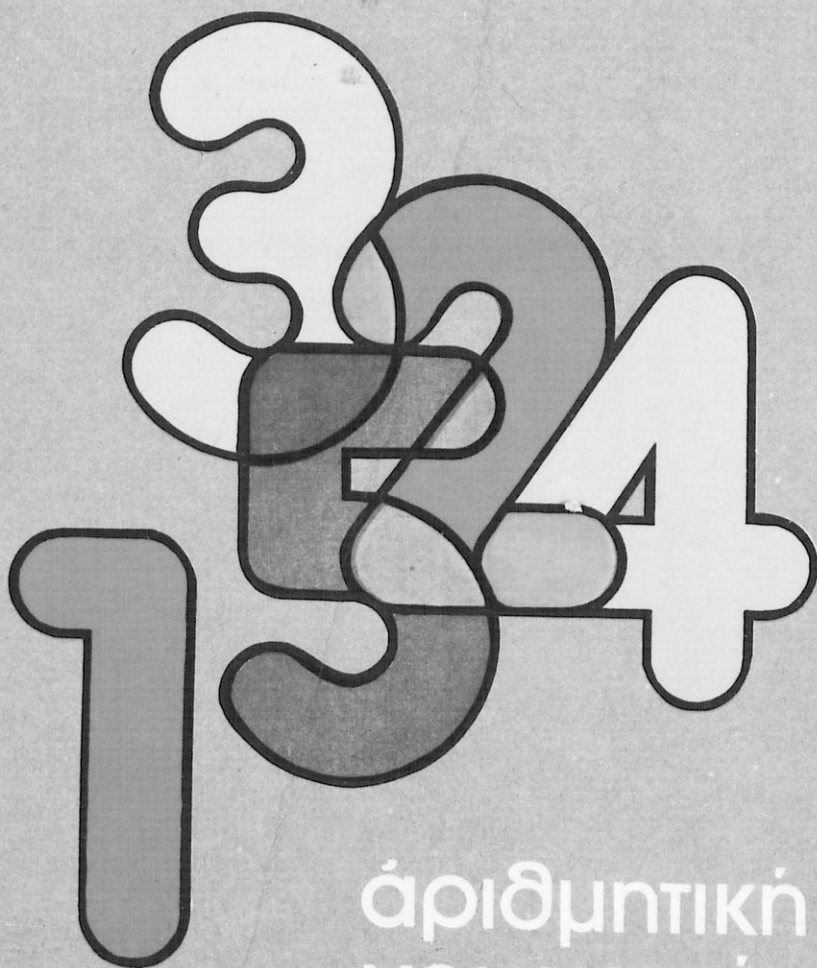


ΙΩΑΝΝΟΥ Κ. ΤΖΟΥΦΛΑ - ΜΑΡΙΑΝΘΗΣ Ι. ΤΖΟΥΦΛΑ



ἀριθμητική
γεωμετρία
δ' δημοτικού

002
ΚΛΣ
ΣΤ2Α
420

ΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ - ΑΘΗΝΑ 1980

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Μελέτης

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ Δ/Δ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Δ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Με απόφαση της Έλληνικής Κυβερνήσεως τὰ διδακτικά βιβλία
τοῦ Δημοτικοῦ, Γυμνασίου καὶ Λυκείου τυπώνονται ἀπὸ τὸν Ὀρ-
γανισμό Ἐκδόσεως Διδακτικῶν Βιβλίων καὶ μοιράζονται ΔΩΡΕΑΝ.



ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
Α' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Με απόφαση της Επιτροπής Εξaminων της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης του Υπουργείου Παιδείας και Θρησκευμάτων, η παρούσα συλλογή προβλεπόμενων ερωτήσεων και απαντήσεων για την αξιολόγηση της μάθησης, αποτελεί αναπόσπαστο μέρος του προγράμματος σπουδών της Α' Δημοτικού.

ΣΤ Τζουφλας, 84 ΣΧΒ
ΙΩΑΝΝΟΥ Κ. ΤΖΟΥΦΛΑ - ΜΑΡΙΑΝΘΗΣ Ι. ΤΖΟΥΦΛΑ Κ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Δ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΑΘΗΝΑ 1980

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



002
W1E
ET2A
420

ΑΛΦΑΥΟΤ ΤΕΤΡΑ - ΜΑΡΚΟΤΕΤΡΑ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
Δ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΤΗΣ ΒΟΥΛΗΣ
ΕΔΩΡΗΣΑΤΟ

Οργ. Γραφ. Βιβλίων
ΑΥΣ. Αριθ. Είσευ. 2444 Έτος 1981

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

1. Έννοια του αριθμού – Αριθμητική
2. Αριθμοί και ψηφία.
3. Αξιοσημείωτα σύνολα ακεραίων
4. Αρίθμηση.
5. Σύγκριση ακεραίων αριθμών
6. Αρίθμηση κατά τό δεκαδικό σύστημα.
7. Αριθμογραφία θέσεως.

Άκεραιοι αριθμοί

1. Έννοια του αριθμού – Αριθμητική

Όταν σχεδιάζετε να ταξιδέψετε με αυτοκίνητο είναι φανερό, πώς θα άκουστούν οι παρακάτω έρωτήσεις:



Εικ. 1

1. Πόσο μακριά;
2. Πόσες ώρες;
3. Μέ πόση ταχύτητα;
4. Πόσοι θά είμαστε;

Γιά νά δώσετε σωστές απαντήσεις στίς παραπάνω ἐρωτήσεις, χρειάζεστε **ἀριθμούς**.

Μέ ἄλλα λόγια οἱ ἐκφράσεις: 300 χιλιόμετρα, 4 ὥρες, 90 χιλιόμετρα τήν ὥρα, θά εἶμαστε 5 ἄνθρωποι, εἶναι **ἀριθμοί**.

Ὁ κλάδος τῶν μαθηματικῶν πού ἀσχολεῖται μέ τούς ἀριθμούς λέγεται **ἀριθμητική**.

Βλέπετε; ♦

Ἐννοια τοῦ ἀριθμοῦ ἔχετε, ὅταν πρόκειται ν' ἀπαντήσετε στήν ἐρώτηση: Πόσα;

Ἐρωτήσεις:

Στίς παρακάτω ἐρωτήσεις ν' ἀπαντήσετε μέ ἀριθμούς:

- 1) Πόσα παράθυρα ἔχει ἡ τάξη σας;
- 2) Πόσες πόρτες ἔχει τό αὐτοκίνητό σας;
- 3) Πόσες λάμπες φωτίζουν τήν τάξη σας;
- 4) Πόσες τάξεις ἔχει τό σχολεῖο σας;



Εἰκ. 2. Ἐδῶ εἰκονίζεται ὁ πρωτόγονος ἄνθρωπος σέ μιά προσπάθεια νά δώσει ἀπάντηση στήν ἐρώτηση: πόσα;

2. Ἀκέρατοι ἀριθμοί καί ψηφία

Ἄς πάρουμε ἓνα κουτί πού βάζουμε βόλους. Ἄν εἶναι ἄδειο,

τότε λέμε πώς τό κουτί περιέχει μηδέν βόλους. Αυτό τό παρασταίνουμε μέ τό σύμβολο: (0) μηδέν.



Ἄν δέν εἶναι ἄδειο, τοῦ παίρνουμε τούς βόλους, τόν ἕνα μετά τόν ἄλλο, καί τούς τοποθετοῦμε πάνω στό τραπέζι.

Παρακάτω εἰκονίζουμε τά σύνολα τῶν βόλων, πού σχηματίζονται σέ κάθε νέα τοποθέτηση ἑνός νέου βόλου.

Εικ. 3



Ὄνόματα

ἀριθμῶν: μηδέν ἕνα δύο τρία τέσσερα πέντε ἕξι ἑπτὰ ...

Ψηφία: 0 1 2 3 4 5 6 7 ...

Τίς τρεῖς τελεῖες τίς θάζουμε γιά νά δηλώσουμε, πώς οἱ ἀριθμοί συνεχίζονται χωρίς τέλος.

Οἱ ἔννοιες πού χαρακτηρίζουν τά σύνολα τῶν βόλων εἶναι ἀκέρατοι ἀριθμοί. Σ' αὐτούς δίνουμε τά ὀνόματα: μηδέν, ἕνα, δύο, τρία, ... καί τούς συμβολίζουμε μέ: 0, 1, 2, 3, ... πού λέγονται **ψηφία**. Καί ὅπως κάθε νέα συλλογή ἔχει ἕνα βόλο παραπάνω, ἔτσι καί κάθε νέος ἀκέρατος ἀριθμός, πού ἀριθμεῖ τή συλλογή αὐτή, ἔχει μιά μονάδα παραπάνω.

Ἀπό ἐδῶ καταλαβαίνουμε πώς οἱ ἀριθμοί εἶναι ποσοτικές ἔννοιες.

Καί τά **ψηφία** χρησιμοποιοῦνται γιά νά γράφονται οἱ ἀριθμοί.

Ἀριθμοί εἶναι ποσοτικές ἔννοιες καί ὄχι λέξεις ἢ σύμβολα πού τά χρησιμοποιοῦμε γιά νά παρασταίνουμε αὐτές τίς ἔννοιες.

Βλέπετε ; ♣

Ἄλλο τό ὄνομα τοῦ ἀριθμοῦ καί ἄλλο ἀριθμός.

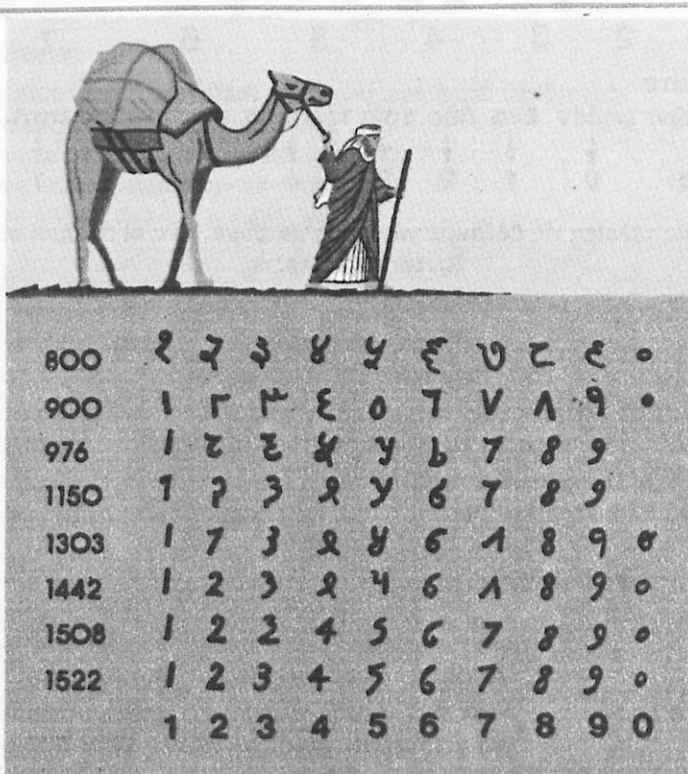
Παραδείγματα:

"Όπως κάθε μία από τις παρακάτω εικόνες παρασταίνει:



"Ένα γράμμα, Μιά γλάστρα, Μιά όμπρέλα, "Ένα παράθυρο.

"Έτσι καί μέ τήν αριθμητική έκφραση: π.χ. 77 συμβολίζουμε έναν αριθμό πού έκτιμᾷ ἕνα πλῆθος 77 ἀντικειμένων.



800	𐤀	𐤁	𐤂	𐤃	𐤄	𐤅	𐤆	𐤇	𐤈	𐤉
900	𐤊	𐤋	𐤌	𐤍	𐤎	𐤏	𐤐	𐤑	𐤒	𐤓
976	𐤔	𐤕	𐤖	𐤗	𐤘	𐤙	𐤚	𐤛	𐤜	𐤝
1150	𐤞	𐤟	𐤠	𐤡	𐤢	𐤣	𐤤	𐤥	𐤦	𐤧
1303	𐤨	𐤩	𐤪	𐤫	𐤬	𐤭	𐤮	𐤯	𐤰	𐤱
1442	𐤲	𐤳	𐤴	𐤵	𐤶	𐤷	𐤸	𐤹	𐤺	𐤻
1508	𐤼	𐤽	𐤾	𐤿	𐥀	𐥁	𐥂	𐥃	𐥄	𐥅
1522	𐥆	𐥇	𐥈	𐥉	𐥊	𐥋	𐥌	𐥍	𐥎	𐥏
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Εικ. 4. Στόν παραπάνω πίνακα σημειώνεται ἡ ἐξέλιξη τῶν Ἰνδο-αραβικῶν συμβόλων ἀπό τό 800 μ.Χ. μέχρι σήμερα.

3. Γνωρίζετε ότι:

Τά αριθμητικά σύμβολα πού έχετε γιά νά μαθαίνετε, νά γράφετε, νά διαβάζετε καί νά τά χρησιμοποιείτε στους αριθμητικούς ύπολογισμούς είναι γνωστό, πώς οι 'Ινδοί τά χρησιμοποιούσαν από τό 350 πρό Χριστού (π.Χ.);

ΟΤΙ: 'Αργότερα τά δίδαξαν οι 'Αραβες στους Εύρωπαίους;

Γι' αυτό πιθανόν όνομάστηκαν καί '**Αραβικοί αριθμοί**.

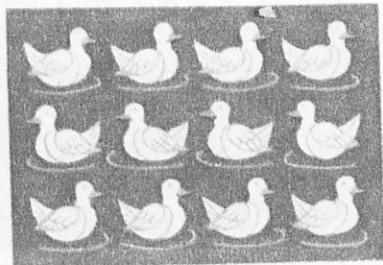
Τά σύμβολα αυτά δέν τελειοποιήθηκαν σέ όρισμένο χρόνο ή τόπο.

Αυτά εξέλιχθηκαν μέ συνεχή ανάπτυξη καί πιθανόν τελειοποιήθηκαν στήν περίοδο του τελευταίου αιώνα.

4. 'Απαρίθμηση:

'Η πράξη πού κάνουμε, γιά νά βρούμε τό πλήθος (τόν αριθμό) των βόλων του κουτιού, στό μάθημα της σελίδας 6, λέγεται **άπαρίθμηση** ή **καταμέτρηση** των βόλων, του κουτιού. Κάθε βόλος είναι καί μία **άκέραια** μονάδα.

Κατά τόν ίδιο ακριβώς τρόπο εργαζόμαστε, όταν θέλουμε ν' άπαριθμήσουμε τά πράγματα (στοιχεία) ενός άλλου συνόλου, όπως στό παράδειγμα της εικόνας: τά παπάκια.



Εικ. 5

'Απαριθμώ τά παπάκια καί βρίσκω πώς είναι 12. Τό κάθε παπάκι είναι μία **άκέραια** μονάδα.

Τά πράγματα (στοιχεία), πού άποτελούν τό σύνολο, λέγονται **μονάδες**. Κι όπως τά σύνολα άποτελούνται από πράγματα (στοιχεία), έτσι καί οι άκέραιοι αριθμοί, πού μετρούν τά στοιχεία του συνόλου, άποτελούνται από **μονάδες**. 'Εξαιρείται μόνον ό **άκέραιος αριθμός μηδέν (0)** πού αντίθετα, φανερώνει πώς λείπει κάθε μονάδα.

Προβλήματα:

1. Για νά πάρουμε 10 δραχμές, πόσες μονάδες θά προσθέσουμε στις 7 δραχμές, στις 5 δραχμές, στις 4 δραχμές;
2. Για νά πάρουμε 10 γραμμάρια, πόσες μονάδες πρέπει νά προσθέσουμε στά 5 γραμμάρια, στά 8 γραμμάρια, στά 9 γραμμάρια;
3. Ποιά μονάδα θά χρησιμοποιήσουμε γιά τήν ἀρίθμηση: ἀγοριῶν ἢ κοριτσιῶν; καί ποιά μονάδα θά χρησιμοποιήσουμε γιά νά ἀριθμήσουμε: 1) καναρίνια, 2) κότες, 3) καναρίνια καί κότες σά σύνολο;

5. Γνωρίζετε ὅτι:

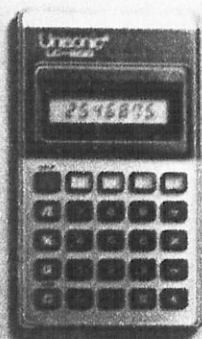
Ἡ ἰδέα τῆς καταμέτρησης ἢ ἀπαρίθμησης τῶν στοιχείων ἑνός συνόλου εἶναι τόσο παλιά, ὅσο καί ὁ πολιτισμός; Τό σχέδιο εἰκονίζει τόν παλιό ἄνθρωπο ν' ἀριθμεῖ τά πρόβατα τοῦ κοπαδιοῦ του.



Εἰκ. 6

Ὅταν τό πρωί τά πρόβατα ἐφευγαν ἀπ' τό μαντρί, γιά κάθε πρόβατο ὁ βοσκός ἔβαζε κατά μέρος ἕνα χαλίκι. Ἔτσι σχημάτιζε ἕνα σωρό ἀπό χαλίκια. Στήν ἐρώτηση: πόσα πρόβατα εἶχε, ἔδειχνε τό σωρό τῶν χαλικιῶν. Ὅταν τό κοπάδι γύριζε τό βράδυ στό μαντρί, γιά κάθε πρόβατο ἔπαιρνε ἕνα χαλίκι ἀπό τό σωρό.

Ἐάν μετά τήν εἴσοδο ὅλων τῶν προβάτων δέν ἔμενε κανένα χαλίκι στό σωρό, γινώριζε πῶς τά πρόβατά του γύρισαν ὅλα.



Σύγχρονες μέθοδοι

Στήν εικόνα βλέπετε μία σύγχρονη ηλεκτρονική υπολογιστική μηχανή. Έκτελεϊ τις 4 πράξεις χωρίς λάθος καί μέ ταχύτητα πολύ μεγάλη.

Εικ. 7

6. Άρίθμηση κατά τό δεκαδικό σύστημα

1. Δέκα άκέραιες μονάδες κάνουν μία δεκάδα.



Εικ. 8

2. Δέκα δεκάδες κάνουν μία έκατοντάδα.



Εικ. 9

3. Δέκα έκατοντάδες κάνουν μία χιλιάδα.



Εικ. 10

4. "Αν σέ κάθε δεκάδα προσθέσουμε τούς αριθμούς από τό 1 ως τό 9, τότε θά σχηματίσουμε όλους τούς άκέραιους αριθμούς από τό 10 ως τό 100, όπως φαίνεται στην εικόνα:

Μέ άλλα λόγια:

"Ας πούμε πώς έχουμε τόν αριθμό 54. Για νά τόν εκφράσουμε, άρκεϊ νά πούμε πρώτα τίς μονάδες πού έχουν οί δεκάδες του, δηλαδή πενήντα. "Υστερα νά πούμε τίς άπλές μονάδες του, δηλαδή τέσσερα. "Ετσι ό αριθμός 54 εκφράζεται: πενήντα τέσσερα.



Εικ. 11

5. "Αν σέ κάθε εκατοντάδα προσθέσουμε τούς άκέραιους αριθμούς από τό 1 ως τό 99, τότε θά σχηματίσουμε όλους τούς άκέραιους από τό 100 ως τό 1000, όπως τό παράδειγμα της εικόνας:



Εικ. 12

Μέ άλλα λόγια:

"Ας πούμε πώς έχουμε τόν αριθμό 354. Για νά τόν εκφράσουμε, άρκεϊ νά πούμε πρώτα τίς μονάδες πού έχουν οί εκατοντάδες του, δηλαδή τριακόσια. "Επειτα νά πούμε τίς μονάδες πού έχουν οί δεκάδες του, δηλαδή πενήντα. Καί τέλος νά πούμε τίς άπλές μονάδες του, δηλαδή τέσσερα. "Ετσι ό αριθμός 354 εκφράζεται: τριακόσια πενήντα τέσσερα.

7. 'Αριθμογραφία θέσεως

Οί αριθμοί είναι άπειροι. Δέν έχουν τέλος. "Αν ήταν ανάγκη νά παρασταίνουμε κάθε αριθμό μέ τό δικό του σύμβολο, θά χρεια-

ζόμασαν άπειρα σύμβολα. Αυτό όμως είναι **άδύνατο**. Εύτυχώς πού έγινε μία πολύ μεγάλη επινόηση καί:

“Όμως μέ τά 24 γράμματα του άλφαβήτου γράφουμε όλες τίς λέξεις έτσι καί μέ τά **έννέα** αριθμόσημα: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 πού λέγονται **σημαντικά** ψηφία, καί μέ τό (0) **μηδέν** μαζί, γράφουμε όλους τούς αριθμούς.

‘Η επινόηση αυτή βασίζεται καί στή συμφωνία ότι: τό ίδιο ψηφίο, ανάλογα μέ τή θέση, πού θά έχει μέσα στον αριθμό, νά δηλώνει, **μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες, χιλιάδες** κ.τ.λ. Μέ άλλα λόγια:

1. “Ένας άκέραιος αριθμός νά γράφεται μέ ένα ή περισσότερα ψηφία τό ένα δίπλα στ’ άλλο, όπως π.χ. 978. Τό πρώτο ψηφίο από τά δεξιά (τό 8) σημαίνει απλές μονάδες. Τό δεύτερο, πάντα από δεξιά (τό 7) σημαίνει δεκάδες, τό τρίτο (τό 9) σημαίνει εκατοντάδες.
2. “Αν δέν υπάρχουν μονάδες μιās τάξεως, νά γράφουμε τόν αριθμό μηδέν (0).

Παραδείγματα:

- 1) ‘Ο αριθμός 347 ν’ αποτελείται από 3 4 7
εκατοντάδες ← ↑
δεκάδες ← ↑
απλές μονάδες ← ↑
- 2) ‘Ο αριθμός 805 ν’ αποτελείται από 8 0 5
εκατοντάδες ← ↑
δεκάδες ← ↑
απλές μονάδες ← ↑

‘Εδώ παρατηρούμε, πώς ό μηδέν στον αριθμό 805, παρόλο ότι παρασταίνει μηδέν δεκάδες, ώστόσο δέν παραλείπεται, γιατί έτσι μόνον ό 8 θά κατέχει τήν τρίτη θέση, δηλαδή τή θέση των εκατοντάδων. Ένώ αν παραλείπαμε τόν μηδέν, τότε ό 8 θά θρισκόταν στή δεύτερη θέση, όπου είναι ή θέση των δεκάδων. Δηλαδή θά ήταν 85.

“Όπως φαίνεται από τά παραπάνω παραδείγματα, κάθε ψηφίο του αριθμού έχει δύο αξίες:

- 1) Τήν **άξια θέσεως** μέσα στον αριθμό. Δηλαδή: Στην πρώτη

από τὰ δεξιά θέση νά παρασταίνει άπλές μονάδες. Στή δεύτερη από δεξιά πρós τ' άριστερά θέση νά παρασταίνει δεκάδες. Στήν τρίτη από δεξιά πρós τ' άριστερά θέση νά παρασταίνει έκατοντάδες, καί

2) Έχει τήν **άπόλυτη άξία**, πού είναι ή αριθμητική του άξία. π.χ. στόν αριθμό 222 ό 2 έχει άπόλυτη άξία 2 καί άξία θέσεως, στήν πρώτη από τὰ δεξιά θέση 2 άπλές μονάδες, στή δεύτερη, πάντα από δεξιά, 2 δεκάδες καί στήν τρίτη 2 έκατοντάδες.

Βλέπετε; ♦

Η θέση στόν αριθμό καθενός από τὰ ψηφία 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, καί 9 προσδιορίζει καί τό μέγεθος του άριθμού.

Μέ τήν παραπάνω συμφωνία γράφουμε κατά σειρά τὰ ψηφία τών διαφόρων μονάδων του άριθμού από άριστερά πρós τὰ δεξιά, χωρίς νά είναι άνάγκη νά σημειώνουμε στό καθένα τό είδος τών μονάδων.

Παραδείγματα:

1. Άντί του: 4 έκατοντάδες καί 7 δεκάδες καί 0 μονάδες ή 4E καί 7Δ καί 0M, γράφουμε: 470.

2. Άντί του: 3 χιλιόμετρα = 3 χιλιάδες μέτρα, γράφουμε: 3.000 μ.

3. Νά αναλυθούν στίς μονάδες τών διαφόρων τάξεων οι άριθμοί: 374 καί 604.

Άπάντηση:

$$3E + 7Δ + 4M = 374$$

$$6E + 0Δ + 4M = 604$$

4. Νά βρείτε τούς άριθμούς πού αντιπροσωπεύουν οι έκφράσεις:

α). $2E + 0Δ + 3M$

β). $3E + 0Δ + 2M$

γ). $5Δ + 0Δ + 0M$

Απάντηση:

α). $2E + 0\Delta + 3M = 203$

β). $3E + 0\Delta + 2M = 302$

γ). $5\Delta + 0\Delta + 0M = 500$

Προβλήματα:

5. Νά αναλυθούν στις μονάδες διαφόρων τάξεων οι αριθμοί:

18, 79, 120, 408, 500, 196, 666, 999.

6. Νά βρείτε τους αριθμούς που αντιπροσωπεύουν οι εκφράσεις:

$$3\Delta + 2M$$

$$2E + 6\Delta + 4M$$

$$5E + 0\Delta + 0M$$

$$9E + 6\Delta + 9M$$

7. Ένας αριθμός είναι τριψήφιος. Ποιάς τάξεως μονάδες παρασταίνει το πρώτο ψηφίο από αριστερά;

8. Πόσες δεκάδες υπάρχουν στην εκατοντάδα;

9. Πόσες εκατοντάδες υπάρχουν στη χιλιάδα;

10. Γράψτε τό $500 + 50 + 5$ σε απλή μορφή.

Τί δηλώνουν τα τρία 5 στον αριθμό που έχετε γράψει σε απλή μορφή;

11. Σκεφθείτε τον αριθμό 77. Ποιά είναι η σημασία του αριστερού 7, και ποιά η σημασία του δεξιού 7;

12. Σκεφθείτε τον αριθμό 556. Ποιά η σημασία καθενός από τα 5;

13. Οι αριθμοί: 20 και ο αριθμός 2, έχουν τό ψηφίο 2.

Ποιά η σημασία κάθε 2;

14. Οι αριθμοί 54 και 45 έχουν τα ίδια ψηφία. Ποιά η σημασία των ψηφίων 5 και 4 στους αριθμούς;

15. Στη γραφή των αριθμών 683 και 386 χρησιμοποιούνται τα ίδια ψηφία.

Ποιά η αιτία που οι αριθμοί έχουν διαφορετική αξία;

16. Ο αριθμός 767 έχει μόνο δύο διάφορα ψηφία. Έχουν τα δύο 7 την ίδια σημασία;

17. Αν αλλάξετε τη θέση των ψηφίων, 3 και 7 στον αριθμό 973, θα πάρετε μικρότερο ή μεγαλύτερο αριθμό;

18. Όμοια αν αλλάξετε τη θέση των ψηφίων 9 και 7 στον αριθμό 970, θα πάρετε αριθμό μικρότερο ή μεγαλύτερο;

Δικαιολογείτε τις απαντήσεις σας.

19. Οι Όλυμπιακοί αγώνες άρχισαν στην Όλυμπία τό 776 π.Χ.

Ποιό από τα δύο 7 έχει τη μεγαλύτερη αξία και γιατί;

20. Διαβάστε τον αριθμό 101. Πώς απαγγέλλεται καθένα από τα 1;

21. Διαβάστε τον αριθμό 67. Πώς απαγγέλλεται ο 6 και πώς ο 7;

22. Διαβάστε τόν αριθμό 709. Πώς απαγγέλεται ό 9 καί πώς ό 7; καί πώς ό μηδέν;
23. Στόν αριθμό 700, άφου δέν υπάρχουν δεκάδες καί μονάδες, γιατί δέν παραλείπονται τά μηδενικά;
24. Φανταστείτε τόν αριθμό 507. Ποιά ή σημασία του μηδενός; Άφου ό αριθμός δέν έχει δεκάδες, γιατί δέν παραλείπεται ό αριθμός μηδέν;
25. Ό Κώστας σκέφθηκε, ότι στόν αριθμό 120 δραχμές, δέν υπάρχει λόγος νά γραφτεί τό μηδέν, γιατί δέν αντιπροσωπεύει τίποτα. Έτσι έγραψε 12. Έγραψε σωστά ή λάθος καί γιατί;

Βλέπετε; ♣

Τό ψηφίο μηδέν (0) πού γράφεται μέσα στόν αριθμό, κρατά τ' άλλα ψηφία στή σωστή τους θέση καί δηλώνει ότι λείπουν οι μονάδες τής θέσεως πού κατέχει.

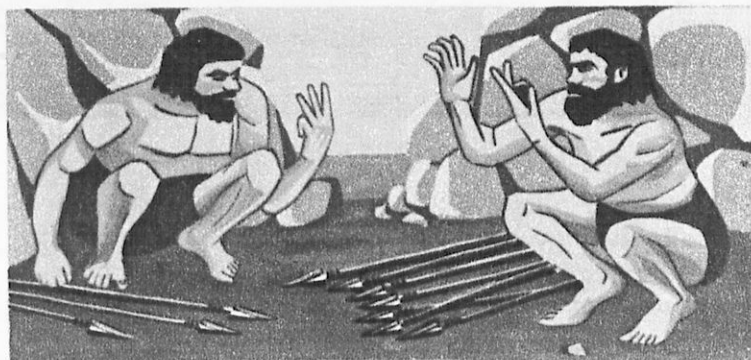


Εικ. 13. «Ή κόρη μας βάζει κάτω τά άγόρια στήν αριθμητική».

8. Γνωρίζετε:

Πώς διαμορφώθηκε τό δεκαδικό σύστημα ἀριθμῆσεως;

Τό σχέδιο πού ἀκολουθεῖ, εἰκονίζει τόν παλαιό ἄνθρωπο, σέ μιὰ προσπάθεια νά ἀπαντήσῃ στήν ἐρώτηση πόσα;



Εἰκ. 14.

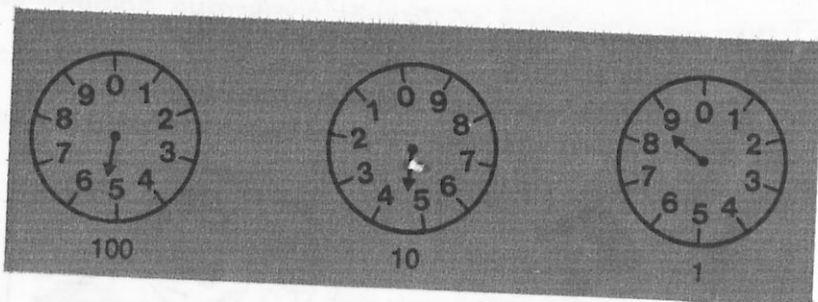
Ὅπως βλέπετε ἀντιστοιχοῦσε σέ κάθε δάχτυλο τοῦ χεριοῦ του καί ἓνα βέλος. Κι ἂν τά βέλη ἦταν περισσότερα ἀπό τά δάχτυλά του π.χ. κατὰ ὀκτώ, ἔδειχνε ὅλα τά δάχτυλα καί τῶν δυό χεριῶν του καί σέ συνέχεια ἔδειχνε πάλι ἄλλα ὀκτώ δάχτυλα. Αὐτό πού λέμε σήμερα δέκα ὀκτώ.

Ἐδῶ λοιπόν βλέπουμε, ὅτι τό πρῶτο ἀριθμητικό βοήθημα τοῦ ἀνθρώπου ἦταν τά δάχτυλα τῶν χεριῶν του. Αὐτά σηματοποιεῖν ἓνα πρότυπο, ἀξιοσημεῖωτο καί ἀπλό σύνολο πού σ' αὐτό ἀντιστοιχεῖ ὁ ἀριθμός δέκα. Μέ τό σύνολο αὐτό διαμορφώθηκε πιθανόν καί τό δεκαδικό μας σύστημα ἀριθμῆσεως.

9. Δεκαδική ἀρίθμηση στά ρολόγια πού μετροῦν τήν κατανάλωση ρεύματος καί νεροῦ:

Παρακάτω εἰκονίζεται τό «καντράν» ἐνός ἠλεκτρικοῦ με-

τρητή της Δ.Ε.Η. Αυτό αριθμεί την κατανάλωση του ηλεκτρικού ρεύματος.



Εικ. 15

Η λειτουργία του βασίζεται στην παρακάτω αρχή.

1. Τό «καντράν» που σημειώνεται με 1 αριθμεί τις μονάδες.
2. Τό καντράν που σημειώνεται με 10 αριθμεί τις δεκάδες.

Δηλαδή όταν ο δείκτης του 1 κάνει μία ολόκληρη στροφή, ο δείκτης του 10 μετατοπίζεται κατά έναν αριθμό.

3. Τό καντράν 100 αριθμεί τις εκατοντάδες. Δηλαδή όταν ο δείκτης που σημειώνει τις δεκάδες, κάνει έναν ολόκληρο γύρο, ο δείκτης των εκατοντάδων μετατοπίζεται κατά έναν αριθμό. "Όμοια καί για τά άλλα «καντράν».
4. "Όταν πρόκειται νά διαβάσουμε τήν κατανάλωση, αρχίζουμε από τό άριστερό «καντράν» πρós τά δεξιά, καί διαβάζουμε τό μικρότερο αριθμό, όταν ο δείκτης βρίσκεται ανάμεσα σέ δύο αριθμούς. Στο καντράν τής εικόνας, ή κατανάλωση είναι 558.

Προβλήματα:

26. Πόσα ψηφία έχει ένας αριθμός αν τό πρώτο από τ' άριστερά ψηφίο εκφράζει εκατοντάδες;
26. Πόσοι μονοψήφιοι αριθμοί υπάρχουν;
27. Πόσοι τριψήφιοι αριθμοί υπάρχουν, ανάμεσα στον 100 καί 200, που τό ψηφίο των εκατοντάδων τους είναι 1;
29. Πόσοι διψήφιοι αριθμοί υπάρχουν, που τό ψηφίο των δεκάδων είναι 4;

10. Συγκεκριμένοι αριθμοί

Ἡ μητέρα αγόρασε σήμερα ἀπὸ τὴν ἀγορά: 2 κιλά λαχανικά, 1 κιλό κρέας, 3 πακέτα μακαρόνια καὶ 8 αὔγά.

Ἐδῶ βλέπουμε πῶς οἱ ἀκέραιοι ἀριθμοὶ πού χρησιμοποιοῦμε γιὰ νὰ περιγράψουμε τὰ ψώνια τῆς μητέρας, δὲ φανερώνουν μόνο τὸ **πλῆθος** τῶν μονάδων τῶν εἰδῶν πού αγόρασε ἡ μητέρα, ἀλλὰ καὶ τὸ **εἶδος** τῶν μονάδων.

Οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ ὀνομάζονται **συγκεκριμένοι**.



Εἰκ. 16

11. Ἀφηρημένοι ἀριθμοί

Στὸ μάθημα τῆς ὠδικῆς γιὰ νὰ ἀρχίσουν ὅλοι μαζί οἱ μαθητές ἡ δασκάλα δίνει τὸ σύνθημα: 1, 2, 3.

Ἐδῶ βλέπουμε πῶς οἱ ἀριθμοὶ 1, 2, 3 πού χρησιμοποιεῖ ἡ δασκάλα γιὰ ν' ἀρχίσει τὸ τραγούδι δὲ δηλώνουν κανένα εἶδος μονάδων. Τοὺς ἀριθμούς αὐτοὺς τοὺς λέμε **ἀφηρημένους**.

Βλέπετε; ♦

Οι αριθμοί που δηλώνουν τό είδος των μονάδων που αντιπροσωπεύουν, λέγονται **συγκεκριμένοι** και αυτοί που δέ δηλώνουν κανένα είδος μονάδων, λέγονται **άφηρημένοι**.

Προβλήματα:

30. Από τούς παρακάτω αριθμούς ποιοί είναι οι συγκεκριμένοι και ποιοί οι άφηρημένοι;
5 τετράδια, 8 μολύβια, 20 αυτοκίνητα, 7, 8, 15.
31. Γράψτε δύο συγκεκριμένους και δύο άφηρημένους αριθμούς.

12. Όμοιειδείς και έτεροειδείς αριθμοί

1. Η αίθουσα διδασκαλίας έχει 2 παράθυρα από δεξιά και 3 παράθυρα από άριστερά.
2. Η τάξη μου έχει 20 αγόρια και 12 κορίτσια.
Στό πρώτο παράδειγμα που οι αριθμοί αναφέρονται στο ίδιο πράγμα (είδος) λέγονται **όμοιειδείς**.
Στό δεύτερο παράδειγμα, που αναφέρονται σε διαφορετικά πράγματα (είδη) λέγονται **έτεροειδείς**.

Προβλήματα:

32. Γράψτε δύο όμοιειδείς και δύο έτεροειδείς αριθμούς.
33. Από τούς αριθμούς: 11 βιβλία, 7 τετράδια, 3 αυτοκίνητα Φιάτ, 6 αυτοκίνητα Φόρντ, 18 βιβλία μαθηματικών, 6 πρόχειρα τετράδια, ποιοί είναι όμοιειδείς και ποιοί έτεροειδείς;
34. Νά συμπληρώσετε τίς τελείες μέ λέξεις, ώστε οι αριθμοί νά γίνουν:
1) όμοιειδείς και 2) έτεροειδείς.
5 , 8 , 7 , 6

13. Άξιοσημείωτα σύνολα αριθμών

1. Φυσική σειρά των αριθμών. Άκέραιοι αριθμοί.
Οι άφηρημένοι αριθμοί: 1, 2, 3, ...

αποτελούν μία διάταξη μέ τη σειρά πού δίνονται, πού λέγεται: **φυσική σειρά τών αριθμών.**

Τό χαρακτηριστικό αὐτῆς τῆς σειράς εἶναι, ὅτι ἀρχίζει ἀπό τόν ἀριθμό 1 καί συνεχίζεται πρὸς τὰ δεξιά χωρίς τελειωμό. Καί ὁ ἀριθμός πού προηγεῖται ἔχει μίᾳ μονάδα λιγότερη ἀπὸ αὐτόν πού ἀκολουθεῖ.

Δηλαδή: $1, 2 = 1 + 1, 3 = 2 + 1, 4 = 3 + 1, \dots$

2. Σύνολο ἀκεραίων ἀριθμῶν:

Οἱ ἀφηρημένοι ἀριθμοί:

0, 1, 2, 3, ...

αποτελοῦν τό σύνολο τών **ἀκεραίων** ἀριθμῶν τῆς ἀριθμητικῆς.

14. Ἄλλα εἶδη ἀκεραίων ἀριθμῶν

1. Ἄρτιοι (ζυγοί) ἀριθμοί:

Οἱ ἀκέραιοι ἀριθμοί πού ἔχουν γιὰ τελευταῖο ψηφίο:

2, 4, 6, 8, καί 0

ὀνομάζονται ἄρτιοι ἢ ζυγοί ἀριθμοί.

Δεχόμαστε καί τόν ἀκέραιο ἀριθμό μηδέν (0) σάν ἄρτιο.

2. Περιττοί ἀριθμοί:

Οἱ ἀκέραιοι ἀριθμοί πού ἔχουν γιὰ τελευταῖο ψηφίο:

1, 3, 5, 7, καί 9

ὀνομάζονται περιττοί ἀριθμοί.

Προβλήματα:

35. Γράψτε ὅλους τούς ἄρτιους μεταξύ 20 καί 30.

36. Γράψτε ὅλους τούς περιττούς μεταξύ 9 καί 17.

37. Ἡ Μαρία εἶχε μία σακουλίτσα μέ καραμέλες. Ἀπὸ αὐτές ἔδωσε ἴσο ἀριθμό σέ καθένα ἀπὸ τὰ δύο ἀδέρφια τῆς καί τῆς ἔμεινε μία καραμέλα.

Ὁ ἀριθμός πού φανερώνει πόσες καραμέλες εἶχε ἡ σακουλίτσα εἶναι ἄρτιος ἢ περιττός;

38. Ἀπὸ τούς ἀκεραίους 0, 1, 2, ..., 15

Πόσοι εἶναι σέ πλῆθος οἱ ἄρτιοι (ζυγοί) καί πόσοι οἱ περιττοί καί ποιοί εἶναι οἱ περισσότεροι;

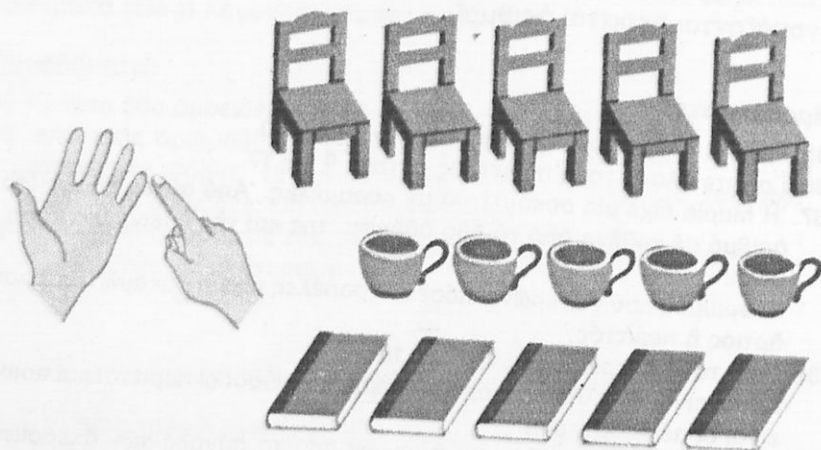
39. Τί διαφέρει τό σύνολο τών φυσικῶν ἀπὸ τό σύνολο τών ἀκεραίων ἀριθμῶν;



Εικ. 17. «Δέν είναι καί τόσο κουτός στήν αριθμητική. Ὑπολόγισε ἀκριβῶς, πόσες ὥρες μαθημάτων μένουν ὡς τίς διακοπές».

15. Σύγκριση ἀκεραίων ἀριθμῶν

ἴσοι ἀκέραιοι ἀριθμοί. Διάφοροι ἀριθμοί.



Εικ. 18

Οι συλλογές πού εικονίζονται, έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό. Έχουν τό ίδιο πλήθος αντικειμένων.

Ο αριθμός των δαχτύλων είναι ίσος μέ τούς αριθμούς πού εκφράζουν: τά καθίσματα, τά φυτζάνια καί τά βιβλία.

Είναι φανερό πώς κι οί αριθμοί πού εκφράζουν τό πλήθος των αντικειμένων των συλλογών αυτών, έχουν τό ίδιο πλήθος μονάδων.

Οί αριθμοί, πού έχουν τό ίδιο πλήθος μονάδων, λέγονται **ίσοι αριθμοί**. π.χ. Ο αριθμός των δαχτύλων της εικόνας είναι ίσος μέ τόν αριθμό των καθισμάτων κι αυτός ίσος μέ τόν αριθμό των φυτζανιών καί των βιβλίων.

Τό σύμβολο πού χρησιμοποιούμε γιά νά δηλώσουμε ισότητα είναι: (=), πού διαβάζεται: «είναι ίσον μέ...».

Βλέπετε; ♦

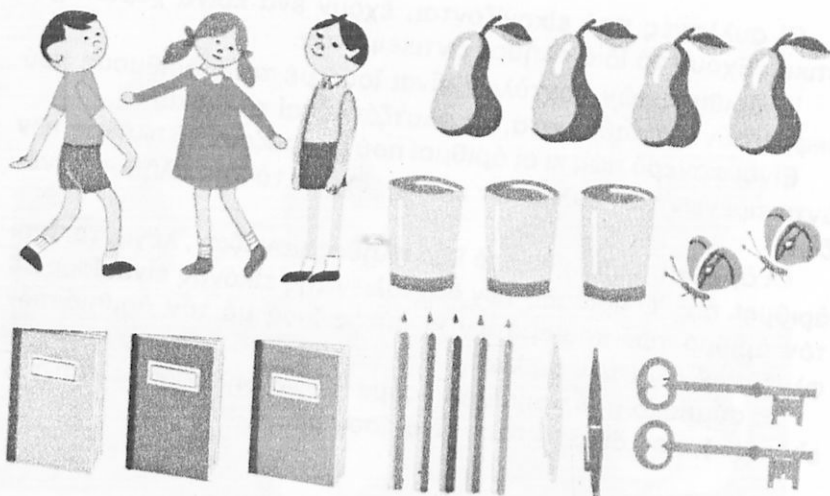
«Ίσοι είναι οί αριθμοί πού έχουν τό ίδιο πλήθος μονάδων.

Όταν δύο αριθμοί δέν είναι ίσοι, λέμε ότι είναι **διάφοροι**. Αυτό συμβολίζεται: $5 \neq 6$ καί διαβάζεται: «ό 5 είναι διάφορος του 6».

16. Παρατηρήσεις

Παρατηρήστε την παρακάτω εικόνα κι εξηγήστε τίς παρακάτω προτάσεις:

1. Υπάρχουν τόσα παιδιά όσα καί τά τετράδια;
2. Υπάρχουν λιγότερα παιδιά από τά μολύβια;
3. Υπάρχουν περισσότερα παιδιά από τά στυλό;
4. Σέ ποιά σχέση βρίσκονται οί αριθμοί πού προσδιορίζουν τά παραπάνω σύνολα;
5. Κάνετε καί σεις συγκρίσεις μέ αντικείμενα της εικόνας.

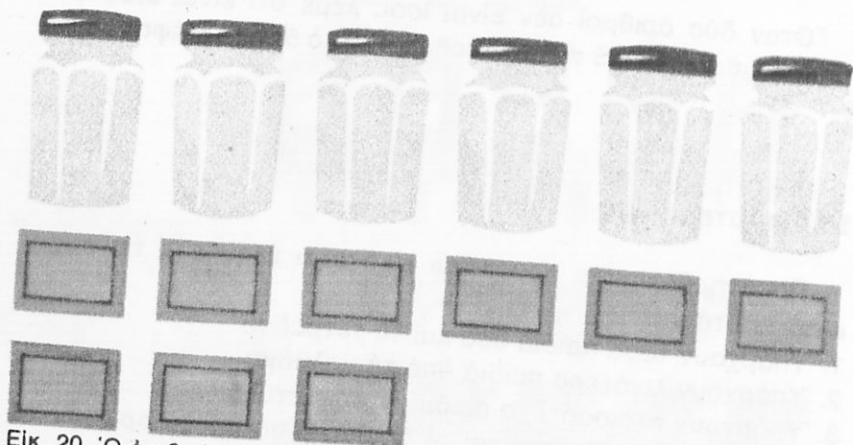


Εικ. 19

17. "Ανισοι άκέραιοι άριθμοί.

Παρακάτω εικονίζεται μία συλλογή από γυάλες και μία συλλογή από έτικέτες.

Βλέπουμε ότι σέ κάθε γυάλα αντιστοιχεί μία έτικέτα, καί μās περισεύουν καί έτικέτες.



Εικ. 20. 'Ο άριθμός των γυαλών είναι μικρότερος του άριθμού των έτικετών.

Μέ άλλα λόγια οι συλλογές δέν έχουν τό ίδιο πλήθος αντικειμένων. Είναι φανερό ότι καί οι αριθμοί πού εκφράζουν τό πλήθος τών αντικειμένων τών συλλογών αύτών δέν έχουν τό ίδιο πλήθος μονάδων. Οι αριθμοί πού δέν έχουν τό ίδιο πλήθος μονάδων ονομάζονται **άνισοι** αριθμοί.

Βλέπετε ; ♦

Οι αριθμοί πού δέν έχουν τό ίδιο πλήθος μονάδων, λέγονται **άνισοι** αριθμοί. Καί από δύο αριθμούς, αύτός πού έχει τίς λιγότερες μονάδες, λέγεται μικρότερος του άλλου.

Σας θυμίζουμε ακόμα πώς από δύο άνισους άκέραιους αριθμούς, ό μικρότερος προηγείται στη φυσική σειρά τών αριθμών: 1, 2, 3, ...

Παραδείγματα:

Ό 5 είναι μικρότερος από τόν 8, γιατί στη φυσική σειρά τών αριθμών: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ... ό 5 γράφεται πριν από τό 8. Συμβολικά τό παρασταίνουμε: $5 < 8$.

Τό σύμβολο $<$ διαβάζεται: είναι μικρότερος του...

Όμοια: $8 > 5$

Τό σύμβολο $>$ διαβάζεται: είναι μεγαλύτερος του...

Οί γραφές: $8 > 5$

$5 < 8$

Όνομάζονται άνισότητες.

Προβλήματα:

40. Γράψτε όλους τούς αριθμούς, πού είναι μικρότεροι του 4.

41. Γράψτε όλους τούς αριθμούς πού είναι μεγαλύτεροι του 6 αλλά μικρότεροι του 9.

42. Υπάρχει αριθμός μεγαλύτερος του 7 καί μικρότερος του 6;

43. Νά βρείτε έναν αριθμό πού νά μήν είναι ίσος μέ τόν 7.

Ό αριθμός πού χρησιμοποιήσατε είναι μεγαλύτερος ή μικρότερος του 7;

Χρησιμοποιείτε τα σύμβολα $< \eta >$.

44. Ἡ Κατίνα εἶπε: «Μαρία ἔχω 5 κούκλες». Ἡ Μαρία ἀπάντησε: «Ἐχω περισσότερες κούκλες ἀπὸ σένα, ἀλλὰ σέ ἀριθμὸ μικρότερο ἀπὸ 7». Νά βρεῖτε πόσες κούκλες εἶχε ἡ Μαρία.
45. Πόσοι ἀριθμοὶ ὑπάρχουν μεγαλύτεροι τοῦ μηδενός καὶ μικρότεροι τοῦ 2;
46. Νά γραφοῦν ὅλοι οἱ διψήφιοι ἀριθμοὶ, οἱ μικρότεροι τοῦ 69 πού θρῖσκονται μέ τὴν ἐξῆς συμφωνία: Τό ψηφίον τῶν δεκάδων νά εἶναι κατὰ μονάδα μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ ψηφίον τῶν μονάδων.
47. Ποιὸς ὁ μικρότερος ἀκέραιος μέ 2 ψηφία; καὶ ποιὸς μέ 3;
48. Ποιὸς ὁ μεγαλύτερος ἀκέραιος μέ 2 ψηφία; καὶ ποιὸς μέ 3;
49. Ποιὸς εἶναι ὁ πιὸ μέγας ἀριθμὸς πού μπορεῖτε νά παρουσιάσετε μέ τὴν χρῆση τῶν παρακάτω ψηφίων, μέ τὴν συμφωνίαν ὅτι κάθε ψηφίον θά τὸ χρησιμοποιήσετε μιά καὶ μόνον φορά.
- 2, 3 1, 0, 4, 3, 0, 5

Προβλήματα ἐπαναλήψεως:

50. Πόσους διψήφιους ἀριθμοὺς μπορούμε νά γράψουμε μέ τὰ ψηφία 7 καὶ 8. Νά τοὺς βάλετε κατὰ σειρά μεγέθους μέ τὴν χρῆση τοῦ κατάλληλου συμβόλου.
51. Πόσους τριψήφιους ἀριθμοὺς μπορούμε νά γράψουμε μέ τὰ ψηφία 4, 3, 5; Νά τοὺς βάλετε κατὰ σειρά μεγέθους.
52. Γράψτε τὸ μεγαλύτερο ἀκέραιο, ἀφοῦ χρησιμοποιήσετε μόνο μιά φορά τὰ ψηφία: 1 καὶ 9
53. Γράψτε τὸ μικρότερο τριψήφιο ἀκέραιο, ἀφοῦ χρησιμοποιήσετε τὰ ψηφία: 6, 0 καὶ 1 μόνο μιά φορά.
54. Γράψτε τὸ μεγαλύτερο καὶ ὕστερα τὸ μικρότερο ἀκέραιο, ἀφοῦ χρησιμοποιήσετε μόνο ἀπὸ μιά φορά τὰ ψηφία: 8, 0 καὶ 9.
55. Σημειώστε στοὺς παρακάτω ἀριθμοὺς τὴν ἀξία θέσεως κάθε ψηφίου του: 156, 324, 617, 304.
56. Ποιά εἶναι ἡ ἀξία θέσεως τοῦ ψηφίου 1 στὶς παρακάτω περιπτώσεις: 71, 174, 11, 100, 19.
57. Ποιά εἶναι ἡ σημασία τοῦ ἀριθμοῦ μηδέν (0) στοὺς ἀριθμοὺς: 301, 200, 120.
58. Ὁ 400 ἔχει: ἑκατοντάδες, δεκάδες, μονάδες.
59. Μεταξὺ τῶν ἀριθμῶν 20 καὶ 30, πόσοι ἀριθμοὶ γράφονται μέ δύο διάφορα ψηφία;

18. Κάνετε αυτοεξέταση

Στήν αριστερή στήλη σημειώνουμε τούς όρους, καί στή δεξιά τή σημασία τους. Ἀφοῦ αντιγράψετε στό τετράδιό σας σέ μιά στήλη τούς ἀριθμούς ἀπό 1 ἕως τό 10, νά γράψετε δίπλα τό γράμμα πού ἀντιπροσωπεύει τήν ὀρθή ἀπάντηση στή δεξιά στήλη.

- | | |
|---|---|
| 1. Ἀριθμός | α. Εἶναι τό σύνολο: 1, 2, 3, 4, ... |
| 2. Ἀπαρίθμηση τῶν πραγμάτων μιᾶς συλλογῆς | β. Ποσοτική ἔννοια. |
| 3. Ἴσοι ἀκέραιοι | γ. Ἡ ἐργασία πού γίνεται γιά τήν εὕρεση τοῦ ἀριθμοῦ, πού δηλώνει τό πλήθος τῶν πραγμάτων μιᾶς συλλογῆς. |
| 4. Ἄνισοι ἀκέραιοι | δ. Ὅσοι ἔχουν τό ἴδιο πλήθος μονάδων. |
| 5. Συγκεκριμένοι ἀριθμοί | ε. Ὅσοι μετροῦν ὁμοειδῆ ποσά. |
| 6. Ἀφηρημένοι ἀριθμοί | στ. Ὅσοι συνοδεύονται ἀπό τό εἶδος τῶν μονάδων τους. |
| 7. Ὁμοειδεῖς ἀριθμοί. | ζ. Ὅσοι δέν δηλώνουν κανένα εἶδος μονάδων. |
| 8. Φυσικοί ἀριθμοί. | η. Εἶναι τό σύνολο: 0, 1, 2, 3, 4... |
| 9. Ἀκέραιοι ἀριθμοί. | θ. Οἱ ἀριθμοί πού ἀριθμοῦν συλλογές, πού δέν ἔχουν τό ἴδιο πλήθος πραγμάτων. |
| 10. Ἑτεροειδεῖς ἀριθμοί | ι. Ὅσοι μετροῦν ἑτεροειδῆ ποσά. |

$$\text{Βαθμός ἐπιτυχίας} = (\text{Πλήθος ὀρθῶν ἀπαντήσεων}) \times 4.$$



Ποῦ κατατάσσεται	Ἀριστα	Καλά	Μέτρια	Ὁχι ικανοποιητικά
	40 - 34	34 - 26	26 - 20	κάτω ἀπὸ 20

19. Γιά νά θυμηθεῖτε τό λεξιλόγιό σας

Στὴν ἀριστερὴ στήλη γράφουμε τοὺς ὅρους καὶ τὰ σύμβολα, καὶ στὴ δεξιὰ τοὺς κανόνες.

Ἀφοῦ ἀντιγράψετε στό τετράδιό σας τοὺς ἀριθμούς ἀπὸ 1 ἕως 8 σὲ μιὰ στήλη, γράψτε δίπλα σὲ κάθε ἀριθμὸ τὸ γράμμα τῆς δεξιᾶς στήλης, ποὺ ἀντιστοιχεῖ στὴν ὀρθὴ ἀπάντηση.

