

002
ΚΛΣ
ΣΤ2Α
726

9 69 725
ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ Σ. ΚΩΝΣΤΑΝΤΑ
Δημοδιδασκάλου του 18ου Δημοτικού Σχολείου
Γ'. Περιφέρειας Ἀθηνῶν.

Κωνσταντίνος Κωνσταντίνου

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

ΔΙΑ ΤΗΝ ΠΕΜΠΤΗΝ ΤΑΞΙΝ ΤΩΝ ΔΗΜΟΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ

ΕΚΔΟΣΙΣ ΠΡΩΤΗ



ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ
Δ. Ν. ΤΖΑΚΑ - ΣΤ. ΔΕΛΑΓΡΑΜΜΑΤΙΚΑ
ΙΔΡΥΘΕΙΣ ΤΟ 1876
65 ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΥ ΒΕΝΙΖΕΛΟΥ 65
1947

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ Σ. ΚΩΝΣΤΑΝΤΑ
Δημοδιδασκάλου τοῦ 18οῦ Δημοτικοῦ Σχολείου
Γ'. Περιφέρειας Ἀθηνῶν.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

ΔΙΑ ΤΗΝ ΠΕΜΠΤΗΝ ΤΑΞΗΝ ΤΩΝ ΔΗΜΟΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ

ΕΚΔΟΣΙΣ ΠΡΩΤΗ



ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ
Δ. Ν. ΤΖΑΚΑ - ΣΤ. ΔΕΛΑΓΡΑΜΜΑΤΙΚΑ

ΙΔΡΥΘΕΙΣ Τ. 1876
65 ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΥ ΒΕΝΙΖΕΛΟΥ 65
1947

002
ΚΛΕ
ΕΤΕΡΑ
726

Πάν γνήσιον αντίτυπον ἔχει τὴν ὑπογραφήν τοῦ συγ-
γραφέως καὶ τὴν σφραγίδα τοῦ Ἐκδοτικοῦ Οἴκου.



Παναγιώτης Κωνσταντίνου
3

ΤΥΠΟΙΣ: ΑΝΑΣΤ. Κ. ΚΑΪΤΑΤΖΗ & ΥΙΩΝ
ΑΝΑΞΑΓΟΡΑ 20 — ΤΗΛΕΦ. 53-494 — ΑΘΗΝΑΙ

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α΄.

1. Ἀριθμοὶ διαιρετοὶ

- 1.—Πότε ἓνας ἀριθμὸς λέγεται διαιρετὸς δι' ἄλλου;
- 2.—Εἶναι διαιρετοὶ διὰ τοῦ 2 οἱ ἀριθμοὶ :
α) 4524, 3256, 680, 2172, 7348 ; καὶ διατί ;
β) 783, 2021, 6545, 4727, 139 ; » »
- 3.—Εἶναι διαιρετοὶ διὰ τοῦ 5 οἱ ἀριθμοὶ :
α) 725, 865, 2575, 830, 1560, 3400 ; καὶ διατί ;
β) 582, 471, 2647, 5898, 766, 293 » »
- 4.—Εἶναι διαιρετοὶ διὰ τοῦ 3 οἱ ἀριθμοὶ :
α) 864, 531, 1545, 8676 ; καὶ διατί ;
β) 737, 810, 3652, 2370 ; » »
- 5.—Εἶναι διαιρετοὶ διὰ τοῦ 9 οἱ ἀριθμοὶ :
α) 675, 8766, 20763, 117 ;
β) 676, 704, 54360, 215 ;
- 6.—Εἶναι διαιρετοὶ διὰ τοῦ 4 οἱ ἀριθμοὶ :
α) 812, 516, 2724, 15432 ;
β) 811, 935, 4147, 10330 ;
- 7.—Εἶναι διαιρετοὶ διὰ τοῦ 25 οἱ ἀριθμοὶ :
α) 425, 750, 2675, 500, 47600, 3650 ;
β) 615, 935, 5160, 870, 5405 ;
- 8.—Εἶναι διαιρετοὶ διὰ τοῦ 10 οἱ ἀριθμοὶ :
α) 750, 2260, 25500, 34000 ;
β) 875, 962, 7854, 95708 ;
- 9.—Εἶναι διαιρετοὶ διὰ τοῦ 100 οἱ ἀριθμοὶ :
α) 600, 7500, 18300, 8000, 35000 ;
β) 575, 4260, 25308 ;

10.—Είναι διαιρετοί διὰ τοῦ 1000 οἱ ἀριθμοὶ :

α) 7000, 15000, 67000, 30000 ;

β) 8500, 7600, 3540, 4585 ;

11.—Ποιοὶ ἀπ' τοὺς ἔναντι ἀριθμοὺς εἶναι διαιρετοί :

α) Διὰ τοῦ	2 ;	38	69	88	560
β) » »	5 ;	454	822	244	700
γ) » »	3 ;	172	378	316	2850
δ) » »	9 ;	4356	459	824	7600
ε) » »	:	8510	801	300	37000
στ) » »	25 ;	65	9639	6450	1000
ζ) » »	10 ;	1380	3522	7525	12500
η) » »	100 ;	5635	9162	975	24570
θ) » »	1000 ;	1700	3294	8000	6760
		800	892	2500	51700

12.—Γράψατε :

α)	5 ἀριθμοὺς διαιρετοὺς διὰ	2*
β)	» » » »	5*
γ)	» » » »	3*
δ)	» » » »	9*
ε)	» » » »	4*
στ)	» » » »	25*
ζ)	» » » »	10*
η)	» » » »	100*
θ)	» » » »	1000*

2. Διαιρέται

1.—“Ενας ἀριθμὸς λέγεται διαιρέτης ἄλλου, ἂν τὸν διαιρῆ ἀκριβῶς π. χ. ὁ 2 εἶναι διαιρέτης τοῦ 8·

ὁ 7 » » » 14·

ὁ 3 » » » 9·

2.—“Ενας ἀριθμὸς λέγεται κοινὸς διαιρέτης (κ. δ.) δύο ἢ περισσοτέρων ἀριθμῶν, ἔαν εἶναι διαιρέτης ὅλων τῶν ἀριθμῶν τούτων :

π. χ. ὁ 2 εἶναι κ. δ. τῶν ἀριθμῶν 2, 4, 8, 10·

ὁ 3 » » » » 6, 9, 12, 15.

3.—Μέγιστος κοινός διαιρέτης (μ. κ. δ.) δύο ε-
ρισσοτέρων ἀριθμῶν λέγεται ὁ μεγαλύτερος ἀπ' τοὺς κ.
δ. τῶν ἀριθμῶν τούτων :

π. χ. τῶν ἀριθμῶν :	6	}	κ. . εἶναι ὁ 2, 3, 6.
	12		μ. κ. δ. δὲ ὁ 6.
	18		

4.—Νὰ εὔρητε τοὺς κ. δ. καθὼς καὶ τὸν μ. κ. δ. τῶν
κάτωθι ἀριθμῶν :

α) 8, 12, 20	}	ε) 2, 18, 7
β) 8, 16, 24, 32		στ) 30, 40, 60
γ) 12, 24, 36		ζ) 4, 8, 12, 16.
δ) 20, 40, 60		

3. Πολλαπλάσια τῶν ἀριθμῶν.

1.—"Ενας ἀριθμὸς λέγεται πολλαπλάσιον ἄλλου,
ἐὰν γίνεταί ἀπὸ ἐκεῖνον διὰ πολλαπλασιασμοῦ (ἤτοι ἐὰν
εἶναι γινόμενον ἐκεῖνου).

π. χ. ὁ 8 εἶναι πολλαπλάσιον τοῦ 4· διότι $4 \times 2 = 8$.
ὁ 10 » » » 5· » $5 \times 2 = 10$.

"Ὅλα λοιπὸν τὰ γινόμενα ἐνὸς ἀριθμοῦ εἶναι πολλα-
πλάσια αὐτοῦ.

2.—Κάθε ἀριθμὸς διαιρεῖ ὅλα τὰ πολλαπλάσιά του·
"Επομένως ὅλα τὰ πολλαπλάσια ἐνὸς ἀριθμοῦ εἶναι διαι-
ρετὰ δι' αὐτοῦ.

π. χ. ὁ 12 εἶναι πολλαπλάσιον τοῦ , διότι εἶναι
 $4 \times 3 = 12$. Εἶναι δὲ καὶ διαιρετέος διὰ τοῦ 4.

"Ὅστε δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν καὶ ἔτσι :

"Ενας ἀριθμὸς εἶναι πολλαπλάσιον ἄλλου, ἐὰν εἶ-
ναι διαιρετὸς δι' αὐτοῦ.

3.—"Ενας ἀριθμὸς λέγεται κοινὸν πολλαπλάσιον
(κ. π.) δύο ἢ περισσοτέρων ἀριθμῶν, ἐὰν εἶναι πολλα-
πλάσιον ὅλων τῶν ἀριθμῶν τούτων :

π. χ. ὁ 8 εἶναι κ. π. τῶν ἀριθμῶν	2, 4, 8	
ὁ 24 » » »	»	2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
ὁ 60 » » »	»	2, 3, 4, 5, 6, 10,
		12, 15, 20, 30, 60.

Ένας αριθμός λέγεται ελάχιστον κοινόν πολλαπλάσιον (έ.κ.π.) δύο ή περισσότερων αριθμών, εάν είναι τό μικρότερον από όλα τά κ.π. αυτών.

π. χ. τών αριθμών :	2	}	κ. π. είναι οί αριθμοί 12, 24, 36, 48 Έ. κ. π. δέ ό 12.
	3		
	4		
	6		
	12		

4. Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί (1)

1.—Γράψατε τούς πρώτους αριθμούς :

- α) από το 0—50.
β) » » 50—100.

2.—Γράψατε τούς συνθέτους αριθμούς :

- α) από το 0—50.
β) » » 50—100.

3.—Γράψατε δύο αριθμούς πρώτους προς άλλήλους.

4.— » άλλους δύο αριθ. πρώτους προς άλλήλους*

5.— » » τρεῖς » » » »

6.— » » τρεῖς » » » »

7.— » » τρεῖς » » » »

8.— » » τέσσαρας » » » »

9.— » » » » » »

(1) ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ :

α) Πρώτος λέγεται ό αριθμός, πού έχει διαίρέτην μόνον τήν μονάδα και τόν έαυτόν του.

π. χ. πρώτοι είναι οί αριθμοί : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 κ.λ.π.

β) Σύνθετος λέγεται ό αριθμός, πού έχει διαίρέτην ὀχιμόνον τήν μονάδα και τόν έαυτόν, αλλά και άλλον αριθμόν.

π. χ. οί αριθμοί : 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15.

γ) Πρώτοι προς άλλήλους λέγονται δύο ή περισσότεροι αριθμοί, πού έχουν κ. δ. μόνον τήν μονάδα.

π. χ. οί αριθμοί : α) 3, 4, 5·

β) 6, 7, 11·

γ) 8, 9, 13.

5. Γινόμενον

Δύο ἢ πολλῶν παραγόντων. (1)

- 1.— α) Γράψατε ἓνα γινόμενον δύο παραγόντων.
β) » ἄλλα 4 τέτοια γινόμενα.
- 2.— α) » ἓνα γινόμενον πολλῶν παραγόντων.
β) » ἄλλα 4 τέτοια γινόμενα.
- 3.— α) » ἓνα γινόμενον δύο παραγόντων
πρώτων ἀριθμῶν.
β) » ἄλλα 4 τέτοια γινόμενα.
γ) » ἓνα γινόμενον πολλῶν παραγόντων
πρώτων ἀριθμῶν.
δ) » ἄλλα 4 τέτοια γινόμενα.

4.— Εὑρεῖς τοῦ γινομένου $3 \times 5 \times 8 \times 15 =$
Εὐρίσκεται ὡς ἐξῆς :

α) $3 \times 5 = 15$ β) $15 \times 8 = 120$ γ) $120 \times 15 = 1800$.

“Ὡστε $3 \times 5 \times 8 \times 15 = 1800$.

5.— Νὰ εὐρεθοῦν τὰ γινόμενα :

α) $2 \times 3 \times 5 =$

β) $3 \times 7 \times 11 =$

γ) $5 \times 4 \times 9 \times 10 =$

δ) $7 \times 5 \times 10 \times 100 =$

ε) $3 \times 5 \times 7 \times 11 =$

στ) $8 \times 10 \times 7 \times 100 =$

6. Εὑρεῖς

Τοῦ ε. κ. π. δύο ἢ περισσοτέρων ἀριθμῶν.

1.— 1ος Τρόπος.

“Ἐστω τῶν ἀριθμῶν 8, 12, 24.

Ππρατηρῶ ὅτι ὁ μεγαλύτερος ἀπὸ τοὺς ἀριθμοὺς, ὁ

(1) ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ :

α) Ὁ πολλαπλασιαστέος καὶ ὁ πολλαπλασιαστής παράγουν τὸ γινόμενον· γι' αὐτὸ οἱ δύο μαζί λέγονται παράγοντες αὐτοῦ.

β) Γινόμενον δύο παραγόντων λέγεται τὸ γινόμενον ποὺ ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο παράγοντες :

π. χ. $3 \times 2 =$, $5 \times 7 =$, $150 \times 25 =$

γ) Γινόμενον πολλῶν παραγόντων λέγεται τὸ γινόμενον, ποὺ ἀποτελεῖται ἀπὸ πολλοὺς παράγοντας :

π. χ. $2 \times 3 \times 5 =$, $4 \times 7 \times 8 =$, $30 \times 25 \times 230 =$

24 διαιρείται δι' ἑνὸς ἐκάστου τῶν ἄλλων καὶ διὰ τοῦ ἑαυτοῦ του· ἄρα εἶναι γινόμενον τοῦ 8, τοῦ 12 καὶ τοῦ 24· ἦτοι εἶναι κοινὸν παλλαπλάσιον (κοινὸν γινόμενον) αὐτῶν. Φανερόν δὲ εἶναι ὅτι ἄλλο κ. π. αὐτῶν μικρότερον δὲν ὑπάρχει. Ἄρα ὁ 24 εἶναι τὸ ἐ. κ. π. τῶν ἀριθμῶν 8, 12, 24.

Ὡστε διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐ.κ.π. δύο ἢ περισσοτέρων ἀριθμῶν παρατηροῦμεν ἂν ὁ μεγαλύτερος ἀπ' αὐτοῦς εἶναι διαιρετὸς δι' ἑνὸς ἐκάστου αὐτῶν· ἂν εἶναι διαιρετός, αὐτὸς εἶναι τὸ ἐ. κ. π. αὐτῶν.

2.—2ος Τρόπος.

Ἐστω τῶν ἀριθμῶν 4, 12, 20·

Παρατηρῶ ὅτι ὁ μεγαλύτερος ἐξ αὐτῶν ὁ 20 δὲν διαιρεῖται δι' ὅλων τῶν ἄλλων· ἄρα δὲν εἶναι κ. π. αὐτῶν. Παρατηρῶ τώρα ποιὸ ἀπ' τὰ γινόμενα τοῦ 20 διαιρεῖται δι' ὅλων τῶν ἀριθμῶν. Τὸ $20 \times 2 = 40$ δὲν διαιρεῖται δι' ὅλων τῶν ἀριθμῶν. Τὸ $20 \times 3 = 60$ διαιρεῖται δι' ὅλων τῶν ἀριθμῶν· ἄρα ὁ 60 εἶναι κ. π. τῶν ἀριθμῶν 4, 12, 20. Φανερόν δὲ εἶναι καὶ ἐδῶ ὅτι ἄλλο μικρότερον κ. π. δὲν δύναται νὰ εἶναι· ἄρα ὁ 60 εἶναι τὸ ἐ. κ. π. τῶν ἀριθμῶν 4, 12, 20.

Ὡστε διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐ. κ. π. δύο ἢ περισσοτέρων ἀριθμῶν, ἂν δὲν εἶναι ὁ μεγαλύτερος ἐξ αὐτῶν, εὐρίσκομεν ποιὸ ἀπ' τὰ πολλαπλάσια τοῦ μεγαλύτερου ἐξ αὐτῶν διαιρεῖται δι' ὅλων τῶν ἀριθμῶν. Τοῦτο εἶναι τὸ ἐ. κ. π. τῶν ἀριθμῶν.

3.—3ος Τρόπος.

Ἐστω τῶν ἀριθμῶν 4, 3, 5.

Παρατηρῶ ὅτι ὁ μεγαλύτερος ἐξ αὐτῶν ὁ 5 δὲν διαιρεῖται διὰ τῶν ἄλλων· ἄρα δὲν εἶναι τὸ ἐ. κ. π. αὐτῶν. Παρατηρῶ τώρα ποιὸ ἀπ' τὰ πολλαπλάσια αὐτοῦ διαιρεῖται διὰ τῶν ἀριθμῶν 4 καὶ 3· βλέπω δὲ ὅτι :

Τὸ $5 \times 2 = 10$, $5 \times 3 = 15$, $5 \times 4 = 20$, $5 \times 5 = 25$, $5 \times 6 = 30$, $5 \times 7 = 35$, $5 \times 8 = 40$, $5 \times 9 = 45$, $5 \times 10 = 50$, $5 \times 11 = 55$ δὲν διαιροῦνται δι' αὐτῶν· τὸ δὲ $5 \times 12 = 60$ διαιρεῖται δι' αὐ-

των. Ἄρα τὸ ἐ. κ. π. τῶν ἀριθμῶν 4, 3, 5 εἶναι ὁ 60.

Ἄλλὰ βλέπω ὅτι ὁ 60 εἶναι τὸ γινόμενον τῶν ἀριθμῶν $4 \times 3 \times 5 = 60$. Παρατηρῶ ὅτι οἱ ἀριθμοὶ 4, 3, 5 εἶναι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, Ἄρα ὅταν οἱ ἀριθμοὶ εἶναι πρῶτα πρὸς ἀλλήλους, τὸ ἐ. κ. π. αὐτῶν εἶναι τὸ γινόμενον αὐτῶν.

4.—Ἀσκήσεις.

Νὰ εὑρητε τὸ ἐ. κ. π. τῶν ἀριθμῶν :

α) 8, 12, 24	α) 6, 15, 20	α) 5, 8, 7
β) 10, 15, 30	β) 10, 5, 25	β) 2, 3, 5
γ) 18, 12, 36	γ) 8, 10, 20	γ) 9, 8, 7
δ) 10, 8, 40	δ) 12, 15, 40	δ) 8, 15, 17
ε) 5, 6, 30	ε) 5, 6, 10	ε) 20, 7, 3
στ) 4, 10, 8	στ) 5, 7, 10	στ) 18, 7, 13

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β΄.

1. Κλασματικαὶ μονάδες

(Ἔννοια καὶ γραφὴ αὐτῶν).

Ἔμας Α΄

1.—Διαιρέσατε τὶς ἀποκάτω εὐθεῖες εἰς ἴσα μέρη :

α) Τὴν AB σὲ δεύτερα	A ————— B
β) » ΓΔ » τέταρτα	Γ ————— Δ
γ) » EZ » ὄγδοα	E ————— Z
δ) » ΗΘ » τρίτα	H ————— Θ
ε) » ΛΚ » ἕκτα	Λ ————— Κ
στ) » ΜΝ » πέμπτα	M ————— Ν

2.—Γράψατε στὸ τετράδιό σας κύκλους καὶ διαιρέσατέ τους :

α) Ἔνα σὲ τέταρτα	δ) Ἔνα σὲ ἕκτα
β) » » ὄγδοα	ε) » » πέμπτα
γ) » » τρίτα	στ) » » δέκατα.

3.—Γράψατε στὸ τετράδιό σας κύκλους, διαιρέσατέ τους ὡς ἀκολουθῶς καὶ χρωματίσατε τὰ μέρη :

- α) Ένα σὲ δεύτερα· δ) Ένα σὲ τέταρτα·
 β) » » τρίτα· ε) » » ἕκτα·
 γ) » » πέμπτα· στ) » » ὄγδοα.

4.—α) Ποιὸ μέρος τῆς εὐθείας ΑΒ εἶναι $\frac{1}{4}$; Α——Β

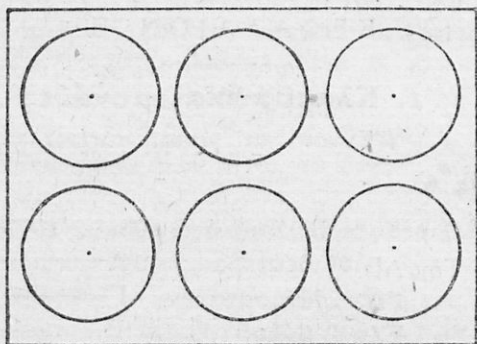
β) » » » » ΓΔ » $\frac{1}{5}$; Γ——Δ

γ) » » » » ΕΖ » $\frac{1}{6}$; Ε——Ζ

δ) » » » » ΗΘ » $\frac{1}{7}$; Η——Θ

ε) » » » » ΙΚ » $\frac{1}{8}$; Ι——Κ

5.—α) Τοῦ πρώτου κύκλου ποιὸ μέρος εἶναι $\frac{1}{5}$;



β) Τοῦ δευτέρου κύκλου ποιὸ μέρος εἶναι $\frac{1}{10}$;

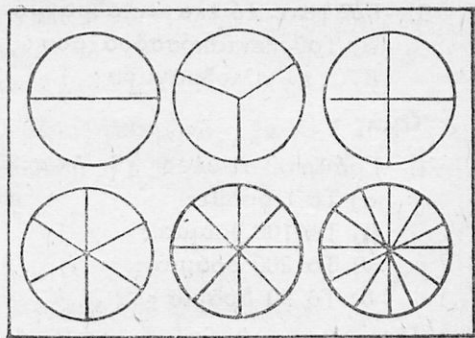
γ) » τρίτου » » » » $\frac{1}{6}$;

δ) » τετάρτου » » » » $\frac{1}{12}$;

ε) » πέμπτου » » » » $\frac{1}{7}$;

στ) » ἕκτου » » » » $\frac{1}{8}$;

6.—Γράψατε στο τετράδιό σας τους ἔναντι κύκλους καὶ ἐπάνω στὰ μέρη τὴν κλασματικὴν των μονάδα.



Ὅμας β'.

1.—Γράψατε τὸ μέρος τῆς δραχμῆς εἶναι :

- α) ἢ 1 δεκάρα·
- β) τὸ 1 λεπτό·
- γ) τὸ 1 πενηκοντάλεπτο.

2.—Γράψατε : ἡ δραχμὴ τί μέρος εἶναι :

- α) Τοῦ πενταδράχμου ;
- β) » δεκαδράχμου ;
- γ) » εἰκοσαδράχμου ;
- δ) » εἰκοσιπενταδράχμου ;
- ε) » πενηκονταδράχμου ;
- στ) » ἑκατονταδράχμου ;
- ζ) » πεντακοσαδράχμου ;
- η) » χιλιοδράχμου ;

3.—Γράψατε : Τὸ δεκάρικο τί μέρος εἶναι :

- α) Τοῦ εἰκοσαδράχμου ;
- β) » πενηκονταδράχμου ;
- γ) » ἑκατονταδράχμου ;
- δ) » πεντακοσαδράχμου ;
- ε) » χιλιοδράχμου ;

4.—Γράψατε : τὸ πενηντάδραχμο τί μέρος εἶναι

- α) Τοῦ ἑκατονταδράχμου ;
- β) » πεντακοσαδράχμου ;
- γ) » χιλιοδράχμου ;

- 5.—Γράψατε τὸ ἑκατοντάδραχμο, τὶ μέρος εἶναι :
- α) Τοῦ πεντακοσαδράχμου ;
 - β) » χιλιοδράχμου ;

Ὅμας γ'

- 1.—Γράψατε τὶ μέρος τῆς ὀκάς εἶναι :
- α) Τὸ 1 δράμι ;
 - β) Τὰ 100 δράμια ;
 - γ) Τὰ 200 δράμια ;
 - δ) Τὰ 50 δράμια ;
- 2.—Γράψατε τὶ μέρος τοῦ μέτρου εἶναι :
- α) Ἡ 1 παλάμη αὐτοῦ ;
 - β) Ὁ 1 δάκτυλος αὐτοῦ ;
 - γ) Ἡ 1 γραμμὴ αὐτοῦ ;
 - δ) Ὁ 1 δάκτυλος τί μέρος τῆς παλάμης ;
 - ε) Ἡ 1 γραμμὴ τί μέρος τοῦ δακτύλου ;
- 3.—Γράψατε τὶ κλάσμα τοῦ πήχεως εἶναι :
- α) Τὸ 1 ρούπι ;
 - β) Τὰ 4 ρούπια ;
- 4.—Γράψατε τὶ κλάσματα τοῦ στατήρος εἶναι :
- α) Ἡ 1 ὀκά.
 - β) Αἱ 22 ὀκάδες ;
 - γ) Αἱ 11 ὀκάδες ;
- 5.—Γράψατε τὶ κλάσμα τῆς ὥρας εἶναι :
- α) Τὸ 1' λεπτόν ;
 - β) Τὰ 15' λεπτά ;
 - γ) Τὰ 20' λεπτά ;
 - δ) Τὰ 30' λεπτά ;

Ὅμας δ'

- 1.—Γράψατε τὶ μέρος τῆς ἡμέρας (τοῦ ἡμερονυχτίου) εἶναι :
- α) Ἡ 1 ὥρα ;
 - β) Οἱ 12 ὥρες ;
 - γ) Οἱ 6 ὥρες ;
 - δ) Οἱ 8 ὥρες ;

2.—Γράψατε· ή ήμέρα τί μέρος είναι :

α) Της έβδομάδος ;

β) Τοῦ μηνός.

γ) Τοῦ έτους ;

3.—Γράψατε· τί μέρος τοῦ μηνός είναι :

α) Οί 5 ήμέρες ;

β) Οί 6 » ;

γ) Οί 10 » ;

δ) Οί 15 » ;

4.—Γράψατε : Τί μέρος τοῦ έτους είναι ;

α) Ό 1 μήνας ;

β) Οί 6 μήνες ;

γ) Οί 3 μήνες ;

δ) Οί 4 μήνες ;

ε) Οί 2 μήνες ;

‘Ομάς Ε’.

1.—2 παιδιά μοιράσθηκαν 1 μήλο. Τί μέρος τοῦ μήλου πήρε τὸ καθένα ;

2.—3 παιδιά μοιράσθηκαν 1 πορτοκάλι. Τί μέρος τοῦ πορτοκαλιοῦ πήρε τὸ καθένα ;

3.—Σέ 5 πρόβαρα μοιράσαμε ἐξ ἴσου 1 ὀκά κριθάρι. Τί μέρος τῆς ὀκάς δώσαμε στὸ καθένα ;

4.—7 ἐργάτες μοιράστηκαν 1 πεπόνι. Τί μέρος τοῦ πεποnioῦ πήρε ὁ καθένας ;

5.—8 ἐργάτες μοιράστηκαν 1 ψωμί. Τί μέρος αὐτοῦ πήρε ὁ κάθε ἐργάτης ;

‘Ομάς ΣΤ’.

1.—Γράψατε : “Ἐν δεύτερον τοῦ μήλου.

“Ἐν τρίτον » »

“Ἐν τέταρτον » »

“Ἐν πέμπτον » »

“Ἐε ἕκτον τοῦ πορτοκαλιοῦ

“Ἐν ὄγδοον » »

“Εν ἕννατον τοῦ πορτοκαλλιοῦ			
“Εν δέκατον »	»		
“Εν εἰκοστὸν »	»		
“Εν τριακοστὸν	τῆς	ἀκεραίας	μονάδος
“Εν εἰκοστὸν πρῶτον	»	»	»
“Εν τριακοστὸν τρίτον	»	»	»
“Εν πεντηκοστὸν ἕκτον	»	»	»
“Εν τεσσαρακοστὸν ἑβδομον	»	»	»

2.—Γράψατε :

- α) “Εν ἑκατοστὸν τῆς ἀκεραίας μονάδος
- β) “Εν τριακοσιοστὸν » » »
- γ) “Εν πεντακοσιοστὸν » » »

3.—Γράψατε :

- α) “Εν ἑκατοστὸν εἰκοστὸν τῆς ἀκεραίας μονάδος
- β) “Εν διακοσιοστὸν τεσσαρακοστὸν » »
- γ) “Εν τετρακοσιοστὸν ἑξηκοστὸν » »
- δ) “Εν ἑξακοσιοστὸν πεντηκοστὸν » »

4.—Γράψατε :

- α) “Εν ἑκατοστὸν εἰκοστὸν πρῶτον τῆς ἀκερ. μονάδ.
- β) “Εν τριακοσιοστὸν τριακοστὸν τρίτον » »
- γ) “Εν ἑξακοσιοστὸν ἑβδομηκοστὸν πέμπτον » »
- δ) “Εν ἑπτακοσιοστ. τεσσαρακοστὸν ὄγδοον » »

5.—Γράψατε :

- α) “Εν ἑκατοστὸν τρίτον τῆς ἀκεραίας μονάδος
- β) “Εν διακοσιοστὸν πέμπτον » » »
- γ) “Εν ἑνεακοσιοστὸν ὄγδοον » » »

6.—Γράψατε ὡς κλασματικὰς τὰς δεκαδικὰς μονάδας :

0,1

0,01

0,001

7.—Γράψατε τὰς κλασματικὰς μονάδας, ποὺ εἶναι ἀπὸ τῆς κλασματικῆς μονάδος $\frac{1}{2}$ μέχρι τῆς κλασματικῆς μονάδας $\frac{1}{5}$.

8.—Γράψτε τὰς κλασματικὰς μονάδας, τῶν ὁποίων ὁ παρανομαστὴς ἀποτελεῖται :

- α) Μόνον ἀπὸ δεκάδας.
 β) Ἀπὸ δεκάδας καὶ μονάδας πάντοτε 5.
 γ) Μόνον ἀπὸ ἑκατοντάδας.
 δ) Ἀπὸ ἑκατοντάδας καὶ μονάδας πάντοτε 4.
 ε) » » » » » 2.

2. Κλάσματικοὶ ἀριθμοὶ

ἢ ἀπλῶς Κλάσματα.

Ὅμας Α'. (Ἐννοια καὶ γραφὴ αὐτῶν).

1.—Διαιρέσατε τὰς ἔναντι 5 εὐθείας εἰς δεύτερα καὶ γράψατε :

Α _____ Β
 Γ _____ Δ
 Ε _____ Ζ
 Η _____ Θ
 Κ _____ Μ

- α) Πόσα δεύτερα ἔχει 1 εὐθεῖα ;
 β) » » ἔχουν 2 εὐθεῖαι ;
 γ) » » » 3 »
 δ) » » » 4 »
 ε) » » » 5 »
 στ) » » » 2 εὐθεῖαι καὶ μισή ;
 ζ) » » » 3 » » »
 η) » » » 4 » » »

2.—Γράψατε 5 ψωμιὰ στὸ τετράδιό σας, διαιρέσατέ τα σὲ τέταρτα καὶ γράψατε :

- α) Πόσα τέταρτα ἔχει 1 ψωμί ; (1)
 β) » » ἔχουν 2 ψωμιὰ ;
 γ) » » » 3 »
 δ) » » » 4 »
 ε) » » » 5 »
 στ) » » » 2 ψωμιὰ καὶ μισό ;
 ζ) » » » 3 » » »
 η) » » » 4 » » »

3.—Γράψατε στὸ τετράδιό σας 5 κύκλους, διαιρέσατέ τοὺς σὲ ἕκτα καὶ χρωματίσατε :

(1) ΣΗΜ.— Ἔτσι : $1 \text{ Ψωμί} = \frac{4}{4}$
 $2 \text{ »} = \dots$

- α) Ἐν ἕκτον εἰς τὸν ἕνα κύκλον.
 β) Δύο ἕκτα » » ἄλλον κύκλον.
 γ) Τρία » » » » »
 δ) Τέσσαρα ἕκτα εἰς τὸν » »
 ε) Πέντε » » » » »

4.—Σχηματίσατε 5 κλασματικούς ἀριθμούς :

- α) Ἀπ' τὴν κλασματικὴν μονάδα $\frac{1}{2}$
 β) » » » » $\frac{1}{3}$
 γ) » » » » $\frac{1}{4}$
 δ) » » » » $\frac{1}{5}$
 ε) » » » » $\frac{1}{6}$
 στ) » » » » $\frac{1}{8}$
 ζ) » » » » $\frac{1}{10}$
 η) » » » » $\frac{1}{15}$

5.—Ἀπὸ ποίαν κλασματικὴν μονάδα ἔγιναν οἱ κλασματικοὶ ἀριθμοὶ ;

$$\frac{5}{6}, \frac{4}{7}, \frac{7}{10}, \frac{8}{15}, \frac{11}{20}, \frac{25}{35}, \frac{20}{28}, \frac{7}{5}, \frac{10}{4}, \frac{15}{10};$$

Ὅμας Β'

1.—Γράψατε τί μέρος τῆς δραχμῆς εἶναι :

- α) τὸ 1 λεπτὰ. ε) οἱ 3 δεκάρες.
 β) τὰ 5 « στ) » 6 »
 γ) » 7 » ζ) » 8 »
 δ) » 30 » η) » 7 »

- 2.—Γράψατε τι μέρος του δεκαδράχμου είναι :
- | | |
|---------------|------------------|
| α) Ἡ 1 δραχμ. | δ) αἰ 4 δραχμαί. |
| β) αἰ 2 » | ε) » 6 » |
| β) » 7 » | στ) » 8 » |
- 3.—Γράψατε τι μέρος του εικοσαδράχμου είναι :
- | | |
|---------------|------------------|
| α) ἡ 1 δραχμ. | γ) αἰ 15 δραχμαί |
| β) αἰ 7 » | δ) » 18 » |
- 4.—Γράψατε τι μέρος του πενηκονταδράχμου είναι :
- | | |
|---------------|-----------------|
| α) Ἡ 1 δραχμ. | ε) Οἰ 20 δραχμ. |
| β) αἰ 5 » | στ) » 25 » |
| γ) » 10 » | ζ) » 40 » |
| δ) » 15 » | η) » 35 ῥ » |
- 5.—Γράψατε τι μέρος του ἑκατονταδράχμου είναι :
- | | |
|--------------|----------------|
| α) ἡ 1 δραχ. | ε) αἰ 10 δραχ. |
| β) » 25 » | στ) » 20 » |
| γ) » 35 ». | ζ) » 50 » |
| δ) » 75 » | η) » 40 » |
- 6.—Γράψατε τι μέρος του ἑκατονταδράχμου είναι :
- | |
|---------------------|
| α) τὸ 1 δεκάδραχμο· |
| β) τὰ 7 » |
| γ) » 8 » |

Ὅμας Γ'.

