

9 69 ΠΔΤ
Φ. Ι. ΦΩΤΙΟΥ

Φωτίου (Φ.Ι.)

Η ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΜΟΥ

ΤΑΣΗ Ε'

ΕΚΔΟΣΗ ΠΡΩΤΗ



ΑΡΧΑΙΟΣ ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ
ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥ Α. Ε.

ΑΘΗΝΑΙ — ΠΛΑΤΕΙΑ ΣΥΝΤΑΓΜΑΤΟΣ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ — ΟΔΟΣ ΑΓΙΟΥ ΜΗΝΑ 10

002
ΚΛΣ
ΣΤ2Α
719

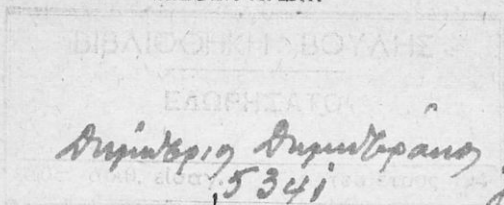
Φ. Ι. ΦΩΤΙΟΥ



Η ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΜΟΥ

ΤΑΞΗ Ε'

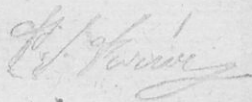
ΕΚΔΟΣΗ ΠΡΩΤΗ



ΑΡΧΑΙΟΣ ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ
ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥ Α. Ε.
ΑΘΗΝΑΙ — ΠΛΑΤΕΙΑ ΣΥΝΤΑΓΜΑΤΟΣ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ — ΟΔΟΣ ΑΓΙΟΥ ΜΗΝΑ 18

002
ΕΛΛΕ
ΕΤΕΡΑ
719

Κάθε γνήσιο αντίτυπο έχει την υπογραφή του συγγραφέα και
την σφραγίδα του εκδότη.



PRINTED IN GREECE

ΑΡΧΑΙΟΣ ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ
ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥ Α.Ε.

ΛΙΓΑ ΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΔΑΣΚΑΛΟ

Τὰ προβλήματα «αριθμητικῆς γιὰ τὴν Ε' τάξη», ποὺ περιλαμβάνει τὸ βιβλίο αὐτό, ἔχουν τὰ ἐξῆς προσόντα :

1ον. **Εἶναι προβλήματα ἀπὸ τὴ ζωὴ καὶ μὲ ποσὰ προσαρμωσμένα στὸ σημερινὸ τιμάρθρο.**

2ον. **Εἶναι τόσα πολλά, ὅσα δὲν εἶναι, ἴσως, τὰ προβλήματα καμιᾶς ἄλλης ἀριθμητικῆς τῆς Πέμπτης τάξης.**

Ἄλλὰ ἐκτὸς ἀπ' αὐτὰ τὸ βιβλίο μας :

α) Κάνει στὴν ἀρχὴ μιὰ γενικὴ ἐπανάληψη τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν μὲ προβλήματα γιὰ ὅλες τὶς πράξεις καὶ

β) Διδάσκει τοὺς δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς, γιατί εἶναι ἀπαραίτητη ἡ διδασκαλία τῶν ἀριθμῶν αὐτῶν στὴν Ε' τάξη, ἂν δὲν ἔχουν διδαχθῆ—καὶ πολλὰ φορὲς συμβαίνει αὐτό—στὴν Δ' τάξη. Μὰ κι ἂν ἀκόμη ἔχουν διδαχθῆ, μιὰ λεπτομερειακὴ ἐπανάληψη εἶναι πολὺ χρήσιμη.

Ἀπὸ τὴν πείρα μας παρατηρήσαμε, πὼς στὴν Ε' τάξη ἀφιερώνομε ὅλη τὴ χρονιὰ στὰ κλάσματα κι ἔτσι τὰ παιδιὰ ξεχροῦν τοὺς ἀκεραίους καὶ τοὺς δεκαδικούς, ἐνῶ σκοπός, νομίζομε, εἶναι νὰ ξέρον τέλεια, τελειώνοντας τὴν Ε' τάξη, τοὺς δεκαδικούς καὶ τὰ κλάσματα. Γι' αὐτὸ καὶ μεῖς ταχτικά, κοινὰ στὰ προβλήματα κλασμάτων, δίνομε παράλληλα καὶ προβλήματα μὲ ἀκεραίους καὶ δεκαδικοὺς ἀριθμούς.

Τὸ βιβλίο μας εἶναι ἀσκήσεις καὶ προβλήματα ἀριθμητικῆς καὶ ὄχι διδασκαλία ἀριθμητικῆς. Αὐτὴν θὰ τὴν κάνει ὁ δάσκαλος. Αὐτὸς θὰ διδάσκη τὸ νέο μάθημα, αὐτὸς θὰ τὸ ἐξηγῆ, αὐτὸς θὰ φροντίξῃ νὰ γίνεταὶ τοῦτο κτῆμα τοῦ κάθε παιδιοῦ. Ἐμεῖς τὸν βοηθοῦμε δίνοντάς του τὴν ἔλη μὲ τὴ σειρά, παραδείγματα, κανόνες γιὰ κάθε περίπτωσι καὶ ἀφθονα κατόπι προβλήματα στοὺς μαθητὲς γιὰ ἐξάσκηση.

Ἀθήνα 4-8-47

Φ. Ι. ΦΩΤΙΟΥ

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΑΚΕΡΑΙΩΝ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Όμάδα α΄.

1) Ένα κατάστημα έκανε είσπραξη τη Δευτέρα 180.800 δραχμές, την Τρίτη 95.650, την Τετάρτη 192.500, την Πέμπτη 108.750, την Παρασκευή 96.800, και το Σάββατο 314.400. Πόση ήταν η είσπραξη όλης της βδομάδας;

2) Ένας μανάβης αγόρασε τρία φορτία πατάτες. Το πρώτο φορτίο ήταν 257 δκ. και στοίχιζε 312.000 δραχ., το δεύτερο 187 δκ. και στοίχιζε 256.000 και το τρίτο 138 δκ. και στοίχιζε 199.000 δραχ. Πόσες δκάδες ήταν και τα τρία φορτία και πόσες δραχμές στοίχιζαν;

3) Ο Μέγας Κωνσταντίνος γεννήθηκε το 330 μ. Χ. Πόσα χρόνια πέρασαν ως σήμερα;

4) Ο μπαμπάς σας δίδει ένα είκοσοχίλιο να ψωνίσετε τα βιβλία σας. Αυτά αξίζουν 17.850 δραχ. Τι ρέστα θα του φέρετε;

5) Ο μπαμπάς σας αφήνει στη μαμά σας για ψώνια όλης της εβδομάδας 105.000 δραχμές. Από αυτές η μαμά σας έδωσε τη Δευτέρα 6.850 δραχ., την Τρίτη 11.750, την Τετάρτη 8.300, την Πέμπτη 14.250, την Παρασκευή 11.700 και το Σάββατο (και Κυριακή μαζί) 26.750 δραχ. Της περίσσεψαν ρέστα και πόσα;

6) Ένας ταβερνιάρης γιόμισε φέτος τρία βαρέλια κρασί ως εξής: Στο πρώτο βαρέλι έβαλε 350 δκ., στο δεύτερο 294 και στο τρίτο 328 δκ. Πέρουσι είχε βάλει σε άλλα βαρέλια: στο ένα 188 δκ., στο άλλο 294 δκ. και σ' ένα τρίτο 396 δκ. Πότε είχε βάλει περισσότερο κρασί, πέρουσι για φέτος;

Όμάδα β΄.

7) Πόσα παιδιά είστε στην τάξη σας; Πόσα χρήματα έφερε το καθένα στην έγγραφη του; Πόσα φέρατε όλα μαζί;

8) Αν ο μπαμπάς σας είναι εργάτης πόσα παίρνει την ημέρα; Πόσα μεροκάματα κάνει το μήνα; Πόσες δραχμές παίρνει στο μήνα;

9) Ένας πληρώνει στο λεωφορείο για μια διαδρομή 500 δραχ. Κάνει κάθε μέρα τρεις διαδρομές. Πόσο πληρώνει τη βδομάδα λοιπόν για ναύλα;

10) Ένας μανάβης αγόρασε κεράσια σε διάφορες ποιότητες. Το

πρώτο καλάθι είχε 22 δκ. και είχε ή δκά 3.200 δρχ., τὸ δεύτερο 18 δκ. και είχε ή δκά 3.800 δρχ. Ποιὸ καλάθι στοιχίζει πιὸ πολὺ;

11) Τὸ συσσίτιό σας παρόλαβε 8.900 μπισκότα γιὰ 178 παιδιά. Πόσα μπισκότα θὰ πάρη τὸ καθένα;

12) Ἐνα τσουβάλι ρύζι ζυγίζει 42 δκ. και στοιχίζει 210.000 δρχ. Πόσο κάνει ή δκά;

13) Ἐνα φόρομα 6 πήχων ἀγοράστηκε γιὰ 168.000 δρχ. Πόσο ἔχει ὁ πήχης;

Ὁμάδα γ'.

14) Γράψετε σεις με δικούς σας ἀριθμούς και δικά σας λόγια ἓνα πρόβλημα ἀπὸ τὴ ζωὴ σας ποὺ νὰ θέλῃ πρόσθεση, ἓνα ἄλλο ἀφαίρεση, ἓνα πολλαπλασιασμὸ και ἓνα διαίρεση.

15) Ἐνας γεωργὸς πούλησε 27 δκ. λάδι πρὸς 4.200 δρχ. τὴν δκά. Με τὰ χοίματα αὐτὰ ἀγόρασε 36 δκ. λίπασμα πρὸς 750 δρχ. τὴν δκά. Με τὰ ὑπόλοιπα ἀγόρασε γιὰ τὰ παιδιά του 16 πήχεις ὑφάσμα. Πόσο ἀγόρασε τὸν πήχη;

16) Νὰ βρῆτε πόσα ἀγόρια και πόσα κορίτσια χωριστὰ ἔχει κάθε τάξη τοῦ σχολείου σας, ἔπειτα πόσα ἀγόρια και πόσα κορίτσια χωριστὰ ἔχει ὅλο τὸ σχολεῖο και τέλος πόσα εἶναι ὅλα τὰ παιδιά κάθε τάξης και ὅλου τοῦ σχολείου.

17) Ἐνας ἐργάτης δούλεψε 12 ἡμέρες καὶ ἔπαιρνε κάθε μέρα ἡμερομίσθιο 9.800 δρχ. Με τὰ χοίματα αὐτὰ ἀγόρασε 42 δκάδες ἀλεύρι γιὰ τὸ σπίτι του. Πόσο ἀγόρασε τὴν δκά;

18) Ἐνα ἐργοστάσιο κάλτσῶν παράγει 167 ζεύγη κάλτσες τὴν ὥρα. Κάθε μέρα δουλεῖ 14 ὥρες. Πόσα ζεύγη κάλτσες παράγει τὸ ἑβδὸν;

19) Δυὸ ἀμαξοστοιχίες ξεκινοῦν ἀπὸ τὸν ἴδιο σταθμὸ στὶς 8 τὸ πρωὶ. Ἡ πρώτη ἔχει νὰ τρέξῃ 324 χιλιόμετρα και τρέχει 36 χιλιόμετρα τὴν ὥρα. Ἡ δεύτερη ἔχει νὰ τρέξῃ 440 χιλιόμετρα και τρέχει 40 τὴν ὥρα. Ποιὰ θὰ φθάσῃ νωρίτερα στὸν προορισμὸ της και τί ὥρα;

20) Ἡ μία δκά τὸ λάδι πουλιέται 6.750 δραχμῆς. Πόσες δκάδες λάδι θ' ἀγοράσουμε με 236.250 δραχμῆς;

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

ΔΕΚΑΤΑ, ΕΚΑΤΟΣΤΑ, ΧΙΛΙΟΣΤΑ Κ.Λ.Π.

Μιά άκεραία μονάδα μπορεί να μοιραστή σε 10 ίσα μέρη. Το κάθε μέρος θα είναι 10 φορές μικρότερο από την άκεραία μονάδα. Γιαυτό λέγεται και **δέκατο**.

Το μέτρο π. χ. χωρίζεται σε 10 **παλάμες**. Κάθε παλάμη αποτελεί το ένα δέκατο του μέτρου. Τα δέκατα είπαμε είναι μικρότερα από την άκεραία μονάδα. Γράφονται δέ έτσι: 0,1 — 0,2 — 0,3 — 0,4 — 0,5 — 0,6 — 0,7 — 0,8 — 0,9. Δέκα δέκατα δεν μπορούμε να γράψουμε γιατί τότε έχουμε όλη την άκεραία μονάδα και τη γράφουμε με το 1.

Το μηδενικό (π. χ. 0,3) το γράψαμε γιατί δεν έχουμε άκεραίο. Όταν έχουμε και άκεραίο και δεκαδικό, γράφουμε πρώτα τον άκεραίο, κατόπιν **υποδιαστολή** (,) και ύστερα το δεκαδικό. Π. χ. 4 μέτρα και 6 δέκατα γράφεται 4,6.

Έκατοστά. Το μέτρο, όπως ξαίρουμε, χωρίζεται και σε 100 **δακτύλους** ή **πόντους**. Κάθε δάκτυλος είναι 100 φορές μικρότερος από την άκεραία μονάδα, το 1 μέτρο. Γιαυτό ο δάκτυλος ή πόντος λέγεται και **έκατοστό** του μ. Έκατοστά λοιπόν έχουμε όταν μοιράζουμε την άκεραία μονάδα σε 100 ίσα μέρη. Τα έκατοστά είναι 10 φορές μικρότερα από τα δέκατα. Γράφονται δέ με δυο δεκαδικά ψηφία.

Π. χ. — τρία έκατοστά γράφονται έτσι:	0,03
— δέκα τέσσερα έκατοστά:	0,14
— ενενήντα εννέα έκατοστά:	0,99
— είκοσι τέσσερα μέτρα και ξξήντα έκατοστά:	24,60

Χιλιοστά. Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να μοιράσουμε την άκεραία μονάδα σε **χιλία κομμάτια**. Τα κομμάτια θα είναι μικρότερα από τα δέκατα (100 φορές) κι από τα έκατοστά (10 φορές). Τα χιλιοστά εύκολα τα καταλαβαίνουμε στο μέτρο. Κάθε χιλιοστό λέγεται στο μέτρο «γραμμή». Τα χιλιοστά γράφονται με 3 δεκαδικά ψηφία. Αν δεν ακούσουμε τρία ψηφία δεκαδικά, τότε βάζουμε μηδενικά, ως ότου γίνουν τρία.

Π. χ. — πέντε χιλιοστά γράφεται έτσι:	0,005	εξ (ε)
— είκοσι χιλιοστά:	0,020	δύο (η)
— έκατόν πενήντα χιλιοστά:	0,150	
— δέκα άκεραίος και 256 χιλιοστά:	10,256	

Ἀσκήσεις.

1) Γράψετε με ἀριθμούς τὰ:

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> - τρία δέκατα - ὀκτώ δέκατα - ἑπτὰ δέκατα - δέκα ἀκέραιος καὶ πέντε δέκατα - τρία ἑκατοστὰ - εἴκοσι πέντε ἑκατοστὰ - ἐννιά καὶ δώδεκα ἑκατοστὰ | <ul style="list-style-type: none"> - πέντε χιλιοστὰ - εἴκοσι χιλιοστὰ - ἑβδομήντα πέντε χιλιοστὰ - τετρακόσια εἴκοσι ὀκτὼ χιλιοστὰ - ὀκτακόσια πέντε χιλιοστὰ - τρία ἀκέραιος καὶ ἐνιακόσια χιλιοστὰ - δέκα πέντε ἀκέρ. καὶ ὀκτὼ χιλιοστὰ. |
|--|---|

Συμβουλή: Ὅταν ἀκοῦτε δέκατα πρέπει ὕστερα ἀπὸ τὴν ὑποδιαστολὴ νὰ γράψετε 1 δεκαδικὸ ψηφίον, ὅταν ἀκοῦτε ἑκατοστὰ, δυὸ δεκαδικὰ ψηφία, χιλιοστὰ τρία δεκαδικὰ ψηφία κ.λπ.

β) Βάλτε τοὺς παρακάτω δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς στὴ σειρά ἀνάλογα μὲ τὴν ἀξία τους:

0,05 — 0,14 — 0,75 — 0,18 — 0,003 — 0,256 — 0,154 — 0,168
0,5 — 0,50 — 0,500.

Παρατήρηση.

Τὴν ἀκεραία μονάδα μποροῦμε νὰ τὴ μοιράσουμε καὶ σ' ἀκόμη μικρότερα κομμάτια. Ἄν τὴ μοιράσουμε σὲ 10.000 κομμάτια, τότε αὐτὰ λέγονται **δεκάκις χιλιοστὰ**. Ἐνα δεκάκις χιλιοστὸ γράφεται ἔτσι: 0,0001 μὲ τέσσερα δηλαδὴ δεκαδικὰ ψηφία. Ἐχομε ἐπίσης **ἑκατοντάκις χιλιοστὰ** (0,00005), **ἑκατομμυριοστὰ** (0,000004) κ.λπ.

Καταλαβαίνετε τώρα γιατί ὅλους τοὺς παραπάνω ἀριθμοὺς τοὺς λέμε **δεκαδικούς**.

Δεκαδικοὶ εἶναι οἱ ἀριθμοὶ ποὺ φανεροῦν δέκατα, ἑκατοστὰ, χιλιοστὰ κ.λπ. τῆς ἀκεραίας μονάδας.

Πρέπει ἀπαραίτητα τώρα νὰ ξέρετε τὰ ἑξῆς:

- α) **Στὸ μέτρο:** Τὰ δέκατα εἶναι οἱ παλάμες
τὰ ἑκατοστὰ εἶναι οἱ πόντοι
τὰ χιλιοστὰ εἶναι οἱ γραμμῆς.
- β) **Στὶς ἀνάδες:** ἡ μισὴ ἀπὸ γράφεται 0,50
τὰ ἑκατὸ δράμμα » 0,25
τὰ τριακόσια δράμμα » 0,75
τὰ πενήντα » 0,125

γ) **Στὶς δραχμῆς:** Προπολεμικὰ εἶχαμε καὶ γρόμημα μικρότερα ἀπὸ τὴ δραχμὴ: τὶς **δεκάρες** καὶ τὰ **λεφτά**.

οἱ δεκάρες στὶς δραχμῆς γράφονταν μὲ δέκατα.
τὰ λεφτά » » » μὲ ἑκατοστὰ.

3) Γράψετε με δεκαδικούς αριθμούς :

- είκοσι μέτρα και διακόσια πενήντα όκτώ γραμμές.
- τρία μέτρα και πενήντα όκτώ πόντους.
- έπτάμιση όκάδες.
- τρεις όκάδες και τριακόσια δράμια.
- όκτώ όκάδες και πενήντα δράμια.
- έκατόν είκοσι πέντε δραχμές και έπτά δεκάρες.

Π α ρ α τ ή ρ η σ η .

“Όσα μηδενικά κι αν βάλουμε στο τέλος των δεκαδικών αριθμών, ή αξία τους δεν αλλάσσει. Έχουμε π.χ. 0,5. Αυτό σημαίνει, πώς μοιράσαμε τη άκεραία μονάδα σε 10 ίσα μέρη και πήραμε τὰ πέντε, δηλαδή τὰ μισά. Αν έχουμε 0,50 είναι τὸ ἴδιο. Μοιράζουμε ἐδῶ τὴν άκεραία μονάδα σε 100 ίσα μέρη και παίρνουμε τὰ μισά. Τὸ ἴδιο και στὰ 0,500 (μισή άκεραία μονάδα). Λοιπόν : $0,5 = 0,50 = 0,500$.

Οἱ δεκαδικοὶ αριθμοὶ 13,15 — 7,2 — 8,65 είναι ἴσοι με τὸν 13,150 — 7,200 — 8,65000 κ.λ.π.

Προσέξτε το αυτό καλά, γιατί θὰ μᾶς χρειαστῆ παρακάτω στὴν πρόσθεση και ἀφαίρεση.

α) ΠΡΟΣΘΕΣΗ

Οἱ δεκαδικοὶ αριθμοὶ προσθέτονται ὅπως, και οἱ άκεραίοι. Γράφουμε δηλαδή με προσοχή τὸν ένα αριθμὸ κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι πὸν τὰ δέκατα νὰ είναι σε μιὰ σειρά, τὰ ἑκατοστὰ σε μιὰ σειρά, οἱ άκεραίοι κανονικά κάτω ἀπὸ τὸν άκεραίους, ή υποδιαστολή σε μιὰ σειρά. Δηλ. ή μιὰ υποδιαστολή κάτω ἀπὸ τὴν ἄλλη. Τὴν πρόσθεση τὴν αρχίζουμε ἀπὸ τὰ δεξιά.

Π α ρ α δ ε ἰ γ μ α τ α .

3,75	0,280	3650,06
0,25	0,370	7867,06
14,35	0,030	2545,37
125,06	0,125	28,00
38,04	0,369	4,75
181,45	1,174	14.295,24



Άσκσεις.4) *Νά γίνουν οι προσθέσεις :*

α) $3,14 + 7 + 8 + 0,5 + 0,25$

β) $13,50 + 265,75 + 38,005 + 0,04 + 0,145$

γ) $0,156 + 0,375 + 0,1 + 0,25 + 856 + 3,7$

δ) $25 + 37 + 22 + 38 + 75 + 0,36 + 0,86$

Προβλήματα.

5) Τρεις πελάτες ψώνισαν από ένα έμπορικό κασμήρια. Ο πρώτος πήρε 4,12 μ., ο δεύτερος 12,36 μ. και ο τρίτος 3,06 μέτρα. Πόσα μέτρα πήραν κι οι τρεις μαζί;

6) Ένας γεωργός είχε τέσσερα χωράφια. Από το πρώτο έβγαλε 125,50 δκάδες σιτάρι, από το δεύτερο 275,25 δκ. και από το τρίτο 128,75 δκ. και από το τέταρτο 120. Πόσες δκάδες σιτάρι έβγαλε και από τα τέσσερα μαζί;

6) ΑΦΑΙΡΕΣΗ

Για να αφαιρέσουμε δυο δεκαδικούς αριθμούς γράφουμε τον ένα κάτω από τον άλλο. Προσέχομε όπως, και στην πρόσθεση ή υποδιαστολή να είναι σε μια σειρά, τα δέκατα το ίδιο κ.λ.π. Επίσης οι μονάδες των άκεραίων σε μια σειρά κ.λ.π. Αφαιρούμε κατόπι, όπως και στους άκεραίους, ξεκινώντας από τα δεξιά.

Προβλήματα.

$$\begin{array}{r} 37,08 - 6,3 = 37,08 \\ \underline{6,30} \\ 30,78 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50. - 0,76 = 50,00 \\ \underline{0,76} \\ 49,24 \end{array}$$

Άσκσεις.7) *Νά γίνουν οι αφαιρέσεις :*

α) $25,3 - 17,45$

β) $137 - 3,854$

γ) $3. - 0,93$

δ) $0,65 - 0,39$

ε) $256,7 - 209$

στ) $40. - 0,08$

Προβλήματα.

