



АРИФМЕТИКА $\Delta/\Delta = 179$



ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

JOHNAI 1973

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ
ΚΑΙ
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΔΩΡΕΑ
ΕΘΝΙΚΗΣ ΚΥΒΕΡΝΗΣΕΩΣ

ΑΡΧΙΜΗΤΗΚΗ

142

ΤΕΡΜΕΤΡΙΑ

ΑΡΧΙΜΗΤΗΚΗ

ΤΕΡΜΕΤΡΙΑ

ΣΤ 89 ΣΧΒ
Σαμαράς, Αγίου Κων.
ΗΛΙΑ ΚΩΝ. ΣΑΜΑΡΑ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Δ' ΤΑΞΕΩΣ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ



ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

ΑΘΗΝΑΙ 1973

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

002
418
ET2A
416

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ
ΚΑΙ
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Α. ΤΑΞΗΣ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΒΟΥΛΗΣ
ΕΔΩΡΗΣΑΤΟ
ὄργ. ἐκδ. διδασκ. βιβλίων
αδξ. ἀριθ. εισαγ. *204* τοῦ ἔτους 1974

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

ΟΙ ΑΚΕΡΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α. ΕΠΑΝΑΛΗΨΙ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΑΠΟ ΤΟ 1 ΩΣ ΤΟ 2.000

Ι. ΤΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ

1	0								
2	0	0							
3	0	0	0						
4	0	0	0	0					
5	0	0	0	0	0				
6	0	0	0	0	0	0			
7	0	0	0	0	0	0	0		
8	0	0	0	0	0	0	0	0	
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0

• Τα παραπάνω ψηφία λέγονται **σημαντικά**. Με αυτά και τὸ μηδέν γράφουμε όλους τούς ἀριθμούς ἀπὸ τὸν πιὸ μικρὸ ὡς τὸν πιὸ μεγάλο.

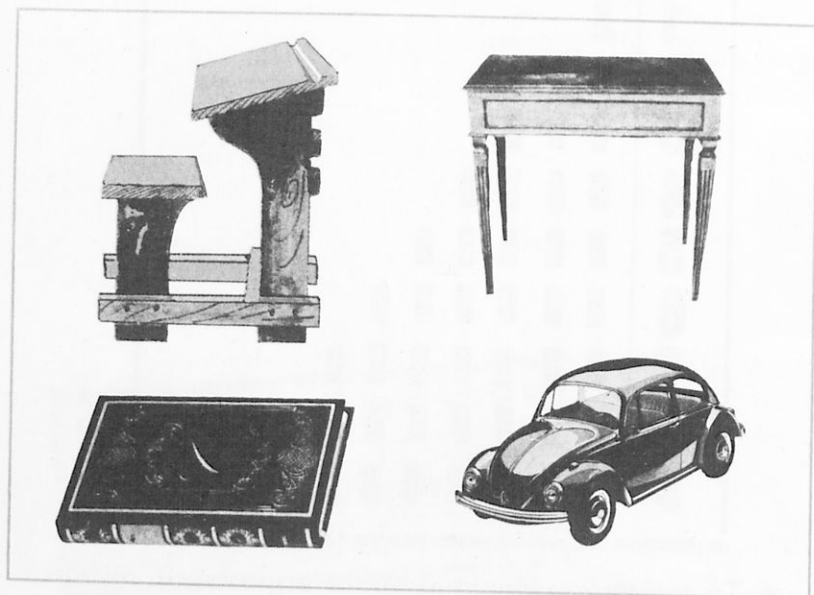
Κάθε αριθμός ανάλογα με τὰ ψηφία ονομάζεται :

- **μονοψήφιος**· όταν ἔχη ἓνα ψηφίο, π.χ. 7 (ἑπτὰ),
- **διψήφιος**· όταν ἔχη δύο ψηφία, π.χ. 12 (δώδεκα),
- **τριψήφιος**· όταν ἔχη τρία ψηφία, π.χ. 161 (ἑκατὸν ἑξήντα ἓνα),
- **τετραψήφιος**· όταν ἔχη τέσσερα ψηφία, π.χ. 1.200 (χίλια διακόσια).
- Οἱ τετραψήφιοι ἀριθμοὶ λέγονται καὶ **πολυψήφιοι**.

2. ΑΚΕΡΑΙΑ ΜΟΝΑΔΑ

Κάθε ἀκέραιο πρᾶγμα λέγεται ἀκέραια μονάδα.

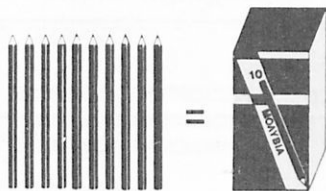
Π.χ. 1 θρανίο, 1 ἔδρα, 1 βιβλίο, 1 αὐτοκίνητο· εἶναι ἀκέραιες μονάδες.



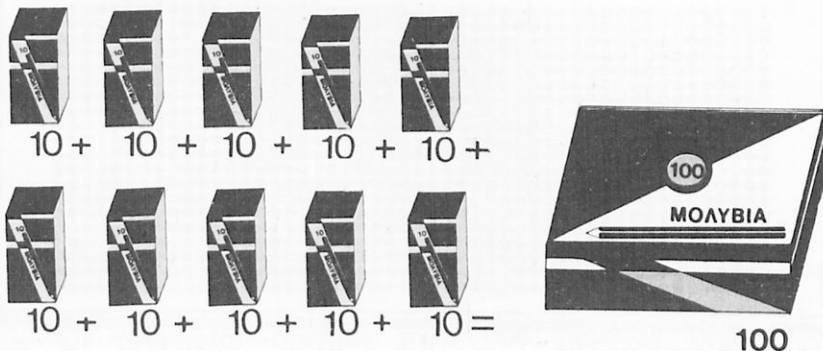
Κάθε ἀκέραιος ἀριθμὸς γίνεται ἀπὸ τὴν ἐπανάληψι τῆς ἀκέραιας μονάδας. Π.χ. ὁ ἀριθμὸς 8 ἀποτελεῖται ἀπὸ 8 ἀκέ-

ραιες μονάδες. Ο αριθμός 71 αποτελείται από 71 άκέραιες μονάδες.

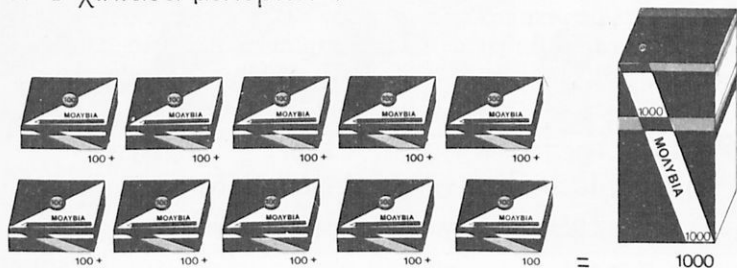
Δέκα άκέραιες μονάδες συμπληρώνουν μια δεκάδα. Π.χ. 10 μολύβια αποτελούν 1 δεκάδα μολυβιών :



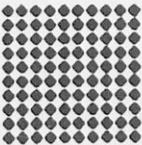
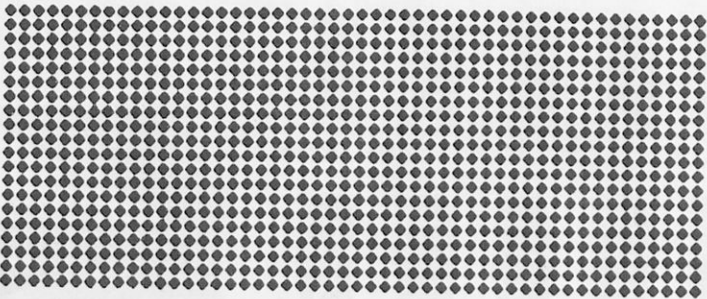
Έκατο άκέραιες μονάδες συμπληρώνουν 10 δεκάδες ή 1 εκατοντάδα. Π.χ. 100 μολύβια αποτελούν 1 εκατοντάδα μολυβιών :



Χίλιες άκέραιες μονάδες ή δέκα εκατοντάδες ή 100 δεκάδες συμπληρώνουν 1 χιλιάδα. Π.χ. 1.000 μολύβια αποτελούν 1 χιλιάδα μολυβιών :



Σύγκρισι μονάδας, δεκάδας, εκατοντάδας και χιλιάδας :

‘Η μονάδα	1
♦	
‘Η δεκάδα	10
	
‘Η εκατοντάδα	100
	
‘Η χιλιάδα	1000
	

Άσκησης

α) Να γράψετε τὰ ἐννέα σημαντικά ψηφία καὶ νὰ βρῆτε πόσες ἀκέριες μονάδες περιέχονται στὸ καθένα.

β) Να γράψετε τρεῖς διψήφιους καὶ τρεῖς τριψήφιους ἀριθμούς. Ἐπειτα νὰ βρῆτε ἀπὸ ποιά σημαντικά ψηφία ἀποτελεῖται ὁ καθένας.

γ) Πόσες ἀκέριες μονάδες περιέχουν οἱ ἀριθμοὶ 15, 139 καὶ 1.917 ;

δ) Πόσες 10άδες περιέχονται σὲ μιὰ χιλιάδα ;

ε) Πόσες 10άδες συμπληρώνουν μισὴ χιλιάδα ;

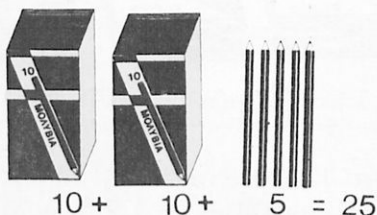
3. ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Οί άκέραιοι άριθμοί αναλύονται σε μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες κλπ.

Οί μονοψήφιοι άριθμοί περιέχουν μόνο μονάδες. Π.χ. ό άριθμός 3 μολύβια αναλύεται :

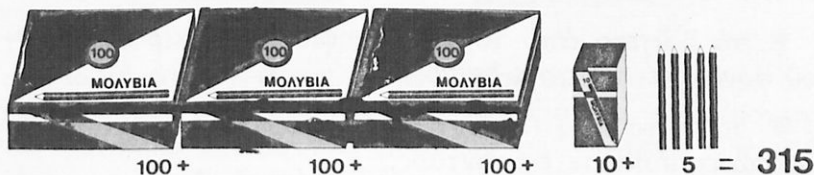
$$3 = \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} = 3 \text{ μολύβια.}$$

Οί διψήφιοι άριθμοί περιέχουν μονάδες και δεκάδες. Π.χ. ό άριθμός 25 μολύβια περιέχει : 2 δεκάδες και 5 μονάδες μολυβιών :



= 2 δεκάδες μολύβια + 5 μονάδες μολύβια = 25 μολύβια.

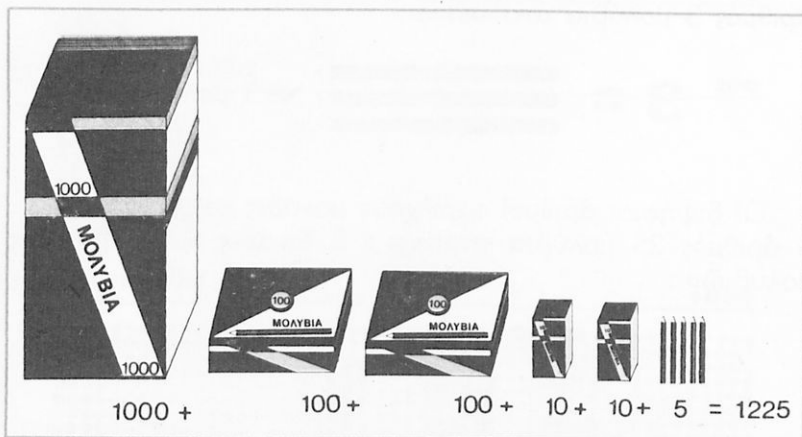
Οί τριψήφιοι άριθμοί περιέχουν μονάδες, δεκάδες κι εκατοντάδες. Π.χ. ό άριθμός 315 μολύβια περιέχει : 3 εκατοντάδες, 1 δεκάδα και 5 μονάδες μολυβιών :



= 3 εκατ. μολύβια + 1 δεκ. μολύβια + 5 μον. μολύβια = 315 μολύβια.

Οί τετραψήφιοι αριθμοί περιέχουν μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες και χιλιάδες. Π.χ. ο αριθμός 1.225 μολύβια περιέχει :

1 χιλιάδα, 2 εκατοντάδες, 2 δεκάδες και 5 μονάδες μολυβιών :



1 χιλιάδα μολύβια + 2 εκατοντάδες μολύβια + 2 δεκάδες μολύβια + 5 μονάδες μολύβια = 1.225 μολύβια.

Κατά τον ίδιο τρόπο αναλύονται όλοι οι άκεραιοι αριθμοί.

Από τα παραπάνω παραδείγματα συμπεραίνουμε ότι :

- το τελευταίο ψηφίο κάθε άκεραιου αριθμού φανερώνει πάντοτε μονάδες,
- το δεύτερο από το τέλος ψηφίο κάθε άκεραιου αριθμού φανερώνει πάντοτε δεκάδες,
- το τρίτο από το τέλος ψηφίο κάθε άκεραιου αριθμού φανερώνει πάντοτε εκατοντάδες,
- το τέταρτο από το τέλος ψηφίο κάθε άκεραιου αριθμού φανερώνει πάντοτε χιλιάδες π.χ. $8.888 = 8 \text{ χιλ.} + 8 \text{ έκ.} + 8 \text{ δεκάδες} + 8 \text{ μονάδες.}$

Άσκησης

α) Ν' αναλύσετε σε μονάδες και δεκάδες τους αριθμούς 14, 23, 46, 55, 66, 69, 77, 79, 88, 93 και 99.

β) Νά βρῆτε τὰ ψηφία ποὺ φανερώνουν μονάδες κι ἑκατοντάδες τῶν ἀριθμῶν : 171, 213, 444, 656, 714, 809 καὶ 901.

γ) Ν' αναλύσετε σε μονάδες, δεκάδες, ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες τοὺς ἀριθμούς 1.010, 1.129, 1.215, 1.453, 1.701 καὶ 1.901.

δ) Νά βρῆτε τὸ ψηφίο ποὺ φανερώνει μονάδες τῶν ἀριθμῶν : 110, 219, 308, 410, 506, 719, 800, 913, 1.201 καὶ 1.910.

ε) Νά βρῆτε τὸ ψηφίο ποὺ φανερώνει ἑκατοντάδες τῶν ἀριθμῶν : 1.262, 1.063, 1.111, 1.333, 1.703, 1.899, 1.088, 1.904 καὶ 1.999.

στ) Νά βρῆτε τὸ ψηφίο ποὺ φανερώνει δεκάδες τῶν ἀριθμῶν : 127, 139, 284, 303, 815, 1.006, 1.204, 1.356 καὶ 1.392.

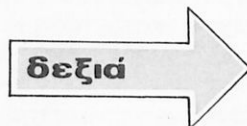
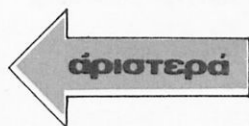
ζ) Νά βρῆτε τὸ ψηφίο ποὺ φανερώνει χιλιάδες τῶν ἀριθμῶν : 1.004, 1.100, 1.203, 1.304, 1.560, 1.830, 1.965 καὶ 2.000.

η) Νά βρῆτε ἀπὸ πόσες μονάδες ἀποτελοῦνται οἱ ἀριθμοὶ : 17, 71, 103, 239, 345, 674, 918, 1.353, 1.920 καὶ 1.991.

θ) Νά βρῆτε πόσες δεκάδες περιέχουν οἱ ἀριθμοὶ : 117, 236, 478, 555, 700, 1.110, 1.636 καὶ 1.802.

ι) Νά βρῆτε πόσες ἑκατοντάδες περιέχουν οἱ ἀριθμοὶ : 832, 1.216, 1.328, 1.002, 1.070, 1.076, 1.507 καὶ 2.000.

4. ΑΠΑΓΓΕΛΙΑ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ



Γιὰ ν' ἀπαγγεῖλωμε ὁποιοδήποτε ἀκέραιο ἀριθμό, ἀρχίζομε ἀπὸ τ' ἀριστερά του πρὸς τὰ δεξιά του, προφέροντας τὸν συνολικὸ ἀριθμὸ τῶν μονάδων ποὺ περιέχει : π.χ. 8 (ὀχτώ), 12 (δώδεκα), 172 (ἑκατὸν ἑβδομήντα δύο), 703 (ἑφτακόσια τρία), 1.001 (χίλια ἕνα), 1.111 (χίλια ἑκατὸν ἑντεκα) κλπ.

Άσκήσεις

Ν' απαγγείλετε τούς αριθμούς που ακολουθούν :

- α) 17, 27, 37, 46, 56, 66, 75, 85, 95
- β) 108, 128, 148, 163, 183, 203, 571, 701, 971
- γ) 1.012, 1.102, 1.120, 1.112, 1.272, 1.315, 1.351, 1.153
- δ) 1.401, 1.410, 1.140, 1.042, 1.402, 1.204, 1.240, 1.082
- ε) 1.603, 1.630, 1.306, 1.360, 1.060, 1.006, 1.600, 1.901

Γενικές ασκήσεις

α) Να βρῆτε πόσες μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες και χιλιάδες περιέχουν οι αριθμοί : 131, 252, 593, 900, 1.101 και 1.813.

β) Να βρῆτε πόσες χιλιάδες, εκατοντάδες, δεκάδες και μονάδες περιέχουν οι αριθμοί : 8, 18, 188, 212, 1.024, 1.777 και 1.808.

γ) Να βρῆτε πόσες εκατοντάδες, δεκάδες και μονάδες περιέχουν οι αριθμοί : 1.013, 1.080, 1.215, 1.405, 1.506, 1.881 και 1.118.

δ) Να βρῆτε πόσες δεκάδες και μονάδες περιέχουν οι αριθμοί : 155, 202, 631, 613, 707, 1.009, 1.303, 1.444, 1.990 και 2.000.

ε) Να βρῆτε πόσες μονάδες περιέχουν οι αριθμοί : 318, 138, 813, 831, 1.004, 1.044, 1.703, 1.730, 1.370 και 1.106.

στ) Να γράψετε με ψηφία τούς αριθμούς :
πέντε δεκάδες και δύο μονάδες,
τρεις εκατοντάδες, τρεις δεκάδες και τρεις μονάδες,
όχτώ εκατοντάδες κι έφτα δεκάδες,
μιά χιλιάδα, τρεις δεκάδες και μηδέν μονάδες,
μιά χιλιάδα και όγδόντα δεκάδες.

ζ) Να γράψετε τούς αριθμούς :
τριακόσια είκοσι δύο,
πεντακόσια τριάντα όχτώ,
χίλια έξακόσια έβδομήντα έφτά,
χίλια έννιακόσια έννέα.

η) Ν' απαγγείλετε τούς αριθμούς που ακολουθούν :
803, 940, 1.020, 1.200, 1.301, 1.310, 1.031, 109, 1.011
και 1.690.

θ) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἔχουν μιὰ χιλιάδα καὶ 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 31, 44, 55, 66 καὶ 109 μονάδες.

ι) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἔχουν 17 ἑκατοντάδες καὶ 1, 2, 3, 4, 5, 31, 32, 33, 34, 35, 61, 62, 63, 64 καὶ 65 μονάδες.

ια) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἔχουν 180 δεκάδες καὶ 89, 91, 93, 95, 96, 98 καὶ 99 μονάδες.

ιβ) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἔχουν :

μιὰ χιλιάδα, μιὰ ἑκατοντάδα κι ἑξήντα πέντε μονάδες,

μιὰ χιλιάδα κι ἑκατὸν ἑξήντα πέντε μονάδες,

μιὰ χιλιάδα, ὀγδόντα δεκάδες καὶ τρεῖς μονάδες.

ιγ) Νὰ γράψετε τὸν ἀριθμὸ ποὺ ἔχει 200 δεκάδες κι ἑπτεῖτα τὸν ἀριθμὸ ποὺ ἔχει 20 ἑκατοντάδες. Τί παρατηρεῖτε ;

ιδ) Νὰ γράψετε ὅλους τοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 1.305 ὠς τὸ 1.315.

ιε) Νὰ γράψετε ὅλους τοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 1.110 ὠς τὸ 1.230, ποὺ φανερώνουν στρογγυλές δεκάδες.

Β. ΟΙ ΤΕΣΣΕΡΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ Ι - 2.000

Τὰ παντοπωλεῖα

Τὰ παντοπωλεῖα εἶναι καταστήματα, στὰ ὁποῖα που-
λιοῦνται τρόφιμα καὶ διάφορα ἄλλα εἶδη ποὺ χρειάζομαστε
στὴν καθημερινή μας ζωή. Ἀπὸ τὰ παντοπωλεῖα ἀγορά-
ζομε τὸν καφέ, τὸ κακάο, τὴ ζάχαρι, τὸ ρύζι, τὰ ζυμαρικά
καὶ ὅλα γενικὰ τὰ τρόφιμα. Ἀπὸ αὐτὰ ἀγοράζομε ἀκόμη
τὰ σπύρτα, τὸ σαποῦνι, τὰ διάφορα ἀπορρυπαντικά (ρόλ,
ὄμο, χλωρίνη κλπ.), καθὼς ἐπίσης καὶ πολλὰ ἄλλα.



“Ολοι σας φυσικά θα έχετε επισκεφθῇ παντοπωλεῖα καὶ θὰ ἔχετε ἀγοράσει ἀπὸ αὐτὰ διάφορα εἶδη. Θὰ ἔχετε δεῖ σ’ αὐτὰ ὄχι μόνο τὰ τρόφιμα κλπ. ποὺ ἀναφέραμε παραπάνω, ἀλλὰ κι ἓνα σωρὸ ἄλλα πράγματα. Ὅπως οἱ πάντες θὰ ἔχετε προσέξει καὶ τὸ τιμολόγιο. Τὸ τιμολόγιο εἶναι ἓνας μακρόστενος πίνακας ἀπὸ λεπτὸ σανίδι ἢ χοντρὸ χαρτόνι, ὅπου ἀναγράφονται τὰ εἶδη διατροφῆς καὶ δίπλα ἀπὸ τὸ καθένα ἡ τιμὴ τοῦ ἐνὸς κιλοῦ. Ἔτσι οἱ πελάτες διευκολύνονται στοὺς λογαριασμοὺς καὶ γίνεται εὐκόλα ὁ ἔλεγχος τῶν παντοπωλῶν ἀπὸ τῆς εἰδικῆς γιὰ τὸν σκοπὸ αὐτὸ Ἀρχές.

Γιὰ ὅσους δὲν ἔχουν προσέξει τὸ τιμολόγιο παραθέτομε ἐδῶ ἓνα, γιὰ νὰ πάρουν μιὰ ἰδέα.

ΤΙΜΟΛΟΓΙΟΝ

Ζάχαρι	13
Καφές	98
Κακάο	60
Ώρουζα.....	11
Φασόλια	14
Φακές.....	16
Μακαρόνια	11
Βακαλάος	22
Έλαιον.....	32
Βούτυρον.....	56
Κεφαλοτύρι	50
Κασέρι.....	48
Φέτα.....	36
Μέλι	24
Οἶνος.....	7
Λουκούμι.....	22

I. Η ΠΡΟΣΘΕΣΙ

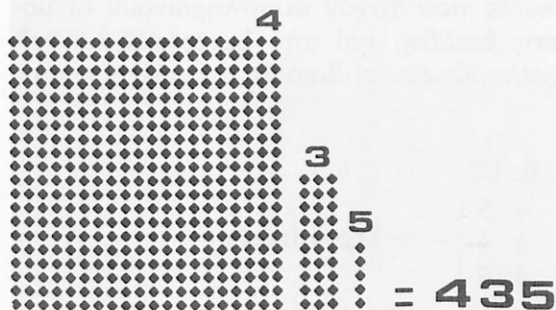
Πρόβλημα. Ὁ κύριος Μυλωνᾶς ἀγόρασε γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ παντοπωλείου του τρία κιβώτια σαποῦνι. Τὸ πρῶτο περιεῖχε 145 πλάκες· τὸ δεύτερο 144 καὶ τὸ τρίτο 146. Πόσες πλάκες σαποῦνι περιεῖχαν καὶ τὰ τρία ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσες πλάκες σαποῦνι περιέχουν καὶ τὰ τρία κιβώτια, πρέπει νὰ τ' ἀνοίξωμε καὶ νὰ τὶς μετρήσωμε ὅλες μαζί.

α) Παραστατικά



καὶ τὰ τρία μαζί περιέχουν: 435



Ὡστε καὶ τὰ τρία κιβώτια περιέχουν 435 πλάκες σαπουνι.

Ἀπὸ τὰ παραπάνω γίνεται φανερό ὅτι, γιὰ νὰ λύσουμε τὸ πρόβλημα, ἐνώσαμε (σμίξαμε) τὶς πλάκες τῶν σαπουνιῶν καὶ τῶν τριῶν κιβωτίων. Μὲ τὸν τρόπο αὐτὸ βρήκαμε ἕναν ἀριθμὸ πὺ φανερώνει ὅλες τὶς πλάκες τῶν σαπουνιῶν, πὺ περιέχουν καὶ τὰ τρία κιβώτια.

Ἡ πράξι πὺ κάναμε λέγεται **πρόσθεσι**.

Πρόσθεσι δύο ἢ περισσότερων ἀριθμῶν εἶναι ἡ πράξι μὲ τὴν ὁποία βρίσκουμε ἕναν ἄλλο ἀριθμὸ, ὁ ὁποῖος περιέχει ὅλες τὶς μονάδες τοὺς καὶ μόνο αὐτές.

Πρόσθεσι κάνομε, ὅταν θέλωμε νὰ ἐνώσουμε δύο ἢ περισσότερους ἀριθμοὺς πὺ φανερώνουν ἴδια πράγματα.

β) Πρακτικὰ

Γράφομε τοὺς ἀριθμοὺς, οἱ ὁποῖοι φανερώνουν τὶς πλάκες τῶν σαπουνιῶν πὺ περιέχει τὸ κάθε κιβώτιο, τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες τοῦ καθενὸς νὰ εἶναι κάτω ἀπὸ τὶς μονάδες τοῦ ἄλλου, οἱ δεκάδες κάτω ἀπὸ τὶς δεκάδες καὶ οἱ ἑκατοντάδες κάτω ἀπὸ τὶς ἑκατοντάδες. Ἐ-

πείτα σύρομε μιὰ ὀριζόντια γραμμὴ καὶ ἀρχίζομε τὴν πρόσθεσι ἀπὸ τὶς μονάδες πρὸς τὶς δεκάδες καὶ τὶς ἑκατοντάδες. Τὴ δεκάδα ἢ τὶς δεκάδες ποὺ τυχὸν συμπληρώνουν οἱ μονάδες προσθέτομε στὶς δεκάδες, καὶ τὴν ἑκατοντάδα ἢ τὶς ἑκατοντάδες ποὺ συμπληρώνουν οἱ δεκάδες προσθέτομε στὶς ἑκατοντάδες.

$$\begin{array}{r}
 \text{Ε. Δ. Μ.} \\
 1 \ 4 \ 5 \\
 1 \ 4 \ 4 \\
 1 \ 4 \ 6 \\
 \hline
 4 \ 3 \ 5
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \longrightarrow \text{Προσθετέοι} \\
 \longrightarrow \text{Ἀθροισμα}
 \end{array}$$

• Τοὺς ἀριθμοὺς 145, 144 καὶ 146 ποὺ προσθέσαμε τοὺς ὀνομάζομε **προσθετέους**. Τὸ 435 ποὺ βρήκαμε τ' ὀνομάζομε **ἄθροισμα**.

• Οἱ προσθετέοι καὶ τὸ ἄθροισμα εἶναι πάντοτε ποσὰ **ὁμοειδῆ**.

Οἱ ιδιότητες τῆς προσθέσεως

α) **Ἡ «ἀντιμεταθετικότητα»**: Ἄν στὸ πρόβλημα ποὺ λύσαμε ἀλλάξωμε τὴ σειρὰ τῶν προσθετέων, θὰ ἔχωμε πάντοτε τὸ ἴδιο ἄθροισμα· π.χ.

$$\begin{array}{r}
 144 \\
 + 145 \\
 \hline
 435
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 145 \quad \eta \quad 144 \\
 + 145 \\
 \hline
 435
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 146 \\
 \eta \quad 145 \\
 + 144 \\
 \hline
 435
 \end{array}$$

β) **Ἡ «προσεταιριστικότητα»**: Ἄν προσθέσωμε τοὺς δύο πρώτους προσθετέους καὶ στὸ ἄθροισμά τους τὸν τρίτο ἢ τὸν πρῶτο μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν δύο ἄλλων, θὰ ἔχωμε πάλι ἄθροισμα 435· π.χ. $(145 + 144) + 146 = 435$ ἢ $(144 + 146) + 145 = 435$ κλπ.

γ) Ἄν προσθέσωμε σὲ ὁποιοδήποτε ἀκέραιο ἀριθμὸ τὸ 0, ὁ ἀριθμὸς δὲν μεταβάλλεται· π.χ. $15 + 0 = 15$, $176 + 0$

= 176 κλπ. Γι' αυτό, τὸ μηδὲν λέγεται **οὐδέτερο στοι-
χείο** γιὰ τὴν πρόσθεσι.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) $102 + 98$ β) $105 + 95$ γ) $115 + 200$ δ) $200 + 315$
ε) $140 + 60$ στ) $145 + 155$ ζ) $395 + 405$ η) $310 + 690$ θ) $(6+5)$
+ 19 ι) $3 + (4+23)$

2. Γραπτῶς

α) $\begin{array}{r} 216 \\ 365 \\ + 673 \\ \hline \end{array}$	β) $\begin{array}{r} 304 \\ 493 \\ + 177 \\ \hline \end{array}$	γ) $\begin{array}{r} 617 \\ 708 \\ + 19 \\ \hline \end{array}$	δ) $\begin{array}{r} 713 \\ 298 \\ + 319 \\ \hline \end{array}$	ε) $\begin{array}{r} 310 \\ 301 \\ + 609 \\ \hline \end{array}$
στ) $\begin{array}{r} 362 \\ 810 \\ 608 \\ + 220 \\ \hline \end{array}$	ζ) $\begin{array}{r} 872 \\ 598 \\ 289 \\ + 176 \\ \hline \end{array}$	η) $\begin{array}{r} 1.001 \\ 608 \\ 110 \\ + 69 \\ \hline \end{array}$	θ) $\begin{array}{r} 904 \\ 33 \\ 890 \\ + 103 \\ \hline \end{array}$	ι) $\begin{array}{r} 1.200 \\ 199 \\ 86 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$

Προβλήματα προσθέσεως

1. Ὁ κύριος Μυλωνᾶς ἔχει τρία βαρέλια λάδι. Τὸ πρῶτο περιέχει 325 κιλά, τὸ δεύτερο 295 καὶ τὸ τρίτο 497. Πόσα κιλά ἔχουν καὶ τὰ τρία μαζί ;

2. Ὁ Παῦλος ἔχει στὴν ἀποθήκη του τέσσερα βαρέλια κρασί. Τὸ πρῶτο περιέχει 317 κιλά, τὸ δεύτερο 298, τὸ τρίτο 308 καὶ τὸ τέταρτο 283. Πόσα κιλά κρασί περιέχουν καὶ τὰ τέσσερα μαζί ;

3. Ὁ πατέρας τῆς Ἀθηνᾶς ἀγόρασε λάδι, τυρὶ καὶ ἄλλα τρόφιμα, γιὰ νὰ τὰ πάρουν μαζί τους στὴν ἐξοχή, ποὺ θὰ περνοῦσαν τὸ καλοκαίρι. Γιὰ τὸ λάδι πλήρωσε 318 δραχμὲς, γιὰ τὸ τυρὶ 296 καὶ γιὰ τὰ ὑπόλοιπα τρόφιμα 528. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε συνολικά ;

4. Ὁ κύριος Μυλωνᾶς τὸν Ὀκτώβριο πλήρωσε γιὰ τὸ τηλέφωνό του 315 δραχμὲς, γιὰ τὸ νερὸ 419, γιὰ τὸ φῶς 162 καὶ γιὰ διάφορες ἄλλες ἀνάγκες 697. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε συνολικά ;

5. 'Ο Νίκος αγόρασε από τρεις πελάτες του φασόλια με σκοπό νὰ τὰ ξαναπουλήσῃ. Ἀπὸ τὸν πρῶτο πῆρε 465 κιλά, ἀπὸ τὸν δεύτερο 497 καὶ ἀπὸ τὸν τρίτο 829. Πόσα κιλά φασόλια αγόρασε καὶ ἀπὸ τοὺς τρεῖς μαζί ;

6. 'Ο Σταμάτης εἰσέπραξε τὴ Δευτέρα 456 δραχμές, τὴν Τρίτη 615, τὴν Τετάρτη 216 καὶ τὴν Πέμπτη 619. Πόσες δραχμές εἰσέπραξε συνολικά ;

7. 'Ο Νικήτας κέρδισε τὴ Δευτέρα 212 δραχμές· τὴν Τρίτη 35 δρχ. περισσότερες· τὴν Τετάρτη 25 δρχ. περισσότερες ἀπ' ὅσες τὴ Δευτέρα· τὴν Πέμπτη 208 δρχ., τὴν Παρασκευή 22 δρχ. περισσότερες ἀπὸ τὴν Πέμπτη καὶ τὸ Σάββατο ὅσες τὴν Πέμπτη καὶ τὴν Παρασκευή μαζί. Πόσες δραχμές κέρδισε συνολικά ;

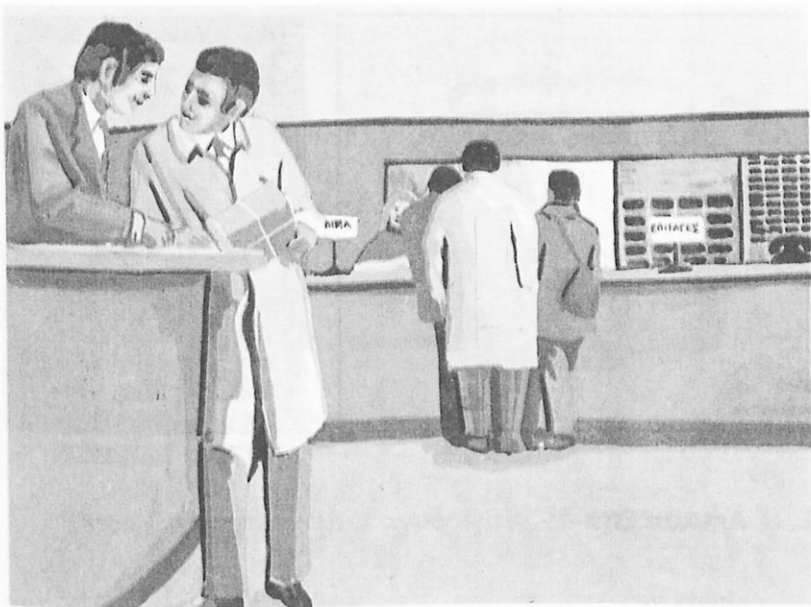
8. 'Ο Παῦλος πέρυσι πούλησε τὶς παρακάτω ποσότητες ζαχαρέως. Τὸ πρῶτο τρίμηνο 198 κιλά· τὸ δεύτερο 33 κιλά περισσότερα· τὸ τρίτο ὅσα τὸ πρῶτο καὶ τὸ δεύτερο μαζί καὶ τὸ τέταρτο ὅσα τὰ τρία πρῶτα καὶ 107 κιλά ἀκόμη. Πόσα κιλά ζαχαρι πούλησε συνολικά ;

9. 'Ο Γιώργος αγόρασε ἐλιές, λάδι, τυρὶ καὶ βούτυρο. Γιὰ τὶς ἐλιές ἔδωσε 315 δραχμές, γιὰ τὸ λάδι 256 δραχμές περισσότερες, γιὰ τὸ τυρὶ 329 δραχμές καὶ γιὰ τὸ βούτυρο ὅσες γιὰ τὶς ἐλιές, τὸ λάδι καὶ τὸ τυρὶ μαζί. Πόσες δραχμές πλήρωσε ;

10. 'Ο κύριος Μυλωνᾶς πέρυσι πούλησε τὶς ἐξῆς ποσότητες ρυζιοῦ. Τὸ πρῶτο τρίμηνο τοῦ πρώτου ἑξαμήνου 265 κιλά, τὸ δεύτερο τρίμηνο 307 κιλά καὶ τὸ δεύτερο ἑξάμηνο ὅσα τὸ πρῶτο καὶ 180 κιλά ἀκόμη. Πόσα κιλά ρύζι πούλησε ;

11. Ἕνας παντοπώλης δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἐμπορικὴ Τράπεζα ἓνα χρηματικὸ ποσό. Στὸ τέλος τοῦ προηγούμενου μηνὸς ἐπέστρεψε 936 δραχμές. Πόσα χρήματα δανείστηκε, ἂν ὀφείλῃ ἀκόμη 979 δραχμές ;



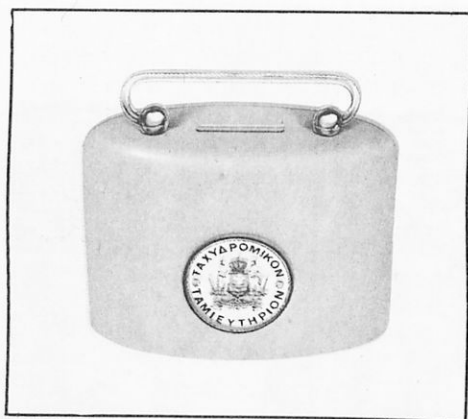


Τὸ Ταχυδρομεῖο

Τὰ Ταχυδρομεῖα εἶναι δημόσια καταστήματα. Οἱ ὑπάλληλοι ποὺ ἐργάζονται σ' αὐτὰ ἐκτελοῦν διάφορες ἐργασίες. Ἄλλοι πουλοῦν γραμματόσημα, ἄλλοι ταξινομοῦν τὶς ἐπιστολές καὶ ἄλλοι μοιράζουν τὶς ἐπιστολές στὶς πόλεις καὶ στὴν ὕπαιθρο.

Σὲ κάθε ταχυδρομικὸ κατάστημα ὑπάρχουν συνήθως δύο γραμματοκιβώτια. Τὸ ἓνα γιὰ τὶς ἐπιστολές ποὺ προορίζονται γιὰ τὸ ἐξωτερικὸ καὶ τὸ ἄλλο γι' αὐτὲς ποὺ προορίζονται γιὰ τὸ ἐσωτερικὸ. Στὰ γραμματοκιβώτια αὐτὰ συγκεντρώνονται πολλὲς ἐπιστολές, τὶς ὁποῖες παίρνουν οἱ ταξινομοὶ καί, ἀφοῦ τὶς ταξινομήσουν, τὶς δένουν σὲ εἰδικούς σάκκους καὶ τὶς ἀποστέλλουν στὸν προορισμὸ τους.

Μὲ τὸ Ταχυδρομεῖο μποροῦμε νὰ στείλωμε καὶ διάφορα χρηματικὰ ποσὰ (ἐπιταγές), καθὼς ἐπίσης καὶ μικρὰ δέματα.



2. Η ΑΦΑΙΡΕΣΙ

Πρόβλημα. Στο Ταχυδρομείο Λεβαδειᾶς ἔφτασαν χτὲς 138 ἐπιστολὲς καὶ μοιράστηκαν οἱ 123. Πόσες ἔμειναν γιὰ σήμερα ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσες ἐπιστολὲς ἀπέμειναν στὸ Ταχυδρομείο, γιὰ νὰ μοιραστοῦν σήμερα, πρέπει νὰ βγάλωμε ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ τῶν ἐπιστολῶν ποὺ ἔφτασαν στὸ Ταχυδρομείο τὸν ἀριθμὸ τῶν ἐπιστολῶν ποὺ μοιράστηκαν.

α) Παραστατικά

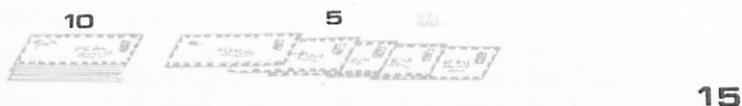
Οἱ ἐπιστολὲς ποὺ ἔφτασαν στὸ Ταχυδρομείο ἦταν :



Βγάζουμε τις ἐπιστολές που μοιράστηκαν :



Οἱ ἐπιστολές που ἀπέμειναν στοῦ Ταχυδρομεῖο ἦταν :



Ὡστε ἀπέμειναν στοῦ Ταχυδρομεῖο 15 ἐπιστολές.

Ἡ πράξι που κάναμε, γιὰ νὰ λύσουμε τὸ πρόβλημα, λέγεται **ἀφαίρεσι**.

Ἀφαίρεσι εἶναι ἡ πράξι μὲ τὴν ὁποία μειώνουμε ἓναν ἀριθμὸ μεγαλύτερο κατὰ τόσες μονάδες, ὅσες ἔχει ἓνας ἄλλος μικρότερος.

Ἀφαίρεσι κάνουμε, ὅταν θέλωμε νὰ βγάλουμε ἓναν ἀριθμὸ μικρότερο ἀπὸ ἓναν ἄλλο μεγαλύτερο.

β) Πρακτικὰ

Γράφουμε πρῶτα τὸν μεγαλύτερο ἀριθμὸ κι ἔπειτα, κάτω ἀπὸ αὐτόν, τὸν μικρότερο ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες, οἱ δεκάδες καὶ ἡ ἑκατοντάδα τοῦ μικρότερου νὰ εἶναι ἀντίστοιχα κάτω ἀπὸ τὶς μονάδες, τὶς δεκάδες καὶ τὴν ἑκατοντάδα τοῦ μεγαλύτερου. Μετὰ σύρουμε μιὰ ὀριζόντια γραμμὴ καὶ ἀρχίζουμε τὴν ἀφαίρεσι ἀπὸ τὶς μονάδες προχωρώντας πρὸς τὶς δεκά-

δες και τις εκατοντάδες. Πρέπει όμως να μην ξεχνούμε να προσθέτουμε στις δεκάδες κι εκατοντάδες του μικρότερου αριθμού τις δεκάδες ή εκατοντάδες που τυχόν δανειζόμαστε από τον μεγαλύτερο, για ν' αφαιρέσουμε τον μικρότερο.

$$\begin{array}{r}
 \text{Ε. Δ. Μ.} \\
 1 \ 3 \ 8 \longrightarrow \text{Μειωτέος} \\
 - 1 \ 2 \ 3 \longrightarrow \text{Αφαιρετέος} \\
 \hline
 1 \ 5 \longrightarrow \text{Υπόλοιπο ή διαφορά}
 \end{array}$$

Δύο ακόμη παραδείγματα :

$$\begin{array}{r}
 7 \ 1 \ 5 \\
 - 5 \ 2 \ 8 \\
 \hline
 1 \ 8 \ 7
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1 \ 5 \ 6 \ 3 \\
 - 1 \ 3 \ 7 \ 5 \\
 \hline
 1 \ 8 \ 8
 \end{array}$$

• Ο αριθμός, ο οποίος πρέπει να μειωθῇ (να μικρύνῃ) σὲ μιὰ ἀφαίρεσι, λέγεται **μειωτέος**.

• Ο αριθμός, ο οποίος πρέπει ν' ἀφαιρεθῇ (να βγῇ) ἀπὸ τὸν μειωτέο, λέγεται **ἀφαιρετέος**.

• Ο αριθμός που βρίσκουμε ἀπὸ τὴν ἐκτέλεσι τῆς πράξεως λέγεται **υπόλοιπο ή διαφορά**.

• Ο μειωτέος, ὁ ἀφαιρετέος καὶ τὸ υπόλοιπο εἶναι πάντοτε ποσὰ **ὁμοειδῆ**.

