Υ 69 ΠΑΒ

Ε. ΜΙΧΑΗΛΙΔΟΥ

Μιχαηλίδου (Ε.)

Ο
ΜΙΚΡΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΗΣ
ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

2

ΔΙΑ ΜΑΘΗΤΑΣ ΔΗΜΟΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ
ΚΑΙ ΚΑΤΩΤΕΡΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ
ΚΑΤΑ ΤΑΣ ΑΡΧΑΣ ΤΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΚΔΟΣΙΣ 6η
Μὲ βελτιώσεις καὶ προσθῆκες

ΣΥΝΙΣΤΑΤΑΙ ΠΑΡΑ ΤΟΥ ΥΠΟΥΡΓΕΙΟΥ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΙΔΚ

20.008

ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ
ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΝ ΤΗΣ "ΕΣΤΙΑΣ„
ΙΩΑΝΝΟΥ Δ. ΚΟΛΛΑΡΟΥ ΚΑΙ ΣΙΑΣ Α.Ε.
38 - ΟΔΟΣ ΤΣΩΡΤΣΙΛ - 38
1946

002
ΚΛΣ
ΣΤ2Α
659

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ч 69 ΠΔΒ

Ε. ΜΙΧΑΗΛΙΔΟΥ

Μιχαηλίδου (Ε)

Ο ΜΙΚΡΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΗΣ

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΔΙΑ ΜΑΘΗΤΑΣ ΔΗΜΟΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ
ΚΑΙ ΚΑΤΩΤΕΡΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ
ΚΑΤΑ ΤΑΣ ΑΡΧΑΣ ΤΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΚΔΟΣΙΣ 6η
Μὲ βελτιώσεις καὶ προσθῆκες

ΣΥΝΙΣΤΑΤΑΙ ΠΑΡΑ ΤΟΥ ΥΠΟΥΡΓΕΙΟΥ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

κατεχωρίσθη εις το ειδ. βιβλ. δωρεών
ὑπ' αὐξ. ἀριθ. 326 8/11/46

ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ
ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΝ ΤΗΣ "ΕΣΤΙΑΣ"
ΙΩΑΝΝΟΥ Δ. ΚΟΛΛΑΡΟΥ ΚΑΙ ΣΙΑΣ Α.Ε.
38 - ΟΔΟΣ ΤΣΩΡΤΣΙΛ - 38
1946

20.008

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

002
ΚΠΕ
ΕΠΩΑ
659

Τὰ γνήσια ἀντίτυπα φέρουν τὴν σφραγῖδα τοῦ βιβλιοπωλείου τῆς «Ἑστίας».

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΝ ΕΣΤΙΑΣ
Ι. Δ. ΚΟΛΛΑΡΟΥ & Σ^ΑΣ
Α. Ε.
ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ

Τυπ. «Ἑλληνικῆς Ἐκδοτικῆς Ἑταιρείας» Α.Ε.—Τεχν. Διεύθ. Ι. Μ. Σκαζίκη
Ἀθῆναι, ὁδὸς Παπαδιαμαντοπούλου, 44

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ὁ **Μικρὸς Γεωμέτρης** ἔχει συνταχθῆ σύμφωνα μὲ τὶς ἀρχὲς τῆς Ἐλευθέρας πνευματικῆς ἐργασίας. Δὲν εἶναι βιβλίο θεωρητικὸ ἢ δογματικό. Ὠθεῖ τὸν μαθητὴ καὶ τὸν διευκολύνει σὲ ἔρευνα. Ἐρευνώντας ὁ μαθητὴς μαθαίνει καὶ κατανοεῖ τὶς ἀπαραίτητες γιὰ τὸν πρακτικὸ βίο γεωμετρικὲς γνώσεις. Ἐργάζεται κ' ἐκθέτει μὲ σαφήνεια ὅ,τι ἐπιτυχαίνει.

Ὁ **Μικρὸς Γεωμέτρης** περιέχει πλῆθος ἀσκήσεις τερπνές, ὠφέλιμες καὶ κατάλληλες γι' ἀπασχολήσεις στὶς σχολικὲς ἐκδρομές. Περιέχει ἀκόμα ξεχωριστὰ κεφάλαια γιὰ τὰ κορίτσια, μὲ ἐφαρμογὲς στὴ γυναικεία χειροτεχνία, ποὺ πρώτη φορὰ ἐμφανίζονται σ' ἑλληνικὴ Γεωμετρία.

Ἡ 6η αὐτὴ ἔκδοση μαρτυρᾶ γιὰ τὴ χρησιμότητα τοῦ ἔργου καὶ τὴν εὐμενῆ του ὑποδοχὴ ἀπὸ μέρος τοῦ Διδασκαλικοῦ κόσμου, τὸν ὁποῖο εὐχαριστοῦμε θερμά.

ΟΙ ΕΚΔΟΤΕΣ

Ι. Δ. ΚΟΛΛΑΡΟΣ & Σια

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

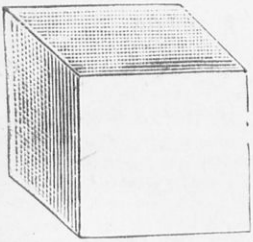
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ο ΜΙΚΡΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΗΣ

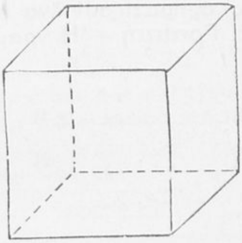
Ι. ΚΥΒΟΣ

1. **Τὰ διάφορα μέρη τοῦ κύβου.**—Τὸ σ τ ε ρ ε ὸ * τοῦ Σχήματος 1 λέγεται ***κῦβος***. Ὁ κῦβος φαίνεται, ὅτι εἶναι ***κανονικὸ σῶμα***.

Ὁ κῦβος ἔχει 6 ἐπιφάνειες ***ἐπίπεδες***. Ἡ ἐπίπεδος ἐπιφάνεια ** λέγεται καὶ ***ἕδρα***. ***Ὁ κῦβος λοιπὸν ἔχει 6 ἕδρες*** (σχ. 2).

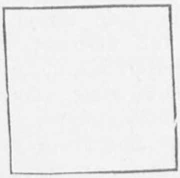


Σχ. 1.

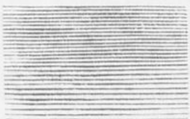


Σχ. 2.

Ἀκουμπῶ μιὰ ἕδρα πάνω σ' ἕνα φύλλο χαρτὶ καὶ χαράζω γύρω. Ἔτσι γράφω ἕνα σχῆμα (σχ. 3). Πάνω στὸ σχῆμα αὐτὸ βάζω καὶ τὶς ἄλλες ἕδρες τοῦ κύβου καὶ βλέπω, ὅτι «ὅλες οἱ ἕδρες τοῦ κύβου εἶναι ἴσες ἡ μιὰ μὲ τὴν ἄλλη». Ὁ



Σχ. 3.



Σχ. 4.

---

* Τὰ **σώματα** εἶναι α') στερεά, ὑγρὰ ἢ ἀέρια· β') κανονικὰ (βιβλίο, μολύβι, σφαῖρα...) ἢ ἀκανόνιστα (πέτρες, δένδρα...).

** Ἡ **ἐπιφάνεια** (τὸ ἐξωτερικὸ μέρος τῶν σωμάτων) εἶναι ὁμαλὴ ἢ ἀνώμαλη. Καὶ ἡ **ὁμαλὴ** ἐπιφάνεια εἶναι: κυρτὴ (σὰν τὴν ἐπιφάνεια τοῦ αὐγοῦ) ἢ ἐπίπεδη (σὰν τὴν ἐπιφάνεια τοῦ καθρέφτη).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κῦβος λοιπὸν εἶναι *κανονικὸ* σῶμα· εἶναι *γεωμετρικὸ στερεό*.

Ἐκεῖ ποὺ τελειώνει μιὰ ἕδρα καὶ ἀρχίζει ἄλλη, λέγεται *ἀκμὴ* ἢ *κόψη*. *Ὁ κύβος ἔχει 12 κόψες*, ἀπὸ 4: πάνω, κάτω καὶ στὰ πλάγια (σχ. 2).

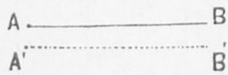
Ἡ κάθε κόψη ἔχει δυὸ πέρατα. Ἐκεῖ ποὺ τελειώνει μιὰ κόψη καὶ ἀρχίζει ἄλλη λέγεται *κορυφή*. *Ὁ κῦβος ἔχει 8 κορυφὲς* (σχ. 2).

Ἡ κορυφὴ εἶναι ἕνα *σημεῖο*. Πολλὰ σημεῖα στὴ σειρὰ σχηματίζουν μιὰ *γραμμὴ* .... Τὰ πέρατα τῶν ἐπιφανειῶν εἶναι γραμμές.

Καὶ οἱ κόψεις εἶναι γραμμές. *Ἡ κάθε ἕδρα τοῦ κύβου τελειώνει σὲ 4 γραμμές*.

Πολλὲς γραμμὲς μαζὶ σχηματίζουν μιὰ *ἐπιφάνεια* (σχ. 4) καὶ πολλὲς ἐπιφάνειες, ἕνα *σῶμα*, καθὼς π.χ. 6 ἐπιφάνειες (ἴσες) σχηματίζουν ἕνα *κῦβο*.

2. **Γραμμή**.—Ἡ γραμμὴ εἶναι ἢ *εὐθεῖα* (σχ. 5), (ὅπως



Σχ. 5.

Σχ. 6.

οἱ γραμμὲς τοῦ κύβου) ἢ *καμπύλη* (σχ. 6), (ὅπως ἡ γραμμὴ τοῦ κομμένου μὲ τὸ μαχαίρι πορτοκαλιοῦ ἢ αὐγοῦ).

ΣΗΜ. Στὴ γεωμετρία τὰ σημεῖα, τὶς γραμμὲς καὶ τὶς ἐπιφάνειες, ὀνομάζομε, γιὰ νὰ ξεχωρίσωμε τὸ ἕν' ἀπὸ τὸ ἄλλο, μὲ τὰ γράμματα τοῦ ἀλφαβήτου. Λέμε π.χ.: τὸ σημεῖο Δ, ἡ γραμμὴ ΓΔ, ἡ ἐπιφάνεια αβγδ κ.ο.κ.

Ὅλες οἱ εὐθεῖες δὲν ἔχουν πάντοτε τὴν ἴδια διεύθυνση. Ἀπὸ τὶς εὐθεῖες τοῦ κύβου μου π.χ. ἄλλες διευθύνονται ἀπὸ τ' ἀριστερὰ πρὸς τὰ δεξιὰ καὶ ἄλλες ἀπὸ πάνω πρὸς τὰ κάτω. Μερικὲς πάλιν εὐθεῖες, ὅπως τοῦ πίνακος, τοῦ γραφείου τοῦ θρανίου, τῆς στέγης τῶν σπιτιῶν κ.λ.π. ἔχουν ἄλλη διεύθυνση, ποὺ διαφέρει ἀπὸ τὶς διευθύνσεις τῶν εὐθειῶν τοῦ κύβου. Κ' ἔτσι ξεχωρίζω τριῶν εἰδῶν εὐθεῖες:

α') *τὴν ὁριζόντια εὐθεῖα* (σχ. 8 αβ· ὁριζόντια διεύθυνση ἔχει ἀκριβῶς τὸ ραβδὶ τῆς ζυγαριᾶς, ὅταν καὶ στοὺς δυὸ δίσκους της βάλουν ἴσα βάρη).

β') *τὴν κάθετη ἢ κατακόρυφη εὐθεῖα* (σχ. 8 γδ· κάθετη διεύθυνση ἔχει ἀκριβῶς τὸ νῆμα τῆς στάθμης).

ΣΗΜ. Ἡ *στάθμη* (σχ. 7) εἶναι βαρίδι δεμένο στὴν ἄκρη νήματος. Κρατῶ τὸ νῆμα ἀπὸ τὴν ἐλεύθερή του ἄκρη κι ἀφίνω τὸ βαρίδι πρὸς τὰ κάτω. Ὕστερα ἀπὸ λίγες κινήσεις (ταλαντεύσεις), τὸ βαρίδι μένει ἀκίνητο· τότε τὸ νῆμα ἔχει κάθετη ἀκριβῶς διεύθυνση.

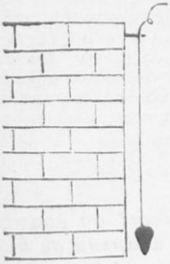
Τὸ νῆμα τῆς στάθμης μεταχειρίζονται οἱ κτίστες, σὰν θέλουν νὰ στήσουν στῦλο κάθετα ἢ σὰν χτίζουν τοῖχο (σχ. 7).

γ') *τὴν πλάγια* (σχ. 8 εζ) ἢ κεκλιμένη (γυρτή).

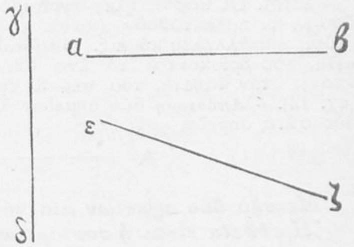
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὁ κῦβος ἔχει 8 ὁριζόντιες καὶ κάθετες εὐθεῖες (πλάγιες δὲν ἔχει).

Καὶ ἡ *ἐπίπεδη ἐπιφάνεια* εἶναι ἐπίσης τριῶν εἰδῶν: α') *ὁριζόντια*· ἡ πάνω καὶ κάτω ἕδρα τοῦ κύβου, ἡ ὀροφὴ καὶ τὸ πάτωμα τοῦ δωματίου κ.λ.π.



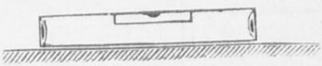
Σχ. 7.



Σχ. 8.

β') *κάθετη*· οἱ λοιπὲς 4 ἕδρες τοῦ κύβου καὶ οἱ τοῖχοι· καὶ γ') *κεκλιμένη* (γυρτή)· τὸ γραφεῖο τοῦ θρανίου κ.λ.π.

ΣΗΜ. Ὁριζόντια ἐπιφάνεια ἔχει ἀκρικῶς ἡ ἐλεύθερη ἐπιφάνεια νεροῦ ποὺ ἀκινητεῖ καὶ βρίσκεται σὲ μικρὴ ποσότητα· ἐνῶ οἱ ἐπιφάνειες τῶν θαλασσῶν εἶναι καμπύλες. (Γιατί;) Τὴν ὁριζόντια ἐπιφάνεια ἐξελέγχομε μὲ τὴν *ἀεροστάθμη* (σχ. 9) καὶ τὴν κάθετη, μὲ τὸ νῆμα τῆς στάθμης (σχ. 7). Πρόχειρη ἀεροστάθμη φτειάνω μὲ γυάλινο σωληνάρι μισογεμισμένο μὲ νερό, καὶ στάθμη, μὲ σπάγγο καὶ πέτρα.

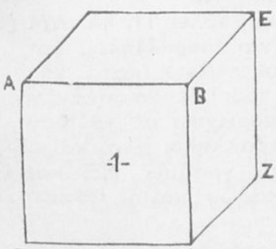


Σχ. 9.

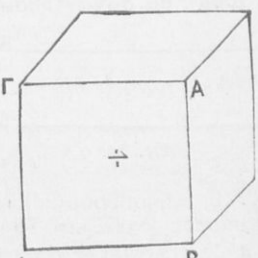
3. Εὐθεῖες ἀνὰ δύο.—Ἐξετάζω τὶς εὐθεῖες ***ἀνὰ δύο*** (σχ. 10 καὶ 11) καὶ βρίσκω, ὅτι οἱ εὐθεῖες (οἱ κόψεις) τοῦ κύβου εἶναι:

α') ἡ μία κάθετη πάνω στὴν ἄλλη.

β') ἴσες ἀναμεταξύ τους.



Σχ. 10.



Σχ. 11.

ΣΗΜ. Οἱ ἰσόμηκες εὐθεῖες ἐφαρμόζουν ἀκριβῶς ἡ μία πάνω στὴν ἄλλη — ἂν συμπέσουν οἱ ἄκρες των. —Ὄχι μόνο εὐθεῖες, ἀλλὰ καὶ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

καμπύλες, ἢ εὐθεῖες καὶ καμπύλες ἀκόμα, μποροῦν νὰ εἶναι ***ἴσες*** — ἂν ἔχουν τὸ ἴδιο μάκρος.

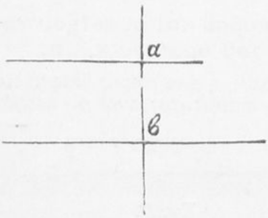
Μιὰ γραμμὴ μπορεῖ νὰ εἶναι ὄχι μόνο ἴση, ἀλλὰ καὶ ***μεγαλύτερη*** ἢ ***μικρότερη*** ἀπὸ μιὰ ἄλλη, καί:

γ΄) ***Παράλληλες ἀνὰ δύο*** (οἱ ἀπέναντι).

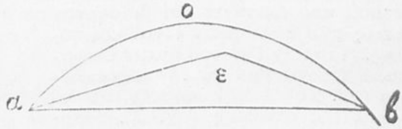
ΣΗΜ. Οἱ παράλληλες (γραμμὲς ἢ ἐπιφάνειες) δὲν συναντῶνται· ὅσο κι ἂν προεκταθοῦν (κατὰ τὴ διεύθυνσή τους). Ὁ κῦβος ἔχει 6 ζεύγη παράλληλες κόψεις. ***Ἀντίστοιχα*** ἢ ἀντικρινὰ λέγονται ***δύο σημεῖα,*** ποὺ βρίσκονται τὸ ἕνα ἀκριβῶς ἀπέναντι στ' ἄλλο, δηλαδὴ «πάνω στὴν κάθετη, ποὺ περνᾶ ἀνάμεσα στὰ δυὸ αὐτὰ σημεῖα» (σχ. 12). — ***Ἀπόσταση*** δύο σημείων λέγεται ἡ εὐθεῖα, ποὺ ἑνώνει τὰ δύο αὐτὰ σημεῖα, καθώς:

A ——————— B

Μεταξὺ δύο σημείων μία μόνη εὐθεῖα μπορεῖ νὰ γραφῆ. Ἡ εὐθεῖα εἶναι ἡ συντομώτερη ἀπόσταση ἀνάμεσα σὲ δυὸ σημεῖα· ὥστε, ἂν ἀνάμεσα σὲ δυὸ σημεῖα (α καὶ β, σχ. 13)



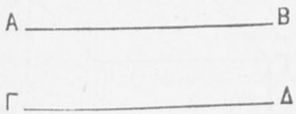
Σχ. 12.



Σχ. 13.

ὑπάρχουν π.χ. τρεῖς δρόμοι (αβ, αεβ, αοβ), θὰ προτιμήσω τὸ δρόμο αβ ὡς συντομώτερο.

Οἱ εὐθεῖες ΑΒ καὶ ΓΔ (σχ. 14) εἶναι ***παράλληλες,*** ἐνῶ οἱ εὐθεῖες ΕΖ καὶ ΗΘ (σχ. 15) δὲν εἶναι παράλληλες, ἀλλὰ ***κεκλιμένες*** (γυρτές)· καί, ἂν τὶς προεκτείνω (κατὰ τὴ διεύθυνσή τους), θὰ συναντηθοῦν στὸ σημεῖο Χ.



Σχ. 14.

Οἱ καμπύλες ΙΚ καὶ ΛΜ (σχ. 16) εἶναι ***παράλληλες,*** καί, ἂν τὶς προεκτείνω (κατὰ τὴ διεύθυνσή τους), δὲν θὰ συναντηθοῦν· (τὸ ἀποδείχνω μὲ τὸ διαβήτη).

Παράλληλοι εἶναι καὶ οἱ ***ἑλικοειδεῖς*** γραμμὲς ΝΞ καὶ ΟΠ (σχ. 18, σιδηροδρομικοὶ ράβδοι), καθὼς καὶ οἱ ***τεθλασμένες*** (τσακιστὲς ΡαεΣ καὶ ΤσοΥ.

4. **Ἐπιφάνειες ἀνὰ δύο.**—Ἐξετάζω καὶ τὶς ***ἕδρες*** τοῦ κύβου ***ἀνὰ δύο*** καὶ βρίσκω τὶς ἴδιες σχέσεις ποὺ βρῆκα καὶ στὶς κόψεις του.

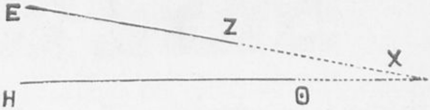
α΄) Οἱ ἕδρες τοῦ κύβου εἶναι ἡ μία κάθετη πάνω στὴν ἄλλη.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

β΄) Ἴσες ἀναμεταξύ τους.

ΣΗΜ. Δύο ἐπιφάνειες λέγονται ἴ σ ε ς, ἄν, ὅταν θέσω τὴ μιὰ πάνω στὴν ἄλλη, συμπέσουν ἀκριβῶς τὰ πέρατά τους. Μιὰ ἐπιφάνεια εἶναι μεγαλύτερη (ἢ μικρότερη) ἀπὸ μιὰ ἄλλη, ἄν ἔχη ἔκταση (ἄπλωμα) μεγαλύτερη (ἢ μικρότερη) ἀπὸ τὴ δεύτερη (παραδείγματα), καὶ

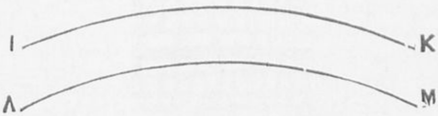
γ΄) ***παράλληλες ἀνὰ δύο*** (οἱ ἀντικρινὲς ἕδρες).



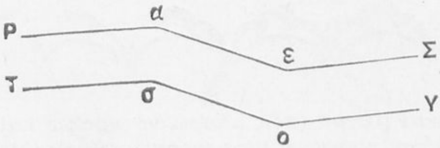
Σχ. 15.

Ὁ κύβος ἔχει 3 ζεύγη παράλληλες ἕδρες.

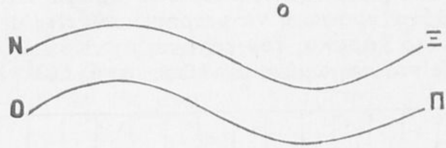
Παράλληλα λέγονται δύο (ἢ περισσότερα) ἐπίπεδα, ἄν



Σχ. 16.



Σχ. 17.



Σχ. 18.

ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ἑνὸς βρίσκονται σὲ ἴδη ἀπόσταση ἀπὸ τ' ***ἀντίστοιχα*** (τ' ἀντικρινὰ) σημεῖα τοῦ ἄλλου (παραδείγματα).

Γιὰ τὰ κορίτσια

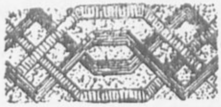
Τὰ σχήματα α΄, β΄, γ΄, δ΄, γίνονται μὲ γραμμὲς ***εὐθεῖες*** (ὁριζόντιες, κάθετες, γυρτές), ***παράλληλες*** καὶ ***μεικτ ὲς***(δηλ. εὐθεῖες καὶ καμπύλες μαζί). Τὸ σχ. α΄ δείχνει βελονιὰ ραπτικῆς (εἶδος ψαροκόκκαλο), τὸ Σχ. β΄ μαίανδρο, τὸ Σχ. γ΄ γαρνιτούρα μὲ παράλληλες εὐθεῖες, τὸ Σχ. δ΄ δαντέλλα, τὸ σχ. ε΄ φεστόνι . . . καὶ χρησιμοποιοῦνται γιὰ γαρνιρίσματα (στολίδια) φορεμάτων, ἀσπρόρρουχων, ἐπικαλυμμά-

Σχ. α΄

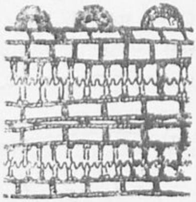
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

των κ.ο.κ. (Γιὰ τὰ εἴδη τῶν βελονιῶν βλέπε στὸ τέλος τοῦ Βιβλίου τὸ παράρτημα γιὰ τὰ κορίτσια).

Σχ. β′



Σχ. γ′

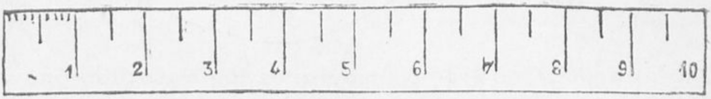


Σχ. δ′

Σχ. ε′

5. **Ρήγα καὶ μέτρο** (πῶς μπορῶ νὰ γράφω καὶ νὰ μετρῶ εὐθεῖες). Γιὰ να γράψω ἢ νὰ μετρήσω ***εὐθεῖες*** μεταχειρίζομαι τὴ ***ρήγα*** (τὸ χάρακα, τὸν κανόνα, σχ. 19).

Ἡ ρήγα εἶναι καμωμένη συνήθως ἀπὸ ξύλο λεπτό, μα-



Σχ. 19.

κρουλὸ καὶ λίγο πλατύ. Ἔχει μάκρος (μῆκος) 2-3 σπιθαμὲς καὶ φάρδος (πλάτος) 1-2 δάχτυλα, καὶ τὸ ἴδιο φάρδος ἀπὸ τὴ μιὰ ἄκρη ὡς τὴν ἄλλη.

Σὲ μιὰ ἀπὸ τὶς (πλατειὲς) ἐπιφάνειές της ὑπάρχουν ***διαιρέσεις κανονικὲς*** (χωρίσματα σὲ ἴσες ἀποστάσεις) πάνω στὶς διαιρέσεις εἶναι σημειωμένοι ἀριθμοὶ (0, 1, 2, 3 . . .). Ἡ ἀπόσταση ἀπὸ τὸ 0 ὡς τὸ 1, ἀπὸ τὸ 1 ὡς τὸ 2 . . . λέγεται ***δάχτυλος*** (πόντος, ἑκατοστόμετρο). Ὁ κάθε δάχτυλος εἶναι χωρισμένος σὲ 10 ἴσα μέρη (σὲ 10 ***γραμμές***). Μῆκος 10 δάχτυλα λέγεται ***παλάμη*** καὶ μῆκος 10 παλάμες λέγεται ***μέτρο***.

Λοιπόν :

10 γραμμὲς κάνουν ἕνα ***δάχτυλο***	ἢ	10 γρ.	=1 δ.
10 δάχτυλα (ἢ 100 γρ) μιὰ ***παλάμη***	ἢ	10 δ.	=1 π.
10 παλάμες (ἢ 100 δ. ἢ 1000 γρ.) ***ἕνα μέτρο***	ἢ	10 π.	
		100 δ.	=1 μ.
		1000 γρ.	

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

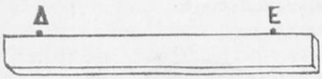
ὥστε 1 μ. διαιρεῖται:

σὲ 10 παλάμες
σὲ 100 δάχτυλα
καὶ σὲ 1000 γραμμές.

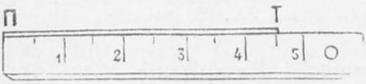
ΣΗΜ. Τὸ μέτρο ὑπολογίσθηκε ἀπὸ τὸν *Ἰσημερινὸ* τῆς γῆς. (βλ. ὑδρόγειο σφαῖρα). Μέτρησαν τὸν Ἰσημερινό, τὸν ἐμοίρασαν σὲ 40 ἑκατομμύρια ἴσα μέρη καὶ τὸ $\frac{1}{40.000.000}$ ὀνόμασαν μ έ τ ρ ο.

Μὲ τὴ ρήγα μπορῶ νὰ μετρῶ τὴν ἀπόσταση δύο σημείων (σχ. 20, Δ καὶ Ε), νὰ γράψω εὐθεῖα ἀπὸ ἕνα σημεῖο σὲ ἄλλο καὶ νὰ μετρήσω εὐθεῖες * (σχ. 21).

Οἱ ἐργάτες σέρνουν εὐθεῖες σὲ τοίχους ἢ σανίδια μὲ τὸ *ράμμα* (σπάγγο βαμμένο σὲ κόκκινο χρῶμα, σχ. 22) καὶ πάνω στὸ ἔδαφος, μὲ σχοινὶ τεντωμένο ἀνάμεσα σὲ δυὸ ξύλα ἢ καρφιὰ (σχ. 23α').



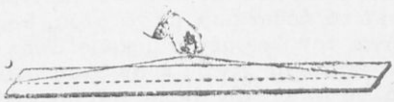
Σχ. 20.



Σχ. 21.

Μὲ τὸ μέτρο (σχ. 24) μετρῶ μεγαλύτερες ἀποστάσεις καὶ γιὰ μεγάλες ἀποστάσεις μεταχειρίζομαι τὴ *(μετρο)ταινία* (σχ. 25) (δείχνω καὶ μετρῶ).

Τὶς πολὺ μεγάλες ἀποστάσεις (δρόμους δημόσιους, σιδηρόδρομους, σύνορα κ.τ.δ. μετροῦν καὶ σημειώνουν μὲ τὸ ***χιλιόμετρο*** ἢ τὸ ***στάδιο*** (μῆκος 1000 μέτρα). Τὸ χιλιόμετρο γιὰ τὸν πεζοπόρο εἶναι δρόμος 15 λεπτῶν τῆς ὥρας. Οἱ γεωμέτρες, τὴν ἀπόσταση 5



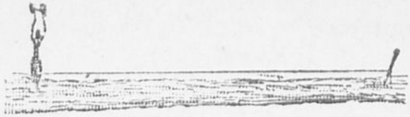
Σχ. 22.

χιλιομέτρων (= 5 χλμ.) ὁρίζουν γιὰ ***μιὰ ὥρα***, ἐνῶ ὁ συνήθης ἄνθρωπος, μὲ ὁδοιπορικὸ βῆμα (77 ἑκατοστὰ ἄνοιγμα ποδιῶν κατὰ τὸ βάδισμα), διατρέχει 4 χιλιόμετρα σὲ μιὰ ὥρα.

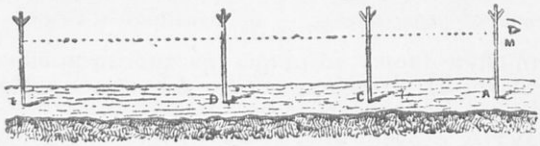
---

* Προσέχω νὰ εἶναι τὸ μολύβι μου μυτερωμένο, νὰ τοποθετῶ τὴ ρήγα κάτω ἀπὸ τὰ σημεῖα (καὶ τὶς εὐθεῖες), νὰ κρατῶ τὸ μολύβι (ἢ τὴ γραφίδα) σχεδὸν κάθετα καὶ νὰ τὸ σέρνω ***κολλητὰ*** μὲ τὴν κόψη τῆς ρήγας. Τοὐναντίον ἂν ἡ γραφίδα μου ἔχει μελάνη, προσέχω νὰ κρατιέται σὲ μικρὴ ἀπόσταση, γιὰ ν' ἀποφύγω τὸ μελάνωμα, ἐκτὸς ἂν ἔχω κατάλληλη ρήγα γιὰ μελάνη (ἐπίδειξη τέτοιας ρήγας μὲ στρογγυλευμένη καὶ σκαλισμένη κόψη, καθὼς καὶ εἰδικὴ γραφίδα γιὰ μελάνη). Ἂν τοποθετήσω τὴ ρήγα ἀπὸ τὸ πάνω μέρος τῶν σημείων (ἢ τῆς εὐθείας) θ' ἀναγκασθῶ νὰ σύρω τὴ γραμμὴ ἀπὸ τὸ κάτω μέρος. Ἔτσι ὅμως πολὺ δύσκολα ἐπιτυχαίνω νὰ περάση ἡ εὐθεῖα ἀπὸ τὰ δύο σημεῖα (ἢ καὶ νὰ γράψω παράλληλη εὐθεῖα σὲ μιὰ ἄλλη).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



Σχ. 23 α'.



Σχ. 23 β'.
Εὐθυγραμμία δενδροστοιχίας.

Σχ. 24

Σχ. 25

Ἐλεύθερες ἐργασίες.—Ἐκτιμήσεις.

Α') Ἐμέτρησα, ἐσημείωσα καὶ ξεύρω νὰ ἐκτιμῶ μικρὲς καὶ μεγάλες ἀποστάσεις μὲ τὸ *μάτι* μου, νὰ προσδιορίζω, κατὰ προσέγγιση, τὸ πλάτος, τὸ μῆκος, τὸ ὕψος, τὸ βάθος διαφόρων ἀντικειμένων καὶ ἀποστάσεων, καὶ νὰ ἐξακριβώνω: μὲ τὸ μάτι μου, μὲ τὸ ὑποδεκάμετρό μου, μὲ τὴν παλάμη μου, μὲ τὰ πόδια μου, μὲ τὰ χέρια μου, μὲ τὸ μπαστούνι, τὴ βέργα, τὸν ὡρισμένου μήκους σπάγγο μου κ.ο.κ.

Ξέρω πόσα *ἑκατοστὰ* εἶναι: ἡ σπιθαμή μου (ἀπὸ τὴν ἄκρια τοῦ μεγάλου δ. ὡς τὴν ἄκρια τοῦ μικροῦ δ., ἐπίσης τὸ ἄνοιγμα τοῦ μ. δ. καὶ τοῦ δείχτη), τὸ πλάτος τῶν 2 ἢ 3 ἢ 4 δάχτυλῶν μου ἑνωμένων, τὸ μῆκος τοῦ κάθε ποδιοῦ μου· πόσα ἑκατοστὰ εἶναι τὸ ταχτικό μου βῆμα, τὸ ἀνάστημά μου, ἡ ἀπόσταση τῶν ἀνοιχτῶν χεριῶν μου, ἀπὸ τὴν ἄκρια τοῦ μεσαίου ἀριστεροῦ δ. ὡς τὴν ἄκρια τοῦ δεξιοῦ μεσαίου δ., κ.ο.κ. Ξέρω ἀκόμα ὡς ποῦ φθάνει τὸ *μέτρο*: ἀπὸ τὰ πόδια μου πρὸς τὸ στῆθος, ἀπὸ τὴν ἄκρια τοῦ μεσαίου δ. πρὸς τὸ στῆθος.

Β') Κατὰ τὴν ἐκτίμηση τῶν ἀποστάσεων ἔχω ὑπόψη μου τὴ *φαινομενικὴ διαφορὰ* ἴσων γραμμῶν μὲ διάφορο θέση. Ἔτσι μεταξὺ ἴσων εὐθειῶν οἱ ὁριζόντιες φαίνονται μακρύτερες καὶ οἱ κάθετες κοντότερες.

ΣΗΜ. Ὅλες τὶς παραπάνω μετρήσεις κάνουν οἱ μαθηταὶ προσεχτικὰ καὶ μὲ ἔλεγχο τοῦ διδασκάλου των, καὶ μετά, σημειώνουν στὸ Σημειωματάριό τους τὰ διάφορα μέτρα. Ὅταν τὰ ἔχουν πρόχειρα, πολὺ εὐκολύνονται στὴν πρακτική τους ζωή.

 Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

6. **Γωνία.**—'Εξετάζω ἀκόμα τὸν κύβο. Βλέπω τὰ μέρη ὅπου ἑνώνονται: α') δύο ἕδρες, β') τρεῖς ἕδρες καὶ γ') δύο κόψες (δύο εὐθεῖες, οἱ ἄκριες δύο συνεχόμενων ἑδρῶν). Τὰ μέρη αὐτὰ τὰ ὀνομάζω ***γωνίες***. Ἔτσι βλέπω, ὅτι οἱ γωνίες εἶναι τριῶν εἰδῶν:

α') ***Δίεδρη γωνία*** ἢ κόγχη, ἐκείνη ποὺ σχηματίζεται ἐκεῖ ποὺ συναντῶνται δύο ἐπίπεδες ἐπιφάνειες. Ἡ δίεδρη γωνία μπορεῖ νὰ εἶναι καὶ κοίλη, καθὼς ἡ μέση γωνία δύο τοίχων.

β') ***Τρίεδρη γωνία***, ἐκείνη ποὺ σχηματίζεται στὸ μέρος ποὺ συναντῶνται τρεῖς ἐπίπεδες ἐπιφάνειες. Καὶ ἡ τρίεδρη γωνία μπορεῖ νὰ εἶναι κοίλη, καθὼς οἱ 4 γωνίες τῶν δωματίων.

γ') ***Ἐπίπεδη γωνία***, ἐκείνη ποὺ σχηματίζεται στὴ συνάντηση δύο εὐθειῶν πάνω σὲ μιὰ ἐπίπεδη ἐπιφάνεια.

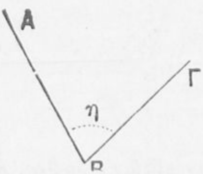
Ὁ κύβος ἔχει 12 δίεδρες γωνίες, 8 τρίεδρες (ἢ στερεὲς) καὶ 24 ἐπίπεδες (ἀπὸ 4 σὲ κάθε ἕδρα).

Ἐπίπεδη γωνία.—Τὸ σχῆμα 26 (ΑΒΓ) εἶναι μιὰ ἐπίπεδη γωνία, γιατὶ σχηματίζεται ἀπὸ δύο εὐθεῖες: ΑΒ καὶ ΒΓ πάνω σὲ ἴσια ἐπιφάνεια καὶ ποὺ ἑνώνονται σ' ἕνα σημεῖο τῆς ἐπιφάνειας αὐτῆς στὸ Β.

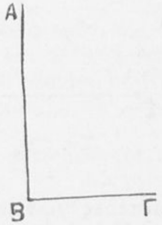
Στὴν ἐπίπεδη αὐτὴ γωνία ξεχωρίζω τρία μέρη:

α') δύο ***πλευρὲς*** ἢ σκέλη, τὶς εὐθεῖες ΑΒ καὶ ΒΓ,

β') ***κορυφή***, τὸ σημεῖο Β, ὅπου ἑνώνονται οἱ δύο πλευρὲς



Σχ. 26.



Σχ. 27.

καὶ γ') ***ἄνοιγμα***, τὴν ἐπίπεδη ἐπιφάνεια, ποὺ βρίσκεται ἀνάμεσα στὶς δύο πλευρές.

Γιὰ νὰ ξεχωρίσω τὶς γωνίες τὴ μιὰ ἀπὸ τὴν ἄλλη, τὶς ὀνομάζω μὲ ***τρία*** γράμματα τοῦ ἀλφαβήτου (ΑΒΓ) ἢ μ' ***ἕνα*** γράμμα (η), ποὺ τὸ γράφω μέσα στὸ ἄνοιγμα (σχ. 26). Προσέχω, ἀπὸ τὰ τρία γράμματα νὰ λέγω ***δεύτερο*** τὸ γράμμα ποὺ εἶναι στὴν κορυφή. Ἔτσι διαβάζω (σχ. 27): ἡ γωνία ΑΒΓ ἢ ΓΒΑ (κι ὄχι: ΒΑΓ ἢ ΒΓΑ).

Εἴδη ἐπίπεδων γωνιῶν.—Ἡ ΑΒΓ (σχ. 27) εἶναι μιὰ ἀπὸ τὶς (24) ἐπίπεδες γωνίες τοῦ κύβου μου. Τὴν ἐσημείωσα πάνω στὸ χαρτί. Ὅπως κιὰν τὴ στρέψω, οἱ πλευρές της εἶναι ὄρθιες· δὲν γέρνουν ἀριστερὰ ἢ δεξιά. ***Ἡ μιὰ εἶναι κάθετη πάνω στὴν ἄλλη***. Γι' αὐτὸ καὶ ὀνομάζω, τὴ γωνία ποὺ

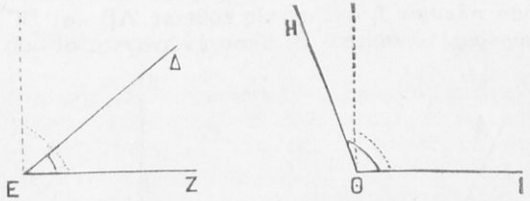
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σχηματίζουν, **ὀρθή**. Ὅλες οἱ ἐπίπεδες γωνίες τοῦ κύβου μου εἶναι ὀρθὲς (γιατί;). Ὁ κύβος ἔχει ἐνόλῳ (;) ὀρθὲς γωνίες.

Μπορεῖ ὅμως οἱ πλευρὲς μιᾶς (ἄλλης· ὄχι φυσικὰ τοῦ κύβου) γωνίας νὰ μὴ εἶναι ὄρθιες (κάθετες δηλ. ἡ μιὰ πάνω στὴν ἄλλη, ὅπως στὸν κύβο εἶναι), ὁπότε θὰ παρουσιασθοῦν δυὸ περιπτώσεις:

α΄) ἢ θὰ πλησιάζουν οἱ πλευρὲς περισσότερο ἡ μιὰ στὴν ἄλλη καὶ τότε τὸ ἄνοιγμά του θὰ ἔχῃ σμικρύνει καὶ ἡ γωνία τους θὰ εἶναι πιὸ κλειστὴ (ὀξεῖα) καὶ

β΄) ἢ θ' ἀπομακρύνωνται ἡ μιὰ ἀπὸ τὴν ἄλλη περισσότερο ἀπ' ὅτι πρέπει καὶ τότε τὸ ἄνοιγμά τους θὰ μεγαλώσῃ καὶ ἡ γωνία τους θὰ εἶναι πιὸ ἀνοιχτὴ (ἀμβλεῖα). Ἔτσι δημιουργοῦνται, κοντὰ στὴν ὀρθή, δύο ἄλλες γωνίες: ἡ **ὀξεῖα** (ἡ κλειστή, μικρότερη στὸ ἄνοιγα ἀπὸ τὴν ὀρθὴ) καὶ ἡ **ἀμβλεῖα** (ἡ ἀνοιχτή, μεγαλύτερη στὸ ἄνοιγμα ἀπὸ τὴν ὀρθή). Καὶ τῆς ὀξείας καὶ τῆς ἀμβλείας, οἱ πλευρὲς δὲν εἶναι πιὰ ἡ μιὰ κάθετη πάνω στὴν ἄλλη. Ἡ γωνία ΔΕΖ (σχ. 28) εἶναι ὀξεῖα καὶ ἡ ΗΘΙ (σχ. 29) εἶναι ἀμβλεῖα. Τὸ εἶδος των μπορῶ νὰ ἐξακριβώσω μὲ τὸν κύβο μου (βλ. σχ. 28 καὶ 29). Ἔτσι λοιπὸν οἱ ἐπίπεδες γωνίες εἶναι τριῶν εἰδῶν: **ὀρθές, ὀξεῖες** καὶ **ἀμβλεῖες**. Ἀλλὰ καὶ οἱ **δίεδρες** γωνίες εἶναι ἐπίσης ὀρθές, ὀξεῖες ἢ ἀμβλεῖες. Τέτοιες, δίεδρες γωνίες, βλέπω στὶς στέγες τῶν σπιτιῶν μὲ κεραμίδια. Μπορῶ νὰ τὶς κατασκευάσω μὲ χαρτόνι, κερί, ξύλο κ.ἄ.ὅ.



