ΗΛΙΑ ΚΩΝ. ΣΑΜΑΡΑ

ἀριθμητική καί γεωμετρία

Δ΄ ΤΑΞΕΩΣ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ Δ/Δ

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΑΘΗΝΑΙ 1974

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ
ΚΑΙ
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

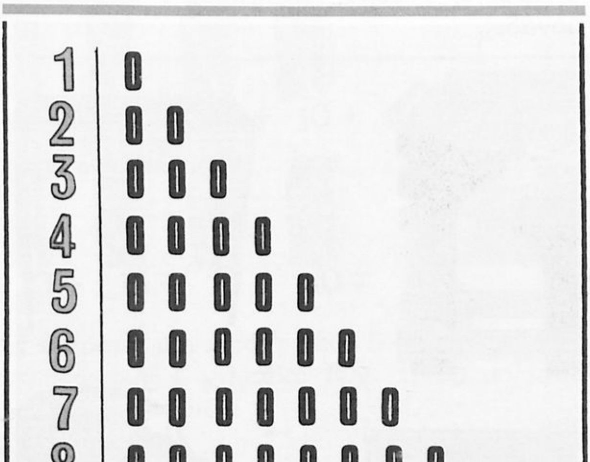
ΔΩΡΕΑΝ

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

ΟΙ ΑΚΕΡΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α. ΕΠΑΝΑΛΗΨΙ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΑΠΟ ΤΟ 1 ΩΣ ΤΟ 2.000

. ΤΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ



Τὰ παραπάνω ψηφία λέγονται **σημαντικά**. Μὲ αὐτὰ καὶ τὸ μηδὲν γράφομε ὅλους τοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸν πιὸ μικρὸ ὣς τὸν πιὸ μεγάλο.

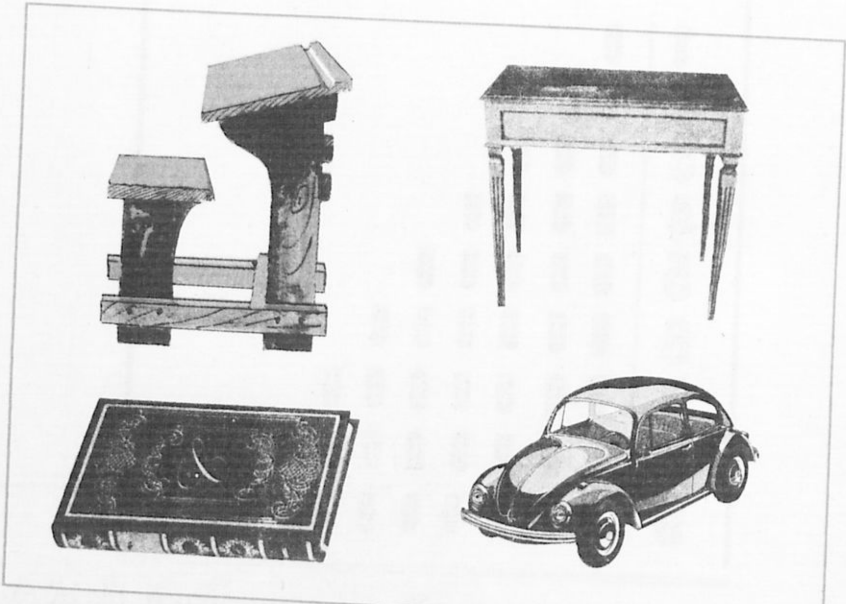
Κάθε ἀριθμὸς ἀνάλογα μὲ τὰ ψηφία ὀνομάζεται :

- **μονοψήφιος**· ὅταν ἔχῃ ἕνα ψηφίο, π.χ. 7 (ἑφτά),
- **διψήφιος**· ὅταν ἔχῃ δύο ψηφία, π.χ. 12 (δώδεκα),
- **τριψήφιος**· ὅταν ἔχῃ τρία ψηφία, π.χ. 161 (ἑκατὸν ἑξήντα ἕνα),
- **τετραψήφιος**· ὅταν ἔχῃ τέσσερα ψηφία, π.χ. 1.200 (χίλια διακόσια).
- Οἱ τετραψήφιοι ἀριθμοὶ ὡς καὶ οἱ ἀριθμοὶ ποὺ ἔχουν ψηφία περισσότερα ἀπὸ τέσσερα λέγονται καὶ **πολυψήφιοι**.

2. ΑΚΕΡΑΙΑ ΜΟΝΑΔΑ

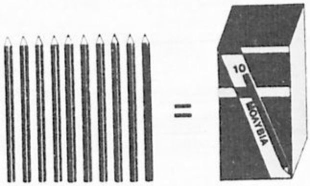
Κάθε ἀκέραιο πρᾶγμα λέγεται ἀκέραια μονάδα.

Π.χ. 1 θρανίο, 1 ἕδρα, 1 βιβλίο, 1 αὐτοκίνητο· εἶναι ἀκέραιες μονάδες.

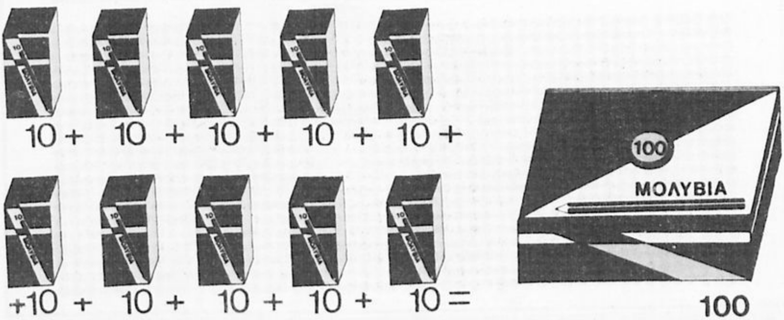


Κάθε ἀκέραιος ἀριθμὸς γίνεται ἀπὸ τὴν ἐπανάληψι τῆς ἀκέραιας μονάδας. Π.χ. ὁ ἀριθμὸς 8 γίνεται ἀπὸ 8 ἀκέραιες μονάδες. Ὁ ἀριθμὸς 71 γίνεται ἀπὸ 71 ἀκέραιες μονάδες.

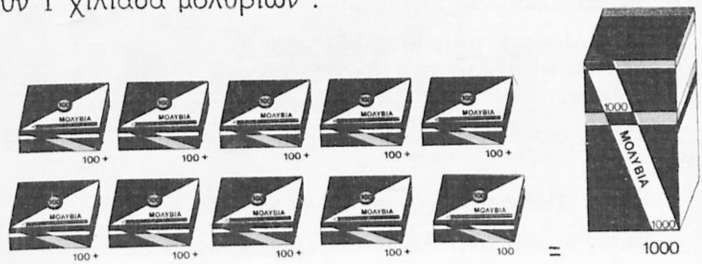
Δέκα ἀκέραιες μονάδες συμπληρώνουν μιὰ δεκάδα. Π.χ. 10 μολύβια ἀποτελοῦν 1 δεκάδα μολυβιῶν :



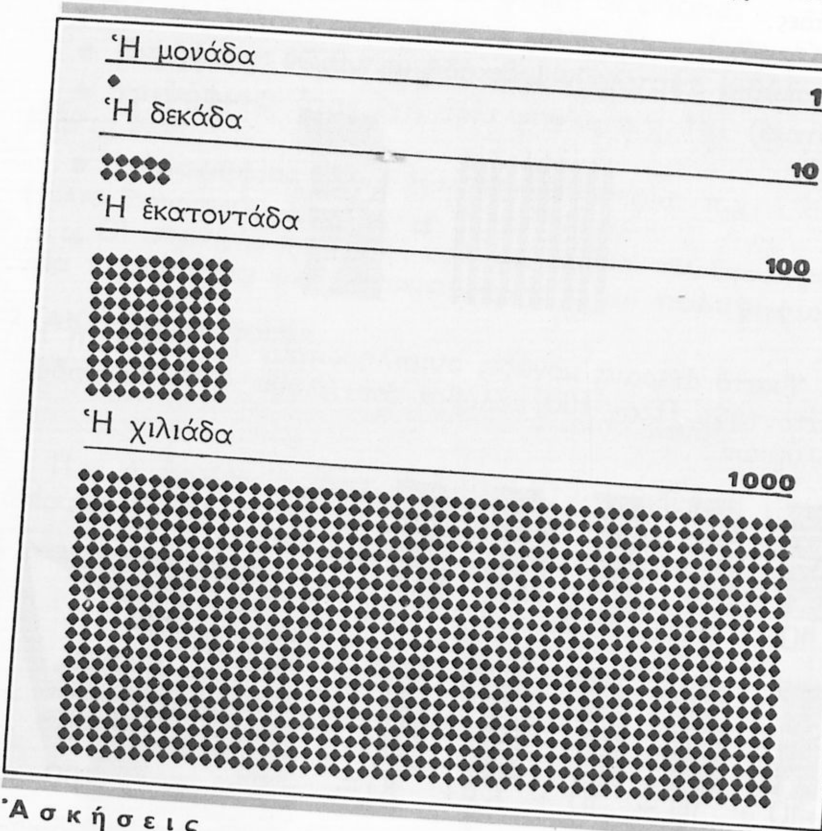
Ἑκατὸ ἀκέραιες μονάδες συμπληρώνουν 10 δεκάδες ἢ 1 ἑκατοντάδα. Π.χ. 100 μολύβια ἀποτελοῦν 1 ἑκατοντάδα μολυβιῶν :



Χίλιες ἀκέραιες μονάδες ἢ δέκα ἑκατοντάδες ἢ 100 δεκάδες συμπληρώνουν 1 χιλιάδα. Π.χ. 1.000 μολύβια ἀποτελοῦν 1 χιλιάδα μολυβιῶν :



Σύγκρισι μονάδας, δεκάδας, ἑκατοντάδας καὶ χιλιάδας :



Ἀσκήσεις

α) Νὰ γράψετε τὰ ἐννέα σημαντικὰ ψηφία καὶ νὰ βρῆτε πόσες ἀκέραιες μονάδες περιέχονται στὸ καθένα.

β) Νὰ γράψετε τρεῖς διψήφιους καὶ τρεῖς τριψήφιους ἀριθμούς. Ἔπειτα νὰ βρῆτε ἀπὸ ποιά σημαντικὰ ψηφία ἀποτελεῖται ὁ καθένας.

γ) Πόσες ἀκέραιες μονάδες περιέχουν οἱ ἀριθμοὶ 15, 139 καὶ 1.917 ;

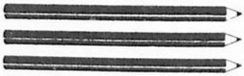
δ) Πόσες 10άδες περιέχονται σὲ μιὰ χιλιάδα ;

ε) Πόσες 10άδες συμπληρώνουν μισὴ χιλιάδα ;

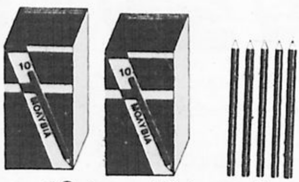
3. ΑΝΑΛΥΣΙ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Οἱ ἀκέραιοι ἀριθμοὶ ἀναλύονται σὲ μονάδες, δεκάδες, ἑκατοντάδες, μονάδες χιλιάδων κλπ.

Οἱ μονοψήφιοι ἀριθμοὶ περιέχουν μόνο μονάδες. Π.χ. ὁ ἀριθμὸς 3 μολύβια ἀναλύεται :

3  = 3 μολύβια.

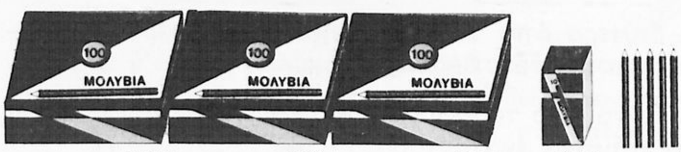
Οἱ διψήφιοι ἀριθμοὶ περιέχουν μονάδες καὶ δεκάδες. Π.χ. ὁ ἀριθμὸς 25 μολύβια περιέχει : 2 δεκάδες καὶ 5 μονάδες μολυβιῶν :



10 + 10 + 5 = 25

= 2 δεκάδες μολύβια + 5 μονάδες μολύβια = 25 μολύβια.

Οἱ τριψήφιοι ἀριθμοὶ περιέχουν μονάδες, δεκάδες κι ἑκατοντάδες. Π.χ. ὁ ἀριθμὸς 315 μολύβια περιέχει : 3 ἑκατοντάδες, 1 δεκάδα καὶ 5 μονάδες μολυβιῶν :

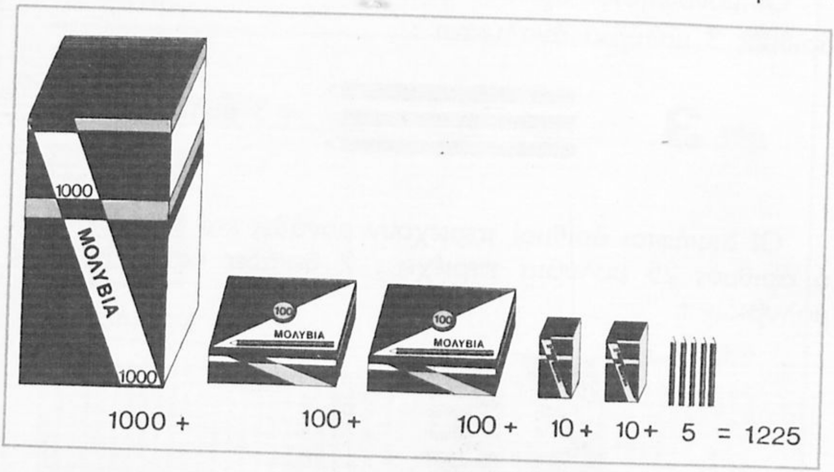


100 + 100 + 100 + 10 + 5 = **315**

= 3 ἑκατ. μολύβια + 1 δεκ. μολύβια + 5 μον. μολύβια = 315 μολύβια.

Οἱ τετραψήφιοι ἀριθμοὶ περιέχουν μονάδες, δεκάδες, ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες. Π.χ. ὁ ἀριθμὸς 1.225 μολύβια περιέχει :

1 χιλιάδα, 2 ἑκατοντάδες, 2 δεκάδες καὶ 5 μονάδες μολυβιῶν:



1 χιλιάδα μολύβια + 2 ἑκατοντάδες μολύβια + 2 δεκάδες μολύβια + 5 μονάδες μολύβια = 1.225 μολύβια.

Κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο ἀναλύονται ὅλοι οἱ ἀκέραιοι ἀριθμοί.

Ἀπὸ τὰ παραπάνω παραδείγματα συμπεραίνομε ὅτι :

- τὸ τελευταῖο ψηφίο κάθε ἀκέραιου ἀριθμοῦ φανερώνει πάντοτε μονάδες,
- τὸ δεύτερο ἀπὸ τὸ τέλος ψηφίο κάθε ἀκέραιου ἀριθμοῦ φανερώνει πάντοτε δεκάδες,
- τὸ τρίτο ἀπὸ τὸ τέλος ψηφίο κάθε ἀκέραιου ἀριθμοῦ φανερώνει πάντοτε ἑκατοντάδες,
- τὸ τέταρτο ἀπὸ τὸ τέλος ψηφίο κάθε ἀκέραιου ἀριθμοῦ φανερώνει πάντοτε χιλιάδες· π.χ. 1.888 = 1 χιλ. + 8 ἑκ. + 8 δεκάδες + 8 μονάδες.

Ἀσκήσεις

α) Ν' ἀναλύσετε σὲ μονάδες καὶ δεκάδες τοὺς ἀριθμοὺς 14, 23, 46, 55, 66, 69, 77, 79, 88, 93 καὶ 99.

β) Νὰ βρῆτε τὰ ψηφία ποὺ φανερώνουν μονάδες κι ἑκατοντάδες τῶν ἀριθμῶν : 171, 213, 444, 656, 714, 809 καὶ 901.

γ) Ν' ἀναλύσετε σὲ μονάδες, δεκάδες, ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες τοὺς ἀριθμοὺς 1.010, 1.129, 1.215, 1.453, 1.701 καὶ 1.901.

δ) Νὰ βρῆτε τὸ ψηφίο ποὺ φανερώνει μονάδες τῶν ἀριθμῶν : 110, 219, 308, 410, 506, 719, 800, 913, 1.201 καὶ 1.910.

ε) Νὰ βρῆτε τὸ ψηφίο ποὺ φανερώνει ἑκατοντάδες τῶν ἀριθμῶν : 1.262, 1.063, 1.111, 1.333, 1.703, 1.899, 1.088, 1.904 καὶ 1.999.

στ) Νὰ βρῆτε τὸ ψηφίο ποὺ φανερώνει δεκάδες τῶν ἀριθμῶν : 127, 139, 284, 303, 815, 1.006, 1.204. 1.356 καὶ 1.392.

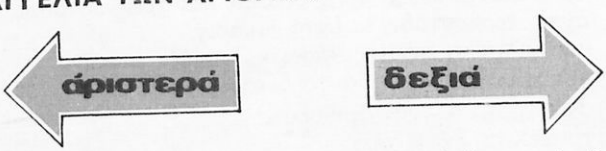
ζ) Νὰ βρῆτε τὸ ψηφίο ποὺ φανερώνει χιλιάδες τῶν ἀριθμῶν : 1.004, 1.100, 1.203, 1.304, 1.560, 1.830, 1.965 καὶ 2.000.

η) Νὰ βρῆτε ἀπὸ πόσες μονάδες ἀποτελοῦνται οἱ ἀριθμοί : 17, 71, 103, 239, 345, 674, 918, 1.353, 1.920 καὶ 1.991.

θ) Νὰ βρῆτε πόσες δεκάδες περιέχουν οἱ ἀριθμοί : 117, 236, 478, 555, 700, 1.110, 1.636 καὶ 1.802.

ι) Νὰ βρῆτε πόσες ἑκατοντάδες περιέχουν οἱ ἀριθμοί : 832, 1.216, 1.328, 1.002, 1.070, 1.076, 1.507 καὶ 2.000.

4. ΑΠΑΓΓΕΛΙΑ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ



Γιὰ ν' ἀπαγγείλωμε ὁποιοδήποτε ἀκέραιο ἀριθμό, ἀρχίζομε ἀπὸ τ' ἀριστερά του πρὸς τὰ δεξιά του, προφέροντας τὸν συνολικὸ ἀριθμὸ τῶν μονάδων ποὺ περιέχει : π.χ. 8 (ὀχτώ), 12 (δώδεκα), 172 (ἑκατὸν ἑβδομήντα δύο), 703 (ἑφτακόσια τρία), 1.001 (χίλια ἕνα), 1.111 (χίλια ἑκατὸν ἕντεκα) κλπ.

Ἀσκήσεις

Ν' ἀπαγγείλετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν :

α) 17, 27, 37, 46, 56, 66, 75, 85, 95

β) 108, 128, 148, 163, 183, 203, 571, 701, 971

γ) 1.012, 1.102, 1.120, 1.112, 1.272, 1.315, 1.351, 1.153

δ) 1.401, 1.410, 1.140, 1.042, 1.402, 1.204, 1.240, 1.082

ε) 1.603, 1.630, 1.306, 1.360, 1.060, 1.006, 1.600, 1.901

Γενικὲς ἀσκήσεις

α) Νὰ βρῆτε πόσες μονάδες, δεκάδες, ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες περιέχουν οἱ ἀριθμοί : 131, 252, 593, 900, 1.101 καὶ 1.813.

β) Νὰ βρῆτε πόσες χιλιάδες, ἑκατοντάδες, δεκάδες καὶ μονάδες περιέχουν οἱ ἀριθμοί : 8, 18, 188, 212, 1.024, 1.777 καὶ 1.808.

γ) Νὰ βρῆτε πόσες ἑκατοντάδες, δεκάδες καὶ μονάδες περιέχουν οἱ ἀριθμοί : 1.013, 1.080, 1.215, 1.405, 1.506, 1.881 καὶ 1.118.

δ) Νὰ βρῆτε πόσες δεκάδες καὶ μονάδες περιέχουν οἱ ἀριθμοί : 155, 202, 631, 613, 707, 1.009, 1.303, 1.444, 1.990 καὶ 2.000.

ε) Νὰ βρῆτε πόσες μονάδες περιέχουν οἱ ἀριθμοί : 318, 138, 813, 831, 1.004, 1.044, 1.703, 1.730, 1.370 καὶ 1.106.

στ) Νὰ γράψετε μὲ ψηφία τοὺς ἀριθμούς :
πέντε δεκάδες καὶ δύο μονάδες,
τρεῖς ἑκατοντάδες, τρεῖς δεκάδες καὶ τρεῖς μονάδες,
ὀχτὼ ἑκατοντάδες κι ἑφτὰ δεκάδες,
μιὰ χιλιάδα, τρεῖς δεκάδες καὶ μηδὲν μονάδες,
μιὰ χιλιάδα καὶ ὀγδόντα δεκάδες.

ζ) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμούς :
τριακόσια εἴκοσι δύο,
πεντακόσια τριάντα ὀχτώ,
χίλια ἑξακόσια ἑβδομήντα ἑφτά,
χίλια ἐννιακόσια ἐννέα.

η) Ν' ἀπαγγείλετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν :
803, 940, 1.020, 1.200, 1.301, 1.310, 1.031, 109, 1.011 καὶ 1.690.

θ) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἔχουν μιὰ χιλιάδα καὶ 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 31, 44, 55, 66 καὶ 109 μονάδες.

ι) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἔχουν 17 ἑκατοντάδες καὶ 1, 2, 3, 4, 5, 31, 32, 33, 34, 35, 61, 62, 63, 64 καὶ 65 μονάδες.

ια) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἔχουν 180 δεκάδες καὶ 89, 91, 93, 95, 96, 98 καὶ 99 μονάδες.

ιβ) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἔχουν :
μιὰ χιλιάδα, μιὰ ἑκατοντάδα κι ἑξήντα πέντε μονάδες,
μιὰ χιλιάδα κι ἑκατὸν ἑξήντα πέντε μονάδες,
μιὰ χιλιάδα, ὀγδόντα δεκάδες καὶ τρεῖς μονάδες.

ιγ) Νὰ γράψετε τὸν ἀριθμὸ ποὺ ἔχει 200 δεκάδες κι ἔπειτα τὸν ἀριθμὸ ποὺ ἔχει 20 ἑκατοντάδες. Τί παρατηρεῖτε ;

ιδ) Νὰ γράψετε ὅλους τοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 1.305 ὥς τὸ 1.315.

ιε) Νὰ γράψετε ὅλους τοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 1.110 ὥς τὸ 1.230, ποὺ φανερώνουν στρογγυλὲς δεκάδες.

Β. ΟΙ ΤΕΣΣΕΡΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ 1 - 2.000

Τὰ παντοπωλεῖα

Τὰ παντοπωλεῖα εἶναι καταστήματα, στὰ ὁποῖα πουλιοῦνται τρόφιμα καὶ διάφορα ἄλλα εἴδη ποὺ χρειαζόμαστε στὴν καθημερινή μας ζωή. Ἀπὸ τὰ παντοπωλεῖα ἀγοράζομε τὸν καφέ, τὸ κακάο, τὴ ζάχαρι, τὸ ρύζι, τὰ ζυμαρικὰ καὶ ὅλα γενικὰ τὰ τρόφιμα. Ἀπὸ αὐτὰ ἀγοράζομε ἀκόμη τὰ σπίρτα, τὸ σαπούνι, τὰ διάφορα ἀπορρυπαντικὰ (ρόλ, ὄμο, χλωρίνη κλπ.), καθὼς ἐπίσης καὶ πολλὰ ἄλλα.

Ὅλοι σας φυσικὰ θὰ ἔχετε ἐπισκεφθῆ παντοπωλεῖα καὶ θὰ ἔχετε ἀγοράσει ἀπὸ αὐτὰ διάφορα εἴδη. Θὰ ἔχετε δεῖ σ᾽ αὐτὰ ὄχι μόνο τὰ τρόφιμα κλπ. ποὺ ἀναφέραμε παραπάνω, ἀλλὰ κι ἕνα σωρὸ ἄλλα πράγματα. Ὁπωσδήποτε θὰ ἔχετε προσέξει καὶ τὸ τιμολόγιο. Τὸ τιμολόγιο εἶναι ἕνας μακρόστενος πίνακας ἀπὸ λεπτὸ σανίδι ἢ χοντρὸ χαρτόνι, ὅπου ἀναγράφονται τὰ εἴδη διατροφῆς καὶ δίπλα ἀπὸ τὸ καθένα ἡ τιμὴ τοῦ ἑνὸς κιλοῦ. Ἔτσι οἱ πελάτες διευκολύνονται στοὺς λογαριασμοὺς καὶ γίνεται εὔκολα ὁ ἔλεγχος τῶν παντοπωλῶν ἀπὸ τὶς εἰδικὲς γιὰ τὸν σκοπὸ αὐτὸ Ἀρχές.

Γιὰ ὅσους δὲν ἔχουν προσέξει τὸ τιμολόγιο παραθέτομε ἐδῶ ἕνα, γιὰ νὰ πάρουν μιὰ ἰδέα.

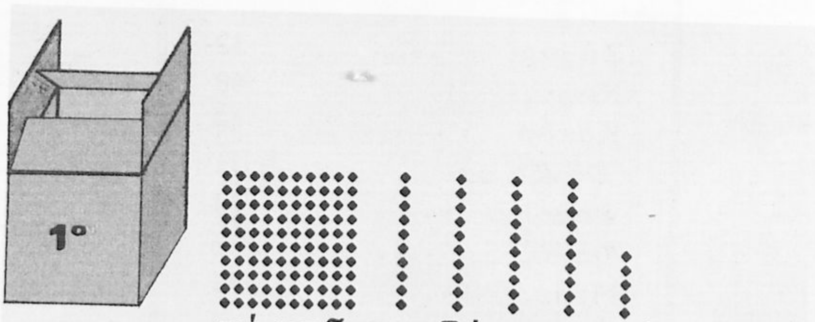
ΤΙΜΟΛΟΓΙΟΝ	
Ζάχαρι	13
Καφὲς	98
Κακάο	60
Ὄρυζα	11
Φασόλια	14
Φακὲς	16
Μακαρόνια	11
Βακαλάος	22
Ἔλαιον	32
Βούτυρον	56
Κεφαλοτύρι	50
Κασέρι	48
Φέτα	36
Μέλι	24
Οἶνος	7
Λουκούμι	22

1. Η ΠΡΟΣΘΕΣΙ

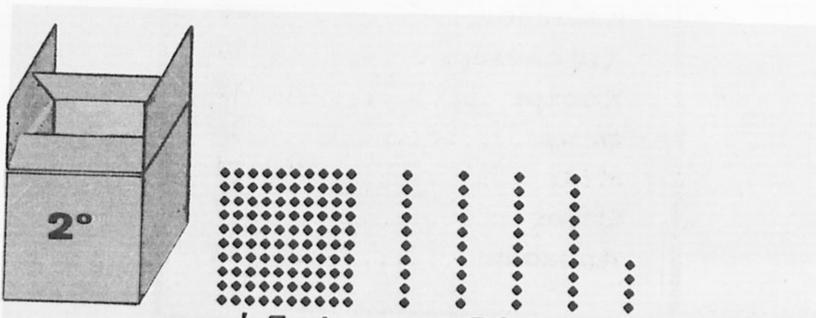
Πρόβλημα. Ὁ κύριος Μυλωνᾶς ἀγόρασε γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ παντοπωλείου του τρία κιβώτια σαπούνι. Τὸ πρῶτο περιεῖχε 145 πλάκες· τὸ δεύτερο 144 καὶ τὸ τρίτο 146. Πόσες πλάκες σαπούνι περιεῖχαν καὶ τὰ τρία ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσες πλάκες σαπούνι περιέχουν καὶ τὰ τρία κιβώτια, πρέπει νὰ τ' ἀνοίξωμε καὶ νὰ τὶς μετρήσωμε ὅλες μαζί.

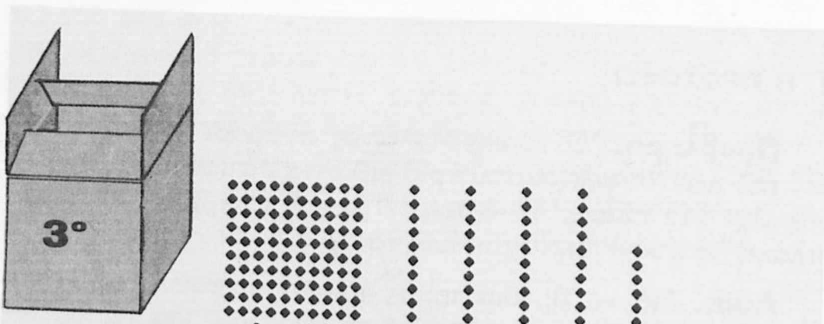
α) Παραστατικὰ



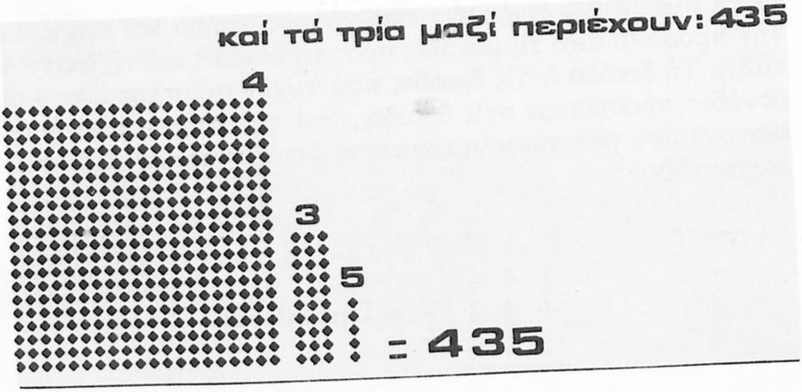
τό πρῶτο κιβώτιο περιέχει: 145



τό δεύτερο κιβώτιο περιέχει: 144



τό τρίτο κιβώτιο περιέχει: 146



῞Ωστε καὶ τὰ τρία κιβώτια περιέχουν 435 πλάκες σαπούνι.

᾿Από τὰ παραπάνω γίνεται φανερὸ ὅτι, γιὰ νὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα, ἑνώσαμε (σμίξαμε) τὶς πλάκες τῶν σαπουνιῶν καὶ τῶν τριῶν κιβωτίων. Μὲ τὸν τρόπο αὐτὸ βρήκαμε ἕναν ἀριθμὸ ποὺ φανερώνει ὅλες τὶς πλάκες τῶν σαπουνιῶν, ποὺ περιέχουν καὶ τὰ τρία κιβώτια.

῾Η πρᾶξι ποὺ κάναμε λέγεται **πρόσθεσι.**

Πρόσθεσι δύο ἢ περισσότερων ἀριθμῶν εἶναι ἡ πρᾶξι μὲ τὴν ὁποία βρίσκομε ἕναν ἄλλο ἀριθμό, ὁ ὁποῖος περιέχει ὅλες τὶς μονάδες τους καὶ μόνο αὐτές.
Πρόσθεσι κάνομε, ὅταν θέλωμε νὰ ἑνώσωμε δύο ἢ περισσότερους ἀριθμοὺς ποὺ φανερώνουν ἴδια πράγματα.

β) Πρακτικὰ

Γράφομε τοὺς ἀριθμούς, οἱ ὁποῖοι φανερώνουν τὶς πλάκες τῶν σαπουνιῶν ποὺ περιέχει τὸ κάθε κιβώτιο, τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες τοῦ καθενὸς νὰ εἶναι κάτω ἀπὸ τὶς μονάδες τοῦ ἄλλου, οἱ δεκάδες κάτω ἀπὸ τὶς δεκάδες καὶ οἱ ἑκατοντάδες κάτω ἀπὸ τὶς ἑκατοντάδες. ῎Επειτα σύρομε ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα καὶ ἀρχίζομε τὴν πρόσθεσι ἀπὸ τὶς μονάδες πρὸς τὶς δεκάδες καὶ τὶς ἑκατοντάδες. Τὴ δεκάδα ἢ τὶς δεκάδες ποὺ τυχὸν συμπληρώνουν οἱ μονάδες προσθέτομε στὶς δεκάδες, καὶ τὴν ἑκατοντάδα ἢ τὶς ἑκατοντάδες ποὺ συμπληρώνουν οἱ δεκάδες προσθέτομε στὶς ἑκατοντάδες.

$$\begin{array}{ccc} \text{Ε.} & \text{Δ.} & \text{Μ.} \\ 1 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 4 \\ 1 & 4 & 6 \\ \hline 4 & 3 & 5 \end{array} \begin{array}{l} \\ \left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right\} \longrightarrow \textbf{Προσθετέοι} \\ \longrightarrow \textbf{Ἄθροισμα} \end{array}$$

- Τοὺς ἀριθμοὺς 145, 144 καὶ 146 ποὺ προσθέσαμε τοὺς ὀνομάζομε **προσθετέους.** Τὸ 435 ποὺ βρήκαμε τ' ὀνομάζομε **ἄθροισμα.**
- Οἱ προσθετέοι καὶ τὸ ἄθροισμα εἶναι πάντοτε ποσὰ **ὁμοειδῆ.**

Οἱ ἰδιότητες τῆς προσθέσεως

α) **Ἡ «ἀντιμεταθετικότης»:** Ἂν στὸ πρόβλημα ποὺ λύσαμε ἀλλάξωμε τὴ σειρὰ τῶν προσθετέων, θὰ ἔχωμε πάντοτε τὸ ἴδιο ἄθροισμα· π.χ.

$$\begin{array}{r} 144 \\ 145 \\ +\ 146 \\ \hline 435 \end{array} \quad \text{ἢ} \quad \begin{array}{r} 146 \\ 144 \\ +\ 145 \\ \hline 435 \end{array} \quad \text{ἢ} \quad \begin{array}{r} 146 \\ 145 \\ +\ 144 \\ \hline 435 \end{array}$$

β) **Ἡ «προσεταιριστικότης»:** Ἂν προσθέσωμε τοὺς δύο πρώτους προσθετέους καὶ στὸ ἄθροισμά τους τὸν τρίτο ἢ τὸν πρῶτο μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν δύο ἄλλων, θὰ ἔχωμε πάλι ἄθροισμα 435· π.χ. $(145 + 144) + 146 = 435$ ἢ $145 + (144 + 146) = 435$.

γ) Ἂν προσθέσωμε σὲ ὁποιοδήποτε ἀκέραιο ἀριθμὸ τὸ 0, ὁ ἀριθμὸς δὲν μεταβάλλεται· π.χ. $15 + 0 = 15$, $176 + 0 =$

= 176 κλπ. Γι᾽ αὐτό, τὸ μηδὲν λέγεται **οὐδέτερο στοιχεῖο** γιὰ τὴν πρόσθεσι.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 102 + 98 β) 105 + 95 γ) 115 + 200 δ) 200 + 315 ε) 140 + 60 στ) 145 + 155 ζ) 395 + 405 η) 310 + 690 θ) (6+5) + 19 ι) 3 + (4 + 23)

2. Γραπτῶς

α)	β)	γ)	δ)	ε)
216	304	617	713	310
365	493	708	298	301
+ 673	+ 177	+ 19	+ 319	+ 609

στ)	ζ)	η)	θ)	ι)
362	872	1.001	904	1.200
810	598	608	33	199
608	289	110	890	86
+ 220	+ 176	+ 69	+ 103	+ 7

Προβλήματα προσθέσεως

1. Ὁ κύριος Μυλωνᾶς ἔχει τρία βαρέλια λάδι. Τὸ πρῶτο περιέχει 325 κιλά, τὸ δεύτερο 295 καὶ τὸ τρίτο 497. Πόσα κιλὰ λάδι περιέχουν καὶ τὰ τρία μαζί ;

2. Ὁ Παῦλος ἔχει στὴν ἀποθήκη του τέσσερα βαρέλια κρασί. Τὸ πρῶτο περιέχει 317 κιλά, τὸ δεύτερο 298, τὸ τρίτο 308 καὶ τὸ τέταρτο 283. Πόσα κιλὰ κρασὶ περιέχουν καὶ τὰ τέσσερα μαζί ;

3. Ὁ πατέρας τῆς Ἀθηνᾶς ἀγόρασε λάδι, τυρὶ καὶ ἄλλα τρόφιμα, γιὰ νὰ τὰ πάρουν μαζί τους στὴν ἐξοχή, ποὺ θὰ περνοῦσαν τὸ καλοκαίρι. Γιὰ τὸ λάδι πλήρωσε 318 δραχμές, γιὰ τὸ τυρὶ 296 καὶ γιὰ τὰ ὑπόλοιπα τρόφιμα 528. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε συνολικά ;

4. Ὁ κύριος Μυλωνᾶς τὸν Ὀκτώβριο πλήρωσε γιὰ τὸ τηλέφωνό του 315 δραχμές, γιὰ τὸ νερὸ 419, γιὰ τὸ φῶς 162 καὶ γιὰ διάφορες ἄλλες ἀνάγκες 697. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε συνολικά ;

5. Ὁ Νίκος ἀγόρασε ἀπὸ τρεῖς πελάτες του φασόλια μὲ σκοπὸ νὰ τὰ ξαναπουλήση. Ἀπὸ τὸν πρῶτο πῆρε 465 κιλά, ἀπὸ τὸν δεύτερο 497 καὶ ἀπὸ τὸν τρίτο 829. Πόσα κιλὰ φασόλια ἀγόρασε καὶ ἀπὸ τοὺς τρεῖς μαζί ;

6. Ὁ Σταμάτης εἰσέπραξε τὴ Δευτέρα 456 δραχμές, τὴν Τρίτη 615, τὴν Τετάρτη 216 καὶ τὴν Πέμπτη 619. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε συνολικά ;

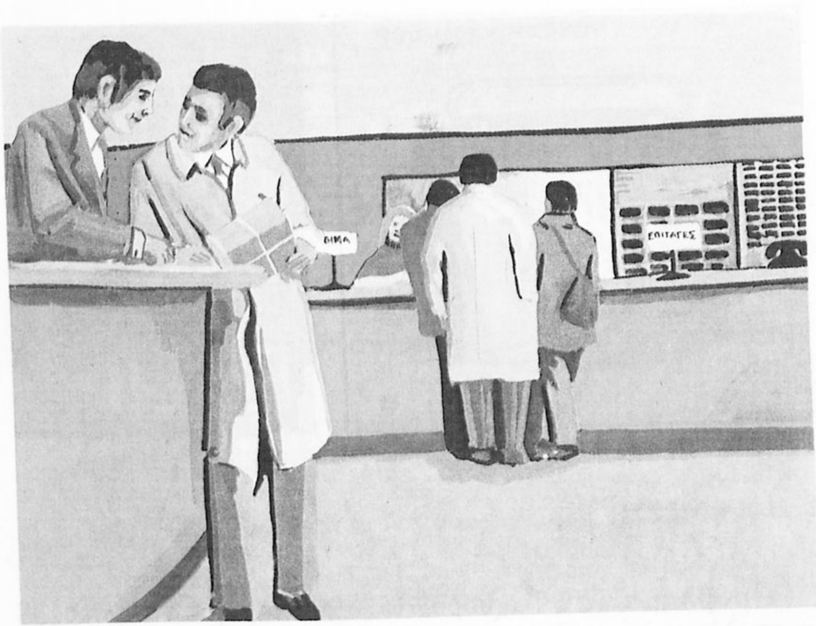
7. Ὁ Νικήτας κέρδισε τὴ Δευτέρα 212 δραχμές· τὴν Τρίτη 35 δρχ. περισσότερες· τὴν Τετάρτη 25 δρχ. περισσότερες ἀπ' ὅσες τὴ Δευτέρα· τὴν Πέμπτη 208 δρχ., τὴν Παρασκευὴ 22 δρχ. περισσότερες ἀπὸ τὴν Πέμπτη καὶ τὸ Σάββατο ὅσες τὴν Πέμπτη καὶ τὴν Παρασκευὴ μαζί. Πόσες δραχμὲς κέρδισε συνολικά ;

8. Ὁ Παῦλος πέρυσι πούλησε τὶς παρακάτω ποσότητες ζαχάρεως. Τὸ πρῶτο τρίμηνο 198 κιλά· τὸ δεύτερο 33 κιλὰ περισσότερα· τὸ τρίτο ὅσα τὸ πρῶτο καὶ τὸ δεύτερο μαζὶ καὶ τὸ τέταρτο ὅσα τὰ τρία πρῶτα καὶ 107 κιλὰ ἀκόμη. Πόσα κιλὰ ζάχαρι πούλησε συνολικά ;

9. Ὁ Γιῶργος ἀγόρασε ἐλιές, λάδι, τυρὶ καὶ βούτυρο. Γιὰ τὶς ἐλιὲς ἔδωσε 315 δραχμές, γιὰ τὸ λάδι 256 δραχμὲς περισσότερες, γιὰ τὸ τυρὶ 329 δραχμὲς καὶ γιὰ τὸ βούτυρο ὅσες γιὰ τὶς ἐλιές, τὸ λάδι καὶ τὸ τυρὶ μαζί. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

10. Ὁ κύριος Μυλωνᾶς πέρυσι πούλησε τὶς ἑξῆς ποσότητες ρυζιοῦ. Τὸ πρῶτο τρίμηνο τοῦ πρώτου ἑξαμήνου 265 κιλά, τὸ δεύτερο τρίμηνο 307 κιλὰ καὶ τὸ δεύτερο ἑξάμηνο ὅσα τὸ πρῶτο καὶ 180 κιλὰ ἀκόμη. Πόσα κιλὰ ρύζι πούλησε ;

11. Ἕνας παντοπώλης δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἐμπορικὴ Τράπεζα ἕνα χρηματικὸ ποσό. Στὸ τέλος τοῦ προηγούμενου μηνὸς ἐπέστρεψε 936 δραχμές. Πόσα χρήματα δανείστηκε, ἂν ὀφείλη ἀκόμη 979 δραχμές ;

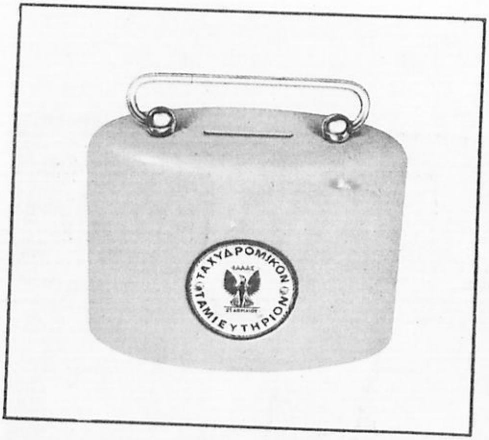


Τὸ Ταχυδρομεῖο

Τὰ Ταχυδρομεῖα εἶναι δημόσια καταστήματα. Οἱ ὑπάλληλοι ποὺ ἐργάζονται σ' αὐτὰ ἐκτελοῦν διάφορες ἐργασίες. Ἄλλοι πουλοῦν γραμματόσημα, ἄλλοι ταξινομοῦν τὶς ἐπιστολὲς καὶ ἄλλοι μοιράζουν τὶς ἐπιστολὲς στὶς πόλεις καὶ στὴν ὕπαιθρο.

Σὲ κάθε ταχυδρομικὸ κατάστημα ὑπάρχουν συνήθως δύο γραμματοκιβώτια. Τὸ ἕνα γιὰ τὶς ἐπιστολὲς ποὺ προορίζονται γιὰ τὸ ἐξωτερικὸ καὶ τὸ ἄλλο γι' αὐτὲς ποὺ προορίζονται γιὰ τὸ ἐσωτερικό. Στὰ γραμματοκιβώτια αὐτὰ συγκεντρώνονται πολλὲς ἐπιστολές, τὶς ὁποῖες παίρνουν οἱ ταξινόμοι καί, ἀφοῦ τὶς ταξινομήσουν, τὶς δένουν σὲ εἰδικοὺς σάκκους καὶ τὶς ἀποστέλλουν στὸν προορισμό τους.

Μὲ τὸ Ταχυδρομεῖο μποροῦμε νὰ στείλωμε καὶ διάφορα χρηματικὰ ποσὰ (ἐπιταγές), καθὼς ἐπίσης καὶ μικρὰ δέματα.



ΕΛΤΑ

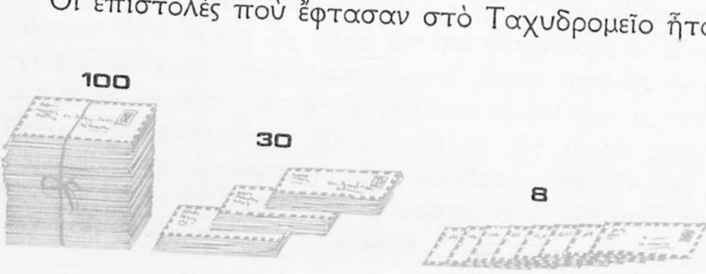
2. Η ΑΦΑΙΡΕΣΙ

Πρόβλημα. Στὸ Ταχυδρομεῖο Λεβαδειᾶς ἔφτασαν χτὲς 138 ἐπιστολὲς καὶ μοιράστηκαν οἱ 123. Πόσες ἔμειναν γιὰ σήμερα ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσες ἐπιστολὲς ἀπέμειναν στὸ Ταχυδρομεῖο, γιὰ νὰ μοιραστοῦν σήμερα, πρέπει νὰ βγάλωμε ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ τῶν ἐπιστολῶν ποὺ ἔφτασαν στὸ Ταχυδρομεῖο τὸν ἀριθμὸ τῶν ἐπιστολῶν ποὺ μοιράστηκαν.

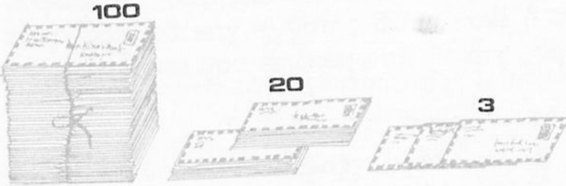
α) Παραστατικὰ

Οἱ ἐπιστολὲς ποὺ ἔφτασαν στὸ Ταχυδρομεῖο ἦταν :



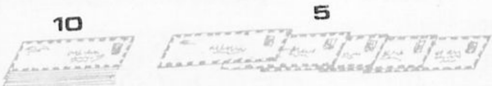
138

Βγάζομε τὶς ἐπιστολὲς ποὺ μοιράστηκαν :



123

Οἱ ἐπιστολὲς ποὺ ἀπέμειναν στὸ Ταχυδρομεῖο ἦταν :



15

Ὥστε ἀπέμειναν στὸ Ταχυδρομεῖο 15 ἐπιστολές.

Ἡ πρᾶξι ποὺ κάναμε, γιὰ νὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα, λέγεται **ἀφαίρεσι.**

Ἀφαίρεσι εἶναι ἡ πρᾶξι μὲ τὴν ὁποία μειώνομε ἕναν ἀριθμὸ μεγαλύτερο κατὰ τόσες μονάδες, ὅσες ἔχει ἕνας ἄλλος μικρότερος.
Ἀφαίρεσι κάνομε, ὅταν θέλωμε νὰ βγάλωμε ἕναν ἀριθμὸ μικρότερο ἀπὸ ἕναν ἄλλο μεγαλύτερο.

