, μόνο ποὺ ὁ μικτὸς πρέπει νὰ γίνῃ κλάσμα.

$$\begin{aligned} \text{Ὅλοι γράφουν : } 14 : 2 \frac{2}{4} &= 14 : \frac{10}{4} = 14 \times \frac{4}{10} = \\ \frac{56}{10} &= 5 \frac{6}{10} \text{ χιλιάρινα} = 5.600 \text{ δραχμὲς.} \end{aligned}$$

Τί ἦσαν οἱ ἀριθμοὶ ποὺ διαιρέσαμε καὶ πῶς ἔγινε ἡ διαίρεση; Πιστεύω ὅτι οὔτε καὶ σ' αὐτὸ τὸ συμπέρασμα θὰ δυσκολευθῆτε. Γράψτε τὸ στὸ τετράδιο.

Ἀσκήσεις καὶ προβλήματα.

1. Μοιράσαμε $63 \frac{1}{5}$ χιλιάρικα σὲ 6 παιδιά. Πόσα θὰ πάρῃ τὸ καθένα;
2. Ἐνα δοχεῖο πετρελαίου, ποὺ παίρνει $11 \frac{3}{4}$ ὀκάδες, ἔχει $28 \frac{2}{10}$ χιλιάρικα. Πόσο ἔχει ἡ ὀκά;
3. Μὲ $\frac{9}{10}$ τοῦ δεκαχίλιου ἀγοράζω $\frac{6}{8}$ τῆς ὀκάς ζάχαρη. Πόσο ἔχει ἡ ὀκά;
4. Μὲ $41 \frac{1}{4}$ χιλιάρικα ἀγοράζουμε $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκάς καφφέ. Πόσο ἔχει ἡ ὀκά;
5. Πόσες ὀκάδες σταφύλια ἀγοράζουμε μὲ $24 \frac{1}{2}$ χιλ. ὄταν ἡ κάθε ὀκά στοιχίζει $3 \frac{1}{2}$ χιλ.;
6. Πόσα κουτιά γάλα ἐβαπορὲ ἀγοράζουμε μὲ $69 \frac{1}{2}$ χιλ. ἀφοῦ τὸ κάθε κουτὶ στοιχίζει $2 \frac{8}{10}$ χιλ.;
7. Μὲ $\frac{3}{10}$ τοῦ χιλιάρικου ἀγοράζω ἕνα λεμόνι. Πόσα λεμόνια θ' ἀγοράσω μὲ $4 \frac{4}{5}$ χιλ.;
8. Κάμετε καὶ μόνοι σας τέτοια προβλήματα ἀπὸ τῆ ζωὴ τοῦ σχολειοῦ καὶ τοῦ σπιτιοῦ σας;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ ΤΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

1. Ἡ μητέρα τῆς Πόπης ἔβαλε στὴν τσάντα της 200 χιλιάρια καὶ πῆγε στὴν ἀγορὰ νὰ ψωνίσῃ μερικὰ πραγματάκια γιὰ τὰ παιδιά καὶ τρόφιμα. Πῆρε πρῶτα 4 φανελλίτσες μὲ $8 \frac{1}{5}$ χιλιάρια τὴ μία, 8 ζεύγη κάλτσες μὲ $7 \frac{2}{10}$ χιλιάρια τὸ ζεῦγος καὶ 6 $\frac{1}{8}$ πήχεις τομπράλκο μὲ $9 \frac{1}{2}$ χιλιάρια τὸν πήχυ.

Μὲ τὰ ὑπόλοιπα χρήματα ἀγόρασε $3 \frac{2}{4}$ ὀκάδες ζάχαρη. Πόσα ἔδωσε στὶς φανελλίτσες, στὶς κάλτσες καὶ στὸ τομπράλκο καὶ πόσο στοίχισε κάθε ὀκά ζάχαρη;

2. Ὁ κ. Νικ. Ἀβραὰς ἔβαλε στὸ μουλάρι τοῦ $83 \frac{1}{4}$ ὀκάδες κάστανά καὶ τὰ πῆγε στὸ παζάρι τῆς Ἀγιάς νὰ τὰ πουλήσῃ. Ἡ τιμὴ τους ἐκεῖνη τὴν ἡμέρα ἦταν $3 \frac{1}{20}$ χιλιάρια ἡ ὀκά. Ὁταν πῆρε τὰ χρήματα πῆγε νὰ ψωνίσῃ γιὰ τὸ σπίτι. Ἀγόρασε $4 \frac{1}{2}$ ὀκάδες μακαρόνια μὲ $5 \frac{2}{10}$ χιλιάρια τὴν ὀκά, $\frac{1}{2}$ τῆς ὀκάς ρύζι μὲ $16 \frac{1}{4}$ χιλιάρια τὴν ὀκά καὶ $6 \frac{5}{8}$ ὀκάδες σαποῦνι πράσινο μὲ $8 \frac{3}{5}$ χιλιάρια τὴν ὀκά. Μὲ τὰ ὑπόλοιπα ἀγόρασε 3 ζεύγη παπούτσια γιὰ τὰ παιδιά. Πόσα πῆρε ἀπὸ τὰ κάστανά, πόσα ἔδωσε στα μακαρόνια, ρύζι καὶ σαποῦνι καὶ πόσο στοίχισε κάθε ζεῦγος παπούτσια;

3. Ὁ ἔμπορος κ. Σοφὶὸς ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ ἔβαλε 350 χρυσὲς λίρες στὴν τσέπη καὶ πῆγε στὰ ἐργοστάσια ὑφασμάτων νὰ ψωνίσῃ ὑφάσματα γιὰ τὸ ἐμπορικό του. Ἀπὸ τὸ ἐργοστάσιο Δημητριάδη πῆρε $6 \frac{1}{2}$ τόπια ὑφασμα μὲ $18 \frac{4}{20}$ λίρες τὸ τόπι. Ἀπὸ τὸ ἐργοστάσιο Λαναρᾶ πῆρε $4 \frac{1}{4}$ τόπια ὑφασμα μὲ 15 λίρες τὸ τόπι. Μὲ τίς ὑπόλοιπες λίρες πῆρε ἀπὸ τὸ ἐργοστάσιο

«Μπριτάνια» $8 \frac{1}{5}$ τόπια ὕφασμα. Πόσα ἔδωσε στὰ ἐργοστάσια Δημητριάδη καὶ Λαναοῦ καὶ πόσο πλήρωσε κάθε τόπι ὕφασμα στὸ ἐργοστάσιο «Μπριτάνια»;

4. Στὴν Ἀθήνα ὑπάρχουν μεγάλες χαρταποθῆκες ἀπ' ὅπου οἱ βιβλιοπῶλες προμηθεύονται τὸ χαρτὶ ποὺ τυπώνουν τὰ βιβλία. Κάθε δεσμίδα χαρτί, ἀνάλογα μὲ τὸ βάρος ποὺ ἔχει κάθε φύλλο, ἔχει καὶ τὴν ἀξία της. Ἄν εἶναι βαρύτερο εἶναι ἀκριβότερο, ἂν εἶναι ἐλαφρότερο εἶναι φθηνότερο. Ἐνας ἐκδοτικὸς Οἶκος διέθεσε ἐφέτος γιὰ τὴν ἀγορὰ χαρτιοῦ γιὰ τὴν ἐκτύπωση τῶν βιβλίων, 8.000 χιλιάρικα. Πῆρε $60 \frac{1}{2}$ δεσμίδες μὲ

$40 \frac{1}{4}$ χιλιάρικα τὴ μία, 48 $\frac{1}{5}$ δεσμίδες μὲ $50 \frac{1}{10}$ χιλιάρικα

τὴ μία καὶ 35 δεσμίδες μὲ $45 \frac{4}{10}$ χιλιάρικα τὴ μία. Μὲ τὰ ὑπόλοιπα ἀγόρασε 15 δεσμίδες χαρτί γιὰ τὰ ἐξώφυλλα. Πόσα ἔδωσε στὶς τρεῖς ποσότητες τοῦ χαρτιοῦ καὶ πόσο στοίχισε κάθε δεσμίδα γιὰ τὰ ἐξώφυλλα;

5. Ὁ παπποῦς μου πέθανε πέρυσι καὶ ἄφησε μὲ διαθήκη τὴν περιουσία του στὸν πατέρα καὶ στοὺς τρεῖς θεῖους μου. Ὅλη ἡ περιουσία εἶναι 84 στρέμματα καὶ ἔγραψε στὴ διαθήκη νὰ πάρουν: ὁ πατέρας μου τὰ $\frac{2}{7}$, ὁ πρῶτος θεῖος τὸ $\frac{1}{4}$, ὁ δεύτερος θεῖος τὰ $\frac{3}{14}$ καὶ τὰ ὑπόλοιπα νὰ τὰ μοιραστοῦν στὴ μέση ὁ τρίτος καὶ τέταρτος θεῖος. Πόσα στρέμματα περιουσία κληρονόμησε καθένας;

6. Ὁ κ. Βαρώτσης μεγάλος παραγωγὸς λαδιοῦ στὴν Καμάρα τῆς Κερκύρας ἔκαμε φέτος 42.000 ὀκάδες λάδι. Τοποθέτησε σὲ 4 μεγάλες δεξαμενὲς ἀπὸ $8350 \frac{1}{2}$ ὀκάδες σὲ κάθε μία. Σὲ 16 μεγάλα βαρέλια ἀπὸ $250 \frac{1}{8}$ ὀκάδες στὸ καθένα, σὲ 100 τενεκέδες ἀπὸ $12 \frac{2}{4}$ ὀκάδες στὸν καθένα καὶ τὸ ὑπόλοιπο

τὸ τακτοποίησε σὲ 32 σιδεροβάρελα. Πόσο λάδι τοποθέτησε στὶς δεξαμενές, στὰ βαρέλια καὶ στοὺς τενεκέδες, καὶ πόσο λάδι σὲ κάθε σιδεροβάρελο;

ΤΡΟΠΗ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ ΣΕ ΔΕΚΑΔΙΚΟΝ
ΚΑΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥ ΣΕ ΚΛΑΣΜΑ

1. Ἔχουμε τὸ κλάσμα $\frac{3}{4}$ τοῦ χιλιάριου νὰ τὸ κάνουμε δεκαδικὸν ἀριθμὸν. $\frac{3}{4}$ θὰ πῆ νὰ διαιρέσουμε τὸν ἀριθμητὴ 3 διὰ τοῦ παρονομαστοῦ 4. Ἄς κάνουμε τὴ διαίρεση.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 4 \\ 20 & 0,75 \\ 8 & \end{array}$$

Εἶδαμε ὅτι τὸ 4 εἰς τὸ 3 δὲν εἰσχωρεῖ. Βάζουμε 0 εἰς τὸ πηλίκον καὶ γιὰ νὰ προχωρήσουμε σὲ δεκαδικὰ βάζουμε ὑποδιαστολή στὸ 0 ποὺ εἶναι ἀκέραιος καὶ προχωροῦμε γιὰ δέκατα, βάζοντας ἓνα μηδενικὸ στὸ τέλος τοῦ 3. Κατόπι γιὰ νὰ βροῦμε ἑκατοστὰ προσθέτουμε κ' ἄλλο 0 στὸ τέλος τοῦ υπολοίπου. Ἄν ἔχουμε ὑπόλοιπο — μηδὲν — σταματᾶμε, ἂν ὄχι, προσθέτουμε κ' ἄλλο μηδὲν καὶ προχωροῦμε γιὰ χιλιοστὰ. Ἄν θέλουμε ὅμως σταματοῦμε ὡς ἐκεῖ καὶ λέμε ὅτι τὸ τάδε κλάσμα ἔγινε αὐτὸς ὁ δεκαδικὸς κατὰ προσέγγιση ἑνὸς ἑκατοστοῦ.

Λοιπὸν $\frac{3}{4} = 0,75$ τοῦ χιλιάριου, $\frac{3}{4}$ τοῦ χιλιάριου εἶναι 750 δραχμές. 0,75 τοῦ χιλιάριου εἶναι 750 δραχμές.

2. Ἄν εἶχαμε τὸν μικτὸ $10\frac{1}{5}$ νὰ τὸν κάνουμε δεκαδικόν, θὰ κάναμε πρῶτα τὸ κλάσμα δεκαδικόν σὲ ξεχωριστὸ χαρτί, κατόπι θὰ προσθέταμε καὶ τὸν ἀκέραιον καὶ θὰ εἶχαμε:

$$10\frac{1}{5} = 10\left|\begin{array}{l} 5 \\ 0,2 \\ 0 \end{array}\right. = 10,2$$

Ἄν ἦταν $10\frac{4}{1000}$ θὰ τὸ γράφαμε 10,004.

3. Τώρα ένα δεκαδικόν νά τόν κάνουμε κλάσμα εἶναι πολὺ εὐκόλο.

$0,75 = \frac{75}{100}$. Ὁ ἀριθμὸς 75 θὰ γραφῆ ἀριθμητῆς ἐνῶ τὸ 100 θὰ γραφῆ παρονομαστής. Τὸ - μηδέν - ἀκέραιος, ἀφοῦ εἶναι μηδέν δὲν γράφεται στὸ κλάσμα, ἔφ' ὅσον ξέρουμε ὅτι $\frac{75}{100}$ εἶναι λιγώτερο ἀπὸ μία ἀκεραία μονάδα.

4. Ἄν ὁ δεκαδικὸς ἦταν 15,75 τότε θὰ τὸ γράφαμε σὰν μικτό: $15 \frac{75}{100}$.

Λύσετε τὶς παρακάτω ἀσκήσεις:

1. Νὰ γίνουν δεκαδικοί, οἱ παρακάτω κλασματικοὶ ἀριθμοί.

$$\frac{24}{100}, \frac{3}{5}, 12 \frac{7}{8}, 39 \frac{5}{10}, \frac{65}{1000}, 14 \frac{1}{4}, \frac{8}{10}, \frac{40}{50}.$$

2. Νὰ γίνουν κλασματικοὶ οἱ παρακάτω δεκαδικοὶ ἀριθμοί.
18,4 0,27 56,08 23,800 0,005 39,6 0,02.

Προβλήματα μὲ δεκαδικοὺς καὶ κλασματικοὺς ἀριθμούς,

1. Ἡ μητέρα μου τὴν πρωτοχρονιά ἔκαμε στὸ σπίτι ἕνα γλύκισμα καὶ ἔβαλε μέσα αὐτὰ τὰ ὑλικά. Ἄλευρι $1 \frac{3}{4}$ ὀκάδες, γάλα

0,75 τῆς ὀκάς, βούτυρο $\frac{4}{8}$ τῆς ὀκάς, ζωμὸ πορτοκαλλιοῦ 0,125

τῆς ὀκάς. Πόσο ἦταν ὅλο τὸ βάρος τῶν ὑλικῶν;

2. Ὁ πῆχυς μεταξωτὸ ὕφασμα στοιχίζει 22,50 χιλιάρικα. Πόσο στοιχίζουν οἱ $7 \frac{2}{8}$ πήχεις;

3. Ἐνα βαρέλι τυρὶ γεμᾶτο ζυγίζει $44 \frac{2}{4}$ ὀκάδες. Ὁ μπακάλης τῆς γειτονιάς μας πούλησε τὴ μιὰ μέρα $5 \frac{1}{8}$ ὀκάδες καὶ τὴ δεύτερη μέρα 12,40 ὀκάδ. Πόσο τυρὶ ἔμεινε ἀκόμα μέσα στὸ βαρέλι;

Ἀριθμητικὴ καὶ προβλήματα

Τι βλέπουμε στο ἀποτέλεσμα: Κάναμε τὸ ἴδιο πὺν ἔγινε: στὴ διαίρεση κλάσματος διὰ κλάσματος. Ἀντιστρέψαμε τοὺς ὀρους τοῦ διαιρέτη καὶ ἀντὶ γιὰ διαίρεση ἔγινε πολλαπλασιασμός.

3. Μὲ $18\frac{4}{10}$ χιλ. ἀγοράζουμε 5 $\frac{3}{4}$ πήχεις κορδέλλα γιὰ τὰ μαλλιά. Πόσο ἔχει ὁ ἕνας πῆχυν;

Τὸ πρόβλημα αὐτὸ μπορούμε νὰ τὸ λύσουμε μὲ διαίρεση. Μποροῦμε ὅμως νὰ τὸ λύσουμε καὶ μὲ τὴν ἀναγωγή εἰς τὴν μονάδα. Οἱ μικτοὶ θὰ γίνουν κλάσματα. $18\frac{4}{10} = \frac{184}{10}$, $5\frac{3}{4} = \frac{23}{4}$.

Πρέπει νὰ θυμούμεθα ὅτι στὴν ἀναγωγή εἰς τὴν μονάδα ἀρχίζουμε πάντα ἀπὸ τὸ ποσὸ πὺν δὲν ἔχει τὸν ἀγνωστο. Ἐδῶ ἀγνωστο εἶναι τὸ ποσὸ τῶν χρημάτων. Ἐπομένως θὰ ἀρχίσουμε ἀπὸ τοὺς πήχεις.

Δύση.

$$\begin{aligned} \text{ἀφοῦ τὰ } \frac{23}{4} \text{ τοῦ πήχεως ἀξίζουν } \frac{184}{10} \text{ τοῦ χιλιάρικου} \\ \text{τὸ } \frac{1}{4} \text{ » » » } \frac{184}{10 \times 23} \text{ » » (δηλ. 23 φ.} \\ \text{καὶ τὰ } \frac{4}{4} \text{ (δηλ. 1 πῆχ.) » } \frac{184 \times 4}{10 \times 23} = \frac{736}{230} = \\ = 3\frac{46}{230} = 3\frac{1}{5} \text{ χιλιάρικα.} \end{aligned}$$

4. Μία ὀκὰ πατάτες ἔχει $2\frac{4}{10}$ τοῦ χιλιάρικου. Πόσες πατάτες ἀγοράζουμε μὲ $\frac{3}{5}$ τοῦ χιλιάρικου;

Θὰ βροῦμε πρῶτα πόσες πατάτες ἀγοράζουμε μὲ 1 χιλιάρικο καὶ ἔπειτα μὲ $\frac{3}{4}$ τοῦ χιλιάρικου. Ἀγνωστο ποσὸ εἶναι οἱ πατάτες. Ἐπομένως θ' ἀρχίσουμε ἀπὸ τὰ χιλιάρικα. Ὁ μικτός $2\frac{4}{10}$ θὰ γίνῃ κλάσμα $\frac{24}{10}$.

Λύση.

ἄφοῦ μὲ $\frac{24}{10}$ τοῦ χιλιάρ. ἀγοράζουμε 1 ὀκὰ πατάτες

μὲ $\frac{1}{10}$ » » » $\frac{1}{24}$ τῆς ὀκ. (23 φ. λιγ.)

καὶ μὲ $\frac{10}{10}$ (δηλ. 1 χιλ.) » $\frac{1 \times 10}{24} = \frac{10}{24}$ τῆς ὀκ.

ἄφοῦ μὲ 1 χιλ. ἢ $\frac{5}{5}$ τοῦ χιλ. ἀγοράζουμε $\frac{10}{24}$ τῆς ὀκᾶς

μὲ $\frac{1}{5}$ » » » $\frac{10}{24 \times 5}$ (5 φορ. λιγ.)

καὶ μὲ $\frac{3}{5}$ » » » $\frac{10 \times 3}{24 \times 5} = \frac{30}{120} =$

$\frac{1}{4}$ τῆς ὀκᾶς.

5. Ὁ γέρο-Ζῆδρος πεθαίνοντας ἄφησε τὴν περιουσία του στὰ τρία παιδιὰ του. Ἡ περιουσία του ἦταν 30.000.000 δραχμ.

Στὴ διαθήκη ἔγραψε νὰ πάρη ὁ πρῶτος γυιὸς τὰ $\frac{4}{15}$ τῆς περιουσίας, ὁ δεύτερος τὰ $\frac{3}{10}$ τῆς περιουσίας καὶ ὁ τρίτος τὰ ὑπόλοιπα. Πόσα χρήματα θὰ πάρη ὁ καθένας;

Λύση.

α) τὰ $\frac{15}{15}$ τῆς περιουσίας εἶναι 30.000.000 δραχμὲς

τὸ $\frac{1}{15}$ » » » $\frac{30.000.000}{15}$ δραχμ. (15. φορ. λιγ.)

τὰ $\frac{4}{15}$ » » » $\frac{30.000.000 \times 4}{15} = \frac{120.000.000}{15}$
 $= 8.000.000$ δραχμὲς.

β) τὰ $\frac{10}{10}$ τῆς περιουσίας εἶναι 30.000.000 δραχμὲς.

	$\frac{1}{10}$	»	»	»	$\frac{30.000.000}{10}$ δραχ. (10 φορ. λιγ.)	
	$\frac{3}{10}$	»	»	»	$\frac{30.000.000 \times 3}{10} = \frac{90.000.000}{10} =$ 9.000.000 δραχμές.	
Ο πρώτος	θα	πάρη	8.000.000	+	30.000.000	—
			9.000.000		17.000.000	
ο δεύτερος	»	»	17.000.000		13.000.000	
ο τρίτος	»	»	13.000.000			

Προβλήματα.

1. 5 βιβλία Ἀριθμητικῆς στοιχίζουν 42.500 δραχμές. Πόσο ἔχουν τὰ 24 βιβλία;

2. 16 ὀκάδες σιτάρι ἔχουν 35.200 δραχμές. Πόσο ἔχουν οἱ 45 ὀκάδες σιτάρι;

3. Μὲ $89\frac{1}{10}$ χιλιάρ. ἀγοράζουμε 5 $\frac{1}{2}$ ὀκάδες ρύζι. Πόσα χιλιάρικα ἔχει ἡ μία ὀκά;

4. Μία ὀκά κρέας ἔχει $22\frac{1}{5}$ χιλιάρικα. Πόσο κρέας ἀγοράζουμε μὲ $5\frac{6}{10}$ χιλιάρικα;

5. Ο παππὸς πεθαίνοντας ἄφησε περιουσία 960 ρίζες ἐλιές. Στὴ διαθήκη ἔγραψε νὰ πάρουν ὁ πρῶτος γυιὸς τὰ $\frac{4}{24}$ τῆς περιουσίας, ὁ δεύτερος τὰ $\frac{3}{8}$, ὁ τρίτος τὰ $\frac{3}{12}$ κ' ὁ τέταρτος τὰ ὑπόλοιπα. Πόσες ρίζες ἐλιές ἀνολογοῦν σὲ καθένα;

6. Τὰ τρία ἀδελφία ὁ Λάκης, ὁ Νίκος καὶ ἡ Μαίρη πῆραν δῶρο ἀπὸ τὸ μπαμπά τους 10.000 δραχμές, μὲ τὴν παρατήρηση ὁ Λάκης νὰ πάρη τὰ $\frac{6}{20}$, ὁ Νίκος τὰ $\frac{2}{5}$ κ' ἡ Μαίρη τὰ ὑπόλοιπα. Ποιὸς βγῆκε ποιοὺ κερδισμένος; Πόσα πῆρε ὁ καθένας;

7. 56 μολύβια ἔχουν 84.000 δραχμές. Πόσο ἔχουν τὰ 42 μολύβια;

8. Μὲ $\frac{15}{20}$ τοῦ εἰκοσαχίλου ἀγοράζουμε $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκτῆς κρέας.

Πόσο κρέας ἀγοράζουμε μὲ ἓνα εἰκοσαχίλιο;

9. Ἡ ἀπόσταση ἀπὸ τὴν Ἀθήνα στὴν Κόρινθο εἶναι 90 χιλιόμετρα. Μέχρι τὰ Μέγαρα τὸ αὐτοκίνητο ἔχει διανύσει τὰ $\frac{4}{9}$ τῆς ἀποστάσεως. Πόσα χιλιόμετρα, λοιπόν, εἶναι ἀπὸ τὴν Ἀθήνα μέχρι τὰ Μέγαρα;

10. Ὁ ἦχος τρέχει 340 μέτρα στὸ δευτερόλεπτο. Πόση ἀπόσταση τρέχει σὲ $\frac{4}{20}$ τοῦ δευτερολέπτου;

11. Βρῆτε μὲ τὸ μυαλό σας τὶς παρακάτω ἀσκήσεις.

α) $\frac{3}{4}$ τῆς ὥρας πόσα λεπτὰ εἶναι;

β) $\frac{2}{5}$ τοῦ χιλιομέτρου πόσα μέτρα εἶναι;

γ) $\frac{1}{4}$ τοῦ μέτρου πόσοι πόντοι εἶναι;

δ) $\frac{3}{10}$ τοῦ ἡμερησίου πόσα χιλιόμετρα εἶναι; (ἡμερησίως = 40.000 χλμ.).

ε) $\frac{7}{12}$ τοῦ 24ώρου πόσες ὥρες εἶναι;

στ) $\frac{7}{15}$ τοῦ μηνὸς πόσες ἡμέρες εἶναι; (1 μῆνας=30 ἡμέρες).