Σχ. 28. Σχ. 29.

Ἐρώτ. Τοῦ κύβου οἱ δίεδρες γωνίες τί εἴδους εἶναι καὶ γιατί;

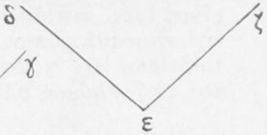
7. **Γωνίες ἀνὰ δύο.**—Καθὼς οἱ γραμμὲς καὶ οἱ ἐπιφάνειες, ἔτσι καὶ οἱ γωνίες μπορεῖ νὰ εἶναι ἴσες ἢ ἄνισες. Γιὰ νὰ εἶναι ἴσες δυὸ γωνίες πρέπει οἱ πλευρές των νὰ ἔχουν τὸ ἴδιο ἄνοιγμα· (ὅλες οἱ γωνίες τοῦ κύβου εἶναι ἴσες, γιατί;)

Σχεδιάζω τὶς 4 γωνίες (σχ. 30 - 31, 32 - 33) πάνω στὸ χαρτί, τὶς κόβω καὶ βάζω τὴν αβγ πάνω στὴν δεζ καὶ βλέπω, ὅτι εἶναι ἴσες, ἂν καὶ ἡ πρώτη ἔχῃ μικρότερα σκέλη. Δοκιμάζω καὶ τὶς δύο ἄλλες καὶ βλέπω, ὅτι ἡ κλμ, ἂν καὶ ἔχῃ μεγαλύτερα σκέλη, εἶναι ὅμως μικρότερη ἀπὸ τὴν ηθι,

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

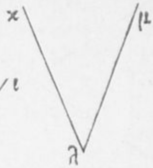
γιατὶ ἔχει ἄνοιγμα λιγώτερο. Ἡ αβγ=δεζ, ἡ ηθι>κλμ, ἡ κλμ<ηθι (: οἱ μεγαλύτερες γωνίες γράφονται στὸ ἄνοιγμα>).

Σχ. 30.



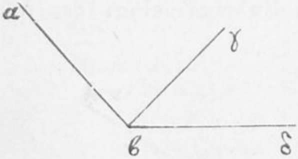
Σχ. 31.

Σχ. 32.

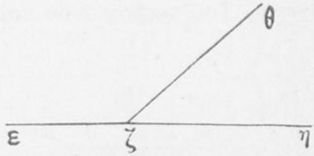


Σχ. 33.

Σχεδιάζω τὶς 4 γωνίες (σχ. 34-35).



Σχ. 34.

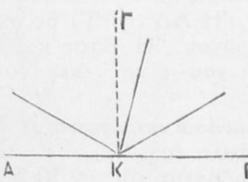


Σχ. 35.

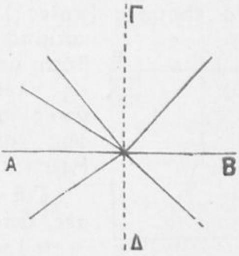
α΄) Οἱ γωνίες αβγ καὶ γβδ ἔχουν τὴν ἴδια κορυφὴ (β) καὶ μιὰ πλευρὰ κοινὴ (βγ) καὶ λέγονται γωνίες ***γειτονικὲς*** (ἢ ἐφεξῆς).

β΄) Οἱ γωνίες εζθ καὶ θζη εἶναι γειτονικές, οἱ μὴ κοινὲς ὅμως πλευρές των (εζ καὶ ζη) βρίσκονται σὲ εὐθεῖα γραμμὴ (ἡ μιὰ εἶναι προέκταση τῆς ἄλλης). Οἱ γωνίες αὐτὲς λέγονται ***συμπληρωματικές***, γιατὶ ἡ μία συμπληρώνει τὴν ἄλλη καὶ μαζὶ κάνουν ***δύο ὀρθὲς*** γωνίες.

γ΄) Στὸ σχῆμα 36 ἀπὸ τὸ σημεῖο Κ φεύγουν τρεῖς εὐθεῖες



Σχ. 36.



Σχ. 37.

πρὸς τὸ αὐτὸ μέρος τῆς ΑΒ καὶ σχηματίζουν 4 γειτονικὲς γωνίες. Ὅλες μαζὶ κάνουν ***δύο ὀρθὲς*** γωνίες, καθὼς δείχνει ἡ ΓΚ.

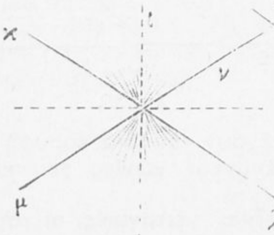
δ΄) Στὸ σχῆμα 37 ἀπὸ ἕνα σημεῖο τῆς ΑΒ φεύγουν πολλὲς εὐθεῖες καὶ πρὸς τὰ δύο μέρη της καὶ σχηματίζουν πολλὲς γειτονικὲς γωνίες, καθὼς δείχνει ἡ ΓΔ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

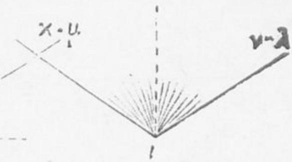
Σχηματίζω 4 γωνίες (σχ. 38) μὲ τὶς δύο εὐθεῖες κλ, μν, ποὺ διασταυρώνονται στὸ σημεῖο ι. Οἱ πλευρὲς των εἶναι ἡ μία συνέχεια τῆς ἄλλης. Οἱ τέτοιες (***κατὰ κορυφὴν***) γωνίες εἶναι ***ἴσες ἀνὰ δύο***· ἡ κιμ = νιλ καὶ κιν=μιλ, ὅπως μπορῶ νὰ τὸ δείξω, ἂν κόψω τὸ Σχ. 39 καὶ τὸ διπλώσω σὲ δύο (σχ. 40).

Σχ. 38.

8. **Τετράγωνο.** — Ἀντιγράφω μία ἀπὸ τὶς ἕδρες τοῦ κύβου μου καὶ παίρνω τὸ σχῆμα ΑΒΓΔ (σχ. 41). Στὸ ἐπίπεδο αὐτὸ σχῆμα δίνω τὸ ὄνομα ***τετράγωνο***. Τοῦ τετράγωνου καὶ οἱ 4 πλευρὲς εἶναι ***ἴσες***, ἡ μία

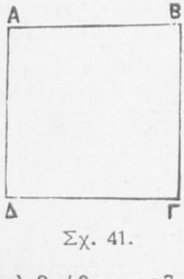


Σχ. 39.



Σχ. 40.

μὲ τὴν ἄλλη, ***παράλληλες*** ἀνὰ δύο καὶ ἡ μία ***κάθετη*** πάνω στὴν ἄλλη (σχηματίζουν λοιπὸν γωνίες;). Τὸ τετράγωνο ἔχει 4 κορυφὲς (ποῖες;). Ἡ πλευρὰ ΔΓ, ποὺ πάνω της ἀκουμπᾶ τὸ τετράγωνο, λέγεται ***βάση***· Ὡς βάση μπορῶ νὰ πάρω καὶ ὁποιαδήποτε ἄλλη πλευρὰ θέλω. Ἡ ΑΔ (ἢ ΒΓ) δείχνει τὸ ***ὕψος*** τοῦ τετράγωνου. Ἡ βάση καὶ τὸ ὕψος τοῦ τετράγωνου εἶναι ***ἴσες*** εὐθεῖες (γιατί;)



Σχ. 41.

Γιὰ νὰ κατασκευάσω τετράγωνο μὲ πλευρὲς ἀπὸ 10 δάχτυλα (σχ. 42).

α΄) γράφω ὁριζόντια εὐθεῖα 10 δ. (τὴν ΑΒ).

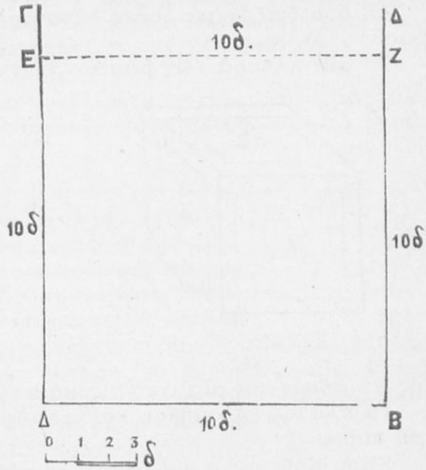
β΄) στὶς δυὸ ἄκριες Α καὶ Β γράφω, μὲ τὴ βοήθεια τοῦ κύβου μου, δύο κάθετες, τὶς ὁποῖες ἐπεκτείνω μὲ τὴ ρήγα.

γ΄) πάνω στὶς κάθετες αὐτὲς παίρνω τὶς ἀποστάσεις 10 δ. ἀπὸ τὸ Α καὶ Β (τὴν ΑΕ καὶ ΒΖ) καὶ

δ΄) ἑνώνω τὰ σημεῖα Ε καὶ Ζ μὲ εὐθεῖα (ΕΖ=10 δ.).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΣΗΜ. Γιὰ νὰ κατασκευάσω τετράγωνο ἀπὸ χαρτί:
α') διπλώνω ἕνα φύλλο χαρτὶ (μακρουλὸ σὰν τοῦ τετραδιοῦ μου) Ἔτσι ποὺ ἡ μικρή του πλευρὰ νὰ συμπέση πάνω στὴ μεγάλη καὶ β') (διπλώνω καὶ) κόβω τὸ κομμάτι ποὺ περισσεύει ἀπὸ τὴ μεγαλύτερη πλευρὰ κ' ἔχω ἕνα χαρτένιο τετράγωνο.



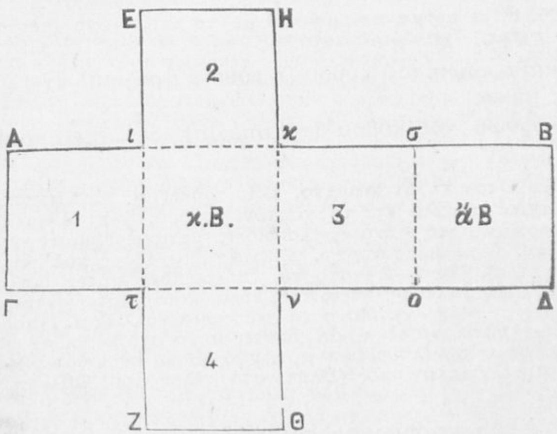
Σχ. 42.

9. Κατασκευὴ κύβου.—Ἂς ὑποθέσω, ὅτι ὁ κύβος μου εἶναι ἀπὸ χαρτί. Ἂν τὸν κόψω στὶς κόψεις του καὶ τὸν ἁπλώσω πάνω σ' ἕνα ἐπίπεδο μέρος, θὰ ἔχω τὸ σχῆμα 43.

Τὸ σχῆμα αὐτὸ θὰ μὲ ὁδηγήση νὰ φτειάσω κύβους ἀπὸ χαρτόνι.

ΣΗΜ, Οἱ ἀριθμοὶ 1, 2, 3 καὶ 4, δείχνουν τὶς γειτονικὲς ἕδρες· τὸ κΒ καὶ ἄΒ, τὴν κάτω καὶ ἄνω βάση τοῦ κύβου.

Σύμφωνα μὲ τὰ σχήματα 43 καὶ 44α κατασκευάζω κύβο μὲ κόψεις ἀπὸ 5 δ. Τοῦ



Σχ. 43.

κύβου αὐτοῦ (σχ. 44α) οἱ κόψεις εἶναι κολλημένες μὲ λουρίδες χαρτιά.

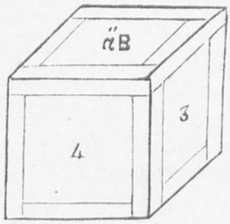
Ὁ κύβος λοιπὸν (σχ. 44α) ἔχει 6 ἕδρες ἴσες, παράλληλες

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

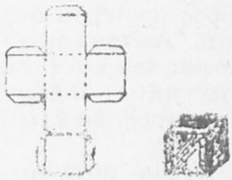
ἀνὰ δύο, τὶς 2 ὁριζόντιες καὶ τὶς ἄλλες γειτονικὲς—κάθετες· 12 δίεδρες ὀρθὲς γωνίες, 8 τρίεδρες ἢ στερεὲς γωνίες, 24 ἐπίπεδες ὀρθὲς γωνίες, 12 κόψεις καὶ 8 κορυφές.

Οἱ δύο ὁριζόντιες ἕδρες λέγονται ***βάσεις***, κάτω καὶ ἄνω βάση.

Ἡ μία πλευρὰ τῶν βάσεων δείχνει τὸ ***πλάτος***, ἡ διπλανή



Σχ. 44α.



Σχ. 44β.—γ.

της τὸ ***μῆκος*** καὶ μία ἀπὸ τὶς κάθετες πλευρὲς τὸ ***ὕψος***.

Τὸ πλάτος, τὸ μῆκος καὶ τὸ ὕψος λέγονται ***διαστάσεις*** τοῦ κύβου.

ΣΗΜ. Κάθε σῶμα ποὺ μοιάζει μὲ τὸν κύβο (στερεὸ μὲ 6 ἕδρες), ἔχει τρεῖς διαστάσεις: ***μῆκος*** (μάκρος), ***πλάτος*** (φάρδος) καὶ ***ὕψος*** (βάθος - πλάτος).

Ἡ κάθε ***ἕδρα*** τοῦ κύβου (τὸ τετράγωνο) ἔχει δύο διαστάσεις: μῆκος καὶ πλάτος ἢ μῆκος καὶ ὕψος.

ΣΗΜ. Κάθε σχῆμα ποὺ μοιάζει μὲ τὸ τετράγωνο (τετράπλευρο ἐπίπεδο σχῆμα) ἔχει δύο διαστάσεις.

Ἡ κάθε ***κόψη*** τοῦ κύβου (ἡ εὐθεῖα γραμμή), ἔχει μία διάσταση: μῆκος.

Ἡ ***κορυφὴ*** τοῦ κύβου (τὸ σημεῖο), δὲν ἔχει καμιὰ διάσταση.

ΣΗΜ. Ὅταν τὸ ἀντικείμενο, ποὺ πρόκειται νὰ κατασκευασθῆ, εἶναι σχετικὰ μεγάλο καὶ τὸ χαρτόνι χονδρό, γιὰ νὰ κολλήσω τὶς κόψεις του, ἀντὶ γιὰ χάρτινες λουρίδες, μεταχειρίζομαι μετάλλινες συνδετῆρες. Τότε ὅμως ἀφήνω, γύρω ἀπὸ τὶς ἕδρες ποὺ θὰ κοποῦν, λουρίδες μὲ φάρδος 1—2 ἑκατοστά. Οἱ λουρίδες αὐτὲς διπλώνονται πάνω στὴν παράπλευρη (γειτονικὴ) ἕδρα καὶ στερεώνονται μὲ 2—3 συνδετῆρες σχ. 44 β - γ). Μόνο τὸ σκέπασμα κολλιέται. Μπορεῖ ὅμως οἱ λουρίδες αὐτὲς νὰ εἶναι καὶ χωστὲς μέσα στὸ κύβο. Τὸ χάραγμα καὶ τὸ λύγισμα τῶν λουρίδων αὐτῶν ἀπαιτεῖ περισσότερη προσοχὴ καὶ καλύτερο ὑπολογισμό. (Βλέπε στὸ τέλος τοῦ βιβλίου σχετικὲς ὁδηγίες).

10. **Μὲ τὸ τετράγωνο ὡς μονάδα, μετρῶ ἐπιφάνειες.**— Κατασκευάζω πάνω σὲ μεγάλο πίνακα ἢ σὲ ἴσιο πάτωμα, τετράγωνο μὲ πλευρὲς ἀπὸ 1 μέτρο (σχ. 42). Χωρίζω καὶ τὶς 4 πλευρὲς σὲ 10 ἴσια μέρη τὴν καθεμιά, σὲ 10 παλάμες. Ἑνώνω μὲ εὐθεῖες τ' ἀντικρινὰ χωρίσματα (τὶς ἀντίστοιχες διαιρέσεις). Ἔτσι σχηματίζονται μέσα στὸ τετράγωνο

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

100 μικρότερα τετράγωνα, ποὺ τὸ καθένα ἔχει πλευρὲς ἀπὸ 1 παλάμη.

Τὸ ἴδιο κάνω, μὲ μικρότερο τετράγωνο, πάνω σὲ χαρτί, μὲ πλευρὲς ἀπὸ 1 παλάμη. Τὸ τετράγωνο αὐτὸ χωρίζεται σὲ 100 πάλι μικρότερα τετράγωνα, ποὺ τὸ καθένα ἔχει πλευρὲς ἀπὸ 1 δάχτυλο.

Τὸ ἴδιο μπορῶ καὶ κάνω μὲ τετράγωνο ἀπὸ 1 δάχτυλο τὶς πλευρές του. Τὰ μικρούτσικα αὐτὰ τετραγωνάκια ἔχουν πλευρὲς ἀπὸ 1 γραμμή.

Τὸ ***τετράγωνο***, ποὺ οἱ πλευρές του εἶναι:
ἀπὸ *1* ***μέτρο***, λέγεται ***τετραγωνικὸ μέτρο*** καὶ γιὰ συντομία παριστάνεται ἔτσι: $μ^2$
ἀπὸ *1* ***παλάμη***, λέγεται ***τετραγωνικὴ παλάμη***: $πλ^2$
ἀπὸ *1* ***δάχτυλο***, λέγεται ***τετραγωνικὸς δάκτυλος***: $δ^2$
ἀπὸ *1* ***γραμμή***, λέγεται ***τετραγωνικὴ γραμμή***: $γρ^2$

Τὰ 4 αὐτὰ τετράγωνα χρησιμεύουν γιὰ νὰ μετρήσωμε καὶ νὰ καθορίσωμε τὴν ἔκταση, τὸ ***ἐμβαδόν***, μιᾶς ἐπιφάνειας. ***Ἀρχικὴ μονάδα*** γιὰ μέτρηση εἶναι ***τὸ*** $μ^2$ (τετρ. μέτρο).

Τὸ $μ^2$ διαιρεῖται σὲ 100 τετραγωνικὲς παλάμες
ἡ $πλ^2$ » σὲ 100 τετραγωνικὰ δάχτυλα καὶ
ὁ $δ^2$ » σὲ 100 τετραγωνικὲς γραμμές.

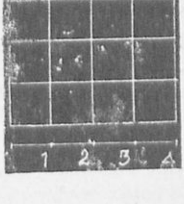
Ὥστε:
$1\ μ^2 = 100\ πλ^2$ ἢ $10.000\ δ^2$ ἢ $1.000.000\ γρ^2$
$1\ πλ^2 = 100\ δ^2$ ἢ $10.000\ γρ^2$ καὶ
$1\ δ^2 = 100\ γρ^2$

ΣΗΜ. Σὰν θέλω νὰ παραστήσω ***ἀριθμητικὰ*** μιὰ ***γραμμὴ*** ποὺ τὴν ἐμέτρησα κ' ἔχω νὰ σημειώσω ὑποδιαιρέσεις τοῦ μέτρου, μεταχειρίζομε δεκαδικοὺς ἀριθμούς, ὁπότε τὰ δέκατα δείχνουν τὶς παλάμες, τὰ ἑκατοστὰ δείχνουν τὰ δάχτυλα καὶ τὰ χιλιοστὰ δείχνουν τὶς γραμμές. Ἔτσι γραμμὴ μὲ μῆκος 2μ. 5πλ. 6δ. καὶ 8γρ. παριστάνω ἀριθμητικά: 2,568 μέτρα.

Σὰν θέλω ὅμως νὰ παραστήσω ἀριθμητικὰ μιὰ ***ἐπιφάνεια***, ποὺ τὴν ἐμέτρησα, μεταχειρίζομαι γιὰ τὶς ὑποδιαιρέσεις τοῦ τετραγ. μέτρου ($μ^2$): τὰ δεκαδικὰ σημεῖα ***ἀνὰ δύο***. Οἱ δύο πρῶτοι δεκαδικοὶ ἀριθμοί, δεξιὰ τῆς ὑποδιαστολῆς, δείχνουν τετραγωνικὲς παλάμες ($πλ^2$), οἱ ἑπόμενοι δύο: τετραγωνικὰ δάχτυλα ($δ^2$) καὶ οἱ ἄλλοι δύο: τετραγωνικὲς γραμμὲς ($γρ^2$). Ἔτσι:

$2μ^2 + 75πλ^2 + 20δ^2$ καὶ $5γρ^2$

γράφονται σύντομα: 2,7520 05$μ^2$.



1μ. 2μ. 3μ. 4μ.
Σχ. 45.

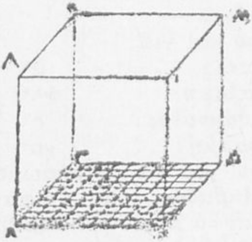
Πρόβλημα α'. Τὸ πάτωμα τοῦ δωματιοῦ μου εἶναι τετραγωνικό, μὲ πλευρὲς ἀπὸ 4 μέτρα. Τί ἔκταση (τί ἐμβαδὸν) ἔχει;

Χωρίζω τὴ καθεμιὰ πλευρὰ σὲ 4 ἴσα μέρη (ἀπὸ 1 μέτρο τὸ καθένα), (σχ. 45). [Ἐδῶ τὸ μῆκος μιᾶς παλάμης τὸ πῆρα γιὰ ἕνα μέτρο] κ' ἑνώνω τὶς διαιρέσεις μὲ εὐθεῖες. Βλέπω,

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

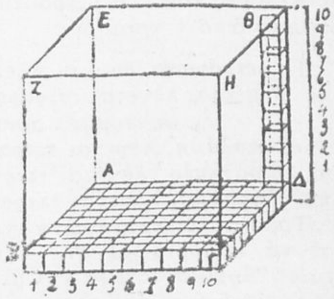
ὅτι τὸ πάτωμα χωρίσθηκε σὲ 16 τετράγωνα (ἐδῶ 16 τετρ. μέτρα). Αὐτὸ μπορῶ νὰ τὸ βρῶ σύντομα, ἂν τὸν 4 (τὸ μῆκος τῆς βάσης) πολλαπλασιάσω μὲ τὸν ἑαυτόν του (τὸν 4, δηλ. τὸ ὕψος)· $4 \times 4 = 16$ μ² εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πατώματος.

Πρόβλημα β'. Οἱ πλευρὲς τοῦ γραφείου τοῦ τραπεζιοῦ μου εἶναι ἀπὸ 12 παλάμες. Ποιὸ εἶναι τὸ ἐμβαδόν του; [$12 \times 12 = 144$ πλ² ἢ 1 μ² καὶ 44 πλ² (γιατί;) ἢ 1,44 μ².



Σχ. 46.

1. **Κυβικὸ μέτρο.** Ἡ κάθε ἕδρα εἶναι ἀπὸ 1μ². Ἡ μία ἕδρα (ἡ κάτω βάση π.χ. εἶναι χωρισμένη σὲ 100 πλ²).



Σχ. 47.

2. **Κυβικὸ μέτρο.** Οἱ κόψες του εἶναι χωρισμένες σὲ 10 πλ. ἡ καθεμιά. Ἡ βάση στρωμένη μὲ *100* κυβικὲς παλάμες (10×10). Ὅλος ὁ κύβος χωρεῖ 10 τέτοια στρώματα. Ἔτσι: 1 κυβικὸ μέτρο ἀποτελεῖται ἀπὸ *1000* παλάμες ($100 \times 10 = 1000$) ὥστε: ***ὁ ὄγκος τοῦ κύβου εἶναι ἴσος μὲ τὸ γινόμενο τῶν τριῶν του διαστάσεων*** ($10 \times 10 \times 10 = 1000$).

11. Μὲ τὸν κύβο ὡς μονάδα, μετρῶ ὄγκους καὶ χωρητικότητες.

Ὄγκος λέγεται τὸ μέγεθος ἑνὸς σώματος· ὁ χῶρος ποὺ κατέχει τὸ σῶμα αὐτό.

χωρητικότητα σημαίνει: ποσὸ τοῦ νεροῦ (ἀπεσταγμένου καὶ θερμοκρασία 4° βαθμῶν Κελσίου) ποὺ μπορεῖ νὰ χωρέση ἕνα κοῖλο (βαθουλὸ) μέρος.

Ὁ ***κύβος***, ποὺ οἱ κόψες του εἶναι ἀπὸ *1 μέτρο* καὶ οἱ ἕδρες του ἀπὸ 1μ², λέγεται ***κυβικὸ μέτρο*** καὶ σημειώνεται σύντομα: μ³

Ὁ ***κύβος,*** ποὺ οἱ κόψεις του εἶναι ἀπὸ 1 παλάμη καὶ οἱ ἕδρες του ἀπὸ 1πλ², λέγεται ***κυβικὴ παλάμη*** καὶ σημειώνεται σύντομα πλ³.

Ὁ ***κύβος,*** ποὺ οἱ κόψεις του εἶναι ἀπὸ 1 δάχτυλο καὶ οἱ ἕδρες του ἀπὸ 1δ², λέγεται ***κυβικὸς δάχτυλος*** καὶ σημειώνεται σύντομα: δ³ (τέτοιοι κύβοι εἶναι τὰ ζάρια τοῦ ταβλιοῦ).

Ὁ ***κύβος,*** ποὺ οἱ κόψεις του εἶναι ἀπὸ 1 γραμμὴ καὶ οἱ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἕδρες του ἀπὸ γ^2, λέγεται *κυβικὴ γραμμὴ* καὶ σημειώνεται σύντομα: $\gamma\rho^3$.

Τὸ $1\mu^3$ =	μὲ	1.000	κυβικὲς παλάμες	ἢ
	μὲ	1.000.000	κυβικὰ δάχτυλα	ἢ
	μὲ	1.000.000.000	κυβικὲς γραμμές.	
Ἡ $\pi\lambda^3$ =	μὲ	1.000	κυβικὰ δάχτυλα	ἢ
	μὲ	1.000.000	κυβικὲς γραμμές,	
Ὁ δ^3 =	μὲ	1.000	κυβικὲς γραμμές.	

Στὸ μέτρημα ὄγκων καὶ χωρητικότητων, οἱ κύβοι παίρνουν κι ἄλλες ὀνομασίες. Ἔτσι:

Τὸ κυβικὸ μέτρο (μ^3) λέγεται καὶ *τόννος*. Ὁ τόννος (ἢ $1\mu^3$) ἔχει βάρος 780 ὀκάδες.

Ἡ κυβικὴ παλάμη ($\pi\lambda^3$ ἢ κυβικὸ ὑποδεκάμετρο), λέγεται καὶ *λίτρα* ἢ *χιλιόγραμμο* καὶ σύντομα: *κιλό*. Ἔχει βάρος 312,5 δράμια, δηλαδὴ εἶναι τὰ 0,78 τῆς ὀκᾶς.

Ὁ κυβικὸς δάχτυλος (δ^3 ἢ κυβικὸ ἑκατοστόμετρο), λέγεται καὶ *γραμμάριο*. Τὸ γραμμάριο εἶναι μικρότερο ἀπὸ τὸ δράμι· 3 γραμμάρια καὶ 2 ἑκατοστά τους (=3,2 γρμ.) ἔχουν βάρος 1 δράμι, ὥστε 16 γραμμάρια ζυγίζουν 5 δράμια.

1280	γραμμάρια	=	400 δράμια		1	δρμ.	=	3,2	γρμ.
1000	»	=	312,50	»	10	»	=	32	»
500	»	=	156,25	»	100	»	=	320	»
250	»	=	78,12	»	200	»	=	640	»
100	»	=	31,25	»	300	»	=	960	»
10	»	=	3,12	»	400	»	=	1280	»

ΣΗΜ. α΄. Ὁ ὅρος *λίτρα* κυριολεκτεῖται γιὰ τὰ ὑγρὰ (νερό, λάδι, οἰνόπνευμα...) καὶ τὸ *κιλὸ* γιὰ τὰ στερεά. Μία ὀκᾶ εἶναι ἴση μὲ 1280 (καὶ ἀκριβέστερα 1282) γραμμάρια, ποὺ γράφονται καί: 1 χλγρ. καὶ 280 γραμ.=1,280 γρμ. Στὸ ἐμπόριο ὅμως γιὰ μερικὰ ἐμπορεύματα (π.χ. τὰ κρασιὰ) ἡ ὀκᾶ ὑπολογίζεται σὲ 1,330 γραμμάρια. Στὸ σταφιδεμπόριο μεταχειρίζονται τὴν *ἐνετικὴ λίτρα*, ἴση μὲ 480 περίπου γραμμάρια ἢ 150 δράμια (δηλ. τὰ 3/8 τῆς ὀκᾶς), ὁπότε τὸ *χιλιόλιτρο σταφίδας* ζυγίζει ἀκριβῶς 375 ὀκάδες.

ΣΗΜ. β΄. Γιὰ νὰ τρέψω κιλὰ σὲ ὀκάδες, πολλαπλασιάζω τὰ κιλὰ μὲ τὸν ἀριθμὸ 0,78, καὶ τὶς ὀκάδες σὲ κιλά, διαιρῶ τὶς ὀκάδες μὲ τὸν ἴδιο ἀριθμὸ 0,78, ἢ εὐκολώτερα πολλ/ζω τὶς ὀκάδες μὲ τὸν ἀριθ. 1,280 (ἢ 1,282).

ΣΗΜ. γ΄. Οἱ ὑποδιαιρέσεις τοῦ κυβικοῦ μέτρου γράφονται δεκαδικὰ καὶ διαβάζονται ἀνατρεῖς. Οἱ πρῶτοι τρεῖς δεκαδικοὶ δείχνουν κυβικὲς παλάμες (ἢ λίτρες, ἢ κιλά, ἢ χιλιόγραμμα), ἡ δεύτερη τριάδα: κυβικὰ δάχτυλα (γραμμάρια) καὶ ἡ τρίτη: κυβικὲς γραμμές. Ἔτσι: $3\,\mu^3 + 82\,\pi\lambda^3 + 572\,\delta^3 + 500\,\gamma\rho^3$ γράφονται δεκαδικά: $3{,}082.572.500\,\mu^3$.

Πρόβλημα α΄. Σωρὸς πέτρες σὲ κυβικὸ σχῆμα ἔχουν πλευρὰ βάσης 2 μέτρα μῆκος. Τί *ὄγκο* ἔχουν;

Τὸν ὄγκο τοῦ κύβου βρίσκω σὰν πολλαπλασιάσω μεταξύ τους τὶς τρεῖς διαστάσεις ἢ τρεῖς φορὲς τὸ μῆκος μιᾶς κόψεις του:

$2 \times 2 \times 2 = 8\mu^3$ (8 κυβικὰ μέτρα ἢ 8 τόννοι).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Καὶ τί *βάρος* νάχουν οἱ πέτρες αὐτές; Ἂν ὁ ὄγκος των ἦταν ἀπὸ νερό, θὰ ζύγιζαν 8 τόννους (ἢ 8×780=)6.240 ὀκάδες. Ἐπειδὴ ὅμως ἡ συνήθης πέτρα εἶναι 2,08 φορὲς πιὸ βαρειὰ ἀπὸ τὸ νερό, πρέπει νὰ πολλαπλασιάσω τοὺς 8 τόννους ×2,08 (ἢ τὶς 6.240 ὀκ. ×2,08). Ὥστε ὁ σωρὸς αὐτὸς τῶν πετρῶν ἔχει βάρος 16 τόννους καὶ 640 κιλὰ (ἢ 16,640 $μ^3$) ἢ 12.979 ὀκάδες.

Πρόβλημα β'. Κυβικὸ δοχεῖο ἔχει πλευρὰ βάσης 3 παλάμες. Πόσο νερὸ καὶ πόσο λάδι θὰ χωρῇ;

Βρίσκω πρῶτα τὴν χωρητικότητά του, 3×3×3=27 $πλ^3$. Λοιπὸν τὸ δοχεῖο αὐτὸ χωρεῖ ***27 λίτρες*** νερό. Τὸ λάδι ὅμως εἶναι 0,915 φορὲς ἐλαφρότερο ἀπὸ τὸ νερὸ καὶ ἡ ἴδια ποσότητα λαδιοῦ θὰ ζυγίζῃ λιγώτερο ἀπὸ τὸ νερό.

Πολλαπλασιάζω τὸ 27×0,915 καὶ βρίσκω, ὅτι τὸ ἴδιο δοχεῖο χωρεῖ ***24 λίτρες καὶ 705*** γραμμάρια (24,705 $πλ^3$) λάδι, δηλαδὴ 2 λίτρες καὶ 295 γραμμάρια λιγώτερο (γιατὶ τὸ λάδι εἶναι ἐλαφρότερο καὶ ἐπιπλέει στὸ νερό). [Τὸ ὑπολογίζω καὶ σὲ ὀκάδες: 27 λ.× 0,78 = 21,06 ὀκ. καὶ ἐπειδὴ τὰ 0,06 τῆς ὀκᾶς $\left(\frac{6 \times 400}{100}\right)$ εἶναι 24 δράμια, οἱ 27 λίτρες λάδι εἶναι ἴσες στὸ βάρος μὲ 21 ὀκάδες καὶ 24 δράμια].

ΣΗΜ. Οἱ ἀριθμοὶ 2,08 (α' πρόβλ.) καὶ 0,915 (β' πρόβλ.) λέγονται ***εἰδικὰ βάρη*** (Ε. Β.) τῆς πέτρας ὁ πρῶτος, τοῦ λαδιοῦ ὁ δεύτερος. Γιὰ νὰ ξεύρω τὸ ***πραγματικὸ βάρος*** τῶν σωμάτων, βρίσκω πρῶτα τὸν ὄγκο τους, κι' αὐτὸν πολλαπλασιάζω μὲ τὸ εἰδικό τους βάρος.

12. Εἰδικὰ βάρη μερικῶν σωμάτων:

α'. ἐλαφρότερων τοῦ νεροῦ		β'. βαρύτερων τοῦ νεροῦ	
1. Νερό ἀποσταγμένο	1,—	9. Γάλα (βοδινὸ)	1,030
2. Ξύλο (δρυὸς)	0,600	10 Ἀλεύρι	1,035
3. Πετρέλαιο	0,840	11. Ζάχαρη	1,660
4. Σιτάρι	0,800	12. Γαιάνθρακες	1,330
5. Λάδι	0,915	13. Πέτρα	2,080
6. Βούτυρο	0,940	14. Γυαλὶ	2,480
7. Οἰνόπνευμα	0,950	15. Σίδερος	7,800
8. Κρασὶ	0,985	16. Μολύβι	11,400

Ἐρωτήσεις:

1. ***Πόσων εἰδῶν εἶναι:*** τὰ ὑλικὰ σώματα; τὰ στερεά; ἡ ἐπιφάνεια; ἡ ὁμαλὴ ἐπιφάνεια;

2. Τί σῶμα εἶναι ***ὁ κύβος;*** πόσες ἕδρες ἔχει; ποιὰ σχέση ἔχουν μεταξύ τους οἱ ἕδρες του;

3. Τί εἶναι: σημεῖο, γραμμή, ἐπιφάνεια; Πόσων εἰδῶν εἶναι ἡ γραμμή, ἡ ἐπιφάνεια; Πόσων εἰδῶν ἡ εὐθεῖα;

4. Τί εἶναι ***στάθμη*** καὶ ἀεροστάθμη, σὲ τί χρησιμεύουν καὶ πῶς κατασκευάζονται πρόχειρα;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

5. Τί μποροῦν νὰ εἶναι δύο ἢ περισσότερες γραμμές εὐθεῖες, ἐπιφάνειες, ἀναμεταξύ τους;

6. Τί εἶναι ρήγα καὶ μέτρο; Σὲ τί διαιροῦνται καὶ σὲ τί χρησιμεύουν;

7. Τί εἶναι *γωνία* καὶ πόσων εἰδῶν εἶναι; Τί μπορεῖ νὰ εἶναι μία γωνία πρὸς μιὰ ἄλλη;

8. Τί εἶναι *τετράγωνο* καὶ πῶς κατασκευάζεται;

9. Πῶς μποροῦμε νὰ κατασκευάσωμε κύβο ἀπὸ χαρτόνι; Τί καὶ τὶ ἔχει ὁ κύβος;

10. Ποιὲς εἶναι οἱ *διαστάσεις* τοῦ σημείου, τῆς εὐθείας, τοῦ τετράγωνου, τοῦ κύβου;

11. Τί ξέρετε γιὰ τὸ τετράγωνο ὡς *μονάδα* γιὰ νὰ μετρήσουμε ἐπιφάνειες;

12. Τί ξέρετε γιὰ τὸν κύβο ὡς *μονάδα* γιὰ νὰ μετρήσωμε ὄγκους καὶ χωρητικότητες; Τί εἶναι *εἰδικὸ βάρος* καὶ σὲ τί χρησιμεύει;

Ἐλεύθερες ἐργασίες

Παρατήρηση.— Δόστε μεγάλη σημασία καὶ προσοχὴ στὶς ἐργασίες αὐτές, τὶς ἐλεύθερες. Ἡ ὠφέλειά τους γιὰ τὸν πρακτικὸ βίο εἶναι ἐξαιρετική. Τὴν ἐχτέλεσή τους μποροῦν ν' ἀναλάβουν καὶ *ὁμάδες* μαθητῶν ἐκ περιτροπῆς. Μποροῦν καὶ χρησιμεύουν καὶ γιὰ *σιωπηλὴ ἀπασχόληση* στὸ σχολεῖο καὶ γιὰ *ἀσκήσεις ἐφαρμογῆς* στοὺς διδαχτικοὺς περιπάτους.

1. Μετρήστε μὲ ὑποδεκάμετρο (ἢ μὲ μέτρο ἢ ρήγα ἀριθμημένη) τὶς δ ι α σ τ ά σ ε ι ς: κύβων διαφόρων μεγεθῶν, τοῦ μαυροπίνακα, τοῦ γραφείου τοῦ θρανίου, τραπεζιοῦ, παράθυρου, πατώματος, τοίχου, βιβλίου, τετραδιοῦ κ.ἄ.δ. ἀντικειμένων. Ἐπίσης τῆς αὐλῆς, τῶν ἐσωτερικῶν καὶ ἐξωτερικῶν διαστάσεων αἰθουσῶν, ὡρισμένων δρόμων μῆκος καὶ πλάτος... Παραστήσατε τ' ἀποτελέσματα τῶν μετρήσεών σας αὐτῶν μὲ *ἀριθμούς*.

2. Ἐκτιμήστε (μὲ τὸ μάτι) τὶς διαστάσεις τῶν παραπάνω ἀντικειμένων καὶ χώρων καὶ μετά, ἐπαληθεύστέ τες μὲ τὸ μέτρο σας.

3. Ἐκτιμήστε καὶ μετρήστε εὐθεῖες διαφόρων εἰδῶν καὶ *συγκρίνετέ* τες μεταξύ τους (ποιὰ εἶναι μεγαλύτερη ἢ μικρότερη ἀπὸ μιὰ ἄλλη (ἢ ἄλλες) καὶ ποιὰ ἡ διαφορά τους).

4. Ἀναζητήστε ἰσοϋψῆ ἀντικείμενα, ὑψηλότερα ἀπ' αὐτὰ ἢ καὶ χαμηλότερα. Ἐπαληθεύστε τ' ἀποτελέσματα τῆς ἐκτιμήσεώς σας καὶ παραστήστέ τα μὲ ἀριθμούς.

5. Ἂς προσδιορίση ὁ καθένας σας διάφορα *μήκη*, συγκρίνοντάς τα μὲ τὸ μέτρο τοῦ σώματός του (τὸ ἀνάστημα, τὴν παλάμη, τὸ πόδι, τὸ βῆμα, ἄνοιγμα (ἔκταση στὰ πλάγια) καὶ τῶν δύο χεριῶν κ.ο.κ.).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

6. Κατασκευάστε *ταινίες* (λουρίδες) σὲ διάφορα μήκη καὶ πλάτη—ἀπὸ χαρτί, ἀπὸ πανί, σπάγγο... καὶ νὰ τὶς *βαθμολογήσετε* μὲ ἀκρίβεια μὲ τὴ βοήθεια τοῦ μέτρου σας.

7. Κόψτε τετραγωνικὲς ἐπιφάνειες ἀπὸ χαρτὶ ἢ χαρτόνι σὲ διάφορα μεγέθη καὶ μὲ *ὡρισμένες* διαστάσεις καὶ συγκρίνετέ τες (ἴσες, μεγαλύτερες, μικρότερες, διπλές, τετραπλές, ὀκταπλὲς κ.ο.κ.)

8. Κατασκευάστε κύβους ἀπὸ χαρτόνι μὲ κόψη 5 δ., 10 δ. καὶ 35 δ. (βλ. ὁδηγίες σχετικὲς στὸ τέλος τοῦ βιβλίου).

Προβλήματα.

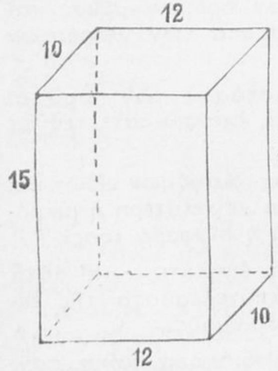
1. Δοχεῖο ἀπὸ λευκοσίδερο (τενεκὲ) ἔχει σχῆμα κυβικό, μὲ πλευρὰ τῆς βάσης του 1,5 παλάμη. Νὰ βρεθῇ: α΄) ὁ ὄγκος του, β΄) πόσες λίτρες (καὶ γραμμάρια) χωρεῖ: νερὸ ἢ λάδι ἢ πετρέλαιο, γ΄) νὰ μετρηθῇ καὶ νὰ βρεθῇ τὸ ἐμβαδὸν τῆς μιᾶς του ἕδρας καὶ ὅλων του τῶν ἑδρῶν.