Ἀ σ κ ῆ σ ε ι ς

1. Ἀπὸ μνήμης

- α) $100 - 30$ β) $258 - 18$ γ) $1.000 - 300$ δ) $1.000 - 700$
 ε) $100 - 51$ στ) $200 - 101$ ζ) $400 - 201$ η) $2.000 - 1.100$
 θ) $1.900 - 800$ ι) $1.999 - 909$

2. Γραπτῶς

1. Νὰ κάμετε τὶς ἀφαιρέσεις :

$$\begin{array}{r}
 \alpha) \quad 473 \\
 - 385 \\
 \hline
 ;
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \beta) \quad 633 \\
 - 376 \\
 \hline
 ;
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \gamma) \quad 821 \\
 - 596 \\
 \hline
 ;
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \delta) \quad 1.201 \\
 - 340 \\
 \hline
 ;
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \epsilon) \quad 1.300 \\
 - 842 \\
 \hline
 ;
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \sigma\tau) \quad 1.804 \\
 - 1.087 \\
 \hline
 ;
 \end{array}$$

2. Να βρῆτε τοὺς ἀφαιρετέους ποὺ λείπουν :

$$\begin{array}{r} \alpha) 1.000 \\ - \quad ; \\ \hline 400 \end{array} \quad \begin{array}{r} \beta) 1.400 \\ - \quad ; \\ \hline 500 \end{array} \quad \begin{array}{r} \gamma) 1.222 \\ - \quad ; \\ \hline 222 \end{array} \quad \begin{array}{r} \delta) 1801 \\ - \quad ; \\ \hline 794 \end{array} \quad \begin{array}{r} \epsilon) 1.905 \\ - \quad ; \\ \hline 1.281 \end{array}$$

3. Να βρῆτε τοὺς μειωτέους ποὺ λείπουν :

$$\begin{array}{r} \alpha) \quad ; \\ - 137 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \beta) \quad ; \\ - 404 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} \gamma) \quad ; \\ - 529 \\ \hline 635 \end{array} \quad \begin{array}{r} \delta) \quad ; \\ - 1.208 \\ \hline 792 \end{array}$$

Προβλήματα ἀφαιρέσεως

1. Ἡ Καίτη χρεώθηκε ἀπὸ τὸν προϊστάμενο τοῦ Ταχυδρομείου 1.735 γραμματόσημα. Χτὲς καὶ προχτὲς πούλησε 1.497. Πόσα ἔχει ἀκόμη ;

2. Ἡ Χρυσάνθη χρεώθηκε τὴ Δευτέρα γραμματόσημα ἀξίας 1.692 δραχμῶν. Τὴν Τετάρτη τὸ μεσημέρι παρέδωσε στὸν προϊστάμενό της 1.553 δραχμές. Πόσες δραχμές πρέπει νὰ δώση ἀκόμη, γιὰ νὰ ξεχρεωθῇ ;

3. Ἕνας ἀγροτικός ταχυδρόμος ἔφυγε ἀπὸ τὸ Ταχυδρομεῖο του μὲ 308 ἐπιστολές. Ὅταν ἐπέστρεψε εἶχε μόνο 29. Πόσες ἐπιστολές μοίρασε ;

4. Ἄλλος ταχυδρόμος εἶχε μιὰ ἐπιταγὴ 1.755 δραχμῶν. Ἐδωσε στὸν παραλήπτη της 2.000. Πόσες δραχμές πῆρε ρέστα ;

5. Στὸ Ταχυδρομεῖο Λαμίας ἔφτασαν 1.362 δέματα. Ἀπὸ αὐτὰ 973 προωρίζονταν γιὰ τὴν Ἀθήνα καὶ τὰ ὑπόλοιπα γιὰ τὴ Θεσσαλονίκη. Πόσα δέματα προωρίζονταν γιὰ τὴ Θεσσαλονίκη ;

6. Στὸ Ταχυδρομεῖο τοῦ Πειραιᾶ ἔφτασαν 1.971 ἐπιστολές. Κατὰ τὴν ταξινόμησι βρέθηκαν ὅτι οἱ 783 προωρίζονταν γιὰ ναῦτες καὶ οἱ ὑπόλοιπες γιὰ τὴν πόλι. Πόσες ἐπιστολές προωρίζονταν γιὰ τὴν πόλι τοῦ Πειραιᾶ ;

7. Ἕνα ἀεροπλάνο τῆς Ὀλυμπιακῆς Ἀεροπορίας μετέφερε ἀπὸ τὸ Ἡράκλειο Κρήτης στὴν Ἀθήνα 25 ταχυδρομικοὺς σάκκους μὲ δέματα καὶ ἐπιστολές ποὺ ζύγιζαν 1.005 κιλά. Ἄν τὰ δέματα ἦταν 998 κιλά, πόσα κιλά ἦταν οἱ ἐπιστολές ;

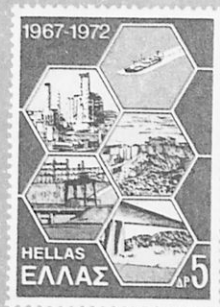
8. 'Ο Πέτρος πήγε να ταχυδρομήση στον αδερφό του, που υπηρετεί στρατιώτης, 1.105 δραχμές. Έδωσε στον υπάλληλο την έπιταγή και 2.000 δραχμές. Πόσα ρέστα θα πάρη ;

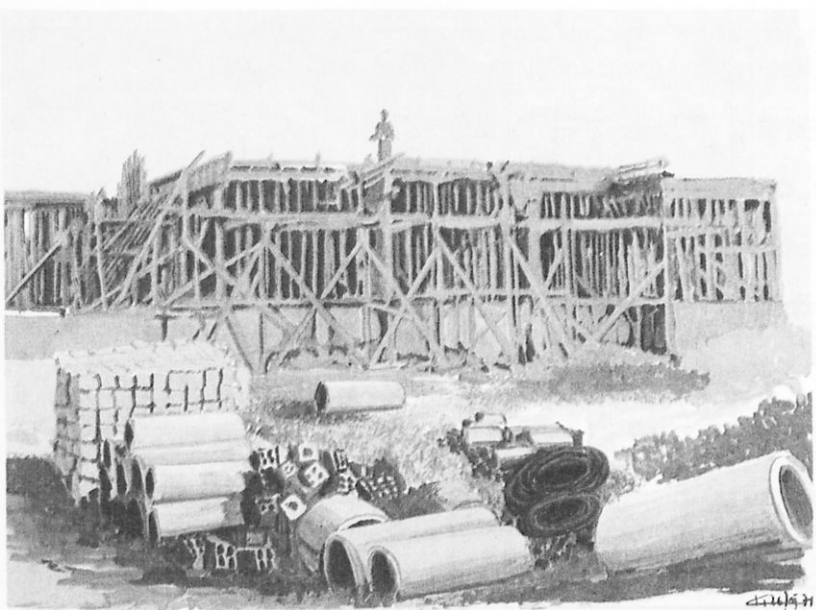
9. 'Η Μαρία έστειλε στην αδερφή της, την Παρασκευή, που σπουδάζει στην 'Αθήνα, μιὰ έπιταγή και τής περίσσεψαν 397 δραχμές. Πόσων δραχμών ήταν ή έπιταγή, αν ή Μαρία, προ- του τή στείλη, είχε 1.572 δραχμές ;

10. Δύο ταχυδρόμοι συναντήθηκαν στον δρόμο. 'Ο πρώτος, που είχε 317 έπιστολές, ρωτᾷ τὸν δεύτερο : πόσες έπιστολές έχεις ; Και ὁ δεύτερος άπαντᾷ : αν στις δικές μου έπιστολές προσθέσης τις δικές σου, όλες μαζί θα είναι 905. Πόσες έπιστολές είχε ὁ δεύτερος ;

11. Δύο ταχυδρομικοί σάκκοι περιείχαν 1.675 έπιστολές. 'Αν ὁ ένας περιείχε 798, πόσες περιείχε ὁ άλλος ;

12. 'Ενας ταχυδρόμος είχε 1.963 δραχμές. Πλήρωσε δύο έπιταγές. 'Η μιὰ ήταν 632 δραχμών. Πόσων δραχμών ήταν ή άλλη, αν του έμειναν 102 δραχμές ;





Ύλικά οικόδομῶν

Οικόδομικά ύλικά λέγονται τὰ ύλικά, τὰ ὅποια χρησιμοποιοῦν οἱ οἰκοδόμοι, γιὰ νὰ χτίζουν τὰ σπίτια, τὰ καταστήματα καὶ γενικὰ ὅλα τὰ κτίσματα, τὰ ὅποια ἐξυπηρετοῦν βασικὲς ἀνάγκες τῆς ζωῆς μας.

Τὰ ύλικά αὐτὰ πουλιοῦνται σὲ ὑπαίθριους συνήθως χώρους, ποὺ λέγονται μάντρες. Τέτοια ύλικά εἶναι : ἡ ἄμμος, οἱ πέτρες, τὰ μάρμαρα, τὰ τοῦβλα, τὰ κεραμίδια, οἱ τσιμεντόλιθοι, τὸ τσιμέντο, τὰ σίδερα, οἱ σωλῆνες, οἱ πλάκες, τὸ χαλίκι καὶ πολλὰ ἄλλα.

Οἱ οἰκοδόμοι ἀγοράζουν τὰ οἰκοδομικά ύλικά ἀπὸ τὶς μάντρες καὶ τὰ μεταφέρουν στοὺς τόπους ἐργασίας μὲ ἀνατρεπόμενα αὐτοκίνητα.

Στὰ χωριὰ καὶ στὶς μικρότερες πόλεις οἱ οἰκοδόμοι ὠριμένα οἰκοδομικά ύλικά, ὅπως τὶς πέτρες, τὴν ἄμμο, τὰ ξύλα

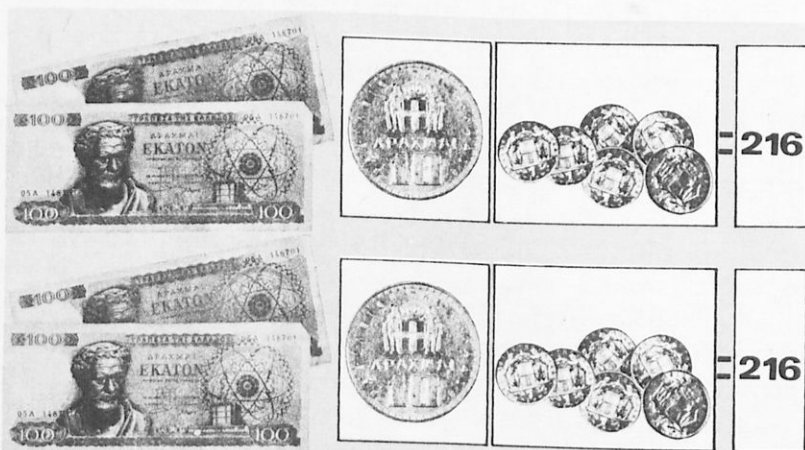
κλπ. δὲν τ' ἀγοράζουν ἀπὸ μάντρες, ἀλλὰ τὰ ἐτοιμάζουν οἱ ἴδιοι στὰ λατομεῖα (νταμάρια) ἢ στὸ δάσος.

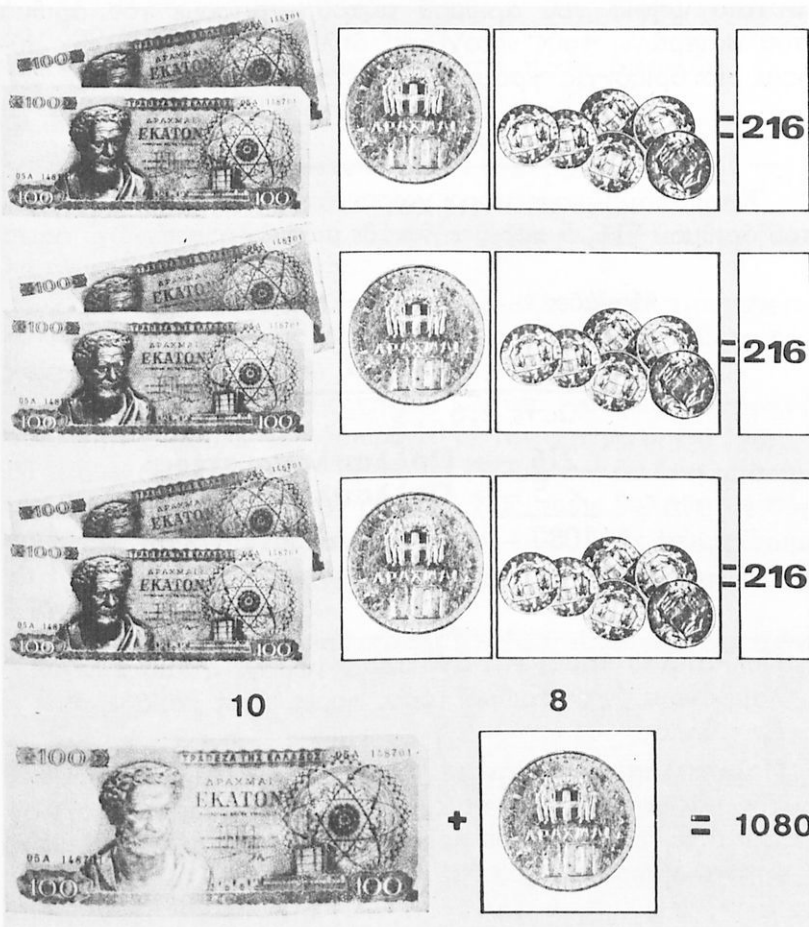
3. Ο ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

Πρόβλημα. Ὁ Θανάσης, ὁ οἰκοδόμος, ἀγόρασε ἀπὸ τὴ μάντρα τοῦ μπαρμπα-Νίκου 5 νεροχύτες μαρμαρίνους πρὸς 216 δραχμὲς τὸν ἓνα. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

Λύσι. Ἄν ὁ Θανάσης ἀγόραζε 1 νεροχύτη, θὰ ἔδινε στὸν μπαρμπα-Νικό 216 δραχμὲς. Ἄν ἀγόραζε 2 νεροχύτες, θὰ ἔδινε 2 φορές τὶς 216 δραχμὲς. Ἀφοῦ ὅμως ἀγόρασε 5 νεροχύτες, θὰ δώσῃ 5 φορές τὶς 216 δραχμὲς. Ἄρα, γιὰ νὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα, πρέπει νὰ ἐπαναλάβωμε τὸν ἀριθμὸ 216 (τὴν ἀξία δηλαδὴ τοῦ ἑνὸς νεροχύτη) 5 φορές (ὅσοι εἶναι οἱ νεροχύτες).

α) Παραστατικά





Ἀπάντησι. Ἄρα ὁ Θανάσης, γιὰ ν' ἀγοράσῃ τοὺς 5 νεροχύτες, πλήρωσε στὸν μπαρμπα-Νίκο 1.080 δρχ.

β) Πρακτικὰ

Γράφομε πρώτα τὸν ἀριθμὸ πού φανερώνει τὴν τιμὴ τοῦ ἑνὸς νεροχύτη, δηλαδὴ τὸ 216. Μετά, κάτω ἀπὸ τὸ τε-

λευταίο ψηφίο του αριθμού αυτού, γράφουμε τον αριθμό που φανερώνει τους νεροχύτες, δηλαδή το 5. Έπειτα σύρομε μια οριζόντια γραμμή. Νά, έτσι :

$$\begin{array}{r} \text{Τιμή ενός νεροχύτη } 216 \\ \times \text{ νεροχύτες } 5 \\ \hline \end{array}$$

Έπαναλαμβάνομε τώρα χωριστά τις τάξεις των ψηφίων του αριθμού 216, 5 φορές την κάθε μία.

	X. E. Δ. M.
Μονάδες $6 \times 5 =$	3 0
Δεκάδες $1 \times 5 =$	5
Έκατοντάδες $2 \times 5 =$	1 0
“Ωστε $216 \times 5 =$	1 0 8 0 ή
$216 \rightarrow$	Πολλαπλασιαστέος
$\times 5 \rightarrow$	Πολλαπλασιαστής
$1080 \rightarrow$	Γινόμενο

Η πράξι που κάναμε λέγεται **πολλαπλασιασμός**.

Πολλαπλασιασμός είναι ή πράξι με την οποία έπαναλαμβάνομε έναν αριθμό τόσες φορές, όσες μονάδες έχει ένας άλλος.

Πολλαπλασιασμό κάνομε, όταν γνωρίζωμε την αξία της μιάς μονάδας ενός πράγματος και ζητούμε να βρούμε την αξία των πολλών μονάδων του ή όταν θέλωμε να έπαναλάβωμε έναν αριθμό πολλές φορές.

● Στόν πολλαπλασιασμό έχομε δύο αριθμούς: τόν **πολλαπλασιαστέο** και τόν **πολλαπλασιαστή**. Καί οί δύο μαζί λέγονται **παράγοντες**.

● ‘Ο αριθμός, ό όποιος φανερώνει κάτι, λέγεται **συγκεκριμένος**. ‘Ο αριθμός, ό όποιος δέν φανερώνει τίποτε, λέγεται **άφηρημένος**.

● ‘Ο πολλαπλασιαστής θεωρεΐται πάντοτε ώς άφηρημένος αριθμός.

● Τὸν νέο ἀριθμὸ πού βρίσκουμε ἀπὸ τὴν πράξι τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τὸν ὀνομάζουμε **γινόμενο**. Ὁ πολλαπλασιαστέος καὶ τὸ γινόμενο εἶναι πάντοτε ποσὰ **ὁμοειδῆ**.

Οἱ ιδιότητες τοῦ πολλαπλασιασμοῦ

α) **Ἡ «ἀντιμεταθετικότητα»**: Μποροῦμε καὶ στὸν πολλαπλασιασμό, ὅπως καὶ στὴν πρόσθεσι, ν' ἀλλάξουμε τὴ σειρά τῶν παραγόντων, χωρὶς νὰ ἔχουμε ἀντίστοιχη ἀλλαγὴ τοῦ γινομένου· π.χ.

$216 \times 5 = 1.080$ ἢ $5 \times 216 = 1.080$. Ἡ «ἀντιμεταθετικότητα» ἰσχύει στὸν πολλαπλασιασμό, μόνο ὅταν οἱ παράγοντες εἶναι ἀφηρημένοι ἀριθμοί.

β) **Ἡ «ἐπιμεριστικότητα»**: Ἀς ὑποθέσωμε ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τὸν ἀριθμὸ 10 μὲ τὸν ἀριθμὸ 6. Θὰ ἔχουμε: $10 \times 6 = 60$. Τὸ ἴδιο γινόμενο θὰ ἔχουμε, καὶ ἂν ἐπιμερίσωμε τὸν ἀριθμὸ 10 (ἢ καὶ τὸν 6), τὸν χωρίσωμε δηλαδὴ σὲ δύο ἀριθμούς, πού νὰ ἔχουν ἄθροισμα 10 (ἢ 6). Ἀς ἐπιμερίσωμε τὸ 10 σὲ 7 καὶ 3. Θὰ ἔχουμε $6 \times 10 = 6 \times (7 + 3) = 6 \times 7 + 6 \times 3 = 42 + 18 = 60$.

γ) **Ἡ «προσεταιριστικότητα»**: Ἀς ὑποθέσωμε τώρα ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τοὺς ἀριθμούς $3 \times 4 \times 5$. Παρατηροῦμε ὅτι: $(3 \times 4) \times 5 = 12 \times 5 = 60$, $3 \times (4 \times 5) = 3 \times 20 = 60$, δηλαδὴ $(3 \times 4) \times 5 = 3 \times (4 \times 5)$. Ὡστε, σ' ἓνα γινόμενο τριῶν παραγόντων, τὸ γινόμενο τῶν δύο πρώτων ἐπὶ τὸν τρίτο ἰσοῦται μὲ τὸν πρῶτο ἐπὶ τὸ γινόμενο τῶν δύο ἄλλων.

δ) Κάθε ἀριθμός, ὅταν πολλαπλασιαστῇ μὲ τὸ μηδέν, μηδενίζεται· π.χ. $5 \times 0 = 0$, $7 \times 0 = 0$, $0 \times 15 = 0$, $145 \times 0 = 0$ κλπ.

Ἀ σ κ ή σ ε ι ς

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 3×10 β) 10×3 γ) 10×30 δ) 30×10 ε) 11×30
στ) $5 \times 2 \times 4$ ζ) $5 \times 1 \times 0$ η) $10 \times (5 + 4)$ θ) $5 \times (8 + 6)$
ι) $6 \times (10 + 5)$ ια) 0×10 ιβ) $5 \times (0 + 1)$
ιγ) $0 \times (9 + 6)$ ιδ) $3 \times 5 \times 0$ ιε) $2 \times 10 \times 15$

2. Γραπτῶς

Νὰ κάμετε τοὺς πολλαπλασιασμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν :

$$\begin{array}{r} \alpha) \ 235 \\ \times \ 8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \beta) \ 156 \\ \times \ 9 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \gamma) \ 189 \\ \times \ 9 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \delta) \ 325 \\ \times \ 6 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \epsilon) \ 448 \\ \times \ 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sigma\tau) \ 124 \\ \times \ 12 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \zeta) \ 108 \\ \times \ 15 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \eta) \ 19 \\ \times \ 102 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \theta) \ 85 \\ \times \ 23 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \iota) \ 14 \\ \times \ 127 \\ \hline \end{array}$$

Προβλήματα πολλαπλασιασμοῦ

1. Ὁ μπαρμπα-Νίκος πούλησε 85 σακκιά τσιμέντο πρὸς 23 δρχ. τὸ ἓνα. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

2. Ὁ Θανάσης ἀγόρασε ἀπὸ τὴ μάντρα τοῦ μπαρμπα-Κώστα 75 πῆλινους σωλῆνες πρὸς 25 δρχ. τὸν ἓνα. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

3. Ὁ ἴδιος οἰκοδόμος ἀγόρασε καὶ 329 κιλά σίδερα πρὸς 5 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

4. Ὁ Γιώργος ἔχει ἀνατρεπόμενο αὐτοκίνητο καὶ συμφώνησε νὰ μεταφέρει στὴν οἰκοδομὴ τοῦ Θανάση 18 φορτία ἄμμου πρὸς 110 δραχμὲς τὸ ἓνα. Πόσες δραχμὲς θὰ πάρῃ ;

5. Ὁ μπαρμπα-Κώστας θέλησε νὰ τακτοποιήσῃ καλύτερα τὰ ὑλικά ποὺ εἶχε στὴ μάντρα του. Γιὰ τὸν σκοπὸ αὐτὸ πῆρε 11 ἐργάτες, οἱ ὅποιοι σὲ μιὰ μέρα τακτοποίησαν τὰ ὑλικά. Πόσες δρχ. τοῦ στοίχισε ἡ τακτοποίησι τῶν ὑλικῶν, ἂν πλήρωσε τὸν κάθε ἐργάτη 175 δραχμὲς ;

6. Ὁ Γιώργος μετέφερε στὴ μάντρα τοῦ μπαρμπα-Νίκου 425 σακκιά τσιμέντο πρὸς 3 δραχμὲς τὸ ἓνα. Πόσες δραχμὲς θὰ πάρῃ ;

7. Ὁ Χρήστος, ὁ σοβατζής, ἀγόρασε 32 σακκιά μαρμαρό-σκονη πρὸς 45 δραχμὲς τὸ ἓνα. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

8. Ὁ Θανάσης ἀγόρασε 25 ζεύγη καδρονιῶν πρὸς 40 δραχμὲς τὸ ἓνα καδρόνι. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

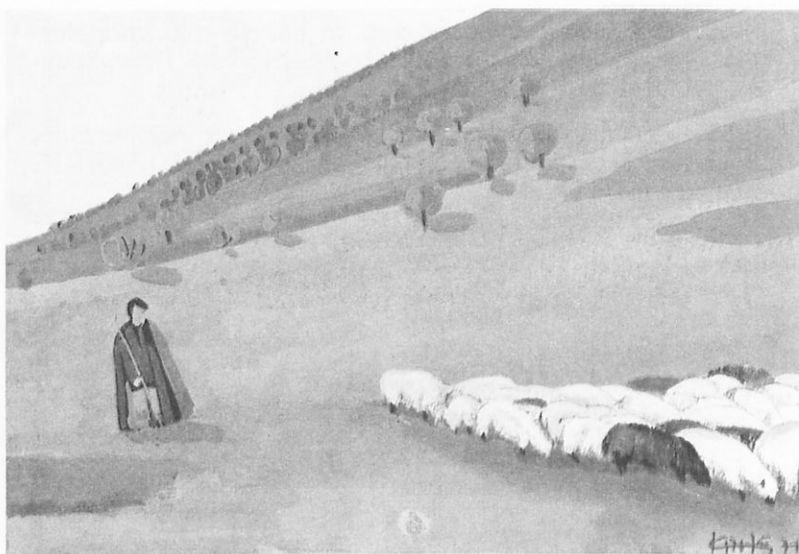
9. Ὁ μπαρμπα-Κώστας πούλησε 15 μεταλλικοὺς σωλῆνες. Κάθε σωλῆνας εἶχε μῆκος 12 μέτρα. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε, ἂν τοὺς πούλησε πρὸς 10 δραχμὲς τὸ μέτρο ;

10. Ὁ Θανάσης ἀγόρασε ἀπὸ γῆ μάντρα τοῦ μπαρμπανίκου 4 κουλλοῦρες σύρμα πρὸς 9 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε, ἂν ἡ κάθε κουλλοῦρα ζυγίζει 55 κιλά ;

11. Ἕνας οἰκοδόμος ἀγόρασε 12 μεταλλικοὺς σωλῆνες πρὸς 18 δραχμὲς τὸ μέτρο. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε, ἂν τὸ μήκος κάθε σωλήνα ἦταν 8 μέτρα ;

12. Ἕνας ἠλεκτρολόγος ἀγόρασε 2 κουλλοῦρες καλώδιο πρὸς 17 δραχμὲς τὸ μέτρο. Πόσα χρήματα πλήρωσε, ἂν ἡ κάθε κουλλοῦρα εἶχε μήκος 54 μέτρα ;





Ἡ σtάνη τοῦ γερο-Μῆτροῦ

Ὁ γερο-Μῆτρος εἶναι κτηνοτρόφος. Τὴν ἀνοιξι ἀνεβαίνει μετὰ τὰ κοπάδια του καὶ τοὺς ὑποτακτικούς του ἀπὸ τὰ χειμαδιὰ ψηλὰ στὶς κορφὲς τῶν Ἀγραφῶν. Ἐκεῖ σὲ μιὰ μαγευτικὴ ραχοῦλα, κάτω ἀπὸ γέρικα ἔλατα, τακτοποιεῖ τὴν σtάνη του.

Ἀπὸ τὸ γάλα τῶν κοπαδιῶν του ὁ γερο-Μῆτρος, μετὰ τὴν πολύχρονη πείρα ποὺ τὸν διακρίνει, θὰ πῆξη τὸ γιαούρτι τὴ φέτα ἢ θὰ κάμη στὸ τυροκομεῖο του τὸ κεφαλοτύρι, τὸ μανούρι, τὴ μυζήθρα, τὸ βούτυρο κλπ.

Ὅλα αὐτὰ, ποὺ μετὰ τόση τέχνη καὶ προσοχὴ ἐτοιμάζει ὁ γερο-Μῆτρος, τὰ πουλάει καὶ κερδίζει ἄρκετὰ χρήματα. Μετὰ τὰ χρήματα αὐτὰ νοικιάζει τὰ λιβάδια ποὺ βόσκουν τὰ κοπάδια του καὶ πληρώνει τοὺς τσοπάνηδες, τοὺς φόρους, τὰ ἔξοδα τῶν παιδιῶν του ποὺ σπουδάζουν στὴν Ἀθῆνα κλπ.

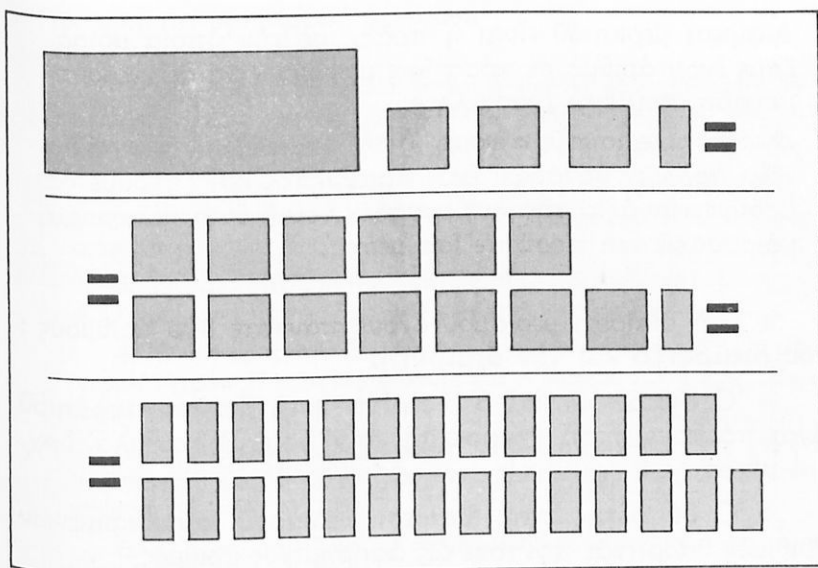
4. Η ΔΙΑΙΡΕΣΙ

1) Ἡ διαίρεσι μερισμοῦ

Πρόβλημα. Ὁ γερο-Μῆτρος πούλησε 5 κιλά τυρὶ καὶ εἰσέπραξε 135 δραχμὲς. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ 1 κιλό ;

Λύσι. Γιά νὰ βροῦμε πόσες δραχμὲς πούλησε ὁ γερο-Μῆτρος τὸ ἓνα κιλό τυρὶ, πρέπει νὰ βροῦμε πόσες φορές χωράει τὸ 5 μέσα στὸ 135 ἢ νὰ μοιράσωμε τίς 135 δραχμὲς σὲ 5 ἴσα μέρη.

α) Παραστατικὰ



Τὸ 5 μέσα στὸ 135 χωράει 27 φορές.

Ἀπάντησι. Ἄρα ὁ γερο-Μῆτρος πούλησε τὸ τυρὶ πρὸς 27 δραχμὲς τὸ 1 κιλό.

β) Πρακτικά

Γράφουμε πρώτα τὸν ἀριθμὸ πού θέλουμε νὰ μοιράσωμε, δηλαδή τὸ 135. Ἐπειτα, δίπλα του καὶ πρὸς τὰ δεξιὰ, γράφουμε τὸν ἀριθμὸ πού μᾶς λέει σὲ πόσα ἴσα μέρη πρέπει νὰ μοιράσωμε τὸ 135, δηλαδή τὸ 5. Νά, ἔτσι :

$$\begin{array}{rcll} \text{Διαιρετέος} & \leftarrow 1'3'5' & \begin{array}{r|l} 5 & \rightarrow \text{Διαιρέτης} \\ 35 & 27 \rightarrow \text{Πηλίκο} \\ 0 & \end{array} & \\ \text{Ὑπόλοιπο} & \leftarrow & \rightarrow \text{Σημεῖο τῆς διαιρέσεως} & \end{array}$$

Ἡ πρᾶξι πού κάναμε, γιὰ νὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα, λέγεται **διαίρεσι μερισμοῦ**.

Διαίρεσι μερισμοῦ εἶναι ἡ πρᾶξι μὲ τὴν ὁποία μοιράζουμε ἓναν ἀριθμὸ σὲ τόσα ἴσα μερίδια, ὅσα δείχνουν οἱ μονάδες πού ἔχει ἓνας ἄλλος.

Διαίρεσι μερισμοῦ κάνουμε, ὅταν γνωρίζουμε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μονάδων ἐνὸς πράγματος καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας του ἢ ὅταν θέλωμε νὰ μοιράσωμε ἓνα ποσὸ σὲ ἴσα μέρη.

● Στὴ διαίρεσι μερισμοῦ ἔχομε πάντοτε δύο ἀριθμούς : τὸν **διαιρετέο** καὶ τὸν **διαιρέτη**.

● Ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης στὴ διαίρεσι μερισμοῦ εἶναι πάντοτε ποσὰ **ἑτεροειδῆ**· π.χ. δραχμὲς καὶ κιλά, δρχ. καὶ μέτρα.

● Ὁ διαιρέτης στὴ διαίρεσι μερισμοῦ συγκεκριμένων ἀριθμῶν θεωρεῖται πάντοτε ὡς ἀφηρημένος ἀριθμός.

● Ὁ ἀριθμὸς πού ἐξάγεται ἀπὸ τὴν πρᾶξι τῆς διαιρέσεως ὀνομάζεται **πηλίκο**.

● Ὅταν ἡ πρᾶξι τῆς διαιρέσεως ἀφήνῃ ὑπόλοιπο μηδέν, λέγεται **τελεία**. Ὅταν ἀφήνῃ ὑπόλοιπο ἄλλον ἀριθμὸ (ἐκτὸς ἀπὸ μηδέν), λέγεται **ἀτελής**.

Άσκσεις

1. Από μνήμης

α) $15 : 3$ β) $25 : 5$ γ) $36 : 6$ δ) $45 : 9$ ε) $80 : 8$
στ) $99 : 9$ ζ) $100 : 10$ η) $90 : 15$ θ) $100 : 20$ ι) $150 : 50$
ια) $1.000 : 100$ ιβ) $2.000 : 200$

2. Γραπτώς

α) $150 : 3$ β) $225 : 9$ γ) $378 : 6$ δ) $770 : 7$ ε) $864 : 8$
στ) $936 : 9$ ζ) $1.008 : 36$ η) $1.350 : 25$ θ) $1.540 : 44$
ι) $1.638 : 63$ ια) $1.610 : 35$ ιβ) $1.863 : 69$ ιγ) $1.500 : 125$
ιδ) $1.375 : 125$ ιε) $1.632 : 136$ ιστ) $1.450 : 145$ ιζ) $1.692 : 188$
ιη) $2.000 : 250$

Προβλήματα διαιρέσεως μερισμού

1. Ο κ. Νίκος αγόρασε από τη στάνη του γερο-Μήτρου 6 δοχεία γάλα για τις ανάγκες του γαλακτοπωλείου του και πλήρωσε 354 δραχμές. Πόσες δραχμές αγόρασε το 1 δοχείο ;

2. Ο Ντίνος αγόρασε από τη στάνη του γερο-Μήτρου 7 γέρικα πρόβατα και πλήρωσε 1.925 δρχ. Πόσες δραχμές αγόρασε το ένα ;

3. Ο γερο-Μήτρος πούλησε 32 κιλά βούτυρο και εισέπραξε 1.792 δραχμές. Πόσες δραχμές πούλησε το ένα κιλό ;

4. Ο πατέρας του Δημητράκη αγόρασε από τη στάνη του γερο-Μήτρου 37 κιλά κεφαλοτύρι και πλήρωσε 1.591 δρχ. Πόσο αγόρασε το ένα κιλό ;

5. Ο γερο-Μήτρος αγόρασε 1.950 κιλά καλαμπόκι, για να περιποιηθή 65 αδύνατα ζώα του. Πόσα κιλά αναλογούν στο καθένα ;

6. Ο μπαρμπα-Γιώργος πούλησε 68 κιλά μυζήθρα και πήρε 1.904 δρχ. Πόσες δραχμές πούλησε το ένα κιλό ;

7. Ο ίδιος αγόρασε για τις ανάγκες της οικογένειάς του 72 κιλά λάδι και πλήρωσε 1.944 δραχ. Πόσο αγόρασε το ένα κιλό ;

8. Ο γερο-Μήτρος πούλησε την άνοιξη 255 κιλά γάλα και πήρε 1.350 δρχ. Πόσες δραχμές πούλησε το ένα κιλό ;

9. 'Ο ίδιος πούλησε καὶ 166 κιλά γιαούρτι καὶ πῆρε 1.992 δρχ. Πόσο πούλησε τὸ ἓνα κιλό ;

10. 'Ο μπαρμπα-Γιώργος πούλησε 118 κιλά μαλλιά καὶ πῆρε 1.888 δρχ. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ ἓνα κιλό ;

2) Ἡ διαίρεσι μετρήσεως

Πρόβλημα. 'Ο γερο-Μῆτρος ἄδειασε ἀπὸ ἓνα μεγάλο βαρέλι 150 κιλά τυρὶ σὲ δοχεῖα, πού τὸ καθένα χωροῦσε 15 κιλά. Πόσα τέτοια δοχεῖα γέμισε ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε σὲ πόσα δοχεῖα τῶν 15 κιλῶν ἄδεια-σε ὁ γερο-Μῆτρος τὰ 150 κιλά τυρὶ ἀπὸ τὸ μεγάλο βαρέλι, πρέπει νὰ μετρήσωμε πόσες φορές χωράει ὁ ἀριθμὸς 15 μέσα στὸν ἀριθμὸ 150. Πρέπει δηλαδὴ νὰ διαιρέσωμε τὸ 150 μὲ τὸ 15.

α) Παραστατικά

150 κιλά



$$\begin{array}{r} 150 - 15 = 135 \\ 135 - 15 = 120 \\ 120 - 15 = 105 \\ 105 - 15 = 90 \\ 90 - 15 = 75 \\ 75 - 15 = 60 \\ 60 - 15 = 45 \\ 45 - 15 = 30 \\ 30 - 15 = 15 \\ 15 - 15 = 0 \end{array}$$



15 κιλά



Ἀπάντησι. Ὡστε ὁ γερο-Μῆτρος μὲ τὰ 150 κιλά τυρὶ γέμισε 10 δοχεῖα τῶν 15 κιλῶν.

β) Πρακτικά

Γράφουμε πρώτα τὸν ἀριθμὸ, ὁ ὁποῖος φανερώνει τὰ κιλὰ πὺν ἔχει τὸ βαρέλι, δηλαδή τὸ 150. Δίπλα ἀπὸ αὐτὸν καὶ πρὸς τὰ δεξιὰ του γράφουμε τὸν ἀριθμὸ, ὁ ὁποῖος φανερώνει τὰ κιλὰ πὺν χωράει τὸ καθένα ἀπὸ τὰ δοχεῖα, δηλαδή τὸ 15. Νά, ἔτσι :

$$\begin{array}{r|l} \text{Διαιρετέος} \leftarrow 150' & 15 \rightarrow \text{Διαιρέτης} \\ \text{Ὑπόλοιπο} \leftarrow 00 & 10 \rightarrow \text{Πηλίκο} \\ & \longrightarrow \text{Σημεῖο τῆς διαιρέσεως} \end{array}$$

Ἀπὸ τὰ παραπάνω καταλήγουμε στὸ συμπέρασμα ὅτι :

Διαιρέσι μετρήσεως εἶναι ἡ πράξι μετὴν ὁποία βρίσκουμε πόσες φορές χωράει ἓνας ἀριθμὸς σ' ἓναν ἄλλο.

Διαιρέσι μετρήσεως κάνουμε, ὅταν γνωρίζουμε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μονάδων ἑνὸς πράγματος καὶ τὴν ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας του καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὶς πολλὲς μονάδες; ἢ ὅταν θέλουμε νὰ βροῦμε πόσες φορές ἓνας ἀριθμὸς περιέχεται σ' ἓναν ἄλλο.

● Ὅπως στὴ διαιρέσι μερισμοῦ ἔτσι καὶ στὴ διαιρέσι μετρήσεως ἔχουμε πάντοτε δύο ἀριθμούς : τὸν **διαιρετέο** καὶ τὸν **διαιρέτη**.

● Ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης στὴ διαιρέσι μετρήσεως εἶναι πάντοτε ποσὰ **ὁμοειδῆ**· π.χ. κιλὰ καὶ κιλὰ κλπ.

● Ὁ ἀριθμὸς πὺν ἐξάγεται ἀπὸ τὴν πράξι τῆς διαιρέσεως ὀνομάζεται **πηλίκο**.

● Ὅταν ἡ πράξι τῆς διαιρέσεως ἀφήνῃ ὑπόλοιπο μηδέν, λέγεται **τελεία**. Ὅταν ἀφήνῃ ὑπόλοιπο ἄλλον ἀριθμὸ, λέγεται **ἀτελής**.

Άσκήσεις

1. Από μνήμης

α) $81 : 9$ β) $105 : 5$ γ) $210 : 2$ δ) $250 : 5$ ε) $500 : 10$
στ) $600 : 6$ ζ) $230 : 10$ η) $1.000 : 50$ θ) $1.500 : 15$
ι) $1.800 : 180$ ια) $2.000 : 100$ ιβ) $2.000 : 500$

2. Γραπτώς

α) $1.955 : 25$ β) $1.711 : 50$ γ) $1.650 : 75$ δ) $1.859 : 11$
ε) $1.980 : 99$ στ) $1.875 : 75$ ζ) $2.000 : 65$ η) $1.908 : 81$
θ) $1.050 : 25$ ι) $1.625 : 45$ ια) $1.020 : 34$ ιβ) $2.000 : 125$
ιγ) $1.800 : 150$ ιδ) $1.238 : 119$ ιε) $1.632 : 408$ ιστ) $1.835 : 145$
ιζ) $2.000 : 154$ ιη) $1.909 : 173$

Προβλήματα διαιρέσεως μετρήσεως

1. Ο γερο-Μήτρος πούλησε βούτυρο πρὸς 56 δραχμὲς τὸ κιλό καὶ εἰσέπραξε 1.680 δραχμὲς. Πόσα κιλά πούλησε ;

2. Ο πατέρας τῆς Ἀθηνᾶς ἀγόρασε ἀπὸ τὴ στάνη τοῦ γερο-Μήτρου μανούρι πρὸς 65 δραχμὲς τὸ κιλό καὶ πλήρωσε 1.755 δραχμὲς. Πόσα κιλά ἀγόρασε ;

3. Ἡ κυρα-Μήτηραινα ἀγόρασε νῆμα, γιὰ νὰ ὑφάνη φλοκάτες στὸν ἀργαλειό πρὸς 64 δραχμὲς τὸ κιλό καὶ πλήρωσε 1.984 δραχμὲς. Πόσα κιλά νῆμα ἀγόρασε ;

4. Ἡ μητέρα τῆς Καίτης ἀγόρασε ἀπὸ τὴ στάνη τοῦ μπαρμπα-Γιώργου τυρὶ φέτα πρὸς 32 δραχμὲς τὸ κιλό καὶ πλήρωσε 1.952 δραχμὲς. Πόσα κιλά τυρὶ ἀγόρασε ;

5. Ο μπαρμπα-Γιώργος θέλει νὰ βάλῃ σὲ βαρέλια τῶν 25 κιλῶν 1.975 κιλά τυρὶ. Πόσα βαρέλια θὰ χρειαστῇ ;

6. Ἡ κυρα-Μήτηραινα ἀνέλαβε νὰ βάλῃ σὲ δοχεῖα τῶν 45 κιλῶν 1.890 κιλά τυρὶ. Πόσα δοχεῖα θὰ χρειαστῇ ;

7. Ο γερο-Μήτρος ἀγόρασε βαρέλια πρὸς 135 δραχμὲς τὸ ἕνα καὶ πλήρωσε 1.890 δραχμὲς. Πόσα βαρέλια ἀγόρασε ;

8. 'Ο μπαρμπα-Γιώργος αγόρασε δοχεία πρὸς 144 δραχμὲς τὴ δωδεκάδα καὶ πλῆρωσε 1.872 δραχμὲς. Πόσες δωδεκάδες δοχεία αγόρασε ;

9. 'Ο γερο-Μήτηρος αγόρασε ἀλεύρι πρὸς 263 δραχμὲς τὸ τσουβάλι καὶ πλῆρωσε 1.888 δραχμὲς. Πόσα τσουβάλια ἀλεύρι αγόρασε ;

10. 'Ο Τάσος ἐργάζεται στὸ τυροκομεῖο τοῦ γερο-Μήτρου καὶ παίρνει 117 κιλά τυρὶ τὸ μῆνα. Ὄταν ἔφυγε πῆρε 702 κιλά τυρὶ. Πόσους μῆνες ἐργάστηκε ;

Προβλήματα τῶν τεσσάρων πράξεων

1. Ἡ κυρα-Νίκη αγόρασε 12 κιλά ἐλιές πρὸς 31 δραχμὲς τὸ κιλό καὶ διάφορα ἄλλα τρόφιμα. Ἀγόρασε ἀκόμη κι ἓνα ἡλεκτρικὸ σίδερο ἀξίας 439 δραχμῶν. Πλήρωσε συνολικὰ 1.002 δραχμὲς. Πόσο αγόρασε τὰ τρόφιμα ;

2. 'Ο πατέρας τῆς Ἀθηνᾶς αγόρασε 5 κιλά ρύζι πρὸς 11 δραχμὲς τὸ κιλό, 7 κιλά λάδι πρὸς 32 δραχμὲς τὸ κιλό καὶ 8 κιλά βούτυρο πρὸς 56 δραχμὲς τὸ κιλό. Ἔδωσε στὸν παντοπώλη ἓνα χιλιόδραχμο. Πόσα ρέστα θὰ πάρη ;

3. Δύο γεωργοὶ ἔλλαξαν φασόλια μὲ φακές. 'Ο α' ἔδωσε στὸν β' 3 σακκιά φασόλια, ποὺ τὸ καθένα ζύγιζε 50 κιλά, καὶ ὁ β' στὸν α' 4 σακκιά φακές, ποὺ τὸ καθένα ζύγιζε 45 κιλά. Τὰ φασόλια τὰ ὑπολόγισαν πρὸς 12 δραχμὲς τὸ κιλό καὶ τὶς φακές πρὸς 10 δραχμὲς. Χρωστάει κανεὶς στὸν ἄλλο καὶ πόσες δραχμὲς ;

4. 'Ο κύριος Μυλωνᾶς αγόρασε 4 χαρτοκιβώτια τοματοπολτοῦ. Τὸ κάθε χαρτοκιβώτιο περιεῖχε 6 δοχεῖα καὶ κάθε δοχεῖο 5 κιλά τοματοπολτοῦ. Πόσες δραχμὲς κέρδισε, ἂν αγόρασε τὸ κιλό πρὸς 13 δραχμὲς καὶ τὸ πούλησε πρὸς 15 ;

5. 'Ο μπαρμπα-Κώστας πούλησε 445 κιλά σίδερα πρὸς 4 δραχμὲς τὸ κιλό. Τὰ χρήματα ποὺ εἰσέπραξε τὰ διέθεσε, γιὰ ν' ἀγοράσῃ 89 σωλῆνες πῆλινους. Πόσο αγόρασε τὸν ἓνα ;

6. 'Ο μπαρμπα-Νίκος πούλησε 85 σακκιά τσιμέντο καὶ πῆρε 1.870 δρχ. Πόσες δραχμὲς αγόρασε τὸ ἓνα σακκί, ἂν κέρδισε ἀπ' ὅλα 340 δραχμὲς ;

7. 'Ο γερο-Μήτηρος πούλησε 47 κιλά κεφαλοτύρι πρὸς 42 δραχμὲς τὸ κιλό. Μὲ τὰ χρήματα ποὺ εἰσέπραξε αγόρασε 27

κιλά λάδι και του έμειναν 1.110 δραχμές. Πόσο αγόρασε το ένα κιλό λάδι ;

8. Κάποιος παντοπώλης αγόρασε 140 κιλά φασόλια και πλήρωσε 1.680 δρχ. Αφού πούλησε 125 κιλά, είσέπραξε τα χρήματα που έδωσε να τ' αγοράσει και 70 δραχμές ακόμη. Πόσες δραχμές πούλησε το ένα κιλό ;

9. Ο κύριος Μυλωνάκης είχε στο κατάστημά του ρύζι αξίας 1.944 δραχμών. Πούλησε κάμποσα κιλά προς 12 δραχμές το ένα. Το υπόλοιπο αξίζει 340 δραχμές. Πόσα κιλά ρύζι πούλησε ;

10. Κάποιος ταχυδρόμος είχε στην τσάντα του 107 επιστολές συστημένες και άπλές. Οι άπλές ήταν 27 περισσότερες από τις συστημένες. Πόσες ήταν οι άπλές και πόσες οι συστημένες ;

11. Η Χρυσάνθη είχε χρεωθεί 931 γραμματόσημα της μιάς και τών τριών δραχμών. Τα γραμματόσημα της μιάς δραχμής ήταν 467 περισσότερα από τα γραμματόσημα τών τριών δραχμών. Πόσες δραχμές θα είσπραξε από την πώλησί τους ;

12. Ο γερο-Μήτρος φόρτωσε 1.850 κιλά σε 10 μουλάρια και 8 άλογα. Σε κάθε μουλάρι φόρτωσε 5 κιλά περισσότερα απ' όσα σε κάθε άλογο. Πόσα κιλά φόρτωσε σε κάθε μουλάρι και πόσα σε κάθε άλογο ;



ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΟΙ ΠΟΛΥΨΗΦΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α. ΓΕΝΙΚΑ

Στο πρώτο μέρος της 'Αριθμητικής μας επαναλάβαμε τους αριθμούς από 1 - 2.000 και πάνω σ' αυτούς τις πράξεις της προσθέσεως, της αφαιρέσεως, του πολλαπλασιασμού και της διαιρέσεως, που μάθαμε στην Γ' τάξη.

Οί αριθμοί όμως δεν τελειώνουν στο 2.000. Συνεχίζονται και αποτελούν σειρά ατέλειωτη. Γι' αυτό, στο μέρος αυτό της 'Αριθμητικής, θα μάθουμε να γράφουμε και ν' απαγγέλλουμε τους αριθμούς :

Ι. 'Από το 2.000 ως το 10.000 (δέκα χιλιάδες)

"Αν από το 2.000 αρχίσουμε ν' ανεβαίνουμε :

- α) κατὰ 1 μονάδα, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀριθμοὺς
- | | |
|------------------------|--------------------------|
| 2.001 δύο χιλ. ἕνα | 2.005 δύο χιλ. πέντε |
| 2.002 δύο χιλ. δύο | 2.006 δύο χιλ. ἕξι |
| 2.003 δύο χιλ. τρία | 2.007 δύο χιλ. ἑπτὰ |
| 2.004 δύο χιλ. τέσσερα | 2.008 δύο χιλ. ὀχτὼ κλπ. |

- β) κατὰ 10 μονάδες, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀριθμοὺς
- | | |
|------------------------|----------------------------|
| 2.010 δύο χιλ. δέκα | 2.040 δύο χιλ. σαράντα |
| 2.020 δύο χιλ. εἴκοσι | 2.050 δύο χιλ. πενήντα |
| 2.030 δύο χιλ. τριάντα | 2.060 δύο χιλ. ἑξήντα κλπ. |

- γ) κατὰ 100 μονάδες, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀριθμοὺς
- | | |
|--------------------------|------------------------------|
| 2.100 δύο χιλ. ἑκατὸ | 2.400 δύο χιλ. τετρακόσια |
| 2.200 δύο χιλ. διακόσια | 2.500 δύο χιλ. πεντακόσια |
| 2.300 δύο χιλ. τριακόσια | 2.600 δύο χιλ. ἑξακόσια κλπ. |

γ) κατά 10.000 μονάδες, θα σχηματίσωμε τούς ἀριθμούς
 20.000 εἴκοσι χιλ. 80.000 ὀγδόντα χιλ.
 30.000 τριάντα χιλ. 90.000 ἐνενήντα χιλ.
 40.000 σαράντα χιλ. κλπ. 100.000 ἑκατὸ χιλ.

Ἀσκήσεις

α) Νὰ γράψετε ὅλους τούς ἀριθμούς ἀπὸ τὸ 10.000 ὡς τὸ 10.100.

β) Νὰ γράψετε τούς ἀριθμούς ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 20.100 ὡς τὸ 21.200, ἀνεβαίνοντας κατὰ 20, 40, 50 καὶ 100 μονάδες.

γ) Νὰ γράψετε τούς ἀριθμούς ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 30.000 ὡς τὸ 100.000, ἀνεβαίνοντας κατὰ 2.000, 4.000 καὶ 5.000 μονάδες.

δ) Νὰ προσθέσετε :

10.109 + 2	30.999 + 1	50.999 + 2	70.099 + 2	83.099 + 2
20.908 + 2	39.999 + 1	61.909 + 2	79.909 + 2	99.999 + 1

ε) Ν' ἀφαιρέσετε :

20.000 - 1	43.400 - 1	64.440 - 1	80.010 - 1	95.000 - 1
30.300 - 1	56.200 - 1	69.090 - 1	90.001 - 2	100.000 - 1

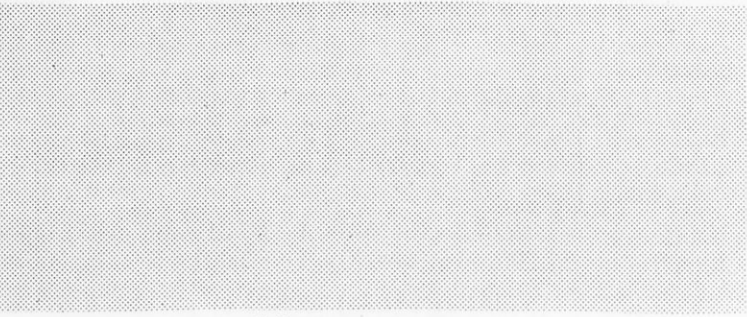
3. Ἀπὸ τὸ 100.000 ὡς τὸ 1.000.000 (ἓνα ἑκατομμύριο)

Ἄν ἀπὸ τὸ 100.000 ἀρχίσωμε ν' ἀνεβαίνωμε :

α) κατά 10.000 μονάδες, θα σχηματίσωμε τούς ἀριθμούς
 110.000 ἑκατὸν δέκα χιλ. 140.000 ἑκατὸν σαράντα χιλ.
 120.000 ἑκατὸν εἴκοσι χιλ. 150.000 ἑκατὸν πενήντα χιλ.
 130.000 ἑκατὸν τριάντα χιλ. 160.000 ἑκατὸν ἑξήντα χιλ. κλπ.

β) κατά 100.000 μονάδες, θα σχηματίσωμε τούς ἀριθμούς
 200.000 διακόσιες χιλ. 800.000 ὀχτακόσιες χιλ.
 300.000 τριακόσιες χιλ. 900.000 ἐννιακόσιες χιλ.
 400.000 τετρακόσιες χιλ. κλπ. 1.000.000 ἓνα ἑκατομμύριο.

Σύγκρισι τῶν ἀριθμῶν: 1.000, 10.000, 100.000 καὶ 1.000.000.

	ἡ χιλιάδα	1.000
	10 χιλιάδες	10.000
	100 χιλιάδες	100.000
		
1 ἑκατομύριο		1.000.000

Άσκήσεις

α) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 100.000 ὡς τὸ 100.100.

β) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 200.000 ὡς τὸ 600.000, ἀνεβαίνοντας κατὰ 20.000, 40.000 καὶ 50.000 μονάδες.

γ) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 600.000 ὡς τὸ 1.000.000, ἀνεβαίνοντας κατὰ 50.000 καὶ 80.000 μονάδες.

δ) Νὰ προσθέσετε :

100.009+1	119.099+1	134.999+1	259.009+1	777.909+1
109.999+2	127.909+2	144.998+2	570.999+2	999.999+1

ε) Ν' αφαιρέσετε :

200.000—1	300.900—1	500.050—1	700.004—5	900.900—1
290.800—1	420.020—1	600.011—2	800.009—10	1.000.000—1

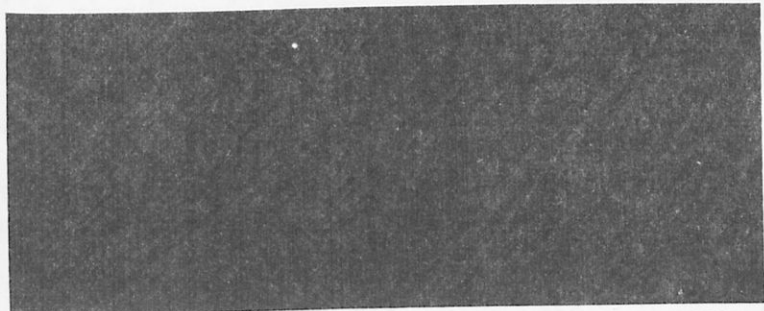
στ) Νά χωρίσετε ένα τετράγωνο με δύο ευθείες γραμμές σε 4 ίσα μέρη.

4. Από το 1.000.000 και άνω

Προχωρώντας από το 1.000.000 κατά τον ίδιο τρόπο, σχηματίζουμε τους αριθμούς :

10.000.000 δέκα εκατομ. 1.000.000.000 ένα δισεκατ.
100.000.000 εκατό εκατομ. 10.000.000.000 δέκα δισεκατομ.

Σύγκρισι τῶν ἀριθμῶν 1.000.000, 10.000.000, 100.000.000 καὶ 1.000.000.000.

	1 εκατομμύριο	1.000.000
	10 εκατομμύρια	10.000.000
	100 εκατομμύρια	100.000.000
	1 δισεκατομμύριο	1.000.000.000

Άσκησης

α) Να γράψετε τους αριθμούς από το 1.000.000 ως το 1.000.020.

β) Να γράψετε τους αριθμούς που σχηματίζονται από το 1.100.000 ως το 1.200.000, ανεβαίνοντας κατά 4.000 και 5.000 μονάδες.

γ) Να χωρίσετε ένα τετράγωνο με μια ευθεία γραμμή σε 2 τρίγωνα.

δ) Να χωρίσετε ένα τετράγωνο με δύο ευθείες γραμμές σε 4 τρίγωνα.

5. Πώς γράφονται οι πολυψήφιοι αριθμοί

Απ' όσα είπαμε παραπάνω, συμπεραίνουμε ότι οι αριθμοί:

- από 2.000 ως 9.999 γράφονται με 4 ψηφία,
- από 10.000 ως 99.999 γράφονται με 5 ψηφία,
- από 100.000 ως 999.999 γράφονται με 6 ψηφία,
- από 1.000.000 ως 9.999.999 γράφονται με 7 ψηφία,
- από 10.000.000 ως 99.999.999 γράφονται με 8 ψηφία,
- από 100.000.000 ως 999.999.999 γράφονται με 9 ψηφία κλπ.

6. Πώς απαγγέλλονται οι πολυψήφιοι αριθμοί

Για ν' απαγγείλωμε έναν οποιοδήποτε πολυψήφιο αριθμό, τον χωρίζουμε με κουκκίδες σε τριψήφια τμήματα αρχίζοντας από το τέλος του.

Εστω ότι θέλουμε ν' απαγγείλωμε τους αριθμούς :
73.635, 126.251, 1.365.365, 175.175.175.

- Το τελευταίο τριψήφιο τμήμα φανερώνει μονάδες.
- Το δεύτερο από το τέλος τμήμα φανερώνει χιλιάδες.
- Το τρίτο από το τέλος τμήμα φανερώνει εκατομμύρια.

Σύμφωνα με αυτά οι παραπάνω αριθμοί απαγγέλλονται:
73 χιλιάδες, 635 μονάδες.

126 χιλιάδες, 251 μονάδες.

1 εκατομμύριο, 365 χιλιάδες, 365 μονάδες.

175 εκατομμύρια, 175 χιλιάδες, 175 μονάδες.

Άσκήσεις

1. Να γράψετε με ψηφία τους αριθμούς :

- α) όγδόντα τρείς χιλιάδες, διακόσια εβδομήντα έφτά,
- β) τριακόσιες είκοσι δύο χιλιάδες, πεντακόσια είκοσι όχτώ,
- γ) έννιακόσιες δεκαόχτώ χιλιάδες, έκατόν δεκαεννιά,
- δ) δεκαπέντε έκατομμύρια, τριακόσιες έντεκα χιλιάδες, έκατόν έξήντα πέντε.

2. Να γράψετε με λέξεις τους αριθμούς :

α) 27.354, 91.381, 107.219, 263.444, 672.636

β) 1.231.452, 4.621.743, 14.308.902, 765.433.897.

3. N' απαγγείλετε τους αριθμούς :

α) 30.301, 67.345, 128.983, 526.730, 803.111

β) 1.302.203, 14.165.561, 113.131.311, 1.703.073.370.

7. Πώς αναλύονται οί πολυψήφιοι αριθμοί

- Κάθε τριψήφιο τμήμα τών πολυψήφίων αριθμών άποτελείται : άπό μονάδες, δεκάδες κι έκατοντάδες· π.χ. τού αριθμού 6.673.421

- τó τμήμα τών μονάδων άποτελείται : άπό 1 μονάδα, 2 δεκάδες και 4 έκατοντάδες,

- τó τμήμα τών χιλιάδων άποτελείται : άπό 3 μονάδες χιλιάδων, 7 δεκάδες χιλιάδων και 6 έκατοντάδες χιλιάδων,

- τó τμήμα τών έκατομμυρίων άποτελείται : άπό 6 μονάδες έκατομμυρίων.

Άσκήσεις

N' αναλύσετε τους αριθμούς :

α) 281.302, 801.942, 900.105 β) 1.307.123, 17.648.762,
126.349.789.

Σημείωσι: Στην παραστατική λύσι τών προβλημάτων που άκολουθοϋν συμβολίζεται :

ή μονάδα	•
ή δεκάδα	—
ή εκατοντάδα	⌈
ή χιλιάδα	⌒
ή δεκάδα χιλιάδων	⌓

Προσοχή !

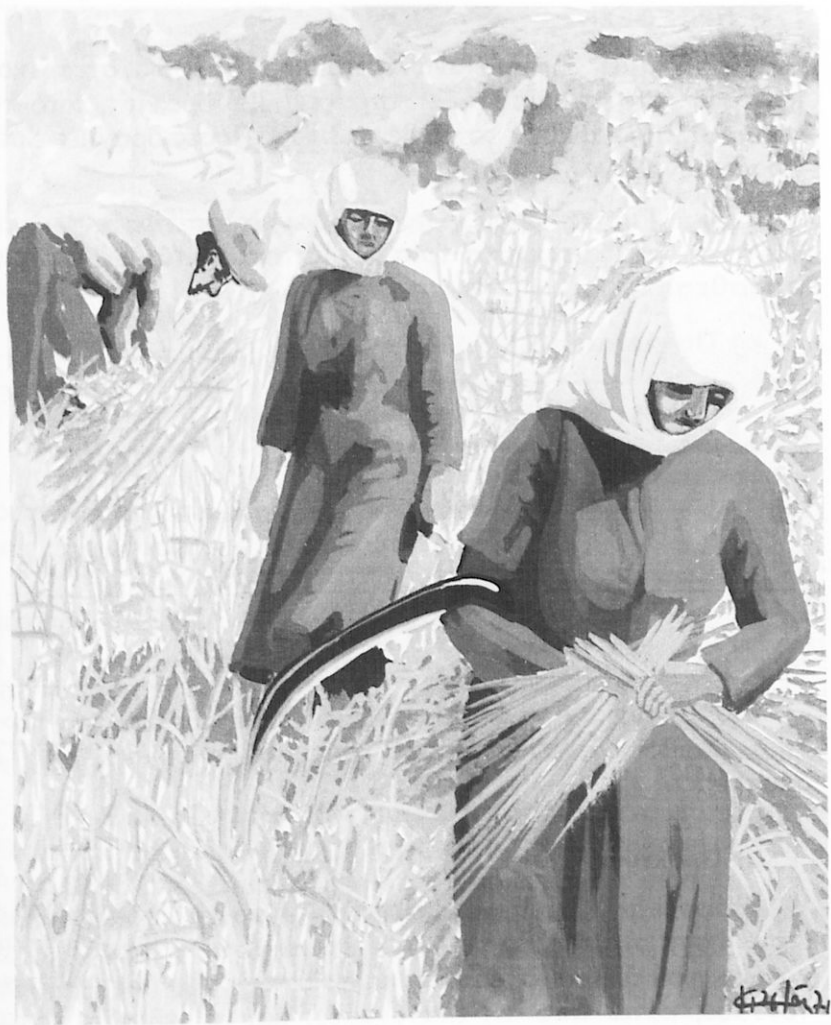
Προσπαθείτε να προσδιορίζετε κατά προσέγγισι τις λύσεις τών προβλημάτων που δίνονται στο τέλος κάθε ένότητας για εξάσκησι, πριν προχωρήσετε στη γραπτή λύσι τους.

Β. ΟΙ ΤΕΣΣΕΡΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΤΩΝ ΠΟΛΥΨΗΦΙΩΝ

Τὰ κτήματα

Ἐξω ἀπὸ τὸ χωριὸ ἀπλώνονται τὰ κτήματα τῶν γεωργῶν. Ἀνάμεσα σ' αὐτὰ βρίσκονται καὶ τὰ κτήματα τοῦ κυρ-Πανάγου. Στὰ κτήματα καλλιεργεῖται τὸ σιτάρι, τὸ κριθάρι, τὸ βαμβάκι, τὰ λαχανικά, τὰ ὀπωροφόρα δέντρα καὶ διάφορα ἄλλα εἶδη.

Οἱ γεωργοὶ ἀγαποῦν τὰ κτήματά τους καὶ τὰ ποτίζουν μὲ τὸν τίμιον ἰδρώτα τοῦ προσώπου τους. Ἀλλὰ καὶ οἱ κόποι τῶν γεωργῶν ἀνταμείβονται μὲ τοὺς πλούσιους καρπούς



τῶν κτημάτων. Οἱ γεωργοὶ μᾶς χαρίζουν τὰ βασικώτερα εἶδη διατροφῆς. Χωρὶς αὐτοὺς ὁ πολιτισμὸς θὰ ἦταν ἀκόμη στὰ σπάργανα. Στὴ φιλοτιμία τους καὶ τὴν ἐργατικότητά τους ὀφείλομε τὴ ζωή μας.

Ι. Η ΠΡΟΣΘΕΣΙ

Πρόβλημα. Ὁ κυρ-Πανάγος πούλησε βαμβάκι, σιτάρι καὶ κριθάρι. Ἀπὸ τὸ βαμβάκι εἰσέπραξε 7.325 δραχμὲς, ἀπὸ τὸ σιτάρι 4.217 καὶ ἀπὸ τὸ κριθάρι 2.135. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε συνολικά ;

Λύσι. Για να βρούμε πόσες δραχμές εισέπραξε ο κυρ-Πανάγος, θα ενώσουμε τὰ τρία χρηματικά ποσά. Θα κάνουμε **πρόσθεσι.**

α) Παραστατικά

LLLLLLLLIII		7325
LLLLII		4217
LLI		2135
13 L 6 7	7.	13677

Ἀπάντησι. Ἄρα ὁ κυρ-Πανάγος εἰσέπραξε ἀπὸ τὴν πώ-
λησι βαμβακιοῦ, σιταριοῦ καὶ κριθαριοῦ συνολικὰ 13.677
δραχμές.

β) Πρακτικά

Γράφομε τους τρεῖς ἀριθμούς τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες τοῦ καθενὸς νὰ εἶναι κάτω ἀπὸ τὴς μονάδες τοῦ ἄλλου· οἱ δεκάδες κάτω ἀπὸ τὴς δεκάδες· οἱ ἑκατοντάδες κάτω ἀπὸ τὴς ἑκατοντάδες καὶ οἱ χιλιάδες κάτω ἀπὸ τὴς χιλιάδες. Ἔπειτα σύρομε μιὰ ὀριζόντια γραμμὴ καὶ ἀρχίζομε τὴν πρόσθεσι ἀπὸ τὴς μονάδες πρὸς τὴς δεκάδες, τὴς ἑκατοντάδες καὶ τὴς χιλιάδες. Τῇ δεκάδᾳ ἢ τὴς δεκάδες ποὺ τυχὸν συμπληρῶνουν οἱ μονάδες προσθέτομε στὴς δεκάδες, τὴν ἑκατοντάδᾳ ἢ τὴς ἑκατοντάδες ποὺ συμπληρῶνουν οἱ δεκάδες προσθέτομε στὴς ἑκατοντάδες κ.ο.κ. Νά, ἔτσι :

$$\begin{array}{r}
 \text{X. E. \Delta. M.} \\
 7.325 \\
 4.217 \\
 + 2.135 \\
 \hline
 13.677
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{Προσθετέοι} \\
 \text{Άθροισμα}
 \end{array}$$

Άπο τὰ παραπάνω συμπεραίνουμε ὅτι :

Πρόσθεσι κάνουμε, ὅταν θέλωμε νὰ ἐνώσωμε δύο ἢ περισσότερα ὁμοειδή ποσά· π.χ. δραχμές μὲ δραχμές, κιλὰ μὲ κιλὰ κλπ.

• Τοὺς ἀριθμοὺς 7.325, 4.217 καὶ 2.135 ποὺ προσθέσαμε τοὺς ὀνομάζουμε **προσθετέους**. Τὸν ἀριθμὸ 13.677 ποὺ βρήκαμε τὸν ὀνομάζουμε **ἄθροισμα**.

• Οἱ προσθετέοι καὶ τὸ ἄθροισμα εἶναι πάντοτε ποσὰ **ὁμοειδή**.

• Τὸ σημεῖο τῆς προσθέσεως εἶναι τὸ **+**, ποὺ τὸ λέμε **σὺν ἢ καί**.

Ἡ δοκιμὴ τῆς προσθέσεως

Γιὰ νὰ ἐλέγξωμε τὸ ἄθροισμα, ἐπαναλαμβάνουμε τὴν ἐκτέλεσι τῆς προσθέσεως ἀρχίζοντας ἀπὸ πάνω πρὸς τὰ κάτω. Ἄν τὰ δύο ἄθροίσματα εἶναι ἴσα, ἡ πρᾶξι ἔγινε σωστά. Ἄν εἶναι ἄνισα, ἡ μία τουλάχιστον ἀπὸ τὶς ἐκτελέσεις τῆς προσθέσεως εἶναι λάθος. Στὴν περίπτωσι αὕτῃ ἐπαναλαμβάνουμε τὴν πρᾶξι. Π.χ.

ἡ πρᾶξι τῆς προσθέσεως

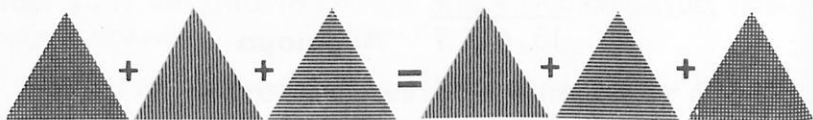
$$\begin{array}{r}
 7.325 \\
 4.217 \\
 + 2.135 \\
 \hline
 13.677
 \end{array}$$

ἡ δοκιμὴ τῆς προσθέσεως

$$\begin{array}{r}
 + 7.325 \text{ (1)} \\
 4.217 \text{ (2)} \\
 2.135 \text{ (3)} \\
 \hline
 13.677
 \end{array}$$

Οι ιδιότητες της προσθέσεως

α) **Ἡ «ἀντιμεταθετικότητα»:** Ἡ ἀλλαγὴ τῆς σειρᾶς τῶν προσθετέων δὲν μεταβάλλει τὸ ἄθροισμά τους· π.χ.



$$10 + 5 = 5 + 10 = 15, \quad 20 + 10 = 10 + 20 = 30, \quad 100 + 10 = 10 + 100 = 110$$

β) **Ἡ «προσεταιριστικότητα»:** Ἄν προσθέσουμε τοὺς δύο πρώτους προσθετέους καὶ στὸ ἄθροισμά τους τὸν τρίτο ἢ τὸν πρῶτο μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν δύο ἄλλων, θὰ ἔχουμε τὸ ἴδιο ἄθροισμα· π.χ.

$$(7.325 + 4.217) + 2.135 = 7.325 + (4.217 + 2.135) = 13.677$$

γ) Ἄν προσθέσουμε σὲ ὁποιοδήποτε ἀριθμὸ τὸ μηδέν, ὁ ἀριθμὸς δὲν μεταβάλλεται· π.χ. $105 + 0 = 105$, $138 + 0 = 138$, $1.111 + 0 = 1.111$ κλπ. Τὸ μηδέν χάρι στὴν ιδιότητά του αὐτὴ λέγεται οὐδέτερο στοιχείο γιὰ τὴν πρόσθεσι.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) $250 + 800$ β) $2.000 + 1.500$ γ) $2.200 + 3.000 + 2.800$
δ) $8.100 + 7.900$ ε) $4 + 6 + (7 + 3 + 6) + 20$ στ) $7 + 8 + (9 + 11) + (3 + 2) + 12 + (6 + 2)$

2. Γραπτῶς

α) $\begin{array}{r} 2.619 \\ 3.080 \\ + 296 \\ \hline \end{array}$	β) $\begin{array}{r} 5.061 \\ 6.985 \\ + 839 \\ \hline \end{array}$	γ) $\begin{array}{r} 21.302 \\ 39.898 \\ + 38.800 \\ \hline \end{array}$	δ) $\begin{array}{r} 40.408 \\ 8.795 \\ + 637 \\ \hline \end{array}$	ε) $\begin{array}{r} 63.018 \\ 9.172 \\ + 62 \\ \hline \end{array}$
---	---	--	--	---

3. Νὰ βρῆτε τὰ ψηφία ποὺ ἔχουν παραλειφθῇ :

α) $\begin{array}{r} 1.-52 \\ + -6-8 \\ \hline 4.560 \end{array}$	β) $\begin{array}{r} -13.2- \\ + 22.-48 \\ \hline 533.671 \end{array}$	γ) $\begin{array}{r} 2.-4-5 \\ + -3.-7- \\ \hline 26.605 \end{array}$	δ) $\begin{array}{r} -6.-21 \\ + 4.-3-8 \\ \hline 98.679 \end{array}$
---	--	---	---

Προβλήματα προσθέσεως

1. 'Ο κυρ-Πανάγος συγκέντρωσε από τρία κτήματα τις εξής ποσότητες σιταριού. 'Από τὸ α' 5.036 κιλά, ἀπὸ τὸ β' 4.938 καὶ ἀπὸ τὸ γ' 3.714. Πόσα κιλά σιτάρι συγκέντρωσε καὶ ἀπὸ τὰ τρία κτήματα μαζί ;

2. 'Ο κυρ-Χαράλαμπος πούλησε βαμβάκι, φασόλια καὶ φακές. 'Απὸ τὸ βαμβάκι εἰσέπραξε 27.905 δρχ., ἀπὸ τὰ φασόλια 11.027 καὶ ἀπὸ τὶς φακές 3.411. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε συνολικά ;

3. 'Ο Λουκάς ὑπολόγισε ὅτι πέρνυσι εἰσέπραξε ἀπὸ τὴν πώλησι λαχανικῶν 7.209 δραχμὲς, ἀπὸ τὴν πώλησι ρυζιοῦ 12.076 δραχμὲς, ἀπὸ τὴν πώλησι καλαμποκιοῦ 4.943 δραχμὲς καὶ ἀπὸ τὴν πώλησι φρούτων 6.038 δραχμὲς. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ἀπ' ὅλα μαζί ;

4. 'Ο κυρ-Βασίλης πέρνυσι πλήρωσε τὰ ἐξῆς χρηματικά ποσὰ γιὰ τὴν καλλιέργεια τῶν κτημάτων του. Γιὰ σπορὰ 4.678 δρχ., γιὰ λίπανσι 2.090 δραχμὲς, γιὰ σκάλισμα 2.465 δραχμὲς καὶ γιὰ τὴν ἀγορὰ φυτοφαρμάκων 639 δραχμὲς. Πόσα ἦταν τὰ ἐξοδὰ του ;

5. Τὸ κτῆμα τοῦ Λουκά ἔχει σχῆμα τριγωνικό. 'Η μιά του πλευρὰ εἶναι 2.815 μέτρα, ἡ ἄλλη 2.506 καὶ ἡ τρίτη 2.514. Πόσα μέτρα εἶναι ἡ περίμετρος του ;

6. 'Ο κυρ-Χαράλαμπος θέλει νὰ περιφράξῃ μὲ σῆτα μιὰ τριγωνικὴ δασικὴ περιοχὴ πού ἡ μιά της πλευρὰ εἶναι 1.528 μέτρα, ἡ ἄλλη 1.207 καὶ ἡ τρίτη 2.009. Πόσα μέτρα σῆτα θὰ χρειαστῇ ;

7. 'Ο Θωμᾶς ἀπὸ τὶς πατάτες πὺν μάζεψε κράτησε γιὰ σπόρο 496 κιλά καὶ γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ σπιτιοῦ του 850 κιλά. Τὶς ὑπολοιπες, πὺν ἦταν 7.378 κιλά, τὶς πούλησε. Πόσα κιλά πατάτες εἶχε μαζέψει ;

8. 'Ο ἴδιος γεωργὸς μετέφερε στὴν ἀποθήκη του μὲ αὐτοκίνητο τρία φορτία σιτάρι. Τὸ α' φορτίο ἦταν 5.632 κιλά, τὸ β' 5.789 καὶ τὸ γ' ὅσο τὸ α' καὶ 368 κιλά ἀκόμη. Πόσα κιλά σιτάρι μετέφερε στὴν ἀποθήκη του ;

9. 'Ο Λουκάς πούλησε τὸ κάρο του καὶ πῆρε 4.319 δραχμὲς. Πόσο τὸ εἶχε ἀγοράσει, ἂν ζημιώθηκε 3.681 δραχμὲς ;

10. 'Ο κυρ-Βασίλης ἔδωσε στὸν ἀδερφό του 4.932 δραχμὲς καὶ τοῦ ὀφείλει ἀκόμη 5.168. Πόσες δραχμὲς εἶχε δανειστῇ ;

11. Ὁ κυρ-Πανάγος πούλησε πατάτες, κριθάρι καὶ βρώμη. Ἀπὸ τὶς πατάτες εἰσέπραξε 4.718 δραχμές, ἀπὸ τὸ κριθάρι 1.012 δραχμές περισσότερες καὶ ἀπὸ τὴ βρώμη 205 δραχμές περισσότερες ἀπὸ τὸ κριθάρι. Πόσες δραχμές εἰσέπραξε ἀπὸ τὴ βρώμη;

12. Ὁ Θωμᾶς, γιὰ ν' ἀγοράσῃ ἓνα κτῆμα, δανείστηκε ἀπὸ τὸν κυρ-Πανάγο 12.500 δραχμές καὶ ἀπὸ τὸν ἀδερφό του 8.365. Ὑστερα ἀπὸ δύο μῆνες πούλησε βαμβάκι καὶ πλήρωσε τὸ χρέος. Τοῦ ἔμειναν ὅμως καὶ 3.128 δραχμές. Πόσες δραχμές εἰσέπραξε ἀπὸ τὸ βαμβάκι;

13. Ἕνας γεωργὸς παρέδωσε στὴν Τράπεζα σιτάρι, κριθάρι καὶ βαμβάκι καὶ εἰσέπραξε ἀπὸ τὸ σιτάρι 3.672 δραχμές, ἀπὸ τὸ κριθάρι 358 δραχμές περισσότερες καὶ ἀπὸ τὸ βαμβάκι ὅσες ἀπὸ τὸ σιτάρι καὶ κριθάρι μαζί καὶ 408 δραχμές ἀκόμη. Πόσες δραχμές εἰσέπραξε ἀπὸ τὸ βαμβάκι;

14. Ὁ Λουκᾶς εἰσέπραξε ἀπὸ τὴν πώλησι λαχανικῶν 1.732 δραχμές, ἀπὸ τὴν πώλησι φρούτων 635 δραχμές περισσότερες καὶ ἀπὸ τὴν πώλησι καπνοῦ 7.364 δραχμές περισσότερες ἀπ' ὅσες ἀπὸ τὰ λαχανικὰ καὶ τὰ φρούτα μαζί. Πόσα χρήματα εἰσέπραξε ἀπὸ τὸν καπνὸ καὶ πόσα ἀπ' ὅλα μαζί;

15. Ἕνα κτῆμα τοῦ κυρ-Πανάγου βρίσκεται σὲ ἀπόστασι 6.374 μέτρων ἀνατολικά ἀπὸ τὸ χωριό κι ἓνα ἄλλο σὲ ἀπόστασι 8.972 μέτρων δυτικά ἀπὸ τὸ χωριό. Πόσο ἀπέχουν τὰ δύο κτήματα μεταξύ τους;





Οί Τράπεζες

Θα έχετε ασφαλώς ακούσει ότι οί Τράπεζες είναι κεντρικά καταστήματα με δίκτυο υποκαταστημάτων σέ όλες τίς έπαρχιακές πόλεις τής χώρας. Οί Τράπεζες δέχονται καταθέσεις και χορηγούν δάνεια. Έτσι διευκολύνουν τούς έμπόρους, τούς βιομήχανους, τούς γεωργούς κ.ά. και βοηθούν στην οικονομική ανάπτυξη τού τόπου. Χρηματοδοτούν ακόμη διάφορα παραγωγικά έργα, στα όποία εργάζονται χιλιάδες εργάτες. Έτσι κυκλοφορεί τò χρήμα και εξυπηρετούνται όλοι οί άνθρωποι.

2. Η ΑΦΑΙΡΕΣΙ

Πρόβλημα. Ό κυρ-Λάμπρος δανείστηκε από την Έμπορική Τράπεζα 45.500 δραχμές. Έπειτα από ένα χρονικό διάστημα επέστρεψε 22.655 δραχμές. Πόσες δραχμές όφείλει ακόμη ;

Λύσι. Για να βρούμε πόσες δραχμές όφείλει ό κυρ-Λάμπρος ακόμη στην Τράπεζα, θα βγάλουμε από τò χρηματικό ποσό* που δανείστηκε τò χρηματικό ποσό που επέστρεψε. Θα κάνουμε δηλαδή **άφαίρεσι**.

α) Παραστατικά

[illegible]

Απάντησι. Ὡστε ὁ κυρ-Λάμπρος ὀφείλει ἀκόμη στὴν Τράπεζα 22.845 δραχμές.

β) Πρακτικά

Γράφομε πρώτα τὸν μειωτέον ἀριθμὸν καὶ ὕστερα κάτω ἀπὸ αὐτὸν τὸν ἀφαιρετέον ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες, οἱ δεκάδες, οἱ ἑκατοντάδες καὶ οἱ χιλιάδες τοῦ ἀφαιρετέου νὰ εἶναι ἀντίστοιχα κάτω ἀπὸ τὴν μονάδα, τὴν δεκάδα, τὴν ἑκατοντάδα καὶ τὴν χιλιάδα τοῦ μειωτέου. Ἐπειτα σύρομε μιὰ ὀριζόντια γραμμὴ καὶ ἀρχίζομε τὴν ἀφαίρεσιν ἀπὸ τὴν μονάδα προχωρώντας πρὸς τὴν δεκάδα, τὴν ἑκατοντάδα καὶ τὴν χιλιάδα. Πρέπει ὅμως νὰ μὴ λησμονοῦμε νὰ προσθέτωμε στὴν δεκάδα, ἑκατοντάδα καὶ χιλιάδα τοῦ ἀφαιρετέου ἀριθμοῦ τὴν δεκάδα, ἑκατοντάδα ἢ χιλιάδα ποὺ τυχὸν δανειζόμαστε ἀπὸ τὸν μειωτέον ἀριθμὸν, γιὰ ν' ἀφαιρέσωμε τὸν ἀφαιρετέον.

Νά, ἔτσι: ΔΧ. ΜΧ. Ε. Δ. Μ.

$$\begin{array}{r}
 4 \quad 5 \quad 5 \quad 0 \quad 0 \rightarrow \text{Μειωτέος} \\
 - \quad 2 \quad 2 \quad 6 \quad 5 \quad 5 \rightarrow \text{Ἀφαιρετέος} \\
 \hline
 2 \quad 2 \quad 8 \quad 4 \quad 5 \rightarrow \text{Ὑπόλοιπο ἢ διαφορά}
 \end{array}$$

Ἀπὸ τὰ παραπάνω καταλήγουμε στὸ συμπέρασμα ὅτι :

Ἀφαίρεσι κάνομε, ὅταν θέλωμε νὰ βγάλωμε ἓνα ποσό μικρότερο ἀπὸ ἓνα ἄλλο ποσό μεγαλύτερο.

- Τὸ σημεῖο τῆς ἀφαιρέσεως εἶναι τὸ —, ποὺ τὸ λέμε **ἀπό, μείον, πλὴν ἢ ἔξω.**

Η δοκιμή της αφαιρέσεως

Για να δοκιμάσωμε τὸ ἐξαγόμενο μιᾶς ἀφαιρέσεως, προσθέτομε στὸν ἀφαιρετέο τὸ ὑπόλοιπο. Ἄν οἱ δύο πράξεις ἔγιναν σωστά, πρέπει νὰ βροῦμε τὸν μειωτέο. Π.χ.

ἡ πρᾶξι τῆς ἀφαιρέσεως	ἡ δοκιμή τῆς ἀφαιρέσεως
45.500 Μειωτέος	22.655 Ἀφαιρετέος
− 22.655 Ἀφαιρετέος	+ 22.845 Ὑπόλοιπο
22.845 Ὑπόλοιπο	45.500 Μειωτέος

Καὶ μιὰ ιδιότητα τῆς ἀφαιρέσεως

Ἄν στὸν μειωτέο καὶ ἀφαιρετέο μιᾶς ἀφαιρέσεως προσθέσωμε ἢ ἂν ἀπὸ τὸν μειωτέο καὶ ἀφαιρετέο μιᾶς ἀφαιρέσεως ἀφαιρέσωμε τὸν ἴδιο ἀριθμό, τὸ ὑπόλοιπο δὲν μεταβάλλεται.

π.χ. $10 - 4 = (10 + 5) - (4 + 5) = 15 - 9 = 6$
 $20 - 10 = (20 - 5) - (10 - 5) = 15 - 5 = 10$ κλπ.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 2.100 − 600 β) 3.400 − 900 γ) 12.050 − 1.000 δ) 20.000 − 10.001
ε) 1.953 − 1.000 στ) 21.000 − 6.000 ζ) 22.350 − 2.000
η) 25.500 − 10.500

2. Γραπτῶς

Μιὰ δύσκολη ἀφαίρεσι γίνεται εὐκόλη, ἂν προσθέσωμε στὸν μειωτέο καὶ ἀφαιρετέο τῆς ἡ ἀφαιρέσωμε τὸν ἴδιο, ἀλλὰ κατάλληλο ἀριθμό. π.χ. $371 - 85 = (371 + 15) - (85 + 15) = 386 - 100 = 286$, $2.500 - 1.147 = (2.500 - 147) - (1.147 - 147) = 2.353 - 1.000 = 1.353$

Ὑστερα ἀπὸ τὴν παρατήρησι αὕτῃ προσπαθῆστε καὶ σεῖς νὰ κάμετε εὐκολώτερες τῖς ἀφαιρέσεις ποὺ ἀκολουθοῦν :

1. α) 2.861 − 1.885 β) 3.325 − 2.916 γ) 5.667 − 4.638
δ) 7.068 − 3.479.

2. Νὰ βρῆτε τὰ ψηφία ποὺ λείπουν στὶς ἀφαιρέσεις :

α) $\begin{array}{r} -942 \\ -53 \\ \hline \end{array}$	β) $\begin{array}{r} 38-3 \\ -069 \\ \hline \end{array}$	γ) $\begin{array}{r} 2365 \\ -1-88 \\ \hline \end{array}$
• 54--	181-	-2--

1. 'Ο κύριος Μυλωνᾶς εἶχε στὴν Ἑθνικὴ Τράπεζα 17.362 δραχμές. Προχτὲς ἀπέσυρε 8.475. Πόσες δραχμές ἔχει στὴν Τράπεζα ἀκόμη ;

2. 'Ο Λουκάς εἶχε 32.252 δραχμές. Ἀπὸ αὐτὲς κατέθεσε στὴν Ἑθνικὴ Τράπεζα ἓνα ποσὸ καὶ τοῦ ἔμειναν 7.365 δραχμές. Πόσες δραχμές κατέθεσε στὴν Τράπεζα ;

3. 'Ο Τηλέμαχος δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα 72.325 δραχμές, μὲ τὶς ὁποῖες ἀγόρασε ἓνα περιβόλι ἀξίας 57.648 δραχμῶν καὶ μιὰ ἀγελάδα. Πόσο ἀγόρασε τὴν ἀγελάδα ;

4. 'Ο Νίκος εἶχε ἓνα χρηματικὸ ποσὸ, ἀλλὰ δανείστηκε καὶ ἀπὸ τὴν Ἐμπορικὴ Τράπεζα 35.758 δραχμές καὶ ἀγόρασε ἐμπορεύματα ἀξίας 63.802 δραχμῶν. Πόσα χρήματα εἶχε ;

5. 'Ο γερο-Θανάσης δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα 50.865 δραχμές. Διέθεσε κι ἓνα χρηματικὸ ποσὸ δικό του καὶ ἀγόρασε σύγχρονα γεωργικὰ ἐργαλεῖα ἀξίας 63.423 δραχμῶν. Πόσες δραχμές διέθεσε δικές του ;

6. 'Ο Παῦλος μὲ 55.352 δραχμές πού δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα ἀνοῖξε ἓνα παντοπωλεῖο. Ἐπειτα ἀπὸ ἓνα ἔτος εἶχε 74.241 δραχμές. Πόσες δραχμές κέρδισε ;

7. 'Ο Θωμᾶς πούλησε στὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα 8.765 κιλά σιτάρι. Παρέδωσε 5.978 κιλά. Πόσα πρέπει νὰ παραδώσῃ ἀκόμη ;

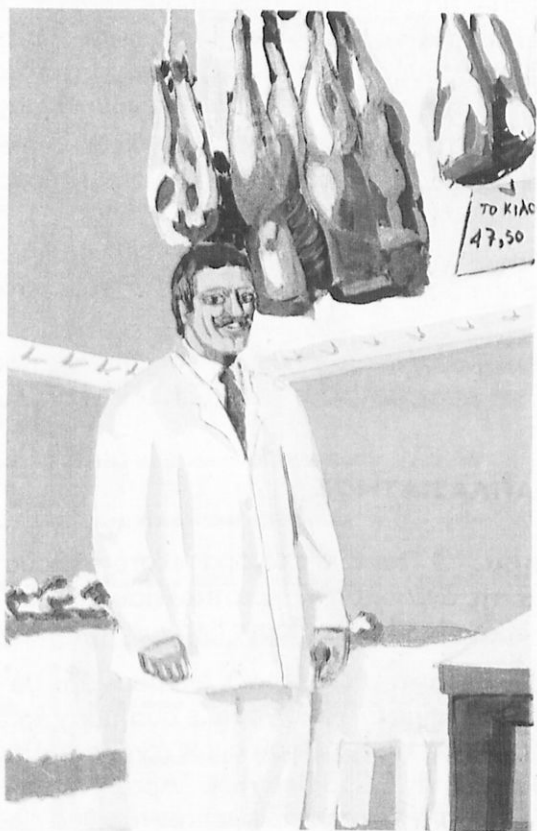
8. 'Ο κυρ-Χαράλαμπος μὲ 15.415 δραχμές πού δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα ἀγόρασε 32 ἀρνιά γιὰ πάχυνσι. Ὅταν τὰ πούλησε εἰσέπραξε 19.304 δραχμές. Πόσες δραχμές κέρδισε ;

9. 'Ο κυρ-Βασίλης διέθεσε 36.735 δραχμές κι ἓνα χρηματικὸ ποσὸ πού δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα καὶ ἀγόρασε ἓνα τρακτέρ ἀξίας 75.622 δραχμῶν. Πόσα χρήματα δανείστηκε ;

10. Ἡ Ἀγροτικὴ Τράπεζα ἀγόρασε 47.362 κιλά πατατόσπορου. Πούλησε σὲ πατατοπαραγωγούς 43.978 κιλά καὶ τὰ ὑπόλοιπα σ' ἐμπόρους. Πόσα κιλά πατατόσπορου πούλησε σ' ἐμπόρους ;

11. Ἡ Τράπεζα τῆς Ἑλλάδος ἀγόρασε δύο μικρὰ αὐτοκίνητα ἀξίας 169.822 δραχμῶν. Ἄν ἡ ἀξία τοῦ ἑνὸς ἦταν 85.955 δραχμές, πόση ἦταν ἡ ἀξία τοῦ ἄλλου ;

12. Ἡ Ἐμπορικὴ Τράπεζα ἀγόρασε δύο οἰκόπεδα ἀξίας 660.432 δραχμῶν. Ἡ ἀξία τοῦ ἑνὸς ἦταν 479.865 δραχμές. Πόση ἦταν ἡ ἀξία τοῦ ἄλλου ;



Τὰ κρεοπωλεία

Τὰ κρεοπωλεία είναι καταστήματα ἐφωδιασμένα μὲ μεγάλα ψυγεία. Οἱ κρεοπῶλες ἀγοράζουν τὰ κρέατα ἀπὸ τὰ σφαγεία καὶ τὰ διατηροῦν στὰ ψυγεία τους φρέσκα ἢ κατε-

ψυγμένα, μέχρις ότου τὰ πουλήσουν στούς πελάτες τους.

Στά κρεοπωλεία βρίσκομε κάθε είδους κρέατα. Ἀπὸ αὐτὰ ἀγοράζει ὁ πατέρας τὸ κρέας ποὺ μαγειρεύει ἡ μητέρα στὴν κουζίνα τῆς μιά, δύο, τρεῖς ἢ καὶ περισσότερες φορές τὴν ἑβδομάδα, ἀνάλογα πάντοτε μὲ τὰ οἰκονομικά μας.

Στά μικρὰ χωριὰ δὲν ὑπάρχουν μεγάλα κρεοπωλεία. Οἱ κρεοπῶλες ἐκεῖ σφάζουν ἓνα ἢ δύο ζῶα τὴν ἑβδομάδα, ἀνάλογα μὲ τὶς παραγγελίες τῶν πελατῶν τους.

* Οἱ κρεοπῶλες εἶναι γρήγοροι στὴ δουλειά τους καὶ ἱκανοὶ νὰ λύνουν προβλήματα μὲ τὸ μυαλό τους, σὰν ἀριθμομηχανές.

Ἄς παρακολουθήσωμε τώρα μερικά ἀπὸ τὰ προβλήματά τους καὶ ἄς τὰ λύσωμε κι ἐμεῖς μαζί τους.

3. Ο ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

Πρόβλημα. Ὁ Παντελῆς ἀγόρασε ἀπὸ τὸ βουστάσιο τοῦ Λεωνίδα γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ κρεοπωλείου του 13 μοσχάρια πρὸς 2.258 δραχμὲς τὸ ἓνα. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

Λύσι. Ἄν ὁ Παντελῆς ἀγόραζε ἓνα μοσχάρι, θὰ ἔδινε στὸν Λεωνίδα 2.258 δραχμὲς. Ἄν ἀγόραζε δύο μοσχάρια, θὰ ἔδινε 2 φορές τὶς 2.258 δραχμὲς. Ἀφοῦ ὅμως ἀγόρασε 13 μοσχάρια, θὰ δώση 13 φορές τὶς 2.258 δραχμὲς. Ἄρα, γιὰ νὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα αὐτό, θὰ ἐπαναλάβωμε τὸν ἀριθμὸ 2.258 (τὴν ἀξία δηλαδὴ τοῦ ἑνὸς μοσχαριοῦ) 13 φορές (ὅσα ἦταν τὰ μοσχάρια ποὺ ἀγόρασε ὁ Παντελῆς).



α) Παραστατικά

[illegible]

Ἀπάντησι. Ὡς ἂν ὁ Παντελῆς πλήρωσε στὸν Λεωνίδα γιὰ τὴν ἀγορὰ 13 μωσχαριῶν 29.354 δρχ.

β) Πρακτικά

Γράφουμε πρώτα τὸν ἀριθμὸ ποὺ φανερώνει τὴν ἀξία τοῦ ἐνὸς μοσχαριοῦ, δηλαδὴ τὸ 2.258. Ἐπειτα, κάτω ἀπὸ τὰ δύο

τελευταία ψηφία του γράφουμε τὸν ἀριθμὸ ποὺ φανερώνει τὰ μοσχάρια, δηλαδή τὸ 13. Ὑστερα σύρομε μιὰ ὀριζόντια γραμμή. Νά, ἔτσι:

$$\begin{array}{r} \text{Ἀξία ἑνὸς μοσχαριοῦ} \quad 2.258 \\ \times \text{μοσχάρια} \quad 13 \\ \hline \end{array}$$

Ἐπαναλαμβάνομε τώρα τὶς τάξεις τῶν ψηφίων τοῦ ἀριθμοῦ 2.258 13 φορές τὴν κάθε μιὰ :

		ΔΧ. ΜΧ. Ε. Δ. Μ.
Μονάδες	$8 \times 13 =$	1 0 4
Δεκάδες	$5 \times 13 =$	6 5
Ἑκατοντάδες	$2 \times 13 =$	2 6
Μονάδες χιλιάδες	$2 \times 13 =$	2 6
Ὡστε $2.258 \times 13 =$		2 9.3 5 4 ἦ

2.2 5 8	Πολλαπλασιαστέος
$\times \quad 13$	Πολλαπλασιαστής
6 7 7 4	Μερικὰ γινόμενα
+ 2 2 5 8	
2 9.3 5 4	Ὅλικὸ γινόμενο

Ἡ πράξι ποὺ κάναμε λέγεται **πολλαπλασιασμός**.

Πολλαπλασιασμὸ κάνομε, ὅταν γνωρίζωμε τὴν ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας ἑνὸς πράγματος καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μονάδων του ἢ ὅταν πρόκειται νὰ ἐπαναλάβωμε ἕναν ἀριθμὸ πολλές φορές.

● Στὸν πολλαπλασιασμὸ ἔχομε δύο ἀριθμούς : τὸν **πολλαπλασιαστέο** καὶ τὸν **πολλαπλασιαστή**. Καὶ οἱ δύο μαζὶ λέγονται **παράγοντες** τοῦ πολλαπλασιασμοῦ.

● Οἱ παράγοντες τοῦ πολλαπλασιασμοῦ εἶναι πάντοτε ποσὰ **ἑτεροειδή**.

● Ὁ πολλαπλασιαστέος φανερώνει τὴν ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας.

• Ο πολλαπλασιαστής φανερώνει τις πολλές μονάδες και θεωρείται πάντοτε ως άφηρημένος αριθμός.

• Ο αριθμός που εξάγεται από την πράξι του πολλαπλασιασμού λέγεται **όλικό γινόμενο**. Το όλικό γινόμενο προκύπτει από την πρόσθεσι των **μερικῶν γινομένων** του πολλαπλασιασμοῦ.

• Το σημείο τῆς πράξεως τοῦ πολλαπλασιασμοῦ εἶναι τὸ **x**, ποὺ τὸ λέμε **ἐπὶ ἢ φορές**.

Πολλαπλασιασμός ἐπὶ 10, 100, 1.000 κλπ.

Ἄς ὑποθέσωμε ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τὸν ἀριθμὸ 135 ἐπὶ 10, 100 καὶ 1.000. Σύμφωνα με ὅσα μάθαμε θὰ ἔχωμε :

$$\begin{array}{r} \alpha) \quad 135 \\ \times 10 \\ \hline 000 \\ 135 \\ \hline 1.350 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \beta) \quad 135 \\ \times 100 \\ \hline 000 \\ 000 \\ 135 \\ \hline 13.500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \gamma) \quad 135 \\ \times 1.000 \\ \hline 000 \\ 000 \\ 000 \\ 135 \\ \hline 135.000 \end{array}$$

Παρατηροῦμε ὅτι στὸν πρῶτο πολλαπλασιασμό, 135×10 , ἔχομε γινόμενο 1.350. Δηλαδή τὸ 135 μ' ἓνα μηδέν στὰ δεξιά του.

Στὸν δεύτερο πολλαπλασιασμό, 135×100 , ἔχομε γινόμενο 13.500. Δηλαδή τὸ 135 με δύο μηδενικά στὰ δεξιά του.

Στὸν τρίτο πολλαπλασιασμό, 135×1.000 , ἔχομε γινόμενο 135.000. Δηλαδή τὸ 135 με τρία μηδενικά στὰ δεξιά του.

Ἄρα, ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε ἓναν ἀριθμὸ :

- α) ἐπὶ 10, θέτομε στὰ δεξιά του ἓνα μηδέν,
- β) ἐπὶ 100, θέτομε στὰ δεξιά του δύο μηδενικά,
- γ) ἐπὶ 1.000, θέτομε στὰ δεξιά του τρία μηδενικά κλπ.

Μερικά άλλα παραδείγματα :

$$\begin{array}{lll} 6 \times 10 = 60 & 6 \times 100 = 600 & 6 \times 1.000 = 6.000 \\ 71 \times 10 = 710 & 71 \times 100 = 7.100 & 71 \times 1.000 = 71.000 \\ 95 \times 10 = 950 & 95 \times 100 = 9.500 & 95 \times 1.000 = 95.000 \\ & 6 \times 10.000 = 60.000 & \\ & 71 \times 10.000 = 710.000 & \\ & 95 \times 10.000 = 950.000 & \end{array}$$

Συντομίες στον πολλαπλασιασμό

“Ας υποθέσωμε ότι έχουμε να πολλαπλασιάσωμε τούς ἀριθμούς :

α) 120×20 καὶ β) 1.300×160

Σύμφωνα με ὅσα μάθαμε θὰ ἔχουμε :

$$\begin{array}{r} \alpha) \quad 120 \\ \times 20 \\ \hline 000 \\ 240 \\ \hline 2.400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \beta) \quad 1.300 \\ \times 160 \\ \hline 0000 \\ 7800 \\ 1300 \\ \hline 208.000 \end{array}$$

Παρατηροῦμε ὅτι στὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα καταλήγομε, ἂν πολλαπλασιάσωμε μόνο τὰ σημαντικὰ ψηφία τῶν παραγόντων καὶ στὰ δεξιά τοῦ ὀλικοῦ γινομένου τοὺς θέσωμε τόσα μηδενικά, ὅσα ἔχουν καὶ οἱ δύο παράγοντες μαζί.

$$\begin{array}{r} \text{Πχ. } \alpha) \quad 12 \overline{)0} \\ \times 2 \overline{)0} \\ \hline 2.4 \ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \beta) \quad 13 \overline{)00} \\ \times 16 \overline{)0} \\ \hline 78 \\ 13 \\ \hline 208. \ 000 \end{array}$$

• Ἀπ’ ὅσα εἶπαμε παραπάνω συμπεραίνομε ὅτι, ὅταν ἔχουμε νὰ πολλαπλασιάσωμε παράγοντες ποὺ ἔχουν στὸ τέλος τοὺς μηδενικά, μπορούμε, γιὰ συντομία, νὰ πολλαπλασιάσωμε μόνο τὰ σημαντικὰ ψηφία τῶν παραγόντων καὶ στὸ τέλος τοῦ ὀλικοῦ γινομένου νὰ θέσωμε ὅλα τὰ μηδενικά.

Δύο ακόμη παραδείγματα :

$$\begin{array}{r} 6.3 \overline{) 00} \\ \times 6 \overline{) 0} \\ \hline 378.000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \overline{) 0} \\ \times 1 \overline{) 00} \\ \hline 35.000 \end{array}$$

Ίδιότητες του πολλαπλασιασμού

α) **Ἡ «ἀντιμεταθετικότητα»:** Ἄν ἀλλάξωμε τὴν τάξιν τῶν παραγόντων, τὸ γινόμενο δὲν μεταβάλλεται· π.χ.

$$\begin{array}{r} 214 \\ \times 21 \\ \hline 214 \\ 428 \\ \hline 4.494 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 214 \\ \hline 84 \\ 21 \\ 42 \\ \hline 4.494 \end{array}$$

Ἐπειδὴ, ὅπως βλέπετε, τὰ μερικὰ γινόμενα εἶναι πάντοτε ὅσα καὶ τὰ ψηφία τοῦ πολλαπλασιαστοῦ, συμφέρει πάντοτε νὰ προτιμοῦμε στὶς πράξεις τοῦ πολλαπλασιασμοῦ ὡς πολλαπλασιαστὴ τὸν παράγοντα ποὺ ἔχει τὰ λιγώτερα ψηφία, γιὰ νὰ ἔχωμε λιγώτερα μερικὰ γινόμενα. Στὴν περίπτωσηί ὅμως αὐτὴ ὁ πολλαπλασιαστέος καὶ ὁ πολλαπλασιαστής θὰ θεωροῦνται ὡς ἀφηρημένοι ἀριθμοί.

β) **Ἡ «ἐπιμεριστικότητα»:** Ἄς ὑποθέσωμε ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τὸν ἀριθμὸ 15 ἐπὶ τὸ 10. Θὰ ἔχωμε : $15 \times 10 = 150$. Τὸ ἴδιο γινόμενο θὰ ἔχωμε, καὶ ἂν ἐπιμερίσωμε τὸν ἀριθμὸ 15 π.χ. σὲ 8 καὶ 7. Ἐπειδὴ $15 = 8 + 7$, θὰ ἔχωμε $15 \times 10 = (8 + 7) \times 10 = 8 \times 10 + 7 \times 10 = 80 + 70 = 150$. Στὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα καταλήγομε, καὶ ἂν ἐπιμερίσωμε τὸ 15 σὲ περισσότερους ἀπὸ δύο ἀριθμούς· π.χ. 4,4,4,3. Ἐπειδὴ $15 = 4 + 4 + 4 + 3$, θὰ ἔχωμε : $(4 + 4 + 4 + 3) \times 10 = 4 \times 10 + 4 \times 10 + 4 \times 10 + 3 \times 10 = 40 + 40 + 40 + 30 = 150$.

γ) **Ἡ «προσεταιριστικότητα»:** Ἄς ὑποθέσωμε ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τοὺς ἀριθμούς: $5 \times 10 \times 20$. Παρατηροῦμε ὅτι: $(5 \times 10) \times 20 = 50 \times 20 = 1.000$, $5 \times (10$

$\times 20) = 5 \times 200 = 1.000$. Δηλαδή $(5 \times 10) \times 20 = 5 \times (10 \times 20)$. "Ωστε σ' ένα γινόμενο τριών παραγόντων τὸ γινόμενο τῶν δύο πρώτων ἐπὶ τὸν τρίτο ἰσοῦται μὲ τὸν πρώτο ἐπὶ τὸ γινόμενο τῶν δύο ἄλλων.

δ) Ἄς ὑποθέσουμε τώρα ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσουμε τοὺς ἀριθμούς 2×0 . Ἐπειδὴ, ὅπως μάθαμε, πολλαπλασιασμός εἶναι ἡ ἐπανάληψι ἑνὸς ἀριθμοῦ τόσες φορές, ὅσες μονάδες ἔχει ἓνας ἄλλος, θὰ ἔχωμε : $2 \times 0 = 0 + 0 = 0$, $0 \times 2 = 0 + 0 = 0$, $3 \times 0 = 0 + 0 + 0 = 0$, $0 \times 3 = 0 + 0 + 0 = 0$ κλπ.

Ἄρα κάθε ἀριθμός, ὅταν πολλαπλασιασθῇ μὲ τὸ μηδέν, μηδενίζεται· π.χ. $2 \times 0 = 0$, $0 \times 3 = 0$, $11 \times 0 = 0$, $12 \times 0 = 0$, $100 \times 0 = 0$ κλπ.

ε) Κάθε ἀριθμός, ὅταν πολλαπλασιασθῇ μὲ τὸ 1, δίνει γινόμενο τὸν ἑαυτό του· π.χ. $2 \times 1 = 2$, $3 \times 1 = 3$, $6 \times 1 = 6$, $256 \times 1 = 256$ κλπ.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 7×10 β) 37×10 γ) 41×100 δ) 58×1.000 ε) 126×10
 στ) 321×100 ζ) 823×1.000 η) $30 \times 10 \times 20$ θ) $10 \times (7+9)$
 ι) $10 \times (9+11)$ ια) $55 \times (10+10)$ ιβ) $25 \times (4+6)$ ιγ) $(15 \times 6) \times 10$
 ιδ) $(20+10) \times 100$ ιε) $(0 \times 15) \times 6$ ιστ) $20 \times 3 \times 0 \times 4$
 ιζ) $100 \times (1+0)$ ιη) $1.000 \times (1 \times 0 \times 4)$ ιθ) $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$ κ) $10 \times (3 \times 5 \times 100)$ κα) $30 \times (1 \times 2 \times 3 \times 0)$

2. Γραπτῶς

α) $\begin{array}{r} 4.200 \\ \times 30 \\ \hline \end{array}$	β) $\begin{array}{r} 5.600 \\ \times 50 \\ \hline \end{array}$	γ) $\begin{array}{r} 6.720 \\ \times 60 \\ \hline \end{array}$	δ) $\begin{array}{r} 35 \\ \times 250 \\ \hline \end{array}$	ε) $\begin{array}{r} 75 \\ \times 200 \\ \hline \end{array}$
στ) $\begin{array}{r} 636 \\ \times 38 \\ \hline \end{array}$	ζ) $\begin{array}{r} 428 \\ \times 45 \\ \hline \end{array}$	η) $\begin{array}{r} 272 \\ \times 126 \\ \hline \end{array}$	θ) $\begin{array}{r} 305 \\ \times 208 \\ \hline \end{array}$	ι) $\begin{array}{r} 403 \\ \times 105 \\ \hline \end{array}$

Προβλήματα

1. Ὁ Παντελῆς πούλησε 379 κιλά κατεψυγμένο κιμὰ πρὸς 29 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

2. 'Ο ἴδιος κρεοπώλης ὑπολόγισε ὅτι τὸν προηγούμενο χρόνο πούλησε 898 κιλά κρέας μοσχαριοῦ πρὸς 52 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

3. 'Ο Ντίνος πούλησε τὸν Μάρτιο 1.255 κιλά κρέας ἀρνιοῦ πρὸς 58 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

4. 'Ο Γιώργος ἀγόρασε τὸ Πάσχα ἀπὸ τὴ στάνη τοῦ γερο-Μήτρου γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ κρεοπωλείου του 127 ἀρνιά πρὸς 308 δραχμὲς τὸ ἓνα. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

5. 'Ο ἴδιος κρεοπώλης πούλησε τὰ 127 ἀρνιά ποὺ ἀγόρασε πρὸς 415 δραχμὲς τὸ ἓνα. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

6. 'Ο Ντίνος πούλησε 19 δέματα δερμάτων τῶν 65 κιλῶν τὸ καθένα πρὸς 31 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

7. 'Ο Σταῦρος ἀγόρασε γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ κρεοπωλείου του 35 χαρτοκιβώτια κατεψυγμένα κοττόπουλα πρὸς 27 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε, ἂν τὸ κάθε χαρτοκιβώτιο ζύγιζε 20 κιλά ;

8. 'Ο Σωτῆρης ὑπολογίζει ὅτι πουλάει 45 κιλά κρέας κασι-κιοῦ τὴν ἡμέρα πρὸς 48 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς θὰ εἰσπράξει σὲ 25 μέρες ;

9. 'Ο Κώστας ὑπολόγισε ὅτι κατὰ τὸν προηγούμενο χρόνο πουλοῦσε 250 κιλά κρέας μοσχαριοῦ τὸν μῆνα πρὸς 46 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ὅλο τὸν χρόνο ;

10. 'Ο ἴδιος κρεοπώλης τὸ πρῶτο ἐξάμηνο φέτος πούλησε 32 μοσχάρια τῶν 78 κιλῶν τὸ καθένα πρὸς 49 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

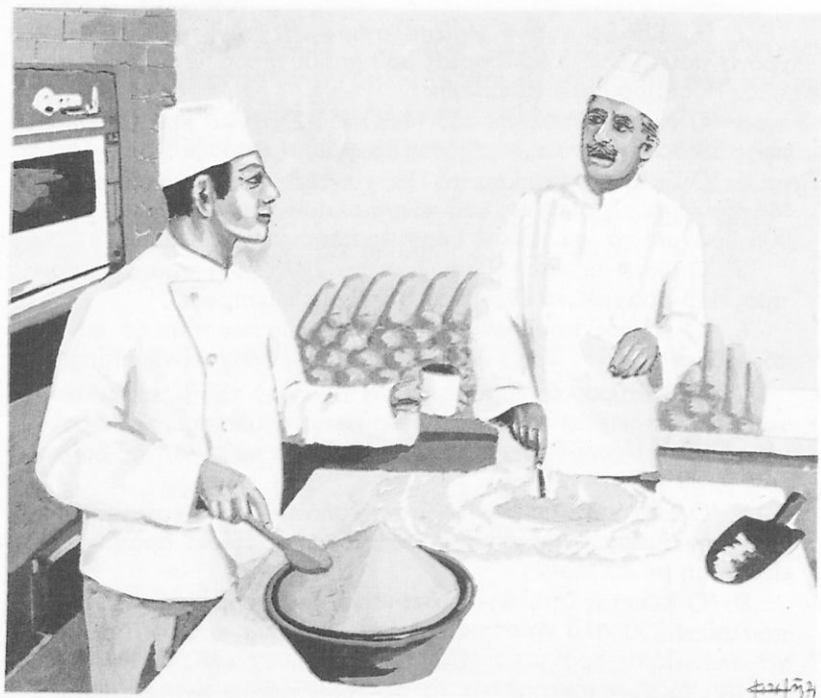
11. 'Ο Ντίνος ἀγόρασε 8 χαρτοκιβώτια κατεψυγμένο κρέας φιλέτο τῶν 50 κιλῶν τὸ καθένα πρὸς 57 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

12. 'Ο Σταῦρος ἀγόρασε 25 μοσχάρια τῶν 85 κιλῶν τὸ καθένα πρὸς 47 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

13. 'Ο ἴδιος ἀγόρασε γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ κρεοπωλείου του 127 ἀρνιά τῶν 13 κιλῶν τὸ καθένα πρὸς 53 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσα χρήματα πλήρωσε ;

14. 'Ο Παντελῆς διέθεσε ἓνα χρηματικὸ ποσὸ καὶ ἀγόρασε κοττόπουλα κατεψυγμένα σὲ 68 χαρτοκιβώτια, ποὺ τὸ καθένα ζύγιζε 42 κιλά, πρὸς 29 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσα χρήματα διέθεσε ;

15. 'Ο Ντίνος πούλησε 37 κιλά κατεψυγμένου κρέατος πρὸς 27 δραχμὲς τὸ κιλό καὶ διπλάσια ποσότητα νωποῦ κρέατος μὲ διπλάσια τιμὴ τὸ κιλό. Πόσα χρήματα εἰσέπραξε ἀπὸ τὸ κατεψυγμένο κρέας καὶ πόσα ἀπὸ τὸ νωπὸ ;



Τὰ ἀρτοποιεῖα

Ἄρτος λέγεται τὸ ψωμί. Τὸ ψωμὶ παρασκευάζεται στ' ἀρτοποιεῖα ἀπὸ ἀλεύρι σταριοῦ. Ζυμώνεται ἀπὸ ἐργάτες ἢ εἰδικές μηχανές καὶ ψήνεται σὲ κοινούς ἢ ἡλεκτρικούς φούρ-
νους.

Στὰ μικρὰ χωριά δὲν ὑπάρχουν ἀρτοποιεῖα. Ἐκεῖ ἡ κάθε οἰκογένεια παρασκευάζει τὸ ψωμὶ ποὺ τῆς χρειάζεται καὶ τὸ ψήνει σὲ μικροὺς φούρνους ἢ μὲ διάφορα ἄλλα μέσα.

Οἱ ἀρτοποιοὶ δὲν πουλοῦν μόνο ψωμί, ἀλλὰ καὶ ἄλλα εἶδη, ὅπως φρυγανιές, κουλλούρια κλπ. Στοὺς φούρνους ψή-
νουν τὸ ψωμὶ ἢ διάφορα φαγητὰ ποὺ πηγαίνουν οἱ πελάτες
τους ἀπὸ τὰ σπίτια τους.

Οί ἄρτοποιοὶ εἶναι γρήγοροι στὴ δουλειά τους καὶ κάνουν τοὺς λογαριασμοὺς τους μὲ μεγάλη ἄνεσι καὶ εὐκολία. Ἄς τοὺς παρακολουθήσουμε καὶ ἄς λύσουμε κι ἐμεῖς μερικὰ ἀπὸ τὰ προβλήματά τους.

4. Η ΔΙΑΙΡΕΣΙ

1) Ἡ Διαίρεσι μερισμοῦ

Πρόβλημα. Ὁ Πέτρος ἀγόρασε 700 κιλὰ ἀλεύρι γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ ἄρτοποιείου του καὶ πλήρωσε 3.500 δραχμὲς. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἓνα κιλό ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τοῦ ἑνὸς κιλοῦ, πρέπει νὰ μοιράσουμε τὶς 3.500 δραχμὲς ποὺ πλήρωσε σὲ 700 ἴσα μέρη.

α) Παραστατικά

Θ' ἀναλύσουμε τὶς 3.500 δραχμὲς σ' ἑκατοντάδες δραχμῶν. Ἐπειτα θὰ χωρίσουμε τὶς ἑκατοντάδες τῶν δραχμῶν ἀνὰ ἑφτά, ὅσες δηλαδὴ ἔχει καὶ τὸ 700 καὶ θὰ τὶς κλείσουμε σὲ ὀρθογώνια παραλληλόγραμμα. Νά, ἔτσι:



Τὸ σύνολο τῶν παραλληλογράμμων αὐτῶν φανερώνει τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ ἴσα μέρη, στὰ ὁποῖα χωρίσαμε τὶς 3.500 δραχμὲς. Ἄς τὰ μετρήσουμε. Εἶναι 5.

Ἀπάντησι. Ἄρα ὁ Πέτρος ἀγόρασε τὸ ἀλεύρι πρὸς 5 δραχμὲς τὸ κιλό.

β) Πρακτικά

Γράφουμε πρώτα τον αριθμό που θέλουμε να μοιράσουμε, δηλαδή το 3.500. Έπειτα δίπλα του και προς τα δεξιά γράφουμε τον αριθμό που μας λείπει σε πόσα ίσα μέρη πρέπει να μοιράσουμε το 3.500, δηλαδή το 700, και εκτελούμε την πράξη.

$$\begin{array}{r|l} \text{Διαιρετέος} \leftarrow 3.500 & 700 \rightarrow \text{Διαιρέτης} \\ \text{Υπόλοιπο} \leftarrow 000 & 5 \rightarrow \text{Πηλίκο} \\ & \longrightarrow \text{Σημείο της διαιρέσεως} \end{array}$$

Η πράξη που κάναμε, για να λύσουμε το πρόβλημα, λέγεται **διαίρεσι μερισμοῦ**. Άρα :

Διαίρεσι μερισμοῦ κάνουμε, όταν γνωρίζουμε την αξία τῶν πολλῶν μονάδων ἑνὸς πράγματος καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὴν αξία τῆς μιᾶς μονάδας του ἢ ὅταν θέλωμε νὰ μοιράσωμε ἕναν ἀριθμὸ σὲ πολλὰ ἴσα μέρη.

Στὴ διαίρεσι μερισμοῦ ἔχομε πάντοτε δύο ἀριθμούς : τὸν **διαιρετέο** καὶ τὸν **διαιρέτη**.

• Ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης στὴ διαίρεσι μερισμοῦ εἶναι πάντοτε ποσὰ **ἑτεροειδῆ**· π.χ. δραχμὲς ὁ διαιρετέος, κι-
λὰ ὁ διαιρέτης.

• Ὁ ἀριθμὸς ποὺ ἐξάγεται ἀπὸ τὴν πράξι τῆς διαιρέ-
σεως λέγεται **πηλίκο**.

• Ἡ διαίρεσι, ὅταν ἀφήνῃ ὑπόλοιπο μηδέν, λέγεται **τε-
λεία**. **Ἀτελής** λέγεται, ὅταν ἀφήνῃ ὑπόλοιπο ἄλλον ἀριθμὸ
(ἐκτὸς ἀπὸ μηδέν).

• Ὅταν ὁ διαιρέτης δὲν χωράῃ σ' ἕνα τμῆμα τοῦ διαιρε-
τέου, γράφουμε μηδέν στὸ πηλίκο καὶ κατεβάζομε ἕνα ἀκόμη
ψηφίο τοῦ διαιρετέου.

• Κάθε ἀριθμός, ὅταν διαιρεθῇ μὲ τὸ 1, δίνει πηλίκο τὸν
ἑαυτοῦ· π.χ. $2 : 1 = 2$, $10 : 1 = 10$, $217 : 1 = 217$ κλπ.

● Τὴν πράξι τῆς διαιρέσεως τὴν ἀρχίζομε ἀπὸ τ' ἀριθμοῦ καὶ προχωροῦμε πρὸς τὰ δεξιά.

● Τὸ σημεῖο τῆς διαιρέσεως εἶναι τό : ἢ  καὶ λέγεται **διὰ ἢ μέ.**

Ἡ δοκιμὴ τῆς διαιρέσεως

Γιὰ νὰ ἐλέγξωμε τὴν πράξι τῆς διαιρέσεως, πολλαπλασιάζομε τὸν διαιρέτη ἐπὶ τὸ πηλίκο καὶ στὸ γινόμενο προσθέτομε τὸ ὑπόλοιπο. Ἄν ἡ πράξι ἔγινε σωστά, πρέπει νὰ βροῦμε τὸν διαιρετέο. Π.χ. γιὰ τὸ πρόβλημα ποὺ λύσαμε ἔχομε : $700 \times 5 + 0 = 3.500 + 0 = 3.500$.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

- α) $5.000 : 10$ β) $5.000 : 100$ γ) $5.000 : 1.000$ δ) $6.000 : 10$
ε) $6.000 : 50$ στ) $6.000 : 60$ ζ) $7.000 : 10$ η) $7.000 : 70$
θ) $7.000 : 100$ ι) $7.000 : 1.000$

2. Γραπτῶς

- α) $2.250 : 25$ β) $4.500 : 125$ γ) $3.150 : 105$ δ) $6.300 : 210$
ε) $18.018 : 302$ στ) $80.029 : 243$ ζ) $91.315 : 315$ η) $100.709 : 503$
θ) $208.008 : 104$ ι) $202.020 : 101$ ια) $30.625 : 175$
ιβ) $82.008 : 402$ ιγ) $163.827 : 327$ ιδ) $10.600 : 1325$ ιε) $9.180 : 1.020$
ιστ) $38.529 : 4.281$ ιζ) $40.821 : 3.711$ ιη) $45.317 : 5.015$
ιθ) $60.180 : 5.015$ κ) $70.409 : 7.040$

Προβλήματα διαιρέσεως μερισμοῦ

1. Ὁ Πέτρος ἀγόρασε 15 τσουβάλια ἀλεύρι καὶ πλήρωσε 4.875 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἓνα τσουβάλι ;
2. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε 43 δοχεῖα πετρέλαιο γιὰ τὸν φοῦρνο του καὶ πλήρωσε 4.085 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἓνα δοχεῖο ;

3. 'Ο Περικλῆς πούλησε τὸν προηγούμενο μῆνα 198 κιλά φρυγανιές καὶ εἰσέπραξε 3.168 δραχμές. Πόσες δραχμές πουλοῦσε τὸ ἓνα κιλό ;

4. 'Ο ἴδιος ὑπολόγισε ὅτι τὸν προηγούμενο μῆνα πούλησε καὶ 257 κιλά κουλλούρια καὶ πῆρε 6.939 δραχμές. Πόσο πουλοῦσε τὸ ἓνα κιλό ;

5. 'Ο Πέτρος ὑπολόγισε ὅτι, ἂν πουλοῦσε 1.350 κιλά ψωμί, θὰ ἔπαιρνε 8.100 δραχμές. Πόσο πουλοῦσε τὸ ἓνα κιλό ;

6. 'Ο ἴδιος ἀγόρασε 185 μικρὲς λαμαρίνες γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ ἀρτοποιείου του καὶ πλήρωσε 4.625 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὴ μιά λαμαρίνα ;

7. 'Ο Περικλῆς πούλησε τὸν προηγούμενο μῆνα 2.653 κιλά ψωμί καὶ εἰσέπραξε 15.918 δραχμές. Πόσο πουλοῦσε τὸ ἓνα κιλό ;

8. 'Ο ἴδιος ἀγόρασε 1.325 κιλά ἀλεύρι α' ποιότητος καὶ πλήρωσε 9.275 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἓνα κιλό ;

9. 'Ο Πέτρος ὑπολόγισε ὅτι πέρυσι τὸ ἀρτοποιεῖο του ἐργάστηκε 364 ἡμέρες καὶ πλήρωσε στὸ ἐργατικὸ του προσωπικὸ 300.300 δραχμές. Πόσα χρήματα ξόδεψε τὴ μιά μέρα ;

10. 'Ο Λάμπρος ὑπολόγισε ὅτι πέρυσι ἀγόρασε γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ ἀρτοποιείου του 1.279 τσουβάλια ἀλεύρι καὶ πλήρωσε 383.700 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἓνα τσουβάλι ;

11. 'Ο ἴδιος ὑπολόγισε ὅτι πέρυσι πλήρωσε στὸ ἐργατικὸ του προσωπικὸ 328.536 δραχμές. Πόσα χρήματα ξόδεψε τὴ μιά μέρα, ἂν τὸ ἀρτοποιεῖο του ἐργάστηκε 351 μέρες ;

12. 'Ο Περικλῆς ὑπολογίζει ὅτι φέτος ὅλα τὰ ἔξοδα τοῦ ἀρτοποιείου του θὰ εἶναι 666.125 δραχμές. Πόσες δραχμές ἀναλογοῦν στὴ μιά μέρα ;



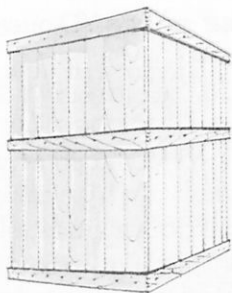
2) 'Η διαιρέσει μετρήσεως

Πρόβλημα. 'Ο Πέτρος άδειασε 4.125 κιλά άλεύρι από ένα άμπάρι σε βαρέλια τών 375 κιλών. Πόσα τέτοια βαρέλια γέμισε ;

Λύσι. Για νά βρούμε πόσα βαρέλια τών 375 κιλών γέμισε ό Πέτρος με τά 4.125 κιλά άλεύρι, πρέπει νά βρούμε πόσες φορές χωράει ό αριθμός 375 μέσα στον αριθμό 4.125. Πρέπει δηλαδή νά διαιρέσωμε τόν αριθμό 4.125 με τó 375.

α) Παραστατικά

4.125
κιλά



375 κιλά

$$\begin{aligned}4125 - 375 &= 3750 \\3750 - 375 &= 3375 \\3375 - 375 &= 3000 \\3000 - 375 &= 2625 \\2625 - 375 &= 2250 \\2250 - 375 &= 1875 \\1875 - 375 &= 1500 \\1500 - 375 &= 1125 \\1125 - 375 &= 750 \\750 - 375 &= 375 \\375 - 375 &= 0\end{aligned}$$



***Απάντησι.** *Αρα ό Πέτρος με τά 4.125 κιλά άλεύρι γέμισε 11 βαρέλια τών 375 κιλών.

β) Πρακτικά

Γράφουμε πρώτα τον αριθμό, ό οποίος φανερώνει τὰ κιλά που περιέχονται στο άμπάρι, δηλαδή τὸ 4.125. Δίπλα ἀπὸ αὐτὸν καὶ πρὸς τὰ δεξιά του γράφουμε τὸν αριθμό, ό οποίος φανερώνει τὰ κιλά που χωράει καθένα ἀπὸ τὰ βαρέλια, δηλαδή τὸ 375, καὶ ἐκτελοῦμε τὴν πράξι.

$$\begin{array}{r|l} \text{Διαιρετέος} \longrightarrow 4.125 & 375 \rightarrow \text{Διαιρέτης} \\ 0\ 375 & 11 \rightarrow \text{Πηλίκο} \\ \hline \text{Ύπόλοιπο} \longrightarrow 000 & \longrightarrow \text{Σημεῖο τῆς διαιρέσεως} \end{array}$$

Ἡ πράξι που κάναμε νὰ λύσουμε τὸ πρόβλημα λέγεται **διαίρεσι μετρήσεως**. Ἄρα :

Διαίρεσι μετρήσεως κάνομε, ὅταν γνωρίζωμε τὴν ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας ἑνὸς πράγματος καὶ τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μονάδων του καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε πόσες εἶναι οἱ πολλὲς μονάδες ἢ ὅταν θέλωμε νὰ βροῦμε πόσες φορές ἕνας ἀριθμὸς περιέχεται σ' ἕναν ἄλλο.

• Στὴ διαίρεσι μετρήσεως, ὅπως καὶ στὴ διαίρεσι μερισμοῦ, ἔχομε δύο ἀριθμούς: τὸν **διαιρετέο** καὶ τὸν **διαιρέτη**.

• Ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης στὴ διαίρεσι μετρήσεως εἶναι πάντοτε ποσὰ **ὁμοειδῆ**: π.χ. κιλὰ ὁ διαιρετέος, κιλὰ καὶ ὁ διαιρέτης, δραχμὲς ὁ ἕνας, δραχμὲς καὶ ὁ ἄλλος.

• Ὁ ἀριθμὸς που ἐξάγεται ἀπὸ τὴ διαίρεσι μετρήσεως λέγεται **πηλίκο**.

• Ἡ διαίρεσι εἶναι πράξι ἀντίστροφη τοῦ πολλαπλασιασμοῦ.

• Στὴν πράξι τῆς διαιρέσεως συναντοῦμε τὸν πολλαπλασιασμό, τὴν ἀφαίρεσι καὶ τὴν πρόσθεσι. Ἐπομένως ἡ διαίρεσι εἶναι πράξι **σύνθετη**.

Άσκσεις

1. Από μνήμης

α) $1.000 : 2$ β) $1.000 : 4$ γ) $1.000 : 8$ δ) $1.000 : 5$ ε) $1.000 : 10$ στ) $3.000 : 10$ ζ) $5.500 : 100$ η) $6.000 : 20$ θ) $8.000 : 80$
ι) $6.600 : 110$ ια) $6.000 : 200$ ιβ) $11.000 : 1.100$

2. Γραπτώς

α) $3.775 : 25$ β) $7.080 : 40$ γ) $9.625 : 55$ δ) $10.025 : 75$
ε) $10.305 : 81$ στ) $78.125 : 125$ ζ) $67.973 : 101$ η) $63.706 : 106$
θ) $66.990 : 606$ ι) $60.014 : 307$

Προβλήματα διαιρέσεως μετρήσεως

1. Ο Πέτρος έβαλε 3.875 φρυγανιές σέ χαρτοσακκούλες, που ή κάθε μιá χωρούσε 25 φρυγανιές. Πόσες χαρτοσακκούλες γέμισε ;

2. Ο ίδιος έβαλε 8.631 κιλά άλεύρι σέ τσουβάλια τών 63 κιλών. Πόσα τσουβάλια γέμισε ;

3. Ο Περικλής άγόρασε άπό άλευρόμυλο 7.020 κιλά άλεύρι σέ σακκιά τών 65 κιλών. Πόσα σακκιά άλεύρι άγόρασε ;

4. Ο Νίκος έργάζεται σtó άρτοποιείο του Πέτρου καί παίρνει 165 δραχμές τήν ήμέρα. Στό τέλος του προηγούμενου μηνός είσέπραξε 4.785 δραχμές. Πόσες ήμέρες έργάστηκε ;

5. Ο Περικλής έψησε 4.608 κουλλούρια σέ λαμαρίνες, που ή κάθε μιá χωρούσε 144 κουλλούρια. Πόσες λαμαρίνες χρειάστηκε ;

6. Ο φούρνος του Πέτρου χωράει 185 ψωμιá του ένός κιλου. Πόσες φορές θά τόν κάψει, για νά ψήση 3.330 τέτοια ψωμιá ;

7. Ο Λάμπρος άγόρασε 4.416 κιλά πετρέλαιο, για νά καή τόν φούρνο του, σέ βαρέλια τών 138 κιλών. Πόσα βαρέλια άγόρασε ;

8. Ο ίδιος τόν προηγούμενο μήνα πούλησε 5.742 κιλά ψωμί. Πόσες ήμέρες έργάστηκε τό άρτοποιείο του, άν κάθε μέρα πουλούσε 198 κιλά ;

9. 'Ο Πέτρος έβαλε 6.790 κουλλούρια σέ καλάθια τών 1.358 κουλλουριών. Πόσα καλάθια γέμισε ;

10. 'Ο ίδιος έχει στην αποθήκη του 18.400 κιλά αλεύρι. Πόσες ημέρες θά περάσει, αν ζυμώνη την ημέρα 368 κιλά ;

11. Οί άρτεργάτες του Περικλή παίρνουν συνολικά 1.235 δραχμές την ημέρα. Προχτές ό Περικλής τούς έδωσε 55.575 δραχμές. Για πόσες ημέρες τούς πλήρωσε ;

12. 'Ο Λάμπρος ύπολόγισε ότι πέρυσι είχε εισπράξει 4.335 δραχμές την ημέρα και ότι εισέπραξε συνολικά 1.521.585 δραχμές. Πόσες ημέρες εργάστηκε τό άρτοποιείο του ;

3) 'Η διαίρεσι μερισμού και μετρήσεως με διαιρέτη

1. Με τό 10.

"Εστω ότι έχουμε νά διαιρέσουμε τό $1.250 : 10$. Δεν θά κά-
νωμε τή διαίρεσι όπως μάθαμε, αλλά θά βρούμε άμέσως τό πη-
λίκo και τό υπόλοιπο. Πώς όμως ; Παρατηρούμε ότι τό 1.250
περιέχει 125 δεκάδες και 0
μονάδες. "Αρα τό πηλίκo
τής διαιρέσεως είναι 125
και τό υπόλοιπο 0.

$$\begin{array}{r|l} 1.250 & 10 \\ 000 & 125 \end{array}$$

2. Με τό 100.

"Εστω ότι έχουμε νά διαιρέσουμε τό $1.250 : 100$. Παρατη-
ρούμε κι έδω ότι τό 1.250 περιέχει 12 εκατοντάδες και 50 μο-
νάδες. "Αρα τό πηλίκo τής
διαιρέσεως είναι 12 και τό
υπόλοιπο 50.

$$\begin{array}{r|l} 1.250 & 100 \\ 050 & 12 \end{array}$$

3. Με τό 1.000.

"Εστω ότι έχουμε πάλι νά διαιρέσουμε τό $1.250 : 1.000$.
Παρατηρούμε ότι τό 1.250 περιέχει 1 χιλιάδα και 250 μονά-
δες. "Αρα τό πηλίκo τής
διαιρέσεως είναι 1 και τό
υπόλοιπο 250.

$$\begin{array}{r|l} 1.250 & 1.000 \\ 0250 & 1 \end{array}$$

4) Συντομίες στη διαίρεση μερισμού και μετρήσεως

Όταν έχουμε να διαιρέσουμε έναν αριθμό που τελειώνει σε μηδενικά με διαιρέτη που τελειώνει επίσης σε μηδενικά, για συντομία, δεν λογαριάζουμε ίσο αριθμό μηδενικών του διαιρετέου και του διαιρέτη, χωρίς να υπάρχει κίνδυνος να κάνουμε λάθος· π.χ.

$$\begin{array}{r|l} 3.5[00 & 7[00 \\ 0 & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3.0[00 & 6[00 \\ 0 & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 8.00[0 & 5[0 \\ 30 & 160 \\ 00 & \end{array}$$

Σημείωσι: Ο τρόπος αυτός της διαιρέσεως είναι ὀρθός, μόνο όταν ἡ πρᾶξι εἶναι **τελεία**. Ἄν ἡ πρᾶξι ἀφήνῃ ὑπόλοιπο, ἔχομε βέβαια τὸ ἴδιο πηλίκο, ἀλλὰ διαφορετικὸ πάντοτε ὑπόλοιπο. Γι' αὐτὸ ἡ ἐφαρμογὴ αὐτοῦ τοῦ τρόπου διαιρέσεως πρέπει νὰ γίνεται μὲ πολλή προσοχή.

Ἀσκήσεις

Α. Νὰ βρῆτε ἀπὸ μνήμης τὰ πηλίκα καὶ τὰ ὑπόλοιπα τῶν διαιρέσεων :

- | | | | |
|------------------|--------------|--------------|----------------|
| 1) 150:10 | 4) 2.387:10 | 7) 1.500:100 | 10) 4.735:100 |
| 2) 1.251:10 | 5) 18.702:10 | 8) 2.070:100 | 11) 5.001:100 |
| 3) 1.326:10 | 6) 20.005:10 | 9) 3.009:100 | 12) 27.038:100 |
| 13) 10.800:1.000 | | | |
| 14) 11.000:1.000 | | | |
| 15) 12.375:1.000 | | | |

Β. Νὰ κάμετε μὲ συντομία τὶς διαιρέσεις ποὺ ἀκολουθοῦν :

- | | | | |
|-------------|---------------|-----------------|---------------|
| 1) 1.300:20 | 3) 21.300:600 | 5) 60.060:2.100 | 7) 87.000:500 |
| 2) 5.090:30 | 4) 25.260:800 | 6) 81.810:3.900 | 8) 90.000:310 |

Προβλήματα τῶν τεσσάρων πράξεων

1. Ὁ κυρ-Πανάγος συγκέντρωσε ἀπὸ τὰ χωράφια του 2.527 κιλά φασόλια. Κράτησε γιὰ τὸ σπίτι του 235 κιλά. Τὰ μισὰ τῶν ὑπολοίπων τὰ πούλησε πρὸς 15 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ τ' ἄλλα μισὰ πρὸς 12. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

2. Ὁ Μιχάλης ἀγόρασε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα μερικὰ σακκιὰ λίπασμα καὶ πλήρωσε 2.184 δραχμὲς. Ἄν ἀγόραζε 4 σακκιὰ ἀκόμη, θὰ πλήρωνε 2.600 δραχμὲς. Πόσα σακκιὰ ἀγόρασε ;

3. Ὁ Λουκάς πούλησε σιτάρι καὶ πῆρε 4.161 δραχμὲς. Ἄν πουλοῦσε 65 κιλά ἀκόμη, θὰ ἔπαιρνε 4.356 δραχμὲς. Πόσα κιλά πούλησε ;

4. Ὁ ἴδιος πούλησε φακὲς καὶ πῆρε 2.836 δραχμὲς. Ἄν πουλοῦσε 26 κιλά λιγώτερα, θὰ ἔπαιρνε 2.524 δραχμὲς. Πόσα κιλά πούλησε ;

5. Ὁ κυρ-Πανάγος πούλησε 2.671 κιλά σιτάρι πρὸς 3 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ κριθάρι πρὸς 2 δραχμὲς τὸ κιλὸ. Εἰσέπραξε συνολικὰ 10.065 δραχμὲς. Πόσα κιλά κριθάρι πούλησε ;

6. Ἡ Ἀγροτικὴ Τράπεζα πούλησε 23 γίδες πρὸς 1.285 δραχμὲς τὴ μία καὶ 12 κατσίκια. Εἰσέπραξε 40.811 δραχμὲς. Πόσο πούλησε τὰ κατσίκια ;

7. Ὁ Ντίνος ἀγόρασε 45 τράγους πρὸς 508 δραχμὲς τὸν ἓνα καὶ 13 ἄρνια. Πλήρωσε συνολικὰ 25.577 δραχμὲς. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἓνα ἄρνι ;

8. Ὁ Παντελῆς ἀγόρασε 135 ἄρνια πρὸς 256 δραχμὲς τὸ ἓνα. Πόσο πρέπει νὰ πουλήσῃ τὸ καθένα, γιὰ νὰ κερδίσῃ 5.940 δραχμὲς ;

9. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε 147 κατσίκια καὶ ἔδωσε 30.135 δραχμὲς. Πόσο πρέπει νὰ πουλήσῃ τὸ καθένα, γιὰ νὰ κερδίσῃ 5.880 δρχ. ;

10. Ὁ Γιῶργος πούλησε κρέας πρὸς 47 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ κέρδισε 3.684 δραχμὲς. Πόσα κιλά κρέας πούλησε, ἂν ἀγόρασε τὸ κιλὸ 35 δραχμὲς ;

11. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε κρέας πρὸς 42 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ τὸ πούλησε πρὸς 37 δραχμὲς. Πόσα κιλά ἀγόρασε, ἂν ζημιώθηκε 500 δραχμὲς ;

12. 'Ο Σταῦρος ἀγόρασε 185 ἀρνιά πρὸς 235 δραχμὲς τὸ ἓνα. Ὄταν τὰ πούλησε, κέρδισε 12.395 δραχμὲς. Πόσο πούλησε τὸ ἓνα ;

13. 'Ο Κώστας ἀγόρασε 78 κιλά κρέας πρὸς 38 δραχμὲς τὸ κιλό. Πούλησε 62 κιλά καὶ εἰσέπραξε τὰ χρήματα ποὺ ἔδωσε νὰ τὸ ἀγοράσῃ καὶ 198 δραχμὲς ἀκόμη. Πόσο πουλοῦσε τὸ ἓνα κιλό ;

14. 'Ο Πέτρος ἀγόρασε ἀλεύρι πρὸς 45 δραχμὲς τὰ 10 κιλά. Ἔδωσε 5.000 δραχμὲς καὶ πῆρε ρέστα 50. Πόσα κιλά ἀλεύρι ἀγόρασε ;

15. 'Ο Λάμπρος πούλησε 420 ψωμιά. Τὰ μισὰ πρὸς 35 δραχμὲς τὰ 7 καὶ τ' ἄλλα μισὰ πρὸς 18 δραχμὲς τὰ 3. Πόσα χρήματα εἰσέπραξε ;

16. 'Ο Περικλῆς πούλησε κουλλούρια πρὸς 4 δραχμὲς τὰ 8 καὶ εἰσέπραξε 600 δραχμὲς. Πόσα κουλλούρια πούλησε ;

17. 'Ο Γιώργος ἀγόρασε 42 ἀρνιά καὶ 18 κατσίκια καὶ πλήρωσε συνολικὰ 17.082 δραχμὲς. Κάθε ἀρνὶ ἦταν ἀκριβότερο ἀπὸ κάθε κατσίκι κατὰ 51 δραχμὲς. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἓνα ἀρνὶ καὶ πόσο τὸ ἓνα κατσίκι ;

18. Τρεῖς γεωργοὶ δανείστηκαν ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα 36.000 δραχμὲς. Ὁ α' πῆρε 6.500 δραχμὲς περισσότερες ἀπὸ τὸν γ' καὶ ὁ β' 4.000 δραχμὲς λιγώτερες ἀπὸ τὸν α'. Πόσες δραχμὲς δανείστηκε ὁ καθένας ;



ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟ

ΟΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α. ΓΕΝΙΚΑ

Ι. ΑΙΣΘΗΤΟΠΟΙΗΣΙ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

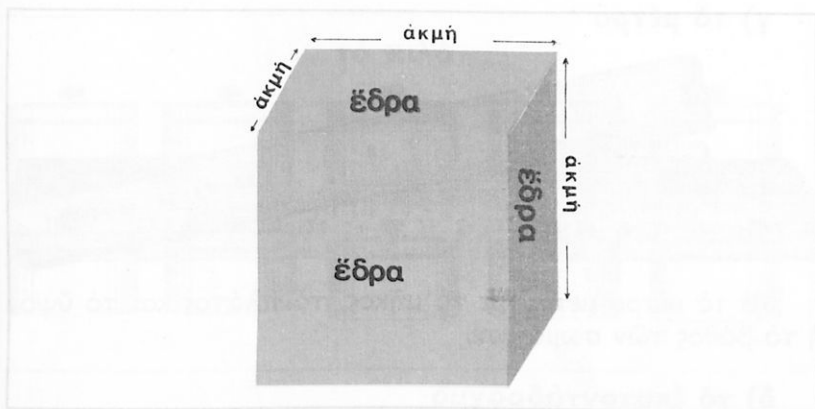
Μάθαμε ότι κάθε άκέραιος αριθμός γίνεται από την επανάληψη της άκέραιας μονάδας. Ός άκέραια όμως μονάδα, εκτός από το 1, μπορούμε να χρησιμοποιήσωμε και κάθε άλλον αριθμό, όπως το 10, το 100, το 1.000 κλπ. Έτσι ο αριθμός 5 δεκάδραχμα γίνεται βέβαια από την επανάληψη της άκέραιας μονάδας, αλλά έδω ή άκέραια μονάδα δέν είναι ή 1 δραχμή. Είναι το 1 δεκάδραχμο, δηλαδή οι 10 δραχμές. Ο αριθμός πάλι 6 εκατοντάδραχμα γίνεται από την επανάληψη του 1 εκατοντάδραχμου, δηλαδή των 100 δραχμών. Παρόμοια και ο αριθμός 7 χιλιάδες γίνεται από την επανάληψη του 1 χιλιάδραχμου, δηλαδή των 1.000 δραχμών.

Η χρησιμοποίησι ως άκέραιας μονάδας του 10, 100, 1.000 κλπ. έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία των δεκαδικών αριθμών.

Για να κατανοήσωμε τους δεκαδικούς αριθμούς, θα χρησιμοποιήσωμε ως άκέραια μονάδα :

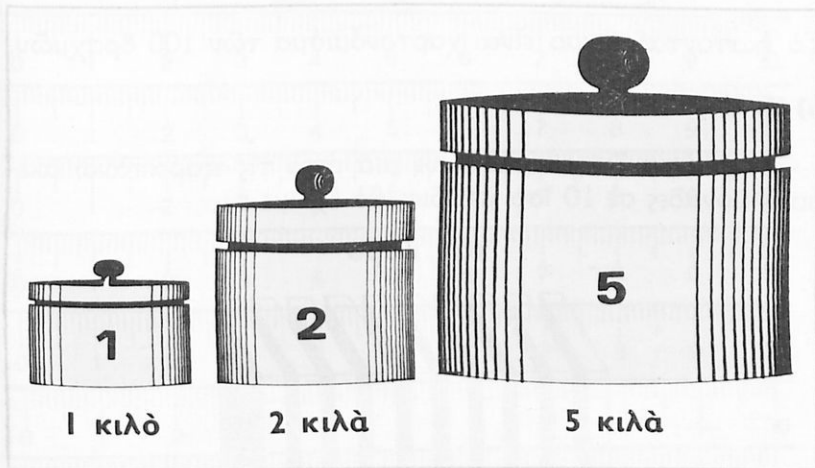
α) τὸν κύβο

Κάθε έδρα του κύβου μπορεί να θεωρηθῇ ως βάσι του. Ο κύβος έχει 12 άκμές. Οι άκμές του κύβου είναι ίσες μεταξύ τους.



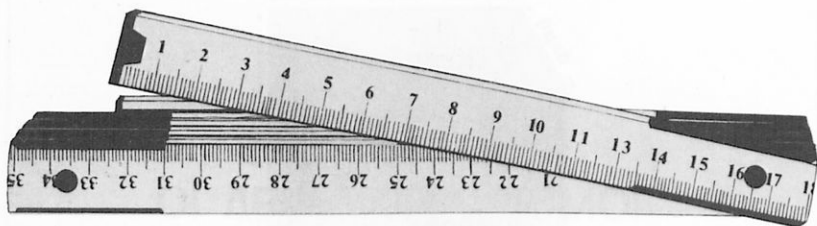
Ο κύβος είναι στερεό γεωμετρικό σώμα. Έχει 6 έδρες, οι οποίες είναι τετραγωνικές και ίσες μεταξύ τους. Σχήμα κύβου έχουν τὰ ζάρια και διάφορα μικρά ή και μεγάλα κιβώτια.

β) τὰ σταθμά



Τὰ σταθμά είναι μεταλλικά σώματα γνωστού βάρους. Χρησιμοποιούνται ως αντίβαρα για τὴ ζύγισι διαφόρων αντικειμένων.

γ) τὸ μέτρο



Μὲ τὸ μέτρο μετροῦμε τὸ μῆκος, τὸ πλάτος καὶ τὸ ὕψος ἢ τὸ βάθος τῶν σωμάτων.

δ) τὸ ἑκατοντάδραχμο

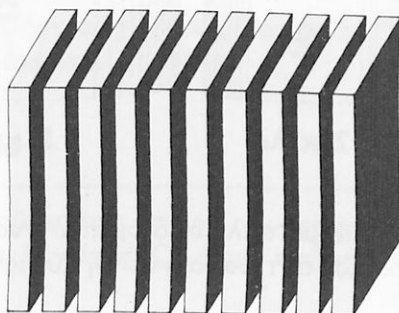


Τὸ ἑκατοντάδραχμο εἶναι χαρτονόμισμα τῶν 100 δραχμῶν.

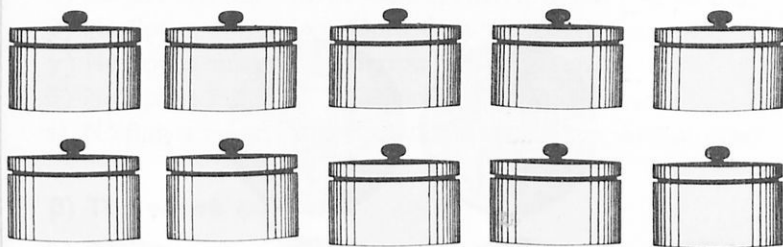
α) Τί εἶναι τὰ δέκατα

Ἄν τώρα διαιρέσωμε κάθε μιὰ ἀπὸ τὶς παραπάνω ἀκέραιες μονάδες σὲ 10 ἴσα μερίδια, θὰ ἔχουμε :

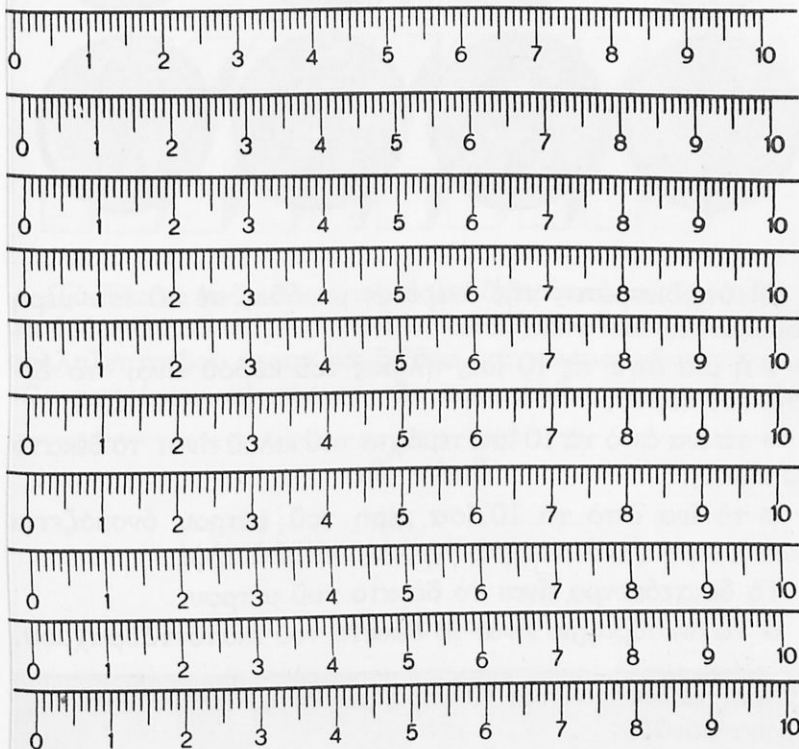
τὸν κύβο



τὸ κιλὸ



τὸ μέτρο



τὸ ἑκατοντάδραχμο



Οἱ ὑποδιαίρέσεις τῆς ἀκέραιας μονάδας σὲ 10 ἴσα μέρη ὀνομάζονται **δέκατα**. Ἔτσι :

- ἡ μιὰ ἀπὸ τὶς 10 ἴσες πλάκες τοῦ κύβου εἶναι τὸ δέκατο τοῦ κύβου,
 - τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ 10 ἴσα τεμάχια τοῦ κιλοῦ εἶναι τὸ δέκατο τοῦ κιλοῦ,
 - τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ 10 ἴσα μέρη τοῦ μέτρου ὀνομάζεται δεκατόμετρο (παλαιότερα λεγόταν «παλάμη»).
- Τὸ δεκατόμετρο εἶναι τὸ δέκατο τοῦ μέτρου.
- Τὸ δεκάδραχμο εἶναι τὸ δέκατο τοῦ ἑκατοντάδραχμου.

Ἄρα, τὸ δέκατο εἶναι 10 φορές μικρότερο ἀπὸ τὴν ἀκέραια μονάδα.

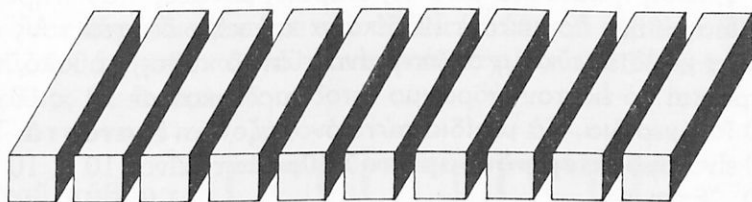
Άσκησης

- α) Να κατασκευάσετε έναν κύβο κι έπειτα τὸ ἕνα δέκατό του.
- β) Να βρῆτε πόσα γραμμάρια εἶναι τὸ δέκατο τοῦ κιλοῦ.
- γ) Να βρῆτε πόσα δεκατόμετρα ἔχει τὸ μέτρο.
- δ) Να βρῆτε πόσα δεκατόμετρα ἔχουν τὰ δύο μέτρα.
- ε) Να βρῆτε πόσες δραχμὲς εἶναι τὸ δέκατο τοῦ χιλιοδραχμου.

β) Τί εἶναι τὰ ἑκατοστὰ

Ἄν διαιρέσωμε τὸ δέκατο τοῦ κύβου, τοῦ κιλοῦ, τοῦ μέτρου καὶ τοῦ ἑκατοντάδραχμου σὲ 10 πάλι ἴσα μερίδια, θὰ ἔχωμε :

τοῦ κύβου



Τὸ δέκατο τοῦ κύβου καὶ οἱ ὑποδιαίρέσεις του ἔχουν σχῆμα ὀρθογώνιου παραλληλεπιπέδου. Σχῆμα ὀρθογώνιου παραλληλεπιπέδου ἔχουν τὰ βιβλία, τὰ κουτιά τῶν σπέρτων, τῶν τσιγάρων, οἱ πλάκες τῶν σαπουनिῶν, οἱ σανίδες κλπ.

τοῦ κιλοῦ



τοῦ μέτρου



τοῦ ἑκατοντάδραχμου



Ἐπειδὴ ἡ κάθε μιὰ ἀπὸ τὶς ἀκέραιες μονάδες ποὺ πήραμε ὑποδιαιρέθηκε ἀρχικὰ σὲ 10 δέκατα καὶ κάθε δέκατό τους σὲ 10 ἴσα μερίδια, εὐκολὰ συμπεραίνομε ὅτι ὁ κύβος, τὸ κιλό, τὸ μέτρο καὶ τὸ ἑκατοντάδραχμο ὑποδιαιρέθηκαν σὲ $10 \times 10 = 100$ ἴσα μερίδια. Τὰ μερίδια αὐτὰ ὀνομάζονται **ἑκατοστά**. Τὸ 100 εἶναι ἡ **δεύτερη δύναμι τοῦ 10**, γιατί εἶναι $10 \times 10 = 100$. Ἔτσι :

- τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ 100 ἴσα ὀρθογώνια παραλληλεπίπεδα τοῦ κύβου εἶναι τὸ ἑκατοστό τοῦ κύβου,

- τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ 100 ἴσα τεμάχια τοῦ κιλοῦ εἶναι τὸ ἑκατοστό τοῦ κιλοῦ,

- τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ 100 ἴσα μερίδια τοῦ μέτρου ὀνομάζεται ἑκατοστόμετρο ἢ ἑκατοστό τοῦ μέτρου (παλαιότερα λεγόταν καὶ «δάκτυλος»).

Τὸ ἑκατοστόμετρο εἶναι τὸ ἑκατοστό τοῦ μέτρου.

- Ἡ δραχμὴ εἶναι τὸ ἑκατοστό τοῦ ἑκατοντάδραχμου.

Ἀρα, τὸ ἑκατοστό εἶναι μικρότερο 10 φορές ἀπὸ τὸ δέκατο καὶ 100 φορές ἀπὸ τὴν ἀκέρεια μονάδα.

Άσκησης

α) Να κατασκευάσετε έναν κύβο με μήκος άκμης 10 εκατοστά του μέτρου κι έπειτα να τον διαιρέσετε σ' εκατοστά.

β) Τά 5 δέκατα του μέτρου με πόσα εκατοστά αντιστοιχοῦν;

γ) Τά 7 δέκατα του εκατοντάδραχμου με πόσα εκατοστά αντιστοιχοῦν;

δ) Τά 3 δέκατα του κύβου με πόσα εκατοστά αντιστοιχοῦν;

ε) Πόσα δέκατα είναι 80 εκατοστά του εκατοντάδραχμου;

στ) Πόσα εκατοστά είναι 9 δέκατα του κιλοῦ;

ζ) Πόσα δέκατα είναι 60 εκατοστά του κιλοῦ;

η) Πόσες δραχμές είναι 30 εκατοστά του εκατοντάδραχμου;

θ) Πόσες δραχμές είναι 3 δέκατα του δεκάδραχμου;

ι) Τά 5 δέκατα του χιλιόδραχμου πόσες δραχμές είναι;

γ) Τί είναι τὰ χιλιοστά

Ἄν τώρα διαιρέσωμε καὶ τὸ εκατοστὸ τοῦ κύβου, τοῦ κιλοῦ, τοῦ μέτρου καὶ τοῦ εκατοντάδραχμου σὲ 10 ἴσα ἐπίσης μερίδια, θὰ ἔχωμε :

τοῦ κύβου :



τοῦ κιλοῦ :



τοῦ μέτρου :



τοῦ εκατοντάδραχμου :



Ἐπειδὴ ἡ κάθε μονάδα πού πήραμε ἔχει 100 ἑκατοστὰ καὶ κάθε ἑκατοστὸ ὑποδιαιρέθηκε σὲ 10 ἴσα μέρη, συμπεραίνομε ὅτι ὁ κύβος, τὸ κιλό, τὸ μέτρο καὶ τὸ ἑκατοντάδραχμο ὑποδιαιρέθηκαν σὲ $100 \times 10 = 1.000$ ἴσα μέρη. Τὰ μέρη αὐτὰ ὀνομάζονται **χιλιοστά**. Τὸ 1.000 εἶναι **ἡ τρίτη δύναμι τοῦ 10**, γιατί εἶναι $10 \times 10 \times 10 = 1.000$. Ἔτσι :

- τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ 1.000 ἴσα τεμάχια τοῦ κύβου εἶναι τὸ χιλιοστὸ τοῦ κύβου,

- τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ 1.000 ἴσα τεμάχια τοῦ κιλοῦ εἶναι τὸ χιλιοστὸ τοῦ κιλοῦ (τὸ χιλιοστὸ τοῦ κιλοῦ ὀνομάζεται γραμμάριο),

- τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ 1.000 ἴσα μέρη τοῦ μέτρου ὀνομάζεται χιλιοστόμετρο ἢ χιλιοστὸ τοῦ μέτρου (παλαιότερα λεγόταν «γραμμή»).

Τὸ χιλιοστόμετρο εἶναι τὸ χιλιοστὸ τοῦ μέτρου.

- Ἡ δέκαρα εἶναι τὸ χιλιοστὸ τοῦ ἑκατοντάδραχμου.

Ἄρα, τὸ χιλιοστὸ εἶναι 10 φορές μικρότερο ἀπὸ τὸ ἑκατοστὸ, 100 φορές ἀπὸ τὸ δέκατο καὶ 1.000 φορές ἀπὸ τὴν ἀκέραια μονάδα.

Ἀ σ κ ῆ σ ε ι ς

α) Νὰ κατασκευάσετε δύο κύβους: τὸν ἓνα μὲ ἀκμὴ 1 δέκατου τοῦ μέτρου καὶ τὸν ἄλλο μὲ ἀκμὴ 1 ἑκατοστοῦ τοῦ μέτρου καὶ νὰ τοὺς συγκρίνετε.

β) Νὰ συγκρίνετε τὰ 5 δέκατα, τὰ 50 ἑκατοστὰ καὶ τὰ 500 χιλιοστὰ τοῦ κιλοῦ. Τί παρατηρεῖτε ;

γ) Τὰ 7 δέκατα τοῦ κιλοῦ μὲ πόσα χιλιοστὰ ἀντιστοιχοῦν ;

δ) Τὰ 600 χιλιοστὰ τοῦ κιλοῦ πόσα δέκατα εἶναι ;

ε) Τὰ 4 δέκατα τοῦ χιλιοδραχμο πόσες δραχμὲς εἶναι ;

στ) Τὰ 5 δέκατα τοῦ μέτρου μὲ πόσα χιλιοστὰ ἀντιστοιχοῦν ;

ζ) Τὰ 50 ἑκατοστὰ τοῦ κιλοῦ μὲ πόσα χιλιοστὰ ἀντιστοιχοῦν ;

η) Ποιό ποσὸ εἶναι μεγαλύτερο : 3 δέκατα τοῦ κιλοῦ ἢ 300 χιλιοστὰ ;

θ) Ποιό ποσὸ εἶναι μικρότερο : 8 δέκατα τοῦ μέτρου ἢ 700 χιλιοστὰ ;

ι) Τί μέρος τοῦ κιλοῦ εἶναι τὰ 500 χιλιοστὰ ;

2. ΠΟΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΟΝΟΜΑΖΟΝΤΑΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ

Οἱ ὑποδιαίρέσεις τῆς ἀκέραιας μονάδας μὲ βάσι τὸ 10 λέγονται δεκαδικὲς ὑποδιαίρέσεις. Ἄρα :

δεκαδικοὶ λέγονται οἱ ἀριθμοί, μὲ τοὺς ὁποίους γράφομε τὶς δεκαδικὲς ὑποδιαίρέσεις τῆς ἀκέραιας μονάδας.

3. ΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΑΠΑΓΓΕΛΙΑ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

α) Πῶς γράφομε καὶ ἀπαγγέλλομε τὰ δέκατα

0,1 = 1	δέκατο	0,6 = 6	δέκατα
0,2 = 2	δέκατα	0,7 = 7	δέκατα
0,3 = 3	δέκατα	0,8 = 8	δέκατα
0,4 = 4	δέκατα	0,9 = 9	δέκατα
0,5 = 5	δέκατα	1,0 = 10	δέκατα (ἢ ἀκέραια μονάδα).

Τὰ δέκατα γίνονται ἀπὸ τὴν ἐπανάληψι τοῦ 0,1 (ἐνὸς δεκάτου).

β) Πῶς γράφομε καὶ ἀπαγγέλλομε τὰ ἑκατοστὰ

0,01 = 1	ἑκατοστὸ	0,41 = 41	ἑκατοστὰ
0,02 = 2	ἑκατοστὰ	0,55 = 55	ἑκατοστὰ
0,03 = 3	ἑκατοστὰ	0,66 = 66	ἑκατοστὰ
0,08 = 8	ἑκατοστὰ	0,82 = 82	ἑκατοστὰ
0,20 = 20	ἑκατοστὰ	0,97 = 97	ἑκατοστὰ κλπ.

• Τὰ ἑκατοστὰ γίνονται ἀπὸ τὴν ἐπανάληψι τοῦ 0,01 (ἐνὸς ἑκατοστοῦ).

γ) Πῶς γράφομε καὶ ἀπαγγέλλομε τὰ χιλιοστὰ

0,001 = 1	χιλιοστὸ	0,064 = 64	χιλιοστὰ
0,002 = 2	χιλιοστὰ	0,099 = 99	χιλιοστὰ
0,003 = 3	χιλιοστὰ	0,121 = 121	χιλιοστὰ
0,009 = 9	χιλιοστὰ	0,315 = 315	χιλιοστὰ
0,022 = 22	χιλιοστὰ	0,527 = 527	χιλιοστὰ
0,036 = 36	χιλιοστὰ	0,895 = 895	χιλιοστὰ

• Τὰ χιλιοστὰ γίνονται ἀπὸ τὴν ἐπανάληψι τοῦ 0,001 (ἐνὸς χιλιοστοῦ).

• Διακριτικὸ γνώρισμα τῶν δεκαδικῶν ἀριθμῶν εἶναι ἡ **ὑποδιαστολή**, ἡ ὁποία μοιάζει μὲ τὸ κόμμα. Ἡ ὑποδιαστολὴ χωρίζει τὸν δεκαδικὸ ἀριθμὸ σὲ δύο μέρη, στὸ ἀκέραιο καὶ στὸ δεκαδικό. Τὸ ἀκέραιο μέρος βρίσκεται πάντοτε ἀριστερὰ ἀπὸ τὴν ὑποδιαστολὴ καὶ τὸ δεκαδικὸ πάντοτε στὰ δεξιὰ της.

• Τὸ πρῶτο μετὰ τὴν ὑποδιαστολὴ ψηφίον τοῦ δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ φανερώνει δέκατα, τὸ δεύτερον ἑκατοστὰ, τὸ τρίτον χιλιοστὰ κλπ.

• Οἱ δεκαδικοὶ ἀριθμοὶ ἀπαγγέλλονται κατὰ τρεῖς τρόπους :

1ος τρόπος: Ἀπαγγέλλομε πρῶτα τὸν ἀκέραιο καὶ μετὰ τὰ δεκαδικὰ ψηφία τὸ καθένα μὲ τ' ὄνομά του· π.χ. 3,256 = τρία ἀκέραιοι, δύο δέκατα, πέντε ἑκατοστὰ, ἕξι χιλιοστὰ.

2ος τρόπος: Ἀπαγγέλλομε πάλι τὸν ἀκέραιο καὶ ἔπειτα τὰ δεκαδικὰ ψηφία σὰν ἓναν ἀριθμὸ μὲ τ' ὄνομα τοῦ τελευταίου δεκαδικοῦ ψηφίου· π.χ. 3,256 = 3 ἀκέραιοι καὶ 256 χιλιοστὰ.

3ος τρόπος: Ἀπαγγέλλομε τὸν ἀριθμὸ σὰ νὰ εἶναι ἀκέραιος, χωρὶς δηλαδὴ νὰ ὑπολογίζωμε τὴν ὑποδιαστολὴ, μὲ τ' ὄνομα τοῦ τελευταίου δεκαδικοῦ ψηφίου· π.χ. 3 χιλιάδες 256 χιλιοστὰ.

Άσκησης

1. Ν' απαγγείλετε τούς δεκαδικούς αριθμούς που ακολουθούν :

α) 0,9 0,5 0,4 β) 0,1 0,7 0,2 γ) 1,0 1,2 1,4 δ) 2,1 3,3 3,4 ε) 4,1 4,5 4,7 στ) 13,2 15,8 20,9 ζ) 0,01 0,21 0,61 η) 0,11 1,02 1,09 θ) 2,02 2,04 2,22 ι) 0,001 0,033 0,055 ια) 0,350 1,228 145,339

2. Ν' απαγγείλετε κατά τον πρώτο τρόπο τούς δεκαδικούς :

α) 7,24 8,32 β) 10,01 11,37 γ) 265,87 1.369,92 δ) 2,651 4,622 ε) 18,738 61,393 στ) 201,600 304,808

3. Ν' απαγγείλετε κατά τον δεύτερο και τρίτο τρόπο τούς δεκαδικούς :

α) 0,414 β) 1,365 γ) 2,007 δ) 4,444 ε) 7,111 στ) 8,001 ζ) 12,298 132,89 η) 215,15 θ) 57,15 ι) 1.203,305

4. Να γράψετε με ψηφία τούς αριθμούς :

πέντε άκέραιος και πέντε δέκατα, έφτα και τρία δέκατα, ένα και έβδομήντα έξι εκατοστά, τριάντα δύο εκατοστά, δύο και εκατόν τριάντα όχτώ χιλιοστά, τρία εκατοστά, όχτώ χιλιοστά, έννέα και τριακόσια είκοσι ένα χιλιοστά.

5. Να γράψετε με λέξεις τούς αριθμούς :

α) 0,28 4,4 β) 10,52 101,205 γ) 729,2 802,671 δ) 1.261,1 1.307,18 ε) 1.417,171 1.638,711

6. Να γράψετε με λέξεις :

α) όλα τὰ δέκατα β) όλα τὰ εκατοστά.

7. Να γράψετε με δεκαδικούς :

α) 14 κιλά 82 γραμμάρια λάδι, β) 5 μέτρα 11 χιλιοστά σύρμα, γ) 14 δραχμές 5 λεπτά, δ) 7 μέτρα 2 χιλιοστά καλώδιο, ε) 19 κιλά τρία γραμμάρια ρύζι, στ) 2 μέτρα 4 δεκάτομετρα μήκος, ζ) 6 μέτρα 2 εκατοστόμετρα πλάτος, η) 5 μέτρα 6 χιλιοστόμετρα ύψος, θ) 28 μέτρα 88 χιλιοστόμετρα σύρμα, ι) 60 εκατοστόμετρα 3 χιλιοστόμετρα βάθος.

8. Να συγκρίνετε :

α) τὰ 0,5 του κιλού με τὰ 0,50 και 0,500 του κιλού,

β) τὰ 0,2 του μέτρου με τὰ 0,20 και 0,200 του μέτρου,

γ) τὰ 0,5 τῆς δραχμῆς με τὰ 0,50 τῆς δραχμῆς,

δ) τὸ 0,1 του εκατοντάδραχμου με τὰ 0,2 του πεντακοσίου δραχμου,

* ε) τὰ 0,3 του κιλού με τὰ 0,600 του κιλού.



Τὰ ξυλουργεῖα

Οἱ ξυλουργοὶ ἐργάζονται στὰ ξυλουργεῖα τους. Σ' αὐτὰ ἔχουν ἐγκαταστημένα ξυλουργικὰ μηχανήματα μὲ τὰ ὁποῖα κόβουν, σχίζουν καὶ κατεργάζονται τὰ ξύλα ποὺ ἀγοράζουν ἀπὸ τὰ ξυλουργοστάσια.

Στὰ ξυλουργεῖα βλέπει κανεὶς πριονοκορδέλες, πλάνες, σκαρπέλα, ἀρίδες, σκεπάρνια, σφυριὰ κι ἕνα σωρὸ ἄλλα σύνεργα. Βλέπει ἀκόμη κάθε εἶδους ξύλα μικρά, μεγάλα, στενά,

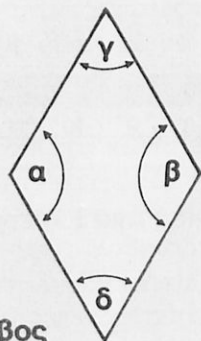
πλατιά κλπ. Μ' αυτά οί ξυλουργοί κατασκευάζουν έπιπλα κομψά καί χρήσιμα.

Οί ξυλουργοί είναι τεχνίτες ώπλισμένοι με ύπομονή κι έξαιρετικές έπιδεξιότητες. Χάρι στις δύο αυτές άρετές τους κατορθώνουν νά δίνουν στα άμορφα καί άκαλαίσθητα ξύλα όμορφιά, λεπτότητα καί καλλιτεχνική ζωντάνια.

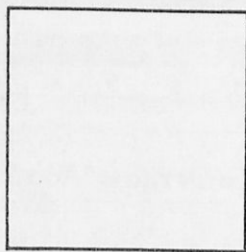
Ι. Η ΠΡΟΣΘΕΣΙ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Πρόβλημα. 'Ο Χρήστος κατασκεύασε ένα ξύλινο ταβάνι σχήματος ρόμβου με πλευρά 3,25 μέτρα. Πόσα μέτρα σανίδες χρειάστηκε για τήν κορνίζα του ;

Πρίν προχωρήσωμε στη λύσι τοῦ προβλήματος, πρέπει νά μάθωμε τί είναι ό ρόμβος.



Ρόμβος



Τετράγωνο

‘Ο ρόμβος είναι ένα γεωμετρικό σχήμα όπως τὸ τετράγωνο, τὸ παραλληλόγραμμο, τὸ τρίγωνο καί ὁ κύκλος πού μάθατε στὴν τρίτη τάξι.

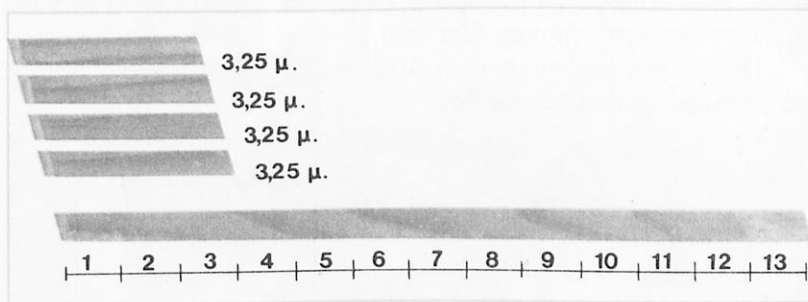
‘Ο ρόμβος μοιάζει με τὸ τετράγωνο, γιατί ἔχει ὅλες τὶς πλευρές του ἴσες, ὅπως κι ἐκεῖνο. Ὡστόσο ὅμως διαφέρει ἀπὸ αὐτό, γιατί, ἐνῶ οἱ γωνίες τοῦ τετραγώνου εἶναι ὅλες ὀρθές κι ἐπομένως ἴσες μεταξύ τους, οἱ γωνίες τοῦ ρόμβου δὲν εἶναι ὀρθές ἀλλὰ οὔτε καὶ ὅλες ἴσες μεταξύ τους. Εἶναι ἴσες μεταξύ τους μόνο οἱ ἀπέναντι· π.χ. ἡ γωνία α εἶναι ἴση με τὴ γωνία β καὶ ἡ γωνία γ ἴση με τὴ γωνία δ.

Καὶ τώρα ἂς ἔρθωμε στὴ λύσι τοῦ προβλήματος.

Λύσι. Για να βρούμε πόσα μέτρα σανίδες χρειάστηκε ο Χρήστος, για να κατασκευάσει την κορνίζα του ταβανιού, αρκεί να βρούμε την περίμετρο του ρόμβου. Την περίμετρο του ρόμβου τη βρίσκουμε, όπως και την περίμετρο του τετραγώνου. Προσθέτουμε δηλαδή τις τέσσερες πλευρές του.

α) Παραστατικά

Επειδή οι πλευρές του ρόμβου είναι ίσες μεταξύ τους, θα έχουμε :



Απάντησι. Άρα ο Χρήστος χρειάστηκε 13 μέτρα σανίδες.

β) Πρακτικά

Γράφουμε τον έναν αριθμό κάτω από τον άλλο έτσι, ώστε οι υποδιαστολές να είναι στην ίδια στήλη, οι άκεραίοι κάτω από τους άκεραίους και οι δεκαδικοί κάτω από τους δεκαδικούς. Νά, έτσι :

$$\begin{array}{r}
 3,25 \\
 3,25 \\
 3,25 \\
 + 3,25 \\
 \hline
 13,00
 \end{array}$$

Προσθετέοι

Αθροισμα

Ένα ακόμη παράδειγμα προσθέσεως δεκαδικών αριθμών :

Έστω ότι έχουμε να προσθέσουμε τους αριθμούς : 5 μέτρα,

1,45 μέτρ., 0,178 μ., 35,4 μ. καὶ 0,12 μ. Σύμφωνα με ὅσα εἴπαμε θὰ κάνουμε τὴ διάταξι τῆς πράξεως ὡς ἑξῆς :

5	Τὰ κενὰ ποὺ ἀφήνουν οἱ ἀκέραιοι	05,000
1,45	ἀριστερὰ καὶ οἱ δεκαδικοὶ δεξιά, ἅμα	01,450
0,178	θέλωμε, τὰ συμπληρώνουμε με μηδε-	00,178
35,4	νικά. Ἔτσι ἀποφεύγουμε τὸν κίνδυνο	35,400
+ 0,12	νὰ κάνουμε λάθος.	+ 00,120
42,148		42,148

Ἐπὶ ὅσα εἴπαμε παραπάνω συμπεραίνομε ὅτι :

● Για νὰ προσθέσωμε δύο ἢ περισσότερους δεκαδικούς ἀριθμούς γράφομε τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ ὑποδιαστολές τους νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη. Προσέχομε ὅμως οἱ μονάδες, οἱ δεκάδες, οἱ ἑκατοντάδες κλπ. τῶν ἀκεραίων νὰ εἶναι στὶς ἀντίστοιχες στήλες. Τὸ ἴδιο προσέχομε καὶ στοὺς δεκαδικούς. Νὰ εἶναι δηλαδὴ τὰ δέκατα κάτω ἀπὸ τὰ δέκατα, τὰ ἑκατοστά κάτω ἀπὸ τὰ ἑκατοστά, τὰ χιλιοστά κάτω ἀπὸ τὰ χιλιοστά κλπ. Ἐπειτα ἀρχίζομε τὴν πρόσθεσι ἀπὸ τὴν τελευταία τάξι τῶν δεκαδικῶν. Ὅταν τελειώσῃ ἡ πρόσθεσι τῶν δεκαδικῶν ψηφίων, σημειώνομε τὴν ὑποδιαστολὴ καί, ἂν ἔχουμε κρατούμενα, τὰ μεταφέρομε στὶς μονάδες τῶν ἀκεραίων καὶ συνεχίζομε τὴν πρόσθεσι, ὅπως μάθαμε.

● Τὰ μηδενικά στὸ τέλος τῶν δεκαδικῶν δὲν ἔχουν καμμιὰ ἀπολύτως ἀξία καὶ μποροῦμε νὰ προσθέσωμε καὶ ἄλλα, ἂν αὐτὸ μᾶς ἐξυπηρετῇ, ἢ καὶ νὰ τὰ παραλείψωμε ὅλως διόλου· π.χ. $12,2 = 12,2000$, $15,6500 = 15,65$, $3,50 = 3,5$ κλπ.

● Ἐναν ἀκέραιο ἀριθμὸ μποροῦμε νὰ τὸν κάνωμε δεκαδικό, ἂν μετὰ τὸ τελευταῖο του ψηφίο σημειώσωμε ὑποδιαστολὴ καὶ τοῦ προσθέσωμε μηδενικά· π.χ. $1 = 1,0$, $2 = 2,0$, $132 = 132,000$, $1.650 = 1.650,00$ κλπ.

Άσκσεις

1. Από μνήμης

- α) $1,2 + 1,8$ β) $1,3 + 1,7$ γ) $0,7 + 0,3$ δ) $0,35 + 0,15$
ε) $4,6 + 0,4$ στ) $10,9 + 0,05$ ζ) $15,08 + 10,2$ η) $20 + 0,002$
θ) $35,005 + 5$.

2. Γραπτώς

1. α)
$$\begin{array}{r} 1,02 \\ 2,41 \\ + 0,325 \\ \hline \end{array}$$
 β)
$$\begin{array}{r} 13,8 \\ 0,003 \\ + 17,1 \\ \hline \end{array}$$
 γ)
$$\begin{array}{r} 14,03 \\ 2,2 \\ + 0,001 \\ \hline \end{array}$$
 δ)
$$\begin{array}{r} 25 \\ 3,014 \\ + 6,001 \\ \hline \end{array}$$
 ε)
$$\begin{array}{r} 100 \\ 0,25 \\ + 425,157 \\ \hline \end{array}$$

2. Να χωρίσετε ένα ρόμβο πρώτα σε δύο τρίγωνα κι έπειτα σε 4.

Προβλήματα προσθέσεως δεκαδικών

1. 'Ο Χρήστος κατασκεύασε τρία κοντάρια σημαίων. Το μήκος του α' ήταν 7,1 μέτρα, του β' 6,98 και του γ' 6,255. Πόσα μέτρα ήταν και τὰ τρία μαζί ;

2. 'Ο 'Ιάκωβος πούλησε τρία τραπέζια. Το α' για 3.255,80 δραχμές, το β' για 4.125,70 και το γ' για 4.075,90. Πόσες δραχμές εισέπραξε ;

3. 'Ο Νίκος αγόρασε τρία βαρέλια πετρέλαιο για τη μηχανή του ξυλουργείου του. Το α' ζύγιζε 144,258 κιλά, το β' 148,050 και το γ' 151,009. Πόσα κιλά πετρέλαιο αγόρασε συνολικά ;

4. 'Ο 'Ιδιος πούλησε έξι σανίδες που είχαν μήκος : ή α' 12,8 μ., ή β' 13,21 μ., ή γ' 11,704 μ., ή δ' 8 μ., ή ε' 11,92 και ή στ' 10,325 μέτρα. Πόσα μέτρα ήταν όλες οί σανίδες μαζί ;

5. 'Ο Γιάννης πούλησε τρία τσουβάλια πριονίδι. Το α' ζύγιζε 27,325 κιλά, το β' 22,3 και το γ' 24,38. Πόσα κιλά ζύγιζαν και τὰ τρία μαζί ;

6. 'Ο 'Ιδιος πούλησε και 4 φορτία κάρου καυσόξυλα. 'Από το α' φορτίο εισέπραξε 935,22 δραχμές, από το β' 897,4, από το γ' 904,34 και από το δ' 901,80. Πόσες δραχμές εισέπραξε συνολικά ;

7. 'Ο Χρήστος κατασκεύασε την κάσα μιᾶς πόρτας ὕψους 2,18 μ. και πλάτους 0,97. Πόσα μέτρα ξύλου χρειάστηκε ;

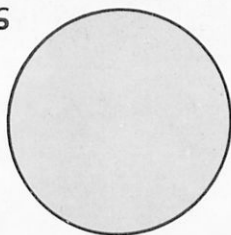


8. Ο Νίκος κατασκεύασε ένα τετράρο σχήματος ρόμβου με πλευρά 2,04 μ. Πόσα μέτρα ξύλου χρησιμοποίησε ;

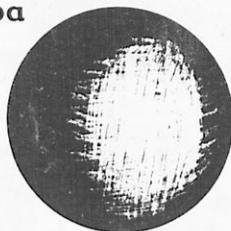
9. Ο Γιάννης ανέλαβε να κατασκευάσει τις γυψοσανίδες δύο δωματίων. Το α' είχε σχήμα τετραγώνου με πλευρά 4,2 μ. και το β' σχήμα ρόμβου με πλευρά 3,85 μ. Πόσα μέτρα γυψοσανίδες θα χρειαστή ;

10. Ο Ίάκωβος πλάνισε 7 δοκάρια. Το α' είχε μήκος 10 μ., το β' 0,25 μ. περισσότερο, το γ' 9,1 μ., το δ' 9,165 μ., το ε' 8,205, το στ' 9,2 και το ζ' το μισό του α' και 0,002 μ. ακόμη. Πόσα μέτρα ήταν όλα μαζί ;

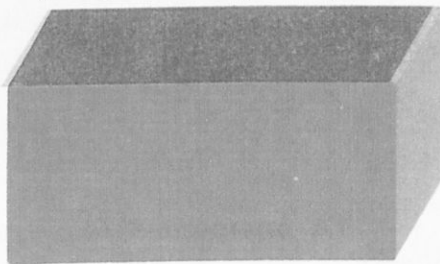
Ο κύκλος



Η σφαίρα



Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο



Α σ κ ή σ ε ι ς

1. Να διαιρέσετε έναν κύκλο σε δύο ίσα μέρη.
2. Να διαιρέσετε έναν κύκλο σε τέσσερα ίσα μέρη.
3. Να κατασκευάσετε ένα ρόμβο με πλευρά 0,06 μ.
4. Να κατασκευάσετε ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με μήκος 0,7 μ., πλάτος 0,03 μ. και ύψος 0,02 μ.
5. Να κατασκευάσετε έναν κύβο με άκμή 0,08 μ.



Τὰ ὀπωροπωλεῖα

Τὰ ὀπωροπωλεῖα εἶναι μικρὰ συνήθως καταστήματα, στὰ ὁποῖα πουλιοῦνται τὰ ὀπωρικά. Ὅπωρικά λέγονται τὰ μήλα, τὰ σῦκα, τ' ἀχλάδια, τὰ σταφύλια, τὰ ροδάκινα, τὰ κεράσια, τὰ πεπόνια, τὰ καρπούζια, τὰ πορτοκάλια κλπ. Δηλαδή τὰ φρούτα.

Στὰ ὀπωροπωλεῖα ἐκτὸς ἀπὸ τὰ φρούτα πουλιοῦνται καὶ τὰ λαχανικά. Αὐτὸς εἶναι καὶ ὁ λόγος, γιὰ τὸν ὁποῖο τὰ ὀπωροπωλεῖα λέγονται καὶ ὀπωρολαχανοπωλεῖα. Ἔτσι στὰ

καταστήματα αυτά αγοράζουμε και τις ντομάτες, τις πατάτες, καθώς επίσης και όλα τα είδη τών χορταρικών.

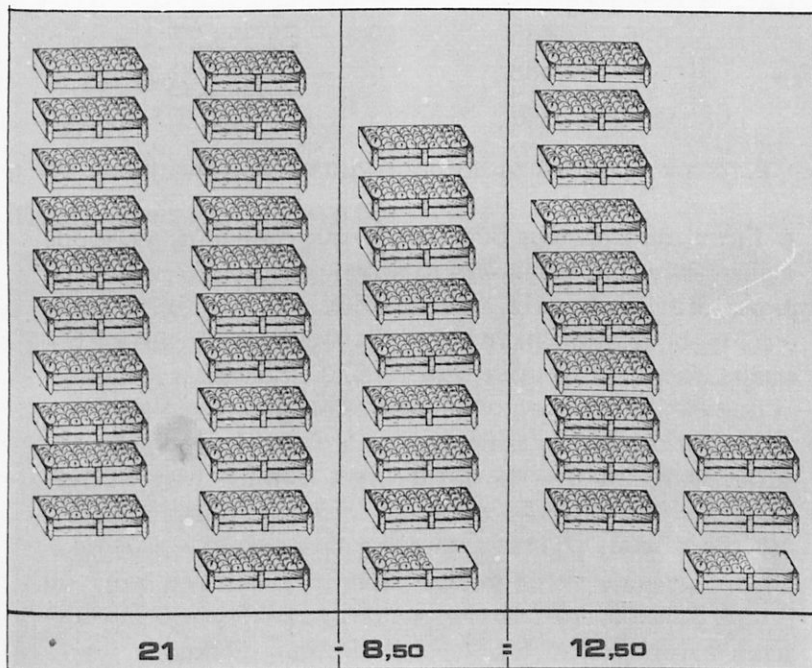
2. Η ΑΦΑΙΡΕΣΙ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Πρόβλημα. 'Ο Σταμάτης αγόρασε 21 τελάρα ροδάκινα και πούλησε άμέσως τὰ 8,50. Πόσα τελάρα του ἔμειναν ;

Λύσι. Για νὰ βροῦμε πόσα τελάρα ροδάκινα ἀπόμειναν, πρέπει ν' ἀφαιρέσωμε ἀπὸ τὰ 21 τελάρα πὺν ἀγόρασε ὁ Σταμάτης τὰ 8,50 τελάρα πὺν πούλησε. Θ' ἀφαιρέσωμε δηλαδὴ δεκαδικὸ ἀπὸ ἀκέραιο.

α) Παραστατικὰ

21 τελάρα πλὴν 8,50 τελάρα
πὺν ἀγόρασε πὺν πούλησε ἴσον 12,50 τελάρα



Ἀπάντησι. Ἄρα τοῦ ἔμειναν 12,50 τελάρα ροδάκινα.

β) Πρακτικά

Γράφομε πρῶτα τὸν μειωτέο καὶ κάτω ἀπὸ αὐτὸν τὸν ἀφαιρετέο ἔτσι, ὥστε οἱ ὑποδιαστολὲς νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλῃ. Ἐπειδὴ ὁ μειωτέος εἶναι ἀκέραιος, τὸν κάνομε δεκαδικό. Σημειώνομε μετὰ ἀπὸ τὸ τελευταῖο ψηφίο του ὑποδιαστολὴ καὶ τοῦ προσθέτομε τόσα μηδενικά, ὅσα δεκαδικὰ ψηφία ἔχει ὁ ἀφαιρετέος, δηλαδὴ δύο. Ἐπειτα σύρομε μιὰ ὀριζόντια γραμμὴ καὶ κάνομε τὴν πράξι. Νά, ἔτσι :

$$\begin{array}{rcl} 21,00 & \longrightarrow & \text{Μειωτέος} \\ - 8,50 & \longrightarrow & \text{Ἀφαιρετέος} \\ \hline 12,50 & \longrightarrow & \text{Ὑπόλοιπο ἢ διαφορά} \end{array}$$

Δύο ἀκόμη παραδείγματα ἀφαίρεσεως δεκαδικῶν :

$$\begin{array}{r} 5.627,435 \\ - 739,688 \\ \hline 4.887,747 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10.003,27 \\ - 9.654,00 \\ \hline 349,27 \end{array}$$

Ἀπὸ τὰ παραπάνω παραδείγματα συμπεραίνομε ὅτι :

● Γιὰ ν' ἀφαιρέσωμε δύο δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς, γράφομε πρῶτα τὸν μειωτέο κι ἔπειτα κάτω ἀπὸ αὐτὸν τὸν ἀφαιρετέο ἔτσι, ὥστε οἱ ὑποδιαστολὲς νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλῃ, οἱ ἀκέραιοι κάτω ἀπὸ τοὺς ἀκεραίους καὶ οἱ δεκαδικοὶ κάτω ἀπὸ τοὺς δεκαδικούς. Προσέχομε πάντοτε οἱ μονάδες, οἱ δεκάδες, οἱ ἑκατοντάδες κλπ. τῶν ἀκεραίων, καθὼς ἐπίσης καὶ τὰ δέκατα, τὰ ἑκατοστὰ κλπ. τῶν δεκαδικῶν νὰ εἶναι στὶς ἀντίστοιχες στήλῃς. Μετὰ ἀρχίζομε τὴν ἐκτέλεσι τῆς πράξεως ἀπὸ τὴν τελευταία τάξι τῶν δεκαδικῶν. Ὅταν τελειώσῃ ἡ ἀφαίρεσι τῶν δεκαδικῶν ψηφίων, σημειώνομε τὴν ὑποδιαστολὴ καί, ἂν ἔχωμε δανεικά, τὰ μεταφέρομε στὶς μονάδες τοῦ ἀφαιρετέου συνεχίζοντας τὴν ἀφαίρεσι, ὅπως μάθαμε.

● Ὁ μειωτέος πρέπει νὰ ἔχη τουλάχιστο τόσα δεκαδικὰ ψηφία, ὅσα καὶ ὁ ἀφαιρετέος. Ἄν ἔχη λιγώτερα, τοῦ προσθέτομε ἀνάλογα μηδενικά. Ἔτσι ἀποφεύγουμε τὸν κίνδυνο νὰ κάνωμε λάθος.

π.χ. 315,5	Προσθέτομε στὸν μειωτέο	315,500
- 211,635	δύο μηδενικά.	- 211,635
		103,865

● Ἄν ὁ μειωτέος εἶναι ἀκέραιος, σημειώνουμε ὑποδιαστολή στὸ τέλος του καὶ τοῦ προσθέτομε ἀνάλογα μηδενικά.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

- α) $1,2 - 0,2$ β) $1,5 - 0,6$ γ) $10 - 1,2$ δ) $20 - 1,5$
 ε) $100 - 10,5$ στ) $1 - 0,9$ ζ) $2 - 0,50$ η) $5 - 4,1$
 θ) $6 - 5,9$ ι) $7,01 - 0,02$

2. Γραπτῶς

- | | | | | |
|------------|----------|----------|---------|---------|
| α) 131,105 | β) 1,782 | γ) 67,08 | δ) 14,8 | ε) 13 |
| - 48,009 | - 0,895 | - 9,396 | - 5,936 | - 0,189 |

Προβλήματα ἀφαιρέσεως δεκαδικῶν

1. Ὁ Σταμάτης ἀπὸ τὰ 427,35 κιλὰ πατάτες πού εἶχε πούλησε τὰ 239,680. Πόσα κιλὰ πατάτες ἔχει ἀκόμη ;

2. Ὁ Σταῦρος ἀγόρασε 635,760 κιλὰ μῆλα. Ἀπὸ αὐτὰ 34,970 κιλὰ πού ἦταν χτυπημένα τὰ πέταξε. Τὰ ὑπόλοιπα τὰ πούλησε. Πόσα κιλὰ πούλησε ;

3. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε καὶ 364 κιλὰ πορτοκάλια. Ἀπὸ αὐτὰ κράτησε 178,680 κιλὰ καὶ τὰ ὑπόλοιπα τὰ πούλησε. Πόσα κιλὰ πούλησε ;

4. Ὁ Κλεομένης ἀγόρασε καρπούζια ἀξίας 1.398,70 δραχμῶν, τὰ ὅποια πούλησε καὶ εἰσέπραξε 1.732 δραχμές. Πόσα χρήματα κέρδισε ;

• 5. Ὁ Θεόδωρος ἀγόρασε 138,45 κιλὰ σταφύλια. Δάνεισε

σὲ κάποιο συνάδελφό του 59 κιλά καὶ τὰ ὑπόλοιπα τὰ πούλησε. Πόσα κιλά πούλησε ;

6. Ὁ Νίκος δανείστηκε ἀπὸ τὸν Κλεομένη 406,32 κιλά πατάτες. Προχτὲς τοῦ ἐπέστρεψε 387,635 κιλά. Πόσα πρέπει νὰ τοῦ δώση ἀκόμη ;

7. Ὁ Σταμάτης ἀγόρασε 237,2 κιλά μελιτζάνες. Ἐπειτα ἀπὸ δύο μέρες εἶχε μόνο 78 κιλά. Πόσα κιλά πούλησε ;

8. Ὁ Κλεομένης ἀγόρασε πατάτες ἀξίας 3.625,50 δραχμῶν, τὶς ὁποῖες πούλησε καὶ εἰσέπραξε 3.599,80 δραχμὲς. Κέρδισε ἢ ζημιώθηκε καὶ πόσες δραχμὲς ;

9. Ὁ Νίκος ἀπὸ 5.032,860 κιλά πατάτες πού εἶχε στὴν ἀποθήκη του κατέληξε νὰ πουλήσῃ 4.748,908 κιλά. Οἱ ὑπόλοιπες σάπισαν τὸν χειμῶνα μὲ τὶς παγωνιές. Πόσα κιλά πατάτες τοῦ σάπισαν ;

10. Ὁ Σταῦρος πῆγε στὴ λαϊκὴ 262,300 κιλά μπανάνες. Ὅταν ἐπέστρεψε τὸ μεσημέρι, ἔφερε στὸ ὀπωροπωλεῖο του 73,985 κιλά. Πόσα κιλά μπανάνες πούλησε ;

Σύνθετα προβλήματα

1. Ὁ Χρῆστος ἀγόρασε τρεῖς κορμούς καρυδιᾶς· τὸν α' γιὰ 4.379,90 δραχμὲς, τὸν β' γιὰ 5.261,80 δραχμὲς καὶ τὸν γ' γιὰ 5.008,60 δραχμὲς. Τοὺς πούλησε καὶ τοὺς τρεῖς μαζί καὶ πῆρε 19.123,10 δραχμὲς. Πόσα χρήματα κέρδισε ;

2. Ὁ Γιάννης πούλησε ἓνα γραφεῖο γιὰ 7.335,50 δραχμὲς, μιὰ βιβλιοθήκη γιὰ 6.765,90 δραχμὲς καὶ 12 καρέκλες. Εἰσέπραξε συνολικὰ 18.000 δραχμὲς. Πόσο πούλησε τὶς καρέκλες ;

3. Ὁ Κλεομένης ἀγόρασε λαχανικὰ γιὰ 527,60 δραχμὲς, μήλα γιὰ 1.365,70 δραχμὲς, καρπούζια γιὰ 1.078,90 δραχμὲς καὶ πεπόνια. Πλήρως συνολικὰ 3.652,10 δραχμὲς. Πόσο ἀγόρασε τὰ πεπόνια ;

4. Ὁ Σταῦρος ἀγόρασε τρία τσουβάλια πατάτες. Τὸ α' ζύγιζε 58,570 κιλά, τὸ β' 5,830 κιλά λιγώτερα ἀπὸ τὸ α' καὶ τὸ γ' 4,950 κιλά λιγώτερα ἀπὸ τὸ β'. Πόσο ζύγιζαν καὶ τὰ τρία μαζί ;

5. Ὁ Σταμάτης ἀγόρασε 4 τσουβάλια μὲ 196 κιλά κρεμμύδια. Τὸ α' ζύγιζε 52,80 κιλά, τὸ β' 4,350 κιλά περισσότερα ἀπὸ τὸ α' καὶ τὸ γ' 5,720 κιλά λιγώτερα ἀπὸ τὸ β'. Πόσα κιλά ζύγιζε τὸ δ' τσουβάλι ;

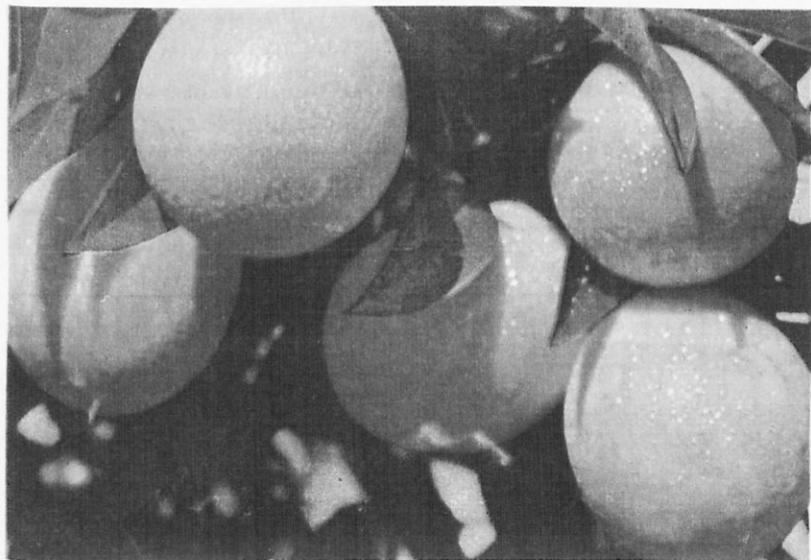
6. Ὁ Χρῆστος κατασκεύασε ράφια στ' ὀπωροπωλεῖο τοῦ Νίκου. Τὰ ὑλικά στοίχισαν 1.206,70 δραχμές καὶ τὰ ἡμερομίσθιά του 864,80. Ἐλαβε 1.115 δραχμές. Πόσες δραχμές πρέπει νὰ λάβῃ ἀκόμη ;

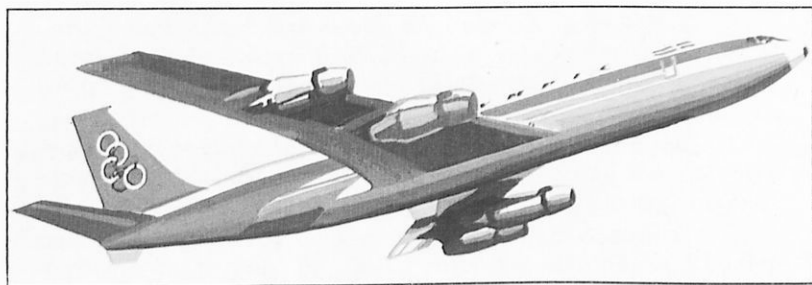
7. Ἕνας ὀπωροπώλης ἀγόρασε 1.500 κιλὰ πορτοκάλια. Προχτὲς πούλησε 415,27 κιλὰ καὶ χτὲς 603,83 κιλὰ. Πόσα κιλὰ πορτοκάλια ἔχει ἀκόμη ;

8. Μιὰ ομάδα ξυλουργῶν ἀνέλαβε νὰ κατασκευάσῃ τελάρια ἀξίας 18.095 δραχμῶν. Διέθεσε : 7.603,40 δραχμές γιὰ τὴν ἀγορὰ σανίδων, 3.090 δραχμές γιὰ λαμαρίνα καὶ 609,20 δραχμές γιὰ πρόκες. Πόσα χρήματα κέρδισε ;

9. Ὁ Ἰάκωβος πούλησε μῆλα γιὰ 2.635,70 δραχμές, ἀχλάδια γιὰ 4.061,50 δραχμές καὶ λαχανικά γιὰ 1.807,40 δραχμές. Πόσα χρήματα κέρδισε, ἂν τ' ἀγόρασε ὅλα μαζί πληρώνοντας 6.597,90 δραχμές ;

10. Ἕνας ὀπωροπώλης ἀγόρασε καρύδια ἀξίας 8.375,70 δραχμῶν, κάστανα ἀξίας 3.274,90 δραχμῶν καὶ λεμόνια ἀξίας 1.207,50 δραχμῶν. Πούλησε τὰ καρύδια γιὰ 9.762,80 δραχμές, τὰ κάστανα γιὰ 4.008 δραχμές καὶ τὰ λεμόνια γιὰ 1.418,10 δραχμές. Πόσα χρήματα κέρδισε ;



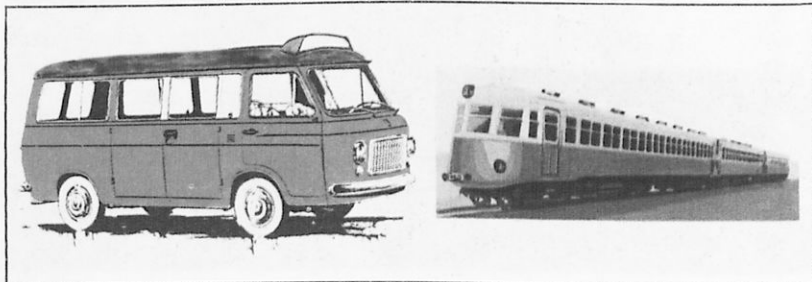


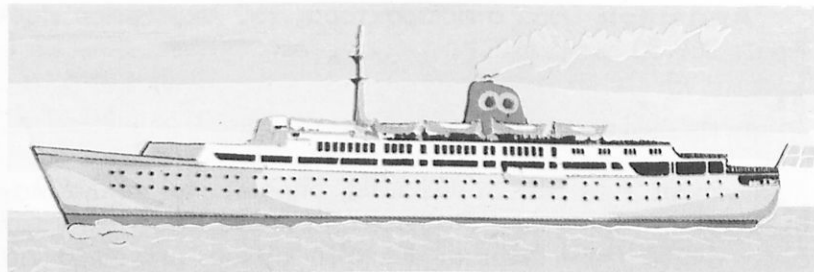
Τὰ μέσα συγκοινωνίας

Τ' αὐτοκίνητα, τὰ τραῖνα, τὰ πλοῖα καὶ τ' ἀεροπλάνα, ὅλα μαζί ὀνομάζονται μέσα συγκοινωνίας. Διακρίνονται σὲ τρεῖς κατηγορίες: σὲ μέσα συγκοινωνίας, α) τῆς ξηρᾶς, β) τῆς θάλασσας καὶ γ) τοῦ ἀέρα.

Παλαιότερα τὰ μέσα συγκοινωνίας ἦταν ἐλάχιστα. Σήμερα ὅμως εἶναι ἄφθονα καὶ ταχύτατα. Ἔτσι μποροῦμε νὰ μεταφερθοῦμε ἄνετα μὲ λίγα ἔξοδα καὶ σὲ πολὺ σύντομο χρόνο σὲ τόπους ποὺ ἄλλοτε δὲν ἔφτανε οὔτε τὸ μυαλὸ τοῦ ἀνθρώπου.

Χάρι στὴν καταπληκτικὴ ἀνάπτυξι τῶν μέσων συγκοινωνίας ὁ ἄνθρωπος κατέκτησε τὴ Σελήνη. Σχεδιάζει ὅμως τώρα καὶ ἄλλα ταξίδια πολὺ μακρινώτερα πρὸς τοὺς πλανῆτες ποὺ βρίσκονται ἑκατομμύρια χιλιόμετρα μακριὰ ἀπὸ τὴ Γῆ μας.





3. Ο ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1) Πώς πολλαπλασιάζουμε άκέραιο επί δεκαδικό

Πρόβλημα. "Ενα λεωφορείο της γραμμής Ἀθηνῶν - Λαμίας πραγματοποίησε τὸ δρομολόγιό του μὲ 5 ἐπιβάτες. Πόσες δραχμὲς πῆρε ὁ εἰσπράκτορας, ἂν τὸ εἰσιτήριο ἦταν 72,50 δραχμὲς ;

Λύσι. "Αν τὸ λεωφορεῖο πραγματοποιοῦσε τὸ δρομολόγιό του μ' ἓναν ἐπιβάτη, ὁ εἰσπράκτορας θὰ ἔπαιρνε μόνο 72,50 δρχ. "Αν τὸ πραγματοποιοῦσε μὲ δύο ἐπιβάτες, θὰ ἔπαιρνε 2 φορές τὶς 72,50 δρχ. Ἀφοῦ ὅμως τὸ πραγματοποίησε μὲ 5 ἐπιβάτες, πῆρε 5 φορές τὶς 72,50 δραχμὲς. Ἀρα, γιὰ νὰ βροῦμε πόσες δραχμὲς πῆρε ὁ εἰσπράκτορας τοῦ λεωφορείου, θὰ πολλαπλασιάσωμε τὴν ἀξία τοῦ ἐνὸς εἰσιτηρίου, δηλαδὴ τὶς 72,50 δραχμὲς, ἐπὶ τὸν ἀριθμὸ τῶν ἐπιβατῶν, δηλαδὴ τὸ 5.

α) Ἀναλυτικὰ

Θὰ ἐπαναλάβωμε τὶς τάξεις τῶν ψηφίων τοῦ δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ 72,50 5 φορές τὴν κάθε μιά. Νά, ἔτσι :

Ἑκατοστὰ	$0 \times 5 =$	0
Δέκατα	$5 \times 5 =$	2,5
Μονάδες	$2 \times 5 =$	10
Δεκάδες	$7 \times 5 =$	35

$$\text{Ὡστε } 72,50 \times 5 = 362,50$$

Ἀπάντησι: Ἄρα ὁ εἰσπράκτορας τοῦ λεωφορείου εἰσέπραξε 362,50 δραχμές.

β) Πρακτικὰ

Γράφομε τοὺς δύο παράγοντες, δηλαδή τὸν πολλαπλασιαστέον καὶ τὸν πολλαπλασιαστή, τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο, σὰ νὰ ἦταν ἀκέραιοι. Κατόπιν σύρομε μιὰ ὀριζόντια γραμμὴ καὶ ἐκτελοῦμε τὴν πρᾶξι, ὅπως ἀκριβῶς μάθαμε. Ὅταν τελειώσῃ ἡ πρᾶξι, θὰ χωρίσωμε στὸ ὀλικὸ γινόμενον ἀπὸ τὰ δεξιὰ τόσα δεκαδικὰ ψηφία, ὅσα ἔχει ὁ δεκαδικὸς παράγοντας, δηλαδή 2.

$$\begin{array}{rcl} 72,50 & \longrightarrow & \text{Πολλαπλασιαστέος} \\ \times 5 & \longrightarrow & \text{Πολλαπλασιαστής} \\ \hline 362,50 & \longrightarrow & \text{Γινόμενο} \end{array}$$

Τρία ἀκόμη παραδείγματα πολλαπλασιασμοῦ δεκαδικῶν:

$$\begin{array}{r} 328,35 \\ \times 221 \\ \hline 32835 \\ 65670 \\ 65670 \\ \hline 72565,35 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,567 \\ \times 123 \\ \hline 1701 \\ 1134 \\ 567 \\ \hline 69,741 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 142 \\ \times 0,213 \\ \hline 426 \\ 142 \\ 284 \\ \hline 30,246 \end{array}$$

Ἀπὸ τὰ παραπάνω παραδείγματα συμπεραίνομε ὅτι :

Ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε ἀκέραιο ἐπὶ δεκαδικὸ ἢ ἀντίθετα, δεκαδικὸ ἐπὶ ἀκέραιο, ἐκτελοῦμε τὴν πρᾶξι τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, ὅπως καὶ τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν. Χωρίζομε ὅμως πάντοτε στὰ δεξιὰ τοῦ ὀλικοῦ γινομένου μέ ὑποδιαστολὴ τόσα δεκαδικὰ ψηφία, ὅσα ἔχει ὁ δεκαδικὸς παράγοντας.

Άσκησης

1. Από μνήμης

$$\begin{array}{llll} \alpha) 2,5 \times 4 & \beta) 3,2 \times 3 & \gamma) 4,3 \times 3 & \delta) 5,8 \times 5 \\ \epsilon) 6,1 \times 5 & \sigma\tau) 10,6 \times 3 & & \end{array}$$

2. Γραπτώς

$$\begin{array}{llll} \alpha) \begin{array}{r} 3,265 \\ \times 12 \\ \hline \end{array} & \beta) \begin{array}{r} 4,008 \\ \times 126 \\ \hline \end{array} & \gamma) \begin{array}{r} 618 \\ \times 0,95 \\ \hline \end{array} & \delta) \begin{array}{r} 1084 \\ \times 0,003 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Προβλήματα πολλαπλασιασμού δεκαδικών

1. Ένα λεωφορείο της γραμμής Αθηνών - Κορίνθου πραγματοποίησε το δρομολόγιό του με 32 επιβάτες. Πόσα χρήματα θα εισπραχθούν, αν ο κάθε επιβάτης πλήρωσε 31,70 δραχμές ;

2. Ένα φορτηγό αυτοκίνητο μετέφερε από τη Θήβα στον Πειραιά 5.986 κιλά πατάτες προς 0.25 δρχ. το κιλό. Πόσα χρήματα στοίχισε η μεταφορά ;

3. Ένας εισπράκτορας αστικού λεωφορείου έκοψε προχτές 2.235 εισιτήρια της 1,80 δραχμής. Πόσα χρήματα εισέπραξε ;

4. Μια έμπορική άμαξοστοιχία 8 βαγονιών μετέφερε από την Πελοπόννησο στην Αθήνα καρπούζια. Πόσα κιλά μετέφερε συνολικά, αν το φορτίο του κάθε βαγονιού ήταν 15.329,25 κιλά ;

5. Μια άμαξοστοιχία των Σ.Ε.Κ. μετέφερε από τη Θεσσαλία στη Θεσσαλονίκη 1.428 τσουβάλια σιτάρι, που το καθένα ζύγιζε 89,650 κιλά. Πόσα κιλά σιτάρι μετέφερε ;

6. Η ταχεία άμαξοστοιχία Αθηνών - Θεσσαλονίκης μετέφερε από την Αθήνα στη Θεσσαλονίκη 1.627 επιβάτες με εισιτήριο 205,60 δρχ. για τον καθένα. Πόσα χρήματα θα εισπραχθούν από τη μεταφορά τους ;

7. Ένα αεροπλάνο της Ολυμπιακής Αεροπορίας μετέφερε από το Ηράκλειο Κρήτης στη Διεθνή Έκθεσι Θεσσαλονίκης 172 επιβάτες. Πόσα χρήματα θα εισπραχθούν, αν το εισιτήριο ήταν 495,10 δρχ. ;

8. Άλλο αεροπλάνο της Ὀλυμπιακῆς μετέφερε ἀπὸ τὴν Κέρκυρα στὴν Ἀθήνα 125 ἐπιβάτες μὲ εἰσιτήριο 543,50 δραχμῶν γιὰ τὸν καθένα. Πόσα χρήματα θὰ εἰσπραχθοῦν ἀπὸ τὴ μεταφορά τους ;

9. Τὸ ἀτμόπλοιο «Μιμικά», μετέφερε ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ στὴν Τῆνο 835 τουρίστες μὲ εἰσιτήριο 58,90 δραχμῶν γιὰ τὸν καθένα. Πόσα χρήματα θὰ εἰσπραχθοῦν ἀπὸ τὴ μεταφορά τους ;

10. Τὸ εἰσιτήριο Ἀθηνῶν - Πειραιῶς μὲ τὸν ἡλεκτρικὸ εἶναι 2,40 δραχμῆς. Χτὲς μιὰ ἀμαξοστοιχία πραγματοποιοῖσε 9 δρομολόγια. Πόσες δραχμῆς θὰ εἰσπραχθοῦν, ἂν οἱ ἐπιβάτες σὲ κάθε δρομολόγιο ἦταν 207 ;

2) Πῶς πολλαπλασιάζομε δεκαδικὸ ἐπὶ 10, 100 καὶ 1.000

Πρόβλημα. Τὸ μῆκος ἑνὸς προαυλίου εἶναι 10 μέτρα καὶ τὸ πλάτος 3,50 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι ἡ ἐπιφάνειά του ;

Πρὶν προχωρήσωμε στὴ λύσι τοῦ προβλήματος, πρέπει νὰ μάθωμε τί εἶναι τὸ τετραγωνικὸ μέτρο.

Τὸ τετραγωνικὸ μέτρο εἶναι μιὰ τετράγωνη ἐπιφάνεια, ποὺ ἡ κάθε πλευρά της εἶναι ἴση μ' ἓνα μέτρο.

Ὑποδιαιρέσεις τοῦ τετραγωνικοῦ μέτρου : 1 τ.μ. ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 τετραγωνικὰ δεκατόμετρα. 1 τ.δεκ. ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 τετραγωνικὰ ἑκατοστόμετρα. 1 τ.ἑκατ. ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 τετρ. χιλιοστόμετρα. Ἐπομένως τὸ 1 τ.μ. ἔχει 100 τ.δεκ. ἢ 10.000 τετρ. ἑκατοστόμετρα ἢ 1.000.000 τετραγωνικὰ χιλιοστόμετρα.

Πολλαπλάσια τοῦ τετραγωνικοῦ μέτρου εἶναι τὸ βασιλικὸ στρέμμα μὲ 1.000 τ.μ. καὶ τὸ τετραγωνικὸ χιλιόμετρο μὲ 1.000.000 τ.μ.



1 τ.μ.



1 τ.

δεκατόμετρο



1 τ.

ἑκατοστόμετρο



1 τ.

χιλιοστόμετρο

Καί τώρα ἄς ἔρθωμε στὴ λύσι τοῦ προβλήματος.

Λύσι. Ἐπειδὴ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ προαυλίου ἔχει σχῆμα ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου, εὐκόλο εἶναι νὰ τοποθετήσωμε πάνω σ' αὐτὴν τὸ τετρ. μέτρο καὶ νὰ τὴ χωρίσωμε διαδοχικὰ σὲ τετρ. μέτρα.

α) Παραστατικὰ

10 μ									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35					

Ἀπάντησι. Ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ προαυλίου εἶναι 35 τ.μ.

β) Πρακτικὰ

Παρατηροῦμε ὅτι στὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα καταλήγομε, καὶ ἂν πολλαπλασιάσωμε τὸ μῆκος ἐπὶ τὸ πλάτος, δηλαδὴ τὸ 10 ἐπὶ τὸ 3,50. Δηλαδή :

$$\begin{array}{r} 3,50 \\ \times 10 \\ \hline 35,00 \end{array}$$
 ὅπως βλέπετε, ὁ πολλαπλασιασμός δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ ἐπὶ 10 εἶναι εὐκολώτατος. Μποροῦμε μάλιστα νὰ μὴν ἐκτελέσωμε τὴν πρᾶξι, ἀλλὰ νὰ τὴ σημειώσωμε μόνο καὶ νὰ γράψωμε πάλι τὸν δεκαδικὸ ὡς γινόμενο, ἀφοῦ βέβαια μεταφέρωμε τὴν ὑποδιαστολὴ του μιὰ θέσι πρὸς τὰ δεξιὰ· π.χ. $3,50 \times 10 = 35,0 = 35$ 4,25 $\times 10 = 42,5$ κλπ.

Εὐκόλος ἐπίσης εἶναι καὶ ὁ πολλαπλασιασμός δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ ἐπὶ 100 ἢ 1.000. Στὴν περίπτωσι ὅμως τοῦ πολλαπλασιασμοῦ δεκαδικοῦ ἐπὶ 100 μεταφέρωμε τὴν ὑποδιαστολὴ δύο θέσεις πρὸς τὰ δεξιὰ, ἐνῶ ἐπὶ 1.000 τρεῖς θέσεις πρὸς τὰ δεξιὰ· π.χ.

$$\begin{array}{rcl}
 3,50 \times 100 & = & 350 \\
 3,50 \times 1.000 & = & 3.500 \\
 6,327 \times 100 & = & 632,7 \\
 6,327 \times 1.000 & = & 6.327
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 4,25 \times 100 & = & 425 \\
 4,25 \times 1.000 & = & 4.250
 \end{array}$$

‘Απ’ όσα είπαμε παραπάνω καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι :

- Για να βρούμε το έμβαδόν, δηλαδή τὰ τετραγωνικά μέτρα μιᾶς έπιφάνειας που έχει σχήμα όρθογώνιου παραλληλογράμμου, πολλαπλασιάζουμε τὸ μήκος της έπί τὸ πλάτος της.
- Όταν έχωμε να πολλαπλασιάσωμε ένα δεκαδικό αριθμό έπί 10, μεταφέρουμε τήν ύποδιαστολή του μιὰ θέση προς τὰ δεξιά.
- Όταν έχωμε να πολλαπλασιάσωμε ένα δεκαδικό αριθμό έπί 100, μεταφέρουμε τήν ύποδιαστολή του δύο θέσεις προς τὰ δεξιά.
- Όταν έχωμε να πολλαπλασιάσωμε ένα δεκαδικό αριθμό έπί 1.000, μεταφέρουμε τήν ύποδιαστολή του τρεῖς θέσεις προς τὰ δεξιά κλπ.

Άσκησης

Γραπτῶς

Νά εκτελέσετε τίς πράξεις που ακολουθοῦν όριζοντίως :

α) $1,31 \times 10$ $2,45 \times 10$ β) $34,8 \times 10$ $0,73 \times 10$ γ) $0,010 \times 10$
 $15,2 \times 10$ δ) $161,52 \times 10$ $467,365 \times 10$ ε) $1,72 \times 100$ στ) $0,395 \times 100$
 ζ) $0,804 \times 100$ $1,950 \times 100$ $628,322 \times 100$ η) $1,693 \times 1.000$
 θ) $0,810 \times 1.000$ $0,80 \times 1.000$ $7,302 \times 1.000$ ι) $0,2 \times 1.000$ $0,001 \times 1.000$

Προβλήματα

1. Ένα σχολικό προαύλιο έχει σχήμα όρθογώνιου παραλληλογράμμου με μήκος 68,25 μέτρα καί πλάτος 10 μέτρα. Πόσα τετραγωνικά μέτρα είναι τὸ έμβαδόν του ;

2. Μια γέφυρα έχει σχήμα ορθογώνιου παραλληλογράμμου με μήκος 100 μέτρα και πλάτος 13,8 μέτρα. Πόσα τετραγωνικά μέτρα είναι η επιφάνειά της ;

3. Ένα κτήμα σχήματος ορθογώνιου παραλληλογράμμου έχει μήκος 403,25 μέτρα και πλάτος 100 μέτρα. Πόσα τετραγωνικά μέτρα είναι το έμβαστόν του ;

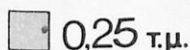
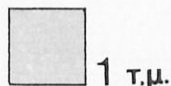
4. Ένας διάδρομος προσγειώσεως και απογειώσεως αεροπλάνων σχήματος ορθογώνιου παραλληλογράμμου έχει μήκος 1.000 μέτρα και πλάτος 45,25 μέτρα. Πόσα τετραγωνικά μέτρα είναι το έμβαστόν του ;

3) Πώς πολλαπλασιάζουμε δεκαδικό επί δεκαδικό

Πρόβλημα. Η αυλή του Τάκη έχει σχήμα τετραγώνου με πλευρά 6,5 μέτρα. Πόσα τετραγωνικά μέτρα είναι το έμβαστόν της;

Λύσι. Για να βρούμε το έμβαστόν της αυλής του Τάκη, θα τοποθετήσουμε πάνω σ' αυτήν το τετραγωνικό μέτρο και θα τη χωρίσωμε διαδοχικά σε τετραγωνικά μέτρα.

α) Παραστατικά



6,5 μ						
1	2	3	4	5	6	40
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	41
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	42
31	32	33	34	35	36	
37	38	39				0,25

β) Πρακτικά

Παρατηρούμε όμως ότι στο ίδιο αποτέλεσμα καταλήγουμε, και αν πολλαπλασιάσουμε την πλευρά της τετραγωνικής αὐλῆς ἐπὶ τὸν ἑαυτὸ της, δηλαδή $6,5 \times 6,5$. Ἐδῶ ἔχουμε νὰ πολλαπλασιάσουμε δεκαδικὸ ἐπὶ δεκαδικό. Πῶς ἐκτελοῦμε ὁμως τὴν πράξι αὐτή ;

Γράφουμε τοὺς δύο παράγοντες τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο, ὅπως ἀκριβῶς θὰ τοὺς γράφαμε, ἂν ἦταν ἀκέραιοι. Σύρομε ἔπειτα μιὰ ὀριζόντια γραμμὴ καὶ ἐκτελοῦμε τὴν πράξι. Ὅταν τελειώσουμε, χωρίζομε ἀπὸ τὰ δεξιά τοῦ γινομένου μὲ ὑποδιαστολὴ τόσα δεκαδικὰ ψηφία, ὅσα ἔχουν καὶ οἱ δύο παράγοντες μαζί. Νά, ἔτσι :

$$\begin{array}{r} 6,5 \\ \times 6,5 \\ \hline 325 \\ 390 \\ \hline 42,25 \end{array}$$

ἕνα ἀκόμη παράδειγμα
πολλαπλασιασμοῦ

$$\begin{array}{r} 4,2 \\ \times 0,05 \\ \hline 0,210 \end{array}$$

Ἀπὸ τὰ παραπάνω συμπεραίνομε ὅτι :

- Για νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραγώνου, πολλαπλασιάζομε τὴν πλευρά του ἐπὶ τὸν ἑαυτὸ της.
- Ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε δεκαδικὸ ἐπὶ δεκαδικό, ἐκτελοῦμε τὴν πράξι τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, ὅπως καὶ τῶν ἀκεραίων. Χωρίζομε ὁμως πάντοτε ἀπὸ τὰ δεξιά τοῦ γινομένου μὲ ὑποδιαστολὴ τόσα δεκαδικὰ ψηφία, ὅσα ἔχουν καὶ οἱ δύο παράγοντες μαζί.
- Ἄν τὸ γινόμενο ἔχη λιγώτερα ψηφία ἀπ' ὅσα πρέπει νὰ χωρίσωμε, τότε προσθέτομε ἀνάλογα μηδενικὰ πρὸς τ' ἄριστέρα του.

Άσκησης

Γραπτώς

1. Να εκτελέσετε τις πράξεις που ακολουθούν κι έπειτα να συγκρίνετε τον πολλαπλασιασμό και το γινόμενο. Τί παρατηρείτε ; α) $2,2 \times 0,5$ β) $2,4 \times 0,5$ γ) $4,6 \times 0,5$ δ) $6,8 \times 0,5$ ε) $10,68 \times 0,5$

2. Να εκτελέσετε τις πράξεις που ακολουθούν και να βρῆτε τί παθαίνει ο πολλαπλασιασμός. Μεγαλώνει ή μικραίνει ; α) $8,15 \times 0,3$ β) $9,9 \times 0,8$ γ) $10,24 \times 0,8$ δ) $12,38 \times 0,9$ ε) $165,16 \times 2,5$ στ) $183,18 \times 5,3$ ζ) $207,325 \times 4,42$

3. Να εκτελέσετε τις πράξεις που ακολουθούν :
α) $0,028 \times 0,02$ β) $0,375 \times 0,05$ γ) $0,222 \times 3,5$

Προβλήματα

1. Η πλευρά μίας μάντρας πωλήσεως αυτοκινήτων είναι 36,8 μέτρα. Αν ἔχη σχῆμα τετραγώνου, πόσο είναι τὸ ἔμβαδόν της ;

2. Τὸ προαύλιο μίας βενζιναντλίας σχήματος τετραγώνου ἔχει πλευρά 44,12 μέτρα. Πόσα τετρ. μέτρα είναι ἡ ἐπιφάνειά του ;

3. Ὁ διάδρομος ἑνὸς ἀεροδρομίου σχήματος ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου ἔχει μῆκος 1.235,80 μέτρα καὶ πλάτος 72,50 μέτρα. Πόσα τετραγωνικά μέτρα είναι ἡ ἐπιφάνειά του ;

4. Ἐνα σχολικὸ προαύλιο σχήματος τετραγώνου ἔχει πλευρά 61,82 μέτρα. Πόσο είναι τὸ ἔμβαδόν του ;

5. Ἐνα κτῆμα σχήματος τετραγώνου ἔχει πλευρά 89,52 μέτρα. Πόσα τετραγωνικά μέτρα είναι ἡ ἐπιφάνειά του ;

6. Ὁ Ἰάκωβος μετέφερε μὲ αὐτοκίνητο 3.217,50 κιλά πατάτες πρὸς 0,18 δρχ. τὸ κιλό. Πόσα χρήματα πλήρωσε ;

8. Ἐνας φρουτέμπορος μετέφερε μὲ πλοῖο ἀπὸ τὴν Κρήτη στὸν Πειραιᾶ 18.765,380 κιλά πορτοκάλια πρὸς 0,32 δρχ. τὸ κιλό. Πόσα χρήματα πλήρωσε ;

9. Ἐνα κτῆμα σχήματος ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου ἔχει μῆκος 604,255 μέτρα καὶ πλάτος 67,19 μέτρα. Πόσο είναι τὸ ἔμβαδόν του ;

10. Ένας όπωροπώλης άγόρασε 17 χαρτοκιβώτια μπανάνες τών 32,50 κιλών τó καθένα πρós 13,25 δραχμές τó κιλό. Πόσες δραχμές πλήρωσε ;

11. Ό Λουκάς σκοπεύει νά περιφράξει περιβόλι σχήματος τετραγώνου με πλευρά 72,413 μέτρων με 4 σειρές άγκαθωτού σύρματος. Πόσα μέτρα σύρματος θά χρειαστή καί πόσες δραχμές θά τού στοιχίση ή περίφραξη, άν τó κάθε μέτρο τού σύρματος στοιχίξη 0,84 δρχ ;



Τά ύφασματεμπορικά

Στούς κεντρικούς δρόμους τών πόλεων συναντοϋμε τά ύφασματεμπορικά. Σ' αυτά πουλιοϋνται τά ύφάσματα.

Οί ύφασματέμποροι άγοράζουν τά ύφάσματα άπό τά ύφαντήρια καί τά ξαναπουλοϋν στούς πελάτες τους.

Τά ύφαντήρια είναι έργοστάσια έφωδιασμένα με τελειό-

τατα ύφαντουργικά μηχανήματα. Τὰ μηχανήματα αὐτὰ ὑφαίνουσι τὰ ὑφάσματα ἀπὸ νήματα. Τὰ νήματα πάλι κατασκευάζονται ἀπὸ μαλλιά ζώων ἢ ἀπὸ τὶς ἴνες διαφόρων κλωστικῶν φυτῶν σὲ εἰδικὰ ἐπίσης ἐργοστάσια, τὰ νηματουργεῖα ἢ κλωστήρια.

4. Η ΔΙΑΙΡΕΣΙ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1) Πῶς διαιροῦμε δεκαδικὸ ἀριθμὸ διὰ ἀκεραίου

Πρόβλημα. Ὁ Δῆμος ἀγόρασε $\frac{1}{4}$ μέτρα ὑφάσματος καὶ πλήρωσε 731,2 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἓνα μέτρο ;

Λύσι. Ἐδῶ γνωρίζομε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μέτρων καὶ δὲν γνωρίζομε τὴν ἀξία τοῦ ἑνός. Θὰ κάνωμε διαιρέσι μερισμοῦ. Ἔχομε νὰ διαιρέσωμε δεκαδικὸ μὲ ἀκέραιο.

1ος τρόπος: Θὰ τρέψωμε τὶς 731,2 δραχμές σὲ δεκάρες. Ἐπειδὴ ἡ 1 δραχμὴ ἔχει 10 δεκάρες, οἱ 731,2 δραχμές ἔχουν $731,2 \times 10 = 7312$ δεκάρες. Ἔτσι ἔχομε νὰ διαιρέσωμε τώρα τὸν ἀριθμὸ 7312 μὲ τὸν ἀριθμὸ 4. Δηλαδή ἀκέραιο μὲ ἀκέραιο. Ἡ διαιρέσι γίνεται ὅπως μάθαμε στοὺς ἀκεραίους :

Διαιρετέος ←	7312	4	→ Διαιρέτης
	33	1828	→ Πηλίκο
	11		
	32		
Ὑπόλοιπο ←	0		→ Σημεῖο διαιρέσεως

Ἄρα τὸ 1 μέτρο τοῦ ὑφάσματος ἀξίζει 1.828 δεκάρες. Ἐπειδὴ ὅμως 10 δεκάρες = 1 δραχμὴ, οἱ 1.828 δεκάρες εἶναι :

	1828	10	
	82	182	→ δραχμές
	28		
δεκάρες ←	8		

Ἄρα τὸ 1 μέτρο τοῦ ὑφάσματος ἀξίζει 182 δραχμές καὶ 8 δεκάρες ἢ 182,8 δραχμές.

2ος τρόπος: Έργαζόμαστε όπως και στη διαίρεση μερισμού των άκεραιων. Όταν όμως τελειώσει ή διαίρεση των ψηφίων του άκεραίου, θα σημειώσουμε την υποδιαστολή κι έπειτα θα συνεχίσουμε τη διαίρεση των δεκαδικών ψηφίων. Νά, έτσι :

$$\begin{array}{r|l}
 \text{Διαιρετέος} \leftarrow 731,2 & 4 \longrightarrow \text{Διαιρέτης} \\
 33 & \hline
 11 & 182,8 \longrightarrow \text{Πηλίκο} \\
 32 & \longrightarrow \text{Σημείο της διαιρέσεως} \\
 0 & \longrightarrow \text{Τελεία διαίρεσι}
 \end{array}$$

Απάντησι. Άρα η αξία του ενός μέτρου ήταν 182,8 δραχμές. Δύο ακόμη παραδείγματα :

$$\begin{array}{r|l}
 30,3 & 6 \\
 0\ 30 & \hline
 0 & 5,05
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 0,324 & 9 \\
 54 & \hline
 0 & 0,036
 \end{array}$$

Άπο τὰ παραπάνω παραδείγματα συμπεραίνουμε ὅτι :

- Τῇ διαίρεσι δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ διὰ ἀκεραίου τὴν ἐκτελοῦμε, ὅπως καὶ τῇ διαίρεσι τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν. Όταν ὅμως τελειώσει ἡ διαίρεσι τῶν ἀκεραίων ψηφίων τοῦ διαιρετέου, σημειώνουμε ὑποδιαστολή στο πηλίκο κι έπειτα συνεχίζουμε τὴ διαίρεσι τῶν δεκαδικῶν ψηφίων τοῦ διαιρετέου.
- Όταν ἡ διαίρεσι εἶναι ἀτελής, μπορούμε νὰ τὴ συνεχίσουμε, ἀφοῦ προσθέσουμε μηδενικά στο ὑπόλοιπό της.
- Όταν ὁ διαιρετέος δὲν ἔχη ἀκέραιο, σημειώνουμε 0 στο πηλίκο έπειτα τὴν ὑποδιαστολή καὶ μετὰ ἐκτελοῦμε τὴν πρᾶξι.

Άσκησης

Γραπτώς

α) $6,4 : 2$ $8,6 : 2$ β) $8,46 : 3$ $12,32 : 5$ γ) $16,40 : 8$
 $22,40 : 7$ δ) $54,18 : 9$ $63,14 : 7$ ε) $81,27 : 3$ $81,36 : 9$
στ) $155,11 : 5$ $164,24 : 12$ ζ) $0,162 : 6$ η) $0,784 : 9$
θ) $0,802 : 5$ ι) $0,2 : 5$

Προβλήματα διαιρέσεως δεκαδικών αριθμών

1. 'Ο Κοσμάς αγόρασε 5 μέτρα υφάσματος και πλήρωσε 1.231,15 δρχ. Πόσο αγόρασε το ένα μέτρο ;
2. Μια ύφαντρία σε 7 μέρες ύφανε 63,49 μέτρα υφάσματος. Πόσα μέτρα ύφανε τη μιὰ μέρα ;
3. 'Ο Κλεάνθης αγόρασε 8 τόπια υφάσματος και πλήρωσε 7.266,56 δραχμές. Πόσο αγόρασε το ένα μέτρο ;
4. Μια ύφαντρία σε 12 μέρες ύφανε 144,60 μέτρα υφάσματος. Πόσα μέτρα ύφανε την ήμερα ;
5. 'Ο Δήμος πούλησε 17 μέτρα υφάσματος και πήρε 3.429,75 δραχμές. Πόσο πούλησε το ένα μέτρο ;
6. Ένας νηματέμπορος πούλησε 82 κιλά νήματος και πήρε 6.445,20 δραχμές. Πόσο πούλησε το ένα κιλό ;
7. Ένας ράφτης αγόρασε 37 μέτρα υφάσματος και πλήρωσε 13.043,24 δραχμές. Πόσο αγόρασε το ένα μέτρο ;
8. Ένας υφασματέμπορος πούλησε 125 μέτρα υφάσματος και εισέπραξε 13.543,75 δραχμές. Πόσο πουλούσε το ένα μέτρο ;
9. Ένας έμποροράπτης, για να ράψι 101 όμοιες άνδρικές ένδυμασίες, χρειάστηκε 404,505 μέτρα υφάσματος. Πόσα μέτρα υφάσματος αναλογούν σε κάθε ένδυμασία ;
10. 'Ο Δήμος πούλησε 1.263 μέτρα υφάσματος και πήρε 141.935,94 δραχμές. Πόσο πουλούσε το ένα μέτρο ;

2) Πώς διαιρούμε δεκαδικό αριθμό διὰ 10, 100, 1.000 κλπ.

"Ας υποθέσωμε ότι έχομε να διαιρέσωμε τον δεκαδικό αριθμό 3.162,7 διὰ 10, 100 και 1.000. Σύμφωνα με όσα μάθαμε θα έχομε :

1	3.1 6 2,7	10	2	3.1 6 2,7	100
	1 6	316,27		1 6 2	31,627
	6 2			6 2 7	
	2 7			2 7 0	
	7 0			7 0 0	
	0			0	
3	3.1 6 2,7	1000			
	1 6 2 7	3,1627			
	6 2 7 0				
	2 7 0 0				
	7 0 0 0				
	0				

Στην πρώτη διαίρεση παρατηρούμε ότι η υποδιαστολή στο πηλίκο μεταφέρθηκε μια θέση προς τ' αριστερά.

Στη δεύτερη διαίρεση η υποδιαστολή στο πηλίκο μεταφέρθηκε δύο θέσεις προς τ' αριστερά.

Στην τρίτη διαίρεση η υποδιαστολή στο πηλίκο μεταφέρθηκε τρεις θέσεις προς τ' αριστερά.

Άρα, ένας δεκαδικός αριθμός διαιρείται διά :

- 10, αν μεταφέρουμε την υποδιαστολή του μια θέση προς τ' αριστερά,

- 100, αν μεταφέρουμε την υποδιαστολή του δύο θέσεις προς τ' αριστερά,

- 1.000, αν μεταφέρουμε την υποδιαστολή του τρεις θέσεις προς τ' αριστερά.

Άσκησης

Γραπτώς

- α) 22,1 : 10 30,4 : 10 42,8 : 10 β) 49,8 : 10 69,3 : 10
 100,2 : 10 γ) 151,32 : 10 182,08 : 10 δ) 1.301,01 : 100
 1.005,3 : 100 ε) 3.306,292 : 100 4,28 : 100 στ) 1,327 : 100
 10,2 : 100 ζ) 603,6 : 1.000 904,34 : 1.000 η) 1.001,95 :
 1.000 20.008,1 : 1.000 θ) 4.632,231 : 1.000 0,27 : 1.000
 ι) 0,01 : 100 0,004 : 1.000

3) Πώς διαιρούμε άκέραιο άριθμό διὰ δεκαδικού

Πρόβλημα. Ὁ πατέρας τῆς Καίτης ἀγόρασε 3,2 μέτρα ὑφάσματος καί πλήρωσε 992 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ μέτρο;

Λύσι. Ἐδῶ γνωρίζομε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μέτρων καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τοῦ ἑνός. Θὰ κάνωμε διαίρεσι. Θὰ διαιρέσωμε τὸν άκέραιο 992 μὲ τὸν δεκαδικὸ 3,2.

1ος τρόπος: Τρέπομε τὶς 992 δραχμές σὲ δεκάρες καὶ τὰ 3,2 μέτρα σὲ δεκατόμετρα. Ἐπειδὴ 1 δραχμὴ = 10 δεκάρες, οἱ 992 δραχμές εἶναι : $992 \times 10 = 9.920$ δεκάρες. Κι ἔπειδὴ 1 μέτρο = 10 δεκατόμετρα, τὰ 3,2 μέτρα εἶναι $3,2 \times 10 = 32$ δεκατόμετρα. Ἔτσι ἔχομε νὰ διαιρέσωμε τώρα τὸν άριθμὸ 9.920 μὲ τὸν άριθμὸ 32. Δηλαδή άκέραιο μὲ άκέραιο. Ἐκτελοῦμε τὴν πράξι, ὅπως ἔχομε μάθει :

$$\begin{array}{r|l} 9.920 & 32 \\ 32 & 310 \\ 00 & \end{array}$$

Ἄρα τὸ 1 δεκατόμετρο ἀξίζει 310 δεκάρες. Τὰ 10 δεκατόμετρα, δηλαδή τὸ 1 μέτρο, ἀξίζουν 10 φορές περισσότερο. Ἔτσι ἔχομε $310 \times 10 = 3.100$ δεκάρες. Κι ἔπειδὴ 1 δραχμὴ = 10 δεκάρες, οἱ 3.100 δεκάρες εἶναι $3.100 : 10 = 310$ δραχμές.

Ἐπομένως ὁ πατέρας τῆς Καίτης ἀγόρασε τὸ μέτρο τοῦ ὑφάσματος πρὸς 310 δραχμές.

2ος τρόπος: Γιὰ νὰ ἐκτελέσωμε τὴ διαίρεσι αὐτή, πρέπει νὰ τρέψωμε προηγουμένως τὸν δεκαδικὸ διαιρέτη σὲ άκέραιο. Ὁ δεκαδικὸς διαιρέτης 3,2 γίνεται άκέραιος, ἂν πολλαπλασιασθῇ ἐπὶ 10. Πράγματι $3,2 \times 10 = 32$. Ἐπειδὴ ὁ διαιρέτης μεγάλωσε 10 φορές, πρέπει καὶ ὁ διαιρετέος νὰ μεγάλωσῃ ἀνάλογα. Πρέπει δηλαδή νὰ πολλαπλασιασθῇ ἐπὶ 10 καὶ αὐτός· ὥστε $992 \times 10 = 9.920$. Ἔτσι ἀντὶ νὰ διαιρέσωμε

τὸν ἀκέραιο 992 μὲ τὸν δεκαδικὸ 3,2 θὰ διαιρέσωμε τώρα τὸν ἀκέραιο 9.920 μὲ τὸν ἀκέραιο 32.

$$\begin{array}{r|l} 9920 & 32 \\ 32 & 310 \\ 00 & \end{array} \quad \textbf{Ἀπάντησι.} \text{ Ἄρα ὁ πατέρας τῆς Καίτης ἀγό-} \\ \text{ρασε τὸ μέτρο τοῦ ὑφάσματος πρὸς 310 δραχ-} \\ \text{μές.}$$

Ἀπὸ τὸ παραπάνω παράδειγμα συμπεραίνομε ὅτι :

Γιὰ νὰ διαιρέσωμε ἀκέραιο διὰ δεκαδικοῦ, πολλαπλα-
σιάζομε προηγουμένως τὸν διαιρετέο καὶ τὸν διαιρέτη
ἐπὶ 10, ἂν ὁ διαιρέτης ἔχη ἓνα δεκαδικὸ ψηφίο, ἐπὶ 100,
ἂν ἔχη δύο δεκαδικὰ ψηφία, ἐπὶ 1.000, ἂν ἔχη τρία κλπ.,
ὥστε νὰ γίνῃ καὶ ὁ διαιρέτης ἀκέραιος κι ἔπειτα διαιροῦ-
με ἀκέραιο διὰ ἀκεραίου· π.χ.

$$\begin{aligned} 36 : 1,8 &= 36 \times 10 : 1,8 \times 10 = 360 : 18 = 20 \\ 42 : 0,7 &= 42 \times 10 : 0,7 \times 10 = 420 : 7 = 60 \\ 63 : 0,09 &= 63 \times 100 : 0,09 \times 100 = 6.300 : 9 = 700 \\ 816 : 2,72 &= 816 \times 100 : 2,72 \times 100 = 81.600 : 272 = 300 \\ 125 : 0,005 &= 125 \times 1.000 : 0,005 \times 1.000 = 125.000 : 5 = 25.000 \\ 135 : 0,675 &= 135 \times 1.000 : 0,675 \times 1.000 = 135.000 : 675 = 200 \end{aligned}$$

Ἀ σ κ ῆ σ ε ι ς

Γραπτῶς

$$\begin{aligned} \alpha) 38 : 1,8 \quad \beta) 50 : 2,5 \quad \gamma) 68 : 1,7 \quad \delta) 85 : 0,5 \quad \epsilon) 70 : 1,4 \\ \zeta) 100 : 2,50 \quad \eta) 144 : 0,12 \quad \theta) 150 : 0,75 \quad \iota) 210 : 1,05 \quad \kappa) 326 : 1,63 \\ \lambda) 42 : 1,607 \quad \mu) 128 : 0,002 \quad \nu) 156 : 0,052 \quad \xi) 1.004 : 0,502 \end{aligned}$$

Προβλήματα διαιρέσεως ἀκεραίου διὰ δεκαδικοῦ

1. Ὁ Δήμος πούλησε 8,2 μέτρα ὑφάσματος καὶ εἰσέπραξε 615 δραχμές. Πόσο πούλησε τὸ ἓνα μέτρο ;

2. Ὁ Λουκάς ἀγόρασε ὑφασμα πρὸς 9,8 δραχμές τὸ μέτρο καὶ πλήρωσε 735 δραχμές. Πόσα μέτρα ὑφάσματος ἀγόρασε ;

3. Μιά ύφάντρια ύφαινει 5,6 μέτρα ύφάσματος την ημέρα. Σε πόσες ημέρες θα ύφάνη 140 μέτρα ;

4. 'Ο πατέρας τῆς Ἀθηνᾶς ἀγόρασε 7,4 μέτρα ύφάσματος καὶ πλήρωσε 1.369 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ μέτρο ;

5. "Ενας ύφασματέμπορος πούλησε 17,25 μέτρα ύφάσματος καὶ εἰσέπραξε 4.209 δραχμές. Πόσο πούλησε τὸ μέτρο ;

6. "Ενας ύφαντουργὸς ἀγόρασε 9,84 κιλὰ γράσου, γιὰ νὰ λιπάνη τὶς μηχανὲς τοῦ ἐργοστασίου του καὶ πλήρωσε 246 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ κιλό ;

7. "Ενας ἐμπορορράπτης ἀγόρασε 50,64 μέτρα ύφάσματος καὶ πλήρωσε 6.330 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ μέτρο ;

8. Μιά ύφάντρια ἀγόρασε 28,44 κιλὰ νήματος καὶ πλήρωσε 3.555 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ κιλό ;

9. "Ενας ύφασματέμπορος ἀπὸ κάθε μέτρο ύφάσματος πού πουλάει κερδίζει 17,32 δραχμές. Πόσα μέτρα ύφάσματος πούλησε προχτές, ἂν κέρδισε 3.897 δραχμές ;

10. "Ενας ύφαντουργὸς ἀγόρασε 215,024 κιλὰ νήματος καὶ πλήρωσε 6.884 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ κιλό ;

4) Πῶς διαιροῦμε δεκαδικὸ ἀριθμὸ διὰ δεκαδικοῦ

Πρόβλημα. Ἡ μητέρα τῆς Πόπης ἀγόρασε 4,25 κιλὰ νήματος καὶ πλήρωσε 291,55 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἓνα κιλό ;

Λύσι. Ἐδῶ γνωρίζομε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν κιλῶν καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τοῦ ἑνός. Θὰ κάνωμε διαίρεσι μερισμοῦ. Θὰ διαιρέσωμε τὸν δεκαδικὸ 291,55 μὲ τὸν δεκαδικὸ 4,25.

Γιὰ νὰ ἐκτελέσωμε τὴ διαίρεσι αὐτή, πρέπει νὰ τρέψωμε προηγουμένως τὸν δεκαδικὸ διαιρέτη σὲ ἀκέραιο. Ὁ δεκαδικὸς διαιρέτης 4,25 γίνεται ἀκέραιος, ἂν πολλαπλασιασθῇ ἐπὶ 100. Δηλαδή $4,25 \times 100 = 425$. Ἐπειδὴ ὅμως ὁ διαιρέτης μεγάλωσε 100 φορές, πρέπει καὶ ὁ διαιρετέος ὅπωςδὴποτε νὰ μεγαλώσῃ ἀνάλογα. Γιὰ νὰ μεγαλώσῃ ὅμως ἀνάλογα, πρέπει νὰ πολλαπλασιασθῇ ἐπὶ 100 καὶ αὐτός. Δηλαδή

$291,55 \times 100 = 29.155$. Έτσι αντί να διαιρέσουμε το 291,55 : 4,25, έχουμε να διαιρέσουμε τώρα το $29.155 : 425$.

$$\begin{array}{r|l} 29.155 & 425 \\ 3655 & 68,6 \\ 2550 & \\ 000 & \end{array}$$

Απάντησι. Άρα ή μητέρα της Πόπης αγόρασε το κιλό του νήματος προς 68,6 δραχ.

Άπο το παραπάνω παράδειγμα συμπεραίνουμε ότι :

Για να διαιρέσουμε δεκαδικό δια δεκαδικού, πολλαπλασιάζουμε προηγουμένως τόν διαιρετέο καί τόν διαιρέτη επί 10, αν ό διαιρέτης έχη ένα δεκαδικό ψηφίο, επί 100, αν έχη δύο δεκαδικά ψηφία, επί 1.000, αν έχη τρία κλπ., ώστε να γίνη άκέραιος κι έπειτα έκτελούμε την πράξι. Αν ή διαίρεσι είναι άτελής, βάζουμε στο πηλίκο ύποδιαστολή. Μετά θέτομε στα δεξιά του ύπολοίπου μηδέν καί συνεχίζουμε την πράξι.

Π.χ.

$$0,625 : 2,5 = 0,625 \times 10 : 2,5 \times 10 = 6,25 : 25 = 0,25$$

$$601,25 : 3,25 = 601,25 \times 100 : 3,25 \times 100 = 60.125 : 325 = 18,35$$

$$1,145 : 0,005 = 1,145 \times 1.000 : 0,005 \times 1.000 = 1.145 : 5 = 229$$

Άσκήσεις

Γραπτώς

α) $4,2 : 2,1$ β) $6,8 : 3,4$ γ) $10,2 : 5,1$ δ) $12,8 : 3,2$ ε) $13,6 : 0,68$
 στ) $1,64 : 8,2$ ζ) $24,8 : 12,4$ η) $0,144 : 0,12$ θ) $0,15 : 0,75$
 ι) $1,25 : 12$ κ) $62,5 : 1,25$ λ) $7,50 : 0,125$ μ) $109,44 : 12,016$
 ν) $0,624 : 0,012$

Προβλήματα διαιρέσεως δεκαδικών αριθμών

1. Ο πατέρας του Τάκη αγόρασε 2,5 μέτρα υφάσματος καί πλήρωσε 752,5 δραχμές. Πόσο αγόρασε το μέτρο ;

2. 'Ο Δῆμος πούλησε 16,2 μέτρα μουσαμᾶ καὶ πῆρε 1.814,4 δραχμές. Πόσο πούλησε τὸ μέτρο ;

3. 'Ο Κλεάνθης πούλησε 37,8 μέτρα ὑφάσματος καὶ ζημιώθηκε 1.973,16 δραχμές. Πόση ζημία ἀντιστοιχεί σὲ κάθε μέτρο ;

4. "Ενας ὑφαντουργὸς ἀγόρασε πετρέλαιο πρὸς 2,35 δραχμές τὸ κιλὸ καὶ πλήρωσε 6.580,94 δραχμές. Πόσα κιλά ἀγόρασε ;

5. 'Ο ἴδιος ἀγόρασε 48,3 κιλά νήματος καὶ πλήρωσε 3.303,72 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ κιλὸ ;

6. Πόσες ἡμέρες πρέπει νὰ ἐργαστῇ μιὰ ὑφάντρια μὲ ἡμερομίσθιο 112,80 δραχμές, γιὰ ν' ἀγοράσῃ μιὰ ἠλεκτρικὴ κουζίνα ἀξίας 3.722,4 δραχμῶν ;

7. "Ενας ράφτης ρίχνει στὸν κουμπάρὰ του 62,30 δραχμές τὴν ἡμέρα. "Υστερα ἀπὸ πόσες ἡμέρες θὰ συγκεντρώσῃ 13.830 δρχ., γιὰ ν' ἀγοράσῃ τηλεόρασι ;

8. Μιὰ μοδίστρα ἀπὸ κάθε φόρεμα ποὺ ἔραβε ἔριχνε στὸν κουμπάρὰ της 46,25 δραχμές. "Οταν τὸν ἀνοιξε, βρῆκε 5.133,75 δρχ. Πόσα φορέματα ἔραψε ;

9. Οἱ ἐργάτες ἐνὸς ὑφαντουργείου διέθεσαν ἀπὸ 100,90 δρχ. ὁ καθένας καὶ ἀγόρασαν μιὰ τηλεόρασι ἀξίας 12.208,90 δραχμῶν. Πόσοι ἦταν ;

10. "Ενας ὑφαντουργὸς πουλάει τὸ μέτρο ὑφάσματος μὲ κέρδος 8,36 δραχμές. Πόσα μέτρα πούλησε, ἂν κέρδισε 33.444,18 δρχ. ;

Προβλήματα τῶν τεσσάρων πράξεων

1. 'Η κυρα-Νίκη ἀγόρασε 23 κιλά μαλλιά, τὰ ὁποῖα κατὰ τὸ πλῦσιμο ἔχασαν τὸ μισὸ βάρος τους καὶ στὸ λαναριστήριο ἄλλα 0,75 κιλά. Πόσα κιλά μαλλιά τῆς ἔμειναν ;

2. Μιὰ ὑφάντρια ἀγόρασε 27 κιλά μαλλιά πρὸς 31,50 δραχμές τὸ κιλὸ. Τὰ μαλλιά κατὰ τὸ πλῦσιμο ἔχασαν 10,70 κιλά καὶ κατὰ τὸ γνέσιμο 1,20 κιλά. Πόσο τῆς στοίχισε τὸ κιλὸ τοῦ νήματος ;

3. Δύο ὑφάντριες μοίρασαν 2.315 δρχ. 'Η μιὰ πῆρε 381,20 δρχ. περισσότερες ἀπὸ τὴν ἄλλη. Πόσες δρχ. πῆρε ἡ καθεμιὰ ;

4. Τρεῖς ξυλουργοὶ μοίρασαν 7.140,30 δρχ. Ὁ πρῶτος πῆρε 221,70 δρχ. περισσότερες ἀπὸ τοὺς ἄλλους δύο. Πόσα χρήματα πῆρε ὁ καθένας ;

5. Ὁ Δῆμος πούλησε 52,8 μέτρα ὑφάσματος καὶ εἰσέπραξε 6.784,80 δραχμὲς. Ἀπὸ αὐτὲς οἱ 924 δραχμὲς ἦταν κέρδος. Πόσο εἶχε ἀγοράσει τὸ μέτρο ;

6. Ὁ Σταμάτης ἀγόρασε 152,40 κιλὰ μῆλα πρὸς 4,90 δρχ. τὸ κιλό. Πόσο πουλοῦσε τὸ κιλό, ἂν κέρδισε 777,24 δραχμὲς ;

7. Ὁ Σταῦρος πουλοῦσε ἀχλάδια πρὸς 75,20 δρχ. τὰ 5 κιλά. Πόσα κιλὰ πούλησε, ἂν εἰσέπραξε 3.008 δραχμὲς ;

8. Ἕνας ὀπωροπώλης ἀγόρασε πορτοκάλια πρὸς 35,70 δρχ. τὰ 7 κιλὰ καὶ πλήρωσε 510 δρχ. Πόσα κιλὰ ἀγόρασε ;

9. Ἕνας ἔμπορος ἀγόρασε 87 μέτρα ὑφάσματος καὶ πλήρωσε 5.437,5 δρχ. Πόσο πρέπει νὰ πουλήσῃ τὸ μέτρο, γιὰ νὰ κερδίσῃ 713,40 δρχ. ;

10. Ἕνας ὑφασματέμπορος ἀγόρασε ὕφασμα πρὸς 44,20 δρχ. τὸ μέτρο. Ὄταν τὸ πούλησε, εἰσέπραξε 1.547 δρχ. Πόσα μέτρα εἶχε ἀγοράσει, ἂν ζημιώθηκε 309,40 δραχμὲς ;

11. Ἕνας ἔμπορος ἀγόρασε 103,80 κιλὰ νήματος πρὸς 52,20 δρχ. τὸ κιλό καὶ τὸ πούλησε γιὰ 6.456,36 δρχ. Πρὸς πόσο πούλησε τὸ ἓνα κιλό ;



ΜΕΡΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟ

ΟΙ ΣΥΜΜΙΓΕΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α. ΟΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ

Ι. ΟΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

Βασική μονάδα μετρήσεως του χρόνου είναι η **ημέρα** (το ήμερονύκτιο).

Οι υποδιαιρέσεις της ημέρας

Η ημέρα υποδιαιρείται σε 24 **ώρες**.

Κάθε ώρα υποδιαιρείται σε 60 πρώτα λεπτά (60 λ).

Κάθε πρώτο λεπτό υποδιαιρείται σε 60 δευτερόλεπτα (60 δ).

Τα πολλαπλάσια της ημέρας είναι :

ή **έβδομάδα** με 7 μέρες,

ό **μήνας** με 30 ή 31 μέρες, (ο Φεβρουάριος έχει 28 και κάθε δίσεκτο έτος 29 μέρες),

το πολιτικό έτος με 365 μέρες,	} κάθε έτος έχει 12 μήνες,
το δίσεκτο έτος με 366 μέρες,	
το έμπορικό έτος με 360 μέρες,	

ό αιώνας ή εκατονταετηρίδα με 100 έτη,

ή χιλιετηρίδα με 1.000 έτη.

Προβλήματα

1. Πόσα πρώτα λεπτά έχουν 6 ώρες ;
2. Πόσα δεύτερα λεπτά έχουν 5 ώρες ;

3. Πόσες ώρες έχει τὸ 15νθήμερο ;
4. Πόσους μῆνες έχει ὁ αἰώνας ;
5. Πόσες ἡμέρες ἔχουν 5 ἐμπορικὰ ἔτη ;
6. 132 μῆνες πόσα ἔτη εἶναι ;

2. ΟΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΤΟΥ ΜΗΚΟΥΣ

Βασικὴ μονάδα μετρήσεως τῶν ἀποστάσεων, δηλαδή τοῦ μήκους, τοῦ πλάτους καὶ τοῦ ὕψους ἢ τοῦ βάθους τῶν σωμάτων εἶναι τὸ γαλλικὸ **μέτρο**.

Οἱ ὑποδιαιρέσεις τοῦ γαλλικοῦ μέτρου

Τὸ μέτρο ὑποδιαιρεῖται σὲ 10 ἴσα μέρη, τὰ ὅποια λέγονται δεκατόμετρα (παλαιότερα λέγονταν καὶ παλάμες) ἢ σὲ 100 ἴσα μέρη, τὰ ὅποια λέγονται ἑκατοστόμετρα (δάκτυλοι ἢ πόντοι) ἢ σὲ 1.000 ἴσα μέρη, τὰ ὅποια λέγονται χιλιοστόμετρα (γραμμές).

Τὸ δεκατόμετρο ὑποδιαιρεῖται σὲ 10 ἑκατοστόμετρα ἢ 100 χιλιοστόμετρα.

Τὸ ἑκατοστόμετρο ὑποδιαιρεῖται σὲ 10 χιλιοστόμετρα.

Τὰ πολλαπλάσια τοῦ γαλλικοῦ μέτρου εἶναι :

τὸ δεκάμετρο μὲ 10 μέτρα,

τὸ ἑκατόμετρο μὲ 100 μέτρα,

τὸ χιλιόμετρο μὲ 1.000 μέτρα.

Ἐκτὸς ἀπὸ τὸ γαλλικὸ μέτρο χρησιμοποιοῦμε καὶ τὶς ἀκόλουθες μονάδες μήκους : α) τὸν τεκτονικὸ πῆχυ, ποὺ ἰσοδυναμεῖ μὲ 0,75 τοῦ μέτρου,

β) τὴ γυάρδα, ποὺ ἰσοδυναμεῖ μὲ 0,914 τοῦ μέτρου καὶ ὑποδιαιρεῖται σὲ 3 πόδια καὶ κάθε πόδι σὲ 12 ἴντσες.

Κάθε πόδι ἰσοδυναμεῖ μὲ 0,3047 τοῦ μέτρου.

Κάθε ἴντσα ἰσοδυναμεῖ μὲ 0,0254 τοῦ μέτρου.

Οἱ ναυτικοὶ χρησιμοποιοῦν τὶς μονάδες μήκους ποὺ ἀκολουθοῦν :

α) τὸ ναυτικὸ μίλιο ποὺ ἰσοδυναμεῖ μὲ 1.852 μέτρα,

β) τὸ ἀγγλικὸ μίλιο ποὺ ἰσοδυναμεῖ μὲ 1.609 μέτρα,

γ) τὴ ναυτικὴ λεύγα ποὺ ἰσοδυναμεῖ μὲ 5.556 μέτρα.

Προβλήματα

Να υπολογίσετε :

1. Μὲ πόσους τεκτονικοὺς πῆχεις ἰσοδυναμοῦν 7,50 μέτρα καλῶδιο ;
2. Μὲ πόσα μέτρα ἰσοδυναμοῦν 20 τεκτονικοὶ πῆχεις ;
3. Μὲ πόσα μέτρα ἰσοδυναμεῖ ἓνα τόπι ὑφάσματος, ποὺ ἔχει μῆκος 25 γυάρδες ;
4. Μὲ πόσες γυάρδες ἰσοδυναμοῦν 30 μέτρα ;
5. Μὲ πόσες γυάρδες ἰσοδυναμεῖ τὸ ἀνάστημά σας ;

3. ΟΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΤΟΥ ΒΑΡΟΥΣ

Βασικὴ μονάδα μετρήσεως τοῦ βάρους τῶν σωμάτων εἶναι τὸ **κιλό**.

Ὑποδιαίρεσι τοῦ κιλοῦ

Τὸ κιλό ὑποδιαίρεῖται σὲ 1.000 γραμμάρια καὶ γι' αὐτὸ τὸ λέμε καὶ χιλιόγραμμα.

Πολλαπλάσιο τοῦ κιλοῦ εἶναι:

ὁ τόννος μὲ 1.000 κιλά ἢ χιλιόγραμμα.

Προβλήματα

Να υπολογίσετε :

1. Μὲ πόσα γραμμάρια ἰσοδυναμοῦν 70 χιλιόγραμμα ;
2. Μὲ πόσα χιλιόγραμμα ἰσοδυναμοῦν 500.000 γραμμάρια ;
3. Μὲ πόσα κιλά ἰσοδυναμοῦν 2 τόννοι σιταριοῦ ;
4. Μὲ πόσα κιλά ἰσοδυναμοῦν 10 τόννοι σίδηρο ;
5. Μὲ πόσους τόννους ἰσοδυναμοῦν 67.000 κιλά ἀλευριοῦ ;

4. ΟΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΤΩΝ ΝΟΜΙΣΜΑΤΩΝ

Τὰ νομίσματα ποὺ κυκλοφοροῦν στὴν Ἑλλάδα εἶναι μεταλλικὰ καὶ χάρτινα. Τὰ μεταλλικὰ λέγονται κέρματα, ἐνῶ τὰ χάρτινα χαρτονομίσματα.

Βασικὴ μονάδα μετρήσεως τῶν νομισμάτων εἶναι ἡ **δραχμή**.



Ἡ δραχμὴ ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 λεπτὰ.

Τὰ ἑλληνικὰ κέρματα εἶναι :

α) Μικρότερα ἀπὸ τὴ δραχμὴ :

ἡ πεντάρρα = 5 λεπτὰ, τὸ εἰκοσάλεπτο = 20 λεπτὰ,

ἡ δεκάρα = 10 λεπτὰ, τὸ πενήντάλεπτο = 50 λεπτὰ.

β) Ἰσα ἢ μεγαλύτερα ἀπὸ τὴ δραχμὴ :

ἡ δραχμὴ = 100 λεπτὰ, τὸ δεκάδραχμο = 10 δραχμές,

τὸ δίδραχμο = 2 δραχμές, τὸ εἰκοσάδραχμο = 20 δραχ.,

τὸ πεντάδραχμο = 5 δραχ., τὸ τριαντάδραχμο = 30 δραχ.

(Τὸ τριαντάδραχμο κυκλοφόρησε ὡς ἀναμνηστικὸ· τῶρα δὲν κυκλοφορεῖ).

Τὰ ἑλληνικὰ χαρτονομίσματα εἶναι :

τὸ πενήντάδραχμο = 50 δραχμές (πενήντάρικο),

τὸ ἑκατοντάδραχμο = 100 δραχμές (ἑκατοστάρικο),

τὸ πεντακοσιόδραχμο = 500 δραχμές (πεντακοσάρικο),

τὸ χιλιόδραχμο = 1.000 δραχμές (χιλιάρικο).

Κάθε κράτος ἔχει τὸ δικό του νόμισμα.

Ἡ Ἀμερικὴ ἔχει τὸ δολάριο, ποὺ ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 σέντς. Ἐνα δολάριο ἰσοδυναμεῖ μὲ 30 δραχμές.

Ἡ Ἀγγλίᾳ ἔχει τὴ λίρα ἢ στερλίνα. Ἡ λίρα ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 πένες.

Ἡ Γερμανία ἔχει τὸ μάρκο, ποὺ ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 πφένιχ. Ἐνα μάρκο ἰσοδυναμεῖ μὲ 7,50 περίπου δραχμές.

Ἡ Γαλλία, τὸ Βέλγιο καὶ ἡ Ἑλβετία ἔχουν τὸ φράγκο, ποὺ ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 σαντίμ κλπ.

Προβλήματα

Νὰ ὑπολογίσετε :

1. Πόσες δραχμὲς εἶναι 15 20δραχμα, 7 10δραχμα καὶ 19 50δραχμα ;
2. Πόσα πενήντάδραχμα συμπληρώνουν ἓνα χιλιόδραχμο ;
3. Μὲ πόσες δραχμὲς ἰσοδυναμοῦν 125 δολάρια καὶ 78 μάρκα;
4. Μὲ 15.750 δραχμὲς πόσα μάρκα ἀγοράζομε ;
5. Πόσα 100δραχμα εἶναι 50 50δραχμα, 50 20δραχμα, 50 10δραχμα καὶ 80 5δραχμα ;
6. Μὲ 5.400 δραχμὲς πόσα δολάρια ἀγοράζομε ;
7. Μὲ πόσα δολάρια ἀντιστοιχοῦν 660 δραχμὲς ;
8. Πόσα 5δραχμα συμπληρώνουν ἓνα χιλιόδραχμο ;
9. Τί θὰ θέλατε νὰ ἔχετε : 100 μάρκα ἢ 25 δολάρια ;

Ἡ οἰκογένεια τοῦ κυρ-Πανάγου

Ὁ κυρ-Πανάγος πέρυσι τὸ καλοκαίρι ἔμεινε μὲ τὴ γυναῖκα του, τὴν κυρὰ Νίκη, καὶ τὶς κόρες του, τὴν Ἑλευθερία καὶ τὴν Πόπη, στὸ μεγάλο κτῆμα του, κάπου 2 ὥρες καὶ 20 πρῶτα λεπτὰ ἔξω ἀπὸ τὸ χωριό. Τὰ δύο του ἀγόρια ἀπουσίαζαν. Ὁ Κώστας ἦταν ἀκόμη στρατιώτης καὶ ὁ Φάνης δούλευε στὴ Θεσσαλονίκη.

Οἱ κόρες τοῦ κυρ-Πανάγου εἶναι ἀκόμη μικρές. Ἡ Ἑλευθερία πηγαίνει στὴν Ἑκτη τοῦ Δημοτικοῦ καὶ ἡ Πόπη στὴν Τετάρτη.

Τὸ καλοκαίρι πέρασε μὲ παιγνίδια καὶ χαρές. Ἦρθε ὁ Σεπτέμβριος. Τὰ σχολεῖα ἀνοιξαν καὶ ὁ κυρ-Πανάγος ξαναγύρισε μὲ τὴν οἰκογένειά του στὸ χωριό.

Τὴν ἄλλη μέρα, ἡ κυρὰ-Νίκη πῆγε τὶς κόρες τῆς στὸ παν-

τοπωλείο τοῦ κυρίου Μυλωνᾶ νὰ τὶς ζυγίσῃ. Ἡ Ἐλευθερία πῆρε 3 κιλά καὶ 650 γραμμάρια. Ἡ Πόπη προτίμησε νὰ μετρήσῃ τὸ ἀνάστημά της. Ψήλωσε 3 ἑκατοστόμετρα καὶ 4 χιλιοστόμετρα. Ἡ κυρα-Νίκη ἔδωσε στὸν κύριο Μυλωνᾶ, γιὰ νὰ τὸν εὐχαριστήσῃ, 2 δραχμὲς καὶ 50 λεπτά. Ὑστερα γύρισαν στὸ σπίτι μὲ χαρὰ καὶ ἄρχισαν τὶς προετοιμασίες γιὰ τὸ σχολεῖο.



Β. ΕΝΝΟΙΑ, ΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΑΠΑΓΓΕΛΙΑ ΤΩΝ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. ΕΝΝΟΙΑ ΤΩΝ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Στὸ παραπάνω ανάγνωσμα συναντήσαμε τοὺς ἀριθμούς :

2 ὥρες 20 πρῶτα λεπτά	3 κιλά 650 γραμμάρια
2 δραχμές 50 λεπτά	3 ἑκατοστόμετρα 4 χιλιοστόμ.

Οἱ ἀριθμοὶ αὗτοὶ ἀποτελοῦνται ἀπὸ μιὰ ἀρχικὴ μονάδα καὶ τὶς ὑποδιαίρεσεις της. Λέγονται **συμμιγεῖς** ἀριθμοί.

Ἐπομένως συμμιγῆς ἀριθμὸς λέγεται κάθε ἀριθμὸς ποὺ ἀποτελεῖται ἀπὸ μιὰ βασικὴ μονάδα μετρήσεως καὶ τὶς ὑποδιαίρεσεις της ἢ τὰ πολλαπλάσιά της.

2. ΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Τόσο ἡ βασικὴ μονάδα μετρήσεως ὅσο καὶ οἱ ὑποδιαίρεσεις της, ἂν καὶ ἀποτελοῦν ἓνα συμμιγῆ ἀριθμό, γράφονται χωριστὰ σὰν ἰδιαίτεροι ἀριθμοί. Πρῶτα γράφομε τὴ βασικὴ μονάδα κι ἔπειτα τὶς ὑποδιαίρεσεις, ἀκολουθώντας πάντοτε τὴ σειρὰ ἀπὸ τὴ μεγαλύτερη πρὸς τὴ μικρότερη· π.χ.

βασικὴ μονάδα	ἀμέσως κατώτερη	πιὸ κατώτερη	κατώτατη
7 μέτρα	2 δεκατόμετρα	3 ἑκατοστόμ.	8 χιλιοστόμ.
2 ἔτη	3 μῆνες	10 μέρες	
3 κιλά	650 γραμμάρια		

3. ΑΠΑΓΓΕΛΙΑ ΤΩΝ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Ἡ βασικὴ μονάδα μετρήσεως καὶ οἱ ὑποδιαίρεσεις της δὲν γράφονται μόνο χωριστὰ σὰν ἰδιαίτεροι δηλαδὴ ἀριθμοί, ἀλλὰ ἡ κάθε μιὰ ἔχει καὶ δικό της ὄνομα· π.χ. 2 ἔτη 3 μῆνες 10 μέρες, 2 δραχμές 50 λεπτά κλπ. Ἄρα, γιὰ ν' ἀπαγγείλωμὲ ἓνα συμμιγῆ ἀριθμό, ἀρκεῖ νὰ προφέρωμε πρῶτα τὸν

ἀριθμὸ καὶ τ' ὄνομα τῆς βασικῆς μονάδας κι ἔπειτα τοὺς ἀριθμοὺς καὶ τὰ ὀνόματα τῶν ὑποδιαιρέσεων της, ἀκολουθώντας πάντοτε τὴ σειρά ἀπὸ τὴ μεγαλύτερη πρὸς τὴ μικρότερη.

Παραδείγματα ἀπαγγελίας συμμιγῶν ἀριθμῶν :

2 ὥρες 20 ^λ 10 ^δ	= δύο ὥρες, εἴκοσι πρῶτα λεπτά, δέκα δευτερόλεπτα,
5 ἔτη 2 μῆνες 8 μέρες	= πέντε ἔτη, δύο μῆνες, ὀχτώ μέρες,
3 τόννοι 10 κιλά 200 γραμμ.	= τρεῖς τόννοι, δέκα κιλά, διακόσια γραμμάρια,
7 μέτρα 3 δεκατόμετρα 8 ἑκατοστόμετρα	= ἑπτὰ μέτρα, τρία δεκατόμετρα, ὀχτὼ ἑκατοστόμετρα,
8 δραχμὲς 80 λεπτά	= ὀχτὼ δραχμὲς, ὀγδόντα λεπτά.

Ἀσκήσεις

Νὰ γράψετε μὲ ψηφία τοὺς συμμιγεῖς ἀριθμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν :

1) Δέκα χιλιόμετρα τριακόσια μέτρα ὀχτὼ δεκατόμετρα πέντε ἑκατοστόμετρα.

2) Δώδεκα ὥρες τριανταδύο πρῶτα λεπτά σαράντα δευτερόλεπτα.

3) Ἑξήντα πέντε ἔτη τριανταδύο πρῶτα λεπτά σαράντα δευτερόλεπτα.

4) Ἑξακόσιες τριάντα ἑπτὰ δραχμὲς ἑβδομήντα λεπτά.

5) Πενήντα τόννοι ἑξακόσια πέντε κιλά διακόσια ὀχτὼ γραμμάρια.

Ν' ἀπαγγείλετε τοὺς συμμιγεῖς ἀριθμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν :

1) 4 μέτρα 6 δεκατόμετρα 5 ἑκατοστόμετρα 367 χιλιοστόμετρα.

2) 365 μέρες 5 ὥρες 48^λ 47^δ.

3) 13 αἰῶνες 93 ἔτη 11 μῆνες 29 μέρες.

4) 106 τόννοι 302 κιλά 980 γραμμάρια.

5) 63 δραχμὲς 90 λεπτά.

4. ΤΡΟΠΗ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΣΕ ΜΟΝΑΔΕΣ ΩΡΙΣΜΕΝΗΣ ΤΑΞΕΩΣ

α) Πώς τρέπομε συμμιγή σε άκέραιο

Πρόβλημα 1ο. Ὁ κυρ-Πανάγος ἔμεινε μὲ τὴν οἰκογένειά του στὸ κτῆμα του 2 μῆνες καὶ 18 μέρες. Πόσες ἡμέρες ἔμεινε συνολικὰ στὸ κτῆμα ;

Λύσι. Ὁ συμμιγῆς ἀριθμὸς 2 μῆνες καὶ 18 μέρες ἔχει δύο τάξεις μονάδων: τὴν τάξι τῶν μηνῶν καὶ τὴν τάξι τῶν ἡμερῶν. Ἀρα, γιὰ νὰ βροῦμε πόσες ἡμέρες ἔμεινε συνολικὰ ὁ κυρ-Πανάγος στὸ κτῆμα του, πρέπει νὰ τρέψωμε τοὺς 2 μῆνες σὲ μέρες κι ἔπειτα νὰ προσθέσωμε σ' αὐτὲς καὶ τὶς 18 μέρες ποὺ ἔμεινε πέρα ἀπὸ τοὺς 2 μῆνες.

Ἐπειδὴ ὁ μῆνας ἔχει 30 μέρες, οἱ 2 μῆνες ἔχουν : $2 \times 30 = 60$ μέρες. $60 \text{ μέρες} + 18 \text{ μέρες} = 78 \text{ μέρες}$.

Ἡ κατάστρωσι γίνεται καὶ ὡς ἐξῆς :

$$\begin{array}{r} 2 \text{ μῆνες} \\ \times 30 \text{ μέρες} \\ \hline 60 \text{ μέρες} \\ + 18 \text{ μέρες} \\ \hline 78 \text{ μέρες} \end{array}$$

Ἀπάντησι. Ἀρα ὁ κυρ-Πανάγος ἔμεινε στὸ κτῆμα του 78 μέρες.

Πρόβλημα 2ο. Τὴν πρώτη μέρα ποὺ ἄνοιξε τὸ σχολεῖο ἡ τάξι τῆς Ἐλευθερίας ἔμεινε σ' αὐτὸ 1 ὥρα $30^λ$ καὶ $50^δ$. Πόσα δευτερόλεπτα ἔμεινε συνολικὰ ἡ Ἐλευθερία στὸ σχολεῖο ;

Λύσι. Ὁ συμμιγῆς 1 ὥρα $30^λ$ καὶ $50^δ$ ἔχει τρεῖς τάξεις μονάδων. Τὴν τάξι τῶν ὥρῶν, τὴν τάξι τῶν πρώτων λεπτῶν καὶ τὴν τάξι τῶν δευτερολέπτων. Ἀρα, γιὰ νὰ βροῦμε πόσα δευτερόλεπτα ἔμεινε ἡ Ἐλευθερία στὸ σχολεῖο, πρέπει νὰ τρέψωμε τὴ 1 ὥρα σὲ πρώτα λεπτά καὶ νὰ προσθέσωμε σ' αὐτὰ τὰ $30^λ$. Ἐπειτα πρέπει νὰ τρέψωμε τὰ πρώτα λεπτά σὲ δευτερόλεπτα καὶ νὰ προσθέσωμε σ' αὐτὰ τὰ $50^δ$.

Ἡ κατάστρωσι τῆς πράξεως θὰ γίνη ὡς ἑξῆς :

$$\begin{array}{r} \times \quad 1 \text{ ὥρα} \\ \quad 60 \text{ πρῶτα λεπτά} \\ \hline \quad 60 \text{ πρῶτα λεπτά} \\ + \quad 30 \text{ πρῶτα λεπτά} \\ \hline \quad 90 \text{ πρῶτα λεπτά} \\ \times \quad 60 \text{ δευτερόλεπτα} \\ \hline 5.400 \text{ δευτερόλεπτα} \\ + \quad 50 \text{ δευτερόλεπτα} \\ \hline 5.450 \text{ δευτερόλεπτα} \end{array}$$

Ἀπάντησι. Ἐπειδὴ ἡ Ἐλευθερία ἔμεινε στὸ σχολεῖο 5.450^δ

Ἀπὸ τὰ προβλήματα ποὺ λύσαμε συμπεραίνομε ὅτι :

Γιὰ νὰ τρέψωμε ἓνα συμμιγῆ ἀριθμὸ σὲ ἀκέραιο, τὸν τρέπομε σὲ μονάδες τῆς τελευταίας του τάξεως.

Ἀσκήσεις

Νὰ τρέψετε σὲ ἀκέραious τοὺς συμμιγεῖς :

1. Ἀπὸ μῆμης

α) 3 μῆνες 10 μέρες β) 2 ὥρες 30^λ γ) 2 κιλὰ 500 γραμμάρια
δ) 2 τόννους 600 κιλὰ ε) 5 μέτρα 8 δεκατόμετρα στ) 10 δραχμὲς 80 λεπτά
ζ) 20 δραχμὲς 40 λεπτά.

2. Γραπτῶς

α) 9 μέτρα 2 δεκατόμετρα 8 ἑκατοστόμετρα 300 χιλιοστόμετρα
β) 12 χιλιόμετρα 75 μέτρα 6 δεκατόμετρα 4 ἑκατοστόμετρα
γ) 10 ἔτη 11 μῆνες 29 μέρες δ) 2 χιλιετηρίδες 8 αἰῶνες
65 ἔτη ε) 2 μῆνες 3 ἡμέρες 5 ὥρες στ) 700 κιλὰ 360 γραμμάρια
ζ) 5 τόννους 650 κιλὰ 400 γραμμάρια η) 109 δραχμὲς 80 λεπτά.

β) Πώς τρέπομε ἀκέραιο σὲ συμμιγῇ

Πρόβλημα 1ο. Ὁ κυρ-Πανάγος ὑπολόγισε ὅτι ὁ πατέρας του πέθανε σὲ ἡλικία 28.878 ἡμερῶν. Πόσα ἔτη, μῆνες καὶ μέρες ἔζησε ;

Λύσι. Για νὰ βροῦμε πόσα ἔτη, μῆνες καὶ μέρες ἔζησε ὁ πατέρας τοῦ κυρ-Πανάγου, θὰ τρέψωμε τὶς 28.878 μέρες πρῶτα σὲ μῆνες κι ἔπειτα τοὺς μῆνες σὲ ἔτη. Πῶς ὅμως ; Νά, ἔτσι :

Θὰ διαιρέσωμε τὶς 28.878 μέρες μὲ τὸν ἀριθμὸ 30. Τὸ πηλίκο τῆς διαιρέσεως αὐτῆς θὰ φανερώνη τοὺς μῆνες καὶ τὸ ὑπόλοιπο τὶς ἡμέρες ποὺ ἔζησε ὁ πατέρας τοῦ κυρ-Πανάγου. Μετὰ θὰ διαιρέσωμε τοὺς μῆνες μὲ τὸν ἀριθμὸ 12. Τὸ πηλίκο τῆς νέας διαιρέσεως θὰ φανερώνη τὰ ἔτη καὶ τὸ ὑπόλοιπο τοὺς μῆνες.

Ἡ κατάστρωσι τῆς πράξεως γίνεται ὡς ἑξῆς :

28.878 μέρες	30 μέρες ποὺ ἔχει ὁ μῆνας	
187 »	962 μῆνες	12 μῆνες ποὺ ἔχει τὸ ἔτος
078 »	002 μῆνες	80 ἔτη
18 μέρες		

Ἀπάντησι. Ἀρα ὁ πατέρας τοῦ κυρ-Πανάγου ἔζησε 80 ἔτη 2 μῆνες καὶ 18 μέρες.

Πρόβλημα 2ο. Ἡ Πόπη θέλει νὰ τρέψη 8.625.650 γραμμάρια σιτάρι σὲ τόννους, κιλὰ καὶ γραμμάρια. Τί θὰ κάνη ;

Λύσι. Θὰ τρέψη τὰ 8.625.650 γραμμάρια πρῶτα σὲ κιλὰ καὶ μετὰ τὰ κιλὰ σὲ τόννους. Θὰ διαιρέση δηλαδὴ τὸν ἀριθμὸ 8.625.650 μὲ τὸν ἀριθμὸ 1.000. Τὸ πηλίκο τῆς διαιρέσεως θὰ φανερώνη τὰ κιλὰ καὶ τὸ ὑπόλοιπο τὰ γραμμάρια. Μετὰ θὰ διαιρέση τὰ κιλὰ πάλι μὲ τὸν ἀριθμὸ 1.000. Τὸ πηλίκο τῆς νέας διαιρέσεως θὰ φανερώνη τοὺς τόννους καὶ τὸ ὑπόλοιπο τὰ κιλὰ.

Θὰ καταστρώσῃ τὴν πρᾶξι ὡς ἑξῆς :

8.625.650 γραμμάρια	1000 γραμμάρια ποὺ ἔχει τὸ κιλὸ	
0 625 6 »	8.625 κιλὰ	1000 κιλὰ ποὺ ἔχει ὁ τόννος
025 65 »		
05 650 »	0 625 κιλὰ	8 τόννοι
0 650 »		

Ἀπάντησι. Ἄρα τὰ 8.625.650 γραμμάρια σιτάρη εἶναι ἴσα μὲ 8 τόννους 625 κιλὰ 650 γραμμάρια.

Ἀπὸ τὰ δύο προβλήματα ποὺ λύσαμε καταλήγομε στὸ συμπέρασμα ὅτι :

Γιὰ νὰ τρέψωμε ἀκέραιο ἀριθμὸ σὲ συμμιγῇ, διαιροῦμε τὸν ἀκέραιο μὲ τὸν ἀριθμὸ ποὺ φανερώνει πόσες μονάδες τῆς κατώτερης τάξεως συμπληρώνουν μιὰ μονάδα τῆς ἀμέσως παραπάνω τάξεως. Ἄν τὸ πηλίκο τῆς διαιρέσεως αὐτῆς περιέχῃ μονάδες τῆς πιὸ παραπάνω τάξεως, τὸ διαιροῦμε καὶ αὐτό.

Ἀσκήσεις

Νὰ τρέψετε σὲ συμμιγεῖς τοὺς ἀκεραίους :

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 75 μέρες β) 32 ὥρες γ) 125 πρῶτα λεπτὰ δ) 37 μῆνες ε) 1.100 ἔτη στ) 82 δεκατόμετρα ζ) 125 ἑκατοστόμετρα η) 1.520 χιλιοστόμετρα θ) 1.200 κιλὰ ι) 75 δεκάρες ια) 175 λεπτὰ.

2. Γραπτῶς

α) 3.580 δευτερόλεπτα β) 16.030 πρῶτα λεπτὰ γ) 80.000 ὥρες δ) 79.859 μέρες ε) 200.905 χιλιοστόμετρα στ) 100.425 δεκατόμετρα ζ) 2.750.325 γραμμάρια η) 6.885 λεπτὰ θ) 32.008 Ἴντσες.

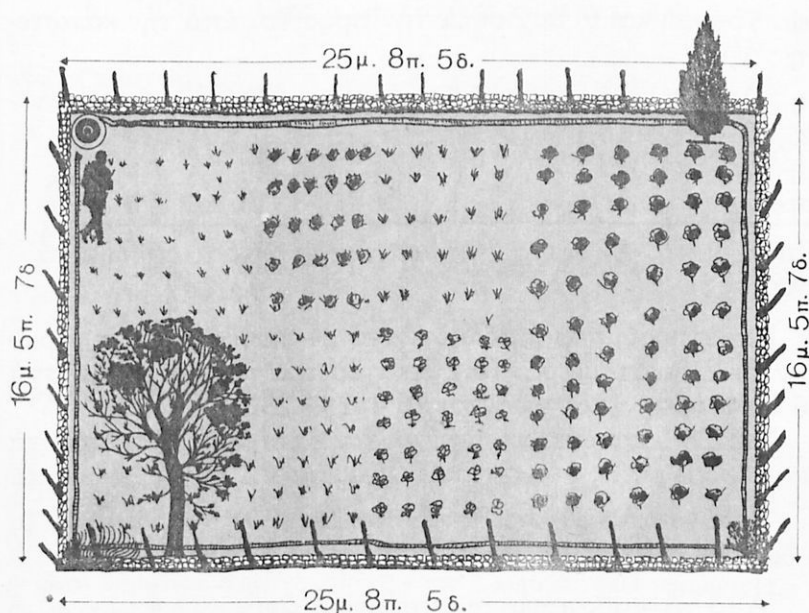
Γ. Η ΠΡΟΣΘΕΣΙ ΚΑΙ Η ΑΦΑΙΡΕΣΙ ΤΩΝ ΣΥΜΜΙΓΩΝ

Ι. Η ΠΡΟΣΘΕΣΙ

Πρόβλημα. Ὁ κυρ-Πανάγος θέλει νὰ προσθέσῃ πάνω ἀπὸ τὸν φράχτη τοῦ περιβολιοῦ του μιὰ σειρὰ ἀγκαθωτοῦ σύρματος. Τὸ περιβόλι του ἔχει σχῆμα ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου. Κάθε μεγάλη του πλευρὰ εἶναι 25 μ. 8 δμ. 5 ἑκατ. καὶ κάθε μικρὴ 16 μ. 5 δμ. 7 ἑκατ. Πόσα μέτρα σύρματος πρέπει ν' ἀγοράσῃ ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βρῇ πόσα μέτρα σύρματος πρέπει ν' ἀγοράσῃ ὁ κυρ-Πανάγος, γιὰ νὰ τὸ προσθέσῃ πάνω ἀπὸ τὸν φράχτη, πρέπει νὰ μετρήσῃ τὴν περίμετρο τοῦ περιβολιοῦ του.

α) Παραστατικά



Θὰ πάρη μιὰ μετροταινία. Θὰ πιάσῃ τὴν ἀρχὴ τῆς σὲ μιὰ γωνιὰ τοῦ περιβολιοῦ καὶ θὰ τὴ σύρῃ γύρω, μέχρις ὅτου συναντήσῃ τὴν ἀρχὴ τῆς. Ἐπειτα θὰ διαβάσῃ τὰ μέτρα στὸ σημεῖο τῆς μετροταινίας ποὺ πέφτει πάνω στὴν ἀρχὴ τῆς. Εἶναι 84 μ. 8 δμ. 4 ἐκ.

Ἀπάντησι. Ἄρα ὁ κυρ-Πανάγος πρέπει ν' ἀγοράσῃ 84 μ. 8 δμ. 4 ἐκ. ἀγκαθωτοῦ σύρματος.

β) Πρακτικά

Θὰ προσθέσωμε τὶς 4 πλευρὲς τοῦ περιβολιοῦ. Δηλαδή τοὺς συμμιγεῖς 25 μ. 8 δμ. 5 ἐκ., 16 μ. 5 δμ. 7 ἐκ., 25 μ. 8 δμ. 5 ἐκ. καὶ 16 μ. 5 δμ. 7 ἐκ.

Θὰ γράψωμε τοὺς συμμιγεῖς ἀριθμοὺς τὸν ἓνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ ἀριθμοὶ τῆς κάθε τάξεως νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλῃ. Δηλαδή τὰ μέτρα κάτω ἀπὸ τὰ μέτρα, τὰ δεκατόμετρα κάτω ἀπὸ τὰ δεκατόμετρα καὶ τὰ ἑκατοστόμετρα κάτω ἀπὸ τὰ ἑκατοστόμετρα. Μετὰ θὰ σύρωμε μιὰ ὀριζόντια εὐθεῖα γραμμὴ καὶ θ' ἀρχίσωμε τὴν πρόσθεσι ἀπὸ τὴν κατώτερη τάξι.

1η πλευρὰ	25 μέτρα	8 δεκατόμετρα	5 ἑκατοστόμετρα
2η πλευρὰ +	16 »	5 »	7 »
3η πλευρὰ	25 »	8 »	5 »
4η πλευρὰ	16 »	5 »	7 »
Καὶ οἱ 4	82 μέτρα	26 δεκατόμετρα	24 ἑκατοστόμετρα
πλευρὲς :	84 »	8 »	4 »

Παρατηροῦμε ὅμως ἐδῶ ὅτι στὰ 24 ἑκατοστόμετρα περιέχονται 2 δεκατόμετρα. Τὰ 2 δεκατόμετρα τὰ μεταφέρομε στὰ 26 δεκατόμετρα καὶ γίνονται $26 + 2 = 28$.

Στὰ 28 δεκατόμετρα περιέχονται 2 μέτρα. Τὰ 2 μέτρα τὰ μεταφέρομε στὰ 82 μέτρα καὶ γίνονται $82 + 2 = 84$ μέτρα.

Ἀπάντησι. Ὁ κυρ-Πανάγος πρέπει ν' ἀγοράσῃ 84 μ. 8 δμ. 4 ἐκ. ἀγκαθωτοῦ σύρματος.

Ἀπὸ τὰ παραπάνω συμπεραίνομε ὅτι :

Για να προσθέσουμε συμμιγείς αριθμούς γράφουμε τὸν ἓνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες τῆς κάθε τάξεως νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη. Ἐπειτα ἀρχίζουμε τὴν πρόσθεσι ἀπὸ τὶς μονάδες τῆς κατώτερης τάξεως καὶ προχωροῦμε πρὸς τὶς ἀνώτερες. Ἄν τὸ ἄθροισμα τῆς κατώτερης τάξεως περιέχη μονάδες τῆς ἀμέσως ἀνώτερης, τὶς βγάζουμε καὶ τὶς προσθέτουμε στὶς μονάδες τῆς ἀνώτερης τάξεως.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

- α) (5 ἔτη 3 μῆνες 2 μέρες) + (10 ἔτη 5 μῆνες 8 μέρες)
 β) (10 κιλὰ 300 γραμ.) + (5 κιλὰ 200 γραμ.) + (4 κιλὰ 5 γραμμάρια)
 γ) (2 μ. 5 δμ. 4 ἑκατ.) + (8 μ. 4 δμ. 4 ἑκατ.) + 10 μέτρα
 δ) (10 δρχ. 10 λεπτά) + (20 δρχ. 80 λεπτά) + 10 λεπτά.

2. Γραπτῶς

- α) (6 ὥρες 15^λ 45^δ) + (10 ὥρες 44^λ 15^δ) + 1 ὥρα
 β) (35 κιλὰ 200 γραμ.) + (38 κιλὰ 800 γραμ.) + 280 γραμ.
 γ) (30 μ. 4 δμ. 6 ἑκατ.) + (70 μέτρα 9 ἑκατ.) + (10 μ. 5 ἑκατ.)
 δ) (80 δρχ. 50 λεπτά) + (70 δρχ. 60 λεπτά) + (49 δρχ. 80 λεπτά).

Προβλήματα προσθέσεως

1. Ἡ κυρα-Νίκη εἶναι σήμερα 48 ἐτῶν 7 μηνῶν καὶ 19 ἡμερῶν. Ὁ κυρ-Πανάγος εἶναι μεγαλύτερός της κατὰ 10 ἔτη 5 μῆνες καὶ 21 μέρες. Πόσων ἐτῶν εἶναι ὁ κυρ-Πανάγος ;

2. Ἡ Πόπη εἶναι 28 κιλὰ καὶ 250 γραμμάρια. Ἡ Ἐλευθερία εἶναι βαρύτερη ἀπὸ τὴν Πόπη κατὰ 7 κιλὰ καὶ 800 γραμμάρια. Πόσα κιλὰ εἶναι ἡ Ἐλευθερία ;

3. 'Ο κυρ-Πανάγος πούλησε στὸν κύριο Μυλωνᾶ 215 κιλά φασόλια καὶ 750 γραμ. καὶ στὸν Παῦλο 227 κιλά καὶ 680 γραμ. Πόσα κιλά φασόλια πούλησε καὶ στοὺς δύο ;

4. 'Ο Κώστας ὑπηρετῆσε 1 ἔτος 5 μῆνες καὶ 27 μέρες στὴν Καστοριά, 5 μῆνες καὶ 19 μέρες στὰ σύνορα καὶ 1 ἔτος 1 μῆνα καὶ 10 μέρες στὴν Κοζάνη. Πόσο χρόνο ὑπηρετῆσε στὸν στρατό ;

5. 'Ο Φάνης ὑπολόγισε ὅτι τοῦ περίσσεψαν ἀπὸ τὴν ἐργασία του τὸν πρῶτο μῆνα 1.850 δρχ. καὶ 80 λεπτά, τὸν δεύτερο 1.750 καὶ 70 λεπτά καὶ τὸν τρίτο ὅσες τὸν πρῶτο μῆνα. Πόσες δραχμὲς ἔχει ;

6. 'Η 'Ελευθερία καὶ ἡ Πόπη ἀγόρασαν τρεῖς κουβαρίστρες, γιὰ νὰ πετάξουν τὸν ἀετό τους. 'Η πρώτη ἦταν 75 μέτρα 3 δμ. καὶ 8 ἐκατ., ἡ δεύτερη 70 μέτρα 9 δμ. καὶ 7 ἐκατ. καὶ ἡ τρίτη 64 μέτρα καὶ 8 ἐκατ. Σὲ πόσο ὕψος μπορεῖ νὰ φτάσῃ ὁ ἀετός τους ;

7. 'Ο κυρ-Πανάγος μετέφερε μὲ τὸ κάρου του 4 σακκιὰ σιτάρι. Τὸ πρῶτο ἦταν 70 κιλά καὶ 960 γραμ., τὸ δεύτερο 3 κιλά καὶ 40 γραμ. βαρύτερο ἀπὸ τὸ πρῶτο, τὸ τρίτο 68 κιλά καὶ 600 γραμ. καὶ τὸ τέταρτο ὅσο ἦταν τὸ δεύτερο. Πόσα κιλά ἦταν τὸ φορτίο τοῦ κάρου ;

8. 'Ο Κώστας, ὅταν ὑπηρετοῦσε στὰ σύνορα, ἔλαβε 3 ἐπιταγές. 'Η πρώτη ἦταν γιὰ 250 δραχμὲς καὶ 50 λεπτά, ἡ δεύτερη γιὰ 30 δραχμὲς καὶ 20 λεπτά παραπάνω ἀπὸ τὴν πρώτη καὶ ἡ τρίτη γιὰ τόσες δραχμὲς ὅσες ἡ πρώτη καὶ ἡ δεύτερη μαζί. Πόσα χρήματα ἔλαβε συνολικά ;

9. "Όταν γεννήθηκε ἡ Πόπη, ὁ Φάνης ἦταν 8 ἐτῶν 9 μηνῶν καὶ 13 ἡμερῶν. 'Η Πόπη εἶναι σήμερα 10 ἐτῶν 7 μηνῶν καὶ 18 ἡμερῶν. Πόσων ἐτῶν εἶναι ὁ Φάνης ;

10. 'Η Πόπη χτὲς διάβασε 4 ὥρες 40^λ καὶ 25^δ καὶ ἡ 'Ελευθερία 1 ὥρα καὶ 45^λ περισσότερο. Πόσο χρόνο διάβασαν καὶ οἱ δύο ;

11. 'Ο Κώστας εἶναι σήμερα 22 ἐτῶν 7 μηνῶν καὶ 18 ἡμερῶν. Πόσων ἐτῶν θὰ εἶναι ἔπειτα ἀπὸ 10 χρόνια καὶ 10 μῆνες ;

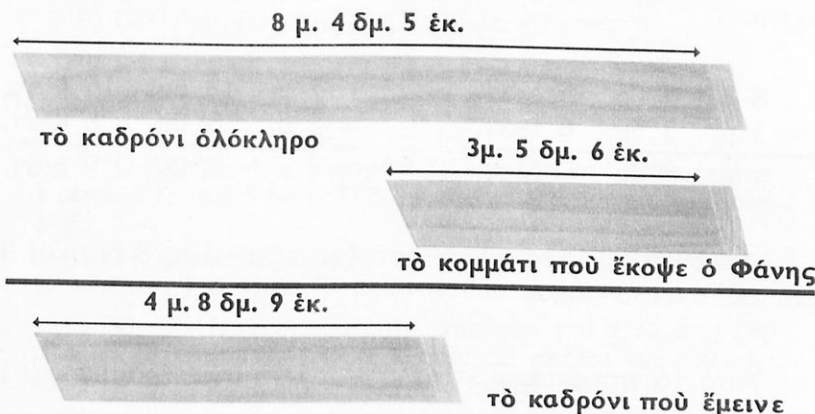
12. 'Ο κυρ-Πανάγος καὶ οἱ γιοί του ἐργάστηκαν 3 ἡμέρες γιὰ νὰ περιφράξουν τὸ περιβόλι. Τὴν πρώτη μέρα ἐργάστηκαν 7 ὥρες 30^λ καὶ 45^δ, τὴν δεύτερη 40^λ καὶ 50^δ περισσότερο καὶ τὴν τρίτη 6 ὥρ. καὶ 55^δ. Πόσες ὥρες ἐργάστηκαν συνολικά ;

2. Η ΑΦΑΙΡΕΣΙ

Πρόβλημα. Ὁ Φάνης ἔκοψε ἀπὸ ἓνα καδρόνι πού εἶχε μήκος 8 μέτρα 4 δεκατόμετρα καὶ 5 ἑκατοστόμετρα ἓνα κομμάτι μήκους 3 μέτρ. 5 δμ. καὶ 6 ἑκατ. Πόσο μήκος ἔχει τώρα τὸ καδρόνι ;

Λύσι. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσα μέτρα εἶναι τώρα τὸ καδρόνι, πρέπει ν' ἀφαιρέσωμε ἀπ' ὁλόκληρο τὸ καδρόνι τὸ κομμάτι πού ἔκοψε ὁ Φάνης.

α) Παραστατικά



Ἀπάντησι. Ἄρα τὸ καδρόνι ἔχει τώρα 4 μ. 8 δμ. καὶ 9 ἑκατ. μήκος.

β) Πρακτικά

Θ' ἀφαιρέσωμε τὰ 3 μ. 5 δμ. καὶ 6 ἑκατ. ἀπὸ τὰ 8 μ. 4 δμ. καὶ 5 ἑκατοστόμετρα.

Θὰ γράψωμε τοὺς συμμιγεῖς ἀριθμοὺς τὸν ἓνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ ἀριθμοὶ τῆς κάθε τάξεως νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη. Δηλαδή τὰ ἑκατοστόμετρα κάτω ἀπὸ τὰ ἑκατοστόμετρα, τὰ δεκατόμετρα κάτω ἀπὸ τὰ δεκατόμετρα καὶ τὰ μέτρα κάτω ἀπὸ τὰ μέτρα. Ἐπειτα θὰ σύρωμε μιὰ ὀρι-

ζόντια εὐθεῖα γραμμὴ καὶ θ' ἀρχίσωμε τὴν ἀφαίρεσι ἀπὸ τὴν κατώτερη τάξι.

$$\begin{array}{r} 8 \text{ μ.} \quad 4 \text{ δμ.} \quad 5 \text{ ἑκατ.} \\ - 3 \text{ μ.} \quad 5 \text{ δμ.} \quad 6 \text{ ἑκατ.} \\ \hline \end{array}$$

Παρατηροῦμε ὅμως ὅτι τὰ ἑκατοστόμετρα τοῦ ἀφαιρετέου δὲν ἀφαιροῦνται ἀπὸ τὰ ἑκατοστόμετρα τοῦ μειωτέου. Τὸ ἴδιο συμβαίνει καὶ στὰ δεκατόμετρα. Γιὰ ν' ἀποφύγωμε τὸ ἐμπόδιο αὐτό, 1 μέτρο τοῦ μειωτέου θὰ τὸ τρέψωμε σὲ δεκατόμετρα κι ἓνα δεκατόμετρο σ' ἑκατοστόμετρα. Ἔτσι θὰ ἔχωμε :

$$\begin{array}{r} 8 \text{ μ.} \quad 4 \text{ δμ.} \quad 5 \text{ ἑκατ.} \\ - 3 \text{ μ.} \quad 5 \text{ δμ.} \quad 6 \text{ ἑκατ.} \\ \hline 4 \text{ μ.} \quad 8 \text{ δμ.} \quad 9 \text{ ἑκατ.} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7 \text{ μ.} \quad 13 \text{ δμ.} \quad 15 \text{ ἑκατ.} \\ - 3 \text{ μ.} \quad 5 \text{ δμ.} \quad 6 \text{ ἑκατ.} \\ \hline 4 \text{ μ.} \quad 8 \text{ δμ.} \quad 9 \text{ ἑκατ.} \end{array}$$

Ἀπάντησι. Ἄρα τὸ καδρόνι ἔχει τώρα 4 μ. 8 δμ. καὶ 9 ἑκατοστόμετρα μῆκος.

Ἀπὸ τὰ παραπάνω καταλήγομε στὸ συμπέρασμα ὅτι :

Γιὰ ν' ἀφαιρέσωμε συμμιγεῖς ἀριθμούς, γράφομε τὸν ἀφαιρετέο κάτω ἀπὸ τὸν μειωτέο ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες τῆς κάθε τάξεως νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη. Ἐπειτα ἀρχίζομε τὴν ἀφαίρεσι ἀπὸ τὴς μονάδες τῆς κατώτερης τάξεως καὶ προχωροῦμε πρὸς τὴς ἀνώτερες. Ἄν ὁ ἀριθμὸς μιᾶς τάξεως τοῦ ἀφαιρετέου εἶναι μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ τῆς ἴδιας τάξεως τοῦ μειωτέου, δανειζόμεστε μιὰ μονάδα ἀπὸ τὸν μειωτέο τῆς ἀνώτερης τάξεως καὶ τὴν τρέπομε σὲ μονάδες τῆς κατώτερης. Σ' αὐτὲς προσθέτομε κι ἐκεῖνες ποὺ μᾶς ἔχουν δοθῇ. Μὲ τὸν τρόπο αὐτὸ ἀποφεύγομε τὸ ἐμπόδιο καὶ προχωροῦμε στὴν ἀφαίρεσι.

Άσκησης

1. Από μνήμης

- α) (10 μ. 5 δμ. 8 έκστ.) — (5 μέτρη 3 δμ. 2 έκστ.)
- β) (20 κιλά 800 γραμμάρια) — (10 κιλά 300 γραμ.)
- γ) (10 έτη 5 μήνες 10 μέρες 6 ώρες) — (5 μήνες 5 ήμ. 5 ώρες).

2. Γραπτώς

- α) (10 χιλ. 150 μ. 6 δμ. 9 έκστ.) - (4 χιλ. 200 μ. 8 δμ. 7 έκστ.)
- β) (9 μήν. 25 ήμ. 5 ώρ. 15^λ) — (8 μήν. 29 ήμ. 6 ώρες 20^λ)
- γ) (5 τόν. 350 κιλά 280 γραμ.) — (3 τόν. 730 γραμ.)
- δ) (950 δρχ. 60 λεπτά) — (800 δρχ. 90 λεπτά).

Προβλήματα αφαιρέσεως

1. 'Ο Κώστας είναι 1 μέτρο 7 δμ. και 3 έκστ. 'Ο Φάνης είναι 1 μέτρο 6 δμ. και 5 έκστ. Τί διαφορά ύψους έχουν τὰ δύο αδέρφια ;

2. 'Η 'Ελευθερία είναι 36 κιλά και 50 γραμ. ενώ ή Πόπη 28 κιλά και 250 γραμ. Τί διαφορά βάρους έχουν ;

3. 'Ο κυρ-Πανάγος είχε στην αποθήκη του 5 τόννους 280 κιλά και 360 γραμ. κριθάρι. Κράτησε για τὰ ζώα του 650 κιλά και τὸ υπόλοιπο τὸ πούλησε. Πόσο κριθάρι πούλησε ;

4. 'Η κυρα-Νίκη χρωστοῦσε στὸν κύριο Μυλωνᾶ 352 δραχμὲς και 30 λεπτά. Τοῦ ἔδωσε 266 δραχμὲς και 80 λεπτά. Πόσα χρήματα τοῦ χρωστᾶει ἀκόμη ;

5. 'Ο πατέρας τῆς κυρα-Νίκης πέθανε στὶς 4 Μαρτίου 1941. Πόσος χρόνος πέρασε ἀπὸ τότε μέχρι σήμερα ;

6. 'Ο κυρ-Πανάγος είναι σήμερα 59 ἐτῶν 1 μηνὸς και 10 ἡμερῶν. Ποιά χρονολογία γεννήθηκε ;

7. 'Ο Φάνης γεννήθηκε στὶς 18 'Απριλίου 1952. Πόσων ἐτῶν είναι σήμερα ;

8. 'Η μητέρα τοῦ κυρ-Πανάγου πέθανε στὶς 17 'Ιουλίου 1961 σὲ ἡλικία 69 ἐτῶν 7 μηνῶν και 29 ἡμερῶν. Ποιά χρονολογία γεννήθηκε ;

9. 'Ο κυρ-Πανάγος καὶ ἡ γυναίκα του ἔχουν μαζί ἡλικία 107 ἐτῶν 8 μηνῶν καὶ 29 ἡμερῶν. 'Ο κυρ - Πανάγος εἶναι 59 ἐτῶν 1 μηνὸς καὶ 10 ἡμερῶν. Ποιὰ εἶναι ἡ ἡλικία τῆς γυναίκας του ;

10. 'Ο κυρ-Πανάγος δανείστηκε ἀπὸ τὴν 'Αγροτική Τράπεζα κάμποιο χρηματικὸ ποσὸ στὶς 14 'Ιουνίου 1968 καὶ τὸ ἐπέστρεψε στὶς 27 Μαΐου τοῦ 1970. Πόσο χρόνο κράτησε τὸ δάνειο ;

11. 'Ο Φάνης ἀγόρασε ἓνα βαρέλι τυρὶ ποὺ ζύγιζε 35 κιλά καὶ 710 γραμ. Τὸ τυρὶ ἦταν 28 κιλά καὶ 800 γραμ. Πόσο ἦταν τὸ ἀπόβαρο τοῦ βαρελιοῦ ;

12. 'Η κυρα-Νίκη ἔφυγε ἀπὸ τὴ Θεσσαλονίκη μὲ τὸ τραῖνο. στὶς 6 ἡ ὥρα καὶ 45^λ τὸ πρῶνι κι ἔφτασε στὸν Πειραιᾶ, ὅπου πῆγαινε νὰ δῇ τὸν ἀδερφό της, στὶς 11 ἡ ὥρα 25^λ καὶ 30^δ τὸ βράδυ. Πόσο χρόνο κράτησε τὸ ταξίδι της ;

Σύνθετα προβλήματα

1. 'Ο Λουκάς ἀπὸ ἓναν κῆπο του πῆρε 63 κιλά καὶ 750 γραμ. φασόλια καὶ ἀπὸ ἓναν ἄλλο 177 κιλά καὶ 350 γραμ. Κράτησε γιὰ σπώρο καὶ γιὰ τὸ σπῖτι του 80 κιλά καὶ 500 γραμ. Τὰ ὑπόλοιπα τὰ πούλησε. Πόσα κιλά πούλησε ;

2. 'Ο Ντίνος ἀγόρασε τρία μοσχάρια. Τὸ α' ἦταν 72 κιλά καὶ 400 γρ., τὸ β' 85 κιλά καὶ 630 γρ. καὶ τὸ γ' 68 κιλά καὶ 150 γραμ. Πούλησε 132 κιλά καὶ 800 γραμ. Πόσα κιλά ἔχει νὰ πουλήσῃ ἀκόμη ;

3. 'Ο Χρήστος εἶχε 30 καδρόνια συνολικοῦ μήκους 407 μ. 8 δμ. 9 ἐκατ. Πούλησε 4 καδρόνια. Τὸ α' ἦταν 12 μ. 3 δμ. 5 ἐκ., τὸ β' 11 μ. 7 ἐκατ., τὸ γ' 10 μ. 9 δμ. 9 ἐκ. καὶ τὸ δ' 12 μ. 7 δμ. 8 ἐκ. Πόσα καδρόνια τοῦ ἔμειναν καὶ πόσο μήκους ἔχουν ;

4. 'Ο Σταμάτης εἰσέπραξε τὴ Δευτέρα 1.232 δραχμὲς καὶ 80 λεπτά, τὴν Τρίτη 835 δρχ. καὶ 70 λεπτά καὶ τὴν Τετάρτη 60 δρχ. καὶ 90 λεπτά λιγώτερες ἀπ' ὅσες τὴ Δευτέρα. Τὴν Πέμπτη τὸ πρῶνι πλήρωσε 1.907 δρχ. καὶ 90 λεπτά. Πόσα χρήματα τοῦ ἔμειναν ;

ΜΕΡΟΣ ΠΕΜΠΤΟ

ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Α. ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ

ΕΠΑΝΑΛΗΨΙ

1. Τὸ μισὸ ἢ ἓνα δεύτερο : $\frac{1}{2}$

Στὴν τρίτη τάξι μάθαμε ὅτι, ἂν κόψωμε μιὰ ὁποιαδήποτε ἀκέραια μονάδα π.χ. μιὰ βέργα σὲ δύο ἴσα κομμάτια, τὸ καθεὶνα ἀπὸ αὐτὰ λέγεται μισὴ βέργα ἢ ἓνα δεύτερο τῆς βέργας καὶ γράφεται: $\frac{1}{2}$.

Ἡ βέργα ὁλόκληρη :

Ἡ βέργα σὲ 2 ἴσα κομμάτια :

Μισὴ βέργα ἢ τὸ $\frac{1}{2}$ τῆς βέργας:

2. Τὸ ἓνα τέταρτο : $\frac{1}{4}$

Ἄν κόψωμε τὴ βέργα σὲ 4 ἴσα κομμάτια, τὸ καθεὶνα ἀπὸ αὐτὰ λέγεται ἓνα τέταρτο τῆς βέργας καὶ γράφεται: $\frac{1}{4}$.

Ἡ βέργα ὁλόκληρη:

Ἡ βέργα σὲ 4 ἴσα κομμάτια:

Τὸ ἓνα τέταρτο ἢ $\frac{1}{4}$ τῆς βέργας:

3. Τὸ ἓνα ὄγδοο: $\frac{1}{8}$

Ἄν κόψωμε τὴ βέργα σὲ 8 ἴσα κομμάτια, τὸ κάθε κομμάτι λέγεται ἓνα ὄγδοο τῆς βέργας καὶ γράφεται: $\frac{1}{8}$.

Ἡ βέργα ὁλόκληρη:

Ἡ βέργα σὲ 8 ἴσα κομμάτια:



Τὸ ἓνα ὄγδοο ἢ $\frac{1}{8}$ τῆς βέργας:



4. Τὸ ἓνα πέμπτο: $\frac{1}{5}$

Ἄν μοιράσωμε ἓνα δεκάδραχμο σὲ 5 παιδιά, τὸ κάθε παιδί θὰ πάρῃ ἀπὸ ἓνα δίδραχμο. Τὸ δίδραχμο εἶναι τὸ ἓνα πέμπτο τοῦ δεκάδραχμου καὶ γράφεται: $\frac{1}{5}$.

Τὸ δεκάδραχμο ὁλόκληρο :



Τὸ δεκάδραχμο σὲ 5 δίδραχμα :



Τὸ δίδραχμο ἢ $\frac{1}{5}$ τοῦ 10δραχμου :



5. Τὸ ἓνα δέκατο: $\frac{1}{10}$

Ἄν μοιράσωμε ἓνα 10δραχμο σὲ 10 παιδιά, τὸ κάθε παιδί θὰ πάρῃ ἀπὸ μιὰ δραχμὴ. Ἡ δραχμὴ εἶναι τὸ ἓνα δέκατο τοῦ 10δραχμου καὶ γράφεται: $\frac{1}{10}$.

Τὸ 10δραχμο ὁλόκληρο :



Τὸ 10δραχμο σὲ 10 δραχμές :



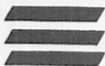
Ἡ δραχμὴ ἢ $\frac{1}{10}$ τοῦ 10δραχμου:



6. Τὸ ἓνα τρίτο: $\frac{1}{3}$

Ἄν κόψουμε μιὰ χαρτοταινία σὲ 3 ἴσα κομμάτια, τὸ κάθε κομμάτι λέγεται τρίτο ἢ ἓνα τρίτο καὶ γράφεται: $\frac{1}{3}$.

Ἡ ταινία ὁλόκληρη: 

Ἡ ταινία σὲ 3 ἴσα κομμάτια: 

Τὸ ἓνα τρίτο ἢ $\frac{1}{3}$ τῆς ταινίας: 

7. Τὸ ἓνα ἕκτο: $\frac{1}{6}$

Ἄν κόψουμε τὴ χαρτοταινία σὲ 6 ἴσα κομμάτια, τὸ καθεναὶ ἀπὸ αὐτὰ λέγεται ἓνα ἕκτο καὶ γράφεται: $\frac{1}{6}$.

Ἡ ταινία ὁλόκληρη: 

Ἡ ταινία σὲ 6 ἴσα κομμάτια: 

Τὸ ἓνα ἕκτο ἢ $\frac{1}{6}$ τῆς ταινίας: 

Τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ ἴσα κομμάτια, στὰ ὁποῖα μοιράσαμε τὴν ἀκέραια μονάδα, λέγεται κλασματική μονάδα. Ἄρα τὰ σύμβολα $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{3}$ καὶ $\frac{1}{6}$ εἶναι κλασματικές μονάδες.

Άσκησης

α) Να γράψετε ως κλασματικές μονάδες τὰ παρακάτω :

1. τὴ μισή δραχμή,
2. τὸ μισὸ χιλιόδραχμο,
3. τὸ ἓνα ἕκτο τῆς ὥρας.

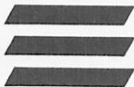
β) Να ὑπολογίσετε :

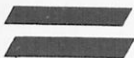
1. Πόσες δραχμές εἶναι τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ πενηντάδραχμου;
2. Πόσα ἑκατοστόμετρα εἶναι τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ μέτρου;
3. Πόσα γραμμάρια εἶναι τὸ $\frac{1}{8}$ τοῦ κιλοῦ;
4. Πόσα πρῶτα λεπτὰ εἶναι τὸ $\frac{1}{5}$ τῆς ὥρας;
5. Πόσα γραμμάρια εἶναι τὸ $\frac{1}{5}$ τοῦ κιλοῦ;
6. Πόσα πρῶτα λεπτὰ εἶναι τὸ $\frac{1}{10}$ τῆς ὥρας;
7. Πόσοι μῆνες εἶναι τὸ $\frac{1}{3}$ τοῦ ἔτους;
8. Πόσες ἡμέρες εἶναι τὸ $\frac{1}{6}$ τοῦ μηνός;
9. Πόσες δραχμές εἶναι τὸ $\frac{1}{8}$ τοῦ χιλιόδραχμου;
10. Πόσα ἔτη εἶναι τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ αἰώνα;
11. Πόσα δευτερόλεπτα εἶναι τὸ $\frac{1}{6}$ τῆς ὥρας;
12. Πόσα γραμμάρια εἶναι τὸ $\frac{1}{10}$ τοῦ τόννου;

Β. ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

1. "Ας κόψουμε τώρα μιὰ χαρτοταινία σὲ 3 ἴσα κομμάτια. Σύμφωνα μὲ ὅσα εἶπαμε παραπάνω, τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ κομμάτια αὐτὰ λέγεται $\frac{1}{3}$. "Αν πάρουμε τὰ δύο ἀπὸ τὰ 3 ἴσα κομμάτια τῆς χαρτοταινίας, δηλαδή $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$, θὰ ἔχουμε δύο τρίτα. Τὰ δύο τρίτα γράφονται: $\frac{2}{3}$.

Ἡ χαρτοταινία ὁλόκληρη: 

Ἡ χαρτοταινία σὲ 3 ἴσα κομμάτια: 

Τὰ $\frac{2}{3}$ τῆς χαρτοταινίας: 

2. "Ας κόψουμε καὶ ἄλλη χαρτοταινία σὲ 4 ἴσα κομμάτια καὶ ἄς πάρουμε τὰ δύο: $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$. Τὰ δύο ἀπὸ τὰ 4 ἴσα κομμάτια τῆς χαρτοταινίας λέγονται δύο τέταρτα καὶ γράφονται $\frac{2}{4}$. "Αν πάρουμε ἓνα κομμάτι ἀκόμη, θὰ ἔχουμε: $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$, δηλαδή τρία τέταρτα. Τὰ τρία τέταρτα γράφονται: $\frac{3}{4}$.

Ἡ χαρτοταινία ὁλόκληρη: 

Ἡ χαρτοταινία σὲ 4 ἴσα κομμάτια: 

Τὰ $\frac{2}{3}$ τῆς χαρτοταινίας: 

Τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς χαρτοταινίας: 

3. Ὃς κόψωμε μιὰ βέργα σὲ 5 ἴσα κομμάτια καὶ ὥς πάρωμε τὰ δύο. Τί θὰ ἔχωμε; $\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$, δηλαδή δύο πέμπτα.

Τὰ δύο πέμπτα γράφονται: $\frac{2}{5}$. Ὃν πάρωμε ἓνα ἀκόμη

ἀπὸ τὰ 5 ἴσα κομμάτια τῆς βέργας, θὰ ἔχωμε: $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} +$

$\frac{1}{5}$, δηλαδή τρία πέμπτα. Τὰ τρία πέμπτα γράφονται: $\frac{3}{5}$.

Ὃς πάρωμε ἀκόμη ἓνα.

Θὰ ἔχωμε: $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$, δηλαδή τέσσερα πέμπτα. Τὰ τέσσερα πέμπτα γράφονται: $\frac{4}{5}$.

Ἡ βέργα ὁλόκληρη: _____

Ἡ βέργα σὲ 5 ἴσα κομμάτια: 

Τὰ $\frac{2}{5}$ τῆς βέργας: 

Τὰ $\frac{3}{5}$ τῆς βέργας: 

Τὰ $\frac{4}{5}$ τῆς βέργας: 

4. Ὃς κόψωμε τώρα μιὰ ἄλλη βέργα σὲ 6 ἴσα κομμάτια

καὶ ὅς πάρωμε τὰ δύο. Θὰ ἔχωμε : $\frac{1}{6} + \frac{1}{6}$, δηλαδή δύο ἕκτα. Ὁ ἀριθμὸς δύο ἕκτα γράφεται : $\frac{2}{6}$. Ἄν πάρωμε ἓνα ἀκόμη ἀπὸ τὰ 6 ἴσα κομμάτια τῆς βέργας, θὰ ἔχωμε : $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$, δηλαδή τρία ἕκτα. Τὰ τρία ἕκτα γράφονται : $\frac{3}{6}$. Ἄν στὰ $\frac{3}{6}$ προσθέσωμε $\frac{1}{6}$ ἀκόμη, θὰ ἔχωμε : $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$, δηλαδή τέσσερα ἕκτα. Ὁ ἀριθμὸς τέσσερα ἕκτα γράφεται : $\frac{4}{6}$. Ἄν τώρα καὶ στὰ $\frac{4}{6}$ τῆς βέργας προσθέσωμε $\frac{1}{6}$ ἀκόμη, θὰ σχηματίσωμε τὸν ἀριθμὸ πέντε ἕκτα. Τὰ πέντε ἕκτα γράφονται : $\frac{5}{6}$.

Ἡ βέργα ὁλόκληρη: _____

Ἡ βέργα σὲ 6 ἴσα κομμάτια :



Τὰ $\frac{2}{6}$ τῆς βέργας :



Τὰ $\frac{3}{6}$ τῆς βέργας :



Τὰ $\frac{4}{6}$ τῆς βέργας :



Τὰ $\frac{5}{6}$ τῆς βέργας :



5. Ἄς κόψωμε μιὰ χαρτοταινία σὲ 7 ἴσα κομμάτια καὶ ὅς ἐργαστοῦμε, ὅπως ἀκριβῶς προηγουμένως. Θὰ ἔχωμε :

τὴ χαρτοταινία δλόκληρη : 

τὴ χαρτοταινία σὲ 7 ἴσα κομμάτια :

τὰ $\frac{2}{7}$ τῆς χαρτοταινίας : 

τὰ $\frac{3}{7}$ τῆς χαρτοταινίας : 

τὰ $\frac{4}{7}$ τῆς χαρτοταινίας : 

τὰ $\frac{5}{7}$ τῆς χαρτοταινίας : 

τὰ $\frac{6}{7}$ τῆς χαρτοταινίας : 

6. Ἄς κόψωμε τώρα μιὰ βέργα σὲ 8 ἴσα κομμάτια. Σύμφωνα μὲ ὅσα εἶπαμε θὰ ἔχωμε :

τὴ βέργα δλόκληρη :

τὴ βέργα σὲ 8 ἴσα κομμάτια : 

τὰ $\frac{2}{8}$ τῆς βέργας : 

τὰ $\frac{3}{8}$ τῆς βέργας : 

τὰ $\frac{4}{8}$ τῆς βέργας : 

τὰ $\frac{5}{8}$ τῆς βέργας : 

τὰ $\frac{6}{8}$ τῆς βέργας : 

τὰ $\frac{7}{8}$ τῆς βέργας : 

7. "Αν κόψουμε μια χαρτοταινία σε 9 ίσα κομμάτια, θα έχουμε :

τὴ χαρτοταινία ὁλόκληρη : 

τὴ χαρτοταινία σε 9 ἴσα κομμάτια :



τὰ $\frac{2}{9}$ τῆς χαρτοταινίας : 

τὰ $\frac{3}{9}$ τῆς χαρτοταινίας : 

τὰ $\frac{4}{9}$ τῆς χαρτοταινίας : 

τὰ $\frac{5}{9}$ τῆς χαρτοταινίας : 

τὰ $\frac{6}{9}$ τῆς χαρτοταινίας : 

τὰ $\frac{7}{9}$ τῆς χαρτοταινίας : 

τὰ $\frac{8}{9}$ τῆς χαρτοταινίας : 

8. "Αν τέλος κόψουμε μιὰ βέργα σε 10 ἴσα κομμάτια καὶ ἐργαστοῦμε ὅπως στὶς προηγούμενες περιπτώσεις, θὰ ἔχωμε :

τὴ βέργα ὁλόκληρη :



τὴ βέργα σε 10 ἴσα κομμάτια :



τὰ $\frac{2}{10}$ τῆς βέργας :



τὰ $\frac{3}{10}$	τῆς βέργας :	
τὰ $\frac{4}{10}$	τῆς βέργας :	
τὰ $\frac{5}{10}$	τῆς βέργας :	
τὰ $\frac{6}{10}$	τῆς βέργας :	
τὰ $\frac{7}{10}$	τῆς βέργας :	
τὰ $\frac{8}{10}$	τῆς βέργας :	
τὰ $\frac{9}{10}$	τῆς βέργας :	

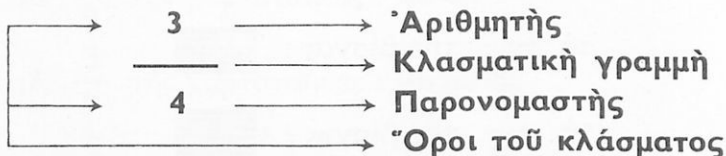
Ὅποιαδήποτε ἀκέραια μονάδα καὶ ἂν κόψωμε σὲ 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, καὶ 10 ἴσα κομμάτια, θὰ ἔχωμε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ συναντήσαμε παραπάνω. Οἱ ἀριθμοὶ αὗτοὶ λέγονται **κλάσματα ἢ κλασματικοὶ ἀριθμοί**.

Κάθε κλασματικὸς ἀριθμὸς γίνεται ἀπὸ τὴν ἐπανάληψι τῆς ἴδιας κλασματικῆς μονάδας. Π.χ. γιὰ νὰ γίνῃ ὁ κλασματικὸς ἀριθμὸς $\frac{4}{5}$, ἐπαναλάβουμε τὴν κλασματικὴ μονάδα $\frac{1}{5}$ 4 φορές. Γιὰ νὰ γίνῃ ὁ κλασματικὸς ἀριθμὸς $\frac{6}{7}$, ἐπαναλάβουμε τὴν κλασματικὴ μονάδα $\frac{1}{7}$ 6 φορές.

Κάθε κλάσμα γράφεται μὲ δύο ἀριθμούς· π.χ. $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{8}{9}$ κλπ. Οἱ ἀριθμοὶ αὗτοὶ χωρίζονται μ' ἓνα μικρὸ εὐ-

θύγραμμο τμήμα που λέγεται **κλασματική γραμμή**. 'Ο αριθμός που είναι πάνω από την κλασματική γραμμή λέγεται **ἀριθμητής**. 'Ο αριθμός που είναι κάτω από την κλασματική γραμμή λέγεται **παρονομαστής**. Καί οί δύο μαζί, δηλαδή ὁ ἀριθμητής καί ὁ παρονομαστής λέγονται **ὅροι τοῦ κλάσματος**.

Ἄς δοῦμε τώρα αὐτά καί στίς θέσεις τους :



Ὁ παρονομαστής κάθε κλάσματος φανερώνει σέ πόσα ἴσα κομμάτια κόψαμε τήν ἀκέραια μονάδα καί ὁ ἀριθμητής πόσα ἴσα κομμάτια πήραμε. Π.χ. ὁ παρονομαστής τοῦ κλάσματος $\frac{7}{10}$ φανερώνει ὅτι κόψαμε τήν ἀκέραια μονάδα σέ 10 ἴσα κομμάτια. Ὁ ἀριθμητής φανερώνει ὅτι ἀπό τὰ 10 ἴσα κομμάτια πήραμε τὰ 7.

Ἀ σ κ ή σ ε ι ς

α) Νά κόψετε :

1. ἓνα μῆλο σέ τρία ἴσα κομμάτια καί νά γράψετε τὸ ἓνα κομμάτι,
2. ἓνα φύλλο τετραδίου σέ 4 ἴσα κομμάτια καί νά γράψετε τὰ τρία κομμάτια,
3. ἓνα φύλλο τετραδίου σέ 8 ἴσα κομμάτια καί νά γράψετε τὰ 7 κομμάτια,
4. μιὰ πατάτα σέ 5 ἴσα κομμάτια καί νά γράψετε τὰ 2 κομμάτια.

β) Νά γράψετε ὅλα τὰ κλάσματα :

1. ποὺ ἔχουν παρονομαστή τὸ 5,
2. ποὺ ἔχουν παρονομαστή τὸ 6,

3. που έχουν παρονομαστή το 7,
4. που έχουν παρονομαστή το 8,
5. που έχουν παρονομαστή το 9,
6. που έχουν παρονομαστή το 10.

γ) Να βρῆτε τί φανερώνουν τὰ κλάσματα :

1. $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}$

2. α) $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ β) $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{5}{5}$

3. α) $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$ β) $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$

4. α) $\frac{3}{8}, \frac{6}{8}, \frac{8}{8}$ β) $\frac{3}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}$ γ) $\frac{4}{10}, \frac{8}{10}, \frac{9}{10}$

δ) Πώς λέγονται τὰ κλάσματα που έχουν ἀριθμητή το 1;

Γ. ΣΧΕΣΕΙΣ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Ι. Πώς τρέπομε δεκαδικό σε κλάσμα

‘Ο δεκαδικός ἀριθμός 0,3 τοῦ κιλοῦ φανερώνει ὅτι διαιρέσαμε τὸ κίλὸ σὲ 10 ἴσα μερίδια καὶ πήραμε τὰ 3. Τὸ ἴδιο ὅμως φανερώνει καὶ ὁ κλασματικὸς ἀριθμὸς $\frac{3}{10}$ τοῦ κιλοῦ.

‘Επομένως τὰ 0,3 εἶναι ἴσα μὲ τὰ $\frac{3}{10}$ τοῦ κιλοῦ.

‘Ο δεκαδικὸς ἀριθμὸς 0,04 τοῦ κιλοῦ φανερώνει ὅτι διαιρέσαμε τὸ κίλὸ σὲ 100 ἴσα μερίδια καὶ πήραμε τὰ 4. Τὰ 0,04 τοῦ κιλοῦ μποροῦμε νὰ τὰ γράψωμε καὶ ὡς κλάσμα $\frac{4}{100}$.

‘Επομένως τὰ 0,04 εἶναι ἴσα μὲ τὰ $\frac{4}{100}$ τοῦ κιλοῦ.

* ‘Ο δεκαδικὸς ἀριθμὸς 0,152 τοῦ κιλοῦ φανερώνει ὅτι διαι-

ρέσαμε τὸ κιλὸ σὲ 1.000 ἴσα μερίδια καὶ πήραμε τὰ 152. Τὰ 0,152 τοῦ κιλοῦ μποροῦμε νὰ τὰ γράψουμε καὶ ὡς κλάσμα $\frac{152}{1000}$. Ἐπομένως τὰ 0,152 εἶναι ἴσα μὲ τὰ $\frac{152}{1000}$ τοῦ κιλοῦ.

$$\text{Συνεπῶς : τὰ } 0,3 \text{ τοῦ κιλοῦ} = \frac{3}{10} \text{ τοῦ κιλοῦ,}$$

$$\text{τὰ } 0,04 \text{ τοῦ κιλοῦ} = \frac{4}{100} \text{ τοῦ κιλοῦ,}$$

$$\text{τὰ } 0,152 \text{ τοῦ κιλοῦ} = \frac{152}{1000} \text{ τοῦ κιλοῦ κλπ.}$$

Ἄρα, γιὰ νὰ τρέψουμε ἓνα δεκαδικὸ ἀριθμὸ σὲ κλάσμα, παραλείπουμε τὴν ὑποδιαστολή του καὶ τὸν γράφουμε ἀριθμητὴ, χρησιμοποιώντας ὡς παρονομαστή τὴ μονάδα μὲ τόσα μηδενικά, ὅσα εἶναι τὰ δεκαδικὰ ψηφία τοῦ ἀριθμοῦ.

Ἀσκήσεις

Γραπτῶς

Νὰ τρέψετε τοὺς δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν σὲ κλάσματα :

- α) 0,2 0,5 0,7 0,8 β) 1,4 3,5 7,7 6,8
 γ) 0,06 0,09 0,05 0,08 δ) 1,15 2,18 3,33 6,13
 ε) 0,003 0,005 0,006 0,009 στ) 0,735 0,821 4,731 2,856

2. Πῶς τρέπομε κλάσμα σὲ δεκαδικὸ

Ἐστὼ ὅτι θέλομε νὰ τρέψουμε τὰ κλάσματα $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{152}{1000}$ σὲ δεκαδικούς. Σύμφωνα μὲ ὅσα εἴπαμε παραπάνω,

$$\text{θα έχουμε : } \frac{3}{10} = 0,3 \quad \frac{4}{100} = 0,04 \quad \frac{152}{1000} = 0,152.$$

Παρατηρούμε όμως ότι στο ίδιο αποτέλεσμα καταλήγουμε, και αν διαιρέσουμε τον αριθμητή του κλάσματος με τον παρονομαστή του.

3	10	4	100	152	1000
30	0,3	40	0,04	1520	0,152
00		400		05200	
		000		02000	
				0000	

Άρα, για να τρέψουμε ένα κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό, διαιρούμε τον αριθμητή του με τον παρονομαστή του. Το πηλίκο που βρίσκουμε είναι ο δεκαδικός αριθμός.

Άσκησης

Γραπτώς

Τα κλάσματα πς ακολουθούν να τραπεύν σε δεκαδικούς αριθμούς :

$$\alpha) \quad \frac{8}{10}, \quad \frac{11}{10}, \quad \frac{115}{10} \quad \beta) \quad \frac{9}{100}, \quad \frac{15}{100}, \quad \frac{151}{100}$$

$$\gamma) \quad \frac{13}{1000}, \quad \frac{165}{1000}, \quad \frac{1685}{1000}$$

3. Ποια κλάσματα λέγονται δεκαδικά

Δεκαδικά λέγονται τα κλάσματα, τα όποια έχουν παρονομαστή το 10, 100, 1000 κλπ.



ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

ΟΙ ΑΚΕΡΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Σελίς

A. ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΑΠΟ ΤΟ 1 ΩΣ ΤΟ 2.000	5
1. Τα σημαντικά ψηφία	5
2. 'Ακέραια μονάδα	6
3. 'Ανάλυσι τών ἀριθμῶν	9
4. 'Απαγγελία τών ἀριθμῶν	11
B. ΟΙ ΤΕΣΣΕΡΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ 1 - 2.000	13
1. 'Η πρόσθεσι	15
2. 'Η ἀφαίρεσι	22
3. 'Ο πολλαπλασιασμός	28
4. 'Η διαίρεσι	35
1) 'Η διαίρεσι μερισμοῦ	35
2) 'Η διαίρεσι μετρήσεως	38

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΟΙ ΠΟΛΥΨΗΦΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

A. ΓΕΝΙΚΑ	43
1. Οί ἀριθμοί ἀπὸ 2.000 - 10.000	43
2. Οί ἀριθμοί ἀπὸ 10.000 - 100.000	44
3. Οί ἀριθμοί ἀπὸ 100.000 - 1.000.000	45
4. Οί ἀριθμοί ἀπὸ 1.000.000 καὶ ἄνω	47
5. Πῶς γράφονται οἱ πολυψήφιοι ἀριθμοί	48
6. Πῶς ἀπαγγέλλονται οἱ πολυψήφιοι ἀριθμοί	48
7. Πῶς ἀναλύονται οἱ πολυψήφιοι ἀριθμοί	49
B. ΟΙ ΤΕΣΣΕΡΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΤΩΝ ΠΟΛΥΨΗΦΙΩΝ	50
1. 'Η πρόσθεσι	52
2. 'Η ἀφαίρεσι	57
3. 'Ο πολλαπλασιασμός	62
4. 'Η διαίρεσι	71
1) 'Η διαίρεσι μερισμοῦ	71
2) 'Η διαίρεσι μετρήσεως	75
3) 'Η διαίρεσι μερισμοῦ καὶ μετρήσεως με διαίρετη 10, 100 καὶ 1.000	78
4) Συντομίες στή διαίρεσι μερισμοῦ καὶ μετρήσεως	79

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟ

ΟΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

A. ΓΕΝΙΚΑ	82
1. Αίσθητοποίηση των δεκαδικών αριθμών	82
2. Ποιοί αριθμοί ονομάζονται δεκαδικοί	91
3. Γραφή και άπαγγελία των δεκαδικών αριθμών	91
α) Πώς γράφουμε και άπαγγέλλουμε τα δέκατα	91
β) Πώς γράφουμε και άπαγγέλλουμε τα εκατοστά	91
γ) Πώς γράφουμε και άπαγγέλλουμε τα χιλιοστά	92
B. ΟΙ ΤΕΣΣΕΡΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ	94
1. 'Η πρόσθεσι	95
2. 'Η αφαίρεσι	101
3. 'Ο πολλαπλασιασμός	107
4. 'Η διαίρεσι	117

ΜΕΡΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟ

ΟΙ ΣΥΜΜΙΓΕΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙ

A. ΟΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ	127
1. Οί μονάδες μετρήσεως του χρόνου	127
2. Οί μονάδες μετρήσεως του μήκους	128
3. Οί μονάδες μετρήσεως του βάρους	129
4. Οί μονάδες μετρήσεως των νομισμάτων	129
B. ΕΝΝΟΙΑ, ΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΑΠΑΓΓΕΛΙΑ ΤΩΝ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ..	133
1. Έννοια των συμμιγών αριθμών	133
2. Γραφή των συμμιγών αριθμών	133
3. Άπαγγελία των συμμιγών αριθμών	133
4. Τροπή συμμιγών αριθμών σε μονάδες ώρισμνης τάξεως	135
α) Πώς τρέπομε συμμιγή σε άκέραιο	135
β) Πώς τρέπομε άκέραιο σε συμμιγή	137
Γ. Η ΠΡΟΣΘΕΣΙ ΚΑΙ Η ΑΦΑΙΡΕΣΙ ΤΩΝ ΣΥΜΜΙΓΩΝ	139
1. 'Η πρόσθεσι	139
2. 'Η αφαίρεσι	143

ΜΕΡΟΣ ΠΕΜΠΤΟ

ΚΛΑΣΜΑΤΑ

A. ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ	147
B. ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ	152
Γ. ΣΧΕΣΕΙΣ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ..	159





ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΣΥΝΤΑΞΕΩΣ ΤΗΣ ΠΡΟΚΗΡΥΞΕΩΣ

- 1) Κούλας Λεωνίδας, 2) Μάνος Κων/νος, 3) Χριστιάς Ίωάννης

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΚΡΙΣΕΩΣ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

- 1) Λαδόπουλος Παναγιώτης, 2) Παπαχαρίτωνος Χαρίτων, 3) Κασιούρας
Μιχαήλ, 4) Πιτσιλῆς Βασίλειος, 5) Γεωργούσης Παναγιώτης

ΦΙΛΟΛΟΓΟΣ ΔΙΑ ΤΗΝ ΓΛΩΣΣΙΚΗΝ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗΝ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ
ΚΑΙ ΔΙΟΡΘΩΣΙΝ ΤΩΝ ΔΟΚΙΜΙΩΝ

Άνδρεάδης Χρήστος

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΤΩΝ ΚΑΛΛΙΤΕΧΝΩΝ (ΖΩΓΡΑΦΩΝ)
ΚΑΙ ΠΑΡΑΛΑΒΗΣ ΤΗΣ ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΕΩΣ

- 1) Νικολάου Νικόλαος, 2) Μόραλλης Ίωάννης, 3) Γραμματόπουλος Κων/νος,
4) Βελισσαρίδης Γεώργιος, 5) Ζέππος Έμμανουήλ

ΚΑΛΛΙΤΕΧΝΗΣ (ΖΩΓΡΑΦΟΣ) ΔΙΑ ΤΗΝ ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΙΝ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ
Κιτσλῆς Ίωάννης

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΤΟΥ ΓΡΑΦΕΙΟΥ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ
Μάνος Κων/νος







0020555967

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΒΟΥΛΗΣ

ΕΚΔΟΣΙΣ Β', 1973 (VI) - ΑΝΤΙΤΥΠΑ 195.000 - ΣΥΜΒΑΣΙΣ : 2306/12-2-73
ΕΚΤΥΠΩΣΙΣ - ΒΙΒΛΙΟΔΕΣΙΑ : ΚΟΙΝΟΠΡΑΞΙΑ ΧΡ. ΧΡΗΣΤΟΥ, Α. ΟΙΚΟΝΟΜΟΥ, Α.Ε. «ΧΡ.
ΠΑΠΑΧΡΥΣΑΝΘΟΥ», «ΕΝΩΣΙΣ ΤΣΙΓΚΟΓΡΑΦΩΝ ΑΘΗΝΩΝ» ΣΥΝ. Π.Ε., Κ. ΜΟΥΖΑΚΗ,
Ο.Ε. «Π. ΟΚΤΩΡΑΤΟΣ - ΚΑ. ΚΟΥΚΙΑΣ»



ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