ζ) $\frac{3}{4}$ τοῦ πήχεως πόσα ρούπια εἶναι;

η) $\frac{15}{20}$ τοῦ χιλιάριου πόσες δραχμὲς εἶναι;

θ) $\frac{9}{10}$ τῆς ὀκτῆς πόσα δράμια εἶναι;

ι) $\frac{4}{5}$ τῆς λίρας πόσα σελίνια εἶναι (1 λίρα=20 σελίνια).

ΑΠΛΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

Ένας άλλος εύκολος τρόπος να λύνουμε τα προβλήματα είναι η *άπλη μέθοδος τῶν τριῶν*.

Με ζωντανά παραδείγματα θα λύσουμε προβλήματα μ' αυτή τη μέθοδο.

1. Με 27.000 δραχμές αγοράζουμε 6 πήχεις από ένα ύφασμα. Πόσους πήχεις θα αγοράσουμε με 18.000 δραχμές; Κάνουμε πρώτα την κατάταξη.

$$\begin{array}{r} \text{μὲ 27.000} \text{ δραχμὲς ἀγοράζουμε } 6 \text{ πήχεις} \\ \text{μὲ 18.000} \quad \gg \quad \gg \quad \times; \text{ πήχεις.} \end{array}$$

Ἐδῶ ἔχουμε δύο ποσά. Δραχμὲς καὶ πήχεις. Κάτω ἀπὸ τοὺς πήχεις ἐγράψαμε τὸ - X - ποὺ θὰ πῆ *ἄγνωστος*, γιατί οἱ πήχεις εἶναι ἄγνωστοι. Κάτω ἀπὸ τὴν 27.000 ἐγράψαμε τὴν 18.000 δραχμὲς γιατί εἶναι ὅμοια ποσά. Τώρα θὰ κάνουμε τὴν *σύγκριση*.

Εἴπαμε ὅτι μὲ 27.000 δραχμὲς ἀγοράζουμε 6 πήχεις ὕφασμα. Ἄν δώσουμε διπλάσια χρήματα θ' ἀγοράσουμε διπλάσιους πήχεις. Ἄν δώσουμε τριπλάσια χρήματα θ' ἀγοράσουμε τριπλάσιους πήχεις.

Ἐπίσης ἂν δώσουμε τὰ μισὰ χρήματα θ' ἀγοράσουμε μισοὺς πήχεις. Ἄν δώσουμε τὸ ἓνα τρίτο ἀπὸ τὰ χρήματα θ' ἀγοράσουμε τὸ ἓνα τρίτο ἀπὸ τοὺς πήχεις.

Βλέπουμε, λοιπὸν ὅτι ὅταν διπλασιάσαμε ἢ τριπλασιάσαμε τὰ χρήματα, διπλασιάστηκαν ἢ τριπλασιάστηκαν οἱ πήχεις. Ἐπίσης ὅταν τὰ χρήματα ἔγιναν μισά, ἢ τὸ ἓνα τρίτο καὶ οἱ πήχεις ἔγιναν μισοί, ἢ τὸ ἓνα τρίτο.

Αὐτὰ τὰ δύο ποσά λέμε ὅτι εἶναι *εὐθέως ἀνάλογα ἢ ἀνάλογα*.

Ἄνάλογα λοιπὸν λέγονται δύο ποσά, εἰς τὰ ὁποῖα ὅταν, ἢ τιμὴ τοῦ ἑνὸς πολλαπλασιάζεται ἢ διαιρεῖται δι' ἑνὸς ἀριθμοῦ, πολλαπλασιάζεται ἢ διαιρεῖται ἡ τιμὴ καὶ τοῦ ἄλλου διὰ τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ.

Ἐκάμαμε λοιπὸν τὴν σύγκριση καὶ εἶδαμε ὅτι τὰ ποσά εἶναι εὐθέως ἀνάλογα. Πόσους πήχεις θὰ ἀγοράσουμε εἶναι ἄγνωστο.

(αὐτὸς εἶναι ὁ ἄγνωστος ἀριθμὸς). Γιὰ νὰ βρεθῇ ὁμοῦς ὁ ἄγνωστος ἀριθμὸς θὰ πολλαπλασιάσουμε τὸν ἀριθμὸ πού εἶναι πάνω ἀπὸ τὸ - X - δηλαδή τοὺς πῆχεις, ἐπὶ τὸ κλάσμα πού σχηματίζει τὸ ποσὸ τῶν δραχμῶν, **ἀντεστραμμένο**. Ἀλλὰ καὶ μὲ τὴν ἀναγωγὴ εἰς τὴν μονάδα νὰ λύσουμε τὸ πρόβλημα στὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα θὰ καταλήξουμε.

$$\text{Ἔχουμε λοιπὸν: } X = 6X \frac{18.000}{27.000} = \frac{108.000}{27.000} = 4 \text{ πῆχεις.}$$

Τώρα δοκιμάσετε νὰ λύσετε τὸ ἴδιο πρόβλημα μὲ διαίρεση καὶ πολλαπλασιασμὸ καὶ μὲ τὴν ἀναγωγὴ εἰς τὴ μονάδα, γιὰ νὰ βεβαιωθῆτε ὅτι φθάνουμε στὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα.

2. 18 ἐργάτες τελειώνουν μιὰ ἐργασία σὲ 12 ἡμέρες. 12 ἐργάτες σὲ πόσες ἡμέρες θὰ τελειώσουν τὴν ἐργασία;

Πρῶτα κάνουμε τὴν κατάταξη :

οἱ 18 ἐργάτες τελειώνουν τὴν ἐργασία σὲ 12 ἡμέρες.

οἱ 10 » » » » X; ἡμέρες;

Τώρα θὰ κάνουμε τὴ σύγκριση.

Ξέρουμε ὅτι οἱ 18 ἐργάτες τελειώνουν τὴν ἐργασία σὲ 12 ἡμέρες. Ἄν οἱ ἐργάτες ἦσαν διπλάσιοι, ἡ ἐργασία θὰ τελείωνε σὲ μισὲς ἡμέρες. Ἄν οἱ ἐργάτες ἦσαν τριπλάσιοι, ἡ ἐργασία θὰ τελείωνε στὸ ἓνα τρίτο τῶν ἡμερῶν.

Ἐπίσης ἂν οἱ ἐργάτες ἦσαν μισοί, ἡ ἐργασία θὰ τελείωνε σὲ διπλάσιες ἡμέρες καὶ ἂν οἱ ἐργάτες ἦσαν τὸ ἓνα τρίτο, ἡ ἐργασία θὰ τελείωνε σὲ τριπλάσιες ἡμέρες.

Ἐδῶ βλέπουμε ὅτι ὅταν διπλασιάσαμε ἢ τριπλασιάσαμε τοὺς ἐργάτες, οἱ ἡμέρες ἔγιναν μισές, ἢ ἓνα τρίτο. Ἐπίσης ὅταν οἱ ἐργάτες ἔγιναν μισοί, ἢ τὸ ἓνα τρίτο, οἱ ἡμέρες διπλασιάστηκαν ἢ τριπλασιάστηκαν.

Αὐτὰ τὰ δύο ποσὰ λέμε ὅτι εἶναι **ἀντιστρόφως ἀνάλογα** ἢ ἀντίστροφα. Ἀντίστροφα, λοιπὸν, λέγονται δύο ποσὰ, τὰ ὁποῖα ὅταν πολλαπλασιάζεται ἡ τιμὴ τοῦ ἑνός, διαφεύεται ἡ τιμὴ τοῦ ἄλλου διὰ τοῦ ἴδιου ἀριθμοῦ καὶ ὅταν διαφεύεται ἡ τιμὴ τοῦ ἑνός, πολλαπλασιάζεται ἡ τιμὴ τοῦ ἄλλου μὲ τὸν ἴδιο ἀριθμὸ.

Ἡ σύγκριση μᾶς ἀπέδειξε ὅτι τὰ ποσὰ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα. Γιὰ νὰ βρεθῇ ὁ ἄγνωστος ἀριθμὸς, θὰ πολλαπλασιά-

σωμε τὸν ἀριθμὸν, ποὺ εἶναι πάνω ἀπὸ τὸ - X - ἐπὶ τὸ κλάσμα τοῦ ἄλλου ποσοῦ ὅπως εἶναι.

Ἔχουμε λοιπὸν: $X = 12 \times \frac{18}{10} = \frac{216}{10} = 21 \frac{6}{10}$ ἡμέρες.

Πιστεύω νὰ καταλάβετε πῶς λύνουμε αὐτὰ τὰ προβλήματα καὶ τὰ ὁμοιά τους μὲ τὴν ἀπλὴ μέθοδο τῶν τριῶν.

Βγάλτετε ἓνα γενικὸ συμπέρασμα καὶ γιὰ τὶς δύο περιπτώσεις καὶ γράψτετέ το στὸ τετράδιο.

Προβλήματα.

1. 9 πήχεις κασμήρι ἀξίζουν 783.000 δραχμές. Πόσο ἀξίζουν οἱ 24 πήχεις;
2. 56 ὀκάδες πατάτες ἀξίζουν 123.200 δραχμές. Πόσο ἀξίζουν οἱ 80 ὀκάδες;
3. 100 ὀκάδες ἀλεῦρι γίνονται 135 ὀκάδες ψωμί, οἱ 75 ὀκάδες ἀλεῦρι πόσο ψωμί θὰ γίνουν;
4. Ὁ ἐργολάβος ποὺ μᾶς ἔκτισε τὸ σχολεῖο πληρώθηκε στὰ 15 κυβικά μέτρα τοιχοποιίας 1.350.000 δραχμές. Πόσα χρήματα θὰ πάρη στὰ 216 κυβικά μέτρα ποὺ εἶναι ὅλη ἡ τοιχοποιία τοῦ σχολείου;
5. Ὁ ξυλουργὸς ποὺ ἔφτιαξε τὴν ὄροφή τοῦ σχολείου μας πληρώθηκε στὰ 7 τετραγωνικά μέτρα 77.000 δραχμές. Πόσα χρήματα θὰ πάρη γιὰ τὰ 189 τετραγωνικά μέτρα τῆς ὄροφης;
6. Γιὰ τὸ ἀμμοκονίαμα τοῦ σχολείου μας κάναμε δημοπρασία. Ὁ ἐργολάβος ποὺ ἀνέλαβε ἔπαιρνε σὲ κάθε 25 τετραγωνικά μέτρα 312.500 δραχμές. Ὅλο τὸ ἀμμοκονίαμα τοῦ σχολείου μας βγήκε 378 τετραγωνικά μέτρα. Πόσα χρήματα πῆρε ὁ ἐργολάβος;
7. Ἐστρώσαμε τὸ δάπεδο τοῦ σχολείου μὲ πλακάκια. Κάθε τετραγωνικὸ μέτρο ἔχει 25 πλακάκια. Πόσα πλακάκια τοποθετήθηκαν στὰ 126 τετραγωνικά μέτρα;
8. Γιὰ τὰ τζάμια τοῦ σχολείου μας κάναμε ἔγγραφο στὸ Ὑπουργεῖο Παιδείας καὶ μᾶς χορήγησε δωρεάν 60 τετραγωνικά μέτρα. Γιὰ νὰ τὰ μεταφέρουμε ὅμως στὸ χωριὸ πληρώσαμε σὲ

κάθε τρία τετραγωνικά μέτρα ἔξοδα 15.000 δραχμές. Πόσα ἔξοδα πληρώσαμε για ὅλα τὰ τζάμια;

9. Στὸ μαθητικὸ συσσίτιο διαθέτουμε στὶς 6 ἡμέρες 11 κουτιὰ γάλα για τὰ παιδιὰ τοῦ σχολείου μας. Στὶς 26 ἡμέρες πόσα κουτιὰ γάλα θὰ διατεθοῦν;

10. Ὁ ἐργολάβος πὺ ἀνέλαβε τὴν τοιχοποιΐα τοῦ σχολείου μας εἶχε 8 ἐργάτες καὶ τέλειωσε τὴν ἐργασία σὲ 36 ἡμέρες. Ἄν ἔβαζε 12 ἐργάτες, σὲ πόσες ἡμέρες θὰ τέλειωνε τὴν τοιχοποιΐα;

11. Ὁ ξυλουργὸς πὺ ἔκαμε τὴν ὀροφή μαζί μὲ τὸ βοηθὸ του ἐργάζονταν 8 ὥρες τὴν ἡμέρα καὶ τέλειωσαν τὴν ἐργασία σὲ 17 ἡμέρες. Ἄν ἐδούλευαν 10 ὥρες τὴν ἡμέρα, σὲ πόσες ἡμέρες θὰ τέλειωναν τὴν ἐργασία;

12. Ὁ πατέρας τῆς Τασοῦλας ἔβαλε 6 ἐργάτες καὶ ἔσκαψαν τὰ κτήματά τους σὲ 21 ἡμέρες. Ἄν ἔβαζε 9 ἐργάτες σὲ πόσες ἡμέρες θὰ ἔσκαβαν τὰ κτήματα;

ΠΟΣΟΣΤΑ

Α' Περὶ πτωση.

Ὅλες οἱ μεγάλες ἀποθῆκες ὑφασμάτων, ἐμπορευμάτων, οἱ μεγάλες ἐπιχειρήσεις καὶ τὰ μεγάλα ἐργοστάσια, ὅταν πωλοῦν τὰ εἶδη τους σὲ μικρότερα καταστήματα για μεταπώληση, κάνουν μία ἔκπτωση, δηλαδὴ ξεπέφτουν ἀπὸ τὴν τιμὴ τῶν ἐμπορευμάτων ἓνα ποσοστὸ 15%, 20%, 25%, 30%, ὑπὲρ τοῦ ἀγοραστῆ.

Ὅλα τὰ μεγάλα βιβλιοπωλεῖα πὺ ἐκδίδουν τὰ βιβλία πὺ διαβάζετε σεῖς τὰ παιδιὰ, κάνουν μία ἔκπτωση στοὺς βιβλιοπῶλες τῶν ἐπαρχιῶν, πὺ τὰ μεταπωλοῦν, 20%, 25%, ἢ 30%.

Κάθε κατάστημα πὺ βρίσκεται στὴν ἐπαρχία καὶ τοῦ ὁποίου ὁ καταστηματάρχης ἀγόρασε τὰ εἶδη του ἀπὸ τὶς ἀποθῆκες καὶ τὰ ἐργοστάσια τῶν μεγάλων πόλεων, ἢ κάθε λιανοπωλητῆς πὺ ἀγοράζει τὰ εἶδη του ἀπὸ μεγάλα καταστήματα καὶ ἀγορὲς καὶ τὰ πουλάει στὸν κόσμο, προσθέτει ἐπάνω στὴν ἀξία τῶν εἰδῶν πὺ πουλάει ἓνα ποσοστὸ ἀπὸ 10% μέχρι 30%, για ἔξοδα μεταφορᾶς, φύρας κλπ.

Τὰ προβλήματα πὺ παρουσιάζονται σ' αὐτὲς τὶς περιπτώ-

σεις τὰ λύνουμε μὲ τὴν ἀπλῆ μέθοδο τῶν τριῶν, γιατί μοιάζουν σὰν ἀπλὰ προβλήματα τόκου. Ἡ ἔκπτωση πού κάνει ἓνα μεγάλο κατάστημα σ' ἓνα μικρότερο, σ' ὁλόκληρο τὸ ποσό, λέγεται ποσοστό.

Προβλήματα.

1. Ὁ βιβλιοπώλης Νεμέας κ. Σπυρ. Μητρῶκος ἀγόρασε ἀπὸ ἓναν ἐκδοτικὸ οἶκο βιβλία ἀξίας 850.000 δραχμῶν. Ὁ ἐκδοτικὸς οἶκος τοῦ ἔκαμε ἔκπτωση 25%. Πόση εἶναι ἡ ἔκπτωση καὶ πόσο εἶναι τὸ ποσὸ πού θὰ πληρώση;

Λύση.

Στις $\frac{100}{850.000}$ δραχμ. κάνει $\frac{25}{X}$ δραχμ. ἔκπτωση
 » » » » » »

Συγκρίνοντας τὰ ποσὰ βλέπουμε ὅτι εἶναι εὐθέως ἀνάλογα.

Ἐπομένως:

$$X \doteq 25 X \frac{850.000}{100} = \frac{21.250.000}{100} = 212.500 \text{ δραχ.}$$

Γιὰ νὰ εὐκολυθοῦμε κάνουμε πρῶτα ἀπλοποίηση μὲ τὸ 100.

Ἔτσι θὰ ἔχουμε:

$$25 X \frac{850.000}{100} = 25 X \frac{8500}{1} = \frac{212.500}{1} = 212.500 \text{ δραχμῆς.}$$

Ἀφοῦ ἡ ἔκπτωση εἶναι 212.500 δραχμῆς γιὰ νὰ δοῦμε τὸ ποσὸ θὰ πληρώση θὰ ἀφαιρέσουμε τὴν ἔκπτωση ἀπὸ τὴν ἀξία τῶν βιβλίων.

$$850.000 -$$

$$\underline{212.500}$$

$$637.500 \text{ δραχ. Αὐτὸ εἶναι τὸ ποσὸ πού θὰ πληρώση.}$$

2. Ὁ βιβλιοπώλης Κερκύρας κ. Ξεν. Βλάχος προμηθεύτηκε ἀπὸ ἓναν ἐκδοτικὸ οἶκο βιβλία ἀξίας 3.150.000 δραχμ. Γιὰ νὰ καλύψῃ τὰ ἔξοδα μεταφορᾶς κλπ. θὰ πουλήσῃ τὰ βιβλία μὲ κέρδος 15%. Τὶ ποσὸ θὰ εἰσπράξῃ ἀπὸ τὴν πώληση ὅλων τῶν βιβλίων;

Αύση.

Πρῶτα θὰ βροῦμε πόσο θὰ εἶναι τὸ κέρδος.

Στις $\frac{100}{3.150.000}$ δραχ. εἶναι $\frac{15}{X}$ δραχ. τὸ κέρδος
 στὶς 3.150.000

Τὰ ποσὰ εἶναι εὐθέως ἀνάλογα. Ἐπομένως :

$$X = 15 X \frac{3.150.000}{100} = \frac{47.250.000}{100} = 472.500 \text{ δραχμ.}$$

Γιὰ νὰ εὐκολυθοῦμε κάνουμε πρῶτα ἀπλοποίηση μὲ τὸ 100.

$$\begin{aligned} \text{Ἔτσι θὰ ἔχουμε } 15 X \frac{3.150.000}{100} &= 15 X \frac{31.500}{1} = \\ &= \frac{472.500}{1} = 472.500 \text{ δραχμές.} \end{aligned}$$

Τώρα στὴν ἀξία τῶν βιβλίων θὰ προσθέσουμε καὶ τὸ κέρδος.

$$\begin{array}{r} 3.150.000 \\ + \\ 472.000 \\ \hline 3.622.500 \text{ δραχ.} \end{array}$$

Αὐτὸ εἶναι τὸ ποσὸ πού θὰ εἰσπράξῃ.

(Τὰ παρακάτω προβλήματα νὰ τὰ λύnete πρῶτα προφορικὰ καὶ ἔπειτα γραπτά).

3. Ὁ παντοπώλης κ. Βασίλειος Παπαϊωάννου ἀπὸ τὸν Πυργετὸ τῆς Λαρίσης ἀγόρασε γιὰ τὸ παντοπωλεῖο του διάφορα τρόφιμα ἀπὸ τὴ Λάρισα ἀξίας 2.100.000 δραχμῶν καὶ τοῦ ἔκαμαν ἔκπτωση 12%. Πόση εἶναι ὅλη ἡ ἔκπτωση καὶ τί ποσὸ θὰ πληρώσῃ;

4. Τὸ ἔμπορικὸ κατάστημα «Τὸ Πρῶτον» στὴν ὁδὸν Βασιλέως Γεωργίου Α' στὸν Πειραιᾶ ἀγόρασε, ἀπὸ τὸ ἐργοστάσιο Λαναρά, ὑφάσματα ἀξίας 16.400.000 δραχμῶν. Τὰ ὑφάσματα θὰ τὰ μεταπωλήσῃ μὲ κέρδος 18%. Πόσο θὰ εἶναι τὸ κέρδος καὶ πόσα χρήματα πρέπει νὰ εἰσπράξῃ ἀπὸ τὴν πούληση αὐτῶν τῶν ὑφασμάτων;

5. Ὁ παντοπώλης Ἀθηνῶν κ. Θανόπουλος ἀγόρασε ἀπὸ τὴν Κρήτη λάδι ἀξίας 5.000.000 δραχμῶν καὶ θὰ τὸ πούλῃ μὲ κέρδος 15%. Πόσο θὰ εἶναι τὸ κέρδος του;

6. Ὁ γερο-Μῆτσος πουλάει σαποῦνι κάπου ἐκεῖ σὲ μιὰ γωνιά τῆς κεντρικῆς ἀγορᾶς τοῦ Πειραιῶς. Χθὲς ἀγόρασε σαποῦνι ἀξίας 210.000 ἀπὸ τὸ ἐργοστάσιο Δ. Πυρργιώτη στὸν Πειραιᾶ καὶ τὸ ἐργοστάσιο τοῦ ἔκαμε ἔκπτωση 12%. Πόση εἶναι ὅλη ἡ ἔκπτωση καὶ τί ποσὸ θὰ πληρώσῃ;

Β'. Περίπτωση.

Τὰ προβλήματα τῶν ποσοστῶν παρουσιάζονται σὲ ἄπειρες περιπτώσεις τῆς ζωῆς τοῦ ἀνθρώπου. Πολλὲς φορὲς ἀκοῦμε νὰ λένε ὅτι ἡ τάδε Κοινότητα ἢ ὁ τάδε Δῆμος κανόνισε τὸ ποσοστὸ τῆς φορολογίας τοῦ λαδιοῦ, ἢ τῆς πατάτας, ἢ τῶν κηπευτικῶν προϊόντων, σὲ 2%.

Ἄλλοτε πάλι ἀκοῦμε νὰ λένε ὅτι αὐτὴ τὴ χρονιά τὸ ποσοστὸ τῶν γεννήσεων, ἢ θανάτων στὴν τάδε πόλη ἀνέβηκε σὲ 5%.

Στὰ σχολεῖα παρουσιάζονται πολλὰ τέτοια προβλήματα. Ποιὸ εἶναι τὸ ποσοστὸ τῶν ἀπορριφθέντων μαθητῶν. Ἡ ποιὸ εἶναι τὸ ποσοστὸ τῶν ἀσθενῶν. Ἡ ποιὸ εἶναι τὸ ποσοστὸ τῶν μὴ ἐγγραφέντων μαθητῶν κλπ.

Ἄς λύσουμε μερικὰ τέτοια προβλήματα.

1. Τὸ εἰσιτήριο στὴν Ἐθνικὴ Λυρικὴ Σκηνὴ εἶναι : πρώτη θέση 15.000 δραχμὲς, δευτέρα θέση 10.000 δραχμὲς καὶ τρίτη θέση 5.000 δραχμὲς. Ὁ φόρος τοῦ δημοσίου εἶναι 45%. Πόσα εἰσπράττει φόρο ἀπὸ κάθε εἰσιτήριο, σὲ κάθε θέση, τὸ κράτος.

2. Στὸ Ναύπλιο, ποὺ ἔχει πληθυσμὸ 8.000 κατοίκους οἱ γεννήσεις αὐτὸ τὸ χρόνο ἀνέβηκαν σὲ 2%. Πόσα παιδιά γεννήθηκαν;

3. Στὸ Ε'. Δημοτικὸ Σχολεῖο Λαρίσης φοιτοῦν 480 παιδιά. Πέρυσι ἔμειναν στὴν ἴδια τάξη 8%. Πόσοι ἀπερρίφθησαν καὶ πόσοι προήχθησαν;

4. Ἡ Κοινότητα Ἁγίου Προκοπίου Κερκύρας κανόνισε τὸ ποσοστὸ τῆς φορολογίας τοῦ λαδιοῦ σὲ 3% (τρία ἐπὶ τοῖς χιλίοις, δηλαδὴ στὶς 1000 ὀκάδες κρατᾶει 3 ὀκάδες φόρο). Ὅλο τὸ χωριὸ εἶχε πέρυσι παραγωγή 658.000 ὀκάδες λάδι. Πόση εἶναι ἡ φορολογία τῆς Κοινότητος;

5. Στους μισθούς των δασκάλων κρατοῦν γιὰ τὸ Μ.Τ.Π.Υ. 3%. Ἡ κ. Ἀνδρονίκη Τοξοπούλου δημοδιδ]σσα παίρνει μισθὸ 1.050.000 δραχμῆς. Πόσα εἶναι τὰ χρήματα ποὺ κρατοῦν ἀπὸ τὸ μισθὸ της γιὰ τὸ παραπάνω ταμεῖο;

6. Ἡ πατρίδα μας ἔχει ἔκταση 132.000 τετραγωνικὰ χιλιόμετρα. Τὰ ἑλληνικὰ δάση πιάουν τὰ 10%, ἐνῶ οἱ ἑλληνικοὶ κάμποι πιάουν τὰ 21%. Ἐπίσης τὰ μέρη ποὺ φυτεύουν καπνοὺς καὶ βαμβάκια πιάουν ἔκταση 9%. Νὰ μοῦ βρῆτε πόσα τετραγωνικὰ χιλιόμετρα πιάουν ἔκταση τὰ δάση, πόσα οἱ κάμποι καὶ πόσα οἱ φυτεῖες.