Ἐρ. Πόσος λευκοσίδερος χρειάσθηκε γιὰ τὴν κατασκευή του;

2. Κιβώτιο σὲ κυβικὸ σχῆμα ἔχει βάση 1 μέτρο καὶ 20 ἑκατοστὰ (1,20 μ.): α΄) Τί χωρητικότητα ἔχει (σὲ νερό); β΄) Πόσες ὀκάδες ἀλεύρι μπορεῖ νὰ χωρέση; γ΄) τί ἐμβαδὸν θὰ ἔχη τὸ σκέπασμά του; Πόσο λευκοσίδερο θὰ χρειασθῶ, ἂν θέλω νὰ στρώσω τὸν πάτο του γιὰ ἀσφάλεια;

ΙΙ. ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠΙΠΕΔΟ

1. **Τὰ διάφορα μέρη του.**—Τὸ σχῆμα 48 παρασταίνει γεωμετρικὸ στερεὸ ποὺ λέγεται ***ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο.***



Σχ. 48.

Μοιάζει πολὺ μὲ τὸν κύβο μου. Ἔχει καὶ αὐτό: 6 ἕδρες, 8 κορυφές, 8 στερεὲς γωνίες, 12 δίεδρες ὀρθὲς γωνίες, 12 κόψεις (8 ὁριζόντιες καὶ 4 κάθετες) καὶ 24 ἐπίπεδες ὀρθὲς γωνίες.

Ἔχει βάσεις (κάτω καὶ ἄνω) ὁριζόντιες καὶ παράλληλες, καθὼς καὶ 4 γειτονικὲς ἕδρες: κάθετες στὴ βάση καὶ παράλληλες ἀνὰ δύο. Οἱ κόψεις τῶν κάθετων αὐτῶν ἑδρῶν — δείχνουν τὸ *ὕψος* τοῦ στερεοῦ.

Συγκρίνω τὶς κόψεις τῶν ἑδρῶν του μεταξύ τους· δὲν εἶναι ὅλες ἴσες ἀναμεταξύ τους ὅπως στὸν (;), ἀλλ᾽ εἶναι ἴσες ***ἀνὰ***

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

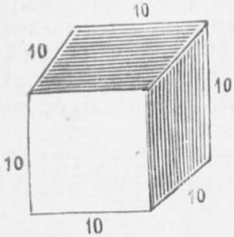
δύο καὶ μάλιστα εἶναι ἴσες οἱ *παράλληλες* ἕδρες.

Τὸ στερεὸ αὐτό, γιὰ νὰ τὸ ξεχωρίζω ἀπὸ τὸν κύβο, τ' ὀνομάζω: ***ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο***, ἐπειδὴ ἔχει (ὀρθὲς γωνίες καὶ) παράλληλες ἐπίπεδες ἐπιφάνειες.

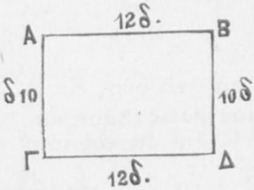
Παρατήρ. Καὶ ὁ κύβος (σχ. 49) εἶναι ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο· (γιατί;) — τὸ ὀρθογώνιο ὅμως παραλληλεπίπεδο δὲν εἶναι κύβος· (γιατί;)

2. **Ὀρθογώνιο παραλληλόγραμμο.**—Ἀντιγράφω μιὰ ἀπὸ τὶς ἕδρες τοῦ ὀρθογώνιου παραλληλεπίπεδου, π.χ. τὴ βάση του, καὶ παίρνω τὸ σχῆμα ΑΒΓΔ (σχ. 50)· Τοῦτο:

α') Ἔχει 4 πλευρές. Εἶναι *τετράπλευρο*.



Σχ. 49.



Σχ. 50

β') οἱ πλευρές του εἶναι: ἡ μιὰ κάθετη πάνω στὴν ἄλλη· ὥστε σχηματίζουν 4 γωνίες (τί εἴδους καὶ ποῖες;)

γ') ***οἱ ἀντικρινές του πλευρὲς εἶναι παράλληλες*** (γιατί;)

δ') ***οἱ πλευρές του εἶναι ἴσες ἀνὰ δύο.***

Ἡ ΑΒ εἶναι μεγαλύτερη ἀπὸ τὴν ΑΓ (καὶ ΒΔ), ἐπίσης καὶ ἡ ΓΔ. Εἶναι τετράγωνο μακρουλό. Γιὰ νὰ τὸ ξεχωρίσω ἀπὸ τὸ τέλειο τετράγωνο τ' ὀνομάζω: ***ὀρθογώνιο παραλληλόγραμμο*** (ἐπειδὴ ἔχει ὀρθὲς γωνίες καὶ παράλληλες γραμμές, πλευρὲς) ἢ μόνο ***ὀρθογώνιο.***

Παρατήρ. Καὶ τὸ τετράγωνο εἶναι ὀρθογώνιο παραλληλόγραμμο (γιατί;), τὸ ὀρθογώνιο παραλληλόγραμμο ὅμως δὲν εἶναι τετράγωνο (γιατί;)

Γιὰ ***βάση*** του χρησιμεύει μία ἀπὸ τὶς πλευρές του, συνήθως ἡ μεγαλύτερη, καθὼς στὸ Σχ. 50 ἡ ΓΔ. Τὸ ***ὕψος*** του δείχνουν οἱ κάθετες στὴ βάση του πλευρές, ἡ ΑΓ καὶ ΓΔ.

Ἐξετάζω χωριστὰ καὶ τὶς ἄλλες ἕδρες τοῦ ὀρθογώνιου παραλληλεπίπεδου καὶ τὶς βρίσκω, ὅτι εἶναι α') ***ὀρθογώνια*** παραλληλόγραμμα, β') ***κάθετες*** ἡ μιὰ πάνω στὴν ἄλλη, γ') ***παράλληλες*** καὶ δ') ***ἴσες ἀνὰ δύο*** (παράβαλε ἕνα κουτὶ σπίρτων).

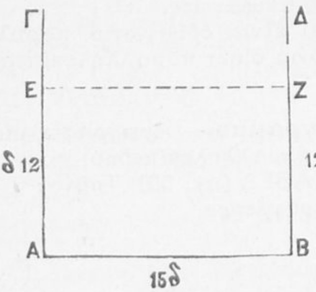
ΣΗΜ. Ἐνίοτε μερικὲς ἕδρες (συνήθως οἱ δύο του βάσεις) τοῦ ὀρθογώνιου παραλληλεπίπεδου, εἶναι ***τετράγωνα*** (καθὼς στὰ δοχεῖα πετρελαίου ἢ βενζίνης)· τότε λέγεται: ***τετραγωνικὸ*** (ἢ βασιτετράγωνο) παραλληλεπίπεδο.

Τὸ Σχ. 51 μὲ ὁδηγεῖ πῶς νὰ κατασκευάσω ὀρθογώνιο παραλληλόγραμμο μὲ βάση 15 δ. καὶ ὕψος 12 δ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Παρατήρ. Ἡ περίμετρος (δηλ. οἱ 4 πλευρές του μαζί) τοῦ ὀρθογώνιου αὐτοῦ, εἶναι 5 παλ. καὶ 5 δάχ. (=0,54 μ., γιατί;)

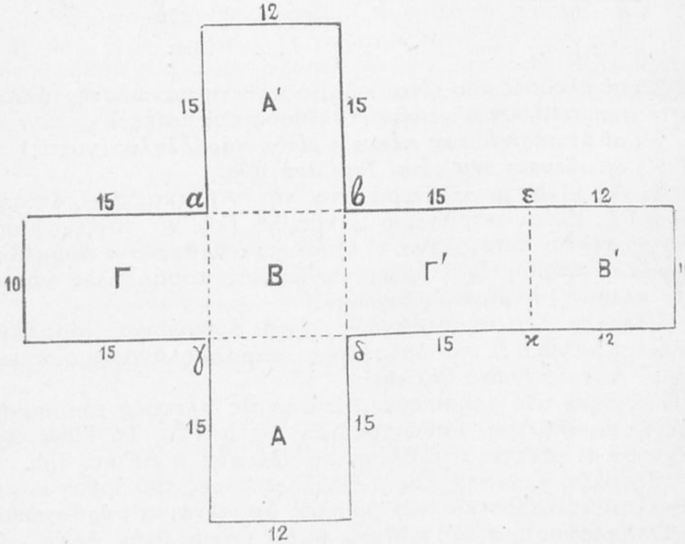
Ὀρθογώνιο σχῆμα ἔχουν συνήθως τὸ πάτωμα, ἡ ὀροφή, ἡ αὐλή, οἱ τοῖχοι, οἱ θύρες, τὰ παράθυρα, τὰ βιβλία, τὰ τετράδια, οἱ μαυροπίνακες, τὰ τραπέζια κ.ο.κ.



Σχ. 51.

3. **Κατασκευὴ ὀρθογώνιου παραλληλεπίπεδου.**— Ἂν ὑποθέσω, ὅτι τὸ ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδό μου εἶναι ἀπὸ χαρτί, καὶ τὸ κόψω στὶς κόψεις του καὶ τὸ ἁπλώσω σ' ἐπίπεδο μέρος, θὰ ἔχω τὸ Σχ. 52. Τὸ σχῆμα αὐτὸ ἀποτελεῖται ἀπὸ 6 ὀρθογώνια, ἴσα ἀνὰ δύο, Α=Α', Β=Β' καὶ Γ=Γ'.

Διαστάσεις (βάση καὶ ὕψος) ἔχει: τὸ α' ζεῦγος 12 ἐπὶ 15, τὸ β' 12 ἐπὶ 10 καὶ τὸ γ' 15 ἐπὶ 10. Τὸ ὀρθογώνιο παραλλη-



Σχ. 52.

λεπίπεδό μου λοιπὸν ἔχει ***διαστάσεις*** 12×10×15 (γιατί;) (βάση × πλάτος × ὕψος).

Κατασκευάζω ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο μὲ τὶς διαστάσεις αὐτές, ἀφοῦ σχεδιάσω πάνω σὲ χαρτόνι τὸ Σχ. 52, τὸ κόψω καὶ τὸ κολλήσω μὲ λουρίδες χαρτιά.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

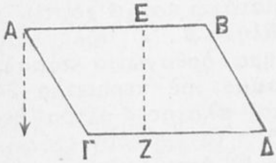
Τὰ περισσότερα ἀντικείμενα, ἔργα ἀνθρώπων, ἔχουν σχῆμα ὀρθογώνιου ἢ τετράγωνου παραλληλεπίπεδου. Εἶναι σχῆμα πολὺ πρακτικό, ὡραῖο κ' εὐκολοκατασκεύαστο. ***Ὀρθογώνια*** παραλληλεπίπεδα εἶναι συνήθως: τὰ σπίτια, οἱ τοῖχοι, τὰ κιβώτια, οἱ πλίνθοι, τὰ βιβλία, τὰ κουτιὰ σπίρτων, οἱ πλάκες σαπουνιῶν κ.ἄ.π.

τετραγωνικὰ παραλληλεπίπεδα εἶναι: τὰ δοχεῖα τοῦ πετρελαίου, πολλὰ κουτιά, τὰ περβάζια τῶν παραθυριῶν, τὰ δοκάρια (πάτερα καὶ καδρόνια) τῶν πατωμάτων κ.ἄ.π.

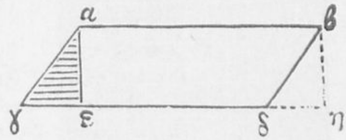
ΣΗΜ. Τὰ παραλληλεπίπεδα αὐτὰ λέγονται ***ὀρθά***, γιατὶ ὅλες οἱ γειτονικές των ἕδρες εἶναι ***κάθετες*** στὴ βάση. Ὑπάρχουν ὅμως καὶ γυρτὰ (κεκλιμένα) παραλληλεπίπεδα μὲ γειτονικὲς ἕδρες γυρτὲς πρὸς τὴ βάση. Π.χ. ἂν τὴ θήκη ἑνὸς κουτιοῦ σπίρτων τὴ στηρίξω πάνω στὴν μιὰ της πλευρὰ (ἀπὸ τὶς στενές, μεγαλύτερες) καὶ τὴν πιέσω ἀπὸ τὴν ἀντικρινή, θὰ ἔχω γυρτὸ ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο. Ἂν τώρα ἀντιγράψω μιὰ ἀπὸ τὶς μικρότερες στενὲς πλευρὲς τῆς θήκης, θὰ πάρω τὸ σχῆμα 53. Στὸ σχῆμα αὐτὸ δίδω τὸ ὄνομα: ***κεκλιμένο παραλληλόγραμμο*** ἢ ἁπλῶς ***παραλληλόγραμμο***.

4. Τὸ παραλληλόγραμμα. α') Οἱ πλευρές του εἶναι γυρτές, παράλληλες καὶ ἴσες ἀνὰ δύο (ΑΒ=ΓΔ, ΑΓ=ΒΔ), β') ἔχει δύο γωνίες ὀξεῖες καὶ ἴσες (ΒΑΓ=ΓΔΒ) καὶ δύο γωνίες ἀμβλεῖες καὶ ἴσες (ΑΓΔ=ΔΒΑ). Τὸ ἀποδείχνω ἂν φτειάσω παραλληλόγραμμο ἀπὸ χαρτὶ δίφυλλο καὶ θέσω τὸ ἕνα πάνω στὸ ἄλλο ἀντίστροφα, γ') ἡ βάση του εἶναι ἡ ΓΔ καὶ τὸ ὕψος του δείχνει ἡ κάθετε ΕΖ, ποὺ μπορεῖ νὰ πέση κ' ἔξω ἀπὸ τὸ σχῆμα: στὴν ***προέκταση*** τῆς βάσης.

Κατασκευάζω τὸ παραλληλόγραμμα αβγδ (σχ. 54), φέρω



Σχ. 53.



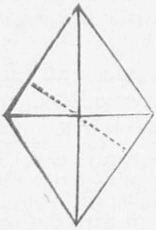
Σχ. 54.

τὴν κάθετη αε, κόβω τὸ σχῆμα αεγ (ὀρθογώνιο τρίγωνο) καὶ τὸ κολνῶ δεξιὰ στὸ παραλληλόγραμμο, ἔτσι ποὺ νὰ συμπέση ἡ αγ πάνω στὴν ἴση της βδ. Τότε σχηματίζεται τὸ ***ὀρθογώνιο*** αεηβ, ***ἰσοδύναμο*** (ἴσο στὴν ἔκταση, στὴν ἐπιφάνεια στὸ ἐμβαδὸν) μὲ τὸ παραλληλόγραμμο αγδβ. Καὶ τὰ δύο τετράπλευρα ἔχουν «τὸ ἴδιο ὕψος καὶ ἴση βάση», ὥστε: ***«Τὸ παραλληλόγραμμο εἶναι ἰσοδύναμο μὲ ὀρθογώνιο, ποὺ ἔχει τὴν ἴδια βάση καὶ τὸ ἴδιο ὕψος μὲ αὐτό»***.

Ρόμβος. - Τὸ παραλληλόγραμμο ποὺ ἔχει καὶ τὶς 4 πλευρές του ἴσες, λέγεται ρόμβος (σχ. 55). Ρόμβο κατασκευάζω, ἂν γράψω δύο κάθετες, ποὺ νὰ διασταυρώνωνται στὰ ***μισά*** τους κ' ἑνώσω μὲ εὐθεῖες (ἴσες καὶ παράλληλες) τὶς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἄκρες των. Τοῦ ρόμβου οἱ δύο ἀντικρινὲς γωνίες εἶναι ***ὀξεῖες*** (καὶ ἴσες) καὶ οἱ ἄλλες ***ἀμβλεῖες*** (καὶ ἴσες). ***Ὀρθὲς γωνίες*** δὲν ἔχει ὁ ρόμβος. Ὅλες οἱ πλευρές του εἶναι ἴσες. Τὸ τετράγωνο ὅμως δὲν εἶναι ρόμβος (γιατί;)— Τὸ γυρτὸ παραλληλόγραμμο εἶναι σχῆμα ***ρομβοειδὲς*** (σχῆμα ποὺ ἔχουν συνήθως τὰ τεμάχια τοῦ γλυκίσματος μπακλαβᾶ).



Σχ. 55.

5. Ἐμβαδὸν ὀρθογώνιου παραλληλόγραμμου.

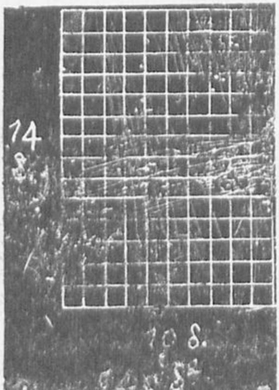
Πρόβλημα α΄. Τὸ τετράδιό μου εἶναι ὀρθογώνιο παραλληλόγραμμο μὲ διαστάσεις: 14 δ. × 10 δ. Τί ἐμβαδὸν ἄραγε ἔχει τὸ κάθε του φύλλο;

Λύσις: Ἐπειδὴ οἱ ἀντικρινὲς πλευρὲς τοῦ ὀρθογώνιου εἶναι ἴσες, χωρίζω τὶς πλευρὲς ἑνὸς φύλλου σὲ 10, 14 (10,14) ἴσα μέρη, ἀπὸ ἕνα δάχτυλο τὸ καθένα. Ἑνώνω τὰ σημεῖα τῶν διαιρέσεων μὲ εὐθεῖες καὶ βλέπω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ φύλλου χωρίσθηκε σὲ 140 τετραγωνικὰ δάχτυλα. Τὸ ἐξαγόμενο ὅμως αὐτὸ μπορῶ νὰ τὸ βρῶ εὔκολα, ἂν πολλαπλασιάσω τὸ 10×14 (=140), δηλαδὴ ἂν πολλαπλασιάσω «***τὸ μῆκος τῆς βάσης τοῦ ὀρθώγονιου, μὲ τὸ μῆκος τοῦ ὕψους του***» ἢ «***τὴ βάση μὲ τὸ ὕψος***»

$=0,10 \times 0,14 = 0,0140$ μ²

ἢ 1 πλ² καὶ 40 δ² ἢ 140 δ²

(τὸ παριστάνω καὶ μὲ χαρτί).



Σχ. 56.

Πρόβλημα β΄. Ἡ αὐλή μας ἔχει σχῆμα ὀρθογώνιο παραλληλόγραμμο, μὲ περίμετρο 24 μέτρα καὶ πλάτος 4 μέτρα· θέλω νὰ βρῶ τὸ ἐμβαδόν της.

Λύση. Οἱ ἀντικρινὲς πλευρές του εἶναι ἴσες· τὸ ὕψος του ἴσο μὲ τὸ πλάτος, ὥστε ἡ βάση τῆς αὐλῆς εἶναι 8 μ. καὶ τὸ ὕψος 4 μ. Ἑπομένως τὸ Ε (ἐμβαδόν του) $= 8 \times 4 = 32$ μ.².

ΣΗΜ. α΄. Καὶ στὸ γυρτὸ παραλληλόγραμμο τὸ ἐμβαδὸν εἶναι ἴσο μὲ τὸ γινόμενο τῆς βάσης του μὲ τὸ ὕψος του, (β×υ), γιατί;

ΣΗΜ. β΄. Καὶ τοῦ ***ρόμβου*** τὸ Ε τὸ βρίσκω ἂν πολλαπλασιάσω τὴ βάση μὲ τὸ ὕψος του (γιατί;) ἢ ἂν πολλαπλασιάσω τὶς δύο κάθετε ***διαγωνίους**** του καὶ πάρω τὸ μισὸ τοῦ γινομένου.

---

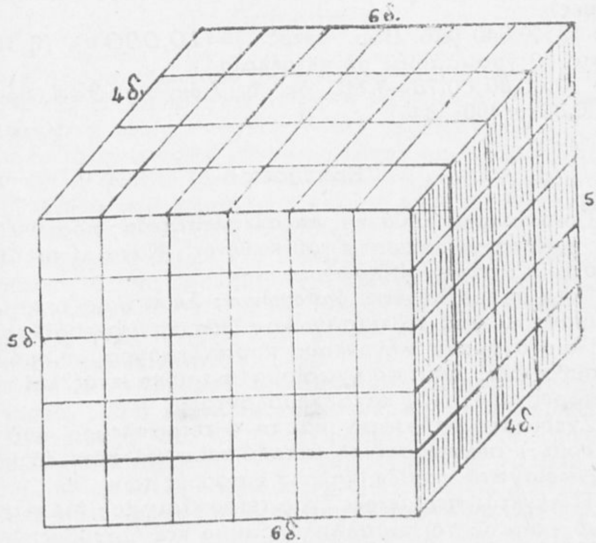
* Ἡ ***διαγώνιος*** ἑνώνει τὶς κορυφὲς δύο ἀντικρινῶν γωνιῶν. Στὸ ρόμβο οἱ διαγώνιοι εἶναι κάθετες μεταξύ τους καὶ διασταυρώνονται στὰ μισά τους.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

6. Ὄγκος ἢ χωρητικότητα ὀρθογώνιου παραλληλεπίπεδου.

Πρόβλημα α'. Ἔφτειασα ἀπὸ πλαστιλίνη* ἢ πηλὸ ἕνα ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο μὲ μῆκος τῆς βάσης τοῦ 6 δ., πλάτος 4 δ. καὶ τὸ ὕψος του 5 δ. Θέλω νὰ βρῶ τὸν ὄγκο του (σχ. 57). Πρὸς τοῦτο:

Χωρίζω τὶς 6 ἕδρες του σὲ τετραγωνικὰ δάχτυλα, α') τὶς



Σχ. 57.

δύο βάσεις σὲ 24 $δ^2$ τὴν καθεμιὰ (=6×4), τὶς δύο μπρὸς καὶ πίσω σὲ 30 $δ^2$ (=6×5), τὶς δύο ἀριστερὰ καὶ δεξιὰ σε 20 $δ^2$ (=4×5). Κόβω τὸ παραλληλεπίπεδο, ἀπὸ τὰ χωρίσματα, ὁριζόντια καὶ κάθετα καὶ βλέπω ὅτι διαιρέθηκε σὲ 120 κυβικὰ δάχτυλα. Ἀπ' αὐτὰ 6 βρίσκονται στὸ μῆκος, 4 στὸ πλάτος τῆς βάσης καὶ 5 στὸ ὕψος (=6×4×5=120 $δ^3$). Κ' ἐπειδὴ τὸ μῆκος καὶ τὸ πλάτος τῆς βάσης, μαζὶ μὲ τὸ ὕψος, ἀποτελοῦν τὶς ***τρεῖς διαστάσεις*** τοῦ παραλληλεπίπεδου, συμπεραίνω, ὅτι: «***γιὰ νὰ βρῶ τὸν ὄγκο*** (ἢ τὴν χωρητικότητα) ***τοῦ ὀρθογώνιου παραλληλεπίπεδου, ἀρκεῖ νὰ πολλαπλασιάσω μεταξύ τους τὶς τρεῖς διαστάσεις του*** (μιᾶς στερεᾶς γωνίας του)».

ΣΗΜ. α'. Τὰ 120 αὐτὰ κυβικὰ δάχτυλα δείχνουν τὸν ***ὄγκο*** τοῦ

---

* Πάστα μαλακή, εὔπλαστη, ποὺ χρησιμοποιεῖται στὴ χειροτεχνία γιὰ τὴν ***πλαστική***, γιὰ νὰ πλάσωμε διάφορα ἀντικείμενα. Ὁ πηλὸς εἶναι ἀπὸ καθαρό, ὅσο εἶναι δυνατό, ἄργιλλο, ἄργιλλο κεραμεντικό.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΣΗΜ. β΄. Γιὰ νὰ βρῶ τὸ ἐμβαδὸν τῆς ***ἐξωτερικῆς ἐπιφανείας*** τοῦ παραλληλεπίπεδου, προσθέτω τὰ ἐμβαδὰ καὶ τῶν 6 ἑδρῶν του. Τοῦ ὀρθογώνιου παραλληλεπίπεδου Σχ. 57 ἡ ἐξωτερικὴ ἐπιφάνεια εἶναι 148 $δ^2$ ἢ 1 $πλ^2$ καὶ 48 $δ^2$ (=0,01.48 $μ^2$. Τὸ παριστάνω καὶ μὲ χαρτί...)

Πρόβλημα β΄. Δοχεῖο, σὲ σχῆμα τετραγωνικὸ παραλληλεπίπεδο, ἔχει πλευρὰ βάσης 2 παλάμες (0,20 μ.) καὶ ὕψος 3 πλ. (0,30 μ.). Πόσες ὀκάδες πετρέλαιο χωρεῖ;

Λύση. α΄) Ἡ χωρητικότητά του σὲ νερό: $2\times2\times3=$ ***12 πλ***^{3} (ἢ λίτρες).

β΄) $12\times0{,}840$ (εἰδ. Βάρ. πετρελ.)= ***10,080*** $πλ^3$ (ἢ 10 λίτρες καὶ 80 γραμμάρια) σὲ πετρέλαιο.

γ΄) $10\times0{,}80\times0{,}78=7{,}862$ ὀκ. ἢ ***7 ὀκ. καὶ 345*** δράμια (γιατὶ $0{,}862\times400=345$).

Ἐρωτήσεις

1. Ποιὰ στερεὰ λέγονται ***παραλληλεπίπεδα;*** πόσων εἰδῶν εἶναι; ποιὰ τὰ γνωρίσματα τοῦ καθενός; Κατὰ τί μοιάζουν μεταξύ τους; ποιὲς οἱ διαφορές των;
2. Ποιὸ σχῆμα λέγεται ***ὀρθογώνιο;*** Σὲ τί μοιάζει καὶ κατὰ τί διαφέρει ἀπὸ τὸ τετράγωνο; Πῶς κατασκευάζεται;
3. Ποιὰ σχήματα λέγονται: παραλληλόγραμμο, ρόμβος (καὶ ρομβοειδῆ); ποιὰ τὰ γνωρίσματα τοῦ καθενὸς καὶ ποιὲς οἱ διαφορές των; Πῶς κατασκευάζονται;
4. Σχεδιάστε στὴ σειρὰ καὶ τὰ 4 τετράπλευρα ποὺ μάθατε (ποιά;). συγκρίνατέ τα μεταξύ τους καὶ πέτε τὰ κοινά τους γνωρίσματα, καθὼς καὶ τὶς διαφορές των.
5. Τί λέγεται ***περίμετρος*** ἑνὸς τετράπλευρου; Μὲ τί εἶναι ἰ σ ο δ ύ ν α μ α: τὸ παραλληλόγραμμο καὶ ὁ ρόμβος;
6. Ποιὰ ἀντικείμενα ἔχουν σχῆμα παραλληλεπίπεδο, ὀρθογώνιο, παραλληλόγραμμο, ρόμβο;

Ἀσκήσεις

Σχεδιάστε (δίχως ἢ μὲ γεωμετρικὰ ἐργαλεῖα) καὶ κατασκευάστε:

α΄) ***ὀρθογώνιο*** μὲ διαστάσεις 2×3 παλ. καὶ 8×15 δάχτυλα. Τί περίμετρο θάχη τὸ καθένα;

β΄) ***παραλληλόγραμμο*** μὲ βάση 1 παλ. καὶ ὕψος 6 δάχτ. Πόση θάναι ἡ περίμετρός του;

ὀρθογ. παραλληλεπίπεδου, ἀλλὰ καὶ τὸ ***βάρος*** του σὲ 120 γραμμάρια, ἂν ἦταν καμωμένο ἀπὸ νερὸ (ἢ τὴν ***χωρητικότητά*** του ἂν ἦταν ἀπὸ πολὺ ψιλὸ χαρτὶ καὶ γεμᾶτο νερὸ καθαρό). Ἐὰν ὅμως τὸ φαντασθῶ ἀπὸ ***κερί***, θάχη πραγματικὸ βάρος ($129\times0{,}950$ Ε.Β. τοῦ κεριοῦ=) ***114*** γραμμάρια (36 δράμια περίπου). Καὶ ἐὰν ἀπὸ συνηθισμένη ***πέτρα*** ($120\times2{,}086$ Ε.Β. τῆς πέτρας=) ***250*** γραμμάρια (ἢ 249,6) ἤτοι 78 δράμια πραγματικὸ βάρος, ἐνῶ ὡς νερὸ (120 γραμ.=) ***37,5*** δράμια.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γ΄) *ρόμβο* μὲ δύο κάθετες, τὴ μιὰ 10 δ. καὶ τὴν ἄλλη 5 δ.

δ΄) *τετραγ. παραλληλεπίπεδο* μὲ διαστάσεις: 8×8×15. (δηλ. μὲ βάση τετράγωνο) καὶ βρῆτε τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐξωτερικῆς του ἐπιφάνειας, ἐπίσης καὶ τὸν ὄγκο του.

ε΄) *ὀρθογ. παραλληλεπίπεδο* μὲ διαστάσεις: 9×3×5 δ. καὶ βρῆτε τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐξωτερικῆς του ἐπιφάνειας, ἐπίσης καὶ τὸν ὄγκο του.

Προβλήματα.

1. Πάτωμα δωματίου μὲ διαστάσεις 5,50 καὶ 4,50 μέτρα θὰ στρωθῆ μὲ σανίδες μὲ μῆκος ἡ καθεμιὰ 4 μ. καὶ πλάτος 30 ἑκατοστὰ τοῦ μ., πόσες σανίδες χρειάζονται;

2. Αὐλὴ σπιτιοῦ σὲ παραλληλόγραμμο σχῆμα, μὲ μῆκος 12 μ. καὶ πλάτος 5,75 μ., πρόκειται νὰ στρωθῆ μὲ τετραγωνικὲς πλάκες ποὺ ἡ μιά τους πλευρὰ εἶναι 12 δάχτυλα. Πόσες τέτοιες πλάκες θὰ χρειασθοῦν;

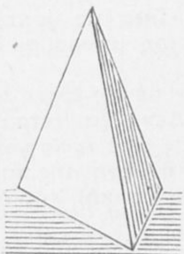
3. Νὰ βρεθῆ σὲ κιλὰ (κ' ἔπειτα σὲ ὀκάδες) ἡ χωρητικότητα (καθὼς καὶ τὸ βάρος) μιᾶς πέτρινης δεξαμενῆς σὲ ὀρθογ. παραλληλεπίπεδο σχῆμα, τῆς ὁποίας οἱ ἐξωτερικὲς διαστάσεις εἶναι: 1,20×0,90×0,60 μέτρα, καὶ οἱ ἐσωτερικὲς κατὰ μιὰ παλάμη μικρότερες.

4. Θέλω νὰ ψηλώσω τὴν αὐλὴ τοῦ σπιτιοῦ μας κατὰ 40 ἑκατοστά. Πόσο χῶμα θὰ χρειασθῶ, ἀφοῦ τῆς αὐλῆς τὸ μῆκος εἶναι 15 μ. καὶ τὸ πλάτος 8 μ. Καὶ πόσα ἀγώγια θὰ πληρώσω, ἂν τὸ κάρρο ἔχει ἐσωτερικὲς διαστάσεις 1.50×0,80×0,30 μ. καὶ ἡ καθεμιὰ καρριὰ στοιχίζει 150 δραχμές;

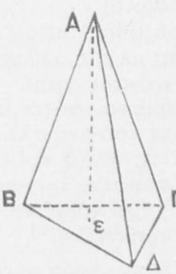
5. Δοχεῖο σὲ σχῆμα ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο καὶ μὲ διαστάσεις 4—5—6 παλάμες, πόσα κιλὰ (καὶ πόσες ὀκάδες) βούτυρο ἢ ζάχαρη ἢ ἀλεύρι θὰ χωρῆ;

III. ΠΥΡΑΜΙΔΕΣ

1. **Πυραμίδα τριγωνικὴ** (σχ. 58). Δὲν μοιάζει μὲ κύβο, οὔτε μὲ παραλληλεπίπεδο. (Γίνεται σύγκρισι τῶν τριῶν στε-



Σχ. 58.



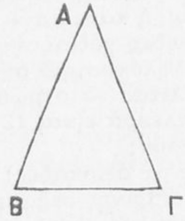
Σχ. 59.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

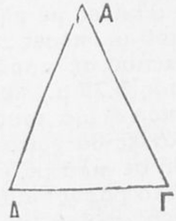
ρεῶν). Ἡ τριγωνικὴ πυραμίδα ἔχει 4 ἕδρες: 1 ὁριζόντια καὶ 3 γυρτές. Εἶναι σῶμα *τετράεδρο*. Ἡ ὁριζόντια ἕδρα χρησιμεύει γιὰ *βάση* (ἡ ΒΔΓ σχ. 59) καὶ οἱ γυρτὲς ἑνώνονται σὲ *κοινὴ κορυφὴ* καὶ σχηματίζουν μιὰ *ὀξεῖα τρίεδρη γωνία* (Α). Παράλληλες ἕδρες δὲν ἔχει. Ἔχει 6 δίεδρες γωνίες καὶ 4 στερεὲς γωνίες.

Τὸ ὕψος της δείχνει ἡ εὐθεῖα Αε, ποὺ κατεβαίνει *κάθετα* ἀπὸ τὴν κορυφὴ Α πρὸς τὴ βάση.

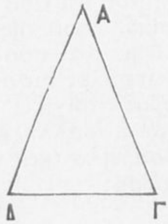
Ἀντιγράφω τὶς ἕδρες τῆς πυραμίδας μου στὴ σειρὰ καὶ παίρνω τὰ ἑξῆς σχήματα:



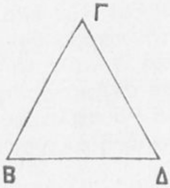
Σχ. 60.



Σχ. 61.



Σχ. 62.



Σχ. 63.

Τὰ τρία πρῶτα εἶναι ἴσα, τὸ τέταρτο ἄνισο μὲ τ' ἄλλα (τὸ ἀποδείχνω, ἂν τὰ κόψω ἀπὸ χαρτὶ καὶ τὰ θέσω τὸ ἕνα πάνω στ' ἄλλο).

Ἡ πυραμίδα λοιπὸν ἔχει *3 ἕδρες ἴσες* (τὶς γυρτὲς) καὶ 1 ἕδρα ἄνιση μὲ τὶς ἄλλες (ἐδῶ μικρότερη· μποροῦσε ὅμως νὰ εἶναι καὶ μεγαλύτερη).

Τὰ σχήματα αὐτὰ δὲν μοιάζουν μὲ τὶς ἕδρες οὔτε τοῦ κύβου, οὔτε τοῦ παραλληλεπίπεδου. Δὲν εἶναι τετράπλευρα, ὅπως ἐκεῖνα, ἀλλὰ *τρίπλευρα*. Ἔχουν ἀπὸ *τρεῖς* γωνίες, γι' αὐτὸ τὰ ὀνομάζω *τρίγωνα*, κ' ἐπειδὴ ἡ βάση τῆς πυραμίδας μου ἔχει σχῆμα τρίγωνο (εἶναι δηλ. τριγωνική), τὴν ὀνομάζω *πυραμίδα τριγωνική*.

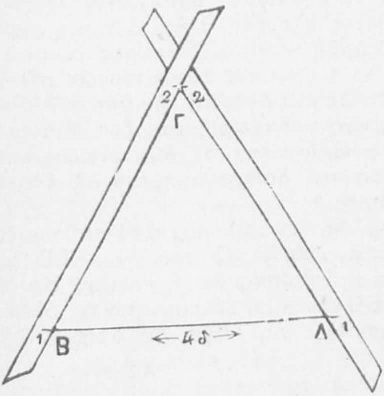
ΣΗΜ. Ἡ πυραμίδα αὐτὴ εἶναι *ὀρθὴ* (ὄρθια). Μπορεῖ ὅμως ἡ πυραμίδα νὰ εἶναι καὶ λοξὴ (γυρτή, κεκλιμένη).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

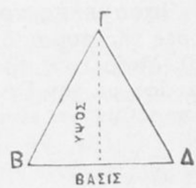
2. **Εἴδη τριγώνων.**—Ἰσόπλευρο τρίγωνο. Ἀντιγράφω τὴ βάση τῆς τριγωνικῆς πυραμίδας καὶ παίρνω τὸ σχῆμα 65. Τὸ τρίγωνο αὐτὸ ἔχει πλευρὲς *ἴσες*, εἶναι ***τρίγωνο ἰσόπλευρο***, ἐπίσης ἔχει 3 γωνίες ***ὀξεῖες*** (τὸ ἀποδεἰχνω μὲ τὸν κύβο μου) καὶ ***ἴσες***· εἶναι τρίγωνο ἰσογώνιο, γιατί: ***«ἀπέναντι ἴσων πλευρῶν, βρίσκονται πάντοτε ἴσες γωνίες»***.

Ἡ *βάση* του εἶναι ἡ ΒΔ, γιατὶ στηρίζεται πάνω της· ἡ Γ εἶναι ἡ κύρια του ***κορυφή***, γιατὶ βρίσκεται ἀντίκρυ ἀπὸ τὴ βάση. Τὸ ***ὕψος*** του δείχνει ἡ εὐθεῖα Γε, ποὺ κατεβαίνει κάθετα ἀπὸ τὴν κορυφὴ πρὸς τὴ βάση (ἐδῶ στὸ ***μέσο*** τῆς βάσης).

Γιὰ νὰ σχεδιάσω ἰσόπλευρο τρίγωνο, μὲ πλευρὲς ἀπὸ 4



Σχ. 64.



Σχ. 65.

ἑκατ. π.χ.: α΄) γράφω εὐθεῖα 4 ἑκατ. (τὴν ΒΔ)· β΄) παίρνω δύο λουρίδες χαρτὶ καὶ σημαδεύω πάνω στὴν καθεμιὰ ἀπὸ δύο σημεῖα, σὲ ἀπόσταση 4 ἑκατ. (1—2=4 δ.). γ΄) ἐφαρμόζω τὰ σημεῖα 1 καὶ 1 στὶς δυὸ ἄκρες τῆς εὐθείας ΒΔ, πλησιάζω τὶς ἄλλες ἄκριες τῶν λουρίδων, τὸ ἕνα κοντὰ στὸ ἄλλο, ἕως ὅτου συμπέσουν τὰ σημεῖα 2 καὶ 2, καὶ σημαδεύω πάνω στὸ χαρτὶ τὸ σημεῖο Γ, ὅπου συναντήθηκαν. Τὸ σημεῖο Γ καὶ τὶς ἄκριες Β καὶ Δ ἑνώνω μὲ εὐθεῖες κ' ἔτσι σχηματίζω ἰσόπλευρο τρίγωνο, μὲ πλευρὲς ἀπὸ 4 ἑκατ. ἢ δάχτυλα (=0,04μ.).

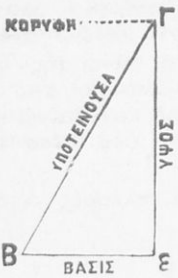
Ὀρθογώνιο τρίγωνο.—Κόβω τὸ ἰσόπλευρο ΒΓΔ (σχ. 65) καὶ τὸ διπλώνω σὲ δύο, ἔτσι ποὺ νὰ συμπέσουν οἱ κορυφὲς τοῦ Δ καὶ Β, καὶ ἡ πλευρὰ ΔΓ νὰ ἐφαρμόση πάνω στὴν ἴση της ΒΓ. Τὸ νέο τρίγωνο ΒεΓ (σχ. 66) εἶναι τὸ ***μισὸ*** τοῦ πρώτου (σχ. 64) ὅπως ἡ βάση Βε εἶναι ἡ μισὴ τῆς ΒΔ.

Ἐξετάζω μὲ τὸν κύβο τὴ γωνία ΓεΒ καὶ βλέπω, ὅτι εἶναι

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὀρθή. Ὀνομάζω λοιπὸ τὸ τρίγωνο ΓεΒ: *ὀρθογώνιο*· τοῦτο ἔχει:

α΄) 2 ***κάθετες πλευρές***· ἡ μία (ἡ Βε) τοῦ χρησιμεύει γιὰ *βάση* καὶ ἡ ἄλλη (ἡ Γε) δείχνει τὸ ὕψος του (γιατί;) ἡ τρίτη



Σχ. 66.

του πλευρὰ (ἡ πλάγια ΒΓ) λέγεται ***ὑποτείνουσα*** καὶ εἶναι μεγαλύτερη καὶ ἀπὸ τὴ βάση καὶ ἀπὸ τὸ ὕψος.

β΄) Ἔχει *1* ***ὀρθὴ γωνία***, ἀντίκρυ ἀπὸ τὴν ὑποτείνουσα, καὶ *2* ***ὀξεῖες γωνίες*** στὶς ἄκριες της.

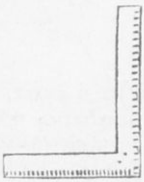
Παρατήρ. «Τὸ ὕψος του χωρίζει τὸ ***ἰσόπλευρο*** τρίγωνο σὲ δύο ἴσα ***ὀρθογώνια*** τρίγωνα».

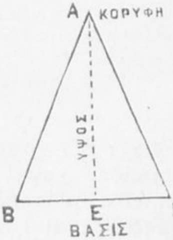
Γιὰ νὰ σχεδιάσω ὀρθογώνιο τρίγωνο μὲ κάθετες πλευρές, 3 καὶ 5 δ. π.χ., γράφω μιὰ ὀρθὴ γωνία μὲ πλευρές, 3 καὶ 5 δ. κ' ἑνώνω τὶς ἄκριες τῶν κάθετων αὐτῶν πλευρῶν μὲ μιὰ εὐθεῖα, τὴν ὑποτείνουσα.

Γιὰ νὰ γράψω ***ὀρθὴ γωνία***, μεταχειρίζομαι ἕνα ἰδιαίτερο γεωμετρικὸ ἐργαλεῖο: τὸν ***γνώμονα*** (σχ. 67, 68), φτειαγμένο* (συνήθως) ἀπὸ λεπτὴ σανίδα καὶ βαθμολογημένο σὲ ἑκατοστά, στὶς κάθετές του πλευρές.

Ἰσοσκελὲς τρίγωνο.— Ἀντιγράφω μιὰ ἀπὸ τὶς γυρτὲς ἕδρες τῆς πυραμίδας μου καὶ παίρνω τὸ τρίγωνο ΑΒΓ (σχ. 69). Μετρῶ τὶς πλευρές του καὶ βρίσκω ὅτι ἡ πλευρὰ ΒΑ εἶναι ἴση μὲ τὴν ΓΑ, ἐνῶ ἡ ΒΓ εἶναι μικρότερη ἀπὸ τὶς ἄλλες· (μποροῦσε νὰ εἶναι καὶ μεγαλύτερη. Ἔχει δηλαδὴ μόνο *2*


Σχ. 67.