- 1.—Γράψατε τι μέρος τῆς ὀκάς είναι :
- | | |
|-----------------|------------------|
| α) τὸ 1 δράμι | δ) τὰ 250 δράμια |
| β) τὰ 45 δράμια | ε) » 350 » |
| γ) » 110 » | |
- 2.—Γράψατε τι μέρος του στατήρος είναι :
- | | |
|------------|-----------------|
| α) ἡ 1 ὀκ. | γ) αἰ 15 ὀκάδες |
| β) αἰ 7 » | δ) » 25 » |
- 3.—Γράψατε τι κλάσμα τῆς ὥρας είναι :
- | | |
|-----------------|-----------------|
| α) τὸ 1' λεπτόν | γ) τὰ 35' λεπτά |
| β) τὰ 5' » | δ) τὰ 50' » |

Όμας Δ'.

1.—Γράψατε· τί μέρος τοῦ μέτρου εἶναι :

- | | | |
|-------------|--------------|-------------|
| α) 1 παλάμη | ε) 1 δάκτυλ. | θ) 1 γραμμ. |
| β) 2 » | στ) 4 » | ι) 5 » |
| γ) 5 » | ζ) 40 » | ια) 75 » |
| δ) 7 » | η) 75 » | ιβ) 250 » |

2.—Γράψατε· τί μέρος τῆς παλάμης εἶναι :

- α) 1 δάκτυλος
- β) 6 δάκτυλοι
- γ) 8 »

3.—Γράψατε· τί μέρος τοῦ δακτύλου εἶναι :

- α) 1 γραμμῆ
- β) 4 γραμμῆς
- γ) 8 »

4.—Γράψατε· τί μέρος τοῦ πήχεως εἶναι :

- α) 3 ρούπια
- β) 5 »
- γ) 7 »

Όμας Ε'.

1.—Γράψατε· τί μέρος τῆς ἐβδομάδος εἶναι :

- α) 3 ἡμέραι
- γ) 2 »
- δ) 5 »

2.—Γράψατε· τί κλάσμα τοῦ μηνός εἶναι :

- | | |
|------------|--------------|
| α) 1 ἡμέρα | γ) 12 ἡμέραι |
| β) 4 » | δ) 25 » |

3.—Γράψατε· τί μέρος τοῦ ἔτους εἶναι :

- | | |
|------------|--------------|
| α) 1 ἡμέρα | γ) 75 ἡμέραι |
| β) 8 » | δ) 250 » |

4.—Γράψατε· τί μέρος τοῦ ἔτους εἶναι :

- | | |
|-----------|-------------|
| α) 1 μῆν. | γ) 10 μῆνες |
| β) 7 » | δ) 11 » |

Όμιλος ΣΤ΄.

1.—Γράψατε :

α) 2, 3, 4, 5 δεύτερα του μήλου.

β) 2, 5, 6, 7 τρίτα » »

γ) 3, 6, 8, 10 τέταρτα » »

2.—Γράψατε :

α) 3, 5, 7, 9 έκτα της άκεραίας μονάδος.

β) 2, 4, 8, 10 έβδομα » » »

γ) 3, 5, 9, 17 όγδοα » » »

3.—Γράψατε :

α) 2, 3, 5, 10, 30 δέκατα της άκεραίας μονάδ.

β) 3, 7, 9, 15, 18 είκοστά » » »

γ) 3, 5, 8, 10, 25 τριακοστά » » »

4.—Γράψατε :

α) 2, 4, 6, 8 ένδέκατα.

β) 3, 5, 7, 12 δέκατα έβδομα

γ) 6, 10, 18, 36 είκοστά τέταρτα

δ) 2, 3, 6, 9, 38 έξηκοστά τρίτα

5.—Γράψατε :

α) 2, 4, 8, 10 έκατοστά.

β) 3, 5, 7, 12, 35 διακοσιοστά.

γ) 3, 5, 7, 9, 11 πεντακοσιοστά.

δ) 120, 200, 305, 225 τετρακοσιοστά.

6.—Γράψατε :

α) 5, 50, 150, 245 έξακοσιοστά δέκατα.

β) 2, 6, 25, 85, 155 τριακοσιοστά τεσσαρακοστά.

γ) 5, 30, 225 όκτακοσιοστά όγδοα.

7.—Γράψατε :

α) 3, 7, 30, 35, 115 έκατοστά δέκατα όγδοα.

β) 5, 20, 27, 105 διακοσιοστά είκοστά πέμπτα.

γ) 7, 9, 36, 315 τριακοσιοστά πεντηκαστά όγδοα.

8.—Γράψατε :

α) 2, 5, 7, 60, 145 διακοσιοστά πρώτα.

β) 5, 10, 25, 260 έξακοσιοστά έβδομα.

γ) 7, 35, 125 πεντακοσιοστά πέμπτα.

Ὅμας Ζ'.

1.—Γράψατε ὡς κλάσματα τοὺς δεκαδικούς :

α) 0,2	β) 0,02	γ) 0,002	δ) 0,12
0,5	0,06	0,006	0,15
0,7	0,09	0,004	0,35
ε) 0,011	στ) 0,125	ζ) 1,5	η) 2,14
0,027	0,350	2,04	10,025
0,065	0,465	25,007	7,204

Ὅμας Η'.

1.—Γράψατε τὰ κλάσματα :

α) Δύο τρίτα· β) τέσσερα δέκατα·
Τρία πέμπτα· ἕνδεκα εἰκοστά·
Ἑπτὰ ὄγδοα· δέκα πέντε τριακοστά·
Πέντε ἕκτα· τριάντα δύο πεντηκοστά.

γ) Πέντε εἰκοστά·
Δέκα ὀχτῶ τεσσαρακοστά.
Πενήντα τέσσερα ἑβδομηκοστά.

δ) Ἐννέα ἑκατοστά εἰκοστά·
Τριάντα ὀκτῶ διακοσιοστά τεσσαροκοστά·
Ἑξήντα τρία τριακοσιοστά ἑξηκοστά.

ε) Ἑπτὰ ἑκατοστά ἑξηκοστά δεύτερα·
Εἴκοσι πέντε ἑξακοσιοστά τριακοστά ἕκτα·
Διακόσια πενήντα ἑπτακοσιοστά ὄγδοηκοστά ἑβδομα·

στ) Δύο ἑκατοστά τέταρτα·
Δέκα ἕξ ἑνενηκοστά δεύτερα·
Εἴκοσι ἕνα ἑπτακοσιοστά ὄγδοα·

3. Ἀπαγγελία τῶν κλασμάτων.

Ὅμας Α'.

Ἀπαγγείλατε τὰ κλάσματα :

α) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$.

$$\beta) \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}.$$

$$\gamma) \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}, \frac{6}{6}, \frac{7}{7}, \frac{8}{8}, \frac{9}{9},$$

$$\delta) \frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{9}{4}, \frac{18}{5}, \frac{35}{8}.$$

Όμας Β'.

Απαγγείλατε τὰ κλάσματα :

$$\alpha) \frac{1}{10}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{40}, \frac{1}{50}, \frac{1}{60}, \frac{1}{70}, \frac{1}{80}, \frac{1}{90}.$$

$$\beta) \frac{3}{10}, \frac{5}{20}, \frac{4}{30}, \frac{5}{40}, \frac{15}{40}, \frac{35}{50}, \frac{25}{70}.$$

$$\gamma) \frac{20}{20}, \frac{30}{30}, \frac{40}{40}, \frac{50}{50}, \frac{60}{60}, \frac{80}{80}, \frac{70}{70}.$$

$$\delta) \frac{30}{10}, \frac{50}{20}, \frac{80}{30}, \frac{70}{30}, \frac{80}{20}, \frac{90}{50}, \frac{35}{20}, \frac{75}{30}, \frac{88}{40}, \frac{94}{30}.$$

Όμας Γ'.

Απαγγείλατε τὰ κλάσματα :

$$\alpha) \frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \frac{1}{16}, \frac{1}{21}, \frac{1}{24}, \frac{1}{32}, \frac{1}{37}, \frac{1}{48}, \frac{1}{59}.$$

$$\beta) \frac{3}{13}, \frac{5}{22}, \frac{7}{88}, \frac{8}{99}, \frac{6}{93}, \frac{9}{75}, \frac{7}{71},$$

$$\frac{15}{18}, \frac{27}{38}, \frac{25}{46}, \frac{34}{55}, \frac{61}{71}, \frac{55}{93}.$$

$$\gamma) \frac{11}{11}, \frac{14}{14}, \frac{24}{24}, \frac{35}{35}, \frac{62}{62}, \frac{77}{77}, \frac{81}{81}.$$

$$\delta) \frac{28}{12}, \frac{37}{12}, \frac{48}{15}, \frac{75}{25}, \frac{86}{32}, \frac{97}{31}.$$

Ὅμας Δ'.

Ἀπαγγείλατε τὰ κλάσματα :

$$\alpha) \frac{1}{100}, \frac{1}{200}, \frac{1}{300}, \frac{1}{400}, \frac{1}{500}, \frac{1}{600}, \frac{1}{700},$$

$$\frac{1}{800}, \frac{1}{900}, \frac{1}{1000}.$$

$$\beta) \frac{7}{100}, \frac{5}{200}, \frac{27}{300}, \frac{150}{400}, \frac{185}{500}, \frac{56}{600}, \frac{315}{700},$$

$$\frac{450}{900}, \frac{755}{1000}.$$

$$\gamma) \frac{1}{110}, \frac{1}{120}, \frac{1}{230}, \frac{1}{360}, \frac{1}{570},$$

$$\frac{5}{110}, \frac{11}{120}, \frac{17}{230}, \frac{32}{450}, \frac{275}{680},$$

$$\frac{120}{120}, \frac{230}{230}, \frac{350}{350}, \frac{460}{460}, \frac{710}{710},$$

$$\frac{560}{130}, \frac{685}{220}, \frac{752}{340}, \frac{981}{450}.$$

$$\delta) \frac{1}{125}, \frac{1}{264}, \frac{1}{451}, \frac{1}{762}, \frac{1}{812},$$

$$\frac{17}{111}, \frac{48}{165}, \frac{82}{248}, \frac{178}{482}, \frac{354}{888},$$

$$\frac{275}{112}, \frac{480}{265}, \frac{700}{352}, \frac{878}{414}.$$

$$\epsilon) \frac{1}{102}, \frac{1}{409}, \frac{1}{306}, \frac{1}{708}, \frac{1}{607},$$

$$\frac{19}{704}, \frac{49}{505}, \frac{50}{608}, \frac{236}{801}, \frac{362}{903},$$

$$\frac{675}{102}, \frac{788}{204}, \frac{967}{305}, \frac{816}{408}.$$

4. Σύγκρισις κλασματικῶν μονάδων πρὸς ἀλλήλας.

1.—Γράψατε ποία εἶναι μεγαλύτερα καὶ ποία μικροτέρα ἀπὸ τὰς κλασματικὰς μονάδας :

α) $\frac{1}{2}$ καὶ $\frac{1}{4}$, ε) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$.

β) $\frac{1}{3}$ » $\frac{1}{6}$, στ) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$.

γ) $\frac{1}{4}$ » $\frac{1}{8}$, ζ) $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{30}$.

δ) $\frac{1}{5}$ » $\frac{1}{10}$, η) $\frac{1}{36}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{24}$.

Σημείωσις. Μεταξὺ λοιπὸν δύο ἢ περισσοτέρων κλασματικῶν μονάδων ποία εἶναι ἡ μεγαλύτερα καὶ ποία ἡ μικροτέρα ;

2.—Γράψατε κατὰ σειράν μεγέθους ἀπὸ τὰς μικροτέρας πρὸς τὰς μεγαλύτερας τὰς κλασματικὰς μονάδας :

α) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{36}$, $\frac{1}{29}$.

β) $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{36}$, $\frac{1}{21}$.

γ) $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{23}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{17}$, $\frac{1}{30}$.

3.—Γράψατε 5 κλασματικὰς μονάδας κατὰ σειράν μεγέθους ἀπὸ τὰς μεγαλύτερας πρὸς τὰς μικροτέρας.

4.—Γράψατε μόνοι σας :

α) Δύο σειρὰς κλασματικῶν μονάδων κατὰ σειράν μεγέθους ἀπὸ τὰς μικροτέρας πρὸς τὰς μεγαλύτερας.

β) Ἄλλας δύο ἀντιθέτως.

5.—Δύο εργάτες ειργάσθησαν σὲ μιὰ ἐργασία ὁ ἓνας $\frac{1}{4}$ τῆς ἡμέρας καὶ ὁ ἄλλος $\frac{1}{3}$ τῆς ἡμέρας· ποῖος ἐργά-

σθηκε περισσότερο ;

6.—Τρεῖς μαθηταὶ ἔτρεξαν τὸν ἴδιο δρόμο· ὁ ἓνας σὲ $\frac{1}{4}$ τῆς ὥρας· ὁ ἄλλος σὲ $\frac{1}{5}$ τῆς ὥρας καὶ ὁ ἄλλος σὲ $\frac{1}{6}$ τῆς ὥρας. Ποῖος τὸν ἔτρεξε γρηγορώτερα;

5. Σύγκρισις κλασμάτων πρὸς τὴν ἀκεραία μονάδα.

1.—Συγκρίνατε καθένα ἀπὸ τὰ κάτωθι κλάσματα πρὸς τὴν ἀκεραία μονάδα καὶ γράψατε τί εἶναι τὸ καθένα ὡς πρὸς ταύτην : (*)

$$\alpha) \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \frac{7}{10}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}$$

$$\frac{25}{30}, \frac{35}{50}, \frac{125}{300}, \frac{350}{785}$$

Σημείωσις.—Τί συμβαίνει εἰς τὰ κλάσματα, ποὺ εἶναι μικρότερα τῆς ἀκεραίας μονάδος ;

$$\beta) \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}, \frac{8}{8}, \frac{10}{10}, \frac{20}{20}, \frac{34}{34}$$

$$\frac{180}{180}, \frac{300}{300}, \frac{450}{450}, \frac{845}{845}$$

Σημείωσις.—Τί συμβαίνει εἰς τὰ κλάσματα, τὰ ὅποια εἶναι ἴσα μὲ τὴν ἀκεραίαν μονάδα ;

$$\gamma) \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{2}, \frac{7}{5}, \frac{8}{7}, \frac{10}{5}, \frac{20}{4}, \frac{40}{8}, \frac{12}{3}$$

$$\frac{100}{5}, \frac{250}{10}$$

(*) Γιὰ τὸν σκοπὸ αὐτὸ μεταχειρισθῆτε τὸ σημεῖον τῆς ἀνισότητος $<$ ἢ $>$.

Σημείωσις.—Τί συμβαίνει εις τὰ κλάσματα, πού εἶναι μεγαλύτερα τῆς ἀκεραίου μονάδος ;

2.—Γράψατε πῶς εἶναι μικρότερα καὶ ποῖα μεγαλύτερα τῆς ἀκεραίας μονάδος καὶ ποῖα ἴσα μετὰ τὴν ἀκεραίαν μονάδα ἀπὸ τὰ κλάσματα :

$$\frac{3}{5}, \frac{5}{5}, \frac{8}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{7}, \frac{10}{7}, \frac{7}{7}$$

$$\frac{8}{8}, \frac{4}{8}, \frac{12}{8}, \frac{12}{15}, \frac{25}{15}, \frac{15}{15}$$

$$\frac{30}{50}, \frac{50}{50}, \frac{75}{50}, \frac{380}{18}, \frac{450}{25}, \frac{224}{224}$$

3.—Γράψατε :

- α) 5 κλάσματα μικρότερα τῆς ἀκεραίας μονάδος.
- β) 5 κλάσματα ἴσα μετὰ τὴν ἀκεραίαν μονάδα.
- γ) 5 κλάσματα μεγαλύτερα τῆς ἀκεραίας μονάδος.
- δ) 5 κλάσματα καταχρηστικά.
- ε) 5 κλάσματα κύρια.

6. Σύγκρισις κλασμάτων πρὸς ἄλληλα.

Α'. Ὀμωνύμων :

1.—Γράψατε ποῖον εἶναι μεγαλύτερον καὶ ποῖον μικρότερον μεταξύ τῶν κάτωθι κλασμάτων :

α) $\frac{2}{4}$ καὶ $\frac{3}{4}$ δ) $\frac{5}{8}$ καὶ $\frac{7}{8}$ ζ) $\frac{35}{50}$ καὶ $\frac{47}{50}$

β) $\frac{1}{3}$ καὶ $\frac{2}{3}$ ε) $\frac{7}{10}$ » $\frac{4}{10}$ η) $\frac{23}{25}$ » $\frac{27}{35}$

γ) $\frac{2}{5}$ » $\frac{4}{5}$ στ) $\frac{15}{20}$ » $\frac{11}{20}$ θ) $\frac{115}{250}$ » $\frac{142}{250}$

Σημείωσις.—Τί συμβαίνει εις τὸ κλάσμα, πού εἶναι

μεγαλύτερον μεταξύ δύο όμωνύμων κλασμάτων και τίς εἶς τὸ μικρότερον ;

Β' Ἑτερονύμων :

2.—Γράψατε ποῖον εἶναι μεγαλύτερον και ποῖον μικρότερον μεταξύ τῶν κάτωθι κλασμάτων ;

α) $\frac{2}{4}$ και $\frac{2}{8}$ δ) $\frac{5}{10}$ και $\frac{5}{20}$

β) $\frac{3}{5}$ » $\frac{3}{10}$ ε) $\frac{3}{4}$ » $\frac{3}{5}$

γ) $\frac{5}{6}$ » $\frac{5}{12}$ στ) $\frac{7}{8}$ » $\frac{7}{10}$

Σημειώσεις.—Τί συμβαίνει εἰς τὸ κλάσμα, τὸ ὁποῖον μεταξύ δύο ἑτερονύμων κλασμάτων ἐχόντων τὸν αὐτὸν ἀριθμητὴν, εἶναι τὸ μεγαλύτερον ; και τί εἰς τὸ μικρότερον ;

3.—Γράψατε κατὰ σειρὰν μεγέθους ἀπὸ τὰ μικρότερα πρὸς τὰ μεγαλύτερα τὰ κλάσματα :

α) $\frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{2}{5}, \frac{6}{5}, \frac{3}{5}, \frac{7}{5}, \frac{17}{5}$.

β) $\frac{3}{5}, \frac{3}{4}, \frac{3}{6}, \frac{3}{9}, \frac{3}{12}, \frac{3}{8}$.

4.—Γράψατε τὰ ἴδια κλάσματα κατὰ σειρὰν μεγέθους ἀπὸ τὰ μεγαλύτερα πρὸς τὰ μικρότερα.

7. Μικτοὶ ἀριθμοί.

1.—Ποιοὶ ἀριθμοὶ λέγονται μικτοί ;

2.—Γράψατε 5 μικτοὺς ἀριθμούς.

3.—Γράψατε ὡς μικτοὺς τοὺς κάτωθι ἀριθμούς :

α) Δύο δραχμὲς και ἓν δεῦτερο τῆς δραχμῆς.

β) Πέντε » » τρία πέμπτα τῆς δραχμῆς.

γ) Ὅκτώ » » ἑπτὰ δέκατα τῆς δραχμῆς.

- δ) Τέσσαρας όκάδας καί έν τέταρτον τής όκάς.
ε) Δέκα πέντε » » τρία » » »
σι) Εΐκοσι δύο » » έν όγδοο τής όκάς.
ζ) Δέκα » » πέντε όγδοα τής όκάς.

8. Άσκήσεις.

Τροπής άκεραίου εις κλάσμα.

1.—Τρέψε εις κλάμα με παρανομαστήν 2 τόν άκεραιον 3 μήλα:

Τρόπος τροπής:

$$3 = \frac{3 \times 2}{2} = \frac{6}{2}.$$

Διότι: τόν 1 μήλο έχει 2 δεύτερα,
τά 2 μήλα έχουν $2 \times 2 = 4$ δεύτερα,
» 3 » » $2 \times 3 = 6$ » ήτοι:

$$\frac{2 \times 3}{2} = \frac{6}{2}$$

$$\text{ώστε τά 3 μήλα} = \frac{2 \times 3}{2} = \frac{6}{2}$$

2.—Τρέψατε τούς άκεραίους 4, 5, 10, 20 εις κλάσματα με παρονομαστήν 2.

3.—Τρέψατε τόν άκεραιον 12 εις κλάσμα με παρονομαστάρ 6, 20, 11, 25.

4.—Τρέψατε τόν αριθμόν 15 :

α) Εις εβδομα. β) Εις τριακοστά. γ) Εις είκοστά πέμπτα.

5.—Τρέψατε 1, 3, 4, 6 δραχμάς εις δεύτερα (πεντηκοστά λεπτά).

6.—Τρέψατε 1, 2, 8, 18 δραχμάς εις πέμπτα (είκοσάλεπτα).

7.—Τρέψατε 1, 2, 4, 10, 22 δραχμάς εις δέκατα (δεκάρες).

8.—Τρέψατε 7 πήχεις εις όγδοο (ρούπια).

9.—Τρέψατε 1, 9, 16, 30 δκάδες εις τετρακοσιοστά· (δράμια).

10.—Τρέψατε 4, 5, 12, 24 ώρας εις έξηκοστά· (πρώτα λεπτά).

11.—(*) Τρέψατε εις κλάσματα με παρονομαστήν 1· τους άκεραίους άριθμούς : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15, 18, 20, 30, 36.

12.—Τρέψατε τους άκεραίους 1, 2, 3, 4, 5, 12, 30· εις κλάσμα με παρονομαστήν 11.

13.—Τρέψατε εις κλάσμα τους άκεραίους 20, 35, 44, 200.

α) με παρονομαστήν 10.

β) » » 15.

γ) » » 20.

9. Άσκήσεις

Τροπής μικτού εις κλάσμα.

1.— Τρέψε εις κλάσμα τον μικτόν $3\frac{1}{2}$.

Τρόπος :

α) Τρέπω τον άκεραιον 3 εις δεύτερα· ήτοι σε κλάσμα με παρονομαστήν 2· ήτοι $3 = \frac{2 \times 3}{2} = \frac{6}{2}$.

β) Προσθέτω και το $\frac{1}{2}$ του μικτού· ήτοι $\frac{6}{2}$ και $\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$. άρα ο μικτός $3\frac{1}{2} = \frac{(2 \times 3) + 1}{2} = \frac{6 + 1}{2} = \frac{7}{2}$.

2.—Τρέψε εις κλάσματα τους μικτούς :

$$1\frac{1}{4}, \quad 2\frac{1}{5}, \quad 6\frac{3}{5}, \quad 8\frac{3}{4}, \quad 10\frac{5}{7}, \quad 20\frac{5}{12},$$

(*) Πώς λοιπόν γράφεται ως κλάσμα ένας άκεραιος χωρίς να όρισθῆ ο παρονομαστής του ;

3.— Τρέψατε σὲ κλάσματα τοὺς μικτοὺς :

$$4\frac{5}{6}, \quad 7\frac{4}{5}, \quad 8\frac{11}{12}, \quad 25\frac{7}{10}, \quad 35\frac{15}{20}.$$

4.— α) Πόσα ὄγδοα (ρούπια) ἔχουν οἱ $2\frac{1}{8}$ πήχεις ;

β) Πόσα τέταρτα ἔχουν οἱ $12\frac{3}{4}$ ὥρες ;

γ) Πόσα δωδέκατα ἔχουν τὰ $10\frac{5}{12}$ ἔτη ;

δ) Πόσα τετρακοσιοστὰ ἔχουν $50\frac{150}{400}$ ὀκάδες ;

ε) Πόσα ἑκατοστὰ (λεπτά) ἔχουν $1\frac{25}{100}$ δραχ-
μές ; $\left(2\frac{5}{100}, \quad 5\frac{25}{100} \text{ δραχ.} \right)$;

στ) Πόσα δέκατα (παλάμες ἔχουν) $1\frac{4}{10}$ μέτρα ;

» » » $2\frac{1}{10}$ »

» » » $5\frac{7}{10}$ »

ζ) Πόσα ἑκατοστὰ (πόντους) ἔχουν $1\frac{5}{100}$ μέτρα ;

» » » $2\frac{35}{100}$ »

» » » $7\frac{75}{100}$ »

10. Ἀσκήσεις.

Τροπῆς δεκαδικοῦ εἰς κλάσμα.

1.— Γράψατε ὡς κοινὰ κλάσματα τοὺς δεκαδικούς :

α) 0,1	β) 0,01	γ) 0,001	δ) 0,12	ε) 0,315
0,2	0,02	0,002	0,55	0,175
0,5	0,05	0,005	0,30	0,207
0,7	0,08	0,007	0,48	0,400

στ)	2,5	ζ)	3,05	η)	1,002	θ)	15,300
	8,7		10,04		5,004		304,530
	15,6		4,25		16,015		80,360
	20,4		12,18		7,052		24,105

2.—Γράψε ως κοινά κλάσματα :

α)	0,5	του μέτρου	β)	0,4	της δραχμής
	0,08	»	»	0,25	»
	0,004	»	»	5,5	»
	0,015	»	»	14,30	»
	7,502	»	»	8,05	»

3.—Γράψατε ως κοινά κλάσματα τούς δεκαδικούς :

α)	2,5	7,04	4,002
	8,7	5,16	7,015
	15,6	14,32	1,322
	20,4	110,05	12,104

4.—Τούς άνωτέρω δεκαδικούς της § 3 γράψατε και ως μικτούς. (*)

11. Άσκήσεις

Έξχγωγής τών άκεραίων μονάδων τών κλασμάτων.

1.—Πόσες όκόδες είναι :

$$\tau\acute{\alpha} \frac{4}{2}, \frac{8}{2}, \frac{12}{2}, \frac{16}{2}, \frac{20}{2} \text{ της όκάς ;}$$

2. Πόσοι πήχεις είναι :

$$\tau\acute{\alpha} \frac{8}{8}, \frac{16}{8}, \frac{24}{8}, \frac{40}{8}, \frac{56}{8} \text{ του πήχεως ;}$$

3.—Πόσα μέτρα είναι :

$$\alpha) \tau\acute{\alpha} \frac{20}{10}, \frac{80}{10}, \frac{50}{10}, \frac{90}{10} \text{ του μέτρου ;}$$

$$\beta) \tau\acute{\alpha} \frac{400}{100}, \frac{700}{100}, \frac{1500}{100}, \frac{2600}{100} \text{ του μέτρου ;}$$

(*) Τι κάμνομεν διά νά γράψωμεν ένα δεκαδικόν ως κοινόν κλάσμα.

γ) Τὰ $\frac{2000}{1000}$, $\frac{8000}{1000}$, $\frac{35000}{1000}$, $\frac{175000}{1000}$ τοῦ μέτρου;

4.—Πόσες ὥρες εἶναι :

α) Τὰ $\frac{4}{4}$, $\frac{8}{4}$, $\frac{12}{4}$, $\frac{36}{4}$, $\frac{84}{4}$, $\frac{128}{4}$ τῆς ὥρας;

β) Τὰ $\frac{60}{60}$, $\frac{120}{60}$, $\frac{180}{60}$, $\frac{240}{60}$, $\frac{300}{60}$ τῆς ὥρας;

5.—Πόσες ὀκάδες καὶ πόσα μέρη τῆς ὀκάς εἶναι :

α) Τὰ $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{9}{2}$, $\frac{25}{2}$, $\frac{37}{2}$ τῆς ὀκάς;

β) Τὰ $\frac{10}{4}$, $\frac{18}{4}$, $\frac{27}{4}$, $\frac{39}{4}$, $\frac{265}{4}$ τῆς ὀκάς;

γ) Τὰ $\frac{10}{8}$, $\frac{20}{8}$, $\frac{29}{8}$, $\frac{245}{8}$ τῆς ὀκάς;

δ) Τὰ $\frac{475}{400}$, $\frac{850}{400}$, $\frac{1650}{400}$, $\frac{10850}{400}$ τῆς ὀκάς;

6.—Πόσα μέτρα καὶ πόσα μέρη αὐτοῦ εἶναι :

α) $\frac{15}{10}$, $\frac{24}{10}$, $\frac{35}{10}$, $\frac{178}{10}$ τοῦ μέτρου;

β) $\frac{140}{100}$, $\frac{250}{100}$, $\frac{478}{100}$, $\frac{1825}{100}$ »

γ) $\frac{1600}{1000}$, $\frac{3750}{1000}$, $\frac{15136}{1000}$ »

7.—Πόσοι πήχεις καὶ πόσα μέρη αὐτοῦ εἶναι :

$\frac{10}{8}$, $\frac{18}{8}$, $\frac{36}{8}$, $\frac{50}{8}$, $\frac{167}{8}$, $\frac{427}{8}$ τοῦ πήχ.;

8.—Πόσες ὥρες καὶ πόσα μέρη αὐτῆς εἶναι :

α) $\frac{10}{4}$, $\frac{18}{4}$, $\frac{30}{4}$, $\frac{78}{4}$, $\frac{97}{4}$ τῆς ὥρας;

β) $\frac{150}{60}$, $\frac{385}{60}$, $\frac{930}{60}$, $\frac{585}{60}$ » »

9.—Πόσα μήλα και πόσα μέρη αὐτοῦ εἶναι :

α) $\frac{6}{3}$, $\frac{12}{3}$, $\frac{15}{3}$, $\frac{24}{3}$, $\frac{69}{3}$ τοῦ μήλου;

β) $\frac{7}{3}$, $\frac{10}{3}$, $\frac{20}{3}$, $\frac{40}{3}$, $\frac{88}{3}$ » «

10.—Πόσες ἀκέραιες μονάδες περιέχει καθένα [ἀπ' τὰ κλάσματα : $\frac{7}{5}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{17}{5}$, $\frac{44}{5}$, $\frac{238}{5}$;

11.—Πόσες ἀκέραιες μονάδες περιέχει καθένα [ἀπ' τὰ κλάσματα : $\frac{4}{1}$, $\frac{5}{1}$, $\frac{8}{1}$, $\frac{25}{1}$, $\frac{250}{1}$,

Παρατηρήσεις :

α) Τί κάμνομεν διὰ νά ἐξαγάγωμεν τὰς ἀκεραίας μονάδας, πού περιέχει ἕνα κλάσμα;

β) Διαιροῦντες τὸν ἀριθμητὴν ἑνὸς κλάσματος διὰ τοῦ παρανομαστοῦ του τί ἀριθμὸν εὐρίσκομεν;

12. Ἀσκήσεις

τροπῆς κλάσματος εἰς δεκαδικούς.

1.—Τρέψατε τὰ κάτωθι κλάσματα εἰς δεκαδικούς :

α) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$.

β) $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{7}{35}$, $\frac{15}{20}$.

γ) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{12}$.

δ) $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{10}{11}$.

ε) $\frac{7}{4}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{28}{5}$, $\frac{30}{8}$, $\frac{27}{2}$.

στ) $\frac{10}{3}$, $\frac{14}{3}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{19}{6}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{10}{8}$.

Σημειώσεις:

- α) Πῶς τρέπομεν λοιπὸν κλάσμα εἰς δεκαδικόν ;
 β) » » » » » ἀκέραιον ;
 γ) » » » » » μικτόν ;

Παρατηρήσεις:

Διαιροῦντες λοιπὸν τὸν ἀριθμητὴν ἑνὸς κλάσματος διὰ τοῦ παρανομαστοῦ τοῦ εὐρίσκομεν πηλίκον ἢ ἀκέραιον, ἢ μικτόν ἢ δεκαδικόν.

Δυνάμεθα λοιπὸν νὰ εἴπωμεν :

α) "Ὅτι πᾶν κλάσμα μᾶς παριστάνει διαίρεσιν τοῦ ἀριθμητοῦ τοῦ διὰ τοῦ παρανομοστοῦ τοῦ.

β) "Ὅτι πᾶσαν διαίρεσιν δυνάμεθα νὰ τὴν γράφωμεν καὶ ὡς κλάσμα μὲ ἀριθμητὴν μὲν τὸν διαιρετέον, παρανομαστήν δὲ τὸν διαιρέτην.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ'.

1. Ἀσκήσεις

τῶν ἰδιοτήτων τῶν κλασμάτων.