7. Ὅλη ἡ ἔκταση τῆς Γῆς εἶναι πάνω-κάτω 540.000.000 τετραγωνικὰ χιλιόμετρα. Ἡ ἔκταση τῆς ξηρᾶς πιάει τὰ 25%. Δηλαδή πόσα τετραγωνικὰ χιλιόμετρα;

Γ' Περίπτωση.

Πολλὲς φορὲς μᾶς λένε τὰ ποσὰ καὶ μᾶς ζητοῦν νὰ βροῦμε ἐμεῖς τὸ ποσοστὸ. Ὅπως γιὰ παράδειγμα.

1. Στὸ Δημοτικὸ Σχολεῖο Κάτω Κονίτισης ἐφοίτησαν πέρυσι 380 μαθητὲς καὶ ἀπερρίφθησαν 19. Πόσο εἶναι τὸ ποσοστὸ τῶν ἀπορριφθέντων;

Δύση.

Τὸ ποσοστὸ τῶν ἀπορριφθέντων θὰ τὸ παραστήσουμε σὰν κλάσμα $\frac{19}{380}$. Τώρα θὰ διαιρέσουμε τὸν ἀριθμητὴ διὰ τοῦ παρονομαστοῦ, ἀφοῦ πρῶτα πολλαπλασιάσουμε τὸ 19 ἐπὶ 100. Ἔτσι ἔχουμε:

$$1900 \left| \begin{array}{r} 380 \\ \hline 5 \end{array} \right.$$

Βρήκαμε 5. Τὸ ποσοστὸ λοιπὸν τῶν ἀπορριφθέντων εἶναι 5%.

2. Στὸ σχολεῖο μας φοιτοῦν 160 μαθητὲς. Οἱ νεοφερμένοι ἐφέτος στὴν πρώτη τάξη εἶναι 32. Τὸ ποσοστὸ νέων μαθητῶν μᾶς ἦλθε στὸ σχολεῖο;

3. Ὁ κ. Γεώργιος Γάτσιος μικροπωλητὴς κατέβασε τὴν

περασμένη εβδομάδα από τὰ Μποζικοχώρια στὴ Νεμέα 1800 αὐγά. Τοῦ ἔσπασαν ὅμως 54 αὐγά. Πόσο εἶναι τὸ ποσοστὸ τῶν σπασμένων αὐγῶν;

4. Ἡ γρίππη ἔρριξε φέτος στὸ κρεββάτι 124 παιδιά τοῦ σχολείου Πυργετοῦ. Ὅλα τὰ παιδιά τοῦ σχολείου εἶναι 310. Τὸ ποσοστὸ μαθητῶν ἀρρώστησε ἀπὸ τὴ γρίππη;

5. Ἡ μαθητικὴ Κοινότητα τοῦ σχολείου μας ἔχει στὸ ταμεῖο της 520.000 δραχμές. Προσέφερε στὸν ἔρανο γιὰ τὴν Κόνιτσα 390.000 δραχμές. Τὸ ποσοστὸ χρημάτων προσέφερε;

6. Στὴ λαχαναγορὰ τῆς Ἀθήνας ὁ ἔμπορος κ. Τασ. μετέφερε τὴν περασμένη εβδομάδα 40.000 ὀκάδες ντομάτες. Ἀπ' αὐτὲς ἔσάπισαν 2.000 ὀκάδες. Τὸ ποσοστὸ ντομάτας ἔσάπισε;

7. Στὶς 408 ὀκάδες γάλα βγῆκαν 24,48 ὀκάδες βούτυρο. Τὸ ποσοστὸ βούτυρο βγῆκε;

ΣΥΝΘΕΤΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

Στὰ παραπάνω προβλήματα μᾶς παρουσιάζονται πάντα δύο ποσά. Ὑπάρχουν ὅμως καὶ προβλήματα μὲ τρία καὶ τέσσερα ποσά. Αὐτὰ τὰ λύνουμε μὲ τὴ *σύνθετη μέθοδο τῶν τριῶν*. Μὲ τὴ μέθοδο αὐτὴ γίνεται ἡ ἴδια ἐργασία. Πρῶτα ἡ κατάταξη, ἔπειτα ἡ σύγκρισι καὶ κατόπιν ἡ λύσι. Ἐπειδὴ ὅμως τὰ ποσὰ εἶναι περισσότερα ἀπὸ δύο, ἡ σύγκρισι ἀπαιτεῖ λίγη προσοχή. Τὰ ποσὰ συγκρίνονται ἕνα - ἕνα χωριστὰ μὲ τὸ ποσὸν ποὺ εἶναι πάνω ἀπὸ τὸ X.

Ἄς λύσουμε μαζὶ ἕνα πρόβλημα.

1. Ὁ ἐργολάβος ποὺ ἔκτισε τὸ σχολεῖο μας εἶχε 8 ἐργάτες, οἱ ὁποῖοι ἐργαζόμενοι 8 ὥρες τὴν ἡμέρα τέλειωσαν τὸ κτίσιμὸ σὲ 36 ἡμέρες. Ἄν ἦσαν 12 ἐργάτες καὶ ἐργάζονταν 10 ὥρες τὴν ἡμέρα, σὲ πόσες ἡμέρες θὰ τέλειωνε τὸ κτίσιμὸ τοῦ σχολείου;

Πρῶτα κάνουμε τὴν κατάταξη.

$$\frac{8 \text{ ἔργ.}}{12 \text{ ἔργ.}} \quad \frac{8 \text{ ὥρες}}{10 \text{ ὥρες}} \quad \frac{36 \text{ ἡμέρες}}{X; \text{ ἡμέρες}}$$

Ἐδῶ ἔχουμε τρία ποσά. Ἐργάτες, ὥρες καὶ ἡμέρες. Ἄγνωστες εἶναι οἱ ἡμέρες. Γι' αὐτὸ πρῶτα θὰ συγκρίνουμε τοὺς ἐργάτες μὲ τὶς ἡμέρες καὶ κατόπι τὶς ὥρες μὲ τὶς ἡμέρες. Κάθε

φορὰ πὸν θὰ συγκρίνουμε ἓνα ποσὸ μὲ τὶς ἡμέρες, τὸ ἄλλο θὰ μένη ἀμετάβλητο.

α) Οἱ 8 ἐργάτες ἐργαζόμενοι 8 ὥρες τὴν ἡμέρα τελειώνουν σὲ 36 ἡμέρες. Διπλάσιοι ἐργάτες ἐργαζόμενοι 8 ὥρες τὴν ἡμέρα θὰ τελειώσουν τὴν ἐργασία σὲ μισὲς ἡμέρες. Μισοὶ ἐργάτες ἐργαζόμενοι 8 ὥρες τὴν ἡμέρα θὰ τελειώσουν τὴν ἐργασία σὲ διπλάσιες ἡμέρες. Τὰ ποσὰ ἐργάτες καὶ ἡμέρες εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

Τώρα θὰ συγκρίνουμε τὶς ὥρες καὶ τὶς ἡμέρες. Τὸ ποσὸ τῶν ἐργατῶν θὰ μένη ἀμετάβλητο.

β) Οἱ 8 ἐργάτες ἐργαζόμενοι 8 ὥρες τὴν ἡμέρα τελειώνουν τὴν ἐργασία σὲ 36 ἡμέρες. Οἱ 8 ἐργάτες ἐργαζόμενοι διπλάσιες ὥρες τὴν ἡμέρα θὰ τελειώσουν τὴν ἐργασία σὲ μισὲς ἡμέρες. Οἱ 8 ἐργάτες ἐργαζόμενοι μισὲς ὥρες τὴν ἡμέρα θὰ τελειώσουν τὴν ἐργασία σὲ διπλάσιες ἡμέρες. Τὰ ποσὰ ὥρες καὶ ἡμέρες εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

Τώρα ὁ ἀγνωστος ἀριθμὸς θὰ βρεθῆ ἂν πολλαπλασιάσωμε τὸν ἀριθμὸ πὸν εἶναι πάνω ἀπὸ τὸ X ἐπὶ τὸ κλάσμα τοῦ ποσοῦ τῶν ἐργατῶν ὅπως εἶναι —γιατὶ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα— καὶ ἐπὶ τὸ κλάσμα τοῦ ποσοῦ τῶν ὥρῶν ἐπίσης ὅπως εἶναι —γιατὶ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

Ἔτσι ἔχουμε:

$$X = 36 \times \frac{8}{12} \times \frac{8}{10} = \frac{36 \times 8 \times 8}{12 \times 10} = \frac{2304}{120} = 19 \frac{24}{120} = 19 \frac{1}{5} \text{ ἡμ.}$$

Ἔτσι ὅσα ποσὰ στὴ σύγκριση δοῦμε ὅτι εἶναι εὐθέως ἀνάλογα, ξέχουμε ὅτι στὸν πολλαπλασιασμὸ τὸ κλάσμα τους θὰ τὸ γράψουμε ἀντεστραμμένο.

Σημ. Ὅταν ἔχουμε πολλὰ ποσὰ νὰ πολλαπλασιάσωμε, λέμε ὅτι ἔχουμε πολλοὺς παράγοντες καὶ θέλουμε νὰ βροῦμε τὸ γινόμενο. Μπορούσαμε ὅμως νὰ εὐκολυνθοῦμε στοὺς πολλαπλασιασμούς, κάνοντας ἀπλοποιήσεις, ὅπως καὶ στὰ κλάσματα. Παίρνουμε δύο ἀριθμοὺς —ὅποιουσδήποτε— ἓνα ἀπὸ τὸν ἀριθμητὴ καὶ ἓνα ἀπὸ τὸν παρονομαστή, πὸν νὰ διαιροῦνται διὰ τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ. Π.χ. Ἀπὸ τὸν ἀριθμητὴ τὸ 36 καὶ ἀπὸ τὸν παρονομαστή τὸ 12. Διαιροῦνται διὰ 12. Τὸ 12 στὸ 36 πάει 3 φορές.

Ἀριθμητικὴ καὶ προβλήματα

Σβύνουμε με μιὰ γραμμούλα τὰ 36 καὶ ἀπὸ πάνω του γράφουμε τὸ 3. Τὸ δὲ 12 στὸ 12 πᾶει 1 φορά. Σβύνουμε με μιὰ γραμμούλα τὸ 12 καὶ κάτω του γράφουμε τὸ 1.

Τώρα παίρνουμε ἀπὸ τὸν ἀριθμητὴ τὸ 8 καὶ ἀπὸ τὸν παρονομαστή τὸ 10. Διαιροῦνται διὰ 2. Τὸ 2 στὸ 8 πᾶει 4 (τὸ γράφουμε κάτω ἀπὸ τὸ 8). Τὸ 2 στὸ 10 πᾶει 5 (τὸ γράφουμε κάτω ἀπὸ τὸ 10). Ἄλλη ἀπλοποίηση δὲν γίνεται.

$$\text{Ἔτσι ἔχουμε: } \frac{\overset{3}{36} \times \overset{4}{8} \times 8}{12 \times 10} = \frac{3 \times 4 \times 8}{1 \times 5} = \frac{96}{5} = 19 \frac{1}{5}$$

Προβλήματα.

1. Στὸ ἐργοστάσιο ὑφαντουργίας τοῦ κ. Ἀσλάνογλου στὴν Ἀθήνα ἐργάζονται 125 ἐργάτριες 8 ὥρες τὴν ἡμέρα καὶ παράγουν 1250 πήχεις ὕφασμα. Ἄν οἱ ἐργάτριες γίνουν 180 καὶ ἐργάζονται 6 ὥρες τὴν ἡμέρα πόσους πήχεις ὕφασμα θὰ παράγουν κάθε μέρα;

2. Γιὰ τὴν κατασκευὴ τῆς ὀροφῆς τοῦ σχολείου μας ὁ ξυλουργὸς ἐχρησιμοποίησε 360 πηχάκια (μικρὲς σανίδες) πού εἶχαν μῆκος 3 μέτρα καὶ πλάτος 0,05 τοῦ μέτρου. Ἄν τὰ πηχάκια εἶχαν μῆκος 4 μέτρα καὶ πλάτος 0,06 τοῦ μέτρου, πόσα πηχάκια θὰ χρησιμοποιοῦσε;

3. Ἐνα τεπόζιτο ὀρθογώνιο πλάτους 1,50 τοῦ μέτρου, ὕψους 1,20 τοῦ μέτρου καὶ μήκους 3 μέτρων, χωρεῖ μέσα 4320 ὀκάδες λάδι. Ἄν τὸ τεπόζιτο εἶχε πλάτος 1,80 τοῦ μέτρου, ὕψος 1,50 τοῦ μέτρου καὶ μῆκος 5 μέτρων, πόσες ὀκάδες λάδι θὰ χωροῦσε;

4. Μία ἀπὸ τὶς αἵθουσες τοῦ Α' σχολείου Νεμέας ἔχει μῆκος 14 μέτρα, πλάτος 9 μέτρα καὶ ὕψος 5 μέτρα καὶ ἔχει χωρητικότητα 630 κυβικὰ μέτρα ἀέρα. Μία ἄλλη ὁμοῦ αἵθουσα τοῦ ἴδιου σχολείου πού ἔχει μῆκος 9 μέτρα, πλάτος 7 μέτρα καὶ ὕψος 3 μέτρα, πόση χωρητικότητα ἔχει;

5. Γιὰ νὰ πλακοστρώσουμε τὸ δάπεδο τοῦ σχολείου μας, πού ἔχει μῆκος 18 μέτρα καὶ πλάτος 7 μέτρα πληρώσαμε 5.040.000 δραχμὲς. Ἄν τὸ δάπεδο εἶχε μῆκος 11 μέτρα καὶ

πλάτος 6 μέτρα, πόσα θὰ πληρώναμε γιὰ τὴν πλακόστρωση;

6. Γιὰ τὴν ἀνοικοδόμησι τῶν καμμένων καὶ κατεστραμμένων χωριῶν τῆς πατρίδας μας ἐργάζονται ἐντατικὰ μηχανικοί, ἐργολάβοι καὶ ἐργάτες. Στὸ χωριὸ Ψάρι τῆς Κορινθίας πού κήκε ἀπὸ τοὺς Γερμανοὺς, ἐργάζονται 86 ἐργάτες 8 ὥρες τὴν ἡμέρα. Πόσοι ἐργάτες ἐργαζόμενοι 10 ὥρες τὴν ἡμέρα θὰ ἔκτιζαν 500 κυβικὰ μέτρα τοιχοποιΐα;

7. Στὸ σχολεῖο Μποζικὰ-Κορινθίας φοιτοῦν 96 παιδιὰ. Γιὰ τὸ πρωῖνὸ τους ρόφημα διαθέτουν σὲ 12 ἡμέρες 576 κουτιὰ γάλα ἔβαπορέ. Στὸ σχολεῖο τῆς Νεμέας φοιτοῦν 480 παιδιὰ. Πόσα κουτιὰ γάλα ἔβαπορέ διαθέτουν σ' αὐτὸ τὸ σχολεῖο γιὰ τὸ πρωῖνὸ ρόφημα τῶν παιδιῶν σὲ 26 ἡμέρες;

8. Σὲ κάθε 10 παιδιὰ σὲ 15 ἡμέρες διατίθενται γιὰ τὸ πρωῖνὸ ρόφημα στὸ σχολεῖο 150 δράμια κακάο. Στὰ 96 παιδιὰ τοῦ σχολείου μας σὲ 26 ἡμέρες πόσο κακάο θὰ διατεθῆ;

9. Ἐπίσης σὲ κάθε 20 παιδιὰ στὶς 15 ἡμέρες ἀναλογοῦν γιὰ τὸ ἴδιο ρόφημα 3 ὀκάδες ζάχαρη. Στὰ 480 παιδιὰ τοῦ σχολείου τῆς Νεμέας στὶς 20 ἡμέρες πόση ζάχαρη θὰ διατεθῆ;

10. Τὸ Φιλόπτωχον ταμεῖον Κυριῶν συνοικίας Καλλιπόλεως Πειραιῶς διέθεσε σὲ 120 φτωχόπαιδα τῆς συνοικίας ὕφασμα 480 πήχεις πλάτους 0,90 τοῦ μέτρου γιὰ νὰ φτιάξῃ τὸ καθένα μιὰ φορεσιά. Ἄν διέθετε 720 πήχεις ὕφασμα πλάτους 1,20 μέτρου, σὲ πόσα φτωχόπαιδα θὰ μοίραζε ἀπὸ μιὰ φορεσιά;

ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΗ ΚΕΦΑΛΑΙΩΝ

Ὅταν νοικιάξῃ κανεὶς τὸ σπίτι του σὲ ἄλλον, παίρνει ἀπὸ τὸν ἐνοικιαστὴ κάποιο κέρδος, πὸν λέγεται ἐνοίκιο. Ἔτσι καὶ ὅταν δανείξῃ κανεὶς χρήματα σὲ ἄλλον, πρέπει νὰ παίρῃ ἀπ' αὐτὸν κάποιο κέρδος, σὰν εἶδος ἐνοικίου γιὰ τὰ χρήματα πὸν δάνεισε καὶ τὸ ὅποιο λέγεται **τόκος**.

Τόκος λοιπὸν λέγεται τὰ κέρδος πὸν προέρχεται ἀπὸ τὰ χρήματα, πὸν δανείζουμε. Ὁ τόκος αὐτὸς ὑπολογίζεται σὲ κάθε 100 δραχμὲς γιὰ 1 ἔτος. Ἄν, δηλαδή, ἕνας δανειστὴ χρήματα ἀπὸ ἄλλον, πρέπει νὰ συμφωνήσῃ μαζί του πόσο τόκο (δηλαδή κέρδος) θὰ τοῦ δίνῃ σὲ κάθε 100 δραχμὲς καὶ σὲ 1 ἔτος. Κι' ἂν

υποθέσουμε ότι συμφώνησαν να δίνη 10 δραχμές, ο τόκος αυτών των 100 δραχμῶν λέγεται **ἐπιτόκιον**.

Ὡστε **ἐπιτόκιον** λέγεται ὁ τόκος τῶν 100 δραχμῶν σὲ 1 ἔτος. Τὸ ἐπιτόκιο σημειώνεται μὲ $\%$, δηλαδή 10 $\%$ καὶ μὲ τὰ λόγια τὸ λέμε: δέκα τοῖς ἑκατό.

Ὅλο τὸ ποσὸ τῶν χρημάτων ποὺ δανεῖζουμε λέγεται **κεφάλαιον**. Τὸ χρονικὸ διάστημα γιὰ τὸ ὁποῖο δανεῖζουμε τὰ χρήματα λέγεται **χρόνος**.

Μπορεῖ νὰ δανειστῆ κανεὶς χρήματα: ἀπὸ ἄλλους ἀνθρώπους, ἀπὸ χρηματιστηριακὰ γραφεῖα, ἀπὸ Τράπεζες ἰδιωτικῆς (Ἐμπορικῆ, Ἀθηνῶν, Ἴονικὴ κλπ.), ἀπὸ κρατικῆς (Ἐθνικῆ, Τράπεζα Ἑλλάδος, Ἀγροτικῆ) καὶ ἀπὸ διαφόρους ὀργανισμοὺς (Μετοχικὸ Ταμεῖο, Ταχ. Ταμ.).

Τὰ δάνεια ποὺ χορηγοῦν οἱ Τράπεζες ἔχουν ὠρισμένο τόκο.

Πολλοὶ ἄνθρωποι συνηθίζουν νὰ καταθέτουν ὅσα χρήματα τοὺς περισσεύουν, στὶς διάφορες τράπεζες, στὸ Ταχυδρομικὸ Ταμειντήριον κλπ. Τότε οἱ ἄνθρωποι αὐτοὶ παίρνουν ἀπὸ τὸ Ταχ. Ταμειντήριον ἢ τὴν Τράπεζα, στὸ τέλος τοῦ ἔτους, τόκο, ὁ ὁποῖος εἶναι ἐπίσης ὠρισμένος. Ἄν ὅμως δὲν θελήσουν νὰ πάρουν τὸν τόκο, τότε τὸ Ταχ. Ταμειντήριον, ἢ ἡ Τράπεζα προσθέτουν τὸν τόκο στὸ κεφάλαιο καὶ ἔτσι γίνεται ἓνα νέο κεφάλαιο γιὰ τὸ ἐπόμενο ἔτος. Τότε λέμε ὅτι τὸ κεφάλαιο **ἀνατοκίζεται**.

Τὰ προβλήματα ποὺ μᾶς παρουσιάζονται στὴ χρησιμοποίηση τῶν κεφαλαίων τὰ λέμε μὲ ἄλλο ὄνομα: προβλήματα τόκου. Σ' αὐτὰ τὰ προβλήματα παρουσιάζονται περισσότερα ἀπὸ δύο ποσά, γι' αὐτὸ θὰ τὰ λύνουμε μὲ τὴ σύνθετη μέθοδο τῶν τριῶν.

Στὸν τόκο θὰ συναντήσουμε τέσσερα εἶδη προβλημάτων.

α) Ὅταν ζητᾶμε τὸν τόκο, β) ὅταν ζητᾶμε τὸ ἐπιτόκιο, γ) ὅταν ζητᾶμε τὸν χρόνο καὶ δ) ὅταν ζητᾶμε τὸ κεφάλαιο.

Τις περισσότερες φορὲς ἡ χρονικὴ διάρκεια τοῦ δανείου δὲν εἶναι ἓνα, ἢ δύο, ἢ τρία συμπληρωμένα ἔτη, ἀλλὰ μπορεῖ νὰ περιλαμβάνη καὶ μῆνες καὶ ἡμέρες. Τὸ ἔτος ὅπως ξέρουμε ἔχει 12 μῆνες. Ἐπίσης ξέρουμε ὅτι τὸ ἔτος ἔχει 365 ἡμέρες. Στὴν Ἀριθμητικῇ ὅμως γιὰ εὐκολία ὑπολογίζουμε τὸ ἔτος σὲ 360 ἡμέρες, ἐπομένως καὶ τὸν μῆνα σὲ 30 ἡμέρες.

Ἐπίσης ἡ χρονικὴ διάρκεια τοῦ δανείου μπορεῖ νὰ εἶναι λιγώτερη ἀπὸ ἓνα ἔτος, νὰ εἶναι δηλαδὴ μόνον λίγους μῆνες καὶ ἡμέρες, ἢ μόνον ἡμέρες. Πρέπει ὅμως πάντα νὰ ἔχουμε ὑπ' ὄψη ὅτι ὁ τόκος τῶν 100 δραχμῶν ὑπολογίζεται σὲ 1 ἔτος, ἢ 12 μῆνες, ἢ 360 ἡμέρες.

1. Πῶς βρίσκουμε τὸν Τόκο.

1. Ὁ πατέρας τοῦ Βασίλη δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα γιὰ καλλιργητικὸ δάνειο 800.000 δραχμῆς, μὲ 8%. Σὲ 3 ἔτη πόσο τόκο θὰ πληρώσῃ;

Δύση.

Στὸ πρόβλημα αὐτὸ ξέρουμε τὸ κεφάλαιο (800.000) τὸ ἐπιτόκιο (8%) καὶ τὸν χρόνο (3 ἔτη) καὶ ζητᾶμε τὸν τόκο.

Πρῶτα θὰ λύσουμε τὸ πρόβλημα μὲ τὴ σκέψη μας καὶ κατόπι μὲ τὸ μολύβι. Γιὰ εὐκολία μας τίς 800.000 δραχμῆς θὰ τίς κάνουμε ἑκατοστάρικα. Εἶναι 8.000 ἑκατοστάρικα.

α) Ξέρουμε ὅτι: στὸ 1 ἑκατοστ. δίνει τόκο σὲ 1 ἔτος 8 δραχμῆς.

$$\begin{array}{ccccccc} & 8.0000 & » & » & 8 \times 8000 = & 64000 & » \end{array}$$

ἀφοῦ σὲ 1 ἔτος δίνει τόκο 64.000 δραχμ.

στὰ 3 ἔτη » » $64.000 \times 3 = 192.000$ δραχμῆς.

β) Τώρα μὲ τὸ χαρτί καὶ τὸ μολύβι. Πρῶτα θὰ λύσουμε τὸ πρόβλημα μὲ τὴν ἀναγωγή εἰς τὴν μονάδα. Θὰ ἔχουμε δύο μικρότερα προβλήματα:

α) Οἱ 100 δραχμῆς δίνουν τόκο 8 δραχμῆς

$$\begin{array}{ccccccc} \text{ἢ} & 1 & » & » & » & \frac{8}{100} \end{array}$$

$$\text{οἱ } 800.000 \text{ » » » } \frac{8}{100} \times 800.000 =$$

$$\frac{6.400.000}{100} = 64.000$$

β) Σὲ 1 ἔτος παίρνει τόκο 64.000

» 3 » » $64.000 \times 3 = 192.000$ δραχμ.