Σχ. 68.



Σχ. 69.

σκέλη ἴσα καὶ γι' αὐτὸ τὸ ὀνομάζω: ***ἰσοσκελὲς*** τρίγωνο. Γιὰ ***βάση*** τοῦ χρησιμεύει ἡ ***ἄνιση*** πλευρά του (ΒΓ) καὶ γιὰ ***ὕψος*** ἡ ΑΕ, ποὺ ἑνώνει κάθετα τὴν κορυφὴ (Α) μὲ τὴ βάση του. Τὸ ὕψος χωρίζει τὸ ἰσοσκελὲς τρίγωνο (ὅπως καὶ τό;) σὲ δύο ἴσα καὶ ὀρθογώνια τρίγωνα (ΑΕΒ = ΑΕΓ)· μπορῶ νὰ τὸ ἀποδείξω μὲ χάρτινο ἰσοσκελὲς τρίγωνο.

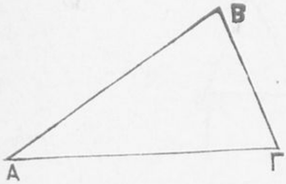
* Γνώμονα μπορῶ νὰ κατασκευάσω καὶ ἀπὸ χαρτόνι (καὶ ἀπὸ φύλλο χαρτὶ) σὲ σχῆμα τετράγωνο, ἂν τὸ διπλώσω (πολλὲς φορὲς) κανονικά.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

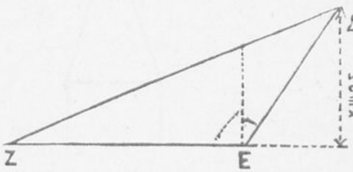
Παρατήρ. Τὰ τρίγωνα παίρνουν τὶς ὀνομασίες των ἀπὸ τὶς πλευρές των καὶ ἀπὸ τὶς γωνίες των. Ἔτσι ἔχομε:

α΄) τρίγωνα: ***ἰσόπλευρα***, ***ἰσοσκελῆ*** καὶ ἀνισόπλευρα ἢ ***σκαληνὰ*** (σχ. 70) καὶ

β΄) τρίγωνα: ***ὀρθογώνια*** (μὲ μιὰ ὀρθὴ γωνία), ***ὀξυγώνια*** (μὲ τρεῖς γωνίες ὀξεῖες) καὶ ***ἀμβλυγώνια*** (μὲ μιὰ γωνία ἀμβλεῖα, (σχ. 71).



Σχ. 70.



Σχ. 71.

Μέτρηση, σύγκριση - συμπεράσματα:

α΄) Τὸ ἄθροισμα τῶν γωνιῶν τοῦ ***κάθε*** τρίγωνου εἶναι ***δύο ὀρθὲς*** γωνίες.

β΄) Ὅταν ἡ μιὰ τῶν γωνιῶν εἶναι ὀρθὴ ἢ ἀμβλεῖα, οἱ ἄλλες δύο θᾶναι πάντοτε ὀξεῖες.

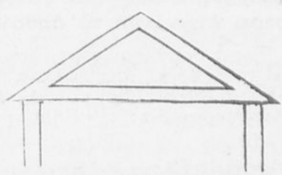
γ΄) Τὸ ἰσόπλευρο τρίγωνο εἶναι καὶ ***ἰσογώνιο***· δηλαδὴ στὸ ἰσόπλευρο καὶ οἱ τρεῖς γωνίες εἶναι ***ἴσες*** μεταξύ τους.

γ΄) Στὰ ἰσοσκελῆ τρίγωνα, ἴσες εἶναι οἱ δύο γωνίες τῆς βάσης. Στὰ ἰσοσκελῆ ὀρθογώνια, οἱ δύο ὀξεῖες γωνίες εἶναι ἴσες.

ε΄) Στὰ σκαληνά, ὅλες οἱ γωνίες εἶναι ἄνισες. Στὰ ἀμβλυγώνια οἱ δύο ἄλλες γωνίες κατ᾽ ἀνάγκην εἶναι ὀξεῖες καὶ τὸ ἄθροισμά τους μικρότερο ἀπὸ μιὰ ὀρθή, γιατί: ἡ τρίτη, ἡ ἀμβλεῖα, εἶναι μεγαλύτερη ἀπὸ μιὰ ὀρθή, (βλ. τὸ α΄ καὶ τὸ β΄).

ΣΗΜ. Σχῆμα ***ἰσοσκελὲς τρίγωνο*** ἔχουν συνήθως τὰ ***ἀετώματα*** τῶν σπιτιῶν (σχ. 72) καὶ ***ἰσοσκελὲς ἀμβλυγώνιο*** τὰ ***ἑλληνικὰ ἀετώματα*** στ᾽ ἀρχαῖα κτίτια (Παρθενών, Θησεῖον...). Τώρα τέτοια ἀετώματα μεταχειρίζονται στὰ μέγαρα, θέατρα, πάνω σὲ παράθυρα, κ.ἄ. (σχ. 73).

Σχ. 72.



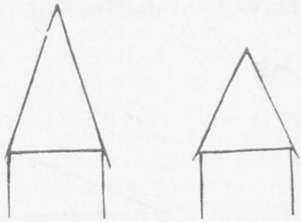
Σχ. 73.

Σχῆμα ***ἰσοσκελὲς ὀξυγώνιο*** (χαμηλὸ ἢ ψηλό, σχ. 74, 75) ἔχουν τὰ ἀετώματα τῶν ἐκκλησιῶν καὶ τῶν σπιτιῶν τῶν Δυτικῶν (Γοτθικὸς ρυθμός).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

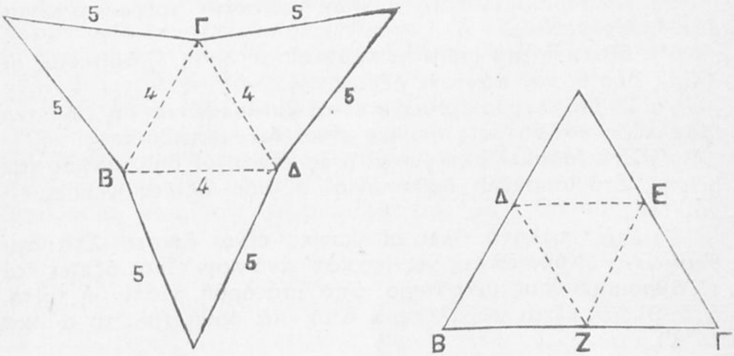
3. **Τριγωνικὴ πυραμίδα κατασκευάζω** κατὰ δύο τρόπους, ὅπως δείχνουν τὰ σχήματα 76 καὶ 77.

Παρατήρ. Ἡ τριγωνικὴ πυραμίδα σχ. 77 διαφέρει λίγο ἀπὸ τὴν τριγωνικὴ πυραμίδα σχ. 76. Εἶναι κανονικώτερη



Ὀξυγώνια ἰσοσκελῆ τρίγωνα.

Σχ. 74. Σχ. 75.



Σχ. 76. Σχ. 77.

ἀπὸ κείνη, γιατὶ ἔχει καὶ τὶς ***4 ἕδρες της ἴσες.*** Εἶναι ***κανονικὸ τετράεδρο,*** ὅπως καὶ ὁ ***κύβος*** εἶναι κανονικὸ ***ἑξάεδρο,*** (καὶ διαφέρει λίγο ἀπὸ τὸ ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο).

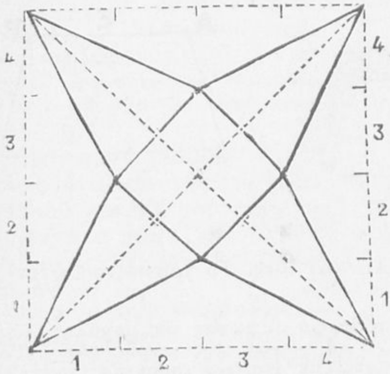
ΣΗΜ. Τώρα συμπληρώνομε, ὅ,τι εἴπαμε παραπάνω, ὅτι «ἡ πυραμίδα ἔχει τρεῖς ἕδρες ἴσες καὶ μία ἄνιση (μικρότερη ἢ μεγαλύτερη)». Μπορεῖ ἡ πυραμίδα νὰ ἔχῃ καὶ ***τὶς 4 της ἕδρες ἴσες.*** Ἐκεῖ ἐπρόκειτο γιὰ ὡρισμένη πυραμίδα: τὴν βάση της μικρότερη ἀπὸ τὶς παράπλευρες ἕδρες.

Εἴδη πυραμίδων.—Ἐκτὸς ἀπὸ τὴν τριγωνικὴ πυραμίδα ὑπάρχουν καὶ πυραμίδες ***τετραγωνικὲς*** (μὲ βάση τετράγωνο), ***πενταγωνικὲς*** (μὲ βάση κανονικὸ πεντάγωνο, δηλαδὴ εὐθύγραμμο σχῆμα μὲ 5 ἴσες πλευρές), ***ἑξαγωνικὲς*** (μὲ βάση κανονικὸ ἑξάγωνο)... καὶ ***πολυγωνικὲς*** (μὲ βάση κανονικὸ πολύγωνο). Ὅλων αὐτῶν τῶν πυραμίδων ὁ συνολικὸς ἀριθ-

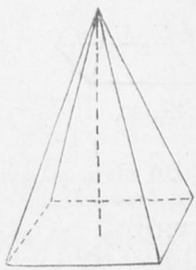
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μὸς τῶν ἑδρῶν τους εἶναι κατὰ *ἕνα* περισσότερος ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ τῶν πλευρῶν τῆς βάσης των. Ἔτσι ἡ τριγωνικὴ ἔχει 4 ἕδρας, ἡ τετραγωνικὴ 5 κ.ο.κ.

Γιὰ νὰ κατασκευάσω πυραμίδα τετραγωνική: γράφω ἕνα τετράγωνο· πάνω στὶς πλευρὲς του 4 ***ἰσοσκελῆ*** καὶ ***ἴσα*** τρίγωνα· κόβω, χαράζω, ἑνώνω καὶ κολλῶ μὲ λουρίδες... (σχ. 78, 79).



Σχ. 78.



Σχ. 79.

ΣΗΜ. ***Ἱστορία τῆς πυραμίδας.***—Ἀντικείμενα ποὺ ἔχουν τὸ σχῆμα της. Ἡ λέξις ***πυραμὶς*** κατ' ἄλλους παράγεται ἀπὸ τὴ λέξη ***πῦρ***, (λέξη γενική, κατὰ τὸν Πλάτωνα), ποὺ σημαίνει φωτιά, φλόγα. Κάθε σχῆμα ὅμοιο μὲ τὴ φλόγα λεγόταν πυραμίδα. Κατ' ἄλλους ἔγινε ἀπὸ τὴν Αἰγυπτιακὴ λέξη ***πυραμά***, ποὺ σημαίνει ***ὕψος***. Σχῆμα πυραμίδας ἔχουν στὴν Αἴγυπτο οἱ τάφοι περίφημων βασιλέων, τῶν Φαραώ. Ἡ μεγαλύτερη πυραμίδα εἶνα ἡ τοῦ ***Χέοπος***, μὲ πλευρὰ τετραγωνικῆς βάσης 233 μ. καὶ ὕψος 148 μ.

Ἡ πυραμίδα εἶναι ὡραιότατο σχῆμα καὶ χαριτωμένο στόλισμα στὶς κορυφὲς τῶν μνημείων, πύργων καὶ ἀναμνηστικῶν στηλῶν. Ἔχει καὶ πρακτικὴ ὠφέλεια. Οἱ στέγες ἔχουν σχῆμα πυραμίδας, γιὰ νὰ φεύγουν εὔκολα τὰ νερὰ τῆς βροχῆς. Τὰ κάγκελα τελειώνουν σὲ πυραμίδα, γιὰ νὰ δυσκολεύωνται, νὰ τὰ ὑπερπηδοῦν οἱ ξένοι. Οἱ πάσσαλοι, τὰ καρφιά, οἱ σφῆνες, τ' ἀκόντια κ.λ.π. καταλήγουν σὲ πυραμίδα, γιὰ νὰ μποροῦν, νὰ χώνονναι εὔκολα σὲ σκληρὸ μέρος.

4. **Κόλουρη** (κολοβὴ) **τετραγωνικὴ πυραμίδα.**—Ἂν κόψω τὴν τετραγωνικὴ πυραμίδα ***ὁριζόντια*** καὶ ***παράλληλα*** πρὸς τὴ βάση της, θὰ ἔχω κολοβὴ ***κόλουρη***, τετραγωνικὴ πυραμίδα (σχ. 80, 81).

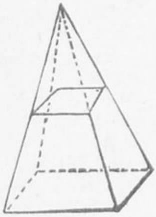
Ἡ κόλουρη τετραγωνικὴ πυραμίδα καὶ μοιάζει στὸ παραλληλεπίπεδο (κατὰ τί;) καὶ διαφέρει ἀπ' αὐτό, γιατὶ οἱ δυό της βάσεις δὲν εἶναι ***ἴσες***· ἡ ἄνω εἶναι μικρότερη ἀπὸ τὴν κάτω (εἶναι ὅμως παράλληλες) καὶ οἱ 4 γειτονικές του ἕδρες εἶναι ἐπίπεδα γυρτά, ἴσα (καὶ ὄχι παράλληλα).

Τραπέζιο.—Ἀντιγράφω μιὰ γειτονικὴ ἕδρα τῆς κόλουρης πυραμίδας καὶ παίρνω τὸ τετράπλευρο σχῆμα (82) ΑΒΓΔ.

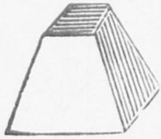
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Οἱ ***δύο βάσεις του εἶναι παράλληλες***· ἡ πάνω μικρότερη ἀπὸ τὴν κάτω. Ἡ εὐθεῖα ΕΖ, ποὺ ἑνώνε κάθετα τὶς δύο παράλληλες βάσεις, δείχνει τὸ ***ὕψος*** του. Τὸ σχῆμα αὐτὸ τ' ὀνομάζω ***τραπέζιο,*** γιατί, ἀναποδογυρισμένο, μοιάζει μὲ τραπέζι.

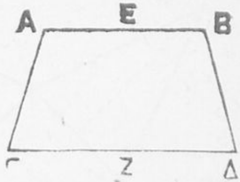
Στὸ τραπέζιο ΑΒΓΔ (σχ. 82) οἱ γειτονικὲς πλευρὲς ΑΓ



Σχ. 80.



Σχ. 81.

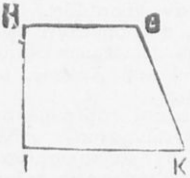


Σχ. 82.

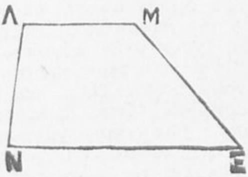
καὶ ΒΔ εἶναι πλάγιες, ἀλλὰ καὶ *ἴσες*. Τὸ τραπέζιο αὐτὸ λέγεται ***ἰσοσκελές.***

ΣΗΜ. α' Στὸ ἰσοσκελὲς τραπέζιο οἱ γωνίες τῆς μεγάλης βάσης (ΓΔ) εἶναι ***ὀξεῖες*** (καὶ ***ἴσες***), ἐνῶ οἱ γωνίες τῆς μικρῆς (ΑΒ) εἶναι ***ἀμβλεῖες*** (καὶ ***ἴσες***). (Τὸ ἀποδείχνω μὲ χάρτινο ἰσοσκελὲς τραπέζιο, ἂν τὸ διαλύσω ἔτσι, ποὺ νὰ συμπέσουν οἱ ἴσες πλευρές).

ΣΗΜ. β'. Ὑπάρχουν καὶ ἄλλου εἴδους τραπέζια, καθὼς τὸ ***ὀρθογώνιο τραπέζιο*** (σχ. 83) καὶ τὸ ἀκανόνιστο ἢ ***σκαληνὸ τραπέζιο*** (σχ. 84· [κατὰ τί διαφέρουν ἀπὸ τὸ ἰσοσκελὲς ἢ κανονικὸ τραπέζιο;]



Σχ. 83.



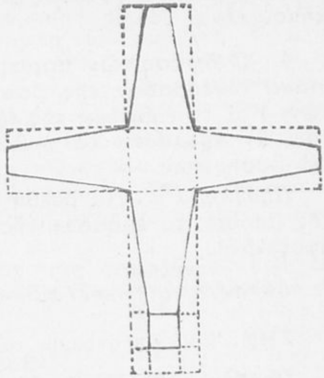
Σχ. 84.

Χρῆσις κόλουρης πυραμίδας.— Καὶ ἡ κόλουρη πυραμίδα, ὅπως ἡ τέλεια πυραμίδα, εἶναι σὲ μεγάλη διάδοση: στὰ κοσμήματα, στὴν ἀρχιτεκτονικὴ καὶ τὴν καθημερινὴ χρήση. Τὴν βλέπω σὲ μνημεῖα, κτίρια, πύργους, βάση στύλων... Συνήθως κιβώτια, καλάθια, κοφίνια, σκάφες, δεξαμενές, ξύλινα μεγάλα ἀνθοδοχεῖα κ. ἄ. δ. ἔχουν σχῆμα κόλουρης πυραμίδας. Ἡ κόλουρη πυραμίδα, σὰν ἔχει στὴν κορυφή της τοποθετημένη καὶ μιὰ τέλεια πυραμίδα, εἶναι ὡραῖο στολίδι, ὅπως βλέπω σὲ ἀναμνηστικὲς στῆλες, κάγκελα, πύργους κ.λ.π.

ΣΗΜ. Ἡ κόλουρη πυραμίδα, ἀνάλογα μὲ τὴ χρήση της, ἄλλοτε στηρίζεται πάνω στὴ μεγάλη βάση κι ἄλλοτε στὴ μικρή.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

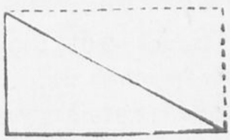
Γιὰ νὰ κατασκευάσω κόλουρη τετραγωνικὴ πυραμίδα, θὰ ὁδηγηθῶ ἀπὸ τὸ Σχ. 85. (Ἐργάζομαι σὰν νὰ ἤθελα νὰ κατασκευάσω τετραγωνικὸ παραλληλεπίπεδο, σχ. 52).

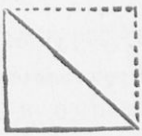

Σχ. 85.

5. **Ἐμβαδὸν τριγώνου.** — Τὰ παραλληλόγραμμα σχήματα (τετράγωνο, ὀρθογώνιο καὶ γυρτὸ παραλληλόγραμμο, ρόμβος) χωρίζονται μὲ μιὰ ***διαγώνιο σὲ ἴσα*** τρίγωνα· (τὸ ἀποδείχνω μὲ χάρτινα σχήματα, σχ. 86, 87).

Ὥστε τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς τριγώνου εἶναι τὸ μισὸ τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ παραλληλόγραμμου, ποὺ ἔχει τὴ βάση καὶ τὸ ἴδιο ὕψος μὲ τὸ τρίγωνο αὐτὸ καὶ ἑπομένως:

«Γιὰ νὰ βρῶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου, πρέπει νὰ πολλαπλασιάσω τὴ βάση μὲ τὸ ὕψος του καὶ νὰ πάρω τὸ μισὸ τοῦ γινομένου» (ἢ νὰ πολλαπλασιάσω


Σχ. 86.


Σχ. 87.

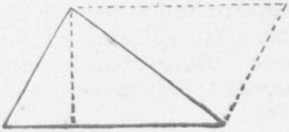
τὸ μισὸ τῆς βάσης μὲ **τὸ ὕψος** ἢ καὶ: νὰ πολλαπλασιάσω τὴ βάση μὲ τὸ μισὸ ὕψος).

ΣΗΜ. Ἡ κάθετη ἀπὸ τὴν κορυφὴ στὴ βάση, δείχνει τὸ ὕψος τοῦ τριγώνου.

Πρόβλημα. Τριγωνικὴ ἐπιφάνεια ἔχει βάση 4 μ. καὶ ὕψος 6 μ. Πόσο εἶναι τὸ ἐμβαδόν της;

Λύση. $\frac{4\times6}{2}=24:2=\boldsymbol{12\mu^2}\left(\text{ἢ } \frac{4}{2}\times6 \text{ ἢ } \frac{6}{2}\times4\right)$

6. **Ἐμβαδὸν τραπεζίου.*** — ***Πρόβλημα:*** Ἕνας κῆπος σὲ σχῆμα τραπεζίου ἔχει βάση μεγάλη 25 μ. καὶ μικρὴ 15 μ. Ἡ μεταξὺ τῶν βάσεων ἀπόσταση (ὕψος) εἶναι 12 μ. τί ἔκταση (ἐμβαδὸν) ἔχει ὁ κῆπος αὐτός;


Σχ. 88.

* Ὅταν ὁ σχ. χρόνος δὲν εἶναι ἐπαρκής—μπορεῖ καὶ νὰ παραλείπωνται οἱ § 6 καὶ 7.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Λύση. Προσθέτω τὶς δύο βάσεις καὶ παίρνω τὸ μισὸ τοῦ ἀθροίσματος ($25+15=40:2=20$). Τὸ ἡμιάθροισμα αὐτὸ πολλαπλασιάζω μὲ τὸ ὕψος ($20\times12=240$). Ὥστε ἔκταση τοῦ κήπου εἶναι 240 μ^2.

7. **Ὁ ὄγκος τῶν πυραμίδων** βρίσκεται, ἂν ***πολλαπλασιάσω*** τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσης των μὲ τὸ ***τρίτο*** τοῦ ὕψους των. Καὶ τὸ ἐμβαδὸν τῆς ***ἐξωτερικῆς των ἐπιφανείας*** βρίσκεται: ἂν ***προσθέσω*** τὰ ἐμβαδὰ τῶν γειτονικῶν ἑδρῶν καὶ τῆς βάσης των.

Πρόβλημα α'. Νὰ βρεθῇ ὁ ὄγκος ***τριγωνικῆς*** πυραμίδας, τῆς ὁποίας τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσης της εἶναι 27 δ^2 καὶ τὸ ὕψος 15 δ^2.

Λύση: $\dfrac{27\times15}{3}=27\times5=\boldsymbol{135\ \delta^3}$

ΣΗΜ. Ἐδῶ ἁπλοποίησα τὸ κλάσμα $\dfrac{15}{3}$ μὲ τὸν 3.

Πρόβλημα β'. Νὰ βρεθῇ τὸ βάρος ***τετραγωνικῆς*** πυραμίδας πέτρινης, μὲ πλευρὰ βάσης 0,20 μ. καὶ ὕψος 0,60 μ.

Λύση: α') Ἐμβαδὸν βάσης $0{,}20\times0{,}20=0{,}04\ \mu^2$.

β') $\dfrac{0{,}04\times0{,}60}{3}=0{,}04\times0{,}20=0{,}008\ \mu^3$ (=ὄγκος 8 κυβ. παλ.)

γ') $0{,}008\times208$ (Εἰδ. βάρ. πέτρας)=0,016 640 μ^3 (ἢ ***16 κιλὰ*** καὶ ***640 γραμμάρια***)). Καὶ

δ') $0{,}016.640\times0{,}78$ (τῆς ὀκᾶς)=12,979 ἢ ***13 ὀκ. περίπου***.

Ἐρωτήσεις.

1. Ποιὰ στερεὰ λέγονται ***πυραμίδες;*** Γιατί; ὀνομάστε μερικὰ εἴδη πυραμίδες. Ἀπὸ ποῦ παίρνουν τὶς ὀνομασίες των; Ποιὰ ἀντικείμενα ἔχουν σχῆμα πυραμίδας; Τί ξέρετε γιὰ τὶς πυραμίδες τῶν Φαραώ;

2 Ὀνομάστε τὰ διάφορα μέρη τῆς τριγωνικῆς πυραμίδας. Κατὰ τί μοιάζει μὲ τὸν κύβο; Κατὰ τί διαφέρει ἀπὸ τὸ παραλληλεπίπεδο;

3. Τί σχῆμα ἔχουν οἱ γειτονικὲς (προσκόρυφες) ἕδρες τῆς πυραμίδας; Πόσων εἰδῶν τρίγωνα ὑπάρχουν; Ποιὰ τὰ γνωρίσματα τοῦ καθενός; Σχεδιάστε στὴ σειρὰ ὅλα τὰ εἴδη τῶν τριγώνων καὶ πέτε τὶς διαφορές των, τὶς βάσεις καὶ τὰ ὕψη τους. Πῶς σχεδιάζομε ἰσόπλευρο, ἰσοσκελὲς καὶ ὀρθογώνιο τρίγωνο; Ἡ ἀρχιτεκτονικὴ ποῦ μεταχειρίζεται τὰ σχήματα αὐτά;

4. Πῶς κατασκευάζομε, τριγωνικὴ πυραμίδα; Πόσες ἕδρες ἔχουν οἱ πολυγωνικὲς πυραμίδες; Ποιὰ πυραμίδα εἶναι ***κανονικὸ τετράεδρο*** καὶ πῶς κατασκευάζεται;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

5. Ποιὸ στερεὸ λέγεται κόλουρη πυραμίδα καὶ γιατί; Μὲ ποιό στερεὸ μοιάζει; Κατὰ τί διαφέρει ἀπ' ἐκεῖνο; Τί γνωρίζετε γιὰ τὶς βάσεις καὶ τὸ ὕψος τῆς κόλουρης πυραμίδας; Τί σχῆμα ἔχουν οἱ γειτονικές της ἕδρες; Πόσων εἰδῶν εἶναι τὰ **τραπέζια**; πέστε τὰ γνωρίσματα τοῦ καθενός. Κατὰ τί διαφέρει τὸ ἰσοσκελὲς τραπέζιο ἀπὸ τὸ παραλληλόγραμμο; Πῶς κατασκευάζεται ἡ κόλουρη τετραγωνικὴ πυραμίδα; Ποιὰ ἀντικείμενα ἔχουν σχῆμα κόλουρης πυραμίδας; Ὁ ἄνθρωπος σὲ ποιὰ ἀντικείμενα δίδει σχέδιο κόλουρης πυραμίδας; Γιατὶ οἱ ὑψηλὲς καπνοδόχες σὲ σχῆμα κόλουρης πυραμίδας, στενεύουν ὅσο προχωροῦν πρὸς τὰ πάνω; Ποιὰ διεύθυνση πρέπει νὰ δίδωμε στὰ τοιχώματα τῶν λάκκων κλπ., ἂν τὸ χῶμα δὲν εἶναι στερεό;

6. Πῶς βρίσκομε τὸ ἐμβαδὸν τῆς τραπεζίου; πῶς τὴν ἐξωτερικὴ ἐπιφάνεια τῶν πυραμίδων; πῶς τὸν ὄγκο τῶν πυραμίδων;

Ἀσκήσεις.

Σχεδιάστε, κατασκευάστε:

1) Ἰσόπλευρο τρίγωνο μὲ βάση ½ παλάμη καὶ ἄλλο μὲ διπλάσιες πλευρές.

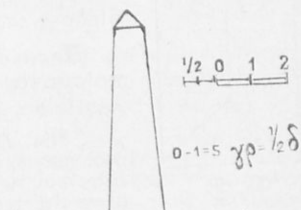
2) Τρία ἰσοσκελῆ τρίγωνα (ὀρθογώνιο, ὀξυγώνιο, ἀμβλυγώνιο) μὲ βάση 7 δάχτυλα καὶ ὕψος ὁποιοδήποτε· α´) μ' ἐλεύθερο σχεδίασμα, β´) μὲ λουρίδες χαρτί: τρία σκαληνὰ (ὀρθογ., ὀξυγ., ἀμβλυγ.) μ' ἐλεύθερο σχεδίασμα.

3) Ὀρθογώνιο ὄρθιο μὲ διαστάσεις 2×4 ἑκατοστὰ καὶ ἀπὸ πάνω του: ἑλληνικὸ ἀέτωμα μὲ βάση 3 ἑκατοστὰ καὶ τὶς ἄλλες πλευρὲς ἀπὸ 1,5 ἑκατοστά.

4) γοτθικο ἀέτωμα μὲ βάση 2 δάχτυλα καὶ πλάγιες 3 ½ δάχτυλα.

5) τριγωνικὴ πυραμίδα μὲ πλευρὰ βάσης 6 δάχτυλα καὶ τὶς πλάγιες τῶν γειτονικῶν ἑδρῶν ἀπὸ 1 παλάμη.

6) κανονικὸ τετράεδρο μὲ πλευρὰ τοῦ μεγάλου τριγώνου 12 δάχτυλα (βλ. σχ. 77).



Σχ. 89.

7) τετραγωνικὴ πυραμίδα μὲ βάση 5 δάχτυλα καὶ πλευρὲς γειτονικῶν ἑδρῶν ἀπὸ μία παλάμη.

8) κόλουρη πυραμίδα ἀπὸ *ἀνάπτυγμα* τετραγωνικοῦ παραλληλεπίπεδου, μὲ διαστάσεις 7×7×12 δάχτυλα (βλ. σχ. 52 καὶ 85).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

9) ***ἀναμνηστικὴ στήλη*** ποὺ ἀποτελεῖται: (σχ. 89).

α´) ἀπὸ δύο βάθρα σὲ σχῆμα τετραγωνικοῦ παραλληλεπίπεδου, τὸ πρῶτο μὲ διαστάσεις 16×16×2 καὶ τὸ δεύτερο 12×12×2.

β´) ἀπὸ τετραγωνικὸ παραλληλεπίπεδο μὲ διαστάσεις 8×8×3.

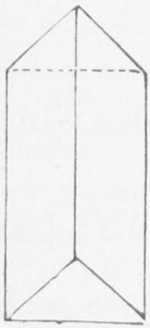
γ´) ἀπὸ κόλουρη πυραμίδα τετραγωνική, παρμένη ἀπὸ κύβο μὲ πλευρὰ 6 δάχτυλα.

δ´) ἀπὸ ἀψηλὴ κόλουρη τετραγωνικὴ πυραμίδα, μὲ κάτω βάση 3×3 (ἀνάλογη πάνω βάση) καὶ ὕψος 12 δάχτυλα καὶ

ε´) ἀπὸ χαμηλὴ τετραγωνικὴ πυραμίδα, ἀνάλογη μὲ τὴν πάνω βάση (κορυφὴ) τῆς στήλης.

IV. ΠΡΙΣΜΑΤΑ

1. **Ὀρθὸ τριγωνικὸ πρῖσμα.**—(Σχ. 90). Ἔχει α´) δύο βάσεις τριγωνικὲς (γι᾽ αὐτὸ καὶ λέγεται τριγωνικό). Τὸ τρίγωνα αὐτὰ εἶναι ***παράλληλα, ἴσα*** καὶ ***ἰσόπλευρα***.



Σχ. 90.

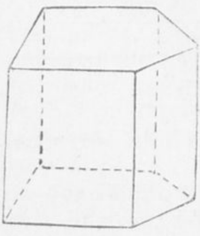
β´) Τρεῖς γειτονικὲς ἕδρες ***ἴσες, κάθετες*** στὴ βάση (γι᾽ αὐτὸ καὶ λέγεται ὀρθό) καὶ ***ὀρθογώνια παραλληλλόγραμμα***.

γ´) Ἑξ κορυφές, 6 στερεὲς γωνίες καὶ 9 δίεδρες γωνίες (6 ὀρθὲς καὶ 3 ὀξεῖες).

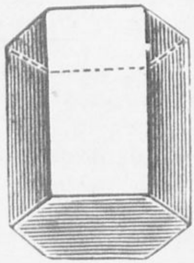
Παρατήρ. Δύο ἴσα καὶ ὀρθὰ τριγωνικὰ πρίσματα σχηματίζουν ἕνα ὀρθὸ παραλληλεπίπεδο, μὲ βάση ***ρόμβο***.

ΣΗΜ. ***Πρῖσμα*** λέγεται στὴ Γεωμετρία τὸ στερεό, ποὺ ἔχει τοὐλάχιστον 2 ἕδρες: ***ἴσες*** καὶ ***παράλληλες*** καὶ τὶς ἄλλες ἕδρες: παραλληλόγραμμα· (ὥστε ποιὰ πρίσματα μάθαμε ὡς τὰ τώρα;) Πρίσματα εἶναι καὶ τὰ περισσότερα γυάλινα καὶ κρυστάλλινα τεμάχια τῶν πολυέλαιων, ποὺ ἀναλύουν τὸ ἠλιακὸ φῶς σὲ 7 χρώματα.

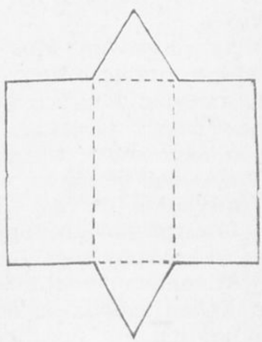
Τὸ πρῖσμα παίρνει τὴν ὀνομασία του ἀπὸ τὸ σχῆμα τῆς



Σχ. 91.



Σχ. 92.



Σχ. 93.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

βάσης του. Ἔτσι ἔχομε: πρῖσμα τριγωνικὸ (σχ. 90), ***τετραγωνικὸ*** (ὁ κύβος, τὸ τετραγωνικὸ παραλληλεπίπεδο), ***πενταγωνικὸ*** (σχ. 91), ***ἑξαγωνικὸ*** (σχ. 92) κ.ο.κ.

2. **Κατασκευάζω ὀρθὸ τριγωνικὸ πρῖσμα:** ἀφοῦ σχεδιάσω στὸ χαρτόνι τὸ σχῆμα 93.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Εὐθύγραμμα σχήματα.

1. Τὰ ***πρίσματα*** καὶ αἱ ***πυραμίδες***, δηλαδὴ τὰ ***πολύεδρα στερεά***, περιορίζονται ἀπὸ ἐπίπεδα (***εὐθύγραμμα***, γιατὶ ὑπάρχουν καὶ ἐπίπεδα καμπυλόγραμμα ὅπως ὁ κύκλος· θὰ τὰ δοῦμε ἀργότερα) σχήματα: ***τρίγωνα, τετράπλευρα*** καὶ πολύπλευρα ἢ ***πολύγωνα.***

Τὰ ***τρίγωνα*** εἶναι: ἰσόπλευρα, ὀξυγώνια.
ἰσόπλευρα ὀξυγ., ὀρθογ., ἀμβλυγώνια.
σκαληνὰ » » »

Τὰ ***τετράπλευρα*** εἶναι: κανονικὰ ἢ ἀκανόνιστα. Τὰ ***κανονικὰ*** τετράπλευρα εἶναι: τετράγωνα, ὀρθογώνια, παραλληλόγραμμα, ρόμβοι καὶ τραπέζια (ἰσοσκελῆ).

Τὰ ***πολύγωνα*** ἐπίσης (πεντάγωνα, ἑξάγωνα κ.λ.π.)· εἶναι: κανονικὰ καὶ ἀκανόνιστα.

Τὸ ***ἐμβαδὸν τοῦ πολυγώνου*** (κανονικοῦ καὶ ἀκανόνιστου) βρίσκεται: ἂν τὸ διαιρέσω μὲ ***διαγώνιους*** σὲ τρίγωνα, βρῶ τὰ ἐμβαδὰ τῶν τριγώνων καὶ τὰ προσθέσω (σχ. 94 καὶ 95).

ΣΗΜ. Τοῦ ***κανονικοῦ*** ὅμως ***πολύγωνου*** (ὡς τὸ κανονικὸ πεντάγωνο, σχ. 94], βρίσκω τὸ ἐμβαδὸν καὶ ὡς ἑξῆς: πολλαπλασιάζω τὴν ***περίμετρό*** του ($6 \times 5 = 30$ δ.) μὲ τὸ μισὸ τῆς κάθετης (Κσ), ποὺ ἑνώνει τὸ μισὸ (κέντρο) τοῦ σχήματος, μὲ τὸ μέσο μιᾶς πλευρᾶς: $\frac{30 \times 4}{2} = 30 \times 2 = 60$ δ² (ἢ 0,00.60 μ²) = ἐμβαδὸν τοῦ κανονικοῦ πεντάγωνου (σχ. 94).

2.* Δύο (ἢ περισσότερα) σχήματα μπορεῖ νὰ εἶναι στὴν ἔκταση: ***ἄνισα, ἴσα*** ἢ ***ἰσοδύναμα.***

Ἴσα λέγονται ἐάν, σὰν τεθῇ τὸ ἕνα πάνω στὸ ἄλλο, ἐφαρμόσουν ἀκριβῶς τὰ πέρατά τους· ἐὰν ἔχουν δηλαδὴ τὴν ἴδια περίμετρο καὶ κατὰ τὸ σχῆμα καὶ κατὰ τὸ μέγεθος.

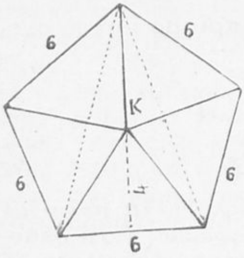
Ἰσοδύναμα λέγονται, ὅταν ἐφαρμόσουν, ἀφοῦ χωρισθοῦν σὲ τεμάχια· π.χ. το παραλληλόγραμμο αβγδ (σχ. 54) εἶναι ἰσοδύναμο (ἴσο στὴν ἔκταση, στὸ ἐμβαδὸν κι ὄχι ἀπ' εὐθείας ἴσο) μὲ τὸ ὀρθογώνιο αβγε.

---

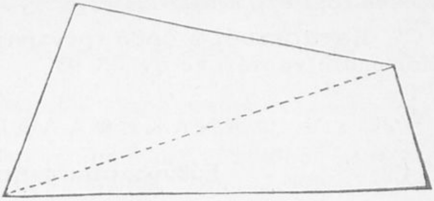
* Οἱ παράγραφοι 2 καὶ 3 (καὶ τὸ 4 ἀκόμα) διδάσκονται, μόνο ἂν ὑπάρχη διαθέσιμος χρόνος καὶ σὲ μαθητὰς προχωρημένους κάπως στὴ Γεωμετρία καὶ τὰ Μαθηματικά. Εἶναι ὅμως, πολὺ χρήσιμες γνώσεις καὶ ἀπαραίτητες σ' ὅσους δὲν θὰ ἐξακολουθήσουν σπουδὲς στὸ Γυμνάσιο.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Δύο (ἢ περισσότερα) σχήματα μπορεῖ ἀκόμα νὰ εἶναι καὶ *ὅμοια* ἁπλῶς, δίχως νὰ εἶναι καὶ ἴσα στὴν ἔκταση. Τὰ ὅμοια



Σχ. 94.



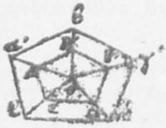
Σχ. 95.

σχήματα ἔχουν τὶς ***ἀντίστοιχες*** (ἀντικρινὲς) ***γωνίες των ἴσες*** (στὴ σειρά...) καὶ τὶς ***ἀντίστοιχες πλευρές των, ἀνάλογες.***

Ἀνάλογες λέγονται οἱ πλευρές, π.χ. τοῦ τρίγωνου Α΄ πρὸς τὶς πλευρὲς τοῦ τρίγωνου Β΄ (ὅμοιου του, μὲ ἴσες τὶς ἀντίστοιχες γωνίες), ἐὰν καὶ οἱ τρεῖς πλευρὲς εἶναι μεγαλύτερες (ἢ καὶ μικρότερες) ***ἴσες φορές.*** Ἐὰν π.χ. ἡ βάση τοῦ Α΄ τρίγωνου εἶναι τρεῖς φορὲς μεγαλύτερη ἀπὸ τὴ βάση τοῦ Β΄ τρίγωνου, καὶ ἡ καθεμιὰ ἀπὸ τὶς ἄλλες δύο πλευρὲς πρέπει νὰ εἶναι τρεῖς φορὲς μεγαλύτερες ἀπὸ τὴν ἀντίστοιχη πλευρὰ τοῦ Β΄ τρίγωνου.

Παρατήρ. Στὰ ὅμοια σχήματα συμβαίνει τοῦτο τὸ ἀξιοπαρατήρητο, ὅτι, ἂν οἱ πλευρὲς τοῦ ἑνὸς εἶναι, π.χ., ***διπλάσιες*** ἀπὸ τὶς πλευρὲς τοῦ ἄλλου, ἡ ἐπιφάνειά του (τὸ ἐμβαδόν του) εἶναι ***τετραπλάσια*** ἀπὸ τὴν ἐπιφάνεια τοῦ μικρότερου. Ἂν εἶναι τριπλάσιες, ἡ ἐπιφάνεια ἐννεαπλάσια, ἂν τετραπλάσιες, ἡ ἐπιφάνεια δεκαεξαπλάσια, κ.ο.κ.

3. **Γιὰ νὰ κατασκευάσω τὸ ὅμοιο** ἑνὸς εὐθύγραμμου σχήματος, π.χ. δύο φορὲς μεγαλύτερο, ἂν μὲν εἶναι ***τετράπλευρο κανονικό,*** παίρνω ὁριζόντιες καὶ κάθετες διπλάσιες καὶ σχεδιάζω τὸ τετράπλευρο κανονικὰ μὲ διπλάσιες πλευρὲς τοῦ ὅμοιου του καὶ ἐμβαδὸν τετραπλάσιο ($2^2=2\times2=4$), ἂν δὲ εἶναι ἄλλου εἴδους, παίρνω ἕνα σημεῖο στὸ μέσο (κατὰ προσέγγιση) τοῦ σχήματος· τὸ σημεῖο αὐτὸ συνδέω, μ' εὐθεῖες, μὲ τὶς κορυφὲς τῶν γωνιῶν, μακραίνω τὶς εὐθεῖες αὐτὲς σὲ διπλάσιο μῆκος κ' ἑνώνω τὶς ἄκριες των (σχ. 96). Τὸ πεντάγωνο αβγδε εἶναι ***ὅμοιο*** μὲ τὸ πεντάγωνο ΑΒΓΔΕ· ἔχει πλευρὲς ***διπλάσιες*** στὸ μῆκος ἀπὸ τὸ δεύτερο, καὶ ἐμβαδὸν ***τετραπλάσιο.***



Σχ. 96.