- | | |
|--|---|
| 1. > | α. Ἡ θέση τοῦ ψηφίου μέσα στὸν ἀριθμὸ |
| 2. ἀριθμός | β. Γιά νά δηλωθεῖ ὅτι δέν ὑπάρχουν μονάδες μιᾶς τάξεως. |
| 3. ἀξία θέσεως ψηφίου | γ. Πολλαπλασιασμοὶ μὲ τὸν 10 |
| 4. χρῆση τοῦ μηδενός | δ. Εἶναι μεγαλύτερος τοῦ... |
| 5. < | ε. Εἶναι μικρότερος τοῦ... |
| 6. = | στ. Εἶναι ἴσος μέ... |
| 7. μετάθεση ψηφίου σὲ ἀριθμὸ μιᾶς θέσης πρὸς τὰ ἀριστερά σημαίνει: | ζ. Τὰ 10 δάχτυλα τῶν χεριῶν τοῦ ἀνθρώπου |
| 8. ἀρχὴ τοῦ δεκαδικοῦ συστήματος ἀριθμώσεως | η. Ἡ ἔννοια μὲ τὴν ὁποία ὀρίζουμε μιὰ ποσότητα. |

$$\text{Βαθμὸς ἐπιτυχίας} = (\text{πλῆθος ὀρθῶν ἀπαντήσεων}) \times 4$$

Ποῦ κατατάσσεται;	Ἀριστα	Καλά	Μέτρια	Ὁχι ικανοποιητικά
	32 - 28	28 - 24	24 - 20	κάτω ἀπὸ 20

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο

Πρόσθεση
Αφαίρεση
Πολλαπλασιασμός
Διαίρεση
Πώς θά λύσω
ένα πρόβλημα

Οι τέσσερις αριθμητικές πράξεις

20. Οι αριθμοί μέχρι τό 1000

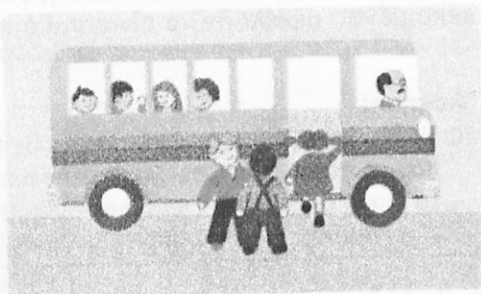
Όταν μᾶς δοθοῦν δύο ἢ καί περισσότεροι ἀριθμοί, μποροῦμε ἀπ' αὐτούς νά κατασκευάσουμε ἄλλους μέ τέσσερις τρόπους, πού τούς λέμε **ἀριθμητικές πράξεις** καί ἔχουν τό ὄνόματα: **Πρόσθεση, ἀφαίρεση, πολλαπλασιασμός καί διαίρεση**. Στά παρακάτω θά ἀναπτύξουμε τίς πράξεις αὐτές ἀρχίζοντας ἀπό τήν εὐκολότερη, τήν πρόσθεση.

Πρόσθεση

21. Ὑποσέλιδο ἀριθμῶν

ΓΙΑ ΝΑ ΓΝΩΡΙΖΕΤΕ
ΤΑ ΟΝΟΜΑΤΑ ΤΟΥΣ

	25
προσθετέοι:	+17
ἄθροισμα:	42



Εικ. 21

25 μαθητές της τετάρτης τάξεως και 17 μαθητές της πέμπτης, ανέβηκαν στο λεωφορείο, για να πάνε έκδρομή. Πόσοι είναι όλοι οι μαθητές, που ανέβηκαν στο λεωφορείο;

Αριθμούμε τους μαθητές που είναι μέσα στο λεωφορείο και τους βρίσκουμε 42.

Ο αριθμός 42 μαθητές λέγεται **άθροισμα** των αριθμών 25 μαθητές και 17 μαθητές, που λέγονται **προσθετέοι**.

Η πράξη με την οποία βρίσκουμε το άθροισμα, λέγεται **πρόσθεση**.

Τήν πρόσθεση σημειώνουμε με το σύμβολο (+), που διαβάζεται: **και ή σύν**.

Γράφουμε δηλαδή: $25 \text{ μαθητές} + 17 \text{ μαθητές} = 42 \text{ μαθητές}$.

Η με άφηρημένους αριθμούς: $25 + 17 = 42$.

Βλέπετε; ♦

Στήν πρόσθεση δίδονται **δύο** αριθμοί και απ' αυτούς ζητάμε να βρούμε έναν τρίτο αριθμό, που να περιέχει μόνο τις μονάδες των δύο αριθμών.

Με την παραπάνω ιδιότητα ή πρόσθεση χαρακτηρίζεται σαν μία **διμελής** πράξη.

Τους αριθμούς 5 θρανία και 4 βιβλία **δέν** μπορούμε να τους προσθέσουμε, γιατί δέν είναι **όμοειδεις**.

Με άλλα λόγια στήν πρόσθεση, όταν οι προσθετέοι είναι συγκεκριμένοι, οφείλουν να είναι και **όμοειδεις**.

Άσκηση:

60. Να κατασκευάσετε στο τετράδιό σας ένα σχήμα όπως τό παρακάτω που να έχει 12 θυρίδες. Μετά στήν πρώτη γράψτε τό 0, στή δεύτερη τό 1, και σέ συνέχεια να συμπληρώνετε τις θυρίδες με τό άθροισμα των αριθμών των δύο προηγούμενων θυρίδων.

0	1										
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

22. Πρόσθεση περισσότερων από δύο αριθμών.

Πρόβλημα:

Σπή γιορτή του Νίκου, ο πατέρας του αγόρασε έναν κουμπαρά. Για να τον «άσημώσουν» τα τέσσερα αδέρφια του, του έρριξαν, ο πρώτος 3 δραχμές, ο δεύτερος 7, ο τρίτος 8, και ο τέταρτος 9 δραχμές. Πόσες δραχμές έχει ο κουμπαράς του Νίκου;



Εικ. 22

Για να λύσουμε το πρόβλημα αυτό, θα κάνουμε πρόσθεση. Είπαμε όμως παραπάνω, πώς στην πρόσθεση παίρνουν μέρος μόνο δυό προσθετέοι, και γι' αυτό την ονομάσαμε διμελή πράξη.

Τώρα παρουσιάζεται πρόβλημα με περισσότερους από δύο προσθετέους. Πώς πρέπει να εργαστούμε, για να υπολογίσουμε το άθροισμα:

$$3 + 7 + 8 + 9;$$

Παρατηρούμε, πώς:

Βήμα πρώτο: $3 + 7 = 10$

Βήμα δεύτερο: $\dots\dots\dots 10 + 8 = 18$

Βήμα τρίτο: $\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots 18 + 9 = 27.$

Στην πράξη, δηλαδή αυτή κάνουμε συνεχείς προσθέσεις, παίρνοντας τους αριθμούς δυό - δυό.

Πρακτικά όμως ακολουθούμε τη μέθοδο του **πηδήματος** από τον ένα αριθμό στον άλλο.

Με άλλα λόγια τό μάτι πηδά από τον ένα αριθμό στον άλλο με **κανονικό ρυθμό**, και λέμε:

$$\begin{array}{ccccccc} 3 & + & 7 & + & 8 & + & 9 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \\ \rightarrow & & 10 & & 18 & & 27 \end{array}$$

Για να προσθέσουμε περισσότερους από δυό αριθμούς, προσθέτουμε τον πρώτο με τον δεύτερο, το άθροισμα με τον τρίτο, τό νέο άθροισμα με τον τέταρτο και εξακολουθούμε με τον ίδιο τρόπο, μέχρι να εξαντληθούν όλοι οι προσθετέοι.

Άσκησης:

60. Νά κάνετε τις παρακάτω προσθέσεις με τη μέθοδο του πηδήματος και με προσπάθεια νά διατηρήσετε έναν κανονικό ρυθμό.

1. $8 + 5 + 3 + 8 + 5 + 7 + 9 + 3$

2. $7 + 4 + 2 + 9 + 5 + 4 + 1 + 6$

3. $6 + 5 + 1 + 3 + 7 + 8 + 4 + 6$

Μπορούμε νά κάνουμε πρόσθεση και με αντίθετη διεύθυνση. Από τὰ δεξιά πρὸς τ' ἀριστερά με τὸν ἴδιο κανονικὸ ρυθμό. Π.χ.

$9 + 5 + 9 + 4 + 8 + 7 + 6 + 2 + 1$

51 42 37 28 24 16 9 3

←

Άσκησης:

61. Νά κάνετε τις παρακάτω προσθέσεις με τη μέθοδο του πηδήματος και με κανονικό ρυθμό αρχίζοντας από τὰ δεξιά πρὸς τ' ἀριστερά.

1. $6 + 8 + 5 + 9 + 7 + 8 + 5 + 3$

2. $7 + 9 + 3 + 6 + 9 + 8 + 6 + 8$

3. $4 + 7 + 9 + 7 + 8 + 4 + 5 + 9$

63. Νά κάνετε στο τετράδιό σας ἕνα σχῆμα, ὅπως τὸ παρακάτω πού νά ἔχει 9 θυρίδες. Στὴν πρώτη νά γράψετε τὸ 0, στὴ δεύτερη τὸ 1, καὶ στὴν τρίτη τὸ 2. Σέ συνέχεια γράψτε τὸν ἀριθμὸ πού βρίσκετε ἂν προσθέτετε τοὺς τρεῖς προηγούμενους ἀριθμούς.

0	1	2						
---	---	---	--	--	--	--	--	--

64. Ὅμοιο με 9 θυρίδες καὶ νά τοὺς προσθέτετε ἀνὰ τέσσερις.

1	1	2	3					
---	---	---	---	--	--	--	--	--

13. Ἡ τεχνικὴ τῆς προσθέσεως

Ὁ Νίκος εἶχε 308 γραμματόσημα Ἑλληνικά καὶ τοῦ ἔδωσε ὁ θεῖος του 173 Ἀμερικανικά, 78 Ἀγγλικά καὶ 235 διάφορα ἄλλα

γραμματόσημα. Πόσα γραμματόσημα έχει όλα όλα ο Νίκος;

Γιά να βρούμε πόσα γραμματόσημα έχει όλα όλα ο Νίκος πρέπει να βρούμε έναν αριθμό που να έχει τόσες μονάδες, όσες έχουν οι αριθμοί 308, 173, 78, και 235. Δηλαδή πρέπει να τους προσθέσουμε.

Αλλά για να γίνει αυτό πρέπει να θυμηθούμε, πώς οι αριθμοί σχηματίζονται από μονάδες διαφόρων τάξεων. Δηλ.: απλές μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες.

Γι' αυτό γράφουμε τους αριθμούς τόν έναν κάτω από τόν άλλο έτσι, ώστε οι μονάδες να είναι κάτω από τις μονάδες, οι δεκάδες κάτω από τις δεκάδες, και οι εκατοντάδες κάτω από τις εκατοντάδες. Και εκτελούμε την πρόσθεση έτσι:

Ε	Δ	Μ
3	0	8
1	7	3
	7	8
2	3	5
7	9	4

Η πράξη γίνεται πρακτικά έτσι:

$$\begin{array}{r} 308 \\ 173 \\ + 78 \\ 235 \\ \hline 794 \end{array}$$

Άθροισμα: →

Πρώτο βήμα: Προσθέτουμε τους αριθμούς στη στήλη των μονάδων. Το άθροισμα 24 αναλύεται σε δυο δεκάδες και τέσσερις μονάδες. Γράφουμε τις 4 μονάδες στη στήλη των μονάδων, και «**κρατούμε**» τό 2 για τη στήλη των δεκάδων.

Δεύτερο βήμα: Το άθροισμα στη στήλη των δεκάδων είναι 17 και 2 τό «**κρατούμενα**» 19 δεκάδες, που αναλύονται σε μία εκατοντάδα και 9 δεκάδες. Γράφουμε τό 9 στη στήλη των δεκάδων και «**κρατούμε**» 1 εκατοντάδα για τη στήλη των εκατοντάδων.

Τρίτο βήμα: Το άθροισμα στη στήλη των εκατοντάδων είναι 6 εκατοντάδες και 1 τό «**κρατούμενο**» 7. Γράφουμε τό 7 στη στήλη των εκατοντάδων.

Απάντηση: Ο Νίκος έχει όλα - όλα 794 γραμματόσημα.

ΒΛΕΠΕΤΕ; ♦

Όταν πρόκειται νά προσθέσουμε αριθμούς, τούς γράφουμε τόν έναν κάτω από τόν άλλο έτσι, ώστε οί μονάδες κάθε τάξεως νά βρίσκονται στήν ίδια στήλη. Μετά προσθέτουμε αρχίζοντας από τή στήλη τών μονάδων καί προχωρούμε πρός τ' αριστερά γράφοντας στήν κάθε στήλη τό άθροισμα τών μονάδων τής κάθε τάξεως. Προσέχουμε νά προσθέτουμε τό «κρατούμενο», άν υπάρχει, στή στήλη του.

Μαθαίνετε διασκεδάζοντας:

66. Οί φυσικοί αριθμοί πού είναι γραμμένοι στίς κυψέλες τών τετραγώνων έχουν τοποθετηθεί έτσι ώστε: κάθε όριζόντια σειρά νά έχει τό ίδιο άθροισμα, μέ τό άθροισμα κάθε κατακόρυφης στήλης· καί τό ίδιο μέ τό άθροισμα κάθε διαγώνιας. Μπορείτε νά τό έπαληθεύσετε; Τά τετράγωνα αυτά λέγονται «μαγικά τετράγωνα»

4	55	34
61	31	1
28	7	58

76	11	156
161	81	1
6	151	86

Άσκήσεις:

65. Νά κάνετε τίς προσθέσεις όριζόντια καί κάθετα.

$$45 + 35 + 70 + 66 =$$

$$27 + 43 + 52 + 44 =$$

$$53 + 21 + 72 + 25 =$$

$$36 + 54 + 63 + 32 =$$

$$67 + 24 + 15 + 12 =$$

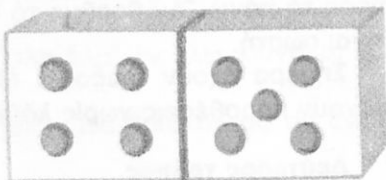
ΜΕΛΕΤΑΣ ΣΩΣΤΑ ΟΤΑΝ ΠΡΟΣΠΑΘΕΙΣ ΝΑ:

1. Είσαι μακριά από τηλεόραση καί συζητήσεις καί διαθέτεις άρκετό χρόνο.
2. Μελετάς προσεκτικά καί πάντοτε μέ χαρτί καί μολύβι.
3. Καταλαβαίνεις τά σύμβολα, τούς όρους καί έπεξεγμητικά παραδείγματα του μαθήματος.

23. Ίδιότητες της προσθέσεως

Πρώτη ιδιότητα. (Μεταθετική).

Στό διπλανό ντόμινο, αν προσθέσουμε τά σημεία καί τών δυό θυρίδων, αρχίζοντας από τά σημεία της άριστερης θυρίδας, έχουμε:



Εικ. 23

$$4 + 5 = 9$$

“Αν αρχίσουμε την πρόσθεση από τά σημεία της δεξιάς θυρίδας, θά έχουμε:

$$5 + 4 = 9$$

‘Από τά παραπάνω βλέπουμε πώς:

$$4 + 5 = 5 + 4$$

Βλέπετε; ♣

Μπορούμε ν' αλλάξουμε τή σειρά τών δυό προσθετέων καί νά τούς προσθέσουμε μέ όποια σειρά θέλουμε χωρίς τό άθροισμα ν' αλλάξει.

Λέμε, τότε πώς ή πρόσθεση έχει τή **μεταθετική** ιδιότητα.

Άσκήσεις (χωρίς χαρτί καί μολύβι)

66. Νά συμπληρωθούν οι εκφράσεις:

$$32 + 12 = 12 + \dots$$

$$70 + 90 = \dots + 70$$

$$11 + 17 = 17 + \dots$$

24. Δοκιμή της προσθέσεως

Γιά νά κάνουμε τήν πράξη της δοκιμής της προσθέσεως, ακολουθούμε δυό τρόπους:

Πρώτος τρόπος.

Βασίζεται στην ιδιότητα της αντιμεταθέσεως. 'Αλλάζουμε τη σειρά των προσθετέων και τούς προσθέτουμε πάλι. Ή τούς προσθέτουμε από τα πάνω πρὸς τα κάτω καὶ ὕστερα ἀπὸ τα κάτω πρὸς τα πάνω. Ἄν βροῦμε τὸ ἴδιο ἄθροισμα, λέμε πὼς ἡ πράξη εἶναι σωστή.

Σήμερα ἔχουν διαδοθεῖ ηλεκτρονικές αριθμομηχανές πού κάνουν προσθέσεις χωρίς λάθος καὶ πολύ σύντομα.

Δεύτερος τρόπος.

Συχνά γίνεται χρήση καὶ τῆς δοκιμῆς μέ τὸν 9.

Π.χ.

$$\begin{array}{rcll} 326 & \rightarrow & 3 + 2 + 6 = 11 & \rightarrow 1 + 1 = 2 \downarrow \\ 427 & \rightarrow & 4 + 2 + 7 = 13 & \rightarrow 1 + 3 = 4 \downarrow \\ \hline 753 & \rightarrow & 7 + 5 + 3 = 15 & \rightarrow 1 + 5 = \boxed{6} \end{array}$$

Πρέπει τὰ δυὸ ἀκράϊα ἄθροίσματα: $2 + 4$ καὶ $1 + 5$ νά συμφωνοῦν. Ὅπως ἐδῶ δίνουν ἄθροισμα τὸν ἀριθμὸ 6.

Βλέπετε; ♣

Δοκιμὴ μιᾶς πράξεως εἶναι μιὰ ἄλλη πράξη ἢ καὶ πράξεις, πού κάνουμε γιὰ νά βεβαιωθοῦμε πὼς ἡ πρώτη πράξη πού κάναμε, εἶναι σωστή.

Ἀσκήσεις καὶ προβλήματα:

Νά κάνετε τίς παρακάτω προσθέσεις καὶ τίς δοκιμές τους, ἀφοῦ βάλετε τὸν ἓνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο.

68. $845 + 56 + 4$

73. $432 + 12 + 8$

78. $109 + 801 + 6$

69. $362 + 89 + 8$

74. $809 + 53 + 7$

79. $119 + 210 + 4 + 87$

70. $349 + 101 + 11$

75. $33 + 309 + 6$

80. $104 + 5 + 106 + 7 + 108$

71. $811 + 11 + 4$

76. $612 + 16 + 5$

81. $121 + 120 + 9 + 122 + 23$

72. $409 + 3 + 6$

77. $328 + 607 + 4$

82. $222 + 23 + 224 + 225 + 3$

83. Πόσοι μαθητές φοιτοῦν στὴν τετάρτη τάξη, ὅταν στὴν τρίτη πού εἶναι 23 λιγότεροι φοιτοῦν 31 μαθητές;

25. Πότε κάνουμε πρόσθεση

Μερικά προβλήματα της αριθμητικής περιέχουν λέξεις, που μᾶς λένε, πώς πρέπει νά κάνουμε πρόσθεση χωρίς ν' αναφέρεται ἡ λέξη: **Πρόσθεση.**

Οἱ ἐνδεικτικές λέξεις εἶναι: "Όλα ὅλα, ἐν ὅλῳ, σύνολο, ὅλα μαζί κ.τ.λ.

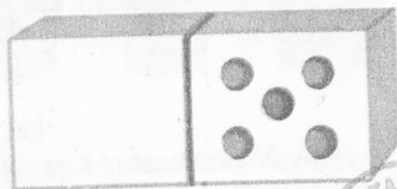
Νά λύσετε τὰ παρακάτω προβλήματα βρίσκοντας τίς ἐνδεικτικές λέξεις.

Προβλήματα:

84. Εἶναι 218 χιλιόμετρα ἡ ἀπόσταση Ἀθηνῶν - Λαμίας, 120 χιλιόμετρα Λαμία - Λάρισα καί 170 Λάρισα - Θεσσαλονίκη. Πόση εἶναι ὅλη ἡ ἀπόσταση Ἀθηνῶν - Θεσσαλονίκης;
85. "Όταν ὁ πατέρας τοῦ Νίκου ἔκανε ἓνα ταξίδι, ἐξόδεψε γιά μιά μέρα: γιά φαγητό 205 δρχ., γιά εἰσιτήρια 199 δρχ. καί γιά μικροδαπάνες 35 δρχ. Πόσες δραχμές ἐξόδεψε ὅλες ὅλες;
86. "Ο θεῖος Κώστας γιά συντήρηση τοῦ αὐτοκινήτου του ἀγ' ὥρασε μερικά νέα ἀνταλλακτικά καί πλήρωσε: γιά μπουζί 240 δραχμές, γιά πλατίνες 175 δραχμές, γιά φίλτρο λαδιοῦ 118 δραχμές καί γιά φίλτρο ἀέρος 120 δραχμές. Πόσα ἐξόδεψε ὅλα ὅλα;
87. Ἀπό ἓνα ντεπόζιτο νερό καταναλώθηκαν τήν πρώτη ἡμέρα 255 κιλά νερό. Τή δεύτερη 209 κιλά καί τήν τρίτη 301 κιλά. Πόσα κιλά θέλει γιά νά ξαναγεμίσει τό ντεπόζιτο;
88. "Ενας μαθητής χρωστάει σέ δύο συμμαθητές του τό ἴδιο χρηματικό ποσό. Παρατηρεῖ, πώς ἂν μέ τὰ χρήματα πού ἔχει, ξεφλήσει τόν ἓνα θά τοῦ περισσεύουν καί 23 δραχμές. Καί πώς γιά νά ξεφλήσει καί τόν ἄλλο, τοῦ χρειάζονται ἀκόμα 17 δραχμές. Πόσες δραχμές εἶχε;

26. Ἰδιότητα δεύτερη. (Τοῦ οὐδέτερου στοιχείου)

Στό διπλανό ντόμινο, ἂν ἀθροίσουμε τὰ σημεῖα καί τῶν δύο θυρίδων, θά ἔχουμε: ἂν ἀρχίσουμε τήν πρόσθεση ἀπό τὰ σημεῖα τῆς ἀριστερῆς θυρίδας:



Εἰκ. 24



$$0 + 5 = 5$$

“Αν αρχίσουμε από τα σημεία της δεξιάς θυρίδας θά έχουμε.

$$5 + 0 = 5$$

Βλέπετε; ♦

‘Ο άκέραιος αριθμός 0 σ’ όποιονδήποτε αριθμό και αν προστεθεί δεν τον μεταβάλλει.

‘Από την παραπάνω ιδιότητα, πού έχει ό άκέραιος αριθμός μηδέν, ονομάζεται **ουδέτερο στοιχείο** στην πρόσθεση.

27. ‘Ιδιότητα τρίτη. (Προσεταιριστική)

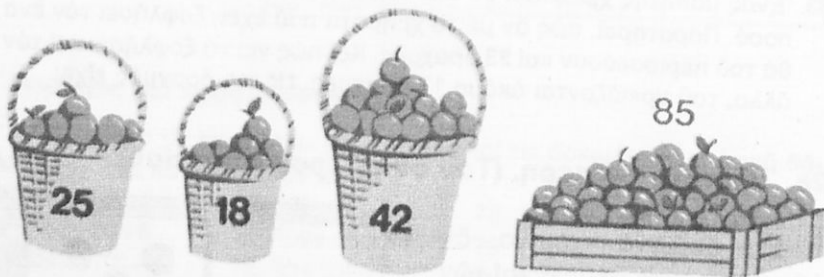
Πρόβλημα:

“Έχουμε τρία καλάθια μέ μήλα. Τό πρώτο μέ 25 μήλα. Τό δεύτερο μέ 18, και τό τρίτο μέ 42 μήλα. Πόσα μήλα έχουν και τά τρία καλάθια μαζί;

Πρέπει νά βρούμε τό άθροισμα:

$$25 + 18 + 42$$

Βλέπουμε πώς:



Εικ. 25

1) “Αν άδειάσουμε σ’ ένα τρίτο καλάθι, πρώτα τό πρώτο και τό δεύτερο μαζί και μετά τό τρίτο, θά έχουμε:

$$(25 + 18) + 42 = 85 \text{ μήλα.}$$

2) "Αν άδειάσουμε τό δεύτερο καί τό τρίτο μαζί καί μετά τό πρώτο, θά έχουμε:

$$(18 + 42) + 25 = 85 \text{ μ\eta\lambda\alpha.}$$

Άπό αὐτά συμπεραίνουμε πώς:

$$(25 + 18) + 42 = (18 + 42) + 25$$

Σέ μία πρόσθεση πολλῶν ἀριθμῶν, ἂν ἀλλάξουμε τή σειρά τῶν προσθετέων, τό ἄθροισμα δέν ἀλλάζει.

Βλέπετε; ♣

Παρατήρηση:

Στίς παραπάνω ἐκφράσεις γράψαμε: $(25 + 18)$, ἀντί τοῦ 43. Χρησιμοποιήσαμε δηλαδή τήν παρένθεση, γιά νά δηλώσουμε, ὅτι ἡ πράξη ἔχει γίνει. Τό ἴδιο κάναμε καί πιό κάτω. Γράψαμε: $(18 + 42)$, ἀντί τοῦ 60. "Όταν δηλαδή βάλουμε μερικούς προσθετέους μέσα σέ παρένθεση φανταζόμαστε πώς ἡ πράξη ἔχει γίνει.

Άσκήσεις:

89. Μπορεῖς νά βρεῖς ἓνα διψήφιο ἀριθμό, πού τό ἄθροισμα τῶν ψηφίων του νά εἶναι 8 καί τό ψηφίο τῶν δεκάδων του νά εἶναι ἐπίσης 8;
90. Μπορεῖς νά βρεῖς ἓναν τριψήφιο ἀριθμό πού τό ἄθροισμα τῶν ψηφίων του νά εἶναι 5 καί τό ψηφίο τῶν ἑκατοντάδων του νά εἶναι ἐπίσης 5;

28. Ἀποτελέσματα τῶν ιδιοτήτων

• Ἡ μεταθετική καί ἡ προσεταιριστική ιδιότητα μποροῦν νά μᾶς βοηθήσουν νά ὑπολογίσουμε πιό γρήγορα ἓνα ἄθροισμα ἀπό πολλούς ἀριθμούς.

Παράδειγμα:

1ο). Πώς θά ὑπολογίσουμε γρήγορα τό παρακάτω ἄθροισμα, χωρίς νά βάλουμε τοὺς προσθετέους τόν ἓνα κάτω ἀπ' τόν ἄλλο;

$$28 + 35 + 2 + 15$$

Μπορούμε νά εργαστούμε μέ τό νοῦ μας: $(28 + 2) + (35 + 15) = 30 + 50 = 80$

2ο). Παρόμοια μπορούμε νά εργαστούμε καί γιά τό ἄθροισμα:
 $17 + 11 + 2 + 23 + 29 + 18 = (17 + 23) + (11 + 29) + (2 + 18) = 40 + 40 + 20 = 100.$

Άσκήσεις:

Νά ὑπολογιστοῦν μέ τόν πιό εὐκολο δυνατό συνδυασμό τά ἀθροίσματα, ὅπως στά προηγούμενα παραδείγματα:

91. $45 + 55 + 100$

94. $225 + 68 + 32$

92. $130 + 400 + 270$

95. $502 + 260 + 140$

93. $153 + 28 + 247$

96. $416 + 313 + 87$

Ὅμοια στίς ἀσκήσεις:

97. $57 + 100 + 43$

100. $84 + 213 + 16$

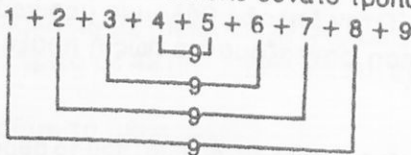
98. $235 + 150 + 65$

101. $137 + 250 + 63$

99. $127 + 254 + 473$

102. $244 + 235 + 256$

103. Νά ὑπολογιστεῖ μέ τόν πιό εὐκολο δυνατό τρόπο τό ἄθροισμα:



104. Ὅμοια: $91 + 82 + 73 + 54 + 65 + 36 + 27 + 38 + 19$

ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΤΩΝ ΙΔΙΟΤΗΤΩΝ ΤΗΣ ΠΡΟΣΘΕΣΕΩΣ

1. $5 + 7 = 7 + 5$

Μεταθετική

2. $9 + 0 = 9$ ἢ $0 + 9 = 9$

Τοῦ οὐδέτερου στοιχείου.

3. $(5 + 4) + 6 = (4 + 6) + 5$

Προσεταιριστική

ΠΟΤΕ ΣΧΕΔΙΑΖΕΙΣ ΣΩΣΤΑ ΤΗ ΜΕΛΕΤΗ ΣΟΥ.

Ὅταν εἶσαι βέβαιος, πῶς κατανόησες τό προηγούμενο, πρὶν προχωρήσεις στό ἐπόμενο.

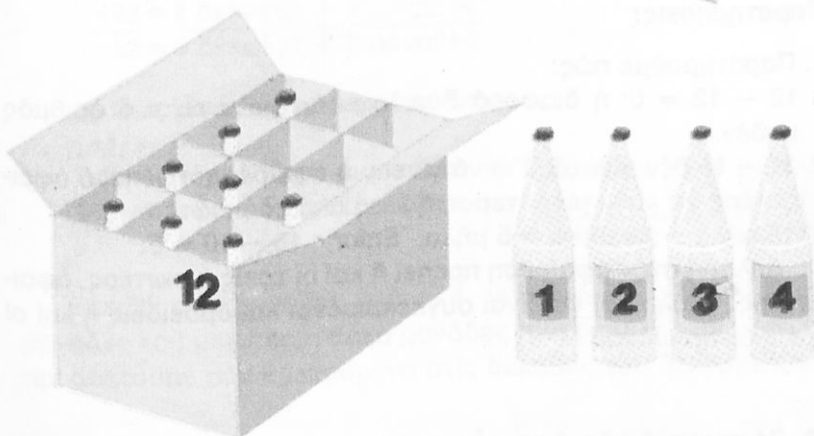
Ὅταν σέ κάθε βήμα σου χρησιμοποιεῖς τοὺς κανόνες γιά ὁδηγούς καί

Ὅταν ἐλέγχεις καί ἐπαληθεύεις τήν ἐργασία σου.

29. Αφαίρεση

Έννοια

Μέσα σέ ένα κιβώτιο έχουν τοποθετηθεί 12 μπουκάλια μεταλλικού νερού. Αν θγάλουμε από τό κιβώτιο 4 μπουκάλια, πόσα μπουκάλια θά μείνουν σ' αυτό;



Εικ. 26

Είναι φανερό, πώς ο αριθμός πού αναζητάμε, είναι αυτός πού πρέπει νά προστεθεῖ στόν 4, γιά νά μᾶς δώσει τόν 12.

Δηλαδή: $4 + ; = 12$

Αυτόν τόν αριθμό τόν συμβολίζουμε: $12 - 4$ καί γράφουμε:

$$12 - 4 = ;$$

Αριθμοῦμε τά μπουκάλια πού ἀπέμειναν στό κιβώτιο καί τά βρίσκουμε 8.

Μέ ἄλλα λόγια ὁ αριθμός $12 - 4$ εἶναι ὁ ἴδιος μέ τόν αριθμό 8. Αυτό γράφεται:

$$12 - 4 = 8$$

Δηλαδή, ὅπως μπορούμε ν' αὐξήσουμε κάθε αριθμό, ἂν τοῦ προσθέσουμε κι ἄλλες μονάδες ἔτσι μπορούμε καί νά τόν ἐλαττώσουμε, ἂν τοῦ **παραλείψουμε μερικές μονάδες**. Ἡ πράξη πού κάνουμε γιά νά ἐλαττώσουμε ἕναν αριθμό κατά τόσες μονάδες,

όσες έχει ένας άλλος αριθμός που μας δίνεται, λέγεται **άφαι-
ρηση**.

‘Ο αριθμός 12, που ελαττώνεται, λέγεται **μειωτέος**.

‘Ο αριθμός 4 που αφαιρείται, λέγεται **άφαιρετέος**.

Τό εξαγόμενο, που βρίσκουμε, έδω τό 8, λέγεται **ύπόλοιπο** ή **διαφορά**.

Τήν άφαίρεση τή συμβολίζουμε μέ τό (-) που διαβάζεται: **πλὴν** ή **μείον**.

Παρατηρήσεις:

1. Παρατηρούμε πώς:

$12 - 12 = 0$: ή διαφορά δύο ίσων αριθμών είναι ο αριθμός μηδέν.

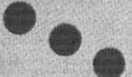
2. $12 - 15$ δέν γίνεται. Γιά νά γίνει μιά άφαίρεση, πρέπει ο άφαι-
ρετέος νά είναι μικρότερος ή ίσος από τό μειωτέο.

3. $15 \text{ μήλα} - 10 \text{ μήλα} = 5 \text{ μήλα}$. Έπίσης $15 - 10 = 5$.

Δηλαδή στήν άφαίρεση πρέπει ή καί οι τρείς (μειωτέος, άφαι-
ρετέος, ύπόλοιπο) νά είναι συγκεκριμένοι καί όμοιοιδείς ή καί οι
τρείς άφηρημένοι.

30. ‘Η τεχνική τής άφαιρέσεως

Πρόβλημα: ‘Η δασκάλα άνοιξε ένα δέμα μέ 75 τετράδια. ‘Από

Στήλη των δεκάδων	Στήλη των μονάδων
	
	
	

Δεκάδες	Μονάδες
7	5
2	3
5	2

αυτά μοίρασε 23 στους μαθητές της τάξεως. Πόσα έμειναν;

Έμειναν $(75 - 23)$ τετράδια + 52 τετράδια

Μέ τό παραπάνω πρόβλημα πρέπει νά υπολογίσουμε τό $75 - 23$.

Διάταξη τής πράξεως:

Δ.Μ.

$$75 = 7 \text{ δεκάδες} + 5 \text{ μονάδες}$$

$$-23 = 2 \text{ δεκάδες} + 3 \text{ μονάδες}$$

$$\hline 52 = 5 \text{ δεκάδες} + 2 \text{ μονάδες}$$

1) Πώς γίνεται μέ κρατούμενα:

Δ.Μ.

$$74 = 7 \text{ δεκάδες} + 4 \text{ μονάδες} = 7 \text{ δεκάδες} + 14 \text{ μονάδες}$$

$$18 = 1 \text{ δεκάδα} + 8 \text{ μονάδες} = 2 \text{ δεκάδες} + 8 \text{ μονάδες}$$

$$\hline 56 = 5 \text{ δεκάδες} + 6 \text{ μονάδες}$$

Έπειδή στίς μονάδες $8 > 4$, γι' αυτό προσθέτουμε στίς μονάδες του μειωτέου, δέκα μονάδες (μία δεκάδα) καί μετά τήν προσθέτουμε σάν κρατούμενο στίς δεκάδες του αφαιρετέου.

Βλέπετε; ♦

Όταν πρόκειται νά αφαιρέσουμε δύο άκέ-
ραιους, γράφουμε τό μικρότερο κάτω άπό
τό μεγαλύτερο, μέ τίς μονάδες κάθε τά-
ξεως στήν ίδια στήλη. Αρχίζοντας τήν
αφαίρεση άπό τά δεξιά, γράφουμε, σέ κάθε
στήλη, τή διαφορά τών μονάδων κάθε τά-
ξεως πού αφαιρούμε. Άν σέ μία στήλη ή
αφαίρεση δέν γίνεται, τότε αύξάνουμε τό
ψηφίο του μειωτέου κατά 10 μονάδες τής
τάξεως αύτης καί ύστερα αύξάνουμε κατά
1 τό άκόλουθο πρός τ' άριστερά ψηφίο του
αφαιρετέου.

31. Δοκιμή της αφαιρέσεως

Από τις σχέσεις $25 - 20 = 5$ και $20 + 5 = 25$ παρατηρούμε πώς αν στο υπόλοιπο προσθέσουμε τον αφαιρετέο, τότε βρίσκουμε το μειωτέο. Δηλαδή:

$$(\text{Μειωτέος}) = (\text{αφαιρετέος}) + (\text{υπόλοιπο})$$

Έτσι κάνουμε και τη δοκιμή της αφαιρέσεως.

Ακόμα βλέπουμε πώς: $25 - 5 = 20$. Δηλαδή:

$$(\text{Μειωτέος}) - (\text{Υπόλοιπο}) = \text{Αφαιρετέος.}$$

Παραδείγματα:

Ένα σχολείο έχει 587 μαθητές. Απ' αυτούς 235 είναι αγόρια. Πόσα είναι τα κορίτσια;

Θά κάνουμε μία αφαίρεση.

	Δοκιμή α	Δοκιμή β
587 μειωτέος	235 αφαιρετέος	587 μειωτέος
-235 αφαιρετέος	+352 υπόλοιπο	-352 υπόλοιπο
352 υπόλοιπο	587 μειωτέος	235 αφαιρετέος

Απάντηση: τα κορίτσια είναι 352.

Άσκησης:

Νά γίνουν οι αφαιρέσεις και οι δοκιμές τους.

105.	$\begin{array}{r} 42 \\ -21 \\ \hline \end{array}$	106.	$\begin{array}{r} 53 \\ -7 \\ \hline \end{array}$	107.	$\begin{array}{r} 84 \\ -53 \\ \hline \end{array}$
108.	$\begin{array}{r} 754 \\ -397 \\ \hline \end{array}$	109.	$\begin{array}{r} 539 \\ -294 \\ \hline \end{array}$	110.	$\begin{array}{r} 724 \\ -248 \\ \hline \end{array}$
111.	$\begin{array}{r} 653 \\ -179 \\ \hline \end{array}$	112.	$\begin{array}{r} 701 \\ -613 \\ \hline \end{array}$	113.	$\begin{array}{r} 824 \\ -57 \\ \hline \end{array}$

Νά συμπληρωθούν οι τελείες με ψηφία, πού λείπουν στις παρακάτω αφαιρέσεις:

$$\begin{array}{r} 114. \quad 3.7 \\ - .8. \\ \hline 138 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 115. \quad .38 \\ -5.2 \\ \hline 376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 116. \quad 9.0 \\ - .90 \\ \hline 720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 117. \quad .. \\ -19 \\ \hline 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 118. \quad 27 \\ -.. \\ \hline 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 119. \quad 625 \\ -... \\ \hline 432 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120. \quad ... \\ -324 \\ \hline 547 \end{array}$$

Β'

121. Νά συμπληρωθούν τά (;) μέ τούς κατάλληλους αριθμούς.

$$29 - 16 = 15 - ; \quad (\text{'Υπόδειξη: } 29 - 16 = 13. \text{'Ετσι } 13 = 15 - 2)$$

$$42 - ; = 37 - 17$$

$$54 - 14 = ; - 18$$

122. Νά βάλετε στά (;) τό μεγαλύτερο δυνατό αριθμό έτσι, ώστε νά ἀληθεύουν οί σχέσεις:

$$26 + ; < 35 \quad (\text{'Υπόδειξη: } 26 + 8 = 34 < 35)$$

$$; + 59 < 83 \quad (\text{Υπόδειξη: πρέπει } ; + 59 = 82 < 83)$$

$$; - 6 < 18$$

$$12 - ; < 9$$

123. Νά βρείτε τό μικροτερο ἀκέραιο έτσι, ώστε:

$$; - 28 > 25 \quad (\text{'Υπόδειξη: Πρέπει } ; - 28 = 26 > 25)$$

$$44 - ; > 27$$

124. Νά βάλετε τό σύμβολο πού ἀρμόζει < ή > στίς παρακάτω περιπτώσεις:

$$84 - 19 \dots 84 - 25 \quad (\text{'Υπόδειξη: } > ή <)$$

$$72 - 16 \dots 80 - 16$$

$$91 - 31 \dots 91 - 48$$

125. Συμπληρώστε τόν αριθμό πού λείπει στίς παρακάτω περιπτώσεις:

$$; - 38 = 119$$

$$212 - ; = 109$$

$$; - ; = 0$$

$$; - ; = 5$$

126. Στήν ἀφαίρεση δύο αριθμῶν ἰσχύει ἡ ἰδιότητα τῆς ἀντιμεταθέσεως;

Νά κάνετε ἀριθμητικό παράδειγμα.

32. Πῶς θά λύσεις ἓνα πρόβλημα

Γιά νά λύσεις ἓνα πρόβλημα, πρέπει:

1. Νά τό διαβάσεις ἀργά καί προσεκτικά, ὥστε νά τό καταλάβεις πολύ καλά, γιά νά εἶσαι ἱκανός ν' ἀπαντᾷς μέ εὐκολία στίς

έρωτήσεις:

– Τί μου ζητείται νά θρῶ;

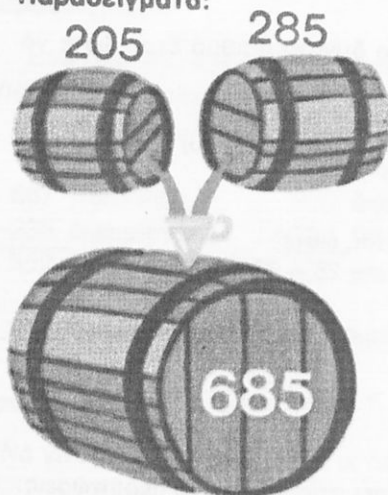
– Τί μου δίνεται;

– Τί πράξεις πρέπει νά κάνω γιά νά φτάσω στήν ἀπάντηση;

2. Νά κάνεις σωστά τίς πράξεις.

3. Νά συγκρίνεις τήν ἀπάντησή μ' ἐκείνη, πού ἔχεις ἐκτιμήσει. Ἐδῶ πρέπει νά σημειωθεῖ πῶς, ὅταν κάθε ἐνέργειά σου εἶναι προσχεδιασμένη, ἡ ἐργασία προχωρεῖ μέ ἄνεση. Ἡ δέ ἱκανότητα νά ἐργάζεσαι μέ ἕνα πρόγραμμα, εἶναι μιὰ ἀπ' τίς πολυτιμότερες ἀρετές, πού πρέπει ν' ἀναπτύξεις.

Παραδείγματα:



Εἰκ. 27

Μέσα σ' ἕνα ἄδειο βαρέλι, πού χωράει 685 κιλά κρασί, ἀδειάσαμε δύο ἄλλα, πού τό ἕνα περιεῖχε 285 κιλά καί τ' ἄλλο 205 κιλά. Πόσο κρασί χωρεῖ ἀκόμα τό βαρέλι;

Τί πρέπει νά κάνετε:

1. Νά βρεῖτε πρῶτα, πόσα κιλά κρασί περιέχουν καί τά δύο μικρά βαρέλια, πού ἀδειάσαμε.

$$\begin{array}{r} 285 \\ +205 \\ \hline 490 \end{array}$$

2. Ν' ἀφαιρέσετε αὐτό πού βρήκατε ἀπ' τόν ἀριθμό, πού δηλώνει, πόσο κρασί χωράει τό μεγάλο βαρέλι.

Ἀπάντηση: Ὡστε χωράει ἀκόμη 195 κιλά.

$$\begin{array}{r} 685 \\ -490 \\ \hline 195 \end{array}$$

32α. Πότε κάνετε ἀφαίρεση

Μερικά προβλήματα περιέχουν λέξεις ἢ ἐκφράσεις, πού μᾶς λένε πῶς πρέπει νά κάνουμε **ἀφαίρεση**, χωρίς ν' ἀναφέρεται ἡ

λέξη αφαίρεση.

Τέτοιες ένδεικτικές λέξεις είναι: πόσο μένει, πόσο διαφέρει, πόσα λείπουν, πόσο υπολείπεται, πόσο αυξήθηκε κ.τ.λ.

Στά προβλήματα που ακολουθούν να επισημάνετε τις ένδεικτικές λέξεις, και να τὰ λύσετε.

Προβλήματα:

127. Ο Περικλής γεννήθηκε τό 490 π.Χ. και πέθανε τό 429 π.Χ. Πόσα χρόνια έζησε;
128. Ο Παρθενώνας, ναός τής 'Αθηνάς προστάτιδας τής 'Αθήνας, είναι έργο τών αρχιτεκτόνων 'Ικτίνου και Καλλικράτη, σέ στενή συνεργασία μέ τό Φειδία. Η κατασκευή του άρχισε τό 447 π.Χ. και τό έργο τελείωσε τό έτος 438 π.Χ. Πόσα χρόνια κράτησε ή κατασκευή του;
129. Σέ μιά περίοδο έκπτώσεων ένα φόρεμα πουλήθηκε 679 δρχ., ενώ ή κανονική του τιμή ήταν 932 δρχ. Τί ποσό τής κανονικής τιμής ήταν ή έκπτωση;
130. Ένας διψήφιος αριθμός άρχίζει μέ τό ψηφίο 8. Γράφουμε άνάμεσα στά ψηφία του τόν αριθμό 0. Πόσο μεγαλώνει ό αριθμός;
131. Ένας βοσκός έχει 350 πρόβατα. Πόσα πρέπει νά πουλήσει γιά νά του μείνουν 269;
132. Ένας πατέρας ήταν 27 έτών, όταν γεννήθηκε ό γιός του. Πόσων έτών ήταν ό γιός του, όταν ό πατέρας ήταν 72 έτών;
133. Δίνεται ό αριθμός 576. Ποιόν αριθμό παίρνετε άν γράψετε τά ψηφία του μέ αντίστροφο σειρά; Πόσο διαφέρουν οι αριθμοί;
134. Στην πρόσθεση: $178 + 289 + 97$
Ένας μαθητής δέν υπολόγισε τά κρατούμενα. Πόση διαφορά βρήκε;
135. Μιά διαδρομή 803 χιλιομέτρων πρέπει νά τή διανύσει ένα αυτοκίνητο σέ δύο ήμέρες. Άν τήν πρώτη μέρα διανύσει 369 χιλιόμετρα, πόσα μένουν γιά τή δεύτερη μέρα;
136. Άν αλλάξετε τή θέση τών ψηφίων 8 και 3 στόν αριθμό 583 θά πάρετε αριθμό μικρότερο ή μεγαλύτερο, και πόσο;
137. Άν αλλάξετε τή θέση τών ψηφίων 4 και 7 στόν αριθμό 470, θά πάρετε αριθμό μικρότερο ή μεγαλύτερο και πόσο;
138. Σ' ένα έργοστάσιο εργάζονται 90 άτομα, άνδρες, γυναίκες και παιδιά. Άν οι άνδρες και τά παιδιά είναι 60, ενώ οι γυναίκες και τά παιδιά είναι 50, πόσοι είναι οι άνδρες, πόσες οι γυναίκες και πόσα τά παιδιά;

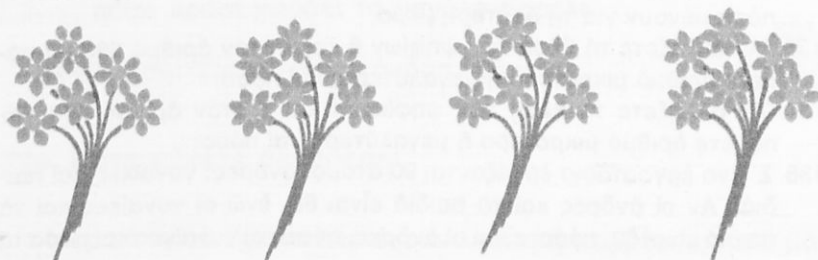
Προβλήματα προσθέσεως και αφαιρέσεως

139. Μιά σάλα κινηματογράφου διαθέτει 850 θέσεις. Σέ μία παράσταση πουλήθηκαν 250 εισιτήρια για τόν έξωστη και 522 εισιτήρια για τήν πλατεία. Έχει άλλες θέσεις αδειανές και πόσες;
140. Ένα λεωφορείο 40 θέσεων ήταν «πλήρες» κατά τήν αναχώρηση. Στην 1η στάση κατέθηκαν 9 επιβάτες, στή 2η στάση κατέθηκαν 9, αλλά ανέθηκαν 11 νέοι επιβάτες. Στην 3η στάση κατέθηκαν 14, αλλά ανέθηκαν 7 νέοι επιβάτες. Ή 4η στάση ήταν τό τέρμα. Όλοι οι ενδιάμεσοι επιβάτες ταξίδεψαν μέχρι τέρμα. Πόσοι επιβάτες κατέθηκαν και πόσοι έφθασαν στό τέρμα;
141. Για νά αγοράσω ένα βιβλίο αξίας 980 δραχμών έβγαλα από τόν κουμπαρά μου 312 δραχμές. Μου έδωσε και ό πατέρας μου 510 δραχμές και τίς υπόλοιπες ό παππούς μου. Πόσες μου έδωσε ό παππούς;
142. Στίς γυμναστικές επιδείξεις πήραν μέρος 4 σχολεία. Τό α΄ είχε 183 μαθητές. Τό β΄ 23 περισσότερους από τό α΄ και 11 λιγότερους από τό γ΄. Αν όλοι οι μαθητές ήταν 821, πόσοι ήταν οι μαθητές του δ΄ σχολείου;
143. Ένας αύγοπώλης είχε 875 αύγά. Από αυτά πούλησε τήν πρώτη μέρα 217, τήν άλλη 49 περισσότερα από τήν πρώτη και τήν τρίτη 75 λιγότερα από τή δεύτερη. Πόσα αύγά του έμειναν;
144. Ένας περιπτεριούχος είχε στό συρτάρι του 974 δραχμές. Από αυτές έδωσε σέ ένανάντιπρόσωπο έργοστασίου, πού κάνει σοκολάτες 525 δραχμές. Σέ λίγο αγόρασε κάποιος είδη αξίας 317 δραχμών. Πόσες δραχμές έχει στό συρτάρι του ό περιπτεριούχος;

33. Πολλαπλασιασμός

Έννοια

Πόσα λουλουδάκια εικονίζονται στίς 4 άνθοδέσμες;



Εικ. 28

Για νά υπολογίσουμε τά λουλούδια, πού εικονίζονται στίς 4 ανθοδέσμες, θά ἐργαστοῦμε κατά δύο τρόπους:

Πρῶτος τρόπος:

Θά προσθέσουμε τούς ἀριθμούς πού ἀντιπροσωπεύουν τό πλῆθος τῶν λουλουδιῶν κάθε δέσμης:

$$6 \text{ λουλούδια} + 6 \text{ λουλούδια} + 6 \text{ λουλούδια} + 6 \text{ λουλούδια} = 24 \text{ λουλούδια}$$

Δεύτερος τρόπος

Ἐπειδή ἡ πρόσθεση αὐτή ἔχει τό χαρακτηριστικό νά ἔχει ὅλους τούς προσθετέους ἴσους, συμφωνοῦμε νά τή γράφουμε πῶς ἀπλά καί πῶς σύντομα, ἔτσι:

$$6 \times 4 = 24 \text{ (Διαβάζεται : 6 ἐπὶ 4)}$$

καί νά λέμε πῶς τό 6 **πολλαπλασιάζεται** μέ τό 4.

Ἡ σύντομη ἐκτέλεση μιᾶς τέτοιας πρόσθεσης λέγεται **πολλαπλασιασμός**.

Ὁ ἀριθμός 24, πού εἶναι τό ἐξαγόμενο τοῦ πολλαπλασιασμοῦ λέγεται **γινόμενο** καί οἱ ἀριθμοί 6 καί 4 **παράγοντες** τοῦ γινομένου.

Ὁ ἀριθμός 6 πού ἐπαναλαμβάνεται σάν προσθετέος λέγεται **πολλαπλασιαστής**.

Καί ὁ ἀριθμός 4, πού δηλώνει πόσες φορές ἐπαναλαμβάνουμε τόν πολλαπλασιαστέο λέγεται **πολλαπλασιαστής**. Τό σημεῖο τοῦ πολλαπλασιασμοῦ εἶναι τό (×) ἐπὶ.

Κι ὅταν ἀναζητοῦμε τό γινόμενο δύο ἀριθμῶν, **κάνουμε πολλαπλασιασμό**.

Βλέπετε; ♦

Πολλαπλασιασμός λέγεται ἡ σύντομη ἐκτέλεση μιᾶς προσθέσεως μέ ἴσους προσθετέους.

Ἀσκήσεις

145. Νά γράψετε σέ μορφή γινομένου τά ἀθροίσματα:

$$8 \text{ κιλά} + 8 \text{ κιλά} + 8 \text{ κιλά} + 8 \text{ κιλά} =$$

$$11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 =$$



$$25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 =$$

$$17 + 17 + 17 + 17 =$$

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 =$$

$$0 + 0 =$$

θ) Νά γράψετε σέ μορφή άθροίσματος τά γινόμενα:

(15 τετράδια) $\times$ 3, 7×4 , 105×7 , 12×11 .

34. Είδος του γινόμενου

Νά βρεθοῦν τά εξαγόμενα: 1) 14×5 καί 2) $(6 \text{ μέτρα}) \times 4$

1) $14 \times 5 = 14 + 14 + 14 + 14 + 14 = 70$

2) $(6 \text{ μέτρα}) \times 4 = 6 \text{ μέτρα} + 6 \text{ μέτρα} + 6 \text{ μέτρα} + 6 \text{ μέτρα} = 24 \text{ μέτρα.}$

Άπό τά παραπάνω διαπιστώνουμε, πώς:

- 1) "Όταν ό πολλαπλασιαστέος είναι συγκεκριμένος, τότε τό γινόμενο είναι άριθμός συγκεκριμένος καί όμοειδής μέ τόν πολλαπλασιαστέο καί
- 2) Ό πολλαπλασιαστής είναι πάντοτε άφηρημένος άριθμός, γιατί δηλώνει πόσες φορές έπαναλαμβάνουμε τόν πολλαπλασιαστέο.



Εικ. 29

Ό Πυθαγόρας ένας από τούς μεγαλύτερους Έλληνες φιλόσοφους γεννήθηκε στή Σάμο τό 580 π.Χ. Αυτός καί οί μαθητές του έδωκαν μεγάλη ώθηση στήν ανάπτυξη τών μαθηματικών, ιδιαίτερα τής Γεωμετρίας.

35. Πολλαπλασιασμός μονοψηφίων αριθμών

Πίνακας του Πυθαγόρα.

Τό γινόμενο δύο μονοψηφίων αριθμών π.χ. του 7×8 δέν είναι δύσκολο νά τό μάθουμε καί νά τό υπολογίζουμε «ἀπέξω». Τό μαθαίνουμε ἀπό τόν «πίνακα τοῦ Πυθαγόρα» πού ἡ χρήση του εἶναι ἀπλή.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Εικ. 30

Τό γινόμενο τῶν ἀριθμῶν π.χ. 9×8 βρίσκεται στή διασταύρωση τῆς γραμμῆς, πού ἀρχίζει ἀπό τό 9 καί τῆς στήλης πού ἀρχίζει ἀπό τό 8, καί εἶναι 72.

Ἀσκήσεις καί προβλήματα:

146. Νά συμπληρωθοῦν τά ἐρωτηματικά ἔτσι, πού οἱ ἀριθμοί νά γίνουν συγκεκριμένοι:

$$(48 \text{ κιῶτια}) \times 9 = 432 ;$$

$$(134;) \times 5 = 670 \text{ ὄρχ.}$$

$$(25;) \times 6 = 150 \text{ μέτρα}$$

$$(45 \text{ κιλά}) \times 8 = 360;$$

Νά βάλετε τίς παρακάτω προσθέσεις σέ μορφή πολλαπλασιασμοῦ, πού νά ζητεῖται τό γινόμενο.

$$147. 25 \text{ λίτρα} + 25 \text{ λίτρα} + 25 \text{ λίτρα} + 25 \text{ λίτρα} + 25 \text{ λίτρα} = ;$$

$$148. 109 \text{ δραχμές} + 109 \text{ δραχμές} + 109 \text{ δραχμές} = ;$$

$$149. 56 \text{ μέτρα} + 56 \text{ μέτρα} + 56 \text{ μέτρα} + 56 \text{ μέτρα} + 56 \text{ μέτρα} = ;$$

$$150. 5 \text{ χιλιόμετρα} + 5 \text{ χιλιόμετρα} + 5 \text{ χιλιόμετρα} = ;$$

151. Ἡ κυκλική πίστα δοκιμῆς τῶν αὐτοκινήτων ἔχει μήκος 27 χιλιόμετρα. Ἡ δοκιμή τῶν αὐτοκινήτων γίνεται σέ 9 στροφές. Ποιά ἀπόσταση διατρέχουν;

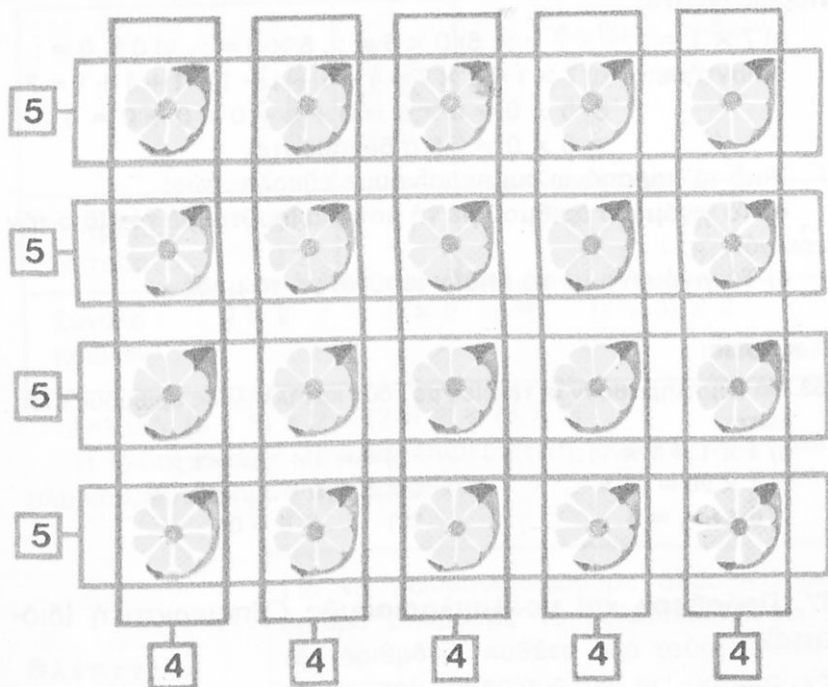
152. Ἐνα νόμισμα τῆς μιᾶς δραχμῆς ζυγίζει 6 γραμμάρια. Ποιό εἶναι τό βάρος ποσοῦ 9 δραχμῶν;

Ἰδιότητες τοῦ πολλαπλασιασμοῦ

36. 1η Ἰδιότητα: «Μεταθετική» ἢ «ἐναλλακτική».