Ἐπειτα μὲ τὴν σύνθετο μέθοδο. Πρῶτα θὰ κάνουμε τὴν κατάταξη

	Κ.	Χ.	Τ.
οἱ	100 δραχ.	σὲ 1 ἔτος	8 δραχμ. τόκο
οἱ	800.000 »	» 3 »	X;

Ἄγνωστος εἶναι ὁ τόκος. Θὰ συγκρίνουμε λοιπὸν πρῶτα τὸ κεφάλαιο καὶ τὸν τόκο (ὁ χρόνος θὰ μὲνῃ ἴδιος). Ὑστερα θὰ συγκρίνουμε τὸν χρόνο καὶ τὸν τόκο (τὸ κεφάλαιο θὰ μὲνῃ ἴδιο).

α) Οἱ 100 δραχμὲς σὲ 1 ἔτος δίνουν τόκο 8 δραχμ. Διπλάσιο κεφάλαιο σὲ 1 ἔτος δίνει διπλάσιο τόκο, τριπλάσιο κεφάλαιο σὲ ἓνα ἔτος δίνει τριπλάσιο τόκο. Μισὸ κεφάλαιο σὲ ἓνα ἔτος δίνει μισὸ τόκο. Βλέπουμε λοιπὸν ὅτι τὰ δύο ποσὰ Κεφάλαιο καὶ Τόκος εἶναι εὐθέως ἀνάλογα. Πότε λέμε ὅτι δύο ποσὰ εἶναι ἀνάλογα;

β) 100 δραχμὲς σὲ 1 ἔτος δίνουν τόκο 8 δραχ. Οἱ 100 δραχ. σὲ διπλάσιο χρόνο δίνουν διπλάσιο τόκο. Οἱ 100 δραχ. σὲ τριπλάσιο χρόνο δίνουν τριπλάσιο τόκο. Οἱ 100 δραχ. σὲ μισὸ χρόνο δίνουν μισὸ τόκο. Κι' αὐτὰ τὰ δύο ποσὰ βλέπουμε ὅτι εἶναι εὐθέως ἀνάλογα.

Γιὰ νὰ βρεθῇ ὁ ἄγνωστος ἀριθμὸς θὰ πολλαπλασιάσουμε τὸν ἀριθμὸ πού εἶναι πάνω ἀπὸ τὸ - Χ - ἐπὶ τὸ κλάσμα τοῦ κεφαλαίου ἀντεστραμμένο καθὼς καὶ ἐπὶ τὸ κλάσμα τοῦ χρόνου ἀντεστραμμένο, ἀφοῦ εἶναι εὐθέως ἀνάλογα.

$$\begin{aligned} \text{Ἔτσι ἔχουμε } X &= 8 \times \frac{800.000}{100} \times \frac{3}{1} = \frac{8 \times 800.000 \times 3}{100 \times 1} \\ &= \frac{19.200.000}{100} = 192.000 \end{aligned}$$

Μποροῦμε ὅμως νὰ κάνουμε ἀπλοποιήσεις γιὰ νὰ εὐκολυθοῦμε στὶς πράξεις. Ἀπὸ τὸν ἀριθμητὴ τὸ 800.000 κι' ἀπὸ τὸν παρονομαστή τὸ 100, διαιροῦνται μὲ τὸ 100. Τὸ 100 στὸ 800.000 πάει 8.000 φορές, τὸ 100 στὸ 100 πάει 1 φορά. Ἔτσι θὰ εἴχαμε:

$$\frac{8 \times 800.000 \times 3}{100 \times 1} = \frac{8 \times 8000 \times 3}{1 \times 1} = \frac{192.000}{1} = 192.000 \text{ δραχμ. τόκο.}$$

Ἀπὸ τὴ λύση αὐτοῦ τοῦ προβλήματος βγάζουμε τὸ συμπέρασμα ὅτι ὅταν ζητᾶμε τὸν τόκο, κεφάλαιο καὶ τόκος εἶναι ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα, χρόνος καὶ τόκος εἶναι ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα.

2. Ὁ κ. Παναγιώτης Σποῦλος κτηματίας στὰ Μποζικὰ τῆς Κορινθίας πῆρε καλλιεργητικὸ δάνειο ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα 350.000 δραχ. μὲ τόκο 8%. Πόσο τόκο θὰ πληρώσῃ σὲ 6 μῆνες;

Λύση

α) Πρῶτα μὲ τὴ σκέψη.

Ξέρουμε ὅτι: στὸ 1 ἑκατοστάριον δίνει τόκο σὲ 12 μῆνες 8 δραχ.
 στὰ 3.500 » » » $8 \times 3.500 = 28.000$
 δραχ. ἀφοῦ σὲ 12 μῆνες » 28.000 δραχμ.
 σὲ 6 » » τὰ μισὰ = 14.000 δραχ.

β) Τώρα μὲ τοὺς ἀριθμούς. Πρῶτα μὲ τὴν ἀναγωγὴν εἰς ἓνα μονάδα.

α) Οἱ 100 δραχμ. δίνουν τόκο 8 δραχ.

ἢ 1 » » » $\frac{8}{100}$

οἱ 350.000 » » » $\frac{8}{100} \times 350.000 =$

$$= \frac{2.800.000}{100} = 28.000$$

β) Σὲ 12 μῆνες δίνει τόκο 28.000

Σὲ 1 » » » $\frac{28.000}{12}$

Σὲ 6 » » » $\frac{28.000}{12} \times 6 =$

$$= \frac{168.000}{12} = 14.000 \text{ δραχμ.}$$

Ἐπειτα μὲ τὴ σύνθετη μέθοδο

Κ	Χ.	Τ.	
100	12	8	τόκο
350.000	6	Χ;	»
	»		

Κάνοντας τή σύγκριση καταλήγουμε στο ίδιο συμπέρασμα πού καταλήξαμε όταν συγκρίναμε τὰ ποσά στο προηγούμενο πρόβλημα. Έτσι έχουμε:

$$X = 8 \times \frac{350.000}{100} \times \frac{6}{12} = \frac{8 \times 350.000 \times 6}{100 \times 12} = (\text{κάνοντας τις απλοποιήσεις}) = \frac{4 \times 3500 \times 1}{1 \times 1} = \frac{14.000}{1} = 14.000 \text{ δραχ. τόκο.}$$

Ο χρόνος ήταν σε μήνες, γι' αυτό είπαμε: οι 100 δραχμ. σε 12 μήνες.

3. Ο κ. Ματάνης από τή Μεσωρόπη τῆς Καβάλλας πήρε από τήν Ἀγροτική Τράπεζα καπνοκαλλιεργητικό δάνειο 600.000 δραχμ. με 8%. Πόσο τόκο θά πληρώσει σε 45 ἡμέρες;

Λύση.

α) Πρῶτα με τή σκέψη.

Ξέρουμε ὅτι: στο 1 ἑκατοστάρικο δίνει τόκο σε 360 ἡμέρ. 8 δραχ.

στά 6.000 » » » $8 \times 6000 = 48000$

ἀφοῦ σε 360 ἡμέρες δίνει τόκο 48.000

σε 45 ἡμέρες πού εἶναι 8 φορές λιγώτερο θά δώσει

6.000 δραχμ.

β) Τώρα με τοὺς ἀριθμούς. Πρῶτα με τήν ἀναγωγή στη μόναδα.

α) Οἱ 100 δραχ. δίνουν τόκο 8 δραχ.

ἢ 1 » » » $\frac{8}{100}$

οἱ 600.000 » » » $\frac{8}{100} \times 600.000 =$

$$= \frac{4.800.000}{100} = 48.000$$

β) Σε 360 ἡμέρ. δίνουν 48.000

Σε 1 » » $\frac{48.000}{360}$

$$\begin{aligned} \text{Σὲ 45} \quad \gg \quad \gg \quad & \frac{48.000}{360} \times 45 = \\ & = \frac{2.160.000}{360} = 6.000 \text{ δραχ.} \end{aligned}$$

Ἐπειτα μὲ τὴ σύνθετο μέθοδο.

Κ.	Χ.	Τ.
100 δραχ. σὲ	360 ἡμέρ.	8 δραχ. τόκο
600.000 »	45 »	Χ; » »

Κάνοντας τὴ σύγκριση βρίσκουμε τὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα.

$$\begin{aligned} X &= 8 \times \frac{600.000}{100} \times \frac{45}{360} = \frac{8 \times 600.000 \times 45}{100 \times 360} = \\ &= \frac{1 \times 6000 \times 1}{1 \times 1} = \frac{6000}{1} = 6.000 \text{ δρ. τόκο.} \end{aligned}$$

Ὁ χρόνος ἦταν σὲ ἡμέρες, γι' αὐτὸ εἶπαμε: Οἱ 100 δραχ. σὲ 360 ἡμέρες.

4. Ὁ κ. Βασιλείος Πατέας ἀπόστρατος ἀξιωματικὸς κατέθεσε στὸ Ταχυδρομικὸ Ταμειυτήριον 720.000 δραχ. μὲ 4%. Πόσο τόκο θὰ πάρῃ σὲ 2 ἔτη 3 μῆνες καὶ 15 ἡμέρες;

Δύση.

(2 ἔτη 3 μῆνες καὶ 15 ἡμέρες = 825 ἡμέρες).

Ἀφοῦ τὸ λύσουμε πρῶτα μὲ τὴ σκέψη, ἔπειτα μὲ τὴν ἀναγωγή εἰς τὴν μονάδα, κατόπι κάνουμε τὴν κατάταξη.

Κ.	Χ.	Τ.
100 δραχ.	360 ἡμέρ.	4 δραχ. τόκο
720.000 »	825 »	Χ; » »

Ἡ σύγκριση πάλι θὰ μᾶς ἀποδείξῃ ὅτι τὰ ποσὰ εἶναι εὐθέως ἀνάλογα.

$$\begin{aligned} X &= 4 \times \frac{720.000}{100} \times \frac{825}{360} = \frac{4 \times 720.000 \times 825}{100 \times 360} = \\ &= \frac{1 \times 80 \times 825}{1 \times 1} = \frac{66000}{1} = 66.000 \text{ δραχ.} \end{aligned}$$

Ἐδῶ τὰ ἔτη, οἱ μῆνες καὶ οἱ ἡμέρες ἔγιναν ὅλα ἡμέρες.

Ἀπὸ τὰ τέσσερα αὐτὰ προβλήματα πὺν λύσαμε θὰ βγάλουμε τόρα ἓνα γενικὸ συμπέρασμα. Κοιτάξετε ὅλα τὰ προβλήματα. Θὰ δῆτε ὅτι σ' ὅλα ἐπολλαπλασιάσαμε τὸ Ἐπιτόκιο (E), ἐπὶ τὸ Κεφάλαιο (K), ἐπὶ τὸν Χρόνον (X) καὶ διαίρεσαμε: α) στὸ πρῶτο πρόβλημα, πὺν ὁ χρόνος ἦταν σὲ ἔτη, διὰ τοῦ 100. β) Στὸ δεῦτερο πρόβλημα, πὺν ὁ χρόνος ἦταν σὲ μῆνες, διὰ τοῦ $100 \times 12 = 1200$ καὶ γ) στὸ τρίτο καὶ τέταρτο πρόβλημα, πὺν ὁ χρόνος ἦταν σὲ ἡμέρες, διὰ τοῦ $100 \times 360 = 36.000$.

Αὐτὰ θὰ τὰ παραστήσουμε μὲ ἓνα τύπο. (Ἡ τελεία ἀντικαθιστᾷ τὸ - X -).

α) ὁ χρόνος σὲ ἔτη β) ὁ χρόνος σὲ μῆνες γ) ὁ χρόνος σὲ ἡμέρ.

$$T = \frac{E.K.X}{100} \quad T = \frac{E.K.X}{1200} \quad T = \frac{E.K.X}{36.000}$$

Προβλήματα.

(Ὅλα τὰ προβλήματα νὰ λύνωνται πρῶτα ἀπὸ μνήμης καὶ ὕστερα γραπτῶς, πρῶτα μὲ τὴν ἀναγωγὴν στὴ μονάδα καὶ ἔπειτα μὲ τὴ σύνθετο μέθοδο).

1. Ἐνας Ἐκδοτικὸς Οἶκος δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἐμπορικὴ Τράπεζα 3.500.000 δραχ. μὲ 12%. Πόσο τόκο θὰ πληρώσῃ σὲ 3 μῆνες;

2. Ἡ Ἐταιρεία «Χρυσάλλης» κατέθεσε στὴν Ἴονικὴ Τράπεζα 16.000.000 δραχ. μὲ 3%. Πόσο τόκο θὰ πάρῃ σὲ 24 ἡμέρ.;

3. Ὁ Σύλλογος Ὑπαλλήλων τῆς Ἐθνικῆς Τραπεζῆς ἔκαμε δάνειο ἀπὸ τὴν Τράπεζα γιὰ νὰ τελειώσουν τὰ σπίτια τῶν ὑπαλλήλων στὸ Ψυχικό. Κάθε ὑπάλληλος δανείστηκε 20.000.000 μὲ 6%. Πόσο τόκο θὰ πληρώσῃ κάθε ὑπάλληλος σὲ 5 ἔτη;

4. Ὁ σύνδεσμος διδασκάλων Κορινθίας ἴδρυσε Ταμεῖον Ἀλληλοβοηθείας τῶν μελῶν του. Ὁ δημῶλος κ. Σπυρίδων Ράλλης ἐζήτησε δάνειο ἀπὸ τὸ σύλλογο 500.000 μὲ 5%. Πόσο τόκο θὰ πληρώσῃ σὲ 1 ἔτος καὶ 6 μῆνες;

5. Ὑπάρχουν ἄνθρωποι πὺν τοκίζουν χρήματα. Τέτοιοι εἶναι πολλοὶ στὸ νησί Κέρκυρα. Ὁ κ. Νίκος Μοναστηριώτης ἀπὸ τὴν Κέρκυρα δανείστηκε ἀπὸ ἓναν τέτοιον τοκιστὴ 240.000 δραχ. μὲ 18%. Πόσο τόκο θὰ πληρώσῃ σὲ 6 μῆνες καὶ 20 ἡμέρες;

6. Τὸ Ταχυδρομικὸ Ταμειυτήριον ἄρχισε καὶ πάλι ν' ἀποκτάει τὴν ἐμπιστοσύνη τοῦ κόσμου. Ὁ μαθητὴς τοῦ σχολείου μου Παναγιώτης Τσάκωνας κατέθεσε 25.000 δραχ. πὸν τὰ οἰκονόμησε ἀπὸ τὰ χρήματα πὸν τοῦ δίνει ὁ πατέρας του. Τὸ Ταχ. Ταμειυτήριον δίνει τόκο 4%. Πόσο τόκο θὰ πάρῃ ὁ Παναγιώτης σὲ 1 ἔτος, 1 μῆνα καὶ 10 ἡμέρες;

7. Ἡ Ἐνωσις Συνεταιρισμῶν Σταφιδοπαραγωγῶν Κιάτου ἐπέτυχε γιὰ τοὺς συνεταίρους της τὴ χορήγηση δανείου ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα δραχ. 400.000.000 μὲ 6%. Πόσο τόκο θὰ εἰσπράξῃ ἡ Τράπεζα σὲ 2 ἔτη καὶ 20 ἡμέρες;

8. Τὸ Μετοχικὸ Ταμεῖο Δημοσίων Ὑπαλλήλων δίνει δάνεια στοὺς δημοσίους ὑπαλλήλους ὅταν θέλουν ν' ἀποτελειώσουν τὸ μισοκτισμένο σπίτι τους. Ὁ κ. Ἰάσων Μανδαράκης ὑπάλληλος τοῦ Ὑπουργείου Παιδείας, ἐζήτησε δάνειο 24.000.000 δραχ. μὲ 10%. Πόσο τόκο θὰ πληρώσῃ σὲ 1 ἔτος καὶ 9 μῆνες;

9. Ὁ μικροῦφασματέμπορος Πειραιῶς κ. Ἰωάννης Σοφὸς δανείσθηκε ἀπὸ τὴν Ἐμπορικὴ Τράπεζα 6.000.000 μὲ 12% γιὰ 25 ἡμέρες. Πόσο τόκο θὰ πληρώσῃ;

10. Ὁ ἰδιοκτῆτης καϊκιῶν ἀλιείας κ. Βασίλειος Τσάκωνας ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ κατέθεσε στὴν Τράπεζα Ἑλλάδος 10.000.000 δραχ. μὲ 3%. Πόσο τόκο θὰ πάρῃ σὲ 2 μῆνες καὶ 10 ἡμέρες;

2. Πῶς βρίσκουμε τὸ ἐπιτόκιο.

1. Ἡ κοινότης Σκλήθρου - Ἀγιάς γιὰ νὰ κατασκευάσῃ τὸ ὕδραγωγεῖο τοῦ χωριοῦ πήρε δάνειο ἀπὸ τὴν Τράπεζα 80.000.000 σημερινῶν δραχμῶν καὶ πλήρωσε μετὰ 6 μῆνες τόκο 4.800.000. Μὲ πόσο τοῖς ἑκατὸ εἶχε δανεισθῆ τα χρήματα;

Λύση.

Ἐδῶ ξέρουμε πόσο τόκο πλήρωσε γιὰ ὅλο τὸ κεφάλαιο σ' ὅλο τὸ χρονικὸ διάστημα καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὸ ἐπιτόκιο, δηλαδὴ τὸν τόκο τῶν 100 δραχμῶν σὲ 1 ἔτος.

Πρῶτα θὰ λύσουμε τὸ πρόβλημα μὲ τὸ μυαλό. Τὸ ποσὸν τῶν 80.000.000 δραχ. θὰ γίνῃ γιὰ εὐκολία μας ἑκατοστάρικα. Εἶναι 800.000 ἑκατοστάρικα.

Ἔτσι ἔχουμε: Στὰ 800.000 ἑκατ. ἔδωσαν σὲ 6 μῆν. 4.800.000
 δραχμὲς τόκο
 στὸ 1 ἑκατοστ. » » 4.800.000 :
 800.000 = 6 δραχ. τόκο.

Σὲ 6 μῆνες ἔδωσαν 6 δραχ. τόκο
 σὲ 12 » » 12 » »

Τώρα μὲ τὸ μολύβι. Θὰ κάνουμε πρῶτα τὴν κατάταξη.

	Κ.	Χ.	Τ.	
οἱ	80.000.000	δραχ.	6 μῆνες	4.800.000 δραχ. τόκο
οἱ	100	» 12	» X;	» »

Τώρα θὰ κάνουμε τὴ σύγκριση. Ἐδῶ εἶναι ἄγνωστο τὸ ἐπιτόκιο δηλαδὴ ὁ τόκος. Ἀφοῦ εἶναι ἄγνωστος ὁ τόκος, κάνοντας κι' ἔδῶ τὴ σύγκριση θὰ δοῦμε, ὅτι τὰ ποσὰ εἶναι εὐθέως ἀνάλογα. (Νὰ κάνετε μόνοι σας τὴ σύγκριση, ὅπως τὴν κάναμε καὶ στὰ προηγούμενα προβλήματα τοῦ τόκου). Ἔχουμε λοιπόν :

$$\begin{aligned}
 X &= 4.800.000 \times \frac{100}{80.000.000} \times \frac{12}{6} = \frac{4.800.000 \times 100 \times 12}{80.000.000 \times 6} \\
 &= \frac{6X1X2}{1X1} = \frac{12}{1} = 12\%
 \end{aligned}$$

Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο θὰ λύσουμε ὅλα τὰ προβλήματα ὅταν ὁ χρόνος εἶναι σὲ ἔτη, ἢ σὲ ἡμέρες. Ὄταν ὁ χρόνος εἶναι σὲ ἔτη, θὰ ζητοῦμε τὸν τόκο τῶν 100 δραχ. σὲ 1 ἔτος, ὅταν εἶναι σὲ μῆνες, θὰ ζητοῦμε τὸν τόκο τῶν 100 δραχ. σὲ 12 μῆνες κι' ὅταν εἶναι σὲ ἡμέρες, θὰ ζητοῦμε τὸν τόκο τῶν 100 δραχμῶν σὲ 360 ἡμέρες.

Ἄς δώσουμε τώρα τὸν τύπο, πῶς νὰ λύσουμε αὐτὰ τὰ προβλήματα: Κοιτάξτε τὸ πρόβλημα. Ἐπολλαπλασιάσαμε τὸν Τόκο ἐπὶ 100 καὶ ἐπὶ 12 γιατί ὁ χρόνος ἦταν σὲ μῆνες καὶ διαιρέσαμε διὰ τοῦ Κεφαλαίου ἐπὶ τὸν Χρόνο.

Ὁ τύπος εἶναι ὁ παρακάτω :

α) ὁ χρόνος σὲ ἔτη β) ὁ χρόνος σὲ μῆν. γ) ὁ χρόνος σὲ ἡμέρ.

$$E = \frac{T. 100}{K. X} \qquad E = \frac{T. 1200}{K. X} \qquad E = \frac{T. 36.000}{K. X}$$

ἀφοῦ σὲ 1 ἔτος πληρώνει 72.000 δραχ. τόκο γιὰ νὰ πληρώσῃ 144.000 δραχ. θὰ πῆ ὅτι πέρασαν $144.000 : 72.000 = 2$ ἔτη.

Τώρα μὲ τὸ μολύβι.

Κ.	X.	Τ.
οἱ 100 δραχ.	1 ἔτος	12 δραχ. τόκο
οἱ 600.000 »	X; »	144.000 » »

Τώρα θὰ κάνουμε τὴ σύγκριση. Ἐδῶ εἶναι ἄγνωστος ὁ χρόνος. Θὰ συγκρίνουμε λοιπὸν α) τὸ κεφάλαιο μὲ τὸν χρόνο (ὁ τόκος θὰ μένῃ ἴδιος) καὶ β) τὸν τόκο μὲ τὸ χρόνο (τὸ κεφάλαιο θὰ μένῃ ἴδιο).

α) Οἱ 100 δραχ. σὲ 1 ἔτος μᾶς δίνουν 12 δραχ. τόκο. Διπλάσιες δραχμὲς γιὰ νὰ μᾶς δώσουν τὸν ἴδιο τόκο, πρέπει νὰ περάσῃ μισὸς χρόνος. Τριπλάσιες δραχμὲς γιὰ νὰ μᾶς δώσουν τὸν ἴδιο τόκο, πρέπει νὰ περάσῃ τὸ ἓνα τρίτο τοῦ χρόνου. Μισὲς δραχμὲς γιὰ νὰ μᾶς δώσουν τὸν ἴδιο τόκο, πρέπει νὰ περάσῃ διπλάσιος χρόνος. Ἐπομένως αὐτὰ τὰ δύο ποσὰ (κεφάλαιο καὶ χρόνος) εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

β) Οἱ 100 δραχ. σὲ 1 ἔτος μᾶς δίνουν 12 δραχ. τόκο. Οἱ 100 δραχμὲς σὲ διπλάσια ἔτη μᾶς δίνουν διπλάσιο τόκο. Οἱ 100 δραχμὲς σὲ τριπλάσια ἔτη μᾶς δίνουν τριπλάσιο τόκο. Οἱ 100 δραχ. σὲ μισὸ ἔτος μᾶς δίνει μισὸ τόκο. Ἐπομένως τὰ δύο αὐτὰ ποσὰ (τόκος καὶ χρόνος) εἶναι εὐθέως ἀνάλογα.

Σ' ὅσα προβλήματα ζητεῖται ὁ χρόνος πάντα ἡ ἴδια σχέση ὑπάρχει ἀνάμεσα στὰ ποσὰ. Κεφάλαιο καὶ χρόνος εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα, τόκος καὶ χρόνος εἶναι εὐθέως ἀνάλογα.

Ἔτσι ὁ ἄγνωστος ἀριθμὸς θὰ βρεθῇ ἂν πολλαπλασιάσουμε τὸν ἀριθμὸ, ποῦ εἶναι πάνω ἀπὸ τὸ - X - ἐπὶ τὸ κλάσμα τοῦ κεφαλαίου ὅπως εἶναι (γιατί;) καὶ ἐπὶ τὸ κλάσμα τοῦ τόκου ἀντεστραμμένο (γιατί;)

$$\begin{aligned} \text{Ἔχουμε λοιπὸν : } X &= 1 \times X \frac{100}{600.000} \times X \frac{144.000}{12} = \\ &= \frac{1 \times 100 \times 144.000}{600.000 \times 12} = \frac{1 \times 1 \times 2}{1 \times 1} = \frac{2}{1} = 2 \text{ ἔτη.} \end{aligned}$$

Προσέξτε τώρα νὰ βροῦμε τὸν τύπο αὐτῶν τῶν προβλημάτων

των. Τι ἐκάναμε; Ἐπολλαπλασιάσαμε τὸ 100 ἐπὶ τὸν τόκο καὶ διαιρέσαμε διὰ τοῦ Κεφαλαίου ἐπὶ τὸ Ἐπιτόκιον. (Τὸ 1 δὲν τὸ ἀναφέρουμε γιατί πολλαπλασιασμός ἐπὶ 1 δὲν αὐξάνει τὸ γινόμενο). Ὁ τύπος λοιπὸν εἶναι :

$$X = \frac{100 \cdot T}{K \cdot E}$$

Προβλήματα.