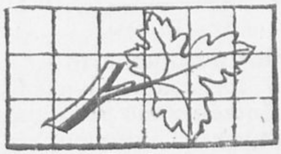
Τὰ ὅμοια σχήματα μοῦ χρησιμεύουν γιὰ νὰ μεγαλώσω ἢ νὰ σμικρύνω διάφορα σχέδια: ἄνθη, ζῶα ... γεωγραφικοὺς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

χάρτες κ.ο.κ., *ἀνάλογα μ' ἕνα δεδομένο* (ὡρισμένο) *ἀριθμό*, π.χ. τόσες φορὲς (2, 3, 4...), δηλαδὴ νὰ κάμω *μεγένθυνση* ἢ *σμίκρυνση* ὑπὸ ὡρισμένη *κλίμακα*. Π α ρ ά δ ε ι γ μ α: τὸ σχέδιο (σχ. 97) θέλω νὰ τὸ μεγενθύνω 4 φορές. Ἐπειδὴ ἔχει σχῆμα μακρουλό, τὸ περικλείνω μέσα σὲ ὀρθογώνιο παραλληλόγραμμο, ποῦ τὸ χωρίζω σὲ τετραγωνίδια. Ἔπειτα κατασκευάζω ἄλλο ὀρθογώνιο μὲ *διπλάσιες* * πλευρὲς καὶ χωρίζω κι αὐτὸ σὲ τετράγωτα (σχ. 97α).

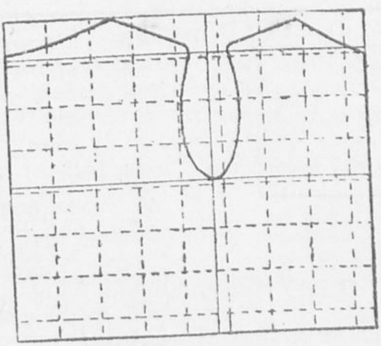
Τὸ καθένα ἀπ' αὐτὰ ἔχει πλευρὰ διπλάσια στὸ μῆκος ἀπὸ τὴν πλευρὰ τῶν τετραγ. τοῦ (σχ. 97) ἡ ἐπιφάνεια τε-

Σχ. 97.

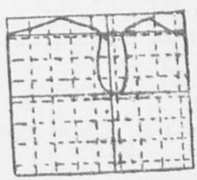


Σχ. 97α.

τραπλάσια. Ἔπειτα σχεδιάζω, προσέχοντας νὰ τηρῶ ἀ ν α λ ο γ ί α στὶς ἀποστάσεις. Ἀντίστροφα ἐργάζομαι, ὅταν θέλω νὰ σ μ ι κ ρ ύ ν ω ἕνα σχέδιο.



Σχ. 98β.



Σχ. 98α.

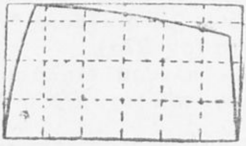
Κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο ἐργάζονται οἱ ράφτρες, σὰν θέλουν νὰ μεγαλώσουν ἀχνάρια ρούχων. Τὰ σχέδια 98α καὶ 98γ, δείχνουν ἀχνάρια παιδικοῦ χιτωνίσκου (σῶμα καὶ μανίκια). Γιὰ νὰ τὰ μεγαλώσω τετράκις, π.χ., κατασκευάζω ὀρθογώνια μὲ διπλάσιες πλευρὲς (τοῦ σχ. 98β οἱ πλευρὲς εἶναι διπλάσιες ἀπὸ τὶς πλευρὲς τοῦ σχεδίου 98α. Ἐπίσης τοῦ σχ. 98δ ἀπὸ τὶς πλευρὲς τοῦ σχ. 98γ).

* Παίρνω διπλάσιες γιὰ νὰ πετύχω ἐπιφάνεια (σχῆμα ὅμοιο ὑπὸ μεγένθυνση) τ ε τ ρ α π λ ά σ ι α.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὰ χωρίζω σὲ τετράγωνα (μεγάλα καὶ μικρὰ) καὶ σχεδιάζω. Ἔτσι ἐργάζομαι κι ὅταν θέλω νὰ μεγαλώσω ἕνα μικρὸ χάρτη.

ΣΗΜ. Τὸ σχέδιο ποὺ θέλω νὰ μεγαλώσω, τὸ περικλείω πρῶτα μέσα σ' εὐθύγραμμο σχῆμα: τετράγωνο, ὀρθογώνιο κ.ο.κ. καὶ τοῦ σχήματος αὐτοῦ παίρνω τὶς πλευρὲς ὅσες φορὲς θέλω μεγαλύτερες.

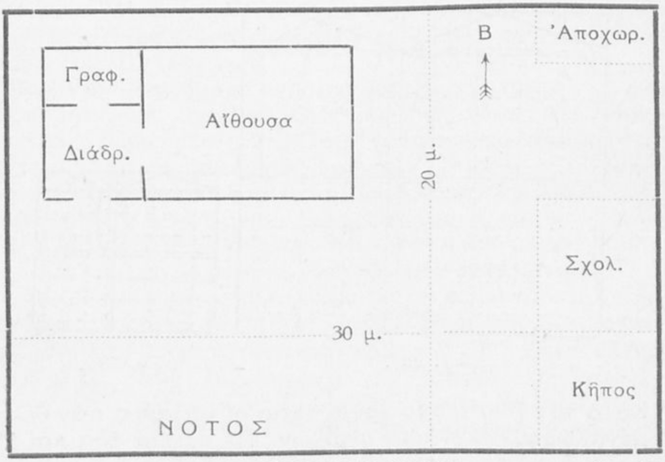


Σχ. 98δ.

Σχ. 98γ.

4. **Σχεδιαγράφημα ὑπὸ κλίμακα.**—Πρόκειται νὰ ἐπιδιορθωθῆ τὸ ἐρειπωμένο σχολεῖο ἑνὸς μικροῦ χωριοῦ. Ὁ μηχανικὸς ζητεῖ νὰ τοῦ σταλῆ τὸ ***σκαρίφημα*** (τὸ πρόχειρο σχεδιογράφημα) τοῦ σχολείου, γιὰ νὰ καταρτίση τὸ ὁριστικὸ ***σχέδιο ἐπιδιορθώσεως*** καὶ ***διαρρυθμίσεως τοῦ κτιρίου*** καὶ νὰ συντάξη τὴ ***μελέτη τῆς ἐκτελέσεως*** τοῦ σχεδίου αὐτοῦ*. Μοῦ ἀναθέτουν νὰ ἑτοιμάσω τὸ σκαρίφημα.

Τὸ παλαιὸ σχολεῖο ἀποτελεῖται ἀπὸ μιὰ μεγάλη αἴθουσα παραδόσεως, ἀπὸ διάδρομο εἰσόδου καὶ ἀπὸ μικρὸ γραφεῖο στὸ βάθος τοῦ διάδρομου (σχ. 99).



ΚΛΙΜΑΞ 1:100 ΚΑΤΟΨΗ ΣΧΟΛΕΙΟΥ Σχ. 99.

ΣΗΜ. Τὸ σχῆμα αὐτὸ δὲν εἶναι ὑπὸ πραγματικὴ σμίκρυνση γιὰ ἔλλειψη χώρου στὴ σελίδα.

* Πρέπει νὰ διασαφηνισθοῦν καλὰ οἱ ὅροι: «σχέδιο ἐπιδιορθώσεως καὶ διαρρυθμίσεως», «μελέτη ἐκτελέσεως», μηχανικός, σχεδιαστής, ἀρχιτέκτονας, ἐργολάβος κτιρίων, κτίστης κ.ο.κ. Κάτοψη, πρόσοψη, προσανατολισμός.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Μετρῶ:

α΄) τὸ μῆκος (30 μ.) καὶ τὸ πλάτος (20 μ.) τῆς αὐλῆς ἐσωτερικὰ (δίχως νὰ ὑπολογίσω τὸ χόνδρος τῶν τοίχων τοῦ περίβολου)·

β΄) τὸ μῆκος (13,60 μ.) καὶ τὸ πλάτος (7,40 μ.) τοῦ διδακτηρίου ἔξωθεν (δηλ. μαζὶ μὲ τοὺς τοίχους)·

γ΄) τὸ μῆκος (9 μ.) καὶ τὸ πλάτος (6 μ.) τῆς αἴθουσας ἐσωτερικά·

δ΄) τὸ μῆκος (6 μ.) καὶ τὸ πλάτος (3 μ.) τοῦ διάδρομου καὶ τοῦ γραφείου μαζὶ ἐσωτερικὰ καὶ

ε΄) τὸ πάχος τῶν τοίχων (0,70 μ.).

Ὥστε ὅλος ὁ χῶρος τοῦ σχολείου εἶναι:

30×20 μ. (=***600*** μ^2) καὶ τοῦ διδακτηρίου: 13,60×7,40 μ. (=***100,64*** μ^2).

Ὕστερα ἀπὸ τὴν καταμέτρηση μοῦ παρουσιάσθηκε τὸ πρόβλημα τοῦ χαρτιοῦ. Ποῦ θάβρισκα χαρτὶ μὲ διαστάσεις 30 καὶ 20 (30×20) μέτρων ἢ τουλάχιστο, ἂν ἤθελα νὰ περιοριστῶ μόνο στὸ κτίριο: 13,60×7,40 μέτρων; Αὐτὸ μοῦ ἦταν ἀδύνατο. Ἔπρεπε λοιπὸν τὰ σχεδιάσω ***ὑπὸ σμίκρυνση.*** Πόσες φορὲς ὅμως νὰ σμικρύνω τὴν κάθε γραμμὴ (πλευρά); Δέκα φορές; Τότε θὰ χρειαζόμουν χαρτὶ 3×2 μ. ***25*** μ^2 $\left(\text{γιατὶ } \frac{30}{10} = 3 \text{ καὶ } \frac{20}{10} = 2\right)$. Κι αὐτὸ μοῦ ἦταν δύσκολο. Μοῦ δόθηκε ἡ συμβουλὴ νὰ σμικρύνω κάθε πλευρὰ 100 φορές, δηλαδὴ κάθε ***ἕνα μέτρο*** πάνω στὸ ἔδαφος, νὰ σημειώσω πάνω στὸ χαρτί: ***ἕνα ἑκατοστό,*** ὁπότε γιὰ τὰ 30 μ. θὰ πάρω εὐθεῖα 30 ἑκατοστὰ καὶ γιὰ τὰ 20 μ. 20 ἑκατοστά. (Κ' ἑπομένως γιὰ τὰ 13,60 μ.=13 ἑκατ. καὶ 6 γραμ. ἢ 136 γραμμὲς καὶ γιὰ τὰ 7,40 μ.= 7 ἑκατ. καὶ 4 γραμμ. ἢ 74 γραμμές).

Κατασκεύασα λοιπόν:

α΄) Ἕνα ὀρθογώνιο μὲ διαστάσεις 30×20 ἑκ. (ἢ 3×2 παλ.)·

β΄) στὴ ΒΔ γωνία (σχ. 99) δεύτερο ὀρθογώνιο μὲ διαστάσεις 136×74 γρ. Ἐσημείωσα τὸ πάχος τῶν τοίχων ἀπὸ 7 γρ., γιατὶ 1 γρ. εἶναι τὸ ἑκατοστὸ τῶν 0,70 μ. Ἐχώρισα τὸ διάδρομο καὶ τὸ γραφεῖο, ἀφήνοντας δυὸ ἐσωτερικὲς θύρες καὶ μεσότοιχο μὲ πάχος 2 γρ. (2 παλ. στὴν πραγματικότητα).

Μὲ τὴ ἴδια ἀναλογία, τοῦ 1 πρὸς 100 (τοῦ 1 ἑκ. πρὸ 1 μ.=1 : 100) μέτρησα καὶ σημείωσα στοὺς τοίχους τὸ πλάτος τῶν παραθυριῶν καὶ τῆς θύρας καὶ τῶν μεταξύ τους ἀποστάσεων. Τὸ σκαρίφημα ἔτσι ἦταν ἕτοιμο: μὲ πλευρὲς 100 φορὲς μικρότερες ἀπὸ τὶς πραγματικὲς κ' ἑπομένως ἐπιφάνεια (100×100)=10.000 φορὲς μικρότερη· δηλαδὴ ἔπρεπε νὰ ἔχω 10 χιλιάδες τέτοια μικρὰ σχέδια, γιὰ νὰ μπορέσω νὰ στρώσω ὅλον τὸν χῶρο τοῦ σχολείου, αὐλή, αἴθουσα, δωμάτιο καὶ διάδρομο.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Γιὰ νὰ καταλάβη ὁ μηχανικὸς τὴν πραγματικὴ ἔκταση τοῦ χώρου τοῦ σχολείου, δηλαδὴ μὲ ποιὰ ἀ ν α λ ο γ ί α, μὲ ποιὰ ***κλίμακα***, ὅπως λέγουν αὐτοί, σχεδιάσθηκε τὸ σκαρίφημα, σημείωσα κάτω ἀπὸ τὸ σχέδιο τὴν ἀριθμητικὴ παράσταση: ***Κλῖμαξ 1 : 100.*** Καὶ νὰ γνωρίζη καὶ τὸν ***προσανατολισμὸ*** τοῦ σχολείου, σημείωσα ἕνα β έ λ ο ς μὲ τὸ γράμμα Β., ποὺ σημαίνει, ὅτι τὸ μέρος ὅπου διευθύνεται τὸ βέλος, εἶναι ὁ Βορρᾶς. [Δηλαδὴ τὰ παράθυρα φωτισμοῦ τῆς αἴθουσας διδασκαλίας εἶναι πρὸς τὸ Νότο. Ἔτσι πρέπει νὰ εἶναι χτισμένα σχολεῖα καὶ σπίτια, γιὰ νὰ ἔχουν φῶς ἡλιακό, ζεστασιὰ τὸ χειμῶνα, δροσιὰ τὸ καλοκαίρι].

ΣΗΜ. Οἱ σχεδιαστὲς καὶ οἱ ***χαρτογράφοι***, γιὰ εὐκολία μεταχειρίζονται συνήθως κλίμακα 1 : 100, 1 : 1000, 1 : 10000 κ.ο.κ. Ὅσο μικρότερη ἡ κλίμακα, τόσο καλύτερα φαίνονται οἱ λεπτομέρειες τοῦ χτιρίου.

Στοὺς ***Γεωγραφικοὺς χάρτες*** τὸ ἴδιο γίνεται. Εἶναι σχεδιασμένοι ὑπὸ κλίμακα. Σ' αὐτοὺς ὅμως ἐκτὸς ἀπὸ τὴν ἀριθμητικὴ παράσταση τῆς κλίμακος, σημειώνεται καὶ ***γραμμικὴ*** παράσταση. Αὐτὴ βοηθεῖ νὰ βρίσκωμε εὔκολα τὴν ἀπόσταση δυὸ πόλεων πάνω στὸ χάρτη σὲ χιλιόμετρα (συνήθως). Παίρνομε μὲ λουρίδα χαρτὶ (ἢ μὲ διαβήτη) τὴν ἀπόσταση (φυσικὰ σ' εὐθεῖα γραμμὴ ὅσο μποροῦμε) δύο πόλεων π.χ. (ἢ δύο ὁποιωνδήποτε σημείων, τὴν προσαρμόζομε πάνω στὴ γραμμικὴ παράσταση

1   0   1   2   3   4   5

(|—|—|—|—|—|—| . . . . χιλιόμετρα)

καὶ βρίσκομε πόσα χλμ. ἀπέχουν ἡ μιὰ ἀπὸ τὴν ἄλλη.

Οἱ ἀρχιτέκτονες καὶ οἱ μηχανικοὶ ἐκτὸς ἀπὸ τὴν κάτοψη, σχεδιάζουν καὶ τὴν ***πρόσοψη***, δηλαδὴ τὴν κάθετη παράσταση ἑνὸς ἢ καὶ τῶν 4 τοίχων, ἀλλὰ πρὸ παντὸς τοῦ μπροσθινοῦ τοίχου, ὅπου συνήθως καὶ ἡ εἴσοδος τῆς κατοικίας ἢ τοῦ σχολείου. Ἡ πρόσοψη παρασταίνει τὴ θέση καὶ τὶς διαστάσεις (ὕψος, πλάτος) τῆς θύρας, τῶν παραθυριῶν, τοῦ τοίχου, τοῦ γείσου, τῆς ζώνης κλπ. τοῦ χτιρίου.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(συνέχεια ἀπὸ τὴ σελίδα 41)

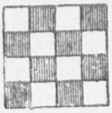
ΔΙΑΚΟΣΜΗΤΙΚΑ ΣΧΕΔΙΑ

Τὰ σχήματα ζ, η, θ — ι, κ, λ — μ, ν παρασταίνουν σχέδια κατάλληλα γιὰ διακόσμηση (στολισμό). Ἀποτελοῦνται ἀπὸ εὐθύγραμμα σχήματα: τετράγωνα, ὀρθογώνια, παραλληλόγραμμα, ρόμβοι, ρομβοειδῆ, πρίσματα, ἀστέρες κ.ο.κ. Ἡ κατασκευή τους πετυχαίνει εὔκολα μὲ ρήγα καὶ ὑποδεκάμετρο. Κατασκευάζω τετράγωνο ἢ ὀρθογώνιο στὸ μέγεθος ποὺ χρειάζομαι, διαιρῶ τὶς πλευρές του σὲ ἴσα μέρη, ἀνάλογα

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

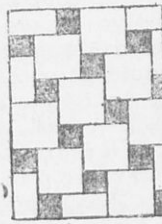
μὲ τὸ σχῆμα, κι ἀκολούθως σέρνω μὲ τὴ ρήγα, μὲ προσοχὴ κι ἀκρίβεια, παράλληλες εὐθεῖες καὶ διαγώνιους. Μετά, ὁδη-

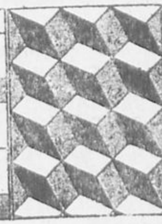
Σχ. ζ.



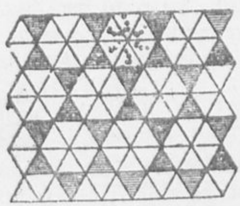
Σχ. θ.

Σχ. η.





Σχ. ι. Σχ. κ. Σχ. λ.

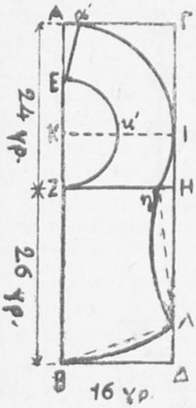


Σχ. μ. Σχ. ν.

γούμενος ἀπὸ τὸ σχέδιο, σημαδεύω ποιὲς γραμμὲς θὰ κρατήσω καὶ ποιὲς θὰ σβήσω, ποιὲς θὰ χαράξω πιὸ χονδρά, ποιὰ σχήματα θὰ γεμίσω καὶ ποιὰ θ' ἀφήσω κενά. Στὸ γέμισμα μπορῶ νὰ μεταχειρισθῶ καὶ χρώματα. Ὅσα σχέδια δὲν ἔχουν ***περίμετρο***, σχεδιάζω ἐγὼ ἕνα τετράγωνο συνήθως ἢ ὀρθογώνιο, μὲ εὐθεῖες, συνέχεια τῶν τελευταίων πλευρῶν τῶν σχημάτων, π.χ, στὸ Σχ. μ. καθὼς δείχνουν οἱ στιγμές...

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὸ Σχ. ξ εἶναι σχέδιο (ἀχνάρι) γιὰ σαλιαρίστρα γιὰ νήπια, τὸ πέμπτο τοῦ φυσικοῦ μεγέθους. Εἶναι σχεδιασμένο μέσα σὲ ὀρθογώνιο, μὲ πλευρές: 50 γρμ. (μῆκος) καὶ 16 γρμ. (πλάτος).



Σχ. ξ.
Ἀχνάρι σαλιαρίστρας γιὰ νήπια· τὸ $^{1}/_{5}$ τοῦ φυσικοῦ

Ἡ μεγαλύτερη πλευρὰ ΑΒ εἶναι χωρισμένη σὲ δυὸ ἄνισα μέρη: ΑΖ=24 γρμ. καὶ ΖΒ=26 γρμ. Ἡ ΑΖ πάλιν εἶναι χωρισμένη σὲ τρία ἴσα μέρη: ἀπὸ 8 γρμ. τὸ καθένα.

Σημαδεύω τὰ σημεῖα α΄, η΄ καὶ Λ. Μὲ ***κέντρο*** τὸ Κ καὶ ἀχτῖνα 8 γρμ. γράφω τὸ ἡμικύκλιο Ε κ΄ Ζ. Μετά, μὲ κέντρο πάλιν τὸ Κ καὶ ἀχτῖνα διπλάσια (16 γρμ.), γράφω τὸ τόξο α΄ Ιη΄. Χαράζω τὰ τόξα ηΛ καὶ ΛΒ καὶ φέρνω τὶς εὐθεῖες α΄ Ε καὶ ΖΒ. Τὸ ἀχνάρι μου εἶναι ἕτοιμο.

Γιὰ νὰ τὸ φέρω στὸ φυσικὸ μέγεθος, κάνω τὴν ἴδια ἐργασία μὲ γραμμὲς ***πέντε*** φορὲς μεγαλύτερες. Δηλαδὴ τὸ μῆκος ΑΒ (50×5=250 γρμ. ἤ) ***2 $^{1}/_{2}$ παλ.***, τὸ πλάτος ΒΔ (16×5=80 γρμ. ἤ) ***8 ἑκατ.***κ,ο.κ.** δηλ. μὲ ὀρθογώνιο μὲ πλευρὲς ἀπὸ 25 καὶ 8 ἑκατοστὰ τοῦ μέτρου, ἀφοῦ πρῶτα διπλώσω τὸ χαρτὶ σὲ δύο καὶ προσέξω, ὥστε ἡ πλευρὰ ΒΑ νὰ συμπέση στὴ διπλωμένη πλευρὰ καί, ὅταν τὸ ἀνοίξω, ἡ πλευρὰ ΖΒ νὰ βρεθῆ ἑνωμένη καὶ νὰ μοῦ μείνη νὰ ἑνώσω μόνο τὴν πλευρὰ α΄Ε.

Τὸ ἀχνάρι αὐτὸ τὸ ἁπλώνω καὶ τὸ τρυπώνω ἢ καὶ τὸ καρφιτσώνω πάνω σὲ ὕφασμα, τσιτωμένο καλὰ καὶ κόβω τὸ ὕφασμα προσεχτικὰ μὲ τὸ ψαλίδι.

V. ΚΩΝΟΣ

1. Τὸ στερεὸ Σχ. 100 μοιάζει μὲ χωνὶ καὶ λέγεται ***κῶνος***. Μοιάζει καὶ μὲ πολυγωνικὴ πυραμίδα· εἶναι ***πυραμίδα κυκλικὴ*** μὲ ἄπειρες ἕδρες. Ἔχει μία βάση, ποὺ περιορίζεται ἀπὸ καμπύλη γραμμὴ καὶ μία κυρτὴ ἐπιφάνειε, ποὺ καταλήγει σὲ ὀξεῖα στερεὰ γωνία.

2. **Κύκλος.**—Ἀντιγράφω τὴ βάση τοῦ κώνου καὶ παίρνω τὸ Σχ. 101. Τὸ ***ἐπίπεδο*** αὐτὸ σχῆμα λέγεται ***κύκλος***. Ἡ βάση τοῦ κώνου εἶναι ***κυκλική***. Ὁ κύκλος περιορίζεται

---

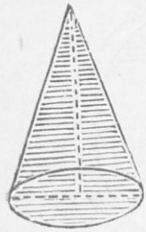
* Ἡ ἄσκηση αὐτὴ θὰ δοθῆ στὶς μαθήτριες, ἀφοῦ διδαχθοῦν τὰ περὶ ***κύκλου*** στὸ ἀμέσως ἑπόμενο κεφάλαιο.

** Μπορῶ φυσικὰ νὰ τὸ σχεδιάσω καὶ μὲ πιὸ μεγάλη μεγέθυνση.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἀπὸ μιὰ κλειστὴ καὶ κανονικὴ καμπύλη γραμμή. Ἡ κλειστὴ καὶ κανονικὴ αὐτὴ γραμμὴ λέγεται ***περιφέρεια.***

Γιὰ νὰ γράψω περιφέρεια: (σχ. 102α), παίρνω κλωστὴ μὲ ὡρισμένο μῆκος καὶ στερεώνω τὴ μιά της ἄκρια σ' ἕνα σημεῖο δένω γραφίδα (μολύβι, κιμωλία...) στὴν ἄλλη της ἄκρια, καὶ ***περιφέρω*** (περιστρέφω) τὴ γραφίδα μὲ τεντωμένη



Σχ. 100.

Σχ. 101.

Σχ. 102α.

τὴν κλωστή, γύρω στὸ ἀκίνητο σημεῖο (Κ). Ἡ γραφίδα τότε χαράζει μιὰ κλειστὴ καμπύλη γραμμή: τὴν ***περιφέρεια.***

Τὸ ἀκίνητο σημεῖο (Κ) λέγεται ***κέντρο*** καὶ ἡ εὐθεῖα (τὸ μῆκος τῆς κλωστῆς), ποὺ ἑνώνει τὸ κέντρο μὲ τὴν περιφέρεια, λέγεται ***ἀκτῖνα.***

Σχ. 102β.

Οἱ ἀκτῖνες τοῦ κύκλου εἶναι ἄπειρες.

Ὅλα τὰ σημεῖα τῆς περιφέρειας βρίσκονται σὲ ἴση ἀπόσταση ἀπὸ τὸ κέντρο.

Ὅλες οἱ ἀκτῖνες τοῦ (ἴδιου) ***κύκλου εἶναι ἴσες***· (γιατί;)

Δύο (ἢ περισσότεροι) ***κύκλοι εἶναι ἴσοι, ἂν εἶναι ἴσες οἱ ἀκτῖνες των.*** Ἂν συμπέσουν τὰ κέντρα τους, θὰ συμπέσουν καὶ οἱ περιφέρειές των. (Καὶ τὸ ἀντίστροφο...)

ΣΗΜ. Γιὰ νὰ γράψω κύκλο πάνω στὸ ἔδαφος:

α') παίρνω δυὸ ραβδιὰ μικρὰ καὶ σουβλερά·

β') δένω στὸ ἕνα ραβδὶ τὴ μιὰ ἄκρια σπάγγου ποὺ θὰ μοῦ χρησιμεύση ὡς ἀχτῖνα·

γ') στερεώνω τὸ ἕνα ραβδὶ στὸ σημεῖο, ποὺ θὰ μοῦ χρησιμεύση ὡς κέντρο, καὶ

δ') κρατῶ τεντωμένο τὸν σπάγγο καὶ χαράτω στὸ ἔδαφος περιφέρεια μὲ τὴ σουβλερὴ ἄκρια τοῦ ἄλλου ραβδιοῦ. Τὸν τρόπο αὐτὸ μεταχειρίζονται οἱ κηπουροὶ (σχ. 102 β).

3. **Διαβήτης** (κ. κουμπάσο).—Εὔκολα καὶ πολὺ κανονικὰ γράφω περιφέρειες μὲ τὸ ***διαβήτη*** (σχ. 103).

Ὁ διαβήτης εἶναι (συνήθως) καμωμένος ἀπὸ μέταλλο. Ἔχει δύο σκέλη ἰσομήκη, ποὺ καταλήγουν σὲ ἄκρια πολὺ σουβλερά. Οἱ κεφαλὲς τῶν σκελῶν ἑνώνονται καὶ κινοῦνται γύρω ἀπὸ ἄ ξ ο ν α. Σὲ μερικοὺς διαβῆτες τὸ ἕνα σκέλος εἶναι κινητὸ ἀπὸ τὸ μισό του κ' ἐκεῖ βιδώνεται γραφίδα μὲ μολύβι ἢ πέννα (σχ. 103).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Μὲ τὸν διαβήτη μετρῶ τὴν ***ἀπόσταση*** δύο σημείων, παίρνω ***ἴσες*** ἀποστάσεις, γράφω ***περιφέρεια*** ὅπου κι ὅση μεγάλη θέλω, γράφω περιφέρεια ποὺ νὰ περνᾶ ἀπὸ ***ὡρισμένο*** σημεῖο, καὶ περιφέρεια μὲ ***ὡρισμένο*** κέντρο κι ὡρισμένη ἀχτῖνα.

Σχ. 103.

Σχ. 104.

Γιὰ νὰ γράψω, π.χ., κύκλο μὲ ἀχτῖνα 5 δάχτυλα (0,05 μ.): α΄) ἀνοίγω τὰ σκέλη τοῦ διαβήτου τόσο, ὅση εἶναι ἡ ἀχτῖνα, καὶ β΄) στηρίζω τὴν σουβλερὴ ἄκρια στὸ κέντρο καὶ γύρω ἀπὸ τὸ κέντρο αὐτὸ στρέφω τὸ ἄλλο σκέλος, ἔτσι ποὺ ἡ ἄκρια του ν' ἀκουμπᾶ πάνω στὸ χαρτὶ ἢ τὸν πίνακα.

Δύο ἀχτῖνες (αΚ καὶ Κβ σχ. 104), ἡ μία συνέχεια τῆς ἄλλης, κάνουν μία ***διάμετρο***. Ἡ διάμετρος ἀρχίζει ἀπὸ ἕνα (ὁποιοδήποτε) σημεῖο τῆς περιφέρειας (α), περνᾶ ἀπὸ τὸ κέντρο (Κ) καὶ καταλήγει σ' ἕνα ἄλλο σημεῖο τῆς περιφέρειας (β). Ἡ διάμετρος, ὅπως καὶ ἡ ἀχτῖνα εἶναι πάντοτε ***εὐθεῖα*** γραμμή.

Κατασκευάζω κύκλο ἀπὸ χαρτί, τοῦ γράφω μιὰ διάμετρο (αΚβ) καὶ τὸν διπλώνω σὲ δύο ἀπὸ τὴν διάμετρό του αὐτή. Βλέπω τότε, ὅτι τὰ πέρατα τῆς περιφέρειας ἐφαρμόζουν, ὅτι ὁ κύκλος εἶναι χωρισμένος σὲ δύο ἴσα μέρη (σὲ δυὸ ***ἡμικύκλια***) καὶ ἡ περιφέρεια ἐπίσης εἶναι χωρισμένη σὲ δυὸ ἴσες καμπύλες (σὲ δύο ***ἡμιπεριφέρειες***).

Ὥστε: «***ἡ διάμετρος χωρίζει τὸν κύκλο σὲ δύο ἡμικύκλια*** καὶ ***τὴν περιφέρεια σὲ δύο ἡμιπεριφέρειες***».

Ἕνα κομμάτι τῆς περιφέρειας λέγεται ***τόξο***, καθὼς τὸ ηε, εβ, ηα, δβ,... (σχ. 104). Ἡ εὐθεῖα (ηε), ποὺ ἑνώνει τὶς ἄκριες τοῦ τόξου, λέγεται ***χορδὴ*** καὶ τὸ ἐπίπεδο, ποὺ περιορίζεται μέσα σὲ τόξο καὶ χορδὴ λέγεται ***τμῆμα κύκλου***.

ΣΗΜ. Ἡ διάμετρος (αβ) εἶναι χορδὴ ἡμιπεριφέρειας.

Ἡ γωνία αΚδ λέγεται ***κεντρική***, γιατὶ ἔχει τὴν κορυφή της στὸ κέντρο.

Τὸ ἐπίπεδο, ποὺ περικλείεται μεταξὺ δύο ἀχτίνων (αΚ καὶ Κδ) καὶ ἑνὸς τόξου (αδ), δηλαδὴ τὸ ἐπίπεδο τῆς κεντρικῆς γωνίας λέγεται ***κυκλικὸς τομέας***.

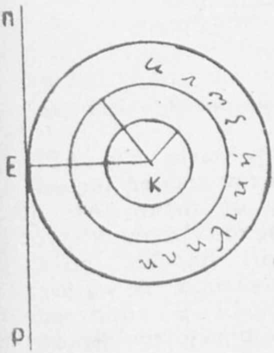
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὁ κύκλος λοιπὸν ἔχει : ***κέντρο, ἀκτῖνα, διάμετρο, περιφέρεια, τόξα, χορδές, τμήματα κύκλου, κυκλικοὺς τομεῖς, κεντρικὲς γωνίες.***

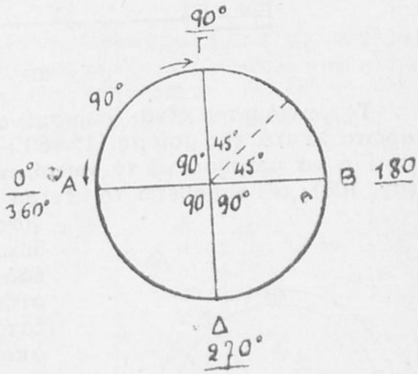
Μὲ τὸ ἴδιο κέντρο (Κ) καὶ ἀχτῖνες, τὴν μία μεγαλύτερη ἀπὸ τὴν ἄλλη, γράφω δύο (ἢ περισσότερους) κύκλους. Οἱ κύκλοι αὐτοὶ λέγονται ***ὁμόκεντροι*** (σχ. 105). Καὶ τὸ ἐπίπεδο, ποὺ περικλείεται ἀνάμεσα στὶς περιφέρειες δύο ὁμόκεντρων κύκλων, λέγεται ***κυκλικὴ ζώνη.***

Γράφω τὴν εὐθεία ΠΡ, ἔτσι ποὺ νὰ ἐγγίξη τὴν περιφέρεια μόνο ***σ' ἕνα*** σημεῖο (Ε). Ἡ εὐθεῖα αὐτὴ λέγεται ***ἐφαπτομένη*** καὶ εἶναι κάθετη πάνω στὴν ἀχτῖνα (ΚΕ), ποὺ ἑνώνει τὸ σημεῖο Ε μὲ τὸ κέντρο· (τὸ ἀποδείχνω μὲ τὸν γνώμονα).

Ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου διαιρεῖται σὲ 360 ἴσα μέρη. Τὸ καθένα ἀπ' αὐτὰ λέγεται ***μοῖρα*** (καὶ σημειώνεται μ' ***ἐκθέτη*** ^{0}). Ὥστε ἡ ἡμιπεριφέρεια ἔχει 180^{0} (μοῖρες), τὸ $^{1}/_{4}$ τῆς περιφέρειας 90^{0}, τὸ $^{1}/_{8}=45^{0}$ καὶ τὰ $^{3}/_{4}=270^{0}$.



Σχ. 105.



Σχ. 106.

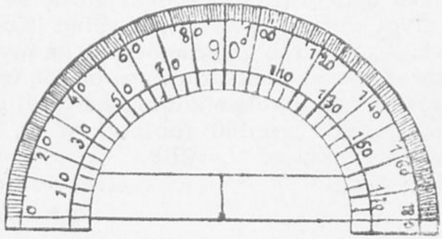
Γράφω σὲ κύκλο δύο διάμετρους, τὴν μίαν κάθετη πάνω στὴν ἄλλη (σχ. 106). Οἱ διάμετρες αὐτὲς χωρίζουν τὸν κύκλο καὶ τὴν περιφέρειά του σὲ ***4 ἴσα μέρη***· (τὸ ἀποδείχνω μὲ χάρτινα κύκλο)· καὶ σχηματίζουν ***4 ὀρθὲς γωνίες κεντρικές,*** (ὀρθές, γιατὶ ἡ καθεμιὰ σχηματίζεται ἀπὸ κάθετες πλευρὲς (βλ. σχ. 27).

Παρατήρ. Ἐπειδὴ τὸ ἄνοιγμα τῆς γωνίας μετριέται μὲ τόξο, καὶ τὰ τόξα τῶν κεντρικῶν γωνιῶν (σχ. 106) ἔχουν μῆκος 90^{0} (γιατί;)—συμπεραίνω, ὅτι ἡ ***ὀρθὴ γωνία ἔχει ἄνοιγμα*** (=τόξο) 90^{0}, ἡ ὀ ξ ε ῖ α λιγώτερο τῶν 90^{0} καὶ ἡ ἀ μ β λ ε ῖ α, περισσότερο τῶν 90^{0}.

4. **Γωνιόμετρο** ἢ μ ο ι ρ ο γ ν ω μ ό ν ι ο.—Ἔμαθα, ὅτι «ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου διαιρεῖται σὲ 360 μοῖρες» καὶ ὅτι «τὸ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

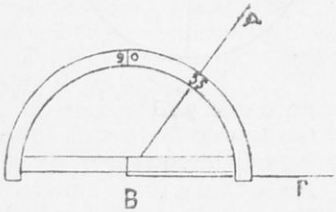
ἄνοιγμα τῶν γωνιῶν μετριέται μὲ τόξο». Ἂν λοιπὸν κατασκευάσω κύκλο ἢ ***ἡμικύκλιο*** (ἀπὸ χαρτόνι ἢ λεπτὸ μέταλλο), χωρισμένο καὶ βαθμολογημένο στὴν περιφέρειά του σὲ μοῖρες (360° καὶ 180°), μπορῶ μὲ τὸ ***«γεωμετρικὸ αὐτὸ ὄργανο»*** νὰ μετρήσω τὸ μέγεθος (τὸ ἄνοιγμα) κάθε γωνίας, καὶ νὰ σχηματίσω γωνίες μὲ ὡρισμένο ἄνοιγμα. Τέτοιο ὄργανο μεταχειρίζονται οἱ Γεωμέτραι καὶ οἱ ἀρχιτέκτονες καὶ τὸ ὀνομάζουν ***γωνιόμετρο*** ἢ ***μοιρογνωμόνιο*** (σχ. 107).



Σχ. 107.

Τὸ γωνιόμετρο εἶναι χωρισμένο σὲ μοῖρες (0°—180°) καὶ πρῶτα λεπτὰ τῆς μοίρας (1°=60′).

Γιὰ νὰ μετρήσω μὲ τὸ ***γωνιόμετρο*** τὴν γωνία π.χ. ΑΒΓ (σχ. 108): α′) τοποθετῶ τὸ κέντρο του στὴν κορυφὴ τῆς γωνίας (Β), σὲ τρόπο ὥστε ἡ διάμετρός του ν' ἀκουμπᾶ (νὰ ἐφάπτεται) ἀκριβῶς πάνω στὴν μιὰ πλευρὰ τῆς γωνίας, ἔστω τὴν ΒΓ· β′) παρατηρῶ ἀπὸ ποιὸ σημεῖο τῆς περιφέρειας του περνᾶ ἡ ἄλλη πλευρὰ τῆς γωνίας καὶ γ′) μετρῶ τὶς μοῖρες τοῦ τόξου, ποὺ περιωρίσθηκε ἀνάμεσα στὶς δύο πλευρές. Ἔτσι βρίσκω, ὅτι ἡ ***γωνία ΑΒΓ*** εἶναι **55°**.



Σχ. 108.

Γιὰ νὰ κατασκευάσω γωνία, π.χ. 75° α′) γράφω μιὰ εὐθεῖα, β′) τοποθετῶ τὸ κέντρο τοῦ γωνιόμετρου στὴν μιὰ ἄκρια (ἢ καὶ σ' ἕνα ὁποιοδήποτε σημεῖο) τῆς εὐθείας καὶ προσέχω νὰ συμπέσουν ἀκριβῶς ***διάμετρος κ' εὐθεῖα***, γ′) μετρῶ, ἀρχινόντας ἀπὸ τὴν εὐθεῖα, τόξο 75° κ' ἑνώνω μ' εὐθεῖα τὴν ἄκρια τοῦ τόξου, μὲ τὸ κέντρο τοῦ γωνιόμετρου. Ἡ εὐθεία αὐτὴ εἶναι ἡ ἄλλη πλευρά τῆς γωνίας.

Μπορῶ ἀκόμα μὲ τὸ γωνιόμετρο:

1) Νὰ κατασκευάσω ***γωνία ἴση μὲ μιὰ ἄλλη***· μετρῶ τὸ ἄνοιγμά της καὶ κατασκευάζω τὴν ἴση της.

2) Νὰ κατασκευάσω τὸ ***διπλάσιο*** (ἢ τριπλάσιο...) ***μιᾶς***

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὡρισμένης γωνίας· μετρῶ τὸ ἄνοιγμά της, διπλασιάζω (ἢ τριπλασιάζω...) τὶς μοῖρες τοῦ τόξου της καὶ τὴν κατασκευάζω.

3) Νὰ κατασκευάσω ***γωνία ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα δύο ἢ περισσότερων γωνιῶν·*** μετρῶ τ' ἀνοίγματά των, προσθέτω τὶς μοῖρες των καί, μὲ τὸ ἄθροισμα αὐτό, κατασκευάζω τὴ ζητουμένη γωνία.

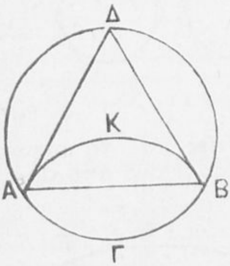
ΣΗΜ. ***Τὸ σχῆμα τοῦ κύκλου,*** βλέπω σὲ ἄπειρα ἀντικείμενα: σὲ δαχτυλίδια, στεφάνια, κεντήματα, πλάκες ὡρολογίων, στόμιο καὶ βάση μαγειρικῶν σκευῶν, φιάλες, βαρέλια, τροχούς· σὲ κάθε τι τέλος ποὺ πρέπει νὰ σ τ ρ έ φ ε τ α ι γύρω ἀπὸ ἄξονα.

Τὸ ***σχῆμα τοῦ τόξου,*** (τμήματος κύκλου, ἡμικύκλιου καὶ ἡμιπεριφέρειας) βλέπω στὴ ράχη τῶν δεμένων βιβλίων, τὸ ἀκούμπισμα (τὸ ἐρεισίνωτο) τῶν καθισμάτων, τὶς ἀψῖδες τῶν παραθυριῶν, τὰ πέταλα, τὶς καμπύλες τῶν βουνῶν κ.α.

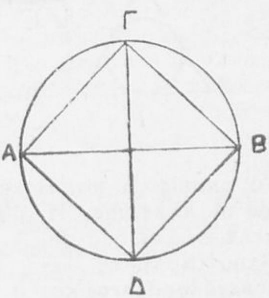
Μὲ τοὺς δεῖχτες τοῦ ὡρολογιοῦ μπορῶ νὰ σχηματίσω: α΄) ὅλα τὰ εἴδη τῶν γωνιῶν καὶ νὰ βρῶ τί ὥρα δείχνουν κάθε φορά· β΄) μπορῶ νὰ δείξω κυκλικὸ τομέα (ὀρθογ., ὀξυγ., ἀμβλυγ.), κεντρικὲς γωνιὲς (ὀρθές, ὀξεῖες, ἀμβλεῖες), γ΄) νὰ βρῶ πόσες μοῖρες εἶναι τὸ $^1/_2$, $^1/_4$ καὶ τὸ $^1/_{12}$ τῆς ὥρας (ἡ περιφ. ποὺ τὴν διαγράφει ὁ λεπτοδείχτης), τὰ 10΄, τὰ 15΄, τὰ 20΄ κ.ο.κ.

