

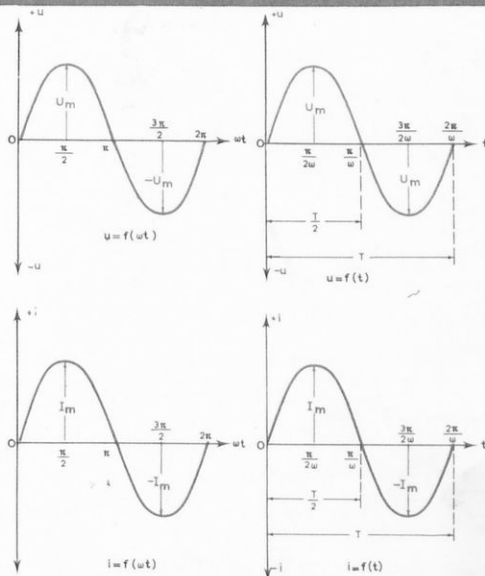
ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑ

Γεωργίου Κ. Κοκκινάκη

ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΠΑΝ/ΜΙΟΥ ΠΑΤΡΩΝ

Γεωργίου Ιωάν. Καρύδη

ΔΙΠΛ. ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ





1954

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ
ΧΡΥΣΟΥΝ ΜΕΤΑΛΛΙΟΝ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ





ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ (ΙΤΥΕ ΔΕΠΠΕ)



Ε Β ΦΣΣ
Κοκκινάκης, Γεώργιος Κ.

Γ' ΤΑΞΗ ΤΕΧΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑ

ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΚΩΝ/ΝΟΥ ΚΟΚΚΙΝΑΚΗ
ΤΑΚΤΙΚΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΠΑΝ/ΜΙΟΥ ΠΑΤΡΩΝ

ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΙΩΑΝ. ΚΑΡΥΔΗ
ΔΙΠΛ. ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ

ΑΘΗΝΑ
1979



002
WNE
ET2B
2166

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΤΗΣ ΒΟΥΛΗΣ
ΕΔΩΡΗΣΑΤΟ
Δρ. Γεωργίου Εὐαγγελίου
Αύξ. Αριθ. Είσαγ. *838* Έτος *1980*

ΠΡΟΛΟΓΟΣ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

Ὁ Εὐγένιος Εὐγενίδης, ὁ ἰδρυτής καί χορηγός τοῦ «Ἰδρύματος Εὐγενίδου», πολὺ νωρὶς πρόβλεψε καί σχημάτισε τὴν πεποίθησιν ὅτι ἡ ἄρτια κατάρτιση τῶν τεχνικῶν μας, σὲ συνδυασμὸ μὲ τὴν ἐθνικὴ ἀγωγὴ, θά ἦταν ἀναγκαῖος καί ἀποφασιστικὸς παράγοντας τῆς προόδου τοῦ ἔθνους μας.

Τὴν πεποίθησίν του αὐτὴ ὁ Εὐγενίδης ἐκδήλωσε μὲ τὴ γενναιοφρονα πράξιν εὐεργεσίας, νὰ κληροδοτήσῃ σεβαστὸ ποσὸ γιὰ τὴ σύσταση Ἰδρύματος ποῦ θά εἶχε σκοπὸ νὰ συμβάλλῃ στὴν τεχνικὴ ἐκπαίδευση τῶν νέων τῆς Ἑλλάδας.

Ἔτσι τὸ Φεβρουάριον τοῦ 1956 συστήθηκε τὸ «Ἰδρυμα Εὐγενίδου», τοῦ ὁποίου τὴν διοίκηση ἀνέλαβε ἡ ἀδελφὴ του κυρία Μαριάνθη Σίμου, σύμφωνα μὲ τὴν ἐπιθυμίαν τοῦ διαθέτη.

Ἀπὸ τὸ 1956 μέχρι σήμερα ἡ συμβολὴ τοῦ Ἰδρύματος στὴν τεχνικὴ ἐκπαίδευση πραγματοποιεῖται μὲ διάφορες δραστηριότητες. Ὅμως ἀπ' αὐτὲς ἡ σημαντικότερη, ποῦ κρίθηκε ἀπὸ τὴν ἀρχὴ ὡς πρώτης ἀνάγκης, εἶναι ἡ ἐκδοσὴ βιβλίων γιὰ τοὺς μαθητὲς τῶν τεχνικῶν σχολῶν.

Μέχρι σήμερα ἐκδόθηκαν 150 τόμοι βιβλίων, ποῦ ἔχουν διατεθεῖ σὲ πολλὰ ἐκατομμύρια τεύχη, καί καλύπτουν ἀνάγκας τῶν Κατώτερων καί Μέσων Τεχνικῶν Σχολῶν τοῦ Ὑπ. Παιδείας, τῶν Σχολῶν τοῦ Ὄργανισμοῦ Ἀπασχολήσεως Ἑργατικοῦ Δυναμικοῦ (ΟΑΕΔ) καί τῶν Δημοσίων Σχολῶν Ἐμπορικοῦ Ναυτικοῦ.

Μοναδικὴ φροντίδα τοῦ Ἰδρύματος σ' αὐτὴ τὴν ἐκδοτικὴν του προσπάθειαν ἦταν καί εἶναι ἡ ποιότητα τῶν βιβλίων, ἀπὸ ἀποψη ὅχι μόνον ἐπιστημονικὴ, παιδαγωγικὴ καί γλωσσικὴ, ἀλλὰ καί ἀπὸ ἀποψη ἐμφανίσεως, ὥστε τὸ βιβλίον νὰ ἀγαπηθεῖ ἀπὸ τοὺς νέους.

Γιὰ τὴν ἐπιστημονικὴ καί παιδαγωγικὴ ποιότητα τῶν βιβλίων, τὰ κείμενα ὑποβάλλονται σὲ πολλὰς ἐπεξεργασίας καί βελτιώνονται πρὶν ἀπὸ κάθε νέα ἐκδοσὴ.

Ἰδιαίτερη σημασία ἀπέδωσε τὸ Ἰδρυμα ἀπὸ τὴν ἀρχὴ στὴν ποιότητα τῶν βιβλίων ἀπὸ γλωσσικὴ ἀποψη, γιατί πιστεύει ὅτι καί τὰ τεχνικὰ βιβλία, ὅταν εἶναι γραμμένα σὲ γλῶσσα ἄρτια καί ὁμοιόμορφη ἀλλὰ καί κατάλληλη γιὰ τὴν στάθμην τῶν μαθητῶν, μποροῦν νὰ συμβάλλουν στὴν γλωσσικὴ διαπαιδαγώγησιν τῶν μαθητῶν.

Ἔτσι μὲ ἀπόφασιν ποῦ πάρθηκε ἤδη ἀπὸ τὸ 1956 ὅλα τὰ βιβλία τῆς Βιβλιοθήκης τοῦ Τεχνίτη, δηλαδὴ τὰ βιβλία γιὰ τίς Κατώτερες Τεχνικὲς Σχολάς, ὅπως ἀργότερα καί γιὰ τίς Σχολάς τοῦ ΟΑΕΔ, εἶναι γραμμένα σὲ γλῶσσα δημοτικὴ μὲ βάση τὴν γραμματικὴν τοῦ Τριανταφυλλίδη, ἐνῶ ὅλα τὰ ἄλλα βιβλία εἶναι γραμμένα στὴν ἀπλὴ καθαρεύουσα. Ἡ γλωσσικὴ ἐπεξεργασία τῶν βιβλίων γίνεται ἀπὸ φιλόλογους τοῦ Ἰδρύματος καί ἔτσι ἐξασφαλίζεται ἡ ἐνιαία σύνταξιν καί ὁρολογία κάθε κατηγορίας βιβλίων.

Ἡ ποιότητα τοῦ χαρτιοῦ, τὸ εἶδος τῶν τυπογραφικῶν στοιχείων, τὰ σωστά σχήματα καὶ ἡ καλαίσθητη σελιδοποίηση, τὸ ἐξώφυλλο καὶ τὸ μέγεθος τοῦ βιβλίου περιλαμβάνονται καὶ αὐτὰ στὶς φροντίδες τοῦ Ἰδρύματος.

Τὸ Ἰδρυμα θεώρησε ὅτι εἶναι ὑποχρέωσή του, σύμφωνα μέ τὸ πνεῦμα τοῦ ἱδρυτῆ του, νὰ θέσει στὴν διάθεση τοῦ Κράτους ὅλη αὐτὴ τὴν πείρα του τῶν 20 ἐτῶν, ἀναλαμβάνοντας τὴν ἔκδοση τῶν βιβλίων καὶ γιὰ τίς νέες Τεχνικὲς καὶ Ἐπαγγελματικές Σχολές καὶ τὰ νέα Τεχνικά καὶ Ἐπαγγελματικά Λύκεια, σύμφωνα μέ τὰ Ἀναλυτικά Προγράμματα τοῦ Κ.Ε.Μ.Ε.

Τὰ χρονικά περιθώρια γι' αὐτὴ τὴν νέα ἐκδοτικὴ προσπάθεια ἦταν πολὺ περιορισμένα καὶ ἴσως γι' αὐτό, ἰδίως τὰ πρῶτα βιβλία αὐτῆς τῆς σειρᾶς, νὰ παρουσιάσουν ἀτέλειες στὴ συγγραφὴ ἢ στὴν ἐκτύπωση, ποὺ θὰ διορθωθοῦν στὴ νέα τους ἔκδοση. Γι' αὐτό τὸ σκοπὸ ἐπικαλούμαστε τὴν βοήθεια ὅλων ὧν θὰ χρησιμοποιοῦσαν τὰ βιβλία, ὥστε νὰ μᾶς γνωστοποιήσουν κάθε παρατήρησή τους γιὰ νὰ συμβάλλουν καὶ αὐτοὶ στὴ βελτίωση τῶν βιβλίων.

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

Ἀλέξανδρος Ι. Παπᾶς, Ὁμ. Καθηγητῆς ΕΜΠ, Πρόεδρος.

Χρυσόστομος Φ. Καβουνίδης, Διπλ. Μηχ.-Ἡλ. ΕΜΠ, Ἀντιπρόεδρος.

Μιχαήλ Γ. Ἀγγελόπουλος, Τακτικὸς Καθηγητῆς ΕΜΠ, Διοικητῆς ΔΕΗ.

Παναγιώτης Χατζηγιάννου, Μηχ.-Ἡλ. ΕΜΠ, Γεν. Δ/τῆς Ἐπαγ/κῆς Ἐκπ. Ὑπ. Παιδείας, Ἐπιστημ. Σύμβουλος, Γ. Ροῦσσος, Χημ.-Μηχ. ΕΜΠ.

Σύμβουλος ἐπὶ τῶν ἐκδόσεων τοῦ Ἰδρύματος **Κ.Α. Μανάφης,** Καθηγητῆς Φιλοσοφικῆς

Σχολῆς Παν/μίου Ἀθηνῶν.

Γραμματεὺς, **Δ.Π. Μεγαρίτης.**

Διατελέσαντα μέλη ἢ σύμβουλοι τῆς Ἐπιτροπῆς

Γεώργιος Κακριδής † (1955 — 1959) Καθηγητῆς ΕΜΠ. **Ἄγγελος Καλογεράς** † (1957 — 1970) Καθηγητῆς ΕΜΠ, **Δημήτριος Νιάνις** (1957 — 1965) Καθηγητῆς ΕΜΠ, **Μιχαήλ Σπετσιέρης** (1956 — 1959), **Νικόλαος Βασιλῆς** (1960 — 1967) **Θεόδωρος Κουζέλης** (1968 — 1976) Μηχ.-Ἡλ. ΕΜΠ.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Τό βιβλίο αυτό γράφτηκε σύμφωνα μέ τήν ὕλη πού καθόρισε τό Ὑπουργεῖο Παιδείας γιά τή διδασκαλία τοῦ μαθήματος τῆς Ἡλεκτροτεχνίας τῆς Β' καί Γ' τάξεως τῶν Τεχνικῶν καί Ἑπαγγελματικῶν Λυκείων. Ἡ ὕλη αὕτη ξεκινᾷ ἀπό τίς πολὺ βασικές ἔννοιες τοῦ Ἡλεκτρισμοῦ (τί εἶναι ρεῦμα, τάση, ἀντίσταση, κλπ.), περνᾷ ἀπό τό συνεχές ρεῦμα, τό μαγνητικό πεδίο, τοὺς πυκνωτές, τό μονοφασικό καί τριφασικό ἐναλλασσόμενο ρεῦμα καί καταλήγει σέ εἰδικά θέματα Ἡλεκτροτεχνίας. Σκοπός τῆς εἶναι νά δώσει στό μαθητὴ τοῦ Τεχνικοῦ Λυκείου τίς ἀπαραίτητες ἡλεκτροτεχνικές γνώσεις γιά τήν παρακολούθηση ἄλλων πρὸ εἰδικευμένων μαθημάτων καί βέβαια τίς γνώσεις πού θά τοῦ χρειασθοῦν κατόπιν στήν ἀσκήση τοῦ ἐπαγγέλματός του. Ἀκόμα ἔχει σάν σκοπὸ νά δώσει γερές βάσεις Ἡλεκτροτεχνίας σέ ὅσους θά ἀκολουθήσουν ἀνώτερες καί ἀνώτατες σπουδές.

Ἀπὸ τήν ὕλη πού ἀναφέρθηκε, ὁ μαθητὴς τῆς Β' καί Γ' τάξεως Τεχνικοῦ Λυκείου ἔχει ἤδη ὁρισμένες γνώσεις, πού ἀποκόμισε ἀπὸ τή διδασκαλία τῶν μαθημάτων «Φυσικὴ Πειραματικὴ» τῆς Γ' Γυμνασίου, «Ἡλεκτρικές Ἐφαρμογές» τῆς Α' Τεχνικοῦ καί Ἑπαγγελματικοῦ Λυκείου, κ.ἄ. Οἱ γνώσεις αὐτές ἐπαναλαμβάνονται ἐδῶ ἀλλά πρὸ συνοπτικά, ὥστε ὁ μαθητὴς νά ἔχει ὁλοκληρωμένη τήν ἀπαραίτητη ὕλη τῆς Ἡλεκτροτεχνίας σέ ἓνα βιβλίο καί νά μὴν χρειάζεται νά ἀνατρέχει σέ ἄλλες πηγές.

Ἰδιαίτερη προσπάθεια καταβλήθηκε στό νά γίνουν τὰ διάφορα ἀντικείμενα ὅσο τὸ δυνατόν πρὸ ἀπλὰ καί καταληπτά, χωρὶς φυσικά νά ζημιωθεῖ ἡ ὀρθότητά τους, καί ἀκόμα στό νά παρουσιασθοῦν μέ τὸν τρόπο πού ἐνδιαφέρει ἓνα Τεχνικό - Ἡλεκτρολόγο. Ἔτσι ἡ περιγραφή καί ἐρμηνεία τῶν διαφόρων φαινομένων δέν εἶναι ἐδῶ αὐτοσκοπός ὅπως στή διδασκαλία τοῦ Ἡλεκτρισμοῦ καί Μαγνητισμοῦ στή Φυσικὴ, ἀλλά τὸ μέσο γιά νά φθάσει ὁ μαθητὴς σύντομα καί μέ τὰ ἀπαραίτητα ἐφόδια στίς πρακτικές ἐφαρμογές.

Οἱ γνώσεις πού προαπαιτοῦνται γιά τήν ἀνάγνωση τοῦ βιβλίου αὐτοῦ ἔχουν ἤδη διδασχεῖ στὰ πλαίσια τῶν μαθημάτων «Μαθηματικά» καί «Φυσικὴ» τοῦ Γυμνασίου καί τῆς Α' τάξεως τοῦ Τεχνικοῦ καί Ἑπαγγελματικοῦ Λυκείου. Ἰδιαίτερα εἶναι ἀπαραίτητα στοιχεῖα διανυσματικοῦ λογισμοῦ καί στοιχεῖα μιγαδικοῦ λογισμοῦ. Ὁ μαθητὴς θά διαπιστώσει ἐπίσης ὅτι χρησιμοποιοῦνται στοιχειώδη διαφορικά καί ὀλοκληρώματα. Οἱ ἔννοιες τοῦ διαφορικοῦ καί τοῦ ὀλοκληρώματος ἔχουν ἤδη δοθεῖ στήν Α' τάξη τοῦ Τεχνικοῦ καί Ἑπαγγελματικοῦ Λυκείου, ὥστε δέν πρέπει νά παρουσιασθεῖ κανονικὰ δυσκολία στήν ἀντιμετώπισή τους ἐδῶ. Παρ' ὅλα αὐτὰ ἡ κατανόηση τῶν ἀντικειμένων πού περιγράφονται δέν στηρίζεται σέ διαφορικά ἢ ὀλοκληρώματα, πού μποροῦν ἔτσι νά παραλειφθοῦν σέ περίπτωση πού οἱ μαθητές δέν θά ἔχουν τίς ἀπαιτούμενες ἔννοιες.

Τό βιβλίο αποτελείται από έξι μέρη πού έχουν χωρισθεῖ σέ δύο τόμους. Ὁ πρῶτος τόμος περιλαμβάνει τίς πρῶτες βασικές ἠλεκτροτεχνικές γνώσεις, τό συνεχές ρεῦμα καί τό μαγνητικό πεδίο, ὁ δεύτερος τόμος τούς πυκνωτές, τό ἐναλλασσόμενο ρεῦμα καί εἰδικά θέματα (ἀνορθωτές, θερμοστοιχεῖα).

Γιά ἐξάσκηση στή χρησιμοποίηση τῶν τύπων καί τῶν μονάδων καί γιά νά ἀποκτήσει ὁ μαθητής ἀντίληψη τῆς τάξεως μεγέθους τῶν διαφόρων ἠλεκτροτεχνικῶν μεγεθῶν σέ πρακτικές περιπτώσεις, δίνονται στό τέλος κάθε παραγράφου ἀριθμητικές ἐφαρμογές. Ἐπίσης στό τέλος κάθε τόμου ὑπάρχει σέ παράρτημα συλλογή ἀσκήσεων πρὸς λύση ἀπό τούς μαθητές. Σέ κάθε ἀσκηση δίνεται τό ἀποτέλεσμα γιά νά μπορεῖ νά ἐλεγχθεῖ ἡ ὀρθότητα τῆς λύσεως.

Ἄν ληφθεῖ ὑπ' ὄψη ὁ χρόνος πού γράφτηκε καί ἐκδόθηκε τό βιβλίο αὐτό, θά πρέπει νά ὑπάρχουν περιθώρια διορθώσεως τυπογραφικῶν κλπ. λαθῶν, ὅπως καί βελτιώσεων στήν παρουσίαση τῆς ὕλης. Ἐτσι εἶναι εὐπρόσδεκτη κάθε ὑπόδειξη πρὸς τήν κατεύθυνση αὐτή, ὥστε νά ληφθεῖ ὑπ' ὄψη σέ ἐπόμενη ἐκδοση.

Οἱ συγγραφεῖς

ΤΕΤΑΡΤΟ ΜΕΡΟΣ

ΤΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ – ΠΥΚΝΩΤΕΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΩΔΕΚΑΤΟ

ΤΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

12.1 Όρισμός του ηλεκτρικού πεδίου.

Στήν παράγραφο 1.2 του πρώτου τόμου μάθαμε ότι, αν σε ένα ηλεκτρικό φορτίο Q_1 πλησιάσουμε άλλο ηλεκτρικό φορτίο Q_2 , θα άσκηθει μεταξύ των δύο φορτίων ορισμένη δύναμη $\vec{F}$. Η δύναμη αυτή ορίζεται από το νόμο του Coulomb, όταν κάθε φορτίο είναι συγκεντρωμένο σε πολύ μικρό χώρο (θεωρητικά σε ένα σημείο, όποτε λέγεται **σημειακό φορτίο** ή στην πράξη π.χ. σε μιά μικρή σφαίρα).

Η δύναμη που άσκείται σε ηλεκτρικό φορτίο εξαιτίας άλλου φορτίου δεχόμαστε ότι δεν μεταβιβάζεται εξ αποστάσεως από το ένα φορτίο στο άλλο, αλλά ότι δημιουργείται επί τόπου στο σημείο του χώρου, που βρίσκεται το φορτίο που υφίσταται τη δύναμη. Άκόμα δεχόμαστε ότι η ασκούμενη δύναμη οφείλεται σε **ιδιότητα** που έχει ο χώρος στο σημείο αυτό, να άσκει δύναμη σε ηλεκτρικό φορτίο. Την ιδιότητα αυτή δίνει στο γύρω χώρο του οποιοδήποτε ηλεκτρικού φορτίο με αποτέλεσμα τη δημιουργία **ηλεκτρικού πεδίου**.

Ηλεκτρικό πεδίο ονομάζεται γενικά ο χώρος μέσα στον οποίο τοποθετούμενο ηλεκτρικό φορτίο υφίσταται δύναμη.

Όταν το ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται από φορτία σε ήρεμία, όπως είναι π.χ. το πεδίο γύρω από μιά φορτισμένη σφαίρα, τότε ονομάζεται **ηλεκτροστατικό πεδίο**. Η δύναμη που άσκείται σε ηλεκτρικό φορτίο από το ηλεκτροστατικό πεδίο είναι σταθερή χρονικά σε κάθε σημείο του. Αν, αντίθετα, το ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται από φορτία που μεταβάλλονται χρονικά, ονομάζεται **μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο**. Στην περίπτωση αυτή η δύναμη, που άσκει το πεδίο σε οποιοδήποτε σημείο του, μεταβάλλεται χρονικά.

Η δημιουργία ηλεκτρικού πεδίου άπαιτεί πάντοτε κατανάλωση ενέργειας. Η ενέργεια αυτή **άποταμιεύεται στο ηλεκτρικό πεδίο** και αποδίδεται, όταν το πεδίο καταστρέφεται.

12.2 Ένταση του ηλεκτρικού πεδίου.

Ένα ηλεκτρικό πεδίο μπορούμε να το περιγράψουμε, αν ξέρομε τη δύναμη που ασκεί σε κάθε σημείο του σε όρισμένο ηλεκτρικό φορτίο, κατά μέτρο, διεύθυνση και φορά. Τη δύναμη αυτή μπορούμε να προσδιορίσουμε πειραματικά μετρώντας τη δύναμη που ασκείται σε ένα γνωστό **δοκιμαστικό φορτίο** q που μετακινούμε μέσα στο πεδίο. Επειδή η φορά της δυνάμεως εξαρτάται από το αν το φορτίο είναι θετικό ή αρνητικό, χρησιμοποιείται συμβατικά πάντοτε **θετικό φορτίο**.

Το δοκιμαστικό φορτίο πρέπει να είναι αρκετά μικρό και να έχει πολύ περιορισμένες διαστάσεις (θεωρητικά πρέπει να είναι ένα ελάχιστο σημειακό φορτίο), ώστε να μην επηρεάζει με το πεδίο του, το αρχικό πεδίο μέσα στο οποίο εισάγεται.

Η δύναμη $\vec{F}$ που ασκείται επάνω στο δοκιμαστικό φορτίο q αποδεικνύεται από το πείραμα ότι είναι ανάλογη του φορτίου αυτού:

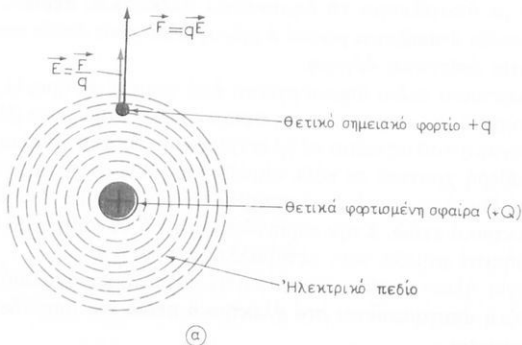
$$\vec{F} = \vec{E} \cdot q \quad (1)$$

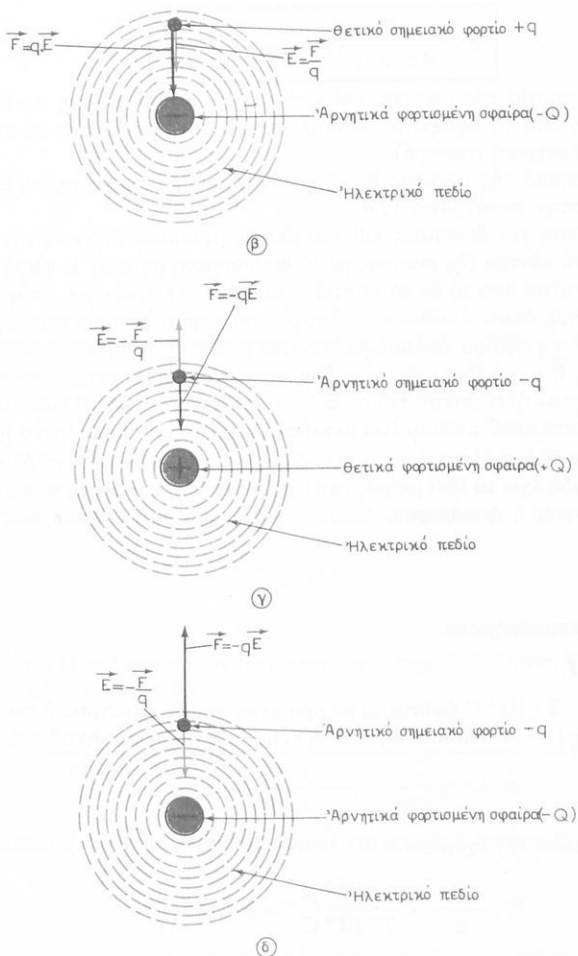
Ο συντελεστής $\vec{E}$ ονομάζεται **ένταση του ηλεκτρικού πεδίου** και είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του πεδίου σε κάθε σημείο του. Από την (1) προκύπτει ότι η ένταση $\vec{E}$ είναι διανυσματικό μέγεθος με διεύθυνση και φορά ίδια με εκείνη της δυνάμεως $\vec{F}$ που ασκείται από το πεδίο σε **θετικό φορτίο** τοποθετημένο στο θεωρούμενο σημείο. Το μέτρο της $\vec{E}$ προκύπτει από την (1) ως το πηλίκο του μέτρου F της δυνάμεως που ασκείται στο φορτίο q διά του φορτίου αυτού.

$$E = \frac{F}{q} \quad (2)$$

Στο σύστημα S.I. η δύναμη μετράται σε Newton (N) και το φορτίο σε Coulomb (C). Άρα μονάδα της έντασεως E είναι 1N/C .

Τό σχήμα 12.2α (α μέχρι δ) δείχνει την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}$ και





Σχ. 12.2α.

τή δύναμη $\vec{F}$ που ασκείται σε θετικό και αρνητικό φορτίο q , όταν το πεδίο δημιουργείται από θετικό και αρνητικό φορτίο Q , ομοιόμορφα κατανομημένο επάνω σε μία μεταλλική σφαίρα.

Τό μέτρο E του πεδίου στο έξωτερικό της σφαίρας και σε απόσταση r από τό κέντρο της δίνεται από τόν τύπο:

$$E = \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon \cdot r^2} = \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r^2} \quad (3)$$

δπου Q τό φορτίο τῆς σφαίρας καί $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ ἡ διηλεκτρική σταθερά τοῦ χώρου γύρω ἀπό τή σφαίρα (ϵ_0 = διηλεκτρική σταθερά τοῦ κενοῦ καί ϵ_r = σχετική διηλεκτρική σταθερά).

Στό ἐσωτερικό τῆς σφαίρας δέν δημιουργεῖται ἠλεκτρικό πεδίο, ὅπως θά γνωρίσουμε στήν παράγραφο 12.4.

Ἡ διεύθυνση τῆς δυνάμεως καί τοῦ πεδίου βρίσκεται ἐπάνω στήν εὐθεία, πού ἐνώνει τό κέντρο τῆς σφαίρας μέ τό θεωρούμενο σημεῖο. Ἡ φορά τῆς δυνάμεως ἐξαρτᾶται ἀπό τό ἂν τά φορτία Q καί q εἶναι ἐτερόνυμα, ὁπότε ἔλκονται, ἢ ὁμόνυμα, ὁπότε ἀπωθοῦνται. Σημεῖα τοῦ χώρου, πού ἀπέχουν ἐξίσου ἀπό τή μεταλλική σφαίρα, δηλαδή ὁμόκεντρες μέ αὐτήν σφαιρικές ἐπιφάνειες, ἔχουν ἔνταση $\vec{E}$ μέ τό ἴδιο μέτρο καί ἴδια φορά ἀλλά διαφορετική διεύθυνση.

Ἡ ἔνταση τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου $\vec{E}$ εἶναι σταθερή χρονικά σέ κάθε σημεῖο ἐνός ηλεκτροστατικοῦ πεδίου, ἐνῶ μεταβάλλεται στό μεταβαλλόμενο ἠλεκτρικό πεδίο. Ἄν σέ ἓνα ηλεκτροστατικό πεδίο ἡ ἔνταση $\vec{E}$ εἶναι ἴδια σέ ὅλα του τά σημεῖα, δηλαδή ἔχει τό ἴδιο μέτρο, τήν ἴδια διεύθυνση καί φορά, τό πεδίο ὀνομάζεται **ὁμογενές** ἢ **ὁμοιόμορφο**. Διαφορετικά ὀνομάζεται **ἀνομοιογενές** ἢ **ἀνομοιόμορφο**.

Ἀριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Φορτίο $q = 2 \cdot 10^{-8}$ C ὑφίσταται σέ ὀρισμένο σημεῖο ἠλεκτρικοῦ πεδίου δύναμη $F = 6 \cdot 10^{-3}$ N. Νά ὑπολογισθεῖ ἡ ἔνταση E τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου στό σημεῖο αὐτό.

Λύση.

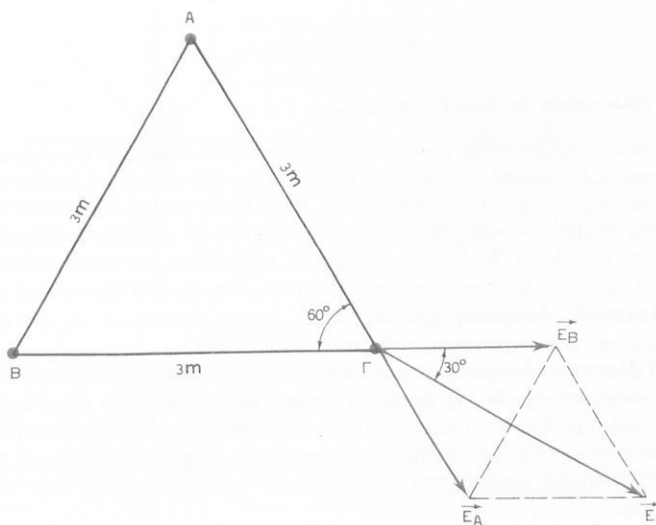
Ἀπό τόν τύπο (2) ἔχομε:

$$E = \frac{F}{q} = \frac{6 \cdot 10^{-3} \text{ N}}{2 \cdot 10^{-8} \text{ C}} = 3 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E = 3 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Παράδειγμα 2.

Στίς κορυφές A καί B τοῦ ἰσοπλευροῦ τριγώνου ABΓ τοῦ σχήματος 12.2β ὑπάρχουν φορτία $Q = 8 \cdot 10^{-9}$ C. Νά προσδιορισθεῖ ἡ ἔνταση $\vec{E}$ τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου στήν κορυφή Γ, ἂν τό τρίγωνο βρίσκεται στόν ἀέρα ($\epsilon_r = 1$).



Σχ. 12.2β.

Λύση.

Τό φορτίο Q του σημείου A δημιουργεί στο σημείο Γ ένταση E_A με μέτρο, σύμφωνα με τον τύπο (3):

$$E_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{8 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{4\pi \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \cdot 3^2 \text{ m}^2} = 8 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Τό φορτίο Q του σημείου B δημιουργεί στο σημείο Γ ένταση E_B με μέτρο:

$$E_B = E_A = 8 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Από τη διανυσματική πρόσθεση των εντάσεων E_A , E_B προκύπτει ή όλική ένταση E στο σημείο Γ :

$$\frac{E}{2} = E_B \sin 30^\circ = E_B \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{και} \quad E = E_B \sqrt{3} = 8 \cdot 1,731 = 13,85 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E = 13,85 \frac{N}{C}$$

12.3 Ήλεκτρικές δυναμικές γραμμές.

Τό ηλεκτρικό πεδίο θά μπορούσαμε νά τό παραστήσουμε μέ διανύσματα τοποθετημένα σέ αρκετά σημεία του, πού θά έδιναν τό μέτρο, τή διεύθυνση καί τή φορά τής εντάσεως $\vec{E}$ σέ κάθε σημείο. Είμαι όμως φανερό ότι έφόσον τά διανύσματα θά είχαν τοποθετηθεί στην τύχη, δύσκολα θά μπορούσε νά αντίληφθει κανείς τή μεταβολή τής $\vec{E}$ στο χώρο καί νά σχηματίσει μιά εικόνα του πεδίου. Γιά τό λόγο αυτό χρησιμοποιούμε γιά τήν παράσταση του ηλεκτρικού πεδίου τίς **ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές**, όπως χρησιμοποιήσαμε τίς μαγνητικές γραμμές γιά τήν παράσταση του μαγνητικού πεδίου.

Μιά ηλεκτρική δυναμική γραμμή είναι μιά γραμμή μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο, σέ οποιοδήποτε σημείο τής οποίας ή ένταση του πεδίου είναι έφαπτομένη.

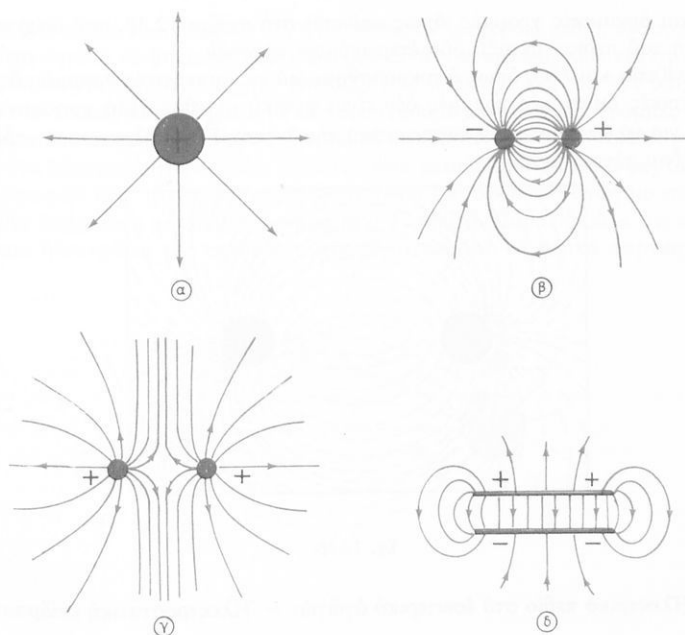
Αν αφήσουμε ένα δοκιμαστικό φορτίο νά κινηθεί μέσα σέ ένα ηλεκτρικό πεδίο ξεκινώντας από κάποιο σημείο, τό φορτίο θά διαγράψει μιά τροχιά πού θά δίνει τή δυναμική γραμμή, πού περνά από τό σημείο εκκινήσεως. Αυτό εξηγείται ως εξής:

Στό σημείο εκκινήσεως άσκειται στο δοκιμαστικό φορτίο όρισμένη δύναμη $\vec{F}$ από τό πεδίο. Αποτέλεσμα είναι νά κινηθεί τό φορτίο στη διεύθυνση τής δυνάμεως αυτής μέχρι τό επόμενο σημείο, πού αλλάζει ή διεύθυνση τής δυνάμεως, όποτε τό φορτίο κινείται στη νέα διεύθυνση. Έτσι σέ κάθε σημείο τής τροχιάς ή δύναμη πού άσκειται στο δοκιμαστικό φορτίο καί κατά συνέπεια ή ένταση του πεδίου είναι έφαπτομένη στην τροχιά.

Αν σχεδιάσουμε αρκετές δυναμικές γραμμές σέ ένα επίπεδο μέσα στο πεδίο, παίρνουμε μιά παραστατική εικόνα τής μορφής του πεδίου στο επίπεδο αυτό. Γύρω π.χ. από μιά φορτισμένη σφαίρα οί δυναμικές γραμμές έχουν διεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια τής σφαίρας [σχ. 12.3α(α)]. Μεταξύ, δύο σφαιρών άφ' ενός μέ έτερώνυμα φορτία καί άφ' έτέρου μέ όμώνυμα φορτία οί δυναμικές γραμμές έχουν τή μορφή πού φαίνεται στά σχήματα 12.3α(β) καί 12.3α(γ). Μεταξύ δύο φορτισμένων πλάκων οί δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες [σχ. 12.3α(δ)].

Σημειώνοντας σέ κάθε δυναμική γραμμή τή φορά τής εντάσεως $\vec{E}$ μέ ένα βέλος παίρνουμε μιά παραστατική εικόνα τής φοράς σέ όλόκληρο τό πεδίο. Σύμφωνα μέ τόν όρισμό τής φοράς τής εντάσεως $\vec{E}$ πού δώσαμε, ως ή φορά τής δυνάμεως πού άσκει τό πεδίο σέ θετικό δοκιμαστικό φορτίο, οί δυναμικές γραμμές άπέρχονται από θετικά φορτία, ένω προσέρχονται σέ άρνητικά φορτία.

Αποδεικνύεται ότι οί ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές ξεκινούν πάντοτε από κάποιο θετικό φορτίο καί καταλήγουν σέ κάποιο άρνητικό φορτίο. Είναι δηλαδή άνοικτές γραμμές σέ αντίθεση μέ τίς μαγνητικές γραμμές, πού είναι κλειστές γραμμές.

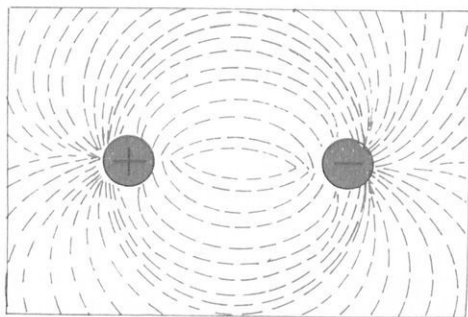


Σχ. 12.3α.

Όπως στην περίπτωση του μαγνητικού πεδίου μπορούμε να παραστήσουμε και το **μέτρο της έντασεως** του ηλεκτρικού πεδίου με τη βοήθεια των ηλεκτρικών γραμμών. Για τὸ σκοπὸ αὐτὸ ὀρίζομε τὸν ἀριθμὸ τῶν δυναμικῶν γραμμῶν, πού περνοῦν ἀπὸ τὴ μονάδα μιᾶς ἐπιφάνειας κάθετης στὶς γραμμές, πού τοποθετεῖται σὲ κάθε σημεῖο τοῦ πεδίου, κατὰ τέτοιο τρόπο, ὥστε νά εἶναι ἀνάλογος τῆς έντασεως τοῦ πεδίου στό θεωρούμενο σημεῖο. Μὲ τὸν τρόπο αὐτὸ στά σημεῖα πού ἡ ένταση εἶναι μεγαλύτερη οἱ γραμμές εἶναι πυκνότερες καὶ ἀντίστροφα. Πειραματικὰ τὴ μορφή τοῦ ηλεκτρικοῦ πεδίου σὲ ἓνα ἐπίπεδο μπορούμε νά πάρομε, ἂν τοποθετήσουμε στό ἐπίπεδο αὐτὸ μιὰ πλάκα ἀπὸ μονωτικὸ ὕλικό, π.χ., γυαλί, καὶ σκορπίσουμε ἐπάνω τῆς ξύσματα ἐνὸς κρυσταλλικοῦ μονωτικοῦ ὕλικου, π.χ. κιμωλίας. Τὰ ξύσματα φορτίζονται μὲ θετικὰ καὶ ἀρνητικὰ φορτία στά ἄκρα τους, ὅπως θὰ γνωρίσουμε στὴν ἐπόμενη παράγραφο. Ἀποτέλεσμα εἶναι νά ἀσκεῖται σὲ κάθε ξύσμα ἓνα ζεῦγος ἀντιθέτων δυνάμεων ἀπὸ τὸ ηλεκτρικὸ πεδίο καὶ τὸ ξύσμα νά προσανατολίζεται (ὑστερα ἀπὸ ἐλαφρά κτυπήματα στὴν πλάκα) στὴ διεύθυνση τοῦ πεδίου. Ἔτσι δημιουρ-

γούνται δυναμικές γραμμές, όπως φαίνεται στο σχήμα 12.3β, που δείχνει τη μορφή του πεδίου μεταξύ δύο ετερωνύμων φορτίων.

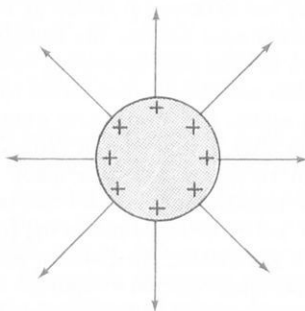
Τονίζεται και εδώ, όπως διευκρινίσθηκε για τις μαγνητικές γραμμές, ότι οι ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές δεν είναι φυσικό μέγεθος αλλά χρησιμεύουν μόνο για να απεικονίσουν παραστατικά την ένταση $\vec{E}$ του ηλεκτρικού πεδίου, που είναι τέτοιο μέγεθος.



Σχ. 12.3β.

12.4 Ήλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό αγωγών — Ήλεκτροστατική επίδραση.

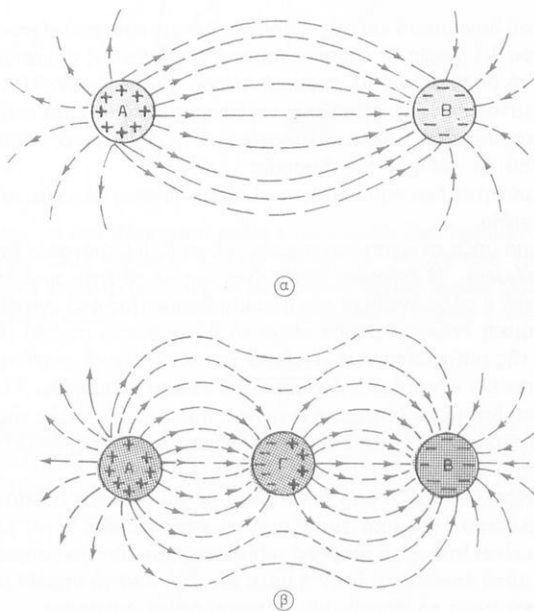
Όταν φορτίσουμε ένα αγωγίμο σώμα, π.χ. μιά μεταλλική σφαίρα, μπορούμε να διαπιστώσουμε πειραματικά, ότι το φορτίο — αρνητικό ή θετικό — συγκεντρώνεται στην επιφάνεια του σώματος. Αυτό οφείλεται στο ότι τά όμώνυμα φορτία απωθούνται και απομακρύνονται όσο είναι δυνατόν τό ένα από τό άλλο, μέ αποτέλεσμα νά φθάσουν στην επιφάνεια (σχ. 12.4α).



Σχ. 12.4α.

Στό έσωτερικό του σώματος δέν αναπτύσσεται ηλεκτρικό πεδίο, εφόσον πεδίο είναι δυνατό νά δημιουργηθεί μόνο μεταξύ αντίθετων φορτίων καί στην έπιφάνεια του σώματος υπάρχουν αποκλειστικά όμώνυμα φορτία. Άν υπήρχε πεδίο στό έσωτερικό θά έπρεπε νά τό παραστήσομε μέ δυναμικές γραμμές πού θά ξεκινούσαν π.χ. από θετικά φορτία καί θά κατέληγαν πάλι σέ θετικά φορτία.

Σέ ένα ηλεκτροστατικό πεδίο, π.χ. στό πεδίο μεταξύ δύο αντίθετα φορτισμένων σφαιρών [σχ. 12.4β(α)] τοποθετούμε τώρα ένα ουδέτερο αγώγιμο σώμα, π.χ. μία άφόρτιστη μεταλλική σφαίρα [σχ. 12.4β(β)]. Παρατηρούμε ότι τά έλεύθερα ηλεκτρόνια της σφαίρας αυτής έλκονται από τή θετικά φορτισμένη



Σχ. 12.4β.

σφαίρα καί συγκεντρώνονται στην έπιφάνειά της, πού βρίσκεται πρós τήν πλευρά της θετικής σφαίρας. Αυτό έχει σάν αποτέλεσμα, ή υπόλοιπη έπιφάνεια της μεταλλικής σφαίρας, πού βρίσκεται πρós τήν πλευρά της άρνητικής σφαίρας νά φορτισθεί θετικά. Έτσι ή μεταλλική σφαίρα παρουσιάζεται τώρα φορτισμένη μέ ίσα καί αντίθετα ηλεκτρικά φορτία. Τό φαινόμενο αυτό ονομάζεται **ηλεκτροστατική επίδραση**.

Καί στην περίπτωση αυτή τά φορτία κατανέμονται αποκλειστικά στην επιφάνεια της σφαίρας. Ήλεκτρικό πεδίο αναπτύσσεται μόνο στο εξωτερικό της σφαίρας μεταξύ των φορτίων της και των αντιθέτων φορτίων των δύο σφαιρών, όπως δείχνουν οι δυναμικές γραμμές στο σχήμα 12.3β(β). Στο έσωτερικό της σφαίρας δέν δημιουργείται πεδίο.

Τό φαινόμενο αυτό χρησιμοποιούμε γιά νά προσστατεύσουμε όργανα ή συσκευές από τήν επίδραση έξωτερικών ηλεκτρικών πεδίων. Τό όργανο κλπ., περικλείομε μέ ένα μεταλλικό πλέγμα ή έλασμα, πού έξασφαλίζει *ηλεκτρική θωράκιση*.

12.5 Δυναμικό και διαφορά δυναμικού.

Οί έννοιες του δυναμικού και της διαφοράς δυναμικού, πού είχαμε γνωρίσει στην παράγραφο 3.1 χωρίς νά έρμηνεύσαμε τή φυσική τους σημασία, γίνονται αντίληπτές μέ τή βοήθεια του ηλεκτρικού πεδίου. Γιά νά διευκολύνουμε περισσότερο τήν κατανόησή τους, εξετάζομε τίς έννοιες αυτές πρώτα στο *πεδίο βαρύτητας*, πού παρουσιάζει πολλές αναλογίες μέ τό ηλεκτρικό πεδίο και είναι ήδη γνωστό από τό μάθημα της Φυσικής.

Τό πεδίο βαρύτητας έχει τήν ιδιότητα νά άσκει δύναμη σέ μάζα, πού βρίσκεται μέσα στο πεδίο.

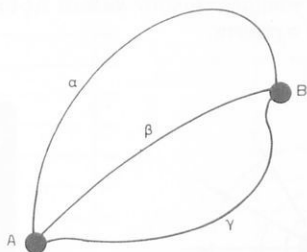
Ξέρομε ότι μιά μάζα σέ όρισμένο σημείο του πεδίου βαρύτητας έχει όρισμένη *δυναμική ενέργεια*. Ή ενέργεια αυτή είναι ίση μέ τό έργο πού απαιτήθηκε γιά νά μεταφερθεί ή μάζα αντίθετα στη δύναμη βαρύτητας από ένα σημείο αναφοράς μέ δυναμική ενέργεια μηδέν μέχρι τό θεωρούμενο σημείο. Τό πλήκο του έργου διά της μάζας είναι ένα σταθερό χαρακτηριστικό μέγεθος κάθε σημείου του πεδίου και ονομάζεται *δυναμικό του πεδίου βαρύτητας*. Ή αριθμητική του τιμή είναι ίση μέ τή δυναμική ενέργεια, πού έχει ή μονάδα της μάζας σέ ένα σημείο του πεδίου. Τό δυναμικό είναι μονόμετρο μέγεθος, όρίζεται δηλαδή μόνο μέ τό μέτρο του και δέν έχει διεύθυνση και φορά.

Γιά νά μεταφερθεί μιά μάζα από ένα σημείο μέ χαμηλότερο δυναμικό σέ ένα σημείο μέ ύψηλότερο δυναμικό χρειάζεται νά καταναλωθεί έργο. Τό καταναλώνόμενο έργο είναι ίσο μέ τή *διαφορά των δυναμικών* των δύο σημείων επί τή μάζα. Τό έργο αυτό αποδίδεται όταν ή μάζα κινείται από τό σημείο μέ τό ύψηλότερο δυναμικό πρός τό σημείο μέ τό χαμηλότερο δυναμικό.

Έπειδή τό έργο πού προσφέρεται σέ μιά μάζα ή αποδίδεται από αυτήν κατά τή μετακίνησή της μεταξύ δύο σημείων εξαρτάται μόνο από τό δυναμικό των δύο σημείων, δέν έχει σημασία ή *διαδρομή* πού θά ακολουθήσει ή μάζα γιά νά φθάσει από τό ένα σημείο στο άλλο. Στο σχήμα 12.5α π.χ. τό ίδιο έργο καταναλώνεται γιά νά φθάσει ή μάζα από τό Α στο Β ακολουθώντας τή διαδρομή α ή β ή γ.

Ή μάζα συμπληρώσει μιά *κλειστή διαδρομή* ξεκινώντας π.χ. από τό Α (σχ. 12.5α), φθάνοντας στο Β και επιστρέφοντας στο Α, τό όλικό έργο πού θά

καταναλωθεί είναι ίσο με μηδέν. Γιατί όσο έργο προσφέρεται για να φθάσει ή μάζα από το Α στο Β, τόσο έργο αποδίδεται κατά την επιστροφή της από το Β στο Α.



Σχ. 12.5α.

Ανάλογα, σέ ένα **ηλεκτρικό πεδίο** κάθε σημείο έχει όρισμένο **δυναμικό**. Τό δυναμικό φ_a ενός σημείου α είναι ίσο με τό πηλίκο του έργου $A_{o,a}$ πού χρειάζεται να καταναλωθεί για να μεταφερθεί **θετικό φορτίο Q** από ένα σημείο αναφοράς με δυναμικό μηδέν μέχρι τό θεωρούμενο σημείο α, διά του φορτίου.

$$\varphi_a = \frac{A_{o,a}}{Q} \quad (1)$$

Η διαφορά δυναμικού $\varphi_a - \varphi_\beta$ μεταξύ δύο σημείων α, β είναι ίση με τό πηλίκο του έργου $A_{a,\beta}$ πού καταναλώνεται για να μεταφερθεί θετικό φορτίο Q από τό σημείο β με τό χαμηλότερο δυναμικό στο σημείο α με τό υψηλότερο δυναμικό, διά του φορτίου.

$$\varphi_a - \varphi_\beta = \frac{A_{a,\beta}}{Q} = \frac{A_{o,a}}{Q} - \frac{A_{o,\beta}}{Q} \quad (2)$$

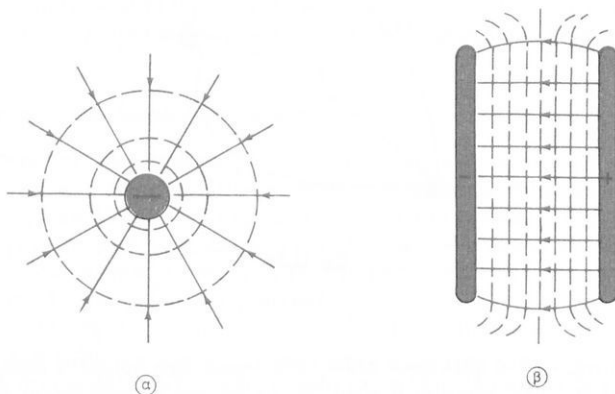
Επειδή ή τάση U μεταξύ δύο σημείων είναι ίση εξ όρισμού με τή διαφορά δυναμικού των δύο σημείων, παίρνομε από τήν (2) τή σχέση:

$$U_{a,\beta} = \varphi_a - \varphi_\beta = \frac{A_{a,\beta}}{Q} \quad (3)$$

Όταν θετικό φορτίο μετακινείται από υψηλότερο δυναμικό σέ χαμηλότερο δυναμικό **αποδίδεται έργο** ίσο με τή διαφορά των δυναμικών των δύο σημείων επί τό φορτίο.

Όλα τά σημεία ενός πεδίου, πού έχουν τό ίδιο δυναμικό, σχηματίζουν επι-

φάνειες που ονομάζονται **ισοδυναμικές επιφάνειες**. Οί ισοδυναμικές επιφάνειες π.χ. του πεδίου γύρω από μία φορτισμένη σφαίρα είναι οί επιφάνειες όμοκέντρων σφαιρών [σχ. 12.5β(α)]. Οί ισοδυναμικές επιφάνειες του πεδίου μεταξύ δύο παραλλήλων πλακών είναι επιφάνειες παράλληλες στίς πλάκες [σχ. 12.5β(β)]. Οί δυναμικές γραμμές τέμνουν **κάθετα** τίς ισοδυναμικές επιφάνειες, όπως φαίνεται στά δύο σχήματα.



Σχ. 12.5β.

12.6 Σχέση μεταξύ τάσεως και έντάσεως ηλεκτρικού πεδίου.

Ής φαντασθούμε ότι θετικό φορτίο Q κινείται μέσα σέ όμογενές ηλεκτρικό πεδίο έντάσεως E από τό ύψηλότερο δυναμικό α πρός τό χαμηλότερο δυναμικό β παράλληλα στίς ηλεκτρικές γραμμές (σχ. 12.6α). Τό έργο που αποδίδεται κατά τή μετακίνηση του φορτίου από τό σημείο α στό β είναι:

$$A_{\alpha,\beta} = F \cdot l \quad (1)$$

όπου F ή δύναμη που άσκειται από τό πεδίο στό φορτίο Q και l ή άπόσταση των σημείων α, β .

Έπειδή, σύμφωνα μέ τούς τύπους (2) τής 12.2 και (3) τής 12.5:

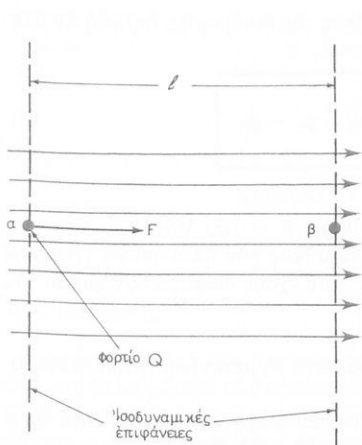
$$F = E \cdot Q \quad (2)$$

$$\text{καί} \quad A_{\alpha,\beta} = U_{\alpha,\beta} \cdot Q \quad (3)$$

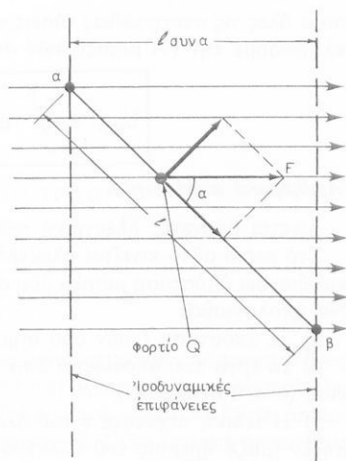
παίρνομε άντικαθιστώντας τίς (2) και (3) στήν (1):

$$\boxed{U_{\alpha,\beta} = E \cdot l} \quad (4)$$

Έστω τώρα ότι τό φορτίο Q κινείται κατά μήκος μιάς διαδρομής, που σχη-



Σχ. 12.6α.



Σχ. 12.6β.

ματίζει γωνία α με τις ηλεκτρικές γραμμές (σχ. 12.6β).

Η δύναμη $\vec{F}$ που ασκείται στο φορτίο Q από το πεδίο αναλύεται σε μία δύναμη στη διεύθυνση της κινήσεως $\alpha - \beta$, η οποία παράγει έργο και σε μία δύναμη κάθετη στη διεύθυνση αυτή, που δεν παράγει έργο. Έτσι το όλικό έργο, που αποδίδεται κατά τη μετακίνηση του φορτίου από το α στο β είναι:

$$A_{\alpha,\beta} = F \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha \cdot l \quad (5)$$

καί η τάση μεταξύ των α, β :

$$U_{\alpha,\beta} = E \cdot l \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha \quad (6)$$

Άπό τις (4) και (6) συνάγουμε ότι:

Η τάση ή διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων α, β ομογενούς πεδίου είναι ίση με τό μέτρο της έντάσεως του ηλεκτρικού πεδίου επί την απόσταση των ισοδυναμικών επιφανειών των δύο σημείων.

Όταν δεν έχομε ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο ή ένταση $\vec{E}$ μεταβάλλεται από σημείο σε σημείο. Έτσι μόνο για στοιχειώδες τμήμα dl της διαδρομής μπορούμε νά εφαρμόσουμε τόν τύπο (6) γιά τό όποιο παίρνομε στοιχειώδη τάση dU ,

$$dU = E \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha \, dl \quad (7)$$

Η τάση μεταξύ των σημείων α, β βρίσκεται στήν περίπτωση αυτή, άν αθροί-

σομε όλες τις στοιχειώδεις τάσεις κατά μήκος της διαδρομής, δηλαδή αν ολοκληρώσουμε την (7) μεταξύ των σημείων α,β.

$$U_{\alpha,\beta} = \int_{\alpha}^{\beta} E \sin \alpha \, dl = \varphi_{\alpha} - \varphi_{\beta} \quad (8)$$

Αριθμητικό παράδειγμα.

Δίνεται ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασεως $E = 100 \text{ V/m}$.

Στό πεδίο αυτό κινείται ηλεκτρόνιο κατά μήκος των ηλεκτρικών γραμμών και διανύει απόσταση μεταξύ δύο σημείων, που έχουν διαφορά δυναμικού 1V. Νά υπολογισθεί:

α) Η απόσταση l των δύο σημείων.

β) Το έργο που αποδίδεται από το πεδίο κατά τη μετακίνηση του ηλεκτρονίου ($e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$).

γ) Η τελική ταχύτητα v του ηλεκτρονίου, αν η αρχική του ταχύτητα ήταν μηδέν (μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου: $m_0 = 9,1083 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$).

Λύση.

α) Από την εξίσωση (4) παίρνουμε:

$$l = \frac{U}{E} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ m} \quad \underline{l = 1 \text{ cm}}$$

β) Η εξίσωση (3) δίνει:

$$A = U \cdot Q = U \cdot e = 1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Ws} \quad \underline{A = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$$

γ) Η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου στο τέρμα της διαδρομής είναι:

$$\begin{aligned} A &= \frac{m_0 v^2}{2} \\ \text{Άρα:} \quad v &= \sqrt{\frac{2 \cdot A}{m_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1083 \cdot 10^{-31}}} = 5,93 \cdot 10^5 \text{ m/s} \quad \underline{U = 593 \text{ km/s}} \end{aligned}$$

(Σε ταχύτητες $v > 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ περίπου, η μάζα εξαρτάται από την ταχύτητα και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$m = m_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

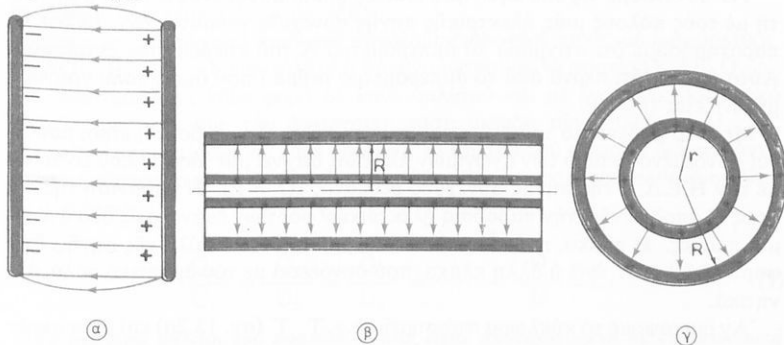
όπου $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ή ταχύτητα διαδόσεως του φωτός).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΡΙΤΟ

ΠΥΚΝΩΤΕΣ

13.1 Είσαγωγή.

Μιά διάταξη από δύο αγωγούς τοποθετημένους σέ μικρή απόσταση ό ένας από τόν άλλο μεταξύ τών οποίων παρεμβάλλεται αέρας ή άλλο μονωτικό ύλικό (διηλεκτρικό) όνομάζεται **πυκνωτής**. Οί αγωγοί πού μπορεί νά έχουν όποιαδήποτε μορφή, όνομάζονται **όπλισμοί** τού πυκνωτή. Στην τεχνική συναντάμε συνήθως επίπεδους, κυλινδρικούς καί σφαιρικούς πυκνωτές. Στούς επίπεδους πυκνωτές οί όπλισμοί είναι επίπεδες καί παράλληλες πλάκες [σχ. 13.1α(α)]. Στούς κυλινδρικούς πυκνωτές οί όπλισμοί είναι δύο όμοαξονικοί κύλινδροι [σχ. 13.1α(β)], ενώ στούς σφαιρικούς πυκνωτές είναι δύο όμόκεντρες σφαίρες [σχ. 13.1α(γ)].



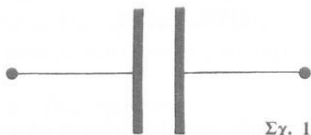
Σχ. 13.1α.

Ένας πυκνωτής μπορεί νά φορτισθεί, δηλαδή νά προσλάβει ηλεκτρικό φορτίο, άν συνδέσουμε τούς όπλισμούς του μέ τούς πόλους μιάς πηγής συνεχούς ρεύματος. Ό πυκνωτής διατηρεί τό φορτίο του ή παραμένει **φορτισμένος**, όπως λέμε, καί μετά τήν αποσύνδεσή του από τήν πηγή, όπως θά δούμε στή συνέχεια.

Μεταξύ τών όπλισμών ενός φορτισμένου πυκνωτή σχηματίζεται **ηλεκτρικό**

πεδίο. Στο πεδίο αυτό αποταμεινεται, όπως γνωρίσαμε στην παράγραφο 12.1 ενέργεια, που μπορεί να αποδοθεί αν συνδεθούν αγωγίμα μεταξύ τους οι όπλισμοί του πυκνωτή. Στην περίπτωση αυτή μειώνεται ραγδαία το φορτίο του πυκνωτή, μέχρις ότου μηδενισθεί, δηλαδή ό πυκνωτής εκφορτίζεται ενώ τό πεδίο εξαφανίζεται.

Τούς πυκνωτές παριστάνομε στά ηλεκτροτεχνικά σχέδια μέ τό σύμβολο τοῦ σχήματος 13.1β.



Σχ. 13.1β.

13.2 Χωρητικότητα πυκνωτή — Μονάδες χωρητικότητας.

α) Χωρητικότητα.

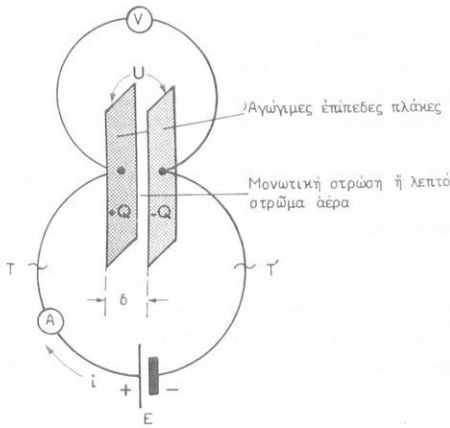
Τίς ιδιότητες ενός πυκνωτή μπορούμε νά μελετήσομε εύκολα μέ τή βοήθεια ενός επίπεδου πυκνωτή, πού είναι ό πιό άπλός καί κοινός πυκνωτής.

Ήν συνδέσομε τίς δύο άγώγιμες πλάκες (όπλισμούς) ενός επίπεδου πυκνωτή μέ τούς πόλους μιάς ηλεκτρικής πηγής συνεχούς ρεύματος (σχ. 13.2α), θά παρατηρήσομε ότι στιγμιαία τό άμπερόμετρο Α τοῦ κυκλώματος έκτρέπεται. Αυτό δείχνει ότι περνά από τό άμπερόμετρο ρεύμα i πού όμως πολύ γρήγορα μηδενίζεται ($i = 0$).

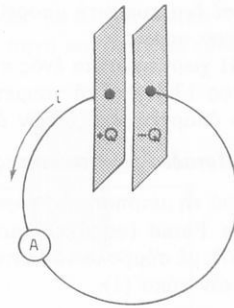
Μετά τό μηδενισμό τοῦ ρεύματος παρατηρούμε, ότι τό βολτόμετρο, πού εἶναι συνδεδεμένο μεταξύ τῶν άγωγίμων πλακῶν, δείχνει μιά τάση U πού εἶναι ἴση μέ τήν $H.E.\Delta E$ τῆς πηγής συνεχούς ρεύματος ($U = E$). Ή εμφάνιση τῆς τάσεως U άποδεικνύει τήν παρουσία ηλεκτρικῶν φορτίων ἐπάνω στίς δύο άγώγιμες πλάκες. Ή πλάκα, πού εἶναι συνδεδεμένη μέ τό θετικό πόλο τῆς πηγής, ἔχει φορτισθεῖ θετικά, ἐνῶ ἡ ἄλλη πλάκα, πού συνδέεται μέ τόν ἀρνητικό πόλο, ἀρνητικά.

Ήν διακόψομε τό κύκλωμα στά σημεία π.χ. $T - T'$ (σχ. 13.2α) καί άπομακρύνομε τόν πυκνωτή από τήν πηγή E , θά παρατηρήσομε ότι ό πυκνωτής παραμένει **φορτισμένος**. Τά ηλεκτρικά φορτία πού βρίσκονται ἐπάνω στίς άγώγιμες πλάκες ἔχουν παγιδευθεῖ, άφοῦ δέν ὑπάρχει δυνατότητα διαφυγῆς τους.

Ήν τώρα συνδέσομε μέ ἕνα άγώγιμο σύρμα τούς δύο φορτισμένους όπλισμούς τοῦ πυκνωτή (σχ. 13.2β), θά παρατηρήσομε ότι τό άμπερόμετρο τοῦ κυκλώματος έκτρέπεται κατά τήν ἀντίθετη φορά από τή φορά φορτίσεως καί δείχνει ότι περνά ὁρισμένο ρεύμα. Τό ρεύμα αυτό διαρκεῖ ἐλάχιστα, δηλαδή ὅσο χρειάζεται νά ἐξισωθοῦν τά φορτία στίς δύο πλάκες, ὁπότε ό πυκνωτής ἔχει εκφορτισθεῖ.



Σχ. 13.2α.



Σχ. 13.2β.

Τὴν ποσοτική σχέση μεταξύ τῶν ἡλεκτρικῶν φορτίων Q πού συσσωρεύονται στους ὀπλισμούς ἑνὸς πυκνωτῆ καὶ τῆς τάσεως U μεταξύ τῶν ὀπλισμῶν προσδιορίζομε πειραματικά ὡς ἑξῆς:

Στους ὀπλισμούς τοῦ πυκνωτῆ συνδέομε διαδοχικά πηγές μέ διαφορετική ΗΕΔ, $E_1, E_2, E_3, \dots$. Μέ κατάλληλο ὄργανο μετροῦμε τὸ φορτίο $Q_1, Q_2, Q_3, \dots$ πού ἀποταμιεύεται κάθε φορά σέ κάθε ὀπλισμό καί μέ ἕνα ἡλεκτροστατικό βολτόμετρο μετροῦμε τὴν ἀντίστοιχη τάση μεταξύ τῶν ὀπλισμῶν $U_1, U_2, U_3, \dots$. Ἐάν σχηματίσομε σέ κάθε μέτρηση τὸ πηλίκο τοῦ φορτίου διὰ τῆς ἀντίστοιχης τάσεως, διαπιστώνομε, ὅτι τὸ πηλίκο αὐτὸ παραμένει σταθερὸ σέ ὅλες τίς μετρήσεις.

$$\frac{Q_1}{U_1} = \frac{Q_2}{U_2} = \frac{Q_3}{U_3} = \dots = \frac{Q}{U} = C \quad (1)$$

Τὸ σταθερὸ πηλίκο τοῦ φορτίου Q πού εἶναι ἀποταμιευμένο σέ ἕνα πυκνωτῆ διὰ τῆς τάσεως U πού ἐπικρατεῖ στους ὀπλισμούς του, ὀνομάζεται χωρητικότητα τοῦ πυκνωτῆ καὶ συμβολίζεται μέ τὸ γράμμα C .

Ἡ (1) γράφεται ἐπίσης:

$$\boxed{Q = C \cdot U} \quad (2)$$

καὶ

$$\boxed{U = \frac{Q}{C}} \quad (3)$$

Ἀπό τήν (2) παρατηροῦμε ὅτι ὑπὸ σταθερὴ τάση U , ὅσο μεγαλύτερη εἶναι ἡ χωρητικότητα C ἑνὸς πυκνωτῆ, τόσο μεγαλύτερο ἡλεκτρικὸ φορτίο Q ἀποταμειύεται στοὺς ὀπλισμοὺς του. Ἡ χωρητικὴται λοιπὸν ἐκφράζει τὸ κατὰ πόσο σὲ ἓνα πυκνωτὴ μπορεῖ νὰ ἀποταμειευθεῖ ἢ νὰ «χωρέσει» περισσότερο ἢ λιγότερο φορτίο.

Ἡ χωρητικὴται ἑνὸς πυκνωτῆ ἐξαρτᾶται, ὅπως θὰ γνωρίσουμε στὴν παράγραφο 13.4, ἀπὸ τὰ γεωμετρικὰ στοιχεῖα καὶ ἀπὸ τὸ μονωτικὸ (διηλεκτρικὸ), πού ὑπάρχει μεταξὺ τῶν ὀπλισμῶν του.

β) Μονάδες χωρητικότητας.

Γιὰ τὴ μέτρηση τῆς χωρητικότητας χρησιμοποιεῖται στὸ σύστημα S.I. ἡ μονάδα Farad (φαράντ), τιμητικὰ γιὰ τὸν Ἀγγλο ἐρευνητὴ Faraday (1791 - 1867), μὲ σύμβολο τὸ λατινικὸ κεφαλαῖο γράμμα F . Ἡ μονάδα F προκύπτει ἀπὸ τὸν τύπο (1):

$$[C] = \frac{[Q]}{[U]} = \frac{C}{V} = \frac{A \cdot s}{V} = \frac{s}{\Omega} = F \text{ (Farad)}$$

Ἐνας πυκνωτὴς ἔχει χωρητικὴται $1 F$, ὅταν ἡ τάση μεταξὺ τῶν ὀπλισμῶν του εἶναι $1 V$ καὶ τὸ φορτίο ἐπάνω στοὺς ὀπλισμοὺς του $1 C$ ($1 A \cdot s$).

Ἡ μονάδα Farad [F] εἶναι τεράστια, γιατί ἡ μονάδα Coulomb εἶναι πολὺ μεγάλη, ὅπως ἀποδείξαμε στὴν παράγραφο 1.2. Στὴν πράξη δὲν εἶναι δυνατό νὰ κατασκευασθοῦν πυκνωτές μὲ τόσο μεγάλη χωρητικὴται, γιατί εἶναι ἀδύνατο νὰ συγκρατήσουμε *σέ ἡρεμία* ἐπάνω σὲ σώματα φορτία τῆς τάξεως τοῦ ἑνός C . (Ἀντίθετα εἶναι εὐκόλο νὰ μεταφέρομε ἀπὸ σημεῖο σὲ σημεῖο μεγάλα φορτία. Ἀπὸ τὴν τομὴ ἑνὸς ἀγωγοῦ π.χ. πού διαρρέεται ἀπὸ ρεῦμα $1 A$ ξέρομε ὅτι περνᾷ σὲ $1 s$ φορτίο: $Q = I \cdot t = 1 C$).

Στὶς πρακτικὲς ἐφαρμογὲς χρησιμοποιοῦμε γιὰ τὴ μέτρηση τῆς χωρητικότητας τὰ ἐξῆς ὑποπολλαπλάσια τοῦ Farad.

- Τὸ μικροφαράντ (μF) = $10^{-6} F$
- Τὸ νανοφαράντ (nF) = $10^{-3} \mu F = 10^{-9} F$
- Τὸ πικοφαράντ (pF) = $10^{-6} \mu F = 10^{-3} nF = 10^{-12} F$.

13.3 Ἡ σημασία τῆς διηλεκτρικῆς σταθερᾶς — Διηλεκτρικὴ πόλωση.

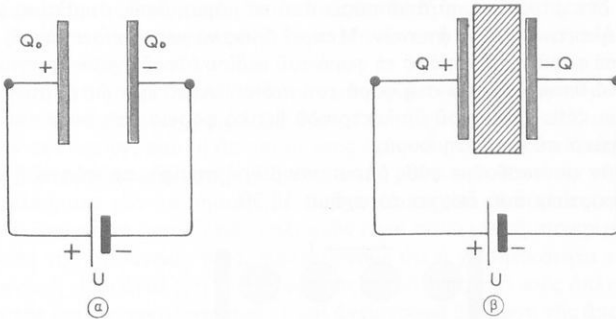
Γιὰ νὰ μελετήσουμε τὴν ἐπίδραση, πού ἔχει τὸ διηλεκτρικὸ μεταξὺ τῶν ὀπλισμῶν ἑνὸς πυκνωτῆ στὴ χωρητικότητά του, ἐκτελοῦμε τὸ ἐξῆς πείραμα:

Παίρνομε ἓνα ἐπίπεδο πυκνωτὴ μὲ ἀέρα μεταξὺ τῶν πλακῶν του καὶ τὸν συνδέομε σὲ πηγὴ μὲ πολικὴ τάση U [σχ. 13.3α(α)].

Μετά τὴ φόρτισή του ἀποσυνδέομε τὴν πηγὴ καὶ μετροῦμε τὸ φορτίο του Q_0 καὶ τὴν τάση U μεταξὺ τῶν ὀπλισμῶν. Σύμφωνα μὲ τὴ σχέση (1) τῆς παραγράφου 13.2 ἡ χωρητικὴται τοῦ πυκνωτῆ εἶναι:

$$C_0 = \frac{Q_0}{U} \quad (1)$$

Έκφορτίζουμε τώρα τόν πυκνωτή καί τόν συνδέομε πάλι στήν ίδια πηγή, ἀλλά μεταξύ τῶν πλακῶν του τοποθετοῦμε κάποιο μονωτικό ὕλικό [σχ. 13.3α(β)]. Μετά τή φόρτισή του ἀποσυνδέομε τήν πηγή καί μετράμε πάλι τό φορτίο καί τήν τάση τοῦ πυκνωτή.



Σχ. 13.3α.

Παρατηροῦμε ὅτι ἡ τάση εἶναι ἴδια, ὅπως προηγουμένως, γιατί χρησιμοποίησαμε τήν ἴδια πηγή καί ὅπως ξέρομε ὁ πυκνωτής φορτίζεται μέχρις ὅτου ἡ τάση του ἐξισωθεῖ μέ τήν τάση τῆς πηγῆς. Τό φορτίο ὁμως ἔχει τώρα μιᾶ μεγαλύτερη τιμή Q . Ἄρα ἡ χωρητικότητα τοῦ πυκνωτή αὐξήθηκε μέ τήν παρουσία τοῦ μονωτικοῦ καί ἔγινε:

$$C = \frac{Q}{U} \quad (2)$$

Ἄν ἐπαναλάβομε τό πείραμα μέ ἄλλους πυκνωτές καί ἄλλες πηγές ἀλλά μέ τό ἴδιο πάντα μονωτικό ὕλικό, διαπιστώνομε ὅτι τό πηλίκο:

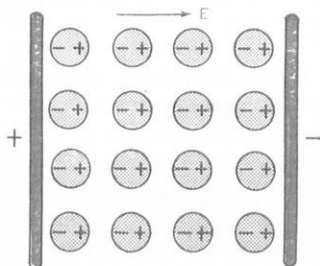
$$\boxed{\frac{C}{C_0} = \frac{Q}{Q_0} = \epsilon_r} \quad (3)$$

παραμένει σταθερό. Τό πηλίκο αὐτό δίνει τή **σχετική διηλεκτρική σταθερά** τοῦ ὕλικου, πού γνωρίσαμε ἤδη στήν παράγραφο 1.2 κατά τήν περιγραφή τοῦ νόμου τοῦ Coulomb. Ἄρα ἡ σχετική διηλεκτρική σταθερά ϵ_r ἐνός ὕλικου ὀρίζει πόσες φορές αὐξάνεται τό φορτίο ἢ ἡ χωρητικότητα ἐνός πυκνωτή μέ διηλεκτρικό τό ὕλικό αὐτό, συγκριτικά μέ τό φορτίο καί τή χωρητικότητα τοῦ πυκνωτή μέ διηλεκτρικό τόν ἀέρα. Ἡ ϵ_r εἶναι ἀδιάστατο μέγεθος, ὅπως φαίνεται ἀπό τήν (3).

Ἡ αὐξηση τοῦ φορτίου καὶ ἐπομένως τῆς χωρητικότητος τοῦ πυκνωτῆ ὁφείλεται σέ ἓνα φαινόμενο πού ἐμφανίζεται στό διηλεκτρικό καί ὀνομάζεται **διηλεκτρική πόλωση**.

Ἐνα μονωτικό ὕλικό δέν διαθέτει οὐσιαστικά ἐλεύθερα ἠλεκτρόνια, ὅπως ξέρομε. Τά ἠλεκτρόνια τοῦ εἶναι δεσμευμένα στά μόρια μέ ἰσχυρές δυνάμεις πού ἀσκοῦν σέ αὐτά ἀντίστοιχα θετικά φορτία. Ἐτσι τό ἠλεκτρικό πεδίο, πού δημιουργεῖται μεταξύ τῶν ὀπλισμῶν τοῦ πυκνωτῆ καὶ ἀσκεῖ δύναμη στά ἠλεκτρόνια, δέν μπορεῖ νά τά ἀποσπάσει ἀπό τά μόρια, ὅπως συμβαίνει μέ τά ἐλεύθερα ἠλεκτρόνια τῶν ἀγωγῶν. Μπορεῖ ὁμως νά **μετατοπίσει** κάπως τά ἠλεκτρόνια σέ φορά ἀντίθετη ἀπό τή φορά τοῦ πεδίου (ἀφοῦ ἔχουν ἀρνητικό φορτίο) καί τά θετικά φορτία στή φορά τοῦ πεδίου. Αὐτό ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νά ἀποκτήσει κάθε μόριο τοῦ διηλεκτρικοῦ θετικό φορτίο στή φορά τοῦ πεδίου καί ἀρνητικό σέ ἀντίθετη φορά.

Ἐτσι, ἂν φαντασθοῦμε κάθε μόριο σάν μικρή σφαῖρα, προκύπτει ἡ κατανομή τῶν φορτίων πού δείχνει τό σχῆμα 13.3β.



Σχ. 13.3β.

Ἡ μετατόπιση τῶν φορτίων εἶναι ἀνάλογη τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου καί σταματᾷ ὅταν ἐξισορροπηθοῦν οἱ ἀντίθετες δυνάμεις, πού ἀσκοῦνται στά φορτία. Ὅταν διακοπεῖ τό ἠλεκτρικό πεδίο, τά φορτία ἐπιστρέφουν στήν ἀρχική τους θέση. Ἄρα ἡ μετατόπιση εἶναι ἐλαστική.

Ἡ ἐλαστική μετατόπιση φορτίων μέσα σέ διηλεκτρικό κάτω ἀπό τήν ἐπίδραση ἠλεκτρικοῦ πεδίου ὀνομάζεται διηλεκτρική πόλωση.

Ὅπως φαίνεται στό σχῆμα 13.3β, στό ἐσωτερικό τοῦ μονωτικοῦ ἐξουδετερώνονται τά ἀντίθετα φορτία γειτονικῶν μορίων. Ἀντίθετα μποροῦν νά δράσουν πρὸς τά ἔξω τά φορτία, πού βρίσκονται στίς ἐξωτερικές ἐπιφάνειες τοῦ μονωτικοῦ ἀπέναντι ἀπό τοὺς ὀπλισμοὺς. Ἀπέναντι ἀπό τό θετικό ἠλεκτρόδιο ἐμφανίζεται ἀρνητικό φορτίο καί ἀντίστροφα. Τά φορτία τοῦ διηλεκτρικοῦ ἐξουδετερώνουν τίς δράσεις ἴσου μέρους φορτίων τῶν ὀπλισμῶν. Ἐτσι οἱ ὀπλισμοί μποροῦν νά προσλάβουν ἐπὶ πλέον φορτίο, ὅσο εἶναι τό φορτίο πού ἐξουδετερώθηκε σέ κάθε ὀπλισμό ἀπό τά φορτία πόλωσης. Πραγματικά, ἂν σέ ἓνα ἥδη φορτισμένο πυκνωτῆ ἀέρα, πού εἶναι συνδεμένο σέ

ηλεκτρική πηγή, εισάγουμε κάποιο μονωτικό, θά παρατηρήσουμε ότι στιγμιαία ρέει ρεύμα στην κατεύθυνση φορτίσεως του πυκνωτή. Αυτό αποδεικνύει ότι ο πυκνωτής φορτίζεται επί πλέον από τό φορτίο που ήδη είχε.

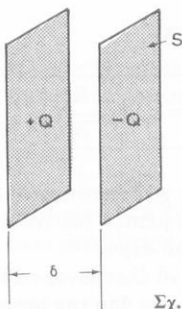
13.4 'Ο επίπεδος πυκνωτής.

α) Η χωρητικότητα του επίπεδου πυκνωτή.

Πειραματικά και θεωρητικά αποδεικνύεται ότι η χωρητικότητα C ενός πυκνωτή εξαρτάται από τις διαστάσεις του και από τη διηλεκτρική σταθερά του μονωτικού μεταξύ των όπλισμών του.

Τή σχέση μεταξύ των μεγεθών αυτών μπορούμε νά προσδιορίσουμε πειραματικά στον **επίπεδο πυκνωτή** ως εξής: Μετράμε τή χωρητικότητα C μιάς σειράς επιπέδων πυκνωτών, που οί όπλισμοί τους έχουν διαφορετικό μέγεθος, διαφορετική απόσταση μεταξύ τους και διαφορετικό μονωτικό. Κατόπιν συγκρίνουμε τά αποτελέσματα των μετρήσεων με τις διαστάσεις και τή διηλεκτρική σταθερά. Αν ή απόσταση μεταξύ των όπλισμών είναι πολύ μικρή συγκριτικά με τις διαστάσεις τής επιφάνειάς τους, διαπιστώνουμε ότι ή χωρητικότητα του επίπεδου πυκνωτή είναι ανάλογη τής επιφάνειας S του ενός από τούς όπλισμούς, ανάλογη τής διηλεκτρικής σταθεράς ϵ και αντίστροφα ανάλογη τής απόστάσεως δ μεταξύ των δύο όπλισμών (σχ. 13.4α):

$$C = \epsilon \cdot \frac{S}{\delta} \quad (1)$$



Σχ. 13.4α.

Τή διηλεκτρική σταθερά ϵ (ονομάζεται επίσης απόλυτη διηλεκτρική σταθερά) έχουμε ήδη γνωρίσει στην παράγραφο 1.2.

Αν μεταξύ των πλακών υπάρχει κενό ή αέρας ή (1) γράφεται:

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{\delta} \quad (2)$$

όπου ϵ_0 είναι η διηλεκτρική σταθερά του κενού και με μεγάλη προσέγγιση του άερα.

Από τους τύπους (1) και (2) υπολογίζονται οι σταθερές ϵ και ϵ_0 ύστερα από μέτρηση της χωρητικότητας ενός επίπεδου πυκνωτή με γνωστές διαστάσεις.

Με μετρήσεις ακριβείας έχει βρεθεί ότι η ϵ_0 έχει την τιμή:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36 \cdot \pi \cdot 10^9} \cdot \frac{F}{m} = 8,85419 \frac{pF}{m} \quad (3)$$

(Η μονάδα $\frac{F}{m}$ είναι ισοδύναμη στο σύστημα S.I. με τη μονάδα $\frac{C^2}{N \cdot m^2}$, πού προκύπτει για την ϵ_0 από το νόμο του Coulomb, πού είχαμε δώσει στην παράγραφο 1.2).

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη τις (1) και (2) και λάβομε υπόψη τη σχέση (3) της παραγράφου 13.3 προκύπτει:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \epsilon_r \quad (4)$$

$$\text{ή} \quad \boxed{\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \quad (5)$$

Η διηλεκτρική σταθερά οποιουδήποτε μονωτικού υλικού είναι μεγαλύτερη από τη διηλεκτρική σταθερά του κενού και προκύπτει από το γινόμενο της διηλεκτρικής σταθεράς του κενού επί τη σχετική διηλεκτρική σταθερά του υλικού.

Ο τύπος (1) γίνεται με την (5):

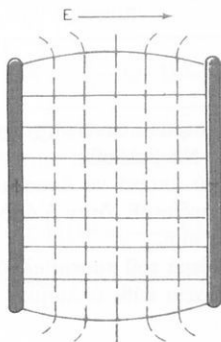
$$\boxed{C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \frac{S}{\delta}} \quad (6)$$

Από την (6) προκύπτει ότι η χωρητικότητα ενός επίπεδου πυκνωτή αυξάνει, όσο μικραίνει η απόσταση δ μεταξύ των όπλισμών, δηλαδή τό πάχος του μονωτικού ή του στρώματος του άερα.

Στην πράξη δεν είναι δυνατό να ελαττώνομε άπεριόριστα τό πάχος του μονωτικού, γιατί αυτό εξαρτάται άμεσα από την τάση, πού είμαστε αναγκασμένοι να εφαρμόσομε στόν πυκνωτή. Ανάλογα με την εφαρμοζόμενη τάση απαιτείται και όρισμένο πάχος του μονωτικού ή του στρώματος άερα. Σε μικρότερο πάχος τό μονωτικό δεν είναι σε θέση να διατηρήσει χωρισμένα τά φορτία των δύο όπλισμών. Ηλεκτρικά φορτία περνούν από τόν ένα όπλισμό στόν άλλο μέσα από τό διηλεκτρικό με αποτέλεσμα την καταστροφή του. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι τό διηλεκτρικό **διασπάζεται**.

β) Τό ηλεκτρικό πεδίο του επίπεδου πυκνωτή.

Τό ηλεκτρικό πεδίο ενός επίπεδου πυκνωτή με μικρή απόσταση μεταξύ των πλακών συγκριτικά με τίς διαστάσεις της επιφάνειάς του, είναι πρακτικά **ομοιόμορφο**. Ἡ ένταση $\vec{E}$ τοῦ πεδίου ἔχει σέ ὁποιοδήποτε σημεῖο τοῦ χώρου μεταξύ τῶν πλακῶν (ὀπλισμῶν) τό ἴδιο μέτρο καί τήν ἴδια φορά. Ἡ διεύθυνση τοῦ πεδίου εἶναι κάθετη στούς ὀπλισμούς καί ἡ φορά του εἶναι ἀπό τό θετικό ὀπλισμό πρὸς τόν ἀρνητικό. Οἱ ηλεκτρικές γραμμές εἶναι παράλληλες καί σέ ἴσες ἀποστάσεις μεταξύ τους, ἐφόσον τό πεδίο εἶναι ὁμοιόμορφο καί κάθετες στούς ὀπλισμούς (σχ. 13.4β). Οἱ ἰσοδυναμικές ἐπιφάνειες εἶναι παράλληλες στούς ὀπλισμούς.



Σχ. 13.4β.

Τό μέτρο τῆς ἐντάσεως $\vec{E}$ προκύπτει, σύμφωνα μέ τή σχέση (4) τῆς παραγράφου 12.6, ἀπό τήν τάση U μεταξύ τῶν ὀπλισμῶν καί τήν ἀπόστασή τους δ .

$$E = \frac{U}{\delta} \quad (7)$$

Παρατηροῦμε ὅτι ὑπό σταθερή τάση U ἡ ένταση τοῦ ηλεκτρικοῦ πεδίου ἐνός ἐπίπεδου πυκνωτή εἶναι τόσο μεγαλύτερη, ὅσο μικρότερη εἶναι ἡ ἀπόσταση μεταξύ τῶν ὀπλισμῶν του.

Ἀριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Νά ὑπολογισθεῖ ἡ ἐπιφάνεια S κάθε ὀπλισμοῦ ἐνός ἐπίπεδου πυκνωτή, ὅταν ἡ χωρητικότητά του $C = 1 \text{ F}$, ἡ σχετική διηλεκτρική σταθερά τοῦ διηλεκτρικοῦ του $\epsilon_r = 2$ καί ἡ ἀπόσταση μεταξύ τῶν ὀπλισμῶν του $\delta = 10^{-4} \text{ m}$.

Λύση.

$$S = \frac{C \cdot \delta}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r} = \frac{1 \text{ F} \cdot 10^{-4} \text{ m}}{\frac{1}{36 \cdot \pi \cdot 10^9} \cdot \frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot 2} = 18 \cdot \pi \cdot 10^5 \text{ m}^2 = 5,65 \cdot 10^6 \text{ m}^2$$

$$S = 5,65 \text{ km}^2$$

Βέβαια ένας πυκνωτής με τέτοια επιφάνεια των πλακών του δεν είναι δυνατό να κατασκευασθεί. Βλέπομε λοιπόν πόσο μεγάλη είναι η μονάδα 1 F.

Αν η χωρητικότητα είναι $C = 1 \mu\text{F}$ τότε η επιφάνεια των πλακών γίνεται $S = 5,65 \text{ m}^2$, δηλαδή ένα μέγεθος πού είναι δυνατό να κατασκευασθεί.

Παράδειγμα 2.

Μεταξύ των όπλισμών ενός επίπεδου πυκνωτή, χωρητικότητας $C = 200 \text{ pF}$, εφαρμόζεται τάση $U = 1000 \text{ V}$. Νά βρεθούν:

α) Τό ηλεκτρικό φορτίο Q πού μπορεί να αποταμιεύσει ο πυκνωτής.

β) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου E , όταν η απόσταση μεταξύ των πλακών του πυκνωτή είναι $\delta = 0,5 \text{ mm}$.

γ) Η σχετική διηλεκτρική σταθερά του παρεμβαλλόμενου μεταξύ των πλακών μονωτικού ϵ_r , όταν η επιφάνεια κάθε όπλισμού του πυκνωτή είναι $S = 2 \text{ cm}^2$.

Λύση.

$$\alpha) Q = CU = 200 \cdot 10^{-12} \cdot 1000 \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V}} \cdot \text{V} = 200 \text{ nC}$$

$$Q = 200 \text{ nC}$$

$$\beta) E = \frac{U}{\delta} = \frac{1000 \text{ V}}{0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E = 2 \cdot 10^6 \text{ V/m}$$

$$\gamma) \epsilon_r = \frac{36 \cdot \pi \cdot 10^9 \cdot \delta \cdot C}{S} = \frac{36 \cdot \pi \cdot 10^9 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 200 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 10^{-4}} = 56,52$$

$$\epsilon_r = 56,52$$

13.5 Ήλεκτροστατική ενέργεια πυκνωτή.

Όπως ήδη αναφέραμε, κατά τη φόρτιση ενός πυκνωτή προσφέρεται ενέργεια από την ηλεκτρική πηγή στον πυκνωτή μέχρις ότου η τάση στους όπλισμούς του γίνει ίση με την τάση της πηγής. Η ενέργεια αυτή χρησιμεύει στη δημιουργία του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή και παραμένει αποταμιευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο.

Η αποταμιευμένη ηλεκτροστατική ενέργεια αποδίδεται κατά την εκφόρτιση του πυκνωτή, οπότε μετατρέπεται σε άλλες μορφές ενέργειας, π.χ. σε θερμότητα σε ένα αντίστατη που συνδέεται μεταξύ των όπλισμών.

Αν Q είναι το ηλεκτρικό φορτίο ενός πυκνωτή, C ή χωρητικότητά του και U ή τάση μεταξύ των όπλισμών του, η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή δίνεται από την εξίσωση:

$$A = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C \cdot U^2 \quad (1)$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει, ότι μονάδα μετρήσεως της ηλεκτροστατικής ενέργειας στο σύστημα S.I. είναι το Joule (J).

$$([A] = [C] [U])^2 = \frac{As}{V} V^2 = Ws = J$$

Αριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Μεταξύ των πλακών ενός επίπεδου πυκνωτή εφαρμόζεται τάση $U = 50.000$ V. Η επιφάνεια κάθε πλάκας του πυκνωτή είναι $S = 1130 \text{ cm}^2$ και η απόσταση μεταξύ των πλακών είναι $\delta = 10 \text{ cm}$. Όταν το παρεμβαλλόμενο μονωτικό είναι ο αέρας, να βρεθούν:

- Η χωρητικότητα του πυκνωτή.
- Το ηλεκτρικό φορτίο Q που μπορεί να αποταμιεύσει ο πυκνωτής.
- Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου.
- Η ηλεκτροστατική ενέργεια του πυκνωτή.

Λύση.

$$a) \quad C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{\delta} = \frac{1130 \cdot 10^{-4}}{36 \pi \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-2}} = 10^{-11} \text{ F} = 10 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

$$C_0 = 10 \text{ pF}$$

$$b) \quad Q = C \cdot U = 10 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^4 = 50 \cdot 10^{-8} \text{ C} = 0,5 \text{ } \mu\text{C}$$

$$Q = 0,5 \text{ } \mu\text{C}$$

$$\gamma) E = \frac{U}{\delta} = \frac{50.000}{10 \cdot 10^{-2}} = 500.000 \frac{V}{m} = 500 \frac{kV}{m}$$

$$E = 500 \frac{kV}{m}$$

$$\delta) A = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} 50 \cdot 10^{-8} As \cdot 5 \cdot 10^4 V = 125 \cdot 10^{-4} Ws$$

$$A = 125 \cdot 10^{-4} J$$

Παράδειγμα 2.

Μεταξύ των όπλισμών ενός επίπεδου πυκνωτή αέρα, χωρητικότητας $C_0 = 10^2$ pF, εφαρμόζεται μία τάση $U_0 = 1000$ V. Αν η απόσταση μεταξύ των όπλισμών είναι $\delta = 5$ mm, νά βρεθούν:

α) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου.

β) Η ηλεκτροστατική ενέργεια του πυκνωτή.

γ) Το ηλεκτρικό φορτίο Q , που μπορεί νά αποταμιεύσει ο πυκνωτής.

Αποσυνδέουμε τον πυκνωτή από την τάση φορτίσεώς του και παρεμβάλλουμε μεταξύ των όπλισμών του ένα διηλεκτρικό, πάχους $\delta_1 = \delta = 5$ mm και σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς $\epsilon_r = 10$. Νά βρεθούν:

δ) Η χωρητικότητα C_1 του πυκνωτή.

ε) Η τάση U_1 που θά παρουσιασθεί μεταξύ των όπλισμών του.

στ) Η ένταση E_1 του ηλεκτρικού πεδίου.

ζ) Η ηλεκτροστατική ενέργεια A_1 του πυκνωτή.

Λύση.

$$a) E = \frac{U_0}{\delta} = \frac{1000}{5 \cdot 10^{-3}} \frac{V}{m} = 200 \frac{kV}{m}$$

$$E = 200 \frac{kV}{m}$$

$$\beta) A = \frac{1}{2} C_0 U_0^2 = \frac{1}{2} 10^2 \cdot 10^{-12} \cdot 10^6 \frac{As}{V} V^2 = 50 \cdot 10^{-6} Ws$$

$$A = 50 \mu J$$

$$\gamma) \quad Q = C_0 U_0 = 10^2 \cdot 10^{-12} \cdot 1000 = 10^{-7} = 100 \cdot 10^{-9}$$

$$Q = 100 \text{ nC}$$

$$\delta) \quad C_1 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{\delta}, \quad C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{\delta}, \quad \frac{C_1}{C_0} = \epsilon_r$$

$$C_1 = C_0 \cdot \epsilon_r = 10^2 \cdot 10^{-12} \cdot 10 = 1000 \cdot 10^{-12}$$

$$C_1 = 1000 \text{ pF}$$

ε) Ἀφοῦ ὁ πυκνωτής κατά τήν εἰσαγωγή τοῦ διηλεκτρικοῦ μεταξὺ τῶν ὀπλισμῶν του δέν συνδέεται μέ τήν πηγή, θά διατηρεῖ τὸ φορτίο του Q .

$$Q = U_1 C_1 \rightarrow U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{100 \cdot 10^{-9}}{1000 \cdot 10^{-12}} = 100 \text{ V}$$

$$U_1 = 100 \text{ V}$$

$$\sigma\tau) \quad E_1 = \frac{U_1}{\delta} = \frac{100}{5 \cdot 10^{-3}} = 20 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

$$E_1 = 20 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

$$\zeta) \quad A_1 = \frac{1}{2} C_1 U_1^2 = \frac{1}{2} 10^3 \cdot 10^{-12} \cdot 10^4 = 0,5 \cdot 10^{-5} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$A_1 = 5 \mu\text{J}$$

13.6 Τρόποι συνδέσεως πυκνωτῶν – Ἰσοδύναμη χωρητικότητα.

Στὴν τεχνικὴ ὑπάρχουν τρεῖς τρόποι συνδέσεως τῶν πυκνωτῶν σέ ἓνα κύκλωμα.

α) Σύνδεση πυκνωτῶν σέ σειρά.

Τὸ παρακάτω σχῆμα 13.6α δείχνει τὴ συνδεσμολογία πυκνωτῶν σέ σειρά. Ὄταν ἡ ομάδα τῶν σέ σειρά συνδεμένων πυκνωτῶν φορτισθεῖ τότε κάθε πυκνωτής φέρει τὸ ἴδιο φορτίο Q . Πραγματικά ὅταν στὴν ομάδα ἐφαρμοσθεῖ τάση U , φορτίζονται στὴν ἀρχὴ οἱ ἐξωτερικοὶ ὀπλισμοὶ τῶν ἀκραίων πυκνωτῶν C_1 καὶ C_4 μέ ἴσα καὶ ἀντίθετα φορτία Q . Τὰ φορτία αὐτὰ προκαλοῦν ἀμέσως κατόπιν, λόγω τῆς ἡλεκτροστατικῆς ἐπιδράσεως ποὺ γνωρίσαμε στὴν παρὰ

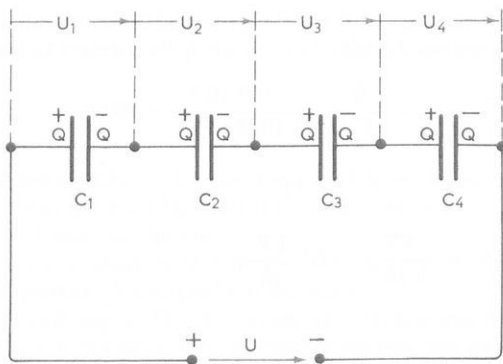
γραφο 12.4, τη φόρτιση εναλλακτικά με αντίθετα φορτία των υπολοίπων όπλισμων, ώστε τελικά όλοι οι πυκνωτές έχουν το ίδιο φορτίο Q .

Σύμφωνα με την εξίσωση (2) της παραγράφου 13.2 είναι:

$$Q = U_1 C_1 = U_2 C_2 = U_3 C_3 = U_4 C_4 \quad \text{καί επομένως:}$$

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{Q}{C_2}, \quad U_3 = \frac{Q}{C_3}, \quad U_4 = \frac{Q}{C_4} \quad (1)$$

όπου U_1, U_2, U_3, U_4 οι τάσεις που εμφανίζονται μεταξύ των όπλισμων των τεσσάρων πυκνωτών μετά τη φόρτισή τους με το φορτίο Q .



Σχ. 13.6α.

Σύμφωνα με το δεύτερο κανόνα του Kirchhoff ή πολική τάση U της πηγής τροφοδοτήσεως είναι ίση με το άθροισμα των πτώσεων τάσεως στους πυκνωτές:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας τις τάσεις U_1 μέχρι U_4 της (1) στη (2) παίρνουμε:

$$U = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + \frac{Q}{C_4} \quad (3)$$

Την ομάδα των συνδεμένων σε σειρά πυκνωτών μπορούμε να αντικαταστήσουμε με ένα πυκνωτή με **ισοδύναμη χωρητικότητα** προς αυτή της συνδεσμολογίας.

Ίσοδύναμη χωρητικότητα μιᾶς ομάδας συνδεμένων μεταξύ τους πυκνωτών **είναι η χωρητικότητα C ενός πυκνωτή, ο οποίος υπό την ίδια τάση U αποταμιεύει το ίδιο φορτίο Q , όπως η ομάδα.**

Άρα:
$$U = \frac{Q}{C} \quad (4)$$

καί μέ τήν (3) ἔχομε:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}$$

Δηλαδή: **Κατά τή σύνδεση τῶν πυκνωτῶν σέ σειρά, τό ἀντίστροφο τῆς ἰσοδύναμης χωρητικότητας, εἶναι ἴσο μέ τό ἄθροισμα τῶν ἀντιστρόφων τῶν χωρητικότητων τους.**

$$\boxed{\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_n} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}} \quad (5)$$

Ἡ ἰσοδύναμη χωρητικότητα τῆς συνδεσμολογίας πυκνωτῶν σέ σειρά εἶναι πάντα μικρότερη καί ἀπό τή μικρότερη χωρητικότητα τῆς συνδεσμολογίας. Ἐπομένως ὅταν θέλομε νά μειώσουμε τή χωρητικότητα ἑνός πυκνωτῆ, ἕνας τρόπος εἶναι νά συνδέσουμε ἕναν ἢ ἄλλους πυκνωτές σέ σειρά μέ αὐτόν.

Ἄν μιὰ συνδεσμολογία σειρᾶς ἔχει μόνο πυκνωτές μέ τήν ἴδια χωρητικότητα C , τότε ἡ ἰσοδύναμη χωρητικότητα εἶναι:

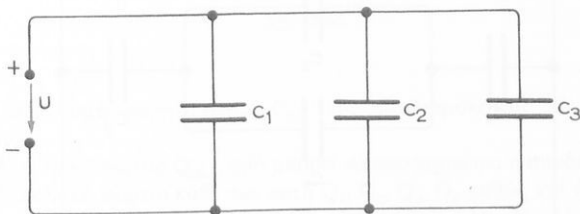
$$\boxed{C_{ολ} = \frac{C}{n}} \quad (6)$$

ὅπου n ὁ ἀριθμός τῶν πυκνωτῶν.

β) Παράλληλη σύνδεση πυκνωτῶν.

Τό παρακάτω σχῆμα 13.6β δείχνει μιὰ παράλληλη σύνδεση τριῶν πυκνωτῶν.

Εἶναι προφανές ὅτι μεταξύ τῶν ὀπλισμῶν κάθε πυκνωτῆ ἐφαρμόζεται ἡ ἴδια τάση U .



Σχ. 13.6β.

Τά ηλεκτρικά φορτία πού φέρουν μετά τή φόρτισή τους οἱ πυκνωτές εἶναι:

$$Q_1 = UC_1, \quad Q_2 = UC_2, \quad Q_3 = UC_3 \quad (7)$$

Τό συνολικό ηλεκτρικό φορτίο που αποταμιεύεται στη διάταξη είναι:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = C U \quad (8)$$

όπου C ή ισοδύναμη χωρητικότητα της διατάξεως.

Από την (7) και (8) έχουμε:

$$\begin{aligned} C U &= C_1 U + C_2 U + C_3 U \\ \eta \quad C &= C_1 + C_2 + C_3 \end{aligned}$$

Άρα, η ισοδύναμη χωρητικότητα μιᾶς διατάξεως με παράλληλα συνδεμένους πυκνωτές είναι ἴση μέ τό ἄθροισμα τῶν χωρητικότητων τῶν πυκνωτῶν τῆς διατάξεως.

$$C = \sum_{i=1}^n C_i = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n \quad (9)$$

Ἐπομένως όταν θέλουμε νά αὐξήσουμε τή χωρητικότητα ἑνός πυκνωτῆ, τότε συνδέουμε ἕναν ἄλλο ἢ ἄλλους πυκνωτές παράλληλα.

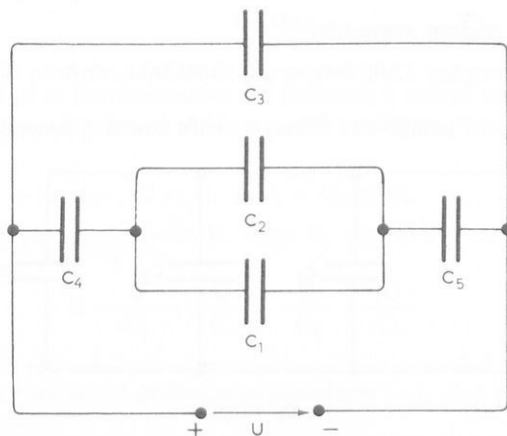
Σέ μιᾶ παράλληλη συνδεσμολογία, πού ὅλοι οἱ πυκνωτές ἔχουν τήν ἴδια χωρητικότητα C , ἡ ισοδύναμη χωρητικότητα $C_{ολ}$ εἶναι:

$$C_{ολ} = nC \quad (10)$$

όπου n ὁ ἀριθμός τῶν πυκνωτῶν τῆς παράλληλης συνδεσμολογίας.

γ) Μικτή σύνδεση πυκνωτῶν.

Μιά συνδεσμολογία πυκνωτῶν εἶναι μικτή, όταν ἀποτελεῖται ἀπό πυκνωτές



Σχ. 13.6γ.

πού εἶναι συνδεμένοι σέ σειρά καί παράλληλα (σχ. 13.6γ). Ἐφαρμόζοντας διαδοχικά τοὺς κανόνες πού ἀναφέραμε στίς περιπτώσεις συνδέσεως πυκνωτῶν

σέ σειρά και παράλληλα, βρίσκουμε την ισοδύναμη χωρητικότητα της μικτής συνδεσμολογίας, π.χ. στην περίπτωση της συνδεσμολογίας του σχήματος 13.6γ:

Οί πυκνωτές C_1 και C_2 συνδέονται παράλληλα: $C_{1,2} = C_1 + C_2$

Οί πυκνωτές $C_{1,2}$, C_4 και C_5 συνδέονται σέ σειρά:

$$\frac{1}{C_{1,2,4,5}} = \frac{1}{C_{1,2}} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5}$$

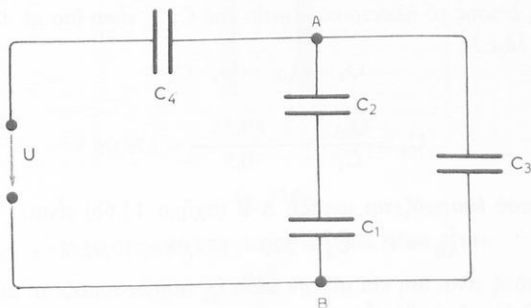
Οί πυκνωτές $C_{1,2,4,5}$ και C_3 συνδέονται παράλληλα:

$$C_{1,2,3,4,5} = C_{1,2,4,5} + C_3$$

Αριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Δίνεται ή παρακάτω συνδεσμολογία του σχήματος 13.6δ όπου: $C_1 = 3 \mu\text{F}$, $C_2 = 2 \mu\text{F}$, $C_3 = 1 \mu\text{F}$, $C_4 = 0,5 \mu\text{F}$ και $U = 220 \text{ V}$. Νά βρεθούν:



Σχ. 13.6δ.

α) Η ισοδύναμη χωρητικότητα $C_{ολ}$ της συνδεσμολογίας των επιπέδων πυκνωτών.

β) Τό ηλεκτρικό φορτίο $Q_{ολ}$, που μπορεί νά αποταμιεύσει ή συνδεσμολογία.

γ) Τό ηλεκτρικό φορτίο κάθε πυκνωτή Q_1 , Q_2 , Q_3 , Q_4 καθώς και ή τάση που εφαρμόζεται μεταξύ των όπλισμών κάθε πυκνωτή U_1 , U_2 , U_3 , U_4 .

Λύση.

α) Οί πυκνωτές C_1 και C_2 συνδέονται σέ σειρά:

$$\frac{1}{C_{1,2}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 0,8333$$

καί

 $C_{1,2}$ και C_3 συνδέονται παράλληλα:

$$C_{1,2} = 1,2 \text{ } \mu\text{F}$$

$$C_{1,2,3} = C_{1,2} + C_3 = 1,2 + 1 = 2,2 \quad C_{1,2,3} = 2,2 \mu\text{F}$$

Ο $C_{1,2,3}$ και ο C_4 συνδέονται σε σειρά:

$$\frac{1}{C_{\text{ολ}}} = \frac{1}{C_{1,2,3}} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{2,2} + \frac{1}{0,5} = 2,4545$$

$$C_{\text{ολ}} = 0,407 \text{ } \mu\text{F}$$

$$\beta) Q_{\text{ολ}} = C_{\text{ολ}} \cdot U = 0,407 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 220 \text{ V} = 89,54 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_{\text{ολ}} = 89,54 \text{ } \mu\text{C}$$

γ) Οί πυκνωτές C_4 και $C_{1,2,3}$, όπως προαναφέραμε συνδέονται σε σειρά. Έπομένως τό ηλεκτρικό φορτίο του C_4 είναι ίσο μέ τό όλικό φορτίο ($Q_4 = Q_{\text{ολ}}$) καθώς επίσης τό ηλεκτρικό φορτίο του $C_{1,2,3}$ είναι ίσο μέ τό όλικό φορτίο ($Q_{1,2,3} = Q_{\text{ολ}}$).

$$Q_4 = Q_{\text{ολ}} = U_4 \cdot C_4$$

$$U_4 = \frac{Q_{\text{ολ}}}{C_4} = \frac{89,54}{0,5} = 179,08 \text{ V}$$

Η τάση πού εφαρμόζεται μεταξύ Α-Β (σχήμα 13.6δ) είναι:

$$U_{\text{AB}} = U - U_4 = 220 - 179,08 = 40,92 \text{ V}$$

Η τάση αυτή είναι ίση και μέ την τάση U_3 πού εφαρμόζεται μεταξύ τῶν ὁπλισμῶν του C_3 . Δηλαδή είναι:

$$U_3 = 40,92 \text{ V}$$

$$Q_3 = U_3 \cdot C_3 = 40,92 \cdot \text{V} \cdot 1 \text{ } \mu\text{F} = 40,92 \text{ } \mu\text{C}$$

$$Q_{1,2} = Q_1 = Q_2 = C_{1,2} \cdot U_{\text{AB}} = 1,2 \text{ } \mu\text{F} \cdot 40,92 \text{ V} = 49,104 \text{ } \mu\text{C}$$

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{49,104}{3} = 16,368 \text{ V}$$

$$U_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{49,104}{2} = 24,552 \text{ V}$$

$$\text{Είναι λοιπόν: } Q_1 = 49,104 \text{ } \mu\text{C} \quad U_1 = 16,368 \text{ V}$$

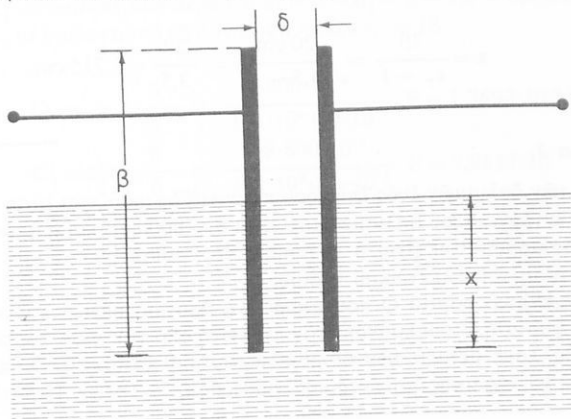
$$Q_2 = 49,104 \text{ } \mu\text{C} \quad U_2 = 24,552 \text{ V}$$

$$Q_3 = 40,92 \text{ } \mu\text{C} \quad U_3 = 40,92 \text{ V}$$

$$Q_4 = 89,54 \text{ } \mu\text{C} \quad U_4 = 179,08 \text{ V}$$

Παράδειγμα 2.

Δίνεται ένας επίπεδος πυκνωτής με χωρητικότητα C_1 και διηλεκτρικό αέρα. Κάθε πλάκα του πυκνωτή έχει επιφάνεια $S = a \cdot \beta$. Η μία διάσταση της πλάκας είναι $\beta = 10 \text{ cm}$ και η απόσταση μεταξύ των πλακών είναι $\delta = 3 \text{ mm}$. Ένα μέρος του πυκνωτή βυθίζεται μέσα σε λάδι, σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς $\epsilon_r = 4,5$. Νά βρεθεί πόσο πρέπει να βυθισθεί ο πυκνωτής (απόσταση x στο σχήμα 13.6ε, ώστε η χωρητικότητα C_2 που δημιουργείται να είναι τρεις φορές μεγαλύτερη από την χωρητικότητα C_1 ($C_2 = 3C_1$).



Σχ. 13.6ε.

Λύση.

Η αρχική χωρητικότητα με διηλεκτρικό τον αέρα είναι:

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{a \cdot \beta}{\delta}$$

Η χωρητικότητα C_2 είναι άθροισμα δύο παράλληλα συνδεδεμένων πυκνωτών με χωρητικότητα C'_2 και C''_2 ($C_2 = C'_2 + C''_2$).

C'_2 είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή που έχει διηλεκτρικό αέρα και έμβασμό των πλακών του, τό μή βυθισμένο στο λάδι τμήμα του αρχικού πυκνωτή. Δηλαδή έχουμε:

$$C'_2 = \epsilon_0 \frac{(\beta - x) \cdot a}{\delta}$$

C''_2 είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή, που έχει διηλεκτρικό τό λάδι και έμβασμό των πλακών του, τό βυθισμένο στο λάδι τμήμα του αρχικού πυκνωτή. Δηλαδή είναι:

$$C''_2 = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{x \cdot a}{\delta}$$

$$C_2 = C_2' + C_2'' = \frac{\epsilon_0 \cdot a}{\delta} (\beta - x + \epsilon_r \cdot x)$$

Ἡ χωρητικότητα C_2 πρέπει νά εἶναι τριπλάσια τῆς C_1 ($C_2 = 3C_1$)

$$\frac{\epsilon_0 \cdot a}{\delta} (\beta - x + \epsilon_r \cdot x) = 3\epsilon_0 \frac{a \cdot \beta}{\delta}$$

$$\beta - x + \epsilon_r \cdot x = 3\beta$$

$$x(\epsilon_r - 1) = 2\beta$$

$$x = \frac{2\beta}{\epsilon_r - 1} = \frac{20 \text{ cm}}{4,5 - 1} = \frac{20}{3,5} = 5,715 \text{ cm}$$

$$x = 5,715 \text{ cm}$$

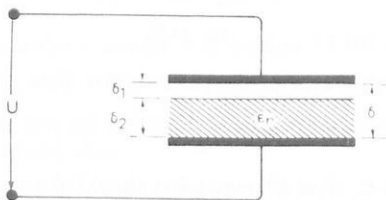
Παράδειγμα 3.

Μεταξύ τῶν ὀπλισμῶν ἑνός ἐπίπεδου πυκνωτῆ ἐφαρμόζεται τάση $U_1 = 470 \text{ V}$. Ἡ κάθε ἐπιφάνεια τοῦ ὀπλισμοῦ του εἶναι $S = 800 \text{ cm}^2$ καί ἡ ἀπόσταση μεταξύ τῶν ὀπλισμῶν του εἶναι $\delta = 2 \text{ mm}$. Νά βρεθοῦν:

α) Ἡ ἔνταση τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου.

β) Τό ἠλεκτρικό φορτίο Q πού μπορεῖ νά ἀποταμιεύσει ὁ πυκνωτής.

Μετά τή φόρτιση ἀπομακρύνουμε τόν πυκνωτή ἀπό τήν τάση φορτίσεώς του καί παρεμβάλλουμε μεταξύ τῶν ὀπλισμῶν του μιά μονωτική πλάκα πάχους $\delta_2 = 1,6 \text{ mm}$ καί σχετικῆς διηλεκτρικῆς σταθερᾶς $\epsilon_r = 18$ (σχ. 13.6στ).



Σχ. 13.6στ.

γ) Νά βρεθεῖ ἡ τάση U_2 , πού παρουσιάζεται μεταξύ τῶν ὀπλισμῶν.

Λύση.

$$\alpha) E = \frac{U_1}{\delta} = \frac{470}{2} \frac{\text{V}}{\text{mm}} = 235 \frac{\text{V}}{\text{mm}} = 235 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

$$E = 235 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

$$\beta) Q = U_1 C$$

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{\delta} = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \frac{800 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ F} = 3,539 \cdot 10^{-10} \text{ F}$$

$$Q = 470 \cdot 3,539 \cdot 10^{-10} \text{ As} = 166,37 \text{ nC}$$

$$Q = 166,37 \text{ nC}$$

γ) Στην περίπτωση αυτή έχουμε δύο πυκνωτές συνδεδεμένους σέ σειρά. Ο πυκνωτής C_1 με διηλεκτρικό αέρα και $\delta_1 = \delta - \delta_2 = 2 - 1,6 = 0,4 \text{ mm}$ και ο πυκνωτής C_2 με διηλεκτρικό τή μονωτική πλάκα $\varepsilon_r = 18$.

$$C_1 = \varepsilon_0 \frac{S}{\delta} = \frac{800 \cdot 10^{-4}}{36\pi \cdot 10^9 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3}} \text{ F} = 1,7692 \cdot 10^{-9} \text{ F}$$

$$C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{\delta} = \frac{18 \cdot 800 \cdot 10^{-4}}{36\pi \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-3}} \text{ F} = 7,9617 \cdot 10^{-9} \text{ F}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{10^9}{1,7692} + \frac{10^9}{7,9617}$$

$$C = 1,447 \text{ nF}$$

Τό ηλεκτρικό φορτίο Q παραμένει τό ίδιο:

$$U_2 = \frac{Q}{C} = \frac{166,37}{1,447} = 114,975$$

$$U_2 = 114,975 \text{ V}$$

Παράδειγμα 4.

Δίνεται ή παρακάτω συνδεσμολογία επιπέδων πυκνωτών (σχ. 13.6ζ) όπου:

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 5 \text{ } \mu\text{F} \text{ και } C_5 = 10 \text{ } \mu\text{F}$$

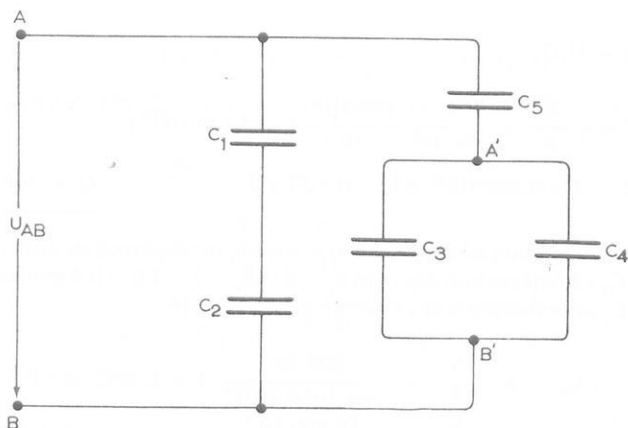
Μεταξύ των όπλισμών του πυκνωτή C_1 εφαρμόζεται μία τάση $U_1 = 10 \text{ V}$.

Νά βρεθοῦν:

Τό ηλεκτρικό φορτίο πού μπορεῖ νά αποταμιεύσει κάθε πυκνωτής, καθώς και ή πολική τάση U_{A-B} .

Λύση.

Οἱ πυκνωτές C_1 και C_2 συνδέονται σέ σειρά:



Σχ. 13.6ζ.

$$C_{1,2} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 2,5 \mu\text{F}$$

Οι πυκνωτές C_3 και C_4 συνδέονται παράλληλα:

$$C_{3,4} = C_3 + C_4 = 10 \mu\text{F}$$

Οι χωρητικότητες $C_{3,4}$ και C_5 συνδέονται σε σειρά:

$$C_{3,4,5} = \frac{C_{3,4} \cdot C_5}{C_{3,4} + C_5} = 5 \mu\text{F}$$

Τό φορτίο Q_1 (πού είναι ίσο και μέ τό φορτίο Q_2 , γιατί οί δύο πυκνωτές C_1 και C_2 συνδέονται σε σειρά) είναι:

$$Q_1 = U_1 \cdot C_1 = 10 \cdot 5 = 50 \mu\text{C}$$

$$U_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{50}{5} = 10 \text{ V}$$

$$Q_1 = 50 \mu\text{C}$$

$$Q_2 = 50 \mu\text{C}$$

Άρα ή πολική τάση $U_{AB} = U_1 + U_2 = 20 \text{ V}$

$$U_{AB} = 20 \text{ V}$$

Ή τάση U_{AB} εφαρμόζεται στά άκρα της χωρητικότητας $C_{3,4,5}$. Τό φορτίο $Q_{3,4,5}$ είναι ίσο μέ τό $Q_5 = U_{AB} \cdot C_{3,4,5} = 20 \cdot 5 = 100 \mu\text{C}$

$$Q_5 = 100 \mu\text{C}$$

Ἡ τάση $U_{A'B'}$ πού ἐφαρμόζεται μεταξύ τῶν σημείων $A'-B'$ εἶναι:

$$U_{A'B'} = U_{AB} - U_5 = U_{AB} - \frac{Q_5}{C_5} = 20 - 10 = 10 \text{ V}$$

$$U_3 = U_4 = U_{A'B'}$$

$$Q_3 = U_3 \cdot C_3 = 10 \cdot 5 = 50$$

$$Q_3 = 50 \text{ } \mu\text{C}$$

$$Q_4 = U_4 \cdot C_4 = 10 \cdot 5 = 50$$

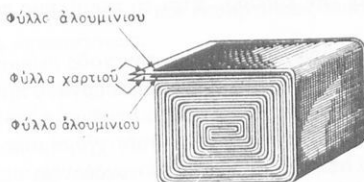
$$Q_4 = 50 \text{ } \mu\text{C}$$

13.7 Τύποι πυκνωτῶν.

Ἀνάλογα μέ τίς ἀπαιτήσεις ὡς πρός τή χωρητικότητα, τήν ἀντίσταση τοῦ διηλεκτρικοῦ, τήν ἀντοχή του σέ διάσπαση ἀπό ἐφαρμοζόμενες τάσεις, κλπ. κατασκευάζονται διάφοροι τύποι πυκνωτῶν. Οἱ σπουδαιότεροι εἶναι οἱ ἑξῆς:

α) Πυκνωτές χαρτιοῦ.

Οἱ πυκνωτές χαρτιοῦ ἔχουν σάν ὀπλισμούς δύο ταινίες ἀπό μεταλλικά φύλλα, π.χ. ἀπό ἄλουμίνιο. Οἱ ταινίες αὐτές τυλίγονται μαζί μέ ἀρκετές λεπτές ταινίες χαρτιοῦ, ἐμποτισμένου μέ παραφίνη, πού χρησιμεύει σά διηλεκτρικό, ὅπως φαίνεται στό σχῆμα 13.7α. Τό τύλιγμα συμπιέζεται συνήθως σέ μορφή κύβου καί τοποθετεῖται σέ ἓνα μεταλλικό δοχεῖο, πού γεμίζεται μέ μονωτική μάζα. Ἔτσι ἀποφεύγεται ἡ ἀπορρόφηση ὑγρασίας ἀπό τό μονωτικό χαρτί, πού μειώνει τή μονωτική του ἱκανότητα.



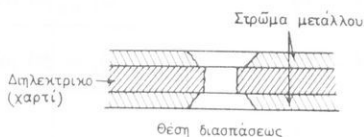
Σχ. 13.7α.

Οἱ πυκνωτές χαρτιοῦ εἶναι φτηνή κατασκευή, εἶναι ὅμως κατάλληλοι μόνο γιά χαμηλές συχνότητες. Ὄταν διασπασθεῖ τό διηλεκτρικό τους, καταστρέφονται, γιατί βραχυκυκλώνονται οἱ ὀπλισμοί.

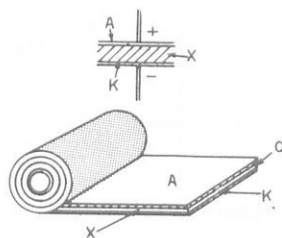
β) Πυκνωτές μετάλλου - χαρτιοῦ.

Στόν τύπο αὐτό τοῦ πυκνωτῆ δημιουργεῖται μέ εἰδική διαδικασία ἓνα πολύ λεπτό στρώμα μετάλλου (λεπτότερο ἀπό $0,1 \mu\text{m}$) στίς δύο ἐπιφάνειες μιᾶς λουρίδας μονωτικοῦ χαρτιοῦ. Ἡ λουρίδα τυλίγεται καί διαμορφώνεται σέ κύβο, ὅπως προηγουμένως. Ἰδιαίτερο γνώρισμα τοῦ πυκνωτῆ εἶναι ὅτι **αὐτοθεραπεύεται** μετά ἀπό διάσπαση τοῦ μονωτικοῦ του. Συγκεκριμένα τό δημιουργούμενο

κατά τη διάσπαση ηλεκτρικό τόξο καίει το μεταλλικό στρώμα περισσότερο από το χαρτί, όπως φαίνεται στο σχήμα 13.7β. Αποτέλεσμα είναι να πάνσουν τα ηλεκτρόδια να βρίσκονται σε επαφή και να σταματήσει το βραχυκύκλωμα.



Σχ. 13.7β.



Σχ. 13.7γ.

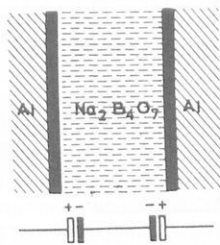
γ) Ηλεκτρολυτικοί πυκνωτές.

Ηλεκτρολυτικοί πυκνωτές χρησιμοποιούνται σε συνεχές ρεύμα. Ο θετικός όπλισμός του πυκνωτή, ή **άνοδος**, αποτελείται από ένα φύλλο αλουμινίου Α (σχ. 13.7γ). Ο αρνητικός όπλισμός, ή **κάθοδος**, είναι ο **ηλεκτρολύτης**, ένα υγρό διάλυμα βόρακα ή υπεροξειδίου του νατρίου. Με τον ηλεκτρολύτη διαποτίζεται ένα ειδικό απορροφητικό χαρτί Χ, που τοποθετείται ανάμεσα στην άνοδο και σε ένα μεταλλικό φύλλο Κ, που με αυτό συνδέεται ο αρνητικός πόλος της πηγής. Τα τρία φύλλα τυλίγονται μαζί και ο ρόλος τοποθετείται σε ένα μεταλλικό δοχείο, που συνδέεται με την κάθοδο. Έτσι το περίβλημα του πυκνωτή παίρνει αρνητικό δυναμικό.

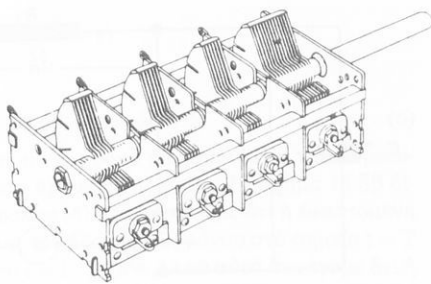
Ο πυκνωτής, συνδέεται στη συνέχεια με πηγή συνεχούς ρεύματος, με αποτέλεσμα την ηλεκτρόλυση του διαλύματος και τη δημιουργία στην άνοδο ενός λεπτού στρώματος Ο οξειδίου του αλουμινίου. Το στρώμα αυτό αποτελεί το διηλεκτρικό του πυκνωτή. Προσοχή χρειάζεται όταν χρησιμοποιείται ο πυκνωτής κατά τη σύνδεσή του στην πηγή, ώστε να συνδέονται οι αντίστοιχοι πόλοι. Γι' αυτό και ο πυκνωτής ονομάζεται **πολωμένος πυκνωτής**. Αν συνδεθούν αντίθετα οι πόλοι καταστρέφεται το διηλεκτρικό στρώμα και ο πυκνωτής βραχυκυκλώνεται.

Οι πολωμένοι πυκνωτές χρησιμοποιούνται μόνο σε συνεχές ρεύμα ή σε μεταβαλλόμενο ρεύμα, που δεν αλλάζει πολικότητα.

Στους **μή πολωμένους πυκνωτές** είναι και το φύλλο Κ από αλουμίνιο. Ανάλογα με την πολικότητα δημιουργείται το μονωτικό στρώμα του οξειδίου, είτε στο φύλλο Α είτε στο φύλλο Κ. Έτσι οι πυκνωτές αυτοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν χωρίς να καταστραφούν και σε κυκλώματα, που εμφανίζεται αλλαγή της πολικότητας. Ο μη πολωμένος πυκνωτής αντιστοιχεί σε δύο αντίθετα συνδεδεμένους πολωμένους πυκνωτές (σχ. 13.7δ).



Σχ. 13.7δ.



Σχ. 13.7ε.

δ) Μεταβλητοί πυκνωτές.

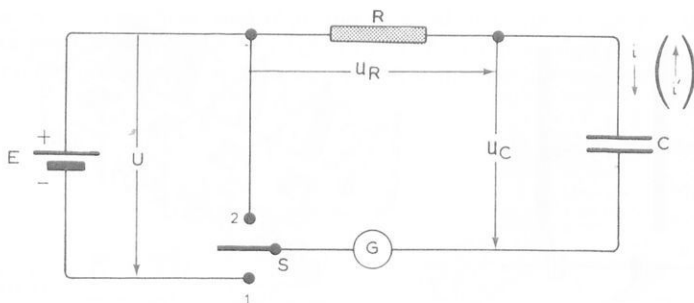
Ο πυκνωτής αποτελείται από ένα συγκρότημα από πλάκες αλουμινίου τοποθετημένες ή μία δίπλα στην άλλη και ένα στρεφόμενο περί άξονα συγκρότημα πλακών αλουμινίου, που κινούνται ανάμεσα στις πλάκες του σταθερού συγκροτήματος. Η χωρητικότητα του πυκνωτή μεταβάλλεται ανάλογα με το μέγεθος της επιφάνειας των όπλισμών, που βρίσκονται κάθε φορά ο ένας απέναντι στον άλλο (σχ. 13.7ε). Οι πυκνωτές αυτοί χρησιμοποιούνται, όταν απαιτούνται συχνά μεταβολές της χωρητικότητας, π.χ. στο κύκλωμα συντονισμού ενός ραδιοφωνικού δέκτη.

13.8 Καμπύλες φορτίσεως και έκφορτίσεως πυκνωτή — Σταθερά χρόνου φορτίσεως, έκφορτίσεως.

Γιά να διερευνήσουμε το μηχανισμό φορτίσεως και έκφορτίσεως ενός πυκνωτή, εξετάζουμε το παρακάτω κύκλωμα του σχήματος 13.8α όπου C είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή, R ή ωμική αντίσταση ολόκληρου του κυκλώματος, που την παριστάνουμε με τον αντιστάτη R και U ή πολική τάση της πηγής συνεχούς ρεύματος. Το γαλβανόμετρο G μās δείχνει τη ροή του ρεύματος. Ο διακόπτης S είναι στην αρχή ανοικτός.

Όταν τοποθετήσουμε το διακόπτη στον ακροδέκτη I κλείνει το κύκλωμα πηγής - πυκνωτή, με αποτέλεσμα να αρχίσει να ρέει ρεύμα στο κύκλωμα και να μεταφέρεται φορτίο στον πυκνωτή. Η ένταση του ρεύματος δεν παραμένει σταθερή χρονικά, αλλά μειώνεται συνεχώς, όπως ήδη αναφέραμε, γι' αυτό τη συμβολίζουμε με το μικρό λατινικό γράμμα i. (Γενικά μεγέθη που μεταβάλλονται χρονικά τα συμβολίζουμε με μικρά γράμματα, ενώ μεγέθη σταθερά χρονικά τα συμβολίζουμε με κεφαλαία).

Η μείωση του ρεύματος οφείλεται στην αύξηση της τάσεως u_C στα άκρα του πυκνωτή, όσο αυξάνει το φορτίο, που έχει αποταμιευθεί στους όπλισμούς



Σχ. 13.8α.

του. Όταν η τάση u_C εξισωθεί με την αντίθετη πολική τάση U της πηγής σταματά η ροή του ρεύματος και η φόρτιση του πυκνωτή.

Αυτό γίνεται άμεσα αντιληπτό από την εξίσωση (1) που προκύπτει από την εφαρμογή του 2ου κανόνα του Kirchhoff στο κύκλωμα του σχήματος 13.8α.

$$U = u_C + u_R = u_C + iR \quad (1)$$

$$\text{Γιὰ } U = u_C \quad \text{είναι } i = 0 \quad \text{καί } u_R = 0 \quad (2)$$

Αντίθετα, ακριβώς τη χρονική στιγμή που κλείνεται το κύκλωμα πηγής - πυκνωτή, ο πυκνωτής είναι έντελως αφόρτιστος και η τάση του είναι μηδέν ($u_C = 0$). Άρα:

$$U = u_R = IR \quad (3)$$

Με I συμβολίζουμε το ρεύμα που ρέει τη στιγμή $t = 0$ που αρχίζει η φόρτιση. Δηλαδή τη χρονική στιγμή $t = 0$ ολόκληρη η τάση U εφαρμόζεται στα άκρα του ωμικού αντιστάτη R . Ο αφόρτιστος πυκνωτής δεν παρουσιάζει αντίσταση και εμφανίζεται να είναι βραχυκυκλωμένος.

Η ένταση φορτίσεως i αποδεικνύεται ότι μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση.

$$i = I e^{-\frac{t}{T}} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{T}} \quad (4)$$

Το e στον τύπο (4) είναι η βάση των φυσικών ή νεπερίων λογαρίθμων ($e = 2,718$). Το T ονομάζεται σταθερά χρόνου και είναι ίσο με το γινόμενο της αντίστασης R του κυκλώματος επί τη χωρητικότητα C του πυκνωτή.

$$T = R \cdot C \quad (5)$$

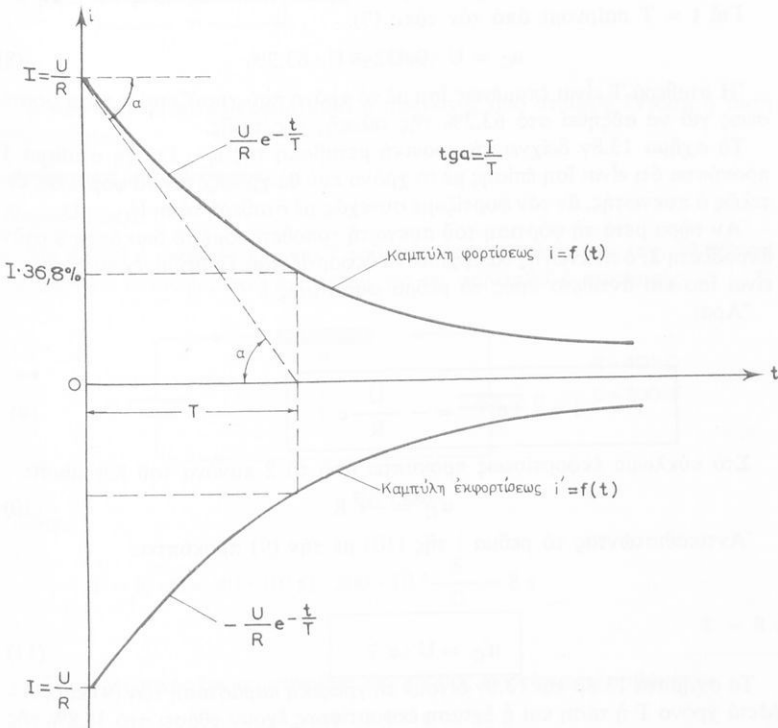
Από την (5) φαίνεται ότι η σταθερά χρόνου μετριέται σε s .

$$([T] = [R] [C] = \frac{\Omega \cdot s}{\Omega} = s)$$

Ο τύπος (4) δίνει για $t = T$

$$i = I e^{-1} = I \cdot 0,368 = I \cdot 36,8\% \quad (6)$$

Άρα η σταθερά χρόνου T είναι ίση με το χρόνο που απαιτείται για να μειωθεί η ένταση φορτίσεως στο 36,8% της αρχικής της τιμής. Το σχήμα 13.8β δίνει τη γραφική παράσταση της εξισώσεως (4). Παρατηρούμε ότι η έφαπτομένη της καμπύλης στο σημείο $t = 0$, τέμνει τον άξονα του χρόνου στο σημείο $t = T$ για το οποίο το ρεύμα φορτίσεως είναι $i = I \cdot 36,8\%$. Από αυτό συνάγομε ότι η σταθερά χρόνου είναι επίσης ίση με το χρόνο, που θα χρειαζόταν να φορτισθεί έντελώς ο πυκνωτής, αν τον φορτίζαμε συνεχώς με σταθερή ένταση $i = I$.



Σχ. 13.8β.

Από τον τύπο (4) και την καμπύλη προκύπτει ότι η φόρτιση του πυκνωτή συνεχίζεται θεωρητικά επ' άπειρον, γιατί το ρεύμα φορτίσεως i δεν μηδενίζεται ποτέ, όσο μεγάλος κι αν γίνει ο χρόνος t , παρ' όλο ότι η τιμή του γίνεται ελάχιστη. Στην πράξη μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η φόρτιση σταματά μετά από χρόνο $t = 4T$ ως $t = 8T$. Συνήθως στους υπολογισμούς χρησιμοποιούμε την τιμή $t = 5T$.

Από την εξίσωση (1) προκύπτει για την τάση φορτίσεως του πυκνωτή u_C , ύστερα από αντικατάσταση του ρεύματος i σύμφωνα με το τύπο (4):

$$u_C = (1 - e^{-\frac{t}{T}}) U \quad (7)$$

Παρατηρούμε ότι η u_C μεταβάλλεται επίσης εκθετικά, όπως το ρεύμα i , αλλά αντίθετα από αυτό, αυξάνεται με το χρόνο τείνοντας προς την τιμή U .

Για $t = T$ παίρνουμε από τον τύπο (7).

$$u_C = U \cdot 0,632 = U \cdot 63,2\% \quad (8)$$

Η σταθερά T είναι επομένως ίση με το χρόνο που χρειάζεται η τάση φορτίσεως για να αυξηθεί στο 63,2% της τελικής της τιμής.

Το σχήμα 13.8γ δείχνει τη χρονική μεταβολή της u_C . Για τη σταθερά T προκύπτει ότι είναι ίση επίσης με το χρόνο που θα χρειαζόταν να φορτισθεί εντελώς ο πυκνωτής, αν τον φορτίζαμε συνεχώς με σταθερή τάση $U_C = U$.

Αν τώρα μετά τη φόρτιση του πυκνωτή τοποθετήσουμε το διακόπτη S στον άκροδεκتر 2, ο πυκνωτής θα άρχισι να εκφορτίζεται. Το ρεύμα εκφορτίσεως i' είναι ίσο και αντίθετο προς το ρεύμα φορτίσεως i .

Άρα:

$$i' = -i = -I e^{-\frac{t}{T}} = -\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{T}} \quad (9)$$

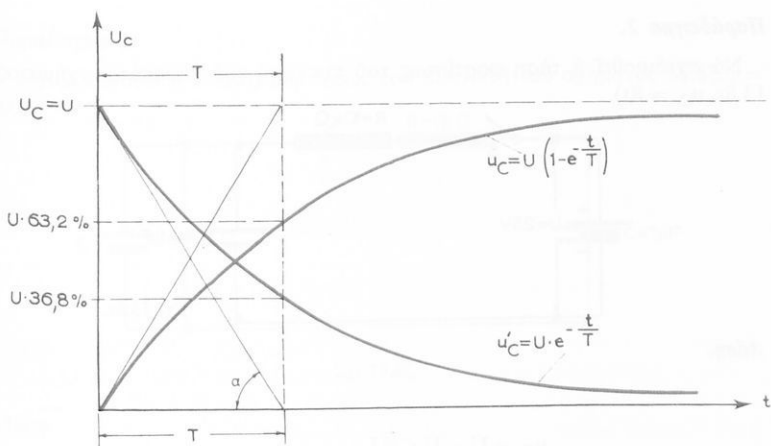
Στο κύκλωμα εκφορτίσεως προκύπτει από το 2 κανόνα του Kirchhoff:

$$u'_C = -i' R \quad (10)$$

Αντικαθιστώντας το ρεύμα i της (10) με την (9) προκύπτει:

$$u'_C = U \cdot e^{-\frac{t}{T}} \quad (11)$$

Τα σχήματα 13.8β και 13.8γ δίνουν τη γραφική παράσταση των (9) και (11). Μετά χρόνο T η τάση και η ένταση εκφορτίσεως έχουν φθάσει στο 36,8% της αρχικής τους τιμής. Η σταθερά χρόνου T μπορεί να όρισθι επίσης ως ο χρό-



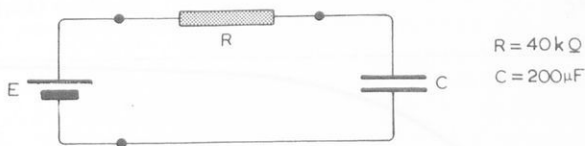
Σχ. 13.8γ.

νος, πού απαιτείται νά εκφορτισθεῖ ὁ πυκνωτής ὑπό σταθερή ἔνταση ἢ τάση εκφορτίσεως.

Ἀριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Νά βρεθεῖ ἡ σταθερά χρόνου T τοῦ παρακάτω κυκλώματος (σχ. 13.8δ) καί τό χρονικό διάστημα πού απαιτεῖται γιά νά φορτισθεῖ ὁ πυκνωτής.



Σχ. 13.8δ.

Λύση.

$$T = R \cdot C = 40 \cdot 10^3 \Omega \cdot 200 \cdot 10^{-6} \frac{\text{S}}{\Omega} = 8 \text{ s}$$

$$T = 8 \text{ s}$$

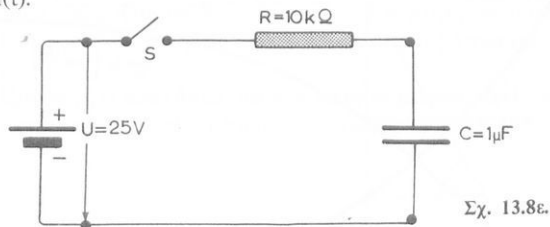
Ὅπως προαναφέραμε, συνήθως ὡς χρόνος φορτίσεως λαμβάνεται:

$$t = 5T = 5 \cdot 8 = 40 \text{ s}$$

$$t = 40 \text{ s}$$

Παράδειγμα 2.

Νά σχεδιασθεῖ ἡ τάση φορτίσεως τοῦ πυκνωτῆ τοῦ παρακάτω σχήματος 13.8ε, $u_C = f(t)$.



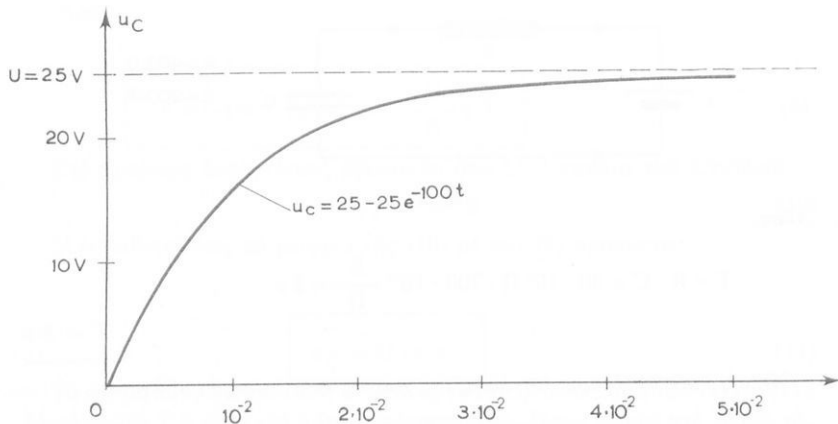
Λύση.

$$u_C = U - U e^{-\frac{t}{T}}$$

$$T = R \cdot C = 10 \cdot 10^3 \Omega \cdot 1 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 10^{-2} \text{ s}$$

$$u_C = 25 - 25 e^{-\frac{t}{10^{-2}}} = 25 - 25 e^{-100t}$$

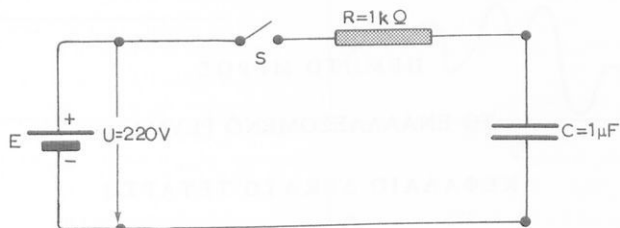
t[s]	0	$0,5T = 0,5 \cdot 10^{-2}$	$1T = 10^{-2}$	$2T = 2 \cdot 10^{-2}$	$3T = 3 \cdot 10^{-2}$	$4T = 4 \cdot 10^{-2}$	$5T = 5 \cdot 10^{-2}$
u_C [V]	0	9,84	15,8	21,6	23,75	24,54	24,83



Σχ. 13.8στ.

Παράδειγμα 3.

Νά σχεδιασθεί ή ένταση φορτίσεως του πυκνωτή του σχήματος 13.8ζ, $i = i(t)$.



Σχ. 13.8ζ.

Λύση.

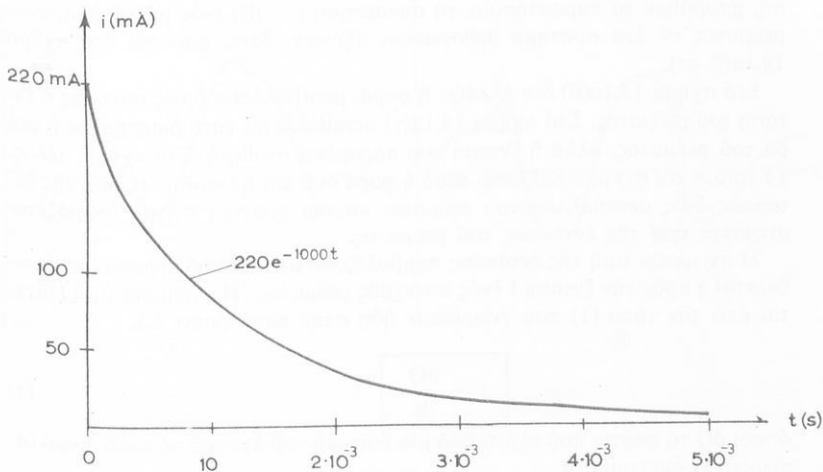
$$i = I e^{-\frac{t}{T}} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{T}}$$

$$\frac{U}{R} = \frac{220}{1000} = 0,22 \text{ A} = 220 \text{ mA}$$

$$T = R \cdot C = 1000 \cdot 10^{-6} = 10^{-3} \text{ s}$$

$$i = 0,22 e^{-1000 t} \text{ A} = 220 e^{-1000 t} \text{ mA}$$

t [s]	0	1T = 10 ⁻³	2T = 2 · 10 ⁻³	4T = 4 · 10 ⁻³	5T = 5 · 10 ⁻³
i [mA]	220	81,18	29,8	4	1,48



Σχ. 13.8η.

ΠΕΜΠΤΟ ΜΕΡΟΣ

ΤΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ — ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΚΑΙ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

14.1 Μεταβαλλόμενα και έναλλασσόμενα ρεύματα.

Στό πρώτο μέρος του βιβλίου είχαμε κάνει τη διάκριση μεταξύ συνεχούς και μεταβαλλόμενου ρεύματος:

Τό *συνεχές ρεύμα* ρέει πάντοτε στην ίδια κατεύθυνση, από τό θετικό πρός τόν ἀρνητικό πόλο τῆς πηγῆς (συμβατική φορά τοῦ συνεχoῦς ρεύματος) καί ἔχει σταθερή χρονικά ἔνταση I . Τό σχῆμα 14.1α(α) δείχνει τή συνάρτηση $I = f(t)$.

Στό *μεταβαλλόμενο ρεύμα* μεταβάλλεται χρονικά εἴτε ἡ ἔνταση, εἴτε ἡ φορά, εἴτε καί τά δύο μαζί. Ἄν θεωρήσουμε θετικές τίς τιμές τῆς ἐντάσεως i , ὅταν τό ρεύμα ρέει σέ μιά κατεύθυνση καί ἀρνητικές ὅταν ρέει στήν ἀντίθετη κατεύθυνση, μπορούμε νά παραστήσουμε τή συνάρτηση $i = f(t)$ ἐνός μεταβαλλόμενου ρεύματος σέ ἓνα σύστημα ὀρθογωνίων ἀξόνων, ὅπως φαίνεται στό σχῆμα 14.1α(β-στ).

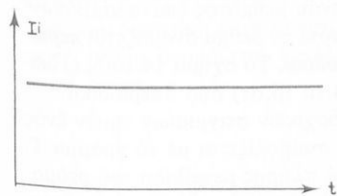
Στό σχῆμα 14.1α(β) δέν ἀλλάζει ἡ φορά, μεταβάλλεται ὁμως συνεχῶς ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος. Στό σχῆμα 14.1α(γ) μεταβάλλεται κατὰ διαστήματα ἡ φορά τοῦ ρεύματος, ἀλλά ἡ ἔντασή του παραμένει σταθερή. Στό σχῆμα, τέλος, 14.1α(δ, ε καί στ) μεταβάλλεται τόσο ἡ φορά ὅσο καί ἡ ἔνταση. Ἡ τιμή τῆς ἐντάσεως ἐνός μεταβαλλόμενου ρεύματος κάποια χρονική στιγμή ὀνομάζεται *στιγμιαία τιμή* τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος.

Ἡ στιγμιαία τιμή τῆς ἐντάσεως συμβολίζεται μέ τό μικρό γράμμα i σέ ἀντιδιαστολή πρός τήν ἔνταση I ἐνός συνεχoῦς ρεύματος. Ἡ στιγμιαία τιμή i δίνεται ἀπό τόν τύπο (1) πού γνωρίσαμε ἤδη στήν παράγραφο 2.3.

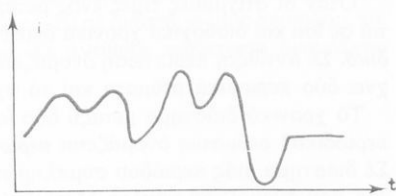
$$i = \frac{dQ}{dt}$$

(1)

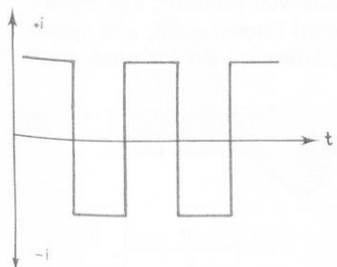
ὅπου: dQ τό φορτίο πού περνᾷ ἀπό μία διατομή τοῦ ἀγωγοῦ σέ πολύ μικρό (ἀπειροστό) διάστημα dt .



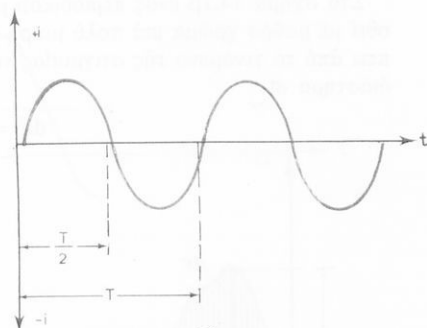
α



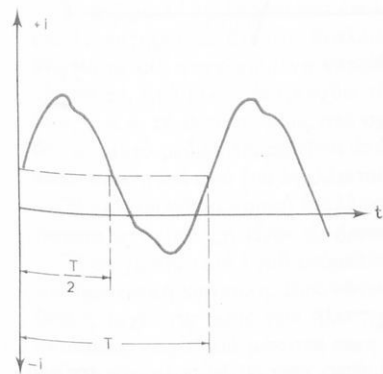
β



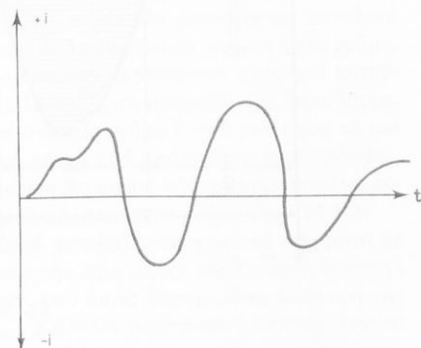
γ



δ



ε



στ

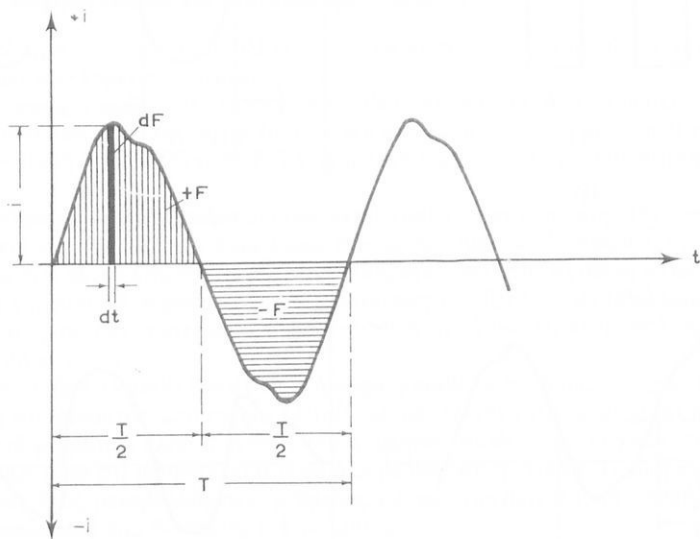
Σχ. 14.1α.

Όταν οι στιγμιαίες τιμές ενός μεταβαλλόμενου ρεύματος επαναλαμβάνονται σε ίσα και διαδοχικά χρονικά διαστήματα, τότε το ρεύμα ονομάζεται **περιοδικό**. Σε αντίθετη περίπτωση ονομάζεται **άπεριοδικό**. Τό σχήμα 14.1α(δ, ε) δείχνει δύο περιοδικά ρεύματα και τό σχήμα 14.1α (β, στ) δύο άπεριοδικά.

Τό χρονικό διάστημα μεταξύ δύο ίσων διαδοχικών στιγμιαίων τιμών ενός περιοδικού ρεύματος ονομάζεται **περίοδος** και συμβολίζεται μέ τό γράμμα T . Σε διάστημα μιάς περιόδου συμπληρώνεται μιά πλήρης μεταβολή τοῦ ρεύματος, πού ονομάζεται **κύκλος**. Μετά από ένα κύκλο επαναλαμβάνονται διαδοχικά οι ίδιες στιγμιαίες τιμές, όπως στον προηγούμενο κύκλο κ.ο.κ.

Στό σχήμα 14.1β ενός περιοδικού μεταβαλλόμενου ρεύματος έχει σχεδιασθεί μέ μαύρο χρώμα μιά πολύ μικρή (άπειροστή) επιφάνεια dF , πού προκύπτει από τό γινόμενο τῆς στιγμιαίας τιμῆς τῆς ένάσεως i επί ένα πολύ μικρό διάστημα dt :

$$dF = idt \quad (2)$$

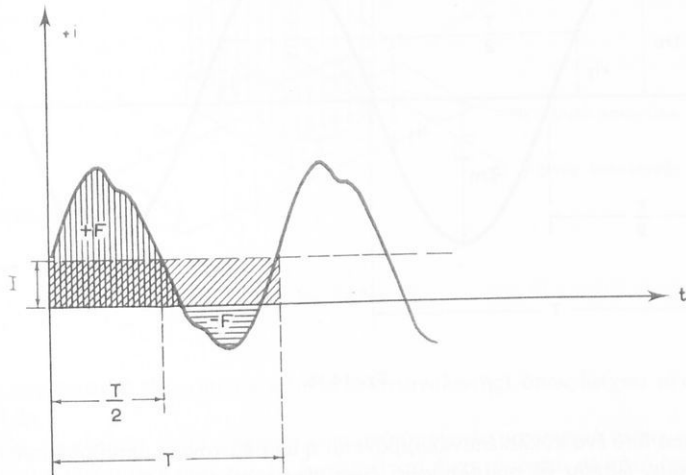


Σχ. 14.1β.

Τό γινόμενο αυτό είναι σύμφωνα μέ τόν τύπο (1) ίσο μέ τό φορτίο dQ πού μετακινείται πρὸς τή θετική κατεύθυνση σέ χρόνο dt . Άρα όλόκληρη ἡ κάθετα διαγραμμισμένη επιφάνεια $+F$ στό θετικό τμήμα τοῦ διαγράμματος, πού προκύπτει από τήν ἄθροιση ὅλων τῶν ἀπειροστῶν επιφανειῶν dF , παριστάνει τό ὅλικο φορτίο $+Q$ πού μετακινείται σέ χρόνο $T/2$ πρὸς τή θετική κατεύθυνση.

Όταν σέ ένα περιοδικό ρεύμα τό φορτίο $+Q$ πού μετακινείται πρὸς τή θετι-

κή κατεύθυνση (έπιφάνεια $+F$) είναι ίσο μέ το φορτίο $-Q$ που μετακινείται προς την αρνητική κατεύθυνση (έπιφάνεια $-F$) σε διάστημα μιᾶς περιόδου, τότε το ρεύμα ονομάζεται **έναλλασσόμενο**. Σε αντίθετη περίπτωση ονομάζεται **μικτό ρεύμα**.

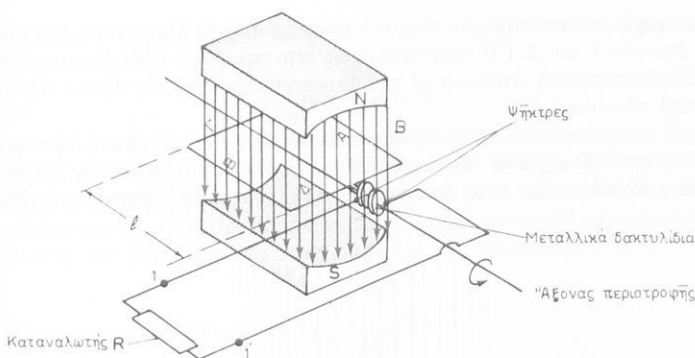


Σχ. 14.1γ.

Τό σχήμα 14.1β δείχνει ένα έναλλασσόμενο, τό σχήμα 14.1γ ένα μικτό ρεύμα. Παρατηρούμε, ότι στο έναλλασσόμενο ρεύμα δέν μεταφέρεται συνολικά φορτίο σε μιά συγκεκριμένη κατεύθυνση, όπως συμβαίνει στο συνεχές ρεύμα. Αντίθετα, στο μικτό υπερισχύει τό φορτίο που μεταφέρεται προς μιά κατεύθυνση, π.χ. τή θετική, όπως στο σχήμα 14.1γ. Έτσι μπορούμε νά θεωρήσουμε, ότι τό μικτό ρεύμα αποτελείται από ένα συνεχές ρεύμα I , που ρέει προς τή μιά κατεύθυνση καί από ένα έναλλασσόμενο ρεύμα που προστίθεται στο συνεχές.

Η πιό σπουδαία μορφή έναλλασσόμενου ρεύματος που χρησιμοποιείται εδρύτατα στην πράξη είναι τό **ήμιτονικό έναλλασσόμενο ρεύμα** (σχ. 14.1δ).

Η στιγμιαία τιμή i του ρεύματος αυτού μεταβάλλεται χρονικά σύμφωνα μέ μιά ήμιτονική καμπύλη. Ξεκινώντας από τήν τιμή μηδέν αυξάνεται ή ένταση i (καί ή ταχύτητα ροής των ηλεκτρονίων, που όπως ξέρομε είναι ανάλογη τής έντάσεως) μέχρι μιά μέγιστη τιμή $+I_m$. Κατόπιν μειώνεται ή ένταση, ενώ τό ρεύμα εξακολουθεί νά ρέει στήν ίδια κατεύθυνση, μέχρις ότου μηδενίζεται. Στή συνέχεια αλλάζει ή φορά του ρεύματος (τά ηλεκτρόνια κινούνται σε αντίθετη κατεύθυνση) καί ή ένταση αυξάνεται στήν κατεύθυνση αυτή μέχρις ότου φθάσει τήν μέγιστη τιμή $-I_m$. Από τήν τιμή αυτή μειώνεται πάλι γιά νά φθάσει τήν τιμή μηδέν. Έτσι συμπληρώνεται μιά πλήρης μεταβολή του ρεύματος, δηλαδή ένας **κύκλος**.



Σχ. 14.2α.

αυτές συνδέεται τό εξωτερικό κύκλωμα (ό καταναλωτής), όπως δείχνει τό σχήμα 14.2α.

Όταν τό πλαίσιο περιστρέφεται μέσα στό όμογενές μαγνητικό πεδίο, μεταβάλλεται ή μαγνητική ροή πού τό διαπερνά καί αναπτύσσεται σέ αυτό έπαγωγικό ρεύμα i . Η μορφή καί ή φορά τοῦ ρεύματος i προσδιορίζονται σύμφωνα μέ όσα αναφέραμε στην παράγραφο 11.1 γιά τήν κίνηση φορτίου σέ μαγνητικό πεδίο. Τά ηλεκτρόνια τοῦ περιστρεφόμενου πλαισίου αποτελοῦν φορτία κινούμενα μέσα στό όμογενές μαγνητικό πεδίο.

Άς εξετάσουμε πρώτα τούς δύο πλευρικούς άγωγούς Α καί Β τοῦ πλαισίου. Η γραμμική ταχύτητα περιστροφής v τῶν άγωγῶν εἶναι ταυτόχρονα ή ταχύτητα κάθε ηλεκτρονίου στή φορά περιστροφής. Η διεύθυνση τῆς ταχύτητας αὐτῆς εἶναι πάντοτε έφαπτομένη στην κυκλική τροχιά τοῦ πλαισίου καί ή φορά τῆς εἶναι ή φορά περιστροφής τοῦ πλαισίου. Τό σχήμα 14.2β δείχνει τήν ταχύτητα v γιά κίνηση τοῦ πλαισίου αντίθετη πρὸς τήν κίνηση τῶν δεικτῶν τοῦ ρολογιῶ.

Σέ κάθε ηλεκτρόνιο τῶν άγωγῶν Α, Β άσκειται ἀπό τό μαγνητικό πεδίο δύναμη $\vec{F}$ πού τό μέτρο της δίνεται ἀπό τόν τύπο:

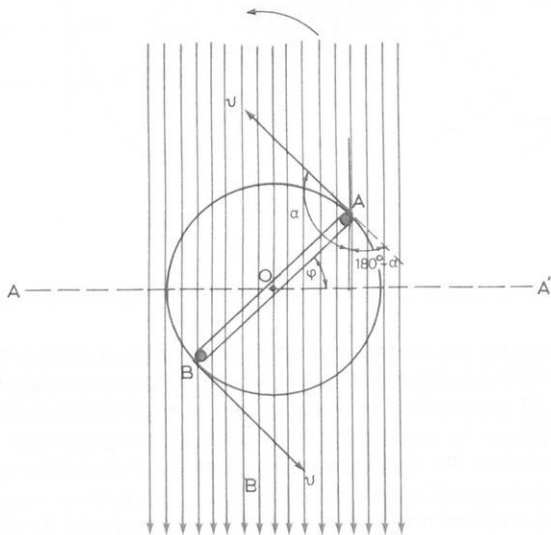
$$F = e \cdot B \cdot v \cdot \eta \mu \alpha \quad (1)$$

όπου: e τό φορτίο τοῦ ηλεκτρονίου καί α ή γωνία πού σχηματίζει ή ταχύτητα v μέ τό μαγνητικό πεδίο B . Τόν τύπο (1) έχομε ήδη γνωρίσει στην παράγραφο 11.1.

Η διεύθυνση τῆς δυνάμεως $\vec{F}$ εἶναι κάθετη στό επίπεδο τῶν $\vec{B}$ καί $\vec{v}$ καί ή φορά της προκύπτει σύμφωνα μέ τόν κανόνα τοῦ δεξιόστροφου κοχλία ή τόν κανόνα τοῦ άριστεροῦ χεριῶ.

Δύναμη F σύμφωνα με τον τύπο (1) άσκειται και στα ηλεκτρόνια των εγκάρσιων άγωγών Γ και Δ . (Η ταχύτητα όμως περιστροφής v κάθε ηλεκτρονίου είναι εδώ διαφορετική, ανάλογα με την απόστασή του από τον άξονα περιστροφής του πλαισίου).

Από τα σχήματα 14.2α, 14.2β και τα ανωτέρω προκύπτει ότι η δύναμη που άσκειται στα ηλεκτρόνια των πλευρικών άγωγών του πλαισίου A και B έχει την ίδια διεύθυνση με τους άγωγούς αυτούς, ενώ είναι κάθετη στους εγκάρ-



Σχ. 14.2β.

σιους άγωγούς Γ , Δ . Αποτέλεσμα είναι τα ηλεκτρόνια των πλευρικών άγωγών να κινούνται κατά μήκος των άγωγών αυτών κάτω από την επίδραση της δύναμης $\vec{F}$. Η φορά τους είναι ίδια με τη φορά της $\vec{F}$ σε κάθε άγωγό. Έτσι δημιουργείται στους πλευρικούς άγωγούς επαγωγικό ρεύμα i με συμβατική φορά **αντίθετη** από αυτή των ηλεκτρονίων, που προκύπτει με τους πίο πάνω κανόνες.

Στους εγκάρσιους άγωγούς δεν δημιουργείται επαγωγικό ρεύμα εφόσον τα ηλεκτρόνια δεν μπορούν να κινηθούν κάθετα στους άγωγούς στη διεύθυνση της δύναμης $\vec{F}$. Μέσα από τους άγωγούς αυτούς ρέουν όμως τα επαγωγικά ρεύματα των πλευρικών άγωγών.

Στο σχήμα 14.2β το πλαίσιο έχει στραφεί κατά τη γωνία φ , ξεκινώντας από τη θέση $A - A'$. Παρατηρούμε ότι η γωνία φ είναι ίση με τη γωνία $180^\circ - \alpha$ (οι

πλευρές των δύο γωνιών είναι κάθετες) και $\eta\mu\phi = \eta\mu(180^\circ - \alpha) = \eta\mu\alpha$. Άρα ή (2) γράφεται:

$$F = e \cdot B \cdot v \cdot \eta\mu\phi \quad (2)$$

Εφόσον, τώρα, σέ κάθε ηλεκτρόνιο, δηλαδή σέ ηλεκτρικό φορτίο, ασκείται δύναμη F , έπεται ότι στό έσωτερικό των άγωγών ύπάρχει ηλεκτρικό πεδίο, σύμφωνα μέ όσα άναφέραμε στην παράγραφο 12.1. Τό πεδίο αυτό δημιουργείται «έξ έπαγωγής» κατά την περιστροφή του πηνίου μέσα στό μαγνητικό πεδίο. Η ένταση του E όρίζεται από τόν τύπο (2) της παραγράφου 12.2.

$$F = E \cdot e \quad (3)$$

Εξισώνοντας τίς (2) και (3) παίρνουμε:

$$E = B \cdot v \cdot \eta\mu\phi \quad (4)$$

Εξαιτίας της E άνατιύσσεται στά άκρα κάθε πλευρικού άγωγού $A-B$ τάση u_{AB} , σύμφωνα μέ τόν τύπο (4) της παραγράφου 12.6:

$$u_{AB} = E \cdot l \quad (5)$$

όπου: l τό μήκος του πλευρικού άγωγού.

Η όλική τάση u στά άκρα του πλαισίου είναι ίση μέ τό άθροισμα των δύο τάσεων u_{AB} . Έτσι παίρνουμε από τήν (4) και (5):

$$u = 2B \cdot v \cdot l \cdot \eta\mu\phi \quad (6)$$

Παρατηρούμε ότι ή τάση u μεταβάλλεται ήμιτονικά σύμφωνα μέ τή γωνία περιστροφής του πλαισίου ϕ (σχ. 14.2γ).

Γιά $\phi = 0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$, όποτε τό πλαίσιο είναι κάθετο στις μαγνητικές γραμμές [σχ. 14.2γ(α,γ,ε)] είναι $\eta\mu\phi = 0$ και $u = 0$.

Γιά $\phi = 90^\circ$, όποτε τό πλαίσιο είναι παράλληλο στις μαγνητικές γραμμές [σχ. 14.2γ(β)] είναι $\eta\mu\phi = 1$ και

$$u = U_m = 2B \cdot v \cdot l \quad (7)$$

Στή θέση αυτή ή τάση παίρνει τή μέγιστη τιμή της U_m .

Γιά $\phi = 270^\circ$ [σχ. 14.2γ(δ)] είναι $\eta\mu\phi = -1$ και

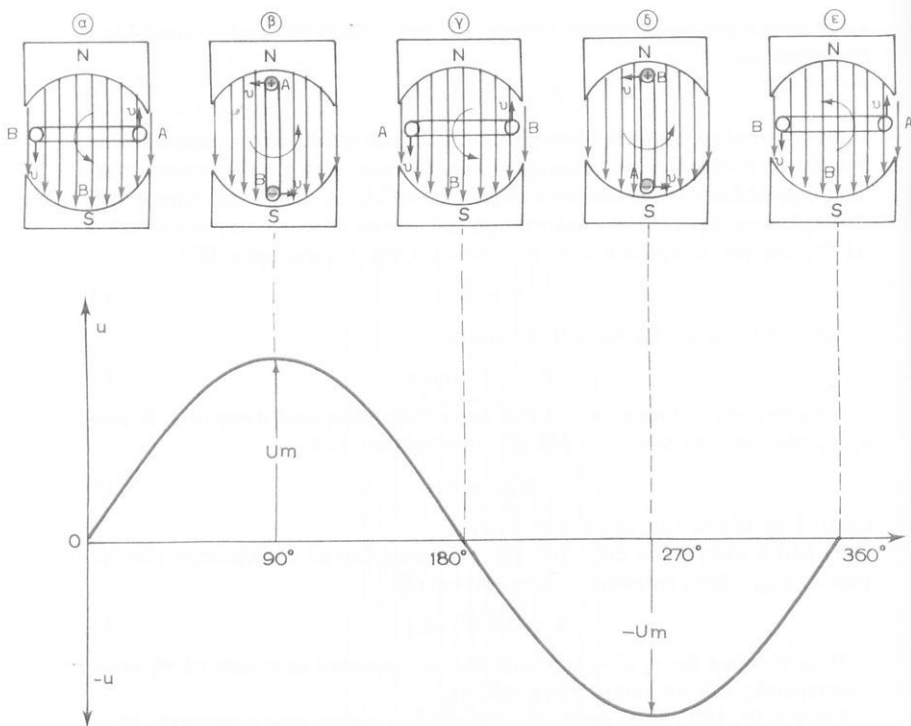
$$u = -U_m = -2B \cdot v \cdot l \quad (8)$$

Στή θέση αυτή ή τάση u έχει μέγιστη τιμή, όπως στή θέση $\phi = 90^\circ$, αλλά άντίθετη κατεύθυνση.

Άπό τίς (6) και (7) προκύπτει:

$$u = U_m \eta\mu\phi \quad (9)$$

Η (9) δίνει τή γενική μορφή της έναλλασσόμενης τάσεως πού δημιουργείται έπαγωγικά στό περιστρεφόμενο πλαίσιο.



Σχ. 14.2γ.

Ἀνάλογα μέ τήν ἐναλλασσόμενη τάση u ρεῖι στό πλαίσιο καί στόν καταναλωτή R (σχ. 14.2α) ἐναλλασσόμενο ρεῖμα i , πού ἔχει τή μορφή:

$$i = I_m \eta \mu \phi \quad (10)$$

I_m εἶναι ἡ **μέγιστη τιμή** πού παίρνει τό ρεῖμα κατά τή μεταβολή του. Ἡ μέγιστη τιμή ἑνός ἐναλλασσόμενου μεγέθους ὀνομάζεται ἐπίσης **πλάτος** τοῦ μεγέθους.

Στό σχῆμα 14.2γ εἶναι σημειωμένη ἡ φορά τοῦ ρεύματος σέ κάθε πλευρικό ἀγωγό στίς διάφορες θέσεις τοῦ πλαισίου. Κατά τήν περιστροφή τοῦ πλαισίου μεταξύ τῶν θέσεων (α) καί (γ), ὅποτε $0^\circ < \phi < 180^\circ$, ὁ πλευρικός ἀγωγός A πού εἶναι συνδεμένος μέ τήν ψήκτρα 1 (σχ. 14.2α), ἀποτελεῖ τό **θετικό πόλο**, ἐνῶ ὁ πλευρικός ἀγωγός B , πού εἶναι συνδεμένος μέ τήν ψήκτρα 2 ἀποτελεῖ τόν **ἀρνητικό πόλο**. Κατά τήν περιστροφή τοῦ πλαισίου μεταξύ τῶν θέσεων (γ) καί (ε),

όποτε $180^\circ < \varphi < 360^\circ$, ο πλευρικός άγωγός Α άποτελεί τόν **άρνητικό πόλο**, ενώ ο άγωγός Β τό **θετικό πόλο**.

Άπό αυτά γίνεται και όπτικά άμεσα φανερό, ότι τό ρεύμα πού ρέει σέ ένα κύκλωμα συνδεμένο στους πόλους τής γεννήτριας είναι έναλλασσόμενο.

14.3 Συχνότητα, φάση και κυκλική συχνότητα έναλλασσομένων μεγεθών.

Η περίοδος Τ ενός έναλλασσόμενου μεγέθους (ρεύματος, τάσεως) είναι, όπως άναφέραμε προηγουμένως, ο χρόνος στόν όποιο συμπληρώνεται ένας κύκλος, δηλαδή μία πλήρης μεταβολή του μεγέθους. Η περίοδος μετράται σέ δευτερόλεπτα.

Ο αριθμός των κύκλων ανά δευτερόλεπτο ονομάζεται συχνότητα f.

Άρα ή συχνότητα δίνεται άπό τόν τύπο:

$$f = \frac{1}{T} \quad (1)$$

Μονάδα μετρήσεως τής συχνότητας είναι τό Herz (Χέρτς) μέ σύμβολο τό Hz.

$$1 \text{ Hz} = \frac{1}{\text{s}} = \text{s}^{-1}$$

Άντίστροφα, γιά τήν περίοδο Τ προκύπτει άπό τήν (1):

$$T = \frac{1}{f} \quad (2)$$

Στήν περίπτωση του στρεφόμενου πλαισίου είδαμε ότι ένας κύκλος συμπληρώνεται μετά άπό μία πλήρη περιστροφή του πλαισίου. Άρα ο αριθμός των στροφών του πλαισίου η ανά δευτερόλεπτο είναι ίσος μέ τή συχνότητα f του έναλλασσόμενου ρεύματος, πού δημιουργείται.

Εφόσον τό πλαίσιο περιστρέφεται μέ σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω, διαγράφει σέ ίσα χρονικά διαστήματα ι ίσες γωνίες περιστροφής φ.

Η γωνιακή του ταχύτητα ω, δηλαδή ή γωνία πού διαγράφει στή μονάδα του χρόνου, δίνεται άπό τό γνωστό τύπο τής Φυσικής:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \quad (3)$$

$$\text{Άρα:} \quad \varphi = \omega t \quad (4)$$

Η γωνία φ ονομάζεται πίο ειδικά **γωνία φάσεως** ή **φάση** του έναλλασσόμενου μεγέθους. Τό πηλίκο $\omega = \frac{\varphi}{t}$ δίνει έπομένως τή μεταβολή (αύξηση) τής φάσεως του μεγέθους στή μονάδα του χρόνου και ονομάζεται στήν ηλεκτροτεχνία **κυκλική συχνότητα**. Τή γωνία φ μετράμε συνήθως όχι σέ μοίρες, αλλά **σε**

άκτινία (rad). Όπως είναι γνωστό μία γωνία φ δίνεται σε rad από το πηλίκο του τόξου S ενός κύκλου, που αντιστοιχεί στη γωνία φ διά της ακτίνας r του κύκλου:

$$\varphi = \frac{S}{r} \text{ rad}$$

Σε γωνία $\varphi = 360^\circ$ αντιστοιχεί τόξο ίσο με την περιφέρεια του κύκλου, δηλαδή $2\pi r$. Άρα γωνία 360° αντιστοιχεί σε:

$$\varphi = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ rad} = 6,28 \text{ rad}$$

$$\text{και} \quad 1 \text{ rad} = \frac{360}{6,28} = 57,295^\circ$$

Όταν το πλαισίο συμπληρώνει μία πλήρη περιστροφή, έχει διαγράψει γωνία $\varphi = 2\pi$ και έχει περάσει χρόνος T . Επομένως σύμφωνα με τις (3) και (1):

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}} \quad (5)$$

$$\boxed{\omega = 2\pi f} \quad (6)$$

Οι εξισώσεις (9) και (10) των εναλλασσομένων μεγεθών της παραγράφου 14.2 γίνονται με τις σχέσεις (4) και (6):

$$u = U_m \eta \mu \omega t = U_m \eta \mu 2\pi f t \quad (7)$$

$$i = I_m \eta \mu \omega t = I_m \eta \mu 2\pi f t \quad (8)$$

Τό σχήμα 14.3α(α ως δ) δείχνει τις συναρτήσεις $u = f(\omega t)$, $u = f(t)$, $i = f(\omega t)$ και $i = f(t)$.

Αριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Μία εναλλασσόμενη τάση $u = U_m \eta \mu \omega t$ έχει μέγιστη τιμή $U_m = \sqrt{2} \cdot 220 \text{ V}$ και συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$. Νά βρεθούν οι στιγμιαίες τιμές της για $t_1 = 10^{-2} \text{ s}$, $t_2 = 10^{-3} \text{ s}$, $t_3 = 10^{-4} \text{ s}$ και $t_4 = 15 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

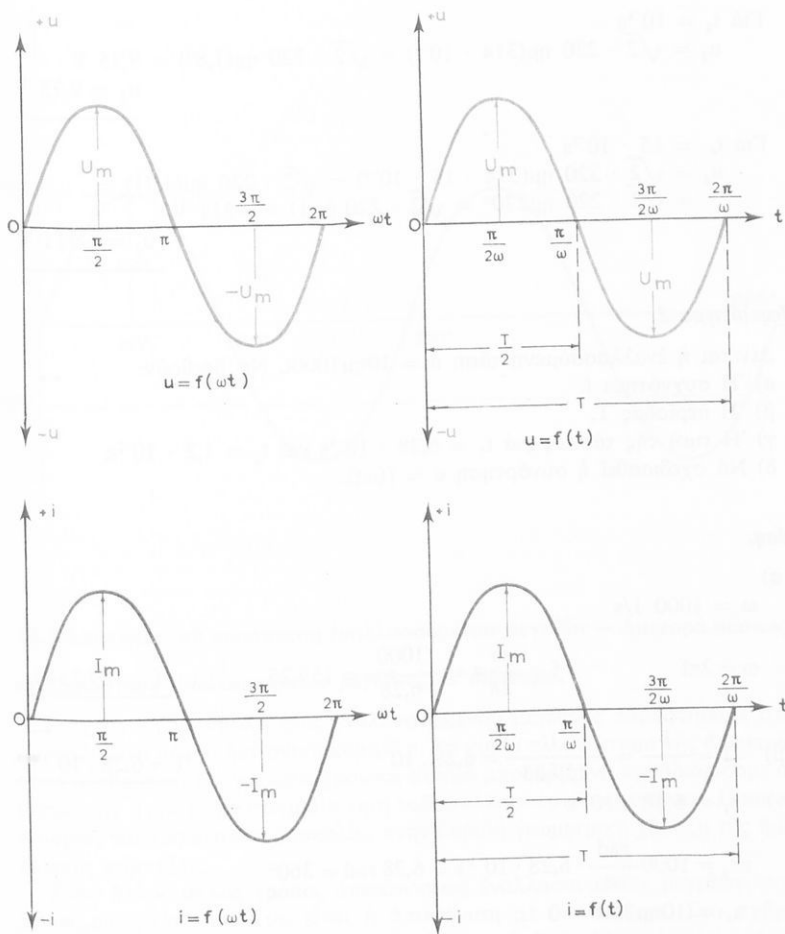
Λύση.

$$\begin{aligned} u &= U_m \eta \mu \omega t \\ U_m &= \sqrt{2} U = \sqrt{2} \cdot 220 \text{ V} \\ \omega &= 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{Για } t_1 = 10^{-2} \text{ s}$$

$$\begin{aligned} u_1 &= \sqrt{2} U \eta \mu \omega t = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \eta \mu \omega t = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \eta \mu (314 \cdot 10^{-2}) = \\ &= \sqrt{2} \cdot 220 \eta \mu \pi = 0 \end{aligned}$$

$$\underline{u_1 = 0}$$



Σχ. 14.3.

Γιὰ $t_2 = 10^{-3}\text{s}$

$$u_2 = \sqrt{2} \cdot 220 \text{ ημ}(314 \cdot 10^{-3}) = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \text{ημ}(0,314) = \\ = \sqrt{2} \cdot 220 \text{ ημ}18^\circ = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot 0,309 = 96 \text{ V}$$

$$u_2 = 96 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} \text{Γιὰ } t_3 &= 10^{-4} \text{ s} \\ u_3 &= \sqrt{2} \cdot 220 \text{ ημ}(314 \cdot 10^{-4}) = \sqrt{2} \cdot 220 \text{ ημ}(1,8^\circ) = 9,75 \text{ V} \\ &\underline{u_3 = 9,75 \text{ V}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Γιὰ } t_4 &= 15 \cdot 10^{-3} \text{ s} \\ u_4 &= \sqrt{2} \cdot 220 \text{ ημ}(314 \cdot 15 \cdot 10^{-3}) = \sqrt{2} \cdot 220 \text{ ημ}(4,71) = \\ &= \sqrt{2} \cdot 220 \text{ ημ}270^\circ = \sqrt{2} \cdot 220 (-1) = -311 \text{ V} \\ &\underline{u_4 = -311 \text{ V}} \end{aligned}$$

Παράδειγμα 2.

Δίνεται ή έναλλασσόμενη τάση $u = 10\text{ημ}1000t$. Νά βρεθοῦν:

α) Ἡ συχνότητα f .

β) Ἡ περίοδος T .

γ) Ἡ τιμή τῆς τάσεως γιὰ $t_1 = 6,28 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ καί $t_2 = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.

δ) Νά σχεδιασθεῖ ή συνάρτηση $u = f(\omega t)$.

Λύση.

α)

$$\omega = 1000 \text{ 1/s}$$

$$\omega = 2\pi f \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1000}{6,28} = 159,23 \quad \underline{f = 159,23 \text{ Hz}}$$

$$\beta) \quad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{159,23} = 6,28 \cdot 10^{-3} \quad \underline{T = 6,28 \cdot 10^{-3} \text{ s}}$$

$$\gamma) \quad t_1 = 6,28 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$\omega t_1 = 1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 6,28 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 6,28 \text{ rad} = 360^\circ$$

$$u_1 = 10\text{ημ}360 = 0 \quad \underline{u_1 = 0}$$

$$t_2 = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

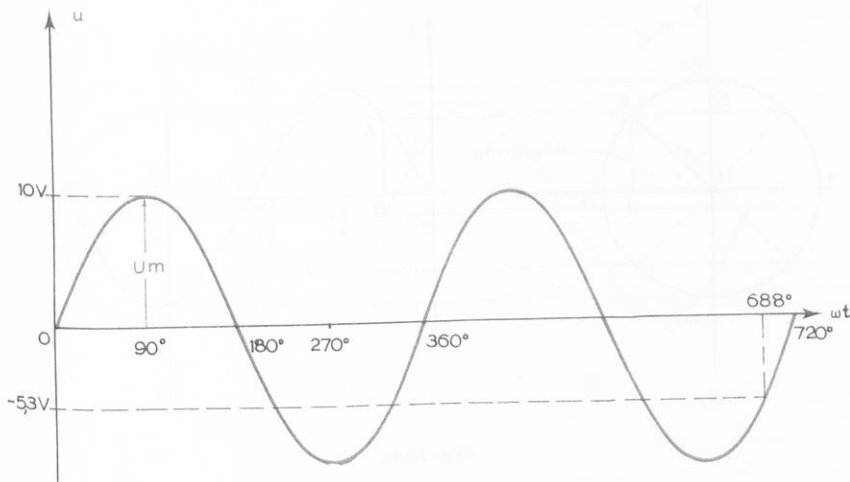
$$\omega t_2 = 1000 \cdot 1,2 \cdot 10^{-2} = 12 \text{ rad} = 688^\circ$$

$$u = 10\text{ημ}688 = 10(-0,53) = -5,3 \text{ V} \quad \underline{u_2 = -5,3 \text{ V}}$$

δ) Σχήμα 14.3β

$$U_m = 10 \text{ V}$$

$$U_t = 0 = u_0 = 10 \text{ ημ}0 = 0$$



14.4 Διανυσματική παράσταση εναλλασσομένων μεγεθών — Διαφορά φάσεως.

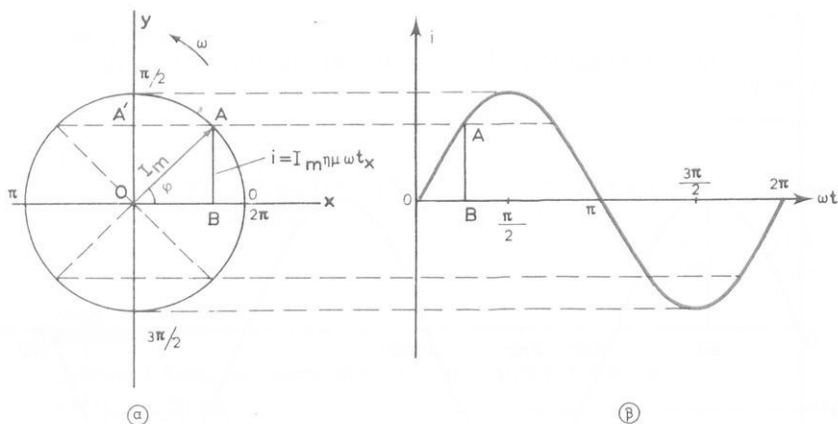
α) Παράσταση εναλλασσόμενου μεγέθους με διάνυσμα.

Τή χρονική μεταβολή ενός εναλλασσόμενου μεγέθους παραστήσαμε στά προηγούμενα με μία ήμιτονική καμπύλη. Τό κύριο πλεονέκτημα τής απεικόνισης αὐτῆς εἶναι ὅτι γιά κάθε χρονική στιγμή μπορούμε νά προσδιορίσουμε ἀμέσως τήν ἀντίστοιχη στιγμιαία τιμή τοῦ εναλλασσόμενου μεγέθους. Πρακτικά ὁμως παρουσιάζονται δυσκολίες στήν ἀκριβή γεωμετρική χάραξη τῆς ἡμιτονικῆς καμπύλης.

Ένας ἄλλος ἀπλός τρόπος ἀπεικονίσεως εναλλασσομένων μεγεθών, πού χρησιμοποιεῖται εὐρύτατα, εἶναι ἡ ἀπεικόνιση μέ διανύσματα. Στό σχῆμα 14.4α ἐρμηνεύεται ὁ τρόπος αὐτός μέ τή βοήθεια ἑνός εναλλασσόμενου ρεύματος:

$$i = I_m \eta \mu \omega t \quad (1)$$

Τή μέγιστη τιμή τοῦ ρεύματος I_m παριστάνομε ὑπό κλίμακα μέ ἕνα διάνυσμα OA σέ ἕνα σύστημα ὀρθογωνίων ἀξόνων $x-y$. Τό διάνυσμα αὐτό δεχόμαστε ὅτι περιστρέφεται κατὰ τήν ἀντίθετη φορά περιστροφῆς τῶν δεικτῶν τοῦ ρολοιοῦ μέ γωνιακή ταχύτητα ἴση μέ τήν κυκλική συχνότητα ω τοῦ ρεύματος.



Σχ. 14.4α.

Αν η διεύθυνση του διανύσματος I_m τη χρονική στιγμή $t = 0$ συμπίπτει με τον άξονα x , μετά από χρόνο t_x θα έχει διαγράψει γωνιά $\varphi = \omega t_x$ και θα έχει έλθει στη θέση που δείχνει το σχήμα 14.4α. Στη θέση αυτή η προβολή $A'O = AB$ του διανύσματος I_m επάνω στον άξονα y είναι ίση με $I_m \eta \mu \omega t$, δηλαδή ίση με τη στιγμιαία τιμή του ρεύματος i τη χρονική στιγμή t_x . Άρα για να βρούμε τη στιγμιαία τιμή ενός εναλλασσόμενου μεγέθους κάποια χρονική στιγμή αρκεί να τοποθετήσουμε τη φάση $\varphi = \omega t$ του μεγέθους ως προς τον άξονα x και να φέρομε την προβολή του διανύσματος της μέγιστης τιμής στον άξονα y .

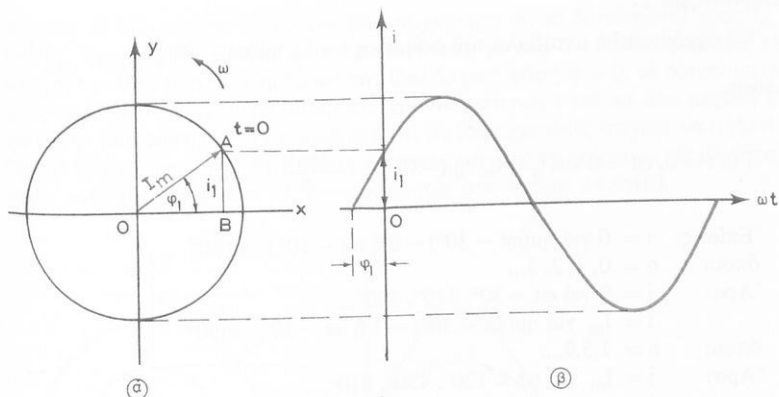
Αν πάρουμε τις προβολές για διάφορες φάσεις ωt και τις τοποθετήσουμε σε ένα σύστημα αξόνων πάνω από τις αντίστοιχες φάσεις θα προκύψει η ήμιτονική καμπύλη, όπως φαίνεται στο σχήμα 14.4β).

β) Έναλλασσόμενο μέγεθος με αρχική φάση.

Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$, στην οποία αρχίζουμε τη μέτρηση του χρόνου, το έναλλασσόμενο μέγεθος δεν έχει την τιμή μηδέν αλλά κάποια άλλη τιμή i_1 , τότε το διάνυσμα I_m θα σχηματίζει τη στιγμή αυτή κάποια γωνία φ_1 με τον άξονα x , που θα αντιστοιχεί στη στιγμιαία τιμή i_1 [σχ. 14.4β(α)]. Η γωνία φ_1 ονομάζεται **αρχική φάση** του εναλλασσόμενου μεγέθους.

Η μέτρηση του χρόνου αρχίζει από την αρχική φάση. Έτσι μετά από χρόνο t το διάνυσμα I_m θα έχει διαγράψει γωνία ωt και η φάση φ του εναλλασσόμενου μεγέθους θα είναι:

$$\varphi = \omega t + \varphi_1 \quad (2)$$



Σχ. 14.4β.

Ἡ ἐξίσωση τοῦ ἐναλλασσόμενου μεγέθους στήν περίπτωση αὐτή εἶναι:

$$i = I_m \eta\mu(\omega t + \phi_1) \quad (3)$$

Παρατηροῦμε ὅτι ἡ ἡμιτονική καμπύλη εἶναι μετατοπισμένη ὥς πρὸς τήν ἀρχή τῶν ἀξόνων (σημεῖο μηδέν) κατὰ γωνία ϕ_1 [σχ. 14.4β(β)].

Παράδειγμα 1.

Δίνονται τὰ ἐναλλασσόμενα μεγέθη:

$$u = 220\eta\mu(377t + 60^\circ) \text{ καὶ}$$

$$i = 220\eta\mu(100\pi t + 45^\circ).$$

Νά βρεθεῖ ἡ στιγμιαία τιμή τους γιὰ $t = 10^{-2}$ s.

Λύση.

$$u = 220\eta\mu(377t + 60^\circ)$$

$$\omega t = 377t = 377 \cdot 10^{-2} = 3,77 \text{ rad} = 216^\circ$$

$$u = 220\eta\mu(216 + 60) = 220\eta\mu 276^\circ$$

$$u = 220(-0,9945) = -218,8$$

$$u = -218,8 \text{ V}$$

$$i = 220\eta\mu(100\pi t + 45^\circ)$$

$$\omega t = 100\pi t = 100\pi \cdot 10^{-2} = \pi = 180^\circ$$

$$i = 220\eta\mu(180 + 45^\circ) = 220\eta\mu(225^\circ)$$

$$i = 220(-0,707) = -155,5 \text{ V}$$

$$i = -155,5 \text{ V}$$

Παράδειγμα 2.

Νά σχεδιασθεί ή μεταβολή τοῦ ρεύματος $i = I_m \eta\mu(\omega t - 30^\circ)$.

Λύση.

$$\text{Γιά } t = 0, \omega t = 0 \text{ καί } i_0 = I_m \eta\mu(-30^\circ) = -\frac{I_m}{2}$$

Ἐπίσης: $i = 0$ γιά $\eta\mu(\omega t - 30^\circ) = 0$ ἢ $\omega t - 30^\circ = n180^\circ$

ὅπου: $n = 0, 1, 2, 3 \dots$

Ἄρα: $i = 0$ γιά $\omega t = 30^\circ, 210^\circ, 390^\circ \dots$

$i = I_m$ γιά $\eta\mu(\omega t - 30^\circ) = 1$ ἢ $\omega t - 30^\circ = n90^\circ$

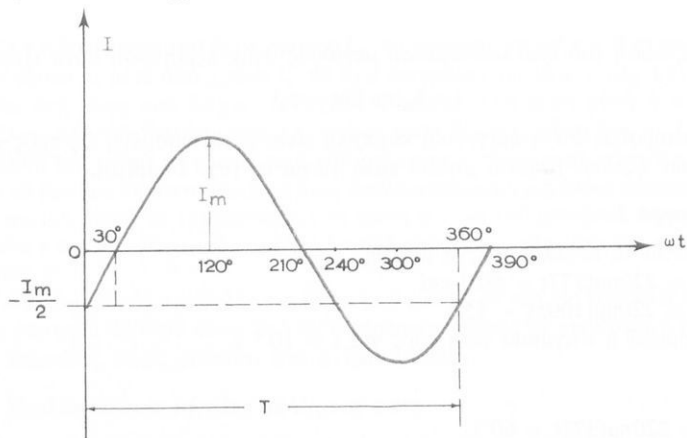
ὅπου: $n = 1, 5, 9, \dots$

Ἄρα: $i = I_m$ γιά $\omega t = 120^\circ, 450^\circ, 810^\circ, \dots$

$i = -I_m$ γιά $\eta\mu(\omega t - 30^\circ) = -1$ ἢ $\omega t - 30^\circ = n90^\circ$

ὅπου: $n = 3, 7, 11 \dots$

Ἄρα: $i = -I_m$ γιά $\omega t = 300^\circ, 660^\circ, 930^\circ, 1020^\circ$.

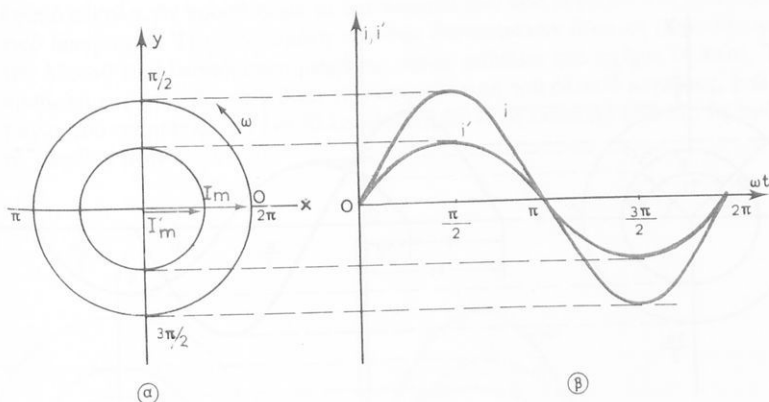
**γ) Ἐναλλασσόμενα μεγέθη σέ φάση.**

Ἐστω τώρα ὅτι ἐκτός ἀπό τό ρεύμα τῆς ἐξίσωσης (1), ἔχομε καί ἕνα δεῦτερο ἑναλλασσόμενο ρεύμα μέ τήν ἐξίσωση:

$$i' = I'_m \eta\mu\omega t \quad (4)$$

Τό μέγεθος αὐτό μπορούμε νά τό παραστήσουμε ἐπίσης μέ ἕνα στρεφόμενο διάνυσμα I'_m στό ἴδιο σύστημα ἀξόνων $x-y$, ὅπως καί τό i [σχ. 14.4γ(α)].

Επειδή τα δύο μεγέθη έχουν την ίδια συχνότητα ω , τα διανύσματά τους I_m και I'_m διαγράφουν σε ίσα διαστήματα t ίσες γωνίες ωt . Επειδή ακόμα τη στιγμή $t = 0$ τα δύο μεγέθη έχουν την ίδια αρχική φάση $\varphi = 0$, τα διανύσματά τους συμπίπτουν. Έτσι οποιαδήποτε χρονική στιγμή t και τα δύο μεγέθη έχουν την ίδια φάση ωt . Αποτέλεσμα είναι τις ίδιες χρονικές στιγμές να μηδενίζονται (δταν $\eta\mu\omega t = 0$) και τις ίδιες χρονικές στιγμές να παίρνουν τις μέγιστες τιμές τους (δταν $\eta\mu\omega t = 1$), όπως φαίνεται στο σχήμα 14.4γ(β).



Σχ. 14.4γ.

Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ τα δύο αυτά μεγέθη έχουν την ίδια αρχική φάση φ_1 , πάλι τα διανύσματά τους θα συμπίπτουν και πάλι τις ίδιες χρονικές στιγμές θα παίρνουν τις μηδενικές και τις μέγιστες τιμές τους.

Δύο εναλλασσόμενα μεγέθη, που έχουν την ίδια φάση σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή, λέμε ότι βρίσκονται σε φάση.

δ) Έναλλασσόμενα μεγέθη με διαφορά φάσεως.

Έστω τώρα ότι τα δύο ρεύματα έχουν διαφορετικές αρχικές φάσεις φ_1, φ_2 , δηλαδή δίνονται από τις εξισώσεις:

$$i = I_m \eta\mu(\omega t + \varphi_1) \quad (5)$$

$$\text{και} \quad i' = I'_m \eta\mu(\omega t + \varphi_2)$$

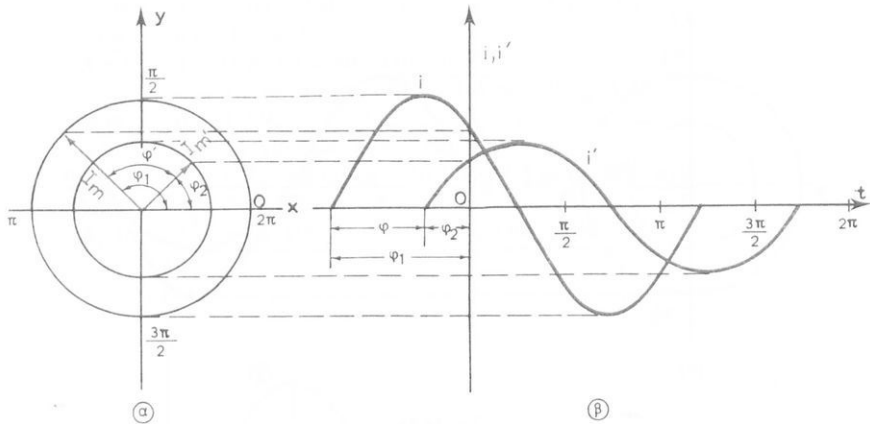
όπου:

$$\varphi_1 > \varphi_2$$

Όπως βλέπομε στο σχήμα 14.4δ (α) τα διανύσματα I_m, I'_m απέχουν μεταξύ τους κατά τη γωνία:

$$\varphi' = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (6)$$

Έπειδή τὰ μεγέθη ἔχουν τὴν ἴδια συχνότητα ω , σὲ ἴσους χρόνους διαγράφουν ἴσες γωνίες ὡς καὶ ἡ γωνία ϕ' παραμένει ἀμετάβλητη κατὰ τὴν περιστροφή τῶν διανυσμάτων. Ἐτσι πάντοτε τὸ διάνυσμα I_m προηγείται καὶ τὸ διάνυσμα I'_m ἀκολουθεῖ. Ἀποτέλεσμα εἶναι τὸ μέγεθος i νὰ παίρνει τὶς μηδενικές καὶ τὶς μέγιστες τιμές του πάντοτε νωρίτερα ἀπὸ τὸ μέγεθος i' κατὰ τὴ γωνία ϕ' , ὅπως φαίνεται ἀπὸ τὶς ἡμιτονικές καμπύλες τῶν δύο μεγεθῶν στὸ σχῆμα 14.4δ(β).



Σχ. 14.4δ.

Δύο ἐναλλασσόμενα μεγέθη πού ἔχουν διαφορετική ἀρχική φάση μέ ἀποτέλεσμα νὰ παίρνουν τὶς μέγιστες καὶ ἐλάχιστες τιμές τους σὲ διαφορετικές χρονικές στιγμές, λέμε ὅτι παρουσιάζουν διαφορά φάσεως.

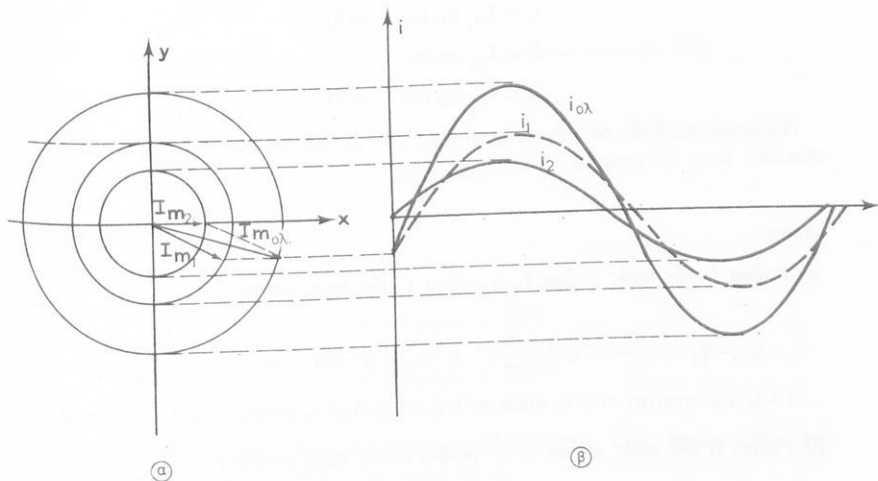
Ἡ διαφορά φάσεως καθορίζει τὴ θέση ενός μεγέθους ὡς πρὸς ἕνα ἄλλο μέγεθος καὶ βρίσκεται ἂν ἀφαιρέσουμε τὴν ἀρχική φάση τοῦ ενός μεγέθους ἀπὸ τὴν ἀρχική φάση τοῦ ἄλλου. Ἄν τὸ ἀποτέλεσμα εἶναι θετικό (θετική διαφορά φάσεως) τὸ μέγεθος πού ἡ φάση του εἶναι ὁ ἀφαιρετέος προηγείται τοῦ ἄλλου μεγέθους. Σὲ ἀντίθετη περίπτωση (ἀρνητική διαφορά φάσεως) τὸ μέγεθος αὐτὸ ἔπεται τοῦ ἄλλου μεγέθους.

ε) Διανυσματικό διάγραμμα — Πρόσθεση ἐναλλασσομένων μεγεθῶν.

Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο πού παραστήσαμε μέ διανύσματα δύο ἐναλλασσόμενα μεγέθη, μπορούμε νὰ παραστήσουμε στὸ ἴδιο σύστημα ἀξόνων ὅσαδήποτε ἐναλλασσόμενα μεγέθη, μέ τὴν προϋπόθεση ὅτι ἔχουν τὴν ἴδια συχνότητα. Ἐτσι προκύπτει ἕνα διάγραμμα πού ὀνομάζεται **διανυσματικό διάγραμμα**.

Από τό διανυσματικό διάγραμμα μπορούμε νά προσδιορίσουμε τή διαφορά φάσεως ενός μεγέθους ως πρός ένα άλλο μέγεθος μετρώντας τή γωνία μεταξύ τους. Επίσης μπορούμε νά προσδιορίσουμε τή στιγμιαία τιμή όποιουδήποτε μεγέθους, βρίσκοντας τήν προβολή του στόν άξονα y .

*Αν θέλομε νά **προσθέσουμε** δύο όμοιδή έναλλασσόμενα μεγέθη, π.χ. δύο ρεύματα $i_1 = I_{m_1} \eta\mu\omega t$ καί $i_2 = I_{m_2} \eta\mu(\omega t - \phi)$ καί νά βρούμε τό όλικό ρεύμα $i_{ολ}$, θά πρέπει νά προσθέσουμε τίς αντίστοιχες στιγμιαίες τιμές τους, όπως φαίνεται στό σχήμα 14.4ε(β). Τήν πρόσθεση αυτή μπορούμε όμως νά κάνομε πολύ εύκολα, αν προσθέσουμε τά διανύσματα τών δύο μεγεθών στό διανυσματικό διάγραμμα. Η συνισταμένη τών δύο διανυσμάτων δίνει τή μέγιστη τιμή του όλικού έναλλασσόμενου μεγέθους, όπως φαίνεται στό σχήμα 14.4ε(α). Η προβολή της στόν άξονα y δίνει τή στιγμιαία τιμή του όλικού μεγέθους, ενώ ή γωνία πού σχηματίζει μέ ένα άλλο μέγεθος δίνει τή διαφορά φάσεως ως πρός τό μέγεθος αυτό.



Σχ. 14.4ε.

Στήν πράξη δέν ενδιαφέρουν οί στιγμιαίες τιμές τών έναλλασσόμενων μεγεθών, όπως θά γνωρίσουμε στήν έπόμενη παράγραφο. Γι' αυτό παραλείπομε συνηθώς στό διανυσματικό διάγραμμα τό σύστημα τών άξόνων $x-y$ καί σχεδιάζο-

με μόνο τὰ διανύσματα μέ τις διαφορές φάσεως μεταξύ τους.

Στήν περίπτωση αὐτή ξεκινᾶμε ἀπό ἓνα διάνυσμα, πού ἐκλέγομε αὐθαίρετα τή θέση του, καί γράφομε τὰ ὑπόλοιπα διανύσματα σύμφωνα μέ τή διαφορά φάσεως πού παρουσιάζουν ὡς πρός αὐτό τό διάνυσμα ἢ ὡς πρός ἓνα ἄλλο διάνυσμα, πού ἤδη ἔχομε τοποθετήσει στό διάγραμμα.

Θετικές διαφορές φάσεως διανυσμάτων πού προπορεύονται, σημειώνομε σέ ἀντίθετη κατεύθυνση ἀπό αὐτή τῶν δεικτῶν τοῦ ρολοιοῦ, ἀρνητικές διαφορές φάσεως διανυσμάτων πού ἔπονται, στήν κατεύθυνση αὐτή. Τή φορά στήν ὁποία ἓνα διάνυσμα προπορεύεται (ἀντίθετη φορά τῶν δεικτῶν τοῦ ρολοιοῦ) σημειώνομε στό διάγραμμα μέ ἓνα βέλος.

Ἀριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Δίνονται 3 ρεύματα μέ τις ἐξισώσεις:

$$i_1 = I_{m_1} \eta \mu (\omega t + \pi/2)$$

$$i_2 = I_{m_2} \eta \mu \omega t$$

$$i_3 = I_{m_3} \eta \mu (\omega t - \pi/2)$$

Νά ὑπολογισθοῦν οἱ διαφορές φάσεως τῶν ρευμάτων καί νά δοθεῖ τό διανυσματικό τους διάγραμμα.

Λύση.

α) Ρεύμα i_1 ὡς πρός ρεύμα i_2 ἢ ρεύμα i_2 ὡς πρός ρεύμα i_1 .

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2} \quad \text{ἢ} \quad \varphi_2 - \varphi_1 = 0 - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$$

Τό i_1 προηγεῖται τοῦ i_2 κατά $\pi/2$ ἢ τό ρεύμα i_2 ἔπεται τοῦ i_1 κατά $\pi/2$.

β) Ρεύμα i_1 ὡς πρός ρεύμα i_3 ἢ ρεύμα i_3 ὡς πρός ρεύμα i_1 .

$$\varphi_1 - \varphi_3 = \frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2}) = \pi \quad \text{ἢ} \quad \varphi_3 - \varphi_1 = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = -\pi$$

Τό i_1 προηγεῖται τοῦ i_3 κατά π ἢ τό i_3 ἔπεται τοῦ i_1 κατά π .

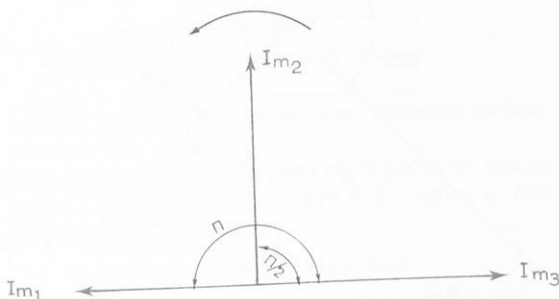
γ) Ρεύμα i_2 ὡς πρός ρεύμα i_3 ἢ ρεύμα i_3 ὡς πρός ρεύμα i_2 .

$$\varphi_2 - \varphi_3 = 0 - (-\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} \quad \text{ἢ} \quad \varphi_3 - \varphi_2 = -\frac{\pi}{2} - 0 = -\frac{\pi}{2}$$

Τό i_2 προηγείται του i_3 κατά $\pi/2$ ή τό i_3 έπεται του i_2 κατά $\pi/2$.

Διανυσματικό διάγραμμα.

Γιά τήν κατασκευή του διαγράμματος μπορούμε νά εκλέξουμε όποιοδήποτε από τά 3 ρεύματα ως ρεύμα άναφοράς. Στο σχήμα 14.4στ έχομε εκλέξει αυθαίρετα τό i_3 .



Σχ. 14.4στ.

Παράδειγμα 2.

Δίνονται τά ρεύματα:

$$\begin{aligned} i_1 &= 10\eta\mu\omega t \\ i_2 &= 10\eta\mu(\omega t + 45^\circ) \\ i_3 &= 10\eta\mu(\omega t + 135^\circ) \\ i_4 &= 20\eta\mu(\omega t + 225^\circ) \\ i_5 &= 15\eta\mu(\omega t - 45^\circ) \end{aligned}$$

- Νά ύπολογισθεϊ ή διαφορά φάσεως του ρεύματος i_2 ως προς τό ρεύμα i_4 καί ή διαφορά φάσεως του i_4 ως προς τό i_5 .
- Νά δοθεϊ τό διανυσματικό διάγραμμα των ρευμάτων.

Λύση.

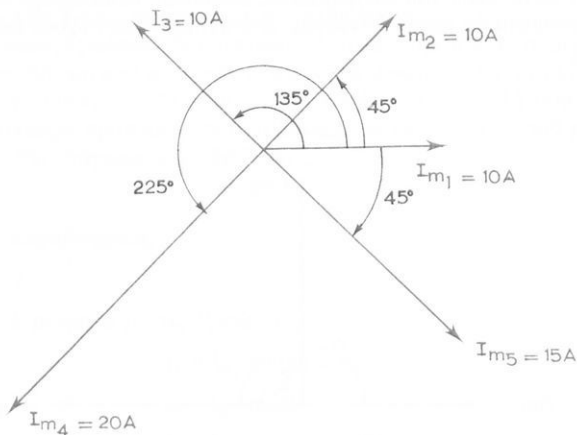
$$\varphi_2 - \varphi_4 = 45 - 225 = -180^\circ$$

Τό ρεύμα i_2 έπεται του i_4 κατά 180° ή τό ρεύμα i_4 προηγείται του i_2 κατά 180° .

$$\varphi_4 - \varphi_5 = 225 - (-45) = 270^\circ$$

Τό ρεύμα i_4 προηγείται του i_5 κατά 270° ή τό ρεύμα i_5 έπεται του i_4 κατά 270° .

β) Διανυσματικό διάγραμμα (σχ. 14.4ζ).



Σχ. 14.4ζ.

14.5 Ένεργός τιμή έναλλασσομένων μεγεθών.

Έπειδή ή στιγμιαία τιμή ενός έναλλασσόμενου ρεύματος μεταβάλλεται συνεχώς, δέν μπορούμε στην πράξη νά έκτιμήσομε ποσοτικά τό έναλλασσόμενο ρεύμα από τή στιγμιαία τιμή του όπως κάνομε στό συνεχές ρεύμα. Για τόν ποσοτικό χαρακτηρισμό ενός έναλλασσόμενου ρεύματος χρειαζόμασθε ένα σταθερό χρονικά μέγεθος, πού νά μετράται εύκολα καί νά έκφράζει τήν όλική συμπεριφορά του ρεύματος. Ένα τέτοιο μέγεθος είναι ή **ένεργός τιμή**, πού προσδιορίζεται από τά θερμικά αποτελέσματα του έναλλασσόμενου ρεύματος.

Ένα έναλλασσόμενο ρεύμα πού ρέει μέσα από ένα ώμικό αντίσταςτη, δημιουργεί θερμότητα, όπως ένα συνεχές ρεύμα. Έτσι μπορούμε νά συγκρίνομε τήν ένταση καί τήν τάση ενός έναλλασσόμενου ρεύματος μέ τήν ένταση καί τάση ενός συνεχούς ρεύματος, σύμφωνα μέ τή θερμότητα πού παράγουν τά δύο ρεύματα. Διακρίνομε λοιπόν ένεργό τιμή έντάσεως καί ένεργό τιμή τάσεως.

α) Ένεργός τιμή έντάσεως.

Ορίζομε ότι:

Ένεργός τιμή της έντασεως ενός εναλλασσόμενου ρεύματος είναι ή ένταση ενός (ισοδύναμου) συνεχούς ρεύματος, που όταν διαρρέει ένα ωμικό αντίστατη για όρισμένο χρονικό διάστημα, παράγει τό ίδιο ποσό θερμότητας μέ τό εναλλασσόμενο ρεύμα, όταν αυτό διαρρέει τόν ίδιο αντίστατη στό ίδιο χρονικό διάστημα.

Τήν ένεργό τιμή της έντασεως τοῦ εναλλασσόμενου ρεύματος συμβολίζομε μέ τό γράμμα I .

Μεταξύ της ενεργού τιμής I και της μέγιστης τιμής I_m ενός εναλλασσόμενου ρεύματος ισχύει ή σχέση:

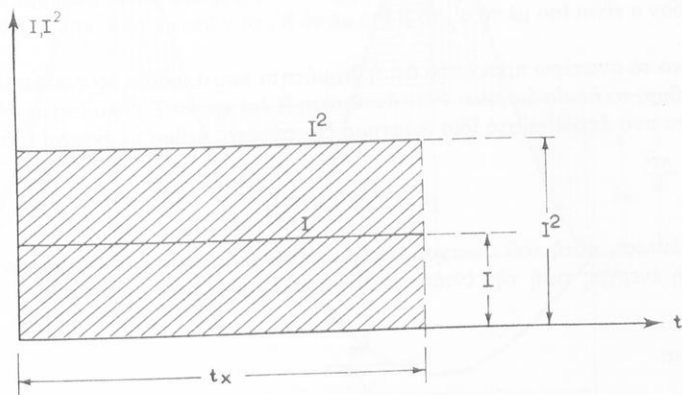
$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m \quad (1)$$

Δηλαδή ή ένεργός τιμή ενός εναλλασσόμενου ρεύματος ίσοῦται μέ τό 70% περίπου της μέγιστής του τιμής.

Η σχέση (1) προκύπτει ως εξής: Τό ποσό της θερμότητας που αποδίδεται όταν συνεχές ρεύμα I διαρρέει έναν αντίστατη R επί χρόνο t_x δίνεται από τό νόμο τοῦ Joule [εξίσωση (2) της 6.5]:

$$Q = 0,239 \cdot 10^{-3} I^2 R t_x \text{ kcal} \quad (2)$$

Τό σχήμα 14.5α δείχνει τίς συναρτήσεις $I = f(t)$ και $I^2 = f(t)$ τοῦ συνεχούς ρεύματος. Τό έμβαδό τοῦ διαγραμμισμένου ὀρθογώνιου παραλληλόγραμμου προκύπτει από τό γινόμενο $I^2 t_x$ και είναι ανάλογο τοῦ ποσού θερμότητας Q σύμφωνα μέ τήν εξίσωση (2).



Σχ. 14.5α.

Στό εναλλασσόμενο ρεύμα ισχύει επίσης ὁ νόμος τοῦ Joule. Έπειδή ὁμως ή ένταση i μεταβάλλεται συνεχῶς επιτρέπεται νά εφαρμόσομε τή σχέση (2) μόνο

γιά ένα πολύ μικρό χρονικό διάστημα dt , μέσα στο οποίο η ένταση i μπορεί να θεωρηθεί σταθερή. Στο διάστημα αυτό αναπτύσσεται ποσό θερμότητας dQ και ισχύει η σχέση:

$$dQ = 0,239 \cdot 10^{-3} i^2 R dt \quad (3)$$

Τό σχήμα 14.5β(α) δείχνει τις συναρτήσεις $i = f(t)$ και $i^2 = f(t)$ του έναλλασσόμενου ρεύματος. Έπειδή η συνάρτηση $i^2 = f(t)$ προκύπτει από την ύψωση στο τετράγωνο κάθε στιγμιαίας τιμής της συναρτήσεως $i = f(t)$, όλες οι τιμές της είναι θετικές.

Η πολύ μικρή επιφάνεια dF που είναι έντονα σχεδιασμένη στο σχήμα 14.5β(α) προκύπτει από το γινόμενο $i^2 dt$ και σύμφωνα με τον τύπο (3) είναι ανάλογη της θερμότητας dQ που αναπτύσσεται στον αντίστατή R σε χρόνο dt . Παρατηρούμε ότι ανάλογα με την τιμή i^2 μεταβάλλεται κάθε χρονική στιγμή ή επιφάνεια dF και η παραγόμενη θερμότητα dQ .

Αν αθροίσουμε όλες τις ελάχιστες επιφάνειες dF σε διάστημα μιας περιόδου θα πάρουμε τη διαγραμματισμένη επιφάνεια κάτω από την καμπύλη i^2 [σχ. 14.5β(α)]. Η επιφάνεια αυτή είναι ανάλογη προς το ολικό ποσό θερμότητας Q που παράγεται από το έναλλασσόμενο ρεύμα στον αντίστατή R σε μία περίοδο.

Την επιφάνεια F μπορούμε να αντικαταστήσουμε με μία ίση επιφάνεια ενός ορθογώνιου παραλληλόγραμμου με βάση T και ύψος $\frac{I_m^2}{2}$. Η ισότητα των δύο επιφανειών γίνεται φανερή από το σχήμα 14.5β(β), στο οποίο βλέπουμε ότι το έμβασδόν α είναι ίσο με τό α' , τό β ίσο με τό β' , τό γ ίσο με τό γ' και τό δ ίσο με τό δ' .

Από τό άνωτέρω προκύπτει ότι η θερμότητα που αποδίδει τό έναλλασσόμενο ρεύμα, τό όποιο διαρρέει έναν αντίστατή R επί χρόνο T , είναι ίση με τη θερμότητα που αποδίδει στο ίδιο διάστημα ένα συνεχές ρεύμα με ένταση I , όπου:

$$I^2 = \frac{I_m^2}{2} \quad (4)$$

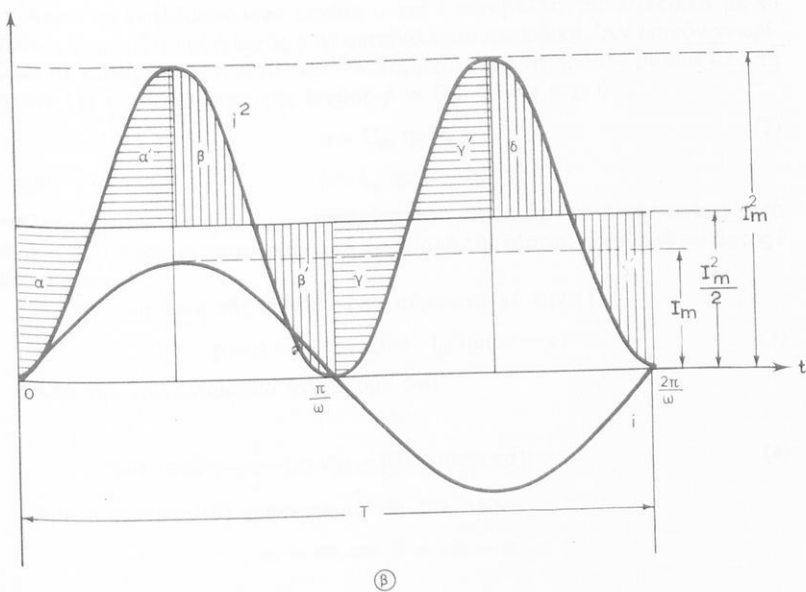
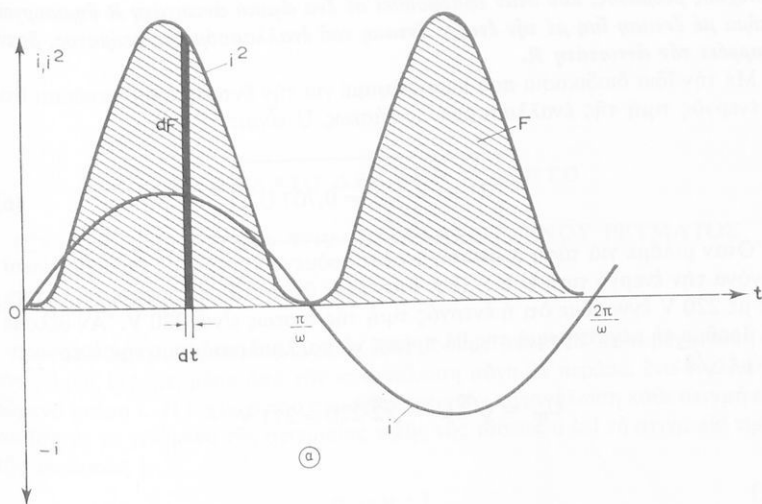
Η ένταση αυτή του συνεχούς ρεύματος είναι όμως, σύμφωνα με τον όρισμό, η ενεργός τιμή της έντάσεως του έναλλασσόμενου ρεύματος.

$$\text{Άρα:} \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (5)$$

β) Ένεργός τιμή τάσεως.

Ανάλογα όρίζεται η **ένεργός τιμή της τάσεως** ενός έναλλασσόμενου ρεύματος.

Ένεργός τάση ενός έναλλασσόμενου ρεύματος είναι ή τάση ενός (ισοδύναμου)



Σχ. 14.5β.

συνεχοῦς ρεύματος, πού δτάν ἐφαρμοσθεῖ σέ ἓνα ὠμικό ἀντιστάτη R δημιουργεῖ ρεῦμα μέ ἔνταση ἴση μέ τήν ἐνεργό ἔνταση τοῦ ἐναλλασσόμενου ρεύματος, δταν διαρρέει τόν ἀντιστάτη R .

Μέ τήν ἴδια διαδικασία πού περιγράψαμε γιά τήν ἔνταση ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ ἐνεργός τιμή τῆς ἐναλλασσόμενης τάσεως U εἶναι:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 U_m \quad (6)$$

“Όταν μιλάμε γιά τάση ἢ ἔνταση ἐναλλασσόμενου ρεύματος ἐννοοῦμε κατά κανόνα τήν ἐνεργό τιμή U ἢ I . Π.χ. δταν λέμε ὅτι ἡ Δ.Ε.Η τροφοδοτεῖ τά σπίτια μέ 220 V ἐννοοῦμε ὅτι ἡ ἐνεργός τιμή τῆς τάσεως εἶναι 220 V. Ἄν θέλομε νά βροῦμε τή μέγιστη τιμή τῆς θά πρέπει νά πολλαπλασιάσουμε τήν ἐνεργό τιμή μέ $\sqrt{2}$:

$$U_m = \sqrt{2} U = \sqrt{2} \cdot 220 = 311 \text{ V}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΠΕΜΠΤΟ

ΙΣΧΥΣ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΤΟΥ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

15.1 Στιγμιαία ισχύς.

Αν στά άκρα μιās κατ'αναλώσεως εφαρμόσουμε μιάν εναλλασσόμενη τάση u τότε, όπως ξέρομε, μέσα από τήν κατανάλωση αυτή θά περάσει ένα εναλλασσόμενο ρεύμα i . Η ισχύς p πού προσφέρεται στην κατανάλωση κάθε στιγμή είναι ίση με τό γινόμενο τής στιγμιαίας τιμής τής τάσεως u επί τή στιγμιαία τιμή τής έντάσεως i :

$$p = u \cdot i \quad (1)$$

Αφού τά εναλλασσόμενα μεγέθη u και i μεταβάλλονται περιοδικά με τό χρόνο, έπεται ότι και ή ισχύς p θά μεταβάλλεται περιοδικά. Αν λοιπόν γνωρίζομε τίς συναρτήσεις $u = f(t)$ και $i = f(t)$, μπορούμε νά προσδιορίσουμε από τή σχέση (1) τή συνάρτηση τής ισχύος $p = f(t)$. Έστω π.χ, ότι:

$$u = U_m \eta \mu \omega t \quad (2)$$

και

$$i = I_m \eta \mu(\omega t - \varphi)$$

Παρατηρούμε ότι ή τάση u προηγείται του ρεύματος i κατά τή γωνία φ . Στο σχήμα 15.1 παριστάνεται γραφικά ή μεταβολή τής τάσεως u και του ρεύματος i με τό χρόνο t .

Η στιγμιαία τιμή τής ισχύος είναι σύμφωνα με τήν (1):

$$p = u \cdot i = U_m \eta \mu \omega t \cdot I_m \eta \mu(\omega t - \varphi) \quad (3)$$

Από τήν τριγωνομετρία γνωρίζομε ότι:

$$\eta \mu \alpha \cdot \eta \mu \beta = \frac{1}{2} [\sigma \upsilon \nu(\alpha - \beta) - \sigma \upsilon \nu(\alpha + \beta)] \quad (4)$$

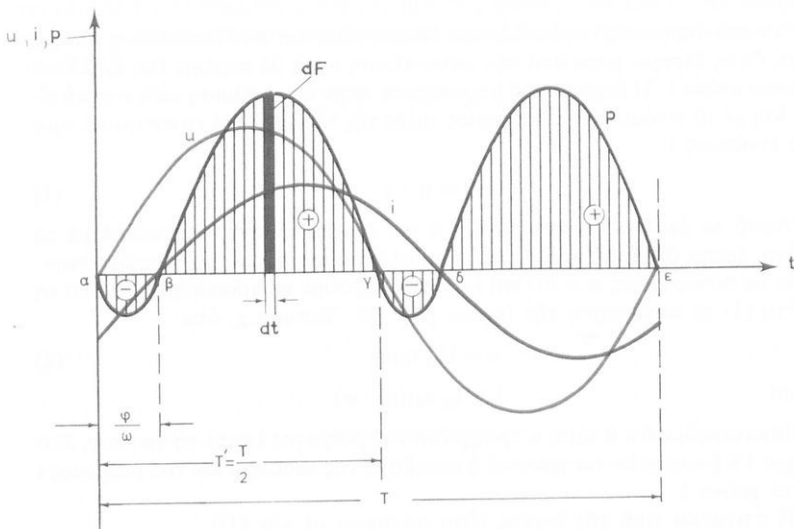
Άρα ή εξίσωση (3) γράφεται με τήν (4), όπου:

$$\alpha = \omega t \text{ και } \beta = \omega t - \varphi$$

$$p = \frac{U_m \cdot I_m}{2} [\sigma \upsilon \nu \varphi - \sigma \upsilon \nu(2\omega t - \varphi)] \quad (5)$$

Τή γραφική παράσταση τής εξίσωσης (5) παίρνουμε ἄν πολλαπλασιάσουμε τίς καμπύλες u καί i τοῦ σχήματος 15.1, δηλαδή ἄν πολλαπλασιάσουμε κάθε στιγμιαία τιμή τής u μέ τή στιγμιαία τιμή τής i τήν ἴδια χρονική στιγμή.

Ἀπό τήν εξίσωση (5) καί τό σχῆμα 15.1 διαπιστώνουμε ὅτι ἡ ἰσχύς μεταβάλλεται περιοδικά καί μάλιστα μέ συχνότητα διπλάσια τής συχνότητος τής τάσεως ($\omega_p = 2\omega$, $f_p = 2f$). Δηλαδή ὅταν ἡ τάση πραγματοποιεῖ μισό κύκλο (χρόνος $\alpha - \gamma = T/2$ τοῦ σχήματος 15.1) τότε ἡ ἰσχύς πραγματοποιεῖ μιά πλήρη μεταβολή, δηλαδή ἕνα κύκλο (χρόνος $\alpha - \gamma = T$). Ἐπίσης διαπιστώνουμε ὅτι ἡ καμπύλη τής ἰσχύος, πού εἶναι, ὅπως προαναφέραμε, μιά περιοδική συνάρτηση τοῦ χρόνου, ἔχει καί ἀρνητικές τιμές (στά χρονικά διαστήματα $\alpha - \beta$, $\gamma - \delta$ κ.ο.κ, ὅπου οἱ τιμές τής τάσεως καί ρεύματος ἔχουν ἀντίθετα σημεία).



Σχ. 15.1.

Ἀρνητική ἰσχύς ἔχει τήν ἔννοια, ὅτι στό χρονικό διάστημα $\alpha - \beta$, $\gamma - \delta$ κλπ., ἡ κατανάλωση **δέν ἀπορροφᾷ ἐνέργεια ἀπό τήν ηλεκτρική πηγή ἀλλά ἀντίθετα δίνει πίσω στήν πηγή ἐνέργεια, δηλαδή γίνεται πηγή ἐνέργειας.**

Αὐτό ἀντίθετα μέ ὅσα ἐκθέσαμε γιά τό συνεχές ρεῦμα, εἶναι ἕνα νέο φαινόμενο. Θά πρέπει λοιπόν νά λάβουμε ὑπόψη, ὅτι στά ἐναλλασσόμενα ρεύματα ὑπάρχουν καταναλωτές, πού δέν ἀπορροφοῦν συνεχῶς ἐνέργεια, ἀλλά σέ ὁρισμένες χρονικές στιγμές τροφοδοτοῦν τήν ηλεκτρική πηγή μέ ἐνέργεια πού ἔχουν ἀποταμιεύσει προηγουμένως. Τί εἶδους εἶναι αὐτοί οἱ καταναλωτές θά γνωρίσουμε στό ἐπόμενο κεφάλαιο.

15.2 Ένέργεια εναλλασσόμενου ρεύματος.

Όταν η ισχύς είναι σταθερή, όπως στο συνεχές ρεύμα, η ενέργεια υπολογίζεται, όπως ξέρομε, από το γινόμενο της ισχύος επί το χρόνο. Στο εναλλασσόμενο ρεύμα, επειδή μεταβάλλεται συνεχώς η ισχύς p , μπορούμε να υπολογίσουμε με το γινόμενο αυτό μόνο την ενέργεια dA για ένα πολύ μικρό διάστημα dt , στο οποίο θεωρούμε σταθερή την ισχύ p . Έτσι έχουμε:

$$dA = p dt = u i dt \quad (1)$$

Η επιφάνεια dF στο σχήμα 15.1, που προκύπτει από το γινόμενο $p i dt$, είναι ανάλογη της ενέργειας dA . Αν αθροίσουμε όλες τις επιφάνειες dF σε διάστημα μιας περιόδου T προκύπτει η ολική επιφάνεια μεταξύ της καμπύλης p και του άξονα t (διαγραμμισμένη επιφάνεια). Η επιφάνεια αυτή είναι ανάλογη της ενέργειας:

$$A = \int_0^T p dt \quad (2)$$

που απορροφάται και αποδίδεται από τον καταναλωτή σε διάστημα μιας περιόδου.

Οι θετικές επιφάνειες στο σχήμα 15.1 αντιστοιχούν στην απορροφούμενη από τον καταναλωτή ενέργεια, ενώ οι αρνητικές επιφάνειες στην αποδιδόμενη από αυτόν ενέργεια. Η διαφορά των δύο επιφανειών δίνει την ενέργεια που απορροφάται συνολικά από τον καταναλωτή, δηλαδή καταναλώνεται εκεί χωρίς να επιστρέφει στην πηγή. Η ενέργεια αυτή μετατρέπεται, όπως ξέρομε, σε άλλη μορφή ενέργειας, π.χ. σε θερμότητα, μηχανική ενέργεια κλπ. Η ενέργεια που αποδίδεται (και απορροφάται) από ένα καταναλωτή εξαρτάται από το μέγεθος της γωνίας φ (διαφορά φάσεως μεταξύ τάσεως και εντάσεως).

Όταν η τάση και η ένταση είναι σε φάση, δηλαδή $\varphi = 0$ τότε δεν παρουσιάζονται αρνητικές τιμές της ισχύος, όπως φαίνεται στο σχήμα 15.2α. Στην περίπτωση αυτή ο καταναλωτής απορροφά συνεχώς ενέργεια, χωρίς να αποδίδει **ποτέ ενέργεια** στην πηγή. Αντίθετα, όταν η διαφορά φάσεως μεταξύ τάσεως

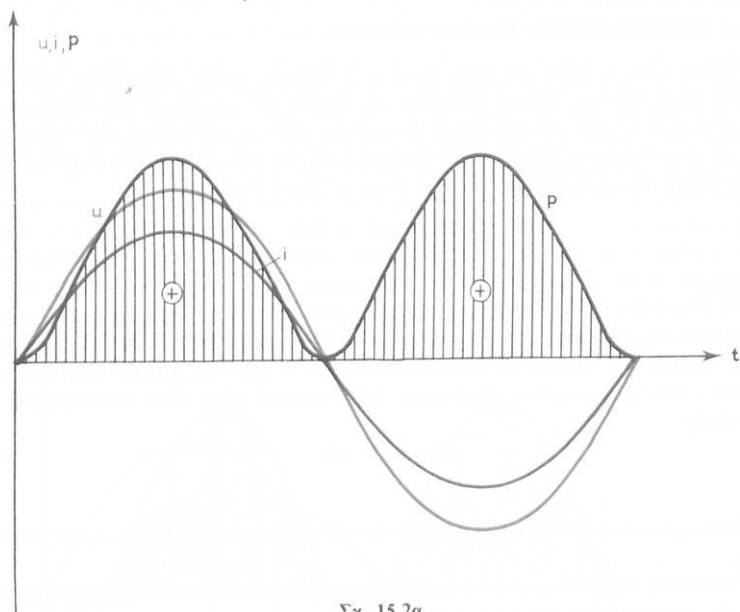
και εντάσεως είναι: $\frac{\pi}{2} = 90^\circ$ ή $-\frac{\pi}{2} = -90^\circ$ τότε δεν καταναλώνεται έ-

νέργεια στον καταναλωτή, όπως φαίνεται στα σχήματα 15.2β και 15.2γ.

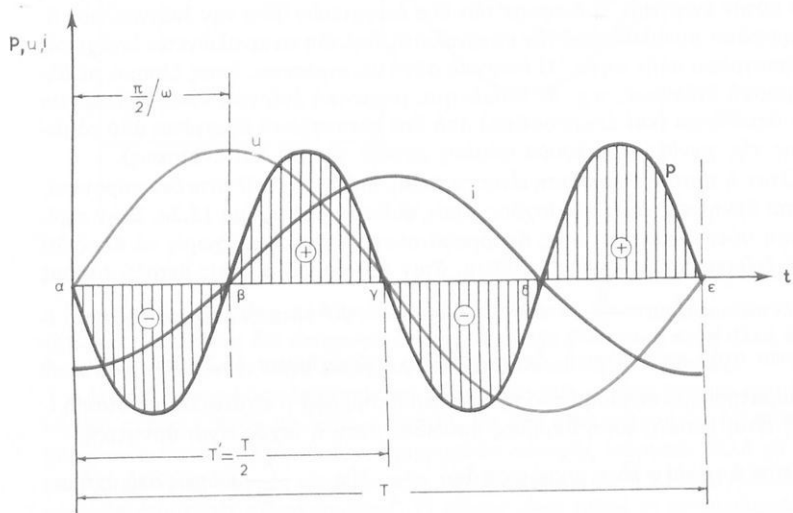
Παρατηρούμε δηλαδή ότι δση ενέργεια απορροφά ο καταναλωτής όταν η ισχύς είναι θετική, τόση ακριβώς αποδίδει, όταν η ισχύς είναι αρνητική.

Όταν η γωνία φ είναι μικρότερη από $\frac{\pi}{2}$ ($\varphi < \frac{\pi}{2}$), όπως στο σχήμα

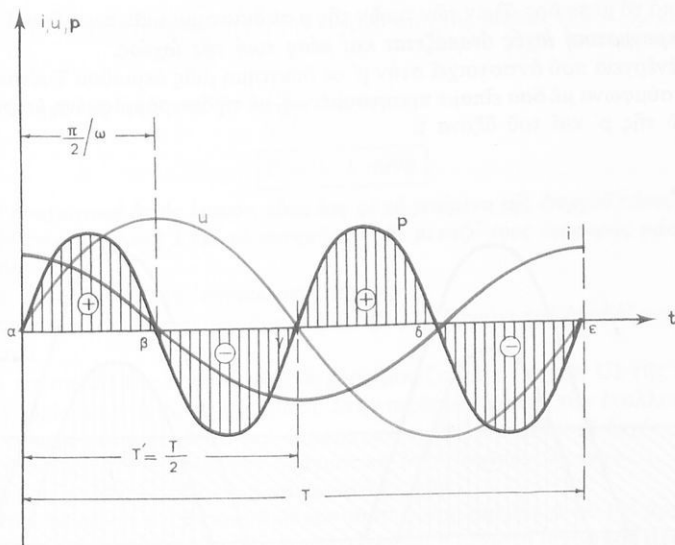
15.1, τότε ο καταναλωτής απορροφά περισσότερη ενέργεια από όση αποδίδει πίσω στην πηγή.



Σχ. 15.2α.



Σχ. 15.2β.



Σχ. 15.2γ.

15.3 Πραγματική, άεργη και φαινόμενη ισχύς.

Από την εξίσωση (5) της παραγράφου 15.1 διαπιστώνουμε, ότι η ισχύς p προκύπτει από το άθροισμα δύο συνιστωσών:

α) Από μία σταθερή χρονικά συνιστώσα:

$$P = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cos \varphi \quad (1)$$

Η ισχύς αυτή έχει πάντοτε θετική τιμή (γιατί η γωνία φ μπορεί να κυμαίνεται μεταξύ -90° και $+90^\circ$, όποτε $0 < \cos \varphi < 1$) και ονομάζεται **πραγματική ισχύς**.

β) Από μία εναλλασσόμενη συνιστώσα:

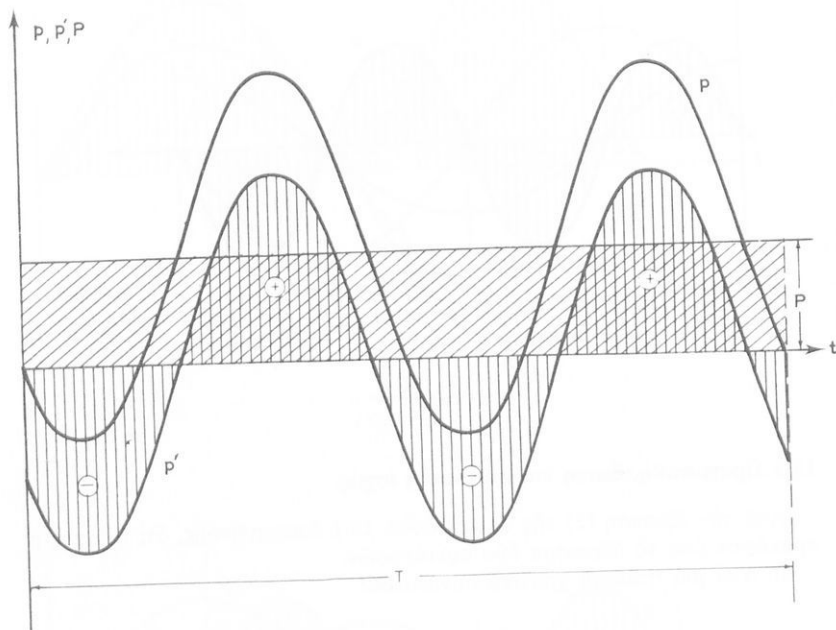
$$p' = -\frac{U_m \cdot I_m}{2} \sin (2\omega t - \varphi) \quad (2)$$

που μεταβάλλεται περιοδικά με τη συχνότητα 2ω . Στο σχήμα 15.3α είναι σχεδιασμένη η πραγματική ισχύς P , ή p' και η ολική ισχύς p .

Παρατηρούμε ότι η στιγμιαία ισχύς p μεταβάλλεται συμμετρικά γύρω από την τιμή P . Άρα η P είναι **η μέση τιμή** της ισχύος p , δηλαδή η τιμή που προκύ-

πτει από τό μέσο ὄρο ὀλων τῶν τιμῶν τῆς p σέ διάστημα μιᾶς περιόδου. Γι' αὐτό **ἡ πραγματική ἰσχύς ὀνομάζεται καί μέση τιμή τῆς ἰσχύος.**

Ἡ ἐνέργεια πού ἀντιστοιχεῖ στήν p' σέ διάστημα μιᾶς περιόδου T εἶναι ἀνάλογη, σύμφωνα μέ ὅσα εἴπαμε προηγουμένως, μέ τή διαγραμμισμένη ἐπιφάνεια μεταξύ τῆς p' καί τοῦ ἄξονα t .



Σχ. 15.3α.

Ἐπειδή οἱ θετικές ἐπιφάνειες εἶναι ἴσες μέ τίς ἀρνητικές, διαπιστώνομε ὅτι συνολικά δέν καταναλώνεται ἐνέργεια ὀφειλόμενη στήν p' . Ὅση ἐνέργεια μεταφέρεται στήν κατανάλωση, τόση ἀκριβῶς ἀποδίδεται πάλι ἀπό αὐτήν στήν πηγή.

Ἡ ἐνέργεια πού ἀντιστοιχεῖ στήν πραγματική ἰσχύ P σέ διάστημα, μιᾶς περιόδου T , δίνεται ἀπό τό ἐμβαδό τοῦ ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου μεταξύ, τῆς P καί τοῦ ἄξονα t γιά $t = T$. Ἡ ἐνέργεια αὐτή εἶναι πάντοτε θετική, δηλαδή ῥέει ἀπό τήν πηγή στόν καταναλωτή καί εἶναι ἡ ἐνέργεια πού καταναλώνει ὁ καταναλωτής σέ διάστημα μιᾶς περιόδου καί τή μετατρέπει σέ ἄλλη μορφή ἐνέργειας. Ἀρα ἡ πραγματική ἰσχύς P εἶναι ἓνα μέτρο γιά τό ἔργο πού ἀποδίδει ἓνας καταναλωτής.

Εισάγοντας στην εξίσωση (1) την ενεργό τιμή της τάσεως $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ και την

ενεργό τιμή της έντασεως $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ παίρνουμε:

$$P = U I \text{ συνφ} \quad (3)$$

Η πραγματική ισχύς λοιπόν, είναι ίση με τό γινόμενο της ενεργού τάσεως U επί την ενεργό ένταση I επί τό συνημίτονο της μεταξύ τους διαφοράς φάσεως φ (συνφ).

Τό συνφ ονομάζεται **συντελεστής ισχύος**.

Τήν πραγματική ισχύ μετράμε σε βάττ (W) με όργανα που ονομάζονται βατόμετρα.

Η σχέση (3) της πραγματικής ισχύος μοιάζει με τη σχέση UI της ισχύος που γνωρίσαμε στα συνεχή ρεύματα. Στην περίπτωση όμως των εναλλασσομένων ρευμάτων προστίθεται και ο παράγοντας του συντελεστή ισχύος συνφ, που μειώνει κατά κανόνα την πραγματική ισχύ, έφ'όσον $0 \leq \text{συνφ} \leq 1$. Άρα ό συντελεστής ισχύος δέν είναι επιθυμητό μέγεθος.

Όταν τό ρεύμα και ή τάση βρίσκονται σε φάση, δηλαδή $\varphi = 0$ και $\text{συνφ} = 1$, είναι $P = UI$. Αυτή ή ισχύς προφανώς είναι και ή μέγιστη ισχύς που μπορεί νά απορροφήσει ένας καταναλωτής με δοσμένη την τάση U και ένταση I .

Τή μέγιστη αυτή ισχύ όνομάζουμε **φαινόμενη ισχύ P_ϕ** και ή μετράμε σε βολταμπέρ [VA] για νά ή διακρίνουμε από την πραγματική ισχύ, που, όπως προαναφέρωμε, μετριέται σε W.

Δηλαδή είναι:

$$P_\phi = UI \quad (4)$$

Η φαινόμενη ισχύς είναι ή ισχύς που προσφέρεται σε μία κατανάλωση ενώ ή πραγματική ισχύς είναι ή ισχύς που αξιοποιείται για την παραγωγή έργου. Ό συντελεστής ισχύος είναι τό μέτρο για τό πόσο καλά αξιοποιείται ή προσφερόμενη φαινόμενη ισχύς.

Ένα άλλο μέγεθος, που είναι συνάρτηση της γωνίας φ , δίνεται από τό γινόμενο:

$$P_a = UI \eta \mu \varphi \quad (5)$$

Τό μέγεθος αυτό έχει διαστάσεις ισχύος, αλλά στη πραγματικότητα δέν εκφράζει κάποια καταναλισκόμενη ισχύ που παράγει έργο. Για τό λόγο αυτό όνομάζεται **άεργη ισχύς** και μετράται σε VAr, για νά διακρίνεται από την πραγματική και τη φαινόμενη ισχύ (τό r στη μονάδα VAr προέρχεται από τόν αγγλικό όρο reactive power = άεργος ισχύς). Σημειώνεται ότι οι μονάδες W, VA και VAr έχουν την ίδια αριθμητική τιμή έφ'όσον προκύπτουν από τό γινόμενο

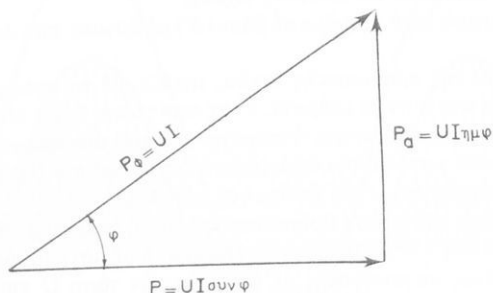
1 V · 1 A και διαφέρουν μόνο στο ότι χαρακτηρίζουν διαφορετικές ισχύεις.

Η άεργη ισχύς είναι ένα λογιστικό μέγεθος που μάς διευκολύνει στους υπολογισμούς, γιατί συνδέεται με τη φαινόμενη και με την πραγματική ισχύ με τη σχέση:

$$P_{\phi}^2 = P^2 + P_a^2 \quad (6)$$

όπως εύκολα αποδεικνύεται από τις σχέσεις (3) (4) και (5).

Το ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος 15.3β, που ονομάζεται **τρίγωνο ισχύων**, δίνει τη γραφική παράσταση της (6).



Σχ. 15.3β.

Από το τρίγωνο αυτό και από τη σχέση (6) διαπιστώνουμε ότι όσο μεγαλύτερη είναι η διαφορά φάσεως φ , τόσο μεγαλύτερη είναι η άεργη ισχύς και τόσο μικρότερη η πραγματική ισχύς, που καταναλώνεται σε μία κατανάλωση υπό σταθερή φαινόμενη ισχύ. Για $\varphi = 0$ ($\cos \varphi = 1$, $\sin \varphi = 0$) δηλ η φαινόμενη ισχύς αποδίδεται ως πραγματική ισχύς. Για $\varphi = \pm 90^\circ$ ($\cos \varphi = 0$, $\sin \varphi = \pm 1$) δηλ η φαινόμενη ισχύς μετατρέπεται σε άεργη ισχύ.

Αριθμητικό παράδειγμα.

Σε ένα δίκτυο έναλλασσόμενου ρεύματος, συνδέεται καταναλωτής που η πραγματική του ισχύς είναι $P = 8,8 \text{ kW}$. Η ενεργός τιμή της έναλλασσόμενης τάσεως του δικτύου είναι $U = 220 \text{ V}$ και η συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$. Νά υπολογισθούν:

α) Η ενεργός τιμή του ρεύματος I που ρέει στον καταναλωτή καθώς και η μέγιστη τιμή του I_m , όταν η άεργος ισχύς είναι μηδέν ($P_a = 0$).

β) Η φαινόμενη ισχύς P_{ϕ} , η ενεργός τιμή I και η μέγιστη τιμή I_m του ρεύματος, καθώς και ο συντελεστής ισχύος $\cos \varphi$, όταν η άεργος ισχύς είναι $P_a = 6,6 \text{ kVA}$.

Λύση.

$$\alpha) P = P_{\varphi} = UI, \text{ γιατί } P_a = 0 \text{ άρα } \cos\varphi = 1.$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{8,8 \cdot 10^3}{220} = 40 \text{ A} \quad \underline{I = 40 \text{ A}}$$

$$I_m = \sqrt{2} I = \sqrt{2} \cdot 40 = 56,4 \text{ A} \quad \underline{I_m = 56,4 \text{ A}}$$

$$\beta) P_{\varphi}^2 = P^2 + P_a^2 \quad P_{\varphi} = \sqrt{P^2 + P_a^2} = \sqrt{8,8^2 + 6,6^2} = \\ = \sqrt{77,44 + 43,56} = \sqrt{121}$$

$$\underline{P_{\varphi} = 11 \text{ kVA}}$$

$$I = \frac{P_{\varphi}}{U} = \frac{11 \cdot 10^3}{220} = 50 \text{ A} \quad \underline{I = 50 \text{ A}}$$

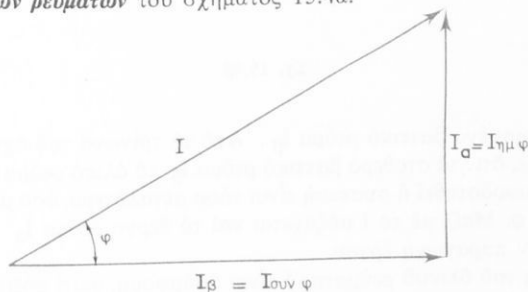
$$I_m = \sqrt{2} \cdot I = \sqrt{2} \cdot 50 = 70,5 \text{ A} \quad \underline{I_m = 70,5 \text{ A}}$$

$$P = UI \cos\varphi \quad \cos\varphi = \frac{P}{UI} = \frac{8,8 \cdot 10^3}{220 \cdot 50} = 0,8 \quad \underline{\cos\varphi = 0,8}$$

$$\underline{\varphi = 36,86^\circ}$$

15.4 Βαττικό και άεργο ρεύμα.

Αν διαιρέσουμε κάθε πλευρά του τριγώνου ισχύων με την τάση U παίρνουμε το **τρίγωνο των ρευμάτων** του σχήματος 15.4α.



Σχ. 15.4α.

Από τό τρίγωνο αυτό παρατηρούμε ότι ή ενεργός ένταση I προκύπτει από τή γεωμετρική άθροιση δύο συνιστωσών. Τής συνιστώσας:

$$I_{\beta} = I \cos \varphi \quad (1)$$

πού ονομάζεται **βαττικό ρεύμα** καί τής κάθετης σέ αυτήν συνιστώσας:

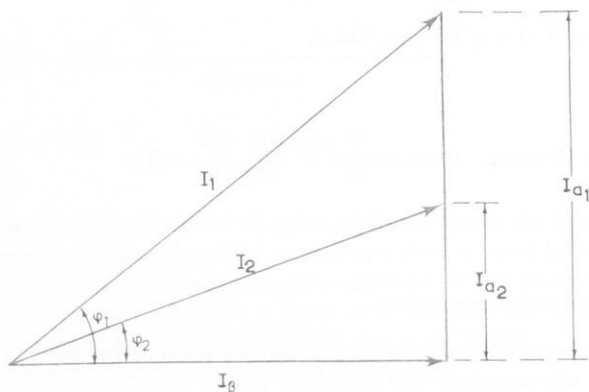
$$I_{\alpha} = I \sin \varphi \quad (2)$$

πού ονομάζεται **άεργο ρεύμα**.

Από τίς (1), (2) καί τίς (3), (4), (5) τής παραγράφου 15.3 προκύπτουν γιά τίς ίσχεις οί σχέσεις:

$$\begin{aligned} P_{\phi} &= U I \\ P &= U I_{\beta} \\ P_{\alpha} &= U I_{\alpha} \end{aligned} \quad (3)$$

Όποιαδήποτε ήλεκτρική συσκευή γιά νά άποδόσει όρισμένο έργο χρειάζεται όρισμένη **πραγματική ισχύ**. Έτσι άν ή τάση U στή συσκευή είναι σταθερή,



Σχ. 15.4β.

άπαιτείται όρισμένο βαττικό ρεύμα I_{β} . Από τά τρίγωνα του σχήματος 15.4β διαπιστώνομε, ότι γιά σταθερό βαττικό ρεύμα I_{β} τό όλικό ρεύμα I μέ τό όποιο πρέπει νά τροφοδοτηθεί ή συσκευή είναι τόσο μεγαλύτερο, όσο μεγαλύτερη είναι ή γωνία φ . Μαζί μέ τό I αυξάνεται καί τό άεργο ρεύμα I_{α} πού δέν συνεισφέρει στήν παραγωγή έργου.

Η αύξηση του όλικού ρεύματος I είναι άσύμφορη, γιατί αυξάνουν οί άπώλειες $I^2 R$ στους άγωγούς πού τροφοδοτούν τή συσκευή, καθώς καί ή πώση

τάσεως IR. Στην πράξη για να αποφύγουμε τα μειονεκτήματα αυτά ελλαττώνουμε τη γωνία ϕ , δηλαδή **βελτιώνουμε (αυξάνουμε) το συντελεστή ισχύος $\cos\phi$** , συνδέοντας παράλληλα στη συσκευή ένα πυκνωτή. Τη δράση του πυκνωτή στην περίπτωση αυτή θα γνωρίσουμε αργότερα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΚΤΟ

ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

16.1 Στοιχειώδη κυκλωμάτων έναλλασσόμενου ρεύματος.

Τά κύρια στοιχεία συνθέσεως ενός κυκλώματος έναλλασσόμενου ρεύματος είναι:

α) Ό ωμικός αντιστάτης με αντίσταση R .

β) Τό πηνίο με αυτεπαγωγή L .

γ) Ό πυκνωτής με χωρητικότητα C .

Όταν ένα κύκλωμα περιέχει ένα μόνο από τά παραπάνω στοιχεία ονομάζεται **άπλο κύκλωμα**, ενώ όταν τό συνθέτουν δύο, τρία ή περισσότερα στοιχεία, συνδεδεμένα σε σειρά, παράλληλα ή μικτά, ονομάζεται **σύνθετο κύκλωμα**.

Στή συνέχεια θά εξετάσουμε τή συμπεριφορά τών τριών βασικών στοιχείων στό έναλλασσόμενο ρεύμα.

α) Ό ωμικός αντιστάτης στό έναλλασσόμενο ρεύμα — Όμική αντίσταση.

Στά άκρα ενός ωμικού αντιστάτη R εφαρμόζομε μία έναλλασσόμενη τάση:

$$u = U_m \eta \mu \omega t \quad (1)$$

Άποτέλεσμα είναι νά εμφανισθεϊ στό κύκλωμα ένα ρεύμα i (σχ. 16.1α).

Γιά κάθε στιγμιαία τιμή τής τάσεως καί έντάσεως ισχύει καί στό έναλλασσόμενο ρεύμα ό νόμος του Ohm, δηλαδή:

$$u = i R \quad (2)$$

Άρα τό ρεύμα πού περνά μέσα από τόν αντιστάτη, δίνεται από τή σχέση:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \eta \mu \omega t}{R} = I_m \eta \mu \omega t \quad (3)$$

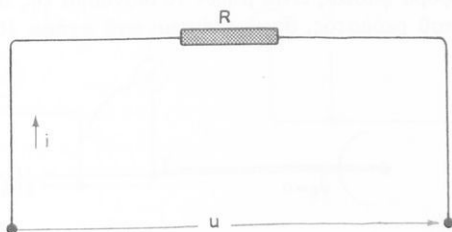
Παρατηρούμε ότι τό ρεύμα i είναι επίσης έναλλασσόμενο μέγεθος, όπως ή τάση u , πού μεταβάλλεται μέ τήν ίδια συχνότητα ω . Ό μέγιστη τιμή του ρεύματος δίνεται από τή σχέση:

$$I_m = \frac{U_m}{R} \quad (4)$$

ή αν διαιρέσουμε κατά μέλη την (4) με $\sqrt{2}$, από τη σχέση:

$$I = \frac{U}{R} \quad (5)$$

πού δίνει την ενεργό τιμή του ρεύματος.

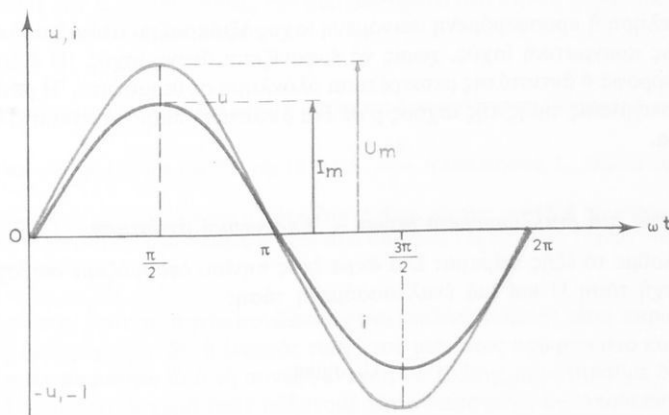


Σχ. 16.1α.

Άρα ο νόμος του Ohm ισχύει όχι μόνο για τις στιγμιαίες αλλά και για τις μέγιστες και τις ενεργές τιμές τάσεως και ρεύματος. Από τις εξισώσεις (1) και (3) διαπιστώνουμε ότι δεν υπάρχει διαφορά φάσεως μεταξύ των u και i .

Η τάση στα άκρα ενός ωμικού αντιστάτη και το ρεύμα που τον διαρρέει βρίσκονται σε φάση.

Στό σχήμα 16.1β παριστάνεται η μεταβολή των u και i .



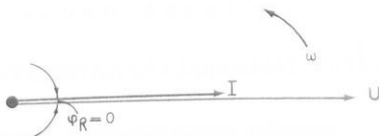
Σχ. 16.1β.

Γενικά, αν σε ένα καταναλωτή εναλλασσόμενου ρεύματος η τάση βρίσκεται σε φάση με το ρεύμα, λέμε ότι ο καταναλωτής παρουσιάζει ωμική αντίσταση.

Ἡ ὥμικὴ ἀντίσταση ὑπολογίζεται ἀπὸ τὸ πηλίκο τῶν ἐνεργῶν τιμῶν τάσεως καὶ ρεύματος:

$$R = \frac{U}{I} \quad (6)$$

Ἐφόσον ἡ διαφορά φάσεως εἶναι μηδέν τὸ διάνυσμα τῆς τάσεως συμπίπτει μὲ τὸ διάνυσμα τοῦ ρεύματος, ὅπως φαίνεται στὸ σχῆμα 16.1γ.



Σχ. 16.1γ.

Γιὰ τὴν ἰσχύ πού προσφέρεται σέ ἓνα ὥμικὸ ἀντιστάτη προκύπτει ἀπὸ τοὺς τύπους (3), (4) καὶ (5) τῆς παραγράφου 15.3 μὲ $\phi_R = 0$ (συν $\phi_R = 1$, ημ $\phi_R = 0$)

$$P_a = UI \text{ συν}\phi_R = UI = P_\phi \quad (7)$$

$$P_a = UI \text{ ημ}\phi_R = 0 \quad (8)$$

Ὁλόκληρη ἡ προσφερόμενη φαινόμενη ἰσχύς ἀξιοποιεῖται στὸν ὥμικὸ ἀντιστάτη ὡς πραγματικὴ ἰσχύς, χωρὶς νά ἐμφανίζεται ἄεργη ἰσχύς. Ἡ ἐνέργεια πού ἀπορροφᾷ ὁ ἀντιστάτης μετατρέπεται ὁλόκληρη σέ θερμότητα. Ἡ μεταβολὴ τῆς στιγμιαίας τιμῆς τῆς ἰσχύος p σέ ἓνα ἀντιστάτη παριστάνεται στὸ σχῆμα 15.2α.

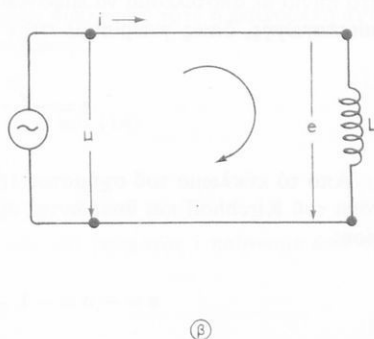
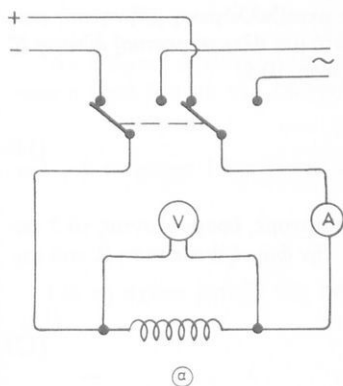
β) Τὸ πηνίο στὸ ἐναλλασσόμενο ρεῦμα — Ἐπαγωγικὴ ἀντίσταση.

Ἐκτελοῦμε τὸ ἐξῆς πείραμα: Στὰ ἄκρα ἑνὸς πηνίου ἐφαρμόζομε διαδοχικὰ μιά συνεχὴ τάση U καὶ μιά ἐναλλασσόμενη τάση:

$$u = U_m \eta \mu \omega t \quad (9)$$

πού ἡ ἐνεργὸς τιμὴ τῆς $\frac{U_m}{\sqrt{2}}$ εἶναι ἴση μὲ τὴν συνεχή τάση U [σχ. 16.1δ (α)].

Ἐστω ὅτι τὸ πηνίο παρουσιάζει πολὺ μικρὴ ὥμικὴ ἀντίσταση R καὶ ὀρισμένη αὐτεπαγωγή L .



Σχ. 16.1δ.

Όταν το πηνίο βρίσκεται υπό συνεχή τάση εμφανίζεται στο κύκλωμα ισχυρό ρεύμα I' , πού η τιμή του περιορίζεται αποκλειστικά από τη **μικρή** ωμική αντίσταση R :

$$I' = \frac{U}{R} \quad (10)$$

Η αυτεπαγωγή L του πηνίου δεν επηρεάζει την τιμή του ρεύματος. Αν π.χ. αυξήσουμε την L τοποθετώντας ένα σιδηροπυρήνα στο πηνίο, παρατηρούμε ότι η ένταση I' μένει αμετάβλητη.

Σημείωση.

Με το σιδηροπυρήνα πού έχει μεγάλη μαγνητική διαπερατότητα μ αυξάνεται η μαγνητική

ροή Φ και σύμφωνα με τον τύπο (2) της 10.5: $L = \frac{n\Phi}{I}$ ή αυτεπαγωγή L . Σημειώνουμε όμως

ότι σε ένα πηνίο με σιδηροπυρήνα ή L δεν είναι σταθερό μέγεθος, γιατί η Φ δεν αυξάνεται ανάλογα με το ρεύμα I και έτσι ο λόγος Φ/I δεν είναι σταθερός. Για κάθε τιμή I έχουμε διαφορετική αυτεπαγωγή L .

Αντίθετα, όταν το πηνίο συνδέεται στην εναλλασσόμενη τάση παρατηρούμε στο άμπερόμετρο, ότι η ενεργός τιμή I του ρεύματος πού ρέει στο κύκλωμα, είναι πολύ **μικρότερη** από τη συνεχή ένταση I' . Επίσης παρατηρούμε ότι η ένταση I μειώνεται ισχυρά όταν αυξάνουμε την αυτεπαγωγή L , τοποθετώντας το σιδηροπυρήνα στο πηνίο.

Η μείωση του ρεύματος στο κύκλωμα του εναλλασσόμενου ρεύματος εξηγείται ως εξής:

Όταν στο πηνίο εφαρμοσθεί εναλλασσόμενη τάση, ρέει μέσα από το πηνίο εναλλασσόμενο ρεύμα της ίδιας συχνότητας.

Τό εναλλασσόμενο ρεύμα δημιουργεί μία μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή στο πηνίο με αποτέλεσμα να εμφανισθεί σε αυτό μία **ηλεκτρεγερτική δύναμη εξ αυτεπαγωγής**, όπως γνωρίσαμε στην παράγραφο 10.5:

$$e = -L \frac{di}{dt} \quad (11)$$

Από το κύκλωμα του σχήματος 16.1δ(β) παίρνουμε, εφαρμόζοντας το 2 κανόνα του Kirchhoff και θεωρώντας αμελητέα την ωμική αντίσταση R του πηνίου:

$$e = -u = -L \frac{di}{dt} \quad (12)$$

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη e είναι δηλαδή αντίθετη σε κάθε χρονική στιγμή στην τάση u , με αποτέλεσμα το ρεύμα που δημιουργεί να είναι αντίθετο στο ρεύμα της πηγής και να προκαλεί τη μείωσή του.

Από τη μείωση του ρεύματος συμπεραίνουμε ότι η αντίσταση του κυκλώματος γίνεται πολύ μεγαλύτερη από την R , όταν στο κύκλωμα ρέει εναλλασσόμενο ρεύμα. Την αύξηση της αντιστάσεως πάνω από την τιμή R , που οφείλεται στην αναπτυσσόμενη ηλεκτρεγερτική δύναμη εξ αυτεπαγωγής στο πηνίο, ονομάζουμε **επαγωγική αντίσταση** και τη συμβολίζουμε με X_L . Τήν ολική αντίσταση του κυκλώματος ονομάζουμε **φαινόμενη αντίσταση** ή **εμπέδηση**.

Η φαινόμενη αντίσταση συμβολίζεται με το γράμμα Z και υπολογίζεται από το πηλίκο της ενεργού τιμής της τάσεως διά της ενεργού τιμής της έντάσεως:

$$Z = \frac{U}{I} \quad (13)$$

Με τόν όρισμό αυτό της φαινόμενης αντιστάσεως επεκτείνεται ο νόμος του Ohm και στα εναλλασσόμενα ρεύματα. Πειραματικά αποδεικνύεται ότι η **επαγωγική αντίσταση είναι ανάλογη της κυκλικής συχνότητας ω του ρεύματος και της αυτεπαγωγής L του πηνίου**:

$$X_L = \omega L \quad (14)$$

Δηλαδή η επαγωγική αντίσταση αυξάνεται όσο αυξάνει η συχνότητα του ρεύματος και η αυτεπαγωγή του πηνίου. Για $\omega \rightarrow \infty$ ($X_L \rightarrow \infty$) το πηνίο αποτελεί διακοπή του κυκλώματος ενώ για $\omega = 0$ (συνεχές ρεύμα), $X_L = 0$, δηλαδή το πηνίο δεν παρεμβάλλει καμιά αντίσταση στο συνεχές ρεύμα.

Η επαγωγική αντίσταση μετράται σε Ω , όπως και η ωμική αντίσταση, όπως προκύπτει από τον τύπο (14):

$$[X_L] = [\omega] [L] = \frac{1}{s} \cdot \frac{Wb}{A} = \frac{V}{A} = \Omega$$

Αν η ωμική αντίσταση του πηνίου είναι αμελητέα, τότε η φαινόμενη αντίσταση είναι ίση με την επαγωγική αντίσταση:

$$Z = X_L \quad (15)$$

καί για τό ρεύμα I προκύπτει από τις (13) καί (14)

$$I = \frac{U}{\omega L} \quad (16)$$

Γιά τή σχέση μεταξύ τής τάσεως u καί του ρεύματος i παίρνουμε από τήν (12):

$$u = L \frac{di}{dt} \quad (17)$$

Τό πηλίκο di/dt στον τύπο (17) εκφράζει τήν ταχύτητα μεταβολής του ρεύματος i . Όσο μεγαλύτερη είναι ή μεταβολή di του ρεύματος σε χρόνο dt , τόσο μεγαλύτερη είναι ή ταχύτητα με τήν όποια μεταβάλλεται τό ρεύμα, τόσο μεγαλύτερη είναι ή ηλεκτρεγερτική δύναμη έξ αυτεπαγωγής, όταν ό συντελεστής αυτεπαγωγής L είναι σταθερό μέγεθος του πηνίου.

Τό σχήμα 16.1ε παριστάνει τό **εναλλασσόμενο ρεύμα i** που ρέει στό πηνίο. Η τάση u είναι, όπως αναφέραμε, επίσης **εναλλασσόμενο μέγεθος**, δέν φαίνεται όμως άμεσα από τούς προηγούμενους τύπους, αν υπάρχει καί ποιά, **διαφορά φάσεως** μεταξύ τής τάσεως u καί του ρεύματος i .

Γιά νά απαντήσουμε στό ερώτημα αυτό εργαζόμαστε ως εξής: Τό διάστημα $T/2$ μις ήμπεριόδου του ρεύματος i χωρίζουμε σε πολύ μικρά ίσα χρονικά διαστήματα dt . Για κάθε διάστημα dt προσδιορίζουμε στον άξονα i τό αντίστοιχο διάστημα di . Παρατηρούμε, ότι ξεκινώντας από τήν τιμή μηδέν του σχήματος, τό μέγεθος των διαστημάτων di μειώνεται συνεχώς όσο πλησιάζουμε τή μέγιστη τιμή I_m , στήν όποία καί μηδενίζεται. Έπομένως, εφόσον ό χρόνος dt παραμένει σταθερός ή ταχύτητα μεταβολής di/dt έχει τή μέγιστη τιμή της όταν $i = 0$ καί γίνεται μηδέν όταν $i = I_m$.

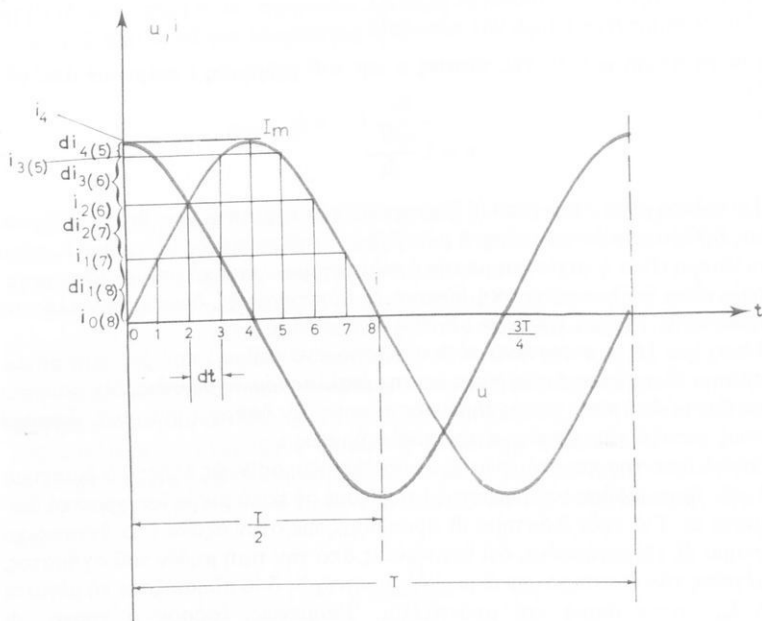
Αποτελέσματα είναι ή τάση u που προκύπτει από τον τύπο (17) νά έχει τή μέγιστη τιμή της για $i = 0$ καί τήν τιμή μηδέν για $i = I_m$. Έπειδή τό ρεύμα αυξάνει από 0 ως I_m τά διαστήματα dt είναι θετικά (π.χ. τό ρεύμα i_2 είναι μεγαλύτερο του i_1 καί $di_2 = i_2 - i_1$ είναι θετικό) καί ή τάση u είναι επίσης θετική.

Αντίστροφα όταν τό ρεύμα i μειώνεται στή συνέχεια, παρατηρούμε ότι τά διαστήματα di αυξάνουν καί παίρνουν τή μέγιστή τους τιμή για $i = 0$. Έτσι ή τάση u παίρνει τή μέγιστη τιμή της πάλι για $i = 0$. Έπειδή όμως τό ρεύμα μειώνεται από I_m ως 0 τά διαστήματα di είναι άρνητικά (π.χ. τό ρεύμα i_7 είναι μικρότερο του i_6 καί $di_7 = i_7 - i_6$ είναι άρνητικό) καί ή τάση u είναι άρνητική στό χρονικό διάστημα $T/4$ ως $T/2$.

Με ανάλογο τρόπο διαπιστώνομε ότι ή τάση u είναι μηδέν για $t = 3T/4$, όποτε τό ρεύμα i έχει τή μέγιστη άρνητική του τιμή, καί μέγιστη για $t = T$, όποτε τό ρεύμα είναι μηδέν.

Άπό τή μεταβολή αυτή τής τάσεως γίνεται φανερό ότι ή τάση u προηγείται του ρεύματος κατά 90° ενώ τό ρεύμα i έπεται κατά 90° (σχ. 16.1ε).

Σέ ένα πηνίο μέ άμελητέα ώμική αντίσταση ή τάση πού εφαρμόζεται στά άκρα του, προηγείται του ρεύματος πού τό διαρρέει κατά γωνία $\phi_L = 90^\circ$ ή $\pi/2$ rad.



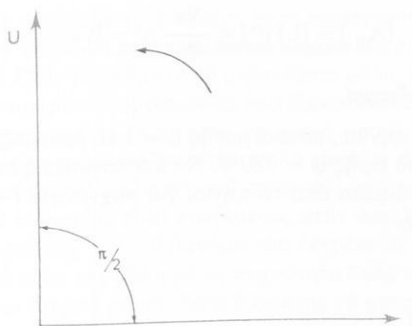
Σχ. 16.1ε.

Τό σχήμα 16.1στ δίνει τό διανυσματικό διάγραμμα τών ένεργών τιμών τής τάσεως καί έντάσεως. Τό βέλος δείχνει τή φορά περιστροφής τών διανυσμάτων, στήν όποία πάντοτε προηγείται ή τάση U κατά $\pi/2$ τής έντάσεως I .

Έφόσον ή διαφορά φάσεως μεταξύ τάσεως καί έντάσεως είναι $\phi_L = 90^\circ$, προκύπτει για τίς ίσχεις από τούς τύπους (3), (4) καί (5) τής παραγράφου 15.3 μέ $\eta\mu\phi_L = 1$ καί $\sigma\upsilon\nu\phi_L = 0$.

$$P_a = UI \sigma\upsilon\nu\phi_L = 0 \quad (18)$$

$$P_a = UI \eta\mu\phi_L = UI = P_\phi \quad (19)$$



Σχ. 16.1στ.

Σε ένα πηνίο με άμελητέα ωμική αντίσταση ($R = 0$), η πραγματική ισχύς είναι ίση με μηδέν. Στο πηνίο δεν καταναλώνεται ενέργεια, ούτε δημιουργείται θερμότητα Joule. Όλοκληρη ή φαινόμενη ισχύς, παρουσιάζεται στο πηνίο σαν **αεργή ισχύς**. Για τη χρονική μεταβολή της στιγμιαίας τιμής της ισχύος p στο πηνίο ισχύει το σχήμα 15.2β στην παράγραφο 15.2, που δίνει τη μεταβολή αυτή γενικά, όταν η τάση προηγείται του ρεύματος κατά 90° . Η προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια από την πηγή χρησιμοποιείται αποκλειστικά για τη δημιουργία του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο. Η ενέργεια αυτή αποταμιεύεται στο μαγνητικό πεδίο υπό μορφή **μαγνητικής ενέργειας**, στα χρονικά διαστήματα που η ισχύς είναι θετική (π.χ. στά διαστήματα $\beta - \gamma$, $\delta - \epsilon$ του σχήματος 15.2β). Στα χρονικά διαστήματα που η ισχύς είναι αρνητική (π.χ. στά διαστήματα $\alpha - \beta$, $\gamma - \delta$ του σχήματος 15.2β) ή αποταμιευμένη μαγνητική ενέργεια **μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια** και αποδίδεται από το πηνίο στην πηγή.

Άρα το πηνίο σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος αποταμιεύει περιοδικά ενέργεια που παίρνει από την ηλεκτρική πηγή και αποδίδει την ενέργεια αυτή πάλι πίσω στην πηγή.

Αποδεικνύεται ότι η μαγνητική ενέργεια που είναι αποταμιευμένη στο πηνίο κάποια χρονική στιγμή δίνεται από τη σχέση:

$$A_m = L \frac{i^2}{2} \quad (20)$$

όπου i η στιγμιαία τιμή του ρεύματος στη θεωρούμενη χρονική στιγμή.

Η μαγνητική ενέργεια μετράται στο σύστημα S.I. σε Joule ($1J = 1Ws$), έφ'όσον η αυτεπαγωγή μετράται σε Henry ($1H = 1 \frac{Vs}{A}$) και η ένταση του ρεύματος i σε A:

$$[A_m] = [L] [i^2] = \frac{V_s}{A} A^2 = W_s = J$$

Αριθμητικό παράδειγμα.

Στά άκρα ενός πηνίου, αυτεπαγωγής $L = 1 \text{ H}$, εφαρμόζεται μία éναλλασσό-μενη τάση éνεργου τιμής $U = 220 \text{ V}$. Νά ύπολογισθεί ή éνεργός τιμή του ρεύ-ματος I πού περνά μέσα άπό τό πηνίο, γιά συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$, 60 Hz , 50 kHz καί 100 kHz .

Λύση.

$$I = \frac{U}{X_L} \quad X_L = \omega L = 2\pi fL$$

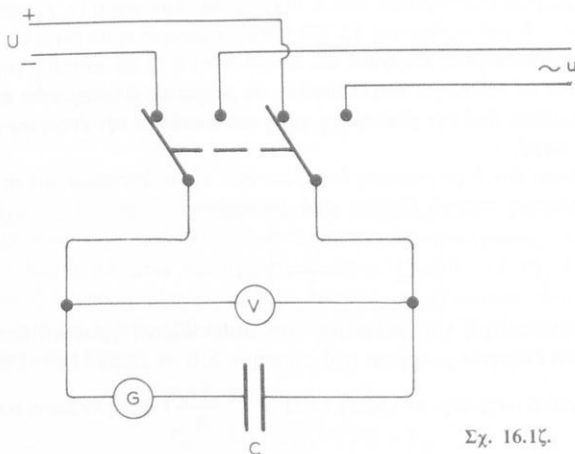
$f [\text{Hz}]$	50	60	$50 \cdot 10^3$	$100 \cdot 10^3$
$X_L [\Omega]$	314	376,8	$314 \cdot 10^3$	$628 \cdot 10^3$
$I [\text{A}]$	0,7	0,583	$0,7 \cdot 10^{-3}$	$0,35 \cdot 10^{-3}$

γ) Ο πυκνωτής στό éναλλασσόμενο ρεύμα – Χωρητική αντίσταση.

Στά άκρα ενός πυκνωτή χωρητικότητας C εφαρμόζομε διαδοχικά μία συνε-χή τάση U καί μία éναλλασσόμενη τάση:

$$u = U_m \eta \mu \omega t \quad (21)$$

όπως φαίνεται στό σχήμα 16.1ζ.



Σχ. 16.1ζ.

Όταν ο πυκνωτής συνδέεται στη συνεχή τάση παρατηρούμε στο γαλβανόμετρο G, ότι ρέει στο κύκλωμα **στιγμιαία ρεύμα φορτίσεως**, όπως είχαμε γνωρίσει στην παράγραφο 13.8. Το ρεύμα αυτό μηδενίζεται μόλις τελειώσει ή φόρτιση και ο πυκνωτής παραμένει φορτισμένος, όσο εξακολουθεί να εφαρμόζεται ή τάση U στους όπλισμούς του. Άρα μετά τη μικρή μεταβατική περίοδο της φορτίσεως ο πυκνωτής παρουσιάζει πάρα πολύ μεγάλη αντίσταση (άπειρη θεωρητικά) και εμποδίζει τη διέλευση του συνεχούς ρεύματος.

Αντίθετα, όταν ο πυκνωτής είναι συνδεδεμένος στην εναλλασσόμενη τάση u παρατηρούμε ότι ο δείκτης του γαλβανόμετρου εκτρέπεται τότε προς τη μία κατεύθυνση και τότε προς την άλλη με τη συχνότητα f της τάσεως (υποθέτομε ότι ή συχνότητα είναι αρκετά μικρή, ώστε ο δείκτης να μπορεί να παρακολουθεί τις μεταβολές της τάσεως). Άρα στο κύκλωμα ρέει συνεχώς **έναλλασσόμενο ρεύμα i** με την ίδια συχνότητα f που έχει ή τάση. Οι όπλισμοί του πυκνωτή γίνονται έτσι έναλλακτικά θετικοί και άρνητικοί, ακολουθώντας τις αλλαγές πολικότητας της πηγής. Ο πυκνωτής δέν αποτελεί διακοπή του κυκλώματος έναλλασσόμενου ρεύματος, αλλά παρουσιάζει όρισμένη (όχι άπειρη) αντίσταση στη διέλευση του έναλλασσόμενου ρεύματος. Η αντίσταση αυτή όνομάζεται **χωρητική αντίσταση** και συμβολίζεται με X_C .

Η χωρητική αντίσταση προσδιορίζεται από τό πηλίκο της ένεργου τιμής της τάσεως U_C στα άκρα του πυκνωτή προς την ένεργό ένταση του ρεύματος του πυκνωτή I_C :

$$X_C = \frac{U_C}{I_C} \quad (22)$$

Άρα ισχύει ο νόμος του Ohm και για ή χωρητική αντίσταση.

Πειραματικά διαπιστώνομε από ή σχέση (22) χρησιμοποιώντας τάσεις με διαφορετική συχνότητα και πυκνωτές με διαφορετική χωρητικότητα, ότι:

Η χωρητική αντίσταση X_C είναι αντίστροφα ανάλογη της κυκλικής συχνότητας ω και της χωρητικότητας C του πυκνωτή:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (23)$$

Υπό σταθερή χωρητικότητα C, ή X_C μειώνεται όσο αυξάνει ή συχνότητα του ρεύματος. Για $\omega \rightarrow 0$, δηλαδή για συνεχές ρεύμα, ή $X_C \rightarrow \infty$ και ο πυκνωτής ίσοδυναμεί με διακοπή του κυκλώματος, δηλαδή με άνοικτοκύκλωμα. Για $\omega \rightarrow \infty$ ή $X_C \rightarrow 0$, δηλαδή ο πυκνωτής αντιστοιχεί με βραχυκύκλωμα.

Παρατηρούμε ότι ή συμπεριφορά του πυκνωτή είναι αντίθετη από αυτή του πηνίου, όσο αφορά ή μεταβολή της συχνότητας.

Σέ ένα απλό κύκλωμα με ένα πυκνωτή, ή τάση στα άκρα του πυκνωτή είναι

Ίση με την τάση στα άκρα του κυκλώματος ($U = U_C$) και το ρεύμα του πυκνωτή είναι ίσο με το ρεύμα του κυκλώματος ($I_C = I$).

Στην περίπτωση αυτή η **φαινόμενη αντίσταση (εμπέδηση) Z** του κυκλώματος είναι ίση με τη χωρητική αντίσταση του πυκνωτή:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_C}{I_C} = X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (24)$$

Η χωρητική αντίσταση X_C μετράται σε Ω , όπως η ωμική και η επαγωγική αντίσταση, όπως προκύπτει από τον τύπο (23):

$$[X_C] = \frac{1}{[\omega][C]} = \frac{1}{\frac{1}{s} F} = \frac{s}{\frac{s}{\Omega}} = \Omega$$

Η σχέση μεταξύ της στιγμιαίας τιμής της τάσεως u και της στιγμιαίας τιμής της έντάσεως i σε ένα πυκνωτή προκύπτει ως εξής: Το φορτίο q που είναι αποταμιευμένο στον πυκνωτή τη χρονική στιγμή που η τάση στους όπλισμούς είναι u , δίνεται από τη σχέση:

$$q = C \cdot u \quad (25)$$

που έχουμε ήδη γνωρίσει στην παράγραφο 13.2.

Αν τώρα σε ένα πολύ μικρό διάστημα dt η τάση μεταβληθεί κατά du , το φορτίο του πυκνωτή θα μεταβληθεί κατά dq σύμφωνα με τη σχέση:

$$dq = C \cdot du \quad (26)$$

Διαιρώντας την εξίσωση (26) κατά μέλη με το διάστημα dt παίρνουμε:

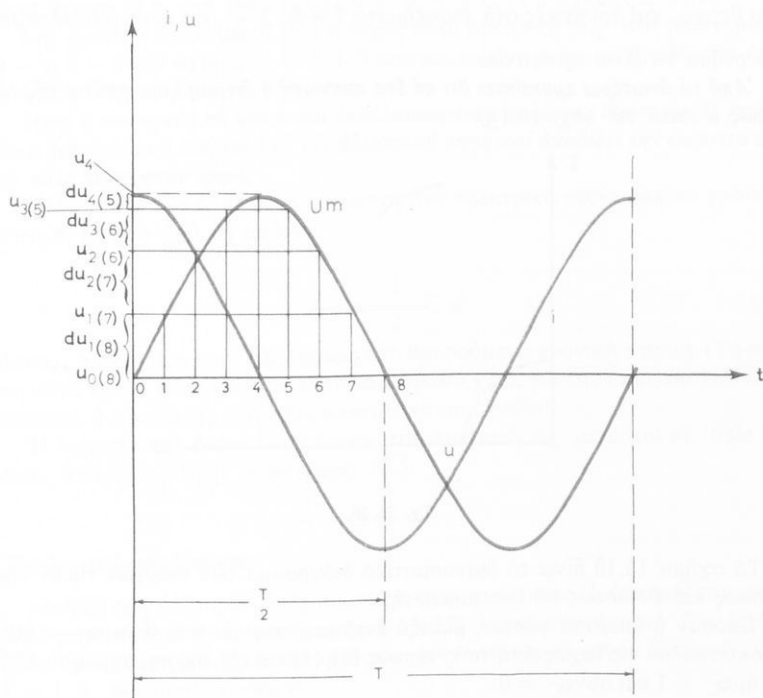
$$\frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} \quad (27)$$

Το πηλίκο όμως dq/dt είναι ίσο με τη στιγμιαία τιμή του ρεύματος i του πυκνωτή, όπως έχουμε μάθει στις παραγράφους 2.3 και 14.1. Άρα:

$$i = C \frac{du}{dt} \quad (28)$$

Το πηλίκο du/dt εκφράζει την ταχύτητα με την οποία μεταβάλλεται η τάση u . Άρα το ρεύμα i που εμφανίζεται στον πυκνωτή είναι τόσο μεγαλύτερο, όσο μεγαλύτερη είναι η μεταβολή της τάσεως u στους όπλισμούς του σε διάστημα dt .

Το σχήμα 16.1η παριστάνει την τάση u στους όπλισμούς του πυκνωτή σε συνάρτηση του χρόνου. Γιά να προσδιορίσουμε τη διαφορά φάσεως μεταξύ των



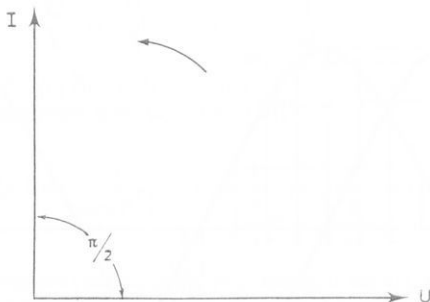
Σχ. 16.1η.

u και i εργαζόμαστε, όπως στην περίπτωση του πηνίου. Χωρίζουμε το διάστημα μιας ήμιπεριόδου $T/2$ σε ίσα διαστήματα dt και προσδιορίζουμε στον άξονα u τις αντίστοιχες μεταβολές της τάσεως du . Παρατηρούμε και εδώ ότι η μεταβολή du είναι μέγιστη τις χρονικές στιγμές που η τάση u γίνεται μηδέν, ενώ είναι μηδέν τις χρονικές στιγμές που η u γίνεται μέγιστη. Άρα τις χρονικές στιγμές $t = 0, T/2, T, 3 \frac{T}{2}, \dots$ η ταχύτητα μεταβολής της τάσεως du/dt είναι μέγιστη και το ρεύμα παίρνει τη μέγιστή του τιμή, σύμφωνα με τον τύπο (28).

Τις χρονικές στιγμές $t = T/4, 3 \frac{T}{4}, 5 \frac{T}{4}, \dots$ το πηλίκο du/dt είναι μηδέν και το ρεύμα είναι επίσης μηδέν. Άκόμα παρατηρούμε ότι οι μεταβολές du είναι θετικές στα διαστήματα 0 ως $T/4, 3 \frac{T}{4}$ ως T , κλπ., με αποτέλεσμα το ρεύμα να εί-

ναι θετικό, και αρνητικές στά διαστήματα $T/4$ ως $3 \frac{T}{4}$, κ.ο.κ. με αποτέλεσμα το ρεύμα να είναι αρνητικό.

Από τα άνωτέρω προκύπτει ότι σε ένα πυκνωτή ή ένταση i προηγείται της τάσεως u κατά 90° (σχ. 16.1η).



Σχ. 16.10.

Τό σχήμα 16.10 δίνει τό διανυσματικό διάγραμμα τῶν ἐνεργῶν τιμῶν τῆς τάσεως καί ἐντάσεως σέ ἓνα πυκνωτή.

Ἐφόσον ἡ διαφορά φάσεως μεταξὺ ἐντάσεως καί τάσεως εἶναι $\varphi_C = 90^\circ$, προκύπτει γιά τίς ἰσχεῖς ἀπό τοὺς τύπους (3), (4) καί (5) τῆς παραγράφου 15.3 μέ $\eta\mu\varphi_C = 1$ καί $\sigma\upsilon\nu\varphi_C = 0$:

$$P = UI \sigma\upsilon\nu\varphi_C = 0 \quad (29)$$

$$P_a = UI \eta\mu\varphi_C = UI = P_\phi \quad (30)$$

Σέ ἓνα πυκνωτή ἡ πραγματική ἰσχύς εἶναι ἴση μέ μηδέν. Στόν πυκνωτή δέν καταναλώνεται ἐνέργεια οὔτε δημιουργεῖται θερμότητα Joule. Ὅλοκληρη ἡ φαινόμενη ἰσχύς παρουσιάζεται στόν πυκνωτή σάν ἄεργη ἰσχύς. (Θά πρέπει νά σημειώσουμε ὅτι στήν πράξη τό διηλεκτρικό κάθε πυκνωτή δέν ἔχει ἄπειρη ὠμική ἀντίσταση, μέ ἀποτέλεσμα νά περνᾷ ἀπό αὐτό ὀρισμένο ἐλάχιστο ρεῦμα καί ὀρισμένη ἐνέργεια νά μετατρέπεται σέ θερμότητα. Τήν ἐνέργεια αὕτη ὀνομάζομε **διηλεκτρικές ἀπώλειες**. Ἐδῶ θεωροῦμε τίς διηλεκτρικές ἀπώλειες ἀμελητέες).

Γιά τή χρονική μεταβολή τῆς στιγμιαίας τιμῆς τῆς ἰσχύος p στόν πυκνωτή ἰσχύει τό σχήμα 15.2γ πού περιγράψαμε στήν παράγραφο 15.2 καί πού δίνει τή μεταβολή αὕτη γενικά, ὅταν τό ρεῦμα προηγεῖται τῆς τάσεως κατά 90° .

Ἡ προσφερόμενη ἠλεκτρική ἐνέργεια ἀπό τήν πηγή χρησιμοποιεῖται ἀποκλειστικά γιά τή δημιουργία τοῦ **ἠλεκτρικοῦ πεδίου** τοῦ πυκνωτή. Ἡ ἐνέργεια αὕτη ἀποταμιεύεται στό ἠλεκτρικό πεδίο στά χρονικά διαστήματα πού ἡ ἰσχύς

είναι θετική (π.χ. στά διαστήματα $\alpha - \beta$, $\gamma - \delta$, του σχήματος 15.2γ).

Στά χρονικά διαστήματα που η ισχύς είναι αρνητική (π.χ. στά διαστήματα $\beta - \gamma$, $\delta - \epsilon$ του σχήματος 15.2γ), η αποταμιευμένη ενέργεια αποδίδεται από τον πυκνωτή στην πηγή.

Άρα, ο πυκνωτής σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος αποταμιεύει περιδικά ενέργεια που παίρνει από την ηλεκτρική πηγή και αποδίδει την ενέργεια αυτή πάλι πίσω στην πηγή.

Η ενέργεια που είναι αποταμιευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο κάποια χρονική στιγμή, δίνεται από τη σχέση:

$$A_C = \frac{1}{2} C \cdot u^2 \quad (31)$$

όπου u η στιγμιαία τιμή της τάσεως στη θεωρούμενη χρονική στιγμή. (Τή σχέση αυτή έχουμε ήδη γνωρίσει στην παράγραφο 13.5, για την ενέργεια που αποταμιεύει ο πυκνωτής στο ηλεκτροστατικό του πεδίο).

Η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή A_C μετράται σε Joule [J], όπως αναφέραμε στην παράγραφο 13.5.

Αριθμητικό παράδειγμα.

Μεταξύ των όπλισμών ενός πυκνωτή, χωρητικότητας C , εφαρμόζεται μία εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής $U = 220$ V και συχνότητας $f = 50$ Hz. Ένα άμπερόμετρο δείχνει ότι από τον πυκνωτή περνά ρεύμα ενεργού τιμής $I = 1$ A. Νά υπολογισθούν:

- Η χωρητική αντίσταση του πυκνωτή X_C .
- Η χωρητικότητα του πυκνωτή C .

Λύση.

$$\alpha) X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{U}{I} = \frac{220}{1} = 220 \, \Omega$$

$$X_C = 220 \, \Omega$$

$$\beta) C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi f \cdot X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot \frac{1}{s} \cdot 220 \, \Omega} = 14,5 \, \mu F$$

$$C = 14,5 \, \mu F$$

16.2 Σύνθετα κυκλώματα έναλλασσόμενου ρεύματος.

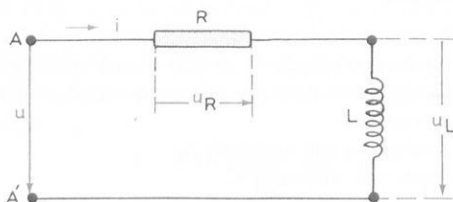
Στην πράξη τὰ διάφορα κυκλώματα έναλλασσόμενου ρεύματος δέν αποτελούνται συνήθως από ένα μόνο στοιχείο R , L ή C , αλλά από συνδυασμούς αυτών των στοιχείων, πού σχηματίζουν σύνθετες διατάξεις.

Ἡ συμπεριφορά ενός σύνθετου κυκλώματος, όταν σέ αὐτό ἐφαρμόζεται ὁρισμένη τάση, π.χ. τὰ ρεύματα πού ἐμφανίζονται στους κλάδους του, οἱ διαφορές φάσεως κλπ., ἢ όταν μεταβάλλεται ἡ συχνότητα, ἡ τιμή κάποιου στοιχείου κ.ο.κ., δέν εἶναι ἀμέσως φανερή ἀπό τό κύκλωμα. Ἡ συμπεριφορά αὐτή καθορίζεται ἀπό τή συνεργασία τῶν διαφόρων στοιχείων καί προσδιορίζεται ὕστερα ἀπό ἀνάλυση τῆς συμπεριφορᾶς κάθε στοιχείου. Στή συνέχεια θά ἐξετάσουμε ὁρισμένα σύνθετα κυκλώματα, γιά νά κατανοήσουμε τόν τρόπο καί τὰ ἀποτελέσματα τῆς συνεργασίας τῶν στοιχείων.

α) Κυκλώματα μέ στοιχεῖα σέ σειρά.

— *Κύκλωμα μέ ἀντιστάτη R καί πηνίο L σέ σειρά (κύκλωμα RL σειρᾶς).*

Ἐνα κύκλωμα μέ πηνίο L καί ἀντιστάτη R σέ σειρά, παριστάνεται στό παρακάτω σχῆμα 16.2α. Μέ τή διάταξη αὐτή παριστάνομε ἐπίσης κάθε πηνίο πού ἡ ὠμική του ἀντίσταση R δέν εἶναι ἀμελητέα. (Ἡ ἀντίσταση αὐτή ὀνομάζεται ἀντίσταση ἀπωλειῶν τοῦ πηνίου).



Σχ. 16.2α.

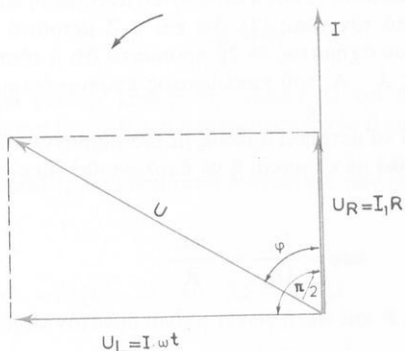
Στους ἀκροδέκτες $A - A'$ ἐφαρμόζομε μιά έναλλασσόμενη τάση u . Τό ρεύμα i πού περνᾷ ἀπό τόν ἀντιστάτη R καί τό πηνίο L εἶναι τό ἴδιο, ὅπως συμβαίνει πάντα σέ ὅλα τὰ κυκλώματα σειρᾶς. Στά ἄκρα τοῦ ἀντιστάτη R παρουσιάζεται μιά τάση u_R καί στά ἄκρα τοῦ πηνίου μιά τάση u_L . Σέ κάθε χρονική στιγμή t ἡ τάση πού ἐφαρμόζεται στους πόλους τοῦ κυκλώματος εἶναι:

$$u = u_R + u_L \quad (1)$$

Ὅπως ἀναφέραμε στήν παράγραφο 14.4, όταν ἔχομε νά προσθέσουμε έναλλασσόμενα μεγέθη, προσθέτομε τὰ διανύσματα τῶν μεγίστων τιμῶν τους. Ἀπό τή συνισταμένη πού προκύπτει μποροῦμε νά προσδιορίσουμε κατόπιν ὅποιαδή-

ποτε στιγμιαία τιμή του όλικου μεγέθους. Στην πράξη όμως δεν μας χρειάζονται οι στιγμιαίες τιμές, αλλά οι **ένεργές τιμές** των μεγεθών και οι **διαφορές φάσεως** μεταξύ τους. Γι' αυτό εργαζόμαστε συνήθως με τά διανύσματα των ενεργών τιμών. Στο διανυσματικό διάγραμμα του σχήματος 16.2β απεικονίζονται τα διάφορα μεγέθη με τις ενεργές τιμές τους.

Η διεύθυνση της ενεργού τιμής του ρεύματος I αρχικά εκλέγεται αυθαίρετα. Συχνά και προς διευκόλυνσή μας καθορίζουμε να έχει το ρεύμα την κατακόρυφη διεύθυνση, όπως δείχνει το σχήμα 16.2β.



Σχ. 16.2β.

Όπως γνωρίζουμε, η ενεργός τιμή της τάσεως U_R και του ρεύματος I σε ένα αντίστατη R βρίσκονται σε φάση. Επομένως το διάνυσμα της ενεργού τιμής της τάσεως:

$$U_R = IR$$

πού εφαρμόζεται στα άκρα του αντίστατη R και το διάνυσμα της ενεργού τιμής του ρεύματος I , συμπίπτουν.

Τό διάνυσμα της ενεργού τιμής της τάσεως στα άκρα του πηνίου L :

$$U_L = I\omega L$$

προηγείται, όπως προαναφέραμε, του διανύσματος της ενεργού τιμής του ρεύματος κατά 90° .

Η ενεργός τιμή της τάσεως U , που εφαρμόζεται στους άκροδέκτες $A - A'$ του κυκλώματος (σχ. 16.2α) είναι το γεωμετρικό άθροισμα των ενεργών τιμών U_R και U_L . Η διαφορά φάσεως μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I είναι η γωνία φ που σημειώνεται στο σχήμα 16.2β. Από το διάγραμμα του σχήματος αυτού προκύπτει ότι:

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2 = (IR)^2 + (I\omega L)^2 = I^2 [R^2 + (\omega L)^2] \quad \text{και} \\ U = I \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$\tilde{\eta} \quad Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

Τό πηλίκο τῆς ἐνεργοῦ τιμῆς τῆς τάσεως πρὸς τὴν ἐνεργό τιμὴ τῆς ἐντάσεως δίνει, ὅπως ξέρομε, τὴ **φαινόμενη ἀντίσταση** (ἐμπέδηση) Z ἐνὸς κυκλώματος. Ἄρα ἡ φαινόμενη ἀντίσταση τοῦ κυκλώματος σειρᾶς δίνεται ἀπὸ τὴ σχέση:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad (2)$$

Ἐφόσον ἡ ὠμικὴ ἀντίσταση R καὶ ἡ ἐπαγωγικὴ ἀντίσταση ωL μετρῶνται σέ Ω , προκύπτει ἄμεσα ἀπὸ τὸν τύπο (2), ὅτι καὶ ἡ Z μετρᾶται σέ Ω .

Ἀπὸ τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 16.2β προκύπτει ὅτι ἡ τάση, πού ἐφαρμόζεται στοὺς ἀκροδέκτες $A - A'$ τοῦ κυκλώματος προπορεύεται τοῦ ρεύματος κατὰ μίαν γωνία φ .

Ἡ γωνία αὕτη μπορεῖ νά μετρηθεῖ ἀμέσως μὲ ἓνα μοιρογνῶμόνιο, ἐφόσον τὸ διάγραμμα ἔχει σχεδιασθεῖ μὲ κλίμακα, ἢ νά ὑπολογισθεῖ εὐκόλα ἀπὸ τὴν τιμὴ τῆς ἐφαπτόμενης:

$$\epsilon\varphi\varphi = \frac{U_L}{U_R} = \frac{\omega L}{R} \quad (3)$$

Ἀνάλογα μὲ τίς τιμές R καὶ ωL ἡ γωνία φ εἶναι δυνατόν νά μεταβάλλεται ἀπὸ 0 ὥς 90° :

$$0 \leq \varphi \leq 90^\circ$$

Ὅταν σέ ἓνα κύκλωμα ἐναλλασσόμενου ρεύματος ἡ τάση προηγεῖται τοῦ ρεύματος, λέμε ὅτι τὸ κύκλωμα ἔχει **ἐπαγωγικὴ συμπεριφορά**, γιατί ἡ συμπεριφορά του πλησιάζει πρὸς τὴ συμπεριφορά ἐνὸς πηνίου. Τὸ κύκλωμα αὐτό μπορεῖ νά ἀντικατασταθεῖ μὲ ἓνα ἰσοδύναμο πηνίο.

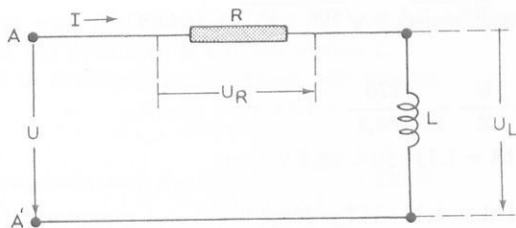
Ἀριθμητικὰ παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Ἐνα κύκλωμα ἀποτελεῖται ἀπὸ ἓνα ἀντιστάτη $R = 50 \Omega$ καὶ ἓνα πηνίο αὐτεπαγωγῆς $L = 0,5 \text{ H}$ σέ σειρᾶ (σχ. 16.2γ). Μεταξὺ τῶν ἀκροδεκτῶν $A - A'$ ἐφαρμόζεται ἐναλλασσόμενη τάση μὲ ἐνεργό τιμὴ $U = 220 \text{ V}$ καὶ συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$.

Νά βρεθοῦν:

- Ἡ ἐπαγωγικὴ ἀντίσταση X_L .
- Ἡ φαινόμενη ἀντίσταση Z τοῦ κυκλώματος.
- Ἡ ἐνεργὸς τιμὴ τοῦ ἐναλλασσόμενου ρεύματος I πού περνᾷ ἀπὸ τὸ κύκλωμα.
- Ἡ ἐνεργὸς τιμὴ τῶν τάσεων U_R καὶ U_L πού ἐμφανίζονται ἀντίστοιχα στὰ ἄκρα τοῦ ἀντιστάτη καὶ τοῦ πηνίου.



Σχ. 16.2γ.

ε) Ἡ διαφορά φάσεως μεταξύ τῆς τάσεως U καὶ τοῦ ρεύματος I .

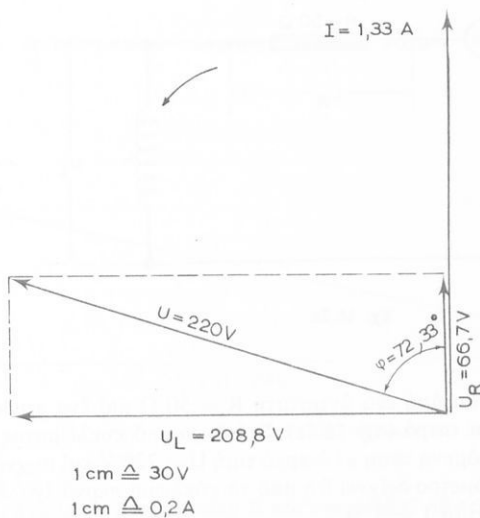
στ) Ἡ φαινόμενη ισχύς P_ϕ , ἡ πραγματικὴ ισχύς P καὶ ἡ ἀεργὴ ισχύς P_a τοῦ κυκλώματος.

ζ) Νά σχεδιασθεῖ τὸ διανυσματικὸ διάγραμμα τῶν τάσεων καὶ τὸ τρίγωνο ἰσχύων.

Λύση.

$$α) \quad X_L = \omega L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,5 = 157 \, \Omega$$

$$X_L = 157 \, \Omega$$



(α)



(β)

Σχ. 16.2δ.

$$\beta) \quad Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{50^2 + 157^2} = 164,8 \, \Omega \quad Z = 164,8 \, \Omega$$

$$\gamma) \quad I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{164,8} = 1,33 \, \text{A} \quad I = 1,33 \, \text{A}$$

$$\delta) \quad U_R = IR = 1,33 \cdot 50 = 66,7 \, \text{V} \quad U_R = 66,7 \, \text{V}$$

$$U_L = I\omega L = 1,33 \cdot 157 = 208,8 \, \text{V} \quad U_L = 208,8 \, \text{V}$$

$$\epsilon) \quad \varphi = \frac{\omega L}{R} = \frac{157}{50} = 3,14 \quad \varphi = 72,33^\circ$$

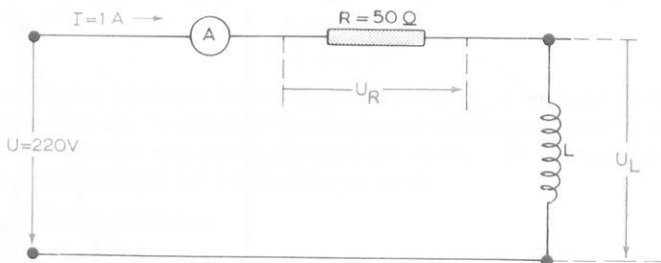
$$\sigma\tau) \quad P_\varphi = U \cdot I = 220 \cdot 1,33 = 292,6 \quad P_\varphi = 292,6 \, \text{VA}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi = 220 \cdot 1,33 \cdot 0,303 = 88,8 \quad P = 88,8 \, \text{W}$$

$$P_a = U \cdot I \cdot \eta\mu\varphi = 220 \cdot 1,33 \cdot 0,952 = 278,8 \quad P_a = 278,8 \, \text{VAr}$$

ζ) Διανυσματικό διάγραμμα: Σχήμα 16.2δ (α).

Τρίγωνο ισχύων: Σχήμα 16.2δ (β).



Σχ. 16.2ε.

Παράδειγμα 2.

Ένα κύκλωμα αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 50 \, \Omega$ και ένα πηνίο άγνωστης αυτεπαγωγής L σε σειρά (σχ. 16.2ε). Στα άκρα του κυκλώματος αυτού εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \, \text{V}$ και συχνότητα $f = 50 \, \text{Hz}$. Ένα αμπερόμετρο δείχνει ότι από το κύκλωμα περνά εναλλασσόμενο ρεύμα με ενεργό τιμή $I = 1 \, \text{A}$.

Νά βρεθούν:

α) Η τιμή της αυτεπαγωγής L .

β) Η διαφορά φάσεως μεταξύ του ρεύματος I και της τάσεως U .

γ) Ἡ ἐνεργὸς τιμὴ τῶν τάσεων U_R καὶ U_L ποὺ ἐμφανίζονται ἀντίστοιχα στὰ ἄκρα τοῦ ἀντιστάτη R καὶ τοῦ πηνίου L .

δ) Νά δοθεῖ τὸ διανυσματικὸ διάγραμμα τῶν τάσεων.

Λύση.

$$\alpha) \text{ Φαινόμενη ἀντίσταση: } Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{1} = 220 \, \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \rightarrow \omega L = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$\omega L = \sqrt{220^2 - 50^2} = 214,24 \, \Omega$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314 \, 1/s$$

$$L = \frac{214,24}{\omega} = \frac{214,24}{314} = 0,682$$

$$L = 0,682 \, H$$

$$\beta) \varepsilon\phi\phi = \frac{\omega L}{R} = \frac{214,24}{50} = 4,28$$

$$\varphi = 76,9^\circ$$

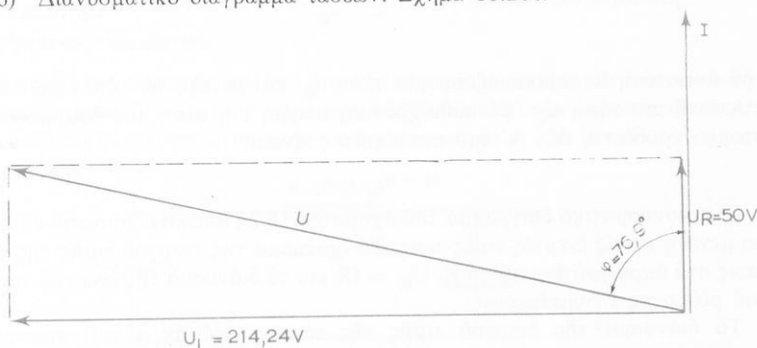
$$\gamma) U_R = I R = 1 \cdot 50 = 50 \, V$$

$$U_R = 50 \, V$$

$$U_L = I \omega L = 1 \cdot 214,24 = 214,24 \, V$$

$$U_L = 214,24 \, V$$

δ) Διανυσματικὸ διάγραμμα τάσεων: Σχῆμα 16.2στ.

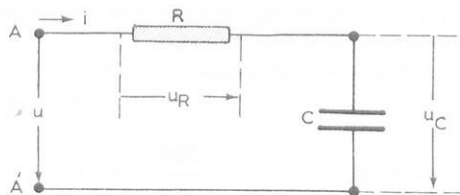


Σχ. 16.2στ.

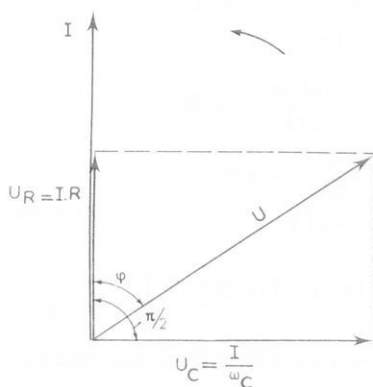
— **Κύκλωμα μέ ἀντιστάτη R καὶ πυκνωτή C σέ σειρά (κύκλωμα RC σειράς).**

Ένα κύκλωμα μέ χωρητικότητα C καὶ ἀντιστάτη R σέ σειρά, παριστάνεται στό παρακάτω σχῆμα 16.2ζ.

Στοὺς ἀκροδέκτες $A - A'$ ἐφαρμόζουμε μία ἐναλλασσόμενη τάση u . Στὰ ἄκρα



Σχ. 16.2ζ.



Σχ. 16.2η.

τοῦ ἀντιστάτη R παρουσιάζεται μία τάση u_R καί μεταξύ τῶν ὀπλισμῶν τοῦ πυκνωτῆ μία τάση u_C . Σέ κάθε χρονική στιγμή t ἡ τάση πού ἐφαρμόζεται στοὺς ἀκροδέκτες $A - A'$ τοῦ κυκλώματος εἶναι:

$$u = u_R + u_C \quad (4)$$

Στό διανυσματικό διάγραμμα τοῦ σχήματος 16.2η ἀπεικονίζονται τὰ διάφορα μεγέθη μέ τίς ἐνεργές τιμές τους. Τό διάνυσμα τῆς ἐνεργοῦ τιμῆς τῆς τάσεως στά ἄκρα τοῦ ἀντιστάτη R , $U_R = IR$ καί τό διάνυσμα τῆς ἐνεργοῦ τιμῆς τοῦ ρεύματος I συμπίπτουν.

Τό διάνυσμα τῆς ἐνεργοῦ τιμῆς τῆς τάσεως στά ἄκρα τοῦ πυκνωτῆ $U_C = \frac{I}{\omega C}$ ἔπεται τῆς ἐνεργοῦ τιμῆς τοῦ ρεύματος I κατὰ 90° .

Ἡ ἐνεργός τιμή τῆς τάσεως U πού ἐφαρμόζεται στοὺς ἀκροδέκτες $A - A'$ τοῦ κυκλώματος εἶναι τό γεωμετρικό ἄθροισμα τῶν ἐνεργῶν τιμῶν U_R καί U_C (σχ. 16.2η).

Ἡ διαφορά φάσεως μεταξύ τῆς τάσεως U καί τοῦ ρεύματος I εἶναι ἡ γωνία φ πού σημειώνεται στό σχῆμα 16.2δ.

Ἀπό τό διάγραμμα τοῦ σχήματος αὐτοῦ προκύπτει:

$$U^2 = U_R^2 + U_C^2 = (IR)^2 + \left(\frac{I^2}{\omega C}\right)^2 \quad \text{καί}$$

$$U = I \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\eta \quad Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Άρα η φαινόμενη αντίσταση (εμπέδηση) του κυκλώματος δίνεται από τη σχέση:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (5)$$

Από το σχήμα 16.2η προκύπτει ότι η τάση U , έπεται του ρεύματος I κατά μία γωνία φ .

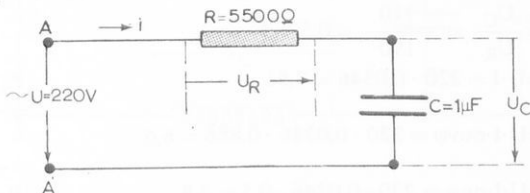
Η τιμή της γωνίας φ υπολογίζεται εύκολα από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{U_C}{U_R} = \frac{1}{\omega CR} \quad (6)$$

Όταν σέ ένα σύνθετο κύκλωμα éναλλασσόμενου ρεύματος τό ρεύμα προηγείται της τάσεως, λέμε ότι τό κύκλωμα παρουσιάζει **χωρητική συμπεριφορά**, γιατί η συμπεριφορά του πλησιάζει προς τη συμπεριφορά ενός πυκνωτή. Τό κύκλωμα αυτό μπορεί νά αντικατασταθεί μέ ένα ισοδύναμο πυκνωτή.

Αριθμητικό παράδειγμα.

Ένα κύκλωμα αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 5500 \, \Omega$ καί ένα πυκνωτή χωρητικότητας $C = 1 \, \mu F$ σέ σειρά (σχ. 16.2θ). Μεταξύ των άκροδεκτών $A-A'$ εφαρμόζεται éναλλασσόμενη τάση μέ éνεργό τιμή $U = 220 \, V$ καί συχνότητα $f = 50 \, Hz$.



Σχ. 16.2θ.

Νά υπολογισθοῦν:

- Η κυκλική συχνότητα ω .
- Η χωρητική αντίσταση X_C .
- Η φαινόμενη αντίσταση του κυκλώματος Z .
- Η éνεργός τιμή του ρεύματος I .
- Η éνεργός τιμή της τάσεως που παρουσιάζεται στα άκρα του αντιστάτη

U_R και ή ενεργός τιμή της τάσεως που παρουσιάζεται μεταξύ των όπλισμών του πυκνωτή U_C .

στ) Η διαφορά φάσεως φ μεταξύ τάσεως U και ρεύματος I .

ζ) Η φαινόμενη ισχύς P_φ , ή πραγματική ισχύς P και ή άεργη ισχύς P_α .

Ο πυκνωτής αντικαθίσταται με ένα πηνίο σέ τρόπο ώστε ή απόλυτη τιμή της γωνίας φ να παραμείνει αμετάβλητη.

η) Νά υπολογισθεί ή αὐτεπαγωγή L τοῦ πηνίου αὐτοῦ.

θ) Νά δοθοῦν τά διανυσματικά διαγράμματα τάσεων και τό τρίγωνο τῶν ἰσχύων.

Λύση.

$$\alpha) \quad \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314 \text{ s}^{-1} \quad \omega = 314 \text{ s}^{-1}$$

$$\beta) \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^6}{314} = 3185 \, \Omega \quad X_C = 3185 \, \Omega$$

$$\gamma) \quad Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{5500^2 + 3185^2} = 10^3 \sqrt{30,25 + 10,144} = 6355 \, \Omega \quad Z = 6355 \, \Omega$$

$$\delta) \quad I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{6355} = 0,0346 \, \text{A} \quad I = 0,0346 \, \text{A}$$

$$\epsilon) \quad U_R = IR = 0,0346 \cdot 5500 = 190 \, \text{V} \quad U_R = 190 \, \text{V}$$

$$U_C = IX_C = 0,0346 \cdot 3185 = 110 \, \text{V} \quad U_C = 110 \, \text{V}$$

$$\sigma\tau) \quad \epsilon\varphi\varphi = \frac{U_C}{U_R} = \frac{110}{190} = 0,5789 \quad \varphi = 30^\circ$$

$$\zeta) \quad P_\varphi = U \cdot I = 220 \cdot 0,0346 = 7,61 \quad P_\varphi = 7,61 \, \text{VA}$$

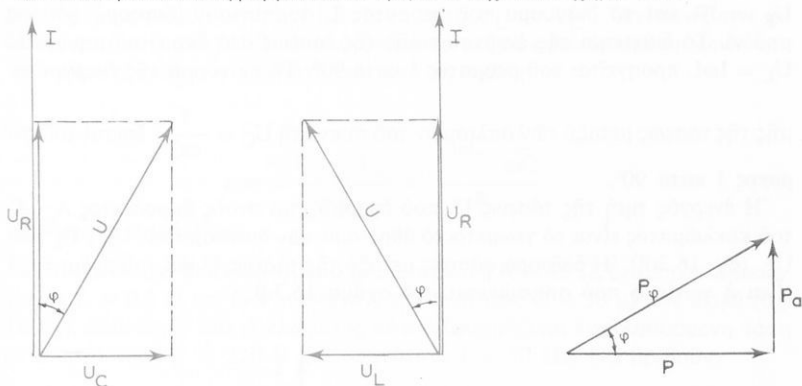
$$P = U \cdot I \cdot \sigma\upsilon\upsilon\eta\varphi = 220 \cdot 0,0346 \cdot 0,866 = 6,6 \quad P = 6,6 \, \text{W}$$

$$P_\alpha = U \cdot I \cdot \eta\mu\varphi = 220 \cdot 0,0346 \cdot 0,5 = 3,8 \quad P_\alpha = 3,8 \, \text{VAr}$$

$$\eta) \quad \epsilon\varphi\varphi = \frac{U_C}{U_R} = \frac{U_L}{U_R} \quad U_C = U_L \quad \text{και} \quad \omega L = X_C$$

$$L = \frac{X_C}{\omega} = \frac{3185}{314} = 10,14 \, \text{H} \quad L = 10,14 \, \text{H}$$

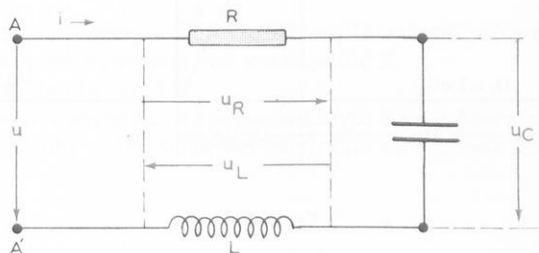
θ) Διανυσματικά διαγράμματα καί τρίγωνο ισχύων: Σχήμα 16.2ι.



Σχ. 16.2ι.

— Κύκλωμα με αντίστατη R , πηνίο L καί πυκνωτή C σέ σειρά (κύκλωμα RLC σειράς).

Τό σχήμα 16.2ια παρουσιάζει ένα σύνθετο κύκλωμα με αντίστατη R , πηνίο L καί πυκνωτή C σέ σειρά. Ο αντίστατης μπορεί νά θεωρηθεί ότι αποτελεί τήν αντίσταση άπωλειών του πηνίου.



Σχ. 16.2ια.

Σύμφωνα με όσα παραπάνω αναφέραμε ή τάση u , πού εφαρμόζεται στους άκροδέκτες $A - A'$ είναι:

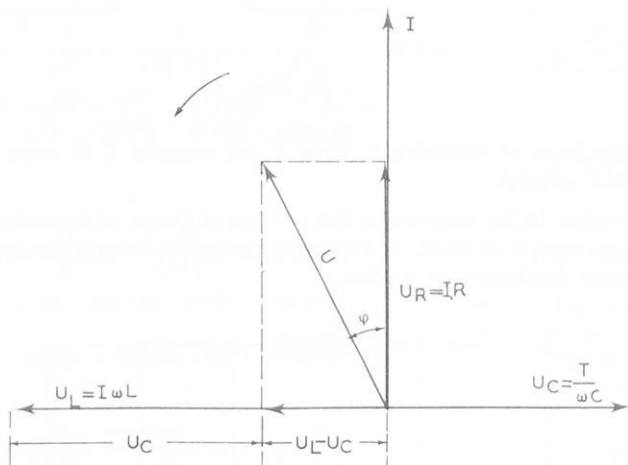
$$u = u_R + u_L + u_C \quad (7)$$

Στό διανυσματικό διάγραμμα του σχήματος 16.2ιβ άπεικονίζονται τά διάφορα μεγέθη με τίς ενεργές τιμές τους.

Τό διάνυσμα της ενεργοῦ τιμῆς της τάσεως στά ἄκρα τοῦ ἀντιστάτη R , $U_R = IR$ καί τό διάνυσμα τοῦ ρεύματος I , συμπίπτουν (διαφορά φάσεως μηδέν). Τό διάνυσμα της ενεργοῦ τιμῆς της τάσεως στά ἄκρα τοῦ πηνίου L , $U_L = I\omega L$ προηγείται τοῦ ρεύματος I κατά 90° . Τό διάνυσμα της ενεργοῦ τι-

μῆς της τάσεως μεταξύ τῶν ὀπλισμῶν τοῦ πυκνωτῆ $U_C = \frac{I}{\omega C}$ ἔπεται τοῦ ρεύματος I κατά 90° .

Ἡ ἐνεργός τιμή της τάσεως U , πού ἐφαρμόζεται στοὺς ἀκροδέκτες $A - A'$ τοῦ κυκλώματος εἶναι τό γεωμετρικό ἄθροισμα τῶν διανυσμάτων U_R , U_L καί U_C (σχ. 16.21β). Ἡ διαφορά φάσεως μεταξύ της τάσεως U καί τοῦ ρεύματος I εἶναι ἡ γωνία φ πού σημειώνεται στό σχῆμα 16.21β.



Σχ. 16.21β.

Ἀπό τό διάγραμμα προκύπτει:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (8)$$

Ἡ παράσταση:

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (9)$$

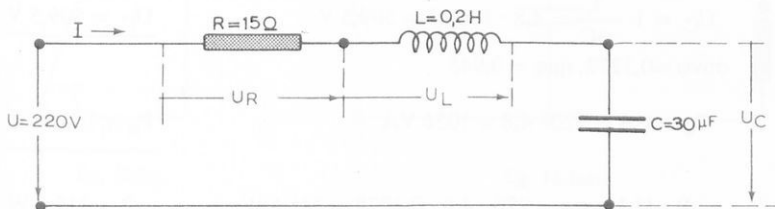
εἶναι ἡ φαινόμενη ἀντίσταση (ἐμπέδηση) τοῦ κυκλώματος καί μετῶναι σέ Ω .

Στήν περίπτωση μας ή τάση U προπορεύεται τοῦ ρεύματος κατά μιά γωνία φ . Αυτό βέβαια συμβαίνει γιατί ἐκλέξαμε τάση $U_L > U_C$. Ἐάν συνέβαινε τό ἀντίθετο τότε ή τάση U θά ἀκολουθοῦσε τό ρεύμα κατά ὀρισμένη γωνία φ . Ἡ τιμή τῆς γωνίας φ ὑπολογίζεται ἀπό τή σχέση:

$$\varepsilon\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (10)$$

Ἀριθμητικό παράδειγμα.

Ἐνα κύκλωμα ἀποτελεῖται ἀπό ἕνα ἀντιστάτη $R = 15 \, \Omega$, ἕνα πηνίο αὐτεπαγωγῆς $L = 0,2 \, \text{H}$ καί ἕνα πυκνωτή χωρητικότητος $C = 30 \, \mu\text{F}$, σέ σειρά (σχ. 16.21γ). Στά ἄκρα τοῦ κυκλώματος αὐτοῦ ἐφαρμόζεται ἐναλλασσόμενη τάση μέ ἐνέργό τιμή $U = 220 \, \text{V}$ καί συχνότητα $f = 50 \, \text{Hz}$. Νά βρεθοῦν:



Σχ. 16.21γ.

- Ἡ διαφορά φάσεως μεταξύ τῆς τάσεως U καί τοῦ ρεύματος I .
- Ἡ φαινόμενη ἀντίσταση τοῦ κυκλώματος Z .
- Οἱ τάσεις U_R , U_L καί U_C .
- Ἡ φαινόμενη ἰσχύς P_φ , ἡ πραγματική ἰσχύς P καί ἡ ἄεργη ἰσχύς P_a .
- Νά σχεδιασθεῖ τό διανυσματικό διάγραμμα τῶν τάσεων καί τό τρίγωνο τῶν ἰσχύων.

Λύση.

$$\alpha) \quad \varepsilon\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad \text{ἢ} \quad \varepsilon\varphi = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R} \quad \text{γιά} \quad \frac{1}{\omega C} > \omega L$$

$$\omega = 2\pi f = 314 \, \text{1/s}$$

$$\omega L = 314 \cdot 0,2 = 62,8 \, \Omega$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 30 \cdot 10^{-6}} = 106,15 \, \Omega$$

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{106,15 - 62,8}{15} = 2,89 \quad \text{και} \quad \underline{\varphi = 70,9^\circ}$$

$$\begin{aligned} \beta) \quad Z &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{15^2 + (62,8 - 106,15)^2} = \\ &= \sqrt{15^2 + 43,35^2} = \sqrt{2104} = 45,86 \, \Omega \quad \underline{Z = 45,86 \, \Omega} \end{aligned}$$

$$\gamma) \quad U_R = IR \quad I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{45,86} = 4,8 \, \text{A}$$

$$U_R = 4,8 \cdot 15 = 72 \, \text{V}$$

$$\underline{U_R = 72 \, \text{V}}$$

$$U_L = I\omega L = 4,8 \cdot 62,8 = 301,5 \, \text{V}$$

$$\underline{U_L = 301,5 \, \text{V}}$$

$$U_C = I \frac{1}{\omega C} = 4,8 \cdot 106,15 = 509,5 \, \text{V}$$

$$\underline{U_C = 509,5 \, \text{V}}$$

$$\delta) \quad \text{συν}\varphi = 0,3272, \quad \eta\mu\varphi = 0,945$$

$$P_\varphi = U \cdot I = 220 \cdot 4,8 = 1056 \, \text{VA}$$

$$\underline{P_\varphi = 1056 \, \text{VA}}$$

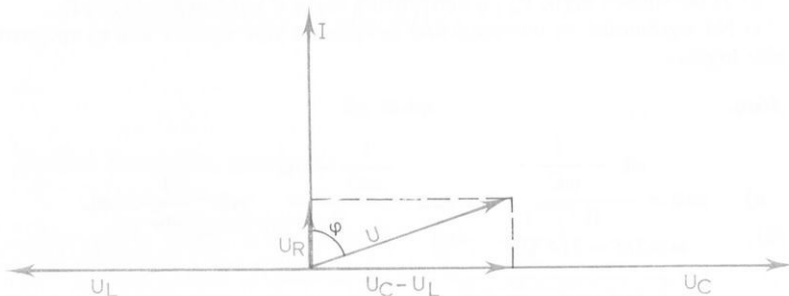
$$P = U \cdot I \cdot \text{συν}\varphi = 220 \cdot 4,8 \cdot 0,3272 = 345,6 \, \text{W}$$

$$\underline{P = 345,6 \, \text{W}}$$

$$P_a = U \cdot I \cdot \eta\mu\varphi = 220 \cdot 4,8 \cdot 0,945 = 998 \, \text{VAr.}$$

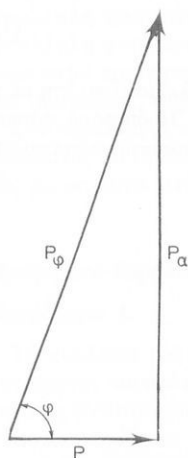
$$\underline{P_a = 998 \, \text{VAr}}$$

ε) Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων: Σχήμα 16.2ιδ.

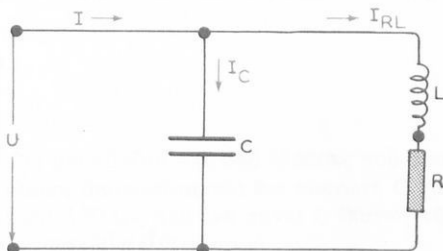


Σχ. 16.2ιδ.

Τρίγωνο ισχύων: Σχήμα 16.2ιε.



Σχ. 16.2ιε.



Σχ. 16.2ιστ.

β) Παράλληλα κυκλώματα.

Τό κύκλωμα του σχήματος 16.2ιστ αποτελείται από δύο κλάδους, που είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Ο ένας κλάδος περιλαμβάνει ένα πυκνωτή C και ο άλλος ένα πηνίο L και έναν αντιστάτη R σε σειρά. Ο αντιστάτης R μπορούμε να θεωρήσουμε ότι εκφράζει την ωμική αντίσταση R του πηνίου (αντίσταση απωλειών του πηνίου). Στα άκρα των δύο αυτών κλάδων εφαρμόζεται μια εναλλασσόμενη τάση u , με ενεργό τιμή U . Η ενεργός τιμή του ρεύματος που περνά μέσα από τον πυκνωτή $I_C = U\omega C$ προπορεύεται της ενεργού τιμής της τάσεως U , όπως γνωρίζουμε, κατά 90° (σχ. 16.2ιζ). Το ρεύμα που περνά μέσα από το πηνίο και τον αντιστάτη έχει ενεργό τιμή:

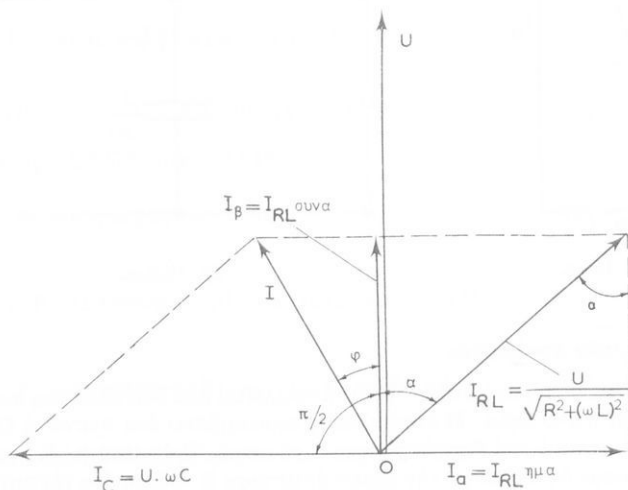
$$I_{RL} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \quad (11)$$

και έπεται της τάσεως π.χ. κατά μία γωνία α , όπου:

$$\epsilon\varphi\alpha = \frac{\omega L}{R} \quad (12)$$

$$\cos \alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \quad (13)$$

Ἡ ἐνεργὸς τιμὴ τοῦ ρεύματος I ποὺ περνᾷ ἀπὸ τὸ κύκλωμα εἶναι ἴση μὲ τὸ γεωμετρικὸ ἄθροισμα τῶν ἐνεργῶν τιμῶν I_C καὶ I_{RL} . Ἡ διαφορὰ φάσεως μεταξὺ τῆς τάσεως U καὶ τοῦ ρεύματος I εἶναι ἡ γωνία φ , ποὺ σημειώνεται στὸ σχῆμα 16.2ιζ.



Σχ. 16.2ιζ.

Παρατηροῦμε ὅτι τὸ ρεῦμα I προπορεύεται τῆς τάσεως U κατὰ τὴ γωνία φ , ἄρα τὸ κύκλωμα ἔχει **χωρητικὴ συμπεριφορά**. Αὐτὸ ὀφείλεται στὸ ὅτι, στὸ παράδειγμά μας, τὸ ρεῦμα I_C τοῦ πυκνωτῆ ὑπερσχύει τοῦ ρεύματος I_{RL} τοῦ πηνίου. Δηλαδή, ἂν ἀναλύσουμε τὸ ρεῦμα I_{RL} σὲ δύο συνιστώσες, μιά βαττική συνιστώσα I_β στὴ διεύθυνση τῆς τάσεως καὶ μιά ἀβαττική συνιστώσα I_α κάθετη σὲ αὐτήν, βλέπομε ὅτι τὸ ρεῦμα I_C εἶναι μεγαλύτερο τοῦ I_α . Τὸ κύκλωμα θὰ εἶχε **ἐπαγωγικὴ συμπεριφορά** ἂν ἦταν $I_C < I_\alpha$.

Ἀπὸ τὸ διανυσματικὸ διάγραμμα διαπιστώνομε, ὅτι ἡ διαφορὰ φάσεως μεταξὺ τῆς τάσεως U καὶ τοῦ ρεύματος I εἶναι στὸ παράδειγμά μας μικρότερη ἀπὸ ὅτι ἡ διαφορὰ φάσεως μεταξὺ τῆς τάσεως U καὶ τοῦ ρεύματος I_C ἢ I_{RL} . Μποροῦμε λοιπὸν, ὅταν σὲ ἓνα κύκλωμα παρουσιάζεται μεγάλη διαφορὰ φά-

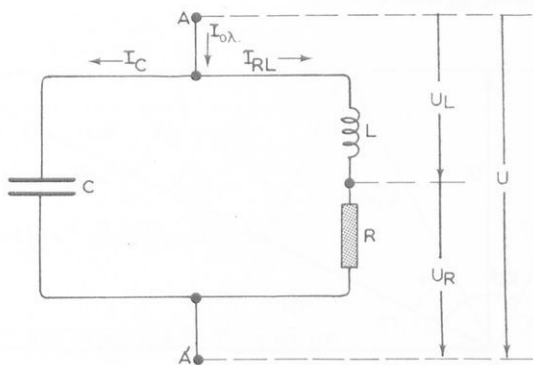
σεως μεταξύ τάσεως καί ρεύματος, νά τή μικραίνομε, συνδέοντας παράλληλα ἓνα στοιχείο μέ ἀντίθετη συμπεριφορά ἀπό αὐτή τοῦ κυκλώματος. Ἄν τό κύκλωμα ἔχει ἐπαγωγική συμπεριφορά, συνδέομε παράλληλα ἓνα πυκνωτή μέ κατάλληλη χωρητικότητα, ἐνῶ ἂν ἔχει χωρητική συμπεριφορά, ἓνα πηνίο μέ κατάλληλη αὐτεπαγωγή. Τή δυνατότητα αὐτή χρησιμοποιοῦμε, ὅπως ἀναφέραμε στήν παράγραφο 15.4 γιά νά βελτιώσωμε τό συντελεστή ἰσχύος συνψ μιᾶς διατάξεως, συνδέοντας παράλληλα σέ αὐτήν ἓνα πυκνωτή.

Στά παράλληλα κυκλώματα ξεκινᾶμε τή σχεδίαση τοῦ διανυσματικοῦ διαγράμματος μέ τήν τάση U , ἐπειδὴ εἶναι κοινή σέ ὅλους τοὺς κλάδους καί αὐτό μᾶς διευκολύνει στήν τοποθέτηση τῶν ὑπολοίπων διανυσμάτων.

Ἀριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Τό κύκλωμα τοῦ σχήματος 16.21η ἀποτελεῖται ἀπό δύο κλάδους πού εἶναι συνδεμένοι παράλληλα. Ὁ ἓνας κλάδος ἀποτελεῖται ἀπό ἓνα πυκνωτή C χωρητικῆς ἀντιστάσεως $X_C = 2 \, \Omega$ καί ὁ ἄλλος ἀπό ἓνα πηνίο L ἐπαγωγικῆς ἀντιστάσεως $X_L = 1 \, \Omega$ καί ἓνα ἀντιστάτη $R = 2 \, \Omega$ σέ σειρά.



Σχ. 16.21η.

Μεταξύ τῶν ἀκροδεκτῶν $A-A'$ ἐφαρμόζεται ἐναλλασσόμενη τάση μέ ἐνεργό τιμή $U = 10 \, V$. Νά δοθεῖ τό διανυσματικό διάγραμμα τάσεων - ρευμάτων καί νά βρεθεῖ ἡ διαφορά φάσεως μεταξύ τῆς τάσεως U καί τοῦ ὅλικοῦ ρεύματος $I_{ολ}$.

Αύση.

$$I_{RL} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{10}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = 4,472 \text{ A}$$

$$U_R = I_{RL} \cdot R = 8,944 \text{ V}$$

$$U_L = I_{RL} \cdot X_L = 4,472 \text{ V}$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} \quad \omega C = \frac{1}{X_C}$$

$$I_C = \frac{10}{2} = 5 \text{ A}$$

Ἡ τάση U_R βρίσκεται σέ φάση μέ τό ρεύμα I_{RL} .

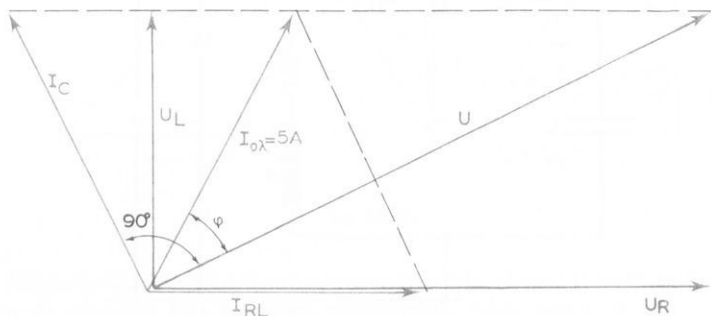
Ἡ τάση U_L προηγείται τοῦ ρεύματος I_{RL} κατὰ 90° .

Ἡ συνισταμένη τῶν U_R καί U_L εἶναι ἡ τάση U .

Τό ρεύμα I_C προηγείται τῆς τάσεως U κατὰ 90° .

Ἡ συνισταμένη τῶν I_C καί I_{RL} εἶναι τό ρεύμα $I_{ολ}$.

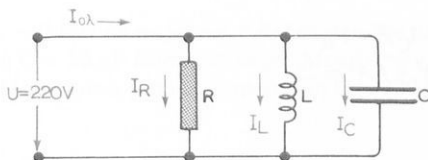
Ἀπό τό σχῆμα 16.21θ βρίσκουμε ὅτι ἡ διαφορά φάσεως μεταξύ τῆς τάσεως U καί τοῦ ρεύματος $I_{ολ}$ εἶναι: $\varphi = 36^\circ$.



Σχ. 16.21θ.

Παράδειγμα 2.

Ένα κύκλωμα ἀποτελεῖται ἀπό ἕνα ἀντιστάτη $R = 50 \, \Omega$, ἕνα πηνίο αὐτεπαγωγῆς $L = 0,12 \text{ H}$ καί ἕνα πυκνωτή χωρητικότητος $C = 50 \, \mu\text{F}$ σέ παράλληλη σύνδεση (σχ. 16.2κ).



Σχ. 16.2κ.

Στά άκρα τοῦ κυκλώματος ἐφαρμόζεται ἐναλλασσόμενη τάση μέ ἐνεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$ καί συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$.

Νά βρεθοῦν:

- Οἱ ἀντιστάσεις X_L καί X_C τοῦ κυκλώματος.
- Ἡ ἐνεργός τιμή τῶν ρευμάτων I_R , I_L , I_C καί $I_{0λ}$.
- Ἡ φαινόμενη ἀντίσταση Z τοῦ κυκλώματος.
- Ἡ φαινόμενη, πραγματική καί ἄεργη ἰσχύς τοῦ κυκλώματος.
- Νά δοθεῖ τό διανυσματικό διάγραμμα τῶν ρευμάτων.

Λύση.

$$\alpha) \quad X_L = \omega L \quad \text{καί} \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$\omega = 2\pi f = 314 \text{ s}^{-1}$$

$$X_L = 314 \text{ s}^{-1} \cdot 0,12 \text{ H} = 37,7 \, \Omega$$

$$\underline{X_L = 37,7 \, \Omega}$$

$$X_C = \frac{1}{314 \text{ s}^{-1} \cdot 50 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = \frac{10^6}{1,57 \cdot 10^4} = 63,7 \, \Omega$$

$$\underline{X_C = 63,7 \, \Omega}$$

$$\beta) \quad I_R = \frac{U}{R} = \frac{220}{50} = 4,4 \text{ A}$$

$$\underline{I_R = 4,4 \text{ A}}$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{220}{37,7} = 5,835 \text{ A}$$

$$\underline{I_L = 5,835 \text{ A}}$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{220}{63,7} = 3,453 \text{ A}$$

$$\underline{I_C = 3,453 \text{ A}}$$

$$I_{o\lambda}^2 = (I_L - I_C)^2 + I_R^2 \\ = (2,382)^2 + 4,4^2 = 25$$

$$I_{o\lambda} = 5 \text{ A}$$

$$I_{o\lambda} = 5 \text{ A}$$

$$\gamma) \quad Z = \frac{U}{I_{o\lambda}} = \frac{220}{5} = 44 \, \Omega$$

$$Z = 44 \, \Omega$$

$$\delta) \quad I_R = I_{o\lambda} \cos \varphi \quad \cos \varphi = \frac{I_R}{I_{o\lambda}} = \frac{4,4}{5} = 0,88$$

$$\varphi = 28,35^\circ$$

$$P_\varphi = UI = 220 \cdot 5 = 1100 \text{ VA}$$

$$P_\varphi = 1100 \text{ VA}$$

$$P = UI \cos \varphi = 220 \cdot 5 \cdot 0,88 = 968$$

$$P = 968 \text{ W}$$

$$P_a = UI \sin \varphi = 220 \cdot 5 \cdot 0,475 = 523$$

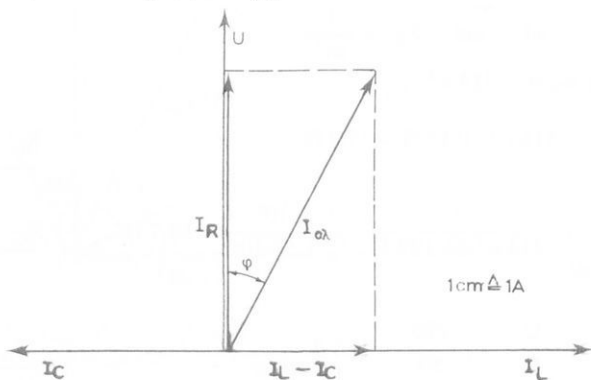
$$P_a = 523 \text{ VAr}$$

Έπαλήθευση.

$$P = UI_R = 220 \cdot 4,4 = 968 \text{ W}$$

$$P_a = U(I_L - I_C) = 220 \cdot 2,38 = 523 \text{ VAr}$$

ε) Διανυσματικό διάγραμμα: Σχῆμα 16.2κα.

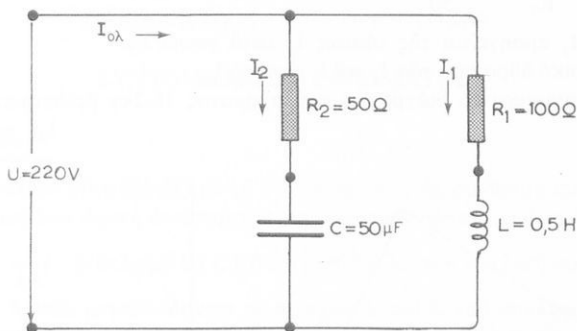


Σχ. 16.2κα.

Παράδειγμα 3.

Τό κύκλωμα τοῦ σχήματος 16.2κβ ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο κλάδους συνδεμένους παράλληλα. Ὁ ἕνας κλάδος ἀποτελεῖται ἀπὸ ἕνα ἀντιστάτη $R_1 = 100 \, \Omega$

καί ένα πηνίο $L = 0,5 \text{ H}$ σέ σειρά καί ό άλλος από ένα αντίστατή $R_2 = 50 \Omega$ καί ένα πυκνωτή $C = 50 \mu\text{F}$ επίσης σέ σειρά. Μεταξύ τῶν άκροδεκτῶν A-A' έφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση μέ ένεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$ καί συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$.



Σχ. 16.2κβ.

Νά βρεθοῦν:

- Ἡ ένεργός τιμή τοῦ όλικοῦ ρεύματος $I_{ολ}$.
- Ἡ διαφορά φάσεως μεταξύ τάσεως U καί ρεύματος $I_{ολ}$.
- Ἡ φαινόμενη αντίσταση τοῦ κυκλώματος Z .

Λύση.

$$\alpha) \quad \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314 \text{ s}^{-1}$$

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 0,5 = 157 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^6}{15700} = 63,69 \Omega$$

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = \sqrt{100^2 + 157^2} = 10^2 \sqrt{1 + 1,57^2} = 186,14 \Omega$$

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{220}{186,14} = 1,18 \text{ A}$$

$$\varepsilon\phi_1 = \frac{X_L}{R_1} = \frac{157}{100} = 1,57 \quad \phi_1 = 57,5^\circ$$

Τό ρεύμα I_1 καθυστερεῖ ὡς πρός τήν τάση U κατὰ γωνία ϕ_1 .

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_C^2} = \sqrt{50^2 + 63,69^2} = \sqrt{6556,4} = 80,97 \Omega$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{220}{80,97} = 2,717 \text{ A}$$

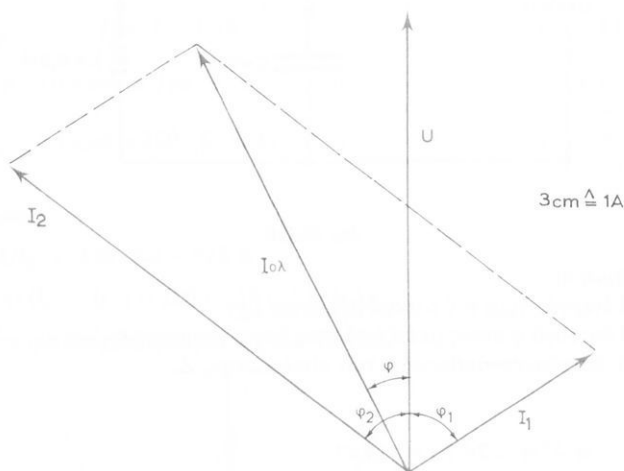
$$\varepsilon\phi\phi_2 = \frac{X_C}{R_2} = \frac{63,69}{50} = 1,2738 \quad \phi_2 = 51,86^\circ$$

Τό ρεύμα I_2 προηγείται τής τάσεως U κατά γωνία ϕ_2 .

Τό γεωμετρικό άθροισμα τών I_1 καί I_2 είναι τό $I_{ολ}$.

Άπό τό διανυσματικό διάγραμμα του σχήματος 16.2κγ βρίσκουμε:

$$I_{ολ} = 2,56 \text{ A}$$



Σχ. 16.2κγ.

β) Άπό τό διάγραμμα επίσης βρίσκουμε:

$$\phi = 26^\circ$$

$$\gamma) \quad Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{2,56} = 86 \, \Omega$$

$$Z = 86 \, \Omega$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΒΔΟΜΟ

ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ

17.1 Γενικά.

Στό κεφάλαιο αυτό εξετάζουμε τη συμπεριφορά ενός σύνθετου κυκλώματος, που περιλαμβάνει ωμική αντίσταση R , επαγωγική αντίσταση ωL και χωρητική αντίσταση $\frac{1}{\omega C}$ (κύκλωμα $\bar{R}LC$), όταν μεταβάλλεται η κυκλική συχνότητα ω της πηγής ή όταν μεταβάλλονται τα στοιχεία L και C του κυκλώματος. Ένα σπουδαίο φαινόμενο που εμφανίζεται κατά τις μεταβολές αυτές είναι ο **συντονισμός** του κυκλώματος.

Από τη Φυσική ξέρομε, ότι όταν ένα σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση, το πλάτος της ταλαντώσεως γίνεται μέγιστο, όταν η συχνότητα του εξωτερικού αίτιου που επιδρά στο σώμα γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα της ελεύθερης ταλαντώσεώς του. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται, ως γνωστό, **συντονισμός**.

Ένα ανάλογο φαινόμενο εμφανίζεται σε ένα κύκλωμα RLC , όταν σε ορισμένη συχνότητα της πηγής που το τροφοδοτεί, τάσεις ή ρεύματα του κυκλώματος παίρνουν μέγιστες τιμές. Αυτό συμβαίνει όταν η τάση και το ρεύμα στην είσοδο του κυκλώματος βρίσκονται σε φάση. Γι' αυτό στην Ήλεκτροτεχνία **ονομάζουμε γενικά «συντονισμό κυκλώματος» την κατάσταση στην οποία η εφαρμοζόμενη τάση σε ένα κύκλωμα RLC βρίσκεται σε φάση με το ρεύμα στην είσοδό του**.

Γιά να εμφανισθεί συντονισμός πρέπει να αλληλοεξουδετερωθούν ή επαγωγική και η χωρητική αντίσταση του κυκλώματος, δηλαδή οι αντιστάσεις αυτές πρέπει να γίνουν ίσες.

Συντονισμός εμφανίζεται τόσο σε κυκλώματα RLC σειράς όσο και σε παράλληλα κυκλώματα RLC .

17.2 Συντονισμός σειράς.

α) Συχνότητα συντονισμού και ιδιοσυχνότητα κυκλώματος.

Στην παράγραφο 16.2 εξετάσαμε την περίπτωση ενός κυκλώματος με αντίσταση R , πηνίο L και πυκνωτή C σε σειρά. Όπως φαίνεται από το διανυσματικό διάγραμμα του σχήματος 16.2ιβ, οι τάσεις U_C του πυκνωτή και U_L του

πηγίου έχουν διαφορά φάσεως 180° , δηλαδή είναι ακριβώς αντίθετες. Όταν λοιπόν:

$$U_L = U_C \quad (1)$$

οι τάσεις αυτές αλληλοαναιρούνται και απομένει μόνο η τάση U_R του αντίστατη. Η τάση U_R είναι στην περίπτωση αυτή ίση με την όλική τάση U στα άκρα του κυκλώματος και η διαφορά φάσεως μεταξύ τάσεως U και ρεύματος I είναι μηδέν. Άρα έχουμε **συντονισμό** στο κύκλωμα.

Τά ανωτέρω προκύπτουν άμεσα και από τους τύπους της παραγράφου 16.2: Για $U_L = U_C$ έχουμε:

$$I\omega L = I \frac{1}{\omega C}$$

και

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

(2)

Αυτή είναι η **συνθήκη** για την εμφάνιση συντονισμού.

Οι τύποι (8), (9) και (10) της παραγράφου 16.2 γίνονται με τη (2):

$$U = IR \quad (3)$$

$$Z = R \quad (4)$$

$$\epsilon\phi\phi = 0 \quad (\phi = 0) \quad (5)$$

Η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται συντονισμός ονομάζεται **συχνότητα συντονισμού**.

Όταν η αυτεπαγωγή L και η χωρητικότητα C ενός κυκλώματος είναι σταθερές, συντονισμός εμφανίζεται μόνο όταν η συχνότητα της πηγής γίνει ίση με τη συχνότητα που προκύπτει από τη σχέση (2). Η συχνότητα αυτή είναι χαρακτηριστική του κυκλώματος και ονομάζεται **ιδιοσυχνότητα** f_0 του κυκλώματος.

Από τη σχέση (2) έχουμε:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

ή

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (6)$$

και

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

(7)

Ο τύπος (7) ονομάζεται τύπος του **Thomson**.

Όταν ή L ή (και) ή C μεταβάλλονται, μεταβάλλεται ή ιδιοσυχνότητα του

κυκλώματος και επιτυγχάνεται συντονισμός σε διάφορες συχνότητες της πηγής τροφοδοτήσεως.

β) Καμπύλες Συντονισμού – Συντελεστής ποιότητας – Ζώνη διελεύσεως.

Η μεταβολή του ρεύματος I με τη συχνότητα ω σε ένα κύκλωμα συντονισμού, προκύπτει από τον τύπο (9) της παραγράφου 16.2:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (8)$$

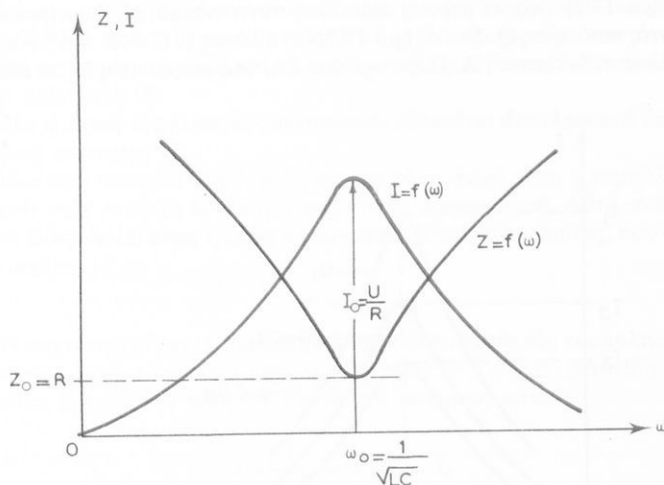
Υπό την προϋπόθεση ότι η τάση U και τα στοιχεία του κυκλώματος R , L και C παραμένουν σταθερά ή φαινόμενη αντίσταση Z και τό ρεύμα I μεταβάλλονται ως εξής:

Γιά $\omega \rightarrow 0$ έχουμε $Z \rightarrow \infty$ και $I \rightarrow 0$

Γιά $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ έχουμε $Z_0 = R$ και $I_0 = \frac{U}{R}$

Γιά $\omega \rightarrow \infty$ έχουμε $Z \rightarrow \infty$ και $I \rightarrow 0$

Τό σχήμα 17.2α δείχνει τίς καμπύλες $Z = f(\omega)$ και $I = f(\omega)$. Οί καμπύλες αυτές ονομάζονται **καμπύλες συντονισμού**.



Σχ. 17.2α.

Παρατηρούμε ότι στη συχνότητα συντονισμού ω_0 ή φαινόμενη αντίσταση Z_0 του κυκλώματος έχει την ελάχιστη τιμή της, που είναι ίση με την ωμική αντίσταση R , ενώ το ρεύμα έχει τη μέγιστη τιμή του I_0 .

Στην περίπτωση συντονισμού ή τάση U_L στα άκρα του πηνίου είναι ίση, όπως αναφέραμε, με την τάση U_C στα άκρα του πυκνωτή:

$$U_L = U_C = I\omega_0 L = \frac{I}{\omega_0 C} \quad (9)$$

Η τάση στους άκροδέκτες του κυκλώματος είναι:

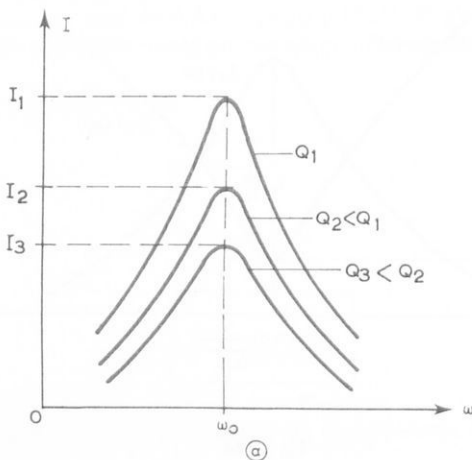
$$U = IR \quad (10)$$

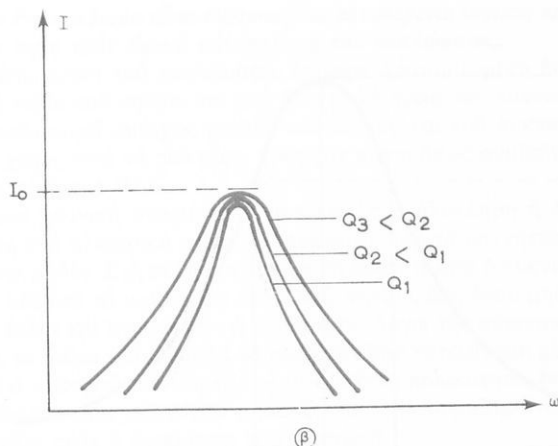
Τό πηλίκο της τάσεως U_L ή U_C προς την τάση U ονομάζεται **συντελεστής ποιότητας** του κυκλώματος και συμβολίζεται με Q :

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (11)$$

Ο συντελεστής ποιότητας είναι καθαρός αριθμός και ανάλογα με την τιμή των στοιχείων R , L , C παίρνει στην πράξη συνήθως τιμές μεταξύ 10 και 300. Αυτό σημαίνει ότι οι τάσεις στα άκρα του πηνίου και του πυκνωτή είναι 10 ως 300 φορές μεγαλύτερες από την τάση στους άκροδέκτες του κυκλώματος. Έμφανίζονται δηλαδή υπερτάσεις στο έσωτερικό του κυκλώματος σειράς, γι' αυτό ο συντελεστής ποιότητας ονομάζεται εδώ και **συντελεστής υπερτάσεως**.

Τό σχήμα 17.2β δείχνει μερικές καμπύλες συντονισμού για διαφορετικούς συντελεστές ποιότητας Q . Στο σχήμα 17.2β(α) ο λόγος L/C είναι σταθερός και μεταβάλλεται ή αντίσταση R . Παρατηρούμε ότι, όσο μικραίνει ή R και έπομέ-





Σχ. 17.2β.

νως μεγαλώνει ο συντελεστής ποιότητας Q τόσο αυξάνει το ρεύμα I και οι καμπύλες συντονισμού γίνονται πιο μυτερές και στενές.

Στό σχήμα 17.2β(β) η αντίσταση R είναι σταθερή και μεταβάλλεται ο λόγος L/C . Έδω η ένταση I παραμένει σταθερή, αλλά οι καμπύλες συντονισμού γίνονται επίσης πιο μυτερές και στενές όσο αυξάνει ο λόγος L/C και ο συντελεστής ποιότητας Q .

Άρα η μορφή της καμπύλης συντονισμού εξαρτάται αποκλειστικά από το συντελεστή ποιότητας Q .

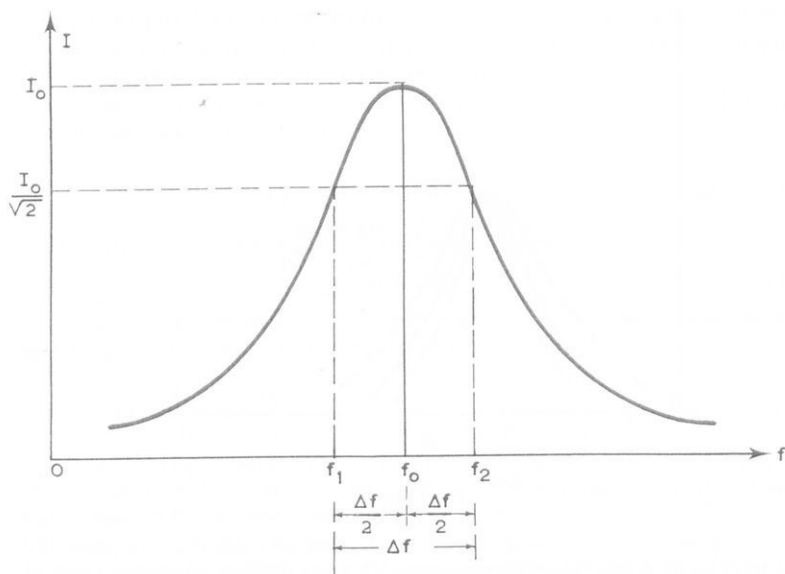
Ιδιαίτερη σημασία στην πράξη έχει το πόσο στενή είναι η καμπύλη συντονισμού στην περιοχή κοντά στη συχνότητα συντονισμού. Αυτό το εκτιμούμε με τη **ζώνη διευλύσεως** ή **ζώνη συντονισμού Δf** του κυκλώματος, που δείχνεται στο σχήμα 17.2γ.

$$\Delta f = f_2 - f_1 \quad (12)$$

Οι συχνότητες f_1 και f_2 ορίζονται από τα δύο σημεία της καμπύλης συντονισμού στα όποια το ρεύμα I έχει τιμή ίση προς το $1/\sqrt{2}$ του μέγιστου ρεύματος I_0 , είναι δηλαδή ίσο προς το 70,7% του ρεύματος αυτού:

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0,707 I_0 \quad (13)$$

Αποδεικνύεται ότι μεταξύ της ζώνης διευλύσεως Δf και του συντελεστή ποιότητας Q ισχύει η σχέση:



Σχ. 17.2γ.

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q} \quad (14)$$

Παρατηρούμε ότι για όρισμένη συχνότητα συντονισμού f_0 ή Δf είναι τόσο μικρότερη όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής ποιότητας Q .

γ) Ίσχύς και ενέργεια του συντονισμένου κυκλώματος.

Έφ'όσον στην περίπτωση συντονισμού δέν υπάρχει διαφορά φάσεως μεταξύ τάσεως U καί εντάσεως I_0 ($\varphi_0 = 0$) προκύπτει για την πραγματική ισχύ:

$$P_0 = UI_0 \sin \varphi_0 = UI_0 = I_0^2 R \quad (15)$$

καί για την άεργη ισχύ:

$$P_a = UI_0 \eta \mu \varphi_0 = 0 \quad (16)$$

Άρα ένα κύκλωμα σέ συντονισμό άπορροφά άποκλειστικά πραγματική ισχύ άπό την πηγή, πού καταναλίσκεται στην ώμική του άντίσταση R .

Έξωτερικά τό κύκλωμα συμπεριφέρεται σάν ένας ώμικός άντιστάτης. Έπειδή τό ρεύμα I_0 είναι μέγιστο στην περίπτωση συντονισμού, ξεπαι ότι καί ή πραγματική ισχύς P_0 είναι μέγιστη, σύμφωνα μέ την (15).

Όταν ένα κύκλωμα είναι συντονισμένο μεταφέρεται μέγιστη πραγματική ισχύς από την πηγή στον ωμικό καταναλωτή του κυκλώματος.

Στό έσωτερικό του κυκλώματος υπάρχει αποταμιευμένη ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου και στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή. Η ενέργεια αυτή κυκλοφορεί συνεχώς μεταξύ του πηνίου και του πυκνωτή αλλάζοντας μορφή, χωρίς ποτέ να ρέει πίσω προς την πηγή, όπως συμβαίνει σε ένα ασυντονιστο κύκλωμα RLC.

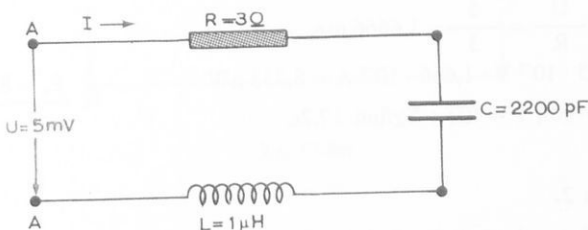
Κάποια χρονική στιγμή παρουσιάζεται π.χ. ολόκληρη ή ενέργεια αποταμιευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή, ενώ το μαγνητικό πεδίο του πηνίου είναι μηδέν. Στη συνέχεια αρχίζει να εκφορτίζεται ο πυκνωτής και το ρεύμα του αυξάνει το μαγνητικό πεδίο του πηνίου, έως που μηδενισθεί το ηλεκτρικό πεδίο και σταματήσει η εκφόρτιση. Λόγω της αυτεπαγωγής όμως του πηνίου, το ρεύμα εξακολουθεί να ρέει στην ίδια κατεύθυνση με αποτέλεσμα να αρχίσει ο πυκνωτής να φορτίζεται με αντίθετη πολικότητα, ενώ το μαγνητικό πεδίο ελαττώνεται και τελικά μηδενίζεται. Έτσι συμπληρώνεται ένας κύκλος και αρχίζει πάλι η εκφόρτιση του πυκνωτή.

Μεταξύ του πηνίου και του πυκνωτή πραγματοποιείται συνεχώς μιά ταλάντωση ενέργειας. Γι' αυτό το κύκλωμα συντονισμού ονομάζεται και **ταλαντευόμενο κύκλωμα**. Η ταλάντωση έχει συχνότητα ίση με την ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος (συχνότητα συντονισμού).

Αριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Ένα κύκλωμα αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 3 \Omega$, ένα πυκνωτή $C = 2200 \text{ pF}$ και ένα πηνίο $L = 1 \mu\text{H}$, σε σειρά. Στους άκροδέκτες A - A' εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 5 \text{ mV}$ (σχ. 17.2δ). Νά βρεθούν:



Σχ. 17.2δ.

- Η ιδιοσυχνότητα f_0 του κυκλώματος.
- Ο συντελεστής ποιότητας Q .
- Η ζώνη διελύσεως Δf και οι πλευρικές της συχνότητες f_1 και f_2 (συχνό-

τητες στis όποies τό ρεύμα I παίρνει την τιμή $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot I_0$.

δ) Η ισχύς του συντονισμένου κυκλώματος.

ε) Νά σχεδιασθεί ή συνάρτηση $I = f(f)$.

Λύση.

$$\alpha) f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{1 \cdot 10^{-6} \cdot 2200 \cdot 10^{-12}}} = \frac{1}{29,455} 10^8 = 3,395 \text{ MHz}$$

$$f_0 = 3,395 \text{ MHz}$$

$$\beta) Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{2\pi f_0 \cdot L}{R} = \frac{2\pi \cdot 3,395 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{3} = 7,1 \quad Q = 7,1$$

$$\gamma) \Delta f = \frac{f_0}{Q} = \frac{3,395}{7,1} = 0,478 \text{ MHz} \quad \Delta f = 0,478 \text{ MHz}$$

$$f_1 = f_0 - \frac{\Delta f}{2} = 3,395 - \frac{0,478}{2} = 3,156 \text{ MHz} \quad f_1 = 3,156 \text{ MHz}$$

$$f_2 = f_0 + \frac{\Delta f}{2} = 3,395 + 0,239 = 3,634 \quad f_2 = 3,634 \text{ MHz}$$

$$\delta) P_0 = UI_0 \sin \varphi_0 \quad \sin \varphi_0 = 1$$

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{5}{3} = 1,6666 \text{ mA}$$

$$P_0 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ V} \cdot 1,666 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 8,333 \mu\text{W}$$

$$P_0 = 8,333 \mu\text{W}$$

ε) Συνάρτηση $I = f(f)$: Σχήμα 17.2ε.

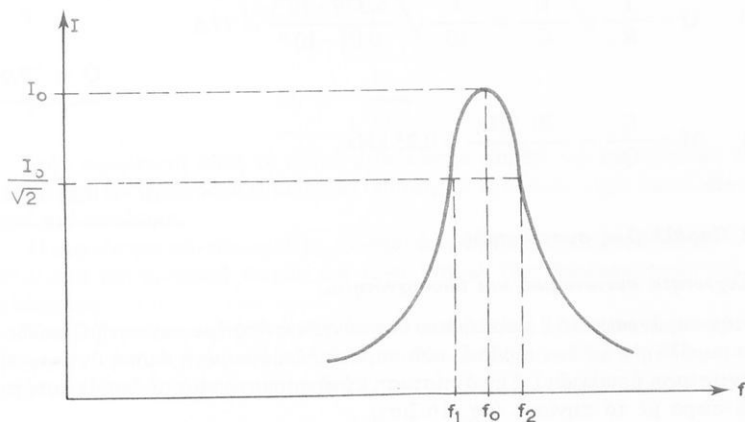
Παράδειγμα 2.

Ένα κύκλωμα αποτελείται από ένα αντίστατή $R = 10 \Omega$, ένα πυκνωτή $C = 0,01 \mu\text{F}$ και ένα πηνίο L σε σειρά (σχ. 17.2στ). Στους άκροδέκτες $A - A'$ εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή U . Όταν ή ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος είναι $f_0 = 20 \text{ kHz}$. Νά βρεθούν:

α) Η τιμή της αυτεπαγωγής L .

β) Ο συντελεστής ποιότητας Q .

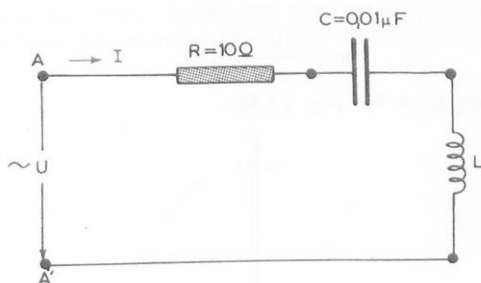
γ) Η ζώνη διελεύσεως Δf .



$$2 \text{ cm} \triangleq 1 \text{ MHz}$$

$$3 \text{ cm} \triangleq 1 \text{ mA}$$

Σχ. 17.2ε.



Σχ. 17.2στ.

Λύση.

$$\alpha) \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \eta \quad f_0^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$$

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 20^2 \cdot (10^3)^2 \cdot 0,01 (10^{-6})} = 6,339 \text{ mH}$$

$$\underline{\underline{L = 6,339 \text{ mH}}}$$

$$\beta) \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{10} \sqrt{\frac{6,339 \cdot 10^{-3}}{0,01 \cdot 10^{-6}}} = 79,6$$

$$Q = 79,6$$

$$\gamma) \quad \Delta f = \frac{f_0}{Q} = \frac{20 \text{ kHz}}{79,6} = 0,25 \text{ kHz}$$

$$\Delta f = 0,25 \text{ kHz}$$

17.3 Παράλληλος συντονισμός.

α) Συχνότητα συντονισμού και ιδιοσυχνότητα.

Στήν παράγραφο 16.2 μελετήσαμε ένα κύκλωμα από ένα πυκνωτή C συνδεδεμένο παράλληλα με ένα πηνίο L που παρουσιάζει όρισμένη ωμική αντίσταση R (αντίσταση απωλειών). Τήν αντίσταση αυτή παραστήσαμε με ένα αντιστάτη R σε σειρά με τό πηνίο L (σχ. 16.2ιστ).

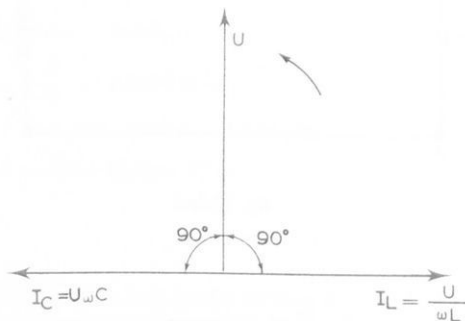
Αν ή αντίσταση R του πηνίου είναι αμελητέα, έχουμε ένα πυκνωτή C παράλληλα συνδεδεμένο με τό πηνίο L . Στήν περίπτωση αυτή τό ρεύμα του πυκνωτή:

$$I_C = U\omega C \quad (1)$$

προηγείται τής τάσεως U κατά 90° , ενώ τό ρεύμα του πηνίου:

$$I_L = \frac{U}{\omega L} \quad (2)$$

έπεται τής τάσεως κατά 90° (σχ. 17.3α).



Σχ. 17.3α.

Παρατηρούμε ότι τά ρεύματα I_L και I_C είναι ακριβώς αντίθετα και αλληλοεξουδετερώνονται, όταν:

$$I_L = I_C \quad (3)$$

$$\eta \quad U\omega_0 C = \frac{U}{\omega_0 L} \quad (4)$$

$$\eta \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (5)$$

Στήν περίπτωση αυτή το όλικό ρεύμα στην είσοδο του κυκλώματος είναι μηδέν και δεν παρουσιάζει διαφορά φάσεως με την τάση. Άρα έχουμε **συντονισμό στο κύκλωμα**.

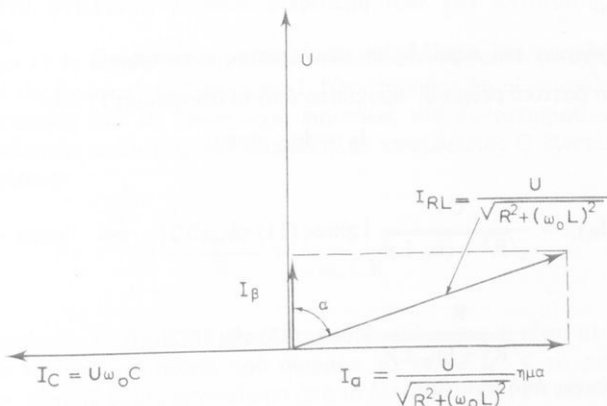
Η συχνότητα συντονισμού ω_0 δίνεται από την ίδια σχέση που ισχύει για το κύκλωμα συντονισμού σειράς και είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος.

Όταν η αντίσταση του πηνίου δεν είναι αμελητέα ισχύει το διανυσματικό διάγραμμα του σχήματος 16.2ιζ. Αν υποθέσουμε ότι το ρεύμα I_C στον πυκνωτή γίνεται ίσο με το αβαττικό ρεύμα I_a :

$$I_C = I_a \quad (6)$$

$$\eta \quad U\omega_0 C = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega_0 L)^2}} \eta \mu \alpha \quad (7)$$

τότε αλληλοεξουδετερώνονται τα ρεύματα αυτά και απομένει μόνο το βαττικό ρεύμα I_β , σαν όλικό ρεύμα στην είσοδο του παράλληλου κυκλώματος (σχ. 17.3β).



Σχ. 17.3β.

Τό ρεύμα I_β είναι σέ φάση μέ τήν τάση U , ἄρα στήν περίπτωση αὐτή ἔχομε πάλι **συντονισμό** στό κύκλωμά.

Ἀπό τή συνθήκη συντονισμοῦ (7) προκύπτει:

$$\omega_0 C = \frac{1}{\sqrt{R^2 + (\omega_0 L)^2}} \eta\mu\alpha$$

Ἐπειδὴ $\eta\mu\alpha = \frac{\omega_0 L}{\sqrt{R^2 + (\omega_0 L)^2}}$

παίρνομε $\omega_0 C = \frac{\omega_0 L}{R^2 + (\omega_0 L)^2}$

Στήν πράξη τό τετράγωνο τῆς R εἶναι πολύ μικρότερο ἀπό τό τετράγωνο τῆς $\omega_0 L$ [$R^2 \ll (\omega_0 L)^2$].

Ἄρα: $\omega_0 C \approx \frac{1}{\omega_0 L}$

καί $\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (8)

Παρατηροῦμε ὅτι καί στό παράλληλο κύκλωμα μέ ὁμικές ἀπώλειες ἰσχύει κατά προσέγγιση ὁ τύπος τοῦ Thomson γιά τήν κυκλική συχνότητα συντονισμοῦ ω_0 .

β) Ἡ ἐνέργεια τοῦ παράλληλου κυκλώματος συντονισμοῦ.

Γιά τό βαττικό ρεύμα I_β προκύπτει ἀπό τό διάγραμμα 17.3β.

$$I_\beta = I_{RL} \quad \text{συνα} \quad (9)$$

$$\text{Μέ } I_{RL} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega_0 L)^2}} \quad [\text{τύπος (11) τῆς 16.2}] \quad \text{καί} \quad \text{συνα} =$$

$$= \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega_0 L)^2}} \quad [\text{τύπος (13) τῆς 16.2}]$$

Προκύπτει ἀπό τήν (9):

$$I_\beta = \frac{UR}{R^2 + (\omega_0 L)^2} \quad (10)$$

Λαμβάνοντας υπόψη την (8) και ότι $R^2 \ll (\omega_0 L)^2$ παίρνουμε τελικά από τη (10):

$$I_\beta \approx UR \frac{C}{L} \approx \frac{U}{R'} \quad (11)$$

Παρατηρούμε ότι το παράλληλο κύκλωμα, όταν είναι συντονισμένο, συμπεριφέρεται σαν να περιλαμβάνει αποκλειστικά ένα ωμικό αντίστατή:

$$R' = \frac{L}{CR} \quad (12)$$

Στόν αντίστατή R' καταναλώνεται ή ενέργεια που προσφέρει ή πηγή. Η ενέργεια αυτή καλύπτει τις απώλειες Joule του κυκλώματος. Στο έσωτερικό του κυκλώματος πραγματοποιείται περιοδικά ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ του πυκνωτή και του πηνίου, όπως περιγράψαμε στο κύκλωμα συντονισμού σειράς.

γ) Καμπύλες συντονισμού – Συντελεστής ποιότητας – Ζώνη διελεύσεως.

Από το σχήμα 16.2ιζ διαπιστώνουμε ότι το ρεύμα I παίρνει τη μικρότερή του τιμή στην περίπτωση του συντονισμού, όταν η συχνότητα της πηγής γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος ($\omega = \omega_0$). Στην περίπτωση αυτή το κύκλωμα παρουσιάζει τη μέγιστη φαινόμενη αντίστασή του Z_0 . Σε οποιαδήποτε άλλη συχνότητα το όλικό ρεύμα I είναι μεγαλύτερο από το I_0 και η φαινόμενη αντίσταση Z είναι μικρότερη από την αντίσταση Z_0 σε συντονισμό.

Τό σχήμα 17.3γ δείχνει τις καμπύλες συντονισμού της φαινόμενης αντίστασεως Z και της έντάσεως του ρεύματος I . Παρατηρούμε ότι οι καμπύλες αυτές είναι αντίστροφες από τις αντίστοιχες καμπύλες του συντονισμού σειράς.

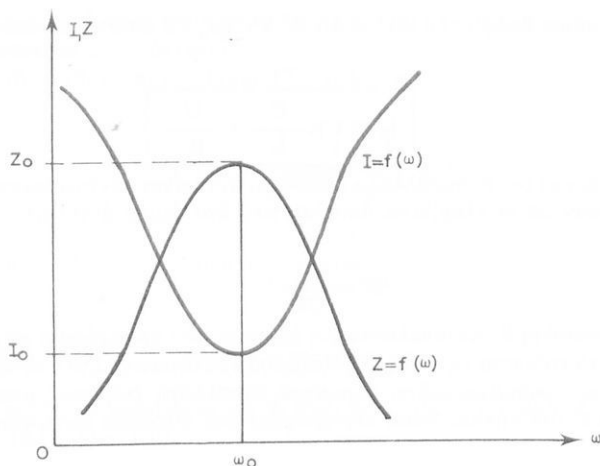
Ο συντελεστής ποιότητας του παράλληλου κυκλώματος Q δίνεται επίσης από τις σχέσεις:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} \quad (13)$$

Αποδεικνύεται ότι όταν η αντίσταση του κυκλώματος R είναι μικρή συγκριτικά με την ωL , το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο I_L ή το ρεύμα του πυκνωτή I_C είναι Q φορές μεγαλύτερο από το όλικό ρεύμα του κυκλώματος:

$$I_L \approx I_C \approx I_\beta Q \quad (14)$$

Άρα στους δύο κλάδους του κυκλώματος εμφανίζεται μία **υπερένταση**.



Σχ. 17.3γ.

Ἡ ζώνη διελεύσεως τοῦ παράλληλου κυκλώματος ὀρίζεται ἐπίσης ἀπὸ τὴν σχέση:

$$\Delta f = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q} \quad (15)$$

Ὅπως ὁμως φαίνεται στὸ σχῆμα 17.3δ οἱ συχνότητες f_1 καὶ f_2 ἀντιστοιχοῦν ἐδῶ στὸ 0,707 τῆς μέγιστης φαινόμενης ἀντιστάσεως Z_0 καὶ στὸ 1,41 τῆς ἐλάχιστης τιμῆς τοῦ ρεύματος I_0 .

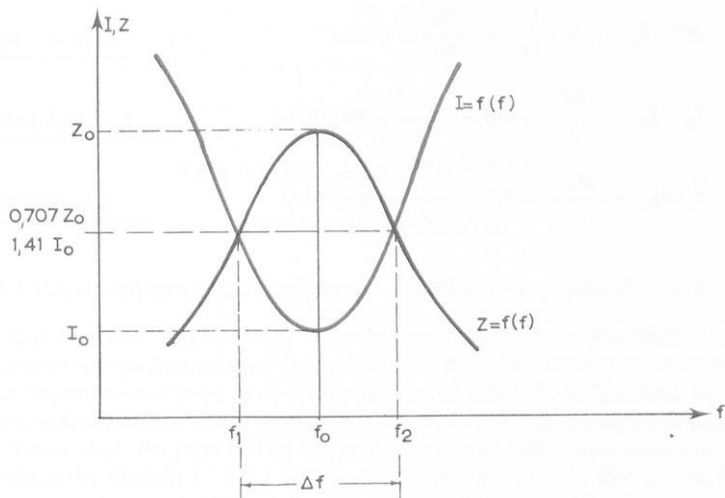
Ἀριθμητικό παράδειγμα.

Δίνεται τὸ κύκλωμα τοῦ σχήματος 17.3ε ὅπου: $R = 40 \, \Omega$, $L = 6,36 \, \text{mH}$ καὶ $C = 1590 \, \text{pF}$. Στοὺς ἀκροδέκτες Α-Α' ἐφαρμόζεται ἐναλλασσόμενη τάση μέ ἐνεργὸν τιμὴ U . Νά βρεθοῦν:

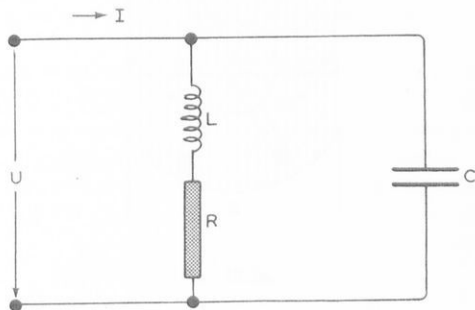
- Ἡ ἰδιοσυχνότητα f_0 τοῦ κυκλώματος.
- Ὁ συντελεστὴς ποιότητος Q .
- Ἡ ζώνη διελεύσεως Δf καθὼς καὶ οἱ πλευρικές συχνότητες f_1 καὶ f_2 .

Λύση.

$$\alpha) f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{6,36 \cdot 10^{-3} \cdot 1590 \cdot 10^{-12}}} = 50 \, \text{kHz} \quad \underline{f_0 = 50 \, \text{kHz}}$$



Σχ. 17.3δ.



Σχ. 17.3ε.

$$\beta) Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{2\pi f_0 L}{R} = \frac{2\pi \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 6,36 \cdot 10^{-3}}{40} \quad \underline{Q = 50}$$

$$\gamma) \Delta f = f_1 - f_2 = \frac{f_0}{Q} = \frac{50}{50} = 1 \text{ kHz} \quad \underline{\Delta f = 1 \text{ kHz}}$$

$$f_1 = f_0 - \frac{\Delta f}{2} = 50 - \frac{1}{2} = 49,5 \text{ kHz} \quad \underline{f_1 = 49,5 \text{ kHz}}$$

$$f_2 = f_0 + \frac{\Delta f}{2} = 50 + \frac{1}{2} = 50,5 \text{ kHz} \quad \underline{f_2 = 50,5 \text{ kHz}}$$

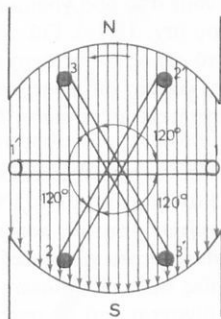
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΟΓΔΩΟ

ΤΡΙΦΑΣΙΚΑ ΡΕΥΜΑΤΑ

18.1 Παραγωγή τριφασικού ρεύματος — 'Ανεξάρτητα τριφασικά συστήματα.

Στό κεφάλαιο 14 γνωρίσαμε την παραγωγή εναλλασσόμενης τάσεως καί εναλλασσόμενου ρεύματος με τη βοήθεια ενός πλαισίου (πηνίου με μιά σπείρα), πού περιστρέφεται μέσα σε όμογενές μαγνητικό πεδίο. Τό ρεύμα αυτό, πού δημιουργείται από ένα μόνο στρεφόμενο πηνίο, ονομάζεται **μονοφασικό ρεύμα**.

Έστω τώρα, ότι μέσα σε ένα όμογενές μαγνητικό πεδίο περιστρέφονται τρία ανεξάρτητα πλαίσια 1 - 1', 2 - 2', 3 - 3', τοποθετημένα στον ίδιο άξονα, αλλά μετατοπισμένα κατά 120° τό ένα ως προς τό άλλο (σχ. 18.1α).



Σχ. 18.1α.

Είναι φανερό ότι σε κάθε πλαίσιο θα δημιουργηθεί εναλλασσόμενη τάση με την ίδια ακριβώς μορφή (ήμιτονική τάση με την ίδια μέγιστη τιμή, ίδια συχνότητα κλπ.), εφόσον τά πλαίσια είναι ακριβώς τά ίδια καί περιστρέφονται μέσα στο ίδιο μαγνητικό πεδίο με την ίδια γωνιακή ταχύτητα. Έπειδή όμως τά πλαίσια είναι μετατοπισμένα μεταξύ τους κατά 120° , όταν ένα πηνίο βρίσκεται σε όρισμένη θέση, π.χ. παράλληλα στις μαγνητικές γραμμές καί ή τάση του έχει όρισμένη στιγμιαία τιμή, π.χ. τή μέγιστη τιμή, τό πηνίο πού τό ακολουθεί φθάνει στη θέση αυτή καί ή τάση του παίρνει τήν ίδια τιμή μετά από στροφή 120°

(ή $\frac{2\pi}{3}$ rad). Άρα ή τάση τοῦ πηνίου πού ἀκολουθεῖ *καθυστερεῖ* ὡς πρὸς τήν τάση τοῦ πηνίου πού προηγείται κατὰ 120° ἢ μέ ἄλλα λόγια οἱ δύο τάσεις παρουσιάζουν διαφορά φάσεως 120° . Ἀντίθετα, τὸ πηνίο πού προηγείται ἔχει περάσει ἀπὸ τήν ἴδια θέση καί ἔχει πάρει τήν ἴδια τιμὴ κατὰ 120° νωρίτερα. Ἄρα ή τάση αὐτὴ προηγείται κατὰ 120° .

Ἔτσι, ἂν ὑπολογίσουμε τίς φάσεις, π.χ. ὡς πρὸς τὸ πλαίσιο 1 - 1', παίρνομε 3 τάσεις μέ τή μορφή:

$$u_1 = U_m \eta \mu \omega t \quad (1)$$

$$u_2 = U_m \eta \mu(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \quad (2)$$

$$u_3 = U_m \eta \mu(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \quad (3)$$

Τὸ σχῆμα 18.1β(α) δείχνει τὸ διανυσματικὸ διάγραμμα τῶν μεγίστων τιμῶν τῶν τριῶν τάσεων καί τὸ σχῆμα 18.1β(β) τὴ χρονικὴ μεταβολὴ τῶν στιγμιαίων τιμῶν τους.

Τὰ 3 πλαίσια τὰ παριστάνομε γραφικὰ μέ 3 πηνία μετατοπισμένα μεταξὺ τους κατὰ 120° καί τὰ διακρίνομε ἀπὸ δύο γράμματα, πού χαρακτηρίζουν τήν ἀρχή καί τὸ τέλος κάθε πηνίου (σχ. 18.1γ). Γιά τήν ἀρχή χρησιμοποιοῦμε τὰ γράμματα U, V, W καί γιά τὸ τέλος ἀντίστοιχα τὰ γράμματα X, Y, Z.

Τὰ τρία πηνία ὀνομάζονται **φάσεις τοῦ συστήματος** (ή φάση μέ τήν ἔννοια τοῦ πηνίου δέν πρέπει νά συγχέεται μέ τή φάση ἑνὸς ἐναλλασσόμενου μεγέθους).

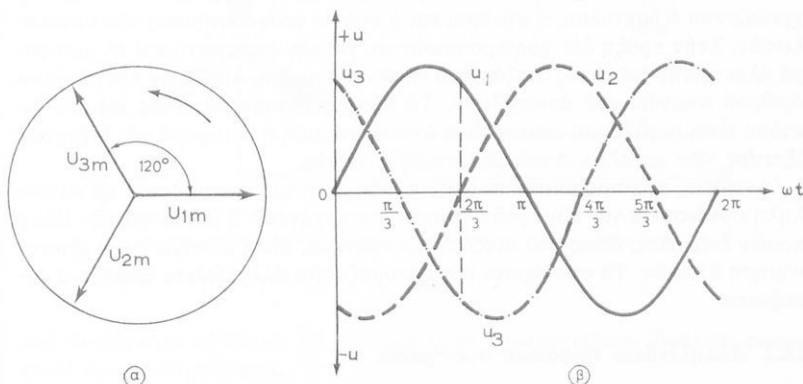
Σέ κάθε φάση μποροῦμε νά συνδέσουμε ἓνα καταναλωτὴ, ὅπως φαίνεται στὸ σχῆμα 18.1γ. Παίρνομε ἔτσι 3 ἀνεξάρτητα μεταξὺ τους μονοφασικὰ κυκλώματα. **Τὸ σύστημα τριῶν ἀνεξαρτήτων φάσεων, πού εἶναι μετατοπισμένες μεταξὺ τους κατὰ 120° , ὀνομάζεται ἀνεξάρτητο τριφασικὸ σύστημα.**

Ἄν προσθέσουμε τίς στιγμιαῖες τιμές τῶν τάσεων στὰ 3 κυκλώματα ἑνὸς ἀνεξάρτητου συστήματος, ὅπως δίνονται ἀπὸ τίς σχέσεις (1), (2) καί (3), παρατηροῦμε ὅτι τὸ ἄθροισμά τους εἶναι ἴσο μέ τὸ μηδέν.

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 + u_3 = U_m \eta \mu \omega t + U_m \eta \mu(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + U_m \eta \mu(\omega t + \frac{2\pi}{3}) = \\ &= U_m \eta \mu \omega t + U_m \eta \mu \omega t \sin \frac{2\pi}{3} - U_m \sin \omega t \eta \mu \frac{2\pi}{3} + \\ &\quad + U_m \eta \mu \omega t \sin \frac{2\pi}{3} + U_m \sin \omega t \eta \mu \frac{2\pi}{3} = \\ &= U_m \eta \mu \omega t + U_m \eta \mu \omega t \sin 120^\circ + U_m \eta \mu \omega t \sin 120^\circ = \end{aligned}$$

$$= U_m \eta \omega t - 0,5 U_m \eta \omega t - 0,5 U_m \eta \omega t = 0 \quad (4)$$

Τό ίδιο αποτέλεσμα βρίσκομε καί από τίς καμπύλες του σχήματος 18.1β(β) για όποιαδήποτε χρονική στιγμή. Π.χ. για $\omega t = 120^\circ \left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

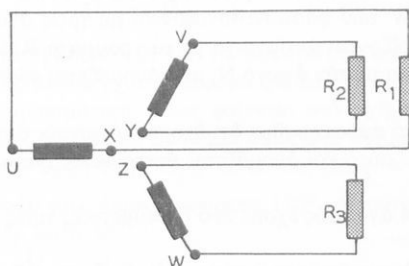


Σχ. 18.1β.

$$u_1 = -u_3 \quad \text{καί} \quad u_2 = 0$$

$$\text{Άρα:} \quad u = u_1 + u_2 + u_3 = -u_3 + 0 + u_3 = 0$$

Τό αλγεβρικό άθροισμα τών στιγμιαίων τιμών τών τάσεων στά τρία κυκλώματα ενός ανεξάρτητου τριφασικού συστήματος με όμοιες φάσεις (πηγία) είναι ίσο με μηδέν, όποιαδήποτε χρονική στιγμή.



Σχ. 18.1γ.

Όταν στίς τρείς φάσεις συνδέονται ίσοι όμικοί καταναλωτές ($R_1 = R_2 = R_3$ στο σχήμα 18.1γ), τά ρεύματα πού ρέουν στά τρία κυκλώματα είναι ίσα, παρουσιάζουν όμως μεταξύ τους διαφορά φάσεως 120° όπως οί αντίστοιχες τά-

σεις. Η χρονική μεταβολή των τριών ρευμάτων έχει την ίδια μορφή με τη μεταβολή των τάσεων που δείχνεται στο σχήμα 18.1β(β). Άρα, αν προσθέσουμε τις στιγμιαίες τιμές των ρευμάτων οποιαδήποτε χρονική στιγμή, το άθροισμα που προκύπτει είναι μηδέν.

Γιά τη λήψη των 3 τάσεων ενός ανεξάρτητου τριφασικού συστήματος χρειάζονται 6 δακτύλιοι, 6 ψηκτρες και 6 άγωγοί τροφοδοτήσεως των καταναλωτών. Στην πράξη δέν χρησιμοποιούνται, γιά την παραγωγή και τη μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας ανεξάρτητα τριφασικά συστήματα λόγω του μεγάλου αριθμού άγωγών που απαιτούνται. Τό κόστος κατασκευής ενός τέτοιου δικτύου είναι μεγάλο και επίσης είναι αντικοινομική ή μεταφορά της ενέργειας εξαιτίας των μεγάλων απωλειών στους άγωγούς.

Αντίθετα, χρησιμοποιούνται στην πράξη συστήματα στά όποια μέ κατάλληλη συνδεσμολογία των τριών φάσεων επιτυγχάνεται ή μεταφορά των ίδιων ποσών ενέργειας, όπως στο ανεξάρτητο σύστημα, αλλά μέ σημαντική εξοικονόμηση άγωγών. Τά συστήματα αυτά ονομάζονται **άλληλένδετα τριφασικά συστήματα**.

18.2 Άλληλένδετα τριφασικά συστήματα.

Ένα τριφασικό σύστημα στο όποιο οί φάσεις είναι συνδεμένες μεταξύ τους, όνομάζεται άλληλένδετο τριφασικό σύστημα.

Υπάρχουν δύο βασικοί τρόποι συνδέσεως των φάσεων: ή **άστεροειδής σύνδεση** και ή **τριγωνική σύνδεση**.

α) Άστεροειδής σύνδεση (ή σύνδεση κατά άστέρα).

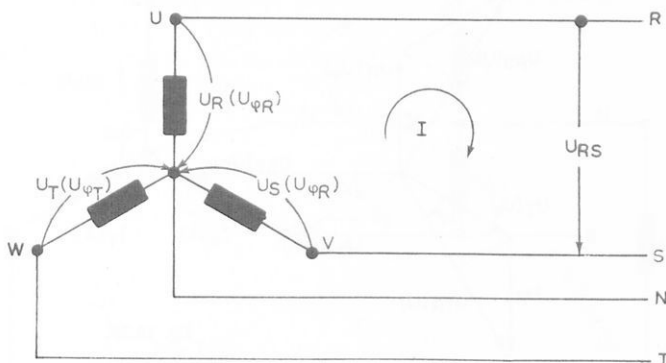
Στήν άστεροειδή σύνδεση συνδέομε άγωγήμα μεταξύ τους τά τέλη των τριών φάσεων X, Y, Z σέ ένα σημείο, που όνομάζεται **ουδέτερος κόμβος**, μέ άποτέλεσμα νά σχηματισθεί από τίς φάσεις ένας άστέρας.

Τά άκρα U, V, W των φάσεων συνδέονται μέ τρείς άγωγούς τροφοδοτήσεως, που χαρακτηρίζονται αντίστοιχα μέ τά γράμματα R, S, T, ένώ ό ουδέτερος κόμβος συνδέεται μέ τόν άγωγό N, που όνομάζεται **ουδέτερος άγωγός** (σχ. 18.2α).

Στό σύστημα αυτό παρατηρούμε ότι έχομε 4 άγωγούς άντί 6 του ανεξάρτητου συστήματος. Γι' αυτό και όνομάζεται **άστεροειδής τριφασικό σύστημα μέ 4 άγωγούς**.

Στό σύστημα μέ 4 άγωγούς έχομε δύο διαφορετικές τιμές τάσεως στή διάθεση μας:

1) Μεταξύ κάθε άγωγού τροφοδοτήσεως R, S, T και του ουδέτερου άγωγού N επικρατεί τάση, που όνομάζεται **φασική τάση** U_ϕ . Η φασική τάση είναι ίση μέ τήν τάση στά άκρα τής αντίστοιχης φάσεως (π.χ. $U_{\phi R} = U_R$). Έφόσον οί 3 φάσεις (πηνία) έχουν ίδια κατασκευή, οί 3 φασικές τάσεις είναι ίσες ($U_R = U_S = U_T = U_\phi$) και παρουσιάζουν διαφορά φάσεως μεταξύ τους 120° , όπως



Σχ. 18.2α.

στό ανεξάρτητο σύστημα. Το σύστημα αυτό χαρακτηρίζεται ιδιαίτερα **συμμετρικό τριφασικό σύστημα**.

Σέ ένα συμμετρικό σύστημα τό άθροισμα τών στιγμιαίων τιμών τών φασικών τάσεων οποιαδήποτε στιγμή είναι μηδέν.

2) Ή τάση μεταξύ δύο άγωγών τροφοδοτήσεως, π.χ. μεταξύ τών R και S, ονομάζεται **πολική τάση U**. Ή τιμή τής τάσεως αυτής προκύπτει ως εξής:

Στό σχήμα 18.2α U_R είναι ή τάση μεταξύ του άγωγού R και του ουδέτερου άγωγού, U_S είναι ή τάση μεταξύ του άγωγού S και του ουδέτερου άγωγού και U_{RS} είναι ή τάση μεταξύ τών άγωγών R και S. Άπό τό βρόχο I παίρνομε:

$$U_{RS} + U_S - U_R = 0$$

$$\text{ή} \quad U_{RS} = U_R - U_S$$

Άρα ή πολική τάση προκύπτει από τή διαφορά δύο φασικών τάσεων. Ήπειδή όμως οί φασικές τάσεις έχουν διαφορά φάσεως, ή διαφορά τους δέν είναι άλγεβρική αλλά διανυσματική, όπως φαίνεται στό σχήμα 18.2β.

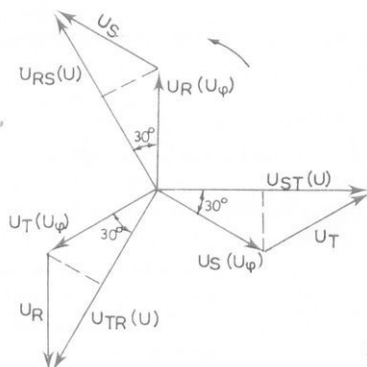
Σέ ένα συμμετρικό τριφασικό σύστημα όπως στό σχήμα 18.2β, όπου $U_R = U_S = U_T = U_\varphi$, οί U_{RS} , U_{ST} , U_{TR} είναι ίσες ($U_{RS} = U_{ST} = U_{TR} = U$), παρουσιάζουν μεταξύ τους διαφορά φάσεως 120° και προπορεύονται αντίστοιχα τών U_R , U_S , U_T κατά 30° .

$$\text{Ήπίσης, έπειδή} \quad \frac{U}{2} = U_\varphi \sin 30^\circ \quad \text{ή} \quad U = 2 U_\varphi \sin 30^\circ = 2 U_\varphi \frac{\sqrt{3}}{2}$$

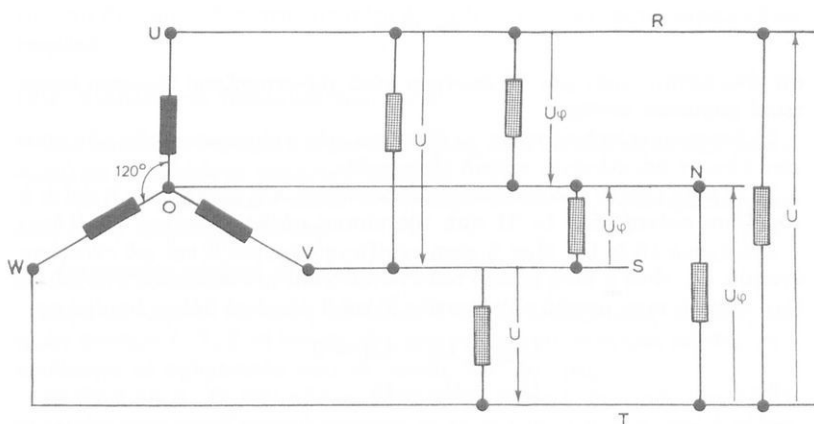
Έχομε:

$$U = \sqrt{3} U_\varphi = 1,73 U_\varphi \quad (1)$$

Ή πολική τάση ενός συμμετρικού άστεροειδούς τριφασικού συστήματος είναι ίση μέ τή φασική τάση επί $\sqrt{3}$ (1,73).



Σχ. 18.2β.



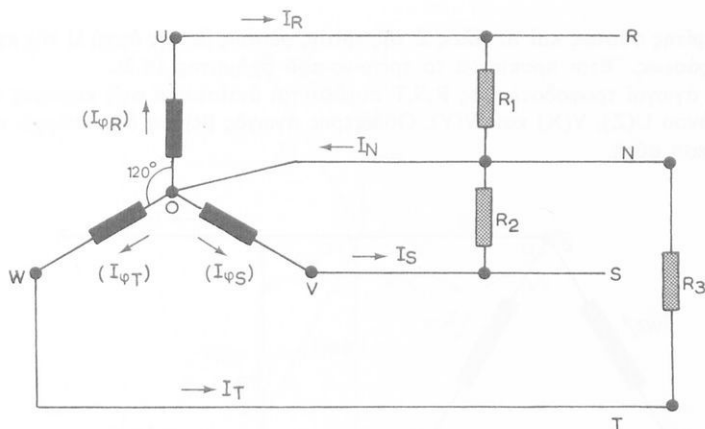
Σχ. 18.2γ.

Π.χ. τό ρεύμα που παρέχει ή ΔΕΗ έχει φασική τάση 220 V. Άρα ή πολική τάση είναι $U = \sqrt{3} \cdot 220 = 380$ V.

Σέ ένα άστεροειδές τριφασικό σύστημα μπορούμε έπομένως νά συνδέσουμε καταναλωτές, είτε μεταξύ ενός άγωγού τροφοδοτήσεως και του ουδέτερου άγωγού, δηλαδή σέ φασική τάση, είτε μεταξύ δύο άγωγών τροφοδοτήσεως, δηλαδή σέ πολική τάση (σχ. 18.2γ).

Τό σχήμα 18.2δ δείχνει τρία φορτία συνδεμένα στίς τρεις φάσεις άστεροειδούς συστήματος. Παρατηρούμε ότι τό ρεύμα I που ρέει σέ κάθε άγωγό τροφοδοτήσεως είναι ίσο μέ τό ρεύμα τής αντίστοιχης φάσεως I_ϕ . Π.χ. $I_{\phi R} = I_R$.

Όταν τά φορτία είναι ίσα μεταξύ τους, τά ρεύματα I_R , I_S και I_T στους άγωγούς τροφοδοτήσεως είναι επίσης ίσα και παρουσιάζουν μεταξύ τους δια-



Σχ. 18.2δ.

φορά φάσεως 120° . Επίσης η διαφορά φάσεως μεταξύ του ρεύματος και της τάσεως της αντίστοιχης φάσεως είναι η ίδια για όλα τα ρεύματα. Άρα:

$$I = I_R = I_S = I_T = I_\phi \quad (2)$$

Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι το σύστημα έχει συμμετρικό φορτίο και ότι είναι **ισορροπημένο**.

Σέ ένα ισορροπημένο σύστημα το άθροισμα των στιγμιαίων τιμών των ρευμάτων στους 3 αγωγούς τροφοδοτήσεως είναι ίσο με μηδέν.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 18.2δ στον ουδέτερο αγωγό ρέει ρεύμα I_N ίσο με το γεωμετρικό άθροισμα των ρευμάτων των τριών αγωγών τροφοδοτήσεως. Άρα στην περίπτωση ενός ισορροπημένου συστήματος, ο ουδέτερος αγωγός είναι άχρηστος και μπορεί να αφαιρεθεί από το σύστημα. Έτσι προκύπτει άκωμα μεγαλύτερη εξοικονόμηση αγωγών.

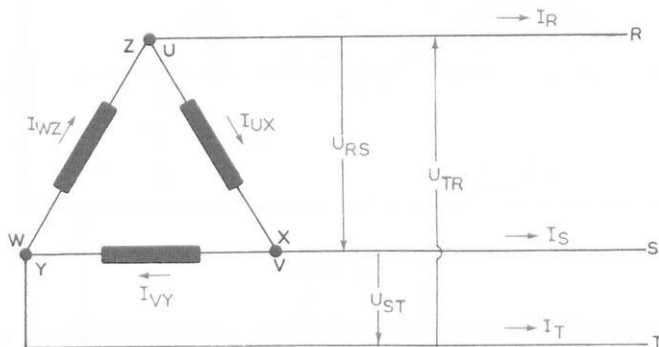
Αν και επιδιώκεται ομοιόμορφη κατανομή των φορτίων στις τρεις φάσεις σε δίκτυα διανομής ηλεκτρικής ενέργειας, στην πράξη δεν είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί αυτό εντελώς. Έτσι, στο δίκτυο τοποθετείται και ουδέτερος αγωγός, ο οποίος συνήθως γειώνεται. Στόν αγωγό αυτόν όμως ρέει μόνο ένα ρεύμα εξισορροπήσεως, που είναι μικρότερο από τα ρεύματα στους αγωγούς τροφοδοτήσεως. Συνεπώς ο ουδέτερος αγωγός είναι δυνατό να κατασκευάζεται με μικρότερη διατομή, ώστε να στοιχίζει λιγότερο από τους άλλους αγωγούς του συστήματος.

β) Τριγωνική σύνδεση (ή σύνδεση κατά τρίγωνο).

Στην τριγωνική σύνδεση συνδέεται το τέλος X της πρώτης φάσεως με την αρχή V της δεύτερης φάσεως, το τέλος Y της δεύτερης φάσεως με την αρχή W

της τρίτης φάσεως και τό τέλος Z της τρίτης φάσεως μέ την άρχή U της πρώτης φάσεως. Έτσι προκύπτει τό τρίγωνο του σχήματος 18.2ε.

Οί άγωγοί τροφοδοτήσεως R,S,T συνδέονται αντίστοιχα στίς κορυφές του τριγώνου U(Z), V(X) και W(Y). Ουδέτερος άγωγός βέβαια δέν υπάρχει στη σύνδεση αυτή.



Σχ. 18.2ε.

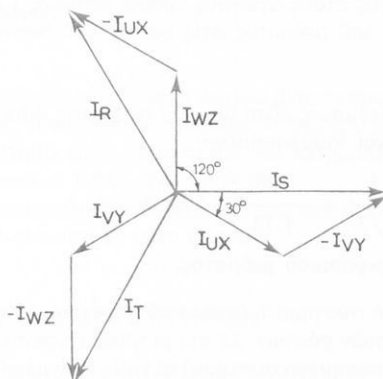
Η πολική τάση U μεταξύ δύο άγωγών τροφοδοτήσεως, π.χ. των R και S, είναι ίση μέ την τάση U_ϕ στα άκρα της αντίστοιχης φάσεως, δηλαδή της U - X. Έφόσον οί τρεις φάσεις είναι όμοιες, οί τρεις πολικές τάσεις U_{RS} , U_{ST} , U_{TR} είναι ίσες και παρουσιάζουν μεταξύ τους διαφορά φάσεως 120° . Άρα:

$$U = U_{RS} = U_{ST} = U_{TR} = U_\phi \quad (3)$$

και τό σύστημα είναι συμμετρικό.

Στήν τριγωνική σύνδεση έχουμε μία μόνο τιμή τάσεως στη διάθεσή μας, την πολική τάση. Στο συμμετρικό τριγωνικό σύστημα τό άθροισμα των στιγμιαίων τιμών των πολικών τάσεων όποιαδήποτε στιγμή είναι ίσο μέ μηδέν. Όταν τά φορτία μεταξύ των άγωγών τροφοδοτήσεως είναι ίσα, δηλαδή έχουμε συμμετρικό φορτίο, τά ρεύματα I_R , I_S και I_T των άγωγών αυτών είναι επίσης ίσα μεταξύ τους. Κάθε ένα από τά ρεύματα αυτά προκύπτει από τή διανυσματική σύνθεση των ρευμάτων των δύο φάσεων, πού είναι συνδεμένες μέ τόν άγωγό. Π.χ. τό ρεύμα I_R από τά ρεύματα I_{WZ} , I_{UX} . Έπειδή τά ρεύματα των άγωγών τροφοδοτήσεως είναι ίσα, άρα και τά ρεύματα των φάσεων είναι ίσα μεταξύ τους (σχ. 18.2στ).

Τό σχήμα 18.2στ δείχνει τά ρεύματα I_R , I_S , I_T όπως προκύπτουν από τή σύνθεση των φασικών ρευμάτων. Μεταξύ τους τά ρεύματα αυτά παρουσιάζουν διαφορά φάσεως 120° και μέ τά φασικά ρεύματα διαφορά φάσεως 30° .



Σχ. 18.2στ.

Από τό ίδιο σχήμα προκύπτει:

$$I = I_R = I_S = I_T = \sqrt{3} I_\phi \quad (4)$$

Σέ ένα συμμετρικό τριγωνικό τριφασικό σύστημα μέ συμμετρικό φορτίο, τά ρεύματα στους άγωγούς τροφοδοτήσεως είναι μεγαλύτερα από τά ρεύματα των φάσεων κατά τό συντελεστή $\sqrt{3}$.

Τό άθροισμα των στιγμιαίων τιμών των φασικών ρευμάτων όπως καί τό άθροισμα των ρευμάτων στους άγωγούς τροφοδοτήσεως είναι ίσο μέ τό μηδέν.

Αριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Σέ ένα συμμετρικό άστεροειδές τριφασικό σύστημα μέ 4 άγωγούς ή πολική τάση V άνέρχεται σέ 240 V. Νά ύπολογισθούν οι τρεις τάσεις μεταξύ του ούδέτερου καί κάθε άγωγού τροφοδοτήσεως.

Λύση.

Οί ζητούμενες τάσεις είναι ίσες μεταξύ τους, εφόσον τό σύστημα είναι συμμετρικό, καί ίσες μέ τή φασική τάση U_ϕ :

$$U_\phi = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{240}{1,73} = 138,7 \text{ V} \quad \underline{U_\phi = 138,7 \text{ V}}$$

Παράδειγμα 2.

Σέ ένα συμμετρικό τριγωνικό τριφασικό σύστημα μέ συμμετρικό φορτίο ή

ένταση του ρεύματος στους άγωγούς τροφοδοτήσεως I είναι 100 A. Νά υπολογισθεί ή ένταση του ρεύματος στίς φάσεις του συστήματος.

Αύση.

Ή ένταση του ρεύματος είναι ίδια καί στίς τρεῖς φάσεις ἐπειδή τό σύστημα είναι συμμετρικό καί ἰσορροπημένο:

$$I_{\varphi} = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{100}{1,73} = 57,8 \text{ A} \quad \underline{I_{\varphi} = 57,8 \text{ A}}$$

18.3 Ίσχύς τοῦ τριφασικοῦ ρεύματος.

Σέ ἓνα τριφασικό σύστημα ή ἰσχύς πού παρέχεται είναι ἴση μέ τό ἄθροισμα τῶν ἰσχύων τῶν τριῶν φάσεων. Σέ συμμετρικό τριφασικό σύστημα μέ συμμετρικό φορτίο (ἰσορροπημένο σύστημα) οἱ τιμές τῶν μεγεθῶν U_{φ} , I_{φ} καί $\cos \varphi$, ὅπου φ ή γωνία μεταξύ τῆς φασικῆς τάσεως U_{φ} καί τοῦ φασικοῦ ρεύματος I_{φ} , είναι ἴδιες καί στίς τρεῖς φάσεις. Ἄρα ή ἰσχύς πού παρέχει τό ἰσορροπημένο τριφασικό σύστημα είναι τριπλάσια τῆς ἰσχύος μιᾶς φάσεως καί ἔχομε:

$$\text{Φαινόμενη ἰσχύς:} \quad P_{\varphi} = 3 U_{\varphi} I_{\varphi} \quad (1)$$

$$\text{Πραγματική ἰσχύς:} \quad P = 3 U_{\varphi} I_{\varphi} \cos \varphi \quad (2)$$

$$\text{Ἄεργη ἰσχύς:} \quad P_{\alpha} = 3 U_{\varphi} I_{\varphi} \eta \mu \varphi \quad (3)$$

Ἀνάλογα μέ τή σύνδεση τοῦ τριφασικοῦ συστήματος προκύπτουν μέ ἀντικατάσταση στίς (1) ὡς (3) τῶν U_{φ} καί I_{φ} , ὅπως δίνονται ἀπό τίς σχέσεις (1) ὡς (4) στήν παράγραφο 18.2, οἱ σχέσεις:

Ἀστεροειδῆς σύνδεση:

$$P_{\varphi} = 3 U_{\varphi} I_{\varphi} = 3 \frac{U}{\sqrt{3}} I = \sqrt{3} UI \quad (4)$$

$$P = 3 U_{\varphi} I_{\varphi} \cos \varphi = 3 \frac{U}{\sqrt{3}} I \cos \varphi = \sqrt{3} UI \cos \varphi \quad (5)$$

$$P_{\alpha} = 3 U_{\varphi} I_{\varphi} \eta \mu \varphi = 3 \frac{U}{\sqrt{3}} I \eta \mu \varphi = \sqrt{3} UI \eta \mu \varphi \quad (6)$$

Τριγωνική σύνδεση:

$$P_{\varphi} = 3 U_{\varphi} I_{\varphi} = 3 U \frac{I}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} UI \quad (7)$$

$$P = 3 U_{\varphi} I_{\varphi} \cos \varphi = \sqrt{3} UI \cos \varphi \quad (8)$$

$$P_{\alpha} = 3 U_{\varphi} I_{\varphi} \eta \mu \varphi = \sqrt{3} UI \eta \mu \varphi \quad (9)$$

Ἀπό τίς σχέσεις (4) ὡς (9) διαπιστώνομε ὅτι ή ἰσχύς τοῦ τριφασικοῦ ρεύματος είναι ἀνεξάρτητη ἀπό τή σύνδεση πού χρησιμοποιεῖται.

Άριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Μία τριφασική γεννήτρια σε σύνδεση άστέρα αναπτύσσει πολική τάση $U = 380 \text{ V}$ και παρέχει στις γραμμές ενός τριφασικού δικτύου ρεύμα $I = 100 \text{ A}$ (ένεργός τιμή). Το σύστημα είναι συμμετρικό και ισορροπημένο. Ο συντελεστής ισχύος είναι: $\cos\varphi = 0,913$. Νά βρεθούν:

α) Η φαινόμενη, πραγματική και άεργη ισχύς που αποδίδει η γεννήτρια.

β) Η φαινόμενη αντίσταση Z κάθε φάσεως.

Λύση.

$$\alpha) P_{\varphi} = \sqrt{3} U I = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 100 = 65.800 \text{ VA} \quad \underline{P_{\varphi} = 65,8 \text{ kVA}}$$

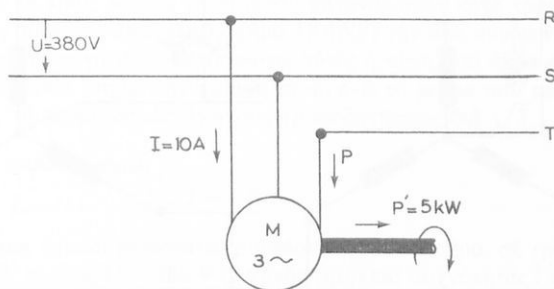
$$P = \sqrt{3} U I \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 100 \cdot 0,913 = 60.000 \text{ W} \quad \underline{P = 60 \text{ kW}}$$

$$P_{\alpha} = \sqrt{3} U I \eta\mu\varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 100 \cdot 0,408 = 26.850 \text{ VAr} \quad \underline{P_{\alpha} = 26,85 \text{ kVAr}}$$

$$\text{Έπαλήθευση: } P_{\varphi} = \sqrt{3600 + 720} \approx 65,8 \text{ kVA}$$

$$\beta) Z = \frac{U_{\varphi}}{I_{\varphi}} = \frac{U}{\sqrt{3} I_{\varphi}} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 100} = 2,2 \Omega \quad \underline{Z = 2,2 \Omega}$$

($I_{\varphi} = I = 100 \text{ A}$)



Σχ. 18.3.

Παράδειγμα 2.

Τριφασικός κινητήρας παρέχει στον άξονά του ισχύ $P' = 5 \text{ kW}$. Ο κινητήρας αυτός τροφοδοτείται από τριφασικό δίκτυο πολικής τάσεως $U = 380 \text{ V}$ (ένεργός τιμή), συχνότητας $f = 50 \text{ Hz}$ (σχ. 18.3). Η ένεργός τιμή του ρεύματος στους άγωγούς τροφοδοτήσεως είναι $I = 10 \text{ A}$ και ο συντελεστής ισχύος $\cos\varphi = 0,882$. Νά βρεθούν:

α) Ἡ φαινόμενη, πραγματική καὶ ἄεργη ἰσχύς πού ἀπορροφᾷ ἀπὸ τὸ δίκτυο ὁ κινητήρας.

β) Ὁ βαθμὸς ἀποδόσεως η τοῦ κινητήρα.

Λύση.

$$\alpha) P_{\phi} = \sqrt{3} U I = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 10 = 6.580 \text{ VA}$$

$$P_{\phi} = 6,58 \text{ kVA}$$

$$P = \sqrt{3} U I \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 10 \cdot 0,882 = 5.800 \text{ W}$$

$$P = 5,8 \text{ kW}$$

$$P_a = \sqrt{3} U I \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 10 \cdot 0,471 = 3.100 \text{ VAr}$$

$$P_a = 3,1 \text{ kVAr}$$

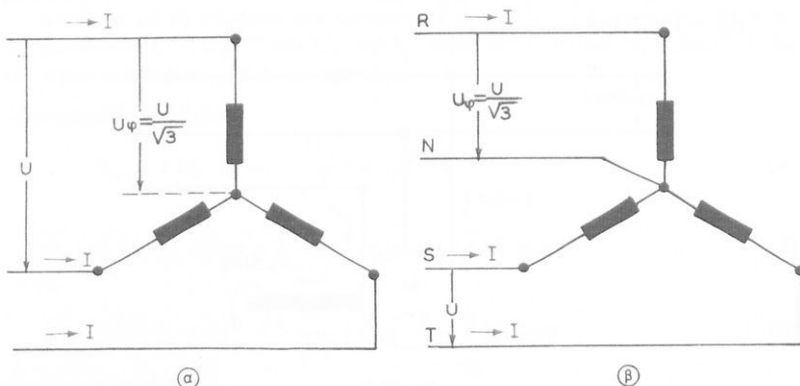
$$\textbf{Ἐπαλήθευση: } P_{\phi} = \sqrt{P^2 + P_a^2} = \sqrt{33,64 + 9,61} \approx 6,58 \text{ kVA}$$

$$\beta) \eta = \frac{p'}{p} = \frac{5}{5,8} = 0,862$$

$$\eta = 0,862$$

18.4 Σύνδεση καταναλωτῶν.

Τοὺς καταναλωτὲς μπορούμε νά συνδέσουμε στὸ τριφασικὸ δίκτυο κατὰ ἄστέρα ἢ κατὰ τρίγωνο, ἀνεξάρτητα ἀπὸ τὸν τρόπο πού εἶναι συνδεμένες οἱ τρεῖς φάσεις τῆς γεννήτριας πού τροφοδοτεῖ τὸ δίκτυο. Ἡ γεννήτρια παρέχει,

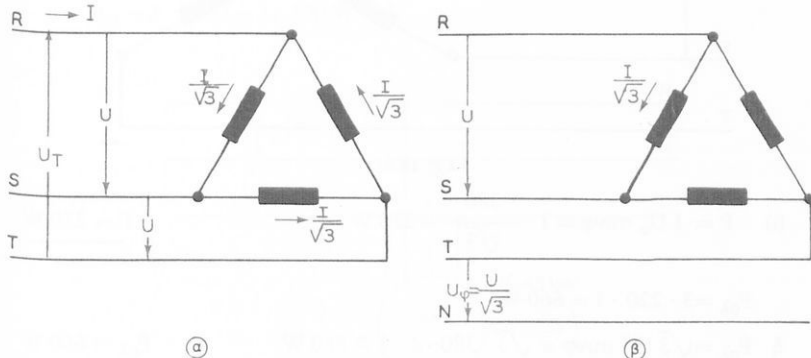


Σχ. 18.4α.

ἄσχετα μὲ τὸν τρόπο συνδέσεώς της, τάσεις U μεταξύ τῶν γραμμῶν τροφοδοτήσεως τίς ὁποῖες χρησιμοποιοῦμε γιὰ τὴν τροφοδότηση τῶν καταναλωτῶν. Τὸ σχῆμα 18.4(α) δείχνει τὴ σύνδεση καταναλωτῶν κατὰ ἄστέρα σὲ τριφασικὸ σύστημα χωρὶς οὐδέτερο ἄγωγό καὶ τὸ σχῆμα 18.4(β) τὴ σύνδεση κατὰ ἄστέρα σὲ σύστημα μὲ οὐδέτερο ἄγωγό.

Όταν οί καταναλωτές είναι όμοιοι (συμμετρικό φορτίο), ή φασική τάση στά άκρα κάθε καταναλωτή είναι ίση μέ την πολική τάση U διά $\sqrt{3}$, ένώ τό φασικό ρεύμα I_ϕ είναι ίσο μέ τό ρεύμα τών άγωγών τροφοδοτήσεως I .

Σέ σύστημα μέ ουδέτερο άγωγό συνδέονται επίσης καταναλωτές κατά άστέρα μεταξύ τών άγωγών τροφοδοτήσεως καί του ουδέτερου άγωγού. Ή τάση στά άκρα τών καταναλωτών αυτών είναι ίση μέ τη φασική τάση του συστήματος ($U_\phi = U/\sqrt{3}$), ένώ τό ρεύμα πού τούς διαρρέει είναι ίσο μέ τό ρεύμα στους άγωγούς τροφοδοτήσεως.



Σχ. 18.4β.

Τό σχήμα 18.4β(α) δείχνει τη σύνδεση καταναλωτών κατά τρίγωνο σέ σύστημα χωρίς ουδέτερο άγωγό, τό σχήμα 18.4β(β) την ίδια σύνδεση σέ σύστημα μέ ουδέτερο άγωγό. Στίς περιπτώσεις αυτές ή τάση, στά άκρα τών όμοίων καταναλωτών είναι ίση μέ την πολική τάση, ένώ τό ρεύμα πού τούς διαρρέει είναι ίσο μέ τό ρεύμα στους άγωγούς τροφοδοτήσεως διά $\sqrt{3}$.

Άριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

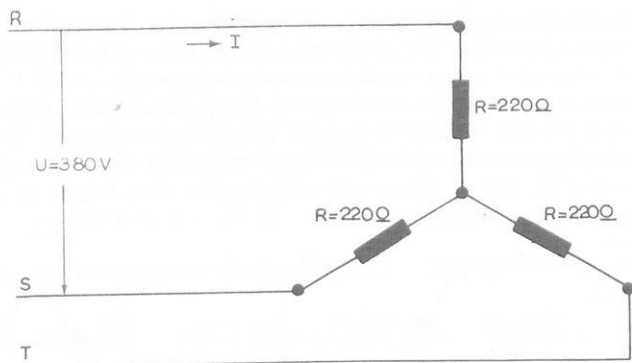
Τρείς όμοιοι ώμικοί άντιστάτες συνδέονται κατά άστέρα, σέ τριφασικό δίκτυο, πολικής τάσεως $U = 380$ V (ένεργός τιμή) καί συχνότητας $f = 50$ Hz, όπως δείχνει τό σχήμα 18.4γ. Νά βρεθοϋν:

α) Ή ένεργός τιμή του ρεύματος στους άγωγούς τροφοδοτήσεως I .

β) Ή πραγματική ισχύς P πού άπορροφά κάθε άντιστάτης καί ή όλική ισχύς $P_{ολ}$ πού άπορροφά τό σύστημα.

Λύση.

$$\alpha) \quad I = I_\phi = \frac{U_\phi}{R} = \frac{U}{\sqrt{3} R} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 220} = 1 \text{ A} \quad \underline{\underline{I = 1 \text{ A}}}$$



Σχ. 18.4γ.

$$\beta) \quad P = I U_{\phi} \cos \varphi = 1 \cdot \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ W}$$

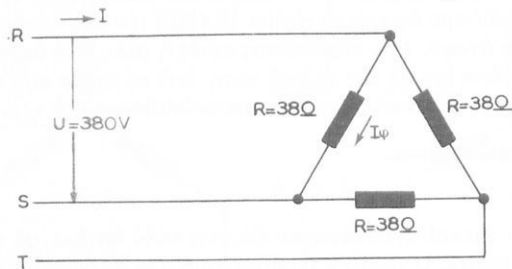
$$P = 220 \text{ W}$$

$$P_{\text{ολ}} = 3 \cdot 220 \cdot 1 = 660 \text{ W}$$

$$\eta) \quad P_{\text{ολ}} = \sqrt{3} U I \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 1 \cdot 1 \approx 660 \text{ W}$$

$$P_{\text{ολ}} = 660 \text{ W}$$

($\cos \varphi = 1$ γιατί τάση και ένταση στους αντιστάτες βρίσκονται σε φάση)



Σχ. 18.4δ.

Παράδειγμα 2.

Τρεις όμοιοι ώμικοί αντιστάτες συνδέονται κατά τρίγωνο σε τριφασικό δίκτυο, πολικής τάσεως 380 V (ένεργός τιμή) και συχνότητας $f = 50 \text{ Hz}$, όπως δείχνει το σχήμα 18.4δ. Νά βρεθούν:

- Η ένεργός τιμή του φασικού ρεύματος I_{ϕ} .
- Η ένεργός τιμή του ρεύματος στους αγωγούς τροφοδοτήσεως I .
- Η πραγματική ισχύς P κάθε φάσεως και η συνολική πραγματική ισχύς $P_{\text{ολ}}$ του συστήματος.

Λύση.

$$\alpha) I_{\phi} = \frac{U}{R} = \frac{380}{38} = 10 \text{ A}$$

$$I_{\phi} = 10 \text{ A}$$

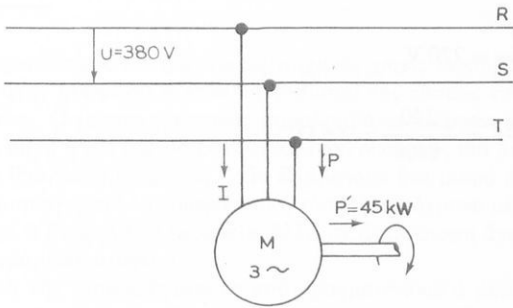
$$\beta) I = \sqrt{3} I_{\phi} = 1,73 \cdot 10 = 17,3 \text{ A}$$

$$I = 17,3 \text{ A}$$

$$\gamma) P = U I_{\phi} \cos \varphi = 380 \cdot 10 \cdot 1 = 3.800 \text{ W} \quad (\cos \varphi = 1)$$

$$P = 3.800 \text{ W}$$

$$P_{\text{ολ}} = 3 \cdot 3.800 = 11.400 \text{ W} \quad \checkmark$$

**Σχ. 18.4ε.**

$$P_{\text{ολ}} = \sqrt{3} U I \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 17,32 \approx 11.400 \text{ W}$$

$$P_{\text{ολ}} = 11.400 \text{ W}$$

Παράδειγμα 3.

Τριφασικός κινητήρας παρέχει στον άξονά του ισχύ $P' = 45 \text{ kW}$ με βαθμό απόδοσης $\eta = 90\%$. Ο κινητήρας τροφοδοτείται από τριφασικό δίκτυο πολιτικής τάσεως $U = 380 \text{ V}$ (ένεργός τιμή), συχνότητας $f = 50 \text{ Hz}$, όπως δείχνει το σχήμα 18.4ε. Ο συντελεστής ισχύος του κινητήρα είναι $\cos \varphi = 0,9$. Νά βρεθούν:

α) Η ένεργός τιμή του ρεύματος I στους άγωγους τροφοδοτήσεως.

β) Η φαινόμενη, πραγματική και άεργη ισχύς που απορροφά ο κινητήρας.

γ) Η φαινόμενη αντίσταση κάθε φάσεως του κινητήρα σε περίπτωση πού ή σύνδεση των φάσεων του είναι κατά άστέρα.

Λύση.

$$\alpha) P = \frac{P'}{\eta} = \frac{45}{0,9} = 50 \text{ kW}$$

$$I = \frac{P'}{\sqrt{3} U \cos \varphi} = \frac{50 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,9} = \frac{50 \cdot 10^3}{592,36} = 84,4 \text{ A}$$

$$\underline{I = 84,4 \text{ A}}$$

$$\beta) P_{\varphi} = \sqrt{3} U I = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 84,4 = 55.550 \text{ VA}$$

$$\underline{P_{\varphi} = 55,55 \text{ kVA}}$$

$$P = 50 \text{ kW}$$

$$\underline{P = 50 \text{ kW}}$$

$$P_{\alpha} = \sqrt{3} U I \eta \mu \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 84,4 \cdot 0,435 = 24,2 \text{ kVAr}$$

$$\underline{P_{\alpha} = 24,2 \text{ kVAr}}$$

$$\gamma) U_{\varphi} = \frac{U}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V}$$

$$Z = \frac{U_{\varphi}}{I} = \frac{220}{84,4} = 2,6 \Omega$$

$$\underline{Z = 2,6 \Omega}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΝΑΤΟ

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΕΣ

19.1 Γενικά.

Οί μετασχηματιστές είναι ηλεκτρικές μηχανές χωρίς κινούμενα μέρη, πού χρησιμεύουν στην ανύψωση ή στον υποβιβασμό της τάσεως του έναλλασσόμενου ρεύματος. Ο μετασχηματιστής παραλαμβάνει ενέργεια υπό όρισμένη τάση από μία πηγή ή ένα δίκτυο έναλλασσόμενου ρεύματος και αποδίδει σε καταναλωτές το ίδιο ποσό ενέργειας — αν εξαιρέσουμε ένα μικρό ποσοστό απωλειών πού δημιουργείται — με διαφορετική τάση. Ταυτόχρονα με την τάση μεταβάλλεται και η ένταση του ρεύματος αλλά σε αντίστροφη αναλογία, ενώ η συχνότητα παραμένει σταθερή.

Η μεταβολή της τάσεως-έντάσεως πού πραγματοποιεί ο μετασχηματιστής ονομάζεται **μετασχηματισμός** των μεγεθών αυτών και στηρίζεται στο φαινόμενο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής, όπως θά γνωρίσουμε στη συνέχεια.

Οί μετασχηματιστές χρησιμοποιούνται ευρύτατα σε όλες τις συσκευές πού εργάζονται με διαφορετική τάση από αυτή πού παρέχει το δίκτυο διανομής ηλεκτρικής ενέργειας, π.χ. σε ηλεκτρικά κουδούνια, ηλεκτρικά ρολόγια, ραδιόφωνα, τηλεοράσεις κ.ο.κ. Η πιο σπουδαία όμως χρήση των μετασχηματιστών βρίσκεται στον τομέα της μεταφοράς της ηλεκτρικής ενέργειας από τους σταθμούς παραγωγής στα κέντρα καταναλώσεως, πού απέχουν συνήθως εκατοντάδες χιλιόμετρα μεταξύ τους. Η ενέργεια μεταφέρεται με τριφασικές γραμμές μεταφοράς υψηλής τάσεως για οικονομικούς λόγους. Όσο μεγαλύτερη είναι η τάση μεταφοράς U , τόσο μικρότερο είναι το ρεύμα I πού ρέει στη γραμμή υπό σταθερό συνφ, όταν θέλουμε να μεταφέρουμε όρισμένο ποσό ενέργειας A , εφόσον, όπως ξέρομε:

$$A = \sqrt{3} UI \cos \varphi$$

Μικρότερο όμως ρεύμα I σημαίνει μικρότερες απώλειες ενέργειας $A_{απ}$ στη γραμμή, δηλαδή οικονομικότερη μεταφορά, γιατί:

$$A_{απ} = 3I^2 Rl$$

όπου R η αντίσταση ενός άγωγού της γραμμής. Αντίστροφα, για όρισμένες σταθερές απώλειες $A_{απ}$, μικρότερο ρεύμα I επιτρέπει μεγαλύτερη αντίσταση R

στους άγωγούς, άρα μικρότερη διατομή και μικρότερο κόστος άγωγών.

Οί μετασχηματιστές άνυψώνουν την τάση από την τιμή πού δίνουν οί γεννήτριες στους σταθμούς παραγωγής (π.χ. 10 kV) στην τιμή της γραμμής μεταφοράς (π.χ. 380 kV) και την υποβιβάζουν, μετά τη μεταφορά της ενέργειας, από την τιμή αυτή στην τιμή της τάσεως του δικτύου διανομής (π.χ. 220/380 V). Ή δυνατότητα αυτή του εύκολου μετασχηματισμού της τάσεως, πού δέν υπάρχει στο συνεχές ρεύμα, ήταν βασικά ή αίτία πού επικράτησε ή μεταφορά ήλεκτρικής ενέργειας μέ έναλλασσόμενο ρεύμα.

Τούς μετασχηματιστές διακρίνομε σέ **μονοφασικούς μετασχηματιστές**, πού χρησιμοποιούνται σέ μονοφασικά δίκτυα και μικρές ίσχεις (οίκιακές συσκευές κλπ.) και σέ **τριφασικούς μετασχηματιστές** πού χρησιμοποιούνται σέ τριφασικά δίκτυα και μεγάλες ίσχεις (μεταφορά και διανομή ήλεκτρικής ενέργειας κλπ.)

19.2 Μονοφασικοί μετασχηματιστές.

α) Δομή και άρχή λειτουργίας του μονοφασικού μετασχηματιστή.

Τά κύρια μέρη ενός μονοφασικού μετασχηματιστή είναι:

α) **Ο πυρήνας**, πού αποτελείται από δεσμίδα ειδικών σιδηρελασμάτων σέ μορφή κλειστού πλαισίου (σχ. 19.2α). Τά κατακόρυφα σκέλη του πυρήνα όνομάζονται **στήλες** ή **κορμοί**, ένώ τά όριζόντια τμήματα όνομάζονται **ζυγώματα**.

β) Δύο **τυλίγματα (πηνία)** πού είναι τοποθετημένα στή μία ή και στίς δύο στήλες.

Τά τυλίγματα έχουν άνόμοιες διατομές και άνισο αριθμό σπειρών, όπως θά δούμε στή συνέχεια.

Από τά δύο άνεξάρτητα τυλίγματα τό ένα, μέ n_1 σπείρες, συνδέεται μέ την πηγή, ή τό δίκτυο του έναλλασσόμενου ρεύματος και όνομάζεται **πρωτεύον** ένώ τό άλλο, μέ n_2 σπείρες, πού παρέχει ενέργεια στους καταναλωτές όνομάζεται **δευτερεύον**. Αντίστοιχα τό κύκλωμα του πρωτεύοντος τυλίγματος όνομάζεται **πρωτεύον κύκλωμα** και τό κύκλωμα του δευτερεύοντος **δευτερεύον κύκλωμα**.

Τό ρεύμα i_1 της πηγής ή του δικτύου πού κυκλοφορεί στο πρωτεύον κύκλωμα δημιουργεί μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή Φ_1 . Ή ροή αυτή διοχετεύεται μέσα από τό σιδηροπυρήνα, διαπερνά τό δευτερεύον τυλίγμα και δημιουργεί σέ αυτό ήλεκτρεγερτική δύναμη έξ έπαγωγής e_2 . Άνάλογα μέ τόν αριθμό σπειρών του πρωτεύοντος και του δευτερεύοντος, ή e_2 είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη από την τάση u_1 του πρωτεύοντος.

Γιά νά γίνει ακόμα πιο κατανοητή ή άρχή λειτουργίας των μετασχηματιστών κάνομε όρισμένες παραδοχές πού ίσχυουν βασικά μόνο για ένα **ιδανικό μετασχηματιστή**. Ίδανικοί μετασχηματιστές δέν υπάρχουν βέβαια, τά συμπεράσματα όμως πού έξάγονται μέ τη βοήθειά τους δέν είναι πολύ άπομακρυσμένα από την πραγματικότητα.

Οί παραδοχές πού χρησιμοποιούμε είναι ότι:

α) Η ωμική αντίσταση των τυλιγμάτων είναι άμελητέα ($R = 0$).

β) Ο βαθμός αποδόσεως του μετασχηματιστή είναι 100%, δηλαδή όση ενέργεια εισάγεται στο πρωτεύον τυλίγμα, τόση εξάγεται από το δευτερεύον.

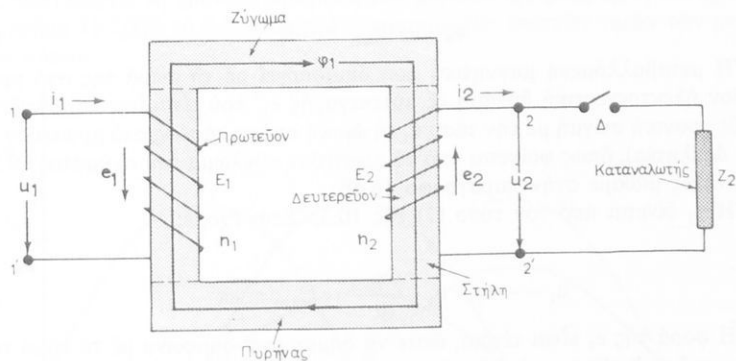
γ) Η μαγνητική ροή Φ , πού δημιουργείται στο σιδηροπυρήνα από το ρεύμα πού ρέει στο πρωτεύον τυλίγμα, περνά δηλ μέσα από το δευτερεύον, δηλαδή δεν λαμβάνομε υπόψη μας τη ροή σκεδάσεως.

δ) Η έναλλασσόμενη τάση πού τροφοδοτεί το πρωτεύον τυλίγμα, παραμένει σταθερή ακόμα και για μεγάλες μεταβολές του ρεύματος, δηλαδή η εσωτερική αντίσταση R της πηγής και η πτώση τάσεως σέ αυτήν iR είναι άμελητές.

Σέ κάθε μετασχηματιστή διακρίνομε δύο λειτουργικές καταστάσεις:

α) **Λειτουργία σέ κενό**, πού σημαίνει ότι δεν υπάρχουν καταναλωτές συνδεδεμένοι στο δευτερεύον τυλίγμα, δηλαδή ο διακόπτης φορτίου Δ στο σχήμα 19.2α είναι άνοικτός.

β) **Λειτουργία υπό φορτίο**, πού σημαίνει ότι καταναλωτές είναι συνδεδεμένοι στο δευτερεύον τυλίγμα, δηλαδή ο διακόπτης φορτίου Δ είναι κλειστός (σχ. 19.2α).



Σχ. 19.2α.

Άρχή λειτουργίας σέ κενό.

Στά άκρα του πρωτεύοντος τυλιγματος (πηνίου) εφαρμόζομε μία έναλλασσόμενη τάση

$$u_1 = U_{1m} \eta \mu \omega t \quad (1)$$

μέ ενεργό τιμή U_1 (σχ. 19.2α).

Εφόσον το δευτερεύον κύκλωμα είναι άνοικτό δεν ρέει σέ αυτό ρεύμα και έτσι δεν έχει καμία επίδραση στή λειτουργία του μετασχηματιστή. Είναι δηλαδή

σάν να μὴν ὑπάρχει.

Ὁ μετασχηματιστὴς μὲ κλειστό μόνο τὸ πρωτεύον κύκλωμα συμπεριφέρεται σάν ἓνα πηνίο μὲ σιδηροπυρήνα πού ἔχει ἀμελητέα ὠμικὴ ἀντίσταση, ἀλλὰ ἐξαιρετικά μεγάλη αὐτεπαγωγή καὶ ἐπομένως πολὺ μεγάλη ἐπαγωγικὴ ἀντίσταση (ἢ φαινόμενη ἀντίσταση, ἐφόσον $R \approx 0$). Ἡ μεγάλη φαινόμενη ἀντίσταση Z τοῦ πρωτεύοντος πηνίου, περιορίζει σημαντικά τὸ **ρεῦμα κενοῦ** i_0 πού περνᾷ μέσα ἀπὸ αὐτό.

Τὸ ρεῦμα i_0 ἔπεται, ὅπως ξέρομε, τῆς τάσεως u_1 κατὰ $\pi/2$, δηλαδὴ ἔχει τὴ μορφή.

$$i_0 = I_{0m} \eta \mu \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = - I_{0m} \sigma \nu \omega t \quad (2)$$

Τὸ ρεῦμα αὐτὸ δημιουργεῖ μαγνητικὴ ροή ϕ_0 πού ἔχει τὴν ἴδια φάση, γιατί:

$$\phi_0 = \frac{i_0 n_1}{R_m} \quad (3)$$

(τύπος 15α τῆς 8.2, ὅπου R_m ἡ μαγνητικὴ ἀντίσταση τοῦ πυρήνα) καὶ τὸ πηλίκον n_1/R_m δὲν μεταβάλλει τὴ φάση τοῦ i_0 . Ἄρα:

$$\phi_0 = - \Phi_{0m} \sigma \nu \omega t \quad (4)$$

Ἡ μεταβαλλόμενη μαγνητικὴ ροή δημιουργεῖ μὲ τὴ σειρά τῆς στὸ πρωτεύον ἡλεκτρεγερτικὴ δύναμη ἐξ αὐτεπαγωγῆς e_1 , πού εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετη κάθε χρονικὴ στιγμὴ μὲ τὴν τάση u_1 (ἡ ὠμικὴ πώση τάσεως στὸ πρωτεύον εἶναι ἀμελητέα), ὅπως φαίνεται ἀπὸ τὸ πρωτεύον κύκλωμα τοῦ σχήματος 19.2α καὶ ὅπως μάθαμε στὴν παράγραφο 16.1β.

Ἡ e_1 δίνεται ἀπὸ τὸν τύπο (2) τῆς 10.3. Ἔτσι ἔχομε:

$$u_1 = - e_1 = n_1 \frac{d\phi_0}{dt} = U_{1m} \eta \mu \omega t \quad (5)$$

Ἡ φορά τῆς e_1 εἶναι τέτοια, ὥστε νὰ δημιουργεῖ σύμφωνα μὲ τὸ νόμο τοῦ Lenz ρεῦμα ἀντίθετο στὸ ρεῦμα i_0 πού τὴν προκαλεῖ. Τὴ φορά αὐτὴ λαμβάνομε ὑπόψη μὲ τὸ ἀρνητικὸ πρόσημο στὸν τύπο (5), γι' αὐτὸ στὸ σχῆμα 19.2α σημειώνομε τὴν e_1 στὴν φορά τοῦ ρεύματος i_1 , ὅπως κάναμε στὴν παράγραφο 16.1β.

Ἡ μαγνητικὴ ροή ὅμως ϕ_0 διαπερνᾷ καὶ τὸ δευτερεῶν τύλιγμα καὶ ἐπάγει σύμφωνα μὲ τὸν τύπο (2) τῆς 10.3 ἡλεκτρεγερτικὴ δύναμη.

$$e_2 = - n_2 \frac{d\phi_0}{dt} \quad (6)$$

Ἡ φορά τῆς e_2 εἶναι τέτοια, ὥστε ὅταν τὸ δευτερεῶν κύκλωμα εἶναι κλειστό νὰ ρεεῖ ρεῦμα i_2 σὲ αὐτό, πού νὰ δημιουργεῖ μαγνητικὴ ροή **ἀντίθετη** ἀπὸ τὴ

ροή φ_0 . Προχωρώντας νοητά ένα δεξιόστροφο κοχλία στην αντίθετη αυτή φορά προσδιορίζουμε τη φορά του ρεύματος i_2 . Στην e_2 δίνουμε την ίδια φορά με τη φορά του ρεύματος i_2 όπως στην περίπτωση της e_1 .

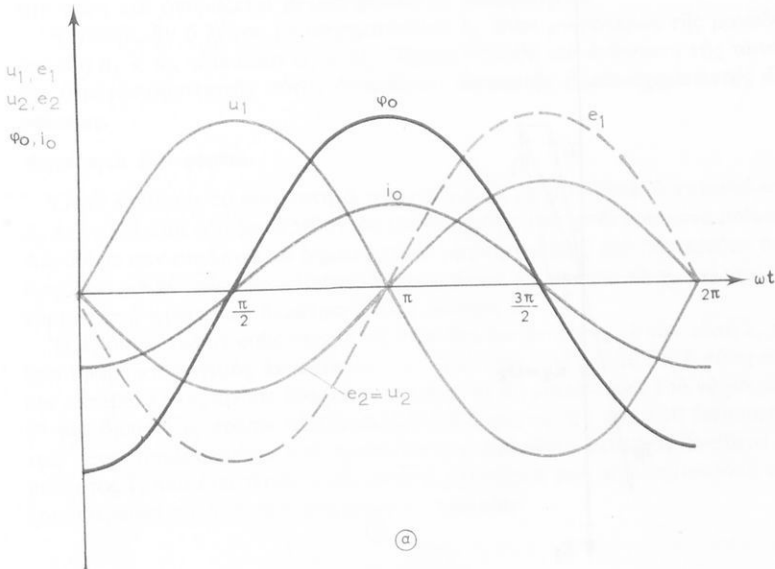
Όταν το δευτερεύον κύκλωμα είναι ανοικτό δεν ρέει βέβαια ρεύμα i_2 , εμφανίζεται όμως στά άκρα του δευτερεύοντος τυλίγματος ή e_2 . Η τάση u_2 στους άκροδέκτες 2-2' είναι ίση κάθε στιγμή με την e_2 , όπως είναι ίση ή ηλεκτρεγερτική δύναμη μιας πηγής με την τάση σε κενό στους άκροδέκτες της. Άρα:

$$u_2 = e_2 = -n_2 \frac{d\varphi_0}{dt} \quad (7)$$

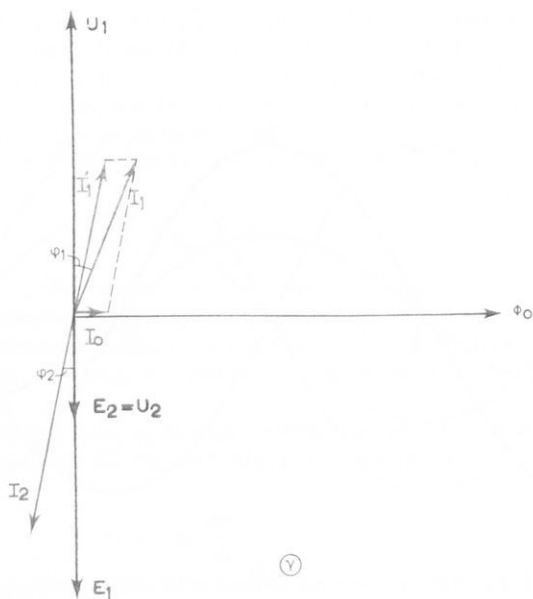
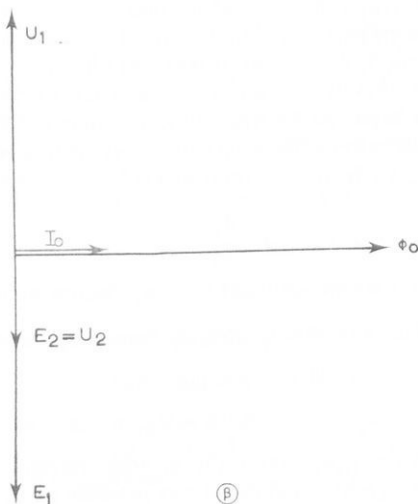
Από τις (5) και (7) συμπεραίνουμε ότι ή u_2 , εφόσον προκύπτει από τη μεταβολή $\frac{d\varphi_0}{dt}$ της ίδιας μαγνητικής ροής φ_0 , όπως ή u_1 , πρέπει να έχει την ίδια μορφή με αυτή αλλά αντίθετο πρόσημο. Άρα:

$$u_2 = -U_{2m} \eta \mu \omega t = U_{2m} \eta \mu(\omega t - \pi) \quad (8)$$

Αυτό σημαίνει ότι ή u_2 έπεται της u_1 κατά γωνία π ή 180° . Τό σχήμα 19.2β(α) δείχνει τη χρονική μεταβολή των μεγεθών u_1 , i_0 , φ_0 , e_1 , e_2 και u_2 ενώ τό σχήμα 19.2β(β) τό διανυσματικό διάγραμμα των ενεργών τιμών των μεγεθών αυτών.



Σχ. 19. 2β(α).



Σχ. 19.2β.

Από τις (5) και (7) διαπιστώνουμε ότι, ανεξάρτητα από τη φάση τους, ο λόγος των στιγμιαίων τιμών των τάσεων και των ηλεκτρεγερτικών δυνάμεων είναι ίσος με το λόγο του αριθμού των σπειρών των αντίστοιχων τυλιγμάτων.

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (9)$$

Εφόσον η (9) ισχύει για όποιεσδήποτε στιγμιαίες τιμές, ισχύει και για τις μέγιστες τιμές, E_{1m} , E_{2m} , U_{1m} , U_{2m} και επομένως και για τις αντίστοιχες ενεργές τιμές, που προκύπτουν από τις μέγιστες τιμές όταν διαιρεθούν με $\sqrt{2}$:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (10)$$

Ο λόγος των σπειρών του πρωτεύοντος πηνίου n_1 προς το λόγο των σπειρών του δευτερεύοντος πηνίου n_2 , ονομάζεται **λόγος (ή σχέση) μετασχηματισμού λ_μ** .

$$\lambda_\mu = \frac{n_1}{n_2} \quad (11)$$

Αν ο λόγος μετασχηματισμού λ_μ είναι μεγαλύτερος της μονάδας δηλαδή $n_1 > n_2$, τότε έχουμε $U_1 > U_2$. Παρατηρούμε ότι ο μετασχηματιστής υποβιβάζει την τάση και ονομάζεται **μετασχηματιστής υποβιβασμού**.

Αντίθετα, αν ο λόγος μετασχηματισμού λ_μ είναι μικρότερος της μονάδας, δηλαδή $n_1 < n_2$, τότε είναι $U_1 < U_2$. Έχουμε δηλαδή μία ανύψωση της τάσεως και ο μετασχηματιστής αυτός ονομάζεται **ανυψωτής ή μετασχηματιστής ανύψωσης**.

Λειτουργία υπό φορτίο.

Όταν κλείσουμε το διακόπτη Δ στο σχήμα 19.2α συνδέεται ο καταναλωτής Z_2 στο κύκλωμα του δευτερεύοντος και ρέει μέσα από αυτό ορισμένο ρεύμα I_2 . Αυτό έχει σαν συνέπεια να δημιουργηθεί μαγνητική ροή στο δευτερεύον αντίθετη από αυτήν του πρωτεύοντος ή οποία τείνει να μειώσει τη Φ_1 και την επαγόμενη στο πρωτεύον ηλεκτρεγερτική δύναμη e_1 .

Η e_1 όμως πρέπει κάθε στιγμή να είναι ίση και αντίθετη με την τάση u_1 που έχει εφαρμοσθεί στους άκροδέκτες 1-1'. Εφόσον δεχθήκαμε ότι η τάση αυτή δεν μεταβάλλεται, πρέπει επομένως και η e_1 να μη μεταβληθεί. Για να μη μεταβληθεί όμως η e_1 πρέπει να εξουδετερωθεί η μαγνητική ροή του δευτερεύοντος. Έτσι δημιουργείται στο πρωτεύον ένα πρόσθετο ρεύμα I_1' αντίθετο του ρεύματος I_2 που έχει τέτοια τιμή, ώστε η μαγνητική ροή που δημιουργεί, να εξουδετερώνει τη ροή του ρεύματος I_2 . Δηλαδή:

$$\frac{I_1' n_1}{R_m} = \frac{I_2 n_2}{R_m} \quad (12)$$

$$\eta \quad I_1' = I_2 \frac{n_2}{n_1} \quad (13)$$

Τό σχήμα 19.2β(γ) δείχνει τό διανυσματικό διάγραμμα τῶν ἐνεργῶν τιμῶν τῶν τάσεων καί τῶν ρευμάτων. Τό I_2 τοῦ δευτερεύοντος ὀρίζεται ἀπό τήν τάση U_2 καί ἀπό τό φορτίο Z_2 . Στό διάγραμμα ἔχομε ὑποθέσει ὅτι τό φορτίο εἶναι ἐπαγωγικό, ὥστε τό ρεύμα I_2 ἔπεται τῆς τάσεως U_2 κατά ὀρισμένη γωνία φ_2 . Τό ρεύμα I_1' ἔχει ἀντίθετη διεύθυνση ἀπό τό ρεύμα I_2 . Τό ὅλοκό ρεύμα I_1 πού ρεῖ στό πρῶτεῦον προκύπτει ἀπό τή σύνθεση τῶν ρευμάτων I_1' καί I_0 .

Κάθε μετασχηματιστής εἶναι κατασκευασμένος γιά ὀρισμένη συχνότητα λειτουργίας καί ὀρισμένη τάση καί ἔνταση στό πρῶτεῦον καί δευτερεῦον, μέ τά ὁποῖα ἐξασφαλίζεται ἡ συνεχῆς λειτουργία τοῦ μετασχηματιστή χωρίς κίνδυνο ὑπερθερμάνσεως τῶν τυλιγμάτων του, ὅπως θά γνωρίσομε ἀργότερα. Οἱ τιμές αὐτές χαρακτηρίζουν τή λειτουργία τοῦ μετασχηματιστή ὑπό κανονικές συνθήκες καί ὀνομάζονται **ὀνομαστικές τιμές**.

Τό ρεύμα κενοῦ I_0 τοῦ μετασχηματιστή ἀποτελεῖ συνήθως ἓνα μικρό ποσοστό τῆς ὀνομαστικῆς τιμῆς τοῦ ρεύματος I_1 ($I_0 \approx \frac{I_1}{20}$). Ἔτσι μπορούμε νά θέσομε κατά προσέγγιση:

$$I_1 = I_1' \quad (14)$$

ὁπότε ἀπό τήν (13) προκύπτει:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{\lambda_{\mu}} \quad (15)$$

Ἀπό τίς (10) καί (15) παίρνομε:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \quad (16)$$

Ἄρα τό ρεύμα στό δευτερεῦον μεγαλώνει ὅταν ἡ δευτερεύουσα τάση μικραίνει καί ἀντίστροφα. Τό γινόμενο ὁμῶς τῆς τάσεως ἐπὶ τό ρεύμα παραμένει σταθερό. Ἐνα τύλιγμα λοιπόν χαμηλῆς τάσεως κατασκευάζεται μέ σύρμα μεγάλης διατομῆς, διότι διοχετεύει μεγάλο ρεύμα, ἐνῶ ἓνα τύλιγμα ὑψηλῆς τάσεως κατασκευάζεται μέ σύρμα μικρῆς διατομῆς.

Ἀπό τό διάγραμμα τοῦ σχήματος 19.2β(γ) βλέπομε ὅτι, ἐπειδή τό ρεύμα I_0 εἶναι μικρό συγκριτικά μέ τό I_1' , ἡ γωνία φ_2 εἶναι περίπου ἴση μέ τή φ_1 , δηλαδή μέ τή διαφορά φάσεως μεταξύ τάσεως καί ρεύματος στό πρῶτεῦον. Ἄρα:

$$\sin \varphi_1 \approx \sin \varphi_2 \quad (17)$$

Ἡ ἰσχὺς πού προσφέρεται στό πρῶτεῦον εἶναι:

$$P_1 = U_1 I_1 \sin \varphi_1 \quad (18)$$

καί ἡ ἰσχύς πού ἀποδίδεται στους καταναλωτές ἀπό τό δευτερεῦον:

$$P_2 = U_2 I_2 \text{ συνφ}_2 \quad (19)$$

Ἀπό τίς (18) καί (19) προκύπτει μέ τίς (16) καί (17):

$$P_1 \approx P_2 \quad (20)$$

Ἡ ἰσχύς πού προσλαμβάνει ὁ μετασχηματιστής στό πρωτεῦον εἶναι ἴση μέ τήν ἰσχύ πού ἀποδίδει στό δευτερεῦον.

Οἱ σχέσεις (16), (17) καί (20) ἰσχύουν ἀκριβῶς γιά τόν **ιδανικό μετασχηματιστή**, στόν ὁποῖο δέν παρουσιάζονται ἀπώλειες καί ἡ μαγνητική διαπερατότητα μ_r εἶναι ἀπειρη, μέ ἀποτέλεσμα τό ρεῦμα κενοῦ I_0 νά εἶναι μηδέν. Στους πραγματικούς μετασχηματιστές οἱ σχέσεις αὐτές ἰσχύουν μέ μεγάλη προσέγγιση ἀνάλογα μέ τίς ἀπώλειες πού παρουσιάζονται καί μέ τήν τιμή τοῦ μ_r . Ἕνας μετασχηματιστής χαρακτηρίζεται ἀπό τή φαινόμενη ἰσχύ σέ kVA, πού ἀποδίδει ὅταν λειτουργεῖ μέ τίς ὀνομαστικές τιμές τάσεως, ἐντάσεως, συχνότητας (ὀνομαστική ἰσχύς), ἀπό τήν ὀνομαστική τάση στό πρωτεῦον, τήν ὀνομαστική τάση στό δευτερεῦον καί ἀπό τήν ὀνομαστική συχνότητα.

Π.χ. ὁ συμβολισμός 5 kVA, 220/500 V, 50 Hz σημαίνει ὅτι ὁ μετασχηματιστής ἀποδίδει φαινόμενη ἰσχύ 5 kVA, ἡ ὀνομαστική τιμή τῆς τάσεως στό πρωτεῦον εἶναι 220 V, στό δευτερεῦον 500 V, καί ἡ ὀνομαστική συχνότητα εἶναι 50 Hz.

Ἡ συνολική φαινόμενη ἀντίσταση πού προβάλλει ὁ μετασχηματιστής στήν πηγὴ τροφοδοτήσεως ὀνομάζεται **φαινόμενη ἀντίσταση εἰσόδου** Z_1 τοῦ μετασχηματιστῆ καί εἶναι:

$$Z_1 = \frac{E_1}{I_1} = \frac{U_1}{I_1} \quad (21)$$

Ἡ φαινόμενη ἀντίσταση πού ἐμφανίζεται στους ἀκροδέκτες τοῦ δευτερεῦοντος ὀνομάζεται **φαινόμενη ἀντίσταση ἐξόδου** Z_2 καί εἶναι:

$$Z_2 = \frac{E_2}{I_2} = \frac{U_2}{I_2} \quad (22)$$

Ἀπό τίς ἐξισώσεις (5), (6) καί (7) προκύπτει:

$$Z_1 = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 Z_2 \quad (23)$$

Ἡ σχέση αὐτή διευκολύνει τή μελέτη τῆς συμπεριφορᾶς τοῦ μετασχηματιστῆ καί ὁδηγεῖ σέ ἀπλές λύσεις διαφόρων προβλημάτων.

Ἀριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Στό πρωτεῦον ἑνός μονοφασικοῦ μετασχηματιστῆ, ἐφαρμόζεται ἐναλλασσό-

μενη τάση ενεργού τιμής $U_1 = 8,67 \text{ kV}$.

Στά άκρα του δευτερεύοντος λαμβάνομε τάση ενεργού τιμής $U_2 = 100 \text{ V}$. Τό βολτόμετρο πού είναι συνδεδεμένο στά άκρα του δευτερεύοντος δείχνει σέ κάποια στιγμή ότι ή τάση ανέβηκε σέ $U_2 = 105 \text{ V}$. Νά βρεθεή ή τάση πού εφαρμόσθηκε στό πρωτεύον.

Λύση.

$$\lambda_{\mu} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{8670}{100} = 86,7$$

$$U_1 = \lambda_{\mu} \cdot U_2 = 86,7 \cdot 105 = 9103 \text{ V}$$

$$U_1 = 9,103 \text{ kV}$$

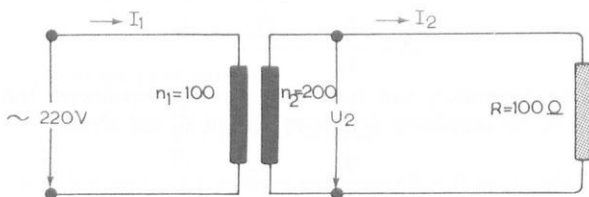
Παράδειγμα 2.

Ό αριθμός τών σπειρών του πρωτεύοντος ενός ιδανικού μονοφασικού μετασχηματιστή είναι $n_1 = 100$ καί του δευτερεύοντος $n_2 = 200$. Τό πρωτεύον συνδέεται μέ ένα δίκτυο έναλλασσόμενου ρεύματος ενεργού τιμής τής τάσεως $U_1 = 220 \text{ V}$. Νά βρεθοϋν:

α) Ό λόγος μετασχηματισμοϋ.

β) Ό ενεργός τιμή τής τάσεως στό δευτερεύον U_2 .

γ) Ό ενεργός τιμή του ρεύματος I_2 όταν στό δευτερεύον συνδέεται ένας ώμικός καταναλωτής $R = 100 \Omega$ (σχ. 19.2γ).



Σχ. 19.2γ.

δ) Ό πραγματική ισχύς P_1 πού παρέχει τό δίκτυο του έναλλασσόμενου ρεύματος.

Λύση.

α) $\lambda_{\mu} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{100}{200} = 0,5$

$$\lambda_{\mu} = \frac{1}{2}$$

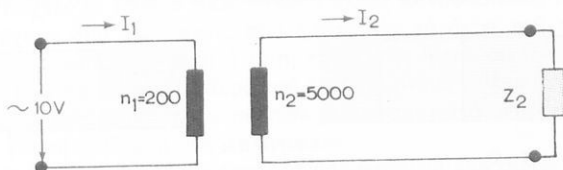
$$\beta) \quad \frac{U_1}{U_2} = \lambda_{\mu} \quad U_2 = \frac{U_1}{\lambda_{\mu}} = \frac{220}{0,5} = 440 \text{ V} \quad \underline{U_2 = 440 \text{ V}}$$

$$\gamma) \quad I_2 = \frac{U_2}{R} = \frac{440}{100} = 4,4 \text{ A} \quad \underline{I_2 = 4,4 \text{ A}}$$

$$P_1 = P_2 = U_2 I_2 = 440 \cdot 4,4 = 1936 \text{ W} \quad \underline{P_1 = 1936 \text{ W}}$$

Παράδειγμα 3.

Ο αριθμός τῶν σπειρῶν τοῦ πρωτεύοντος ἑνός μονοφασικοῦ μετασχηματιστῆ εἶναι $n_1 = 200$ καὶ τοῦ δευτερεύοντος $n_2 = 5000$. Στὸ πρωτεῦον ἐφαρμόζε-



Σχ. 19.2δ.

ται ἐναλλασσόμενη τάση ἐνεργοῦ τιμῆς $U_1 = 10 \text{ V}$ (σχ. 19.2δ). Ἡ συνολικὴ φαινόμενη ἀντίσταση τοῦ δευτερεύοντος εἶναι $Z_2 = 100 \text{ k}\Omega$. Νά βρεθοῦν:

α) Ἡ ἐνεργὸς τιμὴ τοῦ ρεύματος I_2 .

β) Ἡ ἐνεργὸς τιμὴ τοῦ ρεύματος I_1 .

Λύση.

$$\lambda_{\mu} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{260}{5000} = 0,04$$

$$U_2 = \frac{U_1}{\lambda_{\mu}} = \frac{10}{0,04} = 250 \text{ V}$$

$$\alpha) \quad I_2 = \frac{U_2}{Z_2} = \frac{250}{100} 10^{-3} = 2,5 \quad \underline{I_2 = 2,5 \text{ mA}}$$

$$\beta) \quad I_1 = \frac{U_1}{Z_1} \quad Z_1 = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 Z_2 = 160 \Omega$$

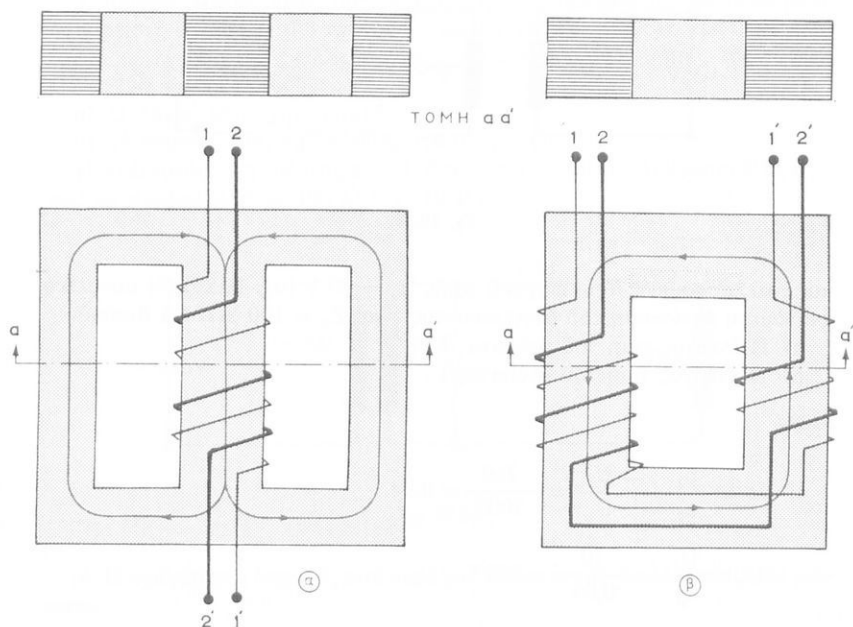
$$I_1 = \frac{10}{160} = 62,5 \text{ mA}$$

$$I_1 = 62,5 \text{ mA}$$

$$\text{ή} \quad I_1 = \frac{I_2}{\lambda_{\mu}} = \frac{2,5}{0,04} = 62,5 \text{ mA}$$

β) Τύποι μονοφασικῶν μετασχηματιστῶν.

Οἱ σπουδαιότεροι τύποι μονοφασικῶν μετασχηματιστῶν εἶναι δύο: ὁ **μετασχηματιστὴς μανδύα** καὶ ὁ **μετασχηματιστὴς πλαίσιου**. Στὸ σχῆμα 19.2ε(α) παριστάνεται ἕνας μετασχηματιστὴς τύπου **μανδύα**, στὸν ὁποῖο καὶ τὰ δύο τυλίγματα εἶναι τοποθετημένα στὴ μεσαία στήλη. Οἱ ἀκροδέκτες 1-1' εἶναι οἱ ἀκροδέκτες τοῦ πρωτεύοντος, ἐνῶ οἱ ἀκροδέκτες 2-2' εἶναι τοῦ δευτερεύοντος.



Σχ. 19.2ε.

Στὸ σχῆμα 19.2ε(β) παριστάνεται ἕνας μετασχηματιστὴς τύπου **πλαίσιου**, στὸν ὁποῖο τὰ τυλίγματα εἶναι τοποθετημένα καὶ στὶς δύο στήλες. Οἱ ἀ-

κροδέκτες 1-1' είναι του πρωτεύοντος, ενώ οι 2-2' του δευτερεύοντος.

Τά τυλίγματα κατασκευάζονται από μονωμένους χάλκινους αγωγούς που τυλίγονται σπειρωτά σε πολλές στρώσεις επάνω σε φόρμες (καλούπια) από μονωτικό χαρτόνι. Η φόρμα έχει στο έσωτερικό της κατάλληλο άνοιγμα μέσα στο οποίο τοποθετείται κατά τη συναρμολόγηση του πυρήνα, όπως θα δούμε στη συνέχεια, ή στήλη που φέρει το τύλιγμα.

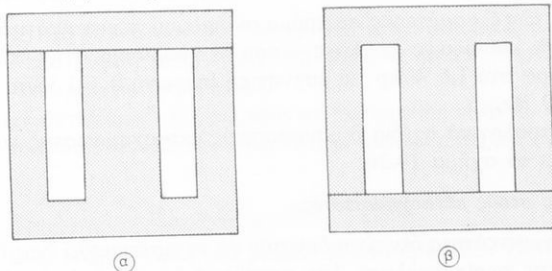
Πάνω από το πρώτο τύλιγμα της φόρμας, τυλίγεται το δεύτερο, ανεξάρτητο τύλιγμα. Μεταξύ τους παρεμβάλλεται μόνωση, ανάλογη με τις τάσεις τους. Κοντά στον πυρήνα τοποθετείται το τύλιγμα με τη μεγαλύτερη διατομή αγωγού.

Ο διαχωρισμός των δύο τυλιγμάτων (πρωτεύον-δευτερεύον) για συνηθισμένες τάσεις, γίνεται με μονωτικό χαρτί πάχους 1 mm. Στη μόνωση, από στρώση σε στρώση, χρησιμοποιείται επίσης μονωτικό χαρτί αλλά λεπτότερο (0,015 ως 0,3 mm) ανάλογα με τη διάμετρο του σύρματος των πηνίων.

Όπως δείχνει το σχήμα 19.2ε στους άπλους μονοφασικούς μετασχηματιστές υπάρχουν δύο ακροδέκτες που αποτελούν τα άκρα του πρωτεύοντος τυλίγματος, όπου εφαρμόζεται η τάση της πηγής ή του δικτύου, και δύο ακροδέκτες που αποτελούν τα άκρα του δευτερεύοντος τυλίγματος, όπου συνδέονται οι καταναλωτές. Πάνω σε κάθε μετασχηματιστή υπάρχει κατάλληλη σήμανση για τη διάκριση των τυλιγμάτων.

Ο **πυρήνας** ενός μετασχηματιστή συναρμολογείται από σιδερέλιασμα πάχους 0,3 ως 0,5 mm, που τοποθετούνται το ένα δίπλα στο άλλο και κατόπιν συσφίγγονται με βίδες.

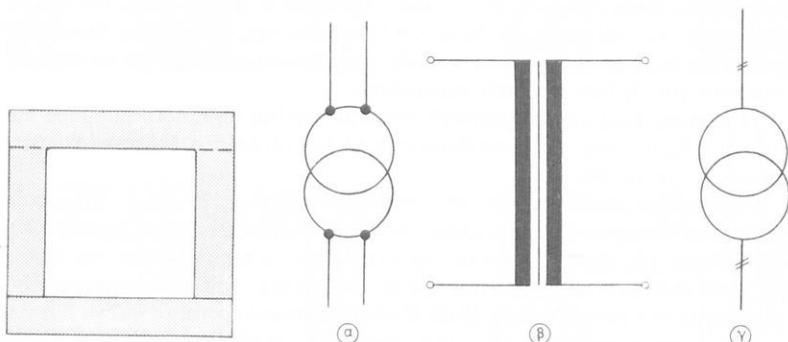
Στόν **πυρήνα μανδύα** τα έλασματα κόβονται σε σχήμα **E** και **I**. Το μεσαίο σκέλος του έλασματος **E** έχει πλάτος διπλάσιο από τα πλαϊνά και τοποθετείται στο άνοιγμα της φόρμας, ώστε το πηνίο (τύλιγμα) να περιβάλλει το σκέλος αυτό. Από έλασματα **E** σχηματίζονται οι τρεις στήλες του μετασχηματιστή με το τύλιγμα στη μεσαία στήλη. Κάθε έλασμα **E** συμπληρώνεται με ένα έλασμα **I**, ώστε να σχηματισθεί η κλειστή διαδρομή **Θ** για τη μαγνητική ροή. Το κατακόρυφο τμήμα των ελασμάτων **E** και τα έλασματα **I** σχηματίζουν τα δύο ζυγώματα του πυρήνα (σχ. 19.2στ).



Σχ. 19.2στ.

Τά έλάσματα **E** καί **I** δέν τοποθετοῦνται ὁλα στήν ἴδια κατεύθυνση, ἀλλά ἐναλλακτικά, ἓνα έλασμα **E** καί ἓνα **I** στήν κατεύθυνση **EI** [σχ. 19.2στ(α)], τό ἐπόμενο ζεῦγος **E, I** στήν ἀντίθετη κατεύθυνση **ΙΕ** [σχ. 19.2στ(β)] κ.ο.κ. Μέ τόν τρόπο αὐτό οἱ ἄρμοι μεταξὺ ἐνός έλάσματος **E** καί τοῦ ἀντιστοιχοῦ του **I** ἐπικαλύπτονται ἀπό τό συμπαγές κατακόρυφο τμήμα τοῦ ἐπόμενου **E**. Ὑέτσι αὐξάνεται ἡ μηχανική ἀντοχή τῆς κατασκευῆς καί διαμοιράζεται ἡ μαγνητική ἀντίσταση τοῦ ἀέρα, πού παρουσιάζεται στοὺς ἄρμους, στά δύο ζυγώματα.

Στόν **πυρήνα πλαισίου** τά έλάσματα κόβονται σέ σχῆμα **Π** καί **I**. Κάθε έλασμα **Π** τοποθετεῖται στίς δύο φόρμες τῶν πηνίων (τυλιγμάτων) καί κλείνεται μέ τό έλασμα **I** ὥστε νά σχηματισθεῖ ἡ κλειστή διαδρομή **Π** (σχ. 19.2ζ). Ὅπως στόν πυρήνα μανδύα, τά έλάσματα τοποθετοῦνται ἐναλλακτικά σέ ἀντίθετες κατευθύνσεις. (Ἐνα ζεῦγος σέ κατεύθυνση **Π**, τό ἐπόμενο σέ κατεύθυνση **Ι** κ.ο.κ). Ἀντί έλασμάτων **Π**, **I**, χρησιμοποιοῦνται ἐπίσης έλάσματα **L**, πού σχηματίζουν τό πλαίσιο **Π**.



Σχ. 19.2η

Σχ. 19.2η.

Τό ὑλικό τῶν έλασμάτων εἶναι κράμα σιδήρου μέ περιεκτικότητα σέ πυρίτιο 0,25 ὥς 4,5% καί εἰδικές ἀπώλειες — πού θά γνωρίσουμε στήν ἐπόμενη παράγραφο — γύρω στά 1,6 W/kg γιά μαγνητική ἐπαγωγή $B = 1 \text{ Vs/m}^2$ καί συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$.

Στά ἡλεκτρολογικά σχέδια ὁ μονοφασικός μετασχηματιστής παριστάνεται, ὅπως δείχνει τό σχῆμα 19.2η.

γ) Ἀπώλειες στοὺς μετασχηματιστές.

Στήν πραγματικότητα δέν εἶναι δυνατόν νά κατασκευασθεῖ ἓνας ἰδανικός μετασχηματιστής χωρίς ἀπώλειες. Τήν παραδοχή ὅτι ὁ βαθμός ἀποδόσεως ἐνός μετασχηματιστῆ εἶναι 100% τήν κάναμε γιά νά διευκολυνθοῦμε στοὺς ὑπολο-

γισμούς μας και νά καταλήξουμε σύντομα σέ όρισμένες άπλές έξισώσεις, πού δίνουν άποτελέσματα μέ πολύ μικρό σφάλμα. Ό βαθμός άποδόσεως ενός μετασχηματιστή δέν είναι 100%, όμως είναι πάρα πολύ μεγάλος, όπως θά δούμε στή συνέχεια.

Οί κύριες άπώλειες ενός μετασχηματιστή είναι:

— Οί άπώλειες στό σιδηροπυρήνα P_{Fe} .

— Οί άπώλειες στό χαλκό τών πηνίων P_{Cu} .

Άπώλειες στό σιδηροπυρήνα.

Οί άπώλειες στό σιδηροπυρήνα διακρίνονται:

α) Σέ άπώλειες δινορευμάτων και

β) σέ άπώλειες ύστερήσεως.

Τά **δινορεύματα** είναι παρασιτικά ρεύματα, πού δημιουργούνται στόν πυρήνα εξ επαγωγής λόγω της μεταβαλλόμενης μαγνητικής ροής. Άποτέλεσμά τους είναι ή άπώλεια ενέργειας της πηγής ή του δικτύου, ή όποία μετατρέπεται σέ θερμότητα. Οί άπώλειες δινορευμάτων αυξάνουν μέ τό τετράγωνο της συχνότητας f , της μαγνητικής επαγωγής B και του πάχους τών έλασμάτων.

Γιά νά περιορίσουμε τίς άπώλειες δινορευμάτων κατασκευάζουμε τόν πυρήνα από λεπτά έλάσματα, όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο, μέ πάχος 0,3 ως 0,5 mm, πού μονώνονται μεταξύ τους μέ βερνίκι ή μέ στρώμα όξειδίου, ύστερα από χημική επεξεργασία.

Οί **άπώλειες ύστερήσεως** όφείλονται στή συνεχή μαγνήτιση και άπομαγνήτιση του πυρήνα [όπως μάθαμε στην παράγραφο 9.3(β)], πού έχει σάν άποτέλεσμα όρισμένη ενέργεια της πηγής τροφοδοτήσεως νά μετατρέπεται σέ θερμότητα. Οί άπώλειες ύστερήσεως είναι άνάλογες του έμβადου του βρόχου ύστερήσεως τών έλασμάτων. Γιά νά τίς μειώσουμε χρησιμοποιούμε έλάσματα μέ στενό βρόχο ύστερήσεως.

Οί άπώλειες στό σιδηροπυρήνα ύπολογίζονται σέ Watt ανά kg βάρους (κιλοπόντ:kp) του πυρήνα: W/kp .

Άπώλειες στό χαλκό τών τυλιγμάτων.

Οί άπώλειες στό χαλκό τών τυλιγμάτων P_{Cu} είναι οί όμικές άπώλειες πού εμφανίζονται ύπό μορφή θερμότητας στά χάλκινα πηνία (πρωτεύον, δευτερεύον), όταν διαρρέονται από ρεύμα.

Άν ή όμική αντίσταση του πρωτεύοντος τυλίγματος είναι R_1 και ή όμική αντίσταση του δευτερεύοντος είναι R_2 , τότε οί άπώλειες ισχύος στό χαλκό είναι:

$$P_{Cu} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 \quad (W) \quad (1)$$

όπου I_1 και I_2 οί ένεργές τιμές τών ρευμάτων στό πρωτεύον και δευτερεύον.

Οί άπώλειες ενέργειας στό χαλκό σέ διάστημα t είναι:

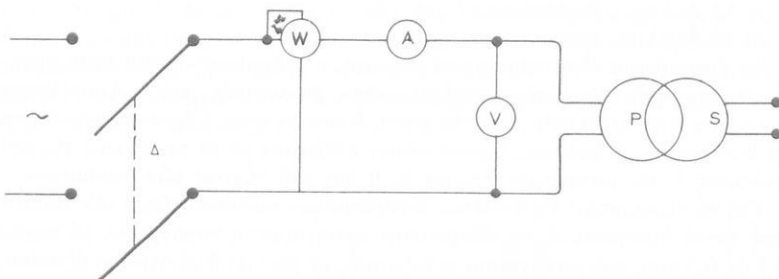
$$A_{cu} = I_1^2 R_1 t + I_2^2 R_2 t \quad (J) \quad (2)$$

Πειραματικός προσδιορισμός των απωλειών.

Οί απώλειες στο σιδηροπυρήνα και στο χαλκό των τυλιγμάτων μπορούν εύκολα να προσδιορισθούν πειραματικά ως εξής:

Απώλειες σιδήρου.

Αφήνουμε το μετασχηματιστή να λειτουργεί σε κενό, όπως φαίνεται στο σχήμα 19.20, κλείνοντας το διακόπτη Δ.



Σχ. 19.20.

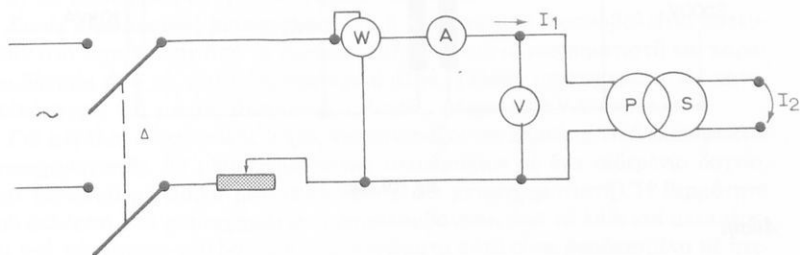
Εφόσον το δευτερεύον είναι ανοικτό, απώλειες χαλκού δεν υπάρχουν ουσιαστικά, γιατί το ρεύμα I_2 είναι μηδέν και το ρεύμα I_0 στο πρωτεύον είναι πολύ μικρό. Άρα το βαττόμετρο W που είναι συνδεδεμένο στο πρωτεύον δίνει άμεσως την ισχύ των σιδηραπωλειών σε (W) ενώ το άμπερόμετρο A δείχνει το ρεύμα κενού I_0 .

Απώλειες χαλκού.

Οί απώλειες χαλκού είναι ανάλογες του τετραγώνου των ρευμάτων I_1 και I_2 που ρέουν κατά τη λειτουργία υπό φορτίο στο πρωτεύον και δευτερεύον, όπως φαίνεται από την εξίσωση (1). Για να τις προσδιορίσουμε βραχυκυκλώνουμε το δευτερεύον και εφαρμόζουμε στο πρωτεύον, μέσω ενός ροοστάτη, μία δοκιμαστική τάση. Την τάση αυτή αυξάνουμε με τη βοήθεια του ροοστάτη από την τιμή μηδέν μέχρι την τιμή U_K , στην οποία αναπτύσσονται στο πρωτεύον και δευτερεύον αντίστοιχα τα ρεύματα I_1 και I_2 της ονομαστικής φορτίσεως (σχ. 19.21).

Η τάση U_K ονομάζεται **τάση βραχυκυκλώσεως** και είναι συνήθως ίση με 2 ως 5% της ονομαστικής τάσεως του πρωτεύοντος. Εφόσον η τάση στο δευτερεύον τύλιγμα είναι μηδέν, έπεται ότι και η επαγόμενη ηλεκτρεγερτική δύναμη E_2 είναι μηδέν (γιατί $E_2 = U_2$) και ότι η μαγνητική ροή που διαρρέει τον πυρή-

να καί δημιουργεί την E_2 είναι αμελητέα. Άρα οι απώλειες σιδήρου, που οφείλονται στη μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή, είναι επίσης αμελητέες και παραμένουν μόνο οι απώλειες χαλκού P_{Cu} . Τις απώλειες αυτές δείχνει άμεσα το βαττόμετρο που είναι συνδεδεμένο στο πρωτεύον τύλιγμα (σχ. 19.21).



Σχ. 19.21.

δ) Βαθμός αποδόσεως μετασχηματιστών.

Ο βαθμός αποδόσεως η ενός μετασχηματιστή είναι ο λόγος της πραγματικής ισχύος που αποδίδεται στους καταναλωτές από το δευτερεύον τύλιγμα (πηνίο): $P_2 = U_2 I_2 \cos \phi_2$, προς τη συνολική πραγματική ισχύ που απορροφά το πρωτεύον από το δίκτυο ή την πηγή: $P_1 = U_1 I_1 \cos \phi_1$. Δηλαδή:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2 \cos \phi_2}{U_1 I_1 \cos \phi_1} = \frac{U_2 I_2 \cos \phi_2}{U_2 I_2 \cos \phi_2 + P_{Fe} + P_{Cu}}$$

Η απόδοση του μετασχηματιστή επηρεάζεται, όπως βλέπουμε από το μέγεθος φορτίσεως του μετασχηματιστή και από το συντελεστή ισχύος. Συνηθισμένες τιμές βαθμών αποδόσεως η είναι:

Για μικρούς μετασχηματιστές: 90%.

Για ισχύ μέχρι 10 kVA: 95%.

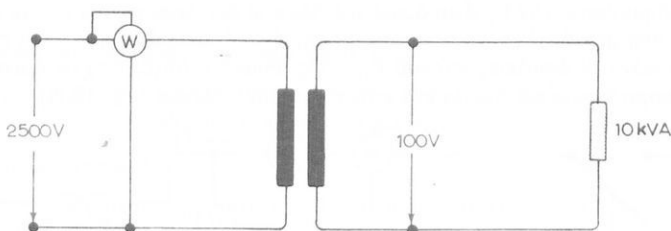
Για ισχύ μεγαλύτερη από 10 kVA π.χ. σε τριφασικούς μετασχηματιστές, που θα γνωρίσουμε στη συνέχεια: 96-99%.

Αριθμητικό παράδειγμα.

Σε ένα μονοφασικό μετασχηματιστή, ισχύος $P_{\phi_2} = 10$ kVA, εφαρμόζεται στα άκρα του πρωτεύοντος εναλλασσόμενη τάση με ένεργό τιμή $U_1 = 2500$ V. Η ένεργός τιμή της τάσεως που εμφανίζεται στα άκρα του δευτερεύοντος είναι $U_2 100$ V (σχ. 19.21α). Όταν ο μετασχηματιστής εργάζεται σε κενό, το βαττόμετρο που είναι συνδεδεμένο στο πρωτεύον δείχνει 50 W και όταν εργάζεται σε βραχυκύκλωση δείχνει 200 W.

Ο συντελεστής ισχύος είναι $\cos \phi_1 = \cos \phi_2 = 0,8$.

Νά βρεθεί ο βαθμός αποδόσεως του μετασχηματιστή.



Σχ. 19.2ια.

Αύση.

Όταν ο μετασχηματιστής εργάζεται σέ κενό τότε τό βαττόμετρο, όπως προαναφέραμε, δείχνει τίς απώλειες σιδήρου, άρα $P_{Fe} = 50 \text{ W}$, ενώ όταν εργάζεται σέ βραχυκύκλωση τό βαττόμετρο δείχνει μόνο τίς απώλειες χαλκού. Άρα: $P_{Cu} = 200 \text{ W}$.

$$P_2 = P_{\phi_2} \cos \varphi_2 = 10 \cdot 0,8 = 8 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{8000}{8000 + 50 + 200} = \frac{8000}{8250} = 0,9696$$

$$\eta \approx 97\%$$

ε) Θερμοκρασία λειτουργίας καί ψύξη μετασχηματιστών.

Όταν ένας μετασχηματιστής τεθεί σέ λειτουργία, αρχίζει νά αυξάνεται ή θερμοκρασία των διαφόρων τμημάτων του λόγω των απωλειών πού εμφανίζονται στό σιδηροπυρήνα καί τά τυλίγματα. Η αύξηση της θερμοκρασίας σταματά, όταν ή θερμότητα πού παράγεται μεταφέρεται (ή απάγεται) στό περιβάλλον, όποτε λέμε ότι επικρατεί «θερμική ισορροπία».

Η διάφορά μεταξύ της τελικής θερμοκρασίας υπό λειτουργία καί της θερμοκρασίας του περιβάλλοντος, όρίζει την υπερθέρμανση κάθε τμήματος του μετασχηματιστή.

Ιδιαίτερη σημασία έχει ή υπερθέρμανση του μονωτικού υλικού πού χρησιμοποιείται στό μετασχηματιστή γιά τή μόνωση των τυλιγμάτων του. Τό υλικό αυτό μπορεί νά άντέξει, ανάλογα μέ τό είδος του, σέ όρισμένη θερμοκρασία λειτουργίας, πάνω από την όποία καταστρέφεται.

Σέ κοινούς μετασχηματιστές π.χ. ή επιτρεπόμενη υπερθέρμανση στά θερμότερα σημεία του τυλίγματος άνέρχεται σέ 45 ως 50°C, γιά θερμοκρασία περιβάλλοντος 35 ως 40°C.

Γιά νά μήν ξεπερνά ή θερμοκρασία τά όρια άντοχής των μονωτικών πρέπει

ό μετασχηματιστής νά ψύχεται κατάλληλα. Ἀνάλογα μέ τόν τρόπο ψύξεως διακρίνομε τοὺς μετασχηματιστές:

- α) Σέ ἀερόψυκτους ἢ ξηροὺς μετασχηματιστές καί
- β) σέ ἐλαιόψυκτους ἢ μετασχηματιστές λαδιοῦ.

Στοὺς ἀερόψυκτους μετασχηματιστές ἡ θερμοκρασία ἀκτινοβολεῖται κατευθεῖαν στό περιβάλλον ἀπό τὰ διάφορα τμήματα τοῦ μετασχηματιστῆ καί παραλαμβάνεται ἀπό τό γύρω ἀτμοσφαιρικό ἀέρα. Τέτοιοι μετασχηματιστές κατασκευάζονται γιά μικρές ὀνομαστικές ἰσχεῖς, μέχρι 10 kVA περίπου.

Γιά μεγάλες ὀνομαστικές ἰσχεῖς κατασκευάζονται ἀποκλειστικά **ἐλαιόψυκτοι μετασχηματιστές**. Ὁ μετασχηματιστής τοποθετεῖται σέ ἓνα σιδερένιο δοχεῖο, πού γεμίζεται μέ εἰδικό μονωτικό λάδι (λάδι μετασχηματιστῆ). Ἡ θερμότητα πού ἐκλύεται στό μετασχηματιστῆ παραλαμβάνεται ἀπό τό λάδι καί μεταφέρεται στά τοιχώματα τοῦ δοχείου. Τά τοιχώματα αὐτά εἶναι ἐφοδιασμένα μέ πετρύγια, πού αὐξάνουν τὴν ἐξωτερικὴ ἐπιφάνεια τοῦ δοχείου καί ἐξασφαλίζουν τὴ μεταφορά στό γύρω ἀέρα τῆς θερμότητας πού δημιουργεῖται.

Ὅταν ἡ φυσικὴ μεταφορά τῆς θερμότητας ἀπὸ τὸ μετασχηματιστῆ στὸν ἀτμοσφαιρικό ἀέρα, μέσω τοῦ λαδιοῦ, δέν ἐπαρκεῖ, ἐνισχύεται ἡ ψύξη μέ μία ἀντλία, πού ἀναγκάζει τὸ λάδι νά κυκλοφορεῖ στό δοχεῖο καί νά περνᾷ ἀπὸ ψυκτικούς θάλαμους, ὅπου ἀποδίδει τὴ θερμότητά του.

19.3 Τριφασικοί μετασχηματιστές.

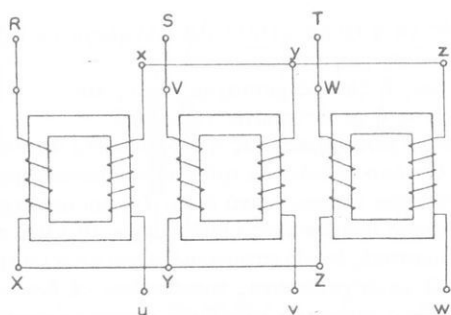
α) Κατασκευή καὶ ἀρχὴ λειτουργίας.

Γιά νά μετασχηματίσουμε τίς τάσεις ἑνὸς τριφασικοῦ δικτύου εἶναι δυνατό νά χρησιμοποιήσουμε 3 ὁμοίους μονοφασικούς μετασχηματιστές, πού τὰ πρωτεύοντα καὶ δευτερεύοντα τυλίγματα τοὺς εἶναι συνδεδεμένα μεταξύ τοὺς κατὰ ἀστέρα ἢ τρίγωνο. Τό σχῆμα 19.3α δείχνει τὴ σύνδεση κατὰ ἀστέρα, ὅπου UX, VY, WZ εἶναι τὰ πρωτεύοντα τυλίγματα καὶ ux, vy, wz τὰ δευτερεύοντα.

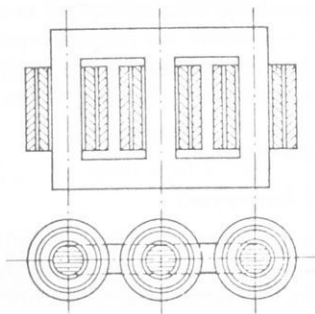
Ὅπως ὁμως στά τριφασικά συστήματα συνδέονται οἱ 3 φάσεις σχηματίζοντας ἀλληλένδετα συστήματα, ἔτσι καὶ ἐδῶ εἶναι δυνατό νά «συνδεθοῦν» οἱ 3 μονοφασικοί μετασχηματιστές καὶ νά σχηματίσουν ἓνα **τριφασικό μετασχηματιστῆ**. Ἀποτέλεσμα εἶναι ἡ ἐξοικονόμηση σιδήρου καὶ ἡ δημιουργία μιᾶς φθινότερης συμπαγοῦς κατασκευῆς.

Ὁ πυρῆνας ἑνὸς τριφασικοῦ μετασχηματιστῆ περιλαμβάνει 3 στήλες, τοποθετημένες συνήθως στό ἴδιο ἐπίπεδο, πού συνδέονται μέ δύο ζυγώματα. Σέ κάθε στήλη εἶναι τοποθετημένο τὸ πρωτεῦον καὶ τὸ δευτερεῦον τυλίγμα μιᾶς φάσεως (σχ. 19.3β).

Ἡ ἀρχὴ λειτουργίας τοῦ τριφασικοῦ μετασχηματιστῆ εἶναι ἴδια μέ αὐτὴ ἑνὸς μονοφασικοῦ μετασχηματιστῆ. Ἔτσι ἰσχύουν βασικά καὶ γιά τὸν τριφασικό μετασχηματιστῆ ὅσα ἀναφέραμε στὴν προηγούμενη παράγραφο γιά τὸν μετασχηματισμό τῆς τάσεως καὶ τοῦ ρεύματος, γιά τίς ἀπώλειες, γιά τὸ βαθμὸ ἀποδόσεως καὶ τὴ θερμοκρασία τοῦ μονοφασικοῦ μετασχηματιστῆ.



Σχ. 19.3α.

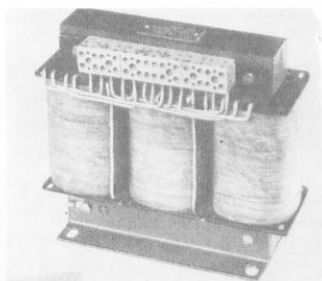


Σχ. 19.3β.

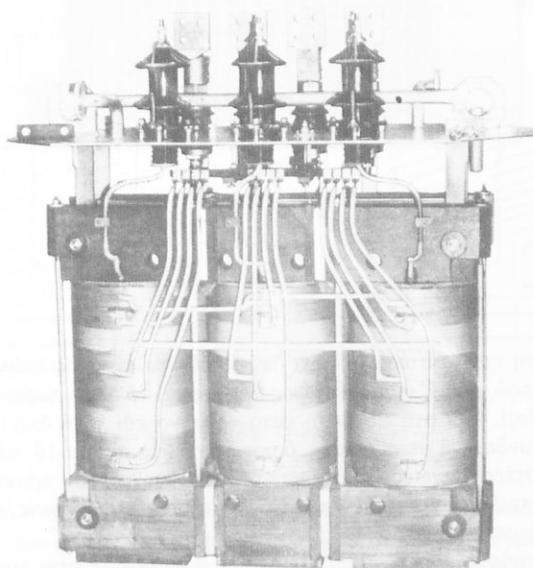
Τό σχήμα 19.3γ δείχνει ένα αερόψυκτο τριφασικό μετασχηματιστή, μικρής ισχύος. Τό σχήμα 19.3δ(α) δείχνει τό έσωτερικό έλαιόψυκτου μετασχηματιστή καί τό σχήμα 19.3δ(β) έλαιόψυκτο τριφασικό μετασχηματιστή μέ τό δοχείο του.

β) Σύνδεση τών τυλιγμάτων.

Τά τρία πρωτεύοντα τυλίγματα καί τά τρία δευτερεύοντα ενός τριφασικού μετασχηματιστή μπορούν νά συνδεθούν μεταξύ τους ή κατά *άστέρα* ή κατά *τρίγωνο*.

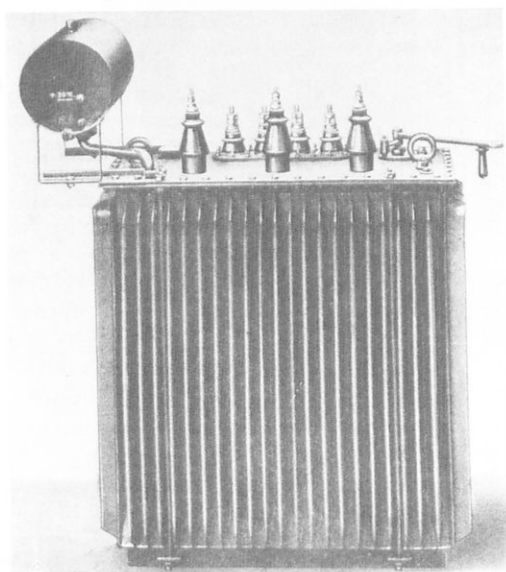


Σχ. 19.3γ.



©

Σχ. 19.3δ.



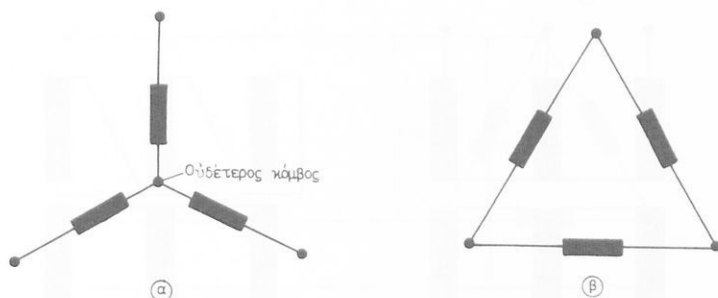
(β)

Σχ. 19.3δ.

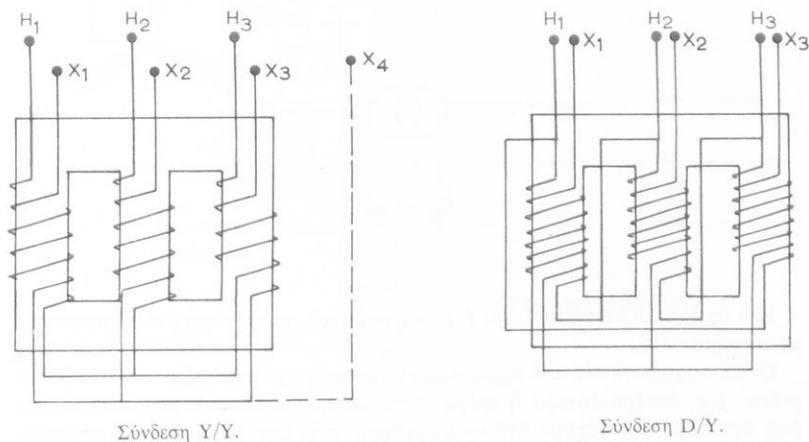
Στή σύνδεση κατά άστέρα, τό ένα άκρο κάθε τυλίγματος ένώνεται σέ ένα κοινό κόμβο, πού ονομάζεται **ουδέτερος κόμβος** καί τό άλλο παραμένει ελεύθερο [σχ. 19.3ε(α)], ενώ στή σύνδεση κατά τρίγωνο καί τά 6 άκρα τών τυλιγμάτων είναι συνδεμένα μεταξύ τους, όπως δείχνει τό σχήμα 19.3ε(β). Από τό συνδυασμό άστέρα-τριγώνου στό πρωτεύον καί δευτερεύον προκύπτουν διάφοροι τύποι συνδέσεων πού εξυπηρετούν διαφορετικές ανάγκες, ανάλογα μέ τή χρήση του μετασχηματιστή.

Έπάνω σέ κάθε τριφασικό μετασχηματιστή ο κατασκευαστής του αναγράφει πάντα τόν τύπο της συνδέσεως τών τυλιγμάτων του.

Η σύνδεση κατά τρίγωνο χαρακτηρίζεται μέ τό γράμμα D, ενώ ή σύνδεση κατά άστέρα μέ τό γράμμα Y. Η ένδειξη π.χ. D/Y σέ ένα τριφασικό μετασχηματιστή σημαίνει ότι τό τύλιγμα της ύψηλότερης τάσεώς του αποτελεί τρίγωνο, ενώ της χαμηλότερης αποτελεί άστέρα. Έτσι αν ένας τριφασικός μετασχη-



Σχ. 19.3ε.

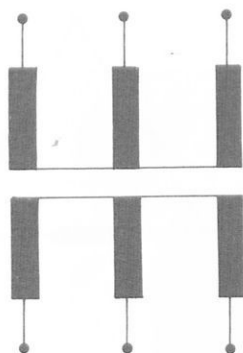


Σχ. 19.3στ.

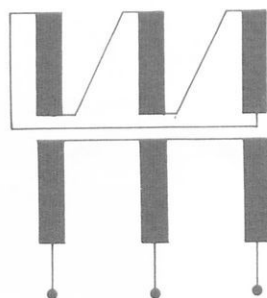
ματιστής πού στο πρωτεύον του εφαρμόζεται πολική τάση 20 kV και στο δευτερεύον του εμφανίζεται πολική τάση 0,4 kV (20/0,4 kV), φέρει την ένδειξη D/Y, συμπεραίνουμε ότι το τύλιγμα των 20 kV αποτελεί τρίγωνο, ενώ το τύλιγμα των 0,4 kV αποτελεί άστέρα. Η ένδειξη Y/Y σημαίνει ότι και τα δύο τυλίγματα (πρωτεύον-δευτερεύον) είναι συνδεδεμένα κατά άστέρα.

Στό σχήμα 19.3στ παριστάνονται οι συνδέσεις Y/Y και D/Y.

Στά ηλεκτρολογικά σχέδια οι συνδέσεις αυτές παριστάνονται όπως δείχνει το σχήμα 19.3ζ.



Σύνδεση Y/Y.



Σύνδεση D/Y.

Σχ. 19.3ζ.



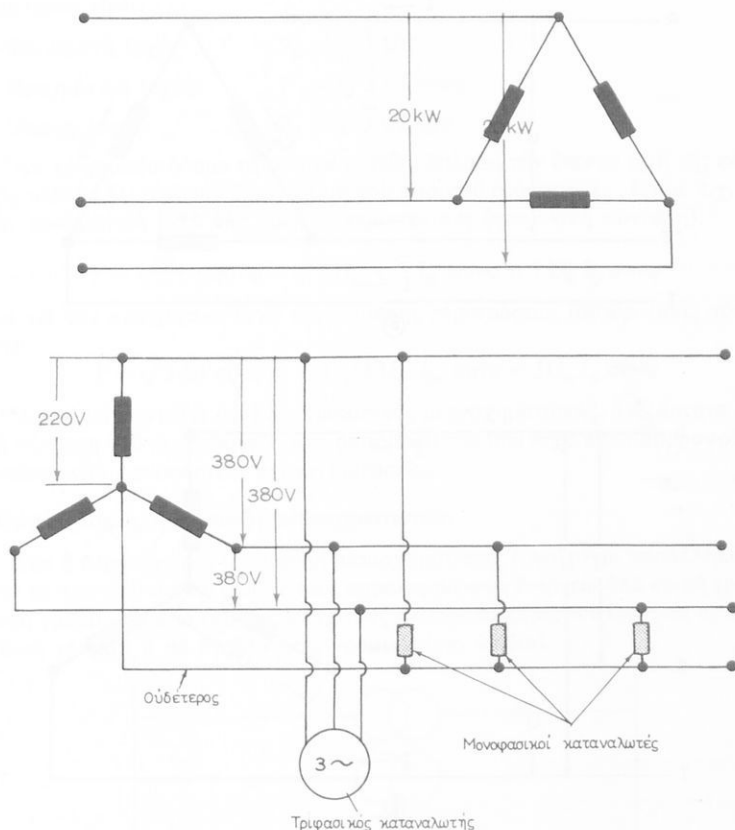
Σχ. 19.3η.

Στό σχήμα 19.3η εικονίζεται η μονογραμμική παράσταση ενός τριφασικού μετασχηματιστή.

Οί μετασχηματιστές που έχουν ομοια σύνδεση στο πρωτεύον και στο δευτερεύον, π.χ. άστέρα-άστέρα ή τρίγωνο-τρίγωνο, ονομάζονται «όμοιοσύνδετοι» ενώ αντίθετα, όταν έχουν άνομοια σύνδεση, π.χ. άστέρα-τρίγωνο ή τρίγωνο-άστέρα, ονομάζονται «άνομοιοσύνδετοι». Η σύνδεση Y/Y είναι κατάλληλη για συμμετρική φόρτιση του μετασχηματιστή, ενώ η σύνδεση D/Y είναι κατάλληλη για μετασχηματιστές που τροφοδοτούν δίκτυα διανομής ηλεκτρικής ενέργειας, στα όποια επικρατεί γενικά ασύμμετρη φόρτιση.

Τό πρωτεύον του μετασχηματιστή, που είναι συνδεδεμένο κατά τρίγωνο, τροφοδοτείται π.χ. με τάση 15 ή 20 kV (πολική τάση) και στο δευτερεύον, που είναι συνδεδεμένο κατά άστέρα, λαμβάνεται π.χ. πολική τάση 380 V και η φασική τάση $380/\sqrt{3} = 220$ V. Μέ τη φασική αυτή τάση των 220 V τροφοδοτούνται σε όλόκληρο σχεδόν τον κόσμο οι οικιακοί καταναλωτές.

Στό σχήμα 19.3θ παριστάνεται σχηματικά ένας τέτοιος μετασχηματιστής που τροφοδοτεί μονοφασικούς και τριφασικούς καταναλωτές.



Σχ. 19.30.

γ) Ίσχύς τριφασικού μετασχηματιστή.

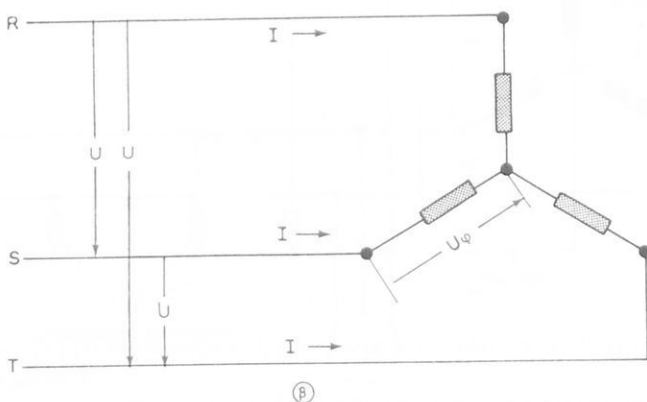
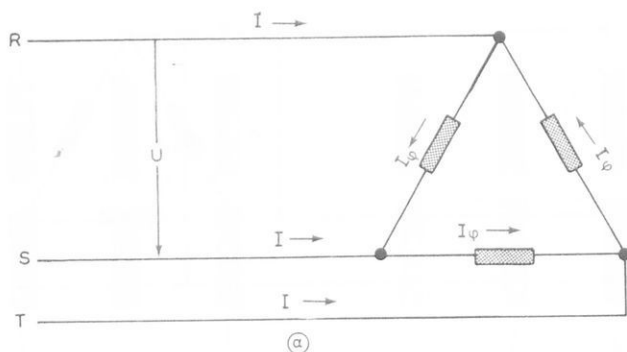
Όταν ένας τριφασικός μετασχηματιστής συνδέεται με ένα τριφασικό δίκτυο, διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

α) Το πρωτεύον τυλίγμα που συνδέεται με το δίκτυο αποτελεί τρίγωνο.

β) Το πρωτεύον τυλίγμα που συνδέεται με το δίκτυο αποτελεί άστέρα.

Στά σχήματα 19.31(α,β) παριστάνονται γραφικά οι δύο συνδέσεις.

Στην **τριγωνική σύνδεση** η ενεργός τιμή της πολικής τάσεως U (τάση μεταξύ των άγωγων τροφοδοτήσεως του τριφασικού δικτύου) είναι ίση με τη φασική τάση U_ϕ (τάση στα άκρα κάθε τυλίγματος) και η ενεργός τιμή του ρεύματος



Σχ. 19.3ι.

τῆς γραμμῆς I εἶναι $\sqrt{3}$ φορές μεγαλύτερη ἀπὸ τὴν ἐνεργὴ τιμὴ τοῦ φασικοῦ ρεύματος I_ϕ (ρεύμα σὲ κάθε τύλιγμα). Δηλαδή ἔχομε:

$$I = \sqrt{3} I_\phi \quad (1)$$

Στὴν **ἀστεροειδῆ σύνδεση** τὸ ρεύμα τῆς γραμμῆς I εἶναι ἴσο μὲ τὸ φασικὸ ρεύμα I_ϕ καὶ ἡ πολικὴ τάση U εἶναι $\sqrt{3}$ φορές μεγαλύτερη ἀπὸ τὴ φασικὴ τάση U_ϕ (τάση μεταξὺ τοῦ οὐδέτερου κόμβου καὶ τοῦ ἄλλου ἄκρου ἑνὸς πηνίου). Δηλαδή εἶναι:

$$U = \sqrt{3} U_\phi \quad (2)$$

Σὲ συμμετρικὴ φόρτιση τοῦ μετασχηματιστῆ, οἱ ἰσχεῖς πού ἀπορροφᾷ τὸ

πρωτεύον είναι:

$$\text{Φαινόμενη ισχύς: } P_{\phi} = \sqrt{3} UI \quad (3)$$

$$\text{Πραγματική ισχύς: } P = \sqrt{3} UI \cos\varphi \quad (4)$$

$$\text{ΰΑεργη ισχύς: } P_{\alpha} = \sqrt{3} UI \eta\mu\varphi \quad (5)$$

ΰΑν χρησιμοποιήσουμε τά φασικά μεγέθη, δηλαδή τήν ένεργό τιμή τής φασικής τάσεως U_{ϕ} και τήν ένεργό τιμή τοῦ φασικοῦ ρεύματος I_{ϕ} , έχομε π.χ. γιά τήν πραγματική ισχύ τής πρώτης περιπτώσεως (τριγωνική σύνδεση):

$$P = \sqrt{3} UI \cos\varphi = \sqrt{3} U_{\phi} \sqrt{3} I_{\phi} \cos\varphi = 3 U_{\phi} I_{\phi} \cos\varphi \quad (6)$$

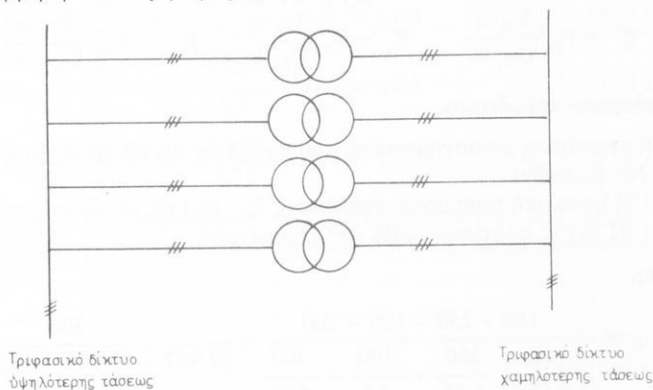
καί γιά τήν πραγματική ισχύ τής δεύτερης περιπτώσεως (άστεροειδής σύνδεση):

$$P = \sqrt{3} UI \cos\varphi = \sqrt{3} \sqrt{3} U_{\phi} I_{\phi} \cos\varphi = 3 U_{\phi} I_{\phi} \cos\varphi \quad (7)$$

ΰΑρα άποδεικνύεται ότι ένας τριφασικός μετασχηματιστής, άνεξάρτητα άπό τή σύνδεση τοῦ πρωτεύοντός του, άπορροφά τήν ίδια ισχύ πού άπορροφούν 3 άνεξάρτητοι μονοφασικοί μετασχηματιστές.

Παράλληλισμός τριφασικῶν μετασχηματιστῶν.

Δύο ή περισσότεροι τριφασικοί μετασχηματιστές έργάζονται παράλληλα, όταν τά πρωτεύοντα τυλίγματα τους παραλαμβάνουν ένέργεια άπό κοινή τριφασική γραμμή, ένώ τά δευτερεύοντά τους τυλίγματα παρέχουν ένέργεια σέ άλλη κοινή γραμμή ή σέ άνεξάρτητες γραμμές (σχ. 19.3ια).



Σχ. 19.3ια.

ΰΗ παράλληλη σύνδεση ή ό παράλληλισμός όπως λέμε, τριφασικῶν μετασχηματιστῶν, δέν επιτρέπεται παρά μόνο όταν εκπληρώνονται όρισμένες συνθήκες, πού πρέπει πάντα νά έλέγχονται άδστηρά προηγουμένως.

Οί συνθήκες αυτές είναι:

α) Οί παραλληλιζόμενοι μετασχηματιστές πρέπει να έχουν την ίδια σύνδεση τυλιγμάτων.

β) Πρέπει να έχουν τον ίδιο λόγο μετασχηματισμού λ_{μ} .

γ) Πρέπει να έχουν την ίδια τάση βραχυκυκλώσεως U_K , με απόκλιση τό πολὺ $\pm 10\%$.

δ) Οί ισχύεις τους πρέπει να μὴ διαφέρουν περισσότερο ἀπὸ 1:3. Ὄταν π.χ. ἕνας μετασχηματιστής ἔχει ἰσχύ 1000 kVA, κάθε ἄλλος παραλληλιζόμενος μὲ αὐτὸν πρέπει νὰ ἔχει ἰσχύ τὸ πολὺ 3000 kVA.

*Αν ἔχομε n μετασχηματιστές σὲ παράλληλη σύνδεση καὶ ἐκπληρώνονται οἱ παραπάνω συνθήκες παραλληλισμοῦ, τότε ἡ συνολικὴ τάση βραχυκυκλώσεως U_K τῆς συνδέσεως αὐτῆς εἶναι:

$$U_K \% = \frac{\sum_{i=1}^n P_{\varphi_{\eta}}}{\frac{P_{\varphi_1}}{U_{K_1} \%} + \frac{P_{\varphi_2}}{U_{K_2} \%} + \frac{P_{\varphi_3}}{U_{K_3} \%} + \dots + \frac{P_{\varphi_n}}{U_{K_n} \%}} \quad (8)$$

ὅπου: $\sum_{i=1}^n P_{\varphi_{\eta}}$ ἡ συνολικὴ φαινόμενη ἰσχύς τῶν μετασχηματιστῶν.

Κάθε μετασχηματιστὴς τῆς συνδέσεως αὐτῆς φορτίζεται ἀντιστρόφως ἀνάλογα μὲ τὴν τάση βραχυκυκλώσεώς του, δηλαδὴ εἶναι:

$$P'_{\varphi_1} = P_{\varphi_1} \frac{U_K \%}{U_{K_1} \%} \quad P'_{\varphi_2} = P_{\varphi_2} \frac{U_K \%}{U_{K_2} \%} \quad \dots \quad P'_{\varphi_n} = P_{\varphi_n} \frac{U_K \%}{U_{K_n} \%} \quad (9)$$

Ἀριθμητικὸ παράδειγμα.

Οἱ τριφασικοὶ μετασχηματιστές τοῦ σχήματος 19.3ιβ ἐργάζονται παράλληλα. Νά βρεθοῦν:

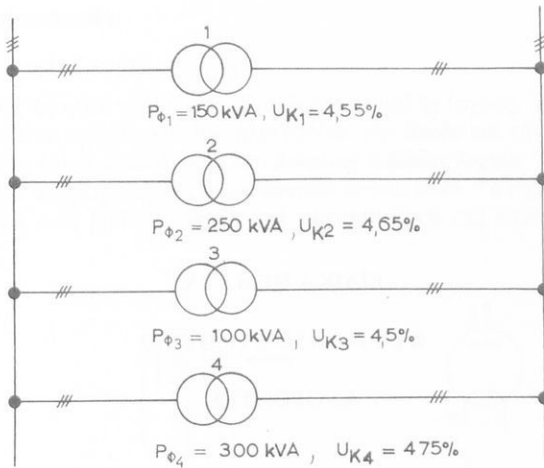
α) Ἡ συνολικὴ τάση βραχυκυκλώσεως U_K (%) τῆς συνδέσεως αὐτῆς.

β) Ἡ ἰσχύς φορτίσεως κάθε μετασχηματιστῆ.

Λύση.

$$\begin{aligned} \alpha) U_K \% &= \frac{150 + 250 + 100 + 300}{\frac{150}{4,55} + \frac{250}{4,65} + \frac{100}{4,5} + \frac{300}{4,75}} = \frac{800}{32,967 + 53,763 + 22,222 + 63,158} \\ &= \frac{800}{172,11} = 4,648 \% \end{aligned}$$

$$U_K = 4,648 \%$$



Σχ. 19.3ιβ.

$$\begin{aligned}
 \beta) \quad P'_{\phi_1} &= P_{\phi_1} \frac{U_K \%}{U_{K_1} \%} = 150 \frac{4,648}{4,55} = 153,2 \text{ kVA} & \underline{P'_{\phi_1} = 152,2 \text{ kVA}} \\
 P'_{\phi_2} &= P_{\phi_2} \frac{U_K \%}{U_{K_2} \%} = 250 \frac{4,648}{4,65} = 249,90 \text{ kVA} & \underline{P'_{\phi_2} = 249,9 \text{ kVA}} \\
 P'_{\phi_3} &= P_{\phi_3} \frac{U_K \%}{U_{K_3} \%} = 100 \frac{4,648}{4,5} = 103,30 \text{ kVA} & \underline{P'_{\phi_3} = 103,3 \text{ kVA}} \\
 P'_{\phi_4} &= P_{\phi_4} \frac{U_K \%}{U_{K_4} \%} = 300 \frac{4,648}{4,75} = 293,60 \text{ kVA} & \underline{P'_{\phi_4} = 293,6 \text{ kVA}}
 \end{aligned}$$

Παρατηρούμε μία υπερφόρτιση των μετασχηματιστών που έχουν μικρότερη τάση βραχυκυκλώσεως από τη συνολική τάση βραχυκυκλώσεως της συνδέσεως.

ΕΚΤΟ ΜΕΡΟΣ

ΕΙΔΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΙΚΟΣΤΟ

ΑΝΟΡΘΩΤΕΣ

20.1 Γενικά.

Τά δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας με τά όποια τροφοδοτούνται τά σπίτια, ή βιομηχανία κλπ. παρέχουν όπως ξέρομε έναλλασσόμενο ρεύμα, μονοφασικό ή τριφασικό. Με τό ρεύμα αυτό λειτουργούν οί λαμπτήρες φωτισμού, παράγεται θερμότητα σέ θερμάστρες, μαγειρεία κλπ. καί κινούνται μηχανές πού αποδίδουν μηχανικό έργο. Με τό έναλλασσόμενο ρεύμα καλύπτονται σέ πολύ μεγάλο βαθμό οί ανάγκες σέ ηλεκτρική ενέργεια. Υπάρχουν όμως άρκετές περιπτώσεις στίς όποίες απαιτείται συνεχές ρεύμα. Ή ηλεκτρόλυση διαλυμάτων γιά τή φόρτιση συσσωρευτών, τήν παραγωγή μετάλλων, τήν επιμετάλλωση κλπ. ή δημιουργία καί ή λήψη ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, ή λειτουργία λυχνιών Röntgen κ.ά., είναι μερικές από αυτές.

Τό συνεχές ρεύμα πού χρειαζόμαστε μπορεί νά παραχθεϊ, όπως ξέρομε, από **γεννήτριες συνεχούς ρεύματος**. Τίς περισσότερες φορές όμως είναι πολύ πύο εύκολη καί οίκονομική ή μετατροπή του μονοφασικού ή τριφασικού έναλλασσόμενου ρεύματος, πού μάς χορηγεϊ τό ενεργειακό δίκτυο, σέ συνεχές με τή βοήθεια **άνορθωτών**.

Οί άνορθωτές είναι συσκευές πού μετατρέπουν τό έναλλασσόμενο ρεύμα σέ συνεχές. Ή μετατροπή αυτή όνομάζεται άνόρθωση του έναλλασσόμενου ρεύματος.

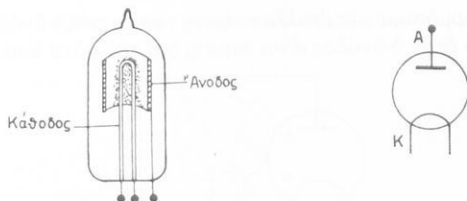
Οί άνορθωτές έχουν τήν ιδιότητα νά επιτρέπουν τή διέλευση του ρεύματος στή μιά κατεύθυνση ροής (κατεύθυνση διελεύσεως) καί νά έμποδίζουν τή διέλευση στήν άλλη κατεύθυνση (κατεύθυνση φραγής). Αυτό επιτυγχάνεται, επειδή ή αντίστασή τους είναι πολύ μικρή στήν κατεύθυνση διελεύσεως καί πολύ μεγάλη στήν κατεύθυνση φραγής.

Τά σπουδαιότερα είδη άνορθωτών είναι οί λυχνίες ύψηλου κενού, οί λυχνίες άερίων, οί ξηροί άνορθωτές καί οί κρυσταλλικοί άνορθωτές.

20.2 Είδη άνορθωτών.

α) Λυχνίες ύψηλοϋ κενού.

Οί λυχνίες ύψηλοϋ κενού είνai άνορθωτές χαμηλής ισχύος. Άποτελοϋνται άπό ένα γυάλινο σωλήνα καί δύο ηλεκτρόδια, τήν **άνοδο** καί τήν **κάθοδο**. Μιά λυχνία μέ δύο ηλεκτρόδια όνομάζεται **διπολική** ή **δίοδος λυχνία**. Άπό τό σωλήνα αφαιρείται ό άέρας ώστε νά δημιουργηθεί ύψηλό κενό. Τό σχήμα 20.2α δείχνει τή δομή μιάς διοδης λυχνίας καί τή συμβολική της παράσταση.



Σχ. 20.2α.

Η κάθοδος θερμαίνεται κατάλληλα, ώστε νά άποκτήσει ύψηλή θερμοκρασία καί νά άρχίσει νά εκπέμπει ηλεκτρόνια.

Η έκπομπή ηλεκτρονίων άπό ένα μέταλλο σέ ύψηλή θερμοκρασία όνομάζεται **θερμική έκπομπή ηλεκτρονίων** καί όφείλεται στό εξής: Σέ ύψηλή θερμοκρασία ή κινητική ένέργεια τών ηλεκτρονίων τοϋ μετάλλου είναι τόσο μεγάλη, ώστε ελεύθερα ηλεκτρόνια πού βρίσκονται στην επιφάνειά του νά υπερνικούν τίς δυνάμεις πού τά συγκρατούν καί νά εγκαταλείπουν τό μέταλλο.

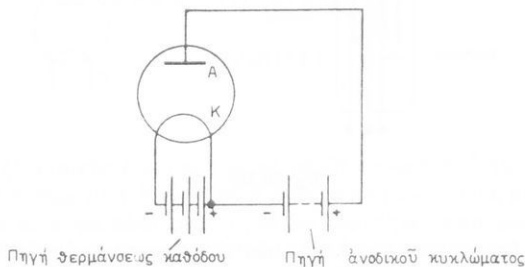
Η πυράκτωση τής καθόδου πραγματοποιείται κατά δύο τρόπους: άμεσα ή έμμεσα. Στην **άμεση πυράκτωση** τό νήμα θερμάνσεως άποτελεί ταυτόχρονα καί τήν κάθοδο πού εκπέμπει τά ηλεκτρόνια. Στην **έμμεσα πυράκτωση** ή κάθοδος άποτελείται άπό ένα νικέλινο σωληνίσκο, ή επιφάνεια τοϋ όποίου έχει επιστρωθεί μέ μίγμα άπό κατάλληλα όξειδια (βαρίου, στροντίου κλπ.). Τά όξειδια αυτά έχουν τήν ιδιότητα νά εκπέμπουν μεγάλο άριθμό ηλεκτρονίων σέ μικρές σχετικά θερμοκρασίες (1000°C περίπου). Ό σωληνίσκος πυρακτώνεται άπό ένα νήμα θερμάνσεως, πού τυλίγεται σπειρωτά καί τοποθετείται στό έσωτερικό του. Τό νήμα θερμάνσεως κατασκευάζεται συνήθως άπό βολφράμιο, πού άντέχει σέ ύψηλές θερμοκρασίες (2300°C) καί τροφοδοτείται μέ συνεχές ρεύμα (κυρίως στην άμεση πυράκτωση) ή έναλλασσόμενο ρεύμα (στήν έμμεσα πυράκτωση).

Η **άνοδο** κατασκευάζεται άπό έλασμα σιδήρου επιστρωμένο μέ άλουμίνιο, πού διαμορφώνεται σέ σωληνίσκο κυλινδρικό ή όρθογώνιο καί περιβάλλει τήν κάθοδο.

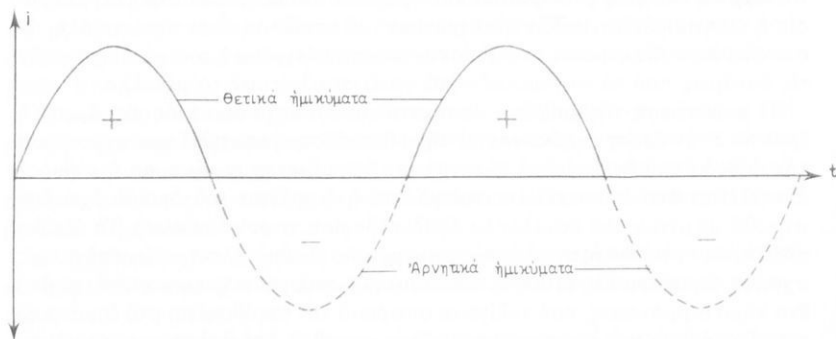
Τά ηλεκτρόνια που εκπέμπονται από την κάθοδο συγκεντρώνονται γύρω από αυτήν και σχηματίζουν ένα **νέφος ηλεκτρονίων**.

Αν συνδέσουμε την κάθοδο με τον αρνητικό πόλο μίας πηγής **συνεχούς ρεύματος** και την άνοδο με το θετικό πόλο, όπως δείχνει το σχήμα 20.2β, δημιουργείται μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων ηλεκτρικό πεδίο. Τά ηλεκτρόνια κινούνται προς την άνοδο στο έσωτετικό της λυχνίας, εισχωρούν σε αυτή και επιστρέφουν στην κάθοδο μέσω του εξωτερικού τμήματος του κυκλώματος. Αν αντίθετα συνδέσουμε το θετικό πόλο της πηγής στην κάθοδο και τον αρνητικό στην άνοδο, τά ηλεκτρόνια απωθούνται από την άνοδο και δεν ρέει ρεύμα στο κύκλωμα.

Αν τώρα εφαρμόσουμε μία **εναλλασσόμενη τάση** μεταξύ ανόδου και καθόδου, ρέει ρεύμα μόνο όταν η άνοδος είναι θετική, δηλαδή μόνο όσο διαρκεί η θετική



Σχ. 20.2β.



Σχ. 20.2γ.

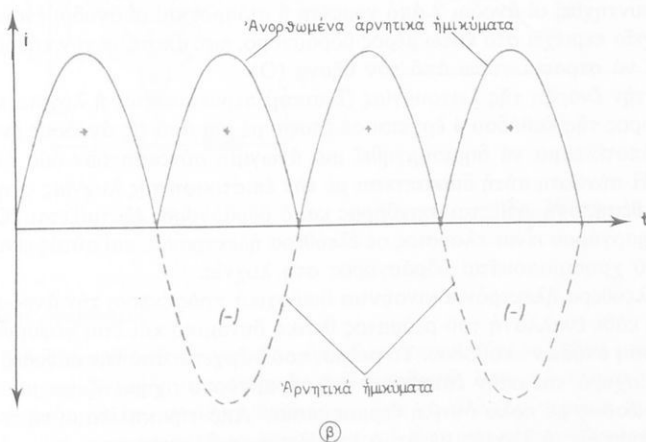
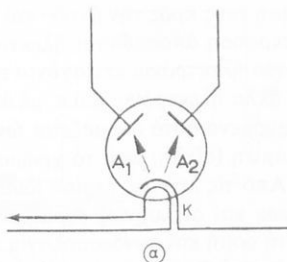
ήμιπερίοδος. Κατά τη διάρκεια της αρνητικής ήμιπερίοδου δεν ρέει ρεύμα. Έτσι στο ανωδικό κύκλωμα ρέει μεταβαλλόμενο ρεύμα αλλά στην ίδια πάντοτε κατεύθυνση, όπως φαίνεται στο σχήμα 20.2γ.

Την περίπτωση αυτή, που έχουμε ροή ρεύματος μόνο στη μισή περίοδο, ονο-

μάζομε **άπλή ανόρθωση** ή **ανόρθωση ήμικύματος**.

Έκτός από τη λυχνία που περιγράψαμε κατασκευάζονται επίσης λυχνίες με **δύο άνοδους** [σχ. 20.2δ(α)]. Στις λυχνίες αυτές επιτυγχάνεται με κατάλληλη συνδεσμολογία, ώστε στη θετική ήμιπερίοδο του ρεύματος ή μία άνοδος νά είναι θετική και ή άλλη αρνητική. Κατόπιν στην αρνητική ήμιπερίοδο ή προηγούμενα θετική άνοδος γίνεται αρνητική και ή αρνητική άνοδος θετική.

Έτσι τά ηλεκτρόνια κινούνται συνεχώς από την κάθοδο προς εκείνη την άνοδο που είναι θετική χωρίς νά παρουσιάζεται διακοπή του ρεύματος. Αποτέλεσμα είναι νά έχομε ανόρθωση του ρεύματος και στίς δύο ήμιπεριόδους όπως



Σχ. 20.2δ.

φαίνεται στο σχήμα 20.2δ(β). Τήν ανόρθωση αυτή ονομάζομε **διπλή ανόρθωση** ή **ανόρθωση πλήρους κύματος**.

Από τό ρεύμα του σχήματος 20.2γ ή του σχήματος 20.2δ(β) μπορούμε νά πάρομε με κατάλληλα υέσα, που θά γνωρίσομε αργότερα, ρεύμα με σχεδόν

σταθερή ένταση, δηλαδή *συνεχές ρεύμα*.

β) Λυχνίες αερίου.

Λυχνίες αερίου χρησιμοποιούνται για την άνορθωση ρευμάτων μεγάλης έντασεως. Περιλαμβάνουν όπως οι λυχνίες υψηλού κενού, άνοδο και πυρακτούμενη κάθοδο, διαφέρουν όμως από αυτές κατά το ότι περιέχουν ευγενές αέριο (π.χ. άργον, νέον, ξέον) ή ατμούς υδραργύρου.

Τά ηλεκτρόνια που εκπέμπονται από τη κάθοδο επιταχύνονται από το ηλεκτρικό πεδίο κατά την κίνησή τους προς την άνοδο και προσκρούουν σέ μόρια του αερίου. Από την πρόσκρουση αποσπώνται ηλεκτρόνια από τά μόρια και δημιουργούνται ιόντα. Τά νέα ηλεκτρόνια επιταχύνονται επίσης στό πεδίο και έλευθερώνουν μέ κρούσεις άλλα ηλεκτρόνια κ.ο.κ. μέ αποτέλεσμα νά δημιουργηθεί ισχυρό ρεύμα. Τό φαινόμενο αυτό ονομάζεται *ιονισμός κρούσεως*. Ό ιονισμός συνοδεύεται από λάμψη (αίγλη) πού τό χρώμα της εξαρτάται από τό χρησιμοποιούμενο αέριο. Από τίς λυχνίες αερίου ιδιαίτερη σημασία έχουν οι *άνορθωτές ατμών υδραργύρου* και οι λυχνίες *θύρατρον*.

Τό σχήμα 20.2ε δείχνει τή δομή και συνδεσμολογία του *άνορθωτή ατμών υδραργύρου*. Ό άνορθωτής αποτελείται από τό γυάλινο δοχείο 1, στό όποιο έχουν συντηχθεί οι άνοδοι 2 από γραφίτη ή σίδηρο, και οι άνοδοι έναυσεως 3. Τό δοχείο περιέχει στό κάτω μέρος υδράργυρο, πού αποτελεί τήν κάθοδο 4 και μπορεί νά στραφεί γύρω από τόν άξονα (Ο).

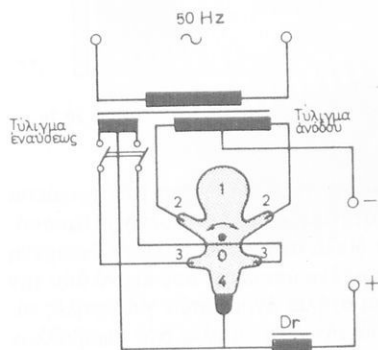
Γιά τήν έναρξη της λειτουργίας (έναυση) περιστρέφεται ή λυχνία και ό υδράργυρος της καθόδου 4 έρχεται σέ έπαφή μέ μία από τίς άνόδους έναυσεως 3, μέ αποτέλεσμα νά δημιουργηθεί μία άγώγιμη σύνδεση των δύο ηλεκτροδίων. Η σύνδεση αυτή διακόπτεται μέ τήν έπιστροφή της λυχνίας στην αρχική της θέση, σχηματίζεται σπινθήρας και ό υδράργυρος εξατμίζεται. Ό ατμός του υδραργύρου είνai πλούσιος σέ έλεύθερα ηλεκτρόνια, και αυτός είναι ό λόγος πού χρησιμοποιείται υδράργυρος στή λυχνία.

Τά έλεύθερα ηλεκτρόνια κινούνται διαδοχικά προς εκείνη τήν άνοδο 2, πού έχει σέ κάθε έναλλαγή του ρεύματος θετικό δυναμικό και έτσι γεφυρώνεται ή απόσταση άνόδων - καθόδου. Τό ρεύμα, πού διέρχεται από τήν κάθοδο, τή θερμαίνει ισχυρά και στήν επιφάνεια του υδραργύρου σχηματίζεται μία κηλίδα πυρακτώσεως μέ πολύ ύψηλή θερμοκρασία. Από τήν κηλίδα αυτή τροφοδοτείται συνεχώς ή λυχνία μέ ατμό και έλεύθερα ηλεκτρόνια.

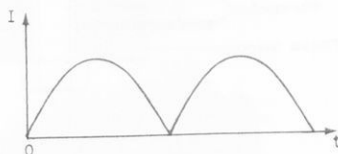
Οί ατμοί του υδραργύρου ψύχονται στά τοιχώματα του χώρου 1 της λυχνίας, συμπυκνώνονται και έπιστρέφουν στην κάθοδο. Τό στραγγαλιστικό πηνίο Dr χρησιμεύει για νά διατηρείται τό ρεύμα στή λυχνία και νά αποφεύγεται τό σβήσιμο του τόξου άνόδου - καθόδου κάθε φορά πού μηδενίζεται τό έναλλασσόμενο ρεύμα. Τό σχήμα 20.2στ(α) δείχνει τή μορφή του άνορθωμένου ρεύματος χωρίς τό στραγγαλιστικό πηνίο και τό σχήμα 20.2στ(β) μέ τό στραγ-

γαλιστικό πηνίο. Παρατηρούμε ότι έχουμε **διπλή ανόρθωση**.

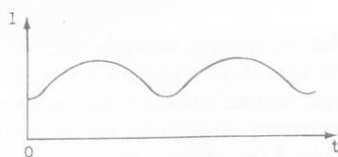
Η λυχνία θύρατρον περιλαμβάνει μεταξύ ανόδου και καθόδου ένα τρίτο ηλεκτρόδιο (όδηγό πλέγμα) με τό δυναμικό τοῦ ὁποῖου, πού εἶναι συνήθως ἀρνητικό, ρυθμίζεται ἡ ροή τῶν ἠλεκτρονίων πρὸς τὴν ἄνοδο. Κατασκευάζονται ἐπίσης λυχνίες θύρατρον με τέσσερα ηλεκτρόδια (τέτροδοι). Οἱ λυχνίες θύρατρον περιέχουν εὐγενές ἀέριο ἢ ἀτμούς ὕδραργύρου καί χρησιμοποιοῦνται σέ ἀνορθωτικές διατάξεις με ρυθμιζόμενη συνεχή τάση, γιά τή δημιουργία ταλαντώσεων, σάν ἠλεκτρονικοί διακόπτες κλπ.



Σχ. 20.2ε.



(α)



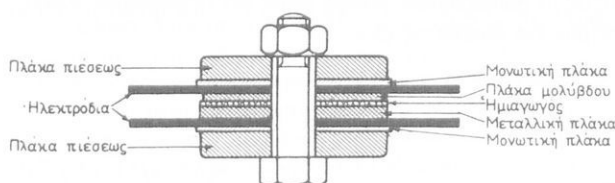
(β)

Σχ. 20.2στ.

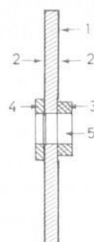
γ) Ξηροί ἀνορθωτές.

Ὁ **ξηρός ἀνορθωτής** ἀποτελεῖται ἀπὸ ἓνα ἢ περισσότερα ζεύγη μεταλλικῶν πλακῶν, πού ὀνομάζονται **στοιχεῖα τοῦ ἀνορθωτῆ**. Στή μιά πλάκα τοῦ στοιχείου δημιουργεῖται με εἰδική διαδικασία ἓνα κατάλληλο στρώμα ἡμιαγωγοῦ καί πάνω σέ αὐτό τό στρώμα ἐφαρμόζεται ἡ δεύτερη πλάκα. Ὑπάρχουν δύο μέθοδοι συνδέσεως τῶν πλακῶν καί συναρμολογήσεως τῶν στοιχείων. Στή μέθοδο **συμπιεσμένων πλακῶν** οἱ πλάκες ὁλῶν τῶν στοιχείων συγκρατοῦνται καί συμπιέζονται ἰσχυρά με τή βοήθεια ἑνός μπουλονιοῦ, ὅπως φαίνεται στό σχῆμα 20.2ζ. Ἔτσι δημιουργεῖται μιά πολὺ ἀνθεκτικὴ κατασκευή. Ὅταν οἱ πλάκες ἔχουν μεγάλο μέγεθος καί δέν μπορεῖ νά ἐξασφαλισθεῖ με αὐτὴ τὴ μέθοδο ὁμοιόμορφη κατανομὴ τῆς πίεσεως στὴν ἐπιφάνεια τῶν πλακῶν, χρησιμοποιεῖται ἡ μέθοδος **ἐλευθέρων ἐπιφανειῶν** (σχ. 20.2η).

Ἡ μεταλλική πλάκα 1 καλύπτεται καί ἀπό τίς δύο πλευρές της μέ στρῶμα ἡμιαγωγῶ 2, στό ὁποῖο ἐπισηκάζεται ἓνα λεπτό στρῶμα μετάλλου (στό σχῆμα δέν εἶναι σχεδιασμένο τό στρῶμα αὐτό). Στό μεταλλικό στρῶμα διοχετεύεται τό ρεῦμα ἀπό τό μεταλλικό δακτύλιο 4 καί περνᾷ στή μεταλλική πλάκα 1 ἀπό



Σχ. 20.2ζ.

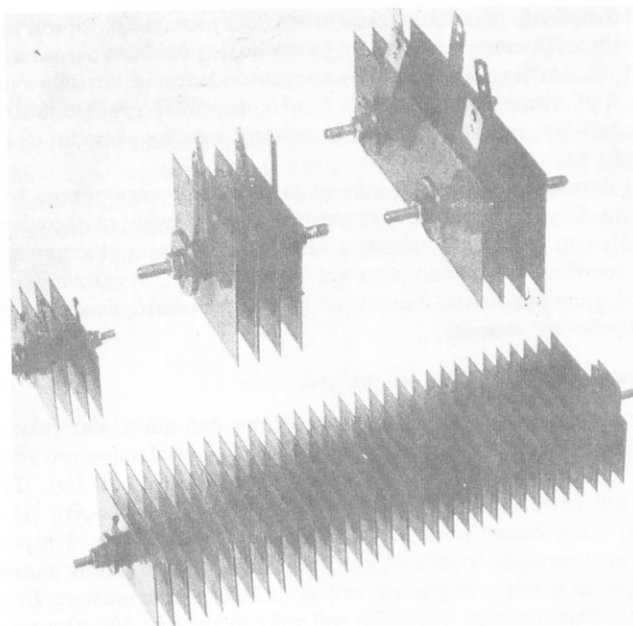


Σχ. 20.2η.

ὅλες τίς πλευρές διασχίζοντας τόν ἡμιαγωγό 2. Ἀπό τήν πλάκα 1 διοχετεύεται στό μεταλλικό δακτύλιο 3, πού εἶναι μέ αὐτήν ἀγώγιμα συνδεδεμένος. Περισσότερες τέτοιες πλάκες τοποθετοῦνται ἢ μιά δίπλα στήν ἄλλη ἀλλά σέ ὀρισμένη ἀπόσταση μεταξύ τους καί συγκρατοῦνται μέ ἓνα μπουλόνι πού περνᾷ ἀπό τήν τρύπα 5 (σχ. 20.2θ). Ἔτσι κατασκευάζονται στήλες ἀνορθωτῶν γιά ὕψηλές τάσεις. Ἡ ἐπιφάνεια 2 χρησιμεύει ἐπίσης γιά τήν ἀκτινοβολία στό περιβάλλον τῆς θερμότητας πού παράγεται κατά τή λειτουργία τοῦ ἀνορθωτῆ.

Ὅταν ἐφαρμοσθεῖ τάση στά ἄκρα ξηροῦ ἀνορθωτῆ, παρουσιάζεται ἀντίσταση στή διέλευση τοῦ ρεύματος, πού δέν εἶναι σταθερή ἀλλά ἐξαρτᾶται ἀπό τήν κατεύθυνση καί τό μέγεθος τῆς τάσεως. Στήν κατεύθυνση ἀπό τόν ἀγωγό πρὸς τόν ἡμιαγωγό (κατεύθυνση φραγῆς) εἶναι 1000 ὡς 10.000 φορές μεγαλύτερη ἀπό ὅτι στήν ἀντίθετη κατεύθυνση (κατεύθυνση διελεύσεως). Τό σχῆμα 20.2ι δείχνει τή χαρακτηριστική καμπύλη τάσεως-ἐντάσεως τοῦ ἀνορθωτῆ, ἀπό τήν ὁποία γίνεται ἀμέσως ἀντιληπτό, ὅτι ἡ ἀντίστασή του εἶναι μὴ ὀhmική. Στήν κατεύθυνση διελεύσεως τό ρεῦμα αὐξάνει γρήγορα, μόλις ἡ τάση περάσει μιά ὀριακή τιμή, ἐνῶ στήν κατεύθυνση φραγῆς ἡ αὐξηση εἶναι πολύ μικρή. Στήν κατεύθυνση αὐτή ρεῖ ἓνα πολύ μικρό **ρεῦμα διαρροῆς**, ἐφόσον ἡ τάση εἶναι μικρότερη ἀπό μιά ὀριακή τιμή, τήν **τάση φραγῆς**. Ἀπό τήν τάση φραγῆς καί ἄνω παρατηρεῖται ἀπότομη αὐξηση τοῦ ρεύματος στήν κατεύθυνση φραγῆς μέ ἀποτέλεσμα τήν καταστροφή τοῦ ἀνορθωτῆ.

Ἄν συνδέσουμε τόν ἀνορθωτῆ σέ πηγή ἐναλλασσόμενου ρεύματος μέ μέγιστη τάση μικρότερη ἀπό τήν τάση φραγῆς, θά διέρχεται ρεῦμα στή μία μόνο ἡμιπερίοδο, δηλαδή θά ἔχομε ἀνόρθωση τοῦ ἐναλλασσόμενου ρεύματος. Ἡ τάση φραγῆς ἀνέρχεται σέ 5 ὡς 25 V ἀνά ἀνορθωτικό στοιχεῖο, ἀνάλογα μέ τόν



Σχ. 20.20.



Σχ. 20.21.

ήμιαγωγό που χρησιμοποιείται. Όταν απαιτούνται μεγαλύτερες τάσεις λειτουργίας, συνδέονται σε σειρά περισσότερα στοιχεία με τη μέθοδο των συμπίεσμένων πλακών ή των ελευθέρων επιφανειών που περιγράψαμε.

Τό μέγιστο ρεύμα, που επιτρέπεται να ρέει στον ανορθωτή, εξαρτάται από την ψύξη που εφαρμόζεται για να μην εμφανισθεί υπερθέρμανση. Σε φυσική ψύξη (αυτόψυξη) η θερμότητα ακτινοβολείται στο γύρω χώρο από την επιφάνεια

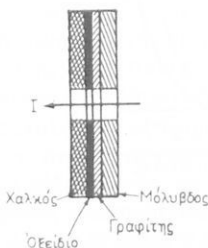
νεια του άνορθωτή. Μεταλλικά έλάσματα, που προσαρμόζονται στά άνορθωτικά στοιχεία, αυξάνουν την επιφάνεια άκτινοβολίας και διευκολύνουν την άπαγωγή της θερμότητας. **Τεχνητή ψύξη** πραγματοποιείται με κατευθυνόμενο ρεύμα άέρα ή με άναρρόφηση άέρα. Σέ ύψηλές φορτίσεις χρησιμοποιείται και ή ψύξη με λάδι-μετασχηματιστών. Ό άνορθωτής τότε τοποθετείται σέ ένα κλειστό δοχείο λαδιού.

Ξηροί άνορθωτές χρησιμοποιούνται συνεχώς και περισσότερο στήν ήλεκτροτεχνία. Συγκριτικά μέ τίς ήλεκτρονικές λυχνίες έχουν τό πλεονέκτημα ότι δέν χρειάζονται ρεύματα θερμάνσεως, δέν είναι ευαίσθητοι σέ κτυπήματα, μπορούν νά τοποθετηθούν όπουδήποτε και δέν φθείρονται. Άνάλογα μέ τόν ήμιαγωγό που χρησιμοποιείται, διακρίνομε ξηρούς άνορθωτές **ύποξειδίου του χαλκού, σεληνίου και πυριτίου.**

1) Άνορθωτές ύποξειδίου του χαλκού.

Ένα στοιχείο του άνορθωτή κατασκευάζεται από μία πλάκα χαλκού, στήν όποία δημιουργείται μέ έρυθροπύρωση ένα στρώμα ύποξειδίου του χαλκού και από μία πλάκα μολύβδου σάν αντίθετο ήλεκτρόδιο (σχ. 20.2α). Πάνω στό στρώμα του ύποξειδίου τοποθετείται ένα λεπτό στρώμα γραφίτη γιά νά εξασφαλισθεϊ καλή έπαφή μεταξύ τών πλακών. Οί δύο πλάκες ή περισσότερα στοιχεία μαζί συναρμολογούνται κατά τή μέθοδο συμπιεσμένων πλακών. Κατασκευάζονται έπίσης στοιχεία και στήλες μέ έλεύθερες επιφάνειες. Στίς χάλκινες πλάκες δημιουργείται ύποξείδιο του χαλκού και στίς δύο πλευρές και τόπιν τοποθετείται κατάλληλα τό μεταλλικό στρώμα όπως περιγράψαμε ήδη.

Η κατεύθυνση διελεύσεως, που στους άνορθωτές σημειώνεται από τό άρνητικό ήλεκτρόδιο πρός τό θετικό, είναι: μολύβδος — στρώμα ύποξειδίου — χαλός.



Σχ. 20.2α.

Τά κύρια χαρακτηριστικά του άνορθωτή είναι:

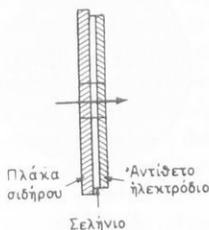
- Τάση φραγής: 5...8 V.
- Φόρτιση: 50 mA ανά cm² μέ φυσική ψύξη, 150 mA ανά cm² μέ τεχνητή ψύξη.

- Θερμοκρασία λειτουργίας: $\leq 50^{\circ}\text{C}$.
- Συντελεστής αποδόσεως: 70% περίπου.

2) Άνορθωτές σεληνίου.

Ένα στοιχείο αποτελείται από μία επινικελωμένη σιδερένια πλάκα, πάνω στην οποία έχει τοποθετηθεί ένα λεπτό στρώμα σεληνίου (σχ. 20.2ιβ).

Με έρυθροπύρωση αποκτά το σελήνιο κρυσταλλική μορφή και κατόπιν ψεκάζεται με ένα κράμα κασσιτέρου - καδμίου. Έτσι δημιουργείται ένα λεπτό στρώμα που σχηματίζει το αντίθετο ηλεκτρόδιο. Μία επάλειψη με βερνίκι



Σχ. 20.2ιβ.

προστατεύει το στοιχείο από εξωτερικές επιδράσεις. Περισσότερα στοιχεία συναρμολογούνται σε στήλες κατά τη μέθοδο των ελευθέρων επιφανειών.

Τα τεχνικά χαρακτηριστικά του άνορθωτή σεληνίου είναι:

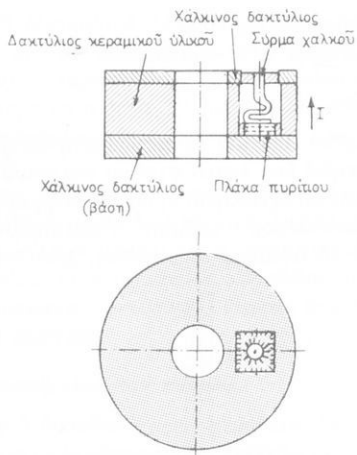
- Κατεύθυνση διελεύσεως: σίδηρος — σελήνιο — κασσίτερος — καδμίο.
- Τάση φραγής: 25 ... 28 V.
- Φόρτιση: 50 mA ανά cm^2 με φυσική ψύξη, 150 mA ανά cm^2 με τεχνητή ψύξη.
- Θερμοκρασία λειτουργίας: $\leq 80^{\circ}\text{C}$.
- Συντελεστής αποδόσεως: 92% περίπου.

3) Άνορθωτές πυριτίου.

Παρουσιάζουν μεγάλες τάσεις φραγής, δυνατότητα ισχυρής φορτίσεως και πολύ καλό συντελεστή αποδόσεως. Η άνορθωτική δράση παρουσιάζεται στη θέση συντήξεως ενός χάλκινου ηλεκτροδίου (άγωγου) και μιάς μικρής πλάκας πυριτίου (ήμιαγωγού). Για να διευκολυνθεί η άπαγωγή της θερμότητας, που δημιουργείται εξαιτίας της ισχυρής φορτίσεως στερεώνεται ο άνορθωτής σε μία κυλινδρική χάλκινη βάση (σχ. 20.2ιγ).

Τεχνικά χαρακτηριστικά του άνορθωτή πυριτίου:

- Κατεύθυνση διελεύσεως: πυρίτιο — χαλκός.



Σχ. 20.21γ.

- Τάση φραγής: 380 V περίπου.
 - Φόρτιση: 80 A ανά cm^2 με φυσική ψύξη, 200 A ανά cm^2 με τεχνητή ψύξη.
 - Θερμοκρασία λειτουργίας: ως 140°C .
 - Συντελεστής αποδόσεως: 99,6% περίπου.
- Για την ίδια ισχύ έχει τό 1/15 του μεγέθους του άνορθωτή σεληνίου.

δ) Κρυσταλλοδιόδοι.

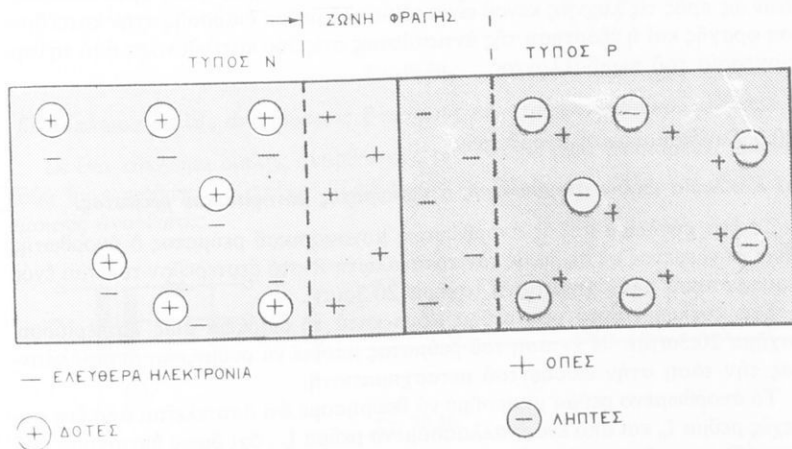
Δίοδοι από ήμιαγωγούς ή **κρυσταλλοδιόδοι** χρησιμοποιούνται σήμερα σε μεγάλο βαθμό για την άνορθωση έναλλασσομένων ρευμάτων αντί των λυχνιών κενού.

Οι **ήμιαγωγοί** είναι στερεά σώματα με κρυσταλλική δομή και με άγωγιμότητα μεταξύ εκείνης των μετάλλων, δηλαδή των άγωγών και των μονωτικών υλικών των μη άγωγών. Σε όρισμένες διατάξεις ήμιαγωγών είναι δυνατό να ρυθμισθεί ή διέλευση του ηλεκτρικού ρεύματος όπως και στίς ηλεκτρονικές λυχνίες, χωρίς όμως να απαιτείται, όπως σε αυτές, κενό άέρα και πυρακτωμένη κάθοδος.

Κατάλληλα υλικά για τό σκοπό αυτό, με βάση την κρυσταλλική τους δομή, είναι τό **γερμάνιο** και τό **πυρίτιο**. Τά υλικά αυτά σε καθαρή κατάσταση, όταν δηλαδή περιλαμβάνουν μόνο κρυστάλλους γερμανίου ή πυριτίου, είναι σχεδόν μονωτές. Για να αύξησμε την άγωγιμότητά τους προσθέτομε σε έλάχιστη ποσότητα ένα κατάλληλο διαφορετικό υλικό, π.χ. άρσενικό, φωσφόρο, βόριο κλπ. Άνάλογα με τό υλικό πού χρησιμοποιούμε, δημιουργούνται δύο είδων ή-

μιαγωγοί: α) Ήμιαγωγοί με πολλά ελεύθερα ηλεκτρόνια, **οί ήμιαγωγοί τύπου N**, ύστερα από πρόσμιξη ύλικου που χαρακτηρίζεται **δότης**. β) Ήμιαγωγοί με πολλές θέσεις στη δομή του κρυστάλλου, που μπορούν να συμπληρωθούν με ηλεκτρόνια, ύστερα από πρόσμιξη ύλικου που χαρακτηρίζεται **λήπτης**. Οί θέσεις αυτές ονομάζονται **όπες** και οί ήμιαγωγοί με όπες **ήμιαγωγοί τύπου P**. Καί οί δύο τύποι ήμιαγωγών είναι ηλεκτρικά **ουδέτεροι** όταν βρίσκονται χωρισμένοι.

Όταν φέρομε σέ επαφή ένα ήμιαγωγό τύπου P με ήμιαγωγό τύπου N δημιουργείται στή θέση επαφής μία ζώνη στην οποία εναλλάσσονται ηλεκτρόνια με όπες (σχ. 20.2ιδ). Έλεύθερα ηλεκτρόνια της περιοχής N εισέρχονται στην περιοχή P και συμπληρώνουν αντίστοιχες όπες, ενώ όπες της περιοχής P εισέρχονται στην περιοχή N και ενώνονται με ίσο αριθμό ηλεκτρονίων. Η απόλεια ηλεκτρονίων από τον ήμιαγωγό N και όπων από τον ήμιαγωγό P έχει σαν αποτέλεσμα νά αποκτήσει ή περιοχή N θετικό δυναμικό και ή περιοχή P αρνητικό δυναμικό και νά δημιουργηθεί μεταξύ τους **διαφορά δυναμικού**, που εμποδίζει τή ροή ηλεκτρονίων από τον ήμιαγωγό N στον P και όπων από τον P στον N. Έτσι σταματά ή ανταλλαγή ηλεκτρονίων - όπων και σχηματίζεται γύρω από τή θέση επαφής μία ζώνη ύψηλης αντίστασέως με ελάχιστους ελεύθερους φορείς (ηλεκτρόνια ή όπες), ή **ζώνη φραγής**.



Σχ. 20.2ιδ.

Άν τώρα εφαρμοσθεί αρνητικό δυναμικό στον ήμιαγωγό P καί θετικό δυναμικό στον ήμιαγωγό N (ανάστροφη πόλωση της επαφής P-N), εμποδίζεται ή διέλευση ρεύματος από τήν επαφή (εκτός από ένα ελάχιστο ρεύμα διαρροής), ενώ αυξάνεται ή ζώνη φραγής. Άν, αντίστροφα, εφαρμοσθεί τάση με θετικό

δυναμικό στόν ήμιαγωγό P και άρνητικό στόν ήμιαγωγό N (όρθή πόλωση της επαφής P-N), καταργείται ή ζώνη φραγής και επιτρέπεται ή διέλευση ρεύματος από την επαφή. Παρατηρούμε ότι ή ζώνη φραγής δρᾷ σάν άνορθωτής.

Ή χαρακτηριστική καμπύλη τάσεως ρεύματος της διόδου είναι όμοια μέ εκείνη τών ξηρών άνορθωτών. Ή διόδος παρουσιάζει όμως συγκριτικά μέ αυτούς μία σειρά πλεονεκτημάτων. Ή τάση φραγής είναι μεγαλύτερη από 100 V και έπομένως σημαντικά ευνοϊκότερη. Ή χωρητικότητα της διόδου είναι εξαιρετικά μικρή. Έτσι μπορεί νά χρησιμοποιηθεί σέ ύψηλές συχνότητες. Ή όριακή τιμή τάσεως στήν περιοχή διελύσεως, γιά νά γίνει ή διόδος έντελώς διαπερατή, άνέρχεται σέ 0,2 V περίπου και είναι πολύ μικρότερη από τίς αντίστοιχες τιμές ξηρών άνορθωτών. Μειονέκτημα της διόδου είναι ή μικρή έπιτρεπόμενη φόρτιση, έπειδή ή θερμότητα πού δημιουργείται κατά την άνόρθωση μεταδίδεται δύσκολα στό περιβάλλον. Ένώ οί ξηροί άνορθωτές μπορούν νά χρησιμοποιηθούν σέ ισχυρά φορτία, περιορίζεται ή χρήση της διόδου στήν άνόρθωση ρευμάτων μέχρι 5 mA περίπου.

Συγκριτικά μέ τίς λυχνίες κενού οί κρυσταλλοδιόδοι παρουσιάζουν τά έξης πλεονεκτήματα: Συμπαγή κατασκευή, συνδυασμένη μέ μικρό όγκο, δυνατότητα άμεσης έναρξεως λειτουργίας, άποφυγή ρευμάτων θερμάνσεως, δυνατότητα τοποθετήσεώς τους σέ όποιαδήποτε σχεδόν θέση, μεγαλύτερο συντελεστή άποδόσεως και μεγαλύτερη διάρκεια ζωής. Μειονεκτήματα τών κρυσταλλοδιδών ως πρός τίς λυχνίες κενού είναι τό ύψηλό ρεύμα διαρροής στήν κατευθύνση φραγής και ή εξάρτηση της αντίστάσεως στίς δύο κατευθύνσεις από τή θερμοκρασία του περιβάλλοντος.

20.3 Συνδεσμολογίες άνορθωτών.

α) Κύκλωμα άπλης άνορθώσεως ή ήμικύματος μονοφασικού ρεύματος.

Σέ ένα κύκλωμα άπλης άνορθώσεως μονοφασικού ρεύματος ό άνορθωτής είναι συνδεμένος σέ σειρά μέ τόν καταναλωτή R στό δευτερεύον τύλιγμα ενός μονοφασικού μετασχηματιστή [σχήμα 20.3α(α)].

Στό κύκλωμα αυτό ρέει ρεύμα μόνο κατά τή διάρκεια μιᾶς ήμιπεριόδου, [σχήμα 20.3α(β)]. Ή ένταση του ρεύματος μπορεί νά ρυθμίζεται μεταβάλλοντας τήν τάση στήν είσοδο του μετασχηματιστή.

Τό άνορθωμένο ρεύμα μπορούμε νά θεωρήσουμε ότι αποτελείται από ένα συνεχές ρεύμα I_0 και από ένα έναλλασσόμενο ρεύμα I_e , όχι όμως ήμιτονικό, πού προστίθεται στό συνεχές. Είναι δηλαδή ένα **μικτό ρεύμα**, σύμφωνα μέ όσα έχομε άναφέρει στήν παράγραφο 14.1.

Τό συνεχές ρεύμα I_0 είναι ή **μέση τιμή** του άνορθωμένου ρεύματος και δίνεται από τή σχέση:

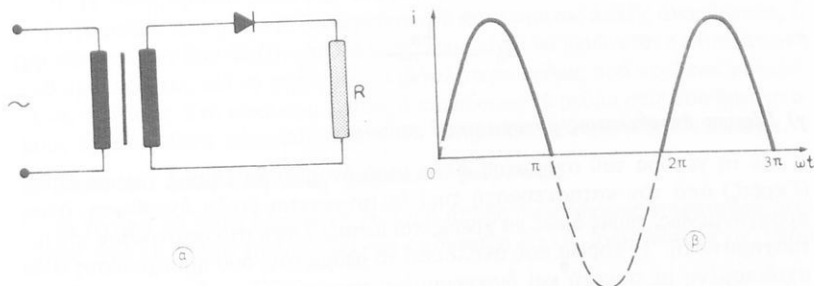
$$I_0 = \frac{I_m}{\pi} \quad (1)$$

όπου I_m ή μέγιστη τιμή του ήμιτονικού ρεύματος που άνορθώνεται.

Τό άνορθωμένο ρεύμα χαρακτηρίζεται επίσης με την **ένεργό τιμή** του I_a , που άντιστοιχεί στό συνεχές ρεύμα, που παράγει σέ ένα άντιστάτη τό ίδιο ποσό θερμότητας με τό άνορθωμένο ρεύμα στόν ίδιο χρόνο. Ή ένεργός τιμή έκφράζει τό θερμικό άποτέλεσμα τόσο του συνεχούς ρεύματος I_0 όσο καί του έναλλασσόμενου ρεύματος I_e , γι' αυτό είναι μεγαλύτερη από τό I_0 . (Είναι φανερό ότι άν τό άνορθωμένο ρεύμα δέν περιλάβαινε έναλλασσόμενο ρεύμα θά ήταν $I_a = I_0$).

Στήν άνόρθωση άπλου ρεύματος έχομε:

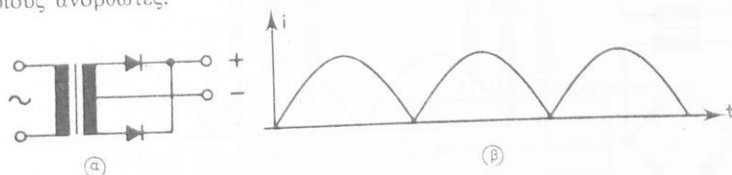
$$I_a = \frac{I_m}{2} \quad (2)$$



Σχ. 20.3α.

β) Κύκλωμα διπλής άνορθώσεως ή πλήρους κύματος μονοφασικού ρεύματος.

Σέ ένα κύκλωμα διπλής άνορθώσεως ρέει ρεύμα κατά τή διάρκεια καί των δύο ήμιπεριοδών. Τό σχήμα 20.3β(α) δείχνει ένα τέτοιο κύκλωμα με δύο άνορθωτές.



Σχ. 20.3β.

Ο καταναλωτής R είναι συνδεδεμένος στό μέσο του δευτερεύοντος τυλίγματος, γι' αυτό τό κύκλωμα ονομάζεται άνορθωτής **μεσαίας λήψεως**.

Όταν ή τάση στό δευτερεύον έχει τή φορά που δείχνει τό βέλος U_2 , ρέει στό κύκλωμα τό ρεύμα που έχει σχεδιασθεί με συνεχή γραμμή. Όταν ή τάση έχει τή φορά του βέλους U_2' , τό ρεύμα ακολουθεί τή διαδρομή που δείχνει ή διακεκομμένη γραμμή. Παρατηρούμε ότι τό ρεύμα ρέει πάντα στην ίδια κατεύθυνση στόν άντιστάτη R.

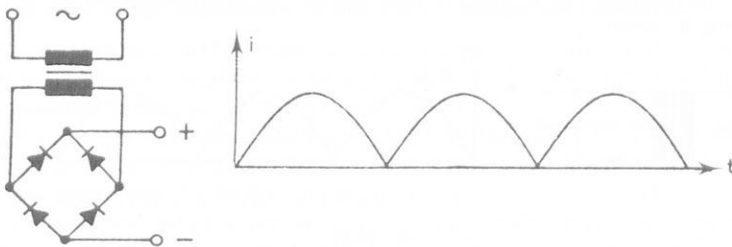
Οι τάσεις U_2 , U_2' έχουν διαφορά φάσεως 180° , ώστε όταν τελειώνει η θετική π.χ. ήμιπερίοδος της μιᾶς ἀρχίζει η θετική ήμιπερίοδος της ἄλλης κ.ο.κ. Ὁ ἀνορθωτής δηλαδή ἐργάζεται ἐναλλακτικά με ἀποτέλεσμα νά προκύπτει ἡ κυματομορφή ἀνορθωμένου ρεύματος τοῦ σχήματος 20.3β(β). Στὴν οὐσία ἔχομε δύο μονοφασικούς ἀνορθωτές ἀπλῆς ἀνορθώσεως πού συνεργάζονται γιὰ νά δώσουν τὴ διπλὴ ἀνορθωση. Κάθε ἀνορθωτὴς ἐργάζεται με τὴ **μισή τάση** τοῦ δευτερεύοντος. Ἡ τιμὴ τοῦ συνεχοῦς ρεύματος I_0 καὶ ἡ ἐνεργὸς τιμὴ I_a στὴ διπλὴ ἀνορθωση δίνονται ἀπὸ τίς σχέσεις:

$$I_0 = \frac{2I_m}{\pi} \quad (3)$$

$$I_a = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

γ) Γέφυρα ἀνορθώσεως μονοφασικοῦ ρεύματος.

Με τὴ γέφυρα τοῦ σχήματος 20.3γ [πού ὀνομάζεται ἐπίσης γέφυρα Grätz (Γκρέτζ) ἀπὸ τὸν κατασκευαστὴ της] ἐπιτυγχάνεται διπλὴ ἀνορθωση, ὅπως προηγουμένως, χωρὶς ὅμως νά χρειάζεται μεσαία λήψη στό δευτερεῦον τοῦ μετασχηματιστή. Ἡ πορεία πού ἀκολουθεῖ τὸ ρεῦμα στίς δύο ἡμιπεριόδους εἶναι σχεδιασμένη με συνεχὴ καὶ διακεκομμένη γραμμὴ. Ὅταν ἡ τάση στό δευτερεῦον εἶναι θετικὴ (συνεχὴς γραμμὴ) οἱ ἀνορθωτὲς Α καὶ C ἐπιτρέπουν τὴ διέλευση τοῦ ρεύματος, ἐνῶ οἱ ἀνορθωτὲς D καὶ Β τὴν ἐμποδίζουν. Τὴν ἐπόμενη ἡμιπερίοδο οἱ D καὶ Β ἐπιτρέπουν τὴ διέλευση, ἐνῶ οἱ Α καὶ C τὴν ἐμποδίζουν.



Σχ. 20.3γ.

Με τὴ γέφυρα ἀνορθώσεως ἀξιοποιεῖται **δλόκληρη ἡ τάση** τοῦ δευτερεύοντος. Ἐτσι παίρνομε στὸν καταναλωτὴ R τὴν ἴδια συνεχὴ τάση με τὴ διάταξη μεσαίας λήψεως, ἀλλὰ με τὴ μισὴ τάση στό δευτερεῦον τοῦ μετασχηματιστή.

Άρα μπορούμε νά χρησιμοποιήσουμε μικρότερο καί φθηνότερο μετασχηματιστή.

Ἡ τιμή τοῦ συνεχοῦς ρεύματος I_0 καί ἡ ἐνεργός τιμή I_a δίνονται καί στή γέφυρα ἀνορθώσεως ἀπό τίς σχέσεις (3) καί (4).

δ) Σύγκριση ἀπλῆς καί διπλῆς ἀνορθώσεως.

Τό κύκλωμα ἀπλῆς ἀνορθώσεως εἶναι φθηνότερο ἀπό τά κυκλώματα διπλῆς ἀνορθώσεως ἐπειδή χρησιμοποιεῖ ἕνα μόνο ἀνορθωτή καί πιό μικρό μετασχηματιστή. Ἐχει ὅμως διάφορα μειονεκτήματα:

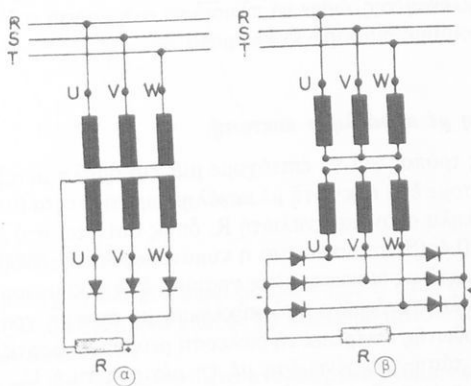
1) Ἡ ἀπόδοσή του εἶναι μισή ἀπό τήν ἀπόδοση τῶν κυκλωμάτων διπλῆς ἀνορθώσεως.

2) Ἡ τάση ἐξόδου εἶναι πιό ἀνώμαλη.

3) Τό ρεῦμα πού ρεῖ στο δευτερεύον τοῦ κυκλώματος ἀπλῆς ἀνορθώσεως ἔχει πάντοτε τήν ἴδια διεύθυνση. Ἀποτέλεσμα εἶναι νά μειώνεται ἡ αὐτεπαγωγή τοῦ πρωτεύοντος καί νά ρεῖ σέ αὐτό μεγαλύτερο ρεῦμα, πού προξενεῖ μεγαλύτερες ἀπώλειες. Στό κύκλωμα διπλῆς ἀνορθώσεως τό ρεῦμα στίς δύο ἡμιπεριόδους ἔχει ἀντίθετη κατεύθυνση καί δέν ἐπηρεάζει τό πρωτεύον κύκλωμα.

ε) Ἀπλή καί διπλή ἀνόρθωση τριφασικοῦ ρεύματος.

Τό σχῆμα 20.3δ(α) δείχνει τή διάταξη ἀπλῆς ἀνορθώσεως τριφασικοῦ ρεύματος, ἐνῶ τό σχῆμα 20.3δ(β) δείχνει τή διάταξη διπλῆς ἀνορθώσεως τοῦ ἴδιου



Σχ. 20.3δ.

ρεύματος. Παρατηροῦμε ὅτι γιά τήν ἀπλή ἀνόρθωση χρειάζονται τρεῖς ἀνορθωτές καί γιά τή διπλή ἑξί.

20.4 Έξομάλυνση της άνορθωμένης τάσεως.

Η άνορθωμένη τάση που εμφανίζεται στα άκρα του φορτίου R έχει την μορφή του σχήματος 20.3α(β) σε ένα άνορθωτή απλής άνορθώσεως και τη μορφή του σχήματος 20.3β(β) σε ένα άνορθωτή διπλής άνορθώσεως. Παρατηρούμε και στις δύο περιπτώσεις, ότι η τάση παρουσιάζει μεγάλες **κυματώσεις**.

Ένα μέτρο της κυματώσεως του κυκλώματος αποτελεί ο **συντελεστής κυματώσεως** γ , που ορίζεται από το πηλίκο της ενεργού τιμής του έναλλασσόμενου ρεύματος I_E προς την τιμή του συνεχούς ρεύματος I_0 .

$$\gamma = \frac{I_E}{I_0} \quad (1)$$

Όσο μεγαλύτερη είναι η κυμάτωση τόσο μεγαλύτερο είναι το έναλλασσόμενο ρεύμα I_E συγκριτικά με το συνεχές ρεύμα I_0 , τόσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής κυματώσεως.

Αποδεικνύεται ότι:

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{I_a}{I_0}\right)^2 - 1} \quad (2)$$

όπου I_a η ενεργός τιμή του άνορθωμένου ρεύματος. Έτσι από τη (2) και τις σχέσεις (1) ως (4) της 20.3 παίρνουμε για την απλή άνορθωση $\gamma = 1,21$ και για τη διπλή άνορθωση, που έχει λιγότερη κυμάτωση, $\gamma = 0,48$.

Για να μειώσουμε την κυμάτωση της άνορθωμένης τάσεως, δηλαδή να επιτύχουμε την **έξομάλυνσή** της, ώστε να πλησιάσει στη μορφή του συνεχούς ρεύματος, χρησιμοποιούμε διάφορα κυκλώματα.

α) Έξομάλυνση με παράλληλο πυκνωτή.

Ένας απλός τρόπος για να επιτύχουμε μία πιο όμαλη μεταβολή της τάσεως είναι να συνδέσουμε ένα πυκνωτή με μεγάλη χωρητικότητα (συνήθως ηλεκτρολυτικό) παράλληλα στον καταναλωτή R, όπως φαίνεται στο σχήμα 20.4α(α).

Στό σχήμα 20.4α(β) παριστάνεται η κυματομορφή της άνορθωμένης τάσεως χωρίς τον πυκνωτή με διακεκομμένη γραμμή, ενώ η κυματομορφή με τον πυκνωτή παράλληλα συνδεδεμένο στο κύκλωμα, με συνεχή γραμμή.

Όταν ο άνορθωτής επιτρέπει τη διέλευση ρεύματος, φορτίζεται ο πυκνωτής μέχρις ότου η τάση του γίνει ίση με τη μέγιστη τιμή U_m της ήμιτονικής τάσεως (σημεία α, γ, ε της καμπύλης). Στη συνέχεια η τάση u της πηγής γίνεται μικρότερη από την τάση U_m του πυκνωτή με αποτέλεσμα να σταματήσει η ροή ρεύματος στο κύκλωμα πηγής - πυκνωτή. Αυτό οφείλεται στο ότι η δίοδος εμποδίζει το ρεύμα να κινηθεί αντίθετα από τον πυκνωτή προς την πηγή.

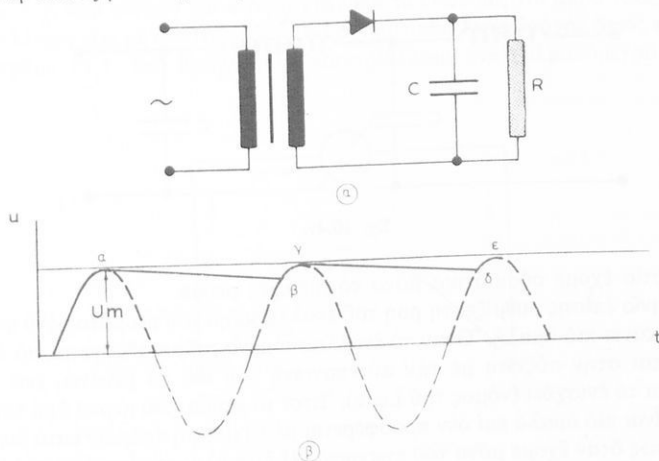
Ο πυκνωτής εκφορτίζεται τώρα μέσω του φορτίου R, έως ότου η τάση στην πηγή γίνει μεγαλύτερη από την τάση στους όπλισμούς του και αρχίσει πάλι να

φορτίζεται.

Η εκφόρτιση του πυκνωτή γίνεται αργά, σύμφωνα με τη σταθερά χρόνου RC του πυκνωτή γιατί η αντίσταση R είναι πολύ μεγάλη, όπως επίσης η χωρητικότητα C , με αποτέλεσμα η μείωση της τάσεως στους όπλισμούς του πυκνωτή να είναι μικρή, μέχρι δηλαδή τα σημεία β , δ , της ημιτονικής καμπύλης.

Η τάση στους όπλισμούς του πυκνωτή είναι ταυτόχρονα και η τάση στον αντιστάτη R . Παρατηρούμε ότι η μεταβολή της ακολουθεί σχεδόν την περιβάλλουσα της ανορθωμένης τάσεως στο σχήμα 20.4α, δηλαδή την καμπύλη που προκύπτει αν ενώσουμε τις κορφές των μισών κυματομορφών (εϋθεία γραμμή).

Εξομάλυνση με πυκνωτή — και μάλιστα καλύτερη — επιτυγχάνουμε επίσης και στη διάταξη διπλής ανορθώσεως.

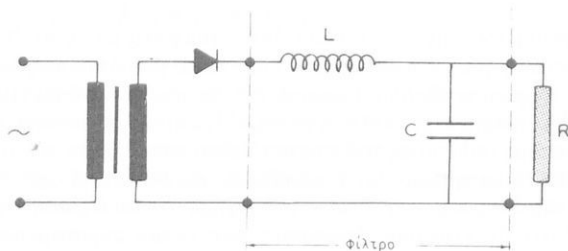


Σχ. 20.4α.

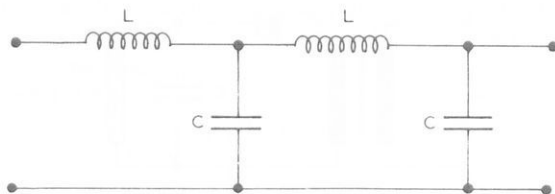
β) Φίλτρο επαγωγικής εισόδου.

Το σχήμα 20.4β δείχνει ένα κύκλωμα με ένα πηνίο L στον οριζόντιο κλάδο και ένα πυκνωτή C στον εγκάρσιο κλάδο. Το κύκλωμα αυτό αποτελεί ένα **φίλτρο επαγωγικής εισόδου**.

Το συνεχές ρεύμα που περιέχεται στο ανορθωμένο ρεύμα περνά ανεμπόδιστα από το πηνίο, όχι όμως και από τον πυκνωτή που αποτελεί διακοπή για ένα κύκλωμα συνεχούς ρεύματος. Έτσι το συνεχές ρεύμα φθάνει στην έξοδο του φίλτρου. Αντίθετα, το εναλλασσόμενο ρεύμα συναντά την αντίσταση ωL του πηνίου και κατόπιν περνά από τον πυκνωτή πιο εύκολα από ότι από τον καταναλωτή R που έχει πολύ μεγαλύτερη αντίσταση. Ο πυκνωτής δηλαδή βραχυκυκλώνει την έξοδο του φίλτρου για το εναλλασσόμενο ρεύμα και έτσι



Σχ. 20.4β.



Σχ. 20.4γ.

στό φορτίο έχουμε ουσιαστικά μόνο το συνεχές ρεύμα.

Τό πηνίο επίσης ρυθμίζει τη ροή του εναλλασσόμενου ρεύματος στο φίλτρο και την κάνει πιο όμαλη. Όταν το εναλλασσόμενο ρεύμα αυξάνεται, τό πηνίο αντιτίθεται στην αύξηση με την αυτεπαγωγή του και τό μειώνει, ενώ όταν μειώνεται τό ενισχύει (νόμος του Lenz). Έτσι τό ρεύμα πού περνά από τόν πυκνωτή είναι πιο όμαλό και δέν προσφέρεται με τή μορφή παλμών κατά διαστήματα, όπως όταν έχουμε μόνο τού πυκνωτή. Η εξομάλυνση είναι εδώ καλύτερη και ή καταπόνηση τού άνορθωτή και τών άλλων στοιχείων τού κυκλώματος μικρότερη.

Όταν δέν έπαρκει ένα μόνο φίλτρο για τήν εξομάλυνση συνδέεται σε σειρά ένα δεύτερο φίλτρο (σχ. 20.4γ).

γ) Φίλτρο χωρητικής είσόδου.

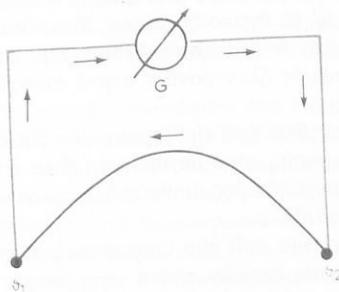
Αν άναστρέψουμε τό φίλτρο τού σχήματος 20.4β έρχεται ό πυκνωτής C στην είσοδο τού φίλτρου και σχηματίζεται ένα φίλτρο *χωρητικής είσόδου*. Η τάση στην έξοδο τού φίλτρου αυτού είναι ύψηλότερη από τήν τάση τού φίλτρου επαγωγικής είσόδου για μικρά ρεύματα φορτίου και πλησιάζει στή μέγιστη τιμή τής ήμιτονικής τάσεως. Προϋπόθεση όμως είναι ότι τό φορτίο παραμένει σταθερό. Όταν τό φορτίο μεταβάλλεται και απαιτείται σταθερή τάση, τό φίλτρο χωρητικής είσόδου είναι άκατάλληλο και χρησιμοποιούνται φίλτρα επαγωγικής είσόδου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΙΚΟΣΤΟ ΠΡΩΤΟ

ΘΕΡΜΟΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ

21.1 Θερμοηλεκτρική τάση — Θερμοστοιχεία.

Έκτελούμε τό ἐξῆς πείραμα: Παίρνομε δύο σύρματα ἀπό διαφορετικό μέταλλο, π.χ. ἀπό σίδηρο καί κονσταντάν καί τά ἐνώνομε στά ἄκρα τους, εἴτε μέ συγκόλληση εἴτε μέ σύντηξη, ὥστε νά σχηματισθεῖ ἕνας βρόχος ὅπως φαίνεται στό σχῆμα 21.1. Στό βρόχο αὐτό παρεμβάλλομε ἕνα γαλβανόμετρο G.



Σχ. 21.1.

Ἄν τώρα θερμάνομε τή μία ἀπό τίς δύο θέσεις ἐπαφῆς τῶν δύο μετάλλων, ὥστε νά ἀποκτήσει ὑψηλότερη θερμοκρασία ἀπό τήν ἄλλη θέση, θά παρατηρήσομε ὅτι ἀπό τό γαλβανόμετρο περνᾷ ρεῦμα. Ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος αὐτοῦ εἶναι τόσο μεγαλύτερη, ὅσο μεγαλύτερη εἶναι ἡ διαφορά θερμοκρασίας μεταξὺ τῶν δύο θέσεων. Ἄν ἀντίθετα ψύξομε τήν ἴδια θέση ἐπαφῆς, ὥστε νά ἀποκτήσει χαμηλότερη θερμοκρασία ἀπό τήν ἄλλη θέση, παρατηροῦμε ὅτι ἀπό τό γαλβανόμετρο περνᾷ πάλι ρεῦμα ἀλλά σέ ἀντίθετη κατεύθυνση ἀπό τήν προηγούμενη. Ἡ ἔνταση καί στήν περίπτωση αὐτή αὐξάνει, ὅσο αὐξάνει ἡ διαφορά θερμοκρασίας τῶν δύο θέσεων ἐπαφῆς.

Ἡ ἐμφάνιση ρεύματος στίς δύο περιπτώσεις σημαίνει ὅτι στό κύκλωμα ἀναπτύσσεται ὀρισμένη τάση πού ἔχει σάν ἀποτέλεσμα τή δημιουργία τοῦ ρεύματος.

τος. Τήν τάση αυτή ονομάζουμε *θερμοηλεκτρική τάση* και αντίστοιχα τó ρεύμα, *θερμοηλεκτρικό ρεύμα*.

Τό φαινόμενο τῆς ἐμφανίσεως τάσεως σέ ἓνα κλειστό κύκλωμα ἀπό δύο διαφορετικά μέταλλα, όταν οἱ θέσεις ἐπαφῆς τῶν μετάλλων ἔχουν διαφορετική θερμοκρασία ονομάζεται θερμοηλεκτρικό φαινόμενο.

Τό θερμοηλεκτρικό φαινόμενο ἐρμηνεύεται ὡς ἑξῆς: Ὅταν φέρομε σέ ἐπαφή δύο διαφορετικά μέταλλα, ἐλεύθερα ἠλεκτρόνια ἀπό τó ἓνα μέταλλο εἰσέρχονται, λόγω τῆς θερμικῆς τους κινήσεως, στό ἄλλο μέταλλο καί ἀντίστροφα. Ὅμως, ἀνάλογα μέ τó εἶδος τῶν δύο μετάλλων, τά ἠλεκτρόνια κινοῦνται εὐκολότερα πρὸς τή μία κατεύθυνση ἀπό ὅτι στήν ἄλλη. Αὐτό ἔχει σάν συνέπεια νά περάσουν ἀρχικά περισσότερα ἠλεκτρόνια στό ἓνα μέταλλο ἀπό ὅτι στό ἄλλο καί νά ἀναπτυχθεῖ μεταξύ τῶν δύο μετάλλων διαφορά δυναμικοῦ. Ἡ διαφορά αὐτή δυναμικοῦ (ἢ τάση) ονομάζεται *τάση ἐπαφῆς* καί ἀναχαιτίζει τήν ἐπί πλέον συσσωρευση ἠλεκτρονίων στό μέταλλο πού ἔχει ἀρνητικό δυναμικό, ἐνῶ διευκολύνει τήν κίνηση ἠλεκτρονίων (μέ τήν ἐπιτάχυνση πού τοῦς προσδίδει) πρὸς τó μέταλλο μέ τó θετικό δυναμικό. Ἐτσι ὅταν ἡ τάση ἐπαφῆς πάρει τήν τελική της τιμή, ἔχει ἀποκατασταθεῖ ἰσορροπία στίς ἐναλλαγές ἠλεκτρονίων, δηλαδή ἴσος ἀριθμός ἠλεκτρονίων περνᾷ συνεχῶς ἀπό τó ἓνα μέταλλο στό ἄλλο.

Ἡ τάση ἐπαφῆς ἐξαρτᾶται ἀπό τή θερμοκρασία τῆς ἐπαφῆς, γιατί ὅσο μεγαλύτερη εἶναι ἡ θερμοκρασία, τόσο μεγαλύτερη εἶναι ἡ θερμική κίνηση τῶν ἠλεκτρονίων καί τόσο μεγαλύτερος ἀριθμός ἠλεκτρονίων μπορεῖ νά περάσει ἀπό τó ἓνα μέταλλο στό ἄλλο.

Σέ ἓνα κλειστό κύκλωμα ἀπό δύο διαφορετικά μέταλλα, ὅπως στό σχῆμα 21.1, ὑπάρχουν δύο θέσεις ἐπαφῶν, πού ἡ τάση ἐπαφῆς τους ἔχει *ἀντίθετη* πολιτικότητα. Ἐτσι ὅταν οἱ δύο ἐπαφές ἔχουν τήν ἴδια θερμοκρασία, οἱ δύο τάσεις ἐπαφῆς εἶναι ἴσες καί ἀντίθετες καί στό κύκλωμα δέν ἐμφανίζεται θερμοηλεκτρική τάση. Ἀντίθετα, ὅταν οἱ ἐπαφές ἔχουν διαφορετική θερμοκρασία οἱ τάσεις ἐπαφῆς εἶναι διαφορετικές. Ἡ διαφορά τότε τῶν δύο τάσεων εἶναι ἴση μέ τή *θερμοηλεκτρική τάση* πού ἐμφανίζεται στό κύκλωμα.

Τά διάφορα μέταλλα μπορούμε νά τά ταξινομήσουμε σέ μία σειρά κατὰ τέτοιο τρόπο, ὥστε ὅταν συνδέονται δύο ὁποιαδήποτε μέταλλα τῆς σειρᾶς τó θερμοηλεκτρικό ρεύμα νά ρεῖ ἀπό τó μέταλλο πού προηγεῖται πρὸς τó μέταλλο πού ἔπεται στή σειρά, ἐνῶ ὅταν ψύχεται ἡ ἐπαφή νά ρεῖ τó ρεύμα ἀντίστροφα. Ἡ σειρά αὐτή ονομάζεται *θερμοηλεκτρική σειρά τάσεως* καί εἶναι π.χ. ἡ ἑξῆς γιά τά μέταλλα πού ἀκολουθοῦν:

Βισμούθιο, κωνσταντάν, νικέλιο, πλατίνη, μόλυβδος, χρυσός, ἄργυρος, χαλκός, σίδηρος, ἀντιμόνιο.

Ὅσο πῶς μεγάλη εἶναι ἡ ἀπόσταση στή σειρά μεταξύ τῶν δύο μετάλλων πού ἔρχονται σέ ἐπαφή, τόσο μεγαλύτερη εἶναι ἡ τάση ἐπαφῆς πού δημιουργεῖται γιά ὀρισμένη διαφορά θερμοκρασίας. Π.χ. στήν ἐπαφή τῶν ἀκραίων μετάλλων

της σειράς «βισμούθιο - άντιμόνιο» δημιουργούνται $10 \cdot 10^{-5} \text{ V/}^\circ\text{C}$, ενώ στην έπαφή «κονσταντάν - σίδηρος» $5 \cdot 10^{-5} \text{ V/}^\circ\text{C}$ μέχρι μία όριακή θερμοκρασία $1173 \text{ }^\circ\text{C}$.

Τό ζεύγος τών δύο διαφορετικών μετάλλων σέ έπαφή όνομάζεται **θερμοστοιχειό**.

Τό άντίστροφο τοῦ θερμοηλεκτρικοῦ φαινομένου όνομάζεται **φαινόμενο Peltier** (Πελτιέ): *Όταν ρέει ρεύμα από τή θέση έπαφής δύο διαφορετικών μετάλλων, παρουσιάζεται άνάλογα μέ τή φορά τοῦ ρεύματος αύξηση ή μείωση τής θερμοκρασίας τής έπαφής.*

21.2 Χρήση τών θερμοστοιχείων.

Ή τάση πού δημιουργούν τά θερμοστοιχεία είναι πολύ μικρή, γι' αυτό δέν μπορούν νά χρησιμοποιηθοῦν γιά τήν παραγωγή ήλεκτρικῆς ενέργειας. Χρησιμοποιούνται όμως εύρύτατα γιά τή μέτρηση θερμοκρασιών σέ διατάξεις πού όνομάζονται **θερμοηλεκτρικά θερμόμετρα**, διότι από τή θερμοηλεκτρική τάση προσδιορίζεται ή διαφορά θερμοκρασίας $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ μεταξύ τών δύο θέσεων έπαφής τών μετάλλων καί έφόσον ή μία θερμοκρασία είναι γνωστή βρίσκεται ή άλλη θερμοκρασία.

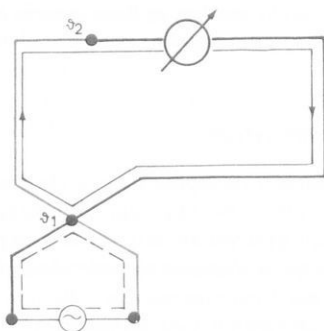
Τό θερμοηλεκτρικό θερμόμετρο αποτελείται από ένα θερμοστοιχείο καί ένα μιλιβολτόμετρο συνδεμένα σέ σειρά. Τό μιλιβολτόμετρο είναι βαθμολογημένο σέ βαθμούς $^\circ\text{C}$ ώστε νά δείχνει άμέσως τή θερμοκρασία. Ή μία θέση έπαφής τοῦ θερμοστοιχείου τοποθετείται στό σῶμα τοῦ όποίου μετράται ή θερμοκρασία, ενώ ή άλλη βρίσκεται στή θερμοκρασία τοῦ περιβάλλοντος.

Μετρήσεις μέ θερμοηλεκτρικά θερμόμετρα είναι κατά πολύ πιό ακριβείς από τίς μετρήσεις μέ κοινά θερμόμετρα καί εφαρμόζονται επίσης σέ πολλές περιπτώσεις πού δέν μπορούν νά χρησιμοποιηθοῦν τά θερμόμετρα αυτά. Π.χ. γιά τή μέτρηση πολύ ύψηλῶν ή πολύ χαμηλῶν θερμοκρασιών ή σέ τηλεμετρήσεις τής θερμοκρασίας. Ίδιαίτερα έχουν τό πλεονέκτημα ότι μπορούν νά πραγματοποιούνται σέ σημεία μέ δύσκολη προσπέλαση, π.χ. μέσα σέ στενά άνοίγματα, έπειδή τό θερμοστοιχείο αποτελείται από λεπτά σύρματα, πού δέν πιάνουν πολύ χῶρο.

Μέ θερμοηλεκτρικά θερμόμετρα μετράται π.χ. ή θερμοκρασία στήν επιφάνεια τοίχων γιά διαπίστωση τής θερμομονωτικῆς τους ικανότητας, ή θερμοκρασία τών μετάλλων σέ χυτήρια, ή θερμοκρασία τών τυλιγμάτων ήλεκτρικών μηχανῶν καί μετασχηματιστῶν κ.ο.κ.

Μία άλλη χρήση τών θερμοστοιχείων είναι ή μέτρηση τής τάσεως καί έντάσεως ρευμάτων ύψηλῆς συχνότητας σέ συνδυασμό μέ ένα όργανο στρεφόμενου πηνίου (σχ. 21.2). Τό έναλλασσόμενο ρεύμα (— — —) διοχετεύεται μέσα από τήν έπαφή τών δύο μετάλλων καί τή θερμαίνει μέ άποτέλεσμα νά δημιουργηθεῖ θερμοηλεκτρικό ρεύμα συνεχές (—) πού περνά μέσα από τό όργανο στρεφόμενου πηνίου. Ή αύξηση τής θερμοκρασίας τής έπαφής καί τό άναπτυσσό-

μενο θερμοηλεκτρικό ρεύμα εξαρτώνται από την ενεργό τιμή της τάσεως ή έντασεως του εναλλασσόμενου ρεύματος όχι όμως από τη συχνότητά του. Έτσι με το όργανο στρεφόμενου πηνίου μπορούμε να μετρήσουμε τάσεις και εντάσεις υψηλής συχνότητας (μέχρι 1 MHz περίπου).



Σχ. 21.2.

Αριθμητικό παράδειγμα.

Τό मिलिबोलτόμετρο ενός θερμοηλεκτρικού θερμομέτρου δείχνει ρεύμα $I = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ A}$, όταν η θερμοκρασία αυξάνεται κατά $\Delta\theta = 15^\circ\text{C}$. Να υπολογισθεί ή αναπτυσσόμενη θερμοηλεκτρική τάση U ανά $^\circ\text{C}$, αν ή αντίσταση του κυκλώματος είναι $R = 200 \ \Omega$.

Λύση.

$$\frac{U}{\Delta\theta} = \frac{IR}{\Delta\theta} = \frac{200 \cdot 4,5 \cdot 10^{-6}}{15} \frac{\text{V}}{^\circ\text{C}} = 6 \cdot 10^{-5} \frac{\text{V}}{^\circ\text{C}}$$

$$\underline{\underline{\frac{U}{\Delta\theta} = 6 \cdot 10^{-5} \frac{\text{V}}{^\circ\text{C}}}}$$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΩΔΕΚΑΤΟ

- 1) Σφαίρα με φορτίο Q είναι βυθισμένη σε δοχείο με λάδι (ϵ_r του λαδιού: 2,3). Στο έξωτερο της σφαίρας και σε απόσταση $r = 30$ cm από το κέντρο της μετράται ένταση πεδίου $E = 2 \cdot 10^5$ N/C. Νά υπολογισθεί το φορτίο Q .

Απάντηση.

$$Q = 4,6 \text{ } \mu\text{C}$$

- 2) Μία δέσμη ηλεκτρονίων διανύει σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο απόσταση μεταξύ δύο σημείων που έχουν διαφορά δυναμικού 200 V. Τά ηλεκτρόνια ξεκινούν με ταχύτητα μηδέν, κινούνται κατά μήκος των ηλεκτρικών γραμμών του πεδίου και προσκρούουν στο τέρμα της διαδρομής σε μία μεταλλική επιφάνεια. Ολόκληρη ή κινητική τους ενέργεια μετατρέπεται έδω σε θερμότητα: $Q = 2,15 \cdot 10^{-3}$ kcal ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_0 = 9,1083 \cdot 10^{-31}$ kg). Νά βρεθούν:

- α) Η ταχύτητα v με την οποία προσκρούουν τα ηλεκτρόνια στη μεταλλική επιφάνεια.
β) Ο αριθμός n των ηλεκτρονίων της δέσμης.

Απάντηση.

$$v = 8,39 \cdot 10^3 \text{ km/s}$$

$$n = 2,81 \cdot 10^{17} \text{ ηλεκτρόνια}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΡΙΤΟ

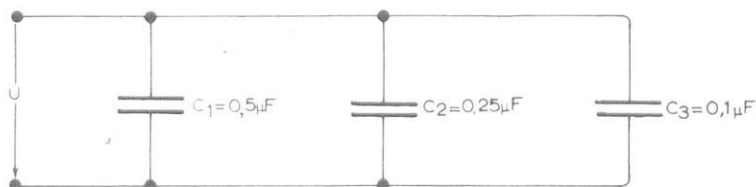
- 3) Νά προσδιορισθεί η συνολική χωρητικότητα των συνδεσμολογιών του παρακάτω σχήματος 1.

Απάντηση.

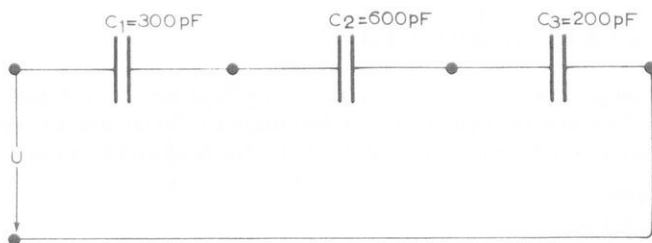
$$\text{Γιά τή συνδεσμολογία (α): } C_{\text{ολ}} = 0,85 \text{ } \mu\text{F}$$

$$\text{Γιά τή συνδεσμολογία (β): } C_{\text{ολ}} = 100 \text{ pF}$$

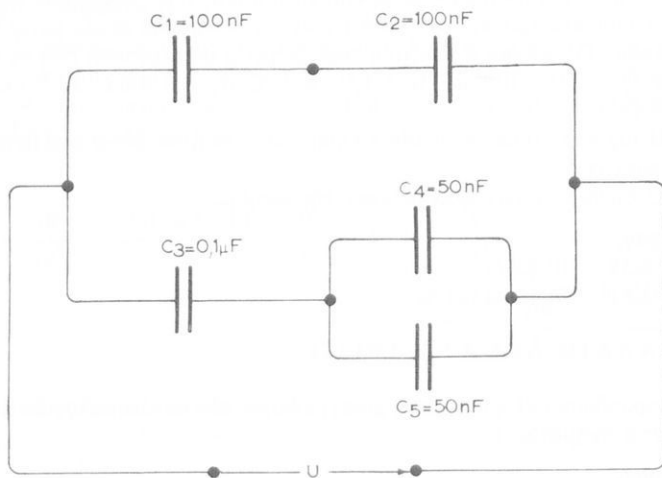
$$\text{Γιά τή συνδεσμολογία (γ): } C_{\text{ολ}} = 100 \text{ pF}$$



(a)



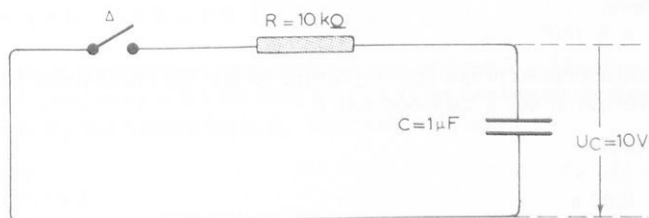
(β)



(γ)

Σχ. 1.

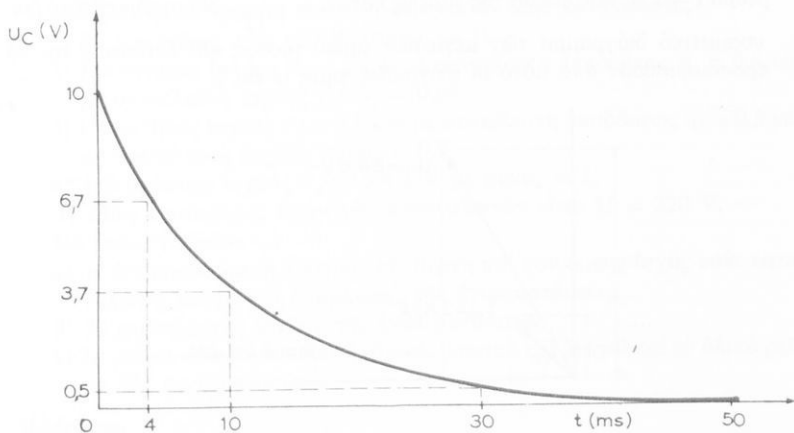
- 4) Τή χρονική στιγμή $t = 0$ κλείνεται ο διακόπτης Δ του σχήματος 2. Νά σχεδιασθεί ή τάση έκφορτίσεως του πυκνωτή σε συνάρτηση με τό χρόνο. (Νά υπολογισθούν οί τιμές τής τάσεως για $t = 4, 10, 30$ καί 50 ms).



Σχ. 2.

Απάντηση.

$t(\text{ms})$	4	10	30	50
u_C (V)	6,7	3,7	0,5	0,07



Σχ. 3.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

- 5) Νά υπολογισθεῖ ἡ φάση φ ἐναλλασσόμενου ρεύματος, συχνότητας $f = 50$ Hz, τῇ χρονικῇ στιγμῇ $t = 10^{-2}$ s, ἂν ἡ ἀρχικὴ τοῦ φάση εἶναι μηδέν. Ἡ φ νά δοθεῖ σέ ἀκτίνια καὶ μοῖρες.

Ἀπάντηση.

$$\varphi = \pi \text{ ἢ } 180^\circ$$

- 6) Ἐναλλασσόμενο ρεύμα ἔχει συχνότητα 50 Hz. Νά υπολογισθεῖ ἡ κυκλικὴ συχνότητα ω καὶ ἡ περίοδος τοῦ T.

Ἀπάντηση.

$$\omega = 314 \text{ s}^{-1}$$

$$T = 0,02 \text{ s}$$

- 7) Δίδονται τὰ ἐναλλασσόμενα ρεύματα:

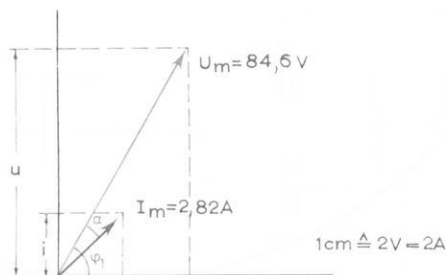
$$i_1 = I_m \eta\mu(\omega t + \frac{3\pi}{4}) \quad \text{καὶ} \quad i_2 = I_m \eta\mu(\omega t - \frac{\pi}{2}).$$

Νά υπολογισθεῖ ἡ διαφορὰ φάσεως τοὺς φ .

Ἀπάντηση.

$$\text{Τὸ } i_1 \text{ προηγεῖται κατὰ } \varphi = \frac{5\pi}{4} \text{ τοῦ } i_2$$

- 8) Δίδεται ἡμιτονικὴ τάση $U = 60$ V μὲ ἀρχικὴ φάση $\varphi_1 = \frac{\pi}{3}$ καὶ ἡμιτονικὸ ρεύμα $I = 2$ A, ποὺ ἔπεται τῆς τάσεως κατὰ $\alpha = \frac{\pi}{12}$. Νά σχεδιασθεῖ τὸ διανυσματικὸ διάγραμμα τῶν μεγίστων τιμῶν τάσεως καὶ ἐντάσεως καὶ νά προσδιορισθοῦν ἀπὸ αὐτὸ οἱ στιγμιαῖες τιμὲς u καὶ i .



Σχ. 4.

Απάντηση.

$$u = 27 \text{ V}$$

$$i = 2 \text{ A}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΠΕΜΠΤΟ

- 9) Ηλεκτρική εγκατάσταση απορροφά πραγματική ισχύ $P = 25 \text{ kW}$ με συντελεστή ισχύος $\cos\varphi = 0,5$ και τάση $U = 1 \text{ kV}$. Νά υπολογισθούν η φαινόμενη ισχύς P_φ και η άεργη ισχύς P_a της εγκαταστάσεως.

Απάντηση.

$$P_\varphi = 50 \text{ kVA}$$

$$P_a = 43,3 \text{ kVAr}$$

- 10) Ηλεκτροκινητήρας συνδέεται με δίκτυο έναλλασσόμενου ρεύματος, τάσεως $U = 220 \text{ V}$ (ένεργος τιμή) και απορροφά πραγματική ισχύ $P = 2,64 \text{ kW}$ με συντελεστή ισχύος $\cos\varphi = 0,7$. Νά βρεθούν:
- Η ένεργος τιμή του ρεύματος I , πού περνά από τον κινητήρα.
 - Τό βαττικό και άεργο ρεύμα I_β και I_a .
 - Η φαινόμενη και άεργη ισχύς του κινητήρα.

Απάντηση.

$$\alpha) I = 17,14 \text{ A}, \beta) I_\beta = 12 \text{ A}, I_a = 12,24 \text{ A}.$$

$$\gamma) P_\varphi = 3,770 \text{ kVA}, P_a = 2,692 \text{ kVAr}$$

- 11) Με ηλεκτρική γραμμή είναι συνδεδεμένοι οι εξής καταναλωτές:

- 80 λαμπτήρες των 100 W ($\cos\varphi_1 = 1$).
- 1 κινητήρας ισχύος $P_2 = 2 \text{ kW}$ με συντελεστή αποδόσεως $\eta_2 = 0,8$ και με συντελεστή ισχύος $\cos\varphi_2 = 0,65$.
- 1 κινητήρας ισχύος $P_3 = 0,8 \text{ kW}$ με συντελεστή αποδόσεως $\eta_3 = 0,5$ και με συντελεστή ισχύος $\cos\varphi_3 = 0,7$.
- 1 θερμάστρα ισχύος $P_4 = 3,4 \text{ kW}$ με $\cos\varphi_4 = 1$.

Η τάση λειτουργίας όλων των καταναλωτών είναι $U = 220 \text{ V}$.

Νά υπολογισθούν:

- Η απορροφούμενη πραγματική, άεργη και φαινόμενη ισχύς κάθε καταναλωτή, καθώς και όλόκληρης της εγκαταστάσεως.
- Ο συντελεστής ισχύος της εγκαταστάσεως.
- Τό ρεύμα κάθε καταναλωτή (ολικό, βαττικό και άεργο) και τό ολικό ρεύμα της εγκαταστάσεως.

Απάντηση.**α) Λαμπτήρες.**

$$P_1 = 8000 \text{ W}$$

$$P_{a_1} = 0, \quad P_{\varphi_1} = P_1 = 8000 \text{ W}$$

Κινητήρας 1:

$$P_2 = 2500 \text{ W}$$

$$P_{\varphi_2} = 3850 \text{ VA}$$

$$P_{a_2} = 2925 \text{ VAr}$$

Θερμάστρα:

$$P_4 = 3400 \text{ W}, \quad P_{\varphi_4} = P_4 = 3400 \text{ W}, \quad P_{a_4} = 0$$

Όλική ισχύς εγκατάστασεως:

$$P = \sum P_i = 15.500 \text{ W}$$

$$P_a = \sum P_{ai} = 4563 \text{ VAr}$$

$$P_{\varphi} = 16.140 \text{ VA}$$

$$\beta) \text{ συν}\varphi = 0,962$$

γ) Λαμπτήρες:

$$I_1 = I_{\beta_1} = 36,3 \text{ A}, \quad I_{a_1} = 0$$

Κινητήρας 1:

$$I_2 = 17,5 \text{ A}$$

$$I_{\beta_2} = 11,37 \text{ A}$$

$$I_{a_2} = 13,32 \text{ A}$$

Θερμάστρα:

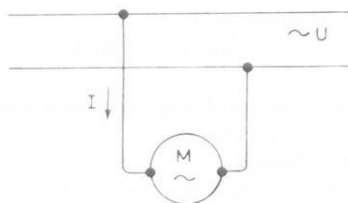
$$I_4 = I_{\beta_4} = 15,45 \text{ A}, \quad I_{a_4} = 0$$

Όλικό ρεύμα της εγκατάστασεως:

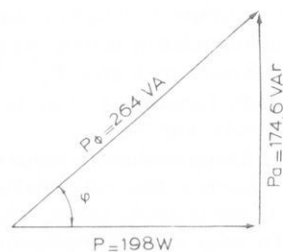
$$I_{\beta} = \sum I_{\beta i} = 70,4 \text{ A}$$

$$I_a = \sum I_{ai} = 20,74 \text{ A}$$

$$I = 73,4 \text{ A}$$



Σχ. 5.



Σχ. 6.

- 12) Ηλεκτροκινητήρας συνδέεται με δίκτυο εναλλασσόμενου ρεύματος (σχ. 5). Η ενεργός τιμή της τάσεως του δικτύου είναι $U = 220 \text{ V}$, ή συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$, ή ενεργός τιμή του ρεύματος που ρέει μέσα από τον κινητήρα

$I = 1,2 \text{ A}$ και ϕ συντελεστής ισχύος $\cos \phi = 0,75$. Νά βρεθούν:

- Η φαινόμενη ισχύς, που απορροφάται από τον κινητήρα.
- Η πραγματική ισχύς που απορροφάται από τον κινητήρα.
- Η άεργη ισχύς του κινητήρα.
- Η διαφορά φάσεως μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I .
- Νά σχεδιασθεί το τρίγωνο των ισχύων.

Απάντηση.

- α) $P_\phi = 264 \text{ VA}$, β) $P = 198 \text{ W}$, γ) $P_a = 174,6 \text{ VAr}$, δ) $\phi = 41,4^\circ$, ε) Σχήμα 6.

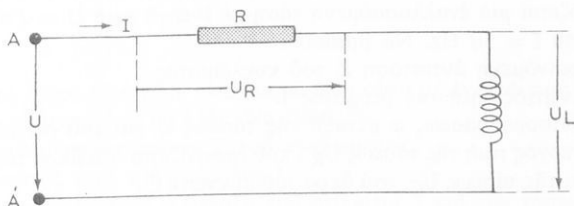
Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Δ Ε Κ Α Τ Ο Ε Κ Τ Ο

- 13) Ἐν τὰ ἄκρα ἑνὸς πηνίου συνδεθοῦν μὲ μίᾳ πηγῇ συνεχοῦς ρεύματος, πολι-
κῆς τάσεως $U = 10 \text{ V}$, θὰ περάσει ἀπὸ τὸ πηνίον συνεχές ρεύμα $I_0 = 5 \text{ A}$.
Ἐν τὰ ἄκρα τοῦ ἴδιου πηνίου συνδεθοῦν μὲ μίᾳ ἐναλλασσόμενη τάση ἐνε-
ργοῦ τιμῆς $U = 10 \text{ V}$, συχνότητας $f = 50 \text{ Hz}$, θὰ περάσει ἀπὸ τὸ πηνίον ἐναλ-
λασσόμενο ρεύμα μὲ ἐνεργό τιμὴ $I = 2,69 \text{ A}$. Νά βρεθοῦν:

- Ἡ ὠμικὴ ἀντίσταση R τῆς πηνίου.
- Ἡ φαινόμενη ἀντίσταση Z τοῦ πηνίου.
- Ἡ αὐτεπαγωγή L τοῦ πηνίου.
- Ἡ διαφορά φάσεως ϕ μεταξύ τῆς τάσεως U καὶ τοῦ ρεύματος I .

Απάντηση.

- α) $R = 2 \Omega$, β) $Z = 2,72 \Omega$, γ) $L = 10 \text{ mH}$, δ) $\phi = 57,5^\circ$



Σχ. 7.

- 14) Τὸ κύκλωμα τοῦ σχήματος 7 ἀποτελεῖται ἀπὸ ἕνα ἀντιστάτη $R = 150 \Omega$ καὶ ἀπὸ ἕνα πηνίον $L = 0,8 \text{ H}$, συνδεμένα σὲ σειρά. Στους ἀκροδέκτες $A - A'$ ἐφαρμόζεται μίᾳ ἐναλλασσόμενη τάση μὲ ἐνεργό τιμὴ $U = 120 \text{ V}$ καὶ συχνότητα $f = 60 \text{ Hz}$. Νά βρεθοῦν:

- Ἡ ἐπαγωγικὴ ἀντίσταση X_L τοῦ πηνίου.
- Ἡ φαινόμενη ἀντίσταση τοῦ κυκλώματος Z .
- Ἡ ἐνεργὸς τιμὴ τοῦ ρεύματος I .
- Ἡ ἐνεργὸς τιμὴ τῶν τάσεων U_R καὶ U_L .
- Ἡ διαφορά φάσεως ϕ μεταξύ τῆς τάσεως U καὶ τοῦ ρεύματος I .

Απάντηση.

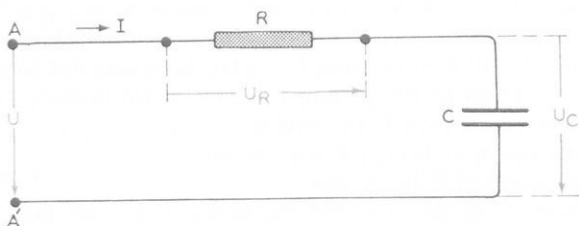
- α) $X_L = 301,5 \, \Omega$, β) $Z = 336,5 \, \Omega$, γ) $I = 0,3566 \, \text{A}$, δ) $U_R = 53,5 \, \text{V}$,
 $U_L = 107,5 \, \text{V}$ ε) $\varphi = 63,5^\circ$

- 15) Ένα κύκλωμα αποτελείται από ένα αντίστατη $R = 84 \, \Omega$ και ένα πηνίο L συνδεδεμένα σε σειρά. Ποιά πρέπει να είναι ή τιμή της επαγωγικής αντίστασεως ωL , ώστε η διαφορά φάσεως μεταξύ της τάσεως και του ρεύματος του κυκλώματος να είναι 60° ;

Απάντηση.

$$\omega L = 145,5 \, \Omega$$

- 16) Τό κύκλωμα του σχήματος 8 αποτελείται από ένα αντίστατη $R = 25 \, \Omega$ και



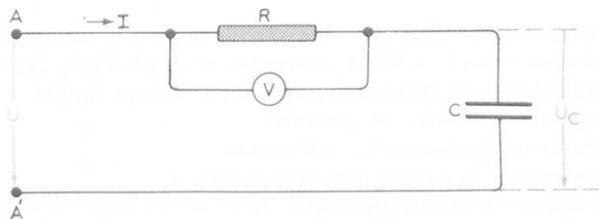
Σχ. 8.

ένα πυκνωτή $C = 25 \, \mu\text{F}$ συνδεδεμένους σε σειρά. Στους άκροδέκτες $A-A'$ εφαρμόζεται μία εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \, \text{V}$ και συχνότητα $f = 50 \, \text{Hz}$. Νά βρεθούν:

- α) Η φαινόμενη αντίσταση Z του κυκλώματος.
 β) Η ενεργός τιμή του ρεύματος I .
 γ) Η διαφορά φάσεως φ μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I .
 δ) Η ενεργός τιμή της τάσεως U_R , που εμφανίζεται στα άκρα του αντιστάτη R , και της τάσεως U_C στα άκρα του πυκνωτή C .

Απάντηση.

- α) $Z = 129,82 \, \Omega$, β) $I = 1,7 \, \text{A}$, γ) $\varphi = 78,9^\circ$, δ) $U_R = 42,5 \, \text{V}$, $U_C = 216,6 \, \text{V}$

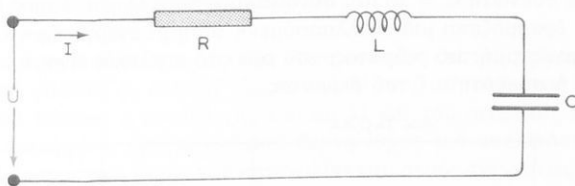


Σχ. 9.

- 17) Τό κύκλωμα του σχήματος 9 αποτελείται από ένα αντίστατη $R = 10 \text{ k}\Omega$ και ένα πυκνωτή χωρητικότητας C , συνδεδεμένους σε σειρά. Στους άκροδότες $A - A'$ εφαρμόζεται μία εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$, και συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$. Τό βολτόμετρο, πού είναι συνδεδεμένο στα άκρα του αντίστατη R , δείχνει τάση $U_R = 97 \text{ V}$ (ένεργός τιμή). Νά βρεθούν:
- Ἡ τιμή τῆς χωρητικότητος C .
 - Ἡ ἐνεργός τιμή τῆς τάσεως πού παρουσιάζεται μεταξύ τῶν ὀπλισμῶν τοῦ πυκνωτῆ U_C .
 - Ἡ διαφορά φάσεως ϕ μεταξύ τῆς τάσεως U καί τοῦ ρεύματος I .

Ἀπάντηση.

- α) $C = 0,156 \text{ }\mu\text{F}$, β) $U_C = 197,4 \text{ V}$ γ) $\phi = 63,8^\circ$
- 18) Ἐνα κύκλωμα ἀποτελεῖται ἀπό ἕνα ἀντίστατη $R = 10 \text{ }\Omega$, ἕνα πηνίο $L = 0,015 \text{ mH}$ καί ἕνα πυκνωτή $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ σέ σειρά (σχ. 10). Στα ἄκρα τοῦ κυ-



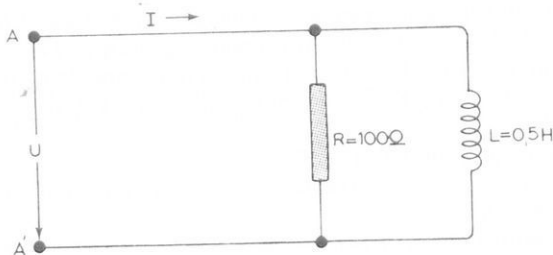
Σχ. 10.

κλώματος εφαρμόζεται μία εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$ καί συχνότητα $f = 80 \text{ kHz}$. Νά βρεθοῦν:

- Ἡ φαινόμενη ἀντίσταση Z τοῦ κυκλώματος.
- Ἡ ἐνεργός τιμή τοῦ ρεύματος I .
- Ἡ διαφορά φάσεως ϕ μεταξύ τοῦ ρεύματος I καί τῆς τάσεως U .
- Ἡ φαινόμενη, πραγματική καί ἄεργη ἰσχύς τοῦ κυκλώματος.

Ἀπάντηση.

- α) $Z = 11,44 \text{ }\Omega$, β) $I = 19,23 \text{ A}$, γ) $\phi = 29^\circ$, δ) $P_\phi = 4,23 \text{ kVA}$, $P = 3,7 \text{ kW}$, $P_a = 2,050 \text{ kVA}$
- 19) Τό κύκλωμα τοῦ σχήματος 11 ἀποτελεῖται ἀπό ἕνα ἀντίστατη $R = 100 \text{ }\Omega$ καί ἕνα πηνίο $L = 0,5 \text{ H}$ μέ παράλληλη σύνδεση. Στους ἄκροδότες $A - A'$ εφαρμόζεται μία εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$ καί συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$. Νά βρεθοῦν:
- Ἡ ἐνεργός τιμή τοῦ ρεύματος I .
 - Ἡ φαινόμενη ἀντίσταση Z τοῦ κυκλώματος.
 - Τό βαττικό ρεῦμα I_β καί τό ἄεργο ρεῦμα I_a τοῦ κυκλώματος.

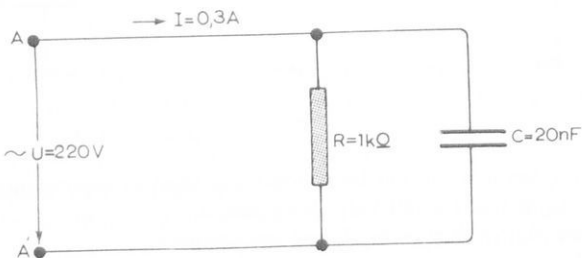


Σχ. 11.

Απάντηση.

α) $I = 2,6 \text{ A}$, β) $Z = 84,6 \text{ } \Omega$, γ) $I_R = 2,2 \text{ A}$, $I_L = 1,4 \text{ A}$

- 20) Τό κύκλωμα του σχήματος 12 αποτελείται από ένα αντίστατη $R = 1 \text{ k}\Omega$ και ένα πυκνωτή $C = 20 \text{ nF}$, συνδεμένους παράλληλα. Στους άκροδέκτες $A - A'$ εφαρμόζεται μία εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$. Η ενεργός τιμή του ρεύματος, που ρέει στο κύκλωμα είναι $I = 0,3 \text{ A}$. Νά βρεθεί η συχνότητα f του ρεύματος.



Σχ. 12.

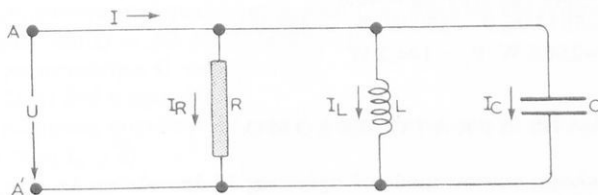
Απάντηση.

$f = 7,4 \text{ kHz}$

- 21) Τό κύκλωμα του σχήματος 13 αποτελείται από ένα αντίστατη $R = 100 \text{ } \Omega$, ένα πηνίο $L = 0,5 \text{ H}$ και ένα πυκνωτή $C = 10 \text{ } \mu\text{F}$ με παράλληλη συνδεση. Στους άκροδέκτες $A - A'$ εφαρμόζεται μία εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$ και συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$. Νά βρεθούν:
- Η ενεργός τιμή των ρευμάτων I_R , I_L , I_C και τό όλικό ρεύμα I .
 - Η φαινόμενη αντίσταση του κυκλώματος Z .
 - Η διαφορά φάσεως ϕ μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I .

Απάντηση.

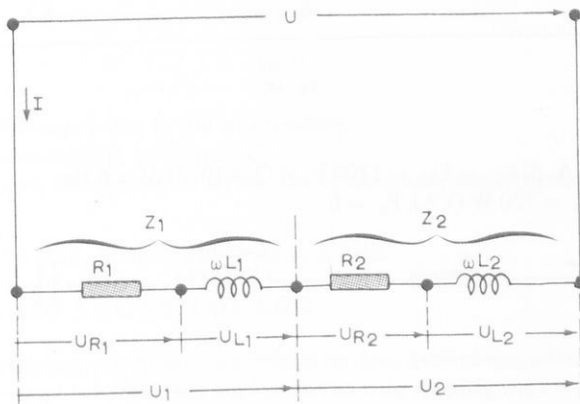
α) $I_R = 2,2 \text{ A}$, $I_L = 1,4 \text{ A}$, $I_C = 0,69 \text{ A}$, $I = 2,3 \text{ A}$, β) $Z = 95,5 \text{ } \Omega$,
 γ) $\phi = 17^\circ$



Σχ. 13.

22) Στους άκροδέκτες A - A' της συνδεσμολογίας του σχήματος 14 εφαρμόζεται μιá éναλλασσόμενη τάση μέ ένεργό τιμή $U = 200 \text{ V}$ καί συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$. Δίδεται ότι: $R_1 = 30 \Omega$, $\omega L_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 17 \Omega$ καί $\omega L_2 = 40 \Omega$. Νά βρεθούν:

- Οί άντιστάσεις Z_1 , Z_2 καί ή όλική φαινόμενη άντίσταση Z του κυκλώματος.
- Η ένεργός τιμή του ρεύματος I .
- Οί τάσεις U_1 καί U_2 .
- Η διαφορά φάσεως ϕ_1 μεταξύ της τάσεως U_1 καί του ρεύματος I , ή διαφορά φάσεως ϕ_2 μεταξύ της τάσεως U_2 καί του ρεύματος I καί ή διαφορά φάσεως ϕ μεταξύ της τάσεως U καί του ρεύματος I .
- Η φαινόμενη, πραγματική καί άεργη ισχύς του κυκλώματος.
- Η πραγματική ισχύς που καταναλίσκεται στους άντιστάτες R_1 καί R_2 .



Σχ. 14.

Απάντηση.

- $Z_1 = 31,62 \Omega$, $Z_2 = 43,46 \Omega$, $Z = 68,62 \Omega$
- $I = 2,914 \text{ A}$
- $U_1 = 92,2 \text{ V}$, $U_2 = 126,7 \text{ V}$

$$\delta) \varphi_1 = 18,4^\circ, \varphi_2 = 67^\circ, \varphi = 46,8^\circ$$

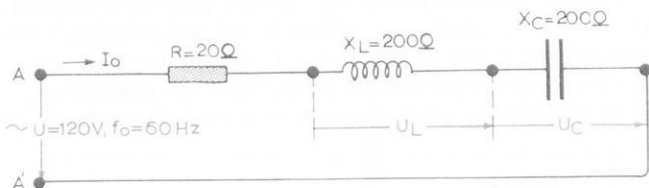
$$\varepsilon) P_\varphi = 583 \text{ VA}, P = 399 \text{ W}, P_a = 425 \text{ VAR}$$

$$\sigma\tau) P_1 = 254,8 \text{ W}, P_2 = 144,2 \text{ W}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΒΔΟΜΟ

23) Τό κύκλωμα συντονισμού του σχήματος 15 αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 20 \Omega$, ένα πυκνωτή χωρητικής αντίστασεως $X_C = 200 \Omega$ και ένα πηνίο επαγωγικής αντίστασεως $X_L = 200 \Omega$ σε σειρά. Στους άκροδέκτες $A - A'$ εφαρμόζεται μία εναλλασσόμενη τάση, ενεργού τιμής $U = 120 \text{ V}$ και συχνότητας $f_0 = 60 \text{ Hz}$. Στή συχνότητα αυτή επιτυγχάνεται συντονισμός. Νά βρεθούν:

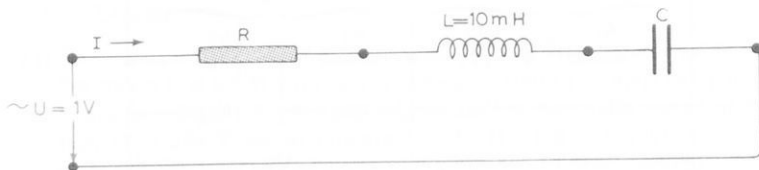
- Η ενεργός τιμή του ρεύματος I_0 .
- Η ενεργός τιμή των τάσεων U_L και U_C .
- Ο συντελεστής ποιότητας Q .
- Η ζώνη διελεύσεως Δf .
- Η ισχύς του συντονισμένου αυτού κυκλώματος.



Σχ. 15.

Απάντηση.

- $I_0 = 6 \text{ A}$, β) $U_L = U_C = 1200 \text{ V}$, γ) $Q = 10$, δ) $\Delta f = 6 \text{ Hz}$
- $P = P_\varphi = 720 \text{ W (VA)}$, $P_a = 0$



Σχ. 16.

24) Τό κύκλωμα συντονισμού του σχήματος 16 αποτελείται από ένα αντιστάτη R , ένα πυκνωτή C και ένα πηνίο $L = 10 \text{ mH}$ σε σειρά. Στους άκροδέκτες $A - A'$ εφαρμόζεται μία εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 1 \text{ V}$.

Ἡ ιδιοσυχνότητα τοῦ κυκλώματος εἶναι $f_0 = 100 \text{ kHz}$ καὶ ὁ συντελεστὴς ποιότητάς του $Q = 50$. Νά βρεθοῦν:

α) Ἡ χωρητικότητα C τοῦ πυκνωτῆ.

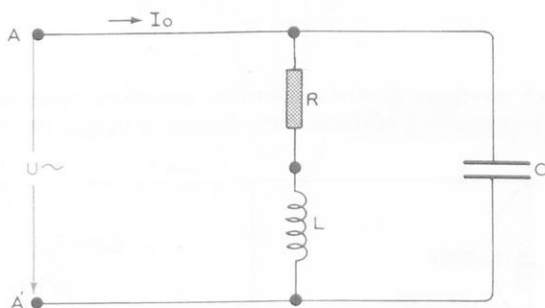
β) Ἡ ζώνη διελεύσεως Δf .

γ) Οἱ πλευρικές συχνότητες f_1 καὶ f_2 (συχνότητες πού τό ρεύμα I παίρνει τήν τιμή $I_0/\sqrt{2}$).

Ἀπάντηση.

α) $C = 253 \text{ pF}$, β) $\Delta f = 2 \text{ kHz}$, γ) $f_1 = 99 \text{ kHz}$, $f_2 = 101 \text{ kHz}$

25) Δίδεται τό κύκλωμα τοῦ σχήματος 17, ὅπου $L = 6,36 \text{ mH}$, $R = 40 \Omega$ καὶ $C = 1590 \text{ pF}$. Στούς ἀκροδέκτες $A - A'$ ἐφαρμόζεται μιὰ ἐναλλασσόμενη τάση μέ ἐνεργό τιμή U . Νά βρεθοῦν:



Σχ. 17.

α) Ἡ ιδιοσυχνότητα f_0 τοῦ κυκλώματος.

β) Ὁ συντελεστὴς ποιότητος Q .

γ) Ἡ ζώνη διελεύσεως Δf καθὼς καὶ οἱ πλευρικές συχνότητες f_1 καὶ f_2 .

Ἀπάντηση.

α) $f_0 = 50 \text{ kHz}$, β) $Q = 50$, γ) $\Delta f = 1 \text{ kHz}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΟΓΔΟΟ

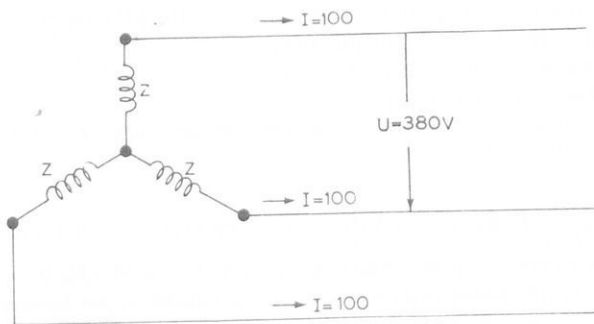
26) Μιὰ τριφασικὴ γεννήτρια, σέ σύνδεση ἀστέρα, ἀναπτύσσει πολικὴ τάση μέ ἐνεργό τιμή $U = 380 \text{ V}$ καὶ παρέχει ρεύμα στίς γραμμές της $I = 100 \text{ A}$ (σχ. 18). Ὁ συντελεστὴς ἰσχύος εἶναι $\cos \phi = 0,85$. Νά βρεθοῦν:

α) Ἡ φαινόμενη, πραγματικὴ καὶ ἄεργη ἰσχύς τῆς γεννήτριας.

β) Ἡ φαινόμενη ἀντίσταση Z κάθε φάσεως.

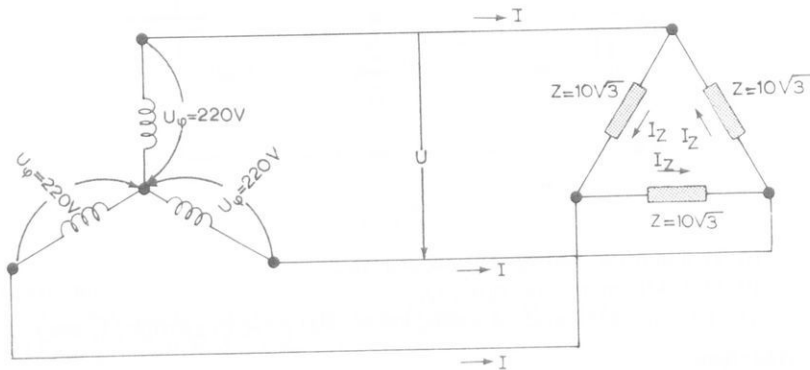
Ἀπάντηση.

α) $P_\phi = 65,8 \text{ kVA}$, $P = 56 \text{ kW}$, $P_a = 34,6 \text{ kVA}$, β) $Z = 2,2 \Omega$



Σχ. 18.

27) Τριφασική γεννήτρια σε σύνδεση άστέρα, τροφοδοτεί τρεις όμοιους καταναλωτές με τριγωνική σύνδεση, όπως δείχνει το σχήμα 19. Νά βρεθούν:



Σχ. 19.

- α) Η ενεργός τιμή της πολικής τάσεως U .
 β) Η ενεργός τιμή του ρεύματος στους καταναλωτές I_Z .

Απάντηση.

- α) $U = 380$ V, β) $I_Z = 22$ A

28) Τριφασικός κινητήρας παρέχει στον άξονά του ισχύ $P = 3$ kW. Ο κινητήρας αυτός τροφοδοτείται από τριφασικό δίκτυο πολικής τάσεως $U = 220$ V (ένεργός τιμή), συχνότητας $f = 50$ Hz και απορροφά ρεύμα με ένεργό τιμή $I = 11,5$ A (σχ. 20). Ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα είναι $\eta = 80\%$.

Νά βρεθοῦν:

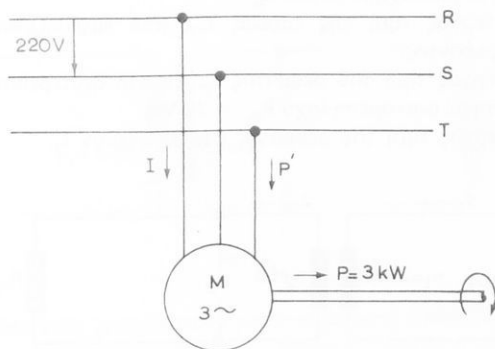
α) Ἡ πραγματικὴ ἰσχύς P' ποὺ ἀπορροφᾷ ὁ κινητήρας.

β) Ἡ φαινόμενη ἰσχύς P_ϕ .

γ) Ὁ συντελεστὴς ἰσχύος $\cos\phi$.

δ) Ἡ ἄεργη ἰσχύς P_a .

ε) Τὸ βαττικό καὶ ἄεργο ρεῦμα I_β καὶ I_a .



Σχ. 20.

Ἀπάντηση.

α) $P' = 3,75 \text{ kW}$, β) $P_\phi = 4,382 \text{ kVA}$, γ) $\cos\phi = 0,8557$,

δ) $P_a = 2,267 \text{ kVA}$, ε) $I_\beta = 9,84 \text{ A}$, $I_a = 5,95 \text{ A}$

29) Τριφασικός κινητήρας ἔχει φάσεις μὲ ἀντίσταση $R = 9 \Omega$ καὶ συντελεστὴ ἰσχύος $\cos\phi = 0,82$. Ὁ κινητήρας συνδέεται μὲ δίκτυο πολικῆς τάσεως 380 V . Γιά τίς δύο περιπτώσεις ποὺ οἱ φάσεις τοῦ κινητήρα εἶναι συνδεμένες σὲ ἀστέρα καὶ σὲ τρίγωνο νά υπολογισθοῦν:

α) Ἡ φασικὴ τάση U_ϕ .

β) Τὸ φασικό ρεῦμα I_ϕ .

γ) Ἡ πραγματικὴ ἰσχύς P , ποὺ ἀπορροφᾷ ὁ κινητήρας.

δ) Ὁ λόγος τῆς ἰσχύος σὲ σύνδεση μὲ ἀστέρα πρὸς τὴν ἰσχύ σὲ σύνδεση μὲ τρίγωνο.

Ἀπάντηση.

Ἀστέρα (Δ):

α) $U_\phi = 219,6 \text{ V}$

β) $I_\phi = 24,4 \text{ A}$

γ) $P_\Delta = 13,181 \text{ W}$

Τρίγωνο (Δ):

$U_\phi = 380 \text{ V}$

$I_\phi = 42,3 \text{ A}$

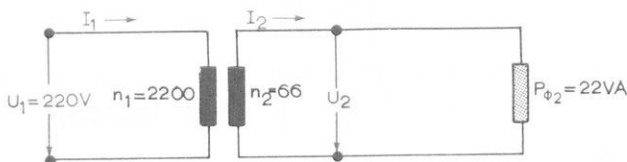
$P_\Delta = 39,543 \text{ W}$

δ) $\frac{P_\Delta}{P_\Delta} = \frac{1}{3}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΝΑΤΟ

- 30) Ο αριθμός των σπειρών του πρωτεύοντος ενός μονοφασικού μετασχηματιστή ηλεκτρικού κουδουνιού είναι $n_1 = 2200$ και του δευτερεύοντος $n_2 = 66$. Στο πρωτεύον εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U_1 = 220 \text{ V}$ (σχ. 21). Νά βρεθούν:

- Ο λόγος μετασχηματισμού λ_μ .
- Η ενεργός τιμή της τάσεως U_2 , που εμφανίζεται στα άκρα του δευτερεύοντος.
- Η ενεργός τιμή του ρεύματος I_2 , αν στο δευτερεύον συνδεθεί καταπόνηση με φαινόμενη ισχύ $P_{\Phi_2} = 22 \text{ VA}$.
- Η ενεργός τιμή του ρεύματος στο πρωτεύον I_1 .



Σχ. 21.

Απάντηση.

- α) $\lambda_\mu = 33,333$, β) $U_2 = 6,6 \text{ V}$, γ) $I_2 = 3,333 \text{ A}$, δ) $I_1 = 0,1 \text{ A}$
- 31) Ο λόγος μετασχηματισμού ενός μονοφασικού μετασχηματιστή, που χρησιμοποιείται για εγκαταστάσεις «φωτεινών επιγραφών» είναι $\lambda_\mu = 1/45$. Στο πρωτεύον εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U_1 = 220 \text{ V}$ (χαμηλότερη τάση). Νά βρεθούν:
- Η ενεργός τιμή της τάσεως U_2 που εμφανίζεται στα άκρα του δευτερεύοντος.
 - Η ισχύς σε VA που καταναλώνεται, αν για να διεγερθούν οι φωτοβόλοι σωληνες απαιτείται ρεύμα με ενεργό τιμή $I_2 = 50 \text{ mA}$.
 - Η ενεργός τιμή του ρεύματος στο πρωτεύον I_1 .

Απάντηση.

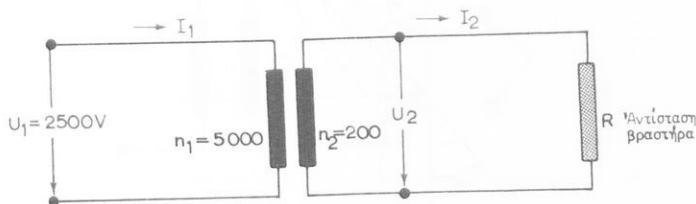
- α) $U_2 = 9,9 \text{ kV}$, β) $P_{\Phi_2} = 495 \text{ VA}$, γ) $I_1 = 2,25 \text{ A}$
- 32) Ένας μονοφασικός μετασχηματιστής υποβιβασμού τάσεως έχει στο πρωτεύον $n_1 = 5000$ σπείρες και στο δευτερεύον $n_2 = 200$ σπείρες. Το πρωτεύον συνδέεται με δίκτυο εναλλασσόμενης τάσεως με ενεργό τιμή $U_1 = 2500 \text{ V}$. Το ρεύμα που ρέει στο δευτερεύον περνά μέσα από ένα ηλεκτρικό βραστήρα χωρητικότητας 20 λίτρων καθαρού νερού και ανεβάζει τη θερ-

μοκρασία του από 14°C σε 100°C σε διάστημα $12'$. Αν υποθέσουμε ότι δεν υπάρχουν απώλειες, να βρεθούν:

- Η ενεργός τιμή του ρεύματος του πρωτεύοντος I_1 .
- Η αντίσταση του βραστήρα R (σχ. 22).

Απάντηση.

- $I_1 = 4 \text{ A}$, β) $R = 1 \Omega$



Σχ. 22.

- 33) Στο πρωτεύον ενός μονοφασικού μετασχηματιστή $2200/200 \text{ V}$, πού είναι συνδεδεμένο με υψηλή τάση, ρέει ρεύμα κενού $I_0 = 0,923 \text{ A}$, όταν στο δευτερεύοντος δεν υπάρχει φορτίο. Τό ρεύμα I_0 έπεται της τάσεως U_1 του πρωτεύοντος κατά 90° . Όταν στο δευτερεύον συνδεθεί όρισμένο φορτίο, ρέει σε αυτό ρεύμα $I_2 = 50 \text{ A}$, πού έπεται της τάσεως U_2 κατά γωνία $\varphi_2 = 36,67^{\circ}$ ($\cos\varphi_2 = 0,8$).

- Νά υπολογισθεί τό ρεύμα I_1' , πού ρέει στό πρωτεύον καί πού ή μαγνητική του ροή έξουδετερώνει τή ροή του ρεύματος I_2 .
- Νά σχεδιασθεί τό διανυσματικό διάγραμμα των ρευμάτων καί των τάσεων πρωτεύοντος - δευτερεύοντος καί νά προσδιορισθεί από αυτό τό όλικό ρεύμα I_1 πού ρέει στό πρωτεύον. Επίσης ή διαφορά φάσεως φ_1 του I_1 ως προς την τάση U_1 .

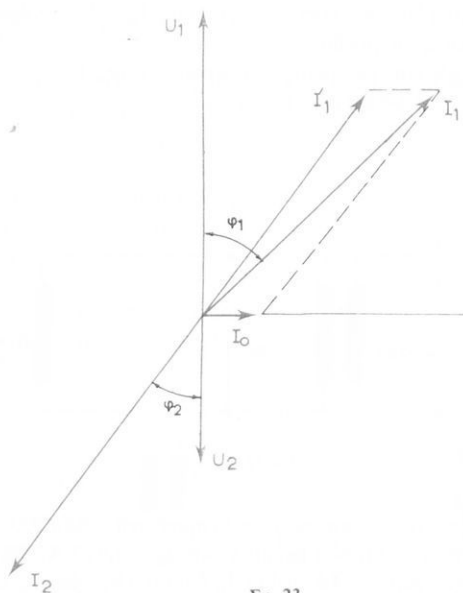
Απάντηση.

- $I_1' = 4,55 \text{ A}$, β) $I_1 = 5,1 \text{ A}$, $\varphi_1 = 45,2^{\circ}$ (σχ. 23).

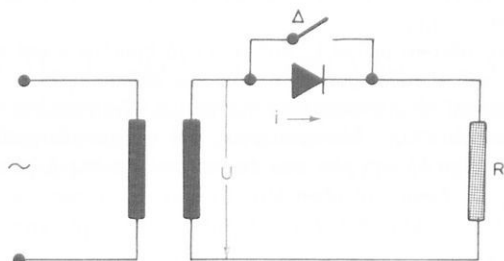
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΙΚΟΣΤΟ

- 34) Δίδεται τό κύκλωμα άπλης άνορθώσεως του σχήματος 24, όπου $u = \sqrt{2} \sin\omega t \text{ (V)}$ καί $R = 5 \text{ (}\Omega\text{)}$. Νά υπολογισθούν:

- Η ενεργός τιμή του ρεύματος I_R του αντιστάτη R καί ή ενεργός τιμή της τάσεως U_R στα άκρα του αντιστάτη, όταν ό άνορθωτής είναι βραχυκυκλωμένος (διακόπτης Δ κλειστός).
- Η μέση τιμή του άνορθωμένου ρεύματος I_0 καί της τάσεως U_0 στα άκρα του αντιστάτη R , όταν ό διακόπτης Δ είναι άνοικτός.



Σχ. 23.



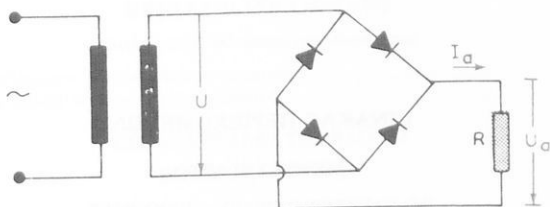
Σχ. 24.

γ) Ἡ ἐνεργὸς τιμὴ I_a τοῦ ἀνορθωμένου ρεύματος καὶ τῆς τάσεως U_a στὰ ἄκρα τοῦ ἀντιστάτη R , ἐπίσης ὅταν ὁ διακόπτης Δ εἶναι ἀνοικτός.

Ἀπάντηση.

- | | | |
|----|-------------------------|------------------------|
| α) | $I_R = 200 \text{ mA}$ | $U_R = 1 \text{ V}$ |
| β) | $I_0 = 89,8 \text{ mA}$ | $U_0 = 0,45 \text{ V}$ |
| γ) | $I_a = 141 \text{ mA}$ | $U_a = 0,7 \text{ V}$ |

- 35) Δίδεται ή γέφυρα άνορθώσεως (γέφυρα Grätz) του σχήματος 25. Η μέση τιμή I_0 του ρεύματος του αντίστατη $R = 10 \Omega$ είναι 500 mA. Νά υπολογισθούν:
- Η ενεργός τιμή U της τάσεως στο δευτερεύον του μετασχηματιστή.
 - Η ενεργός τιμή του ρεύματος I_a καί της τάσεως U_a στα άκρα του αντίστατη R .



Σχ. 25.

Απάντηση.

α) $U = 5,56 \text{ V}$, β) $I_a = 556,7 \text{ mA}$, $U_a = 5,56 \text{ V}$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΜΕΡΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟ

ΤΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ – ΠΥΚΝΩΤΕΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΩΔΕΚΑΤΟ

Τό ηλεκτρικό πεδίο

12.1 Όρισμός του ηλεκτρικού πεδίου	1
12.2 Ένταση του ηλεκτρικού πεδίου	2
12.3 Ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές	6
12.4 Ηλεκτρικό πεδίο στο έσωτερικό άγωγών – Ηλεκτροστατική επίδραση	8
12.5 Δυναμικό και διαφορά δυναμικού	10
12.6 Σχέση μεταξύ τάσεως και έντασης ηλεκτρικού πεδίου	12

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΡΙΤΟ

Πυκνωτές

13.1 Είσαγωγή	15
13.2 Χωρητικότητα πυκνωτή – Μονάδες χωρητικότητας	16
13.3 Η σημασία της διηλεκτρικής σταθεράς – Διηλεκτρική πόλωση	18
13.4 Ο επίπεδος πυκνωτής	21
13.5 Ηλεκτροστατική ενέργεια πυκνωτή	25
13.6 Τρόποι συνδέσεως πυκνωτών – Ισοδύναμη χωρητικότητα	27
13.7 Τύποι πυκνωτών	37
13.8 Καμπύλες φορτίσεως και εκφορτίσεως πυκνωτή – Σταθερά χρόνου φορτίσεως, εκφορτίσεως	39

ΜΕΡΟΣ ΠΕΜΠΤΟ

ΤΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

Παραγωγή έναλλασσόμενου ρεύματος – Χαρακτηριστικές τιμές και παράσταση έναλλασσομένων μεγεθών

14.1 Μεταβαλλόμενα και έναλλασσόμενα ρεύματα	46
14.2 Παραγωγή έναλλασσόμενου ρεύματος	50
14.3 Συχνότητα, φάση και κυκλική συχνότητα έναλλασσομένων μεγεθών	55
14.4 Διανυσματική παράσταση έναλλασσομένων μεγεθών – Διαφορά φάσεως	59
14.5 Ένεργός τιμή έναλλασσομένων μεγεθών	68

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΠΕΜΠΤΟ

Ίσχύς και ενέργεια του εναλλασσόμενου ρεύματος

15.1 Στιγμιαία ισχύς	73
15.2 Ενέργεια εναλλασσόμενου ρεύματος	75
15.3 Πραγματική, άεργη και φαινόμενη ισχύς	77
15.4 Βαττικό άεργο ρεύμα	81

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΚΤΟ

Κυκλώματα εναλλασσόμενου κυκλώματος

16.1 Στοιχεία κυκλωμάτων εναλλασσόμενου ρεύματος	84
16.2 Σύνθετα κυκλώματα εναλλασσόμενου ρεύματος	98

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΒΔΟΜΟ

Συντονισμός κυκλώματος

17.1 Γενικά	119
17.2 Συντονισμός σειράς	119
17.3 Παράλληλος συντονισμός	128

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΟΓΔΩΟ

Τριφασικά ρεύματα

18.1 Παραγωγή τριφασικού ρεύματος — Άνεξάρτητα τριφασικά συστήματα	135
18.2 Άλληλγένοδα τριφασικά συστήματα	138
18.3 Ίσχύς του τριφασικού ρεύματος	144
18.4 Σύνδεση καταναλωτών	146

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΝΑΤΟ

Μετασχηματιστές

19.1 Γενικά	151
19.2 Μονοφασικοί μετασχηματιστές	152
19.3 Τριφασικοί μετασχηματιστές	169

ΜΕΡΟΣ ΕΚΤΟ

ΕΙΔΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΙΚΟΣΤΟ

Άνορθωτές

20.1 Γενικά	180
20.2 Είδη άνορθωτών	181
20.3 Συνδεσμολογίες άνορθωτών	192
20.4 Έξομάλυνση της άνορθωμένης τάσεως	196

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΙΚΟΣΤΟ ΠΡΩΤΟ

Θερμοηλεκτρικό φαινόμενο

21.1 Θερμοηλεκτρική τάση — Θερμοστοιχεία	199
21.2 Χρήση των θερμοστοιχείων	201

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ	203
----------	-----

COPYRIGHT ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ



0020558274

Ψηφιοποίηση και έκδοση στο Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

GEORG SIMON OHM (1787-1854).