(Νὰ λυθοῦν πρῶτα ἀπὸ μνήμης καὶ ἔπειτα γραπτῶς).

1. Τὸ Ταχυδρομικὸ Ταμειυτήριον Ἁγιάς-Λαρίσης εἰδοποίησε τοὺς παρακάτω καταθέτες νὰ πᾶνε νὰ πάρουν τοὺς τόκους ἀπὸ τὰ χρήματα ποὺ εἶχαν καταθέσει. Τὸ Ταχ. Ταμειυτήριον δίνει πάντα τόκο 4^ο/_ο.

α) Γεώργιος Τσέλνικας ἀπὸ τὴ Σκῆτη-Ἁγιάς μὲ κατάθεση 35.000 δραχ., νὰ πάρη τόκους 7.000 δραχ. Γιὰ πόσα χρόνια εἶναι οἱ τόκοι αὐτοί;

β) Δημήτριος Ἀβραδὲς ἀπὸ τὸ ἴδιο χωριό, μὲ κατάθεση 87.000 δραχ. νὰ πάρη τόκους 5.220 δραχ. Γιὰ πόσα χρόνια εἶναι οἱ τόκοι αὐτοί;

γ) Ἀντώνιος Τσιμπόλης ἀπὸ τὸ ἴδιο χωριό, μὲ κατάθεση 123.000 δραχ. νὰ πάρη τόκους 2460 δραχ. Γιὰ πόσο χρονικὸ διάστημα εἶν' αὐτοὶ οἱ τόκοι;

δ) Ἀνδρέας Παπαϊωάννου ἀπὸ τὴν Ἀνατολὴν-Ἁγιάς, μὲ κατάθεση 96.000 δραχ. νὰ πάρη τόκους 3610 δραχ. Γιὰ πόσο χρονικὸ διάστημα εἶν' αὐτοὶ οἱ τόκοι;

ε) Νικόλαος Βόγιας ἀπὸ τὴν Καρίτσα μὲ κατάθεση 680.000 δραχ. νὰ πάρη τόκους 6.800 δραχ. Γιὰ πόσο χρονικὸ διάστημα εἶν' αὐτοὶ οἱ τόκοι;

στ) Δημήτριος Κομπογιάννης ἀπὸ τὸ Πολυδένδρι, μὲ κατάθεση 420.000 δραχ. νὰ πάρη τόκους 2100 δραχ. Γιὰ πόσο χρονικὸ διάστημα εἶν' αὐτοὶ οἱ τόκοι;

ζ) Ἄννα Τζιτζιλέρη ἀπὸ τὴν Ἀγιά, μὲ κατάθεση 750.000 δραχ. νὰ πάρη τόκους 75.000 δραχ. Γιὰ πόσο χρονικὸ διάστημα εἶν' αὐτοὶ οἱ τόκοι;

5. Πώς βρίσκουμε τὸ Κεφάλαιο.

1. Ὁ κ. Ἰωάννης Ζαφειρίδης συνταξιοῦχος συμβολαιογράφος ἀπὸ τὴ Ραψάνη τοῦ Ὀλύμπου, πῆρε ἓνα δάνειο ἀπὸ τὸ Ταμεῖο συντάξεων Νομικῶν μὲ 8% κ' ἔπειτα ἀπὸ 5 ἔτη ἐπλήρωσε τόκο 200.000. Πόσο ἦταν τὸ κεφάλαιο ποῦ εἶχε δανειστῆ;

Δύση.

Πρῶτα θὰ λύσουμε τὸ πρόβλημα μὲ τὴ σκέψη μας.

Στὰ 5 ἔτη ἐπλήρωσε τόκο 200.000 δραχ.

στὸ 1 ἔτος » » $200.000 : 5 = 40.000$

8 δραχ. τόκο » σὲ 1 ἔτος στὸ 1 ἑκατοστάρικο.

40.000 δραχ. τόκος σὲ πόσα ἑκατοστάρικα ἀναλογοῦν;

$$= 40.000 : 8 = 5.000 \text{ ἑκατ.} = 500.000 \text{ δραχμ.}$$

Τώρα θὰ τὸ λύσουμε μὲ τὸ μολύβι. Πρῶτα θὰ κάνουμε τὴν κατάταξη.

Κ.	Χ.	Τ.
οἱ 100 δραχ.	σὲ 1 ἔτος	8 δραχ. τόκο
<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>		<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>
X;	» 5 »	200.000 »

Ἐδῶ ἄγνωστο εἶναι τὸ κεφάλαιο. Πρῶτα θὰ συγκρίνουμε τὸ κεφάλαιο μὲ τὸν τόκο (ὁ χρόνος θὰ μὲν ἴδιος). Ἐπειτα θὰ συγκρίνουμε τὸ κεφάλαιο μὲ τὸν χρόνο (ὁ τόκος θὰ μὲν ἴδιος).

α) Σὲ 1 ἔτος οἱ 100 δραχ. μᾶς δίνουν τόκο 8 δραχ. Στὸν ἴδιο χρόνο διπλάσιο κεφάλαιο θὰ μᾶς δώσει διπλάσιο τόκο. Στὸν ἴδιο χρόνο μισὸ κεφάλαιο θὰ μᾶς δώσει μισὸ τόκο. Τὸ κεφάλαιο καὶ ὁ τόκος εἶναι ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα (γιατί);

β) 8 δραχ. τόκο δίνουν οἱ 100 δραχ. σὲ 1 ἔτος. Τὸν ἴδιο τόκο, διπλάσιο κεφάλαιο θὰ τὸν δώσει σὲ μισὸ ἔτος. Τὸν ἴδιο τόκο, μισὸ κεφάλαιο θὰ τὸν δώσει σὲ διπλάσια ἔτη. Ἐπομένως τὸ κεφάλαιο καὶ ὁ χρόνος εἶναι ποσὰ ἀντιστρόφως ἀνάλογα (γιατί);

Βλέπουμε λοιπὸν ὅτι ὅταν ζητᾶμε τὸ κεφάλαιο, τὰ ποσὰ κεφάλαιο καὶ τόκος εἶναι εὐθέως ἀνάλογα, ἐνῶ κεφάλαιο καὶ χρόνος εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα.

Γιὰ νὰ βρεθῆ ὁ ἄγνωστος ἀριθμὸς θὰ πολλαπλασιάσουμε

τὸν ἀριθμὸ πὸν εἶναι πάνω ἀπὸ τὸ - X - ἐπὶ τὸ κλάσμα τοῦ χρόνου ὅπως εἶναι (γιατί;) καὶ ἐπὶ τὸ κλάσμα τοῦ τόκου ἀντεστραμμένο (γιατί;).

$$\begin{aligned} \text{Ἔχουμε: } X &= 100 \times X \frac{1}{5} \times X \frac{200.000}{8} = \frac{100 \times 1 \times 200.000}{5 \times 8} = \\ &= \frac{100 \times 1 \times 5000}{1 \times 1} = \frac{500.000}{1} = 500.000 \text{ δραχμ.} \end{aligned}$$

Τώρα ἄς βροῦμε τὸν τύπο αὐτῶν τῶν προβλημάτων. Κοιτάξετε. Ἐπολλαπλασιάσαμε τὸ 100 ἐπὶ τὸν τόκο καὶ διαιρέσαμε διὰ τοῦ χρόνου ἐπὶ τὸ ἐπιτόκιο. Μὲ τὸ 1 δὲν ἐπολλαπλασιάσαμε γιατί πολλαπλασιασμὸς ἐπὶ 1 δὲν ἀλλάζει τὸ γινόμενο. Ἄν ὅμως ὁ χρόνος ἦταν σὲ μῆνες τότε θὰ πολλαπλασιάζαμε 1200 ἐπὶ τὸν τόκο. Κι' ἂν ὁ χρόνος ἦταν σὲ ἡμέρες τότε θὰ πολλαπλασιάζαμε 36.000 ἐπὶ τὸν τόκο.

Ὁ τύπος λοιπὸν εἶναι ὁ παρακάτω:

α) ὁ χρόνος σὲ ἔτη β) ὁ χρόνος σὲ μῆνες γ) ὁ χρόνος σὲ ἡμέρες

$$K = \frac{100 \cdot T}{X \cdot E} \quad K = \frac{1200 \cdot T}{X \cdot E} \quad K = \frac{36000 \cdot T}{X \cdot E}$$

Προβλήματα

1. Ποιὸ εἶναι τὸ κεφάλαιο πὸν δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἐμπορικὴ Τράπεζα ὁ ἔμπορος Πειραιῶς κ. Κουγεντάκης μὲ 12% καὶ πλήρωσε μετὰ 3 μῆνες τόκο 12.000 δραχ.;

2. Ποιὸ εἶναι τὸ κεφάλαιο πὸν δανείστηκε ἀπὸ τὸ Μ.Τ.Δ. Υ. ὁ καθηγητὴς κ. Ἰ. Κοτζαμάνης μὲ 10% καὶ πλήρωσε ἔπειτα ἀπὸ 1 ἔτος καὶ 6 μῆνες τόκο 37.500 δραχ.;

3. Ποιὸ εἶναι τὸ κεφάλαιο πὸν δανείστηκε ἀπὸ τὸ Ταμεῖο Ἀλληλοβοηθείας δημῶν Κορινθίας, ὁ δημῶλος κ. Ἀναστ. Καρυώτης μὲ 8% καὶ πλήρωσε ἔπειτα ἀπὸ 3 μῆνες καὶ 15 ἡμέρες τόκο 7.000 δραχ.;

4. Ποιὸ εἶναι τὸ κεφάλαιο πὸν δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα ὁ κ. Θωμᾶς Λαχανᾶς ἀπὸ τὸν Πλατύκαμπο-Λαρίσης μὲ 12% καὶ πλήρωσε μετὰ 1 ἔτος 6 μῆνες καὶ 20 ἡμέρες τόκο 560.000 δραχ.;

Τὸ κέρδος (ἢ ἔξωτερικὴ ὑφαίρεση) ποὺ θὰ κρατήσῃ ἡ Τράπεζα εἶναι 84.800 δραχ. Ἀπὸ τὴν ὀνομαστικὴ ἀξία 3.180.000 ἀφαιροῦμε 84.800 καὶ μένει ὑπόλοιπον 3.095.200 δραχ. Αὐτὸ τὸ ποσὸν θὰ πάρῃ ὁ κ. Πετσόπουλος.

Τὰ προβλήματα τῆς ἔξωτερικῆς ὑφαίρεσης λύνονται ὅπως καὶ τὰ προβλήματα τοῦ τόκου. Ἄν σὲ ἓνα πρόβλημα εἶναι ἄγνωστη ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία ἑνὸς γραμματίου, τὸ πρόβλημα θὰ τὸ λύσουμε ὅπως καὶ τὰ προβλήματα τοῦ τόκου στὰ ὁποῖα ζητεῖται τὸ κεφάλαιο. Ἄν εἶναι ἄγνωστος ὁ χρόνος, τὸ πρόβλημα θὰ τὸ λύσουμε ἐπίσης σὰν τὰ προβλήματα τοῦ τόκου στὰ ὁποῖα ζητεῖται ὁ χρόνος. Ἄν εἶναι ἄγνωστο τὸ ἐπιτόκιο, θὰ τὸ λύσουμε ἐπίσης σὰν τὰ προβλήματα τοῦ τόκου, στὰ ὁποῖα ζητεῖται τὸ ἐπιτόκιο.

Ἐπάρχει κ' ἓνα ἄλλο εἶδος ὑφαίρεσης ποὺ λέγεται ἔσωτερικὴ. Αὐτὴ εἶναι πιὸ δίκαιη, ἀλλὰ πιὸ δύσκολη. Γι' αὐτὸ οἱ ἔμποροι προεξοφλοῦν τὰ γραμματίά τους πάντα μὲ τὴν ἔξωτερικὴ ὑφαίρεση γιὰ εὐκολία. Μ' αὐτὴν θὰ λύνουμε κ' ἑμεῖς τὰ σχετικὰ προβλήματα.

Προβλήματα

1. Γραμμάτιο ὀνομαστικῆς ἀξίας 460.000 προεξοφλήθηκε 5 μῆνες προτοῦ λήξει μὲ 10%. Πόση εἶναι ἡ ἔξωτερικὴ του ὑφαίρεση;

2. Γραμμάτιο ὀνομαστικῆς ἀξίας 315.000 προεξοφλήθηκε μὲ 8% προτοῦ λήξει κ' ἔδωσε ὑφαίρεση 8.400 δραχ. Πόσον χρόνον πρὶν ἀπὸ τὴ λήξη του προεξοφλήθηκε;

3. Ἐνα γραμμάτιο προεξοφλήθηκε μὲ 12% 7 μῆνες προτοῦ λήξει κ' ἔδωσε ὑφαίρεση 42.000 δραχ. Πόση ἦταν ἡ ὀνομαστικὴ του ἀξία;

4. Γραμμάτιο ὀνομαστικῆς ἀξίας 450.000 δραχ. προεξοφλήθηκε 9 μῆνες προτοῦ λήξει κ' ἔδωσε ὑφαίρεση 33.750 δραχ. Μὲ πόσο τοῖς ἑκατὸ προεξοφλήθηκε;

5. Ἐνας Ἐκδοτικὸς Οἶκος προεξόφλησε στὴν Τράπεζα ἓνα γραμμάτιο ὀνομαστικῆς ἀξίας 860.000 μὲ 12% 10 μῆνες προτοῦ λήξει. Πόση ὑφαίρεση κράτησε ἡ Τράπεζα καὶ πόσα τοῦ ἔδωσε;

6. Ὁ γουνέμπορος κ. Βαλασάκης προεξόφλησε μὲ 15% 3.

μῆνες προτοῦ λήξει ἓνα γραμμάτιο καὶ τοῦ κράτησαν ἔξωτερικὴ ὑφαίρεση 75.000 δραχ. Ποιὰ ἦταν ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου;

7. Ἐνας Ἐκδοτικὸς Οἶκος ὑπέγραψε στὸν ἐργοστασιάρχην γραφικῶν τεχνῶν κ. Πεχλιβανίδην γραμμάτιο 4.500.000 δραχ. γὰ ἔξοδα ἐκτυπώσεως χρωματιστῶν ἐξωφύλλων τῶν βιβλίων. Τὸ γραμμάτιο αὐτὸ προεξόφλησε στὴν Τράπεζα ὁ κ. Πεχλιβανίδης 6 μῆνες προτοῦ λήξει καὶ τοῦ κράτησαν ἔξωτερικὴ ὑφαίρεση 225.000. Μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸ προεξοφλήθηκε;

8. Ἐνας ἄλλος Ἐκδοτικὸς Οἶκος ὑπέγραψε σ' ἓναν τυπογράφον γὰ ἔξοδα στοιχειοθεσίας τῶν βιβλίων τοῦ γραμματίου ὀνομαστικῆς ἀξίας 750.000 δραχ. Τὸ γραμμάτιο αὐτὸ προεξόφλησε στὴν Τράπεζα ὁ τυπογράφος μὲ 12% καὶ τοῦ κράτησαν ἔξωτερικὴ ὑφαίρεση 37.500 δραχ. Πόσον χρόνον πρὶν ἀπὸ τὴ λήξη του τὸ προεξόφλησε;

ΣΥΝΕΤΑΙΡΙΣΜΟΙ

Στὴ σημερινὴ δύσκολη ἐποχὴ οἱ περισσότεροὶ ἄνθρωποι καὶ ἰδιαιτέρως οἱ ἐργαζόμενοι, οἱ ὑπάλληλοι καὶ οἱ παραγωγοὶ δημιουργοῦν συνεταιρισμοὺς, γὰ νὰ διευκολυνθοῦν στὴν εὕρεση τῆς ἐργασίας, ἢ νὰ προμηθευθοῦν τρόφιμα, ὑπόδηση καὶ ρουχισμὸ φθηνό, ἢ νὰ διαθέσουν σὲ ἱκανοποιητικὰς τιμὰς τὰ προϊόντα τους.

Τὰ μέλη κάθε συνεταιρισμοῦ λέγονται συνεταιῖροι. Τὸ κέρδος ἀπὸ μία ἐργασία, ἢ τὰ προμηθευθέντα τρόφιμα, κλπ. εἶδη, ἢ τὸ κέρδος ἀπὸ τὴ διάθεση τῶν προϊόντων, λέγεται **μερίδιο** ἢ **μέρισμα** καὶ μοιράζεται ἀνάλογα σὲ κάθε συνεταιῖρον.

Τὰ προβλήματα ποὺ παρουσιάζονται στὶς παραπάνω περιπτώσεις λέγονται προβλήματα **μερισμοῦ**.

Ἄς λύσουμε μερικὰ τέτοια.

1. Στὴν ὁδὸ Ντεννὸ Κοσσὲν στὸν Πειραιᾶ ὑπάρχει ἓνας συνεταιρισμὸς ξυλουργῶν. Στὸ συνεταιρισμὸ αὐτὸ ἐργάζονται 4 ξυλουργοί. Αὐτὴ τὴν ἐβδομάδα ἐργάστηκαν, ὁ πρῶτος 48 ὥρες, ὁ δεύτερος 36 ὥρες, ὁ τρίτος 42 ὥρες καὶ ὁ τέταρτος 32 ὥρες. Στὸ τέλος τῆς ἐβδομάδος εἰσέπραξαν ἀπὸ τὶς ξυλουργικὰς τους ἐργασίας 1.264.000 δραχμὰς. Τὶ ποσὸ ἀναλογεῖ σὲ κάθε τεχνίτη;

Έτσι έχουμε:

$$\begin{array}{l}
 \alpha) 1.350.000 \times \frac{24}{135} = \frac{32.400.000}{135} = 240.000 \text{ δραχ.} \\
 \beta) 1.350.000 \times \frac{36}{135} = \frac{48.600.000}{135} = 360.000 \text{ »} \\
 \gamma) 1.350.000 \times \frac{30}{135} = \frac{40.500.000}{135} = 300.000 \text{ »} \\
 \delta) 1.350.000 \times \frac{25}{135} = \frac{33.750.000}{135} = 250.000 \text{ »} \\
 \epsilon) 1.350.000 \times \frac{20}{135} = \frac{27.000.000}{135} = \underline{200.000} \text{ »} \\
 \text{Σύνολον} \qquad \qquad 1.350.000
 \end{array}$$

(Γὰ παρακάτω προβλήματα νὰ λυθοῦν καὶ μέ τοὺς δύο τρό-
πους.

3. Στὴν κοινότητα Σκλήθρου Ἁγίας Λαρίσης ὑπάρχει συν-
εταιρισμὸς ἀνθρακῶν. Ὁ συνεταιρισμὸς ἔχει 140 μέλη. Τὸ μῆ-
να Ὀκτώβριο 6 ἀπὸ τὰ μέλη τοῦ ἔδωσαν στὴν ἀποθήκη τοῦ
συνεταιρισμοῦ: ὁ πρῶτος 250 ὀκ. κάρβουνα, ὁ δεύτερος 180 ὀκ.
κάρβουνα, ὁ τρίτος 340 ὀκ. κάρβουνα, ὁ τέταρτος 175 ὀκάδες, ὁ
πέμπτος 420 ὀκάδες καὶ ὁ ἕκτος 380 ὀκάδες. Ὁ Πρόεδρος τοῦ
συνεταιρισμοῦ κατέβηκε στὴ Λάρισα καὶ συνεννοήθηκε μὲ τὸν
ἔμπορο κ. Μπάρκουλη γιὰ τὴν ἀγορὰ ὄλου τοῦ ποσοῦ τῶν καρ-
βούνων. Ἐμείναν σύμφωνοι καὶ ὁ κ. Μπάρκουλης ἔδωσε στὸν
πρόεδρο τοῦ συνεταιρισμοῦ μία προκαταβολὴ ἀπὸ 1.396.000 δραχ.
Μόλις ἐγύρισε στὸ χωριὸ ἔμοίρασε τὴν προκαταβολὴ σιτοῦς δι-
καιούχους ἀνάλογα μὲ τὶς ὀκάδες ποὺ ἔδωσε στὴν ἀποθήκη κα-
θένας. Πόσα πῆρε ὁ καθένας;

4. Ὁ συνεταιρισμὸς δημοσίων ὑπαλλήλων Νεμέας περιλα-
βαίνει 18 δασκάλους, 2 δικαστικούς, 3 ἀγρονομικούς, 4 τριατα-
τικούς, 7 ταμειακοὺς καὶ 2 ἐφοριακοὺς ὑπαλλήλους. Ὁ συν-
εταιρισμὸς προμηθεύτηκε 432 ὀκάδες λάδι γιὰ τὰ μέλη του. Πό-
σες ὀκάδες λάδι ἀναλογοῦν σὲ κάθε ὑπαλληλικὸ κλάδο τοῦ πα-
ραπάνω συνεταιρισμοῦ;

5. Ἡ Ἐνωση Συνεταιρισμῶν παραγωγῶν σταφιδοκάρπου

περιοχῆς Κιάτου συγκέντρωσε στὶς ἀποθήκες τῆς τὶς παρακάτω ποσότητες Κορινθιακῆς σταφίδας ἀπὸ τοὺς συνεταιρισμοὺς τῶν παρακάτω χωριῶν. α) Συνεταιρισμὸς Μεγάλου Βάλτου ὀκτάδες 3.750. β) Συνεταιρισμὸς Πάσιου 6.140 ὀκτάδες. γ) Συνεταιρισμὸς Βασιλικῷ 14.380 ὀκτάδες. Συνεταιρισμὸς Γοννούσης 7.150 ὀκτάδες καὶ ε) Συνεταιρισμὸς Μποζικῶν 5.400 ὀκτάδες. Ἡ Ἐνωσις ἔδωσε προκαταβολὴ στοὺς παραπάνω συνεταιρισμοὺς 60.958.000 δραχμῆς. Πόσα χρήματα ἀναλογοῦν σὲ κάθε συνεταιρισμὸ;

6. Πέντε κτίστες ἐργάζονται συνεταιρικῶς σὲ μὰ οἰκοδομή. Αὐτὸ τὸ μῆνα ἐδούλεψαν ὁ πρῶτος 25 ἡμέρες, ὁ δεῦτερος 19 ἡμέρες, ὁ τρίτος 22 ἡμέρες, ὁ τέταρτος 18 ἡμέρες καὶ ὁ πέμπτος 16 ἡμέρες. Στὸ τέλος τοῦ μηνὸς ἐπῆραν ἀπὸ τὸν ἰδιοκτήτη τοῦ σπιτιοῦ 7.000.000 δραχμῆς. Πόσα χρήματα ἀναλογοῦν σὲ κάθε κτίστη;

7. Ἡ Ἐπιτροπὴ Διαχειρήσεως χορτονομῆς λειβαδιοῦ Κοινότητος Μποζικῶν Κορινθίας ἐνοίκιασε φέτος τὸ κοινοτικὸ λειβαδί ἀντὶ 18.000.000 δρχ. σὲ τρεῖς κτηνοτρόφους ἀπὸ τὸ Καστράκι τῆς Κορινθίας, πού εἶχαν ὁ πρῶτος 689 πρόβατα, ὁ δεῦτερος 734 πρόβατα καὶ ὁ τρίτος 577 πρόβατα. Τὸ ποσὸν θὰ τὸ πληρώσουν καὶ οἱ τρεῖς κτηνοτρόφοι ἀνάλογα μὲ τὰ πρόβατα πού ἔχει καθένας. Τί ποσὸν ἀναλογεῖ σὲ κάθε κτηνοτρόφο;

8. Ὁ σύλλογος ἀχθοφόρων Νεμέας ἔστειλε τέσσαρες ἐργάτες καὶ ξεφόρτωσαν ἀπὸ τὸ αὐτοκίνητο τὰ τσιμέντα, πού μᾶς ἐχορήγησε δωρεὰν τὸ Ὑπουργεῖο Ἀνοικοδομήσεως γιὰ τὴν ἀποπεράτωση τοῦ σχολείου μας. Ὁ πρῶτος ξεφόρτωσε 45 σακκιά, ὁ δεῦτερος 38 σακκιά, ὁ τρίτος 51 καὶ ὁ τέταρτος 26. Μᾶς ζήτησαν πληρωμὴ 80.000 δραχμῆς καὶ νὰ τὰ μοιραστοῦν μεταξύ τους ἀνάλογα μὲ τὰ σακκιά, πού ξεφόρτωσε καθένας. Τί ποσὸ θὰ πάρη κάθε ἐργάτης;

9. Ὁ Ἑλληνικὸς Ἐρυθρὸς Σταυρὸς τῆς Νεότητος ἔστειλε στὸν Ἐπιθεωρητὴ Κορινθίας δῶρα τῶν Ἀμερικανῶν Ἐρυθροσταυριτῶν νὰ μοιραστοῦν στοὺς Ἐρυθροσταυρίτες μαθητῆς τῆς περιφερείας. Ὁ Ἐπιθεωρητὴς ἔστειλε σ' ὅλα τὰ σχολεῖα, καὶ στὰ τέσσερα κοιντὰ μὲ τὸ δικό μας σχολεῖα ἔστειλε 930 μολύβια, 1550 τετραδία, 310 γομολάστιχες καὶ 2480 βόλους. Τὸ σχολεῖο Μποζικὰ εἶχε 108 Ἐρυθροσταυρίτες, τὸ σχολεῖο Τιτάνης

39, τὸ σχολεῖο Καστρακίου 91 καὶ τὸ σχολεῖο Λεορίζης 72. Ἀπὸ τὰ παραπάνω δῶρα, πόσα ἀναλογοῦν σὲ κάθε σχολεῖο;

10. Ὁ Ἔρανος Βορείων Ἐπαρχιῶν τῆς Ἑλλάδος πού βρῖσκεται ὑπὸ τὴν προστασία τῆς Α. Μ. τῆς Βασιλείσσης Φρειδερίκης, διέθεσε σὲ τέσσερα κατεστραμμένα χωριά τοῦ Νομοῦ Φλωρίνης 400.000.000 δραχμές. Τὸ πρῶτο χωριὸ εἶχε πληθυσμὸ 670 κατοίκους, τὸ δεύτερο 1310 κατοίκους, τὸ τρίτο 584 κατοίκους καὶ τὸ τέταρτο 1436 κατοίκους. Τὰ χρήματα διετέθησαν σὲ κάθε χωριὸ ἀνάλογα μὲ τοὺς κατοίκους του. Τί ποσὸ πήρε κάθε χωριό;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ

Εἴπαμε ὅτι πολλοὶ ἄνθρωποι, πού ἔχουν χρήματα τὰ καταθέτουν στὶς Τράπεζες, ἢ στὸ Ταχυδρομικὸ Ταμιευτήριον καὶ παίρνουν κάθε χρόνον τοὺς τόκους τῶν χρημάτων τους. Πολλοὶ ὅμως ἄνθρωποι ρίχνουν τὰ χρηματά τους στὸ ἐμπόριο. Ἐκτὸς ἀπὸ τὶς ἐμπορικὰς ἐργασίας, πού μπορεῖ νὰ κάμῃ καθέννας μόνος του, ὑπάρχουν ἄνθρωποι, οἱ ὁποῖοι, τρεῖς-τέσσαρες μαζί, καταθέτουν τὰ χρηματά τους καὶ κάνουν μία Ἑταιρεία.