8) Ένας κτίστης έχει να κτίση έναν τοίχο ύψους 12,85 μέτρα. Έκτισε τα 8,55 μ. Πόσα μέτρα έχει να κτίση ακόμη;

9) Δυο σακιά ρύζι ζυγίζουν μαζί 65,75 δκάδες. Το ένα από αυτά ζυγίζει 36,125 δκ. Πόσες δκάδες ζυγίζει το άλλο;

10) Από ένα βαρέλι με 48,50 δκάδες τυρί πουλήθηκαν οι 42,25 δκάδες. Πόσες δκάδες τυρί έμειναν στο βαρέλι;

11) Στά 1942 η δκά τὸ λάδι πουλιόταν 1,325 δρ. Στά 1924 πουλιόταν 28,60 δρ. Στά 1934 πουλιόταν 37,45 δρ. Καί σήμερα 7.800 δρ. Πόση διαφορά παρουσιάζουν οι τιμές αὐτῆς τοῦ λαδιοῦ στά παραπάνω χρόνια.

γ) ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

Οἱ δεκαδικοί ἀριθμοὶ πολλαπλασιάζονται, ὅπως καὶ οἱ ἀκέραιοι. Στὸ **γινόμενο** μόνο χωρίζουμε τόσα ψηφία, ὅσα ἔχουν καὶ οἱ δύο **παράγοντες** μαζί.

Παράδειγματα.

$$\begin{array}{r} 3,5 \\ \times 4,8 \\ \hline 280 \\ 140 \\ \hline 16,80 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,18 \\ \times 0,37 \\ \hline 126 \\ 54 \\ \hline 0,0666 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 18,5 \\ \times 4 \\ \hline 74,0 \end{array}$$

Ἀσκήσεις.

12) Νὰ γίνουν οἱ πολλαπλασιασμοί :

α) $14,28 \times 36$ β) $576 \times 0,5$ γ) $0,17 \times 0,35$
 δ) $0,3 \times 0,4$ ε) $8,17 \times 3,5$ στ) $3,85 \times 4,25$

Προβλήματα.

13) Ἐνα μέτρο κασμήρι στοιχίζει 125.000 δραχμές. Πόσο στοιχίζουν τὰ 14,5 μέτρα;

14) Πόσες δκάδες λάδι ἔχουν 8 τενεκέδες, ἂν ὁ καθένας ἔχει 14,125 δκάδες;

15) Μία νοικοκυρὰ θέλει 0,125 μ. ἀλατῶ για νὰ κἀνη μιὰ πετσέτα. Πόσα μέτρα ἀλατῶ θὰ χρειασθῆ για μιὰ ντουζίνα πετσέτες;

Πολλαπλασιασμός με τὸ 10, 100, 1000 κλπ.

Για νὰ πολλαπλασιάσουμε ἕνα δεκαδικὸ ἀριθμὸ με τὸ 10, 100, 1000 κλπ. φέρνουμε τὴν ὑποδιαστολή τόσα ψηφία πρὸς τὰ δεξιά, ὅσα μηδενικά ἔχει ὁ πολλαπλασιαστής. Για νὰ πολλαπλασιάσουμε δηλ. ἐπὶ 10 ἕνα ψηφίο, ἐπὶ 100 δύο ψηφία, ἐπὶ 1000 τρία ψηφία κλπ.

Παράδειγματα.

$$\begin{aligned} \alpha) 3,65 \times 10 &= 36,5 & \beta) 0,18 \times 100 &= 18 \\ \gamma) 14,3 \times 1000 &= 14300 \end{aligned}$$

δ) ΔΙΑΙΡΕΣΗ

α) Για να διαιρέσουμε δεκαδικό αριθμό με άκραιο διαιρούμε πρώτα το άκραιο τμήμα και κατόπιν το δεκαδικό συνέχεια. Βάζουμε όμως στο πηλίκο υποδιαστολή, άμα τελείωση ή διαίρεση του άκραιού τμήματος.

Παράδειγματα:

$$\begin{array}{r} 165,75 \overline{) 5} \\ \underline{15} \\ 07 \\ \underline{25} \end{array} \quad \begin{array}{r} 4,656 \overline{) 5} \\ \underline{15} \\ 06 \\ \underline{1} \end{array}$$

Άσκησης.

16) Να γίνουν οι διαιρέσεις:

$$\begin{aligned} \alpha) 125,37 : 14 & \quad \beta) 389,25 : 9 & \quad \gamma) 8,75 : 25 \\ \delta) 9,754 : 18 & \quad \epsilon) 6891,35 : 54 & \quad \sigma\tau) 3,75 : 86 \end{aligned}$$

β) Όταν ο διαιρέτης είναι δεκαδικός, του σβήνουμε την υποδιαστολή και τον κάνουμε έτσι άκραιο. Μετά, αν ο διαιρέτος είναι δεκαδικός αριθμός, του φέρνουμε την υποδιαστολή τόσα ψηφία δεξιά (εμπρός), όσα δεκαδικά ψηφία είχαν ο διαιρέτης· αν ο διαιρέτος είναι άκραιο, του βάζουμε τόσα μηδενικά, όσα δεκαδικά ψηφία είχαν ο διαιρέτης.

Παράδειγματα.

$$\begin{array}{l} \alpha) 14,756 : 3,25 = 1475,6 : 325 \quad (\text{Κάνετε σεις τη διαίρεση τώρα}) \\ \beta) 37,55 : 2,16 = 3755 : 216 \quad (\quad \gg \quad \gg \quad \gg \quad \gg) \\ \gamma) 635 : 0,4 = 6350 : 4 \quad (\quad \gg \quad \gg \quad \gg \quad \gg) \\ \delta) 704,3 : 8,27 = 70430 : 827 \quad (\quad \ll \quad \gg \quad \gg \quad \gg) \end{array}$$

Άσκησης.

$$\begin{aligned} \alpha) 4,156 : 0,75 & \quad \beta) 18,57 : 3,14 & \quad \gamma) 2875 : 2,7 \\ \delta) 1825 : 3,5 & \quad \epsilon) 38675 : 0,04 & \quad \sigma\tau) 175 : 2,85 \end{aligned}$$

Προβλήματα.

17) Μια οικογένεια από 12 άτομα παίρνει την ημέρα 2,40 κιλάδες ψωμί. Πόσο ψωμί αναλογεί στο κάθε άτομο;

18) Ένας έμπορος πούλησε 52,5 μέτρα ύφασμα και πήρε 3.256,450 δραχμές. Πόσο πούλησε τὸ μέτρο;

19) 3 τενεκέδες λάδι ζυγίζουν 43,5 δακάδες. Πόσες δακάδες λάδι έχει ὁ κάθε τενεκές;

Διαίρεση δεκαδικῶν μὲ τὸ 10 - 100 - 1000 κλπ.

Γιὰ νὰ διαιρέσουμε ἕνα δεκαδικὸ ἀριθμὸ μὲ τὸ 10 - 100 - 1000 μεταφέρουμε τὴν ὑποδιαστολὴ τόσα ψηφία πρὸς τὰ ἄριστερά (δπίσω), ὅσα μηδενικά ἔχει ὁ διαιρέτης.

Παράδειγματα

$$\alpha) 48,5 : 10 = 4,85 \quad \beta) 375,40 : 100 = 3,7540$$

$$\beta) 81,45 : 1000 = 0,08145 \quad \delta) 65457,5 : 10.000 = 6,54575$$

Ἀσκήσεις

20) Κάνετε τὶς διαιρέσεις :

$$\alpha) 128,5 : 10 \quad \delta) 3,75 : 10 \quad \eta) 485,75 : 10$$

$$\beta) 4879,25 : 100 \quad \epsilon) 87,3 : 100 \quad \theta) 105,45 : 100$$

$$\gamma) 3897,15 : 1000 \quad \zeta) 91,25 : 10000 \quad \iota) 4,5 : 10000$$

Προβλήματα

21) 1000 μολύβια ἀξιζοῦν 1.254.756,50 δραχ. Πόσο ἀξίζει τὸ ἕνα;

22) 10 μέτρα ύφασμα ἀξιζοῦν 354.756 δραχ. Πόσο ἀξίζει τὸ μέτρο;

23) 100 τενεκέδες λάδι ζυγίζουν 1450 δακάδες. Πόσες δακάδες ζυγίζει ὁ καθένας;

ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ

Ὁμάδα α'.

24) Ένας ἐργάτης ἀνοίξε ἕνα χανδάκι σὲ 4 ἡμέρες. Τὴν πρώτη ἡμέρα ἀνοίξε 1,15 μ., τὴ δεύτερη 0,98 μ., τὴν τρίτη 1,07 καὶ τὴν τέταρτη 0,75 μ. Πόσο μᾶκρος (μῆκος) εἶχε τὸ χανδάκι;

25) Ἡ μητέρα σας πήρε γιὰ τὰ τρία παιδιά τρία κομμάτια ύφασμα. Τὸ πρῶτο εἶναι 4,2 μ., τὸ δεύτερο 3,9 μ., τὸ τρίτο 3,8 μ. Πόσα μέτρα εἶναι καὶ τὰ τρία μαζί;

26) Τέσσερα σακιά πατάτες ζυγίζουν ἔτσι: Τὸ πρῶτο ἔχει βάρος 48,75 δκ., τὸ δεύτερο 32,50 δκ., τὸ τρίτο 42,25 καὶ τὸ τέταρτο 39,50. Πόσες δακάδες ζυγίζουν καὶ τὰ τέσσερα μαζί;

27) Ἀπὸ ἕνα σακὶ ρύζι πὸν εἶχε 65,75 δκ. πουλήθηκε 38,25 δκ. Πόσες δακάδες ρύζι ἔχει ἀκόμη τὸ σακί;

- 28) Ένας κτίστης έχει να κτίση έναν τοίχο μήκους 22,60 μ. Την πρώτη μέρα έκτισε 6,85 μ. Πόσο μένει ακόμα ;
- 29) Μια ύφαντρα έχει να ύφάνη 14,75 πηγες ύφασμα. Υφανε τις 9,35 π. Πόσοι πηγες μένουν ακόμη ;

Όμάδα β'.

30) Ένα δοχείο έχει 13,75 δκ. λάδι. Από αυτές οι 3,25 δκ. πουλήθηκαν προς 5,600 δρχ. την δκά και οι υπόλοιπες προς 6,200 δρχ. Πόσες δραχμές έπιασε όλο το δοχείο ;

31) Μια σκάλα έχει 100 σκαλοπάτια. Το ένα από το άλλο έχει ύψος 0,45 μ. Πόσο ύψος έχει όλη η σκάλα ;

32) Σ' ένα σχολικό συσσίτιο συσσιτούν 100 παιδιά. Στο καθένα δόθηκε 0,25 δκ. μαρμελάδα. Πόση μαρμελάδα μοιράστηκε σ' όλα τα παιδιά ;

33) 8 κτίστες έχουν να κτίσουν μια μάντρα από 167,80 μ. Πόσα μέτρα αναλογούν στον κάθε κτίστη για να κτίση ;

34) 6,25 δκ. ζάχαρη αξίζουν 58.750 δρχ. Πόσο αξίζει η δκά ;

35) 577,50 μ. ύφασμα πρόκειται να μοιραστή σε παιδιά από 5,25 μ. στο κάθε παιδί. Πόσα παιδιά θα το μοιραστούν ;

36) Να διαιρέσετε :

α) τους αριθμούς	587 60	387,65	258,65	με το	10
β) » »	2867,03	284,50	2,57	» »	100
γ) » »	365,75	422,50	288,65	» »	1000

Όμάδα γ'.

37) Ένα εργοστάσιο βγάζει την ημέρα 1425 τούβλα. Το κάθε τούβλο αξίζει 27,50 δραχμές. Πόσα τούβλα βγάζει το μήνα και ποιά η αξία τους ;

38) Ένας κτίστης έχει να κτίση τοίχο ύψους 8,75 μ. Σε πόσες μέρες θα τον κτίση αν κτίση την ημέρα 1 15 μ.

39) Τι μας συμφέρει ν' αγοράσουμε 100 βελόνες προς 2,50 δρχ. τη μία ή 100 βελόνες και να δώσουμε για όλες 225,50 δραχμές ;

40) 25 σακιά αλεύρι ζυγίζουν το καθένα χωριστά 48,25 δκάδες. Το καθένα έχει απόβαρο 0,75 δκ. Ποιό είναι το καθαρό βάρος του αλευριού ;

41) Ένα σχολικό συσσίτιο παράλαβε 178 κουτιά κομπόστα. Το κάθε κουτί ζυγίζει 0,75 δκ. Πόση αναλογεί στον κάθε μαθητή αν μοιραστή σε 125 μαθητές ;

42) Ένας καφετζής έχει για όλο το μήνα 42,75 δκάδες ζάχαρη και 19 25 δκάδες καφέ. Τι ποσότητα πρέπει να ξοδεύη την ημέρα για να περάση όλο το μήνα ;

43) Βρείτε και σεις 5 προβλήματα δικά σας και λύσετέ τα.

ΚΛΑΣΜΑΤΑ

ΤΙ ΘΑ ΠΗ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΗ ΜΟΝΑΔΑ

Από τους δεκαδικούς αριθμούς καταλάβαμε τὰ ἑξῆς :

α) Μία ἀκεραία μονάδα μπορεί νὰ μοιραστῆ σὲ μικρότερα κομμάτια πὸν ὅλα εἶναι ἴσα μεταξύ τους καὶ μικρότερα ἀπὸ τὴν ἀκεραία μονάδα.

β) Ὅσα περισσότερα εἶναι τὰ κομμάτια, πὸν μοιράζουμε τὴν ἀκεραία μονάδα, τόσο τὰ κομμάτια αὐτὰ εἶναι μικρότερα, ἔχουν δηλαδή μικρότερη ἀξία.

Ἔτσι τὸ 0,01 εἶναι μικρότερο ἀπὸ τὸ 0,1.

Στους δεκαδικούς αριθμούς ἡ ἀκεραία μονάδα μοιράζεται μόνο σὲ δέκα, δέκα κομμάτια. Τὰ μέρη δηλαδή εἶναι δέκατα, ἑκατοστά, χιλιοστά κ.λπ.

Πολλὲς φορές ὅμως στὴ ζωὴ βρισκόμαστε στὴν ἀνάγκη ἕνα ἀκέραιο πράγμα [μὴ ἀκεραία μονάδα] νὰ τὸ μοιράσουμε σὲ 2, σὲ 3, σὲ 4, σὲ 5 καὶ περισσότερα μέρη. Ἄς δοῦμε λοιπὸν τὴν εὐκολότερη μοιρασιά, ὅταν δηλ. ἡ ἀκεραία μονάδα πρόκειται νὰ μοιραστῆ σὲ δυὸ ἴσα μέρη.

Πόσες φορές δὲν κάνουμε τὴ μοιρασιά αὐτὴ ἀπὸ πολὺ μικρὰ παιδιά μάλιστα! Πήρατε ἕνα παγωτὸ μὲ τὸ ἀδελφάκι σας καὶ τὸ μοιράσατε στὴ μέση. Σὰς ἔδωσε ὁ πατέρα σας ἕνα χιλιάριο καὶ τὸ μοιράσατε μαζί τὰ δυὸ ἀδελφία. Ἀγοράσατε ἕνα κουλούρι καὶ τὸ κόψατε στὴ μέση καὶ ἔφαγε τὸ καθένα σας τὸ μισό.

Κάθε ποσὸ πὸν μοιράζεται, μπορεί νὰ διαιρεθῆ εὐκόλα σὲ δυὸ ἴσα μέρη. Τὸ κάθε κομμάτι δὲν εἶναι πιά ἀκέραιο· εἶναι μισό, εἶναι λιγότερο ἀπὸ τὴν ἀκεραία μονάδα. Τὸ μισὸ αὐτό, παιδιά,

θὰ τὸ λέμε ἀπὸ δῶ καὶ μπρός, **ἕνα δεύτερο** καὶ γράφεται ἔτσι: $\frac{1}{2}$.

Κι ὅπως τὸ κουλούρι, τὸ μῆλο, τὸ ψωμί, τὸ μέτρο, τὴν ὀκτάρη, τὸν πήχη τὸν μοιράζουμε σὲ **δευτέρα**, μπορούμε νὰ τὰ μοιράσουμε καὶ σὲ τρία ἴσα μέρη. Τὸ κάθε **κομμάτι** ὅμως θὰ εἶναι **τρεις** φορές μικρότερο ἀπὸ τὸ ἀκέραιο καὶ τὸ λέμε **ἕνα τρίτο**. Γρά-

φεται ἔτσι: $\frac{1}{3}$.

Τώρα καταλαβαίνετε εὐκόλα, πιστεύουμε, τί ἐννοοῦμε λέγοντας **ἕνα τέταρτο** $\frac{1}{4}$, **ἕνα πέμπτο** $\frac{1}{5}$, **ἕνα ἕκτο** $\frac{1}{6}$, **ἕνα δέκατο** $\frac{1}{10}$

κ.λπ.

1. Κλασματική μονάδα.

Κλασματική μονάδα είναι ένα από τα ίσα κομμάτια στα
 όποια μοιράζουμε την άκεραία μονάδα. Π. χ.: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$,
 $\frac{1}{5}$ κ.λ.π.

1. Ποιά κλασματική μονάδα έχουμε, αν μοιράσουμε την άκεραία μονάδα σε 2, 4, 8 κομμάτια;

2. Γράψτε όσες κλασματικές μονάδες θέλετε και πείτε τί σημαίνει ή κάθε μία.

3. Ποιά από τις κλασματικές μονάδες $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{4}$ είναι μεγαλύτερη και γιατί;

4. Ποιά από τις κλασματικές μονάδες $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{20}$ είναι μικρότερη και γιατί;

5. Βάλε με τη σειρά τις παρακάτω κλασματικές μονάδες $\frac{1}{15}$,
 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{17}$, $\frac{1}{3}$.

6. Πόσα παιδιά είναι στην τάξη σας; Τί μέρος ενός ψωμιού θα πάση το καθένα σας, αν αυτό το ψωμί μοιραστή σε όλα σας;

7. Τί μέρος της τάξης αποτελεί ο κάθε μαθητής;

Κλασματικός αριθμός ή κλάσμα.

Πολλές κλασματικές μονάδες κάνουν ένα κλασματικό αριθμό ή κλάσμα.

8. Από την κλασματική μονάδα $\frac{1}{20}$ να γράψης 7 κλασματικούς αριθμούς.

9. Γράψε δικτά κλασματικούς αριθμούς και πές μας από ποιά κλασματική μονάδα έγινε ο καθένας.

10. Το ρούπι είναι το $\frac{1}{8}$ από τον πήχη. Πώς θα γράψης πέντε ρούπια;

11. Το μέτρο διαιρείται σε 10 παλάμες, 100 δακτύλους, 1000

γραμμές. Γράψε με κλάσμα 4 παλάμες, 32 δακτύλους, 250 γραμμές.

12. Ἡ δὲ ἔχει 400 δράμια. Πῶς θὰ γράψουμε τὸ ἓνα δράμι;
Μὲ ποῖον κλασματικὸν ἀριθμὸ θὰ γράψουμε τὰ 10, 20, 50, 70,
80 δράμια;

13. Ποῖος ἀπὸ τοὺς κλασματικοὺς ἀριθμοὺς $\frac{3}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{9}$ εἶναι
μικρότερος καὶ ποῖος μεγαλύτερος καὶ γιατί;

14. Βάλετε στὴ σειρὰ ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ μικρότερο τοὺς κλα-
σματικοὺς ἀριθμοὺς $\frac{6}{12}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{10}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{9}{12}$.

3. Ἀριθμητής. - Παρονομαστής. - Ὅροι τοῦ Κλάσματος.

Κάθε κλάσμα γράφεται μὲ δυὸ ἀριθμοὺς ποὺ χωρίζον-
ται μὲ μιὰ γραμμὴ στὴ μέση π.χ. $\frac{3}{4}$. Ὁ κάτω λέγεται **πα-
ρονομαστής**, ὁ ἔπάνω **ἀριθμητής**. Ὁ παρονομαστής φα-
νερώνει σὲ πόσα μέρη μοιράσαμε τὴν ἀκεραία μονάδα, ὁ
ἀριθμητής πόσα ἀπ' αὐτὰ τὰ μέρη πήραμε. Ὁ ἀριθμητής
καὶ ὁ παρονομαστής μὲ μιὰ λέξη λέγονται **ὄροι τοῦ κλά-
σματος**.

15. Σὲ πόσα δράμια χωρίζεται ἡ δὲ; Πῶς θὰ γράψουμε μὲ
κλάσμα 1, 2, 25, 50, 100, 200 δράμια;

16. Πόσες ὥρες ἔχει ἡ μέρα; Γράψε μὲ κλάσμα 1, 2, 6, 8, 12
ὥρες.

17. Πόσες βδομάδες ἔχει ὁ χρόνος; Τί μέρος τοῦ χρόνου εἶναι
ἡ μιὰ βδομάδα;

18. Πόσες μέρες ἔχει ὁ μήνας; Οἱ 14 μέρες τί μέρος τοῦ
μήνα εἶναι;

19. Νὰ βρῆτε τὸ $\frac{1}{5}$ τοῦ 100, τὸ $\frac{1}{6}$ τοῦ 60, τὸ $\frac{1}{8}$ τοῦ 40, τὰ
 $\frac{4}{5}$ τοῦ 50.

4. Σχέση κλασμάτων πρὸς τὴν ἀκεραία μονάδα.

1. Ἐνα κλάσμα εἶναι ἴσο μὲ τὴν ἀκεραία μονάδα, ὅταν
καὶ ὁ ἀριθμητής καὶ ὁ παρονομαστής εἶναι ὁ ἴδιος ἀριθ-
μὸς π.χ. $\frac{3}{3}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{10}{10}$.

2. Ένα κλάσμα είναι μικρότερο από την άκεραία μονάδα, όταν ο αριθμητής είναι μικρότερος από τον παρονομαστή· π.χ. $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{6}$. Το κλάσμα τότε λέγεται **γνήσιο**.

3. Ένα κλάσμα είναι μεγαλύτερο από την άκεραία μονάδα, όταν ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή· π.χ. $\frac{5}{2}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{10}{2}$, $\frac{18}{4}$. Το κλάσμα τότε λέγεται **καταχρηστικό**.

20. Γράψτε 7 κλάσματα ίσα με την άκεραία μονάδα.

21. Γράψτε 9 γνήσια κλάσματα.

22. Γράψτε 11 καταχρηστικά κλάσματα.

23. Χωρίστε τα παρακάτω κλάσματα σε 3 ομάδες. Στην πρώτη βάλτε όσα έχουν αξία μιας ολόκληρης (άκεραιας) μονάδας, στη δεύτερη τα γνήσια και στην τρίτη τα καταχρηστικά $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{9}{3}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{10}{10}$, $\frac{20}{3}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{6}{11}$, $\frac{15}{15}$, $\frac{100}{100}$, $\frac{32}{4}$, $\frac{400}{400}$, $\frac{24}{8}$.

5. Πώς βγάζουμε τις άκεραιες μονάδες από τα καταχρηστικά κλάσματα.

Για να βγάλουμε τις άκεραιες μονάδες από τα καταχρηστικά κλάσματα διαιρούμε τον αριθμητή με τον παρονομαστή και το πηλίκο που βρίσκουμε είναι οι άκεραιες μονάδες. Π.χ. $\frac{8}{4} = 2$.