Πόσες εἶναι οἱ μαργαρίτες τῆς εἰκόνας;

Τίς ὑπολογίζετε μέ δύο τρόπους:



Εικ. 31

Πρώτος τρόπος

Έχετε 5 μαργαρίτες σέ 4 σειρές:

$$5 + 5 + 5 + 5 = 5 \times 4 = 20 \text{ μαργαρίτες}$$

Δεύτερος τρόπος

Έχετε 4 μαργαρίτες σέ 5 στήλες:

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 4 \times 5 = 20 \text{ μαργαρίτες.}$$

Αν συγκρίνετε τὰ δύο έξαγόμενα βλέπετε πώς: $5 \times 4 = 4 \times 5$

Βλέπετε ; ♣

Τό γινόμενο δύο αριθμών δέν αλλάζει,
όταν αλλάξετε τή σειρά τών παραγόντων
του.

Η ιδιότητα αυτή είναι η μεταθετική

Παραδείγματα:

α) $7 \times 1 = ;$, $1 \times 7 = ;$, β) $0 \times 5 = ;$, $5 \times 0 = ;$, γ) $0 \times 0 = ;$

Απαντήσεις: α) $7 \times 1 = 1 \times 7 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 7$

β) $5 \times 0 = 0 \times 5 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$

γ) $0 \times 0 = 0$ (τό δεχόμαστε)

Από τὰ παραπάνω συμπεραίνουμε εύκολα, πώς:

α) Τό γινόμενο αριθμού μέ τή μονάδα ισοῦται μέ τόν ἴδιο τόν αριθμό.

β) Τό γινόμενο μέ τό μηδέν ισοῦται μέ τό μηδέν.

Άσκήσεις:

153. Νά συμπληρωθοῦν οἱ τελείες μέ τούς κατάλληλους ἀριθμούς ἔτσι, ὥστε:

α) $4 \times 1 = 1 \times \dots$

δ) $4 = 1 + \dots = 1 \times \dots$

β) $1 \times 20 = 20 \times \dots$

ε) $3 = 1 + \dots = \dots \times \dots$

γ) $8 \times \dots = 8$

στ) $\dots \times 9 = 0$

37. Πρόσθεση καί πολλαπλασιασμός (Έπιμεριστική Ιδιότητα)

Μπορεῖτε νά ὑπολογίσετε τό πλήθος τῶν ἀγοριῶν καί τῶν κοριτσιῶν τῆς εἰκόνας;



Εἰκ. 32



Βλέπουμε πώς σέ κάθε τραπέζι, κάθονται 3 ἀγόρια καί 2 κορίτσια. Γιά νά βροῦμε τόν ἀριθμό ὄλων τῶν παιδιῶν, ἐργαζόμαστε κατά δύο τρόπους, ὀριζόντια καί κάθετα, ὅπως φαίνεται στόν παρακάτω πίνακα.

	Αριθμός κοριτσιών	Αριθμός αγοριών	Αριθμός παιδιών
1ο τραπέζι	2	3	(2 + 3)
2ο τραπέζι	2	3	(2 + 3)
Σύνολο παιδιών	2×2	$+ 3 \times 2$	$= (2 + 3) \times 2$

Δηλαδή: $(2 + 3) \times 2 = (2 \times 2) + (3 \times 2)$

Η ιδιότητα αυτή λέγεται επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση:

Βλέπετε; ♦

Για να πολλαπλασιάσουμε άθροισμα με αριθμό μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε τον αριθμό με καθένα από τους προσθετέους του αθροίσματος κι ύστερα να προσθέσουμε τα γινόμενα που βρήκαμε.

Παραδείγματα:

- $(3 + 7) \times 8 = 3 \times 8 + 7 \times 8 = 24 + 56 = 80$
- $(12 + 1) \times 3 = 12 \times 3 + 1 \times 3 = 36 + 3 = 39$
- $(10 + 3) \times 5 = 10 \times 5 + 3 \times 5 = 50 + 15 = 65$

Άσκησης:

154. Να γίνει εφαρμογή της παραπάνω επιμεριστικής ιδιότητας στις ασκήσεις:

α) $(3 + 9) \times 8$, β) $(12 + 8) \times 4$, γ) $(4 + 10) \times 6$, δ) $(1 + 7) \times 9$.

155. Αφού βάλετε στη θέση της τελείας τον κατάλληλο αριθμό, να βρείτε το έξαγόμενο. $(10 + \dots) \times 5 = 50 + 15 =$

$$(10 + 9) \times 8 = 80 + \dots =$$

$$(10 + 7) \times 7 = \dots + 49 =$$

38. Τεχνική του πολλαπλασιασμού

1. Πολλαπλασιαστής μονοψήφιος: – Χωρίς κρατούμενα

Νά βρεθεί τό γινόμενο: $23 \times 3 =$;

Βλέπουμε πώς:

$$\begin{aligned} 23 \times 3 &= (2 \text{ δεκάδες} + 3 \text{ μονάδες}) \times 3 \\ &= 6 \text{ δεκάδες} + 9 \text{ μονάδες} = 69 \end{aligned}$$

Διάταξη της
πράξεως:

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 3 \\ \hline 69 \end{array}$$

Λέμε: $3 \text{ επί } 3 = 9$, γράφουμε τό 9 στή στήλη τών μονάδων.
Ύστερα: $3 \text{ επί } 2 = 6$, γράφουμε τό 6 στή στήλη τών δεκάδων

2. Μέ κρατούμενα:

Νά βρεθεί τό γινόμενο: 114×4

Βλέπουμε πώς:

$$\begin{aligned} 114 \times 4 &= (1 \text{ έκ.} + 1 \text{ δεκ.} + 4 \text{ μον.}) \times 4 \\ &= 4 \text{ έκ.} + 4 \text{ δεκ.} + 1 \text{ δεκ.} + 6 \text{ μον.} \\ &= 4 \text{ έκ.} + 5 \text{ δεκ.} + 6 \text{ μον.} = 456 \end{aligned}$$

Διάταξη της
πράξεως:

$$\begin{array}{r} 114 \\ \times 4 \\ \hline 456 \end{array}$$

Λέμε: $4 \text{ επί } 4 = 16$, γράφουμε τό 6 στή θέση τών μονάδων καί «κρατούμε» 1.

Ύστερα: $1 \text{ επί } 4 = 4$ καί ένα τό «κρατούμενο» = 5, γράφουμε τό 5 στή θέση τών δεκάδων.

Ύστερα: $1 \text{ επί } 4 = 4$ γράφουμε τό 4 στή θέση τών εκατοντάδων.

3. Όμοια: 187×5

Βλέπουμε πώς:

$$\begin{aligned}187 \times 5 &= (1 \text{ έκ.} + 8 \text{ δεκ.} + 7 \text{ μον.}) \times 5 \\&= 5 \text{ έκ.} + 40 \text{ δεκ.} + 35 \text{ μον.} \\&= 5 \text{ έκ.} + 4 \text{ έκ.} + 3 \text{ δεκ.} + 5 \text{ μον.} \\&= 9 \text{ έκ.} + 3 \text{ δεκ.} + 5 \text{ μον.} = 935\end{aligned}$$

Διάταξη της πράξεως:

$$\begin{array}{r}187 \\ \times 5 \\ \hline 935\end{array}$$

Λέμε: 5 επί 7 = 35 γράφουμε τό 5 στή θέση των μονάδων και «κρατούμε» 3. Ύστερα: 5 επί 8 = 40 και 3 τό «κρατούμενο» 43. Γράφουμε τό 3 στή θέση των δεκάδων και «κρατούμε» 4. Ύστερα: 1 επί 5 = 5 και 4 τό «κρατούμενο» 9. Γράφουμε τό 9 στή θέση των εκατοντάδων.

Άσκησης:

156. Νά βρεῖτε τὰ εξαγόμενα:

$18 \times 2 =$

$17 \times 3 =$

$36 \times 7 =$

$24 \times 4 =$

$27 \times 5 =$

$45 \times 6 =$

$157.215 \times 4 =$

$134 \times 5 =$

$204 \times 3 =$

$136 \times 2 =$

$233 \times 3 =$

$120 \times 6 =$

Πολλαπλασιασμός διψήφιου μέ διψήφιο

39. Άπλές περιπτώσεις

1) Πολλαπλασιασμός μέ τό 10, 20, 30 κ.τ.λ.

1ο Παράδειγμα: $10 \times 49 = (1 \text{ δεκάδα}) \times 49 = 49 \text{ δεκάδες} = 490 \text{ μονάδες}$

2ο Παράδειγμα: $50 \times 18 = (5 \text{ δεκάδες}) \times 18 = 90 \text{ δεκάδες} = 900 \text{ μονάδες}$

3ο Παράδειγμα: $20 \times 30 = (2 \text{ δεκάδες}) \times 30 = 60 \text{ δεκάδες} = 600 \text{ μονάδες}$

Βλέπετε; ♠

α) Για νά πολλαπλασιάσουμε αριθμό μέ τό 10 γράφουμε δεξιά τοῦ ἀριθμοῦ ἓνα μηδέν.

β) Ὅταν ὁ ἓνας ἢ καί οἱ δύο παράγοντες τελειώνουν σέ μηδενικά, τότε κάνουμε τόν πολλαπλασιασμό, χωρίς τά μηδενικά καί στά δεξιά τοῦ γινομένου γράφουμε τά μηδενικά, πού ἔχουν οἱ παράγοντες.

2). Νά βρεθεῖ τό γινόμενο: 26×24

Ἔχουμε:

$$\begin{array}{r} 26 \times 24 = (2 \text{ δεκ.} + 6 \text{ μον.}) \times 24 \\ = 48 \text{ δεκ.} + 144 \text{ μον.} \\ = 4 \text{ ἐκ.} + 8 \text{ δεκ.} + 1 \text{ ἐκ.} + 4 \text{ δεκ.} + 4 \text{ μον.} \\ = 5 \text{ ἐκ.} + 12 \text{ δεκ.} + 4 \text{ μον.} \\ = 5 \text{ ἐκ.} + 1 \text{ ἐκ.} + 2 \text{ δεκ.} + 4 \text{ μον.} \\ = 6 \text{ ἐκ.} + 2 \text{ δεκ.} + 4 \text{ μον.} = 624 \end{array}$$

24
$\times 26$
144
48
624

Λέμε: 4 ἐπί 6 = 24 γράφουμε τό 4 στή θέση τῶν μονάδων καί «κρατοῦμε» 2.

Ἦστερα: 2 ἐπί 6 = 12 καί 2 τά «κρατούμενα» 14. Γράφουμε τό 14 στή θέση τῶν δεκάδων.

Ἦστερα: 2 ἐπί 4 = 8. Γράφουμε τό 8 στή θέση τῶν δεκάδων.

Μετά 2 ἐπί 2 = 4. Γράφουμε τό 4 στή θέση τῶν ἑκατοντάδων.

Μετά προσθέτουμε τά μερικά γινόμενα καί θρίσκουμε: 624

40. Δοκιμή τοῦ πολλαπλασιασμοῦ

1) Προσθέτουμε τά ψηφία τοῦ πολλαπλασιαστέου

$4 + 2 = 6$ καί τό ἄθροισμα τό γράφουμε στό πάνω ἀριστερό μέρος τοῦ σταυροῦ.

6	8
3	3

2) Τό ἴδιο κάνουμε καί στόν πολλαπλασιαστή $6 + 2$

= 8. Τό 8 τό γράφουμε στό πάνω δεξιό μέρος τοῦ σταυροῦ.

3) Πολλαπλασιάζουμε τά δύο ψηφία $8 \times 6 = 48$ ($8 + 4 = 12$), $2 + 1 = 3$, τό γράφουμε στό κάτω μέρος τοῦ σταυροῦ.

4) Τέλος προσθέτουμε τά ψηφία τοῦ γινομένου $6 + 2 + 4 = 12$,

$(2 + 1 = 3)$. Τό 3 τό γράφουμε στό κάτω δεξιό μέρος τοῦ σταυροῦ. "Όταν τά δύο κάτω ψηφία εἶναι τά ἴδια, ἡ πράξη ἔγινε χωρίς λάθος.

Άσκήσεις:

158. Νά βρεῖτε τά γινόμενα:

- | | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1) 37×10 | 2) 89×10 | 3) 63×10 | 4) 80×5 |
| 5) 35×20 | 6) 140×6 | 7) 200×3 | 8) 440×2 |
| 9) 40×20 | 10) 190×7 | 11) 110×8 | 12) 35×20 |

159. Νά βρεῖς τά γινόμενα καί νά κάνεις τίς δοκιμές στά παρακάτω:

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1) 33×27 | 2) 38×26 | 3) 22×41 | 4) 12×47 |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|

159) Κατά πόσες θέσεις μετακινεῖται ὁ 9 στόν ἀριθμό 49, ὅταν τόν πολλαπλασιάσουμε μέ τό 10; καί κατά πόσες τό 4;

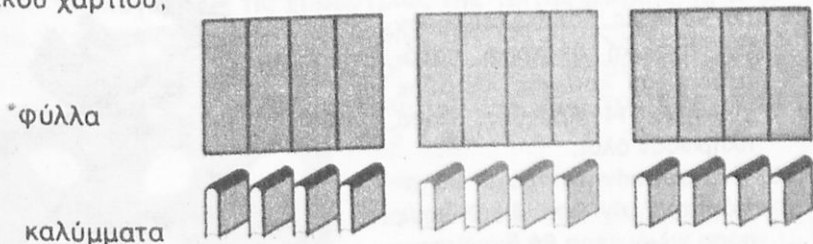
Βλέπετε; ♦

Ἡ ἄξια ψηφίου πολλαπλασιάζεται· ἔ τό 10, κάθε φορά πού τό ψηφίο μετακινεῖται κατά μία θέση πρὸς τά ἀριστερά.

Χρήση τοῦ πολλαπλασιασμοῦ στή λύση προβλημάτων

Προβλήματα

1ο. Μέ ἓνα φύλλο βιβλιοδετικοῦ χαρτιοῦ, ὁ βιβλιοδέτης βιβλιοδετεῖ 4 βιβλία. Πόσα βιβλία βιβλιοδετεῖ μέ 3 φύλλα βιβλιοδετικοῦ χαρτιοῦ;



Εἰκ. 33

Βλέπουμε, πὼς κάνουμε $(4 \text{ καλύμματα}) \times 3 = 12 \text{ καλύμματα}$.

2ο. Πρὶν ἀναχωρήσει γιὰ διακοπές ὁ πατέρας τοῦ Κώστα,

αγόρασε 3 φίλμς με 36 «πόζες», τό καθένα. Πόσες φωτογραφίες μπορεί νά θγάλει με αὐτά τὰ φίλμς;

Εἶναι φανερό πώς θά θγάλει 3 φορές τό 36 πόζες

ἢ $(36 \text{ πόζες}) \times 3 = 108 \text{ πόζες}$.

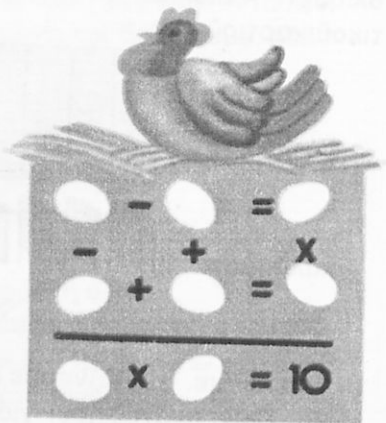
Στά δυό παραπάνω προβλήματα μάς δίνουν τήν τιμή τῆς μιᾶς μονάδας καί μάς ζητοῦν τήν τιμή τῶν πολλῶν μονάδων καί γιά νά θροῦμε τὰ ζητούμενα, πολλαπλασιάσαμε τήν τιμή τῆς μιᾶς μονάδας με τήν τιμή τῶν πολλῶν μονάδων.

“Όταν μάς δίνεται ἡ τιμή τῆς μιᾶς μονάδας καί ζητοῦμε τήν τιμή τῶν πολλῶν μονάδων, κάνουμε πολλαπλασιασμό.

Βλέπετε; ♦

Προβλήματα:

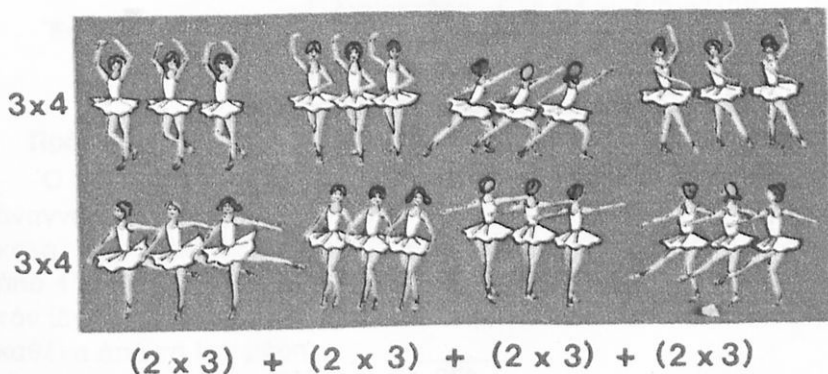
161. “Ένα δοχεῖο μαρμελάδα ζυγίζει 12 κιλά. Πόσο ζυγίζουν 25 ὅμοια δοχεῖα;
162. “Ένα κίλό λάδι πωλεῖται 94 δραχμές. Πόσο κοστίζει ἓνα δοχεῖο 8 κιλῶν;
163. Πόσα ποτήρια εἶναι 27 δωδεκάδες;
164. 32 μαθητές τῆς τετάρτης τάξεως πήγαν ἐκδρομή καί ὁ καθένας πλήρωσε γιά εἰσιτήριο 29 δραχμές. Πόσες δραχμές πλήρωσαν ὅλοι;
165. “Ένας ἔμπορος ἀγόρασε 26 δοχεῖα μέλι. Τό κάθε δοχεῖο περιεῖχε 22 κιλά. Πόσα κιλά μέλι ἀγόρασε;
166. “Ένας μελισσοκόμος πούλησε ἓνα δοχεῖο μέλι τῶν 19 κιλῶν πρὸς 52 δραχμές τό κίλό. Πόσα χρήματα πῆρε;
167. 60 μαθητές παρακολούθησαν μιά σχολική θεατρική παράσταση, καί καθένας πλήρωσε εἰσιτήριο 14 δραχμές. Πόσα πλήρωσαν ὅλοι;
168. “Ένα αὐτοκίνητο τρέχει 90 χιλιόμετρα τήν ὥρα. Σέ 8 ὥρες πόσα χιλιόμετρα θά διανύσει;
169. Γράψτε μέσα στά αὐγά ἀριθμούς ἀπό 1 ὥς τό 5 ἔτσι, ὥστε κάνοντας τίς πράξεις πού εἶναι σημειωμένες ὀριζόντια καί κάθετα νά ἔχετε τό ἀποτέλεσμα 10.



41. 3η Ίδιότητα: Προσεταιριστική

Πολλαπλασιασμός περισσότερων αριθμών.

Πώς θα υπολογίσουμε τις χορεύτριες της εικόνας;



Πρώτος τρόπος:

1ο. Υπολογίζουμε τις χορεύτριες της πρώτης σειράς: 3×4

2ο. Υπολογίζουμε τις χορεύτριες της δεύτερης: 3×4

Δηλαδή οι χορεύτριες και των δύο σειρών είναι: $2 \times (3 \times 4)$

Δεύτερος τρόπος:

1ο. Υπολογίζουμε τις χορεύτριες της πρώτης στήλης: (2×3)

2ο. Υπολογίζουμε τις χορεύτριες της δεύτερης στήλης: (2×3)

3ο. Υπολογίζουμε τις χορεύτριες της τρίτης στήλης: (2×3)

4ο. Υπολογίζουμε τις χορεύτριες της τέταρτης στήλης: (2×3)

Δηλαδή και στις 4 στήλες οι χορεύτριες είναι: $(2 \times 3) \times 4$

• Τα παραπάνω εξαγόμενα και μέ τους δύο τρόπους είναι τα ίδια. Είναι: $(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$.

Βλέπετε; ♦

Γιά να υπολογίσουμε τό γινόμενο τριών αριθμών, μπορούμε: Τό γινόμενο των δύο πρώτων να τό πολλαπλασιάσουμε μέ τόν τρίτο, ή τό γινόμενο των δύο τελευταίων να τό πολλαπλασιάσουμε μέ τόν πρώτο.

Γι' αυτό λέμε, πώς στο γινόμενο τριών αριθμών ισχύει η προσεταιριστική ιδιότητα.

Ύστερα από τα παραπάνω: Μπορούμε τό γινόμενο τριών αριθμών νά τό γράφουμε χωρίς παρενθέσεις.

Υπολογισμός του γινομένου πολλών παραγόντων

Νά υπολογιστεί τό γινόμενο:

$$3 \times 5 \times 4 \times 7 \times 2$$

Υπολογίζεται όπως σημειώνεται παρακάτω:

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 5 \\ \hline 15 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 15 \\ \times 4 \\ \hline 60 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 60 \\ \times 7 \\ \hline 420 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 420 \\ \times 2 \\ \hline 840 \end{array}$$

Βλέπετε; ♦

Γιά νά υπολογίσουμε τό γινόμενο περισσοτέρων τών 3 παραγόντων, πολλαπλασιάζουμε τόν πρώτο μέ τό δεύτερο, τό γινόμενο μέ τόν τρίτο, τό νέο γινόμενο μέ τόν τέταρτο καί εξακολουθοῦμε μέχρις ὅτου ἐξαντληθοῦν οἱ παράγοντες.

Άσκήσεις - Προβλήματα:

170. Νά υπολογιστοῦν, χωρίς χαρτί καί μολύβι, τά γινόμενα:

- 1) $8 \times 10 \times 10$ 2) $2 \times 3 \times 4 \times 10$ 3) $2 \times 4 \times 20 \times 2$
4) $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$ 5) $0 \times 9 \times 16$ 6) $16 \times 9 \times 0$

171. Τρεῖς ἄνθρωποι ἔχουν ὁ καθένας 3 παιδιά, τό κάθε παιδί ἔχει 3 βιβλία καί τό κάθε βιβλίο 3 τόμους. Πόσους τόμους ἔχουν ὅλα μαζί τά παιδιά;

172. Κάθε μία ἀπό τίς 4 πλευρές τοῦ σχολείου μας ἔχει 6 παράθυρα καί κάθε παράθυρο ἔχει 8 τζάμια. Πόσα τζάμια ἔχουν ὅλα τά παράθυρα;

173. 4 κιβώτια περιέχουν βιβλία. 'Αν τό καθένα ἔχει 8 δέματα καί κάθε δέμα ἔχει 8 βιβλία, πόσα βιβλία ἔχουν;

42. Διαίρεση

Έννοια

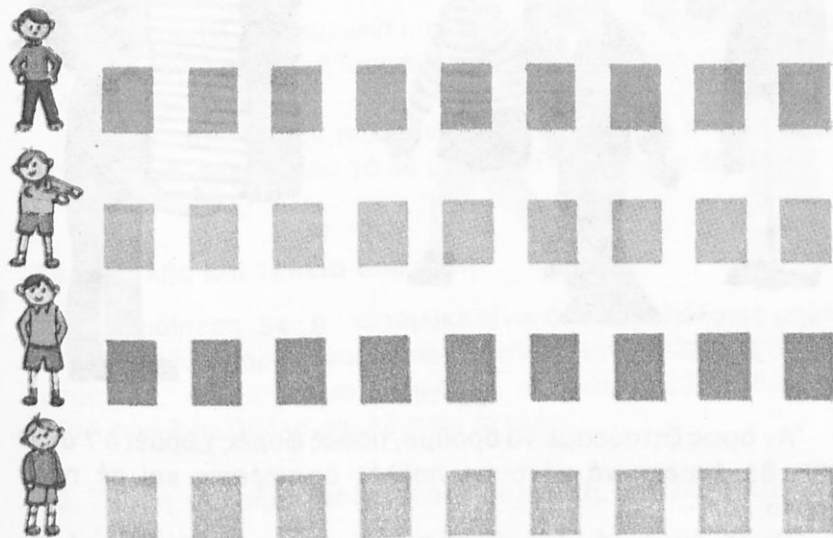
ΓΙΑ ΝΑ ΓΝΩΡΙΣΕΤΕ ΤΑ ΟΝΟΜΑΤΑ ΤΟΥΣ

Διαιρετέος $\rightarrow 36$ | $\frac{4}{9}$ $\leftarrow$ Διαιρέτης

Υπόλοιπο $\rightarrow 0$ | $\frac{4}{9}$ $\leftarrow$ Πηλίκο

Πρόβλημα:

Ο Κώστας αδυνατεί νά μεταφέρει τό φορτίο τῶν 36 βιβλίων - ἀναγνωστικῶν τῆς Δ' τάξεως. Αὐτά γιά νά μεταφερθοῦν πιά εὐκολα, πρέπει νά χωριστοῦν σέ 4 ἴσα μέρη, γιά νά μεταφερθοῦν ἀπό 4 παιδιά, ἔτσι πού τό καθένα ἀπό τά 4 παιδιά νά μεταφέρει τόν ἴδιο ἀριθμό βιβλίων. Ἀπό πόσα βιβλία πρέπει νά ἀποτελεῖται καθένα ἀπό τά ἴσα μέρη;



Εἰκ. 35

Γιά νά βροῦμε πόσα βιβλία θά μεταφέρει κάθε παιδί, πρέπει νά βροῦμε, πόσες φορές χωράει ὁ 4 στόν 36. Πρέπει δηλαδή νά

πάρουμε αρχικά 4 βιβλία και νά δώσουμε σέ κάθε παιδί από ένα, όποτε θά μείνουν 32 βιβλία. Νά πάρουμε πάλι άλλα 4 βιβλία και νά δώσουμε από ένα σέ κάθε παιδί, και νά συνεχίσουμε, έως ότου εξαντληθοῦν όλα τά βιβλία. "Όπως φαίνεται στή διπλανή εικόνα, τό κάθε παιδί θά μεταφέρει 9 βιβλία. "Όσες φορές δηλαδή θά αφαιρέσουμε τόν 4 από τό 36.

Λύσαμε, λοιπόν, τό πρόβλημα μέ 9 συνεχείς αφαιρέσεις.



Εικ. 36

"Αν όμως ζητούσαμε νά βρούμε, πόσες φορές χωράει ό 7 στόν 338, θά έπρεπε νά κάνουμε πολλές αφαιρέσεις και σέ πολύ χρόνο.

"Όπως, όμως, τήν πρόσθεση πολλών ίσων προσθετέων τή σημειώνουμε σύντομα μέ ένα πολλαπλασιασμό, έτσι και τήν αφαίρεση πολλών ίσων αφαιρετέων θά τή σημειώνουμε σύντομα μέ μία νέα πράξη πού τή λέμε **διαίρεση**.

ΒΛΕΠΕΤΕ ; ♦

Διαίρεση λέγεται ή πράξη πού κάνουμε γιά νά βρούμε σύντομα, πόσες φορές τό πολύ χωράει ένας αριθμός μέσα σέ έναν άλλον. και τί περισσεύει, αν περισσεύει.

Παράδειγμα: Πόσες φορές χωράει ό 8 στόν 35; Μέ 4 συνεχείς αφαιρέσεις βρίσκουμε πώς χωράει 4 φορές και μένει και 3 **υπόλοιπο**.

43. Γραφή τής διαιρέσεως

Ο αριθμός 36, στό παραπάνω παράδειγμα, είναι ό **διαιρετέος** και ό 4 ό **διαιρέτης**.

Τή διαίρεση σημειώνουμε μέ τό σύμβολο (:), πού διαβάζεται **διά** και τό γράφουμε μεταξύ διαιρετέου και διαιρέτη έτσι:

$$36 : 4 = 9$$

Ο 9 είναι **πηλίκo**.

Έδω πρέπει νά σημειωθεί, πώς ό διαιρετέος πρέπει νά είναι πάντοτε μεγαλύτερος ή ίσος από τό διαιρέτη, γιά νά είναι δυνατή ή διαίρεση.

Επίσης, όπως στόν πολλαπλασιασμό, έτσι και στή διαίρεση λέμε συχνά, πώς διαιρώ τό 36 μέ τό 4 αντί νά λέμε **διά** τοῦ 4.

44. Άτελής και τέλεια διαίρεση

Στή διαίρεση $54 : 9$ τό πηλίκo είναι 6 και τό υπόλοιπο μηδέν. Δηλαδή δέν υπάρχει υπόλοιπο. Αὐτή λέγεται **τέλεια**. Στή διαίρεση $25 : 4$ τό πηλίκo είναι 6 και τό υπόλοιπο 1. Η διαίρεση αὐτή πού έχει υπόλοιπο, λέγεται **άτελής**.

45. Σχέση μεταξύ: διαιρετέου, διαιρέτη, πηλίκου και υπόλοιπου.

Στή διαίρεση: $58 : 7$, πού τό πηλίκo είναι 8 και τό υπόλοιπο 2 παρατηρούμε, πώς: $58 = (7 \times 8) + 2$

Όμοια στη διαίρεση $36 : 4 = 9$ παρατηρούμε πώς: $36 = 4 \times 9$
Δηλαδή: (Διαιρετέος) = (δαιρέτης) $\times$ (πηλίκο) + (υπόλοιπο)

Βλέπετε; ♦

Σέ κάθε διαίρεση ο διαιρετέος είναι ίσος μέ
τό γινόμενο του δαιρέτη, επί τό πηλίκο,
σύν τό υπόλοιπο (αν υπάρχει).

Από τό παραπάνω γίνεται φανερό, πώς μέ τή διαίρεση βρί-
σκουμε τό μεγαλύτερο άκέραιο, πού τό γινόμενό του μέ τό διαι-
ρέτη δέν ξεπερνά τό διαιρετέο.

Άσκήσεις καί προβλήματα:

174. Νά βρείτε νοερά, μέ τή χρήση του Πυθαγόρειου πίνακα τά παρα-
κάτω πηλικά καί υπόλοιπα.
- | | | | |
|----------------|---------------|---------------|---------------|
| 1) $72 : 9 =$ | 2) $63 : 7 =$ | 3) $28 : 7 =$ | 4) $35 : 5 =$ |
| 5) $60 : 7 =$ | 6) $62 : 8 =$ | 7) $79 : 9 =$ | 8) $27 : 4 =$ |
| 10) $36 : 5 =$ | | | |
175. Από τήν ισότητα $216 = 12 \times 18$ πόσες καί ποιές διαιρέσεις παίρ-
νετε: (Υπόδειξη: Διαιρετέος = (δαιρέτης) $\times$ (πηλίκο).
176. Νά βρείτε τό μισό στους παρακάτω άριθμούς (διαίρεση διά 2).
120, 80, 162, 184, 206, 228, 308, 494, 286, 240, 244.
177. Νά βρείτε τό τρίτο καθενός άπό τούς άριθμούς (διαίρεση διά 3).
180, 90, 120, 150, 240, 600, 279, 339, 930, 366.
178. Νά συμπληρωθούν οι ισότητες: 1) $\dots = 11 \times 12 + 7$,
2) $227 = 13 \times 17 + \dots$ (Υπόδειξη: (Διαιρετέος) = (Διαιρέτης) $\times$
(Πηλίκο) + Υπόλοιπο).
179. Στη διαίρεση πού έκανε ένας μαθητής διά 17 έγραψε πηλίκο 5 καί
υπόλοιπο 23. Έγραψε σωστά: Μπορείτε νά τό διορθώσετε;
180. Ποιές τιμές μπορεί νά πάρει τό υπόλοιπο τής διαιρέσεως διά 5;
181. Άν τό γινόμενο δύο άριθμών είναι 81 καί ό ένας άπό αύτούς είναι 9,
ποιός είναι ό άλλος;
182. Μέ ποιόν άριθμό πρέπει να πολλαπλασιασθεί ό 7, γιά νά δώσει γινό-
μενο τόν 63;
183. Γιά νά γίνει τέλεια, μιά άτελής διαίρεση, ποιόν άριθμό πρέπει νά
άφαιρέσουμε άπό τό διαιρετέο;
184. Ίσχύει ό νόμος τής άντιμεταθέσεως στη διαίρεση;

43. Ἡ τεχνική τῆς διαιρέσεως

1. Διαιρέτης μονοψήφιος

Πρόβλημα:

“Ένας φιλάνθρωπος μοίρασε 438 δραχμές σέ 6 φτωχούς.

Πόσα πήρε κάθε φτωχός;

Παρατηροῦμε, πώς:

438 δραχμές = 4 κατοστάρικα + 3 δεκάρικα + 8 δραχμές.

Δέν μπορεί ὅμως νά μοιράσει τά 4 κατοστάρικα στά 6 πρόσωπα. Μπορεῖ ὅμως νά τά ἀντικαταστήσει μέ 40 δεκάρικα. Θά ἔχει τότε νά μοιράσει: 43 δεκάρικα στά 6 πρόσωπα.

Τό πηλίκο $43 : 6$ εἶναι 7 καί μένει ὑπόλοιπο 1 δεκάρικο.

Βλέπουμε, λοιπόν, πώς κατά τήν πρώτη διανομή κάθε φτωχός πήρε 7 δεκάρικα καί

ὑπολείπονται γιά διανομή:

1 δεκάρικο + 8 δραχμές = 18 δραχμές.

Τό πηλίκο $18 : 6$ εἶναι 3 καί τό ὑπόλοιπο μηδέν.

Κατά τή δεύτερη, λοιπόν, διανομή κάθε ἕνας ἀπό τοὺς 6 φτωχοὺς πήρε 3 δραχμές.

Ὡστε κάθε φτωχός θά πάρει: 7 δεκάρικα + 3 δραχμές = 73 δραχμές.

Πρακτικά γίνεται ὅπως παρακάτω:

1ος μερικός διαιρετέος ὁ 43

$$\begin{array}{r|l} \rightarrow 438 & \begin{array}{r} 6 \\ -42 \\ \hline 73 \end{array} \\ -42 & \end{array} \quad (\text{πηλίκο})$$

2ος μερικός διαιρετέος

$$\begin{array}{r|l} \rightarrow 18 & \\ -18 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ὑπόλοιπο $\rightarrow 0$

Πρακτικά λέμε:

“Ένα ψηφίο ἔχει ὁ διαιρέτης (τόν 6), ἕνα χωρίζουμε καί ἀριστερά τοῦ διαιρετέου (τόν 4). Τό 6 στό 4 δέ χωράει, γι’ αὐτό χωρίζουμε κι ἄλλο ψηφίο, τό 3, πού τώρα γίνεται 43.

Ὁ 43 λέγεται πρῶτος μερικός διαιρετέος. Κι ἐξακολουθοῦμε νά λέμε: τό 6 στό 43 χωράει 7. Γράφουμε τό 7 σάν πρῶτο ψηφίο τοῦ πηλίκου, καί τό γινόμενο $6 \times 7 = 42$, ἀφαιρούμενο ἀπό τό 43 ἀφήνει ὑπόλοιπο ἕνα (1).

Κατεβάζουμε καί τό ψηφίο, τοῦ διαιρετέου 8, πού τότε γίνεται 18. Ὁ 18 εἶναι ὁ δεύτερος μερικός διαιρετέος. Κι ἐξακολου-

Θοῦμε νά λέμε τό 6 στό 18 χωράει 3 φορές. Γράφουμε τό 3 σάν δεύτερο ψηφίο τοῦ πηλίκου καί τό γινόμενο $6 \times 3 = 18$ ἀφαιρούμενο ἀπό τό 18, ἀφήνει ὑπόλοιπο μηδέν. Ἔτσι βρίσκουμε πηλίκο 73 καί ὑπόλοιπο μηδέν.

3. Δοκιμή τῆς διαιρέσεως

Ἡ δοκιμή βασίζεται στόν κανόνα:

$$(\text{Διαιρετέος}) = (\text{Διαιρέτης}) \times (\text{πηλίκο}) + (\text{ὑπόλοιπο}).$$

Γιά τήν προηγούμενη διαίρεση ἔχουμε:

$$\begin{array}{r} 73 \\ \times 6 \\ \hline 438 \end{array}$$

Ἐπειδὴ βρήκαμε τό διαιρετέο, ἡ πράξη εἶναι σωστή.

Ἐδῶ πρέπει νά σημειώσουμε, πὼς τό ὑπόλοιπο πρέπει πάντοτε νά εἶναι μικρότερο ἀπὸ τό διαιρέτη.

Διαίρεση μέ ὑπόλοιπο καί ἡ δοκιμή τῆς.

$$\begin{array}{r|l} 839 & 7 \\ 13 & 119 \\ 69 & \\ 6 & \\ \hline & 119 \\ & \times 7 \\ & \hline & 833 \\ & + 6 \\ & \hline & 839 \end{array}$$

Ἀσκήσεις:

Νά γίνουν οἱ διαιρέσεις καί οἱ δοκιμές τους:

$$185. \quad 512 : 4, \quad 631 : 3, \quad 658 : 5, \quad 748 : 6.$$

$$186. \quad 969 : 8, \quad 824 : 9, \quad 985 : 5, \quad 666 : 5.$$

Νά συμπληρωθοῦν οἱ ἰσότητες:

$$187. \quad ; \times 5 + 35 = 410,$$

$$188. \quad ; \times 8 = 280$$

$$189. \quad \begin{array}{r} \dots \\ 7 \overline{) 99} \end{array}$$

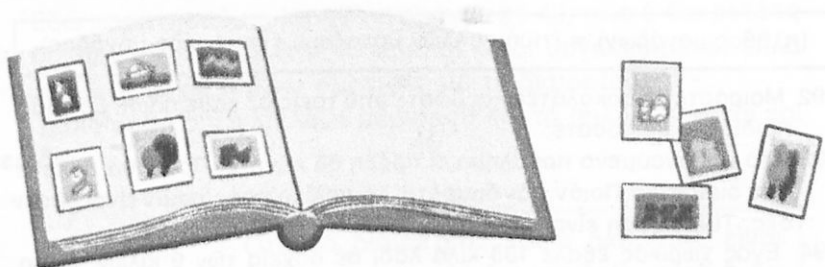
$$[\text{Ὑπόδειξη: } (\text{Διαιρετέος}) = (\text{διαιρέτης}) \times (\text{πηλίκο}) + (\text{Ὑπόλοιπο})].$$

44. Διαίρεση μετρήσεως

1ο πρόβλημα:

Σ' ἓνα ἄλμπουμ πρόκειται νά ταξινομήσουμε 72 φωτογραφίες.

Σε κάθε σελίδα τοποθετούμε 6 φωτογραφίες. Πόσες σελίδες θα μᾶς χρειαστούν;



Εἰκ. 37

Εἶναι φανερό, πὼς θὰ μᾶς χρειαστούν τόσες σελίδες, ὅσες φορές ὁ 6 χωράει στὸν 72. Θὰ κάνουμε δηλαδὴ διαίρεση: $72 : 6$. Εὐκόλα βρίσκουμε πηλίκο **12 σελίδες** καὶ ὑπόλοιπο μηδέν.

Ἐδῶ ἔχουμε διαίρεση μέ διαιρετέο (72 φωτογραφίες) καὶ διαιρέτη (6 φωτογραφίες) συγκεκριμένους καὶ ὁμοειδεῖς. Βλέπουμε ὅμως, πὼς τὸ εἶδος τοῦ πηλίκου δέν ὁρίζεται ἀπὸ τὸ εἶδος τοῦ διαιρετέου ἢ τοῦ διαιρέτη, ἀλλὰ ἀπὸ τὴν ἐκφώνηση τοῦ προβλήματος. Ἡ διαίρεση αὐτὴ εἶναι: **μέτρηση** καὶ τὸ πηλίκο λέγεται **λόγος**.

Βλέπετε; ♦

Ὅταν ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης εἶναι συγκεκριμένοι καὶ ὁμοειδεῖς, ἡ διαίρεση εἶναι **μετρήσεως**.

Πότε κάνουμε διαίρεση μετρήσεως

- Ὅπως φαίνεται στὸ παραπάνω παράδειγμα, διαίρεση μετρήσεως κάνουμε, ὅταν ξέρουμε: τὴν τιμὴ τῆς μιᾶς μονάδας (6 φωτογραφίες στὴ μιά σελίδα), τὴν τιμὴ τῶν πολλῶν μονάδων (72 φωτογραφίες) καὶ ζητοῦμε τὸ πλῆθος τῶν μονάδων, πού ἀντιστοιχοῦν στὴν τιμὴ αὐτὴ.

Προβλήματα:

190. Ἐνα μέτρο κορδέλα ἀξίζει 9 δραχμές. Μὲ 108 δραχμές πόσα μέτρα ἀγοράζουμε;

191. Νά διατυπώσεις ένα πρόβλημα, πού νά ζητείται τό πλήθος τῶν μονάδων.

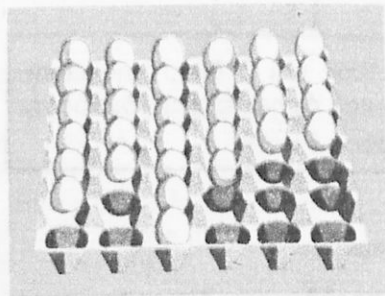
$$(\text{πλήθος μονάδων}) = (\text{τιμή πολλῶν μονάδων}) : (\text{τιμή μιᾶς μονάδας})$$

192. Μοιράστε 18 σοκολάτες καί δώστε ἀπό τρεῖς σέ κάθε παιδί. Σέ πόσα παιδιά τίς μοιράσατε;
193. Στό προηγούμενο πρόβλημα τί πράξη θά κάνετε; Ποιόν θά θάλετε σάν διαιρετέο; Ποιόν σάν διαιρέτη; Τό πηλίκο πρὸς ποιόν εἶναι ὁμοειδές; Τί διαίρεση εἶναι;
194. Ἐνας χωρικός ἔβαλε 135 κιλά λάδι σέ δοχεῖα τῶν 9 κιλῶν. Πόσα δοχεῖα χρησιμοποίησε;
195. Πόσα τάλιρα κάνουν 775 δραχμές;

45. Διαίρεση μερισμοῦ

2ο Πρόβλημα:

Ἐνας αὐγοπώλης θέλει νά τοποθετήσει σέ 8 αὐγουλιέρες 248 αὐγά. Πόσα αὐγά θά θάζει σέ κάθε αὐγουλιέρα;



Εἰκ. 38

Εἶναι φανερό, πὼς θά θάλει σέ κάθε αὐγουλιέρα τόσα αὐγά, ὅσες φορές χωράει τό 8 στό 248.

Ἄν κάνουμε τή διαίρεση $248 : 8$, βρίσκουμε πὼς σέ κάθε αὐγουλιέρα θά τοποθετήσει 31 αὐγά.

Συμπεράσματα:

Στό πρῶτο πρόβλημα γνωρίζαμε τήν τιμή τῆς μιᾶς μονάδας (6 φωτογραφίες), τήν τιμή τῶν πολλῶν μονάδων (72 φωτογραφίες) καί ζητοῦμε νά βροῦμε τό πλήθος τῶν μονάδων, πού ἀντιστοιχεῖ στήν τιμή τῶν πολλῶν μονάδων.

Στό δεύτερο πρόβλημα: Γνωρίζουμε την τιμή των πολλών μονάδων και ζητούμε την τιμή της μίας μονάδας.

Έδω παρατηρούμε, (προβλ. παράγραφο 42) πώς ο διαιρετέος (36 βιβλία) και ο διαιρέτης (4 παιδιά) είναι **συγκεκριμένοι** αλλά **έτεροειδείς** τό δε πηλίκο όμοειδές μέ τό διαιρετέο.

Τή διαίρεση αυτή τή λέμε **μερισμού** και τό πηλίκο λέγεται και **μερίδιο**.

Βλέπετε; ♦

“Όταν ο διαιρετέος και ο διαιρέτης είναι συγκεκριμένοι και έτεροειδείς, τότε ή διαίρεση είναι **μερισμού**.”

46. Πότε κάνουμε διαίρεση μερισμού

“Όπως φαίνεται στό προηγούμενο παράδειγμα, διαίρεση μερισμού κάνουμε: “Όταν γνωρίζουμε την τιμή των πολλών μονάδων (36 βιβλία) και ζητούμε την τιμή της μίας μονάδας (τό μερίδιο πού άντιστοιχεί στό κάθε παιδί για μεταφορά).”

Προβλήματα:

196. Νά μοιραστούν 135 τετράδια σέ 9 μαθητές. Πόσα τετράδια θά πάρει ό καθένας;
197. Στό προηγούμενο πρόβλημα τί πράξη θά κάνετε; Ποιόν αριθμό θά πάρετε σάν διαιρετέο; Τό πηλίκο πρός ποιόν είναι όμοειδές. Τί διαίρεση είναι;
198. Νά διατυπώσετε ένα πρόβλημα μέ τούς αριθμούς 63 και 9, πού νά ζητείται ή τιμή της μίας μονάδας.
199. Μιά μητέρα μοίρασε έξ ίσου 450 δραχμές στά 5 παιδιά της. Πόσα έδωσε στό καθένα;
200. Νά διατυπώσεις ένα πρόβλημα, πού νά ζητείται ή τιμή της μίας μονάδας.
(Η τιμή μίας μονάδας) = (τιμή πολλών μονάδων) : (πλήθος μονάδων)
201. Τά 8 μέτρα ύφασμα έχουν 248 δραχμές. Πόσο έχει τό 1 μέτρο;
202. Ένα αυτοκίνητο σέ 7 ώρες διέτρεξε μιά απόσταση 735 χιλιόμετρα. Πόσα χιλιόμετρα έτρεχε την ώρα;

203. 972 κιλά πορτοκάλια πρόκειται να συσκευαστούν για άποστολή σε 9 κιβώτια. Πόσα πορτοκάλια θα πάρει τό κάθε κιβώτιο;
204. 896 αύγά πρόκειται να συσκευαστούν σε 8 κιβώτια ίσα. Πόσα αύγά πρέπει να χωρεϊ τό κάθε κιβώτιο;
205. 6 κιβώτια μέ ίσο αριθμό κιλών μήλων περιέχουν 618 κιλά. Πόσα κιλά περιέχει τό κάθε κιβώτιο;
206. 5 βιβλία αριθμητικής έχουν όλα μαζί 440 φύλλα. Πόσα φύλλα έχει τό κάθε βιβλίο καί πόσες σελίδες;
207. "Αν ένα αυτοκίνητο γιά να τρέξει ένα διάστημα 826 χιλιομέτρων χρειάζεται 7 ώρες, πόσα χιλιόμετρα αναλογούν στην ώρα;
208. Μιά χαρτοβιομηχανία πρέπει να παραδώσει στην επιχείρηση μιάς έφημερίδας. 36 ρολά χαρτί γιά την έκδοση της έφημερίδας. Τό αυτοκίνητο, πού διαθέτει ή βιομηχανία γιά τή μεταφορά, έχει τή δυνατότητα να μεταφέρει τό πολύ 9 ρολά χαρτί. "Αν ή μεταφορά γίνεται σε απόσταση 48 χιλιομέτρων, ποιά απόσταση θα διανύσει τό αυτοκίνητο;
209. "Ενα αυτοκίνητο γιά να διατρέξει ένα διάστημα 840 χιλιομέτρων, χρειάστηκε 8 ώρες. Πόσα χιλιόμετρα διέτρεξε την ώρα; αν δεχθούμε ότι κάθε ώρα διέτρεχε ίσο διάστημα;
210. Μιά θρύση γεμίζει σε 8 ώρες μία άδεια δεξαμενή, πού χωρεϊ 888 κιλά νερό. Πόσα κιλά νερού ρίχνει την ώρα;
211. "Από δύο σιδηροδρόμους ό ένας διατρέχει 675 χιλιόμετρα σε 9 ώρες. "Ενας άλλος σιδηρόδρομος διατρέχει 480 χιλ. σε 6 ώρες. Ποιός είναι ταχύτερος; καί πόσα χιλιόμετρα την ώρα;
212. "Ενας χωρικός πούλησε 70 κιλά πατάτες προς 8 δραχμές τό κιλό. Πόσα κιλά λάδι θα πάρει προς 80 δραχμές τό κιλό;
213. "Η Μαρία έχει 94 δραχμές καί ή "Ελένη 68 δραχμές. Πόσες δραχμές πρέπει να δώσει ή Μαρία στην "Ελένη, γιά να έχουν ίσα χρήματα; καί πόσα γιά να έχει ή Μαρία 10 δραχμές περισσότερα;

47. Ειδικές περιπτώσεις διαιρέσεων

1. "Από τίς ισότητες: (Διαιρετέος) = (Διαιρέτης) × (πηλίκο)

$$1) 7 = 7 \times 1$$

$$2) 7 = 1 \times 7$$

$$3) 0 = 5 \times 0$$

Συμπεραίνουμε: 1) $7 : 7 = 1$

$$2) 7 : 1 = 7$$

$$3) 0 : 5 = 0$$

Βλέπετε; ♦

- 1) Κάθε αριθμός διαιρούμενος με τον εαυτό του δίνει πηλίκο 1.
- 2) Κάθε αριθμός διαιρούμενος με τη μονάδα δίνει πηλίκο τον εαυτό του.
- 3) Όμηδέν, όταν διαιρεθεί με φυσικό αριθμό, δίνει πηλίκο μηδέν.

2. Η διαίρεση: $3 : 0 =$; είναι δυνατή;

Παρατηρούμε ότι τό $3 : 0$ μάς λέει, πώς πρέπει να θρούμε σάν πηλίκο έναν αριθμό, πού αν πολλαπλασιασθεῖ με τό μηδέν, να δίνει τό 3. Αυτό όμως είναι αδύνατο (γιατί); (Σελίδα 54 παράδειγμα β, γ).

Άρα: διαίρεση φυσικού αριθμού με τό μηδέν είναι αδύνατος.

3. Προβλήματα:

1. "Αν μοιραστούν 20 τετράδια σέ 3 παιδιά, πόσα θά πάρει τό καθένα;
 2. "Αν μοιραστούν διπλάσια (40) τετράδια σέ διπλάσια (6) παιδιά πόσα θά πάρει τό καθένα;
 3. "Αν μοιραστούν τριπλάσια (60) τετράδια σέ τριπλάσια (9) παιδιά, πόσα θά πάρει τό καθένα;
- Τί παρατηρείτε;

Βλέπετε; ♦

"Αν πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε καί τό διαιρετέο καί τό διαιρέτη με τόν ίδιο φυσικό αριθμό, τό μέν πηλίκο παραμένει αμετάβλητο, τό δέ υπόλοιπο (αν υπάρχει) πολλαπλασιάζεται ή διατηρείται με τόν ίδιο φυσικό αριθμό.