Στὴν Ἑταιρεία καθέννας τοποθετεῖ ὅσα κεφάλαια θέλει. Στὸ τέλος τοῦ χρόνου κάθονται οἱ συνεταιῖροι καὶ βλέπουν ἂν εἶχαν κέρδη, ἢ ζημίες καὶ τί ποσὸ. Τὰ κέρδη καὶ οἱ ζημίες μοιράζονται τότε στοὺς συνεταιῖρους ἀνάλογα μὲ τὸ ποσὸ πού ἔχει καταθέσει καθέννας καθὼς καὶ ἀνάλογα μὲ τὸ χρονικὸ διάστημα πού εἶναι συνεταιῖρος. Τὸ μερίδιον πού ἀναλογεῖ σὲ κάθε συνεταιῖρον ἀπὸ τὸ κέρδος ἢ τὴ ζημίαν, λέγεται **μέρισμα**.

Τὰ προβλήματα τῆς Ἑταιρείας λύνονται μὲ τὴ μέθοδον τοῦ μερισμοῦ σὲ μέρη ἀνάλογα. Στὰ προβλήματα αὐτὰ συναντᾶμε τρεῖς διαφορετικὰς περιπτώσεις. α) Ὅταν οἱ συνεταιῖροι ἔχουν καταθέσει διαφορετικὰ ποσὰ γιὰ τὸ ἴδιον χρονικὸ διάστημα. β) Ὅταν οἱ συνεταιῖροι ἔχουν καταθέσει τὰ ἴδια ποσὰ γιὰ διαφορετικὸ χρονικὸ διάστημα καὶ γ) Ὅταν οἱ συνεταιῖροι ἔχουν καταθέσει διαφορετικὰ ποσὰ σὲ διαφορετικὸ χρονικὸ διάστημα.

Θὰ λύσωμε τώρα τρεῖς διαφορετικὰ προβλήματα, ἕνα ἀπὸ κάθε περίπτωση.

Α. Τὰ κεφάλαια διαφορετικά. Τὸ χρονικὸ διάστημα ἴδιον.

1. Τέσσαρες συνεταιῖροι ἵδρυσαν τὴν Ἐκδοτικὴ Ἑταιρεία

«Βιβλιοχαρτεμπορική». Ὁ πρῶτος κατέθεσε 108 χρυσές λίρες, ὁ δεύτερος 75 λίρες, ὁ τρίτος 215 λίρες καὶ ὁ τέταρτος 102 λίρες. Στὸ τέλος τοῦ χρόνου εἶχαν κέρδος 250 χρυσές λίρες. Τί μερίδιο κέρδους ἀναλογεῖ σὲ κάθε συνεταιῖρο;

Δύση (α' τρόπος).

Πρῶτα θὰ προσθέσουμε τὰ ποσὰ πού κατέθεσε καθένας

$$108 + 75 + 215 + 102 = 500 \text{ χρυσές λίρες}$$

Γιὰ νὰ βροῦμε τί μέρος ἀπὸ τὸ κέρδος ἀναλογεῖ σὲ κάθε λίρα θὰ διαιρέσουμε τὸ $250 : 500 = 0,5$ τῆς λίρας.

Ἄφοῦ σὲ κάθε 1 λίρα κεφαλαίου ἀναλογοῦν 0,5 τῆς λίρας κέρδος:

α) ὁ πρῶτος πού κατέθ.	108 λ.	θὰ πάρη	$0,5 \times 108 = 54$	λίρες
β) ὁ δεύτερος	» 75	»	$0,5 \times 75 = 37,5$	»
γ) ὁ τρίτος	» 215	»	$0,5 \times 215 = 107,5$	»
δ) ὁ τέταρτος	» 102	»	$0,5 \times 102 = 51$	»
		Σύνολον	<u>250</u>	λίρες

β' Τρόπος.

Πρῶτα προσθέτουμε τὰ ποσὰ:

$$108 + 75 + 215 + 102 = 500 \text{ χρυσές λίρες}$$

Σὲ καθένα ἀναλογεῖ μερίδιο:

$$\alpha) \frac{108}{500}, \quad \beta) \frac{75}{500}, \quad \gamma) \frac{215}{500}, \quad \delta) \frac{102}{500}$$

Ἔτσι θὰ ἔχουμε:

$$\alpha) 250 \times \frac{108}{500} = \frac{27.000}{500} = 54 \text{ λίρες}$$

$$\beta) 250 \times \frac{75}{500} = \frac{18.750}{500} = 37,5 \text{ »}$$

$$\gamma) 250 \times \frac{215}{500} = \frac{53.750}{500} = 107,5 \text{ »}$$

$$\delta) 250 \times \frac{102}{500} = \frac{25.500}{500} = 51 \text{ »}$$

$$\text{Σύνολον} \quad \underline{\quad 250 \quad}$$

Β. Τὰ κεφάλαια ἴδια. Τὸ χρονικὸ διάστημα διαφορητικό.

2. Ὁ διευθυντὴς τοῦ καταστήματος «Μινιὸν» ἄρχισε τὶς ἐργασίες του μὲ κεφάλαιο 500 χρυσῶν λιρῶν. Μετὰ 6 μῆνες πῆρε συνεταιῖρο τὸν κ. Α. μὲ τὸ ἴδιο ποσὸ καὶ 3 μῆνες μετὰ τὸ δεύτερο, πῆρε συνεταιῖρο τὸν κ. Σ. μὲ τὸ ἴδιο χρηματικὸ ποσὸ. 24 μῆνες ἀπὸ τὴν ἡμέρα ποὺ ἄνοιξε τὸ κατάστημα ἔκαμαν λογαριασμὸ καὶ βρῆκαν κέρδος 456 χρυσῆς λίρες. Τί κέρδος ἀναλογεῖ σὲ κάθε συνεταιῖρο;

Λύση (α' τρόπος)

Ἀφοῦ τὸ κεφάλαιο εἶναι τὸ ἴδιο, τὸ κέρδος θὰ μοιραστῇ ἀνάλογα μὲ τὸ χρονικὸ διάστημα, ποὺ εἶχε καταθέσει κάθε συνεταιῖρος τὰ χρήματά του.

Θὰ προσθέσουμε τοὺς μῆνες.

Ὁ πρῶτος ὅλο τὸ ποσὸ τὸ εἶχε στὴν ἐπιχείρηση 24 μῆνες

Ὁ δεύτερος τὸ εἶχε 6 μῆνες ἀργότερα ἀπὸ τὸν πρῶτο 18 »

Ὁ τρίτος » 3 » » τὸν δεύτ. 15 »

Σύνολον 57 »

Ἀφοῦ τὸ ποσὸ τοῦ κέρδους ἀνέρχεται σὲ 456 λίρες, σὲ κάθε μῆνα ἀναλογεῖ $456 : 57 = 8$ λίρες.

Ἀφοῦ σὲ κάθε μῆνα ἀναλογοῦν 8 λίρες

α) ὁ πρῶτος θὰ πάρῃ κέρδος $8 \times 24 = 192$ λίρες

β) ὁ δεύτερος » » $8 \times 18 = 144$ »

γ) ὁ τρίτος » » $8 \times 15 = 120$ »

Σύνολον 456 »

β' τρόπος

Πρῶτα προσθέτουμε τοὺς μῆνες.

$$24 + 18 + 15 = 57 \text{ μῆνες.}$$

Σὲ καθένα ἀναλογεῖ μερίδιο α) $\frac{24}{57}$, β) $\frac{18}{57}$, γ) $\frac{15}{57}$

Ἔτσι ἔχουμε :

$$\alpha) 456 \times \frac{24}{57} = \frac{10944}{57} = 192 \text{ λίρες}$$

$$\beta) 456 \times \frac{18}{57} = \frac{8208}{57} = 144 \text{ λίρες}$$

$$\gamma) 456 \times \frac{15}{57} = \frac{6840}{57} = 120 \text{ »}$$

$$\text{Σύνολον} \quad \underline{\quad\quad\quad} \quad 456 \text{ »}$$

Γ. Κεφάλαια διαφορετικά. Χρονικό διάστημα διαφορετικό.

3. Ο χαρτέμπορος κ. Χρονόπουλος άρχισε την επιχείρησή του με 250 χρυσές λίρες. Μετά 3 μήνες πήρε συνεταίρο τόν κ. Β. ό όποιος κατέθεσε 320 λίρες και 7 μήνες άργότερα από τόν κ. Β. πήρε συνεταίρο τόν κ. Ν. ό όποιος κατέθεσε 430 λίρες. Μετά 15 μήνες από τότε πού άρχισε ή επιχείρηση έκαμαν λογαριασμό και βρήκαν κέρδος 974 χρυσές λίρες.

Τι μερίδιο αναλογεί σέ κάθε συνεταίρο;

Λύση (α' τρόπος)

Πρώτα θά βροῦμε πόσο χρονικό διάστημα άφησε κάθε συνεταίρος τὰ χρήματά του μέσα στην επιχείρηση.

α) ό πρώτος 15 μήνες δηλ. 15 μήνες

β) ό δεύτερος 3 μήνες άργότερα από τόν πρώτο » 12 »

γ) ό τρίτος 7 » » » τόν δεύτερο » 5 »

Τὰ ποσά πού κατέθεσε καθένας θά τὰ πολλαπλασιάσουμε επί τὸ χρονικό διάστημα:

$$\alpha) \text{ Ο πρώτος } 250 \times 15 = 3.750$$

$$\beta) \text{ ό δεύτερος } 320 \times 12 = 3.840$$

$$\gamma) \text{ ό τρίτος } 430 \times 5 = \underline{2.150}$$

$$\text{Σύνολον} \quad \underline{\quad\quad\quad} \quad 9.740$$

Άφού τόν ποσόν τοῦ κέρδους άνέρχεται σέ 974 λίρες σέ κάθε μονάδα τοῦ ὄλου ποσοῦ αναλογεί $974 : 9740 = 0,1$ τῆς λίρας. Έτσι θά πάρουν:

$$\alpha) 0,1 \times 3750 = 375 \text{ λίρες}$$

$$\beta) 0,1 \times 3840 = 384 \text{ »}$$

$$\gamma) 0,1 \times 2150 = 215 \text{ »}$$

$$\text{Σύνολον} \quad \underline{\quad\quad\quad} \quad 974 \text{ »}$$

β'. Τρόπος

Ἐφοῦ βρήκαμε πόσους μῆνες εἶχε κατατεθημένα ὁ καθένας συνεταῖρος τὰ χρήματά του στὴν ἐπιχείρηση καὶ ἄφοῦ πολλαπλασιάσαμε τὸ ποσὸν τοῦ καθενὸς ἐπὶ τὸ χρονικὸ διάστημα, στὸν καθένα ἀναλογεῖ κέρδος

$$\alpha) \frac{3750}{9740}, \beta) \frac{3840}{9740}, \gamma) \frac{2150}{9740}$$

Ἔτσι ἔχομε :

$$\alpha) 974 \times \frac{3750}{9740} = \frac{3.652.500}{9740} = 375 \text{ λίρες}$$

$$\beta) 974 \times \frac{3840}{9740} = \frac{3.740.160}{9740} = 384 \text{ »}$$

$$\gamma) 974 \times \frac{2150}{9740} = \frac{2.094.100}{9740} = 215 \text{ »}$$

$$\text{Σύνολο} \qquad \qquad \qquad 974 \text{ »}$$

Τὰ παρακάτω προβλήματα νὰ λυθοῦν καὶ μὲ τοὺς δύο τρόπους.

4. Στὴν Ἑταιρεία τιμέντων Χαλκίδος κατέθεσαν : ὁ κ. Ἄν. 300 λίρες. Μετὰ 10 μῆνες ὁ κ. Μπαρσ. ἄλλες 300 λίρες καὶ μετὰ 5 μῆνες ἀπὸ τὸν κ. Μπαρσ. ὁ κ. Γερογ. ἄλλες 300 λίρες. Μετὰ ἀπὸ 24 μῆνες ἀπὸ τότε πὺν κατέθεσε ὁ κ. Ἄν. τὰ χρήματά του ἔγινε ἰσολογισμὸς καὶ βρέθηκε κέρδος 141 λίρες. Πόσο κέρδος ἀναλογεῖ σὲ κάθε συνεταῖρο;

5. Οἱ χαρτέμποροι Διονυσόπουλος, Βεζενίκας καὶ Γεωργίου ἴδρυσαν τὴν Ἑταιρεία τους στὰ 1947. Ὁ πρῶτος κατέθεσε 365 λίρες, ὁ δεῦτερος 287 λίρες καὶ ὁ τρίτος 248 λίρες. Μετὰ ἓνα χρόνον ἔκαμαν ἰσολογισμὸ καὶ βρέθηκαν ζημίαι 540 λίρες. Πόση ζημία ἀναλογεῖ σὲ κάθε συνεταῖρο;

6. Ἡ Ἑταιρεία ζαχαροπλαστικῆς «Ἀβεζάλ» ἰδρύθηκε μὲ τὰ παρακάτω κεφάλαια. Στὴν ἀρχὴ κατέθεσε ὁ κ. Γρηγορ. 107 χρυσὲς λίρες. Ἐπειτα ἀπὸ 2 μῆνες κατέθεσε ὁ κ. Δημητρ. 263 χρυσὲς λίρες καὶ 4 μῆνες μετὰ ἀπ' αὐτὸν κατέθεσε ὁ κ. Χρυσοχ. 230 χρυσὲς λίρες. Ἐφοῦ πέρασαν 16 μῆνες μετὰ τὴν ἴδρυση

τῆς Ἑταιρείας ἔκαμαν ἰσολογισμό καὶ βρῆκαν κέρδος 800 χρυσὲς λίρες. Πόσο κέρδος ἀναλογεῖ σὲ κάθε συνεταιῖρο;

7. Πέντε ἔμποροι ἀπὸ τὴν Κέρκυρα ἴδρυσαν μιὰ Ἑταιρεία κατεργασίας καὶ ἐκμεταλλεύσεως ἐλαιωδῶν προϊόντων. Κατέθεσαν: ὁ πρῶτος τὴν 1ην Μαρτίου 1947 58 ἑκατομμύρια δραχμές. Ὁ δεύτερος τὴν 1ην Μαΐου ἰδίου ἔτους 67 ἑκατομμύρια δραχμές. Ὁ τρίτος τὴν 1ην Ἰουνίου ἰδίου ἔτους 42 ἑκατομμύρια δραχμές. Ὁ τέταρτος τὴν 1ην Αὐγούστου ἰδίου ἔτους 73 ἑκατομμύρια δραχμές. Καὶ ὁ πέμπτος τὴν 1ην Ἰανουαρίου 1948, 60 ἑκατομμύρια δραχμές. Τὴν 1ην Μαρτίου 1949 ἔκαμαν ἰσολογισμό καὶ βρῆκαν ζημία 72 ἑκατομμύρια δραχμές. Πόση ζημία ἀναλογεῖ σὲ κάθε συνεταιῖρο;

8. Στὴ Θεσσαλονίκη τρεῖς βιβλιοπῶλες ἔκαμαν μιὰ Ἑταιρεία. Ὁ πρῶτος κατέθεσε 25 ἑκατομμύρια, ὁ δεύτερος 36 ἑκατομμύρια καὶ ὁ τρίτος 39 ἑκατομμύρια δραχμές. Μετὰ 6 μῆνες ἔκαμαν ἰσολογισμό καὶ βρῆκαν κέρδος 50 ἑκατομμύρια. Πόσο μερίδιο κέρδους ἀναλογεῖ σὲ καθένα;

9. Στὴν Πάτρα ἡ Ἑταιρεία «Πατραϊκὴ» ἰδρύθηκε ἀπὸ τοὺς παρακάτω συνεταιῖρους, οἱ ὅποιοι κατέθεσαν τὰ παρακάτω ποσά. Ὁ κ. Τσελ. κατέθεσε πρῶτος 120 ἑκατομμύρια. 3 μῆνες ἀργότερα ὁ κ. Δοξ. κατέθεσε τὰ μισὰ ἀπὸ ὅσα κατέθεσε ὁ κ. Τσελ. 5 μῆνες μετὰ τὸν κ. Δοξ. κατέθεσε ὁ κ. Παπαμιχ. τριπλάσια ἀπ' ὅσα κατέθεσε ὁ κ. Δοξ. Μετὰ 12 μῆνες ἔκαμαν ἰσολογισμό καὶ βρῆκαν ζημία 180 ἑκατομμύρια. Τί μερίδιο ζημίας ἀναλογεῖ σὲ κάθε συνεταιῖρο;

10. Ἡ Ἀνώνυμος Ἑταιρεία «Κέρρωψ» ἰδρύθηκε ἀπὸ τέσσαρες συνεταιῖρους οἱ ὅποιοι κατέθεσαν 100 ἑκατομμύρια δραχμές ὁ καθένας, ὁ πρῶτος γιὰ 12 μῆνες, ὁ δεύτερος γιὰ 10 μῆνες, ὁ τρίτος γιὰ 8 μῆνες καὶ ὁ τέταρτος γιὰ 6 μῆνες. Τὸ κέρδος τοὺς ἦταν 144 ἑκατομμύρια δραχμές. Τί κέρδος ἀναλογεῖ σὲ καθένα;

11. Τέσσαρες τσοπάνηδες ἔσμιξαν μαζὶ τὰ γίδια τοὺς. Ὁ κ. Χρ. Πιστεῦος εἶχε 180 γίδια, ὁ κ. Κ. Γεωργούλιας εἶχε 205 γίδια, ὁ κ. Γ. Λαυκιώτης εἶχε 86 γίδια καὶ ὁ Β. Τσατσάνης 69 γίδια. Στὸ τέλος τοῦ καλοκαιριοῦ ἐπούλησαν τὸ τυρὶ καὶ πῆραν 64.800.000 δραχ. Τί ποσὸν ἀναλογεῖ σὲ κάθε τσοπάνη;

1. Προβλήματα πρώτου είδους.

1. Ὁ καφφεπώλης κ. Οἰκονομίδης στὴν Κεντρικὴ ἀγορὰ τοῦ Πειραιῶς ἀνακάτεψε τρία εἶδη καφφέ. Ἀπὸ τὸ πρῶτο, πὺ ἡ τιμὴ του ἦταν 52.000 δρχ. ἡ ὀκά, πῆρε 8 ὀκάδες. Ἀπὸ τὸ δεύτερο εἶδος, πὺ ἡ τιμὴ τῆς ὀκάς ἦταν 44.000 δρχ., πῆρε 15 ὀκάδες κὶ ἀπὸ τὸ τρίτο εἶδος, πὺ ἡ τιμὴ τῆς ὀκάς ἦταν 60.000 δρχ., πῆρε 17 ὀκάδες. Πόσο πρέπει νὰ πουλήσῃ τὴν ὀκά τοῦ μίγματος, ὥστε νὰ μὴ ζημιωθῇ;

Λύση

Στὸ πρόβλημα αὐτὸ μᾶς δίνουν τὶς ποσότητες ἀπὸ τρεῖς διαφορετικὲς ποιότητες καφφέ, καθὼς καὶ πόσο ἀξίζει ἡ ὀκά ἀπὸ κάθε ποιότητα, καὶ ζητᾶμε νὰ βροῦμε πόσο πρέπει νὰ πουλήσῃ τὴν ὀκά τοῦ μίγματος, ὥστε νὰ μὴ ζημιωθῇ.

Ἄν πουλοῦσε χωριστὰ τὶς ὀκάδες κάθε ποιότητας θὰ εἰσέπραττε:

α) Πρῶτο εἶδος καφφέ:	Ὀκάδες	$8 \times 52000 =$	416.000 δρχ.
β) Δεύτερο »	»	$15 \times 44000 =$	660.000 »
γ) Τρίτο »	»	$17 \times 60000 =$	1020.000 »
	Σύνολον Ὀκάδες	40	2096.000 »

Ἀφοῦ οἱ 40 ὀκάδες στοιχίζουν 2.096.000 δρχ. γὰ νὰ βροῦμε πόσο πρέπει νὰ πουλιέται ἡ ὀκά θὰ διαιρέσουμε τὸν ἀριθμὸ 2.096.000 διὰ 40. $2.096.000 : 40 = 52.400$ δρχ. Αὐτὴ εἶναι ἡ τιμὴ τῆς ὀκάς τοῦ μίγματος.

2. Ὁ τυρέμπορος Ἀθηνῶν κ. Βούζας ἀνακάτεψε τέσσερα εἶδη βούτυρο. Ἀπὸ τὸ πρῶτο, πὺ ἡ τιμὴ τῆς ὀκάς του ἦταν 35.000 δρχ. ἐπῆρε 12 ὀκάδες. Ἀπὸ τὸ δεύτερο, πὺ ἡ τιμὴ τῆς ὀκάς του ἦταν 40.000 δρχ. ἐπῆρε 16 ὀκάδες. Ἀπὸ τὸ τρίτο, πὺ ἡ τιμὴ τῆς ὀκάς του ἦταν 44.000 δρχ. ἐπῆρε 15 ὀκάδες καὶ ἀπὸ τὸ τέταρτο, πὺ ἡ τιμὴ τῆς ὀκάς του ἦταν 60.000 δρχ. ἐπῆρε 7 ὀκάδες. Πόσο πρέπει νὰ πουλήσῃ τὴν ὀκά τοῦ μίγματος ὥστε νὰ μὴ ζημιωθῇ;

3. Οἱ ἀδελφοὶ Σταύρακα διατηροῦν ἐμπορικὸ κατάστημα στὴ Νεμέα. Ἀγοράζουν τακτικὰ λάδια. Τὸν τελευταῖο καιρὸ

ἀγόρασαν διάφορες ποσότητες και ποιότητες ἀπὸ τὰ γύρω χω-
ριά τῆς Νεμέας. Ἀπὸ τὰ Μποζικὰ 165 ὀκάδες και τὸ πλήρωσαν
11.000 δρχ. τὴν ὀκά. Ἀπὸ τὸ Καστράκι 107 ὀκάδες και τὸ πλή-
ρωσαν 9.600 δρχ. τὴν ὀκά. Ἀπὸ τὴ Λέριζα 180 ὀκάδες και τὸ
πλήρωσαν 10.500 δρχ. τὴν ὀκά και ἀπὸ τὴν Τιτάνη 148 ὀκάδες
και τὸ πλήρωσαν 11.200 τὴν ὀκά. Αὐτὸ τὸ λάδι τὸ ἔκαμαν ἕνα
μῖγμα. Πόσο στοιχίζει ἡ κάθε ὀκά τοῦ μίγματος;

2. Προβλήματα δευτέρου εἶδους

1. Οἱ ἀλευρόμυλοι Ἁγίου Γεωργίου στὸ Κερασίει τοῦ Πει-
ραιῶς κάνουν ἕνα μῖγμα ἀλευριοῦ ἀπὸ σιτάρι και κριθάρι. Τὸ
ἀλεῦρι τοῦ σιταριοῦ στοιχίζει 3.000 δρχ. ἡ ὀκά, ἐνῶ τοῦ κριθα-
ριοῦ στοιχίζει 1.800 δρχ. ἡ ὀκά. Πόσες ὀκάδες ἀλεῦρι πρέπει νὰ
πάρη ἀπὸ κάθε εἶδος γιὰ νὰ κάμουν ἕνα μῖγμα 12.000 ὀκάδες
και νὰ πουλιέται ἡ ὀκά τοῦ μίγματος 2.300 δραχμῆς;

Δύση

Στὸ πρόβλημα αὐτὸ μᾶς λένε πόσο στοιχίζει ἡ ὀκά τοῦ
ἀλευριοῦ ἀπὸ κάθε εἶδος και ζητᾶμε νὰ βροῦμε πόσες ὀκάδες θὰ
πάρουμε ἀπὸ κάθε εἶδος γιὰ νὰ σχηματίσουμε ἕνα μῖγμα πὸν νὰ
ἔχη ὠρισμένο βᾶρος (12.000 ὀκάδες) και νὰ πουληθῇ με ὠρι-
σμένη τιμὴ (2.300 δρχ.).

Τὸ ἀλεῦρι τοῦ σιταριοῦ πουλιέται χωριστὰ 3.000 δρχ. τὴν
ὀκά. Ὅταν μπῆ ὅμως στὸ μῖγμα πουλιέται 2.300 δρχ. Θὰ ζη-
μιώνεται δηλαδὴ τὸ ἐργοστάσιο 700 δρχ. τὴν ὀκά.

Τὸ ἀλεῦρι τοῦ κριθαριοῦ πουλιέται χωριστὰ 1.800 δρχ. τὴν
ὀκά. Ὅταν μπῆ ὅμως στὸ μῖγμα πουλιέται 2.300 δρχ. Ἐπομέ-
νως θὰ κερδίζει τὸ ἐργοστάσιο 500 δρχ. τὴν ὀκά.

Ἄν πάρουμε 500 ὀκάδες ἀλεῦρι σιταρένιο (ὅσες δηλαδὴ
εἶναι οἱ δραχμῆς πὸν κερδίζει σὲ κάθε ὀκά ἀλεῦρι κριθαρένιο)
θὰ ἔχουμε ζημίαι: $500 \times 700 = 350.000$ δρχ.

Ἄν πάρουμε 700 ὀκάδες ἀλεῦρι κριθαρένιο (ὅσες δηλαδὴ
εἶναι οἱ δραχμῆς πὸν ζημιώνει σὲ κάθε ὀκά ἀλεῦρι σιταρένιο)
θὰ ἔχουμε κέρδος: $700 \times 500 = 350.000$ δρχ.

Ὅστε ὅταν πάρουμε 500 ὀκ. ἀλεῦρι σιταρένιο και 700 ὀκ.

ἀλεῦρι κριθαρένιο, οὔτε θὰ ζημιώνουμε οὔτε θὰ κερδίζουμε. 500 ὄκ. ἀλεῦρι σιταρένιο καὶ 700 ὄκ. ἄλ. κριθ. = 1200 μίγμα.

Τώρα μὲ τὴν ἀπλῆ μέθοδο τῶν τριῶν θὰ βροῦμε πόσο ἀλεῦρι ἀπὸ κάθε εἶδος ἀναλογεῖ στὸ μίγμα.

α) Ἀλεῦρι σιταρένιο.

Στις 1200 ὄκ. μίγμα ἀναλογοῦν $\frac{500}{X}$ ὄκ. ἄλ. σιταρένιο
 στὶς 12.000 » » X;

Τὰ ποσὰ εἶναι εὐθέως ἀνάλογα.

$$X = 500 X \frac{12.000}{1.200} = \frac{6.000.000}{1.200} = 5.000 \text{ ὀκάδες.}$$

Γιὰ νὰ εὐκολυθοῦμε κάνουμε πρῶτα ἀπλοποίηση. Κάμετέ τὴν.

β) Ἀλεῦρι κριθαρένιο.

Στις 1.200 ὄκ. μίγμα ἀναλογοῦν $\frac{700}{X}$ ὄκ. ἄλ. κριθαρένιο
 στὶς 12.000 » » X;

Κι ἔδῳ τὰ ποσὰ εἶναι εὐθέως ἀνάλογα.

$$X = 700 X \frac{12.000}{1200} = \frac{8.400.000}{1200} = 7.000 \text{ ὀκάδες.}$$

Γιὰ νὰ εὐκολυθοῦμε κάνουμε πρῶτα ἀπλοποίηση. Κάμετέ τὴν.

2. Ὁ βουτυρέμπορος τοῦ Πειραιῶς κ. Κολοκυθᾶς θέλει νὰ κάμει ἓνα ἀνάμικτο μαγειρικό λίπος. Τὸ γίδινο βούτορο στοιχίζει 40.000 δραχ. τὴν ὀκά, ἐνῶ τὸ φυτικό λίπος στοιχίζει 12.000 δραχ. τὴν ὀκά. Πόσες ὀκάδες πρέπει νὰ πάρη ἀπὸ κάθε εἶδος, γιὰ νὰ κάμη μίγμα 1000 ὀκάδες καὶ νὰ πουλιέται ἡ ὀκά τοῦ μείγματος 30.000 δραχ.

3. Ὁ λαδέμπορος κ. Ἀναστασίου στὰ Χανιά τῆς Κρήτης θέλει νὰ ἀνακατέψῃ δύο διαφορετικά εἶδη λαδιῶν. Τὸ ἓνα εἶδος στοιχίζει 10.600 δραχ. τὴν ὀκά καὶ τὸ ἄλλο 9.200 δραχμ. τὴν ὀκά. Πόσες ὀκάδες πρέπει νὰ πάρη ἀπὸ κάθε εἶδος, γιὰ νὰ κάμη μίγμα 5.000 ὀκάδες καὶ νὰ πουλιέται ἡ ὀκά τοῦ μείγματος 9.500 δραχ. τὴν ὀκά;

4. Ὁ καφφεπώλης κ. Λουμίδης ἔκαμε μία μεγάλη παραγγελία καφφῆ στή Βραζιλία καὶ στήν Ἀραβία. Ὁ καφφῆς τῆς Βραζιλίας τοῦ στοιχίζει 64.000 δραχ. ἢ ὁκά καὶ τῆς Ἀραβίας τοῦ στοιχίζει 44.000 δραχ. ἢ ὁκά. Πόσες ὁκάδες πρέπει νὰ πάρη ἀπὸ κάθε ποιότητα, γιὰ νὰ κάμη ἓνα μῖγμα 400 ὁκάδες καὶ νὰ πουληθῆ μὲ 52.000 δραχ. τὴν ὁκά;

ΜΕΡΙΚΑ ΠΕΡΙ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

Στὸν πολλαπλασιασμό ὅταν ἔχουμε νὰ πολλαπλασιάσουμε ἓνα ἀριθμὸ ἐπὶ τὸν ἑαυτὸν του, τὸ γινόμενο τὸ λέμε τετράγωνο τοῦ ἀριθμοῦ αὐτοῦ.

Π. χ. $5 \times 5 = 25$. Ὁ ἀριθμὸς 25 εἶναι τὸ τετράγωνον τοῦ ἀριθμοῦ 5. Τὸν πολλαπλασιασμό τοῦ 5 ἐπὶ τὸν ἑαυτὸν του, μπορούσαμε νὰ τὸν παραστήσουμε καὶ ἔτσι : - 5^2 -, τὸ ὁποῖο διαβάζεται : Πέντε εἰς τὴν δευτέρα δύναμη, ἢ πέντε εἰς τὸ τετράγωνο, δηλ. 5×5 .

Ὅταν ἔχουμε νὰ πολλαπλασιάσουμε ἓναν ἀριθμὸ ἐπὶ τὸν ἑαυτό του καὶ πάλι ἐπὶ τὸν ἑαυτὸν του, τὸ γινόμενο τὸ λέμε κύβο τοῦ ἀριθμοῦ αὐτοῦ.

Π. χ. $5 \times 5 \times 5 = 125$. Ὁ ἀριθμὸς 125 εἶναι ὁ κύβος τοῦ ἀριθμοῦ 5. Τὸν πολλαπλασιασμό τοῦ 5 ἐπὶ τὸν ἑαυτὸν του καὶ πάλι ἐπὶ τὸν ἑαυτὸν του, μπορούσαμε νὰ τὸν παραστήσουμε καὶ ἔτσι : - 5^3 -, τὸ ὁποῖο διαβάζεται : Πέντε εἰς τὴν τρίτη δύναμη, ἢ πέντε εἰς τὸν κύβο, δηλ. $5 \times 5 \times 5$.

Ἀσκήσεις

1. Νὰ εὑρεθῆ ὁ κύβος τῶν ἀριθμῶν 10, 3, 15, 24, 16.
2. Νὰ εὑρεθῆ τὸ τετράγωνο τῶν ἀριθμῶν 9, 100, 25, 4, 12
3. Διαβάζετε τὰ παρακάτω καὶ βρῆτε τα :

$$8^2 = \quad , 6^3 = \quad , 20^2 = \quad , 17^3 = \quad , 25^2 = \quad , 14^3 = \quad$$

$$12^2 = \quad , 16^3 = \quad , 50^2 = \quad , 100^3 = \quad .$$

ΓΕΝΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΦ' ΟΛΗΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ
ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ

1. Ὁ ἔμπορος κ. Θεοδορίδης ξεκίνησε ἀπὸ τὴν Ἀθήνα γιὰ τὴν Πορταριά τοῦ Βόλου γιὰ ν' ἀγοράσῃ μῆλα. Εἶχε μαζί του 40.000.000 δραχμῆς, ἄγορασε στὴν ἀρχὴ 1500 ὀκάδες μῆλα μὲ 3.850 δραχμῆς τὴν ὀκά. Ἀργότερα 2350 ὀκάδες μῆλα μὲ 4.340 δραχμῆς τὴν ὀκά κι ἀργότερα ἄλλη μιὰ παρτίδα 4180 ὀκάδες μὲ 4.870 δραχ. τὴν ὀκά. Γιὰ νὰ τοποθετηθοῦν τὰ μῆλα στὰ κοφίνα καὶ στὰ καφάσια ἐπλήρωσε 12 δραχμῆς τὴν ὀκά. Γιὰ ἀγώγια στ' αὐτοκίνητα ἀπὸ τὴν Πορταριά μέχρι τὴν Ἀθήνα ἐπλήρωσε 688 δραχμῆς τὴν ὀκά. Ὅταν τὰ μῆλα ἔφτασαν στὴν Ἀθήνα ἐδιάλεξε ὅσα εἶχαν σαπίσει κι' ἡ ζημιὰ τοῦ αὐτῆ ἀνέβηκε σὲ 5%. Τὰ ὑπόλοιπα χρήματα ποῦ τοῦ περίσσεψαν τὰ τόκισε μὲ 12% γιὰ 6 μῆνες. Νὰ γίνουν ὅλοι οἱ λογαριασμοί, νὰ ὑπολογιστοῦν τὰ ἔξοδα, ἡ ζημιὰ καὶ νὰ βρῆτε πόσο πρέπει νὰ πουλήσῃ τὴν ὀκά γιὰ νὰ κερδίσῃ κι' αὐτὸς 500 δραχ. στὴν ὀκά. Ἐπίσης νὰ βρῆτε πόσο τόκο θὰ πάρῃ ἀπὸ τὰ χρήματα ποῦ τόκισε.

2. Ἡ Ἀγροικὴ Τράπεζα κάνει συγκέντρωση σταριοῦ Ὁ Εὐάγγελος Ντάβας ἀπὸ τὸν Πυργετὸ Λαρίσης ἐτοίμασε νὰ ἀποστείλῃ στὶς ἀποθήκες τῆς Τραπεζῆς στὴ Λάρισα 30.000 ὀκ. σιτάρι. Ἡ τιμὴ στὴν ὁποία θὰ τὸ πληρώσῃ ἡ Τράπεζα εἶναι 3.000 δραχ. τὴν ὀκά γιὰ τὴν ἐξόφληση τῶν χρεῶν καὶ 2.300 δραχ. τὸ ὑπόλοιπο. Ὁ κ. Ντάβας χρωστάει στὴν Τράπεζα 42.000.000 δραχ. Ἐπλήρωσε ἀπὸ τὸν Πυργετὸ στὸ Σιδ. Σταθμὸ Πυργετοῦ 60 δραχ. τὴν ὀκά γιὰ ἀγώγια καὶ ἀπὸ τὸ Σιδ. Σταθμὸ μέχρι τὴ Λάρισα ἐπλήρωσε στὸ τραῖνο 75 δραχ. τὴν ὀκά γιὰ μεταφορικά. Πόσα χρήματα καθαρά θὰ πάρῃ στὰ χέρια τοῦ κ. Ντάβας κι' ἂν αὐτὰ τὰ καταθέσῃ στὸ Ταχ. Ταμειντήριο μὲ 4% πόσο τόκο θὰ πάρῃ σὲ 8 μῆνες;

3. Ἐνας ὑπάλληλος μὲ βαθμὸ Εἰσηγητοῦ παίρνει μισθὸ 1.050.000 δραχ. τὸ μῆνα. Ἀπ' αὐτὸν τοῦ κρατοῦν 3% γιὰ Μετοχικὸ Ταμεῖο καὶ 2% γιὰ Ταμεῖο Προνοίας. Ἀπὸ τὰ ὑπόλοιπα ξοδεύει 70% γιὰ διατροφή, 8% γιὰ ὑπόδυση καὶ 15% γιὰ ἔκτακτα ἔξοδα. Τὰ ὑπόλοιπα τὰ διαθέτει γιὰ νὰ ἐξοφλῇ ὅσα

εἶδη ἔχει ἀγοράσει μὲ δόσεις. Πόσα τοῦ κρατοῦν γιὰ κάθε Ταμεῖο, τί πληρώνει γιὰ διατροφή, ὑπόδυση καὶ ἔκτακτα ἔξοδα καὶ πόσα εἶναι τὰ ὑπόλοιπα μὲ τὰ ὁποῖα ἔξοφλεῖ τὰ εἶδη, πὺ ἀγόρασε μὲ δόσεις;

4. Ὁ προϋπολογισμὸς τοῦ Κράτους αὐτὸ τὸ οἰκονομικὸ ἔτος ἀνέβηκε στὰ 5.000.000.000.000 δραχμές. Γιὰ τὸ στρατὸ ἔχουν διατεθῆ τὰ 30%, γιὰ τοὺς δημοσίους ὑπαλλήλους τὰ 25%, γιὰ τὴν Ἐκπαίδευση τὰ 7% καὶ τὰ ὑπόλοιπα γιὰ τὶς ἄλλες ἀνάγκες τοῦ Κράτους. Τί ποσὸ ἔχει διατεθῆ γιὰ κάθε κατηγορία ἐξόδων;

5. Ἡ Σχολικὴ Ἐφορεία τοῦ σχολείου μας ἔκαμε τὸν προϋπολογισμὸς της. Τὰ ἔξοδα θὰ ἀνεβοῦν σὲ 5.840.000 δραχμές. Ἀπ' αὐτὰ θὰ διατεθοῦν: 25% γιὰ τὴν ἐπισκευὴ τοῦ διδασκῆριου, 4% γιὰ τὴν ἀγορὰ γραφικῆς ὕλης καὶ εἰδῶν γραφείου, 8% γιὰ τὴν καθαριότητα, θέρμανση καὶ φωτισμὸς, 30% γιὰ τὸν πλουτισμὸ τῆς σχολικῆς βιβλιοθήκης, 10% γιὰ τὸ σχολικὸ κῆπο, 15% γιὰ τὴν προμήθεια διδασκτικῶν ὀργάνων, 6% γιὰ τὴν ἀγορὰ ἐπίπλων καὶ σκευῶν καὶ 2% γιὰ τὸν ὀργανισμὸ μαθητικῆς προνοίας. Νὰ βρῆτε τί ποσὸ θὰ διατεθῆ γιὰ κάθε ἄρθρο τοῦ προϋπολογισμοῦ.

6. Ἡ ἀντιπροσωπεῖα ραδιοφῶνων «Φίλιπς» στὸν Πειραιᾶ διέθεσε αὐτὸ τὸ μῆνα 8 ραδιόφωνα καὶ εἰσέπραξε 14.600.000 δραχ. Ὁ φόρος τοῦ κράτους στὰ ραδιόφωνα αὐτὰ ἦταν 45%. Σὲ κάθε ραδιόφωνο ἐκέρδιζε ἡ ἀντιπροσωπεῖα 300.000 δραχ. Πόσο χρέωνε τὸ ἐργοστάσιο στὴν Ὀλλανδία κάθε ραδιόφωνο;

7. Ἡ τιμὴ τοῦ δολλαρίου εἶναι σήμερα 15.000 δραχμές. Ἀπὸ τὴν Ἀμερικὴ μοῦ ἔστειλε ὁ φίλος μου κ. Παν. Καρατζᾶς ἓνα στυλὸ ἀξίας 12 δολλαρίων καὶ μοῦ ἔγραψε νὰ δώσω τὴν ἀξία του σὲ δραχμὲς στὸν ἀδελφὸ του κ. Χρ. Καρατζᾶ. Πόσες δραχμὲς θὰ τοῦ δώσω;

8. Ἡ τιμὴ τῆς χρυσοῦς λίρας Ἀγγλίας εἶναι σήμερα 225.000 δραχμὲς. Ὁ ἔμπορος κ. Ζουριδάκης χρωστᾷ στὸν κ. Ἀποστολόπουλο 1.840.000 δραχ. καὶ τοῦ τὰ ἔδωσε σὲ χρυσὲς λίρες. Πόσες λίρες τοῦ ἔδωσε;

9. Στὴν ἀσφαλιστικὴ Ἐταιρεία πυρός, θαλάσσης, ἀέρος, ὁ «Φοῖνιξ», ἦταν ἀσφαλισμένον τὸ ἐργοστάσιο τοῦ κ. Καψαμπέλη ἀντὶ ποσοῦ 12.500 χρυσοῦν λιρῶν. Ὅταν κήκε τὸ ἐργοστάσιο

ἀπὸ πυρκαϊά, ἡ Ἐταιρεία τοῦ ἔδωσε μία προκαταβολή ἀπὸ 225.000.000 δραχμές. Πόσες λίρες χρωστάει ἀκόμη;

10. Τὸ ὑπερωκεάνειο «Νέα Ἑλλάς» ἐπλευσε τὸν τελευταῖο μῆνα ἀπόσταση ἀπὸ 3150 ναυτικά μίλια, ἐνῶ τὸ ὑπερωκεάνειο «Λαγκουάρντια» ἐπλευσε τὸν τελευταῖο μῆνα 3240 ἀγγλικά μίλια. Ποιὸ ἀπὸ τὰ δύο πλοῖα ἐπλευσε περισσότερὴ ἀπόσταση;

(Ναυτικὸ μίλιο = 1852 μ. Ἀγγλικὸ μίλιο = 1608,64 μ.)

11. Ἡ βιβλιοθήκη τοῦ σχολείου μας ἔχει 160 βιβλία. Τὰ $\frac{5}{8}$ τῶν βιβλίων εἶναι παιδικά. Πόσα εἶναι τὰ παιδικὰ βιβλία;

12. Εἶμαι 12 ἐτῶν, λέει ὁ Γιάννης στὸ Γιώργο. Ἐγώ, λέει ὁ Γιώργος εἶμαι τὸ $\frac{1}{4}$ τῶν χρόνων σου πῶ μεγαλύτερος ἀπὸ σένα. Πόσων χρόνων εἶναι ὁ Γιώργος;

13. Ὁ Τάκης κατέθεσε στὸ Ταχ. Ταμιευτήριο ἓνα ποσὸ γιὰ 6 μῆνες μὲ 4 % καὶ πῆρε τόκο 2.400 δραχμές. Ὁ Βασίλης κατέθεσε κι' αὐτὸς ἓνα ποσὸ γιὰ 8 μῆνες μὲ 3%, στὴν Τράπεζα καὶ πῆρε τόκο 2.400 δραχμές. Ποιὸς ἀπὸ τοὺς δύο κατέθεσε μεγαλύτερο ποσὸ;

14. Στὸν Κωστάκη ἔδωσε ἡ μαμὴ του γιὰ καραμέλλες $\frac{4}{5}$ τοῦ χιλιάριου, ἐνῶ στὴν Ἀφρούλα ἔδωσε ὁ μπαμπάς της $\frac{16}{100}$ τοῦ πεντοχίλιου. Ποιὸς πῆρε περισσότερα;

15. Τὸ ρολοῖ μου λέει 11.45' ἐνῶ τὸ ρολοῖ τοῦ σχολείου λέει 12 παρὰ τέταρτο. Ποιὸ ἀπὸ τὰ δύο ρολόγια πάει πίσω;

16. Ὁ γερο-Μῆκος ὁ Ζιώτης στὰ Μποξικά τῆς Κορινθίας εἶναι πολὺ γέρος. Μιὰ μέρα πὺν περνοῦσε ἔξω ἀπὸ τὸ σχολεῖο τὸν ρώτησα πόσων χρόνων εἶναι καὶ μοῦ εἶπε: «Ὁ παπποῦς μου πολέμησε τὸ Δράμαλη στὰ Δερβερνάκια μαζί μὲ τὸν Κολοκοτρώνη, στὰ 1822. Ὁ πατέρας μου τὴν ἐποχὴ ἐκείνη ἦταν 5 χρόνων. Ἐφοῦ πέρασαν 22 χρόνια πάντρευτήκε καὶ μετὰ 1 χρόνο ἐγέννησε ἡ μητέρα μου τὴν ἀφεντιά μου. Ἐσὺ βρῆς μόνος σου πόσων χρόνων εἶμαι τώρα, πὺν ἔχουμε 1950». Ἐτσι μοῦ εἶπε κι' ἔφυγε. Δὲν εἶχα ὁμῶς τὸν καιρὸ νὰ τὰ βρῶ. Μήπως μπορεῖτε σεῖς;

17. Τρεῖς ἔμποροι ἔκαμαν ἔλεγχο τὸ βράδυ στὸ ταμεῖο τους καὶ βρῆκαν ὅτι εἰσέπραξαν. Ὁ πρῶτος 35 λίρες, ὁ δεύτερος 700 σελίνια καὶ ὁ τρίτος 8400 πέννες. Ποῖος ἀπὸ τοὺς τρεῖς εἶχε τὴ μεγαλύτερη εἴσπραξη;

18. Τὸ φορτηγὸ αὐτοκίνητο τοῦ κ. Σπυρ. Κουρελῆ μετέφερε προχθὲς ἀπὸ τὴ Νεμέα στὴν Ἀθήνα 4 τόννους σταφύλια, ἐνῶ τοῦ κ. Γ. Ζαβίτσα μετέφερε 3.120 ὀκάδες. Ποιὸ ἀπὸ τὰ δύο αὐτοκίνητα ἔφερε περισσότερο βάρος;

19. Τέσσαρες φίλοι βρῆκαν ἓνα 20χίλιαρο καὶ τὸ μοίρασαν ἀνάλογα μὲ τὴν ἡλικία τους. Ὁ πρῶτος ἦταν 35 ἐτῶν, ὁ δεύτερος 20, ὁ τρίτος 27 καὶ ὁ τέταρτος 18 ἐτῶν. Τί μέρος τοῦ 20χιλιαρου πῆρε ὁ καθένας;

20. Ὁ δάσκαλος σοῦ ἔδωσε τοὺς βαθμούς σου στὸ δεύτερο ἐξάμηνο. Στὴν Ἀριθμητικὴ πῆρες 10, στὴ Γεωμετρία 8, στὰ Ἑλληνικὰ 6, στὴν Ἱστορία 9, στὰ Θρησκευτικὰ 8, στὴ Φυσικὴ 6, στὴν Πειραματικὴ καὶ Χημεία 7, στὴ Γεωγραφία 10, στὴν Ἰχθυογραφία 6, Καλλιγραφία 8, Χειροτεχνία 9, στὴν Ὡδικὴ 8 καὶ στὴ Γυμναστικὴ 9. Ποῖος εἶναι ὁ μέσος ὄρος τῆς προόδου σου στὸ δεύτερο ἐξάμηνο;

21. Ἀπὸ 4 ὀκάδες ἐλιές βγαίνει 1 ὀκὰ λάδι. Στὸ ἐλαιοτριβεῖο τοῦ κ. Ν. Μοναστηριώτη στὴν Κέρκυρα ἀπὸ τὶς ἐλιές πού ἐπῆγαν οἱ χωρικοὶ ἔβγαλε 12.000 ὀκάδες λάδι, ἐνῶ στὸ ἐλαιοτριβεῖο τοῦ κ. Καρδάμη στὸ ἴδιο χωριὸ ἐπῆγαν οἱ χωρικοὶ 60.000 ὀκάδες ἐλιές. Ποιὸ ἀπὸ τὰ δύο ἐλαιοτριβεῖα ἐργάστηκε καλύτερα; Πόσες ἐλιές ἄλεσε τὸ ἐλαιοτριβεῖο τοῦ κ. Μοναστηριώτη καὶ πόσες ὀκάδες λάδι ἔβγαλε τὸ ἐλαιοτριβεῖο τοῦ κ. Καρδάμη;

22. Στὰ ἐλαιοτριβεῖα κρατοῦν γιὰ ἀλεστικά δικαιώματα 10% στὸ λάδι. Ἀπὸ αὐτὰ 5% παίρνει τὸ ἐλαιοτριβεῖο, 1% ὁ ἰδιοκτήτης τοῦ ἀλόγου, πὺν γυρῶζει τὴ μυλόπετρα καὶ τὰ ὑπόλοιπα τὰ μοιράζονται ἕξ ἴσου οἱ ἐργάτες τοῦ ἐλαιοτριβεῖου. Στὸ ἐλαιοτριβεῖο τοῦ συνεταρισμοῦ Στιμάγκας-Κορινθίας, ἐργάστηκαν ἐφέτος 6 ἐργάτες καὶ ἔβγαλαν 25.600 ὀκάδες λάδι. Ἀπ' αὐτὸ κράτησαν τὰ δικαιώματά τους, 10%, καὶ τὰ μοίρασαν ὅπως γράφουμε παραπάνω. Νὰ βρῆτε λοιπόν, πόσες ὀκάδες λάδι ἀπὸ

τὰ δικαιώματα πῆρε τὸ ἔλαιοτριβεῖο, πόσες ὁ ἰδιοκτήτης τοῦ ἀλόγου, καὶ πόσα κάθε ἔργατης τοῦ ἔλαιοτριβεῖου.

23. Τὸ ἀλεύρι μὲ τὸ ὁποῖο κάνουν τὸ ψωμὶ τοῦ δελτίου γίνεται μὲ τὰ παρακάτω μείγματα: 78% σιτάρι, 12% κριθάρι, 6% ἀραβόσιτο καὶ 4% σόγια. Πόσες ὀκάδες ἀπὸ κάθε εἶδος παρέδωσε τὸ Κράτος στοὺς ἀλευρόμυλους τοῦ Ἁγίου Γεωργίου Πειραιῶς γιὰ νὰ ἐτοιμαστοῦν 56.800 σάκκοι τῶν 40 ὀκάδων;

24. Τὸ ἐργοστάσιο σοκολατοποιίας «Ίον» γιὰ νὰ κατασκευάσῃ σοκολάτες ὑγείας γιὰ τὰ παιδιά χρησιμοποιεῖ τὰ παρακάτω μείγματα: 45% γάλα, 15% ζάχαρη καὶ 40% κακάο. Πόσες ὀκάδες ἀπὸ κάθε εἶδος πρέπει νὰ ἀνακατέψῃ γιὰ νὰ ἐτοιμάσῃ 200.000 τεμάχια σοκολάτας τῶν 50 δραμιῶν;

25. Τὸ σπορέλαιο ἔχει 8.600 δραχμές. Τὸ λάδι ἔχει 14.200 δραχμές. Πόσες ὀκάδες ἀπὸ κάθε εἶδος πρέπει νὰ ἀνακατέψῃ ὁ κ. Ν. Τ. παντοπώλης γιὰ νὰ κάμῃ ἓνα μίγμα 100 ὀκάδων καὶ νὰ τὸ πουλήῃ 12.400 δραχ. τὴν ὀκά;

26. Στὸ Ταχυδρομικὸ Ταμιευτήριον εἶχα καταθέσει στὶς 10 Μαρτίου 1950 50.000 δραχ. μὲ τόκο 4%. Στὶς 10 Ἰουνίου 1950 ἀπέσυρα 10.000 δραχ. Στὶς 10 Σεπτεμβρίου 1950 κατέθεσα ἄλλες 25.000 δραχ. Πόσους τόκους θὰ πάρω στὶς 10 Μαρτίου 1951 γιὰ ὅλο τὸ ποσὸν πὺ ἔχω καταθέσει;

27. Μιὰ μεγάλη Ἀμερικανικὴ Ἑταιρεία εἶχε ἀνάλαβει νὰ διορθώσῃ τοὺς κατεστραμμένους ἀπὸ τὸν πόλεμο δρόμους τῆς πατρίδας μας. Κατέθεσε κεφάλαια 5.916.300 δολλάρια. Ἀπὸ τὸ κράτος μας ἐπῆρε ἀποζημίωση 2.250.000 χάρτινες λίρες Ἀγγλίας. Ἡ Ἑταιρεία ἀπὸ τὴν ἐπιχείρησιν αὐτὴ κέρδισε, ἢ ζημίωσε καὶ τὶ ποσόν;

(Σημ. Δολλάριο = 15.000 δραχ. Χάρτ. λίρα = 40.000 δραχ.).

28. Τὸ $\frac{1}{5}$ τοῦ $\frac{1}{4}$ τῆς περιουσίας τοῦ κ. Α. Ν. πουλήθηκε γιὰ 500 χρυσὲς λίρες Ἀγγλίας. Πόση εἶναι ἡ περιουσία του σὲ δραχμές;

29. Ὁ κ. Δ. Ε. ἐργάζεται μὲ ποσοστὰ στὰ καταστήματα τοῦ κ. Τ. Παίρνει 25% ἐπὶ τῆς ἀξίας τῶν εἰδῶν πὺ πουλάει. Ἐφέτος ἐπούλησε εἶδη ἀξίας 10.000.000. Ἀπὸ τὰ ποσοστὰ του διέθετε 50% γιὰ διατροφή, 20% γιὰ ρουχισμὸ καὶ ὑπόδυση καὶ

τὰ ὑπόλοιπα τὰ διέθεσε γιὰ τὴν ἐξόφληση ἑνὸς χρέους του. Πόσα ἦσαν τὰ ποσοστά του, πόσα ἐστοίχισε ἡ διατροφή, πόσα ὁ ρουχισμὸς καὶ ἡ ὑπόδυση καὶ πόσα ἔδωσε γιὰ νὰ ἐξοφλήσῃ τὸ χρέος του :

30. Ἐνας πολὺ πλούσιος κύριος ἄφησε διαθήκη νὰ διανεμηθῇ ἡ περιουσία του μετὰ τὸ θάνατό του, στὰ παρακάτω ἱδρύματα : Στὸ Θεραπευτήριον «Εὐαγγελισμὸς» 15%, στὸ Νοσοκομεῖο τῶν Παίδων 7%, στὸ Λύκειο τῶν Ἑλληνίδων 27%, στὸ Ὀρφανοτροφεῖον Χατζηκόστα τὰ 31% καὶ στὸ Ἀσκληπιεῖον Βούλας τὰ 20%. Ὄταν πέθανε ἄφησε τὴν παρακάτω περιουσία : α) Σὲ χρῆμα : 45.000 δολλάρια, 28.500 χάρτινες λίρες Ἀγγλίας, 4.000 λίρες χρυσῆς Ἀγγλίας καὶ 25.000.000 δρχ. β) Σὲ ἀκίνητα τὰ $\frac{3}{8}$ ἀπὸ ἓνα οἰκόπεδο στὴν Κυψέλη ἀξίας 4.000.000 δρχ. καὶ τὰ $\frac{2}{5}$ ἀπὸ μία πολυκατοικία στὴ Θεσσαλονίκη ἀξίας 20.000 δολλαρίων. Τί ἀναλογία σὲ δραχμὲς θὰ πάρῃ κάθε ἴδρυμα ;

31. Ἡ ἀγορὰ ἑνὸς ὑφάσματος γιὰ ἀνδρική ἐνδυμασία ἐστοίχισε 3 χρυσῆς λίρες, 4 σελλίνια καὶ 6 πέννες, ἐνῶ τὰ ραπτικά ἐστοίχισαν 30 δολλάρια. Πόσες δραχμὲς ἐστοίχισε αὐτὴ ἡ ἐνδυμασία ,

32. Τρεῖς νέοι ἴδρυσαν μία ἐταιρεία. Ὁ πρῶτος κατέθεσε κεφάλαια 12.000.000 δρχ. Ὁ δεύτερος 7.000.000 δρχ. καὶ ὁ τρίτος 5.000.000 δρχ. Μετὰ 3 μῆνες ἔκαμαν ἰσολογισμό καὶ βρῆκαν ὅτι εἶχαν κέρδος 25% ἐπὶ τοῦ κεφαλαίου. Τί κέρδος ἀναλογεῖ σὲ κάθε συνεταῖρο ;

33. Ἐνῶ δύο ἄλλοι συνεταῖροι ποὺ ἴδρυσαν μία ἐταιρεία μὲ κεφάλαια ὁ πρῶτος 10.000.000 καὶ ὁ δεύτερος μὲ κεφάλαια κατὰ $\frac{2}{5}$ λιγώτερα ἀπὸ τὸν πρῶτο, εἶχαν μετὰ 5 μῆνες ζημίαι 15% ἐπὶ τῶν κεφαλαίων των. Τί ζημία ἀναλογεῖ σὲ κάθε συνεταῖρο ;

34. Ὁ παντοπώλης κ. Π. εἶχε αὐτὴ τὴν ἐβδομάδα τὶς παρακάτω εἰσπράξεις : Δευτέρα 410.250 δρχ. Τρίτη 285.120 δρχ. Τετάρτη 307.890 δρχ. Πέμπτη 106.000 δρχ. Παρασκευή 372.050

καὶ τὸ Σάββατο 2.185.300 δραχ. Πόσες ἦσαν οἱ εἰσπράξεις κατὰ μέσον ὅρον κάθε μέρα ;

35. Ὁ ὑποδηματοποιὸς κ. Ν. ἀπὸ ἓνα ρόλο πετοὶ βάρους 12 ὀκάδων 250 δραμίων ἔβγαλε 36 ζεύγη σόλλες τῶν 50 δραμίων κάθε ζεύγος. Πόσες ὀκάδες πετοὶ ἔμεινε ἀκόμη ἀπείραχτο;

36. Τὸ αὐτοκίνητο Ἀθηνῶν - Κιάτου ξεκίνησε ἀπὸ τὴν Ἀθήνα στὶς 7.15' τὸ πρωῒ. Μέχρι τὰ Μέγαρα ἔκαμε 1 ὥρα 15' 30''. Ἀπὸ τὰ Μέγαρα μέχρι τοὺς Ἁγίους Θεοδώρους ἔκαμε 24' 30''. Ἀπὸ τοὺς Ἁγίους Θεοδώρους μέχρι τὴν Κόρινθο ἔκαμε 50'. Καὶ ἀπὸ τὴν Κόρινθο μέχρι τὸ Κιάτο ἔκαμε 28'. Ποιὰ ὥρα ἔφτασε τὸ αὐτοκίνητο στὸ Κιάτο ;

37. Δύο αὐτοκίνητα ξεκίνησαν μαζὶ ἀπὸ τὴν Ἀθήνα γιὰ τὴ Λάρισα στὶς 8 τὸ πρωῒ. Ἡ ἀπόσταση ἀπὸ τὴν Ἀθήνα στὴ Λάρισα εἶναι 400 περίπου χιλιόμετρα. Τὸ πρῶτο αὐτοκίνητο τρέχει μὲ 40 χιλιόμετρα τὴν ὥρα ἀλλὰ στὸ δρόμο εἶχε τὶς παρακάτω στάσεις : Στὴ Θήβα γιὰ φαγητὸ 30', στὸ Μπράλλο γιὰ ἀλλαγὴ τοῦ λάστιχου πού ἔσπασε 1 ὥρα 50', στὰ Φάρσαλα 10'. Τὸ δεύτερο αὐτοκίνητο τρέχει μὲ ταχύτητα 32 χιλιόμετρα τὴν ὥρα, ἀλλὰ δὲν ἔσταμάτησε πουθενά. Ποιὸ ἀπὸ τὰ δύο αὐτοκίνητα θὰ φθάσει πρῶτο στὴ Λάρισα καὶ σὲ πόσες ὥρες ;

38. Τὸ ἐστιατόριο « Ἀβέρωφ » ἔχει κάθε μέρα μεγάλη κατανάλωση. Ἀγοράζει κάθε πρωῒ ἀπὸ τὴν κεντρικὴ ἀγορὰ τῶν Ἀθηνῶν τὰ παρακάτω εἶδη : Μπαρμποῦνια $10 \frac{1}{2}$ ὀκάδες μὲ 30 χιλιάρικα τὴν ὀκά, Κρέας ἀρνάκι $25 \frac{1}{4}$ ὀκάδες μὲ $24 \frac{1}{2}$ χιλιάρικα τὴν ὀκά. Αὐτὰ 150 πρὸς $1 \frac{5}{10}$ χιλιάρικα τὸ ἓνα. Πατάτες $30 \frac{5}{8}$ ὀκάδες μὲ $2 \frac{15}{100}$ χιλιάρικα τὴν ὀκά. Μακαρόνια $15 \frac{3}{4}$ ὀκάδες μὲ $4 \frac{800}{1000}$ χιλιάρικα τὴν ὀκά. Γιὰ νὰ κερδίση 45% στὰ χρήματα πού ξόδεψε σ' αὐτὰ τὰ ψώνια, πόσα χρήματα πρέπει νὰ μετρήσῃ τὸ βράδυ στὸ ταμεῖο τοῦ ὁ διευθυντῆς τοῦ ἐστιατορίου ;

39. Ἡ βιβλιοθήκη τοῦ σχολείου σας ἔχει 480 βιβλία. Ἀπ'

αὐτὰ 25 % εἶναι γιὰ τοὺς δασκάλους, 40 % εἶναι γιὰ τὰ παιδιὰ τῶν μεγάλων τάξεων καὶ τὰ ὑπόλοιπα εἶναι γιὰ τὰ παιδιὰ τῶν μικρῶν τάξεων. Πόσα βιβλία εἶναι γιὰ τοὺς δασκάλους, πόσα γιὰ τὰ μεγάλα παιδιὰ καὶ πόσα γιὰ τὰ μικρά ;

40. Στὶς ἀρχὲς τοῦ σχολικοῦ ἔτους πέρασε ἀπὸ τὸ σχολεῖο μας ὁ κ. Σχολίατρος. Ἐξέτασε ὅλα τὰ παιδιὰ τοῦ σχολείου μας, πὺν εἶναι 300, καὶ βρῆκε : 150 παιδιὰ ἐντελῶς γερά, 25 παιδιὰ νὰ πάσχουν ἀπὸ ἀναιμία, 75 παιδιὰ νὰ πάσχουν ἀπὸ τραχηλικὸς ἀδένας, 10 παιδιὰ νὰ πάσχουν ἀπὸ τραχώματα καὶ 40 παιδιὰ νὰ πάσχουν ἀπὸ διόγκωση τῆς σπλήνας. Ποιὸ εἶναι τὸ ποσοστὸ τῶν ὑγιῶν μαθητῶν καθὼς καὶ τὸ ποσοστὸ κάθε κατηγορίας ἀσθενῶν ;

41. Ἐνας πλανόδιος πωλητὴς μανταρινῶν ἀγόρασε ἀπὸ τὸ καῖκι ἐπ' εὐθείας 2.000 μανταρίνια μὲ 200 δραχμὲς τὸ ἕνα. Τὰ χῶρισε ὁμῶς σὲ κατηγορίες καὶ πούλησε τὰ 20 % μὲ 100 δραχμὲς τὸ ἕνα, τὰ 25 % μὲ 200 δραχμὲς τὸ ἕνα, τὰ 30 % μὲ 300 δραχμὲς τὸ ἕνα καὶ τὰ ὑπόλοιπα μὲ 500 δραχμὲς. Κέρδισε, ἢ ζημιώθηκε καὶ πόσα ;

42. Ἡ Κυρὰ-Καλλιόπη ἐργάζεται στὸν ἀργαλειὸ τῆς 6 ὥρες τὴν ἡμέρα καὶ σὲ 2 μέρες ἐτελείωσε τὰ 20 % ἀπὸ ἕνα χαλί μακροῦς 15 μέτρων. Ἄν ἐργαστῆ 8 ὥρες τὴν ἡμέρα σὲ πόσες μέρες θὰ τελειώσῃ τὸ χαλί ;

43. Τὸ Ι.Κ.Α. (Ἰδρυμα Κοινωνικῶν Ἀσφαλίσεων) εἰσπράττει ἀπὸ κάθε καταστημάτορχη ἕνα ποσοστὸ 11 % ἐπὶ τοῦ μηνιαίου μισθοῦ τῶν ὑπαλλήλων του. Στὸ κατάστημα Δραγῶνα στὴν Ἀθήνα ἐργάζονται 30 ὑπάλληλοι οἱ ὅποιοι παίρνουν μισθὸ 27.680.000 δραχ. Ποιὸ εἶναι τὸ ποσοστὸ πὺν θὰ εἰσπράξῃ τὸ Ι.Κ.Α. ἀπὸ τὸ παραπάνω κατάστημα, σὲ ἕνα ἔτος ;

44. Τὸ σχολεῖο μας ἔχει καταθέσει στὸ Ταμιευτήριον 750.000 δραχμὲς μὲ 4 %. Ἐπειτα ἀπὸ ἕνα ὄρισμένο χρονικὸ διάστημα πῆγε ὁ ταμίας τῆς Σχολικῆς Ἐφορείας καὶ πῆρε ὅλα τὰ χρήματα, γιὰτὶ χρειάζονταν γιὰ τὸν ἐλαιοχρωματισμὸ τῶν παραθύρων. Μαζὶ μὲ τοὺς τόκους πῆρε 847.000 δραχμὲς. Πόσο χρονικὸ διάστημα ἔμειναν τὰ χρήματα στὸ Ταμιευτήριον ;

45. 10 ἐργάτες ἐργάζονται 6 μέρες καὶ σκάβουν 25 στρέμ-

ματα ἀμπέλι. Ἐάν τὰ $\frac{2}{5}$ αὐτῶν τῶν ἐργασιῶν ἐργαστοῦν διπλάσιες ἡμέρες, πόσα στρέμματα ἀμπέλι θὰ σκάψουν;

46. 25 χάρτινες λίρες Ἐγγλίας, πόσες χρυσῆς λίρες Ἐγγλίας εἶναι;

47. Τέσσαρες ἔμποροι ἔκαμαν ταμεῖο τὸ βράδυ στὸ μαγαζὶ τους καὶ ὁ πρῶτος εἶχε ἔσοδα 800 δολλάρια, ὁ δεῦτερος 300 χάρτινες λίρες Ἐγγλίας, ὁ τρίτος $53\frac{1}{3}$ χρυσῆς λίρες Ἐγγλίας καὶ ὁ τέταρτος 12.000.000 δραχ. Ποῖος ἀπὸ τοὺς τέσσαρες ἔμπορους εἶχε τὴ μεγαλύτερη εἴσπραξη;

(Σημ. 1 δολλάριο = 15.000 δραχ.

1 χάρτ. λίρα = 40.000 »

1 χρυσ. » = 200.000 »).

48. Ὁ κ. Ἀναγνωστόπουλος ἀγόρασε ἀπὸ τὰ ἐργοστάσια «Μπριτάννια» 250 πήχεις ὕφασμα καὶ τὸ ἐπλήρωσε μὲ 126.000 δραχ. τὸ μέτρο. Πόσα χρήματα ἐπλήρωσε;

49. Τρεῖς ἀγοραστῆς μπῆκαν σ' ἓνα ἔμπορικὸ καὶ ὁ ἕνας ἀγόρασε $4\frac{2}{8}$ πήχεις ὕφασμα, ὁ ἄλλος 4,25 πήχεις ὕφασμα, καὶ ὁ τρίτος 4 πήχεις καὶ 2 ρούπια. Ποῖος ἀπὸ τοὺς τρεῖς ἀγόρασε τὸ περισσότερο ὕφασμα καὶ γιατί;

50. Ὅποιος ταξιδίεψη στὰ Ἐπτάνησα γιὰ πρώτη φορὰ καὶ δῆ τίς τιμῆς τῶν τροφίμων, θὰ νομίση ὅτι ἐκεῖ εἶναι πολὺ φτηνὴ ἢ ζωῆ. Αὐτὸ γίνεται γιατί χρησιμοποιοῦν γιὰ μέτρο βάρους τὴν Ἐνετικὴ λίτρα, πὺν εἶναι 144 δράμια. Ὁ κ. Σωτηρόπουλος δημόσιος υπάλληλος, πὺν πῆγε γιὰ πρώτη φορὰ ἐκεῖ, τράβηξε τὴν ἐπομένη γιὰ τὴν ἀγορὰ καὶ ζήτησε κρέας. Τοῦ ἔκοψαν τέσσαρες λίτρες καὶ ἐπλήρωσε 28 800 δραχμῆς. Πόσο τὴν δὲκὰ ὑπολόγισαν τὸ κρέας;

51. Τέσσαρα παιδιὰ ἐκληρονόμησαν ἀπὸ τὸν πατέρα τους περιουσία 200.000.000 δραχμῶν. Ὁ πατέρας τους στὴ διαθήκη του εἶχε γράψει, νὰ μοιραστῆ ἡ περιουσία του μὲ τὸν παρακάτω τρόπο. Ὁ πρῶτος νὰ πάρῃ τὰ $\frac{3}{15}$, ὁ δεῦτερος τὰ $\frac{3}{4}$ ἀπ'

ὅσα πῆρε ὁ πρῶτος, ὁ τρίτος τὰ $\frac{12}{14}$ ἀπ' ὅσα πῆραν ὁ πρῶτος καὶ ὁ δεύτερος μαζί, καὶ ὁ τέταρτος νὰ πάρῃ τὰ ὑπόλοιπα. Πόσα πῆρε ὁ καθένας;

52. Τρεῖς ἀγωγιάτες ξεκίνησαν μὲ τὰ ζῶα τους ἀπὸ τὴν Καντήλα τῆς Τριπόλεως γιὰ τὴ Σκοτεινὴ τῆς Κορινθίας. Ἐπῆραν τρία διαφορετικὰ μονοπάτια. Ὁ πρῶτος ἔφτασε στὴ Σκοτεινὴ ἔπειτα ἀπὸ 12.630'' τῆς ὥρας. Ὁ δεύτερος ἔφτασε ἔπειτα ἀπὸ 210' καὶ 30'' τῆς ὥρας καὶ ὁ τρίτος ἔπειτα ἀπὸ 3 ὥρες 30' καὶ 30''. Ποιὸς ἀπὸ τοὺς τρεῖς ἔφτασε πρῶτος καὶ ποιὸς τελευταῖος;

53. Τὸ μεγάλο κατάστημα «Χουτόπουλος καὶ Υἱοὶ» στὸν Πειραιᾶ εἶχε τὶς παραμονὲς τῶν Χριστουγέννων τὴν παρακάτω κίνηση :

Ἐπούλησε : 26 πολύφωτα πρὸς 165.000 δραχ. τὸ καθένα, 85 σερβίτσια νεροῦ πρὸς 32.500 δραχ. τὸ καθένα, 275 μέτρα μουσαμᾶ πρὸς 42.000 δραχ. τὸ μέτρο καὶ 250 πιάτα φαγητοῦ πρὸς 4.500 δραχ. τὸ καθένα.

Τὰ κέρδη ἀπ' ὅλη τὴν εἴσπραξη ἦσαν 40%/. Ἀπὸ τὰ κέρδη, 12% ἐπλήρωσε φόρους, 48% ἐπλήρωσε μισθοὺς ὑπαλλήλων καὶ τὰ ὑπόλοιπα ἔμειναν κέρδη στὸ κατάστημα. Πόση ἦταν ὅλη ἡ εἴσπραξη, πόσα τὰ κέρδη, πόσο φόρο ἐπλήρωσε στὴν Ἐφορία, πόσα ἔδωσε γιὰ μισθὸ στοὺς ὑπαλλήλους του καὶ πόσα ἔμειναν στὸ κατάστημα;

54. Ποιὸς ἀριθμὸς πολλαπλασιαζόμενος ἐπὶ 25 μᾶς δίνει γινόμενο 625;

55. Ποιὸς ἀριθμὸς πολλαπλασιαζόμενος ἐπὶ 8 καὶ πάλι ἐπὶ 8 μᾶς δίνει τὸ γινόμενο 512;

56. Μὲ ποιὸν ἀριθμὸν διαιρεῖται ἀκριβῶς ὁ ἀριθμὸς 1000;

57. Μὲ ποιὸν ἀριθμὸν διαιρεῖται ἀκριβῶς ὁ ἀριθμὸς 600;

58. Μὲ ποιὸν ἀριθμὸν διαιρεῖται ἀκριβῶς ὁ ἀριθμὸς 490;

Τ Ε Λ Ο Σ



0020560654

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΒΟΥΛΗΣ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