Όταν όμως η διαίρεση δεν είναι τελεία αλλά αφήνει υπόλοιπο τότε γράφουμε το πηλίκο σαν άκεραίο και το υπόλοιπο σαν αριθμητή κλάσματος με παρονομαστή τον ίδιο.

$$\text{Π.χ. } \frac{13}{4} = 3 \frac{1}{4}$$

Άσκησης

Να βγάλετε από τα παρακάτω καταχρηστικά κλάσματα τις άκεραιες μονάδες που περιέχουν :

$$1) \frac{12}{3}, \frac{16}{4}, \frac{20}{5}, \frac{30}{5}, \frac{45}{9}, \frac{64}{8}, \frac{100}{2}, \frac{240}{10}, \frac{480}{12}$$

- 2) $\frac{4}{3}, \frac{6}{5}, \frac{8}{7}, \frac{10}{3}, \frac{25}{7}, \frac{33}{12}, \frac{49}{6}, \frac{87}{9}, \frac{115}{10}, \frac{235}{17}$
- 24) Πόσους πήχεις κάνουν 25 ρούπια ;
 25) Πόσες μέρες κάνουν 108 ώρες ;
 26) Πόσες δεκάδες κάνουν 2500 δράμα ;
 27) Πόσα μέτρα κάνουν 72 παλάμες (δέκατα) ;

6. Κάθε άκέραιος μπορεί να τραπή σε κλάσμα.

Για να τρέψουμε έναν άκέραιο σε κλάσμα πρέπει να ξέρουμε πρώτα τον παρονομαστή του κλάσματος αυτού. Όταν μας δοθή ο παρονομαστής, τότε πολλαπλασιάζουμε τον άκέραιο με τον παρονομαστή και ό,τι βρούμε το βάζουμε αριθμητή και παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο. Π.χ. Να τραπή ο άκέραιος 7 σε όγδοα. Σύμφωνα με τον κανόνα

$$\text{έχομε : } \frac{7 \times 8}{8} = \frac{56}{8} \text{ κ.λ.π.}$$

Άσκησης.

- 28) Να τραπούν οι άκέραιοι 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 27 και 250 σε κλάσματα με παρονομαστή το 9.
 29) Τρέψετε και σεις όποιον άκέραιο θέλετε σε κλάσμα με δικό σας παρονομαστή.
 30) Πόσα εβδομάδες έχουν 4 έβδομάδες.
 31) Πόσα όγδοα έχουν 19 πήχεις ;
 32) Πόσα τετρακοσιοστά έχουν 8 δεκάδες ;
 33) Πόσες παλάμες (δέκατα) έχουν 11 μέτρα ;
 34) Πόσα ένενηκοστά έχουν 3 όρθες γωνίες ;
 35) Μια λίρα έχει 20 σελίνια. Πόσα είκοστά έχουν 12 λίρες ;
 36) Ένα δολλάριο έχει 100 σέντς. Πόσα εκατοστά, δηλ. σέντς, έχουν 15 δολλάρια ;

7. Μικτοί αριθμοί.

Μικτοί αριθμοί λέγονται, όσοι αποτελούνται από άκέραιο και κλάσμα μαζί. Π.χ. $3\frac{2}{5}, 4\frac{2}{8}, 8\frac{1}{9}$ κ.λ.π.

Άσκησης

- 37) Διαβάσετε και απαγγείλετε τούς παρακάτω μικτούς :
 $7\frac{3}{4}, 9\frac{2}{7}, 21\frac{3}{4}, 49\frac{7}{8}, 120\frac{2}{9}, 465\frac{11}{15}, 1206\frac{1}{8}$ κλπ.

38) Γράψετε σὰν μικτούς τοὺς παρακάτω ἀριθμούς :

α) 4 ἡμέρες καὶ $\frac{2}{24}$ τῆς ἡμέρας (δηλ. ὥρες).

β) 3 μέτρα καὶ $\frac{4}{10}$ τοῦ μέτρον (δηλ. παλάμες).

γ) 7 πήχεις καὶ $\frac{3}{8}$ τοῦ πήχη (δηλ. ρούπια).

39) Γράψετε καὶ σεῖς 10 μικτούς ἀριθμούς.

8. Πῶς τρέπονται οἱ μικτοὶ σὲ κλάσματα.

Γιὰ νὰ τρέψουμε ἓνα μικτὸ ἀριθμὸ σὲ κλάσμα, πολλαπλασιάζομε τὸν ἀκέραιον ἐπὶ τὸν παρονομαστή καὶ στὸ γινόμενο προσθέτομε τὸν ἀριθμητὴ καὶ ὅτι βροῦμε τὸ βάζομε ἀριθμητὴ στὸ κλάσμα ποὺ σχηματίζεται. Παρονομαστή ἀφήνομε τὸν ἴδιον. Π. χ. $7\frac{4}{5} = \frac{39}{5}$, $15\frac{1}{3} = \frac{46}{3}$ κ.λ.π.

Ἀσκήσεις.

41') Τρέψετε τοὺς παρακάτω μικτούς σὲ κλάσματα :

$7\frac{1}{8}$, $10\frac{3}{4}$, $18\frac{2}{3}$, $25\frac{1}{7}$, $39\frac{6}{7}$, $82\frac{7}{8}$, $245\frac{3}{9}$, $812\frac{6}{9}$

41) Πόσες ὥρες γάνουν $7\frac{3}{24}$ τῆς μέρας; ($= \frac{171}{24}$ ἄρα 171 ὥρες).

42) Πόσες παλάμες ἔχουν $9\frac{3}{10}$ τοῦ μέτρον; ($= \frac{93}{10}$ ἄρα 93 παλάμες).

43) Πόσα ρούπια γάνουν $32\frac{2}{8}$ τοῦ πήχη; (Λύση σὰν τῆ πα-

44) Πόσα δράμα γάνουν $18\frac{100}{400}$ τῆς ὀκάς;

45) Πόσους μῆνες γάνουν $15\frac{2}{12}$ χρόνια;

46) Τρέψετε τοὺς παρακάτω μικτούς σὲ κλάσματα καὶ βγάλετε ἔπειτα τίς ἀκέραιες μονάδες ποὺ περιέχουν, σὰν καταχρηστικά κλάσματα ποὺ εἶναι, σύμφωνα μὲ τὸν κανόνα τῆς παραγράφου. (Π. χ. $9\frac{2}{5} = \frac{47}{5} = 9\frac{2}{5}$). Δηλαδή θὰ βροῦσκετε πάλι τὸ ἴδιο μικτό:

$$6\frac{3}{4}, 8\frac{7}{9}, 13\frac{2}{7}, 27\frac{3}{9}, 48\frac{3}{8}, 110\frac{1}{2}, 223\frac{1}{3}.$$

47) Τρώψετε και σείς 10 δικούς σας μικτούς σε κλάσματα και κατόπι βγάλετε τις άκεραίες μονάδες που περιέχουν.

9. Σύγκριση και αξία τῶν κλασμάτων.

Ἡ αξία ἑνὸς κλάσματος ἐξαρτᾶται καὶ ἀπὸ τὸν ἀριθμητὴ καὶ ἀπὸ τὸν παρονομαστὴ του.

Ἡ αξία τοῦ ἀριθμητῆ.

Ὁ ἀριθμητὴς μᾶς δείχνει πόσες κλασματικὲς μονάδες δηλ. πόσα κομμάτια (μέρη) παίρνουμε ἀπὸ τὴν ἀκεραία μονάδα, πὸν τεμαχίσαμε. Ἀντίθετα ὁ παρονομαστὴς μᾶς δείχνει σὲ πόσα κομμάτια (μέρη) κόψαμε τὴν ἀκεραία μονάδα. Ἔτσι ἅμα νιώσουμε καλὰ, τί εἶναι ὁ ἀριθμητὴς καὶ τί ὁ παρονομαστὴς εὐκόλα θὰ καταλάβουμε, πὸς:

Ἀπὸ δύο ἢ περισσότερα κλάσματα, πὸν ἔχουν τὸν ἴδιο παρονομαστὴ, μεγαλύτερο εἶναι ἐκεῖνο, πὸν ἔχει τὸ μεγαλύτερο ἀριθμητὴ καὶ μικρότερο ἐκεῖνο, πὸν ἔχει τὸν πῶ μικρὸ ἀριθμητὴ. Π. χ. Ἀπὸ τὰ κλάσματα $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{8}$ τὴ μεγαλύτερη ἀξία ἔχει τὸ $\frac{7}{8}$ καὶ τὴ μικρότερη τὸ $\frac{3}{8}$.

Ἀσκήσεις.

48) Νὰ βρῆτε ποῖο κλάσμα εἶναι μεγαλύτερό :

α) Τὸ $\frac{9}{10}$ ἢ τὸ $\frac{11}{10}$; β) Τὸ $\frac{3}{4}$ ἢ τὸ $\frac{2}{4}$; γ) Τὸ $\frac{11}{20}$, $\frac{16}{20}$, ἢ $\frac{19}{20}$.

49) Συγκρίνετε καὶ σείς δέκα τέτοια δικά σας κλάσματα.

Ἡ αξία τοῦ παρονομαστῆ.

Ἀπὸ δύο ἢ περισσότερα κλάσματα, πὸν ἔχουν τὸν ἴδιο ἀριθμητὴ, μεγαλύτερο εἶναι τὸ κλάσμα ἐκεῖνο, πὸν ἔχει τὸ μικρότερο παρονομαστὴ. Π. χ. ἀπὸ τὰ κλάσματα $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{16}$ τὴ μεγαλύτερη ἀξία ἔχει τὸ $\frac{3}{4}$ καὶ τὴ μικρότερη τὸ $\frac{3}{16}$.

Ἀσκήσεις.

50) Νὰ βρῆτε ποῖο κλάσμα εἶναι μεγαλύτερο :

α) τὸ $\frac{4}{5}$ ἢ τὸ $\frac{4}{8}$; β) τὸ $\frac{9}{10}$ ἢ τὸ $\frac{9}{5}$; γ) τὸ $\frac{15}{20}$, $\frac{15}{18}$ ἢ $\frac{15}{16}$;

β) Συγκρίνεται καὶ σεῖς δέκα τέτοια δικά σας κλάσματα.

Ἀπὸ τὰ παραπάνω βγαίνει, πῶς :

Ὅταν μεγαλώνῃ ὁ ἀριθμητὴς ἑνὸς κλάσματος, ὅλο τὸ κλάσμα μεγαλώνει καὶ ὅταν μικραίνῃ ὁ ἀριθμητὴς του, ὅλο τὸ κλάσμα μικραίνει.

Ἐνῶ ἀντίθετα, ὅταν μεγαλώνῃ ὁ παρονομαστής ἑνὸς κλάσματος, τὸ κλάσμα αὐτὸ μικραίνει καὶ ὅταν μικραίνῃ ὁ παρονομαστής του, τὸ κλάσμα μεγαλώνει.

Ἀσκήσεις.

Νὰ βρῆτε ποῖο εἶναι τὸ μεγαλύτερο καὶ ποῖο τὸ μικρότερο κλάσμα ἀπὸ τὰ παρακάτω.

α) $\frac{4}{10}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{7}{10}$ β) $\frac{5}{10}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{3}$ γ) $\frac{15}{30}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{15}{100}$

Μὴν ξεχνᾶτε ποτὲ πῶς :

1) Γιὰ νὰ συγκρίνομε δυὸ ἢ περισσότερα κλάσματα καὶ νὰ βροῦμε, ποῖο εἶναι μεγαλύτερο καὶ ποῖο μικρότερο, πρέπει νὰ λογαριαζόμε πρῶτα σὲ πόσα μέρη (κομμάτια) κόψαμε τὴν ἀκεραία μονάδα καὶ ἔπειτα πόσα τέτοια κομμάτια πήραμε ἀπ' αὐτήν.

Ἄμα τὸ καταλάβομε αὐτὸ καλά, μποροῦμε νὰ ξεχωρίσομε τὴν ἀξία καὶ δυὸ κλασμάτων, ποὺ νὰ μὴν ἔχουν οὔτε τοὺς ἀριθμητὲς οὔτε τοὺς παρονομαστῆς τοὺς ἴδιους. π. χ. ἔχομε τὰ κλάσματα $\frac{8}{20}$ καὶ $\frac{4}{6}$. Στὸ πρῶτο κόψαμε τὴν ἀκεραία μονάδα σὲ 20 κομμάτια καὶ πήραμε τὰ 8, δηλ. λιγότερα ἀπὸ τὰ μισά, στὸ δεύτερο τὴν κόψαμε σὲ 6 κομμάτια καὶ πήραμε τὰ 4, δηλ. περισσότερα ἀπὸ τὰ μισά. Ὡστε τὸ $\frac{4}{6}$ εἶναι μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ $\frac{8}{20}$.

Μποροῦσε ὅμως νὰ εἶχαμε γιὰ σύγκριση τὰ κλάσματα $\frac{9}{30}$ καὶ $\frac{15}{48}$, ποὺ δὲν εἶναι πολὺ εἰκόλο νὰ ποῦμε ἀμέσως, ποῖο ἀπὸ τὰ δυὸ εἶναι μεγαλύτερο.

2) Σ' αὐτὲς τὶς περιπτώσεις, ποὺ δύσκολα διακρίνεται ἡ διαφορὰ τῆς ἀξίας δυὸ ἢ περισσοτέρων κλασμάτων, εἶναι ἀπαραίτητο νὰ τοὺς δίνουμε ὅλων τὸν ἴδιο παρονομαστή, χωρὶς ν' ἀλλάξῃ ἡ ἀξία τοῦ καθενὸς κλάσματος, νὰ τὰ κάνουμε δηλ. ὁμώνυμα. Πῶς; θὰ τὸ μάθουμε παρακάτω.

10) Θεμελιώδεις ιδιότητες τῶν κλασμάτων.

A'.

Ἐάν πολλαπλασιασθῇ ὁ ἀριθμητὴς ἑνὸς κλάσματος μὲ ἕναν ἀριθμὸ, ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος μεγαλώνει. Π.χ. $\frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{4}$.
(Ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος τριπλασιάζεται).

B'.

Ἐάν διαιρεθῇ ὁ ἀριθμητὴς ἑνὸς κλάσματος μὲ κάποιον ἀριθμὸ, ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος μικραίνει. Π.χ. $\frac{8}{3} : 4 = \frac{2}{3}$.
(Ὅλο τὸ κλάσμα διαιρεῖται διὰ τοῦ 4).

Γ'.

Ἐάν πολλαπλασιασθῇ ὁ παρονομαστὴς ἑνὸς κλάσματος μὲ κάποιον ἀριθμὸ, ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος μικραίνει. Π.χ. $\frac{12}{8 \times 3} = \frac{12}{24}$ (Ὅλο τὸ κλάσμα διαιρεῖται, μικραίνει, μὲ τὸν ἴδιο ἀριθμὸ, δηλ. μὲ τὸ 3).

Δ'.

Ἐάν διαιρεθῇ ὁ παρονομαστὴς ἑνὸς κλάσματος μὲ κάποιον ἀριθμὸ, ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος μεγαλώνει. Π.χ. $\frac{12}{8 : 2} = \frac{12}{4}$. (Ὅλο τὸ κλάσμα μεγάλωσε ἐπὶ τὸν ἴδιο ἀριθμὸ, δηλ. τὸ 2).

Ἐάν πολλαπλασιασθῇ ἢ διαιρεθῇ καὶ ὁ ἀριθμητῆς καὶ ὁ παρονομαστῆς δηλ. καὶ οἱ δυὸ ὅροι τοῦ κλάσματος μὲ ἓνα καὶ τὸν ἴδιον ἀριθμὸν, ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος δὲν ἀλλάζει.

$$\text{Π. γ. } \frac{9 \times 3}{15 \times 3} = \frac{27}{45} \text{ ποὺ ἔχει τὴν ἴδια ἀξία μὲ τὸ } \frac{9}{15}. \text{ Ἡ}$$

$$\frac{9:3}{15:3} = \frac{3}{5} \left(\text{τὰ } \frac{3}{5} \text{ ἔχουν τὴν ἴδια ἀξία μὲ τὰ } \frac{9}{15} \text{ ὅπως θὰ} \right. \\ \left. \text{δοῦμε παρακάτω.} \right)$$

Ἀσκήσεις καὶ προβλήματα μὲ τὶς παραπάνω πέντε ιδιότητες.

51) Νὰ γίνουν 3 φορές μεγαλύτερα τὰ κλάσματα $\frac{2}{3}, \frac{8}{9}, \frac{7}{10}, \frac{6}{7}, \frac{9}{15}, \frac{8}{17}, \frac{6}{21}, \frac{20}{150}$ (μὲ πολλαπλασιασμὸ τοῦ ἀριθμητῆ).

52) Νὰ γίνουν 5 φορές μεγαλύτερα τὰ κλάσματα $\frac{3}{5}, \frac{21}{45}, \frac{70}{100}, \frac{50}{400}, \frac{3}{60}, \frac{7}{10}$ (μὲ διαίρεση τοῦ παρονομαστῆ).

53) Κάνετε καὶ σεῖς δικές σας ἀσκήσεις παρόμοιες.

54) Νὰ γίνουν 4 φορές μικρότερα τὰ κλάσματα $\frac{2}{8}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{7}{10}, \frac{6}{12}, \frac{7}{15}, \frac{20}{40}$ (ἄλλα μὲ πολλαπλασιασμὸ τοῦ παρονομαστῆ καὶ ἄλλα μὲ διαίρεση τοῦ ἀριθμητῆ).

55) Νὰ γίνουν 7 φορές μικρότερα τὰ κλάσματα $\frac{3}{10}, \frac{9}{6}, \frac{7}{11}, \frac{8}{12}, \frac{30}{70}, \frac{9}{14}, \frac{65}{180}, \frac{7}{20}$ (μὲ τοὺς δυὸ τρόπους).

56) Κάνετε καὶ σεῖς ὅσες φορές θέλετε μικρότερα 10 δικὰ σας γνήσια καὶ 10 καταχρηστικὰ κλάσματα (ἄλλα μὲ διαίρεση τοῦ ἀριθμητῆ καὶ ἄλλα μὲ πολλαπλασιασμὸ τοῦ παρονομαστῆ).

57) Νὰ μεγαλώσουν 9 φορές οἱ ὅροι τῶν παρακάτω κλασμάτων χωρὶς ν' ἀλλάξῃ ἡ ἀξία τους. $\frac{3}{7}, \frac{5}{8}, \frac{8}{10}, \frac{7}{14}, \frac{20}{4}, \frac{1}{3}, \frac{3}{9}, \frac{8}{24}, \frac{10}{30}, \frac{25}{75}$ κ.λ.π.

58) Ἡ κασετίνα τοῦ Γιώργου ἔχει μᾶκρος $\frac{5}{10}$ τοῦ μέτρου. Ἡ δικιά σου $\frac{30}{100}$. Ποιά εἶναι μεγαλύτερη;

59) Ὁ μπαμπᾶς σου μοίρασε ἓνα κουλούρι στὰ τρία. Στὸν ἀδερφό σου ἔδωσε τὸ $\frac{1}{3}$, σὲ σένα τὰ $\frac{5}{15}$ καὶ στὴν ἀδερφή σου τὰ $\frac{3}{9}$. Ποιὸς ἀπὸ τοὺς τρεῖς σας πῆρε τὸ περισσότερο κουλούρι;

60) Τί προτιμᾶτε, τὸ $\frac{1}{2}$ τῆς ὀκτῆς μέλι, ἢ τὰ $\frac{200}{400}$, τὸ $\frac{1}{3}$ τῆς ὀκτῆς ἢ 200 δράμια;

61) Δυὸ κωριές μπῆκαν σ' ἓνα κατάστημα. Ἡ μία ψώνισε $\frac{1}{2}$ πήχη ὑφασμα. Ἡ ἄλλη $\frac{4}{8}$. Ποιά ψώνισε περισσότερο;

62) Ὁ μπαμπᾶς σου ἔφερε στὸ σπίτι σας ἓνα πεπόνι. Εἶστε 4 ἄτομα. Τί θὰ προτιμοῦσατε νὰ σοῦ δώσει, τὸ $\frac{1}{4}$, τὸ $\frac{2}{8}$, τὰ $\frac{6}{9}$ ἢ τὰ $\frac{5}{10}$;

63) Ὁ Νίκος πῆρε ἀπολυτήριο 9 $\frac{5}{6}$. Ἐσὺ πῆρες 9 $\frac{4}{5}$. Ποιὸς πῆρε μεγαλύτερο βαθμό;

64) Κάνετε καὶ σεῖς τέτοια προβλήματα καὶ ἀσκήσεις ἀπὸ τὴ ζωὴ σας, τὰ παιγνίδια σας κ.λπ.

II. Ὁμόνομα κλάσματα.

Ὁμόνομα λέγονται τὰ κλάσματα ποὺ ἔχουν τὸν ἴδιο παρονομαστή π. χ. $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{8}$ κ.λπ. Στὰ ὁμόνομα κλάσματα μεγαλύτερο εἶναι ἐκεῖνο ποὺ ἔχει μεγαλύτερο ἀριθμητή.

Ἀσκήσεις.

65) Γράψετε 8 ὁμόνομα κλάσματα (γνήσια) καὶ 8 ὁμόνομα (καταχρηστικά).

66) Γράψετε 12 ὁμόνομα κλάσματα γνήσια καὶ καταχρηστικά καὶ βάλτε τέτατα στὴ σειρά σύμφωνα μὲ τὴν ἀξία τους ἀρχίζοντας ἀπὸ τὰ μικρότερης ἀξίας πρὸς τὰ μεγαλύτερα.

12. Ἐτερόνυμα κλάσματα.

Ἐτερόνυμα κλάσματα λέγονται ἐκεῖνα ποὺ ἔχουν διαφο-
ρετικούς παρονομαστῆς π. χ. $\frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{6}{9}, \frac{5}{10}, \frac{7}{12}$ κ. λ. π.

Ἡ ἀξία τους βροῖσκειται, ὅπως εἶπαμε, ἢ μὲ ἀπλῆ σύγκριση
ἢ ἅμα τραποῦν σὲ ὁμώνυμα, ὅπως θὰ δοῦμε ἀμέσως παρα-
κάτω.

Ἀσκήσεις.

67) Γράψε 10 ἑτερόνυμα κλάσματα γνήσια.

68) Γράψετε 10 ἑτερόνυμα κλάσματα καταχρηστικά.

69) Γράψετε ἑτερόνυμα κλάσματα καὶ προσπαθήστε, ἂν
μπορῆτε νὰ τὰ βάλετε στὴ σειρά σύμφωνα μὲ τὴν ἀξία τους
ἀπὸ τὰ μικρότερα πρὸς τὰ μεγαλύτερα. Ἄν δυσκολευτῆτε
προσέξτε τὴν παρακάτω παράγραφο τῆς ἀριθμητικῆς ποὺ θὰ
σᾶς βοηθήσει.

13. Πῶς τρέπομε ἑτερόνυμα κλάσματα σὲ ὁμώνυμα.

α) Δύο ἑτερόνυμα σὲ ὁμώνυμα.