β) Πρακτικὰ

Γράφομε πρῶτα τὸν μεγαλύτερο ἀριθμὸ κι ἔπειτα, κάτω ἀπὸ αὐτόν, τὸν μικρότερο ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες, οἱ δεκάδες καὶ ἡ ἑκατοντάδα τοῦ μικρότερου νὰ εἶναι ἀντίστοιχα κάτω ἀπὸ τὶς μονάδες, τὶς δεκάδες καὶ τὴν ἑκατοντάδα τοῦ μεγαλύτερου. Μετὰ σύρομε ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα καὶ ἀρχίζομε τὴν ἀφαίρεσι ἀπὸ τὶς μονάδες προχωρῶντας πρὸς τὶς δεκάδες καὶ τὶς ἑκατοντάδες. Πρέπει ὅμως νὰ μὴν ξεχνοῦμε νὰ προσθέτωμε στὶς δεκάδες κι ἑκατοντάδες τοῦ μικρότερου ἀριθμοῦ τὶς δεκάδες ἢ ἑκατοντάδες ποὺ τυχὸν δανειζόμαστε ἀπὸ τὸν μεγαλύτερο, γιὰ ν' ἀφαιρέσωμε τὸν μικρότερο.

$$\begin{array}{rl} \text{Ε. Δ. Μ.} & \\ 1\ 3\ 8 & \longrightarrow \textbf{Μειωτέος} \\ -\ 1\ 2\ 3 & \longrightarrow \textbf{Ἀφαιρετέος} \\ \hline 1\ 5 & \longrightarrow \textbf{Ὑπόλοιπο ἢ διαφορὰ} \end{array}$$

Δύο ἀκόμη παραδείγματα :

$$\begin{array}{r} 7\ 1\ 5 \\ -\ 5\ 2\ 8 \\ \hline 1\ 8\ 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1.5\ 6\ 3 \\ -\ 1.3\ 7\ 5 \\ \hline 1\ 8\ 8 \end{array}$$

- Ὁ ἀριθμός, ὁ ὁποῖος πρέπει νὰ μειωθῆ (νὰ μικρύνη) σὲ μιὰ ἀφαίρεσι, λέγεται **μειωτέος.**
- Ὁ ἀριθμός, ὁ ὁποῖος πρέπει ν' ἀφαιρεθῆ (νὰ βγῆ) ἀπὸ τὸν μειωτέο, λέγεται **ἀφαιρετέος.**
- Ὁ ἀριθμὸς ποὺ βρίσκομε ἀπὸ τὴν ἐκτέλεσι τῆς πράξεως λέγεται **ὑπόλοιπο** ἢ **διαφορά.**
- Ὁ μειωτέος, ὁ ἀφαιρετέος καὶ τὸ ὑπόλοιπο εἶναι πάντοτε ποσὰ **ὁμοειδῆ.**

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 100 – 30 β) 258 – 18 γ) 1.000 – 300 δ) 1.000 – 700
ε) 100 – 51 στ) 200 – 101 ζ) 400 – 201 η) 2.000 – 1.100
θ) 1.900 – 800 ι) 1.999 – 909

2. Γραπτῶς

1. Νὰ κάμετε τὶς ἀφαιρέσεις :

α) $\begin{array}{r} 473 \\ -\ 385 \\ \hline ; \end{array}$ β) $\begin{array}{r} 633 \\ -\ 376 \\ \hline ; \end{array}$ γ) $\begin{array}{r} 821 \\ -\ 596 \\ \hline ; \end{array}$ δ) $\begin{array}{r} 1.201 \\ -\ 340 \\ \hline ; \end{array}$ ε) $\begin{array}{r} 1.300 \\ -\ 842 \\ \hline ; \end{array}$ στ) $\begin{array}{r} 1.804 \\ -\ 1.087 \\ \hline ; \end{array}$

2. Νὰ βρῆτε τοὺς ἀφαιρετέους ποὺ λείπουν :

α)	β)	γ)	δ)	ε)
1.000	1.400	1.222	1801	1.905
— ;	— ;	— ;	— ;	— ;
400	500	222	794	1.281

3. Νὰ βρῆτε τοὺς μειωτέους ποὺ λείπουν :

α)	β)	γ)	δ)
;	;	;	;
— 137	— 404	— 529	— 1.208
2	8	635	792

Προβλήματα ἀφαιρέσεως

1. Ἡ Καίτη χρεώθηκε ἀπὸ τὸν προϊστάμενο τοῦ Ταχυδρομείου 1.735 γραμματόσημα. Χτὲς καὶ προχτὲς πούλησε 1.497. Πόσα γραμματόσημα ἔχει ἀκόμη ;

2. Ἡ Χρυσάνθη χρεώθηκε τὴ Δευτέρα τὸ πρωὶ γραμματόσημα ἀξίας 1.692 δραχμῶν. Τὸ μεσημέρι παρέδωσε στὸν προϊστάμενό της 1.553 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πρέπει νὰ δώση ἀκόμη, γιὰ νὰ ξεχρεωθῆ ;

3. Ἕνας ἀγροτικὸς ταχυδρομικὸς διανομέας ἔφυγε ἀπὸ τὸ Ταχυδρομεῖο του μὲ 308 ἐπιστολές. Ὅταν ἐπέστρεψε εἶχε μόνο 29. Πόσες ἐπιστολὲς μοίρασε ;

4. Ἄλλος ταχυδρομικὸς διανομέας εἶχε μιὰ ἐπιταγὴ 1.755 δραχμῶν. Ἔδωσε στὸν παραλήπτη της 2.000 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πῆρε ρέστα ;

5. Στὸ Ταχυδρομεῖο Λαμίας ἔφτασαν 1.362 δέματα. Ἀπὸ αὐτὰ 973 προωρίζονταν γιὰ τὴν Ἀθήνα καὶ τὰ ὑπόλοιπα γιὰ τὴ Θεσσαλονίκη. Πόσα δέματα προωρίζονταν γιὰ τὴ Θεσσαλονίκη ;

6. Στὸ Ταχυδρομεῖο τοῦ Πειραιᾶ ἔφτασαν 1.971 ἐπιστολές. Κατὰ τὴν ταξινόμησι βρέθηκαν ὅτι οἱ 783 προωρίζονταν γιὰ ναῦτες καὶ οἱ ὑπόλοιπες γιὰ τὴν πόλι. Πόσες ἐπιστολὲς προωρίζονταν γιὰ τὴν πόλι τοῦ Πειραιᾶ ;

7 Ἕνα ἀεροπλάνο τῆς Ὀλυμπιακῆς Ἀεροπορίας μετέφερε ἀπὸ τὸ Ἡράκλειο Κρήτης στὴν Ἀθήνα ταχυδρομικοὺς σάκκους μὲ δέματα κι ἐπιστολὲς ποὺ ζύγιζαν 1.005 κιλά. Ἂν τὰ δέματα ζύγιζαν 998 κιλά, πόσα κιλὰ ζύγιζαν οἱ ἐπιστολές ;

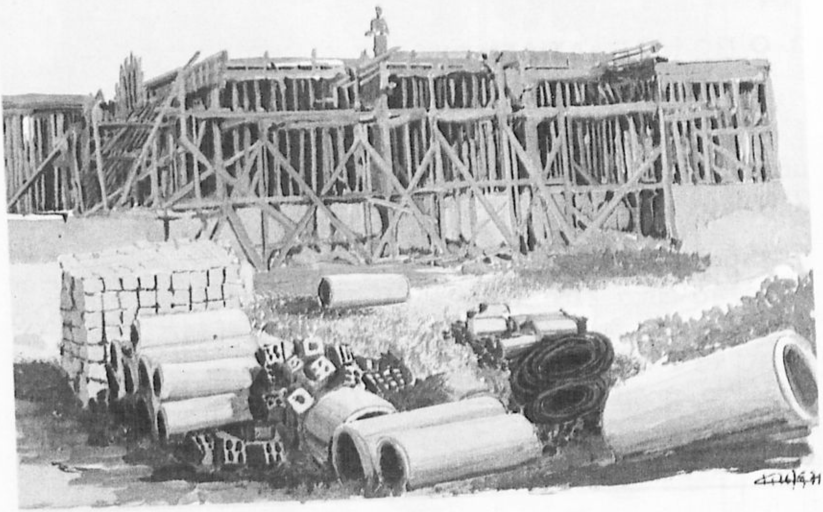
8. Ὁ Πέτρος πῆγε νὰ ταχυδρομήση στὸν ἀδερφό του, ποὺ ὑπηρετεῖ στρατιώτης, 1.105 δραχμές. Ἔδωσε στὸν ὑπάλληλο τὴν ἐπιταγὴ καὶ 2.000 δραχμές. Πόσα ρέστα θὰ πάρη ;

9. Ἡ Μαρία ἔστειλε στὴν ἀδερφή της, τὴν Παρασκευή, ποὺ σπουδάζει στὴν Ἀθήνα, μιὰ ἐπιταγὴ καὶ τῆς περίσσεψαν 397 δραχμές. Πόσων δραχμῶν ἦταν ἡ ἐπιταγή, ἂν ἡ Μαρία, προτοῦ τὴ στείλη, εἶχε 1.572 δραχμές ;

10. Δύο ταχυδρόμοι συναντήθηκαν στὸν δρόμο. Ὁ πρῶτος, ποὺ εἶχε 317 ἐπιστολές, ρωτᾶ τὸν δεύτερο : πόσες ἐπιστολὲς ἔχεις ; Καὶ ὁ δεύτερος ἀπαντᾶ : ἂν στὶς δικές μου ἐπιστολὲς προσθέσης τὶς δικές σου, ὅλες μαζὶ θὰ εἶναι 905. Πόσες ἐπιστολὲς εἶχε ὁ δεύτερος ;

11. Δύο ταχυδρομικοὶ σάκκοι περιεῖχαν 1.675 ἐπιστολές. Ἂν ὁ ἕνας περιεῖχε 798 ἐπιστολές, πόσες ἐπιστολὲς περιεῖχε ὁ ἄλλος;

12. Ἕνας ταχυδρόμος εἶχε 1.963 δραχμές. Πλήρωσε δύο ἐπιταγές. Ἡ μιὰ ἦταν 632 δραχμῶν. Πόσων δραχμῶν ἦταν ἡ ἄλλη, ἂν τοῦ ἔμειναν 102 δραχμές ;



Ὑλικὰ οἰκοδομῶν

Οἰκοδομικὰ ὑλικὰ λέγονται τὰ ὑλικά, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦν οἱ οἰκοδόμοι, γιὰ νὰ κτίζουν τὰ σπίτια, τὰ καταστήματα καὶ γενικὰ ὅλα τὰ κτίσματα, τὰ ὁποῖα ἐξυπηρετοῦν βασικὲς ἀνάγκες τῆς ζωῆς μας.

Τὰ ὑλικὰ αὐτὰ πουλιοῦνται σὲ ὑπαίθριους συνήθως χώρους, ποὺ λέγονται μάντρες. Τέτοια ὑλικὰ εἶναι : ἡ ἄμμος, οἱ πέτρες, τὰ μάρμαρα, τὰ τοῦβλα, τὰ κεραμίδια, οἱ τσιμεντόλιθοι, τὸ τσιμέντο, τὰ σίδερα, οἱ σωλῆνες, οἱ πλάκες, τὸ χαλίκι καὶ πολλὰ ἄλλα.

Οἱ οἰκοδόμοι ἀγοράζουν τὰ οἰκοδομικὰ ὑλικὰ ἀπὸ τὶς μάντρες καὶ τὰ μεταφέρουν στοὺς τόπους ἐργασίας μὲ ἀνατρεπόμενα αὐτοκίνητα.

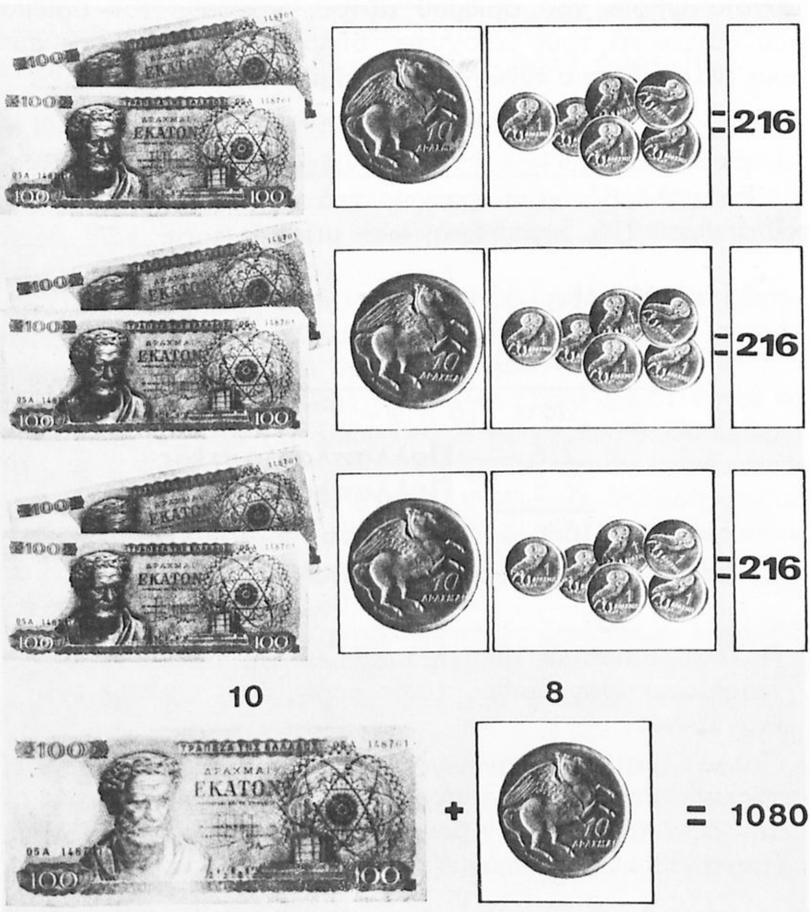
Στὰ χωριὰ καὶ στὶς μικρότερες πόλεις οἱ οἰκοδόμοι ὡρισμένα οἰκοδομικὰ ὑλικά, ὅπως τὶς πέτρες, τὴν ἄμμο, τὰ ξύλα κλπ. δὲν τ' ἀγοράζουν ἀπὸ μάντρες, ἀλλὰ τὰ ἑτοιμάζουν οἱ ἴδιοι στὰ λατομεῖα (νταμάρια) ἢ στὸ δάσος.

3. Ο ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

Πρόβλημα. Ὁ Θανάσης, ὁ οἰκοδόμος, ἀγόρασε ἀπὸ τὴ μάντρα τοῦ μπαρμπα-Νίκου 5 νεροχύτες μαρμάρινους πρὸς 216 δραχμὲς τὸν ἕνα. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε;

Λύσι. Ἂν ὁ Θανάσης ἀγόραζε 1 νεροχύτη, θὰ ἔδινε στὸν μπαρμπα-Νίκο 216 δραχμές. Ἂν ἀγόραζε 2 νεροχύτες, θὰ ἔδινε 2 φορὲς τὶς 216 δραχμές. Ἀφοῦ ὅμως ἀγόρασε 5 νεροχύτες, θὰ δώση 5 φορὲς τὶς 216 δραχμές. Ἄρα, γιὰ νὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα, πρέπει νὰ ἐπαναλάβωμε τὸν ἀριθμὸ 216 (τὴν ἀξία δηλαδὴ τοῦ ἑνὸς νεροχύτη) 5 φορὲς (ὅσοι εἶναι οἱ νεροχύτες).

α) Παραστατικὰ



᾿Απάντησι. Ἄρα ὁ Θανάσης, γιὰ ν᾿ ἀγοράση τοὺς 5 νεροχύτες, πλήρωσε στὸν μπαρμπα-Νίκο 1.080 δρχ.

β) Πρακτικὰ

Γράφομε πρῶτα τὸν ἀριθμὸ ποὺ φανερώνει τὴν τιμὴ τοῦ ἑνὸς νεροχύτη, δηλαδὴ τὸ 216. Μετά, κάτω ἀπὸ τὸ τελευταῖο ψηφίο τοῦ ἀριθμοῦ αὐτοῦ, γράφομε τὸν ἀριθμὸ ποὺ φανερώνει τοὺς νεροχύτες, δηλαδὴ τὸ 5. Ἔπειτα σύρομε ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα. Νά ἔτσι:

216 δραχμὲς τιμὴ ἑνὸς νεροχύτη
× 5 νεροχύτες

Ἐπαναλαμβάνομε τώρα χωριστὰ τὶς τάξεις τῶν ψηφίων τοῦ ἀριθμοῦ 216, 5 φορὲς τὴν κάθε μιά.

		Χ.	Ε.	Δ.	Μ.
Μονάδες	6 × 5 =			3	0
Δεκάδες	1 × 5 =			5	
Ἑκατοντάδες	2 × 5 =	1	0		
Ὥστε	216 × 5 =	1	0	8	0 ἢ

216 ⟶ **Πολλαπλασιαστέος**
× 5 ⟶ **Πολλαπλασιαστὴς**
1080 ⟶ **Γινόμενο**

Ἡ πρᾶξι ποὺ κάναμε λέγεται **πολλαπλασιασμός.**

Πολλαπλασιασμὸς εἶναι ἡ πρᾶξι μὲ τὴν ὁποία ἐπαναλαμβάνομε ἕναν ἀριθμὸ τόσες φορές, ὅσες μονάδες ἔχει ἕνας ἄλλος.
Πολλαπλασιασμὸ κάνομε, ὅταν γνωρίζωμε τὴν ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας ἑνὸς πράγματος καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μονάδων του ἢ ὅταν θέλωμε νὰ ἐπαναλάβωμε ἕναν ἀριθμὸ πολλὲς φορές.

- Στὸν πολλαπλασιασμὸ ἔχομε δύο ἀριθμούς: τὸν **πολλαπλασιαστέο** καὶ τὸν **πολλαπλασιαστή.** Καὶ οἱ δύο μαζὶ λέγονται **παράγοντες.**

- Ὁ ἀριθμός, ὁ ὁποῖος φανερώνει κάτι, λέγεται **συγκεκριμένος.** Ὁ ἀριθμός, ὁ ὁποῖος δὲν φανερώνει τίποτε, λέγεται **ἀφηρημένος.**

- Ὁ πολλαπλασιαστὴς θεωρεῖται πάντοτε ὡς ἀφηρημένος ἀριθμός.

• Τὸν νέο ἀριθμὸ ποὺ βρίσκομε ἀπὸ τὴν πρᾶξι τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τὸν ὀνομάζομε **γινόμενο.** Ὁ πολλαπλασιαστέος καὶ τὸ γινόμενο εἶναι πάντοτε ποσὰ **ὁμοειδῆ.**

Οἱ ἰδιότητες τοῦ πολλαπλασιασμοῦ

α) **Ἡ «ἀντιμεταθετικότης»:** Μποροῦμε καὶ στὸν πολλαπλασιασμό, ὅπως καὶ στὴν πρόσθεσι, ν' ἀλλάξωμε τὴ σειρὰ τῶν παραγόντων, χωρὶς νὰ ἔχωμε ἀντίστοιχη ἀλλαγὴ τοῦ γινομένου· π.χ.

$216 \times 5 = 1.080$ ἢ $5 \times 216 = 1.080$. Ἡ «ἀντιμεταθετικότης» ἰσχύει στὸν πολλαπλασιασμό, μόνο ὅταν οἱ παράγοντες εἶναι ἀφηρημένοι ἀριθμοί.

β) **Ἡ «ἐπιμεριστικότης»:** Ἄς ὑποθέσωμε ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τὸν ἀριθμὸ 10 μὲ τὸν ἀριθμὸ 6. Θὰ ἔχωμε: $10 \times 6 = 60$. Τὸ ἴδιο γινόμενο θὰ ἔχωμε, καὶ ἂν ἐπιμερίσωμε τὸν ἀριθμὸ 10 (ἢ καὶ τὸν 6), τὸν χωρίσωμε δηλαδὴ σὲ δύο ἀριθμούς, ποὺ νὰ ἔχουν ἄθροισμα 10 (ἢ 6). Ἄς ἐπιμερίσωμε τὸ 10 σὲ 7 καὶ 3. Θὰ ἔχωμε $6 \times 10 = 6 \times (7 + 3) = 6 \times 7 + 6 \times 3 = 42 + 18 = 60$.

γ) **Ἡ «προσεταιριστικότης»:** Ἄς ὑποθέσωμε τώρα ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τοὺς ἀριθμοὺς $3 \times 4 \times 5$. Παρατηροῦμε ὅτι: $(3 \times 4) \times 5 = 12 \times 5 = 60$, $3 \times (4 \times 5) = 3 \times 20 = 60$, δηλαδὴ $(3 \times 4) \times 5 = 3 \times (4 \times 5)$. Ὥστε, σ' ἕνα γινόμενο τριῶν παραγόντων, τὸ γινόμενο τῶν δύο πρώτων ἐπὶ τὸν τρίτο ἰσοῦται μὲ τὸν πρῶτο ἐπὶ τὸ γινόμενο τῶν δύο ἄλλων.

δ) Κάθε ἀριθμός, ὅταν πολλαπλασιαστῆ μὲ τὸ μηδέν, μηδενίζεται· π.χ. $5 \times 0 = 0$, $7 \times 0 = 0$, $0 \times 15 = 0$, $145 \times 0 = 0$ κλπ.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 3×10 β) 10×3 γ) 10×30 δ) 30×10 ε) 11×30 στ) $5 \times 2 \times 4$ ζ) $5 \times 1 \times 0$ η) $10 \times (5 + 4)$ θ) $5 \times (8 + 6)$ ι) $6 \times (10 + 5)$ ια) 0×10 ιβ) $5 \times (0 + 1)$ ιγ) $0 \times (9 + 6)$ ιδ) $3 \times 5 \times 0$ ιε) $2 \times 10 \times 15$

2. Γραπτῶς

Νὰ κάμετε τοὺς πολλαπλασιασμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν :

α) 235	β) 156	γ) 189	δ) 325	ε) 448
× 8	× 9	× 9	× 6	× 4
στ) 124	ζ) 108	η) 19	θ) 85	ι) 14
× 12	× 15	× 102	× 23	× 127

Προβλήματα πολλαπλασιασμοῦ

1. Ὁ μπαρμπα-Νίκος πούλησε 85 σακκιὰ τσιμέντο πρὸς 23 δρχ. τὸ ἕνα. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

2. Ὁ Θανάσης ἀγόρασε ἀπὸ τὴ μάντρα τοῦ μπαρμπα-Κώστα 75 πήλινους σωλῆνες πρὸς 25 δρχ. τὸν ἕνα. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

3. Ὁ ἴδιος οἰκοδόμος ἀγόρασε καὶ 329 κιλὰ σίδερα πρὸς 5 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

4. Ὁ Γιῶργος ἔχει ἀνατρεπόμενο αὐτοκίνητο καὶ συμφώνησε νὰ μεταφέρη στὴν οἰκοδομὴ τοῦ Θανάση 18 φορτία ἄμμου πρὸς 110 δραχμὲς τὸ ἕνα. Πόσες δραχμὲς θὰ πάρη ;

5. Ὁ μπαρμπα-Κώστας θέλησε νὰ τακτοποιήση καλύτερα τὰ ὑλικὰ ποὺ εἶχε στὴ μάντρα του. Γιὰ τὸν σκοπὸ αὐτὸ πῆρε 11 ἐργάτες, οἱ ὁποῖοι σὲ μιὰ μέρα τακτοποίησαν τὰ ὑλικά. Πόσες δρχ. τοῦ στοίχισε ἡ τακτοποίησι τῶν ὑλικῶν, ἂν πλήρωσε τὸν κάθε ἐργάτη 175 δραχμές ;

6. Ὁ Γιῶργος μετέφερε στὴ μάντρα τοῦ μπαρμπα-Νίκου 425 σακκιὰ τσιμέντο πρὸς 3 δραχμὲς τὸ ἕνα. Πόσες δραχμὲς θὰ πάρη ;

7. Ὁ Χρῆστος, ὁ σοβατζής, ἀγόρασε 32 σακκιὰ μαρμαρόσκονη πρὸς 45 δραχμὲς τὸ ἕνα. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

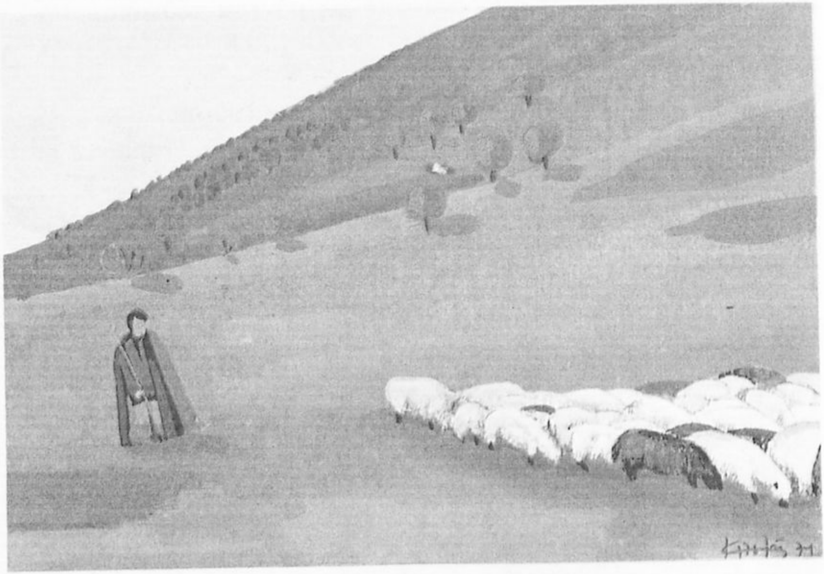
8. Ὁ Θανάσης ἀγόρασε 25 ζεύγη καδρονιῶν πρὸς 40 δραχμὲς τὸ ἕνα καδρόνι. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

9. Ὁ μπαρμπα-Κώστας πούλησε 15 μεταλλικοὺς σωλῆνες. Κάθε σωλήνας εἶχε μῆκος 12 μέτρα. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε, ἂν τοὺς πούλησε πρὸς 10 δραχμὲς τὸ μέτρο ;

10. Ὁ Θανάσης ἀγόρασε ἀπὸ τὴ μάντρα τοῦ μπαρμπα-Νίκου 4 κουλλοῦρες σύρμα πρὸς 9 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε, ἂν ἡ κάθε κουλλούρα ζύγιζε 55 κιλά ;

11. Ἕνας οἰκοδόμος ἀγόρασε 12 μεταλλικοὺς σωλῆνες πρὸς 18 δραχμὲς τὸ μέτρο. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε, ἂν τὸ μῆκος κάθε σωλήνα ἦταν 8 μέτρα ;

12. Ἕνας ἠλεκτρολόγος ἀγόρασε 2 κουλλοῦρες καλώδιο πρὸς 17 δραχμὲς τὸ μέτρο. Πόσα χρήματα πλήρωσε, ἂν ἡ κάθε κουλλούρα εἶχε μῆκος 54 μέτρα ;



Ἡ στάνη τοῦ γερο-Μήτρου

Ὁ γερο-Μῆτρος εἶναι κτηνοτρόφος. Τὴν ἄνοιξι ἀνεβαίνει μὲ τὰ κοπάδια του καὶ τοὺς ὑποτακτικούς του ἀπὸ τὰ χειμαδιὰ ψηλὰ στὶς κορφὲς τῶν Ἀγράφων. Ἐκεῖ σὲ μιὰ μαγευτικὴ ραχούλα, κάτω ἀπὸ γέρικα ἔλατα, τακτοποιεῖ τὴ στάνη του.

Ἀπὸ τὸ γάλα τῶν κοπαδιῶν του ὁ γερο-Μῆτρος, μὲ τὴν πολύχρονη πεῖρα ποὺ τὸν διακρίνει, θὰ πήξη τὸ γιαούρτι καὶ τη φέτα, θὰ κάμη στὸ τυροκομεῖο του τὸ κεφαλοτύρι, τὸ μανούρι, τὴ μυζήθρα, θὰ βγάλη τὸ βούτυρο κλπ.

Ὅλα αὐτά, ποὺ μὲ τόση τέχνη καὶ προσοχὴ ἑτοιμάζει ὁ γερο-Μῆτρος, τὰ πουλάει καὶ κερδίζει ἀρκετὰ χρήματα. Μὲ τὰ χρήματα αὐτὰ νοικιάζει τὰ λιβάδια ποὺ βόσκουν τὰ κοπάδια του καὶ πληρώνει τοὺς τσοπάνηδες, τοὺς φόρους, τὰ ἔξοδα τῶν παιδιῶν του ποὺ σπουδάζουν στὴν Ἀθήνα κλπ.

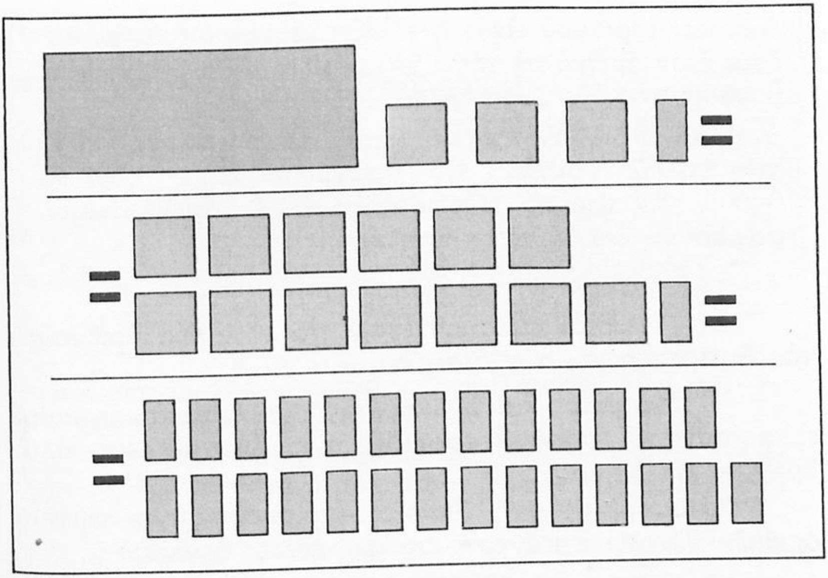
4. Η ΔΙΑΙΡΕΣΙ

I) Ἡ διαίρεσι μερισμοῦ

Πρόβλημα. Ὁ γερο-Μῆτρος πούλησε 5 κιλὰ τυρὶ καὶ εἰσέπραξε 135 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ 1 κιλό ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσες δραχμὲς πούλησε ὁ γερο-Μῆτρος τὸ ἕνα κιλὸ τυρί, πρέπει νὰ μοιράσωμε τὶς 135 δραχμὲς σὲ 5 ἴσα μέρη.

α) Παραστατικὰ



Ἀπάντησι. Ἄρα ὁ γερο-Μῆτρος πούλησε τὸ τυρὶ πρὸς 27 δραχμὲς τὸ 1 κιλό.

β) Πρακτικὰ

Γράφομε πρῶτα τὸν ἀριθμὸ ποὺ θέλομε νὰ μοιράσωμε, δηλαδὴ τὸ 135. Ἔπειτα, δίπλα του καὶ πρὸς τὰ δεξιά, γράφομε τὸν ἀριθμὸ ποὺ μᾶς λέει σὲ πόσα ἴσα μέρη πρέπει νὰ μοιράσωμε τὸ 135, δηλαδὴ τὸ 5. Νά, ἔτσι :

Διαιρετέος ⟵	1'3'5'	5	⟶ **Διαιρέτης**
	35	27	⟶ **Πηλίκο**
Ὑπόλοιπο ⟵	0		⟶ **Σημεῖο τῆς διαιρέσεως**

Ἡ πρᾶξι ποὺ κάναμε, γιὰ νὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα, λέγεται **διαίρεσι μερισμοῦ**.

Διαίρεσι μερισμοῦ εἶναι ἡ πρᾶξι μὲ τὴν ὁποία μοιράζομε ἕναν ἀριθμὸ σὲ τόσα ἴσα μερίδια, ὅσα δείχνουν οἱ μονάδες ποὺ ἔχει ἕνας ἄλλος.

Διαίρεσι μερισμοῦ κάνομε, ὅταν γνωρίζωμε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μονάδων ἑνὸς πράγματος καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας του ἢ ὅταν θέλωμε νὰ μοιράσωμε ἕνα ποσὸ σὲ ἴσα μέρη.

- Στὴ διαίρεσι μερισμοῦ ἔχομε πάντοτε δύο ἀριθμούς : τὸν **διαιρετέο** καὶ τὸν **διαιρέτη.**
- Ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης στὴ διαίρεσι μερισμοῦ εἶναι πάντοτε ποσὰ **ἑτεροειδῆ**· π.χ. δραχμὲς καὶ κιλά, δραχμὲς καὶ μέτρα.
- Ὁ διαιρέτης στὴ διαίρεσι μερισμοῦ συγκεκριμένων ἀριθμῶν θεωρεῖται πάντοτε ὡς ἀφηρημένος ἀριθμός.
- Ὁ ἀριθμὸς ποὺ ἐξάγεται ἀπὸ τὴν πρᾶξι τῆς διαιρέσεως ὀνομάζεται **πηλίκο.**
- Ὅταν ἡ πρᾶξι τῆς διαιρέσεως ἀφήνη ὑπόλοιπο μηδέν, λέγεται **τελεία.** Ὅταν ἀφήνη ὑπόλοιπο ἄλλον ἀριθμὸ (ἐκτὸς ἀπὸ μηδέν), λέγεται **ἀτελής.**

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 15 : 3 β) 25 : 5 γ) 36 : 6 δ) 45 : 9 ε) 80 : 8 στ) 99 : 9 ζ) 100 : 10 η) 90 : 15 θ) 100 : 20 ι) 150: 50 ια) 1.000 : 100 ιβ) 2.000 : 200

2. Γραπτῶς

α) 150 : 3 β) 225 : 9 γ) 378 : 6 δ) 770 : 7 ε) 864:8 στ) 936 : 9 ζ) 1.008 : 36 η) 1.350 : 25 θ) 1.540 : 44 ι) 1.638 : 63 ια) 1.610 : 35 ιβ) 1.863 : 69 ιγ) 1.500: 125 ιδ) 1.375 : 125 ιε) 1.632 : 136 ιστ) 1.450 : 145 ιζ) 1.692 : 188 ιη) 2.000 : 250

Προβλήματα διαιρέσεως μερισμοῦ

1. Ὁ κ. Νίκος ἀγόρασε ἀπὸ τὴ στάνη τοῦ γερο-Μήτρου 6 δοχεῖα γάλα γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ γαλακτοπωλείου του καὶ πλήρωσε 354 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ 1 δοχεῖο ;

2. Ὁ Ντίνος ἀγόρασε ἀπὸ τὴ στάνη τοῦ γερο-Μήτρου 7 γέρικα πρόβατα καὶ πλήρωσε 1.925 δρχ. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ ἕνα ;

3. Ὁ γερο-Μῆτρος πούλησε 32 κιλὰ βούτυρο καὶ εἰσέπραξε 1.792 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ ἕνα κιλό ;

4. Ὁ πατέρας τοῦ Δημητράκη ἀγόρασε ἀπὸ τὴ στάνη τοῦ γερο-Μήτρου 37 κιλὰ κεφαλοτύρι καὶ πλήρωσε 1.591 δρχ. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα κιλό ;

5. Ὁ γερο-Μῆτρος ἀγόρασε 1.950 κιλὰ καλαμπόκι, γιὰ νὰ περιποιηθῆ 65 ἀδύνατα ζῶα του. Πόσα κιλὰ ἀναλογοῦν στὸ καθένα ;

6. Ὁ μπαρμπα-Γιῶργος πούλησε 68 κιλὰ μυζήθρα καὶ πῆρε 1.904 δρχ. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ ἕνα κιλό ;

7. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε γιὰ τὶς ἀνάγκες τῆς οἰκογένειάς του 72 κιλὰ λάδι καὶ πλήρωσε 1.944 δραχ. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα κιλό;

8. Ὁ γερο-Μῆτρος πούλησε τὴν ἄνοιξι 255 κιλὰ γάλα καὶ πῆρε 1.350 δρχ. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ ἕνα κιλό ;

9. Ὁ ἴδιος πούλησε καὶ 166 κιλὰ γιαούρτι καὶ πῆρε 1.992 δρχ. Πόσο πούλησε τὸ ἕνα κιλό ;

10. Ὁ μπαρμπα-Γιῶργος πούλησε 118 κιλὰ μαλλιὰ καὶ πῆρε 1.888 δρχ. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ ἕνα κιλό ;

2) Ἡ διαίρεσι μετρήσεως

Πρόβλημα. Ὁ γερο-Μῆτρος ἄδειασε ἀπὸ ἕνα μεγάλο βαρέλι 150 κιλὰ τυρὶ σὲ δοχεῖα, ποὺ τὸ καθένα χωροῦσε 15 κιλά. Πόσα τέτοια δοχεῖα γέμισε ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε σὲ πόσα δοχεῖα τῶν 15 κιλῶν ἄδειασε ὁ γερο-Μῆτρος τὰ 150 κιλὰ τυρὶ ἀπὸ τὸ μεγάλο βαρέλι, πρέπει νὰ μετρήσωμε πόσες φορὲς χωράει ὁ ἀριθμὸς 15 μέσα στὸν ἀριθμὸ 150. Πρέπει δηλαδὴ νὰ διαιρέσωμε τὸ 150 μὲ τὸ 15.

α) Παραστατικὰ

150 κιλὰ

$$150 - 15 = 135$$
$$135 - 15 = 120$$
$$120 - 15 = 105$$
$$105 - 15 = 90$$
$$90 - 15 = 75$$
$$75 - 15 = 60$$
$$60 - 15 = 45$$
$$45 - 15 = 30$$
$$30 - 15 = 15$$
$$15 - 15 = 0$$

15 κιλὰ

Ἀπάντησι. Ὥστε ὁ γερο-Μῆτρος μὲ τὰ 150 κιλὰ τυρὶ γέμισε 10 δοχεῖα τῶν 15 κιλῶν.

β) Πρακτικὰ

Γράφομε πρῶτα τὸν ἀριθμό, ὁ ὁποῖος φανερώνει τὰ κιλὰ ποὺ ἔχει τὸ βαρέλι, δηλαδὴ τὸ 150. Δίπλα ἀπὸ αὐτὸν καὶ πρὸς τὰ δεξιά του γράφομε τὸν ἀριθμό, ὁ ὁποῖος φανερώνει τὰ κιλὰ ποὺ χωράει τὸ καθένα ἀπὸ τὰ δοχεῖα, δηλαδὴ τὸ 15. Νά, ἔτσι :

Διαιρετέος ⟵ 15΄0΄ | 15 → **Διαιρέτης**

Ὑπόλοιπο ⟵ 0 0 | 10 → **Πηλίκο**

| ⟶ **Σημεῖο τῆς διαιρέσεως**

Ἀπὸ τὰ παραπάνω καταλήγομε στὸ συμπέρασμα ὅτι :

Διαίρεσι μετρήσεως εἶναι ἡ πρᾶξι μὲ τὴν ὁποία βρίσκομε πόσες φορὲς χωράει ἕνας ἀριθμὸς σ᾽ ἕναν ἄλλο.

Διαίρεσι μετρήσεως κάνομε, ὅταν γνωρίζωμε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μονάδων ἑνὸς πράγματος καὶ τὴν ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας του καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὶς πολλὲς μονάδες ἢ ὅταν θέλωμε νὰ βροῦμε πόσες φορὲς ἕνας ἀριθμὸς περιέχεται σ᾽ ἕναν ἄλλο.

- Ὅπως στὴ διαίρεσι μερισμοῦ ἔτσι καὶ στὴ διαίρεσι μετρήσεως ἔχομε πάντοτε δύο ἀριθμούς : τὸν **διαιρετέο** καὶ τὸν **διαιρέτη.**

- Ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης στὴ διαίρεσι μετρήσεως εἶναι πάντοτε ποσὰ **ὁμοειδῆ·** π.χ. κιλὰ καὶ κιλὰ κλπ.

- Ὁ ἀριθμὸς ποὺ ἐξάγεται ἀπὸ τὴν πρᾶξι τῆς διαιρέσεως ὀνομάζεται **πηλίκο.**

- Ὅταν ἡ πρᾶξι τῆς διαιρέσεως ἀφήνῃ ὑπόλοιπο μηδέν, λέγεται **τελεία.** Ὅταν ἀφήνῃ ὑπόλοιπο ἄλλον ἀριθμό, λέγεται **ἀτελής.**

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 81 : 9 β) 105 : 5 γ) 210 : 2 δ) 250 : 5 ε) 500:10 στ) 600 : 6 ζ) 230 : 10 η) 1.000 : 50 θ) 1.500 : 15 ι) 1.800 : 180 ια) 2.000 : 100 ιβ) 2.000 : 500

2. Γραπτῶς

α) 1.955 : 25 β) 1.711 : 50 γ) 1.650 : 75 δ) 1.859 : 11 ε) 1.980 : 99 στ) 1.875 : 75 ζ) 2.000 : 65 η) 1.908 : 81 θ) 1.050 : 25 ι) 1.625 : 45 ια) 1.020 : 34 ιβ) 2.000 : 125 ιγ) 1.800 : 150 ιδ) 1.238 : 119 ιε) 1.632 : 408 ιστ) 1.835 : 145 ιζ) 2.000 : 154 ιη) 1.909 : 173

Προβλήματα διαιρέσεως μετρήσεως

1. Ὁ γερο-Μῆτρος πούλησε βούτυρο πρὸς 56 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ εἰσέπραξε 1.680 δραχμές. Πόσα κιλὰ πούλησε ;

2. Ὁ πατέρας τῆς Ἀθηνᾶς ἀγόρασε ἀπὸ τὴ στάνη τοῦ γερο-Μήτρου μανούρι πρὸς 65 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ πλήρωσε 1.755 δραχμές. Πόσα κιλὰ ἀγόρασε ;

3. Ἡ κυρα-Μήτραινα ἀγόρασε νῆμα, γιὰ νὰ ὑφάνη φλοκάτες στὸν ἀργαλειὸ πρὸς 64 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ πλήρωσε 1.984 δραχμές. Πόσα κιλὰ νῆμα ἀγόρασε ;

4. Ἡ μητέρα τῆς Καίτης ἀγόρασε ἀπὸ τὴ στάνη τοῦ μπαρμπα-Γιώργου τυρὶ φέτα πρὸς 32 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ πλήρωσε 1.952 δραχμές. Πόσα κιλὰ τυρὶ ἀγόρασε ;

5. Ὁ μπαρμπα-Γιῶργος θέλει νὰ βάλη σὲ βαρέλια τῶν 25 κιλῶν 1.975 κιλὰ τυρί. Πόσα βαρέλια θὰ χρειαστῆ ;

6. Ἡ κυρα-Μήτραινα ἀνέλαβε νὰ βάλη σὲ δοχεῖα τῶν 45 κιλῶν 1.890 κιλὰ τυρί. Πόσα δοχεῖα θὰ χρειαστῆ ;

7. Ὁ γερο-Μῆτρος ἀγόρασε βαρέλια πρὸς 135 δραχμὲς τὸ ἕνα καὶ πλήρωσε 1.890 δραχμές. Πόσα βαρέλια ἀγόρασε ;

8. Ὁ μπαρμπα-Γιῶργος ἀγόρασε δοχεῖα πρὸς 144 δραχμὲς τὴ δωδεκάδα καὶ πλήρωσε 1.872 δραχμές. Πόσες δωδεκάδες δοχεῖα ἀγόρασε ;

9. Ὁ γερο-Μῆτρος ἀγόρασε ἀλεύρι πρὸς 263 δραχμὲς τὸ τσουβάλι καὶ πλήρωσε 1841 δραχμές. Πόσα τσουβάλια ἀλεύρι ἀγόρασε ;

10. Ὁ Τάσος ἐργάζεται στὸ τυροκομεῖο τοῦ γερο-Μήτρου καὶ παίρνει 117 κιλὰ τυρὶ τὸ μῆνα. Ὅταν ἔφυγε, πῆρε 702 κιλὰ τυρί. Πόσους μῆνες ἐργάστηκε ;

Προβλήματα τῶν τεσσάρων πράξεων

1. Ἡ κυρα-Νίκη ἀγόρασε 12 κιλὰ ἐλιὲς πρὸς 31 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ διάφορα ἄλλα τρόφιμα. Ἀγόρασε ἀκόμη κι ἕνα ἠλεκτρικὸ σίδερο ἀξίας 439 δραχμῶν. Πλήρωσε συνολικὰ 1.002 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὰ ἄλλα τρόφιμα ;

2. Ὁ πατέρας τῆς Ἀθηνᾶς ἀγόρασε 5 κιλὰ ρύζι πρὸς 11 δραχμὲς τὸ κιλό, 7 κιλὰ λάδι πρὸς 32 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ 8 κιλὰ βούτυρο πρὸς 56 δραχμὲς τὸ κιλό. Ἔδωσε στὸν παντοπώλη ἕνα χιλιόδραχμο. Πόσα ρέστα θὰ πάρῃ ;

3. Δύο γεωργοὶ ἄλλαξαν φασόλια μὲ φακές. Ὁ α' ἔδωσε στὸν β' 3 σακκιὰ φασόλια, ποὺ τὸ καθένα ζύγιζε 50 κιλά, καὶ ὁ β' στὸν α' 4 σακκιὰ φακές, ποὺ τὸ καθένα ζύγιζε 45 κιλά. Τὰ φασόλια τὰ ὑπολόγισαν πρὸς 12 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ τὶς φακὲς πρὸς 10 δραχμές. Χρωστάει κανεὶς στὸν ἄλλο καὶ πόσες δραχμές;

4. Ὁ κύριος Μυλωνᾶς ἀγόρασε 4 χαρτοκιβώτια τοματοπολτοῦ. Τὸ κάθε χαρτοκιβώτιο περιεῖχε 6 δοχεῖα καὶ κάθε δοχεῖο 5 κιλὰ τοματοπολτοῦ. Πόσες δραχμὲς κέρδισε, ἂν ἀγόρασε τὸ κιλὸ πρὸς 13 δραχμὲς καὶ τὸ πούλησε πρὸς 15 ;

5. Ὁ μπαρμπα-Κώστας πούλησε 445 κιλὰ σίδερα πρὸς 4 δραχμὲς τὸ κιλό. Τὰ χρήματα ποὺ εἰσέπραξε τὰ διέθεσε, γιὰ ν' ἀγοράσῃ 89 σωλῆνες πήλινους. Πόσο ἀγόρασε τὸν ἕνα ;

6. Ὁ μπαρμπα-Νίκος πούλησε 85 σακκιὰ τσιμέντο καὶ πῆρε 1.870 δρχ. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ ἕνα σακκί, ἂν κέρδισε ἀπ' ὅλα 340 δραχμές ;

7. Ὁ γερο-Μῆτρος πούλησε 47 κιλὰ κεφαλοτύρι πρὸς 42 δραχμὲς τὸ κιλό. Μὲ τὰ χρήματα ποὺ εἰσέπραξε ἀγόρασε 27

κιλὰ λάδι καὶ τοῦ ἔμειναν 1.110 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα κιλὸ λάδι ;

8. Κάποιος παντοπώλης ἀγόρασε 140 κιλὰ φασόλια καὶ πλήρωσε 1.680 δρχ. Ἀφοῦ πούλησε 125 κιλά, εἰσέπραξε τὰ χρήματα ποὺ ἔδωσε νὰ τ' ἀγοράση καὶ 70 δραχμὲς ἀκόμη. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ ἕνα κιλὸ καὶ πόσα κιλὰ φασόλια τοῦ ἔμειναν ἀπούλητα ;

9. Ὁ κύριος Μυλωνᾶς εἶχε στὸ κατάστημά του ρύζι ἀξίας 1.944 δραχμῶν. Πούλησε κάμποσα κιλὰ πρὸς 12 δραχμὲς τὸ ἕνα. Τὸ ὑπόλοιπο ἀξίζει 840 δραχμές. Πόσα κιλὰ ρύζι πούλησε;

10. Κάποιος ταχυδρόμος εἶχε στὴν τσάντα του 107 ἐπιστολὲς συστημένες καὶ ἁπλές. Οἱ ἁπλὲς ἦταν 27 περισσότερες ἀπὸ τὶς συστημένες. Πόσες ἦταν οἱ ἁπλὲς καὶ πόσες οἱ συστημένες ;

11. Ἡ Χρυσάνθη εἶχε χρεωθῆ 931 γραμματόσημα τῆς μιᾶς καὶ τῶν τριῶν δραχμῶν. Τὰ γραμματόσημα τῆς μιᾶς δραχμῆς ἦταν 467 περισσότερα ἀπὸ τὰ γραμματόσημα τῶν τριῶν δραχμῶν. Πόσες δραχμὲς θὰ εἰσπράξη ἀπὸ τὴν πώλησί τους ;

12. Ὁ γερο-Μῆτρος φόρτωσε 1.850 κιλὰ σὲ 10 μουλάρια καὶ 8 ἄλογα. Σὲ κάθε μουλάρι φόρτωσε 5 κιλὰ περισσότερα ἀπ' ὅσα σὲ κάθε ἄλογο. Πόσα κιλὰ φόρτωσε σὲ κάθε μουλάρι καὶ πόσα σὲ κάθε ἄλογο ;

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΟΙ ΠΟΛΥΨΗΦΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α. ΓΕΝΙΚΑ

Στὸ πρῶτο μέρος τῆς Ἀριθμητικῆς μας ἐπαναλάβαμε τοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ 1 - 2.000 καὶ πάνω σ᾿ αὐτοὺς τὶς πράξεις τῆς προσθέσεως, τῆς ἀφαιρέσεως, τοῦ πολλαπλασιασμοῦ καὶ τῆς διαιρέσεως, ποὺ μάθαμε στὴν Γ΄ τάξι.

Οἱ ἀριθμοὶ ὅμως δὲν τελειώνουν στὸ 2.000. Συνεχίζονται καὶ ἀποτελοῦν σειρὰ ἀτέλειωτη. Γι᾿ αὐτό, στὸ μέρος αὐτὸ τῆς Ἀριθμητικῆς, θὰ μάθωμε νὰ γράφωμε καὶ ν᾿ ἀπαγγέλλωμε τοὺς ἀριθμούς :

1. Ἀπὸ τὸ 2.000 ὣς τὸ 10.000 (δέκα χιλιάδες)

Ἂν ἀπὸ τὸ 2.000 ἀρχίσωμε ν᾿ ἀνεβαίνωμε :

α) κατὰ 1 μονάδα, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀριθμοὺς

2.001 δύο χιλ. ἕνα	2.005 δύο χιλ. πέντε
2.002 δύο χιλ. δύο	2.006 δύο χιλ. ἕξι
2.003 δύο χιλ. τρία	2.007 δύο χιλ. ἑφτὰ
2.004 δύο χιλ. τέσσερα	2.008 δύο χιλ. ὀχτὼ κλπ.

β) κατὰ 10 μονάδες, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀριθμοὺς

2.010 δύο χιλ. δέκα	2.040 δύο χιλ. σαράντα
2.020 δύο χιλ. εἴκοσι	2.050 δύο χιλ. πενήντα
2.030 δύο χιλ. τριάντα	2.060 δύο χιλ. ἑξήντα κλπ.

γ) κατὰ 100 μονάδες, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀριθμοὺς

2.100 δύο χιλ. ἑκατὸ	2.400 δύο χιλ. τετρακόσια
2.200 δύο χιλ. διακόσια	2.500 δύο χιλ. πεντακόσια
2.300 δύς χιλ. τριακόσια	2.600 δύο χιλ. ἑξακόσια κλπ.

δ) κατὰ 1.000 μονάδες, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀριθμοὺς

3.000	τρεῖς χιλιάδες	8.000	ὀχτὼ χιλιάδες
4.000	τέσσερες χιλ.	9.000	ἐννιὰ χιλιάδες
5.000	πέντε χιλ. κλπ.	10.000	δέκα χιλιάδες.

Ἀσκήσεις

α) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 2.010 ὣς τὸ 2.099.

β) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 3.100 ὣς τὸ 3.200, ἀνεβαίνοντας κατὰ 2, 4, 5 καὶ 10 μονάδες.

γ) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 3.000 ὣς τὸ 10.000, ἀνεβαίνοντας κατὰ 200, 400 καὶ 500 μονάδες.

δ) Νὰ προσθέσετε :

2.099 + 1	3.109 + 1	4.409 + 2	6.799 + 1	8.099 + 2
2.909 + 1	3.999 + 1	5.999 + 2	7.009 + 2	9.998 + 2

ε) Ν' ἀφαιρέσετε :

2.020 – 1	4.800 – 1	5.090 – 1	6.091 – 2	9.011 – 2
3.200 – 1	5.000 – 1	5.910 – 1	7.001 – 2	10.000 – 1

2. Ἀπὸ τὸ 10.000 ὣς τὸ 100.000 (ἑκατὸ χιλιάδες)

Ἂν ἀπὸ τὸ 10.000 ἀρχίσωμε ν' ἀνεβαίνωμε :

α) κατὰ 100 μονάδες, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀριθμοὺς

10.100	δέκα χιλ. ἑκατὸ	10.600	δέκα χιλ. ἑξακόσια
10.200	δέκα χιλ. διακόσια	10.700	δέκα χιλ. ἑφτακόσια
10.300	δέκα χιλ.τριακόσια	10.800	δέκα χιλ. ὀχτακόσια
10.400	δέκα χιλ. τετρακόσια	10.900	δέκα χιλ. ἐννιακόσια
κλπ.		κλπ.	