Άσκησης:

214. Να γίνουν οί διαιρέσεις: (Ύπόδ.: (πηλίκο) $\times$ (διαρέτης) = Διαιρετέος)

- 1) $0 : 3$
5) $0 : 9$

- 2) $8 : 8$
6) $\dots \times 8 = 8$

- 3) $\dots \times 8 = 0$
7) $\dots \times 3 = 3$

- 4) $9 : 9$
8) $27 : 27$



Άσκησης για επανάληψη των 4 πράξεων:

215. Νά κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

- | | |
|----------------------|--------------------|
| 1) $109 + 101 + 105$ | 11) 48×13 |
| 2) $201 + 102 + 5$ | 12) 37×18 |
| 3) $506 + 114 + 93$ | 13) 39×17 |
| 4) $409 + 201 + 52$ | 14) 41×22 |
| 5) $309 + 108 + 69$ | 15) 84×11 |
| 6) $735 - 602$ | 16) $839 : 5$ |
| 7) $809 - 344$ | 17) $966 : 3$ |
| 8) $999 - 99$ | 18) $934 : 6$ |
| 9) $960 - 609$ | 19) $806 : 7$ |
| 10) $532 - 50$ | 20) $564 : 8$ |

216. Νά συμπληρώσετε τούς αριθμούς που σημειώνονται με τελείες στις παρακάτω περιπτώσεις:

- 1) $672 : \dots = 7$, 2) $\dots : 9 = 16$, 3) $\dots \times 8 = 880$, 4) $590 : \dots = 35$

217. Γράψτε όλους τούς πολλαπλασιασμούς δύο άκεραίων που έχουν γινόμενο:

- 1) 16, 2) 20, 3) 46, 4) 56, 5) 64

Προβλήματα για επανάληψη των 4 πράξεων

218. Κατά τη διάρκεια του ταξιδιού του ο κ. Δαφνόπουλος παρατήρησε ότι τό αυτοκίνητό του διέτρεξε απόσταση 189 χιλιόμετρα. Πόσα χιλιόμετρα έχει νά διατρέξει ακόμα, γιά νά καλύψει μία απόσταση 306 χιλιόμετρων:
219. Σέ μία θεατρική παράσταση ήταν 905 άτομα. Από αυτά 118 ήταν παιδιά καί τ' άλλα άνδρες καί γυναίκες. Οί άνδρες ήταν 37 περισσότεροι από τίς γυναίκες. Πόσοι ήταν οί άνδρες καί πόσες οί γυναίκες:
220. Όδηγώντας μέσα στην πόλη μέ πυκνή κυκλοφορία ο κύριος Δαφνόπουλος διαπίστωσε, πώς χρησιμοποίησε 24 λίτρα καύσιμα καί διέτρεξε απόσταση 360 χιλιόμετρων. Πόσα χιλιόμετρα ταξίδεψε μέ ένα λίτρο καύσιμα:
221. Ένας γυαλοπώλης πούλησε μία δωδεκάδα πιάτα καί πήρε 660 δραχμές. Από αυτές 168 ήταν κέρδος. Πόσο είχε αγοράσει τό ένα:
222. Ένα πλοίο έκανε ένα ταξίδι σέ 21 ώρες. Τίς πρώτες 11 ώρες έπλεε μέ 15 μίλια την ώρα. Τίς υπόλοιπες ώρες έπλεε μέ 17 μίλια. Πόσα μίλια ήταν όλο τό ταξίδι του:

223. "Ενας μανάθης αγόρασε μήλα πρὸς 340 δραχμές τὰ 10 κιλά καὶ τὰ πούλησε πρὸς 250 δραχμές τὰ 5 κιλά. "Αν πούλησε 60 κιλά μήλα πόσες δραχμές κέρδισε;
224. Δυὸ πεζοπόροι φίλοι, πού τὰ χωριά τους ἀπέχουν 36 χιλιόμετρα, ξεκίνησαν τὴν ἴδια ὥρα ὁ καθένας ἀπὸ τὸ χωριὸ του καὶ βαδίζουν μέχρι νὰ συναντηθοῦν. "Αν ὁ πρῶτος βαδίζει 5 χιλιόμετρα τὴν ὥρα καὶ ὁ δεῦτερος 4, σέ πόσες ὥρες θὰ συναντηθοῦν καὶ σέ ποιά ἀπόσταση ἀπὸ τὸ χωριὸ τοῦ πρῶτου;
225. Κάποιος ταχυδρόμος εἶχε στὴν τσάντα του 108 ἐπιστολές συστημένες καὶ ἀπλές. Οἱ ἀπλές ἦταν κατὰ 30 περισσότερες ἀπὸ τίς συστημένες. Πόσες ἦταν οἱ ἀπλές καὶ πόσες οἱ συστημένες;
226. Μιά πωλήτρια γραμματοσήμων εἶχε χρεωθεί 290 γραμματόσημα τῶν 2 δραχμῶν καὶ τῶν 5 δραχμῶν. Τὰ γραμματόσημα τῶν δύο δραχμῶν ἦσαν 20 λιγότερα ἀπὸ τὰ γραμματόσημα τῶν 5 δραχμῶν. Πόσες δραχμές θὰ εἰσπράξει ἀπὸ τὴν πώλησή τους;
227. Τὸ λεωφορεῖο μέ τὸ ὁποῖο γύρισε ὁ Γιώργος ἀπὸ τὴν πρὴν εἶχε 52 ἐπιβάτες πού ὁ καθένας πλήρωσε εἰσιτήριο 19 δραχμές. Ἀπὸ τὰ χρήματα τῶν εἰσιτηρίων ὁ ὁδηγὸς ἐπλήρωσε 712 δραχμές γιὰ τὴ λίπανση τῆς μηχανῆς τοῦ αὐτοκινήτου. Πόσα χρήματα τοῦ ἔμειναν;
228. "Ενας χωρικός πούλησε 11 κιλά λάδι πρὸς 88 δραχμές τὸ κιλό καὶ μέ τὰ χρήματα πού πῆρε αγόρασε 3 μέτρα ὕφασμα πρὸς 219 δραχμές τὸ μέτρο. Πόσα χρήματα τοῦ περίσσεψαν;
229. "Ενας βιβλιοπώλης αγόρασε 7 δωδεκάδες μολύβια πρὸς 11 δραχμές τὸ ἓνα. Πόσὰ ρέστα θὰ πάρει ἀπὸ ἓνα χιλιάρικο;
230. "Ενα αὐτοκίνητο διανύει μιὰ ἀπόσταση σέ 4 ὥρες. "Αν ἔτρεχε μέ ταχύτητα 30 χιλιόμετρα τὴν ὥρα περισσότερο, θὰ διέτρεχε τὴν ἀπόσταση σέ 3 ὥρες. Πόσα χιλιόμετρα εἶναι ὅλη ἡ ἀπόσταση;
231. Μιά κυρία αγόρασε 45 κουτιά γάλα καὶ πλήρωσε 765 δραχμές. Πόσα ἔδωσε μιὰ ἄλλη κυρία πού αγόρασε 33 κουτιά γάλα τῆς ἴδιας ποιότη-
τας;
232. "Ενας γυαλοπώλης ἐπρόκειτο νὰ πουλήσει ποτήρια πρὸς 5 δρχ. τὸ ἓνα. Κατὰ τὴ μεταφορὰ ὅμως τοῦ ἔσπασαν 20 καὶ πούλησε τὰ ὑπόλοιπα πρὸς 9 δραχμές τὸ ἓνα, μά δέ ζημιώθηκε. Πόσα ποτήρια πούλησε;
233. Μέ 850 δραχμές αγόρασε κάποιος 9 κιλά λάδι καὶ πῆρε ρέστα 22 δραχμές. Πόσο αγόρασε τὸ κιλό τὸ λάδι;
234. Γιὰ 3 μέτρα ὕφασμα καὶ γιὰ τὴν ἐξόφληση χρέους 65 δραχμῶν, ἔδωσε κάποιος 950 δραχμές. Πόσο τιμᾶται τὸ μέτρο τοῦ ὕφασμα-
τος;
235. 7 κιλά ζάχαρη ἀξίζουν 66 δραχμές ἀκριβότερα ἀπ' τὰ 4 κιλά. Πόση

- είναι ή τιμή του ενός κιλού;
236. 'Ο πατέρας του Κωστάκη είναι 39 ετών. 'Ο Κωστάκης είναι 9 ετών και ή αδερφή του 5 ετών. Μπορείτε νά βρείτε, ποιά θά είναι ή ηλικία του πατέρα, όταν τά δύο παιδιά θά έχουν άθροισμα ηλικίας 50 ετών;
237. Ένας φιάνθρωπος θέλει νά μοιράσει ένα χρηματικό ποσό σέ φτωχούς. Παρατηρεί όμως, πώς αν δώσει σέ καθένα από 70 δραχμές, θά του περισσέψουν 150 δρχ. "Αν δώσει στόν καθένα από 80, θά του λείψουν 100 δρχ. Πόσοι είναι οί φτωχοί;
238. Ένας έμπορος αγόρασε ένα τόπι ύφασμα πρós 160 δραχμές τό μέτρο. 'Υπελόγισε όμως, ότι, αν τό πλήρωνε 175 δρχ. τό μέτρο, θά του έλειπαν 900 δρχ. Πόσο ήταν τό μήκος του ύφασματος;
239. Θέλω νά μοιράσω 400 δραχμές σέ τρεις ανθρώπους, έτσι πού ό θ' νά λάβει 25 δραχμές περισσότερες από τόν α', και ό γ' 50 δραχμές περισσότερες από τόν θ'. Πόσες θά δώσω στόν καθένα;
240. Πρόκειται 336 μαθητές νά μεταφερθούν σέ έκδρομή μέ αυτοκίνητο. "Αν μεταφερθούν μέ 7 αυτοκίνητα, πόσα παιδιά θά τοποθετηθούν σέ καθένα, και πόσα αν σέ 8 αυτοκίνητα;
241. Σέ κάποιο μαθητή δόθηκαν 50 προβλήματα γιά λύση. Συμφωνήθηκε νά αμείβεται μέ 2 μονάδες γιά κάθε πρόβλημα, πού θά λύνει και νά χάνει μία μονάδα γιά κάθε πρόβλημα, πού δέ θά λύνει. "Όταν εργάστηκε και στά 50 προβλήματα, είχε κερδίσει 79 μονάδες. Σέ πόσα προβλήματα έδωσε λύση;

ΔΕΝ ΑΚΟΛΟΥΘΕΙΤΕ ΤΟ ΣΩΣΤΟ ΔΡΟΜΟ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΟΤΑΝ:

1. Αναβάλετε τήν μελέτη σας γιά αργότερα.
2. Δέν ακολουθεíte τίς οδηγίες και τούς κανόνες.
3. Σταματάτε τή μελέτη σας πρίν κατανοήσετε όλα τά μέρη του θέματος.
4. Δέ ρωτάτε γιά τά πράγματα πού δέν καταλαβαίνετε και
5. "Όταν μπαίνετε σέ πειρασμό νά δανειστείτε τίς λύσεις από φίλους σας ή από βιβλία.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο

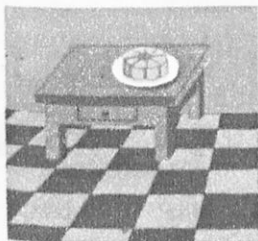
Τό τετράγωνο
Τό ὀρθογώνιο
Τό τρίγωνο
Ὁ κύκλος

Ἐπίπεδα σχήματα

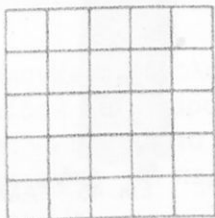
48. Τό τετράγωνο

Ἔννοια

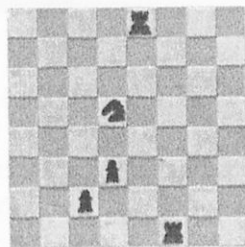
Βλέπουμε τό τετράγωνο στά πλακάκια τῆς κουζίνας ἢ τοῦ μπάνιου, στό τετραγωνισμένο τετράδιο ἀριθμητικῆς, στά καρρέ κεντήματος, στή σκακίερα πού εἰκονίζεται κ.τ.λ.



Εἰκ. 39



Εἰκ. 40

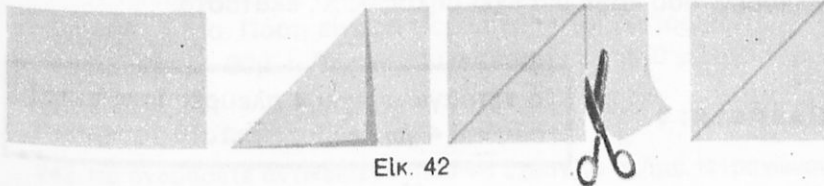


Εἰκ. 41

49. Πῶς θά κατασκευάσετε ἓνα τετράγωνο

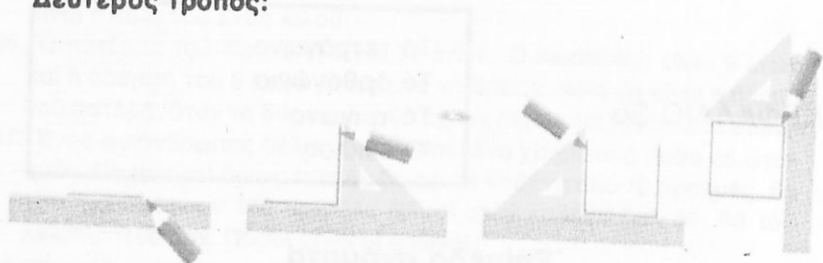
Πρῶτος τρόπος

Διπλώνετε ἓνα φύλλο τοῦ τετραδίου σας, ὅπως τό βλέπετε στήν εἰκόνα:



Εἰκ. 42

Δεύτερος τρόπος:



Εικ. 43

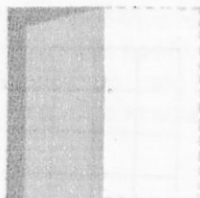
Μέ τη βοήθεια του κανόνα και του γνώμονα, όπως βλέπετε στην παραπάνω εικόνα.

Παρατηρήσεις:

Παρατηρήστε τό τετράγωνο, πού κατασκευάσατε:



Εικ. 44



Εικ. 45 Άλλος τρόπος σύγκρισης πλευρών και γωνιών του τετραγώνου.

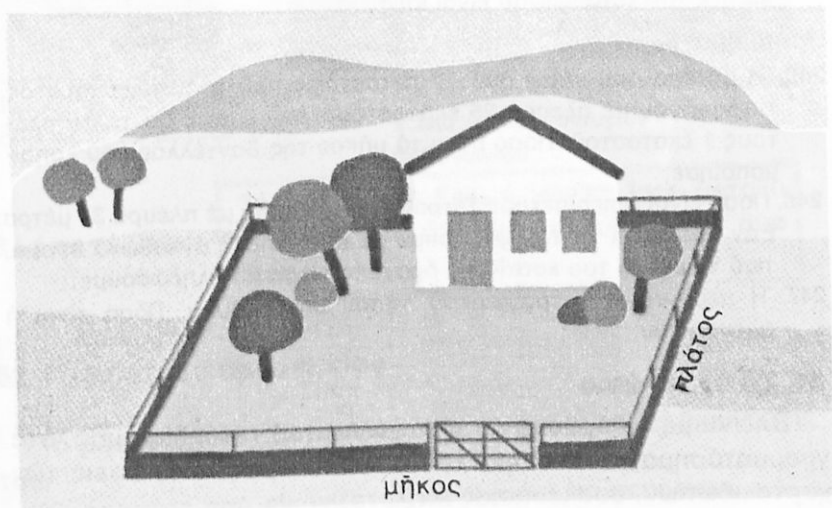
1. Πόσες γωνίες έχει και πόσες πλευρές;
2. Νά μετρήσετε τό μέγεθος τών γωνιών του μέ τη βοήθεια του γνώμονα.
3. Νά θρεΐτε τό μήκος κάθε πλευράς μέ τό ύποδεκάμετρο.
Τό τετράγωνο πού κατασκευάσα, έχει γωνίες και πλευρές, πού κάθε μία έχει μήκος έκατοστά.

Βλέπετε; ♦

Τό τετράγωνο έχει 4 πλευρές ίσες μεταξύ τους και 4 γωνίες ίσες μεταξύ τους.

50. Περίμετρος τετραγώνου

Τό μήκος καί τό πλάτος εἶναι οἱ διαστάσεις τοῦ τετραγώνου.



Εἰκ. 46

Ὁ φράχτης πού εἰκονίζεται, ἀκολουθεῖ τό περίγραμμα τοῦ τετραγώνου τοῦ οἰκοπέδου. Γιά νά βροῦμε τό μήκος τοῦ σύρματος τοῦ φράχτη πρέπει νά βροῦμε τό ἄθροισμα τῶν μηκῶν τῶν πλευρῶν τοῦ τετραγώνου δηλ. τήν **περίμετρο** τοῦ τετραγώνου.

ΒΛΕΠΕΤΕ; ♦

Περίμετρος τετραγώνου λέγεται τό ἄθροισμα τῶν μηκῶν τῶν πλευρῶν τοῦ τετραγώνου.

Παράδειγμα:

Ἡ πλευρά τοῦ τετραγώνου τοῦ οἰκοπέδου πού εἰκονίζεται, εἶναι 30 μέτρα. Πόση εἶναι ἡ περίμετρος τοῦ τετραγώνου;
 $30\mu + 30\mu + 30\mu + 30\mu = 30\mu \times 4 = 120 \text{ μέτρα.}$

Πρακτικές ἐργασίες

242. Νά ὀνομάσετε ἀντικείμενα, πού νά ἔχουν τό σχῆμα τετραγώνου.

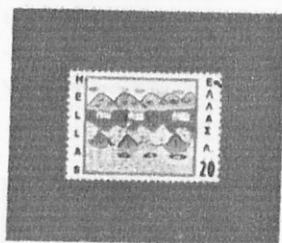
243. Μέ τό διαβήτη νά εξακριβώσετε πώς ὅλες οἱ πλευρές τοῦ τετραγώνου εἶναι ἴσες.
244. Μέ τή γωνία ενός φύλλου τετραδίου νά διαπιστώσετε, πώς ὅλες οἱ γωνίες τοῦ τετραγώνου εἶναι ἴσες.

Προβλήματα

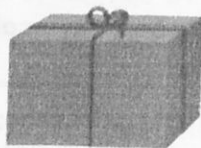
245. Ἡ μητέρα σου γύρω ἀπό 12 πετσετάκια τοῦ τσαγιοῦ, σχήματος τετραγώνου μέ πλευρά 25 ἑκατοστομέτρων ἔγραψε δαντέλλα πλάτους 1 ἑκατοστοῦ. Πόσο ἦταν τό μήκος τῆς δαντέλλας πού χρησιμοποίησε;
246. Πόση εἶναι ἡ περίμετρος τετραγωνικοῦ κήπου μέ πλευρά 35 μέτρα; Ἐάν πρόκειται νά τόν φράξουμε μέ δύο σειρές ἀγκαθωτό σύρμα, πού τό μέτρο του κοστίζει 6 δραχμές πόσο θά πληρώσουμε;
247. Ἡ περίμετρος τετραγωνικοῦ κήπου εἶναι 100 μ. Πόση εἶναι ἡ πλευρά του;

51. Τό ὀρθογώνιο

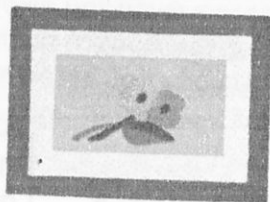
Βλέπουμε τό ὀρθογώνιο στά φύλλα τοῦ τετραδίου μας, στά γραμματόσημα, στά κάδρα τοῦ σαλονιοῦ μας, στίς ὀψεις τῶν χαρτοκιβωτίων, συσκευασίας κ.τ.λ.



Εἰκ. 47



Εἰκ. 48



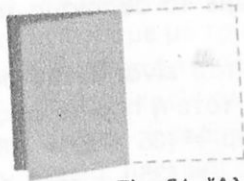
Εἰκ. 49

Παρατηρήστε: Τό ἐξώφυλλο τοῦ τετραδίου σας:

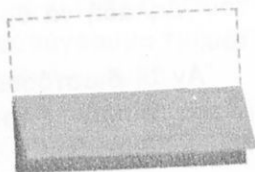
1. Πόσες γωνίες ἔχει;
2. Νά βρεῖτε τό μέγεθος κάθε γωνίας μέ τή βοήθεια τοῦ γνῶμονα.
3. Πόσες πλευρές ἔχει; Νά βρεῖτε μέ τή βοήθεια τοῦ ὑποδεκάμετρού σας τό μήκος κάθε πλευρᾶς.
4. Νά σημειώσετε τ' ἀποτελέσματα τῶν μετρήσεων.
Τό ὀρθογώνιο ἔχει ... γωνίες ... καί τίς πλευρές ἀνά δύο ... ἴσες.



Εικ. 50. Τό Ὄρθογώνιο ἔχει 4...
καί 4 γωνίες... μεταξύ τους.



Εικ. 51 Ἄλλος τρόπος συγκρίσεως
γωνιῶν καί πλευρῶν τοῦ
ὀρθογωνίου.



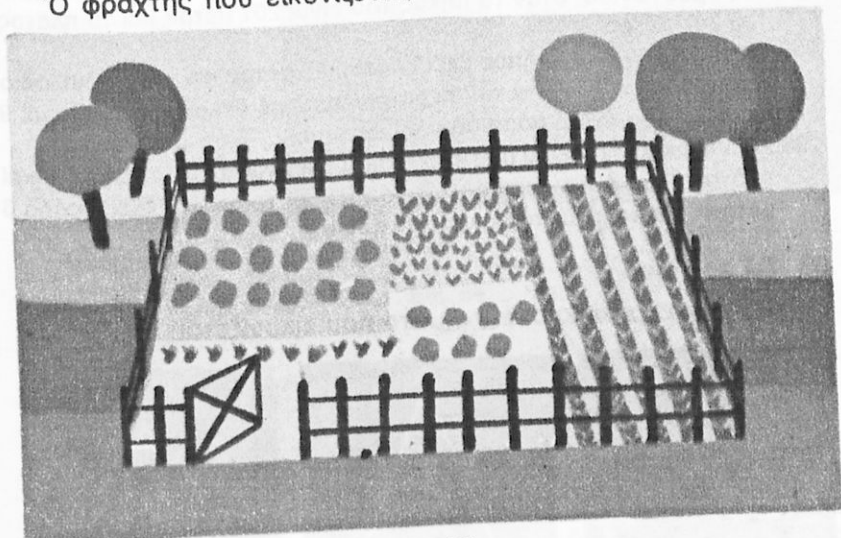
ΒΛΕΠΕΤΕ; ♦

Τό ὀρθογώνιο ἔχει 4 γωνίες ἴσες μεταξύ
τους καί τίς ἀπέναντι πλευρές ἀνά δύο
ἴσες.

52. Περίμετρος ὀρθογωνίου

Τό **μῆκος** καί τό **πλάτος** τοῦ ὀρθογωνίου εἶναι οἱ διαστάσεις
τοῦ.

Ὁ φράχτης πού εἰκονίζεται, ἀκολουθεῖ τό περίγραμμα τοῦ



Εικ. 52

ὀρθογωνίου κήπου. Γιά νά βροῦμε τό μῆκος τοῦ σύρματος, πού
θά χρειαστεῖ γιά περίφραξη πρέπει νά βροῦμε τήν **περίμετρο**

του. Δηλαδή να βρούμε το άθροισμα των μηκών των πλευρών του.

“Αν οι διαστάσεις του είναι 35 μέτρα το μήκος του και 28 μέτρα το πλάτος του, τότε η περίμετρός του είναι:

$$35\mu + 28\mu + 35\mu + 28\mu = (35 \times 2) + (28 \times 2) \\ = (35\mu + 28\mu) \times 2 = 126\mu. \text{ (Γιατί;)}$$

Εδώ σημειώνουμε, πώς το $35\mu + 28\mu$ είναι η **ήμιπερίμετρος** του ορθογωνίου.

Πρακτικές εργασίες

248. Να δείξετε αντικείμενα, που έχουν σχήμα ορθογωνίου.

249. Να δείξετε το μήκος και το πλάτος του τετραδίου σας και να το μετρήσετε.

250. Να κατασκευάσετε ένα τετράγωνο με πλευρά 4 εκατοστόμετρα και κατόπιν ένα ορθογώνιο με 6 εκατοστόμετρα μήκος και 4 εκατοστόμετρα πλάτος. Μετά να βρείτε τις διαφορές τους.

Προβλήματα:

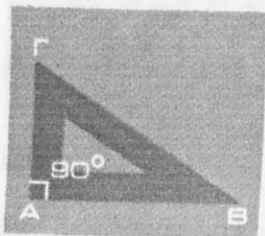
251. Πόσο σύρμα θα χρειαστεί, για να περιφράξουμε ένα χωράφι σχήματος ορθογωνίου, όταν το μήκος του είναι 201 μέτρα και το πλάτος του 247 μέτρα.

252. Ένας ορθογώνιος κήπος έχει πλάτος 17 μέτρα και μήκος διπλάσιο απ' το πλάτος του. “Αν τον περιφράξουμε με άγκαθωτό σύρμα με 9 δραχμές το μέτρο, πόσα θα πληρώσουμε;

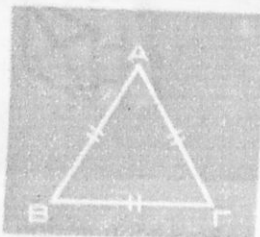
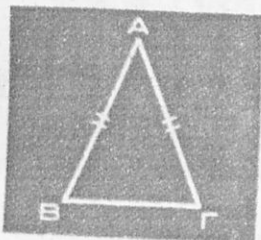
253. Η αυλή του σχολείου μας έχει σχήμα ορθογώνιο με μήκος 64 μ. και πλάτος 36 μ. Αυτή περιβάλλεται από έναν τοίχο, και έχει είσοδο 6 μέτρων. Πόσο είναι το μήκος του τοίχου;

53. Το τρίγωνο

Βλέπουμε το τρίγωνο στα σχήματα που εικονίζεται:



Ο γνῶμονας



Εικ. 53

"Έχει τρεις πλευρές." Αν σημειώσουμε στο τετράδιό μας τρία σημεία Α, Β και Γ και τ'α ενώσουμε με τρία **εὐθύγραμμα τμήματα**, θά πάρουμε μία τριγωνική **κλειστή τεθλασμένη γραμμή**.

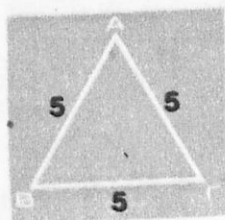
Αὐτό τό σχῆμα, πού θά ἔχει τρεῖς πλευρές εἶναι τό **τρίγωνο**. Τά σημεία Α, Β καί Γ, εἶναι οἱ **κορυφές** τοῦ τριγώνου καί τ'α εὐθύγραμμα τμήματα ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ εἶναι οἱ **πλευρές** τοῦ

Βλέπετε; ♦

Τρίγωνο εἶναι τό σχῆμα, πού σχηματίζεται ἀπό μία κλειστή τριγωνική τεθλασμένη γραμμή.

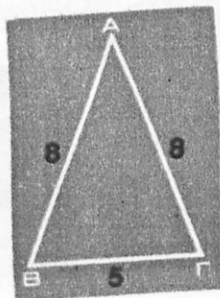
Εἶδη τριγώνων μέ κριτήριο τήν πλευρά

3 πλευρές ἴσες



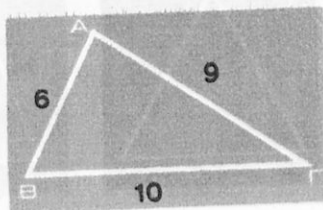
Ἰσόπλευρο

2 πλευρές ἴσες



Ἰσοσκελές

ἄνισες πλευρές



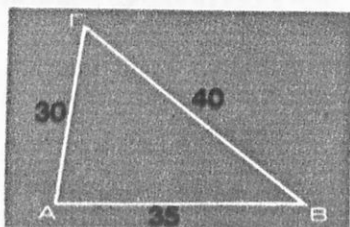
Σκαληνό

Εἰκ. 54

Βλέπετε; ♦

Τό τρίγωνο πού ἔχει 3 πλευρές ἴσες λέγεται **ισόπλευρο**.
Τό τρίγωνο πού ἔχει δύο πλευρές ἴσες λέγεται **ισοσκελές**.
Τό τρίγωνο πού ἔχει ἄνισες πλευρές λέγεται **σκαληνό**.

54. Περίμετρος του τριγώνου



Εικ. 55

Γιά νά βροῦμε τήν περίμετρο ἑνός τριγώνου, πρέπει νά βροῦμε τό ἄθροισμα τῶν μηκῶν τῶν πλευρῶν του.

Στό σχέδιο πού εἰκονίζεται ἡ περίμετρος τοῦ τριγώνου εἶναι:

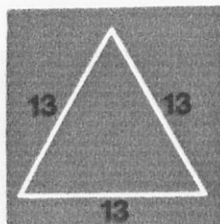
$$30\mu + 35\mu + 45\mu = 110 \text{ μέτρα}$$

ΒΛΕΠΕΤΕ; ♦

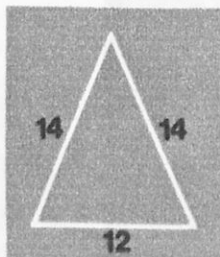
Περίμετρος τριγώνου ὀνομάζεται τό ἄθροισμα τῶν μηκῶν τῶν πλευρῶν του.

Άσκησης

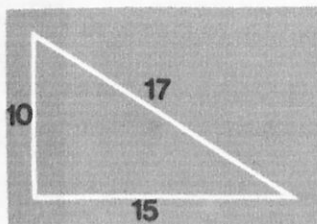
254. Νά ὑπολογίσετε τίς περιμέτρους τῶν τριγώνων πού εἰκονίζονται:



Ἡ περίμετρος
εἶναι:



Ἡ περίμετρος
εἶναι:



Ἡ περίμετρος
εἶναι:

Εικ. 56

255. Νά συμπληρωθεῖ ὁ παρακάτω πίνακας:

Μήκος πλευρῶν	Περίμετρος
45 ἐκ., 75 ἐκ., 45 ἐκ.	
32 παλ., 63 παλ., 47 παλ.	
15 μ., 15 μ., 15 μ.	

256. Νά συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

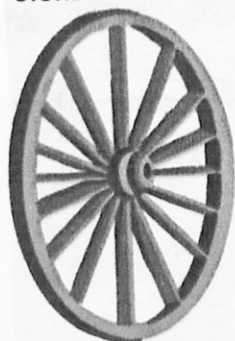
Ίσοπλευρα τρίγωνα		Ίσοσκελή τρίγωνα		
Μιά πλευρά	Περίμετρος	Μία τῶν ἴσων πλευρῶν	Τρίτη πλευρά	Περίμετρος
6 ἐκατ.,		5 ἐκατ.	3 ἐκατ.	
.....	30 μ.	10 μ.	4 μ.	
9 παλ,		24 μ.		78 μ.

55. Ὁ κυκλικὸς δίσκος, ὁ κύκλος καὶ τὰ στοιχεῖα του

Ὁ τροχὸς εἶναι μιά ἀπὸ τίς σπουδαιότερες ἀνακαλύψεις τοῦ ἀνθρώπου.

Ὁ τροχὸς χρησιμοποιεῖται στὰ ποδήλατα, στ' αὐτοκίνητα, στὰ τρένα, στὰ ἀεροπλάνα, στὰ ἐργαστήρια, καὶ σέ πολλές ἄλλες ἐφαρμογές.

Θέλετε νά μάθετε μερικά ἀπὸ τὰ μαθηματικά τοῦ τροχοῦ; Τό σχῆμα πού ἔχει κάθε ὀψη τοῦ τροχοῦ τό ὀνομάζουμε κυκλικό δίσκο.



Εικ. 57



Εικ. 58

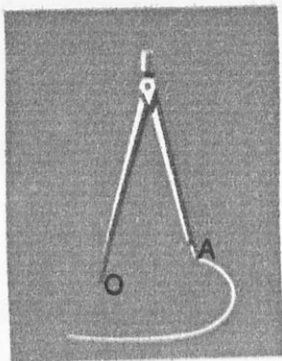


Εικ. 59

Κυκλικὸς δίσκος εἶναι ἡ θάση τοῦ ποτηριοῦ πού εἰκονίζεται ὅπως καὶ ἡ θάση ἑνὸς κάδου κ. τ. λ.

Στοιχεία του κυκλικού δίσκου

Ἡ γραμμή στήν ὁποία τελειώνει ὁ κυκλικός δίσκος ὀνομάζεται **κύκλος**.

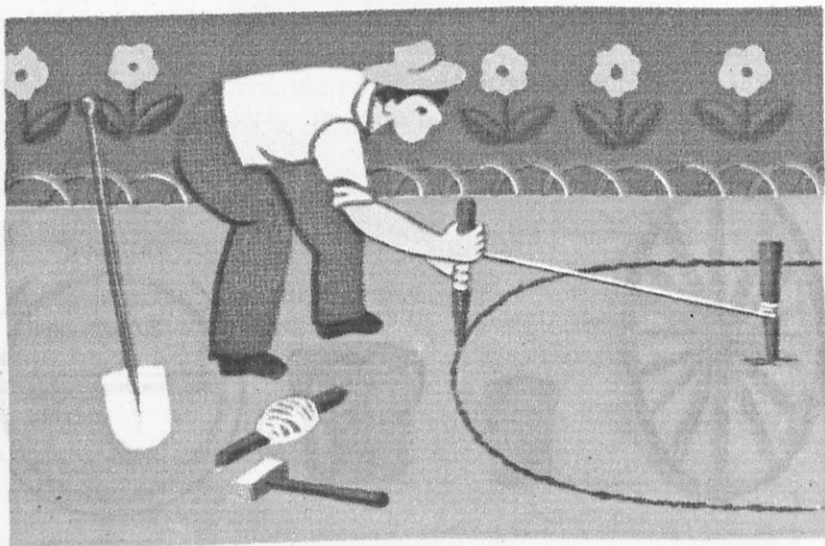


Κύκλους γράφουμε μέ τό ὄργανο πού λέγεται **διαβήτης**. Τό σημεῖο πού στηρίζουμε τό διαβήτη, γιά νά γράψουμε τόν κύκλο, ὅπως φαίνεται καί στό σχέδιο, ὀνομάζεται **κέντρο** τοῦ κύκλου.

Τό εὐθύγραμμο τμήμα πού ἔχει τό ἓνα ἄκρο του στό κέντρο τοῦ κυκλικοῦ δίσκου καί τό ἄλλο σέ ἓνα σημεῖο τοῦ κύκλου, ὀνομάζεται **ἀκτίνα** τοῦ κυκλικοῦ δίσκου ἢ τοῦ κύκλου. Π.χ. ἡ OA εἰκ. 60.

Εἰκ. 60. Ἀπό τόν τρόπο τῆς κατασκευῆς βλέπουμε:

1. Ὅλες οἱ ἀκτίνες εἶναι ἴσες
2. Ὅλες οἱ διάμετροι εἶναι ἴσες

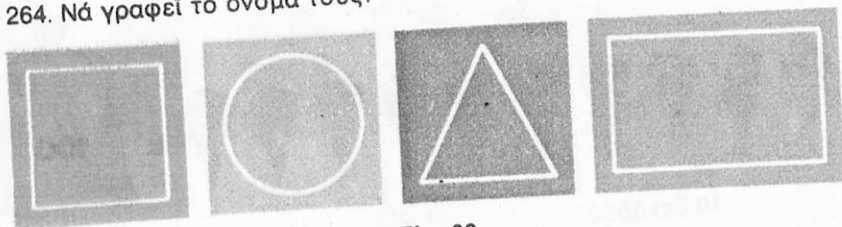


Εἰκ. 61

Καί τέλος τό εὐθύγραμμο τμήμα πού ἔχει τά ἄκρα του ἐπάνω στόν κύκλο καί περνᾷ ἀπό τό κέντρο, ὀνομάζεται **διάμετρος** τοῦ κύκλου ἢ τοῦ κυκλικοῦ δίσκου. Π.χ. AB στήν εἰκ. 59.

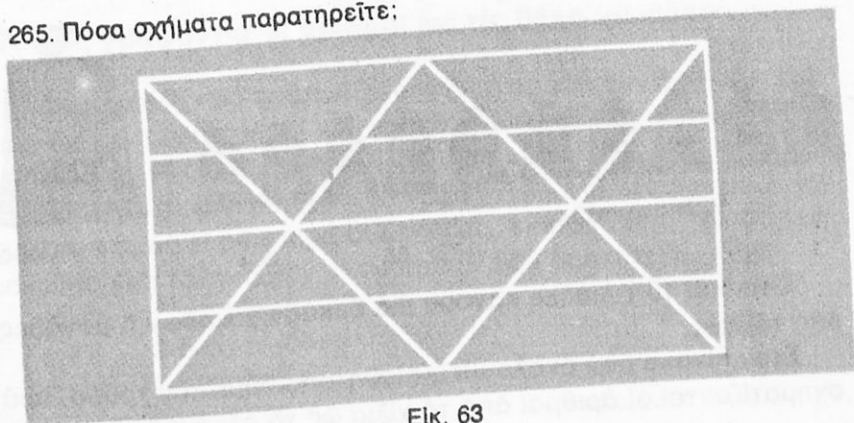
Άσκησης:

257. Ονομάστε σώματα, πού εικονίζουν κύκλο και κυκλικό δίσκο.
258. Νά δείξετε σέ ένα νόμισμα τόν κυκλικό δίσκο καί τόν κύκλο, κατόπιν μέ αυτό νά χαράξετε έναν κύκλο.
259. Νά μετρήσετε τήν ακτίνα καί τή διάμετρο ενός ποτηριού.
260. Μέ τό ψαλίδι νά κόψετε ένα χάρτινο κυκλικό δίσκο ακτίνας 3 εκατ. Νά χαράξετε μία διάμετρο. Νά διπλώσετε τόν κύκλο κατά μήκος τής διαμέτρου. Νά συγκρίνετε τά δύο μέρη. Τί βλέπετε;
261. Μέ τό ίδιο κέντρο νά χαράξετε τρεις κύκλους μέ ακτίνες 2, 3 καί 4 εκατοστόμετρα. Νά χαράξετε ύστερα από μία ακτίνα τους.
262. Πόση είναι ή διάμετρος ενός κύκλου, πού έχει ακτίνα 5 εκατοστών καί πόση ή ακτίνα ενός άλλου κύκλου, πού έχει διάμετρο 12 εκατοστών;
263. Σημειώστε στό χαρτί σας ένα σημείο Α. Πώς μπορείτε νά βρείτε τό κέντρο ενός κύκλου, πού έχει ακτίνα 4 εκατοστόμετρα καί περνάει από τό Α;
264. Νά γραφεί τό όνομά τους:



Εικ. 62

265. Πόσα σχήματα παρατηρείτε;



Εικ. 63

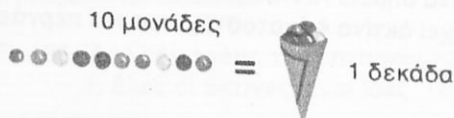
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο

Οι αριθμοί πέρα
από τό 1000

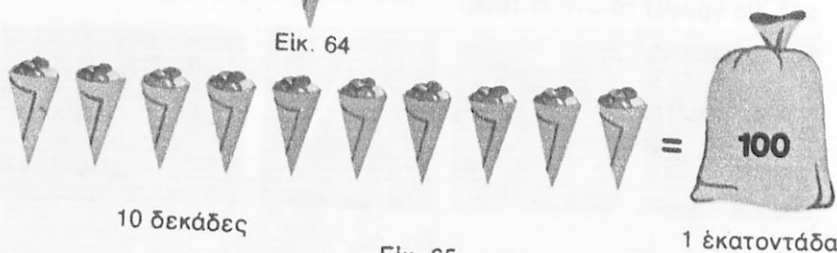
Έννοια,
αισθητοποίηση,
σειρά τάξεως,
γραφή και απαγγελία των χιλιά-
δων και των πολυψηφίων.
Ανάλυση.

56. Έννοια

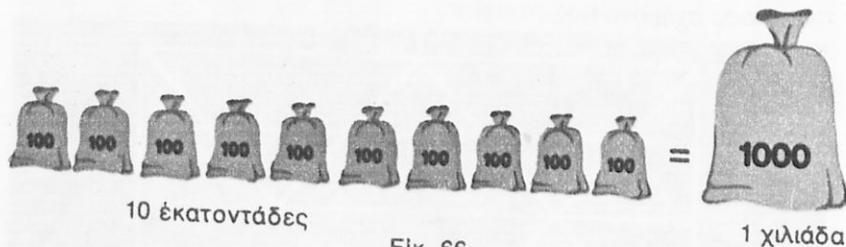
Οι αριθμοί πέρα από τό χίλια σχηματίζονται μέ την ίδια **συμ-
φωνία**, πού σχημάτισατε τούς αριθμούς από τό 1 ως τό 999. Δη-
λαδή όπως:



Εικ. 64



Εικ. 65



Εικ. 66

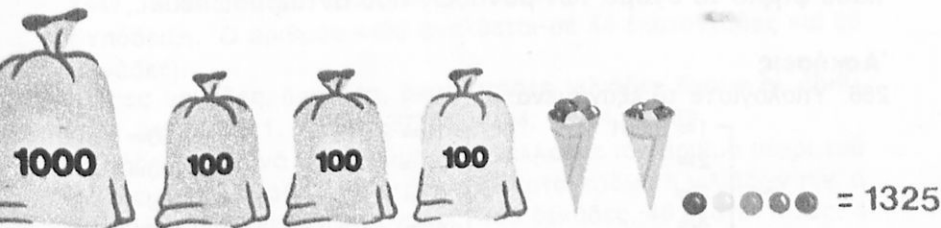
Έτσι καί 10 χιλιάδες κάνουν μία **δεκάδα χιλιάδων** ή μονάδες
5ης τάξεως.

Στόν πίνακα πού ακολουθεί, αισθητοποιούμε τόν τρόπο, πού
σχηματίζονται οι αριθμοί από τό χίλια ως τό δέκα χιλιάδες.

1 χιλιάδα	+	1 χιλιάδα	=	2 χιλιάδες	=	2.000
2 χιλιάδες	+	1 χιλιάδα	=	3 χιλιάδες	=	3.000
3 χιλιάδες	+	1 χιλιάδα	=	4 χιλιάδες	=	4.000
4 χιλιάδες	+	1 χιλιάδα	=	5 χιλιάδες	=	5.000
5 χιλιάδες	+	1 χιλιάδα	=	6 χιλιάδες	=	6.000
6 χιλιάδες	+	1 χιλιάδα	=	7 χιλιάδες	=	7.000
7 χιλιάδες	+	1 χιλιάδα	=	8 χιλιάδες	=	8.000
8 χιλιάδες	+	1 χιλιάδα	=	9 χιλιάδες	=	9.000
9 χιλιάδες	+	1 χιλιάδα	=	10 χιλιάδες	=	10.000

Εικ. 67

“Αν θάλουμε ανάμεσα από δύο συνεχόμενες χιλιάδες τούς αριθμούς από 1 ως τό 999, θά έχουμε όλους τούς αριθμούς από 1.000 ως 10.000 π.χ.



Εικ. 69

57. Πώς γράφονται οι αριθμοί ως τής δέκα χιλιάδες;

Η συμφωνία πού εφαρμόζεται γιά τή γραφή τών αριθμών από τό 1 ως τό 1.000, ισχύει καί γιά τή γραφή τών αριθμών από τό 1.000 ως τό 10.000 δηλαδή:

Στό άκρο δεξιό του αριθμού γράφονται οι άπλές μονάδες και συνέχεια πρós τ' άριστερά οι δεκάδες, έκατοντάδες, χιλιάδες ή μονάδες 4ης τάξεως. π.χ. ό αριθμός 7.835 αποτελείται από:

7 χιλιάδες

8 έκατοντάδες

3 δεκάδες

5 μονάδες

Όμοια ο αριθμός 8.079 αποτελείται από:

- 8 χιλιάδες
- 0 εκατοντάδες
- 7 δεκάδες
- 9 μονάδες

58. Πώς διαβάζεται ένας αριθμός με περισσότερα από 3 ψηφία.

Ο αριθμός 5.749 διαβάζεται: πέντε χιλιάδες-έπτακόσια-σαράντα-έννέα. Χωρίζουμε δηλαδή τον αριθμό σε τριψήφια μέρη, αρχίζοντας απ' τα δεξιά προς τ' αριστερά και διαβάζουμε πρώτα τις χιλιάδες και μετά όλο μαζί το τριψήφιο τμήμα, δίνοντας σε κάθε ψηφίο το όνομα των μονάδων που αντιπροσωπεύει.

Άσκησης

266. Υπολογίστε τα εξαγόμενα:

$$\begin{array}{l} 1 = 9.001 \\ 2 = \\ 3 = \\ 4 = \\ 5 = \\ 6 = \\ 7 = \\ 8 = \\ 9 = \end{array} \quad \begin{array}{l} 9.000 + \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 10 = 9.010 \\ 20 = \\ 30 = \\ 40 = \\ 50 = \\ 60 = \\ 70 = \\ 80 = \\ 90 = \end{array} \quad \begin{array}{l} 9.000 + \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 100 = 9.100 \\ 200 = \\ 300 = \\ 400 = \\ 500 = \\ 600 = \\ 700 = \\ 800 = \\ 900 = \end{array} \quad \begin{array}{l} 9.000 + \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 267. \\ 10.000 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1.000 = 11.000 \\ 2.000 = \\ 3.000 = \\ 4.000 = \\ 5.000 = \\ 6.000 = \\ 7.000 = \\ 8.000 = \\ 9.000 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 9999 + 1 = 10.000 \\ 8009 + 1 = \\ 7006 + 4 = \\ 1870 + 30 = \\ 2005 + 25 = \\ 4007 + 100 = \\ 8070 + 30 = \\ 10000 - 100 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 7005 + 5 = 7.010 \\ 8069 + 11 = \\ 9085 + 15 = \\ 6079 + 1 = \\ 4050 + 100 = \\ 8060 + 60 = \\ 9450 + 50 = \\ 10000 - 10 = \end{array}$$

268. Γράψτε τον αριθμό $5.000 + 500 + 50 + 5$ σε απλή μορφή. Τι δηλώνουν τα τέσσερα 5 στον αριθμό που έχετε γράψει σε απλή μορφή;

269. Γράψτε σε άπλή μορφή τούς αριθμούς:

- α) $6000 + 500 + 20 + 3 = 6523$ β) $9000 + 400 + 80 + 7$
γ) $8000 + 800 + 80 + 8$ δ) $600 + 300 + 40 + 4$
ε) $8000 + 100 + 10 + 1$ στ) $500 + 200 + 20 + 5$

270. Γράψτε σε άπλή μορφή τούς αριθμούς:

- α) $8 \times 1000 + 4 \times 100 + 5 \times 10 + 6 \times 1 = 8456$
β) $9 \times + 1 \text{E} + 1 \Delta + 7 \text{M}$
γ) $8 \times 1000 + 0 \times 100 + 0 \times 10 + 4 \times 1$ δ) $6 \text{X} + 0 \text{E} + 0 \Delta + 0 \text{M}$

271. Νά αναλυθούν σε μονάδες, διαφόρων τάξεων οι αριθμοί:

4749, 8008, 9520, 4078, 1001, 9999.

(Υπόδειξη: Ο αριθμός 4237 αναλύεται σε $4\text{X} + 2\text{E} + 3\Delta + 7\text{M}$)

272. Νά αναλυθούν σε χιλιάδες και μονάδες οι αριθμοί:

5478, 7811, 4075, 8888, 1002, 6578

(Υπόδειξη: Ο αριθμός 6732 έχει 6 χιλιάδες + 732 μονάδες).

273. Ν' αναλυθούν σε εκατοντάδες και μονάδες οι αριθμοί:

7447, 8049, 4444, 8008, 6001, 7080

(Υπόδειξη: Ο αριθμός 4420 αναλύεται σε 44 εκατοντάδες και 20 μονάδες).

274. Πόσες μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες χιλιάδες έχουν οι αριθμοί: 6472, 6211, 5055, 6712, 4224, 5564, 3399

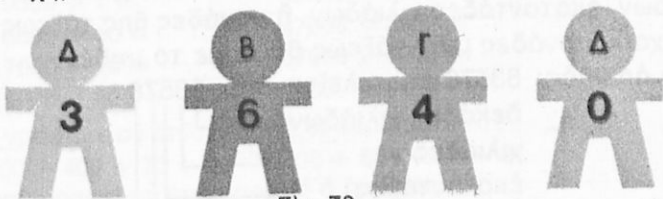
(Υπόδειξη: Για νά τίς βρούμε, απαγγέλλουμε τόν αριθμό μέχρι τού ψηφίου τών μονάδων ή δεκάδων ή εκατοντάδων ή χιλιάδων π.χ. ο αριθμός 4652 έχει 4652 μονάδες, 465 δεκάδες, 46 εκατοντάδες, 4 χιλιάδες).

275. Ποιά ή αξία θέσεως τού 2 στους αριθμούς:

3672, 6325, 4257, 2676, 2007, 6028, 2222.

276. Αφού χρησιμοποιήσετε τά παρακάτω ψηφία μόνο μία φορά, νά γράψετε τό μεγαλύτερο αριθμό, πού μπορείτε νά σχηματίσετε: 4, 9, 0, 6.

277. Σε ποιά διάταξη πρέπει νά τοποθετηθούν τά πρόσωπα Α, Β, Γ, και Δ για νά σχηματίσουν τά ψηφία τους τό μεγαλύτερο δυνατό αριθμό:



Εικ. 70

καί ποιά θέση πρέπει νά έχουν, γιά νά μās σχηματίσουν τό μικρότερο;

59. Οί αριθμοί ως τό 100 χιλιάδες

Όπως μέ τήν επανάληψη τής χιλιάδας 10 φορές κάνουμε τή δεκάδα χιλιάδων ή μονάδων 5ης τάξεως, έτσι καί μέ τήν επανάληψη 10 φορές τής δεκάδας χιλιάδων, δηλαδή τής μονάδας 5ης τάξεως, κάνουμε τήν εκατοντάδα χιλιάδων ή μονάδα 6ης τάξεως. Στόν πίνακα πού ακολουθεῖ, βλέπετε αναλυτικά, πῶς σχηματίζονται οί αριθμοί ἀπό 10 ως τό 100 χιλιάδες.

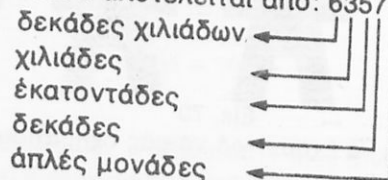
10 χιλιάδες + 10 χιλιάδες =	20 χιλιάδες =	20.000
20 χιλιάδες + 10 χιλιάδες =	30 χιλιάδες =	30.000
30 χιλιάδες + 10 χιλιάδες =	40 χιλιάδες =	40.000
40 χιλιάδες + 10 χιλιάδες =	50 χιλιάδες =	50.000
50 χιλιάδες + 10 χιλιάδες =	60 χιλιάδες =	60.000
60 χιλιάδες + 10 χιλιάδες =	70 χιλιάδες =	70.000
70 χιλιάδες + 10 χιλιάδες =	80 χιλιάδες =	80.000
80 χιλιάδες + 10 χιλιάδες =	90 χιλιάδες =	90.000
90 χιλιάδες + 10 χιλιάδες =	100 χιλιάδες =	100.000

Εικ. 71

“Αν ἀνάμεσα ἀπό δύο συνεχόμενες δεκάδες χιλιάδων θά βάλω τούς ἀριθμούς ἀπό 1 ως τό 9999 θά ἔχω ὅλους τούς ἀριθμούς ἀπό 10 ως τίς 100 χιλιάδες.

60. Πῶς γράφονται οί αριθμοί ἀπό 10 χιλιάδες ως 100 χιλιάδες

Οί αριθμοί ἀπό 10 χιλιάδες ως 100 χιλιάδες γράφονται μέ τήν ἴδια συμφωνία, πού γράφονται κι οί αριθμοί ἀπό 1 ως 10.000. Δηλαδή: στό ἄκρο δεξιό γράφονται οί μονάδες καί συνέχεια πρὸς τ' ἄριστερά οί δεκάδες, εκατοντάδες, χιλιάδες, δεκάδες χιλιάδων, εκατοντάδες χιλιάδων, ἡ **μονάδες** 6ης τάξεως. “Αν δέν υπάρχουν μονάδες μιᾶς τάξεως θάζουμε τό μηδέν.
π.χ. ὁ ἀριθμός: 63578 ἀποτελεῖται ἀπό: 63578



“Αν ανάμεσα από δύο διαδοχικές δεκάδες χιλιάδωνβάλουμε τούς αριθμούς από 1 ως 9999, θαέχουμεόλους τούς αριθμούς από 10000 ως 100.000.

61. Πώς διαβάζονται οί αριθμοί από 10 χιλιάδες ως 100 χιλιάδες

Ο αριθμός π.χ. 65.278 διαβάζεται:

έξηντα πέντε χιλιάδες διακόσιες έβδομήντα όκτώ μονάδες.

Χωρίζουμε, δηλαδή, τόν αριθμό σέ τριψηφία μέρη, αρχίζοντας από τά δεξιά πρός τ' άριστερά του καί κατόπιν διαβάζουμε χωριστά κάθε μέρος αρχίζοντας από τά άριστερά πρός τά δεξιά σάν νά ήταν ένας αριθμός. Διαβάζοντας χαρακτηρίζουμε τό κάθε μέρος μέ τ' όνομα τών μονάδων τοῦ τελευταίου ψηφίου του.

Παραδείγματα:

234.657, διακόσιες τριαντατέσσερις χιλιάδες έξακόσιες πενήντα έπτά μονάδες.

34.987, τριάντα τέσσερις χιλιάδες, έννιακόσιες όγδόντα έπτά μονάδες.

Άσκησης:

278. Νά βρεθοῦν:

$$10.000 + \begin{cases} 1000 = \\ 3000 = \\ 5000 = \\ 7000 = \\ 9000 = \end{cases} 10.000 + \begin{cases} 20000 = \\ 40000 = \\ 60000 = \\ 80000 = \\ 90000 = \end{cases} 100.000 - \begin{cases} 2000 = 98.000 \\ 4000 = \\ 6000 = \\ 8000 = \\ 10000 = \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll} 279. & 10009 + 1 = & 32000 + 7000 = \\ & 10090 + 10 = & 47000 + 3000 = \\ & 17000 + 10 = & 57000 + 3000 = \\ & 25000 + 500 = & 67000 + 3000 = \end{array}$$

280. Νά γραφοῦν σέ απλή μορφή οί αριθμοί:

$$60000 + 400 + 70 + 8, \quad 70.000 + 600 + 40 + 3$$

281. Άφοῦ γραφεί σέ απλή μορφή ό αριθμός

$$80000 + 800 + 80 + 8,$$

νά αναγνωριστει ή αξία θέσεως τοῦ 8.

282. Νά αναλυθούν στις μονάδες των διαφόρων τάξεων οι αριθμοί:
9999, 87878, 54545, 96969.

283. Νά τοποθετηθούν τα πρόσωπα Α, Β, Γ, Δ, και Ε σέ τέτοια σειρά, πού
ό αριθμός πού θά σχηματίζεται νά είναι: 1) ό μικρότερος δυνατός
καί 2) ό μεγαλύτερος δυνατός.



Είκ. 72

Οί αριθμοί ως τό εκατομμύριο

62. Πώς σχηματίζονται:

"Αν πάρω τήν εκατοντάδα χιλιάδων σάν νέα μονάδα, τότε μέ
τήν επανάληψη της 10 φορές θά κάνω τό εκατομμύριο ή **μονάδα**
7ης τάξεως.

Στόν πίνακα πού ακολουθεῖ, βλέπετε αναλυτικά πώς σχηματίζονται οί αριθμοί.

100 χιλιάδες + 100 χιλιάδες = 200 χιλιάδες = 200.000
200 χιλιάδες + 100 χιλιάδες = 300 χιλιάδες = 300.000
300 χιλιάδες + 100 χιλιάδες = 400 χιλιάδες = 400.000
400 χιλιάδες + 100 χιλιάδες = 500 χιλιάδες = 500.000
500 χιλιάδες + 100 χιλιάδες = 600 χιλιάδες = 600.000
600 χιλιάδες + 100 χιλιάδες = 700 χιλιάδες = 700.000
700 χιλιάδες + 100 χιλιάδες = 800 χιλιάδες = 800.000
800 χιλιάδες + 100 χιλιάδες = 900 χιλιάδες = 900.000
900 χιλιάδες + 100 χιλιάδες = 1 εκατομμύριο = 1.000.000

63. Πώς γράφονται οί αριθμοί ως τό εκατομμύριο.

Κι ἐδῶ οί αριθμοί ακολουθοῦν τήν ἴδια συμφωνία γραφῆς.
Δηλαδή: στό δεξιό ἄκρο τοῦ αριθμοῦ γράφονται οί μονάδες καί
συνέχεια πρὸς τ' ἄριστερά: δεκάδες, εκατοντάδες, χιλιάδες, δε-

κάδες χιλιάδων, εκατοντάδες χιλιάδων, **εκατομμύριο** ή μονάδα 7ης τάξεως.

π.χ. ο αριθμός: 587423 αποτελείται από:

5 εκατοντάδες χιλιάδων

8 δεκάδες χιλιάδων

7 χιλιάδες

4 εκατοντάδες

2 δεκάδες

3 μονάδες

Εάν ανάμεσα από δύο συνεχόμενες εκατοντάδες χιλιάδων θάλουμε τούς αριθμούς από 1 ως 99999, θά έχουμε όλους τούς αριθμούς από 100 χιλιάδες ως τό εκατομμύριο. Όπως ο αριθμός: πεντακόσιες ένδεκα χιλιάδες διακόσιες είκοσι τρείς μονάδες. Δηλαδή 511.223 μονάδες.

64. Πώς διαβάζονται οι αριθμοί ως τό εκατομμύριο.



Εικ. 73

Γιά νά διαβάσουμε έναν αριθμό, τόν χωρίζουμε, αρχίζοντας από δεξιά προς τ' αριστερά, σέ τριψήφια μέρη, δηλαδή σέ **περιόδους**, καί κατόπιν διαβάζουμε κάθε τμήμα χωριστά, αρχίζοντας απ' τ' αριστερά, δίνοντας τό όνομα τών περιόδων. π.χ. ο αριθμός 549.708 διαβάζεται: 549 χιλιάδες, 708 μονάδες.

Άσκησης:

284. Νά γραφούν σέ άπλή μορφή οι αριθμοί:

$$563.000 + 700 + 80 + 8$$

285. Νά βρεθούν τα εξαγόμενα:

286.

$$100.000 + \begin{cases} 10.000 = 110.000 \\ 20.000 = \\ 30.000 = \\ 40.000 = \\ 50.000 = \\ 60.000 = \\ 70.000 = \\ 80.000 = \\ 90.000 = \end{cases}$$

$$100.000 + \begin{cases} 100.000 = \\ 200.000 = \\ 300.000 = \\ 400.000 = \\ 500.000 = \\ 600.000 = \\ 700.000 = \\ 800.000 = \\ 900.000 = \end{cases}$$

287.

$$1.000.000 - \begin{cases} 10.000 = 990.000 \\ 20.000 = \\ 30.000 = \\ 40.000 = \\ 50.000 = \\ 60.000 = \\ 70.000 = \\ 80.000 = \\ 90.000 = \end{cases}$$

288.

$$1.000.000 - \begin{cases} 100.000 = 900.000 \\ 200.000 = \\ 300.000 = \\ 400.000 = \\ 500.000 = \\ 600.000 = \\ 700.000 = \\ 800.000 = \\ 900.000 = \end{cases}$$

289. Νά αναλυθούν στis μονάδες διαφόρων τάξεων τους οι αριθμοί:
678409, 949049, 804809, 700049, 803308.

290. Νά γραφούν ολόγραφα καί αριθμητικά οι αριθμοί που αναλύονται:
 $5E/X + 6\Delta/X + 7M/X + 3E + 7\Delta + 6M$

(Υπόδειξη: Τό σύμβολο E/X σημαίνει εκατοντάδες χιλιάδων.

Τό σύμβολο Δ/X σημαίνει δεκάδες χιλιάδων.

Τό σύμβολο M/X σημαίνει μονάδες χιλιάδων.

Τό σύμβολο E σημαίνει εκατοντάδες.

Τό σύμβολο Δ σημαίνει δεκάδες.

Τό σύμβολο M σημαίνει μονάδες.

291. Νά γραφούν ολόγραφα καί αριθμητικά οι αριθμοί που αναλύονται:

$$4E/X + 0\Delta/X + 0M/X + 4E + 5\Delta + 6M$$

$$5E/X + 4\Delta/X + 3M/X + 4E + 0\Delta + 0M$$

65. Οι αριθμοί από ένα εκατομμύριο καί πάνω.

Πώς σχηματίζονται:

“Αν τό ένα εκατομμύριο τό επαναλάβουμε 10 φορές, θά κά-
νουμε μία δεκάδα εκατομμυρίων ή μονάδα 8ης τάξεως.

"Αν τη μονάδα της 9ης τάξεως την επαναλάβουμε 10 φορές, θα κάνουμε μία εκατοντάδα εκατομμυρίων ή **μονάδα** 9ης τάξεως. "Αν προχωρήσουμε με τον ίδιο τρόπο, θα κάνουμε μονάδες: 10ης, 11ης ... κλ. τάξεων, όπως φαίνεται στον πίνακα της σελίδας ... 95

66. Πώς διαβάζονται οί πολυψήφιοι αριθμοί

Τούς χωρίζουμε σε τριψήφια τμήματα, δηλαδή σε περιόδους, αρχίζοντας απ' τα δεξιά προς τ' αριστερά και κατόπιν διαβάζουμε τον αριθμό, αρχίζοντας απ' τ' αριστερά προς τα δεξιά. "Όταν διαβάζουμε τα τμήματα, δίνουμε τα ονόματα των περιόδων τους. π.χ. ο αριθμός 5.542.367.951 διαβάζεται:

5 δισεκατομμύρια, 542 εκατομμύρια, 367 χιλιάδες 951 μονάδες.