1.—Πολλαπλασιάσατε καθένα τῶν κλασμάτων :

- | | | | |
|----|--|-------|---|
| α) | $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{4}{7}, \frac{5}{9}$ | ἐπὶ 2 | } Με ὅσους τρό-
πους εἶναι δυνα-
τόν γιὰ τὸ καθένα
κλάσμα. |
| β) | $\frac{5}{6}, \frac{4}{9}, \frac{7}{8}, \frac{7}{10}$ | » 3 | |
| γ) | $\frac{3}{5}, \frac{7}{8}, \frac{5}{12}, \frac{7}{10}$ | » 4 | |

2.—Διαιρέσατε καθένα τῶν κλασμάτων :

- | | | | |
|----|--|-------|---|
| α) | $\frac{4}{7}, \frac{6}{7}, \frac{3}{5}, \frac{7}{8}, \frac{10}{11}$ | διὰ 2 | } Με ὅσους τρό-
πους εἶναι δυνα-
τόν γιὰ τὸ καθένα. |
| β) | $\frac{6}{7}, \frac{9}{10}, \frac{7}{8}, \frac{5}{6}, \frac{12}{13}$ | » 3 | |
| γ) | $\frac{4}{5}, \frac{8}{9}, \frac{5}{6}, \frac{7}{9}, \frac{16}{20}$ | » 4 | |

3.—Κάμετε 3 φορές μεγαλύτερον καθένα από τὰ κλάσματα: $\frac{3}{4}, \frac{5}{7}, \frac{7}{8}, \frac{11}{12}$.

4.—Κάμετε 5 φορές μεγαλύτερον καθένα από τὰ κλάσματα: $\frac{1}{5}, \frac{3}{10}, \frac{5}{20}$.

5.—Ποῖον εἶναι τὸ πενταπλάσιον τῶν κλασμάτων: $\frac{3}{4}, \frac{1}{3}, \frac{4}{7}, \frac{25}{27}$;

6.—Κάμετε 10 φορές μικρότερον καθένα ἀπ' τὰ κλάσματα: $\frac{1}{5}, \frac{5}{7}, \frac{11}{12}, \frac{30}{35}$.

7.—Κάμετε 7 φορές μικρότερον καθένα ἀπ' τὰ κλάσματα: $\frac{1}{5}, \frac{14}{15}, \frac{21}{40}, \frac{3}{4}, \frac{5}{10}$.

8.—Ποῖον εἶναι τὸ $\frac{1}{4}$ καθενὸς ἀπὸ τὰ κλάσματα; $\frac{4}{5}, \frac{8}{10}, \frac{12}{15}, \frac{7}{9}, \frac{5}{7}, \frac{9}{11}$.

9.—Ποῖον εἶναι τὸ $\frac{1}{5}$ καθενὸς ἀπὸ τὰ κλάσματα; $\frac{5}{8}, \frac{15}{20}, \frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$

10.—Νὰ βρῆτε ἀνὰ ἓνα κλάσμα ἰσοδύναμον πρὸς καθένα ἀπ' τὰ κλάσματα: $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{11}{12}$.

11.—Νὰ βρῆτε μὲ ἕσους τρόπους δύνασθε κλάσματα ἰσοδύναμα πρὸς καθένα ἀπ' τὰ κλάσματα:

α) $\frac{4}{6}$, β) $\frac{8}{10}$, γ) $\frac{20}{30}$, δ) $\frac{12}{24}$, ε) $\frac{9}{12}$.

12.—Γράψατε 4 κλάσματα τὸ καθέν ἴσον πρὸς τὸ κλάσμα $\frac{1}{2}$.

13.—Γράψατε 4 κλάσματα τὸ καθέν ἴσον πρὸς τὸ κλάσμα $\frac{3}{5}$.

14.—Γράψατε ἓν κλάσμα ἴσον πρὸς τὸ κλάσμα $\frac{8}{20}$.

15.—Γράψατε ἓν κλάσμα ἴσον πρὸς τὸ κλάσμα $\frac{20}{25}$ με ὄρους ὅμως μικρότερους.

2. Ἀσκήσεις

ἀπλοποιήσεως τῶν κλασμάτων.

1.—Ἀπλοποιήσατε τὰ κλάσματα :

α)	$\frac{4}{6}$,	$\frac{6}{8}$,	$\frac{10}{12}$,	$\frac{22}{38}$,	$\frac{28}{40}$.	στ)	$\frac{20}{30}$,	$\frac{60}{80}$,	$\frac{300}{700}$,	$\frac{5000}{30000}$.
β)	$\frac{6}{9}$,	$\frac{12}{15}$,	$\frac{21}{24}$,	$\frac{33}{45}$,	$\frac{36}{60}$.	ζ)	$\frac{21}{28}$,	$\frac{35}{49}$,	$\frac{42}{63}$,	$\frac{63}{70}$.
γ)	$\frac{8}{12}$,	$\frac{16}{24}$,	$\frac{28}{32}$,	$\frac{44}{48}$,	$\frac{64}{80}$.	η)	$\frac{24}{40}$,	$\frac{56}{64}$,	$\frac{48}{88}$,	$\frac{32}{72}$.
δ)	$\frac{15}{20}$,	$\frac{35}{40}$,	$\frac{50}{60}$,	$\frac{250}{600}$.		θ)	$\frac{27}{36}$,	$\frac{49}{56}$,	$\frac{72}{81}$,	$\frac{378}{549}$.
ε)	$\frac{18}{27}$,	$\frac{36}{63}$,	$\frac{54}{72}$,	$\frac{27}{36}$.		ι)	$\frac{25}{50}$,	$\frac{75}{100}$,	$\frac{50}{75}$,	$\frac{375}{725}$.

2.—Γράψατε 5 ἀνάγωγα κλάσματα.

3.— » 5 μὴ ἀνάγωγα κλάσματα.

4.— » 2 κλάσματα ἀπλοποιούμενα διὰ 2

5.— » 2 » » » 5

6.— » 2 » » » 3

7.— » 2 » » » 9

8.— » 2 » » » 4

9.— » 2 » » » 25

- 10.—Γράψατε 2 κλάσματα άπλοποιούμενα διά 10
 12.— » 2 » » » 100
 13.— » 2 » » » 1000

3. Άσκήσεις

Τροπής έτερονύμων κλασμάτων εις όμόνυμα-

1.—Τρόπος ταύτης:

Έστω ότι έχωμεν να τρέψωμεν εις όμόνυμα τὰ έτερονύμα κλάσματα: $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$.

α) Εύρισκω ένα κοινόν πολλαπλάσιον τών παρονομαστών 4, 5, 6 και εί δυνατόν τὸ μικρότερον κοινόν πολλαπλάσιον αὐτῶν (έ. κ. π.).

Πρὸς τοῦτο παρατηρῶ ἂν ὁ μεγαλύτερος ἀπ' τοὺς παρονομαστὰς ὁ 6 διαιρῆται διά τῶν ἄλλων παρονομαστών 3 και 5. Ἐν διαιρῆται αὐτός εἶναι τὸ έ. κ. π. τῶν παρονομαστών. Ἄλλὰ δὲν διαιρῆται. Παρατηρῶ τώρα ποιὸ ἀπ' τὰ πολλαπλάσια αὐτοῦ διαιρεῖται δι' ὅλων τῶν παρονομαστών. Τὰ πολλαπλάσιά του δὲ $6 \times 2 = 12$, $6 \times 3 = 18$, $6 \times 4 = 24$ δὲν διαιροῦνται δι' ὅλων τῶν παρονομαστών. Τὸ δὲ $6 \times 5 = 30$ διαιρεῖται. Τὸ 30 λοιπὸν εἶναι τὸ έ. κ. π. τῶν παρονομαστών 3, 5, 6.

β) Διαιρῶ τοῦτο δι' ἑνὸς ἐκάστου τῶν παρονομαστών και τὰ πηλίκα γράφω ἄνωθεν ἐκάστου κλάσματος· ἦτοι:

$$\frac{10}{2}, \frac{6}{5}, \frac{5}{5}$$

γ) Πολλαπλασιάζω και τοὺς δύο ὄρους ἐκάστου κλάσματος ἐπὶ τὸ ἄνωθεν γεγραμμένον πηλίκον· ἦτοι:

$$\frac{2 \times 10}{3 \times 10}, \frac{4 \times 6}{5 \times 6}, \frac{5 \times 5}{6 \times 5} \quad \eta \quad \frac{20}{30}, \frac{24}{30}, \frac{25}{30}$$

κλάσματα

Παρατηρήσεις:

Διὰ να τρέψωμεν έτερονύμα κλάσματα εις όμ

α) Εύρισκομεν τὸ έ. κ. π. τῶν παρονομαστώ τούς γνωστούς τρόπους.

β) Διαιροῦμεν τοῦτο διὰ τῶν παρονομαστῶν καὶ τὰ πηλικά γράφομεν ἄνωθεν ἑκάστου κλάσματος.

γ) Πολλαπλασιάζομεν καὶ τοὺς δύο ὄρους ἑκάστου κλάσματος ἐπὶ τὸ ἄνωθεν γεγραμμένον πηλίκον.

Σημείωσις :

Ἐντὶ τοῦ ἐ. κ. π. τῶν παρονομαστῶν δυνάμεθα νὰ λάβωμεν καὶ ἄλλο κ. π. αὐτῶν μεγαλύτερον.

Φανερόν δὲ ὅτι κ. π. τῶν παρονομαστῶν εἶναι καὶ τὸ γινόμενον, πὺ ἔχει παράγοντας ὄλους αὐτοῦς.

Τ' ἄνωτέρω λοιπὸν κλάσματα μποροῦμε νὰ τὰ τρέψωμε εἰς ὁμώνυμα ὅπως ἄνωτέρω μὲ κ. π. τῶν παρονομαστῶν τὸ γινόμενον αὐτῶν: $3 \times 5 \times 6 = 90$ ἦτοι:

$$\frac{30}{2}, \frac{18}{4}, \frac{15}{5} \quad | \quad \frac{60}{90}, \frac{72}{90}, \frac{75}{90}$$

Σημείωσις 2α.

Ὅταν οἱ παρονομοσταὶ εἶναι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους τότε, (ὅπως μᾶς εἶναι ἤδη γνωστόν), τὸ ἐ. κ. π. αὐτῶν εἶναι τὸ γινόμενον αὐτῶν.

$$\begin{array}{l} \text{π. χ. } \frac{21}{4}, \frac{15}{7}, \frac{35}{3} \\ \frac{84}{105}, \frac{75}{105}, \frac{70}{105} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ἐ. κ. π.} = 5 \times 7 \times 3 = 105 \\ 105 : 5 = 21 (7 \times 3) \\ 105 : 7 = 15 (3 \times 5) \\ 105 : 3 = 35 (5 \times 7) \end{array}$$

Σημείωσις :

Φανερόν εἶναι ὅτι καλὸν εἶναι πρὶν νὰ τρέψωμεν τὰ κλάσματα εἰς ὁμώνυμα νὰ ἀπλοποιῶμεν αὐτά. Εὐρίσκο-
4. τότε κλάσματα ἰσοδύναμα καὶ μὲ μικροτέρους ὄρους,
5. εἰς τὸ γινόμενον τῶν παρονομαστῶν γίνεται πολὺ μι-
6. ερον· καὶ ὄχι μόνον τοῦτο, ἀλλὰ οἱ παρονομοσταὶ τῶν
7. ἄνωθεν πολλακίς πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, ὅποτε τὸ γι-
8. ὄνον αὐτῶν εἶναι τὸ ἐ. κ. π. αὐτῶν,
9. —

2.—Τρέψατε εις ὁμώνυμα τὰ κάτωθι ἑτερόνυμα κλάσματα :

$$\alpha) \frac{3}{4}, \frac{5}{8} \quad | \quad \frac{5}{8}, \frac{3}{24} \quad | \quad \frac{5}{6}, \frac{7}{18} \quad | \quad \frac{4}{5}, \frac{7}{30}$$

$$| \quad \frac{7}{8}, \frac{5}{32} \quad | \quad \frac{7}{10}, \frac{5}{30} \quad | \quad \frac{5}{7}, \frac{10}{28} \quad | \quad \frac{5}{6}, \frac{11}{36}$$

$$\beta) \frac{2}{3}, \frac{3}{4} \quad | \quad \frac{5}{8}, \frac{2}{3} \quad | \quad \frac{3}{5}, \frac{5}{7} \quad | \quad \frac{5}{6}, \frac{8}{9} \quad | \quad \frac{7}{6}, \frac{5}{11}$$

$$| \quad \frac{5}{6}, \frac{3}{4} \quad | \quad \frac{3}{5}, \frac{5}{6} \quad | \quad \frac{2}{3}, \frac{3}{5} \quad | \quad \frac{3}{7}, \frac{7}{9}$$

$$\gamma) \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8} \quad | \quad \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{7}{20} \quad | \quad \frac{5}{6}, \frac{4}{9}, \frac{11}{36}$$

$$\frac{4}{8}, \frac{3}{6}, \frac{7}{24} \quad | \quad \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12} \quad | \quad \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{7}{40}$$

$$\frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{11}{24} \quad | \quad \frac{7}{10}, \frac{13}{15}, \frac{10}{30}$$

$$\delta) \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{2}{3} \quad | \quad \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{1}{3} \quad | \quad \frac{5}{8}, \frac{1}{6}, \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4} \quad | \quad \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{5}{8} \quad | \quad \frac{4}{6}, \frac{7}{8}, \frac{5}{12}$$

$$\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{3}{8} \quad | \quad \frac{5}{6}, \frac{1}{4}, \frac{7}{15} \quad | \quad \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{9}, \frac{5}{6}, \frac{7}{18}, \frac{1}{12} \quad | \quad \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{7}{12}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ'.

1. Ἀσκήσεις καὶ Προβλήματα
προθέσεως τῶν κλασμάτων

Α'. Ἀσκήσεις.

Ὅμας Α'. (ὁμώνυμα)

1.— Τρόπος προθέσεως :

$$\text{π. χ. } \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+1+1}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

2.— Νὰ ἐκτελέσητε τὶς κάτωθι προθέσεις :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$$

Ὅμας Β'. (ὁμώνυμα).

2.— Τρόπος προθέσεως :

$$\frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{2+3+2}{4} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}.$$

2.— Νὰ ἐκτελέσητε τὶς κάτωθι προθέσεις :

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \quad \frac{3}{7} + \frac{4}{7} = \quad \frac{2}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} =$$

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \quad \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \quad \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{1}{5} =$$

$$\frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \quad \frac{7}{9} + \frac{5}{9} = \quad \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{5}{8} =$$

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{12} = \quad \frac{4}{8} + \frac{6}{8} = \quad \frac{5}{12} + \frac{7}{12} + \frac{1}{12} =$$

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} =$$

$$\frac{1}{8} + \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{7}{8} =$$

$$\frac{3}{10} + \frac{2}{10} + \frac{5}{10} + \frac{9}{10} + \frac{7}{10} =$$

$$\frac{11}{30} + \frac{15}{30} + \frac{7}{30} + \frac{24}{30} + \frac{9}{30} =$$

Όμας Γ'. (έτερονόμων).

1.—Τρόπος προσθέσεως: *

$$\frac{3}{5} + \frac{5}{10} + \frac{10}{12} = \frac{6}{3} + \frac{15}{1} + \frac{5}{6} = \frac{18}{30} + \frac{15}{30} + \frac{25}{30} = \frac{18+15+25}{30} =$$

$$\frac{58}{30} = \frac{29}{15} = 1 \frac{14}{15}.$$

2.—Νά ἐκτελεσθῶν αἱ προσθέσεις;

$$\alpha) \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \quad \frac{3}{4} + \frac{4}{7} = \quad \frac{2}{3} + \frac{11}{12} =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \quad \frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \quad \frac{7}{8} + \frac{11}{24} =$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \quad \frac{4}{5} + \frac{5}{8} = \quad \frac{5}{6} + \frac{1}{9} =$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{7} = \quad \frac{7}{9} + \frac{5}{12} = \quad \frac{20}{50} + \frac{25}{40} =$$

$$\beta) \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24} =$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{8} = \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{15} =$$

* ΣΗΜ.—Πρὸ τῆς τροπῆς τῶν ἑτερονόμων κλασμάτων εἰς ὁμόνομα πρέπει νὰ γίνωνται αἱ δυνατὰ ἀπλοποιήσεις αὐτῶν.

$$\frac{7}{8} + \frac{5}{6} + \frac{11}{24} = \frac{3}{8} + \frac{4}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{5} + \frac{2}{10} + \frac{5}{12} =$$

$$\frac{5}{9} + \frac{1}{27} + \frac{2}{3} = \frac{7}{10} + \frac{5}{8} + \frac{1}{6} = \frac{3}{10} + \frac{11}{20} + \frac{25}{30} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{1}{30} = \frac{1}{4} + \frac{3}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{4} + \frac{5}{9} + \frac{7}{12} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{1}{7} + \frac{11}{14} = \frac{11}{12} + \frac{4}{9} + \frac{15}{36} =$$

Β'. Προβλήματα

1.—Έδωκα σ' ένα πτωχό $\frac{1}{5}$ της δραχμής· σ' άλλον $\frac{2}{5}$ της δραχμής και σ' ένα άλλο $\frac{3}{5}$ της δραχμής. Πόσα έδωκα και στους τρεις μαζί; $(1\frac{1}{5})$.

2.—Μιά μοδίστα αγόρασε $\frac{3}{8}$ του πήχεως χασέ· $\frac{5}{8}$ του πήχεως και $\frac{7}{8}$ του πήχεως. Πόσον χασέ αγόρασε τὸ ὅλον; $(1\frac{7}{8}\text{π.})$.

3.—Πόσες δραχμές είναι $\frac{7}{10}$, $\frac{4}{5}$ και $\frac{3}{4}$ της δρχ.;

4.—Τρία παιδιά αγόρασαν καρύδια· τὸ α'. $\frac{3}{4}$ της ὀκάς, τὸ β'. $\frac{5}{8}$ της ὀκάς και τὸ γ'. $\frac{1}{2}$ της ὀκάς. Πόσα καρύδια αγόρασαν και τὰ τρία; $(1\frac{7}{8})$.

5.—Ένας ὑφασματέμπορος ἐπώλησε ὑφασμα: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ και $\frac{5}{10}$ τοῦ μέτρου. Πόσον ἐπώλησε τὸ ὅλον; $(1\frac{3}{4})$.

6.—Ένας έργατης έξετέλεσε τὸ $\frac{1}{3}$, τὸ $\frac{1}{5}$ καὶ τὰ $\frac{3}{8}$ ἐνὸς ἔργου. Πόσον μέρος τοῦ ἔργου έξετέλεσε; ($\frac{109}{120}$).

7.—Έκαστον τετράδιον στοιχίζει $\frac{4}{5}$ τῆς δρχ. Πόσον πρέσει νὰ πωληθῆ διὰ νὰ δίδη τὸ καθένα κέρδος $\frac{1}{4}$ τῆς δραχμῆς; ($1\frac{1}{20}$).

2. Ἀσκήσεις καὶ προβλήματα προσθέσεως μικτῶν

Α'. Ἀσκήσεις

1.—Τρόπος προσθέσεως :

$$2\frac{4}{3} + 5\frac{3}{4} = 2\frac{8}{12} + 5\frac{9}{12} = 7\frac{17}{12} = 7 + 1\frac{5}{12} = 8\frac{5}{12}.$$

2.—Νὰ έκτελέσητε τὶς κάτωθι προσθέσεις :

Ὅμας Α'.

$$2\frac{2}{3} + 5\frac{3}{4} =$$

$$7\frac{3}{4} + \frac{5}{6} =$$

$$5\frac{3}{4} + 8\frac{5}{8} =$$

$$\frac{5}{12} + 10\frac{1}{8} =$$

$$10\frac{5}{6} + 25\frac{3}{5} =$$

$$15\frac{11}{14} + \frac{24}{42} =$$

$$14\frac{1}{5} + 28\frac{7}{8} =$$

$$24\frac{5}{6} + 10\frac{7}{18} =$$

$$7\frac{5}{16} + 8\frac{1}{32} =$$

$$7\frac{4}{5} + 9\frac{5}{8} =$$

Ὅμας Β'.

$$15 \frac{6}{7} + 8 \frac{5}{6} + 20 \frac{15}{42} =$$

$$5 \frac{1}{4} + 7 \frac{2}{3} + 1 \frac{7}{8} =$$

$$18 \frac{15}{25} + 35 \frac{4}{5} + 78 \frac{25}{50} =$$

$$6 \frac{3}{4} + 2 \frac{1}{5} + 5 \frac{5}{6} =$$

$$60 \frac{15}{20} + 7 \frac{5}{10} + 48 \frac{30}{40} =$$

$$7 \frac{5}{8} + 12 \frac{1}{5} + 6 \frac{7}{10} =$$

$$10 \frac{7}{30} + 12 \frac{25}{40} + 9 \frac{50}{60} =$$

$$2 \frac{1}{2} + 5 \frac{1}{4} + 8 \frac{1}{5} + 6 \frac{7}{8} =$$

$$13 \frac{9}{16} + 15 \frac{15}{24} + 40 \frac{1}{12} =$$

$$6 \frac{1}{2} + 8 \frac{7}{12} + 35 \frac{3}{5} =$$

Β'. Προβλήματα.

1.—“Ένας εργάτης εργάζεται 4 $\frac{3}{4}$ ώρας π.μ. και 3 $\frac{15}{60}$ ώρας μ. μ. Πόσες ώρες εργάζεται την ημέραν; (8)

2.—“Ένας υπάλληλος έξοδεύει την ημέραν από το ήμερομίσθιόν του 35 $\frac{7}{10}$ δραχ. και έξοικονομεί 20 $\frac{3}{4}$ δραχ. μάς. Πόσον είναι το ήμερομίσθιόν του; (56 $\frac{9}{10}$).

3.—“Ένας σάκκος καφέ ζυγίζει 45 $\frac{5}{8}$ όκ. “Ένας άλλος 37 $\frac{3}{4}$ όκ. και ένας άλλος 59 $\frac{1}{2}$ όκ. Πόσα ζυγίζουν και οί 3 σάκκοι μαζί; (142 $\frac{7}{8}$).

4.—“Επλήρωσα σήμερα: διά ψωμί 24 $\frac{1}{2}$ δραχ. διά κρέας 62 $\frac{3}{5}$ δραχ.· διά ρύζι 8 $\frac{5}{10}$ δραχ. και διά βούτυρον 36 $\frac{1}{4}$ δραχ. Πόσα επέπληρωσα το όλον; (131 $\frac{17}{20}$).

5.—'Αγόρασα 3 τόπια χασέ· τὸ α'. εἶναι $45\frac{3}{10}$ μέτρα· τὸ β'. $50\frac{15}{100}$ μέτρα καὶ τὸ γ'. $60\frac{1}{4}$ μέτρα. Πόσα μέτρα χασέ εἶναι καὶ τὰ 3 τόπια; $(155\frac{7}{10})$.

6.—'Ενας σιτέμπορος ἐπλήρωσε γιὰ σιτάρι $850\frac{5}{10}$ δραχ· γιὰ τὴ μεταφορὰ του $25\frac{3}{4}$ δραχ· καὶ διὰ φόρον $10\frac{4}{5}$ δραχμάς. Πόσα πρέπει νὰ τὸ πωλήσῃ γιὰ νὰ κερδήσῃ καὶ $75\frac{1}{2}$ δραχμάς; $(962\frac{3}{4})$.

3. Ἀσκήσεις καὶ προβλήματα

προσθέσεως κλασμάτων, μικτῶν, δεκαδικῶν.

Α'. Ἀσκήσεις.

1. Τρόπος προσθέσεως :

$$\begin{aligned} \text{"Ἐστὼ: } & \frac{3}{5} + 6,5 + 7\frac{3}{4} + 0,4 = \frac{3}{5} + 6\frac{5}{10} + 7\frac{3}{4} + \frac{4}{10} = \\ & = \frac{4}{3} + 6\frac{10}{2} + 7\frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{12}{20} + 6\frac{10}{20} + 7\frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \\ & = 6 + 7 + \frac{12}{20} + \frac{10}{20} + \frac{15}{20} + \frac{8}{20} = 13\frac{45}{20} = 13\frac{9}{4} = \\ & = 13 + 2\frac{1}{4} = 15\frac{1}{4}, \end{aligned}$$

2.—Νὰ ἐκτελεσθοῦν αἱ κάτωθι προσθέσεις :

α) $15,04 + 16\frac{5}{6}$

δ) $35,205 + 150\frac{7}{8} + \frac{15}{20} =$

β) $28 + 7,15 + 12\frac{5}{20} =$

ε) $8\frac{5}{6} + 15,07 + 12 + \frac{10}{15} =$

$$\gamma) 26 + 10 \frac{5}{12} + 35, 6 + \frac{27}{36} = \text{στ) } \frac{5}{7} + 8, 5 + 7 \frac{3}{4} + 35 =$$

Β'. Προβλήματα.

1.— Έσοδεύω τὸν μῆνα ἀπὸ μίαν οἰκίαν $860 \frac{1}{2}$ δραχ., ἀπὸ ἄλλην 675 δραχ., ἀπὸ ἄλλην $1250,80$ δραχ. καὶ ἀπὸ ἄλλην $2560 \frac{4}{5}$ δραχ. Πόσα ἔσοδεύω τὸν μῆνα ἀπὸ τὰς 4 οἰκίας; $(5347 \frac{1}{10})$.

2.— Ἐνας ἔμπορος ἐπώλησε $4 \frac{1}{2}$ μέτρα, $7,5$ μέτρα, 3 μέτρα καὶ $15 \frac{3}{10}$ μέτρα ὑφάσματος. Πόσον ὑφάσμα ἐπώλησε τὸ ὅλον; $(27 \frac{3}{10})$.

3.— Ἀγόρασα ἓνα ἐμπόρευμα ἀντὶ $149 \frac{3}{4}$ δραχ.: διὰ τὴν μεταφορὰν τοῦ ἔδωσα $17 \frac{7}{10}$ δραχ.: ὕστερα τὸ ἐπώλησα καὶ ἐκέρδησα $24 \frac{4}{5}$ δραχίμας. Πόσον τὸ ἐπώλησα; $(192 \frac{1}{10})$.

4.— Ἐνα παιδί γεννήθηκε στὶς $5 \frac{1}{2}$ π. μ. ὥρας καὶ ἐξῆσε $4 \frac{3}{4}$ ὥρας. Ποιὰ ὥρα πέθανε; $(10 \frac{1}{4})$.

5.— Ἐπώλησα ἓνα ἀρνὶ $280,60$ δραχ. καὶ ζημιώθηκα $58 \frac{7}{10}$ δραχ. Πόσο τὸ εἶχα ἀγοράσει; $(339 \frac{3}{10})$.

6.— Εἰς τὸ σχολεῖον μας ἔγινε ἔρανος ὑπὲρ τῆς ἀεροπορίας μας· ἡ Α' τάξις προσέφερε $215 \frac{2}{5}$ δραχ., ἡ Β'.

$112\frac{1}{2}$ ή Γ'. $165\frac{1}{10}$ ή Δ'. 205 ή Ε' 260,50 και ή ΣΤ' $328\frac{1}{4}$ δραχ. Πόσας δραχ. προσέφερον ὄλαι αἱ τάξεις τοῦ σχολείου μας; $(1286\frac{3}{4})$.

7.—'Απὸ ἓνα τόπι ὑφάσματος ἐπώλησε ἓνας ὑφασματέμπορος $5\frac{1}{8}$ πήχεις, 4 πήχεις καὶ 5 ρούπια, καὶ $3\frac{1}{2}$ πήχεις. Πόσους πήχεις ἐπώλησε τὸ ὄλον; $(13\frac{2}{8})$.

8.—'Ενας βουτυρέμπορος ἀνέμιξε $25\frac{3}{4}$ ὀκ. βουτύρου πρώτης ποιότητος μὲ $14\frac{5}{8}$ ὀκ. βουτύρου δευτέρας ποιότητος καὶ μὲ $8\frac{1}{2}$ ὀκ. λίπους. Πόσον εἶναι τὸ μίγμα ποῦ ἔκαμε; $(47\frac{7}{8})$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε΄.

Ἀσκήσεις καὶ προβλήματα

ἀφαιρέσεως τῶν κλασμάτων.

Α'. Ἀκεραίου ἀπὸ μικτόν.

1.—Τρόπος.

$$8\frac{2}{3} - 5 = 3\frac{2}{3}.$$

2.—'Ασκήσεις.

$$7\frac{3}{4} - 3 = \quad 16\frac{1}{16} - 12 = \quad 210\frac{11}{20} - 47 =$$

$$9\frac{1}{2} - 5 = \quad 30\frac{17}{25} - 18 = \quad 502\frac{17}{30} - 434 =$$

$$10 \frac{2}{3} - 7 =$$

$$105 \frac{1}{5} - 38 =$$

$$700 \frac{5}{12} - 508 =$$

$$8 \frac{5}{6} - 4 =$$

$$112 \frac{5}{8} - 107 =$$

$$692 \frac{75}{100} - 458 =$$

3. Προβλήματα.

1.—Χρεωστούσα 120 $\frac{1}{2}$ δραχ., και ἐπλήρωσα 75 δραχ.

Πόσας χρεωστῶ τώρα ; (45 $\frac{1}{2}$).

2.—'Αγόρασα οἶνον ἀντὶ 1500 δραχμῶν και τὸν μετεπώλησε ἀντὶ 1700 $\frac{3}{4}$ δραχμῶν. Πόσας δραχμὰς ἐκέρδησα ;

(200 $\frac{3}{4}$).

3.—'Αγόρασα πατάτες πρὸς 6 $\frac{3}{5}$ δραχ. τὴν ὀκᾶ και τὰς ἐπώλησα πρὸς 6 δραχ. τὴν ὀκᾶ. Πόσον ζημιώθηκα ἀπὸ κάθε ὀκᾶν ; ($\frac{3}{5}$).

4.—'Ενας τυρέμπορος ἀγόρασε τυρὸν πρὸς 38 δραχ. τὴν ὀκᾶ και τὸν μετεπώλησε πρὸς 40 $\frac{7}{10}$ δραχ. τὴν ὀκᾶ.

Πόσον ἐκέρδησε ἀπὸ κάθε ὀκᾶ ; (2 $\frac{7}{10}$).

Β'. Κλάσματος ἀπὸ κλάσμα.

'Ομὰς Α'. (ὁμωνύμων).

1.—Τρόπος.

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}.$$

2.—'Ασκήσεις

$$\begin{array}{cccc} \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = & \frac{7}{6} - \frac{1}{2} = & \frac{7}{8} - \frac{5}{8} = & \frac{17}{20} - \frac{9}{10} = \\ \frac{5}{6} - \frac{2}{6} = & \frac{6}{7} - \frac{2}{7} = & \frac{8}{10} - \frac{5}{10} = & \frac{11}{15} - \frac{7}{15} = \\ \frac{5}{6} - \frac{3}{6} = & \frac{5}{7} - \frac{3}{7} = & \frac{11}{20} - \frac{7}{20} = & \frac{27}{35} - \frac{18}{35} = \end{array}$$

Όμας Β'. (έτερονόμων) (*)

1.—Τρόπος :

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{8} = \frac{\frac{4}{4}}{5} - \frac{\frac{5}{1}}{4} = \frac{16}{20} - \frac{5}{20} = \frac{11}{20}$$

2.—'Ασκήσεις

$$\begin{array}{ll} \alpha) \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = & \beta) \frac{7}{8} - \frac{5}{24} = \\ \frac{1}{5} - \frac{1}{20} = & \frac{3}{4} - \frac{1}{16} = \\ \frac{1}{6} - \frac{1}{24} = & \frac{11}{12} - \frac{7}{36} = \\ \gamma) \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = & \delta) \frac{4}{5} - \frac{3}{8} = \\ \frac{1}{5} - \frac{1}{8} = & \frac{7}{9} - \frac{5}{12} = \\ \frac{1}{15} - \frac{1}{20} = & \frac{5}{6} - \frac{2}{7} = \\ \frac{1}{12} - \frac{1}{30} = & \frac{24}{30} - \frac{25}{40} = \end{array}$$

(*) ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ:—Τὰ έτερόνομα κλάσματα τρέπονται εις όμόνομα όπως και εις την πρόσθεσιν.

Γ'. Κλάσματος από ακέραιον

1.—Τρόπος.

$$\alpha) 6 - \frac{3}{4} = \frac{24}{4} - \frac{3}{4} = \frac{21}{4} = 5 \frac{1}{4}.$$

$$\beta) 6 - \frac{3}{4} = 5 \frac{4}{4} - \frac{3}{4} = 5 \frac{1}{4}.$$

2.—'Ασκήσεις.

$$\alpha) 1 - \frac{1}{2} = \quad \beta) 13 - \frac{4}{5} = \quad \gamma) 4 - \frac{1}{5} =$$

$$1 - \frac{1}{3} = \quad 30 - \frac{7}{10} = \quad 6 - \frac{2}{3} =$$

$$1 - \frac{3}{4} = \quad 15 - \frac{11}{15} = \quad 8 - \frac{5}{6} =$$

$$1 - \frac{150}{250} = \quad 100 - \frac{35}{37} = \quad 50 - \frac{7}{20} =$$

Δ'. Κλάσματος από μικτόν

1.—Τρόπος α'.

$$5 \frac{2}{3} - \frac{1}{8} = 5 \frac{6}{8} - \frac{1}{8} = 5 \frac{5}{8}.$$

Τρόπος β'.

$$5 \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{23}{4} - \frac{5}{8} = \frac{46}{8} - \frac{5}{8} = \frac{41}{8} = 5 \frac{1}{8}.$$

2.—'Ασκήσεις:

$$\alpha) 6 \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \quad 8 \frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$$

$$15 \frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \quad 7 \frac{3}{5} - \frac{2}{5} =$$

$$\beta) \quad 5 \frac{1}{3} - \frac{1}{4} =$$

$$8 \frac{5}{7} - \frac{1}{8} =$$

$$9 \frac{7}{8} - \frac{5}{9} =$$

$$10 \frac{15}{20} - \frac{3}{5} =$$

$$\gamma) \quad 5 \frac{2}{5} - \frac{3}{4} =$$

$$\delta) \quad 6 \frac{1}{5} - \frac{1}{3} =$$

$$6 \frac{5}{9} - \frac{1}{3} =$$

$$10 \frac{2}{5} - \frac{3}{4} =$$

$$4 \frac{1}{6} - \frac{3}{8} =$$

$$8 \frac{5}{8} - \frac{4}{5} =$$

$$12 \frac{6}{7} - \frac{2}{3} =$$

$$12 \frac{5}{9} - \frac{6}{7} =$$

3.—Προβλήματα,

Ὅμας Α΄.