Γιὰ νὰ τρέπομε 2 μονάχα ἑτερόνυμα κλάσματα σὲ ὁμών-
υμα πολλαπλασιάζομε τοὺς δυὸ ὄρους τοῦ πρώτου κλάσμα-
τος μὲ τὸν παρονομαστή τοῦ δευτέρου καὶ τοὺς δυὸ ὄρους
τοῦ δευτέρου κλάσματος μὲ τὸν παρονομαστή τοῦ πρώτου.

$$\text{Π. χ. } \frac{3}{4}, \frac{4}{5} = \frac{15}{20}, \frac{16}{20} \text{ κ. λ. π.}$$

Ἀσκήσεις.

70) Τρέψε τὰ παρακάτω ἑτερόνυμα κλάσματα σὲ ὁμώνυμα:

$$\alpha) \frac{7}{8}, \frac{6}{9} \quad \beta) \frac{3}{4}, \frac{6}{7} \quad \gamma) \frac{9}{10}, \frac{6}{18} \quad \delta) \frac{5}{8}, \frac{9}{11} \quad \epsilon) \frac{8}{13}, \frac{6}{15}$$

71) Βοῆθε ποιά κλάσματα ἔχουν μεγαλύτερη ἀξία ἀπὸ τὰ πα-
ρακάτω ἑτερόνυμα τρέποντάς τα σὲ ὁμώνυμα.

$$\alpha) \frac{13}{20}, \frac{6}{11} \quad \beta) \frac{25}{40}, \frac{3}{7} \quad \gamma) \frac{4}{5}, \frac{9}{14} \quad \delta) \frac{7}{8}, \frac{6}{7} \quad \epsilon) \frac{9}{10}, \frac{10}{11}$$

72) Κάμετε καὶ σεῖς δικές σας ἀσκήσεις παρόμοιες καὶ ἐπα-
ληθῆντε μὲ τὸν τρόπο αὐτὸ (δηλ. μὲ τὴν τροπὴ σὲ ὁμώνυμα)
δσες ἀσκήσεις ἀπὸ τὴν ἀριθμητικὴ αὐτὴ δὲ μπορεῖτε νὰ λύ-
σετε στὶς προηγούμενες παραγράφους.

β) Τρία ή περισσότερα ετερόνυμα σε δμώνυμα.

Πρώτος τρόπος με το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο.

Γιὰ νὰ τρέψουμε 3 ἢ περισσότερα ετερόνυμα κλάσματα σὲ δμώνυμα βρίσκουμε πρῶτα τὸ ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο ὅλων τῶν παρονομασιῶν, δηλ. ἐκεῖνον τὸν ἀριθμὸ, ποὺ τοὺς διαιρεῖ ὅλους καὶ δὲν ἀφήνει κανεὶς τοὺς ὑπόλοιπο. Σὰν πρῶτο ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) παίρνουμε τὸ μεγαλύτερο παρονομαστή. Κι ἂν δὲν τοὺς διαιρῇ ὅλους τὸν διπλασιάζουμε, τὸν τριπλασιάζουμε κ.λ.π. μέχρι τῆ στιγμῆ ποὺ θὰ βροῦμε τὸ Ε.Κ.Π. Ἀφοῦ τὸ βροῦμε καὶ κάνομε τὶς διαιρέσεις, βάζουμε τὰ πηλίκα πάνω ἀπὸ τὸν ἀριθμητῆ κάθε κλάσματος καὶ κατόπι πολλαπλασιάζουμε καὶ τοὺς δυὸ ὅρους κάθε κλάσματος μετὰ τὸ πηλίκον αὐτὸ καὶ ἔτσι ἕνα ἕνα ετερόνυμο τὸ τρέπομε σὲ δμώνυμο. (Κοίτα σχετικὰ παράδειγμα ἀμέσως παρακάτω).

Ἐνα παράδειγμα μετὰ τρία ετερόνυμα.

$$\begin{array}{ccc} \frac{4}{1} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{2}{2} & \frac{4}{4} & \frac{8}{8} \\ \frac{4}{8} & \frac{6}{8} & \frac{6}{8} \end{array} \quad \text{ἔ. κ. π.} = \text{τὸ 8.}$$

Δεύτερο παράδειγμα μετὰ τέσσερα ετερόνυμα.

$$\begin{array}{ccc} \frac{8}{2} & \frac{10}{3} & \frac{5}{5} & \frac{4}{4} \\ \frac{5}{5} & \frac{4}{4} & \frac{8}{8} & \frac{10}{10} \\ \frac{16}{40} & \frac{30}{40} & \frac{25}{40} & \frac{16}{40} \end{array} \quad \text{ἔ. κ. π.} = 40.$$

Ἀσκήσεις.

73) Τρέψετε σὲ δμώνυμα τὰ κλάσματα μετὰ τὴ μέθοδο τοῦ Ε.Κ.Π.

$$\alpha) \frac{3}{4} \frac{6}{10} \frac{2}{5} \quad \beta) \frac{7}{8} \frac{6}{12} \frac{4}{6} \quad \gamma) \frac{3}{9} \frac{1}{3} \frac{6}{15} \quad \delta) \frac{7}{8} \frac{2}{5} \frac{1}{4} \frac{7}{12}$$

74) Βρῆτε ποῖο ἀπὸ τὰ δμώνυμα τώρα κλάσματα εἶναι τὸ μεγαλύτερο ὡς πρὸς τὴν ἀξία καὶ ποῖο τὸ μικρότερο καὶ ἐπαληθῆστε προηγουμένους δύσκολες περιπτώσεις.

75) Τρέψετε 3 πρώτα, 4 ύστερα και 5 τέλος δικά σας ετερόνυμα κλάσματα σὲ ὁμώνυμα μὲ τὸν παραπάνω τρόπο.)

Προσοχή :

1) Ὁ παραπάνω τρόπος τροπῆς ἑτερονύμων σὲ ὁμώνυμα μὲ τὸ Ε. Κ. Π. ἐφαρμόζεται εὐκόλα, ὅταν πρόκειται γιὰ κλάσματα μὲ ζυγούς παρονομαστὲς (2, 4, 6, 8 κλπ.) ὁπότε χωρὶς μεγάλη δυσκολία βρίσκεται τὸ Ε.Κ. Π. Εἶναι ὁ καλύτερος τρόπος καὶ αὐτὸν νὰ προτιμᾶτε πάντοτε.

2) Μὰ ὅταν δυσκολεύεστε καὶ χάνετε τὸν καιρὸ σας ἄδικα ψάχνοντας νὰ βρῆτε τὸ Ε. Κ. Π., τότε νὰ ἐφαρμόζετε τὸν παρακάτω γενικὸ τρόπο.

Δεύτερος τρόπος μὲ τὸ γινόμενο τῶν ἄλλων παρονομαστῶν.

Γιὰ νὰ τρέψουμε 3 ἢ περισσότερα ετερόνυμα κλάσματα σὲ ὁμώνυμα πολλαπλασιάζομε τοὺς ὄρους κάθε κλάσματος μὲ τὸ γινόμενο τῶν ἄλλων παρονομαστῶν. Τὸ γινόμενο αὐτὸ γιὰ εὐκολία θὰ τὸ γράφουμε πάνω ἀπὸ τὸν ἀριθμητῆ τοῦ κλάσματος, ὅπως κάναμε παραπάνω (κοίτα τὰ παρακάτω παραδείγματα).

Ἐνα παράδειγμα μὲ τρία ετερόνυμα.

$$\begin{array}{r} \frac{35}{1} \\ \frac{45}{3} \\ \frac{63}{4} \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{35}{9} \\ \frac{135}{315} \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{63}{4} \\ \frac{252}{315} \end{array}$$

Τὸ ἴδιο παράδειγμα μὲ ἄλλη διάταξη.

$$\begin{array}{r} \frac{1}{9} \\ \frac{3}{7} \\ \frac{4}{5} \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{35}{9} \\ \frac{135}{315} \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{63}{4} \\ \frac{252}{315} \end{array}$$

Παράτηρηση :

Νὰ προτιμᾶτε τὴν α' διάταξη γιὰτὶ παρουσιάζει εὐκολίες στοὺς πολλαπλασιασμοὺς ἐπειδὴ τὸ γινόμενο τῶν ἄλλων παρονομαστῶν γράφεται ἀκριβῶς πάνω ἀπὸ τοὺς ὄρους κάθε κλάσματος.

Άσκησης.

76) Τρέψετε τὰ παρακάτω 3 ἑτερόνυμα κλάσματα σὲ ὁμώνυμα καὶ μὲ τὸ Ε.Κ.Π. καὶ μὲ τὸ γινόμενο τῶν ἄλλων παρανομαστῶν. ("Ὅποια δὲν τρέπονται μὲ τὸ Ε.Κ.Π. νὰ τροποῦν μὲ τὸ γινόμενο τῶν ἄλλων παρανομαστῶν).

$$α) \frac{7}{8} \frac{6}{9} \frac{3}{7} \quad β) \frac{2}{3} \frac{6}{9} \frac{1}{5} \quad γ) \frac{3}{4} \frac{6}{12} \frac{4}{24} \frac{1}{2}$$

$$δ) \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \quad ε) \frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{4}{5} \frac{5}{6}$$

77) Ἐνας ὑφασματέμπορος πούλησε ἀπὸ ἓνα κομμάτι ὑφασμα μὴ μέρα $\frac{7}{8}$ τοῦ πήχη. Ἄλλη μέρα $\frac{9}{11}$ τοῦ πήχη καὶ ἄλλη μὴ μέρα $\frac{19}{23}$ τοῦ πήχη. Ποιὰ μέρα πούλησε περισσότερο ;

78) Ἐνας πατέρας μοίρασε ἓνα δεκαχίλιορο στὰ τέσσερα παιδιά του. Στὸ πρῶτο ἔδωσε τὸ $\frac{1}{4}$, στὸ δεύτερο τὰ $\frac{2}{8}$, στὸ τρίτο τὰ $\frac{3}{12}$ καὶ στὸ τέταρτο τὰ $\frac{4}{10}$. Ποιὸ παιδί πῆρε πιο πολλά; Πόσες δραχμὲς πῆρε κάθε παιδί;

79) Ἐνα παιδί πρέπει νὰ πάρῃ 1 κοντί μαρμελάδα γιὰ 3 μέρες. Τὴν πρώτη μέρα τοῦ ἔδωσαν τὰ $\frac{4}{8}$, τὴν δευτέρη τὰ $\frac{4}{16}$, τὴν τρίτη τὸ $\frac{1}{4}$. Ποιὰ μέρα πῆρε περισσότερο μαρμελάδα ;

80) Ἐνας ἀρτεργάτης πῆρε γιὰ τρεῖς ἕρες μαζὶ μὲ τὴν πληρωμὴ του καὶ ἀλεύρι. Τὴν πρώτη μέρα $\frac{3}{4}$ τῆς ὀκᾶς. Τὴν δευτέρη $\frac{12}{16}$ τῆς ὀκᾶς καὶ τὴν τρίτη $\frac{3}{8}$. Ποιὰ μέρα πῆρε πιο πολὺ ἀλεύρι;

81) Ἡ Μαρίκα πῆρε γιὰ τὰ μαλλιά της $\frac{6}{8}$ τοῦ π. κορδέλλα, ἡ Ἐλενίτσα $\frac{7}{16}$ καὶ ἡ Μαίρη $\frac{3}{4}$. Ποιὰ ἀπ' τὶς τρεῖς πῆρε περισσότερο κορδέλλα;

82) Κάποιος ξόδεψε τὴ Δευτέρα τὰ $\frac{9}{12}$ τοῦ ἡμερομισθίου του, τὴν Τρίτη τὰ $\frac{2}{6}$, τὴν Τετάρτη τὸ $\frac{1}{3}$ καὶ τὴν Πέμπτη τὸ $\frac{1}{6}$. Ποιὰ μέρα ξόδεψε τὰ πιο πολλά;

14. Ἀπλοποίηση τῶν κλασμάτων.

Ἀπλοποιῶ ἓνα κλάσμα θὰ πῆ, πὼς βρῶσκω ἓνα ἄλλο ἰσοδύναμο (τῆς ἴδιας ἀξίας) κλάσμα μὲ μικρότερους ὄρους. Ἡ ἀπλοποίηση γίνεται, ἂν διαιρέσουμε τοὺς δυὸ ὄρους τοῦ κλάσματος μὲ ἓνα καὶ τὸν ἴδιο ἀριθμὸ (π.χ. μὲ τὸ 2, 4, 6, 8, 10 κ.λ.π. ἢ μὲ τὸ 3, 5, 7, 9 κ.λ.π.) Π.χ. $\frac{30}{60} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ κ.λ.π.

Ἀσκήσεις.

- 83) Νὰ ἀπλοποιήσετε α) μὲ τὸ 2 τὰ κλάσματα $\frac{4}{6}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{8}{12}$, β) μὲ τὸ 3 τὰ $\frac{6}{12}$, $\frac{9}{15}$, $\frac{18}{17}$, γ) μὲ τὸ 6 τὰ $\frac{12}{24}$, $\frac{18}{36}$, $\frac{24}{43}$, $\frac{30}{90}$, $\frac{60}{120}$, δ) μὲ τὸ 5 τὰ $\frac{10}{20}$, $\frac{25}{125}$, $\frac{75}{100}$, $\frac{35}{60}$, ε) μὲ τὸ 10 τὰ $\frac{60}{90}$, $\frac{80}{110}$, $\frac{120}{400}$, στ) μὲ τὸ 9 τὰ $\frac{9}{18}$, $\frac{126}{243}$, $\frac{360}{450}$, $\frac{72}{180}$, ζ) μὲ τὸν ἀριθμητὴ τους τὰ κλάσματα $\frac{7}{49}$, $\frac{8}{64}$, $\frac{9}{81}$ καὶ η) μὲ τὸν παρονομαστή τους τὰ $\frac{63}{9}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{125}{25}$ κ.λ.π.
- 84) Νὰ ἀπλοποιήσετε μὲ τὸ 4 τὰ κλάσματα $\frac{12}{20}$, $\frac{40}{60}$, $\frac{76}{80}$, $\frac{64}{92}$
- 85) Νὰ ἀπλοποιήσετε τὰ κλάσματα $\frac{126}{240}$, $\frac{63}{72}$, $\frac{81}{126}$, $\frac{12}{18}$, $\frac{20}{28}$, $\frac{20}{28}$, $\frac{21}{35}$, $\frac{50}{75}$, $\frac{1200}{2600}$.
- 86) Ποιὸ κλάσμα εἶναι μεγαλύτερο στὴν ἀξία του τὸ $\frac{12}{24}$ ἢ τὸ $\frac{2}{4}$, τὸ $\frac{5}{8}$ ἢ τὸ $\frac{50}{80}$, τὸ $\frac{72}{81}$ ἢ $\frac{8}{9}$, τὸ $\frac{1400}{1500}$ ἢ τὸ $\frac{14}{15}$;
- 87) Τί θὰ προτιμήσετε νὰ σᾶς δώσουν τὰ $\frac{3}{4}$ ἑνὸς χιλιάριου ἢ τὰ $\frac{12}{16}$;

ΠΡΑΞΕΙΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Α'. ΠΡΟΣΘΕΣΗ

15. Πρόσθεση ομώνυμων κλασμάτων.

Για να προσθέσουμε ομώνυμα κλάσματα προσθέτουμε τους αριθμητές των και παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο π.χ.

$$\frac{3}{20} + \frac{2}{20} + \frac{6}{20} = \frac{11}{20}$$

88) Ένα ψωμί μοιράστηκε σε 4 παιδιά το ένα πήρε $\frac{2}{16}$ το δεύτερο $\frac{3}{16}$ το τρίτο $\frac{5}{16}$ και το τέταρτο $\frac{6}{16}$. Πόσα δέκατα έφαγαν και τα 4 μαζί;

89) Από ένα χιλιάριο ο Γιώργος πήρε τα $\frac{2}{8}$, η Μαρία τα $\frac{5}{8}$, και ο Νίκος το $\frac{1}{8}$. Πόσα δόδα πήραν και τα τρία μαζί;

90) Μια βούφη γιόμισε τα $\frac{3}{30}$ μιας δεξαμενής τη μία μέρα, τη δεύτερη μέρα γιόμισε άλλα $\frac{5}{30}$ και την τρίτη μέρα $\frac{8}{30}$. Πόσα τριακοστά γιόμισε τις τρεις μέρες;

91) Να βρεις εσύ δικά σου ομώνυμα κλάσματα και να τα προσθέσεις.

16. Πρόσθεση ετερονύμων κλασμάτων.

Για να προσθέσουμε ετερονύμια κλάσματα τα τρέπουμε σε ομώνυμα και κατόπι τα προσθέτουμε. λ.χ.

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{6} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12}$$

92) Από μια κονσέρβα κρέας ο Γιώργος πήρε τα $\frac{3}{12}$, η Ασπασία το $\frac{1}{4}$ και ο Μιχάλης τα $\frac{2}{8}$. Ποιος πήρε πιο πολύ και πόσο πήραν και τα 3 παιδιά μαζί;

93) Στην άμιλλα της Κοινότητας για το καθάρισμα του δρόμου μπροστά στο σχολειό ο Γιώργος έφτιαξε τα $\frac{3}{15}$, ο Μιχάλης τα $\frac{2}{10}$ και ο Μανώλης τα $\frac{8}{30}$. Ποιός ήλθε πρώτος και τί μέρος του δρόμου καθάρισαν και οι τρεις μαζί;

94) Στο χωριό πρέπει να καθαριστή ένας λάκκος με στάσιμα νερά. Στην πρώτη μέρα οι μαθητές της Ε' τάξης σκέπασαν τα $\frac{3}{12}$, την δεύτερη τα $\frac{3}{12}$ και την τρίτη το $\frac{1}{3}$. Τί μέρος της μολματικής αυτής έστίας έξουδειτέρωσαν και τις τρεις μέρες;

95) Προσθέσετε τα παρακάτω κλάσματα α) $\frac{2}{10} + \frac{3}{5} + \frac{3}{4}$.

β) $\frac{8}{20} + \frac{2}{4} + \frac{4}{5}$. γ) $\frac{3}{10} + \frac{2}{20} + \frac{3}{30}$.

96) Μπορείτε να κάμετε δικές σας προσθέσεις με δικά σας έτερόνυμα κλάσματα;

17. Πρόσθεση μικτών αριθμών.

Για να προσθέσουμε μικτούς με δμώνυμα κλάσματα προσθέτουμε χωριστά τους άκεραίους και χωριστά τα κλάσματα π.χ. $2\frac{4}{10} + 3\frac{5}{20} + 8\frac{2}{20} + 7\frac{1}{20} = 20\frac{12}{20}$.

Αν τα κλάσματα των μικτών είναι έτερόνυμα τα τρέπουμε σε δμώνυμα και προσθέτουμε το ίδιο πάλι, χωριστά δηλ. τους άκεραίους και χωριστά τα κλάσματα π.χ.

$$3\frac{2}{20} + 4\frac{1}{2} = 3\frac{4}{40} + 4\frac{20}{40} = 7\frac{24}{40}$$

97) Ένας μανάβης έχει τρία σακιά πατάτες. Το πρώτο ζυγίζει $27\frac{1}{2}$ όκ., το δεύτερο $36\frac{3}{4}$ και το τρίτο $32\frac{2}{3}$. Πόσες όκάδες ζυγίζουν και τα τρία σακιά μαζί;

98) Ένας εργάτης στρώνει την πρώτη μέρα μια αυλή με πλακόκια $2\frac{1}{2}$ τ.μ., τη δεύτερη $4\frac{2}{3}$ και την τρίτη $3\frac{2}{4}$. Πόσα τ.μ. έχει η αυλή;

99) Να γράψετε 2 - 3 προβλήματα πρόσθεσης κλασμάτων με λόγια δικά σας, και με αριθμούς από τη δική σας σχολική ζωή.

100) Προσθέστε για να άσκηθήτε τα παρακάτω κλάσματα :

$$\alpha) 3 \frac{2}{5} + 4 \frac{2}{10} + 8 \frac{1}{4} \quad \beta) 8 \frac{1}{6} + 7 \frac{2}{12} + 3 \frac{4}{8}$$

$$\gamma) 6 \frac{4}{5} + 7 \frac{2}{3} + 8 \frac{4}{15} \quad \delta) 4 \frac{2}{28} + 5 \frac{2}{7} + 8 \frac{1}{2}$$

$$\epsilon) 7 \frac{3}{9} + 2 \frac{2}{3} + 4 \frac{5}{6}$$

101) Γράψτε κι άλλα δικά σας.

Υπάρχει κι άλλος τρόπος να προσθέτουμε μικτούς. Γράψουμε τους μικτούς σε κλάσματα και προσθέτουμε όπως ξέρομε. Προσθέτουμε δηλαδή τους αριθμητές και παρονομαστή αφήνομε τον ίδιο π.χ.

$$3 \frac{2}{5} + 4 \frac{1}{5} = \frac{17}{5} + \frac{21}{5} = \frac{38}{5} = 7 \frac{3}{5}$$

Αν τα κλάσματα είναι ετερόνομα τα κάνομε ομόνομα λ.χ.

$$2 \frac{4}{8} + 3 \frac{2}{5} = \frac{20}{8} + \frac{17}{5} = \frac{100}{40} + \frac{136}{40} = \frac{236}{40} = 5 \frac{36}{40}$$

102) Είναι εύκολο να κάνετε όσες προσθέσεις θέλετε μ' αυτό τον τρόπο με δικούς σας μικτούς αριθμούς. Δοκιμάσετε λοιπόν με 5 δικά σας προβλήματα.

Β'. ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Αφαίρεση ομώνυμων κλασμάτων.

Για να αφαιρέσουμε ομόνομα κλάσματα αφαιρούμε τους αριθμητές και παρονομαστή αφήνομε τον ίδιο π.χ.

$$\frac{6}{5} - \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$$

103) Ένας έμπορος έχει $\frac{17}{8}$ πήχες ύφασμα. Έπουλησε τα $\frac{5}{8}$.

Πόσα όγδοα του μένουν ακόμη;

104) Από το μάθημά σας γράψατε τα $\frac{3}{10}$. Πόσα σας μένουν

ακόμη;

Η αριθμητική μου. Ε' Φ. Γ. Φωτίου

105) Από ένα δεκαχίλιαρο ξοδέψατε τὰ $\frac{2}{5}$. Πόσα πέμπτα σᾶς μένουν ἀκόμη; Πόσες δραχμὲς ξοδέψατε καὶ πόσες σᾶς μένουν ἀκόμη;

106) Από μιὰ δὐκά λαδί μιὰ νοικοκυρὰ ἔβαλε στὸ φαγὶ τὰ $\frac{7}{25}$. Πόσο τῆς μένει ἀκόμη;

19. Ἀφαίρεση ἑτερώνυμων κλασμάτων.

Γιὰ νὰ ἀφαιρέσουμε ἑτερόνυμα κλάσματα τὰ τρέπομε πρῶτα σὲ ὁμώνυμα καὶ κατόπι τὰ ἀφαιροῦμε· π. γ.

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{6} = \frac{18}{24} - \frac{8}{24} = \frac{10}{24}$$

Ἀσκήσεις:

$$107) \frac{8}{9} - \frac{2}{7}, \quad \frac{6}{10} - \frac{3}{20}, \quad \frac{35}{100} - \frac{12}{50}, \quad \frac{65}{1000} - \frac{21}{500}$$

$$\frac{13}{15} - \frac{8}{25}, \quad \frac{16}{30} - \frac{12}{48}, \quad \frac{50}{60} - \frac{40}{70}, \quad \frac{3}{4} - \frac{2}{5}, \quad \frac{6}{12} - \frac{2}{4}, \quad \frac{3}{11} - \frac{2}{20}$$

Προβλήματα.