5. **Εὐθύγραμμα σχήματα, ἐγγεγραμμένα σὲ κύκλο,** (γραμμένα μὲ διαβήτη μέσα σὲ κύκλο, σὲ τρόπο ποὺ ν' ἀκουμποῦν οἱ κορυφές των στὴν περιφέρεια).

α΄) ***Ἰσόπλευρο τρίγωνο*** (σχ. 109). Γράφω κύκλο· μὲ κέν-



Σχ. 109.



Σχ. 110.

τρο τὸ τυχὸν σημεῖο Γ τῆς περιφέρειας καὶ ἀχτῖνα τὴν ἴδια, γράφω τόξο (ΑΚΒ), φέρω τὴν χορδὴ τοῦ τόξου (ΑΒ), τὴν ἐπαναλαμβάνω ***τρεῖς φορὲς*** πάνω στὴν περιφέρεια καὶ παίρνω τὸ ἰσόπλευρο τρίγωνο ΑΒΔ.

β΄) ***Τετράγωνο*** (σχ. 110). Γράφω περιφέρεια. Φέρω δύο διάμετρους, τὴν μία κάθετη πάνω στὴν ἄλλη, ἑνώνω τὶς ἄκριες των μὲ χορδὲς καὶ παίρνω τὸ τετράγωνο ΑΒΓΔ.

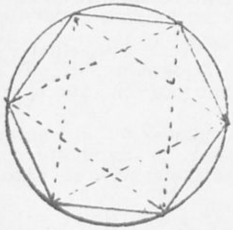
ΣΗΜ. Ἂν τὸ καθένα ἀπὸ τὰ 4 αὐτὰ ἴσα τόξα χωρίσω σὲ δύο ἴσα μέρη καὶ φέρω τὶς χορδές των, θὰ πάρω ***κανονικὸ ὀκτάγωνο.***

γ΄) ***Κανονικὸ ἑξάπλευρο*** (Σχ. 111α). Γράφω κύκλο. Ἐπαναλαμβάνω τὴν ἀχτῖνα του 6 φορὲς πάνω στὴν περιφέρειά του κ' ἑνώνω τὰ τόξα μὲ χορδές.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

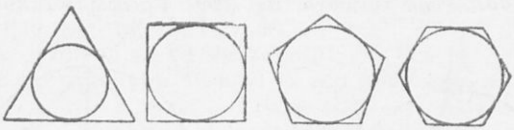
Ἐρώτ. Πόσων μοιρῶν εἶναι τὰ τόξα του; Καὶ τί σχῆμα θὰ πάρω, ἂν ἑνώσω τὶς κορυφές του μὲ διαγώνιους; (360 : 6=60°—ἀστέρα μὲ 6 κορυφές).

Ἐκτὸς ἀπὸ τὰ ἐγγεγραμμένα, ὑπάρχουν καὶ ***περιγεγραμμένα*** εὐθύγραμμα σχήματα σὲ κύκλο. Αὐτῶν οἱ πλευρὲς εἶναι ἐφαπτόμενες τοῦ κύκλου (δεῖξε το πῶς). Τὸ κέντρο τῶν κύκλων τους εἶναι τὸ ***σημεῖο*** ὅπου συναντιῶνται ***οἱ κάθετες***, ποὺ τὶς φέρνω ἀπὸ τὸ ***μέσο*** τῶν πλευρῶν τους (σχ. 111 β).



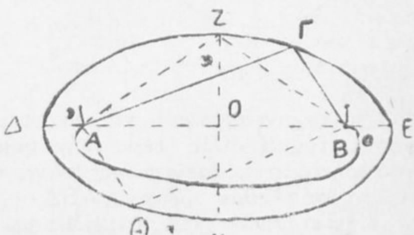
Σχ. 111α.

6. **Ἔλλειψη.**— Παίρνω δύο σημεῖα: Α καὶ Β (σχ. 112) ***στερεώνω*** σ' αὐτὰ τὶς ἄκριες κλωστῆς μεγαλύτερης ἀπὸ τὴν ἀπόσταση τῶν δύο σημείων Α καὶ Β, καὶ στρέφω τὴν κλωστὴ τεντωμένη μὲ γραφίδα, γύρω στὰ σημεῖα αὐτὰ Α καὶ Β. Ἔτσι γράφω μιὰ ***κλειστὴ καμπύλη γραμμή***. Τὸ ἐπίπεδο ποὺ περικλείεται μέσα στὴ γραμμὴ αὐτή, λέγεται ***ἔλλειψη***, γιατὶ δὲν εἶναι τέλειος κύκλος.



Σχ. 111 β.

Τὰ σημεῖα Α καὶ Β λέγονται ***ἑστίες*** καὶ τὸ σημεῖο Ο, ***κέντρο*** τῆς ἔλλειψης. Ἡ εὐθεῖα ΔΕ, ποὺ περνᾷ ἀπὸ τὶς ἑστίες καὶ τελειώνει σὲ δύο σημεῖα τῆς καμπύλης, λέγεται ***μεγάλος ἄξονας*** καὶ ἡ ΖΗ, ποὺ στέκεται κάθετα στὸ μέσο τοῦ μεγάλου ἄξονα, λέγεται ***μικρὸς ἄξονας.*** Οἱ ἀχτῖνες τῆς ἔλλειψης ἀποτελοῦνται ἀπὸ ***δύο εὐθεῖες*** (***ἴσες,*** ὅταν ἑνώνωνται στὶς κορυφὲς τοῦ μικροῦ ἄξονα Ζ καὶ Η, ***καὶ ἄνισες,*** ὅταν ἑνώνωνται σ' ἄλλο σημεῖο τῆς περιφέρειας) καὶ λέγονται ***ἐπιβατικὲς*** (ὅπως ἡ ΑΓΒ καὶ ΑΘΒ).



Σχ. 112.

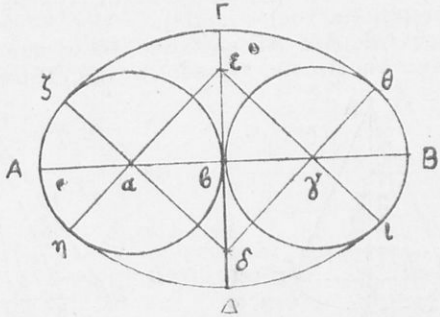
Ὅλες οἱ ἐπιβατικὲς ἀχτῖνες τῆς (ἴδιας) ***ἔλλειψης εἶναι ἴσες,*** (γιατὶ σχηματίζονται ἀπὸ τὴν ἴδια κλωστή).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΣΗΜ. Όσο μικρότερη ή άπόσταση τῶν δύο έστιῶν, τόσο ή ἔλλειψη πλησιάζει περισσότερο στὸν κύκλο.

Μπορῶ νὰ γράψω ἔλλειψη:

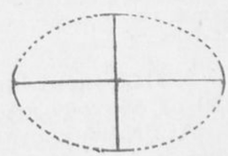
1) ***(μὲ ὡρισμένον τὸν μεγάλον ἄξονα), μὲ δύο ἐφαπτομένους κύκλους*** (σχ. 113).



Σχ. 113.

α΄) Στὸ μέσο τοῦ μεγ. ἄξονα ΑΒ γράφω κάθετα τὸν μικ. ἄξονα ΓΔ. β΄) Χωρίζω τὸν μεγ. ἄξονα σὲ 4 ἴσα μέρη, καὶ μὲ κέντρα τὰ σημεῖα α καὶ γ καὶ ἀχτῖνα Αα (καὶ γΒ) γράφω δύο ἐφαπτόμενους κύκλους· γ) παίρνω τὶς ἀποστάσεις βε - βδ ἴσες μὲ τὶς ἀκτῖνες βα... δ΄) Τὰ σημεῖα ε καὶ δ ἑνώνω μὲ τὰ κέντρα τῶν κύκλων μ' εὐθείας, ποὺ τὶς ἐπεκτείνω ὡς ὅτου συναντήσουν τὶς περιφέρειες εη, ει, δζ, δθ· καὶ ε΄) μὲ κέντρα τὰ σημεῖα ε καὶ δ καὶ ἀχτῖνα τὴν δζ - δθ γράφω τὰ τάξα ζΓθ καὶ ηΔι.

2) ***μὲ δύο ὡρισμένους ἄξονας*** (χωρὶς τοὺς κύκλους). (σχ. 114). Γράφω δύο κάθετες ποὺ νὰ διασταυρώνωνται στὰ μισά τους. Σημαδεύω στὶς ἐλεύθερές των ἄκριες τὴν διεύθυνση τῶν τόξων καί, ἀκολουθώννας ***τὴν διεύθυνσή τους αὐτή***, σχηματίζω κανονικὴ ἔλλειψη.



Σχ. 114.

ΣΗΜ. ***Σχῆμα ἔλλειψης*** βλέπω στὰ ματογυάλια, σὲ μερικὲς σφραγῖδες, σὲ μερικὰ πιάτα, κουτιά, κουτάλια, κοσμήματα κ.ἄ. Ἀπὸ μακριὰ ἡ περιφέρεια τῶν κυκλικῶν ἐπιφανειῶν φαίνεται σὲ σχῆμα ἔλλειψης.

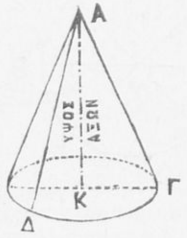
7. **Πῶς σχηματίζεται ὁ κῶνος.**—Ὁ κῶνος ἔχει μιὰ ***βάση κυκλικὴ*** καὶ μιὰ ***ἐπιφάνεια κυρτή***, ποὺ καταλήγει σὲ ὀξεῖα κορυφή. Τὸ ὕψος του δείχνει (καθὼς καὶ στὴν τριγωνικὴ πυραμίδα) ἡ εὐθεῖα ΑΚ (σχ. 115), ποὺ ἑνώνει κάθετα τὴν κορυφή του μὲ τὴν βάση του, ἢ (καλύτερα) μὲ τὸ ***κέντρο*** τῆς βάσης του.

Ἂν κόψω τὸν κῶνο κάθετα, ἀπὸ τὴν κορυφὴ ὡς τὸ κέν-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τρο τῆς βάσης του, θὰ πάρω τὸ ἐπίπεδο ΑΒΓ, ποὺ εἶναι ἰσοσκελὲς τρίγωνο. Ἡ ΑΚ δείχνει τὸ ***ὕψος*** τοῦ κώνου˙ (ἑνώνει τὴν κορυφή του μὲ τὸ κέντρο τῆς βάσης του)˙ εἶναι καὶ ***ἄξονάς*** του. Τὸ χωρίζει ἐπίσης σὲ δύο ἴσα ὀρθογώνια τρίγωνα (ΑΚΒ=ΑΚΓ)˙ τὸ ***ὕψος*** καὶ ὁ ***ἄξονας συνταυτίζονται***˙ ὁ κῶνος αὐτὸς εἶναι ***ὀρθός***, ἐνῶ ὁ κῶνος τοῦ σχήματος 116 εἶναι γυρτὸς (κεκλιμένος)˙ (γιατί;)

Οἱ εὐθεῖες ΑΒ, ΑΔ, ΑΓ καὶ κάθε ἄλλη ποὺ ἑνώνει τὴν κορυφὴ μ' ἕνα σημεῖο τῆς περιφέρειας τῆς βάσης, λέγονται



Σχ. 115.

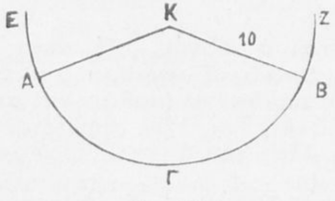
Σχ. 116.

πλευρὲς τοῦ κώνου. Ὅλες οἱ πλευρὲς τοῦ ὀρθοῦ κώνου εἶναι ἴσες, (γιατὶ ὅλες των εἶναι ὑποτείνουσες τοῦ ἴδιου ὀρθογώνιου τριγώνου, ΑΚΒ ἢ ΑΚΓ τὸ ὀρθογώνιο αὐτὸ τρίγωνο περιστράφηκε γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα ΑΚ καὶ μὲ τὴν ὑποτείνουσά του σχημάτισε τὴν κυρτὴ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου.

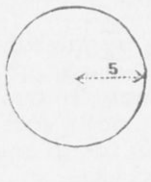
ΣΗΜ. ***Ὁ κῶνος εἶναι ἕνα πολὺ χρήσιμο σχῆμα στὴ ζωή μας.*** Ἐπειδὴ τελειώνει σὲ σουβλερὴ ἄκρια κ' ἔτσι μπορεῖ νὰ χώνεται εὔκολα στὸ χῶμα, στὸ ξύλο, σὲ λίγο σκληρὰ πράγματα, οἱ ἄνθρωποι ἔδωσαν τὸ σχῆμα του σὲ πολλὰ ἐργαλεῖα. Ἡ βελόνα, ἡ καρφίτσα, τὸ καρφί, τὸ σουβλί, τὸ τρυπάνι, τὸ κεντρί, ὁ πάσσαλος κ.ἄ. ἔχουν σουβλερὴ μύτη. Κωνικὴ ἄκρια ἔχουν καὶ τὰ μολύβια μας, τὰ χωνιά, τ' ἀλεξιβρόχια (ὀμπρέλλες), οἱ στέγες τῶν καλυβιῶν (καὶ μάλιστα στὶς Ἰνδίες), οἱ σκηνές, οἱ κορυφὲς τῶν λόφων, πύργων, τὰ κάγκελα καὶ πολλὰ δένδρα...

8. **Πῶς κατασκευάζεται ὁ κῶνος.**—Τὰ σχήματα 117-120 μὲ ὁδηγοῦν πῶς νὰ κατασκευάσω κῶνο.

ΑΓΒΚΑ ἡ κυρτὴ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου (σχ. 117), μὲ ἀχτῖνα 10 ἑκατ. (0,10 μ.)˙



Σχ. 117.

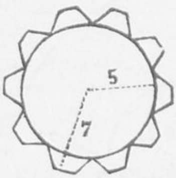


Σχ. 118.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

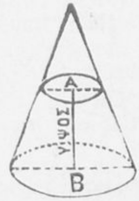
ἡ βάση τοῦ κώνου (σχ. 118) μὲ ἀχτῖνα 5 ἑκατ. (0,05 μ.)·
ἡ βάση (σχ. 119) κολλημένη σὲ λεπτὸ χαρτὶ μὲ γλωσσίδες γιὰ κόλλημα πάνω στὸν κῶνο.
ὁ κῶνος (σχ. 120) τυλιγμένος καὶ κολλημένος μὲ τὶς γλωσσίδες καὶ λουρίδια.

9. **Κῶνος κόλουρος** (κολοβός).—Ἂν κόψω τὸν κῶνο ὁριζόντια καὶ παράλληλα στὴ βάση του, θὰ πάρω ***κῶνο κόλουρο*** (σχ. 121 α).



Σχ. 119.

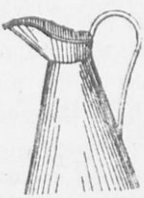

Σχ. 120



Σχ. 121 α.

Ὁ κόλουρος κῶνος ἔχει δύο βάσεις ***παράλληλες*** (καὶ ἄνισες) καὶ ***κυκλικές***. Οἱ δύο κύκλοι εἶναι ***ὁμόκεντροι***, τὰ κέντρα δηλαδὴ τῶν δύο αὐτῶν βάσεων ἑνώνονται μὲ κατακόρυφη (κάθετη στὴ βάση) εὐθεῖα, ποὺ δείχνει καὶ τὸ ***ὕψος*** τοῦ κόλουρου κώνου (ἡ ΑΒ).


Σχ. 121 β.


Σχ. 121 γ.


Σχ. 121 δ.

Οἱ ἄνθρωποι κάνουν μεγάλη χρήση τοῦ κόλουρου κώνου, γιατὶ εἶναι ὡραῖο σχῆμα καὶ πολὺ πρακτικό. Ποτήρια τοῦ νεροῦ καὶ κρασιοῦ, κάδοι, λάμπες, μαγειρικὰ σκεύη, γλάστρες, φιάλες, φρέατα, λάκκοι (γιατί;), ἔχουν σχῆμα κόλουρου κώνου* (σχ. 121 β, γ, δ).

Ἐὰν κόψω τὴν κυρτὴ ἐπιφάνεια τοῦ κόλουρου κώνου (σχ. 122) θὰ ἔχω, μὲ τὶς δύο βάσεις του μαζί, τὸ Σχ. 123.

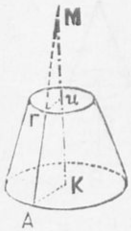
Τὸ σχῆμα αὐτὸ μὲ ὁδηγεῖ πῶς νὰ κατασκευάσω κόλουρο κῶνο.

* Ἀπὸ τ' ἀντικείμενα αὐτά, ὅσα στηρίζονται πάνω στὴ μεγάλη του βάση, ἔχουν ***σταθερὴ ἰσορροπία***, δὲν ἀναποδογυρίζονται εὔκολα.

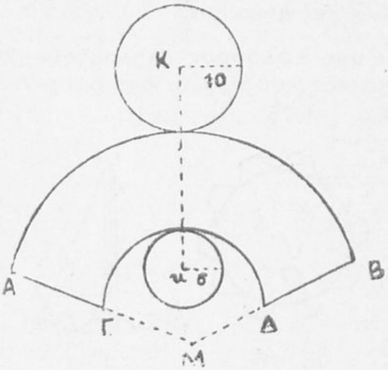
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

10*. Πῶς βρίσκεται:

α΄) ***Τὸ μῆκος τῆς περιφέρειας ἑνὸς κύκλου.*** Μόνο μὲ τὸ ***μέτρο*** δὲν μπορῶ τὰ τὸ βρῶ, γιατὶ εἶναι ***καμπύλη*** γραμμή.



Σχ. 122.



Σχ. 123.

Ἀνάγκη νὰ κόψω τὸν κύκλο ἄκρια-ἄκρια στὴν περιφέρειά του καὶ νά μετρήσω τὴν κορδέλλα αὐτὴ μὲ ταινία βαθμολογημένη ἢ μὲ μέτρο. Ἐπειδὴ ὅμως αὐτὸ δὲν εἶναι εὔκολο καταφεύγω στὸν τρόπο ποὺ μεταχειρίζονται οἱ Γεωμέτραι. Πολλαπλασιάζω δηλαδὴ νὸ μῆκος τῆς ἀχτίνας τοῦ κύκλου μέ τὸν ***ὡρισμένο ἀριθμὸ 6,28*** ἢ (εἶναι τὸ ἴδιο) τὸ διπλάσιο τῆς ἀχτίνας (τὴ διάμετρο) μὲ τὸ μισὸ τοῦ 6,28, τὸν ἀριθμὸ *3,14*. Δηλαδή:

ἢ ***ἀχτίνα***×*6,28* ἢ ***διάμετρος***×*3,14*

Ἂν τώρα παραστήσω τὴν περιφέρεια μὲ τὸ κεφ. Π, τὴν ἀχτῖνα μὲ τὸ (α) καὶ τὸν ἀριθμὸ μὲ τὸ μικρὸ (π), θὰ ἔχω τὸν ***τύπο:*** Π(εριφέρεια)=2α(διάμετρος)×π=2α×π ἢ Π=***2πα***.** Ὁ τύπος ***2πα*** δείχτει τὸ μῆκος τῆς περιφέρειας ἑνὸς κύκλου.

Παράδειγμα : 1) ***Ἡ ἀχτῖνα ἑνὸς κύκλου ἔχει μῆκος 3 μ.***

---

* Καὶ ἡ παράγρ. 10 μπορεῖ καὶ νὰ μὴ διδαχθῇ ὅλη ἢ ἐν μέρει, ἐὰν ὁ χρόνος δὲν εἶναι ἐπαρκὴς καὶ οἱ μ. ὄχι πολὺ προχωρημένοι στὰ μαθηματικά,

** Τὸ σημεῖο τοῦ πολλαπλασιασμοῦ × στὶς ***παραστάσεις*** τῶν ***τύπων*** (καὶ στὶς ἀνώτερες ἀριθμητικὲς πράξεις) δὲν χρησιμοποιεῖται. Ἀντ᾽ αὐτοῦ βάζουν ἕνα σημεῖο (.), τὸ ὁποῖον καὶ παραλείπεται πολλάκις. Γράμματα καὶ ἀριθμοί, ὅταν τεθοῦν τὸ ἕνα κοντὰ στὸ ἄλλο ἔτσι ἁπλῶς (αβ ἢ 2α. . .) σημαίνει, ὅτι θὰ πολλαπλασιασθοῦν μεταξύ τους· ὅτι δηλαδὴ εἶναι ***παράγοντες γινομένου*** (α×β ἢ 2×α,..) ὅπως λέγουν οἱ Μαθηματικοί. Ὁ τύπος λοιπὸν ***2πα*** σημαίνει ὅτι: ὁ 2 θὰ πολλαπλασιασθῇ μὲ τὸν π καὶ τὸ εὑρεθὲν γινόμενο θὰ πολλαπλασιασθῇ μὲ τὸν α, δηλ. 2×π×α.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τί μῆκος θὰ ἔχει ἡ περιφέρειά του;

$$Π=2πα=2\times3,14\times3=\mathbf{18,84}μ.$$

(18 μέτρα καὶ 84 ἑκατ.).

2) $α=0,40$μ. καὶ ἡ περιφέρεια;

$$Π=2πα=2\times3,14\times0,40=\mathbf{2,512}μ.$$

(2 μέτρα, 5 πλ., 1 δ. καὶ 2 γρ.).

β') ***Τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς κύκλου***. Ὁ κύκλος εἶναι κανονικὸ πολύγωνο μὲ ἄπειρες πλευρές. Ἑπομένως γιὰ νὰ βρῶ τὸ ***ἐμβαδόν*** του: πολλαπλασιάζω τὴν περίμετρό του (δηλ. τὴν περιφέρειά του) μὲ τὸ ἥμισυ τῆς κατακορύφου (καθέτου, ἐδῶ τῆς ἀχτίνας), ποὺ ἑνώνει τὸ κέντρο του μὲ μιὰ ἀπὸ τὶς ἄπειρες πλευρές του (δηλ. μ' ἕνα σημεῖο τῆς περιφέρειάς του).

Ὥστε:

Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου βρίσκεται, ἂν πολλαπλασιάσω τὴν περιφέρειά του (2πα) ***μὲ τὸ ἥμισυ τῆς ἀχτίνας του*** (ἤτοι: $2πα \times \frac{α}{2}$).

Παράδειγμα:

1) Περιφ. κύκλου $=18,84$ μ. καὶ ἡ ἀχτῖνα του $=3$ μ. ποιὸ τὸ ἐμβαδόν του;

$$Ε.κ.=2πα\times\frac{α}{2}=18,84\times\frac{3}{2}=\frac{18,84\times3}{2}=9,42\times3=$$

$\mathbf{28,26}$ $μ^2$ ἢ 28 $μ^2$ καὶ 26 $πλ.^2$.

2) $α=0,40$ μ. $Ε.κ.=2πα\times\frac{α}{2}=2\times3,14\times0,40\times\frac{0,40}{2}=$ (ἁπλοποιῶ μὲ τὸν 2 καὶ ἔχω) $3,14\times0,40\times0,40=\mathbf{0,49.92}$ $μ^2$ $=49$ $πλ.^2$ καὶ 92 $γρ.^2$.

ΣΗΜ. Ὁ τύπος: $Ε=2πα\times\frac{α}{2}$ ἁπλοποιεῖται στὸν τύπο: $Ε=πα^2$, ὅταν ἔχωμε ὑπ' ὄψη μας, ὅτι «κάθε ἀριθμὸς πολλαπλασιαζόμενος μὲ τὸν ἑαυτό του, μᾶς δίδει τὸ ***τετράγωνό του***», ποὺ παρασταίνεται μὲ τὸν ἐκθέτη (^{2}). Ἔτσι $2\times2=4$ (τὸ τετράγωνο τοῦ 2, ποὺ σημειώνεται κ' ἔτσι $2\times2=2^2$), ($α.α=α^2$ κ.ο.κ.).

Ὥστε: $2πα\times\frac{α}{2}$ (τὸν ἁπλοποιῶ μὲ τὸν 2 κ' ἔχω)

$$=πα\times α=Ε=\boldsymbol{πα^2}.$$

Πρόβλημα. Κυκλικὸ πηγάδι θὰ σκεπασθῆ μὲ σιδερένιο σκέπασμα ποὺ θάχη διάμετρο 80 ἑκατοστὰ τοῦ μ. Τί ἐμβαδὸν θὰ ἔχη τὸ σκέπασμα αὐτό; ($α=40$ ἑκ.).

$$Ε=πα^2=3,14\times0,40^2=3,14\times0,40\times0,40=3,14\times0,16=$$
$$=\mathbf{0,50.24}\ μ.^2 \text{ ἢ } 50\ πλ.^2 \text{ καὶ } 24\ γρ.^2$$

[καὶ πόση θὰ εἶναι ἡ περιφέρειά του;

$$Π=2πα=2.3,14.0,40=2.512\ μ.].$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΣΗΜ. Ἐὰν διπλασιάσω τὴν ἀχτῖνα ἑνὸς κύκλου, ἡ περιφέρειά του διπλασιάζεται ἐπίσης, ἀλλὰ ἡ ἐπιφάνειά του τετραπλασιάζεται. Ἐὰν τὴν τριπλασιάσω, ἡ ἐπιφ. ἐννεαπλασιάζεται, ἐὰν τετραπλασιάσω, ἡ ἐπιφ. δεκαεξαπλασιάζεται κ.ο.κ.

Τὸ ***ἐμβαδὸν τῆς κυκλικῆς ζώνης*** (σχ. 105) βρίσκεται ἐὰν ἀφαιρέσω τὸ ἐμβαδὸν τοῦ μικρότερου κύκλου ἀπὸ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ μεγαλύτερου.

Τὸ ***μῆκος τῆς περιφερείας τῆς ἔλλειψης*** εἶναι ἴσο μὲ τὸ ***ἡμιάθροισμα*** τῶν δύο ἀξόνων πολλαπλασιασμένο μὲ τὸν $\pi=3,14$.

Τὸ ***ἐμβαδὸν τῆς ἔλλειψης*** βρίσκεται ἂν τὸ ***γινόμενο*** τῶν δύο ἀξόνων της πολλαπλασιάσω μὲ τὸν $\pi=3,14$ καὶ τὸ γινόμενο αὐτὸ διαιρέσω μὲ τὸν 4.

π.χ. οἱ ἄξονες μιᾶς ἔλλειψης εἶναι Α=8δ καὶ α=4δ.

α΄) ἡ περιφέρειά του θὰ εἶναι:

$$8+4=12:2=6\times 3,14=\boldsymbol{18,84}\ \delta.$$

β΄) τὸ ἐμβαδόν του:

$$8\times 4=32\times 3,14=100,48:4=25,12\ \delta^2 (25\ \delta^2+12\ \gamma\rho^2).$$

Τὴν ***ἐξωτερικὴ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου*** βρίσκω, ἐὰν τὴν περιφέρεια τῆς βάσης του πολλαπλασιάσω μὲ τὸ μισὸ τῆς πλευρᾶς του καὶ στὸ ἐμβαδὸν αὐτὸ τῆς κυρτῆς του ἐπιφανείας, προσθέσω καὶ τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσης του.

Πρόβλημα. Νὰ βρεθῇ ἡ ἐξωτερικὴ ἐπιφάνεια κώνου μὲ πλευρὰ 0,20 μ. καὶ περιφέρεια βάσης 0,30 μ.

α΄) Ε. κυρτῆς ἐπιφανείας$=0,30\times\frac{0,20}{2}=\boldsymbol{0,03}\mu^2 (3\pi\lambda^2)$

β΄) τώρα πρέπει νὰ βρῶ καὶ τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσης καὶ ἔχω ἀνάγκη νὰ ξεύρω τὴν ἀχτῖνα της. Θὰ τὴ βρῶ ἀπὸ τὴν περιφέρειά της 0,30 μ.: Ἀφοῦ ἡ $\Pi=2\pi\alpha=0,30$ δημιουργῶ τὶς ἑξῆς ***ἰσότητες****:

$$\left(\frac{2\pi\alpha}{\pi}=\frac{0,30}{\pi}\right) \text{ ἢ } \left(2\alpha=\frac{0,30}{\pi}\right) \text{ ἢ } \left(2\alpha=\frac{0,30}{3,14}\right) \text{ ἢ } (2\alpha=0,095)$$

$$\text{ἢ } \left(\frac{2\alpha}{2}=\frac{0,095}{2}\right) \text{ ἢ } \left(\alpha=\frac{0,095}{2}\right)=\boldsymbol{\alpha}(\text{ἀχτῖνα})=0,04.75\ \mu.$$

ἢ 47 ½ γραμμές. Τώρα μὲ τὴ γνωστὴ πιὰ ἀχτῖνα 0,0475 μ. βρίσκω:

Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου:

$$E=\pi\alpha^2=3,14\times 0,0475\times 0,0475=\boldsymbol{0,07.08}\ \mu^2 \ (\text{ἢ } 7\pi\lambda^2+8\delta^2)$$

---

* Ὁ τύπος $2\pi\alpha=0,30$ εἶναι μία ἰσότητα. «Ἐὰν καὶ τὰ δύο μέλη (=μέρη) μιᾶς ἰσότητας διαιρέσω (ἢ πολλαπλασιάσω) μὲ τὸν ***ἴδιον*** ἀριθμό, ἡ ἰσότητα δὲν μεταβάλλεται» π. χ. $4\times 6=24$ ἢ $\frac{4\times 6}{2}=\frac{24}{2}=2\times 6=12$ (πάλιν προκύπτει ἰσότητα). (Κάμνω τὴν ἁπλοποίηση μὲ τὸν 2 χάριν εὐκολίας τῶν πράξεων).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐξωτερικῆς του ἐπιφανείας:

$= 0{,}03+0{,}0708=\mathit{0{,}10.08}$ μ² (ἢ 10πλ²+8δ²)

Ὁ ***ὄγκος τοῦ κώνου*** βρίσκεται, ἂν πολλαπλασιάσω τὴ βάση του μὲ τὸ τρίτο ($^1/_3$) τοῦ ὕψους του, δηλ. $\left(\pi\alpha^2 \times \frac{\upsilon}{3}\right)$ ὁ τύπος τοῦ ὄγκου τοῦ κώνου.

Πρόβλημα: Νὰ βρεθῆ ὁ ὄγκος κώνου μὲ ἀχτῖνα βάσης 2μ. καὶ ὕψος 5μ.

$\pi\alpha^2\times\frac{\upsilon}{3}=3{,}14\times2\times2\times\frac{5}{3}=\mathit{20{,}946}$ μ³ (ἢ 20 μ³ καὶ 946 πλ³).

Ἡ ***ἐξωτερικὴ ἐπιφάνεια τοῦ κόλουρου κώνου*** βρίσκεται: ἂν προσθέσω τὰ ἐμβαδὰ τῶν βάσεών του (—εἶναι κύκλοι) μὲ τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς του ἐπιφανείας (—εἶναι κανονικὸ τραπέζιο)· ὁ τύπος τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς ***ἐξ. ἐπιφ. τοῦ κόλ. κώνου*** εἶναι: $[\pi\times\lambda\times(A+\alpha)]$, (ὅπου λ=πλευρά, Α μεγάλη ἀχτ. καὶ α μικρὴ ἀχτῖνα).

Ὁ ***Ὄγκος τοῦ κόλουρου κώνου*** ἔχει τὸν τύπο:

$$\left[\pi\times\frac{\upsilon}{3}\times(A^2+\alpha^2+A\times\alpha)\right]$$

Ἐρωτήσεις.

1. Μὲ ποιὸ στερεὸ μοιάζει ὁ κῶνος; Τί καὶ τί ἔχει; Τί λέγεται πλευρά, ὕψος, ἄξονας τοῦ κώνου; Ποιὰ σχέση ἔχει ὁ ἄξονας μὲ τὸ ὕψος του; Πότε ὁ κῶνος λέγεται ὀρθὸς καὶ πότε γυρτός;

2. Τί σχῆμα θὰ πάρωμε, ἂν κόψωμε τὸν κῶνο κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονά του; Ἀπὸ τί σχηματίζεται ὁ κῶνος;

3. Τί σχῆμα ἔχει ἡ βάση τοῦ κώνου; Πῶς γράφομε κύκλο πάνω: σὲ χαρτί, σὲ πίνακα, στὸ ἔδαφος; Ποιὰ εἶναι τὰ διάφορα μέρη τοῦ κύκλου; Πότε εἶναι *ἴσοι:* δύο ἢ περισσότεροι κύκλοι, τόξα, ἀχτῖνες; Τί εἶναι διαβήτης καὶ σὲ τί χρησιμεύει;

4. Ποιὰ σχέση ἔχουν μεταξύ τους: διάμετρος καὶ ἀχτῖνα (καὶ πῶς ἀπὸ τὴν ἀχτῖνα ὑπολογίζομε τὴν περιφέρεια;)

5. Ποιὰ ἐπίπεδα σχηματίζονται μέσα σὲ κύκλο: α΄) μὲ δύο ἀχτῖνες, β΄) μὲ χορδή;

6. Τί εἶναι ἐφαπτόμενη, κυκλικὴ ζώνη, ὁμόκεντροι κύκλοι, εὐθύγραμμα σχήματα ἐγγεγραμμένα (καὶ περιγεγραμμένα);

7. Σὲ πόσα ἴσα μέρη χωρίζεται ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου καὶ πῶς λέγονται αὐτά; Πότε δύο διάμετροι χωρίζουν τὸν κύκλο σὲ 4 ἴσα μέρη; Γιατί ἡ ὀρθὴ γωνία ἔχει ἄνοιγμα 90°;

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

8. Τί εἶναι γωνιόμετρο; σὲ τί χρησιμεύει; Πῶς μετροῦμε τὸ μέγεθος γωνίας, πῶς κατασκευάζομε γωνία μὲ ὡρισμένο μέγεθος;

9. Τί εἶναι ἔλλειψη; Ποιὰ τὰ διάφορα μέρη της; Πῶς γράφεται;

10. Τί εἶναι κόλουρος κῶνος; Ποιὰ τὰ διάφορα μέρη του; Πῶς σχηματίζεται; Τί σχῆμα παίρνομε, ὅταν τὸν κόψωμε κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονά του; Τί σχῆμα ἔχει ἡ κυρτὴ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου; τοῦ κόλουρου κώνου; Πῶς κατασκευάζεται ὁ κῶνος; Ὁ κόλουρος κῶνος;

11. Ποῦ βλέπομε καὶ ποῦ μεταχειριζόμεθα τὶς γραμμές, τὰ σχήματα καὶ τὰ στερεά, ποὺ εἴδαμε στὸ κεφάλαιο αὐτό;

12. Πῶς βρίσκομε τὴν περιφέρεια τοῦ κύκλου καὶ τὴν περιφέρεια τῆς ἔλλειψης; πῶς τὸ ἐμβαδόν τους; πῶς τὴν ἐξωτερικὴ ἐπιφάνεια τοῦ τέλειου κώνου καὶ τοῦ κόλουρου κώνου; (Καὶ πῶς τὸν ὄγκο τοῦ κώνου;)

Ἀσκήσεις.

Σχεδιάστε καὶ κατασκευάστε:

1) ***κύκλους*** ἴσους μὲ ἀχτῖνα 5δ., ***ἐφαπτόμενος*** μὲ ἀχτῖνες 6δ., μὲ ἀχτῖνες 4 καὶ 6δ., ***κυκλικὴ ζώνη*** μὲ φάρδος 5 γρ. (καὶ 15δ. στὸν πίνακα) σὲ κύκλο μὲ ἀχτῖνα 3δ. καὶ ἐντὸς αὐτοῦ φέρτε ***χορδὴ*** σὲ τόξο 90°, ***κυκλικὸ τομέα*** ἴσον μὲ τὸ $^1/_8$ τοῦ κύκλου, ***κεντρικὴ γωνία*** 45° καὶ στὶς ἄκριες τῶν πλευρῶν της, δύο ***ἐφαπτόμενες*** εὐθεῖες.

2) δύο ὁποιεσδήποτε γωνίες (ὀξυγώνιο καὶ ἀμβλυγώνιο), μετρήστε μὲ τὸ γωνιόμετρο τὸ ἄνοιγμά τους καὶ κατασκευάστε α΄) τὶς ***ἴσες*** των, β΄) τὶς ***διπλάσιές*** των, γ΄) μία μὲ τὸ ἄθροισμά τους. Γωνίες 75°, 45°, 120° καὶ 140°. Τρεῖς γωνίες ***ἐλεύθερα***· ἐκτιμήστε τὸ μέγεθός των, πεισθῆτε μὲ τὸ γωνιόμετρο·

3) πλάκα ὡρολογίου μὲ ἀχτῖνα 4δ. καὶ χωρίστε την σὲ 12 ἴσα μέρη·

4) ***ἐγγεγραμμένα***: ἰσοσκελὲς τρίγωνο, κανονικὸ ἑξάγωνο, τετράγωνο, κανονικὸ ὀκτάγωνο, σὲ κύκλους μὲ ἀχτῖνες 3 δάχτυλα. Ἀντιγράψτε τὰ ἴδια εὐθύγραμμα σχήματα χωριστά, βρῆτε τὰ κεντρικά τους σημεῖα μὲ κάθετες ἀπὸ τὰ μισὰ τῶν πλευρῶν τους καὶ ***ἐγγράψτε περιφέρειες.*** Μετρήστε τὶς ἀχτῖνες τῶν κύκλων αὐτῶν καὶ βρῆτε τὰ ἐμβαδά τους.

5) Κατασκευάστε ***κυκλικὴ ζώνη*** σὲ πλάτος 1 δ. καὶ ἄλλη μὲ διπλάσιο πλάτος.

6)... ***ἔλλειψη*** μὲ δύο κύκλους καὶ ἀχτῖνες 4δ. (δηλ. μὲ Μ. ἄξ 8δ.) καὶ ἄλλη μὲ ἄξονας 6 καὶ 4δ. (ἢ καὶ 10 καὶ 5δ.).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

7)... ***κῶνο*** μὲ ἀχτῖνα βάσης 8 δ. καὶ ὕψος 20δ.

8)... ***κόλουρο κῶνο*** μὲ ἀχτῖνες βάσεων 5 καὶ 3 δ. καὶ ὕψος 7 δ.

Προβλήματα.

1) Πόση ἔχταση κατέχει ἡ βάση κωνικῆς σκηνῆς, τῆς ὁποίας ἡ περιφέρεια εἶναι 10 μέτρα;

2) Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα ὕφασμα χρειάζεται γιὰ τὴν κεκλιμένη ἐπιφάνεια σκηνῆς, ποὺ τὸ ὕψος της εἶναι 3 μ.;

3) Τί ὄγκο καὶ βάρος ἔχει κωνικὸς λίθος, ποὺ ἡ περιφέρεια τῆς βάσης του εἶναι 0,65 μ.; [πρέπει νὰ ξέρω τὸ ὕψος του· τὸ βρίσκω πρακτικά: ἂν τοποθετήσω στὴν κορυφή του ὁριζόντια ἐπίπεδη ἐπιφάνεια (ἢ καλύτερα ἀεροστάθμη) καὶ μετρήσω τὴν ἀπόστασή της ἀπὸ τὴν βάση τοῦ κώνου].

4) Ἔχω 15 σανίδες μὲ πλάτος 3 πλ. καὶ μῆκος 4 μέτρα τὴν καθεμιὰ καὶ πρόκειται νὰ κατασκευάσω: α΄) 3 τραπέζια κυκλικὰ μὲ διάμετρο 1 μ. καὶ β΄) τραπέζια ***ἐλλειψοειδῆ*** μὲ ἄξονες 1,25 καὶ 0,70 μ. Πόσα τέτοια, ἐλλειψοειδῆ τραπέζια, θὰ μπορῶ νὰ κατασκευάσω μὲ τὶς ὑπόλοιπες σανίδες; (πρέπει νὰ βρῶ ἐμβαδά, νὰ τὰ προσθέσω καὶ εἶτα νὰ ἀφαιρέσω...)

5) Πόσος λευκοσίδηρος θὰ χρειασθῆ γιὰ δοχεῖο νεροῦ (κουβᾶ) σὲ σχῆμα κόλουρου κώνου, ἂν ἡ κάτω βάση του θὰ ἔχει περιφέρεια 0,50 μ., ἡ πάνω διπλάσια περιφέρεια ἀπὸ τὴν κάτω καὶ ἡ πλευρά του (ποὺ ἑνώνει τὶς δυὸ περιφέρειες) 0,60 μ.;

VI. ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ

1. Τὸ στερεὸ τοῦ σχ. 124 λέγεται ***κύλινδρος***· ἂν τὸν σπρώξω πλαγιαστὸ σὲ ἴσο μέρος κυλᾶ εὔκολα.

Ὁ κύλινδρος ἔχει ***μία κυρτὴ ἐπιφάνεια*** καὶ ***δύο βάσεις***: ἴσες καὶ παράλληλες. Ἡ εὐθεῖα ΑΒ, ποὺ ἑνώνει τὰ κέντρα τῶν δύο βάσεων, εἶναι ***ἄξονάς του***· γύρω του στρέφεται εὔκολα καὶ κανονικά. Ὅταν ἡ εὐθεία αὐτὴ κατεβαίνη ***κατακόρυφα*** (κάθετα στὴ βάση), δείχνει καὶ τὸ ***ὕψος*** του.

Κύλινδρος, ποὺ ἔχει τὴν ἴδια κάθετη (κατακόρυφη εὐθεῖα) καὶ ***ἄξονα*** καὶ ***ὕψος***, λέγεται ***ὀρθός***. Ὁ κύλινδρος τοῦ σχ. 126 εἶναι γυρτὸς (κεκλιμένος).