Για καλύτερη κατανόηση παρακολουθήστε τον παρακάτω πίνακα:

περίοδος τρισεκατομυρίων			περίοδος δισεκατομμυρίων			περίοδος εκατομμυρίων			περίοδος χιλιάδων			περίοδος μονάδων			Διαβάζεται
E	Δ	M	E	Δ	M	E	Δ	M	E	Δ	M	E	Δ	M	
														1	"Ένα
													1	0	δέκα
												1	0	0	εκατό
										1	0	0	0	0	χίλια
									1	0	0	0	0	0	δέκα χιλιάδ.
								1	0	0	0	0	0	0	εκατό χιλ.
							1	0	0	0	0	0	0	0	ένα εκατομ.
						1	0	0	0	0	0	0	0	0	10 εκατομ.
						1	0	0	0	0	0	0	0	0	100 εκατομ.
					1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1 δισεκατομ.

Άσκήσεις:

292. Οί παρακάτω αριθμοί νά αναλυθοῦν στίς μονάδες τῶν διαφόρων τάξεων τους.

524.793, 80.808.088, 5.697.489.911, 875.497.023.

294. Νά διαβάσετε τοὺς ἀριθμούς:

48.502.000, 89.970.324, 105.409, 101.010.111

67. Ἑλληνική καί Ρωμαϊκή γραφή τῶν ἀριθμῶν*

Οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες χρησιμοποιοῦσαν τό δεκαδικό σύστημα γραφῆς τῶν ἀριθμῶν. Ἐγγραφαν τοὺς ἀριθμούς μέ (27) σύμβολα, πού τά σημειώνουμε στὸν πίνακα πού ἀκολουθεῖ:

Ἰνδοαραβικά σύμβολα	Ἑλληνικά σύμβολα	Ρωμαϊκά σύμβολα	Ἰνδοαραβικά σύμβολα	Ἑλληνικά σύμβολα	Ρωμαϊκά σύμβολα	Ἰνδοαραβικά σύμβολα	Ἑλληνικά σύμβολα	Ρωμαϊκά σύμβολα
0	—	—				100	ρ´	C
1	α´	I	10	ι´	X	200	σ´	
2	β´	II	20	κ´		300	τ´	
3	γ´	III	30	λ´		400	υ´	
4	δ´	IV	40	μ´		500	φ´	D
5	ε´	V	50	ν´	L	600	χ´	
6	στ´	VI	60	ξ´		700	ψ´	
7	ζ´	VII	70	ο´		800	ω´	
8	η´	VIII	80	π´		900	Ϡ´	
9	θ´	IX	90	Ϟ´		1000	α	

Εἰκ. 74

Οἱ Ρωμαῖοι χρησιμοποιοῦσαν τά σύμβολα, πού σημειώνουμε στὸν ἴδιο πίνακα μέ τοὺς ἐξῆς κανόνες:

1. Κάθε ἀριθμός, πού γράφεται ἀριστερά μεγαλυτέρου του, ἀφαιρεῖται ἀπ' αὐτόν.
2. Κάθε ἀριθμός, πού γράφεται δεξιὰ μεγαλυτέρου του, προστίθεται σ' αὐτόν.

* Προαιρετικά.

3. "Όμοια ψηφία πού επαναλαμβάνονται, προσθέτονται.

Τά Έλληνικά καί Ρωμαϊκά σύμβολα χρησιμοποιούνται καί σήμερα στά κεφάλαια τών βιβλίων. Τά ρωμαϊκά σέ μερικά ρολόγια καί άλλοι.

Στήν Έλληνική καί Ρωμαϊκή γραφή τών αριθμών δέν υπήρχε τό σύμβολο μηδέν (0), γιατί δέν υπήρχε ή αριθμογραφία τής θέσεως.

Η χρησιμοποίηση τοῦ μηδενός είναι μία από τίς εύφυέστερες επινοήσεις τοῦ ανθρώπινου λογικοῦ, πού συνετέλεσε καί στήν προαγωγή τοῦ σύγχρονου πολιτισμοῦ.

ΠΩΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΜΕΛΕΤΑΣ

Η κυριότερη αρχή γιά νά μελετήσεις μαθηματικά είναι: Νά γνωρίζεις τόν τρόπο λύσεως όρισμένων ειδών προβλημάτων.

Καί γιά νά λύσεις ένα πρόβλημα, ακολουθήσε τήν παρακάτω πορεία:

Βήμα 1ο: Διάβασε (διάβασε πολλές φορές αν είναι απαραίτητο) τό πρόβλημα προσεχτικά γιά νά είσαι σέ θέση νά γνωρίζεις:

α. Τί πρόκειται νά θρείς

β. Τί στοιχεῖα σοῦ δίδονται

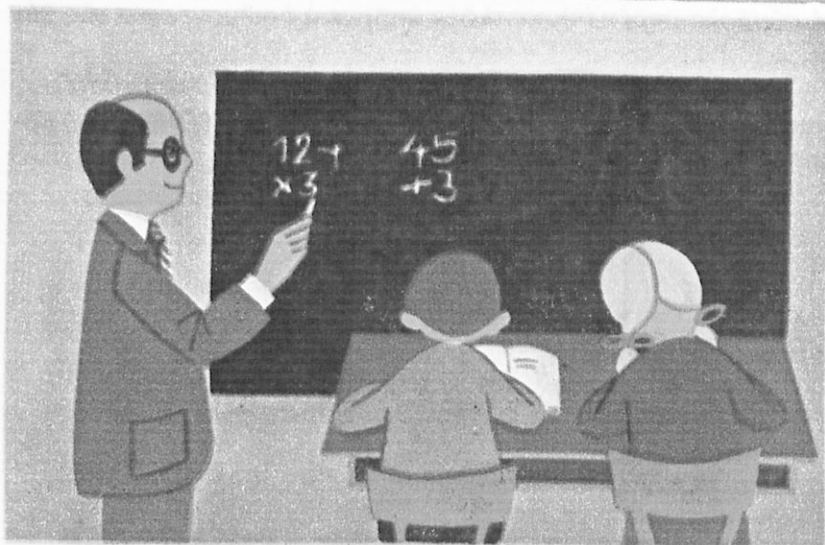
γ. Τί επιπλέον στοιχεῖα, αν χρειάζονται, μπορείς νά χρησιμοποιήσεις.

*Βήμα 2ο. Κάνε ένα σχέδιο τοῦ προβλήματος, αν μπορείς. Γράψε στήν κατάταξη όλα όσα γνωρίζεις γύρω από τό πρόβλημα.

Βήμα 3ο. Αποφάσισε ποιά πράξη ή συνδυασμό πράξεων πρέπει νά κάνεις, γιά νά θρείς τήν απάντηση.

Βήμα 4ο. Κάνε μέ μεγάλη προσοχή τίς απαραίτητες πράξεις.

Βήμα 5ο. Νά σκεφθεῖς, αν ή απάντηση πού θρήκες είναι ικανοποιητική καί κατόπιν νά κάνεις τόν έλεγχο.



Εικ. 75

Οι 4 πράξεις με πολυψήφιους αριθμούς

68. Αριθμητικές πράξεις

Όπως και με ολιγοψήφιους αριθμούς, έτσι και με πολυψήφιους, όταν μας δοθούν δύο ή περισσότεροι αριθμοί, μπορούμε απ' αυτούς να κατασκευάσουμε άλλους με τέσσερις τρόπους. Τούς τρόπους αυτούς ονομάζουμε **αριθμητικές πράξεις**. Οι πράξεις αυτές έχουν τὰ ονόματα: **Πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός και διαίρεση**.

Αυτές οι πράξεις με πολυψήφιους αριθμούς γίνονται, όπως και με τούς ολιγοψήφιους. Εδώ γιά να τίς θυμηθείτε θ' αρχίσουμε πάλι από τήν πιό απλή. Τήν πρόσθεση:

69. Πρόσθεση

Ο πρώτος όροφος μιᾶς πολυκατοικίας δίνει ἐνοίκιο:

17.800 δραχμές. Ο δεύτερος 21.050, ο τρίτος 32.300 καὶ ο τέταρτος 38.850. Πόσο ἐνοίκιο δίνουν ὅλοι οἱ ὀροφοὶ μαζί;



Εικ. 76

ΓΙΑ ΝΑ ΘΥΜΗΘΕΙΤΕ ΤΑ ΟΝΟΜΑΤΑ ΤΟΥΣ

Όροι	17.800
ἢ	21.050
προσθετέοι	32.300
	<u>+38.850</u>
ἄθροισμα →	110.000

Όπως καὶ στοὺς ὀλιγοψήφιους, ἔτσι κι ἐδῶ, πρέπει νά βροῦμε ἓναν ἀριθμό, πού νά ἔχει τόσες μονάδες, ὅσες ἔχουν ὅλοι μαζί οἱ ἀριθμοί: 17.800, 21.050, 32.300, 38.850. Ἡ πράξη πού κάνουμε στίς περιπτώσεις αὐτές εἶναι ἡ **πρόσθεση**.

Ἡ τεχνική τῆς προσθέσεως καί ἡ δοκιμή τῆς εἶναι αὐτή, πού ἀναπτύχθηκε στό 2ο Κεφάλαιο.

Γράφετε, δηλαδή, τούς ἀριθμούς τόν ἕναν κάτω ἀπό τόν ἄλλον, ἔτσι ὥστε οἱ μονάδες τῆς ἴδιας τάξεως νά βρεθοῦν στήν ἴδια στήλη.

Στήν ἐκτέλεση τῆς πράξεως πρέπει:

1. Νά βρεῖτε τό ἄθροισμα τῶν ψηφίων στή στήλη τῶν μονάδων.
2. Νά βρεῖτε πόσες μονάδες ἔχει καί πόσες δεκάδες αὐτό τό ἄθροισμα.
3. Νά γράψετε τίς μονάδες στή στήλη τους καί νά «κρατεῖστε» τίς δεκάδες.
4. Νά προσθέσετε τό κρατούμενο μαζί μέ τά ψηφία τῶν δεκάδων καί νά συνεχίσετε πρός τ' ἀριστερά μέ τόν ἴδιο τρόπο.
5. Νά κάνετε τή δοκιμή, ὅπως καί στούς ὀλιγοψηφίους.

70. Ὁριζόντια πρόσθεση

Στήν ὀριζόντια πρόσθεση ἐφαρμόζουμε τή μέθοδο τοῦ **πηδήματος** ἀπό τόν ἕναν ἀριθμό στόν ἄλλον. Κατά τήν ἐφαρμογή τῆς τό μάτι πηδαίει ἀπ' τόν ἕναν ἀριθμό στόν ἄλλον μέ κανονικό ρυθμό.

$$\text{π.χ. } 9 + 5 + 4 + 8 + 9 + 2 + 1 + 6 = 44$$

71. Δοκιμή τῆς προσθέσεως

Ὅπως καί στούς ὀλιγοψηφίους, ἔτσι καί ἐδῶ, ἡ δοκιμή γίνεται μέ δύο τρόπους:

1. Δοκιμή διὰ τοῦ 9

Παραδείγματα: Νά βρεθεῖ τό ἄθροισμα:

$$\begin{array}{rcll} 2329 & \longrightarrow & 16 & \longrightarrow & 1 + 6 = 7 \\ 38318 & \longrightarrow & 23 & \longrightarrow & 2 + 3 + 5 \downarrow \text{ἄθροισμα} \\ 5277 & \longrightarrow & 21 & \longrightarrow & 2 + 1 = 3 & 2 \\ 82436 & \longrightarrow & 23 & \longrightarrow & 2 + 3 = 5 \\ \hline 128360 & \longrightarrow & 20 & \longrightarrow & 2 + 0 = \boxed{2} \\ & & & & \text{ἄθροισμα } 2 \end{array}$$

Πρέπει τὰ δύο ἀκραῖα ἀθροίσματα πού δείχνουν τὰ θέλη νά συμφωνοῦν.

2ος τρόπος:

Ν' ἀλλάξετε τή σειρά τῶν προσθετέων καί νά βρίσκετε τό ἴδιο ἀθροισμα, ὅταν ἡ πράξη ἔγινε χωρίς λάθος.

Ἀσκήσεις:

295. Νά ὑπολογιστοῦν τὰ ἀθροίσματα:

1462 μέτρα	13091	12372	89765
<u>763 μέτρα</u>	42603	67	8765
	241	5417	101
		<u>9</u>	<u>18</u>

296. Νά κάνετε τίς παρακάτω προσθέσεις «Ὁριζόντια» καί «Ἐίθετα» καί τίς δοκιμές τους.

$$23512 + 818 + 8 + 899 =$$

$$208 + 7707 + 12509 + 7423 =$$

$$250409 + 1011 + 3201 + 6512 =$$

$$12 + 1002 + 812 + 303 =$$

297. Ἀφοῦ βάλετε τόν ἕναν κάτω ἀπό τόν ἄλλον, νά βρεῖτε τὰ ἀθροίσματα καί νά κάνετε τίς δοκιμές στίς παρακάτω περιπτώσεις:

1) $26893 + 72811 + 4509 + 603$

2) $3781 + 16893 + 611 + 88$

3) $45 + 62587 + 7098 + 512$

4) $678506 + 87 + 809 + 506$

298. Ὁμαδοποιήστε ἀνά δύο τοὺς παρακάτω ἀριθμούς:

1654, 231, 4137, 2985, ἔτσι ὥστε νά ἔχουμε:

1) Μιά πρόσθεση χωρίς κρατούμενα.

2) Μιά πρόσθεση μέ κρατούμενο πού νά μεταφέρεται στίς δεκάδες.

3) Μιά πρόσθεση μέ κρατούμενο πού νά μεταφέρεται στίς ἑκατοντάδες.

4) Μιά πρόσθεση μέ κρατούμενο πού νά μεταφέρεται στίς δεκάδες καί ἄλλο κρατούμενο πού νά μεταφέρεται στίς ἑκατοντάδες.

Προβλήματα προσθέσεως:

299. Ἀπό τήν 1 Ἰανουαρίου τοῦ ἔτους 480 π.Χ. κατά τό ὅποιο ἔγινε ἡ ναυμαχία τῆς Σαλαμίνας μέχρι 31 Δεκεμβρίου 1978 πόσα ἔτη ἔχουν περάσει;

300. "Ενας όρειβάτης ύπολογίζει πώς, αν άνεβεεί 1468 μέτρα άκόμη, θά βρεθεί στην κορυφή του Όλυμπου. Πόσο είναι τό ύψος του Όλυμπου, αν ό όρειβάτης θρίσκεται σέ ύψος 1450 μέτρων;
301. Μιά δεξαμενή περιέχει 132.500 κιλά νερό. Για νά γεμίσει χρειάζεται άκόμα 9999 κιλά νερό. Πόσο νερό χωράει ή δεξαμενή;
302. Οι Όλυμπιακοί άγώνες άρχισαν τό 777 π.Χ. Πόσα χρόνια πέρασαν μέχρι τό 1978;
303. Η μάχη του Μαραθώνα έγινε τό έτος 490 π.Χ. Πόσα χρόνια πέρασαν μέχρι τό 1978;
304. "Ενας έμπορος άγόρασε έμπόρευμα αξίας 132.000 δραχμές. Πόσο πρέπει νά τό πουλήσει για νά κερδίσει 28.000 δρχ.;
305. "Ενας έμπορος πούλησε μία άνδρική ένδυμασία 5.212 δραχμές μέ ζημιά 712 δραχμές. Πόσο του κόστισε;
306. Στίς έκπτώσεις ένας έμπορος πούλησε ραπτομηχανή, αντί 8.050 δραχμές, μέ ζημιά 1002 δραχμές. Πόσο του κόστισε;
307. "Ενας έμπορος πούλησε τόν πρώτο μήνα 7.963 κιλά έμπόρευμα καί πήρε 270.742 δραχμές. Τό δεύτερο μήνα πούλησε 8.763 κιλά έμπόρευμα καί πήρε 297.942 δραχμές καί τόν τρίτο μήνα πούλησε 12.356 κιλά έμπόρευμα καί πήρε 420.104 δραχμές. Πόσα κιλά έμπόρευμα πούλησε καί πόσες δραχμές πήρε;
308. "Ενας φιλάνθρωπος διέθεσε ένα χρηματικό ποσό σέ τρεις φτωχές οικογένειες, μέ την έντολή: ή πρώτη νά πάρει 42.375 δραχμές, ή δεύτερη 13.500 δραχμές περισσότερες άπ' την πρώτη καί ή τρίτη 21.580 περισσότερες άπ' τή δεύτερη. Πόσα πήρε ή δεύτερη καί πόσα ή τρίτη οικογένεια καί πόσα χρήματα διέθεσε ό φιλάνθρωπος;
309. "Όταν γεννήθηκε ένα παιδί, ή μητέρα του ήταν 22 χρόνων κι ό πατέρας του ήταν 11 χρόνια μεγαλύτερος άπ' τή μητέρα του. Τώρα τό παιδί είναι 18 έτών. Πόσων χρόνων είναι ό πατέρας του καί πόσο ή μητέρα του;
310. Ό Πυθαγόρας γεννήθηκε 285 χρόνια πριν τή γέννηση του Άρχιμήδη, πού αύτός πέθανε τό έτος 212 π.Χ. σέ ηλικία 75 χρόνων. Πόσα χρόνια πέρασαν μέχρι σήμερα άπ' τή γέννηση του Πυθαγόρα;
311. "Ενα χρηματικό ποσό μοιράστηκε σέ τρία πρόσωπα. Τό πρώτο έλαβε 65.090 δραχμές. Τό δεύτερο 28.700 δραχμές περισσότερες άπ' τό πρώτο καί τό τρίτο 18.760 δραχμές περισσότερες άπ' τό δεύτερο. Πόσο ήταν τό χρηματικό ποσό;

72. Άφαίρεση

Τήν 1η Ιανουαρίου, μία πόλη άριθμούσε 147.255 κατοίκους: Στο τέλος του έτους ό πληθυσμός άνέβηκε σέ 148.132 κατοίκους. Πόση είναι ή αύξηση του πληθυσμού τής πόλεως;



Εικ. 77

ΓΙΑ ΝΑ ΘΥΜΗΘΕΙΤΕ ΤΑ ΟΝΟΜΑΤΑ ΤΟΥΣ

Μειωτέος	→	148132
Αφαιρετέος	→	147255
Υπόλοιπο	→	<u>877</u>

Είναι φανερό πώς, όταν θέλουμε νά βρούμε «πόσο αύξηθηκε» κάνουμε αφαίρεση.

Η τεχνική της αφαιρέσεως καί η δοκιμή της είναι αυτή, πού αναπτύχθηκε στό 2ο κεφάλαιο.

Γράφετε, δηλαδή, τούς αριθμούς τό μικρότερο κάτω από τό μεγαλύτερο, έτσι ώστε οί μονάδες νά βρίσκονται στην πρώτη στήλη, οί δεκάδες στή δεύτερη, οί εκατοντάδες στην τρίτη κτλ. γιατί έτσι θά βρεθούν οί όμοιοιδείς αριθμοί στην ίδια στήλη, πού μπορούμε νά τούς αφαιρέσουμε, έπειδή άλλιώς δέν μπορούμε νά κάνουμε αφαίρεση.

Στήν εκτέλεση της αφαιρέσεως λέτε: 5 από 2 δέν αφαιρείται, 5 από 12, 7, γράφετε τόν 7 καί «κρατάτε» τόν 1.

Γιατί «κρατάτε» τόν 1;

Προσθέτετε, σέ συνέχεια, τό κρατούμενο στίς δεκάδες καί έπαναλαμβάνετε τά ίδια καί γιά τίς άλλες στήλες.

Τά υπόλοιπα πού βρίσκετε κάθε φορά από τίς συνεχόμενες άφαιρέσεις στίς στήλες, είναι τς ψηφία του υπόλοιπου τών δύο αριθμών. Στο παράδειγμα τό υπόλοιπο είναι: 877 κάτοικοι.

73. Δοκιμή τής άφαιρέσεως

1. Μπορείτε νά προσθέσετε τό υπόλοιπο μέ τόν άφαιρετέο, όποτε νά βρείτε τό μειωτέο.

άφαιρέση	δοκιμή
2517	1886
- 631	+ 631
1886	2517

2. Μπορείτε νά άφαιρέσετε τό υπόλοιπο άπ' τό μειωτέο, όποτε πρέπει νά βρείτε τόν άφαιρετέο.

Άφαιρέση	Δοκιμή
8746	8746
-5412	-3334
3334	5412

3. Μπορείτε, όπως καί στην πρόσθεση, νά γίνει καί ή δοκιμή μέ τό 9

$$\begin{array}{rcll}
 7549 & \longrightarrow & 7 + 5 + 4 + 9 & = 25 \longrightarrow 2 + 5 = \boxed{7} \\
 -3278 & \longrightarrow & 3 + 2 + 7 + 8 & = 20 \longrightarrow 2 \\
 \hline
 4271 & \longrightarrow & 4 + 2 + 7 + 1 & = 14 \longrightarrow 1 + 4 = \underline{5} + \boxed{7}
 \end{array}$$

Έάν όπως φαίνεται στο παράδειγμα, οι μονοψήφιοι, πού προκύπτουν άπ' τόν άφαιρετέο καί τό υπόλοιπο, έχουν άθροισμα ίσο μέ τό άθροισμα τών ψηφίων του μειωτέου, ή πράξη είναι σωστή.

Άσκήσεις καί προβλήματα:

312. Νά γίνουν οι άφαιρέσεις στίς παρακάτω περιπτώσεις καί οι δοκιμές τους:

$$356300 - 184684$$

$$52574408 - 9730230$$

$$7831355 - 4338743$$

$$804375000 - 62700000$$

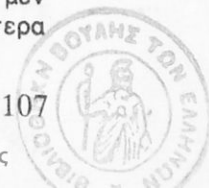
313. Νά συμπληρωθούν οι τελείες μέ ψηφία στίς παρακάτω περιπτώσεις:

6987		.3.6	.230.
$\begin{array}{r} - \dots \\ \hline 2576 \end{array}$	$\begin{array}{r} - 9845 \\ \hline 18667 \end{array}$	$\begin{array}{r} - 2.9. \\ \hline 1564 \end{array}$	$\begin{array}{r} - 354.0 \\ \hline 1.50 \end{array}$

314. Σέ μία άφάιρεση ό μειωτέος είναι 5786 καί ό αφαιρετέος είναι ίσος μέ τό υπόλοιπο. Ποιός ό αφαιρετέος καί ποιό τό υπόλοιπο;
315. Ή Έλληνική επανάσταση έγινε τό 1821. Πόσα χρόνια πέρασαν από τότε;
316. Ή ανακάλυψη τής τυπογραφίας έγινε άπ' τό Γουτεμβέργιο τό 1436. Πόσα χρόνια πέρασαν από τότε;
317. Ποιός αριθμός άν προστεθει στόν 78412, θά δώσει τόν 84509;
318. Ένας αγόρασε ένα αυτοκίνητο 378.450 δραχμές καί σ' ένα χρόνο τό πούλησε 403.400. Πόσα κέρδισε;
319. Τό άθροισμα δύο αριθμών είναι 12.518 καί ό ένας άπ' αυτούς είναι ό 7.007. Ποιός είναι ό άλλος;
320. Τρία θαρέλια γεμάτα λάδι περιέχουν: τό α' 107 κιλά, τό δεύτερο 6 κιλά περισσότερο άπ' τό α' καί τό τρίτο 9 κιλά λιγότερο άπ' τό δεύτερο. Πόσα κιλά λάδι έχουν καί τά τρία θαρέλια;
321. Ό Κώστας θέλει ν' αγοράσει ένα ποδήλατο αξίας 2.850 δρχ. Μέσα στόν κουμπαρά του έχει 730 δραχμές. Πόσα πρέπει νά συμπληρώσει ό πατέρας του;
322. Μιά ομάδα τουριστών έκανε τίς διαδρομές της μ' αυτοκίνητο. Τήν πρώτη μέρα διάνυσε 883 χιλιόμετρα, τή δεύτερη 429 χιλιόμετρα, τήν τρίτη 476 καί τήν τέταρτη 329 χιλ. Στό τέλος τής διαδρομής τό «κοντέρ» έδειχνε 29.187 χιλιόμετρα. Τί έδειχνε πρίν ξεκινήσουν καί τί στό τέλος κάθε ήμερήσιας διαδρομής;
323. Τό άθροισμα τριών αριθμών είναι 1.870. Δυό άπ' αυτούς έχουν άθροισμα 1.585 κι ένας άπ' αυτούς είναι ό 632. Νά βρεθούν οι τρεις αριθμοί.
324. Τό άθροισμα δύο άκέραιων αριθμών είναι 50 καί ή διαφορά τους 16.
* Νά βρεθούν οι αριθμοί.

Άσκήσεις καί προβλήματα προσθέσεως καί αφαιρέσεως

325. Μιά δεξαμενή περιέχει 22.785 κιλά νερό. Άφαιρούμε άρχικά 3.070 κιλά νερό, κατόπιν 6.060 κιλά νερό καί ύστερα ανοίγουμε τήν κάνουλα άπ' τήν όποία χύθηκαν 9.090 κιλά νερό. Πόσα κιλά νερό περιέχει ακόμα ή δεξαμενή;
326. Σέ μία οικογένεια ό πατέρας κερδίζει τό χρόνο 298.800 δραχμές, ή μητέρα κερδίζει 28.700 λιγότερα, καί τά δύο παιδιά κερδίζουν: ό μέν πρώτος 32.550 λιγότερα άπ' τόν πατέρα κι ό άλλος 29.580 λιγότερα άπ' τή μητέρα. Πόσα εισπράττει όλη ή οικογένεια;



327. Δύο άδελφοί πήραν άπ' τόν πατέρα τους 20.000 δραχμές μέ τήν έντολή ό μεγαλύτερος νά πάρει 4.000 δραχμές περισσότερες άπ' τό μικρότερο. Πόσες δραχμές θά πάρει ό καθένας;
328. Σ' ένα σχολείο φοιτοῦσαν 100 μαθητές, άγόρια καί κορίτσια καί νήπια. Τ' άγόρια καί τά νήπια ήταν 70. Τά κορίτσια καί τά νήπια ήταν 40. Πόσα ήταν τ' άγόρια, πόσα τά κορίτσια καί πόσα τά νήπια;
329. Ένας βιβλιοπώλης άγόρασε βιβλία άξίας 5.875 δραχμές καί τετράδια αντί 2.850 δραχμές. Κατά τήν πώληση εισέπραξε καί άπ' τά δύο 10.500 δραχμές. Πόσα κέρδισε;
330. Ένας παντοπώλης άγόρασε καφέ καί ζάχαρη καί πλήρωσε 16.800 δραχμές. Άπ' τόν καφέ εισέπραξε 12.850 δραχμές κι άπ' τή ζάχαρη 9.090 δραχμές. Κέρδισε ή ζημιώθηκε καί πόσα;
331. Οί περιουσίες δύο άδελφών διαφέρουν κατά 301.402 δρχ. Έάν ό πλουσιότερος έχει 903.508 δραχμές, ποιά είναι ή περιουσία του άλλου καί πόσο διαφέρει άπ' τήν περιουσία τής άδελφής του πού είναι 412.618 δραχμές;
332. Ό πληθυσμός τών Νομών τής Θεσσαλίας είναι 696.384 κατοίκους. Άπ' αυτούς ό Νομός Μαγνησίας έχει 162.285 κατοίκους. Ό Νομός Τρικάλων 142.781 κατοίκους, καί ό Νομός Καρδίτσας 153.542 κατοίκους. Πόσους κατοίκους έχει ό Νομός Λαρίσης;
333. Δύο συνεταίροι ζημιώθηκαν σέ μία επιχείρηση, ό Α' 583.000 δραχμές καί ό Β' 585.000 δραχμές. Έτσι τό κεφάλαιο πού έμεινε καί στους δύο μαζί ήταν 917.000 δραχμές. Άν τό άρχικό κεφάλαιο του Α' ήταν 785.000, ποιά ήταν τό κεφάλαιο του Β';
334. Ένας έμπορος άγόρασε έμπόρευμα άξίας 136.500 δραχμές. Πούλησε ένα μέρος άπ' αυτό καί εισέπραξε 141.500 δραχμές, ένω ή άξία εκείνου πού έμεινε, ήταν 33.500 δραχμές. Ζητείται τό κέρδος του έμπορου.
335. Ποιόν αριθμό πρέπει νά προσθέσουμε στόν 7.408, γιά νά πάρουμε αριθμό πού άποτελείται άπό 8 όκτάρια;
336. Ποιόν αριθμό πρέπει ν' άφαιρέσετε άπό τόν 8.888, γιά νά πάρετε τόν 6.666;
337. Θέλει κάποιος ν' αγοράσει ένα αυτοκίνητο άξίας 257.000 δρχ. Άν όμως είχε άκόμα 46.500 δραχμές θά τό άγόραζε καί θά του περισσευσαν καί 12.500. Πόσα χρήματα είχε;
338. Η Μαρία σήμερα είναι 18 έτών καί ή μητέρα της 42 έτών. Όταν φθάσει στήν ήλικία τής μητέρας της, πόσων έτών θά είναι εκείνη;
339. Δύο άδελφοί πρόκειται νά μοιραστοῦν μία κληρονομιά 1.165.800 δραχμές. Σύμφωνα μέ τή διαθήκη ό μεγαλύτερος έπρεπε νά πάρει 252.400 δραχμές περισσότερες άπ' τό μικρότερο. Πόσα θά πάρει ό καθένας;

74. Καί μία ιδιότητα τῆς ἀφαιρέσεως

Ἀπό δύο ἀδέρφια ὁ Πέτρος εἶχε 7.000 δραχμές καί ὁ Κώστας 5.000 δραχμές:

α) Πόσο διαφέρουν τὰ χρήματα τῶν δύο ἀδερφῶν.

β) Ἄν ὁ πατέρας τοῦς δώσει ἀπό δύο χιλιάδες στὸν καθένα, πόσο θὰ διαφέρουν τὰ χρήματά τους;

γ) Ἄν πληρώσουν χρέος καί δώσουν ἀπό 3.000 δραχμές ὁ καθένας πόσο θὰ διαφέρουν τὰ χρήματά τους;

Ἀπαντώντας

α) θὰ διαφέρουν $7.000 - 5.000 = 2.000$ δρχ.

β) θὰ διαφέρουν $(7.000 + 2.000) - (5.000 + 2.000) = 2.000$ δραχμές

γ) θὰ διαφέρουν $(7.000 - 3.000) - (5.000 - 3.000) = 2.000$ δραχμές.

Βλέπετε ;

Ἄν στὸ μειωτέο καί τὸν ἀφαιρετέο μιᾶς ἀφαιρέσεως προσθέσουμε ἢ ἀφαιρέσουμε τὸν ἴδιο ἀριθμό, ἡ διαφορά δὲν ἀλλάζει.

Στὴν ιδιότητα αὐτὴ βασίζεται καί ἡ πράξη τῆς ἀφαιρέσεως μέ κρατούμενα (Γιατί:).

75. Γιά νά θυμηθεῖτε τίς ιδιότητες

Ποιόν ἀριθμό πρέπει νά τοποθετήσουμε, γιά νά συμπληρώσουμε τίς ἰσότητες; Καί ν' ἀναφέρετε τὴν ιδιότητα πού ἐφαρμόζετε:

1. $10 + 6 = 6 + ;$

2. $134 + 17 = 17 + ;$

3. $(4 + 6) + 8 = 4 + (6 + ;)$

4. $(8 + 3) + 2 = 8 + (; + 2)$

5. $3 + (2 + 1) = (3 + ;) + 1$

6. $8 + (10 + 7) = (8 + 10) + ;$

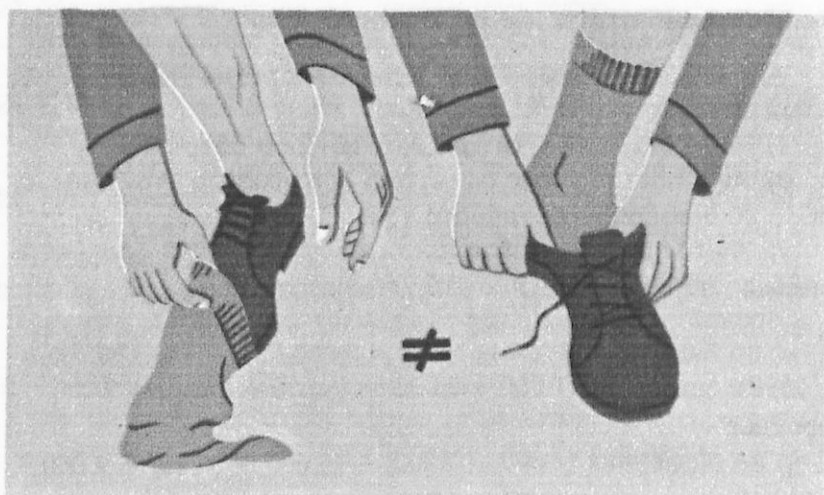
7. $5 + 0 = 0 + ;$

8. $(6 - 4) = (6 + 2) - (4 + ;)$

9. $20 - 16 = (20 - 4) - (16 - ;)$

10. $(50 - ;) = (50 - 10) - (30 - 10)$

11. Ἰσχύει ὁ νόμος τῆς ἀντιμεταθέσεως στὴν ἀφαίρεση;



Είκ. 78 'Εδῶ δέν ἰσχύει ὁ νόμος τῆς ἀντιμεταθέσεως

76. Πολλαπλασιασμός

Πρόβλημα 1ο

"Ένα ποδήλατο ἀξίζει 2.558 δραχμές. Πόσο ἀξίζουν τά 156 ὅμοια ποδήλατα;

'Εδῶ γνωρίζουμε τήν τιμή τῆς μιᾶς μονάδας καί θέλουμε νά βροῦμε τήν τιμή τῶν πολλῶν ὁμοειδῶν μονάδων. Θά κάνουμε πολλαπλασιασμό:

$$2558 \times 156$$

77. Ἡ τεχνική τοῦ πολλαπλασιασμοῦ

Παρατηροῦμε πώς:

1. Ὁ πολλαπλασιαστής 156 ἀναλύεται σέ 1 ἑκατοντάδα, 5 δεκάδες καί 6 μονάδες.
2. Ὄταν ὁ ἀριθμός 2558 πολλαπλασιάζεται μέ τό 6, τό γινόμενο: 15348 παρασταίνει μονάδες.
3. Ὄταν ὁ 2558 πολλαπλασιάζεται μέ τό 5, τό γινόμενο: 12790 παρασταίνει δεκάδες.

Ἐδῶ πρέπει νά προσέξουμε ποῦ θά τοποθετήσουμε τίς δεκάδες. Δηλαδή τό ψηφίο μηδέν τοῦ 12790 γράφεται στή στήλη τῶν δεκάδων.

4. Ὄταν ὁ 2558 πολλαπλασιάζεται μέ τόν 1 τό γινόμενο: 2558 παρασταίνει ἑκατοντάδες.

Ἐδῶ πρέπει νά προσέξουμε τήν τοποθέτηση τοῦ τελευταίου ψηφίου 8 τοῦ ἀριθμοῦ 2558 νά βρεθεῖ στή στήλη τῶν ἑκατοντάδων.

	2558	
	<u>156</u>	
6 ποδήλατα πρὸς 2558	→	15348
5 δεκάδες ποδ. πρὸς 2558	→	12790
1 ἑκατ. ποδήλ. πρὸς 2558	→	2558
Ἔθροισμα:	→	<u>397048</u>

78. Δοκιμὴ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ

Ἐνα κατάστημα ἡλεκτρικῶν εἰδῶν πούλησε σ' ἓνα ἐξάμηνο 375 ἡλεκτρικές κουζίνες πρὸς 7465 δραχμές τῇ μία. Πόσα εἰσέπραξε;

Κι ἐδῶ γνωρίζουμε τήν τιμὴ τῆς μιᾶς μονάδας καί ζητοῦμε τήν τιμὴ τῶν πολλῶν ὁμοειδῶν μονάδων. Θά κάνουμε πολλαπλασιασμό. Ἐκτέλεση τῆς πράξεως:

Δοκιμὴ (ὅπως καί στό α' μέρος)

7465	7 + 4 + 6 + 5 = 22 → 2 + 2 = 4	
× 375	3 + 7 + 5 = 15 → 1 + 5 = 6	
37325		24 → 4 + 2 = 6
* 52255		
22395		4 6
2799375	→ 2 + 7 + 9 + 9 + 3 + 7 + 5 = 42 = 4 + 2 = 6	6 6

Ἀσκήσεις καί προβλήματα:

Ὁμάδα Α'

Νά ἐκτελεστοῦν οἱ πολλαπλασιασμοί καί νά γίνουν οἱ δοκιμές τους:

340. 233×124 356×245 892×423

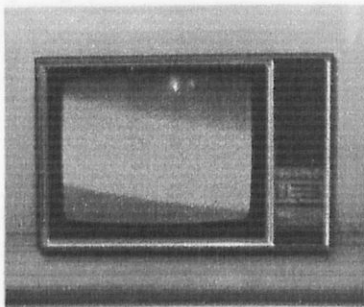
341. 2526×336 3742×157 5112×433

342. Ποιά ἡ ἀξία 53 μέτρων ὕφασμα μέ 718 δραχμές τό μέτρο;

343. Ποιό είναι τό βάρος 53 σάκων έμπορεύματος μέ 125 κιλά βάρος κάθε σάκου;
344. Ποιά είναι ή αξία 236 λαμπατέρ πρός 618 δρχ. τό ένα;
- Όμάδα Β'**
345. Ένας εργάτης παίρνει 22.500 δραχμές τό μήνα, πόσα παίρνει σέ ένα χρόνο;
346. Μιά αγελάδα κατεβάζει 23 κιλά γάλα τήν ήμέρα. Πόσα κιλά γάλα κατεβάζει σέ ένα έτος τών 365 ήμερών καί πόσο 18 όμοιες αγελάδες;
347. Ένας εργάτης παίρνει γιά εργασία μιās ώρας 135 δραχμές. Άν εργαστεί 8 έβδομάδες καί σέ κάθε έβδομάδα οι εργάσιμες ήμέρες είναι 6, πόσα χρήματα θά πάρει άν σέ κάθε εργάσιμη ήμέρα εργάζεται 7 ώρες;
348. Γιά τόν πλουτισμό τής βιβλιοθήκης του σχολείου αγοράστηκαν 466 τόμοι βιβλίων. Από αυτούς, 72 αγοράστηκαν πρός 268 δραχμές ό ένας, 57 πρός 265 δρχ. ό ένας, 78 πρός 428 δρχ. ό ένας καί οι υπόλοιποι πρός 312 δραχμές ό ένας. Πόσο στοίχισε ή αγορά τών βιβλίων;
349. Ένας έμπορος αγόρασε από μία φρουταγορά, μπανάνες πρός 77 δραχμές τό κιλό. Τήν επόμενη έβδομάδα, τίς ίδιες μπανάνες αγόρασε πρός 56 δραχμές τό κιλό. Ποιά ή διαφορά τιμής γιά μία αγορά 185 κιλών; (Υπόδειξη: Μπορείτε νά χρησιμοποιήσετε δύο τρόπους, γιά νά βρείτε τήν απάντηση).

Πρόβλημα 2ο

Νά υπολογίσετε τήν αξία 205 τηλεοράσεων πρός 11.575 δραχμές τή μία.



Εικ. 80

Άφου γνωρίζετε τήν αξία τής μιās τηλεοράσεως καί ζητάτε τήν αξία τών πολλών, θά κάνετε πολλαπλασιασμό:

$$11575 \times 205$$

Βλέπουμε πώς:

1. Ο πολλαπλασιαστής 205 αναλύεται σε:
5 μονάδες και
2 εκατοντάδες.
2. Όταν ο αριθμός 11.575 πολλαπλασιάζεται με τον αριθμό 5, πού παρασταίνει μονάδες, τό γινόμενο 57.875 παρασταίνει μονάδες.
3. Όταν ο αριθμός 11.575 πολλαπλασιάζεται με τον αριθμό 2, πού παρασταίνει εκατοντάδες, τό γινόμενο 23.150 παρασταίνει εκατοντάδες.
4. Προσέξτε τήν τοποθέτηση τοῦ ψηφίου 0, τοῦ ἀριθμοῦ 23.150. Γράφεται στή στήλη τῶν ἐκατοντάδων.
Πρακτικά γίνεται ἔτσι:

$$\begin{array}{r} 11.575 \\ \times 205 \\ \hline 57.875 \\ 23150 \\ \hline 2.372.875 \end{array}$$

5 μονάδες τηλεοράσεων πρὸς 11.575 $\longrightarrow$ 57.875
2 εκατοντάδες τηλεοράσεων, πρὸς 11.575 $\longrightarrow$ 23150
ἄξια 205 τηλεοράσεων $\longrightarrow$ 2.372.875

Ἀσκήσεις:

Νά βρεθοῦν τά ἐξαγόμενα καί νά γίνουν οἱ δοκιμές τους:

350. 3789×105 , 2057×309 , 25372×206 , 8099×503

351. 2549×101 , 609×609 , 7808×108 , 6549×203

Προβλήματα:

352. Ποιά ἡ ἀξία 58 στυλό πρὸς 506 δραχμές τόν ἕνα;

353. Ποιό εἶναι τό θάρος 108 σάκων σταφίδας τῶν 50 κιλῶν;

354. Νά συμπληρωθοῦν οἱ παρακάτω πολλαπλασιασμοί:

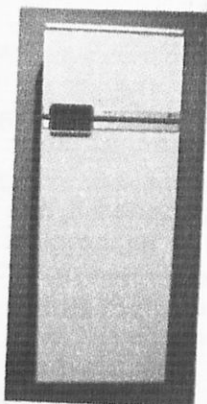
$$\begin{array}{r} .3.15 \\ \times 8 \\ \hline 6.7320 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4.3. \\ \times 9 \\ \hline 40824 \end{array}$$

355. Ἐπαληθεύστε τήν ἰσότητα τῶν 8 γινομένων, πού παίρνουμε ἀπό τόν πολλαπλασιασμό τῶν ἀριθμῶν: μιᾶς σειρᾶς ἢ μιᾶς στήλης ἢ μιᾶς διαγωνίου.

32	64	2
1	16	256
128	4	8

79. Συντομεύσεις του πολλαπλασιασμού



Εικ. 81

Πόσο στοιχίζουν 72 ψυγεία προς 8.000 δραχμές τό καθένα;
72 ψυγεία αξίζουν: $8.000 \times 72 =$
 $= 8 \text{ χιλιάδες} \times 72$
 $= 576 \text{ χιλιάδες (γιατί);}$
 $= 576.000 \text{ δραχ.}$

Πρόβλημα 3ο

Πόσο στοιχίζουν 700 ρολόγια προς 800 δραχμές τό ένα:
Τό γινόμενο $800 \times 700 = (8 \text{ εκατοντάδες}) \times 700$
 $= 5.600 \text{ εκατοντάδες}$
 $= 560.000 \text{ δραχ.}$



Εικ. 82

Αυτό μπορούμε νά τό βρούμε άμέσως, άν παραλείψουμε τά μηδενικά, πολλαπλασιάσουμε τούς αριθμούς πού άπομένουν καί δεξιά του γινομένου γράψουμε τά μηδενικά.

Νά βρείτε τά γινόμενα:

- 1) $100 \times 5 = (1 \text{ εκατ.}) \times 5 = 5 \text{ εκατοντάδες} = 500 \text{ μονάδες.}$
- 2) $1000 \times 25 = (1 \text{ χιλιάδα}) \times 25 = 25 \text{ χιλιάδες} = 25.000 \text{ μονάδες.}$
- 3) $10.000 \times 45 = (1 \text{ δεκάδα χιλιάδων}) \times 45 = 45 \text{ δεκάδες χιλιάδων} = 45.000 \text{ μονάδες.}$

Βλέπετε; ♦

"Όταν αριθμός πολλαπλασιάζεται μέ τό 10, 100 ή 1.000 κ.τ.λ. άρκεί νά γραφτούν δεξιά του αριθμού, όσα μηδενικά άκολουθούν τή μονάδα.

Άσκησης:

Νά βρεθοῦν τὰ γινόμενα:

- | | |
|----------------------------|------------------------|
| 356. $444 \times 100 =$; | $8875 \times 1000 =$; |
| 357. $3000 \times 5 =$; | $4000 \times 12 =$; |
| 358. $5000 \times 600 =$; | $10000 \times 10 =$; |
| 359. $4 \times 30000 =$; | $90 \times 6000 =$; |

Άσκησης καὶ προβλήματα ἐπὶ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ

Νά βρεθοῦν τὰ γινόμενα:

Ὅμαδα Α'

360. $375 \times 208 =$; $527 \times 700 =$; $649 \times 403 =$
361. $4028 \times 203 =$; $7800 \times 600 =$; $3807 \times 4050 =$;
362. Ποιό εἶναι τὸ θάρος 108 σάκων λιπάσματος τῶν 50 κιλῶν;
363. Πόση εἶναι ἡ ἀξία 65 φωτογραφικῶν μηχανῶν πρὸς 805 δρχ. ἡ κάθε μία;
364. Ποιό εἶναι τὸ ἔσοδο σέ 300 ἡμέρες ἐργασίας ἐνός ἐργάτη μέ ἡμερομίσθιο 900 δραχμές;
365. Πόσο στοιχίζει μιὰ ἐγκυκλοπαίδεια 24 τόμων πρὸς 705 δραχμές τὸν τόμο;

Ὅμαδα Β'

366. Μιὰ μητέρα ἀγόρασε 3 λάμπες πρὸς 805 δραχμές τῇ μία. Πόσα ρέστα θά πάρει, ἂν δώσει 3 χιλιοδραχμα;
367. Μιὰ κοινότητα ἀγόρασε γιὰ τὸ σχολεῖο της 65 θρανία πρὸς 1.005 δραχμές τὸ ἓνα καὶ 3 πίνακες πρὸς 700 δραχμές τὸν ἓναν. Ποιό εἶναι ὅλο τὸ ποσό πού ἔδωσε γιὰ τὴν ἀγορά;
368. Ἐνα ἐργοστάσιο ἀποστέλλει 162 κιθῶτια μέ ἐμπόρευμα. Κάθε ἄδειο κιθῶτιο ζυγίζει 15 κιλά, καὶ χωράει 100 κιλά ἐμπόρευμα. Ποιό εἶναι τὸ ὕλικο θάρος τοῦ ἐμπορεύματος;
• 369. Σ' ἓνα χρόνο ἓνας ἐργάτης ἐργάστηκε τὶς 105 ἡμέρες μέ ἡμερομίσθιο 608 δραχμές καὶ τὶς ὑπόλοιπες 208 μέρες μέ ἡμερομίσθιο 1.000 δραχμές. Πόσα πῆρε ὅλα - ὅλα;
370. Γιὰ μιὰ σχολικὴ παράσταση πουλήθηκαν 107 εἰσιτήρια τῶν 150 δραχμῶν τὸ καθένα, 105 εἰσιτήρια τῶν 200 δραχμῶν τὸ καθένα καὶ 102 εἰσιτήρια τῶν 300 δραχμῶν τὸ καθένα. Πόσα εἰσπράχθηκαν ὅλα - ὅλα;
371. Ἐνα λεωφορεῖο ἐξυπηρετεῖ μιὰ γραμμὴ μήκους 103 χιλιομέτρων. Ποιὰ ἀπόσταση διανύει, ὅταν κάνει 6 φορές τὴ διαδρομὴ τὴν ἐβδομάδα; Καὶ πόση ἀπόσταση διανύει σέ 15 ἐβδομάδες;

80. Διαίρεση (Μέ διαιρέτη διψήφιο)

ΓΙΑ ΝΑ ΘΥΜΗΘΕΙΤΕ ΤΑ ΟΝΟΜΑΤΑ ΤΟΥΣ

437	25	← Διαιρετέος
25	17	← Διαιρέτης
187		← Πηλίκο
175		
12		← Υπόλοιπο

Οι πόσες περιπτώσεις διαιρέσεως

Διαίρεση με τό 10 ή 100 ή 1.000.

Πρόβλημα:

Νά μοιραστούν 375 δραχμές σέ 10 ανθρώπους.

Γιά νά θρώ, πόσα θά πάρει καθένας, πρέπει νά θρώ τό πηλίκο:

$$375 : 10$$

Άλλά $375 = 37 \text{ δεκάrika} + 5 \text{ δραχμές}$.

Είναι φανερό, πώς αν μοιράσω τά 37 δεκάrika ή 370 δρχ. σέ 10 ανθρώπους ό καθένας θά πάρει 37 δραχμές. Δηλ. στή διαιρέση $375 : 10$, τό πηλίκο είναι 37 καί τό υπόλοιπο 5.

Όμοια στή διαιρέση:

$4785 : 100$, τό πηλίκο είναι 47 καί τό υπόλοιπο 85.

Επίσης στή διαιρέση $7854 : 1.000$; τό πηλίκο είναι 7 καί τό υπόλοιπο 854.

Βλέπετε; ♦

Όταν έχετε νά διαιρέσετε έναν αριθμό μέ τό 10, 100, 1.000, χωρίζετε από τά δεξιά τοῦ διαιρετέου τόσα ψηφία, όσα μηδενικά έχει ό διαιρέτης. Ό αριθμός πού αποτελούν τά ψηφία, πού μένουν, είναι τό πηλίκο, κι ό αριθμός πού αποτελούν τά ψηφία, πού χωρίζετε είναι τό υπόλοιπο.

Άσκησης (χωρίς χαρτί και μολύβι)

372. Ποιό μήκος είναι 10, 100, 1.000 φορές μικρότερο απ' το χιλιόμετρο;
 373. 12.859 δραχμές πόσα δεκάrika είναι, πόσα εκατοστάrika και πόσα χιλιάrika;
 374. 1.000 άτομα παρακολούθησαν μία θεατρική παράσταση. "Αν ή επιχείρηση πήρε 225.000, πόσο στοίχιζε τό κάθε εισιτήριο;
 375. Νά συμπληρωθεί ό πίνακας:

Άριθμοί	διά 10		διά 100		διά 1.000	
	πηλίκo	υπόλοιπο	πηλίκo	υπόλοιπο	πηλίκo	υπόλοιπο
561379	56137	9	5613	79	561	379
87456						
103107						
457686						

81. "Όταν ό διαιρετέος και ό διαιρέτης τελειώνουν σέ μη-δενικά.

Πρόβλημα 1ο:

30 σχολικές σάκες στοιχίζουn 12.000 δραχμές. Πόσο στοιχίζει μία σάκα;

Απάντηση:

Η κάθε σάκα στοιχίζει $12.000 : 30$.

Παρατηρούμε, πώς 10 φορές λιγότερες σάκες, δηλαδή 3 σάκες, πρέπει νά στοιχίζουn 10 φορές λιγότερες δραχμές. Δηλαδή 1.200 δρχ.

Δηλ.: 3 σάκες στοιχίζουn 1.200 δραχμές

ή 1 σάκα στοιχίζει $1.200 : 3 = 400$ δραχμές.

Πρόβλημα 2ο

300 σχολικές σάκες στοιχίζουn 120.000 δραχμές. Πόσο στοιχίζει ή μία σάκα;

Απάντηση:

Ή μία σάκα στοιχίζει $120.000 : 300$

Παρατηρούμε πώς 100 φορές λιγότερες σάκες (δηλαδή 3 σάκες), πρέπει να στοιχίζουν και 100 φορές λιγότερες δραχμές. Δηλαδή 1.200 δρχ.

Δηλ.: 3 σάκες στοιχίζουν 1.200 δραχμές

ή 1 σάκα στοιχίζει $1.200 : 3 = 400$ δραχμές.

Βλέπετε; ♦

Όταν ο διαιρετέος και ο διαιρέτης τελειώνουν σε μηδενικά, μπορούμε να διαγράψουμε τον ίδιο αριθμό μηδενικών κι απ' τους δύο, χωρίς το πηλίκο, (πού θα βρούμε) να μεταβληθεί.

Άσκησης (χωρίς χαρτί και μολύβι)

376. Πόσα μηδενικά μπορούμε να παραλείψουμε κι απ' τό διαιρετέο κι απ' τό διαιρέτη στις παρακάτω διαιρέσεις;

$420 : 60$, $2.500 : 50$, $28.000 : 7.000$, $36.000 : 4.000$

377. Ένας μαθητής έγραψε 800 λέξεις σε 40 λεπτά της ώρας. Πόσες λέξεις έγραψε σε ένα λεπτό;

378. Μία ώρα διαιρείται σε 60 πρώτα λεπτά. Πόσες ώρες είναι 1.800 λεπτά;

Β' Γραπτά

389. Να βρεθούν τά έξαγόμενα:

$960 : 40$, $3.900 : 300$, $75.000 \mu : 5.000$,

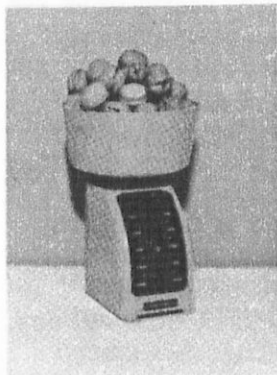
$51.000 \text{ δρχ.} : 3.000$, $84.000 \text{ γραμμάρια} : 70$.

380. Σε 15 σελίδες ενός βιβλίου υπάρχουν 8.400 λέξεις. Έάν είναι γνωστό πώς κάθε σελίδα έχει 40 σειρές, πόσες λέξεις υπάρχουν σε κάθε σειρά;

381. Ατμόπλοιο τρέχει 10 μίλια την ώρα. Πόσες ώρες θά κάνει απ' τόν Πειραιά ως τό Βόλο, πού απέχει 190 μίλια; Κι αν αναχωρήσει στις 9 τό πρωί, ποιά ώρα θά φθάσει στό Βόλο;

382. Ένας αγόρασε μία ηλεκτρική κουζίνα μέ 16.200 δραχμές, και θά τήν πληρώσει ύστερα από 90 μέρες. Πόσα πρέπει νά αποταμιεύει τή μέρα;

82. Διαίρεση δύο όποιωνδήποτε αριθμών.



Εικ. 83

“Ένας έμπορος γυαλικών αγόρασε 67 ζυγαριές κουζίνας και έδωσε 17.755 δρχ. Πόσο του στοίχισε κάθε ζυγαριά;

Γιά να βρούμε, πόσο του στοίχισε κάθε ζυγαριά, πρέπει να υπολογίσουμε το πηλίκο:

$$17.755 : 67$$

Γιά να βρούμε το πρώτο ψηφίο του πηλίκου, αποχωρίζουμε από το διαιρετέο τόσα ψηφία απ’ τ’ αριστερά, ώστε να βρίσκουμε αριθμό, πού αν διαιρεθεί με τό διαιρέτη να δίνει μονοψήφιο πηλίκο.

Στό παράδειγμα αποχωρίζουμε τό 177 και μοιράζοντάς το σέ 67 ίσα μέρη βρίσκουμε πηλίκο 2 (γιατί $2 \times 67 = 134$, ενώ $3 \times 67 = 201$) και υπόλοιπο 43 εκατοντάδες.

Μένει λοιπόν να μοιράσουμε 4.355 δραχμές, σέ 67 ίσα μέρη.

Χωρίζουμε πάλι τίς 435 δεκάδες και διαιρούμε με τό 67. Έχουμε πηλίκο 6 δεκάδες και υπόλοιπο 33 δεκάδες, πού μαζί με τίς 5 μονάδες κάνουν 335 μονάδες, πού θά μοιραστούν πάλι σέ 67 ίσα μέρη.

Διαίρεση		Δοκιμή
17755	67	265
134	265	$\times 67$
4355		1855
402		1590
335		17755
335		
000		

Τό πηλίκο του 335 διά του 67 είναι 5 ($4 \times 67 = 268$, αλλά $5 \times 67 = 335$ και τό υπόλοιπο 0).

Βλέπετε; ♦

Κάθε διαίρεση πού έχει πηλίκο πολυψήφιο, χωρίζεται σέ δύο ή πολλές διαδοχικές διαιρέσεις με πηλίκα μονοψήφια.

Από τὰ παραπάνω γίνεται φανερό, πώς ἡ ἐκτέλεση μιᾶς διαιρέσεως ἀνάγεται στὴ διαδοχικὴ ἐκτέλεση διαιρέσεων μὲ μονοψήφιο πηλίκο.

Στὸ παραπάνω παράδειγμα: $17.755 : 67$

Διαίρεση 1η

$$\begin{array}{r|l} 177 \text{ ἑκατ.} & 67 \\ 134 & 2 \text{ ἑκατ.} \\ \hline 43 \text{ ἑκατ.} & \end{array}$$

Διαίρεση 2η

$$\begin{array}{r|l} 435 \text{ δεκ.} & 67 \\ 402 & 6 \text{ δεκ.} \\ \hline 33 \text{ δεκ.} & \end{array}$$

Διαίρεση 3η

$$\begin{array}{r|l} 335 \text{ μον.} & 67 \\ 335 & 5 \text{ μον.} \\ \hline 0 \text{ μονάδες} & \end{array}$$

Δηλαδή τὸ τελικὸ ὑπόλοιπο εἶναι μηδέν (τελεία διαίρεση) καὶ τὸ τελικὸ πηλίκο = 2 ἑκατ. + 6 δεκάδες + 5 μονάδες = **265 δρχ.** καὶ γιὰ συντομία σημειώνουμε τὴ διαίρεση ὅπως παραπάνω.