108) Από τὰ $\frac{7}{8}$ τῆς δὐκᾶς ζάχαρη ποὺ εἶχε ἡ μητέρα ἔβαλε σήμερα στὸ γλυκὸ τὰ $\frac{2}{4}$. Πόση ζάχαρη τῆς ἔμεινε;

109) Μιὰ οἰκογένεια παίρνει τὴν ἡμέρα $\frac{10}{8}$ δὐκ. ψωμί. Τὸ μεσημέρι τρώει τὰ $\frac{3}{4}$. Πόσο ψωμί τρώει τὸ βράδυ;

110) Από τὰ $\frac{2}{4}$ ἑνὸς ψωμιοῦ ἕνας ἔφαγε τὰ $\frac{2}{8}$. Τί μέρος τοῦ ψωμιοῦ ἔμεινε;

111) Από μιὰ τάξη προβιβάστηκαν τὰ $\frac{2}{5}$ μὲ «ἄριστα» καὶ οἱ ὑπόλοιποι μὲ «λίαν καλῶς». Πόσοι προβιβάστηκαν μὲ «λίαν καλῶς»;

112) Ένα κουτί κακάο ζυγίζει $\frac{7}{8}$ τῆς ὀκάς. Τὸ βάρους τοῦ κουτιοῦ εἶναι $\frac{1}{4}$ τῆς ὀκάς. Πόσο εἶναι τὸ καθαρὸ βάρους τοῦ κακάο;

113) Ποιὸ κλάσμα πρέπει νὰ προσθέσετε στὸ $\frac{3}{8}$ γιὰ νὰ βρῆτε τὸ κλάσμα $\frac{12}{16}$;

20. Ἀφαίρεση κλάσματος ἀπὸ ἀκέραιο.

Γιὰ νὰ ἀφαιρέσουμε κλάσμα ἀπὸ ἀκέραιο τρέπουμε τὸν ἀκέραιο σὲ κλάσμα μὲ παρονομαστή τὸν παρονομαστή τοῦ κλάσματος καὶ κατόπι ἀφαιροῦμε π.χ.

$$4 - \frac{3}{7} = \frac{28}{7} - \frac{3}{7} = \frac{25}{7} = 3 \frac{4}{7}$$

Ἀσκήσεις.

$$114) 5 - \frac{2}{4}, 8 - \frac{3}{9}, 9 - \frac{4}{10}, 12 - \frac{5}{20}, 16 - \frac{2}{11}, 20 - \frac{3}{10},$$

$$35 - \frac{3}{5}, 17 - \frac{2}{3}, 21 - \frac{3}{4}, 25 - \frac{7}{7}, 45 - \frac{2}{5}, 67 - \frac{3}{7},$$

$$75 - \frac{2}{9}, 65 - \frac{3}{10}$$

Προβλήματα.

115) Ἀπὸ ἓνα δοχεῖο λαδιοῦ ποὺ ἔχει 4 ὀκάδες βάλουμε σήμερον στὸ φαγητὸ $\frac{3}{8}$. Πόσο ἔμεινε;

116) Ἀπὸ ἓνα κομμάτι ὑφασμα 4 πήχεων κόψαμε $\frac{6}{8}$ πήχ. Πόσο ἔμεινε;

117) Ἀπὸ ἓνα καθρόνι μάρκους 4 μέτρων κόψαμε τὰ $\frac{65}{100}$. Πόσο ἀπόμεινε;

118) Ἐνα μικρὸ δοχεῖο βενζίνης χωρεῖ 3 ὀκάδες. Τὸ δοχεῖο ἔχει τώρα μόνο $\frac{7}{8}$ τῆς ὀκάς. Πόση βενζίνη θέλει νὰ γιομίσει;

119) Ποιὸν ἀριθμὸ πρέπει νὰ προσθέσω στὸ κλάσμα $\frac{15}{10}$ γιὰ νὰ βρῶ τὸν ἀκέραιο 12;

21. Ἀφαίρεση ἀκεραίου ἀπὸ μικτό.

Γιὰ νὰ ἀφαιρέσουμε ἀκέραιο ἀπὸ μικτό ἀφαιροῦμε τοὺς ἀκεραίους καὶ ἀφήνουμε τὸ ἴδιο κλάσμα· π.χ.

$$4\frac{2}{3} - 2 = 2\frac{2}{3} \quad \eta \quad 8\frac{3}{5} - 3 = 5\frac{3}{5}$$

Ἀσκήσεις.

120) $10\frac{3}{4} - 8$, $12\frac{4}{8} - 6$, $100\frac{3}{5} - 30$, $75\frac{3}{9} - 25$, $42\frac{3}{9} - 36$,
 $16\frac{3}{9} - 8$, $29\frac{4}{9} - 12$, $77\frac{4}{19} - 15$, $125\frac{3}{11} - 88$, $250\frac{3}{5} - 100$.

Προβλήματα.

121) Ἀπὸ ἓνα τόπι μὲ $48\frac{7}{8}$ πῆχες κόψαμε τοὺς 29 πῆχες. Πόσοι πῆχες μείνανε;

122) Μία μητέρα ἀγόρασε γιὰ τὰ δύο της κοριτσάκια $11\frac{3}{8}$ πῆ-
 ῥασμα. Γιὰ τὴ Μαρία φτάνουν οἱ 6 πῆχες. Πόσες πῆχες θὰ
 μείνουν γιὰ τὴν Ἑλένη;

123) Ἐνα βαρέλι κακίο ζυγίζει $71\frac{3}{4}$ ὀκάδες. Τὸ βάρος τοῦ
 βαρελιοῦ εἶναι 21 ὀκάδες. Πόσο εἶναι τὸ καθαρὸ βάρος τοῦ κα-
 κίου;

124) Ἐνα σακὶ ζάχαρη ζυγίζει $28\frac{4}{5}$ ὀκάδες. Τὸ βάρος τοῦ σα-
 κιοῦ εἶναι 1 ὀκά. Πόσο εἶναι τὸ καθαρὸ βάρος τῆς ζάχαρης;

125) Ἐνα αὐτοκίνητο ἔχει φορτίο βάρους $1456\frac{3}{4}$ ὀκάδες. Ἀπ'
 αὐτὲς οἱ 781 ὀκάδες εἶναι λάδι. Τὶ βάρος ἔχουν τὰ ὑπόλοιπα
 πράγματα;

126) Ἐνα πιθάρι νερὸ ζυγίζει $15\frac{3}{8}$ ὀκάδες. Τὸ βάρος τοῦ πι-
 θarioῦ εἶναι 4 ὀκάδες. Πόσες ὀκάδες εἶναι τὸ νερὸ;

127) Γράψετε καὶ σεῖς δικὰ σας προβλήματα.

22. Αφαίρεση μικτού από μικτό.

Γιὰ νὰ ἀφαιρέσουμε μικτὸ ἀπὸ μικτὸ ἀφαιροῦμε χωριστὰ τοὺς ἀκεραίους καὶ χωριστὰ τὰ κλάσματα. Ἐὰν τὰ κλάσματα τῶν μικτῶν εἶναι ἕτερόνυμα τὰ τρέπουμε σὲ ὁμόνυμα. π.χ.

$$3\frac{7}{8} - 2\frac{5}{8} = 1\frac{2}{8}$$

$$\eta\ 12\frac{3}{5} - 4\frac{8}{20} = 12\frac{60}{100} - 4\frac{40}{100} = 8\frac{20}{100}$$

Ἀσκήσεις

$$128) \quad 20\frac{3}{4} - 12\frac{2}{8}, \quad 7\frac{4}{5} - 2\frac{6}{10}, \quad 25\frac{8}{11} - 12\frac{3}{9},$$

$$100\frac{20}{30} - 8\frac{10}{20}, \quad 250\frac{35}{70} - 120\frac{2}{10}, \quad 375\frac{4}{8} - 125\frac{2}{4},$$

$$65\frac{6}{8} - 17\frac{12}{16}, \quad 32\frac{1}{3} - 16\frac{3}{9}.$$

Προβλήματα.

129) Τὸ σχολεῖο σας ἀρχίζει τὸ πρωτὶ μάθημα στὶς 8 $\frac{1}{4}$ καὶ τελειώνει στὶς 12 $\frac{3}{4}$. Πόσες ὥρες ἐργάζεται τὸ πρωτὶ;

130) Ἔχουμε δυὸ σακιά ζάχαρη. Καὶ τὰ δυὸ μαζὶ ζυγίζουν $65\frac{4}{8}$ ὀκάδες. Ἐὰν τὸ ἓνα σακὶ ζυγίζει $32\frac{3}{4}$ ὀκάδες, πόσες ὀκάδες ζυγίζει τὸ δεύτερο;

Παρατήρηση.

Ἐὰν τὸ κλάσμα τοῦ δευτέρου μικτοῦ δὲν ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὸ κλάσμα τοῦ πρώτου (εἶναι δηλαδὴ μεγαλύτερο) τότε βγάζουμε μιὰ ἀκεραία μονάδα ἀπὸ τὸν ἀκέραιο τοῦ πρώτου μικτοῦ καὶ τὴν προσθέτουμε στὸ κλάσμα του.

$$\text{π. χ. } 18\frac{3}{5} - 12\frac{4}{5} = 17\frac{8}{5} - 12\frac{4}{5} = 5\frac{4}{5}.$$

131) Κύνταξε τὸ ἡμερολόγιο σπίτι σου. Σημείωσε μὲ κλάσμα τί ὥρα ἀνατέλλει ὁ ἥλιος καὶ τί ὥρα βασιλεύει. Πές μας πόσες ὥρες ἔχει ἡ μέρα; (Τὶς ὥρες μετὰ τὸ μεσημέρι τίς γράφουμε κι ἔτσι:

τῆ 1 τῆ λέμε καὶ 13, τὶς 2 καὶ 14, τὶς 3 καὶ 15, τὶς 4 καὶ 16, τὶς 5 καὶ 17, τὶς 6 καὶ 18 κ.λ.π. Ἔτσι ἂν γράψῃ τὸ ἡμερολόγιο δύσῃ ἡλίου 6 καὶ 32' ἐσὺ θὰ γράψῃς $18\frac{32}{60}$).

132) Χτὲς σπῖτι σας φάγατε $2\frac{3}{4}$ δκάδες ψωμί. Προχτὲς φάγατε $1\frac{4}{8}$. Πόσο περισσότερο ψωμί φάγατε χτὲς;

133) Ἐνας μανάβης πούλησε τὴ μιὰ μέρα $22\frac{3}{5}$ δκάδες φροῦτα. Τὴν προηγούμενη εἶχε πούλησει $18\frac{5}{8}$. Πόσες δκάδες φροῦτα πούλησε λιγότερο τὴν προηγούμενη μέρα;

134) Ἐνα συνεργεῖο διορθώνει μιὰ γέφυρα μάρκους $22\frac{60}{100}$ μέτρα. Ἐχει διορθώσει τὰ $17\frac{75}{100}$ μ. Πόσα μέτρα θέλει ἀκόμη;

135) Συνθέσετε καὶ λύσετε καὶ μόνοι σας δικά σας προβλήματα.

23. Ἀφαίρεση μικτοῦ ἀπὸ ἀκέραιο.

Γιὰ νὰ ἀφαιρέσουμε μικτὸ ἀπὸ ἀκέραιο τρέπουμε καὶ τὸν ἀκέραιο σὲ μικτό. Γιὰ νὰ κάνουμε δὲ ἕναν ἀκέραιο μικτὸ βγάζουμε ἀπὸ τὸν ἀκέραιο μιὰ μονάδα καὶ τὸν κάνουμε κλάσμα, π. χ. $32 - 17\frac{3}{4} = 31\frac{4}{4} - 17\frac{3}{4} = 14\frac{1}{4}$. (ὁ παρανομαστής νὰ εἶναι ὁ ἴδιος).

Ἀσκήσεις

136) $25 - 12\frac{4}{7}$, $100 - 25\frac{4}{5}$, $78 - 37\frac{9}{10}$, $65 - 32\frac{4}{10}$
 $32 - 14\frac{4}{9}$, $125 - 75\frac{20}{50}$, $200 - 130\frac{20}{40}$, $10000 - 499\frac{2}{4}$

Προβλήματα

137) Ἐνας ἔλαβε ἀπὸ τὴν Ἀγγλία 26 λίρες. Χρωστοῦσε τὴν $13\frac{14}{20}$ λίρες. Πόσες τοῦ μέινανε ἅμα πλήρωσε τὸ χρέος του (Μιὰ λίρα ἔχει 20 σελίνια δηλαδὴ $\frac{20}{20}$).

138) Ένα βαρέλι λάδι ζυγίζει γιομάτο 175 δκάδες. Το βάρος του βαρελιού είναι $19\frac{6}{8}$ δκάδες. Πόσες δκάδες είναι το λάδι καθαρό;

139) Ένας μάγειρος αγόρασε 8 δκάδες χόρτα. Άμα τὰ καθάρισε μείνανε $6\frac{2}{8}$ δκάδες. Πόσες δκάδες πέταξε;

140) Το πρωινό ρόφημα του σχολειού μας πρέπει να είναι 58 δκάδες. Άπ' αυτό οι $12\frac{3}{8}$ δκάδες είναι γάλα. Τι βάρος έχει το νερό και τὰ άλλα υλικά;

141) Ένα ύφασμα έχει 48 πηγες. Άν κόψουμε $22\frac{7}{8}$ πηγες. Πόσες πηγες θὰ μείνουν;

142) Μια δεξαμενή χωρεῖ 32.785 δκάδες νερό. Έχει τώρα $29.850\frac{300}{400}$ δκάδες. Πόσες δκάδες θέλει να γιομίση;

143) Λύσετε και σεις 5 δικά σας προβλήματα.

Διάφορα προβλήματα ἀφαίρεσης.

144) Η Έλενίτσα θέλει μια μεταξωτή κορδελίτσα $\frac{14}{8}$ πηγες. Έχει τὰ $\frac{5}{8}$. Πόση θέλει ακόμη;

145) Ένα μπουκάλι λάδι χωρεῖ $\frac{3}{4}$ τῆς δκάς. Έχει τώρα $\frac{5}{8}$ δκ. Πόσο θέλει να γιομίση;

146) Άπό μια ἀπόσταση, πού πρέπει να διατρέξουμε, τρέσαμε τὰ $\frac{6}{10}$. Ποιό είναι τὸ ὑπόλοιπο τοῦ δρόμου, πού ἔχομε ακόμη να διατρέξουμε;

147) Μια οἰκογένεια παίρνει για ὅλη τὴν ἡμέρα $3\frac{2}{8}$ δκ. ψωμί. Το μεσημέρι ἀπ' αὐτὸ τρώει τὶς $2\frac{2}{4}$ δκ. Πόσο μένει για τὸ βράδυ;

148) Ένας τενεκὲς λάδι ζυγίζει γιομάτος 14 δκάδ. ἀδειανὸς ζυγίζει $\frac{3}{4}$ δκ. Πόσο λάδι καθαρὸ χωρεῖ;

149) Σὲ 40 ὀκάδες τυρὶ ὑπολογίζουμε φύρα $1\frac{3}{8}$. Πόσο εἶναι τὸ ὑπόλοιπο βάρος του χωρὶς τὴ φύρα ;

150) Ἐνα ἐργοστάσιο βγάζει τὴν ἡμέρα $765\frac{7}{8}$ πῆχες ἀλατῶ. Μιὰ μέρα ἔβγαλε 650 πῆχες. Πόσο λιγότερο ἔβγαλε ἀπὸ τὴν κανονικὴ του παραγωγή ;

151) Ἐνα πλοῖο ἀναχωρεῖ στὶς $8\frac{15}{60}$ ἀπὸ τὰ Χανιά. Φτάνει στὸ Ρέθυμνο στὶς $12\frac{10}{60}$. Πόσες ὥρες ἔκανε ἀπὸ τὰ Χανιά στὸ Ρέθυμνο ;

152) Ἐνας χασάπης εἶχε τὸ πρωὶ τοῦ Σαββάτου $78\frac{300}{400}$ ὀκάδες κρέας. Τὸ βράδυ τοῦ εἶχε μείνει $12\frac{350}{400}$ ὀκάδες. Πόσες ὀκάδες πούλησε ;

25. Προβλήματα διὰφορα.

(Σημ. Στὰ παρακάτω προβλήματα δὲν συναντῶνται μόνο κλασματικοὶ ἀριθμοί. Ἔχουμε καὶ προβλήματα μὲ ἀκεραίους ἢ καὶ μὲ δεκαδικούς. Δὲν πρέπει γιὰ τὸ χατήρι τῶν κλασμάτων νὰ ξεχάσουμε καὶ ὅ,τι μάθαμε ἀπὸ ἄλλες χρονιές. Καλὸν εἶναι λοιπὸν πότε - πότε νὰ τοὺς θυμόμαστε).

153) Μιὰ νοικοκυρὰ πῆγε τὸ πρωὶ στὴν ἀγορὰ νὰ ψωνίσῃ. Εἶχε μαζί της 20.000 δραχμές. Πῆρε λοιπὸν ψάρι καὶ ἔδωσε 4.850 δρ. χόρτα 1.250 δρ. μισὴ ὀκά λάδι 4.100 δρ. κάρβουνα 2.300 δρ. καὶ ψωμὶ 2 450 δρ. Τί ρέστα τῆς ἔμειναν ;

154) Ἐνας ταβερνιάρης ἔχει τρία βαρέλια κρασί. Τὸ α' χωρεῖ 132 ὀκ. ἀλλὰ ἔχει μόνο 97, τὸ β' 146 ὀκ. ἀλλὰ ἔχει 85 καὶ τὸ γ' 126 καὶ ἔχει τώρα μόνο 107. Πόσες ὀκάδες α) χωροῦν καὶ τὰ τρία βαρέλια μαζί, β) πόσες ὀκάδες ἔχουν τώρα καὶ τὰ τρία βαρέλια καὶ γ) Πόσες ὀκάδες θέλουν καὶ τὰ τρία νὰ γιομίσουν ;

155) Ἀπὸ 1.750,75 ὀκ. ἔλιες πήραμε 625,25 ὀκ. λάδι. Ἀπὸ τὸ λάδι αὐτὸ κράτησε τὸ ἐργοστάσιο τίς 48,5 ὀκ. καὶ οἱ μαζῶχτες (ἐργάται) τίς 152 ὀκ. Πόσο λάδι καθαρὸ πῆρε ὁ γεωργός ;

156) Ἐνας γεωργὸς γιομίζει κάθε χρόνο τὰ τρία πιθάκια του μὲ λάδι. Τὰ πιθάκια αὐτὰ χωροῦν τὸ α' 175,75 ὀκ., τὸ δευτέρου 248 καὶ τὸ τρίτο 158,25 ὀκ. Φέτος θέλουν νὰ γιομίσουν (γιατὶ ἔχουν περσινὸ) τὸ πρῶτο 25,25 ὀκ., τὸ δευτέρου 37,4 ὀκ. καὶ τὸ τρίτο 27,75 ὀκ. Πόσες ὀκάδες λάδι ἔβγαλε φέτος αὐτὸς ὁ γεωργός ;

157) Τρία σακιά πατάτες ζυγίζουν μαζί $197\frac{3}{4}$ δκ. Το πρώτο

έχει $39\frac{3}{8}$ δκ. Το δεύτερο $48\frac{2}{4}$. Πόσες δκάδες έχει το τρίτο;

158) Ένας πατέρας έδωσε χρήματα στα τρία παιδιά του. Στο

πιο μικρό έδωσε τα $\frac{3}{4}$ ενός χιλιάριου, στο μεγαλύτερο τα διπλάσια και στο πιο μεγάλο όσα έδωσε και στα δυο μαζί. Πόσα χρήματα έδωσε και στα τρία παιδιά;

159) Σ' ένα σπίτι κάθονται τέσσερις οικογένειες. Ήλθε ο λογαριασμός για το φῶς. Το όλο ποσόν είναι 12.365 δρ. Στην α' οικογένεια αναλογεί γὰ πληρώση 2.765 δρ., στη β' 1.850 δρ. στην γ' 3.750 δρ. Πόσες δραχμές θὰ πληρώση ἡ τέταρτη οικογένεια;

160) Ένας έμπορος πούλησε για τρεις μέρες 78 πῆχες ύφασμα.

Τὴν πρώτη ἡμέρα πούλησε $22\frac{3}{8}$ πῆχες. Τὴ δεύτερη $33\frac{4}{8}$ πῆχ.

Πόσες πῆχες πούλησε τὴν τρίτη μέρα;

161) Ποιὸν ἀριθμὸ πρέπει νὰ προσθέσω στὸν $37\frac{3}{9}$ γιὰ νὰ ἔχω

τὸν ἀριθμὸ $71\frac{2}{3}$;

162) Τρεῖς ἔμποροι συνεταιρίστηκαν κι ἔβαλαν μαζί τὰ υφά-

σματά τους τὰ ὁποῖα ἦσαν $1.458\frac{7}{8}$ πῆχ. Ὁ πρῶτος εἶχε $467\frac{2}{4}$

πῆχες, ὁ δεύτερος $586\frac{4}{8}$. Πόσους πῆχες ἔβαλε ὁ τρίτος;

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

26. Κλάσμα ἐπὶ ἀκέραιο.

Γιὰ νὰ πολλαπλασιάσουμε κλάσμα με ἀκέραιο ἢ ἀκέραιο με κλάσμα πολλαπλασιάζουμε τὸν ἀκέραιο με τὸν ἀριθμητή, τὸ γινόμενο τὸ βάζουμε ἀριθμητὴ καὶ παρονομαστὴ ἀφήνομε τὸν ἴδιο πῆχ.

$$\frac{3}{8} \times 4 = \frac{12}{8}, \quad 5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$$

163) Μία πῆχη ἔχει μᾶκρος $\frac{64}{100}$ μ. Πόσα μέτρα εἶναι 18 πῆχ.;

164) Τα μπουκάλια γάλα τῆς ΕΒΓΑ ἔχουν $\frac{4}{8}$ τῆς ὁκάς γάλαο τὸ καθένα. Ἐνας γαλατὰς παίρνει κάθε πρωὶ 78 μπουκάλια. Πόσες ὁκάδες παίρνει;

165) Τὸ μαθητικὸ συσσίτιο παράλαβε 96 κουτιὰ κομπόστα. Τὸ καθένα ζυγίζει $\frac{3}{4}$ τῆς ὁκάς. Πόσες ὁκάδες εἶναι ὅλα;

166) Ἐνας φουῖρνος ἔχει 475 πελάτες. Κάθε πελάτης παίρνει μὲ τὸ δελτίο του $\frac{1}{5}$ τῆς ὁκάς ψωμί. Πόσες ὁκάδες ψωμί δίδει τὴν ἡμέρα;

167) Μιὰ κοπέλλα πλέκει τὴν ἡμέρα $\frac{8}{10}$ μ. δαντέλλα. Πόσα μέτρα θὰ πλέξη σὲ 15 ἡμέρες;

168) Μιὰ ὁκὰ ζάχαρη στοιχίζει 7.600 δραχ. Πόσο στοιχίζουν τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς ὁκάς;

169) Μία ὁκὰ κρέας ἀξίζει 8.600 δραχ. Πόσο στοιχίζουν τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς ὁκάς;

170) Ποιὸς ἀριθμὸς εἶναι τὰ $\frac{3}{5}$ τοῦ 1000;

171) Ἀπὸ ἓνα δεκαχίλιαρο (10.000 δραχ.) ὁ Γιώργος πῆρε τὰ $\frac{3}{8}$ καὶ ἡ Κατίνα τὰ $\frac{7}{16}$ ὑπόλοιπα. Πόσες δραχμὲς πῆρε ὁ καθένας;

172) Ἐνα σχολεῖο ἔχει 200 μαθητὲς. Ἡ Ε' καὶ ἡ ΣΤ' τάξη μαζὶ ἔχουν τὰ $\frac{3}{9}$ τῶν μαθητῶν τοῦ σχολείου. Πόσους μαθητὲς ἔχουν αὐτὲς οἱ δύο τάξεις;

Μὴν ξεχνᾶτε πὼς:

α) Πολλαπλασιασμὸ κάνομε, ὅπως μάθαμε στοὺς ἀκεραίους, ὅταν ξαίρουμε τὴν τιμὴ τῆς μιᾶς μονάδας καὶ ζητοῦμε τὴν τιμὴ τῶν πολλῶν μονάδων.