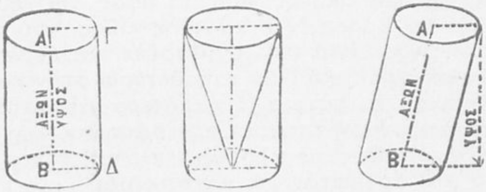
ΣΗΜ. Στὸ γυρτὸ κύλινδρο τὸ ὕψος (ποὺ εἶναι πάντοτε κάθετη στὴ βάση εὐθεῖα), δυνατὸν νὰ πέση κ' ἔξω ἀπὸ τὴ βάση του.

Πλευρὰ τοῦ κύλινδρου λέγεται κάθε εὐθεῖα ποὺ ἑνώνει δύο ***ἀντίστοιχα*** (ἀντικρινὰ) σημεῖα τῶν δύο του βάσεων. Ὅλες οἱ πλευρὲς τοῦ κύλινδρου εἶναι ἴσες, γιατὶ οἱ δύο βάσεις του εἶναι παράλληλες. [Γιὰ νὰ εἶναι παράλληλες, ὅλα τὰ σημεῖα τῆς μιᾶς ἀπέχουν ἰσάκις ἀπὸ τ' ἀντίστοιχα σημεῖα τῆς ἄλλης].

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὁ κύλινδρος εἶναι τὸ *τριπλάσιο* τοῦ κώνου, ποὺ ἔχει τὸ *ἴδιο* ὕψος. Τρεῖς κῶνοι σφηνωμένοι ὁ ἕνας δίπλα στὸν ἄλλο σχηματίζουν ἕνα κύλινδρο (σχ. 125).

Χρήση. Οἱ κολῶνες (κίονες) τῶν ἐκκλησιῶν, τῶν ἀρχαίων κτιρίων, τῶν μεγάρων, τὰ κάγκελα, οἱ τηλεγραφικοὶ στῦλοι, μερικὰ μολυβοκόνδυλα, κορμοὶ ἴσιοι πολλῶν δένδρων, τὰ ἔμβολα τῶν μηχανῶν, κουτιὰ καὶ σωλῆνες... ἔχουν σχῆμα κύλινδρου. Ἐπειδὴ εἶναι στερεὸ ἰσόπαχο καὶ τυλίγεται εὔ-

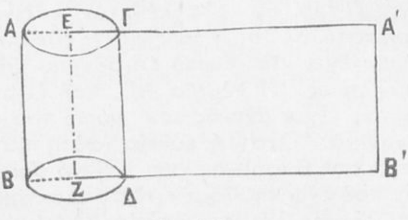


Σχ. 124. Σχ. 125. Σχ. 126.

κολα, τὰ ὑφάσματα καὶ μάλιστα τὰ χαρτιὰ τὰ κάνουν ***ρουλά***, δίνουν σχῆμα κύλινδρου· τότε δὲν κάνουν δίπλες καὶ ζαρωματιές.

2. **Πῶς σχηματίζεται καὶ πῶς κατασκευάζεται ὁ κύλινδρος.**—Ἂν κόψω τὸν κύλινδρο κατακόρυφα, στὸ μῆκος τοῦ ἄξονά του, θὰ ἔχω ὀρθογώνιο παραλληλόγραμμο (σχ. 127, ΑΒΓΔ).

Ἂν φαντασθῶ τὴν κυρτή του ἐπιφάνεια ἀπὸ χαρτί, τὴν κόψω κατὰ μῆκος τῆς ΓΔ καὶ τὴν ἁπλώσω σ' ἐπίπεδο μέρος, θὰ πάρω τὸ ὀρθογώνιο παραλληλόγραμμο ΓΔΑ'Β' (σχ. 127).



Σχ. 127.

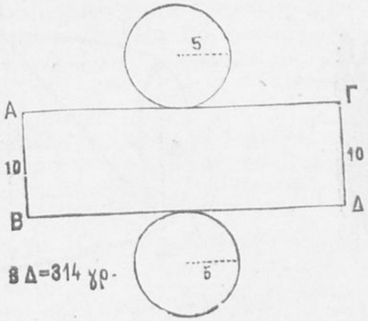
Ἂν τὸν χωρίσω στὰ μέρη του καὶ τὸν ἁπλώσω σ' ἐπίπεδο μέρος, θὰ ἔχω ἕνα ὀρθογώνιο καὶ δύο ἴσους κύκλους (σχ. 128).

Οἱ πλευρὲς ΑΓ καὶ ΒΔ εἶναι ἴσες μὲ τὶς περιφέρειες τῶν κύκλων, καὶ οἱ πλευρὲς ΑΒ καὶ ΓΔ εἶναι ἴσες μὲ τὴν πλευρὰ καὶ τὸ ὕψος τοῦ κύλινδρου (τοῦ ὀρθοῦ).

Γιὰ νὰ κατασκευάσω κύλινδρο μὲ ὕψος 10 δάκ. καὶ ἀχτῖνες βάσεων ἀπὸ 5 δ.: α') βρίσκω τὸ μῆκος τῶν περιφερειῶν,

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἄρα καὶ τῶν πλευρῶν ΑΓ καὶ ΒΔ [2πα=2×3,14×5=31,40 μ.] 31 δ. καὶ 4 γρ.· β΄) σχεδιάζω τὸ ὀρθογώνιο ΑΒΓΔ μὲ βάση 31 δ+4 γρ. καὶ ὕψος 10 δ. καὶ δύο κύκλους μὲ ἀχτῖνες ἀπὸ 5 δ. Κόβω τὰ σχήματα, τὰ τυλίγω καὶ τὰ κολλῶ μὲ λουρίδες καὶ γλωσσίδες (ὅπως καὶ στὸν κῶνο).



Σχ. 128.

3. **Τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφάνειας τοῦ κύλινδρου** βρίσκω, ἂν ***πολλαπλασιάσω τὴν περιφέρεια τῆς βάσης του μὲ τὸ ὕψος του***· καὶ ἂν στὸ ἐμβαδὸν αὐτὸ προσθέσω τὰ ἐμβαδὰ τῶν δυὸ του βάσεων, βρίσκω τὸ ἐμβαδὸν ***τῆς ὅλης ἐξωτερικῆς ἐπιφάνειας*** τοῦ κύλινδρου.

Ὁ ***ὄγκος τοῦ κύλινδρου*** βρίσκεται ἂν πολλαπλασιάσω ***τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσης του μὲ τὸ ὕψος του.***

Τοῦ κύλινδρου Σχ. 128 (α=5 δ. καὶ υ=10 δ.):

α΄) ἡ περιφέρεια τῆς βάσης: 2πα=2×3,14×5=***31,4 δ.*** (ἢ 0,314 μ.)

β΄) ἐμβαδὸν τῆς ***κυρτῆς ἐπιφάνειας:*** 31,4×10=***314 δ²*** (ἢ 3 πλ²+14 δ² ἢ 0,03.14 μ²)·

γ΄) ἐμβαδὸν τῆς μιᾶς βάσης: πα²=3,14×5×5=***78,5 δ²*** (ἢ 0,00.78.50 μ²)·

δ΄) Ἐμβαδὸν τῶν ***δύο βάσεων:*** 78,5×2= ***157 δ²*** (ἢ 0,01.57 μ²)·

ε΄) ἐμβαδὸν τῆς ***ἐξωτερικῆς ἐπιφάνειας:***

β΄+δ΄=314+157=***471 δ²*** (ἢ 0,04.71 μ²)

στ΄) Ὄγκος (ἢ χωρητικότητα τοῦ κυλίνδρου αὐτοῦ) (βλ. γ΄ καὶ υ=10):

78,5×10=***785 δ³*** ἢ γραμμάρια.

Λοιπὸν τοῦ κυλίνδρου μας (μὲ ἀκ.β.=5δ. καὶ ὕψ. 10δ.)· ὁ ***ὄγκος*** εἶναι: 785 τετραγ. δάχτυλα (ἢ ἡ χωρητικότητά του 785 γραμμάρια).

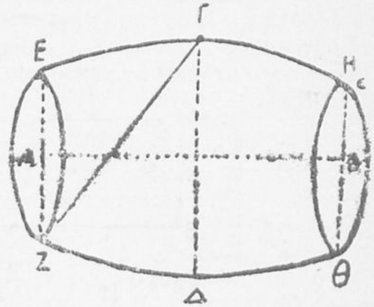
4. **Βαρέλι** (βυτίο σχ. 129α καὶ 129β).—Εἶναι στερεό,

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ποὺ μοιάζει μὲ τὸν κύλινδρο, μὲ τὴ διαφορά, ὅτι οἱ πλευρές του φουσκώνουν στὸ μέσο. Μοιάζει ἀκόμα μὲ δύο κόλουρους κώνους ἑνωμένους στὶς μεγάλες των βάσεις.

Γιὰ νὰ βρῶ τὴν χωρητικότητα τοῦ βαρελιοῦ, τὸ ἐξομοιώνω

Σχ. 129 α.



Σχ. 129 β.

μὲ κύλινδρο, ποὺ ἔχει ὕψος τὸ ΑΒ καὶ πλάτος (=διάμετρο τῆς κυκλικῆς βάσης) : τὸ ἡμιάθροισμα τῶν διάμετρων ΕΖ (ἢ ΗΘ) καὶ ΓΔ. Μὲ τὸ ἡμιάθροισμα αὐτὸ βρίσκω τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσης τοῦ ἰσοδύναμου κύλινδρου κι αὐτὸ πολλαπλασιάζω μὲ τὸ ὕψος ΑΒ.

Πρακτικὰ βρίσκω τὴν χωρητικότητα τοῦ βαρελιοῦ ἔτσι: μετρῶ, μὲ μέτρο, πλάγια τὴν ἀπόσταση ΓΖ (ἀπὸ τὸ μέσο τοῦ στόμιου Γ ὡς τὸ βαθύταοο μέρος του Ζ). Τὸ μῆκος αὐτό, ἔστω ***0,50*** μ., ***ὑψῶ στὸν κύβο***, [καὶ ὑψῶ ἕνα ἀριθμὸ στὸν κύβο του θὰ πῆ: τὸν πολλαπλασιάζω ***τρεῖς φορὲς*** μὲ τὸν ἑαυτό του, π. χ. ὁ 2 στὸν κύβο του ἢ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$], $0{,}50 \times 0{,}50 \times 0{,}50 =$ ***0,125***. Τὸν ἀριθμὸ αὐτὸ 0,125 πολλαπλασιάζω μὲ τὸ σταθερὸ πολλαπλασιαστὴ ***0,605*** καὶ ἔχω $0{,}125 \times 0{,}605 =$ 0,075.625 μ.^{3} ἢ ***75 λίτρες καὶ 625 γραμμάρια.***

ΣΗΜ. Στὰ τελευταῖα μεταχειρίζονται τὸ ***βαρελόμετρο***, ραβδὶ βαθμολογημένο βάσει ἰδιαίτερου μέτρου τοῦ κρασιοῦ, ποὺ καλεῖται ***βαρέλα*** καὶ περιέχει, κατὰ μέσο ὅρο, ***48*** ὀκάδες (ἢ 0,064 μ.^{3}, δηλαδὴ 64 λίτρες, ἀφοῦ ἡ ὀκὰ γιὰ τὰ ὑγρὰ ὑπολογίζεται σὲ 1 λίτρα καὶ 33 γραμ. (1,33 λίτρ.). Μετροῦν πλάγια τὴν ἀπόσταση ΓΖ καὶ τὸν βρισκόμενο ἀριθμὸ πολλαπλασιάζουν μὲ τὸν 48 (ὀκ.) ἢ 64 (λίτρ.). Ἄν, π.χ., τὸ βαρελόμετρο δείχνει στὸ στόμιο ἀριθμὸ 8, τὸ βαρέλι αὐτὸ χωρεῖ ὀκάδες 384 ἢ λίτρες 512.

Ἐρωτήσεις, ἀσκήσεις, προβλήματα.

1. Σχεδιάστε ἀνάπτυγμα κύλινδρου μὲ διαστάσεις κυρτῆς του ἐπιφάνειας 25,12 δ×8 δ. καὶ περιγράψτέ το.

2. Κατασκευάστε ἀπ' αὐτὸ κύλινδρο καὶ περιγράψτέ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

το· (τὴν ἀχτῖνα τῶν βάσεων θὰ βρῆτε, ἂν διαιρέστε τὴν περιφέρειά τους μὲ 6,28).

3. Πόσο θὰ ζυγίζη ὁ κύλινδρος αὐτός, ἂν εἶναι ἀπὸ πέτρα, ἀπὸ σίδηρο, ἀπὸ κερί;... (σὲ κιλὰ καὶ σὲ ὀκάδες;)

4. Τί χωρητικότητα θάχη σὲ νερὸ καθαρό, σὲ πετρέλαιο, σὲ λάδι; (σὲ γραμμάρια καὶ σὲ δράμια;),

5. Ἀπὸ πόσο λευκοσίδερο θὰ κατασκευάζεται;

6. Πόσων εἰδῶν εἶναι ὁ κύλινδρος; Σὲ ποιὸ κύλινδρο συνταυτίζονται ὕψος καὶ ἄξονας; Μὲ πόσους κώνους ἰσοδυναμεῖ; Ποιὰ ἡ χρήση του:

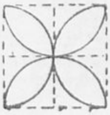
7. Μὲ ποιὰ στερεὰ μοιάζει τὸ βαρέλι; Κατὰ τί διαφέρει ἀπ' αὐτά; Πῶς βρίσκεται ἡ χωρητικότητά του; Τί μεταχειρίζονται οἱ πρακτικοὶ καὶ στὰ τελωνεῖα;

8. Νὰ βρεθῆ σὲ λίτρες καὶ σὲ ὀκάδες: πόσο κρασὶ χωρᾶ βαρέλι μὲ διαγώνιο (ΓΖ) 12 παλαμῶν.

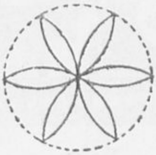
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Γιὰ τὰ κορίτσια.

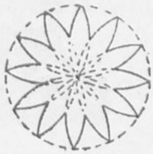
Τοῦ κύκλου, τῶν τόξων, τοξοειδῶν γραμμῶν, ἐλλείψεων καὶ ἐλλειψοειδῶν, μεγάλη χρήση καὶ ἐφαρμογὴ γίνεται στὶς δαντέλλες καὶ στὰ κεντήματα. Παραθέτομε μερικὰ σχέδια:



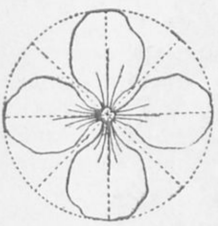
Σχ. ο.



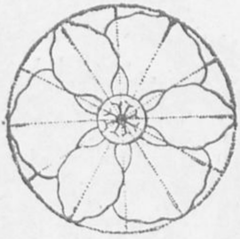
Σχ. π.



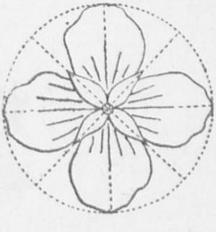
Σχ. ρ.



Σχ. σ.



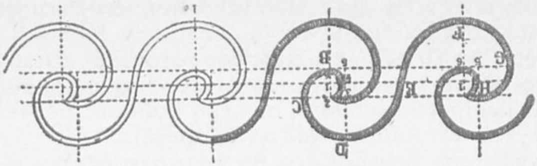
Σχ. τ.



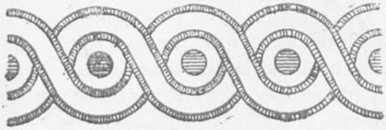
Σχ. υ.

Στὰ σχέδια ο, π, ρ, σ, τ, υ, οἱ κουκίδες εἶναι βοηθητικὰ σημάδια, τὰ *φύλλα* ζωγραφίζονται ἢ κεντιοῦνται μὲ λευκὲς ἢ χρωματιστὲς κλωστές. (Ὁδηγίες σχετικὲς γιὰ διάφορες βελονιὲς βλ. στὸ τέλος τοῦ βιβλίου).

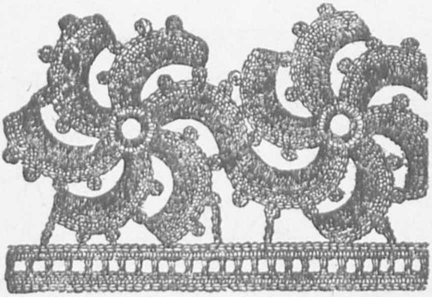
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



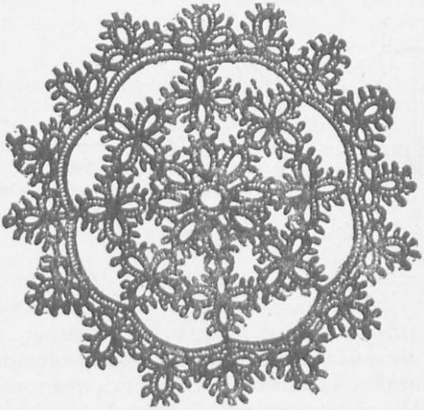
Σχ. φ.



Σχ. χ.



Σχ. ψ.



Σχ. ω.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

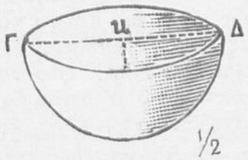
Τὰ σχ. φ καὶ χ, εἶναι δαντέλλες, ποὺ γίνονται μὲ σειρίτια.

Τὰ σχ. ψ καὶ ω, εἶναι δαντέλλες-ροδάκια, καὶ πλέκονται μὲ κροσοβελόνες.

VII. ΣΦΑΙΡΑ

1. Τὸ σχῆμα 130 παρασταίνει πάνω στὸ χαρτὶ τὴ ***σφαῖρα.***

Σχ. 130.

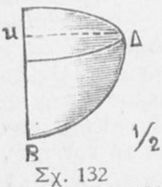


Σχ. 131
(τὸ 1/2 τοῦ Σχ. 130).

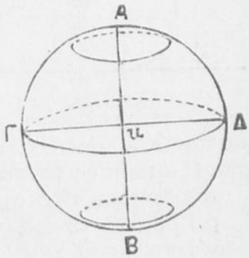
Ἡ ***σφαῖρα*** ἔχει μιὰ μόνη ***ἐπιφάνεια*** κ' ἐκείνη κυρτή. Ἡ κυρτὴ αὐτὴ ἐπιφάνεια εἶναι κανονικώτατη, γιατὶ ὅλα της τὰ σημεῖα βρίσκονται σὲ ἴση ἀπόσταση ἀπὸ ἕνα σημεῖο, ποὺ εἶναι στὸ μέσο τῆς σφαίρας καὶ λέγεται ***κέντρο***. (Συγκρίνω τὴ σφαῖρα μὲ τὸ αὐγό, τὸ λεμόνι, τὸ μῆλο...).

Ἡ εὐθεῖα, ποὺ ἑνώνει τὸ κέντρο τῆς σφαίρας μ' ἕνα σημεῖο τῆς ἐπιφάνειάς της, λέγεται ***ἀχτῖνα***. Ἡ σφαῖρα ἔχει ἄπειρες ἀχτῖνες, (ὅσα σημεῖα ἔχει ἡ ἐπιφάνειά της) ὅλες ***ἴσες***, (γιατί ;)

Ἡ εὐθεῖα, ποὺ ἑνώνει δύο (ἀντικρινὰ) σημεῖα τῆς ἐπιφάνειας τῆς σφαίρας, ἀφοῦ πρῶτα περάση ἀπὸ τὸ κέντρο της, λέγεται ***ἄξονας*** τῆς σφαίρας (ΑΒ καὶ ΓΔ σχ. 133).



Σχ. 132
(τὸ 1/2 τοῦ Σχ. 131).



Σχ. 133.

Ὁ ἄξονας εἶναι δύο ἀχτῖνες (γιατί ;) καὶ οἱ ἄκριές του λέγονται ***πόλοι.*** (Α = βόρειος πόλος καὶ Β = νότιος πόλος).

Σχῆμα σφαίρας ἔχει καὶ τὸ πορτοκάλι.

Κόβω ἕνα πορτοκάλι σὲ δύο μέρη ὅσο μπορεῖ ἴσα, προσέχω δηλαδὴ νὰ περάση τὸ μαχαίρι ἀπὸ τὸ κέντρο του (Κ). Τὰ δύο ἴσα αὐτὰ τεμάχια λέγονται ***ἡμισφαίρια.*** Τὸ ἡμισφαί-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ριο ἔχει δύο ἐπιφάνειες: μία κυρτὴ καὶ μία ἐπίπεδη. Ἡ ἐπίπεδη εἶναι κύκλος μὲ κέντρο καὶ ἀχτῖνα: τὸ κέντρο (Κ) καὶ τὴν ἀχτῖνα (κΔ ἢ κΓ) τοῦ πορτοκαλιοῦ (τῆς σφαίρας).

Κόβω ἕν' ἄλλο πορτοκάλι σὲ τρόπο ὥστε νὰ μὴ περάση τὸ μαχαίρι ἀπὸ τὸ κέντρο. Καὶ αὐτὸ τὸ τεμάχιο ἔχει ἐπίπεδη ἐπιφάνεια κυκλική, ὁ κύκλος ὅμως αὐτὸς εἶναι μικρότερος ἀπὸ τὸν κύκλο μισῶν πορτοκαλιῶν. Γι' αὐτὸ τὸν κύκλο τῶν μισῶν πορτοκαλιῶν ὀνομάζω ***μέγιστο κύκλο*** καὶ τῶν ἄλλων τεμαχίων: ***μικρὸ κύκλο.***

Οἱ μέγιστοι κύκλοι χωρίζουν τὴ σφαῖρα σὲ δύο ἴσα μέρη: σὲ δύο ἡμισφαίρια.

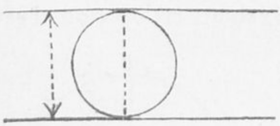
Ἂν κόψω λοιπὸν τὴ σφαῖρα φέτες-φέτες καὶ παράλληλα ἀπὸ τὸ Α ὡς τὸ Β θὰ πάρω πολλοὺς κύκλους. Ἀπ' αὐτοὺς ὁ ἕνας (ὁ μέγιστος κύκλος ΓΔ) θὰ περάση ἀπὸ τὸ κέντρο, οἱ ἄλλοι (οἱ μικρότεροι), ὅσο θὰ πλησιάζουν στὸ κέντρο, θὰ μεγαλώνουν, κι ὅσο θ' ἀπομακρύνωνται ἀπὸ τὸ κέντρο θὰ μικραίνουν. Καὶ ὅλοι τους εἶναι παράλληλοι στὸν μεγάλο κύκλο.

Παρατήρ. Ὁ ἄξονας τῆς σφαίρας ***πάντοτε*** περνᾶ ἀπὸ τὸ κέντρο τοῦ μεγάλου κύκλου, ὥστε:

Ἡ σφαῖρα γεννιέται ἀπὸ κύκλο, ποὺ στρέφεται γύρω στὴ διάμετρό του. Ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου σχηματίζει τὴν κυρτὴ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας.

Ἡ σφαῖρα ἀκουμπᾶ, πάνω σὲ ἐπίπεδη ἐπιφάνεια, μόνο μ' ***ἕνα*** της ***σημεῖο.*** Ἡ ἐπίπεδη αὐτὴ ἐπιφάνεια λέγεται ***ἐφαπτόμενη*** τῆς σφαίρας.

Τὴ διάμετρο (καὶ τὴν ἀχτῖνα) τῆς σφαίρας βρίσκω μὲ δύο ἐφαπτόμενές της. Τὴν ἀκουμπῶ ἀνάμεσα σὲ δύο ***παράλληλα*** ἐπίπεδα καὶ μετρῶ τὴν ἀπόστασή τους (σχ. 134).



Σχ. 134.

2. **Τὸ ἐμβαδὸν τῆς κυρτῆς ἐπιφάνειας τῆς σφαίρας** εἶναι ἴσο μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν ἐμβαδῶν 4 μέγίστων κύκλων της. Δηλαδή, γιὰ νὰ ὑπολογίσω τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐξωτερικῆς ἐπιφάνειας μιᾶς σφαίρας:

α΄) βρίσκω τὴ διάμετρο ἢ τὴν ἀχτῖνα της·
β΄) βρίσκω τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς μέγιστου κύκλου της ($\pi\alpha^2$) καὶ
γ΄) πολλαπλασιάζω τὸ ἐμβαδὸν αὐτὸ μὲ τὸν 4. Ὁ τύπος

$$\text{Ε.κ.ἐ.σ.} = \pi\alpha^2 \times 4.$$

3. Ὁ ***ὄγκος τῆς σφαίρας*** βρίσκεται μὲ τὸν τύπο: $\frac{4}{3}\pi\alpha^3$

δηλαδὴ «***πολλαπλασιάζω τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφάνειάς της*** ($4\pi\alpha^2$) ***μὲ τὸ τρίτο τῆς ἀχτίνας της***». Γιατί:

$$4\pi\alpha^2 \times \frac{\alpha}{3} = \frac{4 \times \pi \times \alpha \times \alpha \times \alpha}{3} = \frac{4}{3}\pi\alpha^3$$

Χρήση. Καὶ ἡ σφαῖρα βρίσκεται σὲ μεγάλη χρήση, εἴτε

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ώς κόσμημα, εἴτε στὶς ποικίλες ἀνάγκες τοῦ ἀνθρώπου. Τὸ τόπι καὶ οἱ βόλοι (μπίλιες) τῶν παιδιῶν, τὰ πόμολα στὶς πόρτες, μεγάλοι γλόμποι ἠλεκτρικῶν λαμπτήρων, μπάλες κανονιῶν καὶ σκάγια τῶν κυνηγετικῶν ὅπλων κ.ἄ. ἔχουν σχῆμα σφαιρικό. Ξύλινες σφαῖρες βλέπω πάνω σὲ πολλὰ ἔπιπλα γιὰ στολίδι καὶ πέτρινες ἢ μαρμάρινες πάνω σὲ κολῶνες. Μὲ σφαῖρα μιάζουν πολλοὶ καρποί (;).

Ἡμισφαίριου σχῆμα ἔχουν οἱ θόλοι μερικῶν ἐκκλησιῶν, καμιὰ φορὰ καὶ δωμάτια μεγάρων καὶ παλατιῶν. . .

Ἐρωτήσεις.

1. Τί σῶμα εἶναι ἡ σφαίρα; ποιὰ εἶναι τὰ διάφορα μέρη της; Πῶς γεννιέται ἡ σφαῖρα; Γιατί τὸ αὐγὸ δὲν εἶναι σφαῖρα;

Τί λέγονται πόλοι; πόσοι εἶναι;

2. Πότε ἡ σφαῖρα θὰ στρέφεται κανονικὰ γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονά της; πόσων εἰδῶν κύκλους ἔχει; Τί εἶναι ἐφαπτόμενη στὴν ἀχτῖνα, ποὺ τὴν ἑνώνει μὲ τὸ κέντρο τῆς σφαίρας;

3. Πῶς βρίσκομε τὴν ἀχτίνα μιᾶς τέλειας σφαίρας; πῶς τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐξωτερικῆς της ἐπιφανείας;

4. Τί κυρτὴ ἐπιφάνεια θὰ ἔχει σφαῖρα μὲ ἀχτῖνα 2 παλάμες ἢ μὲ ἀχτῖνα 5 δάχτυλα; Τί ὄγκο θὰ ἔχουν οἱ σφαῖρες αὐτές; καὶ τί βάρος σὲ κιλὰ καὶ σὲ ὀκάδες, ἂν εἶναι ἀπὸ σίδερο ἢ ἀπὸ πέτρα;

5. Ποῦ καὶ πότε γίνεται χρήση τῆς σφαίρας;

6. Δείξτε πάνω στὴν ***ὑδρόγειο σφαῖρα***: τὸν ἰσημερινό, τοὺς μεσημβρινοὺς (μέγιστους κύκλους ποὺ περνοῦν ἀπὸ τοὺς πόλους, τὸν Βόρειο καὶ τον Νότιο πόλο, παράλληλους κύκλους.

ΣΗΜ. Οἱ παράλληλοι κύκλοι χωρίζουν τὴ σφαῖρα (τὴ Γῆ) σὲ ***ζῶνες***: τὴν ***παγωμένη***, βόρεια καὶ νότια, τὴν ***εὔκρατη*** βόρεια καὶ νότια καὶ τὴν ***κεκαυμένη***. (Δείξτέ τες πάνω σὲ ὑδρόγειο σφαῖρα).

VIII. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

ποὺ λύονται μὲ διαβήτη, γνώμονα, ρήγα.

1. **Γιὰ νὰ διχοτομήσω** (νὰ χωρίσω σὲ δύο ἴσα μέρη) ***τὴν εὐθεῖα ΑΒ*** (σχ. 135).

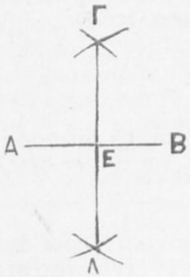
α΄) παίρνω τὴν ***ἀπόσταση*** ΑΒ μὲ λουρίδα χαρτί, διπλώνω τὴν ἀπόσταση αὐτὴ σὲ δύο ἴσα μέρη· ἐφαρμόζω πάλι τὴ λουρίδα πάνω στὴν εὐθεῖα καὶ σημειώνω τὸ μέσο· ἂν τὴν ἀπόσταση διπλώσω μία φορὰ ἀκόμα, ἡ εὐθεῖα χωρίζεται σὲ 4 (ἴσα) μέρη·

β΄) μὲ κέντρο Α καὶ ἀχτῖνα ΑΒ γράφω (μὲ διαβήτη) περιφέρεια. Μὲ κέντρο τὸ Β καὶ ἀχτῖνα τὴν ἴδια γράφω δεύ-

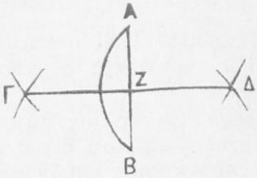
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τερη περιφέρεια. Οἱ δύο περιφέρειες συναντῶνται στὰ σημεῖα Γ,Δ, τὰ ὁποῖα ἂν ἑνώσω μὲ εὐθεῖα (ΓΔ), αὐτὴ θὰ περάση ἀπὸ τὸ μέσο (Ε) τῆς ΑΒ, δηλαδὴ θὰ τὴν *διχοτομήση* (θὰ τὴν χωρίση σὲ δύο ἴσα μέρη). Ἡ ΓΔ εἶναι καὶ *κάθετη* πάνω στὴν ΑΒ.

2. **Γιὰ νὰ διχοτομήσω τὸ τόξο ΑΒ** (σχ. 136):



Σχ. 135.



Σχ. 136.

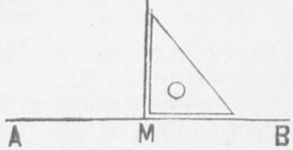
α΄) ἑνώνω τὶς ἄκριές του μὲ εὐθεῖα (μὲ χορδὴ) καὶ αὐτὴ διαιρῶ σὲ δύο ἴσα μέρη μὲ τὸ διαβήτη (καθὼς στὸ 1 πρόβλημα).

β΄) ἡ ΓΔ χωρίζει καὶ τὸ τόξο σὲ δύο ἴσα μέρη (σὲ δύο ἴσα τόξα).

3. **Γιὰ νὰ διχοτομίσω τὴ γωνία ΑΒΓ** (σχ. 137): παίρνω μὲ τὸν διαβήτη ἴσα σκέλη ἀπὸ τὴν κορυφὴ Β (ΒΔ=ΒΕ)· ἑνώνω τὰ σημεῖα Δ—Ε μὲ εὐθεῖα, τὴν ὁποία χωρίζω σὲ δύο ἴσα μέρη. Ἡ ΒΖ διχοτομεῖ καὶ τὴν γωνία.

4. **Γιὰ νὰ γράψω κάθετη εὐθεῖα στὸ μέσο τῆς ΑΒ** (σχ. 138):

Σχ. 137.



Σχ. 138.

α΄) Ἐργάζομαι (μὲ διαβήτη) ὅπως τὸ πρόβλημα 1.

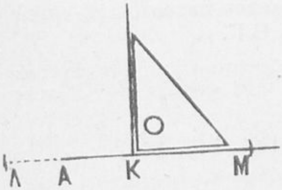
β΄) Βρίσκω (μὲ γνώμονα) τὸ μέσο τῆς ΑΒ (τὸ Μ), τοπο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

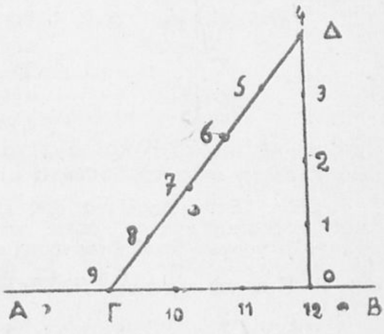
θετῶ τὸν γνώμονα πάνω στὴν εὐθεῖα, ἔτσι ποὺ ἡ κορυφὴ τῆς ὀρθῆς γωνίας νὰ βρεθῆ στὸ Μ καὶ ἡ μία ἀπὸ τὶς κάθετες πλευρὲς ν' ἀκουμπᾶ ἀκριβῶς πάνω στὴν εὐθεῖα ΑΒ. Τότε γράφω εὐθεῖα κατὰ μῆκος τῆς ἄλλης κάθετης πλευρᾶς τοῦ γνώμονα. Αὐτὴ εἶναι ἡ ζητούμενη κάθετη στὸ μέσο τῆς ΑΒ.

ΣΗΜ. α'. Μὲ τὸν γνώμονα μπορῶ νὰ γράψω κάθετη ὄχι μόνο μιᾶς εὐθείας, ἀλλὰ καὶ σὲ ὁποιοδήποτε ἄλλο σημεῖο της (σχ. 139).

ΣΗΜ. β'. Πάνω στὸ χῶμα γράφω κάθετη εὐθεῖα, μὲ σπάγγο χωρισμένο, μὲ κόμπους ἢ χρῶμα, σὲ 12 ἴσα μέρη (σχ. 140). Τὶς δύο της ἄκριες στερεώνω στὸ σημεῖο ὅπου θὰ φέρω τὴν κάθετη, ἐπίσης στερεώνω τὴν 9η διαίρεση πάνω στὴν εὐθεῖα καὶ τεντώνω τὸ ὑπόλοιπο μέρος ἀπὸ τὴν 4η διαίρεση πάνω στὸ χῶμα.



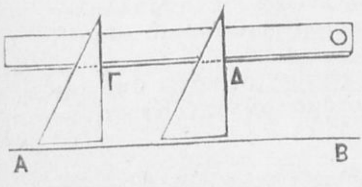
Σχ. 139.



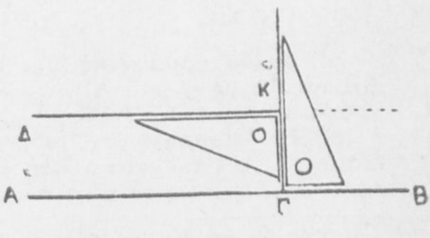
Σχ. 140.

5. **Γιὰ νὰ γράψω εὐθεῖα, παράλληλη πρὸς τὴν ΑΒ** (σχ. 141), παίρνω μὲ τὸν γνώμονα (ἀκουμπισμένο μὲ μιά του κάθετη πάνω στὴν εὐθεῖα) τὶς ἴσες ἀπὸ τὴν εὐθεῖα ἀποστάσεις Γ καὶ Δ καὶ γράφω (μὲ ρήγα) τὴν παράλληλη εὐθεῖα ΓΔ.

6. **Γιὰ νὰ γράψω παράλληλη εὐθεῖα πρὸς τὴν εὐθεῖα ΑΒ** (σχ. 142) **ἀπὸ τὸ σημεῖο Κ:**



Σχ. 141.



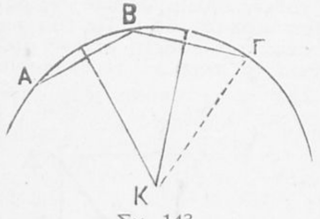
Σχ. 142.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

α΄) μὲ γνώμονα γράφω τὴν κάθετη ΚΓ·

β΄) ἐπίσης μὲ γνώμονα γράφω κάθετη πάνω στὴν ΓΚ στὸ σημεῖο Κ (τὴν ΚΔ). Ἡ ΚΔ εἶναι παράλληλη πρὸς τὴν εὐθεῖα ΑΒ.

7. **Γιὰ νὰ γράψω περιφέρεια, ἡ ὁποία νὰ περνᾶ ἀπὸ τρία σημεῖα, ποὺ δὲν βρίσκονται πάνω στὴν ἴδια εὐθεῖα:** (δηλαδὴ γιὰ νὰ βρῶ τὸ κέντρο καὶ τὴν ἀχτῖνα, ἡ ὁποία νὰ περνᾶ ἀπὸ τὰ τρία αὐτὰ σημεῖα Α,Β,Γ (σχ. 143)· ἑνώνω τὰ τρία σημεῖα Α,Β,Γ μὲ εὐθεῖες· γράφω κάθετες στὸ *μέσο* τῶν εὐθειῶν (πρόβ. 4)· οἱ κάθετες αὐτὲς συναντιῶνται στὸ σημεῖο Κ. Τὸ σημεῖο Κ εἶναι τὸ ζητούμενο κέντρο καὶ ἡ ΚΓ (ἢ ΚΑ ἢ ΚΒ) ἡ ἀχτῖνα τῆς περιφέρειας. Ἂν τώρα μὲ κέντρο τὸ Κ καὶ ἀχτῖνα ΚΓ γράψω περιφέρεια, αὐτὴ θὰ περάση ἀπὸ τὰ δοθέντα σημεῖα Α,Β,Γ.

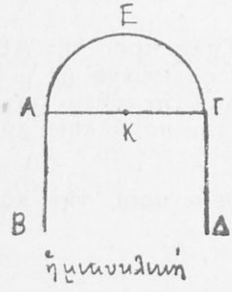


Σχ. 143.

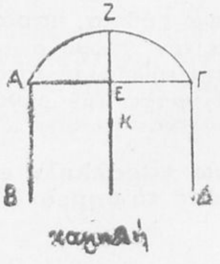
ΣΗΜ. Ἔτσι μπορεῖ νὰ βρῶ εὔκολα τὸ κέντρο καὶ τὴν ἀχτῖνα κάθε τόξου καὶ κύκλου, ἀρκεῖ νὰ πάρω τρία σημεῖα πάνω στὴν καμπύλη γραμμὴ κατὰ διαστήματα.

8. **Γιὰ νὰ γράψω ἁψῖδες** * (σχ. 144, 145, 146):

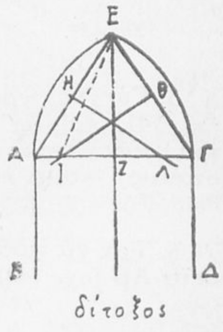
ἁψὶς



Σχ. 144.



Σχ. 145.



Σχ. 146.

α΄) ***ἁψῖδα ἡμικυκλική*** (σχ. 144), ἑνώνω τὶς παράλληλες ΑΒ καὶ ΓΔ μὲ εὐθεῖα ΑΓ (ὡς διάμετρο) καὶ ἀπὸ τὸ μέσο Κ γράφω τὸ ἡμικύκλιο ΑΕΓ.

β΄) ***ἁψῖδα χαμηλὴ*** (σχ. 145), μὲ κέντρο (Κ) κάτω ἀπὸ τὴν διάμετρο (ΑΓ) καὶ πάνω στὴ διχοτόμο αὐτῆς (ΖΚ) καὶ μὲ ἀχτῖνα ΚΖ γράφω τὸ τόξο ΑΖΓ.

* Ἁψῖδα σχηματίζουν δύο παράλληλες εὐθεῖες ποὺ ἑνώνονται ἀπὸ πάνω μὲ ἕνα ἢ δύο τόξα.

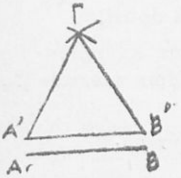
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γ΄) *ἀψῖδα δίτοξη* (σχ. 146), στὸ μέσο τῆς ΑΓ γράφω τὴν κάθετη ΕΖ, (τὴν ὁποία ὑψώνω ὅσο πιὸ γωνιώδη καὶ κλειστὴ θέλω τὴν ἀψῖδα)· σύρω τὶς εὐθεῖες ΕΑ καὶ ΕΓ. Ἀπὸ τὸ μέσο τῶν εὐθειῶν αὐτῶν, γράφω τὶς κάθειες ΗΛ καὶ ΘΙ. Οἱ κάθετες αὐτὲς κόβουν τὴ διάμετρο ΑΓ στὰ σημεῖα Ι καὶ Λ, Τὰ σημεῖα αὐτὰ εἶναι κέντρα τῶν τόξων ΑΕ καὶ ΓΕ, (ἡ ἀχτῖνα τοῦ ΕΙ...)

ΣΗΜ. Ἁψῖδες κατασκευάζουν οἱ ἀρχιτέκτονες πάνω ἀπὸ παράθυρα καὶ ἐξώθυρες.

9. Γιὰ νὰ γράψω :

α΄) *τρίγωνο ἰσοσκελὲς* μὲ ὡρισμένο μῆκος εὐθεῖα (πλευρὰ) (σχ. 147), μὲ κέντρα τὶς ἄκριες Α καὶ Β καὶ ἀχτῖνα τὴν ΑΒ γράφω δύο περιφέρειες, ποὺ τέμνονται (συναντιῶνται) στὸ σημεῖο Γ. Τὸ σημεῖο αὐτὸ ἑνώνω μὲ τὶς ἄκριες Α΄ καὶ Β΄·

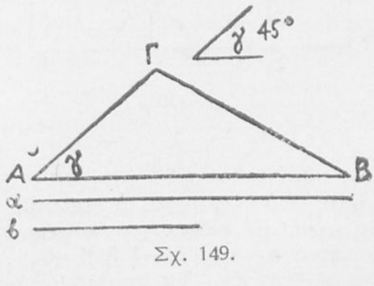


Σχ. 147.

Σχ. 148.