β) κατὰ 1.000 μονάδες, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀριθμοὺς

11.000	ἕντεκα χιλιάδες	17.000	δεκαεφτὰ χιλιάδες
12.000	δώδεκα χιλιάδες	18.000	δεκαοχτὼ χιλιάδες
13.000	δεκατρεῖς χιλιάδες	19.000	δεκαεννιὰ χιλιάδες
14.000	δεκατέσσερες χιλ. κλπ.	20.000	εἴκοσι χιλ. κλπ.

γ) κατὰ 10.000 μονάδες, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀριθμοὺς

20.000 εἴκοσι χιλ.	80.000 ὀγδόντα χιλ.
30.000 τριάντα χιλ.	90.000 ἐνενήντα χιλ.
40.000 σαράντα χιλ. κλπ.	100.000 ἑκατὸ χιλ.

Ἀσκήσεις

α) Νὰ γράψετε ὅλους τοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 10.000 ὥς τὸ 10.100.

β) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 20.100 ὥς τὸ 21.200, ἀνεβαίνοντας κατὰ 20, 40, 50 καὶ 100 μονάδες.

γ) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 30.000 ὥς τὸ 100.000, ἀνεβαίνοντας κατὰ 2.000, 4.000 καὶ 5.000 μονάδες.

δ) Νὰ προσθέσετε :

10.109 + 2	30.999 + 1	50.999 + 2	70.099 + 2	83.099 + 2
20.908 + 2	39.999 + 1	61.909 + 2	79.909 + 2	99.999 + 1

ε) Ν' ἀφαιρέσετε :

20.000 − 1	43.400 − 1	64.440 − 1	80.010 − 1	95.000 − 1
30.300 − 1	56.200 − 1	69.090 − 1	90.001 − 2	100.000 − 1

3. Ἀπὸ τὸ 100.000 ὥς τὸ 1.000.000 (ἕνα ἑκατομμύριο)

Ἂν ἀπὸ τὸ 100.000 ἀρχίσωμε ν' ἀνεβαίνωμε :

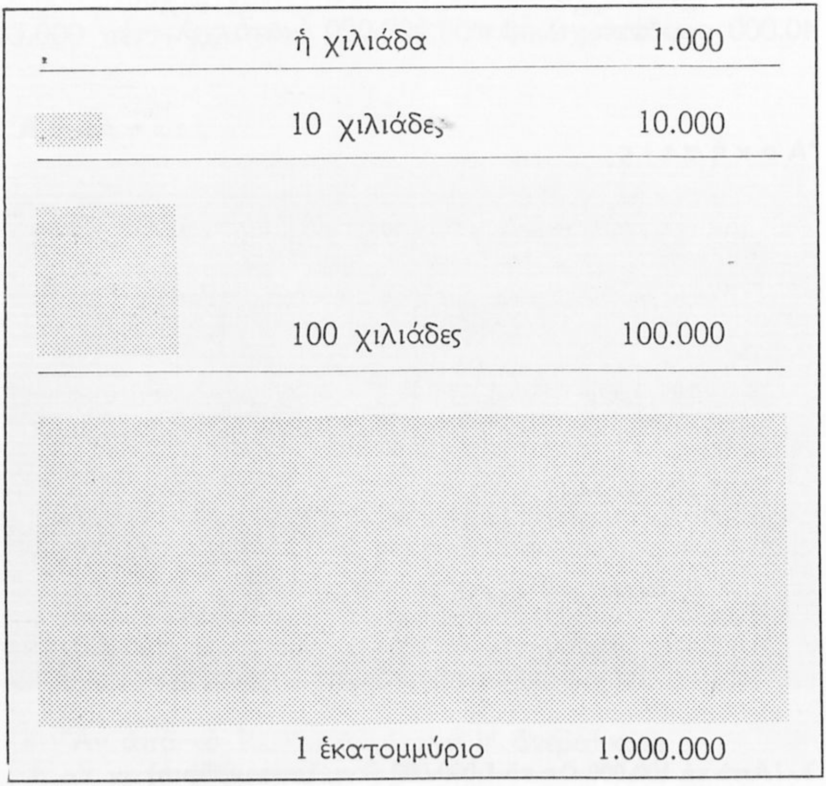
α) κατὰ 10.000 μονάδες, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀριθμοὺς

110.000 ἑκατὸν δέκα χιλ.	140.000 ἑκατὸν σαράντα χιλ.
120.000 ἑκατὸν εἴκοσι χιλ.	150.000 ἑκατὸν πενήντα χιλ.
130.000 ἑκατὸν τριάντα χιλ.	160.000 ἑκατὸν ἑξήντα χιλ. κλπ.

β) κατὰ 100.000 μονάδες, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀριθμοὺς

200.000 διακόσιες χιλ.	800.000 ὀχτακόσιες χιλ.
300.000 τριακόσιες χιλ.	900.000 ἐννιακόσιες χιλ.
400.000 τετρακόσιες χιλ. κλπ.	1.000.000 ἕνα ἑκατομμύριο.

Σύγκρισι τῶν ἀριθμῶν: 1.000, 10.000, 100.000 καὶ 1.000.000.



Ἀσκήσεις

α) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 100.000 ὥς τὸ 100.100.

β) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 200.000 ὥς τὸ 600.000, ἀνεβαίνοντας κατὰ 20.000, 40.000 καὶ 50.000 μονάδες.

γ) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 600.000 ὥς τὸ 1.000.000, ἀνεβαίνοντας κατὰ 50.000 καὶ 80.000 μονάδες.

δ) Νὰ προσθέσετε :

100.009+1	119.099+1	134.999+1	259.009+1	777.909+1
109.999+2	127.909+2	144.998+2	570.999+2	999.999+1

ε) Ν' ἀφαιρέσετε :

200.000—1	300.900—1	500.050—1	700.004—5	900.900—1
290.800—1	420.020—1	600.011—2	800.009—10	1.000.000—1

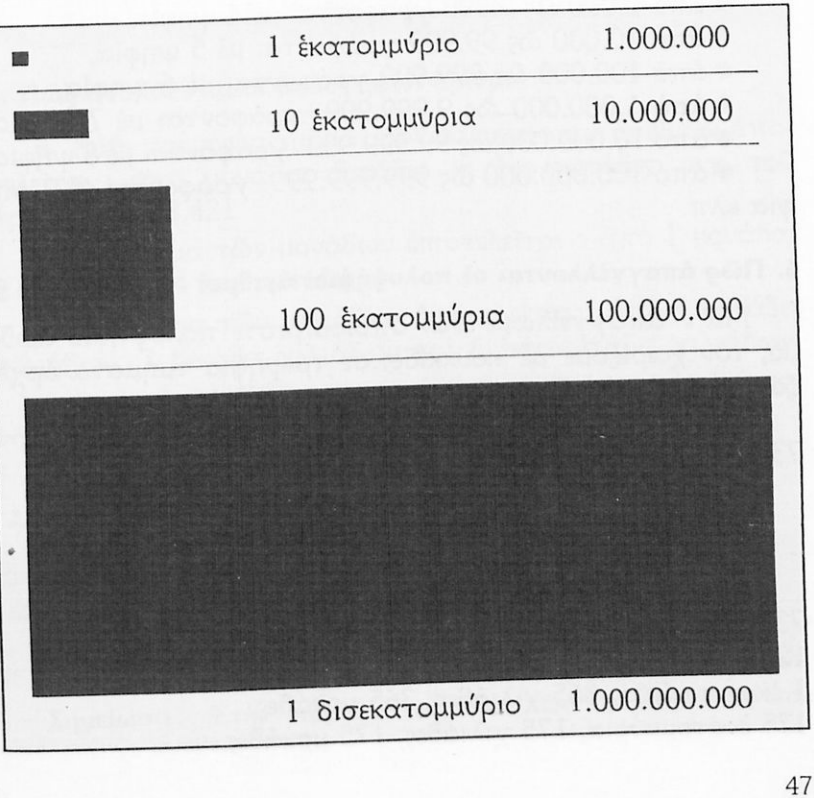
στ) Νὰ χωρίσετε ἕνα τετράγωνο μὲ δύο εὐθεῖες γραμμὲς σὲ 4 ἴσα μέρη.

4. Ἀπὸ τὸ 1.000.000 καὶ ἄνω

Προχωρώντας ἀπὸ τὸ 1.000.000 κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο, σχηματίζομε τοὺς ἀριθμούς :

10.000.000 δέκα ἑκατομ. 1.000.000.000 ἕνα δισεκατ.
100.000.000 ἑκατὸ ἑκατομ. 10.000.000.000 δέκα δισεκατομ.

Σύγκρισι τῶν ἀριθμῶν 1.000.000, 10.000.000, 100.000.000 καὶ 1.000.000.000.



Ἀσκήσεις

α) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 1.000.000 ὣς τὸ 1.000.020.

β) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 1.100.000 ὣς τὸ 1.200.000, ἀνεβαίνοντας κατὰ 4.000 καὶ 5.000 μονάδες.

γ) Νὰ χωρίσετε ἕνα τετράγωνο μὲ μιὰ εὐθεῖα γραμμὴ σὲ 2 τρίγωνα.

δ) Νὰ χωρίσετε ἕνα τετράγωνο μὲ δύο εὐθεῖες γραμμὲς σὲ 4 τρίγωνα.

5. Πῶς γράφονται οἱ πολυψήφιοι ἀριθμοὶ

Ἀπ' ὅσα εἴπαμε παραπάνω, συμπεραίνομε ὅτι οἱ ἀριθμοί:

- ἀπὸ 2.000 ὣς 9.999 γράφονται μὲ 4 ψηφία,
- ἀπὸ 10.000 ὣς 99.999 γράφονται μὲ 5 ψηφία,
- ἀπὸ 100.000 ὣς 999.999 γράφονται μὲ 6 ψηφία,
- ἀπὸ 1.000.000 ὣς 9.999.999 γράφονται μὲ 7 ψηφία,
- ἀπὸ 10.000.000 ὣς 99.999.999 γράφονται μὲ 8 ψηφία,
- ἀπὸ 100.000.000 ὣς 999.999.999 γράφονται μὲ 9 ψηφία κλπ.

6. Πῶς ἀπαγγέλλονται οἱ πολυψήφιοι ἀριθμοὶ

Γιὰ ν' ἀπαγγείλωμε ἕναν ὁποιοδήποτε πολυψήφιο ἀριθμό, τὸν χωρίζομε μὲ κουκκίδες σὲ τριψήφια τμήματα ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ τέλος του.

Ἔστω ὅτι θέλομε ν' ἀπαγγείλωμε τοὺς ἀριθμούς: 73.635, 126.251, 1.365.365, 175.175.175.

- Τὸ τελευταῖο τριψήφιο τμῆμα φανερώνει μονάδες.
- Τὸ δεύτερο ἀπὸ τὸ τέλος τμῆμα φανερώνει χιλιάδες.
- Τὸ τρίτο ἀπὸ τὸ τέλος τμῆμα φανερώνει ἑκατομμύρια.

Σύμφωνα μὲ αὐτὰ οἱ παραπάνω ἀριθμοὶ ἀπαγγέλλονται:

73 χιλιάδες, 635 μονάδες.
126 χιλιάδες, 251 μονάδες.
1 ἑκατομμύριο, 365 χιλιάδες, 365 μονάδες.
175 ἑκατομμύρια, 175 χιλιάδες, 175 μονάδες.

Ἀσκήσεις

1. Νὰ γράψετε μὲ ψηφία τοὺς ἀριθμούς :

α) ὀγδόντα τρεῖς χιλιάδες, διακόσια ἑβδομήντα ἑφτά,

β) τριακόσιες εἴκοσι δύο χιλιάδες, πεντακόσια εἴκοσι ὀχτώ,

γ) ἐννιακόσιες δεκαοχτὼ χιλιάδες, ἑκατὸν δεκαεννιά,

δ) δεκαπέντε ἑκατομμύρια, τριακόσιες ἕντεκα χιλιάδες, ἑκατὸν ἑξήντα πέντε.

2. Νὰ γράψετε μὲ λέξεις τοὺς ἀριθμούς :

α) 27.354, 91.381, 107.219, 263.444, 672.636

β) 1.231.452, 4.621.743, 14.308.902, 765.433.897.

3. Ν' ἀπαγγείλετε τοὺς ἀριθμούς :

α) 30.301, 67.345, 128.983, 526.730, 803.111

β) 1.302.203, 14.165.561, 113.131.311, 1.703.073.370.

7. Πῶς ἀναλύονται οἱ πολυψήφιοι ἀριθμοὶ

- Κάθε τριψήφιο τμῆμα τῶν πολυψήφιων ἀριθμῶν ἀποτελεῖται : ἀπὸ μονάδες, δεκάδες κι ἑκατοντάδες· π.χ. τοῦ ἀριθμοῦ 6.673.421
- τὸ τμῆμα τῶν μονάδων ἀποτελεῖται : ἀπὸ 1 μονάδα, 2 δεκάδες καὶ 4 ἑκατοντάδες,
- τὸ τμῆμα τῶν χιλιάδων ἀποτελεῖται : ἀπὸ 3 μονάδες χιλιάδων, 7 δεκάδες χιλιάδων καὶ 6 ἑκατοντάδες χιλιάδων,
- τὸ τμῆμα τῶν ἑκατομμυρίων ἀποτελεῖται : ἀπὸ 6 μονάδες ἑκατομμυρίων.

Ἀσκήσεις

Ν' ἀναλύσετε τοὺς ἀριθμούς :

α) 281.302, 801.942, 900.105 β) 1.307.123, 17.648.762, 126.349.789.

Σημείωσι: Στὴν παραστατικὴ λύσι τῶν προβλημάτων ποὺ ἀκολουθοῦν συμβολίζεται :

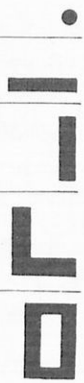
ἡ μονάδα

ἡ δεκάδα

ἡ ἑκατοντάδα

ἡ χιλιάδα

ἡ δεκάδα χιλιάδων



Προσοχή !

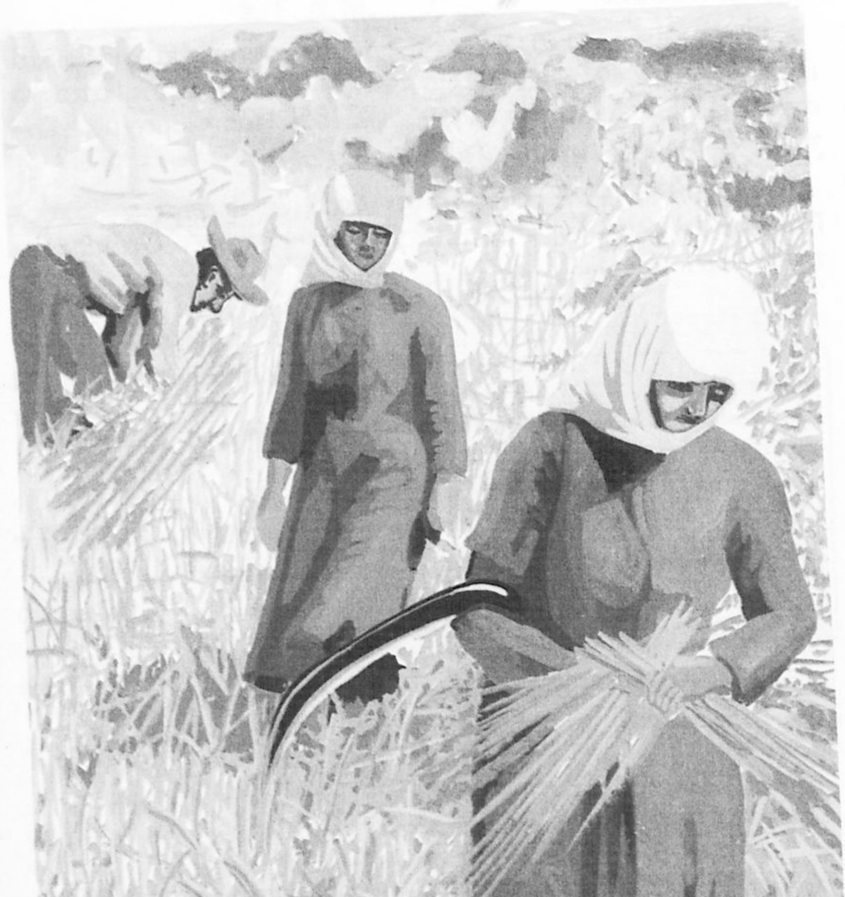
Προσπαθεῖτε νὰ προσδιορίζετε κατὰ προσέγγισι τὶς λύσεις τῶν προβλημάτων ποὺ δίνονται στὸ τέλος κάθε ἑνότητος γιὰ ἐξάσκησι, πρὶν προχωρήσετε στὴ γραπτὴ λύσι τους.

Β. ΟΙ ΤΕΣΣΕΡΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΤΩΝ ΠΟΛΥΨΗΦΙΩΝ

Τὰ κτήματα

Ἔξω ἀπὸ τὸ χωριὸ ἁπλώνονται τὰ κτήματα τῶν γεωργῶν. Ἀνάμεσα σ᾽ αὐτὰ βρίσκονται καὶ τὰ κτήματα τοῦ κυρ-Πανάγου. Στὰ κτήματα καλλιεργεῖται τὸ σιτάρι, τὸ κριθάρι, τὸ βαμβάκι, τὰ λαχανικά, τὰ ὀπωροφόρα δέντρα καὶ διάφορα ἄλλα εἴδη.

Οἱ γεωργοὶ ἀγαποῦν τὰ κτήματά τους καὶ τὰ ποτίζουν μὲ τὸν τίμιο ἱδρῶτα τοῦ προσώπου τους. Ἀλλὰ καὶ οἱ κόποι τῶν γεωργῶν ἀνταμείβονται μὲ τοὺς πλούσιους καρποὺς



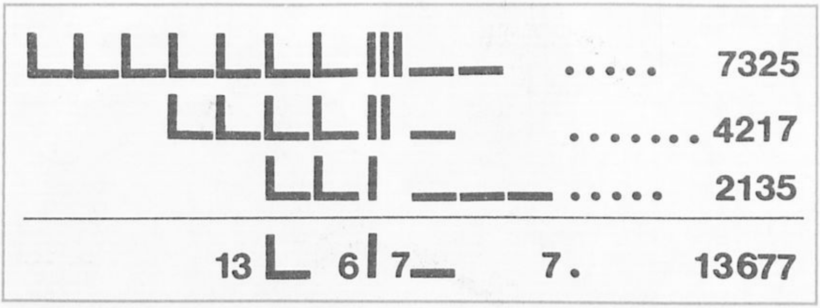
τῶν κτημάτων. Οἱ γεωργοὶ μᾶς χαρίζουν τὰ βασικώτερα εἴδη διατροφῆς. Χωρὶς αὐτοὺς ὁ πολιτισμὸς θὰ ἦταν ἀκόμη στὰ σπάργανα. Στὴ φιλοτιμία τους καὶ τὴν ἐργατικότητά τους ὀφείλομε τὴ ζωή μας.

I. Η ΠΡΟΣΘΕΣΙ

Πρόβλημα. Ὁ κυρ-Πανάγος πούλησε βαμβάκι, σιτάρι καὶ κριθάρι. Ἀπὸ τὸ βαμβάκι εἰσέπραξε 7.325 δραχμές, ἀπὸ τὸ σιτάρι 4.217 καὶ ἀπὸ τὸ κριθάρι 2.135. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε συνολικά ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ὁ κυρ-Πανάγος, θὰ ἑνώσωμε τὰ τρία χρηματικὰ ποσά. Θὰ κάνωμε **πρόσθεσι.**

α) Παραστατικὰ



Ἀπάντησι. Ἄρα ὁ κυρ-Πανάγος εἰσέπραξε ἀπό τὴν πώλησι βαμβακιοῦ, σιταριοῦ καὶ κριθαριοῦ συνολικὰ 13.677 δραχμές.

β) Πρακτικὰ

Γράφομε τοὺς τρεῖς ἀριθμοὺς τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες τοῦ καθενὸς νὰ εἶναι κάτω ἀπὸ τὶς μονάδες τοῦ ἄλλου· οἱ δεκάδες κάτω ἀπὸ τὶς δεκάδες· οἱ ἑκατοντάδες κάτω ἀπὸ τὶς ἑκατοντάδες καὶ οἱ χιλιάδες κάτω ἀπὸ τὶς χιλιάδες. Ἔπειτα σύρομε ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα καὶ ἀρχίζομε τὴν πρόσθεσι ἀπὸ τὶς μονάδες πρὸς τὶς δεκάδες, τὶς ἑκατοντάδες καὶ τὶς χιλιάδες. Τὴ δεκάδα ἢ τὶς δεκάδες ποὺ τυχὸν συμπληρώνουν οἱ μονάδες προσθέτομε στὶς δεκάδες, τὴν ἑκατοντάδα ἢ τὶς ἑκατοντάδες ποὺ συμπληρώνουν οἱ δεκάδες προσθέτομε στὶς ἑκατοντάδες κ.ο.κ. Νά, ἔτσι :

$$
\begin{array}{rl}
 & \text{Χ. Ε. Δ. Μ.} \\
 & 7.3\,2\,5 \\
 & 4.2\,1\,7 \\
+ & 2.1\,3\,5 \\
\hline
 & 13.6\,7\,7
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
\left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right\} \longrightarrow \textbf{Προσθετέοι} \\
\longrightarrow \textbf{Ἄθροισμα}
\end{array}
$$

Ἀπὸ τὰ παραπάνω συμπεραίνομε ὅτι :

Πρόσθεσι κάνομε, ὅταν θέλωμε νὰ ἑνώσωμε δύο ἢ περισσότερα ὁμοειδῆ ποσά· π.χ. δραχμὲς μὲ δραχμές, κιλὰ μὲ κιλὰ κλπ.

- Τοὺς ἀριθμοὺς 7.325, 4.217 καὶ 2.135 ποὺ προσθέσαμε τοὺς ὀνομάζομε **προσθετέους.** Τὸν ἀριθμὸ 13.677 ποὺ βρήκαμε τὸν ὀνομάζομε **ἄθροισμα.**
- Οἱ προσθετέοι καὶ τὸ ἄθροισμα εἶναι πάντοτε ποσὰ **ὁμοειδῆ.**
- Τὸ σημεῖο τῆς προσθέσεως εἶναι τὸ **+**, ποὺ τὸ λέμε **σὺν** ἢ **καί.**

Ἡ δοκιμὴ τῆς προσθέσεως

Γιὰ νὰ ἐλέγξωμε τὸ ἄθροισμα, ἐπαναλαμβάνομε τὴν ἐκτέλεσι τῆς προσθέσεως ἀρχίζοντας ἀπὸ πάνω πρὸς τὰ κάτω. Ἂν τὰ δύο ἀθροίσματα εἶναι ἴσα, ἡ πρᾶξι ἔγινε σωστά. Ἂν εἶναι ἄνισα, ἡ μία τουλάχιστον ἀπὸ τὶς ἐκτελέσεις τῆς προσθέσεως εἶναι λάθος. Στὴν περίπτωσι αὐτὴ ἐπαναλαμβάνομε τὴν πρᾶξι. Π.χ.

ἡ πρᾶξι τῆς προσθέσεως

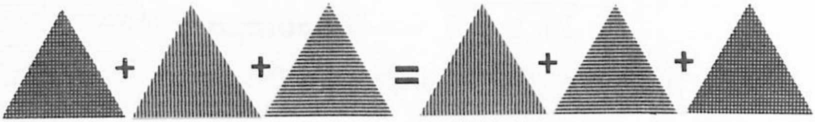
$$
\begin{array}{rr}
 & 7.325 \\
 & 4.217 \\
+ & 2.135 \\
\hline
 & 13.677
\end{array}
$$

ἡ δοκιμὴ τῆς προσθέσεως

$$
\begin{array}{rrl}
+ & 7.325 & (1) \\
 & 4.217 & (2) \\
 & 2.135 & (3) \\
\hline
 & 13.677 &
\end{array}
$$

Οἱ ἰδιότητες τῆς προσθέσεως

α) **῾Η «ἀντιμεταθετικότης»:** ῾Η ἀλλαγὴ τῆς σειρᾶς τῶν προσθετέων δὲν μεταβάλλει τὸ ἄθροισμά τους· π.χ.



$10+5=5+10=15$, $20+10=10+20=30$, $100+10=10+100=110$

β) **῾Η «προσεταιριστικότης»:** Ἂν προσθέσωμε τοὺς δύο πρώτους προσθετέους καὶ στὸ ἄθροισμά τους τὸν τρίτο ἢ τὸν πρῶτο μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν δύο ἄλλων, θὰ ἔχωμε τὸ ἴδιο ἄθροισμα· π.χ.

$(7.325+4.217)+2.135=7.325+(4.217+2.135)=13.677$

γ) Ἂν προσθέσωμε σὲ ὁποιοδήποτε ἀριθμὸ τὸ μηδέν, ὁ ἀριθμὸς δὲν μεταβάλλεται· π.χ. $105+0=105$, $138+0=138$, $1.111+0=1.111$ κλπ. Τὸ μηδὲν χάρι στὴν ἰδιότητά του αὐτὴ λέγεται οὐδέτερο στοιχεῖο γιὰ τὴν πρόσθεσι.

᾿Ασκήσεις

1. ᾿Απὸ μνήμης

α) $250+800$ β) $2.000+1.500$ γ) $2.200+3.000+2.800$ δ) $8.100+7.900$ ε) $4+6+(7+3+6)+20$ στ) $7+8+(9+11)+(3+2)+12+(6+2)$

2. Γραπτῶς

α) 2.619	β) 5.061	γ) 21.302	δ) 40.408	ε) 63.018
3.080	6.985	39.898	8.795	9.172
+ 296	+ 839	+ 38.800	+ 637	+ 62

3. Νὰ βρῆτε τὰ ψηφία ποὺ ἔχουν παραλειφθῆ :

α) 1.–52	β) –13.2—	γ) 2–.4–5	δ) –6.–21
+ –.6–8	+ 22–.–48	+ –3.–7–	+ 4–.3–8
4.560	533.671	26.605	98.679

Προβλήματα προσθέσεως

1. Ὁ κυρ-Πανάγος συγκέντρωσε ἀπὸ τρία κτήματα τὶς ἑξῆς ποσότητες σιταριοῦ. Ἀπὸ τὸ α΄ 5.036 κιλὰ σιτάρι, ἀπὸ τὸ β΄ 4.938 καὶ ἀπὸ τὸ γ΄ 3.714. Πόσα κιλὰ σιτάρι συγκέντρωσε καὶ ἀπὸ τὰ τρία κτήματα μαζί ;

2. Ὁ κυρ-Χαράλαμπος πούλησε βαμβάκι, φασόλια καὶ φακές. Ἀπὸ τὸ βαμβάκι εἰσέπραξε 27.905 δρχ., ἀπὸ τὰ φασόλια 11.027 καὶ ἀπὸ τὶς φακὲς 3.411. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε συνολικά ;

3. Ὁ Λουκᾶς ὑπολόγισε ὅτι πέρυσι εἰσέπραξε ἀπὸ τὴν πώλησι λαχανικῶν 7.209 δραχμές, ἀπὸ τὴν πώλησι ρυζιοῦ 12.076 δραχμές, ἀπὸ τὴν πώλησι καλαμποκιοῦ 4.943 δραχμὲς καὶ ἀπὸ τὴν πώλησι φρούτων 6.038 δραχμές. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ἀπ' ὅλα μαζί ;

4. Ὁ κυρ-Βασίλης πέρυσι πλήρωσε τὰ ἑξῆς χρηματικὰ ποσὰ γιὰ τὴν καλλιέργεια τῶν κτημάτων του. Γιὰ σπορὰ 4.678 δρχ., γιὰ λίπανσι 2.090 δραχμές, γιὰ σκάλισμα 2.465 δραχμὲς καὶ γιὰ τὴν ἀγορὰ φυτοφαρμάκων 639 δραχμές. Πόσα ἦταν τὰ ἔξοδά του ;

5. Τὸ κτῆμα τοῦ Λουκᾶ ἔχει σχῆμα τριγώνου. Ἡ μιά του πλευρὰ εἶναι 2.815 μέτρα, ἡ ἄλλη 2.506 καὶ ἡ τρίτη 2.514. Πόσα μέτρα εἶναι ἡ περίμετρός του ;

6. Ὁ κυρ-Χαράλαμπος θέλει νὰ περιφράξη μὲ σήτα μιὰ τριγωνικὴ δασικὴ περιοχὴ ποὺ ἡ μιά της πλευρὰ εἶναι 1.528 μέτρα, ἡ ἄλλη 1.207 καὶ ἡ τρίτη 2.009. Πόσα μέτρα σήτα θὰ χρειαστῆ ;

7. Ὁ Θωμᾶς ἀπὸ τὶς πατάτες ποὺ μάζεψε κράτησε γιὰ σπόρο 496 κιλὰ καὶ γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ σπιτιοῦ του 850 κιλά. Τὶς ὑπόλοιπες, ποὺ ἦταν 7.378 κιλά, τὶς πούλησε. Πόσα κιλὰ πατάτες εἶχε μαζέψει ;

8. Ὁ ἴδιος γεωργὸς μετέφερε στὴν ἀποθήκη του μὲ αὐτοκίνητο τρία φορτία σιτάρι. Τὸ α΄ φορτίο ἦταν 5.632 κιλά, τὸ β΄ 5.789 καὶ τὸ γ΄ ὅσο τὸ α΄ καὶ 368 κιλὰ ἀκόμη. Πόσα κιλὰ σιτάρι μετέφερε στὴν ἀποθήκη του ;

9. Ὁ Λουκᾶς πούλησε τὸ κάρο του καὶ πῆρε 4.319 δραχμές. Πόσο τὸ εἶχε ἀγοράσει, ἂν ζημιώθηκε 3.681 δραχμές ;

10. Ὁ κυρ-Βασίλης ἔδωσε στὸν ἀδερφό του 4.932 δραχμὲς καὶ τοῦ ὀφείλει ἀκόμη 5.168. Πόσες δραχμὲς εἶχε δανειστῆ ;

11. Ὁ κυρ-Πανάγος πούλησε πατάτες, κριθάρι καὶ βρώμη. Ἀπὸ τὶς πατάτες εἰσέπραξε 4.718 δραχμές, ἀπὸ τὸ κριθάρι 1.012 δραχμὲς περισσότερες καὶ ἀπὸ τὴ βρώμη 205 δραχμές περισσότερες ἀπὸ τὸ κριθάρι. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ἀπὸ τὴ βρώμη;

12. Ὁ Θωμᾶς, γιὰ ν' ἀγοράση ἕνα κτῆμα, δανείστηκε ἀπὸ τὸν κυρ-Πανάγο 12.500 δραχμὲς καὶ ἀπὸ τὸν ἀδερφό του 8.365. Ὕστερα ἀπὸ δύο μῆνες πούλησε βαμβάκι καὶ πλήρωσε τὸ χρέος. Τοῦ ἔμειναν ὅμως καὶ 3.128 δραχμές. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ἀπὸ τὸ βαμβάκι;

13. Ἕνας γεωργὸς παρέδωσε στὴν Τράπεζα σιτάρι, κριθάρι καὶ βαμβάκι καὶ εἰσέπραξε ἀπὸ τὸ σιτάρι 3.672 δραχμές, ἀπὸ τὸ κριθάρι 358 δραχμὲς περισσότερες καὶ ἀπὸ τὸ βαμβάκι ὅσες ἀπὸ τὸ σιτάρι καὶ κριθάρι μαζὶ καὶ 408 δραχμὲς ἀκόμη. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ἀπὸ τὸ βαμβάκι;

14. Ὁ Λουκᾶς εἰσέπραξε ἀπὸ τὴν πώλησι λαχανικῶν 1.732 δραχμές, ἀπὸ τὴν πώλησι φρούτων 635 δραχμὲς περισσότερες καὶ ἀπὸ τὴν πώλησι καπνοῦ 7.364 δραχμὲς περισσότερες ἀπ' ὅσες ἀπὸ τὰ λαχανικὰ καὶ τὰ φροῦτα μαζί. Πόσα χρήματα εἰσέπραξε ἀπὸ τὸν καπνὸ καὶ πόσα ἀπ' ὅλα μαζί;

15. Ἕνα κτῆμα τοῦ κυρ-Πανάγου βρίσκεται σὲ ἀπόστασι 6.374 μέτρων ἀνατολικὰ ἀπὸ τὸ χωριὸ κι ἕνα ἄλλο σὲ ἀπόστασι 8.972 μέτρων δυτικὰ ἀπὸ τὸ χωριό. Πόσο ἀπέχουν τὰ δύο κτήματα μεταξύ τους;

Οἱ Τράπεζες

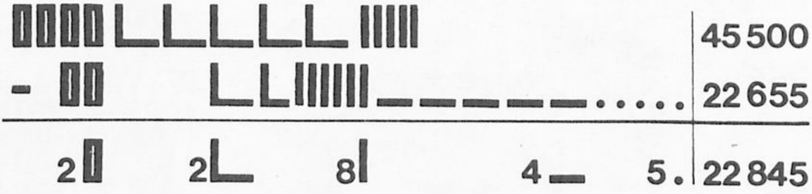
Ἀσφαλῶς θὰ ἔχετε ἀκούσει ὅτι οἱ Τράπεζες εἶναι κεντρικὰ καταστήματα μὲ δίκτυο ὑποκαταστημάτων σὲ ὅλες τὶς ἐπαρχιακὲς πόλεις τῆς χώρας. Οἱ Τράπεζες δέχονται καταθέσεις καὶ χορηγοῦν δάνεια. Ἔτσι διευκολύνουν τοὺς ἐμπόρους, τοὺς βιομήχανους, τοὺς γεωργοὺς κ.ἄ. καὶ βοηθοῦν στὴν οἰκονομικὴ ἀνάπτυξι τοῦ τόπου. Χρηματοδοτοῦν ἀκόμη διάφορα παραγωγικὰ ἔργα, στὰ ὁποῖα ἐργάζονται χιλιάδες ἐργάτες. Ἔτσι κυκλοφορεῖ τὸ χρῆμα καὶ ἐξυπηρετοῦνται ὅλοι οἱ ἄνθρωποι.

2. Η ΑΦΑΙΡΕΣΙ

Πρόβλημα. Ὁ κυρ-Λάμπρος δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἐμπορικὴ Τράπεζα 45.500 δραχμές. Ἔπειτα ἀπὸ ἕνα χρονικὸ διάστημα ἐπέστρεψε 22.655 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ὀφείλει ἀκόμη ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσες δραχμὲς ὀφείλει ὁ κυρ-Λάμπρος ἀκόμη στὴν Τράπεζα, θὰ βγάλωμε ἀπὸ τὸ χρηματικὸ ποσὸ ποὺ δανείστηκε τὸ χρηματικὸ ποσὸ ποὺ ἐπέστρεψε. Θὰ κάνωμε δηλαδὴ **ἀφαίρεσι**.

α) Παραστατικὰ



Ἀπάντησι. Ὥστε ὁ κυρ-Λάμπρος ὀφείλει ἀκόμη στὴν Τράπεζα 22.845 δραχμές.

β) Πρακτικὰ

Γράφομε πρῶτα τὸν μειωτέο ἀριθμὸ κι ὕστερα κάτω ἀπὸ αὐτὸν τὸν ἀφαιρετέο ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες, οἱ δεκάδες, οἱ ἑκατοντάδες καὶ οἱ χιλιάδες τοῦ ἀφαιρετέου νὰ εἶναι ἀντίστοιχα κάτω ἀπὸ τὶς μονάδες, τὶς δεκάδες, τὶς ἑκατοντάδες καὶ τὶς χιλιάδες τοῦ μειωτέου. Ἔπειτα σύρομε ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα καὶ ἀρχίζομε τὴν ἀφαίρεσι ἀπὸ τὶς μονάδες προχωρώντας πρὸς τὶς δεκάδες, τὶς ἑκατοντάδες καὶ τὶς χιλιάδες. Πρέπει ὅμως νὰ μὴ λησμονοῦμε νὰ προσθέτωμε στὶς δεκάδες, ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες τοῦ ἀφαιρετέου ἀριθμοῦ τὶς δεκάδες, ἑκατοντάδες ἢ χιλιάδες ποὺ τυχὸν δανειζόμαστε ἀπὸ τὸν μειωτέο ἀριθμό, γιὰ ν' ἀφαιρέσωμε τὸν ἀφαιρετέο.

Νά, ἔτσι: ΔΧ. ΜΧ. Ε. Δ. Μ.

$$\begin{array}{rl} 4\;5.5\;0\;0 & \rightarrow \textbf{Μειωτέος} \\ -\;2\;2.6\;5\;5 & \rightarrow \textbf{Ἀφαιρετέος} \\ \hline 2\;2.8\;4\;5 & \rightarrow \textbf{Ὑπόλοιπο ἢ διαφορὰ} \end{array}$$

Ἀπὸ τὰ παραπάνω καταλήγομε στὸ συμπέρασμα ὅτι :

Ἀφαίρεσι κάνομε, ὅταν θέλωμε νὰ βγάλωμε ἕνα ποσὸ μικρότερο ἀπὸ ἕνα ἄλλο ποσὸ μεγαλύτερο.

● Τὸ σημεῖο τῆς ἀφαιρέσεως εἶναι τὸ —, ποὺ τὸ λέμε **μεῖον** ἢ **πλήν**.

Ἡ δοκιμὴ τῆς ἀφαιρέσεως

Γιὰ νὰ δοκιμάσωμε τὸ ἐξαγόμενο μιᾶς ἀφαιρέσεως, προσθέτομε στὸν ἀφαιρετέο τὸ ὑπόλοιπο. Ἂν οἱ δύο πράξεις ἔγιναν σωστά, πρέπει νὰ βροῦμε τὸν μειωτέο. Π.χ.

ἡ πρᾶξι τῆς ἀφαιρέσεως

45.500	**Μειωτέος**
− 22.655	**Ἀφαιρετέος**
22.845	**Ὑπόλοιπο**

ἡ δοκιμὴ τῆς ἀφαιρέσεως

22.655	**Ἀφαιρετέος**
+ 22.845	**Ὑπόλοιπο**
45.500	**Μειωτέος**

Καὶ μιὰ ἰδιότητα τῆς ἀφαιρέσεως

Ἂν στὸν μειωτέο καὶ ἀφαιρετέο μιᾶς ἀφαιρέσεως προσθέσωμε ἢ ἂν ἀπὸ τὸν μειωτέο καὶ ἀφαιρετέο μιᾶς ἀφαιρέσεως ἀφαιρέσωμε τὸν ἴδιο ἀριθμό, τὸ ὑπόλοιπο δὲν μεταβάλλεται.

π.χ. $10 - 4 = (10 + 5) - (4 + 5) = 15 - 9 = 6$.
$20 - 10 = (20 - 5) - (10 - 5) = 15 - 5 = 10$ κλπ.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 2.100 −600 β) 3.400 −900 γ) 12.050 −1.000 δ) 20.000 −10.001 ε) 1.953 −1.000 στ) 21.000 −6.000 ζ) 22.350 −2.000 η) 25.500 −10.500

2. Γραπτῶς

Μιὰ δύσκολη ἀφαίρεσι γίνεται εὔκολη, ἂν προσθέσωμε στὸν μειωτέο καὶ ἀφαιρετέο της ἢ ἀφαιρέσωμε τὸν ἴδιο, ἀλλὰ κατάλληλο ἀριθμό· π.χ. $371 - 85 = (371 + 15) - (85 + 15) = 386 - 100 = 286$, $2.500 - 1.147 = (2.500 - 147) - (1.147 - 147) = 2.353 - 1.000 = 1.353$

Ὕστερα ἀπὸ τὴν παρατήρησι αὐτὴ προσπαθῆστε καὶ σεῖς νὰ κάμετε εὐκολώτερες τὶς ἀφαιρέσεις ποὺ ἀκολουθοῦν :

1. α) 2.861 −1.885 β) 3.325 −2.916 γ) 5.667 − 4.638 δ) 7.068 −3.479.

2. Νὰ βρῆτε τὰ ψηφία ποὺ λείπουν στὶς ἀφαιρέσεις :

α)
```
  - 9 4 2
−   - 5 3
---------
  5 4 - -
```

β)
```
  3 8 - 3
− - 0 6 9
---------
  1 8 1 -
```

γ)
```
  2 3 6 5
− 1 - 8 8
---------
  - 2 - -
```

Προβλήματα ἀφαιρέσεως

1. Ὁ κύριος Μυλωνᾶς εἶχε στὴν Ἐθνικὴ Τράπεζα 17.362 δραχμές. Προχτὲς ἀπέσυρε 8.475 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἔχει στὴν Τράπεζα ἀκόμη ;

2. Ὁ Λουκᾶς εἶχε 32.252 δραχμές. Ἀπὸ αὐτὲς κατέθεσε στὴν Ἐθνικὴ Τράπεζα ἕνα ποσὸ καὶ τοῦ ἔμειναν 7.365 δραχμές. Πόσες δραχμὲς κατέθεσε στὴν Τράπεζα ;

3. Ὁ Τηλέμαχος δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα 72.325 δραχμές, μὲ τὶς ὁποῖες ἀγόρασε ἕνα περιβόλι ἀξίας 57.648 δραχμῶν καὶ μιὰ ἀγελάδα. Πόσο ἀγόρασε τὴν ἀγελάδα ;

4. Ὁ Νίκος εἶχε ἕνα χρηματικὸ ποσό, ἀλλὰ δανείστηκε καὶ ἀπὸ τὴν Ἐμπορικὴ Τράπεζα 35.758 δραχμὲς καὶ ἀγόρασε ἐμπορεύματα ἀξίας 63.802 δραχμῶν. Πόσα χρήματα εἶχε ;

5. Ὁ γερο-Θανάσης δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα 50.865 δραχμές. Διέθεσε κι ἕνα χρηματικὸ ποσὸ δικό του καὶ ἀγόρασε σύγχρονα γεωργικὰ ἐργαλεῖα ἀξίας 63.423 δραχμῶν. Πόσες δραχμὲς διέθεσε δικές του ;

6. Ὁ Παῦλος μὲ 55.352 δραχμὲς ποὺ δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα ἄνοιξε ἕνα παντοπωλεῖο. Ἔπειτα ἀπὸ ἕνα ἔτος εἶχε 74.241 δραχμές. Πόσες δραχμὲς κέρδισε ;

7. Ὁ Θωμᾶς πούλησε στὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα 8.765 κιλὰ σιτάρι. Παρέδωσε τὰ 5.978 κιλά. Πόσα πρέπει νὰ παραδώσῃ ἀκόμη ;

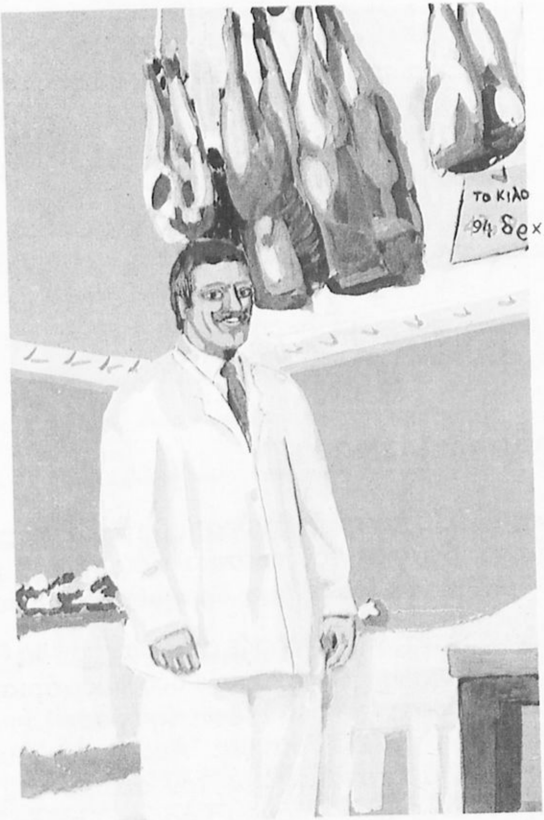
8. Ὁ κυρ-Χαράλαμπος μὲ 15.415 δραχμὲς ποὺ δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα ἀγόρασε ἀρνιὰ γιὰ πάχυνσι. Ὅταν τὰ πούλησε εἰσέπραξε 19.304 δραχμές. Πόσες δραχμὲς κέρδισε ;

9. Ὁ κυρ-Βασίλης διέθεσε 36.735 δραχμὲς κι ἕνα χρηματικὸ ποσὸ ποὺ δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα καὶ ἀγόρασε ἕνα τρακτὲρ ἀξίας 75.622 δραχμῶν. Πόσα χρήματα δανείστηκε ;

10. Ἡ Ἀγροτικὴ Τράπεζα ἀγόρασε 47.362 κιλὰ πατατόσπορου. Πούλησε σὲ πατατοπαραγωγοὺς 43.978 κιλὰ καὶ τὰ ὑπόλοιπα σ' ἐμπόρους. Πόσα κιλὰ πατατόσπορου πούλησε σ' ἐμπόρους ;

11. Ἡ Τράπεζα τῆς Ἑλλάδος ἀγόρασε δύο μικρὰ αὐτοκίνητα ἀξίας 169.822 δραχμῶν. Ἂν ἡ ἀξία τοῦ ἑνὸς αὐτοκινήτου ἦταν 85.955 δραχμές, πόση ἦταν ἡ ἀξία τοῦ ἄλλου ;

12. Ἡ Ἐμπορικὴ Τράπεζα ἀγόρασε δύο οἰκόπεδα ἀξίας 660.432 δραχμῶν. Ἡ ἀξία τοῦ ἑνὸς ἦταν 479.865 δραχμές. Πόση ἦταν ἡ ἀξία τοῦ ἄλλου ;



Τὰ κρεοπωλεῖα

Τὰ κρεοπωλεῖα εἶναι ἐφωδιασμένα μὲ μεγάλα ψυγεῖα. Οἱ κρεοπῶλες ἀγοράζουν τὰ κρέατα ἀπὸ τὰ σφαγεῖα καὶ τὰ διατηροῦν στὰ ψυγεῖα τους φρέσκα ἢ κατεψυγμένα, μέχρις ὅτου τὰ πουλήσουν στοὺς πελάτες τους.

Στὰ κρεοπωλεῖα βρίσκομε κάθε εἴδους κρέατα. Ἀπὸ αὐτὰ ἀγοράζει ὁ πατέρας τὸ κρέας ποὺ μαγειρεύει ἡ μητέρα στὴν κουζίνα της μιά, δυό, τρεῖς ἢ καὶ περισσότερες φορὲς τὴν ἑβδομάδα, ἀνάλογα πάντοτε μὲ τὰ οἰκονομικά μας.

Στὰ μικρὰ χωριὰ δὲν ὑπάρχουν μεγάλα κρεοπωλεῖα. Οἱ κρεοπῶλες ἐκεῖ σφάζουν ἕνα ἢ δύο ζῶα τὴν ἑβδομάδα, ἀνάλογα μὲ τὶς παραγγελίες τῶν πελατῶν τους.

Οἱ κρεοπῶλες εἶναι γρήγοροι στὴ δουλειά τους καὶ ἱκανοὶ νὰ λύνουν προβλήματα μὲ τὸ μυαλό τους, σὰν ἀριθμομηχανές.

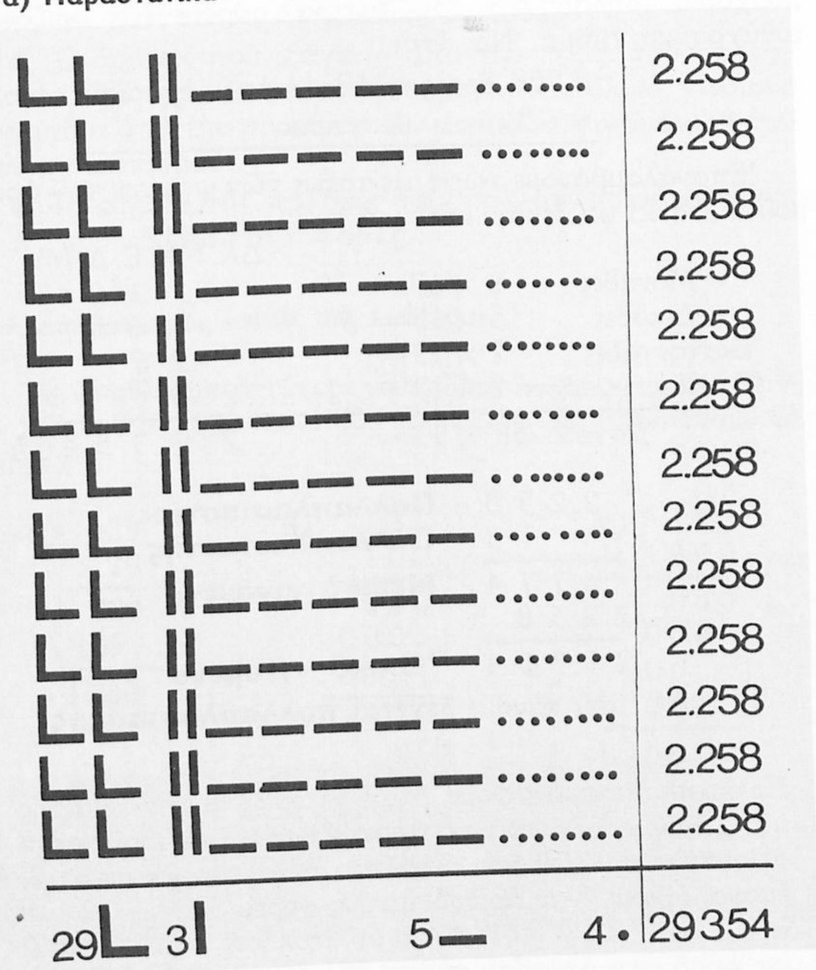
Ἂς παρακολουθήσωμε τώρα μερικὰ ἀπὸ τὰ προβλήματά τους καὶ ἂς τὰ λύσωμε κι ἐμεῖς μαζί τους.