β) Ὄταν ζητοῦμε μέρος ἑνὸς ἀκεραίου, π.χ. $\frac{3}{5}$ τοῦ 100, πολλαπλασιάζομε τὸν ἀκέραιο ἐπὶ τὸ κλάσμα $\left(\frac{3}{5} \times 100 = \frac{300}{5} = 60\right)$.

γ) Στὸν πολλαπλασιασμὸ πολλαπλασιάζομε δύο ἀριθμοὺς ποὺ λέγονται **παράγοντες** (πολλαπλασιαστέος καὶ πολλαπλασιαστής).

δ) αὐτὸ ποὺ βρίσκουμε λέγεται **γινόμενο**.

ε) Δὲν ἔχει καμμιά σχέση, παιὸς ἀπὸ τοὺς δυὸ παράγοντες θὰ μῆ πρώτος ἢ δεύτερος. Μῦ ὅποια σειρά κι ἂν τοὺς βάλουμε, τὸ γινόμενο εἶναι τὸ ἴδιο· π.χ. $\frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}$ ἢ $4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$.

27. Κλάσμα ἐπὶ κλάσμα.

Γιὰ νὰ πολλαπλασιάσουμε κλάσμα ἐπὶ κλάσμα πολλαπλασιάζουμε ἀριθμητὴ ἐπὶ ἀριθμητὴ καὶ παρονομαστὴ ἐπὶ παρονομαστὴ. Π. χ. $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{20}$. Ἐνάλι ἔχουμε νὰ πολλαπλασιάσουμε πολλὰ κλάσματα στὴ σειρά δηλ. γινόμενο πολλῶν παραγόντων, πολλαπλασιάζουμε ὅλους τοὺς ἀριθμητὲς καὶ ὅτι βροῦμε τὸ βάζουμε ἀριθμητὴ, παρονομαστὴ δὲ βάζουμε τὸ γινόμενο ὅλων τῶν παρονομαστῶν. Π. χ.

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{48}{210}$$

173) Ἡ λάμπα μου καίει τὴν ὥρα $\frac{3}{8}$ τῆς ὁκτῆς πετρέλαιο. Ἄποψε ἔκαψε $\frac{3}{4}$ τῆς ὥρας. Πόσο πετρέλαιο ἔκαψε;

174) Ἐνας κτίστης κτίζει τὰ $\frac{9}{10}$ κ. μ. σὲ μιὰ μέρα. Πόσο θὰ κτίση σὲ $\frac{2}{4}$ τῆς ἡμέρας;

175) Μιὰ πύχη ἀλατῆς κοστίζει τὰ $\frac{2}{10}$ τοῦ δεκαχίλιαρου. Πόσο στοιχίζουν τὰ $\frac{6}{8}$ τοῦ πύχη;

176) Ἐνα αὐτοκίνητο καίει $\frac{12}{20}$ τοῦ γαλονιοῦ βενζίνα τὴν ὥρα. Πόσο θὰ κάψει σὲ $\frac{45}{60}$ τῆς ὥρας;

177) Νὰ γίνουν οἱ πιδὸ κάτω πολλαπλασιασμοί:

$$\begin{aligned}
 & \alpha) \frac{2}{3} \times \frac{5}{8}, \quad \frac{4}{5} \times \frac{7}{10}, \quad \frac{6}{7} \times \frac{7}{8}, \quad \frac{7}{9} \times \frac{2}{11}, \quad \frac{8}{12} \times \frac{4}{20}, \\
 & \frac{5}{7} \times \frac{6}{9}, \quad \frac{3}{4} \times \frac{5}{9}.
 \end{aligned}$$

$$\beta) \frac{6}{8} \times \frac{3}{11}, \frac{7}{15} \times \frac{3}{4}, \frac{6}{7} \times \frac{3}{12}, \frac{2}{8} \times \frac{3}{8}, \frac{4}{5} \times \frac{3}{5},$$

$$\frac{8}{12} \times \frac{4}{16}, \frac{5}{16} \times \frac{4}{12}$$

$$\gamma) \frac{3}{4} \times 4, \frac{8}{12} \times 5, \frac{6}{7} \times 5, \frac{7}{9} \times 6, \frac{8}{9} \times 9, \frac{7}{15} \times 7,$$

$$\frac{6}{30} \times 8.$$

$$\delta) 4 \times \frac{2}{3}, 5 \times \frac{8}{10}, 3 \times \frac{2}{4}, 6 \times \frac{3}{8}, 2 \times \frac{9}{20},$$

$$7 \times \frac{4}{10}, 8 \times \frac{3}{30}, 9 \times \frac{4}{24}$$

178) Να γράψετε προβλήματα πολλαπλασιασμού δικά σας που ό ένας από τους δυο παράγοντες να είναι άκεραιος κι ο άλλος κλάσμα ή και οι δυο κλάσμα.

179) Κάμετε και σεΐς δικές σας ασκήσεις για εξάσκηση σάν τις παραπάνω.

Πάρτε την καθημερινή ζωή σας. Ρωτήστε τη μητέρα σας τί ξόδεψε σήμερα για να ψωνίση. Κάνετε μόνοι σας τις πράξεις. Βρῆτε από τη ζωή σας και συνθέσετε σεΐς δικά σας προβλήματα. Μάθετε να θεωρήτε τους λογαριασμούς της καθημερινής ζωής στὸ σπίτι σας σάν τὸ καλύτερο μάθημα τῆς Ἀριθμητικῆς. Τὰ κλάσματα ἀκονίζουν τὸ μυαλό σας. Τὸ κάνουν γοργοκίνητο και σᾶς μαθαίνουν νὰ βρῆτε εὐκόλα τὴν ἀξία και για μέρη τῆς ἀκεραίας μονάδας, μικρότερα δηλαδή ἀπὸ τὴν ἀκεραία διὰ, τὸν ἀκεραίο πῆχη, τὸ δέσκληρο μέτρο κλπ.

28. Πῶς πολλαπλασιάζομε μικτὸ με μικτὸ.

Για να πολλαπλασιάσουμε μικτὸ με μικτὸ τρέπομε πρώτα τοὺς δύο μικτοὺς σὲ κλάσματα με τὸ γνωστὸ τρόπο κι ὕστερα τοὺς πολλαπλασιάζομε σάν κλάσματα π.χ. $7\frac{3}{6} \times 6\frac{2}{5} =$

$$\frac{45}{6} \times \frac{32}{5} = \frac{1440}{30}$$

Ἀσκήσεις και προβλήματα.

180) Πολλαπλασιάστε τοὺς παρακάτω μικτοὺς:

$$\alpha) 9 \frac{2}{3} \times 8 \frac{7}{9} = \quad \beta) 13 \frac{3}{7} \times 25 \frac{4}{90} =$$

$$\gamma) 49 \frac{1}{8} \times 6 \frac{1}{4} = \quad \delta) 76 \frac{5}{6} \times 10 \frac{1}{2} =$$

181) Πολλαπλασιάστε μόνοι σας 10 μικτούς αριθμούς με τον ίδιο τρόπο.

182) Μια γκαζιέρα πετρελαίου καίει την ώρα $1 \frac{2}{5}$ τής δεκάς πετρελαίου. Πόσο θα κάψει σε $3 \frac{1}{4}$ ώρες;

183) Ένας εργάτης σκάβει τα $2 \frac{3}{10}$ του μ. τάφρο (αυλάκι) την ώρα. Πόσα μέτρα θα σκάψει σε $7 \frac{2}{5}$ ώρες;

184) Ένα κουτί ντομάτας ζυγίζει $2 \frac{3}{4}$ κιλά. Πόσο ζυγίζουν 12 $\frac{1}{2}$ κουτιά;

185) Σε μια ώρα ένας επιστάτης δημοσίων έργων παίρνει μισθό $3965 \frac{3}{4}$ δραχμές. Πόσο είναι το ημερομισθίο του όταν δουλεύει $7 \frac{6}{8}$ ώρες κάθε μέρα;

186) Ένας φοῦρνος καίει την ώρα $22 \frac{2}{7}$ δεκάδες ξύλα. Πόσα καίει σε $13 \frac{7}{9}$ ώρες;

187) Μια ύφαντρα ύφαινει την ώρα $3 \frac{1}{8}$ πήχεις πανί. Πόσο ύφαινει σε $6 \frac{2}{3}$ ώρες;

188) Κάμετε και σεις τέτοια προβλήματα δικά σας.

29. Πώς πολλαπλασιάζομε μικτό με άκεραίο ή άκεραίο με μικτό.

Για να πολλαπλασιάσουμε μικτό με άκεραίο ή άκεραίο με μικτό τρέπομε πρώτα το μικτό σε κλάσμα κ' ύστερα πολλαπλασιάζομε το κλάσμα με τον άκεραίο σύμφωνα με το γνωστό τρόπο π.χ.

$$4 \frac{1}{5} \times 6 = \frac{21}{5} \times 6 = \frac{126}{5} = 25 \frac{1}{5}.$$

$$\text{H } 12 \times 3 \frac{1}{4} = 12 \times \frac{13}{4} = \frac{156}{4} = 39.$$

Άσκησης και προβλήματα.

189) Κάνετε τὸς παρακάτω πολλαπλασιασμοὺς νοερά:

α) $2 \frac{1}{2} \times 2 =$ β) $3 \frac{1}{3} \times 3 =$ γ) $4 \frac{1}{4} \times 4 =$ δ) $5 \frac{1}{5} \times 5 =$

ε) $6 \frac{1}{6} \times 6 =$ στ) $7 \frac{1}{7} \times 7 =$ ζ) $8 \frac{1}{8} \times 8 =$ η) $9 \frac{1}{9} \times 9 =$

θ) $10 \times 10 \frac{1}{2} =$ ι) $5 \times 4 \frac{2}{3} =$ κ) $6 \times 2 \frac{2}{4} =$ λ) $7 \times 3 \frac{3}{4} =$

190) Μιά οικογένεια τρώει τὴν ἡμέρα $5 \frac{3}{4}$ ψωμί. Πόσες δεκάδες ψωμί χρειάζεται τὴ βδομάδα;

191) Ἐνα αὐτοκίνητο τρέχει τὴν ὥρα $34 \frac{1}{2}$ χιλιόμετρα. Πόσο τρέχει σὲ 18 ὥρες;

192) Ἐνα κουτί μαρμελάδα ζυγίζει $2 \frac{1}{8}$ ὀκ. Πόσο ζυγίζουν 24 κουτιά;

193) Ἐνας χασάπης ἀγόρασε 32 ἀρνιά. Τὸ καθένα ζύγισε $5 \frac{2}{5}$ ὀκ. Πόσες δεκάδες ζύγισαν ὅλα μαζί;

194) Ἐνας ὁδοιπόρος βαδίζει τὴν ὥρα $4 \frac{3}{4}$ χιλιόμετρα. Πόσο βαδίζει σὲ 6 ὥρες;

195) Ἐνας φουρνάρης ζυμώνει κάθε μερὰ $167 \frac{3}{4}$ ὀκ. ἀλεύρι. Πόσο ζυμώνει τὸ μῆνα;

196) Δυὸ αὐτοκίνητα ἔτρεξαν 12 ὥρες. Τὸ πρῶτο ἔκαιγε τὴν ὥρα $4 \frac{2}{8}$ γαλόνια βενζίνης, τὸ δεύτερο $3 \frac{2}{5}$. Πόσα γαλόνια βενζίνης ἔκαιγε τὸ καθένα καὶ πόσα τὰ δυὸ μαζί;

197) Σ' ἓνα λόχο ἀπὸ 180 στρατιῶτες μοιράστηκαν κουραμάνες γὰρ 3 μέρες. Κάθε στρατιώτης πῆρε $2 \frac{1}{3}$ δεκάδες κουραμάνα. Πόσες δεκάδες ψωμί μοιράστηκε;

198) Στο πρωινό γάλα τοῦ συσσιτίου μας ρίχνουμε $2\frac{5}{8}$ ὀκ. ζάχαρη. Πόσες ὀκάδες θὰ ρίξουμε στοῦ πρωινό ρόφημα μιᾶς βδομάδας, ἑνὸς μῆνα, ὀχτὼ μηνῶν.

199) Μιὰ μητέρα θέλει νὰ ράψει πουκαμισάκια γιὰ τὰ παιδιὰ της. Γιὰ τὸ καθένα χρειάζονται $3\frac{1}{8}$ πηλ. Πόσους πῆχες θὰ χρειαστῆ

200) Ἐνας γεωργὸς ὀργώνει $5\frac{1}{4}$ στρέμματα τὴ μέρα. Πόσα στρέμματα θὰ καλλιεργήσῃ σὲ 9 ἡμέρες;

201) Κάνετε καὶ σεῖς, παιδιὰ, δικὰ σας προβλήματα ἀπ' τὴ ζωὴ σας.

Διάφορα Προβλήματα.

(Προβλήματα μὲ ἀκεραίους, δεκαδικούς καὶ κλασματικούς ἀριθμούς).

202) Ἐνας μονάβης ἔχει τρία σακιά πατάτες. Τὸ α'. ἔχει $31\frac{1}{2}$ ὀκ. καὶ ἀξιίζει ἢ ὀκ. 1200 δρ., τὸ β'. $28\frac{1}{4}$ ὀκ. καὶ ἀξιίζει ἢ ὀκ. 1100 δρ. καὶ τὸ γ'. $36\frac{2}{8}$ ὀκ. καὶ ἀξιίζει ἢ ὀκ. 1000 δρ. Πόσο ἀξιίζουν καὶ τὰ τρία σακιά οἱ πατάτες;

203) Μιὰ νοικοκυρὰ ἔχει σ' ἓνα βάζο $3\frac{2}{8}$ ὀκ. ντομάτα. Τὴν πρώτη μέρα ἔβαλε στοῦ φαγητὸ $\frac{1}{8}$ ὀκ., τὴ δεύτερη $\frac{2}{10}$ ὀκ., τὴν τρίτη $\frac{3}{16}$ καὶ τὴν τέταρτη $\frac{15}{40}$. Πόση ντομάτα ἔχει τὴν πέμπτη μέρα στοῦ βάζο;

204) Ἐνας μικροπωλητὴς ἀγόρασε ἀπὸ κάποιον $3\frac{2}{4}$ ὀκ. ζάχαρη πρὸς 7.600 δρ. τὴν ὀκά. Ἀντὶ γιὰ λεπτὰ τοῦ ἔδωκε $2\frac{3}{4}$ ὀκ. κακάο. πὸν ἀξιίξε 9.400 δρ. ἢ ὀκά. Κέρδισε ἢ ζημιώθηκε;

205) Ἐνας ζαχαροπλάστης ἀγόρασε 24 σακιά ζάχαρη. Τὸ καθένα σακὶ γεμάτο ζυγίσει 39 ὀκάδες. Ἀδειανὸ τὸ κάθε σακὶ ζυγίσει

$\frac{3}{4}$ τῆς ὀκάς. Πόση εἶναι ἡ καθαρὴ ζάχαρη ποὺ ἀγόρασεν ὁ ζαχαροπλάστης;

206) Ἐνας ἐργάτης παίρνει γιὰ κάθε μέτρο χανδακιοῦ ποὺ ἀνοίγει 4.000 δρ. Ἐνας ἄλλος 3.000 δρ. Ὁ πρῶτος ἀνοίξε σὲ μιὰ μέρα $6\frac{3}{4}$ μέτρα, ὁ δεύτερος $7\frac{4}{10}$ μέτρα. Ποῖος πῆρε περισσότερα χρήματα;

207) Δυὸ αὐτοκίνητα ξεκινοῦν μαζὶ τὴν ἴδια ὥρα. Τὸ ἓνα τρέχει $54\frac{1}{2}$ χιλιόμε. τὴν ὥρα, τὸ ἄλλο $48\frac{3}{10}$ χιλ. Τὸ πρῶτο πρέπει νὰ τρέξη $8\frac{1}{2}$ ὥρες, τὸ δεύτερο $11\frac{3}{4}$ ὥρες. Ποιὸ ἀπὸ τὰ δυὸ αὐτοκίνητα θὰ τρέξη περισσότερα χιλιόμετρα.

208) Ἐνα ἐργοστάσιο βγάζει τὴν ἡμέρα 214 ζευγάρια κάλτσες. Τὸ κάθε ζευγάρι πουλιέται χονδρικὰ 2.200 δρ. Τὸ ἐργοστάσιο αὐτὸ ἔχει 24 ἐργάτριες ποὺ τὶς πληρώνει 7.800 δρ. τὴν ἡμέρα. Τί κέρδος τοῦ μένει τὴν ἡμέρα;

209) Ἐνας ἔμπορος ἀγόρασε 167 ὀκάδες λάδι πρὸς 4.700 δρ. τὴν ὀκά καὶ 75 ὀκάδες σαποῦνι πρὸς 3.900 δρ. τὴν ὀκά. Πούλησε κατόπι τὸ μὲν λάδι πρὸς 6.200 δρ. τὴν ὀκά, τὸ δὲ σαποῦνι πρὸς 4.700 δρ. Πόσο κέρδισε;

210) Ἐνας γεωργὸς χρεωστῆται στὴν Ἄγροτ. Τράπεζα 670.000. Γιὰ νὰ ξεχρεώσῃ πούλησε 78 ὀκ. λάδι πρὸς 4.500 δρ. τὴν ὀκά καὶ 467 ὀκ. στάρι πρὸς 1.400 δρ. τὴν ὀκά. Φτάνουν τὰ χρήματα ποὺ πῆρε νὰ ξεχρεώσῃ; Κι ἂν ἔφτασαν πόσα τοῦ περίσσεψαν;

211) Σ' ἓνα σχολεῖο φοιτοῦν 198 παιδιά. Τὸ καθένα φέρνει γιὰ τὸ συσσίτιό του 3.900 δρ. τὸ μῆνα. Πόσα χρήματα μαζεύονται στοὺς 4 μῆνες;

212) Ἐνας τενεκὲς λάδι χωρεῖ 14,5 ὀκάδες. Πόσες ὀκάδες χωροῦν 7 τενεκέδες;

213) Ἀγοράσαμε ἀπὸ ἓνα παντοπωλεῖο 0,75 ὀκ. τυρὶ πρὸς 7.200 δρ. τὴν ὀκά. 2,5 ὀκ. ἀλεύρι πρὸς 1800 δρ. τὴν ὀκά καὶ $\frac{3}{8}$ ὀκ. βούτυρο πρὸς 24 δρ. τὴν ὀκά. Τί ὑπόλοιπο θὰ μᾶς δώσουν ἀπὸ ἓνα εἰκοσιχίλιαρο;

214) Ἡ μητέρα σας γιὰ νὰ φτιάξῃ ἓνα γλύκισμα (κέκ), ἀγόρασε 0,5 ὀκ. ἀλεύρι πρὸς 1800 δρ. τὴν ὀκά. 0,25 ὀκ. ζάχαρη πρὸς 7.600 δρ. τὴν ὀκά. 0,35 ὀκ. βούτυρο πρὸς 26.000 δρ. τὴν ὀκά. 0,10 ὀκ. σταφίδα πρὸς 3.600 δρ. τὴν ὀκά καὶ 0,50 ὀκ. γάλα πρὸς 2.200 δρ. τὴν ὀκά. Πόσο στοίχισαν τὰ ὑλικά.

Μη ξεχνάτε ποτέ

πὸς μιὰ ὀκτὰ γράφεται καὶ μὲ $\frac{4}{4}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{16}{16}$ κλπ.

μισὴ ὀκτὰ $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{8}{16}$ ἢ 0,5 ἢ 0,50 κλπ.

ἑκατὸ δράμια $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{8}$ ἢ 0,25

τριακόσια δράμια $\frac{3}{4}$ ἢ 0,75.

215) Ὁ πατέρας σας ἀγόρασε $\frac{3}{4}$ ὀκ. κρέας πρὸς 9.600 δρ. τὴν ὀκτὰ, 1,25 ὀκ. λάδι πρὸς 7.900 δρ. τὴν ὀκτὰ καὶ 3 ὀκτὰδες μακαρόνια πρὸς 3.200 δρ. τὴν ὀκτὰ. Πόσες δραχμὲς ἔδωκε;

216) Τί εἶναι βαρύτερο $\frac{2}{8}$ τῆς ὀκτὰς κρέας ἢ 0,25 ἢ 100 δράμια;

217) Πῶς γράφομε τὰ 50 δράμια μὲ κλάσμα; Πῶς τὰ 200;

218) Πῶς γράφομε τὰ τριακόσια δράμια μὲ δεκαδικὸ ἀριθμὸ;

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

α) Διαίρεση κάνομε ὅταν ξέρουμε τὴν τιμὴ τῶν πολλῶν μονάδων ἢ μέρος τῆς μονάδας καὶ δὲν ξέρουμε τὴν τιμὴ τῆς μιᾶς μονάδας.

Π.χ. $7\frac{1}{2}$ ὀκ. ζάχαρη ἀξιζοῦν 62.000 δρχ. Πόνο ἔχει ἡ ὀκτὰ;

Ἡ: τὰ $\frac{6}{8}$ τῆς πύλης ἑνὸς ὑφάσματος πουλιοῦνται 48000 δραχμὲς. Πόσο πουλιέται ἡ μία πύχη, καὶ

β) Διαίρεση κάνουμε, ὅταν ξέρουμε τὴν τιμὴ τῆς μιᾶς μονάδας, ἔχουμε τὴν ἀξία πολλῶν μονάδων καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὸν ἀριθμὸ τῶν πολλῶν μονάδων. Ὅταν δηλ. πρέπει νὰ μετρήσουμε πόσες φορὲς χωρεῖ ἡ ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας μέσα στὸν ἀριθμὸ πὸν φανερώνει τὴν ἀξία τῶν πολλῶν.

Π.χ. Ὁ 1 πύχ. ἀπὸ κάποιο ὑφασμα στοιχίζει 3.800 δραχμὲς. Πόσες πύχες ἀπὸ τὸ ἴδιο ὑφασμα θ' ἀγοράσω μὲ 38.000 δραχμὲς;

Στὴν α' περίπτωση μοιράζομε ἕναν ἀριθμὸ σὲ ἴσα μέρη. (**Μερισμός**). Στὴ β' περίπτωση μετροῦμε πόσες φορὲς χωρεῖ ἕνας ἀριθμὸς μέσα σ' ἕναν ἄλλο. (**Μέτρηση**).