Δοκιμή: $(\text{Διαιρέτης}) \times (\text{Πηλίκο}) + \text{Ῥπόλοιπο} = \text{Διαιρετέος.}$

Ἐδῶ $265 \times 67 = 17.755$

Ἀσκήσεις:

Νά κανετέ τίς παρακάτω διαιρέσεις καὶ τίς δοκιμές τους.

383.	$10089 : 19$	$1989 : 17$	$8464 : 92$
384.	$1225 : 35$	$9477 : 243$	$623946 : 57$
385.	$725730 : 34 =$	$379512 : 54 =$	$284875 : 85 =$

386. Νά βρεῖτε τὸ διαιρετέο στὶς παρακάτω διαιρέσεις:

$$\begin{array}{r|l} \dots & 47 \\ 21 & 89 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \dots & 85 \\ & 703 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \dots & 92 \\ 23 & 47 \end{array}$$

387. Νά συμπληρώσετε τίς παρακάτω πράξεις:

$$\dots \times 37 = 13875, \quad \dots \times 85 = 31790, \quad \dots \times 39 = 13767.$$

388. 85 ὁμοία ἀντικείμενα ἀξίζουν 7.225 δραχμές. Πόσο ἀξίζει τὸ ἓνα;
389. Τὸ γινόμενο δύο ἀριθμῶν εἶναι 99.102 καὶ ὁ ἓνας ἀπ' αὐτοὺς εἶναι ὁ 1.194. Ποιὸς εἶναι ὁ ἄλλος;

Προβλήματα:

390. Μὲ ἓνα σύνολο 1.296 μολυβιῶν, πόσα κουτιά τῶν 36 μολυβιῶν μποροῦμε νά γεμίσουμε;

391. Ἐνας ἔμπορος ἀγόρασε 17 δίσκους μὲ 2.975 δραχμές. Πόσο τοῦ

στοιχίζει κάθε δίσκος; Για νά κερδίσει 45 δραχμές από κάθε δίσκο πόσα πρέπει νά εισπράξει από τήν πώληση;

392. Σέ 30 ημέρες 25 αγελάδες καταναλώνουν 7.500 κιλά χόρτο. Πόσο χόρτο καταναλώνει κάθε αγελάδα τήν ημέρα;

393. Δύο οικογένειες κληρονόμησαν από ένα συγγενή τους 2.350.000 δραχμές μέ τήν έντολή του διαθέτη: ή μία οικογένεια νά πάρει τριπλάσια της άλλης. Πόσα πήρε ή κάθε μία;

394. 'Αγόρασε κάποιος πρόβατα κι άρνιά μέ 84.000 δραχμές. 'Αγόρασε τά πρόβατα πρós 1.250 δραχμές τό ένα καί τ' άρνιά πρós 1.375 δραχμές τό ένα. Όσα όμως ήταν τά πρόβατα, τόσα ήταν καί τ' άρνιά. Πόσα αγόρασε από κάθε είδος;

395. Σ' ένα σχολικό χρόνο, μοιράσθηκαν από τήν Κυβέρνηση, σέ 547.650 μαθητές των άνωτερων τάξεων στά Δημοτικά σχολεία 4.928.850 βοηθητικά βιβλία δωρεάν. Πόσα βοηθητικά βιβλία πήρε ό κάθε μαθητής;

83. Συντομίες στή διáιρεση

Σέ μερικά προβλήματα διαιρέσεως δέν υπάρχει υπόλοιπο π.χ. τό 25 είναι δυνατό νά διαιρεθεί μέ τό 5, χωρίς ν' αφήνει υπόλοιπο, αλλά τό 25 δέν διαιρείται άκριβώς μέ τό 2.

"Όταν γνωρίζετε άν ένας αριθμός είναι δυνατό νά διαιρείται μέ τό 2, 3, 5, 9, τότε συντομεύετε τήν εργασία σας.

Προβλήματα:

Διαιρώντας βρείτε.

1ο). Ποιοί από τούς αριθμούς, πού είναι γραμμένοι παρακάτω, διαιρούνται άκριβώς μέ τόν 2;

26, 854, 723, 15, 92, 1108, 500, 77, 101, 4089.

• Κοιτάξτε τό τελευταίο ψηφίο των αριθμών καί φτιάξτε έναν κανόνα.

Οι αριθμοί πού τελειώνουν σέ 0, 2, 4, 6 καί 8, δηλαδή οι άρτιοι είναι αυτοί πού διαιρούνται άκριβώς μέ τό 2.

Βλέπετε; ♣

2ο). Διαιρώντας βρείτε, ποιοί απ' τούς αριθμούς, πού είναι γραμμένοι παρακάτω, διαιρούνται άκριβώς μέ τό 5;

32, 105, 96, 84, 250, 3615, 61, 119, 8845, 27.

Κοιτάξτε τό τελευταῖο ψηφίο τοῦ ἀριθμοῦ καί φτιάξτε ἕναν κανόνα, πού νά λέτε, πότε ἕνας ἀριθμός εἶναι διαιρετός διά 5.

Βλέπετε; ♦

Οἱ ἀριθμοί πού τελειώνουν στό 0 ἢ 5 διαιροῦνται μέ τό 5 ἀκριβῶς.

3ο) Διαιρώντας βρεῖτε, ποιοί ἀπ' τοὺς ἀριθμούς: 1500, 36, 8217, 7840, 53, 100 διαιροῦνται μέ τό 3 ἢ 9. Ἐλέγξτε τόν κανόνα πού φτιάξατε.

Βλέπετε; ♦

Ἕνας ἀριθμός διαιρεῖται μέ τό 3 ἢ τό 9 ὅταν τό ἄθροισμα τῶν ψηφίων τοῦ σχηματίζει ἀριθμό πού νά διαιρεῖται ἀκριβῶς μέ τό 3 ἢ τό 9.

Ἀσκήσεις:

396. Βρεῖτε τό ἄθροισμα τῶν ψηφίων στόν ἀριθμό 4.611. Εἶναι τό ἄθροισμα διαιρετό μέ τό 3; Εἶναι ὁ ἀριθμός 4.611 διαιρετός μέ τό 3;

397. Βρεῖτε τό ἄθροισμα τῶν ψηφίων στόν ἀριθμό 20.614. Εἶναι τό ἄθροισμα διαιρετό μέ τό 3; Εἶναι ὁ ἀριθμός διαιρετός μέ τό 3;

398. Εἶναι ὁ ἀριθμός 46.575 διαιρετός μέ τό 3 ἢ μέ τό 9; Γιατί;

399. Ποιοί ἀπ' τοὺς ἀριθμούς:

408, 426, 792, 800, 900, 702, 4.050, 1505, 1.135

εἶναι διαιρετοί μέ τό 2, ποιοί μέ τό 3, ποιοί μέ τό 5 καί ποιοί μέ τό 9;

84. Διάρθρωση μετρήσεως καί διάρθρωση μερισμοῦ

Ὅσα εἶπαμε στό α' μέρος γιά τά εἶδη διάρθρωσεως, μετρήσεως καί μερισμοῦ, τά ἴδια ἐφαρμόζονται καί σέ πολυψηφίους ἀριθμούς.

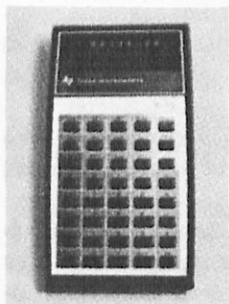
Προβλήματα:

Νά χαρακτηρίσετε, ἂν εἶναι διάρθρωση μετρήσεως ἢ διάρθρωση μερισμοῦ στά παρακάτω προβλήματα καί ἀφοῦ λυθοῦν νά κάνετε τίς δοκιμές τους.

400. Ἕνας ἔμπορος ἀγόρασε 78 μέτρα ὑφάσμα μέ 8.814 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τό μέτρο τοῦ ὑφάσματος;

401. Ένα οικόπεδο πουλήθηκε προς 10.500 δρχ. τό τ.μ. (τετραγωνικό μέτρο) αντί 8.463.000 δραχμές. Πόσα τετραγωνικά μέτρα ήταν το οικόπεδο;
402. Ένα ραδιόφωνο αγοράστηκε 1.890 δραχμές, και θα εξοφληθεί σε 18 μηνιαίες δόσεις. Πόσες δραχμές είναι η κάθε δόση;
403. Ένας αυτοκινητιστής συμφώνησε να μεταφέρει απ' τη Νάουσα στην Αθήνα 4.386 κιβώτια μήλα. Πόσους δρόμους θα κάνει, αν σε κάθε δρόμο μεταφέρει 258 κιβώτια;
404. Ένας υπάλληλος παίρνει μισθό για ένα χρόνο 151.475 δραχμές. Πόσες δραχμές παίρνει τη μέρα; (1 χρόνος = 365 μέρες).
405. Ένας γεωργός έσπειρε 138 στρέμματα σιτάρι και πήρε 30.774 κιλά. Πόσα κιλά σιτάρι πήρε από κάθε στρέμμα;

85. Πώς θα λύσετε ένα πρόβλημα



Εικ. 84

Ένας έμπορος αγόρασε 400 αριθμομηχανές προς 350 δραχμές τη μία. Πούλησε 280 και πήρε τα λεπτά, πού έδωσε ν' αγοράσει τις 400 αριθμομηχανές και 14.000 δραχμές ακόμα. Πόσο πούλησε τη μία αριθμομηχανή;

Για να λύσετε το πρόβλημα αυτό πρέπει ν' απαντήσετε στις έρωτήσεις:

1. Τι σās ζητά να προσδιορίσετε το πρόβλημα;
2. Πόσα χρήματα πλήρωσε ο έμπορος;
3. Πόσα χρήματα εισέπραξε από την πώληση;
4. Τι πρέπει να κάνετε, για να φθάσετε στη σωστή απάντηση;

2. Πόσα χρήματα πλήρωσε για την αγορά των αριθμομηχανών;	350
Πλήρωσε για την αγορά 140.000 δρχ.	$\times 400$
	140.000

3. Πόσα χρήματα εισέπραξε από την πώληση των 280 αριθμομηχανών;	140.000
	$+ 14.000$
	154.000



4. Πόσο πούλησε κάθε αριθμομηχανή.	154.000	280
Κάθε αριθμομηχανή τήν πούλησε	140	550
550 δραχμές.	000	
'Απάντηση: Τήν κάθε αριθμομηχανή τήν πούλησε 550 δραχμές		

Σύνθετα προβλήματα τῶν τεσσάρων πράξεων:

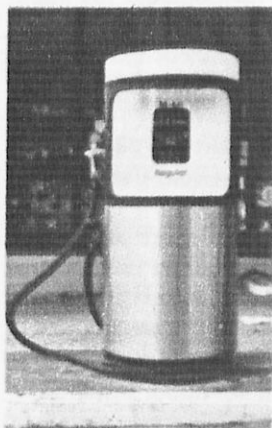
406. Τά 58 κιλά τυρί ἀξίζουν 5.452 δραχμές. Πόσο ἀξίζουν τά 23 κιλά;
407. Ἐμπορος πούλησε 63 μ. ὑφάσματος ἀντί 6.489 δραχμές. Ἀπ' τήν πώληση κέρδισε 1.575 δραχμές. Πόσο εἶχε ἀγοράσει τό μέτρο;
408. Ἡ ἀπόσταση Γῆς - Ἥλιου εἶναι 150.000.000 χιλιόμετρα. Τό φῶς δια-
νύει 300.000 χιλιόμετρα στό δευτερόλεπτο. Πόσα δευτερόλεπτα
χρειάζεται τό φῶς νά φθάσει ἀπ' τόν Ἥλιο στήν Γῆ;
409. Ἡ Γῆ, κατά τήν περιφορά της γύρω ἀπό τόν Ἥλιο, διανύει σ' ἓνα
μήνα (30 ἡμέρες) 75.168.720 χιλιόμετρα. Πόσα χιλιόμετρα διανύει
τήν κάθε μέρα;
410. Ἡ ἀπόσταση τῆς Σελήνης ἀπ' τή Γῆ εἶναι 378.675 χιλιόμετρα. Ἐνα
διαστημόπλοιο, πού διατρέχει 420.750 μέτρα στό λεπτό, σέ πόσες
ῥες θά φθάσει ἀπό τή Γῆ στή Σελήνη;
411. Ἐνας τεχνητός δορυφόρος, πού κινεῖται μέ σταθερή ταχύτητα διέ-
τρεξε σέ 35 δευτερόλεπτα 42.375 μέτρα περισσότερα, ἀπ' ὅσα εἶχε
διατρέξει σέ 20 δευτερόλεπτα. Ποιά εἶναι ἡ ταχύτητά του σέ χιλιό-
μετρα ἀνά ῥα;
412. Μιά μοδίστρα εἰσπράττει 3800, δραχμές τή μέρα καί ξοδεύει 2500
δραχμές. Μετά πόσο χρόνο θά ἐξοικονομήσει 45.500 δραχμές, γιά ν'
ἀγοράσει μία ραπτομηχανή;
413. Ἐμπορος ἀγόρασε 235 μέτρα ὑφάσματος, ἀντί 17.625 δρχ. Πόσο
πρέπει νά πουλήσει ὅλο τό ὕφασμα, γιά νά κερδίσει 18 δραχμές τό
μέτρο;
414. Γεωργός ὀφείλει στήν Ἀγροτική Τράπεζα 155.675 δραχμές. Πού-
λησε 275 κιλά λάδι πρὸς 85 δραχμές τό κιλό καί μέ τά χρήματα πού
πῆρε ἐξόφλησε ἓνα μέρος τοῦ χρέους. Συμφώνησε τά ὑπόλοιπα νά
τά πληρώσει σέ 18 μηνιαῖες δόσεις. Πόσες δραχμές εἶναι κάθε δόση;
415. Ἐμπορος ἀγόρασε ὕφασμα μέ 625 δραχμές τά 5 μέτρα καί τό πού-
λησε μέ 1.885 δραχμές τά 13 μέτρα. Ἀπ' τήν πώληση κέρδισε 1.100
δραχμές. Πόσα μέτρα ἀγόρασε;
416. Ἐμπορος ἀγόρασε τυρί πρὸς 88 δραχμές τό κιλό καί τό πούλησε

- πρός 105 δραχμές τό κιλό. 'Απ' τήν πώληση κέρδισε 1.071 δραχμές. Πόσα κιλά τυρί αγόρασε;
417. Δύο άνθρωποι αγόρασαν μαζί 76 κιλά λάδι πρὸς 85 δραχμές τό κιλό. 'Αλλά ὁ ἓνας πλήρωσε 340 δραχμές παραπάνω ἀπ' τόν ἄλλο. Πόσα κιλά πήρε ὁ καθένας καί πόσα χρήματα ἔδωσε;
418. Γεωργὸς πούλησε 637 κιλά σιτάρι μέ 5.096 δραχμές. Κατόπιν αγόρασε κριθάρι μέ 4.550 δραχμές. "Αν τό κιλό τοῦ κριθαριοῦ ἦταν κατά μιὰ δραχμὴ φτηνότερο, πόσα κιλά κριθάρι αγόρασε;
419. Μιά νοικοκυρά αγόρασε πιάτα καί πλήρωσε 732 δραχμές. "Αν αγόραζε ὁμοῦ 4 πιάτα ἀκόμα, θά πλήρωνε 976 δραχμές. Πόσα πιάτα αγόρασε;
420. "Ενας αγόρασε ποτήρια νεροῦ καί πλήρωσε 576 δραχμές. "Αν αγόραζε 8 λιγότερα θά πλήρωνε 288 δραχμές. Πόσο αγόρασε τό κάθε ποτήρι καί πόσα ποτήρια αγόρασε;
421. Μιά νοικοκυρά αγόρασε 24 πιάτα φαγητοῦ καί 18 πιάτα φρούτου καί πλήρωσε ὅλα ὅλα 2.454 δραχμές. Κάθε πιάτο φαγητοῦ ἦταν ἀκριβότερο ἀπὸ κάθε πιάτο φρούτου κατά 6 δραχμές. Πόσο αγόρασε τό κάθε πιάτο τοῦ φαγητοῦ καί πόσο τοῦ φρούτου;
422. Πατέρας καί γιὸς παίρνουν μαζί ἡμερομίσθιο 1.525 δραχμές. "Αν γιὰ τόν ἴδιο ἀριθμὸ ἡμερομισθίων πάρουν ὁ μὲν πατέρας 10.200 δραχμές, ὁ δὲ γιὸς 8.100 δραχμές, ποιὸ εἶναι τό ἡμερομίσθιο τοῦ καθενός;
423. "Ενας ἔμπορος αγόρασε ἓνα τόπι ὕφασμα καί πλήρωσε 33.750 δραχμές. "Όταν τό πούλησε πήρε 37.500 δραχμές καί κέρδισε 75 δραχμές τό μέτρο. Πόσα μέτρα ἦταν ὅλο τό ὕφασμα;
424. Σέ 34 οἰκογένειες μοιράστηκε μιὰ οἰκοπεδικὴ ἔκταση σέ ἴσα οἰκοπεδα καί οἱ 23 οἰκογένειες πήραν 5.750 τετραγωνικά μέτρα. Πόσα τετραγωνικά μέτρα ἦταν ἡ ἔκταση;
425. Γιὰ τήν ἐργασία 10 ἡμερῶν, 12 ἐργάτες καί 15 ἐργάτριες πήραν 239.250 δραχμές. "Αν κάθε ἐργάτης παίρνει τήν ἡμέρα 160 δραχμές περισσότερο ἀπὸ κάθε ἐργάτρια, ποιὸ τό ἡμερομίσθιο καθενός;
426. Τό εἰσιτήριο τοῦ τρένου Λαμία - 'Αθήνα εἶναι 317 δραχμές τῆς α' θέσεως καί 195 τῆς β' θέσεως. "Αν 160 ἐπιβάτες πλήρωσαν 36.690 δραχμές, πόσοι ἐπιβάτες ἦσαν στήν α' θέση καί πόσοι στή β';
427. "Υπάλληλος ὑπολογίζει πῶς, ἂν ξεδεύει τό μήνα 26.200 δραχμές, θά ἔχει ἔλλειμμα 6.200 δραχμές τό μήνα. Πόσες δραχμές πρέπει νά ξεδεύει τό μήνα, γιὰ νά τοῦ περισσεύουν 5.300 δραχμές;
428. "Ενα πλοῖο μέ ταχύτητα 16 μιλίων τήν ὥρα διέτρεξε τήν ἀπόσταση ἀνάμεσα σέ δύο λιμάνια σέ 14 ὥρες. Μέ ποιά ταχύτητα ἔπρεπε νά κινηθεῖ, γιὰ νά φθάσει 6 ὥρες νωρίτερα;

Δεκαδικοί αριθμοί

86. Ρόλος τῶν δεκαδικῶν ἀριθμῶν

“Όταν θέλετε νά αγοράσετε ἕνα ἀντικείμενο, τότε ἡ ἀξία του πιθανόν νά ἐκφράζεται μέ ἕναν ἀκέραιο ἀριθμό δραχμῶν. Πολύ συχνά ὅμως δέ συμβαίνει αὐτό. Ἔτσι ἕνα λίτρο π.χ. βενζίνη, ἀξίζει περισσότερες ἀπό 21 δραχμές καί λιγότερες ἀπό 22.



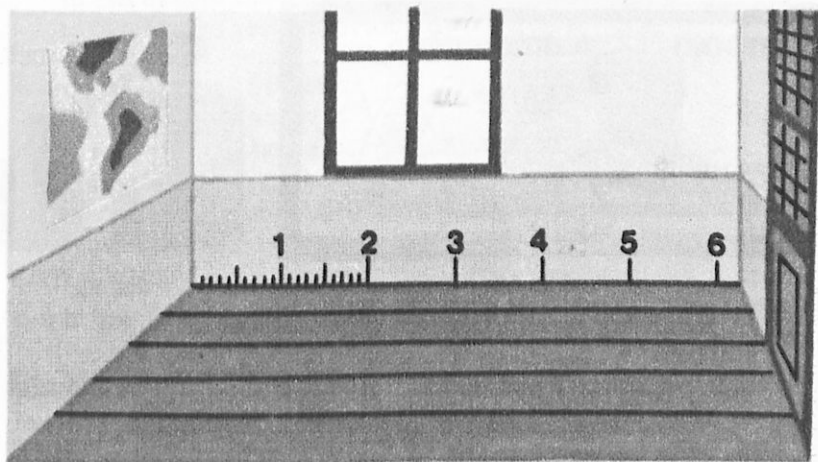
Εἰκ. 85

Αὐτή τήν ἀνάγκη καλύπτει ἕνα νέο εἶδος ἀριθμῶν πού ὀνομάζονται **δεκαδικοί ἀριθμοί**. Γιά τό λόγο αὐτό ἡ μονάδα νομισμάτων (ἡ δραχμή) χωρίζεται σέ 10 ἴσα μέρη, πού λέγονται δεκάρες. Ἔτσι ἡ τιμή τοῦ λίτρου τῆς βενζίνης ἂν εἶναι 21 δραχμές καί 6 δεκάρες, θά γράφεται: 21,6 καί θά διαβάζεται 21 καί 6 δέκατα δραχμές.

Ὅμοια πολλά μεγέθη ὅταν μετρηθοῦν, τά μέτρα τους ἐκφράζονται μέ δεκαδικούς ἀριθμούς, ὅπως μήκη, βάρη κ τ. λ.

Τό χαρακτηριστικό αὐτῶν τῶν μεγεθῶν εἶναι πῶς δέ σχηματίζονται ἀπό ξεχωρισμένα μέρη. Π.χ. τό μήκος τῆς αἰθουσας διδασκαλίας εἶναι:

6 μέτρα καί 28 ἑκατοστά, ἡ σέ δεκαδική γραφή: 6,28 μ. πού διαβάζεται 6 καί 28 ἑκατοστά τοῦ μέτρου.



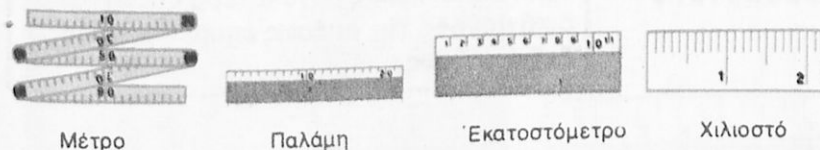
Εικ. 86

Οι μονάδες απ' τις οποίες γίνονται οι δεκαδικοί αριθμοί λέγονται: **δεκαδικές μονάδες**.

Βλέπετε; ♦

Δεκαδικοί είναι ένα νέο είδος αριθμών, όχι άκέραιων, που ανάμεσα στα ψηφία τους υπάρχει ένα «κόμμα».

87. Έννοια της δεκαδικής μονάδας

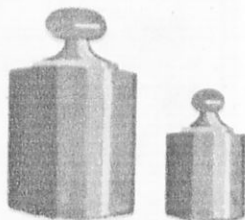


Εικ. 87

1. Τί μέρος του μέτρου είναι μία παλάμη, τί ένας δάκτυλος και τί μία γραμμή;
2. Τί μέρος του κιλού είναι ένα γραμμάριο;



Εικ. 88



Εικ. 89

3. Τί μέρος του εκατοστάριку είναι ένα δεκάριку, καί τί μία δραχμή;

Τό 1 δέκατο, 1 εκατοστό, 1 χιλιοστό λέγονται δεκαδικές μονάδες. Κι όπως τό μέτρο, τό κιλό, τό κατοστάριку, έτσι καί κάθε μονάδα, χωρίζεται σέ 10, 100 ή 1000 ίσα μέρη, κι είναι:

Τό 1 δέκατο: δεκαδική μονάδα πρώτης τάξεως

Τό 1 εκατοστό: δεκαδική μονάδα δευτέρας τάξεως

Τό 1 χιλιοστό: δεκαδική μονάδα τρίτης τάξεως

Παρατηρούμε ακόμα πώς:

$$1 \text{ μονάδα} = 10 \text{ δέκατα}$$

$$1 \text{ δέκατο} = 10 \text{ εκατοστά}$$

$$1 \text{ εκατοστό} = 10 \text{ χιλιοστά}$$

ΒΛΕΠΕΤΕ: ♦

Οι δεκαδικές μονάδες είναι ταξινομημένες έτσι, ώστε ή δεκαδική μονάδα μιγς τάξεως νά είναι 10 φορές μεγαλύτερη απ' τη δεκαδική μονάδα της άμέσως έπομένης πρός τά δεξιά τάξεως.

Άσκησης (χωρίς χαρτί καί μολύβι)

429. Ποιό είναι:

τό ένα δέκατο του δεκάριку;

τό ένα δέκατο του εικοσάδραχμου;

- τό ένα δέκατο της δραχμής;
τό ένα δέκατο του έκαστοντάδραχμου;

430. Ποιό είναι:

- τό 1 δέκατο του μέτρου;
τό 1 δέκατο της παλάμης;
τό 1 δέκατο του έκαστοστου του μέτρου;
τό 1 χιλιοστό του μέτρου;

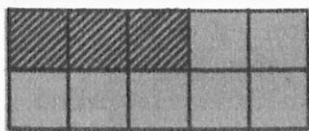
431. Ποιό είναι τό χιλιοστό του κιλού;

432. Τί μέρος του δακτύλου είναι ή μιά γραμμή, καί τί μέρος του μέτρου ή 1 παλάμη;

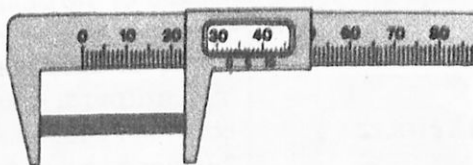
88. Έννοια δεκαδικού αριθμού

Προβλήματα:

1. Από πόσες δεκαδικές μονάδες αποτελείται τό γραμμοσκιασμένο μέρος;

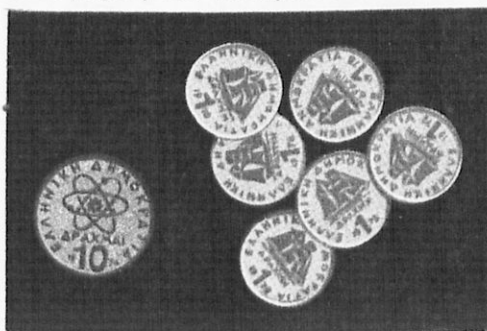


Εικ. 90

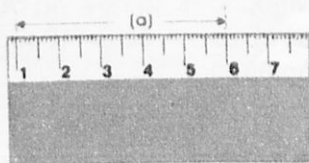


Εικ. 91

2. Από πόσα χιλιοστά αποτελείται τό μήκος του έλάσματος που βρίσκεται ανάμεσα στους δύο βραχίονες του «θερνιέρου»;
3. Τί μέρος του δεκάρικου είναι οί έξι δραχμές;



Εικ. 92



Εικ. 93

4. Τί μέρος του μέτρου είναι τό μήκος του τμήματος (α);

Οί αριθμοί: 3 δέκατα

23 χιλιοστά του μέτρου

6 δέκατα του δεκάρικου

6 εκατοστά του μέτρου

λέγονται **δεκαδικοί αριθμοί**.

Κι όπως οί άκέραιοι αριθμοί γίνονται από την επανάληψη της άκέραιας μονάδας, έτσι καί οί δεκαδικοί γίνονται από την επανάληψη της δεκαδικής μονάδας. Π.χ. ό 3 δέκατα, γίνεται από την επανάληψη της δεκαδικής μονάδας 1 δέκατο 3 φορές.

Κι ό αριθμός 23 χιλιοστά από την επανάληψη του 1 χιλιοστού 23 φορές. 'Ακόμα παρατηρούμε πώς, ό αριθμός 23 χιλιοστά του μέτρου, αποτελείται από 2 εκατοστά καί 3 χιλιοστά.

"Όμοια ό αριθμός: 5,234 χιλιοστά αποτελείται από: 5 άκέραιο, 2 δέκατα, 3 εκατοστά καί 4 χιλιοστά.

Βλέπετε; ♣

"Όπως οί άκέραιοι, έτσι καί οί δεκαδικοί σχηματίζονται από μονάδες διαφόρων τάξεων, καί κάθε δεκαδικός αποτελείται από 2 μέρη, από ένα άκέραιο μέρος κι από ένα δεκαδικό μέρος, πού χωρίζονται μέ ένα κόμμα.

Οί δεκαδικοί αριθμοί πού γράψαμε ως τώρα, ακολουθούνται κι από ένα όνομα. Δηλαδή είναι συγκεκριμένοι.

"Όποια όμως καί αν είναι ή όνομασία τους, οί αριθμητικές τους ιδιότητες πού θ' αναφέρουμε παρακάτω, είναι πάντα ίδιες. Μπορούμε λοιπόν γιά συντομία νά παραλείψουμε την όνομασία αυτή καί ν' ασχοληθούμε μέ τούς αντίστοιχους άφηρημένους αριθμούς.

Άσκησης (χωρίς χαρτί καί μολύβι)

433. Τί μέρος της δραχμής είναι 2 καί τί 3 δεκάρες;

130

434. Τί μέρος του δεκάρικου είναι 6, 7 ή 8 δραχμές;
 435. Τί μέρος του κατοστάρικου είναι 3, τί 8 και τί 12 δραχμές;

89. Πώς γράφονται οι δεκαδικοί αριθμοί

Όπως στους άκέραιους έτσι και στους δεκαδικούς αριθμούς η θέση του ψηφίου καθορίζει και την αξία του.

Δηλαδή: κάθε ψηφίο που είναι αριστερά άλλου ψηφίου παρασταίνει μονάδες 10 φορές μεγαλύτερες απ' εκείνο. Κατά συνέπεια κάθε ψηφίο, που είναι γραμμένο στα δεξιά άλλου ψηφίου παρασταίνει μονάδες 10 φορές μικρότερες απ' εκείνο.

Ο παρακάτω πίνακας μάς διευκολύνει, ώστε να τοποθετήσουμε κάθε ψηφίο στη σωστή του θέση, ανάλογα με τις μονάδες που παρασταίνει.

Τό μηδέν συμπληρώνει την τάξη, που δεν έχει μονάδες, και τό κόμμα (,) χωρίζει τό **άκέραιο** απ' τό **δεκαδικό** μέρος του αριθμού.

Άκέραιο μέρος					Δεκαδικό μέρος		
...	χιλιάδες	εκατοντάδες	δεκάδες	μονάδες	κόμμα	δέκατα	χιλιοστά
			2	8	,	4	3
		2	8		,	4	3
			0		,	0	5
			0		,	0	0
							7

Ελκ. 94

Παραδείγματα:

1. Τό πλάτος του μαυροπίνακα είναι 2 μέτρα, 8 παλάμες, 4 δάκτυλοι, 3 γραμμές.

Αυτό γράφεται 2, 843 μέτρα. "Η πιό απλά: 2,847 μ.

"Επίσης τό ίδιο σέ παλάμες γράφεται: 28,43 παλάμες. "Η πιό απλά 28,43 π.

"Όμοια τό ίδιο γράφεται σέ δάκτυλους: 284,3 δάκτυλοι. "Η πιό απλά: 284,3 δ.

"Η άκόμα τό ίδιο γράφεται: 2.843 γραμμές.



Εικ. 95

2. "Η άπόσταση δύο δένδρων του κήπου μας είναι: 22 μέτρα, 2 παλάμες, 2 δάκτυλοι.

Αυτό γράφεται: σέ μέτρα 22,22 μ.

– Σέ παλάμες: 222,2 π.

– Σέ γραμμές: 2222 γ.

3. Τό πάχος μιās διπλωμένης έφημερίδας είναι: 3 χιλιοστά του μέτρου. Αυτό γράφεται: 0,003 μ.

ΒΛΕΠΕΤΕ; ♦

Βάζουμε τό κόμμα γιά νά δηλώσουμε, πως:
ή πρώτη θέση ἀριστερά ἀπ' τό κόμμα ση-
μαίνει μονάδες, πού χρησιμοποιοῦμε γιά
τή μέτρηση, κι ή πρώτη ἀπ' τά δεξιά ἀπ' τό
κόμμα θέση, σημαίνει δέκατα τῆς μονάδας
αὐτῆς.

Οἱ δεκαδικοὶ ἀριθμοὶ πού ἔχουν σάν ἀκέραιο μέρος τό μηδέν,
ὅπως:

0,3, 0,075, 0,5 λέγονται **γνήσιοι** δεκαδικοὶ ἀριθμοί.

Ἐνῶ οἱ δεκαδικοὶ ἀριθμοί:

3,5, 27,8, 6,075 πού τό ἀκέραιο μέρος τους δέν εἶναι μηδέν
λέγονται **μικτοί** δεκαδικοὶ ἀριθμοί.

Ἀσκήσεις (χωρίς χαρτί καί μολύβι)

436. Ποιό μέρος τοῦ δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ γράφεται ἀριστερά καί ποιό
δεξιά ἀπ' τό κόμμα;

437. Ποιές δεκαδικές μονάδες γράφονται στήν πρώτη θέση μετά τό
κόμμα, ποιές στή δεύτερη καί ποιές στήν τρίτη;

438. Σέ ποιά θέση γράφονται τά ἑκατοστά καί σέ ποιά τά χιλιοστά;

439. Ποιές δεκαδικές μονάδες γράφονται στήν τρίτη θέση μετά τό
κόμμα;

440. Νά γραφεῖ ή ἀξία θέσεως τοῦ ψηφίου 2 στοὺς ἀριθμούς:

432,678 3267,563

726,345 15,342

896,250 0,020

441. Νά γραφοῦν οἱ ἀριθμοί:

1) ἓνα δέκατο

2) τέσσερα δέκατα

3) ἐξήντα πέντε ἑκατοστά

4) ὀκτακόσια τριάντα δύο χιλιοστά

5) ἑξί χιλιοστά

- 6) 12 χιλιοστά
- 7) 7 και 3 εκατοστά
- 8) 23 και 5 χιλιοστά

442. Νά γραφούν οι αριθμοί:

- 4 δεκάδες, 7 μονάδες, 6 δέκατα, 5 χιλιοστά
- 2 μονάδες, 3 εκατοστά, 4 χιλιοστά
- 7 δέκατα, 8 χιλιοστά

90. Πώς διαβάζεται ένας δεκαδικός αριθμός

1. Διαβάζουμε χωριστά τό άκέραιο μέρος και λέμε τή λέξη κόμμα.
Έπειτα διαβάζουμε τό δεκαδικό μέρος του αριθμού σάν νά ήταν κι αυτό άκέραιος, και λέμε τό όνομα του τελευταίου δεκαδικού ψηφίου.

π.χ.: 'Ο αριθμός: 7,055 διαβάζεται: έπτά κόμμα και 55 χιλιοστά. Όμοια ό αριθμός: 2,84 διαβάζεται: δύο κόμμα και 84 εκατοστά. 'Η όρθότερα: δύο άκέραιος και 84 εκατοστά.

2. Διαβάζουμε πρώτα τό άκέραιο μέρος και μετά τά δεκαδικά ψηφία και καθένα μέ τ' όνομά του.

π.χ.: 'Ο 4,756 διαβάζεται 4 άκέραιος και 7 δέκατα, 5 εκατοστά, και 6 χιλιοστά.

3. Διαβάζουμε τόν αριθμό σάν νά ήταν άκέραιος μέ τό όνομα του τελευταίου δεκαδικού ψηφίου.

π.χ.: 'Ο αριθμός 7,32 διαβάζεται: 732 εκατοστά και ό αριθμός 54,2 διαβάζεται: 542 δέκατα.

Βλέπετε; ♦

Γιά νά διαβάσουμε ένα δεκαδικό αριθμό διαβάζουμε:

- Πρώτα τό άκέραιο μέρος και μετά όλο τό δεκαδικό μαζί μέ τ' όνομα του τελευταίου δεκαδικού ψηφίου, ή
- Όλα μαζί, σάν άκέραιο, μέ τ' όνομα του τελευταίου δεκαδικού ψηφίου ή
- Πρώτα τόν άκέραιο και μετά κάθε δεκαδικό ψηφίο μέ τ' όνομά του.

Άσκησης (χωρίς χαρτί και μολύβι)

443. Νά διαβάσετε με τον πρώτο τρόπο τούς δεκαδικούς αριθμούς:

0,61 11,04 7,35 23,008

0,005 0,44 222,22 3,036.

444. Νά διαβάσετε με τό δεύτερο τρόπο τούς παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς:

6,32 8,12 5,07 2,009 4,09.

445. Νά διαβάσετε με τον τρίτο τρόπο τούς δεκαδικούς αριθμούς:

0,415 1,589 3,007 8,80 7,090

91. Ο ρόλος του μηδενός στους δεκαδικούς αριθμούς

Προβλήματα:

446. Ένας μαθητής έγραψε τον αριθμό 25 χιλιοστά, έτσι: 0,25. Πώς έπρεπε νά τον γράψει;

Γιατί πρέπει νά θάλουμε τό μηδέν ανάμεσα στό κόμμα καί τό 2;

447. Τί σημαίνει τό μηδέν στόν αριθμό: 47,308;

Γιατί δέν παραλείπεται;

448. Έχει ό αριθμός: 0,25 τήν ίδια αξία μέ τον αριθμό 0,025; Άφού τό μηδέν σημαίνει «τίποτε», γιατί τό γράφουμε;

449. Χρειάζονται τά μηδενικά στόν αριθμό: 0,700, καθώς καί στόν αριθμό: 0,007;

Έξηγήστε, γιατί πρέπει νά γράφουμε τά μηδενικά στή δεύτερη περίπτωση, ενώ στήν πρώτη μπορούμε νά τά παραλείψουμε;

450. Ποιά μηδενικά είναι άπαραίτητα στόν αριθμό: 9,030 καί γιατί;

Βλέπετε; ♦

1. Όπως στους άκέραιους έτσι καί στους δεκαδικούς, τό ψηφίο μηδέν μπαίνει γιά νά δηλώσει τήν άπουσία μονάδων μιάς όρισμένης τάξεως.

2. Άν στά δεξιά ενός δεκαδικού αριθμού γράψουμε ένα ή περισσότερα μηδενικά, ή αξία (τό μέγεθος) του αριθμού δέν αλλάζει.

Σύμφωνα με τὰ παραπάνω, κάθε άκέραιο άριθμό μπορούμε νά τόν γράφουμε μέ δεκαδική μορφή. Άρκεϊ δεξιά τοῦ άριθμοῦ νά γράφουμε ένα κόμμα καί δεξιά άπό τό κόμμα ένα ή περισσότερα μηδενικά.

$$\text{π.χ.: } 12 = 12,0 = 12,00 = 12,000.$$

92. Σύγκριση τῶν δεκαδικῶν άριθμῶν

Ποιός άπ' τοὺς δεκαδικούς: 31,45 καί 31,457 εἶναι μεγαλύτερος;

Όπως παρατηρήσαμε παραπάνω, ή άξία τοῦ δεκαδικοῦ άριθμοῦ δέ μεταβάλλεται, άν στά δεξιά του γράψουμε μηδενικά.

Αὐτό μᾶς οδηγεῖ στοῦ συμπεράσμα πῶς μπορούμε πάντοτε νά παρουσιάσουμε δύο δεκαδικούς άριθμούς μέ τό ἴδιο πλῆθος δεκαδικῶν ψηφίων.

Ή σύγκριση στή συνέχεια τῶν δύο δεκαδικῶν άριθμῶν, άνάγεται στή σύγκριση άκέραιων άν παραλείψουμε τό κόμμα.

Στό παράδειγμά μας παρατηροῦμε:

$$31,450 \text{ καί } 31,457$$

ή

$$31450 < 31457$$

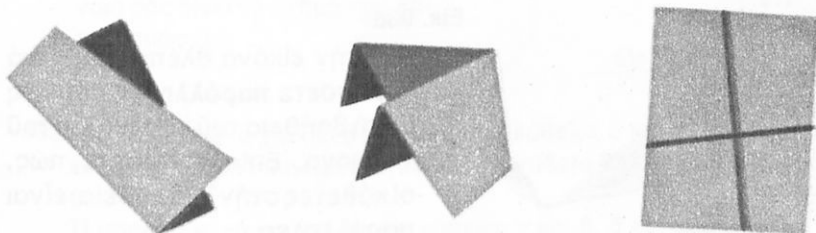
Άσκήσεις:

451. Στούς παρακάτω άριθμούς καταργήστε τὰ μηδενικά πού δέν εἶναι άπαραίτητα, χωρίς ν' αλλάζει ή άξία τοῦ άριθμοῦ:
1,500 χιλιόμετρα, 3,020 κιλά, 16,40 μέτρα, 28,040 μέτρα.
452. Ποιό ποσό εἶναι μικρότερο: 7 δέκατα ή 800 χιλιοστά;
453. Ποιό ποσό εἶναι μεγαλύτερο: 5 δέκατα τοῦ κιλοῦ ή 400 χιλιοστά;
454. 60 ένατοστά τοῦ κιλοῦ μέ πόσα χιλιοστά άντιστοιχοῦν;
(Υπόδειξη: $0,60 = 0,600$. Γιατί;)
455. Τά 8 δέκατα τοῦ μέτρου μέ πόσα χιλιοστά άντιστοιχοῦν;
456. Τά 700 χιλιοστά τοῦ κιλοῦ πόσα ένατοστά καί πόσα δέκατα εἶναι;
457. Τά 8 δέκατα τοῦ κιλοῦ πόσα χιλιοστά εἶναι;
458. Νά συγκρίνετε τά 3 δέκατα, τά 30 ένατοστά, τά 300 χιλιοστά.
459. Τί μέρος τοῦ μέτρου εἶναι τά 500 χιλιοστά;
460. Νά συγκρίνετε τά 0,5 τοῦ μέτρου μέ τά 0,30 τοῦ μέτρου.

92. Κάθετες εὐθείες, παράλληλες εὐθείες - ταινία

Μέ τή βοήθεια ενός φύλλου τοῦ τετραδίου μας μέ διπλώσεις,

1. Διπλώνουμε ἓνα φύλλο τοῦ τετραδίου μας.
2. Ξαναδιπλώνουμε αὐτό τό φύλλο ἔτσι, πού νά συμπέσει ἐπάνω στὸν ἑαυτό του τό πρῶτο τσάκισμα, ὅπως φαίνεται στό σχέδιο.

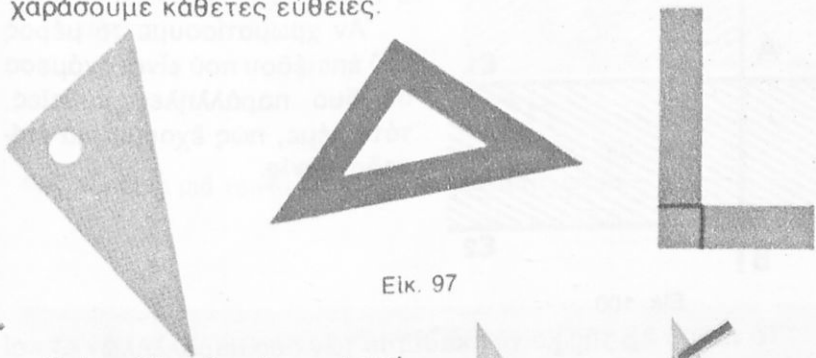


Εἰκ. 96

Οἱ εὐθεῖες γραμμές πού θά φανοῦν στά τσάκισματα εἶναι κάθετες εὐθεῖες.

Λέμε ἀκόμα πώς οἱ εὐθεῖες αὐτές σχηματίζουν ὀρθές γωνίες.

Στό σχέδιο εἰκονίζεται ὁ **γνώμονας** πού μέ τή βοήθειά του χαράσσουμε κάθετες εὐθεῖες.



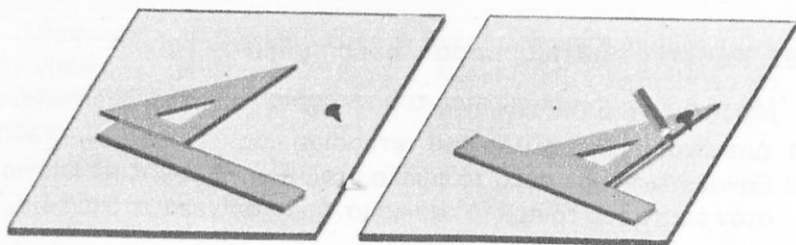
Εἰκ. 97

Στό σχέδιο εἰκονίζεται ὁ τρόπος πού μπορούμε νά χαράσουμε μιά εὐθεῖα κάθετη σέ μιά ἄλλη, μέ τό **γνώμονα**.



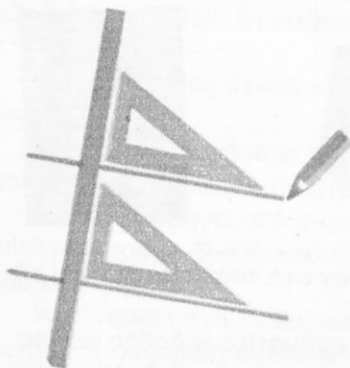
Εἰκ. 98

Παρακάτω εἰκονίζεται ὁ τρόπος πού χαράσσεται μιά εὐθεῖα κάθετη σέ μιά ἄλλη, ὅταν περνᾷ ἀπό ὀρισμένο σημεῖο.

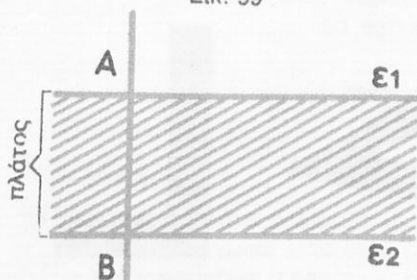


Εικ. 98α

Στήν εικόνα βλέπετε πώς να χαράσσετε **παράλληλες** εὐθείες με τή βοήθεια τοῦ κανόνα καί τοῦ γνῶμονα. Ἐπίσης βλέπετε, πώς, οἱ κάθετες στήν ἴδια εὐθεία, εἶναι παράλληλες.



Εικ. 99



Εικ. 100

Ἄν χρωματίσουμε τό μέρος τοῦ ἐπιπέδου πού εἶναι ἀνάμεσα σέ δύο παράλληλες εὐθείες, τότε λέμε, πώς ἔχουμε μιά **ἐπιπεδή ταινία**.

Τό τμήμα AB τῆς κοινῆς καθέτου τῶν δύο παραλλήλων ϵ_1 καί ϵ_2 ὀνομάζεται **πλάτος** τῆς ταινίας.

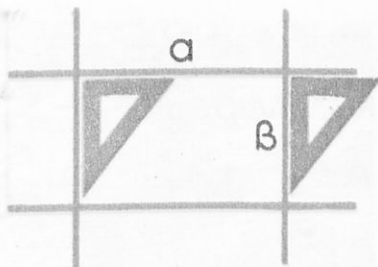
Τήν ταινία τή βλέπουμε:

Σ' ἓνα ὁλόκληρο φύλλο τετραδίου, στά εἰσιτήρια τῶν λεωφορείων, στά χαρτονομίσματα, στίς διάφορες κορδέλες κ τ λ., ἂν ὅλα αὐτά τά τοποθετήσουμε πάνω στό τραπέζι ἤ στό θρανίο.

Ἄν κόψουμε ἓνα φύλλο τετραδίου σέ ταινίες, κατά μήκος τῶν γειτονικῶν γραμμῶν του, θά πάρουμε ταινίες τοῦ ἰδίου πλάτους.

Άσκησης:

461. Νά χαράξετε δύο ευθείες α και β κάθετες μεταξύ τους. Μετά νά χαράξετε μία ευθεία κάθετη στήν α και μία ευθεία κάθετη στή β . Τι μπορούμε νά πούμε γιά αυτές τίς νέες ευθείες; Ποιά έννοια σάς δίνει τό σχήμα πού κατασκευάσατε;



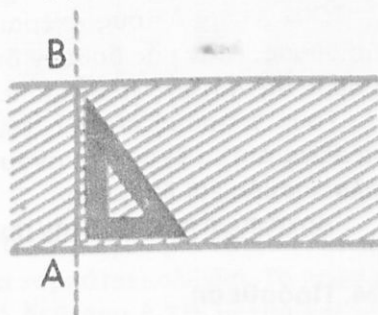
Εικ. 101

462. Μέ τό γνώμονα χαράξετε δύο κάθετες ευθείες α και β . Χαράξετε μία ευθεία γ παράλληλη πρός τήν α και μία ευθεία δ παράλληλη πρός τή β .

Τί μπορούμε νά πούμε γιά τίς ευθείες γ και β , δ και γ , α και δ ;

463. Χαράξετε μία ταινία. Μετά χαράξετε μία κάθετη στίς άκμές τής ταινίας.

Τό μήκος του τμήματος AB ορίζει τό πλάτος τής ταινιάς, δώστε τό μήκος σέ χιλιοστά του μέτρου.



Εικ. 102

464. Χαράξετε μία ταινία μέ πλάτος 4 εκατοστόμετρα.

ΟΤΑΝ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΠΑΡΟΥΣΙΑΖΕΙ ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ

1. Μή σταματάτε. Συνεχίστε τή μελέτη σας έστω και μέ άργό ρυθμό.
2. Βεβαιωθείτε ότι άντιληφθήκατε τό θέμα.
3. Έπιχειρήστε νά φτιάξετε ένα εύκολο πρόβλημα πού νά μοιάζει μέ αυτό. Λύστε το και ακολουθήστε τήν ίδια πορεία και γιά τό δύσκολο.

Οί 4 πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς

93. Γενικά

Όπως και με τούς άκέραιους έτσι και με τούς δεκαδικούς αριθμούς, όταν μās δοθοῦν δύο ή περισσότεροι δεκαδικοί, μπορούμε απ' αυτούς νά κατασκευάσουμε άλλους, με 4 τρόπους.

Τούς τρόπους αυτούς τούς λέμε: **αριθμητικές πράξεις**. Οί πράξεις αυτές έχουν τά όνόματα: **πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός και διαίρεση**.

Αρχίζουμε πάλι από την πρόσθεση πού είναι και απλούστερη.

94. Πρόσθεση

Πρόβλημα 1ο

Τά δύο πεζοδρόμια σέ ένα δρόμο έχουν πλάτη τό καθένα 3,8 μέτρα και τό κατάστρωμα του δρόμου έχει πλάτος 12,82 μέτρα. Πόσο είναι τό πλάτος όλου του δρόμου;

Γιά νά λύσουμε τό πρόβλημα πρέπει νά προσθέσουμε και τούς τρείς αριθμούς: $3,8 + 12,82 + 3,8$.

Παρατηρούμε όμως, πώς έπειδή μόνον όμοιειδείς αριθμούς μπορούμε νά προσθέσουμε, γι' αυτό πρέπει νά τούς διατάξουμε έτσι, ώστε νά βρεθοῦν τά κόμματα στην ίδια στήλη, πού τότε οί μονάδες της ίδιας τάξεως θά βρεθοῦν στην ίδια στήλη. Μετά νά κάνουμε την πράξη, όπως και με τούς άκέραιους αριθμούς.

Η διάταξη γίνεται έτσι:

Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	κόμμα	Δέκατα	εκατοστά	χιλιοστά
		3	.	8		
	1	2	.	8	2	
		3	.	8		
	2	0	.	4	2	



ή απλά

$$\begin{array}{r} 3,8 \\ 12,82 \\ 3,8 \end{array}$$

πλάτος του δρόμου $\rightarrow 20,42$ μέτρα

Εικ. 103

Πρόβλημα 2ο

Γιά να κάνει την ηλεκτρική εγκατάσταση σέ μιά κατοικία ένας ηλεκτρολόγος, χρησιμοποίησε τρία κομμάτια καλώδιο. Τό πρώτο κομμάτι είχε μήκος 46,5 μέτρα. Τό δεύτερο 8,375 μέτρα καί τό τρίτο 47 μέτρα. Πόσο μήκος καλώδιο χρησιμοποίησε:

Λύση:

$$\begin{array}{r} 46,5 \\ 8,375 \\ 47 \\ \hline 101,875 \end{array} \quad \begin{array}{r} 46,500 \\ 8,375 \\ 47,00 \\ \hline 101,875 \end{array}$$

Από τά παραπάνω διαπιστώνουμε πώς:

1. "Αν μερικοί προσθετέοι έχουν λιγότερα δεκαδικά ψηφία, γιά να τούς κάνουμε ισάριθμους τά συμπληρώνουμε μέ μηδενικά.
2. Καί κάθε άκέραιο τόν γράφουμε σέ δεκαδική μορφή μέ ισάριθμα μηδενικά σάν δεκαδικά ψηφία.



Βλέπετε; ♦

Γιά νά προσθέσουμε δεκαδικούς αριθμούς, τούς γράφουμε τόν ένα κάτω από τόν άλλο, έτσι ώστε τά κόμματα νά βρίσκονται στην ίδια στήλη. Κάνουμε τήν πρόσθεση όπως καί στους άκέραιους καί στό έξαγόμενο βάζουμε τό κόμμα στή στήλη του.

Παρατηρήσεις:

1. Ἡ δοκιμή τῆς προσθέσεως γίνεται όπως καί στους άκέραιους.
2. Ὄταν από τούς αριθμούς πού προσθέτουμε κάποιος εἶναι συγκεκριμένος, τότε πρέπει κι ὅλοι οἱ ἄλλοι νά εἶναι συγκεκριμένοι καί ὁμοειδεῖς.
3. Σέ ὅσους προσθετέους λείπουν στό τέλος ψηφία τάξεων πού ἔχουν ἄλλοι, γράφουμε στίς θέσεις τους μηδενικά.

Ἀσκήσεις καί προβλήματα:

465. Νά ἐκτελεστοῦν οἱ προσθέσεις καί νά γίνουν καί οἱ δοκιμές τους.
- $$132,5 + 72,06 + 87,8$$
- $$24,004 + 3,008 + 4,04$$
- $$105,05 + 92,103 + 75,6$$
- $$0,002 + 0,03 + 0,040$$
466. Τό βάρος τοῦ Κώστα εἶναι 68,450 κιλά καί τοῦ Νίκου 56,830 κιλά. Πόσα κιλά ζυγίζουν καί οἱ δύο μαζί;
467. Ἐνα μηχανουργεῖο ἀγόρασε 3 βαρέλια πετρέλαιο γιά τήν κίνηση τῆς μηχανῆς του. Τό α' ζυγίζει, χωρίς τό δοχεῖο: 244,560 κιλά, τό β' 168,050 κιλά καί τό τρίτο 135,50 κιλά. Πόσα κιλά πετρέλαιο ἀγόρασε;
468. Γιά τήν κατασκευή τριῶν ἐνδυμασιῶν χρειάστηκαν: γιά τήν α' 1,65 μέτρα. Γιά τή β' 2,38 μέτρα καί γιά τήν γ' 2,50 μ. Πόσα μέτρα χρειάζονται καί οἱ τρεῖς μαζί;
469. Ἐνας ἔμπορος κέρδισε ἀπό τά μεταξωτά ὑφάσματα: 13.567,60, ἀπό τά βαμβακερά 118.567,80 καί ἀπό τά μάλλινα 99904,3. Πόσες δραχμές κέρδισε ἀπ' ὅλα;
470. Ἐνα κατάστημα πούλησε τή μιά μέρα 27,75 μ. ἀπό ἕνα τόπι ὑφασμα, τήν ἄλλη μέρα πούλησε 15,5 μ. καί τοῦ ἔμειναν 19 μ. Πόσο ἦταν τό μήκος τοῦ ὑφάσματος;
471. Δύο αὐτοκίνητα ξεκίνησαν τήν ἴδια ὥρα τό ένα ἀπό Λαμία πρὸς Ἀθήνα καί τό ἄλλο ἀπό Ἀθήνα πρὸς Λαμία. Ὄταν συναντήθηκαν τό

ένα είχε διατρέξει 95,75 χιλιόμετρα, και τό άλλο 24,5 χιλιόμετρα περισσότερα. Πόση είναι ή απόσταση Λαμίας - Αθηνών;

472. Ένας αγρότης είχε δύο σακιά λίπασμα. Απ' τό πρώτο πήρε 17,60 κιλά και απ' τό δεύτερο 13 κιλά περισσότερο και τό έρριξε στό χωράφι του. Τό υπόλοιπο λίπασμα πού έμεινε και στά δύο σακιά ήταν 69,40 κιλά. Πόσα κιλά λίπασμα είχαν και τά δύο σακιά;

95. Αφαίρεση

Ο Γιώργος είχε 25,50 δραχμές και πλήρωσε γιά ένα παγωτό 7,20 δραχμές. Πόσα του έμειναν;

Γιά νά βρούμε πόσα του έμειναν πρέπει νά αφαιρέσουμε από τς 25,50 πού είχε, τς 7,20 πού έδωσε γιά τό παγωτό.

Παρατηρούμε όμως, πώς επειδή μόνο όμοιδείς αριθμούς μπορούμε ν' αφαιρέσουμε, γι' αυτό πρέπει νά τους διατάξουμε έτσι, ώστε νά βρεθούν τά κόμματα στην ίδια κατακόρυφη στήλη, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα, γιατί μόνο έτσι οί μονάδες της ίδιας τάξεως, δηλαδή όμοιδείς μέ όμοιδείς, θά βρεθούν στην ίδια στήλη.

Μετά κάνουμε την αφαίρεση, όπως και στους άκέραιους, προσέχουμε μόνο στό εξαγόμενο νά θάλουμε τό κόμμα στην στήλη του.

Έκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	κόμμα	Δέκατα	Έκατοστά	Χιλιοστά
3	2	5	,	5	0	
		7	,	2	0	
3	1	8	,	3	0	

Πρακτικά ή πράξη γίνεται έτσι:

$$\begin{array}{r}
 325,50 \leftarrow \text{Μειωτέος} \\
 - 7,20 \leftarrow \text{Αφαιρετέος} \\
 \hline
 318,30 \leftarrow \text{Υπόλοιπο}
 \end{array}$$

Απάντηση: του έμειναν 318,30 δραχμές.

Άλλα παραδείγματα:

Νά βρεθούν τά υπόλοιπα: $132,5 - 8,475$,

$35,05 - 8$,

$5,06 - 0,004$

1). $\begin{array}{r} 132,5 \\ - 8,475 \\ \hline 124,025 \end{array}$	ή	$\begin{array}{r} 132,500 \\ - 8,475 \\ \hline 124,025 \end{array}$	2).	$\begin{array}{r} 35,05 \\ - 8 \\ \hline 27,05 \end{array}$	ή	$\begin{array}{r} 35,05 \\ - 8,00 \\ \hline 27,05 \end{array}$
3). $\begin{array}{r} 5,06 \\ - 0,004 \\ \hline 5,056 \end{array}$	ή	$\begin{array}{r} 5,060 \\ - 0,004 \\ \hline 5,056 \end{array}$				

Όπως βλέπετε στα παραδείγματα, αν ένας από τους αριθμούς δεν έχει τό ίδιο πλήθος δεκαδικών ψηφίων με τόν άλλο, συμπληρώνουμε με μηδενικά.

ΒΛΕΠΕΤΕ ; ♦

Κάνουμε την αφαίρεση, όπως και με τούς ακέрайους, αρκεί νά γράφουμε τά κόμματα στήν ίδια στήλη. Έάν ό ένας απ' τούς δυό δεν έχει τό ίδιο πλήθος δεκαδικών ψηφίων με τόν άλλο, συμπληρώνουμε με μηδενικά.

Η δοκιμή γίνεται, όπως στους ακέрайους.

Δοκιμή

π.χ. $\begin{array}{r} 13,52 \\ - 8,30 \\ \hline 5,22 \end{array}$	ή	$\begin{array}{r} 8,30 \\ + 5,22 \\ \hline 13,52 \end{array}$
$\begin{array}{r} 13,52 \\ - 8,30 \\ \hline 5,22 \end{array}$		$\begin{array}{r} 13,52 \\ - 5,22 \\ \hline 8,30 \end{array}$

Άσκήσεις καί προβλήματα:

473. Νά γίνουν οι αφαιρέσεις με τίς δοκιμές τους.

$$2,08 - 1,05$$

$$10,006 - 6,003$$

$$5,65 - 4,32$$

$$18,015 - 4$$

$$11,736 - 0,014$$

$$58,426 - 39,18$$

474. Αγόρασε κάποιος 5,05 μ. ύφασμα γιά ένα κουστούμι καί ένα παλτό.

“Αν τό κουστούμι χρειάζεται 2,80 μέτρα πόσα χρειάζεται τό παλτό;

475. Δύο αὐτοκίνητα ξεκίνησαν από τήν Ἀθήνα γιά τή Λάρισα τήν ἴδια ὥρα καί από τό ἴδιο σημεῖο. Τό πρῶτο κινεῖται μέ ταχύτητα 98,5 χιλιόμετρα τήν ὥρα καί τό β' 86,5. Πόσο θά απέχουν ὕστερα από μία ὥρα καί πόσο ὕστερα από 2;

476. Ένας ἐργάτης πρόκειται ν' ἀνοίξει μία σούδα μήκους 37,65 μ. Τίς 2 πρῶτες μέρες ἔσκαψε τά 18,20 μ. Πόσα μέτρα μένουν ἀκόμα;

477. Ποιόν αριθμό πρέπει να προσθέσουμε στον 353,25 για να βρούμε τον αριθμό 412,500;
478. Ένας μανάβης αγόρασε 4 καφάσια μήλα. Το α' ζυγίζει 24,750 κιλά το δεύτερο 1,300 κιλά περισσότερο από το πρώτο και το γ' 2,300 λιγότερο απ' το δεύτερο και το δ' 0,600 κιλά λιγότερο απ' το γ'. Πόσο ζυγίζει το καθένα και πόσο όλα μαζί;

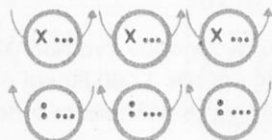
Προβλήματα προσθέσεως και αφαιρέσεως:

479. Μιά νοικοκυρά πλήρωσε για καφέ 86,40 δραχμές. Για ζάχαρη 21,60 δραχμές και για διάφορα άλλα τρόφιμα 158,70 δραχμές. Πόσα πλήρωσε, και τί ρέστα θά πάρει από ένα πεντακοσάριο;
480. Ένας μαθητής, για να πληρώσει τα βιβλία που αγόρασε απ' το βιβλιοπωλή, του έδωσε ένα πεντακοσάριο. Ο βιβλιοπώλης του ζήτησε 22,50 δραχμές ακόμη και του επέστρεψε ένα κατοστάρικο. Πόσο άξιζαν τα βιβλία;
481. Δύο αδέρφια μαζεύουν χρήματα, για να αγοράσουν ένα ποδήλατο που πουλιέται 2.800 δραχμές. Ο Κώστας μάζεψε 1.080,80 και ο Νίκος 909,50. Πόσες δραχμές θά ζητήσουν να συμπληρώσει ο πατέρας;
482. Ένας μανάβης είχε 4 τελάρα μήλα που ζύγιζαν 86,300 κιλά. Πούλησε το πρώι 36,800 κιλά και το απόγευμα 27,300 κιλά. Πόσα του έμειναν;
483. Ο πατέρας έφυγε για την αγορά με 1.000 δραχμές. Απ' αυτές έδωσε για κρέας 208,50 δραχμές, για φρούτα 106,80 δρχ. και για διάφορα άλλα ψώνια 112,60 δραχμές. Πόσες δραχμές του έμειναν;
484. Η Μαρία αγόρασε 3 μέτρα κορδέλα. Απ' αυτή έκοψε 0,75 μ. για τα μαλλιά, κι έδωσε και μισό μέτρο στην αδερφή της. Πόσα μέτρα της έμειναν;
485. Η μητέρα αγόρασε ένα μπουκάλι γάλα 6,80 δραχμές και ένα κιλό τυρί 86,50 δραχμές. Πόσα ρέστα θά πάρει από ένα κατοστάρικο;

96. Πολλαπλασιασμός και διαίρεση δεκαδικού αριθμού με 10, 100, 1.000

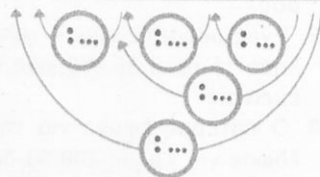
Α'. Ν' αντιγράψετε στο τετράδιό σας και νά συμπληρώσετε τις παρακάτω μετατροπές:

Μέτρα	Παλάμες	Έκατοστά	Χιλιοστό-μέτρα
35,6			
	46,95		
		876	
			1 485



Β'. Ν' αντιγράψετε στο τετράδιό σας και νά συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

2,162			
	14,75		
		231,8	
			4 565



Νά βρείτε τούς πολλαπλασιαστές και διαιρέτες, κατά τη φορά του βέλους (→)

Όπως βλέπετε από τόν παραπάνω πίνακα:

Γιά νά πολλαπλασιάσετε δεκαδικό αριθμό μέ 10 μετατοπίζετε τό κόμμα **μία** θέση πρός τά δεξιά.

Γιά νά πολλαπλασιάσετε δεκαδικό αριθμό μέ 100, μετατοπίζετε τό κόμμα **δύο** θέσεις πρός τά δεξιά.

Γιά νά πολλαπλασιάσετε δεκαδικό αριθμό μέ 1.000, μετατοπίζετε τό κόμμα **τρεις** θέσεις πρός τά δεξιά.

Γιά νά διαιρέσετε δεκαδικό αριθμό μέ 10, μετατοπίζετε τό κόμμα **μία** θέση πρός τ' άριστερά.

Γιά νά διαιρέσετε δεκαδικό αριθμό μέ 100, μετατοπίζετε τό κόμμα **δύο** θέσεις πρός τ' άριστερά.

Γιά νά διαιρέσετε δεκαδικό αριθμό μέ 1.000, μετατοπίζετε τό κόμμα **τρεις** θέσεις πρός τ' άριστερά.

Άσκησης:

486. Νά εκτελεστούν οι πράξεις:

$$57,80 \times 10$$

$$100 \times 0,00785$$

$$357,5 \times 100$$

$$362,300 \times 100$$

$$100 \times 0,1821$$

$$2,4 \times 10$$

487. Νά γίνουν οι διαιρέσεις:

$$27,5 : 10$$

$$137,5 : 100$$

$$3571,5 : 100$$

$$0,25 : 10$$

$$2,4 : 100$$

$$25,35 : 100$$

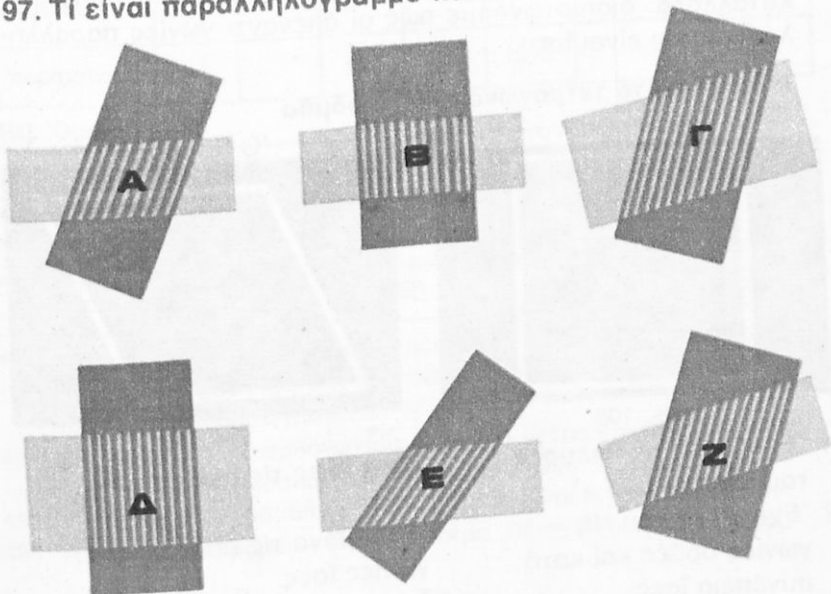
Προβλήματα:

488. Μιά πετσέτα φαγητού χρειάζεται 0,55 μ. ύφασμα. Πόσα μέτρα του ίδιου ύφασματος θά χρειαστούν για α) 10 πετσέτες και β) για 100 πετσέτες;

489. 100 κιλά ρύζι κοστίζουν 2.780 δραχμές. Πόσο κοστίζει τό 1 κιλό;

490. Ένας βιβλιοπώλης πούλησε 1.000 μολύβια και πήρε 7.800 δραχμές. Πόσο πούλησε τό ένα;

97. Τί είναι παραλληλόγραμμο και ποιά τά είδη του



Εικ. 104

1. Στά σχέδια πού βλέπετε, έχει γραμμοσκιαστεί τό κοινό μέρος δύο ταινιών. Αυτό τό κοινό μέρος τών δύο ταινιών λέγεται **παραλληλόγραμμο**.

2. Τό παραλληλόγραμμο Β σχηματίζεται από τό κοινό μέρος δύο **καθέτων** ταινιών διαφόρου πλάτους. Αυτό ονομάζεται **όρθογώνιο**.
3. Τό παραλληλόγραμμο Δ σχηματίζεται από τό κοινό μέρος δύο καθέτων ταινιών του ίδιου πλάτους. Αυτό ονομάζεται **τετράγωνο**.
4. Τό παραλληλόγραμμο Γ σχηματίζεται από τό κοινό μέρος δύο ταινιών του ίδιου πλάτους καί ὄχι καθέτων. Αυτό ονομάζεται **ρόμβος**.

Μέ τό διαβήτη μας διαπιστώνουμε πώς:

1. Οἱ ἀπέναντι πλευρές τοῦ παραλληλόγραμμου εἶναι ἴσες.
2. Ὅλες οἱ πλευρές τοῦ ρόμβου καί τοῦ τετραγώνου εἶναι ἴσες μεταξύ τους.
3. Ἄν σέ ἓνα διαφανές χαρτί ἀποτυπώνουμε τή γωνία τοῦ παραλληλόγραμμου καί τήν τοποθετήσουμε στήν ἀπέναντί της κατάλληλα, διαπιστώνουμε πώς οἱ ἀπέναντι γωνίες παραλληλόγραμμου εἶναι ἴσες.

Τί διαφέρει τό τετράγωνο ἀπό τό ρόμβο

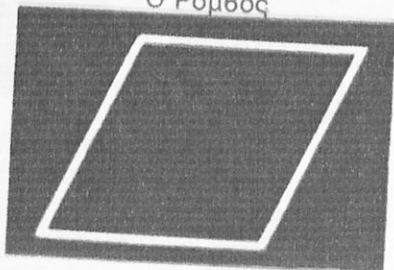
Τό τετράγωνο



Εἰκ. 105

1. Ἐχει ὅλες τίς πλευρές του ἴσες.
2. Ἐχει ὅλες του τίς γωνίες ὀρθές καί κατά συνέπεια ἴσες.

Ὁ Ρόμβος



Εἰκ. 106

1. Ἐχει ὅλες τίς πλευρές ἴσες.
2. Ἐχει μόνο τίς ἀπέναντι γωνίες ἴσες.

Ἀσκήσεις καί προβλήματα

(πρός ἐπανάληψη τῶν τετραπλεύρων)

Γνωρίζουμε ὅτι:

Ἡ περίμετρος τοῦ τετραγώνου μέ πλευρά 4 μ. εἶναι: $4\mu. + 4\mu. + 4\mu. + 4\mu. = 16\mu.$

Ἡ περίμετρος τοῦ ὀρθογωνίου μέ μήκος 6 μ. καί πλάτος 4 μ. εἶναι: $4\mu. + 6\mu. + 4\mu. + 6\mu. = 20\mu.$

Υπενθυμίζουμε ἀκόμα πῶς περίμετρος ἑνός σχήματος ὀνομάζεται τό ἄθροισμα τῶν μηκῶν τῶν πλευρῶν του.

491. Συμπληρώστε τόν πίνακα.

Γιά μονάδα μήκους νά θεωρεῖται τό ἑκατοστόμετρο.

Ὅρθογώνιο	A	B	Γ	Δ	E	Z	H
Μήκος	28	320	90			249	267
πλάτος	13	204		129	241	97	
περίμετρος			420	836	1318		918

492. Ὅμοια

Τετράγωνο	A	B	Γ	Δ
Πλευρά	20		128	
Περίμετρος		80		360

493. Ὄταν διπλασιάσουμε, τριπλασιάσουμε, ἢ τετραπλασιάσουμε τίς διαστάσεις ὀρθογωνίου τί παθαίνει ἡ περίμετρος; Χρησιμοποιήστε ἀριθμητικά παραδείγματα.

494. Μιά πλευρά ἑνός ὀρθογωνίου εἶναι 100 μέτρα καί ἡ γειτονική της εἶναι 70 μέτρα. Πόση εἶναι ἡ περίμετρός του;

495. Ἡ πλευρά ἑνός ρόμβου εἶναι 5 μ. Πόση εἶναι ἡ περίμετρός του;

496. Ἡ περίμετρος ρόμβου εἶναι 60 μέτρα. Πόση εἶναι ἡ πλευρά του;

(χωρίς χαρτί καί μολύβι)

Νά διακρίνετε, ἂν οἱ παρακάτω προτάσεις εἶναι ἀληθεῖς ἢ ὄχι:

497. Κάθε ὀρθογώνιο εἶναι παραλληλόγραμμο;

498. Κάθε παραλληλόγραμμο εἶναι ρόμβος;

499. Κάθε τετράγωνο είναι ὀρθογώνιο; Καί κάθε ὀρθογώνιο είναι τετράγωνο;
 500. Κάθε ρόμβος είναι τετράγωνο; Καί κάθε τετράγωνο είναι ρόμβος;
 501. Κάθε παραλληλόγραμμο είναι ὀρθογώνιο;
 502. Κάθε ρόμβος είναι παραλληλόγραμμο;

98. Πολλαπλασιασμός δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ μέ ἀκέραιο

Πρόβλημα:

Ἐνα τοῦβλο ζυγίζει 2,450 κιλά.
 Πόσο ζυγίζουν τὰ 45 τοῦβλα;

Ἐδῶ ξέρουμε τήν τιμή τῆς μιᾶς μονάδας καί ζητᾶμε τήν τιμή τῶν πολλῶν μονάδων. Θά κάνουμε πολλαπλασιασμό. Θά πολλαπλασιάσουμε τό 2,450 μέ τό 45.

Γιά νά ὑπολογίσουμε τό γινόμενο:

$$2,450 \times 45$$

θά κάνουμε τὰ παρακάτω βήματα:

Εἰκ. 107

Βῆμα 1ο. Μετατρέπουμε τὰ κιλά σέ γραμμάρια (Μέ ποῖο ἀριθμό πρέπει νά πολλαπλασιάσουμε)

$$2,450 \times 1.000 = 2.450 \text{ γραμμάρια.}$$

Βῆμα 2ο. Μέ πολλαπλασιασμό θά ὑπολογίσουμε τό θάρος τῶν 45 τοῦβλων.

$$2.450 \times 45 = 110.250 \text{ γραμμάρια.}$$

Βῆμα 3ο. Θά μετατρέψουμε τὰ 110.250 γραμμάρια σέ κιλά. (Μέ ποῖον ἀριθμό πρέπει νά διαιρέσουμε;)

$$110.250 : 1.000 = 110,250 \text{ κιλά.}$$

Ἀπάντηση: Τά 45 τοῦβλα ζυγίζουν: 110,250 κιλά.

Πρακτικά ἡ πράξη γίνεται, ὅπως σημειώνεται παρά-πλευρα.

2,450	→	Πολλαπλασιαστέος
45	→	Πολλαπλασιαστής
12250		
9800		
110,250	→	Γινόμενο

Δηλαδή:

Γράφουμε τόν πολλαπλασιαστή κάτω από τόν πολλαπλασιαστέο, σάν νά ἦταν ἀκέριοι. Μετά κάνουμε τόν πολλαπλασιασμό ὅπως ξέρουμε. Ὄταν τελειώσουμε χωρίζουμε ἀπό τά δεξιά πρὸς τ' ἀριστερά τοῦ τελικοῦ γινομένου τόσα δεκαδικὰ ψηφία, ὅσα δεκαδικὰ ἔχει, ὁ δεκαδικὸς παράγοντας.

Ἄλλα παραδείγματα:

1)	$\begin{array}{r} 0,4937 \\ 2 \\ \hline 0,9874 \end{array}$	2)	$\begin{array}{r} 12 \\ 0,003 \\ \hline 0,036 \end{array}$
----	---	----	--

Βλέπετε; ♦

Ὅταν ἔχουμε νά πολλαπλασιάσουμε δεκαδικό ἀριθμὸ μέ ἀκέραιο ἐκτελοῦμε τὴν πράξη, ὅπως ξέρουμε μέ τοὺς ἀκεραίους. Χωρίζουμε σέ συνέχεια ἀπὸ τά δεξιά τοῦ γινομένου τόσα δεκαδικὰ ψηφία ὅσα ἔχει ὁ δεκαδικὸς παράγοντας.

Ἡ δοκιμὴ γίνεται ὅπως στοὺς ἀκέραιους.

Ἀσκήσεις καὶ προβλήματα:

Στὶς παρακάτω περιπτώσεις ἔχει γίνεи ὁ πολλαπλασιασμός. Μπορεῖτε νά βάλετε τὸ κόμμα στὴ σωστὴ τοῦ θέσης;

503.	$0,079 \times 3 = 237$	504.	$412 \times 0,008 = 3296$
505.	$49,78 \times 24 = 119472$	506.	$0,459 \times 17 = 7803$
507.	$6,118 \times 39 = 238602$	508.	$37,37 \times 23 = 85951$

509. Νά ὑπολογίσετε τὰ γινόμενα: $7,346 \times 0,008$, $0,42 \times 0,7$,
 $2,765 \times 0,0004$.

510. Πόσο κρασί μᾶς χρειάζεται γιὰ νά γεμίσουμε 200 μπουκάλια κρασὶ τῶν 0,75 λίτρων;

511. Ποιὸ εἶναι τὸ θῆρος 300 λίτρων λαδιοῦ, ἂν τὸ κάθε λίτρο ζυγίζει 0,910 κιλά;

512. Ποιὸ εἶναι τὸ θῆρος 35 ρολῶν σύρμα σιδερένιο, ὅταν τὸ κάθε ρολὸ ζυγίζει 4,600 κιλά;

513. Πόσο ζυγίζουν 45 σάκοι σιταριοῦ, ὅταν ὁ καθένας ζυγίζει 75,500 κιλά;

514. Ποιό είναι τό βάρος 32 όμοίων κιβωτίων, όταν τό καθένα ζυγίζει 37,600 κιλά:

99. Πολλαπλασιασμός δεκαδικών αριθμών

Πρόβλημα:

Ποιό είναι τό βάρος σιδηροσωλήνα 2,16 μέτρων μήκους, όταν τό μέτρο ζυγίζει 3,5 κιλά;

Έδω γνωρίζουμε τό βάρος του 1 μέτρου καί ζητάμε τό βάρος 2,16 μέτρων. Θά κάνουμε πολλαπλασιασμό:

$$3,5 \text{ κιλά} \times 2,16$$

Γιά νά ύπολογίσουμε τό παραπάνω γινόμενο θά προχωρήσουμε όπως παρακάτω:

Βήμα 1ο. Μετατρέπουμε τά 2,16 μέτρα σέ έκατοστά. (Μέ ποιό αριθμό πρέπει νά πολλαπλασιάσουμε;)

$$2,16 \times 100 = 216 \text{ έκατοστά}$$

Βήμα 2ο. Βρίσκουμε τό βάρος του 1 έκατοστομέτρου μέ διαίρεση. (Μέ ποιό αριθμό πρέπει νά διαιρέσουμε;)

$$3,5 : 100 = 0,035 \text{ κιλά}$$

Βήμα 3ο. Υπολογίζουμε τέλος τό βάρος των 216 έκατοστών, αφού ξέρουμε τό βάρος του 1 έκατοστομέτρου, μέ πολλαπλασιασμό.

$$0,035 \times 216 = 7,560 \text{ κιλά}$$

πού αυτό είναι καί τό βάρος των 2,16 μέτρων πού ζητάμε. Δηλαδή: $3,5 \times 2,16 = 7,560$ κιλά. Πρακτικά όμως τό γινόμενο ύπολογίζεται πιό εύκολα, όπως τό σημειώνουμε πιό κάτω.

$\begin{array}{r} 3,5 \\ \times 2,16 \\ \hline 210 \\ 35 \\ 70 \\ \hline 7,560 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0,0045 \\ \times 0,7 \\ \hline 0,00315 \end{array}$
→ Πολλαπλασιαστέος → Πολλαπλασιαστής → Γινόμενο	Άλλο παράδειγμα:

Ύστερα άπ' τά παραπάνω βλέπουμε πώς:

Γιά νά πολλαπλασιάσουμε δύο δεκαδικούς αριθμούς θαδίζουμε έτσι:

Βήμα 1ο. Πολλαπλασιάζουμε τούς αριθμούς χωρίς κόμματα.

Βήμα 2ο. Μετρούμε τὰ δεκαδικὰ ψηφία πού ἔχουν καί οἱ δύο δεκαδικοὶ πού πολλαπλασιάσαμε.

Βήμα 3ο. Μετρούμε ἀπ' τὸ δεξιό τοῦ γινομένου τὸ ἴδιο πλῆθος ψηφίων καὶ βάζουμε ἀνάμεσα τὸ κόμμα.

Βήμα 4ο. Ἄν τὸ γινόμενο ἔχει λιγότερα ψηφία ἀπ' τὰ δεκαδικὰ πού μετρήσαμε, τότε γράφουμε πρὸς τ' ἀριστερά τοῦ ἀριθμοῦ τόσα μηδενικά ὅσα εἶναι τὰ ψηφία πού λείπουν κι ἓνα ἐπὶ πλέον, σάν ἀκέραιο μέρος.

Παραδείγματα:

$$\begin{array}{r} 1,35 \\ \times 4,8 \\ \hline 1080 \\ 540 \\ \hline 6,480 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,09 \\ \times 0,3 \\ \hline 0,027 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8,09 \\ \times 30,8 \\ \hline 6472 \\ 2427 \\ \hline 249,172 \end{array}$$

Παρατήρηση: Ἡ δοκιμὴ γίνεται ὅπως καὶ στοὺς ἀκεραίους.

Ἀσκήσεις:

515. Νά τοποθετήσετε τὸ κόμμα στὴ σωστὴ του θέση στοὺς πολλαπλασιασμούς:

$$0,7 \times 0,3 = 21$$

$$0,07 \times 0,8 = 56$$

$$0,16 \times 4 = 64$$

$$1,5 \times 7 = 105$$

$$1,5 \times 3,5 = 525$$

$$3,6 \times 0,5 = 180$$

516. Νά βρεῖτε τὰ γινόμενα καὶ νά γίνει ἡ δοκιμὴ τους.

$$\begin{array}{r} 0,47 \\ \times 0,23 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19,37 \\ \times 40,8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4,95 \\ \times 0,2 \\ \hline \end{array}$$

Προβλήματα:

517. Σέ μιά μαθητικὴ κατασκήνωση ὑπολογίζεται, πὼς σέ κάθε μαθητὴ ἀναλογεῖ 0,760 κιλά ψωμί. Πόσα κιλά θά χρειαστοῦν ἂν ἡ κατασκήνωση ἔχει 375 μαθητές.

518. Ἀπὸ ἓνα κιλό ἀλεύρι γίνονται 1,58 κιλά ψωμί. Πόσα κιλά ψωμί γίνονται μέ 32,5 κιλά ἀλεύρι.

519. Ἐνας ἔμπορος ἀγόρασε 20 δωδεκάδες κάλτσες πρὸς 17,5 δρχ. τὸ ζευγάρι. Ἀπ' τήν πώληση εἰσέπραξε 5.520 δραχμές. Κέρδισε, καὶ πόσα;

520. Δύο αὐτοκίνητα ξεκίνησαν συγχρόνως ἀπὸ τὴν πόλη Α πρὸς τὴν πόλη Β. Τὸ πρῶτο μέ ταχύτητα 100,5 χιλιόμετρα τὴν ὥρα καὶ τὸ 2' μέ

97,5 χιλιόμετρα την ώρα. "Υστερα από 2,5 ώρες πόσα χιλιόμετρα θά έχει διανύσει τό καθένα καί πόσο θ' απέχουν;

521. 'Ο ήχος διατρέχει μέσα στό νερό 1.517,03 μέτρα στό δευτερόλεπτο. Σέ 3,4 δευτερόλεπτα πόσο διατρέχει;

522. 'Ενός ανθρώπου τό θήμα έχει μήκος 0,58 τοῦ μέτρου. "Αν κάμει σέ κάθε πρώτο λεπτό 18 θήματα, σέ 5,5 λεπτά πόσα μέτρα θά διατρέξει;

99. Διάρθρωση τῶν δεκαδικῶν ἀριθμῶν

100. Διάρθρωση δεκαδικοῦ μέ ἀκεραίο

1η Περίπτωση. ('Ο διαιρετέος μεγαλύτερος ἀπό τό διαιρέτη)
Πρόβλημα:

Μέ 19,60 μέτρα ὕφασμα ράβονται 7 ἀνδρικά κοστούμια. Μέ πόσα μέτρα ράβεται τό κάθε κοστούμι;

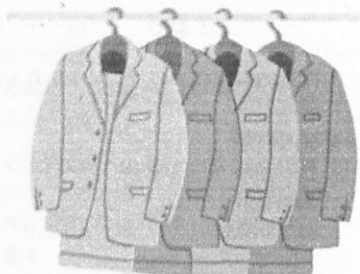
'Εδῶ ξέρομε μέ πόσα μέτρα ράβονται 7 κοστούμια καί ζητᾶμε νά μάθουμε μέ πόσα μέτρα ράβεται τό 1 κοστούμι.

Θά κάνουμε διάρθρωση μερισμοῦ.

$$19,60 : 7$$

Γιά νά μπορέσουμε ὁμως νά κάνουμε τή διάρθρωση αὐτή, τρέπουμε τά μέτρα σέ δακτύλους ἢ ἑκατοστά. (Μέ ποιόν ἀριθμό πρέπει νά πολλαπλασιάσουμε;).

Τά 19,60 μέτρα = 1.960 ἑκατοστά. Τώρα ἔχουμε νά διαιρέσουμε ἀκεραίους.



Εἰκ. 108

1960	7
56	280
00	
19,60	7
56	2,80
00	

Ἀπάντηση: Κάθε ἀνδρικό κοστούμι χρειάζεται 280 ἑκατοστά ἢ 2,80 μέτρα.

Πρακτική ἐργασία

Πρακτικά ἐργαζόμαστε, ὅπως καί στή διάρθρωση μέ ἀκεραίους. Μόνο, πού ὅταν φθάσουμε στό κόμμα, θά σημειώσουμε κόμμα καί στό πηλίκο καί ὕστερα συνεχίζουμε τή διάρθρωση.

2η Περίπτωση. (Ο διαιρετέος μικρότερος από το διαιρέτη)

Πρόβλημα:

Νά μοιραστούν 2,575 κιλά καφέ σέ 5 φτωχές οικογένειες. Πόσα κιλά θά πάρει ή κάθε οικογένεια;

Καί ἐδῶ θά κάνουμε διαίρεση μερισμοῦ. Θά μοιράσουμε τά 2,575 κιλά καφέ σέ 5 οικογένειες.

Εἶναι φανερό πῶς κάθε οικογένεια θά πάρει λιγότερο ἀπό 1 κιλό. Μὲ ἄλλα λόγια τὸ πηλίκο εἶναι μικρότερο τῆς ἀκεραίας μονάδας. Γι' αὐτὸ θάζουμε (0), στό πηλίκο καί συνεχίζουμε, ὅπως ξέρουμε μὲ τοὺς ἀκεραίους.

Ὡστε ή κάθε οικογένεια θά πάρει 0,515 κιλά καφέ.

2,575	5
07	0,515
25	
0	

Βλέπετε; ♦

Γιὰ νά διαιρέσουμε δεκαδικό μέ ἀκέραιο, κάνουμε τή διαίρεση σάν νά ἦταν ἀκέραιοι, μόλις ὅμως τελειώσει ή διαίρεση τοῦ ἀκεραίου μέρους τοῦ διαιρετέου θάζουμε στό πηλίκο κόμμα (,) καί συνεχίζουμε, ὅπως ξέρουμε. Μόνο ὅταν ὁ διαιρετέος εἶναι μικρότερος ἀπό τὸ διαιρέτη, τότε θάζουμε μηδέν κόμμα (0,) καί συνεχίζουμε τήν πράξη.

Ἄλλο παράδειγμα

Πρόβλημα:

Νά μοιράσουμε σέ 8 κορίτσια 3 μέτρα κορδέλα. Πόσα μέτρα θά πάρει κάθε κορίτσι;

Θά κάνουμε διαίρεση μερισμοῦ. Θά μοιράσουμε τά 3 μέτρα κορδέλα στά 8 κορίτσια.

3 : 8

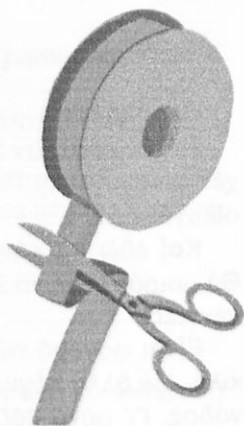
3,000	8
60	0,375
40	
0	

Έδω έχουμε διαίρεση δύο άκε-
ραίων, που ο διαιρέτης είναι μεγαλύ-
τερος από το διαιρετέο.

Στις περιπτώσεις αυτές, γρά-
φουμε το διαιρετέο σε μορφή δεκα-
δικού.

Δηλαδή στα δεξιά του άκεραίου
γράφουμε κόμμα (,) και σε συνέχεια
μηδενικά τόσα, όσα δεκαδικά ψηφία,
πρέπει να έχει το πηλίκο.

Ύστερα γράφουμε στο πηλίκο:
μηδέν κόμμα (0,) και συνεχίζουμε ό-
πως ξέρουμε.



Εικ. 109

Δοκιμή της διαιρέσεως

Η δοκιμή γίνεται όπως στους άκεραίους.

Παράδειγμα:

Νά γίνει η διαίρεση και η δοκιμή της.
Διαιρετέος $\rightarrow 41,50$ $\overline{) 7}$ $\leftarrow$ διαιρέτης
65 $\overline{) 5,92}$ $\leftarrow$ πηλίκο
20
Υπόλοιπο $\rightarrow 6$

Δοκιμή
5,92
$\times 7$
41,44
+ 0,06
41,50

Άσκησης και προβλήματα:

523. Νά βρείτε τα πηλικά και νά κάνετε τις δοκιμές τους:

- | | | | |
|--------------|---------------|---------------|----------------|
| 1) 7,4 : 2 | 5) 54,18 : 8 | 9) 1,64 : 12 | 13) 0,75 : 7 |
| 2) 9,6 : 4 | 6) 95,49 : 9 | 10) 0,458 : 8 | 14) 57,51 : 27 |
| 3) 8,36 : 3 | 7) 76,32 : 3 | 11) 24 : 35 | 15) 0,134 : 67 |
| 4) 14,32 : 5 | 8) 54,72 : 12 | 12) 0,03 : 6 | 16) 9 : 12 |

524. Ο μάγειρας μίας ταβέρνας έχει νά μαγειρέψει 9,540 κιλά κρέας. Αν
τό κόψει σε 53 μερίδες, πόσο είναι τό βάρος κάθε μερίδας;

525. Ένας εργάτης πήρε 12163,5 δραχμές για 17 μέρες εργασίας. Πόσο
ήταν τό μεροκάματο;

526. Μέ 8,160 κιλά καφέ κάνουμε 102 φακελάκια. Πόσο ζυγίζει τό κάθε
φακελάκι;

527. Μέ 39,60 δραχμές αγοράζω 12 αυγά. Πόσο αγοράζω τό ένα;

101. Μία ιδιότητα του πηλίκου δύο αριθμών

Πρόβλημα:

- Νά μοιραστούν: 1) 6 τετράδια σέ 2 παιδιά
2) 60 τετράδια σέ 20 παιδιά
3) 600 τετράδια σέ 200 παιδιά

Πόσα τετράδια πρέπει νά πάρει τό κάθε παιδί σέ κάθε περίπτωση; Τί παρατηρείτε;

Βλέπετε; ♦

“Όταν καί ὁ διαιρετέος καί ὁ διαιρέτης πολλαπλασιαστούν μέ 10, 100, ἢ 1.000, τό πηλίκο δέ μεταβάλλεται.

102. Διάρθρωση ἀκέραιου μέ δεκαδικό

Πρόβλημα: Γιά τήν παροχή νεροῦ σέ κατοικία χρειάστηκε νά κόψουμε ἓνα νεροσωλήνα 9 μέτρων μήκους σέ κομμάτια μήκους 0,75 μέτρου. Σέ πόσα κομμάτια θά κοπεῖ ὁ νεροσωλήνας;

Γιά νά βροῦμε σέ πόσα κομμάτια θά κοπεῖ ὁ νεροσωλήνας, θά πρέπει νά κάνουμε διάρθρωση μετρήσεως: $9 : 0,75$

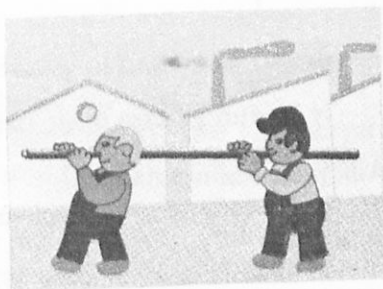
Ἡ διάρθρωση ὅμως μέ διαιρέτη δεκαδικό δέ γίνεται. Γιά νά γίνει πρέπει, χωρίς ν' ἀλλάξει τό πηλίκο, νά κάνουμε τό διαιρέτη ἀκέραιο. Γι' αὐτό, ὅπως μάθαμε, πολλαπλασιάζουμε διαιρέτη καί διαιρετέο μέ τό 100.

Μέ ἄλλα λόγια, γιά νά γίνει ὁ διαιρέτης ἀκέραιος πρέπει νά μεταθέσουμε τό κόμμα δύο θέσεις πρός τά δεξιά καί νά θάλουμε δύο μηδενικά δεξιά τοῦ διαιρετέου. Τότε ἀντί νά ἔχουμε:

$$9 : 0,75 \text{ ἔχουμε } 900 : 75,$$

πού γίνεται ὅπως ξέρομε

900	75	“Ὡστε θά κοπεῖ σέ 12 κομμάτια
150	12	
00		



Εικ. 110

Βλέπετε; ♣

‘Η διαίρεση άκέραιου μέ δεκαδικό δέ γίνεται. Γι’ αυτό σθήνουμε τό κόμμα του δεκαδικού διαιρέτη καί γράφουμε στό τέλος του διαιρετέου τόσα μηδενικά, όσα δεκαδικά ψηφία έχει ό διαιρέτης.

Παραδείγματα:

$$\begin{array}{r|l} 480 & 6,4 \\ \hline \end{array}$$

ή

$$\begin{array}{r|l} 4800 & 64 \\ 320 & 75 \\ \hline 00 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3879 & 0,75 \\ \hline \end{array}$$

ή

$$\begin{array}{r|l} 387900 & 75 \\ 129 & 5172 \\ 540 & \\ 150 & \\ \hline 00 & \end{array}$$

‘Η δοκιμή γίνεται όπως στη διαίρεση δεκαδικού μέ άκέραιο.

‘Ασκήσεις καί προβλήματα:

528. Νά θρεθούν τά πηλικά καί νά γίνουν οί δοκιμές τους στίς διαιρέσεις:

$$544 : 6,4$$

$$3402 : 6,3$$

$$900 : 7,5$$

$$3879 : 0,75$$

$$441 : 1,8$$

$$785 : 2,5$$

528α. ‘Ο πατέρας του Κώστα αγόρασε 2,80 μέτρα ύφασμα καί πλήρωσε 1.680 δραχμές. Πόσο αγόρασε τό μέτρο;

528β. ‘Ο Νίκος αποταμιεύει 125,50 δραχμές την ήμέρα. Σέ πόσες μέρες θά συγκεντρώσει ποσό 18.825 δραχμές γιά ν’ αγοράσει τηλεόραση;

528γ. Πόσες μέρες πρέπει νά εργαστεί μιá εργάτρια μέ μεροκάματο 508,50 δραχμές γιά ν’ αγοράσει ηλεκτρική κουζίνα πού έχει αξία 10.170 δραχμές;

103. Διαίρεση αριθμού μέ: 0,1 ή 0,01 ή 0,001

“Αν εφαρμόσουμε τά παραπάνω σέ διαίρεση μέ διαιρέτη τόν 0,1 ή τόν 0,01 ή τόν 0,001, τότε θά έχουμε:

α) $37,45 : 0,1 = 374,5 : 1 = 374,5$

$$\text{β)} 2,475 : 0,01 = 247,5 : 1 = 247,5$$

$$\text{γ)} 0,0025 : 0,001 = 2,5 : 1 = 2,5$$

Βλέπετε; ♦

Γιά να διαιρέσουμε έναν αριθμό με 0,1 ή 0,01 ή 0,001, αρκεί να τον πολλαπλασιάσουμε αντίστοιχα με 10 ή 100 ή 1.000.

Άσκησης:

529. Νά γίνουν οι διαιρέσεις:

$$3,3 : 0,001$$

$$0,90 : 0,1$$

$$3,747 : 0,001$$

$$0,003 : 0,01$$

104. Διαίρεση δεκαδικού με δεκαδικό

Πρόβλημα:

“Ένα αυτοκίνητο διέτρεξε απόσταση 517,500 χιλιόμετρα σε 4,5 ώρες. Μέ πόσα χιλιόμετρα κινήθηκε την ώρα;

“Εδώ ξέρουμε πώς σε 4,5 ώρες διέτρεξε 517,500 χιλιόμετρα και ζητάμε να μάθουμε με πόσα χιλιόμετρα κινήθηκε τη μία ώρα. Θα κάνουμε διαίρεση μερισμού:

$$517,500 : 4,5$$

“Η διαίρεση όμως με δεκαδικό διαιρέτη δε γίνεται. Για να γίνει πρέπει να τρέψουμε, χωρίς θλάβη του πηλίκου, τό δεκαδικό διαιρέτη σε άκέραιο. Γι’ αυτό πολλαπλασιάζουμε τό δεκαδικό διαιρέτη και τό διαιρετέο με τό 10.

Με άλλα λόγια σβήνουμε τό κόμμα του διαιρέτη, ώστε να γίνει άκέραιος και για να μην αλλάξει τό πηλίκο μεταθέτουμε πρὸς τά δεξιά τό κόμμα του διαιρετέου μία θέση.

“Έτσι έχουμε:

$$517,500 : 4,5 \text{ ή } 5175,00 : 45 \text{ ή } \begin{array}{r} 5175 \quad | \quad 45 \\ 67 \quad | \quad 115 \\ 225 \quad | \\ \hline 00 \end{array}$$

“Ωστε θα κινηθεί με 115 χιλ. την ώρα.

Άλλο παράδειγμα:

$$376,5 : 0,06 \text{ ή } 37650 : 6 = 6.275.$$

Βλέπετε; ♦

"Αν ο διαιρέτης είναι δεκαδικός, η διαίρεση δέ γίνεται. Γι' αυτό σθήνουμε τό κόμμα τοῦ διαιρέτη, ὥστε νά γίνει ἀκέραιος. Μετά μεταφέρουμε τό κόμμα τοῦ διαιρετέου, τόσες θέσεις πρός τά δεξιά, ὅσα δεκαδικά ψηφία ἔχει ὁ διαιρέτης. Ἄν ὁ διαιρετέος ἔχει λιγότερα δεκαδικά ψηφία ἀπό τό διαιρέτη συμπληρώνουμε μέ μηδενικά.

"Όταν ἡ διαίρεση δύο ἀκέραιων εἶναι ἀτελής, βάζουμε στό πηλίκο ἓνα κόμμα. Ὑστερα βάζουμε στά δεξιά τοῦ ὑπολοίπου μηδέν καί συνεχίζουμε τή διαίρεση.

Ἀσκήσεις καί προβλήματα:

530. $7,56 : 4,2$ $9,88 : 5,2$ $14,2 : 3,8$ $7,88 : 0,02$ $8,91 : 2,2$
 $0,369 : 0,03$ $12,8 : 3,2$ $7,56 : 0,03$ $4,95 : 0,05$

531. Κάποιος ἀγόρασε 2,8 μέτρα ὕφασμα καί πλήρωσε 1.872,50 δρχ.
Πόσο ἀγόρασε τό μέτρο;

532. Ἐνα αὐτοκίνητο σέ 4,5 ὥρες ἔτρεξε 407,25 χιλιόμετρα. Πόσα χιλιόμετρα ἔτρεξε σέ μιά ὥρα;

533. Γιά ἓνα μαντήλι χρειάζομαστε 0,35 μέτρα ὕφασμα. Πόσα μαντήλια θά φτιάξουμε μέ 71,40 μέτρα ὕφασμα;

534. Ἐνας ἔβαλε στό ρεζερβουάρ τοῦ αὐτοκινήτου του βενζίνη πρός 21,60 τό λίτρο καί πλήρωσε 561,60 δραχμές. Πόσα λίτρα ἔβαλε;

535. Τό κιλοβάτ τοῦ ἡλεκτρικοῦ στοιχίζει 1,8 δραχμές. Κάποιος πλήρωσε 941,40 δραχμές. Πόσα κιλοβάτ εἶχε καταναλώσει;

536. Γιά μιά παιδική ἐνδυμασία χρειάζομαστε 1,8 μέτρα ὕφασμα. Πόσες ὁμοιες ἐνδυμασίες θά φτιάξουμε μέ 66,6 μέτρα ἀπό τό ἴδιο ὕφασμα;

537. Ἐνας ἀγόρασε 8,35 μέτρα κορδέλα καί ἔδωσε 150,30 δραχμές.
Πόσο ἀγόρασε τό μέτρο;

Προβλήματα διαφόρων πράξεων (Ἀκέραιων καί δεκαδικῶν)

538. Ἐνας κτηνοτρόφος πούλησε 52,200 κιλά τυρί πρός 103 δραχμές τό κιλό. Ἀπό τά χρήματα πού πήρε ἔδωσε γιά ν' ἀγοράσει λάδι 4.894,10 δραχμές καί μέ τά ὑπόλοιπα ἀγόρασε ἀλεύρι πρός 15,50 δραχμές τό κιλό. Πόσο ἀλεύρι ἀγόρασε;

539. Ἐνας χωρικός πούλησε 546 κιλά σιτάρι πρός 8,80 δραχμές τό κιλό.

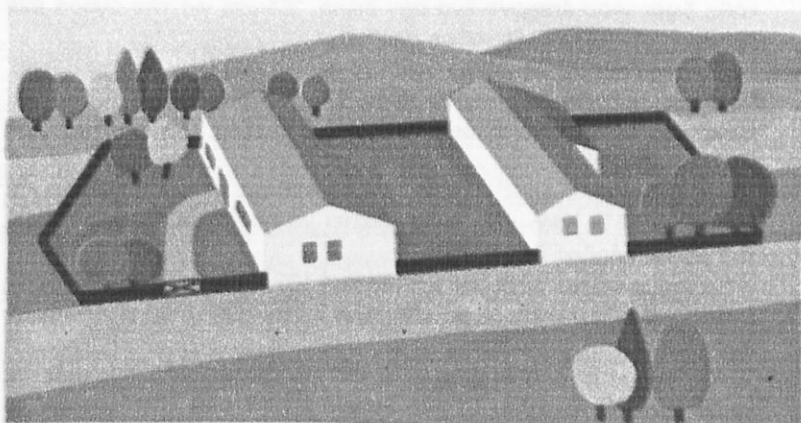
- 308 κιλά λάδι πρὸς 95,50 δραχμές τὸ κιλό. 72 κιλά μέλι πρὸς 156,80 δραχμές τὸ κιλό καὶ ἓνα μοσχάρι 12.500 δραχμές. Ἀπὸ τὰ χρήματα πού πήρε πλήρωσε στὴν Ἀγροτική Τράπεζα 36.500 γιὰ ἐξόφληση χρέους. Πόσα τοῦ ἔμειναν;
- 539α. Μιά σκάλα ἔχει ὕψος 1,76 μέτρα καὶ ἔχει 8 σκαλοπάτια. Πόσα μέτρα ὕψος ἔχει κάθε σκαλοπάτι;
540. Ἐνας φούρναρης πούλησε 306,50 κιλά ψωμί πρὸς 14,50 δρχ. τὸ κιλό καὶ 204,5 κιλά ψωμί ἄλλης ποιότητος πρὸς 18,50 δραχμές τὸ κιλό. Πόσα εἰσέπραξε;
541. Ὁ πατέρας ἀγόρασε 1,750 κιλά κρέας πρὸς 105,50 δραχμές τὸ κιλό. Πόσα πλήρωσε;
542. Ἐνας ἔμπορος ἀγόρασε 38,5 μέτρα ὕφασμα πρὸς 508 δραχμές τὸ μέτρο. Ἀπὸ τὴν πώληση εἰσέπραξε 2252,25 δραχμές. Πρὸς πόσο πούλησε τὸ μέτρο; Καὶ πόσα κέρδισε;
543. Μιά νοικοκυρά ἀγόρασε 18 κιλά μαλλιά. Στὸ πλύσιμο ἔχασαν τὸ μισό τοῦ θάρους τους καὶ στὸ λανάρισμα ἄλλα 0,50 κιλά. Πόσα κιλά τῆς ἔμειναν;
544. Ἀγόρασε κάποιος μολύβια πρὸς 2,75 δραχμές τὸ ἓνα. Ἀλλὰ σέ κάθε δωδεκάδα ἔπαιρνε ἓνα σάν δῶρο. Ἔδωσε γιὰ τὴν ἀγορά 825 δραχμές. Πόσα μολύβια πήρε σάν δῶρο;
545. Ἀγόρασε κάποιος 55 μέτρα ὕφασμα πρὸς 125,5 δραχμές τὸ μέτρο. Πούλησε κατόπιν ἓνα μέρος πρὸς 276,10 δραχμές τὸ μέτρο καὶ παρατήρησε πὺς τὸ ὑπόλοιπο τοῦ ἔμεινε κέρδος. Πόσα μέτρα ἦταν τὸ ὑπόλοιπο;
546. Ἐνας ἀγόρασε 6 δοχεῖα λίπος πού τὸ καθένα περιεῖχε 15 κιλά καὶ πλήρωσε 6.915 δραχμές. Πόσο πρέπει νὰ πουλήσει τὸ κιλό γιὰ νὰ τοῦ μείνει κέρδος ἓνα δοχεῖο;
547. Κάποιος ἀγόρασε λάδι καὶ πλήρωσε 4.162,50 δραχμές. Ἐάν ὁμοῦς ἀγόραζε 7 κιλά λιγότερο θὰ πλήρωνε 3.515 δρχ. Πόσο πλήρωσε τὸ κιλό;
548. Ἐνας ἀγόρασε δύο δοχεῖα λάδι καὶ πλήρωσε 2.775 δραχμές μὲ 92,50 δραχμές τὸ κιλό. Τὸ ἓνα δοχεῖο εἶχε 6 κιλά λιγότερο ἀπ' τὸ ἄλλο. Πόσα κιλά εἶχε τὸ κάθε δοχεῖο;
549. Δύο τεμάχια ὑφάσματος ἔχουν τὸ ἴδιο μῆκος καὶ πουλήθηκαν 3.595,5 δρχ. Τὸ μέτρο τοῦ α' πουλήθηκε 80,50 δρχ. καὶ τοῦ β' 60,50 δραχμές. Πόσα μέτρα ἦταν τὸ καθένα;
550. Ἐνας κτηνοτρόφος πούλησε τυρὶ καὶ πήρε 7.055,50 δραχμές. Ἄν ὁμοῦς πουλοῦσε τὸ τυρὶ 7,50 δραχμές ἀκριβότερα θὰ κέρδιζε ἐπὶ πλεόν 513,75 δραχμές. Πόσα κιλά πούλησε καὶ πρὸς πόσο πούλησε τὸ κιλό;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8ο

Μέτρηση επιφάνειας
Κλάσματα
Κύβος
Παραλληλεπίπεδο
Σφαίρα
Κύλινδρος

105. Μέτρηση επιφανειών

Τό αγροτικό σπίτι του Δαφνόπουλου, πού εικονίζεται, έχει έναν κήπο μπροστά και μιά αύλη πίσω. Ο Δαφνόπουλος θέλει να εξακριβώσει, ποιά είναι μεγαλύτερο: ο κήπος ή η αύλη. Αυτό δεν είναι εύκολο να τό εξακριβώσει.



Εικ. 111

Ακόμα, ο γειτονικός κήπος, πού φαίνεται στην εικόνα, είναι μεγαλύτερος ή μικρότερος από τον κήπο του Δαφνόπουλου;

Ο κήπος του Δαφνόπουλου, η αύλη του, ο κήπος του γείτονα είναι επιφάνειες.

Παρουσιάζεται συχνά η ανάγκη να συγκρίνουμε επιφάνειες και να γνωρίσουμε, ποιά είναι μεγαλύτερη και ποιά μικρότερη.

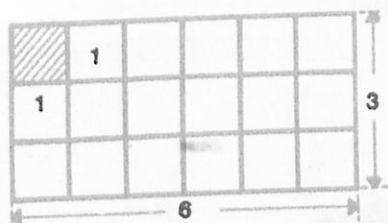
Γιά νά ἀπλουστέψουμε τή σύγκριση, ἀντιστοιχιζοῦμε στήν ἐπιφάνεια ἓναν ἀριθμό, πού νά ἐκφράζει τό **μέτρο** της, πού λέγεται **ἐμβαδό** τῆς ἐπιφάνειας. Μέ ἄλλα λόγια βρίσκουμε πόσες φορές χωράει μιὰ τετραγωνική μονάδα καί τά μέρη αὐτῆς, μέσα σέ μιὰ ἐπιφάνεια.

Γιά τή μέτρηση τῶν ἐπιφανειῶν ἀρχίζουμε ἀπό τίς πιό ἀπλές πού εἶναι τό ὀρθογώνιο καί τό τετράγωνο.

105α. Ἐμβαδόν ὀρθογώνιου

Πρόβλημα: Νά ὑπολογιστεῖ τό ἐμβαδόν ὀρθογώνιου μέ μήκος 6 ἑκατοστά καί πλάτος 3 ἑκατοστά.

Πρόκειται μέ ἄλλα λόγια νά συγκρίνουμε ἓνα τετράγωνο μέ πλευρά 1 ἑκατ. καί ἓνα ὀρθογώνιο μέ **διαστάσεις** 6 ἑκατ. μήκος καί 3 ἑκατ. πλάτος.



Εἰκ. 112

Ἐπάνω στό μήκος τοῦ ὀρθογώνιου παίρνουμε συνεχιστά τό 1 ἑκατ. 6 φορές καί 3 φορές στό πλάτος του. Τά σημεῖα πού διαιροῦν τότε τίς πλευρές σέ τμήματα 1 ἑκατ., τά συνδέουμε μέ παράλληλες εὐθεῖες πρὸς τίς πλευρές τοῦ ὀρθογώνιου. Ἔτσι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὀρθογώνιου διαιρεῖται σέ τετραγωνάκια τοῦ 1 τετραγωνικοῦ ἑκατοστομέτρου, ὅπως φαίνεται στό σχῆμα.

Ἄς μετρήσουμε πόσα εἶναι.

Τρεῖς σειρές ἀπὸ 6 τετραγωνάκια ἢ κάθε μιὰ κάνουν:

$$3 \times 6 = 18 \text{ τετραγωνάκια}$$

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὀρθογώνιου εἶναι $3 \times 6 = 18$ τετρ. ἑκατ.

Βλέπετε; ♦

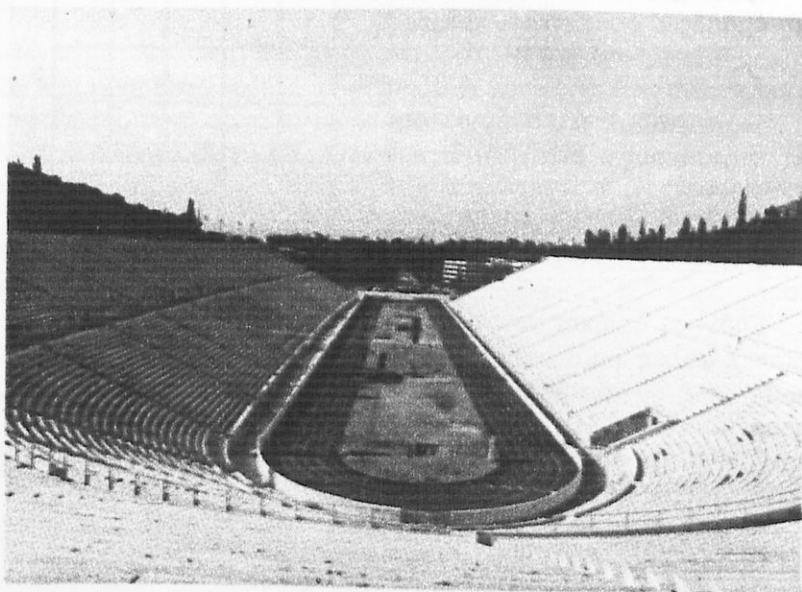
Γιά νά ὑπολογίσουμε τό ἐμβαδό ὀρθογώνιου, μετροῦμε τό μήκος καί τό πλάτος μέ τὴν ἴδια μονάδα μήκους καί πολλαπλασιάζουμε τοὺς δύο ἀριθμούς πού βρίσκουμε.

Τό έμβαδό θά έκφράζεται στή μονάδα έπιφάνειας πού χρησιμοποίησαμε. Π.χ. άν χρησιμοποιήσαμε τό έκατοστόμετρο γιά μονάδα μήκους, τότε τό έμβαδό θά έκφράζεται σέ τετραγωνικά έκατοστόμετρα.

“Αν χρησιμοποιήσαμε γιά μονάδα μήκους τό μέτρο, τότε τό έμβαδό θά έκφράζεται σέ τετραγωνικά μέτρα.

Παράδειγμα:

Ό στίβος τοῦ Παναθηναϊκοῦ Σταδίου έχει σχῆμα ὀρθογωνίου, μέ μήκος 204 μέτρα καί πλάτος 35 μέτρα. Νά βρεῖτε τό έμβαδό του.



Εικ. 113

Έδω γιά μονάδα μήκους χρησιμοποιήσαμε τό μέτρο. Τό έμβαδό του θά είναι:

$$204 \times 35 = 7.140 \text{ τετραγ. μέτρα}$$

Ό στίβος λοιπόν τοῦ Παναθηναϊκοῦ Σταδίου έχει έμβαδό:
7.140 τετραγωνικά μέτρα.

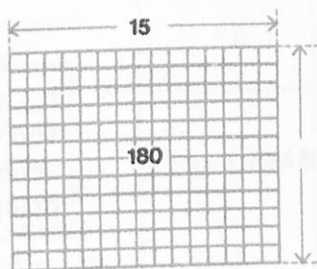
Ἀντίστροφος ὑπολογισμός

Ὑπολογίστε τὸ πλάτος, ποῦ πρέπει νὰ δώσουμε σ' ἓνα ὀρθογώνιο μὲ μῆκος 15 ἑκατοστά, γιὰ νὰ ἔχει ἔμβαδό 180 τετραγωνικά ἑκατοστά.

Τὸ γινόμενο τοῦ πλάτους, ποῦ ζητοῦμε ἐπὶ τὸ δοσμένο μῆκος 15 ἑκατοστά εἶναι 180 τετρ. ἑκατοστά.

Ἐπομένως τὸ πλάτος θά εἶναι τὸ πηλίκο τοῦ 180 διὰ τοῦ 15.

Δηλαδή: $180 : 15 = 12$ μέτρα

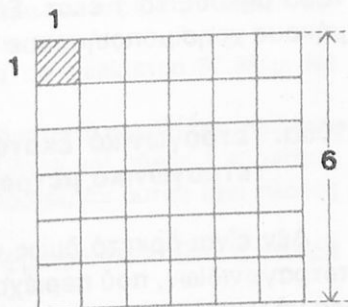


Εἰκ. 114

106. Ἐμβαδό τετράγωνου

Νὰ βρεθεῖ τὸ ἔμβαδό τετράγωνου μὲ πλευρά 6 ἑκατ.

Ὅπως καὶ στὸ ὀρθογώνιο, ἔτσι καὶ ἐδῶ, πρέπει νὰ συγκρίνουμε τὰ δύο τετράγωνα μὲ πλευρές 1 ἑκατοστό τὸ ἓνα καὶ 6 ἑκατοστά τὸ ἄλλο.



Εἰκ. 115

Μὲ ἄλλα λόγια θά βροῦμε πόσες φορές τὸ πρῶτο τετράγωνο μὲ πλευρά 1 ἑκατοστό περιέχεται στὸ δεύτερο τετράγωνο μὲ πλευρά 6 ἑκατοστά.

Παίρνουμε σὲ κάθε πλευρά τοῦ μεγάλου τετραγώνου, 6 φορές συνέχεια, 1 ἑκατ., κι ἔτσι τὴ διαιροῦμε σὲ 6 ἴσα τμήματα.

Συνδέουμε τὰ διαιρετικά σημεῖα μὲ παράλληλες εὐθεῖες πρὸς τὶς πλευρές τοῦ τετράγωνου, ὅπως φαίνεται στὸ σχῆμα.

Τὸ τετράγωνο ἔτσι διαιρεῖται σὲ τετραγωνάκια, ποῦ τὸ καθένα ἔχει ἐπιφάνεια 1 τετραγωνικὸ ἑκατοστό.

Ἀς μετρήσουμε, τώρα, πόσα τετράγωνα εἶναι:

Είναι 6 σειρές, από 6 τετραγωνάκια ή κάθε μία κάνουν:
 $6 \times 6 = 36$ τετραγωνάκια.

“Ωστε η επιφάνεια του τετράγωνου είναι: $6 \times 6 = 36$ τετρ. έκατοστά.

Βλέπετε; ♦

Γιά νά βρούμε τό έμβαδό ενός τετράγωνου, μετρούμε τήν πλευρά του μέ μιά μονάδα μήκους καί πολλαπλασιάζουμε τόν αριθμό πού βρίσκουμε μέ τόν έαυτό του.

“Όπως στό όρθογώνιο, έτσι κι έδω τό έμβαδό του τετραγώνου θά έκφράζεται σέ τετρ. έκατοστά, άν χρησιμοποιήσουμε γιά μονάδα μήκους τό 1 έκατ. Σέ τετραγωνικά μέτρα, άν γιά μονάδα μήκους χρησιμοποιήσουμε τό μέτρο.

106α. Τετραγωνικό έκατοστόμετρο, τετραγωνική παλάμη, τετραγωνικό μέτρο.

Δέν είναι άρκετό όμως νά γνωρίζουμε μόνο τόν αριθμό τών τετραγωνιδίων, πού περιέχονται σ' ένα όρθογώνιο ή τετράγωνο, γιά νά γνωρίσουμε τήν επιφάνειά του. Πρέπει νά γνωρίζουμε καί τό μέγεθος κάθε τετραγωνιδίου.

Τό τετράγωνο πού έχει πλευρά 1 έκατοστόμετρο λέγεται **τετραγωνικό έκατοστόμετρο** (συμβολίζεται: τ.έ.).

Τό τετράγωνο πού έχει πλευρά μιά παλάμη, λέγεται **τετραγωνική παλάμη** (τ.π.).

Τό τετράγωνο πού έχει πλευρά 1 μέτρο, λέγεται **τετραγωνικό μέτρο** (τ.μ.).

Τό τετραγωνικό μέτρο είναι **άρχική** μονάδα μετρήσεως, τών επιφανειών.

Τίς μονάδες μετρήσεως επιφανειών τίς περιλαβαίνουμε στόν ακόλουθο πίνακα.

	Τετράγωνο που έχουν πλευρά	Μονάδα επιφάνειας	Συμβολισμός
Αρχική μονάδα	1 μέτρο	τετραγωνικό μέτρο	τ.μ.
πολλαπλάσια	1 χιλιόμετρο	τετραγωνικό χιλιόμετρο	τ.χ.
Υποπολλαπλάσια	1 παλάμη 1 δάκτυλος 1 γραμμή	τετρ. παλάμη τετρ. δάκτυλος τετρ. γραμμή	τ.π. τ.δ. τ.γ.

Προβλήματα:

551. Ο Παρθενώνας έχει μήκος 69,51 μέτρα και περίμετρο 200,74 μέτρα. Νά βρείτε τό έμβαδό του δαπέδου του.
552. Τό Θησείο έχει πλάτος 13,72 μέτρα και περίμετρο 90,98 μ. Νά βρείτε τό έμβαδό του.
553. Μιά νοικοκυρά θέλει νά στρώσει μέ τάπητα τό σαλόνι της, που έχει σχήμα ορθογωνίου μέ πλάτος 4,20 μέτρα και μήκος 5,40 μέτρα. Πόσα μέτρα από τόν τάπητα θά χρειαστεί, αν αυτός έχει πλάτος 2,70 μέτρα;
554. Η περίμετρος τετραγώνου είναι 60,24 μέτρα. Πόσο είναι ή πλευρά του και πόσο τό έμβαδό του;

Άσκησης:

Μέ χαρτονάκι

555. Νά κατασκευάσετε ένα τετράγωνο μέ πλευρά 1 έκατοστόμετρο και να τό αποκόψετε.
556. Νά κατασκευάσετε ένα τετράγωνο μέ πλευρά 1 παλάμη και νά τό αποκόψετε.
557. Νά χαράξετε στόν πίνακα ή στό έδαφος ένα τετράγωνο μέ πλευρά 1 μέτρο.
558. Από πόσα τετραγωνίδια αποτελείται 1 τετράγωνο, κατασκευασμένο σέ τετραγωνισμένο φύλλο τετραδίου, μέ πλευρά 4 διαιρέσεις, 6 διαιρέσεις, 7 διαιρέσεις;
559. Από πόσα τετραγωνίδια αποτελείται, ένα τετράγωνο κατασκευασμένο σέ τετραγωνισμένο φύλλο τετραδίου, μέ μήκος 8 διαιρέσεις και πλάτος 8 διαιρέσεις;



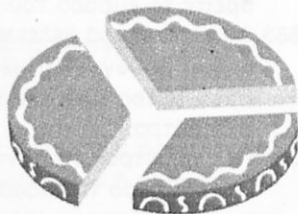
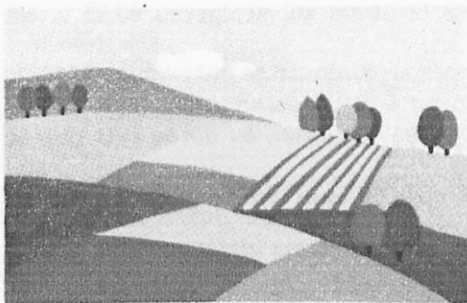
560. "Ένα τετράγωνο έχει πλευρά 5 έκατ. Τό τετραγωνίζουμε μέ διάστημα 1 έκατ. Από πόσα τετραγωνικά έκατοστόμετρα αποτελείται;
 561. "Από πόσα τετραγωνικά έκατοστόμετρα αποτελείται ένα τετράγωνο μέ περίμετρο 16 έκατοστόμετρα;

107. Κλάσματα

Γενικά: Μιά από τίς σημαντικότερες έπινοήσεις του ανθρώπου είναι ένας νέος αριθμός, πού όνομάζεται: **κλάσμα**. Τό κλάσμα τό χρησιμοποιούμε γιά νά δείξουμε τό μέρος ενός πράγματος.

Γιά νά δηλώσουμε π.χ. πώς ένα από τά 3 μέρη τής τούρτας, πού εικονίζεται, τό έχουμε πάρει, χρησιμοποιούμε τό κλάσμα: **ένα τρίτο**.

Στό σχέδιο εικονίζεται ένα χωράφι πού δέν έχει διαιρεθεϊ σέ ίσα μέρη καί μία τούρτα, πού έχει διαιρεθεϊ σέ **ίσα μέρη**.



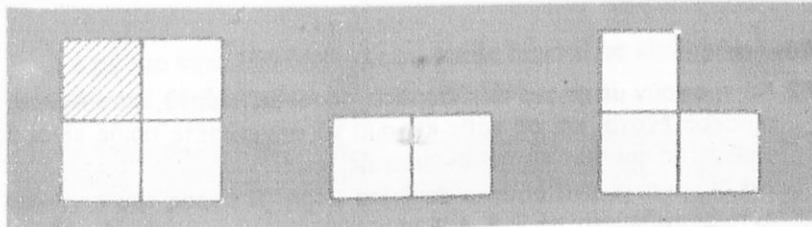
Ελκ. 116

"Όταν ένα όλο διαιρεθεϊ σέ ίσα μέρη, τότε καθένα από τά ίσα μέρη του, παίρνει τό όνομα: **κλασματική μονάδα**.

Στήν περίπτωση τής τούρτας, πού έχει διαιρεθεϊ σέ τρία ίσα μέρη, καθένα μέρος είναι: τό ένα τρίτο τής όλης τούρτας.

"Όταν τό όλο δέ διαιρείται σέ ίσα μέρη τότε καθένα από τά μέρη του δέν έχει χωριστό όνομα, όπως στήν περίπτωση του χωραφιού.

Σύμφωνα μ' αυτά μπορούμε νά λέμε:



Εικ. 117

Τό τετράγωνο είναι διαιρεμένο σε 4 ίσα μέρη. Τό γραμμοσκιασμένο μέρος είναι τό 1 τέταρτο του τετραγώνου.

Έδω είναι τά 2 μέρη του τετράγωνου. Δηλ. 2 τέταρτα του τετραγώνου.

Έδω είναι τά 3 μέρη ή τά 3 τέταρτα του τετραγώνου.

Οί ποσότητες: ένα τέταρτο, δύο τέταρτα, τρία τέταρτα, είναι κλάσματα του όλου τετραγώνου.

Αυτά τά κλάσματα μπορούν νά γραφούν έτσι:

ένα τέταρτο: $\frac{1}{4}$ ή $1/4$, δύο τέταρτα: $\frac{2}{4}$ ή $2/4$, τρία τέταρτα: $\frac{3}{4}$ ή $3/4$.

Οί δύο άριθμοί πού αποτελούν τό κλάσμα λέγονται: **όροι** του κλάσματος. Π.χ. στό κλάσμα $\frac{3}{4}$ οί άριθμοί 3 καί 4 είναι οί όροι του.

Ό άριθμός πού γράφεται κάτω από τή γραμμή λέγεται **παρονομαστής** του κλάσματος. Π.χ. ό 4 είναι ό παρονομαστής του $3/4$.

Ό άριθμός πού γράφεται πάνω από τή γραμμή λέγεται **άριθμητής** του κλάσματος.

Ό παρονομαστής δηλώνει σε πόσα ίσα μέρη χωρίσαμε τήν **άκεραία μονάδα** καί ό άριθμητής πόσα πήραμε άπ' αυτά.

Τό $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, ... είναι κλασματικές μονάδες

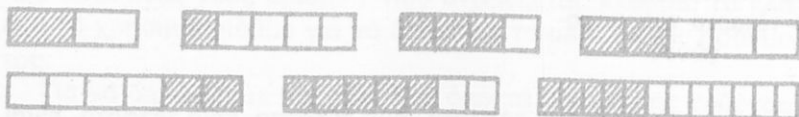
καί, όπως οί άκεραίοι άριθμοί γίνονται από τήν επανάληψη τής άκεραίας μονάδας, έτσι καί οί κλασματικοί άριθμοί γίνονται από τήν επανάληψη τής κλασματικής μονάδας.

Γιά νά διαβάσουμε ένα κλάσμα διαβάζουμε πρώτα τόν άριθμητή καί μετά τόν παρονομαστή του. Π.χ. τά κλάσματα:

$\frac{5}{6}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, διαβάζονται: πέντε έκτα, ένα δεύτερο, ένα τρίτο.

Άσκησης:

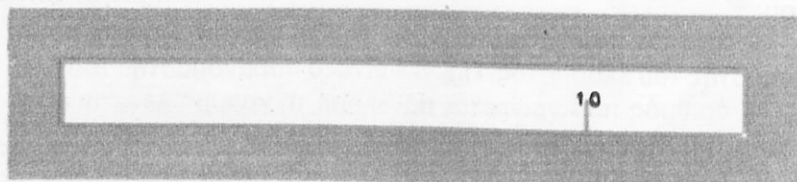
562. Νά γραφούν με ψηφία τὰ κλάσματα: τέσσερα πέμπτα, έπτά όγδοα, τέσσερα ένατα, καί σέ κάθε κλάσμα νά σημειώσετε ποιός είναι ό αριθμητής καί ποιός ό παρονομαστής του.
563. Νά διαιρέσετε ένα σπάγκο σέ 7 ίσα μέρη. Τί μέρος του σπάγκου αντιπροσωπεύουν τά 2, 3, 4, 5 μέρη του.
564. Τί μέρος τής ημέρας είναι 1 ώρα, 5 ώρες, 7 ώρες. (Ήμέρα = 12 ώρες).
565. Σημειώστε τό κλάσμα του όλου που αντιπροσωπεύει τό γραμμοσκιασμένο μέρος στίς παρακάτω περιπτώσεις, καί μετά τό λευκό μέρος.



Είκ. 118

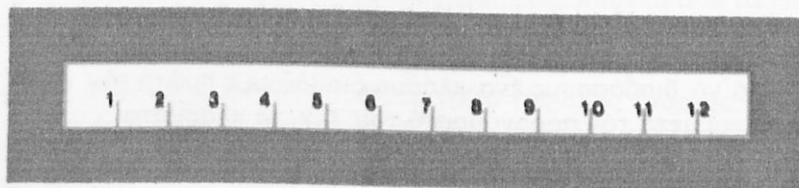
566. Γράψτε σέ μορφή κλάσματος του μέτρου: 3 παλάμες, 55 δακτύλους, 116 γραμμές.
567. Γράψτε σέ μορφή κλάσματος του κιλού τά: 300 γραμμάρια, 700 γραμμάρια.

108. Δεκαδικά κλάσματα



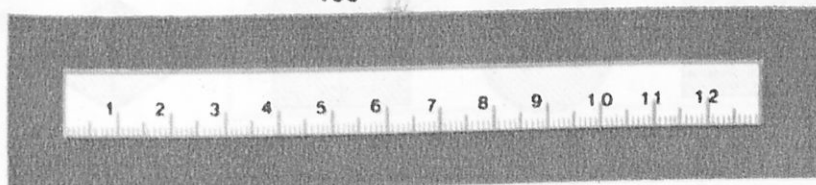
Είκ. 119

Τό μέτρο διαιρείται σέ 10 παλάμες. Κάθε παλάμη είναι: $\frac{1}{10}$ του μέτρου καί 3 παλάμες τά $\frac{3}{10}$ του μέτρου.



Είκ. 120

Τό μέτρο έχει 100 δάκτυλους. Κάθε δάκτυλος είναι τό $\frac{1}{100}$ του μέτρου καί 45 δάκτυλοι $\frac{45}{100}$ του μέτρου.



Εικ. 121

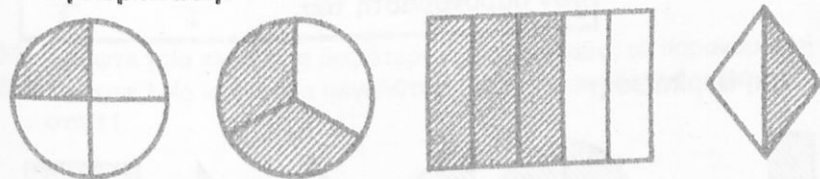
Τό μέτρο διαιρείται σέ 1.000 γραμμές. Κάθε γραμμή είναι τό $\frac{1}{1000}$ του μέτρου καί 615 γραμμές, τό $\frac{615}{1000}$ του μέτρου.

Τά κλάσματα, πού έχουν παρονομαστή 10, 100, 1000, ... λέγονται **δεκαδικά** κλάσματα.

Τά άλλα κλάσματα λέγονται **κοινά** κλάσματα.

109. Σύγκριση κλασμάτων μέ την άκέραια μονάδα

1η Περίπτωση:



Εικ. 122

Τό γραμμοσκιασμένο μέρος παρασταίνει τό:

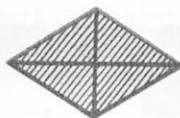
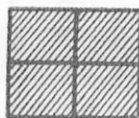
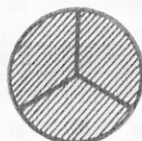
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$
του όλου	του όλου	του όλου	του όλου

Όλα τά παραπάνω κλάσματα είναι μικρότερα από την άκέραια μονάδα καί λέγονται **γνήσια**.

Βλέπετε ; ♡

Ένα κλάσμα είναι μικρότερο άπ' την άκέραια μονάδα, όταν ό άριθμητής του είναι μικρότερος άπ' τόν παρονομαστή του.

2η Περίπτωση:



Εικ. 123

Τό γραμμοσκιασμένο μέρος παρασταίνει τά:

$$\frac{5}{5}$$

του ὅλου

$$\frac{3}{3}$$

του ὅλου

$$\frac{4}{4}$$

του ὅλου

$$\frac{4}{4}$$

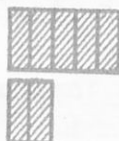
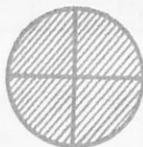
του ὅλου

“Όλα τά παραπάνω κλάσματα είναι ἴσα μέ τήν ἀκέραια μονάδα καί λέγονται **κοινά** κλάσματα.

Βλέπετε ; ♦

“Ένα κλάσμα είναι ἴσο μέ τήν ἀκέραια μονάδα, όταν ὁ ἀριθμητής του είναι ἴσος μέ τόν παρονομαστή του.

3η Περίπτωση:



Εικ 124

Τό γραμμοσκιασμένο μέρος παρασταίνει τά:

$$\frac{4}{3}$$

του ὅλου

$$\frac{5}{4}$$

του ὅλου

$$\frac{3}{2}$$

του ὅλου

$$\frac{7}{5}$$

του ὅλου

“Ή 1 καί $\frac{1}{3}$ του ὅλου, 1 καί $\frac{1}{4}$ του ὅλου, 1 καί $\frac{1}{2}$ του ὅλου, 1 καί $\frac{2}{5}$ του ὅλου.

“Όλα τά παραπάνω κλάσματα είναι μεγαλύτερα ἀπό τήν ἀκέραια μονάδα καί λέγονται **κοινά** κλάσματα.

Βλέπετε; ♦

Ένα κλάσμα είναι μεγαλύτερο από την άκέραια μονάδα, όταν ο αριθμητής του είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή του.

Άσκησης:

568. Να συμπληρωθούν οι τελείες με αριθμούς, ώστε τα κλάσματα να γίνουν ίσα με την άκέραια μονάδα.

$$\frac{\dot{}}{5} \quad \frac{\dot{}}{7} \quad \frac{9}{\dot{}} \quad \frac{13}{\dot{}} \quad \frac{\dot{}}{17} \quad \frac{45}{\dot{}}$$

569. Τι πρέπει να προσθέσετε στους αριθμητές σε καθένα από τα παρακάτω κλάσματα, ώστε να γίνουν ίσα με τη μονάδα;

$$\frac{3}{4} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{6}{12}$$

570. Τι πρέπει να αφαιρέσουμε από τους αριθμητές από τα παρακάτω κλάσματα, ώστε να γίνουν ίσα με την άκέραια μονάδα;

$$\frac{4}{3} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{19}{18}$$

571. Γράψτε τρία κλάσματα μικρότερα από τη μονάδα, με παρονομαστή 7.

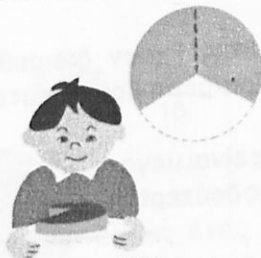
572. Γράψτε τρία κλάσματα μεγαλύτερα από τη μονάδα, με παρονομαστή 11.

110. Σύγκριση κλασμάτων

Παρακάτω εικονίζονται κλάσματα γλυκών και βούτυρου.



Ο Κώστας πήρε τό $\frac{1}{3}$ της τούρτας



Εικ. 125
Ο Νίκος πήρε τό $\frac{2}{3}$ της τούρτας



Η Μαρία πήρε τό $\frac{1}{4}$ του βούτυρου

Μπορούμε νά συγκρίνουμε τὰ κομμάτια τῶν 3 παιδιῶν; Δηλαδή τὰ κλάσματα:

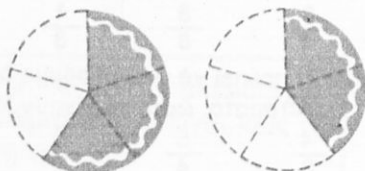
Εἶναι εὐκόλο νά συγκρίνουμε τὰ κομμάτια τοῦ Κώστα καί τοῦ Νίκου. Δέν μπορούμε, ὅμως νά συγκρίνουμε τό μερίδιο τῆς Μαρίας μέ τὰ μερίδια τοῦ Κώστα καί τοῦ Νίκου, γιατί τῆς Μαρίας προέρχεται ἀπό ἄλλο μέγεθος (εἶδος).

Βλέπετε; ♦

Μπορούμε νά συγκρίνουμε μόνο κλάσματα πού προέρχονται ἀπό τό αὐτό μέγεθος.

Ἄνισα κλάσματα:

Τά $\frac{3}{5}$ τῆς τούρτας πού εἰκονίζεται, εἶναι ἓνα κλάσμα μεγαλύτερο ἀπό τὰ $\frac{2}{5}$ τῆς τούρτας.



Εἰκ. 126

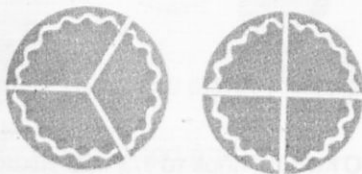
Βλέπετε; ♦

Ὄταν δύο κλάσματα ἔχουν τόν ἴδιο παρονομαστή, μεγαλύτερο εἶναι ἐκεῖνο πού ἔχει τό μεγαλύτερο ἀριθμητή.

Οἱ δύο ἴσες τούρτες ἔχουν διαιρεθεῖ σέ διαφορετικά ἴσα μέρη: ἡ πρώτη σέ 3 ἴσα μέρη καί ἡ δεύτερη σέ 4 ἴσα μέρη.

Τό $\frac{1}{3}$ τῆς πρώτης εἶναι μεγαλύτερο ἀπό τό $\frac{1}{4}$ τῆς δεύτερης. Δηλαδή:

$$\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$$



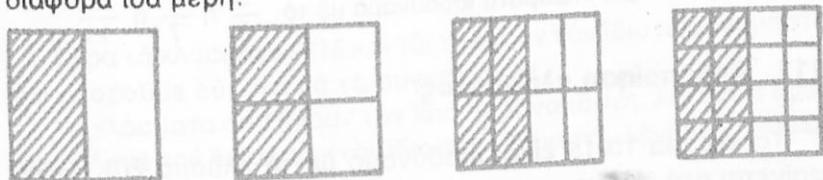
Εἰκ. 127

Βλέπετε; ♦

Όταν δύο κλάσματα έχουν τον ίδιο αριθμητή, μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει το μικρότερο παρονομαστή.

111. Ίσοδύναμα κλάσματα

Παρακάτω εικονίζεται η ίδια άκέραια μονάδα διηρημένη σε διάφορα ίσα μέρη:



Εικ. 128

Χωρίζεται στα δύο. Χωρίζεται στα 4. Χωρίζεται στα 8. Χωρίζεται στα 16.

Η τιμή του γραμμοσκιασμένου κλάσματος δεν έχει αλλάξει.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$$

Τά κλάσματα αυτά ονομάζονται **ίσοδύναμα**. Άκόμα βλέπουμε, πώς:

$$\frac{2:2}{4:2} = \frac{1}{2} \quad \frac{4:4}{8:4} = \frac{1}{2} \quad \frac{8:8}{16:8} = \frac{1}{2}$$

καί ότι:

$$\frac{1 \times 8}{2 \times 8} = \frac{8}{16} \quad \frac{2 \times 4}{4 \times 4} = \frac{8}{16} \quad \frac{4 \times 2}{8 \times 2} = \frac{8}{16}$$

Βλέπετε; ♦

Όταν πολλαπλασιάσουμε, ή διαιρέσουμε τούς δύο όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο αριθμό, παίρνουμε ένα κλάσμα ίσοδύναμο με το πρώτο.

Άσκησης:

573. Νά τακτοποιήσετε τὰ παρακάτω κλάσματα σέ σειρά μεγέθους:

$$\frac{4}{7}$$

$$\frac{6}{7}$$

$$\frac{1}{7}$$

$$\frac{5}{7}$$

$$\frac{2}{7}$$

574. Όμοια

$$\frac{8}{17}$$

$$\frac{7}{17}$$

$$\frac{12}{17}$$

$$\frac{1}{17}$$

$$\frac{9}{17}$$

$$\frac{11}{17}$$

575. Νά συμπληρωθούν οί ισότητες:

$$\frac{1}{3} = \frac{\quad}{6}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{\quad}{14}$$

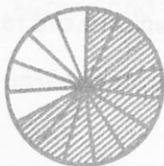
$$\frac{2}{3} = \frac{6}{\quad}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{15}{\quad}$$

576. Νά βρείτε τρία κλάσματα ισοδύναμα μέ τό: $\frac{3}{5}$ ή $\frac{4}{7}$ ή $\frac{9}{11}$

112. Άπλοποίηση κλάσματος

Τό κλάσμα $\frac{10}{15}$ είναι ισοδύναμο μέ τό κλάσμα $\frac{2}{3}$. Όπως φαίνεται στό σχέδιο.



Εικ. 129

Μπορούμε όμως και χωρίς τό σχέδιο νά έπαληθεύσουμε τήν ισότητα, αν διαιρέσουμε καί τούς δύο όρους τού πρώτου μέ τόν 5. Η πράξη πού κάνουμε λέγεται **άπλοποίηση** τού κλάσματος.

Βλέπετε; ♦

Άπλοποίηση, είναι ή πράξη πού κάνουμε, γιά νά βρούμε ένα κλάσμα ίσο μέ τό αρχικό, αλλά μέ μικρότερους όρους.

113. Όμώνυμα καί έτερόνυμα κλάσματα



Εικ. 130

Άπό τά κλάσματα $\frac{3}{5}$ καί $\frac{2}{3}$ δέν μπορούμε νά ξέρουμε ποιό είναι τό μεγαλύτερο, γιατί δέν έχουν ούτε τόν ίδιο αριθμητή, ούτε τόν ίδιο παρονομαστή. Γιά νά μπορέσουμε νά τά συγκρί-

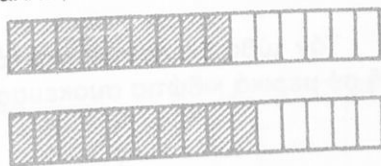
νουμε. πρέπει νά τά τρέψουμε σέ ἄλλα, ἰσοδύναμα μ' αὐτά, ἀλλά μέ τόν ἴδιο παρονομαστή.

Γι' αὐτό διαιροῦμε τή μονάδα σέ τόσα ἴσα μέρη πού νά περιλαμβάνει καί τούς δύο παρονομαστές. Δηλ. σέ 15 ἴσα μέρη.

Ἔτσι τό $\frac{3}{5}$ γίνεται $\frac{9}{15}$:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15}$$

καί τό $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$



Εἰκ. 131

Τώρα τά κλάσματα $\frac{9}{15}$ καί $\frac{10}{15}$ ἔχουν τόν ἴδιο παρονομαστή καί μποροῦμε εὐκόλα νά τά συγκρίνουμε.

Τά κλάσματα πού ἔχουν τόν ἴδιο παρονομαστή, λέγονται **ὁμώνυμα**. Αὐτά πού δέν ἔχουν τόν ἴδιο παρονομαστή, λέγονται: **ἐτερόνυμα**.

Βλέπετε; ♦

Γιά νά τρέψουμε 2 ἐτερόνυμα κλάσματα σέ ὁμώνυμα, πολλαπλασιάζουμε τούς δύο ὅρους καθενός, μέ τόν παρονομαστή τοῦ ἄλλου.

Ἀσκήσεις:

577. Νά γίνουν ὁμώνυμα τά κλάσματα:

$$\frac{1}{2} \text{ καί } \frac{3}{5}, \frac{3}{4} \text{ καί } \frac{2}{3}$$

578. Ὅμοια: $\frac{8}{9}$ καί $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$ καί $\frac{4}{6}$

579. Ὅμοια: $\frac{7}{8}$ καί $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{8}$ καί $\frac{6}{7}$

580. Ὅμοια: $\frac{12}{17}$ καί $\frac{13}{21}$, $\frac{25}{47}$ καί $\frac{32}{33}$

581. Ποιό ἀπό τά κλάσματα: $\frac{37}{57}$, $\frac{42}{51}$ εἶναι μικρότερο:

582. Ποιό ἀπό τά κλάσματα εἶναι μεγαλύτερο: $\frac{11}{13}$, $\frac{9}{11}$

114. Ο κύβος

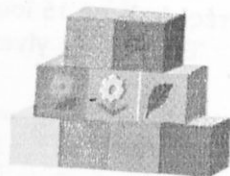
Τόν κύβο βλέπουμε: στα ζάρια, στα ξύλινα παιδικά παιχνίδια, ή σε μερικά κιβώτια συσκευασίας.



Εικ. 132



Εικ. 133



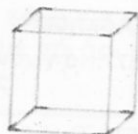
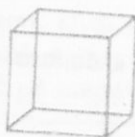
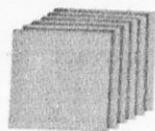
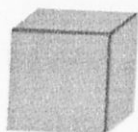
Εικ. 134

Πόσες έδρες έχει ο κύβος:

Έδρες στον κύβο λέγονται τὰ τετράγωνα, πού τόν περιορίζουν.

Πόσες άκμές έχει ο κύβος:

Άκμές λέγονται οι πλευρές των τετραγώνων.



Εικ. 135

Ο κύβος

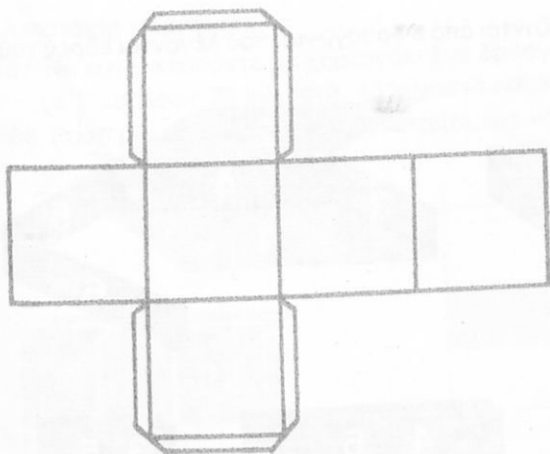
Έχει 6 έδρες
πού είναι ίσα
τετράγωνα

Έχει 12 άκμές
ίσες μεταξύ τους

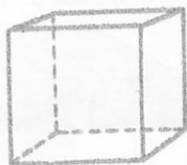
Έχει 8
κορυφές

Νά βρείτε τό μέγεθος κάθε γωνίας των έδρών του, άν τís συγκρίνετε μέ τήν όρθή.

Στό σχέδιο βλέπετε, πώς μπορείτε νά κατασκευάσετε κύβο από χαρτόνι.



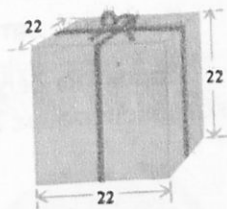
Εικ. 136



Εικ. 137

Άσκησης:

583. Η άκμή του κύβου είναι 5 εκατ. Πόσο μήκος έχουν όλες οι άκμές μαζί;
584. Όλες οι άκμές ενός κύβου έχουν μήκος 312 εκατ. Πόσο είναι το μήκος της άκμής του;
585. Πόσους κύβους χρειαζόμαστε, άκμης 2 εκατ. για να κατασκευάσουμε 1 κύβο άκμης 4 εκατοστών;
586. Για να δέσεις αυτό το κυβικό πακέτο που εικονίζεται, με κλωστή, πόσα μέτρα κλωστή θα σου χρειαστούν;



Εικ. 138

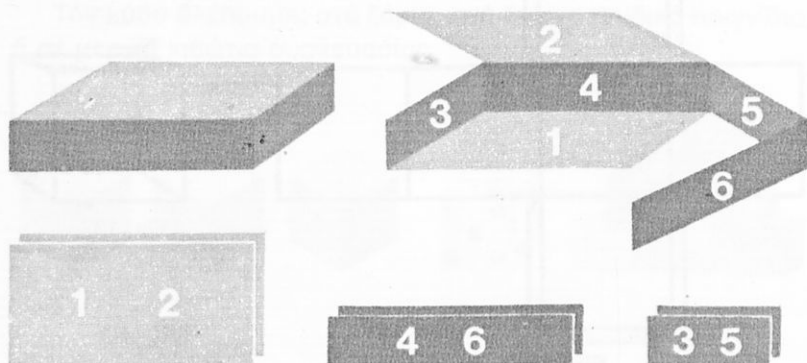
115. Όρθογώνιο παραλληλεπίπεδο

Τό σχήμα που έχει τό κουτί μέ τά σπέρτα, τά περισσότερα χαρτοκιβώτια συσκευασίας, τά κλειστά βιβλία, τό κουτί μέ τίς κιμωλίες καί άλλα, είναι τό σχήμα του όρθογωνίου παραλληλεπίπεδου.



Εικ. 139

Τά στερεά αυτά περιορίζονται από 6 ὀρθογώνια, πού λέγονται ἑδρες τοῦ παραλληλεπίπεδου.



Εἰκ. 140

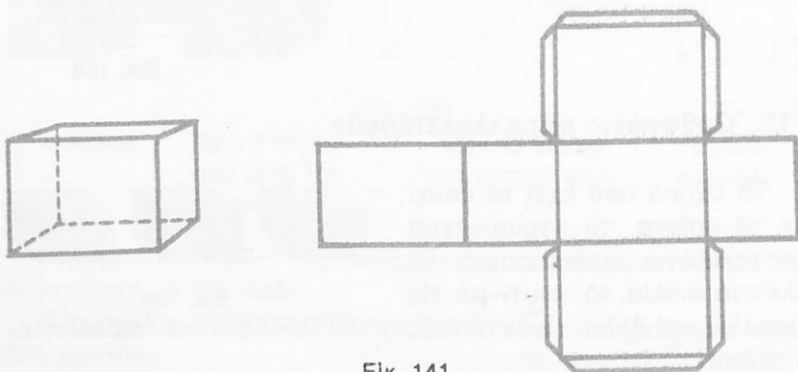
Ἐνα ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο ἔχει **3 διαστάσεις**: Τό μήκος, τό πλάτος καί τό ὕψος.

Οἱ ἀπέναντι ἑδρες τοῦ εἶναι ἴσα ὀρθογώνια.

Οἱ ἄκμές τοῦ εἶναι ἀνά 4 ἴσες.

Πρακτικές κατασκευές:

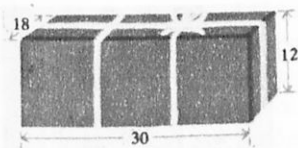
Παρακάτω δείχνουμε πῶς, ἀπό ἓνα χαρτονάκι, μπορούμε νά κατασκευάσουμε ἓνα ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο.



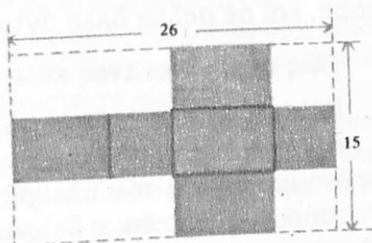
Εἰκ. 141

Άσκησης πρακτικές:

587. Νά κατασκευάσετε με χαρτονάκι ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις 75 χιλιοστά, 45 χιλιοστά και 35 χιλιοστά του μέτρου.
588. Πόσο μήκος κλωστής θά χρειαστείτε, για νά δέσετε τό πακέτο πού εικονίζεται;



Εικ. 142

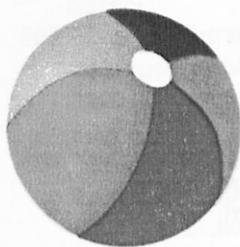


Εικ. 143

589. Στο σχέδιο 143, πού εικονίζεται, βλέπετε πώς κατασκευάζεται ένα παραλληλεπίπεδο, με τό ύψος του, ίσο πρὸς τό πλάτος του. Μπορείτε νά βρείτε τίς διαστάσεις του; τό άθροισμα όλων τών άκμών του, καθώς καί τό έμβαδόν του χαρτονιού πού χρησιμοποιήσατε;

Ἡ σφαίρα

Γενικά: Ἐνα μπαλόνι, μιά μπάλα παιγνιδιού πίκκ - πόγκ ἢ τένις ἢ ποδόσφαιρου ἢ μπάσκετ - μπῶλ ἢ ενός θόλου δίνουν τήν εικόνα τῆς σφαίρας.



Εικ. 144

116. Ὁ κύλινδρος

Τό στερεό πού εἰκονίζεται παρά πλευρά, ὀνομάζεται **κύλινδρος**. Τόν κύλινδρο τόν βλέπουμε: σ' ἓνα στρογγυλό ἄξυστο μολύβι, στά κουτιά μέ γάλα ἐθαπορέ, καί σέ πολλά ἄλλα ἀντικείμενα.

Πῶς παράγεται ἓνας κύλινδρος:

Παίρνουμε ἓνα ὀρθογώνιο ἀπό ξύλο ἢ ἀπό χαρτόνι ἢ ἀπό λαμαρίνα καί στερεώνουμε τή μιά του πλευρά ἐπάνω σ' ἓνα σύρμα ἢ ξύλο ὅπως δείχνει τό παράπλευρο σχῆμα (α). Περιστρέφουμε κατόπιν τό σύρμα ἢ τό ξύλο γύρω ἀπό τόν ἑαυτό του, ὅσο μπορούμε πιό γρήγορα.

Ἔτσι θά παρατηρήσουμε πῶς ἡ γρήγορη περιστροφή του δίνει τήν εἰκόνα τοῦ κυλίνδρου. Σχ. (β).

Ἐπειδή ὁ κύλινδρος παράγεται μέ τήν περιστροφή τοῦ ὀρθογωνίου, γύρω ἀπό μιά τῶν πλευρῶν του, λέγεται καί **στερεό ἀπό περιστροφή**.

Τό εὐθύγραμμο τμήμα ΔΕ λέγεται **ὑψος** τοῦ κύλινδρου.

Ἐπίσης τό ΔΕ λέγεται καί **ἄξονας** τοῦ κύλινδρου.

Ἡ πλευρά ΑΓ πού στίς διάφορες θέσεις της **γεννάει** τήν κυρτή (παράπλευρη) ἐπιφάνεια τοῦ κύλινδρου, λέγεται καί **γενέτειρα** τοῦ κύλινδρου.

Τά ἐπίπεδα μέρη τοῦ κύλινδρου πού εἶναι κυκλικοί δίσκοι λέγονται **βάσεις** τοῦ κύλινδρου.

Ἀσκήσεις:

590. Ὄνομάσετε ἀντικείμενα πού νά ἔχουν σχῆμα κύλινδρου.

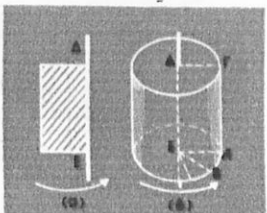
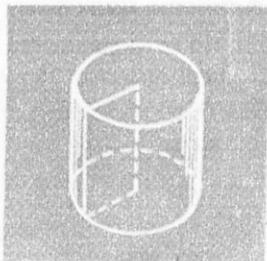
591. Πόσες βάσεις ἔχει ἓνας κύλινδρος καί ποιό τό σχῆμα τους;

592. Γιατί ὁ κύλινδρος λέγεται καί **ἀπό περιστροφή στερεό**;

593. Τί ὀνομάζεται **γενέτειρα** τοῦ κύλινδρου καί γιατί;

Προβλήματα γιά γενική ἐπανάληψη:

594. Κάποιος πού ρωτήθηκε, σέ ποιά ἡλικία πέθανε ὁ πατέρας του, εἶπε:



- είμαι 47 χρόνων και ήμουν 19, όταν ο πατέρας μου είχε τη σημερινή μου ήλικία. Ο πατέρας μου πέθανε όταν γεννήθηκε ο γιός μου, πού σήμερα είναι 11 ετών. Σε ποιά ήλικία πέθανε;
595. Από τρείς εργάτες ο Α' παίρνει ήμερομίσθιο 31,50 δρχ. περισσότερες από τό Β' και 38,50 περισσότερες από τόν Γ. Αν τό ήμερομίσθιο του Β' είναι 795 δραχ., ποιά είναι τά ήμερομίσθια του Α' και Γ'?
596. Ένας έμπορος αγόρασε έμπορεύματα αξίας 204.506,80 δρχ. Αφού πούλησε ένα μέρος εισέπραξε 212.506,80 δρχ. Αν ή αξία των υπολοίπων ήταν 37.500 δρχ., νά υπολογιστεί τό κέρδος.
597. Μεταξύ των μαθητών ενός σχολείου έγινε έρανος γιά συγκέντρωση ενός χρηματικού ποσού. Αν ο καθένας έδινε 15 δραχμές, θά έλειπαν 105 δρχ., αν όμως έδιναν 20 δρχ. θά περισσευαν 110 δρχ. Πόσοι ήταν οι μαθητές, και τί ποσό ήθελαν νά συγκεντρώσουν;
598. Ένας έμπορος αγόρασε ένα τόπι ύφασμα και πλήρωσε 7.440 δρχ. Όταν τό πούλησε, πήρε 9.000 δρχ. κι έτσι είχε κερδίσει 26 δρχ. τό μέτρο. Πόσα μέτρα ήταν τό ύφασμα;
599. Η απόσταση Γής - Σελήνης είναι 388.675 χιλιόμετρα. Ένα διαστημόπλοιο, πού τρέχει μέ ταχύτητα 13.000 μέτρα τό δευτερόλεπτο, σε πόσες ώρες θά φτάσει στό φεγγάρι;
600. Ένας έμπορος αγόρασε 96 μέτρα ύφασμα, πρós 204,50 δραχμές τό μέτρο. Από αυτά πούλησε τό τέταρτο, πρós 298,50 δρχ. τό μέτρο και τό υπόλοιπο, πρós 267,50 δραχμές τό μέτρο. Πόσα κέρδισε;
601. Ένας έμπορος κατασκεύασε 43 όμοια φορέματα, από ένα τόπι ύφασμα, και του περισσεψαν 8,25 μέτρα. Πόσα μέτρα ήταν όλο τό τόπι, αν γιά κάθε φόρεμα χρησιμοποιήθηκαν 2,25 μέτρα ύφασμα;
602. Ένας γυαλοπώλης αγόρασε 144 ποτήρια. Στη μεταφορά του έσπασαν 12 ποτήρια και τά υπόλοιπα τά πούλησε πρós 20,50 δραχμές τό ένα και κέρδισε 474 δραχμές. Πόσες δραχμές είχε αγοράσει τό κάθε ποτήρι;
603. Ένας τυρέμπορος αγόρασε 20 δοχεία τυρί, πού τό καθένα είχε 20 κιλά τυρί, πρós 90,50 δραχμές τό κιλό. Όταν τό πούλησε κέρδισε 3220,80 δραχμές. Πόσο πούλησε τό κάθε κιλό, αν τό τυρί είχε και 12 κιλά φύρα;
604. Ένας φρουτέμπορος πούλησε 555 κιλά πορτοκάλια πρós 12,50 δραχμές τό κιλό. Μέ τά χρήματα πού πήρε αγόρασε λεμόνια, πού τά πούλησε 27,50 δραχμές τό κιλό και κέρδισε 3.375 δραχμ. Πόσα κιλά ήταν τά λεμόνια;
605. Ένας γεωργός πούλησε 512 κιλά θαμβάκι, πρós 27,50 δραχμές τό κιλό, μέ τά χρήματα πού πήρε αγόρασε 2,80 μέτρα ύφασμα γιά ένα κουστούμι του και του έμειναν και 11.525 δραχμές. Πόσες δραχμές

αγόρασε τό μέτρο τό ύφασμα;

606. "Ενας έμπορος αγόρασε 108 μέτρα ύφασμα, πρós 203 δραχμές τό μέτρο. Μέ τό ύφασμα αυτό, κατασκεύασε όμοια φορέματα, πού γιά τό καθένα χρειάστηκε 2,25 μέτρα. Πόσο πρέπει νά πουλήσει τό καθένα από τά φορέματα, γιά νά κερδίσει 12.252 δραχμές;
607. "Ενας έμπορος αγόρασε 250 πιάτα πρós 51,60 δραχμές τό ένα. "Όταν πούλησε μερικά πρós 64,50 δραχμές τό ένα, είδε πώς τά πιάτα πού του έμειναν ήταν κέρδος. Νά βρεθεί πόσα πιάτα του έμειναν.
608. "Ενας έμπορος αγόρασε 4 σακιά σιτάρι, πού τό καθένα ζύγιζε 58 κιλά. Πούλησε τά 3 σακιά, πρós 6,40 δραχμές τό κιλό καί είδε πώς τό ένα σακί του έμεινε κέρδος. Πόσο είχε αγοράσει τό κιλό τό σιτάρι;
609. "Ενας manάθης αγόρασε 285 κιλά πορτοκάλια, πρós 18,50 δραχ. τό κιλό, καί μήλα πού γιά νά τ' αγοράσει πλήρωσε διπλάσιο ποσό καί 1.470 δραχμές ακόμα. Πόσες δραχμές πλήρωσε, γιά τά πορτοκάλια καί τά μήλα;

Πίνακας συμβόλων:

Σύμβολο	Σημασία είτε όνομασία συμβόλων
M	Σημαίνει μονάδες
Δ	Σημαίνει δεκάδες
E	Σημαίνει εκατοντάδες
X	Σημαίνει χιλιάδες
M/X	Σημαίνει μονάδες χιλιάδων
Δ/X	Σημαίνει δεκάδες χιλιάδων
E/X	Σημαίνει εκατοντάδες χιλιάδων
+	«σύν» σύμβολο της προσθέσεως
-	«πλήν» σύμβολο αφαιρέσεως
$\times$	«ἐπί» σύμβολο πολλαπλασιασμοῦ
:	«διά» σύμβολο διαιρέσεως
=	«ἰσοῦται μέ...», «εἶναι ἴσο μέ...»
<	«εἶναι μικρότερο ἀπό...»
>	«εἶναι μεγαλύτερο ἀπό...»
$\neq$	«εἶναι διάφορο ἀπό...»
()	τή χρησιμοποιοῦμε γιά νά δηλώσουμε μιά όλότητα
Δ	διαιρετέος
δ	διαιρέτης
π	πηλίκιο
υ	ὑπόλοιπο



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο ΑΚΕΡΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

	σελ.
Έννοια του αριθμού - αριθμητική	5
Άκεραιοι αριθμοί και ψηφία	6
Γνωρίζετε ότι:	9
Απαρίθμηση	9
Γνωρίζετε ότι:	10
Αρίθμηση κατά το δεκαδικό σύστημα	11
Αριθμογραφία θέσεων	12
Γνωρίζετε ότι:	17
Συγκεκριμένοι και άφηρημένοι αριθμοί	19
Όμοιοιδοί και έτεροειδοί αριθμοί	20
Αξιοσημείωτα σύνολα αριθμών	20
Άλλα είδη άκεραιων	21
Σύγκριση άκεραιων	22
Ίσοι αριθμοί	22
Άνισοι αριθμοί	24
Προβλήματα επαναλήψεως	26
Κάνετε αυτόεξέταση	27
Γιά νά θυμηθείτε τό λεξιλόγιό σας	28

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο

ΟΙ 4 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ

Οι αριθμοί μέχρι τό 1000	29
--------------------------------	----

ΠΡΟΣΘΕΣΗ

Άθροισμα δύο αριθμών	29
Πρόσθεση περισσότερων από δύο αριθμών	31
Ή τεχνική της προσθέσεως	32
Ιδιότητες της προσθέσεως	35
Δοκιμή της προσθέσεως	35
Πότε κάνουμε πρόσθεση	37
Του ουδέτερου στοιχείου και προσεταιριστική	37-38
Αποτελέσματα των ιδιοτήτων	39
Περίληψη των ιδιοτήτων	40

ΑΦΑΙΡΕΣΗ

Έννοια	41
Ή τεχνική της αφαιρέσεως	42
Δοκιμή της αφαιρέσεως	44
Πώς θα λύσετε ένα πρόβλημα	45
Πότε κάνετε αφαίρεση	46
Προβλήματα προσθέσεως και αφαιρέσεως	48

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

Έννοια	48
Πυθαγόρας	50
Πολλαπλασιασμός μονοψηφίων	51
Πυθαγόρειος πίνακας	51
Ιδιότητες	52
Μεταθετική ιδιότητα	52
Έπιμεριστική ιδιότητα	54
Τεχνική του πολλαπλασιασμού	56
Πολλαπλασιασμός διψήφιου με διψήφιο	57
Δοκιμή του πολλαπλασιασμού	58
Χρήση του πολλαπλασιασμού στη λύση προβλημάτων	59
Προσεταιριστική ιδιότητα	61



ΔΙΑΙΡΕΣΗ

Έννοια	63
Γραφή της διαιρέσεως	65
Άτελής και τέλεια διαίρεση	65
Σχέση: διαιρετέου, διαιρέτη, πηλίκου και υπόλοιπου	65
Η τεχνική της διαιρέσεως	67
Δοκιμή της διαιρέσεως	68
Διαίρεση μετρήσεως	68
Διαίρεση μερισμού	70
Πότε κάνουμε διαίρεση μερισμού	71
Ειδικές περιπτώσεις	72
Προβλήματα για επανάληψη των 4 πράξεων	74

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο ΕΠΙΠΕΔΑ ΣΧΗΜΑΤΑ

Τό τετράγωνο	77
Περίμετρος τετράγωνου	79
Τό ορθογώνιο	80
Περίμετρος ορθογωνίου	81
Τό τρίγωνο	82
Περίμετρος τριγώνου	84
Κύκλος	85

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΠΕΡΑ ΑΠΟ ΤΟ 1000

Πώς διαβάζονται οι αριθμοί	90
Οι αριθμοί ως τό 100 χιλιάδες	92
Πώς γράφονται οι αριθμοί	92
Πώς διαβάζονται οι αριθμοί	93
Οι αριθμοί ως τό εκατομμύριο	94
Πώς γράφονται και πώς διαβάζονται	94 - 95
Οι αριθμοί πέρα από τό εκατομμύριο	96
Πώς διαβάζονται	97
Έλληνική και Ρωμαϊκή γραφή	98

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5ο

Πράξεις μέ πολυψήφιους	100
------------------------------	-----

ΠΡΟΣΘΕΣΗ

Ή τεχνική	102
Δοκιμή	102

ΑΦΑΙΡΕΣΗ

Δοκιμή	106
Μιά ιδιότητα της αφαιρέσεως	109
Γιά νά θυμηθεΐτε τίς ιδιότητες	109

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

Ή τεχνική του	110
Δοκιμή	111
Συντομεύσεις του πολλαπλασιασμού	114

ΔΙΑΙΡΕΣΗ

Διαίρεση μέ τό 10 ή 100 ή 1000	116
Όταν ό διαιρετέος καί διαιρέτης τελειώνουν σέ μηδέν (0)	117
Διαίρεση όποιωνδήποτε αριθμών	119
Συντομίες στή διαίρεση	121
Διαίρεση μετρήσεως - μερισμού	122
Πώς θά λύσετε ένα πρόβλημα	123
Προβλήματα επί των 4 πράξεων	124

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6ο

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Ρόλος των δεκαδικών αριθμών	126
Έννοια της δεκαδικής μονάδας	127
Έννοια δεκαδικού αριθμού	129
Πώς γράφονται οι δεκαδικοί αριθμοί	131
Πώς διαβάζονται	134
Ρόλος του μηδενός στους δεκαδικούς	135
Σύγκριση δεκαδικών αριθμών	136
Κάθετες εύθειες, παράλληλες εύθειες, ταινία	137

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7ο

ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥΣ

Γενικά	140
Πρόσθεση	140
Αφαίρεση	143
Πολλαπλασιασμός και διαίρεση δεκαδικού με 10, 100 ή 1000	148
Τί είναι παραλληλόγραμμο και ποιά τά είδη του	147
Τί διαφέρει τό τετράγωνο από τό ρόμβο	148
Πολλαπλασιασμός δεκαδικού με άκέραιο	150
Πολλαπλασιασμός δεκαδικών αριθμών	152
Διαίρεση τών δεκαδικών	154
Δοκιμή τής διαίρεσης	156
Διαίρεση άκέραιου με δεκαδικό	157
Διαίρεση αριθμού με 0,1 - 0,01 - 0,001	158
Διαίρεση δεκαδικού με δεκαδικό	159
Μέτρηση επιφανειών	162
Εμβαδόν όρθογώνιου	163
Εμβαδόν τετράγωνου	165

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8ο

ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Γενικά	168
Δεκαδικά κλάσματα	170
Σύγκριση κλασμάτων με τήν άκέραια μονάδα	171
Σύγκριση κλασμάτων	173
Ανισα κλάσματα	174
Ισοδύναμα κλάσματα	175
Απλοποίηση κλάσματος	176
Ομώνυμα και έτερώνυμα κλάσματα	176
Ο κύβος	178
Τό όρθογώνιο παραλληλεπίπεδο	179
Η σφαίρα	181
Ο κύλινδρος	182
Προβλήματα για γενική επανάληψη	182

ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΗ: ΕΙΡΗΝΗ ΝΟΜΙΚΟΥ



0020555971

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΒΟΥΛΗΣ

ΕΚΔΟΣΗ Β', 1980 (ΙΙ) — ΑΝΤΙΤ. 200.000 — ΣΥΜΒΑΣΗ : 3311/3-12-79
ΕΚΤΥΠΩΣΗ - ΒΙΒΛΙΟΔ.: «ΑΤΛΑΝΤΙΣ - Μ. ΠΕΧΑΙΒΑΝΙΔΗΣ & ΣΙΑ» Α.Ε.