3. Ο ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

Πρόβλημα. Ὁ Παντελῆς ἀγόρασε ἀπὸ τὸ βουστάσιο τοῦ Λεωνίδα γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ κρεοπωλείου του 13 μοσχάρια πρὸς 2.258 δραχμὲς τὸ ἕνα. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

Λύσι. Ἂν ὁ Παντελῆς ἀγόραζε ἕνα μοσχάρι, θὰ ἔδινε στὸν Λεωνίδα 2.258 δραχμές. Ἂν ἀγόραζε δύο μοσχάρια, θὰ ἔδινε 2 φορὲς τὶς 2.258 δραχμές. Ἀφοῦ ὅμως ἀγόρασε 13 μοσχάρια, θὰ δώση 13 φορὲς τὶς 2.258 δραχμές. Ἄρα, γιὰ νὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα αὐτό, θὰ ἐπαναλάβωμε τὸν ἀριθμὸ 2.258 (τὴν ἀξία δηλαδὴ τοῦ ἑνὸς μοσχαριοῦ) 13 φορὲς (ὅσα ἦταν τὰ μοσχάρια ποὺ ἀγόρασε ὁ Παντελῆς).

α) Παραστατικὰ



᾿Απάντησι. Ἄρα ὁ Παντελῆς πλήρωσε στὸν Λεωνίδα γιὰ τὴν ἀγορὰ 13 μοσχαριῶν 29.354 δρχ.

β) Πρακτικὰ

Γράφομε πρῶτα τὸν ἀριθμὸ ποὺ φανερώνει τὴν ἀξία τοῦ ἑνὸς μοσχαριοῦ, δηλαδὴ τὸ 2.258. Ἔπειτα, κάτω ἀπὸ τὰ δύο τελευταῖα ψηφία του γράφομε τὸν ἀριθμὸ ποὺ φανερώνει τὰ μοσχάρια, δηλαδὴ τὸ 13. Ὕστερα σύρομε ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα. Νά, ἔτσι:

2.258 δραχμὲς ἀξία ἑνὸς μοσχαριοῦ
× 13 μοσχάρια

Ἐπαναλαμβάνομε τώρα τὶς τάξεις τῶν ψηφίων τοῦ ἀριθμοῦ 2.258 13 φορὲς τὴν κάθε μιά:

			ΔΧ.	ΜΧ.	Ε.	Δ.	Μ.
Μονάδες	8 × 13 =				1	0	4
Δεκάδες	5 × 13 =				6	5	
Ἑκατοντάδες	2 × 13 =			2	6		
Μονάδες χιλιάδες	2 × 13 =	+	2	6			
Ὥστε 2.258 × 13 =			2	9.	3	5	4	ἢ

2.258	**Πολλαπλασιαστέος**
× 13	**Πολλαπλασιαστὴς**
6774	**Μερικὰ γινόμενα**
+ 2258	
29.354	**Ὁλικὸ γινόμενο**

Ἡ πρᾶξι ποὺ κάναμε λέγεται **πολλαπλασιασμός.**

Πολλαπλασιασμὸ κάνομε, ὅταν γνωρίζωμε τὴν ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας ἑνὸς πράγματος καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μονάδων του ἢ ὅταν πρόκειται νὰ ἐπαναλάβωμε ἕναν ἀριθμὸ πολλὲς φορές.

- Στὸν πολλαπλασιασμὸ ἔχομε δύο ἀριθμούς: τὸν **πολλαπλασιαστέο** καὶ τὸν **πολλαπλασιαστή.** Καὶ οἱ δύο μαζὶ λέγονται **παράγοντες** τοῦ πολλαπλασιασμοῦ.
- Οἱ παράγοντες τοῦ πολλαπλασιασμοῦ εἶναι πάντοτε ποσὰ **ἑτεροειδῆ.**
- Ὁ πολλαπλασιαστέος φανερώνει τὴν ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας.

● Ὁ πολλαπλασιαστὴς φανερώνει τὶς πολλὲς μονάδες καὶ θεωρεῖται πάντοτε ὡς ἀφηρημένος ἀριθμός.

● Ὁ ἀριθμὸς ποὺ ἐξάγεται ἀπὸ τὴν πρᾶξι τοῦ πολλαπλασιασμοῦ λέγεται **ὁλικὸ γινόμενο.** Τὸ ὁλικὸ γινόμενο προκύπτει ἀπὸ τὴν πρόσθεσι τῶν **μερικῶν γινομένων** τοῦ πολλαπλασιασμοῦ.

● Τὸ σημεῖο τῆς πράξεως τοῦ πολλαπλασιασμοῦ εἶναι τὸ **×**, ποὺ τὸ λέμε **ἐπὶ** ἢ **φορές.**

Πολλαπλασιασμὸς ἐπὶ 10, 100, 1.000 κλπ.

Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τὸν ἀριθμὸ 135 ἐπὶ 10, 100 καὶ 1.000. Σύμφωνα μὲ ὅσα μάθαμε θὰ ἔχωμε :

α)
```
   135
 × 10
 -----
   000
  135
 -----
 1.350
```

β)
```
    135
 ×  100
 ------
    000
   000
  135
 ------
 13.500
```

γ)
```
     135
 × 1.000
 -------
     000
    000
   000
  135
 -------
 135.000
```

Παρατηροῦμε ὅτι στὸν πρῶτο πολλαπλασιασμό, 135 × 10, ἔχομε γινόμενο 1.350. Δηλαδὴ τὸ 135 μ' ἕνα μηδὲν στὰ δεξιά του.

Στὸν δεύτερο πολλαπλασιασμό, 135 × 100, ἔχομε γινόμενο 13.500. Δηλαδὴ τὸ 135 μὲ δύο μηδενικὰ στὰ δεξιά του.

Στὸν τρίτο πολλαπλασιασμό, 135 × 1.000, ἔχομε γινόμενο 135.000. Δηλαδὴ τὸ 135 μὲ τρία μηδενικὰ στὰ δεξιά του.

Ἄρα, ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε ἕναν ἀριθμό :

● α) ἐπὶ 10, θέτομε στὰ δεξιά του ἕνα μηδέν,

● β) ἐπὶ 100, θέτομε στὰ δεξιά του δύο μηδενικά,

● γ) ἐπὶ 1.000, θέτομε στὰ δεξιά του τρία μηδενικὰ κλπ.

Μερικὰ ἄλλα παραδείγματα :

$6 \times 10 = 60$	$6 \times 100 = 600$	$6 \times 1.000 = 6.000$
$71 \times 10 = 710$	$71 \times 100 = 7.100$	$71 \times 1.000 = 71.000$
$95 \times 10 = 950$	$95 \times 100 = 9.500$	$95 \times 1.000 = 95.000$

$$6 \times 10.000 = 60.000$$
$$71 \times 10.000 = 710.000$$
$$95 \times 10.000 = 950.000$$

Συντομίες στὸν πολλαπλασιασμὸ

Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τοὺς ἀριθμούς :

α) 120×20 καὶ β) 1.300×160

Σύμφωνα μὲ ὅσα μάθαμε θὰ ἔχωμε :

α)
$$\begin{array}{r} 120 \\ \times\ 20 \\ \hline 000 \\ 240 \\ \hline 2.400 \end{array}$$

β)
$$\begin{array}{r} 1.300 \\ \times\ 160 \\ \hline 0000 \\ 7800 \\ 1300 \\ \hline 208.000 \end{array}$$

Παρατηροῦμε ὅτι στὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα καταλήγομε, ἂν πολλαπλασιάσωμε μόνο τὰ σημαντικὰ ψηφία τῶν παραγόντων καὶ στὰ δεξιὰ τοῦ ὁλικοῦ γινομένου τους θέσωμε τόσα μηδενικά, ὅσα ἔχουν καὶ οἱ δύο παράγοντες μαζί.

Πχ. α)
$$\begin{array}{r|l} 12 & 0 \\ \times\ 2 & 0 \\ \hline 2.4 & 00 \end{array}$$

β)
$$\begin{array}{r|l} 13 & 00 \\ \times\ 16 & 0 \\ \hline 78 & \\ 13 & \\ \hline 208. & 000 \end{array}$$

Ἀπ' ὅσα εἴπαμε παραπάνω συμπεραίνομε ὅτι, ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε παράγοντες ποὺ ἔχουν στὸ τέλος τους μηδενικά, μποροῦμε, γιὰ συντομία, νὰ πολλαπλασιάσωμε μόνο τὰ σημαντικὰ ψηφία τῶν παραγόντων καὶ στὸ τέλος τοῦ ὁλικοῦ γινομένου νὰ θέσωμε ὅλα τὰ μηδενικά.

Δύο ἀκόμη παραδείγματα :

$$\begin{array}{r} 6.3\,|\,00 \\ \times\ \ 6\,|\,0 \\ \hline 378.000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 35\,|\,0 \\ \times\ \ 1\,|\,00 \\ \hline 35.000 \end{array}$$

Ἰδιότητες τοῦ πολλαπλασιασμοῦ

α) **Ἡ «ἀντιμεταθετικότης»:** Ἂν ἀλλάξωμε τὴν τάξι τῶν παραγόντων, τὸ γινόμενο δὲν μεταβάλλεται· π.χ.

$$\begin{array}{r} 214 \\ \times\ \ 21 \\ \hline 214 \\ 428 \\ \hline 4.494 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 21 \\ \times\ 214 \\ \hline 84 \\ 21 \\ 42 \\ \hline 4.494 \end{array}$$

Ἐπειδή, ὅπως βλέπετε, τὰ μερικὰ γινόμενα εἶναι πάντοτε ὅσα καὶ τὰ ψηφία τοῦ πολλαπλασιαστοῦ, συμφέρει πάντοτε νὰ προτιμοῦμε στὶς πράξεις τοῦ πολλαπλασιασμοῦ ὡς πολλαπλασιαστὴ τὸν παράγοντα ποὺ ἔχει τὰ λιγώτερα ψηφία, γιὰ νὰ ἔχωμε λιγώτερα μερικὰ γινόμενα. Στὴν περίπτωσι ὅμως αὐτὴ ὁ πολλαπλασιαστέος καὶ ὁ πολλαπλασιαστὴς θὰ θεωροῦνται ὡς ἀφηρημένοι ἀριθμοί.

β) **Ἡ «ἐπιμεριστικότης»:** Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τὸν ἀριθμὸ 15 ἐπὶ τὸ 10. Θὰ ἔχωμε : $15 \times 10 = 150$. Τὸ ἴδιο γινόμενο θὰ ἔχωμε, καὶ ἂν ἐπιμερίσωμε τὸν ἀριθμὸ 15 π.χ. σὲ 8 καὶ 7. Ἐπειδὴ $15 = 8 + 7$, θὰ ἔχωμε $15 \times 10 = (8 + 7) \times 10 = 8 \times 10 + 7 \times 10 = 80 + 70 = 150$. Στὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα καταλήγομε, καὶ ἂν ἐπιμερίσωμε τὸ 15 σὲ περισσότερους ἀπὸ δύο ἀριθμούς· π.χ. 4,4,4,3. Ἐπειδὴ $15 = 4 + 4 + 4 + 3$, θὰ ἔχωμε : $(4 + 4 + 4 + 3) \times 10 = 4 \times 10 + 4 \times 10 + 4 \times 10 + 3 \times 10 = 40 + 40 + 40 + 30 = 150$.

γ) **Ἡ «προσεταιριστικότης»:** Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τοὺς ἀριθμούς: $5 \times 10 \times 20$. Παρατηροῦμε ὅτι: $(5 \times 10) \times 20 = 50 \times 20 = 1.000$, $5 \times (10$

$\times$ 20) = 5 $\times$ 200 = 1.000. Δηλαδὴ (5 $\times$ 10) $\times$ 20 = 5 $\times$ (10 $\times$ 20). Ὥστε σ' ἕνα γινόμενο τριῶν παραγόντων τὸ γινόμενο τῶν δύο πρώτων ἐπὶ τὸν τρίτο ἰσοῦται μὲ τὸν πρῶτο ἐπὶ τὸ γινόμενο τῶν δύο ἄλλων.

δ) Ἂς ὑποθέσωμε τώρα ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τοὺς ἀριθμοὺς 2 $\times$ 0. Ἐπειδή, ὅπως μάθαμε, πολλαπλασιασμὸς εἶναι ἡ ἐπανάληψι ἑνὸς ἀριθμοῦ τόσες φορές, ὅσες μονάδες ἔχει ἕνας ἄλλος, θὰ ἔχωμε : $2 \times 0 = 0 + 0 = 0$, $0 \times 2 = 0 + 0 = 0$, $3 \times 0 = 0 + 0 + 0 = 0$, $0 \times 3 = 0 + 0 + 0 = 0$ κλπ.

Ἄρα κάθε ἀριθμός, ὅταν πολλαπλασιαστῇ μὲ τὸ μηδέν, μηδενίζεται· π.χ. $2 \times 0 = 0$, $0 \times 3 = 0$, $11 \times 0 = 0$, $12 \times 0 = 0$, $100 \times 0 = 0$ κλπ.

ε) Κάθε ἀριθμός, ὅταν πολλαπλασιαστῇ μὲ τὸ 1, δίνει γινόμενο τὸν ἑαυτό του· π.χ. $2 \times 1 = 2$, $3 \times 1 = 3$, $6 \times 1 = 6$, $256 \times 1 = 256$ κλπ.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 7×10 β) 37×10 γ) 41×100 δ) 58×1.000 ε) 126×10 στ) 321×100 ζ) 823×1.000 η) 30×10×20 θ) 10×(7+9) ι) 10× (9+11) ια) 55× (10+10) ιβ) 25× (4+6) ιγ) (15×6) × 10 ιδ) (20+10) ×100 ιε) (0×15) ×6 ιστ) 20 ×3 × 0 × 4 ιζ) 100×(1+0) ιη) 1.000× (1×0×4) ιθ) 1×2×3×4×5 κ) 10× (3×5×100) κα) 30×(1×2×3×0)

2. Γραπτῶς

α) 4.200 × 30	β) 5.600 × 50	γ) 6.720 × 60	δ) 35 × 250	ε) 75 × 200
στ) 636 × 38	ζ) 428 × 45	η) 272 × 126	θ) 305 × 208	ι) 403 × 105

Προβλήματα

1. Ὁ Παντελῆς πούλησε 379 κιλὰ κατεψυγμένο κιμὰ πρὸς 29 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

2. Ὁ ἴδιος κρεοπώλης ὑπολόγισε ὅτι τὸν προηγούμενο χρόνο πούλησε 898 κιλὰ κρέας μοσχαριοῦ πρὸς 52 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

3. Ὁ Ντίνος πούλησε τὸν Μάρτιο 1.255 κιλὰ κρέας ἀρνιοῦ πρὸς 58 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

4. Ὁ Γιῶργος ἀγόρασε τὸ Πάσχα ἀπὸ τὴ στάνη τοῦ γερο-Μήτρου γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ κρεοπωλείου του 127 ἀρνιὰ πρὸς 308 δραχμὲς τὸ ἕνα. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

5. Ὁ ἴδιος κρεοπώλης πούλησε τὰ 127 ἀρνιὰ ποὺ ἀγόρασε πρὸς 415 δραχμὲς τὸ ἕνα. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

6. Ὁ Ντίνος πούλησε 19 δέματα δερμάτων τῶν 65 κιλῶν τὸ καθένα πρὸς 31 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

7. Ὁ Σταῦρος ἀγόρασε γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ κρεοπωλείου του 35 χαρτοκιβώτια κατεψυγμένα κοττόπουλα πρὸς 27 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε, ἂν τὸ κάθε χαρτοκιβώτιο ζύγιζε 20 κιλά ;

8. Ὁ Σωτήρης ὑπολογίζει ὅτι πουλάει 45 κιλὰ κρέας κατσικιοῦ τὴν ἡμέρα πρὸς 48 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς θὰ εἰσπράξῃ σὲ 25 μέρες ;

9. Ὁ Κώστας ὑπολόγισε ὅτι κατὰ τὸν προηγούμενο χρόνο πουλοῦσε 250 κιλὰ κρέας μοσχαριοῦ τὸν μῆνα πρὸς 46 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ὅλο τὸν χρόνο ;

10. Ὁ ἴδιος κρεοπώλης τὸ πρῶτο ἑξάμηνο φέτος πούλησε 32 μοσχάρια τῶν 78 κιλῶν τὸ καθένα πρὸς 49 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

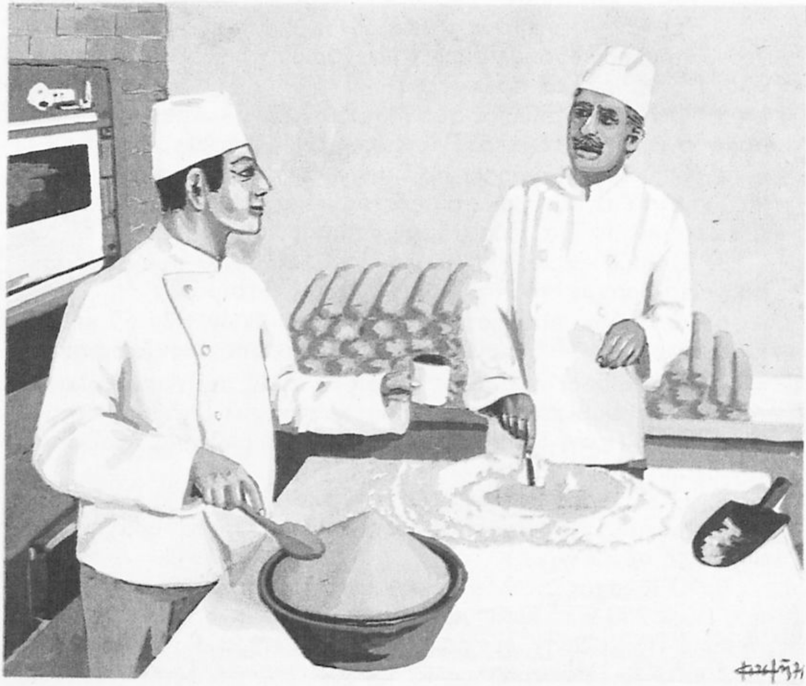
11. Ὁ Ντίνος ἀγόρασε 8 χαρτοκιβώτια κατεψυγμένο κρέας φιλέτο τῶν 50 κιλῶν τὸ καθένα πρὸς 57 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

12. Ὁ Σταῦρος ἀγόρασε 25 μοσχάρια τῶν 85 κιλῶν τὸ καθένα πρὸς 47 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε;

13. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ κρεοπωλείου του 127 ἀρνιὰ τῶν 13 κιλῶν τὸ καθένα πρὸς 53 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσα χρήματα πλήρωσε ;

14. Ὁ Παντελῆς διέθεσε ἕνα χρηματικὸ ποσὸ καὶ ἀγόρασε κοττόπουλα κατεψυγμένα σὲ 68 χαρτοκιβώτια, ποὺ τὸ καθένα ζύγιζε 42 κιλά,πρὸς 29 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσα χρήματα διέθεσε;

15. Ὁ Ντίνος πούλησε 37 κιλὰ κατεψυγμένου κρέατος πρὸς 27 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ διπλάσια ποσότητα νωποῦ κρέατος μὲ διπλάσια τιμὴ τὸ κιλό. Πόσα χρήματα εἰσέπραξε ἀπὸ τὸ κατεψυγμένο κρέας καὶ πόσα ἀπὸ τὸ νωπό ;



Τὰ ἀρτοποιεῖα

Ἄρτος λέγεται τὸ ψωμί. Τὸ ψωμὶ παρασκευάζεται στ' ἀρτοποιεῖα ἀπὸ ἀλεύρι σταριοῦ. Ζυμώνεται ἀπὸ ἐργάτες ἢ εἰδικὲς μηχανὲς καὶ ψήνεται σὲ κοινοὺς ἢ ἠλεκτρικοὺς φούρνους.

Στὰ μικρὰ χωριὰ δὲν ὑπάρχουν ἀρτοποιεῖα. Ἐκεῖ ἡ κάθε οἰκογένεια παρασκευάζει τὸ ψωμὶ ποὺ τῆς χρειάζεται καὶ τὸ ψήνει σὲ μικροὺς φούρνους ἢ μὲ διάφορα ἄλλα μέσα.

Οἱ ἀρτοποιοὶ δὲν πουλοῦν μόνο ψωμί, ἀλλὰ καὶ ἄλλα εἴδη, ὅπως φρυγανιές, κουλλούρια κλπ. Στοὺς φούρνους ψήνουν τὸ ψωμὶ ἢ διάφορα φαγητὰ ποὺ πηγαίνουν οἱ πελάτες τους ἀπὸ τὰ σπίτια τους.

Οἱ ἀρτοποιοὶ εἶναι γρήγοροι στὴ δουλειά τους καὶ κάνουν τοὺς λογαριασμούς τους μὲ μεγάλη ἄνεσι καὶ εὐκολία. Ἂς τοὺς παρακολουθήσωμε καὶ ἂς λύσωμε κι ἐμεῖς μερικὰ ἀπὸ τὰ προβλήματά τους.

4. Η ΔΙΑΙΡΕΣΙ

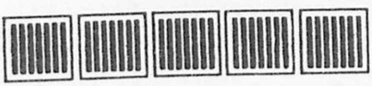
I) Ἡ Διαίρεσι μερισμοῦ

Πρόβλημα. Ὁ Πέτρος ἀγόρασε 700 κιλὰ ἀλεύρι γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ ἀρτοποιείου του καὶ πλήρωσε 3.500 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα κιλό ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τοῦ ἑνὸς κιλοῦ, πρέπει νὰ μοιράσωμε τὶς 3.500 δραχμὲς ποὺ πλήρωσε σὲ 700 ἴσα μέρη.

α) Παραστατικὰ

Θ' ἀναλύσωμε τὶς 3.500 δραχμὲς σ' ἑκατοντάδες δραχμῶν. Ἔπειτα θὰ χωρίσωμε τὶς ἑκατοντάδες τῶν δραχμῶν ἀνὰ ἑφτά, ὅσες δηλαδὴ ἔχει καὶ τὸ 700 καὶ θὰ τὶς κλείσωμε σὲ ὀρθογώνια παραλληλόγραμμα. Νά, ἔτσι :



Τὸ σύνολο τῶν παραλληλογράμμων αὐτῶν φανερώνει τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ ἴσα μέρη, στὰ ὁποῖα χωρίσαμε τὶς 3.500 δραχμές. Ἂς τὰ μετρήσωμε. Εἶναι 5.

Ἀπάντησι. Ἄρα ὁ Πέτρος ἀγόρασε τὸ ἀλεύρι πρὸς 5 δραχμὲς τὸ κιλό.

β) Πρακτικὰ

Γράφομε πρῶτα τὸν ἀριθμὸ ποὺ θέλομε νὰ μοιράσωμε, δηλαδὴ τὸ 3.500. Ἔπειτα δίπλα του καὶ πρὸς τὰ δεξιὰ γράφομε τὸν ἀριθμὸ ποὺ μᾶς λέει σὲ πόσα ἴσα μέρη πρέπει νὰ μοιράσωμε τὸ 3.500, δηλαδὴ τὸ 700, καὶ ἐκτελοῦμε τὴν πρᾶξι.

Διαιρετέος ⟵	3.500	700 →	**Διαιρέτης**
Ὑπόλοιπο ⟵	000	5 ⟶	**Πηλίκο**
		⟶	**Σημεῖο τῆς διαιρέσεως**

Ἡ πρᾶξι ποὺ κάναμε, γιὰ νὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα, λέγεται **διαίρεσι μερισμοῦ.** Ἄρα :

Διαίρεσι μερισμοῦ κάνομε, ὅταν γνωρίζωμε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μονάδων ἑνὸς πράγματος καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας του ἢ ὅταν θέλωμε νὰ μοιράσωμε ἕναν ἀριθμὸ σὲ πολλὰ ἴσα μέρη.

Στὴ διαίρεσι μερισμοῦ ἔχομε πάντοτε δύο ἀριθμούς : τὸν **διαιρετέο** καὶ τὸν **διαιρέτη.**

● Ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης στὴ διαίρεσι μερισμοῦ εἶναι πάντοτε ποσὰ **ἑτεροειδῆ**· π.χ. δραχμὲς ὁ διαιρετέος, κιλὰ ὁ διαιρέτης.

● Ὁ ἀριθμὸς ποὺ ἐξάγεται ἀπὸ τὴν πρᾶξι τῆς διαιρέσεως λέγεται **πηλίκο.**

● Ἡ διαίρεσι, ὅταν ἀφήνη ὑπόλοιπο μηδέν, λέγεται **τελεία. Ἀτελὴς** λέγεται, ὅταν ἀφήνη ὑπόλοιπο ἄλλον ἀριθμὸ (ἐκτὸς ἀπὸ μηδέν).

● Ὅταν ὁ διαιρέτης δὲν χωράη σ' ἕνα τμῆμα τοῦ διαιρετέου, γράφομε μηδὲν στὸ πηλίκο καὶ κατεβάζομε ἕνα ἀκόμη ψηφίο τοῦ διαιρετέου.

● Κάθε ἀριθμός, ὅταν διαιρεθῆ μὲ τὸ 1, δίνει πηλίκο τὸν ἑαυτό του· π.χ. $2 : 1 = 2$, $10 : 1 = 10$, $217 : 1 = 217$ κλπ.

● Τὴν πρᾶξι τῆς διαιρέσεως τὴν ἀρχίζομε ἀπὸ τ' ἀριστερὰ καὶ προχωροῦμε πρὸς τὰ δεξιά.

● Τὸ σημεῖον τῆς πράξεως τῆς διαιρέσεως εἶναι τὸ **:** ἢ καὶ λέγεται **διά**.

Ἡ δοκιμὴ τῆς διαιρέσεως

Γιὰ νὰ ἐλέγξωμε τὴν πρᾶξι τῆς διαιρέσεως, πολλαπλασιάζομε τὸν διαιρέτη ἐπὶ τὸ πηλίκο καὶ στὸ γινόμενο προσθέτομε τὸ ὑπόλοιπο. Ἂν ἡ πρᾶξι ἔγινε σωστά, πρέπει νὰ βροῦμε τὸν διαιρετέο. Π.χ. γιὰ τὸ πρόβλημα ποὺ λύσαμε ἔχομε : $700 \times 5 + 0 = 3.500 + 0 = 3.500$.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 5.000 : 10 β) 5.000 : 100 γ) 5.000 : 1.000 δ) 6.000 : 10 ε) 6.000 : 50 στ) 6.000 : 60 ζ) 7.000 : 10 η) 7.000 : 70 θ) 7.000 : 100 ι) 7.000 : 1.000

2. Γραπτῶς

α) 2.250 : 25 β) 4.500 : 125 γ) 3.150 : 105 δ) 6.300 : 210 ε) 18.018 : 302 στ) 80.029 : 243 ζ) 91.315 : 315 η) 100.709 : 503 θ) 208.008 : 104 ι) 202.020 : 101 ια) 30.625 : 175 ιβ) 82.008 : 402 ιγ) 163.827 : 327 ιδ) 10.600 : 1325 ιε) 9.180 : 1.020 ιστ) 38.529 : 4.281 ιζ) 40.821 : 3.711 ιη) 45.317 : 5.015 ιθ) 60.180 : 5.015 κ) 70.409 : 7.040

Προβλήματα διαιρέσεως μερισμοῦ

1. Ὁ Πέτρος ἀγόρασε 15 τσουβάλια ἀλεύρι καὶ πλήρωσε 4.875 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα τσουβάλι ;

2. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε 43 δοχεῖα πετρέλαιο γιὰ τὸν φοῦρνο του καὶ πλήρωσε 4.085 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα δοχεῖο ;

3. Ὁ Περικλῆς πούλησε τὸν προηγούμενο μῆνα 198 κιλὰ φρυγανιὲς καὶ εἰσέπραξε 3.168 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πουλοῦσε τὸ ἕνα κιλό ;

4. Ὁ ἴδιος ὑπολόγισε ὅτι τὸν προηγούμενο μῆνα πούλησε καὶ 257 κιλὰ κουλλούρια καὶ πῆρε 6.939 δραχμές. Πόσο πουλοῦσε τὸ ἕνα κιλό ;

5. Ὁ Πέτρος ὑπολόγισε ὅτι, ἂν πουλοῦσε 1.350 κιλὰ ψωμί, θὰ ἔπαιρνε 8.100 δραχμές. Πόσο πουλοῦσε τὸ ἕνα κιλό ;

6. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε 185 μικρὲς λαμαρίνες γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ ἀρτοποιείου του καὶ πλήρωσε 4.625 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὴ μιὰ λαμαρίνα ;

7. Ὁ Περικλῆς πούλησε τὸν προηγούμενο μῆνα 2.653 κιλὰ ψωμὶ καὶ εἰσέπραξε 15.918 δραχμές. Πόσο πουλοῦσε τὸ ἕνα κιλό ;

8. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε 1.325 κιλὰ ἀλεύρι α' ποιότητος καὶ πλήρωσε 9.275 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα κιλό ;

9. Ὁ Πέτρος ὑπολόγισε ὅτι πέρυσι τὸ ἀρτοποιεῖο του ἐργάστηκε 364 ἡμέρες καὶ πλήρωσε στὸ ἐργατικό του προσωπικὸ 300.300 δραχμές. Πόσα χρήματα ξόδευε τὴ μιὰ μέρα ;

10. Ὁ Λάμπρος ὑπολόγισε ὅτι πέρυσι ἀγόρασε γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ ἀρτοποιείου του 1.279 τσουβάλια ἀλεύρι καὶ πλήρωσε 383.700 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα τσουβάλι ;

11. Ὁ ἴδιος ὑπολόγισε ὅτι πέρυσι πλήρωσε στὸ ἐργατικό του προσωπικὸ 328.536 δραχμές. Πόσα χρήματα ξόδευε τὴ μιὰ μέρα, ἂν τὸ ἀρτοποιεῖο του ἐργάστηκε 351 μέρες ;

12. Ὁ Περικλῆς ὑπολογίζει ὅτι φέτος ὅλα τὰ ἔξοδα τοῦ ἀρτοποιείου του θὰ εἶναι 666.125 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀναλογοῦν στὴ μιὰ μέρα, ἐὰν τὸ ἔτος ὑπολογισθῆ σὲ 365 ἡμέρες ;

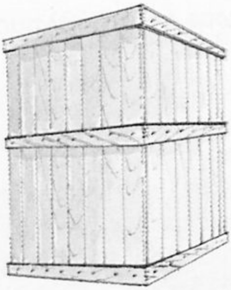
2) Ἡ διαίρεσι μετρήσεως

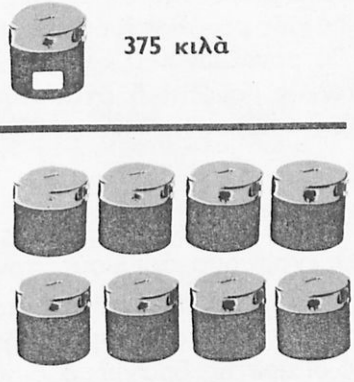
Πρόβλημα. Ὁ Πέτρος ἄδειασε 4.125 κιλὰ ἀλεύρι ἀπὸ ἕνα ἀμπάρι σὲ βαρέλια τῶν 375 κιλῶν. Πόσα τέτοια βαρέλια γέμισε ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσα βαρέλια τῶν 375 κιλῶν γέμισε ὁ Πέτρος μὲ τὰ 4.125 κιλὰ ἀλεύρι, πρέπει νὰ βροῦμε πόσες φορὲς χωράει ὁ ἀριθμὸς 375 μέσα στὸν ἀριθμὸ 4.125. Πρέπει δηλαδὴ νὰ διαιρέσωμε τὸν ἀριθμὸ 4.125 μὲ τὸ 375.

α) Παραστατικὰ

4.125 κιλὰ





375 κιλὰ

$$4125 - 375 = 3750$$
$$3750 - 375 = 3375$$
$$3375 - 375 = 3000$$
$$3000 - 375 = 2625$$
$$2625 - 375 = 2250$$
$$2250 - 375 = 1875$$
$$1875 - 375 = 1500$$
$$1500 - 375 = 1125$$
$$1125 - 375 = 750$$
$$750 - 375 = 375$$
$$375 - 375 = 0$$

Ἀπάντησι. Ἄρα ὁ Πέτρος μὲ τὰ 4.125 κιλὰ ἀλεύρι γέμισε 11 βαρέλια τῶν 375 κιλῶν.

β) Πρακτικὰ

Γράφομε πρῶτα τὸν ἀριθμό, ὁ ὁποῖος φανερώνει τὰ κιλὰ ποὺ περιέχονται στὸ ἀμπάρι, δηλαδὴ τὸ 4.125. Δίπλα ἀπὸ αὐτὸν καὶ πρὸς τὰ δεξιά του γράφομε τὸν ἀριθμό, ὁ ὁποῖος φανερώνει τὰ κιλὰ ποὺ χωράει καθένα ἀπὸ τὰ βαρέλια, δηλαδὴ τὸ 375, καὶ ἐκτελοῦμε τὴν πρᾶξι.

Διαιρετέος →	4.125	375 →	**Διαιρέτης**
	0 375	11 →	**Πηλίκο**
Ὑπόλοιπο →	000	→	**Σημεῖο τῆς διαιρέσεως**

Ἡ πρᾶξι ποὺ κάναμε νὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα λέγεται **διαίρεσι μετρήσεως.** Ἄρα :

Διαίρεσι μετρήσεως κάνομε, ὅταν γνωρίζωμε τὴν ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας ἑνὸς πράγματος καὶ τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μονάδων του καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε πόσες εἶναι οἱ πολλὲς μονάδες ἢ ὅταν θέλωμε νὰ βροῦμε πόσες φορὲς ἕνας ἀριθμὸς περιέχεται σ᾽ ἕναν ἄλλο.

- Στὴ διαίρεσι μετρήσεως, ὅπως καὶ στὴ διαίρεσι μερισμοῦ, ἔχομε δύο ἀριθμούς: τὸν **διαιρετέο** καὶ τὸν **διαιρέτη.**
- Ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης στὴ διαίρεσι μετρήσεως εἶναι πάντοτε ποσὰ **ὁμοειδῆ·** π.χ. κιλὰ ὁ διαιρετέος, κιλὰ καὶ ὁ διαιρέτης, δραχμὲς ὁ ἕνας, δραχμὲς καὶ ὁ ἄλλος.
- Ὁ ἀριθμὸς ποὺ ἐξάγεται ἀπὸ τὴ διαίρεσι μετρήσεως λέγεται **πηλίκο.**
- Ἡ διαίρεσι εἶναι πρᾶξι ἀντίστροφη τοῦ πολλαπλασιασμοῦ.
- Στὴν πρᾶξι τῆς διαιρέσεως συναντοῦμε τὸν πολλαπλασιασμό, τὴν ἀφαίρεσι καὶ τὴν πρόσθεσι. Ἑπομένως ἡ διαίρεσι εἶναι πρᾶξι **σύνθετη.**

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 1.000 : 2 β) 1.000 : 4 γ) 1.000 : 8 δ) 1.000 : 5 ε) 1.000: 10 στ) 3.000 : 10 ζ) 5.500 : 100 η) 6.000 : 20 θ) 8.000: 80 ι) 6.600 : 110 ια) 6.000 : 200 ιβ) 11.000 : 1.100

2. Γραπτῶς

α) 3.775 : 25 β) 7.080 : 40 γ) 9.625 : 55 δ) 10.025 : 75 ε) 10.305 : 81 στ) 78.125 : 125 ζ) 67.973 : 101 η) 63.706 : 106 θ) 66.990 : 606 ι) 60.014 : 307

Προβλήματα διαιρέσεως μετρήσεως

1. Ὁ Πέτρος ἔβαλε 3.875 φρυγανιὲς σὲ χαρτοσακκοῦλες, ποὺ ἡ κάθε μιὰ χωροῦσε 25 φρυγανιές. Πόσες χαρτοσακκοῦλες γέμισε ;

2. Ὁ ἴδιος ἔβαλε 8.631 κιλὰ ἀλεύρι σὲ τσουβάλια τῶν 63 κιλῶν. Πόσα τσουβάλια γέμισε ;

3. Ὁ Περικλῆς ἀγόρασε ἀπὸ ἀλευρόμυλο 7.020 κιλὰ ἀλεύρι σὲ σακκιὰ τῶν 65 κιλῶν. Πόσα σακκιὰ ἀλεύρι ἀγόρασε ;

4. Ὁ Νίκος ἐργάζεται στὸ ἀρτοποιεῖο τοῦ Πέτρου καὶ παίρνει 165 δραχμὲς τὴν ἡμέρα. Στὸ τέλος τοῦ προηγούμενου μηνὸς εἰσέπραξε 4.785 δραχμές. Πόσες ἡμέρες ἐργάστηκε ;

5. Ὁ Περικλῆς ἔψησε 4.608 κουλλούρια σὲ λαμαρίνες, ποὺ ἡ κάθε μιὰ χωροῦσε 144 κουλλούρια. Πόσες λαμαρίνες χρειάστηκε ;

6. Ὁ φοῦρνος τοῦ Πέτρου χωράει 185 ψωμιὰ τοῦ ἑνὸς κιλοῦ. Πόσες φορὲς θὰ τὸν κάψη, γιὰ νὰ ψήση 3.330 τέτοια ψωμιά ;

7. Ὁ Λάμπρος ἀγόρασε 4.416 κιλὰ πετρέλαιο, γιὰ νὰ καίη τὸν φοῦρνο του, σὲ βαρέλια τῶν 138 κιλῶν. Πόσα βαρέλια ἀγόρασε ;

8. Ὁ ἴδιος τὸν προηγούμενο μῆνα πούλησε 5.742 κιλὰ ψωμί. Πόσες ἡμέρες ἐργάστηκε τὸ ἀρτοποιεῖο του, ἂν κάθε μέρα πουλοῦσε 198 κιλά ;

9. Ὁ Πέτρος ἔβαλε 6.790 κουλλούρια σὲ καλάθια τῶν 1.358 κουλλουριῶν. Πόσα καλάθια γέμισε ;

10. Ὁ ἴδιος ἔχει στὴν ἀποθήκη του 18.400 κιλὰ ἀλεύρι. Πόσες ἡμέρες θὰ περάση, ἂν ζυμώνη τὴν ἡμέρα 368 κιλά ;

11. Οἱ ἀρτεργάτες τοῦ Περικλῆ παίρνουν συνολικὰ 1.235 δραχμὲς τὴν ἡμέρα. Προχτὲς ὁ Περικλῆς τοὺς ἔδωσε 55.575 δραχμές. Γιὰ πόσες ἡμέρες τοὺς πλήρωσε ;

12. Ὁ Λάμπρος ὑπολόγισε ὅτι πέρυσι εἶχε εἰσπράξει 4.335 δραχμὲς τὴν ἡμέρα καὶ ὅτι εἰσέπραξε συνολικὰ 1.521.585 δραχμές. Πόσες ἡμέρες ἐργάστηκε τὸ ἀρτοποιεῖό του ;

3) Ἡ διαίρεσι μερισμοῦ καὶ μετρήσεως μὲ διαιρέτη

1. Τὸ 10.

Ἔστω ὅτι ἔχομε νὰ διαιρέσωμε τὸ 1.250 : 10. Δὲν θὰ κάνωμε τὴ διαίρεσι ὅπως μάθαμε, ἀλλὰ θὰ βροῦμε ἀμέσως τὸ πηλίκο καὶ τὸ ὑπόλοιπο. Πῶς ὅμως ; Παρατηροῦμε ὅτι τὸ 1.250 περιέχει 125 δεκάδες καὶ 0 μονάδες. Ἄρα τὸ πηλίκο τῆς διαιρέσεως εἶναι 125 καὶ τὸ ὑπόλοιπο 0.

1.250	10
000	125

2. Τὸ 100.

Ἔστω ὅτι ἔχομε νὰ διαιρέσωμε τὸ 1.250 : 100. Παρατηροῦμε κι ἐδῶ ὅτι τὸ 1.250 περιέχει 12 ἑκατοντάδες καὶ 50 μονάδες. Ἄρα τὸ πηλίκο τῆς διαιρέσεως εἶναι 12 καὶ τὸ ὑπόλοιπο 50.

1.250	100
050	12

3. Τὸ 1.000.

Ἔστω ὅτι ἔχομε πάλι νὰ διαιρέσωμε τὸ 1.250 : 1.000. Παρατηροῦμε ὅτι τὸ 1.250 περιέχει 1 χιλιάδα καὶ 250 μονάδες. Ἄρα τὸ πηλίκο τῆς διαιρέσεως εἶναι 1 καὶ τὸ ὑπόλοιπο 250.

1.250	1.000
0250	1

4) Συντομίες στὴ διαίρεσι μερισμοῦ καὶ μετρήσεως

Ὅταν ἔχωμε νὰ διαιρέσωμε ἕναν ἀριθμὸ ποὺ τελειώνει σὲ μηδενικὰ μὲ διαιρέτη ποὺ τελειώνει ἐπίσης σὲ μηδενικά, γιὰ συντομία, δὲν λογαριάζομε ἴσο ἀριθμὸ μηδενικῶν τοῦ διαιρετέου καὶ τοῦ διαιρέτη, χωρὶς νὰ ὑπάρχη κίνδυνος νὰ κάνωμε λάθος· π.χ.

3.5[00	7[00	3.0[00	6[00	8.00[0	5[0
0	5	0	5	30	160
				00	

Σημείωσι: Ὁ τρόπος αὐτὸς τῆς διαιρέσεως εἶναι ὀρθός, μόνο ὅταν ἡ πρᾶξι εἶναι **τελεία.** Ἂν ἡ πρᾶξι ἀφήνη ὑπόλοιπο, ἔχομε βέβαια τὸ ἴδιο πηλίκο, ἀλλὰ διαφορετικὸ πάντοτε ὑπόλοιπο. Γι' αὐτὸ ἡ ἐφαρμογὴ αὐτοῦ τοῦ τρόπου διαιρέσεως πρέπει νὰ γίνεται μὲ πολλὴ προσοχή.

Ἀσκήσεις

Α. Νὰ βρῆτε ἀπὸ μνήμης τὰ πηλίκα καὶ τὰ ὑπόλοιπα τῶν διαιρέσεων :

1) 150:10
2) 1.251:10
3) 1.326:10
4) 2.387:10
5) 18.702:10
6) 20.005:10
7) 1.500:100
8) 2.070:100
9) 3.009:100
10) 4.735:100
11) 5.001:100
12) 27.038:100
13) 10.800:1.000
14) 11.000:1.000
15) 12.375:1.000

Β. Νὰ κάμετε μὲ συντομία τὶς διαιρέσεις ποὺ ἀκολουθοῦν :

1) 1.300:20
2) 5.090:30
3) 21.300:600
4) 25.260:800
5) 60.060:2.100
6) 81.810:3.900
7) 87.000:500
8) 90.000:310

Προβλήματα τῶν τεσσάρων πράξεων

1. Ὁ κυρ-Πανάγος συγκέντρωσε ἀπὸ τὰ χωράφια του 2.527 κιλὰ φασόλια. Κράτησε γιὰ τὸ σπίτι του 235 κιλά. Τὰ μισὰ τῶν ὑπολοίπων τὰ πούλησε πρὸς 15 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ τ' ἄλλα μισὰ πρὸς 12 δραχμές. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

2. Ὁ Μιχάλης ἀγόρασε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα μερικὰ σακκιὰ λίπασμα καὶ πλήρωσε 2.184 δραχμές. Ἂν ἀγόραζε 4 σακκιὰ ἀκόμη, θὰ πλήρωνε 2.600 δραχμές. Πόσα σακκιὰ ἀγόρασε ;

3. Ὁ Λουκᾶς πούλησε σιτάρι καὶ πῆρε 4.161 δραχμές. Ἂν πουλοῦσε 65 κιλὰ ἀκόμη, θὰ ἔπαιρνε 4.356 δραχμές. Πόσα κιλὰ πούλησε ;

4. Ὁ ἴδιος πούλησε φακὲς καὶ πῆρε 2.836 δραχμές. Ἂν πουλοῦσε 26 κιλὰ λιγώτερα, θὰ ἔπαιρνε 2.524 δραχμές. Πόσα κιλὰ πούλησε ;

5. Ὁ κυρ-Πανάγος πούλησε 2.671 κιλὰ σιτάρι πρὸς 3 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ κριθάρι πρὸς 2 δραχμὲς τὸ κιλό. Εἰσέπραξε συνολικὰ 10.065 δραχμές. Πόσα κιλὰ κριθάρι πούλησε ;

6. Ἡ Ἀγροτικὴ Τράπεζα πούλησε 23 γίδες πρὸς 1.285 δραχμὲς τὴ μία καὶ 12 κατσίκια. Εἰσέπραξε 40.811 δραχμές. Πόσο πούλησε τὰ κατσίκια ;

7. Ὁ Ντίνος ἀγόρασε 45 τράγους πρὸς 508 δραχμὲς τὸν ἕνα καὶ 13 ἀρνιά. Πλήρωσε συνολικὰ 25.577 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα ἀρνί ;

8. Ὁ Παντελῆς ἀγόρασε 135 ἀρνιὰ πρὸς 256 δραχμὲς τὸ ἕνα. Πόσο πρέπει νὰ πουλήση τὸ καθένα, γιὰ νὰ κερδίση 5.940 δραχμές ;

9. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε 147 κατσίκια κι ἔδωσε 30.135 δραχμές. Πόσο πρέπει νὰ πουλήση τὸ καθένα, γιὰ νὰ κερδίση 5.880 δρχ. ;

10. Ὁ Γιῶργος πούλησε κρέας πρὸς 47 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ κέρδισε 3.684 δραχμές. Πόσα κιλὰ κρέας πούλησε, ἂν ἀγόρασε τὸ κιλὸ 35 δραχμές ;

11. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε κρέας πρὸς 42 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ τὸ πούλησε πρὸς 37 δραχμές. Πόσα κιλὰ ἀγόρασε, ἂν ζημιώθηκε 500 δραχμές ;

12. Ὁ Σταῦρος ἀγόρασε 185 ἀρνιὰ πρὸς 235 δραχμὲς τὸ ἕνα. Ὅταν τὰ πούλησε, κέρδισε 12.395 δραχμές. Πόσο πούλησε τὸ ἕνα ;

13. Ὁ Κώστας ἀγόρασε 78 κιλὰ κρέας πρὸς 38 δραχμὲς τὸ κιλό. Πούλησε 62 κιλὰ καὶ εἰσέπραξε τὰ χρήματα ποὺ ἔδωσε νὰ τὸ ἀγοράση καὶ 198 δραχμὲς ἀκόμη. Πόσο πουλοῦσε τὸ ἕνα κιλό ;

14. Ὁ Πέτρος ἀγόρασε ἀλεύρι πρὸς 45 δραχμὲς τὰ 10 κιλά. Ἔδωσε 5.000 δραχμὲς καὶ πῆρε ρέστα 50. Πόσα κιλὰ ἀλεύρι ἀγόρασε ;

15. Ὁ Λάμπρος πούλησε 420 ψωμιά. Τὰ μισὰ πρὸς 35 δραχμὲς τὰ 7 καὶ τ' ἄλλα μισὰ πρὸς 18 δραχμὲς τὰ 3. Πόσα χρήματα εἰσέπραξε ;

16. Ὁ Περικλῆς πούλησε κουλλούρια πρὸς 4 δραχμὲς τὰ 8 καὶ εἰσέπραξε 600 δραχμές. Πόσα κουλλούρια πούλησε ;

17. Ὁ Γιῶργος ἀγόρασε 42 ἀρνιὰ καὶ 18 κατσίκια καὶ πλήρωσε συνολικὰ 17.082 δραχμές. Κάθε ἀρνὶ ἦταν ἀκριβότερο ἀπὸ κάθε κατσίκι κατὰ 51 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα ἀρνὶ καὶ πόσο τὸ ἕνα κατσίκι ;

18. Τρεῖς γεωργοὶ δανείστηκαν ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα 36.000 δραχμές. Ὁ α' πῆρε 6.500 δραχμὲς περισσότερες ἀπὸ τὸν γ' καὶ ὁ β' 4.000 δραχμὲς λιγώτερες ἀπὸ τὸν α'. Πόσες δραχμὲς δανείστηκε ὁ καθένας ;

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟ

ΟΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α. ΓΕΝΙΚΑ

Ι. ΑΙΣΘΗΤΟΠΟΙΗΣΙ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

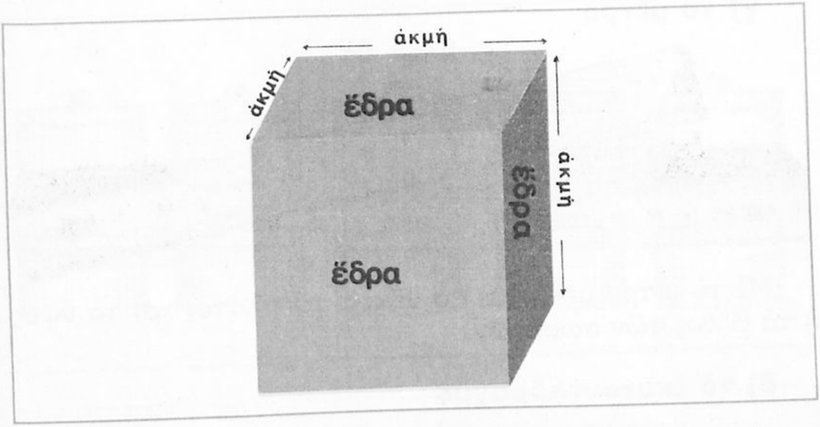
Μάθαμε ὅτι κάθε ἀκέραιος ἀριθμὸς γίνεται ἀπὸ τὴν ἐπανάληψι τῆς ἀκέραιας μονάδας. Ὡς ἀκέραια ὅμως μονάδα, ἐκτὸς ἀπὸ τὸ 1, μποροῦμε νὰ χρησιμοποιήσωμε καὶ κάθε ἄλλον ἀριθμό, ὅπως τὸ 10, τὸ 100, τὸ 1.000 κλπ. Ἔτσι ὁ ἀριθμὸς 5 δεκάδραχμα γίνεται βέβαια ἀπὸ τὴν ἐπανάληψι τῆς ἀκέραιας μονάδας, ἀλλὰ ἐδῶ ἡ ἀκέραια μονάδα δὲν εἶναι ἡ 1 δραχμή. Εἶναι τὸ 1 δεκάδραχμο, δηλαδὴ οἱ 10 δραχμές. Ὁ ἀριθμὸς πάλι 6 ἑκατοντάδραχμα γίνεται ἀπὸ τὴν ἐπανάληψι τοῦ 1 ἑκατοντάδραχμου, δηλαδὴ τῶν 100 δραχμῶν. Παρόμοια καὶ ὁ ἀριθμὸς 7 χιλιάδες γίνεται ἀπὸ τὴν ἐπανάληψι τοῦ 1 χιλιόδραχμου, δηλαδὴ τῶν 1.000 δραχμῶν.

Ἡ χρησιμοποίησι ὡς ἀκέραιας μονάδας τοῦ 10, 100, 1.000 κλπ. ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τὴ δημιουργία τῶν δεκαδικῶν ἀριθμῶν.

Γιὰ νὰ κατανοήσωμε τοὺς δεκαδικοὺς ἀριθμούς, θὰ χρησιμοποιήσωμε ὡς ἀκέραια μονάδα :

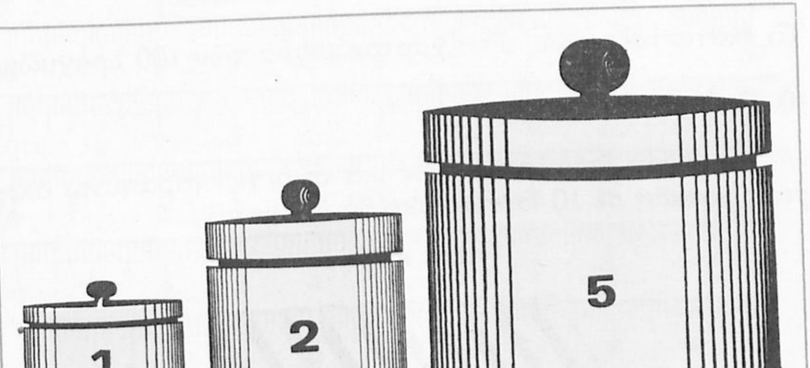
α) τὸν κύβο

Κάθε ἕδρα τοῦ κύβου μπορεῖ νὰ θεωρηθῇ ὡς βάσι του. Ὁ κύβος ἔχει 12 ἀκμές. Οἱ ἀκμὲς τοῦ κύβου εἶναι ἴσες μεταξύ τους.



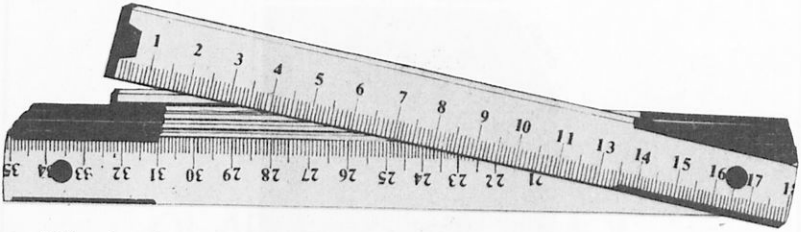
Ὁ κύβος εἶναι στερεὸ γεωμετρικὸ σῶμα. Ἔχει 6 ἕδρες, οἱ ὁποῖες εἶναι τετραγωνικὲς καὶ ἴσες μεταξύ τους. Σχῆμα κύβου ἔχουν τὰ ζάρια καὶ διάφορα μικρὰ ἢ καὶ μεγάλα κιβώτια.

β) τὰ σταθμά



Τὰ σταθμὰ εἶναι μεταλλικὰ σώματα γνωστοῦ βάρους. Χρησιμοποιοῦνται ὡς ἀντίβαρα γιὰ τὴ ζύγισι διαφόρων ἀντικειμένων.

γ) τὸ μέτρο



Μὲ τὸ μέτρο μετροῦμε τὸ μῆκος, τὸ πλάτος καὶ τὸ ὕψος ἢ τὸ βάθος τῶν σωμάτων.

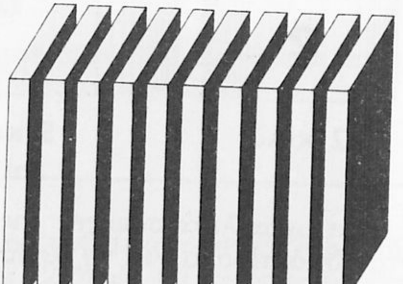
δ) τὸ ἑκατοντάδραχμο

Τὸ ἑκατοντάδραχμο εἶναι χαρτονόμισμα τῶν 100 δραχμῶν.

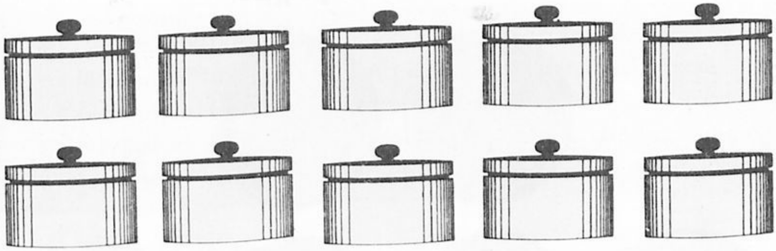
α) Τί εἶναι τὰ δέκατα

Ἂν τώρα διαιρέσωμε κάθε μιὰ ἀπὸ τὶς παραπάνω ἀκέραιες μονάδες σὲ 10 ἴσα μερίδια, θὰ ἔχωμε :

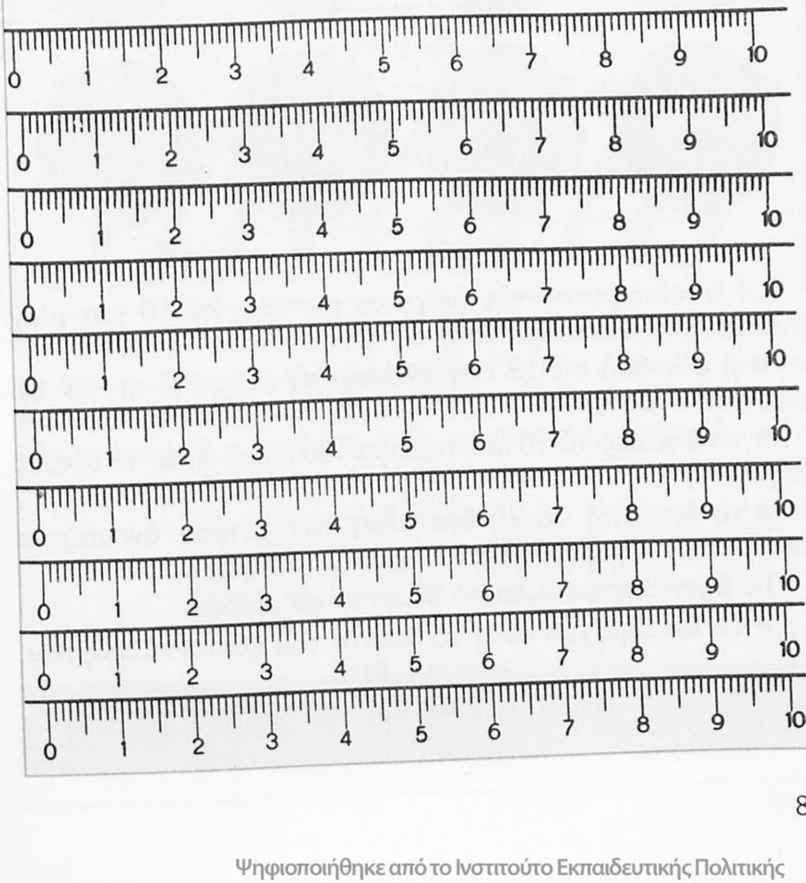
τὸν κύβο



τὸ κιλὸ



τὸ μέτρο



τὸ ἑκατοντάδραχμο

Οἱ ὑποδιαιρέσεις τῆς ἀκέραιας μονάδας σὲ 10 ἴσα μέρη ὀνομάζονται **δέκατα.** Ἔτσι :

- ἡ μιὰ ἀπὸ τὶς 10 ἴσες πλάκες τοῦ κύβου εἶναι τὸ δέκατο τοῦ κύβου,
- τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ 10 ἴσα τεμάχια τοῦ κιλοῦ εἶναι τὸ δέκατο τοῦ κιλοῦ,
- τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ 10 ἴσα μέρη τοῦ μέτρου ὀνομάζεται δεκατόμετρο (παλαιότερα λεγόταν «παλάμη»).

Τὸ δεκατόμετρο εἶναι τὸ δέκατο τοῦ μέτρου.

- Τὸ δεκάδραχμο εἶναι τὸ δέκατο τοῦ ἑκατοντάδραχμου.

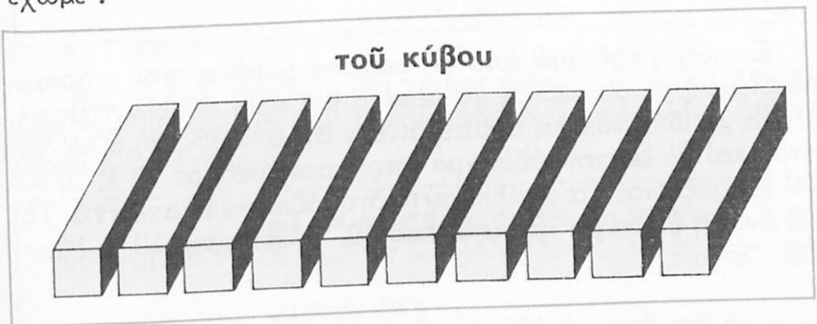
Ἄρα, τὸ δέκατο εἶναι 10 φορὲς μικρότερο ἀπὸ τὴν ἀκέραια μονάδα.

Ἀσκήσεις

α) Νὰ κατασκευάσετε ἕναν κύβο κι ἔπειτα τὸ ἕνα δέκατό του.
β) Νὰ βρῆτε πόσα γραμμάρια εἶναι τὸ δέκατο τοῦ κιλοῦ.
γ) Νὰ βρῆτε πόσα δεκατόμετρα ἔχει τὸ μέτρο.
δ) Νὰ βρῆτε πόσα δεκατόμετρα ἔχουν τὰ δύο μέτρα.
ε) Νὰ βρῆτε πόσες δραχμὲς εἶναι τὸ δέκατο τοῦ χιλιόδραχμου.

β) Τί εἶναι τὰ ἑκατοστὰ

Ἂν διαιρέσωμε τὸ δέκατο τοῦ κύβου, τοῦ κιλοῦ, τοῦ μέτρου καὶ τοῦ ἑκατοντάδραχμου σὲ 10 πάλι ἴσα μερίδια, θὰ ἔχωμε :



Τὸ δέκατο τοῦ κύβου καὶ οἱ ὑποδιαιρέσεις του ἔχουν σχῆμα ὀρθογώνιου παραλληλεπιπέδου. Σχῆμα ὀρθογώνιου παραλληλεπιπέδου ἔχουν τὰ βιβλία, τὰ κουτιὰ τῶν σπίρτων, τῶν τσιγάρων, οἱ πλάκες τῶν σαπουνιῶν, οἱ σανίδες κλπ.

τοῦ ἑκατοντάδραχμου

Ἐπειδὴ ἡ κάθε μιὰ ἀπὸ τὶς ἀκέραιες μονάδες ποὺ πήραμε ὑποδιαιρέθηκε ἀρχικὰ σὲ 10 δέκατα καὶ κάθε δέκατό τους σὲ 10 ἴσα μερίδια, εὔκολα συμπεραίνομε ὅτι ὁ κύβος, τὸ κιλό, τὸ μέτρο καὶ τὸ ἑκατοντάδραχμο ὑποδιαιρέθηκαν σὲ $10 \times 10 = 100$ ἴσα μερίδια. Τὰ μερίδια αὐτὰ ὀνομάζονται **ἑκατοστά.** Τὸ 100 εἶναι ἡ **δεύτερη δύναμι τοῦ 10,** γιατὶ εἶναι $10 \times 10 = 100$. Ἔτσι :

- τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ 100 ἴσα ὀρθογώνια παραλληλεπίπεδα τοῦ κύβου εἶναι τὸ ἑκατοστὸ τοῦ κύβου,
- τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ 100 ἴσα τεμάχια τοῦ κιλοῦ εἶναι τὸ ἑκατοστὸ τοῦ κιλοῦ,
- τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ 100 ἴσα μερίδια τοῦ μέτρου ὀνομάζεται ἑκατοστόμετρο ἢ ἑκατοστὸ τοῦ μέτρου (παλαιότερα λεγόταν καὶ «δάκτυλος»).

Τὸ ἑκατοστόμετρο εἶναι τὸ ἑκατοστὸ τοῦ μέτρου.

- Ἡ δραχμὴ εἶναι τὸ ἑκατοστὸ τοῦ ἑκατοντάδραχμου.

Ἄρα, τὸ ἑκατοστὸ εἶναι μικρότερο 10 φορὲς ἀπὸ τὸ δέκατο καὶ 100 φορὲς ἀπὸ τὴν ἀκέραια μονάδα.

Ἀσκήσεις

α) Νὰ κατασκευάσετε ἕναν κύβο μὲ μῆκος ἀκμῆς 10 ἑκατοστὰ τοῦ μέτρου κι ἔπειτα νὰ τὸν διαιρέσετε σ' ἑκατοστά.

β) Τὰ 5 δέκατα τοῦ μέτρου σὲ πόσα ἑκατοστὰ ἀντιστοιχοῦν;

γ) Τὰ 7 δέκατα τοῦ ἑκατονταδράχμου σὲ πόσα ἑκατοστὰ ἀντιστοιχοῦν ;

δ) Τὰ 3 δέκατα τοῦ κύβου σὲ πόσα ἑκατοστὰ ἀντιστοιχοῦν ;

ε) Πόσα δέκατα εἶναι 80 ἑκατοστὰ τοῦ ἑκατοντάδραχμου ;

στ) Πόσα ἑκατοστὰ εἶναι 9 δέκατα τοῦ κιλοῦ ;

ζ) Πόσα δέκατα εἶναι 60 ἑκατοστὰ τοῦ κιλοῦ ;

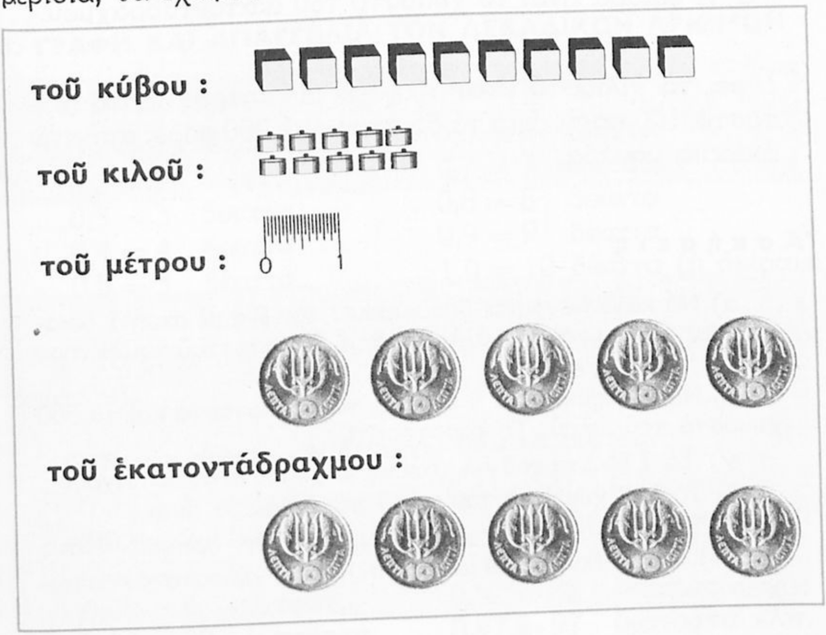
η) Πόσες δραχμὲς εἶναι 30 ἑκατοστὰ τοῦ ἑκατοντάδραχμου ;

θ) Πόσες δραχμὲς εἶναι 3 δέκατα τοῦ δεκάδραχμου ;

ι) Τὰ 5 δέκατα τοῦ χιλιόδραχμου πόσες δραχμὲς εἶναι ;

γ) Τί εἶναι τὰ χιλιοστὰ

Ἂν τώρα διαιρέσωμε καὶ τὸ ἑκατοστὸ τοῦ κύβου, τοῦ κιλοῦ, τοῦ μέτρου καὶ τοῦ ἑκατοντάδραχμου σὲ 10 ἴσα ἐπίσης μερίδια, θὰ ἔχωμε :



Ἐπειδὴ ἡ κάθε μονάδα ποὺ πήραμε ἔχει 100 ἑκατοστὰ καὶ κάθε ἑκατοστὸ ὑποδιαιρέθηκε σὲ 10 ἴσα μέρη, συμπεραίνομε ὅτι ὁ κύβος, τὸ κιλό, τὸ μέτρο καὶ τὸ ἑκατοντάδραχμο ὑποδιαιρέθηκαν σὲ $100 \times 10 = 1.000$ ἴσα μέρη. Τὰ μέρη αὐτὰ ὀνομάζονται **χιλιοστά.** Τὸ 1.000 εἶναι **ἡ τρίτη δύναμι τοῦ 10,** γιατὶ εἶναι $10 \times 10 \times 10 = 1.000$. Ἔτσι :

- τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ 1.000 ἴσα τεμάχια τοῦ κύβου εἶναι τὸ χιλιοστὸ τοῦ κύβου,
- τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ 1.000 ἴσα τεμάχια τοῦ κιλοῦ εἶναι τὸ χιλιοστὸ τοῦ κιλοῦ (τὸ χιλιοστὸ τοῦ κιλοῦ ὀνομάζεται γραμμάριο),·
- τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ 1.000 ἴσα μέρη τοῦ μέτρου ὀνομάζεται χιλιοστόμετρο ἢ χιλιοστὸ τοῦ μέτρου (παλαιότερα λεγόταν «γραμμή»).

Τὸ χιλιοστόμετρο εἶναι τὸ χιλιοστὸ τοῦ μέτρου.

- Ἡ δεκάρα εἶναι τὸ χιλιοστὸ τοῦ ἑκατοντάδραχμου.

Ἄρα, τὸ χιλιοστὸ εἶναι 10 φορὲς μικρότερο ἀπὸ τὸ ἑκατοστό, 100 φορὲς ἀπὸ τὸ δέκατο καὶ 1.000 φορὲς ἀπὸ τὴν ἀκέραια μονάδα.

Ἀσκήσεις

α) Νὰ κατασκευάσετε δύο κύβους: τὸν ἕνα μὲ ἀκμὴ 1 δεκάτου τοῦ μέτρου καὶ τὸν ἄλλο μὲ ἀκμὴ 1 ἑκατοστοῦ τοῦ μέτρου καὶ νὰ τοὺς συγκρίνετε.

β) Νὰ συγκρίνετε τὰ 5 δέκατα, τὰ 50 ἑκατοστὰ καὶ τὰ 500 χιλιοστὰ τοῦ κιλοῦ. Τί παρατηρεῖτε ;

γ) Τὰ 7 δέκατα τοῦ κιλοῦ σὲ πόσα χιλιοστὰ ἀντιστοιχοῦν ;

δ) Τὰ 600 χιλιοστὰ τοῦ κιλοῦ πόσα δέκατα εἶναι ;

ε) Τὰ 4 δέκατα τοῦ χιλιόδραχμου πόσες δραχμὲς εἶναι ;

στ) Τὰ 5 δέκατα τοῦ μέτρου σὲ πόσα χιλιοστὰ ἀντιστοιχοῦν ;

ζ) Τὰ 50 ἑκατοστὰ τοῦ κιλοῦ σὲ πόσα χιλιοστὰ ἀντιστοιχοῦν ;

η) Ποιό ποσὸ εἶναι μεγαλύτερο : 3 δέκατα τοῦ κιλοῦ ἢ 300 χιλιοστά ;

θ) Ποιό ποσὸ εἶναι μικρότερο : 8 δέκατα τοῦ μέτρου ἢ 700 χιλιοστά ;

ι) Τί μέρος τοῦ κιλοῦ εἶναι τὰ 500 χιλιοστά ;

2. ΠΟΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΟΝΟΜΑΖΟΝΤΑΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ

Οἱ ὑποδιαιρέσεις τῆς ἀκέραιας μονάδας μὲ βάσι τὸ 10 λέγονται δεκαδικὲς ὑποδιαιρέσεις. Ἄρα :

δεκαδικοὶ λέγονται οἱ ἀριθμοί, μὲ τοὺς ὁποίους γράφομε τὶς δεκαδικὲς ὑποδιαιρέσες τῆς ἀκέραιας μονάδας.

3. ΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΑΠΑΓΓΕΛΙΑ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

α) Πῶς γράφομε καὶ ἀπαγγέλλομε τὰ δέκατα

0,1 = 1 δέκατο
0,2 = 2 δέκατα
0,3 = 3 δέκατα
0,4 = 4 δέκατα
0,5 = 5 δέκατα
0,6 = 6 δέκατα
0,7 = 7 δέκατα
0,8 = 8 δέκατα
0,9 = 9 δέκατα
1,0 = 10 δέκατα (ἢ ἀκέραια μονάδα).

- Τὰ δέκατα γίνονται ἀπὸ τὴν ἐπανάληψι τοῦ 0,1 (ἑνὸς δεκάτου).

β) Πῶς γράφομε καὶ ἀπαγγέλλομε τὰ ἑκατοστὰ

0,01 = 1 ἑκατοστὸ
0,02 = 2 ἑκατοστὰ
0,03 = 3 ἑκατοστὰ
0,08 = 8 ἑκατοστὰ
0,20 = 20 ἑκατοστὰ
0,41 = 41 ἑκατοστὰ
0,55 = 55 ἑκατοστὰ
0,66 = 66 ἑκατοστὰ
0,82 = 82 ἑκατοστὰ
0,97 = 97 ἑκατοστὰ κλπ.

● Τὰ ἑκατοστὰ γίνονται ἀπὸ τὴν ἐπανάληψι τοῦ 0,01 (ἑνὸς ἑκατοστοῦ).

γ) Πῶς γράφομε καὶ ἀπαγγέλλομε τὰ χιλιοστὰ

0,001 = 1	χιλιοστὸ	0,064 = 64	χιλιοστὰ
0,002 = 2	χιλιοστὰ	0,099 = 99	χιλιοστὰ
0,003 = 3	χιλιοστὰ	0,121 = 121	χιλιοστὰ
0,009 = 9	χιλιοστὰ	0,315 = 315	χιλιοστὰ
0,022 = 22	χιλιοστὰ	0,527 = 527	χιλιοστὰ
0,036 = 36	χιλιοστὰ	0,895 = 895	χιλιοστὰ

● Τὰ χιλιοστὰ γίνονται ἀπὸ τὴν ἐπανάληψι τοῦ 0,001 (ἑνὸς χιλιοστοῦ).

● Διακριτικὸ γνώρισμα τῶν δεκαδικῶν ἀριθμῶν εἶναι ἡ **ὑποδιαστολή,** ἡ ὁποία μοιάζει μὲ τὸ κόμμα. Ἡ ὑποδιαστολὴ χωρίζει τὸν δεκαδικὸ ἀριθμὸ σὲ δύο μέρη, στὸ ἀκέραιο καὶ στὸ δεκαδικό. Τὸ ἀκέραιο μέρος βρίσκεται πάντοτε ἀριστερὰ ἀπὸ τὴν ὑποδιαστολὴ καὶ τὸ δεκαδικὸ πάντοτε στὰ δεξιά της.

● Τὸ πρῶτο μετὰ τὴν ὑποδιαστολὴ ψηφίο τοῦ δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ φανερώνει δέκατα, τὸ δεύτερο ἑκατοστά, τὸ τρίτο χιλιοστὰ κλπ.

● Οἱ δεκαδικοὶ ἀριθμοὶ ἀπαγγέλλονται κατὰ τρεῖς τρόπους :

1ος τρόπος: Ἀπαγγέλλομε πρῶτα τὸν ἀκέραιο καὶ μετὰ τὰ δεκαδικὰ ψηφία τὸ καθένα μὲ τ' ὄνομά του· π.χ. 3,256 = τρία ἀκέραιος, δύο δέκατα, πέντε ἑκατοστά, ἕξι χιλιοστά.

2ος τρόπος: Ἀπαγγέλλομε πάλι τὸν ἀκέραιο κι ἔπειτα τὰ δεκαδικὰ ψηφία σὰν ἕναν ἀριθμὸ μὲ τ' ὄνομα τοῦ τελευταίου δεκαδικοῦ ψηφίου· π.χ. 3,256 = 3 ἀκέραιος καὶ 256 χιλιοστά.

3ος τρόπος: Ἀπαγγέλλομε τὸν ἀριθμὸ σὰ νὰ εἶναι ἀκέραιος, χωρὶς δηλαδὴ νὰ ὑπολογίζωμε τὴν ὑποδιαστολή, μὲ τ' ὄνομα τοῦ τελευταίου δεκαδικοῦ ψηφίου· π.χ. 3 χιλιάδες 256 χιλιοστά.

Ἀσκήσεις

1. Ν' ἀπαγγείλετε τοὺς δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν :

α) 0,9 0,5 0,4 β) 0,1 0,7 0,2 γ) 1,0 1,2 1,4 δ) 2,1 3,3 3,4 ε) 4,1 4,5 4,7 στ) 13,2 15,8 20,9 ζ) 0,01 0,21 0,61 η) 0,11 1,02 1,09 θ) 2,02 2,04 2,22 ι) 0,001 0,033 0,055 ια) 0,350 1,228 145,339

2. Ν' ἀπαγγείλετε κατὰ τὸν πρῶτο τρόπο τοὺς δεκαδικούς:

α) 7,24 8,32 β) 10,01 11,37 γ) 265,87 1.369,92 δ) 2,651 4,622 ε) 18,738 61,393 στ) 201,600 304,808

3. Ν' ἀπαγγείλετε κατὰ τὸν δεύτερο καὶ τρίτο τρόπο τοὺς δεκαδικούς :

α) 0,414 β) 1,365 γ) 2,007 δ) 4,444 ε) 7,111 στ) 8,001 ζ) 12,298 132,89 η) 215,15 θ) 57,15 ι) 1.203,305

4. Νὰ γράψετε μὲ ψηφία τοὺς ἀριθμούς :

πέντε ἀκέραιος καὶ πέντε δέκατα, ἑφτὰ καὶ τρία δέκατα, ἕνα καὶ ἑβδομήντα ἕξι ἑκατοστά, τριάντα δύο ἑκατοστά, δύο καὶ ἑκατὸν τριάντα ὀχτὼ χιλιοστά, τρία ἑκατοστά, ὀχτὼ χιλιοστά, ἐννέα καὶ τριακόσια εἴκοσι ἕνα χιλιοστά.

5. Νὰ γράψετε μὲ λέξεις τοὺς ἀριθμούς :

α) 0,28 4,4 β) 10,52 101,205 γ) 729,2 802,671 δ) 1.261,1 1.307,18 ε) 1.417,171 1.638,711

6. Νὰ γράψετε μὲ λέξεις :

α) ὅλα τὰ δέκατα β) ὅλα τὰ ἑκατοστά.

7. Νὰ γράψετε μὲ δεκαδικούς :

α) 14 κιλὰ 82 γραμμάρια λάδι, β) 5 μέτρα 11 χιλιοστὰ σύρμα, γ) 14 δραχμὲς 5 λεπτά, δ) 7 μέτρα 2 χιλιοστὰ καλώδιο, ε) 19 κιλὰ τρία γραμμάρια ρύζι, στ) 2 μέτρα 4 δεκατόμετρα μῆκος, ζ) 6 μέτρα 2 ἑκατοστόμετρα πλάτος, η) 5 μέτρα 6 χιλιοστόμετρα ὕψος, θ) 28 μέτρα 88 χιλιοστόμετρα σύρμα, ι) 60 ἑκατοστόμετρα 3 χιλιοστόμετρα βάθος.

8. Νὰ συγκρίνετε :

α) τὰ 0,5 τοῦ κιλοῦ μὲ τὰ 0,50 καὶ 0,500 τοῦ κιλοῦ,

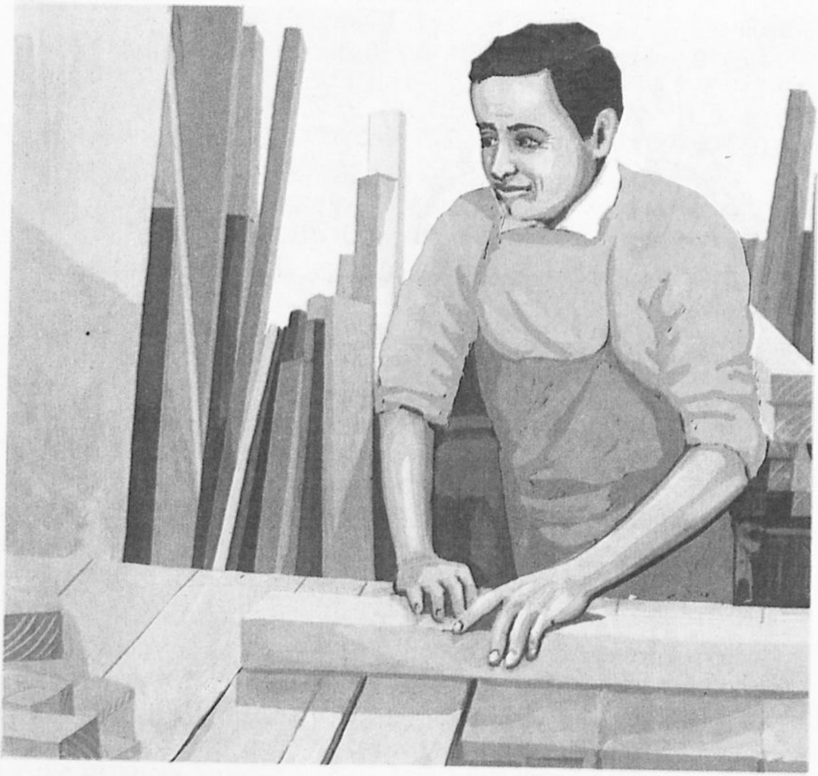
β) τὰ 0,2 τοῦ μέτρου μὲ τὰ 0,20 καὶ 0,200 τοῦ μέτρου,

γ) τὰ 0,5 τῆς δραχμῆς μὲ τὰ 0,50 τῆς δραχμῆς,

δ) τὸ 0,1 τοῦ ἑκατοντάδραχμου μὲ τὰ 0,2 τοῦ πεντακοσιόδραχμου,

ε) τὰ 0,3 τοῦ κιλοῦ μὲ τὰ 0,600 τοῦ κιλοῦ.

Β. ΟΙ ΤΕΣΣΕΡΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ



Τὰ ξυλουργεῖα

Οἱ ξυλουργοὶ ἐργάζονται στὰ ξυλουργεῖα τους. Σ' αὐτὰ ἔχουν ἐγκαταστημένα ξυλουργικὰ μηχανήματα μὲ τὰ ὁποῖα κόβουν, σχίζουν καὶ κατεργάζονται τὰ ξύλα ποὺ ἀγοράζουν ἀπὸ τὰ ξυλεργοστάσια.

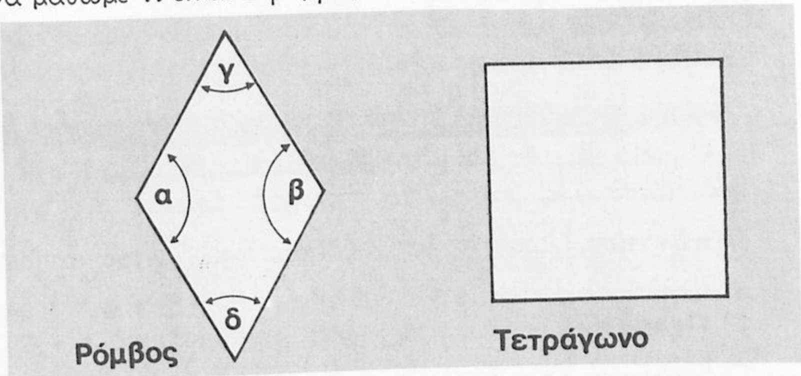
Στὰ ξυλουργεῖα βλέπει κανεὶς πριονοκορδέλες, πλάνες, σκαρπέλα, ἀρίδες, σκεπάρνια, σφυριὰ κι ἕνα σωρὸ ἄλλα σύνεργα. Βλέπει ἀκόμη κάθε εἴδους ξύλα μικρά, μεγάλα, στενά, πλατιὰ κλπ. Μ' αὐτὰ οἱ ξυλουργοὶ κατασκευάζουν ἔπιπλα κομψὰ καὶ χρήσιμα.

Οἱ ξυλουργοὶ εἶναι τεχνίτες ὡπλισμένοι μὲ ὑπομονὴ κι ἐξαιρετικὲς ἐπιδεξιότητες. Χάρη στὶς δύο αὐτὲς ἀρετές τους κατορθώνουν νὰ δίνουν στὰ ἄμορφα καὶ ἀκαλαίσθητα ξύλα ὀμορφιά, λεπτότητα καὶ καλλιτεχνικὴ ζωντάνια.

Ι. Η ΠΡΟΣΘΕΣΙ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Πρόβλημα. Ὁ Χρῆστος κατασκεύασε ἕνα ξύλινο ταβάνι σχήματος ρόμβου μὲ πλευρὰ 3,25 μέτρα. Πόσα μέτρα σανίδες χρειάστηκε γιὰ τὴν κορνίζα του ;

Πρὶν προχωρήσωμε στὴ λύσι τοῦ προβλήματος, πρέπει νὰ μάθωμε τί εἶναι ὁ ρόμβος.



Ὁ ρόμβος εἶναι ἕνα γεωμετρικὸ σχῆμα ὅπως τὸ τετράγωνο, τὸ παραλληλόγραμμο, τὸ τρίγωνο καὶ ὁ κύκλος ποὺ μάθατε στὴν τρίτη τάξι.

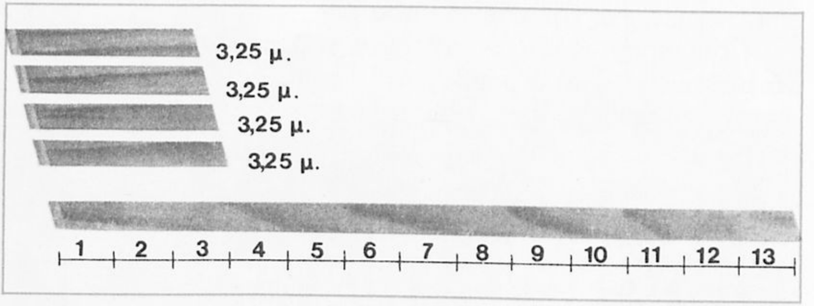
Ὁ ρόμβος μοιάζει μὲ τὸ τετράγωνο, γιατὶ ἔχει ὅλες τὶς πλευρές του ἴσες, ὅπως κι ἐκεῖνο. Ὡστόσο ὅμως διαφέρει ἀπὸ αὐτό, γιατί, ἐνῶ οἱ γωνίες τοῦ τετραγώνου εἶναι ὅλες ὀρθὲς κι ἑπομένως ἴσες μεταξύ τους, οἱ γωνίες τοῦ ρόμβου δὲν εἶναι ὀρθὲς ἀλλὰ οὔτε καὶ ὅλες ἴσες μεταξύ τους. Εἶναι ἴσες μεταξύ τους μόνο οἱ ἀπέναντι· π.χ. ἡ γωνία α εἶναι ἴση μὲ τὴ γωνία β καὶ ἡ γωνία γ ἴση μὲ τὴ γωνία δ.

Καὶ τώρα ἂς ἔρθωμε στὴ λύσι τοῦ προβλήματος.

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσα μέτρα σανίδες χρειάστηκε ὁ Χρῆστος, γιὰ νὰ κατασκευάση τὴν κορνίζα τοῦ ταβανιοῦ, ἀρκεῖ νὰ βροῦμε τὴν περίμετρο τοῦ ρόμβου. Τὴν περίμετρο τοῦ ρόμβου τὴ βρίσκομε, ὅπως καὶ τὴν περίμετρο τοῦ τετραγώνου. Προσθέτομε δηλαδὴ τὶς τέσσερες πλευρές του.

α) Παραστατικὰ

Ἐπειδὴ οἱ πλευρὲς τοῦ ρόμβου εἶναι ἴσες μεταξύ τους, θὰ ἔχωμε :



Ἀπάντησι. Ἄρα ὁ Χρῆστος χρειάστηκε 13 μέτρα σανίδες.

β) Πρακτικὰ

Γράφομε τὸν ἕναν ἀριθμὸ κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ ὑποδιαστολὲς νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη, οἱ ἀκέραιοι κάτω ἀπὸ τοὺς ἀκεραίους καὶ οἱ δεκαδικοὶ κάτω ἀπὸ τοὺς δεκαδικούς. Νά, ἔτσι :

$$\begin{array}{r} 3{,}25 \\ 3{,}25 \\ 3{,}25 \\ +\,3{,}25 \\ \hline 13{,}00 \end{array}$$

Προσθετέοι

Ἄθροισμα

Ἕνα ἀκόμη παράδειγμα προσθέσεως δεκαδικῶν ἀριθμῶν: Ἔστω ὅτι ἔχομε νὰ προσθέσωμε τοὺς ἀριθμούς : 5 μέτρα, 1,45 μέτρ., 0,178 μ., 35,4 μ. καὶ 0,12 μ. Σύμφωνα μὲ ὅσα εἴπαμε θὰ κάνωμε τὴ διάταξι τῆς πράξεως ὡς ἑξῆς :

$$\begin{array}{r} 5 \\ 1{,}45 \\ 0{,}178 \\ 35{,}4 \\ +\ 0{,}12 \\ \hline 42{,}148 \end{array}$$

Τὰ κενὰ ποὺ ἀφήνουν οἱ ἀκέραιοι ἀριστερὰ καὶ οἱ δεκαδικοὶ δεξιά, ἅμα θέλωμε, τὰ συμπληρώνομε μὲ μηδενικά. Ἔτσι ἀποφεύγομε τὸν κίνδυνο νὰ κάνωμε λάθος.

$$\begin{array}{r} 05{,}000 \\ 01{,}450 \\ 00{,}178 \\ 35{,}400 \\ +\ 00{,}120 \\ \hline 42{,}148 \end{array}$$

Ἀπ᾿ ὅσα εἴπαμε παραπάνω συμπεραίνομε ὅτι :

- Γιὰ νὰ προσθέσωμε δύο ἢ περισσότερους δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς γράφομε τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ ὑποδιαστολές τους νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη. Προσέχομε ὅμως οἱ μονάδες, οἱ δεκάδες, οἱ ἑκατοντάδες κλπ. τῶν ἀκεραίων νὰ εἶναι στὶς ἀντίστοιχες στῆλες. Τὸ ἴδιο προσέχομε καὶ στοὺς δεκαδικούς. Νὰ εἶναι δηλαδὴ τὰ δέκατα κάτω ἀπὸ τὰ δέκατα, τὰ ἑκατοστὰ κάτω ἀπὸ τὰ ἑκατοστά, τὰ χιλιοστὰ κάτω ἀπὸ τὰ χιλιοστὰ κλπ. Ἔπειτα ἀρχίζομε τὴν πρόσθεσι ἀπὸ τὴν τελευταία τάξι τῶν δεκαδικῶν. Ὅταν τελειώση ἡ πρόσθεσι τῶν δεκαδικῶν ψηφίων, σημειώνομε τὴν ὑποδιαστολὴ καί, ἂν ἔχωμε κρατούμενα, τὰ μεταφέρομε στὶς μονάδες τῶν ἀκεραίων καὶ συνεχίζομε τὴν πρόσθεσι, ὅπως μάθαμε.
- Τὰ μηδενικὰ στὸ τέλος τῶν δεκαδικῶν δὲν ἔχουν καμμιὰ ἀπολύτως ἀξία καὶ μποροῦμε νὰ προσθέσωμε καὶ ἄλλα, ἂν αὐτὸ μᾶς ἐξυπηρετῆ, ἢ καὶ νὰ τὰ παραλείψωμε ὅλως διόλου· π.χ. 12,2 = 12,2000, 15,6500 = 15,65, 3,50 = 3,5 κλπ.
- Ἕναν ἀκέραιο ἀριθμὸ μποροῦμε νὰ τὸν κάνωμε δεκαδικό, ἂν μετὰ τὸ τελευταῖο του ψηφίο σημειώσωμε ὑποδιαστολὴ καὶ τοῦ προσθέσωμε μηδενικά· π.χ. 1 = 1,0 2 = 2,0 132 = 132,000 1.650 = 1.650,00 κλπ.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 1,2 + 1,8 β) 1,3 + 1,7 γ) 0,7 + 0,3 δ) 0,35 + 0,15
ε) 4,6 + 0,4 στ) 10,9 + 0,05 ζ) 15,08 + 10,2 η) 20 + 0,002
θ) 35,005 + 5.

2. Γραπτῶς

1.

α)	β)	γ)	δ)	ε)
1,02	13,8	14,03	25	100
2,41	0,003	2,2	3,014	0,25
+ 0,325	+ 17,1	+ 0,001	+ 6,001	+ 425,157

2. Νὰ χωρίσετε ἕνα ρόμβο πρῶτα σὲ δύο τρίγωνα κι ἔπειτα σὲ 4.

Προβλήματα προσθέσεως δεκαδικῶν

1. Ὁ Χρῆστος κατασκεύασε τρία κοντάρια σημαιῶν. Τὸ μῆκος τοῦ α' ἦταν 7,1 μέτρα, τοῦ β' 6,98 καὶ τοῦ γ' 6,255. Πόσα μέτρα ἦταν καὶ τὰ τρία μαζί ;

2. Ὁ Ἰάκωβος πούλησε τρία τραπέζια. Τὸ α' γιὰ 3.255,80 δραχμές, τὸ β' γιὰ 4.125,70 καὶ τὸ γ' γιὰ 4.075,90. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

3. Ὁ Νίκος ἀγόρασε τρία βαρέλια πετρέλαιο γιὰ τὴ μηχανὴ τοῦ ξυλουργείου του. Τὸ α' ζύγιζε 144,258 κιλά, τὸ β' 148,050 καὶ τὸ γ' 151,009. Πόσα κιλὰ πετρέλαιο ἀγόρασε συνολικά ;

4. Ὁ ἴδιος πούλησε ἕξι σανίδες ποὺ εἶχαν μῆκος : ἡ α' 12,8 μ., ἡ β' 13,21 μ., ἡ γ' 11,704 μ., ἡ δ' 8 μ., ἡ ε' 11,92 καὶ ἡ στ' 10,325 μέτρα. Πόσα μέτρα ἦταν ὅλες οἱ σανίδες μαζί ;

5. Ὁ Γιάννης πούλησε τρία τσουβάλια πριονίδι. Τὸ α' ζύγιζε 27,325 κιλά, τὸ β' 22,3 καὶ τὸ γ' 24,38. Πόσα κιλὰ ζύγιζαν καὶ τὰ τρία μαζί ;

6. Ὁ ἴδιος πούλησε καὶ 4 φορτία κάρου καυσόξυλα. Ἀπὸ τὸ α' φορτίο εἰσέπραξε 935,25 δραχμές, ἀπὸ τὸ β' 897,4, ἀπὸ τὸ γ' 904.35 καὶ ἀπὸ τὸ δ' 901,80. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε συνολικά ;

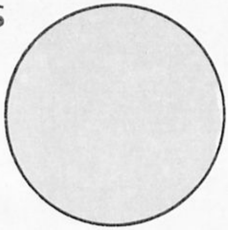
7. Ὁ Χρῆστος κατασκεύασε τὴν κάσα μιᾶς πόρτας ὕψους 2,18 μ. καὶ πλάτους 0,97. Πόσα μέτρα ξύλου χρειάστηκε ;

8. Ὁ Νίκος κατασκεύασε ἕνα τελάρο σχήματος ρόμβου μὲ πλευρὰ 2,04 μ. Πόσα μέτρα ξύλου χρησιμοποίησε ;

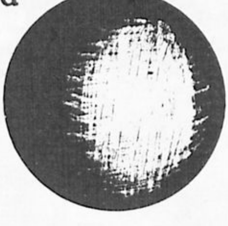
9. Ὁ Γιάννης ἀνέλαβε νὰ κατασκευάση τὶς γυψοσανίδες δύο δωματίων. Τὸ α' εἶχε σχῆμα τετραγώνου μὲ πλευρὰ 4,2 μ. καὶ τὸ β' σχῆμα ρόμβου μὲ πλευρὰ 3,85 μ. Πόσα μέτρα γυψοσανίδες θὰ χρειαστῆ ;

10. Ὁ Ἰάκωβος πλάνισε 7 δοκάρια. Τὸ α' εἶχε μῆκος 10 μ., τὸ β' 0,25 μ. περισσότερο, τὸ γ' 9,1 μ., τὸ δ' 9,165 μ., τὸ ε' 8,205, τὸ στ' 9,2 καὶ τὸ ζ' τὸ μισό τοῦ α' καὶ 0,002 μ. ἀκόμη. Πόσα μέτρα ἦταν ὅλα μαζί ;

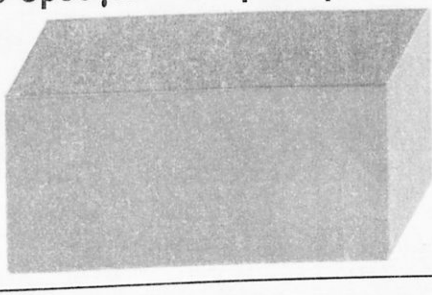
Ὁ κύκλος



Ἡ σφαῖρα



Τὸ ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο



Ἀσκήσεις

1. Νὰ διαιρέσετε ἕναν κύκλο σὲ δύο ἴσα μέρη.
2. Νὰ διαιρέσετε ἕναν κύκλο σὲ τέσσερα ἴσα μέρη.
3. Νὰ κατασκευάσετε ἕνα ρόμβο μὲ πλευρὰ 0,06 μ.
4. Νὰ κατασκευάσετε ἕνα ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο μὲ μῆκος 0,7 μ., πλάτος 0,03 μ. καὶ ὕψος 0,02 μ.
5. Νὰ κατασκευάσετε ἕναν κύβο μὲ ἀκμὴ 0,08 μ.

Τὰ ὀπωροπωλεῖα

Τὰ ὀπωροπωλεῖα εἶναι μικρὰ συνήθως καταστήματα, στὰ ὁποῖα πουλιοῦνται τὰ ὀπωρικά. Ὀπωρικὰ λέγονται τὰ μῆλα, τὰ σῦκα, τ' ἀχλάδια, τὰ σταφύλια, τὰ ροδάκινα, τὰ κεράσια, τὰ πεπόνια, τὰ καρπούζια, τὰ πορτοκάλια κλπ. Δηλαδὴ τὰ φροῦτα.

Στὰ ὀπωροπωλεῖα ἐκτὸς ἀπὸ τὰ φροῦτα πουλιοῦνται καὶ τὰ λαχανικά. Αὐτὸς εἶναι καὶ ὁ λόγος, γιὰ τὸν ὁποῖο τὰ ὀπωροπωλεῖα λέγονται καὶ ὀπωρολαχανοπωλεῖα. Ἔτσι στὰ καταστήματα αὐτὰ ἀγοράζομε καὶ τὶς ντομάτες, τὶς πατάτες, καθὼς ἐπίσης καὶ ὅλα τὰ εἴδη τῶν χορταρικῶν.

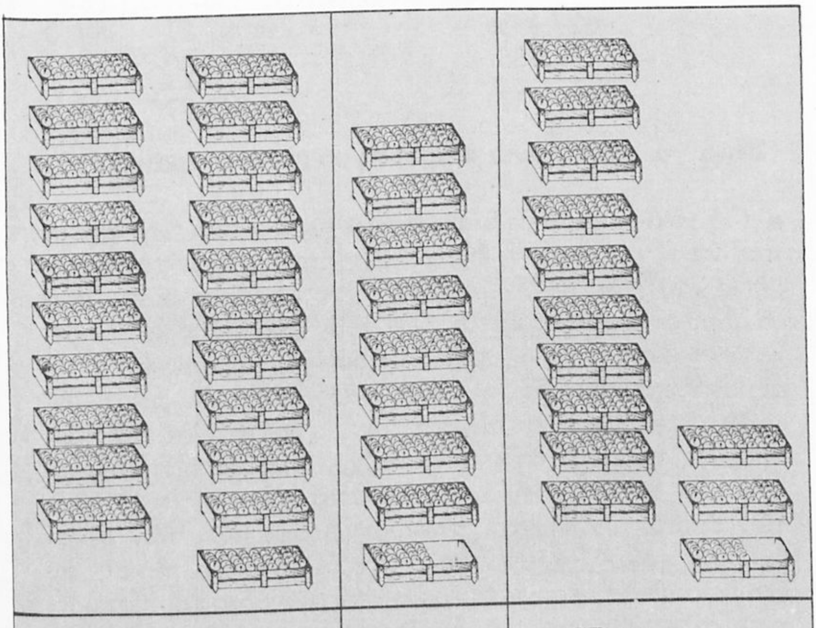
2. Η ΑΦΑΙΡΕΣΙ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Πρόβλημα. Ὁ Σταμάτης ἀγόρασε 21 τελάρα ροδάκινα καὶ πούλησε ἀμέσως τὰ 8,50. Πόσα τελάρα τοῦ ἔμειναν ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσα τελάρα ροδάκινα ἀπόμειναν, πρέπει ν' ἀφαιρέσωμε ἀπὸ τὰ 21 τελάρα ποὺ ἀγόρασε ὁ Σταμάτης τὰ 8,50 τελάρα ποὺ πούλησε. Θ' ἀφαιρέσωμε δηλαδὴ δεκαδικὸ ἀπὸ ἀκέραιο.

α) Παραστατικὰ

21 τελάρα ποὺ ἀγόρασε — πλὴν 8,50 τελάρα ποὺ πούλησε — ἴσον 12,50 τελάρα



Ἀπάντησι. Ἄρα τοῦ ἔμειναν 12,50 τελάρα ροδάκινα.

β) Πρακτικὰ

Γράφομε πρῶτα τὸν μειωτέο καὶ κάτω ἀπὸ αὐτὸν τὸν ἀφαιρετέο ἔτσι, ὥστε οἱ ὑποδιαστολὲς νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη. Ἐπειδὴ ὁ μειωτέος εἶναι ἀκέραιος, τὸν κάνομε δεκαδικό. Σημειώνομε μετὰ ἀπὸ τὸ τελευταῖο ψηφίο του ὑποδιαστολὴ καὶ τοῦ προσθέτομε τόσα μηδενικά, ὅσα δεκαδικὰ ψηφία ἔχει ὁ ἀφαιρετέος, δηλαδὴ δύο. Ἔπειτα σύρομε ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα καὶ κάνομε τὴν πρᾶξι. Νά, ἔτσι :

$$\begin{array}{rl} 21{,}00 & \longrightarrow \textbf{Μειωτέος} \\ -\ \ 8{,}50 & \longrightarrow \textbf{Ἀφαιρετέος} \\ \hline 12{,}50 & \longrightarrow \textbf{Ὑπόλοιπο ἢ διαφορὰ} \end{array}$$

Δύο ἀκόμη παραδείγματα ἀφαιρέσεως δεκαδικῶν :

$$\begin{array}{r} 5.627{,}435 \\ -\ \ 739{,}688 \\ \hline 4.887{,}747 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10.003{,}27 \\ -\ \ 9.654{,}00 \\ \hline 349{,}27 \end{array}$$

Ἀπὸ τὰ παραπάνω παραδείγματα συμπεραίνομε ὅτι :

● Γιὰ ν' ἀφαιρέσωμε δύο δεκαδικοὺς ἀριθμούς, γράφομε πρῶτα τὸν μειωτέο κι ἔπειτα κάτω ἀπὸ αὐτὸν τὸν ἀφαιρετέο ἔτσι, ὥστε οἱ ὑποδιαστολὲς νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη, οἱ ἀκέραιοι κάτω ἀπὸ τοὺς ἀκεραίους καὶ οἱ δεκαδικοὶ κάτω ἀπὸ τοὺς δεκαδικούς. Προσέχομε πάντοτε οἱ μονάδες, οἱ δεκάδες, οἱ ἑκατοντάδες κλπ. τῶν ἀκεραίων, καθὼς ἐπίσης καὶ τὰ δέκατα, τὰ ἑκατοστὰ κλπ. τῶν δεκαδικῶν νὰ εἶναι στὶς ἀντίστοιχες στῆλες. Μετὰ ἀρχίζομε τὴν ἐκτέλεσι τῆς πράξεως ἀπὸ τὴν τελευταία τάξι τῶν δεκαδικῶν. Ὅταν τελειώση ἡ ἀφαίρεσι τῶν δεκαδικῶν ψηφίων, σημειώνομε τὴν ὑποδιαστολὴ καί, ἂν ἔχωμε δανεικά, τὰ μεταφέρομε στὶς μονάδες τοῦ ἀφαιρετέου συνεχίζοντας τὴν ἀφαίρεσι, ὅπως μάθαμε.

● Ὁ μειωτέος πρέπει νὰ ἔχῃ τουλάχιστο τόσα δεκαδικὰ ψηφία, ὅσα καὶ ὁ ἀφαιρετέος. Ἂν ἔχῃ λιγώτερα, τοῦ προσθέτομε ἀνάλογα μηδενικά. Ἔτσι ἀποφεύγομε τὸν κίνδυνο νὰ κάνωμε λάθος.

π.χ. 315,5 − 211,635 — Προσθέτομε στὸν μειωτέο δύο μηδενικά.

$$\begin{array}{r} 315,500 \\ -\ 211,635 \\ \hline 103,865 \end{array}$$

● Ἂν ὁ μειωτέος εἶναι ἀκέραιος, σημειώνομε ὑποδιαστολὴ στὸ τέλος του καὶ τοῦ προσθέτομε ἀνάλογα μηδενικά.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 1,2 − 0,2 β) 1,5 − 0,6 γ) 10 − 1,2 δ) 20 − 1,5
ε) 100 − 10,5 στ) 1 − 0,9 ζ) 2 − 0,50 η) 5 − 4,1
θ) 6 − 5,9 ι) 7,01 − 0,02

2. Γραπτῶς

α) 131,105 − 48,009 β) 1,782 − 0,895 γ) 67,08 − 9,396 δ) 14,8 − 5,936 ε) 13 − 0,189

Προβλήματα ἀφαιρέσεως δεκαδικῶν

1. Ὁ Σταμάτης ἀπὸ τὰ 427,35 κιλὰ πατάτες ποὺ εἶχε πούλησε τὰ 239,680. Πόσα κιλὰ πατάτες ἔχει ἀκόμη ;

2. Ὁ Σταῦρος ἀγόρασε 635,760 κιλὰ μῆλα. Ἀπὸ αὐτὰ 34,970 κιλὰ ποὺ ἦταν χτυπημένα τὰ πέταξε. Τὰ ὑπόλοιπα τὰ πούλησε. Πόσα κιλὰ πούλησε ;

3. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε καὶ 364 κιλὰ πορτοκάλια. Ἀπὸ αὐτὰ κράτησε 178,680 κιλὰ καὶ τὰ ὑπόλοιπα τὰ πούλησε. Πόσα κιλὰ πούλησε ;

4. Ὁ Κλεομένης ἀγόρασε καρπούζια ἀξίας 1.398,70 δραχμῶν, τὰ ὁποῖα πούλησε καὶ εἰσέπραξε 1.732 δραχμές. Πόσα χρήματα κέρδισε ;

5. Ὁ Θεόδωρος ἀγόρασε 138,45 κιλὰ σταφύλια. Δάνεισε

σὲ κάποιο συνάδελφό του 59 κιλὰ καὶ τὰ ὑπόλοιπα τὰ πούλησε. Πόσα κιλὰ πούλησε ;

6. Ὁ Νίκος δανείστηκε ἀπὸ τὸν Κλεομένη 406,32 κιλὰ πατάτες. Προχτὲς τοῦ ἐπέστρεψε 387,635 κιλά. Πόσα πρέπει νὰ τοῦ δώση ἀκόμη ;

7. Ὁ Σταμάτης ἀγόρασε 237,2 κιλὰ μελιτζάνες. Ἔπειτα ἀπὸ δύο μέρες εἶχε μόνο 78 κιλά. Πόσα κιλὰ πούλησε ;

8. Ὁ Κλεομένης ἀγόρασε πατάτες ἀξίας 3.625,50 δραχμῶν, τὶς ὁποῖες πούλησε καὶ εἰσέπραξε 3.599,80 δραχμές. Κέρδισε ἢ ζημιώθηκε καὶ πόσες δραχμές ;

9. Ὁ Νίκος ἀπὸ 5.032,860 κιλὰ πατάτες ποὺ εἶχε στὴν ἀποθήκη του κατέληξε νὰ πουλήση 4.748,908 κιλά. Οἱ ὑπόλοιπες σάπισαν τὸν χειμῶνα μὲ τὶς παγωνιές. Πόσα κιλὰ πατάτες τοῦ σάπισαν ;

10. Ὁ Σταῦρος πῆγε στὴ λαϊκὴ 262,300 κιλὰ μπανάνες. Ὅταν ἐπέστρεψε τὸ μεσημέρι, ἔφερε στὸ ὀπωροπωλεῖο του 73,985 κιλά. Πόσα κιλὰ μπανάνες πούλησε ;

Σύνθετα προβλήματα

1. Ὁ Χρῆστος ἀγόρασε τρεῖς κορμοὺς καρυδιᾶς· τὸν α' γιὰ 4.379,90 δραχμές, τὸν β' γιὰ 5.261,80 δραχμὲς καὶ τὸν γ' γιὰ 5.008,60 δραχμές. Τοὺς πούλησε καὶ τοὺς τρεῖς μαζὶ καὶ πῆρε 19.123,10 δραχμές. Πόσα χρήματα κέρδισε ;

2. Ὁ Γιάννης πούλησε ἕνα γραφεῖο γιὰ 7.335,50 δραχμές, μιὰ βιβλιοθήκη γιὰ 6.765,90 δραχμὲς καὶ 12 καρέκλες. Εἰσέπραξε συνολικὰ 18.000 δραχμές. Πόσο πούλησε τὶς καρέκλες ;

3. Ὁ Κλεομένης ἀγόρασε λαχανικὰ γιὰ 527,60 δραχμές, μῆλα γιὰ 1.365,70 δραχμές, καρπούζια γιὰ 1.078,90 δραχμὲς καὶ πεπόνια. Πλήρωσε συνολικὰ 3.652,10 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὰ πεπόνια ;

4. Ὁ Σταῦρος ἀγόρασε τρία τσουβάλια πατάτες. Τὸ α' ζύγιζε 58,570 κιλά, τό β' 5,830 κιλὰ λιγώτερα ἀπὸ τὸ α' καὶ τὸ γ' 4,950 κιλὰ λιγώτερα ἀπὸ τὸ β'. Πόσο ζύγιζαν καὶ τὰ τρία μαζί ;

5. Ὁ Σταμάτης ἀγόρασε 4 τσουβάλια μὲ 196 κιλὰ κρεμμύδια. Τὸ α' ζύγιζε 52,80 κιλά, τὸ β' 4,350 κιλὰ περισσότερα ἀπὸ τὸ α' καὶ τὸ γ' 5,720 κιλὰ λιγώτερα ἀπὸ τὸ β'. Πόσα κιλὰ ζύγιζε τὸ δ' τσουβάλι ;

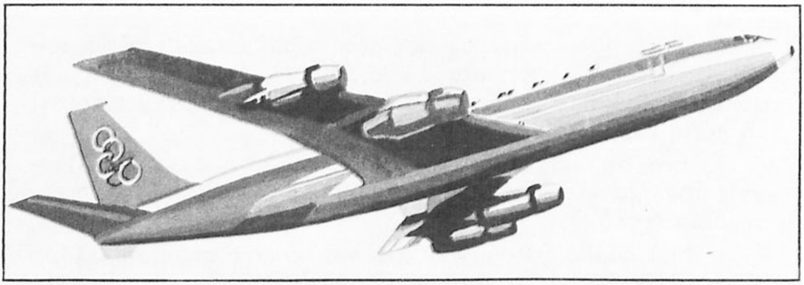
6. Ὁ Χρῆστος κατασκεύασε ράφια στ' ὀπωροπωλεῖο τοῦ Νίκου. Τὰ ὑλικὰ στοίχισαν 1.206,70 δραχμὲς καὶ τὰ ἡμερομίσθιά του 864,80. Ἔλαβε 1.115 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πρέπει νὰ λάβη ἀκόμη ;

7. Ἕνας ὀπωροπώλης ἀγόρασε 1.500 κιλὰ πορτοκάλια. Προχτὲς πούλησε 415,27 κιλὰ καὶ χτὲς 603,83 κιλά. Πόσα κιλὰ πορτοκάλια ἔχει ἀκόμη ;

8. Μιὰ ὁμάδα ξυλουργῶν ἀνέλαβε νὰ κατασκευάση τελάρα ἀξίας 18.095 δραχμῶν. Διέθεσε : 7.603,40 δραχμὲς γιὰ τὴν ἀγορὰ σανίδων, 3.090 δραχμὲς γιὰ λαμαρίνα καὶ 609,20 δραχμὲς γιὰ πρόκες. Πόσα χρήματα κέρδισε ;

9. Ὁ Ἰάκωβος πούλησε μῆλα γιὰ 2.635,70 δραχμές, ἀχλάδια γιὰ 4.061,50 δραχμὲς καὶ λαχανικὰ γιὰ 1.807,40 δραχμές. Πόσα χρήματα κέρδισε, ἂν τ' ἀγόρασε ὅλα μαζὶ πληρώνοντας 6.597,90 δραχμές ;

10. Ἕνας ὀπωροπώλης ἀγόρασε καρύδια ἀξίας 8.375,70 δραχμῶν, κάστανα ἀξίας 3.274,90 δραχμῶν καὶ λεμόνια ἀξίας 1.207,50 δραχμῶν. Πούλησε τὰ καρύδια γιὰ 9.762,80 δραχμές, τὰ κάστανα γιὰ 4.008 δραχμὲς καὶ τὰ λεμόνια γιὰ 1.418,10 δραχμές. Πόσα χρήματα κέρδισε ;

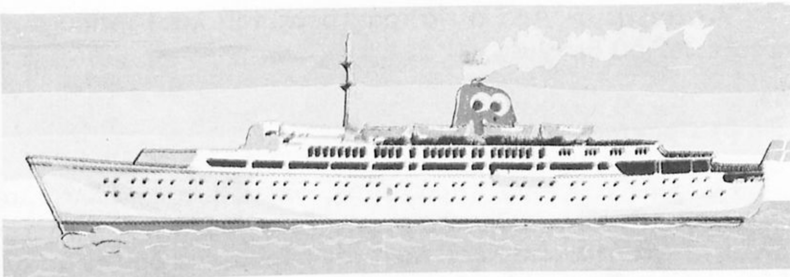


Τὰ μέσα συγκοινωνίας

Τ' αὐτοκίνητα, τὰ τραῖνα, τὰ πλοῖα καὶ τ' ἀεροπλάνα, ὅλα μαζὶ ὀνομάζονται μέσα συγκοινωνίας. Διακρίνονται σὲ τρεῖς κατηγορίες: σὲ μέσα συγκοινωνίας, α) τῆς ξηρᾶς, β) τῆς θάλασσας καὶ γ) τοῦ ἀέρα.

Παλαιότερα τὰ μέσα συγκοινωνίας ἦταν ἐλάχιστα. Σήμερα ὅμως εἶναι ἄφθονα καὶ ταχύτατα. Ἔτσι μποροῦμε νὰ μεταφερθοῦμε ἄνετα μὲ λίγα ἔξοδα καὶ σὲ πολὺ σύντομο χρόνο σὲ τόπους ποὺ ἄλλοτε δὲν ἔφτανε οὔτε τὸ μυαλὸ τοῦ ἀνθρώπου.

Χάρη στὴν καταπληκτικὴ ἀνάπτυξι τῶν μέσων συγκοινωνίας ὁ ἄνθρωπος κατέκτησε τὴ Σελήνη. Σχεδιάζει ὅμως τώρα καὶ ἄλλα ταξίδια πολὺ μακρινώτερα πρὸς τοὺς πλανῆτες ποὺ βρίσκονται ἑκατομμύρια χιλιόμετρα μακριὰ ἀπὸ τὴ Γῆ μας.



3. Ο ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1) Πῶς πολλαπλασιάζομε ἀκέραιο ἐπὶ δεκαδικὸ

Πρόβλημα. Ἕνα λεωφορεῖο τῆς γραμμῆς Ἀθηνῶν - Λαμίας πραγματοποίησε τὸ δρομολόγιό του μὲ 5 ἐπιβάτες. Πόσες δραχμὲς πῆρε ὁ εἰσπράκτορας, ἂν τὸ εἰσιτήριο ἦταν 72,50 δραχμές ;

Λύσι. Ἂν τὸ λεωφορεῖο πραγματοποιοῦσε τὸ δρομολόγιό του μ' ἕναν ἐπιβάτη, ὁ εἰσπράκτορας θὰ ἔπαιρνε μόνο 72,50 δρχ. Ἂν τὸ πραγματοποιοῦσε μὲ δύο ἐπιβάτες, θὰ ἔπαιρνε 2 φορὲς τὶς 72,50 δρχ. Ἀφοῦ ὅμως τὸ πραγματοποίησε μὲ 5 ἐπιβάτες, πῆρε 5 φορὲς τὶς 72,50 δραχμές. Ἄρα, γιὰ νὰ βροῦμε πόσες δραχμὲς πῆρε ὁ εἰσπράκτορας τοῦ λεωφορείου, θὰ πολλαπλασιάσωμε τὴν ἀξία τοῦ ἑνὸς εἰσιτηρίου, δηλαδὴ τὶς 72,50 δραχμές, ἐπὶ τὸν ἀριθμὸ τῶν ἐπιβατῶν, δηλαδὴ τὸ 5.

α) Ἀναλυτικὰ

Θὰ ἐπαναλάβωμε τὶς τάξεις τῶν ψηφίων τοῦ δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ 72,50 5 φορὲς τὴν κάθε μιά. Νά, ἔτσι :

Ἑκατοστὰ	$0 \times 5 =$	0
Δέκατα	$5 \times 5 =$	2,5
Μονάδες	$2 \times 5 =$	10
Δεκάδες	$7 \times 5 =$	35
Ὥστε	$72{,}50 \times 5 =$	362,50

Ἀπάντησι: Ἄρα ὁ εἰσπράκτορας τοῦ λεωφορείου εἰσέπραξε 362,50 δραχμές.

β) Πρακτικὰ

Γράφομε τοὺς δύο παράγοντες, δηλαδὴ τὸν πολλαπλασιαστέο καὶ τὸν πολλαπλασιαστή, τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο, σὰ νὰ ἦταν ἀκέραιοι. Κατόπιν σύρομε ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα καὶ ἐκτελοῦμε τὴν πρᾶξι, ὅπως ἀκριβῶς μάθαμε. Ὅταν τελειώσῃ ἡ πρᾶξι, θὰ χωρίσωμε στὸ ὁλικὸ γινόμενο ἀπὸ τὰ δεξιὰ τόσα δεκαδικὰ ψηφία, ὅσα ἔχει ὁ δεκαδικὸς παράγοντας, δηλαδὴ 2.

$$\begin{array}{r l}
72{,}50 & \longrightarrow \textbf{Πολλαπλασιαστέος} \\
\times \quad 5 & \longrightarrow \textbf{Πολλαπλασιαστὴς} \\
\hline
362{,}50 & \longrightarrow \textbf{Γινόμενο}
\end{array}$$

Τρία ἀκόμη παραδείγματα πολλαπλασιασμοῦ δεκαδικῶν:

$$\begin{array}{r}
328{,}35 \\
\times \quad 221 \\
\hline
32835 \\
65670 \\
65670 \\
\hline
72565{,}35
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
0{,}567 \\
\times\ 123 \\
\hline
1701 \\
1134 \\
567 \\
\hline
69{,}741
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
142 \\
\times\ 0{,}213 \\
\hline
426 \\
142 \\
284 \\
\hline
30{,}246
\end{array}$$

Ἀπὸ τὰ παραπάνω παραδείγματα συμπεραίνομε ὅτι:

Ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε ἀκέραιο ἐπὶ δεκαδικὸ ἢ ἀντίθετα, δεκαδικὸ ἐπὶ ἀκέραιο, ἐκτελοῦμε τὴν πρᾶξι τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, ὅπως καὶ τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν. Χωρίζομε ὅμως πάντοτε στὰ δεξιὰ τοῦ ὁλικοῦ γινομένου μὲ ὑποδιαστολὴ τόσα δεκαδικὰ ψηφία, ὅσα ἔχει ὁ δεκαδικὸς παράγοντας.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 2,5 × 4 β) 3,2 × 3 γ) 4,3 × 3 δ) 5,8 × 5
ε) 6,1 × 5 στ) 10,6 × 3

2. Γραπτῶς

α) $\begin{array}{r} 3{,}265 \\ \times \quad 12 \\ \hline \end{array}$ β) $\begin{array}{r} 4{,}008 \\ \times \quad 126 \\ \hline \end{array}$ γ) $\begin{array}{r} 618 \\ \times \quad 0{,}95 \\ \hline \end{array}$ δ) $\begin{array}{r} 1084 \\ \times \quad 0{,}003 \\ \hline \end{array}$

Προβλήματα πολλαπλασιασμοῦ δεκαδικῶν

1. Ἕνα λεωφορεῖο τῆς γραμμῆς Ἀθηνῶν - Κορίνθου πραγματοποίησε τὸ δρομολόγιό του μὲ 32 ἐπιβάτες. Πόσα χρήματα θὰ εἰσπραχθοῦν, ἂν ὁ κάθε ἐπιβάτης πλήρωσε 31,70 δραχμές ;

2. Ἕνα φορτηγὸ αὐτοκίνητο μετέφερε ἀπὸ τὴ Θήβα στὸν Πειραιᾶ 5.986 κιλὰ πατάτες πρὸς 0,25 δρχ. τὸ κιλό. Πόσα χρήματα στοίχισε ἡ μεταφορά ;

3. Ἕνας εἰσπράκτορας ἀστικοῦ λεωφορείου ἔκοψε προχτὲς 2.235 εἰσιτήρια τῆς 1,80 δραχμῆς. Πόσα χρήματα εἰσέπραξε ;

4. Μιὰ ἐμπορικὴ ἁμαξοστοιχία 8 βαγονιῶν μετέφερε ἀπὸ τὴν Πελοπόννησο στὴν Ἀθήνα καρπούζια. Πόσα κιλὰ μετέφερε συνολικά, ἂν τὸ φορτίο τοῦ κάθε βαγονιοῦ ἦταν 15.329,25 κιλά ;

5. Μιὰ ἁμαξοστοιχία τοῦ Ο.Σ.Ε. μετέφερε ἀπὸ τὴ Θεσσαλία στὴ Θεσσαλονίκη 1.428 τσουβάλια σιτάρι, ποὺ τὸ καθένα ζύγιζε 89,650 κιλά. Πόσα κιλὰ σιτάρι μετέφερε ;

6. Ἡ ταχεῖα ἁμαξοστοιχία Ἀθηνῶν - Θεσσαλονίκης μετέφερε ἀπὸ τὴν Ἀθήνα στὴ Θεσσαλονίκη 1.627 ἐπιβάτες μὲ εἰσιτήριο 205,60 δρχ. γιὰ τὸν καθένα. Πόσα χρήματα θὰ εἰσπραχθοῦν ἀπὸ τὴ μεταφορά τους ;

7. Ἕνα ἀεροπλάνο τῆς Ὀλυμπιακῆς Ἀεροπορίας μετέφερε ἀπὸ τὸ Ἡράκλειο Κρήτης στὴ Διεθνῆ Ἔκθεσι Θεσσαλονίκης 172 ἐπιβάτες. Πόσα χρήματα θὰ εἰσπραχθοῦν, ἂν τὸ εἰσιτήριο ἦταν 495,10 δρχ.;

8. Ἄλλο ἀεροπλάνο τῆς Ὀλυμπιακῆς μετέφερε ἀπὸ τὴν Κέρκυρα στὴν Ἀθήνα 125 ἐπιβάτες μὲ εἰσιτήριο 543,50 δραχμῶν γιὰ τὸν καθένα. Πόσα χρήματα θὰ εἰσπραχθοῦν ἀπὸ τὴ μεταφορά τους ;

9. Τὸ ἀτμόπλοιο «Μιμίκα», μετέφερε ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ στὴν Τῆνο 835 τουρίστες μὲ εἰσιτήριο 58,90 δραχμῶν γιὰ τὸν καθένα. Πόσα χρήματα θὰ εἰσπραχθοῦν ἀπὸ τὴ μεταφορά τους ;

10. Τὸ εἰσιτήριο Ἀθηνῶν - Πειραιῶς μὲ τὸν ἠλεκτρικὸ εἶναι 2,40 δραχμές. Χτὲς μιὰ ἁμαξοστοιχία πραγματοποίησε 9 δρομολόγια. Πόσες δραχμὲς θὰ εἰσπραχθοῦν, ἂν οἱ ἐπιβάτες σὲ κάθε δρομολόγιο ἦταν 207 ;

2) Πῶς πολλαπλασιάζομε δεκαδικὸ ἐπὶ 10, 100 καὶ 1.000

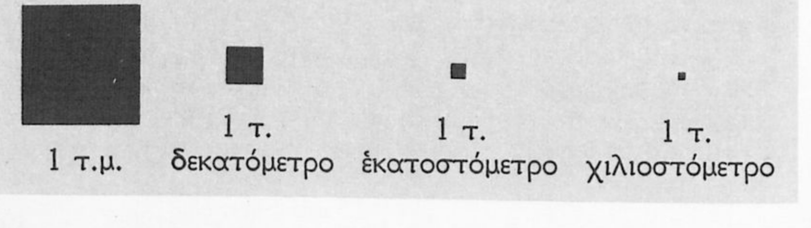
Πρόβλημα. Τὸ μῆκος ἑνὸς προαυλίου εἶναι 10 μέτρα καὶ τὸ πλάτος 3,50 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι ἡ ἐπιφάνειά του ;

Πρὶν προχωρήσωμε στὴ λύσι τοῦ προβλήματος, πρέπει νὰ μάθωμε τί εἶναι τὸ τετραγωνικὸ μέτρο.

Τὸ τετραγωνικὸ μέτρο εἶναι μιὰ τετράγωνη ἐπιφάνεια, ποὺ ἡ κάθε πλευρά της εἶναι ἴση μ' ἕνα μέτρο.

Ὑποδιαιρέσεις τοῦ τετραγωνικοῦ μέτρου : 1 τ.μ. ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 τετραγωνικὰ δεκατόμετρα. 1 τ.δεκ. ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 τετραγωνικὰ ἑκατοστόμετρα. 1 τ.ἑκατ. ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 τετρ. χιλιοστόμετρα. Ἑπομένως τὸ 1 τ.μ. ἔχει 100 τ.δεκ. ἢ 10.000 τετρ. ἑκατοστόμετρα ἢ 1.000.000 τετραγωνικὰ χιλιοστόμετρα.

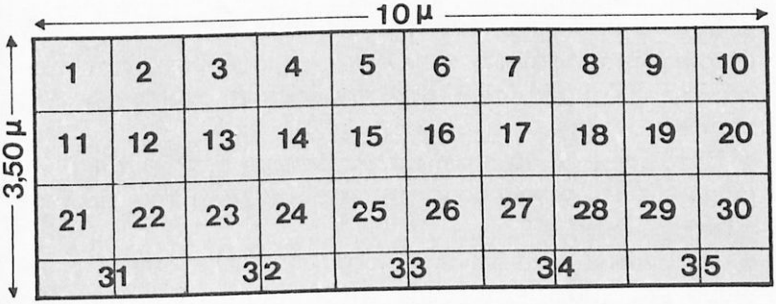
Πολλαπλάσια τοῦ τετραγωνικοῦ μέτρου εἶναι τὸ βασιλικὸ στρέμμα μὲ 1.000 τ.μ. καὶ τὸ τετραγωνικὸ χιλιόμετρο μὲ 1.000.000 τ.μ.



Καὶ τώρα ἂς ἔρθωμε στὴ λύσι τοῦ προβλήματος.

Λύσι. Ἐπειδὴ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ προαυλίου ἔχει σχῆμα ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου, εὔκολο εἶναι νὰ τοποθετήσωμε πάνω σ' αὐτὴν τὸ τετρ. μέτρο καὶ νὰ τὴ χωρίσωμε διαδοχικὰ σὲ τετρ. μέτρα.

α) Παραστατικὰ



Ἀπάντησι. Ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ προαυλίου εἶναι 35 τ.μ.

β) Πρακτικὰ

Παρατηροῦμε ὅτι στὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα καταλήγομε, καὶ ἂν πολλαπλασιάσωμε τὸ μῆκος ἐπὶ τὸ πλάτος, δηλαδὴ τὸ 10 ἐπὶ τὸ 3,50. Δηλαδή :

$$\begin{array}{r} 3{,}5\,0 \\ \times\ \ 1\,0 \\ \hline 3\,5{,}0\,0 \end{array}$$

ὅπως βλέπετε, ὁ πολλαπλασιασμὸς δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ ἐπὶ 10 εἶναι εὐκολώτατος. Μποροῦμε μάλιστα νὰ μὴν ἐκτελέσωμε τὴν πρᾶξι, ἀλλὰ νὰ τὴ σημειώσωμε μόνο καὶ νὰ γράψωμε πάλι τὸν δεκαδικὸ ὡς γινόμενο, ἀφοῦ βέβαια μεταφέρωμε τὴν ὑποδιαστολή του μιὰ θέσι πρὸς τὰ δεξιά· π.χ. $3{,}50 \times 10 = 35{,}0 = 35$ $\quad 4{,}25 \times 10 = 42{,}5$ κλπ.

Εὔκολος ἐπίσης εἶναι καὶ ὁ πολλαπλασιασμὸς δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ ἐπὶ 100 ἢ 1.000. Στὴν περίπτωσι ὅμως τοῦ πολλαπλασιασμοῦ δεκαδικοῦ ἐπὶ 100 μεταφέρομε τὴν ὑποδιαστολὴ δύο θέσεις πρὸς τὰ δεξιά, ἐνῶ ἐπὶ 1.000 τρεῖς θέσεις πρὸς τὰ δεξιά· π.χ.

$3{,}50 \times 100 \quad = 350 \qquad\qquad 4{,}25 \times 100 \quad = 425$
$3{,}50 \times 1.000 = 3.500 \qquad 4{,}25 \times 1.000 = 4.250$
$6{,}327 \times 100 \quad = 632{,}7$
$6{,}327 \times 1.000 = 6.327$

᾿Απ᾿ ὅσα εἴπαμε παραπάνω καταλήγομε στὸ συμπέρασμα ὅτι :

● Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδόν, δηλαδὴ τὰ τετραγωνικὰ μέτρα μιᾶς ἐπιφάνειας ποὺ ἔχει σχῆμα ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου, πολλαπλασιάζομε τὸ μῆκος της ἐπὶ τὸ πλάτος της.
● Ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε ἕνα δεκαδικὸ ἀριθμὸ ἐπὶ 10, μεταφέρομε τὴν ὑποδιαστολή του μιὰ θέσι πρὸς τὰ δεξιά.
● Ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε ἕνα δεκαδικὸ ἀριθμὸ ἐπὶ 100, μεταφέρομε τὴν ὑποδιαστολή του δύο θέσεις πρὸς τὰ δεξιά.
● Ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε ἕνα δεκαδικὸ ἀριθμὸ ἐπὶ 1.000, μεταφέρομε τὴν ὑποδιαστολή του τρεῖς θέσεις πρὸς τὰ δεξιὰ κλπ.

Ἀσκήσεις

Γραπτῶς

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς πράξεις ποὺ ἀκολουθοῦν ὁριζοντίως :
α) $1{,}31 \times 10$ $2{,}45 \times 10$ β) $34{,}8 \times 10$ $0{,}73 \times 10$ γ) $0{,}010 \times 10$ $15{,}2 \times 10$ δ) $161{,}52 \times 10$ $467{,}365 \times 10$ ε) $1{,}72 \times 100$ στ) $0{,}395 \times 100$ ζ) $0{,}804 \times 100$ $1{,}950 \times 100$ $628{,}322 \times 100$ η) $1{,}693 \times 1.000$ $0{,}810 \times 1.000$ θ) $0{,}80 \times 1.000$ $7{,}302 \times 1.000$ ι) $0{,}2 \times 1.000$ $0{,}001 \times 1.000$

Προβλήματα

1. Ἕνα σχολικὸ προαύλιο ἔχει σχῆμα ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου μὲ μῆκος 68,25 μέτρα καὶ πλάτος 10 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι τὸ ἐμβαδόν του ;

2. Μιὰ γέφυρα ἔχει σχῆμα ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου μὲ μῆκος 100 μέτρα καὶ πλάτος 13,8 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι ἡ ἐπιφάνειά της ;

3. Ἕνα κτῆμα σχήματος ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου ἔχει μῆκος 403,25 μέτρα καὶ πλάτος 100 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι τὸ ἐμβαδόν του ;

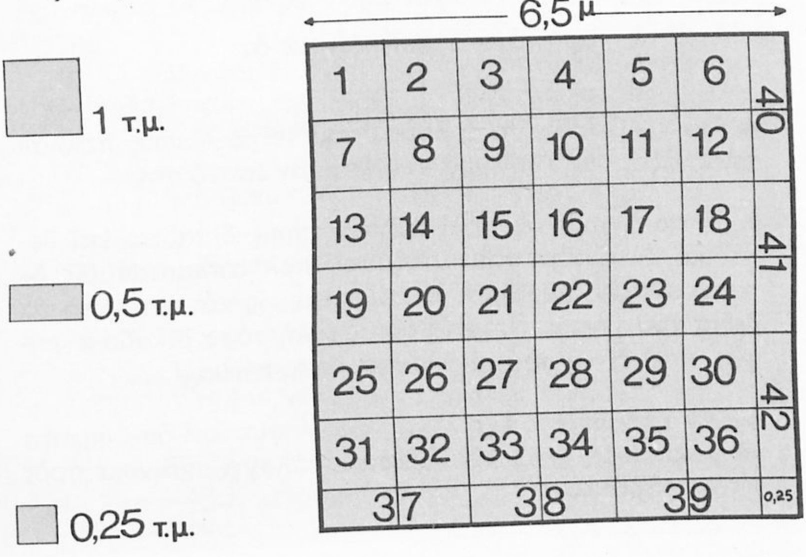
4. Ἕνας διάδρομος προσγειώσεως καὶ ἀπογειώσεως ἀεροπλάνων σχήματος ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου ἔχει μῆκος 1.000 μέτρα καὶ πλάτος 45,25 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι τὸ ἐμβαδόν του ;

3) Πῶς πολλαπλασιάζομε δεκαδικὸ ἐπὶ δεκαδικὸ

Πρόβλημα. Ἡ αὐλὴ τοῦ Τάκη ἔχει σχῆμα τετραγώνου μὲ πλευρὰ 6,5 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι τὸ ἐμβαδόν της;

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸν τῆς αὐλῆς τοῦ Τάκη, θὰ τοποθετήσωμε πάνω σ' αὐτὴν τὸ τετραγωνικὸ μέτρο καὶ θὰ τὴ χωρίσωμε διαδοχικὰ σὲ τετραγωνικὰ μέτρα.

α) Παραστατικὰ



β) Πρακτικὰ

Παρατηροῦμε ὅμως ὅτι στὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα καταλήγομε, καὶ ἂν πολλαπλασιάσωμε τὴν πλευρὰ τῆς τετραγωνικῆς αὐλῆς ἐπὶ τὸν ἑαυτό της, δηλαδὴ 6,5 × 6,5. Ἐδῶ ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε δεκαδικὸ ἐπὶ δεκαδικό. Πῶς ἐκτελοῦμε ὅμως τὴν πρᾶξι αὐτή ;

Γράφομε τοὺς δύο παράγοντες τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο, ὅπως ἀκριβῶς θὰ τοὺς γράφαμε, ἂν ἦταν ἀκέραιοι. Σύρομε ἔπειτα ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα καὶ ἐκτελοῦμε τὴν πρᾶξι. Ὅταν τελειώσωμε, χωρίζομε ἀπὸ τὰ δεξιὰ τοῦ γινομένου μὲ ὑποδιαστολὴ τόσα δεκαδικὰ ψηφία, ὅσα ἔχουν καὶ οἱ δύο παράγοντες μαζί. Νά, ἔτσι :

$$\begin{array}{r} 6{,}5 \\ \times\ 6{,}5 \\ \hline 325 \\ 390 \\ \hline 42{,}25 \end{array}$$

ἕνα ἀκόμη παράδειγμα πολλαπλασιασμοῦ

$$\begin{array}{r} 4{,}2 \\ \times\ 0{,}05 \\ \hline 0{,}210 \end{array}$$

Ἀπὸ τὰ παραπάνω συμπεραίνομε ὅτι :

- Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραγώνου, πολλαπλασιάζομε τὴν πλευρά του ἐπὶ τὸν ἑαυτό της.

- Ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε δεκαδικὸ ἐπὶ δεκαδικό, ἐκτελοῦμε τὴν πρᾶξι τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, ὅπως καὶ τῶν ἀκεραίων. Χωρίζομε ὅμως πάντοτε ἀπὸ τὰ δεξιὰ τοῦ γινομένου μὲ ὑποδιαστολὴ τόσα δεκαδικὰ ψηφία, ὅσα ἔχουν καὶ οἱ δύο παράγοντες μαζί.

- Ἂν τὸ γινόμενο ἔχῃ λιγώτερα ψηφία ἀπ' ὅσα πρέπει νὰ χωρίσωμε, τότε προσθέτομε ἀνάλογα μηδενικὰ πρὸς τ' ἀριστερά του.

Ἀσκήσεις

Γραπτῶς

1. Νὰ ἐκτελέσετε τὶς πράξεις ποὺ ἀκολουθοῦν κι ἔπειτα νὰ συγκρίνετε τὸν πολλαπλασιαστέο καὶ τὸ γινόμενο. Τί παρατηρεῖτε ; α) $2,2 \times 0,5$ β) $2,4 \times 0,5$ γ) $4,6 \times 0,5$ δ) $6,8 \times 0,5$ ε) $10,68 \times 0,5$

2. Νὰ ἐκτελέσετε τὶς πράξεις ποὺ ἀκολουθοῦν καὶ νὰ βρῆτε τί παθαίνει ὁ πολλαπλασιαστέος. Μεγαλώνει ἢ μικραίνει; α) $8,15 \times 0,3$ β) $9,9 \times 0,8$ γ) $10,24 \times 0,8$ δ) $12,38 \times 0,9$ ε) $165,16 \times 2,5$ στ) $183,18 \times 5,3$ ζ) $207,325 \times 4,42$

3. Νὰ ἐκτελέσετε τὶς πράξεις ποὺ ἀκολουθοῦν :
α) $0,028 \times 0,02$ β) $0,375 \times 0,05$ γ) $0,222 \times 3,5$

Προβλήματα

1. Ἡ πλευρὰ μιᾶς μάντρας πωλήσεως αὐτοκινήτων εἶναι 36,8 μέτρα. Ἂν ἔχη σχῆμα τετραγώνου, πόσο εἶναι τὸ ἐμβαδόν της ;

2. Τὸ προαύλιο μιᾶς βενζιναντλίας σχήματος τετραγώνου ἔχει πλευρὰ 44,12 μέτρα. Πόσα τετρ. μέτρα εἶναι ἡ ἐπιφάνειά του ;

3. Ὁ διάδρομος ἑνὸς ἀεροδρομίου σχήματος ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου ἔχει μῆκος 1.235,80 μέτρα καὶ πλάτος 72,50 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι ἡ ἐπιφάνειά του ;

4. Ἕνα σχολικὸ προαύλιο σχήματος τετραγώνου ἔχει πλευρὰ 61,82 μέτρα. Πόσο εἶναι τὸ ἐμβαδόν του ;

5. Ἕνα κτῆμα σχήματος τετραγώνου ἔχει πλευρὰ 89,52 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι ἡ ἐπιφάνειά του ;

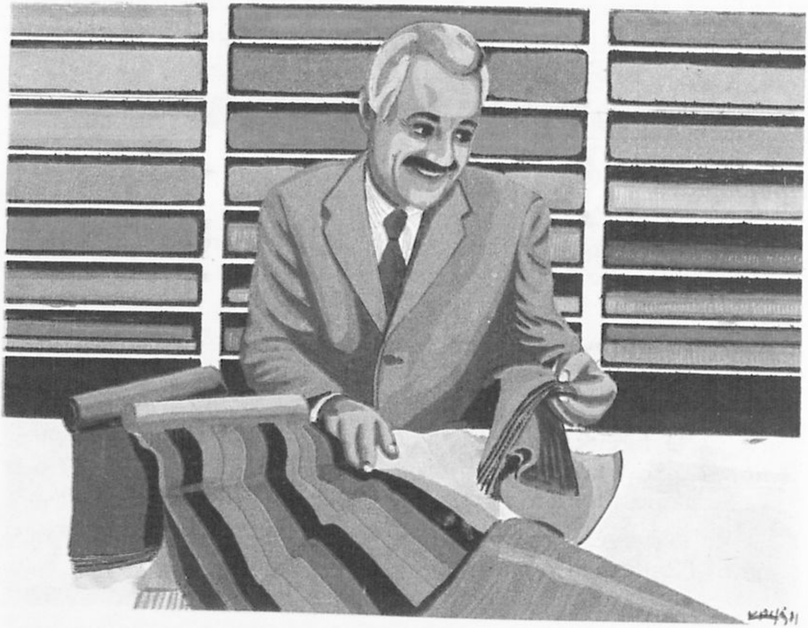
6. Ὁ Ἰάκωβος μετέφερε μὲ αὐτοκίνητο 3.217,50 κιλὰ πατάτες πρὸς 0,18 δρχ. τὸ κιλό. Πόσα χρήματα πλήρωσε ;

8. Ἕνας φρουτέμπορος μετέφερε μὲ πλοῖο ἀπὸ τὴν Κρήτη στὸν Πειραιᾶ 18.765,380 κιλὰ πορτοκάλια πρὸς 0,32 δρχ. τὸ κιλό. Πόσα χρήματα πλήρωσε ;

9. Ἕνα κτῆμα σχήματος ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου ἔχει μῆκος 604,255 μέτρα καὶ πλάτος 67,19 μέτρα. Πόσο εἶναι τὸ ἐμβαδόν του ;

10. Ἕνας ὀπωροπώλης ἀγόρασε 17 χαρτοκιβώτια μπανάνες τῶν 32,50 κιλῶν τὸ καθένα πρὸς 13,25 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

11. Ὁ Λουκᾶς σκοπεύει νὰ περιφράξῃ περιβόλι σχήματος τετραγώνου μὲ πλευρὰ 72,413 μέτρων μὲ 4 σειρὲς ἀγκαθωτοῦ σύρματος. Πόσα μέτρα σύρματος θὰ χρειαστῆ καὶ πόσες δραχμὲς θὰ τοῦ στοιχίσῃ ἡ περίφραξι, ἂν τὸ κάθε μέτρο τοῦ σύρματος στοιχίζῃ 0,84 δρχ. ;



Τὰ ὑφασματεμπορικὰ

Στοὺς κεντρικοὺς δρόμους τῶν πόλεων συναντοῦμε τὰ ὑφασματεμπορικά. Σ᾽ αὐτὰ πουλιοῦνται τὰ ὑφάσματα.

Οἱ ὑφασματέμποροι ἀγοράζουν τὰ ὑφάσματα ἀπὸ τὰ ὑφαντήρια καὶ τὰ ξαναπουλοῦν στοὺς πελάτες τους.

Τὰ ὑφαντήρια εἶναι ἐργοστάσια ἐφωδιασμένα μὲ τελειότατα ὑφαντουργικὰ μηχανήματα. Τὰ μηχανήματα αὐτὰ ὑφαίνουν τὰ ὑφάσματα ἀπὸ νήματα. Τὰ νήματα πάλι κατασκευάζονται ἀπὸ μαλλιὰ ζώων ἢ ἀπὸ τὶς ἶνες διαφόρων κλωστικῶν φυτῶν σὲ εἰδικὰ ἐπίσης ἐργοστάσια, τὰ νηματουργεῖα ἢ κλωστήρια.

4. Η ΔΙΑΙΡΕΣΙ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1) Πῶς διαιροῦμε δεκαδικὸ ἀριθμὸ διὰ ἀκεραίου

Πρόβλημα. Ὁ Δῆμος ἀγόρασε 4 μέτρα ὑφάσματος καὶ πλήρωσε 731,2 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα μέτρο ;

Λύσι. Ἐδῶ γνωρίζομε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μέτρων καὶ δὲν γνωρίζομε τὴν ἀξία τοῦ ἑνός. Θὰ κάνωμε διαίρεσι μερισμοῦ. Ἔχομε νὰ διαιρέσωμε δεκαδικὸ μὲ ἀκέραιο.

1ος τρόπος: Θὰ τρέψωμε τὶς 731,2 δραχμὲς σὲ δεκάρες. Ἐπειδὴ ἡ 1 δραχμὴ ἔχει 10 δεκάρες, οἱ 731,2 δραχμὲς ἔχουν $731{,}2 \times 10 = 7312$ δεκάρες. Ἔτσι ἔχομε νὰ διαιρέσωμε τώρα τὸν ἀριθμὸ 7312 μὲ τὸν ἀριθμὸ 4. Δηλαδὴ ἀκέραιο μὲ ἀκέραιο. Ἡ διαίρεσι γίνεται ὅπως μάθαμε στοὺς ἀκεραίους :

Διαιρετέος ← 7312 | 4 → **Διαιρέτης**
33 | 1828 → **Πηλίκο**
11
32
Ὑπόλοιπο ← 0 | → **Σημεῖο διαιρέσεως**

Ἄρα τὸ 1 μέτρο τοῦ ὑφάσματος ἀξίζει 1.828 δεκάρες. Ἐπειδὴ ὅμως 10 δεκάρες = 1 δραχμή, οἱ 1.828 δεκάρες εἶναι :

1828 | 10
82 | 182 → **δραχμὲς**
28
δεκάρες ← 8

Ἄρα τὸ 1 μέτρο τοῦ ὑφάσματος ἀξίζει 182 δραχμὲς καὶ 8 δεκάρες ἢ 182,8 δραχμές.

2ος τρόπος: Ἐργαζόμαστε ὅπως καὶ στὴ διαίρεσι μερισμοῦ τῶν ἀκεραίων. Ὅταν ὅμως τελειώση ἡ διαίρεσι τῶν ψηφίων τοῦ ἀκεραίου, θὰ σημειώσωμε τὴν ὑποδιαστολὴ κι ἔπειτα θὰ συνεχίσωμε τὴ διαίρεσι τῶν δεκαδικῶν ψηφίων. Νά, ἔτσι :

Διαιρετέος ⟵ 731,2 | 4 ⟶ **Διαιρέτης**
33 | 182,8 ⟶ **Πηλίκο**
11 |
32 | ⟶ **Σημεῖο τῆς διαιρέσεως**
0 ⟶ **Τελεία διαίρεσι**

Ἀπάντησι. Ἄρα ἡ ἀξία τοῦ ἑνὸς μέτρου ἦταν 182,8 δραχμές. Δύο ἀκόμη παραδείγματα :

30,3	6		0,324	9
0 30	5,05		54	0,036
0			0	

Ἀπὸ τὰ παραπάνω παραδείγματα συμπεραίνομε ὅτι :

- Τὴ διαίρεσι δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ διὰ ἀκεραίου τὴν ἐκτελοῦμε, ὅπως καὶ τὴ διαίρεσι τῶν ἀκέραιων ἀριθμῶν. Ὅταν ὅμως τελειώση ἡ διαίρεσι τῶν ἀκέραιων ψηφίων τοῦ διαιρετέου, σημειώνομε ὑποδιαστολὴ στὸ πηλίκο κι ἔπειτα συνεχίζομε τὴ διαίρεσι τῶν δεκαδικῶν ψηφίων τοῦ διαιρετέου.

- Ὅταν ἡ διαίρεσι εἶναι ἀτελής, μποροῦμε νὰ τὴ συνεχίσωμε, ἀφοῦ προσθέσωμε μηδενικὰ στὸ ὑπόλοιπό της.

- Ὅταν ὁ διαιρετέος δὲν ἔχη ἀκέραιο, σημειώνομε 0 στὸ πηλίκο ἔπειτα τὴν ὑποδιαστολὴ καὶ μετὰ ἐκτελοῦμε τὴν πρᾶξι.

Ἀσκήσεις

Γραπτῶς

α) 6,4 : 2 8,6 : 2 β) 8,46 : 3 12,32 : 5 γ) 16,40 : 8 22,40 : 7 δ) 54,18 : 9 63,14 : 7 ε) 81,27 : 3 81,36 : 9 στ) 155,11 : 5 164,24 : 12 ζ) 0,162 : 6 η) 0,784 : 9 θ) 0,802 : 5 ι) 0,2 : 5

Προβλήματα διαιρέσεως δεκαδικῶν ἀριθμῶν

1. Ὁ Κοσμᾶς ἀγόρασε 5 μέτρα ὑφάσματος καὶ πλήρωσε 1.231,15 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ ἕνα μέτρο;

2. Μιὰ ὑφάντρια σὲ 7 μέρες ὕφανε 63,49 μέτρα ὑφάσματος. Πόσα μέτρα ὕφαινε τὴ μιὰ μέρα;

3. Ὁ Κλεάνθης ἀγόρασε 8 τόπια ὑφάσματος καὶ πλήρωσε 7.266,56 δραχμές. Πόσες δραχμές ἀγόρασε τὸ ἕνα τόπι;

4. Μιὰ ὑφάντρια σὲ 12 μέρες ὕφανε 144,60 μέτρα ὑφάσματος. Πόσα μέτρα ὕφαινε τὴν ἡμέρα;

5. Ὁ Δῆμος πούλησε 17 μέτρα ὑφάσματος καὶ πῆρε 3.429,75 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ ἕνα μέτρο;

6. Ἕνας νηματέμπορος πούλησε 82 κιλὰ νήματος καὶ πῆρε 6.445,20 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ ἕνα κιλό;

7. Ἕνας ράφτης ἀγόρασε 37 μέτρα ὑφάσματος καὶ πλήρωσε 13.043,24 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ ἕνα μέτρο;

8. Ἕνας ὑφασματέμπορος πούλησε 125 μέτρα ὑφάσματος καὶ εἰσέπραξε 13.543,75 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πουλοῦσε τὸ ἕνα μέτρο;

9. Ἕνας ἐμπορορράπτης, γιὰ νὰ ράψη 101 ὅμοιες ἀνδρικὲς ἐνδυμασίες, χρειάστηκε 404,505 μέτρα ὑφάσματος. Πόσα μέτρα ὑφάσματος ἀναλογοῦν σὲ κάθε ἐνδυμασία;

10. Ὁ Δῆμος πούλησε 1.263 μέτρα ὑφάσματος καὶ πῆρε 141.935,94 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πουλοῦσε τὸ ἕνα μέτρο;

2) Πῶς διαιροῦμε δεκαδικὸ ἀριθμὸ διὰ 10, 100, 1.000 κλπ.

Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι ἔχομε νὰ διαιρέσωμε τὸν δεκαδικὸ ἀριθμὸ 3.162,7 διὰ 10, 100 καὶ 1.000. Σύμφωνα μὲ ὅσα μάθαμε θὰ ἔχωμε:

1

3.162,7	10
16	316,27
62	
27	
70	
0	

2

3.162,7	100
162	31,627
627	
270	
700	
0	

3

3.162,7	1000
1627	3,1627
6270	
2700	
7000	
0	

Στὴν πρώτη διαίρεσι παρατηροῦμε ὅτι ἡ ὑποδιαστολὴ στὸ πηλίκο μεταφέρθηκε μιὰ θέσι πρὸς τ᾽ ἀριστερά.

Στὴ δεύτερη διαίρεσι ἡ ὑποδιαστολὴ στὸ πηλίκο μεταφέρθηκε δύο θέσεις πρὸς τ᾽ ἀριστερά.

Στὴν τρίτη διαίρεσι ἡ ὑποδιαστολὴ στὸ πηλίκο μεταφέρθηκε τρεῖς θέσεις πρὸς τ᾽ ἀριστερά.

Ἄρα, ἕνας δεκαδικὸς ἀριθμὸς διαιρεῖται διά :

- 10, ἂν μεταφέρωμε τὴν ὑποδιαστολή του μιὰ θέσι πρὸς τ᾽ ἀριστερά,
- 100, ἂν μεταφέρωμε τὴν ὑποδιαστολή του δύο θέσεις πρὸς τ᾽ ἀριστερά,
- 1.000, ἂν μεταφέρωμε τὴν ὑποδιαστολή του τρεῖς θέσεις πρὸς τ᾽ ἀριστερά.

Ἀσκήσεις

Γραπτῶς

α) 22,1 : 10 30,4 : 10 42,8 : 10 β) 49,8 : 10 69,3 : 10 100,2 : 10 γ) 151,32 : 10 182,08 : 10 δ) 1.301,01 : 100 1.005,3 : 100 ε) 3.306,292 : 100 4,28 : 100 στ) 1,327 :100 10,2 : 100 ζ) 603,6 : 1.000 904,34 : 1.000 η) 1.001,95 : 1.000 20.008,1 : 1.000 θ) 4.632,231 : 1.000 0,27 : 1.000 ι) 0,01 : 100 C,004 : 1.000

3) Πῶς διαιροῦμε ἀκέραιο ἀριθμὸ διὰ δεκαδικοῦ

Πρόβλημα. Ὁ πατέρας τῆς Καίτης ἀγόρασε 3,2 μέτρα ὑφάσματος καὶπλήρωσε 992 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ μέτρο;

Λύσι. Ἐδῶ γνωρίζομε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μέτρων καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τοῦ ἑνός. Θὰ κάνωμε διαίρεσι. Θὰ διαιρέσωμε τὸν ἀκέραιο 992 μὲ τὸν δεκαδικὸ 3,2.

1ος τρόπος: Τρέπομε τὶς 992 δραχμὲς σὲ δεκάρες καὶ τὰ 3,2 μέτρα σὲ δεκατόμετρα. Ἐπειδὴ 1 δραχμὴ = 10 δεκάρες, οἱ 992 δραχμὲς εἶναι : 992 × 10 = 9.920 δεκάρες. Κι ἐπειδὴ 1 μέτρο = 10 δεκατόμετρα, τὰ 3,2 μέτρα εἶναι 3,2 × 10 = 32 δεκατόμετρα. Ἔτσι ἔχομε νὰ διαιρέσωμε τώρα τὸν ἀριθμὸ 9.920 μὲ τὸν ἀριθμὸ 32. Δηλαδὴ ἀκέραιο μὲ ἀκέραιο. Ἐκτελοῦμε τὴν πρᾶξι, ὅπως ἔχομε μάθει :

9.920	32
32	310
00	

Ἄρα τὸ 1 δεκατόμετρο ἀξίζει 310 δεκάρες. Τὰ 10 δεκατόμετρα, δηλαδὴ τὸ 1 μέτρο, ἀξίζουν 10 φορὲς περισσότερο. Ἔτσι ἔχομε 310 × 10 = 3.100 δεκάρες. Κι ἐπειδὴ 1 δραχμὴ = 10 δεκάρες, οἱ 3.100 δεκάρες εἶναι 3.100 : 10 = 310 δραχμές.

Ἑπομένως ὁ πατέρας τῆς Καίτης ἀγόρασε τὸ μέτρο τοῦ ὑφάσματος πρὸς 310 δραχμές.

2ος τρόπος: Γιὰ νὰ ἐκτελέσωμε τὴ διαίρεσι αὐτή, πρέπει νὰ τρέψωμε προηγουμένως τὸν δεκαδικὸ διαιρέτη σὲ ἀκέραιο. Ὁ δεκαδικὸς διαιρέτης 3,2 γίνεται ἀκέραιος, ἂν πολλαπλασιαστῆ ἐπὶ 10. Πράγματι 3,2 × 10 = 32. Ἐπειδὴ ὅμως ὁ διαιρέτης μεγάλωσε 10 φορές, πρέπει καὶ ὁ διαιρετέος νὰ μεγαλώση 10 φορές. Πρέπει δηλαδὴ νὰ πολλαπλασιαστῆ ἐπὶ 10 καὶ αὐτός· ὥστε 992 × 10 = 9.920. Ἔτσι ἀντὶ νὰ διαιρέσωμε τὸν ἀκέραιο 992 μὲ τὸν δεκαδικὸ 3,2 θὰ διαιρέσωμε τώρα τὸν ἀκέραιο 9.920 μὲ τὸν ἀκέραιο 32.

9920	32
32	310
00	

Ἀπάντησι. Ἄρα ὁ πατέρας τῆς Καίτης ἀγόρασε τὸ μέτρο τοῦ ὑφάσματος πρὸς 310 δραχμές.

Ἀπὸ τὸ παραπάνω παράδειγμα συμπεραίνομε ὅτι :

Γιὰ νὰ διαιρέσωμε ἀκέραιο διὰ δεκαδικοῦ, πολλαπλασιάζομε προηγουμένως τὸν διαιρετέο καὶ τὸν διαιρέτη ἐπὶ 10, ἂν ὁ διαιρέτης ἔχῃ ἕνα δεκαδικὸ ψηφίο, ἐπὶ 100, ἂν ἔχῃ δύο δεκαδικὰ ψηφία, ἐπὶ 1.000, ἂν ἔχῃ τρία κλπ., ὥστε νὰ γίνῃ καὶ ὁ διαιρέτης ἀκέραιος κι ἔπειτα διαιροῦμε ἀκέραιο διὰ ἀκεραίου· π.χ.

$36 : 1{,}8 = 36 \times 10 : 1{,}8 \times 10 = 360 : 18 = 20$
$42 : 0{,}7 = 42 \times 10 : 0{,}7 \times 10 = 420 : 7 = 60$
$63 : 0{,}09 = 63 \times 100 : 0{,}09 \times 100 = 6.300 : 9 = 700$
$816 : 2{,}72 = 816 \times 100 : 2{,}72 \times 100 = 81.600 : 272 = 300$
$125 : 0{,}005 = 125 \times 1.000 : 0{,}005 \times 1.000 = 125.000 : 5 = 25.000$
$135 : 0{,}675 = 135 \times 1.000 : 0{,}675 \times 1.000 = 135.000 : 675 = 2.000$

Ἀσκήσεις

Γραπτῶς

α) 38 : 1,8 50 : 2,5 β) 68 : 1,7 85 : 0,5 γ) 70 : 1,4 δ) 100 : 2,50 144 : 0,12 ε) 150 : 0,75 210 : 1,05 στ) 326: 1,63 ζ) 42 : 1,607 η) 128 : 0,002 θ) 156 : 0,052 ι) 1.004 : 0,502

Προβλήματα διαιρέσεως ἀκεραίου διὰ δεκαδικοῦ

1. Ὁ Δῆμος πούλησε 8,2 μέτρα ὑφάσματος καὶ εἰσέπραξε 615 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ ἕνα μέτρο ;

2. Ὁ Λουκᾶς ἀγόρασε ὕφασμα πρὸς 9,8 δραχμὲς τὸ μέτρο καὶ πλήρωσε 735 δραχμές. Πόσα μέτρα ὑφάσματος ἀγόρασε ;

3. Μιὰ ὑφάντρια ὑφαίνει 5,6 μέτρα ὑφάσματος τὴν ἡμέρα. Σὲ πόσες ἡμέρες θὰ ὑφάνη 140 μέτρα ;

4. Ὁ πατέρας τῆς Ἀθηνᾶς ἀγόρασε 7,4 μέτρα ὑφάσματος καὶ πλήρωσε 1.369 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ μέτρο ;

5. Ἕνας ὑφασματέμπορος πούλησε 17,25 μέτρα ὑφάσματος καὶ εἰσέπραξε 4.209 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ μέτρο;

6. Ἕνας ὑφαντουργὸς ἀγόρασε 9,84 κιλὰ γράσου, γιὰ νὰ λιπάνη τὶς μηχανὲς τοῦ ἐργοστασίου του καὶ πλήρωσε 246 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ κιλό ;

7. Ἕνας ἐμπορορράπτης ἀγόρασε 50,64 μέτρα ὑφάσματος καὶ πλήρωσε 6.330 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ μέτρο ;

8. Μιὰ ὑφάντρια ἀγόρασε 28,44 κιλὰ νήματος καὶ πλήρωσε 3.555 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ κιλό ;

9. Ἕνας ὑφασματέμπορος ἀπὸ κάθε μέτρο ὑφάσματος ποὺ πουλάει κερδίζει 17,32 δραχμές. Πόσα μέτρα ὑφάσματος πούλησε προχτές, ἂν κέρδισε 3.897 δραχμές ;

10. Ἕνας ὑφαντουργὸς ἀγόρασε 205,024 κιλὰ νήματος καὶ πλήρωσε 6.407 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ κιλό ;

4) Πῶς διαιροῦμε δεκαδικὸ ἀριθμὸ διὰ δεκαδικοῦ

Πρόβλημα. Ἡ μητέρα τῆς Πόπης ἀγόρασε 4,25 κιλὰ νήματος καὶ πλήρωσε 291,55 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ ἕνα κιλό ;

Λύσι. Ἐδῶ γνωρίζομε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν κιλῶν καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τοῦ ἑνός. Θὰ κάνωμε διαίρεσι μερισμοῦ. Θὰ διαιρέσωμε τὸν δεκαδικὸ 291,55 μὲ τὸν δεκαδικὸ 4,25.

Γιὰ νὰ ἐκτελέσωμε τὴ διαίρεσι αὐτή, πρέπει νὰ τρέψωμε προηγουμένως τὸν δεκαδικὸ διαιρέτη σὲ ἀκέραιο. Ὁ δεκαδικὸς διαιρέτης 4,25 γίνεται ἀκέραιος, ἂν πολλαπλασιαστῆ ἐπὶ 100. Δηλαδὴ $4{,}25 \times 100 = 425$. Ἐπειδὴ ὅμως ὁ διαιρέτης μεγάλωσε 100 φορές, πρέπει καὶ ὁ διαιρετέος ὁπωσδήποτε νὰ μεγαλώση 100 φορές. Γιὰ νὰ μεγαλώση ὅμως 100 φορὲς πρέπει νὰ πολλαπλασιαστῆ ἐπὶ 100 καὶ αὐτός. Δηλαδὴ

291,55 × 100 = 29.155. Ἔτσι ἀντὶ νὰ διαιρέσωμε τὸ 291,55 : 4,25, ἔχομε νὰ διαιρέσωμε τώρα τὸ 29.155 : 425.

```
29.155 | 425
 3655  |------
  2550 | 68,6
   000 |
```

Ἀπάντησι. Ἄρα ἡ μητέρα τῆς Πόπης ἀγόρασε τὸ κιλὸ τοῦ νήματος πρὸς 68,6 δρχ.

Ἀπὸ τὸ παραπάνω παράδειγμα συμπεραίνομε ὅτι :

Γιὰ νὰ διαιρέσωμε δεκαδικὸ διὰ δεκαδικοῦ, πολλαπλασιάζομε προηγουμένως τὸν διαιρετέο καὶ τὸν διαιρέτη ἐπὶ 10, ἂν ὁ διαιρέτης ἔχη ἕνα δεκαδικὸ ψηφίο, ἐπὶ 100, ἂν ἔχη δύο δεκαδικὰ ψηφία, ἐπὶ 1.000, ἂν ἔχη τρία κλπ., ὥστε ὁ διαιρέτης νὰ γίνη ἀκέραιος κι ἔπειτα ἐκτελοῦμε τὴν πρᾶξι. Ἂν ἡ διαίρεσι εἶναι ἀτελής, βάζομε στὸ πηλίκο ὑποδιαστολή. Μετὰ θέτομε στὰ δεξιὰ τοῦ ὑπολοίπου μηδὲν καὶ συνεχίζομε τὴν πρᾶξι.

Π.χ.

0,625:2,5=0,625×10:2,5×10=6,25:25=0,25

601,25:3,25=601,25×100:3,25×100=60.125:325=18,35

1,145:0,005=1,145×1.000:0,005×1.000=1.145:5=229

Ἀσκήσεις

Γραπτῶς

α) 4,2 : 2,1 6,8 : 3,4 β) 10,2 : 5,1 12,8 : 3,2 γ) 13,6 : 0,68 δ) 1,64 : 8,2 24,8 : 12,4 ε) 0,144 : 0,12 0,15 : 0,75 στ) 1,25 : 12 ζ) 62,5 : 1,25 η) 7,50 : 0,125 θ) 109,44 : 12,016 ι) 0,624 : 0,012

Προβλήματα διαιρέσεως δεκαδικῶν ἀριθμῶν

1. Ὁ πατέρας τοῦ Τάκη ἀγόρασε 2,5 μέτρα ὑφάσματος καὶ πλήρωσε 752,5 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ μέτρο ;

2. Ὁ Δῆμος πούλησε 16,2 μέτρα μουσαμᾶ καὶ πῆρε 1.814,4 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ μέτρο ;

3. Ὁ Κλεάνθης πούλησε 37,8 μέτρα ὑφάσματος καὶ ζημιώθηκε 1.973,16 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ζημία ἀντιστοιχεῖ σὲ κάθε μέτρο ;

4. Ἕνας ὑφαντουργὸς ἀγόρασε πετρέλαιο πρὸς 2,35 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ πλήρωσε 6.580,94 δραχμές. Πόσα κιλὰ ἀγόρασε;

5. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε 48,3 κιλὰ νήματος καὶ πλήρωσε 3.303,72 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ κιλό ;

6. Πόσες ἡμέρες πρέπει νὰ ἐργαστῆ μιὰ ὑφάντρια μὲ ἡμερομίσθιο 112,80 δραχμές, γιὰ ν' ἀγοράση μιὰ ἠλεκτρικὴ κουζίνα ἀξίας 3.722,4 δραχμῶν ;

7. Ἕνας ράφτης ρίχνει στὸν κουμπαρά του 62,30 δραχμὲς τὴν ἡμέρα. Ὕστερα ἀπὸ πόσες ἡμέρες θὰ συγκεντρώση 13.830 δρχ., γιὰ ν' ἀγοράση τηλεόρασι ;

8. Μιὰ μοδίστρα ἀπὸ κάθε φόρεμα ποὺ ἔραβε ἔριχνε στὸν κουμπαρά της 46,25 δραχμές. Ὅταν τὸν ἄνοιξε, βρῆκε 5.133,75 δρχ. Πόσα φορέματα ἔραψε ;

9. Οἱ ἐργάτες ἑνὸς ὑφαντουργείου διέθεσαν ἀπὸ 100,90 δρχ. ὁ καθένας καὶ ἀγόρασαν μιὰ τηλεόρασι ἀξίας 12.208,90 δραχμῶν. Πόσοι ἐργάτες ἦταν ;

10. Ἕνας ὑφαντουργὸς πουλάει τὸ μέτρο ὑφάσματος μὲ κέρδος 8,36 δραχμές. Πόσα μέτρα πούλησε, ἂν κέρδισε 33.444,18 δρχ.;

Προβλήματα τῶν τεσσάρων πράξεων

1. Ἡ κυρα-Νίκη ἀγόρασε 23 κιλὰ μαλλιά, τὰ ὁποῖα κατὰ τὸ πλύσιμο ἔχασαν τὸ μισὸ βάρος τους καὶ στὸ λαναριστήριο ἄλλα 0,75 κιλά. Πόσα κιλὰ μαλλιὰ τῆς ἔμειναν ;

2. Μιὰ ὑφάντρια ἀγόρασε 27 κιλὰ μαλλιὰ πρὸς 31,50 δραχμὲς τὸ κιλό. Τὰ μαλλιὰ κατὰ τὸ πλύσιμο ἔχασαν 10,70 κιλὰ καὶ κατὰ τὸ γνέσιμο 1,20 κιλά. Πόσες δραχμὲς τῆς στοίχισε τὸ κιλὸ τοῦ νήματος ;

3. Δύο ὑφάντριες μοίρασαν 2.315 δρχ. Ἡ μιὰ πῆρε 381,20 δρχ. περισσότερες ἀπὸ τὴν ἄλλη. Πόσες δρχ. πῆρε ἡ καθεμιά ;

4. Τρεῖς ξυλουργοὶ μοίρασαν 7.140,30 δρχ. Ὁ πρῶτος πῆρε 221,70 δρχ. περισσότερες ἀπὸ τοὺς ἄλλους δύο. Πόσα χρήματα πῆρε ὁ καθένας ;

5. Ὁ Δῆμος πούλησε 52,8 μέτρα ὑφάσματος καὶ εἰσέπραξε 6.784,80 δραχμές. Ἀπὸ αὐτὲς οἱ 924 δραχμὲς ἦταν κέρδος. Πόσες δραχμὲς εἶχε ἀγοράσει τὸ μέτρο ;

6. Ὁ Σταμάτης ἀγόρασε 152,40 κιλὰ μῆλα πρὸς 4,90 δρχ. τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πουλοῦσε τὸ κιλό, ἂν κέρδισε 777,24 δραχμές ;

7. Ὁ Σταῦρος πουλοῦσε ἀχλάδια πρὸς 75,20 δρχ. τὰ 5 κιλά. Πόσα κιλὰ πούλησε, ἂν εἰσέπραξε 3.008 δραχμές ;

8. Ἕνας ὀπωροπώλης ἀγόρασε πορτοκάλια πρὸς 35,70 δρχ. τὰ 7 κιλὰ καὶ πλήρωσε 510 δρχ. Πόσα κιλὰ ἀγόρασε ;

9. Ἕνας ἔμπορος ἀγόρασε 87 μέτρα ὑφάσματος καὶ πλήρωσε 5.437,5 δρχ. Πόσες δραχμὲς πρέπει νὰ πουλήση τὸ μέτρο, γιὰ νὰ κερδίση 713,40 δρχ. ;

10. Ἕνας ὑφασματέμπορος ἀγόρασε ὕφασμα πρὸς 44,20 δρχ. τὸ μέτρο. Ὅταν τὸ πούλησε, εἰσέπραξε 1.547 δρχ. Πόσα μέτρα εἶχε ἀγοράσει, ἂν ζημιώθηκε 309,40 δραχμές ;

11. Ἕνας ἔμπορος ἀγόρασε 103,80 κιλὰ νήματος πρὸς 52,20 δρχ. τὸ κιλὸ καὶ τὸ πούλησε γιὰ 6.456,36 δρχ. Πρὸς πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ ἕνα κιλό ;

ΜΕΡΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟ

ΟΙ ΣΥΜΜΙΓΕΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α. ΟΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ

Ι. ΟΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

Βασικὴ μονάδα μετρήσεως τοῦ χρόνου εἶναι ἡ **ἡμέρα** (τὸ ἡμερονύκτιο).

Οἱ ὑποδιαιρέσεις τῆς ἡμέρας

Ἡ ἡμέρα ὑποδιαιρεῖται σὲ 24 **ὧρες.**

Κάθε ὥρα ὑποδιαιρεῖται σὲ 60 πρῶτα λεπτὰ (60 λ).

Κάθε πρῶτο λεπτὸ ὑποδιαιρεῖται σὲ 60 δευτερόλεπτα (60 δ).

Τὰ πολλαπλάσια τῆς ἡμέρας εἶναι :

ἡ **ἑβδομάδα** μὲ 7 μέρες,

ὁ **μήνας** μὲ 30 ἢ 31 μέρες, (ὁ Φεβρουάριος ἔχει 28 καὶ κάθε δίσεκτο ἔτος 29 μέρες),

τὸ πολιτικὸ **ἔτος** μὲ 365 μέρες,
τὸ δίσεκτο ἔτος μὲ 366 μέρες,
τὸ ἐμπορικὸ ἔτος μὲ 360 μέρες, } κάθε ἔτος ἔχει 12 μῆνες,

ὁ αἰώνας ἢ ἑκατονταετηρίδα μὲ 100 ἔτη,

ἡ χιλιετηρίδα μὲ 1.000 ἔτη.

Προβλήματα

1. Πόσα πρῶτα λεπτὰ ἔχουν 6 ὧρες ;
2. Πόσα δεύτερα λεπτὰ ἔχουν 5 ὧρες ;

3. Πόσες ὧρες ἔχει τὸ 15νθήμερο ;
4. Πόσους μῆνες ἔχει ὁ αἰώνας ;
5. Πόσες ἡμέρες ἔχουν 5 ἐμπορικὰ ἔτη ;
6. 132 μῆνες πόσα ἔτη εἶναι ;

2. ΟΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΤΟΥ ΜΗΚΟΥΣ

Βασικὴ μονάδα μετρήσεως τῶν ἀποστάσεων, δηλαδὴ τοῦ μήκους, τοῦ πλάτους καὶ τοῦ ὕψους ἢ τοῦ βάθους τῶν σωμάτων εἶναι τὸ γαλλικὸ **μέτρο.**

Οἱ ὑποδιαιρέσεις τοῦ γαλλικοῦ μέτρου

Τὸ μέτρο ὑποδιαιρεῖται σὲ 10 ἴσα μέρη, τὰ ὁποῖα λέγονται δεκατόμετρα (παλαιότερα λέγονταν καὶ παλάμες) ἢ σὲ 100 ἴσα μέρη, τὰ ὁποῖα λέγονται ἑκατοστόμετρα (δάκτυλοι ἢ πόντοι) ἢ σὲ 1.000 ἴσα μέρη, τὰ ὁποῖα λέγονται χιλιοστόμετρα (γραμμές).

Τὸ δεκατόμετρο ὑποδιαιρεῖται σὲ 10 ἑκατοστόμετρα ἢ 100 χιλιοστόμετρα.

Τὸ ἑκατοστόμετρο ὑποδιαιρεῖται σὲ 10 χιλιοστόμετρα.

Τὰ πολλαπλάσια τοῦ γαλλικοῦ μέτρου εἶναι :
τὸ δεκάμετρο μὲ 10 μέτρα,
τὸ ἑκατόμετρο μὲ 100 μέτρα,
τὸ χιλιόμετρο μὲ 1.000 μέτρα.

Ἐκτὸς ἀπὸ τὸ γαλλικὸ μέτρο χρησιμοποιοῦμε καὶ τὶς ἀκόλουθες μονάδες μήκους : α) τὸν τεκτονικὸ πῆχυ, ποὺ ἰσοδυναμεῖ μὲ 0,75 τοῦ μέτρου,

β) τὴ γυάρδα, ποὺ ἰσοδυναμεῖ μὲ 0,914 τοῦ μέτρου καὶ ὑποδιαιρεῖται σὲ 3 πόδια καὶ κάθε πόδι σὲ 12 ἴντσες.

Κάθε πόδι ἰσοδυναμεῖ μὲ 0,3047 τοῦ μέτρου.

Κάθε ἴντσα ἰσοδυναμεῖ μὲ 0,0254 τοῦ μέτρου.

Οἱ ναυτικοὶ χρησιμοποιοῦν τὶς μονάδες μήκους ποὺ ἀκολουθοῦν :

α) τὸ ναυτικὸ μίλιο ποὺ ἰσοδυναμεῖ μὲ 1.852 μέτρα,
β) τὸ ἀγγλικὸ μίλιο ποὺ ἰσοδυναμεῖ μὲ 1.609 μέτρα,
γ) τὴ ναυτικὴ λεύγα ποὺ ἰσοδυναμεῖ μὲ 5.556 μέτρα.

Προβλήματα

Νὰ ὑπολογίσετε :

1. Μὲ πόσους τεκτονικοὺς πήχεις ἰσοδυναμοῦν 7,50 μέτρα καλώδιο ;
2. Μὲ πόσα μέτρα ἰσοδυναμοῦν 20 τεκτονικοὶ πήχεις ;
3. Μὲ πόσα μέτρα ἰσοδυναμεῖ ἕνα τόπι ὑφάσματος, ποὺ ἔχει μῆκος 25 γυάρδες ;
4. Μὲ πόσες γυάρδες ἰσοδυναμοῦν 30 μέτρα ;
5. Μὲ πόσες γυάρδες ἰσοδυναμεῖ τὸ ἀνάστημά σας ;

3. ΟΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΤΟΥ ΒΑΡΟΥΣ

Βασικὴ μονάδα μετρήσεως τοῦ βάρους τῶν σωμάτων εἶναι τὸ **κιλό.**

Ὑποδιαίρεσι τοῦ κιλοῦ

Τὸ κιλὸ ὑποδιαιρεῖται σὲ 1.000 γραμμάρια καὶ γι' αὐτὸ τὸ λέμε καὶ χιλιόγραμμο.

Πολλαπλάσιο τοῦ κιλοῦ εἶναι:
ὁ τόννος μὲ 1.000 κιλὰ ἢ χιλιόγραμμα.

Προβλήματα

Νὰ ὑπολογίσετε :

1. Μὲ πόσα γραμμάρια ἰσοδυναμοῦν 70 χιλιόγραμμα ;
2. Μὲ πόσα χιλιόγραμμα ἰσοδυναμοῦν 500.000 γραμμάρια;
3. Μὲ πόσα κιλὰ ἰσοδυναμοῦν 2 τόννοι σιταριοῦ ;
4. Μὲ πόσα κιλὰ ἰσοδυναμοῦν 10 τόννοι σίδερο ;
5. Μὲ πόσους τόννους ἰσοδυναμοῦν 67.000 κιλὰ ἀλευριοῦ ;

4. ΟΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΤΩΝ ΝΟΜΙΣΜΑΤΩΝ

Τὰ νομίσματα ποὺ κυκλοφοροῦν στὴν Ἑλλάδα εἶναι μεταλλικὰ καὶ χάρτινα. Τὰ μεταλλικὰ λέγονται κέρματα, ἐνῶ τὰ χάρτινα χαρτονομίσματα.

Βασικὴ μονάδα μετρήσεως τῶν νομισμάτων εἶναι ἡ **δραχμή.**

Ἡ δραχμὴ ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 λεπτά.

Τὰ ἑλληνικὰ κέρματα εἶναι :

α) Μικρότερα ἀπὸ τὴ δραχμή :
ἡ πεντάρα = 5 λεπτά, τὸ εἰκοσάλεπτο = 20 λεπτά,
ἡ δεκάρα = 10 λεπτά, τὸ πενηντάλεπτο = 50 λεπτά.

β) Ἴσα ἢ μεγαλύτερα ἀπὸ τὴ δραχμή :
ἡ δραχμὴ=100 λεπτά, τὸ δεκάδραχμο = 10 δραχμές,
τὸ δίδραχμο=2 δραχμές, τὸ εἰκοσάδραχμο=20 δραχ.,
τὸ πεντάδραχμο=5 δρχ., τὸ τριαντάδραχμο=30 δρχ.

(Τὸ τριαντάδραχμο κυκλοφόρησε ὡς ἀναμνηστικό· τώρα δὲν κυκλοφορεῖ).

Τὰ ἑλληνικὰ χαρτονομίσματα εἶναι :
τὸ πενηντάδραχμο=50 δραχμὲς (πενηντάρικο),
τὸ ἑκατοντάδραχμο=100 δραχμὲς (ἑκατοστάρικο),
τὸ πεντακοσιόδραχμο=500 δραχμὲς (πεντακοσάρικο),
τὸ χιλιόδραχμο=1.000 δραχμὲς (χιλιάρικο).

Κάθε κράτος ἔχει τὸ δικό του νόμισμα.

Ἡ Ἀμερικὴ ἔχει τὸ δολάριο, ποὺ ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 σέντς. Ἕνα δολάριο ἰσοδυναμεῖ μὲ 30 δραχμές.

Ἡ Ἀγγλία ἔχει τὴ λίρα ἢ στερλίνα. Ἡ λίρα ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 πένες.

Ἡ Γερμανία ἔχει τὸ μάρκο, ποὺ ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 πφένιχ. Ἕνα μάρκο ἰσοδυναμεῖ μὲ 7,50 περίπου δραχμές.

Ἡ Γαλλία, τὸ Βέλγιο καὶ ἡ Ἑλβετία ἔχουν τὸ φράγκο, ποὺ ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 σαντὶμ κλπ.

Προβλήματα

Νὰ ὑπολογίσετε :

1. Πόσες δραχμὲς εἶναι 15 20δραχμα, 7 10δραχμα καὶ 19 50δραχμα ;
2. Πόσα πενηντάδραχμα συμπληρώνουν ἕνα χιλιόδραχμο ;
3. Μὲ πόσες δραχμὲς ἰσοδυναμοῦν 125 δολάρια καὶ 78 μάρκα ;
4. Μὲ 15.750 δραχμὲς πόσα μάρκα ἀγοράζομε ;
5. Πόσα 100δραχμα εἶναι 50 50δραχμα, 50 20δραχμα, 50 10δραχμα καὶ 80 5δραχμα ;
6. Μὲ 5.400 δραχμὲς πόσα δολάρια ἀγοράζομε ;
7. Μὲ πόσα δολάρια ἀντιστοιχοῦν 660 δραχμές ;
8. Πόσα 5δραχμα συμπληρώνουν ἕνα χιλιόδραχμο ;
9. Τί θὰ θέλατε νὰ ἔχετε : 100 μάρκα ἢ 25 δολάρια ;

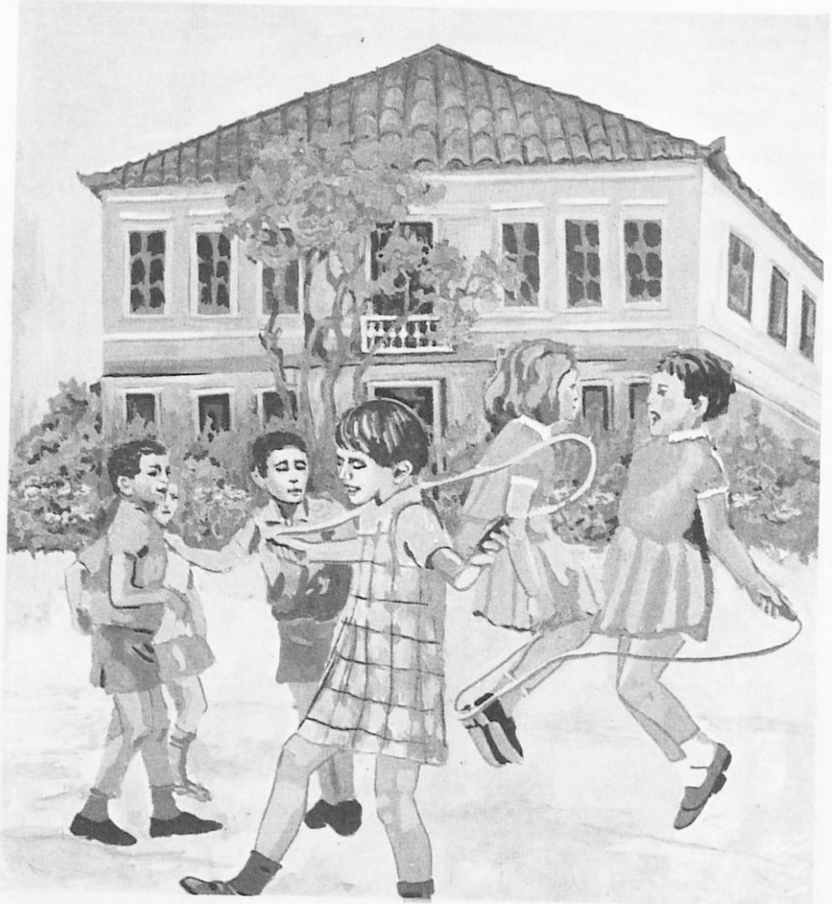
Ἡ οἰκογένεια τοῦ κυρ-Πανάγου

Ὁ κυρ-Πανάγος πέρυσι τὸ καλοκαίρι ἔμεινε μὲ τὴ γυναῖκα του, τὴν κυρὰ Νίκη, καὶ τὶς κόρες του, τὴν Ἐλευθερία καὶ τὴν Πόπη, στὸ μεγάλο κτῆμα του, κάπου 2 ὧρες καὶ 20 πρῶτα λεπτὰ ἔξω ἀπὸ τὸ χωριό. Τὰ δύο του ἀγόρια ἀπουσίαζαν. Ὁ Κώστας ἦταν ἀκόμη στρατιώτης καὶ ὁ Φάνης δούλευε στὴ Θεσσαλονίκη.

Οἱ κόρες τοῦ κυρ-Πανάγου εἶναι ἀκόμη μικρές. Ἡ Ἐλευθερία πηγαίνει στὴν Ἕκτη τοῦ Δημοτικοῦ καὶ ἡ Πόπη στὴν Τετάρτη.

Τὸ καλοκαίρι πέρασε μὲ παιγνίδια καὶ χαρές. Ἦρθε ὁ Σεπτέμβριος. Τὰ σχολεῖα ἄνοιξαν καὶ ὁ κυρ-Πανάγος ξαναγύρισε μὲ τὴν οἰκογένειά του στὸ χωριό.

Τὴν ἄλλη μέρα, ἡ κυρα-Νίκη πῆγε τὶς κόρες της στὸ παντοπωλεῖο τοῦ κυρίου Μυλωνᾶ νὰ τὶς ζυγίση. Ἡ Ἐλευθερία πῆρε 3 κιλὰ καὶ 650 γραμμάρια. Ἡ Πόπη προτίμησε νὰ μετρήση τὸ ἀνάστημά της. Ψήλωσε 3 ἑκατοστόμετρα καὶ 4 χιλιοστόμετρα. Ἡ κυρα-Νίκη ἔδωσε στὸν κύριο Μυλωνᾶ, γιὰ νὰ τὸν εὐχαριστήση, 2 δραχμὲς καὶ 50 λεπτά. Ὕστερα γύρισαν στὸ σπίτι μὲ χαρὰ καὶ ἄρχισαν τὶς προετοιμασίες γιὰ τὸ σχολεῖο.



Β. ΕΝΝΟΙΑ, ΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΑΠΑΓΓΕΛΙΑ ΤΩΝ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. ΕΝΝΟΙΑ ΤΩΝ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Στὸ παραπάνω ἀνάγνωσμα συναντήσαμε τοὺς ἀριθμούς :

2 ὧρες 20 πρῶτα λεπτὰ	3 κιλὰ 650 γραμμάρια
2 δραχμὲς 50 λεπτὰ	3 ἑκατοστόμετρα 4 χιλιοστόμ.

Οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ ἀποτελοῦνται ἀπὸ μιὰ ἀρχικὴ μονάδα καὶ τὶς ὑποδιαιρέσεις της. Λέγονται **συμμιγεῖς** ἀριθμοί.

Ἑπομένως συμμιγὴς ἀριθμὸς λέγεται κάθε ἀριθμὸς ποὺ ἀποτελεῖται ἀπὸ μιὰ βασικὴ μονάδα μετρήσεως καὶ τὶς ὑποδιαιρέσεις της ἢ τὰ πολλαπλάσιά της.

2. ΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Τόσο ἡ βασικὴ μονάδα μετρήσεως ὅσο καὶ οἱ ὑποδιαιρέσεις της, ἂν καὶ ἀποτελοῦν ἕνα συμμιγῆ ἀριθμό, γράφονται χωριστά σὰν ἰδιαίτεροι ἀριθμοί. Πρῶτα γράφομε τὴ βασικὴ μονάδα κι ἔπειτα τὶς ὑποδιαιρέσεις, ἀκολουθώντας πάντοτε τὴ σειρὰ ἀπὸ τὴ μεγαλύτερη πρὸς τὴ μικρότερη· π.χ.

βασικὴ μονάδα	ἀμέσως κατώτερη	πιὸ κατώτερη	κατώτατη
7 μέτρα	2 δεκατόμετρα	3 ἑκατοστόμ.	8 χιλιοστόμ.
2 ἔτη	3 μῆνες	10 μέρες	
3 κιλὰ	650 γραμμάρια		

3. ΑΠΑΓΓΕΛΙΑ ΤΩΝ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Ἡ βασικὴ μονάδα μετρήσεως καὶ οἱ ὑποδιαιρέσεις της δὲν γράφονται μόνο χωριστὰ σὰν ἰδιαίτεροι δηλαδὴ ἀριθμοί, ἀλλὰ ἡ κάθε μιὰ ἔχει καὶ δικό της ὄνομα· π.χ. 2 ἔτη 3 μῆνες 10 μέρες, 2 δραχμές 50 λεπτὰ κλπ. Ἄρα, γιὰ ν' ἀπαγγείλωμε ἕνα συμμιγῆ ἀριθμό, ἀρκεῖ νὰ προφέρωμε πρῶτα τὸν ἀριθμὸ καὶ τ' ὄνομα τῆς βασικῆς μονάδας κι ἔπειτα τοὺς ἀριθμοὺς καὶ τὰ ὀνόματα τῶν ὑποδιαιρέσεών της, ἀκολουθώντας πάντοτε τὴ σειρὰ ἀπὸ τὴ μεγαλύτερη πρὸς τὴ μικρότερη.

Παραδείγματα ἀπαγγελίας συμμιγῶν ἀριθμῶν :

2 ὧρες 20^{λ} 10^{δ}	=	δύο ὧρες, εἴκοσι πρῶτα λεπτά, δέκα δευτερόλεπτα,
5 ἔτη 2 μῆνες 8 μέρες	=	πέντε ἔτη, δύο μῆνες, ὀχτὼ μέρες,
3 τόννοι 10 κιλὰ 200 γραμμ.	=	τρεῖς τόννοι, δέκα κιλά, διακόσια γραμμάρια,
7 μέτρα 3 δεκατόμετρα 8 ἑκατοστόμετρα	=	ἑφτὰ μέτρα, τρία δεκατόμετρα, ὀχτὼ ἑκατοστόμετρα,
8 δραχμὲς 80 λεπτὰ	=	ὀχτὼ δραχμές, ὀγδόντα λεπτά.

Ἀσκήσεις

Νὰ γράψετε μὲ ψηφία τοὺς συμμιγεῖς ἀριθμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν :

1) Δέκα χιλιόμετρα τριακόσια μέτρα ὀχτὼ δεκατόμετρα πέντε ἑκατοστόμετρα.

2) Δώδεκα ὧρες τριανταδύο πρῶτα λεπτὰ σαράντα δευτερόλεπτα.

3) Ἑξήντα πέντε ἔτη τριανταδύο πρῶτα λεπτὰ σαράντα δευτερόλεπτα.

4) Ἑξακόσιες τριάντα ἑπτὰ δραχμὲς ἑβδομήντα λεπτά.

5) Πενήντα τόννοι ἑξακόσια πέντε κιλὰ διακόσια ὀχτὼ γραμμάρια.

Ν' ἀπαγγείλετε τοὺς συμμιγεῖς ἀριθμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν :

1) 4 μέτρα 6 δεκατόμετρα 5 ἑκατοστόμετρα 367 χιλιοστόμετρα.

2) 365 μέρες 5 ὧρες 48^{λ} 47^{δ}.

3) 13 αἰῶνες 93 ἔτη 11 μῆνες 29 μέρες.

4) 106 τόννοι 302 κιλὰ 980 γραμμάρια.

5) 63 δραχμὲς 90 λεπτά.

4. ΤΡΟΠΗ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΣΕ ΜΟΝΑΔΕΣ ΩΡΙΣΜΕΝΗΣ ΤΑΞΕΩΣ

α) Πῶς τρέπομε συμμιγῆ σὲ ἀκέραιο

Πρόβλημα 1ο. Ὁ κυρ-Πανάγος ἔμεινε μὲ τὴν οἰκογένειά του στὸ κτῆμα του 2 μῆνες καὶ 18 μέρες. Πόσες ἡμέρες ἔμεινε συνολικὰ στὸ κτῆμα ;

Λύσι. Ὁ συμμιγὴς ἀριθμὸς 2 μῆνες καὶ 18 μέρες ἔχει δύο τάξεις μονάδων: τὴν τάξι τῶν μηνῶν καὶ τὴν τάξι τῶν ἡμερῶν. Ἄρα, γιὰ νὰ βροῦμε πόσες ἡμέρες ἔμεινε συνολικὰ ὁ κυρ-Πανάγος στὸ κτῆμα του, πρέπει νὰ τρέψωμε τοὺς 2 μῆνες σὲ μέρες κι ἔπειτα νὰ προσθέσωμε σ' αὐτὲς καὶ τὶς 18 μέρες ποὺ ἔμεινε πέρα ἀπὸ τοὺς 2 μῆνες.

Ἐπειδὴ ὁ μήνας ἔχει 30 μέρες, οἱ 2 μῆνες ἔχουν : $2 \times 30 =$ 60 μέρες· 60 μέρες $+$ 18 μέρες $=$ 78 μέρες.

Ἡ κατάστρωσι γίνεται καὶ ὡς ἑξῆς :

$$\begin{array}{rl} & 2 \text{ μῆνες} \\ \times & 30 \text{ μέρες} \\ \hline & 60 \text{ μέρες} \\ + & 18 \text{ μέρες} \\ \hline & 78 \text{ μέρες} \end{array}$$

Ἀπάντησι. Ἄρα ὁ κυρ-Πανάγος ἔμεινε στὸ κτῆμα του 78 μέρες.

Πρόβλημα 2ο. Τὴν πρώτη μέρα ποὺ ἄνοιξε τὸ σχολεῖο ἡ τάξι τῆς Ἐλευθερίας ἔμεινε σ' αὐτὸ 1 ὥρα 30^{λ} καὶ 50^{δ}. Πόσα δευτερόλεπτα ἔμεινε συνολικὰ ἡ Ἐλευθερία στὸ σχολεῖο ;

Λύσι. Ὁ συμμιγὴς 1 ὥρα 30^{λ} καὶ 50^{δ} ἔχει τρεῖς τάξεις μονάδων. Τὴν τάξι τῶν ὡρῶν, τὴν τάξι τῶν πρώτων λεπτῶν καὶ τὴν τάξι τῶν δευτερολέπτων. Ἄρα, γιὰ νὰ βροῦμε πόσα δευτερόλεπτα ἔμεινε ἡ Ἐλευθερία στὸ σχολεῖο, πρέπει νὰ τρέψωμε τὴ 1 ὥρα σὲ πρῶτα λεπτὰ καὶ νὰ προσθέσωμε σ' αὐτὰ τὰ 30^{λ}. Ἔπειτα πρέπει νὰ τρέψωμε τὰ πρῶτα λεπτὰ σὲ δευτερόλεπτα καὶ νὰ προσθέσωμε σ' αὐτὰ τὰ 50^{δ}.

Ἡ κατάστρωσι τῆς πράξεως θὰ γίνη ὡς ἑξῆς :

	1	ὥρα
×	60	πρῶτα λεπτὰ
	60	πρῶτα λεπτὰ
+	30	πρῶτα λεπτὰ
	90	πρῶτα λεπτὰ
×	60	δευτερόλεπτα
	5.400	δευτερόλεπτα
+	50	δευτερόλεπτα
	5.450	δευτερόλεπτα

Ἀπάντησι. Ἄρα ἡ Ἐλευθερία ἔμεινε στὸ σχολεῖο 5.450 $^{\delta}$

Ἀπὸ τὰ προβλήματα ποὺ λύσαμε συμπεραίνομε ὅτι :

Γιὰ νὰ τρέψωμε ἕνα συμμιγῆ ἀριθμὸ σὲ ἀκέραιο, τὸν τρέπομε σὲ μονάδες τῆς τελευταίας του τάξεως.

Ἀσκήσεις

Νὰ τρέψετε σὲ ἀκέραιους τοὺς συμμιγεῖς :

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 3 μῆνες 10 μέρες β) 2 ὧρες 30 $^{\lambda}$ γ) 2 κιλὰ 500 γραμμάρια δ) 2 τόννους 600 κιλὰ ε) 5 μέτρα 8 δεκατόμετρα στ) 10 δραχμὲς 80 λεπτὰ ζ) 20 δραχμὲς 40 λεπτά.

2. Γραπτῶς

α) 9 μέτρα 2 δεκατόμετρα 8 ἑκατοστόμετρα 300 χιλιοστόμετρα β) 12 χιλιόμετρα 75 μέτρα 6 δεκατόμετρα 4 ἑκατοστόμετρα γ) 10 ἔτη 11 μῆνες 29 μέρες δ) 2 χιλιετηρίδες 8 αἰῶνες 65 ἔτη ε) 2 μῆνες 3 ἡμέρες 5 ὧρες στ) 700 κιλὰ 360 γραμμάρια ζ) 5 τόννους 650 κιλὰ 400 γραμμάρια η) 109 δραχμὲς 80 λεπτά.

β) Πῶς τρέπομε ἀκέραιο σὲ συμμιγῆ

Πρόβλημα 1ο. Ὁ κυρ-Πανάγος ὑπολόγισε ὅτι ὁ πατέρας του πέθανε σὲ ἡλικία 28.878 ἡμερῶν. Πόσα ἔτη, μῆνες καὶ μέρες ἔζησε ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσα ἔτη, μῆνες καὶ μέρες ἔζησε ὁ πατέρας τοῦ κυρ-Πανάγου, θὰ τρέψωμε τὶς 28.878 μέρες πρῶτα σὲ μῆνες κι ἔπειτα τοὺς μῆνες σὲ ἔτη. Πῶς ὅμως ; Νά, ἔτσι :

Θὰ διαιρέσωμε τὶς 28.878 μέρες μὲ τὸν ἀριθμὸ 30. Τὸ πηλίκο τῆς διαιρέσεως αὐτῆς θὰ φανερώνη τοὺς μῆνες καὶ τὸ ὑπόλοιπο τὶς ἡμέρες ποὺ ἔζησε ὁ πατέρας τοῦ κυρ-Πανάγου. Μετὰ θὰ διαιρέσωμε τοὺς μῆνες μὲ τὸν ἀριθμὸ 12. Τὸ πηλίκο τῆς νέας διαιρέσεως θὰ φανερώνη τὰ ἔτη καὶ τὸ ὑπόλοιπο τοὺς μῆνες.

Ἡ κατάστρωσι τῆς πράξεως γίνεται ὡς ἑξῆς :

28.878 μέρες	30 μέρες ποὺ ἔχει ὁ μήνας	
187 »	962 μῆνες	12 μῆνες ποὺ ἔχει τὸ ἔτος
078 »	002 μῆνες	80 ἔτη
18 μέρες		

Ἀπάντησι. Ἄρα ὁ πατέρας τοῦ κυρ-Πανάγου ἔζησε 80 ἔτη 2 μῆνες καὶ 18 μέρες.

Πρόβλημα 2ο. Ἡ Πόπη θέλει νὰ τρέψη 8.625.650 γραμμάρια σιτάρι σὲ τόννους, κιλὰ καὶ γραμμάρια. Τί θὰ κάνη ;

Λύσι. Θὰ τρέψη τὰ 8.625.650 γραμμάρια πρῶτα σὲ κιλὰ καὶ μετὰ τὰ κιλὰ σὲ τόννους. Θὰ διαιρέση δηλαδὴ τὸν ἀριθμὸ 8.625.650 μὲ τὸν ἀριθμὸ 1.000. Τὸ πηλίκο τῆς διαιρέσεως θὰ φανερώνη τὰ κιλὰ καὶ τὸ ὑπόλοιπο τὰ γραμμάρια. Μετὰ θὰ διαιρέση τὰ κιλὰ πάλι μὲ τὸν ἀριθμὸ 1.000. Τὸ πηλίκο τῆς νέας διαιρέσεως θὰ φανερώνη τοὺς τόννους καὶ τὸ ὑπόλοιπο τὰ κιλά.

Θὰ καταστρώση τὴν πρᾶξι ὡς ἑξῆς :

8.625.650 γραμμάρια	1000 γραμμάρια ποὺ ἔχει τὸ κιλὸ	
0 625 6 »	8.625 κιλὰ	1000 κιλὰ ποὺ ἔχει ὁ τόννος
025 65 »		
05 650 »	0 625 κιλὰ	8 τόννοι
0 650 »		

Ἀπάντησι. Ἄρα τὰ 8.625.650 γραμμάρια σιτάρι εἶναι ἴσα μὲ 8 τόννους 625 κιλὰ 650 γραμμάρια.

Ἀπὸ τὰ δύο προβλήματα ποὺ λύσαμε καταλήγομε στὸ συμπέρασμα ὅτι :

Γιὰ νὰ τρέψωμε ἀκέραιο ἀριθμὸ σὲ συμμιγῆ, διαιροῦμε τὸν ἀκέραιο μὲ τὸν ἀριθμὸ ποὺ φανερώνει πόσες μονάδες τῆς κατώτερης τάξεως συμπληρώνουν μιὰ μονάδα τῆς ἀμέσως παραπάνω τάξεως. Ἂν τὸ πηλίκο τῆς διαιρέσεως αὐτῆς περιέχη μονάδες τῆς πιὸ παραπάνω τάξεως, τὸ διαιροῦμε καὶ αὐτό.

Ἀσκήσεις

Νὰ τρέψετε σὲ συμμιγεῖς τοὺς ἀκεραίους :

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 75 μέρες β) 32 ὧρες γ) 125 πρῶτα λεπτὰ δ) 37 μῆνες ε) 1.100 ἔτη στ) 82 δεκατόμετρα ζ) 125 ἑκατοστόμετρα η) 1.520 χιλιοστόμετρα θ) 1.200 κιλὰ ι) 75 δεκάρες ια) 175 λεπτά.

2. Γραπτῶς

α) 3.580 δευτερόλεπτα β) 16.030 πρῶτα λεπτὰ γ) 80.000 ὧρες δ) 79.859 μέρες ε) 200.905 χιλιοστόμετρα στ) 100.425 δεκατόμετρα ζ) 2.750.325 γραμμάρια η) 6.885 λεπτὰ θ) 32.008 ἴντσες.

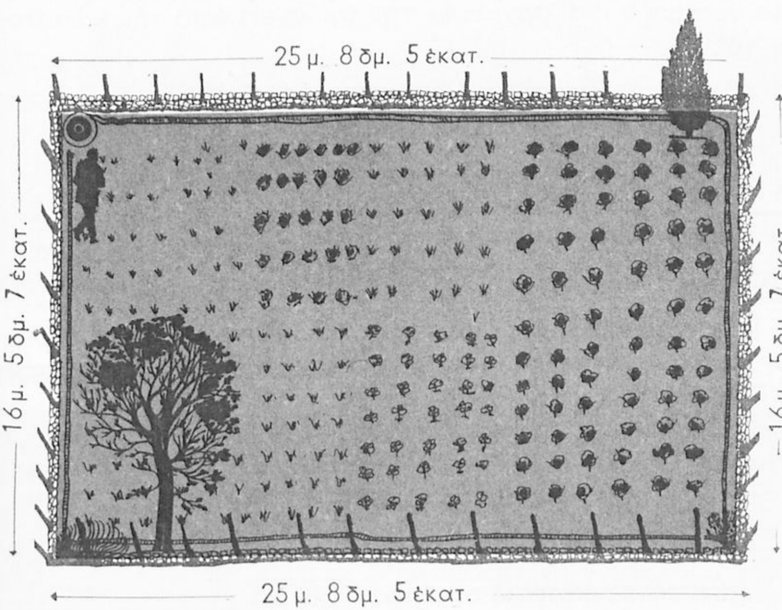
Γ. Η ΠΡΟΣΘΕΣΙ ΚΑΙ Η ΑΦΑΙΡΕΣΙ ΤΩΝ ΣΥΜΜΙΓΩΝ

Ι. Η ΠΡΟΣΘΕΣΙ

Πρόβλημα. Ὁ κυρ-Πανάγος θέλει νὰ προσθέση πάνω ἀπὸ τὸν φράχτη τοῦ περιβολιοῦ του μιὰ σειρὰ ἀγκαθωτοῦ σύρματος. Τὸ περιβόλι του ἔχει σχῆμα ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου. Κάθε μεγάλη του πλευρὰ εἶναι 25 μ. 8 δμ. 5 ἑκατ. καὶ κάθε μικρὴ 16 μ. 5 δμ. 7 ἑκατ. Πόσα μέτρα σύρματος πρέπει ν' ἀγοράση ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βρῆ πόσα μέτρα σύρματος πρέπει ν' ἀγοράση ὁ κυρ-Πανάγος, γιὰ νὰ τὸ προσθέση πάνω ἀπὸ τὸν φράχτη, πρέπει νὰ μετρήση τὴν περίμετρο τοῦ περιβολιοῦ του.

α) Παραστατικὰ



Θὰ πάρη μιὰ μετροταινία. Θὰ πιάση τὴν ἀρχή της σὲ μιὰ γωνιὰ τοῦ περιβολιοῦ καὶ θὰ τὴ σύρη γύρω, μέχρις ὅτου συναντήση τὴν ἀρχή της. Ἔπειτα θὰ διαβάση τὰ μέτρα στὸ σημεῖο τῆς μετροταινίας ποὺ πέφτει πάνω στὴν ἀρχή της. Εἶναι 84 μ. 8 δμ. 4 ἑκατ.

Ἀπάντησι. Ἄρα ὁ κυρ-Πανάγος πρέπει ν' ἀγοράση 84 μ. 8 δμ. 4 ἑκ. ἀγκαθωτοῦ σύρματος.

β) Πρακτικὰ

Θὰ προσθέσωμε τὶς 4 πλευρὲς τοῦ περιβολιοῦ. Δηλαδὴ τοὺς συμμιγεῖς 25 μ. 8 δμ. 5 ἑκ., 16 μ. 5 δμ. 7 ἑκ., 25 μ. 8 δμ. 5 ἑκ. καὶ 16 μ. 5 δμ. 7 ἑκ.

Θὰ γράψωμε τοὺς συμμιγεῖς ἀριθμοὺς τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ ἀριθμοὶ τῆς κάθε τάξεως νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη. Δηλαδὴ τὰ μέτρα κάτω ἀπὸ τὰ μὲτρα, τὰ δεκατόμετρα κάτω ἀπὸ τὰ δεκατόμετρα καὶ τὰ ἑκατοστόμετρα κάτω ἀπὸ τὰ ἑκατοστόμετρα. Μετὰ θὰ σύρωμε μιὰ ὁριζόντια εὐθεῖα γραμμὴ καὶ θ' ἀρχίσωμε τὴν πρόσθεσι ἀπὸ τὴν κατώτερη τάξι.

1η πλευρὰ	25 μέτρα	8 δεκατόμετρα	5 ἑκατοστόμετρα
2η πλευρὰ +	16 »	5 »	7 »
3η πλευρὰ	25 »	8 »	5 »
4η πλευρὰ	16 »	5 »	7 »
Καὶ οἱ 4	82 μέτρα	26 δεκατόμετρα	24 ἑκατοστόμετρα
πλευρές :	84 »	8 »	4 »

Παρατηροῦμε ὅμως ἐδῶ ὅτι στὰ 24 ἑκατοστόμετρα περιέχονται 2 δεκατόμετρα. Τὰ 2 δεκατόμετρα τὰ μεταφέρομε στὰ 26 δεκατόμετρα καὶ γίνονται $26 + 2 = 28$.

Στὰ 28 δεκατόμετρα περιέχονται 2 μέτρα. Τὰ 2 μέτρα τὰ μεταφέρομε στὰ 82 μέτρα καὶ γίνονται $82 + 2 = 84$ μέτρα.

Ἀπάντησι. Ὁ κυρ-Πανάγος πρέπει ν' ἀγοράση 84 μ. 8 δμ. 4 ἑκ. ἀγκαθωτοῦ σύρματος.

Ἀπὸ τὰ παραπάνω συμπεραίνομε ὅτι :

Γιὰ νὰ προσθέσωμε συμμιγεῖς ἀριθμοὺς γράφομε τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες τῆς κάθε τάξεως νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη. Ἔπειτα ἀρχίζομε τὴν πρόσθεσι ἀπὸ τὶς μονάδες τῆς κατώτερης τάξεως καὶ προχωροῦμε πρὸς τὶς ἀνώτερες. Ἂν τὸ ἄθροισμα τῆς κατώτερης τάξεως περιέχη μονάδες τῆς ἀμέσως ἀνώτερης, τὶς βγάζομε καὶ τὶς προσθέτομε στὶς μονάδες τῆς ἀνώτερης τάξεως.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) (5 ἔτη 3 μῆνες 2 μέρες) + (10 ἔτη 5 μῆνες 8 μέρες)

β) (10 κιλὰ 300 γραμ.) + (5 κιλὰ 200 γραμ.) + (4 κιλὰ 5 γραμμάρια)

γ) (2 μ. 5 δμ. 4 ἑκατ.) + (8 μ. 4 δμ. 4 ἑκατ.) + 10 μέτρα

δ) (10 δρχ. 10 λεπτὰ) + (20 δρχ. 80 λεπτὰ) + 10 λεπτά.

2. Γραπτῶς

α) (6 ὧρες 15^{λ} 45^{δ}) + (10 ὧρες 44^{λ} 15^{δ}) + 1 ὥρα

β) (35 κιλὰ 200 γραμ.) + (38 κιλὰ 800 γραμ.) + 280 γραμ.

γ) (30 μ. 4 δμ. 6 ἑκατ.)+(70 μέτρα 9 ἑκατ.) + (10 μ. 5 ἑκατ.)

δ) (80 δρχ. 50 λεπτὰ) + (70 δρχ. 60 λεπτὰ) + (49 δρχ. 80 λεπτά).

Προβλήματα προσθέσεως

1. Ἡ κυρα-Νίκη εἶναι σήμερα 48 ἐτῶν 7 μηνῶν καὶ 19 ἡμερῶν. Ὁ κυρ-Πανάγος εἶναι μεγαλύτερός της κατὰ 10 ἔτη 5 μῆνες καὶ 21 μέρες. Πόσων ἐτῶν εἶναι ὁ κυρ-Πανάγος ;

2. Ἡ Πόπη εἶναι 28 κιλὰ καὶ 250 γραμμάρια. Ἡ Ἐλευθερία εἶναι βαρύτερη ἀπὸ τὴν Πόπη κατὰ 7 κιλὰ καὶ 800 γραμμάρια. Πόσα κιλὰ εἶναι ἡ Ἐλευθερία ;

3. Ὁ κυρ-Πανάγος πούλησε στὸν κύριο Μυλωνᾶ 215 κιλὰ φασόλια καὶ 750 γραμ. καὶ στὸν Παῦλο 227 κιλὰ καὶ 680 γραμ. Πόσα κιλὰ φασόλια πούλησε καὶ στοὺς δύο ;

4. Ὁ Κώστας ὑπηρέτησε 1 ἔτος 5 μῆνες καὶ 27 μέρες στὴν Καστοριά, 5 μῆνες καὶ 19 μέρες στὰ σύνορα καὶ 1 ἔτος 1 μῆνα καὶ 10 μέρες στὴν Κοζάνη. Πόσο χρόνο ὑπηρέτησε στὸν στρατό;

5. Ὁ Φάνης ὑπολόγισε ὅτι τοῦ περίσσεψαν ἀπὸ τὴν ἐργασία του τὸν πρῶτο μῆνα 1.850 δρχ. καὶ 80 λεπτά, τὸν δεύτερο 1.750 καὶ 70 λεπτὰ καὶ τὸν τρίτο ὅσες τὸν πρῶτο μῆνα. Πόσες δραχμὲς ἔχει ;

6. Ἡ Ἐλευθερία καὶ ἡ Πόπη ἀγόρασαν τρεῖς κουβαρίστρες, γιὰ νὰ πετάξουν τὸν ἀετό τους. Ἡ πρώτη ἦταν 75 μέτρα 3 δμ. καὶ 8 ἑκατ., ἡ δεύτερη 70 μέτρα 9 δμ. καὶ 7 ἑκατ. καὶ ἡ τρίτη 64 μέτρα καὶ 8 ἑκατ. Σὲ πόσο ὕψος μπορεῖ νὰ φτάση ὁ ἀετὸς τους ;

7. Ὁ κυρ-Πανάγος μετέφερε μὲ τὸ κάρο του 4 σακκιὰ σιτάρι. Τὸ πρῶτο ἦταν 70 κιλὰ καὶ 960 γραμ., τὸ δεύτερο 3 κιλὰ καὶ 40 γραμ. βαρύτερο ἀπὸ τὸ πρῶτο, τὸ τρίτο 68 κιλὰ καὶ 600 γραμ. καὶ τὸ τέταρτο ὅσο ἦταν τὸ δεύτερο. Πόσα κιλὰ ἦταν τὸ φορτίο τοῦ κάρου ;

8. Ὁ Κώστας, ὅταν ὑπηρετοῦσε στὰ σύνορα, ἔλαβε 3 ἐπιταγές. Ἡ πρώτη ἦταν γιὰ 250 δραχμὲς καὶ 50 λεπτά, ἡ δεύτερη γιὰ 30 δραχμὲς καὶ 20 λεπτὰ παραπάνω ἀπὸ τὴν πρώτη καὶ ἡ τρίτη γιὰ τόσες δραχμὲς ὅσες ἡ πρώτη καὶ ἡ δεύτερη μαζί. Πόσα χρήματα ἔλαβε συνολικά ;

9. Ὅταν γεννήθηκε ἡ Πόπη, ὁ Φάνης ἦταν 8 ἐτῶν 9 μηνῶν καὶ 13 ἡμερῶν. Ἡ Πόπη εἶναι σήμερα 10 ἐτῶν 7 μηνῶν καὶ 18 ἡμερῶν. Πόσων ἐτῶν εἶναι ὁ Φάνης ;

10. Ἡ Πόπη χτὲς διάβασε 4 ὧρες 40^{λ} καὶ 25^{δ} καὶ ἡ Ἐλευθερία 1 ὥρα καὶ 45^{λ} περισσότερο. Πόσο χρόνο διάβασαν καὶ οἱ δύο ;

11. Ὁ Κώστας εἶναι σήμερα 22 ἐτῶν 7 μηνῶν καὶ 18 ἡμερῶν. Πόσων ἐτῶν θὰ εἶναι ἔπειτα ἀπὸ 10 χρόνια καὶ 10 μῆνες ;

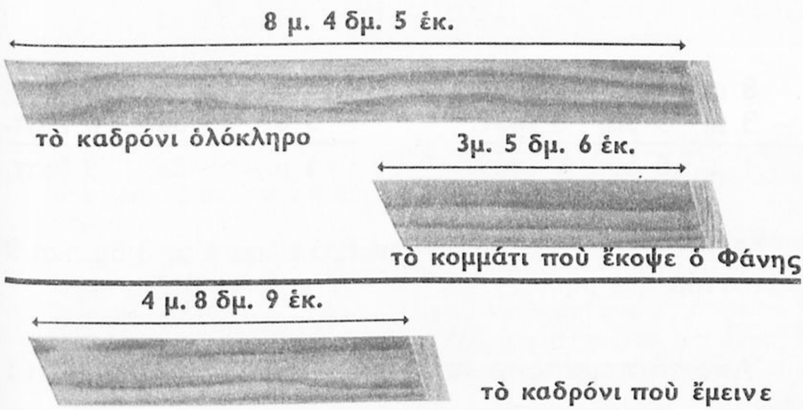
12. Ὁ κυρ-Πανάγος καὶ οἱ γιοί του ἐργάστηκαν 3 ἡμέρες γιὰ νὰ περιφράξουν τὸ περιβόλι. Τὴν πρώτη μέρα ἐργάστηκαν 7 ὧρες 30^{λ} καὶ 45^{δ}, τὴ δεύτερη 40^{λ} καὶ 50^{δ} περισσότερο καὶ τὴν τρίτη 6 ὧρ. καὶ 55^{δ}. Πόσες ὧρες ἐργάστηκαν συνολικά ;

2. Η ΑΦΑΙΡΕΣΙ

Πρόβλημα. Ὁ Φάνης ἔκοψε ἀπὸ ἕνα καδρόνι ποὺ εἶχε μῆκος 8 μέτρα 4 δεκατόμετρα καὶ 5 ἑκατοστόμετρα ἕνα κομμάτι μήκους 3 μέτρ. 5 δμ. καὶ 6 ἑκατ. Πόσο μῆκος ἔχει τώρα τὸ καδρόνι ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσα μέτρα εἶναι τώρα τὸ καδρόνι, πρέπει ν' ἀφαιρέσωμε ἀπ' ὁλόκληρο τὸ καδρόνι τὸ κομμάτι ποὺ ἔκοψε ὁ Φάνης.

α) Παραστατικὰ



Ἀπάντησι. Ἄρα τὸ καδρόνι ἔχει τώρα 4 μ. 8 δμ. καὶ 9 ἑκατ. μῆκος.

β) Πρακτικὰ

Θ' ἀφαιρέσωμε τὰ 3 μ. 5 δμ. καὶ 6 ἑκατ. ἀπὸ τὰ 8 μ. 4 δμ. καὶ 5 ἑκατοστόμετρα.

Θὰ γράψωμε τοὺς συμμιγεῖς ἀριθμοὺς τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ ἀριθμοὶ τῆς κάθε τάξεως νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη. Δηλαδὴ τὰ ἑκατοστόμετρα κάτω ἀπὸ τὰ ἑκατοστόμετρα, τὰ δεκατόμετρα κάτω ἀπὸ τὰ δεκατόμετρα καὶ τὰ μέτρα κάτω ἀπὸ τὰ μέτρα. Ἔπειτα θὰ σύρωμε μιὰ ὁριζόντια εὐθεῖα γραμμὴ καὶ θ᾽ ἀρχίσωμε τὴν ἀφαίρεσι ἀπὸ τὴν κατώτερη τάξι.

	8 μ.	4 δμ.	5 ἑκατ.
−	3 μ.	5 δμ.	6 ἑκατ.

Παρατηροῦμε ὅμως ὅτι τὰ ἑκατοστόμετρα τοῦ ἀφαιρετέου δὲν ἀφαιροῦνται ἀπὸ τὰ ἑκατοστόμετρα τοῦ μειωτέου. Τὸ ἴδιο συμβαίνει καὶ στὰ δεκατόμετρα. Γιὰ ν᾽ ἀποφύγωμε τὸ ἐμπόδιο αὐτό, 1 μέτρο τοῦ μειωτέου θὰ τὸ τρέψωμε σὲ δεκατόμετρα κι ἕνα δεκατόμετρο σ᾽ ἑκατοστόμετρα. Ἔτσι θὰ ἔχωμε :

	8 μ.	4 δμ.	5 ἑκατ.
−	3 μ.	5 δμ.	6 ἑκατ.
	4 μ.	8 δμ.	9 ἑκατ.

	7 μ.	13 δμ.	15 ἑκατ.
−	3 μ.	5 δμ.	6 ἑκατ.
	4 μ.	8 δμ.	9 ἑκατ.

Ἀπάντησι. Ἄρα τὸ καδρόνι ἔχει τώρα 4 μ. 8 δμ. καὶ 9 ἑκατοστόμετρα μῆκος.

Ἀπὸ τὰ παραπάνω καταλήγομε στὸ συμπέρασμα ὅτι :

Γιὰ ν᾽ ἀφαιρέσωμε συμμιγεῖς ἀριθμούς, γράφομε τὸν ἀφαιρετέο κάτω ἀπὸ τὸν μειωτέο ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες τῆς κάθε τάξεως νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη. Ἔπειτα ἀρχίζομε τὴν ἀφαίρεσι ἀπὸ τὶς μονάδες τῆς κατώτερης τάξεως καὶ προχωροῦμε πρὸς τὶς ἀνώτερες. Ἂν ὁ ἀριθμὸς μιᾶς τάξεως τοῦ ἀφαιρετέου εἶναι μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ τῆς ἴδιας τάξεως τοῦ μειωτέου, δανειζόμαστε μιὰ μονάδα ἀπὸ τὸν μειωτέο τῆς ἀνώτερης τάξεως καὶ τὴν τρέπομε σὲ μονάδες τῆς κατώτερης. Σ᾽ αὐτὲς προσθέτομε κι ἐκεῖνες ποὺ μᾶς ἔχουν δοθῆ. Μὲ τὸν τρόπο αὐτὸ ἀποφεύγομε τὸ ἐμπόδιο καὶ προχωροῦμε στὴν ἀφαίρεσι.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) (10 μ. 5 δμ. 8 ἑκατ.) – (5 μέτρα 3 δμ. 2 ἑκατ.)
β) (20 κιλὰ 800 γραμμάρια) – (10 κιλὰ 300 γραμ.)
γ) (10 ἔτη 5 μῆνες 10 μέρες 6 ὧρες) – (5 μῆνες 5 ἡμ. 5 ὧρες).

2. Γραπτῶς

α) (10 χιλ. 150 μ. 6 δμ. 9 ἑκατ.) - (4 χιλ. 200 μ. 8 δμ. 7 ἑκατ.)
β) (9 μῆν. 25 ἡμ. 5 ὥρ. 15^{λ}) – (8 μῆν. 29 ἡμ. 6 ὧρες 20^{λ})
γ) (5 τόν. 350 κιλὰ 280 γραμ.) – (3 τόν. 730 γραμ.)
δ) (950 δρχ. 60 λεπτὰ) – (800 δρχ. 90 λεπτά).

Προβλήματα ἀφαιρέσεως

1. Ὁ Κώστας εἶναι 1 μέτρο 7 δμ. καὶ 3 ἑκατ. Ὁ Φάνης εἶναι 1 μέτρο 6 δμ. καὶ 5 ἑκατ. Τί διαφορὰ ὕψους ἔχουν τὰ δύο ἀδέρφια ;

2. Ἡ Ἐλευθερία εἶναι 36 κιλὰ καὶ 50 γραμ. ἐνῶ ἡ Πόπη 28 κιλὰ καὶ 250 γραμ. Τί διαφορὰ βάρους ἔχουν ;

3. Ὁ κυρ-Πανάγος εἶχε στὴν ἀποθήκη του 5 τόννους 280 κιλὰ καὶ 360 γραμ. κριθάρι. Κράτησε γιὰ τὰ ζῶα του 650 κιλὰ καὶ τὸ ὑπόλοιπο τὸ πούλησε. Πόσο κριθάρι πούλησε ;

4. Ἡ κυρα-Νίκη χρωστοῦσε στὸν κύριο Μυλωνᾶ 352 δραχμὲς καὶ 30 λεπτά. Τοῦ ἔδωσε 266 δραχμὲς καὶ 80 λεπτά. Πόσα χρήματα τοῦ χρωστάει ἀκόμη ;

5. Ὁ πατέρας τῆς κυρα-Νίκης πέθανε στὶς 4 Μαρτίου 1941. Πόσος χρόνος πέρασε ἀπὸ τότε μέχρι σήμερα ;

6. Ὁ κυρ-Πανάγος εἶναι σήμερα 59 ἐτῶν 1 μηνὸς καὶ 10 ἡμερῶν. Ποιά χρονολογία γεννήθηκε ;

7. Ὁ Φάνης γεννήθηκε στὶς 18 Ἀπριλίου 1952. Πόσων ἐτῶν εἶναι σήμερα ;

8. Ἡ μητέρα τοῦ κυρ-Πανάγου πέθανε στὶς 17 Ἰουλίου 1961 σὲ ἡλικία 69 ἐτῶν 7 μηνῶν καὶ 29 ἡμερῶν. Ποιά χρονολογία γεννήθηκε ;

9. Ὁ κυρ-Πανάγος καὶ ἡ γυναίκα του ἔχουν μαζὶ ἡλικία 107 ἐτῶν 8 μηνῶν καὶ 29 ἡμερῶν. Ὁ κυρ - Πανάγος εἶναι 59 ἐτῶν 1 μηνὸς καὶ 10 ἡμερῶν. Ποιά εἶναι ἡ ἡλικία τῆς γυναίκας του ;

10. Ὁ κυρ-Πανάγος δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα κάποιο χρηματικὸ ποσὸ στὶς 14 Ἰουνίου 1968 καὶ τὸ ἐπέστρεψε στὶς 27 Μαΐου τοῦ 1970. Πόσο χρόνο κράτησε τὸ δάνειο ;

11. Ὁ Φάνης ἀγόρασε ἕνα βαρέλι τυρὶ ποὺ ζύγιζε 35 κιλὰ καὶ 710 γραμ. Τὸ τυρὶ ἦταν 28 κιλὰ καὶ 800 γραμ. Πόσο ἦταν τὸ ἀπόβαρο τοῦ βαρελιοῦ ;

12. Ἡ κυρα-Νίκη ἔφυγε ἀπὸ τὴ Θεσσαλονίκη μὲ τὸ τραῖνο στὶς 6 ἡ ὥρα καὶ 45 λ τὸ πρωὶ κι ἔφτασε στὸν Πειραιᾶ, ὅπου πήγαινε νὰ δῆ τὸν ἀδερφό της, στὶς 11 ἡ ὥρα 25 λ καὶ 30 δ τὸ βράδυ. Πόσο χρόνο κράτησε τὸ ταξίδι της ;

Σύνθετα προβλήματα

φασόλια καὶ ἀπὸ ἕναν ἄλλο 177 κιλὰ καὶ 350 γραμ. Κράτησε γιὰ σπόρο καὶ γιὰ τὸ σπίτι του 80 κιλὰ καὶ 500 γραμ. Τὰ ὑπόλοιπα τὰ πούλησε. Πόσα κιλὰ πούλησε ;

2. Ὁ Ντίνος ἀγόρασε τρία μοσχάρια. Τὸ α' ἦταν 72 κιλὰ καὶ 400 γρ., τὸ β' 85 κιλὰ καὶ 630 γρ. καὶ τὸ γ' 68 κιλὰ καὶ 150 γραμ. Πούλησε 132 κιλὰ καὶ 800 γραμ. Πόσα κιλὰ ἔχει νὰ πουλήση ἀκόμη ;

3. Ὁ Χρῆστος εἶχε 30 καδρόνια συνολικοῦ μήκους 407 μ. 8 δμ. 9 ἑκατ. Πούλησε 4 καδρόνια. Τὸ α' ἦταν 12 μ. 3 δμ. 5 ἑκ., τὸ β' 11 μ. 7 ἑκατ., τὸ γ' 10 μ. 9 δμ. 9 ἑκ. καὶ τὸ δ' 12 μ. 7 δμ. 8 ἑκ. Πόσα καδρόνια τοῦ ἔμειναν καὶ πόσο μῆκος ἔχουν ;

4. Ὁ Σταμάτης εἰσέπραξε τὴ Δευτέρα 1.232 δραχμὲς καὶ 80 λεπτά, τὴν Τρίτη 835 δρχ. καὶ 70 λεπτὰ καὶ τὴν Τετάρτη 60 δρχ. καὶ 90 λεπτὰ λιγώτερες ἀπ' ὅσες τὴ Δευτέρα. Τὴν Πέμπτη τὸ πρωὶ πλήρωσε 1.907 δρχ. καὶ 90 λεπτά. Πόσα χρήματα τοῦ ἔμειναν ;

ΜΕΡΟΣ ΠΕΜΠΤΟ

ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Α. ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ

ΕΠΑΝΑΛΗΨΙ

1. Τὸ μισὸ ἢ ἕνα δεύτερο: $\frac{1}{2}$

Στὴν τρίτη τάξι μάθαμε ὅτι, ἂν κόψωμε μιὰ ὁποιαδήποτε ἀκέραια μονάδα π.χ. μιὰ βέργα σὲ δύο ἴσα κομμάτια, τὸ καθένα ἀπὸ αὐτὰ λέγεται μισὴ βέργα ἢ ἕνα δεύτερο τῆς βέργας καὶ γράφεται: $\frac{1}{2}$.

Ἡ βέργα ὁλόκληρη:

Ἡ βέργα σὲ 2 ἴσα κομμάτια:

Μισὴ βέργα ἢ τὸ $\frac{1}{2}$ τῆς βέργας:

2. Τὸ ἕνα τέταρτο: $\frac{1}{4}$

Ἂν κόψωμε τὴ βέργα σὲ 4 ἴσα κομμάτια, τὸ καθένα ἀπὸ αὐτὰ λέγεται ἕνα τέταρτο τῆς βέργας καὶ γράφεται: $\frac{1}{4}$.

Ἡ βέργα ὁλόκληρη:

Ἡ βέργα σὲ 4 ἴσα κομμάτια:

Τὸ ἕνα τέταρτο ἢ $\frac{1}{4}$ τῆς βέργας:

3. Τὸ ἕνα ὄγδοο: $\frac{1}{8}$

Ἂν κόψωμε τὴ βέργα σὲ 8 ἴσα κομμάτια, τὸ κάθε κομμάτι λέγεται ἕνα ὄγδοο τῆς βέργας καὶ γράφεται: $\frac{1}{8}$.

Ἡ βέργα ὁλόκληρη:

Ἡ βέργα σὲ 8 ἴσα κομμάτια:

Τὸ ἕνα ὄγδοο ἢ $\frac{1}{8}$ τῆς βέργας:

4. Τὸ ἕνα πέμπτο: $\frac{1}{5}$

Ἂν μοιράσωμε ἕνα δεκάδραχμο σὲ 5 παιδιά, τὸ κάθε παιδὶ θὰ πάρη ἀπὸ ἕνα δίδραχμο. Τὸ δίδραχμο εἶναι τὸ ἕνα πέμπτο τοῦ δεκάδραχμου καὶ γράφεται: $\frac{1}{5}$.

Τὸ δεκάδραχμο ὁλόκληρο :

Τὸ δεκάδραχμο σὲ 5 δίδραχμα :

Τὸ δίδραχμο ἢ $\frac{1}{5}$ τοῦ 10δραχμου :

5. Τὸ ἕνα δέκατο: $\frac{1}{10}$

Ἂν μοιράσωμε ἕνα 10δραχμο σὲ 10 παιδιά, τὸ κάθε παιδὶ θὰ πάρῃ ἀπὸ μιὰ δραχμή. Ἡ δραχμὴ εἶναι τὸ ἕνα δέκατο τοῦ 10δραχμου καὶ γράφεται: $\frac{1}{10}$.

Τὸ 10δραχμο ὁλόκληρο :

Τὸ 10δραχμο σὲ 10 δραχμές :

Ἡ δραχμὴ ἢ $\frac{1}{10}$ τοῦ 10δραχμου:

6. Τὸ ἕνα τρίτο: $\frac{1}{3}$

Ἂν κόψωμε μιὰ χαρτοταινία σὲ 3 ἴσα κομμάτια, τὸ κάθε κομμάτι λέγεται τρίτο ἢ ἕνα τρίτο καὶ γράφεται: $\frac{1}{3}$.

Ἡ ταινία ὁλόκληρη: 

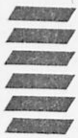
Ἡ ταινία σὲ 3 ἴσα κομμάτια: 

Τὸ ἕνα τρίτο ἢ $\frac{1}{3}$ τῆς ταινίας: 

7. Τὸ ἕνα ἕκτο: $\frac{1}{6}$

Ἂν κόψωμε τὴ χαρτοταινία σὲ 6 ἴσα κομμάτια, τὸ καθένα ἀπὸ αὐτὰ λέγεται ἕνα ἕκτο καὶ γράφεται: $\frac{1}{6}$.

Ἡ ταινία ὁλόκληρη: 

Ἡ ταινία σὲ 6 ἴσα κομμάτια: 

Τὸ ἕνα ἕκτο ἢ $\frac{1}{6}$ τῆς ταινίας:

Τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ ἴσα κομμάτια, στὰ ὁποῖα μοιράσαμε τὴν ἀκέραια μονάδα, λέγεται κλασματικὴ μονάδα. Ἄρα τὰ σύμβολα $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{3}$ καὶ $\frac{1}{6}$ εἶναι κλασματικὲς μονάδες.

Ἀσκήσεις

α) Νὰ γράψετε ὡς κλασματικὲς μονάδες τὰ παρακάτω :

1. τὴ μισὴ δραχμή,
2. τὸ μισὸ χιλιόδραχμο,
3. τὸ ἕνα ἕκτο τῆς ὥρας.

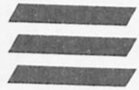
β) Νὰ ὑπολογίσετε :

1. Πόσες δραχμὲς εἶναι τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ πενηντάδραχμου;
2. Πόσα ἑκατοστόμετρα εἶναι τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ μέτρου;
3. Πόσα γραμμάρια εἶναι τὸ $\frac{1}{8}$ τοῦ κιλοῦ;
4. Πόσα πρῶτα λεπτὰ εἶναι τὸ $\frac{1}{5}$ τῆς ὥρας;
5. Πόσα γραμμάρια εἶναι τὸ $\frac{1}{5}$ τοῦ κιλοῦ;
6. Πόσα πρῶτα λεπτὰ εἶναι τὸ $\frac{1}{10}$ τῆς ὥρας;
7. Πόσοι μῆνες εἶναι τὸ $\frac{1}{3}$ τοῦ ἔτους;
8. Πόσες ἡμέρες εἶναι τὸ $\frac{1}{6}$ τοῦ μηνός;
9. Πόσες δραχμὲς εἶναι τὸ $\frac{1}{8}$ τοῦ χιλιόδραχμου;
10. Πόσα ἔτη εἶναι τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ αἰώνα;
11. Πόσα δευτερόλεπτα εἶναι τὸ $\frac{1}{6}$ τῆς ὥρας;
12. Πόσα γραμμάρια εἶναι τὸ $\frac{1}{10}$ τοῦ τόννου;

Β. ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

1. Ἂς κόψωμε τώρα μιὰ χαρτοταινία σὲ 3 ἴσα κομμάτια. Σύμφωνα μὲ ὅσα εἴπαμε παραπάνω, τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ κομμάτια αὐτὰ λέγεται $\frac{1}{3}$. Ἂν πάρωμε τὰ δύο ἀπὸ τὰ 3 ἴσα κομμάτια τῆς χαρτοταινίας, δηλαδὴ $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$, θὰ ἔχωμε δύο τρίτα. Τὰ δύο τρίτα γράφονται: $\frac{2}{3}$.

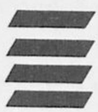
Ἡ χαρτοταινία ὁλόκληρη: 

Ἡ χαρτοταινία σὲ 3 ἴσα κομμάτια: 

Τὰ $\frac{2}{3}$ τῆς χαρτοταινίας: 

2. Ἂς κόψωμε καὶ ἄλλη χαρτοταινία σὲ 4 ἴσα κομμάτια καὶ ἄς πάρωμε τὰ δύο: $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$. Τὰ δύο ἀπὸ τὰ 4 ἴσα κομμάτια τῆς χαρτοταινίας λέγονται δύο τέταρτα καὶ γράφονται $\frac{2}{4}$. Ἂν πάρωμε ἕνα κομμάτι ἀκόμη, θὰ ἔχωμε: $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$, δηλαδὴ τρία τέταρτα. Τὰ τρία τέταρτα γράφονται: $\frac{3}{4}$.

Ἡ χαρτοταινία ὁλόκληρη: 

Ἡ χαρτοταινία σὲ 4 ἴσα κομμάτια: 

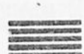
Τὰ $\frac{2}{3}$ τῆς χαρτοταινίας: 

Τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς χαρτοταινίας: 

3. Ἂς κόψωμε μιὰ βέργα σὲ 5 ἴσα κομμάτια καὶ ἂς πάρωμε τὰ δύο. Τί θὰ ἔχωμε; $\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$, δηλαδὴ δύο πέμπτα. Τὰ δύο πέμπτα γράφονται : $\frac{2}{5}$. Ἂν πάρωμε ἕνα ἀκόμη ἀπὸ τὰ 5 ἴσα κομμάτια τῆς βέργας, θὰ ἔχωμε : $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$, δηλαδὴ τρία πέμπτα. Τὰ τρία πέμπτα γράφονται : $\frac{3}{5}$. Ἂς πάρωμε ἀκόμη ἕνα.

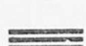
Θὰ ἔχωμε : $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$, δηλαδὴ τέσσερα πέμπτα. Τὰ τέσσερα πέμπτα γράφονται : $\frac{4}{5}$.

Ἡ βέργα ὁλόκληρη : 

Ἡ βέργα σὲ 5 ἴσα κομμάτια : 

Τὰ $\frac{2}{5}$ τῆς βέργας :

Τὰ $\frac{3}{5}$ τῆς βέργας :

Τὰ $\frac{4}{5}$ τῆς βέργας : 

4. Ἂς κόψωμε τώρα μιὰ ἄλλη βέργα σὲ 6 ἴσα κομμάτια

καὶ ἂς πάρωμε τὰ δύο. Θὰ ἔχωμε : $\frac{1}{6} + \frac{1}{6}$, δηλαδὴ δύο ἕκτα. Ὁ ἀριθμὸς δύο ἕκτα γράφεται : $\frac{2}{6}$. Ἂν πάρωμε ἕνα ἀκόμη ἀπὸ τὰ 6 ἴσα κομμάτια τῆς βέργας, θὰ ἔχωμε : $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$, δηλαδὴ τρία ἕκτα. Τὰ τρία ἕκτα γράφονται : $\frac{3}{6}$. Ἂν στὰ $\frac{3}{6}$ προσθέσωμε $\frac{1}{6}$ ἀκόμη, θὰ ἔχωμε : $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$, δηλαδὴ τέσσερα ἕκτα. Ὁ ἀριθμὸς τέσσερα ἕκτα γράφεται : $\frac{4}{6}$. Ἂν τώρα καὶ στὰ $\frac{4}{6}$ τῆς βέργας προσθέσωμε $\frac{1}{6}$ ἀκόμη, θὰ σχηματίσωμε τὸν ἀριθμὸ πέντε ἕκτα. Τὰ πέντε ἕκτα γράφονται : $\frac{5}{6}$.

Ἡ βέργα ὁλόκληρη:

Ἡ βέργα σὲ 6 ἴσα κομμάτια :

Τὰ $\frac{2}{6}$ τῆς βέργας :

Τὰ $\frac{3}{6}$ τῆς βέργας :

Τὰ $\frac{4}{6}$ τῆς βέργας :

Τὰ $\frac{5}{6}$ τῆς βέργας :

5. Ἂς κόψωμε μιὰ χαρτοταινία σὲ 7 ἴσα κομμάτια καὶ ἂς ἐργαστοῦμε, ὅπως ἀκριβῶς προηγουμένως. Θὰ ἔχωμε :

τὴ χαρτοταινία ὁλόκληρη :

τὴ χαρτοταινία σὲ 7 ἴσα κομμάτια :

τὰ $\frac{2}{7}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{3}{7}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{4}{7}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{5}{7}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{6}{7}$ τῆς χαρτοταινίας :

6. Ἂς κόψωμε τώρα μιὰ βέργα σὲ 8 ἴσα κομμάτια. Σύμφωνα μὲ ὅσα εἴπαμε θὰ ἔχωμε :

τὴ βέργα ὁλόκληρη :

τὴ βέργα σὲ 8 ἴσα κομμάτια :

τὰ $\frac{2}{8}$ τῆς βέργας :

τὰ $\frac{3}{8}$ τῆς βέργας :

τὰ $\frac{4}{8}$ τῆς βέργας :

τὰ $\frac{5}{8}$ τῆς βέργας :

τὰ $\frac{6}{8}$ τῆς βέργας :

τὰ $\frac{7}{8}$ τῆς βέργας :

7. Ἂν κόψωμε μιὰ χαρτοταινία σὲ 9 ἴσα κομμάτια, θὰ ἔχωμε :

τὴ χαρτοταινία ὁλόκληρη :

τὴ χαρτοταινία σὲ 9 ἴσα κομμάτια :

τὰ $\frac{2}{9}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{3}{9}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{4}{9}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{5}{9}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{6}{9}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{7}{9}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{8}{9}$ τῆς χαρτοταινίας :

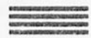
8. Ἂν τέλος κόψωμε μιὰ βέργα σὲ 10 ἴσα κομμάτια καὶ ἐργαστοῦμε ὅπως στὶς προηγούμενες περιπτώσεις, θὰ ἔχωμε :

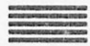
τὴ βέργα ὁλόκληρη :

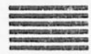
τὴ βέργα σὲ 10 ἴσα κομμάτια :

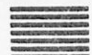
τὰ $\frac{2}{10}$ τῆς βέργας :

τὰ $\frac{3}{10}$ τῆς βέργας : 

τὰ $\frac{4}{10}$ τῆς βέργας : 

τὰ $\frac{5}{10}$ τῆς βέργας : 

τὰ $\frac{6}{10}$ τῆς βέργας : 

τὰ $\frac{7}{10}$ τῆς βέργας : 

τὰ $\frac{8}{10}$ τῆς βέργας : 

τὰ $\frac{9}{10}$ τῆς βέργας : 

Ὁποιαδήποτε ἀκέραια μονάδα καὶ ἂν κόψωμε σὲ 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, καὶ 10 ἴσα κομμάτια, θὰ ἔχωμε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ συναντήσαμε παραπάνω. Οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ λέγονται **κλάσματα** ἢ **κλασματικοὶ ἀριθμοί.**

Κάθε κλασματικὸς ἀριθμὸς γίνεται ἀπὸ τὴν ἐπανάληψι τῆς ἴδιας κλασματικῆς μονάδας. Π.χ. γιὰ νὰ γίνη ὁ κλασματικὸς ἀριθμὸς $\frac{4}{5}$, ἐπαναλάβαμε τὴν κλασματικὴ μονάδα $\frac{1}{5}$ 4 φορές. Γιὰ νὰ γίνη ὁ κλασματικὸς ἀριθμὸς $\frac{6}{7}$, ἐπαναλάβαμε τὴν κλασματικὴ μονάδα $\frac{1}{7}$ 6 φορές.

Κάθε κλάσμα γράφεται μὲ δύο ἀριθμούς· π.χ. $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{8}{9}$ κλπ. Οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ χωρίζονται μ᾽ ἕνα μικρὸ εὐθύγραμμο τμῆμα ποὺ λέγεται **κλασματικὴ γραμμή**. Ὁ ἀριθμὸς ποὺ εἶναι πάνω ἀπὸ τὴν κλασματικὴ γραμμὴ λέγεται **ἀριθμητής**. Ὁ ἀριθμὸς ποὺ εἶναι κάτω ἀπὸ τὴν κλασματικὴ γραμμὴ λέγεται **παρονομαστής**. Καὶ οἱ δύο μαζί, δηλαδὴ ὁ ἀριθμητὴς καὶ ὁ παρονομαστὴς λέγονται **ὅροι τοῦ κλάσματος**.

Ἂς δοῦμε τώρα αὐτὰ καὶ στὶς θέσεις τους :

$$\begin{array}{ccl} 3 & \longrightarrow & \textbf{Ἀριθμητὴς} \\ \overline{} & \longrightarrow & \textbf{Κλασματικὴ γραμμὴ} \\ 4 & \longrightarrow & \textbf{Παρονομαστὴς} \\ & \longrightarrow & \textbf{Ὅροι τοῦ κλάσματος} \end{array}$$

Ὁ παρονομαστὴς κάθε κλάσματος φανερώνει σὲ πόσα ἴσα κομμάτια κόψαμε τὴν ἀκέραια μονάδα καὶ ὁ ἀριθμητὴς πόσα ἴσα κομμάτια πήραμε. Π.χ. ὁ παρονομαστὴς τοῦ κλάσματος $\frac{7}{10}$ φανερώνει ὅτι κόψαμε τὴν ἀκέραια μονάδα σὲ 10 ἴσα κομμάτια. Ὁ ἀριθμητὴς φανερώνει ὅτι ἀπὸ τὰ 10 ἴσα κομμάτια πήραμε τὰ 7.

Ἀ σ κ ή σ ε ι ς

α) Νὰ κόψετε :

1. ἕνα μῆλο σὲ τρία ἴσα κομμάτια καὶ νὰ γράψετε τὸ ἕνα κομμάτι,
2. ἕνα φύλλο τετραδίου σὲ 4 ἴσα κομμάτια καὶ νὰ γράψετε τὰ τρία κομμάτια,
3. ἕνα φύλλο τετραδίου σὲ 8 ἴσα κομμάτια καὶ νὰ γράψετε τὰ 7 κομμάτια,
4. μιὰ πατάτα σὲ 5 ἴσα κομμάτια καὶ νὰ γράψετε τὰ 2 κομμάτια.

β) Νὰ γράψετε ὅλα τὰ κλάσματα ποὺ εἶναι μικρότερα ἀπὸ τὴν ἀκεραία μονάδα καὶ ἔχουν παρονομαστή: 1) τὸ 5, 2) τὸ 6, 3) τὸ 7, 4) τὸ 8, 5) τὸ 9, καὶ 6) τὸ 10 γ) Νὰ βρῆτε τί φανερώνουν τὰ κλάσματα :

1. $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}$

2. α) $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ β) $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{5}{5}$

3. α) $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$ β) $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$

4. α) $\frac{3}{8}, \frac{6}{8}, \frac{8}{8}$ β) $\frac{3}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}$ γ) $\frac{4}{10}, \frac{8}{10}, \frac{9}{10}$

δ) Πῶς λέγονται τὰ κλάσματα ποὺ ἔχουν ἀριθμητὴ τὸ 1;

Γ. ΣΧΕΣΕΙΣ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. Πῶς τρέπομε δεκαδικὸ σὲ κλάσμα

῾Ο δεκαδικὸς ἀριθμὸς 0,3 τοῦ κιλοῦ φανερώνει ὅτι διαιρέσαμε τὸ κιλὸ σὲ 10 ἴσα μερίδια καὶ πήραμε τὰ 3. Τὸ ἴδιο ὅμως φανερώνει καὶ ὁ κλασματικὸς ἀριθμὸς $\frac{3}{10}$ τοῦ κιλοῦ.

῾Επομένως τὰ 0,3 εἶναι ἴσα μὲ τὰ $\frac{3}{10}$ τοῦ κιλοῦ.

῾Ο δεκαδικὸς ἀριθμὸς 0,04 τοῦ κιλοῦ φανερώνει ὅτι διαιρέσαμε τὸ κιλὸ σὲ 100 ἴσα μερίδια καὶ πήραμε τὰ 4. Τὰ 0,04 τοῦ κιλοῦ μπoροῦμε νὰ τὰ γράψωμε καὶ ὡς κλάσμα $\frac{4}{100}$.

῾Επομένως τὰ 0,04 εἶναι ἴσα μὲ τὰ $\frac{4}{100}$ τοῦ κιλοῦ.

῾Ο δεκαδικὸς ἀριθμὸς 0,152 τοῦ κιλοῦ φανερώνει ὅτι διαιρέσαμε τὸ κιλὸ σὲ 1.000 ἴσα μερίδια καὶ πήραμε τὰ 152. Τὰ 0,152 τοῦ κιλοῦ μποροῦμε νὰ τὰ γράψωμε καὶ ὡς κλάσμα $\frac{152}{1000}$. Ἑπομένως τὰ 0,152 εἶναι ἴσα μὲ τὰ $\frac{152}{1000}$ τοῦ κιλοῦ.

Συνεπῶς : τὰ 0,3 τοῦ κιλοῦ $= \frac{3}{10}$ τοῦ κιλοῦ,

τὰ 0,04 τοῦ κιλοῦ $= \frac{4}{100}$ τοῦ κιλοῦ,

τὰ 0,152 τοῦ κιλοῦ $= \frac{152}{1000}$ τοῦ κιλοῦ κλπ.

Ἄρα, γιὰ νὰ τρέψωμε ἕνα δεκαδικὸ ἀριθμὸ σὲ κλάσμα, παραλείπομε τὴν ὑποδιαστολή του καὶ τὸν γράφομε ἀριθμητή, χρησιμοποιώντας ὡς παρονομαστὴ τὴ μονάδα μὲ τόσα μηδενικά, ὅσα εἶναι τὰ δεκαδικὰ ψηφία τοῦ ἀριθμοῦ.

Ἀσκήσεις

Γραπτῶς

Νὰ τρέψετε τοὺς δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν σὲ κλάσματα :

α) 0,2	0,5	0,7	0,8	β) 1,4	3,5	7,7	6,8
γ) 0,06	0,09	0,05	0,08	δ) 1,15	2,18	3,33	6,13
ε) 0,003	0,005	0,006	0,009	στ) 0,735	0,821	4,731	2,856

2. Πῶς τρέπομε κλάσμα σὲ δεκαδικὸ

Ἔστω ὅτι θέλομε νὰ τρέψωμε τὰ κλάσματα $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{152}{1000}$ σὲ δεκαδικούς. Σύμφωνα μὲ ὅσα εἴπαμε παραπάνω, θὰ ἔχωμε : $\frac{3}{10} = 0{,}3 \quad \frac{4}{100} = 0{,}04 \quad \frac{152}{1000} = 0{,}152.$

Παρατηροῦμε ὅμως ὅτι στὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα καταλήγομε, καὶ ἂν διαιρέσωμε τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος μὲ τὸν παρονομαστή του.

$$\begin{array}{l|l} 3 & 10 \\ \hline 30 & 0{,}3 \\ 00 & \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 4 & 100 \\ \hline 40 & 0{,}04 \\ 400 & \\ 000 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 152 & 1000 \\ \hline 1520 & 0{,}152 \\ 05200 & \\ 02000 & \\ 0000 & \end{array}$$

Ἄρα, γιὰ νὰ τρέψωμε ἕνα κλάσμα σὲ δεκαδικὸ ἀριθμό, διαιροῦμε τὸν ἀριθμητή του μὲ τὸν παρονομαστή του. Τὸ πηλίκο ποὺ βρίσκομε εἶναι ὁ δεκαδικὸς ἀριθμός.

Ἀσκήσεις

Γραπτῶς

Τὰ κλάσματα ποὺ ἀκολουθοῦν νὰ τραποῦν σὲ δεκαδικοὺς ἀριθμούς :

α) $\frac{8}{10}, \frac{11}{10}, \frac{115}{10}$ β) $\frac{9}{100}, \frac{15}{100}, \frac{151}{100}$

γ) $\frac{13}{1000}, \frac{165}{1000}, \frac{1685}{1000}$

3. Ποιὰ κλάσματα λέγονται δεκαδικὰ

Δεκαδικὰ λέγονται τὰ κλάσματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν παρονομαστὴ τὸ 10, 100, 1000 κλπ.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

ΟΙ ΑΚΕΡΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΟΙ ΠΟΛΥΨΗΦΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟ

ΟΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΜΕΡΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟ

ΟΙ ΣΥΜΜΙΓΕΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΜΕΡΟΣ ΠΕΜΠΤΟ

ΚΛΑΣΜΑΤΑ

ΕΚΔΟΣΙΣ Γ'. 1974 (VI) - ΑΝΤΙΤΥΠΑ 150.000 - ΣΥΜΒΑΣΙΣ: 2446/17 - 4 - 1974
ΕΚΤΥΠΩΣΙΣ - ΒΙΒΛΙΟΔΕΣΙΑ: «ΧΡΥΣ. ΠΑΠΑΧΡΥΣΑΝΘΟΥ» Α.Ε. - ΝΕΑ ΚΗΦΙΣΙΑ

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