Ἡ ἀριθμητικὴ μου. Ε' Φ. Ι. Φωτίου

Α'. Διαίρεση κλάσματος δι' άκεραίου.

Γιά νά διαιρέσουμε κλάσμα μέ άκεραίο ή διαιρούμε τόν άριθμητή διά τού άκεραίου, άν διαιρείται ή πολλαπλασιάζουμε τόν άκεραίο μέ τόν παρονομαστή π.χ.:

$$\frac{8}{5} : 4 = \frac{2}{5} \quad \eta \quad \frac{3}{5} : 5 = \frac{3}{25}$$

Άσκήσεις.

$$219) \frac{12}{6} : 4 = , \quad \frac{8}{20} : 2 = , \quad \frac{15}{30} : 5 =$$

$$220) \frac{3}{8} : 4 = , \quad \frac{7}{10} : 5 = , \quad \frac{8}{20} : 9 =$$

$$221) \frac{3}{4} : 6 = , \quad \frac{20}{30} : 10 = , \quad \frac{7}{15} : 3 =$$

Προβλήματα.

222) 12 σωληνάκια κινίνο ζυγίζουν $\frac{144}{1000}$ κιλοῦ. Πόσο ζυγίζει τὸ ἓνα;

223) 6 παιδιά πήραν νά μοιραστοῦν $\frac{4}{8}$ δκ. κομπόστα. Πόση πήρε τὸ καθένα ;

224) Μιά οἰκογένεια μέ 7 άτομα τρώγει τὴν ἡμέρα $\frac{756}{400}$ δκ. ψωμί. Πόσο τρώγει τὸ καθένα άτομο ;

225) 8 σακιά ριζιοῦ ἔχουν ἀπόβαρο $\frac{24}{6}$ δκ. Πόσο ζυγίζει τὸ ἓνα ;

226) 5 παιδιά θέλουν νά μοιραστοῦν ἓνα ψωμί πὸ ζυγίζει $\frac{7}{8}$ τῆς δκάς. Πόσο θά πάρη τὸ καθένα ;

227) Σὲ 8 καφέδες ἕνας καφετζῆς ἔρριξε $\frac{32}{400}$ δκ. ζάχαρη. Πόση ζάχαρη ἀναλογεῖ στὸν κάθε καφέ ;

Β' Διαίρεση μικτοῦ δι' άκεραίου.

Γιά νά διαιρέσουμε μικτὸ δι' άκεραίου τρέπουμε τὸ μικτὸ σὲ κλάσμα καὶ διαιρούμε κλάσμα δι' άκεραίου ὅπως ἔξερουμε :

$$\text{π.χ. } 3 \frac{3}{4} : 5 = \frac{15}{4} : 5 = \frac{3}{4}$$

Άσκησης.

228) $3 \frac{4}{5} : 3$, $6 \frac{2}{8} : 5$, $7 \frac{4}{8} : 1$, $8 \frac{3}{4} : 7$, $8 \frac{3}{7} : 9$,
 $4 \frac{3}{8} : 5$, $7 \frac{5}{6} : 11$, $8 \frac{3}{4} : 15$.

Προβλήματα.

- 229) 6 τενεκέδες λάδι ζυγίζουν $88 \frac{2}{4}$ δκ. Πόσο ζυγίζει ο ένας;
- 230) Το συσσίτιό μας παράλαβε 90 κουτιά κομπόστα βάρους $45 \frac{3}{8}$ δκάδες. Πόσο ζυγίζει το κάθε κουτί;
- 231) Μια οικογένεια ξοδεύει τη βδομάδα $3 \frac{3}{4}$ δκ. λάδι. Πόσο θέλει την ημέρα;
- 232) Μια οικογένεια από 7 άτομα θέλει την ημέρα $3 \frac{3}{6}$ δκ. ψωμί. Πόσο ψωμί θέλει το άτομο;
- 233) 3 κιβώτια μήλα ζυγίζουν $52 \frac{3}{4}$ δκ. Πόσο ζυγίζει το ένα κιβώτιο;
- 234) 4 σακιά ρύζι ζυγίζουν $126 \frac{1}{2}$ δκάδες. Πόσο ζυγίζει το ένα σακί;
- 235) Λύσετε και σεις 4 δικιά σας προβλήματα.

Γ' Διαίρεση άκεραίου διά κλάσματος.

Για να διαιρέσουμε άκεραιο διά κλάσματος αντιστρέφουμε τους όρους του κλάσματος, και αντί για διαίρεση κάνουμε πολλαπλασιασμό:

$$\text{π.χ. } 3 : \frac{4}{5} = 3 \times \frac{5}{4} = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}, \quad 8 : \frac{2}{3} = 8 \times \frac{3}{2} = \frac{24}{2} = 12.$$

Άσκήσεις.

206) $5: \frac{3}{4}, 8: \frac{4}{5}, 7: \frac{3}{4}, 6: \frac{2}{3}$
 $8: \frac{3}{5}, 7: \frac{6}{8}, 2: \frac{2}{8}, 4: \frac{5}{7}$
 $3: \frac{5}{9}, 11: \frac{6}{7}, 12: \frac{3}{4}, 6: \frac{4}{15}$

Προβλήματα:

237) Με 3.000 δραχμές αγοράζουμε $\frac{3}{9}$ της οκάς ζάχαρη. Πόσο έχει η οκά;

238) Με 3.600 δραχμές αγοράζουμε $\frac{1}{4}$ της οκάς λάδι. Πόσο αξίζει η οκά;

Όταν ξέρουμε την τιμή μέρους (κλάσματος) της άκεραίας μονάδας και ζητούμε να βρούμε την τιμή όλης της άκεραίας μονάδας κάνουμε διαίρεση.

239) Ένας εργάτης πήρε 4.200 δρ. γιατί έκτισε $\frac{3}{10}$ μ. ενός τοίχου. Πόσο θα έπαιρνε, αν έκτιζε ένα μέτρο;

240) Μια λάμπα καίει 150 δράμια πετρέλαιο σε $\frac{3}{4}$ της ώρας. Πόσα δράμια καίει την ώρα;

241) Ένα αυτοκίνητο τρέχει 28 χιλιόμετρα σε $\frac{4}{6}$ της ώρας. Ένα άλλο 32 χιλιόμετρα σε $\frac{3}{4}$ της ώρας. Πόσα χιλιόμετρα τρέχει την ώρα το καθένα και ποιο τρέχει πιο πολύ;

242) Με 3.600 δραχμές αγοράσαμε $\frac{6}{8}$ του πήχη κάμπο. Πόσο έχει ο πήχης;

243) Λύστε και σεις δικά σας προβλήματα από τη δική σας ζωή.

Δ. Διαίρεση κλάσματος διὰ κλάσματος.

Για να διαιρέσουμε κλάσμα διὰ κλάσματος αντιστρέφουμε τους όρους του δευτέρου κλάσματος (του διαιρέτη) και αντί για διαίρεση κάνουμε πολλαπλασιασμό π. χ.

$$\frac{3}{5} : \frac{2}{4} = \frac{3}{5} \times \frac{4}{2} = \frac{12}{10} = 1 \frac{2}{10}$$

Ασκήσεις.

244) $\frac{3}{5} : \frac{2}{3}$, $\frac{8}{9} : \frac{2}{7}$, $\frac{6}{11} : \frac{3}{4}$, $\frac{8}{15} : \frac{3}{4}$, $\frac{5}{9} : \frac{3}{20}$,
 $\frac{6}{15} : \frac{2}{5}$, $\frac{8}{10} : \frac{10}{8}$.

245) $\frac{8}{3} : \frac{4}{5}$, $\frac{6}{9} : \frac{2}{3}$, $\frac{10}{15} : \frac{2}{4}$, $\frac{7}{9} : \frac{3}{9}$, $\frac{8}{20} : \frac{5}{7}$,
 $\frac{6}{7} : \frac{3}{11}$, $\frac{8}{30} : \frac{2}{5}$.

Προβλήματα.

- 246) Τὰ $\frac{4}{5}$ τῆς ὀκτῆς ζάχαρη ἀξιζοῦν τὰ $\frac{7}{10}$ τοῦ δεκαχίλιαρου.
 Πόσο ἔχει ἡ ὀκτά;
- 247) Τὰ $\frac{3}{8}$ τοῦ πήχη χασὲ ἀξιζοῦν τὰ $\frac{3}{5}$ τοῦ πεντοχίλιαρου.
 Πόσο ἔχει ὁ πήχης;
- 248) Τὰ $\frac{3}{10}$ μέτρο. κασμήρι ἔχουν $\frac{3}{4}$ τῆς λίρας. Πόσο ἔχει
 τὸ μέτρο;
- 249) Τὰ $\frac{2}{4}$ τῆς ὀκτῆς βουτύρου στοιχίζοῦν τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ εἰκοσοχί-
 λιαρου. Πόσο ἔχει ἡ ὀκτά;
- 250) Μιὰ λάμπα καίει στὰ $\frac{3}{4}$ τῆς ὥρας $\frac{2}{5}$ τῆς ὀκτῆς πετρέ-
 λαιο. Πόσο καίει τὴν ὥρα;
- 251) Ἀπὸ τὰ $\frac{7}{8}$ τῆς ὀκτῆς χόρτα πετοῦμε στὸ καθαίρισμα τὰ
 $\frac{2}{16}$ ὄκ. Πόσο πετοῦμε στὴν ὀκτά;

Παρατήρηση.

Στὰ παραπάνω προβλήματα πὺν καὶ ὁ διαιρετέος καὶ ὁ
 διαιρέτης εἶναι κλάσματα, διαιρέτης θὰ μῆ ἐκείνο τὸ κλά-
 σμα πὺν φανερώνει τὸ ποσὸν πὺν θὰ ἔχη καὶ τὸ πηλίκον.
 Ἐν π.χ. ζητοῦμε δραχμὲς διαιρετέος θὰ μῆ τὸ κλάσμα
 πὺν μᾶς λέει δραχμὲς.

Ε'. Κλάσμα διὰ μικτοῦ.

Γιὰ νὰ διαιρέσουμε κλάσμα διὰ μικτοῦ τρέπομε τὸ μικτὸ σὲ κλάσμα καὶ διαιροῦμε κλάσμα διὰ κλάσματος ὅπως μάθαμε π.χ. :

$$\frac{3}{4} : 2\frac{3}{5} = \frac{3}{4} : \frac{13}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{13} = \frac{15}{42}$$

Ἀσκήσεις.

$$252) \frac{2}{5} : 2\frac{3}{4}, \quad \frac{4}{8} : \frac{7}{9}, \quad \frac{7}{10} : 3\frac{4}{5}, \quad \frac{6}{9} : 2\frac{3}{4},$$

$$\frac{8}{10} : 2\frac{3}{5}, \quad \frac{7}{15} : 3\frac{4}{7}$$

$$253) \frac{6}{20} : 4\frac{3}{7}, \quad \frac{7}{12} : 3\frac{4}{10}, \quad \frac{6}{15} : 4\frac{3}{4}, \quad \frac{7}{20} : 5\frac{7}{7},$$

$$\frac{8}{15} : 6\frac{3}{7}, \quad \frac{7}{15} : 2\frac{3}{9}$$

Προβλήματα.

254) Μία λάμπα καίει $\frac{4}{5}$ τῆς ὁκῆς πετρεῖλαιο σὲ $2\frac{3}{4}$ ὥρες.
Πόσο καίει τὴν ὥρα :

255) Ἐνα αὐτοκίνητο καίει τὰ $\frac{2}{3}$ τοῦ δοχείου βενζίνης σὲ $3\frac{1}{4}$ ὥρες. Πόσο καίει τὴν ὥρα :

256) Μιὰ γκαζιέρα μαγειρεύματος καίει $\frac{4}{8}$ βενζίνης σὲ $6\frac{3}{4}$ ὥρες. Πόση βενζίνη καίει τὴν ὥρα :

ΣΤ'. Μικτὸς διὰ μικτοῦ.

Γιὰ νὰ διαιρέσουμε μικτὸν διὰ μικτοῦ τρέπομε τοὺς μικτοὺς σὲ κλάσματα καὶ διαιροῦμε κλάσμα διὰ κλάσματος, ὅπως μάθαμε :

$$\text{π. χ. } 3\frac{4}{5} : 2\frac{3}{4} = \frac{19}{5} : \frac{11}{4} = \frac{19}{5} \times \frac{4}{11} = \frac{76}{55} = 1\frac{21}{55}$$

Ἀσκήσεις.

- 257) $2 \frac{3}{5} : 3 \frac{4}{8}$, $7 \frac{3}{5} : 8 \frac{3}{4}$, $6 \frac{3}{7} : 8 \frac{4}{10}$, $7 \frac{3}{5} : 3 \frac{4}{10}$,
 $8 \frac{3}{9} : 4 \frac{1}{3}$.
- 258) $6 \frac{4}{10} : 3 \frac{2}{5}$, $10 \frac{3}{20} : 5 \frac{3}{10}$, $8 \frac{3}{5} : 2 \frac{4}{10}$, $16 \frac{4}{5} : 8 \frac{2}{10}$,
 $6 \frac{3}{10} : 2 \frac{3}{5}$.

Προβλήματα.

259) Ένας οδοπόρος βάδισε σὲ $3 \frac{1}{4}$ ὥρες $14 \frac{3}{10}$ χιλιόμετρα.
 Πόσα χιλιόμετρα βάδισε τὴν ὥρα; (Σημ. $14 \frac{3}{10} : 3 \frac{1}{4}$. Τὸ πη-
 λίκο θὰ εἶναι χιλιόμετρα γιὰτὶ καὶ τὸ $14 \frac{3}{10}$ χιλμ. μπαίνει δια-
 ρετέος. Προσέξτε το αὐτό. Τὸ πηλίκο θὰ συμφωνῇ μὲ τὸ διαιρετέο).

260) Μιὰ λάμπα ἔκαψε $2 \frac{3}{4}$ ὀκάδες πετρέλαιο σὲ $4 \frac{2}{6}$ ὥρες.
 Πόσο πετρέλαιο ἔκαψε τὴν ὥρα;

261) $4 \frac{1}{2}$ κουτιά κομπόστα $9 \frac{2}{4}$ ὀκάδες. Πόσες ὀκάδες ζυγίζει
 τὸ κουτί;

262) Μὲ $167 \frac{1}{2}$ δραχμὲς ἀγοράζουμε $3 \frac{1}{2}$ δράμια ἰώδιο. Πό-
 σες δραχμὲς ἔχει τὸ δράμι;

263) Ένα αὐτοκίνητο ἔτρεξε $250 \frac{3}{4}$ χιλιόμετρα σὲ $8 \frac{1}{2}$ ὥρες.
 Πόσα χιλιόμετρα ἔτρεξε τὴν ὥρα;

264) Ἀπὸ μιὰ βρύση τρέχει $80 \frac{4}{8}$ ὀκάδες νερὸ σὲ $2 \frac{1}{4}$ ὥρες.
 Πόσες ὀκάδες τρέχει τὴν ὥρα;

265) Συνθέσετε καὶ λύσετε καὶ σεῖς δικὰ σας προβλήματα.

Ζ' Ἀκέραιος διὰ μικτοῦ.

Γιὰ νὰ διαιρέσουμε ἀκέραιο διὰ μικτοῦ τρέπομε τὸ μικτὸ
 σὲ κλάσμα καὶ διαιροῦμε ἀκέραιο διὰ κλάσματος, ὅπως μά-
 θαμε: π.χ. $4 : 3 \frac{1}{2} = 4 : \frac{7}{2} = 4 \times \frac{2}{7} = \frac{8}{7} = 1 \frac{1}{7}$.

Άσκήσεις.

$$266) 5 : 3 \frac{2}{4}, 8 : 2 \frac{3}{5}, 7 : 2 \frac{1}{3}, 12 : 3 \frac{4}{5}, 10 : 20 \frac{1}{4},$$

$$25 : 4 \frac{1}{6}.$$

$$267) 35 : 6 \frac{2}{7}, 48 : 6 \frac{3}{9}, 75 : 25 \frac{3}{5}, 80 : 16 \frac{3}{4}, 125 : 20 \frac{4}{5}.$$

Προβλήματα.

268) Μὲ 10.000 δρ. αγοράζουμε $2 \frac{2}{4}$ δκάδες κεράσια. Πόσες δραχμὲς ἔχει ἡ δκά.

269) Μὲ 20.000 δραχμὲς αγοράζουμε $4 \frac{3}{8}$ πήχες ὕφασμα. Πόσες δραχμὲς ἔχει ὁ πήχης.

270) Ἐνας τενεκὲς λάδι βάρους $14 \frac{2}{4}$ δκάδες ἀξίζει 94.000 δραχμὲς. Πόσες δραχμὲς ἔχει ἡ δκά;

271) Ἐνα αὐτοκίνητο ἔτρεξε 260 χιλιόμετρα σὲ $4 \frac{1}{2}$ ὥρες. Πόσα χιλιόμετρα ἔτρεξε τὴν ὥρα;

272) Μία φορεσιὰ ἀνδρική ἐστοίχισε 430.000 δρ. μόνο τὸ ὕφασμα, τὸ ὄλοϊον ἦταν $4 \frac{2}{8}$ πήχες. Μόσο στοίχισε ὁ πήχης;

273) Μὲ 35.000 δραχμὲς αγοράζουμε $3 \frac{3}{4}$ δκάδες κρέας. Πόσο στοίχίζει ἡ δκά;

274) Κάνετε καὶ σεῖς δικὰ σας προβλήματα.

**Άσκήσεις καὶ προβλήματα διαίρεσης κλασμάτων.
(Ὅλες οἱ περιπτώσεις)**

$$275) \alpha) \frac{3}{4} : 4, \frac{8}{10} : 2, \frac{35}{40} : 7, \frac{65}{80} : 5, \beta) 4 : \frac{3}{4}, 9 : \frac{3}{5}, 8 \frac{3}{10},$$

$$4 : \frac{3}{7} \gamma) \frac{3}{8} : \frac{3}{7}, \frac{6}{9} : \frac{2}{4}, \frac{8}{10} : \frac{3}{5}, \frac{7}{15} : \frac{3}{6}, \delta) \frac{6}{5} : 3 \frac{4}{8},$$

$$\frac{7}{9} : 2 \frac{3}{5}, \frac{6}{10} : 2 \frac{3}{4}, \epsilon) 3 \frac{3}{4} : 2 \frac{3}{5}, 6 \frac{3}{7} : 3 \frac{1}{4}, 12 \frac{3}{10} : 4 \frac{3}{5}$$

$$\sigma\tau) 4 : 3 \frac{4}{8}, 15 : 3 \frac{4}{7}, 26 : 4 \frac{3}{8}.$$

Προβλήματα.

276) 3 σακιά ζάχαρη ζυγίζουν 163 $\frac{3}{4}$ οκάδες. Πόσες οκάδες έχει τὸ σακί;

277) 8 τενεκέδες λάδι ζυγίζουν 112 $\frac{3}{4}$ οκάδες. Πόσες οκάδες ζυγίζει ὁ ἓνας τενεκές;

278) Μὲ 4.000 δραχμὲς ἀγοράζουμε $\frac{2}{8}$ τῆς οκάς κρέας. Πόσο ἔχει ἡ οκά;

279) Ποιὸ κλάσμα πρέπει νὰ πολλαπλασιάσουμε ἐπὶ τὸ $\frac{3}{8}$ γιὰ νὰ βροῦμε τὸ κλάσμα $\frac{2}{4}$ ($\frac{2}{4} : \frac{3}{8} = \frac{2}{4} \times \frac{8}{3} : \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$).

280) Ποιὸ κλάσμα πρέπει νὰ πολλαπλασιάσουμε ἐπὶ τὸ $\frac{5}{10}$ γιὰ νὰ βροῦμε τὸ κλάσμα $\frac{6}{10}$;

281) Ἐνα ἀτμόπλοιο ἔτρεξε 148 $\frac{1}{2}$ μίλια σὲ 12 $\frac{2}{4}$ ὥρες. Πόσο ἔτρεξε σὲ 1 ὥρα;

282) 3 $\frac{1}{2}$ οκάδες ζάχαρη στοιχίζουν 25.000 δραχμὲς. Πόσο ἔχει ἡ οκά;

ΕΥΚΟΛΙΑ ΣΤΙΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΜΕ ΑΚΕΡΑΙΟΥΣ

Παραπάνω μάθαμε, πῶς διαιρεῖται (κλάσμα ἢ μικτὸς) δι' ἀκέραιον, πῶς ἀκέραιος διὰ κλάσματος (ἢ μικτοῦ) πῶς πολλαπλασιάζεται κλάσμα (ἢ μικτὸς) ἐπὶ ἀκέραιον, πῶς ἀφαιρεῖται κλάσμα ἀπὸ ἀκέραιον κλπ.

Γιὰ νὰ μὴ μπερδεύομαστε τὶς διάφορες αὐτὲς περιπτώσεις, μποροῦμε νὰ κάνουμε τὴν ἑξῆς εὐκολία:

Σὲ οἰαδήποτε περίπτωσιν ἀπὸ τὶς παραπάνω μποροῦμε νὰ τρέπουμε τὸν ἀκέραιον σὲ κλάσμα γράφοντάς τον σὰν ἀριθμητὴ μὲ παρονομαστὴ τὴ **μονάδα** (1) καὶ μετὰ ἐκτελοῦμε τὶς πράξεις, ὅπως στοὺς κλασματικούς ἀριθμούς,

Παραδείγματα:

$$a) 5 + \frac{3}{7} = \frac{5}{1} + \frac{3}{7} = \frac{35}{7} + \frac{3}{7} = \frac{38}{7} = 5 \frac{3}{7}$$

$$\beta) \frac{18}{5} - 2 = \frac{18}{5} - \frac{2}{1} = \frac{18}{5} - \frac{10}{5} = \frac{8}{5} = 1 \frac{3}{5}$$

$$\gamma) 13 \times \frac{4}{5} = \frac{13}{1} \times \frac{4}{5} = 10 \frac{2}{5}$$

$$\delta) 9 : \frac{2}{6} = \frac{9}{1} : \frac{2}{6} = \frac{9}{1} \times \frac{6}{2} = \frac{54}{2} = 27$$

$$\epsilon) \frac{18}{3} : 4 = \frac{18}{3} : \frac{4}{1} = \frac{18}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{18}{12} = 1 \frac{6}{12} = 1 \frac{1}{2}$$

Ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω πράξεις καὶ κἀνονικὰ σύμφωνα με τοὺς κανόνες ποὺ μάθαμε γιὰ κἀθε περίπτωση καὶ με τὸν παραπάνω τρόπο εὐκολίας:

$$\alpha) 9 - \frac{3}{7} = \quad \beta) \frac{32}{6} - 4 = \quad \gamma) 9 \times \frac{3}{7} =$$

$$\delta) 12 : \frac{4}{9} = \quad \epsilon) \frac{27}{4} : 3 = \quad \sigma\tau) 17 \frac{2}{3} : 6 =$$

Διὰ φορα προβλήματα (Ἔλες οἱ πράξεις τῶν κλασμάτων)

283) Ἐνας πατέρας μοίρασε τὴν περιουσία του στὰ τρία παιδιὰ του ἔτσι: στὸ πρῶτο ἔδωσε τὰ $\frac{5}{35}$, στὸ δεύτερο διπλάσια ἀπὸ τὸ πρῶτο καὶ στὸ τρίτο διπλάσια ἀπὸ τὸ δεύτερο. Ἐν ἡ περιουσία του ἦταν 3.500.000 δραχμῆς, πόσες δραχμῆς πῆρε τὸ κἀθε παιδί;

284) Μία οἰκογένεια ἔχει νὰ πληρώσει 48 $\frac{2}{4}$ κιλοβάτ ἤλεκτρικὸ φῶς πρὸς 390 δραχμῆς τὸ κιλοβάτ. Ἐν δώση στὸν εἰσπράκτορα ἕνα εἰκοσοχίλιορο τί ρέστα θὰ τῆς δώση;

285) Ἐνας ἀγόρασε τὴ μιὰ βδομάδα 2 $\frac{3}{4}$ ὀκάδες λάδι καὶ ἔδωσε 18.500 δραχμῆς. Πόσο ἀγόρασε τὴν ὀκά τὸ λάδι;

286) Τί σᾶς συμφέρει νὰ ἀγοράσετε 12 $\frac{3}{4}$ ὀκ. ρύζι καὶ νὰ δώσετε 63.750 δραχμῆς ἢ 11 $\frac{1}{2}$ ὀκάδες (ρύζι) καὶ νὰ δώσετε 60.950 δραχμῆς;

287) Ἡ μητέρα σας ψώνισε 2 $\frac{3}{9}$ ὀκ. πατάτες, 1 $\frac{3}{4}$ ὀκ. κρε-

μύδια, $\frac{2}{4}$ δκ. κυμᾶ, $\frac{5}{8}$ δκ. λάδι, ἓνα καρπούζι, $2\frac{3}{4}$ δκάδες σαπούνι. Μὲ πόσες δκάδες ψώνια ἤρθε στὸ σπίτι;

288) Σ' ἓνα σχολεῖο φοιτοῦν 300 παιδιά. Ἀπ' αὐτὰ τὸ $\frac{1}{4}$ φοιτοῦν στὴν πρώτη τάξη, τὸ $\frac{1}{10}$ στὴν δεύτερη, τὸ $\frac{1}{5}$ στὴν τρίτη, τὸ $\frac{1}{6}$ στὴν τετάρτη, τὰ $\frac{2}{12}$ στὴν πέμπτη τάξη καὶ τὰ ὑπόλοιπα στὴν ἕκτη τάξη. Πόσοι μαθητὲς φοιτοῦν σὲ κάθε τάξη;

289) Ποιὸς ἀριθμὸς εἶναι τὰ $\frac{5}{20}$ τοῦ 1.000;

290) Ποιὸ κλάσμα πρέπει νὰ προσθέσω στὸ $\frac{4}{5}$ γιὰ νὰ ἔχω τὸ κλάσμα $\frac{7}{8}$;

291) Μὲ ποιὸ κλάσμα πρέπει νὰ πολλαπλασιάσω τὸ κλάσμα $\frac{4}{8}$ γιὰ νὰ ἔχω τὸ κλάσμα $\frac{36}{40}$;

292) Ἐνα αὐτοκίνητο ἔτρεξε τὰ $14\frac{3}{4}$ χιλιόμετρα σὲ $\frac{4}{15}$ τῆς ὥρας. Ἐνα ἄλλο τὰ $16\frac{3}{10}$ χιλιόμετρα σὲ $\frac{20}{60}$ τῆς ὥρας. Ποιὸ αὐτοκίνητο ἔτρεξε ταχύτερα;

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΤΩΝ ΤΕΣΣΑΡΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ

ΑΚΕΡΑΙΟΙ - ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ - ΚΛΑΣΜΑΤΑ

293) Τρεῖς ἐπαγγελματίες κουβεντιάζουν. Ὁ ἕνας, φούναρης, λέγει πὸς χτὲς πούλησε 184 δκάδες ψωμί πρὸς 2.400 δρ. τὴν δκά. Ὁ δεύτερος, μανάβης, πούλησε 156,75 δκάδες φρούτα πρὸς 3.200 δρ. τὴν δκά. Ὁ τρίτος, χασάπης, πούλησε $48\frac{3}{4}$ δκάδες κρέας πρὸς 9600 δρ. τὴν δκά. Πί εἴσπραξε ὁ καθένας τους;

264) Ἐνας γεωργὸς δανείστηκε 78,5 δκ. σιτόσπορο καὶ τὸν ἔσπειρε. Ἀπ' αὐτὸν ἔβγαλε 675,25 δκάδες στάρι. Πόσες δκάδες θὰ τοῦ μείνῃ ἅμα ἐπιστρέψῃ τὸ σπόρο;

295) Ἐνας ξεκίνησε γιὰ νὰ ψωνίσῃ ἔχοντας πέντε εἰκοσαχίλια-

ρα. Ἀγόρασε ἓνα καπέλλο κι ἔδωκε 28.000 δρ., ἓνα πουκάμισο 38.000 δρ., 4 ζευγάρια κάλτσες πρὸς 2.800 δρ. τὸ ζευγάρι. Τί ρέστα τοῦ μείνανε;

296) Ἀπὸ μιὰ σχολικὴ γιορτὴ εἰσπράχθηκαν 1.522.500 δρ. ἀπὸ 435 εἰσιτήρια. Πόσο εἶχε τὸ εἰσιτήριο;

297) Μιὰ νοικοκυρὰ ἀγόρασε $12\frac{3}{8}$ πήγες ἀλατιῶ κι ἔδωκε 3.900 δρ. Μιὰ ἄλλη γιὰ $10\frac{4}{8}$ πήγες ἔδωκε 31.500 δραχμῆς.

Ποιὰ ἀπὸ τὶς δυὸ τὸν ἀγόρασαν ἀκριβότερα;

298) Τί εἶναι συμφερότερο ν' ἀγοράσουμε 13,5 ὀκάδες ζάχαρη καὶ νὰ δώσουμε 96.700 δρ. ἢ 12,5 ὀκάδες πρὸς 7.600 δρ. τὴν ὀκά;

299) Νὰ γίνουν οἱ πρὸ κάτω πολλαπλασιασμοί.

α) 315, 756, 834, 126, 354, 26 38, 45 × 10

β) 26, 54, 7128, 3145, 285, 380 × 100.

γ) 38, 47, 68, 354, 785, 8, 1256 × 1000.

300) Νὰ γίνουν οἱ διαιρέσεις.

387	}	835	}	6785	}
126	}	734	}	3254	}
75	: 10	654	: 100	1000	: 1000
128	}	1955	}	4000	}
3156	}	345	}	5000	}

301) Νὰ γίνουν οἱ πολλαπλασιασμοί:

α) 3,7 8,95 35,25 × 10

β) 28,15 32 56 1,14 × 100

γ) 43,56 9 27 0,003 × 1000

302) Νὰ γίνουν οἱ διαιρέσεις:

α) 387,6 654 5 4387,65 : 10

β) 53891,65 732,45 0,35 : 100

γ) 6543,25 6789,12 32,45 : 1000

303) Πόσα δεκαχίλιαρα κάνουν οἱ δραχμῆς 4567000, 8540000, 3256000, 78912000 32.000 450 000.

304) Πόσες δραχμῆς εἶναι 25, 12, 37, 68, 19 δεκαχίλιαρα;

305) Πόσες δραχμῆς κάνουν τὰ 195 257 368 752 16 38 1567 3854 ἑκατοστάρικα;

306) Πόσες δραχμῆς κάνουν 14 37 56 65 135 λίρες; (Ἡ μιὰ λίρα ἔχει 124.000 δραχμῆς.

307) Πόσες δραχμῆς ἀξίζουν 32, 117, 200, 750, δολλάρια; (Τὸ δολλάριο ἔχει 7.000 δραχμῆς).

308) Ἐνα σπῆτι πουλιέται 500 λίρες. Πόσες δραχμῆς ἀξίζει;

309) Ὁ θεῖος ἔστειλε ἀπὸ τὴν Ἀμερικὴ 150 δολλάρια. Πόσες δραχμῆς κάνουν αὐτὰ;

ΣΧΕΣΕΙΣ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Α'. Τροπή δεκαδικῶν σὲ κλάσματα.

Γιὰ νὰ τρέψουμε ἓνα δεκαδικὸ ἀριθμὸ σὲ κλάσμα τοῦ σβύνουμε τὴν ὑποδιαστολή. Ὁ ἀκέραιος ποῦ μένει μπαίνει ἀριθμητής. Παρονομαστή βῆζομε τὴ μονάδα (1) μὲ τόσα μηδενικά, ὅσα δεκαδικὰ ψηφία εἶχε ὁ δεκαδικὸς ἀριθμὸς. π.χ.

$$0,25 = \frac{25}{100}, \quad 0,35 = \frac{35}{100}, \quad 0,3 = \frac{3}{10}, \quad 12,35 = \frac{1235}{100}$$

Σ η μ ε ί ω σ η. Ὄταν ὁ δεκαδικὸς ἀριθμὸς ἔχη καὶ ἀκέραιο μέρος καὶ δεκαδικό, τότε τὸ ἀκέραιο τμήμα μένει σὰν ἀκέραιος καὶ τὸ δεκαδικὸ γράφεται σὰν κλάσμα. Ἔτσι ἔχομε μικτὸ ἀριθμὸ. π.χ.

$$3,75 = 3 \frac{75}{100}, \quad 4,35 = 4 \frac{35}{100}, \quad 3,5 = 3 \frac{5}{10}, \quad 4,956 = 4 \frac{956}{1000}$$

Ἀ σ κ ῆ σ ε ι ς.

310) Τρέψετε σὲ κλασματικούς ἀριθμούς τοὺς κάτω δεκαδικούς

0,2	0,375	6,3	126 125
0,5	0,456	7,15	375,250
0,9	0,666	8,35	634,125
0,7	0,785	9,4	896 25
0,25	0,3956	12,45	425,50
0,37	0 8543	7,38	3,456
0,45	0,2315	6,56	4,857
0,99	0,678926	12,37	2,375

311) Γράψετε καὶ μὲ δεκαδικούς καὶ μὲ κλάσματα τὰ ποσὰ 5 μέτρα καὶ 9 δέκατα, 14 μέτρα καὶ 25 ἑκατοστὰ, 126 μέτρα καὶ 250 χιλιοστὰ.

312) 2 ὀκάδες καὶ μισή. 5 ὀκάδες καὶ ἑκατὸ δράμια, τρεῖς ὀκάδες καὶ τριακόσια δράμ., μισὴ ὀκά, ἑκατὸ δράμ., τριακόσια δράμια.

313) 8 κιλὰ καὶ 250 γραμμάρια, 75 κιλὰ καὶ 125 γραμμάρια, 781 κιλὰ καὶ 200 γραμμάρια.

Β'. Τροπή κλασμάτων σὲ δεκαδικούς.

Κάθε κλάσμα μπορεῖ νὰ γίνῃ δεκαδικὸς ἀριθμὸς. Γιὰ νὰ γίνῃ διαιροῦμε τὸν ἀριθμητὴ μὲ τὸν παρονομαστή. Τὸ πηλίκο εἶναι δεκαδικὸς ἀριθμὸς.

$$\frac{3}{4} = 30 \overline{)4} \quad \text{Ἄρα } \frac{3}{4} = 0,75. \quad \frac{4}{8} = 40 \overline{)8} \quad \alpha\alpha = 0,5$$

Άσκησης.

314) Να γίνουν δεκαδικοί αριθμοί τα κλάσματα:

$$α) \frac{4}{5}, \frac{5}{8}, \frac{2}{4}, \frac{6}{8}, \frac{4}{9}, \frac{7}{14}, \frac{21}{35}$$

$$β) \frac{6}{18}, \frac{7}{45}, \frac{9}{27}, \frac{3}{12}, \frac{4}{16}, \frac{8}{56}$$

$$γ) \frac{3}{9}, \frac{2}{8}, \frac{5}{10}, \frac{4}{12}, \frac{5}{25}, \frac{8}{16}$$

Πράξεις δεκαδικών αριθμών και κλασμάτων μαζί.

Για να προσθέσουμε, αφαιρέσουμε, πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε δεκαδικούς αριθμούς με κλάσματα ή τρέπομε όλους σε δεκαδικούς ή όλους σε κλάσματα π.χ.:

$$\frac{3}{4} + 0,25 = 0,75 + 0,25 \quad \eta \quad \frac{3}{6} \text{ και } 0,6 = \frac{3}{6} + \frac{6}{10}$$

Άσκησης

315) Προσθέστε τα κλάσματα:

$$α) \frac{3}{10} + 0,4 + \frac{5}{10} + 0,6 \quad β) \frac{4}{5} + 0,84 + \frac{25}{100} + \frac{1}{4} + 0,5$$

$$γ) \frac{2}{8} + 0,25 + \frac{7}{10} + \frac{4}{16} + 0,2 \quad δ) 4\frac{25}{100} + 3,75 + 8,50 + 2\frac{50}{100}$$

316) Αφαιρέστε τους αριθμούς:

$$α) 8,75 - 6\frac{2}{4} \quad 9,5 - 7\frac{2}{4} \quad β) 119\frac{2}{8} - 20,5 \quad 17,5 - 12\frac{1}{4}$$

$$γ) 6,1 - 2\frac{3}{10} \quad 18,5 - 9\frac{2}{10}$$

317) Πολλαπλασιάστε τους αριθμούς:

$$α) 0,75 \times \frac{2}{4} \quad 67,85 \times \frac{5}{10} \quad 8\frac{3}{4} \times 0,75 \quad 9\frac{75}{100} \times 0,25$$

$$γ) 12,25 \times \frac{3}{4} \quad 86,70 \times 0,7\frac{15}{100} \quad δ) 0,03 \times 0,04 \quad 6,05 \times 4,07$$

318) Διαιρέστε τους αριθμούς:

$$α) 125,55 : \frac{12}{100}, \quad 8,75 : \frac{3}{4} \quad β) 127,25 : \frac{15}{100}, \quad 8\frac{85}{100} : 0,05$$

$$γ) 95,25 : \frac{45}{100}, \quad 816,25 : 0,15 \quad δ) 13\frac{30}{100} : 4,20, \quad 0,75 : \frac{3}{4}$$

$$ε) 16\frac{3}{7} : 3,5, \quad 81\frac{4}{5} : 13,7$$

Διάφορα προβλήματα.

319) Ένας γεωργός έβγαλε 2.000 δκ. σάρι. Από αυτές τὸ $\frac{1}{8}$ πούλησε πρὸς 1 200 δρχ. τὴν δκά, τὰ $\frac{2}{4}$ πρὸς 1 400 δρχ. καὶ τὶς ὑπόλοιπες κράτησε γιὰ τὸ σπίτι του. Πόσες δκάδες πούλησε, β) πόσες δκάδες κράτησε γιὰ τὸ σπίτι του, γ) πόσα χρήματα πῆρε ἀπ' αὐτὲς ποὺ πούλησε ;

320) Σαράντα ἐργάτες ἔσκαψαν ἓνα ἀμπέλι σὲ 15 μέρες. Γιὰ ἀμοιβή τους πῆραν 215.000 δρχ. μετρητὰ καὶ 80 δκ. λάδι ποὺ τὸ πούλησε πρὸς 6 200 δρχ. τὴν δκά. Πόσο τοῦ ἦλθε τὸ μεροκάματο ;

321) Ένας λαδέμπορος ἔχει διαθέσει 75.089 400 δρχ. γιὰ ἀγορὰ λαδιοῦ πρὸς 5.080 δρχ. τὴν δκά. Πόσες δκάδες λαδιοῦ ἀγόρασε μὲ τὰ χρήματα αὐτὰ ;

322) Δυὸ ἄνθρωποι μοιράστηκαν 300.000 δραχμές. Ὁ πρῶτος πῆρε τὰ $\frac{2}{6}$ καὶ ὁ δεῦτερος τὰ $\frac{16}{24}$. Πόσες δραχμές πῆρε ὁ καθένας ;

323) Ένας εἶχεν ἓνα σπίτι σὲ μιὰ ἐπαρχιακὴ πόλη. Τὸ πούλησε γιὰ 3.000 δκ. λάδι. Γιὰ λάδι τὸ πούλησε πρὸς 6.500 δρχ. τὴν δκά, γιὰ ν' ἀγοράσῃ σιτὴν Ἀθήνα ἓνα σπίτι. Τοῦ ζητοῦν ὅμως γιὰ τὸ σπίτι 200 λίρες κ' εἶχε ἡ λίρα 150.000 δρ. Πόσες δραχμὲς θέλει ἀκόμη γιὰ νὰ ἀγοράσῃ τὸ σπίτι ;

324) Ένας ἔμπορος ἀγόρασε ἀπὸ τὸ Ρέθυμνο 1785 δκ. λάδι πρὸς 4.200 δρ. τὴν δκά. Τοῦ στοίχισε ἡ δκά μεταφορικὰ καὶ φόροι κλπ. ἄλλες 1100 δρ. Τὸ πούλησε 6.100 χονδρικῶς. Πόσο κέρδισε ;

325) Ἡ ἀπόσταση ἀπὸ τὴν Ἀθήνα ὡς τὴ Θεσσαλονίκη μὲ ἀμάξι εἶναι 604 χιλ. Σὲ πόσες ὥρες θὰ φτάσῃ ἓνα αὐτοκίνητο ἀν τρέχῃ 34,5 χιλ. τὴν ὥρα ;

326) Ένας τόνος ἔχει $781\frac{1}{4}$ δκ. Πόσες δκάδες εἶναι οἱ $27\frac{2}{4}$ τόνοι ;

327) Ένα κιλὸ ἔχει $312\frac{1}{2}$ δράμια. Πόσα κιλὰ εἶναι 24.375 δράμια ;

328) **Γιὰ νὰ τρέψουμε κιλὰ σὲ δκάδες πολλαπλασιάζουμε τὰ κιλὰ μὲ τὸ 0,78**

Μπορεῖτε τώρα νὰ μοῦ πῆτε πόσες δκάδες εἶναι 178 κιλὰ ;

329) Δυὸ ομάδες ὄρειβατῶν κίνησαν νὰ ἀνεβθοῦν στὶς 4 τὸ πρωὶ ἢ μιὰ στὸν Ὀλυμπο καὶ ἡ ἄλλη στὴ Γκιώνα. Ἡ πρώτη ὀμάς τοῦ Ὀλύμπου ἔχει ἀνεβῆ 2.918 μ., κὶ ἀνεβαίνει 550 μέτρα τὴν ὥρα. Ἡ ἄλλη ὀμάς τῆς Γκιώνας ἔχει ἀνεβῆ 2.510 μ. ὕψος

καὶ ἀνεβαίνει 502 μ. τὴν ὥρα. Ποιὰ ὥρα θὰ ἔχει ἀνεβῆ ἡ κάθε μιὰ ομάδα στὴν κορυφή τοῦ ὄρους;

330) Τρεῖς συνέταιροι ἀγόρασαν 78 ὄκ. τυρὶ πρὸς 9.800 δρ. τὴν ὀκὰ καὶ τὸ πούλησαν πρὸς 12.600 δρ. τὴν ὀκὰ. Ἀπὸ τὰ κέρδη ὁ πρῶτος πῆρε τὸ $\frac{1}{3}$ ὁ δεῦτερος τὰ $\frac{2}{4}$ καὶ ὁ τρίτος τὰ ὑπόλοιπα.

πα. Πόσες δραχμὲς πῆρε ὁ καθένας;

331) Ἐνας μπακάλης ἀγόρασε δυὸ σακιά ρύζι. Τὸ πρῶτο εἶχε 24 ὄκ. καὶ στοίχησε 120.000 δρ. τὸ δεῦτερο ζύγιζε 32 ὄκ. καὶ στοίχιζε 166.400 δρ. Ποιὸ σακὶ ἀγοράστηκε ἀκριβότερα;

332) Ἐνας ἐργάτης παίρνει τὴν ἡμέρα 7.500 δραχμὲς. Ἀπ' αὐτὲς ἀφήνει $\frac{5}{100}$ γιὰ τὶς κοινωνικὲς ἀσφαλίσεις καὶ $\frac{12}{100}$ γιὰ ἄλλες κρατήσεις. Τί ποσοστὸ τοῦ μένει καθαρό;

333) Μιὰ νοικοκυρὰ πῆρε χιτὲς $\frac{3}{8}$ τῆς ὀκᾶς λάδι καὶ ἔδωκε 3.000 δραχμὲς. Σήμερα πῆρε $\frac{1}{4}$ τῆς ὀκᾶς καὶ ἔδωκε 1750 δρ. Ποιὰ μέρα τὸ λάδι ἦταν ἀκριβότερο;

334) Ὁ Γεώργιος πῆρε τὰ $\frac{2}{4}$ τοῦ δεκαχίλιου, ἡ Καίτη τὰ $\frac{2}{8}$ ὁ Νίκος τὰ $\frac{3}{12}$. Ποιὸς πῆρε τὰ ποιὸ πολλά;

335) Ὁ ἦχος ὅπως ξέρετε τρέχει, 340 μ. τὸ δευτερόλεπτο. Ἐνας ξυλοκόπος κόβει μακρὰ ξύλα. Ἀφ' οἴτου θὰ κτυπήσῃ τὸν κορμὸ τοῦ δέντρου ὡς πού νὰ ἀκουστῇ ὁ ἦχος πέρασαν 8 δευτερόλεπτα. Πόση εἶναι ἡ ἀπόσταση;

336) Ὅπως ξέρετε ἡ γεωγραφικὴ μοῖρα σημαίνει 111 χιλιόμετρα. Τὸ γεωγραφικὸ πλάτος τῆς Ἀθῆνας εἶναι 38°. Πόση εἶναι ἡ ἀπόσταση ἀπὸ τὸν Ἰσημερινὸ ὡς τὴν Ἀθήνα;

337) Στὴν τάξη σας εἶστε 35 παιδιά. Θὰ προαχθοῦν τὰ $\frac{5}{6}$ Πόσοι μαθηταὶ θὰ προαχθοῦν καὶ πόσοι θὰ μείνουν στάσιμοι;

338) Ἀπὸ τὰ λεφτὰ πού φέρατε γιὰ τὰ ἐνδεικτικὰ σας τὸ $\frac{1}{5}$ εἶναι χαρτόσημο τὰ $\frac{2}{30}$ γιὰ τὸ ἐνδεικτικὸ, τὸ $\frac{1}{6}$ γιὰ τὴν ἐπιστάτισσα τοῦ σχολείου σας καὶ τὰ ὑπόλοιπα γιὰ τὸ σχολικὸ ταμεῖο. Ἄν γιὰ τὸ ἐνδεικτικὸ σας φέρατε 5.000 δρ. πόσο ἀναλογεῖ γιὰ τὸ χαρτόσημο, πόσο γιὰ τὸ ἐνδεικτικὸ, πόσο γιὰ τὴν ἐπιστάτισσα καὶ πόσο γιὰ τὸ σχολικὸ ταμεῖο;

Τ Ε Λ Ο Σ



0020560633

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΒΟΥΛΗΣ

Μηχανητοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