β΄) *τρίγωνο μὲ τρεῖς δοσμένες εὐθεῖες*, ποὺ ἡ καθεμιά τους εἶναι μικρότερη ἀπὸ τὸ ἄθροισμα τῶν δύο ἄλλων (σχ. 148, π.χ. $\alpha < \beta + \gamma$), παίρνω τὴν ΑΒ ἴση μὲ τὴν (α), ἔστω· μὲ κέντρο τὸ Α καὶ ἀχτῖνα τὴν (β) γράφω περιφέρεια, ἐπίσης μὲ κέντρο τὸ Β καὶ ἀχτῖνα τὴν (γ) γράφω δεύτερη περιφέρεια, ποὺ τέμνει τὴν πρώτη στὸ σησεῖο Γ· τὸ σημεῖο αὐτὸ ἑνώνω μ' εὐθεῖες μὲ τὶς ἄκριες Α καὶ Β.

γ΄) *Τρίγωνο, ποὺ γνωρίζω τὴν μία του γωνία καὶ τὶς δύο του πλευρὲς* (σχ. 149). Παίρνω τὴν ΑΒ ἴση μὲ τὴν α΄ στὴν



Σχ. 149.

ἄκρια Α κατασκευάζω μὲ τὸ γωνιόμετρο τὴν γωνία (γ) (βλ. σχ. 108) καὶ παίρνω τὴν ΑΓ ἴση μὲ τὴν (β)· τέλος ἑνώνω τὶς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἄκριες Γ καὶ Β μ' εὐθεῖα. Αὐτὴ εἶναι ἡ τρίτη (ἡ ἄγνωστη) πλευρὰ τοῦ τριγώνου.

δ') ***Τρίγωνο, ποὺ ἡ μιά του πλευρὰ*** (ἡ βάση) ***εἶναι 3 δ. καὶ οἱ στὶς ἄκριές της προσκείμενες γωνίες, 70° καὶ 50° μοιρῶν.*** Γράφω τὴν βάση, στὶς δύο ἄκριες της κατασκευάζω τὶς δύο γνωστὲς γωνίες καὶ ἐπεκτείνω τὶς ἐλεύθερες πλευρές των ὡς ὅτου συναντηθοῦν.

Παρατήρ. Τὸ ἄθροισμα τῶν τριῶν γωνιῶν τοῦ κάθε τρίγωνου εἶναι δύο ὀρθὲς γωνίες=180 μοῖρες. Ὥστε στὸ προηγούμενο τρίγωνο, ἡ τρίτη γωνία θὰ εἶναι 60 μοιρῶν.

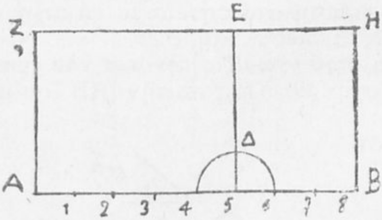
ΣΗΜ. Μπορῶ νὰ κατασκευάσω *ὀρθογώνια τρίγωνα*· ὅταν ξεύρω, α') τὶς δύο κάθετες πλευρές, ἐπειδὴ ἡ μία γωνία εἶναι γνωστή. β') τὴν ὑποτείνουσα (τὴν ἀπέναντι τῆς ὀρθῆς γωνίας πλευρὰ) καὶ μία ἀπὸ τὶς κάθετες πλευρές.

Παρατήρ. 1. Στὰ ὀρθογώνια τρίγωνα, δύο γωνίες εἶναι ὀξεῖες καὶ τὸ ἄθροισμά τους εἶναι ἴσο μὲ μιὰ ὀρθή.

Παρατήρ. 2. Στὰ τρίγωνα: Ἀπέναντι ἴσων πλευρῶν βρίσκονται πάντοτε ἴσες γωνίες. Καὶ ἀπέναντι ἴσων γωνιῶν βρίσκονται πάντοτε ἴσες πλευρές.

ΣΗΜ. *Τὸ ἴδιο συμβαίνει καὶ στὰ κανονικὰ πολύγωνα.*

10. **Δίπτυχο τραπέζι** (σχ. 150). Εἶναι τετράγωνο, ποὺ διπλώνεται σὲ δύο ἴσα ὀρθογώνια. Ὅταν εἶναι ἀνοιχτὸ εἶναι διπλάσιο, παρ' ὅταν εἶνα κλειστό. Γιὰ ν' ἀνοίξη στρέφεται πάνω σὲ ἄξονα. Τὰ δύο ἴσα τεμάχια ἑνώνονται μὲ μεντεσέδες. Εἶναι τραπέζι πολὺ πραχτικό.



Σχ. 150.

Γιὰ νὰ βρῶ τὸ σημεῖο ὅπου θὰ μπηχθῆ ὁ ἄξονας γιὰ τὴν περιστροφικὴ κίνηση τοῦ δίπτυχου τραπεζιοῦ, χωρίζω τὸ μῆκος ΑΒ σὲ 8 ἴσα μέρη· μὲ κέντρο τὸ 5. χώρισμα (Κ) καὶ ἀχτῖνα τὸ $^1/_8$ τοῦ μήκους (π.χ. Α—1 ἢ 5—6...) γράφω τόξο καὶ φέρω καὶ τὴν κάθετη ΕΚ. Τὸ σημεῖο Δ, ὅπου τέμνονται κάθετη καὶ τόξο, εἶναι τὸ ζητούμενο κέντρο, ποὺ γύρω του θὰ περιστρέφεται τὸ δίπτυχο τραπέζι

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐλεύθερες ἐργασίες.

1) Μετρῆστε τὴ βάση καὶ τὸ ὕψος τοῦ βιβλίου σας (ἢ τοῦ μαυροπίνακα) καὶ γράψτε εὐθεῖα ἴση μὲ τὰ μισά τους.

2) Ἀπὸ τὶς δύο αὐτὲς μισὲς εὐθεῖες, σχηματισθῆστε μία, τὴν ὁποία νὰ διχοτομήσετε κατὰ διάφορους τρόπους.

3) Τὴν ἴδια εὐθεῖα χωρῖστε σὲ τρία ἴσα μέρη: μὲ τὸ μάτι (ἐχτίμηση μὲ τὸ μάτι), μὲ δίπλωση λουρίδας... Μὲ τὸ ***τρίτο*** αὐτὸ γράψτε ἡμιπεριφέρεια, τὴν ὁποία νὰ διχοτομήσετε.

4) Τὴν μία ἀπὸ τὶς κεντρικὲς γωνίες ποὺ σχηματίζονται ἔτσι, νὰ τὴν διχοτομήσετε.

5) Γράψτε εὐθεῖα 6 δάχτυλα καὶ φέρτε κάθετες: α) στὸ μέσο της, β) στὶς ἄκριές της καὶ γ) στὸ τρίτο της.

6) Πάρτε ἕνα σημεῖο λίγο ἔξω ἀπὸ μιὰ εὐθεῖα καὶ σύρτε α) κάθετη πάνω της μὲ διαβήτη καὶ μὲ γωνιόμετρο καὶ β) παράλληλη.

7) Γράψτε δύο παράλληλες σὲ ἀπόσταση 15 δ. (στὸ χαρτὶ) καὶ $2^1/_2$ παλάμες (στὸν πίνακα)· χωρίστέ τες σὲ τρία ἴσα μέρη.

8) Γράψτε σκαληνὸ τρίγωνο καὶ γύρω του περιφέρεια, ποὺ νὰ περνᾶ ἀπὸ τὶς κορυφές του.

9) Γράψτε ἕνα τυχαῖο τόξο καὶ βρῆτε σὲ ποιὰ περιφέρεια ἀνήκει.

10) Γράψτε τρία ζεύγη παράλληλες εὐθεῖες σὲ ἀπόσταση 3 δ. μεταξύ τους καί, ἀφοῦ ἑνώσετε τὶς πάνω των ἄκριες μὲ εὐθεῖες (3 δ.), κατασκευάστε τρεῖς ἀψῖδες (***ἡμικυκλική, χαμηλὴ*** σὲ ὕψος τὸ τρίτο τῆς διαμέτρου καὶ ***δίτοξη*** σὲ ὕψος ἴσο μὲ τὴ διάμετρο).

11) Κατασκευάστε α΄) ἰσόπλευρο τρίγωνο μὲ περίμετρο 12 δάχτυλα, β΄) ἰσοσκελὲς ὀρθογώνιο τρίγωνο μὲ κάθετες 3 δάχτυλα τὴν καθεμιά, γ΄) ὀξυγώνιο μὲ πλευρὲς 2, 3, 4 δ., δ΄) σκαληνὸ μὲ ὑποτείνουσα 5 δ. καὶ προσκείμενες γωνίες 40^0 καὶ 80^0 καὶ ε΄) σκαληνὸ μὲ πλευρὲς α καὶ β δ. καὶ τὴ γωνία ποὺ σχηματίζεται ἀπ᾽ αὐτές, 60^0.

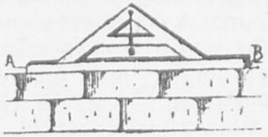
12) Ὑπολογίστε τὸ σημεῖο τοῦ ἄξονα δίπτυχου τραπεζιοῦ, ποὺ ἡ πλευρὰ τῆς τετραγωνικῆς ἐπιφάνειας εἶναι 1,60μ.

IX. ΠΟΙΚΙΛΕΣ ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΜΕ ΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

1. Ἡ ὁριζόντια εὐθεῖα καὶ ἡ ὁριζόντια ἐπιφάνεια ἐξελέγχονται, ἐκτὸς ἀπὸ τὴν ἀεροστάθμη (σχ. 9), καὶ μὲ τὸ ***ἀλφάδι*** (σχ. 151). Τὸ ἀλφάδι ἀποτελεῖται ἀπὸ ὀρθὴ γωνία καὶ ἀπὸ βαρίδι. Τοποθετῶ τὸ ἀλφάδι πάνω σὲ γραμμὴ ἢ ἐπιφάνεια καὶ λέγω, ὅτι αὐτὲς ἔχουν διεύθυνση ὁριζόντια, ***ἂν τὸ βαρίδι διχοτομῇ τὴ γωνία***.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

2. Γιὰ νὰ γράψω εὐθεῖες, κάθετες καὶ παράλληλες, μεταχειρίζομαι καὶ τὸ *ταῦ* ————|. Τὸ ταῦ ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο ἄνισους κανόνες, ἑνωμένους κάθετα.



Σχ. 151.

3. Γιὰ νὰ μετρήσουν μεγάλες ἐπιφάνειες (πχ. χωράφια... μιὰ χώρα...) μεταχειρίζονται:

α΄) ***τὸ τετραγωνικὸ χιλιόμετρο*** ($\square$ χλμ.), τοῦ ὁποίου οἱ κάθετες πλευρὲς εἶναι ἀπὸ 1000 μέτρα, καὶ τὸ ἐμβαδόν του (χιλ.$\times$χιλ.) 1 ἑκατομμύριο τετρ. μέτρα·

β΄) ***τὸ στρέμμα,*** μὲ πλευρὲς ἀπὸ 31,62 μ. καὶ ἐμβαδὸν 1000 $μ^2$ (31,62$\times$31,62)·

γ΄) ***τὸ τετράγωνο,*** ποὺ κάθε του πλευρὰ εἶναι ἀπὸ 40 τεκτονικὲς πήχες καὶ τὸ ἐμβαδόν του 1600 τετρ. τεκτ. πήχ. (ἢ 910 $μ^2$) (διότι 1 τ. π.=0,75 μ.)·

ὥστε: 1 $μ^2$=1,7777 τετρ. τεκ. πήχεις

1^2 τεκτ. πήχη=0,5625 $μ^2$ (ἢ τὰ $^9/_{16}$ τοῦ $μ^2$)

200 $μ^2$=μὲ πόσους τετρ. πήχεις;

$$\left(200\times 1{,}7777 \text{ ἢ } 200:\frac{9}{16}=200\times\frac{16}{9}\right)=\mathbf{355{,}55} \text{ τετρ.τεκ.πήχ.}$$

4. **Δύναμη ἵππου.**—Λέγεται ἡ δύναμη ποὺ μπορεῖ νὰ σηκώση *σ' 1΄΄* (δευτερόλεπτο) τῆς ὥρας καὶ σὲ ***ὕψος 1 μέτρο***, β ά ρ ο ς 75 κιλὰ (ἢ 58,50 ὀκ.). Λέγουν, π.χ., μηχανὴ τόσων ἵππων δύναμης, ***ἔστω 10.*** Θὰ πῆ, ὅτι ἡ μηχανὴ αὐτὴ μπορεῖ ν' ἀποδώση τόση δύναμη, ὥστε νὰ ὑψώνη σ' ἕνα 1΄΄ καὶ σὲ ὕψος 1 μέτρο, 750 κιλὰ βάρος.

5. **Ἀντοχὴ στύλων.**—Ὅταν τὸ μέσο τοῦ ὕψους ὁποιουδήποτε στύλου εἶναι σχετικὰ παχύτερο ἀπὸ τὶς ἄκρες του, ἡ ἀντοχὴ τοῦ στύλου αὐτοῦ αὐξάνει κατὰ $^1/_7$. Στὶς οἰκοδομὲς μεταχειρίζονται ***στύλους κενούς.*** Ἡ ἀντοχὴ τῶν κενῶν στύλων εἶναι σχεδὸν διπλάσια· εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀντοχὴ δύο στύλων, ἀπὸ τοὺς ὁποίους ὁ ἕνας ἔχει τὸ ἐξωτερικὸ πάχος τοῦ στύλου καὶ ὁ ἄλλος τὸ ἐσωτερικὸ πάχος (τὴν ἐσωτερικὴ περιφέρεια).

ΣΗΜ. Γιὰ τὸν λόγο αὐτὸ τὰ κόκκαλα τῶν ἄκρων μελῶν τοῦ ἀνθρώπου (καθὼς καὶ τῶν ζώων) εἶναι σωλῆνες.

6. **Μαγνητικὴ βελόνα** ἢ **ἀποκλιτικὴ πυξίδα** (σχ. 152).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ μαγνητικὴ βελόνα κατασκευάζεται ἀπὸ χάλυβα (ἀτσάλι) καὶ ἔχει σχῆμα μακρουλὸ ρομβοειδές. Τὸ μισό της εἶναι κυανόχρωμο καὶ τὸ ἄλλο μισὸ λευκό. Ἡ μαγν. βελόνα περιστρέφεται πάνω σὲ κατακόρυφο ἄξονα, στερεωμένο στὸ κέντρο κύκλου. Ἡ κυανόχρωμη ἄκρια στρέφεται πάντοτε στὸ βορρᾶ.

Ἡ μαγν. βελόνα χρησιμοποιεῖται:

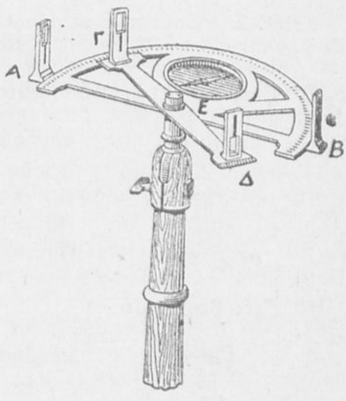
α') ***Ἀπὸ τοὺς ναυτικοὺς*** (ναυτικὴ πυξίδα σχ. 153) στὰ ταξίδια τους στὶς θάλασσες, γιὰ νὰ προσδιορίζουν τὴν κα-

Σχ. 152.


Σχ. 153.

τεύθυνση τοῦ πλοίου. Οἱ παλαιοὶ ναυτικοὶ ὡς μόνο ὁδηγὸ εἶχαν (τὶς νύχτες) τὸν πολικὸ ἀστέρα (στὸν ἀστερισμὸ τῆς Μικρῆς Ἄρκτου). Ἡ πυξίδα νύχτα-μέρα δείχνει ἀλάθητα τὸ βορρᾶ καὶ ἀπὸ τὴ διεύθυνση τοῦ βορρᾶ βρίσκουν καὶ τὰ ἄλλα σημεῖα τοῦ ὁρίζοντος. Τὴ διεύθυνση ποὺ ἔχει τὸ πλοῖο δείχνει ἡ γωνία ποὺ σχηματίζεται ἀπὸ τὴ διεύθυνση τῆς πυξίδας καὶ τῆς τρόπιδος τοῦ πλοίου. Ἂν οἱ δύο εὐθεῖες συνταυτίζονται θὰ πῆ ὅτι τὸ πλοῖον κατευθύνεται ἀκριβῶς πρὸς βορρᾶν (ἢ καὶ πρὸς νότο).

β') ***Ἀπὸ τοὺς τοπογράφους καὶ τοὺς χωρομέτρας*** (χωρομετρικὴ πυξίδα ἢ γραφόμετρο (σχ. σχ. 154). Ἡ πυξίδα εἶναι τοποθετημένη μέσα σὲ ἡμικυκλικὴ ζώνη (τὴν ἄντυγα), χωρισμένη σὲ 180°. Τὸ χωρομετρικὸ αὐτὸ ὄργανο ἔχει καὶ ἄλλα ἐξαρτήματα καὶ στηρίζεται πάνω σὲ τρίποδα.



Σχ. 154.

Μὲ αὐτὸ μετροῦν καὶ καθορίζουν ποιὰ διεύθυνση ἔχουν οἱ δρόμοι καὶ τὰ σύνορα, τί μέγεθος ἔχουν οἱ γωνίες τῶν δρόμων, τῶν πλατειῶν, κήπων, χωραφιῶν κ.ο.κ.

7. **Μέτρα γιὰ νὰ κατασκευάσω κυλινδρικὰ δοχεῖα γιὰ γάλα, λάδι, βούτυρο καὶ καφέ.** (Μέτρα πρακτικὰ γιὰ τὸν φανοποιό).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΣΗΜ. Παραθέτομε μέτρα ποὺ μὲ αὐτὰ οἱ πρακτικοὶ φανοποιοὶ φτειάνουν δοχεῖα κυλινδρικὰ ἢ μεσοκυλινδρικὰ ἀπὸ λευκοσίδερο (τενεκὲ) ἢ ψευδάργυρο (τσίγκο), γιὰ γάλα, λάδι, βούτυρο καὶ καφέ. Δὲν θὰ ἦταν καθόλου δύσκολο ἂν εὔπορα σχολεῖα προμηθεύονταν τ' ἀπαραίτητα ἐργαλεῖα τοῦ φανοποιοῦ καὶ ἀσκοῦσαν τοὺς μ. στὴ χειροτεχνία αὐτή. Ἡ ἐργασία αὐτὴ καὶ εὔκολη εἶναι καὶ πολλῆς πρακτικῆς ὠφέλειας στὸν καθημερινὸ βίο. Ὅπου ὅμως δὲν εἶναι εὔκολο αὐτό, οἱ μ. ἀσκοῦνται στὴν κατασκευὴ δοχείων μὲ χαρτόνι, ὁπότε ἀντὶ κολλητικὴ οὐσία μεταχειρίζονται συνδετῆρες.

Οἱ ἀριθμοὶ ποὺ δείχνουν τὸ πλάτος, πρέπει νὰ θεωρηθοῦν ἐλαττωμένοι κατὰ 2 ½ ἑκατοστὰ (0,025 μ.), γιατὶ αὐτὰ θὰ χρησιμοποιηθοῦν (ἀπὸ μισά, ἀριστερά, δεξιὰ) γιὰ θηλυκώματα (πατήματα), γιὰ σύνδεση τῶν δύο κατακορύφων πλευρῶν (νὰ σχηματισθῆ ἡ κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια).

Α'. Γιὰ δοχεῖα τοῦ γάλα, μικρὰ (βεδοῦρες) καὶ μεγάλα (μπουκάλια)=θὰ κόψω ἐπιφάνεια (φύλλο ὀρθογώνιο):

Γιὰ ὀκ.	*μὲ ὕψος*	*καὶ μὲ πλάτος*
1,5	17 ἑκ.	36 ἑκ.
2	16,50 »	45 »
2,5	17 »	51 »
3	18 »	51 »
3,5	17 »	61 »
5	17 »	71 »

ΣΗΜ. Στὰ δοχεῖα αὐτὰ προσθέτουν ἀπὸ πάνω κόλουρο κῶνο ποὺ δὲν ὑπολογίζεται στὴ χωρητικότητα τοῦ δοχείου.

Β' Γιὰ δοχεῖα τοῦ λαδιοῦ (λίμπρες λαδιοῦ).

Γιὰ ὀκ.	*μὲ ὕψος*	*καὶ μὲ πλάτος*
20	35 ἑκ.	1,00 μ.
25	40 »	1,00 »
30	45 »	1,10 »
50	51 »	1,40 »

Γ' Γιὰ βούτυρο:

Γιὰ ὀκ.	*μὲ ὕψος*	*καὶ μὲ πλάτος*
$^1/_8$	7 ἑκ.	15 ἑκ.
$^1/_4$	10 »	20 »
$^1/_2$	12 »	25 »
$^3/_4$	13 »	36 »
1	17 »	36 »
1,50	17 »	45 »
2	17 »	51 »
3	17 »	57 »
4	19 »	60 »
5	21 »	63 »

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Δ΄ Γιὰ καφέ : (καφεκούτια).

Γιὰ ὀκ.	*μὲ ὕψος*	*καὶ μὲ πλάτος*
$^1/_2$ ὀκ.	6,5 ἑκ.	40 ἑκ.
$^3/_4$ »	6,5 »	45 »
1 »	7 »	50 »

ΣΗΜ. Ἐννοεῖται, ὅτι τὰ μέτρα αὐτὰ δὲν ἔχουν ἀπόλυτη (γεωμετρικὴ) ἀκρίβεια. Ὅταν θέλωμε ἀκρίβεια, καταφεύγομε σ' ὅσα ἐμάθαμε γιὰ νὰ ὑπολογίσωμε μῆκος περιφέρειας, ἐμβαδὸν κύκλου, χωρητικότητα κύλινδρου, εἰδικὸ βάρος κ.ο.κ.

Ὁδηγίες γιὰ χειροτεχνία χαρτονιοῦ.

Τρόπος ἐργασίας:

α΄) Ὁρίζω ἀπὸ πρωτήτερα τὶς διαστάσεις τοῦ στερεοῦ, ποὺ πρόκειται νὰ κατασκευάσω.

β΄) ἑτοιμάζω τὰ ἐργαλεῖα μου. Ἔχω ξυσμένο μυτερὸ τὸ μολυβοκόντυλό μου, κι ἀκονισμένο τὸ μαχαιράκι μου. Τὸ τραπεζάκι, ποὺ πάνω του θὰ δουλέψω, εἶναι ἕτοιμο· ἕτοιμη καὶ ἡ μαλακιὰ σανίδα, ποὺ πάνω της θὰ κόψω τὸ χαρτόνι. Ἡ σανίδα αὐτὴ δὲν ἔχει ρόζους (εἶναι ἀπὸ πεῦκο, ἀπὸ φλαμούρι, ἀπὸ ὀξυά).

γ΄) ἁπλώνω τὸ χαρτόνι· ὑπολογίζω πρὸς πιά του πλευρὰ θὰ σχεδιάσω, γιὰ νὰ μὴ ξοδεύσω, χωρὶς λόγο, χαρτόνι· πρέπει νὰ κάμω οἰκονομία χώρου καὶ ὑλικῶν.

δ΄) γωνιάζω τὸ χαρτόνι, μὲ τὴ βοήθεια ὀρθογώνιου, καὶ ἀπὸ τὶς τέσσαρές του πλευρὲς καὶ γράφω ὀρθογώνιο (ἢ τετράγωνο, κατὰ τὸ σχῆμα τοῦ χαρτονιοῦ), ἀφήνοντας μικρὸ περιθώριο, ἂν τὸ χαρτόνι εἶναι ἀκανόνιστο ἢ στραβοκομμένο.

ε΄) σχεδιάζω τὸ ἀνάπτυγμα τοῦ στερεοῦ, δηλ. κομμένο στὶς κόψες του κι ἁπλωμένο πάνω σ' ἐπίπεδο, ὅπως ἔμαθα στὰ σχετικὰ κεφάλαια γιὰ τὸ κάθε στερεό.

στ΄) γιὰ εὐκολία, χωρίζω τὸ γωνιασμένο χαρτόνι σὲ τετραγωνίδια, μὲ πλευρὲς τὸ καθένα ἀπὸ 2 ἢ 5 ἢ 10 ἑκατοστὰ καὶ ὕστερα σχεδιάζω.

ζ΄) ἂν τὸ ἀντικείμενο, ποὺ πρόκειται νὰ τὸ φτειάσω, δὲν εἶναι μὲ καθωρισμένες διαστάσεις, τότε γράφω, μὲ τὴ βοήθεια τῆς πλατειᾶς ρήγας μου, παράλληλες εὐθεῖες, νά τέμνωνται κατακόρυφα (κάθετα) κατὰ μῆκος μιᾶς μεγάλης καὶ μιᾶς μικρῆς πλευρᾶς τοῦ χαρτονιοῦ, καὶ ποὺ ν' ἀπέχουν ἀναμεταξύ τους ὅσο καὶ τὸ πλάτος, π.χ., τῆς ρήγας.

Κατὰ τὸ χάραγμα τῶν εὐθειῶν προσέχω:

α΄) Οἱ γραμμὲς νὰ εἶναι ὅσο τὸ δυνατὸν πιὸ λεπτές.

β΄) νὰ πατῶ τὴ ρήγα δυνατὰ μὲ τὰ δάχτυλα τοῦ ἀριστεροῦ μου χεριοῦ.

γ΄) νὰ κρατῶ τὴ γραφίδα σχεδὸν κατακόρυφα καὶ κολλητὰ στὴν κόψη τῆς ρήγας καὶ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

δ΄) ἡ γραφόμενη εὐθεῖα καὶ ἡ κόψη τῆς ρήγας νὰ βρίσκωνται πρὸς τὸ πάνω μέρος τῆς ρήγας, πρὸς τὸ φῶς.

Ὕστερα ἀπὸ τὸ σχεδίασμα, ἐπιχειρῶ νὰ κόψω τὸ σχέδιο. Πρὸς τοῦτο :

α΄) Ἔχω τὸ μαχαίρι μου μυτερὸ καὶ κοφτερό· κ' ἐπειδὴ τὸ χαρτόνι, τὸ χαρτὶ γενικά, ἀμβλύνει (τρώγει) εὔκολα τὴν κόψη (τὴν ἀκμὴ) τοῦ μαχαιριοῦ, φροντίζω νὰ ἔχω πρόχειρο ἕνα μικρὸ ἀκόνι.

β΄) σημαδεύω στὸ σχέδιο τίς γραμμὲς ποὺ θὰ τὶς κόψω, κ' ἐκεῖνες ποὺ θὰ τὶς χαράξω ἁπλῶς, γιὰ νὰ λυγίσω εὔκολα τὶς ἕδρες. Θὰ χαράξω τὶς κόψεις ποὺ θὰ μείνουν μέσα στὸ σχέδιο· γ΄) τοποθετῶ τὴ ρήγα ἀκριβῶς πάνω στὴ γραμμή, τὴν πατῶ δυνατὰ μὲ τὰ δάχτυλα τοῦ ἀριστεροῦ μου χεριοῦ, κρατῶ στερεὰ τὸ μαχαίρι μὲ τὸ δεξιό μου χέρι, κατακόρυφα σχεδόν, κι ἀρχίζω νὰ χαράζω, κολλητὰ μὲ τὴν κόψη τῆς ρήγας, ξανὰ καὶ ξανά, ἀπὸ τ' ἀριστερὰ πρὸς τὰ δεξιά, πατώντας τὸ μαχαίρι ἐλαφρά. Κι ἂν μὲν πρόκειται νὰ χαράξω μόνο, κόβω τὸ χαρτόνι στὸ μισὸ τοῦ πάχους του, εἰδεμή, ἐξακολουθῶ νὰ χαράζω, ὡς ὅτου κοπῆ τὸ χαρτόνι κανονικὰ (δίχως ξέφτια), στὴν ἀρχὴ τὸ κάτω μέρος (δεξιὰ) καὶ λίγο - λίγο καὶ τὸ πάνω μέρος. Ἡ ἐπιτυχία ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὶς λεπτομέρειες αὐτές. Προσέχω κυρίως : νὰ κόβωνται οἱ γωνίες κανονικὰ καὶ νὰ μὴ μετατοπίζεται οὔτε τρίχα ἡ ρήγα. Κι' ἀκόμα, ἂν μάλιστα τὸ χαρτόνι εἶναι καὶ χονδρό, ἡ κόψη νὰ εἶναι κάθετη, ὄχι πλάγια, κι αὐτὸ θὰ τὸ πετύχω ἂν τὸ μαχαιράκι κρατῶ πάντα κατακόρυφα καὶ νὰ μὴ τὸ γύρω ἀπὸ κούραση χεριοῦ ἢ ἀπροσεξία.

δ΄) Λυγίζω τὶς χαραγμένες πλευρὲς καὶ πλησιάζω τὶς κομμένες, ἀντίστοιχα. Ἂν ἡ παραπάνω ἐργασία μου ἔγινε καλά, τὸ στερεό μου εἶναι κανονικὸ κ' ἑπομένως οἱ κόψεις του ἐφαρμόζουν ἀκριβῶς δίχως ἡ μιὰ νὰ ξεπετᾶ ἀπὸ τὴν ἄλλη.

ε΄) Ἑτοιμάζω λουρίδες χαρτί, 1 - 3 ἑκατ. φάρδος, ἀνάλογα μὲ τὶς διαστάσεις τοῦ στερεοῦ, τὶς ἀλείφω μὲ κόλλα καὶ μὲ αὐτὲς κολλῶ προσεχτικὰ τὶς κομμένες κόψεις τοῦ στερεοῦ, καὶ

ς΄) Ἑτοιμάζω φύλλα χαρτὶ (χρωματιστὸ συνήθως), μικρότερα στὴν ἔκταση ἀπὸ τὶς ἐπιφάνειες τοῦ στερεοῦ καὶ τὰ κολλῶ πάνω στὶς ἕδρες του. Στὰ φύλλα αὐτὰ στολίζω, σὰν θέλω, καὶ μὲ σχέδια διακοσμητικὰ (ὅπως κάνω στὴν χαρτοκοπτική). Ἔτσι ἔχω φτειάσει ἕνα γεωμετρικὸ στερεὸ ἢ καὶ πρακτικῆς χρήσης ἀντικείμενο ἀπὸ χαρτόνι, κομψὸ καὶ καλλιτεχνικό.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

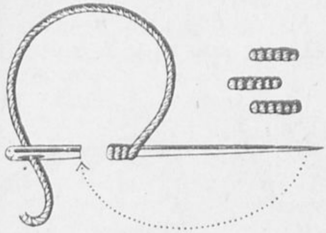
Γιὰ τὰ κορίτσια.

Διάφορα εἴδη βελονιᾶς.

ΣΗΜ. Τὰ διάφορα σχέδια γιὰ τὰ κορίτσια (α—ω) συμπληρώνομε ἐδῶ μὲ σχέδια βελονιᾶς. Εἶναι ἁπλές, βασικὲς βελονιές. Μὲ αὐτὲς ὅμως γίνονται ὅλες σχεδὸν οἱ κεντητὲς ἐργασίες. Τὰ σχέδια εἶναι διαλεγμένα ἀπὸ εἰδικὴ ἔκδοση τῆς Ἀγγλικῆς ἑταιρείας κλωστῶν «Ἀγκύρας». Βελόνες καὶ κλωστὲς εἶναι σὲ μεγαλύτερο σχῆμα ἀπὸ τὸ φυσικό.

Σχ. 1. **Σποροβελονιά.**—Κάνω μιὰ πισοβελονιὰ (γαζί, βλ. σχ. 12) καὶ βγάζω τὴ βελόνα ἀπὸ τὸ μέρος ἀκριβῶς ποὺ τὴν ἔβαλα. Στρίβω τὴν κλωστὴ στὴ βελόνα, ἀπὸ τ' ἀριστερὰ πρὸς τὰ δεξιά, τόσες φορές, ὅσο ὑπολογίζω πὼς εἶναι τὸ μῆκος τῆς βελονιᾶς ποὺ ἔκαμα. Κρατῶ τὴ στριμμένη κλωστὴ μὲ τὸν ἀντίχειρα, ὡς ὅτου περάσω τὴ βελόνα.

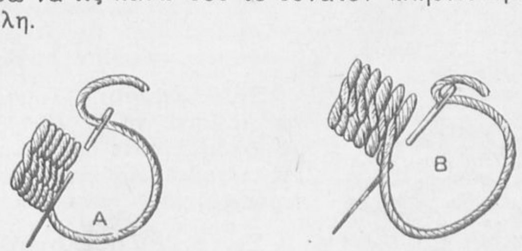
Σχ. 2. **Κουβερτοβελονιά.**—Κάνω τὴ βελονιὰ τῆς κουμπότρυπας, μὲ κάποια ἀπόσταση τῆς μιᾶς βελονιᾶς ἀπὸ τὴν ἄλλη. Ὕστερα *μαντάρω*, ἀφήνω δηλ. τὴν μιὰ κλωστὴ καὶ παίρνω τὴν ἄλλη.



Σχ. 1.

Σχ. 2.

Σχ. 3. **Ἀνατολίτικη βελονιά.**—Κάνω μιὰ μικρὴ βελονιὰ ὅπως στὸ σχέδιο Α. Ὕστερα κάνω μιὰ ἄλλη ἀντίθετα, ἀπὸ τὴν ἄλλη μεριά, ὅπως στὸ σχέδιο Β. Τὶς βελονιές μου προσπαθῶ νὰ τὶς κάνω ὅσο τὸ δυνατὸν πλησιέστερα τὴ μιὰ στὴν ἄλλη.

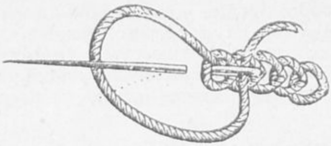


Σχ. 3.

Σχ. 4. **Ἁλυσσιδοβελονιά.**—Κρατῶ τὴν κλωστὴ κάτω

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

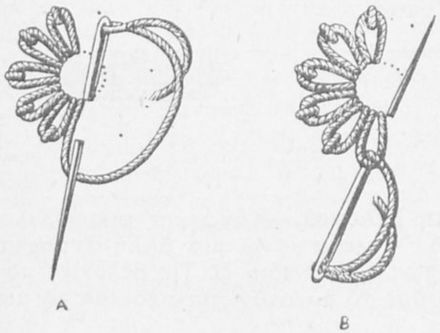
μὲ τὸν ἀριστερό μου ἀντίχειρα καὶ κάνω βελονιὰ ἀπὸ τ
μέρος ποὺ ἄρχισα. Βάζω δηλ. διαρκῶς τὴ βελόνα μου μέσα στὴ θηλιὰ τῆς προηγούμενης βελονιᾶς.



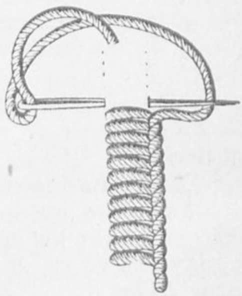
Σχ. 4.

Σχ. 5. **Μαργαριτοβελονιά.**—Κρατῶ κάτω τὴν κλωστὴ μὲ τὸν ἀριστερό μου ἀντίχειρα καὶ ἐργάζομαι ὅπως στὴν ἀλυσσιδοβελονιὰ (Α). Μετά, κάνω μιὰ μικρὴ βελονιὰ στὴν κορυφὴ τῆς θηλιᾶς (Β).

Σχ. 6. **Φεστοβελονιά.**—Κρατῶ τὴν κλωστὴ κάτω μὲ τὸν ἀριστερό μου ἀντίχειρα, κάνω μιὰ βελονιὰ μὲ διεύθυνση τῆς βελόνας ἀπὸ πάνω πρὸς τὰ κάτω, τὴν ὁποία περνῶ στὸ μεταξὺ τῆς θηλιᾶς ποὺ σχημάτισα, κρατώντας τὴν κλωστὴ μὲ τὸν ἀριστερό μου ἀντίχειρα. Μετά, σύρω τὴ βελονιά μου καὶ προσπαθῶ νὰ κάνω τὶς βελονιές μου τὴ μιὰ κοντὰ στὴν ἄλλη.



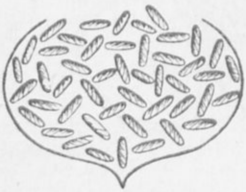
Σχ. 5.



Σχ. 6.

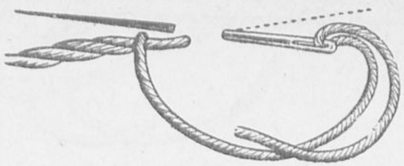
Σχ. 7. **Σπόροι.**—Τοὺς πετυχαίνω μὲ ἴσιες τὸ μέγεθος βελονιές, μὲ ὁποιαδήποτε διεύθυνση θέλω. Μὲ πισοβελονιὰ γίνονται τελειότεροι.

Σχ. 8. **Ριζοβελονιά.**— Κάνω μικρὲς βελονιές, ἔχοντας πάντα τὴν κλωστὴ ἀπὸ τὸ δεξιὸ μέρος τῆς βελόνας.



Σχ. 7.

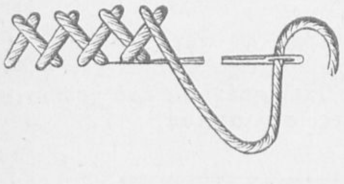
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



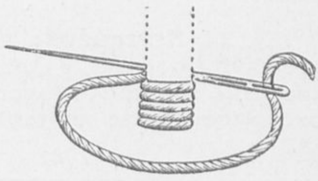
Σχ. 8.

Σχ. 9. **Ψαροκόκκαλο.**—Ἔχω πάντα τὴν κλωστὴ ἀπὸ πάνω ἀπὸ τὴ βελόνα καὶ κάνω μιὰ μικρὴ βελονιὰ ἀπὸ τὸ ἀριστερὸ μέρος τῆς κλωστῆς, καὶ μετά, ἀπὸ τὸ δεξιό. Τὸ ψαροκόκκαλο γίνεται πυκνό, ὅταν δὲν ἀφήνω χῶρο ἀπὸ τὴ μιὰ βελονιὰ ὡς τὴν ἄλλη, ἔτσι ποὺ ἀπὸ τὴν ἀνάποδη νὰ σχηματίζωνται δύο σειρὲς ἀπὸ πυκνὲς βελονιές.

Σχ. 10. **Ἀνεβατὸ** (ἴσια βελονιά).—Γίνεται ἀπὸ τὰ δεξιὰ πρὸς τ' ἀριστερά, ἀλλὰ καὶ ἀντίθετα, ἀριστερά-δεξιά, ὁπότε πετυχαίνω βελονιὲς πιὸ σφιχτὲς καὶ πιὸ πυκνές. Ἡ σκέτη ***ἀτλαζοβελονιὰ*** ἔχει κάποια ἀπόσταση, ἡ μιὰ ἀπὸ τὴν ἄλλη βελονιά.



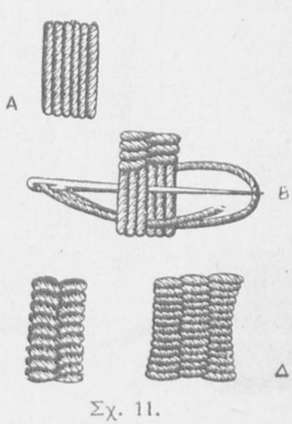
Σχ. 9.



Σχ. 10.

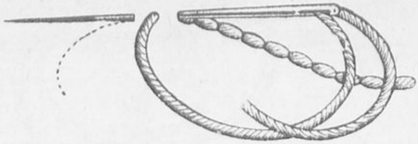
Σχ. 11.—**Ὑφαντοβελονιά.**—Ἢ βγάζω κλωστὲς ἀπὸ τὸ ὕφασμα ἢ σχηματίζω βελονιὲς ὅπως τὸ σχ. Α. Τὶς μοιράζω σὲ δυὸ ἴσα μέρη καὶ μαντάρω ἐκ περιτροπῆς, περνώντας τὴ βελόνα ἀπὸ τὸ μάτι (σχ. Β). Τὸ Σχ. Γ. δείχνει τὴν ὕφανση τελειωμένη (κλωστὲς χωρισμένες σὲ δύο μέρη) καὶ τὸ Σχ. Δ μὲ τὶς κλωστὲς χωρισμένες σὲ τρία μέρη.

Σχ. 12. **Πισοβελονιά.** (ἢ γαζί.—Κάνω μιὰ μικρὴ βελονιά, προχωρώντας πάντα πρὸς τὰ πίσω, δηλαδὴ βάζοντας τὴ βελόνα μου στὸ τέλος τῆς προηγούμενης βελονιᾶς.



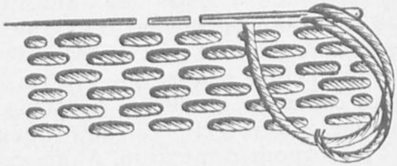
Σχ. 11.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



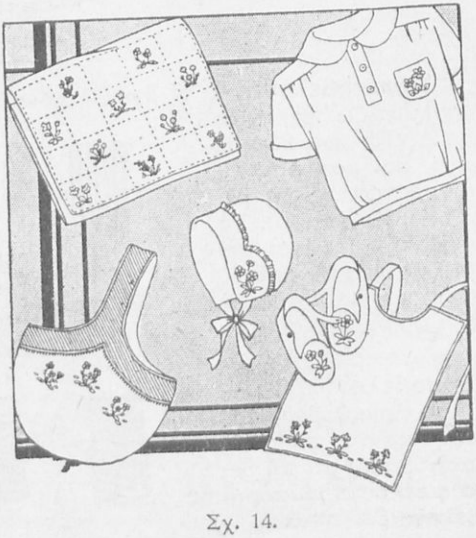
Σχ. 12.

Σχ. 13. **Μαντάρισμα.**— Δουλεύω πάντα ὁριζόντια, κάνοντας μικρὲς συμμετρικὲς βελονιές. Παίρνω δηλαδὴ στὴ βελόνα λίγο ὕφασμα καὶ ἀπὸ τὸ πάνω μέρος ἀφήνω νὰ φαίνεται πολὺ κλωστή.



Σχ. 13.

Σχ. 14. **Κεντημένα:** νυχτοθήκη μὲ τετραγωνίδια στὴ προσθινὴ ἐπιφάνεια, μπλουζίτσα τοῦ σχολείου μὲ κεντημένη τσεπίτσα, τσαντούλα ἐργασίας (κεντημένη μὲ δυὸ χρώματα, σκουφίτσα, σκέτες παντοφλίτσες, σαλιαρίτσα.



0020560573
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΒΟΥΛΗΣ

Σχ. 14.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής