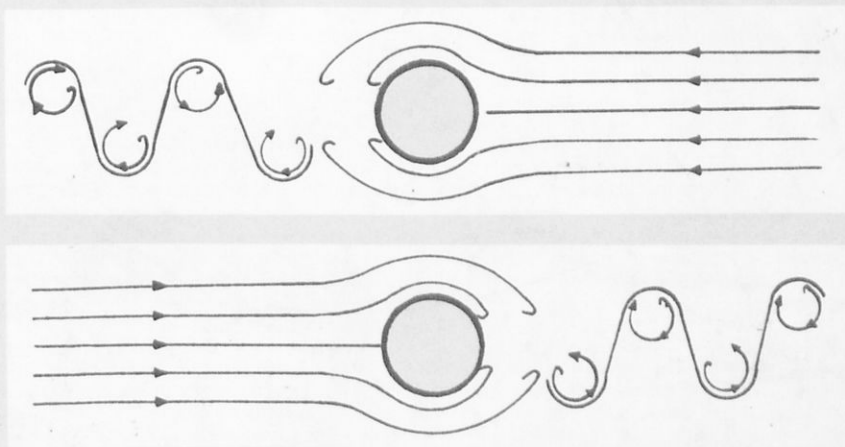


ΑΛΚΙΝΟΟΥ Ε. ΜΑΖΗ

ΦΥΣΙΚΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ

Δ' καὶ ΣΤ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ



ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΑΘΗΝΑΙ 1972

ΣΤ'

89

ΣΧΒ

MSB

Nafm, Azutroos E.

ΦΥΣΙΚΗ Δ,ΣΤ/Γ = 234



ΦΥΣΙΚΗ
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ

ΔΩΡΕΑ
ΕΘΝΙΚΗΣ ΚΥΒΕΡΝΗΣΕΩΣ

Τό παρόν βιβλίον δέον νά διαφυλαχθῇ καί διὰ τήν
Στ'τάξιν εἰς τήν ὁποίαν ἐπίσης θά χρησιμοποιηθῇ.

ΣΤ' 89 ΣΧΒ
Μαζης, Αλκινόος Ε.
ΑΛΚΙΝΟΟΥ Ε. ΜΑΖΗ



ΦΥΣΙΚΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ

Δ' ΣΤ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ



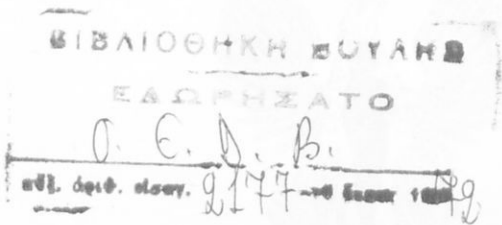
21 ΑΠΡΙΛΙΟΥ

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΑΘΗΝΑΙ 1972

002
4NE
ET2B
1568

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΑΘΑΝΑΣΙΑΔΟΥ Γ.	Ἐπίτομος Φυσικὴ
ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΥ Κ.	Μαθήματα Φυσικῆς (Τόμος Ι)
ΜΑΖΗ Α.	Φυσικὴ (Τόμος Ι, ΙΙ)
ΠΑΛΑΙΟΛΟΓΟΥ-ΠΕΡΙΣΤΕΡΑΚΗ	Φυσικὴ (Τόμος Ι)
ΠΑΠΑΝΑΣΤΑΣΙΟΥ Χ.	Ὁ Γαλιλαῖος
ΧΟΝΔΡΟΥ Δ.	Φυσικὴ (Τόμος Ι)
BOUTARIC A.	Précis de Physique
FREEMAN I.M.	Modern Introductory Physics
WESTPHAL	Physik
WHITE H.E.	Modern Physics
VAN NOSTRAND'S	Scientific Encyclopedia





ΠΙΝΑΞ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΘΕΜΑ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Σελίς

1. Θέμα τῆς Φυσικῆς.— 2. Μέθοδος τῆς Φυσικῆς 11 - 13

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

3. Αἱ μετρήσεις εἰς τὴν Φυσικὴν.— 4. Μονὰς μήκους.— 5. Μονάδες ἐπιφανείας καὶ ὄγκου.— 6. Μέτρησις τῶν γωνιῶν.— 7. Μονὰς χρόνου.— 8. Παρατηρήσεις ἐπὶ τῆς ἐκφράσεως καὶ τῆς γραφῆς τῶν μονάδων. 13 - 16

Η ΥΛΗ

9. Καταστάσεις τῆς ὕλης.— 10. Διαιρετότης τῆς ὕλης.— 11. Μᾶζα καὶ βάρος τῶν σωμάτων.— 12. Μονάδες μάζης.— 13. Μονάδες βάρους.— 14. Μέτρησις τῶν μαζῶν.— 15. Εἰδικὸν βάρος καὶ πυκνότης.— 16. Τὸ σύστημα μονάδων C.G.S. 16 - 22

ΕΙΔΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

17. Μονόμετρα καὶ ἀνυσματικά μεγέθη.— 18. Γραφικὴ παράστασις ἀνυσματικοῦ μεγέθους.— 19. Πρόσθεσις ἀνυσματικῶν μεγεθῶν ... 22 - 24

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

Ὁρισμός καὶ μέτρησις τῆς δυνάμεως

20. Θέμα τῆς Μηχανικῆς.— 21. Ὁρισμός τῆς δυνάμεως.— 22. Ὑλικά σημεῖα καὶ ὕλικά σώματα.— 23. Ἰσορροπία δύο δυνάμεων.— 24. Στατική μέτρησις τῶν δυνάμεων.— 25. Δυναμόμετρα. 25 - 29

Σύνθεσις δυνάμεων

I. Δυνάμεις ἐφηρμοσμέναι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου

26. Ὁρισμός.— 27. Σύνθεσις δύο δυνάμεων.— 28. Ἐντάσις καὶ διεύθυνσις τῆς συνισταμένης.— 29. Μερικὴ περίπτωσις.— 30. Ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας.— 31. Σύνθεσις ὅσωνδήποτε δυνάμεων.— 32. Ἰσορροπία ὕλικου σημείου 29 - 34

II. Δυνάμεις ἐφηρμοσμέναι εἰς διάφορα σημεῖα στερεοῦ σώματος

33. Σύνθεσις δύο δυνάμεων παραλλήλων τῆς αὐτῆς φορᾶς.—34. Πο-
πῇ δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον ἢ ἄξονα.—35. Θεώρημα τῶν ροπῶν.—
36. Σύνθεσις πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων τῆς αὐτῆς φορᾶς.—37. Ἀνά-
λυσις δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας παραλλήλους τῆς αὐτῆς φορᾶς.—
38. Σύνθεσις δύο ἀνίσων παραλλήλων δυνάμεων ἀντιθέτου φορᾶς.—39.
Ζεύγος δυνάμεων.—40. Σύνθεσις δύο δυνάμεων διαφόρου διευθύνσεως 36 - 45

Κέντρον βάρους. Ἴσορροπία στερεοῦ σώματος

41. Κέντρον βάρους σώματος.—42. Θέσις τοῦ κέντρου βάρους.—
43. Προσδιορισμός τοῦ κέντρου βάρους.—44. Ἴσορροπία στερεοῦ σώμα-
τος ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου.—45. Εἶδη ἰσορροπίας.—46. Ἴσορροπία
σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα.—47. Ζυγός.—48. Ἀκριβὴς ζυγίσις.—
49. Πρακτικοὶ τύποι ζυγῶν 47 - 55

ΚΙΝΗΣΙΣ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

Γενικαὶ ἔννοιαι

50. Σχετικὴ ἡρεμία καὶ κίνησις.—51. Τροχιά, διάστημα 57 - 58
Εὐθύγραμμος ὁμαλὴ κίνησις
52. Ὅρισμός.—53. Ταχύτης τοῦ κινητοῦ.—54. Μονὰς ταχύτητος.—
55. Νόμοι τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως 58 - 60

Εὐθύγραμμος ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις

56. Ὅρισμός.—57. Ἐπιτάχυνσις.—58. Μονὰς ἐπιταχύνσεως.—
59. Ὑπολογισμός τῆς ταχύτητος.—60. Ὑπολογισμός τοῦ διαστήματος.—
61. Νόμοι τῆς ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως.—62. Διάρκεια τῆς
κινήσεως καὶ ὀλικὸν διάστημα εἰς τὴν ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν. 60 - 65

Πτώσις τῶν σωμάτων

63. Ἐρευνα τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων.—64. Πτώσις τῶν σω-
μάτων εἰς τὸ κενόν.—65. Προσδιορισμός τοῦ εἶδους τῆς κινήσεως.—
66. Ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων.—67. Νόμοι τῆς ἐλευ-
θέρας πτώσεως τῶν σωμάτων 65 - 69

Η ΔΥΝΑΜΙΣ ΚΑΙ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΥΤΗΣ

Αἱ ἀρχαὶ τῆς δυναμικῆς

68. Κίνησις καὶ δύναμις.—69. Ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας.—70. Ἀδρά-
νεια τῆς ὕλης.—71. Σχέσις μεταξὺ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς κινήσεως τοῦ
σώματος.—72. Σχέσις μεταξὺ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως.—
73. Σχέσις μεταξὺ τῆς μάζης τοῦ σώματος καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως.—
74. Θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς δυναμικῆς. Ὅρισμός τῆς μάζης.—75. Ἀρχὴ

Σελίς

- τῆς ἀφθαρείας τῆς μάξης.—76. Μονὰς τῆς δυνάμεως.—77. Σχέσις μετα-
ξὺ γραμμαρίου βάρους (gr*) καὶ δύνης.—78. Ἐφαρμογὴ τῆς θεμελιώ-
δους ἐξισώσεως $F = m \cdot \gamma$ εἰς τὴν πτώσιν τῶν σωμάτων.—79. Συνέπειαι
τῆς σχέσεως $B = m \cdot g$.—80. Ἀρχὴ τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως... 71 - 77

Τριβὴ

81. Τριβὴ ὀλισθήσεως.—82. Νόμος τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως.—
83. Τριβὴ κυλίσεως 78 - 81

Ἔργον καὶ ἐνέργεια

84. Ἔργον σταθερᾶς δυνάμεως.—85. Μονάδες ἔργου.—86. Γενικὴ
περίπτωσις παραγωγῆς ἔργου.—87. Ἔργον παραγόμενον ὑπὸ τῆς τριβῆς.
88. Ὅρισμός τῆς ἰσχύος.—89. Μονάδες ἰσχύος.—90. Μεγάλαι πρακτικαὶ
μονάδες ἔργου.—91. Ἐνέργεια καὶ μορφαὶ αὐτῆς.—92. Μέτρησις τῆς
δυναμικῆς ἐνεργείας.—93. Μέτρησις τῆς κινητικῆς ἐνεργείας.—94. Με-
τατροπαὶ τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας.—95. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς
ἐνεργείας.—96. Μεταβολὴ τῆς μάξης μετὰ τῆς ταχύτητος.—97. Ἀρχὴ
ἰσοδυναμίας μάξης καὶ ἐνεργείας 82 - 94

Ἀπλὰ μηχαναὶ

98. Ὅρισμός.—99. Μοχλός.—100. Ἐφαρμογὴ τῆς διατηρήσεως τῆς
ἐνεργείας εἰς τὰς ἀπλὰς μηχανάς.—101. Βαροῦλκον.—102. Τροχαλία.—
103. Πολύσπαστον.—104. Κεκλιμένον ἐπίπεδον.—105. Κοχλίας.—
106. Ἀπόδοσις μηχανῆς..... 96 - 104

ΣΥΝΘΕΣΙΣ ΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ

107. Ἀρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων.—108. Σύνθεσις δύο
εὐθυγράμμων κινήσεων.—109. Κίνησις τῶν βλημάτων 106 - 111

ΟΡΜΗ ΚΑΙ ΚΡΟΥΣΙΣ

110. Ὡθησις δυνάμεως καὶ ὁρμῆς.—111. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως
τῆς ὁρμῆς.—112. Ἐφαρμογαὶ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς.—
113. Κρούσις 112 - 117

ΚΥΚΛΙΚΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

114. Ὅρισμοί.—115. Ταχύτης εἰς τὴν ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν.—
116. Κεντρομόλος δύναμις.—117. Ὑπολογισμός τῆς κεντρομόλου ἐπιτα-
χύνσεως.—118. Φυγόκεντρος δύναμις.—119. Πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς
κεντρομόλου δυνάμεως.—120. Περιτροφικὴ κίνησις στερεοῦ σώματος. 118 - 127

ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΙΣ - ΕΚΚΡΕΜΕΣ

121. Ἀρμονικὴ ταλάντωσις.—122. Ἀπλοῦν ἐκκρεμές.—123. Νόμοι
τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς.—124. Ἐφαρμογαὶ τοῦ ἐκκρεμοῦς.—125. Φυσικὸν
ἐκκρεμές 128 - 135

ΠΑΓΚΟΣΜΙΟΣ ΕΛΞΙΣ · ΒΑΡΥΤΗΣ

126. Νόμος τοῦ Νεύτωνος.—127. Τὸ βάρος τῶν σωμάτων.—
 127α. Πεδῖον βαρύτητος τῆς Γῆς 136 - 138

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΟΝΑΔΩΝ

128. Σύστημα μονάδων.—129. Τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων.
 129α. Τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων 139 - 143

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Γενικαὶ ἔννοιαι

130. Ὁρισμὸς τῆς πίεσεως.—131. Τὰ ρευστὰ σώματα 144 - 145

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΥΓΡΩΝ

Ὑδροστατικὴ πίεσις

132. Ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τῶν ὑγρῶν.—133. Πίεσις ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ.—134. Μέτρησις τῆς πίεσεως διὰ τοῦ ὕψους στήλης ὑδραργύρου.—135. Θεμελιώδης ἀρχὴ τῆς ὑδροστατικῆς.—136. Μετάδοσις τῶν πίεσεων.—137. Ἰσορροπία μὴ ἀναμιγνυομένων ὑγρῶν.—138. Συγκοινωνοῦντα δοχεῖα.—139. Ἐφαρμογαὶ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων.—140. Δύναμις ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου.—141. Δύναμις ἐπὶ πλευρικοῦ τοιχώματος.—142. Δυνάμεις ἀσκούμεναι ἐπὶ τοῦ συνόλου τῶν τοιχωμάτων.—143. Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους.—144. Ἰσορροπία σώματος βυθισμένου ἐντὸς ὑγροῦ 145 - 161

Μέτρησις τῆς πυκνότητος

145. Πυκνότης τοῦ ὕδατος.—146. Μέτρησις τῆς πυκνότητος.—
 147. Μέτρησις τοῦ σχετικοῦ εἰδικοῦ βάρους.—148. Μέθοδοι μετρήσεως τοῦ σχετικοῦ εἰδικοῦ βάρους.—149. Ἀραιόμετρα 161 - 165

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις

150. Χαρακτηριστικὰ τῶν ἀερίων.—151. Βάρος τῶν ἀερίων.—
 152. Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις.—153. Μέτρησις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως.—154. Βαρόμετρα.—155. Χρήσεις τῶν βαρομέτρων 168 - 173

Νόμος Boyle Mariotte

156. Νόμος Boyle - Mariotte.—157. Ἰσχύς τοῦ νόμου Boyle - Mariotte.—158. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος ἀερίου.—159. Σχετικὴ πυκνότης ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα.—160. Μανόμετρα 173 - 178

Ἀιτλίαι ἀερίων καὶ ὑγρῶν

161. Ἀεραντλία.—162. Σημασία τῶν χαμηλῶν καὶ ὑψηλῶν πιέσεων.—163. Ὑδραντλία.—164. Σίφων.—165. Σιφώνιον 178 - 182

Ἡ ἀτμόσφαιρα τῆς Γῆς.

166. Ἐλάττωσις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως μετὰ τοῦ ὕψους.—
 167. Μέτρησις τοῦ ὕψους ἐκ τῆς πίεσεως.—168. Ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς
 τοῦ Ἀρχιμήδους εἰς τὰ ἀέρια.—169. Ἀερόστατα.—170. Ἀερόπλοια. . . 182 - 185

ΜΟΡΙΑΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

171. Μοριακαὶ δυνάμεις.—172. Ἐλαστικότητα.—173. Ἐπιφανειακὴ
 τάσις.—174. Τριχοειδῆ φαινόμενα.—175. Διαλύματα.—176. Κινητικὴ
 θεωρία.—177. Συμπεράσματα τῆς κινητικῆς θεωρίας 188 - 193

ΑΝΤΙΣΤΑΣΙΣ ΤΟΥ ΑΕΡΟΣ

178. Νόμος τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος.—179. Πτώσις τῶν σωμά-
 των ἐντὸς τοῦ ἀέρος.—180. Ἀεροπλάνον.—181. Σύστημα προωθήσεως
 τοῦ ἀεροπλάνου 194 - 199

ΚΥΜΑΝΣΕΙΣ

182. Ἐγκάρσια κύματα.—183. Μῆκος κύματος.—184. Διαμήκη
 κύματα.—185. Συμβολὴ κυμάνσεων.—186. Στάσιμα κύματα.— 187.
 Διάδοσις κυμάνσεως εἰς τὸν χῶρον.—188. Συντονισμός.—189. Σύζευ-
 ξις 200 - 210

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ

190. Παραγωγὴ τοῦ ἤχου. 191. Διάδοσις τοῦ ἤχου.— 192. Ἡχη-
 τικά κύματα.— 193. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῶν ἡχητικῶν κυμάτων.—
 194. Εἶδη ἤχων.—195. Ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου.—196. Ὑπερηχη-
 τικαὶ ταχύτητες.—197. Ἀνάκλασις τοῦ ἤχου 211 - 218

ΦΥΣΙΟΛΟΓΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΗΧΩΝ

198. Χαρακτηριστικά τῶν μουσικῶν ἤχων.—199. Ἐντασις τοῦ
 ἤχου.—200. Ὑψος τοῦ ἤχου.—201. Ὅρια τῶν ἀκουστῶν ἤχων.—
 202. Ἀρμονικοὶ ἤχοι.—203. Χροιά τοῦ ἤχου.—204. Μουσικὴ κλίμαξ. 219 - 224

ΠΗΓΑΙ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΗΧΩΝ

205. Χορδαί.—206. Συντονισμός.—207. Ἡχητικοὶ σωλῆνες.—
 208. Φωνογραφία 225 - 232

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ

ΘΕΡΜΟΤΗΣ

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ

209. Θερμότης.—210. Θερμοκρασία.—211. Διαστολὴ τῶν σωμά-
 των.—212. Μέτρησις θερμοκρασιῶν.—213. Ὑδραργυρικὸν θερμόμε-
 τρον.—214. Βαθμολογία τοῦ θερμομέτρου.—215. Θερμόμετρα με-
 ὑγρόν.—216. Θερμόμετρα μεγίστου καὶ ἐλαχίστου 234 - 239

ΔΙΑΣΤΟΛΗ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

217. Διαστολή τῶν στερεῶν.—218. Γραμμικὴ διαστολή.—
 218α. Ἐφαρμογαὶ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς.—219. Κυβικὴ διαστολή.—
 220. Διαστολή τῶν ὑγρῶν.—221. Διαστολή τοῦ ὕδατος.—222. Μεταβολὴ
 τῶν αερίων.—223. Ἐξίσωσις τῶν τελείων αερίων.—224. Πυκνότης
 αερίου.—225. Ἀπόλυτον μὴδὲν καὶ ἀπόλυτος κλίμαξ θερμοκρασιῶν 239 - 248

ΘΕΡΜΙΔΟΜΕΤΡΙΑ

226. Μονὰς ποσότητος θερμότητος.—227. Εἰδικὴ θερμότης καὶ
 θερμοχωρητικότης.—228. Μέτρησις τῆς εἰδικῆς θερμότητος τῶν στερεῶν
 καὶ ὑγρῶν.—229. Εἰδικὴ θερμότης τῶν αερίων.—230. Πηγαὶ θερμό-
 τητος 250 - 255

ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

231. Αἱ μεταβολαὶ καταστάσεως.—232. Τῆξις.—233. Νόμοι τή-
 ξεως.—234. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν τήξιν.—235. Θερμότης
 τήξεως.—236. Θερμιδόμετρον τοῦ Laplace.—237. Ἐπίδρασις τῆς πιέ-
 σεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας τήξεως.—238. Ὑστέρησις πήξεως.—
 239. Θερμοκρασία τήξεως τῶν κραμάτων.—240. Ὑψικὰ μείγματα.—
 241. Ἐξαέρωσις.—242. Ἐξαέρωσις εἰς τὸ κενόν.—243. Ἐξάτμισις.—
 244. Βρασμός.—245. Ἐπίδρασις τῆς ἐξωτερικῆς πίεσεως ἐπὶ τῆς θερ-
 μοκρασίας βρασμοῦ τοῦ ὕδατος.—246. Θερμότης ἐξαερώσεως.—
 247. Ὑψος παραγόμενον κατὰ τὴν ἐξάτμισιν.—248. Ἐξάχνωσις.—
 249. Ἀπόσταξις.—250. Ὑδροποίησις τῶν αερίων.—251. Μέθοδοι
 παραγωγῆς ψύχους.—252. Ἀπόλυτος καὶ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος . . 256 - 272

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

253. Θερμότης καὶ μηχανικὴ ἐνέργεια.—254. Ἰσοδυναμία θερμό-
 τητος καὶ μηχανικῆς ἐνεργείας.—255. Φύσις τῆς θερμότητος 275 - 278

ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ ΕΙΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΝ

256. Θερμικαὶ μηχαναί.—257. Ἀτμομηχαναί.—258. Θερμικαὶ
 μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως.—259. Βενζινοκινητῆρες.—260. Κινη-
 τῆρες Diesel.—261. Ἀεριοστρόβιλοι.—262. Βιομηχανικὴ ἀπόδοσις
 θερμικῆς μηχανῆς.—262. Θεωρητικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς.—
 264. Ἡ θερμότης κατωτέρα μορφή ἐνεργείας.—265. Ἀρχὴ τῆς ὑπο-
 βαθμίσεως τῆς ἐνεργείας 279 - 290

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

266. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς.—267. Διάδοσις τῆς θερ-
 μότητος διὰ ρευμάτων.—268. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας 292 - 295

ΕΞΕΛΙΞΙΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

269. Ἡ γένεσις τῆς ἐπιστημονικῆς σκέψεως.—270. Ἡ ἐλληνικὴ
 ἐπιστῆμη καὶ τεχνικὴ.—271. Ἡ ἀναγέννησις τῆς ἐπιστήμης 296 - 301

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΘΕΜΑ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

1. **Θέμα τῆς Φυσικῆς.** — Διὰ τῶν αἰσθήσεων διαπιστώνομεν ὅτι εἰς τὴν Φύσιν ὑπάρχουν **ὕλικά σώματα**, τὰ ὅποια ἔχουν διαστάσεις. Ἐπίσης διαπιστώνομεν ὅτι εἰς τὴν Φύσιν συμβαίνουν διάφοροι μεταβολαί, τὰς ὁποίας καλοῦμεν **φαινόμενα** (π.χ. πτώσις τῶν σωμάτων, ἐξάτμισις ὑγρῶν κ.ἄ.). Ἡ ἔρευνα τοῦ ὑλικοῦ κόσμου εἶναι θέμα τῶν **Φυσικῶν Ἐπιστημῶν**, αἱ ὁποῖαι ἀποτελοῦνται ἀπὸ ἓν σύνολον εἰδικῶν κλάδων. Ἐκαστος κλάδος τῶν Φυσικῶν Ἐπιστημῶν ἀποτελεῖ σήμερον. ἰδιαίτεράν ἐπιστήμην, ὅπως εἶναι ἡ Ἀστρονομία, ἡ Γεωλογία, ἡ Γεωγραφία, ἡ Ὀρυκτολογία, ἡ Ζωολογία κ.ἄ. Βασικὸς κλάδος τῶν Φυσικῶν Ἐπιστημῶν εἶναι ἡ **Φυσικὴ**, ἡ ὁποία ἐξετάζει ὠρισμένα γενικὰ φαινόμενα συμβαίνοντα εἰς τὸν ἀνόργανον κόσμον. Παραλλήλως πρὸς τὴν Φυσικὴν ἐργάζεται καὶ ἡ **Χημεία**, ἡ ὁποία ἐξετάζει τὰ φαινόμενα τὰ ὀφειλόμενα εἰς τὴν διαφορὰν τῶν χαρακτήρων τῶν ὑλικῶν σωμάτων. Σαφὴς διαχωρισμὸς μεταξὺ τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Χημείας δὲν ὑπάρχει. Μία νέα ἐπιστήμη, ἡ **Φυσικοχημεία**, ἀποτελεῖ τὸν σύνδεσμον μεταξὺ τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Χημείας. Κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη ἀνεπτύχθησαν καταπληκτικῶς δύο νεώτατοι κλάδοι τῆς Ἐπιστήμης, ἡ **Ἀτομικὴ** καὶ ἡ **Πυρηνικὴ Φυσικὴ**, οἱ ὅποιοι κατέστησαν ἀκόμη περισσότερον ἀσαφῆ τὰ ὅρια μεταξὺ τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Χημείας.

2. **Μέθοδος τῆς Φυσικῆς.** — Ἡ Φυσικὴ καὶ ἡ Χημεία διακρίνονται ἀπὸ τὰς ἄλλας Φυσικὰς Ἐπιστήμας κυρίως διὰ τὴν μέθοδον, τὴν ὁποίαν ἐφαρμόζουν κατὰ τὰς ἐρεῖνας των. Τὴν ἰδίαν μέθοδον προσπαθοῦν σήμερον νὰ ἐφαρμόσουν καὶ ὅλοι αἱ ἄλλαι Φυσικαὶ Ἐπιστήμαι, διότι ἀπεδείχθη ὅτι εἶναι ἡ περισσότερον ἀσφαλὴς μέθοδος ἐρεύνης τοῦ ὑλικοῦ κόσμου. Ἡ Φυσικὴ προσπαθεῖ νὰ ἀνεύρῃ τὴν αἰτίαν, ἡ

όποια προκαλεῖ ἕκαστον **φυσικὸν φαινόμενον**. Πρὸς τοῦτο στηρίζεται κατ' ἀρχὴν εἰς τὴν **παρατήρησιν** καὶ τὸ **πείραμα**.

α) Παρατήρησις καὶ πείραμα. Κατὰ τὴν **παρατήρησιν** παρακολουθοῦμεν τὰ φαινόμενα, ὅπως ἀκριβῶς συμβαίνουν εἰς τὴν Φύσιν. Ἀπὸ τὴν τοιαύτην ὁμῶς ἀπλὴν παρακολούθησιν τῶν φαινομένων δὲν ἐξάγονται πάντοτε ἀσφαλῆ συμπεράσματα. Διὰ τοῦτο καταφεύγομεν εἰς τὸ πείραμα. Κατὰ τὸ **πείραμα** ἐπαναλαμβάνεται σ κ ο π ί μ ω ς τὸ φαινόμενον, εἴτε ὅπως συμβαίνει εἰς τὴν Φύσιν, εἴτε ὑπὸ διαφορετικὰς συνθήκας, τὰς ὁποίας ρυθμίζει ὁ ἐρευνητής. Διὰ τοῦ πειράματος κατορθώνουν ἐπὶ πλεόν οἱ ἐρευνηταὶ νὰ παράγουν καὶ νὰ ἐρευνοῦν φαινόμενα, τὰ ὁποῖα δὲν ἐ μ φ α ν ί ζ ο ν τ α ι εἰς τὴν Φύσιν. Μὲ τὸ πείραμα ἐπιτυγχάνεται ἡ βαθυτέρα ἐρευνα ἐνὸς φαινομένου, διότι κατευθύνεται ἡ ἐρευνα πρὸς ὠρισμένον σκοπόν.

β) Φυσικοὶ νόμοι. Ἡ Φυσικὴ δὲν ἀρκεῖται εἰς ἀπλὴν περιγραφὴν τῶν φαινομένων, ἀλλὰ καὶ μετρεῖ μὲ ἀ κ ρ ί β ε ι α ν τὰ διάφορα μεγέθη, τὰ ὁποῖα ὑπαιστέρονται εἰς τὸ ἐξεταζόμενον φαινόμενον. Οὕτως εὐρίσκει τὴν συνάρτησιν, ἡ ὁποία ὑπάρχει μεταξύ τῶν μεγεθῶν τούτων, δηλαδὴ ἀποκαθιστᾷ μίαν λογικὴν σχέσιν μεταξύ αὐτῶν. Ἡ λογικὴ σχέσις ἡ συνδέουσα τὰ διάφορα μεγέθη, τὰ ὁποῖα ἐμφανίζονται εἰς ὠρισμένον φαινόμενον, ἀποτελεῖ ἓνα **φυσικὸν νόμον**. Π.χ. ὅταν ἡ θερμοκρασία ἀερίου εἶναι σταθερά, ὁ ὕγκος του μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως πρὸς τὴν πίεσιν αὐτοῦ (νόμος Boyle - Mariotte). Ὁ φυσικὸς νόμος ἀποτελεῖ γ ε ν ί κ ε υ σ ι ν τῶν συμπερασμάτων, εἰς τὰ ὁποῖα καταλήγουν ἔπειτα ἀπὸ ὠρισμένον ἀριθμὸν παρατηρήσεων καὶ πειραμάτων.

Κατὰ τὴν εὔρεσιν τῶν νόμων ἡ Φυσικὴ προχωρεῖ ἀπὸ τὸ μ ε ρ ι κ ὸ ν πρὸς τὸ γ ε ν ι κ ὸ ν, ἥτοι ἐφαρμόζει τὴν λογικὴν μέθοδον, ἡ ὁποία καλεῖται ἐ π α γ ω γ ή.

γ) Ὑπόθεσις καὶ θεωρία. Διὰ τὴν βαθυτέραν γνῶσιν τοῦ ὕλικου κόσμου, οἱ φυσικοὶ προσπαθοῦν νὰ εὑρουν ἓνα λογικὸν σύνδεσμον μεταξύ τῶν διαφόρων φυσικῶν νόμων καὶ νὰ συνενώσουν αὐτοὺς εἰς ἓ ν ι α ῖ ο ν λ ο γ ι κ ὸ ν σ ύ σ τ η μ α. Πρὸς τοῦτο οἱ φυσικοὶ διατυπώνουν μίαν ὑπόθεσιν περὶ τῆς αἰτίας, ἡ ὁποία προκαλεῖ ὠρισμένην κατηγορίαν φαινομένων. Ἐν τοιοῦτον λογικὸν σύστημα, τὸ ὁποῖον ἐρμηνεύει πλῆθος φυσικῶν νόμων καλεῖται **ὑπόθεσις**. Διὰ νὰ γίνη ὁμῶς παραδεκτὴ μία ὑπόθεσις πρέπει νὰ ἐ ρ μ η ν ε ύ η ὅ λ α τὰ γ ν ω σ τὰ φ α ι ν ὸ -

μενα, εἰς τὰ ὁποῖα ἀναφέρεται ἡ ὑπόθεσις καὶ ἐπὶ πλεόν, πρέπει νὰ προλεγῇ νέα φαινόμενα, τὰ ὁποῖα προκύπτουν ὡς λογικὴ συνέπεια τῆς ὑποθέσεως. Ἐὰν τὸ πείραμα ἐπαληθεύσῃ τὰς προβλέψεις τῆς ὑποθέσεως, τότε παραδεχόμεθα ὅτι ἡ ὑπόθεσις ἀνταποκρίνεται εἰς τὴν πραγματικότητά καὶ ἡ ὑπόθεσις ἀποβαίνει **θεωρία**. Ἡ θεωρία εἶναι λογικὸν σύστημα, τὸ ὁποῖον ἐρμηνεύει ὠρισμένην ὁμάδα φαινομένων καὶ ὁδηγεῖ εἰς τὴν ἀνακάλυψιν νέων φαινομένων. Εἰς τὴν ἀνακάλυψιν τῶν φαινομένων τούτων, ἡ Φυσικὴ προχωρεῖ ἀπὸ τὸ γενικὸν πρὸς τὸ μερικόν, ἥτοι ἐφαρμόζει τὴν λογικὴν μέθοδον, ἡ ὁποία καλεῖται **παράγωγος**.

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

3. Αἱ μετρήσεις εἰς τὴν Φυσικὴν. — Κατὰ τὴν ἔρευναν τῶν φυσικῶν φαινομένων ἀποκαλύπτομεν διάφορα **φυσικὰ μεγέθη**, δηλαδή ποσά, τὰ ὁποῖα ἐπιδέχονται αὐξήσιν ἢ ἐλάττωσιν. Ἡ ἔρευνα τῶν φυσικῶν φαινομένων τότε μόνον ἔχει ἀξίαν, ἐὰν εἴμεθα εἰς θέσιν νὰ μετρήσωμεν τὰ διάφορα φυσικὰ μεγέθη.

Μέτρησις ἐνὸς φυσικοῦ μεγέθους καλεῖται ἡ σύγκρισις αὐτοῦ πρὸς ἄλλο ὁμοειδὲς μέγεθος, τὸ ὁποῖον λαμβάνεται ὡς μονάς. Ἐκ τῆς μετρήσεως εὐρίσκεται πάντοτε εἰς ἀριθμός, ὁ ὁποῖος φανερώνει πόσας φορὰς περιέχεται ἡ μονάς εἰς τὸ μετρούμενον μέγεθος. Ὁ ἀριθμὸς οὗτος καλεῖται **μέτρον** ἢ **ἀριθμητικὴ τιμὴ** τοῦ θεωρουμένου μεγέθους. Κατὰ τὴν ἔρευναν πολλῶν φυσικῶν φαινομένων εἴμεθα ὑποχρεωμένοι νὰ μετρήσωμεν **μήκη**, **ἐπιφανείας**, **ὄγκους**, **γωνίας** καὶ **χρόνους**. Πρέπει λοιπὸν νὰ γνωρίζωμεν ποίας μονάδας χρησιμοποιοῖ ἡ Φυσικὴ διὰ τὴν μέτρησιν τῶν ποσῶν τούτων.

4. Μονὰς μήκους. — Ὡς μονὰς μήκους λαμβάνεται διεθνῶς τὸ **μῆκος τοῦ προτύπου μέτρου**, τὸ ὁποῖον φυλάσσεται εἰς τὸ Διεθνὲς Γραφεῖον Μέτρων καὶ Σταθμῶν (Σέβραι). Τὸ μῆκος τοῦ προτύπου μέτρου καλεῖται **μέτρον** (m). Τὸ $1/100$ τοῦ μέτρου καλεῖται **ἐκατοστόμετρον** (cm). Τὸ $1/10$ τοῦ ἐκατοστομέτρου καλεῖται **χιλιοστόμετρον** (mm). Εἰς τὴν Φυσικὴν ὡς μονὰς μήκους λαμβάνεται τὸ **ἐκατοστόμετρον**. Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν πολλῶν μεγάλων ἢ πολλῶν μικρῶν μηκῶν χρησιμοποιοῦνται ὡς μονάδες πολλαπλάσια ἢ κλάσματα τοῦ ἐκατοστομέτρου.

Μονάδες μήκους

χιλιόμετρον	1 km = 1000 m	= 10^5 cm
μέτρον	1 m	= 10^2 cm
δεκατόμετρον	1 dm = 1/10 m	= 10 cm
έκατοστόμετρον	1 cm = 1/100 m	= 1 cm
χιλιοστόμετρον	1 mm = 1/1000 m	= 10^{-1} cm
μικρόν	1 μ = 1/1000 mm	= 10^{-4} cm

5. Μονάδες επιφανείας και όγκου. — Μία γενική ιδιότης τῶν σωμάτων εἶναι ὅτι πᾶν σῶμα καταλαμβάνει ὠρισμένον χῶρον, ἥτοι ὅγκον. Εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιοῦμεν ὡς μονάδας ἐπιφανείας ἢ ὅγκου τὰς μονάδας, αἱ ὁποῖαι προκύπτουν ἀπὸ τὴν καθιερωθεῖσαν μονάδα μήκους. Οὕτως ὡς μονάς ἐπιφανείας λαμβάνεται τὸ τετραγωνικὸν ἑκατοστόμετρον (1 cm^2) καὶ ὡς μονάς ὅγκου λαμβάνεται τὸ κυβικὸν ἑκατοστόμετρον (1 cm^3).

Σχέσεις μεταξὺ τῶν μονάδων μήκους, ἐπιφανείας, ὅγκου

Μήκους	Ἐπιφανείας	Όγκου
1 cm	1 cm²	1 cm³
1 dm = 10 cm	1 dm ² = 10 ² cm ²	1 dm ³ (1 λίτρον) = 10 ³ cm ³
1 m = 10 ² cm	1 m ² = 10 ⁴ cm ²	1 m ³ = 10 ³ dm ³ = 10 ⁶ cm ³

Εἰς τὴν ναυτιλίαν χρησιμοποιεῖται διενῶς ὡς μονάς μήκους τὸ ναυτικὸν μίλιον = 1852 m, τὸ ὁποῖον εἶναι ἴσον μὲ τὸ μήκος τόξου 1' τοῦ μεσημβριοῦ τῆς Γῆς.

Εἰς τὰς ἀγγλοσαξωνικάς χώρας ὡς μονάς μήκους χρησιμοποιεῖται ἡ 1 ὀάρδ α, ἡ ὁποία ὑποδιαιρεῖται εἰς 3 πόρδας· ἕκαστος ποὺς ὑποδιαιρεῖται εἰς 12 Ἴντσας. Μεγαλύτερα μονάς μήκους διὰ μετρήσεις ἐπὶ τῆς ξηρᾶς χρησιμοποιεῖται τὸ

$$1 \text{ μίλιον} = 1609 \text{ m}$$

$$1 \text{ ὀάρδα} = 91,44 \text{ cm,}$$

$$1 \text{ ποὺς} = 30,48 \text{ cm,}$$

$$1 \text{ Ἴντσα} = 2,54 \text{ cm.}$$

6. Μέτρησις τῶν γωνιῶν. — Εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ γωνία μετρεῖται διὰ τοῦ τόξου, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς αὐτήν, ὅταν ἡ γωνία θεωρηθῇ ὡς ἐπίκεντρος. Εἰς τὴν πρᾶξιν αἱ γωνίαι μετροῦνται εἰς μοίρας, πρῶτα λεπτὰ καὶ δευτερόλεπτα. Εἰς τὴν Φυσικὴν αἱ γωνίαι μετροῦνται συνήθως εἰς **ἄκτινια** (rad), δηλαδή μετροῦνται μὲ τὸν λόγον τοῦ μήκους τοῦ τόξου πρὸς τὴν ἀκτῖνα τοῦ κύκλου :

$$\frac{\text{μῆκος τόξου}}{\text{μῆκος ἀκτίνος}} = \alpha \text{ ἄκτινια}$$

Διὰ νὰ τρέψωμεν τὰς μοίρας εἰς ἄκτινια, ἀρκεῖ νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι ὁλόκληρος ἡ περιφέρεια, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τόξον 360° , ἔχει μῆκος $2\pi R$ Ἄρα :

γωνία 360° ἰσοῦται μὲ : $2\pi \text{ rad}$

1 rad ἰσοῦται μὲ γωνίαν : $\frac{180^\circ}{\pi} = 57^\circ 18'$

1° ἰσοῦται μὲ γωνίαν : $\frac{\pi}{180^\circ} = 0,0175 \text{ rad.}$

7. Μονὰς χρόνου. — Ὁ χρόνος, ὁ ὁποῖος μεσολαβεῖ μεταξὺ δύο διαδοχικῶν διαβάσεων τοῦ Ἡλίου διὰ τοῦ μεσημβρινοῦ τοῦ τόπου, καλεῖται ἀλ γ θ ῆ ς ἡ λ ι α κ ῆ ἡ μ έ ρ α. Ἐπειδὴ ὁμως ὁ χρόνος οὗτος δὲν εἶναι σταθερός, διὰ τοῦτο ὡς μονάδα χρόνου λαμβάνομεν ἓνα σταθερὸν χρόνον, ὁ ὁποῖος καλεῖται μέση ἡ λ ι α κ ῆ ἡ μ έ ρ α καὶ ὑποδιαιρεῖται εἰς 86400 δευτερόλεπτα. Εἰς τὴν Φυσικὴν ὡς μονὰς χρόνου λαμβάνεται τὸ **δευτερόλεπτον** (1 sec).

Ἡ μέση ἡλιακὴ ἡμέρα ὑποδιαιρεῖται εἰς 24 ὥρας. Ἡ ὥ ρ α (h) ὑποδιαιρεῖται εἰς 60 λεπτὰ (ἢ πρῶτα λεπτὰ). Τὸ λ ε π τ ὶ ο ν (min) ὑποδιαιρεῖται εἰς 60 δευτερόλεπτα.

8. Παρατηρήσεις ἐπὶ τῆς ἐκφράσεως καὶ τῆς γραφῆς τῶν μονάδων.

Εἰς τὸν προφορικὸν λόγον αἱ μονάδες ἐκφράζονται διὰ τοῦ καθορισθέντος εἰς τὴν ἐλληνικὴν γλῶσσαν ὀνόματός των. Οὕτω π.χ. λέγομεν 5 ἑκατοστόμετρα. Μόνον ὅσαι μονάδες ἔχουν ξένα ὀνόματα, προφέρονται ὅπως εἰς τὴν γλῶσσαν, ἐκ τῆς ὁποίας προέρχονται τὰ ὀνόματα ταῦτα. Ἡ αὕτῃ ἀρχὴ τηρεῖται καὶ εἰς τὸν γραπτὸν λόγον.

Μόνον, όταν πρὸ τῆς μονάδος ὑπάρχῃ ἀριθμὸς, γράφομεν χάριν συντομίας τὸ σύμβολον τῆς μονάδος (π.χ. 15 cm ἢ 46 sec). Ἰδιαιτέρα προσοχὴ πρέπει νὰ καταβάλλεται διὰ τὴν ὀρθὴν ἔκφρασιν ἢ γραφὴν τῶν μονάδων καὶ τῶν συμβόλων των. Ὁ χρησιμοποιούμενος συμβολισμὸς εἶναι διεθνὴς καὶ ἀποτελεῖ σφάλμα ἢ χρησιμοποιοῦσιν ἄλλων συμβόλων. Οὕτω π.χ. μῆκος 7 μέτρων γράφεται 7 m καὶ ὄχι 7 μ, διότι τὸ ἐλληνικὸν γράμμα μ παριστᾷ διεθνῶς τὴν μονάδα μήκους μικρόν, ἢ ὅποια εἶναι ἔσθ' ἡ μετὰ τὸ ἐν ἑκατομμυριοστὸν τοῦ μέτρου. Διὰ τὸν σχηματισμὸν πολλαπλασίων καὶ ὑποπολλαπλασίων τῶν μονάδων χρησιμοποιοῦνται ὠρισμένα πάντοτε προθέματα, τὰ ὅποια ἔχουν ὠρισμένον συμβολισμὸν. Τὰ προθέματα ταῦτα εἶναι τὰ ἑξῆς :

mega	(M) = 10 ⁶	deci	(d) = 1/10
kilo	(k) = 10 ³	centi	(c) = 1/10 ²
hecto	(h) = 10 ²	mili	(m) = 1/10 ³
deca	(da) = 10	mikro	(μ) = 1/10 ⁶

Οὕτω τὸ χιλιόμετρον συμβολίζεται μετὰ km καὶ τὸ χιλιοστόμετρον μετὰ mm.

Η ΥΛΗ

9. Καταστάσεις τῆς ὕλης.— Ἡ ὕλη μᾶς παρουσιάζεται ὑπὸ τρεῖς διαφόρους μορφάς, τὰς ὁποίας ὀνομάζομεν καταστάσεις τῶν σωμάτων. Αὗται εἶναι ἡ στερεά, ἡ ὑγρὰ καὶ ἡ ἀέριος κατάστασις. Τὰ **στερεὰ σώματα** ἔχουν ὠρισμένον ὄγκον καὶ ὠρισμένον σχῆμα. Τὰ σώματα αὐτὰ παρουσιάζουν γενικῶς ἀντίστασιν εἰς πᾶσαν προσπάθειαν, ἢ ὅποια τείνει νὰ προκαλέσῃ τὴν θραῦσιν ἢ τὴν παραμόρφωσιν αὐτῶν. Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν πίεσεως ὁ ὄγκος των δὲν ὑφίσταται αἰσθητὴν μεταβολήν, ἥτοι τὰ στερεὰ δὲν εἶναι εὐκλόως συμπιεστά. Τὰ **ὕγρά σώματα** ἔχουν ὠρισμένον ὄγκον (ὅπως καὶ τὰ στερεὰ), ἀλλ' ὄχι καὶ ὠρισμένον σχῆμα. Τὰ σώματα αὐτὰ δὲν παρουσιάζουν αἰσθητὴν ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματός των ἢ τὴν ἀπόσπασιν μέρους αὐτῶν. Ὅπως τὰ στερεὰ, οὕτω καὶ τὰ ὑγρά δὲν εἶναι εὐκλόως συμπιεστά. Τὰ **ἀέρια σώματα** δὲν ἔχουν οὔτε ὠρισμένον ὄγκον οὔτε ἴδιον σχῆμα. Τὸ ἀέριον εἶναι εὐκίνητον, ὅπως καὶ τὰ ὑγρά, καὶ λαμβάνουν τὸ σχῆμα τοῦ δοχείου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιέχονται· διαφέρουν ὅμως ἀπὸ τὰ ὑγρά, διότι τείνουν νὰ καταλάβουν ὅλοκληρον τὸν χῶρον, ὁ ὁποῖος προσφέρεται εἰς αὐτά. Τὰ ἀέρια ἔχουν λοιπὸν τὴν ιδιότητα νὰ δύνανται νὰ αὐξήσουν ἀπεριορίστως τὸν ὄγκον των. Ἀντιθέτως δὲ πρὸς τὰ στερεὰ καὶ τὰ ὑγρά, τὰ ἀέρια εἶναι πολὺ συμπιεστά, δηλαδὴ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν πίεσεως ὁ ὄγκος των ὑφίσταται μεγάλην ἐλάττωσιν.

Ἡ διάκρισις τῶν σωμάτων εἰς στερεά, ὑγρά καὶ αέρια δὲν εἶναι ἀπόλυτος, διότι εἰς τὴν πραγματικότητά καμμία ἀπὸ τὰς θεωρουμένας ιδιότητος δὲν χαρακτηρίζει ἀποκλειστικῶς ὠρισμένην μόνον κατάστασιν. Οὕτω π.χ. κανὲν στερεὸν σῶμα δὲν ἔχει ἀπολύτως ἀμετάβλητον σχῆμα, διότι, ἂν καταβάλωμεν σημαντικὴν προσπάθειαν, πάντοτε κατορθώομεν νὰ προκαλέσωμεν μόνιμον παραμόρφωσιν τοῦ σώματος. Ἐπίσης ἀπεδείχθη ὅτι ἐν μέταλλον, ἐὰν ὑποβληθῇ εἰς πολὺ ἰσχυρὰν πίεσιν, ρεεῖ διὰ μέσου ὁπῆς ὡς νὰ ἦτο ὑγρόν. Ἐξ ἄλλου καὶ τὰ ὑγρά παρουσιάζουν πάντοτε κάποιαν ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματός των. Ὁ βαθμὸς ὅμως τῆς τοιαύτης ἀντιστάσεως εἶναι διαφορετικὸς εἰς τὰ διάφορα ὑγρά. Οὕτω τὰ πυκνόρρευστα ὑγρά παραμορφώνονται δυσκολώτερον ἀπὸ τὸ ὕδωρ, πολὺ ὅμως εὐκολώτερον ἀπὸ τὸν σίδηρον.

10. Διαιρετότης τῆς ὕλης. — Τὰ σώματα δύνανται νὰ διαιρεθοῦν εἰς πολὺ μικρὰ μέρη, χωρὶς νὰ ἀποβάλλουν καμμίαν ἀπὸ τὰς χαρακτηριστικὰς τῶν ιδιότητας. Οὕτω κατασκευάζονται πλακίδια ἀπὸ ὕαλον, τὰ ὁποῖα ἔχουν πᾶχος 1 μ. Ἐπίσης κατασκευάζονται φύλλα χρυσοῦ, τὰ ὁποῖα ἔχουν πᾶχος 0,1 μ. Ὅταν σχηματίζωμεν φυσαλίδας σάπωνος, διακρίνομεν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς, ὀλίγον πρὶν ἐπέλθῃ ἡ διάρρηξις, σκοτεινὰς κηλίδας· εἰς τὰ σημεῖα ἐκεῖνα τὸ πᾶχος τῆς φυσαλίδος εἶναι περίπου 0,01 μ. Τὸ στρῶμα τοῦ ἐλαίου, τὸ ὁποῖον σχηματίζεται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ὕδατος ἀπὸ μίαν ἀρχικὴν σταγὸνα ἐλαίου, δύνανται νὰ ἔχῃ πᾶχος ὀλίγα μόνον χιλιοστὰ τοῦ μικροῦ. Ἡ διαίρεσις ὅμως τῆς ὕλης δὲν εἶναι δυνατόν νὰ συνεχισθῇ ἐπ' ἀπειρον, διότι ἕκαστον ὑλικὸν σῶμα ἀποτελεῖται ἀπὸ διακεκριμένα σωματίδια, τὰ ὁποῖα καλοῦμεν **μόρια**. Διακρίνομεν τόσα εἶδη μορίων, ὅσα εἶναι τὰ χημικῶς καθαρὰ σώματα. Ὡστε :

Τὸ μόριον εἶναι ἡ μικροτέρα ποσότης ἑνὸς χημικῶς καθαροῦ σώματος, ἡ ὁποία δύνανται νὰ ὑπάρχῃ εἰς ἐλευθέραν κατάστασιν.

Ἡ χημικὴ ὅμως ἔρευνα ἀπέδειξεν ὅτι τὰ μόρια τῶν περισσοτέρων σωμάτων ἀποτελοῦνται ἀπὸ τὴν συνένωσιν μικροτέρων σωματιδίων, τὰ ὁποῖα καλοῦμεν **ἄτομα**. Οὕτω, τὸ μόριον τοῦ ὕδατος ἀποτελεῖται ἀπὸ ἓν ἄτομον ὀξυγόνου καὶ ἀπὸ δύο ἄτομα ὑδρογόνου· ὑπάρχουν ὅμως καὶ μόρια ὁργανικῶν ἐνώσεων, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦνται ἀπὸ πολλὰς δεκάδας ατόμων. Τὸ ἄτομον δύνανται νὰ ὀρισθῇ ὡς ἐξῆς :

Τὸ ἄτομον εἶναι ἡ μικροτέρα ποσότης ἑνὸς ἀπλοῦ σώματος, ἡ ὁποία ὑπεισέρχεται εἰς τὸ μόριον τῶν χημικῶν ἐνώσεων τοῦ σώματος τούτου μὲ ἄλλα ἀπλᾶ σώματα.

Ἡ ὕλη, ἂν καὶ ἐμφανίζεται ὡς συνεχῆς, εἰς τὴν πραγματικότητά ἀποτελεῖται ἀπὸ μέγιστον ἀριθμὸν πολὺ μικρῶν καὶ διακεκριμένων σωματιδίων. Ὡστε ἡ ὕλη ἔχει ἀσυνεχῆ κατασκευήν. Ἡ ὑπόθεσις αὐτὴ διετυπώθη πρὸ 2500 ἐτῶν ἀπὸ τὸν Ἑλληνα φιλόσοφον Δημόκριτον. Ἡ ὑπόθεσις περὶ τῆς ἀσυνεχοῦς κατασκευῆς τῆς ὕλης ἀνεδείχθη εἰς θεμελιώδη θεωρίαν διὰ τῶν πειραματικῶν καὶ θεωρητικῶν ἐρευνῶν τοῦ παρελθόντος αἰῶνος.

11. Μᾶζα καὶ βάρος τῶν σωμάτων. — Ἐκαστον σῶμα ἔχει ὠρισμένον ὄγκον. Ἐντὸς τοῦ ὄγκου τούτου περικλείεται ὠρισμένη ποσότης ὕλης, ἡ ὁποία καλεῖται **μᾶζα** τοῦ σώματος. Εἰς τὴν καθημερινὴν ζωὴν εὐκόλως ἀναγνωρίζομεν ὅτι ἐν σῶμα ἔχει μεγάλην ἢ μικράν μᾶζαν ἀπὸ τὸ ἂν τὸ σῶμα τοῦτο εἶναι βαρὺ ἢ ἐλαφρόν. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι ἕκαστον σῶμα ἔχει **βάρος**, διότι ἔλκεται ἀπὸ τὴν Γῆν.

Τὸ ποσὸν τῆς ὕλης ἑνὸς σώματος, δηλαδὴ ἡ μᾶζα του, διατηρεῖται σταθερά, ἐφ' ὅσον εἰς τὸ σῶμα δὲν προστίθεται ἢ δὲν ἀφαιρεῖται ἀπὸ αὐτὸ καμμία μᾶζα. Εἰς οἰονδήποτε μέρος τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς καὶ ἂν μεταφερθῇ τὸ σῶμα τοῦτο, ἡ μᾶζα του θὰ εἶναι πάντοτε ἡ αὐτή. Ἀντιθέτως, τὸ βάρος τοῦ σώματος τούτου εἶναι μέγεθος μεταβλητόν. Ἐπίσης ἀποδεικνύεται ὅτι τὸ βάρος τοῦ σώματος ἐλαττώνεται συνεχῶς, καθ' ὅσον τὸ σῶμα ἀπομακρύνεται ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς. Ἐὰν δὲ ᾔτο δυνατόν νὰ μεταφέρωμεν τὸ σῶμα εἰς πάρα πολὺ μεγάλην ἀπόστασιν ἀπὸ τὴν Γῆν, τότε τὸ σῶμα θὰ ἐξακολουθῇ νὰ ἔχῃ τὴν αὐτὴν πάντοτε μᾶζαν, δὲν θὰ ἔχῃ ὅμως διόλου βάρος. Ὡστε ἡ μᾶζα καὶ τὸ βάρος εἶναι δύο διαφορετικὰ φυσικὰ μεγέθη, τὰ ὁποῖα δὲν πρέπει νὰ τὰ συγχέωμεν. Ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω συνάγομεν τὰ ἑξῆς :

I. Μᾶζα ἑνὸς σώματος εἶναι τὸ ποσὸν τῆς ὕλης, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς τοῦ σώματος. Ἡ μᾶζα τοῦ σώματος διατηρεῖται πάντοτε ἀμετάβλητος.

II. Βάρος ἑνὸς σώματος εἶναι ἡ δύναμις, μὲ τὴν ὁποίαν ἡ Γῆ ἔλκει τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος. Τὸ βάρος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸν τόπον, εἰς τὸν ὁποῖον εὐρίσκεται τὸ σῶμα.

12. Μονάδες μάζης. — Ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται ἡ μᾶζα τοῦ **προτύπου χιλιογράμμου** (1 kgr), τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται εἰς τὸ Διεθνὲς Γραφεῖον Μέτρων καὶ Σταθμῶν. Ἡ μᾶζα τοῦ προτύπου χιλιογράμμου εἶναι αἰσθητῶς ἴση μὲ τὴν μᾶζαν ἑνὸς λίτρου χημικῶς καθαροῦ ὕδατος θερμοκρασίας 4° C. Εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιεῖται ὡς μονὰς μάζης τὸ χιλιοστὸν τοῦ προτύπου χιλιογράμμου ἡ μονὰς αὕτη καλεῖται **γραμμάριον μάζης** (1 gr). "Ὡστε :

Μονὰς μάζης εἶναι τὸ χιλιόγραμμον μάζης (1 kgr). Ἡ μᾶζα αὕτη εἶναι ἴση μὲ τὴν μᾶζαν ἑνὸς λίτρου χημικῶς καθαροῦ ὕδατος θερμοκρασίας 4° C.

Εἰς τὴν Φυσικὴν ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται τὸ γραμμάριον μάζης (1 gr).

13. Μονάδες βάρους. — Ὡς μονὰς βάρους λαμβάνεται τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἔχει τὸ πρότυπον χιλιόγραμμον μάζης εἰς γεωγραφικὸν πλάτος 45° καὶ εἰς τὸ ὕψος τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. Ἡ μονὰς βάρους καλεῖται **χιλιόγραμμον βάρους** (1 kgr*). Τὸ χιλιοστὸν τοῦ χιλιογράμμου βάρους καλεῖται **γραμμάριον βάρους** (1 gr*). Εἶναι προφανὲς ὅτι τὸ γραμμάριον βάρους ἐκφράζει τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζα ἴση μὲ 1 γραμμάριον μάζης εἰς τὸ ἀνωτέρω γεωγραφικὸν πλάτος καὶ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. "Ὡστε :

Μονὰς βάρους εἶναι τὸ χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr*), ἥτοι τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἔχει τὸ πρότυπον χιλιόγραμμον μάζης.

Τὸ γραμμάριον βάρους (1 gr*) εἶναι τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζα ἑνὸς γραμμαρίου εἰς γεωγραφικὸν πλάτος 45° καὶ εἰς τὸ ὕψος τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρων ὁρισμῶν τῶν μονάδων μάζης καὶ βάρους ἔπεται ὅτι ἐν σῶμα, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζαν 8 kgr, ἔχει βάρος 8 kgr* (διότι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος τούτου εἶναι φορὰς 8 μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν μᾶζαν τοῦ προτύπου χιλιογράμμου καὶ συνεπῶς τὸ βάρος τοῦ σώματος εἶναι 8 φορὰς μεγαλύτερον ἀπὸ τὸ βάρος τοῦ προτύπου χιλιογράμμου). Ἀντιστρόφως, ἂν σῶμα ἔχῃ βάρος 14 gr*, τότε ἡ μᾶζα τοῦ σώματος τούτου εἶναι 14 gr. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι ἡ μᾶζα ἑνὸς σώματος ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ βάρος τοῦ σώματος, ἐφ' ὅσον ἡ μὲν μᾶζα μετρεῖται εἰς gr (ἢ kgr), τὸ δὲ βάρος μετρεῖται εἰς gr* (ἢ kgr*).

Μονάδες μάζης και βάρους

Μ α ζ α		Β ά ρ ο ς	
1 γραμμάριον μάζης	1 gr	1 γραμμάριον βάρους	1 gr*
1 χιλιόγραμμον μάζης		1 χιλιόγραμμον βάρους	
	1 kgr = 10 ³ gr		1 kgr* = 10 ³ gr*
1 τόννος μάζης	1 tn = 10 ³ kgr	1 τόννος βάρους	1 tn* = 10 ³ kgr*

14. Μέτρησις τῶν μαζῶν. — Εἰς τὸν αὐτὸν τόπον δύο σώματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν **ἴσα βάρη**, ἔχουν καὶ **ἴσας μάζας**. Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς αὐτῆς στηρίζεται ἡ μέτρησις τῶν μαζῶν. Μὲ τὸν κοινὸν ζυγὸν συγκρίνομεν τὴν ἄγνωστον μᾶζαν m ἐνὸς σώματος Σ πρὸς τὴν γνωστὴν μᾶζαν ὀρισμένων σωμάτων, τὰ ὁποῖα καλοῦμεν σταθμά. Ὄταν εὕρωμεν διὰ τοῦ ζυγοῦ, ὅτι ἡ ἄγνωστος μᾶζα τοῦ σώματος Σ καὶ ἡ γνωστὴ μᾶζα τῶν σταθμῶν ἔχουν τὸ αὐτὸ βᾶρος, συμπεραίνομεν ὅτι αἱ δύο αὐταὶ μᾶζαι εἶναι ἴσαι.

15. Εἰδικὸν βᾶρος καὶ πυκνότης. — Ὄταν ἡ μᾶζα ἐνὸς σώματος εἶναι ὁμοιομόρφως διανενημένη εἰς τὸν χῶρον, τὸν ὁποῖον καταλαμβάνει τὸ σῶμα, τότε τὸ σῶμα λέγεται **ὁμογενές**. Εἰς ἓν τοιοῦτον σῶμα τὸ βᾶρος, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν μονάδα τοῦ ὄγκου, ἔχει σταθερὰν τιμὴν καὶ εὐρίσκεται, ἐὰν διαιρέσωμεν τὸ βᾶρος τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου του. Τὸ σταθερὸν τοῦτο πηλίκον εἶναι μέγεθος χαρακτηριστικὸν διὰ τὸ σῶμα καὶ καλεῖται **εἰδικὸν βᾶρος** τοῦ σώματος. Συνήθως τὸ εἰδικὸν βᾶρος μετρεῖται εἰς γραμμάρια βάρους κατὰ κυβικὸν ἑκατοστόμετρον (gr^*/cm^3).

1. Εἰδικὸν βᾶρος σώματος εἶναι τὸ βᾶρος, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν μονάδα ὄγκου τοῦ σώματος.

$$\text{εἰδικὸν βᾶρος} = \frac{\text{βᾶρος}}{\text{ὄγκος}} \quad \rho = \frac{B}{V}$$

Τὸ βᾶρος ἐνὸς σώματος δὲν ἔχει τὴν αὐτὴν τιμὴν εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς. Ἀρα καὶ τὸ εἰδικὸν βᾶρος τοῦ σώματος εἶναι

μέγεθος μεταβλητόν. Εἰς τὴν Φυσικὴν ὅμως εἶναι ἀνάγκη νὰ χαρακτηρίζωμεν τὸ σῶμα μὲ ἐν ἀμετάβλητον μέγεθος. Τοιοῦτον μέγεθος εἶναι ἡ **πυκνότης** (ἢ εἰδικὴ ἢ μαζα) τοῦ σώματος, ἡ ὁποία φανερώνει τὴν μᾶζαν, ἡ ὁποία περιέχεται εἰς τὴν μονάδα ὄγκου τοῦ σώματος. Ἡ πυκνότης μετρεῖται εἰς γραμμάρια μάζης κατὰ κυβικὸν ἑκατοστόμετρον (gr/cm^3).

II. Πυκνότης ὁμογενοῦς σώματος καλεῖται τὸ σταθερὸν πηλίκον τῆς μάζης τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου του.

$$\text{πυκνότης} = \frac{\text{μάζα}}{\text{ὄγκος}} = \frac{m}{V}$$

Τὸ εἰδικὸν βάρος καὶ ἡ πυκνότης ἐνὸς σώματος ἐκφράζονται μὲ τὸν αὐτὸν ἀριθμόν, ὅταν τὸ μὲν εἰδικὸν βάρος ἐκφράζεται εἰς gr^*/cm ἢ δὲ πυκνότης εἰς gr/cm^3 (§ 13). Ἀλλὰ τὸ εἰδικὸν βάρος καὶ ἡ πυκνότης εἶναι δύο διαφορετικὰ φυσικὰ ποσά, τὰ ὁποῖα διαφέρουν μετὰ τὴν ὅσον διαφέρει τὸ βάρος ἀπὸ τὴν μᾶζαν.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Σῶμα ἔχει βάρος $B = 200 \text{ gr}^*$ καὶ ὄγκον $V = 40 \text{ cm}^3$. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος εἶναι: $\rho = 200/40 = 5 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. Τὸ σῶμα τοῦτο ἔχει μᾶζαν $m = 200 \text{ gr}$. Ἐπομένως ἡ πυκνότης τοῦ σώματος εἶναι: $d = 200/40 = 5 \text{ gr}/\text{cm}^3$.

16. Τὸ σύστημα μονάδων C.G.S.— Τὰ φυσικὰ μεγέθη εἶναι πολλὰ. Διὰ νὰ ἀπλοποιήσωμεν τὴν μέτρησιν αὐτῶν θεωροῦμεν εἰς τὴν Φυσικὴν ὡς **θεμελιώδη** φυσικὰ μεγέθη τὸ **μῆκος**, τὴν **μᾶζαν** καὶ τὸν **χρόνον**. Τὰ μεγέθη ταῦτα τὰ μετροῦμεν πάντοτε μὲ τὰς ἐξῆς μονάδας:

τὸ **μῆκος** εἰς **ἑκατοστόμετρα** (cm)
τὴν **μᾶζαν** εἰς **γραμμάρια** (gr)
τὸν **χρόνον** εἰς **δευτερόλεπτα** (sec)

Αἱ μονάδες αὗται καλοῦνται **θεμελιώδεις μονάδες**. Αἱ μονάδες ὅλων τῶν ἄλλων φυσικῶν μεγεθῶν εὐρίσκονται ἔπειτα εὐκόλως δι' ἀπλῶν συλλογισμῶν καὶ καλοῦνται **παράγωγοι μονάδες**. Οὕτω δημιουργεῖται ἐν **σύστημα μονάδων**, τὸ ὁποῖον ἀπὸ τὰ ἀρχικὰ

γράφονται τῶν συμβόλων τῶν θεμελιωδῶν μονάδων καλεῖται **σύστημα μονάδων C.G.S.** Ὡστε:

Εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιεῖται τὸ σύστημα μονάδων C.G.S., εἰς τὸ ὁποῖον θεμελιώδεις μονάδες εἶναι τὸ ἑκατοστόμετρον (1 cm), τὸ γραμμάριον μάζης (1 gr) καὶ τὸ δευτερόλεπτον (1 sec).

Εἶδομεν (§ 13) ὅτι πρακτικαὶ μονάδες δυνάμεως εἶναι τὸ χιλιόγραμμα βάρους (1 kgr*) καὶ τὸ γραμμάριον βάρους (1 gr*). Εἰς ἄλλο κεφάλαιον θὰ γνωρίσωμεν ὅτι ὡς μονὰς δυνάμεως εἰς τὸ σύστημα C.G.S. λαμβάνεται ἡ **δύνη** (1 dyn), ἡ ὁποία καθορίζεται ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις τῆς Μηχανικῆς. Θὰ εὕρωμεν δὲ ὅτι:

Μία δύνη ἰσοῦται μὲ τὸ $\frac{1}{981}$ τοῦ γραμμαρίου βάρους.

1 γραμμάριον βάρους = 981 δύναι	1 gr* = 981 dyn
1 χιλιόγραμμα βάρους = 981 000 δύναι	1 kgr* = 981 000 dyn

ΕΙΔΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

17. Μονόμετρα καὶ ἀνυσματικά μεγέθη.— Κατὰ τὴν σπουδὴν τῶν φυσικῶν φαινομένων παρουσιάζονται διάφορα **φυσικά μεγέθη**. Οὕτω τὸ μῆκος ἐνὸς σύρματος, ἡ μᾶζα ἐνὸς σώματος, ὁ ὄγκος τοῦ σώματος εἶναι φυσικά μεγέθη, τὰ ὁποῖα μετροῦνται μὲ καταλλήλους μονάδας. Τὰ ἀνωτέρω φυσικά μεγέθη καθορίζονται τελείως, ὅταν δοθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῶν καὶ ἡ μονὰς, μὲ τὴν ὁποίαν ἐμετρήθησαν. Εἶναι δηλαδὴ ἀρκετὸν νὰ εἰπώμεν ὅτι τὸ σύρμα ἔχει μῆκος 4 cm ἢ ὅτι τὸ σῶμα ἔχει μᾶζαν 37 gr.

Μονόμετρον καλεῖται τὸ φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον καθορίζεται τελείως, ὅταν δοθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ του καὶ ἡ μονὰς μετρήσεως αὐτοῦ.

Μονόμετρα φυσικά μεγέθη εἶναι ὁ χρόνος, ἡ μᾶζα, ἡ θερμοκρασία κ.ἄ.

Ὅταν ὅμως λέγωμεν ὅτι ἐπὶ τῆς τραπέζης ἐφαρμόζομεν δύναμιν ἴσῃν μὲ 5 kgr*, δὲν καθορίζομεν τελείως τὴν δύναμιν. Διὰ τὸν πλήρη

καθορισμὸν τῆς δυνάμεως χρειάζονται, ἐκτὸς τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς καὶ τῆς μονάδος, καὶ δύο ἄλλα στοιχεῖα ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορά, κατὰ τὴν ὁποίαν ἐνεργεῖ ἡ δύναμις. Ἡ διεύθυνσις καθορίζει τὴν εὐθεῖαν, ἐπὶ τῆς ὁποίας κεῖται ἡ δύναμις, ἡ δὲ φορά καθορίζει κατὰ ποίαν φοράν ἡ δύναμις τείνει νὰ σύρῃ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς.

Ἄνυσματικὸν καλεῖται τὸ φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον καθορίζεται τελείως, ὅταν δοθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ του, καὶ ἡ μονὰς μετρήσεως αὐτοῦ, ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορά αὐτοῦ.

Ἄνυσματικά μεγέθη εἶναι ἡ δύναμις, ἡ ταχύτης, ἡ ἐπιτάχυνσις κ.ἄ.

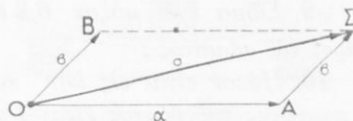
Ὡστε τὰ φυσικὰ μεγέθη διαιροῦνται εἰς μονόμετρα καὶ ἄνυσματικά.

18. Γραφικὴ παράστασις ἄνυσματικῶν μεγέθους. — Ἐν ἄνυσματικὸν μέγεθος, π.χ. ἡ δύναμις, παρίσταται γραφικῶς διὰ τμήματος εὐθείας, τὸ ὅποῖον λέγεται ἄνυσμα (σχ. 1). Τὸ μῆκος τοῦ ἄνυσματος, ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα, φανερώνει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τοῦ θεωρουμένου φυσικοῦ μεγέθους, ἡ δὲ διεύθυνσις καὶ ἡ φορά τοῦ ἄνυσματος φανερώνουν τὴν διεύθυνσιν καὶ τὴν φοράν τοῦ θεωρουμένου φυσικοῦ μεγέθους. Εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ ἄνυσματος σημειώνεται αἰχμὴ βέλους, ἡ ὁποία φανερώνει τὴν φοράν τοῦ ἄνυσματος.



Σχ. 1. Ἄνυσμα.

19. Πρόσθεσις ἄνυσματικῶν μεγεθῶν. — Ὅταν ἔχωμεν νὰ προσθέσωμεν δύο μονόμετρα μεγέθη, τότε τὸ ἄθροισμα αὐτῶν ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν των. Οὕτως, ἂν σώμα κινηθῇ ἐπὶ 5 δευτερόλεπτα καὶ ἔπειτα κινηθῇ ἐπὶ 23 δευτερόλεπτα, τότε ὁ ὅλος χρόνος τῆς κινήσεως τοῦ σώματος εἶναι $5 + 23 = 28$ δευτερόλεπτα. Γενικῶς ἐπὶ τῶν μονομέτρων μεγεθῶν ἐφαρμόζονται οἱ κανόνες τοῦ ἀλγεβρικοῦ λογισμοῦ. Ἀντιθέτως ἐπὶ τῶν ἄνυσματικῶν μεγεθῶν ἐφαρμόζονται οἱ κανόνες τοῦ ἄνυσματικοῦ λογισμοῦ.



Σχ. 2. Πρόσθεσις δύο ἄνυσμάτων.

Ἄς ἴδωμεν πῶς προσθέτομεν δύο ἄνυσματα α καὶ β , τὰ ὁποῖα ἔχουν κοινὴν ἀρχὴν τὸ σημεῖον O (σχ. 2). Ἀπὸ τὸ τέλος τοῦ ἑνὸς ἄνυσματος

π.χ. τοῦ α φέρομεν ἄνυσμα $ΑΣ$ παράλληλον καὶ ἶσον πρὸς τὸ ἄνυσμα β . Τὸ ἄνυσμα $ΟΣ$ καλεῖται **γεωμετρικὸν ἄθροισμα** ἢ **συνισταμένη** τῶν ἀνυσμάτων α καὶ β . Τὰ ἀνύσματα α καὶ β καλοῦνται τότε **συνιστῶσαι** τοῦ ἀνύσματος σ . Ἄν ἐκτελέσωμεν τὴν πρόσθεσιν τῶν δύο ἀνυσμάτων α καὶ β , φέροντες ἀπὸ τὸ ἄκρον τοῦ ἀνύσματος β ἄνυσμα παράλληλον καὶ ἶσον πρὸς τὸ ἄνυσμα α , θὰ εὕρωμεν τὸ αὐτὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα $ΟΣ$ · διότι τὸ σχηματιζόμενον τετράπλευρον $ΟΑΣΒ$ εἶναι παραλληλόγραμμον. Ἄρα:

Τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα δύο ἀνυσμάτων, τὰ ὅποια ἔχουν κοινὴν ἀρχήν, εἶναι ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου, τὸ ὁποῖον ἔχει ὡς πλευρὰς τὰ δοθέντα ἀνύσματα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Νὰ ἐκφρασθοῦν εἰς mm τὰ ἐξῆς μήκη: 7 cm , $14,2\text{ cm}$ καὶ $1,07\text{ m}$.

2. Νὰ ἐκφρασθοῦν εἰς cm τὰ ἐξῆς μήκη: $2,04\text{ m}$, $3,4\text{ km}$, $300\,000\text{ km}$.

3. Νὰ ἐκφρασθοῦν εἰς cm^2 τὰ ἐξῆς ἐμβαδὰ ἐπιφανειῶν: 4 mm^2 , $1,07\text{ m}^2$.

4. Νὰ ἐκφρασθοῦν εἰς cm^3 οἱ ἐξῆς ὄγκοι: 87 mm^3 , 6 dm^3 , $3,2\text{ m}^3$.

5. Νὰ ἐκφρασθοῦν εἰς ἀκτίνια αἱ ἐξῆς γωνίαι: 1° , 18° , 60° , 120° , 135° , $30'$.

6. Νὰ ἐκφρασθῇ εἰς gr ἡ μᾶζα σώματος ἔχοντος βάρος $2,17\text{ kgr}^*$ ἢ $0,06\text{ kgr}^*$.

7. Νὰ ἐκφρασθῇ εἰς dyn τὸ βάρος σώματος 600 gr^* ἢ $1,5\text{ kgr}^*$.

8. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδραργύρου εἶναι $\rho = 13,6\text{ gr}^*/cm^3$. Πόσον εἶναι εἰς kgr^* τὸ βάρος $1,4\text{ dm}^3$ ὕδραργύρου;

9. Σῶμα ἔχει μᾶζαν $6,2\text{ kgr}$. Πόσον εἶναι εἰς gr^* καὶ dyn τὸ βάρος τοῦ σώματος;

10. Πόσον εἶναι εἰς kgr^* καὶ εἰς gr^* τὸ βάρος 1 m^3 ὕδατος, ἂν ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἶναι $1\text{ gr}/cm^3$.

11. Σῶμα ἔχει βάρος $2,5\text{ tn}^*$. Νὰ ἐκφρασθῇ τὸ βάρος του εἰς kgr^* , gr^* καὶ dyn . Πόση εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος εἰς kgr καὶ gr ;

12. Σῶμα ἔχει βάρος 88 gr^* καὶ ὄγκον 10 cm^3 . Νὰ εὗρεθῇ τὸ εἰδικὸν βάρος καὶ ἡ πυκνότης τοῦ σώματος.

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

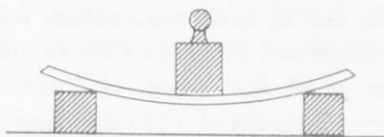
ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΕΩΣ

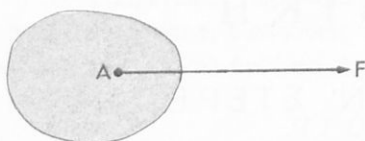
20. Θέμα τῆς Μηχανικῆς.—Τὰ σώματα τίθενται εἰς κίνησιν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ὀρισμένων αἰτίων. Καλεῖται **Μηχανικὴ** τὸ μέρος τῆς Φυσικῆς, τὸ ὁποῖον ἐξετάζει τὰς κινήσεις τῶν σωμάτων καὶ τὰ αἷτια, τὰ ὁποῖα προκαλοῦν αὐτάς. Ἡ Μηχανικὴ ἐξετάζει ἐπίσης ὑπὸ ποίας συνθήκας δύνανται τὰ σώματα νὰ ἰσορροποῦν. Ὡστε ἡ Μηχανικὴ ἐξετάζει γενικῶς τὴν ἰσορροπίαν καὶ τὴν κίνησιν τῶν σωμάτων.

21. Ὅρισμός τῆς δυνάμεως — Ὅταν μετάλλινον ἔλασμα κάμπτεται ἢ σπειροειδῆς ἐλατήριον ἐκτείνεται, τότε τὰ σώματα αὐτὰ παραμορφώνονται· τὸ αἷτιον, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὴν παραμόρφωσιν καλεῖται **δύναμις**. Ὅταν ἡρεμοῦν σῶμα τίθεται εἰς κίνησιν ἢ κινούμενον σῶμα σταματᾷ ἢ καὶ ἀλλάσῃ διεύθυνσιν, τότε λέγομεν ὅτι μεταβάλλεται ἡ κινήτικὴ κατάστασις τοῦ σώματος· τὸ αἷτιον τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὴν μεταβολὴν τῆς κινήτικῆς καταστάσεως καλεῖται **δύναμις**. Ὡστε ἡ δύναμις ἐπιφέρει δύο



Σχ. 3. Τὸ βάρος τοῦ σώματος προκαλεῖ παραμόρφωσιν τοῦ ἐλάσματος.

ἀποτελέσματα : τὴν παραμόρφωσιν ἑνὸς σώματος ἢ τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως ἑνὸς σώματος. Τὸ βάρος ἑνὸς σώματος προκαλεῖ τὴν παραμόρφωσιν ἄλλων σωμάτων (σχ. 3) καὶ συνεπῶς τὸ βάρος εἶναι δύναμις. Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν δυνάμεων χρησιμοποιοῦμεν ὡς μονάδας τὰς γνωστὰς μονάδας βάρους, δηλαδή τὸ χιλιόγραμμα βάρους, τὸ γραμμάριον βάρους καὶ τὴν μονάδα δυνάμεως C.G.S., τὴν δύνην. Ἡ δύναμις εἶναι μέγεθος ἀνυσματικὸν καὶ παρίσταται γραφικῶς μὲ ἄνυσμα (σχ. 4.). Ἡ ἀρχὴ τοῦ



Σχ. 4. Ἡ δύναμις F ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον A τοῦ σώματος.

ἀνύσματος δεικνύει τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως, δηλαδή τὸ σημεῖον τοῦ σώματος, εἰς τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις. Ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορά τοῦ ἀνύσματος δεικνύουν τὴν διεύθυνσιν καὶ τὴν φορὰν τῆς δυνάμεως, τὸ

δὲ μῆκος τοῦ ἀνύσματος εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς δυνάμεως, ἡ ὁποία καλεῖται ἔντασις τῆς δυνάμεως. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγονται τὰ ἑξῆς:

I. Δυνάμεις καλοῦνται τὰ αἰτία, τὰ ὁποῖα προκαλοῦν παραμορφώσεις τῶν σωμάτων ἢ μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως αὐτῶν.

II. Ἡ δύναμις προσδιορίζεται ἀπὸ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της, τὴν διεύθυνσιν, τὴν φορὰν καὶ τὴν ἔντασιν.

22. Ὑλικά σημεία καὶ ὑλικά σώματα.—Τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα ὑποπίπτουν εἰς τὰς αἰσθήσεις μας, ἔχουν πάντοτε διαστάσεις. Εἰς πολλὰς ὁμως περιπτώσεις, διὰ νὰ ἀπλοποιήσωμεν τὴν ἔρευναν τῶν φαινομένων, ὑποθέτομεν ὅτι τὰ σώματα εἶναι τόσο πολὺ μικρὰ ἐν σχέσει μὲ τὰ ἄλλα μήκη, τὰ ὁποῖα ὑπεισέρχονται εἰς τὰς μετρήσεις μας, ὥστε δυνάμεθα νὰ μὴ λαμβάνωμεν ὑπ' ὄψιν τὰς διαστάσεις τῶν σωμάτων. Τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα ὑποθέτομεν ὅτι δὲν ἔχουν διαστάσεις, καλοῦνται **ὕλικά σημεία**. Οὕτως εἰς πολλὰ ἀστρονομικὰ προβλήματα ὁ πλανήτης μας θεωρεῖται ὡς ὑλικὸν σημεῖον. Ἐκαστον σῶμα, τὸ ὁποῖον ἔχει ὠρισμένας διαστάσεις, θεωρεῖται ὡς ἄθροισμα πολλῶν ὑλικῶν σημείων. Τὰ τοιαῦτα σώματα καλοῦνται **ὕλικά σώματα** ἢ καὶ ἀπλῶς **σώματα**.

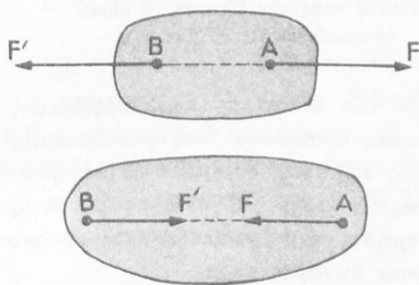
23. Ίσορροπία δύο δυνάμεων.— Έάν μία δύναμις F ενεργῇ ἐπὶ ὑλικοῦ σημείου A , τὸ ὁποῖον δύναται νὰ κινηθῇ ἐλευθέρως, τότε ἡ δύναμις F θὰ κινήσῃ τὸ σημεῖον A κατὰ τὴν διεύθυνσίν της. Διὰ νὰ μὴ κινηθῇ τὸ ὑλικὸν σημεῖον, πρέπει νὰ ενεργήσῃ ἐπὶ τοῦ ὑλικοῦ σημείου A μία τουλάχιστον ἄλλη δύναμις F' , ἡ ὁποία νὰ ἐξουδετε-
 ρώσῃ τὸ ἀποτέλεσμα, τὸ ὁποῖον ἐπιφέρει ἡ δύναμις F . Λέγομεν τότε ὅτι αἱ δύο δυνάμεις ἰσορροποῦν. Εἶναι φανερόν (σχ. 5) ὅτι :



Σχ. 5. Ίσορροπία δύο δυνάμεων.

Διὰ νὰ ἰσορροποῦν δύο δυνάμεις, ἐφηρμοσμέναι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου, πρέπει αἱ δύο δυνάμεις νὰ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι.

Εἶναι δυνατόν αἱ δύο δυνάμεις νὰ ἰσορροποῦν, καὶ ἂν ἐφαρμόζωνται εἰς δύο διαφορετικὰ σημεῖα ἑνὸς στερεοῦ σώματος (σχ. 6). Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εἶναι ἐπίσης φανερόν ὅτι:



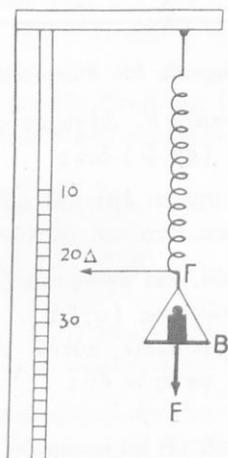
Σχ. 6. Ίσορροπία δύο δυνάμεων.

Διὰ νὰ ἰσορροποῦν δύο δυνάμεις ἐφηρμοσμέναι εἰς δύο σημεῖα στερεοῦ σώματος, πρέπει αἱ δύο δυνάμεις νὰ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι καὶ νὰ ἐνεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας.

Ἀπὸ τὴν ἀνωτέρω συνθήκην ἰσορροπίας δύο δυνάμεων προκύπτει καὶ ὁ ὅρισμός τῆς ἰσότητος δύο δυνάμεων. Οὕτω λέγομεν ὅτι δύο δυνάμεις εἶναι ἴσαι, ὅταν ἐνεργοῦσαι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου ἰσορροποῦν, ἤτοι δὲν ἐπιφέρουν καμμίαν μεταβολὴν εἰς τὴν κινητικὴν κατάστασιν τοῦ ὑλικοῦ σημείου.

24. Στατική μέτρησις τῶν δυνάμεων.— Διάφορα στερεὰ σώματα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεων ὑφίστανται **ἐλαστικὰς** παραμορφώσεις, δηλ. παραμορφώσεις, αἱ ὁποῖαι ἐξαφανίζονται μόλις παύσουν νὰ ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις. Τοιαῦται ἐλαστικαὶ παραμορφώσεις εἶναι ἡ ἐπιμήκυνσις ἢ ἐπιβράχυνσις ἑνὸς σπειροειδοῦς ἐλατηρίου ἀπὸ σύρμα χάλυβος (σχ. 7); ἡ κάμψις μιᾶς ράβδου χάλυβος

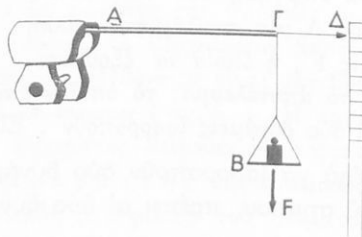
ἢ ἡ στρέψις ἐνὸς σώματος (σχ. 8). Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι: Ἡ ἐλαστικὴ παραμόρφωσις ἐνὸς στερεοῦ σώματος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία τὴν προκαλεῖ.



Σχ. 7. Ἡ ἐπιμήκυνσις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν.

τῶν δυνάμεων καλεῖται **στατική μέτρησης τῶν δυνάμεων** καὶ γίνεται μὲ ἐιδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **δυναμόμετρα**.

25. Δυναμόμετρα. — Τὸ **δυναμόμετρον** ἀποτελεῖται ἀπὸ ἐλαστικὸν στερεὸν σῶμα, τοῦ ὁποῖου αἱ παροδικαὶ παραμορφώσεις χρη-

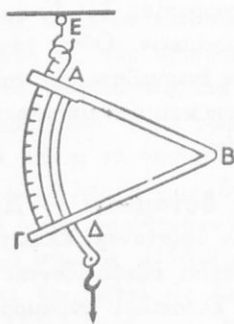


Σχ. 8. Ἡ κάμψις τῆς ράβδου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται εἰς τὸ ἄκρον Γ.

Ἐκ τῶν ἐλαστικῶν παραμορφώσεων, τὰ ὁποῖα προκαλοῦν διάφοροι δυνάμεις ἐπὶ ἐνὸς σώματος, δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν τὰς δυνάμεις. Ἡ τοιαύτη μέτρησης

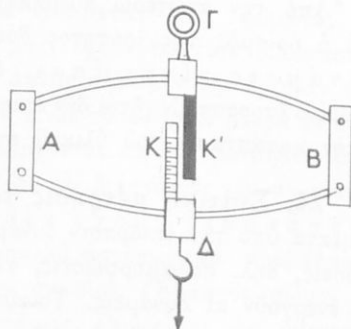


Σχ. 9.



Σχ. 10.

Διάφοροι τύποι δυναμομέτρων



Σχ. 11.

σιμεύουν διὰ τὴν μέτρησιν τῶν δυνάμεων. Ὑπάρχουν διάφοροι τύποι δυναμομέτρων. Τὸ σχῆμα 9 παριστᾷ σύνθετος δυναμόμετρον μὲ σπειροειδὲς ἐλατήριον (κανταράκι). Τὸ σχῆμα 10 παριστᾷ ἄλλην μορφήν δυναμομέτρου. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ χαλύβδινον ἔλασμα, τὸ ὁποῖον ἔχει καμφθῇ εἰς σχῆμα γωνίας. Εἰς τὴν βιομηχανίαν διὰ τὴν μέτρησιν δυνάμεων μεγάλης ἐντάσεως χρησιμοποιεῖται εἰδικὸν δυναμόμετρον (σχ. 11), εἰς τὸ ὁποῖον τὰ ἄκρα δύο χαλυβδίνων τόξων ἀρθρώνονται εἰς δύο μεταλλικὰς πλάκας Α καὶ Β. Ὅταν εἰς τὸ Δ ἐφαρμόσωμεν μίαν δύναμιν ἐπέρχεται σχετικὴ ἀπομάκρυνσις τῶν δύο τόξων καὶ ὁ δείκτης Κ' μετακινεῖται κατὰ μῆκος τῆς κλίμακος Κ.

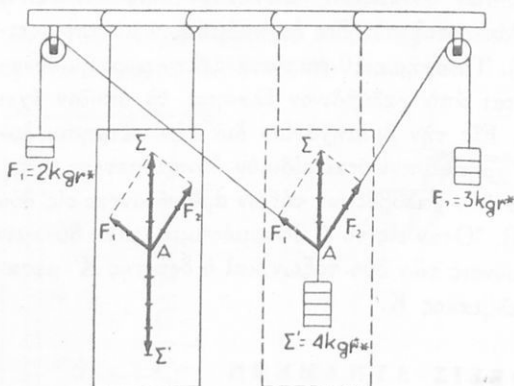
ΣΥΝΘΕΣΙΣ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

1. ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΑΙ ΕΠΙ ΤΟΥ ΑΥΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

26. Ὁρισμός. — Καλεῖται **σύνθεσις** δυνάμεων ἡ ἀντικατάστασις δύο ἢ περισσοτέρων δυνάμεων, διὰ μιᾶς μόνης δυνάμεως, ἡ ὁποία φέρει τὰ ἴδια μηχανικὰ ἀποτελέσματα, τὰ ὁποῖα φέρουν καὶ αἱ δοθεῖσαι δυνάμεις. Ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἀντικαθιστᾷ τὰς δύο ἢ περισσότερας δυνάμεις, καλεῖται **συνισταμένη**, αἱ δὲ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἀντικαθίστανται, καλοῦνται **συνιστώσαι**.

27. Σύνθεσις δύο δυνάμεων. — Πειραματικῶς ἐξετάζομεν τὴν σύνθεσιν δύο δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐφαρμόζονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, διὰ τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 12. Ἐπὶ ἐνὸς σημείου Α ἐνεργοῦν αἱ δύο ἄνισοι δυνάμεις $F_1 = 2 \text{ kgr}^*$ καὶ $F_2 = 3 \text{ kgr}^*$. Παρατηροῦμεν ὅτι, διὰ νὰ διατηρηθῇ ἀκίνητον τὸ σημεῖον Α, πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς τὸ Α τὴν δύναμιν $\Sigma' = 4 \text{ kgr}^*$. Ἐκ τούτου συνάγομεν ὅτι ἡ δύναμις Σ' ἰσορροπεῖ τὰς δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 . Ἐπομένως, ἡ δύναμις Σ' εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην Σ τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 . Ἐπὶ ἐνὸς κατακορύφου φύλλου χάρτου σημειώνομεν τὰς διευθύνσεις τῶν τριῶν νημάτων, κατὰ μῆκος τῶν ὁποίων ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις F_1 , F_2 καὶ Σ' . Ἐπὶ τῶν τριῶν εὐθειῶν λαμβάνομεν μήκη ἀριθμητικῶς ἴσα πρὸς τὰς ἐντάσεις τῶν τριῶν δυνάμεων F_1 , F_2 καὶ Σ' . Παρατηροῦμεν τότε ὅτι ἡ διαγώνιος ΑΣ τοῦ παραλληλογράμου, τὸ ὁποῖον ὀρίζουν αἱ εὐθεῖαι Α F_1 καὶ Α F_2 εἶναι ἴση μὲ τὴν εὐθεῖαν ΑΣ'.

Τὸ αὐτὸ συμβαίνει οἰαδήποτε καὶ ἂν εἶναι αἱ ἐντάσεις τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 .



Σχ. 12. Σύνθεσις δύο δυνάμεων.

Ἀπὸ τὸ πείραμα τοῦτο συνάγομεν τὸν ἀκόλουθον **νόμον τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων**.

Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, παρίσταται κατὰ μέγεθος καὶ διεύθυνσιν μετὰ τὴν διαγώνιον τοῦ παραλλη-

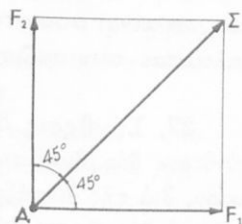
λογράμμου, τὸ ὁποῖον σχηματίζουν αἱ δύο δυνάμεις, ἥτοι εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν δύο δυνάμεων.

Π α ρ α δ ε ι γ μ α. Ἐπὶ ἐνὸς σημείου Α ἐνεργοῦν δύο ἴσαι δυνάμεις $F_1 = F_2 = 10 \text{ kg}^*$, αἱ ὁποῖαι εἶναι κάθετοι μεταξύ των (σχ. 13). Ἡ συνισταμένη Σ τῶν δύο τούτων δυνάμεων εἶναι ἡ διαγώνιος τοῦ σχηματιζομένου τετραγώνου. Ἐπομένως ἔχομεν :

$$\Sigma = \sqrt{F_1^2 + F_1^2} = \sqrt{2F_1^2} = F_1 \sqrt{2}$$

$$\Sigma = 10 \times 1,41 = 14,1 \text{ kg}^*.$$

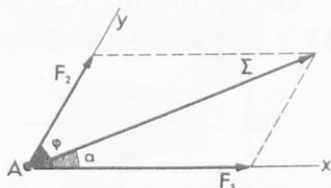
Ἡ συνισταμένη Σ σχηματίζει εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν γωνίας 45° μετὰ τὰς διευθύνσεις τῶν δύο συνιστασῶν, διότι ἡ $\Delta\Sigma$ εἶναι διχοτόμος τῆς γωνίας F_1AF_2 .



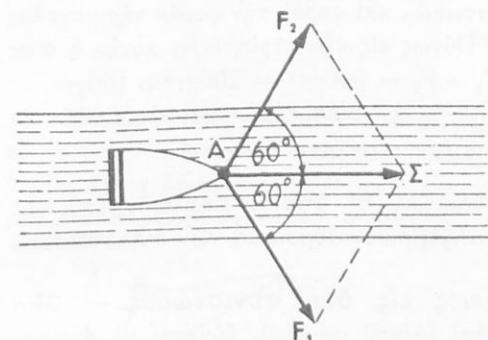
Σχ. 13. Σύνθεσις δύο ἴσων καθέτων δυνάμεων.

28. Ἔντασις καὶ διεύθυνσις τῆς συνισταμένης. — Δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐνεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου σχηματίζουσαι γωνίαν φ (σχ. 14). Ἡ συνισταμένη Σ τῶν δύο τούτων δυνάμεων εὐρίσκεται γραφικῶς, ἂν κατασκευασθῇ τὸ παραλληλόγραμμον τῶν δύο δυνάμεων. Ἀλλὰ διὰ νὰ ὀρισθῇ τελείως ἡ συνισταμένη Σ , πρέπει νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ της καὶ ἡ διεύθυνσίς της, πρέπει δηλαδὴ νὰ ὑπολογισθῇ τὸ μῆκος τῆς διαγωνίου Σ καὶ μία ἐκ τῶν γωνιῶν, τὰς

όποιας σχηματίζει ή Σ με τὰς πλευράς τοῦ παραλληλογράμμου. Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ἐντάσεως καὶ τῆς διευθύνσεως τῆς συνισταμένης Σ εἶναι καθαρῶς γεωμετρικὸν πρόβλημα. Εἰς μερικὰς περιπτώσεις ὁ ὑπολογισμὸς οὗτος εἶναι εὐκόλος. Οὕτω π.χ. μίᾳ λέμβῳ σύρεται ἐντὸς ποταμοῦ διὰ δύο σχοινίων ἀπὸ δύο ἐργάτας εὐρισκομένους εἰς τὰς ὄχθας τοῦ ποταμοῦ. Ἐκαστος ἐργάτης καταβάλλει δύναμιν 40 kgr^* , τὰ δὲ δύο σχοινία σχηματίζουν



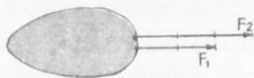
Σχ. 14. Εὕρεσις τῆς συνισταμένης δύο δυνάμεων.



Σχ. 15. Σύνθεσις τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 .

κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς διχοτόμου τῆς γωνίας τῶν δύο σχοινίων καὶ σύρεται ἀπὸ δύναμιν 40 kgr^* .

29. Μερικὴ περίπτωσης.— Σύνθεσις δύο δυνάμεων τῆς αὐτῆς διευθύνσεως. Ἐὰν αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐνεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας καὶ ἔχουν τὴν αὐτὴν φορὰν, τότε ἡ συνισταμένη ἔχει ἔντασιν ἴσην μετὸ ἄθροισμα τῶν ἀρι-

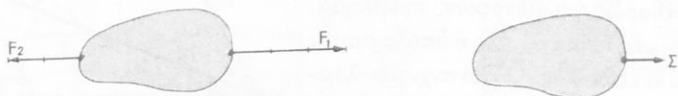


Σχ. 16. Αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ φορὰν.

θμητικῶν τιμῶν τῶν δύο συνιστωσῶν καὶ διεύθυνσιν τὴν κοινὴν διεύθυνσιν αὐτῶν (σχ. 16). Οὕτως, ἐὰν εἶναι $F_1 = 200 \text{ gr}^*$ καὶ $F_2 = 300 \text{ gr}^*$,

ή συνισταμένη έχει ένταση $\Sigma = F_1 + F_2 = 200\text{gr}^* + 300\text{gr}^* = 500\text{gr}^*$

Εάν δύο δυνάμεις $F_1 = 300\text{ gr}^*$ και $F_2 = 200\text{ gr}^*$ ενεργούν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας καὶ ἔχουν ἀντίθετον φοράν,



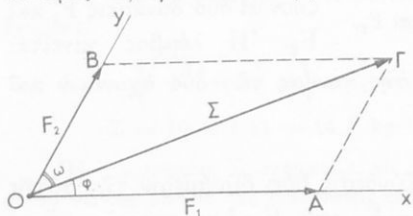
Σχ. 17. Αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, ἀλλ' ἀντίθετον φοράν.

τότε ἡ συνισταμένη έχει ένταση ἴσην μετὰ τὴν διαφορὰν τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν τῶν δύο συνιστωσῶν καὶ φοράν τὴν φοράν τῆς μεγαλύτερας συνιστώσας (σχ. 17). Οὕτως εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ συνισταμένη έχει ένταση $\Sigma = F_1 - F_2 = 300\text{gr}^* - 200\text{gr}^* = 100\text{gr}^*$.

Εάν θεωρήσωμεν ὡς θετικὴν τὴν μίαν φοράν καὶ ὡς ἀρνητικὴν τὴν ἀντίθετον, τότε ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι:

Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ενεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, εἶναι ἴση μετὰ τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν συνιστωσῶν.

30. Ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας. — Μία δύναμις Σ , ἡ ὁποία ενεργεῖ ἐπὶ ὑλικοῦ σημείου, δύναται νὰ ἀντικατασταθῇ ἀπὸ δύο ἄλλας δυνάμεις F_1 καὶ F_2 , αἱ ὁποῖαι ἔχουν ὡς συνισταμένην τὴν δοθεῖσαν δύναμιν Σ . Ἡ τοιαύτη ἀντικατάστασις, ἡ ὁποία δὲν μεταβάλλει τὴν μηχανικὴν κατάστασιν τοῦ ὑλικοῦ σημείου, καλεῖται **ἀνάλυσις** τῆς δυνάμεως Σ εἰς δύο συνιστώσας. Ἡ ἀνάλυσις

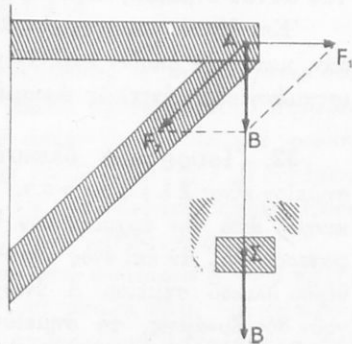


Σχ. 18. Ἀνάλυσις τῆς δυνάμεως Σ εἰς δύο συνιστώσας F_1 καὶ F_2 .

μῆκος δυνάμεως στηρίζεται εἰς τὸν νόμον τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων. Διὰ νὰ ἀναλύσωμεν τὴν δύναμιν Σ (σχ. 18) εἰς δύο συνιστώσας, αἱ ὁποῖαι νὰ ενεργοῦν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῶν εὐθειῶν Ox καὶ Oy , κατασκευάζομεν τὸ παραλληλόγραμμον $OAGB$, τοῦ ὁποίου διαγώνιος εἶναι ἡ Σ . Ἀρα τὰ δύο ἀνύσματα OA καὶ OB παριστοῦν τὰς δύο συνιστώσας τῆς δυνάμεως Σ . Γεωμετρικῶς ἡ ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο

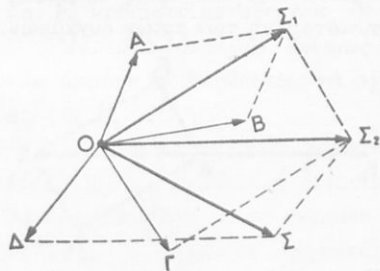
συνιστώσας ανάγεται πάντοτε εις τὸ ἐξῆς πρόβλημα: νὰ κατασκευασθῇ τρίγωνον OAG , ὅταν δίδωνται ὠρισμένα στοιχεῖα του.

Παράδειγμα ἀναλύσεως μιᾶς δυνάμεως εις δύο συνιστώσας δεικνύει τὸ σχῆμα 19. Τὸ βάρος B τοῦ σώματος ἐνεργεῖ διὰ τοῦ σχοινίου ἐπὶ τοῦ σημείου A τῆς ὀριζοντίας δοκοῦ. Ἡ δύναμις αὐτὴ B ἀναλύεται εις δύο συνιστώσας F_1 καὶ F_2 , αἱ ὁποῖαι ἐξουδετερώνονται ἀπὸ τὰς ἀντιδράσεις τῶν δύο δοκῶν.

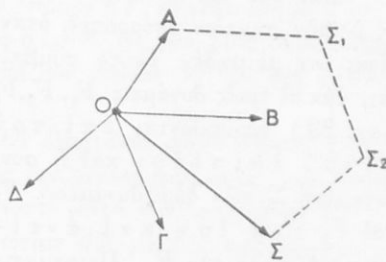


Σχ. 19. Τὸ βάρος B ἀναλύεται εις τὰς συνιστώσας F_1 καὶ F_2 .

31. Σύνθεσις ὁσωνδήποτε δυνάμεων.— Ἐστω ὅτι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου ἐνεργοῦν ὁσασδήποτε δυνάμεις π.χ. αἱ A, B, Γ, Δ , αἱ ὁποῖαι ἔχουν διαφόρους διευθύνσεις (σχ. 20). Ἐφαρμόζοντες τὸν νόμον τοῦ παραλλήλογραμμοῦ, εὐρίσκομεν τὴν συνισταμένην αὐτῶν ὡς



Σχ. 20. Σύνθεσις πολλῶν δυνάμεων.



Σχ. 21. Ἡ συνισταμένη Σ κλείει τὸ πολύγωνον τῶν δυνάμεων $OAS_1S_2\Sigma$.

ἐξῆς: Συνθέτομεν κατ' ἀρχὰς δύο δυνάμεις π.χ. τὰς A καὶ B καὶ εὐρίσκομεν τὴν συνισταμένην τῶν Σ_1 . Οὕτω τὸ σύστημα τῶν τεσσάρων δυνάμεων ἀνάγεται εις σύστημα τριῶν δυνάμεων Σ_1, Γ, Δ . Τὸ νέον τοῦτο σύστημα ἀνάγεται κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον εις σύστημα δύο δυνάμεων, τὸ ὁποῖον τελικῶς ἀνάγεται εις μίαν μόνον δύναμιν. Ἡ δύναμις αὕτη εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν τεσσάρων δυνάμεων. Ὡστε;

Ἡ συνισταμένη ὁσωνδήποτε δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ

τοῦ αὐτοῦ σημείου, εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν συνιστωσῶν.

Ἐπειδὴ τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα εἶναι ἀνεξάρτητον ἀπὸ τὴν σείραν, κατὰ τὴν ὁποίαν λαμβάνονται οἱ προσθετέοι, συνάγεται ὅτι ἡ συνισταμένη εἶναι ἐντελῶς ὠρισμένη (σχ. 21).

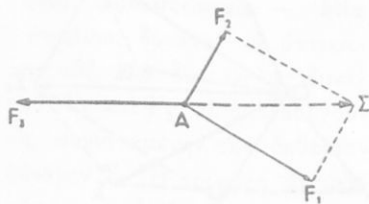
32. Ἴσορροπία ὑλικοῦ σημείου.— Λέγομεν ὅτι ἐν ὑλικὸν σημεῖον εἶναι ἐλεύθερον, ὅταν τὸ σημεῖον τοῦτο δύναται νὰ μετακινήθῃ ἀπὸ τὴν ἀρχικὴν του θέσιν πρὸς οἰανδήποτε διεύθυνσιν. Εἶναι φανερόν ὅτι, ἂν ἐπὶ ἐνὸς ἐλευθέρου ὑλικοῦ σημείου A ἐνεργοῦν δύο δυνάμεις, τὸ σημεῖον A ἡρεμεῖ, ὅταν ἡ συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων εἶναι ἴση μὲ μηδέν. Τοῦτο ὅμως συμβαίνει, μόνον ὅταν αἱ δύο δυνάμεις εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι (σχ. 22). Ὡστε:



Σχ. 22. Ἴσορροπία ὑλικοῦ σημείου.

Ἐλεύθερον ὑλικὸν σημεῖον ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δύο δυνάμεων, ἂν αἱ δύο δυνάμεις εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι.

Ἐὰν ἐπὶ τοῦ ἐλευθέρου ὑλικοῦ σημείου ἐνεργοῦν τρεῖς δυνάμεις, τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἰσορροπεῖ, ὅταν ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν δυνάμεων εἶναι ἴση μὲ μηδέν. Τοῦτο συμβαίνει, ἂν αἱ τρεῖς δυνάμεις F_1, F_2, F_3 (σχ. 23) εὐρίσκωνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου καὶ ἡ συνισταμένη Σ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν F_3 . Πειραματικὴν ἐπαλήθευσιν τοῦ συμπεράσματος τούτου ἔχομεν εἰς τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 12. Ὡστε:



Σχ. 23. Ἴσορροπία ὑλικοῦ σημείου.

Ἐλεύθερον ὑλικὸν σημεῖον ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τριῶν δυνάμεων, ἂν αἱ τρεῖς δυνάμεις εἶναι ὁμοεπίπεδοι καὶ ἑκάστη ἐξ αὐτῶν εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν δύο ἄλλων.

Τέλος, ἂν ἐπὶ τοῦ ἐλευθέρου ὑλικοῦ σημείου ἐνεργοῦν πολλαὶ δυνάμεις, εἶναι προφανές ὅτι τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἰσορροπεῖ, ὅταν ἡ συνισταμένη ὅλων τῶν δυνάμεων εἶναι ἴση μὲ μηδέν.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

13. Νὰ εὐρεθῇ εἰς τὰς κάτωθι περιπτώσεις ἡ συνισταμένη δύο ἴσων δυνάμεων $F_1 = F_2 = 8 \text{ kgr}^*$, αἱ ὁποῖαι ἔχουν τὸ αὐτὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς: α) Αἱ δυνάμεις ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ φορᾶν. β) Αἱ δυνάμεις σχηματίζουν μεταξὺ των γωνίαν 60° . γ) Αἱ δυνάμεις σχηματίζουν μεταξὺ των γωνίαν 90° . δ) Αἱ δυνάμεις σχηματίζουν μεταξὺ των γωνίαν 120° . ε) Αἱ δυνάμεις ἔχουν ἀντίθετον φορᾶν.

14. Νὰ εὐρεθῇ ἡ συνισταμένη τεσσάρων δυνάμεων $F_1 = 1 \text{ kgr}^*$, $F_2 = 2 \text{ kgr}^*$, $F_3 = 3 \text{ kgr}^*$, $F_4 = 4 \text{ kgr}^*$, αἱ ὁποῖαι εἶναι ὁμοεπίπεδοι, ἔχουν τὸ αὐτὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς καὶ σχηματίζουν μεταξὺ των ἀνὰ δύο γωνίαν 90° .

15. Τρεῖς ἴσαι δυνάμεις $F_1 = F_2 = F_3 = 5 \text{ kgr}^*$ εἶναι ὁμοεπίπεδοι καὶ ἔχουν κοινὸν σημεῖον ἐφαρμογῆς. Αἱ F_1 καὶ F_3 εὐρίσκονται ἐκατέρωθεν τῆς F_2 καὶ σχηματίζουν μὲ αὐτὴν γωνίας 60° . Νὰ εὐρεθῇ ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν τούτων δυνάμεων.

16. Νὰ ἀναλυθῇ δύναμις $F = 13 \text{ kgr}^*$ εἰς δύο συνιστώσας F_1 καὶ F_2 καθέτους μεταξὺ των, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ F_1 νὰ εἶναι ἴση μὲ 5 kgr^* .

17. Νὰ ἀναλυθῇ δύναμις $F = 6 \text{ kgr}^*$ εἰς δύο ἴσας συνιστώσας, τῶν ὁποίων αἱ διευθύνσεις νὰ σχηματίζουν γωνίαν 30° μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς F .

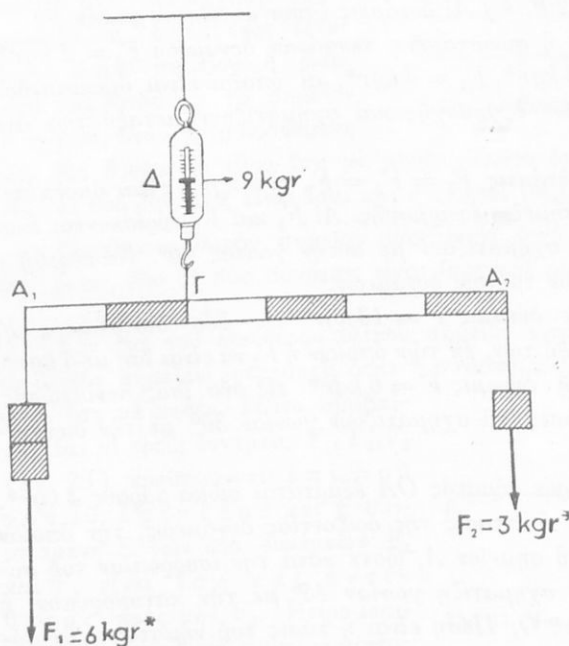
18. Εἰς τὸ ἐν ἄκρον νήματος OA ἐξαεῖται σῶμα βάρους 4 kgr^* . Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ ἔντασις τῆς ὀριζοντίας δυνάμεως, τὴν ὁποίαν θὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς τὸ σημεῖον A , ὥστε κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ συστήματος τὸ νῆμα νὰ σχηματίξῃ γωνίαν 45° μὲ τὴν κατακόρυφον, ἡ ὁποία διέρχεται διὰ τοῦ O ; Πόση εἶναι ἡ τάσις τοῦ νήματος; Τὸ βάρος τοῦ νήματος εἶναι ἀσήμαντον.

19. Ἐν σῶμα βάρους 1000 kgr^* ἐξαεῖται ἀπὸ τὴν ὀροφὴν μὲ δύο σχοινία, τὰ ὁποῖα σχηματίζουν μὲ τὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον γωνίαν 45° . Νὰ εὐρεθῇ ἡ τάσις ἐκάστου σχοινίου.

20. Μία μεταλλικὴ ὀρθογώνιος πλάξ ἔχει βάρους 6 kgr^* . Ἡ πλάξ ἐξαεῖται ἀπὸ ἐν ἄγκιστρον μὲ τὴν βοήθειαν νήματος, τοῦ ὁποίου τὰ δύο ἄκρα στερεώνονται εἰς τὰς δύο ἀνωτέρας κορυφὰς τῆς πλακός. Τὰ δύο τμήματα τοῦ νήματος σχηματίζουν μὲ τὴν ἀνωτέραν ὀριζόντιαν πλευρὰν τῆς πλακός γωνίαν 45° . Πόση εἶναι ἡ τάσις ἐκάστου τμήματος τοῦ νήματος;

II. ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΑΙ ΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΑ ΣΗΜΕΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

33. Σύνθεσις δύο δυνάμεων παραλλήλων τῆς αὐτῆς φορᾶς.— Λαμβάνομεν ξύλινον κανόνα πολὺ ἐλαφρόν. Τὸ βάρος τοῦ κανόνα εἶναι πολὺ μικρὸν ἐν σχέσει πρὸς τὰ δύο βάρη F_1 καὶ F_2 , τὰ ὁποῖα ἐφαρμόζομεν εἰς τὰ ἄκρα τοῦ A_1 καὶ A_2 (σχ. 24). Αἱ δύο δυνά-



Σχ. 24. Σύνθεσις δύο δυνάμεων παραλλήλων τῆς αὐτῆς φορᾶς.

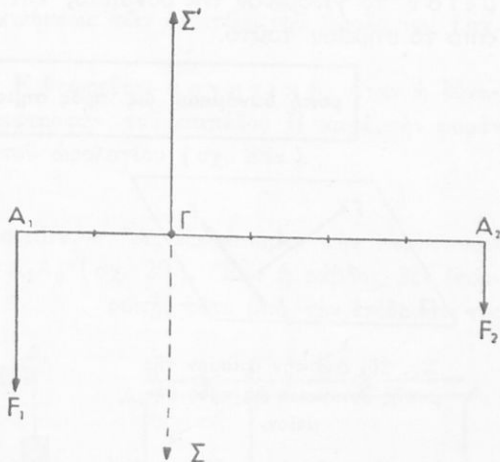
μεις F_1 καὶ F_2 εἶναι παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς. Ὁ κανὼν ἐξαρτᾶται ἀπὸ δυνάμετρον Δ. Μετακινούμεν τὸν δρομέα Γ, ἕως ὅτου ὁ κανὼν ἰσορροπήσῃ διατηρούμενος ὀριζόντιος. Ἐπὶ τοῦ κανόνα ἐνεργοῦν αἱ τρεῖς κατακόρυφοι δυνάμεις F_1 , F_2 καὶ Σ' (σχ. 25). Ἐπειδὴ δὲ ὁ κανὼν ἰσορροπεῖ, ἔπεται ὅτι ἡ δύναμις Σ' εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην Σ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 . Ὡστε ἡ συνισταμένη Σ ἐφαρμό-

ζεται εἰς τὸ σημεῖον Γ, εἶναι κατακόρυφος καὶ ἔχει τὴν ἰδίαν φορὰν μὲ τὴν φορὰν τῶν συνιστασῶν F_1 καὶ F_2 (σχ. 25α). Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἔντασις τῆς Σ' εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 . Ἀρὰ εἶναι $\Sigma = F_1 + F_2$. Ἐὰν μετρήσωμεν τὰς ἀποστάσεις ΓA_1 καὶ ΓA_2 τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς Γ τῆς συνισταμένης ἀπὸ τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς A_1 καὶ A_2 τῶν δύο συνιστασῶν, εὐρίσκομεν ὅτι ἰσχύει ἡ σχέση:

$$\frac{\Gamma A_1}{\Gamma A_2} = \frac{F_2}{F_1}, \quad \text{ἢτοι} \quad F_1 \cdot \Gamma A_1 = F_2 \cdot \Gamma A_2$$

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω πειράματος συνάγονται τὰ ἐξῆς συμπεράσματα:

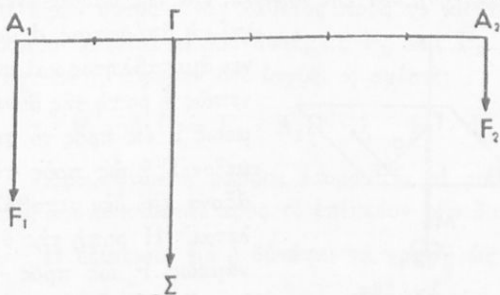
Ἡ συνισταμένη δύο παραλλήλων δυνάμεων F_1 καὶ F_2 τῆς αὐτῆς φορᾶς εἶναι παράλληλος καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς πρὸς τὰς συνιστώσας, καὶ ἔχει ἔντασιν ἴσην μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν ἐντάσεων αὐτῶν· τὸ δὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς Γ διαιρεῖ τὴν εὐθείαν A_1A_2 , ἥ ὁποία ἐνώνει τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τῶν συνιστωσῶν, εἰς μέρη ἀντιστρόφως ἀνάλογα πρὸς τὰς δυνάμεις.



25. Ἡ δύναμις Σ' ἰσορροπεῖ τὴν συνισταμένην Σ .

$$\text{συνισταμένη: } \Sigma = F_1 + F_2, \quad \frac{\Gamma A_1}{\Gamma A_2} = \frac{F_2}{F_1}$$

34. Ροπή δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον ἢ ἀξονα.— Πειραματικῶς εὗρομεν ὅτι διὰ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς Γ τῆς συνισταμένης



Σχ. 25α. Ἡ συνισταμένη Σ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ Γ .

ὅτι μία δύναμις F εὐρίσκεται ἐπὶ ἐνὸς ἐπιπέδου Π (σχ. 26). Ὡς θεωρήσωμεν ἐν σημεῖον Γ τοῦ ἐπιπέδου Π . Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἰσχύει ὁ ἐξῆς ὁρίσμος:

τῶν δύο παραλλήλων καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς δυνάμεων F_1 καὶ F_2 (σχ. 25α) ἰσχύει ἡ σχέση:

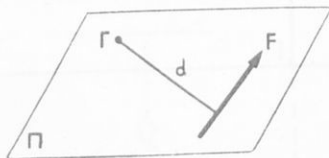
$$F_1 \cdot \Gamma A_1 = F_2 \cdot \Gamma A_2$$

Ἐκαστον τῶν γινόμενων τούτων παριστᾷ ἐν νέον φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ διευκρινήσωμεν.

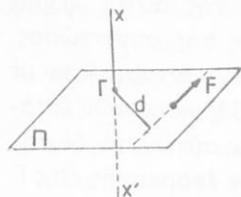
Ἐστω

Καλείται ροπή τῆς δυνάμεως F ὡς πρὸς σημείον τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν ἀπόστασιν αὐτῆς (d) ἀπὸ τὸ σημεῖον τοῦτο.

ροπή δυνάμεως ὡς πρὸς σημείον: $M = F \cdot d$



Σχ. 26. Διὰ τὸν ὁρισμὸν τῆς ροπῆς δυνάμεως ὡς πρὸς σημείον.



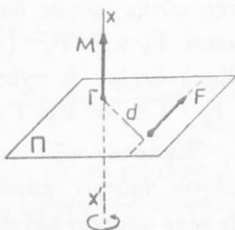
Σχ. 27. Διὰ τὸν ὁρισμὸν τῆς ροπῆς δυνάμεως ὡς πρὸς ἄξονα.

“Ὡς θεωρήσωμεν ἄξονα xx' κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον Π (σχ. 27). Ὁ ἄξων τέμνει τὸ ἐπίπεδον εἰς τὸ σημεῖον Γ .

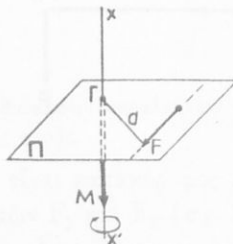
Καλείται ροπή τῆς δυνάμεως F ὡς πρὸς τὸν ἄξονα xx' τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως (F) ἐπὶ τὴν κάθετον ἀπόστασιν (d) τῆς δυνάμεως ἀπὸ τὸν ἄξονα.

ροπή δυνάμεως ὡς πρὸς ἄξονα: $M = F \cdot d$

Ἐὰν ἡ δύναμις F μετακινηθῇ ἐπὶ τῆς εὐθείας, ἐπὶ τῆς ὁποίας ἐνεργεῖ, ἡ ἀπόστασις d μένει ἀμετάβλητος καὶ συνεπῶς ἡ ροπή τῆς δυνάμεως F ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Γ ἢ ὡς πρὸς τὸν ἄξονα xx' δὲν μεταβάλλεται.



Σχ. 28.



Σχ. 28α.

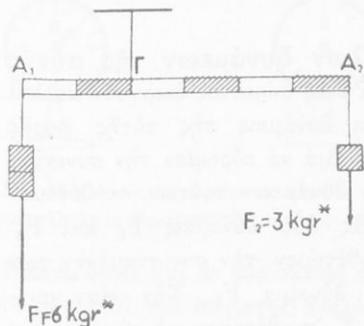
Ἡ ροπή δυνάμεως εἶναι μέγεθος ἀνυσματικόν.

Ἄνυσματικὸν μέγεθος καὶ παριστάνεται μὲ ἄνυσμα M κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον Π (σχ. 28 καὶ 28α).

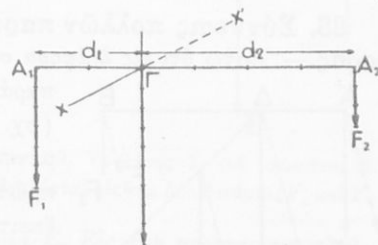
Ἡ ροπή τῆς δυνάμεως F θεωρεῖται θετική, ὅταν ἡ δύναμις F τείνη νὰ στρέψῃ τὸ ἐπίπεδον Π περὶ τὸ σημεῖον Γ ἢ περὶ τὸν ἄξονα xx' κατὰ φορὰν ἀντίθετον τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὥρολογίου (σχ. 28).

Ἡ ροπή τῆς δυνάμεως F θεωρεῖται ἀρνητική, ὅταν ἡ δύναμις τείνη νὰ προκαλέσῃ περιστροφὴν τοῦ ἐπιπέδου Π κατὰ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὥρολογίου (σχ. 28α).

35. Θεώρημα τῶν ροπῶν.— Ἀς ἐξετάσωμεν τὴν περίπτωσιν τῆς ἰσορροπίας τῆς ράβδου A_1A_2 (σχ. 29). Ἐὰν ἡ ράβδος δὲν ἰσορροπῇ, τότε ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς



Σχ. 29. Ἴσορροπία ράβδου στρεπτῆς περὶ ἄξονα.



Σχ. 30. Ἴσορροπία ράβδου στρεπτῆς περὶ ἄξονα.

δυνάμεως F_1 ἢ τῆς F_2 , ἡ ράβδος θὰ στραφῇ περὶ ὀριζόντιον ἄξονα xx' διερχόμενον διὰ τοῦ σημείου Γ . Ὁ ἄξων οὗτος εἶναι κάθετος πρὸς τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου κεῖνται αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 . Ὅταν ἡ ράβδος ἰσορροπῇ (σχ. 30), εὐρομεν ὅτι ἰσχύει ἡ σχέσις:

$$F_1 \cdot A_1\Gamma = F_2 \cdot A_2\Gamma \quad \text{ἢ} \quad F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2 \quad (1)$$

Ἀρα, ὅταν ἡ ράβδος ἰσορροπῇ, αἱ ροπαὶ τῶν δύο δυνάμεων ὡς πρὸς ἄξονα κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων εἶναι ἴσαι.

Ἡ ἐξίσωσις (1) δύναται νὰ γραφῇ ὡς ἑξῆς:

$$F_1 \cdot d_1 - F_2 \cdot d_2 = 0$$

Ἡ εὐρεθεῖσα σχέσις φανερώνει ὅτι τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δύο δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα xx' εἶναι ἴσον

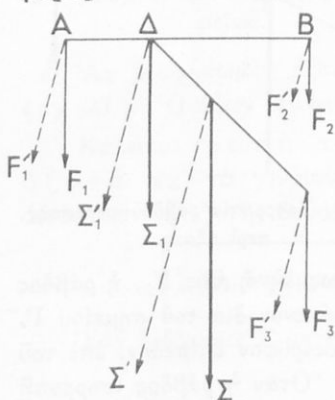
μέ μ η δ έ ν. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ροπή τῆς συνισταμένης Σ ὡς πρὸς τὸν ἄξονα xx' εἶναι ἴση με μ η δ έ ν. "Ὡστε καταλήγομεν εἰς τὸ συμπέρασμα :

$$\text{ροπή τῆς } \Sigma = \text{ροπή τῆς } F_1 + \text{ροπή τῆς } F_2$$

Τὸ ἀνωτέρω ἐξαγόμενον, τὸ ὁποῖον εὗρομεν πειραματικῶς εἶναι συνέπεια τοῦ γενικοῦ **θεωρήματος τῶν ροπῶν**, τὸ ὁποῖον εἰς τὴν μερικὴν περίπτωσιν τῶν παραλλήλων δυνάμεων διατυπώνεται ὡς ἐξῆς:

Ἡ ροπή τῆς συνισταμένης πολλῶν ὁμοεπιπέδων παραλλήλων δυνάμεων ὡς πρὸς ἄξονα κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων εἶναι ἴση με τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα τοῦτον.

36. Σύνθεσις πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων τῆς αὐτῆς φορᾶς.—Ἐστω ὅτι εἰς διάφορα σημεῖα ἐνὸς σώματος ἐνεργοῦν πολλὰ

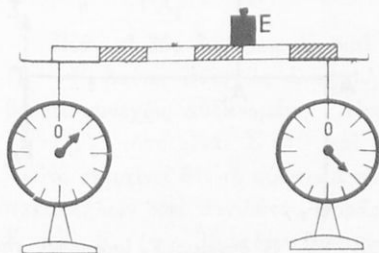


Σχ. 31. Σύνθεσις πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων.

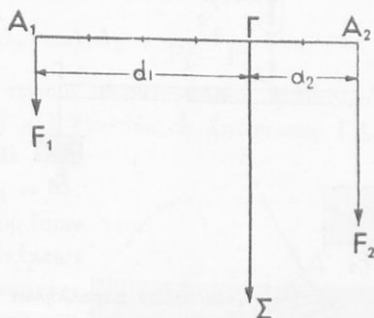
παράλληλοι δυνάμεις τῆς αὐτῆς φορᾶς (σχ. 31). Διὰ νὰ εὗρωμεν τὴν συνισταμένην τῶν δυνάμεων τούτων, συνθέτομεν πρῶτον τὰς δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 · ἔπειτα συνθέτομεν τὴν συνισταμένην τῶν Σ_1 μετὰ τὴν δύναμιν F_3 . Τὴν νέαν συνισταμένην Σ_2 συνθέτομεν μετὰ τὴν δύναμιν F_4 κ.ο.κ. Οὕτως εὐρίσκομεν μίαν τελικὴν συνισταμένην Σ, ἡ ὁποία εἶναι παράλληλος καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς πρὸς τὰς συνιστώσας, ἔχει δὲ ἔντασιν ἴσην μετὰ τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ἐντάσεων τῶν συνιστωσῶν.

Ἐὰν ὅλαι αἱ δυνάμεις στραφοῦν περὶ τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς των, χωρὶς ὅμως νὰ μεταβληθοῦν αἱ ἐντάσεις των καὶ χωρὶς νὰ παύσουν νὰ εἶναι παράλληλοι, τότε ἡ συνισταμένη των λαμβάνει νέαν διεύθυνσιν, ἀλλὰ ἡ ἔντασις καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δὲν μεταβάλλονται. Τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης καλεῖται **κέντρον παραλλήλων δυνάμεων** καὶ εἶναι ὠρισμένον σημεῖον τοῦ σώματος, μὴ ἐξαρτώμενον ἀπὸ τὴν διεύθυνσιν τῶν δυνάμεων.

37. Ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας παραλλήλους τῆς αὐτῆς φορᾶς. — Μία λεπτή ἐπιμήκης σανὶς στηρίζεται ἐπὶ τῶν δίσκων δύο δυναμομέτρων (σχ. 32). Ἐπὶ τῆς σανίδος θέτομεν σῶμα E βάρους 500 gr*. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν ἐνδείξεων τῶν δύο δυναμομέτρων εἶναι πάντοτε ἴσον μὲ 500 gr* εἰς οἷαν-



Σχ. 32. Ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο παραλλήλους δυνάμεις τῆς αὐτῆς φορᾶς



Σχ. 33. Τὸ βάρος Σ τοῦ σώματος E ἀναλύεται εἰς τὰς δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2

δήποτε θέσιν καὶ ἂν εὑρίσκεται τὸ σῶμα E. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ βάρος Σ τοῦ σώματος ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας παραλλήλους τῆς αὐτῆς φορᾶς, αἱ ὁποῖαι ἐφαρμόζονται εἰς τὰ ἄκρα A_1 καὶ A_2 τῆς σανίδος (σχ. 33). Ἐπομένως ἰσχύουν αἱ γνωσταὶ σχέσεις:

$$\Sigma = F_1 + F_2 \quad \text{καὶ} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

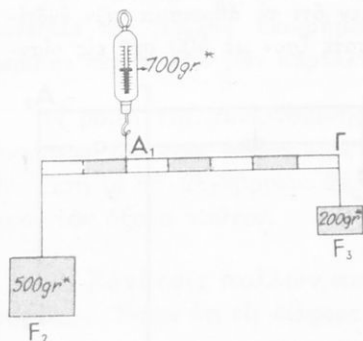
Αἱ συνιστώσαι F_1 καὶ F_2 προσδιορίζονται, ἂν εἶναι γνωσταὶ αἱ ἀποστάσεις d_1 καὶ d_2 . Οὕτως ἂν εἶναι $A_1A_2 = 100 \text{ cm}$ καὶ $\Gamma A_2 = d_2 = 20 \text{ cm}$, τότε ἀπὸ τὰς ἀνωτέρω ἐξισώσεις εὑρίσκομεν:

$$\frac{F_1}{F_1 + F_2} = \frac{d_2}{d_1 + d_2} \quad \text{ἢ} \quad \frac{F_1}{\Sigma} = \frac{d_2}{A_1A_2}$$

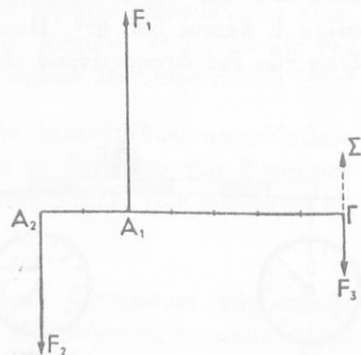
$$\text{ἄρα} \quad F_1 = 500 \text{ gr}^* \times \frac{20}{100} = 100 \text{ gr}^* \quad \text{καὶ} \quad F_2 = 400 \text{ gr}^*$$

38. Σύνθεσις δύο ἀνίσων παραλλήλων δυνάμεων ἀντιθέτου φορᾶς. — Λαμβάνομεν ἐλαφρὸν ξύλινον κανόνα καὶ ἀπὸ τὰ δύο ἔκρα του ἐξαρτῶμεν δύο ἄνισα βάρη F_2 καὶ F_1 (σχ. 34). Ὁ κανὼν

ἐξαρθᾶται ἀπὸ δυναμόμετρον Δ. Μετακινούμεν τὸν δρομέα, ἕως ὅτου ὁ κανὼν ἰσορροπήσῃ διατηρούμενος ὀριζόντιος. Ἐπὶ τοῦ κανόνος ἐνεργοῦν αἱ τρεῖς δυνάμεις F_1 , F_2 , F_3 , αἱ ὁποῖαι ἰσορροποῦν (σχ. 35).



Σχ. 34. Ἴσορροπία τριῶν παραλλήλων δυνάμεων.



Σχ. 35. Ἡ δύναμις F_3 ἰσορροπεῖ τὴν συνισταμένην τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 .

Ἐὰν καταργήσωμεν τὴν δύναμιν F_3 , ἡ ἰσορροπία καταστρέφεται. Ἄρα ἡ δύναμις F_3 εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην Σ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 . Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ συνισταμένη Σ εἶναι:

$$\Sigma = F_3 = F_1 - F_2 = 700\text{gr}^* - 500\text{gr}^* = 200\text{gr}^*$$

$$\text{καὶ } \frac{F_3}{F_2} = \frac{A_1 A_2}{\Gamma A_1} \quad \eta \quad \frac{F_3 + F_2}{F_2} = \frac{A_1 A_2 + \Gamma A_1}{\Gamma A_1}$$

$$\text{Ἄρα } \frac{F_1}{F_2} = \frac{\Gamma A_2}{\Gamma A_1}$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι:

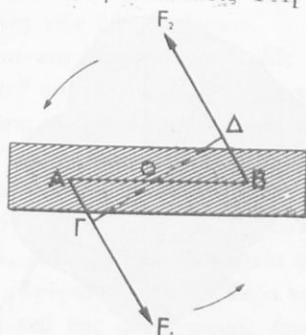
Ἡ συνισταμένη δύο ἀνίσων παραλλήλων δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ἀντιθέτου φορᾶς εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς συνιστώσας, ἔχει τὴν φορὰν τῆς μεγαλυτέρας καὶ ἔντασιν ἴσην μετὰ τὴν διαφορὰν τῶν ἐντάσεων αὐτῶν· τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς Γ κεῖται πέραν τῆς μεγαλυτέρας δυνάμεως ἐπὶ τῆς εὐθείας $A_1 A_2$, ἡ ὁποία ἐνώνει τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τῶν συνιστωσῶν, αἱ δὲ ἀποστάσεις τοῦ σημείου Γ ἀπὸ τὰ σημεῖα A_1 καὶ A_2 εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὰς δυνάμεις.

$$\text{συνισταμένη: } \Sigma = F_1 - F_2, \quad \frac{\Gamma A_1}{\Gamma A_2} = \frac{F_2}{F_1}$$

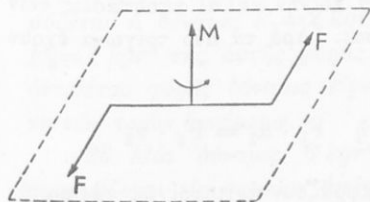
39. Ζεύγος δυνάμεων.— Ἐς θεωρήσωμεν τὰς δύο παραλλήλους καὶ ἀντιθέτου φορᾶς δυνάμεις F_1 καὶ F_2 τοῦ σχήματος 35. Εἶδομεν (§ 38) ὅτι ἰσχύει ἡ σχέση:

$$\frac{A_1 A_2}{\Gamma A_1} = \frac{F_3}{F_2} \quad \text{ἤτοι} \quad \Gamma A_1 = A_1 A_2 \cdot \frac{F_2}{F_1 - F_2}$$

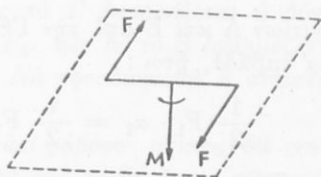
Ἐὰν αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 τείνουν νὰ γίνουν ἴσαι, ἡ διαφορὰ $F_1 - F_2$ βαίνει συνεχῶς ἐλαττωμένη καὶ συνεπῶς ἡ ἀπόστασις ΓA_1 βαίνει συνεχῶς αὐξανόμενη. Ὄταν δὲ γίνη $F_1 = F_2$, τότε εἶναι $\Sigma = 0$ καὶ $\Gamma A_1 = \infty$. Τοῦτο σημαίνει ὅτι τὸ σύστημα τῶν δύο ἴσων παραλλήλων καὶ ἀντιθέτου φορᾶς δυνάμεων F_1 καὶ F_2 (σχ. 36) δὲν ἔχει συνισταμένην καὶ ἐπομένως δὲν δύναται νὰ τὸ ἀντικαταστήσῃ ἢ νὰ τὸ ἰσορροπήσῃ μία δύναμις· τὸ σύστημα τοῦτο τῶν δυνάμεων καλεῖται **ζεύγος**. Τὸ ζεύγος προσδίδει εἰς τὸ σῶμα, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ, κίνησιν περιστροφικὴν περὶ ἄξονα κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τῶν δύο δυνάμεων (ἐπίπεδον τοῦ ζεύγους). Οὕτως, ὅταν στρέφωμεν κοχλίαν, κλειδίον κ.τ.λ. ἀναπτύσσομεν ἐπὶ τῶν σωμάτων τούτων ἓν ζεύγος. Καλεῖται



Σχ. 36. Τὸ ζεύγος τῶν δυνάμεων προκαλεῖ περιστροφήν τοῦ σώματος.



Σχ. 37.



Σχ. 37α.

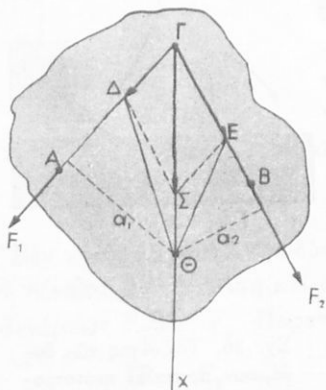
Τὸ ἄνυσμα M παριστᾷ τὴν ροπήν τοῦ ζεύγους.

ροπή τοῦ ζεύγους ἄνυσμα κάθετον εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ζεύγους με μέτρον τὸ γινόμενον τῆς ἐντάσεως τῆς μιᾶς τῶν δύο δυνάμεων ἐπὶ τὴν κάθετον ἀπόστασιν τούτων.

ροπή ζεύγους : $M = F \cdot d$

Ἡ ἀπόστασις τῶν δύο δυνάμεων καλεῖται β ρ α χ ί ω ν τοῦ ζεύγους. Ἡ ροπή M τοῦ ζεύγους χαρακτηρίζεται καὶ ἀπὸ τὴν φορὰν τῆς περιστροφῆς, τὴν ὁποίαν τείνει τὸ ζεῦγος νὰ προσδώσῃ εἰς τὸ σῶμα, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ (σχ. 37, 37α).

40. Σύνθεσις δύο ὁμοεπιπέδων δυνάμεων διαφόρου διευθύνσεως. — Εἰς δύο διάφορα σημεῖα A καὶ B (σχ. 38) στερεοῦ σώματος ἐνεργοῦν δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 , αἱ ὁποῖαι δὲν εἶναι παράλληλοι καὶ κεῖνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου. Προεκ-



Σχ. 38. Σύνθεσις τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 .

σημείων Δ καὶ E ἀπὸ τὴν $\Gamma\Theta$ εἶναι ἴσαι. Ἀρα τὰ δύο τρίγωνα ἔχουν ἴσα ἐμβαδά, ἤτοι :

$$\frac{1}{2} F_1 \cdot \alpha_1 = \frac{1}{2} F_2 \cdot \alpha_2 \quad \text{ἢ} \quad F_1 \cdot \alpha_1 = F_2 \cdot \alpha_2$$

Τὰ γινόμενα $F_1 \cdot \alpha_1$ καὶ $F_2 \cdot \alpha_2$ ἐκφράζουν ἀντιστοίχως τὰς ροπὰς τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Θ (§ 34).

Ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι:

Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων διαφόρου διευθύνσεως, καὶ αἱ

ὅποῖαι ἐνεργοῦν εἰς δύο διάφορα σημεῖα ἑνὸς σώματος, εἶναι ἴση μὲ τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν δύο δυνάμεων καὶ ἔχει ὡς σημεῖον ἐφαρμογῆς ἐν σημείον τοῦ σώματος, ὡς πρὸς τὸν ὅποιον αἱ ροπαὶ τῶν δύο δυνάμεων εἶναι ἴσαι· ἤτοι τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης καθορίζεται ἀπὸ τὴν σχέσιν :

$$F_1 \cdot \alpha_1 = F_2 \cdot \alpha_2$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

21. Ἀπὸ τὰ ἄκρα ράβδου μήκους 60 cm ἐξαρτῶνται βάρη 1 kg^* καὶ 4 kg^* . Νὰ προσδιορισθῇ ἡ συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων.

22. Ὁμογενὴς ράβδος ἔχει μῆκος 1 m καὶ βάρος 50 gr^* . Εἰς τὸ ἐν ἄκρον τῆς ράβδου ἐξαρτᾶται βάρος 10 gr^* καὶ εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τῆς ἐξαρτᾶται βάρος 20 gr^* . Νὰ εὗρεθῇ ἡ θέσις τοῦ σημείου τῆς ράβδου, εἰς τὸ ὅποιον πρέπει νὰ στηριχθῇ αὕτη, διὰ νὰ διατηρηθῇ ὀριζοντία.

23. Ἐν ὄχημα βάρους 20 τόννων εὐρίσκεται ἐπὶ μιᾶς γεφύρας, ἡ ὁποία ἔχει βάρος 150 τόννων καὶ μῆκος 45 m . Τὸ μέσον τοῦ ὀχήματος ἀπέχει ἀπὸ τὸ ἐν ἄκρον τῆς γεφύρας 15 m . Νὰ εὗρεθῇ ποῖα φορτία φέρουν οἱ δύο στῦλοι, οἱ ὅποιοι στηρίζουν τὴν γέφυραν εἰς τὰ δύο ἄκρα τῆς.

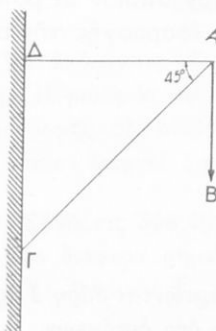
24. Τρεῖς δυνάμεις, ἴσαι, παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς ἐφαρμόζονται εἰς τὰς κορυφὰς τυχόντος τριγώνου. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ συνισταμένη των.

25. Τρεῖς παράλληλοι δυνάμεις ἐφαρμόζονται εἰς τὰ σημεῖα A, B, Γ μιᾶς ράβδου. Εἶναι $AB = 40 \text{ cm}$ καὶ $B\Gamma = 80 \text{ cm}$. Εἰς τὸ A ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις $F_1 = 2 \text{ kg}^*$ καὶ εἰς τὸ Γ ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις $F_3 = 1 \text{ kg}^*$ τῆς αὐτῆς φορᾶς μὲ τὴν F_1 . Εἰς δὲ τὸ B ἐφαρμόζεται ἡ ἀντιθέτου φορᾶς δύναμις $F_2 = 3 \text{ kg}^*$. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν δυνάμεων.

26. Μία δύναμις 6 kg^* ἐνεργεῖ ἐπὶ ράβδου μήκους 80 cm καὶ ἐφαρμόζεται εἰς σημεῖον ἀπέχον 30 cm ἀπὸ τὸ ἐν ἄκρον τῆς ράβδου. Νὰ ἀναλυθῇ ἡ δύναμις αὕτη εἰς δύο παραλλήλους δυνάμεις τῆς αὐτῆς φορᾶς, ἐφαρμοζομένας εἰς τὰ ἄκρα τῆς ράβδου.

27. Ὁμογενὴς ράβδος ἔχει μῆκος 1 m καὶ βάρος 500 gr^* . Ἡ ράβδος ἐξαρτᾶται καταλλήλως ἀπὸ τὰ ἄγκιστρα δύο κατακορυφῶν δυνα-

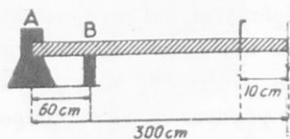
μομέτρων, ώστε να διατηρηται οριζοντία. Τὰ σημεία A καὶ B τῆς ράβδου, ἀπὸ τὰ ὁποῖα ἐξαρτᾶται αὕτη, ἀπέχουν ἀντιστοίχως 10 cm ἀπὸ ἕκαστον ἄκρον τῆς ράβδου. Ἀπὸ δύο σημεία Γ καὶ Δ τῆς ράβδου, τὰ ὁποῖα ἀπέχουν ἀπὸ τὰ ἀντίστοιχα ἄκρα τῆς ράβδου ἀποστάσεις 20 cm καὶ 25 cm , ἐξαρτῶνται βάρη 1 kg ἀπὸ τὸ Γ καὶ 2 kg ἀπὸ τὸ Δ . Νὰ εὑρεθῇ ποῖα θὰ εἶναι αἱ ἐνδείξεις τῶν δύο δυναμομέτρων.



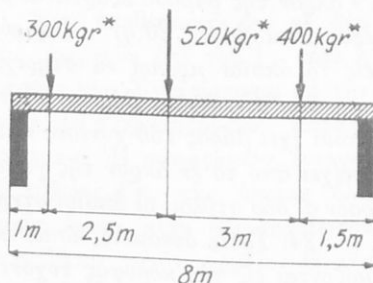
Σχ. 39.

28. Ἀπὸ τὸ ἄκρον A μιᾶς δοκοῦ ΔA ἐξαρτᾶται βάρος 12 kg . Νὰ σημειωθοῦν καὶ νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ δυνάμεις αἱ ἀναπτυσσόμεναι εἰς τὰ ἄκρα Δ καὶ Γ τῶν δύο δοκῶν ΔA καὶ ΓA (σχ. 39).

29. Εἰς ἓν κολυμβητήριον ἡ ἐξέδρα ἔχει μῆκος 3 m καὶ βάρος 50 kg . Εἰς τὸ σημεῖον Γ τῆς ἐξέδρας (σχ. 40) ἵσταται ἄνθρωπος ἔχων



Σχ. 40.



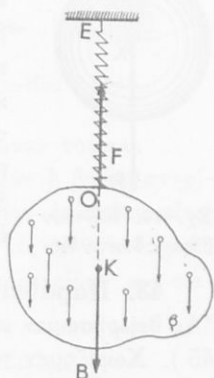
Σχ. 41.

βάρος 70 kg . Νὰ σημειωθοῦν εἰς τὸ σχῆμα καὶ νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν εἰς τὰ σημεία στηρίξεως A καὶ B τῆς ἐξέδρας.

30. Μία γέφυρα βάρους 2 tn στηρίζεται εἰς δύο στύλους A καὶ B (σχ. 41). Ἐπὶ τῆς γέφυρας ἐνεργοῦν τρεῖς δυνάμεις, ὅπως φαίνονται εἰς τὸ σχῆμα. Νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ ἀντιδράσεις τῶν δύο στύλων.

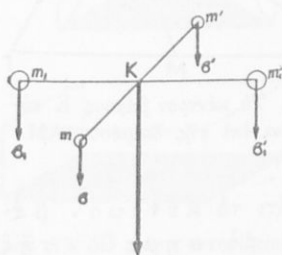
ΚΕΝΤΡΟΝ ΒΑΡΟΥΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

41. Κέντρον βάρους σώματος.— Ἄς φαντασθῶμεν ὅτι ἐν σῶμα διαχωρίζεται εἰς μεγάλο πλῆθος μικροτάτων τμημάτων. Ἐκαστον στοιχειῶδες τμήμα ἔχει βάρος β , τὸ ὁποῖον εἶναι δύναμις κατακόρυφος (σχ. 42). Ὅλοι αὐταὶ αἱ παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν στοιχειωδῶν τμημάτων τοῦ σώματος, ἔχουν μίαν γενικὴν συνισταμένην B , ἡ ὁποία εἶναι κατακόρυφος καὶ καλεῖται **βάρος** τοῦ σώματος (§ 11). Τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης B εἶναι ἀπολύτως ὀρισμένον (§ 36) καὶ καλεῖται **κέντρον βάρους** τοῦ σώματος. Τὸ κέντρον βάρους παραμένει σταθερόν, ὅπωςδήποτε καὶ ἂν στραφῇ τὸ σῶμα. Ἐπίσης παραμένει σταθερόν, ὅταν τὸ σῶμα μεταφέρεται εἰς ἄλλον τόπον, διότι τότε αἱ ἐντάσεις ὅλων τῶν στοιχειωδῶν βαρῶν μεταβάλλονται κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον : Ὡστε:



Σχ. 42. Εἰς τὸ κέντρον βάρους ἐφαρμόζεται ἡ συνισταμένη B τῶν στοιχειωδῶν βαρῶν β .

Κέντρον βάρους ἐνὸς σώματος καλεῖται τὸ σημεῖον, εἰς τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται ἡ συνισταμένη τῶν βαρῶν ὅλων τῶν στοιχειωδῶν μαζῶν τοῦ σώματος.



Σχ. 43. Τὸ κέντρον βάρους συμπίπτει μετὰ τὸ κέντρον συμμετρίας K .

42. Θέσις τοῦ κέντρον βάρους.

Εἰς ἓν ὁμογενὲς σῶμα ἡ θέσις τοῦ κέντρον βάρους ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος. Ἐὰν τὸ σῶμα ἔχη γεωμετρικὸν σχῆμα, ἡ εὕρεσις τοῦ κέντρον βάρους ἀνάγεται εἰς πρόβλημα τῆς γεωμετρίας. Διότι ἔστω ὅτι ἐν ὁμογενὲς σῶμα ἔχει κέντρον συμμετρίας K (σχ. 43). Δυνάμεθα τότε νὰ χωρίσωμεν τὸ σῶμα εἰς μικρὰ τμήματα m καὶ m' , m_1 καὶ m'_1 , ..., τὰ ὁποῖα ἀπέχουν ἐξ ἴσου ἀπὸ τὸ σημεῖον K

καὶ ἔχουν ἴσους ὄγκους. Ἐπομένως τὰ τμήματα ταῦτα ἔχουν ἴσα βάρη

$\beta = \beta'$, $\beta_1 = \beta'_1$ κ.τ.λ. Ἡ συνισταμένη τῶν βαρῶν τούτων ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον K. Ὡστε:

Εἰς τὰ ὁμογενῆ σώματα, τὰ ὅποια ἔχουν κέντρον συμμετρίας, τὸ κέντρον βάρους συμπίπτει μὲ τὸ κέντρον συμμετρίας.

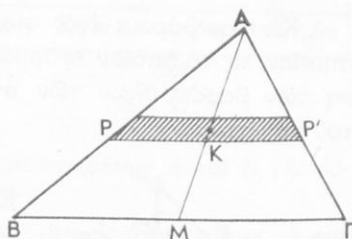


Σχ. 44. Κέντρον βάρους δακτυλίου.

Οὕτω τὸ κέντρον βάρους ὁμογενοῦς σφαίρας εἶναι τὸ κέντρον αὐτῆς· τὸ κέντρον βάρους κυλίνδρου εἶναι τὸ μέσον τῆς εὐθείας, ἥ ὅποια ἐνώνει τὰ κέντρα τῶν δύο κυκλικῶν βάσεων αὐτοῦ· τὸ κέντρον βάρους παραλληλεπιπέδου εἶναι τὸ σημεῖον τῆς τομῆς τῶν διαγωνίων του· τὸ κέντρον βάρους κύκλου ἢ κανονικοῦ πολυγώνου εἶναι τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, ἢ τοῦ πολυγώνου. Εἰς τὴν περίπτωσιν κυκλικοῦ δακτυλίου (σχ. 44) τὸ κέντρον βάρους εὐρίσκεται εἰς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, ἥτοι ἐκτὸς τῆς ὕλης τοῦ δακτυλίου.

43. Παράδειγμα προσδιορισμοῦ τοῦ κέντρου βάρους. —

*Ἀς θεωρήσωμεν μίαν λεπτὴν τριγωνικὴν πλάκα ABΓ (σχ. 45). Χωρίζομεν τὸ τρίγωνον εἰς μικρὰ στοιχειώδη τμήματα, τὰ ὅποια περιορίζονται ἀπὸ δύο εὐθείας παραλλήλους πρὸς τὴν πλευρὰν ΒΓ. Τὸ κέντρον βάρους ἐκάστου στοιχειώδους τμήματος εὐρίσκεται εἰς τὸ μέσον του, ἥτοι ἐπὶ τῆς διαμέσου AM. Ἐπομένως καὶ τὸ κέντρον βάρους ὁλοκλήρου τῆς τριγωνικῆς πλακῆς εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς διαμέσου AM. Ὁμοίως σκεπτόμενοι εὐρίσκομεν ὅτι τὸ κέντρον βάρους τῆς τριγωνικῆς πλακῆς εὐρίσκεται ἐπὶ ἐκάστης τῶν ἄλλων διαμέσων τοῦ τριγώνου ABΓ.



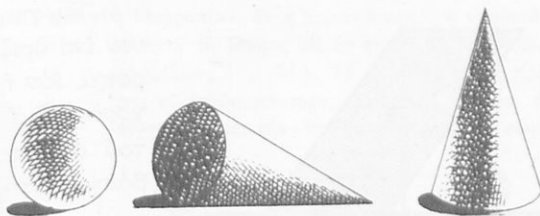
Σχ. 45. Τὸ κέντρον βάρους K εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς διαμέσου AM.

Οὕτω καταλήγομεν εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι τὸ κέντρον βάρους τριγωνικῆς πλακῆς εἶναι τὸ σημεῖον τῆς τομῆς τῶν διαμέσων του.

44. Ἰσορροπία στερεοῦ σώματος ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου. — Ἐν στερεῷ σώματι δύναται νὰ στηρίζεται ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου μὲ ἓν μόνον σημεῖον ἢ μὲ περισσότερα σημεῖα (σχ. 46).

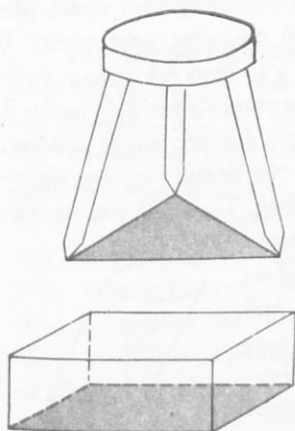
Ἐὰν τὰ σημεῖα στηρίξεως δὲν εὐρίσκονται ἐπὶ μιᾶς εὐθείας, τότε τὰ σημεῖα αὐτὰ καθορίζουν μίαν κλειστὴν πολυγωνικὴν γραμμὴν (σχ. 47).

Ὀνομάζομεν β ἄ-
σ ι ν σ τ η ρ ῖ ξ ε-
ω ς τὸ πολύγω-
ν ο ν, τὸ ὁποῖον
ἔχει ὡς κορυφὰς
ὠρισμένα σημεῖα
στηρίξεως ἐκλεγό-
μενα οὕτως, ὥστε
κανὲν ἀπὸ τὰ ση-
μεῖα στηρίξεως νὰ μὴ εὐρίσκεται ἐκτὸς τοῦ πολυγώνου τούτου.

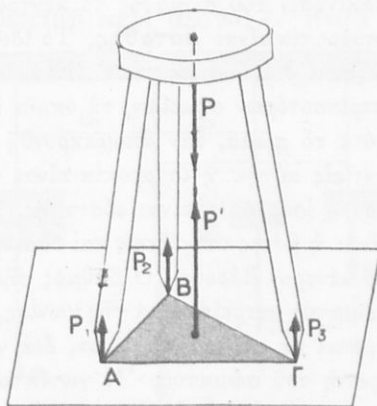


Σχ. 46. Στήριξις σώματος ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου

Ἄς θεωρήσωμεν τὴν περίπτωσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ βᾶσις στηρίξεως εἶναι τρίγωνον ΑΒΓ (σχ. 48). Τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον εἶναι ἀ π ο λ ὶ τ ω ς λ ε ῖ ο ν. Τὸ ἐπίπεδον τοῦτο ἐξασκεῖ εἰς τὰ τρία σημεῖα τοῦ σώματος Α, Β, Γ ἀντιδράσεις P_1 , P_2 , P_3 , αἱ ὁποῖαι εἶναι κ α τ α-



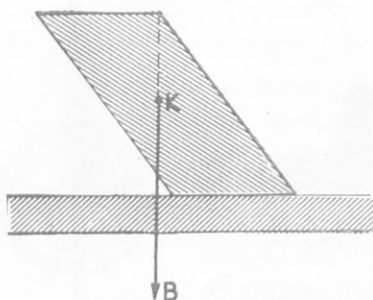
Σχ. 47. Ἡ βᾶσις στηρίξεως εἶναι :
α) τρίγωνον καὶ β) τετράπλευρον.



Σχ. 48. Τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ ἡ ἀντίδρασις τοῦ ἐπιπέδου ἰσορροποῦν.

κ ὀ ρ υ φ ο ι. Αἱ ἀντιδράσεις αὐταὶ ἔχουν συνισταμένην P' , ἡ ὁποία εἶναι κατακόρυφος, ἔχει φορὰν πρὸς τὰ ἄνω καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς εὐρίσκεται προφανῶς ἐντὸς τῆς βάσεως στηρίξεως. Διὰ νὰ ἰσορ-

ροπή τὸ στερεὸν σῶμα, πρέπει τὸ βάρος P τοῦ σώματος καὶ ἡ ἀντίδρασις P' τοῦ ἐπιπέδου νὰ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι. Ὡστε :

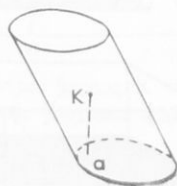


Σχ. 49. Τὸ σῶμα ἀνατρέπεται.

Ἐν στερεὸν σῶμα στηριζόμενον ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου ἰσορροπεῖ, ἐὰν ἡ κατακόρυφος ἡ διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου βάρους τοῦ σώματος διέρχεται διὰ τῆς βάσεως στηρίξεως.

Ἐὰν ἡ κατακόρυφος ἡ διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου βάρους διέρχεται ἐκτὸς τῆς βάσεως στηρίξεως, τότε τὸ σῶμα ἀνατρέπεται (σχ. 49).

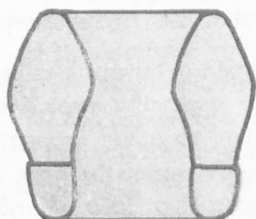
45. Εἶδη ἰσορροπίας. — Ἐὰν τὸ στερεὸν σῶμα στηρίζεται ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου μὲ ἓν μόνον σημεῖον, τότε τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ, ὅταν ἡ κατακόρυφος, ἡ ὁποία διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου βάρους, διέρχεται καὶ διὰ τοῦ σημείου στηρίξεως. Εἰς τὴν ἐλαχίστην ὅμως μετακίνησιν τοῦ σώματος τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος κατέρχεται· ἡ ἰσορροπία εἶναι **ἀσταθής**. Τὸ ἴδιον συμβαίνει καὶ ὅταν τὸ σῶμα στηρίζεται διὰ δύο σημείων. Ἐὰν ὅμως τὸ σῶμα στηρίζεται διὰ τριῶν ἢ περισσοτέρων σημείων, τὰ ὁποῖα δὲν εὑρίσκονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, τότε τὸ σῶμα, ἐὰν ἀπομακρυνθῇ ὀλίγον ἀπὸ τὴν θέσιν του, ἐπανέρχεται εἰς αὐτήν· ἡ ἰσορροπία εἶναι τότε **εὐσταθής**. Τόσον δὲ περισσότερο ἡ ἰσορροπία εἶναι εὐσταθής, ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ βάσις στηρίξεως καὶ ὅσον χαμηλότερα εἶναι τὸ κέντρον βάρους. Ὁ βαθμὸς τῆς εὐσταθείας τοῦ σώματος μετρεῖται διὰ τῆς γωνίας, κατὰ τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ στραφῇ τὸ σῶμα, διὰ νὰ ἐπέλθῃ ἡ ἀνατροπὴ τοῦ σώματος. Ἡ γωνία αὕτη εἶναι τόσον μεγαλύτερα (δηλαδὴ ἡ ἀνατροπὴ τοῦ σώματος εἶναι τόσον δυσκολωτέρα), ὅσον χαμηλότερα εὑρίσκεται τὸ κέντρον βάρους, ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ βάσις στηρίξεως καὶ ὅσον μεγαλύτερον εἶναι τὸ βάρος τοῦ σώματος. Εἰς μερικὰς περιπτώσεις ἡ ἀνατροπὴ τοῦ σώματος εἶναι εὐκολωτέρα κατὰ μίαν διεύθυνσιν (σχ. 50). Τέλος τὸ σῶμα, ἀπομακρυνόμενον ὀλίγον



Σχ. 50. Ἴσορροπία κυλίνδρου.

ἀπὸ τὴν ἀρχικὴν θέσιν, δύναται νὰ ἡρεμῇ εἰς τὴν νέαν θέσιν, ὅπως π.χ. συμβαίνει μὲ μίαν σφαῖραν ἡ ἰσορροπία εἶναι τότε **ἀδιάφορος**.

Π α ρ ἄ δ ε ι γ μ α . Ὁ ἄνθρωπος, ὅταν στηρίζεται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους μὲ τοὺς δύο πόδας του, εὐρίσκεται εἰς εὐσταθεῇ ἰσορροπίαν, ἂν ἡ κατακόρυφος, ἡ ὁποία διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου βάρους του, συναντᾷ τὸ ἐδαφος εἰς ἓν σημεῖον τῆς βάσεως στηρίξεως (σχ. 51). Ἡ συνθήκη αὕτη πρέπει νὰ ἰσχύῃ πάντοτε, ὅποιανδήποτε καὶ ἂν εἶναι ἡ θέσις, τὴν ὁποίαν λαμβάνει τὸ σῶμα



Σχ. 51. Βάσις στηρίξεως τοῦ ἀνθρωπίνου σώματος.

τοῦτο κατὰ τὴν φόρτωσιν των τὰ βαρύτερα σώματα τοποθετοῦνται βαθύτερον, ὥστε νὰ ἀποτελοῦν ἔρμα. Μία σφαῖρα, ὅταν στηρίζεται ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιφανείας, εὐρίσκεται πάντοτε εἰς ἀδιάφορον ἰσορροπίαν (σχ. 52), ὅταν ὅμως στηρίζεται ἐπὶ κοίλης ἢ κυρτῆς ἐπιφανείας, ἡ ἰσορροπία εἶναι εὐσταθὴς ἢ ἀσταθὴς.

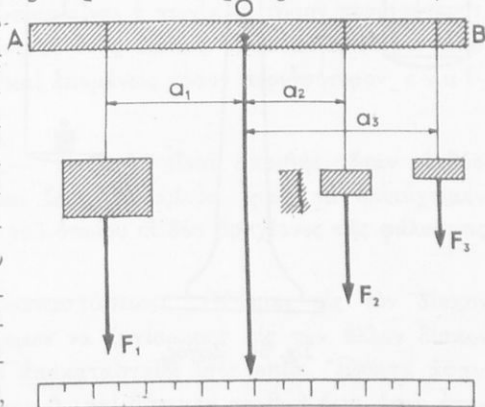


Σχ. 52. Ἴσορροπία σφαίρας.

μας. Ἐπίσης ἡ εὐστάθεια τῶν ὀχημάτων, τῶν πλοίων κ.τ.λ. εἶναι τόσο μεγαλύτερα, ὅσον χαμηλότερα εὐρίσκεται τὸ κέντρον βάρους διὰ

46. Ἴσορροπία σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα. — Πειρα-

ματιζόμεθα μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 53. Ἡ ράβδος AB δύναται νὰ στρέφεται ἐλευθέρως περὶ ὀριζόντιον ἄξονα O, ὁ ὁποῖος διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου βάρους τῆς ράβδου. Οὕτως ἡ ροπή τοῦ βάρους τῆς ράβδου ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴση μὲ μηδέν. Κατὰ μῆκος τῆς ράβδου μετακινούνται δρομεῖς, ἀπὸ τοὺς ὁποῖους ἐξαχτῶμεν βάρη F_1, F_2, F_3 . Μετακινούμεντες τοὺς δρομεῖς ἐπιτυγχάνομεν, ὥστε ἡ ράβδος AB νὰ διατηρῇται ὀριζοντία. Αἱ τρεῖς δυνάμεις κεῖνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου, ὁ δὲ ἄξων περιστροφῆς τοῦ σώ-



Σχ. 53. Ἴσορροπία σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα.

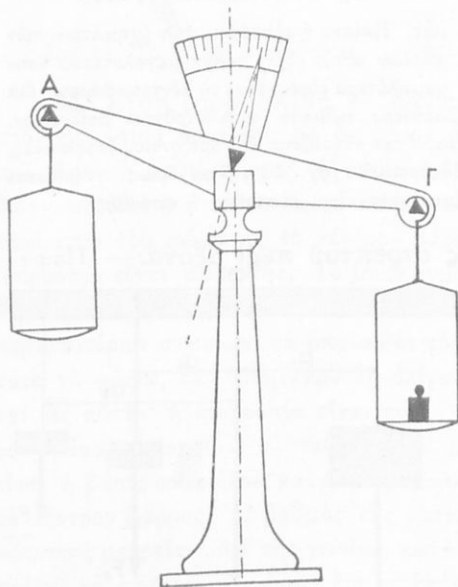
ματος είναι κάθετος πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων. Ἀπὸ τὸν ἄξονα O ἐξαρτῶμεν νῆμα στάθμης. Τότε μὲ τὴν βοήθειαν ἑνὸς ὀριζοντίου κανόνος εὐρίσκομεν τὰς ἀποστάσεις $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ τῶν τριῶν δυνάμεων ἀπὸ τὸν ἄξονα. Παρατηροῦμεν ὅτι εἶναι :

$$\text{ροπή τῆς } F_1 = \text{ροπή τῆς } F_2 + \text{ροπή τῆς } F_3$$

$$F_1 \cdot \alpha_1 = F_2 \cdot \alpha_2 + F_3 \cdot \alpha_3 \quad \text{ἢ} \quad F_1 \cdot \alpha_1 - (F_2 \cdot \alpha_2 + F_3 \cdot \alpha_3) = 0$$

Ἀπὸ τὸ ἀνωτέρω πείραμα συνάγεται τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα :

Ὅταν ἐπὶ στερεοῦ σώματος ἐνεργοῦν πολλαὶ δυνάμεις κείμεναι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου καὶ τὸ σῶμα εἶναι στρεπτόν περὶ ἄξονα κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων, τότε τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ, ἂν τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴσον μὲ μηδέν.



Σχ. 54. Ζυγός.

Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα εἶναι συνέπεια τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν (§ 35). Διότι ἡ συνισταμένη Σ τῶν δυνάμεων F_1, F_2, F_3 ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον O καὶ ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν ἀντίδρασιν τοῦ ἄξονος περιστροφῆς. Καὶ ἐπειδὴ ἡ ροπή τῆς Σ εἶναι ἴση μὲ μηδέν, πρέπει καὶ τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων νὰ εἶναι ἴσον μὲ μηδέν.

47. Ζυγός.— Ὁ ζυγός

χρησιμοποιεῖται ὡς γνωστὸν διὰ τὴν σύγκρισιν τῶν βαρῶν τῶν σωμάτων. Τὸ κύριον μέρος τοῦ ζυγοῦ εἶναι ἡ φά-

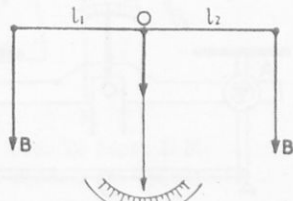
λαγχξ, ἡ ὁποία εἶναι ἐλαφρὰ ἐπιμήκης μεταλλικὴ ράβδος (σχ. 54). Ἡ φάλαγχξ φέρει εἰς τὸ μέσον της πρισματικὴν ἀκμὴν ἀπὸ χάλυβα, ἡ ὁποία στηρίζεται ἐπὶ σταθερᾷ ὀριζοντίᾳ πλακῶς ἀπὸ χάλυβα. Οὕτως ἡ φάλαγχξ δύναται νὰ περιστρέφεται μὲ μεγάλην εὐκολίαν περὶ ὀρι-

ζόντιον άξονα. Είς τὰ δύο άκρα τῆς φάλαγγος υπάρχουν ὅμοιοι πρισμα-
 τικαὶ άκμαί, ἀπὸ τὰς ὁποίας ἐξαρτῶνται δύο ἰσοβαρεῖς δίσκοι. Ἐπὶ τῆς
 φάλαγγος εἶναι στερεωμένος δείκτης, ὁ ὁποῖος κινεῖται ἔμπροσθεν βα-
 θμολογημένου τόξου καὶ δεικνύει τὴν γωνίαν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ φάλαγξ
 ἐκτρέπεται ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας τῆς. Ὅταν ἡ φάλαγξ ἰσορροπῇ,
 ὁ δείκτης εὐρίσκεται εἰς τὸ μηδὲν τῆς κλίμακος τοῦ τόξου. Οὕτως ὁ
 ζυγὸς ἀποτελεῖ σῶμα στρεπτὸν περὶ ὀριζόντιον άξονα.

α) Ἀκρίβεια τοῦ ζυγοῦ. Ὁ ζυγὸς εἶναι ἀκριβής, ἐὰν ἡ φά-
 λαγξ διατηρῇται ὀριζοντία, ὅταν οἱ δίσκοι εἶναι κενοὶ ἢ ὅταν θέτωμεν
 ἐπὶ τῶν δύο δίσκων ἴσα βάρη. Εἰς τὴν δευ-
 τέραν περίπτωσιν αἱ ροπαὶ τῶν δύο ἴσων
 βαρῶν ὡς πρὸς τὸν άξονα εἶναι ἴσαι (σχ.
 55). Ἐπομένως καὶ οἱ δύο βραχίονες τῆς
 φάλαγγος εἶναι ἴσοι. Ὡστε :

Διὰ νὰ εἶναι ἀκριβὴς ὁ ζυγός, πρέ-
 πει οἱ δύο βραχίονες τῆς φάλαγγος νὰ
 ἔχουν τὸ αὐτὸ μήκος.

β) Εὐαισθησία τοῦ ζυγοῦ. Ὅταν
 ἐπὶ τῶν δύο δίσκων τοῦ ζυγοῦ εὐρίσκωνται ἴσα βάρη B καὶ ἐπὶ τοῦ ἑνὸς
 δίσκου θέσωμεν τὸ πρόσθετον ἐλάχιστον βάρος β , τότε ἡ φάλαγξ κλίνει
 κατὰ γωνίαν φ . Ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ γωνία φ , τόσον περισσότερον
 γίνεται σαφὲς ὅτι τὸ φορτίον τοῦ ἑνὸς δίσκου εἶναι μεγαλύτερον ἀπὸ
 τὸ φορτίον τοῦ ἄλλου δίσκου καὶ ἐπομένως τόσον περισσότερον εὐαί-
 σθητός εἶναι ὁ ζυγός.



Σχ. 55. Ἐπὶ τῶν δύο δίσκων
 εὐρίσκονται ἴσα βάρη.

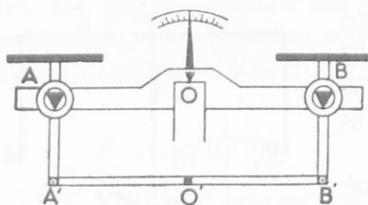
48. Ἀκριβὴς ζύγισις.— Ὁ ζυγὸς εἶναι ἀκριβής, ὅταν οἱ δύο
 βραχίονες τῆς φάλαγγος εἶναι ἴσοι. Δυνάμεθα ὁμῶς νὰ ἐπιτύχωμεν
 ἀκριβῆ ζύγισιν καὶ με ζυγόν, τοῦ ὁποίου οἱ δύο βραχίονες τῆς φάλαγγος
 εἶναι ἄνιστοι.

α) Μέθοδος τῆς ἀντικαταστάσεως. Θέτομεν εἰς τὸν δίσκον
 Δ_1 τὸ σῶμα, τὸ ὁποῖον θέλομεν νὰ ζυγίσωμεν· εἰς τὸν ἄλλον δίσκον
 Δ_2 θέτομεν ἄμμον ἕως, ὅτου ἀποκατασταθῇ ἰσορροπία. Ἐπειτα ἀφαι-
 ροῦμεν τὸ σῶμα ἀπὸ τὸν δίσκον Δ_1 καὶ θέτομεν σταθμὰ ἕως, ὅτου ἀπο-
 κατασταθῇ ἡ ἰσορροπία. Τότε τὸ βάρος τοῦ σώματος εἶναι ἴσον με
 τὸ βάρος τῶν σταθμῶν.

β) Μέθοδος τῆς διπλῆς ζυγίσεως. Ἐστω ὅτι l_1 καὶ l_2 εἶναι τὰ

μήκη τῶν βραχιόνων τῆς φάλαγγος τὰ ἀντιστοιχοῦντα εἰς τοὺς δίσκους Δ_1 καὶ Δ_2 . Θέτομεν τὸ πρὸς ζυγιστὴν σῶμα βάρους x ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ_1 καὶ ἰσορροποῦμεν τὸν ζυγὸν θέτοντες σταθμὰ B_2 ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ_2 . Τότε εἶναι : $x \cdot l_1 = B_2 \cdot l_2$ (1). Θέτομεν τώρα τὸ σῶμα ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ_2 καὶ ἰσορροποῦμεν τὸν ζυγὸν, θέτοντες σταθμὰ B_1 ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ_1 . Τότε εἶναι : $x \cdot l_2 = B_1 \cdot l_1$ (2). Ἄν πολλαπλασιάσωμεν κατὰ μέλη τὰς σχέσεις (1) καὶ (2), εὐρίσκομεν : $x = \sqrt{B_1 \cdot B_2}$

49. Πρακτικοὶ τύποι ζυγῶν.— Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιοῦ-

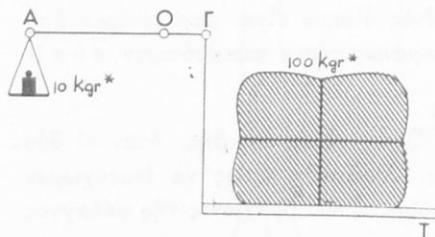


Σχ. 56. Ζυγὸς Roberval.

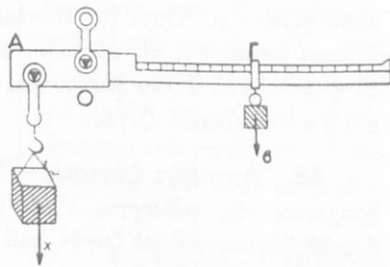
μένον πάντοτε παράλληλοι πρὸς τὴν OO' καὶ ἐπομένως κατακόρυφοι.

Ἡ πλάστιγγη ἡ δεκαπλασιαστικὸς ζυγὸς (σχ. 57) ἀποτελεῖται ἀπὸ σύστημα μοχλῶν, οἱ ὅποιοι ἐξασφαλίζουν τὴν

μεν διαφόρους τύπους ζυγῶν. Πολὺ συνήθης εἶναι ὁ ζυγὸς τοῦ Roberval (σχ. 56), εἰς τὸν ὁποῖον ἡ φάλαγξ AB ἀποτελεῖ τὴν μίαν πλευρὰν ἄρθρωτοῦ παραλληλογράμμου $AA'B'B$, αἱ γωνίαι τοῦ παραλληλογράμμου μεταβάλλονται, ἀλλὰ αἱ πλευραὶ τοῦ AA' καὶ BB'



Σχ. 57. Δεκαπλασιαστικὸς ζυγός.



Σχ. 58. Στατήρ.

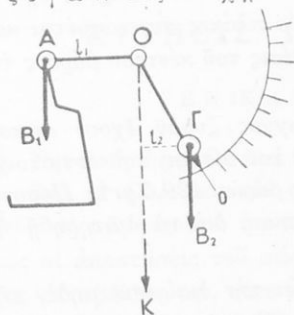
παράλληλον μετακίνησιν τῆς τραπέζης T . Οἱ μοχλοὶ ὑπολογίζονται καταλλήλως, ὥστε τὰ ἐπὶ τοῦ δίσκου σταθμὰ νὰ ἰσορροποῦν δεκαπλάσιον φορτίον εὐρισκόμενον ἐπὶ τῆς τραπέζης τῆς πλάστιγγος.

Εἰς τὸν στατήρα ἡ ρωμαϊκὸν ζυγὸν (σχ. 58), τὸ σταθερὸν βάρος β ἰσορροπεῖ τὸ βάρος x τοῦ σώματος· τότε εἶναι :

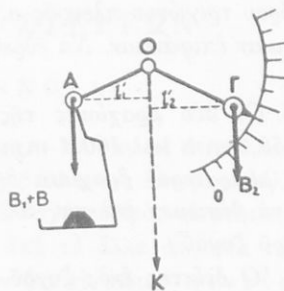
$$x \cdot AO = \beta \cdot OG, \quad \text{ἄρα} \quad x = \beta \cdot \frac{OG}{OA}$$

Τὸ βάρος τοῦ σώματος εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν ἀπόστασιν ΟΓ.

Εὐρύτερα χρησιμοποιοῦνται σήμερον διάφοροι τύποι αὐτομά-
των ζυγῶν. Εἰς τὸ σχῆμα 59 φαίνεται μία ἀπλουστάτη μορφή τοι-



Σχ. 59. "Όταν ὁ δίσκος εἶναι
κενὸς ἰσχύει ἡ σχέσηεις:
 $B_1 \cdot l_1 = B_2 \cdot l_2$.



Σχλ. 59α. Τὸ βάρος B δι-
δεταί ἀμέσως ἐπὶ τῆς κλί-
μακος.

οὔτου ζυγοῦ. "Όταν ὁ δίσκος εἶναι κενός, ἰσχύει ἡ σχέσηεις: $B_1 \cdot l_1 = B_2 \cdot l_2$
'Εὰν ἐπὶ τοῦ δίσκου τεθῇ σῶμα βάρους B, ὁ βραχίον ΟΓ στρέφεται,
ὥστε νὰ ἰσχύῃ πάλιν ἡ σχέσηεις: $(B_1 + B) \cdot l_1 = B_2 \cdot l_2$. Τὸ βάρος B
ἀναγινώσκεται ἀμέσως ἐπὶ τοῦ βαθμολογημένου τόξου.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

31. Τετράγωνον πλαίσιον ἔχει πλευρὰν 10 cm καὶ ἀποτελεῖται ἀπὸ ὁμογενὲς σύρμα, τὸ ὁποῖον ζυγίζει 0,2 gr* κατὰ ἑκατοστόμετρον μήκους. Ἐὰν ἀφαιρεθῇ ἡ μία πλευρὰ τοῦ πλαισίου, νὰ εὑρεθῇ ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους.

32. Δύο μεταλλικαὶ ράβδοι τῆς αὐτῆς τομῆς καὶ ἀπὸ τὴν αὐτὴν ὕλην εἶναι ἠνωμέναι κατὰ τὸ ἐν ἄκρον των σταθερῶς, ὥστε νὰ εἶναι κάθετοι μεταξύ των. Τὰ μήκη τῶν δύο ράβδων εἶναι $ΑΓ = 8 \text{ m}$ καὶ $ΑΔ = 6 \text{ m}$, τὰ δὲ βάρη αὐτῶν εἶναι ἀντιστοίχως 16 kg* καὶ 12 kg*. Νὰ εὑρεθῇ ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους τοῦ συστήματος.

33. Εἰς μίαν τετράγωνον πλάκα πλευρᾶς $a = 10 \text{ cm}$ φέρομεν τὰς δύο διαγωνίους τῆς καὶ ἀφαιροῦμεν ἐν ἀπὸ τὰ σχηματιζόμενα τρίγωνα. Νὰ εὑρεθῇ πόσον ἀπέχει ἀπὸ τὸ σημεῖον τῆς τομῆς τῶν διαγωνίων τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἀπομείναντος τμήματος τῆς πλακός.

34. Μεταλλική τετράγωνος πλάξ έχει πλευράν $a=6\text{ cm}$. Μία άλλη πλάξ εκ του αὐτοῦ μετάλλου καὶ τοῦ αὐτοῦ πάχους ἔχει σχῆμα ἰσοπλεύρου τριγώνου πλευρᾶς a . Αἱ δύο πλάκες συνενώνονται καὶ ἀποτελοῦν μίαν ἐπιφάνειαν. Νὰ εὐρεθῇ ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους τῆς νέας πλακός.

35. Οἱ δύο βραχίονες τῆς φάλαγγος ζυγοῦ ἔχουν ἀντιστοίχως μήκη $159,2\text{ mm}$ καὶ $160,4\text{ mm}$. Ἐπὶ τοῦ δίσκου τοῦ ἀντιστοιχοῦντος εἰς τὸν μακρότερον βραχίονα θέτομεν βάρος $120,5\text{ gr}^*$. Πόσον βάρος πρέπει νὰ θέσωμεν ἐπὶ τοῦ ἄλλου δίσκου, διὰ νὰ διατηρηθῇ ἡ ἰσορροπία τοῦ ζυγοῦ;

36. Ὁ δείκτης ἐνὸς ζυγοῦ δεικνύει τὴν διαίρεσιν μηδὲν τῆς κλίμακος, ὅταν οἱ δύο δίσκοι εἶναι κενοί. Ὁ δείκτης δεικνύει ἐπίσης τὴν διαίρεσιν μηδέν, ὅταν θέσωμεν 100 gr^* ἐπὶ τοῦ ἀριστεροῦ δίσκου καὶ 101 gr^* ἐπὶ τοῦ δεξιῦ δίσκου. Τὸ μῆκος τοῦ ἀριστεροῦ βραχίονος τῆς φάλαγγος εἶναι ἀκριβῶς 15 cm . Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τοῦ δεξιῦ βραχίονος;

ΚΙΝΗΣΙΣ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΓΕΝΙΚΑΙ ΕΝΝΟΙΑΙ

50. Σχετική ήρεμία καὶ κίνησις.— "Όταν αἱ ἀποστάσεις ἐνὸς σώματος ἀπὸ τὰ ἄλλα σώματα τοῦ περιβάλλοντος δὲν μεταβάλλονται, λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα τοῦτο ἡ ρ ε μ ε ῖ ἐν σχέσει πρὸς τὰ σώματα αὐτά. Ἄν ὅμως αἱ ἀποστάσεις τοῦ σώματος ἀπὸ τὰ ἄλλα σώματα τοῦ περιβάλλοντος μεταβάλλονται, τότε λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα κ ι ν ε ῖ τ α ι ἐν σχέσει πρὸς τὰ σώματα αὐτά. Ὡστε ἡ **ήρεμία** ἢ ἡ **κίνησις** ἐνὸς σώματος εἶναι σ χ ε τ ι κ ῇ καὶ ἀναφέρεται εἰς τὸ περιβάλλον τοῦ θεωρουμένου σώματος. Οὕτως, ἐὰν λίθος εὐρίσκεται ἐπὶ τοῦ δαπέδου ἐνὸς κινουμένου σιδηροδρομικοῦ ὀχήματος, ὁ λίθος ἡρεμεῖ ἐν σχέσει πρὸς τὸ ὄχημα, κινεῖται ὅμως ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς. Ἐὰν τὸ ὄχημα εἶναι ἀκίνητον, τότε τὸ ὄχημα καὶ ὁ λίθος ἡρεμοῦν ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς. Ἐπειδὴ ὅμως ὅλα τὰ σώματα, τὰ εὐρισκόμενα ἐπὶ τῆς Γῆς, μετέχουν τῆς κινήσεως αὐτῆς περὶ τὸν ἥλιον, διὰ τοῦτο τὸ ὄχημα καὶ ὁ λίθος κινοῦνται ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἥλιον. Ὅλα τὰ οὐράνια σώματα εὐρίσκονται εἰς κίνησιν. Ἐπομένως δὲν δυνάμεθα νὰ εὐρωμεν εἰς τὸν κόσμον περιβάλλον ἀπολύτως ἀκίνητον, δηλαδὴ σύστημα ἀναφορᾶς τελείως ἀκίνητον. Ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὰ ἑξῆς :

I. Ἡ ἡρεμία καὶ ἡ κίνησις ἐνὸς σώματος εἶναι σχετική καὶ ἀναφέρεται εἰς ὠρισμένον σύστημα, τὸ ὅποιον αὐθαίρετως θεωροῦμεν ἀκίνητον.

II. Διὰ νὰ σπουδάσωμεν τὰς συνήθεις κινήσεις λαμβάνομεν γενικῶς ὡς σύστημα ἀναφορᾶς τὴν Γῆν.

51. Τροχιά.— Τὸ σύνολον τῶν θέσεων, διὰ τῶν ὁποίων διέρχεται διαδοχικῶς ἐν κινούμενον σῶμα, καλεῖται **τροχιά**. Πᾶν κινούμενον σῶμα ὀνομάζεται γενικῶς **κινήτόν**. Ὅταν τὸ κινήτόν εἶναι ὑλικὸν σημεῖον, ἡ τροχιά του εἶναι μία γραμμή. Ἡ γραμμὴ αὕτη δύναται νὰ

είναι ευθεία ή καμπύλη και τότε ή κίνησις χαρακτηρίζεται αντιστοίχως ως **ευθύγραμμος ή καμπυλόγραμμος**.

Τò μήκος τῆς τροχιάς τοῦ κινητοῦ θά καλοῦμεν εἰς τὰ κατωτέρω **διάστημα**. Διὰ τὴν σπουδὴν τῆς κινήσεως ἐνὸς κινητοῦ ἐκλέγομεν ὡς σύστημα ἀναφορᾶς τὴν τροχίαν τοῦ κινητοῦ, ὁπότε ὀρίζομεν ὡς $\alpha \rho \chi \eta \nu \tau \omega \nu \delta \iota \alpha \sigma \tau \eta \mu \acute{\alpha} \tau \omega \nu$ ἐν σημείον τῆς τροχιάς. Διὰ τὴν μέτρησιν δὲ τοῦ χρόνου τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ ἐκλέγομεν ὡς $\alpha \rho \chi \eta \nu \tau \omega \nu \chi \rho \acute{o} \nu \omega \nu$ μίαν ὀρισμένην χρονικὴν στιγμὴν.

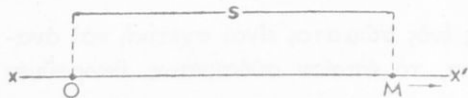
ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ ΚΙΝΗΣΙΣ

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

52. Ὅρισμός. — Ἐξ ὅλων τῶν κινήσεων ἀπλουστέρα εἶναι ή κίνησις, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ κινητὸν διανύει ἐπὶ εὐθείας ἴσα διαστήματα εἰς ἴσους χρόνους.

Ευθύγραμμος ὁμαλὴ κίνησις (ἢ ἰσοταχὴς κίνησις) καλεῖται ή κίνησις, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ κινητὸν εἰς ἴσους χρόνους διανύει ἴσα διαστήματα.

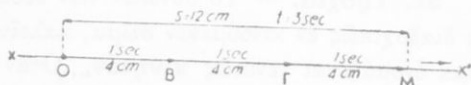
53. Ταχύτης τοῦ κινητοῦ. — Ἀς θεωρήσωμεν ὕλικὸν σημεῖον, τὸ ὁποῖον ἐκκινεῖ ἐκ τοῦ σημείου O καὶ κινεῖται ὁμαλῶς ἐπὶ τῆς εὐθείας xx' (σχ. 60). Τὸ κινητὸν μετὰ χρόνον t ἀπὸ τῆς ἐκκινήσεώς του φθάνει εἰς τὴν θέσιν M , δηλαδὴ εἰς ἀπόστασιν $OM = s$ ἀπὸ τὴν ἀρχὴν O τῶν διαστημάτων. Ἐντὸς χρόνου t τὸ κινητὸν διέτρεξε τὸ διάστημα s . Ἐπειδὴ δὲ ἐξ ὁρισμοῦ τὸ κινητὸν εἰς ἴσους χρόνους διανύει ἴσα διαστή-



Σχ. 60. Τὸ κινητὸν διανύει διάστημα $OM = s$.

μα, ἔπεται ὅτι τὸ πηλίκον s/t ἔχει σταθεράν τιμὴν. Αὕτῃ ή σταθερά τῆς κινήσεως καλεῖται **ταχύ-**

της (v) τοῦ κινητοῦ. Οὕτως, ἂν εἶναι $s = 12 \text{ cm}$ καὶ $t = 3 \text{ sec}$, ή ταχύτης v φανερώνει ὅτι εἰς 1 sec τὸ κινητὸν διήνυσε 4 cm κινούμενον καθ' ὀρισμένην φορὰν (σχ. 61). Τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διήνυσε τὸ κινητὸν εἰς 1 sec , ἦτοι ή ταχύτης τοῦ κινητοῦ, ἐκφράζεται δι' ἐνὸς ἀνύσματος.



Σχ. 61. Τὸ ἄνυσμα OB παριστᾷ τὴν ταχύτητα.

* Έκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὁ ἐξῆς ὁρισμὸς τῆς ταχύτητος :

Ταχύτης κινητοῦ εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλὴν κίνησιν καλεῖται τὸ σταθερὸν φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον ἐκφράζεται δι' ἀνύσματος, $\kappa \epsilon \iota \mu \acute{\epsilon} \nu \omicron \upsilon$ ἐπὶ τῆς τροχιάς, ἔχοντος $\acute{\alpha} \rho \chi \eta \nu$ τὸ κινητὸν, $\phi \omicron \rho \acute{\alpha} \nu$ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ καὶ $\acute{\alpha} \rho \iota \theta \mu \eta \tau \iota \kappa \eta \nu$ $\tau \iota \mu \eta \nu$ ἴσην μὲ τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διανύει τὸ κινητὸν εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου.

$$\text{ταχύτης} = \frac{\text{διάστημα}}{\text{χρόνος}} \quad \upsilon = \frac{s}{t}$$

54. Μονὰς ταχύτητος.— Ὡς μονάδα ταχύτητος λαμβάνομεν τὴν ταχύτητα κινητοῦ, τὸ ὁποῖον κινούμενον εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς διανύει τὴν $\mu \omicron \nu \acute{\alpha} \delta \alpha$ τοῦ διαστήματος εἰς τὴν $\mu \omicron \nu \acute{\alpha} \delta \alpha$ τοῦ χρόνου.

Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. μονὰς ταχύτητος εἶναι ἡ ταχύτης κινητοῦ, τὸ ὁποῖον κινούμενον εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς διανύει διάστημα 1 cm ἐντὸς 1 sec.

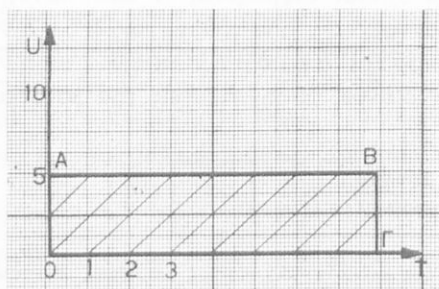
$$1 \text{ μονὰς ταχύτητος} = \frac{1 \text{ cm}}{1 \text{ sec}} = 1 \text{ cm/sec}$$

Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιοῦνται ὡς μονάδες ταχύτητος τὸ 1 m/sec καὶ τὸ 1 km/h.

55. Νόμοι τῆς εὐθύγραμμου ὁμαλῆς κινήσεως.— Δίδεται ὅτι ἐν κινητὸν κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς μὲ σταθερὰν ταχύτητα υ . Ἐὰν τὸ κινητὸν κινηθῇ ἐπὶ χρόνον t , θὰ διατρέξῃ διάστημα $s = \upsilon \cdot t$. Ἡ ἐξίσωσις αὕτῃ μᾶς ἐπιτρέπει νὰ γνωρίζωμεν εἰς ἐκάστην χρονικὴν στιγμὴν τὴν θέσιν τοῦ κινητοῦ ἐπὶ τῆς τροχιάς του. Εἶναι φανερόν ὅτι, ἂν ὁ χρόνος τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ γίνῃ $2t, 3t, \dots$ καὶ τὸ διανυόμενον διάστημα γίνεται $2s, 3s, \dots$. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγονται οἱ ἐξῆς **νόμοι τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως** :

Εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλὴν κίνησιν : α) ἡ ταχύτης εἶναι σταθερά β) τὸ διανυόμενον διάστημα εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὸν χρόνον τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ.

$$\text{ταχύτης : } \upsilon = \text{σταθ.}, \quad \text{διάστημα : } s = \upsilon \cdot t$$



Σχ. 62. Τὸ διάστημα ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μετὰ τὸ ἐμβαδὸν OABΓ.

βασθὸν τοῦ ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου OABΓ.

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ ΟΜΑΛΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

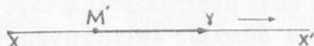
56. Ὅρισμός. — Ὄταν κινητὸν κινῆται εὐθυγράμμως, ἀλλὰ εἰς ἴσους χρόνους διανύει ἄνισα διαστήματα, τότε λέγομεν ὅτι τὸ κινητὸν ἔχει εὐθύγραμμον μεταβαλλομένην κίνησιν. Εἰς μίαν τοιαύτην κίνησιν ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ δύναται νὰ μεταβάλλεται κατὰ ποικίλους τρόπους συναρτήσῃ τοῦ χρόνου. Τὸ ἀπλούστερον εἶδος μεταβαλλομένης κινήσεως εἶναι ἡ **ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις**, ἡ ὁποία ὀρίζεται ὡς ἑξῆς :

Εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος τοῦ κινητοῦ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου εἶναι σταθερά.

Ὄταν ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ βαίνει συνεχῶς αὐξανόμενη, ἡ κίνησις καλεῖται **ὁμαλῶς ἐπιταχυνόμενη**. Ἀντιθέτως, ἂν ἡ ταχύτης βαίνει συνεχῶς ἐλαττουμένη, ἡ κίνησις καλεῖται **ὁμαλῶς ἐπιβραδυνόμενη**.

57. Ἐπιτάχυνσις. — Ἄς θεωρήσωμεν κινητὸν, τὸ ὁποῖον ἐκκινεῖ ἐκ τῆς ἡρεμίας μετὰ ἀρχικὴν ταχύτητα u_0 καὶ κινεῖται ἐπὶ μιᾷ εὐθείᾳ μετὰ κίνησιν ὁμαλῶς μεταβαλλομένην. Μετὰ χρόνον t τὸ κινητὸν ἔχει ἀποκτήσῃ ταχύτητα u . Ἐντὸς τοῦ χρόνου t παρατηρεῖται μεταβολὴ ταχύτητος $u - u_0$. Ἡ σταθερὰ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος τοῦ

κινήτου εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου καλεῖται **ἐπιτάχυνσις** (γ).
 Αὕτη εἶναι ἀνυσματικὸν μέγεθος καὶ ὀρί-
 ζεται ὡς ἑξῆς (σχ. 63) :

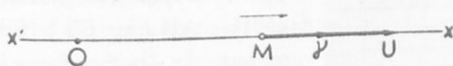


Σχ. 63. Τὸ ἀνυσμα γ παρί-
 στᾷ τὴν ἐπιτάχυνσιν.

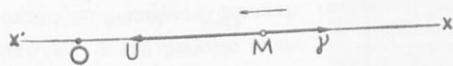
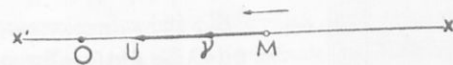
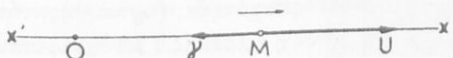
Ἐπιτάχυνσις κινήτου εἰς τὴν ὁμα-
 λῶς μεταβαλλομένην εὐθύγραμμον κίνη-
 σιν καλεῖται τὸ σταθερὸν φυσικὸν μέ-
 γεθος, τὸ ὁποῖον ἐκφράζεται δι' ἀνύσματος κειμένου ἐπὶ τῆς
 τροχιάς, ἔχοντος ἀρχὴν τὸ κινητόν, φορὰν θετικὴν ἢ ἀρνητι-
 κὴν καὶ ἀριθμητικὴν τιμὴν ἴσην μετὰ τὴν μεταβολὴν τῆς
 ταχύτητος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου.

$$\text{ἐπιτάχυνσις} = \frac{\text{μεταβολὴ ταχύτητος}}{\text{χρόνος}} \quad \gamma = \frac{v - v_0}{t}$$

Ἡ κίνησις εἶναι **ἐπιταχυνομένη** ἢ **ἐπιβραδυνομένη**, καθ' ὅσον



τὰ ἀνύσματα v καὶ γ εἶναι
 τῆς αὐτῆς ἢ ἀντιθέτου φο-
 ρᾶς (σχ. 64).



Σχ. 64. Ἡ κίνησις εἶναι ἐπιταχυνομένη, ὅταν
 τὰ ἀνύσματα v καὶ γ εἶναι ὁμόροπα.

**58. Μονὰς ἐπιτα-
 χύνσεως.**—Ὡς μονὰς ἐπι-
 τάρχυνσεως λαμβάνεται ἡ
 ἐπιτάχυνσις κινήτου, τοῦ
 ὁποῖου ἡ ταχύτης μεταβάλ-
 λεται κατὰ τὴν μ ο ν ᾶ δ α
 τῆς ταχύτητος εἰς τὴν μ ο -
 ν ᾶ δ α τοῦ χρόνου.

Εἰς τὸ σύστημα C. G. S. μονὰς ἐπιταχύνσεως εἶναι ἡ ἐπιτά-
 χυνσις κινήτου, τοῦ ὁποῖου ἡ ταχύτης μεταβάλλεται κατὰ 1 cm/sec
 ἐντὸς 1 sec.

$$1 \text{ μονὰς ἐπιταχύνσεως} = \frac{1 \text{ cm/sec}}{1 \text{ sec}} = 1 \text{ cm/sec}^2$$

Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιεῖται ὡς μονὰς ἐπιταχύνσεως τὸ 1 m/sec².

59. Ὑπολογισμὸς τῆς ταχύτητος.— Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῆς ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως εὐρίσκεται εὐκόλως ὁ νόμος, κατὰ τὸν ὁποῖον μεταβάλλεται ἡ ταχύτης εἰς τὸ εἶδος τοῦτο τῆς κινήσεως. Ἐστω μία ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη κίνησις, εἰς τὴν ὁποῖαν εἶναι u_0 ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ κατὰ τὴν ἀρχὴν τῶν χρόνων ($t = 0$) καὶ γ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς κινήσεως. Ἀφοῦ εἰς ἐκάστην μονάδα χρόνου ἡ ταχύτης αὐξάνεται κατὰ τὸ σταθερὸν ποσὸν γ , συνάγεται ὅτι εἰς τὸ τέλος τῆς 1, 2, 3, ..., t χρονικῆς μονάδος ἡ ταχύτης θὰ εἶναι ἀντιστοίχως $u_0 + \gamma$, $u_0 + 2\gamma$, $u_0 + 3\gamma$, ..., $u_0 + \gamma \cdot t$.

Ὡστε ἡ ταχύτης u τοῦ κινητοῦ εἰς τὸ τέλος τῆς t χρονικῆς μονάδος εἶναι :

$$u = u_0 + \gamma \cdot t \quad (1)$$

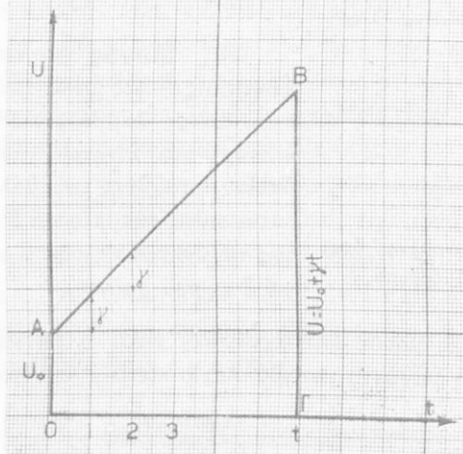
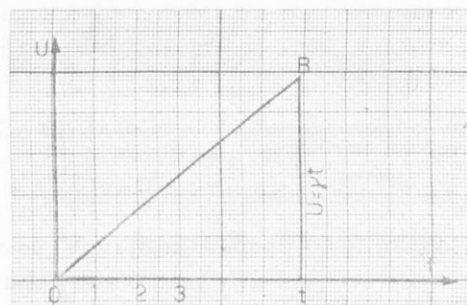
Ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος συναρτῆσαι τοῦ χρόνου παρίσταται ὑπὸ τῆς εὐθείας AB (σχ. 65). Ἐὰν τὸ κινητὸν δὲν ἔχῃ ἀρχικὴν ταχύτητα ($u_0 = 0$), τότε ἡ ἐξίσωσις (1) γράφεται :

$$u = \gamma \cdot t.$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένης κινήσεως εὐρίσκομεν ὁμοίως ὅτι ἡ ταχύτης u τοῦ κινητοῦ κατὰ τὸν χρόνον t εἶναι :

$$u = u_0 - \gamma \cdot t \quad (2)$$

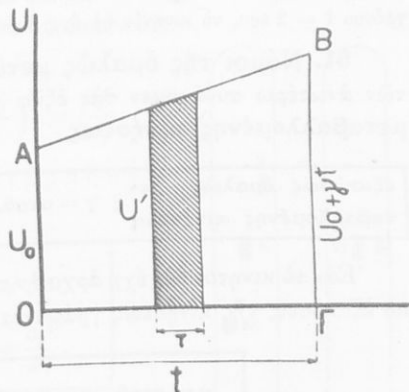
Αἱ ἐξισώσεις (1) καὶ (2) μᾶς ἐπιτρέπουν νὰ προσδιορίζωμεν τὴν ταχύτητα τοῦ κινητοῦ εἰς οἵανδήποτε χρονικὴν στιγμήν.



Σχ. 65. Ἡ ταχύτης μεταβάλλεται γραμμικῶς.

Οὕτως ἂν εἶναι $u_0 = 50$ cm/sec καὶ $\gamma = 10$ cm/sec², τότε κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμήν $t = 1,5$ sec, ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ εἶναι $u = 65$ cm/sec.

60. Ὑπολογισμὸς τοῦ διαστήματος. — Εἰς τὴν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν ἢ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος παρίσταται ὑπὸ τῆς εὐθείας AB (σχ. 66). Ἄς φαντασθῶμεν ὅτι ἡ εὐθεῖα AB ἀποτελεῖται ἀπὸ πολλῶν μικρὰ εὐθύγραμμα τμήματα. Τότε δυνάμεθα νὰ ὑποθέσωμεν ὅτι κατὰ τὸν ἐλάχιστον χρόνον τ ἢ ταχύτητος u' διατηρεῖται σταθερά, δηλαδὴ ὅτι κατὰ τὸν χρόνον τοῦτον ἡ κίνησις δύναται νὰ θεωρηθῇ ἰσοταχῆς. Μετὰ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου τ ἢ ταχύτητος αὐξάνεται, ἥτοι μεταβάλλει τιμὴν. Τὸ διάστημα λοιπόν, τὸ ὅποιον διανύεται κατὰ τὸν χρόνον τ , εἶναι $u' \cdot \tau$ καὶ ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου (εἰς τὸ σχῆμα σημειώνεται γραμμοσκιασμένον). Τὸ ἄθροισμα τῶν ἐμβαδῶν ὅλων τῶν στοιχειωδῶν ὀρθογωνίων δίδει κατὰ προσέγγισιν τὴν τιμὴν τοῦ διανυθέντος διαστήματος. Ἡ τιμὴ αὕτη πλησιάζει τόσον περισσότερο πρὸς τὴν πραγματικὴν, ὅσον μικρότερος εἶναι ὁ χρόνος τ . Ὄταν ὁ χρόνος τ τείνῃ πρὸς τὸ μηδέν, τότε τὸ πραγματικῶς διανυθὲν διάστημα ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τραπεζίου OABΓ. Ἐπομένως τὸ διάστημα, τὸ ὅποιον διήνυσεν τὸ κινητὸν ἐντὸς τῶν t χρονικῶν μονάδων μὲ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν, εἶναι :



Σχ. 66. Τὸ ἐμβαδὸν OABΓ ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ διανυθὲν διάστημα.

$$s = \frac{OA + \Gamma B}{2} \times O\Gamma = \frac{u_0 + u}{2} \cdot t = \frac{2u_0 + \gamma \cdot t}{2} \cdot t$$

$$\hat{\eta} \quad s = u_0 \cdot t + \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 \quad (3)$$

Ἐὰν τὸ κινητὸν δὲν ἔχῃ ἀρχικὴν ταχύτητα ($u_0 = 0$), τότε ἡ ἐξίσωσις (3) γράφεται :

$$s = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ὀμαλῶς ἐπιβραδυνομένης κινήσεως ($\gamma < 0$) εὐρίσκομεν ὁμοίως ὅτι τὸ διανυθὲν διάστημα εἶναι :

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 \quad (4)$$

Αἱ ἐξισώσεις (3) καὶ (4) μᾶς ἐπιτρέπουν νὰ προσδιορίζωμεν τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διήνυσε τὸ κινητὸν.

Οὕτως ἂν εἶναι $v_0 = 50$ cm/sec καὶ $\gamma = 10$ cm/sec², τότε εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου $t = 2$ sec, τὸ κινητὸν θὰ ἔχῃ διατρέξει διάστημα $s = 100 + 20 = 120$ cm.

61. Νόμοι τῆς ὀμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως. — Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν τὰς ἐξῆς γενικὰς ἐξισώσεις τῆς ὀμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως.

ἐξισώσεις ὀμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως	: $\gamma = \text{σταθ.}, v = v_0 \pm \gamma \cdot t, s = v_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$
--	---

Ἐὰν τὸ κινητὸν δὲν ἔχῃ ἀρχικὴν ταχύτητα ($v_0 = 0$), τότε αἱ ἀνωτέρω ἐξισώσεις τῆς κινήσεως γράφονται :

$\gamma = \text{σταθ.}, v = \gamma \cdot t, s = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$

Αἱ ἀνωτέρω ἐξισώσεις δεικνύουν ὅτι εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ὀμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως χωρὶς ἀρχικὴν ταχύτητα ἰσχύουν οἱ ἀκόλουθοι νόμοι :

Εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὀμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν : α) ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι σταθερά· β) ἡ ταχύτης εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν χρόνον τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ· γ) τὸ διανυόμενον διάστημα εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὸ τετράγωνον τοῦ χρόνου τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ.

62. Διάρκεια τῆς κινήσεως καὶ ὀλικὸν διάστημα εἰς τὴν ὀμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν. — Ἐστω ὅτι κινητὸν ἔχει ὀμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν καὶ ὅτι ἡ ἀρχικὴ ταχύτης του εἶναι v_0 καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι γ . Τότε αἱ ἐξισώσεις τῆς κινήσεώς του εἶναι :

$$v = v_0 - \gamma \cdot t \quad s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$$

Τὸ κινητὸν θὰ σταματήσει μετὰ χρόνον t , ὅποτε ἡ ταχύτης του θὰ μηδενισθῇ. Τότε εἶναι :

$$0 = v_0 - \gamma \cdot t \quad \text{ἄρα} \quad t = \frac{v_0}{\gamma}$$

Ἡ ἀνωτέρω σχέσις μᾶς δίδει τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως. Ἐὰν θέσωμεν τὴν εὑρεθεῖσαν τιμὴν τοῦ χρόνου τῆς κινήσεως εἰς τὴν ἐξίσωσιν τοῦ διαστήματος, θὰ εὑρωμεν ὅτι τὸ ὅλικόν διάστημα εἶναι :

$$s = v_0 \cdot \left(\frac{v_0}{\gamma} \right) - \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot \left(\frac{v_0}{\gamma} \right)^2 = \frac{v_0^2}{2\gamma}$$

Ἄρα εἰς τὴν ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν εἶναι :

διάρκεια τῆς κινήσεως: $t = \frac{v_0}{\gamma}$ ὅλικόν διάστημα: $s = \frac{v_0^2}{2\gamma}$
--

ΠΤΩΣΙΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

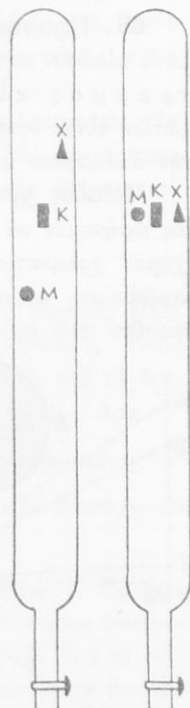
63. Ἐρευνα τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων. — Πρῶτος ὁ Γαλιλαῖος ἀπέδειξεν ὅτι :

Ἡ πτώσις τῶν σωμάτων εἶναι μία ἀπλουστάτη εὐθύγραμμος ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις.

Τοῦτο θὰ ἀποδείξωμεν κατωτέρω πειραματικῶς. Τὸ νῆμα τῆς στάθμης φανεράνει ὅτι τὰ σώματα πύπτουν κατὰ κορυφῶς.

64. Πτώσις τῶν σωμάτων εἰς τὸ κενόν.

Λαμβάνομεν σωλῆνα ὑάλινον (σχ. 67) μήκους 2 m περίπου, ὁ ὁποῖος εἶναι κλειστός κατὰ τὸ ἓν ἄκρον, εἰς δὲ τὸ ἄλλο φέρει στρόφιγγα. Ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ὑπάρχουν μικρὸν τεμάχιον μολύβδου (M), τεμάχιον κιμαλίας (K) καὶ τεμάχιον χάρτου (X). Ὄταν ὁ



Σχ. 67. Σωλὴν τοῦ Νεύτωνα.

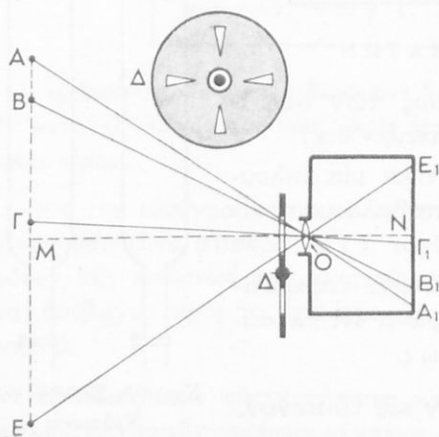
σωλήν περιέχει αέρα, αναστρέφουμε αποτόμως τὸν σωλήνα. Παρατηροῦμεν ὅτι πρῶτος πίπτει ὁ μόλυβδος. Ἀφαιροῦμεν τὸν αέρα ἀπὸ τὸν σωλήνα καὶ ἐπαναλαμβάνομεν τὸ πείραμα. Παρατηροῦμεν ὅτι τὰ τρία σώματα φθάνουν συγχρόνως εἰς τὸ κατώτερον ἄκρον τοῦ σωλήνος. Ἀπὸ τὸ πείραμα τοῦτο συνάγομεν ὅτι :

Εἰς τὸ κενὸν ὅλα τὰ σώματα πίπτουν συγχρόνως.

Τὸ ἀνωτέρω ἐξαγόμενον δὲν μᾶς ἐξηγεῖ τί εἶδους κινήσεις εἶναι ἡ πτώσις τῶν σωμάτων.

65. Προσδιορισμὸς τοῦ εἶδους τῆς κινήσεως.— Τὰ σώματα πίπτουν κατακορύφως. Ἄρα ἡ πτώσις τῶν σωμάτων εἶναι εὐθύγραμμος κίνησης. Διὰ νὰ ἀποδείξωμεν ὅτι ἡ πτώσις τῶν σωμάτων εἶναι κίνησις ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη χρησιμοποιοῦμεν σήμερον τὴν ἀκόλουθον μέθοδον.

Μέθοδος χρονοφωτογραφική. Ἐμπροσθεν ἑνὸς μαύρου πετάσματος ἀφήνομεν νὰ πέσῃ ἐλευθέρως μία σφαῖρα ἀπὸ χάλυβα, τὴν ὁποίαν ἔχομεν χρωματίσει λευκὴν. Κατὰ χρονικὰ διαστήματα πολὺ μικρὰ λαμβάνομεν φωτογραφίαν τοῦ πίπτοντος σώματος. Πρὸς τοῦτο ἐν-προσθεν τοῦ φακοῦ τῆς φωτογραφικῆς μηχανῆς στρέφεται ἰσοταχῶς



ἀδιαφανῆς δίσκος, ὁ ὁποῖος φέρει ὁπὰς κανονικῶς διατεταγμένους (σχ. 68). Οὕτως, ἐὰν ὁ δίσκος ἐκτελῇ 5 στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον καὶ ἐὰν ὁ δίσκος φέρῃ 4 ὁπὰς, τότε αἱ διαδοχικαὶ φωτογραφίαι λαμβάνονται κατὰ χρονικὰ διαστήματα ἴσα μὲ $1/20$ τοῦ δευτερολέπτου. Ἡ σφαῖρα φωτίζεται ἰσχυρῶς μὲ τὴν βοήθειαν ἡλεκτρικοῦ τόξου. Μετὰ τὴν ἐμφάνισιν, παρατηροῦμεν ἐπὶ τῆς πλακὸς μίαν σειρὰν εἰδώ-

λων A_1, B_1, Γ_1, E_1 . Τὰ εἰδῶλα αὐτὰ εἶναι τὰ εἰδῶλα τῆς σφαίρας, τὰ ὁποῖα λαμβάνονται, ὅταν μία ὁπὴ τοῦ δίσκου διέρχεται ἔμπροσθεν τοῦ

φακοῦ τῆς μηχανῆς. Κατὰ τὰς ἀντιστοίχους χρονικὰς στιγμὰς ἡ σφαῖρα εὐρίσκεται εἰς τὰς θέσεις Α, Β, Γ, Ε, Ἀπὸ τὰ σχηματιζόμενα ὅμοια τρίγωνα εὐρίσκομεν ὅτι εἶναι :

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1\Gamma_1}{B\Gamma} = \frac{\Gamma_1E_1}{\Gamma E} = \frac{ON}{OM} = \kappa$$

Ὁ λόγος κ εἶναι σταθερός. Ἀπὸ τὴν προηγουμένην σχέσιν εὐρίσκομεν :

$$A_1B_1 = \kappa \cdot AB, \quad B_1\Gamma_1 = \kappa \cdot B\Gamma, \quad \Gamma_1E_1 = \kappa \cdot \Gamma E$$

Αἱ ἀποστάσεις A_1B_1 , $B_1\Gamma_1$, Γ_1E_1 , ... εἶναι τὰ διαστήματα, τὰ ὅποια διήνυσεν τὸ εἰδῶλον τῆς σφαίρας ἐντὸς ἴσων χρονικῶν διαστημάτων. Παρατηροῦμεν ὅτι τὰ διαστήματα τὰ διανυθέντα ὑπὸ τοῦ εἰδῶλου εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ διαστήματα τὰ ὅποια διήνυσεν ἡ σφαῖρα.

Ἐστω ὅτι εἰς τὴν ἀρχὴν τῶν χρόνων ἡ σφαῖρα εὐρίσκετο εἰς τὴν θέσιν Α, χωρὶς ἀρχικὴν ταχύτητα. Ἐὰν μετρήσωμεν τὰς ἀποστάσεις τῶν εἰδῶλων, εὐρίσκομεν ὅτι τὰ διαστήματα, τὰ ὅποια διήνυσεν τὸ εἰδῶλον τῆς σφαίρας, εἶναι :

$$A_1\Gamma_1 = 4 \cdot A_1B_1 \quad A_1E_1 = 9 \cdot A_1B_1$$

Ἥτοι τὰ διαστήματα τὰ διανυόμενα ὑπὸ τοῦ εἰδῶλου τῆς σφαίρας εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ τετράγωνα τῶν χρόνων, ἐντὸς τῶν ὁποίων διηγήθησαν. Τὸν αὐτὸν ὅμως νόμον ἀκολουθοῦν καὶ τὰ διαστήματα, τὰ ὅποια διανύονται ἀπὸ τὴν πίπτουσαν σφαῖραν. Ἀρα :

Ἡ πτώσις τῆς σφαίρας εἶναι κίνησις ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη.

Ἀπὸ τὸ πείραμα τοῦτο εἶναι εὐκόλον νὰ εὑρωμεν τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς ἐλευθέρας πτώσεως τῆς σφαίρας.

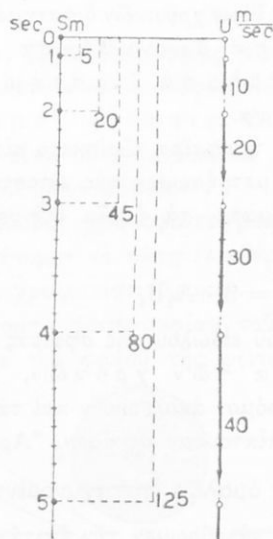
66. Ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων.— Εἰδομεν ὅτι εἰς τὸ κενὸν ὅλα τὰ σώματα πίπτουν συγχρόνως. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ σώματα. Αὕτη παριστάνεται μὲ τὸ γράμμα g . Ἀκριβῆ πειράματα ἀπέδειξαν ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων ἔχει περίπου τὴν τιμὴν : $g = 981 \text{ cm/sec}^2$. Ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων δὲν ἔχει τὴν αὐτὴν τιμὴν εἰς ὅλους τοὺς τόπους τῆς Γῆς. Οὕτως εἰς τὸν ἰσημερινὸν εἶναι : $g = 978 \text{ cm/sec}^2$, ἐνῶ εἰς τὸν πόλον εἶναι : $g = 983 \text{ cm/sec}^2$. Εὐρέθη λοιπὸν ὅτι :

Εἰς τὸν αὐτὸν τόπον ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων εἶναι σταθερά.

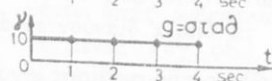
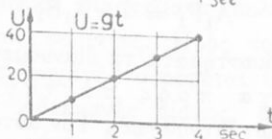
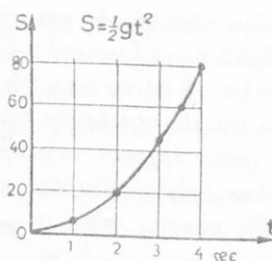
Ἡ τιμὴ τοῦ g εὐρίσκεται ἀκριβῶς μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ ἐκκρεμοῦς.

67. Νόμοι τῆς ἐλευθέρως πτώσεως τῶν σωμάτων.— Ἀπὸ τὴν πειραματικὴν ἔρευναν συνάγονται οἱ ἀκόλουθοι νόμοι τῆς ἐλευθέρως πτώσεως τῶν σωμάτων:

1. Ἡ ἐλευθέρως πτώσις τῶν σωμάτων εἶναι κατακόρυφος κίνησις ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη.



Σχ. 69 Διάστημα καὶ ταχύτης κατὰ τὴν ἐλευθέρως πτώσιν.



Σχ. 70. Γραφικὴ παράστασις τῶν νόμων τῆς ἐλευθέρως πτώσεως τῶν σωμάτων.

II. Ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων εἶναι εἰς τὸν αὐτὸν τόπον σταθερὰ δι' ὅλα τὰ σώματα.

ἐπιτάχυνσις: $g = \text{σταθ.}$

νόμοι ἐλευθέρως πτώσεως: ταχύτης: $v = g \cdot t$

διάστημα: $s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$

Εἰς τὸ σχῆμα 69 δεικνύονται αἱ τιμαὶ τῶν διαστημάτων καὶ τῶν ταχυτήτων, ἐλήφθη δὲ ὅτι κατὰ προσέγγισιν εἶναι $g = 10 \text{ m/sec}^2$. Εἰς τὸ σχῆμα 70 δεικνύονται γραφικῶς αἱ μεταβολαὶ τῶν μεγεθῶν s , u καὶ g συναρτήσας τοῦ χρόνου (διὰ $t = 0$ ἕως $t = 4 \text{ sec}$).

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

37. Ἀπὸ τὰς δύο πόλεις A καὶ B ἀναχωροῦν συγχρόνως δύο ἄμαξοστοιχίαι, αἱ ὁποῖαι κινοῦνται ἢ μὲν πρώτη ἐκ τῆς A πρὸς τὴν B , ἢ δὲ δευτέρα ἀντιθέτως. Ἡ πρώτη ἔχει σταθερὰν ταχύτητα 92 km/h , ἡ δὲ δευτέρα ἔχει ταχύτητα 78 km/h . Ἡ ἀπόστασις τῶν δύο πόλεων εἶναι 203 km . Νὰ εὑρεθῇ εἰς πόσῃ ἀπόστασιν ἀπὸ τὴν πόλιν A θὰ συναντηθοῦν αἱ δύο ἄμαξοστοιχίαι καὶ κατὰ ποίαν χρονικὴν στιγμήν.

38. Μία ταχεῖα ἄμαξοστοιχία ἀναχωρεῖ ἀπὸ τὴν πόλιν A κατὰ τὴν $7 \text{ h } 05 \text{ min}$ καὶ ἀφοῦ διατρέξῃ διάστημα $129,5 \text{ km}$ φθάνει εἰς τὴν πόλιν B κατὰ τὴν $8 \text{ h } 43 \text{ min}$. Πόση εἶναι ἡ μέση ταχύτης τῆς ἄμαξοστοιχίας;

39. Σῶμα ἀναχωρεῖ ἐκ τῆς ἡρεμίας καὶ κινούμενον μὲ ἐπιτάχυνσιν 4 cm/sec^2 διανύει διάστημα 50 m . Ἐπὶ πόσον χρόνον ἐκινήθη καὶ πόση εἶναι ἡ τελικὴ ταχύτης του;

40. Σῶμα ἀναχωρεῖ ἐκ τῆς ἡρεμίας καὶ κινούμενον ἐπὶ 20 sec μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν διανύει διάστημα $0,8 \text{ km}$. Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις;

41. Μία ἀτμομηχανὴ σιδηροδρόμου ἀναχωρεῖ ἀπὸ ἓνα σταθμὸν καὶ κινουμένη μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν ἀποκτᾷ ἐντὸς 12 min ταχύτητα 108 km/h . Νὰ εὑρεθῇ πόσον διάστημα διέτρεξεν : 1) ἐντὸς τοῦ πρώτου λεπτοῦ, 2) ἐντὸς τοῦ δευτέρου λεπτοῦ καὶ 3) ἐντὸς τοῦ δωδεκάτου λεπτοῦ.

42. Ὁ σωλὴν πυροβόλου ἔχει μῆκος 2 m . Τὸ βλήμα, κινούμενον ἐντὸς τοῦ σωλῆρος μὲ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν, ἐξέρχεται ἀπὸ τὸ στόμιον τοῦ σωλῆρος μὲ ταχύτητα 400 m/sec . Ἐπὶ πόσον χρόνον ἐκινήθη τὸ βλήμα ἐντὸς τοῦ σωλῆρος καὶ πόση ἦτο ἡ ἐπιτάχυνσις αὐτοῦ;

43. Ἀπὸ τὰ ἄκρα A καὶ B μιᾶς εὐθείας ἀναχωροῦν δύο κινητά, τὰ ὁποῖα κινούμενα μὲ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν πλησιάζουν τὸ ἓν πρὸς τὸ ἄλλο μὲ ἀντιστοίχους ἐπιταχύνσεις 1 m/sec^2 καὶ 2 m/sec^2 . Τὸ ἐκ τοῦ A προερχόμενον ἐκκινεῖ 2 sec μετὰ τὴν ἀναχώρησιν τοῦ ἐκ

τοῦ B προερχομένου. Τὰ δύο κινητὰ συναντῶνται εἰς ἓν σημεῖον Γ , τὸ ὁποῖον ἀπέχει 25 m ἀπὸ τὸ ἄκρον B . Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τῆς εὐθείας AB ;

44. Κινητὸν ἔχει ἀρχικὴν ταχύτητα 10 m/sec καὶ ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 200 cm/sec^2 . Πόση εἶναι ἡ ταχύτης του, ὅταν τὸ κινητὸν διατρέξῃ διάστημα 8 m ;

45. Ἐν σῶμα ἔχει κατὰ μίαν χρονικὴν στιγμὴν ταχύτητα 10 m/sec καὶ μετὰ τὴν στιγμὴν αὐτὴν ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 3 m/sec^2 . Πόσον διάστημα πρέπει νὰ διατρέξῃ, διὰ νὰ διπλασιασθῇ ἡ ταχύτης του;

46. Σῶμα ἔχει ἀρχικὴν ταχύτητα 20 m/sec καὶ ὑφίσταται ἐπιβράδυνσιν $1,2 \text{ m/sec}^2$. Πόσον διάστημα πρέπει νὰ διατρέξῃ: α) διὰ νὰ ἐλαττωθῇ ἡ ταχύτης του εἰς τὸ ἥμισυ· β) διὰ νὰ σταματήσῃ;

47. Ἐν πίπτει ἐλευθέρως σῶμα ἔχει εἰς ἓν σημεῖον A τῆς τροχιάς του ταχύτητα 40 cm/sec καὶ εἰς ἓν χαμηλότερον σημεῖον B , ἔχει ταχύτητα 150 cm/sec . Πόση εἶναι ἡ ἀπόστασις AB τῶν δύο σημείων; $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

48. Ἀπὸ τὸ χεῖλος φρέατος βάθους 180 m ἀφήνομεν νὰ πέσῃ ἐλευθέρως σῶμα A καὶ μετὰ 1 sec ἀφήνομεν νὰ πέσῃ δεύτερον σῶμα B . Εἰς πόσον ὕψος ἄνωθεν τοῦ πυθμένος τοῦ φρέατος εὐρίσκεται τὸ σῶμα B , ὅταν τὸ A φθάσῃ εἰς τὸν πυθμένα; $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

49. Δύο σῶματα εὐρίσκονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου καὶ τὸ A εὐρίσκεται 300 m ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ B . Ἀφήνεται τὸ A νὰ πέσῃ ἐλευθέρως καὶ μετὰ 6 sec ἀπὸ τῆς ἀναχωρήσεώς του ἀρχίζει νὰ πίπτῃ ἐλευθέρως καὶ τὸ B . Μετὰ πόσα δευτερόλεπτα ἀπὸ τῆς ἐκκινήσεως τοῦ B θὰ συναντηθοῦν τὰ δύο σῶματα καὶ εἰς πόσῃ ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ σημεῖον ἐκκινήσεως τοῦ A ; Μετὰ πόσον χρόνον ἀπὸ τῆς συναντήσεώς των ἡ ἀπόστασις τῶν δύο σωμάτων θὰ εἶναι πάλιν 300 m ; $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

50. Ἀπὸ τὴν κορυφὴν τοῦ πύργου τοῦ Eiffel (ὕψος 300 m) ἐκσφενδονίζεται κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω λίθος μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 35 m/sec . Μὲ πόσῃ ταχύτητι καὶ μετὰ πόσον χρόνον φθάνει ὁ λίθος εἰς τὸ ἔδαφος; $g = 9,8 \text{ m/sec}^2$.

51. Μὲ πόσῃ ἀρχικὴν ταχύτητι πρέπει νὰ ἐκσφενδονισθῇ κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω ἓν σῶμα, εὐρισκόμενον εἰς ὕψος 10 m , ὥστε τὸ σῶμα νὰ φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος ἐντὸς 1 sec ; Μὲ πόσῃ ταχύτητι φθάνει τὸ σῶμα εἰς τὸ ἔδαφος;

Η ΔΥΝΑΜΙΣ ΚΑΙ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΥΤΗΣ

ΑΙ ΑΡΧΑΙ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

68. Κίνησις και δύναμις.— Εἰς τὰ προηγούμενα κεφάλαια ἐξή-
τάσαμεν τὴν κίνησιν χωρὶς νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὴν αἰτίαν, ἣ ὁποία
προκαλεῖ τὴν κίνησιν. Ἡ τοιαύτη ἔρευνα τῆς κινήσεως τῶν σωμάτων
καλεῖται κινητική. Διὰ τὴν πλήρη ἔρευναν τοῦ φαινομένου τῆς κι-
νήσεως πρέπει νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ δύναμις, ἣ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ
τοῦ σώματος καὶ παράγει τὴν κίνησιν. Ἡ τοιαύτη ἔρευνα τῆς κινήσεως
καλεῖται δυναμική.

69. Ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας.— Ἐκ τῆς πείρας καταφαίνεται ὅτι
πρέπει νὰ δώσωμεν διὰ τὴν δύναμιν τὸν ἐξῆς ὅρισμόν :

Δύναμις καλεῖται τὸ αἷτιον, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ προκαλέσῃ
κίνησιν ἐνὸς σώματος ἢ τροποποίησιν τῆς κινήσεως ἐνὸς σώματος.

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω ὁρισμοῦ τῆς δυνάμεως προκύπτει ὅτι, ἂν ἐπὶ
ἐνὸς ὕλικου σημείου δὲν ἐνεργῇ καμμία δύναμις, τότε :

α) ἐὰν τὸ ὕλικόν σημεῖον ἡρεμῇ, θὰ ἐξακολουθήσῃ νὰ παραμέ-
νῃ εἰς ἡρεμίαν·

β) ἐὰν τὸ ὕλικόν σημεῖον κινῆται, θὰ ἐξακολουθήσῃ νὰ κινῆ-
ται κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ φορὰν καὶ μὲ τὴν αὐτὴν ταχύτητα,
ἥτοι θὰ ἐξακολουθήσῃ νὰ κινῆται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς.

Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα ἀποτελεῖ τὴν ἀρχὴν τῆς ἀδρανείας
καὶ διατυπώνεται ὡς ἐξῆς :

Ἐκαστον σῶμα διατηρεῖ τὴν κατάστασιν τῆς ἡρεμίας ἢ τῆς
εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεώς του, ἐφ' ὅσον δὲν ἐνεργῇ ἐπ' αὐτοῦ
ἐξωτερικὴ δύναμις, διὰ νὰ μεταβάλῃ τὴν κατάστασιν αὐτήν.

Ἡ ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας διευτυπώθη διὰ πρώτην φορὰν ἀπὸ τὸν
Νεύτωνα καὶ δὲν προκύπτει ἀπὸ ἄλλους νόμους· ἐπομένως ἀποτελεῖ
« β α σ ι κ ὸ ν ῆ θ ε μ ε λ ι ὶ ὸ δ η » νόμον τῆς Μηχανικῆς, ἥτοι ἀπο-

τελεῖ μίαν « ἄ ρ χ ἦ ν » τῆς Μηχανικῆς. Διὰ τὴν ἀλήθειαν τῆς ἀρχῆς αὐτῆς βεβαιούμεθα κυρίως ἀπὸ τὸ γεγονός, ὅτι ὅλα τὰ φαινόμενα τῆς κινήσεως φαίνονται ὡς ἀποτέλεσμα τῆς ἀρχῆς τῆς ἀδρανείας.

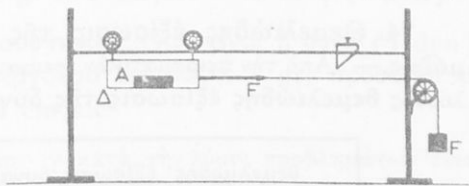
70. Ἀδράνεια τῆς ὕλης.—Εἶδομεν ὅτι διὰ τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως ἑνὸς σώματος, πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ ἐπὶ τοῦ σώματος μία ἐξωτερικὴ δύναμις, διότι τὸ σῶμα δὲν δύναται ἀφ' ἑαυτοῦ νὰ μεταβάλλῃ τὴν κινητικὴν του κατάστασιν. Τὸ γεγονός τοῦτο μᾶς ἀναγκάζει νὰ παραδεχθῶμεν ὅτι τὰ σώματα ἀνθίστανται εἰς πᾶσαν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεώς των, μὲ ἄλλους λόγους ὅτι τὰ σώματα τείνουν νὰ διατηρήσουν τὴν κεκτημένην κινητικὴν των κατάστασιν. Αὕτῃ ἡ χαρακτηριστικὴ ιδιότης τῆς ὕλης καλεῖται **ἀδράνεια**. Ἡ ἀντίστασις, τὴν ὁποίαν παρουσιάζουν τὰ σώματα εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς των καταστάσεως, ἥτοι ἡ ἀδράνεια αὐτῶν, ἐκδηλώνεται τόσον ἐντονώτερον, ὅσον ταχύτερον προσπαθοῦμεν νὰ ἐπιφέρωμεν αὐτὴν τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως τοῦ σώματος. Οὕτω π.χ. κατὰ τὴν ἀπότομον ἐκκίνησιν ἑνὸς ὀχήματος (τροχιοδρομικοῦ, λεωφορείου κ.τ.λ.) οἱ ἐπιβάται κλίνουν ἀποτόμως πρὸς τὰ ὀπίσω· ἀντιθέτως κατὰ τὴν ἀπότομον στάσιν τοῦ ταχέως κινουμένου ὀχήματος οἱ ἐπιβάται κλίνουν ἀποτόμως πρὸς τὰ ἐμπρός. "Όταν ἡ μεταβολὴ τῆς κινητικῆς καταστάσεως τοῦ σώματος ἐπιφέρεται βαθμιαίως, τότε τὸ σῶμα παρουσιάζει ἀνεπαίσθητον ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς του καταστάσεως.

71. Σχέσις μεταξὺ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς κινήσεως τοῦ σώματος.— Πᾶν σῶμα, ὅταν ἀφεθῇ ἐλεύθερον, πίπτει ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους τοῦ κατακόρυφως μὲ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυομένην (§ 67). Ἡ ἐλεύθερα πτώσις τοῦ σώματος εἶναι τὸ κινητικὸν ἀποτέλεσμα, τὸ ὁποῖον ἐπιφέρει ἐπὶ τοῦ σώματος ἡ συνεχὴς δρᾶσις τῆς σταθερᾶς δυνάμεως, τὴν ὁποίαν ἐκαλέσαμεν βάρος τοῦ σώματος (§ 41). Γενικεύοντες τὰ ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὸν ἀκόλουθον νόμον:

"Όταν ἐπὶ ἑνὸς σώματος, εὐρισκομένου ἀρχικῶς εἰς ἡρεμίαν, ἐνεργήσῃ συνεχῶς μία δύναμις σταθερὰ κατ' ἑντάσιν καὶ διεύθυνσιν, τὸ σῶμα ἀποκτᾷ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυομένην κατὰ τὴν διεύθυνσιν καὶ τὴν φορὰν τῆς δυνάμεως.

72. Σχέσις μεταξύ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως.—

Ἐπὶ ἐνὸς ἀρχικῶς ἡρεμοῦντος σώματος ἐνεργεῖ σταθερὰ δύναμις F , ἡ ὁποία προσδίδει εἰς τὸ σῶμα σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν γ κατὰ τὴν διεύθυνσίν της. Διὰ νὰ εὐρώμεν ποία σχέσις ὑπάρχει μεταξύ τῆς κινέουσης δυνάμεως F καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως γ , τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα, πειραματιζόμεθα μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 71. Τὸ μικρὸν εὐκίνητον ὄχημα Δ σύρεται ὑπὸ τῆς σταθερᾶς δυνάμεως F , ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ νήματος. Τὸ ὄχημα ἀποκτᾷ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην. Εὐρίσκομεν τὸ διάστημα s , τὸ ὁποῖον διανύει τὸ ὄχημα ἐν τῷ ὠρισμένῳ χρόνῳ t .



Σχ. 71. Τὸ ὄχημα Δ ἀποκτᾷ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην.

Οὕτως ἀπὸ τὴν σχέσιν $\gamma = \frac{2s}{t^2}$ προσδιορίζομεν τὴν ἐπιτάχυνσιν γ . Ἐὰν ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργῇ δυνάμις διπλασία $2F$, τριπλασία $3F$, εὐρίσκομεν ὅτι καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις γίνεται διπλασία 2γ , τριπλασία 3γ . Τὸ πείραμα λοιπὸν ἀποδεικνύει ὅτι :

Ἡ ἐπιτάχυνσις (γ), τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως (F), εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν.

73. Σχέσις μεταξύ τῆς μᾶζης τοῦ σώματος καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως.— Πειραματιζόμεθα πάλιν μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 71. Ὄταν ἡ μᾶζα τοῦ συστήματος (ὄχημα καὶ σῶμα A) εἶναι m , ἡ δύναμις F προσδίδει εἰς τὸ σύστημα ἐπιτάχυνσιν γ . Ἐὰν ἡ μᾶζα τοῦ συστήματος γίνῃ διπλασία $2m$, τριπλασία $3m$, τότε εὐρίσκομεν ὅτι ἡ αὐτὴ δύναμις F προσδίδει εἰς τὸ σύστημα ἀντιστοίχους ἐπιταχύνσεις

$\frac{\gamma}{2}$, $\frac{\gamma}{3}$. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει λοιπὸν ὅτι :

Ἡ ἐπιτάχυνσις (γ), τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως (F), εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν (m) τοῦ σώματος.

Ἡ μᾶζα m ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως F ἀποκτᾷ ἐπιτάχυν-

σιν γ . Διὰ τὴν ἀποκτῆσιν καὶ ἡ μᾶζα $2m$ ἐπιτάχυνσιν γ , πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ διπλάσια δύναμις $2F$. Ὀμοίως διὰ τὴν ἀποκτῆσιν ἡ μᾶζα $3m$ ἐπιτάχυνσιν γ , πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ δύναμις $3F$. Ἐκ τούτων συνάγεται ὅτι :

Ἡ δύναμις (F), ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ἀποκτήσῃ τὸ σῶμα ὠρισμένην ἐπιτάχυνσιν (γ), εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν (m) τοῦ σώματος.

74. Θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς δυναμικῆς. Ὅρισμός τῆς μάζης.— Ἀπὸ τὴν πειραματικὴν ἔρευναν (§ 72, § 73) συνάγεται ἡ ἀκόλουθος θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς δυναμικῆς :

$$\text{θεμελιώδης ἐξίσωσις δυναμικῆς: } F = m \cdot \gamma$$

Ἡ ἀνωτέρω ἐξίσωσις συνδέει τὸ αἷτιον, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὴν κίνησιν (δηλ. τὴν δύναμιν), μὲ τὸ κινητικὸν ἀποτέλεσμα (δηλ. τὴν ἐπιτάχυνσιν) καὶ δεικνύει ὅτι :

Ἡ δύναμις (F), ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν (m) τοῦ σώματος καὶ ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν (γ), τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα.

Ἀπὸ τὴν εὐρεθεῖσαν θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῆς δυναμικῆς προκύπτει καὶ ὁ ἀκόλουθος δυναμικὸς ὁρισμὸς τῆς μάζης :

Μᾶζα ἐνὸς σώματος καλεῖται τὸ σταθερὸν πηλίκον τῆς δυνάμεως, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος, πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν, τὴν ὁποίαν ἡ δύναμις αὕτη προσδίδει εἰς τὸ σῶμα.

$$\text{μάζα} = \frac{\text{δύναμις}}{\text{ἐπιτάχυνσις}} \quad m = \frac{F}{\gamma}$$

75. Ἀρχὴ τῆς ἀφθαρσίας τῆς μάζης.— Πρῶτος ὁ Lavoisier ἀπέδειξε πειραματικῶς ὅτι ἡ μᾶζα τῶν σωμάτων διατηρεῖται ἀμετάβλητος. Τὸ συμπέρασμα τοῦτο ἀποτελεῖ τὴν θεμελιώδη ἀρχὴν τῆς ἀφθαρσίας τῆς μάζης καὶ διατυπώνεται ὡς ἑξῆς :

Εἰς ὅλα τὰ φυσικὰ ἢ χημικὰ φαινόμενα ἡ μᾶζα τοῦ συνόλου τῶν σωμάτων, τὰ ὁποῖα ὑφίστανται τὴν μεταβολήν, διατηρεῖται σταθερά.

76. Μονὰς τῆς δυνάμεως.— Ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται εἰς τὸ σύστημα C.G.S. τὸ γραμμάριον μάζης (1 gr). Ἀπὸ τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῆς δυναμικῆς $F = m \cdot \gamma$ ὀρίζομεν τὴν μονάδα δυνάμεως εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ὡς ἑξῆς :

$$F = m \cdot \gamma = 1 \text{ gr} \times 1 \text{ cm/sec}^2 = 1 \text{ δύνη (1 dyn)}$$

Μονὰς δυνάμεως εἰς τὸ σύστημα C.G.S. εἶναι ἡ δύνη (1 dyn), ἥτοι ἡ δύναμις ἡ ὁποία ἐνεργοῦσα ἐπὶ μάζης 1 gr, προσδίδει εἰς αὐτὴν ἐπιτάχυνσιν ἴσην μὲ 1 cm/s².

Εἰς τὴν ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$ κατὰ τὴν λύσιν προβλημάτων εἶναι προτιμότερον νὰ μετρῶνται ὅλα τὰ φυσικὰ μεγέθη F , m καὶ γ εἰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S., ἥτοι εἰς dyn, gr καὶ cm/sec².

77. Σχέσις μεταξὺ γραμμαρίου βάρους (gr*) καὶ δύνης.— Ἡ μᾶζα 1 γραμμαρίου (1 gr) ἔχει ἐξ ὀρισμοῦ βάρος ἴσον μὲ 1 γραμμάριον βάρους (1 gr*). Ἐὰν ἡ μᾶζα αὕτη ἀφεθῇ ἐλευθέρα, θὰ πέσῃ μὲ ἐπιτάχυνσιν $g = 981 \text{ cm/sec}^2$. Συμφώνως πρὸς τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$, ἔχομεν ὅτι :

$$1 \text{ gr}^* = 1 \text{ gr} \times 981 \text{ cm/sec}^2 = 981 \text{ dyn} \quad \eta \quad 1 \text{ dyn} = 1/981 \text{ gr}^*$$

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις δυνάμεθα νὰ λαμβάνωμεν κατὰ προσέγγισιν : $1 \text{ gr}^* = 1000 \text{ dyn}$.

78. Ἐφαρμογὴ τῆς θεμελιώδους ἐξισώσεως $F = m \cdot \gamma$ εἰς τὴν πτώσιν τῶν σωμάτων.— Ἐν σώμα, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζαν m , ὅταν ἀφεθῇ ἐλεύθερον, πίπτει ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους τοῦ B μὲ ἐπιτάχυνσιν g . Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν, ἐφαρμόζοντες τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$, ἔχομεν :

βάρος σώματος: $B = m \cdot g$

Ὅπως εἰς τὴν ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$, οὕτω καὶ εἰς τὴν ἐξίσωσιν

$B = m \cdot g$ είναι προτιμότερον νὰ μετρῶνται τὰ μεγέθη εἰς μονάδα C.G.S.

79. Συνέπεται τῆς σχέσεως : $B = m \cdot g$.— Θεωροῦμεν ὁ σώματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν μάζας m_1 καὶ m_2 . Εἰς τὸν τόπον μας ἡ ἐπιτάχυνσις g τῆς πτώσεως εἶναι ἡ αὐτὴ καὶ διὰ τὰ δύο σώματα. Ἐὰν μὲ δυναμόμετρον εὕρωμεν ὅτι τὰ δύο σώματα ἔχουν τὸ αὐτὸ βάρος B τότε εἶναι :

$$B = m_1 \cdot g = m_2 \cdot g \quad \text{ἄρα} \quad m_1 = m_2$$

Ἐὰν δύο σώματα ἔχουν εἰς τὸν αὐτὸν τόπον ἴσα βάρη, θὰ ἔχουν καὶ ἴσας μάζας.

Ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω ἀρχῆς στηρίζεται ἡ στατικὴ μέτρησις τῆς μάζης (§ 14). Τὴν ἰσότητά τοῦ βάρους τῶν δύο σωμάτων τὴν εὐρίσκομεν μὲ τὸν ζυγὸν ἢ τὸ δυναμόμετρον. Ἐὰν μεταφερθῶμεν εἰς ἄλλον τόπον, ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως μεταβάλλεται καὶ γίνεται g' . Ἀλλὰ τὰ δύο σώματα, ἐπειδὴ ἔχουν ἴσας μάζας, θὰ ἔχουν πάλιν τὸ αὐτὸ βάρος B'

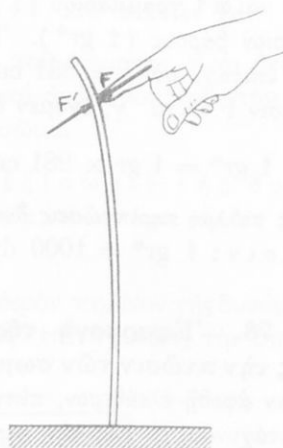
$$\text{ἢτοι} \quad B' = m_1 \cdot g' = m_2 \cdot g'$$

Ἐὰν εἰς ἓνα τόπον τὰ βάρη δύο σωμάτων εἶναι ἴσα μεταξύ των, τότε καὶ εἰς οἶονδήποτε ἄλλον τόπον τὰ βάρη τῶν δύο σωμάτων εἶναι ἴσα μεταξύ των.

80. Ἀρχὴ τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως.— Ὁ Νεύτων, ἐκτὸς τῆς ἀρχῆς τῆς ἀδρανείας (§ 69), διετύπωσε καὶ τὴν ἀκόλουθον ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως :

Ὅταν ἓν σῶμα A ἐξασκῇ ἐπὶ ἄλλου σώματος B μίαν δύναμιν, τότε καὶ τὸ σῶμα B ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος A δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον.

Ἡ μία ἐκ τῶν δυνάμεων τούτων καλεῖται **δρᾶσις**, ἡ δὲ ἄλλη κα-



Σχ. 72. Τὸ ἔλασμα ἀντιδρᾷ μὲ δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον.

λείται **ἀντίδρασις**. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως αἱ δυνάμεις ἐμφανίζονται εἰς τὴν Φύσιν κατὰ ζεύγη. Οὕτως, ὅταν μὲ τὸν δάκτυλόν μας ἐξασκοῦμεν ἐπὶ ἐλάσματος μίαν δύναμιν F (σχ. 72), τότε καὶ τὸ ἔλασμα ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ δακτύλου μας μίαν δύναμιν F' ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F . Εἰς τὸ παράδειγμα τοῦτο τὰ δύο ἀλληλεπιδρῶντα σώματα εὐρίσκονται εἰς ἑ π α φ ή ν. Εἶναι ὅμως δυνατόν τὰ δύο ἀλληλεπιδρῶντα σώματα νὰ εὐρίσκωνται εἰς ἀ π ό σ τ α σ ι ν τὸ ἐν ἀπὸ τὸ ἄλλο. Οὕτως ἡ $\Gamma\eta$ ἐξασκεῖ ἐπὶ ἐνὸς λίθου μίαν ἑλξιν F , τὴν ὁποίαν καλοῦμεν βάρος (σχ. 73)· ἀλλὰ συγχρόνως καὶ ὁ λίθος ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς $\Gamma\eta$ ς μίαν δύναμιν F' ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F . Εἶναι φανερόν ὅτι ἡ μικρὰ σχετικῶς δύναμις F' εἶναι ἀνίκανος νὰ κινήσῃ τὴν $\Gamma\eta$ ν πρὸς τὸν λίθον καὶ διὰ τοῦτο δὲν γίνεται ἀντιληπτή.



Σχ. 73. Ὁ λίθος ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς $\Gamma\eta$ ς ἑλξιν F' , ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F .

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

52. Σῶμα μάζης $19,62 \text{ kg}$ κινεῖται μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν $1,5 \text{ m/sec}^2$. Πόση εἶναι ἡ κινουσα δύναμις;

53. Σῶμα μάζης 2 kg κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν σταθερᾶς δυνάμεως $1,5 \text{ kgf}$. Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς κινήσεως;

54. Σῶμα μάζης 10 gr ἀρχικῶς ἡρεμεῖ. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργεῖ ἐπὶ 4 sec δύναμις 2 gr . Πόσον διάστημα διανύει τὸ σῶμα ἐντὸς 6 sec ;

55. Ὁ σωλὴν πυροβόλου ἔχει μῆκος 3 m . Τὸ ἐκσφενδονιζόμενον βλήμα ἔχει μᾶζαν 1 kg καὶ ἐξέρχεται ἀπὸ τὸ στόμιον τοῦ σωλῆρος μὲ ταχύτητα 850 m/sec . Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ βλήματος ἐντὸς τοῦ σωλῆρος καὶ ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ βλήματος ἔνεκα τῶν ἀερίων τῆς ἐκρήξεως, ἂν ὑποτεθῇ ὅτι ἡ δύναμις αὕτη διατηρεῖται σταθερά.

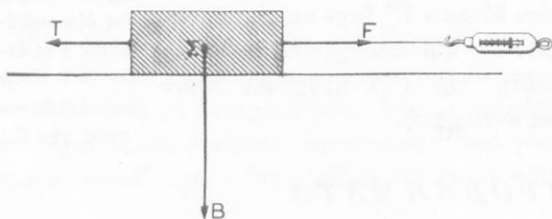
56. Βλήμα ἔχει μᾶζαν 200 gr καὶ ἐκσφενδονίζεται ἀπὸ τὴν κάνην ὅπλου, ἡ ὁποία ἔχει μῆκος 50 cm . Ἐὰν ἡ δύναμις τῶν ἀερίων τῆς ἐκρήξεως ἐντὸς τῆς κάνης εἶναι κατὰ μέσον ὅρον ἴση μὲ 25 tn , νὰ εὐρεθῇ πόση εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ βλήματος, ὅταν τοῦτο ἐξέρχεται ἀπὸ τὴν κάνην. Αἱ τριβαὶ ἐντὸς τῆς κάνης παραλείπονται.

57. Ἐπὶ ἐνὸς σώματος ἐνεργεῖ δύναμις 4500 dyn , ἡ ὁποία κινεῖ τὸ

σῶμα κατὰ τὴν διεύθυνσιν της. Κατὰ μίαν ὁρισμένην χρονικὴν στιγμήν ἡ ταχύτης τοῦ σώματος εἶναι 60 cm/sec , μετὰ 8 sec βραδύτερον ἡ ταχύτης εἶναι 105 cm/sec . Πόση εἶναι ἡ μάζα τοῦ σώματος;

ΤΡΙΒΗ

81. Τριβὴ ὀλισθήσεως.— Ἐπὶ ὀριζοντίας τραπέζης σύρομεν ἓν σῶμα οὕτως, ὥστε τὸ σῶμα νὰ ὀλισθαίνει ἰσοταχῶς. Παρατηροῦμεν τότε ὅτι, διὰ νὰ διατηρηθῇ ἡ ἰσοταχὴς κίνησις τοῦ σώματος, πρέπει νὰ ἐνεργῇ συνεχῶς ἐπὶ τοῦ σώματος μία σταθερὰ δύναμις, τὴν ὁποίαν δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν μὲ δυναμόμετρον (σχ. 74). Ἡ



Σχ. 74. Μέτρησης τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως.

δύναμις αὐτὴ F , ἂν καὶ ἐνεργῇ συνεχῶς ἐπὶ τοῦ σώματος, ἐν τούτοις δὲν προσδίδει εἰς αὐτὸ ἐπιτάχυνσιν. Ἄρα ἡ δύναμις F ἰσορροπεῖ καθ' ἐκάστην στιγμήν μίαν

ἄλλην ὀριζοντίαν καὶ ἀντιθέτου φορᾶς δύναμιν T , ἡ ὁποία ἀντιτίθεται εἰς τὴν μετακίνησιν τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὴν τράπεζαν. Ἡ ἀντιδρῶσα αὐτῇ δύναμις καλεῖται **τριβὴ ὀλισθήσεως**. Ἡ ἔντασις τῆς δυνάμεως αὐτῆς εἶναι ἴση μὲ τὴν ἔντασιν τῆς δυνάμεως F , τὴν ὁποίαν μετροῦμεν μὲ τὸ δυναμόμετρον. Ὡστε :

I. Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι δύναμις, ἡ ὁποία ἔχει πάντοτε φορὰν ἀντίθετον πρὸς τὴν φορὰν τῆς κινήσεως.

II. Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἴση μὲ τὴν δύναμιν ἐκείνην, ἡ ὁποία διατηρεῖ τὴν κίνησιν, χωρὶς νὰ προσδίδῃ ἐπιτάχυνσιν.

82. Νόμος τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως.— α) Ὅταν τὸ σῶμα κινῆται ἰσοταχῶς ἐπὶ τῆς ὀριζοντίας τραπέζης (σχ. 75 α), παρατηροῦμεν ὅτι τὸ δυναμόμετρον δεικνύει τὴν αὐτὴν πάντοτε ἔνδειξιν, εἴτε βραδέως εἴτε ταχέως κινεῖται τὸ σῶμα. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν ταχύτητα.

β) Ὅταν τὸ αὐτὸ σῶμα στηριχθῇ ἐπὶ τῆς τραπέζης μὲ μικροτέραν

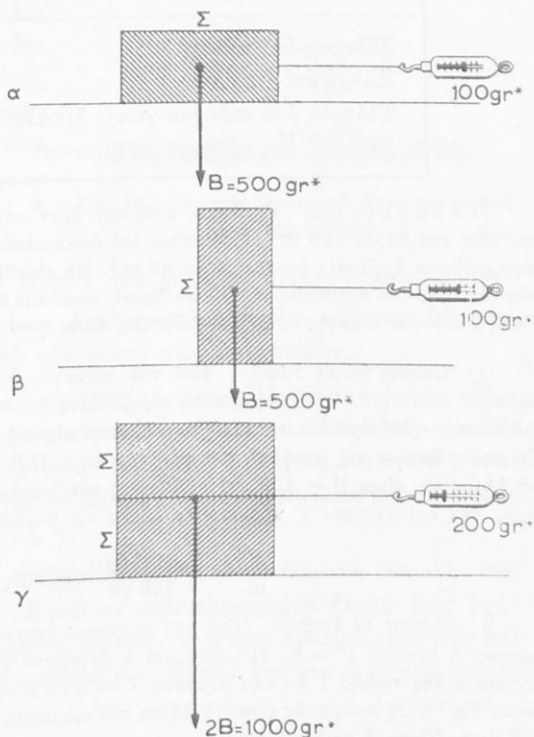
ἔδραν του, τὸ δυναμόμετρον δεικνύει πάλιν τὴν αὐτὴν ἔνδειξιν (σχ. 75 β). "Ὡστε ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς ἐπιφανείας ἐπαφῆς τῶν δύο σωμάτων.

γ) Ἐὰν διπλασιασθῇ τὸ βάρος τοῦ σώματος, τὸ δυναμόμετρον δεικνύει ὅτι τώρα ἀντίτιθεται εἰς τὴν κίνησιν διπλασία δύνამις (σχ. 75 γ). "Αρα ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δυνάμιν, μετὴν ὅποιαν τὸ σῶμα πιέζει καθέτως τὸ ἐπίπεδον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ὀλισθαίνει (κάθετος δύνამις). Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι :

Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως (T) εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν ταχύτητα καὶ τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας ἐπαφῆς, εἶναι δὲ ἀνάλογος πρὸς τὴν δυνάμιν (F_K), ἡ ὁποία ἐνεργεῖ καθέτως πρὸς τὸ ἐπίπεδον ὀλισθήσεως.

$$\text{τριβὴ ὀλισθήσεως : } T = \eta \cdot F_K$$

ὅπου η εἶναι ὁ **συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως**, ὁ ὁποῖος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν δύο ἐπιφανειῶν. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως ἐλαττοῦται, ἂν μεταξὺ τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν παρεμβληθῇ στρῶμα λιπαντικοῦ ὑγροῦ.



σχ. 75. Διὰ τὴν εὕρεσιν τῶν νόμων τῆς τριβῆς.

Συντελεστοὶ τριβῆς ὀλισθήσεως $\eta = \frac{T}{F_K}$	
Σίδηρος ἐπὶ πάγου	0,014
Ξύλον ἐπὶ ξύλου	0,400
Σίδηρος ἐπὶ σιδήρου χωρὶς λίπανσιν	0,150
Σίδηρος ἐπὶ σιδήρου μὲ λίπανσιν	0,060

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Τεμάχιον σιδήρου, ἔχον σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλεπίπεδου καὶ βάρος 100 gr*, εὐρίσκεται ἐπὶ ὀριζοντίας τραπέζης. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐφαρμόζεται ὀριζοντία δύναμις $F = 80 \text{ gr}^*$. Νά εὑρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς κινήσεως εἰς τὰς ἐξῆς δύο περιπτώσεις : α) ἂν θεωρήσωμεν ὅτι δὲν ὑπάρχει τριβὴ καὶ β) ὅταν δοθῇ ὅτι ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως εἶναι $\eta = 0,20$.

α) Κίνησις χωρὶς τριβήν. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργεῖ μόνον ἡ ὀριζοντία δύναμις $F = 80 \text{ gr}^*$. Ἡ δύναμις αὕτη εἰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S. εἶναι ἴση μὲ $F = 8 \cdot 10^4 \text{ dyn}$ (διότι κατὰ προσέγγισιν εἶναι $1 \text{ gr}^* = 1000 \text{ dyn}$). Ἡ μᾶζα τοῦ σώματος εἰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S. εἶναι $m = 100 \text{ gr}$ (ἐπειδὴ τὸ βάρος του εἶναι $B = 100 \text{ gr}^*$). Λύοντες τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$ ὡς πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν γ εὐρίσκομεν αὐτὴν εἰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S. :

$$\gamma = \frac{F}{m} = \frac{8 \cdot 10^4 \text{ dyn}}{100 \text{ gr}} = 800 \text{ cm/sec}^2$$

β) Κίνησις μὲ τριβήν. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργοῦν τώρα δύο ὀριζόντιοι δυνάμεις, ἡ δύναμις $F = 8 \cdot 10^4 \text{ dyn}$ καὶ ἡ ἀντιθέτου φορᾶς τριβὴ T . Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς τριβῆς T ἐκ τῆς σχέσεως $T = \eta \cdot F_K$ πρέπει νὰ γνωρίζωμεν τὴν δύναμιν F_K · αὕτη προφανῶς εἶναι τὸ βάρος τοῦ σώματος, ἥτοι εἶναι $F_K = 100 \text{ gr}^* = 10^5 \text{ dyn}$. Ὡστε ἡ τριβὴ T εἶναι :

$$T = \eta \cdot F_K = 0,2 \cdot 10^5 \text{ dyn} = 2 \cdot 10^4 \text{ dyn}$$

Ἡ συνισταμένη F' τῶν δύο δυνάμεων F καὶ T εἶναι :

$$F' = F - T = 8 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^4 = 6 \cdot 10^4 \text{ dyn}$$

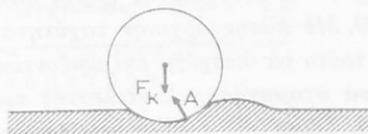
Ἡ συνισταμένη δύναμις F' προσδίδει εἰς τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν :

$$\gamma' = \frac{F'}{m} = \frac{6 \cdot 10^4 \text{ dyn}}{100 \text{ gr}} = 600 \text{ cm/sec}^2$$

83. Τριβὴ κυλίσεως.— Ὅταν σῶμα κυλίσεται ἐπὶ ἄλλου σώματος, ἀναπτύσσεται πάλιν τριβὴ, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **τριβὴν κυλίσεως**. Ἡ τριβὴ αὕτη εἶναι ἐντελῶς διάφορος ἀπὸ τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως. Κατὰ τὴν κύλισιν ἔρχονται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ ὑποστήριγμα διαρκῶς νέαι

σημεία τοῦ κυλινδρικοῦ σώματος, ἐνῶ κατὰ τὴν ὁλίσθησιν εὐρίσκεται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ ὑποστήριγμα ἢ ἰδίᾳ πάντοτε ἐπιφάνεια τοῦ σώματος.

Ὅταν κύλινδρος κυλίσεται ἐπὶ ἐνὸς σώματος, τοῦτο, ὅσονδήποτε σκληρὸν καὶ ἂν εἶναι, ὑφίσταται πάντοτε μίαν παραμόρφωσιν (σχ. 76). Ἐνεκα αὐτῆς τῆς παραμορφώσεως ἀναπτύσσεται ἡ ἀντίδρασις A τοῦ ὑποστηρίγματος, ἡ ὁποία



Σχ. 76. Παραμόρφωσις τοῦ ὑποστηρίγματος κατὰ τὴν κύλιν.

τείνει νὰ ἐπιβραδύνῃ τὴν κίνησιν τοῦ κυλίνδρου. Ἀποδεικνύεται ὅτι :

Ἡ τριβὴ κυλίσεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν κάθετον δύναμιν (F_K) καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν ἐπιφανειῶν.

Ἐπειδὴ ἡ προσπάθεια, τὴν ὁποίαν καταβάλλομεν κατὰ τὴν κύλιν ἐνὸς σώματος, εἶναι μικρότερα ἀπὸ τὴν προσπάθειαν, τὴν ὁποίαν καταβάλλομεν κατὰ τὴν ὁλίσθησιν τοῦ αὐτοῦ σώματος, διὰ τοῦτο προσπαθοῦμεν εἰς τὰς ἐφαρμογὰς νὰ ἔχωμεν κύλιν ἀντὶ ὁλισθήσεως (τροχοί, ἐνσφαιροὶ τριβεῖς κ.τ.λ.).

Ἡ τριβὴ κυλίσεως ἔχει ἰδιαιτέραν σημασίαν διὰ τὴν σπουδὴν τῆς κινήσεως τῶν ὀχημάτων. Καλεῖται **συντελεστὴς ἔλξεως** ἐνὸς ὀχήματος ὁ λόγος τῆς δυνάμεως ἔλξεως, ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται ἐπὶ τοῦ ὀχήματος, πρὸς τὴν κάθετον δύναμιν, μὲ τὴν ὁποίαν τὸ ὄχημα πιέζει τὴν ὁδόν :

$$\text{συντελεστὴς ἔλξεως} = \frac{\text{δύναμις ἔλξεως}}{\text{κάθετος δύναμις}} \quad \varphi = \frac{F_e}{F_K}$$

$$\text{ἄρα} \quad F_e = \varphi \cdot F_K$$

Διὰ τὴν κύλιν τροχῶν μὲ σιδηρᾶν στεφάνην ἐπὶ κοινῆς ὁδοῦ ὁ συντελεστὴς ἔλξεως εἶναι περίπου 0,03. Ἐνῶ διὰ τὰ σιδηροδρομικὰ ὀχήματα ὁ συντελεστὴς ἔλξεως εἶναι 0,004. Ἐπομένως διὰ τὴν ἔλξιν σιδηροδρομικοῦ ὀχήματος βάρους 1000 kgr* ἀπαιτεῖται δύναμις :

$$F_e = 4 \text{ kgr}^*$$

Ἐκ τούτου καταφαίνεται τὸ μέγα πλεονέκτημα τῶν σιδηροδρομικῶν γραμμῶν.

58. Δύναμις 10 kgf^* σύρει ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου σῶμα βάρους 100 kgf^* . Ὁ συντελεστής τριβῆς εἶναι $0,04$. Τὴ κίνησιν ἔχει τὸ σῶμα;

59. Μὲ πόσῃν ἀρχικὴν ταχύτητα πρέπει νὰ ἐκσφενδονισθῇ σῶμα, ὥστε τοῦτο νὰ διατρέξῃ ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου διάστημα 100 m , ἕως ὅτου νὰ σταματήσῃ; Συντελεστής τριβῆς $0,01$.

60. Σῶμα μάζης 20 gr κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως 800 dyn καὶ διανύει ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου διάστημα 200 cm ἐντὸς 4 sec , ὅταν ἐκκινήσῃ ἐκ τῆς ἡρεμίας. Νὰ εὑρεθοῦν ἡ δύναμις τῆς τριβῆς καὶ ὁ συντελεστής τριβῆς.

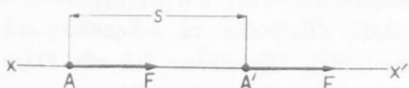
61. Ἐλκνηθρον βάρους 600 kgf^* σύρεται μὲ σταθερὰν ταχύτητα ἐπὶ ὀριζοντίου ἐδάφους. Ἐὰν ὁ συντελεστής τριβῆς εἶναι $0,06$ πόση εἶναι ἡ κινουῦσα δύναμις;

62. Αὐτοκίνητον κινεῖται μὲ σταθερὰν ταχύτητα 108 km/h . Διὰ τῶν τροχοπεδῶν του ἀναγκάζει τοὺς τροχοὺς του νὰ μὴ στρέφονται. Τότε ὁ συντελεστής τριβῆς ὀλισθήσεως τῶν τροχῶν του ἐπὶ τοῦ ἐδάφους εἶναι $0,3$. Πόσον διάστημα θὰ διατρέξῃ τὸ αὐτοκίνητον, μέχρις ὅτου σταματήσῃ;

63. Κιβώτιον βάρους 800 kgf^* πρόκειται νὰ μετακινηθῇ ὀλισθαίνον ἐπὶ ὀριζοντίου ἐδάφους κατὰ 10 m . Ὁ συντελεστής τριβῆς εἶναι $0,4$. Πόση εἶναι ἡ μικροτέρα δυνατὴ τιμὴ τῆς δυνάμεως, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν; Ἄν ἐφαρμόσωμεν δύναμιν 360 kgf^* , πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται διὰ τὴν μετακίνησιν ταύτην;

ΕΡΓΟΝ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

84. Ἔργον σταθερᾶς δυνάμεως.— Ἄς θεωρήσωμεν ὑλικὸν σημεῖον A , ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ σταθερὰ δύναμις F (σχ. 77). Λέ-



Σχ. 77. Ἡ δύναμις F παράγει ἔργον.

γομεν ὅτι μία δύναμις παράγει ἔργον, ὅταν μετακινή τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς κατὰ τὴν διεύθυνσίν της.

Διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ ἔργου ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος ὁρισμός:

Τὸ ἔργον μιᾶς σταθερᾶς δυνάμεως, ἡ ὁποία μετακινεῖ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της κατὰ τὴν διεύθυνσίν της, μετρεῖται μὲ τὸ γινόμενον

της δυνάμεως (F) επί την μετατόπισιν (s) του σημείου εφαρμογής της.

$$\text{Έργον} = \text{δύναμις} \times \text{μετατόπισις} \quad W = F \cdot s$$

Τò έργον είναι μέγεθος μονόμετρον.

85. Μονάδες έργου. — Από την εξίσωσιν $W = F \cdot s$ όρίζομεν την μονάδα έργου. Ως μονάς έργου λαμβάνεται τò έργον, τò όποιον παράγει δύναμις ίση με την μονάδα της δυνάμεως, όταν μετακινή κατά την διεύθυνσίν της τò σημείον εφαρμογής της κατά την μονάδα του μήκους.

Είς τò σύστημα C.G.S. μονάς έργου είναι τò έργιον (1 erg), ήτοι τò έργον, τò όποιον παράγει δύναμις μιās δύνης, όταν αύτη μετακινή τò σημείον εφαρμογής της κατά έν έκατοστόμετρον.

$$1 \text{ μονάς έργου C.G.S. : } 1 \text{ erg} = 1 \text{ dyn} \cdot 1 \text{ cm}$$

Είς τās πρακτικās εφαρμογās χρησιμοποιουμέν μίαν μεγαλυτέραν μονάδα έργου, ή όποία καλεΐται **Joule** (τζούλ) :

$$\text{πρακτική μονάς έργου : } 1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ erg}$$

Άλλη έπίσης πρακτική μονάς έργου είναι τò χιλιογραμμόμετρον (1 kgr*m) :

$$1 \text{ kgr} \cdot \text{m} = 1 \text{ kgr} \cdot 1 \text{ m}$$

$$1 \text{ kgr} \cdot \text{m} = 981 \, 000 \text{ dyn} \cdot 100 \text{ cm} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ erg} = 9,81 \text{ Joule}$$

$$1 \text{ Joule} = 0,102 \text{ kgr} \cdot \text{m} \quad \text{ή} \quad 1 \text{ Joule} \simeq 0,1 \text{ kgr} \cdot \text{m}$$

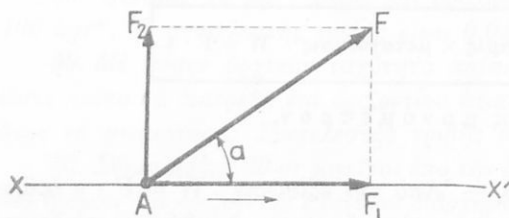
Παραδείγματα. 1) Μία δύναμις $F = 100 \text{ dyn}$ μετακινεί τò σημείον εφαρμογής κατά την διεύθυνσίν της κατά $s = 2 \text{ m}$. Τò παραγόμενον έργον είναι

$$W = F \cdot s = 100 \text{ dyn} \cdot 200 \text{ cm} = 20 \, 000 \text{ erg}$$

2) Έργάτης ανυψώνει κατακορύφως κιβώτιον βάρους 20 kgr^* κατά $1,5 \text{ m}$. Τò παραγόμενον υπό του έργάτου έργον είναι :

$$W = F \cdot s = 20 \text{ kgr}^* \cdot 1,5 \text{ m} = 30 \text{ kgr}^* \cdot \text{m}$$

84. Γενική περίπτωση παραγωγής έργου.—"Ας εξετάσωμεν την γενικήν περίπτωσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ τροχιά τοῦ ὑλικοῦ σημείου,



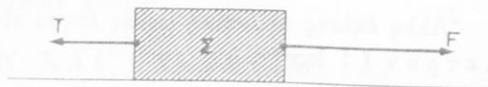
Σχ. 78. Ἔργον παράγει ἡ συνιστώσα F_1 .

ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ ἡ δύναμις, δὲν συμπίπτει μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως F (σχ. 78). Ἀναλύομεν τότε τὴν δύναμιν F εἰς δύο συνιστώσας: μίαν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς τροχιάς καὶ μίαν κάθετον

$$W = F_1 \cdot s$$

πρὸς αὐτήν. Ἡ συνιστώσα F_2 δὲν παράγει ἔργον, διότι δὲν μετακινεῖ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς. Ἐπομένως ἔργον παράγει μόνον ἡ συνιστώσα F_1 , ἡ ὁποία εἶναι ἡ π ρ ο β ο λ ῆ τῆς δυνάμεως F ἐπὶ τῆς τροχιάς xx' τοῦ ὑλικοῦ σημείου. Τότε ἔχομεν:

87. Ἔργον παραγόμενον ὑπὸ τῆς τριβῆς.—"Ὅταν μία δύναμις F κινῇ ἓν σῶμα (σχ. 79), τότε ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργεῖ καὶ ἡ τριβὴ T . Ἐὰν αἱ δύο δυνάμεις F καὶ T εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, τότε τὸ σῶμα ἔχει κίνησιν ὁ μ α λ ῶ ς ἐ π ι τ α χ υ ν ο μ ῆ ν η ν, διότι κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς συνισταμένης F' τῶν δύο δυνάμεων F καὶ T .



Σχ. 79. Ἐπὶ τοῦ σώματος Σ ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις F καὶ T .

Ἐὰν αἱ δύο δυνάμεις F καὶ T εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, τότε τὸ σῶμα ἔχει κίνησιν ὁ μ α λ ῶ ς ἐ π ι τ α χ υ ν ο μ ῆ ν η ν, διότι κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς συνισταμένης F' τῶν δύο δυνάμεων F καὶ T .

Π α ρ ᾶ δ ε ι γ μ α. Ἐν ἔλκθρον μὲ σιδηρὰ τόξα ἔχει βάρος (κάθετος δύναμις) 500 kgf* καὶ σύρεται ἐπὶ ὀριζοντίας ἐπιφανείας πάχους ($\eta = 0,014$). Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι:

$$T = \eta \cdot F_K = 0,014 \cdot 500 = 7 \text{ kgf}^*$$

Τὸ ἔλκθρον θὰ κινῆται ὁμαλῶς, ὡς ἐνεργεῖ ἐπὶ αὐτοῦ δύναμις ἴση μὲ 7 kgf*

ν τὸ ἔλκxθρον διανύσῃ διάστημα 3 000 m, τὸ ἔργον τῆς τριβῆς θὰ εἶναι:
 $W = T \cdot s = 7 \text{ kgr} \cdot 3\,000 \text{ m} = 21\,000 \text{ kgr} \cdot \text{m}$

88. Ὁρισμὸς τῆς ἰσχύος.— Διὰ νὰ ἐκτιμήσωμεν τὴν ἱκανότητα μιᾶς πηγῆς παραγωγῆς ἔργου, πρέπει νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν καὶ τὸν χρόνον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου ἡ πηγὴ αὕτη παράγει ὠρισμένην ποσότητα ἔργου. Ἡ ἐκτίμησις τῆς ἱκανότητος μιᾶς πηγῆς παραγωγῆς ἔργου εἶναι εὐκόλος, ἂν εἶναι γνωστὸν τὸ κατὰ μονάδα χρόνου παραγόμενον ἔργον. Οὕτω καταλήγομεν εἰς τὸν ὅρισμὸν ἐνδὸς νέου ποσοῦ, τὸ ὁποῖον χαρακτηρίζει ἐκάστην πηγὴν παραγωγῆς ἔργου:

Ἰσχύς καλεῖται τὸ πηλίκον τοῦ παραγομένου ἔργου διὰ τοῦ χρόνου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου παράγεται τὸ ἔργον τοῦτο.

$$\text{ισχύς} = \frac{\text{ἔργον}}{\text{χρόνος}} \quad P = \frac{W}{t}$$

Ἡ ἰσχύς εἶναι μέγεθος μονόμετρον.

39. Μονάδες ἰσχύος.— Γενικῶς διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἰσχύος ὡς μονὰς χρόνου λαμβάνεται τὸ δευτερόλεπτον.

Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ὡς μονὰς ἰσχύος λαμβάνεται ἡ ἰσχύς μηχανῆς, ἡ ὁποία εἰς 1 sec παράγει ἔργον ἴσον μὲ 1 erg.

$$1 \text{ μονὰς ἰσχύος C.G.S. : } 1 \text{ erg/sec}$$

Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιοῦνται σήμερον αἱ μεγαλύτεραι μονάδες ἰσχύος Watt (1 W) καὶ kilowatt (1 kW).

Μηχανὴ ἔχει ἰσχὺν 1 Watt, ὅταν εἰς 1 sec παράγῃ ἔργον ἴσον μὲ 1 Joule.

$$\text{πρακτικὴ μονὰς ἰσχύος : } 1 \text{ Watt} = 1 \text{ Joule/sec}$$

Μηχανὴ ἔχει ἰσχὺν 1 kilowatt, ὅταν εἰς 1 sec παράγῃ ἔργον ἴσον μὲ 1000 Joule.

$$1 \text{ kilowatt} = 1000 \text{ Joule/sec} \quad \eta \quad 1 \text{ kilowatt} = 1000 \text{ Watt}$$

Εἰς πολλὰς ἐφαρμογὰς ὡς μονὰς ἔργου λαμβάνεται τὸ χιλιογραμ-

μόμετρον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὡς μονὰς ἰσχύος λαμβάνεται τὸ **χιλιογραμμόμετρον κατὰ δευτερόλεπτον** ($1 \text{ kgr} \cdot \text{m} / \text{sec}$), ἥτοι ἡ ἰσχύς μηχανῆς, ἥ ὅποια εἰς 1 sec παράγει ἔργον ἴσον μὲ $1 \text{ kgr} \cdot \text{m}$. Πολλαπλάσιον τῆς μονάδος αὐτῆς εἶναι ὁ **ἀτμόῖππος** ἢ καὶ ἀπλῶς **ἵππος** (CV ἢ PS).

Μηχανὴ ἔχει ἰσχὺν 1 ἵππου, ὅταν εἰς 1 sec παράγῃ ἔργον ἴσον μὲ $75 \text{ kgr} \cdot \text{m}$.

Μονάδες ἰσχύος		$P = W/t$
1 μονὰς ἰσχύος C.G.S.	$= 1 \text{ erg/sec}$	
1 Watt (1 W)	$= 1 \text{ Joule/sec}$	$= 10^7 \text{ erg/sec}$
1 kilowatt (1 kW)	$= 1000 \text{ Watt}$	$= 10^{10} \text{ erg/sec}$
$1 \text{ kgr} \cdot \text{m/sec}$	$= 9,81 \cdot 10^7 \text{ erg/sec}$	
1 ἵππος (1 CV)	$= 75 \text{ kgr} \cdot \text{m/sec}$	$= 736 \text{ Watt} = 0,736 \text{ kW}$
1 kilowatt	$= 1,36 \text{ CV}$	

Ὁ **ἀγγλικὸς ἵππος** (HP) εἶναι ὀλίγον μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν ἀνωτέρω ὀρισθέντα ἵππον, διότι εἶναι $1 \text{ HP} = 76 \text{ kgr} \cdot \text{m/sec} = 746 \text{ W}$.

Σημείωσις. Τὰ σύμβολα τῶν μονάδων ἰσχύος προέρχονται ἀπὸ τὰ ἀρχικά γράμματα τῶν λέξεων τῶν ἀντιστοιχῶν ξένων ὄρων :

CV : Cheval-Vapeur, PS : Pferdestärke, HP : Horse power.

90. Μεγάλαι πρακτικαὶ μονάδες ἔργου.— Μία μηχανὴ ἰσχύος 1 Watt παράγει κατὰ δευτερόλεπτον ἔργον 1 Joule . Ἐπομένως ἡ μηχανὴ αὕτη παράγει εἰς 1 ὥραν ἔργον $3\,600 \text{ Joule}$. Τὸ ποσὸν τοῦτο τοῦ ἔργου λαμβάνεται εἰς τὴν πρᾶξιν ὡς μονὰς ἔργου, ἡ ὅποια καλεῖται **βατώριον** (1 Wh , Watt-heure). Πολλαπλάσιον τῆς μονάδος αὐτῆς εἶναι τὸ **κιλοβατώριον** (1 kWh), ἥτοι τὸ ἔργον τὸ ὅποιον παράγει μηχανὴ ἰσχύος 1 kilowatt λειτουργοῦσα ἐπὶ 1 ὥραν. Ἀλλῇ πρακτικῇ μονάδῃ ἔργου εἶναι ὁ **ὠριαῖος ἵππος** (1 CVh), ἥτοι τὸ ἔργον τὸ ὅποιον παράγει μηχανὴ ἰσχύος 1 ἵππου λειτουργοῦσα ἐπὶ 1 ὥραν.

1 βατώριον	(Wh)	$= 3\,600 \text{ Joule}$
1 κιλοβατώριον	(kWh)	$= 3\,600\,000 \text{ Joule}$
1 ὠριαῖος ἵππος	(CVh)	$= 75 \cdot 3\,600 = 270\,000 \text{ kgr} \cdot \text{m}$

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α . Μία μηχανή ισχύος 600 W λειτουργεί επί 4 h. "Ας υπολογίσωμεν εις κιλοβατώρια τὸ παραχθέν ἔργον. 'Η μηχανή ἔχει ισχὺν 0,600 kW. "Αρὰ εις 4 h παράγει ἔργον :

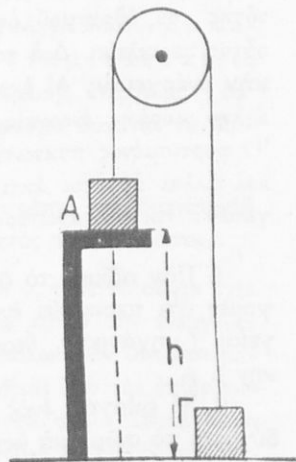
$$W = 0,600 \text{ kW} \cdot 4 \text{ h} = 2,4 \text{ kWh}$$

'Η ἰδία μηχανή ἐντὸς 20 min παράγει ἔργον :

$$W = 0,600 \text{ kW} \cdot \frac{1}{3} \text{ h} = 0,2 \text{ kWh}$$

91. 'Ενέργεια καὶ μορφαὶ αὐτῆς.— "Οταν ἐν σῶμα ἔχη τὴν ἱκανότητα νὰ παραγάγῃ ἔργον, λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα περικλείει **ἐνέργειαν**. Λαμβάνομεν ἔλασμα ἀπὸ χάλυβα καὶ στερεώνομεν μονίμως τὸ ἐν ἄκρον του, ὥστε τὸ ἔλασμα νὰ εἶναι ὀριζόντιον. Κάμπτομεν τὸ ἔλασμα πρὸς τὰ κάτω καὶ εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον του θέτομεν μικρὸν τεμάχιον μολύβδου. 'Εὰν ἀφήσωμεν ἐλεύθερον τὸ ἔλασμα, βλέπομεν ὅτι τὸ τεμάχιον τοῦ μολύβδου ἐκσφενδονίζεται πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἀνέρχεται μέχρις ὠρισμένου ὕψους. "Ωστε τὸ παραμορφωμένον ἔλασμα ἔχει τὴν ἱκανότητα νὰ παραγάγῃ ἔργον, ἥτοι περικλείει ἐνέργειαν. Αὕτη προέρχεται ἀπὸ τὴν ἐλαστικὴν παραμόρφωσιν τοῦ ἔλαττηρίου. Τὴν ἐνέργειαν αὐτὴν χρησιμοποιοῦμεν διὰ τὴν λειτουργίαν ὥρολογίων, γραμμοφῶνων κ.τ.λ.

"Οταν ἐν σῶμα A εὐρίσκεται εἰς ὕψος h ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας τῆς $\Gamma\tilde{\eta}\varsigma$, τότε τὸ σῶμα τοῦτο δύναται νὰ παραγάγῃ ἔργον· διότι, ἂν τὸ ἀφήσωμεν νὰ πέσῃ, δύναται νὰ ἀνυψώσῃ ἐν ἄλλο σῶμα Γ (σχ. 80). "Οταν ὅμως τὸ σῶμα A εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς $\Gamma\tilde{\eta}\varsigma$, δὲν δύναται νὰ παραγάγῃ ἔργον. "Ωστε ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν περικλείει τὸ σῶμα A , ὅταν τοῦτο εὐρίσκεται εἰς ὕψος h , ὀφείλεται εἰς τὴν θέσιν τοῦ σώματος ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς $\Gamma\tilde{\eta}\varsigma$. 'Η ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν περικλείουν τὸ παραμορφωμένον ἔλασμα ἢ τὸ σῶμα τὸ εὐρισκόμενον ὑψηλότερον ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς $\Gamma\tilde{\eta}\varsigma$, καλεῖται **δυναμικὴ ἐνέργεια**. "Ωστε :



Σχ. 80. Εἰς τὴν θέσιν A τὸ σῶμα ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν.

Δυναμική ενέργεια καλεῖται ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποῖαν περικλείει τὸ σῶμα, ἕνεκα τῆς θέσεως ἢ τῆς καταστάσεως, εἰς τὴν ὁποῖαν εὐρίσκεται τὸ σῶμα.

Ἐν κινούμενον σῶμα ἔχει ἐπίσης τὴν ἱκανότητα νὰ παραγάγῃ ἔργον. Οὕτω τὸ ὕδωρ χειμάρρου δύναται νὰ κινήσῃ μύλον, ὁ ἄνεμος δύναται νὰ κινήσῃ ἀνεμόμυλον, τὸ βλήμα πυροβόλου δύναται νὰ κινήσῃ τοῖχον κ.ἄ.

Πᾶν λοιπὸν κινούμενον σῶμα περικλείει ἐνέργειαν, ἡ ὁποία ὀφείλεται εἰς τὴν κίνησιν τοῦ σώματος καὶ διὰ τοῦτο καλεῖται **κινητική ἐνέργεια**. Ὡστε :

Κινητική ἐνέργεια καλεῖται ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποῖαν περικλείει ἓν κινούμενον σῶμα, ἕνεκα τῆς ταχύτητός του.

Αἱ δύο αὗται μορφαὶ τῆς ἐνεργείας, ἡ δυναμικὴ καὶ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια καλοῦνται **μηχανικὴ ἐνέργεια**. Εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς βλέπομεν ὅτι ὁ ὕδρατμος ἔχει τὴν ἱκανότητα νὰ παράγῃ ἔργον. Αὕτῃ ἡ ἱκανότης τοῦ ὕδρατμος ὀφείλεται εἰς τὴν θερμότητα, τὴν ὁποῖαν οὗτος περικλείει. Διὰ τοῦτο λέγομεν ὅτι ὁ ὕδρατμος περικλείει **θερμικὴν ἐνέργειαν**. Αἱ ἐκρηκτικαὶ ὕλαι, ὁ λιθάνθραξ κ.ἄ. περικλείουν μίαν ἄλλην μορφήν ἐνεργείας, τὴν ὁποῖαν καλοῦμεν **χημικὴν ἐνέργειαν**. Ὁ φορτισμένος πυκνωτὴς περικλείει **ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν**. Τὸ φῶς καὶ ἄλλαι ἀόρατοι ἀκτινοβολίαι περικλείουν **ἀκτινοβολουμένην ἐνέργειαν**. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν τὰ ἑξῆς :

I. Πᾶν σῶμα, τὸ ὁποῖον εἶναι ἱκανὸν νὰ παραγάγῃ ἔργον, λέγομεν ὅτι περικλείει ἐνέργειαν. Διακρίνομεν διαφόρους μορφὰς ἐνεργείας (μηχανικὴν, θερμικὴν, ἠλεκτρικὴν, χημικὴν, ἀκτινοβολουμένην).

II. Ἡ ἐνέργεια ἐνὸς σώματος μετρεῖται μὲ τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον δύναται τὸ σῶμα νὰ ἐκτελέσῃ.

92. Μέτρησις τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας.— Ὡς θεωρήσωμεν ἓν σῶμα A, τὸ ὁποῖον ἔχει βάρος $B = m \cdot g$ καὶ εὐρίσκεται εἰς ὕψος h ὑπεράνω τοῦ δαπέδου τῆς αἰθούσης (σχ. 80). Διὰ νὰ μεταφερθῇ τὸ σῶμα A εἰς τὴν θέσιν αὐτὴν ἐδὰπαντήθῃ ἔργον $W = B \cdot h$. Εἰς

τὴν θέσιν αὐτὴν τὸ σῶμα Α ἔχει δυνάμικὴν ἐνέργειαν. Ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι δὲν ὑπάρχουν τριβαί, τότε τὸ σῶμα Α, πίπτει μέχρι τοῦ δαπέδου, δύναται νὰ ἀνυψώσῃ εἰς ὕψος h ἐν σῶμα Γ, τὸ ὁποῖον ἔχει βάρος ἴσον μὲ τὸ βάρος τοῦ σώματος Α. Τὸ σῶμα Α κατὰ τὴν πτώσιν του μέχρι τοῦ δαπέδου παρήγαγεν ἔργον $W = B \cdot h$, δηλαδή ἴσον μὲ τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον ἐδαπανήθη κατὰ τὴν μεταφορὰν του εἰς ὕψος h . Ὡστε :

Ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια ἑνὸς σώματος εἶναι ἴση μὲ τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον ἐδαπανήθη διὰ νὰ μεταφερθῇ τὸ σῶμα εἰς τὴν θέσιν, εἰς τὴν ὁποῖαν εὐρίσκεται.

δυναμικὴ ἐνέργεια : $W_{\text{δυν}} = B \cdot h = m \cdot g \cdot h$

Παράδειγμα. Σῶμα βάρους 20 gr* εὐρίσκεται εἰς ὕψος 10 m ἄνωθεν τοῦ ἐδάφους. Ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος εἶναι :

$$W_{\text{δυν}} = 0,020 \text{ kgr*} \cdot 10 \text{ m} = 0,2 \text{ kgr*m}$$

93. Μέτρησις τῆς κινητικῆς ἐνεργείας.— Κατὰ τὸν ὑπολογισμόν τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἶδομεν ὅτι τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον ἐδαπανᾶται διὰ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ σώματος, ἀποταμιεύεται ἐξ ὁλοκλήρου ἐντὸς τοῦ σώματος ὑπὸ μορφήν δυναμικῆς ἐνεργείας (ἐφ' ὅσον δὲν ὑπάρχουν τριβαί). Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα δύναται νὰ διατυπωθῇ γενικώτερον ὡς ἑξῆς :

Διὰ νὰ ἀποκτήσῃ ἐνέργειαν ἐν σῶμα, πρέπει νὰ δαπανηθῇ ἔργον, τὸ ὁποῖον ἀποταμιεύεται ὁλόκληρον ἐντὸς τοῦ σώματος.

Ὅταν ἐν σῶμα μάζης m κινῆται μὲ ταχύτητα u , τότε τὸ σῶμα ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν. Διὰ νὰ ἀποκτήσῃ τὸ σῶμα αὐτὴν τὴν ἐνέργειαν ἐδαπανήθη ἔργον. Τοῦτο ὑπολογίζεται εὐκόλως, ἂν ὑποθέσωμεν ὅτι δὲν ὑπάρχουν τριβαί. Τὸ σῶμα ἀρχίζει νὰ κινῆται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν σταθερᾶς δυνάμεως F , ἡ ὁποία προσδίδει εἰς τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν γ . Μετὰ χρόνον t ἀπὸ τῆς ἐκκινήσεώς του τὸ σῶμα ἔχει διανύσει διάστημα $s = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$ καὶ ἔχει ἀποκτήσει ταχύτητα $u = \gamma \cdot t$. Κατὰ τὸν χρόνον t ἡ δύναμις F παρήγαγεν ἔργον :

$$W = F \cdot s = m \cdot \gamma \cdot \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 = \frac{1}{2} m (\gamma \cdot t)^2$$

$$\eta \quad W = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Τὸ ἔργον τοῦτο ἀποταμιεύεται ἐντὸς τοῦ σώματος ὑπὸ μορφήν κινητικῆς ἐνεργείας. "Ωστε :

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἐνὸς σώματος ἰσοῦται μὲ τὸ ἥμισυ τοῦ γινομένου τῆς μάζης τοῦ σώματος ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος αὐτοῦ.

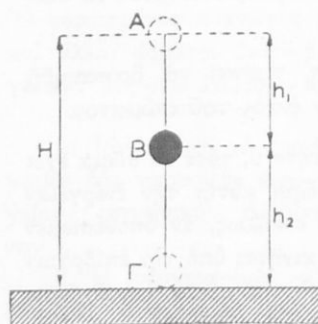
κινητικὴ ἐνέργεια : $W_{Kiv} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α . Βλήμα βάρους 20 gr* ἐκφεύγει ἀπὸ τὸ στόμιον τῆς κάνης τοῦ ὅπλου μὲ ταχύτητα 600 m/sec. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ βλήματος εἶναι :

$$W_{Kiv} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ gr} \cdot (6 \cdot 10^4 \text{ cm/sec})^2 = 36 \cdot 10^9 \text{ erg} \quad \eta$$

$$W_{Kiv} = 3 \cdot 600 \text{ Joule} \quad \eta \text{ κατὰ προσέγγισιν } W_{Kiv} = 360 \text{ kgr} \cdot \text{m}$$

94. Μετατροπὴ τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας.— Μία ἐλαστικὴ σφαῖρα ἀπὸ χάλυβα ἀφήνεται νὰ πέσῃ ἀπὸ ὕψος H ἐπὶ μιᾶς ἐπίσης ἐλα-



Σχ. 81. Μετατροπὴ τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας.

στικῆς πλακὸς ἀπὸ χάλυβα. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ σφαῖρα ἀναπηδᾷ καὶ ἀνέρχεται περίπου εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος (σχ. 81). Ἄς ἐξετάσωμεν τὸ φαινόμενον τοῦτο. Εἰς τὴν θέσιν Α ἡ σφαῖρα ἔχει μόνον δυναμικὴν ἐνέργειαν : $W_A = m \cdot g \cdot H$. Εἰς τὴν θέσιν Β ἡ σφαῖρα ἔχει ἀποκτήσει ταχύτητα $v = \sqrt{2g \cdot H}$. Εἰς τὴν θέσιν αὐτὴν ἡ σφαῖρα ἔχει μόνον κινητικὴν ἐνέργειαν :

$$W_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot H$$

"Ωστε κατὰ τὴν πτώσιν τῆς σφαίρας ἀπὸ τὸ ὕψος H μέχρι τοῦ ἐδάφους ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τῆς σφαίρας μετετρέπη ὁλόκληρος

εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν. Εἰς τὴν ἐνδιάμεσον θέσιν Β ἡ σφαῖρα ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν: $W_{\Delta} = m \cdot g \cdot h_2$, ἔχει ὅμως καὶ κινητικὴν ἐνέργειαν :

$$W_K = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 = m \cdot g \cdot h_1$$

Ἡ ὅλικη ἐνέργεια, τὴν ὁποῖαν ἔχει ἡ σφαῖρα, εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα τῆς δυναμικῆς καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας, ἥτοι εἶναι :

$W_{ολ} = m \cdot g \cdot h_2 + m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g \cdot (h_2 + h_1)$, ἢ $W_{ολ} = m \cdot g \cdot H$ δηλαδὴ εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀρχικὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποῖαν εἶχεν ἡ σφαῖρα εἰς τὴν θέσιν Α. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν. Τὸ ἀντίστροφον συμβαίνει, ὅταν ἡ σφαῖρα ἐκσπενδονίζεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα.

Εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα δίδονται αἱ τιμαὶ τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας ($W_{Δυν}$) καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας ($W_{Κιν}$) ἐνὸς σώματος μάζης 10 gr, τὸ ὁποῖον πίπτει ἀπὸ ὕψους 80 m (ἐλήφθη $g = 10^3 \text{ cm/sec}^2$).

t	s	h	$W_{Δυν}$	v cm/sec	$W_{Κιν}$	$W_{Δυν} + W_{Κιν}$
0 sec	0 cm	8000 cm	$8 \cdot 10^7 \text{ erg}$	0	0 erg	$8 \cdot 10^7 \text{ erg}$
1 >	500 >	7500 >	$7,5 \cdot 10^7 >$	1000	$0,5 \cdot 10^7 >$	$8 \cdot 10^7 >$
2 >	2000 >	6000 >	$6 \cdot 10^7 >$	2000	$2 \cdot 10^7 >$	$8 \cdot 10^7 >$
3 >	4500 >	3500 >	$3,5 \cdot 10^7 >$	3000	$4,5 \cdot 10^7 >$	$8 \cdot 10^7 >$
4 >	8000 >	0 >	0 >	4000	$8 \cdot 10^7 >$	$8 \cdot 10^7 >$

Ἀπὸ τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα συνάγεται ὅτι :

Εἰς ἐκάστην στιγμὴν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος τὸ ἄθροισμα τῆς δυναμικῆς καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τοῦ διατηρεῖται σταθερὸν καὶ ἴσον πάντοτε μὲ τὴν ἀρχικὴν ἐνέργειαν τοῦ σώματος (δυναμικὴν ἢ κινητικὴν).

95. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας.— Κατὰ τὴν ἐξέτασιν τῶν διαφόρων μηχανικῶν φαινομένων παρατηρεῖται γενικῶς ὅτι, ἂν δὲν ὑπάρχουν τριβαί, τὸ ἄθροισμα τῆς δυναμικῆς καὶ κινητικῆς ἐνεργείας τοῦ σώματος **διατηρεῖται σταθερόν**. Ἐὰν δηλαδὴ ἐμφανίζεται κινητικὴ ἐνέργεια, τοῦτο γίνεται εἰς βάρος τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας τοῦ σώματος καὶ ἀντιστρόφως. Τὸ συμπέρασμα τοῦτο εἶναι γενικὸν καὶ ἰσχύει δι' ὅλα τὰ φαινόμενα τῆς Μηχανικῆς, εἰς τὰ ὁποῖα συμ-

βαίνουν μετατροπὰι τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἰς κινητικὴν καὶ ἀντιστρόφως. Τὸ γενικὸν τοῦτο συμπέρασμα ἀποτελεῖ τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας, ἡ ὁποία διατυπώνεται ὡς ἐξῆς:

“Ὅταν δὲν ὑπάρχουν τριβαί, ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια διατηρεῖται σταθερά.

Ἡ ἀνυπαρξία τριβῶν εἶναι ἰδανικὴ περίπτωση. Σχεδὸν πάντοτε μέρος τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας δαπανᾶται διὰ τὴν κατανίκησιν τῶν τριβῶν. Καὶ ἡ ἐνέργεια ὅμως αὕτῃ δὲν χάνεται, ἀλλὰ μετατρέπεται κυρίως εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία εἶναι ἐπίσης μία μορφή ἐνεργείας. Εἰς ἄλλας πάλιν περιπτώσεις εἰς τὴν θέσιν τῆς ἐνεργείας, ἡ ὁποία φαινομενικῶς χάνεται, ἐμφανίζονται ἄλλαι μορφαὶ ἐνεργείας π.χ. ἡλεκτρικὴ ἐνέργεια, φωτεινὴ ἐνέργεια, χημικὴ ἐνέργεια κ.τ.λ. Εἰς ὅλα τὰ φαινόμενα τῆς Φύσεως ἐμφανίζεται ἡ ἰδίᾳ πάντοτε νομοτέλεια, ἡ ὁποία ἀπεδείχθη καὶ εἰς τὰ φαινόμενα τῆς Μηχανικῆς. Οὕτω καταλήγομεν εἰς τὴν διατύπωσιν τοῦ ἀκολουθοῦ γενικωτέρου συμπεράσματος, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας:

Ἡ ποσότης ἐνεργείας, ἡ ὁποία ὑπάρχει εἰς τὴν Φύσιν, εἶναι σταθερά. Αἱ παρατηρούμεναι εἰς τὴν Φύσιν ποικίλαι μεταβολαὶ ὀφείλονται εἰς μεταβολὰς τῆς ἐνεργείας τῶν σωμάτων, κατὰ τὰς ὁποίας λαμβάνουν χώραν ποικίλαι μετατροπὰι τῆς ἐνεργείας, χωρὶς ὅμως νὰ μεταβάλλεται ἡ ὅλη ποσότης τῆς ἐνεργείας.

Ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας ἀποτελεῖ τὴν βάσιν, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ Φυσικὴ, ὅπως ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς μάζης ἀποτελεῖ τὴν βάσιν, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ Χημεία. Ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας μᾶς ἐπιβάλλει νὰ δεχθῶμεν ὅτι ἡ ἐνέργεια εἶναι μία φυσικὴ ὄντοτης, ἡ ὁποία εἶναι ἀφθαρτος, ὅπως ἀκριβῶς καὶ ἡ ὕλη. Ὡστε δυνάμεθα νὰ συμπεράνωμεν ὅτι τὰ συστατικὰ τοῦ Σύμπαντος εἶναι ἡ ὕλη καὶ ἡ ἐνέργεια. Ἡ ποσότης ἐκάστου τῶν συστατικῶν τούτων τοῦ Σύμπαντος διατηρεῖται σταθερά.

Ἐφαρμογή. Ἐφαρμογὴν τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας ἔχομεν εἰς τὰς ὑδατοπτώσεις. Οὕτως 1 m^3 ὕδατος πίπτον ἀπὸ ὕψος 10 m ἀποκτᾷ κινητικὴν ἐνέργειαν ἴσην μετὰ τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποίαν ἔχει εἰς ὕψος 10 m , δηλαδὴ ἴσην μετὰ $10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}$.

Αὐτὴν τὴν ἐνέργειαν μετατρέπομεν εἰς ἡλεκτρικὴν ἐνέργειαν (ὑδρο-
λεκτρικαὶ ἐγκαταστάσεις).

96. Μεταβολὴ τῆς μάζης μετὰ τῆς ταχύτητος.— Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι ἡ μάζα m ἐνὸς σώματος εἶναι μέγεθος σταθερὸν καὶ ἀμετάβλητον (§ 75). Πρῶτος ὁ Einstein ἀπέδειξεν θεωρητικῶς εἰς τὴν περίφημον θεωρίαν τῆς σχετικότητος ὅτι ἡ μάζα τοῦ σώματος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ταχύτητα, μετὰ τὴν ὁποίαν κινεῖται τὸ σῶμα. Οὕτως ἡ θεωρία τῆς σχετικότητος ἀποδεικνύει ὅτι ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος νόμος μεταβολῆς τῆς μάζης μετὰ τῆς ταχύτητος :

Ἐὰν m_0 εἶναι ἡ μάζα τοῦ σώματος, ὅταν τοῦτο ἡρεμῇ, τότε ἡ μάζα m τοῦ σώματος, ὅταν τοῦτο κινῆται μετὰ ταχύτητα v , εἶναι :

$$\text{μάζα κινουμένου σώματος: } m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

ὅπου c εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ φωτός ($c = 300\,000 \text{ km/sec}$). Ἐπειδὴ αἱ ταχύτητες, τὰς ὁποίας πραγματοποιοῦμεν, εἶναι πολὺ μικραὶ ἐν σχέσει πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ φωτός, διὰ τοῦτο δὲν δυνάμεθα νὰ διαπιστώσωμεν τὴν μεταβολὴν τῆς μάζης, τὴν ὁποίαν προβλέπει ἡ ἀνωτέρω σχέση. Εἰς ἄλλο ὅμως κεφάλαιον θὰ γνωρίσωμεν ὕλικά σωματίδια κινούμενα μετὰ ταχύτητας, αἱ ὁποῖαι πλησιάζουν πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ φωτός. Αἱ μετρήσεις ἐπὶ τῶν σωματιδίων τούτων ἀπέδειξαν ὅτι πράγματι ἡ μάζα των μεταβάλλεται μετὰ τῆς ταχύτητος, ὅπως προβλέπει ἡ θεωρία τῆς σχετικότητος. Ἀπὸ τὸν ἀνωτέρω νόμον ἡ θεωρία τῆς σχετικότητος κατέληξεν εἰς τὸ ἀκόλουθον σπουδαιότατον συμπέρασμα:

Ἐὰν ἡ ταχύτης (v) τοῦ σώματος γίνῃ ὅση μετὰ τὴν ταχύτητα (c) τοῦ φωτός, τότε ἡ μάζα τοῦ σώματος γίνεται ἄπειρος· δηλαδὴ ἡ ἀδράνεια τοῦ σώματος γίνεται ἄπειρος, διότι δὲν ἐπέρχεται αὐξήσις τῆς ποσότητος τῆς ὕλης τοῦ σώματος. Ἄρα :

Εἶναι ἀδύνατον νὰ κινήθῃ σῶμα μετὰ τὴν ταχύτητα τοῦ φωτός.

97. Ἀρχὴ ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας.— Ἡ θεωρία τῆς σχετικότητος ἀποδεικνύει ὅτι, ἂν ἡ μάζα m τοῦ σώματος ἐξαφανισθῇ, δηλαδὴ ἂν παύσῃ νὰ ὑπάρχῃ ὡς ὕλη (φαινόμενον σύννηθες εἰς τὴν

Πυρηνικήν Φυσικήν), τότε θα προκύψει ώρισμένη ποσότης ἐνεργείας. Τὸ θεμελιώδες τοῦτο συμπέρασμα ἀποτελεῖ τὴν ἀκόλουθον ἀρχὴν τῆς ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας :

Ἡ μάζα m ἐνὸς σώματος ἰσοδυναμεῖ μὲ ἐνέργειαν ἴσην μὲ τὸ γινόμενον τῆς μάζης τοῦ σώματος ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος τοῦ φωτός.

$$\text{ἀρχὴ ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας : } W = m \cdot c^2$$

Οὕτως ἡ ἡρεμοῦσα μάζα 1 gr οἰοῦδήποτε σώματος ἰσοδυναμεῖ μὲ ἐνέργειαν :

$$W = 1 \cdot (3 \cdot 10^{10})^2 \text{ erg} = 9 \cdot 10^{20} \text{ erg} = 9 \cdot 10^{13} \text{ Joule}$$

ἥτοι περίπου $9 \cdot 10^{12} \text{ kgr} \cdot m$

Ἐάν λοιπὸν κατορθώσωμεν νὰ ἐξαφανίσωμεν μάζαν 1 gr, θὰ λάβωμεν ἐνέργειαν ἴσην μὲ 9 τρισεκατομμύρια χιλιογραμμόμετρα. Τὰ ἀνωτέρω εὐρίσκουν σήμερον τεχνικὴν ἐφαρμογὴν εἰς τὴν ἐκμετάλλευσιν τῆς πυρηνικῆς ἐνεργείας (ἀτομικὴ βόμβα, βόμβα ὑδρογόνου, παραγωγὴ ἐνεργείας εἰς τοὺς ἀτομικοὺς ἀντιδραστήρας).

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

64. Ἐργάτης μεταφέρει σάκκον ζαχάρως βάρους 80 kgr^* εἰς ἀποθήκην εὐρισκομένην 12 m ἄνωθεν τῆς ὁδοῦ. Πόσον ἔργον καταβάλλει διὰ τὴν μεταφορὰν αὐτήν; Βάρος ἐργάτου 70 kgr^* .

65. Ἐφαρμόζοντες σταθερὰν δύναμιν 5 kgr^* μετακινοῦμεν ἐπὶ τοῦ δαπέδου βαρὺ σῶμα κατὰ 4 m. Νὰ εὐρεθῇ τὸ ἔργον τῆς δυνάμεως εἰς kgr^*m , Joule, erg.

66. Σῶμα ἔχον μάζαν 4 kgr διατρέχει διάστημα 15 m μὲ ἐπιτάχυνσιν 5 cm/sec^2 . Πόσον εἶναι τὸ ἔργον τῆς κινούσης δυνάμεως;

67. Αὐτοκίνητον κινεῖται ἐπὶ ὀριζοντίας ὁδοῦ μὲ ταχύτητα 72 km/h . Ὅταν διακοπῇ ἡ λειτουργία τῆς μηχανῆς του, σταματᾷ ἐντὸς 20 sec. Ἀν τὸ βάρος τοῦ αὐτοκινήτου εἶναι $1,5 \text{ tn}^*$, νὰ εὐρεθῇ τὸ ἔργον τῆς τριβῆς.

68. Βλήμα βάρους 10 gr^* ἐκσφενδονίζεται μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 800 m/sec . Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κινητικὴ του ἐνέργεια εἰς erg, Joule καὶ kgr^*m .

69. Όρειβάτης έχει βάρος 70 kg^* και εντός 4 ωρών ανέρχεται εις ύψος 2040 m. Πόσον έργον παράγει κατά δευτερόλεπτον;

70. Σώμα βάρους 1 kg^* βάλλεται κατακορύφως προς τὸ έδαφος ἀπὸ ύψος 347 m με άρχικὴν ταχύτητα 7 m/sec . Όταν φθάσῃ εἰς τὸ έδαφος, εἰσχωρεῖ εντός αὐτοῦ κατά 65 cm. Πόση εἶναι κατά μέσον όρον ἡ αντίστασις τοῦ έδάφους;

71. Ο σωλὴν πυροβόλου έχει μήκος 0,80 m και εκσφενδονίζει βλήμα βάρους 4 kg^* με ταχύτητα 420 m/sec . Πόση εἶναι ἡ δύναμις, ἡ οποία ώθει τὸ βλήμα εντός τοῦ σωλήρος (ἂν ύποθέσωμεν ότι ἡ δύναμις αὐτὴ εἶναι σταθερά) και ἐπὶ πόσον χρόνον κινεῖται τὸ βλήμα εντός τοῦ σωλήρος;

72. Σιδηροδρομικὸν όχημα βάρους 27 tn^* κινεῖται ἐπὶ εὐθυγραμμον και όριζοντίας δοδὸ με ταχύτητα 7 m/sec . Πόση δύναμις πρέπει νὰ ενεργήσῃ ἐπὶ τοῦ όχήματος, ώστε εντός 4 min ἡ ταχύτης του νὰ γίνῃ διπλασία;

73. Μηχανὴ ισχύος 5 CV εργάζεται ἐπὶ 100 min. Πόσον έργον παράγει εἰς kg^*m , Joule και erg;

74. Ο κινητὴρ αεροπλάνου αναπτύσσει ισχὸν 1000 CV, ἡ δὲ αντίστασις τοῦ αέρος κατά τὴν όριζοντίαν πτήσιν ανέρχεται εἰς 500 kg^* . Πόση εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ αεροπλάνου; Εἰς πόσον χρόνον τὸ αεροπλάνον θὰ διατρέξῃ όριζοντίως απόστασιν 30 km;

75. Όρειβάτης έχει βάρος 80 kg^* και εντός 1,5 h ανέρχεται κατά 800 m ύψηλότερα ἀπὸ τὸ σημεῖον τῆς εκκινήσεως. Πόση εἶναι κατά μέσον όρον ἡ ισχύς τοῦ όρειβάτου εἰς CV και kW;

76. Ρεῦμα ύδατος πίπτει ἀπὸ ύψος 80 m και αναγκάζει ἕνα στρόβιλον νὰ στρέφεται. Η ισχύς τῆς παραγομένης ὑπὸ τοῦ στρόβιλου ενεργείας εἶναι 10 000 CV, ἡ δὲ απόδοσις τοῦ στρόβιλου εἶναι 0,75. Νὰ ὑπολογισθῇ πόσην ποσότητα ύδατος καταναλίσκει ὁ στρόβιλος κατά λεπτόν.

77. Αυτοκίνητον βάρους 1000 kg^* κινεῖται ἐπὶ όριζοντίας δοδὸ με ταχύτητα 72 km/h . Ο συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0,02, ἡ δὲ αντίστασις τοῦ αέρος ὑπολογίζεται εἰς 10 kg^* . Πόσην ισχὸν αναπτύσσει ὁ κινητὴρ;

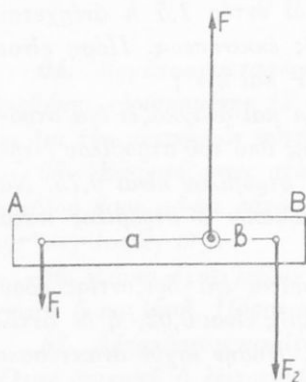
78. Μετεωρίτης έχει ἐν ἡρεμίᾳ μᾶζαν 1 kg^* . Πόση θὰ ἦτο ἡ μᾶζα του, ἂν οὗτος ἐκινεῖτο με ταχύτητα ἴσην με τὰ $9/10$ τῆς ταχύτητος τοῦ φωτός;

79. Κατὰ τὴν διάσπασιν 235 γραμμαρίων οὐρανίου ἐλευθερώνεται ἐνέργεια $19,26 \cdot 10^{12}$ Joule. Νὰ εὐρεθῇ πόση μᾶζα οὐρανίου ἐξαφανίζεται κατὰ τὴν διάσπασιν ταύτην.

80. Ἡ ἐτησία παραγωγή ἡλεκτρικῆς ἐνεργείας εἰς τὴν χώραν μας ἀνέρχεται εἰς 650 000 000 kWh. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας ἀπὸ πόσῃν μᾶζαν θὰ ἦτο δυνατόν νὰ ἔχωμεν τὴν ἀνωτέρω ἐνέργειαν, ἐὰν μᾶζα 1 gr ἰσοδυναμῇ μὲ ἐνέργειαν $9 \cdot 10^{13}$ Joule;

Α Π Λ Α Ι Μ Η Χ Α Ν Α Ι

98. Ὅρισμός.— Καλοῦμεν **μηχανὴν** ἓν σύστημα σωμάτων, διὰ τῶν ὁποίων μία ὠρισμένη μορφή ἐνεργείας μετατρέπεται εἰς ἐνέργειαν ἄλλης μορφῆς. Οὕτως ἡ ἀτμομηχανὴ μετατρέπει τὴν θερμικὴν ἐνέργειαν εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν. Ἐπίσης ὁ ἀνεμιστήρ μετατρέπει τὴν ἡλεκτρικὴν ἐνέργειαν εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν. Ἡ **ἀπλὴ μηχανὴ** ἀποτελεῖται συνήθως ἀπὸ ἓν μόνον σῶμα. Εἰς τὰς ἀπλὰς μηχανάς δαπανᾶται μηχανικὴ ἐνέργεια καὶ λαμβάνεται ἐπίσης μηχανικὴ ἐνέργεια. Ἐπὶ ἐκάστης ἀπλῆς μηχανῆς ἐνεργοῦν κυρίως δύο δυνάμεις: ἡ **κινητήριος δύναμις** (F_1), δηλαδὴ ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν καταβάλλομεν, καὶ ἡ **ἀντίστασις** (F_2), δηλαδὴ ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν θέλομεν νὰ ὑπερνικήσωμεν. Θὰ ἐξετάσωμεν κατωτέρω τὰς κυριώτερας ἀπλὰς μηχανάς, διὰ νὰ εὕρωμεν ὑπὸ ποίας συνθήκας ἐκάστη ἀπλὴ μηχανὴ ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς κινητηρίου δυνάμεως καὶ τῆς ἀντιστάσεως (συνθήκη ἰσορροπίας).



Σχ. 82. Μοχλός μὲ δύο βραχίονας.

βραχίονες. Ἐπὶ τοῦ μοχλοῦ ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις F_1 , F_2 καὶ ἡ

99. Μοχλός.— Καλεῖται **μοχλός** ἓν στερεὸν σῶμα, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ στρέφεται περὶ ἀκλόνητον ἄξονα ἢ σημεῖον (ὑπομόχλιον) αἱ ἀποστάσεις τῆς ἀντιστάσεως καὶ τῆς κινητηρίου δυνάμεως ἀπὸ τὸ ὑπομόχλιον λέγονται **μοχλοβραχίονες**.

δύναμις F , την όποιαν αναπτύσσει τὸ ὑπομόχλιον (σχ. 82). Αἱ τρεῖς αὐταὶ δυνάμεις εὐρίσκονται ἐπὶ ἐνὸς ἐπιπέδου καθέτου πρὸς τὸν ἄξονα. Ὁ μοχλὸς ἰσορροπεῖ (§ 48), ὅταν αἱ ροπαὶ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι κατ' ἀπόλυτον τιμὴν ἴσαι :

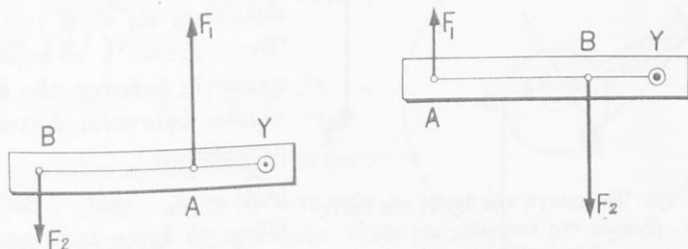
$$F_1 \cdot \alpha = F_2 \cdot \beta$$

Ἡ ροπή τῆς F ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴση μὲ μηδέν (διότι ἡ διεύθυνσις τῆς F διέρχεται διὰ τοῦ ἄξονος). Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ μοχλοῦ ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 εἶναι κάθετος πρὸς τὸν ἄξονα καὶ ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν δύναμιν F , τὴν όποιαν αναπτύσσει ὁ ἄξων. Ὡστε:

Ὁ μοχλὸς ἰσορροπεῖ, ὅταν τὸ ἄθροισμα ὅλων τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴσον μὲ μηδέν.

$$F_1 \cdot \alpha - F_2 \cdot \beta = 0 \quad \eta \quad F_1 \cdot \alpha = F_2 \cdot \beta$$

Ἀπὸ τὴν προηγουμένην σχέσιν συνάγεται ὅτι :

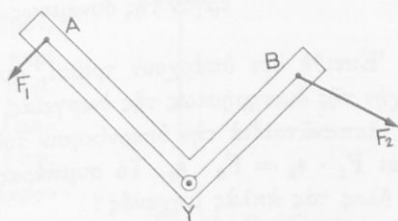


Σχ. 83. Μοχλοὶ μὲ ἓνα βραχίονα.

Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ μοχλοῦ αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπ' αὐτοῦ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τοὺς βραχίονας τῶν δυνάμεων :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\beta}{\alpha}$$

Διακρίνομεν δύο εἴδη μοχλῶν ἀναλόγως τῆς θέσεως τοῦ ὑπομοχλίου ἐν σχέσει πρὸς τὰς δύο δυνάμεις. Εἰς τοὺς μοχλοὺς μὲ δύο βραχίονας (σχ. 82) τὸ ὑπομόχλιον εὐρίσκεται

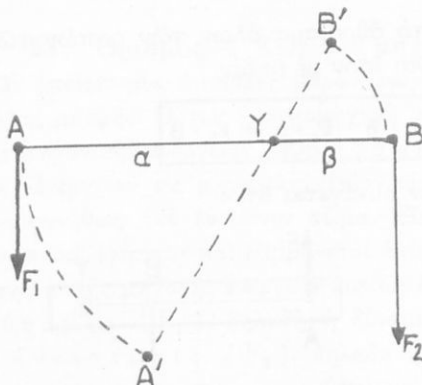


Σχ. 84. Γωνιώδης μοχλός.

μεταξύ τῆς κινητηρίου δυνάμεως F_1 καὶ τῆς ἀντιστάσεως F_2 . Εἰς τοὺς μοχλοὺς μὲ ἓνα βραχίονα (σχ. 83) τὸ ὑπομόχλιον εὐρίσκεται εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ μοχλοῦ.

Οἱ μοχλοὶ χρησιμοποιοῦνται εὐρύτατα εἰς τὴν καθημερινὴν ζωὴν (ψαλίδι, τανάλια, κουπί, χειράμαξα κ.ἄ.). Ἐπίσης χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν τεχνικὴν. Τὸ σχῆμα 84 δεικνύει ἓνα γωνιώδη μοχλόν.

100. Ἐφαρμογὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας εἰς τὰς ἀπλὰς μηχανάς.— Ἀς θεωρήσωμεν ἓνα μοχλόν, ὁ ὁποῖος λειτουργεῖ



Σχ. 85. Ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας εἰς τὸν μοχλόν.

χωρὶς τριβάς. Ἐστω ὅτι κατὰ μίαν χρονικὴν στιγμήν τὸ μὲν σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς κινητηρίου δυνάμεως F_1 εὐρίσκεται εἰς τὸ Α, τὸ δὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ἀντιστάσεως F_2 εὐρίσκεται εἰς τὸ Β (σχ. 85). Ἐντὸς χρόνου t τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς ἐκάστης τῶν δύο δυνάμεων ὑφίσταται ἀντιστοίχως μετατόπισιν :

$\widehat{AA'} = s_1$ καὶ $\widehat{BB'} = s_2$
Οὕτω τὸ ἔργον ἐκάστης δυνάμεως εἶναι :

$$\begin{aligned} \text{ἔργον τῆς δυνάμεως } F_1 : & \quad W_1 = F_1 \cdot s_1 \\ \text{ἔργον τῆς δυνάμεως } F_2 : & \quad W_2 = F_2 \cdot s_2 \end{aligned}$$

Ἐπειδὴ δὲν ὑπάρχουν τριβαί, συνάγεται ὅτι, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, τὸ ἔργον τῆς κινητηρίου δυνάμεως F_1 δαπανᾷται διὰ τὴν ὑπερνίκησιν τοῦ ἔργου τῆς ἀντιστάσεως F_2 , ἥτοι εἶναι $F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$. Τὸ συμπέρασμα τοῦτο εἶναι γενικὸν καὶ ἰσχύει δι' ὅλας τὰς ἀπλὰς μηχανάς :

Ὅταν ἀπλῆ μηχανὴ λειτουργῇ χωρὶς τριβάς, τὸ ἔργον τῆς κινητηρίου δυνάμεως F_1 εἶναι ἴσον μὲ τὸ ἔργον τῆς ἀντιστάσεως F_2 .

$$\text{Έργον κινητηρίου δυνάμεως} = \text{Έργον αντίστασεως} \quad (1)$$

$$F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$$

Από την εξίσωσιν (1) εύρισκομεν :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{s_2}{s_1} \quad (2)$$

Οί δρόμοι, τούς οποίους διατρέχουν τὰ σημεία ἐφαρμογῆς τῆς κινητηρίου δυνάμεως F_1 καὶ τῆς ἀντιστάσεως F_2 , εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὰς δυνάμεις αὐτάς.

Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα ἐκφράζεται συνήθως καὶ ὡς ἐξῆς :

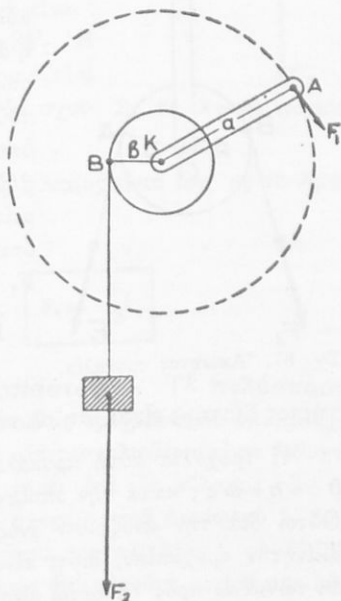
Εἰς ἀπλῆν μηχανὴν ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν τὸ χάνομεν εἰς δρόμον.

Ἐὰν καλέσωμεν v_1 καὶ v_2 τὰς ταχύτητας, μετὰ τὰς ὁποίας μετατοπίζονται ἀντιστοίχως τὰ σημεία ἐφαρμογῆς τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 , τότε ἡ εξίσωσις (2) γράφεται :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{v_2 \cdot t}{v_1 \cdot t} \quad \eta \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

Ἡ εὐρεθεῖσα σχέσις φανερώνει ὅτι :

Εἰς τὴν ἀπλῆν μηχανὴν ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν τὸ χάνομεν εἰς ταχύτητα.



Σχ. 86. Βαροῦλκον.

101. Βαροῦλκον.— Τὸ βαροῦλκον ἀποτελεῖται ἀπὸ στερεὸν κύλινδρον, ὃ ὁποῖος δύναται νὰ περιστρέφεται περὶ τὸν ὀριζόντιον ἄξονά του μετὰ τὴν βοήθειαν στροφάλου φέροντος λαβὴν (ματιβέλλα). Ἐπὶ τοῦ κυλίνδρου Κ (σχ. 86) τυλίσσεται σχοινίον, εἰς τὸ ἄκρον τοῦ ὁποίου ἐφαρμόζεται ἡ ἀντίστασις F_2 . Εἰς τὸ ἄκρον τῆς λαβῆς ΚΑ ἐφαρμόζεται ἡ κινητήριος δύναμις F_1 . Τὸ βαροῦλκον ἰσορροπεῖ, ὅταν τὸ

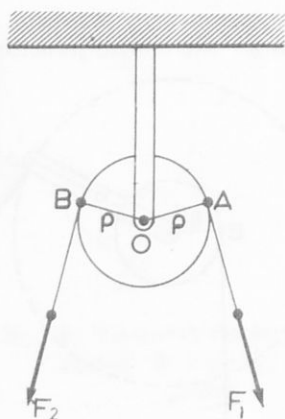
ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς εἶναι ἴσον μὲ μηδέν :

$$F_1 \cdot \alpha - F_2 \cdot \beta = 0 \quad \eta \quad F_1 \cdot \alpha = F_2 \cdot \beta$$

ὅπου α εἶναι τὸ μῆκος τῆς ράβδου ΚΑ καὶ β εἶναι ἡ ἀκτίς τοῦ κυλίνδρου Κ. Ἐὰν ὁ ἄξων τοῦ κυλίνδρου Κ εἶναι κατακόρυφος, τότε ἡ ἀπλῆ αὐτὴ μηχανὴ καλεῖται **ἐργάτης**. Καὶ δι' αὐτὴν ἰσχύει ἡ ἰδίᾳ συνθήκη ἰσορροπίας.

102. Τροχαλία.—Ἡ **τροχαλία** εἶναι δίσκος μετάλλινος ἢ ξύλινος, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ στρέφεται περὶ ἄξονα καθέτον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τοῦ δίσκου. Ὁ ἄξων στηρίζεται εἰς τροχαλιοθήκην.

α) Ἀκίνητος τροχαλία. Ἐὰν ἡ τροχαλιοθήκη στερεωθῇ ἀκλονήτως,



τότε ἡ τροχαλία λέγεται **ἀκίνητος** (σχ. 87). Συνήθως ἡ περιφέρεια τῆς τροχαλίας φέρει αὔλακα, διὰ τῆς ὁποίας διέρχεται σχοινίον ἢ ἄλυσις. Ἡ ἀντίστασις F_2 καὶ ἡ κινητήριος δύναμις F_1 ἐνεργοῦν εἰς δύο σημεῖα τοῦ σχοινίου. Τίποτε δὲν μεταβάλλεται, ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐφαρμόζονται εἰς τὰ σημεῖα Α καὶ Β τῆς περιφέρειας τοῦ δίσκου. Ἡ τροχαλία ἰσορροπεῖ, ὅταν τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι μηδέν :

$$F_1 \cdot \rho - F_2 \cdot \rho = 0 \quad \alpha\pi\alpha \quad F_1 = F_2$$

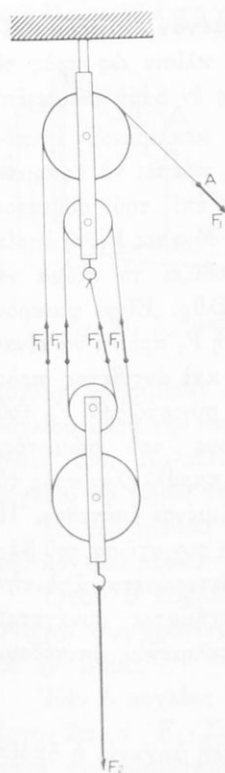
Σχ. 87. Ἀκίνητος τροχαλία.

Εἰς τὴν ἀκίνητον τροχαλίαν ἡ κινητήριος δύναμις εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀντίστασιν.

Ἡ τροχαλία αὕτη προκαλεῖ μόνον μεταβολὴν τῆς διευθύνσεως, κατὰ τὴν ὁποίαν καταβάλλεται ἡ κινητήριος προσπάθεια. Οὕτω διὰ τὴν ἀνύψωσιν ἐνὸς βαρέος σώματος χρησιμοποιοῦμεν τὴν ἀκίνητον τροχαλίαν, διότι εἶναι εὐκολώτερον νὰ σύρωμεν τὸ σχοινίον ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω παρὰ ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω.

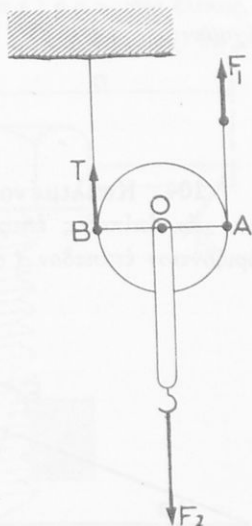
β) Κινητὴ τροχαλία. Εἰς τὴν **κινητὴν τροχαλίαν** (σχ. 88) ἡ ἀντίστασις F_2 ἐφαρμόζεται εἰς τὴν τροχαλιοθήκην. Τὸ ἐν ἄκρον τοῦ

σχοινίου στερεώνεται εἰς ἀκλόνητον σημεῖον, εἰς τὸ ἄλλο δὲ ἄκρον τοῦ σχοινίου ἐφαρμόζεται ἡ κινητήριος δύναμις F_1 . Ἐὰς θεωρήσωμεν τὰ δύο σχοινία παράλληλα. Ἐπὶ τῆς τροχαλίας ἐνεργοῦν τρεῖς δυνάμεις : ἡ κινητήριος δύναμις F_1 , ἡ ἀντίστασις F_2 καὶ ἡ τάσις τοῦ σχοινίου T . Αἱ δυνάμεις



Σχ. 89. Πολύσπαστον. ἀποτελεῖται ἀπὸ πολλὰς τροχαλίας, αἱ ὁποῖαι ἔχουν κοινὸν ἄξονα. Ἡ μία τροχαλιοθήκη εἶναι ἀκίνητος, ἡ δὲ ἄλλη εἶναι κινητή. Διὰ τῆς αὐλακὸς τῶν τροχαλιῶν διέρχεται σχοινίον, τοῦ ὁποῦ τοῦ ἑν ἄκρον στερεώνεται εἰς ἓν σημεῖον τῆς ἀκίνητου τροχαλιοθήκης, τὸ δὲ ἄλλο ἄκρον εἶναι ἐλευθερόν, διὰ νὰ ἐφαρμόζεται ἐπ' αὐτοῦ ἡ κινητήριος δύναμις F_1 . Ἡ ἀντίστασις F_2 ἐφαρμόζεται ἐπὶ τῆς κινητῆς τροχαλιοθήκης (σχ. 89). Ἐστω ὅτι ἐκάστη τροχαλιοθήκη φέρει n τροχαλίας. Μεταξὺ τῶν δύο τροχαλιοθηκῶν τείνονται $2n$ τμήματα τοῦ σχοινίου. Ἐπομένως ἡ ἀντίστασις F_2 κατανέμεται εἰς $2n$ ἴσα μέρη καὶ ἕκαστον τμήμα

F_1 καὶ T θεωροῦνται ἐφαρμόζόμεναι εἰς τὰ σημεῖα A καὶ B τῆς περιφερείας τῆς τροχαλίας. Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τῆς τροχαλίας ἡ δύναμις F_2 ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν συνισταμένην τῶν δυνάμεων F_1 καὶ T . Ἄρα πρέπει νὰ εἶναι : $F_1 = T$ καὶ $F_2 = 2F_1$. Ἡ ἀντίστασις F_2 μοιράζεται ἐξ ἴσου ἐπὶ τῶν δύο σχοινίων καὶ συνεπῶς :



Σχ. 88. Κινητὴ τροχαλία.

Ἡ κινητήριος δύναμις εἶναι ἴση μὲ τὸ ἥμισυ τῆς ἀντιστάσεως.

$$F_1 = \frac{F_2}{2}$$

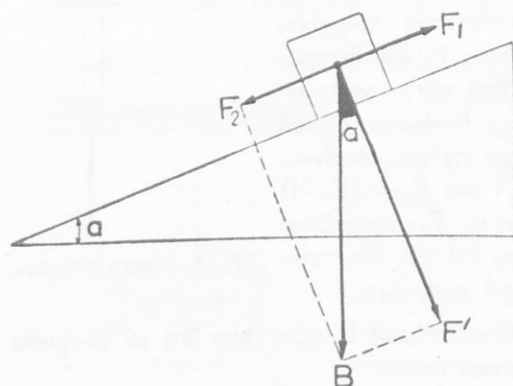
103. Πολύσπαστον.— Τὸ πολύσπαστον

ἀποτελεῖται ἀπὸ πολλὰς τροχαλίας, αἱ ὁποῖαι ἔχουν κοινὸν ἄξονα. Ἡ μία τροχαλιοθήκη εἶναι ἀκίνητος, ἡ δὲ ἄλλη εἶναι κινητή. Διὰ τῆς αὐλακὸς τῶν τρο-

τοῦ σχοινίου ἰσορροπεῖ μέρος τῆς ἀντιστάσεως ἴσον με $\frac{F_2}{2\nu}$. Ὡστε ἔχομεν :

$$F_1 = \frac{F_2}{2\nu}$$

104. Κεκλιμένον ἐπίπεδον.— Τὸ **κεκλιμένον ἐπίπεδον** εἶναι μία ἐπίπεδος ἐπιφάνεια, ἥ ὁποία παρουσιάζει κλίσιν ὡς πρὸς τὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον (σχ. 90). Διὰ τὴν ἰσορροπήσῃ ἐν βαρὺ σῶμα ἐπὶ



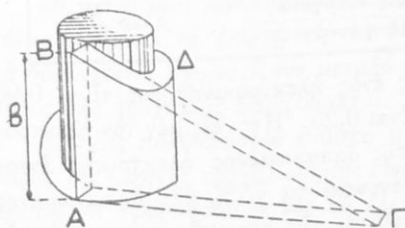
Σχ. 90. Κεκλιμένον ἐπίπεδον.

τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ τοῦ σώματος μία δύναμις F_1 , ἥ ὁποία ἐμποδίζει τὸ σῶμα νὰ κατέλθῃ. Εἶναι φανερόν ὅτι ἡ F_1 πρέπει νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνιστῶσαν F_2 τοῦ βάρους τοῦ σώματος, τὴν παράλληλον πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον. Ἡ ἄλλη συνιστῶσα τοῦ βάρους,

ἡ κάθετος πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν ἀντίδρασιν τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου. Ἐκ τοῦ σχήματος συνάγεται ὅτι ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ κλίσις τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, τόσο μικροτέρα εἶναι καὶ ἡ δύναμις F_1 .

105. Ὁ κοχλίας.— Ὁ **κοχλίας** εἶναι μία ἀπλὴ μηχανή, ἥ ὁποία ἔχει μεγάλην πρακτικὴν ἐφαρμογὴν. Ἡ λειτουργία του στηρίζεται εἰς τὰς γεωμετρικὰς ιδιότητας τῆς ἑλικος. Αὕτη προκύπτει ὡς ἐξῆς: Ἐπὶ ἐνὸς ὀρθοῦ κυλίνδρου (σχ. 91) τυλίσσεται ὀρθογώνιον τρίγωνον, τοῦ ὁποίου ἡ μὲν μία κάθετος πλευρὰ εἶναι ἴση με τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου. Οὕτως ἡ ὑποτείνουσα τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου μεταβάλλεται εἰς καμπύλην γραμμὴν, ἥ ὁποία καλεῖται **ἑλιξ**. Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν δύο σημείων Α καὶ Β, τὰ ὁποία εὐρίσκονται ἐπὶ τῆς

αὐτῆς γενετείρας τοῦ κυλίνδρου, εἶναι σ τ α θ ε ρ ᾶ καὶ καλεῖται **βῆμα** β τῆς ἑλικος. Τὸ δὲ τόξον ΑΒ ἀποτελεῖ μίαν σ π ε ῖ ρ α ν τῆς ἑλικος. Εἰς τὸν κοχλίαν αἱ σπείραι ἀποτελοῦν συνεχῆ π ρ ο ε ξ ο χ ῆ ν (σχ. 92). Συμπληρωματικὸν σῶμα τοῦ κοχλίου εἶναι τὸ π ε ρ ι κ ὅ χ λ ι ο ν, τὸ ὁποῖον εἶναι κοῦλον σῶμα φέρον συνεχῆ ἑλικοειδῆ ἐ σ ο χ ῆ ν. Τὸ περι-



Σχ. 91. Σχηματισμὸς ἑλικος.

κόχλιον χρησιμεύει ὡς ὁδηγὸς τοῦ κοχλίου κατὰ τὴν περιστροφικὴν κίνησίν του. Καλεῖται β ῆ μ α τοῦ κοχλίου τὸ βῆμα τῆς ἑλικος αὐτοῦ.

Ἐκ τοῦ τρόπου τῆς κατασκευῆς τοῦ κοχλίου προκύπτει ἡ ἐξῆς ιδιότης του:

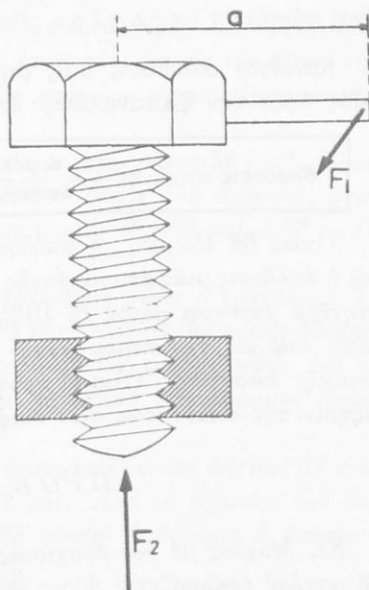
Ὅταν ὁ κοχλίας ἐκτελῇ μίαν πλήρη περιστροφήν, οὗτος ὑφίσταται συγχρόνως μετατόπισιν κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονός του ἴσην μὲ ἐν βῆμα.

Ἐὰν ὁ κοχλίας ἐκτελέσῃ μίαν περιστροφήν, ἡ δύναμις F_1 παράγει ἔργον $2\pi \cdot \alpha \cdot F_1$. Συγχρόνως ἡ ἀνθισταμένη δύναμις F_2 , ἡ ὁποία ἐνεργεῖ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος τοῦ κοχλίου, ὀπισθοχωρεῖ κατὰ ἐν βῆμα β καὶ ἐπομένως ἡ F_2 καταναλίσκει ἔργον $F_2 \cdot \beta$. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας εἶναι:

$$2\pi \cdot \alpha \cdot F_1 = F_2 \cdot \beta \quad \text{ἄρα}$$

$$F_1 = F_2 \cdot \frac{\beta}{2\pi \cdot \alpha}$$

Ὁ κοχλίας χρησιμοποιοῦται εἰς διαφόρους μηχανὰς καὶ εἰς ὄργανα μετρήσεων.



Σχ. 92. Ὁ κοχλίας ὡς ἀπλὴ μηχανή.

106. Ἀπόδοσις μηχανῆς.—Εἰς ὅλας γενικῶς τὰς μηχανὰς δαπανᾷται μία μορφή ἐνεργείας, διὰ νὰ λάβωμεν μίαν ἄλλην ὠφέλιμον μορφήν ἐνεργείας. Ἐνεκα τῶν διαφορῶν ἀντιστάσεων, αἱ ὁποῖαι ἀναπτύσσονται κατὰ τὴν λειτουργίαν τῆς μηχανῆς, ἡ ὠφέλιμος ἐνέργεια εἶναι πάντοτε μικροτέρα ἀπὸ τὴν δαπανωμένην ἐνέργειαν.

Καλεῖται ἀπόδοσις μιᾶς μηχανῆς ὁ λόγος τῆς ὠφελίμου ἐνεργείας πρὸς τὴν δαπανωμένην ἐνέργειαν.

$$\text{ἀπόδοσις μηχανῆς} = \frac{\text{ὠφέλιμος ἐνέργεια}}{\text{δαπανωμένη ἐνέργεια}} \quad A = \frac{W_{\omega}}{W_{\delta}}$$

Ὅπως θὰ ἴδωμεν, ἡ ἀπόδοσις ἐνὸς ἠλεκτροκινητῆρος εἶναι 0,90 ἐνῷ ἡ ἀπόδοσις μιᾶς ἀτμομηχανῆς εἶναι 0,25. Ἦτοι εἰς μὲν τὸν ἠλεκτροκινητῆρα χάνονται μόνον τὰ 10% τῆς δαπανωμένης ἠλεκτρικῆς ἐνεργείας, ἐνῷ εἰς τὴν ἀτμομηχανὴν χάνονται τὰ 75% τῆς δαπανωμένης θερμικῆς ἐνεργείας. Ὅλαι αἱ προσπάθειαι τῆς τεχνικῆς τείνουν εἰς τὴν αὐξήσιν τῆς ἀποδόσεως τῶν διαφορῶν μηχανῶν.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

81. Μοχλὸς μὲ δύο βραχίονας ἔχει μῆκος 2,4 m. Εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ μοχλοῦ ἐφαρμόζεται βάρος 30 kgr* καὶ εἰς ἀπόστασιν 0,8 m ἀπὸ τὸν ἄξονα περιστροφῆς. Πόσον βάρος πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ μοχλοῦ, διὰ νὰ ἐπέλθῃ ἡ ἰσορροπία;

82. Μοχλὸς μὲ ἓνα βραχίονα ἔχει μῆκος 3 m καὶ περιστρέφεται περὶ τὸ ἓν ἄκρον του. Εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον του προσδένεται βάρος 10 kgr*. Πόσῃν δυνάμει πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς ἀπόστασιν 1 m ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου, ἵνα ὁ μοχλὸς διατηρῇται ὀριζόντιος;

83. Τὸ ἄκρον σιδηρᾶς ράβδου μήκους 2,4 m τίθεται κάτωθεν βαρέος σώματος καὶ εἰς ἀπόστασιν 30 cm ἀπὸ τοῦ ἄκρου τούτου τοποθετεῖται ὑπομόχλιον. Ἐφαρμόζοντες εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τῆς ράβδου δύναμιν 25 kgr* ἀνυψώνομεν ὀλίγον τὸ κιβώτιον. Πόσῃν δυνάμει ἰσοροποῦμεν;

84. Οἱ δύο βραχίονες μοχλοῦ ΑΟΓ σχηματίζουν μεταξὺ των γωνίαν 135°. Ὁ μοχλὸς περιστρέφεται περὶ ὀριζόντιον ἄξονα Ο κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δύο βραχιόνων τοῦ μοχλοῦ. Ὁ βραχίον ΟΓ εἶναι

οριζόντιος, είναι δὲ $OA = 2 \cdot OG$. Ἀπὸ τὰ σημεῖα A καὶ G ἐξαρτῶμεν ἀντιστοίχως τὰ βάρη B_1 καὶ B_2 . Νὰ εὗρεθῇ ποῖος πρέπει νὰ εἶναι ὁ λόγος τῶν βαρῶν, ὥστε ὁ μοχλὸς νὰ ἰσορροπῇ.

85. Εἰς τὸ ἐν ἄκρον τοῦ σχοινίου ἀκινήτου τροχαλίας ἐξαετᾶται βάρος 30 kgf^* . Νὰ εὗρεθῇ ἡ δύναμις ἡ ἐφαρμοζομένη εἰς τὸν ἄξονα τῆς τροχαλίας, ὅταν αἱ διευθύνσεις τῶν δύο σχοινίων σχηματίζουν μεταξὺ τῶν γωνίαν 0° , 90° καὶ 120° .

86. Ἐπὶ μιᾷ κινητῆς τροχαλίας ἐφαρμόζεται βάρος 80 kgf^* . Πόση δύναμις πρέπει νὰ ἐνεργῇ εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ σχοινίου, ὅταν τὰ δύο σχοινία σχηματίζουν μεταξὺ τῶν γωνίαν 0° , 90° καὶ 120° ; Τὸ βάρος τῆς τροχαλίας παραλείπεται.

87. Εἰς πολὺσπαστον ἐκάστη τροχαλιοθήκη φέρει 3 τροχαλίας. Τὸ βάρος τῆς κινητῆς τροχαλιοθήκης εἶναι 3 kgf^* . Νὰ εὗρεθῇ πόσην δύναμιν πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ σχοινίου, διὰ νὰ ἰσορροπήσωμεν τὸ πολὺσπαστον, ὅταν ἐξ αὐτοῦ ἐξαετῶμεν βάρος 45 kgf^* .

88. Ὁ στρόφαλος ἐνὸς βαρούλκου διαγράφει κύκλον ἀκτίνος 54 cm , ἡ δὲ διάμετρος τοῦ κυλίνδρου εἶναι 12 cm . Ἀπὸ τὸ σχοινίον τοῦ βαρούλκου ἐξαετᾶται βάρος 30 kgf^* . Νὰ εὗρεθῇ ἡ δύναμις ἡ ἀπαιτούμενη διὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ βαρούλκου.

89. Ἡ λαβὴ ἐνὸς βαρούλκου διαγράφει περιφέρειαν ἀκτίνος 60 cm , ὁ δὲ κύλινδρος, ἐπὶ τοῦ ὁποίου τυλίσσεται τὸ σχοινίον, ἔχει ἀκτῖνα 15 cm . Τὸ βαρούλκον χρησιμεύει διὰ τὴν ἀντλησιν ὕδατος ἀπὸ βάθος 10 m , τὸ δὲ χρησιμοποιούμενον δοχεῖον ἔχει ὄγκον 10 λίτρα. Νὰ ὑπολογισθῇ πόσον ἔργον δαπανᾶται διὰ τὴν ἀντλησιν 100 λίτρων ὕδατος. Πόση εἶναι εἰς Watt ἡ μέση ἰσχὺς, ἡ ὁποία καταβάλλεται, ἂν εἰς μίαν ὥραν ἀντλῇται 1 m^3 ὕδατος.

90. Ἐργάτης, διὰ νὰ ἀνυψώσῃ βαρέλιον 240 kgf^* εἰς ὕψος $1,10 \text{ m}$ ἄνωθεν τοῦ ἐδάφους, χρησιμοποιοῖ κεκλιμένον ἐπιπέδον. Πόσον πρέπει νὰ εἶναι τὸ μῆκος τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ὥστε, ὅταν ὁ ἐργάτης καταβάλλῃ δύναμιν 40 kgf^* , τὸ βαρέλιον νὰ ἰσορροπῇ ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου;

91. Μία ἀνυψωτικὴ μηχανὴ διὰ κοχλίου (γρύλλος) στρέφεται μὲ μοχλὸν μήκους 50 cm , τὸ δὲ βῆμα τοῦ κοχλίου εἶναι 5 cm . Πόση δύναμις πρέπει νὰ καταβληθῇ διὰ τὴν ἀνύψωσιν βάρους 200 kgf^* ;

92. Εἰς μίαν ὑδροηλεκτρικὴν ἐγκατάστασιν διαβιβάζονται ἐτησίως

κορύφως πρὸς τὰ ἄνω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα v_0 , τότε τὸ σῶμα ἐκτελεῖ συγχρόνως δύο εὐθυγράμμους κινήσεις τὰς ἑξῆς: α) τὸ σῶμα, ἕνεκα τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος v_0 , κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς πρὸς τὰ ἄνω· β) τὸ σῶμα, ἕνεκα τοῦ βάρους του, πίπτει μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν g . Ἡ συνισταμένη κίνησις εἶναι τότε μία κίνησις εὐθυγράμμος ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη, ἥ ὁποία προσδιορίζεται ἀπὸ τὰς ἑξισώσεις:

$$v = v_0 - g \cdot t \quad \text{καὶ} \quad s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Τὸ σῶμα ἀνέρχεται, ἕως οὗτου μηδενισθῇ ἡ ταχύτης του. Εὐκόλως εὐρίσκωμεν (§ 62) ὅτι εἶναι:

$$\text{διάρκεια ἀνόδου: } t = \frac{v_0}{g} \quad \text{μέγιστον ὕψος: } H = \frac{v_0^2}{2g}$$

Ἡ κάθοδος τοῦ σώματος εἶναι ἐλευθέρᾳ πτώσις. Κατὰ τὴν στιγμήν τῆς ἀφίξεώς του εἰς τὸ ἔδαφος τὸ σῶμα ἔχει ταχύτητα:

$$v' = \sqrt{2g \cdot H} \quad \text{ἤτοι} \quad v' = \sqrt{2g \cdot \frac{v_0^2}{2g}} = v_0$$

Ἡ διάρκεια t' τῆς καθόδου τοῦ σώματος εἶναι:

$$t' = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad \text{ἤτοι} \quad t' = \sqrt{\frac{2v_0^2}{2g^2}} = \frac{v_0}{g} = t$$

Ἡ κάθοδος τοῦ σώματος διαρκεῖ, ὅσον καὶ ἡ ἀνόδος αὐτοῦ καὶ τὸ σῶμα ἐπανέρχεται εἰς τὸ ἔδαφος μὲ τὴν ἰδίαν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν εἶχεν, ὅταν ἤρχισε τὴν ἀνόδον του.

Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα εἶναι σύμφωνον πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας (§ 95).

β) Ὅριζοντία βολή. Ἀπὸ ἐν σημείου Α, εὐρίσκόμενον εἰς ὕψος h ἄνωθεν τοῦ ἐδάφους, ἐκσπενδονίζεται ὁριζοντίως μὲ ταχύτητα v_0 ἐν σῶμα μάζης m (σχ. 95). Τότε τὸ σῶμα ἐκτελεῖ συγχρόνως δύο εὐθυγράμμους κινήσεις τὰς ἑξῆς: α) τὸ σῶμα, ἕνεκα τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος v_0 , κινεῖται ὁριζοντίως καὶ ὁμαλῶς· β) τὸ σῶμα, ἕνεκα τοῦ βάρους του, πίπτει μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν g . Ἡ συνι-

σταμένη κίνησις είναι μία καμπυλόγραμμος κίνησις. Ούτω τὸ σῶμα διαγράφει τόξον ἡμιπαραβολῆς καὶ μετὰ χρόνον t συναντᾷ τὸ ἔδαφος εἰς ἓν σημεῖον Δ (σχ. 95), τὸ ὁποῖον εἶναι ἡ τετάρτη κορυφὴ τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ ὀριζομένου ἀπὸ τοὺς δρόμους:

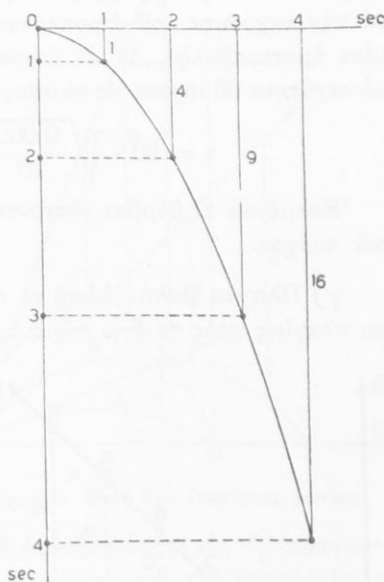
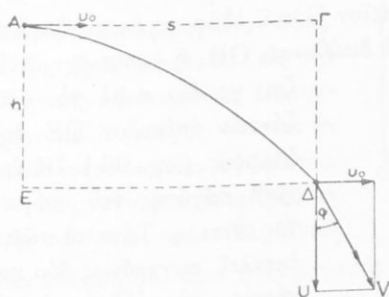
$$A\Gamma = s = v_0 \cdot t \quad \text{καὶ} \quad AE = h = \frac{1}{2}g \cdot t^2$$

Τὸ σῶμα κινεῖται, ἐφ' ὅσον διαρκεῖ ἡ πτώσις του. Ἡ διάρκεια λοιπὸν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος εἶναι:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Ἐπομένως τὸ διάστημα, τὸ ὅποῖον θὰ διανύσῃ τὸ σῶμα, κινούμενον ὀριζοντίως, εἶναι:

$$s = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1)$$



Σχ. 95. Ὀριζοντία βολή. Τὸ σῶμα ἐκτελεῖ συγχρόνως δύο κινήσεις.

Ἡ ἐξίσωσις (1) δίδει τὴν ἀπόστασιν τοῦ σημείου Δ ἀπὸ τὴν κατακόρυφον AE , δηλαδὴ τὸ βεληνεκές τοῦ βλήματος. Ἡ ταχύτης V τοῦ σώματος εἰς τὸ σημεῖον Δ εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν ταχυτήτων τῶν συνιστωσῶν κινήσεων, ὑπολογίζεται δὲ εὐκόλως ὡς ἑξῆς: Εἰς τὸ σημεῖον A τὸ σῶμα ἔχει ὀλικὴν ἐνέργειαν:

$$\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h$$

Όταν τὸ σῶμα φθάσῃ εἰς τὸ Δ, ὅλη ἡ ἀρχικὴ ἐνέργειά του ἔχει μετατραπῇ εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν $\frac{1}{2} m \cdot V^2$. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας ἔχομεν :

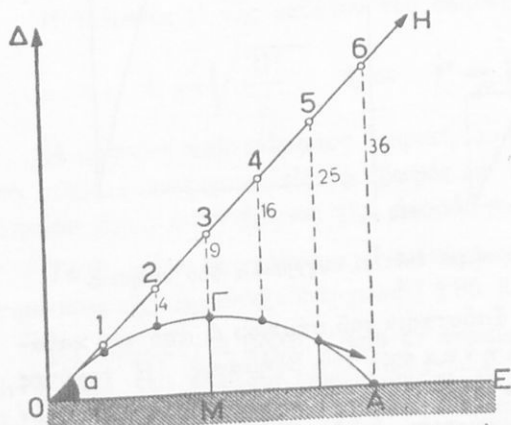
$$\frac{1}{2} m \cdot V^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h \quad \text{ἄρα } V = \sqrt{v_0^2 + 2g \cdot h}$$

Όταν ἀεροπλάνον ἀπορρίπτῃ τὰς βόμβας του, τότε λαμβάνει χώραν ὀριζοντία βολή τῆς βόμβας· διότι τὴν στιγμὴν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἀφήνεται ἐλευθέρᾳ ἡ βόμβα, αὕτη ἔχει ἀρχικὴν ὀριζοντίαν ταχύτητα ἴσῃν μὲ τὴν ταχύτητα τοῦ ἀεροπλάνου. Οὕτως ἡ βόμβα διαγράφει περίπου μίαν ἡμιπαραβολὴν. Δι' ἐν ἀεροπλάνον, τὸ ὁποῖον κινεῖται ὀριζοντίως μὲ ταχύτητα 60 m/sec εἰς τὸ ὕψος 4500 m, τὸ ὀριζόντιον βεληνεκές εἶναι:

$$s = 60 \cdot \sqrt{\frac{9000}{10}} = 60 \cdot 30 = 1800 \text{ m}$$

Ἐπομένως αἱ βόμβαι ρίπτονται πρὶν τὸ ἀεροπλάνον φθάσῃ ὑπεράνω τοῦ στόχου.

γ) Πλαγία βολή. Ἀπὸ τὸ σημεῖον Ο τοῦ ἐδάφους ἐκσφενδονίζε-
ται πλαγίως πρὸς τὰ ἄνω σῶμα κατὰ διεύθυνσιν ΟΗ, ἡ ὁποία σχηματί-



Σχ. 96. Τὸ βλήμα διαγράφει παραβολικὴν τροχίαν.

ζει γωνίαν α μετὰ τὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον ΟΕ τοῦ ἐδάφους (σχ. 96). Ἡ ἀρχικὴ ταχύτης τοῦ σώματος εἶναι v_0 . Τότε τὸ σῶμα ἐκτελεῖ συγχρόνως δύο κινήσεις, τὰς ἐξῆς: α) τὸ σῶμα, ἕνεκα τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος v_0 , κινεῖται ἐν ὁριζῶν ὡς καὶ ὁμαλῶς ἐπὶ τῆς ΟΗ. β) τὸ σῶμα, ἕνεκα τοῦ βάρους του, πίπτει μὲ σταθεράν ἐπιτάχυνσιν g.

Οὕτω τὸ σῶμα διαγράφει τὸ τόξον παραβολῆς ΟΓΑ καὶ ἐπανέρχεται εἰς τὸ ἔδαφος. Τὴν

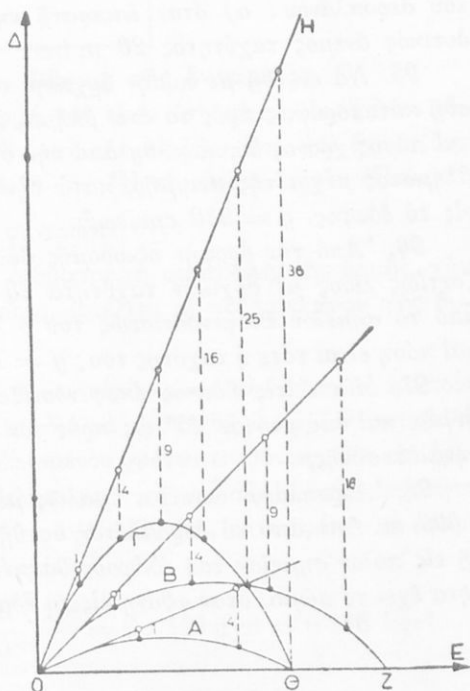
παραβολικὴν αὐτὴν τροχίαν παρατηροῦμεν, ὅταν ρεῦμα ὕδατος ἐκσφενδονίζεται πλαγίως. Τὸ βεληνεκὲς OA καὶ τὸ μέγιστον ὕψος MG , εἰς τὸ ὁποῖον φθάνει τὸ σῶμα, εἶναι τόσον μεγαλύτερα, ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ ἀρχικὴ ταχύτης u_0 . Τὰ δύο αὐτὰ μεγέθη ἐξαρτῶνται καὶ ἀπὸ τὴν γωνίαν κλίσεως α (σχ. 97). Τὸ μέγιστον βεληνεκὲς OZ ἀντιστοιχεῖ εἰς γωνίαν κλίσεως 45° , ὁπότε εἶναι :

$$OZ = \frac{u_0^2}{g}. \quad \text{Τὸ μέγιστον ὕψος}$$

εἰς τὸ ὁποῖον φθάνει τὸ σῶμα, αὐξάνεται μετὰ τῆς γωνίας κλίσεως α . Εἰς δύο συμπληρωματικὰς γωνίας κλίσεως (π.χ. 30° καὶ 60°) ἀντιστοιχεῖ τὸ αὐτὸ βεληνεκὲς OO' , διάφορον ὅμως μέγιστον ὕψος. Τοῦτο ἔχει σημασίαν εἰς τὴν βλητικὴν, διότι οὕτως ἐπιτυγχάνεται ὁ στόχος Θ καὶ ἂν εὑρίσκεται ὀπισθεν ὑψώματος.

Εἰς τὴν ἀνωτέρω ἔρευναν τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων

δὲν ἐλήφθη ὑπ' ὄψιν ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος, ἡ ὁποία εἰς τὴν πραγματικότητα τροποποιεῖ τὴν τροχίαν τοῦ βλήματος καὶ τὴν μεταβάλλει εἰς ἀσύμμετρον καμπύλην.



Σχ. 97. Βολὴ ὑπὸ διαφόρους γωνίας.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

93. Ποταμόπλοιον κινεῖται κατὰ τὸν ἄξονα τοῦ ποταμοῦ. Ὄταν τὸ πλοῖον ἀναπλήρῃ τὸν ποταμόν, ἡ ταχύτης τοῦ πλοῖου ὡς πρὸς τὴν ὄχθην εἶναι 2 m/sec , ἐνῶ ὅταν κατέρχεται ἡ ταχύτης του εἶναι 6 m/sec . Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἰδίᾳ ταχύτης τοῦ πλοῖου καὶ ἡ ταχύτης τοῦ ὕδατος τοῦ ποταμοῦ.

94. Ἀεροπλάνον κινούμενον ἐξ ἀνατολῶν πρὸς δυσμὰς διανύει εὐθυ-

γραμμῶς απόστασιν 6 km καὶ ἐπανερχέται εἰς τὴν ἀφετηρίαν του. Ἡ σχετικὴ ταχύτης του ὡς πρὸς τὸν ἀέρα εἶναι 50 m/sec. Νὰ ὑπολογισθῇ πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται δι' αὐτὴν τὴν μετάβασιν καὶ ἐπιστροφὴν τοῦ ἀεροπλάνου : α) ὅταν ἐπικρατῇ νημερία β) ὅταν πνέῃ σταθερὸς δυτικὸς ἄνεμος ταχύτητος 20 m/sec.

95. Νὰ εὐρεθῇ μὲ πόσῃν ἀρχικὴν ταχύτητα πρέπει νὰ ἐκσφενδονισθῇ κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω βλήμα, διὰ νὰ φθάσῃ εἰς ὕψος 3 920 m καὶ πόσος χρόνος θὰ παρέλθῃ ἀπὸ τὴν στιγμὴν τῆς ἐκσφενδονίσεως τοῦ βλήματος μέχρι τῆς στιγμῆς, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ βλήμα θὰ ἐπανεέλθῃ εἰς τὸ ἔδαφος. $g = 980 \text{ cm/sec}^2$.

96. Ἀπὸ τὴν ὀροφὴν οἰκοδομῆς ὕψους 45 m ἐκσφενδονίζεται ὀριζοντίως λίθος μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 20 m/sec. Εἰς πόσῃν απόστασιν ἀπὸ τὸ σημεῖον ἐκσφενδονίσεώς του ὁ λίθος θὰ συναντήσῃ τὸ ἔδαφος καὶ πόση εἶναι τότε ἡ ταχύτης του ; $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

97. Μία ἀκτὶς ὕδατος ἐκσφενδονίζεται μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 30 m/sec καὶ ὑπὸ γωνίαν 45° ὡς πρὸς τὸν ὀρίζοντα. Πόσον εἶναι τὸ βέλγηκες αὐτῆς;

98. Ἀεροπλάνον κινεῖται ὁμαλῶς μὲ ταχύτητα 40 m/sec εἰς ὕψος 6 000 m. Ἄν ἀπὸ τὸ ἀεροπλάνον ἀφεθῇ ἐλεύθερον ἓν σῶμα, νὰ εὐρεθῇ εἰς ποῖον σημεῖον τοῦ ἐδάφους θὰ πέσῃ τὸ σῶμα καὶ πόσῃν ταχύτητα ἔχει τὸ σῶμα, ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος.

ΟΡΜΗ ΚΑΙ ΚΡΟΥΣΙΣ*

110. Ὡθησις δυνάμεως καὶ ὀρμή. — Ἐπὶ σώματος μάζης m , τὸ ὁποῖον ἀρχικῶς εὐρίσκεται εἰς ἡρεμίαν, ἐνεργεῖ σ τ α θ ε ρ α δύναμις F . αὕτη προσδίδει εἰς τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν γ καὶ ἰσχύει ἡ γνωστὴ σχέση : $F = m \cdot \gamma$. Ἐστω ὅτι ἡ δύναμις F ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπὶ χρόνον t , εἰς τὸ τέλος τοῦ ὁποίου τὸ σῶμα ἔχει ἀποκτήσῃ ταχύτητα : $v = \gamma \cdot t$. Ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν ἐπὶ t καὶ τὰ δύο μέλη τῆς ἐξισώσεως $F = m \cdot \gamma$, λαμβάνομεν :

$$F \cdot t = m \cdot \gamma \cdot t \quad \eta \quad F \cdot t = m \cdot v$$

* Ἡ διδασκαλία τοῦ κεφαλαίου τούτου δὲν εἶναι ὑποχρεωτικὴ διὰ τὰς τάξεις κλασσικῆς κατευθύνσεως.

Τὸ γινόμενον $m \cdot v$ χαρακτηρίζει τὸ ἀποτέλεσμα τῆς κινήσεως τῆς μάζης m καὶ καλεῖται **ὁρμή** ἢ **ποσότης κινήσεως** :

$$\text{ὁρμή} : J = m \cdot v$$

Τὸ γινόμενον $F \cdot t$ καλεῖται **ὥθσις τῆς δυνάμεως**.

“Ὅταν τὸ σῶμα ἡρεμῇ, ἡ ὁρμή του εἶναι ἴση μὲ μηδέν, (διότι εἶναι $v = 0$). Ἐντὸς χρόνου t ἡ ὁρμή μετεβλήθη κατὰ $m \cdot v$. Ἡ εὐρεθεῖσα λοιπὸν ἐξίσωσις:

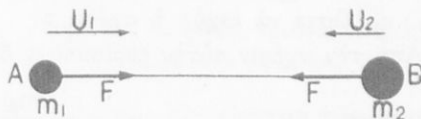
$$F \cdot t = m \cdot v \quad \text{φανερώνει ὅτι :}$$

“Ὅταν δυνάμεις ἐνεργῇ ἐπὶ σώματος, ἡ μεταβολὴ τῆς ὁρμῆς, τὴν ὁποῖαν προκαλεῖ ἡ δυνάμεις αὕτη, ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὸν χρόνον.

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $F \cdot t = m \cdot v$ εὐρίσκομεν τὴν δυνάμιν, ἡ ὁποία πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ ἐπὶ μάζης m , διὰ νὰ προκληθῇ ὠρισμένη μεταβολὴ τῆς ὁρμῆς τοῦ σώματος ἐντὸς ὠρισμένου χρόνου t . Οὕτως, ἂν εἰς ἡρεμοῦσαν μάζαν $m = 10 \text{ gr}$ θελήσωμεν νὰ προσδώσωμεν ταχύτητα $v = 600 \text{ m/sec}$ ἐντὸς χρόνου $t = 1/10\,000 \text{ sec}$, τότε πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν ἐπὶ τοῦ σώματος δυνάμιν :

$$F = \frac{m \cdot v}{t} = \frac{10 \cdot 6 \cdot 10^4}{10^{-4}} = 6 \cdot 10^9 \text{ dyn} = 6\,116 \text{ kg}^*$$

111. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς.— “Ἀς θεωρήσωμεν δύο σώματα A καὶ B , τὰ ὁποῖα ἔχουν ἀντιστοίχως μάζας m_1 καὶ m_2 (σχ. 98) καὶ ἐπὶ τῶν ὁποίων δὲν ἐνεργεῖ καμμία ἐξ ὧν $\tau \epsilon \rho \iota \kappa \eta$ δυνάμεως. “Ἀς ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ A ἅσκει ἐπὶ τοῦ B μίαν σταθερὰν ἑλξιν F . Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως καὶ τὸ B ἅσκει ἐπὶ τοῦ A μίαν ἴσην καὶ ἀντίθετον ἑλξιν F . Τὰ δύο σώματα ἀρχικῶς ἡρεμοῦν καὶ συνεπῶς ἡ ὁρμὴ ἐκάστου σώματος εἶναι ἴση μὲ μηδέν. Τὰ δύο σώματα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἀμοιβαίας ἑλξεως αὐτῶν ἀρχίζουν νὰ κινοῦνται. Μετὰ χρόνον t τὰ



Σχ. 98. Αἱ ἑλξεις προκαλοῦν κίνησιν τῶν σφαιρῶν.

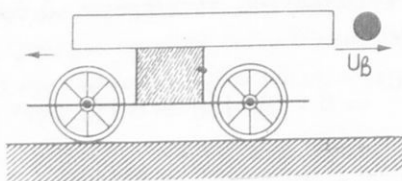
σώματα Α και Β έχουν αποκτήσει αντίστοιχως ταχύτητες v_1 και v_2 . Τότε ή μὲν ὁρμή τοῦ Α εἶναι $F \cdot t = m_1 \cdot v_1$, ή δὲ ὁρμή τοῦ Β εἶναι $F \cdot t = -m_2 \cdot v_2$ (τὸ ἀρνητικὸν σημεῖον ὀφείλεται εἰς τὴν ἀντίθετον φοράν τῆς ταχύτητος v_2).

Ἄρα $m_1 \cdot v_1 = -m_2 \cdot v_2$ ἥτοι $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0$
Παρατηροῦμεν ὅτι εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου t τὸ ἄθροισμα τῶν ὁρμῶν τῶν δύο σωμάτων εἶναι ἴσον μὲ μηδέν, ὅσον ἀκριβῶς ἦτο εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου t . Ἡ εὐρεθεῖσα ἐξίσωσις ἐκφράζει τὴν **ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς** :

Ἡ ὁρμή ἐνὸς μεμονωμένου συστήματος μαζῶν διατηρεῖται σταθερά, ἐφ' ὅσον δὲν ἐπιδρῶν ἐπ' αὐτοῦ ἐξωτερικαὶ δυνάμεις.

112. Ἐφαρμογαὶ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς.—

Εἰς ὅλα τὰ πυροβόλα ὅπλα παρατηρεῖται ὅτι κατὰ τὴν ἐκσφενδόνισιν τοῦ βλήματος τὸ σῶμα τοῦ ὅπλου κινεῖται ἀντιθέτως πρὸς τὴν φοράν τῆς κινήσεως τοῦ βλήματος. Ἡ τοιαύτη ὀπισθοχώρησις τοῦ ὅπλου καλεῖται **ἀνάκρουσις** τοῦ ὅπλου καὶ εἶναι συνέπεια τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς. Ἐστω m_B ή μάζα τοῦ βλήματος καὶ m_0 ή μάζα τοῦ ὅπλου. Τὰ ἐκ τῆς ἀνα-



Σχ. 99. Τὸ ὄχημα προχωρεῖ ἀντιθέτως πρὸς τὴν φοράν τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων.

φλέξεως τῆς ἐκρηκτικῆς ὕλης προελθόντα ἀέρια ἀσκοῦν ἴσην δύναμιν καὶ ἐπὶ τοῦ βλήματος καὶ ἐπὶ τοῦ κλείστρου τοῦ ὅπλου. Ὅταν τὸ βλήμα ἐκσφενδονίζεται ἀπὸ τὸ ὄπλον μὲ τα-

χύτητα v_B , τὸ βλήμα ἔχει ὁρμήν $m_B \cdot v_B$. Ἐπομένως τὸ ὄπλον ἀποκτᾷ ἴσην καὶ ἀντίθετον ὁρμήν

$-m_0 \cdot v_0$, ὥστε νὰ ἰσχύῃ ή σχέσις : $-m_0 \cdot v_0 = m_B \cdot v_B$

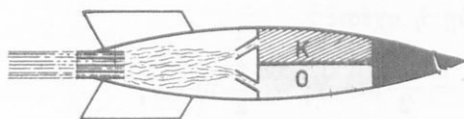
Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν εὐρίσκομεν ὅτι ή ταχύτης ἀνακρούσεως τοῦ

ὀπλου εἶναι :

$$v_0 = -\frac{m_B \cdot v_B}{m_0}$$

Ἄλλην ἐφαρμογὴν τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς ἔχομεν εἰς τὸν **πύραυλον**. Ἡ λειτουργία του στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἐξῆς ἀρχῆς: Ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου ὑποθέτομεν ὅτι δύναται νὰ κυλῖεται ἐλαφρὸν πυροβόλον, τὸ ὑποῖον ἐκσφενδονίζει συνεχῶς βλήματα (σχ. 99), μά-

ζης m_B με ταχύτητα u_B . Τὸ πυροβόλον θὰ κινῆται τότε κατ' ἀντίθετον φοράν. Κατὰ τὴν στιγμήν τῆς ἐξόδου τοῦ βλήματος ἀπὸ τὸν σωλῆνα, τὸ πυροβόλον θὰ ἔχῃ ταχύτητα u_π , τὴν ὁποίαν προσδιορίζει ἡ σχέση :



$$u_\pi = - \frac{m_B \cdot u_B}{m_\pi}$$

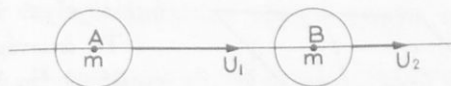
Ἐὰν λοιπὸν ἐκσφενδονίζωνται συνεχῶς βλήματα, ὁ σωλὴν ἐκσφενδονίσεως θὰ προ-

Σχ. 100. Πύραυλος (Κ καύσιμον, Ο ὀξυγόνον).

χωρῇ ἀντιθέτως πρὸς τὴν φοράν τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων. Εἰς τὴν πρᾶξιν ἐπιτυγχάνομεν συνεχῇ ἐκσφενδόνισιν μάζης, χρησιμοποιοῦντες τὰ ἀέρια τὰ προερχόμενα ἐκ τῆς καύσεως καταλλήλων καυσίμων οὐσιῶν (σχ. 100).

113. Κρούσις.—Κατὰ τὴν κρούσιν δύο τελεῖως ἐλαστικῶν σωμάτων (π.χ. δύο σφαιρῶν ἀπὸ ἐλεφαντοστοῦν ἢ ἀπὸ χάλυβα) προκαλοῦνται ἐλαστικαὶ παραμορφώσεις τῶν σωμάτων, αἱ ὁποῖαι διαρκοῦν ἐπὶ ἐλάχιστον χρόνον. Τὰ σώματα ἀναλαμβάνουν ταχέως τὸ ἀρχικὸν σχῆμα των. Κατὰ τὸν ἐλάχιστον τοῦτον χρόνον ἀναπτύσσονται ἐπὶ ἐκάστου σώματος ἴσαι καὶ ἀντίθετοι δυνάμεις, τείνουσαι νὰ ἀπομακρύνουν τὸ ἓν σῶμα ἀπὸ τοῦ ἄλλο. Ὡς ὑποθέσωμεν ὅτι δύο ἴσαι τελεῖως ἐλαστικαὶ σφαῖραι κινοῦνται κατὰ τὴν αὐτὴν φοράν οὕτως, ὥστε τὰ κέντρα των νὰ εὕρισκονται πάντοτε ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας (σχ. 101).

Ἐκάστη σφαῖρα ἔχει μᾶζαν m . Πρὸ τῆς κρούσεως αἱ σφαῖραι Α καὶ Β ἔχουν ἀντιστοίχως ταχύτητας u_1 καὶ u_2 . Ἐστω ὅτι μετὰ τὴν κρούσιν αἱ σφαῖραι Α καὶ Β



Σχ. 101. Κεντρικὴ κρούσις τελείως ἐλαστικῶν σφαιρῶν.

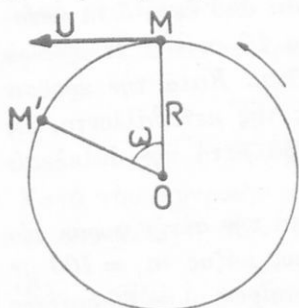
ἔχουν ἀντιστοίχως ταχύτητας V_1 καὶ V_2 . Τὸ σύστημα τῶν δύο σφαιρῶν θεωρεῖται μεμονωμένον, διότι δὲν ἐπιδρᾷ ἐπ' αὐτοῦ καμμία ἐξωτερικὴ δύναμις (π.χ. τριβή). Τότε, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, πρέπει ἡ ὁρμὴ τοῦ συστήματος νὰ διατηρῇται σταθερά. Ἐπομένως πρέπει νὰ ἰσχύῃ ἡ σχέση :

$$m \cdot u_1 + m \cdot u_2 = m \cdot V_1 + m \cdot V_2 \quad \text{ἢ} \quad u_1 - V_1 = V_2 - u_2 \quad (1)$$

ΚΥΚΛΙΚΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

114. Όρισμοί.—Έν υλικόν σημείον M διαγράφει περιφέρεια κύκλου ακτίνος R καὶ κέντρου O με κίνησιν ὁμαλήν (σχ. 103). Ὁ χρόνος T μιᾶς περιφορᾶς τοῦ κινητοῦ ἔχει σταθεράν τιμὴν καὶ καλεῖται **περίοδος**. Ὁ ἀριθμὸς ν τῶν περιφορῶν, τὰς ὁποίας ἐκτελεῖ τὸ κινητὸν κατὰ μονάδα χρόνου, καλεῖται **συχνότης**. Οὕτως ἡ περίοδος T καὶ ἡ συχνότης ν συνδέονται μεταξύ των μετὴν σχέσιν : $\nu = 1/T$.

Ἐὰν εἶναι $T = 1 \text{ sec}$, τότε ἡ συχνότης εἶναι $\nu = 1$. Ἡ μονὰς τῆς συχνότητος καλεῖται **Hertz (1 Hz)** ἢ καὶ **κύκλος κατὰ δευτερόλεπτον (1 c/sec)**. Ὡστε :



Σχ. 103. Κυκλικὴ κίνησις.

Μονὰς συχνότητος εἶναι τὸ 1 Hertz ἢ 1 κύκλος/sec, ἥτοι ἡ συχνότης τῆς κινήσεως ἡ ὁποία ἔχει περίοδον 1 δευτερόλεπτον.

Πολλαπλάσια τῆς μονάδος αὐτῆς εἶναι :

1 kilohertz (1 kHz) ἢ 1 χιλιόκυκλος/sec
 $1 \text{ kHz} = 10^3 \text{ Hz}$ ἢ $1 \text{ kc/sec} = 10^3 \text{ c/sec}$
 1 megahertz (1 MHz) ἢ 1 megacyκλος/sec
 $1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$ ἢ $1 \text{ Mc/sec} = 10^6 \text{ c/sec}$.

115. Ταχύτης εἰς τὴν ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν.—Ἐπειδὴ ἐντὸς χρόνου T τὸ κινητὸν διανύει ὁμαλῶς διάστημα $2\pi \cdot R$, ἔπεται ὅτι ἡ **ταχύτης** (ἢ καὶ ἄλλως ἡ **γραμμικὴ ταχύτης**) τοῦ κινητοῦ εἶναι :

$$\text{ταχύτης} : v = \frac{2\pi \cdot R}{T} = \text{σταθ.} \quad (1)$$

Ἡ ἀνωτέρω σχέσις προσδιορίζει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς ταχύτητος. Ἡ τιμὴ αὕτη διατηρεῖται σταθερά. Τὸ ἄνυσμα v τῆς ταχύτητος εἶναι πάντοτε ἐφαπτόμενον τῆς περιφερείας καὶ ἐπομένως ἡ διεύθυνσίς του συνεχῶς μεταβάλλεται.

Ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ M ἐπὶ τῆς κυκλικῆς τροχιάς του δύναται νὰ ἐκφρασθῇ καὶ μετὴν γωνίαν ω , τὴν ὁποίαν διαγράφει ἡ ἐπιβατικὴ

ἀκτίς OM εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Ἡ γωνία ω καλεῖται **γωνιακὴ ταχύτης** τοῦ κινητοῦ. Ἐπειδὴ ἐντὸς χρόνου T ἡ ἐπιβατικὴ ἀκτίς διαγράφει γωνίαν 2π ἀκτινίων, ἔπεται ὅτι ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς γωνιακῆς ταχύτητος εἶναι :

$$\text{γωνιακὴ ταχύτης: } \omega = \frac{2\pi}{T} = \text{σταθ.} \quad (2)$$

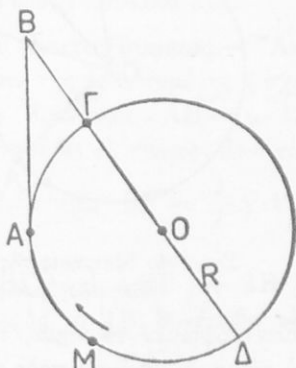
Ἡ γωνιακὴ ταχύτης μετρεῖται εἰς ἀκτίνια κατὰ δευτερόλεπτον (rad/sec). Ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις (1) καὶ (2) εὐρίσκομεν ὅτι ἡ ταχύτης v καὶ ἡ γωνιακὴ ταχύτης ω συνδέονται μεταξύ των μὲ τὴν ἀκόλουθον σχέσιν :

$$\text{σχέσις μεταξύ ταχύτητος καὶ γωνιακῆς ταχύτητος: } v = \omega \cdot R \quad (3)$$

Ἐὰν ἀντὶ τῆς περιόδου T λάβωμεν τὴν συχνότητα ν , τότε αἱ προηγούμεναι σχέσεις (1) καὶ (2) γράφονται :

$$v = 2\pi \cdot \nu \cdot R \quad \text{καὶ} \quad \omega = 2\pi \cdot \nu$$

116. Κεντρομόλος δύναμις.—Εἰς τὴν κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος v συνεχῶς μεταβάλλεται. Ἀρα ἐπὶ τοῦ κινητοῦ ἐνεργεῖ συνεχῶς δύναμις. Ἐστω ὅτι ὑλικὸν σημεῖον M, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζαν m , κινεῖται ὁμαλῶς ἐπὶ περιφερείας κύκλου ἀκτίνος R μὲ ταχύτητα v (σχ. 104). Κατὰ μίαν χρονικὴν στιγμήν τὸ κινητὸν εὐρίσκεται εἰς τὴν θέσιν A. Ἐὰν ἐπὶ τοῦ ὑλικοῦ σημείου δὲν ἐνῆργει καμμία δύναμις, τοῦτο ἔπρεπε νὰ κινηθῇ εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης. Οὕτως ἐντὸς τοῦ ἐλαχίστου χρόνου t τὸ κινητὸν θὰ ἤρχeto εἰς τὴν θέσιν B. Ἀλλ' ἐντὸς τοῦ χρόνου t τὸ κινητὸν μεταβαίνει ἀπὸ τὴν θέσιν A εἰς τὴν θέσιν Γ τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς. Ἀρα ἐπὶ τοῦ ὑλικοῦ σημείου ἐνεργεῖ μία δύναμις F, ἡ ὁποία ἐντὸς τοῦ χρόνου t μεταφέρει τὸ κινητὸν ἀπὸ τὸ B εἰς τὸ Γ.



Σχ. 104. Ὑπολογισμὸς τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.

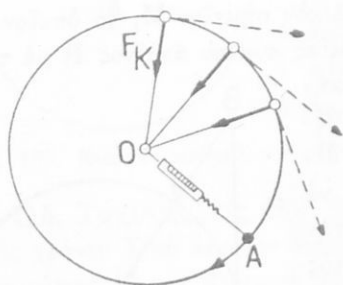
Ἡ δύναμις F διευθύνεται σταθερῶς πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου καὶ διὰ τοῦτο καλεῖται **κεντρομόλος δύναμις**. Ἡ δύναμις αὕτη προσδί-

δει εις τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν γ , ἡ ὁποία καλεῖται **κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις**. ἀποδεικνύεται ὅτι εἶναι: $\gamma = v^2/R$. Συνεπῶς ἡ δύναμις $F = m \cdot \gamma$ εἶναι σταθερά. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγουμεν εις τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα:

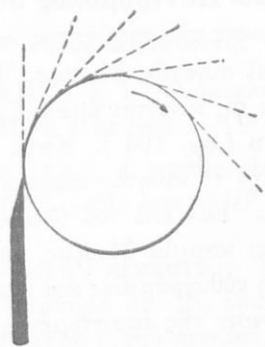
“Ὅταν σῶμα μάζης m κινῆται κυκλικῶς καὶ ὁμαλῶς, τότε συνεχῶς ἐνεργεῖ ἐπ’ αὐτοῦ σταθερὰ κεντρομόλος δύναμις, ἡ ὁποία προσδίδει εις τὸ σῶμα κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν.

κεντρομόλος δύναμις:	$F = m \cdot \gamma = \frac{m \cdot v^2}{R}$
κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις:	$\gamma = \frac{v^2}{R}$

Εἰς τὸ ἄκρον νήματος προσδένομεν μικρὰν σφαῖραν μολύβδου καὶ κρατοῦντες μὲ τὴν χεῖρα μας τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ νήματος θέτομεν τὴν σφαῖραν εἰς κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν. Τότε ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐξασκεῖται ἡ κεντρομόλος δύναμις, τὴν ὁποίαν δυνάμεθα κατὰ προσέγγισιν νὰ μετρήσωμεν, ἐὰν εἰς τὸ νῆμα παρεμβάλλωμεν δυναμόμετρον (σχ. 105).



Σχ. 105. Μέτρησης τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.



Σχ. 106. Οἱ σπινθῆρες ἀκολουθοῦν τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης.

Ἐὰν κόψωμεν τὸ νῆμα, τότε καταργεῖται ἡ κεντρομόλος δύναμις καὶ τὸ σῶμα, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἀδρανείας, θὰ κινηθῇ εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς, δηλαδὴ θὰ κινηθῇ μὲ ταχύτητα v κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης. Ὡστε:

“Ὅταν ἐπὶ σώματος κινουμένου κυκλικῶς καὶ ὁμαλῶς παύσῃ νὰ ἐνεργῇ ἡ κεντρομόλος δύναμις, τὸ σῶμα κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ

όμαλῶς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης τῆς τροχιάς.

Τοῦτο βλέπομεν ὅτι συμβαίνει εἰς τοὺς σπινθῆρας, οἱ ὅποιοι ἐκτινάσσονται ἀπὸ τὸν σμυριδοτροχὸν (σχ. 106).

Ἄλλη ἐκφρασίς τῆς γ καὶ τῆς F . Ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι εἶναι $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \nu$, τότε ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις γ δύναται νὰ ἐκφρασθῇ καὶ ὡς ἐξῆς :

$$\gamma = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R = \frac{4\pi^2}{T^2} R = 4\pi^2 \nu^2 R$$

Ἐπομένως ἡ κεντρομόλος δύναμις F δύναται νὰ ἐκφρασθῇ καὶ ὡς ἐξῆς :

$$F = \frac{m v^2}{R} = m \omega^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2} m \cdot R = 4\pi^2 \cdot \nu^2 \cdot m \cdot R$$

Π α ρ á δ ε ι γ μ α. Σῶμα μάζης 50 gr ἔχει προσδεθῇ εἰς τὸ ἄκρον νήματος μήκους 1 m. Κρατοῦντες μὲ τὴν χεῖρα μας τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ νήματος ἀναγκάζομεν τὸ σῶμα νὰ ἐκτελῇ ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν μὲ συχνότητα 5 στροφῶν κατὰ δευτερόλεπτον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εἶναι :

ἡ ταχύτης : $v = 2\pi \cdot \nu \cdot R = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 100 = 3\,140 \text{ cm/sec}$

ἡ γωνιακὴ ταχύτης : $\omega = 2\pi \cdot \nu = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 = 31,4 \text{ rad/sec}$

ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις :

$$\gamma = 4\pi^2 \cdot \nu^2 \cdot R = 4 \cdot 9,86 \cdot 25 \cdot 100 = 98\,600 \text{ cm/sec}^2$$

ἡ κεντρομόλος δύναμις : $F = m \cdot \gamma = 50 \cdot 98\,600 = 4.930.000 \text{ dyn.}$

117. Ὑπολογισμὸς τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως.— Ἄν τὸ κινητὸν ἐκινεῖτο ὁμαλῶς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης (σχ. 104), τότε ἐντὸς τοῦ χρόνου t θὰ διήλθουν διάστημα $AB = v \cdot t$. Ἐντὸς τοῦ χρόνου t ἡ κεντρομόλος δύναμις μεταφέρει τὸ κινητὸν ἀπὸ τὸ

B εἰς τὸ Γ , ὥστε μετακινεῖ τὸ κινητὸν κατὰ διάστημα $B\Gamma = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$.

Ἐκ τῆς Γεωμετρίας εἶναι γνωστὸν ὅτι :

$$(AB)^2 = (B\Gamma) \cdot (B\Delta) \quad \text{ἢ} \quad (AB)^2 = (B\Gamma) \cdot [(B\Gamma) + 2R]$$

Ἐπειδὴ τὸ $B\Gamma$ εἶναι πολὺ μικρὸν ἐν σχέσει πρὸς τὸ $2R$, δυνάμεθα νὰ λάβωμεν :

$$(AB)^2 = (B\Gamma) \cdot 2R \quad \text{ἢ} \quad (v \cdot t)^2 = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 \cdot 2R$$

$$\text{ἄρα : } \gamma = \frac{v^2}{R}$$

118. Φυγόκεντρος δύναμις.—Μία σφαῖρα μολύβδου προσδεμένη εἰς τὸ ἄκρον νήματος περιστρέφεται διὰ τῆς χειρὸς μας μὲ σταθερὰν γωνιακὴν ταχύτητα ω (σχ. 107). Ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐνεργεῖ συνεχῶς ἡ κεντρομόλος δύναμις $F = m \cdot \gamma = m \cdot \omega^2 \cdot R$. Τὴν κεντρομόλον δύναμιν F ἐξασκεῖ ἡ χεὶρ ἐπὶ τῆς σφαίρας διὰ μέσου τοῦ μὴ ἐκτατοῦ νήματος. Τότε, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως, ἡ σφαῖρα ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς χειρὸς διὰ μέσου τοῦ νήματος μίαν δύναμιν F' ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F .



Σχ. 107. Ἡ φυγόκεντρος δύναμις ἀναπτύσσεται ὡς ἀντίδρασις πρὸς τὴν κεντρομόλον.

Ἡ δύναμις ἡ ἐνεργοῦσα ἐπὶ τῆς χειρὸς μας ἔχει φορὰν ἀντίθετον πρὸς τὴν φορὰν τῆς κεντρομόλου δυνάμεως καὶ διὰ τοῦτο καλεῖται **φυγόκεντρος δύναμις**. Οὕτως ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐνεργεῖ πραγματικῶς μόνον ἡ κεντρομόλος δύναμις. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα :

“Ὅταν σῶμα κινῆται κυκλικῶς ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς κεντρομόλου δυνάμεως, τότε ἀναπτύσσεται ὡς ἀντίδρασις καὶ ἡ φυγόκεντρος δύναμις, ἡ ὁποία εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν κεντρομόλον δύναμιν.

$$\text{φυγόκεντρος δύναμις : } F = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

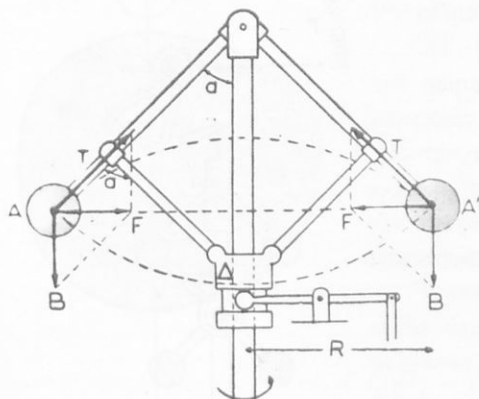
Ἡ φυγόκεντρος δύναμις ἀναπτύσσεται εἰς πᾶσαν γενικῶς καμπυλόγραμμον κίνησιν, διότι ἡ κίνησις αὕτη παράγεται μόνον ὅταν ἐνεργῇ ἐπὶ τοῦ σώματος δύναμις διευθυνομένη πρὸς ἓν σταθερὸν σημεῖον (κέντρον). Ἦτοι πᾶσα καμπυλόγραμμος κίνησις παράγεται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μιᾶς κεντρομόλου δυνάμεως.

119. Πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.—Θὰ ἀναφέρωμεν μερικὰς ἐνδιαφερούσας πρακτικὰς ἐφαρμογὰς τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.

α) Ρυθμιστὴς τοῦ Watt. Ἐπὶ καταχορύφου στελέχους, στρεφομένου περὶ τὸν ἄξονά του, ἀρθρώνονται δύο βραχίονες, ἕκαστος τῶν ὁποίων φέρει εἰς τὸ ἄκρον του μεταλλικὴν σφαῖραν (σχ. 108). Αἱ δύο

σφαῖραι εἶναι ἴσαι. Ἐπὶ ἐκάστης σφαίρας ἐνεργοῦν τὸ βάρος B τῆς σφαίρας καὶ ἡ δύναμις T , ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν ἀντίδρασιν τοῦ βραχίονος. Ὄταν ὁ βραχίων περιστρέφεται, ἡ σφαῖρα διαγράφει κυκλικὴν τροχίαν ἀκτῖνος R . Συνεπῶς ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐνεργεῖ ἡ κεντρομόλος δύναμις

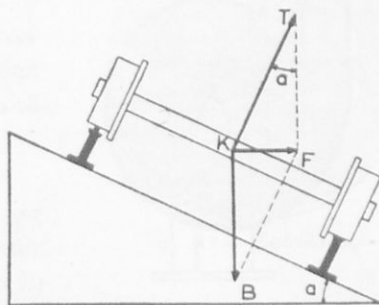
$F = m \cdot \omega^2 \cdot R$, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος πρὸς τὸν ἄξονα. Εἰς ἐκάστην στιγμὴν ἡ δύναμις F εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων B καὶ T . Ὄταν λοιπὸν αὐξάνεται ἡ ταχύτης περιστροφῆς τοῦ κατακορύφου στελέχους, αἱ σφαῖραι ἀνυψώνονται καὶ οὕτως ὁ δρομεὺς Δ ἀνέρχεται. Ἡ διάταξις αὕτη δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ ὡς αὐτόματος ρυθμιστὴς εἰς πολλὰς περι-



Σχ. 108. Ρυθμιστὴς τοῦ Watt.

πτώσεις (π.χ. εἰς τὰς ἀτμομηχανάς, διὰ τὴν εἰσαγωγὴν μιᾶς ἀντιστάσεως εἰς τὸ κύκλωμα γεννητρίας ἡλεκτρικοῦ ρεύματος, διὰ τὴν αὐτόματον ἑναρξιν τῆς λειτουργίας μιᾶς τροχοπέδης κ.τ.λ.).

β) Στροφή τῆς ὁδοῦ. Ὄταν ὄχημα (αὐτοκίνητον, τροchioδρομικὸν ὄχημα κ.ἄ.) διατρέχῃ μίαν στροφὴν τῆς ὁδοῦ, τότε πρέπει νὰ ἀναπτυχθῇ κεντρομόλος δύναμις. Πρὸς τοῦτο δίδουν εἰς τὸ ἐπίπεδον τῆς ὁδοῦ μικρὰν κλίσιν (σχ. 109). Ἐπὶ τοῦ ὀχήματος ἐνεργοῦν τότε τὸ βάρος B τοῦ ὀχήματος καὶ ἡ ἀντίδρασις T τῆς ὁδοῦ· ἡ T θεωρεῖται κάθετος πρὸς τὴν ὁδόν. Ἡ κλίσις τῆς ὁδοῦ εἶναι τόση, ὥστε ἡ συνισταμένη F τῶν δυνάμεων B καὶ T νὰ εἶναι ὀριζοντία. Αὕτη ἡ συνισταμένη δύναμις F εἶναι ἡ κεντρομόλος δύνα-



Σχ. 109. Ἔνεκα τῆς κλίσεως τῆς ὁδοῦ ἀναπτύσσεται ἡ κεντρομόλος δύναμις F .

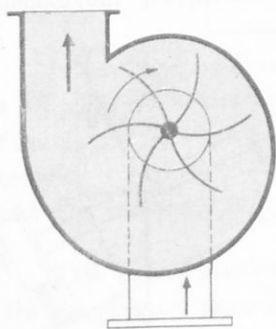
μεις. Ἡ κλίσις τῆς ὁδοῦ εἶναι τόσο μεγαλύτερα, ὅσον ἡ ταχύτης $υ$ εἶναι μεγαλύτερα καὶ ὅσον ἡ ἀκτίς καμπυλότητος R εἶναι μικρότερα.

Ὅταν δρομεὺς διατρέχη καμπύλην τροχίαν, τότε δίδει εἰς τὸ σῶμα



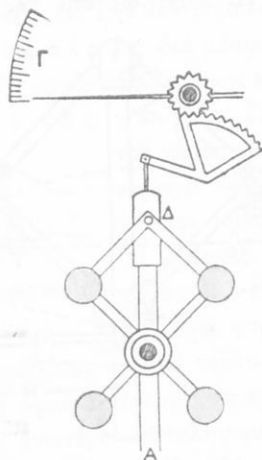
Σχ. 110. Ὁ δρομεὺς κλίνει τὸ σῶμα του διὰ νὰ ἀνάπτυξῃ κεντρομόλος δύναμις.

του μικρὰν κλίσιν διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῆς ἀπαραιτήτου κεντρομόλου δυνάμεως (σχ. 110).



Σχ. 112. Φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία.

κατὰ τὴν ἐφαπτομένην ὑπάρχοντος σωλῆνος, ἐνῶ εἰς τὸ μέσον τῆς ἀντλίας ἀναρροφᾶται νέον ὑγρόν.

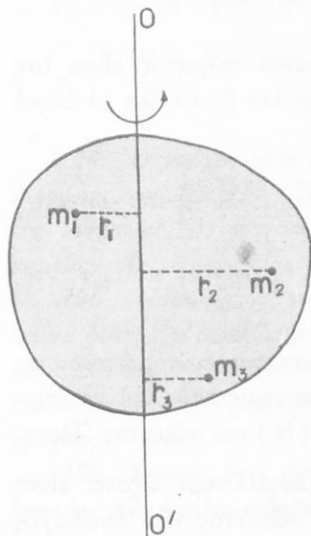


Σχ. 111. Ταχύμετρον.

γ) Ταχύμετρα. Κατὰ τὴν περιστροφὴν τοῦ ἄξονος A (σχ. 111) ἀπομακρύνονται αἱ 4 μᾶζαι ἀπὸ τὸν ἄξονα, ἔλκεται πρὸς τὰ κάτω ὁ δρομεὺς Δ καὶ οὕτως ὁ δείκτης Γ μετακινεῖται πρὸς τὰ ἄνω.

δ) Φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία. Εἰ τὴν φυγοκεντρικὴν ὑδραντλίαν τὸ ὕδωρ τίθεται εἰς ταχεῖαν περιστροφικὴν κίνησιν με σύστημα πτερυγίων, τὰ ὁποῖα εἶναι στερεωμένα ἐπὶ τοῦ στρεφομένου ἄξονος (σχ. 112). Τὸ ὕδωρ ἐκσπενδονίζεται ἐντὸς τοῦ

120. Περιστροφική κίνηση στερεού σώματος.—



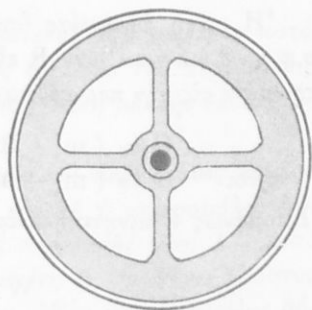
Σχ. 113. Περιστροφική κίνηση στερεού.

θέσωμεν ὅτι ἓν στερεὸν σῶμα ἀναλύεται εἰς στοιχειώδεις μάζας $m_1, m_2, m_3 \dots m_n$, τὰς ὁποίας θεωροῦμεν ὡς ὑλικά σημεῖα. Τὸ σῶμα στρέφεται περὶ μόνιμον ἄξονα OO' (σχ. 113). Τὰ διάφορα σημεῖα τοῦ σώματος, κινούμενα μὲ τὴν αὐτὴν γωνιακὴν ταχύτητα ω , διαγράφουν κυκλικὰς τροχιάς, τῶν ὁποίων τὰ ἐπίπεδα εἶναι κάθετα πρὸς τὸν ἄξονα. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα ἐκτελεῖ **περιστροφικὴν κίνησιν**.

Ἐκαστον ὑλικὸν σημεῖον ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος εἶναι ἡ σὺν μὲ τὸ ἄθροισμα τῆς κινητικῆς ἐνέργειας, τὴν ὁποίαν ἔχουν ὅλα τὰ ὑλικά σημεῖα τοῦ σώματος. Ἀποδεικνύεται ὅτι:

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια σώματος στρεφομένου περὶ ἄξονα εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον ταχύτερον περιστρέφεται τὸ σῶμα καὶ ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ἀπόστασις τῶν ὑλικῶν σημείων τοῦ σώματος ἀπὸ τὸν ἄξονα περιστροφῆς.

Ὁ σφόνδυλος, μὲ τὸν ὅποιον εἶναι ἐφοδιασμένοι διάφοροι μηχαναὶ, εἶναι τροχὸς ἔχων εἰς τὴν περιφέρειάν του διατεταγμένην κανονικῶς μεγάλην μᾶζαν (σχ. 114): οὕτως ἡ ἀπόστασις τῶν ὑλικῶν σημείων τοῦ στρεφομένου σώματος ἀπὸ τὸν ἄξονα εἶναι μεγάλη.



Σχ. 114. Σφόνδυλος.

* Ὑπολογισμὸς τῆς κινητικῆς ἐνέργειας στρεφομένου σώματος. Ἐν ὑλικὸν σημεῖον μάζης m_1 , εὐρισκόμενον εἰς ἀπόστασιν r_1 ἀπὸ τὸν ἄξονα ἔχει ταχύτητα $v_1 = \omega \cdot r_1$ καὶ κινητικὴν ἐνέργειαν:

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 \quad \text{ήτοι} \quad \frac{1}{2} m_1 \cdot \omega^2 \cdot r_1^2$$

Ἡ ὅλική κινητική ἐνέργεια τοῦ στρεφομένου σώματος εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας, τὴν ὁποίαν ἔχουν ὅλα τὰ ὑλικά σημεῖα τοῦ σώματος. Ἀρα :

$$W_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} m_1 \cdot \omega^2 \cdot r_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \omega^2 \cdot r_2^2 + \dots + \frac{1}{2} m_v \cdot \omega^2 \cdot r_v^2 \quad \eta$$

$$W_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} (m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 + \dots + m_v \cdot r_v^2) \cdot \omega^2$$

Τὸ ἐντὸς τῆς παρενθέσεως ἄθροισμα παρίσταται συντομώτερον ὡς ἐξῆς $\Sigma(m \cdot r^2)$. Τὸ μέγεθος τοῦτο εἶναι χαρακτηριστικὸν διὰ τὸ θεωρούμενον σῶμα καὶ καλεῖται **ροπή ἀδρανείας** (Θ) τοῦ σώματος. Ὡστε:

Ἡ κινητική ἐνέργεια σώματος στρεφομένου περὶ ἄξονα εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ροπὴν ἀδρανείας τοῦ σώματος καὶ ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς γωνιακῆς ταχύτητος.

κινητική ἐνέργεια στρεφομένου σώματος : $W_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} \Theta \cdot \omega^2$

Ἡ ροπή ἀδρανείας ὑπολογίζεται εὐκόλως εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σφονδύλου. Ἐὰν R εἶναι ἡ ἀκτίς τοῦ σφονδύλου καὶ M ἡ συγκεντρωμένη εἰς τὴν περιφέρειαν μᾶζα του, τότε ἡ ροπή ἀδρανείας του εἶναι :

$$\Theta = (m_1 \cdot R^2 + m_2 \cdot R^2 + \dots + m_v \cdot R^2)$$

$$\text{ήτοι} \quad \Theta = (m_1 + m_2 + \dots + m_v) \cdot R^2 = M \cdot R^2$$

Ἐπομένως ἡ κινητική ἐνέργεια τοῦ σφονδύλου εἶναι :

$$W = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot \omega^2$$

Ὁ σφόνδυλος στερεώνεται ἐπὶ τοῦ ἄξονος τῆς μηχανῆς καὶ ἐξασφαλίζει τὴν κανονικὴν λειτουργίαν τῆς μηχανῆς, διότι ἀποταμιεύεται ἐπ' αὐτοῦ μεγάλη κινητικὴ ἐνέργεια. Οὕτως, ἂν εἶναι $M = 2\,000 \text{ kg}$, $R = 1 \text{ m}$ καὶ ὁ σφόνδυλος ἐκτελῇ 10 στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον, τότε ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σφονδύλου εἶναι :

$$W = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot 4\pi^2 \cdot \nu^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 9,86 \cdot 10^2 \text{ erg}$$

$$\gamma \quad W = 4 \cdot 9,86 \cdot 10^{12} \text{ erg} = 400\,000 \text{ kgr} \cdot \text{m}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

104. Ὁ τροχὸς μιᾶς μηχανῆς ἔχει ἀκτῖνα 50 cm καὶ ἐκτελεῖ 1 800 στροφὰς κατὰ λεπτόν. Νὰ εὗρεθοῦν : α) ἡ συχνότης καὶ ἡ περίοδος τῆς κινήσεως, β) ἡ γωνιακὴ ταχύτης, γ) ἡ γραμμικὴ ταχύτης τῶν σημείων τῆς περιφερείας τοῦ τροχοῦ.

105. Αὐτοκίνητον, τοῦ ὁποῖου οἱ τροχοὶ ἔχουν διάμετρον 60 cm, θέλει νὰ διατρέξῃ ὁμαλῶς μίαν ὀριζοντίαν ὁδὸν μήκους 7,536 km ἐντὸς 20 min. Νὰ εὗρεθῇ ἡ συχνότης τῆς κινήσεως τῶν τροχῶν, ἡ ταχύτης τοῦ αὐτοκινήτου καὶ ἡ γραμμικὴ ταχύτης τῶν σημείων τῆς περιφερείας τῶν τροχῶν.

106. Τροχὸς ἔχει ἀκτῖνα 1,2 m καὶ ἐκτελεῖ 1 200 στροφὰς κατὰ λεπτόν. Νὰ ὑπολογισθοῦν ἡ γωνιακὴ ταχύτης του καὶ ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις ἡ ἀναπτυσσομένη εἰς τὰ σημεία τῆς περιφερείας του.

107. Νὰ εὗρεθῇ ἡ ταχύτης μὲ τὴν ὁποίαν κινεῖται σημεῖον τοῦ ἰσημερινοῦ τῆς Γῆς λόγω τῆς περιστροφικῆς κινήσεως αὐτῆς, ἂν ἡ ἀκτὺς τῆς Γῆς θεωρηθῇ σταθερὰ καὶ ἴση μὲ 6 370 km, ἡ δὲ διάρκεια μιᾶς περιστροφῆς τῆς Γῆς ληφθῇ ἴση μὲ 24 ὥρας.

108. Σφόνδυλος ἔχει ἀκτῖνα 2 m καὶ ἐκτελεῖ 150 στροφὰς κατὰ λεπτόν. Νὰ εὗρεθῇ ἡ γραμμικὴ ταχύτης ἐνὸς σημείου τῆς περιφερείας του καθὼς καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ νὰ συγκριθῇ αὕτη μὲ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος : $g = 980 \text{ cm/sec}^2$.

109. Σῶμα μάζης 150 gr κινεῖται ὁμαλῶς ἐπὶ περιφερείᾳ κύκλου ἀκτίνος 50 cm μὲ ταχύτητα 2 m/sec. Νὰ εὗρεθῇ ἡ κεντρομόλος δύναμις. Πόση γίνεται αὕτη, ἂν ὁ χρόνος μιᾶς περιφορᾶς γίνῃ 1,5 sec ;

110. Σφαῖρα μάζης 1 kgr εἶναι προσδεδεμένη εἰς τὸ ἄκρον νήματος καὶ διαγράφει ὀριζοντίως κύκλον ἀκτίνος 1 m. Ἐὰν ἡ κεντρομόλος δύναμις εἶναι 10 kgr*, πόση εἶναι ἡ συχνότης τῆς κινήσεως τῆς σφαίρας ;

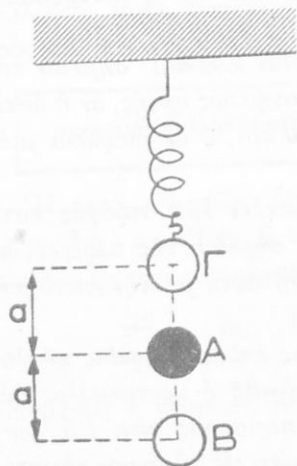
111. Νὰ εὗρεθῇ μὲ πόσῃ ταχύτητι πρέπει νὰ ἐκσφενδονισθῇ ὀριζοντίως βλήμα, ὥστε τοῦτο νὰ μὴ πέσῃ ποτὲ εἰς τὴν Γῆν, ἀλλὰ νὰ περιφέρεται πέριξ αὐτῆς ἰσοταχῶς, ἂν παραλείψωμεν τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος. Ἡ ἀκτὺς περιφορᾶς τοῦ βλήματος θὰ ληφθῇ ἴση μὲ τὴν ἀκτῖνα τῆς Γῆς : $R = 6\,370 \text{ km}$. $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

112. Σώμα μάζης 200 gr είναι προσδεδεμένον εἰς τὸ ἄκρον νήματος καὶ διαγράφει κατακορυφῶς κύκλον ἀκτίνος 40 cm μετὰ ταχύτητα 2 m/sec . Νὰ εὑρεθῇ ἡ συχνότης περιστροφῆς καὶ ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἀσκεῖται ἐπὶ τῆς χειρὸς μας, ὅταν τὸ σῶμα διέρχεται ἀπὸ τὸ κατώτατον σημεῖον τῆς τροχιάς του.

113. Φορητὸν αὐτοκίνητον ἔχει τὸ κέντρον βάρους του εἰς ὕψος 1 m ἀπὸ τὴν ἐπιφάνεια τῆς ὁριζοντίας ὁδοῦ. Ἡ ἀπόστασις τῶν δύο τροχῶν του εἶναι $1,20 \text{ m}$. Νὰ εὑρεθῇ πόση εἶναι ἡ μεγίστη ταχύτης, μετὰ τὴν ὁποίαν δύναται ἀσφαλῶς νὰ κινηθῇ εἰς μίαν στροφὴν τῆς ὁδοῦ, ἀν ἡ ἀκτίς καμπυλότητος αὐτῆς εἶναι 40 m .

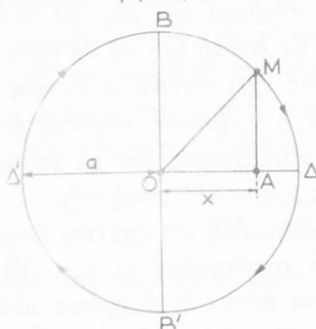
ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΙΣ — ΕΚΚΡΕΜΕΣ

121. Ἀρμονικὴ ταλάντωσις.—Μία σφαῖρα μολύβδου ἐξαρτᾶται εἰς τὸ ἄκρον ἐλατηρίου. Ἀπομακρύνομεν τὴν σφαῖραν ἀπὸ τὴν θέσιν



Σχ. 115. Ἡ σφαῖρα ἐκτελεῖ ἄρμονικὴν ταλάντωσιν.

τῆς ἰσορροπίας της A καὶ τὴν ἀφήνομεν ἔπειτα ἐλευθέραν (σχ. 115). Ἡ σφαῖρα ἐκτελεῖ μίαν περιοδικὴν κίνησιν εὐθύγραμμον, ἡ ὁποία καλεῖται



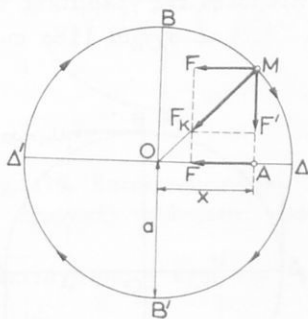
Σχ. 116. Τὸ ὕλικόν σημεῖον A ἐκτελεῖ ἄρμονικὴν ταλάντωσιν.

ἄρμονικὴ ταλάντωσις. Ἡ μεγίστη ἀπομάκρυνσις τῆς σφαίρας ἐκατέρωθεν τῆς θέσεως τῆς ἰσορροπίας της A καλεῖται πλάτος τῆς ταλάντωσεως ($AB = \Lambda\Gamma =$

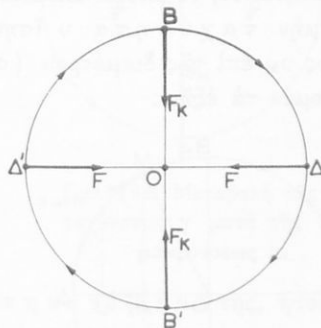
$= \alpha$). Ἡ ἄρμονικὴ ταλάντωσις εἶναι μία εὐθύγραμμος κίνησις εἰδικῆς μορφῆς, ἡ ὁποία προκύπτει ἀπὸ τὴν ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν ὡς ἐξῆς: Ὅταν ὕλικόν σημεῖον M διατρέχῃ ὁμαλῶς τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου (σχ. 116), ἡ προβολὴ A τοῦ κινητοῦ ἐπὶ τῆς διαμέτρου

$\Delta\Delta'$ εκτελεί αρμονικὴν ταλάντωσιν, ἥ ὁποία ἔχει πλάτος α καὶ περίοδον T , ἴσῃν μὲ τὴν περίοδον τῆς κινήσεως τοῦ M . Ἡ ἀπόστασις x τοῦ κινή-
τοῦ A ἀπὸ τὸ O καλεῖται ἀπομάκρυνσις.

α) Κινοῦσα δύναμις. Ἐπὶ τοῦ κινήτου M ἐνεργεῖ ἡ σταθερὰ
κεντρομόλος δύναμις F_K . Ἀναλύομεν τὴν κεντρομόλον δύναμιν εἰς τὰς
συνιστώσας F καὶ F' (σχ. 117). Ἡ κίνησις τῆς προβολῆς τοῦ M



Σχ. 117. Ἡ δύναμις F παρά-
γει τὴν κίνησιν τοῦ A .



Σχ. 117α. Μεταβολὴ τῆς κι-
νούσης δυνάμεως F μετὰ τῆς
ἀπομακρύνσεως x .

ἐπὶ τῆς διαμέτρου $\Delta\Delta'$, ἥτοι ἡ ἀρμονικὴ ταλάντωσις τοῦ κινήτου A ,
γίνεται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς συνιστώσας F τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.
Ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων $MF'F_K$ καὶ MAO εὐρίσκομεν :

$$\frac{F}{x} = \frac{F_K}{a} \quad \text{ἄρα} \quad F = \frac{F_K}{a} \cdot x$$

Ἡ παράστασις $\frac{F_K}{a} = k$ εἶναι σταθερὰ καὶ ἡ εὐρεθεῖσα σχέσις
γράφεται ὡς ἑξῆς :

$$\text{κινουσα δύναμις εἰς τὴν ἀρμονικὴν ταλάντωσιν : } F = k \cdot x$$

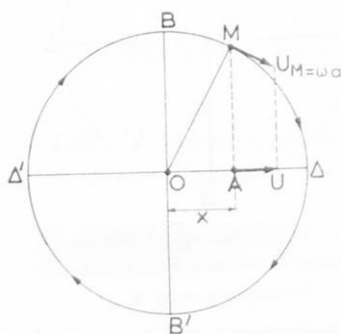
Ἡ δύναμις, ἥ ὁποία παράγει τὴν ἀρμονικὴν ταλάντωσιν τοῦ
ὕλικου σημείου, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐκάστοτε ἀπομάκρυνσιν
αὐτοῦ καὶ διευθύνεται πάντοτε πρὸς τὸ μέσον τῆς παλμικῆς δια-
δρομῆς του. Ἡ δύναμις αὕτη λέγεται καὶ δύναμις ἐπαναφοράς.

Ἀπὸ τὸ σχῆμα 117α συμπεραίνομεν τὰ ἑξῆς :

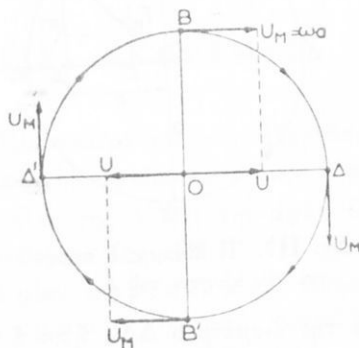
Ὅταν τὸ κινητὸν A διέρχεται ἀπὸ τὴν θέσιν O , τότε ἡ κινουσα

δύναμις F είναι ίση με μηδέν, διότι είναι $x = 0$. Όταν το κινητόν βρίσκεται εις τὰς ἄκρας θέσεις Δ καὶ Δ' , ἡ κινουσα δύναμις F ἔχει τὴν μεγίστην τιμὴν της $F = F_K$, διότι είναι $x = a$.

β) Ταχύτης. Τὸ κινητόν M ἔχει σταθερὰν γραμμικὴν ταχύτητα $u_M = \omega \cdot a$ (§ 115). Ἡ προβολὴ τοῦ M ἐπὶ τῆς διαμέτρου $\Delta\Delta'$, ἥτοι τὸ κινητόν A , τὸ ὁποῖον ἐκτελεῖ ἁρμονικὴν ταλάντωσιν, ἔχει εἰς ἐκάστην στιγμὴν ταχύτητα u ἴσην μετὴν προβολὴν τῆς γραμμικῆς ταχύτητος u_M ἐπὶ τῆς διαμέτρου (σχ. 118). Ἀπὸ τὸ σχῆμα 118α συμπεραίνομεν τὰ ἑξῆς :



Σχ. 118. Ταχύτης εἰς τὴν ἁρμονικὴν ταλάντωσιν.



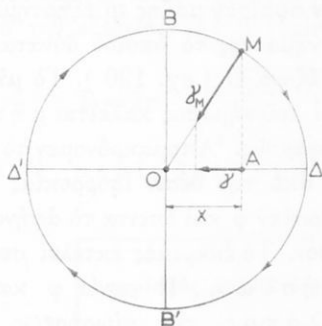
Σχ. 118α. Μεταβολὴ τῆς ταχύτητος μετὰ τῆς ἀπομακρύνσεως x .

Ὅταν τὸ κινητόν A διέρχεται ἀπὸ τὴν θέσιν O , τότε ἡ ταχύτης u ἔχει τὴν μεγίστην τιμὴν της, ἥτοι είναι $u = \omega \cdot a$. Ὅταν τὸ κινητόν A εὐρίσκεται εἰς τὰς ἄκρας θέσεις Δ καὶ Δ' , τότε ἡ ταχύτης u είναι ἴση με μηδέν, διότι ἡ προβολὴ τῆς u_M είναι ἐν σημεῖον.

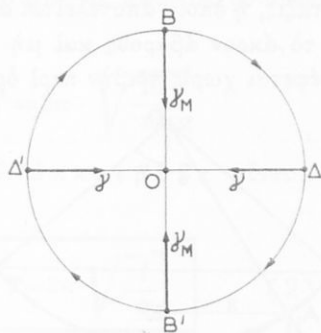
γ) Ἐπιτάχυνσις. Τὸ κινητόν M ἔχει σταθερὰν κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν $\gamma = \frac{u_M^2}{a}$ (§ 116). Ἡ προβολὴ τοῦ M ἐπὶ τῆς διαμέτρου $\Delta\Delta'$, ἥτοι τὸ κινητόν A , τὸ ὁποῖον ἐκτελεῖ ἁρμονικὴν ταλάντωσιν, ἔχει εἰς ἐκάστην στιγμὴν ἐπιτάχυνσιν γ ἴσην μετὴν προβολὴν τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως γ_M ἐπὶ τῆς διαμέτρου (σχ. 119). Ἀπὸ τὸ σχῆμα 119α συμπεραίνομεν τὰ ἑξῆς :

Ὅταν τὸ κινητόν A διέρχεται ἀπὸ τὴν θέσιν O , τότε ἡ ἐπιτάχυνσις γ είναι ἴση με μηδέν, διότι ἡ προβολὴ τῆς γ_M είναι ἐν σημεῖον.

Όταν τὸ κινητὸν Α εὐρίσκεται εἰς τὰς ἄκρας θέσεις Δ καὶ Δ', τότε



Σχ. 119. Ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν ἁρμονικὴν ταλάντωσιν.



Σχ. 119α. Μεταβολὴ τῆς ἐπιτάχυνσεως γ μετὰ τῆς ἀπομάκρυνσεως x.

ἡ ἐπιτάχυνσις γ ἔχει τὴν μέγιστην τιμὴν της, ἥτοι εἶναι $\gamma = \frac{v_M^2}{\alpha}$. Ἐπειδὴ εἶναι $v_M = \omega \cdot \alpha$, ἔπεται ὅτι εἰς τὰς ἄκρας θέσεις Δ καὶ Δ' ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ κινητοῦ Α εἶναι :

$$\gamma = \frac{\omega^2 \cdot \alpha^2}{\alpha} \quad \text{ἥτοι} \quad \gamma = \omega^2 \cdot \alpha$$

Ἀπὸ τὴν εὐρεθεῖσαν σχέσιν συνάγεται ὅτι, ἂν ἡ ἀπομάκρυνσις τοῦ κινητοῦ Α εἶναι x, τότε ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ κινητοῦ εἶναι $\gamma = \omega^2 \cdot x$.

δ) Περίοδος. Ἐστω m ἡ μᾶζα τοῦ ὕλικου σημείου Α καὶ x ἡ ἀπομάκρυνσις αὐτοῦ. Τότε ἡ δύναμις F, ἡ ὁποία προκαλεῖ τὴν κίνησιν τοῦ ὕλικου σημείου Α, εἶναι :

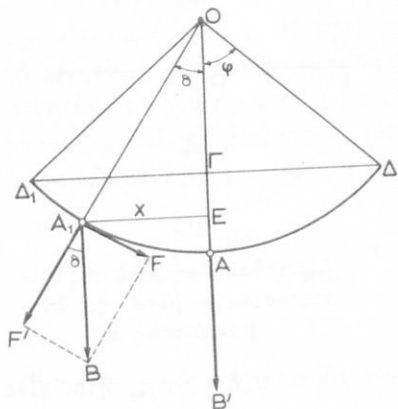
$$F = m \cdot \gamma \quad \text{ἢ} \quad F = m \cdot \omega^2 \cdot x$$

Ἐὰν εἰς τὴν εὐρεθεῖσαν σχέσιν θέσωμεν $\omega = \frac{2\pi}{T}$ εὐρίσκομεν :

$$F = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot x \quad \text{ἤτοι}$$

περίοδος ἁρμονικῆς ταλαντώσεως : $T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{x}{F}}$

122. Ἀπλοὺν ἐκκρεμές. — Τὸ ἀπλοὺν ἐκκρεμές εἶναι ἰδανικὴ διάταξις, ἥ ὁποία ἀποτελεῖται ἀπὸ μικρὰν σφαῖραν μάζης m ἐξηρητημένην εἰς τὸ ἄκρον ἀβαροῦς καὶ μὴ ἐκτατοῦ νήματος, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ στρέφεται χωρὶς τριβὴν περὶ ὀριζόντιον ἄξονα O (σχ. 120). Τὸ μῆκος



Σχ. 120. Τὸ ἀπλοὺν ἐκκρεμές ἐκτελεῖ ἁρμονικὴν ταλάντωσιν.

τῆς τροχιάς τοῦ κινητοῦ. Ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων OEA_1 καὶ BFA_1 ἔχομεν :

$$\frac{B}{l} = \frac{F}{x} \quad \text{ἄρα} \quad F = \frac{B}{l} \cdot x \quad (1)$$

Ἐὰν ἡ γωνία θ εἶναι πολὺ μικρά, τότε δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν ὅτι ἡ ἀπόστασις x εἶναι ἴση μὲ τὸ τόξον AA_1 . Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ ἐξίσωσις (1) δεικνύει ὅτι ἡ κινουσα δύναμις F εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀπομάκρυνσιν τῆς σφαίρας ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσορροπίας A . Ὡστε :

Ὅταν τὸ πλάτος αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι πολὺ μικρὸν ἡ κίνησις τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι κατὰ μεγάλην προσέγγισιν ἁρμονικὴ ταλάντωσις.

Ἐπομένως ἡ περίοδος τῆς κινήσεως τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς δίδεται ἀπὸ τὸν τύπον :

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{x}{F}}$$

Ἐὰν εἰς τὸν τύπον τοῦτον θέσωμεν τὴν τιμὴν τῆς κινούσης δυνάμεως F ἀπὸ τῆν ἐξίσωσιν (1), εὐρίσκομεν :

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot x \cdot l}{B \cdot x}} \quad \eta \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot l}{m \cdot g}}$$

Ὡστε ἡ περίοδος τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι :

περίοδος ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$

(2)

123. Νόμοι τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς. — Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν τοὺς κατωτέρω νόμους, τοὺς ὁποίους ἀποδεικνύομεν καὶ πειραματικῶς :

I. Αἱ αἰωρήσεις μικροῦ πλάτους εἶναι ἰσόχρονοι.

Τοῦτο συνάγεται ἀμέσως ἀπὸ τὸν τύπον (2) τοῦ ἐκκρεμοῦς, εἰς τὸν ὁποῖον δὲν εἰσέρχεται τὸ πλάτος τῆς αἰωρήσεως. Πράγματι, ἂν μετρήσωμεν τὸν χρόνον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου τὸ ἐκκρεμές ἐκτελεῖ 10 αἰωρήσεις, ὅταν τὸ πλάτος εἶναι π.χ. 4^0 καὶ ἐπαναλάβωμεν τὴν μέτρησιν, ὅταν τὸ πλάτος γίνη 2^0 , τότε εὐρίσκομεν ὅτι ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἡ αὐτή.

II. Ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν μᾶζαν καὶ τὴν φύσιν τοῦ σώματος ἐκ τοῦ ὁποίου ἀποτελεῖται τὸ ἐκκρεμές.

Τοῦτο συνάγεται ἐπίσης ἀμέσως ἀπὸ τὸν τύπον (2) τοῦ ἐκκρεμοῦς, εἰς τὸν ὁποῖον δὲν εἰσέρχεται ἡ μᾶζα ἢ ἡ πυκνότης τοῦ σώματος. Πειραματικῶς ἐπιβεβαιώνεται ὁ νόμος οὗτος, ἂν χρησιμοποιήσωμεν πολλὰ ἐκκρεμῆ τοῦ αὐτοῦ μήκους, τὰ ὁποῖα εἰς τὰ ἅκρα τῶν νημάτων των φέρουν μικρὰς σφαίρας ἀπὸ διάφορα σώματα (μόλυβδον, χάλυβα, ξύλον) Ἡ περίοδος εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ ἐκκρεμῆ.

III. Ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν τοῦ μήκους τοῦ ἐκκρεμοῦς.

Τοῦτο συνάγεται ἀπὸ τὸν τύπον (2) τοῦ ἐκκρεμοῦς. Πειραματικῶς ἐπιβεβαιώνεται ὡς ἑξῆς :

Λαμβάνομεν έκκρεμῆς, τὰ ὅποια ἔχουν ἀντιστοίχως μήκη : 25 cm, 36 cm, 49 cm, 64 cm, 81 cm, 100 cm. Αἱ περίοδοι τῶν έκκρεμῶν τούτων εἶναι μεταξύ των ὡς οἱ ἀριθμοὶ 5, 6, 7, 8, 9, 10.

IV. Ἡ περίοδος τοῦ έκκρεμοῦς εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος εἰς τὸν τόπον, ὅπου ὑπάρχει τὸ έκκρεμές.

Τοῦτο φανερώνει ὁ τύπος (2) τοῦ έκκρεμοῦς. Ἡ ἄμεσος πειραματικὴ ἐπαλήθευσις τοῦ νόμου τούτου δὲν εἶναι εὐκολος. Ἐν τούτοις, ὅπως θὰ ἴδωμεν κατωτέρω, ὁ νόμος αὗτος ἐπιβεβαιώνεται ἐξ ἄλλων φαινομένων.

124. Ἐφαρμογαὶ τοῦ έκκρεμοῦς.— Ἐπειδὴ αἱ μικροῦ πλάτους αἰωρήσεις εἶναι ἰσόχρονοι, τὸ έκκρεμές χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν **μέτρησιν τοῦ χρόνου**. Οὕτως, ἂν εἰς ἓνα τόπον εἶναι $g = 981 \text{ cm/sec}^2$, δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν πόσον πρέπει νὰ εἶναι τὸ μῆκος τοῦ ἀπλοῦ έκκρεμοῦς, τὸ ὅποιον θὰ ἐκτελῇ μίαν ἀπλὴν αἰώρησιν ἐντὸς 1 δευτερολέπτου, ἥτοι θὰ ἔχη $T = 2 \text{ sec}$. Τὸ ζητούμενον μῆκος τοῦ έκκρεμοῦς εἶναι :

$$l = \frac{g \cdot T^2}{4\pi^2} = \frac{981 \cdot 4}{4 \cdot 9,87} = 99,4 \text{ cm}$$

Τὸ έκκρεμές χρησιμοποιεῖται ἐπίσης διὰ τὴν **ἀκριβῆ μέτρησιν τῆς τιμῆς τοῦ g**. Ἄν εἶναι γνωστὴ ἡ περίοδος καὶ τὸ μῆκος τοῦ έκκρεμοῦς, τότε ἀπὸ τὸν τύπον τοῦ έκκρεμοῦς εὐρίσκομεν :

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} l$$

Οὕτως εὐρέθη ὅτι εἰς τὸν ἰσημερινὸν εἶναι : $g = 978 \text{ cm/sec}^2$. Εἰς γεωγραφικὸν πλάτος 45° εἶναι : $g = 981 \text{ cm/sec}^2$ καὶ εἰς τὸν πόλον εἶναι : $g = 983 \text{ cm/sec}^2$.

125. Φυσικὸν έκκρεμές.—Καλεῖται **φυσικὸν έκκρεμές** πᾶν στερεὸν σῶμα, τὸ ὅποιον δύναται νὰ στραφῇ περὶ ὀριζόντιον ἄξονα μὴ διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου βάρους τοῦ σώματος (σχ. 121). Ἀπομακρύνομεν τὸ σῶμα ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσορροπίας καὶ ἔπειτα τὸ ἀφήνομεν ἐλεύθερον. Τότε τὸ σῶμα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους τοῦ Β ἐκτελεῖ

αίωρήσεις. Εάν τὸ πλάτος αἰωρήσεως εἶναι πολὺ μικρὸν, ἡ κίνησις τοῦ φυσικοῦ ἔκκρεμοῦς εἶναι ἁρμονικὴ ταλάντωσις.

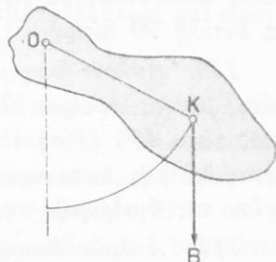
"Ὅλα τὰ χρησιμοποιούμενα ἔκκρεμῃ εἶναι φυσικὰ ἔκκρεμῃ. "Ενεκα τῶν ἀντιστάσεων αἱ αἰωρήσεις γίνονται φθίνουσαι, δηλαδή τὸ πλάτος τῆς αἰωρήσεως βαίνει συνεχῶς ἐλαττούμενον καὶ ταχέως τὸ ἔκκρεμὸς ἡρεμεῖ. Διὰ τοῦτο εἰς τὰ ὥρολόγια ὑπάρχει εἰδικὸν σύστημα (πίπτων σῶμα ἢ ἐλατήριο), τὸ ὁποῖον προσδίδει εἰς τὸ ἔκκρεμὸς τὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποίαν ἀπερρόφησαν αἱ τριβαὶ (σχ. 122).



Σχ. 122. Διατήρησις τῶν αἰωρήσεων ἔκκρεμοῦς ὥρολογίου.

ἀποταμιεύεται εἰς ἰσχυρὸν ἐλατήριο λόγῳ τῆς παραμορφώσεως, τὴν ὁποίαν τοῦ προκαλοῦμεν (κούρδισμα τοῦ ὥρολογίου).

Σημείωσις. Ἐκαστον φυσικὸν ἔκκρεμὸς ἔχει περίοδον T , ἡ ὁποία εἶναι ἴση μὲ τὴν περίοδον ἐνὸς ἀπλοῦ ἔκκρεμοῦς ἔχοντος ὠρισμένον μῆκος l .



Σχ. 121. Φυσικὸν ἔκκρεμὸς.

Εἰς τὰ συνήθη ὥρολόγια χρησιμοποιεῖται σπειροειδὲς ἔκκρεμὸς. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ σπειροειδὲς ἐλατήριο ἐκ χάλυβος (σχ. 123), τοῦ ὁποίου τὸ μὲν ἓν ἄκρον εἶναι στερεωμένον μόνιμως, τὸ δὲ ἄλλο ἄκρον εἶναι στερεωμένον ἐπὶ στρεπτοῦ ἄξονος. Οὗτος φέρει τροχὸν T , ὁ ὁποῖος καλεῖται αἰωρητής. Ἄν ἀπομακρύνωμεν τὸν αἰωρητὴν ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας του, τότε οὗτος ἐκτελεῖ ἁρμονικὰς ταλαντώσεις. Ἡ διατήρησις τῶν ταλαντώσεων τοῦ αἰωρητοῦ ἐξασφαλίζεται ἀπὸ τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν, ἡ ὁποία ἀποταμιεύεται εἰς ἰσχυρὸν ἐλατήριο λόγῳ τῆς παραμορφώσεως, τὴν ὁποίαν τοῦ προκαλοῦμεν (κούρδισμα τοῦ ὥρολογίου).



Σχ. 123. Αἰωρητὴς ὥρολογίου.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

114. Ἀπλοῦν ἔκκρεμὸς μῆκους 6 m αἰωρεῖται εἰς τόπον ὅπου εἶναι $g = 981\text{ cm/sec}^2$. Νὰ εὐρεθῇ πόσας αἰωρήσεις ἐκτελεῖ κατὰ λεπτόν.

115. Ἀπλοῦν ἔκκρεμὲς ἐκτελεῖ 60 αἰωρήσεις κατὰ λεπτόν. Κατὰ πόσα ἑκατοστόμετρα πρέπει νὰ ἐλαττωθῇ τὸ μῆκος του, ἂν θέλωμεν νὰ ἐκτελῇ 90 αἰωρήσεις κατὰ λεπτόν;

116. Ἀπλοῦν ἔκκρεμὲς ἔχει μῆκος 125 cm, ἡ δὲ μᾶζα τῆς ἐξηρη-
μένης μικρᾶς σφαίρας εἶναι 500 gr. Τὸ πλάτος αἰωρήσεως τοῦ ἔκκρε-
μοῦς εἶναι 45° . Πόση εἶναι ἡ τάσις τοῦ νήματος, ὅταν ἡ σφαῖρα διέρ-
χεται διὰ τῆς κατακορύφου καὶ ὅταν εὐρίσκεται εἰς τὸ ἀνώτερον ση-
μεῖον τῆς διαδρομῆς τῆς;

117. Ἀπλοῦν ἔκκρεμὲς ἔχει μῆκος 98 cm καὶ περίοδον 2 sec.
Πόση εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ g εἰς τὸν τόπον τοῦτον;

118. Εἰς τόπον, ὅπου εἶναι $g = 980 \text{ cm/sec}^2$, θέλωμεν νὰ ἐγκατα-
στήσωμεν ἀπλοῦν ἔκκρεμὲς, τὸ ὁποῖον νὰ ἔχῃ περίοδον 1 min. Πόσον
πρέπει νὰ εἶναι τὸ μῆκος του;

119. Τὸ ἔκκρεμὲς ὥρολογίον θεωρεῖται ὡς ἀπλοῦν ἔκκρεμὲς, τὸ
ὁποῖον ἔχει περίοδον 2 sec, ὅταν εὐρίσκεται εἰς τόπον ὅπου εἶναι
 $g = 980 \text{ cm/sec}^2$. Πόσον θὰ καθυστερῇ τὸ ὥρολόγιον ἐντὸς 24 ὥρων,
ἐὰν τὸ ὥρολόγιον μεταφερθῇ εἰς τόπον ὅπου εἶναι $g = 974 \text{ cm/sec}^2$;

120. Ἀπλοῦν ἔκκρεμὲς ἔχει μῆκος 1 cm καὶ περίοδον 2 sec εἰς
τόπον ὅπου εἶναι $g = 980 \text{ cm/sec}^2$. Πόση εἶναι ἡ περίοδος τοῦ ἔκκρε-
μοῦς τούτου εἰς τὸν ἰσημερινὸν ($g = 978 \text{ cm/sec}^2$) καὶ εἰς τὸν πόλον
($g = 983 \text{ cm/sec}^2$) ;

ΠΑΓΚΟΣΜΙΟΣ ΕΛΞΙΣ — ΒΑΡΥΤΗΣ

126. Νόμος τοῦ Νεύτωνος. — Ὁ Νεύτων, διὰ νὰ ἐξηγήσῃ τοὺς νό-
μους τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν περὶ τὸν Ἥλιον καὶ τὰ φαινόμενα τῆς
βαρύτητος, ἐδέχθη ὅτι μεταξύ δύο ὑλικῶν σωμάτων ἐξασκοῦνται ἐλκτι-
καὶ δυνάμεις. Αἱ ἔλξεις αὗται διέπονται ἀπὸ τὸν ἀκόλουθον νό-
μον τοῦ Νεύτωνος ἢ νόμον τῆς παγκοσμίου ἔλξεως :

Δύο σώματα ἔλκονται μεταξύ των μὲ δυνάμιν, ἡ ὁποία εἶναι
ἀνάλογος πρὸς τὸ γινόμενον τῶν μαζῶν των (m_1 καὶ m_2) καὶ ἀντι-
στρόφως ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως (r) αὐτῶν.

$$\text{νόμος τοῦ Νεύτωνος : } F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

όπου k είναι σταθερά ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν σωμάτων.
 Ἡ σταθερά k καλεῖται **σταθερά τῆς παγκοσμίου ἑλξεως** καὶ εἶναι :
 $k = 6,68 \cdot 10^{-8} \text{ C.G.S.}$

127. Τὸ βάρος τῶν σωμάτων. — Ὑποθέτομεν ὅτι ἡ $\Gamma\eta$ εἶναι ὁμογενὴς σφαῖρα. Ἐν σῶμα A εὐρισκόμενον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς $\Gamma\eta$ ς ὑφίσταται ἐκ μέρους τῆς $\Gamma\eta$ ς ἑλξιν, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **βάρος** τοῦ σώματος. Ὡς εἶναι γνωστόν, ἐν σῶμα μάζης m ἔχει βάρος $B = m \cdot g$. Ἐὰν M εἶναι ἡ μᾶζα τῆς $\Gamma\eta$ ς καὶ R ἡ ἀκτίς αὐτῆς, τότε συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τοῦ Νεύτωνος εἶναι :

$$m \cdot g = k \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \quad \text{ἤτοι}$$

$$g = k \cdot \frac{M}{R^2}$$

Ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως τοῦ σώματος ἀπὸ τὸ κέντρον τῆς $\Gamma\eta$ ς.

Ἐφ' ὅσον λοιπὸν ἀνερχόμεθα κατακορύφως, ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας τῆς $\Gamma\eta$ ς, ἡ τιμὴ τοῦ g βαίνει συνεχῶς ἐλαττουμένη καὶ συνεπῶς τὸ βάρος ἑνὸς σώματος ἐλαττώνεται.

Ἡ τιμὴ τοῦ g βαίνει συνεχῶς αὐξανόμενη, καθ' ὅσον προχωροῦμεν ἐκ τοῦ ἰσημερινοῦ πρὸς τοὺς πόλους. Αὕτῃ ἡ μεταβολὴ τῆς τιμῆς τοῦ g μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ πλάτους ὀφείλεται εἰς τὰ ἑξῆς δύο αἷτια :

α) Εἰς τὸ ἐλλειψοειδὲς σχῆμα τῆς $\Gamma\eta$ ς, ἕνεκα τοῦ ὁποίου ἡ ἰσημερινὴ ἀκτίς τῆς $\Gamma\eta$ ς εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν πολικὴν ἀκτῖνα.

β) Εἰς τὴν φυγόκεντρον δυνάμιν, ἡ ὁποία ἀναπτύσσεται ἐπὶ παντὸς σώματος ἕνεκα τῆς περιστροφικῆς κινήσεως τῆς $\Gamma\eta$ ς. Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς περιστροφῆς τῆς $\Gamma\eta$ ς περὶ τὸν ἄξονά της δεχόμεθα ὅτι ἡ φυγόκεντρος δυνάμις ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος. Διότι καὶ ἡμεῖς οἱ ἴδιοι μετέχομεν τῆς περιστροφικῆς κινήσεως τῆς $\Gamma\eta$ ς. Ὅπως δὲ ἀποδεικνύει ἡ Μηχανικὴ, ὅταν ὁ παρατηρητὴς μετέχῃ τῆς περιστροφικῆς κινήσεως, τότε ὁ παρατηρητὴς οὗτος, διὰ νὰ ἐρμηνεύσῃ τὰ φαινόμενα, πρέπει νὰ δεχθῇ ὅτι ἐπὶ ἐκάστου σώματος, εὐρισκομένου ἐντὸς τοῦ στρεφομένου συστήματος, ἀναπτύσσεται φυγόκεντρος δυνάμις. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι :

Τὸ βάρος ἑνὸς σώματος μεταβάλλεται μετὰ τῆς ἀποστάσεως

τοῦ σώματος ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης καὶ μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ πλάτους.

127α. Πεδίον βαρύτητος τῆς Γῆς.— Καλεῖται **πεδίον βαρύτητος** τῆς Γῆς ὁ χώρος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου, φερόμενον ἐν σῶμα, ὑφίσταται ἔλξιν ἐκ μέρους τῆς Γῆς. Ἐντὸς τοῦ πεδίου βαρύτητος τῆς Γῆς κινεῖται ἡ Σελήνη, ἡ ὁποία διαγράφει περὶ τὴν Γῆν σχεδὸν κυκλικὴν τροχίαν. Ὡς κεντρομόλος δύναμις ἐνεργεῖ ἐπὶ τῆς Σελήνης ἡ ἔλξις τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ Γῆ ἐπὶ τῆς Σελήνης.

Διὰ νὰ ἐξέλθῃ ἐν σῶμα ἐκτὸς τοῦ πεδίου βαρύτητος τῆς Γῆς, πρέπει νὰ προσδώσωμεν εἰς τὸ σῶμα τοῦτο ἀρχικὴν κατακόρυφον ταχύτητα ἴσῃν μὲ $11\,180\text{ m/sec}$. Ὅταν ἐν σῶμα ἀποκτήσῃ αὐτὴν τὴν ταχύτητα, ἀπελευθερώνεται ἀπὸ τὴν ἔλξιν τῆς Γῆς καὶ δύναται νὰ κινήθῃ πλέον ἐλευθέρως ἐντὸς τοῦ ἀστρικοῦ διαστήματος. Ἐπὶ τοῦ παρόντος εἶναι ἀδύνατον νὰ προσδώσωμεν εἰς ἐν σῶμα ἀρχικὴν κατακόρυφον ταχύτητα ἴσῃν μὲ $11,18\text{ km/sec}$. Μὲ ἓνα ὅμως πύραυλον δυνάμεθα νὰ προσδώσωμεν εἰς τὸ σῶμα σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν γ ὀλίγον μεγαλυτέραν ἀπὸ τὴν ἐπιτάχυνσιν g τῆς βαρύτητος. Οὕτως ἡ κατακόρυφος ταχύτης τοῦ σώματος βαίνει συνεχῶς αὐξανόμενη, μέχρις ὅτου τὸ σῶμα ἀποκτήσῃ τὴν ἀνωτέρω ταχύτητα ἀπελευθερώσεως. Τότε καταργεῖται ἡ προωστικὴ δύναμις τοῦ πυραύλου καὶ τὸ σῶμα κινεῖται μὲ σταθερὰν ταχύτητα ἐντὸς τοῦ ἀστρικοῦ διαστήματος.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

121. Δύο σφαῖραι μολύβδου, ἀκτίνος r εὐρίσκονται εἰς ἐπαφὴν, Νὰ εὐρεθῇ ἡ μεταξὺ αὐτῶν ἀσκουμένη ἔλξις.

Ἐφαρμογὴ : $r = 1\text{ m}$, $d = 11\text{ gr/cm}^3$ (ἡ ἔλξις νὰ εὐρεθῇ εἰς gr^*).

122. Δύο μᾶζαι m_1 καὶ m_2 εὐρίσκονται εἰς τὰ ἄκρα εὐθείας $A_1A_2 = a$, ἐπὶ τῆς ὁποίας δύναται νὰ κινήται ἐλευθέρως μᾶζα m . Εἰς ποίαν θέσιν ἐπὶ τῆς εὐθείας αὐτῆς θὰ ἰσορροπῇ ἡ μᾶζα m ;

123. Ἡ ἀπόστασις τῶν κέντρων τῆς Γῆς καὶ τῆς Σελήνης εἶναι $60 R$, ὅπου R εἶναι ἡ ἀκτίς τῆς Γῆς. Ὁ λόγος τῶν μαζῶν τῶν δύο τούτων σωμάτων εἶναι $81 : 1$. Εἰς πόσῃν ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ κέντρον τῆς Γῆς πρέπει νὰ εὐρεθῇ σῶμα, ὥστε τοῦτο νὰ ἰσορροπῇ ;

124. Ἡ μάζα τῆς Σελήνης εἶναι τὰ 0,0123 τῆς μάζης τῆς Γῆς, ἡ δὲ μέση ἀκτίς τῆς Σελήνης εἶναι 1 738 km. Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Σελήνης; Μάζα τῆς Γῆς : $6 \cdot 10^{27}$ gr.

125. Σῶμα ἀφίηται εἰς τὴν Γῆν νὰ πέσῃ ἐλευθέρως ἀπὸ ὕψος 100 m. Ἀπὸ ποῖον ὕψος πρέπει νὰ ἀφεθῇ νὰ πέσῃ εἰς τὴν Σελήνην τὸ σῶμα, ὥστε ἡ τελικὴ ταχύτης του νὰ εἶναι ἴση μὲ ἐκείνην, τὴν ὁποίαν εἶχεν, ὅταν ἔφθασεν εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς;

126. Πλοῖον ἔχει μᾶζαν $m = 40\,000$ tn. Νὰ εὐρεθῇ πόση εἶναι ἡ φυγόκεντρος δύναμις, ἡ ὁποία ἀναπτύσσεται ἐπ' αὐτοῦ, ὅταν εὐρίσκεται ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ. Ἡ Γῆ εἶναι σφαιρικὴ καὶ ἔχει ἀκτῖνα 6 370 km. $g = 10^8$ cm/sec².

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΟΝΑΔΩΝ

128. Συστήματα μονάδων.— Κατὰ τὴν μελέτην τῶν διαφορῶν φαινομένων ἐγνωρίσαμεν διάφορα φυσικὰ μεγέθη, ἕκαστον τῶν ὁποίων μετρεῖται μὲ ἰδιαιτέραν μονάδα. Διὰ νὰ διευκολυνώμεθα εἰς τὴν ἐκλογὴν τῶν μονάδων ἐργαζόμεθα ὡς ἑξῆς : Ἐκλέγομεν αὐθαίρετως τρία μεγέθη, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **θεμελιώδη**. Αἱ μονάδες, μὲ τὰς ὁποίας μετροῦνται τὰ θεμελιώδη μεγέθη, καλοῦνται **θεμελιώδεις μονάδες**. Τότε αἱ μονάδες τῶν ἄλλων μεγεθῶν εὐρίσκονται εὐκόλως. Αἱ οὕτως εὐρίσκόμεναι μονάδες καλοῦνται **παράγωγοι μονάδες**. Αἱ τρεῖς θεμελιώδεις μονάδες καὶ αἱ προκύπτουσαι παράγωγοι μονάδες ἀποτελοῦν ἓν **σύστημα μονάδων**. Εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιεῖται τὸ **σύστημα μονάδων C.G.S.** (§ 16), εἰς τὸ ὁποῖον ὡς θεμελιώδη μεγέθη λαμβάνονται τὸ **μῆκος**, ἡ **μάζα** καὶ ὁ **χρόνος**. Αἱ θεμελιώδεις μονάδες τοῦ συστήματος C.G.S. εἶναι τὸ **ἐκατοστόμετρον** (1 cm), τὸ **γραμμάριον μάζης** (1 gr) καὶ τὸ **δευτερόλεπτον** (1 sec). Εἰς τὸν πίνακα 3 ἀναγράφονται αἱ συνηθέστεραι μονάδες τοῦ συστήματος C.G.S., τὰς ὁποίας ἐγνωρίσαμεν κατὰ τὴν μελέτην διαφορῶν φαινομένων.

129. Τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων.— Εἰς τὰς τεχνικὰς ἐφαρμογὰς χρησιμοποιεῖται τὸ **τεχνικὸν σύστημα μονάδων** ἢ **σύ-**

στημα μονάδων M.K*.S., εις τὸ ὁποῖον ὡς θεμελιώδη μεγέθη λαμβάνονται τὸ μῆκος, ἡ δύναμις καὶ ὁ χρόνος

Θεμελιώδεις μονάδες τοῦ τεχνικοῦ συστήματος μονάδων εἶναι τὸ μέτρον (1 m), τὸ χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr*) καὶ τὸ δευτερόλεπτον (1 sec).

Ἀπὸ τὰς τρεῖς αὐτὰς θεμελιώδεις μονάδας προκύπτουν διάφοροι παράγωγοι μονάδες. Οὕτως ὡς μονὰς ταχύτητος λαμβάνεται τὸ 1 m/sec. Ἐκ τούτου προκύπτει ὅτι ὡς μονὰς ἐπιταχύνσεως λαμβάνεται τὸ 1 m/sec².

Εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων ἡ μονὰς μάζης εἶναι παράγωγος μονὰς καὶ ὀρίζεται ἀπὸ τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν:

$F = m \cdot \gamma$. Ἐὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν $m = \frac{F}{\gamma}$ θέσωμεν $F = 1 \text{ kgr*}$ καὶ $\gamma = 1 \text{ m/sec}^2$, εὐρίσκομεν $m = 1$, ἥτοι τὴν μονάδα μάζης εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων. Ἄρα:

Εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται ἡ μᾶζα ἐκείνη, ἡ ὁποία ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως 1 kgr* ἀποκτᾷ ἐπιτάχυνσιν 1 m/sec²

$$1 \text{ μονὰς μάζης T. Σ.} = \frac{1 \text{ kgr*}}{1 \text{ m/sec}^2} = 1 \frac{\text{kgr*}}{\text{m/sec}^2}$$

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $B = m \cdot g$ εὐρίσκομεν ὅτι εἶναι:

$$1 \text{ kgr*} = 1000 \text{ gr} \cdot 981 \text{ cm/sec}^2 = 981 \text{ 000 dyn}$$

Ἐπομένως ἀπὸ τὸν ἀνωτέρω ὀρισμὸν τῆς μονάδος μάζης τοῦ T.Σ. εὐρίσκομεν:

$$1 \text{ μονὰς μάζης T. Σ.} = \frac{981 \text{ 000 dyn}}{100 \text{ cm/sec}^2} = 9810 \text{ gr}$$

$$1 \text{ μονὰς μάζης T. Σ.} = 9,810 \text{ kgr}$$

Εἰς τὸν πίνακα 3 δίδονται αἱ συνηθέστεραι μονάδες τοῦ τεχνικοῦ συστήματος καὶ ἡ ἀντιστοιχία τούτων πρὸς τὰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S.

129α. Τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων.— Τὸ σύστημα μονάδων C.G.S. καλύπτει τὰς ἀνάγκας τῆς Φυσικῆς, παρουσιάζει ὅμως τὸ μειονέκτημα ὅτι αἱ μονάδες του εἶναι πολὺ μικραὶ διὰ τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς. Τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων εἶναι χρήσιμον εἰς πολλὰς ἐφαρμογὰς, ἰδίως τῆς Μηχανικῆς, δὲν ἐπεκτείνεται ὅμως καὶ εἰς τὰ ἡλεκτρικὰ μεγέθη. Διὰ τὴν ἐνοποιηθῆ ἡ μέτρησις τῶν διαφορῶν φυσικῶν μεγεθῶν, ἀπεφασίσθη διεθνῶς (1956) ἡ χρησιμοποίησις νέου συστήματος μονάδων, τὸ ὁποῖον καλεῖται **πρακτικὸν σύστημα μονάδων**.

Εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων ὡς θεμελιώδη μεγέθη λαμβάνονται τὸ **μῆκος**, ἡ **μᾶζα**, ὁ **χρόνος** καὶ ἡ **ἐνταση** τοῦ ἡλεκτρικοῦ ρεύματος.

Θεμελιώδεις μονάδες τοῦ πρακτικοῦ συστήματος μονάδων εἶναι τὸ μέτρον (1 m), τὸ χιλιόγραμμον μάζης (1 kgr.), τὸ δευτερόλεπτον (1 sec) καὶ τὸ ἀμπέρ (1 A).

Τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων σημειώνεται συντόμως M.K.S.A. (ἀπὸ τὰ ἀρχικὰ γράμματα τῶν μονάδων metre, kilogramme, seconde, Ampère). Ἀπὸ τὰς ἀνωτέρω θεμελιώδεις μονάδας προκύπτουν διάφοροι παράγωγοι μονάδες. Οὕτως εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα ὡς μονὰς ταχύτητος λαμβάνεται τὸ 1 m/sec. Ἐκ τούτου προκύπτει ὅτι ὡς μονὰς ἐπιταχύνσεως λαμβάνεται τὸ 1 m/sec².

Μονὰς δυνάμεως. Εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων ἡ μονὰς δυνάμεως εἶναι παράγωγος μονὰς (ὅπως εἰς τὸ σύστημα C.G.S.) καὶ ὀρίζεται ἀπὸ τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν :

$$F = m \cdot \gamma$$

Ἐὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν θέσωμεν $m = 1 \text{ kgr}$ καὶ $\gamma = 1 \text{ m/sec}^2$, εὐρίσκομεν $F = 1$, ἥτοι τὴν μονάδα δυνάμεως εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων. Ἄρα:

Εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων ὡς μονὰς δυνάμεως λαμβάνεται ἡ δύναμις, ἡ ὁποία, ἐνεργοῦσα ἐπὶ μάζης 1 kgr, προσδίδει εἰς

αυτήν επιτάχυνσιν 1 m/sec^2 . Ἡ μονὰς αὕτη τῆς δυνάμεως καλεῖται Newton (1 N).

$$1 \text{ Newton } (1 \text{ N}) = 1 \text{ kgr} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \eta \quad 1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{sec}^2}$$

Ἀπὸ τὸν ὀρισμὸν τῆς μονάδος Newton προκύπτει ὅτι εἶναι :
 $1 \text{ Newton} = 1000 \text{ gr} \cdot 100 \text{ cm/sec}^2$ ἥτοι $1 \text{ Newton} = 10^5 \text{ dyn}$.

Εἶναι γνωστὸν, ὅτι $1 \text{ kgr}^* = 9,81 \cdot 10^5 \text{ dyn}$. Ἀρα μεταξὺ τῆς μονάδος δυνάμεως Newton (1 N) καὶ τῆς γνωστῆς μονάδος χιλιό-γραμμον βάρους (1 kgr^*) ὑπάρχει ἡ ἀκόλουθος σχέσις :

$$1 \text{ kgr}^* = 9,81 \text{ N} \quad \text{καὶ} \quad 1 \text{ N} = 0,102 \text{ kgr}^*$$

Μονὰς ἔργου. Ἡ μονὰς ἔργου ὀρίζεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν :
 $W = F \cdot s$. Ἐὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν θέσωμεν $F = 1 \text{ N}$ καὶ $s = 1 \text{ m}$, εὐρίσκομεν $W = 1$, ἥτοι τὴν μονάδα ἔργου εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων. Ἀρα :

$$1 \text{ μονὰς ἔργου M.K.S.A.} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}$$

Ἐὰν εἰς τὴν ἀνωτέρω σχέσιν θέσωμεν $1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyn}$ καὶ $1 \text{ m} = 10^2 \text{ cm}$, εὐρίσκομεν :

$$1 \text{ μονὰς ἔργου M.K.S.A.} = 10^5 \text{ dyn} \cdot 10^2 \text{ cm} = 10^7 \text{ erg}$$

Εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων ὡς μονὰς ἔργου προκύπτει τὸ 1 Joule .

$$1 \text{ μονὰς ἔργου M.K.S.A.} = 1 \text{ Joule}$$

Συνεπῶς εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων ὡς μονὰς ἰσχύος λαμβάνεται τὸ $1 \text{ Watt} (= 1 \text{ Joule/sec})$.

Οὕτω τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων παρουσιάζει τὸ μέγα πλεονέκτημα, ὅτι ὡς μονάδες ἔργου καὶ ἰσχύος προκύπτουν τὸ Joule καὶ τὸ Watt, αἱ ὁποῖαι εἶναι αἱ ἐπικρατοῦσαι σήμερον μονάδες εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς. Εἰς τὸν πίνακα 3 ἀναφέρονται αἱ συνηθέστεραι μηχανικαὶ μονάδες τοῦ πρακτικοῦ συστήματος μονάδων.

Παράδειγμα. Σῶμα βάρους 60 kgr^* κινεῖται μὲ ταχύτητα 144 km/h .
 Ψηφιοποιήθηκε ἀπὸ τὸ Ἰνστιτούτο Εκπαιδευτικῆς Πολιτικῆς

Νὰ εὑρεθῇ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος εἰς τὰ τρία συστήματα μονάδων.

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος δίδεται γενικῶς ἀπὸ τὴν γνωστὴν ἐξίσωσιν:

$$W = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Σύστημα C. G. S. Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἡ κινητικὴ ἐνέργεια θὰ εὑρεθῇ εἰς erg.

Ἐχομεν: $m = 6 \cdot 10^4 \text{ gr}$ καὶ $v = \frac{144\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ sec}} = 40 \text{ m/sec}$ ἢ $v = 4 \cdot 10^3 \text{ cm/sec}$.

Ἄρα: $W = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10^4 \cdot 16 \cdot 10^8 = 48 \cdot 10^{10} \text{ erg}$

Τεχνικὸν σύστημα (M.K*.S.). Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἡ κινητικὴ ἐνέργεια θὰ εὑρεθῇ εἰς kgr*m.

Ἐχομεν: $m = \frac{60}{9,81} \frac{\text{kgr}^*}{\text{m/sec}^2}$ καὶ $v = 40 \text{ m/sec}$

Ἄρα: $W = \frac{1}{2} \cdot \frac{60}{9,81} \cdot 40^2 = \frac{48\,000}{9,81} = 4892,96 \text{ kgr}^* \text{m}$

Πρακτικὸν σύστημα (M.K.S.A.). Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἡ κινητικὴ ἐνέργεια θὰ εὑρεθῇ εἰς Joule.

Ἐχομεν: $m = 60 \text{ kgr}$ καὶ $v = 40 \text{ m/sec}$

Ἄρα: $W = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 40^2 = 48 \cdot 10^3 \text{ Joule}$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

127. Σῶμα ἔχει μᾶζαν $9,81 \text{ tn}$. Πόση εἶναι ἡ μᾶζα του εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα;

128. Σῶμα βάρους 100 kgr^* μεταφέρεται εἰς ὕψος 20 m . Πόση εἶναι ἡ δυναμικὴ του ἐνέργεια εἰς τὸ σύστημα C.G.S. καὶ εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα;

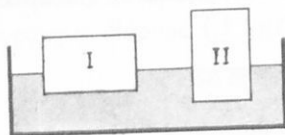
129. Αὐτοκίνητον βάρους 2 tn^* κινεῖται μὲ ταχύτητα 72 km/h . Πόση εἶναι ἡ κινητικὴ του ἐνέργεια εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα καὶ εἰς τὸ σύστημα C.G.S.;

130. Σῶμα μάζης $19,62 \text{ kgr}$ κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως μὲ ἐπιτάχυνσιν 4 m/sec^2 . Πόση εἶναι ἡ ἐνεργοῦσα δύναμις εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα;

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΓΕΝΙΚΑΙ ΕΝΝΟΙΑΙ

130. Όρισμός τῆς πίεσεως.—“Όταν στερεὸν σῶμα στηρίζεται ἐπὶ ἄλλου σώματος, τότε ἡ παραμόρφωσις τοῦ ὑποστηρίγματος δὲν ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸ βάρος τοῦ στερεοῦ σώματος, ἀλλὰ καὶ ἀπὸ τὸ μέγεθος τῆς πιεζομένης ἐπιφανείας. Ἐστω π.χ. ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον ἀπὸ σίδηρον. Τοποθετοῦμεν τὸ σῶμα τοῦτο μὲ προσοχὴν ἐπὶ στρώματος ἄμμου, τοῦ ὁποίου ἡ ἐπιφάνεια εἶναι ὀριζοντία (σχ. 124). Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ σῶμα εἰσχωρεῖ περισσότερο ἐντὸς τῆς ἄμμου, ὅταν ἡ ἐπιφάνεια στηρίξεως τοῦ σώματος γίνεται μικροτέρα. Ἡ παραμόρφωσις δηλαδὴ αὐξάνει, ὅταν αὐξάνῃ καὶ τὸ



Σχ. 124. Εἰς τὴν θέσιν II τὸ σῶμα ἄσκει μεγαλύτεραν πίεσιν.

πηλίκον τοῦ βάρους B τοῦ σώματος διὰ τοῦ ἔμβαδοῦ τῆς πιεζομένης ἐπιφανείας σ .

Πίεσις καλεῖται τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως διὰ τοῦ ἔμβαδοῦ τῆς ἐπιφανείας, ἐπὶ τῆς ὁποίας ἐνεργεῖ ἡ δύναμις.

$$\text{πίεσις} = \frac{\text{δύναμις}}{\text{ἐπιφάνεια}} \quad p = \frac{F}{\sigma}$$

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις ἐνδιαφερόμεθα νὰ ἐλαττώσωμεν ἢ νὰ αὐξήσωμεν τὴν ἐπιφερομένην πίεσιν. Οὕτω π.χ. διὰ νὰ βαδίσωμεν ἐπὶ στρώματος χιόνος χρησιμοποιοῦμεν εἰδικὰ πέδιλα, τὰ ὁποῖα ἔχουν μεγάλην ἐπιφάνειαν· ἐπίσης ἐφοδιάζομεν τοὺς τροχοὺς τῶν τρακτέρ μὲ προεξοχὰς διὰ νὰ αὐξήσωμεν τὴν ἐπιφάνειαν ἐπαφῆς, ὥστε νὰ βυθίζωνται ὀλιγώτερον ἐντὸς τοῦ μαλακοῦ ἐδάφους. Ἀντιθέτως, διὰ νὰ διευκολύνωμεν τὴν εἰσχώρησιν ἐνὸς στερεοῦ ἐντὸς ἄλλου, φροντίζομεν νὰ περιορίσωμεν σημαντικῶς τὴν ἐπιφάνειαν ἐπαφῆς, π.χ. εἰς τὰς βελόνας καὶ τὰ τέμνοντα ὄργανα (ψαλίδι, μαχαῖρι κ.ἄ.).

Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ὡς μονὰς πίεσεως λαμβάνεται ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ δύναμις μιᾶς δύνης ἐπὶ ἐνὸς τετραγωνικοῦ ἑκατοστομέτρου (1 dyn/cm^2).

Ὡς πρακτικὴ μονὰς πίεσεως λαμβάνεται ἡ **τεχνικὴ ἀτμόσφαιρα** (1 at), ἥτοι ἡ πίεσις τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ δύναμις 1 kgr* ἐπὶ 1 cm². Ἀλλῇ μικροτέρᾳ πρακτικῇ μονὰς πίεσεως εἶναι ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ δύναμις 1 gr* ἐπὶ 1 cm² (1 gr*/cm²).

Μονάδες πίεσεως

1 μονὰς πίεσεως C.G.S.	= 1 dyn/cm ²
1 τεχνικὴ ἀτμόσφαιρα (1 at)	= 1 kgr*/cm ²
1 gr*/cm ²	= 981 dyn/cm ²

131. Τὰ ρευστὰ σώματα.— Καλοῦνται **ρευστά**, τὰ σώματα ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ ρέουν, δηλαδή ἐκεῖνα τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ μεταβάλλουν τὸ σχῆμα τῶν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μιᾶς πολὺ μικρᾶς δυνάμεως. Τὰ μόρια τῶν ρευστῶν εἶναι εὐκίνητα καὶ δύνανται νὰ ὀλισθαίνουν εὐκόλως ἐπὶ τῶν γειτονικῶν μορίων. Διὰ τοῦτο τὰ ρευστὰ λαμβάνουν τὸ σχῆμα τοῦ δοχείου ἐντὸς τοῦ ὁποίου εὐρίσκονται. Διακρίνομεν δύο κατηγορίας ρευστῶν :

α) Τὰ **ἀσυμπίεστα ρευστά**, τῶν ὁποίων ὁ ὄγκος εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν πίεσιν, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπ' αὐτῶν. Εἰς τὴν κατηγορίαν αὐτὴν τῶν ρευστῶν ὑπάγονται τὰ **ὕγρὰ**. Ἐπομένως τὰ ὕγρὰ ἔχουν ὠρισμένον ὄγκον καὶ παρουσιάζουν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν.

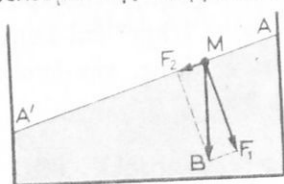
β) Τὰ **συμπιεστὰ ρευστά**, τῶν ὁποίων ὁ ὄγκος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν πίεσιν, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπ' αὐτῶν. Εἰς τὴν κατηγορίαν αὐτὴν τῶν ρευστῶν ὑπάγονται τὰ **ἀέρια**.

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΥΓΡΩΝ

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΠΙΕΣΙΣ

132. Ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τῶν ὑγρῶν.— Ἄς θεωρήσωμεν ἓν ὕγρὸν, τὸ ὁποῖον ὑφίσταται μόνον τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του. Τὰ μόρια τὰ ἀποτελοῦντα τὸ ὕγρὸν εἶναι εὐκίνητα καὶ δύνανται νὰ μετατοπιζῶνται εὐκόλως. Ὡστε ἡ κατάστασις ἰσορροπίας τοῦ ὑγροῦ εἶναι ἀπο-

τέλεσμα τῆς ἰσορροπίας ἐκάστου μορίου. Ἐὰν λοιπὸν ὑποθέσωμεν ὅτι



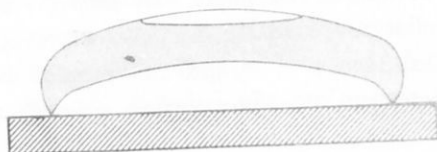
Σχ. 125. Τὸ μόριον M θὰ ἐκινεῖτο ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς F_2 .

ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ἐνὸς ἡρεμούντος ὑγροῦ δὲν εἶναι ὀριζοντία, τότε τὸ βάρος B ἐνὸς ἐπιφανειακοῦ μορίου M (σχ. 125) δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς δύο συνιστώσας δυνάμεις F_1 καὶ F_2 . Ἡ F_1 εἶναι κάθετος πρὸς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν καὶ ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν ἀντίδρασιν τῶν ὑποκειμένων μορίων (διότι τὸ ὑγρὸν εἶναι ἀσυμπίεστον). Ἡ F_2 κεῖται ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας καὶ

δὲν ἐξουδετερώνεται· ἄρα θὰ κινήσῃ τὸ μόριον κατὰ τὴν διεύθυνσίν τῆς καὶ ἐπομένως δὲν ὑφίσταται κατάστασις ἰσορροπίας. Ἡ ἐπιφανειακὴ συνιστῶσα F_2 εἶναι ἴση μὲ μηδέν, μόνον ὅταν ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εἶναι ὀριζοντία. Ὡστε :

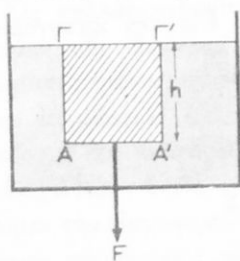
Ὅταν ὑγρὸν ἰσορροπῇ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εἶναι ὀριζοντία.

Ἐφαρμογὴν τῆς ἀνωτέρω ιδιότητος τῶν ὑγρῶν ἀποτελεῖ ἡ ἀεροστάθμη (σχ. 126), ἡ ὁποία χρησιμεύει διὰ τὴν ἐξασφάλισιν τῆς ὀριζοντιότητος διαφόρων ἐπιφανειῶν.



Σχ. 126. Ἀεροστάθμη.

133. Πίεσις ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ.— Ἀς θεωρήσωμεν



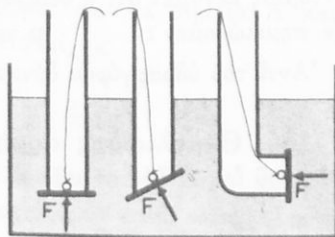
Σχ. 127. Μέτρησης τῆς ὑδροστατικῆς πίεσεως.

ὑγρὸν, τὸ ὁποῖον ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του. Φανταζόμεθα μίαν ὁμάδα μορίων τοῦ ὑγροῦ, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν μικρὰν ὀριζοντίαν ἐπιφάνειαν $ΑΑ'$ ἔχουσαν ἐμβαδὸν σ (σχ. 127). Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς ἐνεργεῖ δυνάμεις F , ἡ ὁποία ὀφείλεται εἰς τὸ βάρος τῆς ὑπερκειμένης στήλης τοῦ ὑγροῦ, ἡ ὁποία ἔχει ὕψος h . Ἡ δυνάμεις F ἐνεργεῖ καθετῶς ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας $ΑΑ'$ καὶ εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος τῆς ὑγρᾶς στήλης $ΑΑ'ΓΓ'$, ἡ ὁποία ἔχει

ὄγκον $V = h \cdot \sigma$. Ἐὰν ρ εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ, τότε τὸ βά-

ρος τῆς στήλης τοῦ ὑγροῦ εἶναι $F = V \cdot \rho$, ἥτοι εἶναι $F = h \cdot \sigma \cdot \rho$. Συμ-
φώνως πρὸς τὸν ὀρισμὸν τῆς πίεσεως (§ 130) εἰς πᾶν σημεῖον τῆς
ἐπιφανείας ΑΑ' ἐπιφέρεται πίεσις: $p = \frac{F}{\sigma}$ ἥτοι $p = h \cdot \rho$

Ἡ πίεσις αὕτη καλεῖται **ὕδροστατική πίεσις** καὶ ὀφείλεται εἰς
τὸ βάρος τῶν ὑπερκειμένων μορίων τοῦ ὑγροῦ. Τὴν ὑπαρξίν τῆς ὕδρο-
στατικῆς πίεσεως ἀποδεικνύομεν πειραματικῶς ὡς ἐξῆς: Ἡ μία βάσις
ὕαλινου κυλίνδρου κλείεται ὕδατοστεγῶς μὲ μικρὸν δίσκον, ὁ ὁποῖος
συγκρατεῖται μὲ τὴν βοήθειαν λεπτοῦ νήματος (σχ. 128). Βυθίζομεν
τὸ κλειστὸν ἄκρον τοῦ κυλίνδρου ἐντὸς
ὕδατος. Παρατηροῦμεν ὅτι ὁ δίσκος μέ-
νει προσκεκολλημένος ἐπὶ τοῦ κυλίν-
δρου, ὅ π ω σ δ ῆ π ο τ ε καὶ ἂν κλί-
νωμεν τὸν κύλινδρον. Ὁ δίσκος συγ-
κρατεῖται εἰς τὴν θέσιν του ἀπὸ τῆν
ἐπ' αὐτοῦ ἐνεργοῦσαν δύναμιν F , ἡ ὁ-
ποία ὀφείλεται εἰς τὴν ὕδροστατικὴν
πίεσιν. Ὁ δίσκος ἀποσπᾶται, ὅταν ὁ
κύλινδρος πληρωθῇ μὲ ὕδωρ μέχρι τῆς
ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος εἰς τὸ
ἐξωτερικὸν δοχεῖον. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὰ ἐξῆς συμ-
περάσματα:



Σχ. 128. Πειραματικὴ ἀπόδειξις
τῆς ὕδροστατικῆς πίεσεως.

I. Πᾶσα ἐπιφάνεια, εὐρισκόμενη ἐντὸς ἡρεμοῦντος ὑγροῦ, ὑφί-
σταται ὕδροστατικὴν πίεσιν, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν ἐπιφά-
νειαν καὶ ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ τῆς ἐπιφανείας.

II. Ἡ ὕδροστατικὴ πίεσις (p) εἰς ἓν σημεῖον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ
μετρεῖται μὲ τὸ βάρος τῆς ὑγρᾶς στήλης, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν 1 cm^2
καὶ ὕψος τὴν ἀπόστασιν (h) τοῦ θεωρουμένου σημείου ἀπὸ τῆς
ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.

$$\text{ὕδροστατικὴ πίεσις : } p = h \cdot \rho$$

Ἐὰς θεωρήσωμεν ἐντὸς τοῦ ἡρεμοῦντος ὑγροῦ ἓν ὀριζόντιον
ἐπίπεδον, εὐρισκόμενον εἰς βάθος h κάτωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφα-
νείας τοῦ ὑγροῦ. Τότε εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ἐπιπέδου τούτου ἡ πίε-
σις εἶναι σταθερὰ (διότι εἶναι $p = h \cdot \rho = \text{σταθ.}$).

134. Μέτρησις τῆς πιέσεως διὰ τοῦ ὕψους στήλης ὕδρα-γύρου.— Ἐὰς θεωρήσωμεν μίαν στήλην ὕδραργύρου, ἥ ὅποια ἔχει βάσιν 1 cm^2 καὶ ὕψος h . Ἐὰν p εἴναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδραργύρου, τότε πᾶν σημεῖον τῆς βάσεως αὐτῆς τῆς στήλης δέχεται πίεσιν :

$$p = h \cdot \rho$$

Οὕτως, ἂν εἴναι $\rho = 13,6 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$ καὶ $h = 10 \text{ cm}$, ἡ βάσις τῆς στήλης τοῦ ὕδραργύρου δέχεται πίεσιν : $p = 10 \cdot 13,6 = 136 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$, ἥτοι πίεσιν ἴσην μὲ τὸ βάρος στήλης ὕδραργύρου ὕψους 10 cm . Χάριν συντομίας λέγομεν ὅτι ἡ θεωρουμένη πίεσις εἶναι 10 cm ὕδραργύρου καὶ τὴν σημειώνομεν :

$$p = 10 \text{ cm Hg.}$$

Ἀντὶ τοῦ ὕδραργύρου δύναται νὰ ληφθῇ οἷονδήποτε ὑγρόν.

135. Θεμελιώδης ἀρχὴ τῆς ὑδροστατικῆς.— Ἐὰς λάβωμεν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ δύο σημεῖα A καὶ B (σχ. 129), τὰ ὅποια εὐρίσκονται ἀντιστοιχῶς εἰς βάθος h_1 καὶ h_2 . Ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις εἰς τὸ σημεῖον A εἶναι :

$p_1 = h_1 \cdot \rho$ (ὅπου ρ παριστᾷ τὸ εἰδικὸν βάρος). Ἡ ἰδία πίεσις ἀντιστοιχεῖ καὶ εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ὑγροῦ, τὰ ὅποια εὐρίσκονται ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου τοῦ διερχομένου διὰ τοῦ σημείου A . Ὁμοίως εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου, τὸ ὅποion διέρχεται διὰ τοῦ σημείου B , ἡ πίεσις εἶναι

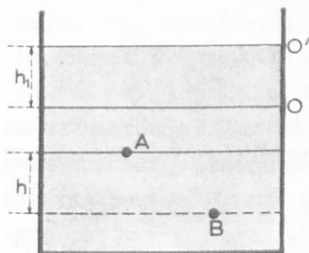
$p_2 = h_2 \cdot \rho$. Ἐπομένως ἡ διαφορὰ πίεσεως μεταξύ τῶν σημείων A καὶ B ἰσοῦται μὲ τὴν διαφορὰν τῶν πιέσεων, αἱ ὅποια ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰ δύο ὀριζόντια ἐπίπεδα :

$$p_2 - p_1 = h_2 \cdot \rho - h_1 \cdot \rho = (h_2 - h_1) \cdot \rho$$

Ἡ διαφορὰ πίεσεως μεταξύ δύο σημείων ἡρεμοῦντος ὑγροῦ εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος στήλης ὑγροῦ, ἥ ὅποια ἔχει βάσιν 1 cm^2 καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν (h) τῶν δύο σημείων :

$$\text{διαφορὰ πίεσεως : } p_2 - p_1 = h \cdot \rho$$

136. Μετάδοσις τῶν πιέσεων.— Ἐὰν λάβωμεν ἐντὸς τοῦ ἰσορροποῦντος ὑγροῦ δύο σημεῖα A καὶ B (σχ. 301), εἰς τὰ ὁποῖα αἱ πιέσεις εἶναι p_A καὶ p_B , τότε μεταξύ τῶν δύο αὐτῶν σημείων ὑπάρχει διαφορὰ πίεσεως :



Σχ. 130. Μετάδοσις τῆς πίεσεως.

$$p_B - p_A = h \cdot \rho$$

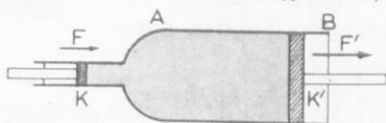
Ἐὰν προσθέσωμεν εἰς τὸ δοχεῖον νέαν ποσότητα ὑγροῦ, ὥστε ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια αὐτοῦ νὰ ἀνέλθῃ ἕως τὸ O', τότε ἡ πίεσις αὐξάνεται κατὰ $p_1 = h_1 \cdot \rho$. Ἐπομένως ἡ πίεσις εἰς τὰ σημεῖα A καὶ B γίνεται ἀντιστοιχῶς :

$$(p_1 + p_A) \quad \text{καὶ} \quad (p_1 + p_B)$$

Ἡ διαφορὰ πίεσεως μεταξύ τῶν σημείων A καὶ B εἶναι πάλιν ἴση μὲ $h \cdot \rho$. Τὸ ἐξαγόμενον τοῦτο φανερώνει, ὅτι, ἂν κατὰ οἰονδήποτε τρόπον αὐξηθῇ ἡ πίεσις εἰς τὸ σημεῖον A κατὰ p_1 , τότε εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ὑγροῦ ἡ πίεσις αὐξάνεται κατὰ τὸ αὐτὸ ποσόν. Ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω συνάγεται τὸ ἀκόλουθον γενικὸν συμπέρασμα, τὸ ὁποῖον εἶναι γνωστὸν ὡς **ἄρχὴ τοῦ Πασκάλ :**

Ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ ἡρεμοῦντος ὑγροῦ, μεταδίδεται ἡ αὐτὴ πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ.

Ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς τοῦ Pascal.— Ἀς λάβωμεν δοχεῖον πλήρες ὑγροῦ, τὸ ὁποῖον κλείεται μὲ δύο ἔμβολα K καὶ K' (σχ. 131). Ἡ ἐπιφάνεια σ' τοῦ ἐμβόλου K' εἶναι ν φορές μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν σ τοῦ ἐμβόλου K, ἥτοι εἶναι $\sigma' = \nu \cdot \sigma$. Ἐφαρμόζομεν ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου K μίαν δύναμιν F. Τότε ἐπὶ ἑνὸς τμήματος τῆς ἐπιφανείας



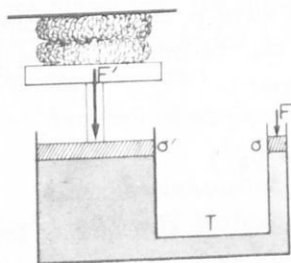
Σχ. 131. Ἐφαρμογὴ τῆς μεταδόσεως τῆς πίεσεως.

τοῦ ἐμβόλου K', τὸ ὁποῖον ἔχει ἐμβαδὸν σ ἴσον μὲ τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐμβόλου K, θὰ ἐνεργῇ ἡ ἰδίᾳ δύναμις F. Ἀρα ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου K' θὰ ἐνεργῇ δύναμις $F' = \nu \cdot F$. Γενικῶς, ἂν F καὶ F' εἶναι αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐφαρμόζονται ἐπὶ τῶν δύο ἐμβόλων καὶ σ, σ'

εἶναι τὰ ἐμβαδὰ τῶν ἐπιφανειῶν αὐτῶν, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τοῦ Pascal, θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν :

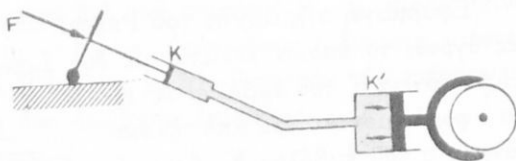
$$p = \frac{F}{\sigma} = \frac{F'}{\sigma'} \quad \text{ἢ} \quad F' = F \cdot \frac{\sigma'}{\sigma}$$

Ἡ δύναμις F' , ἡ ὁποία ἐνεργεῖ καθέτως ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου K' εἶναι πολὺ μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν δύναμιν F . Ἐπομένως ἡ συσκευή αὕτη πολλαπλασιάζει σημαντικῶς τὰς δυνάμεις τὰς ἐφαρμοζομένας ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου. Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς αὐτῆς στηρίζεται τὸ **ὕδραυλικὸν πιεστήριον** (σχ. 132). Ἐάν ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἐνεργῇ δύναμις F , τότε τὸ μεγαλύτερον ἐμβολὸν τείνει νὰ ἀνυψωθῇ· διὰ νὰ διατηρηθῇ εἰς ἰσορροπίαν, πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν ἐπ' αὐτοῦ μίαν δύναμιν F' , ἡ ὁποία προσδιορίζεται ἀπὸ τὴν σχέσιν : $\frac{F'}{F} = \frac{\sigma'}{\sigma}$. Ἐάν



Σχ. 132. Ὑδραυλικὸν πιεστήριον.

λοιπὸν ἡ σ' εἶναι 10, 100, 1000... φορές μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν σ , τότε καὶ ἡ F' θὰ εἶναι 10, 100, 1000... φορές μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν F . Τὸ μεγάλον ἐμβολὸν, ὠθούμενον πρὸς τὰ ἄνω, ἀνυψώνει τὴν τράπεζαν, ἐπὶ τῆς ὁποίας τοποθετεῖται τὸ πρὸς συμπέσειν σῶμα. Τὸ ὕδραυλικὸν πιεστήριον χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν ἐξαγωγήν τῶν ἐλαίων ἀπὸ διαφόρους καρποὺς ἢ σπέρματα, διὰ τὴν συσκευασίαν τῶν ἀχύρων, τοῦ βάμβακος, διὰ τὴν ἀνύψωσιν βαρέων ἀντικειμένων κ.ἄ.

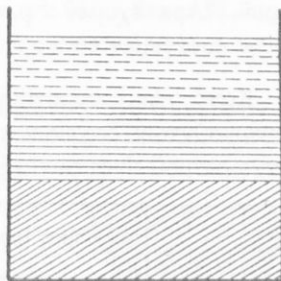


Σχ. 133. Ὑδραυλικὴ τροχοπέδη.

Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ Pascal στηρίζεται καὶ ἡ λειτουργία τῆς ὕδραυλικῆς τροχοπέδης (ὕδραυλικὸν φρένο) τοῦ αὐτοκινήτου, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἐφαρμοζομένη πίεσις μεταβιβάζεται διὰ τοῦ ὕγρου εἰς τὸ μεγάλον ἐμβολὸν (σχ. 133).

137. Ἴσορροπία μὴ ἀναμιγνυομένων ὑγρῶν.— Ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ δοχείου θέτομεν διάφορα ὑγρά, τὰ ὁποῖα δὲν ἀναμιγνύονται π.χ.

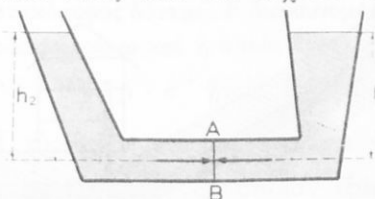
υδράργυρον, ὕδωρ καὶ πετρέλαιον. Ὄταν τὰ ὑγρά ταῦτα ἰσορροπήσουν, παρατηροῦμεν ὅτι διατάσσονται κατὰ τὴν σειρὰν τῆς πυκνότητός των καὶ ὅτι αἱ ἐπιφάνειαι διαχωρισμοῦ εἶναι ὀριζόντιοι (σχ. 134). Τοῦτο συμβαίνει, διότι ἐπὶ ἐκάστης ἐπιφανείας διαχωρισμοῦ ἡ πίεσις εἶναι σταθερά (§ 133).



Σχ. 134. Ἴσορροπία τριῶν μὴ ἀναμιγνυμένων ὑγρῶν.

138. Συγκοινωνοῦντα δοχεῖα.—

Δύο συγκοινωνοῦντα δοχεῖα περιέχουν τὸ ἴδιον ὑγρόν, τοῦ ὁποῖου τὸ εἰδικὸν βάρος εἶναι ρ (σχ. 135). Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ ὑγροῦ αἱ ἐλεύθεραι ἐπιφάνειαι αὐτοῦ ἐντὸς τῶν δύο δοχείων εὐρίσκονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἐρμηνεύεται εὐκόλως. Ἄς θεωρήσω-

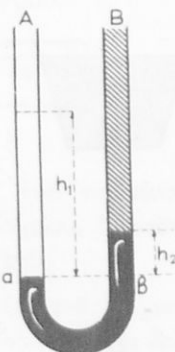


Σχ. 135. Συγκοινωνοῦντα δοχεῖα.

τὴν αὐτὴν πίεσιν. Ἄρα ἔχομεν: $h_1 \cdot \rho = h_2 \cdot \rho$ ἢ $h_1 = h_2$
Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν συνάγομεν ὅτι :

Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν ὑγροῦ ἐντὸς συγκοινωνοῦντων δοχείων ἡ ἐλευθέρᾳ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς ὅλων τῶν δοχείων ἀνέρχεται μέχρι τοῦ αὐτοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου.

Ἐὰν ἐντὸς τῶν δύο συγκοινωνοῦντων δοχείων ὑπάρχουν δύο διάφορα ὑγρά μὴ ἀναμιγνύμενα, τότε κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τῶν ὑγρῶν αἱ ἐλεύθεραι ἐπιφάνειαι αὐτῶν δὲν εὐρίσκονται ἐπὶ τοῦ ἰδίου ὀριζοντίου ἐπιπέδου (σχ. 136). Ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου αβ, τὸ ὁποῖον εἶναι προέκτασις τῆς ἐπιφανείας διαχωρισμοῦ τῶν δύο ὑγρῶν, ἡ πίεσις εἶναι ἡ αὐτή, δηλαδή τὰ



Σχ. 136. Ἴσορροπία δύο ὑγρῶν.

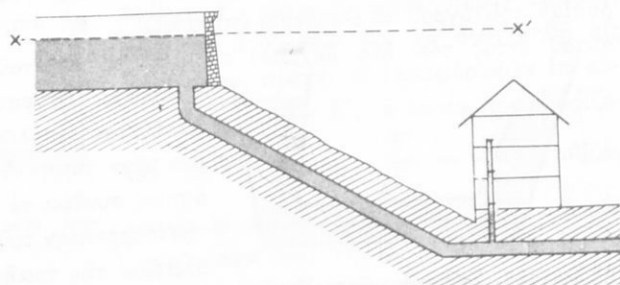
σημεία τοῦ ἐπιπέδου αβ δέχονται τὴν ἰδίαν πίεσιν ἐκ μέρους ἐκάστου ὑγροῦ. Ἄρα ἔχομεν : $p_1 = p_2$, ἥτοι $h_1 \cdot \rho_1 = h_2 \cdot \rho_2$. Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν συνάγομεν ὅτι :

Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν δύο μὴ ἀναμιγνυομένων ὑγρῶν ἐντὸς συγκοινωνούντων δοχείων τὰ ὕψη τῶν ὑγρῶν ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας διαχωρισμοῦ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα πρὸς τὰ εἰδικὰ βάρη αὐτῶν.

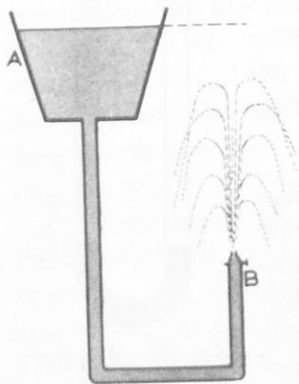
συνθήκη ἰσορροπίας δύο ὑγρῶν : $\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$

***139. Ἐφαρμογαὶ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων.—α)** Ἐ-

φαρμογὴν τοῦ νόμου τῶν συγκοινωνούντων δοχείων ἔχομεν εἰς τὴν διανομὴν τοῦ ὕδατος ἐντὸς τῶν πόλεων. Τὸ ὕδωρ συγκεντρώνεται εἰς μίαν δεξαμενὴν (σχ. 137).



Σχ. 137. Διανομὴ τοῦ ὕδατος.



Σχ. 138. Πίδαξ.

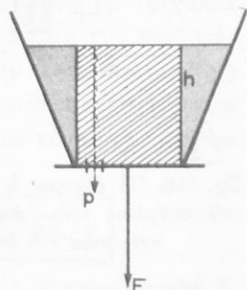
Ἀπὸ τὴν δεξαμενὴν ἀναχωροῦν ἀγωγοί, μετὰ τοὺς ὁποίους συνδέεται τὸ δίκτυον ἐκάστης οἰκοδομῆς. Εἶναι φανερόν ὅτι, διὰ νὰ φθάσῃ τὸ ὕδωρ εἰς ὠρισμένον σημεῖον τῆς οἰκοδομῆς, πρέπει τὸ σημεῖον τοῦτο νὰ εὕρεται κάτωθεν τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος εἰς τὴν δεξαμενὴν.

β) Ἐὰν τὸ δοχεῖον Α (σχ. 138) συγκοινωνῇ μετὰ τὸν σωλῆνα Β, ὁ ὁποῖος εἶναι ἀνοικτός εἰς τὸν ἀέρα, τότε τὸ ὑγρὸν σχηματίζει πίδακα. Τὸ ὕδωρ τοῦ πίδακος δὲν δύναται νὰ φθάσῃ τὴν στάθμην τοῦ ὕδατος ἐντὸς τοῦ δοχείου Α, ἕνεκα τῆς τριβῆς τοῦ

ὕγρου ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ σωλῆνος καὶ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος.

γ) "Όταν ἐν ὑδροφόρον στρῶμα περικλείεται μεταξύ δύο ὕδατο-στεγῶν στρωμάτων, τότε, ἂν διανοιχθῇ φρέαρ, τὸ ὕδωρ ἀναπηδᾷ σχηματίζον πίδακα· τὸ φρέαρ τοῦτο καλεῖται ἄρτεσιανόν.

140. Δύναμις ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου. —
 "Ας θεωρήσωμεν δοχεῖον (σχ. 139), τοῦ ὁποίου ὁ πυθμὴν εἶναι ὀριζόντιος. Ἐντὸς τοῦ δοχείου ὑπάρχει ὕγρὸν εὐρισκόμενον εἰς ἰσορροπίαν. Τὸ ὕγρὸν ἔχει εἰδικὸν βάρος ρ καὶ ἡ ἀπόστασις τοῦ πυθμένος ἀπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕγρου εἶναι h . Τότε εἰς πᾶν σημεῖον τοῦ πυθμένος ἡ πίεσις εἶναι $p = h \cdot \rho$. Ἐπομένως ἐφ' ὅλοκλήρου τοῦ πυθμένος, τοῦ ὁποίου τὸ ἐμβαδὸν εἶναι σ , ἐνεργεῖ κατακόρυφος δύναμις F διευθυνομένη ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω καὶ ἡ ὁποία ἔχει ἔντασιν :



Σχ. 139. Δύναμις ἐπὶ τοῦ πυθμένος.

$$F = p \cdot \sigma \quad \text{ἢτοι} \quad F = h \cdot \sigma \cdot \rho$$

Ἡ εὐρεθεῖσα σχέσις φανερώνει ὅτι :

Ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ ὕγρὸν ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου πυθμένος τοῦ δοχείου, εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος μιᾶς κατακορύφου στήλης ὕγρου, ἐχούσης βάσιν τὸν πυθμένα καὶ ὕψος τὴν ἀπόστασιν τοῦ πυθμένος ἀπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕγρου.

δύναμις ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ πυθμένος : $F = h \cdot \sigma \cdot \rho$

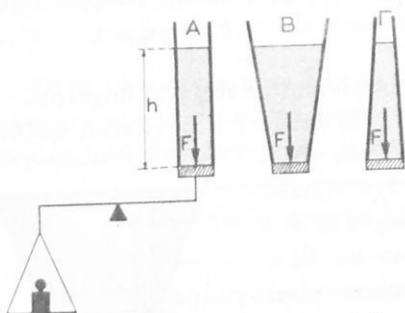
Ἀπὸ τὸν ἀνωτέρω νόμον συνάγεται ὅτι :

Ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ ὕγρὸν ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου, εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ δοχείου, δηλαδὴ εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὸ βάρος τοῦ περιεχομένου ὕγρου.

Τοῦτο ἀποδεικνύεται πειραματικῶς μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 140. Ἐπὶ καταλλήλου βάσεως δύνανται νὰ κοχλιοῦνται ὑάλινα δοχεῖα ἄνευ πυθμένος καὶ διαφορετικοῦ σχήματος. Ὡς πυθμὴν τοῦ δοχείου χρησιμεύει μεταλλικὸς δίσκος, ὁ ὁποῖος εἶναι στερεωμένος εἰς τὸ ἐν ἄκρον φάλαγγος ζυγοῦ. Ἐπὶ τοῦ δίσκου τοῦ ζυγοῦ, ὁ ὁποῖος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ ἄλλο ἄκρον τῆς φάλαγγος τοῦ ζυγοῦ, θέτομεν σταθμὰ καὶ

οὕτως ὁ κινητὸς πυθμὴν κλείει ὑδατοστεγῶς τὸ δοχεῖον. Ἐὰν ἐντὸς

τοῦ δοχείου Α θέσωμεν ὕδωρ, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ πυθμὴν ἀποσπᾶται, ὅταν τὸ ὕδωρ φθάσῃ εἰς ὕψος h ἐντὸς τοῦ δοχείου Α. Ἐὰν ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα μὲ τὰ ἄλλα δοχεῖα Β καὶ Γ, εὐρίσκομεν ὅτι ἡ δύναμις, ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τοῦ ὕγρου ἐπὶ τοῦ κινητοῦ πυθμένος, εἶναι πάντοτε ἡ αὐτή, δηλαδὴ εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὸ ποσὸν τοῦ ὕγρου, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς τοῦ δοχείου.



Σχ. 140. Ἡ δύναμις ἡ ἐνεργοῦσα ἐπὶ τοῦ πυθμένος εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ σχήματος τοῦ δοχείου.

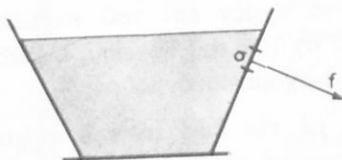
Π α ρ ἄ δ ε ι γ μ α. Ὁ πυθμὴν μιᾶς δεξαμενῆς ἔχει ἐπιφάνειαν $\sigma = 2 \text{ m}^2$ καὶ ἀπέχει $h = 4 \text{ m}$ ἀπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕδατος. Ἡ πίεσις εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ πυθμένος εἶναι :

$$p = h \cdot \rho = 400 \text{ cm} \cdot 1 \text{ gr}^* / \text{cm}^3 = 400 \text{ gr}^* / \text{cm}^2$$

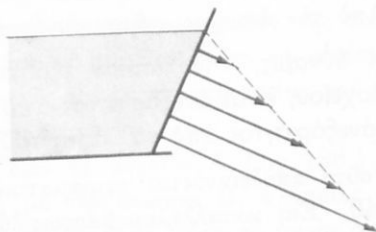
ἡ δὲ δύναμις, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ πυθμένος, εἶναι:

$$F = p \cdot \sigma = 400 \text{ gr}^* / \text{cm}^2 \cdot 20\,000 \text{ cm}^2 = 8 \cdot 10^6 \text{ gr}^* = 8 \text{ tn}^*$$

141. Δύναμις ἐπὶ πλευρικοῦ τοιχώματος.—Ἀς θεωρήσωμεν δοχεῖον, τοῦ ὁποῖου τὸ πλευρικὸν τοίχωμα εἶναι ἐπίπεδον (σχ. 141). Ἐπὶ μικρᾶς στοιχειώδους ἐπιφανείας σ τοῦ τοιχώματος ἐνεργεῖ ἡ κάθετος δύναμις $f = p \cdot \sigma$. Ἐφ' ὁλοκλήρου λοιπὸν τοῦ τοιχώματος ἐνερ-



Σχ. 141. Δύναμις ἐπὶ πλευρικοῦ τοιχώματος.



Σχ. 142. Αἱ δυνάμεις βαίνουν αὐξανόμεναι.

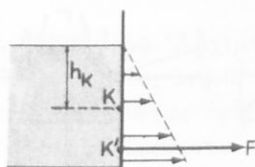
γοῦν δυνάμεις κάθετοι πρὸς τὸ τοίχωμα, τῶν ὁποίων αἱ ἐντάσεις βαίνουν αὐξανόμεναι καθ' ὅσον κατερχόμεθα ἐντὸς τοῦ ὕγρου (σχ. 142).

Αί δυνάμεις αὐταὶ ἔχουν μίαν συνισταμένην F , ἡ ὁποία εἶναι παράλληλος πρὸς αὐτάς, ἴση μὲ τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμά των καὶ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον K' τοῦ συστήματος τῶν παραλλήλων δυνάμεων (κέντρον πίεσεως). Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εὐρίσκεται ὅτι :

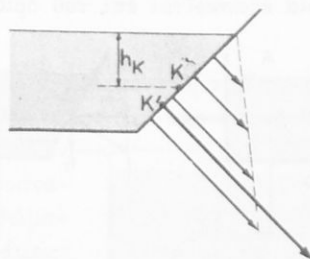
Ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων, τὰς ὁποίας ἐξασκεῖ τὸ ὕγρὸν ἐπὶ πλαγίου ἐπιπέδου τοιχώματος, εἶναι κάθετος πρὸς τὸ τοίχωμα καὶ ἴση μὲ τὸ βάρος στήλης ὕγρου, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν τὴν πιεζομένην ἐπιφάνειαν (Σ) τοῦ τοιχώματος καὶ ὕψος τὴν ἀπόστασιν (h_K) τοῦ κέντρου βάρους τῆς ἐπιφανείας ἀπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕγρου· ἐφαρμόζεται δὲ εἰς ἓν σημεῖον, τὸ ὁποῖον καλεῖται κέντρον πίεσεως.

$$\text{δύναμις ἐπὶ πλαγίου τοιχώματος: } F = \Sigma \cdot h_K \cdot \rho$$

Ἐὰν τὸ τοίχωμα εἶναι κατακόρυφον (σχ. 143), ἡ συνισταμένη F εἶναι ὀριζοντίαι. Ὅταν τὸ δο-



Σχ. 143. Ἡ συνισταμένη F εἶναι ὀριζοντίαι.

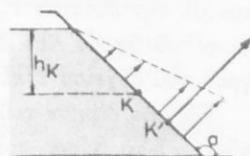


Σχ. 144. Ἡ συνισταμένη F διευθύνεται πρὸς τὰ κάτω.

χεῖον εἶναι πρὸς τὰ ἄνω πλατύτερον (σχ. 144), ἡ συνισταμένη F διευθύνεται πρὸς τὰ κάτω· ἐνῷ ὅταν τὸ δοχεῖον εἶναι πρὸς τὰ ἄνω στενότερον (σχ. 145), ἡ συνισταμένη F διευθύνεται πρὸς τὰ ἄνω.

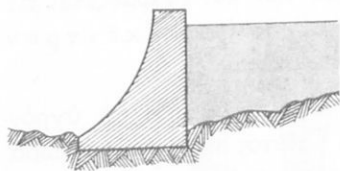
Εἰς τὰ διάφορα τεχνικὰ ἔργα, ὅπως εἶναι τὰ φράγματα, οἱ λιμενοβραχίονες, αἱ δεξαμεναὶ πλοίων κ.ἄ., λαμβάνονται πάντοτε ὑπ' ὄψιν αἱ πιέσεις τοῦ ὕγρου, διότι, ὅταν τὸ ὕψος τοῦ ὕγρου εἶναι σημαντικόν, αἱ ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις εἶναι πολὺ μεγάλαι.

Οὕτως εἰς μίαν δεξαμενὴν βάθους 10 μέτρων, κατακόρυφος τοίχος



Σχ. 145. Ἡ συνισταμένη F διευθύνεται πρὸς τὰ ἄνω.

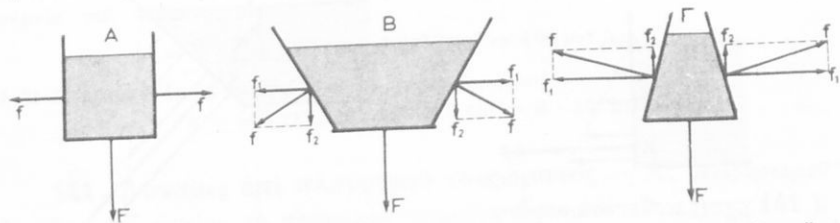
πλάτους 10 μέτρων (ἄρα ἐπιφανείας 100 m^2) θὰ ὑφίσταται τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως 500 τόννων. Τὸ σχῆμα 146 δεικνύει τὴν κατακόρυφον τομὴν ἑνὸς φράγματος· τὸ πᾶχος τοῦ φράγματος βαίνει αὐξανόμενον ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω καὶ οὕτως ἀποφεύγεται ἡ διάρρηξις καὶ ἡ ὀλίσθησις τοῦ φράγματος ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν



Σχ. 146. Τομὴ φράγματος.

τῶν μεγάλων δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἀναπτύσσονται ἐπ' αὐτοῦ.

142. Δυνάμεις ἀσκούμεναι ἐπὶ τοῦ συνόλου τῶν τοιχωμάτων.— Ἄς θεωρήσωμεν τρία δοχεῖα (σχ. 147), τὰ ὅποια ἔχουν τὴν αὐτὴν βάσιν, διαφορετικὸν ὅμως σχῆμα. Ἐντὸς αὐτῶν ὑπάρχει ὕδωρ, τὸ ὁποῖον φθάνει εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος καὶ εἰς τὰ τρία δοχεῖα. Ἡ δύναμις F , ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου πυθμένος, εἶναι ἡ αὐτὴ καὶ διὰ



Σχ. 147. Ἡ δύναμις ἡ ἐνεργοῦσα ἐφ' ὧν τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος τοῦ ὕγρου.

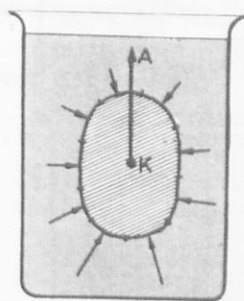
τὰ τρία δοχεῖα. Ἐὰν ζυγίσωμεν τὸ ὕγρον, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς ἐκάστου δοχείου, εὐρίσκομεν ὅτι τὸ βάρος τοῦ ὕγρου τοῦ δοχείου Α εἶναι ἴσον μὲ τὴν δύναμιν F , ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ πυθμένος· τὸ βάρος ὅμως τοῦ ὕγρου τοῦ δοχείου Β εἶναι μεγαλύτερον, ἐνῶ τὸ βάρος τοῦ ὕγρου τοῦ δοχείου Γ εἶναι μικρότερον ἀπὸ τὴν δύναμιν F .

Εἰς τὸν δίσκον τοῦ ζυγοῦ, ἐπὶ τοῦ ὁποίου θέτομεν τὸ δοχεῖον, ἐνεργοῦν : α) τὸ βάρος τοῦ δοχείου· β) ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων, τὰς ὁποίας ἐξασκεῖ τὸ ὕγρον ἐπὶ τοῦ συνόλου τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου. Εἰς τὸ δοχεῖον Α αἱ πλευρικοὶ δυνάμεις f εἶναι ὀριζόντιαι καὶ ἀναιροῦν ἡ μία τὴν ἄλλην· ἐπομένως ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ ἐνεργεῖ μόνον ἡ δύναμις F , τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ ὕγρον ἐπὶ τοῦ πυθμένος. Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ

δοχείου Β ἐκάστη ἀπὸ τὰς πλευρικὰς δυνάμεις ἀναλύεται εἰς μίαν ὀριζοντίαν καὶ μίαν κατακόρυφον συνιστῶσαν· αἱ ὀριζόντιαι συνιστῶσαι f_1 ἀναιροῦν ἢ μίαν τὴν ἄλλην, αἱ κατακόρυφοι ὅμως συνιστῶσαι f_2 ἔχουν συνισταμένην, ἢ ὁποία διευθύνεται ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω καὶ ἐπομένως π ρ ο σ τ ῖ θ ε τ α ι εἰς τὴν δύναμιν F , ἢ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ πυθμένος. Ἀντιθέτως, εἰς τὸ δοχεῖον Γ αἱ κατακόρυφοι συνιστῶσαι f_2 ἔχουν συνισταμένην, ἢ ὁποία διευθύνεται ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἐπομένως ἀ φ α ρ ε ῖ τ α ι ἀπὸ τὴν δύναμιν F , ἢ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ πυθμένος. Γενικῶς εὐρίσκεται ὅτι :

Αἱ πιέσεις, τὰς ὁποίας ἐπιφέρει τὸ ὑγρὸν εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, δημιουργοῦν δυνάμεις ἐνεργοῦσας ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων· αἱ δυνάμεις αὗται ἔχουν μίαν συνισταμένην, ἢ ὁποία εἶναι κατακόρυφος, διευθύνεται ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω, εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ καὶ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον βάρους τοῦ ὑγροῦ.

143. Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους.— "Ὅταν στερεὸν σῶμα εἶναι τελείως βυθισμένον ἐντὸς ὑγροῦ, τότε εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφανείας τοῦ σώματος καὶ καθέτως πρὸς αὐτὴν ἐνεργοῦν δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ὀφείλονται εἰς τὴν ὑδροστατικὴν πίεσιν. Αἱ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σώματος ἐνεργοῦσαι πιέσεις δημιουργοῦν δυνάμεις· ὅλαι αὗται αἱ δυνάμεις ἔχουν μίαν συνισταμένην, ἢ ὁποία διευθύνεται κατακόρυφος πρὸς τὰ ἄνω καὶ διὰ τοῦτο καλεῖται ἄνωσις (σχ. 148). Ἐνεκα τῆς ἀνώσεως τὸ στερεὸν σῶμα φαίνεται ἐλαφρότερον, ὅταν εἶναι τελείως βυθισμένον ἐντὸς ὑγροῦ. Πρῶτος ὁ Ἕλλην Ἀρχιμήδης ἀνεκάλυψε πειραματικῶς ὅτι τὸ ὑγρὸν ἐξασκεῖ ἄνωσιν ἐπὶ παντὸς σώματος βυθιζομένου ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ καὶ διετύπωσε τὸν ἀκόλουθον νόμον, ὁ ὁποῖος εἶναι γνωστὸς ὡς ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους :

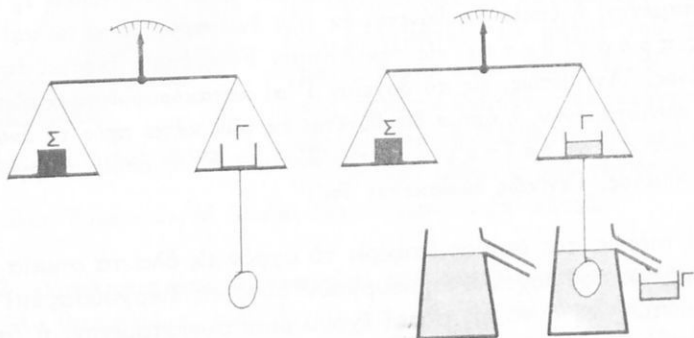


Σχ. 148. Τὸ σῶμα ὑφίσταται ἄνωσιν Α.

Πᾶν σῶμα, βυθιζόμενον ἐντὸς ἰσορροποῦντος ὑγροῦ, ὑφίσταται ἄνωσιν ἴσην μὲ τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.

α) Πειραματικὴ ἀπόδειξις. Ἡ ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους ἀποδει-

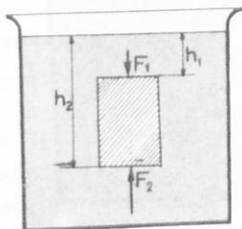
κινείται πειραματικῶς μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ ὑδροστατικοῦ ζυγοῦ (σχ. 149). "Όταν τὸ σῶμα βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ ἡ ἰσορροπία τοῦ ζυγοῦ



Σχ. 149. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους.

καταστρέφεται· ἡ ἰσορροπία ἀποκαθίσταται, ὅταν θέσωμεν τὸ ἔκτοπι-
σθὲν ὑγρὸν ἐντὸς τοῦ δοχείου τοῦ εὕρισκομένου ἐπὶ τοῦ δίσκου, ἀπὸ τὸν
ὁποῖον ἐξαρτᾶται τὸ σῶμα ἢ ἂν θέσωμεν σταθμὰ ἐπὶ τοῦ δίσκου τούτου.
Τὰ σταθμὰ φανερώνουν τότε τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ, ἥτοι
τὴν ἄνωσιν.

Ἐὰν V εἴναι ὁ ὄγκος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ καὶ ρ εἶναι τὸ εἰδικὸν
βάρος τοῦ ὑγροῦ, τότε ἡ ἄνωσις εἶναι :



Σχ. 150. Ὑπολογισμὸς
τῆς ἀνώσεως.

$$\text{ἄνωσις: } A = V \cdot \rho$$

β) Ὑπολογισμὸς τῆς ἀνώσεως. Ἡ ἄνω-
σις ὑπολογίζεται εὐκόλως, ὅταν τὸ ἐντὸς τοῦ
ὑγροῦ βυθισμένον σῶμα ἔχῃ σχῆμα πρίσματος
(σχ. 150). Ἐνεκα τῶν πιέσεων ἐξασκοῦνται
ἐπὶ τοῦ πρίσματος αἱ ἐξῆς δυνάμεις : α) αἱ
δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν κατακορύφων ἐδρῶν του καὶ αἱ
ὁποῖαι ἀλληλοαναιροῦνται β) αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν
δύο βάσεων καὶ αἱ ὁποῖαι εἶναι :

$$F_1 = p_1 \cdot \sigma = h_1 \cdot \rho \cdot \sigma$$

$$F_2 = p_2 \cdot \sigma = h_2 \cdot \rho \cdot \sigma$$

Ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων τούτων, δηλαδή ἡ ἄνωσις εἶναι :

$$A = F_2 - F_1 = (h_2 - h_1) \cdot \sigma \cdot \rho$$

Ἀλλὰ $(h_2 - h_1) \cdot \sigma$ εἶναι ὁ ὄγκος V τοῦ πρίσματος καὶ ἐπομένως ἡ ἄνωσις εἶναι : $A = V \cdot \rho$, ὅπου ρ εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ.

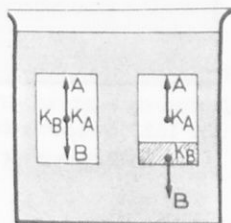
Τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ἀνώσεως καλεῖται **κέντρον ἀνώσεως** καὶ συμπίπτει πάντοτε μὲ τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.

144. Ἴσορροπία σώματος βυθισμένου ἐντὸς ὑγροῦ.—Διακρίνομεν δύο περιπτώσεις : α) τὸ σῶμα εἶναι **ἐξ ὅλοκλήρου** βυθισμένον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ· β) τὸ σῶμα εἶναι **ἐν μέρει** βυθισμένον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ.

α) Σῶμα ἐξ ὅλοκλήρου βυθισμένον. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργοῦν δύο δυνάμεις : 1) τὸ **βάρος** B τοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον βάρους K_B τοῦ σώματος· 2) ἡ **ἄνωσις** A , ἡ ὁποία εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ καὶ ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον ἀνώσεως K_A . Ἐὰν τὸ σῶμα εἶναι ὁμογενές, τότε τὰ δύο κέντρα K_B καὶ K_A συμπίπτουν (σχ. 151)· ἐὰν ὅμως τὸ σῶμα δὲν εἶναι ὁμογενές, τότε τὰ κέντρα K_B καὶ K_A δὲν συμπίπτουν.

Διὰ νὰ ἰσορροπῇ τὸ στερεὸν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ πρέπει : 1) τὸ κέντρον βάρους K_B τοῦ σώματος καὶ τὸ κέντρον ἀνώσεως K_A νὰ εὑρίσκωνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου καὶ 2) τὸ βάρος B τοῦ σώματος νὰ εἶναι ἴσον μὲ τὴν ἄνωσιν A , ἥτοι $B = A$.

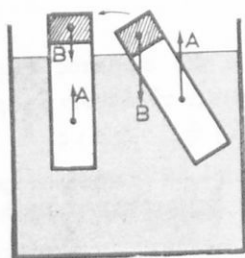
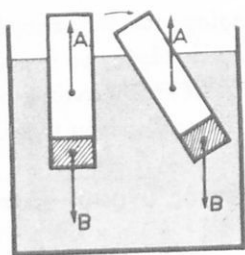
Ἐὰν εἶναι $B > A$, τότε τὸ στερεὸν **πίπτει** εἰς τὸν πυθμένα. Ἐὰν δὲ εἶναι $B < A$, τότε τὸ στερεὸν **ἀνέρχεται** εἰς τὴν ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ, ὅπου καὶ ἐπιπλέει.



Σχ. 151. Θέσις τοῦ κέντρου βάρους καὶ τοῦ κέντρου ἀνώσεως.

β) Σῶμα ἐπιπλέον. Ὄταν τὸ στερεὸν σῶμα ἐπιπλέῃ, μέρος μόνον τοῦ σώματος εἶναι βυθισμένον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ, ἂν τὸ βάρος B τοῦ σώματος καὶ ἡ ἄνωσις A εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι. Τότε τὸ κέντρον βάρους K_B καὶ τὸ κέντρον ἀνώσεως K_A εὑρίσκονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου.

Ἡ ἰσορροπία τοῦ σώματος εἶναι εὐσταθής, ὅταν τὸ κέντρον βάρους εὐρίσκεται χαμηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως (σχ. 152)·

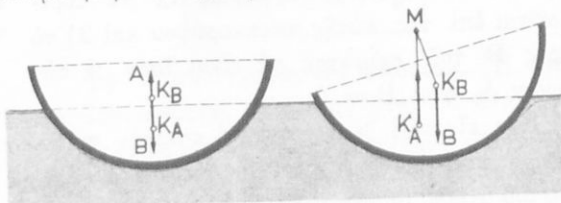


Σχ. 152. Ἰσορροπία ἐπιπλέοντος σώματος.

τότε, ἂν τὸ σῶμα κλίνη πλαγίως, τὸ βάρος Β καὶ ἡ ἄνωσις Α σχηματίζουν ζεύγος, τὸ ὁποῖον τείνει νὰ ἐπαναφέρῃ τὸ σῶμα εἰς τὴν ἀρχικὴν του θέσιν. Ἐὰν ὅμως τὸ κέντρον βάρους εὐρίσκεται ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως, τότε ἡ ἰσορροπία τοῦ σώματος εἶναι ἀσταθής, διότι κατὰ τὴν κλίσιν τοῦ σώματος αἱ δυνάμεις Β καὶ Α σχηματίζουν ζεύγος, τὸ ὁποῖον τείνει νὰ ἀνατρέψῃ τὸ σῶμα.

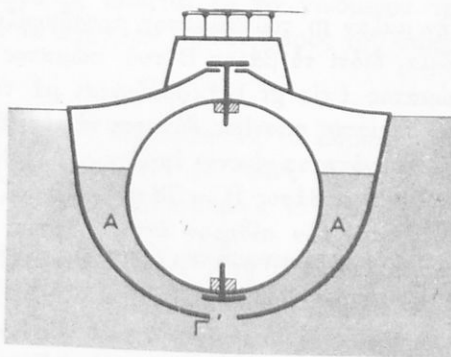
* Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι ἐν ἐπιπλέον σῶμα ἔχει εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, δηλαδὴ ἐπιπλέει ἀσφαλῶς, ὅταν τὸ κέντρον βάρους του εὐρίσκεται χαμηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως. Εἰς ὠρισμένας ὅμως περιπτώσεις ἐν σῶμα δύναται νὰ ἐπιπλέῃ ἀσφαλῶς καὶ ὅταν τὸ κέντρον βάρους του εὐρίσκεται ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως. Τοῦτο συμβαίνει εἰς τὰ πλοῖα ἐπιφανείας. Ἀς θεωρήσωμεν κατακόρυφον τομὴν τοῦ σκάφους, ἣ ὁποία διέρχεται διὰ τῶν δύο κέντρων K_B καὶ

K_A (σχ. 153). Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἰσορροπία τοῦ πλοίου εἶναι εὐσταθής, ἐφ' ὅσον τὸ κέντρον βάρους K_B εὐρίσκεται κάτωθεν τοῦ **μετακέντρου** Μ· τοῦτο εἶναι τὸ σημεῖον, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ ἄνωσις τέμνει τὸν ἄξονα συμμετρίας τοῦ πλοίου τὸν διερχόμενον διὰ τοῦ K_B . Ἡ εὐστάθεια εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρον βάρους εὐρίσκεται τὸ μετακέντρον. Διὰ νὰ αὐξήσουν τὴν εὐστάθειαν τοῦ πλοίου δίδουν εἰς αὐτὸ τοιοῦτον σχῆμα. ὥστε, ὅταν τὸ πλοῖον κλίνη πλαγίως, τὸ κέντρον ἀνώσεως νὰ μετατοπίζεται πολὺ ἐν σχέσει πρὸς τὸ κέντρον βάρους.



Σχ. 153. Τὸ μετακέντρον Μ εὐρίσκεται ἄνωθεν τοῦ K_B .

γ) Ὑποβρύχια. Τὰ ὑποβρύχια εἶναι σκάφη, τὰ ὅποια δύναται νὰ πλέουν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, δύνανται ὅμως νὰ πλέουν καὶ ὅταν εἶναι τελείως βυθισμένα ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Διὰ νὰ καταδυθοῦν, πρέπει νὰ αὐξηθῇ τὸ βάρος τοῦ σκάφους· τοῦτο ἐπιτυγχάνομεν ἀφήνοντας νὰ εἰσέλθῃ ὕδωρ ἐντὸς εἰδικῶν χώρων, οἱ ὅποιοι προηγουμένως ἦσαν πλήρεις πεπιεσμένου ἀέρος (σχ. 154). Διὰ νὰ ἐπαναφέρωμεν τὸ σκάφος ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, ἐκδιώκομεν τὸ ὕδωρ ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω διαμερίσματα μετὰ τὴν βοήθειαν ἀντλιῶν ἢ πεπιεσμένου ἀέρος. Τὸ ὑποβρύχιον δὲν δύναται νὰ συγκρατηθῇ εἰς ἓν ὀρισμένον βάθος, παρὰ μόνον ἐὰν κινῆται καὶ μετὰ τὴν βοήθειαν πάντοτε τῶν ὀριζοντιῶν πηδαλίων. Εἰς τὰ ὑποβρύχια πρέπει τὸ κέντρον βάρους νὰ εὐρίσκεται κάτω ἀπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως.



Σχ. 154. Τομή υποβρυχίου. (Α ὕδαταποθήκη, Γ κρουνοὶ πληρώσεως).

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΟΣ

145. Πυκνότης τοῦ ὕδατος. Εἶναι γνωστὸν ὅτι τὸ ὕδωρ εἰς θερμοκρασίαν 4°C ἔχει τὴν μεγαλύτεραν πυκνότητα. Ἐκ τῶν μετρήσεων εὐρέθη ὅτι :

Εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἰς gr^*/cm^3	
Θερμοκρασία $^{\circ}\text{C}$	Εἰδικὸν βάρος
0	0,9998
3	0,9999
4	1,0000
5	0,9999
10	0,9997
50	0,9880
100	0,9583

Εἰς θερμοκρασίαν 4°C ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἶναι ἴση μετὰ $1 \text{ gr}/\text{cm}^3$.

Μία μᾶζα ὕδατος δὲν ἔχει τὸν αὐτὸν ὄγκον εἰς τὰς διαφόρους θερμοκρασίας. Ἐπομένως ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος ἔχει διαφορετικὴν τιμὴν εἰς τὰς διαφόρους

θερμοκρασίας. Εἰς τὸν παραπλευρῶς πίνακα δεικνύεται ἡ μεταβολὴ τοῦ εἰδικοῦ βάρους τοῦ ὕδατος μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

146. Μέτρησις τῆς πυκνότητος.— Διὰ νὰ εὐρώμεν τὴν πυκνότητα ἑνὸς στερεοῦ σώματος, πρέπει νὰ γνωρίζωμεν τὴν μᾶζαν m καὶ τὸν ὄγκον V τοῦ σώματος. Τότε ἡ πυκνότης τοῦ σώματος εἶναι $d = \frac{m}{V}$

Τὴν μᾶζαν m τοῦ σώματος προσδιορίζομεν ἀμέσως, ἐὰν ζυγίσωμεν τὸ σῶμα, διότι τὸ βάρος B τοῦ σώματος (εἰς gr^*) καὶ ἡ μᾶζα m τοῦ σώματος (εἰς gr) ἐκφράζονται μὲ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν. Ὁ ὄγκος V τοῦ σώματος σπανίως δύναται νὰ εὐρεθῇ ἀμέσως. Διὰ τοῦτο ἡ μέτρησις τῆς πυκνότητος γίνεται ἐμμέσως. Ὡς θεωρήσωμεν τεμάχιον σιδήρου, τὸ ὁποῖον ἔχει βάρος $B = 78 \text{ gr}^*$. Ἡ μᾶζα τοῦ σιδήρου εἶναι $m = 78 \text{ gr}$. Βυθίζομεν τὸν σίδηρον ἐντὸς ὕδατος καὶ εὐρίσκομεν ὅτι οὗτος ὑφίσταται ἄνωσιν 10 gr^* . Ἀρα τὸ βάρος B' τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος εἶναι $B' = 10 \text{ gr}^*$. Ἀν καλέσωμεν V τὸν ὄγκον τοῦ σώματος, τότε καὶ τὸ ἐκτοπιζόμενον ὕδωρ ἔχει ὄγκον V . Ἐὰν δὲ θεωρήσωμεν ὅτι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἶναι $\rho' = 1 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$, τότε ὁ ὄγκος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος (συνεπῶς καὶ ὁ ὄγκος τοῦ σώματος) εἶναι $V = 10 \text{ cm}^3$. Ἀρα ἡ πυκνότης τοῦ σιδήρου εἶναι :

$$d = \frac{m}{V} = \frac{78 \text{ gr}}{10 \text{ cm}^3} = 7,8 \text{ gr/cm}^3$$

καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ σιδήρου εἶναι :

$$\rho = \frac{B}{V} = \frac{78 \text{ gr}^*}{10 \text{ cm}^3} = 7,8 \text{ gr}^*/\text{cm}^3.$$

147. Μέτρησις τοῦ σχετικοῦ εἰδικοῦ βάρους.— Ἐὰν εἶναι γνωστὸν τὸ εἰδικὸν βάρος ἑνὸς σώματος, τότε εἶναι γνωστὴ καὶ ἡ πυκνότης τοῦ σώματος (διότι ἡ πυκνότης καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος ἐκφράζονται μὲ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν, § 15). Ἐστω B τὸ βάρος ἑνὸς στερεοῦ σώματος καὶ B' ἡ ἄνωσις, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ σῶμα, ὅταν τοῦτο βυθίζεται ἐντὸς ὕδατος ἔχοντος εἰδικὸν βάρος ρ' . Τότε ὁ ὄγκος V τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος (συνεπῶς καὶ ὁ ὄγκος τοῦ σώματος) εἶναι : $V = \frac{B'}{\rho'}$

Τὸ εἰδικὸν βάρος ρ τοῦ σώματος θὰ εἶναι :

$$\rho = \frac{B}{V} \quad \eta \quad \rho = B : \frac{B'}{\rho'} \quad \text{καὶ} \quad \rho = \rho' \cdot \frac{B}{B'} \quad (1')$$

Ὁ λόγος τοῦ βάρους (B) τοῦ σώματος πρὸς τὸ βάρος (B') ἴσου ὄγκου ὕδατος καλεῖται **σχετικὸν εἰδικὸν βάρος** τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ ὕδωρ. Ἐπομένως ἡ ἐξίσωσις (1) δεικνύει ὅτι :

Τὸ εἰδικὸν βάρος ἐνὸς σώματος ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τοῦ εἰδικοῦ βάρους τοῦ ὕδατος ἐπὶ τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ ὕδωρ.

Ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι εἰς τὰς συνήθεις θερμοκρασίας τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἶναι κατὰ προσέγγισιν ἴσον μὲ $1 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$, τότε ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) καταλήγομεν εἰς τὸ ἐξῆς συμπέρασμα :

Τὸ εἰδικὸν βάρος ἐνὸς σώματος ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ ὕδωρ.

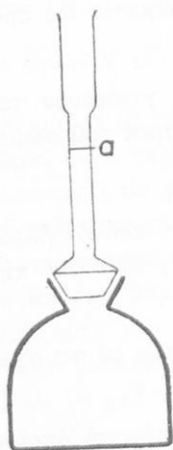
Ἡ ἐξίσωσις (1) ἰσχύει γενικῶς δι' οἰονδήποτε ὑγρὸν, τὸ ὁποῖον ἔχει εἰδικὸν βάρος ρ' καὶ τὸ ὁποῖον ἐπιφέρει ἐπὶ τοῦ στερεοῦ σώματος ἄνωσιν B' .

148. Μέθοδοι μετρήσεως τοῦ σχετικοῦ εἰδικοῦ βάρους.—
Τὸ εἰδικὸν βάρος ρ' τοῦ ὕδατος εἰς τὰς διαφόρους θερμοκρασίας δίδεται ἀπὸ πίνακας (βλ. πίν. σελ. 161). Τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος $\frac{B}{B'}$ τοῦ σώματος εὐρίσκεται συνήθως μὲ μίαν ἀπὸ τὰς κατωτέρω μεθόδους:

α) Μέθοδος τῆς ἀνώσεως. 1) Σ τ ε ρ ε ἄ σ ὡ μ α τ α. Εὐρίσκομεν τὸ βάρος B τοῦ στερεοῦ σώματος καὶ ἔπειτα εὐρίσκομεν τὴν ἄνωσιν B' , τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ σῶμα, ὅταν βυθίζεται τελείως ἐντὸς ὕδατος. Οὕτως εὐρίσκομεν τὸν λόγον $\frac{B}{B'}$.

2) Ὑ γ ρ ἄ σ ὡ μ α τ α. Λαμβάνομεν ἐν στερεὸν σῶμα καὶ εὐρίσκομεν τὴν ἄνωσιν B, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τοῦτο, ὅταν βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ἐξεταζομένου ὑγροῦ. Ἐπειτα εὐρίσκομεν τὴν ἄνωσιν B' , τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ ἴδιον στερεὸν σῶμα, ὅταν βυθίζεται ἐντὸς ὕδατος. Οὕτως εὐρίσκομεν τὸν λόγον τοῦ βάρους B ἐνὸς ὠρισμένου ὄγκου τοῦ θεωρουμένου ὑγροῦ πρὸς τὸ βάρος B' ἴσου ὄγκου ὕδατος, ἥτοι εὐρίσκομεν τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος $\frac{B}{B'}$ τοῦ σώματος.

β) Μέθοδος τῆς ληκύθου. 1) Στερεὰ σώματα. Ἡ λήκυθος εἶναι ὑάλινον δοχεῖον (σχ. 155) με πλάτῃ στόμιον. Τοῦτο κλείεται με ὑάλινον πῶμα, ἐπὶ τοῦ ὁποίου εἶναι ἐφηρμοσμένος τριχοειδὴς σωλὴν. Πληροῦμεν τὴν λήκυθον με ὕδωρ μέχρι τῆς γραμμῆς α, ἡ ὁποία εἶναι χαραγμένη ἐπὶ τοῦ σωλῆνος καὶ ζυγίζομεν τὴν λήκυθον. Ἐστω β τὸ βάρος τῆς ληκύθου καὶ Β τὸ βάρος τοῦ ἐξεταζομένου σώματος. Εἰσάγομεν τὸ σῶμα ἐντὸς τῆς ληκύθου καὶ ἀφαιροῦμεν τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον ἀνῆλθεν ἀνωθεν τῆς γραμμῆς α τοῦ σωλῆνος. Ζυγίζομεν τὴν λήκυθον ἐκ νέου καὶ εὐρίσκομεν ὅτι ἔχει βάρος $\beta' < B + \beta$. Ἡ διαφορὰ $(B + \beta) - \beta' = B'$ ἐκφράζει τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπισθέντος ὕδατος, τὸ ὁποῖον ἔχει ὄγκον ἴσον με τὸν ὄγκον τοῦ σώματος.



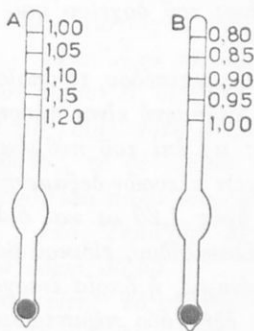
Σχ. 155. Λήκυθος. Οὕτως εὐρίσκομεν τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος $\frac{B}{B'}$ τοῦ στερεοῦ σώματος.

2) Ὑγρὰ σώματα. Πληροῦμεν τὴν λήκυθον μέχρι τῆς γραμμῆς α με τὸ ὑπὸ ἐξέτασιν ὑγρὸν καὶ τὴν ζυγίζομεν. Ἐπειδὴ γνωρίζομεν τὸ βάρος τῆς ληκύθου κενῆς, εὐρίσκομεν τὸ βάρος Β τοῦ περιεχομένου ὑγροῦ. Ἐπειτα πληροῦμεν τὴν λήκυθον μέχρι τῆς γραμμῆς α με ὕδωρ καὶ κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον εὐρίσκομεν τὸ βάρος Β' τοῦ ὕδατος, τὸ ὁποῖον ἔχει ὄγκον ἴσον με τὸν ὄγκον τοῦ ὑγροῦ. Οὕτως εὐρίσκομεν τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος $\frac{B}{B'}$ τοῦ ὑγροῦ.

149. Ἀραιόμετρα. — Ἡ πυκνότης τῶν ὑγρῶν εὐρίσκεται εὐκόλως με τὴν βοήθειαν εἰδικῶν ὀργάνων, τὰ ὁποῖα καλοῦνται ἀραιόμετρα. Τὰ πλέον εὐχρηστικά εἶναι τὰ ἀραιόμετρα σταθεροῦ βάρους. Ταῦτα εἶναι ὑάλινοι πλωτήρες, οἱ ὁποῖοι καταλήγουν εἰς κυλινδρικήν σωλῆνα (σχ. 156). Εἰς τὸ κατώτερον ἄκρον τοῦ πλωτήρος ὑπάρχει σφαῖρα, ἐντὸς τῆς ὁποίας τοποθετεῖται ἔρμα (ὕδραργυρος ἢ σφαιρίδια μολύβδου). Ὅταν τὸ ὄργανον τοῦτο ἐπιπλέῃ ἐπὶ ἐνὸς ὑγροῦ τότε τὸ ὄργανον βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ τόσον, ὥστε τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ νὰ εἶναι ἴσον με τὸ σταθερὸν βάρος τοῦ ὀργάνου.

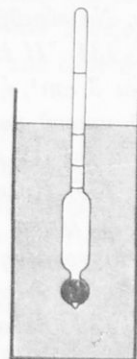
νου. Ἐπομένως, ὅσον πυκνότερον εἶναι τὸ ὑγρὸν, τόσον ὀλιγώτερον βυθίζεται τὸ ὄργανον.

Τὰ π υ κ ν ὀ μ ε τ ρ α βαθμολογοῦνται καταλλήλως, ὥστε ἡ διαίρεσις, εἰς τὴν ὁποίαν ἀντιστοιχεῖ ἡ ἐλευθέρᾳ ἐπιφάνειᾳ τοῦ ὑγροῦ, νὰ δίδῃ τὴν πυκνότητα τοῦ ὑγροῦ. Εἰς τὸ σχῆμα 157 δεικνύονται δύο πυκνόμετρα. Ἐκ τούτων τὸ μὲν Α χρησιμοποιεῖται διὰ τὰ πυκνότερα τοῦ ὕδατος ὑγρά, τὸ δὲ Β διὰ τὰ ἀραιότερα τοῦ ὕδατος ὑγρά.



Σχ. 157. Πυκνόμετρον (Α) καὶ ἀραιόμετρον (Β).

ἀμέσως τὴν περιεκτικότητα τοῦ ὑγροῦ ὡς πρὸς ἓν συστατικόν του (οἶνο-πνευματόμετρα, γαλακτόμετρα κ.ἄ.).



Σχ. 156. Ἀραιό-μετρον.

Εἰς διαφόρους πρακτικὰς ἐφαρμογὰς χρησιμοποιοῦνται τὰ π υ κ ν ὀ μ ε τ ρ α ἢ ἀ ρ α ι ὀ μ ε τ ρ α B a u m é, τὰ ὁποῖα ἔχουν αὐθαίρετον βαθμολογίαν. Ἡ

πυκνότης, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τὰς διαφόρους διαιρέσεις τῆς κλίμακος Baumé, εὐρίσκεται ἀμέσως ἀπὸ εἰδικούς πίνακας.

Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιοῦνται ἀραιόμετρα δι' εἰδικὰς μετρήσεις, τὰ ὁποῖα ἔχουν βαθμολογηθῇ καταλλήλως, ὥστε νὰ δεικνύουν

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

131. Πόσον εἶναι τὸ ὕψος στήλης ὑδραργύρου ἢ ὕδατος ἢ οἶνο-πνεύματος, ἡ ὁποία ἐπιφέρει πίεσιν $5\,000\text{ dyn/cm}^2$; Εἰδικὰ βάρος: ὑδραργύρου: $13,6\text{ gr}^*/\text{cm}^3$ ὕδατος: $1\text{ gr}^*/\text{cm}^3$ οἶνοπνεύματος: $0,8\text{ gr}^*/\text{cm}^3$.

132. Ἐν δοχεῖον ἔχει σχῆμα U καὶ περιέχει ὕδωρ ἕως τὸ μέσον του. Οἱ δύο βραχίονες αὐτοῦ ἔχουν τὴν ἴδιαν διάμετρον. Χύνομεν εἰς τὸν ἓνα βραχίονά του παραφινέλαιον εἰδικοῦ βάρους $0,8\text{ gr}^*/\text{cm}^3$ τοῦτο σχηματίζει στήλην ὕψους 5 cm . Πόσον θὰ ὑψωθῇ εἰς τὸν ἄλλον βραχίονα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὕδατος;

133. Ἐντὸς σωλῆνος σχήματος U χύνομεν ὀλίγον ὑδραργύρον. Ἐντετα χύνομεν ἐντὸς τοῦ ἐνὸς σκέλους θεικὸν ὀξύ, εἰδικοῦ βάρους $1,84\text{ gr}^*/\text{cm}^3$, τὸ ὁποῖον σχηματίζει στήλην ὕψους 20 cm , ἐντὸς δὲ τοῦ

άλλου σκέλους χύνομεν ὕδωρ, ἕως ὅτου αἱ ἐλεύθεραι ἐπιφάνειαι τοῦ θειικοῦ ὀξέος καὶ τοῦ ὕδατος νὰ εὐρεθοῦν εἰς τὸ αὐτὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον. Νὰ εὐρεθῇ τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὕδατος.

134. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἐνὸς ὑδραυλικοῦ πιεστηρίου εἶναι 3 cm^2 , ἡ δὲ ἐπιφάνεια τοῦ μεγάλου ἐμβόλου εἶναι $1,8 \text{ dm}^2$. Ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἐνεργεῖ δύναμις 4 kgf^* . Πόση δύναμις ἀναπτύσσεται ἐπὶ τοῦ μεγάλου ἐμβόλου;

135. Κυλινδρικὸν δοχεῖον, τοῦ ὁποίου ἡ βάσις εἶναι 100 cm^2 , περιέχει ἐν λίτρον ὑδραργύρου καὶ ἐν λίτρον ὕδατος. Νὰ εὐρεθῇ ἡ πίεσις ἡ ἐπιφερομένη ἐπὶ ἐκάστου σημείου τοῦ πυθμένου τοῦ δοχείου καὶ ἡ δύναμις ἡ ἐνεργοῦσα ἐπὶ τοῦ πυθμένου.

136. Δεξαμενὴ ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου, τὸ ὁποῖον ἔχει μῆκος 10 m , πλάτος 4 m , ὕψος 2 m . Ἡ δεξαμενὴ εἶναι πλήρης ὕδατος. Νὰ εὐρεθῇ ἡ δύναμις ἡ ὁποία ἐνεργεῖ: α) ἐπὶ τοῦ πυθμένου τῆς δεξαμενῆς καὶ β) ἐπὶ ἐκάστης τῶν κατακορύφων πλευρῶν δεξαμενῆς.

137. Μετάλλινον κυλινδρικὸν δοχεῖον ἔχει ὕψος $1,20 \text{ m}$ καὶ διάμετρον βάσεως 1 m . Τὸ δοχεῖον εἶναι πλήρες ἐλαιολάδου, εἰδικοῦ βάρους $0,9 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. Νὰ εὐρεθῇ πόση εἶναι ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τῆς κυκλικῆς βάσεως τοῦ δοχείου, εἰς τὰς ἐξῆς δύο περιπτώσεις στηρίξεως τοῦ δοχείου ἐπὶ τοῦ ἐδάφους: α) ὁ ἄξων τοῦ κυλίνδρου εἶναι κατακόρυφος · β) ὁ ἄξων τοῦ κυλίνδρου εἶναι ὀριζόντιος.

138. Ἡ θύρα ἐνὸς ὑδροφράκτου ἔχει πλάτος 6 m . Ἐκατέρωθεν αὐτοῦ ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος εἶναι 3 m καὶ $2,8 \text{ m}$. Νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ δυνάμεις αἱ ἐνεργοῦσαι ἐπὶ ἐκάστης ἐπιφανείας τῆς θύρας.

139. Ἐν φορτωμένον πλοῖον ἔχει βάρος $10\,000 \text{ tn}^*$. Ἐὰν τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ θαλασσίου ὕδατος εἶναι $1,028 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$, νὰ εὐρεθῇ ὁ ὄγκος τοῦ βυθισμένου ἐντὸς τῆς θαλάσσης μέρους τοῦ πλοίου. Πόσος γίνεται ὁ ὄγκος οὗτος, ἐὰν τὸ πλοῖον εἰσέλθῃ ἐντὸς ποταμοῦ, τοῦ ὁποίου τὸ ὕδωρ ἔχει εἰδικὸν βάρος $1 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$;

140. Τεμάχιον μετάλλου ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα $40,47 \text{ gr}^*$ καὶ ἐντὸς ὕδατος $34,77 \text{ gr}^*$. Πόσον ζυγίζει, ὅταν βυθισθῇ ἐντὸς οἰνοπνεύματος, τοῦ ὁποίου τὸ εἰδικὸν βάρος εἶναι $0,79 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$;

141. Μία σφαῖρα ἐξ ὀρειχάλκου ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα 160 gr^* . Ὅταν αὕτη βυθισθῇ ἐντὸς ὕδατος ζυγίζει 100 gr^* . Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὀρειχάλκου εἶναι $8 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. Νὰ δειχθῇ ὅτι ἡ σφαῖρα εἶναι κοίλη καὶ νὰ ὑπολογισθῇ ὁ ὄγκος τῆς κοιλότητος.

142. Μία συμπαγής και όμογενής σφαίρα εκ σιδήρου ειδικού βάρους $7,8 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$, βυθίζεται εντός δοχείου περιέχοντος ύδωρ και ύδραργυρον ειδικού βάρους $13,6 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. Η σφαίρα ισορροπεί βυθιζομένη εν μέρει εντός του ύδραργύρου. Να εύρεθῇ πόσον μέρος του όλου όγκου της σφαίρας είναι βυθισμένον εντός του ύδραργύρου.

143. Έν κυβικόν τεμάχιον ξύλου, έχον πλευράν 10 cm , βυθίζεται πρώτον εντός ύδατος και έπειτα εντός ελαίου. Να εύρεθῇ πόσον μέρος της πλευράς του κύβου εύρίσκεται έξω από το υγρόν, εις καθεμίαν από τας δύο άνωτέρω περιπτώσεις. Τα ειδικά βάρη του ξύλου και του ελαίου είναι αντιστοίχως $0,6 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$ και $0,8 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$.

144. Από τόν δίσκον Δ_1 ενός ζυγού εξαρτάται σώμα A και από τόν δίσκον Δ_2 εξαρτάται σώμα B έχον βάρος 10 gr^* και ειδικόν βάρος $8 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. τότε ό ζυγός ισορροπεί. Βυθίζομεν τό μὲν σώμα A εντός ύδατος, τό δὲ σώμα B εντός υγρού ειδικού βάρους $0,88 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. ό ζυγός και πάλιν ισορροπεί. Να εύρεθῇ τό ειδικόν βάρος του σώματος A .

145. Τεμάχιον μετάλλου ζυγίζει εις τόν άέρα $40,05 \text{ gr}^*$ και εις τό ύδωρ $35,55 \text{ gr}^*$. Τό άνωτέρω μέταλλον συνενώνεται με τεμάχιον παραφίνης· τό σύστημα ζυγίζει εις τόν άέρα $47,88 \text{ gr}^*$ και εις τό ύδωρ $34,38 \text{ gr}^*$. Να εύρεθῇ τό ειδικόν βάρος της παραφίνης.

146. Λήκυθος έχει βάρος 130 gr^* , όταν είναι πλήρης ύδατος και 120 gr^* , όταν είναι πλήρης ελαίου, τό όποϊον έχει ειδικόν βάρος $0,9 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. Πόσον είναι τό βάρος της ληκύθου, όταν αύτη είναι κενή; Θέτομεν εντός της ληκύθου τεμάχιον σιδήρου και πληροῦμεν την λήκυθον με ύδωρ. Η λήκυθος ζυγίζει τότε 398 gr^* . Πόσος είναι ό όγκος του σιδήρου, αν είναι γνωστόν ότι τό ειδικόν βάρος του σιδήρου είναι $7,7 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$.

147. Όμογενές τεμάχιον αλουμινίου ζυγίζει εις τόν άέρα 270 gr^* . Βυθιζόμενον εντός ύδατος 18° C ζυγίζει $170,14 \text{ gr}^*$. Τό ειδικόν βάρος του ύδατος εις 18° C είναι $0,9986 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. Να εύρεθῇ τό ειδικόν βάρος του αλουμινίου.

148. Κυβικόν τεμάχιον πάγου έχει άκμήν 3 cm και επιπλέει επί της επιφανείας διαλύματος άλατος θερμοκρασίας 0°C . Διά να βυθισθῇ έξ ολοκλήρου ό πάγος εντός του διαλύματος, θέτομεν επί της άνωτέρας επιφανείας του βάρος $7,56 \text{ gr}^*$. Να εύρεθῇ τό ειδικόν βάρος του διαλύματος. Πόσον μέρος της άκμης του κύβου θα είναι βυθισμένον εντός του διαλύματος, αν αφαιρέσωμεν τό βάρος, τό όποϊον έτέθη επί της άνωτέρας επιφανείας του πάγου; Ειδικόν βάρος πάγου : $0,92 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$.

149. Μία κοίλη σφαῖρα ἐκ μετάλλου, εἰδικοῦ βάρους ρ , θέλομεν νὰ βυθίζεται κατὰ τὸ ἥμισυ ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Ἐὰν τὸ βάρος τῆς σφαίρας εἶναι B , πόσον πρέπει νὰ εἶναι τὸ πάχος τῶν τοιχωμάτων της. Ἐφαρμογή: $\rho = 9 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$, $B = 30 \text{ kg}^*$.

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΗ ΠΙΕΣΙΣ

150. Χαρακτηριστικά τῶν αερίων.— Τὰ ὑγρά καὶ τὰ αέρια ἀποτελοῦν τὰ ρευστὰ σώματα (§ 131). Καὶ τὰ δύο αὐτὰ εἶδη τῶν ρευστῶν δὲν ἔχουν ὀρισμένον σχῆμα, ἔνεκα τῆς ἐξαιρετικῆς εὐκινήσιας τῶν μορίων των. Ἀντιθέτως ὅμως πρὸς τὰ ὑγρά, τὰ ὁποῖα εἶναι (σχεδὸν) ἀσυμπίεστα, τὰ αέρια εἶναι πολὺ συμπίεστά. Ἐνεκα αὐτῆς τῆς ιδιότητος των τὰ αέρια δὲν ἔχουν ὀρισμένον ὄγκον, ἀλλὰ καταλαμβάνουν ὅλον τὸν χῶρον, ὁ ὁποῖος προσφέρεται εἰς αὐτά. Ἄρα τὰ αέρια χαρακτηρίζονται ἀπὸ μεγάλην **τάσιν πρὸς διαστολὴν**. Ἐὰν συμπίεσωμεν ἑλαφρῶς τὸ ἐντὸς δοχείου περιεχόμενον αέριον, παρατηροῦμεν ὅτι, μόλις καταργηθῇ ἡ ἐπιφερομένη ἐπ' αὐτοῦ πίεσις, τὸ αέριον ἀναλαμβάνει τὸν ἀρχικὸν ὄγκον του. Τὸ πείραμα τοῦτο φανερώνει ὅτι τὰ αέρια ἔχουν τελείαν ἐλαστικότητα ὄγκου. Ὡστε:

I. Τὰ αέρια δὲν παρουσιάζουν ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματος αὐτῶν ὥς καὶ εἰς τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου των, παρουσιάζουν ὅμως μικρὰν ἀντίστασιν εἰς τὴν ἐλάττωσιν τοῦ ὄγκου των.

II. Τὰ αέρια χαρακτηρίζονται ἀπὸ μεγίστην τάσιν πρὸς διαστολὴν καὶ τελείαν ἐλαστικότητα ὄγκου.

Ἡ τάσις τῶν αερίων πρὸς διαστολὴν φανερώνει ὅτι μεταξὺ τῶν μορίων τῶν αερίων δὲν ἀναπτύσσονται δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι νὰ ἐξασφαλίζουν τὴν συνοχὴν τῆς μάζης τοῦ αερίου. Ὅταν λοιπὸν ἐν αέριον εὐρίσκεται ἐντὸς δοχείου, τὸ αέριον δὲν παρουσιάζει ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν.

151. Βάρος τῶν αερίων.— Διὰ τῆς ἀεραντλίας ἀφαιροῦμεν τὸν αέρα ἀπὸ ἐν δοχείου καὶ τὸ ζυγίζομεν. Ἐπειτα πληροῦμεν τὸ δοχεῖον μὲ ἐν αέριον καὶ τὸ ζυγίζομεν ἐκ νέου. Οὕτως εὐρίσκομεν ὅτι ὁ αὐτὸς

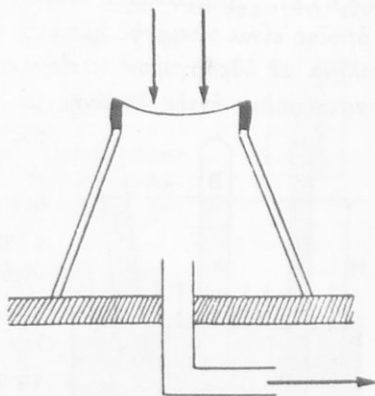
ἀέρια ἔχουν βάρος. Ἐν συγκρίσει ὁμως πρὸς τὰ στερεὰ καὶ τὰ ὑγρά, τὰ ἀέρια ἔχουν πολὺ μικρότερον εἰδικὸν βάρος. Εὐρέθη ὅτι:

Ἐν λίτρον ἀέρος ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας (θερμοκρασία 0°C καὶ πίεσις 760 mm Hg) ἔχει βάρος 1,293 gr*.

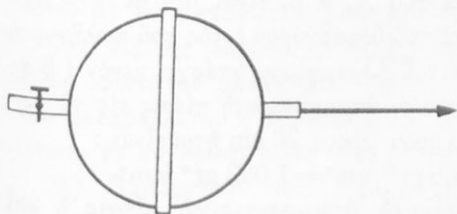
152. Ἀτμοσφαιρική πίεσις.— Ἡ ἀτμόσφαιρα εἶναι στρῶμα ἀέρος, τὸ ὁποῖον περιβάλλει τὸν πλανήτην μας καὶ συγκρατεῖται ἕνεκα τῆς βαρύτητος. Ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας ἀναπτύσσεται πίεσις, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀτμοσφαιρική πίεσις**. Ἡ πίεσις αὕτη ὀφείλεται εἰς τὸ βάρος τῶν ὑπερκειμένων στρωμάτων τοῦ ἀέρος. Ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις ἐκασκεῖται ἐπὶ παντὸς σώματος, τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας.

Ἡ ὑπαρξίς τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως ἀποδεικνύεται εὐκόλως.

α) Ἐπὶ τοῦ δίσκου ἀεραντλίας στερεώνομεν ὑάλινον δοχεῖον, τοῦ ὁποίου ἡ μία βάσις κλείεται μεμβράνην (σχ. 158). Ἐὰν ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα ἀπὸ τοῦ δοχεῖον, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ μεμβράνη κατ' ἀρχὰς κοιλοῦται καὶ τέλος διαρρηγνύεται. β) Δύο μεταλλικὰ ἡμισφαίρια (σχ. 159) δύνανται νὰ ἐφαρμόζουν ἀκριβῶς τὸ ἓν ἐπὶ τοῦ ἄλλου. Τὸ ἓν ἐξ αὐτῶν φέρει σωλῆνα μετ' ἀποφυγῆς. Ἐὰν ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα ἀπὸ τὴν σφαῖραν, τὴν ὁποίαν σχηματίζουν τὰ δύο ἡμισφαίρια, παρατηροῦμεν ὅτι, διὰ νὰ ἀποχωρίσωμεν τὰ ἡμισφαίρια, πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν ἐπ' αὐτῶν πολὺ μεγάλας δυνάμεις. Ὅταν τὰ ἡμισφαίρια ἔχουν διάμετρον 10 cm, τότε



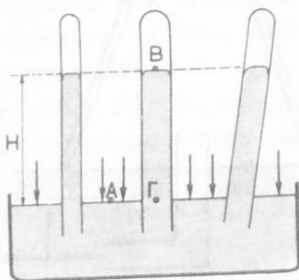
Σχ. 158. Ἀπόδειξις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως.



Σχ. 159. Ἡμισφαίρια τοῦ Μαγδεβούργου.

ἐπὶ ἐκάστου ἡμισφαίριου πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ δύναμις 80 kgr* περίπου, διὰ νὰ κατορθωθῇ ὁ ἀποχωρισμὸς τῶν ἡμισφαιρίων.

153. Μέτρησις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως.—Ἡ δύναμις, τὴν ὁποῖαν ἐπιφέρει ἡ ἀτμόσφαιρα ἐπὶ 1 cm^2 τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, δηλ. ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, εἶναι προφανῶς ἴση μὲ τὸ βάρος στήλης τοῦ ἀέρος, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν 1 cm καὶ ὕψος ἴσον μὲ τὸ ὕψος ὁλοκλήρου τῆς ἀτμοσφαίρας. Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως εἶναι ἀδύνατος, διότι εἶναι ἄγνωστον τὸ ὕψος τῆς ἀτμοσφαίρας καὶ διότι ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος βαίνει συνεχῶς ἐλαττουμένη, καθ' ὅσον ἀπομακρυνόμεθα ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης. Ἡ μέτρησις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως ἐπιτυγχάνεται πειραματικῶς μὲ τὸ γνωστὸν πείραμα τοῦ Torricelli. Λαμβάνομεν ὑάλινον σωλῆνα μήκους ἐνὸς μέτρου περίπου, ὁ ὁποῖος εἶναι κλειστὸς κατὰ τὸ ἓν ἄκρον του. Πληροῦμεν τελείως τὸν σωλῆνα μὲ ὑδράργυρον· κλείομεν τὸν σωλῆνα μὲ τὸν δάκτυλον καὶ τὸν ἀναστρέφομεν ἐντὸς λεκάνης μὲ ὑδράργυρον (σχ. 160). Ὁ ὑδράργυρος κατέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ σχηματίζει στήλην ὕψους $H=76 \text{ cm}$ περίπου, ὅταν πειραματιζώμεθα πλησίον τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. Ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις H τῶν ἐπιφανειῶν τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ ἐντὸς τῆς λεκάνης εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν τομὴν, τὸ σχῆμα καὶ τὴν κλίσιν τοῦ σωλῆνος. Τὸ πείραμα τοῦτο μᾶς ἐπιτρέπει νὰ μετρήσωμεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Εἰς τὸ σημεῖον Α τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης ἐνεργεῖ ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις p_A . Εἰς τὸ σημεῖον Γ, τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται ἐντὸς τοῦ ὑδραργύρου, ἀλλὰ ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ τοῦ Α, ἡ p_Γ εἶναι ἴση μὲ τὴν p_A . Εἰς δὲ τὸ σημεῖον Β τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἡ πίεσις εἶναι μηδέν, διότι ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου ὑπάρχει κενὸν (βαρομετρικὸν κενόν). Ὡστε ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἰς τὸ σημεῖον Α ἰσορροπεῖ στήλην ὑδραργύρου ὕψους 76 cm ἥτοι εἶναι :



Σχ. 160. Τὸ ὕψος H μετρεῖ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.

$p_A = H \cdot \rho = 76 \text{ cm} \cdot 13,6 \text{ gr}^*/\text{cm}^3 = 1\,033 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$.

Ἡ πίεσις αὕτῃ καλεῖται **κανονικὴ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις** ἢ καὶ πίεσις μιᾶς **φυσικῆς ἀτμοσφαίρας** (1 Atm).

Ἡ κανονικὴ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἶναι ἴση μὲ τὴν πίεσιν στήλης ὑδραργύρου ὕψους 76 cm εἰς θερμοκρασίαν 0° C .

1 Atm	= 1,033 kgr*/cm ²	= 76 cm Hg
1 at	= 1,000 kgr*/cm ²	= 73,5 cm Hg
1 cm Hg	= 13,6 gr*/cm ²	

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις ἰσορροπεῖ στήλην ὕδατος ὕψους 1 033 cm, ἢ 10,33 m.

Συνήθως τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου μετρεῖται εἰς χιλιοστόμετρα. Οὕτως ἡ κανονικὴ ἀτμοσφαιρική πίεσις λέγομεν ὅτι εἶναι 760 mm Hg. Ἡ πίεσις 1 mm Hg καλεῖται Torr (ἀπὸ τὸ ὄνομα τοῦ Torricelli) καὶ εἶναι :

$$1 \text{ mm Hg} = 1 \text{ Torr} = 1,36 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$$

Εἰς τὴν Μετεωρολογίαν ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις μετρεῖται μὲ τὴν μονάδα πίεσεως Bar καὶ τὰ ὑποπολλαπλάσια αὐτῆς millibar καὶ microbar. Εἶναι δέ :

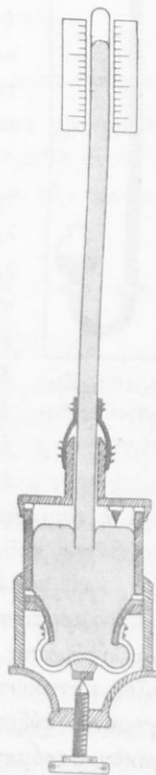
$$1 \text{ Bar (B)} = 10^6 \text{ dyn/cm}^2$$

$$1 \text{ millibar (mB)} = 10^{-3} \text{ B} = 10^3 \text{ dyn/cm}^2 = 0,75 \text{ mmHg}$$

$$1 \text{ microbar (}\mu\text{B)} = 10^{-6} \text{ B} = 1 \text{ dyn/cm}^2$$

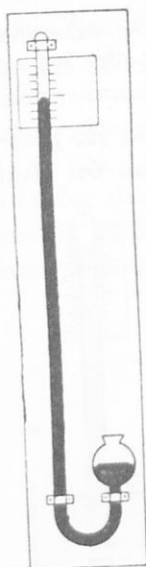
154. Βαρόμετρα.— Τὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως καλοῦνται **βαρόμετρα**. Διακρίνομεν δύο εἶδη βαρομέτρων : α) Τὰ **ὑδραργυρικά βαρόμετρα**, τὰ ὁποῖα στηρίζονται εἰς τὸ πείραμα τοῦ Torricelli. Εἰς τὰ ὄργανα αὐτά, τὰ ὁποῖα εἶναι ἀκριβῆ, ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις ἰσορροπεῖται ἀπὸ τὴν στήλην ὑδραργύρου. β) Τὰ **μεταλλικά βαρόμετρα**, τὰ ὁποῖα στηρίζονται εἰς τὰς ἐλαστικὰς παραμορφώσεις, τὰς ὁποίας ὑφίσταται μεταλλικὸν κιβώτιον, κενὸν ἀέρος, ὅταν μεταβάλλεται ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις. Βαθμολογοῦνται ἐν συγκρίσει πρὸς ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον.

α) Βαρόμετρον τοῦ Fortin. Τὸ βαρόμετρον τοῦ Fortin δὲν εἶναι πολὺ ἀκριβές, εἶναι ὅμως πολὺ εὐχρηστον. Εἰς τὸ βαρόμετρον τοῦτο (σχ. 161) ὁ πυθμὴν τῆς λεκάνης του δύναται νὰ μετακινήται κατακόρυφως μὲ τὴν βοήθειαν κοχλίου. Ἡ διάταξις αὕτη ἐπιτρέπει νὰ φέ-



Σχ. 161. Βαρόμετρον Fortin.

ρωμεν τὴν στάθμην τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ ἄκρον σταθερᾶς ἀκίδος ἀπὸ ὕαλον ἢ ἐλεφαντοστοῦν. Τὸ ἄκρον τῆς ἀκίδος ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ μηδὲν τῆς κατακορύφου κλίμακος, ἡ ὁποία ὑπάρχει κατὰ μῆκος τοῦ βαρομετρικοῦ σωλῆνος. Τὸ βαρόμετρον τοῦτο μεταφέρεται εὐκόλως. Μὲ τὸν κοιλίαν ἀνυψώνομεν τὸν πυθμένα τῆς λεκάνης,

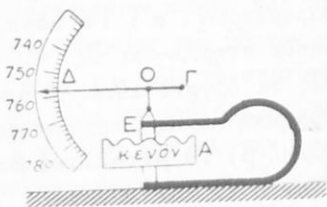


Σχ. 162. Σιφωνοειδὲς βαρόμετρον.

ἕως ὅτου ὁλόκληρος ἡ λεκάνη καὶ ὁ σωλὴν πληρωθοῦν μὲ ὑδράργυρον. Ὁ ἀήρ, ὁ ὁποῖος ὑπάρχει εἰς τὴν λεκάνην, ἐκφεύγει διὰ τοῦ δέρματος, μὲ τὸ ὅποιον ὁ βαρομετρικὸς σωλὴν εἶναι στερεωμένος εἰς τὴν λεκάνην.

β) Σιφωνοειδὲς βαρόμετρον. Τὸ σιφωνοειδὲς βαρόμετρον ἀποτελεῖται ἀπὸ κεκαμμένον ὑάλινον σωλῆνα (σχ. 162). Τὸ μικρότερον σκέλος τοῦ εἶναι ἀνοικτὸν καὶ ἀποτελεῖ τὴν λεκάνην τοῦ βαρομέτρου. Τὸ μακρότερον σκέλος εἶναι εἰς τὸ ἄκρον τοῦ κλειστόν. Κατὰ μῆκος τοῦ ὄργάνου ὑπάρχει κλίμαξ.

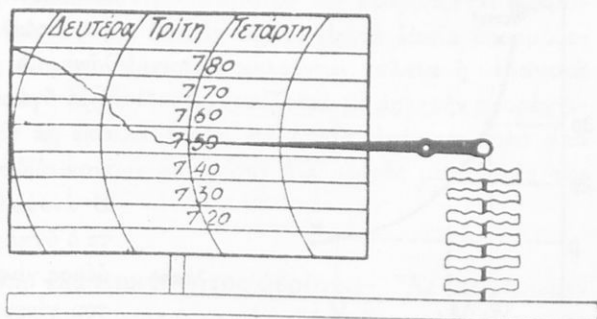
γ) Μεταλλικὸν βαρόμετρον. Τὰ μεταλλικὰ βαρόμετρα στηρίζονται εἰς τὰς ἐλαστικὰς ιδιότητες τῶν μετάλλων. Αἱ μεταβολαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως προκαλοῦν ἐλαστικὰς παραμορφώσεις τῆς ἀνωτέρας βάσεως τοῦ μεταλλικοῦ δοχείου Α (σχ. 163), ἀπὸ τὸ ὅποιον ἔχει ἀφαιρεθῇ ὁ ἀήρ. Διὰ νὰ μὴ διαρραγῇ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς πίεσεως ἡ εὐκαμπτος ἐπιφάνεια τοῦ δοχείου, ὑπάρχει ἐσωτερικῶς ἢ ἐξωτερικῶς κατάλληλον ἐλατήριον. Ὅταν αὐξάνεται ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, ἡ ἀνωτέρα βάση τοῦ δοχείου κάμπτεται ὀλίγον καὶ τὸ ἐλατήριον συμπιέζεται. Αἱ παραμορφώσεις αὗται μεταδίδονται διὰ συστήματος μοχλῶν εἰς δείκτην, ὁ ὁποῖος μετακινεῖται ἔμπροσθεν βαθμολογημένου τόξου. Τὸ ὄργανον βαθμολογεῖται ἐν συγκρίσει πρὸς ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον.



Σχ. 163. Μεταλλικὸν βαρόμετρον.

δ) Βαρογράφος. Τὸ μεταλλικὸν βαρόμετρον, τροποποιούμενον κατὰ τὴν ἀνάγκην, μετατρέπεται εἰς αὐτογραφικὸν βαρόμετρον ἢ βαρογρά-

φον. Τὸ ὄργανον τοῦτο καταγράφει τὴν εἰς ἐκάστην στιγμήν ὑπάρχουσαν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν (σχ. 164). Ἡ καταγραφή γίνεται ἐπὶ ταινίας χάρτου, τυλιγμένης περίξ κατὰ κορυφὸν κυλίνδρου. Οὗτος περιστρέφεται ἰσοταχῶς διὰ μηχανισμοῦ ὥρολογίου καὶ ἐκτελεῖ ὁλόκληρον περιστροφὴν ἐντὸς μιᾶς ἐβδομάδος ἢ ἐντὸς μιᾶς ἡμέρας.

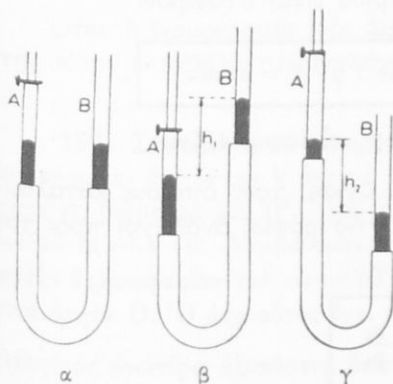


Σχ. 164. Αὐτογραφικὸν βαρόμετρον.

155. Χρήσεις τῶν βαρομέτρων.— Τὰ βαρόμετρα χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ ὕψους, εἰς τὸ ὅπου ἂν ἀνερχόμεθα ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας (§ 166) καὶ εἰς τὴν Μετεωρολογίαν διὰ τὴν πρόγνωσιν τοῦ καιροῦ.

ΝΟΜΟΣ BOYLE-MARIOTTE

156. Νόμος Boyle - Mariotte.— Ἄς ἐξετάσωμεν πῶς μετα-

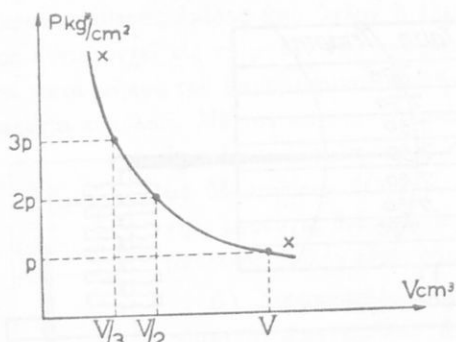


Σχ. 155. Ἀποδείξεις τοῦ νόμου Boyle - Mariotte.

βάλλεται ἡ πίεσις ἀερίου, ὅταν μεταβάλλεται ὁ ὄγκος του. Πρὸς τοῦτο λαμβάνομεν δύο σωλῆνας Α καὶ Β (σχ. 165 α), οἱ ὅποιοι συνδέονται με ἀνθεκτικὸν ἐλαστικὸν σωλῆνα. Ὁ σωλῆν Α φέρει στρόφιγγα, ἡ ὁποία κλείει ἀεροστεγῶς. Ἐπὶ τοῦ σωλῆνος Α ὑπάρχουν διαίρέσεις εἰς κυβικά ἑκατοστόμετρα. Ὅταν ἡ στρόφιγγα εἶναι ἀνοικτή, χύνομεν ἐντὸς τοῦ ἑνὸς σωλῆνος ὑδράργυρον. Οὗτος φθάνει καὶ εἰς τοὺς δύο σωλῆνας

εἰς τὸ ἴδιον ὕψος. Ὁ σωλῆν Β δύναται νὰ ἀναβιβάζεται καὶ νὰ καταβιβά-

ζεταί ἔμπροσθεν κανόνος, ὁ ὁποῖος φέρει διαιρέσεις εἰς ἑκατοστόμετρα.



Σχ. 166. Μεταβολή τῆς πίεσεως συναρτήσει τοῦ ὅγκου.

V_2 , ἡ δὲ πίεσις τοῦ γίνεται $p_2 = p - h_2$. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι πάντοτε εἶναι :

$$V \cdot p = V_1 \cdot p_1 = V_2 \cdot p_2 = \text{σταθ.}$$

Ἀπὸ τὰ πειραματικὰ ἐξαχόμενα συνάγεται ὁ ἀκόλουθος **νόμος Boyle - Mariotte** :

Ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν τὸ γινόμενον τῆς πίεσεως ἐπὶ τὸν ὅγκον μιᾶς ὠρισμένης μάζης ἀερίου εἶναι σταθερόν.

νόμος Boyle - Mariotte : $p \cdot V = \text{σταθ.}$

Ἀπὸ τὴν σχέσιν $V_1 \cdot p_1 = V_2 \cdot p_2$ εὐρίσκομεν ὅτι :

Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν οἱ ὅγκοι, τοὺς ὁποῖους καταλαμβάνει ὠρισμένη μάζα ἀερίου, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὰς πιέσεις τοῦ.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}$$

Ἡ καμπύλη τοῦ σχήματος 166 παριστᾷ γραφικῶς τὴν μεταβολὴν τῆς πίεσεως ὠρισμένης μάζης ἀερίου.

***157. Ἴσχυς τοῦ νόμου Boyle - Mariotte.**— Ἀκριβεῖς μετρήσεις ἀπέδειξαν ὅτι ὁ νόμος Boyle - Mariotte δὲν ἐφαρμόζεται ἀπολύτως εἰς τὰ **φυσικὰ ἀέρια**. Τὰ ἰδεώδη ἀέρια, εἰς τὰ ὁποῖα ἐφαρμόζεται ἀκριβῶς ὁ νόμος Boyle - Mariotte, καλοῦνται **τέλεια ἢ ἰδανικὰ ἀέρια**. Ὁ νόμος Boyle - Mariotte, ἐφαρμόζεται μὲ ἀρκετὴν προσέγγισιν, μόνον εἰς ἐκεῖνα τὰ φυσικὰ ἀέρια, τὰ ὁποῖα ἀπέχουν πολὺ ἀπὸ τὰς συνθήκας ὑγροποιήσεως τῶν καὶ μόνον διὰ μικρὰς μεταβολὰς τῆς πίεσεως.

***158. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος αἰρίου.**— Ἄς θεωρήσωμεν μᾶζαν αἰρίου m , ἥ ὁποία ὑπὸ πίεσιν p καταλαμβάνει ὄγκον V . Ἡ πυκνότης d τοῦ αἰρίου εἶναι τότε : $d = \frac{m}{V}$. Ἐὰν ὁ ὄγκος τοῦ αἰρίου γίνη V' , ἡ πίεσίς του μεταβάλλεται καὶ γίνεται p' . Ἡ πυκνότης τοῦ αἰρίου γίνεται τότε : $d' = \frac{m}{V'}$. Ἀρα ἔχομεν : $m = d \cdot V = d' \cdot V'$

Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν συνάγομεν ὅτι εἶναι : $\frac{d}{d'} = \frac{V'}{V}$

Ἀλλὰ συμφώνως πρὸς τὸν νόμον Boyle - Mariotte εἶναι : $\frac{p}{p'} = \frac{V'}{V}$

Ἀρα εἶναι : $\frac{d}{d'} = \frac{p}{p'}$ Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν συνάγεται :

Ὅταν ἡ θερμοκρασία ἐνὸς αἰρίου διατηρῇται σταθερά, ἡ πυκνότης αὐτοῦ μεταβάλλεται ἀναλόγως πρὸς τὴν πίεσιν τοῦ αἰρίου.

***159. Σχετικὴ πυκνότης αἰρίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα.**— Ἄς θεωρήσωμεν ἓνα ὄγκον V αἰρίου, π.χ. ὀξυγόνου, τὸ ὁποῖον ἔχει πυκνότητα d , θερμοκρασίαν 0°C καὶ πίεσιν p_0 . Τὸ αἶριον τοῦτο ἔχει τότε μᾶζαν $m = V \cdot d$. Λαμβάνομεν ἴσον ὄγκον ἀέρος, ὁ ὁποῖος ἔχει τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν μὲ τὸ αἶριον (δηλαδή 0°C καὶ p_0) καὶ πυκνότητα D . Ὁ ἀήρ οὗτος ἔχει μᾶζαν : $M = V \cdot D$. Διαιροῦμεν κατὰ μέλη τὰς ἀνωτέρω ἐξισώσεις, ὁπότε λαμβάνομεν : $\frac{m}{M} = \frac{d}{D} = \delta$. Ὁ εὐρεθεὶς λόγος δ φανερῶναι πόσας φορές τὸ ληφθὲν αἶριον εἶναι βαρύτερον ἢ ελαφρότερον ἀπὸ ἴσον ὄγκον ἀέρος, εὐρισκομένου ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερ-

μοκρασίαν καὶ πίεσιν μὲ τὸ ἀέριον. Ὁ λόγος αὐτὸς δ καλεῖται **σχετική πυκνότης** τοῦ ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα. Ὡστε :

I. Σχετική πυκνότης ἑνὸς ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα καλεῖται ὁ λόγος τῆς μάζης τοῦ ἀερίου πρὸς τὴν μᾶζαν ἴσου ὄγκου ἀέρος, ἔχοντος τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν μὲ τὸ ἀέριον.

II. Ἡ σχετική πυκνότης ἑνὸς ἀερίου ἰσοῦται μὲ τὸν λόγον τῆς πυκνότητος τοῦ ἀερίου πρὸς τὴν πυκνότητα τοῦ ἀέρος, ὅταν τὸ ἀέριον καὶ ὁ ἀήρ εὐρίσκωνται ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως.

$$\text{σχετική πυκνότης ἀερίου} : \delta = \frac{d}{D}$$

Π α ρ α τ ῆ ρ η σ ι ς. Δυνάμεθα νὰ εὐρωμεν τὴν σχετικὴν πυκνότητα ἑνὸς ἀερίου ὡς ἐξῆς : Γνωρίζομεν ἐκ τῆς Χημείας ὅτι ἐν γραμμομόριον παντὸς ἀερίου, εὐρίσκομένου ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως (δηλαδή 0° C καὶ 760 mm Hg), καταλαμβάνει ὄγκον 22,4 λίτρα. *Αν μ εῖναι τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ ἀερίου, τότε ἔχομεν ὅτι : 22,4 λίτρα τοῦ ἀερίου ἔχουν βάρος μ gr*. *Αν τώρα λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι 1 λίτρον ἀέρος ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας ἔχει βάρος 1,293 gr*, τότε ἔχομεν ὅτι : 22,4 λίτρα ἀέρος ἔχουν βάρος $1,293 \cdot 22,4 = 28,96$ gr*. Ἀρα ἡ σχετικὴ πυκνότης τοῦ ἀερίου εἶναι :

$$\delta = \frac{\mu}{1,293 \cdot 22,4} = \frac{\mu}{28,96}$$

Ἡ σχετικὴ πυκνότης ἑνὸς ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα ἰσοῦται μὲ τὸν λόγον τοῦ μοριακοῦ βάρους τοῦ ἀερίου διὰ 28,96.

160. Μανόμετρα.— Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς πίεσεως τῶν ἀερίων χρησιμοποιοῦνται εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **μανόμετρα**. Ὑπάρχουν δύο τύποι μανομέτρων : α) τὰ **μανόμετρα μὲ ὑγρὸν καὶ β) τὰ μεταλλικὰ μανόμετρα**.

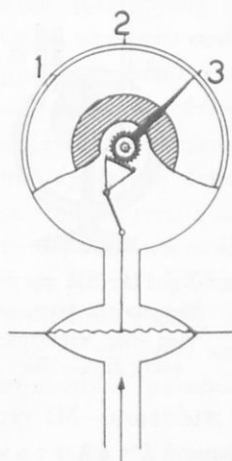
α) Ἀνοικτὸν μανόμετρον. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ δοχεῖον σχήματος U (σχ. 167), τὸ ὁποῖον περιέχει συνήθως ὑδράργυρον. Ἐὰν ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ ἐπικρατῇ πίεσις ἴση μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν, ὁ ὑδράργυρος εὐρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος ἐντὸς τῶν δύο σωλῆνων τοῦ δοχείου.

Ἄν ἡ πίεσις p τοῦ ἀερίου ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ δὲν εἶναι ἴση μετὰ τὴν ἀτμοσφαιρικήν, τότε αἱ ἐπιφάνειαι τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τῶν δύο σωλῆνων παρουσιάζουν διαφοράν στάθμης ἴσην μετὰ h . Συνεπῶς ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ εἶναι :

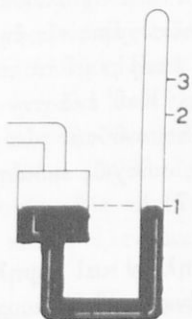
πίεσις ἀερίου = ἀτμοσφαιρική πίεσις $\pm$ πίεσις στήλης ὑδραργύρου h ἑκατοστομέτρων

$$p_{\text{αερ}} = p_{\text{ατμ}} \pm h$$

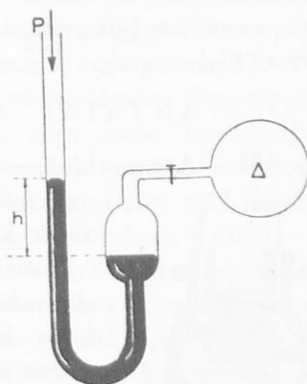
β) Κλειστὸν μανόμετρον. Τὸ μανόμετρον τοῦτο χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν εὐκόλον μέτρησιν ἀρκετὰ μεγάλων πιέσεων. Εἰς τὸ κλειστὸν μανόμετρον ὁ σωλὴν εἶναι κλειστὸς καὶ περιέχει ποσότητα ἀέρος (σχ. 168). Ὄταν ὁ ὄγκος τοῦ περιεχομένου ἀέρος γίνεται τὸ $1/2$, $1/3$, $1/4$... τοῦ ἀρχικοῦ ὄγκου, τότε συμφώνως πρὸς τὸν νόμον Boyle - Mariotte ἡ πίεσις τοῦ περιεχομένου ἀέρος γίνεται ἴση μετὰ 2, 3, 4... ἀτμοσφαιράς. Ἐφ' ὅσον λοιπὸν αὐξάνεται ἡ πίεσις, αἱ διαιρέσεις τοῦ σωλῆνος εὐρίσκονται πλησιέστερον ἢ μία πρὸς τὴν ἄλλην. Καὶ εἰς τὰ κλειστὰ μανόμετρα χρησιμοποιεῖται συνήθως ὁ ὑδράργυρος.



Σχ. 169. Μεταλλικὸν μανόμετρον.



Σχ. 168. Κλειστὸν μανόμετρον.



Σχ. 167. Μέτρησις τῆς πίεσεως ἀερίου.

μητρα χρησιμοποιεῖται συνήθως ὁ ὑδράργυρος.

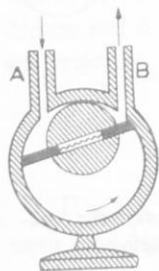
γ) Μεταλλικὰ μανόμετρα. Τὰ μεταλλικὰ μανόμετρα ἀποτελοῦνται ἀπὸ μεταλλικὸν δοχεῖον μετὰ ἐλαστικὰ τοιχώματα. Ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου ἐνεργεῖ ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν θέλομεν νὰ μετρήσωμεν. Τὸ δοχεῖον ὑφίσταται παραμορφώσεις, αἱ ὁποῖαι

εἶναι τόσον μεγαλύτεραι, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ πίεσις. Αἱ παραμορφώσεις αὗται πολλαπλασιάζονται διὰ συστήματος μοχλῶν, οἱ ὁποῖοι

αναγκάζουν ένα δείκτην νὰ στρέφεται ἔμπροσθεν βαθμολογημένου τόξου. Τὸ σχῆμα.169 δεικνύει ἕνα πολὺ χρησιμοποιούμενον τύπον μεταλλικοῦ μανομέτρου (με μεμβράνην). Τὰ μεταλλικὰ μανόμετρα χρησιμοποιοῦνται εὐρύτατα εἰς τὴν βιομηχανίαν, δὲν εἶναι ὅμως πολὺ ἀκριβῆ.

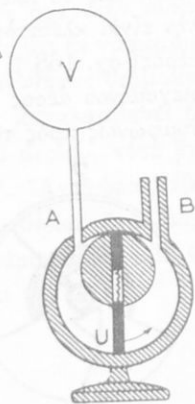
ΑΝΤΑΙΑΙ ΑΕΡΙΩΝ ΚΑΙ ΥΓΡΩΝ

161. Ἀεραντλίας.— Αἱ ἀεραντλίας χρησιμοποιοῦνται εἴτε διὰ



Σχ. 170. Περιστροφικὴ ἀεραντλία.

τὴν ἀραίωσιν τοῦ αερίου, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς δοχείου ἔχοντος σταθερὸν ὄγκον, εἴτε διὰ τὴν συμπέσιν τοῦ αερίου τοῦ περιεχομένου ἐντὸς ὀρισμένου χώρου. Σήμερον χρησιμοποιεῖται εὐρύτατα ἡ περιστροφικὴ ἀεραντλία. Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ σιδηροῦν κύλινδρον (σχ. 170), ἐντὸς τοῦ ὁποῖου περιστρέφεται μεταλλικὸν τύμπανον. Μεταξὺ τῶν Δ σωλήνων Α καὶ Β τὸ στρεφόμενον τύμπανον ἐφαρμόζει ἀκριβῶς ἐπὶ τοῦ ἐξωτερικοῦ κυλίνδρου. Πέραν ὅμως τοῦ σημείου τούτου τὸ διάστημα μεταξὺ τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ τυμπάνου γίνεται συνεχῶς πλατύτερον μέχρι τοῦ κατωτέρου σημείου. Εἰς μίαν ἐντομὴν τοῦ τυμπάνου ὀλισθαίνουν δύο πλάκες ἀπὸ χάλυβα, αἱ ὁποῖαι χάρις εἰς ἕν ἐλατήριο εὐρίσκονται πάντοτε εἰς ἐπαφὴν μὲ τὰ τοιχώματα τοῦ σώματος τῆς ἀντλίας. Καθ' ἐκάστην ἡμισίαν στροφὴν τοῦ τυμπάνου ἀπομονοῦνται μία μᾶζα αέρος, ὃ ὁποῖος συμπιεζόμενος συνεχῶς ἐκδιώκεται διὰ τοῦ ἀνοίγματος Β (σχ. 171).



Σχ. 171. Διὰ τὴν ἐξήγησιν τῆς λειτουργίας τῆς περιστροφικῆς ἀεραντλίας.

***162. Σημασία τῶν χαμηλῶν καὶ ὑψηλῶν πιέσεων.**—Μὲ τὰς ἀεραντλίας εἶναι πρακτικῶς ἀδύνατον νὰ δημιουργήσωμεν ἀ π ό λ υ τ ο ν κ ε ν ό ν. "Όταν λέγωμεν ὅτι εἰς ἕνα χῶρον ἐδημιουργήσαμεν κ ε ν ό ν, ἐννοοῦμεν ὅτι εἰς τὸν χῶρον τοῦτον ἐπικρατεῖ πίεσις πολὺ μικροτέρα ἀπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν. Τὸ καλῦτερον κενόν, τὸ ὁποῖον δυνάμεθα νὰ πραγματοποιήσωμεν, ἀντιστοιχεῖ εἰς πιέσεις, αἱ ὁποῖαι μετροῦνται εἰς ἑκατομμυριοστὰ τοῦ χιλιοστομέτρου ὑδραργύρου. Ἡ πίεσις αὕτη εἶναι

περίπου τὸ ἐν δισεκατομμυριοστὸν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως, πρέπει ὅμως νὰ θεωρῇται σημαντικὴ, διότι ὑπὸ τὴν πίεσιν αὐτὴν καὶ εἰς θερμοκρασίαν 0°C εἰς 1 cm^3 τοῦ ἀερίου περιέχονται 35 δισεκατομμύρια μόρια ἀερίου (ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν περιέχονται $27 \cdot 10^{18}$ μόρια). Διὰ νὰ ἀφαιρεθοῦν ἀπὸ ἕνα χῶρον, εἰς τὸν ὁποῖον ἐδημιουργήθῃ κενόν, καὶ τὰ τελευταῖα ἔχνη τοῦ ἀερίου, χρησιμοποιοῦνται συνήθως κατάλληλα εἶδη ἄνθρακος, τὰ ὁποῖα παρουσιάζουν μεγάλην ἀπορροφητικὴν ἱκανότητα. Ἡ ἱκανότης αὕτῃ τοῦ ἄνθρακος γίνεται πολὺ μεγαλύτερα, ἂν ὁ ἄνθραξ ψυχθῇ δι' ὑγροῦ ἀέρος, ὑγροῦ ὕδρογόνου, ἢ ἡλίου.

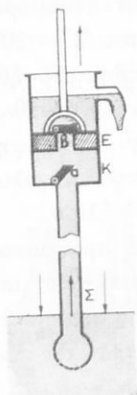
Ἡ πραγματοποίησις πολὺ χαμηλῶν πιέσεων, δηλαδὴ ἡ πραγματοποίησις πολὺ μεγάλης ἀραιώσεως τῶν ἀερίων, εἶχεν ἐξαιρετικὴν σημασίαν διὰ τὴν νεωτέραν ἐπιστημονικὴν ἔρευναν καὶ διὰ πολλὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς (σωλῆνες παραγωγῆς ἀκτίνων Röntgen, ἠλεκτρονικοὶ σωλῆνες, φωτοηλεκτρικὸν κύτταρον κ.ἄ.).

Ἐπίσης ἡ πραγματοποίησις πολὺ ὑψηλῶν πιέσεων εἶχε μεγάλην σημασίαν, τόσον διὰ τὴν ἀνάπτυξιν διαφόρων πρακτικῶν ἐφαρμογῶν, ὅσον καὶ διὰ τὴν σπουδὴν τῶν ἰδιοτήτων, τὰς ὁποίας ἀποκτᾷ ἡ ὕλη, ὅταν αὕτη εὑρεθῇ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν πίεσεως χιλιάδων ἀτμοσφαιρῶν. Οὕτω κατὰ τὴν συνθετικὴν παρασκευὴν πολλῶν χημικῶν ἐνώσεων (ἀμμωνίας, μεθανόλης κ.ἄ.) χρησιμοποιοῦνται πολὺ μεγάλαι πιέσεις. Γενικῶς ἀπεδείχθη ὅτι ἡ συμπίεσις διευκολύνει τὴν χημικὴν συγγένειαν καὶ αὐξάνει καταπληκτικῶς τὴν ταχύτητα τῶν χημικῶν ἀντιδράσεων. Ἐπίσης ἀπεδείχθη ὅτι ἡ χρησιμοποίησις πολὺ μεγάλων πιέσεων καθιστᾷ τελείως περιττοὺς τοὺς καταλύτας. Πολὺ ἐνδιαφέρουσαι εἶναι καὶ αἱ ἰδιότητες, τὰς ὁποίας ἀποκτᾷ ἡ ὕλη ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν πολὺ μεγάλων πιέσεων. Οὕτω τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον θεωροῦμεν ὡς ὑγρὸν σχεδὸν ἀσυμπίεστον, ὅταν εὑρεθῇ ὑπὸ πίεσιν 25000 ἀτμοσφαιρῶν, συμπεριφέρεται ὅπως ἐν τεμάχιον καουτσούκ. Εἰς τὰς πολὺ μεγάλας πιέσεις ὑφίσταται σημαντικὰς μεταβολὰς καὶ ἡ ἠλεκτρικὴ ἀγωγιμότης τῶν σωμάτων.

*163. Ὑδραντλία.— Αἱ ὕδραντλίας χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν ἀντλήσιν ὑγρῶν. Τὰ συνθέστερα εἶδη ὕδραντλιῶν εἶναι τὰ ἑξῆς:

α) Ἀναρροφητικὴ ἀντλία. Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ κύλινδρον K, ἐντὸς τοῦ ὁποίου κινεῖται ἔμβολον (σχ. 172). Εἰς τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου ἐφαρμόζεται σωλὴν Σ, ὁ ὁποῖος βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὕδατος τοῦ φρέατος. Τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ σωλῆνος κλείεται μὲ βαλβίδα α.

Ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου ὑπάρχει ἐπίσης βαλβὶς β. Αἱ βαλβίδες α καὶ β ἀνοίγουν ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Ὄταν ἀνυψώσωμεν τὸ ἔμβολον, ὃ

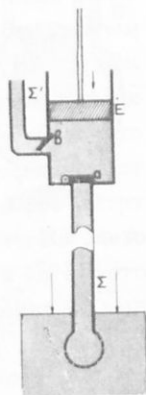


Σχ. 172. Ἀναρροφητικὴ ὑδραντλία.

ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ σωλήνος Σ ἀήρ γίνεται ἀραιότερος καὶ ἐπομένως ἡ πίεσις αὐτοῦ ἐλαττώνεται. Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως τὸ ὕδωρ ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλήνος. Ὄταν ἔπειτα καταβιβάζωμεν τὸ ἔμβολον, ἡ βαλβὶς α ἐμποδίζει τὸν ἀέρα τοῦ κυλίνδρου νὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὸν σωλήνα. Ὁ ἀήρ οὗτος συμπιεζόμενος ἀνοίγει τὴν βαλβίδα β καὶ ἐξέρχεται εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν. Κατὰ τὴν δευτέραν ἀνύψωσιν τοῦ ἐμβόλου ὃ ἐντὸς τοῦ σωλήνος Σ ἀήρ ἀραιώνεται ἀκόμη περισσότερον καὶ τὸ ὕδωρ ἀνέρχεται ὑψηλότερον εἰς τὸν σωλήνα Σ. Ἐπειτα ἀπὸ μερικῶς κινήσεις τοῦ ἐμβόλου τὸ ὕδωρ φθάνει μέχρι τοῦ ἀνωτάτου σημείου τῆς διαδρομῆς τοῦ ἐμβόλου. Ὄταν τότε καταβιβάζωμεν τὸ ἔμβολον, τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου, ἀνέρχεται ἄνωθεν τοῦ ἐμβόλου καὶ κατὰ τὴν νέαν ἀνύψωσιν τούτου τὸ

ὕδωρ ἐκρέει ἀπὸ τὸν πλευρικὸν σωλήνα. Θεωρητικῶς ἡ ἀναρροφητικὴ ἀντλία δύναται νὰ ἀνυψώσῃ τὸ ὕδωρ εἰς ὕψος 10,33 m (§ 153). Εἰς τὴν πρᾶξιν ὅμως τὸ ὕψος τοῦτο εἶναι 7 - 8 m.

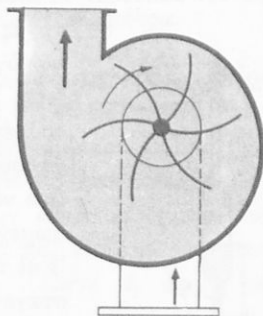
β) Καταθλιπτικὴ ἀντλία. Εἰς τὴν καταθλιπτικὴν ἀντλίαν τὸ ἔμβολον εἶναι πλήρες (σχ. 173). Ὁ πυθμὴν τοῦ κυλίνδρου φέρει βαλβίδα α, ἡ ὁποία ἀνοίγει ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Παρὰ τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου ἐφαρμόζεται σωλήν Σ', ὁ ὁποῖος κλείεται μὲ βαλβίδα β· αὕτη ἀνοίγει ἐκ τῶν ἔσω πρὸς τὰ ἔξω. Ὄταν ἀνυψώσωμεν τὸ ἔμβολον, ἡ βαλβὶς β κλείει καὶ τὸ ὕδωρ εἰσρέει εἰς τὸν κύλινδρον. Ὄταν καταβιβάζωμεν τὸ ἔμβολον, κλείει ἡ βαλβὶς α καὶ ἀνοίγει ἡ βαλβὶς β· τὸ ὕδωρ ἐξωθεῖται τότε εἰς τὸν σωλήνα Σ'. Ἡ καταθλιπτικὴ ἀντλία δύναται νὰ ἀνυψώσῃ τὸ ὕδωρ εἰς πολὺ μέγαν ὕψος.



Σχ. 173. Καταθλιπτικὴ ὑδραντλία.

γ) Ἡ φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία. Αὕτη (σχ. 174) ἀποτελεῖται ἀπὸ μεταλλικὸν κυλινδρικὸν δοχεῖον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου στρέφεται ταχέως δι' ἐνὸς κινητήρος ἄξων φέρων πτερύγια. Διὰ νὰ ἀρχίσῃ ἡ ἀντλία νὰ λειτουργῇ, πρέπει ὁ κύλινδρος νὰ πληρωθῇ μὲ ὕδωρ. Κατὰ

τὴν περιστροφὴν τῶν πτερυγίων τὸ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ὕδωρ τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν καὶ ἔνεκα τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως ὠθεῖται πρὸς τὴν περιφέρειαν καὶ ἀναγκάζεται νὰ ἐκρεύσῃ διὰ τοῦ πλευρικοῦ σωλῆνος. Εἰς τὸ κέντρον τοῦ κυλίνδρου ἡ πίεσις ἐλαττώνεται καὶ διὰ τοῦτο εἰσρέει εἰς τὸν κύλινδρον νέα ποσότης ὕδατος διὰ τοῦ σωλῆνος ἀναρροφῆσεως. Ἡ φυγοκεντρικὴ ἀντλία ἔχει μεγάλην ἀπόδοσιν καὶ διὰ τοῦτο χρησιμοποιεῖται πολὺ εἰς τὰς διαφόρους ἐφαρμογὰς.



Σχ. 174. Φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία.

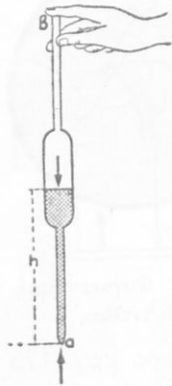
***164. Σίφων.** — Ὁ σίφων εἶναι σωλὴν κεκαμμένος (σχ. 175). Ὡς θεωρήσωμεν ὅτι ὁ σίφων εἶναι πλήρης μὲ τὸ ἴδιον ὑγρὸν, τὸ ὁποῖον περιέχουν τὰ δύο δοχεῖα Α καὶ Β. Ἐστω p_0 ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις καὶ Δ μία ὑγρὰ τομὴ τοῦ σωλῆνος. Ἐπὶ τῆς τομῆς αὐτῆς ἐνεργεῖ ἡ πίεσις $p_1 = p_0 - h_1 \cdot \rho$ ἐκ τοῦ Α πρὸς τὸ Β καὶ ἡ πίεσις $p_2 = p_0 - h_2 \cdot \rho$ ἐκ τοῦ Β πρὸς τὸ Α. Ἡ συνισταμένη p τῶν δύο τούτων πιέσεων εἶναι :

$$p = p_1 - p_2 \quad \text{ἢ} \quad p = (h_2 - h_1) \cdot \rho$$

Ἡ συνισταμένη λοιπὸν πίεσις p ὠθεῖ τὸ ὑγρὸν ἐκ τοῦ Α πρὸς τὸ Β. Παρατηροῦμεν δὲ ὅτι ἡ p εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν διαφορὰν στάθμης τοῦ ὑγροῦ εἰς τὰ δύο δοχεῖα. Ὄταν γίνῃ $h_1 = h_2$, ἡ ἐκροὴ τοῦ ὑγροῦ διακόπτεται. Ὁ σίφων λειτουργεῖ καὶ εἰς τὸ κενόν. Ἡ ἐρμηνεία τῆς λειτουργίας ταύτης δίδεται μὲ τὰς δυνάμεις συνοχῆς τοῦ ὑγροῦ (§ 171).

***165. Σιφώνιον.** — Τὸ σιφώνιον εἶναι εὐθύγραμμος σωλὴν, ὁ ὁποῖος καταλήγει εἰς στενὸν στόμιον (σχ. 176)· χρησιμεύει διὰ τὴν ἀντλησιν μικρᾶς ποσότητος ὑγροῦ. Βυθίζομεν τὸ σιφώνιον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ διὰ τοῦ στενοῦ ἄκρου του α, ἐνῶ τὸ ἀνώτερον ἄκρον β διατηρεῖται ἀνοικτόν. Ἐὰν ἀναρροφήσωμεν διὰ τοῦ ἄκρου β ἢ βυθίσωμεν τὸ σιφώνιον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, τὸ ὄργανον πληροῦται μὲ ὑγρὸν. Κλείομεν τότε

μέ τον δάκτυλον τὸ ἀνώτερον ἄκρον β καὶ ἀνασύρομεν τὸ ὄργανον. Κατ' ἀρχὰς ἐκρέει μικρὰ ποσότης ὑγροῦ, ἔπειτα ὁμως ἡ ἐκροὴ ὑγροῦ παύει. Τότε ἰσχύει ἡ σχέσις: $p_0 = p_1 + h \cdot \rho$, ὅπου p_0 εἶναι ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις καὶ p_1 ἡ πίεσις τοῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἀποκλεισθέντος ἀέρος. Ἐὰν ἀποσύρωμεν τὸν δάκτυλον, τὸ ὑγρὸν ἀρχίζει νὰ ἐκρέῃ. Διὰ νὰ σταματήσωμεν τὴν ἐκροήν, ἀρκεῖ νὰ κλείσωμεν ἐκ νέου τὸ ἀνώτερον ἀνοιγμα τοῦ σωλῆνος. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζεται ἡ λειτουργία τοῦ σταγονομέτρου.



Σχ. 176. Σιφώνιον.

Η ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΑ ΤΗΣ ΓΗΣ

166. Ἐλάττωσις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως μετὰ τοῦ ὕψους.—Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι :

Ὅταν ἀνερχώμεθα κατὰ 10,5 m ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας, ἡ πίεσις ἐλαττώνεται περίπου κατὰ 1 mm Hg.

Ὁ νόμος οὗτος ἰσχύει μόνον διὰ πολὺ μικρὰς μεταβολὰς τοῦ ὕψους, διότι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀέρος δὲν εἶναι σταθερόν.

Τὸ ἀνωτέρω ἐξαγόμενον εὐρίσκομεν καὶ δι' ὑπολογισμοῦ, ἂν δεχθῶμεν ὅτι τὸ κατώτερον στρῶμα ἀέρος ἔχει σταθερὸν εἰδικὸν βάρος $\rho = 0,001293 \text{ gr}^/\text{cm}^3$. Γνωρίζομεν ὅτι $1 \text{ mm Hg} = 1,36 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$. Διὰ νὰ ἐλαττωθῇ λοιπὸν ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις κατὰ $p = 1,36 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$, πρέπει νὰ ἀνέλθωμεν εἰς ὕψος h , τὸ ὅποιον ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $p = h \cdot \rho$ εὐρίσκομεν ὅτι εἶναι :

$$h = \frac{p}{\rho} = \frac{1,36}{0,001293} = 1050 \text{ cm} = 10,5 \text{ m}$$

167. Μέτρησις τοῦ ὕψους ἐκ τῆς πίεσεως.—Ἡ μέτρησις τοῦ ὕψους ἐκ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως εἶναι δυνατή, διότι γνωρίζομεν τὴν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν εἰς τὰ διάφορα ὕψη ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας (βλ. παραπλευρῶς πίνακα). Εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς π.χ. τὴν ἀεροπορίαν χρη-

*Υψος	Ἀντίστοιχος πίεσις
	σταθερὰ θερμοκρασία 0°C
0 m	762 mm
1000 »	671 »
2000 »	593 »
3000 »	523 »
4000 »	462 »
5000 »	407 »
6000 »	359 »
7000 »	317 »
8000 »	280 »

σιμοποιοῦνται μεταλλικὰ βαρόμετρα, τὰ ὅποια δεικνύουν ἀμέσως τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν p_v καὶ τὸ ἀντίστοιχον ὕψος v εἰς μέτρα.

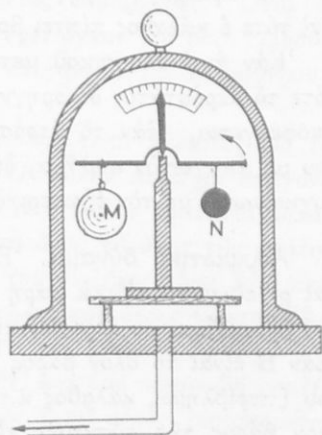
168. Ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους εἰς τὰ ἀέρια.

Ὅπως πᾶν στερεὸν σῶμα εὐρίσκόμενον ἐντὸς ὑγροῦ ὑφίσταται πιέσεις (§ 143), οὕτω καὶ πᾶν σῶμα εὐρίσκόμενον ἐντὸς ἀερίου ὑφίσταται ἐκ μέρους τοῦ ἀερίου πιέσεις, αἱ ὅποια εἶναι κάθετοι πρὸς τὴν ἐπιφανείαν τοῦ σώματος. Αἱ ἔνεκα τῶν πιέσεων ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις ἔχουν μίαν συνισταμένην, ἥ ὅποια, ὅπως καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ὑγρῶν (§ 143), καλεῖται ἄνωσις. Ὡστε ἡ ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους ἰσχύει καὶ διὰ τὰ ἀέρια.

Ἡ ἄνωσις, ἥ ὅποια ἐνεργεῖ ἐπὶ παντὸς σώματος βυθισμένου ἐντὸς ἰσορροποῦντος ἀερίου, εἶναι δύναμις κατακόρυφος, ἴση μὲ τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀερίου, καὶ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀερίου.

Τὴν ὑπαρξιν τῆς ἀνώσεως τοῦ ἀέρος δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν μὲ τὸ ἐξῆς πείραμα: Εἰς τὰ δύο ἄκρα τῆς φάλαγγος ζυγοῦ (σχ. 177) ἐξαρτῶμεν μίαν κοίλην σφαῖραν M καὶ μίαν μεταλλικὴν συμπαγῆ σφαῖραν N , ἥ ὅποια εἰς τὸν ἀέρα ἰσορροπεῖ τὴν σφαῖραν M . Ἐὰν καλύψωμεν τὸν ζυγὸν μὲ κώδωνα καὶ ἀφαιρέσωμεν ἐξ αὐτοῦ τὸν ἀέρα, παρατηροῦμεν ὅτι εἰς τὸ κενὸν ἡ μεγάλη σφαῖρα φαίνεται βαρύτερα. Εἰς τὸν ἀέρα ἡ μεγάλη σφαῖρα ἰσορροπεῖ τὴν μικρὰν σφαῖραν, διότι ἐκτοπίζει μεγαλύτερον ὄγκον ἀέρος καὶ ἐπομένως ὑφίσταται μεγαλυτέραν ἄνωσιν.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι, ὅταν ζυγίσωμεν ἓν σῶμα εἰς τὸν ἀέρα, εὐρίσκομεν τὸ φαινόμενον βάρος τοῦ σώματος. Τὸ βάρος τοῦτο εἶναι τὸ ἀπόλυτον βάρος τοῦ σώματος ἡλαττωμένον κατὰ τὴν ἄνωσιν, τὴν ὅποιαν ὑφίσταται τὸ σῶμα. Εἰς τὰς μετρήσεις μεγίστης ἀκριβείας λαμβάνεται πάντοτε ὑπ' ὄψιν ἡ ἄνωσις τοῦ ἀέρος.



Σχ. 177. Ἡ σφαῖρα M ὑφίσταται μεγαλυτέραν ἄνωσιν.

***169. 'Αερόστατα.**— Τὸ ἀερόστατον εἶναι ἡ πρώτη πτητικὴ συσκευή, τὴν ὁποίαν ἐπενόησεν ὁ ἄνθρωπος, διὰ νὰ ἀνέλθῃ ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας. Αἱ πρόοδοι τῆς ἀεροπορίας περιώρισαν κατὰ πολὺ τὴν πρακτικὴν σημασίαν τῶν ἀεροστάτων. Τὸ ἀερόστατον ἀποτελεῖται ἀπὸ ἐλαφρὸν περίβλημα (ἐλαστικὸν ἢ ὕφασμα, τὸ ὁποῖον φέρει ἐπίχρισμα ἐκ βερνικίου). Ὁ σάκκος οὗτος πληροῦται μὲ ἐν ἀέριον εἰδικῶς ἐλαφρότερον τοῦ ἀέρος (π.χ. θερμὸς ἀήρ, φωταέριον, ὑδρογόνον, ἥλιον). Ὡς θεωρήσωμεν κλειστὴν σφαῖραν ἀπὸ καουτσούκ, ἡ ὁποία πληροῦται ὑδρογόνου. Ἐὰν τὴν ἀφήσωμεν ἐλευθέραν, αὕτη ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ ἀέρος, διότι ἡ ἄνωσις εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὸ βάρος τῆς σφαίρας. Ἐφ' ὅσον ἡ σφαῖρα ἀνέρχεται, ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις ἐλαττώνεται διὰ τοῦτο τὸ ἐντὸς τῆς σφαίρας ἀέριον διαστέλλεται καὶ δύναται νὰ διαρρήξῃ τὴν σφαῖραν. Τοιαῦτα εἶναι τὰ ἀερόστατα, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται πρὸς ἐξερεύνησιν τῶν ἀνωτέρων στρωμάτων τῆς ἀτμοσφαίρας. Τὰ ἀερόστατα αὐτὰ φέρουν ἐντὸς καλάθου αὐτογραφικὰ ὄργανα. Ἡ σφαῖρα διαρρηγνύεται εἰς ὕψος περίπου 20 — 25 χιλιομέτρων καὶ τότε ὁ κάλαθος πίπτει βραδέως μὲ τὴν βοήθειαν ἀλεξιπτώτου.

Ἐὰν ἀντὶ ἐλαστικοῦ μεταχειρισθῶμεν περίβλημα μὴ ἐκτεινόμενον, τότε τὸ ἀερόστατον διαρρηγνύεται εἰς μικρὸν ὕψος. Τὸ ἐλάττωμα τοῦτο ἀποφεύγεται, ἐὰν τὸ ἀερόστατον ἐφοδιασθῇ εἰς τὸ κατώτερον ἄκρον τοῦ μὲ ἀπαγωγὸν σωλῆνα, διὰ τοῦ ὁποίου τὸ ἐντὸς τῆς σφαίρας ἀέριον συγκοινωνεῖ μὲ τὸν ἐξωτερικὸν ἀέρα.

Ἀνυψωτικὴ δύναμις. Ἐὰν V εἶναι ὁ ὕγκος τοῦ ἀεροστάτου, ρ καὶ ρ' εἶναι τὰ εἰδικὰ βάρη τοῦ ἀέρος καὶ τοῦ ἀερίου, τότε τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀέρος εἶναι $V \cdot \rho$, τὸ δὲ βάρος τοῦ ἀερίου εἶναι $V \cdot \rho'$. Ἐὰν B εἶναι τὸ ὅλον βάρος τῶν διαφόρων ἐξαρτημάτων τοῦ ἀεροστάτου (περίβλημα, κάλαθος κ.τ.λ.), τότε ἡ μὲν ἄνωσις εἶναι $V \cdot \rho$, τὸ δὲ ὅλον βάρος τῆς συσκευῆς εἶναι $V \cdot \rho' + B$. Ἐπομένως ἡ ἀνυψωτικὴ δύναμις F κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς ἀπογειώσεως εἶναι:

$$F = V \cdot \rho - (V \cdot \rho' + B) \quad \text{ἢ} \quad F = V \cdot (\rho - \rho') - B$$

170. 'Αερόπλοια. Τὰ συνήθη ἀερόστατα παρασύρονται ἀπὸ τὰ ρεύματα τοῦ ἀέρος. Διὰ νὰ κατευθύνουν τὸ ἀερόστατον πρὸς ὠρισμένην διεύθυνσιν, ἐφοδιάζουν τοῦτο μὲ κινητηρίους ἑλικας καὶ μὲ πτερύγια, διὰ τῶν ὁποίων ἐξασφαλίζονται αἱ ὀρίζοντιαι καὶ κατακόρυφοι ἀλλαγαί

κατευθύνσεως. Τὰ ἀερόπλοια ἔχουν ἀτρακτοειδὲς σχῆμα, διὰ νὰ ἐλαττώνεται ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος. Ἄν καὶ ἡ ἰσορροπία των εἰς τὸν ἀέρα εἶναι εὐσταθής, ἐν τούτοις τὰ ἀερόπλοια ὑπεσκελίσθησαν ἀπὸ τὰ ἀεροπλάνα, τὰ ὅποια εἶναι μὲν συσκευαὶ βαρύτεραι ἀπὸ ἴσον ὄγκον ἀέρος, εἶναι ὅμως πολὺ ταχύτερα, πολὺ μικρότερα κατ' ὄγκον καὶ ἀπαιτοῦν πολὺ μικροτέραν δαπάνην κατασκευῆς καὶ ἐγκαταστάσεων.

ΗΡΟΒΑΗΜΑΤΑ

150. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀέρος ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας εἶναι $1,293 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$. Νὰ εὐρεθῇ ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἰς gr/cm^3 καὶ πόσας φορὰς ὁ ἀήρ εἶναι ἐλαφρότερος ἀπὸ ἴσον ὄγκον ὕδατος.

151. Ἐκτελοῦμεν τὸ πείραμα τοῦ Torricelli χρησιμοποιοῦντες γλυκερίνην ἀντὶ ὕδραργύρου. Εἰς ποῖον ὕψος θὰ ἀνέλθῃ τὸ ὕγρον ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, ἐὰν τὸ εἶδ. βάρος τῆς γλυκερίνης εἶναι $1,25 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$, ἡ δὲ ἀτμοσφαιρική πίεσις κατὰ τὴν στιγμὴν τοῦ πειράματος εἶναι 76 cm Hg ;

152. Μία φουσαλὶς ἀέρος ἀνέρχεται ἐντὸς ὕδραργύρου. Ὅταν ἡ φουσαλὶς εὐρίσκεται εἰς βάθος 40 cm , αὕτη ἔχει ὄγκον $0,5 \text{ cm}^3$. Πόσον ὄγκον θὰ ἔχῃ, ὅταν φθάσῃ εἰς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕδραργύρου; Ἀτμοσφαιρική πίεσις: 75 cm Hg .

153. Στενὸς ἰσοδιαμετρικὸς ὑάλινος σωλὴν εἶναι κλειστὸς εἰς τὸ ἓν ἄκρον του καὶ ἀνοικτὸς εἰς τὸ ἄλλο. Ὁ σωλὴν περιέχει σταγόνα ὕδραργύρου, ἡ ὁποία ἔχει μῆκος 5 cm . Ὅταν ὁ σωλὴν κρατῆται κατακορύφως, μὲ τὸ κλειστὸν ἄκρον του πρὸς τὰ ἄνω, τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ἀέρος, ὁ ὁποῖος εἶναι κλεισμένος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος εἶναι $25,6 \text{ cm}$. Ὅταν ὁ σωλὴν ἀναστραφῇ, τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ἀέρος γίνεται $22,4 \text{ cm}$. Νὰ εὐρεθῇ ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις κατὰ τὴν στιγμὴν ἐκείνην.

154. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀέρος εἰς 0°C καὶ ὑπὸ πίεσιν 76 cm Hg εἶναι $1,293 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$. Νὰ εὐρεθῇ τὸ βάρος 2 m^3 ἀέρος εὐρισκομένου εἰς 0°C καὶ ὑπὸ πίεσιν 73 cm Hg .

155. Βαρομετρικὸς σωλὴν ἔχει τομὴν 2 cm^2 . Τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὕδραργύρου εἶναι 76 cm , ὁ δὲ ἄνωθεν αὐτῆς κενὸς χῶρος τοῦ σωλῆνος ἔχει ὕψος 8 cm . Νὰ εὐρεθῇ πόσος ὄγκος ἐξωτερικοῦ ἀέρος, πρέπει νὰ εἰσαχθῇ εἰς τὸν θάλαμον, διὰ νὰ γίνῃ τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὕδραργύρου 40 cm .

156. Βαρομετρικὸς σωλὴν ἔχει τομὴν 2 cm^2 . Τὸ ὕψος τῆς στήλης

τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 75 cm, ὁ δὲ ἄνωθεν αὐτῆς κενὸς χώρος τοῦ σωλῆ-
νος ἔχει ὕψος 9 cm. Νὰ εὑρεθῇ πόσον θὰ γίνη τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ
ὑδραργύρου, ἐὰν ἐντὸς τοῦ σωλῆνος εἰσαχθοῦν 4 cm³ τοῦ ἐξωτερικοῦ
ἀέρος.

157. Βαρομετρικὸς σωλὴν ἔχει τομὴν 4 cm² καὶ περιέχει ἐντὸς
τοῦ θαλάμου του μικρὰν ποσότητα ἀέρος. Τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ
ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος εἶναι 748 mm, τὸ δὲ ὕψος τοῦ κενοῦ
χώρου τοῦ σωλῆνος εἶναι 122 mm. Ἀνυψώνομεν ὀλίγον τὸν σωλῆνα
καὶ τότε γίνεται τὸ μὲν ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου 750 mm, τὸ
δὲ ὕψος τοῦ κενοῦ χώρου 141 mm. Ἡ θερμοκρασία εἶναι 0°C. Πόση
εἶναι ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις κατὰ τὴν στιγμὴν τοῦ πειράματος; Πόσον
εἶναι τὸ βάρος τοῦ ἀέρος, τὸν ὅποιον περιέχει ὁ σωλὴν; Εἰδικὸν βά-
ρος ἀέρος ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας: 1,293 gr* /dm³.

158. Εἰς τὸ τοίχωμα ἐκὸς δοχείου, περιέχοντος ὕδωρ, εἶναι προσ-
κεκολλημένη μικρὰ φουσαλὶς ἀέρος, ἡ ὁποία ἔχει ὄγκον 0,02 cm³. Ἡ φυ-
σαλὶς εὐρίσκεται 10 cm κάτωθεν τῆς ἐλευθερᾶς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος.
Ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις εἶναι 74 cm Hg. Πόσος θὰ γίνη ὁ ὄγκος τῆς
φουσαλίδος, ἐὰν ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις ἀυξηθῇ εἰς 77 cm Hg;

159. Πόσον ζυγίζει 1 λίτρον ἀέρος 0°C ὑπὸ πίεσιν 50 ἀτμοσφαι-
ρῶν;

160. Εἶναι γνωστὸν ὅτι 1 λίτρον ἀέρος εἰς 0°C καὶ ὑπὸ πίεσιν
76 cm Hg ἔχει βάρος 1,293 gr*. Πόσον ὄγκον καταλαμβάνουν 25 gr*
ἀέρος 0°C καὶ ὑπὸ πίεσιν 85 cm Hg;

161. Κλειστὸν μανόμετρον ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο σωλῆνας τῆς αὐ-
τῆς διαμέτρου καὶ λειτουργεῖ μὲ ὑδράργυρον. Ὄταν ἡ ἀτμοσφαιρική
πίεσις εἶναι 76 cm Hg, αἱ ἐπιφάνειαι τοῦ ὑδραργύρου εἰς τοὺς δύο σω-
λῆνας εὐρίσκονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου τότε ὁ ἀποκεκλεισμένος ἀήρ
σχηματίζει στήλην ὕψους 50 cm. Πόση εἶναι ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν θὰ
δεικνύῃ τὸ ὄργανον, ὅταν ὁ ὑδράργυρος θὰ ἀνέλθῃ κατὰ 10 cm ἐντὸς
τοῦ κλειστοῦ σωλῆνος καὶ θὰ κατέλθῃ ἐπίσης κατὰ 10 cm ἐντὸς τοῦ
ἄλλου σωλῆνος;

162. Εἰς ἓν κλειστὸν ὑδραργυρικὸν μανόμετρον ὁ ἀποκεκλεισμένος
ἀήρ σχηματίζει στήλην ὕψους h ἑκατοστομέτρων, ὅταν ἡ πίεσίς του
εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικήν H . Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀνύψωσις x τοῦ ὑδρα-
ργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, ὅταν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου τῆς
λεκάνης τοῦ μανομέτρου ἐπιφέρεται πίεσις ἴση μὲ ν ἀτμοσφαιρας.

Υποτίθεται ότι η επιφάνεια του υδραργύρου της λεκάνης διατηρείται σταθερά. Έφαρμογή: $h = 50 \text{ cm}$, $H = 76 \text{ cm Hg}$, $\nu = 6$.

163. Κλειστόν μανόμετρον αποτελείται από σωλήνα σχήματος U. Έντός του κλειστού βραχίονος υπάρχει στήλη αέρος ύψους $\alpha = 8 \text{ cm}$ και στήλη υδραργύρου ύψους $\beta = 17 \text{ cm}$, εντός δὲ τοῦ ἀνοικτοῦ βραχίονος υπάρχει στήλη υδραργύρου ύψους $\gamma = 43 \text{ cm}$. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ὕψος x τῆς στήλης τοῦ υδραργύρου ἐντὸς τοῦ κλειστοῦ βραχίονος, ὅταν τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ υδραργύρου ἐντὸς τοῦ ἀνοικτοῦ βραχίονος γίνῃ $\delta = 60 \text{ cm}$. Ἀτμοσφαιρική πίεσις: $H = 76 \text{ cm Hg}$.

*164. Ὁ σωλὴν ἀναρροφῆσεως μιᾶς ὑδραντλίας ἔχει ὕψος 5 m καὶ τομὴν 4 cm^2 . Ἡ διαδρομὴ τοῦ ἐμβόλου εἶναι 10 cm . Νὰ εὑρεθῇ πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ διάμετρος τοῦ ἐμβόλου ὥστε, μετὰ τὴν πρώτην ἀνύψωσιν τοῦ ἐμβόλου, τὸ ὕδωρ νὰ γεμίξῃ ὁλόκληρον τὸν ἀναρροφητικὸν σωλὴνα.

*165. Ἐντὸς λεκάνης υδραργύρου βυθίζομεν κατακορύφως κυλινδρικὸν σωλὴνα ὕψους 20 cm ἀνοικτὸν καὶ εἰς τὰ δύο ἄκρα του. Τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ σωλῆνος εἶναι ἀνοικτὸν καὶ ὁ ὑδράργυρος ἀνέρχεται μέχρι τοῦ μέσου τοῦ σωλῆνος. Κλείομεν τότε τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ σωλῆνος μὲ τὸν δάκτυλον καὶ ἐξάγομεν τὸν σωλὴνα. Νὰ δειχθῇ ὅτι ἀναγκαστικῶς θὰ ἐκρεύσῃ ὁ ὑδράργυρος. Πόσον θὰ εἶναι τελικῶς τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ υδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ πόση θὰ εἶναι τότε ἡ πίεσις τοῦ αέρος ἐντὸς αὐτοῦ; Ἀτμοσφαιρική πίεσις: 75 cm Hg .

166. Ἐν στερεὸν σῶμα εἰδικοῦ βάρους $2,3 \text{ gr}^/\text{cm}^3$ ζυγίζει εἰς τὸν αέρα ἀκριβῶς $58,64 \text{ gr}^*$. Ἡ πυκνότης τῶν χρησιμοποιηθέντων σταθμῶν εἶναι $8,4 \text{ gr}/\text{cm}^3$. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ἀπόλυτον βάρος τοῦ σώματος. Εἰδικὸν βάρος αέρος: $1,29 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$.

167. Μικρὰ σφαῖρα ἀπὸ καουτσούκ ἔχει ὄγκον $7,5 \text{ dm}^3$. Τὸ περίβλημα ἔχει βάρος $.5,2 \text{ gr}^$. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀνυψωτικὴ δύναμις, ὅταν ἡ σφαῖρα εἶναι πλήρης μὲ ὕδρογόνον. Ὁ αἶρ καὶ τὸ ἐντὸς τῆς σφαίρας αέριον ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν. Εἰδικὸν βάρος αέρος: $1,293 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$ καὶ τοῦ ὕδρογόνου $0,09 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$.

168. Σφαιρικὸν ἀερόστατον ἔχει διάμετρον 2 m , τὸ δὲ βάρος τοῦ περικαλύμματος καὶ τῶν ἐξαρτημάτων του εἶναι 100 gr^ . Ἡ σφαῖρα τοῦ ἀεροστάτου περιέχει ὕδρογόνον ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Νὰ εὑρεθῇ πόσον βάρος δύναται νὰ ἀνυψώσῃ τὸ ἀερόστατον, ἂν τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδρογόνου εἶναι $0,09 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$, τοῦ δὲ αέρος εἶναι $1,29 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$.

ΜΟΡΙΑΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

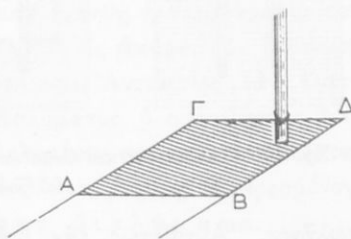
171. Μοριακαὶ δυνάμεις.— Κατὰ τὸν μηχανικὸν διαχωρισμὸν ἐνὸς στερεοῦ σώματος (π.χ. κατὰ τὴν θραῦσιν μιᾶς ξυλίνης ράβδου) παρατηρεῖται πάντοτε ἀντίστασις. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ σώματος ὑπάρχουν ἐλκτικαὶ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι καλοῦνται **δυνάμεις συνοχῆς** ἢ ἀπλῶς **συνοχή**. Εἰς τὰ στερεὰ σώματα ἡ συνοχή εἶναι μεγίστη, ἐνῶ εἰς τὰ ἀέρια εἶναι σχεδὸν ἀνύπαρκτος. "Ομοίαι ἐλκτικαὶ δυνάμεις ἀναπτύσσονται καὶ μεταξὺ τῶν μορίων διαφορετικῶν σωμάτων, ὅταν ταῦτα φέρονται εἰς στενὴν ἐπαφὴν μεταξὺ τῶν. Αἱ δυνάμεις αὗται καλοῦνται **δυνάμεις συναφείας** ἢ ἀπλῶς **συναφεία**. "Ενεκα τῆς συναφείας δυνάμεθα νὰ γράψωμεν ἐπὶ τοῦ μαυροπίνακος μὲ κιμωλίαν, ἐπὶ τοῦ χάρτου μὲ μελάνην κ.τ.λ. Αἱ δυνάμεις συνοχῆς καὶ συναφείας καλοῦνται γενικῶς **μοριακαὶ δυνάμεις**. Αἱ δυνάμεις αὗται ἐμφανίζονται μόνον, ὅταν τὰ μόρια εὑρεθοῦν εἰς πολὺ μικρὰν ἀπόστασιν ἀπ' ἀλλήλων (μικροτέραν ἀπὸ $5 \cdot 10^{-6}$ cm). Ἐὰν θραύσωμεν κιμωλίαν εἰς δύο τεμάχια καὶ ἔπειτα πιέσωμεν πρὸς ἀλλήλας τὰς δύο ἐπιφανείας θραύσεως, τὰ δύο τεμάχια δὲν δύνανται πλέον νὰ συνενωθοῦν καὶ νὰ ἀποτελέσουν ἓν σῶμα, διότι τὰ μόρια δὲν δύνανται νὰ πλησιάσουν τόσον πολὺ μεταξὺ τῶν, ὥστε νὰ δράσουν αἱ δυνάμεις συνοχῆς καθ' ὅλην τὴν ἔκτασιν τῆς ἐπιφανείας θραύσεως.

172. Ἐλαστικότητα.— Τὰ φυσικὰ στερεὰ σώματα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῶν ἐπ' αὐτῶν ἐφαρμοζομένων δυνάμεων ὑφίστανται πάντοτε παραμορφώσεις. Κατὰ τὰς τοιαύτας παραμορφώσεις ἀναφαίνονται αἱ μοριακαὶ δυνάμεις. Μετὰ τὴν κατάργησιν τῶν ἐξωτερικῶν δυνάμεων, αἱ μοριακαὶ δυνάμεις τείνουν νὰ ἐπαναφέρουν τὸ σῶμα εἰς τὴν ἀρχικὴν μορφήν του. Αἱ τοιαῦται παραμορφώσεις καλοῦνται ἐλ α σ τ ι κ α ῖ , ἢ δὲ ἰδιότης τῶν στερεῶν σωμάτων νὰ ὑφίστανται ἐλαστικὰς παραμορφώσεις καλεῖται **ἐλαστικότητα**. "Ολα τὰ στερεὰ σώματα δὲν παρουσιάζουν τὸν αὐτὸν βαθμὸν ἐλαστικότητος. Ὁ χάλυψ, τὸ ἐλεφαντοστοῦν, τὸ καουτσούκ εἶναι πολὺ ἐλαστικὰ σώματα.

Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ἐξωτερικῶν δυνάμεων τὰ στερεὰ σώματα ὑφίστανται ἐ λ κ υ σ μ ὀ ν , κ ά μ ψ ι ν ἢ σ τ ρ έ ψ ι ν. Πειραματικῶς

εύρεσκειται ὅτι αἱ ἐλαστικαὶ αὐταὶ παραμορφώσεις παρατηροῦνται, ἐφ' ὅσον ἡ ἐνεργοῦσα δύναμις δὲν ὑπερβαίνει μίαν ὀρισμένην τιμήν, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **ὄριον ἐλαστικότητος**. Ἐὰν ἡ δύναμις γίνῃ μεγαλότερα ἀπὸ τὸ ὄριον ἐλαστικότητος, τότε ἡ προκαλουμένη παραμόρφωσις εἶναι μόνιμος. Ἐὰν δὲ ἡ δύναμις γίνῃ ἀκόμη μεγαλότερα, τότε ἐπέρχεται **θραῦσις**. Διὰ σύρμα ἢ ράβδον τομῆς 1 cm^2 , τὸ ὄριον ἐλαστικότητος εἶναι διὰ τὸν χάλυβα $5\,000 \text{ kgr}^*$, διὰ τὸν χαλκὸν 1200 kgr^* , καὶ διὰ τὸν μόλυβδον 30 kgr^* .

173. Ἐπιφανειακὴ τάσις.— Ἐντὸς διαλύματος σάπωνος, εἰς τὸ ὁποῖον ἔχομεν προσθέσει ὀλίγην γλυκερίνην, βυθίζομεν πλαίσιον ἀπὸ σύρμα (σχ. 178), τοῦ ὁποῖου ἡ πλευρὰ AB δύναται νὰ ὀλισθαίῃ χωρὶς τριβήν. Ὄταν ἀνασύρωμεν τὸ πλαίσιον, παρατηροῦμεν ὅτι ἔχει σχηματισθῇ ἐν ὀρθογώνιον ὑγρὸν ὑμένιον. Διατηροῦμεν τὸ πλαίσιον ὀριζόντιον καὶ τότε παρατηροῦμεν ὅτι ἡ πλευρὰ AB μετακινεῖται πλησιάζουσα πρὸς τὴν πλευρὰν ΓΔ. Τὸ πείραμα τοῦτο δεικνύει ὅτι τὸ ὑγρὸν ὑμένιον τείνει νὰ ἐλαττώσῃ τὴν ἐπιφάνειάν του, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μιᾶς δυνάμεως, ἡ ὁποία εἶναι **κάθετος** πρὸς τὴν εὐθεΐαν AB καὶ **ἐφαπτομένη** τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Τὸ πείραμα τοῦτο φανερώνει ὅτι αἱ μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις συνοχῆς προσδίδουν εἰς τὸ ὑγρὸν ὑμένιον ιδιότητος **τεταμένης ἐλαστικῆς μεμβράνης**, ἡ ὁποία τείνει νὰ συσταλῇ. Καθ' ὅμοιον τρόπον συμπεριφέρεται καὶ ἡ ἐλευθέρᾳ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ. Ὡστε εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ὑπάρχει μία κατάστασις τάσεως, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **ἐπιφανειακὴν τάσιν**.



Σχ. 178. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑμενίου ἐλαττώνεται.

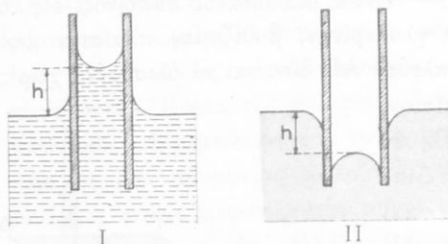
Ἔνεκα τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως τὸ ὑγρὸν τείνει νὰ ἐλαττώσῃ τὴν ἐξωτερικὴν ἐπιφάνειάν του.

Ἔνεκα τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως αἱ πολὺ μικραὶ σταγόνες ὑγροῦ ἀποκτοῦν σφαιρικὸν σχῆμα (διότι ἐξ ὅλων τῶν σχημάτων ἡ σφαῖρα ἔχει, διὰ τὸν αὐτὸν ὄγκον, τὴν μικροτέραν ἐπιφάνειαν).

Εὐκόλως μετροῦμεν τὴν δύναμιν F , ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τῆς πλευ-

ρᾶς $AB = l$ τοῦ πλαισίου. Οὕτω κατὰ μονάδα μήκους τῆς πλευρᾶς AB ἐνεργεῖ δύναμις $\alpha = \frac{F}{l}$. Τὸ α καλεῖται **συντελεστής ἐπιφανειακῆς τάσεως** τοῦ ὑγροῦ καὶ εἶναι χαρακτηριστικὸς δι' ἕκαστον ὑγρὸν. Οὕτως εἶναι διὰ τὸν ὑδράργυρον $\alpha = 500 \text{ dyn/cm}$, διὰ τὸ ὕδωρ $\alpha = 73 \text{ dyn/cm}$ καὶ διὰ τὸ ἐλαιόλαδον $\alpha = 38 \text{ dyn/cm}$.

174. Τριχοειδῆ φαινόμενα.— Ἐντὸς ὕδατος βυθίζομεν ὑάλινον σωλῆνα πολὺ μικρᾶς διαμέτρου (σχ. 179). Παρατηροῦμεν ὅτι ἐντὸς



Σχ. 179. Ἀνύψωσις καὶ ταπείνωσις ὑγροῦ ἐντὸς τριχοειδῶν σωλῆνων.

τοῦ σωλῆνος τὸ ὕδωρ ἰσορροπεῖ σχηματίζον μικρὰν στήλην ὑγροῦ, τοῦ ὁποῦοι ἡ ἐλευθέρη ἐπιφάνεια εἶναι κοίλη. Ἐὰν χρησιμοποιήσωμεν σωλῆνας διαφόρων διαμέτρων εὐρίσκομεν ὅτι ἡ ἀνύψωσις h τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ διάμετρος τοῦ

σωλῆνος. Ἀντιθέτως ἐὰν βυθίσωμεν λεπτὸν ὑάλινον σωλῆνα ἐντὸς ὑδραργύρου, παρατηροῦμεν ταπείνωσιν τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, ἡ δὲ ἐλευθέρη ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου εἶναι κυρτή. Τὰ ἀνωτέρω φαινόμενα καλοῦνται **τριχοειδῆ φαινόμενα**. Τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ ὑαλίνου σωλῆνος, λέγομεν ὅτι διαβρέχει τὴν ὕαλον, ἐνῶ ἀντιθέτως λέγομεν ὅτι ὁ ὑδράργυρος δὲν διαβρέχει τὴν ὕαλον. Τὰ τριχοειδῆ φαινόμενα ἐρμηνεύονται, ἐὰν ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν αἱ ἀναπτυσσόμεναι ἐπιφανειακαὶ τάσεις.

*** 175. Διαλύματα.**— Ἐντὸς ὠρισμένης μάζης ὕδατος ρίπτομεν τεμάχιον ζαχάρεως. Τότε τὰ μόρια τῆς ζαχάρεως διαχέονται ὁμοιομόρφως ἐντὸς ὁλοκλήρου τῆς μάζης τοῦ ὕδατος. Τὸ προκύπτον ὁμογενὲς μείγμα καλεῖται **διάλυμα**.

Ἡ μᾶζα τῆς ζαχάρεως, ἡ ὁποία δύναται νὰ διαλυθῇ ἐντὸς 1 gr ὕδατος ἔχει ἕν ὠρισμένον ὄριον, τὸ ὁποῖον ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν. Τὸ ὄριον τοῦτο αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

Τὸ σπουδαιότερον εἰς τὴν Φύσιν ὑπάρχον διαλυτικὸν μέσον εἶναι

τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον ἔχει τὴν ιδιότητα νὰ διαλύῃ τὰ περισσότερα σώματα. Ἐν διάλυμα δύναται νὰ χωρισθῇ εἰς τὰ συστατικά του διὰ διαφόρων μεθόδων (π.χ. δι' ἐξατμίσεως ἢ διὰ πῆξεως τοῦ διαλυτικοῦ μέσου). Τὸ διαλυόμενον σῶμα δύναται νὰ εἶναι στερεόν, ὑγρὸν ἢ ἀέριον, τὸ ὁποῖον ὅμως δὲν ἀντιδρᾷ χημικῶς μὲ τὸ διαλυτικὸν μέσον. Ἐφαρμογὴν τῆς διαλύσεως ἀερίων ἔχομεν εἰς τὰ διάφορα ἀεριοῦχα ποτά.

α) Κεκορεσμένον καὶ ἀκόρεστον διάλυμα. Εἶδομεν ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ στερεοῦ, ἡ ὁποία δύναται νὰ διαλυθῇ ἐντὸς 1 gr ὕδατος, ἔχει ἐν ὀρισμένον ὄριον. Τὸ ὄριον τοῦτο καλεῖται **συντελεστής διαλυτότητος** τοῦ στερεοῦ καὶ αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

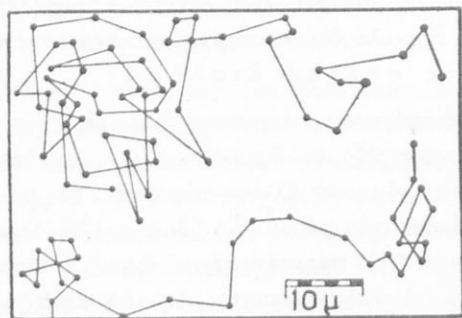
Ἐν διάλυμα λέγεται **κεκορεσμένον**, ὅταν εἰς τὸ διάλυμα περιέχεται τὸ ἀνώτατον ὄριον τῆς μάζης τοῦ στερεοῦ, τὴν ὁποίαν δύναται νὰ περιέχῃ τὸ διαλυτικὸν μέσον. Ἐὰν αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ κεκορεσμένου διαλύματος, τοῦτο μεταβάλλεται εἰς **ἀκόρεστον** διάλυμα, διότι αὐξάνεται ὁ συντελεστής διαλυτότητος. Ἀντιθέτως ἐὰν ἐλαττωθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ κεκορεσμένου διαλύματος, ὁ συντελεστής διαλυτότητος ἐλαττοῦται καὶ μέρος τοῦ διαλυμένου στερεοῦ ἀποβάλλεται ἐκ τοῦ διαλύματος, τὸ ὁποῖον ἐξακολουθεῖ νὰ παραμένῃ κεκορεσμένον.

Τὰ κράματα θεωροῦνται ὡς **στερεὰ διαλύματα**.

β) Γαλάκτωμα. Μία ἐνδιαφέρουσα κατηγορία διαλυμάτων εἶναι τὰ **γαλακτώματα**. Οὕτω χαρακτηρίζομεν ὀρισμένα ὑγρά, τὰ ὁποῖα περιέχουν ἐν αἰωρήσει μικροὺς κόκκους ἄλλου σώματος. Τὸ σῶμα τοῦτο εἶναι ἀδιάλυτον εἰς τὸ διαλυτικὸν μέσον. Τὸ ὕδωρ καὶ τὸ ἔλαιον εἶναι δύο μὴ μιγνυόμενα ὑγρά. Διὰ παρατεταμένης ὁμοῦ ἀναταράξεως ἐπιτυγχάνεται ἡ παρασκευὴ γαλακτώματος, δηλαδὴ ἐπιτυγχάνεται ὁ λεπτότατος διαμερισμὸς τοῦ ἐλαίου καὶ ἡ ὁμοιόμορφος διανομὴ τῶν σταγονιδίων τοῦ ἐλαίου ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Ἐὰν δὲν ληφθοῦν ὀρισμένοι προφυλάξεις, τὸ γαλάκτωμα ταχέως καταστρέφεται, διότι τὰ αἰωρούμενα σταγονίδια συνεννοῦνται καὶ τέλος τὰ δύο ὑγρά σχηματίζουν δύο σαφῶς διακεκριμένα στρώματα. Ἡ ταχὺ καταστροφὴ τοῦ γαλακτώματος παρεμποδίζεται, ἂν εἰς τὸ γαλάκτωμα προστεθῇ ἐν τρίτον σῶμα, τὸ ὁποῖον νὰ εἶναι διαλυτὸν ἐντὸς τοῦ ἐνὸς ἢ τοῦ ἄλλου ὑγροῦ. Τὸ προστιθέμενον τρίτον σῶμα **σταθεροποιεῖ** τὸ γαλάκτωμα. Τὸ γάλα εἶναι ἐν γαλάκτωμα μικροτάτων σταγονιδίων λιπαρῶν οὐσιῶν αἰωρουμένων ἐντὸς ὕδατος, τὸ ὁποῖον περιέχει ἐν διαλύσει

λακτόζην, ανόργανα ἄλατα, καζεΐνην καὶ ἄλβουμίνας. Τὰ γαλακτώματα παίζουν σπουδαιότατον ρόλον εἰς τὴν φαρμακευτικὴν. Οὕτω τὰ χρησιμοποιοῦν εὐρύτατα διὰ νὰ καταστήσουν ἐλάχιστα δυσάρεστον τὴν λήψιν λιπαρῶν οὐσιῶν (μουρουνελαίου, κικινελαίου κ.ἄ.). Ἐπίσης τὰ γαλακτώματα παίζουν σπουδαιότατον ρόλον εἰς τὴν οἰκιακὴν οἰκονομίαν καὶ τὴν ὑγιεινὴν. Ὁ καθαρισμὸς τῶν ὑφασμάτων καὶ τοῦ δέρματος ἀπὸ τὰς λιπαρὰς οὐσίας ὀφείλεται εἰς τὸ γεγονὸς, ὅτι οἱ σάπωνες βοηθοῦν ἐξαιρετικῶς εἰς τὸν σχηματισμὸν σταθερῶν γαλακτωμάτων λιπαρῶν σωμάτων ἐντὸς ὕδατος.

176. Κινητικὴ θεωρία.— Δι' ἐνὸς ἰσχυροῦ μικροσκοπίου παρατηροῦμεν σταγὸνα ὕδατος, ἐντὸς τῆς ὁποίας προσετέθη ἐλάχιστη ποσότης σινικῆς μελάνης· αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ μικρότατα τεμάχια αἰθάλης. Βλέπομεν τότε ὅτι τὰ σωματίδια αὐτὰ εὐρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον κίνησιν. Ἡ διεύθυνσις τῆς κινήσεως συνεχῶς μεταβάλλεται, ὥστε ἕκαστον σωματίδιον διαγράφει ἀκανόνιστον τεθλασμένην γραμμὴν (σχ. 180). Τὸ φαινόμενον τοῦτο παρατηρήθη διὰ πρώτην



Σχ. 180. Κίνησις τοῦ Brown.

φορὰν ἀπὸ τὸν Ἀγγλον βοτανικὸν Brown (1827) καὶ καλεῖται **κίνησις τοῦ Brown**.

Τὰ μικρὰ στερεὰ σωματίδια εὐρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον κίνησιν, διότι δέχονται ἐκ μέρους τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ χρούσεις, αἱ ὁποῖαι προσδίδουν εἰς τὰ σωματίδια τόσον

μεγαλυτέραν ταχύτητα, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ μᾶζα τῶν σωματιδίων. Ὡστε ἡ κίνησις τοῦ Brown ἀποδεικνύει ὅτι :

Τὰ μόρια ἐνὸς ὑγροῦ εὐρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον κίνησιν.

Ὅταν μία ἀκτίς φωτὸς εἰσέρχεται ἐντὸς σκοτεινοῦ σωματίου, παρατηροῦμεν ὅτι τὰ ἐντὸς τοῦ ἀέρος αἰωρούμενα λεπτότατα σωματίδια, εὐρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον κίνησιν. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι :

Τὰ μόρια τῶν αερίων εὐρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον κίνησιν, ὅπως καὶ τὰ μόρια τῶν ὑγρῶν.

Ἐπὶ τῶν ἀντιλήψεων τούτων ἀνεπτύχθη ἡ **κινητικὴ θεωρία τῶν ἀερίων**, ἡ ὁποία ἐρμηνεύει μηχανικῶς τοὺς νόμους τῶν ἀερίων. Τὰ μόρια τῶν ἀερίων συμπεριφέρονται ὡς ἐλαστικαὶ σφαῖραι. Ὄταν λοιπὸν τὰ μόρια τοῦ ἀερίου προσπίπτουν ἐπὶ τοῦ τοιχώματος τοῦ δοχείου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιέχεται τὸ ἀέριον, τότε τὰ μόρια ἀνακλῶνται. Τὸ τοίχωμα δέχεται συνεπῶς μίαν ἄπωσιν πρὸς τὰ ἔξω. Αὐταὶ αἱ ἀναριθμητοὶ κρούσεις τῶν μορίων ἐπὶ τοῦ τοιχώματος ἐκδηλοῦνται ὡς πίεσις τοῦ ἀερίου.

Μέση ταχύτης τῶν μορίων τῶν ἀερίων εἰς 0°C	
Ἀέριον	Ταχύτης
Ὑδρογόνον	1840 m/sec
Ἀζωτον	493 »
Ὄξυγόνον	461 »
Διοξειδιον ἄνθρακος	393 »

***177. Συμπεράσματα τῆς κινητικῆς θεωρίας.**— Ἡ κινητικὴ θεωρία τῶν ἀερίων καταλήγει εἰς τὰ ἑξῆς συμπεράσματα:

I. Ἡ πίεσις ἐνὸς ἀερίου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν πυκνότητα (d) τοῦ ἀερίου καὶ ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος τῶν μορίων τοῦ ἀερίου.

$$\text{πίεσις ἀερίου : } p = \frac{1}{3} d \cdot v^2$$

II. Ἐν κυβικὸν ἑκατοστόμετρον παντὸς ἀερίου ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως περιέχει σταθερὸν ἀριθμὸν μορίων :

$$\text{ἀριθμὸς τοῦ Loschmidt : } N_L = 26,87 \cdot 10^{18} \text{ μόρια/cm}^3$$

III. Εἰς ἓν γραμμομόριον παντὸς ἀερίου περιέχεται σταθερὸς ἀριθμὸς μορίων :

$$\text{ἀριθμὸς τοῦ Avogadro : } N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ μόρια/mol}$$

169. Εἰς πόσον ὄγκον ὕδρογόνου εὐρισκομένου ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας περιέχεται τόσον πλῆθος μορίων, ὅσος εἶναι ὁ πλῆθυσμός τῆς Γῆς; Πλῆθυσμός τῆς Γῆς $2,5 \cdot 10^9$ ἄνθρωποι.

170. Πόσα μόρια περιέχονται εἰς 1 m^3 δευγόνου, εὐρισκομένου ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας;

171. Πόση εἶναι ἡ μέση ταχύτης τῶν μορίων τοῦ ἀέρος ὑπὸ τὰς κανονικᾶς συνθήκας, ἂν ἡ πυκνότης του εἶναι $1,293 \text{ gr/dm}^3$;

ΑΝΤΙΣΤΑΣΙΣ ΤΟΥ ΑΕΡΟΣ

178. Νόμος τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος.— "Ὅταν ἐν σῶμα κινῆται ἐντὸς ἡρεμοῦντος ἀέρος ἢ ἀντιστρόφως ὁ ἀὴρ κινεῖται ἐν σχέσει πρὸς τὸ ἡρεμοῦν σῶμα, τότε ἐπὶ τοῦ σώματος ἀναπτύσσεται μία δύναμις, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀντίστασις τοῦ ἀέρος**. Τὴν δύναμιν αὐτὴν αἰσθάνεται ὁ ταχέως κινούμενος ποδηλάτης καὶ ὁ ἀκίνητος παρατηρητῆς ὁ δεχόμενος τὸ ρεῦμα ἰσχυροῦ ἀνέμου. Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι διὰ τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος νόμος:

Σχ. 181. Τὰ 5 σώματα ἔχουν διαφορετικὰ σχήματα, ἀλλὰ παρουσιάζουν τὴν αὐτὴν μετωπικὴν ἐπιφάνειαν.

Ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος (R) εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μετωπικὴν ἐπιφάνειαν (σ) τοῦ σώματος, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος (u) καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος.

$$\text{ἀντίστασις τοῦ ἀέρος: } R = K \cdot \sigma \cdot u^2$$

Ὁ συντελεστής ἀντιστάσεως K ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος. Ἡ ἀνωτέρω ἐξίσωσις ἰσχύει ἐφ' ὅσον ἡ ταχύτης

υ είναι μικροτέρα ἀπὸ τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου. Διὰ τὰς πολὺ μεγάλας ταχύτητας (βλήματα) ὁ ἀνωτέρω τύπος δὲν ἰσχύει. Ἡ σπουδαία ἐπίδρασις, τὴν ὁποίαν ἀσκει τὸ σχῆμα τοῦ σώματος ἐπὶ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος, φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 181. Ἀπὸ τὴν σύγκρισιν τῶν τιμῶν τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος καταφαίνεται ὅτι ἔχει ἰδιαίτεράν σημασίαν ἡ διαμόρφωσις τοῦ σώματος εἰς τὸ ὕψισθεν τμήμα του. Πολὺ μικρὰ ἀντίστασις ἀναπτύσσεται, ὅταν τὸ σῶμα ἔχη $\chi \theta \upsilon \omicron \sigma \epsilon \iota \delta \epsilon \varsigma \sigma \chi \eta \mu \alpha$ (κοινῶς ἀεροδυναμικόν).

Παράδειγμα. Δι' ἓνα ποδηλατιστὴν εἶναι $K = 0,03$ ὅταν τὸ σ μετρηθῇ εἰς m^2 καὶ τὸ υ εἰς m/sec . Ἐὰν ἡ μετωπικὴ ἐπιφάνεια τοῦ ποδηλατιστοῦ εἶναι $\sigma = 0,5 m^2$ καὶ ἡ ταχύτης του εἶναι $v = 4 m/sec$, τότε ἡ ἀναπτυσσομένη ἀντίστασις τοῦ ἀέρος εἶναι :

$$R = 0,03 \cdot 0,5 \cdot 16 = 0,24 \text{ kg}^* = 240 \text{ gr}^*$$

179. Πτώσις τῶν σωμάτων ἐντὸς τοῦ ἀέρος.— Ὅταν ἐν σῶμα πίπτῃ κατακορύφως ἐντὸς τοῦ ἀέρος, τότε ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργοῦν αἱ ἐξῆς δυνάμεις : 1) τὸ βάρος τοῦ σώματος B , τὸ ὁποῖον εἶναι δύναμις σταθερά. 2) ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος R , ἡ ὁποία εἶναι δύναμις κατακόρυφος διευθυνομένη πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἡ ὁποία βαίνει συνεχῶς αὐξανόμενη, ἐφ' ὅσον αὐξάνεται καὶ ἡ ταχύτης τοῦ σώματος. Τὸ σῶμα κινεῖται λοιπὸν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως $B - R$ καὶ ἀποκτᾷ ἐπιτάχυνσιν γ , ἡ ὁποία, ὅπως φαίνεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $B - R = m \cdot \gamma$, δὲν εἶναι σταθερά, διότι τὸ R δὲν εἶναι σταθερόν. Ἡ ἐπιτάχυνσις βαίνει συνεχῶς ἐλαττωμένη καὶ τέλος μηδενίζεται ὅταν γίνῃ $R = B$. Ἡ πτώσις τότε γίνεται ὁμαλὴ καὶ ἡ ταχύτης, τὴν ὁποίαν ἀπέκτησε τὸ σῶμα, καλεῖται **ὀρική ταχύτης**. Ἡ ὀρική ταχύτης ὑπολογίζεται ἀπὸ τὴν σχέσιν $R = B$, ἡ ὁποία γράφεται :

$$K \cdot \sigma \cdot v^2 = B$$

Ἐφαρμογὴν τῆς πτώσεως σώματος μετὰ τὴν ὀρικὴν ταχύτητα ἔχομεν εἰς τὰ ἀλεξιπτώτα. Ἐπίσης αἱ σταγόνες τῆς βροχῆς καὶ τῆς ὀμίχλης πίπτουν συνήθως μετὰ τὴν ὀρικὴν ταχύτητα. Ὡστε :

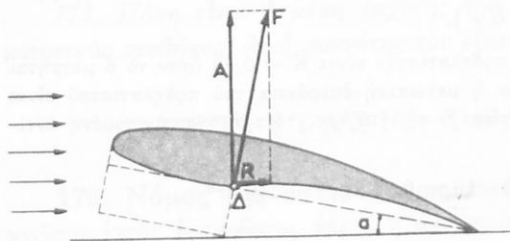
Ἔνεκα τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος ἡ πτώσις τῶν σωμάτων ἐντὸς τοῦ ἀέρος δὲν εἶναι κινήσεις ὁμαλῶς μεταβαλλομένη.

Παράδειγμα. Διὰ τὸ ἀλεξιπτωτὸν εἶναι $K = 0,163$ ὅταν τὸ σ μετρηθῇ εἰς m^2 καὶ τὸ υ εἰς m/sec . Ἐὰν τὸ ὀλικὸν βάρος τῆς συσκευῆς (ἄνθρωπος καὶ ἀλε-

ξίπτων) είναι $B = 200 \text{ kgr}^*$ και ή μετωπική επιφάνεια είναι $\sigma = 78 \text{ m}^2$ τότε ή όρική ταχύτης είναι:

$$v = \sqrt{\frac{200}{0,163 \cdot 78}} = 4 \text{ m/sec}$$

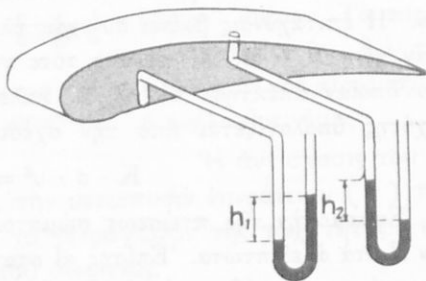
180. 'Αεροπλάνον. — Τò αερόστατον στηρίζεται εις τόν άέρα ένεκα τής άνώσεως του άέρος, ή όποία καλεΐται **στατική άνωσις**. Τò



Σχ. 182. 'Επί τής πτέρυγος αναπτύσσεται ή αεροδύναμις F.

αερόστατον δύναται νά διατηρηθῇ άκίνητον έντός του άέρος. 'Αντιθέτως τò αεροπλάνον στηρίζεται εις τόν άέρα μόνον έφ' όσον κινεΐται, όποτε, ένεκα τής σχετικής κινήσεώς του ως πρòς τόν άέρα, αναπτύσσεται επί των δύο πτερύγων του κα-
τακόρυφος δύναμις διευθυ-

νομένη πρòς τὰ άνω, και ή όποία καλεΐται **δυναμική άνωσις**. Πρòς τούτο ή πτέρυξ του άεροπλάνου έχει διαμορφωθῇ καταλλήλως (σχ. 182). "Όταν ή πτέρυξ του άεροπλάνου κινῆται έντός του άέρος, τότε αναπτύσσεται επί τής πτέρυγος μία δύναμις F, ή όποία καλεΐται **αεροδύναμις**. 'Η αεροδύναμις δύναται νά αναλυθῇ εις δύο καθέτους συνιστώσας, τήν **δυναμικήν άνωσιν** A, κάθετον πρòς τήν τροχίαν και τήν **δυναμικήν αντίστασιν** R παράλληλον πρòς τήν τροχίαν. 'Η έντασις των δύο τούτων δυνάμεων εξαρτᾶται άπό τήν γωνίαν προσβολῆς α. Αί μετρήσεις αποδεικνύουν ότι ή δυναμική άνωσις λαμβάνει τήν μεγίστην τιμήν, όταν είναι $\alpha = 15^\circ$. 'Η ανάπτυξις τής αεροδυνάμεως F είναι άποτέλεσμα τής κατανομῆς των πιέσεων εις τήν άνω και τήν κάτω επιφάνειαν τής πτέρυγος. 'Η μέτρησης των πιέσεων τούτων επιτυγχάνεται με ειδικά μανόμετρα (σχ. 183).



Σχ. 183. Μέτρησης τής διαφορᾶς πιέσεως.

Ἀπὸ τὴν μέτρησιν τῶν πιέσεων, αἱ ὁποῖαι ἐπικρατοῦν εἰς τὰ διάφορα σημεῖα τῆς πτέρυγος, εὐρέθη ὅτι εἰς τὴν ἄνω ἐπιφάνειαν τῆς πτέρυγος ἐπικρατεῖ ὑποπίεσις, ἐνῶ εἰς τὴν κάτω ἐπιφάνειαν ἐπικρατεῖ ἀντιθέτως ὑπερπίεσις. Ἐκ τῆς τοιαύτης κατανομῆς τῶν πιέσεων προκύπτει ὡς συνισταμένη ἡ ἀεροδύναμις, ἡ ὁποία εἶναι σχεδὸν κάθετος πρὸς τὴν χορδὴν τῆς πτέρυγος.

Ἀπὸ τὴν πειραματικὴν λοιπὸν ἔρευναν συνήχθησαν τὰ ἐπόμενα συμπεράσματα :

I. Ἐπὶ μιᾷ κινουμένης πτέρυγος ἀεροπλάνου ἀναπτύσσεται ἡ ἀεροδύναμις, ἡ ὁποία εἶναι περίπου κάθετος πρὸς τὴν χορδὴν τῆς πτέρυγος· τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ἀεροδυναμείως εὐρίσκεται πλησίον τοῦ ἐμπροσθίου ἄκρου τῆς πτέρυγος.

II. Ἡ ἀεροδύναμις προκύπτει ὡς συνισταμένη τῆς ὑπερπίεσεως, ἡ ὁποία ἐπικρατεῖ εἰς τὴν κάτω ἐπιφάνειαν τῆς πτέρυγος, καὶ τῆς ὑποπίεσεως, ἡ ὁποία ἐπικρατεῖ εἰς τὴν ἄνω ἐπιφάνειαν τῆς πτέρυγος.

III. Ἡ ἔντασις τῆς ἀεροδυναμείως ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν γωνίαν προσβολῆς.

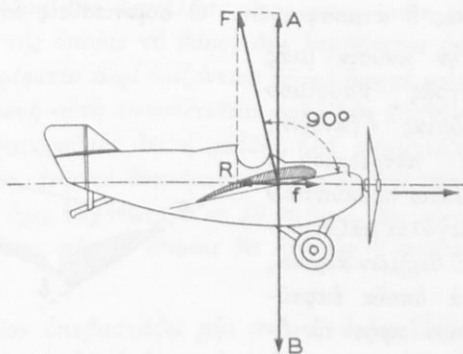
Ἐπὶ τοῦ πετῶντος ἀεροπλάνου ἐνεργοῦν τρεῖς δυνάμεις: α) τὸ βάρος B τοῦ ἀεροπλάνου, β) ἡ ἔλξις f , τὴν ὁποίαν ἀναπτύσσει ἡ ἔλξις καὶ γ) ἡ ἀεροδύναμις F , ἡ ὁποία ἀναπτύσσεται ἐπὶ τῆς πτέρυγος τοῦ ἀεροπλάνου.

Κατὰ τὴν ὁμαλὴν ὀριζοντίαν πτήσιν τοῦ ἀεροπλάνου ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων B , f καὶ F εἶναι ἴση μὲ μηδέν

(σχ. 184). Τότε ἰσχύουν αἱ ἀκόλουθοι σχέσεις:

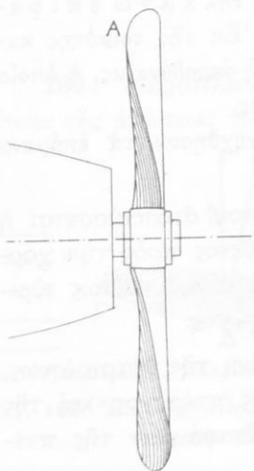
$$\text{ἐξίσωσις στηρίξεως : } A = B$$

$$\text{ἐξίσωσις ἔλξεως : } f = R$$



Σχ. 184. Ὁριζοντία πτήσις ἀεροπλάνου.

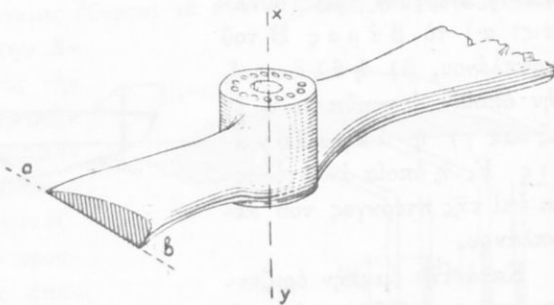
181. Σύστημα προωθήσεως τοῦ ἀεροπλάνου.—Διὰ τὴν προώθησιν τοῦ ἀεροπλάνου χρησιμοποιοῦνται ἑλικοί. Ἡ ἑλὶξ ἀποτελεῖται ἀπὸ 2, 3 ἢ 4 πτερύγια (σχ. 185).



Σχ. 185. Ἑλὶξ ἀεροπλάνου.

Κατὰ τὴν περιστροφὴν τῆς ἑλικος δημιουργεῖται δύναμις, ἡ ὁποία προσδίδει ἐπιτάχυνσιν εἰς μεγάλην μᾶζαν ἀέρος μετὰ φορὰν πρὸς τὰ ὀπίσω. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως ἡ ἐξωθουμένη πρὸς τὰ ὀπίσω μᾶζα τοῦ ἀέρος ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς ἑλικος μίαν δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον, ἡ ὁποία ἔχει φορὰν πρὸς τὰ ἐμπρός. Ἀντὶ τῆς ἑλικος χρησιμοποιοῦνται σήμερον διὰ τὴν προώθησιν τοῦ ἀεροπλάνου οἱ κινητήρες ἀεριοπροωθήσεως. Εἰς τοὺς κινητήρας τούτους ὁ ἀήρ εἰσέρχεται ἀπὸ ἓν στόμιον εὐρισκόμενον εἰς τὸ ἐμπροσθεν μέρος τοῦ ἀεροπλάνου. Δι' ἐνὸς ἀεροσυμ-

πιεστοῦ ὁ ἀήρ συμπιέζεται ἐντὸς τοῦ κινητήρος καὶ ἀποκτᾷ πίεσιν 4 ἕως 5 ἀτμοσφαιρῶν. Ὁ συμπιεσθεὶς ἀήρ χρησιμοποιεῖται ἔπειτα διὰ τὴν καῦσιν μιᾶς ὑγρᾶς καυσίμου οὐσίας (βενζίνης ἢ πετρελαίου). Οὕτω προκύπτουν μεγάλαι μᾶζαι πολὺ θερμῶν ἀερίων, τὰ ὁποῖα ἐκφεύγουν πρὸς τὰ ὀπίσθεν μετὰ μεγάλην ταχύτητα.



Σχ. 185α. Τομὴ ἑλικος.

Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, τὸ ἀεροπλάνον κινεῖται κατὰ φορὰν ἀντίθετον πρὸς τὴν φορὰν τῆς ἐξόδου τῶν ἀερίων, ὅπως συμβαίνει καὶ εἰς τοὺς πυραύλους. Διὰ τὴν κυβέρνησιν τοῦ ἀεροπλάνου ὑπάρχει σύστημα πηδαλίων, ἥτοι ἐπιπέδων ἐπιφανειῶν

στρεπτῶν περὶ κατακορύφους ἢ ὀριζοντίους ἄξονας. Τὰ πηδάλια ταῦτα εὐρίσκονται εἰς τὸ οὐράϊον μέρος τοῦ ἀεροπλάνου καὶ εἰς τὰ ὀπισθεν ἄκρα τῶν πτερύγων.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

172. Διὰ τὸ ἀλεξίπτωτον ἡ τιμὴ τοῦ K εἶναι $0,123$, ὅταν ἡ R μετρητῇται εἰς $\text{kg} \cdot \text{r}^*$, ἡ σ εἰς m^2 καὶ ἡ v εἰς m/sec . Νὰ εὐρεθῇ πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ ἐπιφάνεια σ τοῦ ἀλεξιπτώτου, ὥστε τοῦτο νὰ ἀποκτᾷ ὀρικὴν ταχύτητα ἴσην μὲ $3,5 \text{ m}/\text{sec}$, ὅταν τὸ ὅλον βάρος, τὸ ὅποῖον ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ ἀλεξίπτωτον εἶναι $95 \text{ kg} \cdot \text{r}^*$.

173. Μία σφαιρικὴ σταγὼν βροχῆς ἔχει ἀκτῖνα $0,2 \text{ cm}$. Νὰ εὐρεθῇ πόση εἶναι ἡ ὀρικὴ ταχύτης, μὲ τὴν ὁποίαν πίπτει ἡ σταγὼν, ἂν εἶναι γνωστὸν ὅτι ἐπὶ μιᾶς σφαίρας, ἡ ὁποία ἔχει ἀκτῖνα $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ μέτρου καὶ πίπτει μὲ ταχύτητα $1 \text{ m}/\text{sec}$, ἀναπτύσσεται ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἴση μὲ $0,03 \text{ kg} \cdot \text{r}^*$.

174. Μία μικρὰ κοίλη σφαῖρα ἀπὸ ἀργίλλιον, εἶναι στερεωμένη εἰς τὸ ἄκρον λεπτῆς ράβδου OA , τῆς ὁποίας τὸ βάρος δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν. Ἡ ράβδος δύναται νὰ στρέφεται περὶ ὀριζόντιον ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ ἄκρου της O . Ἡ συσκευὴ αὕτῃ τοποθετεῖται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ πνέοντος ἀνέμου. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ράβδος OA σχηματίζει γωνίαν 45° μὲ τὴν κατακόρυφον, ἐνῶ τὸ ἀνεμόμετρον δεικνύει ὅτι κατὰ τὴν στιγμὴν ἐκείνην ὁ ἀνεμος ἔχει ταχύτητα $v = 10 \text{ m}/\text{sec}$. Νὰ εὐρεθῇ πόση θὰ ἦτο ἡ ὀρικὴ ταχύτης, μὲ τὴν ὁποίαν θὰ ἔπιπτεν ἡ σφαῖρα ἐντὸς ἡρεμοῦντος ἀέρος.

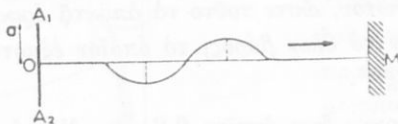
175. Τὸ φορτίον, τὸ ὅποῖον ὑποβάστιάξει μία πτέρυξ ἀεροπλάνου, ἀνέροχεται εἰς $50 \text{ kg} \cdot \text{r}^*/\text{m}^2$. Νὰ εὐρεθῇ ἡ διαφορὰ πιέσεως μεταξὺ τῆς κατωτέρας καὶ τῆς ἀνωτέρας ἐπιφανείας τῆς πτέρυγος εἰς gr^*/cm^2 .

176. Ἀεροπλάνον ἔχει βάρος $6400 \text{ kg} \cdot \text{r}^*$, ἡ δὲ ἀναπτυσσομένη ἀεροδύναμις δίδεται ἀπὸ τὴν σχέσιν: $F' = 0,03 \cdot v^2$, ὅπου Σ εἶναι ἡ φέρουσα ἐπιφάνεια εἰς m^2 , v εἶναι ἡ ταχύτης εἰς m/sec καὶ F' εἶναι ἡ

αεροδύναμις εἰς $\text{kg} \cdot \text{r}^*$. Ἐὰν ἡ φέρουσα ἐπιφάνεια τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι 60 m^2 καὶ ἡ γωνία προσβολῆς πολὺ μικρά, νὰ εὐρεθῇ πόση πρέπει νὰ γίνῃ ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου διὰ νὰ κατορθώσῃ τοῦτο νὰ ἀπογειωθῇ.

ΚΥΜΑΝΣΕΙΣ

182. Ἐγκάρσια κύματα.—Τὸ ἐν ἄκρον μακρᾶς χορδῆς ἀπὸ καουτσούκ στερεώνομεν εἰς τὸ σταθερὸν σημεῖον Μ (σχ. 186), ἐνῶ τὸ ἄλλο ἄκρον τὸ κρατοῦμεν μετὰ τὴν χεῖρα μας, τείνοντες συγχρόνως τὴν χορδὴν ἐλαφρῶς. Ἐὰν ἀναγκάσωμεν τὸ ἄκρον Ο νὰ ἐκτελέσῃ μίαν ταλάντωσιν πλάτους α , παρατηροῦμεν ὅτι κατὰ μῆκος τῆς



Σχ. 186. Ἐγκάρσια κύματα.

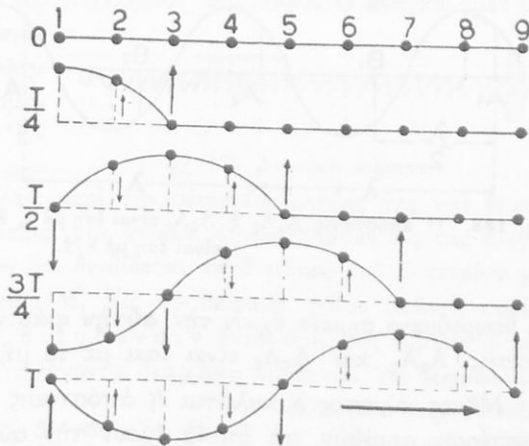
χορδῆς διαδίδεται μία κυματοειδὴς παραμόρφωσις, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **κύματα**.

Ἡ κίνησις τοῦ Ο προκαλεῖ διατάραξιν εἰς τὰ γειτονικά πρὸς αὐτὸ σημεῖα, διότι τὰ σημεῖα αὐτὰ συνδέονται μετὰ τὸ Ο δι' ἐλαστικῶν δυνάμεων (μοριακῶν δυνάμεων). Οὕτως ὅλα τὰ μόρια τῆς ἐλαστικῆς χορδῆς ἀναγκάζονται νὰ ἐκτελέσουν διαδοχικῶς τὴν ἰδίαν ἀκριβῶς κίνησιν, τὴν ὁποίαν ἐξετέλεσε τὸ σημεῖον Ο. Ἡ τοιαύτη μετάδοσις τῆς κινήσεως ἀπὸ τοῦ ἑνὸς σημείου εἰς τὸ ἄλλο καλεῖται **κύμανσις**. Εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα τῆς τεντωμένης χορδῆς τὰ μόρια τοῦ **ἐλαστικοῦ μέσου** (δηλαδὴ τὰ μόρια τοῦ ἐλαστικοῦ σώματος) πάλλονται καὶ ἐκτελεῖται πρὸς τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τῆς κυμάνσεως καὶ τὰ σχηματιζόμενα κύματα καλοῦνται **ἐγκάρσια κύματα**.

Εἰς τὰ ἐγκάρσια κύματα σχηματίζονται κοιλώματα καὶ ὑψώματα.

183. Μῆκος κύματος.—Ἀς θεωρήσωμεν μίαν σειρὰν μορίων τῆς ἐλαστικῆς χορδῆς. (σχ. 187). Ἡ κίνησις μεταδίδεται ἀπὸ τοῦ ἑνὸς μορίου εἰς τὸ ἀμέσως ἐπόμενον μετὰ μικρὰν καθυστέρησιν, ἕνεκα τῆς ἄδρανείας τοῦ μορίου. Ἐὰν λοιπὸν ὑποθέσωμεν ὅτι ἕκαστον μῶριον ἀρχίζει νὰ κινῆται μετὰ παρέλευσιν χρόνου $T/8$ ἀπὸ τῆς στιγμῆς τῆς ἐκκί-

νήσεως τοῦ γειτονικοῦ μορίου, τότε κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν T τίθεται εἰς κίνησιν τὸ μόριον 9, ἐνῶ τὸ μόριον 1 ἔχει συμπληρώσει μίαν ὁλόκληρον ταλάντωσιν. Κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμὴν τὸ μόριον 3 ἔχει ἐκτελέσει τὰ τρία τέταρτα τῆς ταλάντωσεως· τὸ μόριον 5 ἔχει ἐκτελέσει τὸ ἡμισυ τῆς ταλάντωσεως· τὸ δὲ μόριον 7 ἔχει ἐκτελέσει τὸ τέταρτον τῆς ταλάντωσεως. Τὰ βέλη φανερώνουν τὴν φορὰν καὶ κατὰ προσέγγισιν τὸ μέγεθος τῆς ταχύτητος τῶν μορίων.



Σχ. 187. Διάδοσις ἐγκάρσιας κυμάνσεως ἐντὸς μιᾶς περιόδου.

Παρατηροῦμεν ὅτι ἐντὸς τοῦ χρόνου T ἡ κύμανσις διαδίδεται εἰς ὀρισμένην ἀπόστασιν μὲ σταθεράν ταχύτητα $υ$.

Μῆκος κύματος λ τῆς κυμάνσεως καλεῖται ἡ ἀπόστασις, εἰς τὴν ὁποίαν διαδίδεται ἡ κύμανσις ἐντὸς μιᾶς περιόδου.

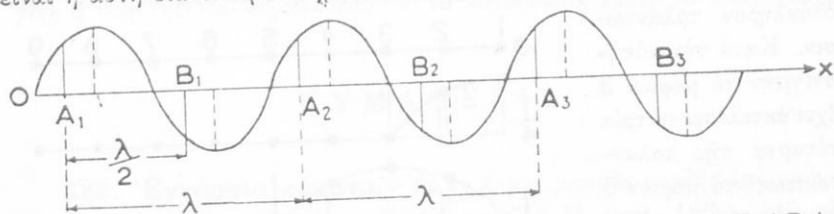
$$\text{μῆκος κύματος: } \lambda = υ \cdot T$$

Ἐπειδὴ ἡ συχνότης ν εἶναι $\nu = \frac{1}{T}$ ἡ προηγουμένη σχέσις δίδει τὴν ἀκόλουθον θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῶν κυμάνσεων:

$$\text{ταχύτης διαδόσεως κυμάνσεως: } υ = \nu \cdot \lambda$$

Ἐὰν τὸ σημεῖον O ἐκτελῇ συνεχῶς ἀρμονικὰς ταλάντωσεις, τότε ἐντὸς τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου διαδίδεται συνεχῶς μία κύμανσις. Κατὰ μίαν ὀρισμένην χρονικὴν στιγμὴν τὸ κῆμα ἔχει τὴν μορφήν, τὴν ὁποίαν δεικνύει τὸ σχῆμα 188. Τὰ σημεῖα A_1, A_2, A_3 , ἔχουν κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμὴν τὴν αὐτὴν ἀπομάχρυνσιν. Μετὰ παρέλευσιν χρόνου τινὸς τὰ

σημεία A_1, A_2, A_3 θὰ ἔχουν ἄλλην ἀπομάκρυνσιν, ἢ ὅποια ὅμως θὰ εἶναι ἡ αὐτὴ διὰ τὰ τρία σημεία. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν λέγομεν ὅτι



Σχ. 188. Ἡ ἀπόστασις A_1A_2 ἢ A_2A_3 εἶναι ἴση μὲ λ , ἡ δὲ ἀπόστασις A_1B_1 ἢ B_1A_2 εἶναι ἴση μὲ $\lambda/2$.

τὰ θεωρούμενα σημεία ἔχουν τὴν **αὐτὴν φάσιν κυμάνσεως**. Αἱ ἀποστάσεις A_1A_2 καὶ A_2A_3 εἶναι ἴσαι μὲ τὸ μῆκος κύματος λ . Ὡστε:

Μῆκος κύματος λ καλεῖται ἡ ἀπόστασις μεταξύ τῶν δύο πλησιεστέρων σημείων, τὰ ὅποια ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν κυμάνσεως.

Ἀντιθέτως, τὸ σημεῖον B_1 , τὸ ὅποῖον ἀπέχει $\frac{\lambda}{2}$ ἀπὸ τὸ A_1 καθυστερεῖ πάντοτε ὡς πρὸς τὸ A_1 κατὰ $\frac{T}{2}$. Ἄρα εἰς πᾶσαν στιγμὴν αἱ ἀπομακρύνσεις τῶν σημείων B_1 καὶ A_1 , εἶναι ἴσαι, ἀλλ' ἀντιθέτου φορᾶς. Λέγομεν ὅτι τὰ σημεία αὐτὰ ἔχουν **ἀντίθετον φάσιν κυμάνσεως**.

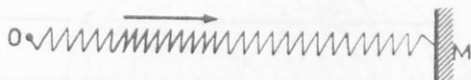
Γενικώτερον, ὅταν δύο σημεία τῆς εὐθείας Ox τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου ἀπέχουν μεταξύ των κατὰ ἄρτιον ἀριθμὸν $\frac{\lambda}{2}$ τότε τὰ σημεία ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν κυμάνσεως· ἀντιθέτως, ἐὰν ἡ ἀπόστασις d μεταξύ τῶν δύο σημείων εἶναι ἴση μὲ περιττὸν ἀριθμὸν $\frac{\lambda}{2}$, τότε τὰ σημεία ἔχουν ἀντίθετον φάσιν. Ἦτοι:

$$\text{τὰ σημεία ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν: } d = 2\kappa \cdot \frac{\lambda}{2}$$

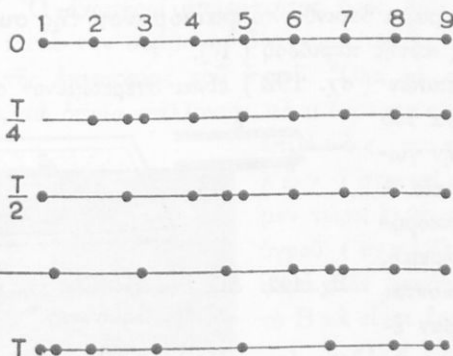
$$\text{τὰ σημεία ἔχουν ἀντίθετον φάσιν: } d = (2\kappa + 1) \frac{\lambda}{2}$$

ὅπου κ εἶναι οἰοσδήποτε ἀκέραιος ἀριθμός.

184. Διαμήκη κύματα.—Τὸ ἐν ἄκρον μακροῦ ἐλατηρίου τὸ στερεώνομεν εἰς τὸ σταθερὸν σημεῖον Μ, τὸ δὲ ἄλλο ἄκρον τὸ κρατοῦμεν μετὰ τὴν χεῖρα μας (σχ. 189). Πλησίον τοῦ ἄκρου Ο ἀναγκάζομεν μερικὰς σπείρας νὰ πλησιάσουν ἢ μία πρὸς τὴν ἄλλην καὶ ἔπειτα τὰς ἀφήνομεν ἀποτόμως ἐλευθέρως. Ἐκαστὴ σπείρα ἐκτελεῖ μερικὰς ταχείας ταλαντώσεις περὶ τὴν θέσιν ἰσορροπίας τῆς καὶ ἔπειτα ἡρεμεῖ. Ἀλλὰ ἡ διατάραξις, τὴν ὁποίαν προσκαλέσαμεν εἰς τὰς ὀλίγας αὐτὰς σπείρας, βλέπομεν ὅτι διαδίδεται κατὰ μῆκος τοῦ ἐλατηρίου μέχρι τοῦ σταθεροῦ σημείου Μ. Εἰς τὸ πείραμα τοῦτο ἐκαστὴ σπείρα πάλαι κατὰ τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τῆς κυμάνσεως καὶ τὰ σχηματιζόμενα κύματα λέγονται **διαμήκη κύματα**. Ὡς θεωρήσωμεν



Σχ. 189. Διαμήκη κύματα.

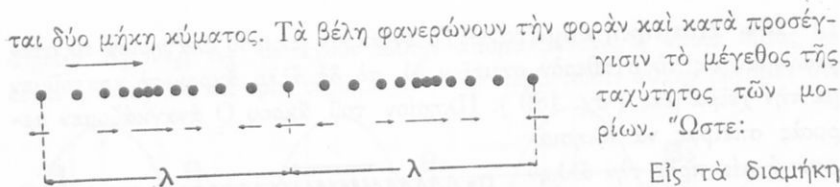


Σχ. 190. Διάδοσις διαμήκους κυμάνσεως ἐντὸς μιᾶς περιόδου.

πάλιν μίαν σειρὰν μορίων τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου (σχ. 190), τὰ ὁποῖα συνδέονται μεταξύ των, ὅπως εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σχήματος 187. Τὸ μόριον 1 ἐκτελεῖ μίαν ἄρμονικὴν ταλάντωσιν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς εὐθείας, ἐπὶ τῆς ὁποίας εὐρίσκονται τὰ μόρια. Τότε ὅλα τὰ μόρια τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου θὰ ἐκτελέσουν διαδοχικῶς τὴν

αὐτὴν ἀκριβῶς κίνησιν, τὴν ὁποίαν ἐξετέλεσε τὸ μόριον 1

Εἰς τὴν διαμήκη κυμάνσιν παρατηροῦμεν ὅτι τὰ μόρια τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου ἐναλλάξ πλησιάζουν καὶ ἀπομακρύνονται ἀλλήλων. Οὕτω δημιουργοῦνται **πυκνώματα** καὶ **ἀραιώματα** τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου, τὰ ὁποῖα διαδίδονται κατὰ μῆκος τῆς θεωρουμένης εὐθείας τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου. Εἰς τὴν κυμάνσιν αὐτὴν λαμβάνομεν ὡς **μῆκος κύματος** λ τὴν ἀπόστασιν δύο διαδοχικῶν πυκνωμάτων (ἢ ἀραιωμάτων). Εἰς τὸ σχῆμα 191 παριστῶν-



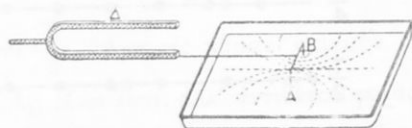
Σχ. 191. Σχηματισμὸς πυκνωμάτων καὶ ἀραιωμάτων.

πυκνώματα καὶ ἀραιώματα τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου καὶ συνεπῶς συμβαίνουν διαδοχικαὶ μεταβολαὶ τῆς πυκνότητος τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου.

Εἰς τὰ διαμήκη κύματα σχηματίζονται ἀλληλοδιαδόχως

185. Συμβολὴ κυμάνσεων.—Ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ μέσου δυνατόν νὰ διαδίδωνται συγχρόνως δύο κυμάνσεις. Ὅταν αἱ κυμάνσεις αὐταὶ φθάσουν εἰς ἓν σημεῖον τοῦ μέσου, τότε τὸ σημεῖον τοῦτο ἐκτελεῖ μίαν συνισταμένην κίνησιν. Λέγομεν τότε ὅτι αἱ δύο κυμάνσεις **συμβάλλουσιν**. Τὸ ἀκόλουθον πείραμα δεικνύει τὸ **φαινόμενον τῆς συμβολῆς δύο κυμάνσεων** τῆς αὐτῆς περιόδου (T).

Εἰς τὸ ἓν σκέλος διαπασῶν (σχ. 192) εἶναι στερεωμένον στέλεχος, τὸ ὁποῖον εἰς τὰ ἄκρα του εἶναι κεκαμμένον κατὰ ὀρθὴν γωνίαν οὕτως, ὥστε τὰ σημεῖα Α καὶ Β νὰ πάλλωνται κατακορύφως. Ὅταν τὸ διαπασῶν ἡρεμῇ, τὰ σημεῖα Α καὶ Β εὐρίσκονται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν ἡρεμοῦντος ὕδατος ἢ ὑδραργύρου. Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕγρου διασκορπίζομεν μικρὰ τεμάχια φελλοῦ καὶ θέτομεν τὸ διαπασῶν εἰς συνεχῇ παλμικὴν κίνησιν (μὲ τὴν βοήθειαν ἡλεκτρομαγνήτου). Παρατηροῦμεν ὅτι μερικὰ τεμάχια φελλοῦ μένουں διαρκῶς ἀκίνητα, ἄλλα δὲ πάλλωνται κατακορύφως μὲ μέγιστον πλάτος. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς: Τὰ σημεῖα Α καὶ Β εἶναι δύο πηγαὶ κυμάνσεων, αἱ ὁποῖαι ἔχουν τὴν αὐτὴν περίοδον T καὶ τὸ αὐτὸ πλάτος a . Αἱ κυμάνσεις ἀναχωροῦν συγχρόνως ἀπὸ τὰ σημεῖα Α καὶ Β, διαδίδονται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕγρου καὶ ὅταν φθάσουν εἰς ἓν μόριον τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕγρου τὸ ἀναγκάζουν τὰ ἐκτελέσῃ συγχρόνως δύο κατακορύφους ταλαντώσεις περὶ τὴν θέσιν ι-



Σχ. 192. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς συμβολῆς δύο κυμάνσεων.

σορροπίας του. Έστω ἐν σημείον Γ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ (σχ. 193) τοιοῦτον, ὥστε ἡ διαφορὰ τῶν ἀποστάσεων του ἀπὸ τὸ A καὶ τὸ B νὰ εἶναι ἴση μὲ ἄρτιον ἀριθμὸν $\frac{\lambda}{2}$, ἥτοι εἶναι :

$$\Gamma A - \Gamma B = 2\kappa \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \eta$$

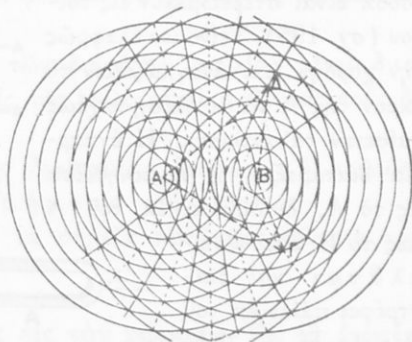
$$\Gamma A - \Gamma B = \kappa \cdot \lambda \quad (1)$$

Εἰς τὸ σημεῖον Γ αἱ δύο κυμάνσεις φθάνουν μὲ τὴν αὐτὴν φάσιν καὶ ἐπομένως τὸ Γ πάλ्लεται μὲ πλάτος 2α , δηλαδὴ μὲ τὸ μέγιστον πλάτος.

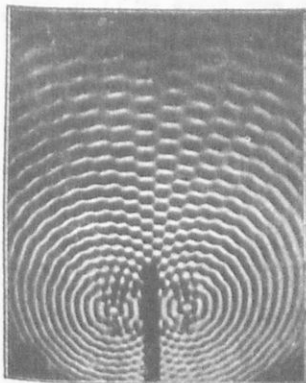
Ὁ ἀνωτέρω ἀπαραίτητος ὅρος διὰ τὴν ἐνίσχυσιν τῆς κυμάνσεως κατὰ τὴν συμβολὴν δύο κυμάτων ἐκπληροῦται καὶ εἰς ἄλλα σημεῖα τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, τὰ ὁποῖα πάλ्लονται μὲ μέγιστον πλάτος, εὐρίσκονται ἐπὶ ἐνὸς συστήματος ὑπερβολῶν (στικταὶ γραμμαὶ). Ἀς θεωρήσωμεν τώρα ἐν σημεῖον Δ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ (σχ. 193) τοιοῦτον, ὥστε ἡ διαφορὰ τῶν ἀποστάσεων του ἀπὸ τὸ A καὶ τὸ B νὰ εἶναι ἴση μὲ περιττὸν ἀριθμὸν $\frac{\lambda}{2}$, ἥτοι εἶναι :

$$\Delta A - \Delta B = (2\kappa + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (2)$$

Εἰς τὸ σημεῖον Δ αἱ δύο κυμάνσεις φθάνουν πάντοτε μὲ ἀντίθετον φάσιν καὶ ἐπομένως τὸ Δ πάλ्लεται μὲ πλάτος ἴσον μὲ μηδέν, δηλαδὴ τὸ Δ μένει διαρκῶς ἀκίνητον. Ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, τὰ ὁποῖα δὲν πάλ्लονται εὐρίσκονται ἐπίσης ἐπὶ ἐνὸς συστήματος ὑπερβολῶν (αἱ πλήρεις γραμμαὶ). Τὰ δύο συστήματα τῶν ὑπερβολῶν ἀποτελοῦν τοὺς λεγομένους **κροσσούς συμβολῆς** (σχ. 194).

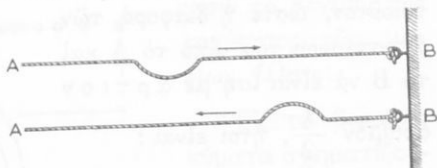


Σχ. 193. Ἐξήγησις τῆς συμβολῆς δύο κυμάνσεων.

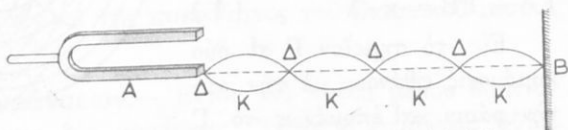


Σχ. 194. Κροσσοὶ συμβολῆς.

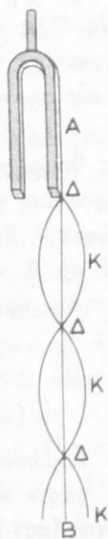
136. Στάσιμα κύματα.—Τὸ ἄκρον Β μακρᾶς χορδῆς ἀπὸ καουτσούκ εἶναι στερεωμένον εἰς τοῖχον (σχ. 195). Τείνομεν ἐλαφρῶς τὴν χορδὴν καὶ ἀναγκάζομεν τὸ ἄκρον τῆς Α νὰ ἐκτελέσῃ ταχέως ἡμίσειαν ταλάντωσιν. Ἡ ἐγκάρσια διατάραξις, ἢ προκληθεῖσα εἰς τὸ Α, διαδίδεται ἐκ τοῦ Α ἕως τὸ Β, ἐκεῖ ἀνακλᾶται καὶ ἐπιστρέφει πάλιν ἐκ τοῦ Β πρὸς τὸ Α. Ἐὰν τώρα ἀναγκάσωμεν τὸ ἄκρον Α νὰ ἐκτελέσῃ συνεχῶς παλμικὴν κίνησιν (σχ. 196 α), τότε εἰς ἕκαστον σημεῖον τῆς χορδῆς φθάνουν εἰς πᾶσαν στιγμὴν δύο κυμάνσεις, ἢ προσπίπτουσα καὶ ἡ ἀνακλωμένη κύμανσις. Παρατηροῦμεν ὅτι κατὰ μῆκος τῆς χορδῆς ἐμφανίζονται ἄτρακτοι. Ὁρισμένα σημεῖα τῆς χορδῆς μένουν πάντοτε ἀκίνητα, καὶ καλοῦνται δεσμοὶ (Δ), ἄλλα δὲ σημεῖα τῆς χορδῆς κινεῖται πάντοτε μὲ μέγιστον πλάτος καὶ καλοῦνται κοιλίσαι (Κ). Ἡ τοιαύτη ἰδιάζουσα κύμανσις τῆς χορδῆς χαρακτηρίζεται μὲ τὸν ὅρον **στάσιμα κύματα** καὶ εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς συμβολῆς τῶν δύο ἀντιθέτως δια-



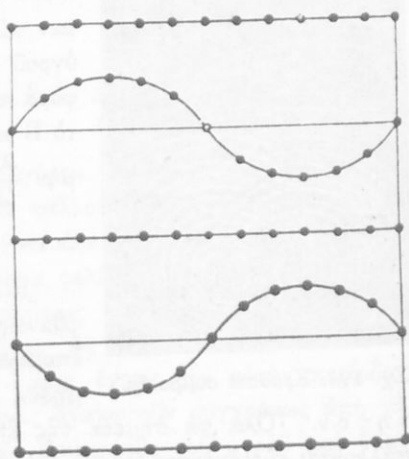
Σχ. 195. Ἀνάκλασις τῆς κυμάνσεως.



Σχ. 196 α. Ἐγκάρσια στάσιμα κύματα. Ἀνάκλασις ἐπὶ ἀνευδότου τοιχώματος.



Σχ. 196 β. Ἀνάκλασις εἰς ἐλεύθερον ἄκρον.



Σχ. 197. Ἐγκάρσιον στάσιμον κύμα.

χορδῆς κυμάνσεων. Τὰ στάσιμα κύματα ἔχουν τὰς ἐξῆς ιδιότητες:

α) "Ολα τὰ σημεῖα τοῦ μέσου διέρχονται συγχρόνως ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσορροπίας των καὶ φθάνουν συγχρόνως εἰς τὸ μέγιστον πλάτος των (σχ. 197).

β) Τὸ πλάτος ταλαντώσεως τῶν διαφόρων σημείων εἶναι διάφορον· τοῦτο εἶναι μέγιστον εἰς τὰς κοιλίας καὶ μηδὲν εἰς τοὺς δεσμούς.

γ) Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν δεσμῶν (ἢ κοιλιῶν) εἶναι ἴση μὲ τὸ ἡμισυ τοῦ μήκους κύματος.

δ) Ἐκατέρωθεν ἐνὸς δεσμοῦ τὰ σημεῖα κινοῦνται πάντοτε κατ' ἀντίθετον φοράν.

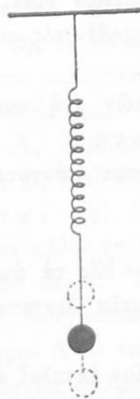
187. Διάδοσις κυμάνσεως εἰς τὸν χῶρον.— Εἰς τὰ ἀνωτέρω ἐξητάσαμεν τὴν διάδοσιν κυμάνσεως εἰς ὕλικά σημεῖα διατεταγμένα κατὰ μῆκος μιᾶς εὐθείας ἢ ἐπὶ μιᾶς ἐπιφανείας.

Ἄς θεωρήσωμεν τώρα ὕλικόν σημεῖον *O*, τὸ ὁποῖον ἐκτελεῖ ἀμειώτους ταλαντώσεις καὶ περιβάλλεται ἀπὸ ἐλαστικὸν μέσον ἀπεριόριστον. Τὸ κέντρον κυμάνσεως *O* ἐκπέμπει τότε παλμικὴν ἐνέργειαν πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις περὶ τοῦ *O*. Οὕτω σχηματίζονται **σφαιρικά κύματα**. "Ολα τὰ σημεῖα τὰ εὐρισκόμενα εἰς τὴν αὐτὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ *O* θὰ ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν κυμάνσεως. Τὰ σημεῖα αὐτὰ ἀποτελοῦν ἐπιφάνειαν σφαίρας, ἡ ὁποία ἔχει κέντρον τὸ σημεῖον *O*. Ἡ σφαιρική αὕτη ἐπιφάνεια καλεῖται **ἐπιφάνεια κύματος**. Αἱ διευθύνσεις τῆς διαδόσεως τῆς κυμάνσεως (δηλαδὴ αἱ ἀκτῖνες τῆς ἀνωτέρω σφαιρικῆς ἐπιφανείας) καλοῦνται **ἀκτῖνες κυμάνσεως**. "Ωστε:

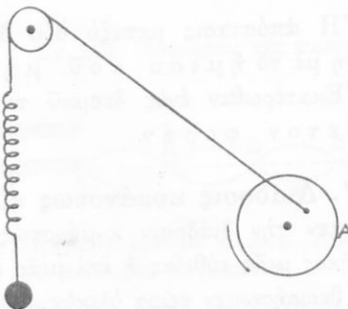
Ἐντὸς τοῦ χώρου ἡ κύμανσις διαδίδεται κατὰ σφαιρικά κύματα.

188. Συντονισμός.— Εἰς τὸ ἄκρον κατακορύφου σπειροειδοῦς ἐλατηρίου ἐξαρτῶμεν μεταλλικὴν σφαῖραν καὶ σύρομεν αὐτὴν πρὸς τὰ κάτω (σχ. 198). "Οταν ἀφήσωμεν τὴν σφαῖραν ἐλευθέραν, αὕτη ἐκτελεῖ ἁρμονικὰς ταλαντώσεις, διότι ἡ δύναμις, ἡ ὁποία προκαλεῖ τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐκάστοτε ἀπομάκρυνσιν αὐτῆς. Ἡ συχνότης ν_0 τῆς ταλαντώσεως εἶναι ὠρισμένη καὶ καλεῖται **ιδιοσυχνότης** τοῦ παλλομένου συστήματος. Ἡ ἀνωτέρω ταλάντωσις τῆς σφαίρας εἶναι **ἐλευθέρα ταλάντωσις**, διότι ἐπὶ τοῦ παλλομένου συστήματος (σφαῖρα, ἐλατήριο) δὲν ἐπιδρᾷ ἐξωτερικὴ δύναμις.

Προσδένομεν τώρα τὸ ἐλατήριο εἰς τὸ ἐν ἄκρον τοῦ νήματος, τοῦ ὁποίου τὸ ἄλλο εἶναι στερεωμένον εἰς τροχὸν Α (σχ. 199). *Αν θέσωμεν τὸν τροχὸν εἰς κίνησιν, τότε ἐπὶ τοῦ παλλομένου συστήματος



Σχ. 198. Τὸ σύστημα πάλлетται μετὴν ἰδιοσυχνότητά του.



Σχ. 199. Τὸ σύστημα ἐκτελεῖ ἐξηναγκασμένας ταλαντώσεις καὶ συντονίζεται, ὅταν ἡ συχνότης τοῦ τροχοῦ γίνη ἴση μετὴν ἰδιοσυχνότητα τοῦ συστήματος.

ἐνεργεῖ περιοδικῶς ἐξωτερικὴ δύναμις. Ἡ περιοδικὴ ἐπίδρασις τῆς ἐξωτερικῆς δυνάμεως ἔχει συχνότητα ν , τὴν ὁποίαν ρυθμίζομεν μεταβάλλοντες τὸν ἀριθμὸν τῶν στροφῶν τοῦ τροχοῦ. Ὄταν λοιπὸν στρέφωμεν τὸν τροχόν, παρατηροῦμεν ὅτι καὶ ἡ σφαῖρα ἀναγκάζεται νὰ ἐκτελέσῃ ταλάντωσιν, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **ἐξηναγκασμένην ταλάντωσιν**. Τότε ἡ συχνότης τῆς ταλαντώσεως τῆς σφαίρας εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἐκάστοτε συχνότητα ν τῆς περιστροφῆς τοῦ τροχοῦ. *Αν ἡ συχνότης ν τῆς περιστροφῆς τοῦ τροχοῦ διαφέρῃ πολὺ ἀπὸ τὴν ἰδιοσυχνότητα ν_0 τῆς σφαίρας, τότε τὸ πλάτος τῆς ἐξηναγκασμένης ταλαντώσεως τῆς σφαίρας εἶναι μικρόν. *Αν ὅμως ἡ συχνότης ν τῆς περιστροφῆς τοῦ τροχοῦ λαμβάνῃ τιμὰς, αἱ ὁποῖαι συνεχῶς πλησιάζουν πρὸς τὴν ἰδιοσυχνότητα ν_0 τῆς σφαίρας, τότε παρατηροῦμεν ὅτι τὸ πλάτος τῆς ἐξηναγκασμένης ταλαντώσεως τῆς σφαίρας βαίνει συνεχῶς αὐξανόμενον. Ὄταν δὲ ἡ συχνότης ν τοῦ τροχοῦ γίνη ἴση μετὴν ἰδιοσυχνότητα ν_0 τῆς σφαίρας, τότε τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως τῆς σφαίρας γίνεται μέγιστον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν λέγο-

μεν ὅτι μεταξὺ τοῦ στρεφομένου τροχοῦ (διεγέρτης) καὶ τοῦ παλλομένου συστήματος (συντονιστῆς) ὑπάρχει **συντονισμός**. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται τὸ ἐξῆς συμπέρασμα :

Δύο ταλαντευόμενα συστήματα εὐρίσκονται εἰς συντονισμόν, ὅταν ἔχουν τὴν αὐτὴν συχνότητα.

Ἐφαρμογὴν τοῦ φαινομένου τοῦ συντονισμοῦ ἔχομεν εἰς τὴν αἰώραν (κούνια)· διὰ νὰ προσδώσωμεν εἰς αὐτὴν μεγάλο πλάτος αἰωρήσεως, δίδομεν εἰς τὴν αἰώραν περιοδικῶς ὠθήσεις μετὰ συχνότητα ἴσην πρὸς τὴν ἰδιοσυχνότητα τῆς αἰώρας. Ἄλλην ἐφαρμογὴν ἔχομεν εἰς τὰς γεφύρας, ἐπὶ τῶν ὁποίων οἱ πολυάνθρωποι σχηματισμοὶ (στρατός, σχολεῖα κ.ἄ.) οὐδέποτε βαδίζουν ρυθμικῶς· διότι ἡ γέφυρα ἔχει ὠρισμένην ἰδιοσυχνότητα, καὶ ἂν ἡ συχνότης τοῦ βηματισμοῦ συμπίσῃ νὰ γίνῃ ἴση μετὰ τὴν ἰδιοσυχνότητα τῆς γεφύρας, τότε τὸ πλάτος ταλαντώσεως τῆς γεφύρας αὐξάνεται πολὺ καὶ εἶναι δυνατόν νὰ προκληθῇ καταστροφὴ τῆς γεφύρας.

***189. Σύζευξις.**—Ἐν σύστημα Α δύναται νὰ ἐκτελῇ ταλαντώσεις καὶ τοῦτο εἶναι συνδεδεμένον μετὰ ἄλλο σύστημα Β οὕτως, ὥστε κατὰ τὴν κίνησιν τοῦ Α νὰ ἀσχοῦνται ἐπὶ τοῦ Β δυνάμεις· τότε λέγομεν ὅτι τὰ δύο συστήματα Α καὶ Β εἶναι **συνεζευγμένα**. Ἐν παράδειγμα συνεζευγμένων συστημάτων εἶναι τὸ ἐξῆς: Δύο ἐκκρεμῆ Α καὶ Β στερεώνονται εἰς ἓν νῆμα, τὸ ὁποῖον τένιται ὀριζοντιῶς, (σχ. 200). Τὰ δύο ἐκκρεμῆ ἔχουν τὸ αὐτὸ μῆκος, ἐπομένως ἔχουν καὶ τὴν αὐτὴν ἰδιοσυχνότητα ν_0 . Ἐὰν θέσωμεν εἰς κίνησιν τὸ Α, παρατηροῦμεν, ὅτι καὶ τὸ Β ἀρχίζει νὰ ἐκτελῇ ταλαντώσεις. Ἐρχεται δὲ στιγμή, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ μὲν Β κινεῖται μετὰ μέγιστον πλάτος, τὸ δὲ Α ἡρεμεῖ. Τότε τὸ Α μετέδωσε διὰ μέσου τοῦ νήματος ὁλόκληρον τὴν ἐνέργειάν του εἰς τὸ Β. Μετὰ τὴν στιγμὴν αὐτὴν τὸ φαινόμενον ἀντιστρέφεται· τὸ Β παρασύρει εἰς κίνησιν τὸ Α κ.ο.κ. Ἄρα ἡ ἐνέργεια μεταδίδεται ἐναλλάξ ἀπὸ τὸ ἓν σῶμα εἰς τὸ ἄλλο.



Σχ. 200 Τὰ ἐκκρεμῆ Α καὶ Β ἔχουν τὴν αὐτὴν περίοδον.

Ὅταν δύο ταλαντευόμενα συστήματα εὐρίσκονται εἰς συντονισμόν

σμών καὶ εἶναι συνεζευγμένα, τότε λαμβάνει χώραν μεταφορὰ τῆς ἐνεργείας τοῦ ἑνὸς συστήματος εἰς τὸ ἄλλο.

Ἐὰν αἱ ἰδιοσυχνότητες τῶν δύο ἐκκρεμῶν διαφέρουν πολὺ μεταξύ των, τότε τὸ Β ἐκτελεῖ μερικὰς μόνον ταλαντώσεις, ἔπειτα ἡρεμεῖ, διὰ τὴν ἐπαναληφθῆναι πάλιν τὸ ἴδιον φαινόμενον.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

177. Ἡ ταχύτης διαδόσεως μιᾶς κυμάνσεως εἶναι 300 m/sec , ἡ δὲ συχνότης αὐτῆς εἶναι 75 Hz . Πόσον εἶναι τὸ μῆκος κύματος;

178. Ἡ συχνότης μιᾶς κυμάνσεως εἶναι $2\,500 \text{ Hz}$, τὸ δὲ μῆκος κύματος αὐτῆς εἶναι 2 cm . Πόση εἶναι ἡ ταχύτης διαδόσεως τῆς κυμάνσεως;

179. Τὸ μῆκος κύματος μιᾶς κυμάνσεως εἶναι 400 m , ἡ δὲ ταχύτης διαδόσεως αὐτῆς εἶναι $300\,000 \text{ km/sec}$. Πόση εἶναι ἡ συχνότης τῆς κυμάνσεως εἰς μεγακύκλους κατὰ δευτερόλεπτον;

180. Ἀπὸ τὸ ἄκρον Α μιᾶς εὐθείας ΑΒ μήκους 10 m ἀναχωρεῖ κύμανσις ἔχουσα μῆκος κύματος 40 cm . Μὲ πόσα μίκη κύματος ἰσοῦται ἡ εὐθεῖα ΑΒ;

181. Ἐκκρεμὲς ἔχει μῆκος $l = 60 \text{ cm}$. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ συχνότης, ἡ ὁποία θὰ διεγείρῃ τὸ ἐκκρεμές, ὥστε νὰ ἔχωμεν συντονισμόν; ($g = 980 \text{ cm/sec}^2$).

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

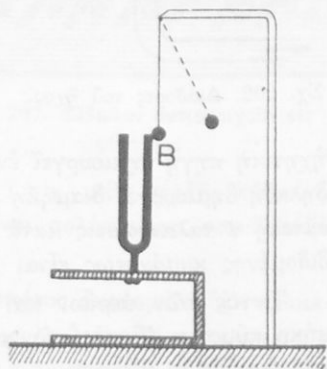
ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ

190. Παραγωγή του ήχου.— Ὁ ἥχος εἶναι τὸ αἶτιον, τὸ ὁποῖον διεγείρει τὸ αἰσθητήριον τῆς ἀκοῆς. Τὸ αἶτιον τοῦτο εἶναι μία κύμανσις καταλλήλου συχνότητος, ἥ ὁποία διεδόθη διὰ μέσου ἑνὸς ἐλαστικοῦ σώματος. Ἡ διαδοθεῖσα κύμανσις ὀφείλεται εἰς τὴν περιοδικὴν κίνησιν ἑνὸς σώματος. Τὸ ἐπόμενον πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι:

Ὁ ἥχος ὀφείλεται εἰς τὴν παλμικὴν κίνησιν ἑνὸς σώματος.

Μία μικρὰ χαλυβδίνη σφαῖρα Β εὐρίσκεται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ ἓν σκέλος διαπασῶν (σχ. 201). ἡ σφαῖρα ἐξαρτᾶται μὲ νῆμα ἀπὸ σταθερὸν σημεῖον. Ὅταν τὸ διαπασῶν παράγῃ ἥχον, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ σφαῖρα ἀναπηδᾷ ζωηρῶς, ὡσάκκις ἔρχεται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ διαπασῶν.



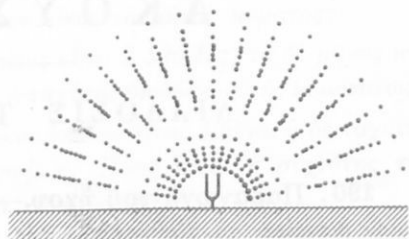
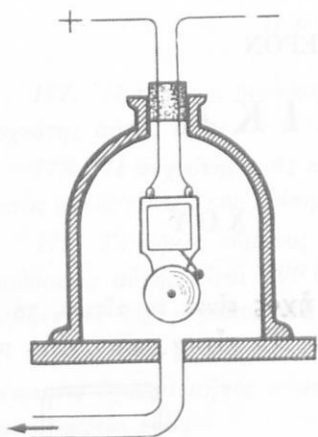
Σχ. 201. Τὸ παλλόμενον σῶμα παράγει ἥχον.

191. Διάδοσις τοῦ ἥχου.— Ἐντὸς τοῦ κώδωνος μιᾶς ἀεραντλίας τοποθετοῦμεν ἡλεκτρικὸν κώδωνα, τὸν ὁποῖον θέτομεν εἰς λειτουργίαν μὲ διακόπτην εὐρισκόμενον ἐκτὸς τοῦ κώδωνος (σχ. 202). Ὅταν ὁ κώδων περιέχῃ ἀέρα, ἀκούομεν τὸν ἥχον. Ὅταν ὁμοῦς ἀφαιρέσωμεν τὸν

ἀέρα τοῦ κώδωνος, δὲν ἀκούομεν ἤχον, ἂν καὶ βλέπωμεν τὴν σφύραν νὰ κτυπᾷ ἐπὶ τοῦ κώδωνος. "Ωστε:

‘Ο ἤχος διαδίδεται μόνον διὰ μέσου τῶν ὑλικῶν σωμάτων.

192. Ἡχητικὰ κύματα.— “Ὅταν μία ἡχητικὴ πηγὴ π.χ. ἐν δια-
πασῶν πάλ्लεται ἐντὸς τοῦ ἀέρος, τότε τὸ διαπασῶν καθ’ ἐκάστην τα-
λάντωσίν του ἐξασκεῖ ἐπὶ τῶν γειτονικῶν
μορίων τοῦ ἀέρος μίαν ὥθησιν. Ἡ εἰς
τὰ πρῶτα μόρια τοῦ ἀέρος μεταδοθεῖσα



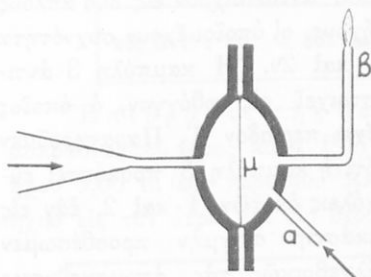
203. Ἐντὸς τοῦ ἀέρος σχηματίζον-
ται πυκνώματα καὶ ἀραιώματα.

Σχ. 202. Διάδοσις τοῦ ἤχου. ἐνέργεια διαδίδεται πρὸς ὅλας τὰς διευ-
θύνσεις με ὠρισμένην ταχύτητα. Οὕτως ἡ
ἡχητικὴ πηγὴ δημιουργεῖ ἐντὸς τοῦ ἀέρος πυκνώματα καὶ ἀραιώματα,
δηλαδὴ δημιουργεῖ διαμήκη κύματα (σχ. 203). Ἐὰν ἡ ἡχητικὴ πηγὴ
ἐκτελῇ ν ταλαντώσεις κατὰ δευτερόλεπτον, τότε ἡ συχνότης τῆς δια-
διδομένης κυμάνσεως εἶναι ἐπίσης ν.

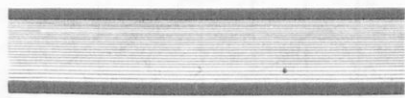
Ἐντὸς τῶν ἀερίων καὶ τῶν ὑγρῶν ὁ ἤχος διαδίδεται με δια-
μήκη κύματα. Ἐντὸς τῶν στερεῶν ὁ ἤχος διαδίδεται με διαμήκη ἢ
καὶ ἐγκάρσια κύματα.

193. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῶν ἡχητικῶν κυμάτων.— Τὰ
ἐντὸς τοῦ ἀέρος σχηματιζόμενα ἡχητικὰ κύματα δυνάμεθα νὰ τὰ ἀπο-
δείξωμεν καὶ πειραματικῶς με τὴν μανομετρικὴν κάψαν
(σχ. 204). Αὕτη εἶναι μικρὰ κάψα χωριζομένη εἰς δύο μέρη διὰ μιᾶς
ἐλαστικῆς μεμβράνης. Εἰς τὸν ἓνα ὥρον προσάγεται φωταέριον, τὸ
ὁποῖον ἐξέρχεται ἀπὸ τὸν λεπτὸν σωλῆνα β. Ἐὰν ἀναφλέξωμεν τὸ ἐξερ-
χόμενον φωταέριον, σχηματίζεται κατακόρυφος φλόξ. Ἄν τότε παρα-
τηρήσωμεν ἐπὶ διαφράγματος τὸ εἶδωλον τῆς φλογός, τὸ ὁποῖον δίδει

στρεφόμενον κάτοπτρον, βλέπομεν μίαν ὀριζοντίαν φωτεινὴν ταινίαν (σχ. 205). Ἐὰν ὁμοῦς φθάνη εἰς τὴν κάψαν ὁ ἤχος ὁ παραγόμενος π.χ. ἀπὸ ἑν διαπασῶν, τότε ἡ φωτεινὴ ταινία παρουσιάζει διαδοχικὰς ἀνυ-

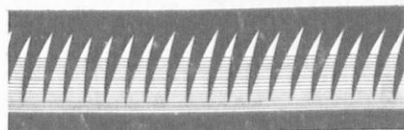


Σχ. 204. Μανομετρικὴ κάψα.



Σχ. 205. Εἶδωλον τῆς φλογός.

ψώσεις καὶ ταπεινώσεις (σχ. 206). αὗται ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰ πυκνώματα καὶ τὰ ἀραιώματα τῶν ἡχητικῶν κυμάτων, τὰ ὅποια φθάνουν εἰς τὴν μεμβράνην. Ἐὰν εἰς τὴν κά-



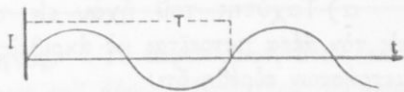
Σχ. 206. Εἶδωλον ἀντιστοιχοῦν εἰς ἀπλοῦν ἤχον.



Σχ. 207. Εἶδωλον ἀντιστοιχοῦν εἰς φθόγγον.

ψαν φθάνη ὁ ἤχος ἐνὸς μουσικοῦ ὀργάνου (π.χ. μιᾶς χορδῆς πιάνου), τότε ἡ μορφή τοῦ εἰδώλου τῆς φλογός εἶναι πολὺπλοκος, παρουσιάζει ὁμοῦς **π ε ρ ι ο δ ι κ ὴ τ η τ α** (σχ. 207).

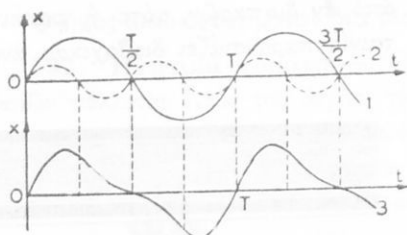
194. Εἶδη ἡχων.—Οἱ ἤχοι, τοὺς ὁποίους ἀκούομεν, δὲν προκαλοῦν πάντοτε εἰς ἡμᾶς τὴν αὐτὴν ἐντύπωσιν. Διακρίνομεν **τόνους**, **φθόγγους**, **θορύβους** καὶ **κρότους**. Εἰς τὰ ἐργαστήρια ἐπιτυγχάνεται διὰ καταλλήλων διατάξεων ἢ καταγραφῇ τῶν ἡχητικῶν κυμάτων, τὰ ὅποια ἀντιστοιχοῦν εἰς ἕκαστον εἶδος ἡχου. Οὕτως εὐρέθη ὅτι ὁ ἤχος ὁ παραγόμενος ὑπὸ ἑνὸς διαπασῶν ἀντιστοιχεῖ εἰς κανονικὰ ἡχητικὰ κύματα (σχ. 208). Ὁ ἤ-



Σχ. 208. Καταγραφὴ ἀπλοῦ ἡχου.

χος οὗτος ὀφείλεται εἰς ἀρμονικὰς **Σχ. 208. Καταγραφὴ ἀπλοῦ ἡχου.** **ταλαντώσεις** τῆς ἡχητικῆς πηγῆς καὶ καλεῖται **τόνος** ἢ **ἀπλὸς ἤχος**. Τοιοῦτους ἡχους παράγουν μόνον ὠρισμένα ἐργαστηριακὰ ὄργανα. Οἱ ἤχοι, οἱ παραγόμενοι ἀπὸ τὰ συνήθη μουσικὰ ὄργανα, ἀντιστοιχοῦν εἰς

περιοδικήν κίνησιν, ἡ ὁποία ὅμως δὲν εἶναι ἀρμονικὴ ταλάντωσις. Οἱ ἤχοι οὗτοι καλοῦνται φθόγγοι. Αἱ καμπύλαι 1 καὶ 2 τοῦ σχήματος

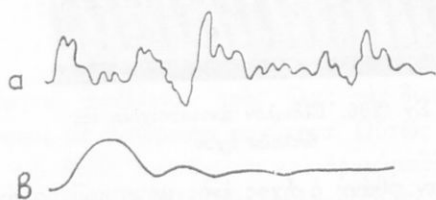


Σχ. 209. Ἡ περιοδικὴ κίνησις 3 εἶναι συνισταμένη τῶν ἀρμονικῶν 1 καὶ 2.

209 ἀντιστοιχοῦν εἰς δύο ἀπλοῦς ἤχους, οἱ ὅποιοι ἔχουν συχνότηταν καὶ 2ν. Ἡ καμπύλη 3 ἀντιστοιχεῖ εἰς φθόγγον, ὁ ὁποῖος ἔχει περίοδον T. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ καμπύλη 3 προκύπτει εὐκόλως ἐκ τῶν 1 καὶ 2, ἐὰν εἰς ἐκάστην στιγμὴν προσθέσωμεν ἀλγεβρικῶς τὰς ἀπομακρύνσεις των. "Ωστε :

Ὁ φθόγγος εἶναι σύνθετος ἤχος καὶ δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς πολλοὺς ἀπλοῦς ἤχους (τόνους), τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες εἶναι ἀκέραια πολλαπλάσια μιᾶς θεμελιώδους συχνότητος.

Ὁ θόρυβος ἀντιστοιχεῖ εἰς ἀκανόνιστα ἡχητικὰ κύματα, τὰ ὁποῖα δὲν παρουσιάζουν καμμίαν περιοδικότητα (σχ. 210). Τέλος ὁ κρότος ἀντιστοιχεῖ εἰς μίαν αἰφνιδίαν καὶ ἰσχυρὰν δόνησιν τοῦ ἀέρος, ὅπως π.χ. συμβαίνει κατὰ τὴν ἐκπυρσοκρότησιν ὄπλου.



Σχ. 210. Καταγραφή θορύβου (α) καὶ κρότου (β).

195. Ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου. — Ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ μέσου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου διαδίδεται ὁ ἤχος.

α) Ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα. — Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα μετρεῖται μὲ ἀκριβεῖς μεθόδους ἐργαστηριακῶς. Ἐκ τῶν μετρήσεων εὐρέθη ὅτι:

Ἡ ταχύτης (v) τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν καὶ αὐξάνεται, ὅταν αὐξάνεται ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀέρος.

Εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν ἢ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι περίπου 340 m/sec.

$$\text{εἰς } 0^{\circ}\text{C} : v_0 = 331 \text{ m/sec} \quad \text{εἰς } 15^{\circ}\text{C} : v = 340 \text{ m/sec}$$

*Ἐπιδρασεις τῆς θερμοκρασίας. Εἰς αὐξήσιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος κατὰ 1°C ἀντιστοιχεῖ αὐξήσις τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου 0,60 m/sec περίπου. Ἀκριβέστερον εὑρέθη ὅτι ἡ ταχύτης v τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα καὶ εἰς θερμοκρασίαν $\theta^{\circ}\text{C}$ δίδεται ἀπὸ τὴν σχέσιν :

$$\text{ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς } \theta^{\circ}\text{C} : v = 331 \cdot \sqrt{1 + \frac{\theta}{273}} \text{ m/sec}$$

β) Ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ ὑγρά καὶ τὰ στερεά. Αἱ μετρήσεις τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου εἰς τὰ ὑγρά ἀπέδειξαν γενικῶς ὅτι :

Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ ὑγρά εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς τὰ ἀέρια.

Οὕτως εὑρέθη ὅτι εἰς τὸ ὕδωρ θερμοκρασίας 8°C ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἶναι 1 435 m/sec. Ἐπίσης εὑρέθη ὅτι :

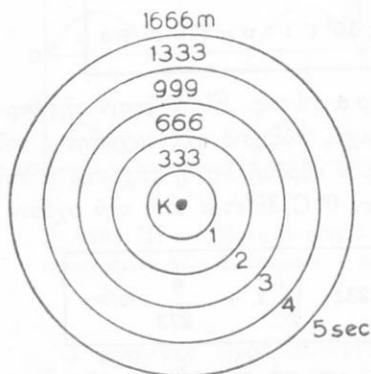
Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ στερεά εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς τὰ ὑγρά.

Οὕτω εἰς τὸν χάλυβα ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἶναι 5 000 m/sec.

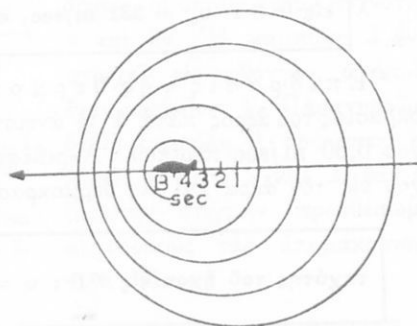
Ταχύτης τοῦ ἤχου					
Ἀήρ	εἰς 0°C :	331 m/sec	Ὑδωρ	1 430 m/sec	
Ἀήρ	εἰς 15°C :	340 m/sec	Ξύλον ἐλάτης	4 200 m/sec	
Ἰδρωγόνον	εἰς 15°C :	1 290 m/sec	Μόλυβδος	1 250 m/sec	
Διοξειδίου ἀνθρακος	εἰς 15°C :	270 m/sec	Χάλυψ	5 000 m/sec	

196. Ὑπερηχητικαὶ ταχύτητες.— Τὸ ἀεροπλάνον, ὅταν πετᾷ εἶναι μία τεραστία πηγὴ διαταράξεως τοῦ ἀέρος. Ἐπομένως τὸ ἀεροπλάνον κατὰ τὴν πτήσιν του παράγει πέριξ αὐτοῦ ἡχητικὰ κύματα (σχ. 211), τὰ ὅποια διαδίδονται μὲ τὴν ταχύτητα V τοῦ ἤχου ($V = 1\,200 \text{ km/h}$). Ἐὰν ἡ ταχύτης v τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι μικροτέρα

ἀπὸ τὴν ταχύτητα V τοῦ ἤχου, τότε τὸ ἀεροπλάνον δὲν ἐπηρεάζεται ἀπὸ τὰ παραγόμενα ἡχητικά κύματα, διότι ταῦτα προηγούνται πάντοτε

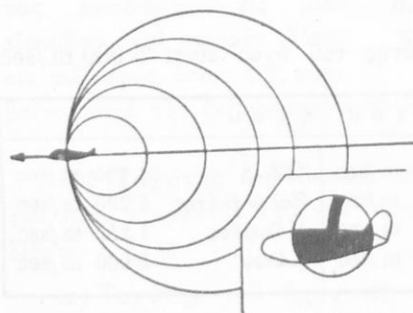


Σχ. 211. Διάδοσις τῶν ἡχητικῶν κυμάτων.



Σχ. 212. Ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι μικροτέρα τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου.

τοῦ ἀεροπλάνου (σχ. 212). Ἀντιθέτως, ἐὰν ἡ ταχύτης u τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι ἴση μετὰ τὴν ταχύτητα V τοῦ ἤχου, τότε τὰ ἡχητικά κύματα συγκεντρώνονται εἰς τὸ ἐμπρόσθιον ἄκρον τοῦ ἀεροπλάνου, ὅπου παρουσιάζεται μία **πύκνωσις** τῶν κυμάτων (σχ. 213). Ἡ πύκνωσις αὕτη ἀποτελεῖ τὸ καλούμενον **κῦμα κρούσεως**. Τέλος, ἐὰν ἡ τα-



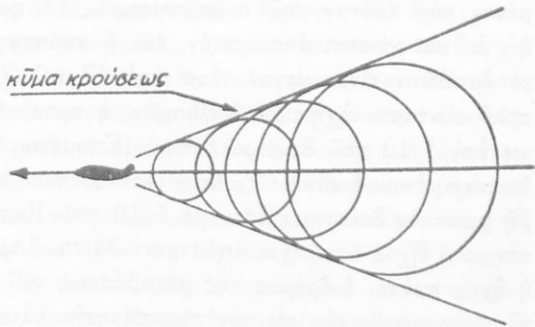
Σχ. 213. Ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι ἴση μετὰ τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου.

χύτης u τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι **μεγαλύτερα** ἀπὸ τὴν ταχύτητα V τοῦ ἤχου, τότε τὸ ἀεροπλάνον ἀφήνει ὀπισθεν του τὰ ἡχητικά κύματα· ταῦτα, ἀντὶ νὰ αὐξάνουν σχηματίζοντα συγκεντρικὰς σφαίρας, ἀποτελοῦν ἕνα κῶνον, τοῦ ὁποίου κορυφή εἶναι τὸ ἀεροπλάνον. Ὁ κῶνος οὗτος ἐκτείνεται ὀπισθεν τοῦ ἀεροπλάνου. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κῶνου εἶναι τὸ **κῦμα κρούσεως** (σχ. 214)

καὶ ἀποτελεῖται ἀπὸ τὴν συνένωσιν τοῦ συμπιεσμένου τμήματος ὅλων τῶν ἡχητικῶν κυμάτων.

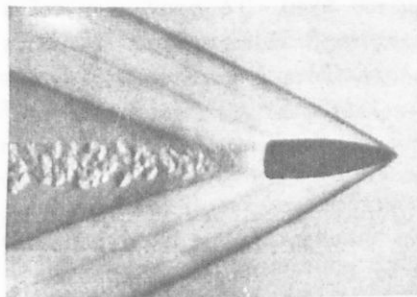
Τὸ κῦμα κρούσεως εἶναι ἓν στρώμα ἀέρος πολὺ μικροῦ πάχους,

εἰς τὸ ὁποῖον παρατηροῦνται σημαντικαὶ μεταβολαὶ θερμοκρασίας καὶ πιέσεως. Οὕτως ὁ ἀήρ δὲν ρεεῖ πλέον κανονικῶς κατὰ μῆκος τῶν πτερύγων καὶ τοῦ ἀεροσκάφους. Τὸ κύμα κρούσεως (σχ. 214) δύναται νὰ φωτογραφηθῇ, διότι τὸ στρώμα τοῦτο τοῦ ἀέρος, ἔχει πυκνότητα πολὺ διάφορον ἀπὸ τὴν πυκνότητα τοῦ ὑπολοίπου ἀέρος (σχ. 215).



Σχ. 214. Ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι μεγαλύτερα τῆς ταχύτητος τοῦ ἡχου.

Σήμερον ἐπιτυχῶς νομεν ταχύτητας τῶν ἀεροπλάνων περίπου ἴσας πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ ἡχου. Ἀλλὰ διὰ τὰς ταχύτητας αὐτάς ὁ ἀήρ



Σχ. 215. Φωτογράφησις τοῦ κύματος κρούσεως.

(Ταχύτης βλήματος 800 m/sec).

ἔμφανίζεται διὰ τὸ ἀεροπλάνον ὡς ἀδιαπέραστον ἐμπόδιον.

Πειραματικῶς εὐρέθη ὅτι, ὅταν ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου γίνῃ ἴση μὲ 850 km/h, τότε ἐμφανίζονται δυσκολίαι εἰς τὴν κίνησιν τοῦ ἀεροπλάνου. Ἄν ὅμως ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου ὑπερβῇ τὴν τιμὴν 1 450 km/h, τότε αἱ συνθῆκαι τῆς πτήσεως γίνονται πάλιν κανονικαί. Σήμερον κατορθώθη νὰ κατασκευασθοῦν ἀερο-

πλάνα δυνάμενα νὰ ὑπερβοῦν τὸ ἀνωτέρω ὄριον τῆς ταχύτητος, πέραν τοῦ ὁποίου ἡ πτήσις εἶναι κανονική.

197. Ἀνάκλασις τοῦ ἡχου.—Ὅταν τὰ ἡχητικὰ κύματα προσπέσουν ἐπὶ καταλλήλων ἐμποδίων, τότε τὰ κύματα ὑφίστανται **ἀνάκλασιν**. Ὁ ἡχος ἀνακλᾶται καὶ ὅταν προσπέσῃ ἐπὶ ἀκανονίστων ἐμποδίων, τὰ ὁποῖα ὅμως, ἔχουν μεγάλας διαστάσεις (π.χ. τοῖχος, συστάς δένδρων, λόφος κ.ἄ.). Οἱ θόρυβοι κυλίσεως, οἱ ὁποῖοι συνοδεύουν τὴν βροντὴν, ὀφείλονται εἰς τὴν ἀνάκλασιν τοῦ ἡχου ἐπὶ τῶν νεφῶν. Ἐάν

παρατηρητής, εύρισκόμενος εις αρκετήν απόστασιν ἀπὸ κατακόρυφον τοῖχον, πυροβολήσῃ, τότε ὁ παρατηρητής θὰ ἀκούσῃ ἐπαναλαμβανόμενον τὸν κρότον τοῦ πυροβολισμοῦ. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται ἡ $\chi\omega$ καὶ γίνεται ἀντιληπτόν, ἐὰν ἡ ἀπόστασις τοῦ παρατηρητοῦ ἀπὸ τὸ ἐμπόδιον εἶναι μεγαλύτερα ἀπὸ 17 m. "Ὅταν τὸ οὖς δέχεται ἓνα πολὺ σύντομον ἡχητικὸν ἐρεθισμὸν, ἡ προκληθεῖσα ἐντύπωσις παραμένει ἐπὶ $1/10$ τοῦ δευτερολέπτου. Ἐπομένως δύο ἤχοι προκαλοῦν δύο διεκεκριμένους ἐρεθισμούς, ὅταν μεταξὺ τῶν δύο τούτων ἡχων μεσολαβῇ χρονικὸν διάστημα ἴσον μὲ $1/10$ sec. Κατὰ τὸ χρονικὸν τοῦτο διάστημα ὁ ἦχος διατρέχει ἀπόστασιν 34 m. "Αρα, διὰ νὰ γίνῃ ἀντιληπτὴ ἡ ἡχώ, πρέπει ὁ δρόμος τῆς μεταβάσεως τοῦ ἡχου εἰς τὸ ἐμπόδιον καὶ τῆς ἐπιστροφῆς του εἰς τὸν παρατηρητὴν νὰ εἶναι περίπου 34 m. Ἐὰν ἡ ἀπόστασις τοῦ παρατηρητοῦ ἀπὸ τὸ ἐμπόδιον εἶναι μικρότερα ἀπὸ 17 m, τότε ὁ ἀνακλασθεὶς ἦχος φθάνει εἰς τὸν παρατηρητὴν πρὶν τελειώσῃ ἡ ἐντύπωσις τοῦ πρώτου ἡχου· οὕτως ὁ ἀνακλασθεὶς ἦχος προκαλεῖ παράτασιν τῆς ἐντυπώσεως τοῦ πρώτου ἡχου. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται ἀ ν τ ῆ χ η σ ι ς. Εἰς μερικὰς περιπτώσεις ὁ ἦχος ἀνακλάται διαδοχικῶς ἐπὶ περισσοτέρων ἐμποδίων. Τότε ὁ παρατηρητής ἀκούει ἐπαναλαμβανόμενον τὸν αὐτὸν ἦχον πολλὰς φορές. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται π ο λ λ α π λ ῆ ἡ χ ῶ.

Ἐφαρμογαί. Τὸ φαινόμενον τῆς ἀνακλάσεως τοῦ ἡχου λαμβάνεται πάντοτε ὑπ' ὄψιν κατὰ τὴν διαμόρφωσιν μεγάλων αἰθουσῶν (θεάτρου, κοινοβουλίου κ.ἄ.). Διὰ νὰ ἔχῃ ἡ αἴθουσα καλὴν ἀ κ ο υ σ τ ι κ ῆ ν, πρέπει ἡ ἡχώ καὶ ἡ ἀντήχησις νὰ εἶναι ἀρκετὰ βραχεῖαι, διὰ νὰ ἐνισχύουν τὸν ἀπ' εὐθείας ἀκουόμενον ἦχον, χωρὶς νὰ συμπίπτουν μὲ τὸν ἐπόμενον ἦχον.

"Ἄλλην ἐφαρμογὴν τῆς ἀνακλάσεως τοῦ ἡχου ἔχομεν εἰς τὴν μέτρησιν τοῦ βάθους τῆς θαλάσσης (βυθόμετρον). Εἰς τὰ ὑφαλα τοῦ πλοίου εὐρίσκεται κατάλληλος δέκτης, ἐνῶ εἰς ἄλλο σημεῖον τῶν ὑφάλων τοῦ πλοίου εὐρίσκεται διεγέρτης ἡχητικῶν κυμάτων. Ὁ ἦχος διαδίδεται ἐντὸς τῆς θαλάσσης, ἀνακλάται ἐπὶ τοῦ πυθμένος καὶ ἐπιστρέφει εἰς τὸν δέκτην. Ἐὰν μεταξὺ τῆς ἐκπομπῆς τοῦ ἡχητικοῦ σήματος καὶ τῆς ἀφίξεως τοῦ ἡχου εἰς τὸν δέκτην μεσολαβῇ χρόνος t , τότε τὸ βάθος s τῆς θαλάσσης εἶναι $s = 1430 \cdot \frac{t}{2}$ μέτρα.

ΦΥΣΙΟΛΟΓΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΗΧΩΝ

198. Χαρακτηριστικά τῶν μουσικῶν ἤχων.—Οἱ ἤχοι, τοὺς ὁποῖους παράγουν τὰ διάφορα μουσικὰ ὄργανα καὶ τὰ φωνητικὰ ὄργανα τοῦ ἀνθρώπου, ἀντιστοιχοῦν εἰς περιοδικὰς κινήσεις καὶ καλοῦνται **μουσικοὶ ἤχοι**. Οὗτοι εἶναι ὡς γνωστὸν (§ 194) οἱ τόνοι καὶ οἱ φθόγγοι. Εἰς τοὺς μουσικοὺς ἤχους τὸ αἰσθητήριον τῆς ἀκοῆς μας ἀναγνωρίζει τὰ ἐξῆς τρία χαρακτηριστικὰ γνωρίσματα: ἔντασιν, ὕψος, χροιάν. **Ἔντασις** εἶναι τὸ γνώρισμα ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον μᾶς ἐπιτρέπει νὰ χαρακτηρίζωμεν ἕνα ἤχον ὡς ἰσχυρὸν ἢ ἀσθενῆ. **Ὑψος** εἶναι τὸ γνώρισμα ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον μᾶς ἐπιτρέπει νὰ χαρακτηρίζωμεν ἕνα ἤχον ὡς ὑψηλὸν ἢ βαρύν. **Χροιά** ἢ **ποιὸν** εἶναι τὸ γνώρισμα ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον μᾶς ἐπιτρέπει νὰ διακρίνωμεν μεταξὺ των δύο ἤχους τῆς αὐτῆς ἐντάσεως καὶ τοῦ αὐτοῦ ὕψους παραγομένους ἀπὸ δύο διαφορετικὰς πηγὰς.

199. Ἔντασις τοῦ ἤχου.—α) Κτυπῶμεν μίαν χορδὴν, ὥστε αὕτη νὰ πάλлетαι μὲ μεγάλο πλάτος· ἔπειτα κτυπῶμεν τὴν αὐτὴν χορδὴν, ὥστε αὕτη νὰ πάλлетαι μὲ μικρότερον πλάτος. Καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις ἀκούομεν ἤχον. Παρατηροῦμεν ὅμως ὅτι ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου εἶναι μεγαλυτέρα, ὅταν τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως τῆς χορδῆς εἶναι μεγαλυτερον. Εὐρέθη ὅτι:

Ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τοῦ πλάτους τῆς ταλαντώσεως τῆς ἡχητικῆς πηγῆς.

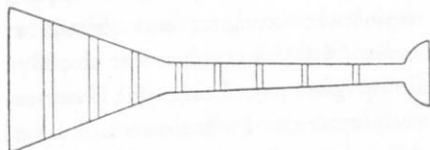
β) Ἐὰν μία ἡχητικὴ πηγὴ (π.χ. κῶδων ἐκκλησίας) παράγῃ ἤχον σταθερᾶς ἐντάσεως, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅσον περισσότερον ἀπομακρυνόμεθα ἀπὸ τὴν ἡχητικὴν πηγὴν, τόσον ἀσθενέστερος γίνεται ὁ ἤχος, τὸν ὁποῖον ἀκούομεν. Εὐρέθη ὅτι:

Ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως τοῦ παρατηρητοῦ ἀπὸ τὴν πηγὴν.

Διὰ νὰ περιορίσωμεν τὴν ἐλάττωσιν τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου μετὰ μετὰ τῆς ἀποστάσεως χρησιμοποιοῦμεν τὸν τηλεβόαν καὶ τὸν φωνάγωγόν. Διὰ τούτων ἐμποδίζομεν νὰ διασκορπισθῇ ἡ ἡχητικὴ ἐνέργεια ἐπὶ διαρκῶς αὐξανόμενων σφαιρικῶν ἐπιφανειῶν καὶ

τὴν ἀναγκάζομεν νὰ μένῃ κατανεμημένη ἐπὶ μικρῶν ἐπιπέδων ἐπιφανειῶν (σχ. 216).

Τὰ στερεὰ σώματα (π.χ. τὸ ξύλον, τὸ ἔδαφος) μεταδίδουν τὸν πλησίον αὐτῶν παραγόμενον ἥχον μὲ μεγαλυτέραν ἔντασιν παρὰ ὁ ἀήρ. "Ὡστε ἡ ἔντασις τοῦ ἥχου ἐξαρτᾶται καὶ ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου, τὸ ὁποῖον παρεμβάλλεται μεταξὺ τῆς ἡχητικῆς πηγῆς καὶ τοῦ παρατηρητοῦ.



Σχ. 216. Εἰς τὸν τηλεβόαν μετριάζεται ἡ ἐλάττωσις τῆς ἐντάσεως τοῦ ἥχου μετὰ τῆς ἀποστάσεως.

γ) Ἐν διαπασῶν, τὸ ὁποῖον κρατοῦμεν μὲ τὴν χεῖρα μας, παράγει ἀσθενῆ ἥχον. Ἐὰν ὅμως τὸ στηρίζωμεν ἐπὶ τῆς τραπέζης, ἀκούομεν πολὺ ἰσχυρότερον ἥχον, διότι τότε πάλλεται καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς τραπέζης. "Ὡστε :

Ἡ ἔντασις τοῦ ἥχου αὐξάνεται, ὅταν αὐξάνεται καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἡχητικῆς πηγῆς.

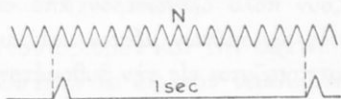
200. Ὑψος τοῦ ἥχου. — "Ὅταν μία ἡχητικὴ πηγὴ, π.χ. μία χορδὴ, παράγῃ ἥχον, τότε ἡ ἡχητικὴ πηγὴ ἐκτελεῖ ὠρισμένον ἀριθμὸν παλμικῶν κινήσεων κατὰ δευτερόλεπτον, δηλαδὴ ἡ παλμικὴ κίνηση τῆς χορδῆς ἔχει ὠρισμένην συχνότητα ν. Ἀποδεικνύεται πειραματικῶς ὅτι :

Τὸ ὕψος τοῦ ἥχου εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν συχνότητα τῶν ταλαντώσεων τῆς ἡχητικῆς πηγῆς.

Ἡ συχνότης λοιπὸν ν τῶν ταλαντώσεων τῆς ἡχητικῆς πηγῆς χαρακτηρίζει τὸ ὕψος τοῦ ἥχου καὶ διὰ τοῦτο λέγομεν συνήθως ὅτι ἡ **συχνότης** τοῦ ἥχου εἶναι ν. Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς συχνότητος τῶν ταλαντώσεων μιᾶς ἡχητικῆς πηγῆς ἐφαρμόζονται συνήθως δύο μέθοδοι, ἡ γραφικὴ μέθοδος καὶ ἡ μέθοδος ὁμοφωνίας.

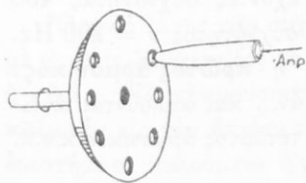
α) Μέθοδος γραφικὴ. Ἡ μέθοδος αὕτη εἶναι ἡ ἀκριβεστέρα. Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ἑνὸς ὁμαλῶς στρεφομένου κυλίνδρου καταγράφονται συγχρόνως ὁ ἀριθμὸς τῶν αἰωρήσεων ἑνὸς ἐκκρεμοῦς, τὸ ὁποῖον ἐκτελεῖ μίαν ἀπλὴν αἰώρησιν ἐντὸς 1 δευτερολέπτου καὶ ἀφ' ἑτέρου αἰ

ταλαντώσεις μιᾶς ἡχητικῆς πηγῆς, π.χ. ἑνὸς διαπασῶν. Οὕτως εὐρίσκουμεν τὸν ἀριθμὸν ν τῶν ταλαντώσεων, τὰς ὁποίας ἐκτελεῖ τὸ διαπασῶν κατὰ δευτερόλεπτον (σχ. 217), ἥτοι εὐρίσκουμεν τὴν συχνότητα τῆς ἡχητικῆς κυμάνσεως. Ὅσον μεγάλυτερος εἶναι ἡ συχνότης, τόσο ὑψηλότερος εἶναι ὁ ἦχος, τὸν ὁποῖον ἀκούομεν.



Σχ. 217. Μέτρησις τοῦ ὕψους.

β) Μέθοδος ὁμοφωνίας. Ὅταν δύο ἦχοι ἔχουν τὴν αὐτὴν συχνότητα, ἔχουν καὶ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἂν καὶ οἱ δύο οὗτοι ἦχοι εἶναι δυνατόν νὰ προέρχωνται ἀπὸ δύο διαφορετικὰς πηγὰς (π.χ. ἀπὸ ἑν διαπασῶν καὶ ἀπὸ μίαν χορδὴν). Λέγομεν τότε ὅτι αἱ δύο ἡχητικαὶ πηγαὶ εὐρίσκονται εἰς ὁμοφωνίαν. Διὰ νὰ μετρήσωμεν τὴν συχνότητα ἑνὸς ἤχου χρησιμοποιοῦμεν τὴν σειρήνα. Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ κυκλικὸν δίσκον, ὁ ὁποῖος φέρει ὁπὰς εἰς ἴσας ἀποστάσεις ἀπὸ τὸν ἄξονα περιστροφῆς τοῦ δίσκου ἡ ἀπόστασις μεταξύ δύο ὁπῶν εἶναι στα-



Σχ. 218. Σειρήν.

θερὰ (σχ. 218). Ὁ δίσκος στρέφεται ἰσοταχῶς μετὰ τὴν βοήθειαν κινητήρος. Δι' ἑνὸς σωλήνος, καταλήγοντος ἔμπροσθεν τῶν ὁπῶν, προσφυσάται ἀήρ. Ἐστὼ ὅτι ὁ δίσκος φέρει κ ὁπὰς καὶ ἐκτελεῖ μ στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον. Ὅταν στρέφεται ὁ δίσκος, οὗτος προκαλεῖ περιοδικὴν διατάραξιν εἰς τὸν ἀέρα τὸν ἐκφεύγοντα

ἀπὸ τὸν σωλήνα. Οὕτω παράγεται ἦχος, τοῦ ὁποῖου ἡ συχνότης ν εἶναι :

$$\nu = \kappa \cdot \mu$$

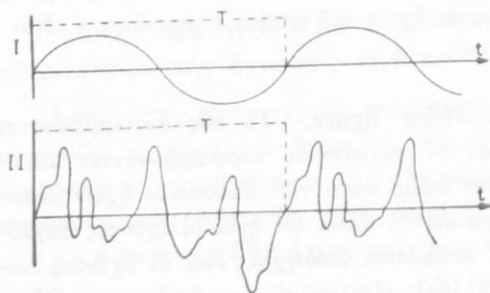
291. Ὅρια τῶν ἀκουστῶν ἤχων.—Τὸ οὖς ἀντιλαμβάνεται μόνον τοὺς ἤχους, τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες περιλαμβάνονται μεταξύ 16 καὶ 20 000 Hz. Τὰ ὅρια ὅμως αὐτὰ τῶν ἀκουστῶν ἤχων μεταβάλλονται ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἀτόμου εἰς τὸ ἄλλο. Οἱ ἦχοι οἱ ἔχοντες συχνότητα μικροτέραν ἀπὸ 16 Hz καλοῦνται **ὑπόηχοι**, ἐνῶ οἱ ἔχοντες συχνότητα μεγαλυτέραν ἀπὸ 20 000 Hz καλοῦνται **ὑπέρηχοι**. Οὗτοι ἐπιδρῶν ἐπὶ τῆς μεμβράνης τῆς μανομετρικῆς κάψης. Αἱ συχνότητες τῶν χρησιμοποιουμένων εἰς τὰς ἐφαρμογὰς ὑπέρηχων περιλαμβάνονται μεταξύ 20 000 καὶ 40 000 Hz. Παράγονται ὅμως καὶ ὑπέρηχοι με

πολύ μεγάλης συχνότητας. Οί υπέρηχοι διαδίδονται με κύματα, όπως και οί ακουστοί ήχοι, παρουσιάζουν όμως τὸ πλεονέκτημα νὰ ἐξασθενίζουν πολὺ ὀλιγώτερον ἀπὸ τοὺς ακουστοὺς ἤχους, ὅταν διαδίδονται ἐντὸς ὠρισμένων μέσων καὶ κυρίως ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Διὰ τοῦτο χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν βυθομέτρῃσιν τῆς θαλάσσης.

Οί υπέρηχοι, ὅταν ἔχουν μεγάλην συχνότητα καὶ ἀρκετὴν ἔντασιν, προκαλοῦν σημαντικὰς μηχανικὰς, θερμικὰς καὶ βιολογικὰς δράσεις. Οὕτως, ὅταν υπέρηχοι προσπίπτουν ἐπὶ δύο μὴ μιγνυομένων ὑγρῶν, τὰ ὁποῖα ὑπέρκεινται τὸ ἐν τοῦ ἄλλου (ἐλαιον καὶ ὕδωρ ἢ ὕδωρ καὶ ὑδράργυρος), τότε προκαλοῦν τὴν ἀνάμιξιν τῶν δύο ὑγρῶν καὶ τὸν σχηματισμὸν γαλακτώματος. Ἀπὸ βιολογικῆς ἀπόψεως παρατηρήθη ὅτι οἱ υπέρηχοι προκαλοῦν διαμελισμὸν τῶν κυττάρων μονοκυττάρων ὀργανισμῶν, ὡς καὶ τῶν ἐρυθρῶν αἰμοσφαιρίων. Τελευταίως γίνεται χρῆσις τῶν υπέρηχων διὰ θεραπευτικῶς σκοποὺς καὶ εἰς τὴν τεχνικὴν.

202. Ἀρμονικοὶ ἤχοι.— Ἄς θεωρήσωμεν ἀπλὸν ἤχον ἔχοντα συχνότητα $\nu = 200$ Hz. Οἱ ἀπλοὶ ἤχοι οἱ ἔχοντες συχνότητας 400, 600, 800 Hz καλοῦνται **ἀρμονικοὶ** τοῦ ἤχου συχνότητος $\nu = 200$ Hz. Ὁ ἤχος συχνότητος ν καλεῖται **θεμελιώδης ἢ πρῶτος ἀρμονικός**. Οἱ ἀρμονικοὶ ἤχοι ἔχουν συχνότητας 2ν , 3ν , 4ν ... καὶ καλοῦνται ἀντιστοίχως δεῦτερος ἀρμονικός, τρίτος ἀρμονικός, τέταρτος ἀρμονικός κ.ο.κ.

203. Χροιά τοῦ ἤχου.— Ἐν διαπασῶν παράγει ἤχον συχνότητος ν . Ἐὰν καταγράψωμεν τὸν ἀπλὸν τοῦτον ἤχον, θὰ λάβωμεν μίαν καμπύλην, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς ἀρμονικὴν, ταλάντωσιν (σχ. 219 I).



Σχ. 219. Καταγραφή ἀπλοῦ καὶ συνθέτου ἤχου.

Ἐὰν τώρα καταγράψωμεν ἓνα ἤχον τοῦ αὐτοῦ ὕψους, τὸν ὁποῖον ὅμως παράγει ἓν μουσικὸν ὄργανον (π.χ. ἡ χορδὴ

βιολιού), θὰ λάβωμεν μίαν καμπύλην, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς περιοδικὴν κίνησιν ἀλλὰ μὴ ἀρμονικὴν (σχ. 219 II). Ὁ δεῦτερος λοιπὸν

ἤχος εἶναι σύνθετος ἤχος (§ 194) καὶ ἀποτελεῖται ἀπὸ τὴν πρόσθε-
σιν ὠρισμένου ἀριθμοῦ ἀπλῶν ἤχων, οἱ ὅποιοι εἶναι ἀρμονικοὶ ἐνὸς
θεμελιώδους. Ἀπὸ τὴν σπουδὴν τῶν μουσικῶν ἤχων εὐρέθη ὅτι :

Ἡ χροιά ἐνὸς ἤχου ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν καὶ τὴν σχετικὴν
ἐντασιν τῶν ὁρμονικῶν, οἱ ὅποιοι προστίθενται εἰς τὸν θεμελιώδη.

204. Μουσικὴ κλίμαξ.— Εἰς τοὺς φθόγγους, τοὺς ὁποίους παρά-
γουν τὰ μουσικὰ ὄργανα, ἐπικρατεῖ συνήθως εἰς ἀρμονικὸς καὶ διὰ τοῦτο
ὡς συχνότητα τοῦ φθόγγου θεωροῦμεν τὴν συχνότητα τοῦ ἐπικρατοῦντος
ἀρμονικοῦ. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι ἡ σύγχρονος ἢ διαδοχικὴ ἀκρόα-
σις δύο φθόγγων προκαλεῖ εὐχάριστον συναίσθημα, ἐὰν ὁ λόγος τῶν συ-
χνοτήτων τῶν δύο φθόγγων ἔχη ὠρισμέναν τιμάν. Καλεῖται **διάστημα**
δύο φθόγγων ὁ λόγος τῶν συχνότητων τῶν δύο φθόγγων. Εἰς τὴν μου-
σικὴν χρησιμοποιεῖται μία σειρὰ φθόγγων, τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες
βαίνουν αὐξανόμεναι, ἀλλὰ ἀσυνεχῶς. Ἡ σειρὰ αὕτη τῶν φθόγγων καλεῖ-
ται **μουσικὴ κλίμαξ**.

Ὅταν ὁ λόγος τῶν συχνότητων δύο φθόγγων τῆς κλίμακος εἶναι ἴσος
μὲ 2, τότε λέγομεν ὅτι τὸ διάστημα τῶν δύο τούτων φθόγγων εἶναι μία
ὁ γ δ ό η. Εἰς τὴν μουσικὴν χρησιμοποιεῖται συνήθως ἡ **συγκεκραμένη**
κλίμαξ, εἰς τὴν ὁποίαν τὸ διάστημα μιᾶς ὀγδόης διαιρεῖται εἰς 12 ἴσα
διαστήματα καλούμενα ἡ μ ι τ ό ν ι α. Ἄν δ εἶναι τὸ διάστημα, τὸ ὁ-
ποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς ἓν ἡμιτόνιον, τότε τὸ διάστημα δ πολλαπλασιαζόμε-
νον 12 φορὰς ἐπὶ τὸν ἑαυτὸν του, δίδει τὸ διάστημα μιᾶς ὀγδόης· ἄρα εἶναι:

$$\delta^{12} = 2 \quad \text{καὶ} \quad \delta = \sqrt[12]{2} = 1,059...$$

Δύο ἡμιτόνια ἀποτελοῦν ἓνα τ ό ν ο ν· ἐπομένως τὸ διάστημα, τὸ
ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς ἓνα τόνον, εἶναι :

$$\delta^2 = (1,059)^2 = 1,121.$$

Εἰς τὴν **συγκεκραμένην κλίμακα** μετὰ τοῦ τ ό ν ι κ ο ῦ καὶ τοῦ
κατὰ μίαν ὀγδὸν ὑψηλοτέρου φθόγγου παρεμβάλλονται 5 τόνοι καὶ 2
ἡμιτόνια, ὅπως φαίνεται εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα :

φθόγγος :	do ₁	re ₁	mi ₁	fa ₁	sol ₁	la ₁	si ₁	do ₂
	1,121	1,121	1,059	1,121	1,121	1,121	1,059	
διάστημα :	τόνος	τόνος	ἡμιτόνιον	τόνος	τόνος	τόνος	ἡμιτόνιον	

Ὁ φθόγγος do_2 ἔχει συχνότητα διπλασίαν τῆς συχνότητος τοῦ do_1 καὶ δύναται νὰ ληφθῇ ὡς τονικός διὰ τὸν σχηματισμὸν νέας κλίμακος κ.ο.κ. Διὰ νὰ καθορίσουν τὴν συχνότητα ἐκάστου φθόγγου τῆς κλίμακος, ὥρισαν αὐθαιρέτως τὴν $συχνότητα τοῦ φθόγγου la_3$ ἴσην μὲ 440 Hz. Οὕτως ἡ συχνότης τοῦ φθόγγου si_3 εἶναι ἴση μὲ : $440 \cdot 1,121 = 493$ Hz, τοῦ δὲ do_4 εἶναι ἴση μὲ $493 \cdot 1,059 = 522$ Hz.

Ἐπειδὴ οἱ φθόγγοι do_3 καὶ do_4 διαφέρουν κατὰ μίαν ὀγδόην, ἔπεται ὅτι ἡ συχνότης τοῦ do_3 εἶναι ἴση μὲ $\frac{522}{2} = 261$ Hz.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

182. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα θερμοκρασίας $0^\circ C$ εἶναι 331 m/sec. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν τοῦ ἀέρος ἀντιστοιχεῖ ταχύτης τοῦ ἤχου 350 m/sec;

183. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου ἐντὸς τοῦ ἀέρος εἰς θερμοκρασίαν $15^\circ C$ εἶναι 340 m/sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα, ὅταν ἡ θερμοκρασία του εἶναι $10^\circ C$.

184. Παρατηρητὴς εὐρίσκεται ἐντὸς κοιλάδος περιβαλλομένης ἀπὸ δύο παράλληλα ὄρη μὲ κατακορύφους κλιτύς. Ὁ παρατηρητὴς πυροβολεῖ καὶ ἀκούει μίαν πρώτην ἠχὼ 0,5 sec μετὰ τὸν πυροβολισμόν καὶ μίαν δευτέραν ἠχὼ 1 sec μετὰ τὸν πυροβολισμόν. 1) Νὰ εὑρεθῇ πόση εἶναι ἡ ἀπόστασις τῶν δύο ὀρέων. 2) Νὰ εὑρεθῇ μήπως εἶναι δυνατόν νὰ ἀκούσῃ ὁ παρατηρητὴς καὶ τρίτην ἠχὼ. Ταχύτης τοῦ ἤχου: 340 m/sec.

185. Ἐν πλοῖον εὐρίσκεται ἐν καιρῷ ομίχλης ἔμπροσθεν βραχώδους ἀκτῆς. Ἐκ τοῦ πλοίου ἐκπέμπεται πρὸς τὴν ἀκτὴν ἠχητικὸν σῆμα, ὅποτε εἰς τὸ πλοῖον ἀκούονται ἐξ ἀνακλάσεως δύο ἤχοι ἀπέχοντες μεταξὺ των χρονικῶς κατὰ 13 sec. Ἐὰν ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι 340 m/sec, καὶ εἰς τὴν θάλασσαν εἶναι 1440 m/sec, νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀπόστασις τοῦ πλοίου ἀπὸ τὴν ἀκτὴν.

186. Ἡχος συχνότητος $\nu = 400$ Hz διαδίδεται ἐντὸς τοῦ ἀέρος καὶ ἐντὸς χαλυβδίνης ράβδου. Πόσον εἶναι τὸ μῆκος κύματος ἐντὸς τῶν δύο τούτων ἐλαστικῶν μέσων, ἐὰν ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου εἶναι εἰς τὸν ἀέρα 340 m/sec καὶ εἰς τὸν χάλυβα 5000 m/sec;

187. Ὁ δίσκος σειρῆνος φέρει 10 ὀπὰς καὶ ἐκτελεῖ 26 στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον. Πόση εἶναι ἡ συχνότης τοῦ παραγομένου ἤχου;

188. Οἱ δίσκοι δύο σειρήνων A καὶ B φέρουν ἀντιστοίχως 50 καὶ 80 ὀπὰς. Ὁ δίσκος τῆς σειρήνος A ἐκτελεῖ 8 στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον. Πόσας στροφὰς πρέπει νὰ ἐκτελεῇ ὁ δίσκος τῆς σειρήνος B , ὥστε ὁ ὑπ' αὐτῆς παραγόμενος ἤχος νὰ εἶναι ὁ δεύτερος ἀρμονικὸς τοῦ ὑπὸ τῆς σειρήνος A παραγομένου ἤχου;

189. Νὰ εὑρεθοῦν αἱ συχνότητες τῶν φθόγγων τῆς κλίμακος ἀπὸ τοῦ do_3 ἕως τὸ do_4 .

190. Ὁ δίσκος σειρήνος φέρει δύο ὁμοκέντρους σειρὰς ὀπῶν. Ἡ ἐξωτερικὴ σειρὰ φέρει 40 ὀπὰς. Πόσας ὀπὰς πρέπει νὰ ἔχῃ ἡ ἐσωτερικὴ σειρὰ, ἵνα τὸ διάστημα τῶν συγχρόνως παραγομένων δύο ἤχων εἶναι $3/2$;

191. Νὰ μετρηθῇ εἰς μίση κύματος τὸ μήκος μιᾶς εὐθείας $AB = 10\text{ m}$, δι' ἓνα ἤχον συχνότητος $\nu = 440\text{ Hz}$, ὁ ὁποῖος διαδίδεται εἰς τὸν ἀέρα. Ταχύτης ἤχου εἰς τὸν ἀέρα 340 m/sec .

ΠΗΓΑΙ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΗΧΩΝ

205. Χορδαί.— Εἰς τὴν Μουσικὴν καλεῖται $\chi\omicron\rho\delta\eta$ ἓν ἐπίμηκες κυλινδρικὸν καὶ ἐλαστικὸν στερεὸν σῶμα, τοῦ ὁποῖου τὰ δύο ἄκρα, εἶναι σταθερῶς στερεωμένα καὶ τὸ ὁποῖον τείνεται ἰσχυρῶς μεταξὺ τῶν δύο τούτων σημείων. Αἱ χρησιμοποιούμεναι εἰς τὴν μουσικὴν χορδαὶ εἶναι μεταλλικαὶ ἢ ζωικῆς προελεύσεως.

Ἐὰν κτυπήσωμεν ἐλαφρῶς τὴν χορδὴν εἰς ἓν σημεῖον τῆς, τότε ἐπὶ τῆς χορδῆς διαδίδονται κυμάνσεις, αἱ ὁποῖαι ἀνακλῶνται εἰς τὰ δύο σταθερὰ ἄκρα τῆς χορδῆς (σχ. 220).

Ἐκ τῆς συμβολῆς τῶν προσπιπτουσῶν καὶ ἀνακλωμένων κυμάνσεων παράγονται **στάσιμα κύματα** (σχ. 221). Τὰ σταθερὰ ἄκρα τῆς χορδῆς εἶναι πάντοτε δεσμοί. Ἡ ἀ-

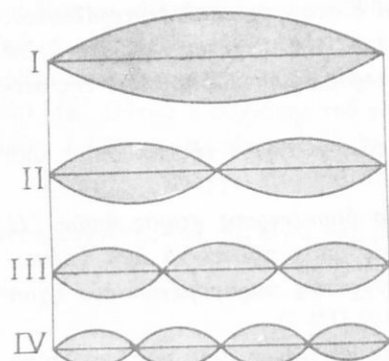


Σχ. 220. Σχηματισμὸς στασίμων κυμάτων ἐπὶ τῆς χορδῆς.

πόσασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν δεσμῶν εἶναι πάντοτε ἴση μὲ $\frac{\lambda}{2}$.

Ὅταν λοιπὸν ἐπὶ τῆς χορδῆς σχηματίζεται 1 στάσιμον κύμα (σχ. 221 I), τότε ἡ χορδὴ παράγει τὸν βαρύτερον δυνατὸν ἤχον, τὸν ὁποῖον καλοῦμεν **θεμελιώδη ἢ πρῶτον ἀρμονικόν**. Εἶναι γνωστὸν

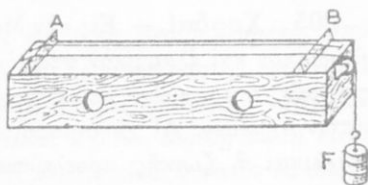
(§ 203) ὅτι τὰ συνήθη μουσικὰ ὄργανα παράγουν πάντοτε συνθέτους ἤχους. Ὡς συχνότητα ν τοῦ ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει ἓν μουσικόν ὄργανον, θεωροῦμεν τὴν συχνότητα τοῦ ἐπικρατεστέρου ἐκ τῶν παραγομένων ἀρμονικῶν (§ 204). Ἡ συχνότης ν τοῦ θεμελιώδους ἤχου ἐξαρτᾶται :



Σχ. 221. Ἡ χορδὴ δίδει ὅλους τοὺς ἀρμονικοὺς τοῦ θεμελιώδους.

α) ἀπὸ τὸ μήκος l τῆς χορδῆς, β) ἀπὸ τὴν ἀκτῖνα r τῆς χορδῆς, γ) ἀπὸ τὴν πυκνότητα d τῆς χορδῆς καὶ δ) ἀπὸ τὴν δύναμιν F , μὲ τὴν ὁποίαν τείνεται ἡ χορδὴ. Τὴν ἐξάρτησιν τοῦ ν ἀπὸ τὰ μεγέθη l , r , d καὶ F εὐρίσκομεν μὲ τὸ πολύχορδον (σχ. 222). Τοῦτο εἶναι

ξύλινον κιβώτιον, ἐπὶ τοῦ ὁποῖου τείνονται δύο ἢ περισσότεραι χορδαί, στηριζόμεναι εἰς δύο σταθεροὺς ἵππεῖς A καὶ B , οἱ ὁποῖοι προσδιορίζουν τὸ μήκος l τῶν παλλομένων χορδῶν. Ἡ μία χορδὴ, ἡ ὁποία χρησιμεύει πρὸς σύγκρισιν, τείνεται μὲ τὴν βοήθειαν κοχλίου, ἐνῶ ἡ ὑπὸ ἐξέτασιν χορδὴ τείνεται ἀπὸ δύναμιν F . Μὲ τὸ πολύχορδον εὐρίσκονται πειραματικῶς οἱ ἀκόλουθοι νόμοι τῶν χορδῶν :



Σχ. 222. Πολύχορδον.

Ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει ἡ χορδὴ, εἶναι : α) ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ μήκους τῆς χορδῆς· β) ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτίνος τῆς χορδῆς· γ) ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τῆς τεινούσης δυνάμεως· δ) ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τῆς πυκνότητος τῆς χορδῆς.

$$\text{συχνότης θεμελιώδους ἤχου : } \nu = \frac{1}{2l \cdot r} \cdot \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot d}}$$

δπου $\pi = 3,14$.

Ὅταν ἡ χορδὴ πάλ्लεται οὕτως, ὥστε νὰ σχηματίζωνται 1, 2, 3...

στάσιμα κύματα (σχ. 221), τότε η χορδή παράγει αντιστοίχως τόν 1ον, 2ον, 3ον... αρμονικόν. Ἐάν η χορδή πάλλεται ἐλευθέρως, τότε ὁ παραγόμενος μουσικὸς ἦχος εἶναι σύνθετος ἦχος καὶ ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸν θεμελιώδη καὶ ἀπὸ μερικοὺς ἐκ τῶν πρώτων αρμονικῶν του. "Ὡστε:

Μία χορδὴ δύναται νὰ δώσῃ ἰδιαίτερώς ἢ συγχρόνως τὴν σειρὰν τῶν αρμονικῶν τοῦ θεμελιώδους (2ν, 3ν, 4ν...)

* Πειραματικὴ εὕρεσις τῶν νόμων τῶν χορδῶν. α) Αἱ δύο ὅμοιαι χορδαὶ φέρονται εἰς ὁμοφωνίαν. Ἐπειτα θέτοίμεν ἓνα κινητὸν ἱππέα εἰς τὸ μέσον, τὸ τρίτον, τὸ τέταρτον... τῆς ἐξεταζομένης χορδῆς οὕτως, ὥστε τὸ παλλόμενον μῆκος τῆς χορδῆς νὰ γίνῃ 2, 3, 4... φορές μικρότερον ἀπὸ τὸ ἀρχικὸν μῆκος l τῆς χορδῆς. Τότε οἱ παραγόμενοι ἦχοι εἶναι ὁ δεύτερος, τρίτος, τέταρτος... αρμονικὸς τοῦ θεμελιώδους.

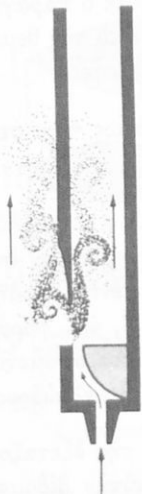
β) Αἱ δύο ὅμοιαι χορδαὶ φέρονται εἰς ὁμοφωνίαν. Ἐπὶ τῆς ἐξεταζομένης χορδῆς ἐφαρμόζεται δύναμις F . Εἰς τὴν δύναμιν αὐτὴν δίδομεν διαδοχικῶς τὰς τιμὰς $4F$, $9F$, $16F$... Τότε οἱ παραγόμενοι ἦχοι εἶναι ἀντιστοίχως ὁ δεύτερος, τρίτος, τέταρτος... αρμονικὸς τοῦ θεμελιώδους.

γ) Φέρομεν τὰς δύο χορδὰς πάλιν εἰς ὁμοφωνίαν, ἐφαρμόζοντες ἐπὶ τῆς ἐξεταζομένης χορδῆς μίαν τάσιν F . Ἐπειτα συμπλέκομεν τέσσαρας ὁμοίας πρὸς τὴν ἐξεταζομένην χορδὰς καὶ τὴν οὕτω σχηματισθεῖσαν νέαν χορδὴν τὴν τείνομεν πάλιν μὲ δύναμιν F . Ἡ πυκνότης τῆς χορδῆς εἶναι 4 φορές μεγαλυτέρα. Τότε ἡ συχνότης τοῦ παραγομένου ἡχου εἶναι ἴση μὲ τὸ $1/2$ τῆς συχνότητος τοῦ θεμελιώδους.

206. Συντονισμός.—Λαμβάνομεν δύο ὅμοια διαπασῶν A καὶ B , τὰ ὁποῖα παράγουν τὸν αὐτὸν ἀπλὸν ἦχον (π.χ. τὸ la_3). Τὰ δύο διαπασῶν ἔχουν συνεπῶς τὴν αὐτὴν συχνότητα. Ἐὰν κτυπήσωμεν ἐλαφρῶς τὸ διαπασῶν A , τοῦτο παράγει ἦχον. Τότε καὶ τὸ πλησίον τοῦ A εὐρισκόμενον διαπασῶν B διεγείρεται καὶ ἐκτελεῖ ταλαντώσεις μεγάλου πλάτους, διότι ἔχει τὴν αὐτὴν συχνότητα μὲ τὸ A καὶ συνεπῶς τὸ διαπασῶν B εἶναι συντονισμένον μὲ τὸ διαπασῶν A . Ἐὰν ἐπιθέσωμεν τὸν δάκτυλόν μας ἐπὶ τοῦ διαπασῶν A , τοῦτο παύει νὰ πάλλεται, ἀκούομεν ὅμως τὸν ἦχόν, τὸν ὁποῖον παράγει τὸ διαπασῶν B .

Τὸ αὐτὸ παρατηροῦμεν καὶ ὅταν τὸ διαπασῶν A παράγῃ ἦχον

πλησίον ενός πιάνου. Τότε ἐξ ὧλων τῶν χορδῶν ἡ χορδὴ $1a_3$ τοῦ πιάνου πάλλεται καὶ παράγει ἦχον.



Σχ. 223 Διέγερσις ἡχητικοῦ σωλῆνος.

Εἰς τὸ φαινόμενον τοῦ συντονισμοῦ στηρίζεται ἡ χρῆσις τῶν ἀντηχείων. Ταῦτα εἶναι συνήθως κιβώτια ξύλινα, μετάλλινα, ἢ σφαιρικά κοιλότητες, αἱ ὁποῖαι συντονίζονται, ὅταν ἡ συχνότης των εἶναι ἴση μετὴν συχνότης τοῦ διεγείροντος ἤχου. Ἡ συχνότης τῶν ἀντηχείων ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς διαστάσεις των.

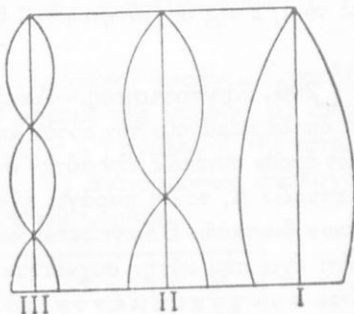
207. Ἑχητικοὶ σωλῆνες.— Ὁ ἡχητικὸς

σωλὴν εἶναι σωλὴν (κυλινδρικός ἢ πρισματικός) περιέχων ἀέριον, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ τεθῇ εἰς παλμικὴν κίνησιν. Ἡ διέγερσις τοῦ ἀερίου γίνεται συνήθως μετὰ μίαν εἰδικὴν διάταξιν, ἡ ὁποία καλεῖται **στομίον** (σχ. 223). Τὸ προσφυσώμενον ρεῦμα τοῦ ἀέρος θραύεται ἐπὶ λεπτοῦ χεῖλους καὶ οὕτως ἐντὸς τοῦ σωλῆνος σχηματίζεται σύστημα στροβίλων, τὸ ὁποῖον δημιουργεῖ κύμανσιν τοῦ ἀέρος τοῦ σωλῆνος. Τὸ ἀπέναντι τοῦ στομίου ἄκρον τοῦ σωλῆνος εἶναι κλειστὸν ἢ ἀνοικτόν. Οὕτως οἱ ἡχητικοὶ σωλῆνες διακρίνονται εἰς **κλειστοὺς** καὶ **ἀνοικτοὺς** σωλῆνας.



Σχ. 224. Κλειστὸς σωλὴν.

α) Κλειστοὶ ἡχητικοὶ σωλῆνες. Ἐντὸς τοῦ κλειστοῦ ἡχητικοῦ σωλῆνος διαδίδονται ἀντιθέτως δύο κυμάνσεις (ἡ ἀρχικὴ καὶ ἡ ἐξ ἀνακλάσεως). Ἐκ τῆς συμβολῆς τῶν κυμάνσεων τούτων σχηματίζονται **στάσιμα κύματα**. Εἰς τὸ κλειστὸν ἄκρον τοῦ σωλῆνος σχηματίζεται δεσμός, ἐνῶ πλη-



Σχ. 225. Στάσιμα κύματα εἰς κλειστὸν σωλῆνα.

σίον τοῦ στομίου σχηματίζεται κοιλία (σχ. 224). Ὁ ἀριθμὸς τῶν σχηματιζομένων στασίμων κυμάτων αὐξάνεται,

όταν αυξάνεται και ή ταχύτης του αέρος, ό όποιος προσφυάται εις τόν σωλήνα. Εις τό σχήμα 225 δεικνύονται αί τρεῖς πρώται δυνατόι μορφαι τών σχηματιζομένων στασίμων κυμάτων. Παρατηροῦμεν ότι τό μήκος l του σωλήνος εις έκάστην περίπτωσιν είναι :

$$\text{I.} \quad l = \frac{\lambda}{4} \quad \text{ἄρα} \quad \lambda = 4l$$

$$\text{II.} \quad l = 3 \cdot \frac{\lambda}{4} \quad \text{ἄρα} \quad \lambda = \frac{4l}{3}$$

$$\text{III.} \quad l = 5 \cdot \frac{\lambda}{4} \quad \text{ἄρα} \quad \lambda = \frac{4l}{5}$$

Ἐάν V εἶναι ή ταχύτης του ἤχου εις τόν αέρα, τότε ἀπό τήν γνωστήν σχέσιν $V = v \cdot \lambda$ εὐρίσκομεν ότι ή συχνότης του ἤχου εἶναι $v = \frac{V}{\lambda}$.

Ἐάν εις τήν σχέσιν αὐτήν θέσωμεν τάς ἀνωτέρω τιμάς του μήκους κύματος λ , εὐρίσκομεν ότι ή συχνότης του ἤχου, ό όποιος παράγεται εις έκάστην περίπτωσιν εἶναι :

$$\text{I.} \quad v = \frac{V}{4l}$$

$$\text{II.} \quad v' = 3 \cdot \frac{V}{4l} \quad \text{ἤτοι} \quad v' = 3v$$

$$\text{III.} \quad v'' = 5 \cdot \frac{V}{4l} \quad \text{ἤτοι} \quad v'' = 5v$$

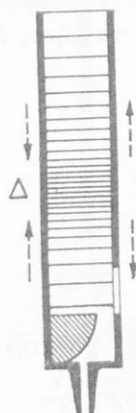
Οἱ τρεῖς οὗτοι ἤχοι εἶναι ό θεμελιώδης, ό τρίτος ἁρμονικός και ό πέμπτος ἁρμονικός. Ἐκ τών ἀνωτέρω συνάγονται οἱ ἀκόλουθοι **νόμοι τών κλειστών ἡχητικῶν σωλήνων :**

I. Ἡ συχνότης του θεμελιώδους ἤχου, τόν όποιον παράγει κλειστός ἡχητικός σωλήν εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τό μήκος του σωλήνος.

II. Κλειστός ἡχητικός σωλήν δύναται νά δώσῃ μόνον τοὺς περιττῆς τάξεως ἁρμονικούς του θεμελιώδους ἤχου ($v, 3v, 5v \dots$).

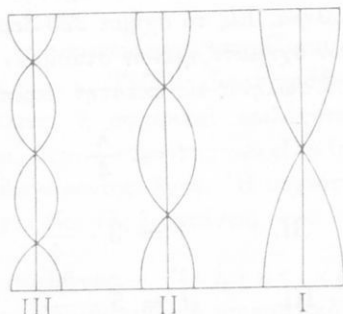
$$\text{συχνότης θεμελιώδους ἤχου : } v = \frac{V}{4l}$$

β) Άνοικτοι ήχητικοί σωλήνες. Τὰ ἐντὸς τοῦ ἀνοικτοῦ ήχητι-



Σχ. 226. Άνοι-
κτός σωλήν.

κοῦ σωλήνος σχημα-
τιζόμενα στάσι-
μα κύματα πα-
ρουσιάζουν πάντοτε
εἰς τὰ δύο ἄκρα τοῦ
σωλήνος κοιλίας (σχ.
226). Αἱ τρεῖς πρῶ-
ται δυναταὶ μορφαὶ
τῶν σχηματιζομένων
στασίμων κυμάτων
δεικνύονται εἰς τὸ
σχῆμα 227. Εἰς τὰς
περιπτώσεις αὐτὰς εἶναι:



Σχ. 227. Στάσιμα κύματα εἰς
ἀνοικτὸν σωλήνα.

I.	$l = 2 \cdot \frac{\lambda}{4}$	ἄρα	$\lambda = \frac{4l}{2}$
II.	$l = 4 \cdot \frac{\lambda}{4}$	ἄρα	$\lambda = \frac{4l}{4}$
III.	$l = 6 \cdot \frac{\lambda}{4}$	ἄρα	$\lambda = \frac{4l}{6}$

Ἀπὸ τὴν σχέσιν $v = \frac{V}{\lambda}$ εὐρίσκομεν ὅτι ἡ συχνότης τοῦ ήχου,
ὃ ὁποῖος παράγεται εἰς ἐκάστην περίπτωσιν, εἶναι :

I.	$v = \frac{V}{2l}$		
II.	$v' = 2 \cdot \frac{V}{2l}$	ήτοι	$v' = 2v$
III.	$v'' = 3 \cdot \frac{V}{2l}$	ήτοι	$v'' = 3v$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγονται οἱ ἀκόλουθοι νόμοι τῶν ἀνοικτῶν
ήχητικῶν σωλήνων :

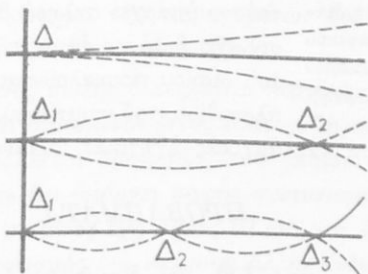
I. Ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους ήχου, τὸν ὁποῖον παράγει ἀνοικτός

ήχητικός σωλήν, είναι αντίστροφως ανάλογος πρὸς τὸ μήκος τοῦ σωλήνους.

II. Ἀνοικτὸς ήχητικός σωλήν δύναται νὰ παράγη ὁλόκληρον τὴν σειρὰν τῶν ὁρμονικῶν τοῦ θεμελιώδους (ν , 2ν , 3ν ...).

$$\text{συχνότης θεμελιώδους ήχου: } \nu = \frac{V}{2l}$$

207α. Ράβδοι.— Μία χορδὴ ἀποκτᾷ ἐλαστικότητα σχήματος, ὅταν τένεται. Μία ὅμως ράβδος ἔχει τὴν ιδιότητα αὐτὴν πάντοτε. Ἐπομένως ἡ ράβδος δύναται νὰ παραγάγῃ ήχον, ὅταν στερεωθῇ καταλήλως καὶ ἀναγκασθῇ νὰ ἐκτελέσῃ ταλαντώσεις. Εἰς τὸ σχῆμα 228 φαίνεται ἡ διάταξις τῶν δεσμῶν εἰς μίαν παλλομένην ράβδον, ἡ ὁποία εἶναι στερεωμένη κατὰ τὸ ἓν ἄκρον της καὶ παράγει τοὺς τρεῖς πρώτους περιπτῆς τάξεως ἁρμονικοὺς ήχους. Τὸ διαπασῶν εἶναι μεταλλικὴ ράβδος κακαμμένη εἰς σχῆμα U. Οἱ δεσμοὶ Δ καὶ Δ τῆς θεμελιώδους κυμάνσεως εὐρίσκονται εἰς τὰ δύο σκέλη τοῦ διαπασῶν καὶ ὀλίγον ἄνωθεν τοῦ σημείου στηρίξεως A (σχ. 229). Αἱ ταλαντώσεις τοῦ διαπασῶν εἶναι ἐγκάρσιαι.



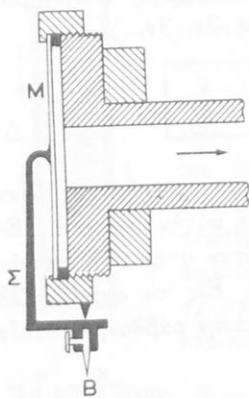
Σχ. 228. Στάσιμα κύματα εἰς ράβδον.



Σχ. 229. Παλλόμενον διαπασῶν.

208. Φωνογραφία.— Μία τῶν ὠραιότερων κατακτῆσεων τῶν νεωτέρων χρόνων εἶναι ἡ **φωνογραφία**, ἥτοι ἡ ἀποτύπωσις καὶ ἡ ἀναπαραγωγή τῶν ἀποτυπωθέντων ήχων. Ἡ ἀποτύπωσις τῶν ήχων (φωνολήψια ἢ ήχολήψια) γίνεται σήμερον μὲ τὴν βοήθειαν μικροφώνου, διὰ τοῦ ὁποίου αἱ ήχητικαὶ κυμάνσεις μετατρέπονται εἰς ἀντιστοίχους μεταβολὰς τῆς ἐντάσεως ηλεκτρικοῦ ρεύματος. Τοῦτο διέρχεται δι' ἑνὸς ηλεκτρομαγνήτου, ὁ ὁποῖος θέτει εἰς ἀντίστοιχον παλμικὴν κίνησιν μίαν ἀκίδα κινουμένην ἐλικοειδῶς ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας δίσκου ἀπὸ κηρόν. Οὕ-

τως ἐπὶ τοῦ δίσκου καταγράφεται ἑλικοειδῆς γραμμὴ, τῆς ὁποίας αἱ ἀνωμαλίες ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰς παλμικὰς κινήσεις τῆς βελόνης, δηλαδὴ ἀντιστοιχοῦν εἰς τοὺς πρὸ τοῦ μικροφώνου παραχθέντας ἤχους. Ἐπὶ τοῦ δίσκου



Σχ. 230. Σχηματικὴ διάταξις τοῦ φωνογραφικοῦ τυμπάνου (M πλακιδίων μαρμαρυγίου, B βελόνη).

τούτου λαμβάνεται ἔπειτα ἡλεκτρολυτικῶς μεταλλικὸν ἀρνητικὸν ἀνάτυπον, τὸ ὁποῖον χρησιμεύει ὡς μήτρα (καλοῦπι) διὰ τὴν παραγωγὴν τῶν δίσκων, οἱ ὅποιοι φέρονται εἰς τὸ ἐμπόριον.

Ἡ ἀναπαραγωγὴ τῶν ἀποτυπωθέντων ἐπὶ τοῦ δίσκου ἤχων γίνεται διὰ τοῦ φωνογραφικοῦ τυμπάνου (σχ. 230). Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ στερεὸν πλακιδίου μαρμαρυγίου, τὸ ὁποῖον στερεώνεται καταλλήλως, ὥστε νὰ δύνανται νὰ πάλ्लεται ἐλευθέρως. Εἰς τὸ μέσον τοῦ πλακιδίου εἶναι στερεωμένον λεπτὸν μεταλλικὸν στέλεχος, εἰς τὸ ἄκρον δὲ τοῦ στελέχους

τούτου ὑπάρχει σκληρὰ βελόνη. Κατὰ τὴν κίνησιν τῆς βελόνης ἐντὸς τῆς ἑλικοειδοῦς γραμμῆς τοῦ δίσκου προκαλοῦνται παλμικαὶ κινήσεις τοῦ πλακιδίου τοῦ τυμπάνου, αἱ ὁποῖαι ἀναπαράγουν εἰς τὸν ἀέρα τὰς ἀρχικὰς ἡχητικὰς κυμάνσεις.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

192. Χορδὴ μήκους 1 m καὶ διαμέτρου 1 mm τείνεται ὑπὸ δυνάμεως 50 kgf*. Ἡ πυκνότης τῆς χορδῆς εἶναι 8 gr/cm^3 . Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ θεμελιώδους ἤχου, τὸν ὁποῖον δίδει ἡ χορδὴ;

193. Χορδὴ ἔχει διάμετρον 0,8 mm καὶ μῆκος 0,6 m. Ἐὰν ἡ χορδὴ τείνεται ὑπὸ δυνάμεως 10 kgf*, ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ θεμελιώδους ἤχου; Πυκνότης χορδῆς 6 gr/cm^3 .

194. Χορδὴ μήκους 80 cm δίδει τὸν τέταρτον ἀρμονικόν. Πόσοι δεσμοὶ σχηματίζονται ἐπὶ τῆς χορδῆς καὶ πόση εἶναι ἡ μεταξὺ δύο διαδοχικῶν δεσμῶν ἀπόστασις;

195. Χορδὴ ἔχει μῆκος 36 cm τείνεται ὑπὸ δυνάμεως 10 kgf* καὶ δίδει ὡς θεμελιώδη ἤχον τὸ la_3 . Ἡ πυκνότης τῆς χορδῆς εἶναι $2,88 \text{ gr/cm}^3$. Πόση εἶναι ἡ διάμετρος τῆς χορδῆς;

196. Κλειστός ἡχητικὸς σωλὴν ἔχει μῆκος 68 cm καὶ περιέχει

ἀέρα. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι 340 m/sec . Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ θεμελιώδους ἤχου;

197. Κλειστός ἡχητικός σωλὴν δίδει θεμελιώδη ἤχον συχνότητος 260 Hz . Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα τοῦ σωλῆνος εἶναι 340 m/sec . Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος;

*198. Κλειστός ἡχητικός σωλὴν δίδει θεμελιώδη ἤχον συχνότητος 400 Hz , ὅταν ὁ ἐντὸς αὐτοῦ ἀήρ ἔχῃ θερμοκρασίαν 0°C . Πόση γίνεται ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους ἤχου, ὅταν ὁ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἀήρ ἔχῃ θερμοκρασίαν 37°C ;

199. Ἀνοικτός ἡχητικός σωλὴν ἔχει μῆκος 62 cm . Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι 340 m/sec . Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ παραγομένου θεμελιώδους ἤχου;

200. Κλειστός ἡχητικός σωλὴν ἔχει μῆκος 60 cm . Παραπλεύρως αὐτοῦ ὑπάρχει ἀνοικτός σωλὴν. Οἱ δύο σωλῆνες παράγουν συγχρόνως τὸν θεμελιώδη των. Παρατηροῦμεν ὅτι ὁ κλειστός σωλὴν παράγει ὑψηλότερον ἤχον, τὸ δὲ διάστημα τῶν παραγομένων δύο ἤχων εἶναι $3/2$. Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τοῦ ἀνοικτοῦ σωλῆνος;

201. Μακρὸς ὑάλινος σωλὴν διατηρεῖται κατακόρυφος οὕτως, ὥστε τὸ ἐν ἄκρον του νὰ εἶναι βυθισμένον ἐντὸς ὕδατος. Ἐμπροσθεν τοῦ ἄλλου ἄκρου τοῦ σωλῆνος πάλλεται διαπασῶν, τοῦ ὁποίου ἡ συχνότης εἶναι 512 Hz . Παρατηροῦμεν ὅτι ὑπάρχει σαφὴς συντονισμός, ὅταν τὸ ἐκτὸς τοῦ ὕδατος τμήμα τοῦ σωλῆνος ἔχῃ μῆκος 51 cm καὶ ἔπειτα 85 cm , ἐνῶ δὲν παρατηρεῖται συντονισμός διὰ καμμίαν ἄλλην ἐνδιάμεσον τιμὴν τοῦ μήκους τοῦ σωλῆνος. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα.

*202. Κλειστός ἡχητικός σωλὴν παράγει θεμελιώδη ἤχον συχνότητος ν , ὅταν ἡ θερμοκρασία εἶναι 5°C . Πόσον πρέπει νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία, ὥστε ὁ σωλὴν νὰ παράγῃ θεμελιώδη ἤχον ὑψηλότερον κατὰ ἓν ἡμιτόνιον; (Ὑποθέτομεν ὅτι τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος δὲν μεταβάλλεται).

*203. Δύο ὅμοιοι ἀνοικτοὶ ἡχητικοὶ σωλῆνες ἔχουν μῆκος 85 cm . Ὁ εἰς ἐξ αὐτῶν περιέχει ἀέρα θερμοκρασίας 15°C . Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα θερμοκρασίας 15°C εἶναι 340 m/sec . Ὁ ἄλλος σωλὴν περιέχει ἀέρα θερμοκρασίας 18°C . Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ θεμελιώδους ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει ἕκαστος σωλὴν; Ἐὰν καὶ οἱ δύο σωλῆνες παράγουν συγχρόνως τοὺς ἀντιστοίχους θεμελιώδεις ἤχους των, νὰ εὑρεθῇ ὁ λόγος τῶν συχνοτήτων τῶν δύο ἤχων.

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ

ΘΕΡΜΟΤΗΣ

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ

209. Θερμότης.—Τὸ αἷτιον, τὸ ἄποϊον προκαλεῖ τὸ αἶσθημα τοῦ θερμοῦ ἢ τοῦ ψυχροῦ καλεῖται **θερμότης**. Εἶναι γνωστὸν ὅτι εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς ἡ θερμότης, ἡ ὁποία προκύπτει ἀπὸ τὴν καυσίν τοῦ λιθάνθρακος ἢ τοῦ πετρελαίου, παράγει ἔργον. Ὡστε :

Ἡ θερμότης εἶναι μία μορφή ἐνεργείας.

210. Θερμοκρασία.—Ὅταν λέγωμεν ὅτι ἐν σῶμα εἶναι θερμὸν ἢ ψυχρὸν, χαρακτηρίζομεν τὴν θερμικὴν κατάστασιν τοῦ σώματος. Ὁ χαρακτηρισμὸς τῆς θερμικῆς καταστάσεως ἐνὸς σώματος ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἀφῆς ἔχει σχετικὴν ἀξίαν, διότι ἐξαρτᾶται κυρίως ἀπὸ τὴν θερμικὴν κατάστασιν τοῦ δέρματός μας.

Ἡ θερμικὴ κατάστασις ἐνὸς σώματος δύναται νὰ μεταβληθῇ σ υ ν ε χ ῶ ς ἀπὸ τοῦ ψυχροῦ εἰς τὸ θερμὸν καὶ ἀντιστρόφως. Τοῦτο καταφαίνεται, ὅταν θερμαίνεται ψυχρὸν ὕδωρ ἢ ὅταν θερμὸν ὕδωρ ἀφήνεται νὰ ψυχθῇ. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς ἐκάστοτε θερμικῆς καταστάσεως ἐνὸς σώματος εἰσήχθη ἡ ἔννοια τῆς **θερμοκρασίας**.

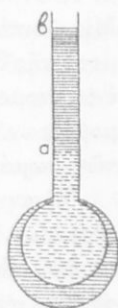
Θερμοκρασία τοῦ σώματος καλεῖται τὸ φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον χαρακτηρίζει τὴν θερμικὴν κατάστασιν τοῦ σώματος, δηλαδὴ τὸν βαθμὸν τῆς θερμάνσεως τοῦ σώματος.

211. Διαστολὴ τῶν σωμάτων.—Καλοῦμεν **διαστολὴν** τὰς μεταβολάς, τὰς ὁποίας ὑφίστανται αἱ διαστάσεις τῶν σωμάτων, ὅταν μεταβάλλεται ἡ θερμοκρασία των. Εὐκόλως δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν ὅτι ὅλα τὰ σώματα θερμαίνόμενα διαστέλλονται (ἐξαιρέσιν ἀποτελοῦν ἐλάχι-

στα σώματα, ὅπως τὸ καουτσούκ, ἡ πορσελάνη, ὁ ἰωδιοῦχος ἄργυρος κ.ἄ.).

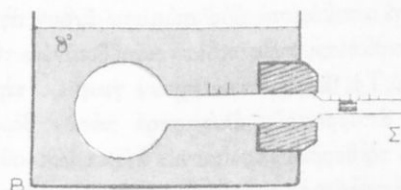
Ἡ διαστολὴ τῶν στερεῶν ἀποδεικνύεται διὰ τῆς γνωστῆς συσκευῆς, τὴν ὁποίαν δεικνύει τὸ σχῆμα 231. Κατὰ τὴν θέρμανσιν τῆς σφαίρας ὁ ὄγκος αὐτῆς αὐξάνεται. Εἰδικώτερον ἡ τοιαύτη αὐξήσις τοῦ ὄγκου καλεῖται κυβικὴ διαστολὴ.

Ἡ διαστολὴ τῶν ὑγρῶν παρατηρεῖται εὐκόλως, ἐὰν θερμάνωμεν ὑγρὸν ἐντὸς δοχείου καταλήγοντος εἰς στενὸν καὶ μακρὸν λαίμον (σχ. 232). Ἡ παρατηρουμένη αὐξήσις τοῦ ὄγκου εἶναι ἡ φαινομένη διαστολὴ τοῦ ὑγροῦ, διότι συγχρόνως μὲ τὸ ὑγρὸν διεσπάλη καὶ τὸ δοχεῖον.



Σχ. 231. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς διαστολῆς τῶν στερεῶν.

Σχ. 232. Ἐπίδρασις τῆς διαστολῆς τοῦ δοχείου.



Σχ. 233. Ἀπόδειξις τῆς διαστολῆς τοῦ ἀέριου.

τοῦ ὑγροῦ, διότι συγχρόνως μὲ τὸ ὑγρὸν διεσπάλη καὶ τὸ δοχεῖον. Ἐπομένως ἡ πραγματικὴ διαστολὴ τοῦ ὑγροῦ εἶναι μεγαλύτερα ἀπὸ ἐκείνην, τὴν ὁποίαν παρατηροῦμεν κατὰ τὸ ἀνωτέρω πείραμα.

Ἡ διαστολὴ τῶν ἀερίων παρατηρεῖται ἀκόμη εὐκολώτερον, ἐὰν θερμάνωμεν ἐλαφρῶς τὸν ἀέρα, ὁ ὁποῖος περιέχεται ἐντὸς δοχείου καταλήγοντος εἰς στενὸν σωλῆνα (σχ. 233). Ὁ ἀήρ τῆς

φιάλης ἀποκλείεται ἀπὸ τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα μὲ μίαν σταγόνα ὑδρογύρου, ἡ ὁποία κατὰ τὴν θέρμανσιν τοῦ ἀέρος μετατοπίζεται ταχέως πρὸς τὰ ἔξω.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω πειραμάτων ἀποδεικνύεται ὅτι :

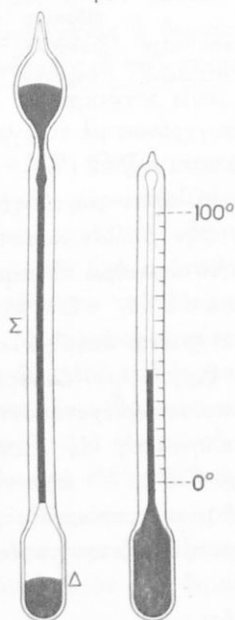
Τὰ ἀέρια ὑφίστανται τὴν μεγαλύτεραν διαστολὴν ἐξ ὅλων τῶν σωμάτων, τὰ δὲ στερεὰ ὑφίστανται τὴν μικροτέραν διαστολὴν.

212. Μέτρησις θερμοκρασιῶν.— Διὰ τὴν ἀκριβῆ μέτρησιν τῆς θερμοκρασίας τῶν σωμάτων χρησιμοποιοῦνται εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα

καλοῦνται **θερμόμετρα**. Ἡ λειτουργία τῶν θερμομέτρων στηρίζεται ἐπὶ τοῦ γεγονότος ὅτι κατὰ τὴν θέρμανσιν ἐνὸς σώματος μεταβάλλονται αἱ διαστάσεις καὶ διάφοροι ιδιότητες αὐτοῦ (ὀπτικά, ἡλεκτρικά κ.ἄ.). Μία λοιπὸν ιδιότης τῶν σωμάτων, ἡ ὁποία μεταβάλλεται *συνεχῶς* μετὰ τῆς θερμοκρασίας, δύναται νὰ ἀποτελέσῃ τὴν βάσιν τῆς λειτουργίας ἐνὸς θερμομέτρου. Οὕτω χρησιμοποιοῦνται σήμερον διάφοροι τύποι θερμομέτρων. Ὁ συνήθης τύπος θερμομέτρου στηρίζεται εἰς τὴν διαστολὴν τῶν σωμάτων (θερμόμετρα διαστολῆς).

Ὅταν θερμὸν σῶμα Α ἔλθῃ εἰς ἐπαφὴν μὲ ἄλλο ψυχρὸν σῶμα Β, τότε εἶναι γνωστὸν ἐκ τῆς πείρας ὅτι μετὰ παρέλευσιν ὀρισμένου χρόνου τὰ δύο σώματα ἀποκοτῶν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. Τὸ φαινόμενον τοῦτο εἶναι συνέπεια τῆς ἐξῆς γενικῆς ἀρχῆς:

Ἡ θερμότης αὐτομάτως μεταβαίνει πάντοτε ἀπὸ τὸ θερμότερον εἰς τὸ ψυχρότερον σῶμα.



Σχ. 234. Κατασκευή ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου.

Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς αὐτῆς στηρίζεται ἡ μέτρησις τῆς θερμοκρασίας διὰ τῶν θερμομέτρων. Τὸ θερμόμετρον Β φέρεται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ θερμομετρούμενον σῶμα Α. Ὅταν ἀποκατασταθῇ *θερμική ἰσορροπία*, τὰ δύο σώματα ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν, τὴν ὁποίαν μᾶς δεικνύει τὸ θερμόμετρον. Τὰ θερμόμετρα ἔχουν γενικῶς τὴν ιδιότητα νὰ ἀπορροφῶν ἐλάχιστον ποσὸν θερμότητος ἀπὸ τὸ θερμομετρούμενον σῶμα καὶ οὕτως ἡ ἐπαφὴ των μὲ τὸ σῶμα τοῦτο δὲν μεταβάλλει αἰσθητῶς τὴν θερμοκρασίαν του.

213. Ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον.— Τὸ ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον ἀποτελεῖται ἀπὸ ὑάλινον δοχεῖον (σφαιρικὸν ἢ κυλινδρικόν), τὸ ὁποῖον καταλήγει εἰς τριχοειδῆ σωλῆνα σταθερᾶς διαμέτρου (σχ. 234). Τὸ δοχεῖον καὶ μέρος τοῦ σωλῆνος εἶναι πλήρη ὑδραργύρου. Τὸ ὑπολοιπὸν τμήμα τοῦ σωλῆνος εἶναι κενὸν ἀέρος. Ἡ ἐκδιώξις τοῦ ἀέρος ἐκ τοῦ σωλῆνος ἐπιτυγχάνεται ὡς ἐξῆς: Τὸ θερμόμετρον φέρεται εἰς ὑψηλὴν θερμοκρασίαν, ὥστε

νὰ πληρωθῇ μὲ ὑδράργυρον ὁλόκληρος ὁ σωλὴν· τότε κλείεται τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ σωλῆνος διὰ συντήξεως τῆς ὑάλου.

214. Βαθμολογία τοῦ θερμομέτρου.— Διὰ νὰ καθορίσωμεν μίαν κλίμακα θερμοκρασιῶν, ἐκλέγομεν δύο σταθεράς θερμοκρασίας, ἐκάστην τῶν ὁποίων αὐθαιρέτως χαρακτηρίζομεν μὲ ἓνα ἀριθμὸν. Οὕτως εἰς τὴν **ἐκατονταβάθμιον κλίμακα** θερμοκρασιῶν, ἣ ὁποία καλεῖται συνήθως **κλίμαξ Κελσίου** ($^{\circ}\text{C}$), ἡ σταθερὰ θερμοκρασία τοῦ τηχομένου πάγου χαρακτηρίζεται ὡς θερμοκρασία 0° ἡ δὲ σταθερὰ θερμοκρασία τῶν ὑδρατμῶν, ὅταν τὸ ὕδωρ βράζῃ ὑπὸ τὴν κανονικὴν πίεσιν (76 cm Hg), χαρακτηρίζεται ὡς θερμοκρασία 100° . Κατόπιν τοῦ ἀνωτέρω ὁρισμοῦ ἡ βαθμολογία τοῦ ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου γίνεται ὡς ἐξῆς: Βυθίζομεν τὸ θερμόμετρον ἐντὸς τῶν ἀτμῶν ὕδατος, τὸ ὁποῖον βράζει ὑπὸ τὴν κανονικὴν πίεσιν καὶ σημειώνομεν τὸν ἀριθμὸν 100 εἰς τὸ σημεῖον τοῦ σωλῆνος, εἰς τὸ ὁποῖον ἔχει φθάσει τότε ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου. Ἐπειτα βυθίζομεν τὸ θερμόμετρον ἐντὸς λεπτῶν τριμμάτων πάγου καὶ σημειώνομεν τὸν ἀριθμὸν 0 εἰς τὸ σημεῖον τοῦ σωλῆνος, εἰς τὸ ὁποῖον ἔχει φθάσει ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου. Τὸ μεταξὺ τῶν διαιρέσεων 0 καὶ 100 τμήμα τοῦ σωλῆνος διαιρεῖται εἰς 100 ἴσα μέρη. Ἡ βαθμολογία τοῦ θερμομέτρου ἐπεκτείνεται κάτωθεν τῆς διαιρέσεως 0 καὶ ἄνωθεν τῆς διαιρέσεως 100. Αἱ διαίρεσεις τῆς κλίμακος καλοῦνται **βαθμοὶ** (σύμβολον grad). Αἱ κάτω τοῦ μηδενὸς διαιρέσεις θεωροῦνται ὡς ἀρνητικά.

Κλίμαξ Fahrenheit. Εἰς τὴν Ἀγγλίαν καὶ τὰς Ἑνωμένας Πολιτείας χρησιμοποιεῖται ἡ **κλίμαξ Fahrenheit**. Εἰς τὴν κλίμακα αὐτὴν ἡ θερμοκρασία τοῦ τηχομένου πάγου εἶναι 32° , ἡ δὲ θερμοκρασία τῶν ἀτμῶν τοῦ βράζοντος ὕδατος εἶναι 212° . Οὕτως 100 διαιρέσεις τῆς κλίμακος Κελσίου ἀντιστοιχοῦν εἰς 180 διαιρέσεις τῆς κλίμακος Fahrenheit. Ἐπομένως C βαθμοὶ Κελσίου καὶ F βαθμοὶ Fahrenheit συνδέονται μεταξὺ τῶν διὰ τῆς σχέσεως:

$$\frac{C}{F - 32} = \frac{100}{212 - 32} \quad \eta$$

$$\frac{C}{F - 32} = \frac{5}{9}$$

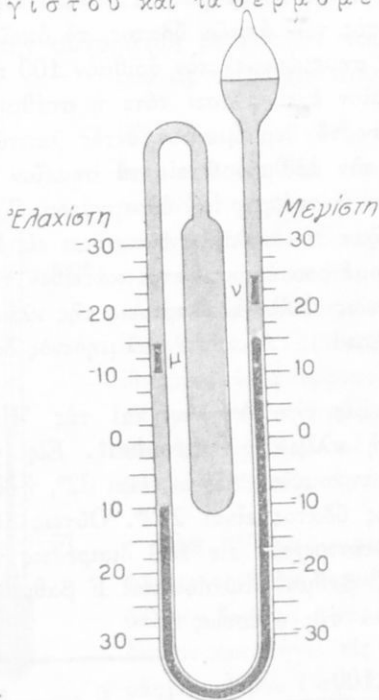
***215. Θερμόμετρα μὲ ὑγρόν.**—Ὁ ὑδράργυρος πήγνυται εἰς -39°C καὶ βράζει εἰς 357°C . Ἐπομένως τὸ ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον δύναται

νά χρησιμοποιηθῇ μόνον μεταξύ τῶν ἀνωτέρω ὁρίων θερμοκρασίας. Ἀλλὰ πρακτικῶς δὲν χρησιμοποιεῖται ἄνω τῶν 300°C . Διὰ τὴν μέτρησιν ὑψηλοτέρων θερμοκρασιῶν (ἕως 500°C) χρησιμοποιοῦνται ὑδραργυρικά θερμόμετρα, τὰ ὅποια κατασκευάζονται ἀπὸ δύστηκτον ὑαλον καὶ περιέχουν ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου ἄζωτον ὑπὸ πίεσιν. Διὰ θερμοκρασίας κατωτέρας τῶν -39°C χρησιμοποιοῦνται θερμόμετρα, τὰ ὅποια περιέχουν οἰνόπνευμα (ἕως -50°C), τολουόλιον (ἕως -100°C) ἢ πετρελαϊκὸν αἰθέρα (ἕως -90°C). Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν πολὺ χαμηλῶν ἢ πολὺ ὑψηλῶν θερμοκρασιῶν καταφεύγομεν εἰς ἄλλας μεθόδους.

216. Θερμόμετρα μεγίστου καὶ ἐλαχίστου. — Τὰ θερμόμετρα μεγίστου καὶ τὰ θερμόμετρα ἐλαχίστου μᾶς



Σχ. 235. Ἱατρικὸν θερμόμετρον.



Σχ. 236. Θερμόμετρον μεγίστου καὶ ἐλαχίστου.

δίδουν τὴν μεγαλυτέραν ἢ τὴν μικροτέραν θερμοκρασίαν, ἢ ὅποια παρατηρεῖται ἐντὸς ὁρισμένου χρονικοῦ διαστήματος. Τὸ σὺνηθες ἱατρικὸν θερμόμετρον εἶναι θερμόμετρον μεγίστου. Ὁ τριχοειδὴς σωλὴν φέρει εἰς τὴν βάσιν του μίαν στένωσιν (σχ. 235). Ὅταν αὐξάνεται ἡ θερμοκρασία τοῦ ὑδραργύρου, οὗτος διέρχεται διὰ τῆς στενώσεως καὶ ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος. Κατὰ τὴν ψύξιν ὅμως τοῦ θερμομέτρου, ἡ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος εἴρεθεῖσα στήλη τοῦ ὑδραργύρου ἀποκόπτεται κατὰ τὴν στένωσιν καὶ

ἀπομένει ἐντὸς τοῦ σωλῆνος. Τὸ ἀνώτερον ἄκρον τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου δεικνύει τὴν μεγίστην θερμοκρασίαν. Ὁ ὑδράργυρος τοῦ σωλῆ-

νος επανεφέρεται ἐντὸς τοῦ δοχείου διὰ διαδοχικῶν τιναγμῶν.

Εἰς τὴν Μετεωρολογίαν χρησιμοποιεῖται συνήθως θερμόμετρον μεγίστου καὶ ἐλαχίστου περιέχον οἰνόπνευμα, τὸ ὁποῖον μετατοπίζει στήλην ὑδραργύρου (σχ. 236). Ὅταν ἡ θερμοκρασία αὐξάνεται, ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου ὠθεῖ τὸν ἐκ σιδήρου δείκτην ν. Ἀντιθέτως, ὅταν ἡ θερμοκρασία ἐλαττώνεται, ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου ὠθεῖ τὸν ἐκ σιδήρου δείκτην μ. Οὕτως ὁ μὲν δείκτης ν δεικνύει τὴν σημειωθεῖσαν μεγίστην ν θερμοκρασίαν, ὁ δὲ δείκτης μ τὴν ἐλαχίστην. Οἱ δείκται επαναφέρονται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὰς δύο ἐπιφανείας τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου μὲ τὴν βοήθειαν μικροῦ μαγνήτου.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

204. Νὰ τραποῦν εἰς ἐνδείξεις τῆς κλίμακος Κελσίου αἱ ἐξῆς ἐνδείξεις τῆς κλίμακος Fahrenheit: -15° , 50° , 200° .

205. Νὰ τραποῦν εἰς ἐνδείξεις τῆς κλίμακος Fahrenheit αἱ ἐξῆς ἐνδείξεις τῆς κλίμακος Κελσίου: -22° , 36° , 87° .

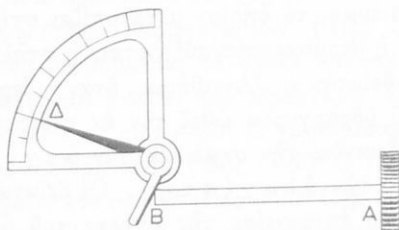
206. Θερμόμετρον φέρει ἐκατέρωθεν τοῦ τριχοειδοῦς σωλήνος κλίμακα Κελσίου καὶ κλίμακα Fahrenheit. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν αἱ ἐνδείξεις τῶν δύο κλιμάκων θὰ εἶναι αἱ αὐταί;

207. Κατὰ μίαν ἡμέραν ἡ μὲν θερμοκρασία τῶν Ἀθηνῶν εἶναι 20°C , τοῦ δὲ Λονδίνου εἶναι 77°F . Πόσῃ διαφορᾷ θερμοκρασίας εὐρίσκει μεταξὺ τῶν δύο πόλεων κάτοικος τῶν Ἀθηνῶν καὶ πόσῃ εὐρίσκει ὁ κάτοικος τοῦ Λονδίνου;

ΔΙΑΣΤΟΛΗ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

217. Διαστολὴ τῶν στερεῶν.— Ὅταν στερεὸν σῶμα θερμαίνεται, τότε αἱ τρεῖς διαστάσεις τοῦ σώματος αὐξάνονται ἀναλόγως. Ἡ τοιαύτη διαστολὴ τοῦ σώματος καλεῖται **κυβικὴ διαστολὴ**. Ἐὰν τὸ στερεὸν εἶναι ἐπιμήκης ράβδος, τότε μᾶς ἐνδιαφέρει κυρίως ἡ διαστολή, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ μία τῶν διαστάσεων τοῦ σώματος. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ διαστολὴ καλεῖται **γραμμικὴ διαστολὴ**. Ἐὰν τὸ στερεὸν εἶναι λεπτὴ πλάξ, τότε κατὰ τὴν θέρμανσιν τοῦ σώματος παρατηρεῖται διαστολὴ τῶν δύο διαστάσεων αὐτοῦ· ἡ διαστολὴ αὕτη καλεῖται **ἐπιφανειακὴ διαστολὴ**.

218. Γραμμική διαστολή.— Ἡ γραμμικὴ διαστολὴ δεικνύεται εὐκόλως διὰ τῆς διατάξεως, τὴν ὁποίαν δεικνύει τὸ σχῆμα 237. Τὸ ἐν



Σχ. 237. Διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ συντελεστοῦ γραμμικῆς διαστολῆς.

ἄκρον τῆς ράβδου εἶναι στερεωμένον σταθερῶς. Ἐστω ὅτι εἰς θερμοκρασίαν 0°C ἡ ράβδος ἔχει μῆκος l_0 . Βυθίζομεν τὴν ράβδον ἐντὸς ὕδατος σταθερᾶς θερμοκρασίας θ° . Ἡ ράβδος διαστέλλεται καὶ τὸ μῆκος τῆς γίνεται l . Ἡ ἐπιμήκυνσις τῆς ράβδου εἶναι $l - l_0$. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι :

Ἡ ἐπιμήκυνσις $(l - l_0)$, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ ράβδος, ὅταν ἡ θερμοκρασία τῆς αὐξάνεται κατὰ θ° , εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ ἀρχικὸν μῆκος (l_0) τῆς ράβδου καὶ πρὸς τὴν αὐξησιν (θ) τῆς θερμοκρασίας.

ἐπιμήκυνσις ράβδου : $l - l_0 = \lambda \cdot l_0 \cdot \theta$

(1)

ὅπου λ εἶναι συντελεστὴς ἐξαρτώμενος ἀπὸ τὴν φύσιν τῆς ράβδου καὶ ὁ ὁποῖος καλεῖται **συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς**. Ἐὰν λύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν (1) ὡς πρὸς λ εὐρίσκομεν :

$$\lambda = \frac{l - l_0}{l_0} \cdot \frac{1}{\theta} \quad (2)$$

Ἄν τὸ ἀρχικὸν μῆκος l_0 εἶναι ἴσον μὲ 1 μονάδα μήκους, π.χ. εἶναι $l_0 = 1 \text{ m}$, καὶ ἡ αὐξησις τῆς θερμοκρασίας εἶναι ἴση μὲ 1°C , ἥτοι εἶναι $\theta = 1 \text{ grad}$, τότε ἡ ἐξίσωσις (2) γράφεται :

$$\lambda = \frac{l - 1}{1} \cdot \frac{1}{1 \text{ grad}}$$

Ἄρα ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς ἐκφράζει τὴν αὐξησιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ μονὰς μήκους τῆς ράβδου, ὅταν ἡ θερμοκρασία τῆς αὐξάνεται κατὰ 1°C .

Ἐὰν λύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν (1) ὡς πρὸς l , εὐρίσκομεν ὅτι τὸ μῆκος τῆς ράβδου εἰς θερμοκρασίαν θ^0 εἶναι:

$$\text{μῆκος ράβδου εἰς } \theta^0 \text{ C: } l = l_0 \cdot (1 + \lambda \cdot \theta)$$

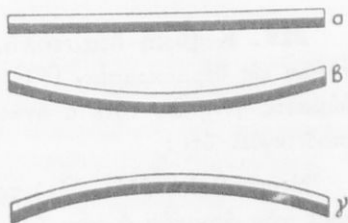
Ἡ παράστασις $(1 + \lambda \cdot \theta)$ καλεῖται **διώνυμον τῆς γραμμικῆς διαστολῆς**.

Παράδειγμα. Διὰ τὸν σίδηρον εἶναι $\lambda = 0,000012 \cdot \text{grad}^{-1}$. Μία ράβδος σιδήρου, ἡ ὁποία εἰς 0^0 C ἔχει μῆκος $l_0 = 10 \text{ m}$, ἐὰν θερμανθῇ εἰς 100^0 C ἐπιμηκύνεται κατὰ:

$$l - l_0 = 10 \cdot 0,000012 \cdot 100 = 0,012 \text{ m} = 12 \text{ mm}$$

Συντελεσταὶ γραμμικῆς διαστολῆς			
Ἀργίλλιον	$2,33 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1}$	Σίδηρος	$1,22 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1}$
Ἀργυρος	$1,93 \cdot 10^{-5} \text{ »}$	Λευκόχρυσος	$0,90 \cdot 10^{-5} \text{ »}$
Χαλκός	$1,70 \cdot 10^{-5} \text{ »}$	Invar	$0,16 \cdot 10^{-5} \text{ »}$

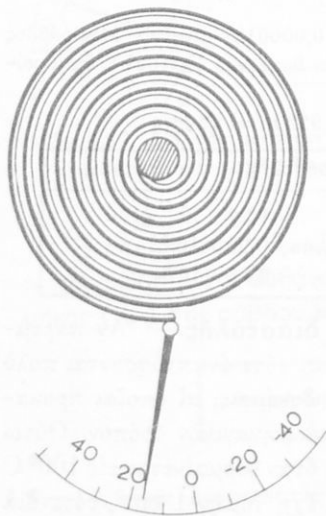
218α. Ἐφαρμογαὶ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς.— Ἀν παρεμποδίσωμεν μίαν ράβδον νὰ διασταλῇ ἐλευθέρως, τότε ἀναπτύσσονται πολὺ μεγάλαι δυνάμεις· αὗται εἶναι ἴσαι πρὸς τὰς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι προκαλοῦν τὴν αὐτὴν ἐπιμήκυνσιν τῆς ράβδου κατὰ μηχανικὸν τρόπον. Οὕτω ράβδος σιδήρου, ἔχουσα εἰς 0^0 C μῆκος 1 m , ὅταν θερμαίνεται εἰς 100^0 C ἐπιμηκύνεται κατὰ $1,2 \text{ mm}$. Ἐὰν ἡ ράβδος ἔχῃ τομὴν 1 cm^2 , τότε διὰ νὰ τὴν ἐπιμηκύνωμεν κατὰ $1,2 \text{ mm}$, πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν δύναμιν $2\,500 \text{ kgf}^*$. Τόση δύναμις ἀναπτύσσεται κατὰ τὴν διαστολὴν τῆς ράβδου, ἂν παρεμποδίσωμεν τὴν ἐλευθέραν διαστολὴν αὐτῆς. Ἐπειδὴ λοιπὸν αἱ κατὰ τὴν διαστολὴν ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις εἶναι πολὺ μεγάλαι, διὰ τοῦτο εἰς τὰ διάφορα τεχνικὰ ἔργα, λαμβάνονται διάφορα μέτρα, ὥστε ἡ διαστολὴ νὰ γίνεται ἐλευθέρως. Εἰς τὰς μεταλλικὰς γεφύρας τὸ ἓν ἄκρον τῶν στηρίζεται ἐπὶ τροχῶν, διὰ νὰ γίνεται ἐλευθέρως ἡ διαστολὴ. Ἐπίσης μεταξὺ τῶν ράβδων τῆς σιδηροδρομικῆς γραμμῆς ἀφήνονται μικρὰ διάκενα, διὰ νὰ ἀποφευχθῇ ἡ κάμψις τῶν ράβδων.



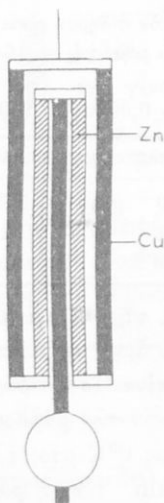
Σχ. 238. Διμεταλλικαὶ ράβδοι.

Ἄλλην ἐφαρμογὴν τῆς γραμμικῆς διαστολῆς ἀποτελοῦν αἱ **διμεταλλικαὶ ράβδοι** (σχ. 238). Αὗται ἀποτελοῦνται ἀπὸ δύο ἐπιμήκη ἐλά-

σματα, τὰ ὅποια εἶναι στενῶς συνδεδεμένα μεταξύ των καὶ ἔχουν διάφορον συντελεστὴν γραμμικῆς διαστολῆς. Εἰς μίαν ὠρισμένην θερμοκρασίαν ἡ ράβδος εἶναι εὐθύγραμμος. Ἐὰν ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία τῆς ράβδου, αὕτη λαμβάνει τὸ σχῆμα β, ἐνῶ ἂν ἡ ράβδος ψυχθῇ, αὕτη λαμβάνει τὸ σχῆμα γ. Τοιαῦται διμεταλλικαὶ ράβδοι χρησιμοποιοῦνται εἰς τὰ **μεταλλικὰ θερμομέτρα** (σχ. 239) καὶ διὰ τὴν αὐτόματον λειτουργίαν ὠρισμένων διατάξεων (αὐτόματος διακοπὴ ἡλεκτρικοῦ ρεύματος εἰς τοὺς ἡλεκτρικοὺς κλιβάνους, τὰ ἡλεκτρικὰ ψυγεῖα κ.τ.λ.). Ἐπίσης αἱ διμεταλλικαὶ ράβδοι χρησιμοποιοῦνται εἰς τοὺς ὥρολογιακοὺς μηχανισμοὺς (σχ. 240), διὰ νὰ μὴ ἐπηρεάζεται ἡ λειτουργία των ἀπὸ τὰς μεταβολὰς τῆς θερμοκρασίας. Τὸ κράμα **Invar** (64% Fe + 36% Ni) ἔχει ἀσήμαντον συντελεστὴν



Σχ. 239. Διμεταλλικὸν θερμομέτρον.



Σχ. 240. Διμεταλλικὸν ἔκκρεμές.

γραμμικῆς διαστολῆς καὶ διὰ τοῦτο χρησιμοποιεῖται εἰς ὄργανα ἀκριβείας.

219. Κυβικὴ διαστολή.— Ἄς θεωρήσωμεν ἓν στερεὸν σῶμα, τὸ ὅποιον εἰς θερμοκρασίαν 0°C ἔχει ὄγκον V_0 . Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος γίνῃ θ° , τότε ὁ ὄγκος τοῦ σώματος γίνεται V . Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι :

Ἡ μεταβολὴ $(V - V_0)$ τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν ἀρχικὸν ὄγκον (V_0) τοῦ σώματος καὶ πρὸς τὴν αὐξησιν (θ) τῆς θερμοκρασίας.

Ἄρα εἶναι $V - V_0 = \kappa \cdot V_0 \cdot \theta$, ὅπου κ εἶναι ὁ **συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς** τοῦ σώματος. Ὁ συντελεστὴς οὗτος ἐκφράζει τὴν

αύξησιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ μονὰς τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος, ὅταν ἡ θερμοκρασία του αὐξηθῇ κατὰ 1°C .

Ἀπὸ τὴν ἀνωτέρω σχέσιν εὐρίσκομεν ὅτι ὁ ὄγκος V τοῦ σώματος εἰς θερμοκρασίαν θ° εἶναι :

$$\text{ὄγκος στερεοῦ εἰς } \theta^{\circ}\text{C} : V = V_0 \cdot (1 + \kappa \cdot \theta)$$

Ἡ παράστασις $(1 + \kappa \cdot \theta)$ καλεῖται **διώνυμον τῆς κυβικῆς διαστολῆς**. Ἀποδεικνύεται ὅτι :

Ὁ συντελεστὴς τῆς κυβικῆς διαστολῆς εἶναι ἴσος μὲ τὸ τριπλάσιον τοῦ συντελεστοῦ γραμμικῆς διαστολῆς ($\kappa = 3\lambda$).

219α. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος στερεοῦ σώματος μετὰ τῆς θερμοκρασίας — Ἐπειδὴ ὁ ὄγκος ἑνὸς στερεοῦ σώματος μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ἐνῶ ἡ μᾶζα m τοῦ σώματος διατηρεῖται ἀμετάβλητος, ἔπεται ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ σώματος μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Ἐὰν καλέσωμεν d_0 καὶ d τὴν πυκνότητα τοῦ σώματος εἰς τὰς θερμοκρασίας 0°C καὶ $\theta^{\circ}\text{C}$, τότε ἔχομεν $m = d_0 \cdot V_0 = d \cdot V$. Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν εὐρίσκομεν $d = \frac{d_0 \cdot V_0}{V}$.

Ἐπειδὴ δὲ εἶναι $V = V_0 \cdot (1 + \kappa \cdot \theta)$, ἔχομεν :

$$\text{πυκνότης τοῦ σώματος εἰς } \theta^{\circ}\text{C} : d = \frac{d_0}{1 + \kappa \cdot \theta}$$

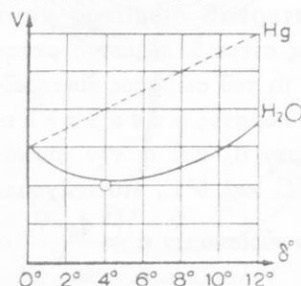
220. Διαστολὴ τῶν ὑγρῶν.—Ὅπως εἶδομεν (§ 211), τὰ ὑγρά διαστέλλονται πολὺ περισσότερον ἀπὸ τὰ στερεά. Εἶναι φανερόν ὅτι τὰ ὑγρά ὑφίστανται μόνον κυβικὴν διαστολήν. Ἐπομένως ἡ $\rho \alpha \gamma \mu \alpha \tau \iota \kappa \eta$ ἢ $\alpha \pi \lambda \upsilon \tau \omicron \varsigma$ διαστολὴ τοῦ ὑγροῦ διέπεται ἀπὸ τὸν νόμον, ὁ ὁποῖος ἰσχύει διὰ τὴν κυβικὴν διαστολήν τῶν στερεῶν. Οὕτως ἔχομεν ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ ὑγροῦ εἰς θερμοκρασίαν $\theta^{\circ}\text{C}$ εἶναι $V = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \theta)$, ὅπου γ εἶναι ὁ **συντελεστὴς ἀπολύτου διαστολῆς** τοῦ ὑγροῦ. Ἡ δὲ μεταβολὴ τῆς πυκνότητος τοῦ ὑγροῦ μετὰ τῆς θερμοκρασίας δίδεται ἀπὸ τὴν γνωστὴν σχέσιν :

$$d = \frac{d_0}{1 + \gamma \cdot \theta}$$

Συντελεσται ἀπολύτου διαστολῆς ὑγρῶν

Αιθέρ	$163 \cdot 10^{-5}$	grad ⁻¹	Ύδωρ	18°	$18 \cdot 10^{-5}$	grad ⁻¹
Οινόπνευμα	$111 \cdot 10^{-5}$	»	»	50°	$46 \cdot 10^{-5}$	»
Τολουόλιον	$103 \cdot 10^{-5}$	»	»	100°	$78 \cdot 10^{-5}$	»
Υδράργυρος	$18 \cdot 10^{-5}$	»				

221. Διαστολή τοῦ ὕδατος.—Ἡ διαστολή τοῦ ὕδατος παρουσιάζει τὴν ἐξῆς ἐνδιαφέρουσαν ἀνωμαλίαν : τὸ ὕδωρ θερμαίνόμενον ἀπὸ 0° C ἕως 4° C συνεχῶς συστέλλεται, καταλαμβάνει τὸν μικρότερον ὄγκον εἰς τὴν θερμοκρασίαν 4° C καὶ ἀνωθεν τῆς θερμοκρασίας ταύτης θερμαίνόμενον συνεχῶς διαστέλλεται. Ἡ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ὀρισμένης μάζης ὕδατος συναρτῆσαι τῆς θερμοκρασίας φαίνεται εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 241. Εἰς τὸ διάγραμμα τοῦτο δεικνύεται ἡ διαφορὰ τῆς διαστολῆς τοῦ ὕδατος ἀπὸ τὴν διαστολὴν τοῦ ὑδραργύρου. Εἰς τὴν θερμοκρασίαν 4° C ὀρισμένη μάζα ὕδατος ἔχει τὸν μικρότερον ὄγκον καὶ ἐπομένως :



Σχ. 241. Διαστολὴ τοῦ ὕδατος καὶ τοῦ ὑδραργύρου.

Εἰς τὴν θερμοκρασίαν 4° C τὸ ὕδωρ ἔχει τὴν μεγίστην πυκνότητα.

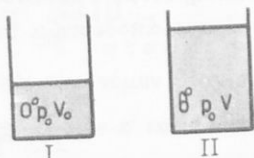
Ἡ ἀνωτέρω ἀνωμαλία εἰς τὴν διαστολὴν τοῦ ὕδατος ἔχει πολὺ μεγάλην βιολογικὴν σημασίαν, διότι εἰς τὰ βαθύτερα σημεῖα τῶν λιμνῶν καὶ τῶν ὠκεανῶν συγκεντρώνεται τὸ πυκνότερον ὕδωρ θερμοκρασίας 4° C. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τῶν ἀνωτέρων στρωμάτων τοῦ ὕδατος κατέλθῃ κάτω τῆς θερμοκρασίας 4° C, τὰ στρώματα ταῦτα παραμένουν εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ὡς εἰδικῶς ἐλαφρότερα. Οὕτως εἰς τὰ βάθη τῶν λιμνῶν καὶ τῶν θαλασσῶν ἐπικρατεῖ σταθερὰ σχεδὸν θερμοκρασία. Εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα καταφαίνεται ἡ ἀνώμαλος διαστολὴ τοῦ ὕδατος.

*Ὀγκος ἐνὸς γραμμαρίου ὕδατος

θερμοκρασία	ὄγκος εἰς cm ³	θερμοκρασία	ὄγκος εἰς cm ³
0°	1,00016	20°	1,00180
4°	1,00003	50°	1,01210
10°	1,00030	100°	1,04346

222. Διαστολή τῶν ἀερίων.— Ἐντὸς δοχείου, τὸ ὁποῖον κλείεται ἀεροστεγῶς μὲ εὐκίνητον ἔμβολον περιέχεται μᾶζα m ἀερίου (σχ. 242). Εἰς θερμοκρασίαν 0°C τὸ ἀέριον ἔχει ὄγκον V_0 καὶ πίεσιν p_0 , ἴσην μὲ τὴν ἐξωτερικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.

α) Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν. Θερμαίνομεν τὸ ἀέριον εἰς θ° . Τὸ ἀέριον διαστέλλεται ὑπὸ **σταθερὰν πίεσιν** p_0 καὶ ὁ ὄγκος του γίνεται V . Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι :



Σσ. 242. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ἀερίου μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

Ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ἡ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ὠρισμένης μάζης ἀερίου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν ἀρχικὸν ὄγκον (V_0) τοῦ ἀερίου καὶ πρὸς τὴν μεταβολὴν (θ) τῆς θερμοκρασίας αὐτοῦ.

$$V - V_0 = \alpha \cdot V_0 \cdot \theta \quad (1)$$

ὅπου α εἶναι ὁ **συντελεστὴς διαστολῆς τοῦ ἀερίου**. Πειραματικῶς εὐρέθη ὅτι ὁ συντελεστὴς α εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ὅλα τὰ ἀέρια, ἡ δὲ τιμὴ του εἶναι :

συντελεστὴς διαστολῆς ἀερίων : $\alpha = \frac{1}{273} = 0,003660 \text{ grad}^{-1}$

Οὕτως ἐκ τοῦ πειράματος εὐρέθη ὁ ἀκόλουθος **νόμος τοῦ Gay-Lussac** :

Ὅλα τὰ ἀέρια, θερμαινόμενα ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν κατὰ 1°C ὑφίστανται αὐξησιν τοῦ ὄγκου των ἴσην μὲ τὸ $\frac{1}{273}$ τοῦ ὄγκου, τὸν ὁποῖον ἔχουν εἰς θερμοκρασίαν 0°C .

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι, ὅταν ἀέριον θερμαίνεται ὑπὸ **σταθερὰν πίεσιν** ἀπὸ 0°C εἰς $\theta^{\circ}\text{C}$, ὁ **τελικὸς ὄγκος** V εἶναι :

διαστολὴ ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν : $V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$ (2)

β) Μεταβολὴ τῆς πίεσεως τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον. Ἐπαναλαμβάνομεν τὸ προηγούμενον πείραμα, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι τὸ ἔμβολον

είναι τώρα ακίνητον. Θερμαίνομεν τὸ ἀέριον εἰς $\theta^{\circ}\text{C}$. Ὁ ὄγκος του V_0 διατηρεῖται σταθερὸς καὶ ἡ πίεσις του αὐξάνεται ἀπὸ p_0 εἰς p . Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι ἡ μεταβολὴ τῆς πίεσεως τοῦ ἀερίου εἶναι :

$$p - p_0 = \alpha \cdot p_0 \cdot \theta$$

ὅπου εἶναι $\alpha = \frac{1}{273} \text{ grad}^{-1}$. Ἐκ τούτων συνάγεται ὁ ἀκόλουθος νόμος :

Ὅλα τὰ ἀέρια, θερμαίνόμενα ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, κατὰ 1°C υφίστανται αὐξησιν τῆς πίεσεως ἴσην μὲ τὸ $\frac{1}{273}$ τῆς πίεσεως, τὴν ὁποίαν ἔχουν εἰς θερμοκρασίαν 0°C .

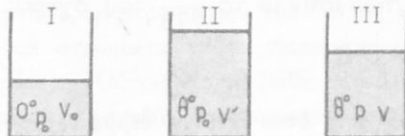
Ὅταν λοιπὸν ἀέριον θερμαίνεται ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον ἀπὸ 0°C εἰς θ° , ἡ τελικὴ πίεσις p εἶναι :

$$\text{μεταβολὴ ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον: } p = p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$$

γ) Τέλεια ἀέρια. Ὅπως ἀποδεικνύει τὸ πείραμα, τὰ φυσικὰ ἀέρια ἀκολουθοῦν μόνον κατὰ προσέγγισιν τοὺς ἀνωτέρω εὑρεθέντας νόμους. Καλοῦμεν τέλεια ἀέρια ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα ἀκολουθοῦν αὐστηρῶς τοὺς νόμους Boyle - Mariotte καὶ Gay - Lussac.

Πολλὰ συνήθη ἀέρια, τὰ ὁποῖα δυσκόλως υγροποιῶνται, συμπεριφέρονται σχεδὸν ὡς τέλεια ἀέρια (ὀξυγόνον, ὑδρογόνον, ἄζωτον, ἥλιον).

223. Ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων.—Εὐκόλως δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν ἓνα γενικὸν νόμον, ὁ ὁποῖος νὰ ἰσχύῃ δι' ὅλας τὰς γνωστὰς μετα-



Σχ. 243. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ἀερίου μετὰ τῆς πίεσεως καὶ τῆς θερμοκρασίας.

βολὰς τῶν ἀερίων (ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν, ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν καὶ ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον). Ἄς θεωρήσωμεν μίαν μάζαν m ἀερίου, τὸ ὁποῖον ἔχει:

I. θερμοκρασίαν 0°C , πίεσιν p_0 , ὄγκον V_0 (σχ. 243 I.).

Θερμαίνομεν τὸ ἀέριον εἰς θ° ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν. Τότε τὸ ἀέριον ἔχει :

II. θερμοκρασίαν θ , πίεσιν p_0 , ὄγκον $V' = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$ (σχ. 243 II.).

Ἐπειτα ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν θ μεταβάλλομεν τὴν πίεσιν καὶ τὸν ὄγκον τοῦ αέριου. Τότε τὸ αέριον ἔχει :

III. θερμοκρασίαν θ, πίεσιν p, ὄγκον V (σχ. 243 III).

Ἡ τελευταία μεταβολὴ τοῦ αέριου ἔγινε ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν καὶ ἐπομένως διέπεται ἀπὸ τὸν νόμον Boyle-Mariotte (§ 159)· ἄρα ἔχομεν :

$$p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta) \quad (1)$$

Ἡ εὐρεθεῖσα ἐξίσωσις καλεῖται **ἐξίσωσις τῶν τελείων αέριων**.

Ἐὰν ἡ ἀνωτέρω μᾶζα αέριου θερμανθῇ εἰς θ_1 , τότε ἡ πίεσις τοῦ αέριου γίνεται p_1 καὶ ὁ ὄγκος του V_1 , ὥστε νὰ ἰσχύῃ πάλιν ἡ ἐξίσωσις :

$$p_1 \cdot V_1 = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta_1) \quad (2)$$

Ἀπὸ τὰς ἐξισώσεως (1) καὶ (2) εὐρίσκομεν ὅτι εἶναι :

$$p_0 \cdot V_0 = \frac{p \cdot V}{1 + \alpha \cdot \theta} = \frac{p_1 \cdot V_1}{1 + \alpha \cdot \theta_1} = \text{σταθ.}$$

Δι' ὠρισμένην μᾶζαν αέριου τὸ πηλίκον τοῦ γινομένου τῆς πίεσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον τοῦ αέριου διὰ τοῦ διωνύμου τῆς διαστολῆς εἶναι σταθερόν.

***224. Πυκνότης αέριου.**— Ἄς λάβωμεν μᾶζαν m αέριου, τὸ ὁποῖον ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας (0°C καὶ $p_0 = 76 \text{ cm Hg}$) ἔχει ὄγκον V_0 .

Ἡ πυκνότης τοῦ αέριου εἶναι $d_0 = \frac{m}{V_0}$. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ αέριου γίνῃ θ° , τότε ἡ πίεσις του γίνεται p καὶ ὁ ὄγκος του γίνεται V.

Ἡ πυκνότης τοῦ αέριου μετεβλήθη καὶ ἔγινε $d = \frac{m}{V}$. Ὡστε ἔχομεν τὴν σχέσιν : $m = d_0 \cdot V_0 = d \cdot V$. Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν προκύπτει ὅτι εἶναι : $d = \frac{d_0 \cdot V_0}{V}$. Ἐὰν εἰς τὴν τελευταίαν σχέσιν θέσωμεν τὴν

τιμὴν τοῦ V ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$, εὐρίσκομεν ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ αέριου εἰς θερμοκρασίαν θ° καὶ ὑπὸ πίεσιν p εἶναι :

$$\text{πυκνότης αέριου εἰς } \theta^\circ\text{C: } d = d_0 \cdot \frac{p}{p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)}$$

Παράδειγμα. Ἡ πυκνότης τοῦ αέρος ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας εἶναι $1,293 \text{ gr/dm}^3$. Εἰς θερμοκρασίαν 27°C καὶ ὑπὸ πίεσιν 2 Atm ἡ πυκνότης τοῦ αέρος εἶναι:

$$d = 1,293 \cdot \frac{2 \cdot 76 \cdot 273}{76 \cdot 300} = 2,353 \text{ gr/dm}^3$$

255. Ἀπόλυτον μηδὲν καὶ ἀπόλυτος κλίμαξ θερμοκρασιῶν.— Ἐὰν ἡ θερμοκρασία ἐνὸς αερίου κατέλθῃ εἰς -273°C , τότε ἡ ἐξίσωσις τῶν τελείων αερίων δίδει:

$$p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 - t) \quad \text{ἤτοι} \quad p \cdot V = 0$$

Ὡστε εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτὴν τὸ γινόμενον τῆς πίεσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον τοῦ αερίου μηδενίζεται. Ἐπειδὴ ὅμως εἶναι ἀδύνατον νὰ δεχθῶμεν ὅτι μηδενίζεται ὁ ὄγκος τοῦ αερίου, πρέπει νὰ δεχθῶμεν ὅτι εἰς τὴν θερμοκρασίαν -273°C ἡ πίεσις γίνεται ἴση μὲ μηδέν. Ἀρα εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτὴν δὲν δύναται νὰ ὑπάρξῃ σῶμα εἰς αέριον κατάστασιν. Ἡ θερμοκρασία -273°C , εἰς τὴν ὁποίαν μηδενίζεται ἡ πίεσις παντὸς αερίου, καλεῖται **ἀπόλυτον μηδέν** καὶ λαμβάνεται ὡς ἀρχὴ μιᾶς νέας κλίμακας θερμοκρασιῶν, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀπόλυτος κλίμαξ ἢ κλίμαξ Kelvin ($^\circ \text{K}$)**. Εἰς τὴν κλίμακα αὐτὴν ἡ θερμοκρασία τοῦ τηχομένου πάγου (0°C) ἀντιστοιχεῖ εἰς 273°K . Γενικῶς θ βαθμοὶ Κελσίου ἀντιστοιχοῦν πρὸς T βαθμοὺς Kelvin συμφώνως πρὸς τὴν σχέσιν:

$$T = 273 + \theta$$

Ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ τὸ αέριον ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς κινήσεως τῶν μορίων τοῦ αερίου (§ 176). Ἀφοῦ ὅμως εἰς τὸ ἀπόλυτον μηδέν ἡ πίεσις τοῦ αερίου γίνεται ἴση μὲ μηδέν, ἔπεται ὅτι εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτὴν τὰ μόρια τοῦ αερίου εἶναι ἀκίνητα. Εἶναι **τελείως ἀδύνατον νὰ πραγματοποιήσωμεν τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενός**. Κατωρθώσαμεν ὅμως νὰ φθάσωμεν μέχρι τῆς θερμοκρασίας $0,004^\circ \text{K}$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

208. Πόσον ἐπιμήκυνσιν ὑφίσταται ράβδος σιδήρου μήκους 20 m , ὅταν αὕτη θερμαίνεται ἀπὸ -15°C εἰς 40°C ; $\lambda = 12 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$

209. Πόσον μῆκος ἔχει μία ράβδος ἐκ νικελίου εἰς 0°C , ἐὰν τὸ μῆκος αὐτῆς εἰς 18°C εἶναι 20 cm ; $\lambda = 13 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$.

210. Μία ὑαλινὴ ράβδος εἰς 0°C ἔχει μῆκος $412,5 \text{ mm}$, θερμαι-

νομένη δὲ εἰς $98,5^{\circ}\text{C}$ ἐπιμηκύνεται κατὰ $0,329\text{ mm}$. Πόσος εἶναι ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς τῆς ὑάλου;

211. Κανὼν ἐξ ὀρειχάλκου εἶναι βαθμολογημένος εἰς 0°C . Πόσον εἶναι τὸ ἀκριβὲς μῆκος μιᾶς ράβδου, ἡ ὁποία μετρουμένη εἰς 20°C εὐρίσκεται ὅτι ἔχει μῆκος 80 cm ; $\lambda = 19 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$.

212. Δύο ράβδοι, ἡ μία ἀπὸ ὕαλον καὶ ἡ ἄλλη ἀπὸ χάλυβα, ἔχουν εἰς 0°C τὸ αὐτὸ μῆκος, ἐνῶ εἰς 100°C τὰ μήκη τῶν δύο ράβδων διαφέρουν κατὰ 1 mm . Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τῶν ράβδων εἰς 0°C ; Συντελεσται γραμμικῆς διαστολῆς:

$$\text{ύάλου } \lambda_1 = 8 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}, \text{ χάλυβος } \lambda_2 = 12 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$$

213. Μία ὀρθογώνιος πλάξ ἐκ χαλκοῦ ἔχει εἰς 0°C διαστάσεις $0,8\text{ m}$ καὶ $1,5\text{ m}$. Πόσον αὐξάνεται ἡ ἐπιφάνεια τῆς πλακός, ὅταν αὕτη θερμαίνεται ἀπὸ 5°C εἰς 45°C ; Χαλκοῦ $\lambda = 14 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$.

214. Κυκλικὸς δίσκος ἐκ χαλκοῦ ἔχει εἰς 0°C διάμετρον 100 mm . Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν πρέπει νὰ θερμανθῇ ὁ δίσκος, ὥστε ἡ διάμετρος αὐτοῦ νὰ αὐξηθῇ κατὰ 1 mm ; Πόση εἶναι ἡ αὐξησης τῆς ἐπιφανείας τοῦ δίσκου;

215. Σφαῖρα ἐκ σιδήρου ἔχει εἰς 0°C διάμετρον 19 mm . Ποίαν θερμοκρασίαν πρέπει νὰ ἀποκτήσῃ ἡ σφαῖρα, ὥστε αὕτη νὰ μὴ διέρχεται διὰ μεταλλικοῦ δακτυλίου, τοῦ ὁποίου ἡ διάμετρος εἶναι $19,04\text{ mm}$; Πόσον αὐξάνεται τότε ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας; $\text{Fe} : \lambda = 12 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$.

216. Κατὰ πόσον πρέπει νὰ θερμανθῇ τεμάχιον ὑάλου ἐκ χαλαζίου, ὥστε ὁ ὄγκος του νὰ αὐξηθῇ κατὰ $1^{\circ}/_{\infty}$; $\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \cdot \text{grad}^{-1}$.

217. Ὑαλινὴ φιάλη ἔχει εἰς 10°C ὄγκον 100 cm^3 . Πόσον ὄγκον ἔχει εἰς 100°C ; $\lambda = 8 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$.

*218. Ἡ πυκνότης τοῦ ὕδραργύρου εἰς 18°C εἶναι $13,551\text{ gr/cm}^3$. Πόση εἶναι ἡ πυκνότης του εἰς 0°C καὶ εἰς 100°C ; Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν ἡ πυκνότης τοῦ ὕδραργύρου εἶναι ἀκριβῶς $13,60\text{ gr/cm}^3$; $\gamma = 181 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$.

*219. Ἡ πυκνότης ἐνὸς ὕγρου εἰς 0°C εἶναι $0,92\text{ gr/cm}^3$ καὶ εἰς 100°C εἶναι $0,81\text{ gr/cm}^3$. Νὰ εὐρεθῇ ὁ μέσος συντελεστὴς διαστολῆς τοῦ ὕγρου μεταξὺ τῶν θερμοκρασιῶν 0°C καὶ 100°C .

220. Ὑάλινος κυλινδρικός σωλὴν ἔχει εἰς 0°C ὕψος 1 m καὶ τομὴν 1 cm^2 . Ὁ σωλὴν εἶναι κατακόρυφος καὶ περιέχει ὕδραργυρον, ὁ ὁποῖος εἰς 0°C σχηματίζει στήλην ὕψους $0,96\text{ m}$. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν τὸ δοχεῖον θὰ εἶναι πλήρες ὕδραργύρου; Ὑδραργύρου $\gamma = 181 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$, ὑάλου $\kappa = 24 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$.

221. Ὑάλινον δοχεῖον εἰς 0°C εἶναι τελείως πλήρες μὲ ὑδραργύρον, ὃ ὁποῖος ἔχει μᾶζαν 500 gr . Πόση πρέπει νὰ γίνη ἡ θερμοκρασία τοῦ συστήματος, ὥστε νὰ χυθοῦν 10 gr ὑδραργύρου.

Ὑάλου $\kappa = 27 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$, ὑδραργύρου $\gamma = 181 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$. Πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου εἰς 0°C : $13,6\text{ gr/cm}^3$.

222. Μία μᾶζα ἀέρος ἔχει εἰς 0°C ὄγκον 200 cm^3 . Ἐὰν αὕτη θερμανθῇ ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, εἰς ποίαν θερμοκρασίαν ὁ ὄγκος τῆς διπλασιάζεται;

223. Ὁρισμένη μᾶζα ὑδρογόνου ἔχει εἰς 17°C ὄγκον 4 dm^3 . Θερμαίνεται ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν εἰς 57°C . Πόσος γίνεται ὁ ὄγκος τοῦ αέριου;

224. Ἀέριον ἔχει εἰς -13°C ὄγκον 60 cm^3 . Ἐὰν ἡ πίεσις του διατηρηθῇ σταθερά, πόσος γίνεται ὁ ὄγκος τοῦ αέριου εἰς 117°C ;

225. Μία μᾶζα ὀξυγόνου ἔχει εἰς 0°C ὄγκον 40 cm^3 καὶ πίεσιν 76 cm Hg . Τὸ αέριον θερμαίνεται εἰς 30°C καὶ ἡ πίεσις του γίνεται 70 cm Hg . Πόσος εἶναι τότε ὁ ὄγκος τοῦ αέριου;

226. Εἰς 27°C καὶ ὑπὸ πίεσιν 762 cm Hg ἓν αέριον ἔχει ὄγκον 35 cm^3 . Θερμαίνομεν τὸ αέριον καὶ ὁ μὲν ὄγκος του γίνεται 38 cm^3 , ἡ δὲ πίεσις του γίνεται 760 cm Hg . Πόση εἶναι τότε ἡ θερμοκρασία τοῦ αέριου;

227. Μία ποσότης ἀζώτου ἔχει εἰς 35°C καὶ ὑπὸ πίεσιν 78 cm Hg , ὄγκον 2 m^3 . Πόσον ὄγκον ἔχει τὸ αέριον ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας;

ΘΕΡΜΙΔΟΜΕΤΡΙΑ

226. Μονὰς ποσότητος θερμότητος.— Ὅταν φέρωμεν εἰς ἐπαφὴν δύο σῶματα διαφορετικῆς θερμοκρασίας, τότε τὸ ψυχρότερον σῶμα θερμαίνεται καὶ τὸ θερμότερον σῶμα ψύχεται. Λέγομεν τότε ὅτι **ποσότης θερμότητος** μετεδόθη ἀπὸ τὸ θερμότερον σῶμα εἰς τὸ ψυχρότερον. Ἡ μονὰς ποσότητος θερμότητος καλεῖται **θερμὶς** (σύμβολον cal) καὶ ὀρίζεται ὡς ἑξῆς:

Θερμὶς (1 cal) εἶναι ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται, διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία 1 gr ὕδατος κατὰ 1°C .

Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιεῖται ἡ μεγαλύτερα μονὰς ποσότητος θερμότητος **χιλιοθερμὶς** (1 kcal):

$$\begin{aligned} 1 \text{ χιλιοθερμίδας} &= 1\,000 \text{ θερμίδες} \\ 1 \text{ kcal} &= 1\,000 \text{ cal} \end{aligned}$$

Ἡ μέτρησης τῶν ποσοτήτων θερμότητος (θερμιδομετρία) στήρίζεται ἐπὶ τῆς ἀκολουθοῦ ἀρχῆς, τὴν ὁποίαν ἀπεκάλυψε τὸ πείραμα :

Ἡ ποσότης θερμότητος, τὴν ὁποίαν προσλαμβάνει τὸ σῶμα κατὰ μίαν μεταβολὴν του, ἀποβάλλεται ἀπὸ τὸ σῶμα ὁλόκληρος, ὅταν τοῦτο ὑφίσταται τὴν ἀντίστροφον μεταβολήν.

Οὕτως, ἐὰν ἀναμείξωμεν 1 kgr ὕδατος 50° C μὲ 1 kgr ὕδατος 20° C, λαμβάνομεν 2 kgr ὕδατος 35° C. Ἀρα τὸ 1 kgr τοῦ ψυχροῦ ὕδατος προσλαμβάνει 15 kcal διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία του κατὰ 15° C, ἐνῶ τὸ 1 kgr τοῦ θερμοῦ ὕδατος ἀποβάλλει 15 kcal διὰ νὰ ἐλαττωθῇ ἡ θερμοκρασία του κατὰ 15° C.

227. Εἰδικὴ θερμότης καὶ θερμοχωρητικότης.—Ἐκ τῶν διαφόρων μετρήσεων ἀπεδείχθη ὅτι διὰ νὰ προκληθῇ ἡ αὐτὴ ὑψώσις τῆς θερμοκρασίας ἴσων μαζῶν ἐκ διαφόρων σωμάτων, ἀπαιτοῦνται ἄνισοι ποσότητες θερμότητος.

Εἰδικὴ θερμότης ἐνὸς ὕλικου καλεῖται ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται, διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία 1 gr τοῦ ὕλικου τούτου κατὰ 1° C.

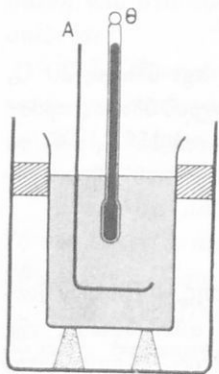
Ἡ εἰδικὴ θερμότης (c) μετρεῖται εἰς θερμίδας (cal) κατὰ γραμμάριον μάζης (gr) καὶ κατὰ βαθμὸν θερμοκρασίας (grad), ἥτοι μετρεῖται εἰς cal · gr⁻¹ · grad⁻¹. Ἐὰν m εἶναι ἡ μάζα ἐνὸς σώματος καὶ c ἡ εἰδικὴ θερμότης αὐτοῦ, τότε διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος κατὰ 1° C, ἀπαιτεῖται ποσότης θερμότητος $K = m \cdot c$, ἡ ὁποία καλεῖται θερμοχωρητικότης τοῦ σώματος. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος αὐξήθῃ ἀπὸ θ_1 εἰς θ_2 τότε τὸ σῶμα προσέλαβε ποσότητα θερμότητος:

$$Q = K \cdot (\theta_2 - \theta_1) \quad \eta$$

$$Q = m \cdot c \cdot (\theta_2 - \theta_1)$$

Ἡ εὐρεθεῖσα σχέσις ἀποτελεῖ τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῆς θερμιδομετρίας.

228. Μέτρησις τῆς εἰδικῆς θερμότητος τῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν.— Ἡ εἰδικὴ θερμότης τῶν στερεῶν καὶ τῶν ὑγρῶν μετρεῖται κατὰ διαφόρους μεθόδους. Ἡ ἀπλουστέρα αὐτῶν εἶναι ἡ μέθοδος τῶν μειγμάτων. Κατ' αὐτὴν χρησιμοποιεῖται **θερμιδόμετρον**, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἀπὸ μεταλλικὸν δοχεῖον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου ὑπάρχει ὕδωρ (σχ. 244). Τὸ δοχεῖον προφυλάσσεται καταλλήλως ἀπὸ κάθε ἀνταλλαγὴν ποσοτήτων θερμότητος, μὲ τὸ ἐξωτερικὸν περιβάλλον (στηρίγματα ἀπὸ φελλόν, τοιχώματα στιλπνά). Ἐστω m' ἡ μᾶζα τοῦ δοχείου καὶ c_A ἡ εἰδικὴ θερμότης αὐτοῦ. Ἐντὸς τοῦ δοχείου ὑπάρχει μᾶζα m ὕδατος, τοῦ ὁποίου ἡ εἰδικὴ θερμότης εἶναι c_Y . Τὸ δοχεῖον καὶ τὸ ὕδωρ ἔχουν κατ' ἀρχὰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν θ . Τὸ σῶμα, τοῦ ὁποίου θέλομεν νὰ εὗρωμεν τὴν εἰδικὴν θερμότητα c_X , ἔχει μᾶζαν M . Θερμαίνομεν τὸ σῶμα εἰς θερμοκρασίαν θ' καὶ ἔπειτα φέρομεν τὸ σῶμα ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου. Ὅταν ἀποκατασταθῇ θερμικὴ ἰσορροπία, τὰ τρία σῶματα (δοχεῖον, ὕδωρ, σῶμα) ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν τ , ἡ ὁποία εἶναι $\theta' > \tau > \theta$.



Σχ. 244. Θερμιδόμετρον. (A ἀναδευτήρ, θ θερμιδόμετρον).

Τὸ σῶμα ἀπέβαλε ποσότητα θερμότητος $M \cdot c_X \cdot (\theta' - \tau)$, τὴν ὁποίαν προσέλαβε τὸ δοχεῖον καὶ τὸ ὕδωρ. Ἀρα ἔχομεν τὴν ἐξίσωσιν :

$$M \cdot c_X \cdot (\theta' - \tau) = m \cdot c_Y \cdot (\tau - \theta) + m' \cdot c_A \cdot (\tau - \theta) \\ \text{ἢ } M \cdot c_X \cdot (\theta' - \tau) = [m \cdot c_Y + m' \cdot c_A] \cdot (\tau - \theta) \quad (1)$$

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν εὐρίσκομεν τὴν ἄγνωστον εἰδικὴν θερμότητα c_X τοῦ στερεοῦ. Ἡ παράστασις $(m \cdot c_Y + m' \cdot c_A)$ ἐκφράζει τὴν θερμοχωρητικότητα K τοῦ θερμιδομέτρου. Ἐὰν ἀντὶ ὕδατος θέσωμεν ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου μᾶζαν m ἄλλου ὑγροῦ, τοῦ ὁποίου ἡ εἰδικὴ θερμότης x εἶναι ἄγνωστος, τότε ἡ ἐξίσωσις (1) γράφεται :

$$M \cdot c_X \cdot (\theta' - \tau) = (m \cdot x + m' \cdot c_A) \cdot (\tau - \theta)$$

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν, ἂν εἶναι γνωστὴ ἡ εἰδικὴ θερμότης c_X τοῦ χρησιμοποιουμένου στερεοῦ, εὐρίσκεται ἡ x .

Ἐξαγόμενα τῶν μετρήσεων. Αἱ μετρήσεις ἀπέδειξαν ὅτι :

Ἐξ ὅλων τῶν σωμάτων τὸ ὕδωρ ἔχει τὴν μεγαλυτέραν εἰδικὴν θερμότητα ($1 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$).

Ἐξαίρεσιν ἀποτελεῖ τὸ ὑδρογόνον ($3,4 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$). Γενικῶς ἡ εἰδικὴ θερμότης ἐνὸς σώματος εἶναι μεγαλυτέρα εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν καὶ μικροτέρα εἰς τὴν στερεὰν κατάστασιν (ὑδωρ $1 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$, πάγος $0,5 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$).

Ἡ εἰδικὴ θερμότης αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Εἰς τὰς πολὺ χαμηλὰς θερμοκρασίας ἡ εἰδικὴ θερμότης ἐλαττώνεται ταχέως μετὰ τῆς θερμοκρασίας καὶ γίνεται ἴση μὲ μηδὲν ὀλίγον πρὸ τοῦ ἀπολύτου μηδενός.

Εἰδικαὶ θερμότητες ($\text{cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$ εἰς 18°C)			
Ἀργίλλιον	0,210	Ὑδωρ	1,00
Μόλυβδος	0,031	Ὑδράργυρος	0,03
Ἀργυρος	0,055	Τολουόλιον	0,40
Χαλκός	0,091	Οἰνόπνευμα	0,58
Σίδηρος	0,111	Πετρέλαιον	0,50

220. Εἰδικὴ θερμότης τῶν ἀερίων.— Ὄταν 1 gr ἀερίου θερμαίνεται κατὰ 1°C ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, τότε ἀπορροφᾷ ὀρισμένην ποσότητα θερμότητος, ἡ ὁποία καλεῖται **εἰδικὴ θερμότης τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον** (c_v). Ὄταν ὅμως τὸ 1 gr τοῦ ἰδίου ἀερίου θερμαίνεται κατὰ 1°C ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, τότε ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου αὐξάνεται καὶ συνεπῶς τὸ ἀέριον παράγει ἔργον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ 1 gr τοῦ ἀερίου ἀπορροφᾷ **μεγαλυτέραν ποσότητα θερμότητος**, ἡ ὁποία καλεῖται **εἰδικὴ θερμότης τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν** (c_p). Ἐκ τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τοῦ ἀερίου ἡ c_p δύναται νὰ προσδιορισθῇ διὰ πειράματος ἀμέσως, ἐνῶ ἡ c_v προσδιορίζεται ἐμμέσως ἐκ τοῦ λόγου $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τοῦ ἀερίου. Ἀπὸ τὴν μέτρησιν τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τῶν ἀερίων συνάγονται τὰ ἐξῆς συμπεράσματα :

Ι. Εἰς ὅλα τὰ ἀέρια ἡ εἰδικὴ θερμότης ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν (c_p) εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν εἰδικὴν θερμότητα ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον (c_v).

$$c_p > c_v$$

ΙΙ. Ὁ λόγος $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τῶν ἀερίων ἔχει ὠρισμένας τιμὰς, ἐκάστη τῶν ὁποίων ἀντιστοιχεῖ εἰς ὠρισμένον ἀριθμὸν ἀτόμων εἰς τὸ μόριον.

μονατομικὰ ἀέρια :	$\gamma = 1,66$
διατομικὰ ἀέρια :	$\gamma = 1,41$
τριατομικὰ ἀέρια :	$\gamma = 1,33$

Εἰδικαὶ θερμότητες μερικῶν ἀερίων

Ἀέριον	c_p	c_v	c_p / c_v
Ἡλιον	1,250	0,755	1,66
Ἀργὸν	0,127	0,077	1,65
Υδρογόνον	3,400	2,410	1,41
Ὄξυγόνον	0,218	0,156	1,40
Ἀζωτον	0,249	0,178	1,40
Διοξ. ἄνθρακος	0,203	0,156	1,30
Υδρατμοὶ	0,379	0,296	1,29

230. Πηγαὶ θερμότητος.— Διὰ τοὺς κατοίκους τῆς Γῆς ἡ μεγαλυτέρα φυσικὴ πηγὴ θερμότητος εἶναι ὁ Ἡλιος. Ὑπολογίζουν, ὅτι ἡ θερμότης, τὴν ὁποίαν ἐκπέμπει ὁ Ἡλιος ἐντὸς μιᾶς ἡμέρας, εἶναι ἱκανὴ νὰ τήξῃ στρῶμα πάγου πάχους 29 m, τὸ ὁποῖον θὰ περιέβαλλεν ὅλοκληρον τὸν πλανήτην μας. Ἐκ τῆς τεραστίας αὐτῆς ποσότητος θερμότητος ἐλάχιστον μέρος φθάνει εἰς τὸν πλανήτην μας. Εἰς τὴν πράξιν λαμβάνομεν μεγάλα ποσὰ θερμότητος ἐκ τῆς καύσεως διαφόρων σωμάτων, τὰ ὁποῖα γενικῶς καλοῦμεν *καύσιμα*. Τὰ σώματα αὐτὰ εἶναι στερεὰ, ὑγρὰ ἢ ἀέρια (γαιάνθραξ, ξύλον, κώκ, πετρέλαιον, βενζίνη,

μονοξειδίου του άνθρακος, μεθάνιον, άκετυλένιον κ.τ.λ.). **Θερμότης καύσεως** ενός καυσίμου καλεῖται ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἐκλύεται κατὰ τὴν τελείαν καύσιν 1 gr τοῦ σώματος τούτου.

Θερμότης καύσεως (εἰς cal/gr)			
Υδρογόνον	34 500	Οἰνόπνευμα	7 000
Βενζίνη	10 400	Φωταέριον	4 000
Μεθάνιον	9 000	Λιγνίτης	2 500
Λιθάνθραξ	7 200	Ξύλον	2 500

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

228. Ἀναμειγνύομεν 200 gr ὕδατος 10°C μὲ 500 gr ὕδατος 45°C . Ποία εἶναι ἡ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ μείγματος;

229. Πόσον ὕδωρ θερμοκρασίας 17°C καὶ πόσον ὕδωρ θερμοκρασίας 80°C πρέπει νὰ ἀναμείξωμεν, διὰ νὰ λάβωμεν 50 kgρ ὕδατος θερμοκρασίας 35°C ;

230. Ἐντὸς γλυκερίνης $14,5^{\circ}\text{C}$ ρίπτομεν τεμάχιον ψευδαργύρου ἔχον θερμοκρασίαν $98,3^{\circ}\text{C}$. Ἡ μᾶζα καὶ τῶν δύο τούτων σωμάτων εἶναι 400 gr, ἡ δὲ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ μείγματος εἶναι $19,6^{\circ}\text{C}$. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ μᾶζα τῆς γλυκερίνης καὶ τοῦ ψευδαργύρου. Εἰδικαὶ θερμότητες γλυκερίνης: $0,57 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$, ψευδαργύρου: $0,092 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.

231. Θερμιδόμετρον ἐκ χαλκοῦ ἔχει μᾶζαν 200 gr καὶ περιέχει 300 gr πετρελαίου· ἡ ἀρχικὴ θερμοκρασία τῶν δύο σωμάτων εἶναι $18,5^{\circ}\text{C}$. Ἐὰν θέσωμεν ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου 100 gr μολύβδου θερμοκρασίας 100°C , ἡ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ συστήματος γίνεται 20°C . Νὰ εὑρεθῇ ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ πετρελαίου, ἐὰν ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ χαλκοῦ εἶναι $0,092 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$ καὶ τοῦ μολύβδου εἶναι $0,031 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.

232. Θερμιδόμετρον περιέχει 210 gr ὕδατος θερμοκρασίας $11,3^{\circ}\text{C}$. Προσθέτομεν 245 gr ὕδατος θερμοκρασίας $31,5^{\circ}\text{C}$ καὶ εὐρίσκομεν ὅτι ἡ θερμοκρασία τοῦ συστήματος γίνεται $21,7^{\circ}\text{C}$. Πόση εἶναι ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ θερμιδομέτρου;

233. Ἡ θερμοχωρητικότης ἐνὸς θερμιδομέτρου εἶναι $1,84 \text{ cal/grad}$. Τὸ θερμιδόμετρον βυθίζεται ἐντὸς ὕδατος $73,6^{\circ}\text{C}$ καὶ ἔπειτα φέρεται ἐντὸς θερμιδομέτρου, ἔχοντος ἀρχικὴν θερμοκρασίαν $14,5^{\circ}\text{C}$ καὶ θερ-

μοχωρητικότητα $90,5 \text{ cal/grad}$. Ποία θὰ εἶναι ἡ ἔνδειξις τοῦ θερμομέτρου, ὅταν ἀποκατασταθῇ θερμοκὴ ἰσορροπία;

234. Νὰ εὐρεθῇ ποῖοι ὄγκοι σιδήρου, μολύβδου καὶ ἀλουμινίου ἔχουν τὴν ἰδίαν θερμοχωρητικότητα μὲ ἐκείνην, τὴν ὁποίαν ἔχει ἓν λίτρον ὕδατος. Αἱ εἰδικαὶ θερμότητες (c) καὶ αἱ πυκνότητες (d) τῶν ἀνωτέρω τριῶν μετάλλων εἶναι:

τοῦ σιδήρου : $c_1 = 0,12 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$ $d_1 = 7,5 \text{ gr/cm}^3$

τοῦ μολύβδου : $c_2 = 0,31 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$ $d_2 = 11,4 \text{ gr/cm}^3$

τοῦ ἀλουμινίου : $c_3 = 0,22 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$ $d_3 = 2,7 \text{ gr/cm}^3$

235. Διὰ τὰ προσδιορίσωμεν τὴν θερμοκρασίαν τῆς φλογὸς τοῦ λύχνου Bunsen, ἐκτελοῦμεν τὴν ἐξῆς μέτρησιν: Θερμαίνομεν διὰ τῆς φλογὸς τεμάχιον σιδήρου, ἔχον μᾶζαν $6,85 \text{ gr}$ καὶ ἔπειτα τὸ φέρομεν ἐντὸς χαλκίνου θερμοδομέτρου. Ἡ θερμοκρασία τοῦ θερμοδομέτρου μεταβάλλεται ἀπὸ $18,4^\circ \text{C}$ εἰς $21,3^\circ \text{C}$. Ἡ μᾶζα τοῦ δοχείου εἶναι $152,8 \text{ gr}$ καὶ τοῦ ὕδατος εἶναι 300 gr . Εἰδικὴ θερμότης χαλκοῦ: $c = 0,092 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.

ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

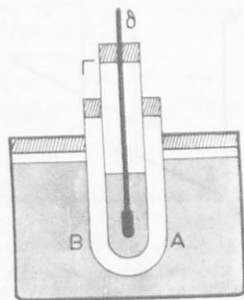
231. Αἱ μεταβολαὶ καταστάσεως.—Εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ θερμότης, ἡ ὁποία προσφέρεται εἰς ἓν σῶμα, δύναται νὰ προκαλέσῃ τὴν μεταβολὴν ἑνὸς στερεοῦ σώματος εἰς ὑγρὸν ἢ τὴν μεταβολὴν ἑνὸς ὑγροῦ εἰς ἀέριον. Κατὰ τὴν ψῦξιν τῶν σωμάτων προκαλοῦνται αἱ ἀντίστροφαι μεταβολαί.

232. Τῆξις.—Καλεῖται **τῆξις** ἡ διὰ τῆς θερμότητος μεταβολὴ ἑνὸς στερεοῦ σώματος εἰς ὑγρὸν. Τὸ ἀντίστροφον φαινόμενον καλεῖται **πῆξις**.

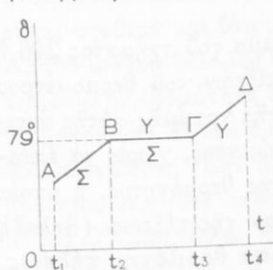
Ἡ τῆξις τῶν διαφόρων σωμάτων δὲν συμβαίνει κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον. Τὰ κρυσταλλικὰ σώματα (πάγος, ναφθαλίνη, φωσφόρος κ.ἄ.) μεταβαίνουν ἀπὸ τὸ μὲν εἰς τὴν στερεάν εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν. Ἄλλα ὅμως σώματα (ὕαλος, σίδηρος, κηρὸς) μεταβαίνουν β α θ μ ι α ἰ ω ς ἀπὸ τὴν στερεάν εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν. Τὰ ἐπόμενα ἀναφέροντα εἰς τὴν τῆξιν τῶν κρυσταλλικῶν σωμάτων.

233. Νόμοι τῆς τήξεως.—Ἐντὸς δοκιμαστικοῦ σωλῆνος Γ (σχ. 245) θέτομεν ναφθαλίνην καὶ διὰ τὰ ἐπιτύχωμεν τὴν βραδεῖαν θέρμανσιν αὐτῆς, τοποθετοῦμεν τὸν σωλῆνα Γ ἐντὸς ἄλλου Β περιέχοντος ἀέρα.

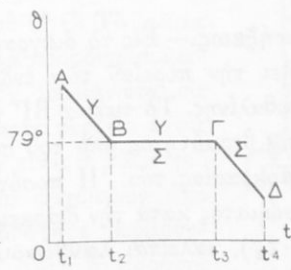
Τὸ σύστημα τῶν δύο σωλήνων βυθίζεται ἐντὸς θερμοῦ ὕδατος Α. Παρακολουθοῦντες τὰς ἐνδείξεις τοῦ θερμομέτρου εὐρίσκομεν ὅτι, μόλις ἀρχίσῃ ἡ τήξις τῆς ναφθαλίνης, τὸ θερμομέτρον δεικνύει 79°C . Ἡ θερμοκρασία αὕτῃ παραμένει σταθερὰ ἐφ' ὅσον ὑπάρχει ἀτηκτος ναφθαλίνη. Ἡ θερμοκρασία ἀρχίζει ἐκ νέου νὰ ἀνέρχεται μόνον μετὰ τὴν πλήρη τήξιν τῆς ναφθαλίνης. Ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος συναρτῇ τοῦ χρόνου φαίνεται εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 246. Ἄν τώρα ἀντικαταστήσωμεν τὸ θερμὸν ὕδωρ Α με ψυχρὸν ὕδωρ, προκαλοῦμεν τὴν βραδεῖαν ψύξιν τῆς ὑγρᾶς ναφθαλίνης. Ἡ πτώσις τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος φαίνεται εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 247.



Σχ. 245. Προσδιορισμός τῆς θερμοκρασίας τήξεως.



Σχ. 246. Ὑψώσεις τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος.



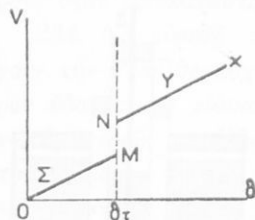
Σχ. 247. Πτώσις τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος.

μοκρασίαν (θερμοκρασία τήξεως), ἡ ὁποία διατηρεῖται σταθερὰ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς μεταβολῆς τῆς καταστάσεως.

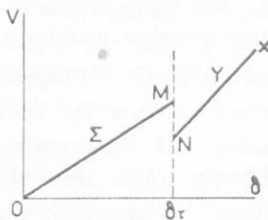
II. Ἡ τήξις καὶ ἡ πήξις εἶναι φαινόμενα ἀντίστροφα καὶ συμβαίνουν εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν.

234. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν τήξιν.—Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι ἡ τήξις συνοδεύεται ἀπὸ μεταβολὴν τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος. Τὸ εἶδος τῆς μεταβολῆς ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ σώματος. Ὅλα σχεδὸν τὰ σώματα τηκόμενα ὑφίστανται αὐξήσιν τοῦ ὄγκου των (σχ. 248). Ἐξαιρέσιν ἀποτελοῦν ὁ πάγος, τὸ βισμούθιον, ὁ σίδηρος, τὰ ὁποῖα τηκόμενα ὑφίστανται ἐλάττωσιν τοῦ ὄγκου των (σχ. 249).

Διὰ τὸν πάγον εὐρέθη ὅτι 1 kgr πάγου εἰς 0°C ἔχει ὄγκον $1\,090\text{ cm}^3$.



Σχ. 248. Αὐξήσις τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος κατὰ τὴν τήξιν.



Σχ. 249. Ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος κατὰ τὴν τήξιν.

Ἐπομένως 1 λίτρον ὕδατος 0°C στερεοποιούμενον ὑφίσταται αὐξήσιν τοῦ ὄγκου του κατὰ 90 cm^3 . Ἐπειδὴ κατὰ τὴν πήξιν τοῦ ὕδατος συμβαίνει σημαντικὴ αὐξήσις τοῦ ὄγκου, διὰ τοῦτο ἐπὶ τῶν τοιχω-

μάτων τοῦ δοχείου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιέχεται τὸ ὕδωρ, ἀναπτύσσονται μεγάλαι δυνάμεις.

235. Θερμότης τήξεως.—Εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 246 ἡ γραμμὴ ΑΒΓΔ δεικνύει τὴν πορείαν τῶν ἐνδείξεων τοῦ θερμομέτρου κατὰ τὴν τήξιν τῆς ναφθαλίνης. Τὸ τμήμα ΒΓ τῆς γραμμῆς αὐτῆς ἀντιστοιχεῖ εἰς ἀπορρόφησιν θερμότητος ὑπὸ τοῦ σώματος, χωρὶς νὰ ἐπέρχεται ὑψώσις τῆς θερμοκρασίας του. Ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἀπορροφᾶται ὑπὸ τοῦ σώματος κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς τήξεως (δηλαδὴ κατὰ τὸν χρόνον $t_3 - t_2$), καλεῖται **λανθάνουσα θερμότης τήξεως**, καὶ δ α π α ν ᾱ τ α ι διὰ τὴν ἐλάττωσιν τῶν μεταξὺ τῶν μορίων δυνάμεων συνοχῆς

Θερμότης τήξεως ἐνὸς στεροῦ σώματος καλεῖται ἡ ποσότης θερμότητος, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ προσλάβῃ 1 γραμμάριον τοῦ στερεοῦ εἰς τὴν θερμοκρασίαν τήξεως, διὰ νὰ μεταβληθῇ εἰς ὑγρὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας.

Ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου εἶναι 80 cal/gr .

Οὕτω διὰ νὰ τακοῦν 100 gr πάγου 0°C καὶ νὰ μεταβληθοῦν εἰς 100 gr ὕδατος 0°C , πρέπει νὰ δαπανηθῇ ποσότης θερμότητος ἴση με:

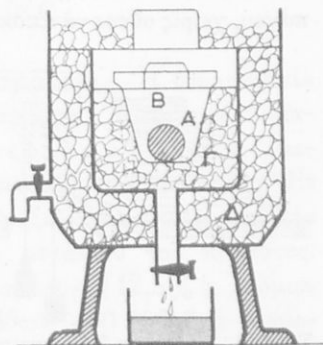
$$80\text{ cal/gr} \cdot 100\text{ gr} = 8\,000\text{ cal} = 8\text{ kcal}$$

Εἰς τὸν ἀκολουθοῦντα πίνακα ἀναγράφονται αἱ θερμότητες τήξεως μερικῶν σωμάτων.

Θερμοκρασία τήξεως καὶ θερμότης τήξεως		
Σῶμα	°C	cal/gr
Ἀργίλλιον	659	94,6
Ἀργυρος	960	25,1
Μόλυβδος	327	5,9
Χαλκός	1084	49
Χρυσός	1063	15,4

236. Θερμιδόμετρον τοῦ Laplace.— Τὸ θερμιδόμετρον τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ μεταλλικὸν πλέγμα Β, τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται ἐντὸς δοχείου Γ περιέχοντος τρίμματα πάγου (σχ. 250). Τὸ δοχεῖον τοῦτο περιβάλλεται ἀπὸ τρίμματα πάγου, ὥστε ἡ θερμοκρασία τοῦ συστήματος νὰ διατηρῇται σταθερὰ καὶ ἴση μὲ 0° C. Τὸ σῶμα Α, τοῦ ὁποῦοι θέλομεν νὰ προσδιορίσωμεν τὴν εἰδικὴν θερμότητα c_s , θερμαίνεται εἰς θερμοκρασίαν θ^0 καὶ ἔπειτα φέρεται ἐντὸς τοῦ πλέγματος. Ἐὰν m εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος Α, τότε τοῦτο ψυχόμενον ἀπὸ θ^0 εἰς 0° ἀποβάλλει ποσότητα θερμότητος: $Q = m \cdot c_s \cdot \theta$. Αὕτη ἡ ποσότης θερμότητος ἀπερροφῆθη ἀπὸ μᾶζαν Μ πάγου 0° C, ἡ ὁποία μετεβλήθη εἰς ὕδωρ τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας. Ἐπειδὴ εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου εἶναι $\tau = 80 \text{ cal/gr}$, ἔχομεν τὴν σχέσιν:

$$m \cdot c_s \cdot \theta = \tau \cdot M \quad \text{ἄρα} \quad c_s = \frac{\tau \cdot M}{m \cdot \theta}$$



Σχ. 250. Θερμιδόμετρον τοῦ Laplace.

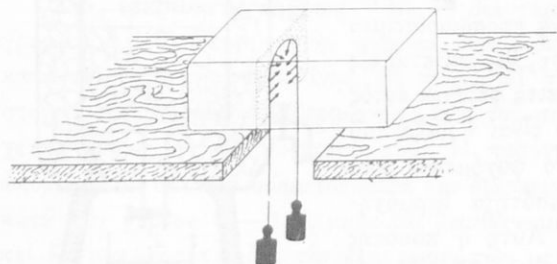
237. Ἐπίδρασις τῆς πιέσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας τήξεως.— Αἱ συνήθεις μεταβολαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως δὲν προκαλοῦν αἰσθητὰς μεταβολὰς τῆς θερμοκρασίας τήξεως τῶν σωμάτων. Μόνον ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μεγάλων πιέσεων παρατηροῦνται αἰσθηταὶ μεταβολαὶ τῆς θερμοκρασίας τήξεως. Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα κατέληξεν εἰς τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα:

I. Διὰ τὰ σώματα ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα διαστελλονται κατὰ τὴν τῆξιν των, ἡ θερμοκρασία τήξεως ἀνέρχεται, ὅταν αὐξάνεται ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις.

II. Διὰ τὰ σώματα ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα συστέλλονται κατὰ τὴν τῆξιν των, ἡ θερμοκρασία τήξεως κατέρχεται, ὅταν αὐξάνεται ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις.

Γενικῶς ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας τήξεως μετὰ τῆς πίεσεως εἶναι πολὺ μικρά. Οὕτως εἰς μεταβολὴν τῆς πίεσεως κατὰ 1 ἀτμόσφαιραν ἀντιστοιχεῖ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας τήξεως τοῦ πάγου κατὰ $0,0075^{\circ}\text{C}$.

Ἡ πτῶσις τῆς θερμοκρασίας τήξεως τοῦ πάγου μετὰ τῆς ἐξωτερικῆς πίεσεως ἀποδεικνύεται μὲ τὸ ἐξῆς πείραμα : Λεπτὸν σύρμα, ἀπὸ τὰ ἄκρα τοῦ ὁποίου εἶναι ἐξηρητημένα βάρη, διέρχεται βραδέως διὰ τῆς μάζης πάγου, χωρὶς οὗτος νὰ ἀποκοπῇ (σχ. 251). Ἔνεκα τῆς μεγάλης πίεσεως,



Σχ. 251. Τὸ σύρμα διέρχεται χωρὶς νὰ κοπῇ ὁ πάγος.

τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ σύρμα ἐπὶ τοῦ πάγου, οὗτος τήκεται κατὰ μῆκος τῆς ἐπιφανείας ἐπαφῆς· τὸ παραγόμενον ὅμως ὕδωρ ἀνέρχεται ἄνωθεν τοῦ σύρματος καὶ στερεοποιεῖται ἐκ νέου εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος. Οὕτω ἡ ἀρχικὴ μάζα τοῦ πάγου δὲν ἀποκόπτεται εἰς δύο τεμάχια, διότι συμβαίνει ἀνασυγκόλλησις τοῦ πάγου.

*Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι εἰς τὰς πολὺ ὑψηλὰς πιέσεις ὁ πάγος λαμβάνει νέαν ἀλλοτροπικὴν μορφήν, ἡ ὁποία ἔχει πυκνότητα μεγαλυτέραν ἀπὸ τὴν πυκνότητα τοῦ ὕδατος, ἡ δὲ θερμοκρασία τήξεως ἀνέρχεται μετὰ τῆς πίεσεως καὶ φθάνει τοὺς 24°C ὑπὸ πίεσιν 11 000 ἀτμοσφαιρῶν.

238. Ὑστέρησις πήξεως.—Ὅταν αὐξάνεται συνεχῶς ἡ θερμοκρασία ἐνὸς στερεοῦ σώματος, παρατηροῦμεν ὅτι, μόλις ἡ θερμοκρασία του φθάσῃ τὴν θερμοκρασίαν τήξεως, τὸ σῶμα ἀρχίζει νὰ τήκεται.

“Ὡστε εἶναι ἀδύνατον εἰς ἓν στερεὸν σῶμα νὰ ἀποκτήσῃ θερμοκρασίαν ἀνωτέραν ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν τήξεώς του, χωρὶς τὸ σῶμα, νὰ τακῇ. Ἀντιθέτως ἐν καθαρὸν ὑγρὸν, ἐὰν ψύχεται βαθμιαίως, δύναται νὰ διατηρηθῇ εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν, καὶ ὅταν ἡ θερμοκρασία του γίνῃ κατωτέρα τῆς θερμοκρασίας πήξεως. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται **ὑστέρησις πήξεως**.

Οὕτως ἀπεσταγμένον ὕδωρ δύναται, ψυχόμενον βαθμιαίως, νὰ ἀποκτήσῃ θερμοκρασίαν — 10°C , χωρὶς νὰ στερεοποιηθῇ. Ἐπίσης τὸ θεῖον, τὸ ὁποῖον τήκεται εἰς 115°C , δύναται νὰ ψυχθῇ μέχρι 15°C διατηρούμενον εἰς ὑγρὰν κατάστασιν.

Ἐὰν ἀναταράξωμεν τὸ εἰς κατάστασιν ὑστέρησεως πήξεως εὐρισκόμενον ὕδωρ, ἢ ἐὰν ρίψωμεν ἐντὸς αὐτοῦ τεμάχιον πάγου, τότε ἡ θερμοκρασία του ἀνέρχεται εἰς 0°C καὶ μέρος τοῦ ὕδατος στερεοποιεῖται. Τὸ μείγμα στερεοῦ καὶ ὑγροῦ ἔχει θερμοκρασίαν 0°C .

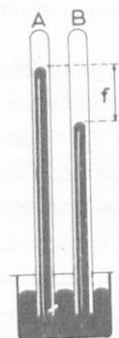
239. Θερμοκρασία τήξεως τῶν κραμάτων.—Ἡ θερμοκρασία τήξεως τῶν κραμάτων ἐνδιαφέρει πολὺ τὴν τεχνικὴν. Κατὰ γενικὸν κανόνα ἡ θερμοκρασία τήξεως τοῦ κράματος περιλαμβάνεται μεταξὺ τῶν θερμοκρασιῶν τήξεως τῶν συστατικῶν τοῦ κράματος. Ἐν τούτοις μερικὰ κράματα ἔχουν θερμοκρασίαν τήξεως μικροτέραν ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν τήξεως τοῦ πλέον εὐτήκτου μετάλλου τοῦ κράματος. Οὕτω τὸ κράμα τὸ ἀποτελούμενον ἀπὸ κασσίτερον (12,5%), κάδμιον (12,5%), μύλυβδον (25%) καὶ βισμούθιον (50%) ἔχει θερμοκρασίαν τήξεως 68°C , ἐνῶ κανὲν ἀπὸ τὰ συστατικὰ τοῦ κράματος δὲν τήκεται κάτω τῶν 230°C . Ἀντιθέτως μερικὰ κράματα ἔχουν θερμοκρασίαν τήξεως μεγαλυτέραν ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν τήξεως τοῦ πλέον δυστήκτου μετάλλου τοῦ κράματος.

240. Ψυκτικὰ μείγματα.—Ὅταν ἡ ζάχαρις διαλύεται ἐντὸς τοῦ ὕδατος, συμβαίνει πλήρης διαχωρισμὸς τῶν μορίων τῆς ζαχάρους. Ὅπως εἶδομεν (§ 235) διὰ τὴν τήξιν ἐνὸς στερεοῦ διαπανάται ποσότης θερμότητος, διὰ τὴν ἐλάττωσιν τῶν μεταξὺ τῶν μορίων δυνάμεων συνοχῆς (λανθάνουσα θερμότης). Ὁμοίως διὰ τὴν διάλυσιν ἐνὸς σώματος ἐντὸς ἄλλου διαπανάται ποσότης θερμότητος. Ἐὰν ἀναμειξώμεν πάγον 0°C καὶ μαγειρικὸν ἄλας (εἰς ἀναλογίαν 3 πάγος : 1 μαγειρικὸν ἄλας), λαμβάνομεν διάλυμα μαγειρικοῦ ἁλατος εἰς ὕδωρ. Διὰ τὴν τήξιν

τοῦ πάγου καὶ τὴν διάλυσιν τοῦ ἁλατος ἀπαιτεῖται ποσότης θερμότητος, ἢ ὅποια προσφέρεται ἀπὸ τὰ δύο σώματα. Οὕτως ἡ θερμοκρασία τοῦ διαλύματος κατέρχεται μέχρι -22°C . Τὰ τοιαῦτα μείγματα, τὰ ὁποῖα προκαλοῦν πτώσιν τῆς θερμοκρασίας, καλοῦνται **ψυκτικὰ μείγματα** καὶ χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν παραγωγὴν χαμηλῶν θερμοκρασιῶν.

241. Ἐξαέρωσις.— Ἡ μεταβολὴ ἑνὸς ὑγροῦ εἰς ἀέριον καλεῖται **ἐξαέρωσις**. Διὰ νὰ παρακολουθήσωμεν τὸ φαινόμενον τῆς ἐξαερώσεως, θὰ ἐξετάσωμεν πρῶτον πῶς συμβαίνει ἡ ἐξαέρωσις ἑνὸς καθαροῦ ὑγροῦ ἐντὸς χώρου, ὃ ὁποῖος δὲν περιέχει ἄλλο ἀέριον.

242. Ἐξαέρωσις εἰς τὸ κενόν.— Ὡς κενὸν χώρον χρησιμοποιοῦμεν τὸ κενόν, τὸ ὁποῖον σχηματίζεται εἰς τὸν βαρομετρικὸν σωλῆνα ἄνωθεν τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου (σχ. 252). Ἐντὸς τοῦ χώρου τούτου εἰσάγομεν μίαν σταγὸνα ὑγροῦ π.χ. αἰθέρος. Τὸ ὑγρὸν μεταβάλλεται ἀκαριαίως εἰς ἀέριον καὶ ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου κατέρχεται ὀλίγον, ἕνεκα τῆς πίεσεως, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ τὸ σχηματισθὲν ἀέριον. Τὸ ἀέριον τοῦτο καλεῖται **ἀτμός**, ἡ δὲ πίσις του καλεῖται **τάσις τοῦ ἀτμοῦ**.



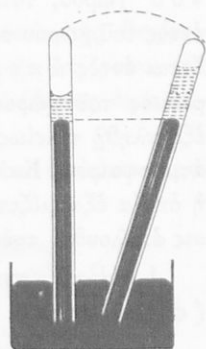
Σχ. 252. Ἐξαέρωσις εἰς τὸ κενόν.

Εἰσάγομεν νέαν σταγὸνα αἰθέρος. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὑγρὸν ἐξαερώνεται πάλιν ἀκαριαίως καὶ ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου κατέρχεται ὀλίγον. Ἡ ἐξαέρωσις τῆς δευτέρας σταγόνος φανερώνει ὅτι, πρὸ τῆς εἰσαγωγῆς της, ὁ χώρος τοῦ βαρομετρικοῦ θαλάμου ἠδύνατο νὰ περιλάβῃ καὶ ἄλλην ποσότητα ἀτμῶν αἰθέρος ἐκτὸς ἐκείνης, τὴν ὁποίαν περιεῖχεν κατ' ἐκείνην τὴν στιγμήν. Ὁ ἐντὸς τοῦ χώρου τούτου εὐρισκόμενος τότε ἀτμός καλεῖται **ἀκόρεστος ἀτμός**. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν νὰ εἰσάγωμεν ἐντὸς τοῦ βαρομετρικοῦ θαλάμου σταγόνas αἰθέρος, ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου κατέρχεται συνεχῶς, ἕως ὅτου ἐμφανισθῇ ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου ὑγρὸν. Ἐὰν τότε εἰσαχθοῦν καὶ ἄλλαι σταγόνες ὑγροῦ, ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου δὲν κατέρχεται πλέον. Λέγομεν τότε ὅτι ὁ χώρος εἶναι **κεκορεσμένος** ἀπὸ ἀτμούς ἢ ὅτι ἐντὸς τοῦ χώρου ὑπάρχει **κεκορεσμένος ἀτμός**. Ἡ πίσις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ὁ κεκορεσμένος ἀτμός, καλεῖται **μεγίστη τάσις**.

Τὰ ἀνωτέρω φαινόμενα ἐξηγοῦνται εὐκόλως. Κατ' ἀρχὰς τὸ ὑγρὸν

εξαερώνεται άκαριαίως, διότι καμμία έξωτερική πίεσις δέν άντιτίθεται είς τόν σχηματισμόν τοῦ άτμοῦ. Ἡ εξαέρωσις τοῦ ὑγροῦ έξακολουθεῖ, ἕως ὅτου ἡ πίεσις τοῦ παραχθέντος άτμοῦ ἔμποδίζῃ τήν περαιτέρω παραγωγήν άτμοῦ.

Ἰδιότητες τῶν άτμῶν. Ἐάν ἑλαττώσωμεν τόν ὀγκόν τοῦ κεκορεσμένου άτμοῦ (σχ. 253), μέρος τοῦ άτμοῦ ὑγροποιεῖται, ἡ τάσις ὅμως τοῦ άτμοῦ διατηρεῖται σταθερά. Ἐάν αὐξήσωμεν τόν ὀγκόν τοῦ κεκορεσμένου άτμοῦ, τότε μέρος τοῦ ὑγροῦ εξαερώνεται, ἡ τάσις ὅμως τοῦ άτμοῦ δέν μεταβάλλεται. Ἡ πειραματική ἔρευνα απέδειξεν ὅτι οἱ άτμοὶ ἔχουν τὰς ἀκολουθοῦσας ιδιότητες:



Σχ. 253. Ἐλάττωσις τοῦ ὀγκοῦ προκαλεῖ ὑγροποίησιν.

α) Κεκορεσμένοι άτμοί :

I. Εἰς ἑκάστην θερμοκρασίαν ἀντιστοιχεῖ ὠρισμένη μεγίστη τάσις, ἡ ὁποία ἔξαρτᾶται ἀπὸ τήν φύσιν τοῦ ὑγροῦ.

II. Ἡ μεγίστη τάσις τῶν άτμῶν αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

β) Ἀκόρεστοι άτμοί :

I. Ἡ τάσις τῶν ἀκορέστων άτμῶν εἶναι πάντοτε μικροτέρα ἀπὸ τήν μεγίστην τάσιν, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς αὐτήν τήν θερμοκρασίαν.

III. Οἱ ἀκόρεστοι άτμοὶ ἀκολουθοῦν τοὺς νόμους τῶν ἀερίων καὶ συνεπῶς ἑξομοιώνονται πρὸς τὰ ἀέρια.

Μεγίστη τάσις τῶν ὑδρατμῶν

Θερμοκρασία θ° C	Μεγίστη τάσις mm Hg	Θερμοκρασία θ° C	Μεγίστη τάσις mm Hg
0	4,6	80	355
10	9,2	90	526
20	17,5	100	760
30	31,8	105	906
35	42,2	110	1 073

243. Ἐξάτμισις.— Ἡ βραδεῖα εξαέρωσις ὑγροῦ ἀπὸ μόνον τήν ἐπιφάνειαν αὐτοῦ, ἐντὸς χώρου περιέχοντος ἄλλο ἀέριον, καλεῖται εἰδι-

κώτερον **ἐξατμίσις**. Ἐὰν τὸ ὑγρὸν ἐξατμίζεται ἐντὸς περὶ ωρισμέ-
νου χώρου, τότε ἡ ἐξατμίσις συνεχίζεται, μέχρις οὗτου σχηματισθῇ
ἐντὸς τοῦ χώρου τούτου κεκορεσμένος ἀτμός. Ἐὰν ὅμως τὸ ὑγρὸν ἐξατμι-
ζεται ἐντὸς ἀπεριόριστου χώρου, δὲν δύναται νὰ συμβῇ κο-
ρεσμός τοῦ χώρου τούτου, καὶ ἡ ἐξατμίσις συνεχίζεται, μέχρις οὗτου
ἐξαντληθῇ τελείως τὸ ὑγρὸν. Τοιαύτη εἶναι ἡ ἐξατμίσις ὑγροῦ ἐντὸς τῆς
ἀτμοσφαίρας. Καλεῖται **ταχύτης ἐξατμίσεως** (u) ἡ μᾶζα τοῦ ὑγροῦ,
ἡ ὁποία ἐξατμίζεται εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Εὐρέθη ὅτι ἡ ἐξατμι-
σις ἀκολουθεῖ τοὺς ἐξῆς νόμους :

I. Ἡ ταχύτης ἐξατμίσεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν
(σ) τοῦ ὑγροῦ.

II. Ἡ ταχύτης ἐξατμίσεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν διαφορὰν
τῆς μεγίστης τάσεως (F), τῆς ἀντιστοιχούσης εἰς τὴν θερμοκρασίαν
τοῦ πειράματος, καὶ τῆς τάσεως (f) τὴν ὁποίαν ἔχει κατὰ τὴν στι-
γμὴν αὐτὴν ὁ ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας ὑπάρχων ἀτμός.

III. Ἡ ταχύτης ἐξατμίσεως εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς
τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν (p), ἡ ὁποία ἐπιφέρεται ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ.

244. Βρασμός. — "Ὅταν ἡ θερμοκρασία ἐνὸς ὑγροῦ φθάσῃ ὥρι-
σμένον ὅριον, τὸ ὁποῖον καλεῖται **θερμοκρασία βρασμοῦ**, τότε ἡ ἐξαέ-
ρωσις τοῦ ὑγροῦ γίνεται ὀρμητικῶς. Ἐντὸς τῆς μάξης τοῦ ὑγροῦ σχημα-
τίζονται φυσαλλίδες ἀτμοῦ, αἱ ὁποῖαι ἀνέρχονται εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ
ὑγροῦ. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται βρασμός καὶ παράγεται, ὅταν
ἡ μεγίστη τάσις τοῦ ἀτμοῦ γίνῃ ἴση μετὰ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Πει-
ραματικῶς εὐρέθησαν οἱ ἀκόλουθοι **νόμοι τοῦ βρασμοῦ** :

I. Ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ἐν ὑγρὸν βράζει εἰς ὠρισμένην θερμο-
κρασίαν, ἡ ὁποία διατηρεῖται σταθερὰ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς
μεταβολῆς τῆς καταστάσεως.

II. Ὑπὸ δεδομένην ἐξωτερικὴν πίεσιν (p), ἐν ὑγρὸν βράζει εἰς
ἐκείνην τὴν θερμοκρασίαν (θ), εἰς τὴν ὁποίαν ἡ μεγίστη τάσις (F_{θ})
τοῦ κεκορεσμένου ἀτμοῦ εἶναι ἴση μετὰ τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν (p).

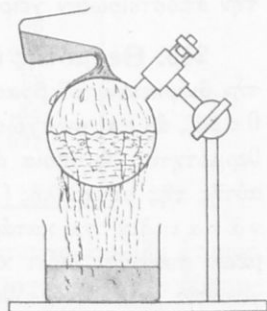
Ἡ θερμοκρασία βρασμοῦ εἶναι χαρακτηριστικὸν γνώρισμα ἐκάστου
σώματος. Ἐπειδὴ ὅμως αὕτη ἐξαρτᾶται πολὺ ἀπὸ τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν,
διὰ τοῦτο ἐκφράζομεν πάντοτε τὴν θερμοκρασίαν βρασμοῦ ὑπὸ τὴν κανο-
νικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν (76 cm Hg). Καλεῖται **κανονικὴ θερμο-**

κρασία βρασμού ἐνὸς ὑγροῦ ἢ θερμοκρασία, εἰς τὴν ὁποίαν τὸ ὑγρὸν βράζει ὑπὸ τὴν κανονικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.

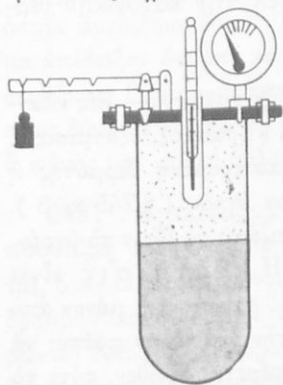
245. Ἐπίδρασις τῆς ἐξωτερικῆς πίεσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας βρασμοῦ τοῦ ὕδατος.—Διὰ νὰ εὗρωμεν τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἐξωτερικῆς πίεσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας βρασμοῦ τοῦ ὕδατος, ἐκτελοῦμεν τὰ ἐξῆς πειράματα :

α) Ἀνοικτὸν δοχεῖον, περιέχον ὕδωρ 30°C , τίθεται ἐντὸς κλειστοῦ χώρου Α, ἐκ τοῦ ὁποίου δυνάμεθα νὰ ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα μὲ τὴν βοήθειαν ἀεραντλίας. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὕδωρ ἀρχίζει νὰ βράζει, ὅταν ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ χώρου Α γίνη 30 mm Hg , δηλαδή ἴση μὲ τὴν μεγίστην τάσιν τῶν ὑδρατμῶν εἰς θερμοκρασίαν 30°C .

β) Ἐντὸς φιάλης βράζομεν ὕδωρ, ἕως ὅτου ἐκδιωχθῇ τελείως ὁ ἀήρ. Κλείομεν τότε τὴν φιάλην ἀεροστεγῶς καὶ διακόπτομεν τὴν θέρμανσιν (σχ. 254). Τὸ ὕδωρ ἐξακολουθεῖ νὰ βράζει, διότι ἡ πίεσις ἐντὸς τῆς φιάλης ἐλαττώνεται, λόγῳ τῆς ὑγροποιήσεως μέρους τῶν ἀνωθεν τοῦ ὑγροῦ ὑδρατμῶν. Ὁ βρασμὸς γίνεται ζωηρότερος, ἐὰν ψύξωμεν τοὺς ἀνωθεν τοῦ ὑγροῦ ὑδρατμούς, ὁπότε ἐπιταχύνεται ἡ ὑγροποίησης τῶν ὑδρατμῶν.



Σχ. 254. Ἐπίδρασις τῆς πίεσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας τοῦ βρασμοῦ.



Σχ. 255. Λέβης τοῦ Papin.

γ) Ὁ λέβης τοῦ Papin εἶναι μεταλλικὸν δοχεῖον ἀεροστεγῶς κλειστὸν, τὸ ὁποῖον φέρει ἀσφαλιστικὴν δικλεῖδα (σχ. 255). Ἡ δικλεῖς ἀνοίγει μόνον ὅταν ἡ ἐντὸς τοῦ λέβητος πίεσις ὑπερβῇ μίαν ὠρισμένην τιμὴν ἀσφαλείας. Ὅταν θερμαίνωμεν ὁμοίως τὸ ἐντὸς τοῦ λέβητος ὕδωρ, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος ἀνέρχεται εἰς 120°C ἢ καὶ 130°C , χωρὶς ὅμως νὰ παρατηρηθῇ βρασμός. Τοῦτο συμβαίνει, διότι ἐπὶ τοῦ ὕδατος ἐνεργεῖ ἡ πίεσις p τοῦ ἀέρος καὶ ἡ μεγίστη τάσις F_{θ} , ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν ἐλάχιστον

θερμοκρασίαν θ τοῦ ὕδατος. Οὕτως ἐπὶ τοῦ ὕδατος ἐνεργεῖ ἡ ὀλική πίεσις $p + F\theta$, ἡ ὁποία εἶναι πάντοτε μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν μεγίστην τάσιν $F\theta$ καὶ ἐπομένως εἶναι ἀδύνατον νὰ συμβῇ βρασμός τοῦ ὕδατος. Ἐκ τούτου συναγεται ὅτι :

Ἐντὸς κλειστοῦ δοχείου θερμαινομένου ὁμοιομόρφως εἶναι ἀδύνατον νὰ συμβῇ βρασμός.

Ἐφαρμογὴ τοῦ λέβητος τοῦ Papin εἶναι τὰ « αὐτόκλειστα », τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν βιομηχανίαν, εἰς τὰ νοσοκομεῖα διὰ τὴν ἀποστείρωσιν χειρουργικῶν ἐργαλείων κ.ἄ.

246. Θερμότης ἐξαερώσεως.—Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ βρασμοῦ ἡ θερμοκρασία τοῦ ὑγροῦ διατηρεῖται σταθερά, ἂν καὶ συνεχῶς προσφέρεται εἰς τὸ ὑγρὸν θερμότης. Ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἀπορροφᾶται ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ κατὰ τὴν διάρκειαν αὐτῆς τῆς μεταβολῆς (λανθάνουσα θερμότης ἐξαερώσεως) δαπαναῖται διὰ τὴν κατάργησιν τῶν μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ δυνάμεων συνοχῆς, διότι κατὰ τὴν ἐξαέρωσιν ἐνὸς ὑγροῦ τὰ μόρια αὐτοῦ γίνονται τελείως ἐλεύθερα.

I. Θερμότης ἐξαερώσεως (A) εἰς θερμοκρασίαν θ καλεῖται ἡ ποσότης θερμότητος, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ προσλάβῃ 1 γραμμάριον τοῦ ὑγροῦ, διὰ νὰ μεταβληθῇ τοῦτο εἰς κεκορεσμένον ἀτμὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας.

II. Ἡ θερμότης ἐξαερώσεως τοῦ ὕδατος εἰς τὴν κανονικὴν θερμοκρασίαν βρασμοῦ εἶναι 539 cal/gr.

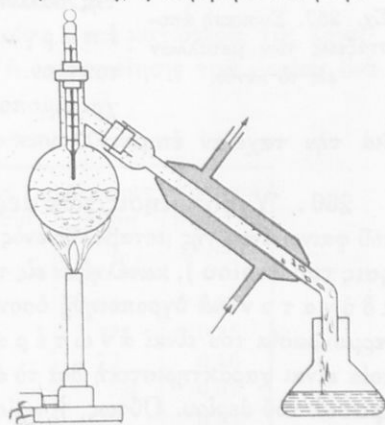
247. Ψῦχος παραγόμενον κατὰ τὴν ἐξάτμισιν.—Εἰς οἷαν-δὴποτε θερμοκρασίαν καὶ ἂν γίνεται ἡ ἐξαέρωσις (βρασμός, ἐξάτμισις), πάντοτε ἀπαιτεῖται δαπάνη θερμότητος. Ἡ ἀπαιτουμένη θερμότης ἡ προσφέρεται ἔξωθεν ἢ προσφέρεται ἀπὸ τὸ ἴδιον ὑγρὸν (§ 245 α, β). Ὅταν ὅμως ἡ ἀπαιτουμένη θερμότης προσφέρεται ἀπὸ τὸ ἴδιον τὸ ὑγρὸν, τότε κατ' ἀνάγκην ἐπέρχεται ψῦξις τοῦ ὑγροῦ. Ἡ ἐξάτμισις εἶναι μία μορφὴ ἐξαερώσεως, κατὰ τὴν ὁποίαν οἱ ἀτμοὶ παράγονται μόνον ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ. Ἐπομένως καὶ διὰ τὴν ἐξάτμισιν πρέπει νὰ δαπανηθῇ θερμότης. Ὅταν ὅμως αὕτη δὲν προσφέρεται ἔξωθεν, τότε τὸ ἐξατμιζόμενον ὑγρὸν προσλαμβάνει τὴν ἀπαιτουμένην διὰ τὴν ἐξάτμισιν θερμότητα ἀπὸ αὐτὴν τὴν μᾶζαν τοῦ ἢ ἀπὸ τὰ σώματα, μὲ τὰ ὁποῖα

εὐρίσκεται εἰς ἐπαφήν. Οὕτω τὸ ἐξατμιζόμενον ὑγρὸν προκαλεῖ ψῦξιν, ἢ ὅποια εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον ταχυτέρα εἶναι ἡ ἐξάτμισις (π.χ. ἡ ψῦξις τῆς χειρὸς μας κατὰ τὴν ἐξάτμισιν τοῦ ἐπ' αὐτῆς αἰθέρος).

Θερμοκρασία βρασμοῦ καὶ θερμότης εξαερώσεως		
Σῶμα	θ°C	cal/gr
Αἰθέρ	34,6	86
Οἶνόπνευμα	78,4	201
Υδράργυρος	357	68
Τολουόλιον	111	83
Υδωρ	100	539

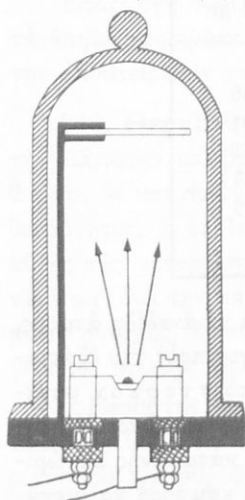
248. Ἐξάχνωσις.— Ἐν στερεῶν σῶμα δύναται νὰ ἀναδίδῃ ἀτμούς, ὅπως καὶ ἐν ὑγρὸν. Τὸ φαινόμενον τοῦτο εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν ἐξάτμισιν καὶ καλεῖται **ἐξάχνωσις**. Κατὰ τὴν ἐξάχνωσιν τὸ στερεὸν μεταβάλλεται ἀμέσως εἰς ἀέριον, χωρὶς νὰ διέλθῃ προηγουμένως διὰ τῆς ὑγρᾶς καταστάσεως. Ἡ ἐξάχνωσις εἶναι ἰδιαιτέρως καταφανὴς εἰς ὠρισμένα σώματα, ὅπως εἶναι τὸ ἰώδιον, ἡ ναφθαλίνη, ἡ καμφορά καὶ μεγάλος ἀριθμὸς στερεῶν σωμάτων, τὰ ὑποῖα ἀναδίδουν ὁσμὴν. Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι ὑπὸ καταλλήλους συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως δύναται νὰ ὑποστῇ ἐξάχνωσιν ὁ πάγος καὶ πολλὰ ἄλλα σώματα.

249. Ἀπόσταξις.— Ἡ ἀπόσταξις ἐνὸς ὑγροῦ ἐπιτυγχάνεται, ὅταν οἱ παραγόμενοι κατὰ τὸν βρασμὸν κεκορεσμένοι ἀτμοὶ φέρωνται ἐντὸς ἄλλου χώρου, ὁ ὁποῖος διατηρεῖται εἰς θερμοκρασίαν μικροτέραν ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν βρασμοῦ τοῦ ὑγροῦ. Τότε οἱ ἐντὸς τοῦ χώρου τούτου ἐρχόμενοι ἀτμοὶ ὑγροποιοῦνται. Τὸ σχῆμα 256 δεικνύει μίαν πολὺ ἀπλὴν ἐργαστηριακὴν



Σχ. 256. Συσκευή ἀποστάξεως.

διάταξιν διὰ τὴν ἀπόσταξιν ὑγρῶν. Ἡ ψῦξις ἐπιτυγχάνεται διὰ ρεύματος ψυχροῦ ὕδατος. Ἐὰν τὸ ὑγρὸν περιέχῃ ἐν διαλύσει ἄλλα σώματα μὴ πτητικά, τότε κατὰ τὴν ἀπόσταξιν τοῦ διαλύματος παράγονται μόνον ἀτμοὶ τοῦ ὑγροῦ, οἱ ὅποιοι ἔπειτα ὑγροποιῶνται· οὕτω λαμβάνεται τὸ ὑγρὸν τοῦτο τελείως καθαρὸν (π.χ. παρασκευὴ ἀπεσταγμένου ὕδατος). Τὰ διαλελυμένα μὴ πτητικὰ σώματα παραμένουν εἰς τὸν ἀποστακτῆρα.



Σχ. 257. Συσκευή ἀποστάξεως τῶν μετάλλων εἰς τὸ κενόν.

Ἐὰν τὸ ὑγρὸν εἶναι μείγμα πτητικῶν ὑγρῶν, τότε ἀποστάζονται διαδοχικῶς τὰ διάφορα συστατικά τοῦ μείγματος (**κλασματικὴ ἀπόσταξις**).

Τὰ μέταλλα δύνανται νὰ ὑποστοῦν ἀπόσταξιν, ἐὰν ὑψωθῇ πολὺ ἡ θερμοκρασία των (π.χ. καθαρισμὸς τοῦ ψευδαργύρου). Εἰς τὸ κενὸν τὰ μέταλλα παράγουν εὐκόλως ἀτμούς. Οὕτω θερμαίνοντες εἰς τὸ κενὸν ἄργυρον ἢ ἀργίλλιον δυνάμεθα νὰ μεταβάλλωμεν μίαν πλάκα ὑάλου εἰς κάτοπτρον. Ἐπὶ μιᾶς ταινίας ἐκ βολφραμίου, ἡ ὁποία διαπυρῶνεται δι' ἡλεκτρικοῦ ρεύματος, τοποθετεῖται τεμάχιον ἀργύρου (σχ. 257). Τότε ὁ ἄργυρος ἐξαεροῦται καὶ ἐκπέμπει εὐθυγράμμως ἄτομα, τὰ ὁποῖα ἐπικάθηνται ἐπὶ τῆς ὑαλίνης πλακῆς. Οὕτως ἡ πλάξ τῆς ὑάλου ἐπαργυρῶνεται καὶ μεταβάλλεται εἰς κάτοπτρον. Ἡ τοιαύτη μέθοδος ἐπιμεταλλώσεως χρησιμοποιεῖται σήμερον εἰς τὴν βιομηχανίαν

διὰ τὴν ταχεῖαν ἐπιμετάλλωσιν διαφόρων ἀντικειμένων.

250. Ὑγροποίησις τῶν ἀερίων.—Ἐκ τῆς πειραματικῆς ἐρεύνης τοῦ φαινομένου τῆς μεταβολῆς ἐνὸς αέριου εἰς ὑγρὸν (**ὕγροποίησις τοῦ αέριου**), κατέληξαν εἰς τὸ ἐξῆς συμπέρασμα. Ἐν ἀέριον εἶναι ἀδύνατον νὰ ὑγροποιηθῇ ὅσονδήποτε καὶ ἂν συμπιεσθῇ, ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία του εἶναι ἀνωτέρω μιᾶς ὀρισμένης θερμοκρασίας, ἡ ὁποία εἶναι χαρακτηριστικὴ διὰ τὸ ἀέριον καὶ καλεῖται **κρίσιμος θερμοκρασία** τοῦ αέριου. Οὕτως, ἡ κρίσιμος θερμοκρασία τοῦ διοξειδίου τοῦ ἀνθρακος εἶναι 31°C . Ἐπὶ πλέον ἀπεδείχθη ὅτι διὰ νὰ ὑγροποιηθῇ τὸ ἀέριον εἰς τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν, πρέπει ἡ πίεσις τοῦ αέριου νὰ λάβῃ μίαν ὀρισμένην τιμὴν, ἡ ὁποία καλεῖται **κρίσιμος πίεσις**. Αὕτη διὰ

τὸ διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος εἶναι 73 ἀτμόσφαιραι. Εἰς τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν καὶ ὑπὸ τὴν κρίσιμον πίεσιν μία μᾶζα ἀερίου ἔχει ὠρισμένον ὕγκον (κρίσιμος ὕγκος) καὶ συνεπῶς ἔχει καὶ ὠρισμένην πυκνότητα, ἡ ὁποία καλεῖται **κρίσιμος πυκνότης**. Ἡ κρίσιμος θερμοκρασία, ἡ κρίσιμος πίεσις καὶ ἡ κρίσιμος πυκνότης εἶναι αἱ τρεῖς **κρίσιμοι σταθεραὶ** τοῦ ἀερίου, αἱ ὁποῖαι εἶναι φυσικὰ μεγέθη χαρακτηριστικὰ δι' ἕκαστον ἄεριον.

Ὅταν ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου εἶναι κατωτέρα τῆς κρίσιμου θερμοκρασίας, τότε τὸ ἄεριον δύναται νὰ ὑγροποιηθῇ, ἐφ' ὅσον ἡ πίεσις τοῦ λάβῃ μίαν ὠρισμένην τιμὴν, ἡ ὁποία εἶναι μικρότερα ἀπὸ τὴν κρίσιμον πίεσιν. Οὕτως εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος ὑγροποιεῖται εὐκόλως, ἐὰν ἡ πίεσις τοῦ γίνῃ ἴση μὲ 50 — 55 ἀτμοσφαιράς.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὰ ἀκόλουθα γενικὰ συμπεράσματα :

I. Κρίσιμος θερμοκρασία ἑνὸς σώματος καλεῖται ἡ θερμοκρασία ἐκείνη, ἄνωθεν τῆς ὁποίας τὸ σῶμα ὑπάρχει πάντοτε εἰς ἄεριον κατὰστασιν ὑπὸ ὅσωνδήποτε μεγάλῃν πίεσιν.

II. Εἰς τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν εἶναι δυνατὴ ἡ ὑγροποίησις τοῦ ἀερίου, ὅταν ἡ πίεσις καὶ ἡ πυκνότης αὐτοῦ λάβουν ὠρισμένην τιμὴν (κρίσιμος πίεσις, κρίσιμος πυκνότης).

III. Ὅταν ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου εἶναι κατωτέρα τῆς κρίσιμου θερμοκρασίας του, εἶναι δυνατὴ ἡ ὑγροποίησις τοῦ ἀερίου διὰ συμπίεσεως αὐτοῦ.

Κρίσιμοι σταθεραὶ

Σῶμα	Κρίσιμος θερμοκρασία θ ^ο C	Κρίσιμος πίεσις at	Κρίσιμος πυκνότης gr/cm ³
Ἀζωτον	— 147	34	0,31
Ἀήρ	— 141	37	0,35
Διοξείδιον ἄνθρακος	+ 31	73	0,46
Ἡλίου	— 270	2,3	0,07
Ὄξυγόνον	— 119	50	0,43
Υδρογόνον	— 240	12	0,03
Γάλακτος	+ 365	195	0,4

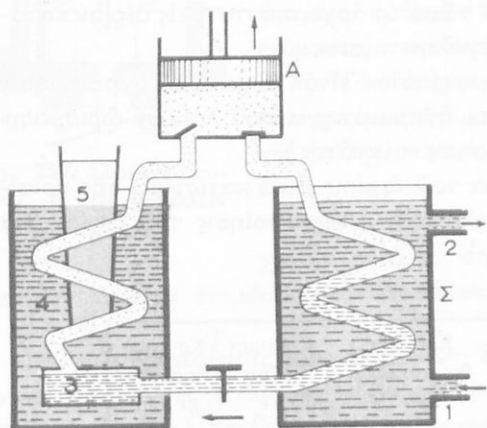
251. Μέθοδοι παραγωγής ψύχους.—Διὰ τὴν παραγωγὴν ψύχους, δηλαδή διὰ τὴν παραγωγὴν χαμηλῶν θερμοκρασιῶν, ἐφαρμόζονται διάφοροι μέθοδοι.

α) Τὰ ψυκτικὰ μείγματα. Τὰ ψυκτικὰ μείγματα ἐγνωρίσαμεν εἰς τὴν § 240.

β) Ἡ ἐξαέρωσις ὑδροποιηθέντων αέριων. Ἀναγκάζομεν ἐν ὑδροποιηθὲν αέριον νὰ ἐξαερωθῇ ὑπὸ ἡλαττωμένην πίεσιν, ὥστε ἡ ἐξάτμισις τοῦ ὑγροῦ νὰ εἶναι ταχεῖα. Τότε προκαλεῖται σημαντικὴ ψύξις (§ 247) τῶν σωμάτων, μὲ τὰ ὅποια τὸ ὑγρὸν εὐρίσκεται εἰς ἐπαφὴν. Ἡ ταχεῖα ἐξάτμισις τοῦ ὑδροποιημένου αέριου εἶναι δυνατόν νὰ προκαλέσῃ τὴν στερεοποίησιν τοῦ ὑπολοίπου ὑγροῦ. Οὕτω κατὰ τὴν ταχεῖαν ἐξάτμισιν τοῦ ὑδροποιημένου διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος (CO_2) ἐπέρχεται στερεοποίησις τοῦ υπολοίπου ὑγροῦ, τὸ ὅποιον μεταβάλλεται εἰς στερεὸν διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος (ξηρὸς πάγος).

γ) Ἡ ἐκτόνωσις. Ὄταν ἐν αέριον συμπιέζεται ἀποτόμως, τότε τὸ αέριον θερμαίνεται. Ἀντιθέτως, ὅταν ἡ πίεσις τοῦ αέριου ἐλαττωθῇ ἀποτόμως, τότε τὸ αέριον ψύχεται. Εἰδικώτερον καλεῖται ἐκτόνωσις ἡ ἀπότομος ἐλάττωσις τῆς πίεσεως τοῦ αέριου. Ἡ ἐκτόνωσις ἑνὸς αέριου συνοδεύεται πάντοτε ἀπὸ μεγάλην ψύξιν τοῦ αέριου.

δ) Ἐφαρμογαί. Αἱ ἀνωτέρω μέθοδοι παραγωγῆς ψύχους χρησιμοποιοῦνται εὐρύτατα εἰς ἐπιστημονικὰ ἐργαστήρια καὶ βιομηχανικὰς ἐγκαταστάσεις. Οὕτως



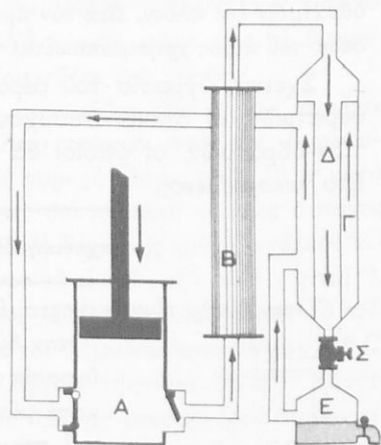
Σχ. 258. Σχηματικὴ παράστασις ἐγκαταστάσεως παρασκευῆς πάγου.

1 ψυχρὸν ὕδωρ, 2 θερμὸν ὕδωρ, Σ συμπυκνωτής, 3 ὑδροποιημένη ἀμμωνία, 4 ἀλμυρὸν ὕδωρ, 5 ὕδωρ πρὸς πῆξιν.

εἰς τὰς περισσοτέρας **ψυκτικὰς μηχανὰς** τὸ ψῦχος παράγεται διὰ τῆς ταχείας ἐξάτμισεως ἑνὸς ὑδροποιηθέντος αέριου (ὑγρὰ ἀμμωνία NH_3 , freon CCl_3F κ.ἄ.). Τὸ ἐκ τῆς ἐξάτμισεως προκύπτον αέριον ἀναρ-

ροφᾶται ἀπὸ μίαν ἀντλίαν καὶ πάλιν ὑγραποιεῖται. Ἡ ἐκλυομένη κατὰ τὴν ὑγραποίησιν τοῦ ἀερίου θερμότης ἀπορροφᾶται ἀπὸ ρεῦμα ψυχροῦ ὕδατος. Εἰς τὸ σχῆμα 258 φαίνεται σχηματικῶς μία τοιαύτη ψυκτικὴ ἐγκατάστασις διὰ τὴν παρασκευὴν πάγου. Ἐπὶ τῆς ἰδίας ἀρχῆς στηρίζεται ἡ λειτουργία τῶν ἡλεκτρικῶν ψυγείων.

*Ἡ βιομηχανία διὰ τὴν ὑγραποίησιν τοῦ ἀέρος χρησιμοποιεῖ τὴν μεγάλην ψύξιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ὁ ἀήρ κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν αὐτοῦ. Πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον χρησιμοποιεῖται κυρίως ἡ **μηχανὴ τοῦ Linde** (σχ. 259). Ὁ ἀήρ συμπιέζεται μέχρι 200 ἀτμοσφαιρῶν. Ἐπειτα προψύχεται εἰς -30°C καὶ ἐρχόμενος εἰς τὸν θάλαμον Γ ἐκτονοῦται,* ὁπότε ἡ θερμοκρασία του κατέρχεται κατὰ πολὺ. Ἡ νέα ποσότης ἀέρος, ἡ ὁποία εὐρίσκεται τώρα ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Δ, κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν τῆς θά ψυχθῇ ἀκόμη περισσότερον. Οὕτως ἡ θερμοκρασία ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Δ, ἔπειτα ἀπὸ κάθε ἐκτόνωσιν, γίνεται κατωτέρα τῆς προηγουμένης καὶ εἰς μίαν στιγμὴν γίνεται κατωτέρα ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν βρασμοῦ τοῦ ἀέρος. Τότε μέρος τοῦ ἐκτονουμένου ἀέρος ὑγραποιεῖται.



Σχ. 259. Μηχανὴ τοῦ Linde διὰ τὴν ὑγραποίησιν τοῦ ἀέρος.

Α συμπιεστής, Β θάλαμος προψύξεως τοῦ ἀέρος, Γ θάλαμος ἐκτονώσεως, Δ σωλὴν διοχετεύσεως τοῦ πεπιεσμένου καὶ προψυχθέντος ἀέρος, Ε θάλαμος ὑγραποῦσεως τοῦ ἀέρος, Σ στρόφιγξ.

252. Ἀπόλυτος καὶ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος.—Ὁ ἀτμοσφαιρικός ἀήρ περιέχει πάντοτε ὕδατμοὺς ἕνεκα τῆς ἀδιακόπου ἐξατμίσεως, ἡ ὁποία συμβαίνει ἐπὶ τοῦ πλανήτου μας. Ἐν τούτοις ὁ ἀήρ δὲν εἶναι πάντοτε κεκορεσμένος.

Ἀπόλυτος ὑγρασία τοῦ ἀέρος καλεῖται ἡ μᾶζα m τῶν ὕδατμῶν, οἱ ὁποῖοι περιέχονται ἐντὸς 1 m^3 ἀέρος κατὰ δεδομένην στιγμὴν.

Διὰ τὰ φαινόμενα τῆς ζωῆς καὶ εἰς πολλὰς ἐφαρμογὰς ἔχει ἐνδιαφέρον ἡ ἱκανότης τοῦ ἀέρος πρὸς παραγωγὴν φαινομένων ἐξατμίσεως καὶ

συμπυκνώσεως. Ούτω π.χ. ὁ ἀήρ ὁ ὁποῖος περιέχει 9 gr ὑδρατμῶν κατὰ κυβικὸν μέτρον εἶναι κεκορεσμένος, ἂν ἡ θερμοκρασία του εἶναι 10°C , εἶναι ὅμως ἀκόρεστος, ἂν ἡ θερμοκρασία του εἶναι 25°C . Εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 25°C ἕκαστον κυβικὸν μέτρον δύναται νὰ προσλάβῃ 15 gr ὑδρατμῶν ἐπὶ πλεόν. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς ὑγρομετρικῆς καταστάσεως τοῦ ἀέρος χρησιμοποιεῖται ἡ **σχετικὴ ὑγρασία**.

Σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος καλεῖται ὁ λόγος τῆς μάζης m τῶν ὑδρατμῶν, οἱ ὁποῖοι ὑπάρχουν εἰς 1 m^3 ἀέρος πρὸς τὴν μᾶζαν M τῶν ὑδρατμῶν, οἱ ὁποῖοι θὰ ὑπῆρχον εἰς 1 m^3 ἀέρος, ἐὰν ὁ ἀήρ ἦτο κεκορεσμένος.

$$\text{σχετικὴ ὑγρασία: } \Delta = \frac{m}{M}$$

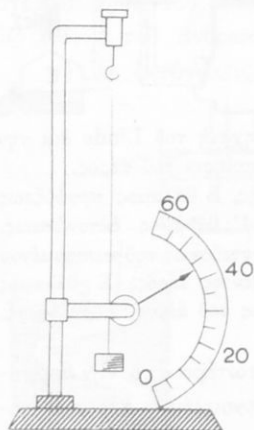
“Ὅταν ὁ ἀήρ εἶναι κεκορεσμένος, ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἶναι ἴση μὲ 1.

“Ὅταν ὅμως ὁ ἀήρ εἶναι ἀκόρεστος, ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἶναι μικροτέρα τῆς μονάδος. Ἐὰν π.χ. κατὰ μίαν ἡμέραν ὁ ἀήρ ἔχῃ θερμοκρασίαν 25°C καὶ περιέχῃ 9 gr ὑδρατμῶν κατὰ κυβικὸν μέτρον, τότε ἡ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος εἶναι

$$\Delta = \frac{9}{24} = 0,375 \quad \text{ἢ} \quad \Delta = 37,5\%.$$

Ὁ ἀήρ κατὰ τὴν στιγμὴν ἐκείνην ἀπέχει πολὺ ἀπὸ τὴν κατὰστασιν κόρου.

Μέτρησις τῆς ὑγρασίας τοῦ ἀέρος. Ἡ σχετικὴ ὑγρασία εὐρίσκεται μὲ εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **ὕγρῳμετρα**. Τὸ ἀπλούστατον ὕγρῳμετρον ἀπορροφᾷ σεως στηρίζεται εἰς τὴν ιδιότητα, τὴν ὁποίαν ἔχουν αἰζωικαὶ τρίχες νὰ ἐπιμηκύνωνται εἰς τὸν ὑγρὸν ἀέρα (σχ. 260). Ἡ κλῖμαξ του δίδει ἀμέσως τὴν σχετικὴν ὑγρασίαν εἰς ἑκατοστά. Τὸ ὄργανον τοῦτο δὲν εἶναι πολὺ ἀκριβές, εἶναι ὅμως εὐχρηστον.



Σχ. 260. Ὑγρῳμετρον ἀπορροφῆσεως.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

236. Ἐντὸς δοχείου ὑπάρχουν πάγος καὶ ὕδωρ. Ἡ μᾶζα των εἶναι 400 gr. Προσθέτομεν 300 gr ὕδατος 80°C καὶ ἡ θερμοκρασία γίνεταί τελικῶς 10°C . Πόσος πάγος ὑπῆρχεν ἀρχικῶς;

237. Πόσος πάγος θερμοκρασίας -15°C δύναται νὰ τακῇ ὑπὸ 1 kg ὕδατος 60°C ; Εἰδικὴ θερμοῦτης πάγου $0,58\text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.

238. Ἐν τεμάχιον πάγου 0°C ἔχει βάρος 115 gr^* καὶ τίθεται ἐντὸς θερμοιδόμετρον, τὸ ὁποῖον περιέχει 1000 gr ὕδατος θερμοκρασίας 20°C . Τὸ δοχεῖον τοῦ θερμοιδόμετρον ἔχει βάρος 350 gr^* καὶ εἰδικὴν θερμοῦτητα $0,1\text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$. Νὰ εὗρεθῇ πόση εἶναι ἡ θερμοκρασία τοῦ συστήματος μετὰ τὴν πλήρη τήξιν τοῦ πάγου.

239. Ὁρειχάλκινον θερμοιδόμετρον ἔχει μᾶζαν 500 gr καὶ περιέχει 500 gr πάγου θερμοκρασίας -20°C . Διοχετεύομεν ἐντὸς τοῦ θερμοιδόμετρον ρεῖμα ὕδατος 80°C , τοῦ ὁποῖου ἡ παροχὴ ὕδατος εἶναι 50 gr κατὰ λεπτόν. Τότε χρειάζονται $11\text{ min } 20\text{ sec}$ διὰ νὰ τακῇ τελείως ὁ πάγος καὶ νὰ μεταβληθῇ εἰς ὕδωρ 0°C . Ἡ εἰδικὴ θερμοῦτης τοῦ ὀρειχάλκου εἶναι $0,1\text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$ καὶ τοῦ πάγου εἶναι $0,5\text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$. Νὰ εὗρεθῇ ἡ θερμοῦτης τήξεως τοῦ πάγου. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν τὸ πείραμα, μετὰ πόσον χρόνον ἡ θερμοκρασία τοῦ θερμοιδόμετρον θὰ γίνῃ 20°C ;

240. Εἰς ἓν θερμοιδόμετρον τοῦ Laplace τήκονται $0,72\text{ gr}$ πάγου, ὅταν εἰσαχθοῦν ἐντὸς τοῦ θερμοιδόμετρον $6,33\text{ gr}$ ψευδαργύρου θερμοκρασίας $98,5^{\circ}\text{C}$. Νὰ εὗρεθῇ ἡ εἰδικὴ θερμοῦτης τοῦ ψευδαργύρου. Θερμοῦτης τήξεως πάγου 80 cal/gr .

241. Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γ'ῆς ὑπάρχει στρωμα πάγου πάχους 2 cm καὶ θερμοκρασίας 0°C . Ἐὰν ἐπὶ 1 cm^2 ἡ ἡλιακὴ ἀκτινοβολία μεταφέρῃ $1,5\text{ cal}$ κατὰ λεπτόν, νὰ εὗρεθῇ πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται διὰ τὴν τελείαν τήξιν τοῦ πάγου. Πυκνότης πάγου $0,917\text{ gr/cm}^3$. Θερμοῦτης τήξεως πάγου 80 cal/gr .

242. Ἐντὸς δοχείου ἔχοντος θερμοχωρητικότητά 8 cal/grad ὑπάρχουν 50 gr πάγου θερμοκρασίας -20°C . Προσθέτομεν $267,8\text{ gr}$ ὕδατος 32°C καὶ ἡ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ συστήματος γίνεται 12°C . Νὰ εὗρεθῇ ἡ εἰδικὴ θερμοῦτης τοῦ πάγου. Θερμοῦτης τήξεως πάγου 80 cal/gr .

243. Ἐντὸς δοχείου ἔχοντος ἀσήμαντον θερμοχωρητικότητά ὑπάρχουν $1\,800\text{ gr}$ ὕδατος θερμοκρασίας 8°C . Νὰ εὗρεθῇ πόση μᾶζα πάγου θερμοκρασίας -26°C πρέπει νὰ τεθῇ ἐντὸς τοῦ δοχείου ὥστε, ὅταν ἀποκατασταθῇ θερμικὴ ἰσορροπία, ἡ μᾶζα τοῦ πάγου νὰ ἔχῃ ἀυξηθῇ κατὰ 85 gr . Εἰδικὴ θερμοῦτης πάγου $0,5\text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$. Θερμοῦτης τήξεως πάγου 80 cal/gr .

244. Ἐντὸς δοχείου ἔχοντος ἀσήμαντον θερμοχωρητικότητά ὑπάρχουν 120 gr ὕδατος εἰς κατάστασιν ὑπερτήξεως καὶ θερμοκρασίας -18°C .

Πόση μάζα πάγον θα σχηματισθῇ, όταν ἡ θερμοκρασία γίνῃ 0°C ; Εἰδικὴ θερμότης πάγον $0,5 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$. Θερμότης τήξεως πάγον 80 cal/gr .

245. Ὑδρατμοὶ εἰς 30°C ἔχουν ὄγκον 10 dm^3 καὶ τάσιν 12 mm Hg . Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν ὁ ὄγκος των γίνεται 4 dm^3 . Πόση γίνεται ἡ τάσις των; $F_{30} = 31,8 \text{ mm Hg}$.

246. Ὑδρατμοὶ εἰς 35°C ἔχουν ὄγκον 50 dm^3 καὶ τάσιν 20 mm Hg . Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν ὁ ὄγκος των γίνεται 10 dm^3 . Πόση γίνεται ἡ τάσις των; $F_{35} = 42,2 \text{ mm Hg}$.

247. Ἐντὸς 100 gr ὕδατος εὐρίσκονται 100 gr πάγον. Πόση μάζα ὑδρατμῶν θερμοκρασίας 100°C πρέπει νὰ διαβιβασθῇ εἰς τὸ σύστημα τοῦτο, ὥστε τελικῶς νὰ ἔχωμεν μόνον ὕδωρ 18°C ;

248. Τί προκύπτει ἐκ τῆς ἀναμίξεως 50 gr πάγον 0°C καὶ 500 gr ὑδρατμῶν 100°C ;

249. Ἐντὸς θερμοδομέτρου ἔχοντος θερμοχωρητικότητα 50 cal/grad περιέχονται 2 kgr πάγον, 5 kgr ὕδατος καὶ $0,7 \text{ kgr}$ ἀργιλίου. Διοχετεύομεν ἐντὸς τοῦ δοχείου 80 gr ὑδρατμοῦ 100°C . Ποία εἶναι ἡ τελικὴ θερμοκρασία; Εἰδικὴ θερμότης ἀργιλίου $0,21 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.

250. Ἐντὸς δοχείου ἔχοντος ἀσήμαντον θερμοχωρητικότητα ἀναμειγνύομεν 1 kgr ἀργιλίου θερμοκρασίας 180°C καὶ 500 gr ὕδατος 60°C . Πόση μάζα ὕδατος θα ἐξαερωθῇ;

251. Πόσῃν μάζαν ὑδρατμῶν περιέχει εἰς 20°C μία αἷθουσα ἔχουσα διαστάσεις $50 \text{ m} \cdot 30 \text{ m} \cdot 10 \text{ m}$, όταν ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἶναι 80% ; $F_{20} = 17,5 \text{ mm Hg}$. Πυκνότης ὑδρατμῶν εἰς 0°C καὶ 76 cm Hg : $d_0 = 0,806 \text{ gr/dm}^3$.

252. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ πυκνότης τοῦ ξηροῦ ἀέρος καὶ τοῦ ἀέρος, ὁ ὁποῖος εἰς 20°C εἶναι κεκορεσμένος μὲ ὑδρατμούς, όταν ἡ πίεσις εἶναι 720 mm Hg . $F_{20} = 17,5 \text{ mm Hg}$.

253. Νὰ εὐρεθῇ ἡ μάζα ἐνὸς λίτρου ἀέρος εἰς 20°C καὶ πίεσιν 75 cm Hg , ἂν ἡ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος εἶναι 60% . Ἡ μεγίστη τάσις τῶν ὑδρατμῶν εἰς 20°C εἶναι: $1,75 \text{ cm Hg}$. Πυκνότης ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας: ἀέρος $1,293 \text{ gr/dm}^3$, ὑδρατμῶν $0,806 \text{ gr/dm}^3$.

254. Τεμάχιον πάγον ἔχει βάρος 100 gr^* καὶ ἐπιπλέει ἐπὶ ὕδατος θερμοκρασίας 0°C . Εἰσάγομεν ἐντὸς τοῦ δοχείου τεμάχιον μετάλλου, τὸ ὁποῖον ἔχει βάρος 150 gr^* καὶ θερμοκρασίαν 100°C . Ὄταν ἀποκατασταθῇ θερμικὴ ἰσορροπία, ἐξακολουθεῖ νὰ ἐπιπλέῃ τεμάχιον πάγον. Νὰ

υπολογισθῇ πόση μᾶζα τοῦ πάγου ἐτάκη καὶ πόση εἶναι ἡ ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου τοῦ συστήματος πάγος — ὕδωρ. Ὑποθέτομεν ὅτι τὸ δοχεῖον εἶναι τελείως μονωμένον θερμοκῶς. Πυκνότης πάγου: $0,92 \text{ gr/cm}^3$. Θερμότης τήξεως πάγου: 80 cal/gr . Εἰδικὴ θερμότης μετάλλου: $0,12 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.

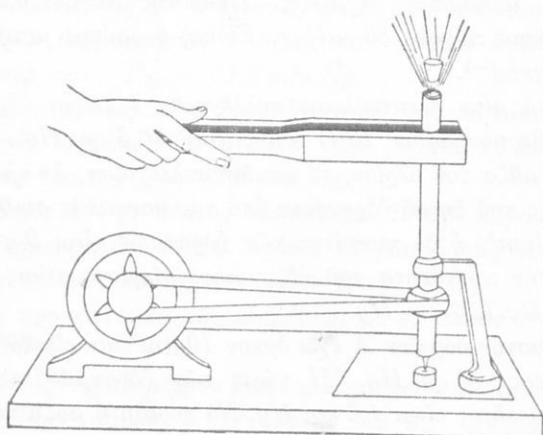
255. Κατὰ μίαν ἠλεκτρόλυσιν συλλέγομεν 1 λίτρον ὕδρογόνου, τὸ ὁποῖον ἔχει θερμοκρασίαν 15°C καὶ πίεσιν $76,5 \text{ cm Hg}$. Νὰ εὑρεθῇ πόση εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ αερίου, τὸ ὁποῖον συλλέγομεν, ἂν εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ ξηροῦ ὕδρογόνου ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας εἶναι: $0,000\,089 \text{ gr/cm}^3$, ἡ δὲ πυκνότης τῶν ὑδρατμῶν εἶναι 9 φορές μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν πυκνότητα τοῦ ὕδρογόνου. Μεγίστη τάσις τῶν ὑδρατμῶν εἰς 15°C : $1,27 \text{ cm Hg}$.

256. Κλειστὸν δοχεῖον Α ἔχει ὄγκον 10 dm^3 καὶ εἰς 20°C περιέχει ἀέρα ὑπὸ πίεσιν 76 cm Hg . Ἡ τάσις τῶν ὑδρατμῶν, τοὺς ὁποίους περιέχει ὁ ἀὴρ οὔτος εἶναι $1,6 \text{ cm Hg}$. Νὰ εὑρεθῇ ἡ μᾶζα τῶν περιεχομένων ὑδρατμῶν καὶ ὁ λόγος τῆς πυκνότητος τοῦ ὑγροῦ τοῦτου ἀέρος πρὸς τὴν πυκνότητα τοῦ ξηροῦ ἀέρος. Σχετικὴ πυκνότης ὑδρατμῶν $0,62$. Πυκνότης ξηροῦ ἀέρος ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας $1,3 \text{ gr/dm}^3$.

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

253. Θερμότης καὶ μηχανικὴ ἐνέργεια. — Ἡ καθημερινὴ πείρα ἀποδεικνύει ὅτι τὸ ἔργον τῶν τριβῶν μεταβάλλεται συνήθως εἰς θερμότητα (π.χ. ἡ θέρμανσις τῶν χειρῶν μας διὰ προστριβῆς τῶν, ἡ θέρμανσις τῆς τροχοπέδης τοῦ αὐτοκινήτου κ.τ.λ.). Ἐπίσης κατὰ τὴν κρούσιν δύο σωμάτων ἀναπτύσσεται θερμότης. Ὡστε ἐκ τῆς καθημερινῆς πείρας εὐκόλως συνάγεται ὅτι **ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς θερμότητα**. Ἡ ἀντίστροφος μετατροπὴ δὲν ὑποπίπτει εὐκόλως εἰς τὴν ἀντίληψίν μας. Δυνάμεθα ὅμως νὰ τὴν παρατηρήσωμεν μὲ τὸ ἐξῆς πείραμα. Ἐντὸς μεταλλικοῦ σωλήνος θέτομεν ὀλίγον αἰθέρα καὶ κλείομεν τὸν σωλήνα μὲ πῶμα φελλοῦ (σχ. 261). Ὁ σωλὴν τίθεται εἰς ταχεῖαν περιστροφικὴν κίνησιν, ἐνῶ συγχρόνως προστρίβεται ἐπὶ ξυλίνης τροχοπέδης. Ἐνεκα τῆς τριβῆς ὁ σωλὴν θερμαίνεται καὶ ὁ αἰθὴρ ἐξαεροῦται ἀποτόμως. Ἡ μεγάλη πίεσις τῶν παραγομένων ἀτμῶν τοῦ αἰθέρος ἐκσφενδονίζει μὲ ὀρμὴν τὸ πῶμα τοῦ σωλήνος. Εἰς τὸ πείραμα τοῦτο παρα-

τηροῦμεν ὅτι ἡ θερμότης μετατρέπεται εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν (δηλαδή εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν τοῦ πάματος). Τὴν μετατροπὴν τῆς



Σχ. 261. Μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν.

θερμότητος εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν ἐπιτυγχάνομεν σήμερον εἰς μεγάλην κλίμακα διὰ τῶν θερμικῶν μηχανῶν. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι:

Ἡ θερμότης καὶ ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια εἶναι δύο μορφαὶ ἐνεργείας, αἱ ὁποῖαι δύνανται νὰ μετατρέπωνται ἢ μία εἰς τὴν ἄλλην.

254. Ἰσοδυναμία θερμότητος καὶ μηχανικῆς ἐνεργείας.—

Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα ἀπέδειξεν ὅτι κατὰ τὴν μετατροπὴν τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας εἰς θερμότητα καὶ ἀντιστρόφως ἰσχύει ὠρισμένη σχέσις ἰσοδυναμίας μεταξὺ τῶν δύο τούτων μορφῶν ἐνεργείας. Ἀπεδείχθη δηλαδή ὅτι ὠρισμένη ποσότης μηχανικῆς ἐνεργείας εἶναι **ἰσοδύναμος** πρὸς ὠρισμένην ποσότητα θερμότητος. Τὸ σπουδαιότατον τοῦτο συμπέρασμα ἀποτελεῖ τὸ **πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα** καὶ διατυπώνεται ὡς ἑξῆς:

Ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια (W) καὶ ἡ θερμότης (Q) εἶναι δύο διαφορετικαὶ μορφαὶ ἐνεργείας, αἱ ὁποῖαι δύνανται νὰ μετατρέπωνται ἢ μία εἰς τὴν ἄλλην καθ' ὠρισμένην πάντοτε σχέσιν.

Ἐπειδὴ συνήθως ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια W μετρεῖται εἰς Joule καὶ

ή θερμότης Q μετρεῖται εἰς θερμίδας, διὰ τοῦτο ἡ ἀρχὴ ἰσοδυναμίας θερμότητος καὶ μηχανικῆς ἐνεργείας γράφεται ὡς ἑξῆς :

ἀρχὴ ἰσοδυναμίας θερμότη- τος καὶ μηχανικῆς ἐνεργείας :	$W = J \cdot Q$
--	-----------------

Ὁ σταθερὸς συντελεστὴς J καλεῖται **μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος** καὶ ἐκφράζει εἰς Joule τὴν μηχανικὴν ἐνέργειαν, ἡ ὁποία ἰσοδυναμεῖ μὲ μίαν θερμίδα (δηλαδή διὰ $Q = 1$ cal εἶναι $W = J$ Joule). Διὰ διαφόρων μεθόδων ἐμετρήθη ἡ τιμὴ τοῦ μηχανικοῦ ἰσοδυναμοῦ τῆς θερμότητος J καὶ εὑρέθη ὅτι εἶναι : $J = 4,19$ Joule/cal. Ἀρα : Μία θερμὶς ἰσοδυναμεῖ μὲ 4,19 Joule.

1 cal = 4,19 Joule	ἦτοι	1 kcal = 427 kgr*m
J = 4,19 Joule/cal	ἢ	J = 427 kgr*m/kcal

Ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια καὶ ἡ θερμότης εἶναι φυσικὰ μεγέθη ἁ φ θ α ρ τ α καὶ ὅπου φαίνεται ὅτι χάνεται τὸ ἐν ἑξ αὐτῶν, ἐμφανίζεται πάντοτε ἰσοδύναμος ποσότης ἐκ τοῦ ἄλλου. Ἀποκλείεται συνεπῶς ἡ κατασκευὴ τοῦ ἀεικινήτου, δηλαδή μηχανῆς, ἡ ὁποία θὰ μᾶς ἔδιδεν ἐνέργειαν χωρὶς δαπάνην ἰσοδυναμοῦ ἐνεργείας ἄλλης μορφῆς.

Π α ρ ἄ δ ε ι γ μ α. Βλῆμα ἐκ μολύβδου ἔχει μᾶζαν 20 gr καὶ κινούμενον μὲ ταχύτητα 400 m/sec κτυπᾷ ἐπὶ ἐνὸς ἐμποδίου. Ὑποθέτομεν ὅτι ὁλόκληρος ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ βλήματος μεταβάλλεται κατὰ τὴν κρούσιν εἰς θερμότητα.

Τὸ βλῆμα ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν :

$$W = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ gr} \cdot (4 \cdot 10^4 \text{ cm/sec})^2 = 16 \cdot 10^9 \text{ erg}$$

$$\text{ἢ } W = 1600 \text{ Joule}$$

Ἡ μηχανικὴ αὕτη ἐνέργεια ἰσοδυναμεῖ μὲ ποσότητα θερμότητος :

$$Q = \frac{W}{J} = \frac{1600}{4,19} = 382 \text{ cal}$$

255. Φύσις τῆς θερμότητος.— Ἡ ἀποδειχθεῖσα ἰσοδυναμία τῆς θερμότητος πρὸς τὴν μηχανικὴν ἐνέργειαν ὠδήγησεν εἰς τὴν εὑρεσιν τῶν σχέσεων, αἱ ὁποῖαι ὑπάρχουν μεταξὺ τῆς θερμότητος καὶ τῆς κινήσεως τῶν μορίων τῶν σωμάτων. Οὕτως ἐθεμελιώθη ἡ **μηχανικὴ θεωρία τῆς θερμότητος** ἢ, ὅπως καὶ ἄλλως λέγεται, ἡ **κινητικὴ θεωρία τῆς ὕλης**.

Ἡ θεωρία αὕτη ἐξομοιώνει τὴν θερμότητα πρὸς τὴν μηχανικὴν ἐνέρ-

γειαν καὶ ἀποδεικνύει ὅτι ἡ θερμότης εἶναι ἡ μακροσκοπικὴ ἐκδήλωσις τῆς κινήσεως τῶν μορίων. Αἱ βασικαὶ ἀρχαὶ τῆς μηχανικῆς θεωρίας τῆς θερμότητος εἶναι αἱ ἐξῆς :

I. Τὰ μόρια ὄλων τῶν σωμάτων εὐρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον κίνησιν. Μόνον εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενὸς τὰ μόρια τῶν σωμάτων ἀκίνητοῦν.

II. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῶν μορίων ἐνὸς σώματος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν τοῦ σώματος.

III. Ἡ θερμότης, τὴν ὁποίαν περικλείει ἓν σῶμα, εἶναι τὸ ἄθροισμα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τῶν μορίων τοῦ σώματος.

VI. Ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον χαρακτηρίζομεν ὡς θερμοκρασίαν ἐνὸς σώματος, εἰς τὴν πραγματικότητα χαρακτηρίζει τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν τῶν μορίων τοῦ σώματος.

Ἡ θερμότης ἀναφέρεται λοιπὸν εἰς τὴν κίνησιν τῶν μορίων. Αἱ κινήσεις αὗται γίνονται καθ' ὅλας τὰς δυνατὰς διευθύνσεις καὶ κατὰ πασαν φοράν, συμφώνως πρὸς τοὺς νόμους τῆς τύχης, ἐνῶ ὅλαι αἱ ἄλλαι μορφαὶ ἐνεργείας ἀναφέρονται εἰς κινήσεις συντεταγμένας. Οὕτως εἰς ἓν βλήμα, τὸ ὁποῖον ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν, ὅλα τὰ μόρια ἔχουν τὴν αὐτὴν κίνησιν. Ἡ τελείως ἄτακτος κίνησις τῶν μορίων προσδίδει εἰς τὴν θερμότητα ὀρισμένας ιδιότητας, διὰ τῶν ὁποίων ἡ θερμότης διακρίνεται ἀπὸ τὰς ἄλλας μορφὰς ἐνεργείας.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

257. Σῶμα βάρους 4 kg^* πίπτει ἀπὸ ὕψος $106,75 \text{ m}$ ἐπὶ μὴ ἐλαστικοῦ σώματος. Ὁλόκληρος ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος μεταβάλλεται εἰς θερμότητα. Πόση ποσότης θερμότητος ἀναπτύσσεται ;

258. Ἀπὸ ποῖον ὕψος πρέπει νὰ ἀφεθῇ ἐλεύθερον νὰ πέσῃ τεμάχιον πάγου θερμοκρασίας 0°C , ὥστε κατὰ τὴν κρούσιν του ἐπὶ τοῦ ἐδάφους νὰ μεταβληθῇ εἰς ὕδωρ 0°C , ἂν ὑποτεθῇ ὅτι ἡ ὅλη ἡ ἀναπτυσσομένη θερμότης δαπανᾶται διὰ τὴν τήξιν τοῦ πάγου ;

259. Τεμάχιον μολύβδου ἔχει θερμοκρασίαν 20°C καὶ ἀφήνεται νὰ πέσῃ ἐλευθέρως. Ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι κατὰ τὴν κρούσιν του ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ὁλόκληρος ἡ κινητικὴ του ἐνέργεια μεταβάλλεται εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία παραμένει ἐπὶ τοῦ μολύβδου, νὰ εὐρεθῇ ἀπὸ ποῖον ὕψος πρέπει νὰ ἀφεθῇ ὁ μολύβδος, ὥστε ἡ ἀναπτυσσομένη θερμότης νὰ προκαλέσῃ

τὴν τῆξιν του. Θερμοκρασία τήξεως $Pb : 327^{\circ} C$. Εἰδικὴ θερμότης $Pb : 0,03 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$. Θερμότης τήξεως $Pb : 5 \text{ cal/gr}$.

260. Κιβώτιον βάρους 80 kg^* δλισθαίνει ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου ἔχοντος μῆκος 10 m καὶ κλίσιν 30° . Ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι $0,4$. Πόση εἶναι ἡ διὰ τῆς τριβῆς ἀναπτυσσομένη ποσότης θερμότητος ;

261. Αὐτοκίνηταμαξα βάρους 250 tn^* κινεῖται ἐπὶ ὁριζοντίας ὁδοῦ μὲ ταχύτητα 90 km/h . Πόση ποσότης θερμότητος ἀναπτύσσεται, διὰ τῶν τροχοπεδῶν τῆς ἀναγκάζεται νὰ σταματήσῃ ; Ὑποθέτομεν ὅτι ὁλόκληρος ἡ κινητικὴ τῆς ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς θερμότητα.

262. Πόσα λίτρα ὕδατος $0^{\circ} C$ δυνάμεθα νὰ θερμάνωμεν μέχρι τῆς θερμοκρασίας $100^{\circ} C$ μὲ τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον εὐρέθη εἰς τὸ προηγούμενον πρόβλημα ;

263. Εἰς μίαν ὕδατόπτωσην τὸ ὕδωρ πίπτει ἀπὸ ὕψος 40 m . Τὰ 35% τῆς ἐνεργείας τοῦ ὕδατος μετατρέπονται εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία ἀπορροφᾶται ὑπὸ τοῦ ὕδατος. Πόση εἶναι ἡ ὕψωσις τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος ;

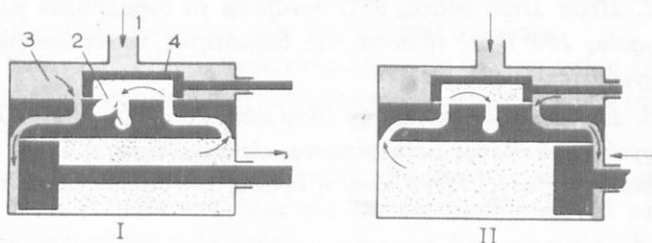
264. Μικρὰ σταγὼν ὁμίχλης πίπτει ἰσοταχῶς μὲ τὴν ὀρικὴν ταχύτητα. Νὰ δειχθῇ ὅτι κατὰ τὴν κίνησιν αὐτὴν αἱ σταγόνες τῆς ὁμίχλης θερμαίνονται καὶ νὰ εὐρεθῇ ἀπὸ ποῖον ὕψος πρέπει νὰ πίπτουν, ὥστε ἐκάστη σταγὼν νὰ θερμαίνεται κατὰ $0,1^{\circ} C$. Ὑποθέτομεν ὅτι ἡ ἀναπτυσσομένη θερμότης παραμένει ὁλόκληρος ἐπὶ τῆς σταγόνος. $g = 981 \text{ C.G.S.}$

ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ ΕΙΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΝ

266. Θερμικαὶ μηχαναί.— Ἡ μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν αἰττεῖ σήμερον τεράστιον ρόλον εἰς τὴν πρακτικὴν ζωὴν. Ἡ μετατροπὴ αὕτη γίνεται διὰ τῶν **θερμικῶν μηχανῶν**, αἱ ὁποῖαι χρησιμοποιοῦν πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον πάντοτε ἔν ἀέριον. Τοῦτο ἀποκτᾷ θερμοκρασίαν πολὺ μεγαλυτέραν ἀπὸ τὴν συνήθη καὶ ἐπομένως ἐξασκεῖ μεγάλας πιέσεις, διὰ τῶν ὁποίων τίθενται εἰς κίνησιν στερεὰ σώματα. Διὰ τὴν παραγωγὴν τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας δαπανᾷται θερμότης, ἡ ὁποία προέρχεται ἀπὸ τὴν καύσιν μιᾶς καυσίμου ὕλης (ἄνθρακος, βενζίνης, πετρελαίου, φωταερίου κ.ἄ.).

257. Ἀτμομηχαναί. — Εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς ὡς κινητήριον ἀέριον χρησιμοποιεῖται ὁ ὕδρατμός. Οὗτος παράγεται ἐντὸς καταλλήλου λέβητος, ὁ ὁποῖος θερμαίνεται διὰ καύσεως λιθάνθρακος ἢ πετρελαίου. Ὁ ἐντὸς τοῦ λέβητος παραγόμενος ἀτμός ἔχει ὑψηλὴν θερμοκρασίαν (περίπου 250°C) καὶ μεγάλην πίεσιν. Ἀναλόγως τοῦ τρόπου χρησιμοποιοῦσας τοῦ ἀτμοῦ ὡς κινητήριον ἀερίου αἱ ἀτμομηχαναὶ διακρίνονται εἰς **ἀτμομηχανὰς με ἔμβολον** καὶ εἰς **ἀτμοστροβίλους**.

α) Ἀτμομηχαναὶ με ἔμβολον. Εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς με ἔμβολον ὁ ἀτμός ἔρχεται εἰς τὸν **κύλινδρον** (σχ. 262), ἐντὸς τοῦ ὁποίου ὁ-



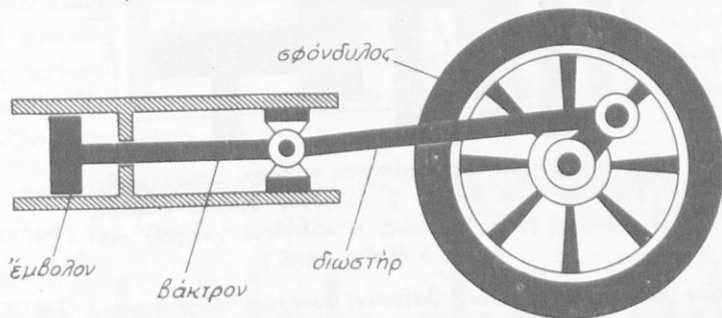
Σχ. 262. Τομή κυλίνδρου ἀτμομηχανῆς με ἔμβολον.
(1 εἰσόδος ἀτμοῦ, 2 ἐξόδος ἀτμοῦ, 3 θάλαμος ἀτμοῦ, 4 σύρτης).

λισθαίνει παλινδρομικῶς ἔμβολον. Ἡ τοιαύτη κίνησις τοῦ ἐμβόλου ἐξασφαλίζεται διὰ περιοδικῆς ἐναλλαγῆς τῆς εἰσόδου τοῦ ἀτμοῦ εἰς τὸν κύλινδρον με τὴν βοήθειαν κινητοῦ συστήματος, τὸ ὁποῖον καλεῖται **σύρτης**. Οὕτω περιοδικῶς ἢ μὲν μία ἐπιφάνεια τοῦ ἐμβόλου δέχεται τὴν πίεσιν τοῦ ἀτμοῦ, ἢ δὲ ἄλλη τὴν πολὺ μικροτέραν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἐὰν ὁ ἀτμός ἐκφεύγῃ εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν. Εἰς τὸ σχῆμα 262 I τὸ ἔμβολον ἀρχίζει νὰ κινῆται ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιὰ, ἐνῶ εἰς τὸ σχῆμα 262 II τὸ ἔμβολον ἀρχίζει νὰ κινῆται ἐκ δεξιῶν πρὸς τὰ ἀριστερά. Διὰ καταλλήλου συστήματος ἢ παλινδρομικῆς κίνησις τοῦ ἐμβόλου μετατρέπεται εἰς κυκλικὴν κίνησιν τοῦ σφονδύλου (σχ. 263). Ἐστω σ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐμβόλου, p_1 ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ εἰς τὸν λέβητα καὶ p_2 ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. Ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου ἐνεργεῖ τότε δύναμις $F = (p_1 - p_2) \cdot \sigma$. Ἐὰν l εἶναι ἡ διαδρομὴ τοῦ ἐμβόλου, τότε κατὰ μίαν διαδρομὴν τοῦ ἐμβόλου παράγεται ἔργον :

$$W = F \cdot l \quad \text{ἢ} \quad W = (p_1 - p_2) \cdot \sigma \cdot l$$

Διὰ νὰ αὐξήσωμεν τὸ ἔργον, τὸ παραγόμενον κατὰ μίαν διαδρομὴν

τοῦ ἐμβόλου ἐλαττώνομεν, ὅσον εἶναι δυνατόν, τὴν πίεσιν p_2 , ἥ ὁποία ἀντιτίθεται εἰς τὴν κίνησιν τοῦ ἐμβόλου. Τὸ ἀποτέλεσμα τοῦτο ἐπιτυγχάνεται μὲ τὸν **συμπυκνωτὴν**, ὁ ὁποῖος εἶναι κλειστὸν δοχεῖον, σχεδὸν κενὸν ἄερος. Διὰ τῆς κυκλοφορίας ψυχροῦ ὕδατος ὁ συμπυκνωτὴς διατηρεῖται εἰς θερμοκρασίαν $40^0 - 45^0\text{C}$. Ὁ ἀτμός, ὁ ὁποῖος διαφεύγει ἀπὸ τὸν κύλινδρον ἔρχεται εἰς τὸν συμπυκνωτὴν καὶ ὑγροποιεῖται. Ἐντὸς

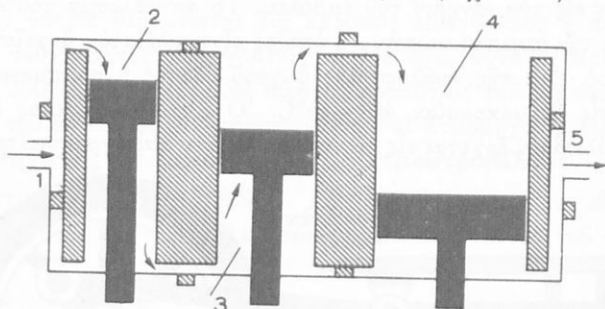


Σχ. 263. Μετατροπὴ τῆς παλινδρομικῆς κινήσεως τοῦ ἐμβόλου εἰς περιστροφικὴν κίνησιν τοῦ σφονδύλου.

τοῦ συμπυκνωτοῦ ὑπάρχει πάντοτε ὕδωρ καὶ κεκορεσμένος ἀτμός θερμοκρασίας $40^0 - 45^0\text{C}$. Ἀλλ' εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτὴν ἡ μεγίστη τάσις τοῦ ἀτμοῦ εἶναι $0,1 \text{ kgr}^*/\text{cm}^2$. Ἐὰν λοιπὸν ὁ ἀτμός ἐκφεύγῃ εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν ἡ ἀντιτιθεμένη εἰς τὴν κίνησιν τοῦ ἐμβόλου πίεσις εἶναι $p_2 = 1 \text{ kgr}^*/\text{cm}^2$, ἐνῶ ἂν χρησιμοποιηθῇ συμπυκνωτὴς, ἡ πίεσις αὕτῃ γίνεται 10 φορές μικρότερα καὶ συνεπῶς αὐξάνεται τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον κατὰ τὴν διαδρομὴν τοῦ ἐμβόλου. Διὰ τὴν ψύξιν τοῦ συμπυκνωτοῦ ἀπαιτοῦνται μεγάλαι ποσότητες ψυχροῦ ὕδατος. Διὰ τοῦτο αἱ ἀτμομηχαναὶ τῶν σιδηροδρόμων δὲν εἶναι δυνατόν νὰ ἔχουν συμπυκνωτὴν.

Εἰς τὰς ἐν χρήσει ἀτμομηχανὰς ἡ εἰσόδος τοῦ ἀτμοῦ εἰς τὸν κύλινδρον διακόπτεται, ὅταν τὸ ἐμβόλον ἔχῃ ἐκτελέσει μικρὸν μόνον μέρος τῆς διαδρομῆς του (π.χ. τὸ $1/10$ αὐτῆς). Τότε ὁ ἀτμός, ὁ εἰσελθὼν εἰς τὸν κύλινδρον, ἐκτονοῦται καὶ τὸ ἐμβόλον ἐκτελεῖ τὴν ὑπόλοιπον διαδρομὴν του (τὰ $9/10$ αὐτῆς). Διὰ νὰ ἀποδώσῃ ὁ ἀτμός ὅλον τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον εἶναι ἱκανὸς νὰ παραγάγῃ, θὰ ἔπρεπε νὰ ἐκτελεῖ τὴν ὅλην διαδρομὴν νὰ εἶναι πολὺ μακρὸς. Διὰ τοῦτο χρησιμοποιοῦνται **σύνθετοι μηχαναί**, αἱ ὁποῖαι ἀποτελοῦνται ἀπὸ σειρὰν κυλίνδρων, ἐντὸς τῶν

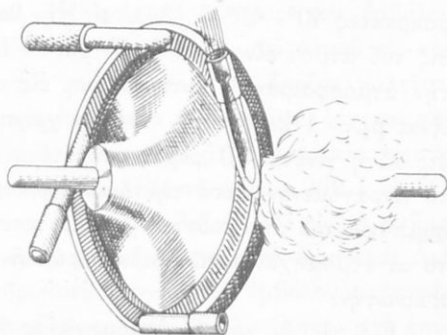
ὁποίων ἐκτονοῦται διαδοχικῶς ὁ ἴδιος ἀτμός (σχ. 264). Αἱ διαστά-



Σχ. 264. Σχηματική παράστασις συνθέτου ἀτμομηχανῆς. (1 εἰσόδος τοῦ ἀτμοῦ, 2 κύλινδρος ὑψηλῆς πίεσεως, 3 κύλινδρος μέσης πίεσεως, 4 κύλινδρος χαμηλῆς πίεσεως, 5 ἐξόδος ἀτμοῦ).

σεις τῶν κυλίνδρων τούτων βαίνουν συνεχῶς αὐξανόμεναι, ἐφ' ὅσον προχωρεῖ ἡ ἐκτόνωσις.

β) Ἀτμοστρόβιλοι. Εἰς τοὺς **ἀτμοστροβίλους** (κ. τουρμπίνες) ὁ ἀτμός ὑπὸ ὑψηλὴν πίεσιν ἐκσφενδονίζεται ἐπὶ τῶν πτερυγίων ἐνὸς τροχοῦ, στρεπτοῦ περὶ ἄξονα (σχ. 265). Ὁ ἀτμός, ἐκτονούμενος, θέτει εἰς περιστροφικὴν κίνησιν τὸν τροχόν. Ἐκεῖθεν ὁ ἀτμός φέρεται εἰς δεύτερον ἢ τρίτον ἀτμοστρόβιλον, ὅπου ὑφίσταται νέας διαδοχικὰς ἐκτονώσεις. Οἱ ἀτμοστρόβιλοι οὗτοι εἶναι ἐφηρμοσμένοι ἐπὶ τοῦ ἰδίου ἄξονος, ὥστε νὰ προσθέτουν τὸ ἀποτέλεσμά των. Οἱ ἀτμοστρόβιλοι μετατρέπουν ἀμέσως τὴν ἐνέργειαν τοῦ ἀτμοῦ εἰς περιστροφικὴν κίνησιν καὶ ἔχουν πολὺ κανονικὴν πορείαν. Χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν κίνησιν πλοίων καὶ εἰς τοὺς μεγάλους σταθμοὺς ἡλεκτροπαραγωγῆς.

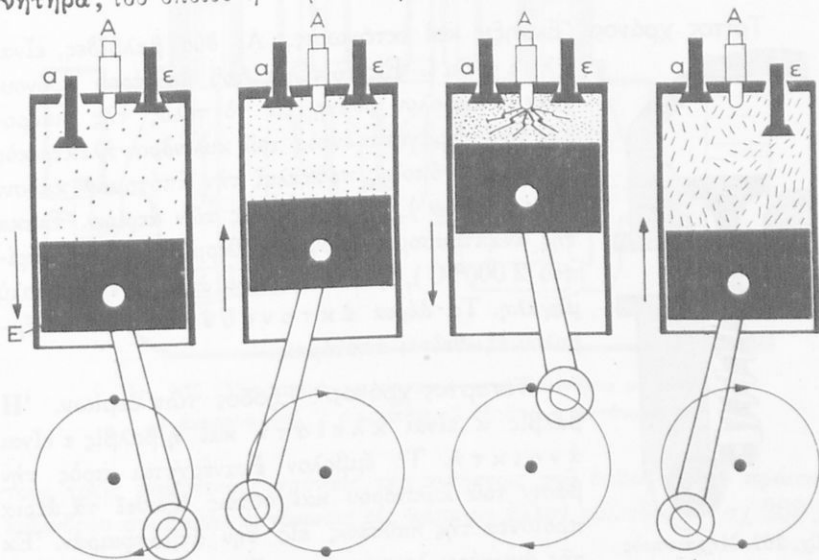


Σχ. 265. Ἀτμοστρόβιλος Laval.

258. Θερμικαὶ μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως. — Οὐσιῶδες μέρος τῶν μηχανῶν τούτων εἶναι πάλιν ὁ κύλινδρος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου

κινείται ἔμβολον. Αἱ καύσιμοι ὕλαι καίονται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου, τὰ δὲ προερχόμενα ἐκ τῆς καύσεως ἀέρια ἐνεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς πάντοτε ἐπιφανείας τοῦ ἔμβολου. Μὲ τὰς μηχανὰς ἐσωτερικῆς καύσεως ἐπιτυγχάνεται μεγαλύτερα ἀπόδοσις, διότι ἢ ἐκ τῆς καύσεως προερχομένη θερμότης συγκεντρώνεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου καὶ δαπανᾶται κυρίως διὰ τὴν θέρμανσιν τῶν ἐκ τῆς καύσεως παραγομένων ἀερίων. Οὕτως ἡ θερμοκρασία τῶν ἀερίων γίνεται πολὺ μεγάλη καὶ συνεπῶς ἡ πίεσις αὐτῶν εἶναι πολὺ ὑψηλὴ. Αἱ μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως διακρίνονται εἰς **βενζινοκινητήρας** καὶ εἰς **κινητήρας Diesel**. Ὡς καύσιμοι ὕλαι χρησιμοποιοῦνται διάφορα καύσιμα, ἥτοι βενζίνη, πετρέλαιον κ.ἄ.

259. Βενζινοκινητήρες.—Θὰ ἐξετάσωμεν τὸν **τετράχρονον κινητήρα**, τοῦ ὁποίου ἡ ὀνομασία ὀφείλεται εἰς τὸ γεγονός ὅτι ὁ κύκλος



Σχ. 266. Σχηματικὴ παράστασις τῆς λειτουργίας τετραχρόνου βενζινοκινητήρος.

(α βαλβὶς ἀναρροφῆσεως, ε βαλβὶς διαφυγῆς ἀερίων, Α ἀναφλεκτήρ, Ε ἔμβολον).

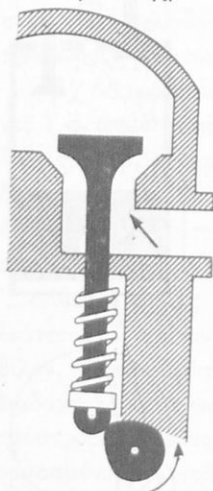
τῆς λειτουργίας τῆς μηχανῆς περιλαμβάνει τέσσερας χρόνους. Εἰς τὴν βᾶσιν τοῦ κυλίνδρου ὑπάρχει ἡ βαλβὶς ἀναρροφῆσεως α (σχ. 266),

διὰ τῆς ὁποίας εἰσέρχεται εἰς τὸν κύλινδρον μείγμα ἀέρος καὶ καυσίμου ἀερίου ἢ ἀτμοῦ, καὶ ἡ βαλβὶς διαφυγῆς ε, διὰ τῆς ὁποίας ἐξέρχονται ἐκ τοῦ κυλίνδρου τὰ ἐκ τῆς καύσεως προελθόντα ἀέρια. Ἐπίσης ὑπάρχει κατάλληλος διάταξις (ἀναφλεκτήρ, κοινῶς bougie), διὰ τὴν παραγωγὴν ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἡλεκτρικοῦ σπινθῆρος.

Πρῶτος χρόνος. Ἀναρρόφησης. Ἡ βαλβὶς α εἶναι ἀνοικτή, ἡ δὲ βαλβὶς ε εἶναι κλειστή. Τὸ ἔμβολον ἀπομακρύνεται ἀπὸ τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου καὶ οὕτως ἀναρροφᾶται τὸ καύσιμον μείγμα. Ἡ ἀναρρόφησης συμβαίνει πρακτικῶς ὑπὸ σταθεράν πίεσιν, ἴσῃ μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.

Δεύτερος χρόνος. Συμπίεσις. Αἱ δύο βαλβίδες εἶναι κλεισταί. Τὸ ἔμβολον ἐπανέρχεται πρὸς τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου καὶ οὕτω τὸ μείγμα τῶν ἀερίων συμπιέζεται.

Τρίτος χρόνος. Ἐκρηξις καὶ ἐκτόνωσις. Αἱ δύο βαλβίδες, εἶναι κλεισταί. Εἰς τὸ τέλος τοῦ δευτέρου χρόνου, ὅταν τὸ ἔμβολον φθάσῃ εἰς τὸ τέλος τῆς διαδρομῆς του, παράγεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἡλεκτρικὸς σπινθῆρ, ὁ ὁποῖος προκαλεῖ τὴν ἀπτόμον καύσιν (ἐκρηξιν) τοῦ μείγματος τῶν ἀερίων. Ἔνεκα τῆς ἀναπτυσσομένης ὑψηλῆς θερμοκρασίας (περίπου 2000°C), ἡ πίεσις τῶν ἀερίων εἶναι πολὺ μεγάλη. Τὰ ἀέρια ἐκτονοῦνται καὶ τὸ ἔμβολον ἐξωθεῖται ἀποτόμως.



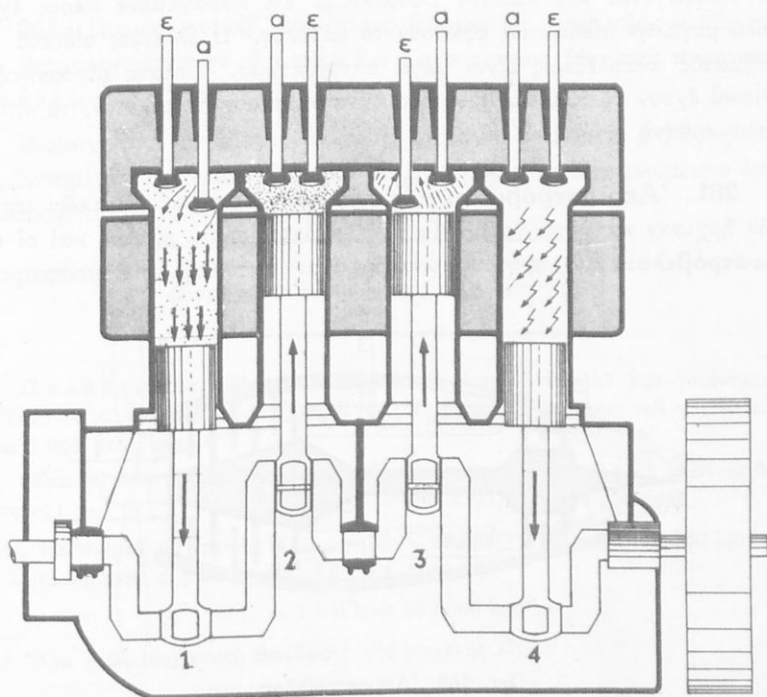
Σχ. 267. Μηχανισμὸς αὐτομάτου λειτουργίας τῶν βαλβίδων.

Τέταρτος χρόνος. Ἐξόδος τῶν ἀερίων. Ἡ βαλβὶς α εἶναι κλειστή καὶ ἡ βαλβὶς ε εἶναι ἀνοικτή. Τὸ ἔμβολον ἐπανέρχεται πρὸς τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου καὶ οὕτως ἐξωθεῖ τὰ ἀέρια προϊόντα τῆς καύσεως εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν. Ἐκ τῆς ἀνωτέρω λειτουργίας τοῦ τετραχρόνου βενζινοκινητήρος συνάγεται ὅτι :

Εἰς τὸν τετράχρονον κινητήρα ὠφέλιμον ἔργον παράγεται μόνον κατὰ τὴν μίαν ἐκ τῶν τεσσάρων διαδρομῶν τοῦ ἐμβόλου (δηλαδή κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν τῶν ἀερίων).

Τὸ ἄνοιγμα καὶ τὸ κλείσιμον τῶν βαλβίδων τοῦ κυλίνδρου γίνεται

αὐτομάτως διὰ καταλλήλου διατάξεως (σχ. 267). Διὰ τὴν ἐξασφαλισθῇ ἡ ὁμαλὴ κίνησις τοῦ σφονδύλου τῆς μηχανῆς, συνδυάζουν πολλοὺς κυλίνδρους (τετρακύλινδρος, ὀκτακύλινδρος μηχανὴ κ.λ.π.). Οὕτω κατὰ



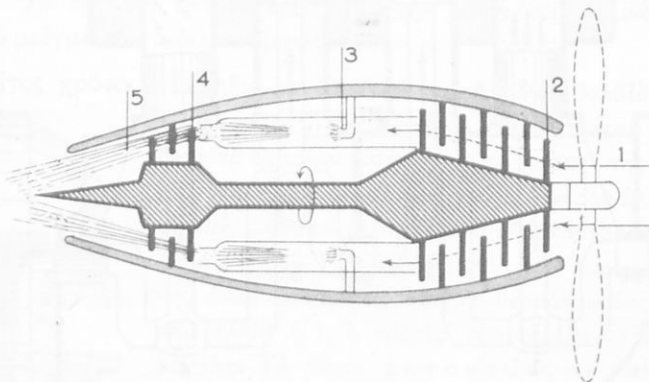
Σχ. 268. Σχηματικὴ παράστασις τετρακύλινδρου μηχανῆς.
(1 ἀναρρόφσις, 2 συμπίεσις, 3 ἐξοδος, 4 ἐκτόνωσις).

τοὺς τρεῖς παθητικοὺς χρόνους τῆς κινήσεως τοῦ ἐμβόλου τοῦ πρώτου κυλίνδρου συμβαίνει ἐκτόνωσις εἰς κάποιον ἄλλον κύλινδρον (σχ 268).

260. Κινητήρες Diesel.— Οἱ **κινητήρες Diesel** εἶναι συνήθως τετράχρονοι. Ἡ λειτουργία των εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν λειτουργίαν τῶν βενζινοκινητῶν, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι δὲν ἔχουν ἀνάγκην ἰδιαίτερας διατάξεως διὰ τὴν ἀνάφλεξιν τῆς καυσίμου ὕλης. Εἰς τοὺς κινητήρας Diesel κατὰ τὸν πρῶτον χρόνον ἀναρροφᾶται εἰς τὸν κύλινδρον μόνον ἀήρ, ὁ ὁποῖος συμπιέζεται μέχρι 40 ἀτμοσφαιρῶν

καὶ οὕτως ἀποκτᾷ θερμοκρασίαν 600°C . Τότε εἰσάγεται εἰς τὸν κύλινδρον δι' εἰδικῆς ἀντλίας ἡ καύσιμος ὕλη ὑπὸ μορφὴν μικρῶν σταγόνων. Ἔνεκα τῆς ἐπικρατούσης ὑψηλῆς θερμοκρασίας ἡ καύσιμος ὕλη αὐταναφλέγεται καὶ καίεται βαθμιαίως. Τὰ παραγόμενα ἀέρια ἔχουν πολὺ μεγάλην πίεσιν καὶ ἐξωθοῦν τὸ ἔμβολον. Ἡ ἔλλειψις εἰδικοῦ συστήματος ἀναφλέξεως εἶναι μέγα πλεονέκτημα. Ἐπίσης οἱ κινητήρες Diesel ἔχουν τὸ πλεονέκτημα ὅτι καταναλίσκουν πετρέλαιον, τὸ ὑποῖον εἶναι εὐθηνῇ καύσιμος ὕλη.

261. Ἀεριοστρόβιλοι.— Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω θερμικῶν μηχανῶν ἤρχισαν κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη νὰ διαδίδωνται εὐρέως καὶ οἱ **ἀεριοστρόβιλοι**. Εἰς τούτους ἀναρροφᾶται καταλλήλως ἀτμοσφαιρικός



Σχ. 269. Ἀεριοστρόβιλος.

(1 εἰσόδος ἀέρος, 2 συμπιεστής, 3 ἀνάφλεξις καυσίμου ὕλης, 4 στρόβιλος, 5 ἐξόδος ἀερίων).

ἀήρ, ὁ ὁποῖος ἀφοῦ συμπιεσθῇ καὶ ἀποκτήσῃ πίεσιν μερικῶν ἀτμοσφαιρῶν (4-12 at), ὁδηγεῖται εἰς τὸν θάλαμον ἀναφλέξεως. Μέρος αὐτῆς τῆς ποσότητος τοῦ ἀέρος χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν καύσιν τῆς συνεχῶς ἐκσφενδονιζομένης εἰς τὸν θάλαμον καυσίμου ὕλης, ἐνῶ τὸ ὑπόλοιπον τῆς ποσότητος τοῦ ἀέρος χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν ψύξιν τῶν τοιχωμάτων τοῦ θαλάμου ἀναφλέξεως. Τὸ μείγμα τῶν ἀερίων τῆς καύσεως καὶ τοῦ ψυχροῦ ἀέρος (θερμοκρασίας 600°C) κινεῖ στρόβιλον. Μέρος τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας τοῦ στρόβιλου χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν κίνησιν τῶν συμπιεστῶν τοῦ ἀέρος. Οἱ ἀεριοστρόβιλοι χρησιμοποιοῦνται ἰδίως διὰ τὴν κίνησιν ἀεροπλάνων μεγάλης ταχύτητος (σχ. 269).

Τὰ ὀρμητικῶς ἐκφεύγοντα πρὸς τὰ ὀπίσω ἀέρια ὑποβοηθοῦν εἰς τὴν αὐξήσιν τῆς ταχύτητος τοῦ ἀεροπλάνου.

262. Βιομηχανικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς.— Εἰς πᾶσαν θερμικὴν μηχανὴν δαπανᾶται καύσιμος ὕλη καὶ παράγεται ὠφέλιμον ἔργον.

Βιομηχανικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς καλεῖται ὁ λόγος τοῦ λαμβανομένου ὠφελίμου ἔργου ($W_{\omega\phi}$) πρὸς τὴν δαπανωμένην ἰσοδύναμον ποσότητα θερμότητος ($J \cdot Q$).

$$\text{βιομηχανικὴ ἀπόδοσις: } A_B = \frac{W_{\omega\phi}}{J \cdot Q}$$

Παράδειγμα. Εἰς μίαν ἀτμομηχανὴν δαπανῶνται 0,7 kgr γαιάνθρακος δι' ἑκάστον κιλοβατῶριον ὠφελίμου ἔργου. Ἡ θερμότης καύσεως τοῦ γαιάνθρακος εἶναι 7 000 kcal/kgr.

Οὕτω δι' ἑκάστον κιλοβατῶριον ὠφελίμου ἔργου δαπανᾶται ποσότης θερμότητος:

$$Q = 0,7 \text{ kgr} \cdot 7\,000 \text{ kcal/kgr} = 4\,900 \text{ kcal}$$

Αὕτη ἰσοδυναμεῖ μὲ ἔργον: $W_{\text{ισοδ.}} = J \cdot Q = 427 \cdot 4\,900 = 2\,092\,300 \text{ kgr} \cdot \text{m}$.
Τὸ λαμβανόμενον ὠφέλιμον ἔργον εἶναι:

$$W_{\omega\phi} = 1 \text{ kWh} = 367\,000 \text{ kgr} \cdot \text{m}$$

Ἄρα ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις τῆς μηχανῆς εἶναι:

$$A_B = \frac{367\,000}{2\,092\,300} = 0,175 \quad \text{ἤτοι} \quad A_B = 17,5\%$$

Μόνον τὰ 17,5% τῆς δαπανωμένης θερμότητος μετατρέπεται ἡ μηχανὴ αὐτὴ εἰς ὠφέλιμον ἔργον. Τὰ ὑπόλοιπα 82,5% τῆς θερμότητος χάνονται.

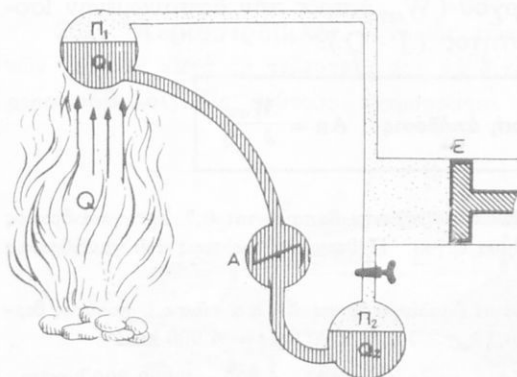
Ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις τῶν θερμικῶν μηχανῶν

*Ατμομηχαναὶ μὲ ἔμβολον	12 — 25 %
*Ατμοστρόβιλοι	16 — 38 %
Βενζινοκινητῆρες	20 — 30 %
Κινητῆρες Diesel	30 — 38 %

263. Θεωρητικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς.— Κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη ἐπέτυχον σημαντικὰς βελτιώσεις τῶν θερμικῶν μηχανῶν.

Παρ' ὅλας ὁμως τὰς ἐπιτευχθείσας τελειοποιήσεις αἱ θερμικαὶ μηχαναὶ ὑπὸ τοὺς καλυτέρους ὅρους μετατρέπουν εἰς ἔργον μόνον τὰ 38% τῆς παραγομένης θερμότητος. Θὰ ἐξετάσωμεν ἂν εἶναι δυνατόν μία θερμικὴ μηχανὴ νὰ μετατρέψῃ εἰς ἔργον ὁλόκληρον τὴν ποσότητα τῆς παραγομένης θερμότητος.

Ἄς θεωρήσωμεν τὴν ἰδανικὴν θερμικὴν μηχανήν, τὴν ὁποίαν παριστᾷ τὸ σχῆμα 270. Ὁρισμένη μᾶζα m τοῦ αἵριου (ὕδρατμος ἢ ἄλλο αἶριον),



Σχ. 270. Σχηματικὴ παράστασις ἰδανικῆς θερμικῆς μηχανῆς.

ὅταν εὐρίσκεται εἰς τὴν **θερμὴν πηγὴν** P_1 περικλείει ἐντὸς αὐτῆς ποσότητα θερμότητος Q_1 καὶ ἔχει ἀπόλυτον θερμοκρασίαν T_1 . Τὸ αἶριον ἔρχεται εἰς τὸν **κύλινδρον** (ἢ ἄλλο ἀνάλογον ὄργανον), ὅπου διαστέλλεται. Κατὰ τὴν διαστολὴν τοῦ τὸ αἶριον ἀποβάλλει ποσότητα θερμότητος καὶ παράγει ἔργον W . Τέλος τὸ αἶριον ἔρχεται εἰς τὴν **ψυχρὰν πηγὴν** P_2 (συμπυκνωτὴς ἢ ἡ ἀτμόσφαιρα), ὅπου ἐξακολουθεῖ νὰ περικλείῃ ἐντὸς αὐτοῦ ποσότητα θερμότητος Q_2 καὶ νὰ ἔχῃ ἀπόλυτον θερμοκρασίαν T_2 . Εἰς τὴν ἀπλοποιημένην αὐτὴν ἰδανικὴν θερμικὴν μηχανήν μετετράπη εἰς ἔργον ποσότης θερμότητος $Q_1 - Q_2$. Ἐπομένως ἡ **θεωρητικὴ ἀπόδοσις** τῆς μηχανῆς εἶναι :

$$\text{θεωρητικὴ ἀπόδοσις: } A_{\theta} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῶν μορίων τοῦ αἵριου, δηλαδὴ ἡ ποσότης θερμότητος τὴν ὁποίαν περικλείει τὸ αἶριον, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν τοῦ αἵριου (§ 225). Οὕτως ἀπὸ τὴν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν εὐρίσκεται ὅτι :

Ἡ θεωρητικὴ ἀπόδοσις ἰδανικῆς θερμικῆς μηχανῆς ἐξαρτᾶται

μόνον ἀπὸ τὰς ἀπολύτους θερμοκρασίας τῆς θερμῆς καὶ τῆς ψυχρᾶς πηγῆς.

$$\text{θεωρητικὴ ἀπόδοσις : } A\theta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Ἐάν ᾗτο δυνατόν νὰ διατηροῦμεν τὴν ψυχρὰν πηγὴν P_2 εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενὸς ($T_2 = 0^\circ \text{K}$), τότε μόνον ἡ θεωρητικὴ ἀπόδοσις τῆς θερμικῆς μηχανῆς θὰ ᾗτο ἴση μετὰ τὴν μονάδα. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα :

Θὰ ᾗτο δυνατὴ ἡ ὁλοκληρωτικὴ μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν, ἐάν ἡ ψυχρὰ πηγὴ ᾗτο δυνατόν νὰ ἔχη τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενὸς.

Π α ρ ἄ δ ε ι γ μ α. Εἰς μίαν ἀτμομηχανὴν ὁ ἀτμὸς εἰς τὸν λέβητα ἔχει θερμοκρασίαν 200°C , ὁ δὲ συμπυκνωτὴς ἔχει θερμοκρασίαν 30°C . Ἡ θεωρητικὴ ἀπόδοσις τῆς ἀτμομηχανῆς εἶναι :

$$A\theta = \frac{473 - 303}{473} = 0,36 \quad \text{ἤτοι} \quad A\theta = 36 \%$$

264. Ἡ θερμότης κατωτέρα μορφὴ ἐνεργείας.—Εἶναι γνωστὸν (§ 254) ὅτι 1 θερμὸς ἰσοδυναμεῖ μετὰ μηχανικὴν ἐνέργειαν 4,19 Joule. Ἀλλὰ εἶναι ἐπίσης γνωστὸν ὅτι καμμία θερμικὴ μηχανὴ δὲν εἶναι ἱκανὴ νὰ μετατρέψῃ ὁλοκληρωτικῶς μίαν ποσότητα θερμότητος εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν. Ἀντιθέτως ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια δύναται νὰ μετατραπῇ ὁλοκληρωτικῶς εἰς θερμότητα. Ἐπίσης ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια δύναται νὰ μετατραπῇ ὁλοκληρωτικῶς εἰς ἡλεκτρικὴν ἐνέργειαν καὶ ἀντιστρόφως. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι αἱ διάφοροι μορφαὶ ἐνεργείας μεταξὺ τῶν διαφέρουν **π ο ι ο τ ι κ ῶ ς**. Καλεῖται **ἀνωτέρα μορφὴ ἐνεργείας** πᾶσα μορφὴ ἐνεργείας, ἡ ὁποία δύναται νὰ μετατραπῇ ὁλοκληρωτικῶς εἰς ἄλλην μορφήν ἐνεργείας. Τοιαῦται ἀνώτεραι μορφαὶ ἐνεργείας εἶναι ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια, ἡ κινητικὴ ἐνέργεια, ἡ ἡλεκτρικὴ ἐνέργεια. Ἀπὸ ὅλας τὰς μορφὰς ἐνεργείας μόνον ἡ θερμότης δὲν ἔχει τὴν ἀνωτέρω ιδιότητα καὶ διὰ τοῦτο ἡ θερμότης χαρακτηρίζεται ὡς **κατωτέρα μορφὴ ἐνεργείας**. Ὡστε δυνάμεθα νὰ εἰπώμεν ὅτι :

Ἡ θερμότης εἶναι μία ὑποβαθμισμένη μορφὴ ἐνεργείας.

265. Ἀρχὴ ὑποβαθμίσεως τῆς ἐνεργείας. — Ἡ θερμότης

είναι μία μορφή ενέργειας ισοδύναμος μὲν ποσοτικῶς πρὸς τὰς ἄλλας μορφὰς ἐνεργείας, κατωτέρα ὅμως ἀπὸ αὐτὰς ποιοτικῶς. Ἀλλὰ εἰς πᾶσαν μετατροπὴν οἰασδήποτε μορφῆς ἐνεργείας ἐν μέρος αὐτῆς μετατρέπεται πάντοτε αὐτομάτως εἰς θερμότητα (ἐνεκα τῶν τριβῶν καὶ τῶν κρούσεων εἰς τὴν μηχανικὴν, τοῦ φαινομένου τοῦ Joule εἰς τὸν ἡλεκτρισμόν, τῆς ὑστερήσεως εἰς τὸν μαγνητισμόν). Ἐπὶ πλέον, ὅταν ἐντὸς θερμικῶς μεμονωμένου χώρου τεθοῦν σώματα ἔχοντα διαφορετικὰς θερμοκρασίας, τότε τὰ θερμότερα σώματα ἀποβάλλουν αὐτομάτως ποσότητος θερμότητος, τὰς ὁποίας προσλαμβάνουν τὰ ψυχρότερα σώματα. Τελικῶς ὅλα τὰ σώματα ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. Ἡ θερμότης, τὴν ὁποίαν περικλείουν τὰ ἀνωτέρω σώματα, διατηρεῖται μὲν σταθερὰ ποσοτικῶς, ἀλλὰ ἔχει ὑποβαθμισθῇ ποιοτικῶς διότι δὲν εἶναι δυνατόν νὰ μετατραπῇ εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν, ἀφοῦ θὰ ὑπάρχῃ μία μόνον πηγὴ θερμότητος. Ἀπὸ τὴν μελέτην τῶν διαφόρων φαινομένων διεπιστώθη ὅτι εἰς τὴν Φύσιν ἰσχύει ἡ ἀκόλουθος **ἀρχὴ τῆς ὑποβαθμίσεως τῆς ἐνεργείας**:

I. Ὅλαι αἱ ἀνώτεραι μορφαὶ ἐνεργείας, κατὰ τὰς μετατροπὰς τῶν, τείνουν αὐτομάτως νὰ ὑποβαθμισθοῦν μετατρεπόμεναι εἰς θερμότητα.

II. Ἡ θερμότης τείνει αὐτομάτως νὰ ὑποβαθμισθῇ καὶ νὰ ἀποκτήσῃ τοιαύτην θερμοκρασίαν, ὥστε νὰ μὴ εἶναι δυνατὴ καμμία μετατροπὴ τῆς.

Ἡ ἀρχὴ τῆς ὑποβαθμίσεως τῆς ἐνεργείας εἶναι **γενικώτατος ποιοτικὸς νόμος** τῆς Φύσεως, ὁ ὁποῖος συμπληρώνει τὸν ἄλλον **γενικώτατον ποσοτικὸν νόμον** τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας. Ἡ ἀρχὴ τῆς ὑποβαθμίσεως τῆς ἐνεργείας διατυπώνεται γενικώτερον ὡς ἑξῆς:

Εἰς τὴν Φύσιν ὅλα τὰ φαινόμενα συμβαίνουν κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ προκύπτῃ μὴ ἐκμεταλλεύσιμος πλέον θερμότης.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

265. Ἀτμομηχανὴ ἰσχύος 20 CV καταναλίσκει 1 kgρ γαιάνθρακος καθ' ὥριαιον ἱππον. Πόση θὰ ἦτο ἡ ἰσχὺς τῆς μηχανῆς, ἐὰν ὅλη ἡ ἐκ τῆς καύσεως τοῦ γαιάνθρακος παραγομένη θερμότης μεττρέπετο εἰς ἔργον; Θερμότης καύσεως γαιάνθρακος 8 000 kcal/kgρ.

266. Τηλεβόλον ἐκσφενδονίζει βλήμα βάρους 1 tn* μὲ ταχύτητα

600 m/sec. Διὰ τὴν ἐκσφενδόνισιν τοῦ βλήματος καταναλίσκονται 300 kgp ἐκρηκτικῆς ὕλης. Κατὰ τὴν καύσιν 1 gr τῆς ἐκρηκτικῆς ὕλης ἐλευθερώνεται ποσότης θερμότητος ἴση μὲ 2 000 cal. Ἐὰν θεωρήσωμεν τὸ τηλεβόλον ὡς μηχανήν, νὰ εὐρεθῇ ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις αὐτοῦ.

267. Βενζινοκινητὴρ ἔχει ἰσχὺν 303 CV καὶ καθ' ὥραν καταναλίσκει 72 kgp βενζίνης, τῆς ὁποίας ἡ θερμότης καύσεως εἶναι 11 000 kcal/kgp. Πόση εἶναι ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις τοῦ κινητήρος;

268. Μία ἀτμομηχανὴ ἔχει ἰσχὺν 2 000 CV καὶ βιομηχανικὴν ἀπόδοσιν 16 %. Πόσα χιλιόγραμμα, γαιάνθρακος, ἔχοντος θερμότητα καύσεως 7 000 kcal/kgp, ἀπαιτοῦνται διὰ τὴν λειτουργίαν τῆς μηχανῆς ἐπὶ 24 ὥρας;

269. Βενζινοκινητὴρ ἔχει ἰσχὺν 1 000 CV καὶ βιομηχανικὴν ἀπόδοσιν 30%, καίει δὲ βενζίνη, ἔχουσαν θερμότητα καύσεως 10 000 cal/gr, καὶ πυκνότητα 0,72 gr/cm³. Πόσα λίτρα βενζίνης καταναλίσκει καθ' ὥραν;

270. Μία ἀτμομηχανὴ ἰσχύος 20 CV καταναλίσκει 1 kgp γαιάνθρακος καθ' ὥριαιον ἵππον. Ὁ λέβης ἔχει θερμοκρασίαν 180°C, ὁ δὲ συμπυκνωτὴς 40°C. 1) Πόση θὰ ἦτο ἡ ἰσχὺς τῆς μηχανῆς, ἂν ὅλη ἡ ἐκ τῆς καύσεως τοῦ γαιάνθρακος παραγομένη θερμότης μετετρεπέτο εἰς ἔργον; 2) Νὰ εὐρεθῇ ἡ ἰσχὺς, τὴν ὁποίαν θὰ εἶχεν ἡ μηχανή, ἂν αὕτη ἦτο τελεία. Θερμότης καύσεως γαιάνθρακος: 8 000 kcal/kgp.

271. Τὸ βάρος ἐνὸς ὀρειβάτου μετὰ τῶν ἐφοδίων του εἶναι 95 kgp*. Ἐντὸς 4 ὥρῶν φθάνει εἰς ἓν σημεῖον, τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται 1 200 m ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ σημεῖον τῆς ἀναχωρήσεώς του. Πόση ἔπρεπε νὰ εἶναι ἡ μέση ἰσχὺς ἐνὸς κινητήρος, ὁ ὁποῖος θὰ ἔδιδε τὸ ἀνωτέρω ἔργον εἰς τὸν ἴδιον χρόνον; Πόσαι θερμίδες πρέπει νὰ δοθοῦν εἰς τὸν ὄργανισμὸν τοῦ ὀρειβάτου διὰ τὴν ἀναπλήρωσιν τοῦ παραχθέντος ἔργου, ἂν εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ ἀπόδοσις τοῦ ἰσοδυνάμου κινητήρος εἶναι ἡ μεγίστη ἀπόδοσις; Ἡ θερμοκρασία τοῦ ὄργανισμοῦ εἶναι 37°C καὶ ἡ ἐξωτερικὴ θερμοκρασία εἶναι 7°C.

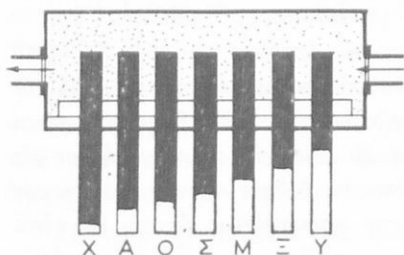
272. Ἐν φράγμα σχηματίζει λίμνην ἔχουσαν ἐπιφανείαν 400 000 m² καὶ μέσον βάθος 60 m. Ἡ λίμνη τροφοδοτεῖ ὕδρηνλεκτρικὸν ἐργοστάσιον, τοῦ ὁποίου ὁ στρόβιλος εὐρίσκεται 800 m χαμηλότερα ἀπὸ τὴν μέσσην στάθμην τοῦ ὕδατος τῆς λίμνης. Τὸ ἐργοστάσιον παρέχει ἡλεκτρικὴν ἰσχὺν 5 000 kW, ἡ δὲ ἀπόδοσις τῆς ἐγκαταστάσεως εἶναι 80 %. Ἐπὶ πόσον χρόνον ἡ λίμνη δύναται νὰ τροφοδοτήσῃ τὸ ἐργοστάσιον;

Ἐὰν τὸ ἐργοστάσιον ἦτο θερμοηλεκτρικόν, πόσοι τόννοι γαιάνθρακος θὰ ἐχρειάζοντο διὰ τὴν λειτουργίαν τοῦ ἐργοστασίου ἐπὶ τὸν αὐτὸν χρόνον, ἂν ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις τῆς ἀτμομηχανῆς εἶναι 14 %; Θερμότης καύσεως γαιάνθρακος 8000 kcal/kg.

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

266. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς.—Ἐὰν θερμάνωμεν τὸ ἐν ἄκρον ράβδου χαλκοῦ, παρατηροῦμεν μετ' ὀλίγον ὅτι ἔχει ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία ὅλων τῶν σημείων τῆς ράβδου. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ θερμότης διεδόθη διὰ μέσου τῆς μάζης τοῦ στερεοῦ σώματος, ἀπὸ τοῦ ἐνὸς μορίου αὐτοῦ εἰς τὸ ἄλλο. Ἡ τοιαύτη ροὴ ποσοτήτων θερμότητος ἀπὸ μίαν θερμότεραν περιοχὴν ἐνὸς σώματος εἰς ἄλλην ψυχροτέραν περιοχὴν αὐτοῦ καλεῖται **διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς**.

Ἡ δι' ἀγωγῆς διάδοσις τῆς θερμότητος γίνεται μὲ διαφορετικὴν ταχύτητα εἰς τὰ διάφορα σώματα. Τοῦτο ἀποδεικνύεται μὲ τὸ ἐξῆς πείραμα. Εἰς τὸ τοίχωμα δοχείου, διὰ τοῦ ὁποῦ διαβιβάζεται ὕδρατμος, στερεώνονται ράβδοι ἐκ διαφόρων σωμάτων τῶν αὐτῶν διαστάσεων



Σχ. 271. Σύγκρισις τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος διαφόρων σωμάτων.

(X χαλκός, A ἀργύριον, O δρεῖχαλκος, Σ σίδηρος, Μ μόλυβδος, Ξ ξύλον, Υ ὕαλος. Τὸ λευκὸν τμήμα δεικνύει τὴν ἄτηκτον παραφίνην).

(σχ. 271). Αἱ ράβδοι αὗται ἔχουν ἐπικαλυφθῇ μὲ στρῶμα παραφίνης. Ὅταν αἱ ράβδοι θερμαίνωνται κατὰ τὸ ἐν ἄκρον των, τότε ἡ παραφίνη τήκεται εἰς ὅσα σημεῖα τῆς ράβδου ἡ θερμοκρασία ἀνῆλθε μέχρι τῆς θερμοκρασίας τήξεως τῆς παραφίνης. Κατὰ τὸ πείραμα τοῦτο παρατηροῦμεν ὅτι ἡ θερμότης διαδίδεται ταχύτερα διὰ μέσου τῆς μάζης τοῦ χαλκοῦ καὶ τοῦ ἀργιλλίου, πολὺ δὲ ἀργότερα διὰ μέσου τῆς μάζης τοῦ ξύλου καὶ τῆς ὕαλου.

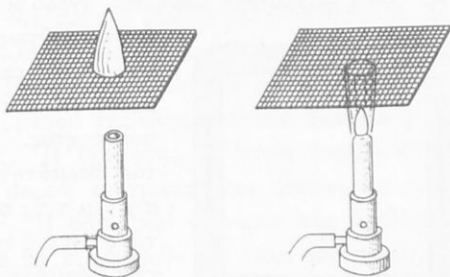
Γενικῶς **καλοὶ ἀγωγοὶ** τῆς θερμότητος εἶναι τὰ μέταλλα, εἴτε εἰς στερεὰν κατὰστασιν εἴτε τεττηγμένα. Τὰ λοιπὰ στερεά, τὰ ὑγρά καὶ τὰ

αέρια έχουν πολύ μικράν θερμικήν ἀγωγιμότητα καὶ διὰ τοῦτο ἐπεκράτησε νὰ λέγονται **κακοὶ ἀγωγοὶ** τῆς θερμότητος.

Ἡ διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς εἶναι μία μετάδοσις τῆς μεγαλυτέρας κινητικῆς ἐνεργείας τῶν μορίων τῆς θερμότερας περιοχῆς τοῦ σώματος πρὸς τὰ μόρια τῆς γειτονικῆς πρὸς αὐτὴν περιοχῆς. Ἀπὸ τὴν περιοχὴν πάλιν αὐτὴν μεταδίδεται ἐνέργεια εἰς ἄλλα μόρια κ.ο.κ. Κατ' αὐτὴν τὴν διάδοσιν τῆς θερμότητος συμβαίνει μόνον μεταφορά ἐνεργείας διὰ μέσου τῆς ὕλης τοῦ σώματος.

Ἐφαρμογαί. Τὰ ἐπόμενα πειράματα δεικνύουν τὴν διάφορον θερμικήν ἀγωγιμότητα τῶν διαφόρων σωμάτων.

α) Ἐν μεταλλικὸν πλέγμα προκαλεῖ διακοπὴν τῆς φλογὸς (σχ. 272). Τοῦτο συμβαίνει διότι ἡ θερμότης, τὴν ὁποίαν προσλαμβάνει τὸ πλέγμα, διαχέεται εὐκόλως



Σχ. 272. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τοῦ μετάλλου.

εἰς ὁλόκληρον τὴν μᾶζαν τοῦ καὶ ἔπειτα εἰς τὸ περιβάλλον. Οὕτω τὰ αέρια τῆς φλογὸς ψύχονται καὶ δὲν καίονται. Ἐφαρμογὴν αὐτῆς τῆς ιδιότητος τῶν μεταλλικῶν πλεγμάτων ἔχομεν εἰς τὴν *λυνίαν* Davy, ἡ ὁποία χρησιμοποιεῖται εἰς τὰ ἀνθρακωρυχεῖα πρὸς ἀποφυγὴν ἀναφλέξεως τοῦ μεθανίου.

β) Ἡ μικρὰ θερμικὴ ἀγωγιμότης τῶν ὑγρῶν καταφαίνεται μὲ τὸ ἐξῆς πείραμα: Ἐντὸς δοκιμαστικοῦ σωλῆνος περιέχοντος ὕδωρ ρίπτομεν ἑρματισμένον τεμάχιον πάγου. Ἐὰν θερμάνωμεν τὸ ἀνωτέρον στρῶμα τοῦ ὕδατος (σχ. 273), τοῦτο ἀρχίζει νὰ βράζῃ, ἐνῶ ὁ πάγος διατηρεῖται ἐπὶ μακρὸν χρόνον.



Σχ. 273. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς μὴ ἀγωγιμότητος τοῦ ὕδατος.

γ) Οἱ κακοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος, ὁ φελὸς καὶ ὁ ἀμίαντος, χρησιμοποιοῦνται εἰς διαφόρους πρακτικὰς ἐφαρμογὰς ὡς θερμομονωτικὰ σώματα (εἰς τὰ ψυγεῖα, εἰς ἀτμαγωγούς σωλήνας κ.ἄ.).

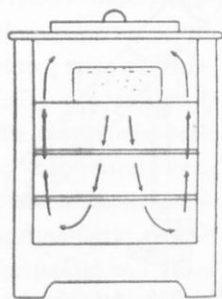
267. Διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ ρευμάτων.— Τὰ ὑγρά καὶ τὰ ἀέρια ἔχουν πολὺ μικρὰν θερμικὴν ἀγωγιμότητα. Ἐν τούτοις θερμαίνονται πολὺ εὐκόλα, ὅταν προσφέρεται θερμότης εἰς τὸν πυθμένα τοῦ δοχείου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιέχονται. Τοῦτο συμβαίνει ὡς ἐξῆς: Τὸ μέρος τοῦ ρευστοῦ, τὸ εὐρισκόμενον εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸν πυθμένα τοῦ δοχείου, θερμαίνεται καὶ τότε ὡς εἰδικῶς ἐλαφρότερον ἀνέρχεται, ἐνῶ ἄλλα ψυχρότερα μέρη τοῦ ὑγροῦ κατέρχονται πρὸς τὸν πυθμένα. Οὕτως ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ρευστοῦ σχηματίζονται μετακινήσεις μαζῶν τοῦ ρευστοῦ, ἕνεκα τῶν προκαλουμένων μεταβολῶν πυκνότητος. Ἡ τοιαύτη μεταφορὰ ποσοτήτων θερμότητος ἐντὸς τῶν ρευστῶν διὰ σχηματισμοῦ ρευμάτων ἐντὸς τῆς μάζης αὐτῶν καλεῖται **διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς**.



Σχ. 274. Σχηματισμὸς ρευμάτων ἐντὸς ὕδατος.

Μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 274 δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν τὰ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ παραγόμενα ρεύματα, ἐὰν ρίψωμεν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ κόκκιν φελλοῦ.

Ἐφαρμογαί. α) Ἐνδιαφέρουσαν ἐφαρμογὴν τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς ἔχομεν εἰς τὸ σύστημα κεντρικῆς θερμάνσεως, εἰς τὸ ὁποῖον ἐξασφαλίζεται ἡ μεταφορὰ ποσοτήτων θερμότητος διὰ τῆς κυκλοφορίας εἴτε θερμοῦ ὕδατος, εἴτε θερμοῦ ἀέρος. Ἐπίσης ἡ λειτουργία τῶν ψυγείων μὲ πάγον στηρίζεται εἰς τὸν σχηματισμὸν ρευμάτων ἀέρος (σχ. 275). Τέλος εἰς τὸν σχηματισμὸν ρευμάτων ἀέρος στηρίζεται ἡ λειτουργία τῶν καπνοδόχων· διότι ἐντὸς τῆς καπνοδόχου σχηματίζεται στήλη θερμοῦ ἀέρος καὶ οὕτως εἰς τὴν βᾶσιν τῆς καπνοδόχου δημιουργεῖται σταθερὰ διαφορὰ πιέσεως, ἕνεκα τῆς ὁποίας ὁ ἀψυχρὸς ἐξωτερικὸς ἀὴρ εἰσρέει συνεχῶς τροφοδοτῶν τὴν ἐστίαν μὲ τὸ ἀπαιτούμενον ὀξυγόνον.



Σχ. 275. Ρεύματα ἀέρος ἐντὸς ψυγείου μὲ πάγον.

β) Τὸ πλέον μεγαλοπρεπὲς φαινόμενον σχηματισμοῦ ρευμάτων, ἕνεκα ὑπαρχούσης διαφορᾶς θερμοκρασίας μεταξὺ δύο περιοχῶν τοῦ ρε-

στοῦ. ἔχομεν εἰς τὴν Φύσιν. Τὰ θαλάσσια ρεύματα καὶ οἱ ἄνεμοι ὀφείλονται εἰς τὴν διαφορετικὴν θέρμανσιν περιοχῶν τῆς θαλάσσης ἢ τῆς ἀτμοσφαίρας.

268. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας.—Κατὰ μίαν ψυχρὰν ἡμέραν τοῦ χειμῶνος ἀντιλαμβανόμεθα ὅτι αἱ ἡλιακαὶ ἀκτῖνες μεταφέρουν εἰς ἡμᾶς ποσότητα θερμότητος, ἐνῶ ὁ πέραξ ἡμῶν ἀπὸ εἶναι ἀρκετὰ ψυχρὸς. Ἡ κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον διαδιδόμενη ποσότης θερμότητος διέρχεται διὰ τοῦ κενοῦ, ἀλλὰ καὶ διὰ μέσου τοῦ ἀέρος, χωρὶς ὅμως νὰ θερμαίνειν αἰσθητῶς τοῦτον. Ἡ τοιαύτη μεταφορὰ ποσοτήτων θερμότητος διὰ τοῦ κενοῦ ἢ καὶ διὰ μέσου τῆς ὕλης καλεῖται **διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας**. Ἡ θερμότης, ἡ ὁποία διαδίδεται δι' ἀκτινοβολίας, εἶναι μία ἄλλη μορφή ἐνεργείας, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **ἀκτινοβολουμένην ἐνέργειαν**. Ἡ φύσις καὶ οἱ νόμοι τῆς διαδόσεως τῆς ἀκτινοβολουμένης ἐνεργείας θὰ ἐξετασθοῦν εἰς ἄλλο κεφάλαιον.

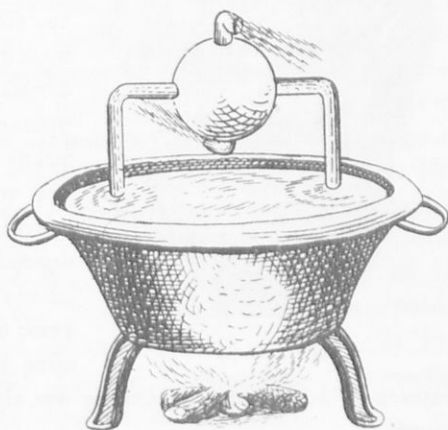
Η ΕΞΕΛΙΞΙΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

269. Ἡ γένεσις τῆς ἐπιστημονικῆς σκέψεως. -- Ἡ Φυσικὴ ἐγεννήθη, ὅταν ὁ ἄνθρωπος ἤρχισε νὰ ἐρευνᾷ τὴν ἀπέραντον Φύσιν. Κατὰ τὴν προϊστορικὴν ἐποχὴν ἡ ἐπιστημονικὴ γνῶσις ἦτο συνυφασμένη μετὰ τὴν τεχνικὴν καὶ συνδεδεμένη μετὰ τὴν μαγείαν. Κατὰ τὴν ἐποχὴν αὐτὴν ἐπιστεύετο ὅτι ἡ ὕπαρξις παντὸς ἀντικειμένου καὶ ἡ γένεσις παντὸς φαινομένου ἐξηρτᾶτο ἀπὸ μίαν μὴ ἀνθρωπίνην βούλησιν. Ὁ προϊστορικὸς ἄνθρωπος διὰ νὰ κατασκευάσῃ ἐν ἐργαλεῖον, π.χ. τὸ τόξον του, ἰκέτευεν προηγουμένως τὴν ὑπερτέραν αὐτὴν βούλησιν νὰ καταστήσῃ ἐλαστικὸν τὸ ξύλον, τὸ ὁποῖον εἶχεν εἰς τὴν διάθεσίν του. Ἐπὶ τῆς προϊστορικῆς τεχνικῆς ἐστηρίχθη ἡ ἐπιστήμη τῶν πρώτων ἀνατολικῶν πολιτισμῶν. Οἱ Αἰγύπτιοι καὶ οἱ Χαλδαῖοι ἐτελειοποίησαν τὴν τεχνικὴν τῆς προϊστορικῆς ἀνθρωπότητος καὶ κατενόησαν τὴν σημασίαν τῆς μετρήσεως, δηλαδή τὰς σχέσεις ἀριθμοῦ καὶ μεγέθους, ἀνεξαρτήτως τῶν ἀντικειμένων. Αἱ γνώσεις ὅμως αὐταὶ εὐρέθησαν τελείως ἐμπεριρικῶς καὶ δὲν ἀποτελοῦν λογικὸν σύστημα, εἰς τὸ ὁποῖον αἱ σχέσεις ἐξάγονται ἐξ ἄλλων προηγουμένων γνωστῶν σχέσεων. Ἡ ἐπιστήμη τῶν ἀνατολικῶν πολιτισμῶν, ἐκτὸς τοῦ ἐμπειρισμοῦ, ἔχει ἐπίσης τὸ χαρακτηριστικὸν γνώρισμα ὅτι ἡ πρόοδος εἶναι βραδυτάτη καὶ ἀνώνυμος, διότι καμμία ἀνακάλυψις δὲν συνεδέθη μετὰ τὸ ὄνομα ἐρευνητοῦ. Κατὰ τὴν ἐποχὴν αὐτὴν δὲν ὑπῆρχεν ἐπιστημονικὴ σκέψις, διότι οἱ ἄνθρωποι ἐπίστευον ὅτι τὰ διάφορα φαινόμενα ἦσαν τὸ ἀποτέλεσμα τῆς διαθέσεως ἀγαθοποιῶν ἢ κακοποιῶν σκοτεινῶν δυνάμεων.

Ἡ ἐπιστημονικὴ σκέψις ἐγεννήθη ἀποτόμως μετὰ τὸ 7ου καὶ τοῦ 6ου π.Χ. αἰῶνος εἰς τὴν Ἰωνίαν καὶ ἔπειτα ἐκαλλιεργήθη καὶ ἀνεπτύχθη εἰς ὁλόκληρον τὴν Ἀρχαίαν Ἑλλάδα. Πρῶτοι ἐξ ὅλων τῶν ἀνθρώπων οἱ Ἀρχαῖοι Ἕλληνες εἶχον τὴν τόλμην νὰ σκεφθοῦν καὶ νὰ πιστεύσουν ὅτι ἡ ὕλη ὑπακούει εἰς ὠρισμένους νόμους καὶ ὅτι τὰ διάφορα φαινόμενα ὀφείλονται εἰς ὠρισμένα φυσικὰ αἰτία. Οἱ Ἕλληνες ἐστήριξαν τὴν ἐρευναν τοῦ φυσικοῦ κόσμου εἰς τὸν ὀρθολογισμὸν καὶ προσεπάθησαν νὰ ἀνεύρουν ὀλίγας βασικὰς ἀρχάς, ἀπολύτως παραδεκτάς ἀπὸ τὴν ἀνθρωπίνην λογικὴν, ἐκ τῶν ὁποίων διὰ λογικῶν

συλλογισμῶν νὰ εὐρίσκεται ἔπειτα τὸ σύνολον τῶν συνεπειῶν. Ἡ ἀξία τῶν συλλογισμῶν ἐκρίνετο, ὅπου ἦτο δυνατόν, ἀπὸ τὸ ἀδέκαστον πείραμα. Ἡ ἐλληνικὴ ἐπιστήμη χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὴν ταχυτάτην πρόοδόν της καὶ ἀνεπτύχθη δι' ἐλευθέρας συζητήσεως ἐντὸς εἰδικῶν σχολῶν, αἱ ὁποῖαι ἤκμασαν κατὰ καιροὺς εἰς διαφόρους ἐλληνικὰς πόλεις. Ἡ γένεσις τῆς ἐπιστημονικῆς σκέψεως εἰς τὴν Ἀρχαίαν Ἑλλάδα εἶναι ἡ ὥραιότερα ἐκδήλωσις τῶν πνευματικῶν ἱκανοτήτων τοῦ ἀνθρώπου.

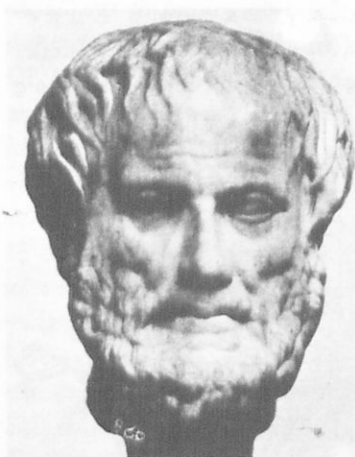
270. Ἡ Ἑλληνικὴ ἐπιστήμη καὶ τεχνική.—Ἐκ τῶν σπουδαιότερων σχολῶν τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος περίφημοι εἶναι αἱ σχολαί, τὰς ὁποίας ἔδρυσαν ὁ Πυθαγόρας (σχολὴ τῶν Πυθαγορείων) καὶ ὁ Ζήνων (σχολὴ τῶν Ἑλεατῶν). Ὁ Ἑλεάτης φιλόσοφος Ἀναξίμανδρος εἰσήγαγε τὴν ἔννοιαν τοῦ ἀπείρου, δηλαδὴ τὴν ἔννοιαν τοῦ συνεχοῦς διαστήματος. Ἀντιθέτως ὁ Ἀναξαγόρας καὶ ὁ Ἐμπεδοκλῆς εἶναι οἱ πρῶτοι εἰσηγηταὶ τῆς ἀτομικῆς θεωρίας, τὴν ὁποίαν ἐθεμελίωσαν ἐπιστημονικῶς ὁ Ἀβδηρίτης φιλόσοφος Λεύκιππος καὶ κυρίως ὁ μαθητὴς του Δημόκριτος. Ὁ Δημόκριτος ὠνόμασεν **ἀτόμους** (δηλαδὴ ἄτμητα) τὰ μικρότερα σωματίδια, ἐκ τῶν ὁποίων συγκροτεῖται ἡ ὕλη. Δυστυχῶς δὲν διεσώθη τὸ ἔργον τοῦ μεγάλου τούτου ἐρευνητοῦ. Παραλλήλως πρὸς τὴν ἐπιστήμην ἀνεπτύχθη εἰς τὴν Ἀρχαίαν Ἑλλάδα καὶ ἡ τεχνική. Οὕτως ὁ Εὐπαλίνος κατεσκεύασεν εἰς τὴν Σάμον σήραγγα. Ἡ ἐργασία τῆς διανοίξεως ἤρχισε συγχρόνως ἐκ τῶν δύο κλιτύων τοῦ λόφου καὶ οἱ ἐργάται ἀντιθέτως προχωροῦντες συνηντήθησαν ἐντὸς τῆς σήραγγος. Ὁ Ἀρχύτας κατέστη περίφημος ἐκ τῶν πολλῶν μηχανικῶν ἐφευρέσεων του καὶ ἀνεκάλυψε τὴν χρῆσιν τῆς τροχαλίας. Αἱ κατὰ τὸν 4ον π.Χ. αἰῶνα ἐμφανισθεῖσαι πολεμικαὶ μηχαναὶ ὑπέστησαν ρα-



Σχ. 276. Ἡ συσκευή «Αἰόλου πύλαι» τοῦ Ἡρωνος.

γδαίας τελειοποιήσεις και ιδιαιτέρως από τὸν Ἀρχιμήδη, τὸν Κτησίβιον καὶ τὸν Ἡρώνα. Οἱ Ἀρχαῖοι Ἕλληνες εἶχον ἀποκτήσει τόσον πλοῦτον ἐπιστημονικῶν γνώσεων, ὥστε εὐρίσκοντο, εἰς τὸν δρόμον τῆς ἀνακαλύψεως τοῦ ἀτμοῦ ὡς κινητηρίου δυνάμεως. Τὸ αἰόλου πύλαι τοῦ Ἡρώνα εἶναι ὁ πρόγονος τῶν σημερινῶν ἀτμοστροβίλων. Τὸ ὄργανον τοῦτο εἶναι μία κοίλη σφαῖρα στρεπτή περὶ ἄξονα, εἰς τὴν ὁποίαν διοχετεύεται ὕδρατμος (σχ. 276). Ὁ ἀτμός ἐκφεύγει διὰ δύο σωλῆνων στερεωμένων εἰς δύο ἐκ διαμέτρου ἀντίθετα σημεία τῆς σφαίρας, ἡ ὁποία οὕτω τίθεται εἰς περιστροφικὴν ἐπιταχυνομένην κίνησιν.

Ὁ πρῶτος φυσικός τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος. Κατὰ τὸν 4ον π. Χ. αἰῶνα αἱ ἐπιστημονικαὶ γνώσεις ἦσαν τόσον πολλαί, ὥστε ἤρχισεν



Ἀριστοτέλης.

ὁ διαχωρισμός τῶν διαφόρων ἐπιστημονικῶν κλάδων. Ὁ Ἀριστοτέλης (384 - 322 π.Χ.) διεχώρισε πρῶτος τὴν σπουδὴν τῆς Φυσικῆς ἀπὸ τὰς ἄλλας ἐπιστήμας καὶ συνέγραψε τὸ πρῶτον εἰδικὸν βιβλίον Φυσικῆς, τὰ «Φυσικά». Ὁ μέγας Σταγειρίτης εἶναι ὁ πρῶτος συστηματικὸς ἐρευνητὴς τοῦ φυσικοῦ κόσμου ὑποστηρίξας τὴν μεγάλην ἀξίαν τῆς παρατηρήσεως καὶ τοῦ πειράματος. Ὁ Ἀριστοτέλης ἀνεκάλυψεν ὅτι ὁ ἀήρ ἔχει ὀρισμένον βάρος καὶ ἠσχολήθη κυρίως μὲ τὴν δυναμικὴν ἐρευναν τῆς κινήσεως, ὅπως θὰ ἐλέγομεν σήμερον. Ἀλλ' ἡ τοιαύτη ἐρευνα τῆς κινήσεως ἀπαιτεῖ πει-

ραματικὰς διατάξεις, τὰς ὁποίας δὲν εἶχεν εἰς τὴν διάθεσίν του ὁ Ἀριστοτέλης.

Ὁ μεγαλύτερος φυσικός τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος. Ὁ Ἀρχιμήδης (287 - 212 π.Χ.) κατεῦχεν εἰς ὕψιστον βαθμὸν τὸν μαθηματικὸν λογισμόν καὶ ὑπερβάλλων τοὺς προγενεστέρους του εἰσήγαγε νέους τρόπους μαθηματικοῦ συλλογισμοῦ. Εἶναι ὁ πατὴρ τῆς μαθηματικῆς ἀναλύσεως, τὴν ὁποίαν μετὰ εἴκοσιν αἰῶνας ἀνέπτυξαν ὁ Καρτέσιος, ὁ Νεύ-

των καὶ ὁ Αἰμπνίτις. Εἰς τὸν τομέα τῆς Φυσικῆς ὁ Ἀρχιμήδης ἡσχολήθη ἀποκλειστικῶς μὲ τὰ προβλήματα τῆς ἰσορροπίας τῶν στερεῶν καὶ τῶν ὑγρῶν. Προσδιώρισε τὰ κέντρα βάρους ὁμογενῶν ἐπιφανειῶν καὶ διετύπωσε τὸν νόμον τῆς ἰσορροπίας τοῦ μοχλοῦ. Ἐθεμελίωσε θεωρητικῶς τὴν ὑδροστατικὴν, διατυπώσας τὴν ἀρχὴν ὅτι ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τῶν ἡρεμούντων ὑγρῶν εἶναι σφαιρική, τὸ δὲ κέντρον τῆς σφαίρας ταύτης συμπίπτει μὲ τὸ κέντρον τῆς Γῆς. Ἀνεκάλυψε ὅτι τὰ σώματα, βυθιζόμενα ἐντὸς ὑγρῶν ὑφίστανται ἄνωσιν, τὴν ὁποίαν καὶ ὑπελόγισε. Ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἀρχῆς αὐτῆς, ἡ ὁποία φέρει τὸ ὄνομά του, ὑπελόγισε τὴν σχετικὴν πυκνότητα μερικῶν σωμάτων.

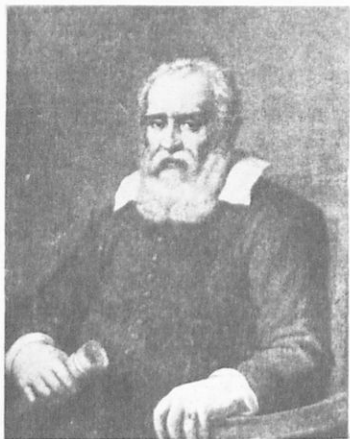


Ἀρχιμήδης.

Ὁ Ἀρχιμήδης ἠρεύνεισε θεωρητικῶς τὴν ἰσορροπίαν τῶν ἐπιπλεόντων σωμάτων. Ἀπὸ τὴν εἰδικὴν μελέτην τῆς ἰσορροπίας ἐπιπλέοντος τμήματος παραβολοειδοῦς ἐκ περιστροφῆς ἀνεκάλυψε τὸ μετάκεντρον καὶ οὕτως ἐθεμελίωσε τὴν ναυπηγικὴν, ἡ ὁποία ἕως τότε ἐστηριζέτο εἰς τὴν ἀπλὴν ἐμπειρίαν. Ὅλα τὰ συμπεράσματα, εἰς τὰ ὁποῖα κατέληξεν ἡ μεγαλοφυΐα τοῦ Ἀρχιμήδους, διατηροῦν ἀμείωτον τὴν ἀξίαν των διὰ μέσου ὧν τῶν αἰώνων. Παράλληλως πρὸς τὸ μέγα θεωρητικὸν του ἔργον ὁ Ἀρχιμήδης ἡσχολήθη καὶ μὲ τὰς ἐφαρμογὰς τῆς Φυσικῆς, ἀναδειχθεὶς ἀνυπέρβλητος τεχνικός. Ἐπενόησε τὸν ἀτέρμονα κοχλίαν καὶ τὸν ὑδραυλικὸν κοχλίαν διὰ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ ὕδατος. Ἐφεῦρεν νέας πολεμικὰς μηχανάς, μὲ τὰς ὁποίας κατώρθωσε νὰ ἀποκρούσῃ ἐπὶ δύο καὶ πλέον ἔτη τὰς ἐπιθέσεις τῶν Ῥωμαίων ἐναντίον τῶν Συρακουσῶν. Γενικῶς ὁ Ἀρχιμήδης ἀναγνωρίζεται ὡς ἡ μεγαλύτερα διάνοια τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος.

271. Ἡ ἀναγέννησις τῆς ἐπιστήμης.—Ἡ κατάρτησις τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος ὑπὸ τῶν Ῥωμαίων ἐπέφερε τὴν ἐξαφάνισιν τῆς ἀνδρείας ἑλληνικῆς ἐπιστήμης. Κατὰ τοὺς Ῥωμαίους χρόνους οὐδεμία ἐπιστημονικὴ πρόοδος ἐσημειώθη. Ἀπὸ τοῦ 8ου μέχρι τοῦ 12ου μ.Χ. αἰῶνος ἐσημειώθη ζωηρὰ ἐπιστημονικὴ κίνησις εἰς τὰς μωαμεθανικὰς χώρας. Εἰς

τὴν Εὐρώπην ἐπεκράτει τὸ σκότος τοῦ μεσαίωνος μέχρι τοῦ 13ου αἰῶνος.



Γαλιλαῖος

καὶ θεωρητικὰς ἐργασίας πολλῶν ἐρευνητῶν. Ἰδιαίτερος πρέπει νὰ ἀναφέρωμεν τὸν Lavoisier (1743 - 1794), ὁ ὁποῖος ἀνεκάλυψε τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς μάζης καὶ τοὺς Mayer (1814 - 1878) καὶ Joule (1818 - 1889), οἱ ὁποῖοι ἀνεκάλυψαν τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας.

Τὰς δύο αὐτὰς βασι-
κάς ἀρχὰς συνήνωσεν ὁ μέ-
γας θεωρητικὸς φυσικὸς
Einstein (1879-1955) δια-
τυπώσας τὴν ἀρχὴν τῆς ἰσο-
δυναμίας τῆς μάζης πρὸς
τὴν ἐνέργειαν. Κατὰ τὸν εἰ-
κοστὸν αἰῶνα, ἡ πρόοδος
τῆς Φυσικῆς ὑπῆρξεν ἀ-
προσδοκῆτως ραγδαία. Αἱ γνώσεις μας περὶ τῆς Φύσεως ἐπλουτίσθη-



Νεύτων.

σαν εἰς μέγιστον βαθμόν, αἱ δὲ τεχνικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς Φυσικῆς κατέκτησαν τὴν ζωὴν μας καὶ ἡλλαξάν τὸν ρυθμὸν αὐτῆς. Τὰ σύγχρονα Ἔργα-



Lavoisier.



Mayer.

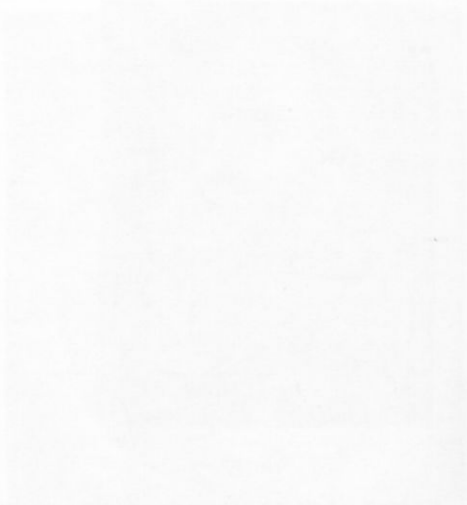


Joule.



Einstein.

στήρια Ἐπιστημονικῶν Ἐρευνῶν εἶναι τεράστια τεχνικὰ ἐγκαταστάσεις, ὅπου οἱ σύγχρονοι ἐρευνῶνται συνεχίζον τὸ ἔργον τοῦ Ἀρχιμήδους, τοῦ Γαλιλαίου καὶ τῶν λοιπῶν μεγάλων ἐρευνητῶν τοῦ φυσικοῦ κόσμου



ΣΥΝΤΟΜΟΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΙ
ΔΙΑ ΤΟΥΣ ΦΥΣΙΚΟΥΣ ΟΙ ΟΠΟΙΟΙ ΗΣΧΟΛΗΘΗΣΑΝ ΜΕ ΘΕΜΑΤΑ
ΑΝΑΦΕΡΟΜΕΝΑ ΕΙΣ ΤΟΝ ΠΑΡΟΝΤΑ ΤΟΜΟΝ

- ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ** (384 - 322 π.Χ.). Ὁ πρῶτος συστηματικὸς φυσικὸς τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος, ὁ πρῶτος συγγραφεὺς εἰδικοῦ βιβλίου Φυσικῆς. Ἀνεκάλυψεν ὅτι ὁ ἀὴρ ἔχει βάρος καὶ εἰσήγαγε τὴν παρατήρησιν καὶ τὸ πείραμα εἰς τὴν ἔρευναν τοῦ φυσικοῦ κόσμου.
- ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ** (287 - 212 π.Χ.). Ὁ μεγαλύτερος φυσικὸς καὶ μαθηματικὸς τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος. Ἀνεκάλυψε τὸν λόγον τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον, τὴν ἑλικά, τὸν νόμον τῶν μοχλῶν, τὸν ἀτέρμονα κοχλίαν, τὴν κινητὴν τροχαλίαν, τὸν ὁδοντωτὸν τροχόν. Εἰς τὸ βιβλίον του «περὶ ἐπιπλεόντων σωμάτων» διετύπωσε τὴν ἀρχήν, ἥ ὁποία φέρει τὸ ὄνομά του.
- ANDREWS** (1813 - 1886). Ἀγγλὸς φυσικὸς. Ἀνεκάλυψεν ὑπὸ ποίας συνθήκας εἶναι δυνατὴ ἡ ὑγροποίησις τῶν ἀερίων καὶ προσδιώρισε τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν αὐτῶν.
- AVOGADRO** (1776 - 1856). Ἰταλὸς φυσικὸς. Διετύπωσε τὴν ὑπόθεσιν περὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν μορίων, τὰ ὁποῖα περιέχονται εἰς ἴσους ὄγκους ἀερίων.
- BORDA** (1733 - 1799). Γάλλος μηχανικὸς καὶ γεωδότης. Ἐτελειοποίησε τὸ φυσικὸν ἐκκερεμὲς διὰ τὴν χρησιμοποίησίν του εἰς τὰ ὀρολόγια καὶ ἐπενόησε πολλὰ ὄργανα μετρήσεων.
- BOYLE** (1626 - 1691). Ἀγγλὸς φυσικὸς καὶ χημικὸς. Ἐτελειοποίησε τὴν παλαιὰν ἀεραντλίαν μετὰ ἔμβολον καὶ συγχρόνως μετὰ τὸν Mariotte ἀνεκάλυψε τὴν μεταβολὴν τοῦ ὅγκου ἀερίου μετὰ τῆς πίεσεως.
- ΓΑΛΙΛΑΙΟΣ** (1564 - 1642). Ἰταλὸς φυσικὸς, μαθηματικὸς καὶ ἀστρονόμος. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τοῦ ἰσοχρόνου τῶν αἰωρήσεων τοῦ ἐκκερεμοῦς καὶ ἐφήρμοσε τοῦτον διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ χρόνου. Διετύπωσε τοὺς νόμους τῆς πτώσεως καὶ τὰς ἀρχὰς τῆς δυναμικῆς.
- GAILLETET** (1832 - 1913). Γάλλος φυσικὸς. Πρῶτος ὑγροποίησε τὸ

δξυγόνον καὶ τὰ ἄλλα δυσκόλως ὑγροποιούμενα ἀέρια, τὰ ὁποῖα τότε ἐκαλοῦντο «ἔμμονα ἀέρια».

CARNOT (1796 - 1832). Γάλλος φυσικός. Διετύπωσε ἀρχικῶς τὸ δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα, τὸ ὁποῖον ἀργότερα ἀνέπτυξεν ὁ Clausius.

COLLADON (1802 - 1892). Ἑλβετὸς φυσικὸς καὶ μηχανικὸς. Ἐμελέτησε τὴν συμπιεστικότητα τῶν ὑγρῶν καὶ τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ ἤχου.

ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ (469 - 369 π.Χ.). Εἷς ἐκ τῶν μεγίστων φιλοσόφων τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος. Διετύπωσε τὴν θεωρίαν περὶ ἀσυνεχοῦς κατασκευῆς τῆς ὕλης, ὀνομάσας «ἀτόμους» τὰ ἐλάχιστα σωματίδια ἐκ τῶν ὁποίων συγκροτεῖται ἡ ὕλη.

DALTON (1766 - 1844). Ἀγγλος φυσικὸς καὶ χημικὸς. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῶν πολλαπλῶν ἀναλογιῶν, ὁ ὁποῖος ἐπέβαλε τὴν ὑπαρξίν τῶν ἀτόμων. Προσδιώρισε τὴν τάσιν τῶν ὑδροατμῶν εἰς τὰς διαφόρους θερμοκρασίας καὶ τὴν εἰδικὴν θερμότητα διαφόρων σωμάτων. Διετύπωσε θεμελιώδεις νόμους διὰ τὰ μείγματα ἀερίων.

DIESEL (1858 - 1913). Γερμανὸς μηχανικὸς. Κατεσκεύασε τὸν κινητῆρα ἐσωτερικῆς καύσεως, ὁ ὁποῖος φέρει τὸ ὄνομά του.

DULONG (1785 - 1838). Γάλλος φυσικὸς καὶ χημικὸς. Προσδιώρισε τὴν τάσιν τῶν ὑδροατμῶν εἰς θερμοκρασίαν ἄνω τῶν 100° C καὶ ἐν συνεργασίᾳ μὲ τὸν Petit ἐμελέτησε τὴν διαστολὴν τῶν στερεῶν καὶ τῶν ὑγρῶν.

EINSTEIN (1879 - 1955). Γερμανὸς φυσικὸς καὶ μαθηματικὸς. Διετύπωσε τὴν περιήγημον «θεωρίαν τῆς σχετικότητος», διὰ τῆς ὁποίας ἠρμήνευσε τὰς θεμελιώδεις ἐννοίας τῆς μάξης, τοῦ χρόνου, τοῦ χώρου καὶ προέβλεψε τὴν ὑπαρξίν τῆς ἀτομικῆς ἐνεργείας.

FAHRENHEIT (1686 - 1736). Γερμανὸς φυσικὸς. Κατεσκεύασεν ἀραιόμετρα καὶ θερμόμετρα. Διὰ τὴν βαθμολογίαν τῶν θερμομέτρων εἰσήγαγε τὴν κλίμακα, ἡ ὁποία φέρει τὸ ὄνομά του.

GAY - LUSSAC (1778 - 1850). Γάλλος φυσικὸς καὶ χημικὸς. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς διαστολῆς τῶν ἀερίων, τοὺς νόμους τῆς ἐνώσεως ἀερίων στοιχείων. Ἐπενόησε τὸ οἰνοπνευματόμετρον, τὸ σιφωνοειδὲς βαρόμετρον κ.ἄ.

- GUERICKE** (1602 - 1686). Γερμανός φυσικός. Ἐπενόησε τὴν ἀεραντλίαν.
- HOPE** (1766 - 1844). Ἀγγλος χημικός. Ἐμελέτησε τὴν διαστολὴν τοῦ ὕδατος.
- JOULE** (1818 - 1889). Ἀγγλος φυσικός. Προσδιώρισε τὸ μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος.
- KELVIN** (1824 - 1907). Ἀγγλος φυσικός, ὁ ὁποῖος ἐλέγετο *William Thomson* καὶ ὠνομάσθη λόρδος *Kelvin* ἔνεκα τῶν μεγάλων ὑπηρεσιῶν του εἰς τὴν ἐπιστήμην. Ἠσχολήθη μὲ τὴν ἡλιακὴν ἐνέργειαν, τὴν θερμότητα καὶ εἰσήγαγεν εἰς τὴν Φυσικὴν τὴν ἀπόλυτον κλίμακα τῶν θερμοκρασιῶν.
- KEPLER** (1571 - 1630). Γερμανός ἀστρονόμος. Διετύπωσε τοὺς νόμους τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν. Οἱ νόμοι οὗτοι ἔδωσαν ἀφορμὴν εἰς τὸν Νεύτωνα νὰ ἀνακαλύψῃ τὸν νόμον τῆς παγκοσμίου ἐλξεως.
- LAPLACE** (1749 - 1827). Γάλλος φυσικός, μαθηματικός καὶ ἀστρονόμος. Μέγας θεωρητικὸς ἡσχολήθη μὲ διάφορα θέματα τῆς Φυσικῆς. Προσδιώρισε τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου.
- LAVOISIER** (1743 - 1794). Γάλλος χημικός. Ἀνεκάλυψε τὴν σύστασιν τοῦ ἀέρος, τὸ ὀξυγόνον καὶ διὰ τοῦ πειράματος κατέληξεν εἰς τὴν διατύπωσιν τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὕλης.
- MARIOTTE** (1620 - 1684). Γάλλος φυσικός. Ἐμελέτησε τὰς ιδιότητας τοῦ ἀέρος, καὶ ἀνεκάλυψε συγχρόνως μὲ τὸν *Boyle* τὴν σχέσιν, ἣ ὁποία ὑπάρχει μεταξὺ τῆς πίεσεως καὶ τοῦ ὄγκου ἑνὸς αἰρίου.
- MAYER** (1814 - 1878). Γερμανός ἱατρός. Πρῶτος διετύπωσε τὴν ἰδέαν τῆς ἰσοδυναμίας τῆς θερμότητος μὲ τὴν μηχανικὴν ἐνέργειαν καὶ κατώρθωσε νὰ ὑπολογίσῃ (1842) τὸ μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος, ἐν ἔτος πρὸ τῆς μετρήσεως, τὴν ὁποίαν ἐπέτυχεν ὁ *Joule*.
- NEYTON** (1642 - 1727). Ἀγγλος φυσικός, μαθηματικός καὶ φιλόσοφος. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς παγκοσμίου ἐλξεως, διὰ τοῦ ὁποῖου ἠρμήνευσε τὸ βάρος τῶν σωμάτων, τὴν κίνησιν τῶν πλανητῶν καὶ τὰς παλιροῦς. Ἐθεμελίωσε τὰς ἀρχὰς τῆς δυναμικῆς, τὰς ὁποίας εἶχεν διατυπώσει ὁ *Γαλιλαῖος*.
- PAPIN** (1647 - 1714). Γάλλος φυσικός. Πρῶτος ἐχορησιμοποίησε

τὴν τάσιν τοῦ ὕδρατμοῦ, κατεσκεύασε τὴν πρώτην ἀτμομηχανὴν με ἐμβολὸν καὶ καθείλκυσε τὸ πρῶτον ἀτμόπλοιο τὸ 1697.

PASCAL (1623 - 1662). Γάλλος φυσικός, μαθηματικός καὶ φιλόσοφος. Εἰς ἡλικίαν 16 ἐτῶν ἔγραψε τὸ βιβλίον του «περὶ κωνικῶν τομῶν» καὶ εἰς ἡλικίαν 18 ἐτῶν ἐπενόησε λογιστικὴν μηχανήν. Ἐξηκρίβωσε τὰς συνθήκας ἰσορροπίας τῶν ὑγρῶν καὶ τὴν αἰτίαν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως. Ἀπέθανεν εἰς ἡλικίαν 39 ἐτῶν, ἀφήσας ἀτελείωτον τὸ περίφημον βιβλίον του «Σκέψεις».

SAVART (1791 - 1841). Γάλλος φυσικός. Ἦσυχολήθη με τὴν Ἀκουστικὴν.

TORRICELLI (1608 - 1647). Ἰταλὸς φυσικός καὶ γεωμέτρης. Ὑπῆρξε μαθητὴς τοῦ Γαλιλαίου καὶ κατέστη διάσημος, διότι με τὸ γνωστὸν πείραμά του κατώρθωσε νὰ μετρήσῃ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Ἐπίσης ἐμελέτησε τοὺς νόμους τῆς ροῆς τῶν ὑγρῶν.

WATT (1736 - 1819). Σκῶτος μηχανικός. Ἐπενόησε τὴν παλινδρομικὴν κίνησιν τοῦ ἐμβόλου τῆς ἀτμομηχανῆς καὶ τὴν κίνησιν δι' ἀτμοῦ.

Π Ι Ν Α Κ Ε Σ

Π Ι Ν Α Ξ 1

Ειδικόν βάρος μερικῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν σωμάτων
εἰς gr*/cm³ καὶ εἰς 18° C

Σῶμα	Εἰδικόν βάρος	Σῶμα	Εἰδικόν βάρος
Στρεῖα			
Ἀδάμας	3,5	Χρυσός	19,3
Ἀνθραξ	1,8	Ψευδάργυρος	7,1
Ἀργίλλιον	2,7	Υγρὰ	
Ἀργυρός	10,5	Αἰθέρ	0,71
Λευκόχρυσος	21,4	Βενζόλιον	0,88
Μόλυβδος	11,3	Γλυκερίνη	1,26
Ὀρείχαλκος	8,6	Διθειοῦχος ἄνθραξ ..	1,26
Σίδηρος	7,8	Ἐλαιόλαδον	0,91
Ἰάλος	2,5	Οἰνόπνευμα	0,79
Χαλκός	8,9	Πετρέλαιον	0,85
Χάλυψ	7,9	Ἵδραργυρός	13,55

Π Ι Ν Α Ξ 2

Εἰδικόν βάρος μερικῶν ἀερίων εἰς gr*/dm³ ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας
(0° C καὶ 76 cm Hg)

Ἀέριον	Εἰδικόν βάρος	Ἀέριον	Εἰδικόν βάρος
Ἀζωτον	1,250	Νέον	0,899
Ἀήρ	1,293	Ὁξυγόνον	1,429
Διοξειδιον ἄνθρακος ..	1,977	Ἵδρογόνον	0,089
Διοξειδιον θείου	2,926	Ἵδροθειον	1,539
Ἡλιον	0,178	Χλώριον	3,220
Μεθάνιον	0,717		

Π Ι Ν Α Κ Σ

Συστήματα μονάδων

Μηχανικών μέγεθος	Σύστημα C. G. S.	Σύστημα M. K. S.		Σύστημα M. K. S. A.	
	Μονάς	Μονάς	Αντιστοιχία προς μονάδας C. G. S.	Μονάς	Αντιστοιχία προς μονάδας C. G. S.
Μήκος	1 cm	1 m	10 ² cm	1 m	10 ² cm
*Επιφάνεια	1 cm ²	1 m ²	10 ⁴ cm ²	1 m ²	10 ⁴ cm ²
*Όγκος	1 cm ³	1 m ³	10 ⁶ cm ³	1 m ³	10 ⁶ cm ³
Χρόνος	1 sec	1 sec	—	1 sec	—
Γωνία	1 rad	1 rad	10 ² cm/sec	1 rad	—
Ταχύτης	1 cm/sec	1 m/sec	—	1 m/sec	10 ² cm/sec
Γωνιακή ταχύτης	1 rad/sec	1 rad/sec	10 ² cm/sec ²	1 rad/sec	—
*Επιτάχυνσις	1 cm/sec ²	1 m/sec ²	—	1 m/sec ²	10 ² cm/sec ²
Μάζα	1 gr	kg*	9,81 · 10 ³ gr	1 kg	10 ³ gr
Δύναμις	1 dyn	1 kg*	9,81 · 10 ⁵ dyn	1 Newton	10 ⁵ dyn
Συχνότης	1 Hertz	1 Hertz	—	1 Hertz	—
Πυκνότης	1 gr/cm ³	Χρήσις εις. βάρους	—	1 kg*/m ³	1/10 ³ gr/cm ³
Ειδικόν βάρος	1 dyn/cm ³	1 kg*/m ³	9,81/10 dyn/cm ³	1 Newton/m ³	1/10 dyn/cm ³
Έργον	1 erg	1 kg·m	9,81 · 10 ⁷ erg	1 Joule	10 ⁷ erg
Ισχύς	1 erg/sec	1 kg·m/sec	9,81 · 10 ⁷ erg/sec	1 Watt	10 ⁷ erg/sec
Ποτή δύναμειως	1 dyn cm	1 kg*·m	9,81 · 10 ⁷ dyn cm	1 Newton m	10 ⁷ dyn · cm
Έργον ποτήs	1 dyn · cm rad	1 kg·m · rad	9,81 · 10 ⁷ dyn · cm rad	1 Newton · m rad	10 ⁷ dyn · cm rad
Ποτή αδρανείας	1 gr · cm ²	1 m/sec ² · m ²	9,81 · 10 ⁷ gr cm ²	1 kg* · m ²	10 ⁷ gr · cm ²
Οριμή	1 gr · cm/sec	1 kg · m/sec	9,81 · 10 ³ gr · cm/sec	1 kg* · m/sec	10 ³ gr · cm/sec
Πίεσις	1 dyn/cm ²	1 kg*/m ²	9,81 · 10 dyn/cm ²	1 Newton/m ²	10 dyn/cm ²

Π Ι Ν Α Ξ 4
Θερμικά σταθερά στερεών

Σ ὠ μ α	Συντελεστής γραμμικής διαστολής	Ειδική θερότητας cal gr ⁻¹ .grad ⁻¹	Θερμοκρασία τήξεως °C	Θερμότης τήξεως cal/gr
*Αργίλλιον	23 · 10 ⁻⁶	0,214	659	94,6
*Αργυρος	19,7 · 10 ⁻⁶	0,055	960	25,1
Κασσίτερος	21,3 · 10 ⁻⁶	0,052	232	14
Λευκόχρυσος	9 · 10 ⁻⁶	0,032	1773	24,1
Μόλυβδος	29 · 10 ⁻⁶	0,031	327	5,9
Νικέλιον	13 · 10 ⁻⁶	0,110	1452	71,6
*Ορείχαλκος	18,5 · 10 ⁻⁶	0,093	900	40
Σίδηρος	12 · 10 ⁻⁶	0,031	1540	64
*Γαλος	8 · 10 ⁻⁶	0,190	800	—
*Γαλος Χαλαζίου	0,58 · 10 ⁻⁶	0,174	1700	—
Χαλκός	14 · 10 ⁻⁶	0,092	1084	48,9
Χάλυψ	16 · 10 ⁻⁶	0,115	1400	—
Χρυσός	14,3 · 10 ⁻⁶	0,031	1063	15,4

Π Ι Ν Α Ξ 5
Θερμικά σταθερά υγρών

Σ ὠ μ α	Συντελεστής πραγματικής διαστολής	Θερμοκρασία		Ειδική θερότητας εις 18°C cal/gr/grad	Θερμότης	
		τήξεως °C	βρα- σμού °C		τήξεως cal/gr	έξαερώ- σεως cal/gr
Αιθήρ	162 · 10 ⁻⁵	—116	34,6	0,56	23,5	86
Βενζόλιον	106 · 10 ⁻⁵	5,4	80	0,41	30,4	94
Γλυκερίνη	49 · 10 ⁻⁵	— 19	290	0,57	—	—
Διθειούχος άνθραξ	118 · 10 ⁻⁵	—112	46,2	0,24	17,7	87
*Ελαιόλαδον	72 · 10 ⁻⁵	—	—	0,47	—	—
Οινόπνευμα	110 · 10 ⁻⁵	—114	78,4	0,57	25,8	201
Πετρέλαιον	96 · 10 ⁻⁵	—	—	0,50	—	—
Τολουόλιον	109 · 10 ⁻⁵	— 94,5	111	0,41	17,2	83
*Υδράργυρος	18 · 10 ⁻⁵	— 38,8	357	0,03	2,7	68
*Υδωρ	—	—	—	1,00	80	539

Φυσικά μεγέθη και σύμβολα αὐτῶν

Βάρος	B	Μάζα	m
Γωνία	φ	Μήκος	s, l, h, r
Γωνιακή ταχύτης	ω	Όγκος	V
Ειδικὸν βάρος	ρ	Περίοδος	T
Ειδ. θερμότης	c	Πίεσις	p
Δύναμις	F, Σ , R	Ποσότης θερμότητος	Q
Ἐπιτάχυνσις	γ	Πυκνότης	d
Ἐπιτάχυνσις πτώσεως	g	Ροπή	M
Ἐπιφάνεια	σ , Σ	Συχνότης	ν
Ἔργον	W	Σχετικὴ πυκνότης ἀερίου	δ
Θερμοκρασία	θ^0 , T^0	Ταχύτης	u, V
Ίσχυς	P	Χρόνος	t

Αἱ σπουδαιότεραι ἐξισώσεις
ἐκ τῆς Μηχανικῆς, Ἀκουστικῆς, Θερμότητος

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

πυκνότης	$d = m/V$
ειδικὸν βάρος	$\rho = B/V$ ἢ $\rho = d \cdot g$
συνισταμένη δυνάμεων	$\Sigma = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \sin \varphi}$
μέθοδος διπλῆς ζυγίσεως	$x = \sqrt{B' \cdot B''}$
ὕδροστατικὴ πίεσις	$p = h \cdot \rho$ ἢ $p = h \cdot d \cdot g$
ὕδραυλικὸν πιεστήριον	$p = F/\sigma = F'/\sigma'$
συγκοινωνοῦντα δοχεῖα	$h_1/h_2 = \rho_2/\rho_1$
δύναμις ἐπὶ τοῦ πυθμένος	$F = h \cdot \sigma \cdot \rho$
δύναμις ἐπὶ τοῦ πλαγίου τοιχώματος	$F = h_k \cdot \sigma \cdot \rho$
ἄνωσις ὕγρου	$A = V \cdot \rho$
μέτρησις ειδικοῦ βάρους	$\rho = B/B'$
νόμος Boyle - Mariotte	$p \cdot V = p' \cdot V' = p'' \cdot V''$
μεταβολὴ πυκνότητος ἀερίου	$d/d' = p/p'$
σχετικὴ πυκνότης ἀερίου	$\delta = d/D$ ἢ $\delta = \mu/28,96$
ἀνυψωτικὴ δύναμις ἀεροστάτου	$F = V \cdot (\rho - \rho') - B$
εὐθύγραμμος ὁμαλὴ κίνησις	$s = u \cdot t$
εὐθύγραμμος ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις	$u = u_0 \pm \gamma \cdot t \quad s = u_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$

ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη κίνησις :

διάρκεια κινήσεως

ὀλικὸν διάστημα

ἐλευθέρᾳ πτώσει τῶν σωμάτων

θεμελιώδης ἐξίσωσις δυναμικῆς

βάρος σώματος

τριβὴ ὀλισθήσεως

ἔργον δυνάμεως

δυναμικὴ ἐνέργεια

κινητικὴ ἐνέργεια

ισοδυναμία μάζης καὶ ἐνεργείας

συνθήκη ισορροπίας ἀπλῶν μηχανῶν

κατακόρυφος βολὴ σώματος :

διάρκεια ἀνόδου

μέγιστον ὕψος

βεληνεκὲς ὀριζοντίας βολῆς

μέγιστον βεληνεκὲς πλαγίας βολῆς

Ὁμαλὴ κυκλικὴ κίνησις :

ταχύτης

γωνιακὴ ταχύτης

κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις

φυγόκεντρος δύναμις

περίοδος ἁρμονικῆς ταλαντώσεως

περίοδος ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς

νόμος παγκοσμίου ἐλξεως

ἀντίστασις τοῦ ἀέρος

ὀρικὴ ταχύτης πτώσεως

μῆκος κύματος

ταχύτης διαδόσεως κυμάτων

$$t = v_0 / \gamma$$

$$s = v_0^2 / 2\gamma$$

$$g = \sigma \alpha \theta., v = g \cdot t, s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$F = m \cdot \gamma$$

$$B = m \cdot g$$

$$T = \eta \cdot F_K$$

$$W = F \cdot s$$

$$W = m \cdot g \cdot h$$

$$W = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$W = m \cdot c^2$$

$$F_1 \cdot \alpha = F_2 \cdot \beta$$

$$t = v_0 / g$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$s = v_0 \cdot \sqrt{2h/g}$$

$$s = \frac{v_0^2}{g}$$

$$v = 2\pi R / T = 2\pi R \cdot \nu = \omega \cdot R$$

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi \cdot \nu = v / R$$

$$\gamma = v^2 / R = \omega^2 \cdot R$$

$$F = m \cdot v^2 / R = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot x / F}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{l / g}$$

$$F = k \frac{m \cdot m'}{r^2}$$

$$R = K \cdot \sigma \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{B / K\sigma}$$

$$\lambda = v \cdot T$$

$$v = \nu \cdot \lambda$$

ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

ταχύτης ήχου εις τὸν ἀέρα

$$v = v_0 \cdot \sqrt{1 + \theta/273}$$

ταχύτης ήχου εις ἄλλο ἀέριον ἐκτὸς τοῦ ἀέρος

$$v' = v / \sqrt{\delta}$$

συχνότης θεμελιώδους ήχου χορδῆς

$$v = 1/2l \cdot \sqrt{F/\mu}$$

συχνότης θεμελιώδους ήχου κλειστοῦ σωλήνος

$$v = v/4l$$

συχνότης θεμελιώδους ήχου ἀνοικτοῦ σωλήνος

$$v = v/2l$$

ΘΕΡΜΟΤΗΣ

σχέσις βαθμῶν Κελσίου (C) }

καὶ βαθμῶν Fahrenheit (F) }

$$\frac{C}{F - 32} = \frac{5}{9}$$

σχέσις βαθμῶν Κελσίου (θ) }

καὶ βαθμῶν Kelvin (T) }

$$T = \theta + 273$$

μῆκος ράβδου εις $^{\circ}\text{C}$

$$l = l_0 \cdot (1 + \lambda \cdot \theta)$$

ὄγκος στερεοῦ ἢ ὑγροῦ εις $^{\circ}\text{C}$

$$V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$$

πυκνότης στερεοῦ ἢ ὑγροῦ εις $^{\circ}\text{C}$

$$d = \frac{d_0}{1 + \alpha \cdot \theta}$$

διαστολὴ αέριου

$$p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$$

πυκνότης αέριου εις $^{\circ}\text{C}$ ὑπὸ πίεσιν p

$$d = \frac{d_0 \cdot p}{p_0 (1 + \alpha \cdot \theta)}$$

θεμελιώδης ἐξίσωσις θερμομετρίας

$$Q = m \cdot c \cdot (\theta_1 - \theta_2)$$

πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα

$$W = J \cdot Q$$

θεωρητικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς

$$\Lambda \theta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Σχεδιαγράφησις Γ. ΝΤΟΥΦΕΞΗ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

ΑΛΦΑΒΗΤΙΚΟΝ ΕΥΡΕΤΗΡΙΟΝ

(Οἱ ἀριθμοὶ παραπέμπουν εἰς τὰς σελίδας)

Α

ἀδιάφορος ἰσορροπία	51
ἀδράνεια	72
ἀεραντλία	178
ἀέρια	16, 145, 175
ἀεριοστρόβιλοι	286
ἀεροδύναμις	196
ἀερόστατα	184
ἀκτίνιον	15
ἀνάκλασις ἤχου	217
» κυμάνσεως	206
ἀνάκρουσις	114
ἀνάλυσις δυνάμεως	32
ἀνάλυσις ἤχου	214
ἀντίδρασις	76
ἀντίστασις	96
» ἀέρος	194
ἄνυσμα	23
ἄνωσις	157
» δυναμική	196
ἀπόδοσις μηχανῆς	104
» βιομηχανική	287
» θεωρητική	289
ἄπόλυτον μηδέν	248
ἀπομάκρυνσις	129
ἀπόσταξις	267
ἀραιόμετρα	164
ἀριθμὸς Avogadro	193
— Loschmidt	193
ἀρχὴ ἀδρανείας	71
ἀρχὴ ἀνεξαρτησίας κινήσεων	106
» Ἀρχιμήδους	157, 183
» ἀφθαρσία μάζης	74
» διατηρήσεως ἐνεργείας	91

ἀρχὴ διατηρήσεως ὁρμῆς	113
» δράσεως καὶ ἀντιδράσεως	76
» ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας	94
» Pascal	149
» ὑδροστατικῆς	148
» ὑποβαθμίσεως ἐνεργείας	289
ἄτμοι ἀκόρεστοι	262
» κεκορεσμένοι	262
ἀτμομηχαναὶ	280
ἀτμοστρόβιλοι	282
ἀτμόσφαιρα (μονὰς)	145, 170
ἀτμοσφαιρική πίεσις	170
αὐτόκλειστα	266

Β

βαθμὸς θερμοκρασίας	237
βαρόμετρα	171
» μεταλλικά	171
» ὑδραργυρικά	171
βάρος	18, 137
βαροῦκλον	99
βεληνεκές	109
βολὴ κατακόρυφος	107
» ὀριζοντία	108
» πλαγία	110
βρασμὸς	264

Γ

γαλακτώματα	191
γραμμάριον βάρους	19
» μάζης	19

Δ

διάλυμα	190
» κεκορεσμένον	191
» στερεόν	191
διάστημα	58
» μουσικόν	223
διαστολή	234
» γραμμική	240
» κυβική	242
» πραγματική	235
» φαινομένη	235
διμεταλλικά ράβδοι	241
διώνυμον διαστολής	241
δράσεις	76
δυναμική	71
δύναμις	25, 71
» ανυψωτική	184
» κεντρομόλος	120
» κινητήριος	96
» φυγόκεντρος	122
δυναμόμετρον	28
δύνη	22

Ε

εϊδικόν βάρος	20
εϊδική θερμότης	251
εϊκρεμές άπλοῦν	132
» σπειροειδής	135
» φυσικόν	134
ελαστικότης	188
έλιξ (γραμμή)	102
» άεροπλάνου	198
έλκυσμός	188
ένέργεια	87
» πυρηνική	94
» δυναμική	87
» άκτινοβολούμενη	295
» κινητική	88
» μηχανική	88
έντασις ήχου	219
εξαέρωσις	262
εξάτμισις	264
εξάχνωσις	267

εξίσωσις θερμειδομετρίας	251
» δυναμικής	74
» κυμάτων	201
» τελείων αερίων	247
έπαγωγή	12
επιτάχυνσις	61
» κεντρομόλος	120
επιφάνεια κύματος	207
επιφανειακή τάσις	189
έργον	82
» τριβής	84
» ώφέλιμον	104
εϋσταθής Ισορροπία	50

Ζ

ζεϋγος	43
ζύγισις (μέθοδοι)	53
ζυγός	52
» Roberval	54

Η

ήρεμία	57
ήχος	211
ήχοι άπλοϊ	213
» άρμονικοί	222
» μουσικοί	219
» σύνθετοι	214
ήχώ	218

Θ

θεμελιώδεις μονάδες	139
» εξίσωσις δυναμικής	74
θερμιδόμετρον	252
» Laplace	252
θερμική Ισορροπία	236
θερμής	250
θερμοκρασία	234
θερμόμετρον	236
» ιατρικόν	238
» μεταλλικόν	242
» υδραργυρικόν	236
θερμότης	234
» εϊδική	251, 254
» εξαερώσεως	266
» καύσεως	255

θερμότης	258
θερμοχωρητικότητα	251
θεώρημα ροπών	40
θεωρία	13
» κινητική	193, 277
» σχετικότητας	93
θόρυβος	214

I

ιδιοσυχνότης	207
ισοδύναμον μηχ. θερμότητας	277
ισορροπία δυνάμεων	34
» σημείου	34
» στερεού	48, 51
» υγρών (μη μιγνυομένων)	150

K

κάμψις	188
κεκλιμένον επίπεδον	102
κεντρομόλος δύναμις	120
κέντρα βάρους	47
» παραλ. δυνάμεων	40
» πιέσεως	155
» συμμετρίας	47
κίνησις	57
» άρμονική	128
» Brown	192
» επιβραδυνομένη	61
» επιταχυνομένη	61
» μεταβαλλομένη	60
» όμαλή	58
» όμαλώς μεταβαλλομένη	60
κίνησις περιστροφική	125
κινητική	71
κινητήρες άεριοπροωθήσεως	286
» βενζινοκινητήρες	283
» Diesel	285
κλίμαξ έκατονταβάθμιος	237
» Fahrenheit	237
» Κελσίου	237
» Kelvin	248
» μουσική	223
» συγκεκραμένη	223
κοχλιάς	102
κροσσοί συμβολής	205

κρότος	214
κύμα	200
» κρούσεως	216
κύματα διαμήκη	203
» έγκάρσια	200
» στάσιμα	206
» σφαιρικά	207

Λ

Lavoisier	74
λήκυθος	164

M

μάζα	18, 74
μανόμετρα	176
» μεταλλικά	176
» με υγρόν	176
μανομετρική κάψα	212
μετάκεντρον	160
μήκος κύματος	200
μηχανή	96
» άπλη	96
» θερμική	279
» σύνθετος	281
» Linde	271
μονάδες βάρους	20
» δυνάμεως	22
» επιταχύνσεως	61
» έργου	83, 86
» ισχύος	85
» μάξης	20
» μήκους	14
» πιέσεως	145
» συχνότητας	118
» ταχύτητος	59
μονόμετρον μέγεθος	22
μοχλός	96

N

Νεύτων	136
νόμοι άνοικτών σωλήνων	230
» βρασμού	264
» έκχρεμοūs	133
» έλαττώσεως άτμοσφαιρικής	
» πιέσεως	182
» έλευθέρας πτώσεως	68

νόμοι κλειστών σωλήνων	229	ροπή δυνάμεως	38
» όμαλής κινήσεως	59	» ζεύγους	43
» όμαλώς μεταβαλλομένης κινήσεως	64	ρυθμιστής Watt	123
» χορδών	226	Σ	
νόμος Boyle - Mariotte	174	σειρήν	221
» Gay - Lussac	245	σίφων	181
» μεταβολής όρμης	113	σιφώνιον	181
» παγκοσμίου έλξεως	136	σταθερά παγκοσμίου έλξεως	137
» τήξεως	257	στερεά διαλύματα	191
» φυσικός	12	στρέψις	188
O		συμβολή κυμάνσεων	204
όμοφωνία	220	σύζευξις	209
όριον έλαστικότητας	189	συνάφεια	188
όρμη	113	σύνθεσις δυνάμεων	29
II		» κινήσεων	106
παραγωγή	13	συνοχή	188
παρατήρησις	12	συντελεστής άντιστάσεως	194
πεδίον βαρύτητας	138	» διαστολής	240, 243
πειράμα	12	» διαλυτότητος	191
» Torricelli	170	» έλξεως	81
περίοδος	118	» έπιφ. τάσεως	190
πίδαξ	152	» τριβής	79
πίεσις	144	συντονισμός	210, 227
» άτμοσφαιρική	169	σύστημα μονάδων C.G.S.	21
» υδροστατική	147	» » M.K*.S.	140
πιεστήριον υδραυλικόν	150	» » M.K.S.A.	141
πλάτος	128	συχνότης	118
πολύσπαστον	101	σφόνδυλος	123
πτέρυξ άεροπλάνου	197	σχετικόν ειδικόν βάρος	165
πτήσις άεροπλάνου	198	σχετική πυκνότης άερίου	157
πτώσις τών σωμάτων	68	σωλήν ήχητικός	226
πυκνότης	20	T	
» άερίου	247	ταλάντωσις άρμονική	128
» σχετική	175	» έξηναγκασμένη	208
» ύδατος	161	» έλευθέρα	207
πύραυλος	114	ταχύτης	58
P		» γωνιακή	119
ράβδος	231	» κυμάνσεως	201
ρευστά σώματα	145	» ήχου	214
ροπή άδρανείας	126	» όρμη	195
		ταχύτητες ύπερηχητικά	215

τέλειον αέριον	247	ύπόηχοι	221
τῆξις	256	ύστέρησις πήξεως	261
τόνος	223	ύψος ἤχου	220
τριβὴ κυλίσεως	80		Φ
» ὀλισθήσεως	78	φάσις	202
τροχαλία ἀκίνητος	100	φθόγγος	214
» κινήτη	100	φυγόκεντρος δύναμις	122
τροχιά	57	φωνογραφία	231
			X
Υ			
ὕγρα σώματα	16	hertz (μονάς)	118
ὕγρασία ἀπόλυτος	271	χιλιόγραμμα βάρους	19
» σχετική	272	» μάζης	19
ὕγρομετρα	272	χορδὴ	226
ὕγροποίησις	268	χροιά ἤχου	222
ὕδραντλία	179	χρονοφωτογραφικὴ μέθοδος	66
ὕλη	16		Ψ
ὕπερηχοι	221	ψυκτικὰ μείγματα	261
ὕποβρύχια	161		Ω
ὕψεις	12	ὠθησις δυνάμεως	113





0020557660

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΒΟΥΛΗΣ

ΕΚΔΟΣΙΣ ΙΑ', 1972 (VI) - ΑΝΤΙΤΥΠΑ 159.000 - ΣΥΜΒΑΣΙΣ 2241/14.4.72
ΕΚΤΥΠΩΣΙΣ: ΙΩΑΝΝΗΣ ΔΙΚΑΙΟΣ - ΒΙΒΛΙΟΔΕΣΙΑ: ΧΡΗΣΤΟΣ ΣΤ. ΧΡΗΣΤΟΥ