1.—Μιά μοδίστα χρειάζεται $\frac{7}{8}$ τοῦ πήχεως κορδέλλας, ἔχει ὅμως $\frac{2}{8}$ τοῦ πήχεως. Πόσῃν χρειάζεται ἀκόμη;
($\frac{5}{8}$).

2.—Ἀγόρασα $\frac{1}{2}$ τῆς ὀκάς τυρι καὶ ἔφαγα ἀπ' αὐτό $\frac{2}{8}$ τῆς ὀκάς. Πόσο μοῦ ἔμεινε;
($\frac{1}{4}$).

3.—Ἀπὸ $\frac{7}{10}$ τοῦ μέτρου ταντέλλα, ποῦ εἶχεν ἡ Κική μεταχειρίσθηκε γιὰ τὴν κούκλα τῆς τὰ $\frac{20}{100}$ τοῦ μέτρου. Πόση τῆς ἔμεινε;
($\frac{1}{2}$).

4.—Ἡ Μαρία ἔδωσε σήμερα σ' ἓνα πτωχὸ $\frac{3}{4}$ τῆς

δραχμῆς καὶ σ' ἓνα ἄλλο $\frac{2}{5}$ τῆς δραχμῆς. Σὲ ποιὸν ἔδωκε περισσότερο καὶ πόσο; (Εἰς τὸν α'. $\frac{7}{20}$).

5.—Εἶπα στὸν κρεοπώλη νὰ μοῦ κόψη $\frac{3}{8}$ τῆς ὀκάς κρέας, ἀλλ' αὐτὸς μοῦ ἔκοψε $\frac{375}{400}$ τῆς ὀκάς. Πόσο περισσότερο μοῦ ἔκοψε; ($\frac{9}{16}$).

6.—Ποιὸν ἀριθμὸ πρέπει νὰ προσθέσωμε στὸ κλάσμα $\frac{3}{8}$ γιὰ νὰ λάβωμε ἄροισμα $\frac{7}{9}$ ($\frac{29}{72}$).

Ὅμας Β'.

1.—'Απὸ 11 δρχ. ποῦ εἶχα ἐξώδευσα τὰ $\frac{5}{10}$ τῆς δρχ. Πόσες δραχμὲς ἔχω τώρα; ($10\frac{1}{2}$).

2.—'Απὸ 4 ὀκ. λάδι ἐξωδεύσαμε τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκάς. Πόσο μᾶς ἔμεινε; ($3\frac{1}{4}$ ὀκ.).

3.—'Απὸ 8 πήχεις χασέ ἐπωλήθηκαν $\frac{7}{8}$ τοῦ πήχεως. Πόσος ἔμεινε; ($7\frac{1}{8}$).

4.—'Ενας ἐργάτης ἐξετέλεσε τὰ $\frac{5}{6}$ ἐνὸς ἔργου, τὸ ὑπόλοιπον δὲ ἄλλος ἐργάτης. Τί μέρος τοῦ ἔργου ἐξετέλεσεν ὁ δεύτερος; ($\frac{1}{6}$).

5.—Παντοπώλης πωλεῖ ἔνεκα βλάβης τὶς ἐλιές μὲ ζημίαν $\frac{4}{5}$ τῆς δρχ. κατ' ὀκᾶν, ἐνῶ τὶς εἶχεν ἀγοράσει

28 δραχ. Πόσον πωλεί την όκάν; $(27\frac{1}{5})$.

Όμάς Γ.

1.—Ένα καλάθι γεμάτο μήλα ζυγίζει $15\frac{5}{8}$ όκ. Το απόβαρόν του είναι $\frac{3}{4}$ όκ. Πόσες όκάδες μήλα περιέχει; $(14\frac{7}{8})$.

2.—Είχα $2\frac{1}{5}$ δραχ. κι έδωσα για 1 πενάκι $\frac{1}{2}$ της δραχ. Πόσα έχω τώρα; $(1\frac{7}{10})$.

3.—Από $5\frac{1}{2}$ μέτρα κορδέλλα, που είχεν ή Κατίνα, μεταχειρίσθηκε $\frac{7}{10}$ του μέτρου. Πόσην έχει τώρα; $(4\frac{8}{10})$.

4.—Από $10\frac{1}{8}$ πήχεις χασέ έπώλησεν ένας έμπορος $\frac{5}{8}$ πήχ. Πόσον έχει τώρα; $(9\frac{4}{8})$.

5.—Τυρέμπορος πωλεί την όκάν τυροϋ προς $40\frac{1}{2}$ δραχ. και κερδίζει $\frac{4}{5}$ της δραχ. από κάθε όκά. Πόσον είχει αγοράσει την όκά; $(39\frac{7}{10})$.

Ε. Μικτοϋ από μικτόν.

1.—Τρόπος α'.

$$6\frac{\frac{5}{2}}{3} - 2\frac{\frac{3}{3}}{5} = 6\frac{10}{15} - 2\frac{9}{15} = 4\frac{1}{15}$$

2.—Τρόπος β'.

$$6 \frac{2}{3} - 2 \frac{3}{5} = \frac{5}{3} - \frac{3}{5} = \frac{100}{15} - \frac{39}{15} = \frac{61}{15} = 4 \frac{1}{15}.$$

3.—'Ασκήσεις.

$$7 \frac{3}{5} - 2 \frac{1}{2} = \quad 8 \frac{2}{3} - 2 \frac{1}{5} = \quad 10 \frac{7}{8} - 6 \frac{5}{32}.$$

$$8 \frac{5}{6} - 3 \frac{2}{6} = \quad 6 \frac{3}{7} - 3 \frac{4}{5} = \quad 12 \frac{11}{20} - 4 \frac{17}{30} =$$

$$12 \frac{2}{8} - 7 \frac{5}{8} = \quad 5 \frac{2}{9} - 2 \frac{5}{6} = \quad 25 \frac{7}{20} - 14 \frac{11}{15} =$$

$$6 \frac{5}{7} - 4 \frac{6}{7} = \quad 8 \frac{6}{7} - 4 \frac{4}{5} = \quad 40 \frac{7}{8} - 28 \frac{5}{20} =$$

ΣΤ'. Μικτού από άκέραιον.

1.—Τρόπος α': $7 - 4 \frac{5}{8} = 6 \frac{8}{8} - 4 \frac{5}{8} = 2 \frac{3}{8}.$

Τρόπος β': $7 - 4 \frac{5}{8} = \frac{56}{8} - \frac{37}{8} = \frac{19}{8} = 2 \frac{3}{8}.$

2.—'Ασκήσεις :

$$4 - 1 \frac{1}{5} = \quad 10 - 4 \frac{5}{8} = \quad 2 - 1 \frac{1}{15} =$$

$$6 - 2 \frac{2}{3} = \quad 15 - 8 \frac{3}{5} = \quad 25 - 10 \frac{5}{7} =$$

$$7 - 4 \frac{5}{7} = \quad 102 - 35 \frac{5}{12} = \quad 30 - 20 \frac{4}{10} =$$

$$8 - 5 \frac{3}{4} = \quad 31 - 7 \frac{5}{6} = \quad 200 - 75 \frac{45}{81} =$$



3.—Προβλήματα :

‘Ομάς Α’.

1.—“Ένα βαρέλι γεμάτο λάδι ζυγίζει $45 \frac{3}{8}$ όκ. το απόβαρό του είναι $7 \frac{1}{2}$ όκ. Πόσος είναι ό οίνος ;
($37 \frac{7}{8}$).

2.—‘Από ένα τόπι ύφασματος $38 \frac{2}{5}$ μέτρων έπωλήθησαν $4 \frac{1}{2}$ μέτρα. Πόσον ύφασμα έμεινε στο τόπι; ($33 \frac{9}{10}$).

3.—Δι’ έν βιβλίον άξιας $30 \frac{1}{4}$ δραχμών έπλήρωσα $25 \frac{5}{10}$ δραχ. Πόσα χρεωστώ ; ($4 \frac{3}{4}$).

4.—Είς έμπορος πωλών έν ύφασμα προς $280 \frac{7}{10}$ δραχμ. τον πήχυν κερδίζει $18 \frac{4}{5}$ δραχ. από κάθε πήχυν. Πόσον ειχεν αγοράσει τον πήχυν ; ($259 \frac{4}{5}$).

5.—“Ένα μάθημα αρχίζει στις $9 \frac{1}{2}$ ώρας π. μ. και τελειώνει στις $11 \frac{3}{4}$ ώρες π. μ. Πόσο διαρκεί ; ($2 \frac{1}{4}$).

6.—Τό άθροισμα δύο αριθμών είναι $11 \frac{2}{3}$. ό ένας απ’ αυτούς είναι $5 \frac{7}{8}$. Ποιος είναι ό άλλος ; ($5 \frac{19}{24}$).

‘Ομάς Β’.

1.—‘Εχρεώστουν 505 δραχ. και έπλήρωσα $308 \frac{3}{5}$. Πόσας χρεωστώ ακόμη ; ($196 \frac{2}{5}$).

2.—Ένας γεωργός έκαμε 10.000 όκ. σίτου και έπώλησε τις 1101 $\frac{1}{4}$ όκ. Πόσος σίτος τοϋ έμεινε ; ($8898\frac{3}{4}$).

3.—Ένας παντοπώλης πωλει το λάδι ένεκα βλάβης με ζημίαν 5 $\frac{1}{2}$ δραχ. την όκά, το ειχε δε αγοράσει προς 30 δραχ. την όκά. Πόσον πωλει την όκά ; ($24\frac{1}{2}$).

4.—Άγόρασα ένα οικόπεδο άντι 25400 $\frac{4}{5}$ δραχ. και το μετεπώλησα άντι 30000 δραχμῶν. Πόσον έκέρδησα ; ($4599\frac{1}{5}$).

5.—Σήμερα άρχισα τη δουλειά μου στις 8 $\frac{1}{2}$ π. μ. ώρας και τελείωσα το μεσημέρι. Πόσες ώρες ειργάσθηκα ; ($3\frac{1}{2}$).

6.—Το άθροισμα δύο αριθμῶν είναι 25· ό ένας έξ αυτών είναι 15 $\frac{3}{4}$ Ποιός είναι ό άλλος ; ($10\frac{1}{4}$).

7.—Ποιον αριθμόν πρέπει να προσθέσω στον 25 $\frac{5}{9}$ για να γίνει 40 ; ($14\frac{4}{9}$).

Ζ'. Κλάσματος ή μικτοϋ από δεκαδικόν και δεκαδικού από κλάσμα ή μικτόν.

1.—Τρόπος: (ό δεκαδικός τρέπεται σε κλάσμα ή μικτόν.

$$\alpha) \quad 5,7 - 2\frac{2}{3} = 5\frac{\frac{3}{10}}{7} - 2\frac{\frac{2}{3}}{3} = 5\frac{21}{30} - 2\frac{20}{30} = 3\frac{1}{30}.$$

$$\beta) \quad \frac{5}{6} - 0,3 = \frac{5}{6} - \frac{3}{10} = \frac{25}{30} - \frac{9}{30} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$

2.—'Ασκήσεις:

$$0,7 - \frac{5}{8} = \quad \quad \quad 7,2 - 4\frac{1}{2} =$$

$$8,25 - \frac{7}{10} = \quad \quad \quad 15,4 - 2\frac{3}{4} =$$

$$6,30 - 3\frac{1}{5} = \quad \quad \quad 0,9 - \frac{1}{3} =$$

$$8,05 - 4\frac{32}{50} = \quad \quad \quad 0,975 - \frac{10}{800} =$$

$$\frac{7}{8} - 0,3 = \quad \quad \quad 8\frac{1}{2} - 6,7 =$$

$$\frac{5}{6} - 0,04 = \quad \quad \quad 10\frac{7}{20} - 7,14 =$$

$$\frac{1}{2} - 0,02 = \quad \quad \quad 8\frac{40}{50} - 5,025 =$$

$$\frac{3}{4} - 0,45 =$$

3.—Προβλήματα:

1.—'Από ένα τόπι χασέ 25,25 μέτρων έπωλήσαμε $\frac{3}{4}$ του μέτρου. Πόσος χασές έμεινε στο τόπι; $(24\frac{1}{2})$.

2.—'Αγόρασα ένα βιβλίο 50,60 δρχ. και το μετεπώλησα με ζημίαν $15\frac{3}{4}$ δρχ. Πόσας δρχ. έλαβα; $(34\frac{17}{20})$.

3.—'Αγόρασα τυρί 36,75 δρχ. την όκᾶ και το μετεπώλησα προς $34\frac{1}{2}$ δρχ. Πόσο ζημιώθηκα από κάθε όκᾶ;

$(2\frac{1}{4})$.

4.—Ένας βιβλιοπώλης πωλεί τὸ πενάκι πρὸς $\frac{9}{10}$ τῆς δρχ., ἐνῶ τὸ εἶχε ἀγοράσει 0,50 δρχ. Πόσον κερδίζει ἀπ' τὸ καθένα; $(\frac{2}{5})$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΣΤ'.

**Ἀσκήσεις καὶ προβλήματα
πολλαπλασιασμοῦ τῶν κλασμάτων.**

**Α'. Κλάσματος ἐπὶ ἀκέραιον
καὶ ἀκεραίου ἐπὶ κλάσμα.**

α) Κλάσματος ἐπὶ ἀκέραιον.

1.—Τρόπος: $\frac{3}{4} \times 8 = \frac{3 \times 8}{4} = \frac{24}{4} = 6$.

Διότι: $\frac{3}{4} \times 8 = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$

$+ \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3+3+3+3+3+3+3+3}{4} = \frac{3 \times 8}{4} = \frac{24}{4} = 6$.

2.—Ἀσκήσεις:

$\frac{1}{2} \times 8 =$ $\frac{3}{8} \times 2 =$ $\frac{11}{33} \times 9 =$ * $\frac{1}{2} \times 2 =$

$\frac{2}{3} \times 6 =$ $\frac{7}{10} \times 4 =$ $\frac{4}{25} \times 50 =$ $\frac{2}{3} \times 3 =$

$\frac{4}{7} \times 7 =$ $\frac{1}{5} \times 3 =$ $\frac{11}{20} \times 60 =$ $\frac{3}{4} \times 4 =$

$\frac{7}{8} \times 10 =$ $\frac{2}{11} \times 5 =$ $\frac{20}{30} \times 15 =$ $\frac{11}{12} \times 12 =$

β) Ἀκεραίου ἐπὶ κλάσμα:

1.—Τρόπος: $8 \times \frac{1}{2} = \frac{8 \times 1}{2} = \frac{8}{2} = 4$.

(*) ΣΗΜ.—Πᾶν κλάσμα πολλαπλασιαζόμενον ἐπὶ τὸν παρανομαστήν του δίδει γινόμενον τὸν ἀριθμητήν του.

$$\text{Διότι: } 8 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 8 = \frac{1 \times 8}{2} = \frac{8}{2} = 4.$$

2.—'Ασκήσεις:

$$8 \times \frac{1}{4} = \quad 5 \times \frac{3}{4} = \quad 2 \times \frac{1}{4} = \quad 15 \times \frac{1}{3} =$$

$$9 \times \frac{2}{3} = \quad 8 \times \frac{4}{5} = \quad 3 \times \frac{2}{7} = \quad 30 \times \frac{11}{15} =$$

$$7 \times \frac{5}{8} = \quad 12 \times \frac{5}{6} = \quad 4 \times \frac{3}{10} = \quad 36 \times \frac{5}{9} =$$

$$15 \times \frac{5}{8} = \quad 25 \times \frac{10}{11} = \quad 8 \times \frac{5}{12} = \quad 80 \times \frac{3}{4} =$$

Β'. Μικτοῦ ἐπὶ ἀκέραιον καὶ ἀκεραίου ἐπὶ μικτόν.

α) Μικτοῦ ἐπὶ ἀκέραιον.

1. — Τρόπος : $6 \frac{2}{3} \times 4 = \frac{20}{3} \times 4 = \frac{80}{3} = 26 \frac{2}{3}.$

2.—'Ασκήσεις:

$$2 \frac{1}{3} \times 2 = \quad 10 \frac{1}{5} \times 4 = \quad 5 \frac{2}{3} \times 10 =$$

$$4 \frac{3}{5} \times 3 = \quad 25 \frac{3}{8} \times 6 = \quad 8 \frac{1}{2} \times 50 =$$

$$8 \frac{5}{7} \times 5 = \quad 40 \frac{7}{10} \times 5 = \quad 7 \frac{3}{4} \times 15 =$$

$$9 \frac{5}{6} \times 7 = \quad 5 \frac{1}{2} \times 10 = \quad 12 \frac{2}{5} \times 25 =$$

β) 'Ακεραίου ἐπὶ μικτόν.

1.— Τρόπος : $4 \times 8 \frac{3}{5} = 4 \times \frac{43}{5} = \frac{172}{5} = 34 \frac{2}{5}.$

2.—'Ασκήσεις :

$$4 \times 2 \frac{1}{2} = \quad 15 \times 10 \frac{3}{4} = \quad 8 \times 1 \frac{1}{2} =$$

$$7 \times 3 \frac{4}{5} =$$

$$30 \times 20 \frac{1}{5} =$$

$$24 \times 2 \frac{1}{4} =$$

$$5 \times 8 \frac{4}{7} =$$

$$27 \times 36 \frac{2}{3} =$$

$$100 \times 4 \frac{1}{10} =$$

$$7 \times 4 \frac{5}{6} =$$

$$40 \times 8 \frac{1}{20} =$$

$$350 \times 9 \frac{1}{11} =$$

Γ'. Προβλήματα:

Όμιλος Α'.

1.—Πόσας δραχ. θα δώσω δια 35 τετράδια, εάν τὸ 1 τετράδιον τιμᾶται $\frac{7}{10}$ τῆς δραχ.;

Λύσης:

Τὸ 1 τετρ. τιμᾶται $\frac{7}{10}$ τῆς δραχμῆς

τὰ 2 » » $\frac{7}{10} \times 2$ » »

» 3 » » $\frac{7}{10} \times 3$ » »

» 35 » » $\frac{7}{10} \times 35 = \frac{7 \times 35}{10} = \frac{245}{10} =$
 $= \frac{49}{2} = 24 \frac{1}{2}$ δραχμάς.

2.—Πόσα θα πληρώσω για 15 πήχεις σχοινί, εάν ὁ 1 πήχυς αὐτοῦ πωληται $\frac{4}{5}$ τῆς δραχμῆς; (12).

3.—Δι' $\frac{1}{10}$ τοῦ μέτρου σχοινί ἐπλήρωσα $\frac{4}{5}$ τῆς δραχμῆς. Πόσον θα πληρώσω δια $\frac{5}{10}$ τοῦ μέτρου; (4).

4.—Ὁ 1 ἐμπορικὸς πήχυς εἶναι $\frac{64}{100}$ τοῦ μέτρου. Πόσα μέτρα εἶναι 5 πήχεις; (3,20)

5.—Ὁ 1 τεκτονικὸς πήχυς εἶναι $\frac{75}{100}$ (ἤτοι $\frac{3}{4}$) τοῦ

μέτρου. Πόσα μέτρα είναι 7 τεκτ. πήχεις; $(5\frac{1}{4})$.

6.—'Ο 1 τετρ. τεκτ. πήχυς είναι τὸ $\frac{9}{16}$ τοῦ τετρ. μέτρου. Πόσα τετρ. μέτρα είναι 32 τετρ. τεκτ. πήχεις; (18).

7.— Δι' $\frac{1}{8}$ τῆς ὀκᾶς ἄλατος ἐπλήρωσα $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς. Πόσον θὰ πληρώσω διὰ $\frac{6}{8}$ τῆς ὀκᾶς τούτου; $(4\frac{1}{2})$

8.— Δι' $\frac{1}{4}$ τῆς ὀκᾶς κολοκυθάκια ἐπλήρωσα $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς. Πόσο θὰ πληρώσω διὰ 1 ὀκᾶν; (3)

9.—'Ο πήχυς ἑνὸς ὑφάσματος πωλεῖται 120 δραχ. Πόσον θὰ δώσω δι' $\frac{6}{8}$ τοῦ πήχεως; (90)

10.— Πόσα δράμια είναι τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκᾶς; (300)

11.— Πόσα λεπτὰ είναι τὰ $\frac{7}{10}$ τῆς δραχμῆς; (70)

12.— Εἶχα 24000 δραχ. καὶ ἐξώδευσα τὰ $\frac{3}{5}$ αὐτῶν. Πόσα ἐξώδευσα; (14400)

13.— Πόσο είναι τὰ $\frac{5}{8}$ τοῦ 240; (150)

Ἔμας Β΄.

1.—'Ενας ἐργάτης παίρνει $75\frac{2}{5}$ δραχ. τὴν ἡμέραν. Πόσα θὰ πάρῃ σὲ 1 μῆνα;

2.—'Ενας ὑπάλληλος παίρνει τὸν μῆνα 3500 $\frac{3}{5}$ δραχ. Πόσα παίρνει τὸ ἔτος; $(42007\frac{1}{5})$.

3.—'Η 1 ὀκά μῆλα πωλεῖται $28\frac{3}{4}$ δραχ. Πόσα θὰ δώσω γιὰ 8 ὀκάδες; (230).

4.—'Ο 1 πήχυς χασέ πωλεῖται $15\frac{3}{4}$ δραχ. Πόσο θὰ δώσω γιὰ 78 πήχεις; $(1228\frac{1}{2})$.

5.—'Η 1 ὀκά ξυλανθράκων τιμᾶται $3\frac{4}{5}$ δραχ. Πόσον τιμᾶται ὁ στατήρ; $(167\frac{1}{5})$.

6.—Τὸ $\frac{1}{4}$ τῆς ὀκάς τυροῦ ἀξίζει $9\frac{1}{2}$ δραχ. Πόσον ἀξίζει 1 ὀκά; (38).

7.—Τὸ $\frac{1}{8}$ τοῦ πήχεως ἑνὸς ὑφάσματος τιμᾶται $6\frac{1}{4}$ δραχ. Πόσον τιμᾶται ὁ πήχυς; (50).

8.—Πόσες ὀκάδες κάρβουνα εἶναι $8\frac{3}{4}$ στατήρες κάρβουνα; (375)

9.—Γιὰ 1 ὑποκάμισσο χρειάζονται $4\frac{5}{8}$ πήχεις ὑφάσματος. Πόσο ὑφασμα θὰ χρειασθῆ γιὰ 10 ὑποκάμισσα; $(46\frac{1}{4})$.

10.—1 μέτρον εἶναι $1\frac{9}{16}$ ἔμπορικοὶ πήχεις. Πόσοι πήχεις ἔμπορικοὶ εἶναι 25 μέτρα; $(39\frac{1}{16})$.

11.—'Εν ἀτμόπλοιον τρέχον τὴν ὥραν 12 μίλλια διέτρεξε τὴν ἀπόστασιν Πειραιῶς—Βόλου εἰς $16\frac{1}{4}$ ὥρας. Πόση εἶναι ἡ ἀπόστασις αὕτη; (195).

Δ'. Κλάσματος ἐπὶ κλάσμα.

1.—Τρόπος: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

2.—'Ασκήσεις :

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{11}{20} \times \frac{10}{15} = \frac{30}{40} \times \frac{50}{100} =$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{8} \times \frac{5}{6} = \frac{14}{20} \times \frac{7}{8} = \frac{17}{34} \times \frac{5}{10} =$$

$$\frac{1}{8} \times \frac{1}{7} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{8} = \frac{25}{40} \times \frac{1}{2} = \frac{240}{400} \times \frac{72}{81} =$$

3.—Προβλήματα :

1.—Ποῖον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, τοῦ ὁποῖου ἡ βᾶσις εἶναι $\frac{1}{2}$ τοῦ μέτρου, τὸ δὲ ὕψος $\frac{3}{10}$ τοῦ μέτρου; $(\frac{4}{10})$.

2.—Ποῖον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς παραλληλογράμμου, τοῦ ὁποῖου ἡ μὲν βᾶσις εἶναι $\frac{75}{100}$ τοῦ μέτρου, τὸ δὲ ὕψος $\frac{7}{10}$ τοῦ μέτρου; $(\frac{21}{40})$.

3.—'Ο τεκτονικὸς πῆχυς εἶναι τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ μέτρου. Ποῖον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραγωνικοῦ τεκτονικοῦ πῆχως; $(\frac{9}{16})$.

**Ε'. Μικτοῦ ἐπὶ κλάσμα
καὶ κλάσματος ἐπὶ μικτόν.**

α'. Μικτοῦ ἐπὶ κλάσμα :

1.—Τρόπος :

$$2\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{11}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{11 \times 2}{4 \times 3} = \frac{22}{12} = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$$

2.—'Ασκήσεις :

$$3\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} =$$

$$3\frac{2}{5} \times \frac{25}{30} =$$

$$10\frac{5}{7} \times \frac{10}{11} =$$

$$4\frac{2}{5} \times \frac{1}{2} =$$

$$7\frac{3}{4} \times \frac{11}{12} =$$

$$12\frac{3}{10} \times \frac{7}{8} =$$

$$2\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} =$$

$$10\frac{5}{6} \times \frac{32}{36} =$$

$$30\frac{1}{9} \times \frac{9}{10} =$$

$$5\frac{7}{8} \times \frac{4}{5} =$$

$$15\frac{3}{5} \times \frac{10}{11} =$$

$$22\frac{16}{40} \times \frac{27}{45} =$$

β'. Κλάσματος ἐπὶ μικτόν.

1.—Τρόπος :

$$\frac{4}{5} \times 5\frac{1}{2} = \frac{4}{5} \times \frac{11}{2} = \frac{4 \times 11}{5 \times 2} = \frac{44}{10} = \frac{22}{5} = 4\frac{2}{5}.$$

2.—'Ασκήσεις :

$$\frac{1^1}{2} \times 1\frac{1}{4} =$$

$$\frac{11^1}{12} \times 10\frac{7}{8} =$$

$$\frac{25}{50} \times 2\frac{36}{60} =$$

$$\frac{3^1}{5} \times 2\frac{5}{7} =$$

$$\frac{17}{20} \times 30\frac{2}{3} =$$

$$\frac{40}{125} \times 5\frac{1}{4} =$$

$$\frac{4}{9} \times 5\frac{1}{8} =$$

$$\frac{12}{23} \times 8\frac{3}{4} =$$

$$\frac{27}{36} \times 10\frac{4}{8} =$$

3. — Προβλήματα :

1.—'Η βάσις ἑνὸς ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου εἶναι $2\frac{5}{10}$ μέτρα, τὸ δὲ ὕψος τοῦ $\frac{7}{10}$ τοῦ μέτρου.

Πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ; $(1\frac{3}{4}).$

2.—1 μέτρον σχοινὶ τιμᾶται $\frac{4}{5}$ τῆς δραχ. Πόσον τιμῶνται $8\frac{1}{2}$ μέτρα τούτου; $(6,8).$

3.—Διὰ νὰ ἀγοράσω 1 πῆχυν νῆμα ἐπλήρωσα $\frac{4}{5}$ τῆς δραχμῆς. Πόσον θὰ δώσω διὰ $7\frac{1}{2}$ πῆχεις; (6)

4.—Κάποτε 1 ὀκᾶ πατάτες ἐτιμᾶτο $\frac{6}{10}$ τῆς δραχ.; Πόσον ἐτιμῶντο $12\frac{3}{4}$ ὀκάδες; (7,65).

5.—Ἐνας κρουνοὸς γεμίζει μὲ νερὸ εἰς 1 ὥραν τὰ $\frac{5}{40}$ μιᾶς δεξαμενῆς. Τί μέρος τῆς δεξαμενῆς ταύτης θὰ γεμίση εἰς $6\frac{1}{4}$ ὥρας; ($\frac{25}{32}$).

ΣΤ'. Μικτοῦ ἐπὶ μικτόν.

1.—Τρόπος:

$$2 \frac{2}{3} \times 3 \frac{3}{4} = \frac{8}{3} \times \frac{15}{4} = \frac{8 \times 15}{3 \times 4} = \frac{120}{12} = \frac{10}{1} = 10.$$

2.—Ἀσκήσεις:

$$2 \frac{1}{5} \times 3 \frac{1}{4} = \quad 3 \frac{1}{2} \times 2 \frac{2}{3} = \quad 12 \frac{3}{4} \times 8 \frac{2}{5} =$$

$$5 \frac{3}{4} \times 6 \frac{2}{3} = \quad 4 \frac{2}{5} \times 5 \frac{3}{4} = \quad 10) \frac{7}{9} \times 8 \frac{5}{7} =$$

$$4 \frac{5}{9} \times 9 \frac{3}{4} = \quad 5 \frac{7}{8} \times 6 \frac{3}{5} = \quad 20 \frac{5}{6} \times 10 \frac{11}{12} =$$

$$2 \frac{1}{2} \times 5 \frac{3}{7} = \quad 8 \frac{2}{3} \times 10 \frac{7}{8} = \quad 30 \frac{36}{48} \times 4 \frac{40}{60} =$$

3.—Προβλήματα:

1.—Πόσες δραχμὲς θὰ δώσω γιὰ $18\frac{5}{8}$ πῆχεις ἑνὸς ὑφάσματος, τοῦ ὁποίου ὁ πῆχυς τιμᾶται $240\frac{4}{5}$ δραχμὲς;

Λύσις :

Ὁ 1 πήχυς τιμᾶται $240 \frac{4}{5}$ δραχμᾶς

Οἱ 2 πήχεις τιμῶνται $240 \frac{4}{5} \times 2$ δραχμᾶς

Οἱ 3 » » $240 \frac{4}{5} \times 3$ »

Οἱ $18 \frac{5}{8}$ πήχεις » $240 \frac{4}{5} \times 18 \frac{5}{8} = \frac{1204}{5} \times \frac{149}{8} =$

$$= \frac{1204 \times 149}{5 \times 8} = \frac{179792}{40} = \frac{44849}{10} = 4484,9 \text{ ἢ } 4484 \frac{9}{10} \text{ δραχμ.}$$

2.—Πόσον ἀξίζουν $17 \frac{3}{4}$ ὀκ. βουτύρου, ἂν ἡ 1 ὀκά αὐτοῦ ἀξίζη $92 \frac{4}{5}$ δραχ. ; (2647,2)

3.—Ἐνα βατόρι τρέχει τὴν ὥραν $13 \frac{1}{5}$ μίλλια. Πόσα θὰ τρέξη εἰς $7 \frac{3}{4}$ ὥρας ; (102,3).

4.—Μία ὑφάντρια ὑφαίνει $7 \frac{4}{8}$ πήχεις τὴν ἡμέραν. Πόσους πήχεις θὰ ὑφάνη εἰς $7 \frac{1}{2}$ ἡμέρας ; $(56 \frac{2}{8})$.

5.—Ἄν ἡ ὀκά τῶν ἐλαίων πωληται $27 \frac{1}{2}$ δραχ. ; Πόσα θὰ δώσω διὰ $5 \frac{1}{2}$ ὀκ. ; (149,60).

Ζ'. Ὁ εἰς παράγων δεκαδικός.

1.—Τρόπος : (*)

$$\alpha) \frac{3}{5} \times 2,5 = \frac{3 \times 2,5}{5} = \frac{7,5}{5} = 1,5.$$

(*) ΣΗΜ. Ὅταν ὁ εἰς παράγων εἶναι δεκαδικός, κάμνομεν ὅ,τι καὶ ὅταν ὁ εἰς παράγων εἶναι ἀκέραιος, θέτοντες εἰς τὸ γινόμενον ὅπου, πρέπει, τὴν ὑποδιαστολήν.

Ἄλλὰ δυνάμεθα καὶ ἄλλως νὰ κάνωμεν· νὰ τρέψωμεν τὸν δεκαδικὸν σὲ κλάσμα καὶ κατόπιν κάμνομεν κατὰ τὰ γνωστά.

ΚΩΝ. ΚΩΝΣΤΑΝΤΑ, Τάξις Ε' ἔκδ. Α'.

$$\eta \frac{3}{5} \times 2,5 = \frac{3}{5} \times 2 \frac{5}{10} = \frac{3}{5} \times \frac{25}{10} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{10} = 1,5.$$

$$\beta) 4,12 \times 2 \frac{1}{2} = 4,12 \times \frac{5}{2} = \frac{4,12 \times 5}{2} = \frac{20,60}{2} = 10,30 = 10,3.$$

$$\eta 4,12 \times 2 \frac{1}{2} = 4 \frac{12}{100} \times 2 \frac{1}{2} = 4 \frac{3}{25} \times 2 \frac{1}{2} = \frac{103}{25} \times \frac{5}{2} = \frac{515}{50} = \frac{103}{10} = 10,3.$$

2.—'Ασκήσεις :

$$\frac{1}{2} \times 0,5 = \quad 0,6 \times \frac{1}{4} = \quad 8 \frac{1}{2} \times 0,8 = \quad 0,7 \times 3 \frac{1}{5} =$$

$$\frac{3}{5} \times 0,15 = \quad 5,4 \times \frac{7}{9} = \quad 2 \frac{3}{4} \times 0,25 = \quad 5,6 \times 6 \frac{1}{4} =$$

$$\frac{5}{9} \times 2,105 = \quad 8,55 \times \frac{3}{4} = \quad 5 \frac{4}{5} \times 7,215 = \quad 6,05 \times 7 \frac{4}{7} =$$

$$\frac{5}{8} \times 7,6 = \quad 10,25 \times \frac{10}{11} = \quad 12 \frac{5}{6} \times 0,325 = \quad 10,104 \times 8 \frac{5}{12} =$$

3.—Προβλήματα :

1.—Γιὰ κάθε ώρα ἐργασίας πληρώνεται ἕνας ἐργάτης 12,50 δραχ. Πόσα θὰ πληρωθῆ γιὰ $8 \frac{1}{2}$ ὥρας; (106,25).

2.—Πόσες δραχμὲς θὰ δώσω γιὰ 4,75 μέτρα φόδρας; ἂν τὸ 1 μέτρον αὐτῆς πωλῆται $20 \frac{4}{5}$ δραχ.; (98,80).

3.—Ὁ ἐμπορικὸς πῆχυς εἶναι 0,64 τοῦ μέτρου; Πόσα μέτρα εἶναι $12 \frac{1}{2}$ ἐμπορικοὶ πήχεις; (8)

4.—Πόσες δραχμὲς θὰ δώσω γιὰ $30 \frac{3}{4}$ ὄκ.κάρβουνα, ἐὰν ἡ ὄκᾶ αὐτῶν πωλῆται 3,75 δραχ.; (147,60)

5.—Πόσα χιλιόμετρα διέτρεξε ἕνας σιδηρόδρομος σὲ $10 \frac{1}{2}$ ὥρας μὲ ταχύτητα 40,50 χιλιόμετρα; (425,25)

Η'. Γινόμενον πολλῶν παραγόντων.

α) Οἱ παράγοντες κλάσματα.

1.—Τρόπος εὐρέσεως: (1)

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times 4 \times 5 \times 3}{2 \times 5 \times 6 \times 4} = \frac{60}{240} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}.$$

2.—'Ασκήσεις:

$$\frac{5}{6} \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{8} =$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{7} \times \frac{5}{8} \times \frac{5}{6} = \frac{7}{8} \times \frac{5}{9} \times \frac{3}{4} \times \frac{10}{11} =$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{2}{7} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{9} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{5} =$$

β) Οἱ παράγοντες μικτοί:

1.—Τρόπος εὐρέσεως:

$$4 \frac{1}{2} \times 5 \frac{2}{3} \times 2 \frac{3}{4} = \frac{9}{2} \times \frac{17}{3} \times \frac{11}{4} = \frac{9 \times 17 \times 11}{2 \times 3 \times 4} = \frac{1683}{24} =$$

$$= \frac{561}{8} = 70 \frac{1}{8}.$$

2.—'Ασκήσεις:

$$4 \frac{1}{2} \times 5 \frac{5}{6} \times 6 \frac{2}{3} = 10 \frac{2}{3} \times 8 \frac{1}{2} \times 5 \frac{2}{5} \times 1 \frac{5}{8} =$$

$$7 \frac{5}{6} \times 2 \frac{1}{4} \times 3 \frac{4}{5} = 8 \frac{1}{4} \times 10 \frac{3}{5} \times 6 \frac{5}{7} \times 20 \frac{1}{2} =$$

$$1 \frac{1}{3} \times 3 \frac{2}{5} \times 6 \frac{1}{4} = 4 \frac{12}{18} \times 5 \frac{14}{21} \times 2 \frac{25}{50} \times 1 \frac{24}{32} =$$

(1) ΣΗΜ. Πολύ διευκολύνεται καὶ ἡ εὐρεσις τοῦ γινομένου πολλῶν παραγόντων, ἐὰν προηγουμένως γίνονται αἱ δυνατὰ ἀπλοποιήσεις.

γ) Οἱ παράγοντες διάφοροι :

1.—Τρόπος εὐρέσεως :

$$\frac{5}{7} \times 2 \times 4 \frac{2}{3} \times 4, 5 = \frac{5}{7} \times \frac{2}{1} \times \frac{14}{3} \times \frac{45}{10} = \frac{5}{7} \times \frac{2}{1} \times \frac{14}{3} \times \frac{9}{2} =$$

$$= \frac{5 \times 2 \times 14 \times 9}{7 \times 1 \times 3 \times 2} = \frac{6300}{350} = \frac{630}{35} = \frac{126}{7} = 18.$$

2.—'Ασκήσεις :

$$\frac{5}{7} \times 4 \frac{3}{8} \times 10 \times 0,15 = 0,5 \times 8 \times 3,25 \times 5 \frac{3}{4} =$$

$$4,25 \times \frac{4}{7} \times 6 \frac{1}{3} \times 2 = 4 \times 7,25 \times 11 \frac{4}{5} \times \frac{1}{10} =$$

$$30 \times 4 \frac{1}{2} \times 6,5 \times \frac{5}{8} = 0,08 \times \frac{3}{5} \times 7 \frac{1}{4} \times 2,05 =$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ζ'.

'Ασκήσεις καὶ προβλήματα

διαίρεσεως τῶν κλασμάτων

Α'. 'Ακεραίου δι' ἀκεραίου μεγαλυτέρου.

1.—Τρόπος τῆς διαίρεσεως.

"Ἐσω : $3 : 4 =$ (ἦτοι 3 μῆλα νὰ τὰ μοιρασθοῦν 4 παιδιά).

Φανερόν εἶναι ὅτι τὸ καθένα παιδί θὰ πάρῃ $\frac{1}{4}$. ἀπ' τὸ

καθένα μῆλο· ἀπ' τὰ 4 δὲ μῆλα θὰ πάρῃ

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

"Ὡστε τὸ πηλίκον τῆς διαίρεσεως $3 : 4$ εἶναι $\frac{3}{4}$.

'Αλλὰ τὸ κλάσμα $\frac{3}{4}$ παριστάνει (ὡς γνωστὸν) καὶ διαίρεσιν τοῦ ἀριθμητοῦ του διὰ τοῦ παρονομαστοῦ του· ἦτοι τὴν διαίρεσιν $3 : 4 =$

“Ὡστε πᾶν κλάσμα μᾶς παριστάνει :

α) Τὴν διαίρεσιν τοῦ ἀριθμητοῦ του διὰ τοῦ παρονομαστοῦ του καὶ

β) Τὸ πηλίκον τῆς διαιρέσεως ταύτης.

Τὸ πηλίκον λοιπὸν τῆς διαιρέσεως ἀκεραίου δι’ ἀκεραίου μεγαλυτέρου δυνάμεθα νὰ τὸ παριστάνωμεν ὡς κλάσμα μὲ ἀριθμητὴν τὸν διαιρετέον καὶ παρονομαστὴν τὸν διαιρέτην (*)

1.— Ἀσκήσεις :

α) Γράψατε τὰς κάτωθι διαιρέσεις καὶ ὡς κλάσματα :

$$2 : 3 = \quad 8 : 15 = \quad 1 : 2 =$$

$$3 : 4 = \quad 5 : 20 = \quad 5 : 8 =$$

$$4 : 5 = \quad 15 : 25 = \quad 4 : 8 =$$

$$5 : 7 = \quad 20 : 30 = \quad 3 : 5 =$$

$$7 : 9 = \quad 6 : 10 = \quad 45 : 50 =$$

β) Γράψατε τὰ πηλικά τῶν ἀνωτέρω διαιρέσεων :

γ) Γράψατε τὰς διαιρέσεις, ποὺ μᾶς παριστάνουν τὰ κλάσματα :

$$\frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{7}{5}, \frac{12}{10}, \frac{28}{18}, \frac{28}{36}, \frac{56}{72}, \frac{150}{200}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}.$$

δ) Ποιοὶ εἶναι οἱ διαιρετέοι καὶ ποιοὶ οἱ διαιρέται τῶν διαιρέσεων :

$$\frac{5}{9}, \frac{7}{11}, \frac{17}{20}, \frac{35}{40}, \frac{100}{150}, \frac{240}{380}, \frac{1}{4}, \frac{1}{7}, \frac{1}{25};$$

ε) Ποίων διαιρέσεων εἶναι πηλικά τὰ κλάσματα :

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{7}{9}, \frac{5}{6}, \frac{16}{20};$$

ΣΗΜ. * Ἄν δὲν θέλωμεν νὰ εὐρίσκωμεν τοῦτο ὡς δεκαδικὸν ἀριθμόν.

3.—Προβλήματα : (*)

Ὅμας Α'. (Μερισμοῦ).

1) Διὰ 5 λεμόνια ἐπλήρωσα 4 δραχμάς. Πόσον ἀξίζει τὸ καθένα ;

Λύσις :

Τὰ 5 λεμόνια ἀξίζουν 4 δραχ.

Τὸ 1 λεμόνι θ' ἀξίζει 5 φορές λιγώτερα. ἦτοι

$$4 : 5 = \frac{4}{5} \text{ δραχ.}$$

2).—Μὲ 2 δραχ. ἀγόρασα 8 βόλους· πόσο ἀγόρασα τὸν 1; $(\frac{1}{4})$.

3.—Γιὰ 6 μέτρα σχοινὶ ἐπλήρωσα 3 δραχ. Πόσον ἀγόρασα τὸ μέτρον; $(\frac{1}{2})$.

4.—Τὰ $\frac{5}{8}$ τῆς ὀκάς ντομάτας τιμῶνται 4 δραχ. Πόσον τιμᾶται τὸ $\frac{1}{8}$ αὐτῆς; $(\frac{4}{5})$.

Ὅμας Β'. (Μετρήσεως).

1.—Μὲ 5 δράχ. ἀγοράζω 1 ὀκᾶ πατάτες. Πόσες θ' ἀγοράσω μὲ 3 δραχμές;

Λύσις :

Μὲ 5 δραχ. ἀγοράζω 1 ὀκ.

Μὲ 10 δραχ. θ' ἀγοράσω 2 ὀκ. διότι ὁ 5 χωρεῖ 2 φορές στὰ 10.

Μὲ 15 δραχ. θ' ἀγοράσω 3 ὀκ. διότι ὁ 5 χωρεῖ 3 φορές στὰ 15.

Μὲ 3 δραχ. θ' ἀγοράσω τόσες, ὅσες φορές χωρεῖ ὁ 5 στὸ 3· ἦτοι $3 : 5 = \frac{3}{5}$ τῆς ὀκάς.

(*) ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ : Τὰ προβλήματα διαιρέσεως χωρίζομεν εἰς δύο ὁμάδας· ἡ πρώτη περιλαμβάνει, ὅσα λύνονται διὰ διαιρέσεως μερισμοῦ, ἡ δὲ δευτέρα, ὅσα λύνονται διὰ διαιρέσεως μετρήσεως. Καὶ τοῦτο, διότι τὰ προβλήματα ἐκάστης λύνονται δι' ἰδίας σκέψεως.

2.—Μὲ 8 δραχ. ἀγοράζω 1 ὄκ. ῥοδίτες. Πόσους θ' ἀγοράσω μὲ 5 δραχμῆς ; $(\frac{5}{8})$.

3.—Μὲ 20 δραχ. ἀγοράζω 1 ὄκᾶ φασόλια. Πόσα θ' ἀγοράσω μὲ 15 δραχμῆς ; $(\frac{3}{4})$.

4.—Μὲ 16 δραχ. ἀγοράζω 1 πῆχyu χασέ. Πόσο χασέ θ' ἀγοράσω μὲ 10 δραχμῆς ; $(\frac{5}{8})$.

Β'. Κλάσματος δι' ἀκεραίου. (*)

1.—Τρόπος διαιρέσεως :

$$\frac{4}{6} : 2 = \frac{4 : 2}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \cdot \text{ ἢ } \frac{4}{6} : 2 = \frac{4}{6 \times 2} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

2.—'Ασκήσεις

$$\frac{4}{5} : 2 = \quad \frac{10}{13} : 5 = \quad \frac{3}{4} : 2 = \quad \frac{10}{13} : 3 =$$

$$\frac{6}{7} : 3 = \quad \frac{16}{24} : 4 = \quad \frac{7}{8} : 5 = \quad \frac{11}{12} : 5 =$$

$$\frac{8}{9} : 4 = \quad \frac{18}{25} : 6 = \quad \frac{9}{10} : 4 = \quad \frac{13}{20} : 12 =$$

$$\frac{12}{15} : 6 = \quad \frac{20}{30} : 10 = \quad \frac{75}{100} : 6 = \quad \frac{24}{36} : 20 =$$

3.—Προβλήματα :

Ὅμας Α'. (Μερισμοῦ).

1. - 4 παιδιὰ μοιράσθησαν $\frac{4}{5}$ τῆς δραχμῆς. Πόσα

πῆρε τό καθένα ;

Λύσις :

Τὰ 4 παιδιὰ πῆραν $\frac{4}{5}$ τῆς δραχμῆς.

(*) ΣΗΜ. Καθὼς καὶ εἰς τὰς ἄλλας πράξεις τῶν κλασμάτων καὶ εἰς τὴν διαίρεσιν αὐτῶν καλὸν εἶναι νὰ γίνωνται πρότερον αἱ δυνατὰ ἀπλοποιήσεις αὐτῶν.

Τὸ 1 παιδί πῆρε 4 φορές λιγώτερο ἢτοι

$$\frac{4}{5} : 4 = \frac{4 : 4}{5} = \frac{1}{5}, \text{ ἢ } \frac{4}{5} : 4 = \frac{4}{5 \times 4} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}.$$

2.—Τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκάς χόρτου πρέκειται νὰ τὰ μοιράσωμε σὲ 2 γαϊδάρευς. Πόσο θὰ δάσωμε στὸν καθένα ; $(\frac{3}{8})$.

3.—3 παιδιὰ ἔχουν νὰ μοιρασθοῦν $\frac{6}{8}$ τῆς ὀκάς λουκούμια. Πόσα θὰ πάρη τὸ καθένα ; $(\frac{1}{4})$.

4.—Ἡ 1 ὀκά πάγου τιμᾶται $\frac{1}{2}$ τῆς δραχμῆς. Πόσον τιμᾶται τὸ $\frac{1}{10}$ αὐτῆς ; $(\frac{1}{20})$.

5.—Ἡ 1 ὀκά τοῦ ἄρτου ἐτιμᾶτο ἄλλοτε $\frac{2}{5}$ τῆς δρχ. Πόσον ἐτιμᾶτο τὸ $\frac{1}{8}$ αὐτῆς ; $(\frac{1}{20})$.

6.—Γιὰ 3 μῆλα ἐπλήρωσα $\frac{3}{5}$ τοῦ ταλλήρου. Πόσα ἔδωσα γιὰ τὸ καθένα ; $(\frac{1}{5})$.

7.—Ἡ περίμετρος ἑνὸς ἰσοπλεύρου τριγώνου εἶναι $\frac{9}{10}$ τοῦ μέτρου. Πόσον εἶναι ἡ πλευρά του ; $(\frac{3}{10})$.

8.—Νὰ κάμητε τρεῖς φορές μικρότερο καθένα ἀπὸ τὰ κλάσματα : $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{6}{7}, \frac{1}{10}$.

9.—Πόσο εἶναι τὸ $\frac{1}{4}$ τῶν $\frac{2}{5}$. $(\frac{1}{10})$.

Ὅμας Β'. (Μετρήσεως).

1.—Πόση κορδέλλα θ' αγοράσω με $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς, ἐάν με 6 δρχ. αγοράζω 1 πῆχυν;

Λύσις

Με 6 δρχ. αγοράζω 1 πῆχ.

» 12 » θ' αγοράσω 2 » διότι τὸ 6 στὸ 12 χωρεῖ 2 φορ.

» 18 » » 3 » » » 6 » 18 » 3 »

» $\frac{3}{4}$ » » τόσους πῆχες, ὅσες φορές χωρεῖ τὸ

$$6 \text{ στὸ } \frac{3}{4} \cdot \text{ ἤτοι } \frac{3}{4} : 6 = \frac{3}{4 \times 6} = \\ = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} \text{ πῆχ.}$$

2.—Πόσα μέτρα σχοινι θ' αγοράσω με $\frac{9}{10}$ τῆς δρχ.

ἐάν με 3 δρχ. αγοράζω 1 μέτρον; $(\frac{3}{10})$.

3.—Πόσο χόρτο θά πάρω με $\frac{4}{5}$ τῆς δρχ., ἐάν με 2

δρχ. αγοράζω 1 ὄκᾱ; $(\frac{2}{5})$.

4.—Πόσα τέταρτα ἔχει τὸ $\frac{1}{2}$ τῆς ὄκᾱς) $(\frac{2}{4})$.

$$(1 \text{ ὄκᾱ} = \frac{2}{2} \text{ ὄκ. ἔχουν } \frac{4}{4}$$

$$\frac{1}{2} \text{ » » } \frac{4}{4} : 2 = \frac{2}{4}).$$

5.—Πόσα ὄγδοα ἔχει τὸ $\frac{1}{4}$ τῆς ὄκᾱς; $(\frac{2}{8})$.

6.—Πόσα ὄγδοα ἔχει τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ πῆχεως; $(\frac{4}{8})$.

Γ'. Μικτοῦ δι' ἀνεραίου.

1.—Τρόπος: $5\frac{1}{7} : 2 = \frac{36}{7} : 2 = \frac{18}{7} = 2\frac{4}{7}$

ἢ $5\frac{1}{7} : 2 = \frac{36}{7} : 2 = \frac{36}{7 \times 2} = \frac{36}{14} = \frac{18}{7} = 2\frac{4}{7}$.

2.—'Ασκήσεις:

$5\frac{1}{4} : 2 =$ $12\frac{1}{5} : 2 =$ $40\frac{5}{8} : 8 =$ $16\frac{1}{2} : 6 =$

$6\frac{3}{4} : 5 =$ $18\frac{3}{4} : 3 =$ $10\frac{4}{5} : 6 =$ $28\frac{5}{6} : 8 =$

$7\frac{5}{6} : 4 =$ $20\frac{5}{8} : 5 =$ $18\frac{2}{3} : 7 =$ $15\frac{3}{4} : 9 =$

3.—Προβλήματα:

'Ομάς Α'. (Μερισμοῦ).

1.—5 ὀκ. πατάτες τιμῶνται $22\frac{1}{2}$ δραχ. Πόσον τιμᾶται ἡ 1 ὀκά;

Λύσις:

Αἱ 5 ὀκ. τιμῶνται $22\frac{1}{2}$ δραχμ.

'Η 1 » » 5 φορές λιγώτερο· ἦτοι $22\frac{1}{2} : 5 =$
 $= \frac{45}{2} : 5 = \frac{45}{2 \times 5} = \frac{45}{10} = 4,5$ ἢ $4\frac{1}{2}$ δραχ.

2.—Μὲ $7\frac{1}{2}$ δραχ. ἀγόρασε ὁ Τάκης 30 βόλους. Πόσο ἀγόρασε τὸν 1; ($\frac{1}{4}$).

3.—Γιὰ 5 φορεσιᾶς χρειάσθηκε ὕφασμα $14\frac{4}{10}$ μέτρα. Πόσο χρειάσθηκε γιὰ καθεμιὰ φορεσιά; (2,88).

4.—1 ὀκ. φασόλια τιμᾶται $18\frac{2}{5}$ δραχ. Πόσο θὰ δώσωμε γιὰ $\frac{1}{4}$ τῆς ὀκάς; (4,6).

5.—Ο πήχυς ενός ύφασματος πωλείται $204\frac{4}{5}$ δραχμ.

Πόσο θα δώσω για 1 ρούπι ; (25,6).

6.—Για $\frac{7}{10}$ τοῦ μέτρου ἑνὸς ὑφάσματος πλήρῳσα

$260\frac{3}{4}$ δραχ. Πόσο ἀγόρασα τὸ $\frac{1}{10}$ τοῦ μέτρου; ($37\frac{1}{4}$).

7.—Ἐνας πεζοπόρος διέτρεξε σὲ 7 ὥρας $38\frac{1}{2}$ χιλι-

όμετρα. Πόσο ἔτρεχε τὴν ὥραν ; ($5\frac{1}{2}$).

8.—Για $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκ. καρυδίων ἔδωσα $13\frac{4}{5}$ δραχ. Πόσο

τιμᾶται τὸ $\frac{1}{4}$ αὐτῆς ; ($4\frac{3}{5}$).

9.—Τὸ τριπλάσιον ἑνὸς ἀριθμοῦ εἶναι $35\frac{3}{4}$. Ποιὸς

εἶναι ὁ ἀριθμὸς οὗτος ; ($11\frac{13}{15}$).

Ὅμας Β'. (Μετρήσεως).

1.—Ἡ ὀκᾶ καρυδίων τιμᾶται 12 δραχ. Πόσας ὀκά-

δας θ' ἀγοράσω μὲ $247\frac{1}{5}$ δραχμάς ;

Λύσις :

Μὲ 12 δραχ. ἀγοράζω 1 ὀκᾶ.

» 24 » θ' ἀγοράσω 2 ὀκ.· διότι τὸ 12 στὸ 24 χωρεῖ 2 φορ.

» 36 » » 3 » » » » 36 » 3 »

καὶ μὲ $247\frac{1}{5}$ δραχ. θ' ἀγοράσω τόσες ὀκάδες, ὅσες φο-

ρὲς χωρεῖ τὸ 12 στὸ $247\frac{1}{5}$ · ἤτοι $247\frac{1}{5} : 12 = \frac{1236}{5} : 12 =$

$= \frac{1236}{5 \times 12} = \frac{1236}{60} = \frac{412}{20} = \frac{103}{5} = 20\frac{3}{5}$ ὀκάδες.

2.—Πόσους πήχεις θά πάρω από ένα ύφασμα με $647\frac{1}{2}$ δραχ., εάν ο πήχυς αὐτοῦ πωληται 140 δραχ.; ($4\frac{5}{8}$).

3.—Πόσες οκάδες λάδι θά παραγάγουν $3123\frac{3}{4}$ οκάδ. ἐλιές, εάν αἱ 6 οκ. παράγουν 1 οκ. λάδι; ($520\frac{5}{8}$).

4.—Εἰς πόσας ὥρας θά διανύσῃ ἐν ἀτμόπλοιον $393\frac{1}{4}$ μίλια, εάν διανύῃ τὴν ὥραν 13 μίλια; ($30\frac{1}{4}$).

5.—Με 5 πήχεις ύφασμα κατασκευάζομεν 1 ὑποκάμισο. Πόσα θά κατασκευάσωμε με $35\frac{5}{8}$ πήχεις ἐκ τοῦ ἰδίου ύφάσματος; (7 ὑπ. καὶ ὑπόλ. $\frac{1}{8}$ πῆχ.

Δ'. Ἀκεραίου διὰ κλάσματος

1.—Τρόπος :

$$4 : \frac{2}{5} = 4 \times \frac{5}{2} = \frac{4 \times 5}{2} = \frac{20}{2} = 10.$$

Διότι :

$$4 = \frac{20}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5}$$

ἦτοι δέκα $\frac{2}{5}$. ἦτοι 10 φορές χωρεῖ τὸ $\frac{2}{5}$ στὸ 4

2.—Ἀσκήσεις.

$$2 : \frac{3}{8} = \quad 1 : \frac{1}{2} = \quad 10 : \frac{4}{5} = \quad 75 : \frac{25}{60} =$$

$$8 : \frac{1}{2} = \quad 1 : \frac{1}{4} = \quad 12 : \frac{3}{4} = \quad 100 : \frac{150}{400} =$$

$$3 : \frac{2}{3} = \quad 2 : \frac{2}{3} = \quad 20 : \frac{5}{6} = \quad 400 : \frac{180}{360} =$$

$$5 : \frac{1}{8} = \quad 10 : \frac{3}{5} = \quad 30 : \frac{2}{3} = \quad 500 : \frac{100}{250} =$$

Όμας Β'. (Μετρήσεως)

1.—1 πήχυσ κορδέλλα τιμάται $\frac{4}{5}$ τῆς δρχ. Πόσους πήχεις θ' αγοράσωμε με 10 δραχμές;

Λύσις

Με $\frac{4}{5}$ δρχ. παίρνομε 1 πήχ.

» $\frac{8}{5}$ » » 2 » διότι τὸ $\frac{4}{5}$ στὸ $\frac{8}{5}$ χωρεῖ 2 φορ.

» $\frac{12}{5}$ » » 3 » » » $\frac{4}{5}$ » $\frac{12}{5}$ » 3 »

καὶ με 10 δρχ. » τόσους πήχεις, ὅσες φορές χωρεῖ

τὸ $\frac{4}{5}$ στὸ 10· ἤτοι $10 : \frac{4}{5} = 10 \times \frac{5}{4} = \frac{50}{4} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$ πήχ.

2.—Πόσα μανδύλια θὰ κάμωμε με 12 πήχεις ύφασματος, ἐὰν με $\frac{3}{8}$ πήχ. κάμνωμε 1 μανδύλι; (32).

3.—Τὰ $\frac{64}{100}$ τοῦ μέτρου εἶναι 1 ἐμπορικὸς πήχυσ. Πόσοι ἐμπορικοὶ πήχεις εἶναι: α) τὸ ἕνα μέτρον; β) τὰ 16 μέτρα; $(1\frac{9}{25} - 25)$.

4.—Ὁ 1 τεκτονικὸς πήχυσ εἶναι τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ μέτρου. Πόσοι τεκτονικοὶ πήχεις εἶναι: α) τὸ 1 μέτρον; β) τὰ 30 μέτρα; $(1\frac{1}{3} - 40)$.

5.—Ὁ 1 τετρ. τεκτ. πήχυσ εἶναι $\frac{9}{16}$ τοῦ τετραγ. μέτρου. Πόσα τετραγ. τεκτ. πήχεις εἶναι τὰ 12 μέτρα; $(21\frac{1}{3})$.

6. — Εἷς ἐργάτης ἐκτελεῖ τὰ $\frac{2}{5}$ ἑνὸς ἔργου εἰς 1 ἡμέραν. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ ἐκτελέσῃ τὸ ὅλον ἔργον; $(2\frac{1}{2})$.

Ε'. Κλάσματος διὰ κλάσματος.

1.—Τρόπος:

$$\frac{6}{8} : \frac{2}{8} = \frac{6}{8} \times \frac{8}{2} = \frac{48}{16} = \frac{6}{2} = 3.$$

Διότι τὸ $\frac{6}{8} = \frac{2}{8} + \frac{2}{8} + \frac{2}{8}$ ἄρα τὸ $\frac{2}{8}$ χωρεῖ 3 φορές στὸ $\frac{6}{8}$ ἤτοι $\frac{6}{8} : \frac{2}{8} = 3$. Ἀλλὰ καὶ $\frac{6}{8} : \frac{2}{8} = \frac{6}{8} \times \frac{8}{2} = \frac{6}{2} = 3$.

2.—Ἀσκήσεις:

$$\frac{4}{8} : \frac{2}{8} = \quad \frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \quad \frac{7}{10} : \frac{5}{8} = \quad \frac{1}{4} : \frac{1}{4} =$$

$$\frac{8}{10} : \frac{2}{10} = \quad \frac{7}{8} : \frac{1}{9} = \quad \frac{6}{7} : \frac{1}{9} = \quad \frac{1}{2} : \frac{1}{10} =$$

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{3} = \quad \frac{8}{9} : \frac{3}{7} = \quad \frac{10}{12} : \frac{7}{15} = \quad \frac{1}{20} : \frac{1}{60} =$$

Ὅμας Β'. (Μετρήσεως)

1.—Πόσα πεννάκια θὰ πάρωμε μὲ $\frac{6}{8}$ τῆς δραχμῆς, ἂν τὸ καθένα πωλητῆται $\frac{1}{4}$ τῆς δραχμῆς;

Λύσεις.

Με $\frac{1}{4}$ τῆς δρχ. παίρνομε 1 πενν.

» $\frac{2}{4}$ » » » 2 » διότι τὸ $\frac{1}{4}$ στοὶ $\frac{2}{4}$ χωρεῖ 2

» $\frac{3}{4}$ » » » 3 » » » $\frac{1}{4}$ » $\frac{3}{4}$ » 3

καὶ με $\frac{6}{8}$ τῆς δρχ. » τόσα πεννάκια, ὅσες φορές χωρεῖ τὸ $\frac{1}{4}$ στοὶ $\frac{6}{8}$. ἤτοι $\frac{6}{8} : \frac{1}{4} = \frac{6}{8} \times \frac{4}{1} = \frac{24}{8} = 3$ πεννάκια.

2.—Πόσα μέτρα σχοινὶ θὰ πάρωμε με $\frac{4}{5}$ τῆς δρχ.,

ἐάν με $\frac{2}{10}$ τῆς δρχ. παίρνομε 1 μέτρο; (4).

3.—Πόσους βόλους θὰ πάρωμε με $\frac{8}{10}$ τῆς δρχ., ἐάν

με $\frac{4}{5}$ αὐτῆς παίρνομε ἕνα βόλον; (4).

4.—Πόσες καρκαμέλλες θὰ πάρωμε με $\frac{3}{5}$ τῆς δραχ-

μῆς, ἐάν με $\frac{2}{10}$ αὐτῆς παίρνωμε 1 καρκαμέλαν; (3)

5.—Πόσοι ἐμπορικοὶ πήχεις εἶναι τὰ $\frac{8}{10}$ τοῦ μέτρου,

ἀφοῦ τὰ $\frac{64}{100}$ αὐτοῦ εἶναι 1 ἐμπ. πήχυς; $(1\frac{1}{4})$.

ΣΤ'. Μικτοῦ διὰ κλάσματος.

1.—Τρόπος :

$$5\frac{2}{3} : \frac{5}{8} = \frac{17}{3} : \frac{5}{8} = \frac{17}{3} \times \frac{8}{5} = \frac{136}{15} = 9\frac{1}{15}$$

2.—'Ασκήσεις :

$$7 \frac{2}{3} : \frac{1}{6} =$$

$$5 \frac{3}{4} : \frac{1}{2} =$$

$$8 \frac{12}{16} : \frac{9}{12} =$$

$$6 \frac{5}{6} : \frac{5}{9} =$$

$$6 \frac{5}{8} : \frac{3}{5} =$$

$$10 \frac{15}{20} : \frac{25}{40} =$$

$$4 \frac{3}{4} : \frac{2}{7} =$$

$$7 \frac{4}{5} : \frac{1}{6} =$$

$$24 \frac{36}{45} : \frac{50}{75} =$$

$$8 \frac{5}{7} : \frac{1}{12} =$$

$$8 \frac{7}{8} : \frac{5}{11} =$$

$$40 \frac{24}{64} : \frac{1}{4} =$$

'Ομάς Α'. (Μετρήσεως).

1.—Πόσους πήχεις θα πάρω με $20 \frac{7}{10}$ δραχμάς από μια κορδέλλα, τῆς ὁποίας ὁ πήχυς πωλεῖται πρὸς $\frac{4}{5}$ τῆς δραχμῆς ;

Λύσις :

Με $\frac{4}{5}$ τῆς δραχ. ἀγοράζω 1 πήχυν.

Με $\frac{8}{5}$ τῆς δραχ. ἀγοράζω 2 πήχεις· διότι τὸ $\frac{4}{5}$ στὸ $\frac{8}{5}$ χωρεῖ 2.

Με $\frac{12}{5}$ τῆς δραχ. ἀγοράζω 3 πήχεις διότι τὸ $\frac{4}{5}$ στὸ $\frac{12}{5}$ χωρεῖ 3.

καὶ με $20 \frac{7}{10}$ τῆς δραχ. ἀγοράζω τόσους πήχεις, ὅσες φορές χωρεῖ τὸ $\frac{4}{5}$ στὸ $20 \frac{7}{10}$ ἤτοι $20 \frac{7}{10} : \frac{4}{5} =$

$$= \frac{207}{10} : \frac{4}{5} = \frac{207}{10} \times \frac{5}{4} = \frac{1035}{40} = \frac{207}{8} = 25 \frac{7}{8} \text{ πήχεις.}$$

2.—Πόδες όκίδε; γάλα θ' αγοράζα με $25\frac{2}{5}$ δραχμ.

όταν ή όκά άξιζε $\frac{2}{5}$ τής δραχμής; $(63\frac{1}{2})$.

3.—Πόσα αύγά θά έπαιρνα με $7\frac{1}{2}$ δραχ., τότε που

τό αύγό άξιζε $\frac{1}{10}$ τής δραχμής; (75).

4.—Τά $\frac{3}{4}$ τού μέτρου είναι 1 τεκτ. πήχυσ. Πόσοι

τεκτ. πήχεις είναι $7\frac{1}{2}$ μέτρα; (10).

5.—Πόσοι έμπορικοί πήχεις είναι $4\frac{16}{25}$ μέτρα;

$(7\frac{1}{4})$.

Ζ'. Άκεραίου διά μικτού.

1.—Τρόπος:

$$22 : 2\frac{3}{4} = 22 : \frac{11}{4} = 22 \times \frac{4}{11} = \frac{88}{11} = 8.$$

2.—Άσκήσεις:

$$8 : 2\frac{1}{2} = \quad 1 : 2\frac{1}{5} = \quad 30 : 6\frac{4}{5} =$$

$$6 : 1\frac{4}{7} = \quad 11 : 1\frac{2}{3} = \quad 180 : 4\frac{1}{2} =$$

$$10 : 4\frac{2}{3} = \quad 4 : 1\frac{3}{4} = \quad 60 : 8\frac{3}{4} =$$

$$12 : 3\frac{4}{5} = \quad 25 : 3\frac{2}{6} = \quad 13 : 2\frac{4}{10} =$$

3. Προβλήματα:

Όμάς Α'. (Μερισμοϋ).

1.—Διά $7\frac{3}{4}$ όκ. λάδι έπλήρωσα 310 δραχμάς. Πόσο

άγόρασα την όκά;

Λύσις :

Αί $7 \frac{3}{4}$ όκ. τιμώνται 310 δραχ.

ή 1 όκ. θα τιμᾶται $7 \frac{3}{4}$ φορές λιγώτερο· ήτοι

$$310 : 7 \frac{3}{4} = 310 : \frac{31}{4} = 310 \times \frac{4}{31} = \frac{1240}{31} = 40 \text{ δραχ.}$$

2.—Ένας εργάτης δι' εργασίαν $8 \frac{3}{4}$ ώρων έπληρώθη 700 δραχμάς. Πόσο έπληρώθη δια κάθε ώραν : (80)

3.— Δι' $7 \frac{1}{2}$ πήχ. ύφασμα έποήρωσα 150 δραχ. Πόσο αγόρασα τόν πήχυν ; (20)

4.—Ένας πεζοπόρος σε $5 \frac{1}{2}$ ώρες έβάδισε $48 \frac{1}{8}$ χιλιόμετρα. Πόσο έβάδιζε την ώραν ; ($8 \frac{3}{4}$)

5.—Ποίος αριθμός πολλαπλασιαζόμενος επί $7 \frac{1}{2}$ δει γινόμενον 95 ; ($12 \frac{2}{3}$).

Όμῶς Β'. (Μετρήσεως).

1.—Πόσες πλάκες σοκολάτας θ' αγοράσωμε με 27 δραχ., αν ή 1 πλάκα τιμᾶται $4 \frac{1}{2}$ δραχ. :

Λύσις :

Με $4 \frac{1}{2}$ δραχ. αγοράζομε 1 πλάκα.

Με $8 \frac{2}{2} = 9$ δραχ. αγοράζομε 2 πλάκες, διότι τό $4 \frac{1}{2}$ στό 9 χωρεί 2 φορές.

Με $12 \frac{3}{2} = 13 \frac{1}{2}$ δραχ. αγοράζομε 3 πλάκες διότι τό $4 \frac{1}{2}$ στό $13 \frac{1}{2}$ χωρεί 3 φορές.

καὶ με 27 δραχ. θ' ἀγοράσωμε τόσες πλάκες, ὅσες φο-
 ρὲς χωρεῖ τὸ $4 \frac{1}{2}$ στὸ 27· ἦτοι $27 : 4 \frac{1}{2} = 27 : \frac{9}{2} =$
 $= 27 \times \frac{2}{9} = \frac{54}{9} = 6$ πλάκες.

2.—'Η ἀπόστασις δύο λιμένων εἶναι 252 μίλλια. Εἰς
 πόσας ὥρας θὰ τὴν διατρέξῃ ἓν πλοῖον με ταχύτητα
 $12 \frac{3}{5}$ μιλίων; (20).

3.—Με $4 \frac{5}{8}$ πήχ. ἑνὸς ὑφάσματος κατασκευάζομε 1
 ὑποκάμισο. Πόσα θὰ κατασκευάσωμε με 37 πήχεις ἐκ τοῦ
 ἴδιου ὑφάσματος; (8).

Η'. Κλάσματος διὰ μικτοῦ.

1.—Τρόπος: $\frac{5}{6} : 2 \frac{2}{3} = \frac{5}{6} : \frac{8}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{8} =$
 $= \frac{15}{48} = \frac{5}{16}$.

2.—'Ασκήσεις :

$\frac{2}{3} : 2 \frac{1}{5} =$	$\frac{5}{6} : 4 \frac{1}{3} =$	$\frac{10}{11} : 2 \frac{1}{5} =$
$\frac{7}{8} : 3 \frac{2}{5} =$	$\frac{11}{12} : 1 \frac{5}{6} =$	$\frac{24}{30} : 4 \frac{2}{7} =$
$\frac{9}{10} : 1 \frac{1}{2} =$	$\frac{3}{10} : 2 \frac{1}{5} =$	$\frac{15}{45} : 1 \frac{2}{7} =$

3.—Προβλήματα :

'Ομὰς Α'. (Μερισμοῦ)

1.—Με $7 \frac{1}{2}$ δραχ. ἀγοράζομεν $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκτῆς ἄρτου.

Πόσον ἀγοράζομε με 1 δραχμὴ; $(\frac{1}{10})$.

Λύσις: ('Η σκέψις ὅπως εἰς τὰς προηγουμένας διαι-
 ρήσεις μερισμοῦ).

2.—Με $\frac{9}{10}$ τῆς δραχμῆς αγοράζομε $1\frac{1}{5}$ μέτρα σχοινίου. Πόσον τιμᾶται τὸ 1 μέτρον τούτου; $(\frac{3}{4})$.

3.—Με $\frac{3}{4}$ τῆς δρχ. αγοράζαμε ἄλλοτε $2\frac{1}{2}$ ὄκ. γάλακτος. Πόσον ἐπωλεῖτο ἡ ὄκᾶ; $(\frac{3}{10})$.

4.—Τὰ $\frac{5}{8}$ ἐνὸς ἔργου τὰ ἐκτελεῖ ἓνας ἐργάτης σὺν 4 $\frac{1}{2}$ ἡμέρας. Πόσον ἔργον ἐκτελεῖ εἰς 1 ἡμέραν; $(\frac{5}{36})$.

Ὅμας Β'. (Μετρήσεως).

1.—Πόσα κάρβουνα θ' αγοράσωμε με $\frac{4}{5}$ τῆς δρχ. ἂν με $3\frac{1}{5}$ δρχ. αγοράζωμε 1 ὄκᾶ; $(\frac{1}{4})$.

Λύσις

(Ἡ σκέψις ὅπως εἰς τὰς προηγουμένας διαιρέσεις μετρήσεως).

2.—Πόση κορδέλλα θὰ πάρωμε με $\frac{6}{10}$ τῆς δρχ. ἂν ὁ πῆχυς αὐτῆς πωλῆται $1\frac{4}{5}$ δραχμάς; (3).

3.—Πόσα μέτρα σχοινιὶ θὰ πάρωμε με $\frac{3}{5}$ τῆς δρχ. ἂν τὸ 1 μέτρον ἔχη $1\frac{1}{5}$ δραχμάς; $(\frac{1}{2})$.

Θ'. Μικτοῦ διὰ μικτοῦ.

1.—Τρόπος :

$$8\frac{4}{5} : 2\frac{2}{4} = \frac{44}{5} : \frac{10}{4} = \frac{44}{5} \times \frac{4}{10} = \frac{176}{50} = \frac{88}{25} = 3\frac{13}{25}.$$

2.—'Ασκήσεις.

$$8 \frac{1}{2} : 2 \frac{1}{5} = \quad 8 \frac{4}{5} : 2 \frac{3}{5} = \quad 11 \frac{3}{7} : 2 \frac{2}{3} =$$

$$9 \frac{1}{7} : 1 \frac{3}{5} = \quad 7 \frac{1}{2} : 2 \frac{2}{9} = \quad 20 \frac{2}{9} : 4 \frac{1}{6} =$$

$$7 \frac{3}{8} : 1 \frac{5}{7} = \quad 10 \frac{5}{6} : 4 \frac{1}{3} = \quad 15 \frac{5}{10} : 3 \frac{3}{4} =$$

3.—Προβλήματα.

'Ομάς Α'. (Μέρισμοῦ).

1.—Πόσον τιμάται ὁ πῆχυς χασέ, ἐὰν διὰ $5 \frac{1}{2}$ πή-

χεις ἐδώσαμε $89 \frac{1}{10}$ δραχμάς; (16,20)

Λύσις:

(Ἡ σκέψις ὅπως εἰς τὰς προηγουμένας).

2.—Διὰ $5 \frac{1}{4}$ ὀκ. πατάτες ἐπλήρωσα $24 \frac{3}{20}$ δραχμάς

Πόσον ἀγόρασα τὴν 1 ὀκᾶν; (4,60).

3.—Διὰ $4 \frac{1}{2}$ μέτρα κορδέλλας ἐπλήρωσα $38 \frac{1}{4}$ δρχ.

Πόσον ἀγόρασα τὸ 1 μέτρον; $(8 \frac{1}{2})$.

4.—Ἐν αὐτοκίνητον ἔτρεξε εἰς $3 \frac{3}{4}$ ὥρας $100 \frac{1}{2}$ χι-

λιόμετρα. Πόσα χιλιόμετρα ἔτρεχε τὴν ὥραν; $(26 \frac{4}{5})$.

'Ομάς Β'. (Μετρήσεως)

1.—Μὲ $15 \frac{1}{4}$ δρχ. ἀγοράζομε 1 πῆχυν χασέ. Πόσους

πήχεις θ' ἀγοράσωμε μὲ $160 \frac{1}{8}$ δραχμάς;

Λύσεις

(Ἡ σκέψις ὅπως εἰς τὰς προηγουμένας διαιρέσεις μετρήσεως).

2.—Πόσα πανταλόνια γίνονται με $8\frac{6}{8}$ πήχεις ὑφάσματος, ἐὰν με $1\frac{6}{8}$ πήχ. γίνεται 1 πανταλόνι; (5)

3.—Ἐνα ποδήλατο διέτρεξε $187\frac{1}{2}$ μέτ. Πόσες στροφές ἔκαμε ἡ περιφέρεια τοῦ τροχοῦ τοῦ, ἐὰν αὐτὴ εἶναι $2\frac{1}{2}$ μέτρα; (75)

4.—Πόσες ὀκάδες κάστανα θὰ πάρωμε με $64\frac{1}{2}$ δραχ., ἂν ἡ 1 ὀκά ἔχη $10\frac{3}{4}$ δραχμές; (6).

5.—Εἰς πόσας ἡμέρας εἷς ταχυδρόμος θὰ διατρέξῃ $153\frac{3}{4}$ χιλιόμε., ἐὰν βαδίζῃ $30\frac{3}{4}$ χιλιόμε. τὴν ἡμέραν; (5).

Γ'. Ὁ διαιρετὴς διαιρετέος δεκαδικός.

1.—Τρόπος :

$$\alpha) \frac{3}{4} : 0,5 = \frac{3}{4 \times 0,5} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$\eta) \frac{3}{4} : 0,5 = \frac{3}{4} : \frac{5}{10} = \frac{3}{4} \times \frac{10}{5} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

$$\alpha) 8,5 : \frac{5}{8} = 8,5 \times \frac{8}{5} = \frac{8,5 \times 8}{5} = \frac{68}{5} = 13\frac{3}{5}.$$

$$\eta) 8,5 : \frac{5}{8} = 8\frac{5}{10} : \frac{5}{8} = \frac{85}{10} : \frac{5}{8} = \frac{85}{10} \times \frac{8}{5} = \frac{680}{50} = \frac{68}{5} = 13\frac{3}{5}.$$

2. — Ασκήσεις :

‘Ομάς Α’.

‘Ομάς Β’.

$$0,9 : \frac{2}{7} = \quad 8,6 : 2\frac{1}{3} = \quad \frac{3}{5} : 0,2 = \quad 8\frac{2}{3} : 1,4 =$$

$$0,08 : \frac{1}{12} = \quad 7,28 : 3\frac{2}{5} = \quad \frac{5}{7} : 0,05 = \quad 10\frac{3}{4} : 3,05 =$$

$$2,5 : \frac{4}{9} = \quad 10,50 : 4\frac{3}{8} = \quad \frac{9}{10} : 0,004 = \quad 7\frac{5}{8} : 2,006 =$$

3. — Προβλήματα :

‘Ομάς Α’ (Μερισμοῦ).

1. — Διὰ 6,50 ὀκάδας οἴνου ἔδωσα $81\frac{1}{4}$ δραχ. Πόσον πωλεῖται ἡ 1 ὀκά ; (12 $\frac{1}{2}$).

2. — Δι’ ἐργασίαν 1,5 ὥρας ἐπληρώθη εἰς ἐργάτης $12\frac{3}{4}$ δραχ. Πόσον ἐπληρώθη διὰ 1 ὥραν ; (8 $\frac{1}{2}$).

3. — Διὰ 4 $\frac{3}{8}$ πήχεις ἐνὸς ὑφάσματος ἐδώσαμε 2101,75 δραχμάς. Πόσο ἀγοράσαμε τὸν 1 πήχυν ; (480,40)

‘Ομάς Β’ (Μετρήσεως).

1. — Ὁ φάκελλος πωλεῖται 0,15 δραχ. Πόσους φάκελλους θ’ ἀγοράσω με $\frac{3}{4}$ τῆς δραχμῆς ; (5)

2. — Ἄλλοτε με 0,40 τῆς δραχμῆς ἀγοράζαμε 1 ψωμί. Πόσα ἀγοράζαμε με $\frac{4}{5}$ τῆς δραχμῆς ; (2)

3. — Ἡ ὀκά ἀλάτι πωλεῖται 3,40 δραχ. Πόσες ὀκάδες θ’ ἀγοράσωμε με $47\frac{1}{2}$ δραχμῆς ; (12 $\frac{1}{2}$).

4.—Πόσα κολούρια θ' αγοράσω με 9,60 δραχ., ἂν τὸ καθένα πωληταὶ $\frac{4}{5}$ τῆς δραχμῆς; (12)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΣΤ'.

Τροπή

Συνθέτων κλασμάτων εἰ; ἀπλᾶ.

Ὅμας Α'. (Με παρονομαστήν ὀκτέριον).

Νὰ τραποῦν εἰς ἀπλᾶ τὰ κάτωθι σύνθετα κλάσματα.

α) Τρόπος: $\frac{\frac{2}{3}}{5} = \left(\frac{2}{3 \times 5}\right) = \frac{2}{15}$.

'Ασκήσεις. $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{8}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{10}{11}, \frac{20}{25}$.

β) Τρόπος: $5 \frac{\frac{2}{3}}{4} = \frac{17}{4} = \left(\frac{17}{3 \times 4}\right) = \frac{17}{12} = 1 \frac{5}{12}$.

'Ασκήσεις.

$5 \frac{3}{4}, 6 \frac{2}{3}, 7 \frac{5}{6}, 12 \frac{1}{7}, 8 \frac{5}{9}, 2 \frac{1}{4}, 9 \frac{2}{5}, 30 \frac{5}{12}$.

Ὅμας Β'. (Με παρονομαστήν κλάσμα).

Νὰ τραποῦν εἰς ἀπλᾶ τὰ κάτωθι σύνθετα κλάσματα.

α) Τρόπος: $\frac{5}{\frac{2}{9}} = \left(5 \times \frac{9}{2} = \frac{5 \times 9}{2} = \right) \frac{45}{2} = 22 \frac{1}{2}$.

'Ασκήσεις:

$\frac{7}{3}, \frac{8}{3}, \frac{6}{1}, \frac{10}{4}, \frac{2}{1}, \frac{12}{2}, \frac{60}{5}, \frac{100}{5}$
 $\frac{7}{4}, \frac{8}{5}, \frac{6}{3}, \frac{10}{7}, \frac{2}{6}, \frac{12}{9}, \frac{60}{8}, \frac{100}{7}$

(*) ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.—Διὰ νὰ τρέψωμεν ἓν σύνθετον κλάσμα εἰς ἀπλοῦν ἐκτελοῦμεν τὴν διαίρεσιν, ποῦ μᾶς παριστάνει τοῦτο.

β. Τρόπος:

$$\frac{\frac{5}{6}}{\frac{2}{8}} = \left(\frac{5}{6} \times \frac{8}{2} = \frac{5 \times 8}{6 \times 2} \right) = \frac{40}{12} = \frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3}.$$

Ασκήσεις:

$$\frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{9}{10}, \frac{6}{7}, \frac{30}{40}$$

$$\frac{2}{9}, \frac{3}{10}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{2}{11}, \frac{2}{15}, \frac{10}{20}$$

γ. Τρόπος:

$$\frac{4\frac{1}{2}}{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{2}{5}} = \left(\frac{9}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{9 \times 5}{2 \times 2} \right) = \frac{45}{4} = 11 \frac{1}{4}.$$

Ασκήσεις:

$$6\frac{1}{2}, 8\frac{1}{4}, 7\frac{3}{8}, 1\frac{1}{2}, 20\frac{3}{10}, 12\frac{11}{12}, 25\frac{5}{7}$$

$$\frac{2}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{5}{11}, \frac{5}{9}, \frac{3}{10}$$

Όμας Γ'. (Με παρονομαστήν μικτόν).

Νά τραπευθῶν εἰς ἀπλᾶ τὰ κάτωθι σύνθετα κλάσματα :

α'. Τρόπος:

$$\frac{8}{2\frac{1}{2}} = \frac{8}{\frac{5}{2}} = \left(8 \times \frac{2}{5} = \frac{8 \times 2}{5} \right) = \frac{16}{5} = 3 \frac{1}{5}.$$

Ασκήσεις:

$$8, \frac{10}{3}, \frac{6}{1}, \frac{8}{2}, \frac{15}{4}, \frac{20}{5}, \frac{24}{3}$$

$$1\frac{1}{2}, 3\frac{5}{7}, 1\frac{3}{4}, 2\frac{1}{5}, 4\frac{2}{3}, 5\frac{1}{4}, 3\frac{5}{6}$$

β'. Τρόπος:

$$\frac{\frac{1}{2}}{2\frac{1}{8}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{17}{8}} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{8}{17} = \frac{1 \times 8}{2 \times 17} \right) = \frac{8}{34} = \frac{4}{17}$$

Άσκησης:

$$\frac{\frac{1}{2}}{1\frac{1}{3}}, \quad \frac{\frac{6}{7}}{2\frac{3}{4}}, \quad \frac{\frac{7}{8}}{3\frac{4}{5}}, \quad \frac{\frac{7}{9}}{2\frac{1}{8}}, \quad \frac{\frac{9}{10}}{5\frac{1}{2}}, \quad \frac{\frac{11}{15}}{4\frac{2}{3}}$$

γ'. Τρόπος:

$$\frac{5\frac{1}{2}}{2\frac{1}{5}} = \frac{\frac{11}{2}}{\frac{11}{5}} = \left(\frac{11}{2} \times \frac{5}{11} = \frac{55}{22} \right) = \frac{55}{22} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

Άσκησης:

$$\frac{6\frac{1}{3}}{2\frac{1}{4}}, \quad \frac{10\frac{4}{5}}{3\frac{1}{5}}, \quad \frac{8\frac{5}{12}}{4\frac{5}{6}}, \quad \frac{7\frac{3}{5}}{2\frac{1}{8}}, \quad \frac{10\frac{7}{8}}{2\frac{1}{2}}, \quad \frac{20\frac{5}{12}}{5\frac{3}{4}}$$

Ώμας Δ'. (Με ένα τῶν ὄρων τῶν δεκαδικῶν).

Νὰ τραποῦν εἰς ἀπλᾶ τὰ κάτωθι σύνθετα κλάσματα:

α) Τρόπος:

$$\frac{\frac{5}{6}}{0,4} = \left(\frac{5}{6 \times 0,4} = \frac{5}{2,4} \right) = \frac{5}{2,4} = \frac{50}{24} = \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12}$$

$$\text{ἢ } \frac{\frac{5}{6}}{0,4} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{4}{10}} = \frac{5}{6} \times \frac{10}{4} = \frac{5 \times 10}{6 \times 4} = \frac{50}{24} = \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12}$$

Άσκήσεις :

$$\frac{7}{8}, \frac{6}{7}, \frac{5}{6}, \frac{9}{10}, \frac{11}{15}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}$$

$$0,2', 0,3', 0,04', 2,05', 3,6', 0,005', 2,4'$$

$$4 \frac{1}{2}, 6 \frac{1}{2}, 8 \frac{3}{5}, 10 \frac{5}{6}, 24 \frac{5}{8}, 30 \frac{1}{2}$$

$$0,5', 0,4', 0,06', 3,2', 4,12', 5,4'$$

β) Τρόπος :

$$\frac{0,6}{\frac{3}{8}} = \left(0,6 \times \frac{8}{3} = \frac{0,6 \times 8}{3} = \frac{4,8}{3} \right) = \frac{4,8}{3} = 1,6.$$

$$\eta \frac{0,5}{\frac{3}{8}} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{3}{8}} = \left(\frac{6}{10} \times \frac{8}{3} = \frac{48}{30} \right) = \frac{48}{30} = \frac{8}{5} = 1,6.$$

Άσκήσεις :

$$\frac{0,9}{\frac{3}{7}}, \frac{0,45}{\frac{7}{8}}, \frac{3,2}{\frac{7}{9}}, \frac{0,7}{\frac{1}{2}}, \frac{5,08}{\frac{3}{10}}, \frac{20,8}{\frac{10}{11}}$$

$$1 \frac{1}{8}, 2 \frac{3}{5}, 2 \frac{3}{4}, 4 \frac{5}{6}, 5 \frac{7}{10}, 6 \frac{4}{5}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ζ'.

Προβλήματα

Αναγωγής εις την μονάδα.

Όμας Α'.

1. - Τα $\frac{5}{8}$ της όκας γάλακτος τιμώνται $7 \frac{3}{4}$ δραχ.

Πόσον τιμάται η όκα;

Λύσεις :

Τὰ $\frac{5}{8}$ ὀκ. ἀξίζουν $7\frac{3}{4}$ δραχ.

Τὸ $\frac{1}{8}$ » » 5 φορές λιγώτερο ἢτοι $7\frac{3}{4} \div 5$ δραχ.

Τὰ $\frac{8}{8}$ » = 1 ὀκ. » 8 » περισσότερο τοῦ $7\frac{3}{4}$ ἢτοι: $7\frac{3}{4} \times 8$

$$7\frac{3}{4} \times 8 = \frac{31}{4} \times 8 = \frac{31}{20} \times 8 = \frac{248}{20} = \frac{62}{5} = 12\frac{2}{5} \text{ δραχ.}$$

2.—Τὰ $\frac{2}{3}$ ἑνὸς ἀγροῦ τιμῶνται $2560\frac{2}{5}$ δραχμάς.

Πόσον τιμᾶται ὅλος ὁ ἀγρός; (3840,6)

3.—Τὰ $\frac{64}{100}$ τοῦ μέτρου εἶναι 1 πῆχυς ἐμπορικός. Πό-

σοι ἐμπορικοὶ πῆχεις εἶναι 1 μέτρον; $(1\frac{9}{16})$

4.—Τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ μέτρου εἶναι 1 τεκτ. πύχης. Πόσοι

τεκτονικοὶ πύχεις εἶναι τὸ 1 μέτρον; $(1\frac{1}{3})$

5.—Τίνος ἀριθμοῦ τὰ $\frac{5}{9}$ εἶναι 72; (129,6)

6.—Τὰ $\frac{5}{7}$ τῶν χρημάτων μου εἶναι 8560 δραχ. Πό-
σα ἔχω; (11984).

Ὅμας Β'.

1.—Τὸ $\frac{1}{5}$ τῆς ὀκάς καφέ ἔχει $5\frac{1}{4}$ δραχ. Πόσον

θὰ δώσω γιὰ 7 ὀκάδες;

Λύσεις.

Θὰ εὐρώμεν διὰ τὴν 1 ὀκ. καὶ ἔπειτα διὰ τὴν 9.

2.—Τὸ $\frac{1}{8}$ τοῦ πήχεως ἑνὸς ὑφάσματος τιμᾶται
85 $\frac{1}{2}$ δραχ. Πόσον τιμῶνται 25 $\frac{3}{8}$ πήχεις; ($17356 \frac{1}{2}$)

3.—Τὸ $\frac{1}{10}$ τοῦ μέτρου μιᾶς φόδρας τιμᾶται $7 \frac{1}{4}$
δραχμάς. Πόσο θὰ δώσω διὰ $4 \frac{1}{2}$ μέτρα αὐτῆς; ($326 \frac{1}{4}$)

Ὅμας Γ'.

1.—Τὰ $\frac{5}{8}$ τῆς ὀκάς ζάχαρη ἔχουν $16 \frac{3}{4}$ δραχ. Πόσον
θὰ δώσωμε γιὰ 10 ὀκάδες;

Λύσις: ("Ὅπως τοῦ προηγουμένου).

Μιὰ γυναῖκα ὑφαίνει σὲ $\frac{3}{4}$ τῆς ὥρας $\frac{4}{5}$ τοῦ μέτρου
ὑφασμα. Πόσα ὑφασμα θὰ ὑφάνῃ εἰς $5 \frac{1}{4}$ ὥρας; (5,6 μ.)

3.—Πόσα τιμῶνται $5 \frac{4}{10}$ μέτρα ὑφάσματος, ἐὰν τὰ
 $\frac{7}{10}$ τοῦ μέτρου αὐτοῦ τιμῶνται 249,20 δραχ.; (1922,40).

Ὅμας Δ'.

1.—Οἱ 5 πήχεις ἑνὸς ὑφάσματος τιμῶνται $1202 \frac{1}{2}$
δραχ. Πόσον τιμῶνται $7 \frac{4}{8}$ πήχεις ἐκ τοῦ ἰδίου ὑφάσματος;

Λύσις.

Οἱ 5 πήχ. τιμῶνται $1202 \frac{1}{2}$ δραχ.

‘Ο 1 » τιμάται 5 φορές λιγώτερο· ἴτοι $\frac{1202 \frac{1}{2}}{5}$

καὶ οἱ $7 \frac{4}{8}$ πήχ. τιμώνται $7 \frac{4}{8}$ φορές περισσότερο ἀπ’ τὸ

$$\frac{1202 \frac{1}{2}}{5} \cdot \text{ἴτοι} : \frac{1202 \frac{1}{2}}{5} \times 7 \frac{4}{8}.$$

2.— $5 \frac{1}{2}$ ὄκ. ἀλεύρου τιμώνται 52,80 δραχ. Πόσον ἀξίζουν $60 \frac{3}{4}$ ὀκάδες (583,20)

3.—8,5 ὄκ. τυροῦ τιμώνται 3128 δραχ. Πόσον τιμώνται αἱ $25 \frac{3}{4}$ ὄκ. αὐτοῦ ; (3790 $\frac{2}{5}$).

‘Ομάς Ε’.

1.—‘Η 1 ὀκά χόρτου ἀξίζει $\frac{8}{10}$ τῆς δραχμῆς. Πόσο ἀξίζουν τὰ $\frac{5}{8}$ τῆς ὀκάς ;

Λύσις :

‘Η 1 ὀκά = $\frac{8}{8}$ ὄκ. ἀξίζουν $\frac{8}{10}$ τῆς δραχμῆς.

Τὸ $\frac{1}{8}$ ἀξίζουν $\frac{\frac{8}{10}}{8} = \frac{8}{80} = \frac{1}{10}$ τῆς δραχμῆς.

Τὰ $\frac{2}{8}$ » $\frac{1}{10} \times 2$.

καὶ τὰ $\frac{5}{8}$ ἀξίζουν $\frac{1}{10} \times 5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ τῆς δραχμῆς.

2.—Ο 1 πήχυς ἐνὸς ὑφάσματος τιμᾶται 380 δραχ.
Πόσον τιμῶνται τὰ $\frac{7}{8}$ αὐτοῦ; (332,5).

3.—Πόσον εἶναι τὰ $\frac{3}{5}$ τοῦ ἀριθμοῦ 42; $(28 \frac{4}{5})$.

4.—Πόσα δράμια εἶναι τὰ $\frac{5}{8}$ τῆς ὀκάς; (250)

5.—Πόσα λεπτὰ εἶναι τὰ $\frac{7}{10}$ τῆς δραχμῆς; (70)

6.—Πόσα ἔτη εἶναι τὰ $\frac{4}{5}$ τοῦ αἰῶνος; (80)

7.—Εἶχα 12000 δραχμὰς καὶ ἐξώδευσα τὰ $\frac{7}{10}$ αὐτῶν.
Πόσα ἐξώδευσα; (8400)

8.—Πόσο εἶναι τὰ $\frac{5}{6}$ τῶν $\frac{7}{8}$; $(\frac{35}{48})$.

Ὅμας ΣΤ'.

1.—6 ὀκ. κριθάρι ἔχουν $45 \frac{3}{5}$ δραχ. Πόσον ἔχει τὸ
 $\frac{1}{8}$ τῆς ὀκάς; $(\frac{19}{20})$.

Λύσις :

Αἰ 6 ὀκ. ἔχουν $45 \frac{3}{5}$ δραχ.

$$\begin{aligned} \text{ἢ } 1 \text{ } \gg \text{ } \gg & \frac{45 \frac{3}{5}}{6} = \frac{\frac{228}{5}}{6} = \frac{228}{30} = \frac{76}{10} = 7 \frac{6}{10} = \\ & = 7 \frac{3}{5} \text{ δραχ.} \end{aligned}$$

Ἡ 1 ὀκ. $= \frac{8}{8}$ ὀκ. τιμῶνται $7 \frac{3}{5}$ δραχ.

τὸ $\frac{1}{8}$ τιμᾶται $\frac{7\frac{3}{5}}{8} = \frac{\frac{38}{5}}{8} = \frac{38}{40} = \frac{19}{20}$ δραχ.

2.—9 πήχ. ὑφάσματος τιμῶνται $1497\frac{3}{5}$ δραχ. Πόσον τιμᾶται τὸ $\frac{1}{8}$ τοῦ πήχεως; $(20\frac{4}{5})$.

3.—Εἷς ἐργάτης τελειώνει ἓν ἔργον εἰς 7 ὥρας. Πόσον μέρος τοῦ ἔργου τελειώνει εἰς $\frac{1}{5}$ τῆς ὥρας; $(\frac{1}{35})$.

4.—Εἷς ὁδοιπόρος ἔτρεξεν εἰς $7\frac{1}{2}$ ὥρας $37\frac{1}{2}$ χιλιόμε. Πόσα ἔτρεχεν εἰς $\frac{1}{4}$ τῆς ὥρας; $(1\frac{1}{4})$.

Ὅμας Ζ΄.

1.— $10\frac{1}{2}$ πήχεις χασέ τιμῶνται 168 δραχμάς. Πόσον τιμῶνται τὰ $\frac{5}{8}$ τοῦ πήχεως; (*)

2.—Τὰ 5,80 μέτρα ἑνὸς ὑφάσματος τιμῶνται $1554\frac{2}{5}$ δραχ. Πόσον τιμῶνται τὰ $\frac{7}{10}$ τοῦ μέτρου; (187,60).

3.—7 ὀκ. τυρὶ ἀξίζουσι 280 δραχ. Πόσον ἀξίζουσι τὰ $\frac{7}{10}$ τῆς ὀκάς; (28).

4.—Εἷς $5\frac{1}{4}$ ὥρας ἔτρεξε ἓνα αὐτοκίνητο 315 χιλιόμε. Πόσο ἔτρεξε σὲ $\frac{25}{60}$ τῆς ὥρας; (25 χιλ.)

(*) ΣΗΜ. Εὐρίσκομεν πρῶτον τὴν τιμὴν τοῦ 1 πήχ.

Ὅμας Η'.

1.—Τὰ $\frac{4}{10}$ τῆς ὀκάς οἴνου τιμῶνται 5,40 δραχμάς.

Πόσον τιμῶνται τὰ $\frac{7}{10}$ αὐτῆς;

2.—Τὰ $\frac{2}{7}$ ἑνὸς ἀγροῦ πωλοῦνται 4730 δραχ. Πόσον

ἀξιζοῦν τὰ $\frac{5}{7}$ αὐτοῦ; (11325).

3.—Τὰ $\frac{3}{8}$ τοῦ πήχ. μιᾶς κορδέλλας τιμῶνται $4\frac{4}{5}$

δραχ. Πόσον θὰ δώσω διὰ $\frac{7}{8}$ αὐτοῦ; $(11\frac{1}{5})$.

4.—Τὰ $\frac{3}{8}$ τῶν χρημάτων μου εἶναι 16800 δραχμαί.

Πόσο εἶναι τὰ $\frac{7}{8}$ αὐτῶν; (39200)

Ὅμας Θ'.

1.—Τὸ $\frac{1}{8}$ τῆς ὀκάς ζαχάρεως τιμᾶται 3 δραχ. Πόσον

τιμᾶται τὸ $\frac{1}{10}$ αὐτῆς;

Λύσεις :

α) Τὸ $\frac{1}{8}$ ὀκ. τιμᾶται 3 δραχμάς.

τὰ $\frac{2}{8}$ » » $3 \times 2 = 6$ »

τὰ $\frac{8}{8} = 1$ ὀκ. » $3 \times 8 = 24$ δραχμάς.

β) Ἡ 1 ὀκ. $= \frac{10}{10}$ ὀκ. τιμῶνται 24 δραχμάς.

τὸ $\frac{1}{10}$ » » $\frac{24}{10} = 2,4$ δραχ.

ἢ $2\frac{4}{10} = 2\frac{2}{5}$ δραχμάς.

2.—Τὸ $\frac{1}{10}$ τοῦ μέτρου ἑνὸς ὑφάσματος τιμᾶται 31 $\frac{1}{4}$ δραχμᾶς. Πόσον τιμᾶται τὸ $\frac{1}{5}$ αὐτοῦ; $(62 \frac{1}{2})$.

3.—Τὸ $\frac{1}{4}$ τῆς ὀκᾶς βουτύρου τιμᾶται 18 $\frac{2}{5}$ δραχμᾶς. Πόσον θὰ πληρώσω δι' $\frac{1}{8}$ αὐτῆς; $(9 \frac{1}{5})$.

4.—Εἷς ἐργάτης ἐκτελεῖ τὸ $\frac{1}{5}$ ἑνὸς ἔργου σὲ 12 ἡμέρας. Σὲ πόσες ἡμέρες θὰ ἐκτελέσῃ τὸ $\frac{1}{3}$ αὐτοῦ; (20 ἡμέρας) .

Ὅμιος Γ'.

1.—Τὸ $\frac{1}{4}$ τῆς ὀκᾶς τυρὶ τιμᾶται 9 $\frac{1}{2}$ δρχ. Πόσον τιμῶνται τὰ $\frac{5}{8}$ αὐτῆς; (*)

2.—Τὸ $\frac{1}{8}$ τῆς ὀκᾶς οἴνου πωλεῖται 1 $\frac{1}{2}$ δρχ. Πόσον ἀξίζουν τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκᾶς αὐτοῦ; (9) .

3.—Τὸ $\frac{1}{10}$ τοῦ μέτρου ἑνὸς ὑφάσματος τιμᾶται 40 $\frac{1}{4}$ δρχ. Πόσον τιμῶνται τὰ $\frac{4}{5}$ τοῦ μέτρου; (322)

4.—Τὸ $\frac{1}{4}$ τῆς ὀκᾶς βουτύρου πωλεῖται 30 $\frac{1}{2}$ δραχμᾶς. Πόσον θὰ πληρώσω διὰ $\frac{5}{8}$ τῆς ὀκᾶς αὐτοῦ; (75)

(*)—ΣΗΜ. Εὐρίσκεται πρῶτον ἡ τιμὴ τῆς 1 ὀκᾶς.

‘Ομάς ΙΑ’.

1.— Τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκῆς φασολίων τιμῶνται $16\frac{1}{2}$ δραχ.

Πόσον τιμᾶται τὸ $\frac{1}{8}$ αὐτῆς ;

2.— Τὰ $\frac{6}{8}$ τοῦ πήχεως ἑνὸς ὑφάσματος τιμῶνται $21\frac{3}{5}$

δραχ. Πόσον τιμᾶται τὸ $\frac{1}{4}$ αὐτοῦ ; $(7\frac{1}{5})$.

3.— Τὰ $\frac{5}{8}$ ἑνὸς ἔργου ἐκτελεῖ ἓνας ἐργάτης εἰς $6\frac{1}{2}$ ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας ἐκτελεῖ τὸ $\frac{1}{4}$ τούτου; $(2\frac{3}{5})$.

4.— Σὲ $\frac{3}{4}$ τῆς ὥρας ἓνα αὐτοκίνητο ἔτρεξε 45.6 χιλιόμετρα. Πόσα ἔτρεξε στὸ $\frac{1}{20}$ τῆς ὥρας ; $(3,04)$.

‘Ομάς ΙΒ’.

1.— Τὰ $\frac{5}{8}$ τῆς ὀκῆς κρέατος τιμῶνται 21 δραχ. Πόσον τιμῶνται τὰ $\frac{3}{4}$ αὐτῆς ;

Λύσεις :

α) τὰ $\frac{5}{8}$ ὀκ. τιμῶνται 21 δραχ.

τὸ $\frac{1}{8}$ » » $\frac{21}{5}$.

καὶ τὰ $\frac{8}{8} = 1$ ὀκ. » $\frac{21}{5} \times 8 = \frac{168}{5} = 33\frac{3}{5}$ δραχ.

β) 1 ὀκ. $= \frac{4}{4}$ ὀκ. » $33\frac{3}{5}$ δραχ.

τὸ $\frac{1}{4}$ » $\frac{33\frac{3}{5} \cdot \frac{168}{5}}{4} = \frac{168}{20} = \frac{42}{5}$ δραχ.

καὶ τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκ. θὰ τιμῶνται $\frac{42}{5} \times 3 = \frac{126}{5} = 25\frac{1}{5}$ δραχ.

2.—Τὰ $\frac{4}{5}$ τοῦ πήχεως ἑνὸς ὑφάσματος τιμῶνται 240 δραχ. Πόσον τιμῶνται τὰ $\frac{7}{8}$ αὐτοῦ; $(262\frac{1}{2})$.

3.—Τὰ $\frac{5}{7}$ ἑνὸς ἔργου ἐκτελεῖ εἰς ἐργάτης εἰς $12\frac{1}{2}$ ὥρας. Εἰς πόσας ὥρας θὰ ἐκτελέσῃ τὰ $\frac{6}{10}$ αὐτοῦ; $(10\frac{1}{2})$.

4.—Τὰ $\frac{5}{6}$ ἑνὸς ἀριθμοῦ εἶναι 40. Πόσο εἶναι τὰ $\frac{5}{9}$ αὐτοῦ; $(26\frac{2}{3})$.

Ὅμας ΙΓ'. (Προβλήματα ἀπὸ μνήμης).

1.—Πόσον εἶναι τὰ $\frac{5}{6}$ τοῦ 48;

Λύσις :

Τὸ $\frac{1}{6}$ τοῦ 48 εἶναι $48 : 6 = 8$

τὰ $\frac{5}{6}$ » » » $8 \times 5 = 40$.

2.—Πόσον εἶναι τὰ $\frac{2}{3}$ τοῦ 6; 9; 12; 15; 24; 27;

3.— » » » $\frac{3}{4}$ » 8; 12; 16; 20; 24; 32; 36;

4.— » » » $\frac{4}{5}$ » 10; 20; 25; 35; 40; 45;

5.— » » » $\frac{5}{6}$ » 12; 18; 36; 48; 54;

6.—Πόσον εἶναι τὰ $\frac{4}{7}$ τοῦ 14; 21; 28; 56; 63;

7.— » » » $\frac{6}{8}$ » 16; 24; 32; 48; 72;

8.— » » » $\frac{7}{9}$ » 27; 36; 45; 54; 63;

9.—Πόσα λεπτά εἶναι τὰ $\frac{4}{10}$ τῆς δραχμῆς;

10.— » » » $\frac{2}{5}$ » »

11.— » » » $\frac{3}{4}$ » »

12.—Πόσα δράμια εἶναι τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκάς;

13.— » » » $\frac{5}{8}$ » »

14.— » » » $\frac{9}{10}$ » »

15.—Πόσοι πόντοι εἶναι $\frac{7}{10}$ τοῦ μέτρου;

16.— » » » $\frac{3}{5}$ » »

17.— » » » $\frac{5}{20}$ » »

18.—Πόσα ἔτη εἶναι τὰ $\frac{4}{5}$ τοῦ αἰῶνος;

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Η΄.

Προβλήματα

λυόμενα διὰ δύο πράξεων.

Ὅμας Α΄.

1.—Εἶχον $182\frac{7}{10}$ δρχ. καὶ ἐπλήρωσα διὰ κρέας $28\frac{1}{10}$

δρχ., διὰ ρύζι $8\frac{2}{5}$ δρχ. καὶ διὰ καφέ $27\frac{11}{20}$ δρχ. Πόσα ἔχω τώρα ; $(118\frac{1}{2})$.

2.—'Απὸ ἓνα τόπι ὕφασμα $58\frac{3}{4}$ μέτρων ἐπωλήθησαν $9\frac{1}{2}$, $15\frac{3}{10}$ καὶ 16,60 μέτρα. Πόσον ὕφασμα ἔχει τώρα τὸ τόπι ; $(17\frac{7}{20})$.

3.—'Ενα ἀτμόπλοιο ἀνεχώρησε ἐκ τοῦ λιμένος Πειραιῶς στὶς $6\frac{1}{2}$ ὥρας μ. μ. καὶ ἔφθασε στὸν λιμένα τοῦ Βόλου στὶς $11\frac{3}{4}$ π. μ. τῆς ἄλλης ἡμέρας. Πόσες ὥρες διήρκεσε τὸ ταξειδίον του ; $(17\frac{1}{4})$.

4.—'Απὸ ἓνα σάκκον, ποὺ περιεῖχε 50 ὄκ. ζάχαρη, ἐπωλήθησαν $8\frac{1}{2}$, $15\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ καὶ 3 ὄκ. Πόσῃν περιέχει τώρα ὁ σάκκος ; $(22\frac{1}{8})$.

5.—'Ενας ἐργάτης ἔσκαψε $\frac{3}{10}$, $\frac{1}{8}$ καὶ $\frac{2}{7}$ μιᾶς ἀμπέλου. Πόση ἀμπελος ἔμεινε ἄσκαφτη ; $(\frac{81}{280})$.

6.—'Επλήρωσα σ' ἓνα δανειστή μου πρῶτον τὸ $\frac{1}{3}$ τοῦ χρέους μου, ἔπειτα τὸ $\frac{1}{4}$ καὶ ἔπειτα τὸ $\frac{1}{5}$ αὐτοῦ. Τί μέρος τοῦ χρέους μου ἔμεινεν ἀπλήρωτον ; $(\frac{13}{60})$.

7.—'Ενας ἐργάτης ἐκέρδησε μίαν ἡμέραν $75\frac{3}{5}$ δρχ. καὶ ἐξώδεδε 50 $\frac{1}{2}$ δρχ. τὴν ἄλλην ἡμέραν ἐκέρδησεν $80\frac{1}{2}$

δρχ. καὶ ἐξώδευσε $40\frac{3}{4}$ δρχ. τὴν τρίτην ἐκέρδησε $100\frac{5}{10}$
δρχ. καὶ ἐξώδευσε $54\frac{15}{20}$ δρχ. Πόσες δρχ. ἐξοικονόμησε καὶ
κατὰ τὶς τρεῖς ἡμέρες ; $(110\frac{3}{5})$.

Ὅμας Β.

1.—Πόσα ἔλαβεν εἷς σιτέμπορος, ὅστις ἐπώλησε
 $350\frac{5}{8}$ ὀκ., $175\frac{3}{4}$ ὀκ. καὶ 250 ὀκ. σίτου πρὸς $8\frac{4}{5}$ δρχ.τὴν
ὀκᾶν ; (6832) .

2.—Εἷς ἐργάτης εἰργάσθη 15 ἡμέρας, 20 ἡμέρας καὶ
8 ἡμέρας μὲ ἡμερομίσθιον $120\frac{3}{5}$ δρχ. Πόσα ἔλαβεν ;
 $(5185\frac{4}{5})$.

3.—Ἐν ἀτμόπλοιοι ἔκαμε ταξίδι τριῶν ἡμερῶν τὴν
πρώτην ἐταξίδευσεν ἐπὶ $10\frac{1}{2}$ ὥρας τὴν δευτέρα ν ἐπ
 $8\frac{3}{4}$ ὥρας καὶ τὴν τρίτην ἐπὶ $9\frac{1}{4}$ ὥρας. Ἐτρεχε δὲ
πάντοτε μὲ ταχύτητα $15\frac{1}{5}$ μίλια. Πόσα μίλια διέτρεξε
καὶ κατὰ τὰς 3 ἡμέρας ; $(433,2)$.

4.—Ἐνας οἰνοπώλης ἐπώλησε 35 ὀκ. οἴνου πρὸς $8\frac{1}{2}$
δρχ. τὴν ὀκᾶ $16\frac{1}{4}$ ὀκ. ἄλλου οἴνου πρὸς 10,60 δρχ. τὴν
ὀκᾶ καὶ 140 ὀκ. ἄλλου οἴνου πρὸς $7\frac{4}{5}$ δρχ. τὴν ὀκᾶ. Πόσα
ἔλαβε τὸ ὄλον ; $(1561,75)$.

Ὅμας Γ.

1.—Διὰ $17\frac{5}{8}$ ὀκ μῆλα ἔδωκα $352\frac{1}{2}$ δραχ. Πόσον

πρέπει να πωλήσω την όκᾶν διὰ να κερδήσω 70,50 δραχ.; (24).

2.—'Αγόρασα $210\frac{1}{2}$ όκ. τυρι ἀντί 7999 δραχ. διὰ τὴν μεταφορὰν των ἐπλήρωσα $84\frac{1}{5}$ δραχ. καὶ διὰ φόρον $42\frac{1}{10}$ δραχ. Ἐκ τῆς πωλήσεώς του θέλω να κερδήσω καὶ 842 δραχ. Πόσον πρέπει να πωλήσω τὴν όκᾶ; (42,60).

3.—Εἷς ἀνθρακέμπορος πωλήσας 585 όκ. ἀνθράκων ἀντί $2047\frac{1}{2}$ δραχ. ἐζημιώθη $292\frac{1}{2}$ δραχ. Πόσον εἶχεν ἀγοράσει τὴν όκᾶν; (4).

4.—Δύο πόλεις ἀπέχουν ἢ μία ἀπὸ τὴν ἄλλην $192\frac{9}{40}$ χιλιόμετρα. Ἀπὸ τὴν μίαν ἀναχωρεῖ ἕνας ταχυδρόμος βαδίζων $18\frac{3}{4}$ χιλιόμετρα τὴν ἡμέραν, ἀπὸ δὲ τὴν ἄλλην συγχρόνως ἀναχωρεῖ ἄλλος βαδίζων $16\frac{1}{5}$ χιλιόμετρα τὴν ἡμέραν. Μετὰ πόσας ἡμέρας θὰ συναντηθοῦν; ($5\frac{1}{2}$).

Ἔμᾶς Δ'.

1.—'Αγόρασα $5\frac{3}{4}$ όκ. καφέ πρὸς $72\frac{2}{5}$ δραχμ. τὴν όκᾶν. Πόσα θὰ λάβω ἀπὸ ἕν πεντακοσιόδραχμον, πού ἔδωκα πρὸς πληρωμὴν; (ε3,70).

2.—'Αγόρασα $20\frac{1}{2}$ όκ. βουτύρου καὶ ἐκράτησα ἀπὸ αὐτὸ διὰ τὴν οἰκογένειάν μου $7\frac{3}{8}$ όκ., τὸ δὲ ἄλλο ἐπώλησα πρὸς 100 δραχ. τὴν όκᾶν. Πόσας δραχμάς ἔλαβα; ($1287\frac{1}{2}$).

3.—Πόσον ἐκέρδησεν ἕνας παντοπώλης, ὅστις ἀγό-

πράσε $75\frac{1}{4}$ ὀκ. ἐλαίου πρὸς 36 δραχ. τὴν ὀκᾶν καὶ τὸ
μετεπώλησε πρὸς $40\frac{2}{5}$ δραχ. τὴν ὀκᾶν ; (331,10).

4.—Πόσα θὰ οἰκονομήσῃ εἰς ἓν ἔτος εἰς ὑπάλληλος
ὄστις λαμβάνει μηνιαῖον μισθὸν 3050 δραχ., ἐξοδεύει δὲ
 $2108\frac{4}{5}$ δραχ. τὸν μῆνα ; (11294 $\frac{2}{5}$).

5.—Ἀγόρασα $800\frac{5}{8}$ ὀκ. σίτου ἀντὶ 5802 δραχμῶν,
τὸν ἐπώλησα δὲ πρὸς $8\frac{4}{5}$ δραχ. τὴν ὀκᾶν. Πόσα ἐκέρ-
δησα ; (1243,50).

᾽Ομὰς Ε΄.

1.—Ἀγόρασα ἓν βιβλίον $80\frac{4}{10}$ δραχ. ἐκ τῶν ὁποίων
ἐπλήρωσα τὸ $\frac{1}{4}$. Πόσα χρεωστῶ ; (60 $\frac{3}{10}$).

2.—Ἀγόρασα τυρὶ πρὸς $28\frac{3}{4}$ δραχ. τὴν ὀκᾶν καὶ τὸ
μετεπώλησα πρὸς $30\frac{1}{2}$ δραχ. τὴν ὀκᾶν κερδήσας 105
δραχ. Πόσο ἦταν τὸ τυρὶ, ποῦ ἀγόρασα ; (106 $\frac{3}{4}$).

3.—Ἀγόρασα ὕφασμα πρὸς $165\frac{9}{10}$ δραχ. τὸ μέτρον
καὶ τὸ μετεπώλησα πρὸς $160\frac{2}{5}$ δραχ. τὸ μέτρον, πα-
θῶν ζημίαν 825 δραχμῶν. Πόσο ἦτο τὸ ὕφασμα ; (150).

4.—Ἀγόρασα 17 κοτόπουλα ἀντὶ $688\frac{1}{2}$ δραχμῶν καὶ
τὰ μετεπώλησα ἀντὶ 646 δραχμῶν. Πόσον ἐζημιώθηκα
ἀπ' τὸ καθένα ; (2,50).

᾽Ομὰς ΣΤ΄.

1.—Πόσας δραχμὰς θὰ δώσωμε γιὰ $25\frac{1}{4}$ ὀκ. πατά-

τες, εάν με $24\frac{3}{4}$ δραχμές αγοράζωμε $4\frac{1}{8}$ όκ. πατά-
τες; (151 $\frac{1}{2}$).

2.—Πόσον αξίζουν $4\frac{1}{2}$ πήχ. ενός ύφάσματος, εάν
για ένα τόπι $60\frac{1}{2}$ πήχεων έπληρώσαμε 7260 δραχμές;
(540).

3.—Θέλει ένας ν' αλλάξει $8\frac{4}{8}$ πήχεις ύφάσματος, του
όποιου ο πήχης τιμάται $600\frac{9}{10}$ δραχ., με άλλο του οποίου
ο πήχης τιμάται 200 δραχ. Πόσους πήχεις θα λάβη έξ
αυτό; (12 $\frac{3}{4}$).

4.—Είς άντήλλαξε 24 όκ. σίτου με 43 όκ. κριθής. άν
ή τιμή της όκάς του σίτου είναι 8,60 δραχ., ποία είναι ή
τιμή της όκάς της κριθής; (4,80).

Όμάς Ζ'.

1.—Έν πλοϊον τρέχει 18 μίλια εις $1\frac{1}{4}$ ώρας. Εις
πόσας ώρας θα διατρέξει μίαν απόστασιν 180 μιλίων
(12 $\frac{1}{2}$).

2.—Με $12\frac{1}{2}$ δραχ. αγοράζωμε 5 λεμόνια. Πόσα θ'
αγοράσωμε με 1875 δραχμές; (2500)

3.—Πόσες όκάδες πατάτες θ' αγοράσωμε με $525\frac{1}{4}$
δραχμές, εάν με $97\frac{1}{2}$ δραχμές αγοράζωμε 15 όκάδες;
(80 $\frac{1}{2}$).

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Θ'.

Προβλήματα διάφορα.

- 1.—"Εδωσα τὰ $\frac{3}{5}$ τῶν χρημάτων μου καὶ ἔχω 1500
δρχ. Πόσα εἶχα; (3750).
- 2.—"Ενας ἔμπορος ἐπώλησε τὰ $\frac{7}{10}$ ἐξ ἑνὸς ὑφάσμα-
τος καὶ τοῦ ἔμειναν 21,60 μέτρα. Πόσο ὑφασμα ἐπώλησε;
(50,40 μ.).
- 3.—Τὰ $\frac{2}{3}$ ἑνὸς ἔργου ἐκτελεῖ ἓνας ἐργάτης εἰς $6\frac{2}{3}$
ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας ἐκτελεῖ ὁλόκληρον τὸ ἔργον;
(10).
- 4.—Μὲ 40 δρχ. ἀγοράζω $\frac{5}{8}$ τοῦ πήχεως. Πόσους
πήχεις ἀγοράζομε μὲ 1008 δρχ. (15 $\frac{6}{8}$).
- 5.—Πόσον ἀξιίζουν 10 $\frac{3}{4}$ μέτρα ἑνὸς ὑφάσματος, ὃν
8 $\frac{4}{10}$ μέτρα ἀξιίζουν 4032 δρχ.; (5160).
- 6.—"Ενας ἐργάτης ἐργάσθηκε ἀπὸ τῆς 7 $\frac{3}{4}$ ὥρας π.μ.
μέχρι τῆς 12 ὥρας τῆς μεσημβρίας καὶ ἀπὸ τῆς 3 $\frac{1}{2}$ μ. μ.
μέχρι τῆς 6 $\frac{3}{4}$ ὥρας μ. μ. τῆς ἰδίας ἡμέρας. Πόσες ὥρες
ἐργάσθηκε; (7 $\frac{1}{2}$).
- 7.—Πόσα θὰ δώσω εἰς ἓνα παντοπώλην ἀπὸ τὸν
ὁποῖον ἀγόρασα 3 $\frac{1}{4}$ ὀκ. ἐλαίου πρὸς 40,80 δρχ. τὴν ὀκᾶν,
5 ὀκ. ρύζι πρὸς 18 $\frac{4}{5}$ δρχ. τὴν ὀκᾶν καὶ 3 $\frac{5}{8}$ ὀκ. πατάτες
πρὸς 4 $\frac{2}{5}$ δρχ. τὴν ὀκᾶν; (251,35).

8.—Πόσα ἔλαβεν εἷς ἐργάτης, ὅστις ἐργάσθηκε 3 ἡμέρας μὲ ἡμερομίσθιον $60\frac{7}{10}$ δραχ., 10 ἡμέρας μὲ ἡμερομίσθιον $75\frac{4}{5}$ δραχ. καὶ 7 ἡμέρας μὲ ἡμερομίσθιον $80\frac{1}{2}$ δραχμάς; (1503,60).

9.—Εἷς βουτυρέμπορος ἀγόρασε 530 ὄκ. βουτύρου ἀντὶ $42797\frac{1}{2}$ δραχ. Ἐκ τῆς πωλήσεώς του θέλει νὰ κερδήσῃ τὸ $\frac{1}{10}$ τῶν χρημάτων, ποῦ ἔδωσε διὰ τὴν ἀγοράν του. Πόσον πρέπει νὰ πωλήσῃ τὴν ὀκᾶν; (66,55).

10.—Γιὰ νὰ κάμω μίαν ἐνδυμασίαν ἀγόρασα $4\frac{5}{8}$ πήχεις ὕφασμα πρὸς $260\frac{4}{5}$ δραχ. καὶ 5 πήχεις φόδρα πρὸς $50\frac{1}{2}$ δραχ. τὸν πῆχυν διὰ ραπτικά δὲ ἐπλήρωσα 750,80 δραχ. Πόσον μοῦ ἐστοίχισε ἡ ἐνδυμασία μου; (2209,50).

11.—Ἐνας χωρικός ἔφερε εἰς τὴν ἀγοράν πρὸς πώλησιν 60 ὄκ. φακὲς καὶ ἐπώλησε τὰ $\frac{5}{8}$ αὐτῶν πρὸς 7,60 δραχ. τὴν ὀκᾶν. Πόσας ὀκάδας ἐπώλησε; Πόσες ὀκάδες τοῦ ἔμειναν; Πόσας δραχ. ἔλαβε; ($37\frac{1}{2}$, $22\frac{1}{2}$, 285).

12.—Ἐπώλησα τὰ $\frac{3}{5}$ ἐνὸς ὑφάσματος καὶ μοῦ ἔμειναν 38 πήχεις καὶ 6 ρούπια. Πόσον ὕφασμα εἶχα; ($96\frac{7}{8}$).

13.—Τίνος ἀριθμοῦ τὸ $\frac{1}{3}$ καὶ τὸ $\frac{1}{4}$ εἶναι $16\frac{11}{12}$; (29).

14.—Ἐνας ἐξώδευσε τὸ $\frac{1}{4}$ καὶ τὸ $\frac{1}{5}$ τῶν χρημά-

των του και του ἔμειναν $5505\frac{1}{2}$ δραχ. Πόσα εἶχε χρήματα; (10010).

15.—Πόσες δραχμὲς θὰ λάβω ρέστα ἀπὸ ἓνα ἔμπορο ἀπὸ τὸν ὁποῖον ἀγόρασα $3\frac{4}{8}$ πῆχεις ὑφάσματος πρὸς 205,60 δραχ. τὸν πῆχυν, $4\frac{2}{8}$ πῆχ. φόδρα πρὸς $40\frac{4}{10}$ δραχ. τὸν πῆχυν καὶ 3 κουβαρίστρες πρὸς $30\frac{2}{5}$ δραχ.τὴν μίαν, τοῦ ἔδωκα δὲ πρὸς πληρωμὴν ἓν χιλιόδραχμον; (17,50).

16.—Πόσα θὰ πληρώσω διὰ $\frac{5}{10}$ τῆς ὀκᾶς μακαρόνια πρὸς 18,20 δραχ. τὴν ὀκᾶν, διὰ $\frac{8}{10}$ τῆς ὀκ. τυρὶ πρὸς $36\frac{1}{2}$ δραχ. τὴν ὀκᾶν καὶ $5\frac{1}{4}$ ὀκ. ζάχαρη πρὸς 20,60 δραχ. τὴν ὀκᾶν; (146,45).

17.—Ἐνας ἔμπορος ἀγόρασε $30\frac{1}{2}$ μέτρα ὑφάσματος πρὸς 150,30 δραχ. τὸ μέτρον καὶ ἐπώλησε $5\frac{2}{4}$ μέτρα πρὸς 165,20 δραχ. τὸ μέτρον, $17\frac{3}{10}$ μέτρα πρὸς 160,50 δραχ. τὸ μέτρον, τὰ δὲ ὑπόλοιπον πρὸς 158 δραχ. τὸ μέτρον. Πόσα ἐκέρδησε; (1226,30).

18.—Ἐξωδεύω τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ μισθοῦ μου δι' ἐνοίκιον, τὰ $\frac{3}{5}$ αὐτοῦ διὰ τροφήν καὶ τὸ $\frac{1}{10}$ δι' ἄλλα ἔξοδα· μοῦ μένουν δὲ τὸν μῆνα 400 δραχ. α) Ποῖος εἶναι ὁ μηνιαῖος μισθός μου; β) Πόσα ἐξωδεύω δι' ἐνοίκιον; γ) Πόσα διὰ τροφήν; καὶ δ) πόσα διὰ τὰ ἄλλα ἔξοδα;

(8000—2000—4800—800 καὶ 400 ὑπ.).

19.—Ἐγραψεν ἓνας εἰς τὴν διαθήκην του νὰ λάβῃ ὁ

α'. υιός του τὰ $\frac{3}{5}$ τῆς περιουσίας του, ὁ β'. τὰ $\frac{3}{8}$ αὐτῆς
καὶ ὁ γ'. τὸ ὑπόλοιπον, ποῦ ἦτο 7500 δραχ.

α) Πόση ἦτο ὅλη ἡ περιουσία του;

β) Πόσα ἔλαβεν ὁ α'. υιός;

γ) Πόσα ἔλαβεν ὁ β'. υιός;

(300.000—180.000—112.500).

20.—3 Συνεταῖροι διεμοίρασαν τὰ κέρδη μιᾶς ἐπιχει-
ρήσεως καὶ ἐπῆρην ὁ α'. τὸ $\frac{1}{4}$ αὐτῶν· ὁ β'. τὰ $\frac{3}{7}$ αὐτῶν
καὶ ὁ γ'. τὸ ὑπόλοιπον 45.000 δραχ.

α) Πόσα ἐπῆρην ὁ καθένας;

β) Πόσα ἦσαν ὅλα τὰ κέρδη;

(α'. 35.000—β'. 60.000—γ'. 95.000).

21.—“Ενας ἐργάτης τελειώνει ἓν ἔργον εἰς 8 ἡμέρας.
Εἷς ἄλλος τὸ αὐτὸ ἔργον εἰς 12 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέ-
ρας θὰ τελειώσουν αὐτό, ἐὰν ἐργασθοῦν συγχρόνως καὶ
οἱ δύο;

($4\frac{4}{5}$).

22.—“Ενας ἐργάτης ἐξετέλεσε τὰ $\frac{5}{8}$ ἑνὸς ἔργου
εἰς 10 ὥρας. Εἷς ἄλλος τὰ $\frac{2}{9}$ αὐτοῦ εἰς 6 ὥρας. Εἰς πό-
σας ὥρας θὰ ἐκτελέσουν τὸ ὑπόλοιπον ἔργον οἱ δύο
μαζὶ ἐργάται;

($3\frac{1}{3}$).

23.—“Ενας ἐργάτης τελειώνει ἓν ἔργον εἰς 12 ἡμέ-
ρας. Εἷς ἄλλος ἐκτελεῖ τὰ $\frac{2}{5}$ αὐτοῦ εἰς 6 ἡμέρας. Εἰς
πόσας ἡμέρας θὰ τελειώσουν τοῦτο οἱ δύο μαζὶ, ἐὰν ἐρ-
γασθοῦν συγχρόνως;

($6\frac{2}{3}$).

24.—“Ενας ἐργάτης ἐκτελεῖ ἓν ἔργον εἰς 3 ἡμέρας.
Εἷς ἄλλος ἐκτελεῖ αὐτὸ εἰς 4 ἡμέρας καὶ εἷς ἄλλος εἰς 6
ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας ἐργαζόμενοι μαζὶ καὶ οἱ 3

ἐργάται θὰ ἐκτελέσουν τὸ ἔργον τοῦτο : $(1\frac{1}{3})$.

25.— Δυὸ ἐργάται ἐργαζόμενοι ὁμοῦ ἐκτελοῦσιν ἓν ἔργον εἰς 8 ἡμέρας· ὁ δεύτερος μόνος του ἐκτελεῖ τοῦτο εἰς 14 ἡμέρας. Τὶ μέρος τοῦ ἔργου ἐκτελεῖ ὁ πρῶτος εἰς 1 ἡμέραν ; $(\frac{3}{56})$.

26.— Δυὸ κρουνοὶ γεμίζουν μιὰ δεξαμενὴ σὲ 20 ὥρας· Ὁ ἓνας ἀπ' αὐτούς, ἐάν ρεῖ μόνος του, τὴν γεμίζει σὲ 30 ὥρας. Σὲ πόσας ὥρας τὴν γεμίζει μόνος του ὁ ἄλλος ; (60)

27.— Ἐν ἀτμόπλοιον διανύον τὴν ὥραν $6\frac{1}{2}$ μίλια καταδιώκεται ὑπὸ ἄλλου, τὸ ὁποῖον διανύει 8 μίλια τὴν ὥραν, τὸ ὁποῖον ὅμως ἀνεχώρησε μετὰ 15 ὥρας. Μετὰ πόσας ὥρας τούτο θὰ φθάσῃ τὸ πρῶτον ; (65)

28.— Ἀγόρασε ἓνας τυρέμπορος 34 ὀκ. τυροῦ πρὸς $36\frac{1}{2}$ δραχμὰς τὴν ὀκᾶν· καὶ τὰ μὲν $\frac{3}{4}$ αὐτοῦ τὰ ἐπώλησε πρὸς 40 δραχ. τὴν ὀκᾶν, τὸ δὲ ὑπόλοιπον πρὸς $37\frac{4}{5}$ δραχ. τὴν ὀκᾶν. Πόσα ἐκέρδισε ; $(100,30)$

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α΄.

Προβλήματα κύβου.

Ὅμας Α΄. (Τετραγώνου).

1.—Τὸ πάτωμα ἑνὸς δωματίου ἔχει σχῆμα τετραγώνου τοῦ ὁποίου ἡ πλευρὰ εἶναι 4 μέτρα. Πόσα μέτρα εἶναι ἡ περίμετρος του ; (16 μ.).

(Ἔτερον μὲ πλευρὰν 4,80 μ.).

2.—Τὸ πάτωμα ἑνὸς δωματίου εἶναι τετράγωνον, τοῦ ὁποίου ἡ περίμετρος εἶναι 16 μέτρα. Πόσα μέτρα εἶναι ἡ πλευρὰ του ; (4).

(Ἔτερον μὲ περίμετρον 19,20 μ.).

3.—Εἷς κῆπος ἔχει σχῆμα τετραγώνου, τοῦ ὁποίου ἡ πλευρὰ εἶναι 40,60 μέτρα. Πόσον συρμάτιον θὰ χρειασθοῦμε διὰ νὰ τὸν περιφράξωμεν διὰ 5 συρμάτων ; (812 μ.).

4.—Εἷς ἀνθόκηπος ἔχει σχῆμα τετραγώνου, τοῦ ὁποίου ἡ πλευρὰ εἶναι 40 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι ἡ ἐπιφάνειά του ; (1600 τ. μ.).

5.—Ἡ ἀύλη τοῦ σχολείου ἔχει σχῆμα τετραγώνου, τοῦ ὁποίου ἡ περίμετρος εἶναι 161,60 μέτρα. Ποῖον εἶναι τὸ ἐμβαδόν της ; (1632,16 τ. μ.).

6.—Μία ἄμπελος ἔχει σχῆμα τετραγώνου, τοῦ ὁποίου ἡ πλευρὰ εἶναι 350 μέτρα. Πόσα νέα στρέμματα εἶναι ; (122,500).

7.—“Εν οικόπεδον ἔχει σχῆμα τετραγώνου, τοῦ ὁποίου ἡ πλευρὰ εἶναι 55 μέτρα· ἂν ἡ ἀξία τοῦ τετραγωνικοῦ μέτρου αὐτοῦ εἶναι 70,50 δραχ. Ποία εἶναι ἡ ἀξία τοῦ οἰκοπέδου ; (213262,50).

8.—“Εν οικόπεδον ἔχει σχῆμα τετραγώνου, τοῦ ὁποίου ἡ πλευρὰ εἶναι 40 μέτρων καὶ ἀγοράσθηκε ἀντὶ 240.000 δραχμῶν. Ποία εἶναι ἡ ἀξία τοῦ τετραγωνικοῦ μέτρου αὐτοῦ ; (150)

9.—Τὸ μῆκος καὶ τὸ πλάτος ἑνὸς μαγειρείου σχήματος τετραγωνικοῦ εἶναι 4,50 μέτρα. Πίσσες τετραγωνικῆς πλάκες θὰ χρειασθοῦν διὰ νὰ στρωθῇ, ἂν ἡ πλευρὰ τῶν πλακῶν εἶναι 0,18 τοῦ μέτρου ; (625)

10.—Κατασκευάσατε ἓν τετράγωνον ἀπὸ χαρτόνι καὶ εὑρετε : α) Τὴν περίμετρόν του β) Τὸ ἔμβαδόν του.

Ὅμας Β'. (Ἐμβαδὸν καὶ ὄγκος κύβου).

1.—“Εν δωμάτιον ἔχει σχῆμα κύβου, τοῦ ὁποίου ἡ ἀκμὴ εἶναι 5 μέτρα : α) Ποῖον τὸ ἔμβαδόν του ; β) Πόσα κυβικὰ μέτρα ἀέρος εὐρίσκονται εἰς αὐτό ; (απ. 150 τ. μ.—125 κ. μ.).

2.—Κατάσκευάσατε ἀπὸ χαρτόνι ἓνα κύβον καὶ εὑρετε : α) Πόσα μέτρα εἶναι ὅλαι αἱ ἀκμαὶ του ; β) Ποῖον τὸ ἔμβαδόν του. γ) Ποῖος ὁ ὄγκος του ;

3.—Εἷς σωρὸς λίθων ἔχει σχῆμα κύβου, τοῦ ὁποίου ἡ ἀκμὴ εἶναι 10 μέτρων. Ποῖος εἶναι ὁ ὄγκος αὐτοῦ ; (1000 κ. μ.).

4.—“Εν δοχεῖον ἔχει σχῆμα κυβικόν, τοῦ ὁποίου ἡ ἔδρα τῆς βάσεως ἔχει πλευρὰν 0,55 μέτρα. Ποῖος εἶναι ὁ ὄγκος του ; (0,3025 κ. μ.).

5.—“Εν κιβώτιον ἔχει σχῆμα κύβου, τοῦ ὁποίου ἡ

ἀκμή εἶναι 0,80 μέτρα. Πόσες πλάκες σάπωνος σχήματος κύβου με ἀκμήν 0,08 μέτρου χωροῦν εἰς αὐτό; (1000).

6.—Ἐν δωμάτιον ἔχει σχῆμα κύβου με ἀκμήν 5,60 μέτρα· τοῦτο συνεφωνήθη νά ἐλαιοχρωματισθῆ ἐσωτερικῶς πρὸς 75,50 δραχ. τὸ τετραγωνικὸν μέτρον. Πόσον θὰ στοιχίσῃ ὁ ἐλαιοχρωματισμὸς του;

(Τὸ πάτωμα καὶ ἡ ὀροφή του εἶναι ξύλινα). (9470,72 δρ.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β΄.

Προβλήματα

Ὅρθογωνίου παραλληλεπιπέδου.

Ὅμας Α΄. (Ὅρθογωνίου παραλληλογράμμου).

1.—Εἷς ἀγρὸς ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, τοῦ ὁποίου ἡ βᾶσις εἶναι 75 μέτρα, τὸ δὲ ὕψος 40 μέτρα. Πόσα μέτρα εἶναι ἡ περίμετρός του; (230).

2.—Μία αὐλή ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, τοῦ ὁποίου ἡ περίμετρος εἶναι 360 μέτρα, τὸ δὲ μῆκος του 105 μέτρα. Πόσα μέτρα εἶναι ἐκάστη τῶν ἄλλων πλευρῶν του; (105—75—75).

3.—Μία ἄμπελος ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου με βᾶσιν 45 μέτρων καὶ ὕψος 25,50 μέτρων. Πόσον συρματοπλεγμα θὰ χρειασθῆ διὰ τὴν περίφραξίν της διὰ 7 συρμάτων; (987).

4.—Εἷς ἀγρὸς ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, τοῦ ὁποίου τὸ μῆκος εἶναι 56,60 μέτρα, τὸ δὲ πλάτος 33,75 μέτρα. Πόσα νέα στρέμματα εἶναι οὗτος; (2 στρ. 193,25 τ. μ.)

5.—Εἷς κήπος ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλο-

γράμμου και είναι 575 τετρ. μέτρων. Ἐάν τὸ μήκος του εἶναι 25 μέτρα, ποῖον εἶναι τὸ πλάτος του ; (20 .

6.—Ἐν οἰκόπεδον ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλογράμου, τοῦ ὁποῖου ἡ βᾶσις εἶναι 50 μέτρων, τὸ δὲ ὕψος 35 μέτρων. Τούτο πωλεῖται πρὸς 200 δραχ. τὸ τετραγωνικὸν μέτρον. Ποία εἶναι ἡ ἀξία του ; (350.000).

7.—Ἐν δωμάτιον σχήματος ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου ἔχει μήκος 5,40 μέτρων, πλάτος δὲ 4,50 μέτρων. Πόσαι σανίδες θὰ χρειασθοῦν διὰ νὰ στρωθῇ, ἐάν τὸ μήκος ἐκάστης σανίδος εἶναι 1,80 μέτρων, τὸ δὲ πλάτος 0,25 μέτρον ; (54).

8.—Τὸ πάτωμα ἐνὸς δωματίου ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, τοῦ ὁποῖου τὸ ἐμβαδὸν εἶναι 32,40 τετρ. μέτρα. Τοῦτο ἐστρώθη διὰ τάπητος μήκους 27 μέτρων. Ποῖον εἶναι τὸ πλάτος τοῦ τάπητος ; (1,20).

9.—Κατασκευάσατε ἀπὸ χαρτόνι ἓν ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον καὶ εὔρετε : α) τὴν βᾶσιν του. β) Τὸ ὕψος του. γ) Τὴν περίμετρόν του. δ) Τὸ ἐμβαδὸν του.

Ὅμιος Β'. (ἐμβαδὸν καὶ ὄγκος ὀρθογωνίου παραλληλεπίπεδου).

1.—Ἐν ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον ἔχει διαστάσεις : μήκος 8 μέτρων, πλάτος 5 μέτρων καὶ ὕψος 3 μέτρων : α) Ποῖον τὸ ἐμβαδὸν του ; β) Ποῖος ὁ ὄγκος του ; (158—120).

2.—Μία δεξαμενὴ ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλεπίπεδου, τοῦ ὁποῖου τὸ μήκος εἶναι 15 μέτρα, τὸ πλάτος 8,50 μέτρα καὶ τὸ ὕψος 5 μέτρα. Πόσα κυβικὰ ὕδατος χωρεῖ ; (637.50).

3.—Ἐν δωμάτιον ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλεπίπεδου μὲ διαστάσεις : μήκος 5 μέτρα, πλάτος 3,80 μέτρα, καὶ ὕψος 4 μέτρα. Πόσα κυβικὰ ἀέρος χωρεῖ ; (76).

4.—Εἰς μίαν τάφρον μήκους 35 μέτρων, πλάτος 2,40 τοῦ μέτρου ὑπάρχει ὕδωρ εἰς ὕψος 0,75 μέτρου. Πόσων κυβικῶν μέτρων ὕδωρ εὐρίσκεται εἰς αὐτήν; (63).

5.—Μία πλατεῖα ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, τοῦ ὁποῦ τοῦ μήκος εἶναι 80,5 μέτρα, τὸ πλάτος δὲ 70 μέτρων. Ταύτης τὴν ἐπιφάνειαν πρόκειται ν' ἀναβιβάσωμεν κατὰ 0,40 τοῦ μέτρου. Πόσα κυβικὰ μέτρα χώματος πρέπει νὰ προστεθοῦν; (2254).

6.—Μιὰ χορταποθήκη ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλεπίπεδου μὲ διαστάσεις: μήκος 40 μέτρων, πλάτος 30 μέτρων καὶ ὕψος 10 μέτρων. Πόσα δεμάτια χόρτου, ὁμοίου σχήματος καὶ μὲ διαστάσεις μήκος 1,20 μέτρων, πλάτος 1 μέτρου καὶ ὕψος 1 μέτρου, χωρεῖ αὐτή; (10.000).

7.—Κατασκευάσατε ἀπὸ χαρτόνι ἓν ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον καὶ εὔρετε:

α) Πόσα μέτρα εἶναι ὄλαι αἱ ἄκμαί του·

β) Ποῖον τὸ ἐμβαδὸν του· γ) Ποῖος ὁ ὄγκος του;

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ΄.

Προβλήματα πλαγίου παραλληλεπίπεδου

Ὅμας Α΄. (πλαγίου παραλληλογράμμου).

1.—Μία ἄμπελος ἔχει σχῆμα πλαγίου παραλληλογράμμου, τοῦ ὁποῦ ἡ βᾶσις εἶναι 56 μέτρα. τὸ δὲ ὕψος 45 μέτρα. Ποῖον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς; (2520 τ. μ.).

2.—Μία αὐλὴ ἔχει σχῆμα πλαγίου παραλληλογράμμου· ἡ βᾶσις του εἶναι 34,5 μέτρα, μία δὲ ἀπὸ τὰς μὴ παραλλήλους πρὸς τὴν βᾶσιν πλευρὰς του εἶναι 20,60 μέτρα. Πόσα μέτρα εἶναι ἡ περίμετρος του; (110,20).

3.—Μιά αύλή ἔχει σχῆμα πλαγίσι παραλληλογραμμου, τοῦ ὁποίου ἡ περίμετρος εἶναι 90 μέτρα, μία δὲ ἀπὸ τὰς μὴ παραλλήλους πρὸς τὴν βάσιν πλευράς του 15 μέτρα καὶ ὕψος του 10 μέτρα. Πόση εἶναι ἡ ἐπιφάνειά της ; (300).

4.—Πιά ἄμπελος ἔχει σχῆμα πλαγίου παραλληλογράμμου μὲ βάσιν 108 μέτρων καὶ ὕψος 50,50 μέτρων· αὕτη ἐπωλήθη ἀντὶ 40905 δραχμῶν. Πρὸς πόσον ἐπωλήθ τὸ τετραγωνικὸν μέτρων ; (7,50).

6.—Τὸ ἔμβαδὸν ἑνὸς οἰκοπέδου σχήματος πλαγίου παραλληλογράμμου εἶναι 2420 τ. μ., ἡ δὲ βάσις του 60,50 μέτρα· Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος του ; (40).

Ὅμας Β'. (Ἐμβαδὸν καὶ ὄγκος πλαγίου παραλληλεπιπέδου).

1.—Ἐνὸς πλαγίου παραλληλεπιπέδου ὄλαι αἰ ἔδραι του εἶναι πλάγια παραλληλόγραμμα. Ἡ ἔδρα τῆς βάσεως του ἔχει βάσιν μὲν 40 μ., ὕψος δὲ 19 μ. Ἡ παράπλευρός του ἔδρα, πού ἔχει κοινὴν βάσιν μὲ τὴν ἔδραν τῆς βάσεως, ἔχει ὕψος 6 μέτρων. Ἡ παράπλευρος ἔδρα του, πού μὲ τὰς δύο προηγουμένας ἔδρας ἀποτελοῦν τρίεδρον γωνίαν, ἔχει βάσιν μὲν 20 μ. ὕψος δὲ 6 μ. Τὸ ὕψος τοῦ πλαγ. Παραλληλεπιπέδου εἶναι 5 μ.

α) Ποῖον τὸ ἔμβαδὸν του ; (ἀπ. 2240 τ. μ.),

β) Ποῖος ὁ ὄγκος του ; (ἀπ. 3800 κ. μ.).

2.—Ἐνὸς πλαγίου παραλληλεπιπέδου ὄλαι αἰ ἔδραι του εἶναι πλάγια παραλληλόγραμμα. Ἡ ἔδρα τῆς βάσεως του ἔχει βάσιν μὲν 20 μέτρων, ὕψος δὲ 9,50 μέτρ. Ἡ παράπλευρος ἔδρα του, πού ἔχει μὲ αὐτὴν κοινὴν βάσιν, ἔχει ὕψος 3 μέτρα. Ἡ δὲ παράπλευρος ἔδρα, πού μὲ αὐτὰς τὰς δύο σχηματίζουν τρίεδρον γωνίαν, ἔχει βάσιν μὲν 10 μ., ὕψος δὲ 3 μ. Τὸ ὕψος δὲ τοῦ πλαγίου παραλλ-

ληλεπιπέδου είναι 2,50 μέτρα. α) Ποιον είναι το έμβαδόν του ; β) Ποίος είναι ο όγκος του ;

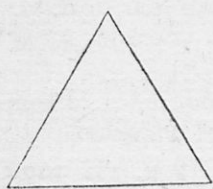
(άπ. α) 560 τ. μ.—β) 475 κ. μ.).

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ'.

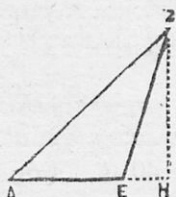
Προβλήματα πυραμίδος.

Όμας Α'. (Τριγώνου)

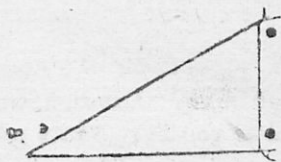
1.—Εύρετε το έμβαδόν των τριγώνων : α) σχ. 1 β) ΕΖΗ σχ. 2 και γ) ΑΒΓ, σχ. 3. (μετρούντες τας διαστάσεις των).



σχ. 1



σχ. 2



σχ. 3

2.—Ποία είναι ή περίμετρος :

α) Ένός τριγώνου που αί πλευράί του είναι 5 μ. 7 μ. και 10 μέτρα ; (22).

β) Ένός ίσοπλεύρου τριγώνου, που ή πλευρά του είναι 2,06 μ. ; (6,18).

γ) Ένός ίσοσκελούς τριγώνου, που ή βάση του είναι 3,80 μ., τὸ ἐν δὲ σκέλος του 6,45 μέτ. ; (16,70).

3.—Ή περίμετρος ίσοπλεύρου τριγώνου είναι 1,11 μέτρα. Πόσα μέτρα είναι ἐκόστη των πλευρών του ; (0,37).

4.— Μιάς τριγωνικής ἀμπέλου ή βάση είναι 80 μέ-

τρα, τὸ δὲ ὕψος τῆς 60 μέτρα. α) Ποῖον εἶναι τὸ ἔμβαδὸν τῆς; β) Πόσα δὲ νέα στρέμματα;

(2400 τ. μ.—2 στρ. 400 μ.).

5.—Αἱ πλευραὶ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἑνὸς ὀρθογωνίου τριγώνου εἶναι ἢ μὲν μία 20 μέτρα, ἢ δὲ ἄλλη 15 μέτρα. Ποῖον εἶναι τὸ ἔμβαδὸν του;

(150).

6.—Τὸ ἔμβαδὸν τριγώνου εἶναι 150 τετρ. μέτρα, ἢ δὲ βάσις του 20 μέτρα. Πόσα μέτρα εἶναι τὸ ὕψος τοῦ

(15).

7.—Τὸ ἔμβαδὸν ἑνὸς τριγώνου εἶναι 150 μέτρα, τὸ δὲ ὕψος του 15 μέτρα. Πόσα μέτρα εἶναι ἢ βάσις του;

(20).

8.—Τὸ ἔμβαδὸν ἑνὸς ὀρθογωνίου τριγώνου εἶναι 600 τετρ. μέτρα· ἢ μία πλευρὰ τῆς ὀρθῆς γωνίας 40 μέτρα. Πόσα μέτρα εἶναι ἢ ἄλλη πλευρὰ τῆς ὀρθῆς γωνίας;

(30).

9.—Εἷς ἀγρὸς τριγωνικὸς ἔχει βάσιν 54,60 μέτρων καὶ ὕψος 28 μέτρων. Εἷς δὲ ἄλλος ἴσος πρὸς αὐτόν, σχήματος ὁμῶς ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, ἔχει μήκος 40 μέτρων. Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τούτου;

(19,11).

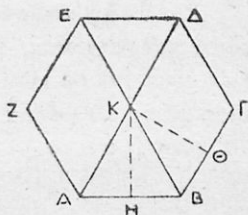
Ὅμας Β'. (Κανονικοῦ πολυγώνου).

1.—Εὑρετε τὸ ἔμβαδὸν τοῦ κανονικοῦ ἑξαγώνου ΑΒΓΔΕΖ (σχῆμ. 4) μετροῦντες τὰς διαστάσεις του.

2.—Κατασκευάσατε ἀπὸ χαρτόνι ἓν κανονικὸν ὀκτάγωνον καὶ εὑρετε τὸ ἔμβαδὸν του;

3.—Ἡ περίμετρος ἑνὸς ὀκταπλεύρου κανονικοῦ πολυγώνου εἶναι 40 μέτρα ποῖα εἶναι ἢ πλευρὰ του;

(5).



Εἶκ. 4

4.—Ἡ πλευρά ἑνὸς ὀκταπλεύρου κανονικοῦ πολυγώνου εἶναι 0,025 μέτρα, τὸ δὲ ὕψος τοῦ 0,028 μ. Ποῖον εἶναι τὸ ἔμβαδόν του; (ἀπ. 0,0028 τ. μ.)

5. Τὸ ἔμβαδὸν ἑνὸς κανονικοῦ πολυγώνου εἶναι 0,0028 τετρ. μέτρα, ἡ δὲ βᾶσις του (περίμετρός του) 0,2 μ. Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος του; (0,028 μ.)

6.—Τὸ ἔμβαδὸν ἑνὸς ὀκταπλεύρου κανονικοῦ πολυγώνου εἶναι 512 τετρ. μέτρα, τὸ δὲ ὕψος του 12,8 μέτρα. Ποία εἶναι ἡ πλευρά του; (10)

7.—Ἐν οἰκόπεδον ἔχει σχῆμα ἑξαγώνου κανονικοῦ πολυγώνου, τοῦ ὁποῖου ἡ πλευρά εἶναι 108 μέτρα, τὸ δὲ ὕψος του 93,6 μέτρα: Πόσον ἀξίζει τὸ οἰκόπεδον, ἐὰν τὸ τετρ. μέτρον αὐτοῦ τιμᾶται 100 δραχ.; (3.032.640).

Ὅμας Γ. (Ἐμβαδοῦ καὶ ὄγκου πυραμίδος).

1.—Μιᾶς τριγωνικῆς κανονικῆς πυραμίδος ἡ ἔδρα τῆς βάσεως εἶναι ἰσόπλευρον τρίγωνον, τοῦ ὁποῖου ἡ πλευρά εἶναι 20 μέτρα, τὸ δὲ ὕψος 17,5 μ. ἡ ἀπόστασις τῶν πλευρῶν τῆς ἔδρας τῆς βάσεως ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς πυραμίδος εἶναι 52 μέτρα· τὸ δὲ ὕψος τῆς πυραμίδος 50 μ. Νὰ εὑρεθῇ:

α) Τὸ ἔμβαδὸν τῆς πυραμίδος. (1735 τ. μ.).

β) Ὁ ὄγκος τῆς πυραμίδος (2916 $\frac{2}{3}$ κ. μ.).

2.—Μιᾶς κανονικῆς πυραμίδος ἡ ἔδρα τῆς βάσεως εἶναι τετράγωνον, τοῦ ὁποῖου ἡ πλευρά εἶναι 5 μέτρα, ἡ ἀπόστασις δὲ τῶν πλευρῶν του ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς πυραμίδος 10 μέτρα· τὸ ὕψος τῆς πυραμίδος εἶναι 8,65 μ. Νὰ εὑρεθῇ:

α) Τὸ ἔμβαδὸν τῆς πυραμίδος. (ἀπ. 125).

β) Ὁ ὄγκος τῆς πυραμίδος. (ἀπ. $72\frac{2}{3}$.)

3.—Μιάς κανονικῆς πολυγωνικῆς πυραμίδος ἡ ἔδρα τῆς βάσεως εἶναι κανονικόν ἑξάγωνον. τοῦ ὁποίου ἡ πλευρά εἶναι 6 μέτρα, ἡ ἀπόστασις τῶν πλευρῶν του, ἀπό μὲν τοῦ κέντρου τῆς ἔδρας τῆς βάσεως εἶναι 5 μέτ., ἀπὸ δὲ τῆς κορυφῆς τῆς πυραμίδος 15 μέτρα· τὸ ὕψος τῆς πυραμίδος εἶναι 14,15 μέτρα. Νὰ εὔρεθῇ:

α) Τὸ ἔμβαδὸν τῆς πυραμίδος. (ἀπ. 360).

β) Ὁ ὄγκος αὐτῆς (ἀπ. 426,5)

4.— Ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἔδρας τῆς βάσεως μιᾶς πυραμίδος εἶναι 35 τετρ. μέτρα, τὸ δὲ ὕψος τῆς πυραμίδος 17,30 μέτρα. Ποῖος εἶναι ὁ ὄγκος τῆς; (ἀπ. 201,833).

5.—Κατασκευάσατε ἀπὸ χαρτόνι τριγωνικὴν κανονικὴν πυραμίδα μὲ ἔδραν βάσεως ἰσόπλευρον τρίγωνον καὶ εὔρετε: α) Τὸ ἔμβαδὸν τῆς, β) τὸν ὄγκον τῆς.

6.—Κατασκευάσατε ἀπὸ χαρτόνι κανονικὴν πυραμίδα μὲ ἔδραν βάσεις τετράγωνον καὶ εὔρετε:

α) Τὸ ἔμβαδὸν τῆς β) τὸν ὄγκον τῆς.

7.—Κατασκευάσατε ἀπὸ χαρτόνι κανονικὴν ἑξαγωνικὴν πυραμίδα καὶ εὔρετε:

α) Τὸ ἔμβαδὸν τῆς β) τὸν ὄγκον τῆς:

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε΄.

Προβλήματα κολούρου πυραμίδος.

Ὅμας Α΄. (Τραπεζίου).

1.—Ποῖον τὸ ἔμβαδὸν ἑνὸς τραπεζίου, τὸ ὁποῖον ἔχει βάσεις μὲν 40 μέτρων καὶ 25 μέτρων, ὕψος δὲ 20 μέτρων; (650 τ. μ.).

2.—Πόσα νέα στρέμματα εἶναι μίᾳ ἄμπελος σχήματος τραπεζίου μὲ βάσεις μὲν 250 μέτρων καὶ 180 μέτρων, ὕψος δὲ 100 μέτρων; (21 στρ. 500 τ. μ.).

3.—Ἡ ἐπιφάνεια ἐνὸς οἰκοπέδου σχήματος τραπεζίου εἶναι 2065 τετρ. μέτρα, τὸ δὲ ὕψος του 35 μέτρα. Πόσα μέτρα εἶναι αἱ 2 βάσεις του; καὶ ἂν ἡ μία ἀπ' αὐτὰς εἶναι 40 μέτρα, πόσα μέτρα εἶναι ἡ ἄλλη;
(118—78).

4.—Ἡ ἐπιφάνεια ἐνὸς οἰκοπέδου σχήματος τραπεζίου εἶναι 2065 τετρ. μέτρα, αἱ δὲ δύο βάσεις του εἶναι ἡ μία 40 μέτρα καὶ ἡ ἄλλη 78 μέτρα. Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος του;
(35).

5.—Ἐν οἰκόπεδον ἔχει σχῆμα τραπεζίου, τοῦ ὁποίου ἡ μὲν μία βᾶσις εἶναι 20,50 μέτρ., ἡ δὲ ἄλλη 25 μέτρα καὶ τὸ ὕψος του 20 μέτρα:

α) Πόσον τιμᾶται τοῦτο, ἐὰν τὸ 1 τετρ. μέτρον αὐτοῦ τιμᾶται 240 δραχ. ; (133200).

β) πρὸς πόσον ἐπωλήθη τὸ 1 τετρ. μέτρον αὐτοῦ, ἐὰν τὸ οἰκόπεδον ἐπωλήθη ἀντὶ 298700 δραχμῶν ; (540).

Ἔμβας Β'. (Ἐμβαδοῦ κολούρου πυραμίδους).

1.—Κατασκευάσατε ἀπὸ χαρτόνι κόλουρον πυραμίδα μὲ ἕδρας τῶν βάσεων τῆς τετράγωνα καὶ εὔρετε τὸ ἔμβασδόν τῆς.

2.—Κατασκευάσατε ἀπὸ χαρτόνι τριγωνικὴν κόλουρον πυραμίδα καὶ εὔρετε τὸ ἔμβασδόν τῆς.

3.—Κατασκευάσατε ἀπὸ χαρτόνι κόλουρον πυραμίδα μὲ ἕδρας τῶν βάσεων τῆς κανονικᾶ ἑξάγωνα καὶ εὔρετε τὸ ἔμβασδόν τῆς.

Ἔμβας Γ'. (ὄγκου κολούρου πυραμίδος).

Προβλήματα εἰς τὰ ὁποῖα ζητεῖται ἡ εὔρεσις τοῦ ὄγκου κολούρου πυραμίδος δὲν διελάβαμεν συμφώνως καὶ τῷ ἐπισήμῳ προγράμματι.

Ἡ εὕρεσις τοῦ ὄγκου πυραμίδος δύναται νὰ διδαχθῇ κατανοητῶς μόνον ἐπὶ τῶν σωμάτων, τὰ ὅποια ἔχουν τὸ σχῆμα κολούρου πυραμίδος.

Με ἐπεκτάσεις τῶν ἀκμῶν τῆς κολούρου πυραμίδος καθορίζομεν τὴν κορυφὴν τῆς κομμένης πλήρους πυραμίδος, ἢ ὅποια εἶναι καὶ κορυφή τῆς πλήρους πυραμίδος, ποὺ σχηματίζεται ἀπὸ τὴν κολούρον καὶ τὴν κομμένην.

Ἀπὸ τὴν κορυφὴν ἔπειτα φέρομεν παράλληλον πρὸς τὰς ἔδρας τῆς βάσεως τῆς κολούρου πυραμίδος.

Τέλος ἀπὸ σημεία τῆς παραλλήλου ταύτης φέρομεν καθέτους πρὸς τὰς ἔδρας τῶν βάσεων.

Τοιοτοτρόπως ἔχομεν τὸ ὕψος τῆς πλήρους μεγάλης πυραμίδος καὶ τὸ ὕψος τῆς πλήρους κομμένης πυραμίδος. Τὸ μῆκος δὲ καὶ πλάτος αὐτῶν εὐκόλως μετροῦνται.

Εὐκόλα τώρα εὐρίσκομεν :

- α) Τὸν ὄγκον τῆς πλήρους μεγάλης πυραμίδος.
- β) Τὸν ὄγκον τῆς πλήρους κομμένης πυραμίδος.
- γ) Ἀφαιροῦμεν τὸν ὄγκον τῆς κομμένης πλήρους πυραμίδος ἀπὸ τὸν ὄγκον τῆς πλήρους μεγάλης πυραμίδος.

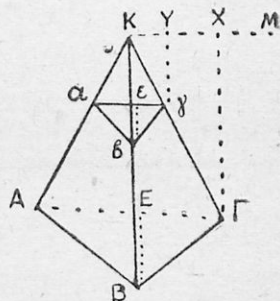
Σύμφωνα λοιπὸν πρὸς ταῦτα, ἀφοῦ ἐπεξετείναμε τὰς ἀκμὰς Αα, Ββ, Γγ καθωρίσαμεν τὴν κορυφὴν Κ τῆς πλήρους κομμένης πυραμίδος αβγκ καὶ τῆς μεγάλης πλήρους ΑΒΓΚ.

Μετροῦμεν τὰς διαστάσεις τούτων καὶ ἔστω :

μῆκος ΑΓ=4 μ. πλάτος ΒΕ=1,5 μ. ὕψος αὐτῆς ΓΧ=7 μ.
Μῆκος αβ=2 μ. πλάτος βε=0,7 μ. ὕψος γν=3 μ. Ὅθεν :

Τὸ ἔμβασδὸν τῆς ἔδρας τῆς βάσεως ΑΒΓΑ εἶναι :

$$\frac{4 \times 1,5}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ τ. μ. } \text{καὶ ὄγκος}$$



Σχ. 5

τῆς μεγάλης πλήρους πυραμίδος ΑΒΓΚ εἶναι

$$\frac{3 \times 7}{3} = \frac{21}{3} = 7 \text{ κ. μ.}$$

Τὸ ἔμβαδὸν τῆς μικροτέρας βάσεως αβγκ εἶναι

$$\frac{2 \times 0,7}{2} = 0,7 \text{ τ. μ}$$

καὶ ὁ ὄγκος τῆς κομμένης πλήρους πυραμίδος αβγκ εἶναι:

$$\frac{0,7 \times 3}{3} = 0,7 \text{ κ. μ.}$$

Ὁ ὄγκος ὅθεν τῆς κολούρου πυραμίδος εἶναι
 $7 - 0,7 = 6,3 \text{ κ. μ.}$

Τ Ε Λ Ο Σ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α΄

1.—'Αριθμοί διαιρετοί.	Σελ. 3
2.—Διαιρέται	» 4
3.—Πολλαπλάσια τῶν ἀριθμῶν	» 5
4.—Πρῶτοι καὶ σύνθετοι ἀριθμοί	» 6
5.—Γινόμενον δύο ἢ πολλῶν παραγόντων.	» 7
6.—Εὐρεσις τοῦ ἐ. κ. π. δύο ἢ περισσοτέρων ἀριθμῶν.	» 7

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β΄

1.—Κλασματικαὶ μονάδες (ἔννοια καὶ γραφή).	» 9
2.—Κλασματικοὶ ἀριθμοὶ ἢ ἀπλῶς κλάσματα (ἔννοια καὶ γραφή).	» 15
3.—'Απαγγελία τῶν κλασμάτων.	» 20
4.—Σύγκρισις κλασματικῶν μονάδων πρὸς ἄλληλας	» 23
5.—Σύγκρισις κλασμάτων πρὸς τὴν ἀκεραίαν μονάδα	» 24
6.—Σύγκρισις κλασμάτων πρὸς ἄλληλα	» 25
7.—Μικτοὶ ἀριθμοὶ	» 26
8.—'Ασκήσεις τροπῆς ἀκεραίου εἰς κλάσμα	» 27
9.—'Ασκήσεις τροπῆς μικτοῦ εἰς κλάσμα	» 28
10.—'Ασκήσεις τροπῆς δεκαδικοῦ εἰς κλάσμα.	» 29
11.—'Ασκήσεις ἐξαγωγῆς τῶν ἀκεραίων μονάδων τῶν κλασμ.	» 30
12.—'Ασκήσεις τροπῆς κλάσματος εἰς δεκαδικόν.	» 32

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ΄

1.—'Ασκήσεις τῶν ιδιοτήτων τῶν κλασμάτων.	» 33
2.—'Ασκήσεις ἀπλοποιήσεως τῶν κλασμάτων.	» 35
3.—'Ασκήσεις τροπῆς ἑτερονύμων κλασμ. εἰς ὁμόνυμα.	» 36

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ΄

1.—'Ασκήσεις καὶ προβλήματα :	39
α) Προσθέσεως τῶν κλασμάτων	» 42
β) Προσθέσεως μικτῶν	» 44
γ) Προσθέσεως κλασμάτων, μικτῶν καὶ δεκαδικῶν.	» 44



ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε΄

1.—'Ασκήσεις και προβλήματα αφαιρέσεως τῶν κλασμάτων :	
α) Ἄκεραίου ἀπὸ μικτόν	Σελ. 46
β) Κλάσματος ἀπὸ κλάσμα.	» 47
γ) Κλάσματος ἀπὸ ἀκέραιον	» 49
δ) Κλάσματος ἀπὸ μικτόν	» 49
ε) Μικτοῦ ἀπὸ μικτόν.	» 52
στ) Μικτοῦ ἀπὸ ἀκέραιον	» 53
ζ) Κλάσματος ἢ μικτοῦ ἀπὸ δεκαδικόν καὶ δεκαδικοῦ ἀπὸ κλάσμα ἢ μικτόν.	» 55

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΣΤ΄

1.—'Ασκήσεις και προβλήματα πολλαπλασμοῦ τῶν κλασμάτων :	
α) Κλάσμ. ἐπὶ ἀκέραιον καὶ ἀκεραίου ἐπὶ κλάσμα	» 57
β) Μικτοῦ ἐπὶ ἀκέραιον καὶ ἀκεραίου ἐπὶ μικτόν.	» 58
γ) Κλάσματος ἐπὶ κλάσμα	» 62
δ) Μικτοῦ ἐπὶ κλάσμα καὶ κλάσματος ἐπὶ μικτόν	» 62
ε) Μικτοῦ ἐπὶ μικτόν.	» 64
στ) Ὁ εἰς παράγων δεκαδικός.	» 65
ζ) Γινόμενον πολλῶν παραγόντων	» 67

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ζ΄

1.—'Ασκήσεις και προβλήματα διαιρέσεως τῶν κλασμάτων :	
α) Ἄκεραίου δι' ἀκεραίου μεγαλυτέρου	» 68
β) Κλάσματος δι' ἀκεραίου.	» 71
γ) Μικτοῦ δι' ἀκεραίου.	» 74
δ) Ἄκεραίου διὰ κλάσματος.	» 76
ε) Κλάσματος διὰ κλάσματος	» 78
στ) Μικτοῦ διὰ κλάσματος	» 79
ζ) Ἄκεραίου διὰ μικτοῦ	» 81
η) Κλάσματος διὰ μικτοῦ	» 83
θ) Μικτοῦ διὰ μικτοῦ	» 84
ι) Ὁ διαιρέτης ἢ ὁ διαιρετέος δεκαδικός	» 86

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Η΄

1.—Τροπὴ συνθέτων κλασμάτων εἰς ἀπλᾶ.	» 88
---	------

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Θ΄

1.—Προβλήματα ἀναγωγῆς εἰς ὅην μονάδα (εἰς 13 ὁμάδ.)	» 91-101
--	----------

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι΄.

1.—Προβλήματα λυόμενα διὰ δύο πράξεων (εἰς 6 ομάδ.). Σελ. 101-106

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΑ΄.

1.—Προβλήματα διάφορα. » 107

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α΄.

1.—Προβλήματα κύβου. » 112-114

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β΄.

1.—Προβλήματα ὀρθογ. παραλληλεπιπέδου » 114-116

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ΄.

1.—Προβλήματα πλαγίου παραλληλεπιπέδου. . . . » 116-118

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ΄.

1.—Προβλήματα πυραμίδος » 118-121

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε΄.

1.—Προβλήματα κολούρου πυραμίδος. » 121-124





0020560640

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΒΟΥΛΗΣ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

