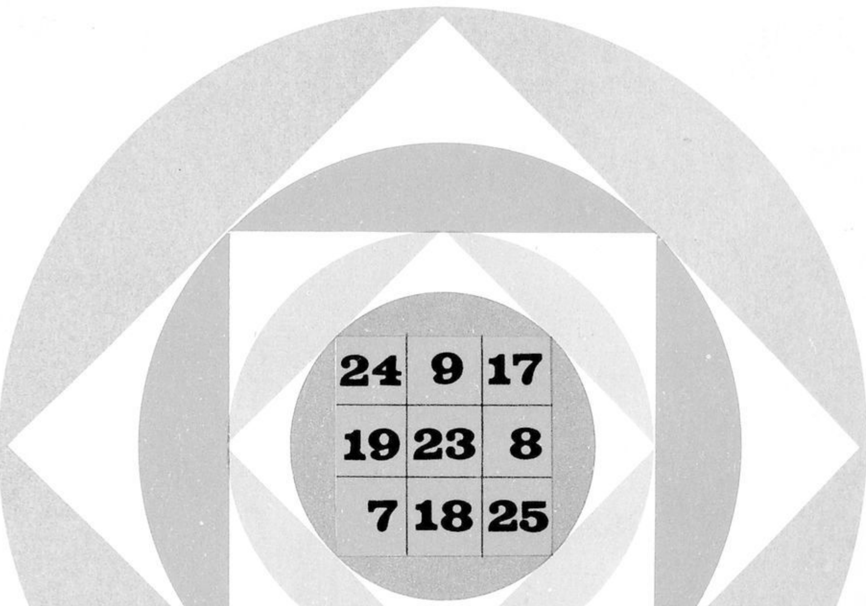
ΝΙΚΟΛΑΟΥ ΑΝΑΣΤ. ΚΑΡΚΑΝΗ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
Γ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ



ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ ΑΘΗΝΑΙ 1973

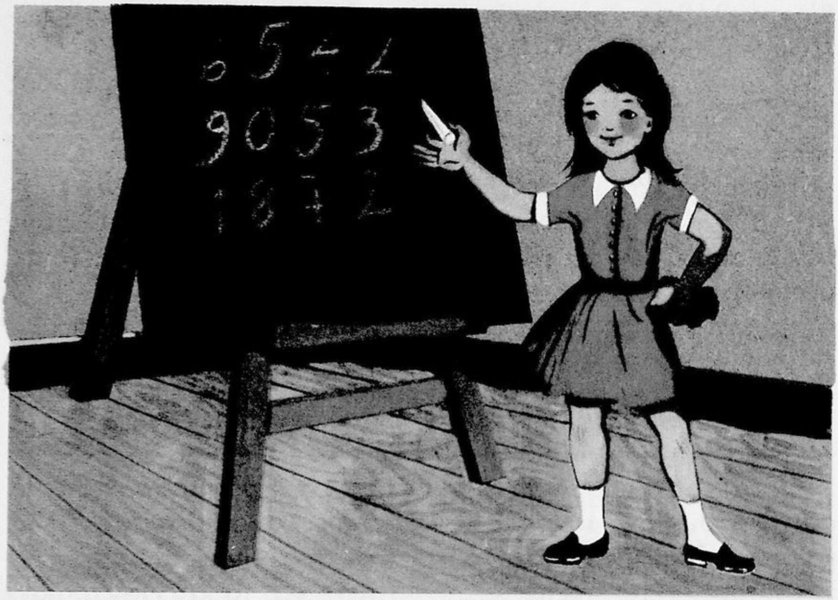
10.ρ
07

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
Γ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΝΙΚΟΛΑΟΥ ΑΝΑΣΤ. ΚΑΡΚΑΝΗ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
Γ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΑΘΗΝΑΙ 1973



ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ

ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΑΠΟ ΤΟ 0 ΩΣ ΤΟ 100

Ι. ΑΙΣΘΗΤΟΠΟΙΗΣΙ, ΟΡΙΣΜΟΙ, ΑΡΙΘΜΗΣΙ

Πόσοι εἶναι οἱ ἀριθμοί;

Στὴ Β΄ τάξι μάθατε τοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 0 ὣς τὸ 100 καὶ κάματε καὶ ἀριθμήσεις ὣς τὸ χίλια. Καὶ ἀσφαλῶς μπορεῖτε τώρα ν' ἀριθμήσετε καὶ πέρα ἀπὸ τὸ χίλια.

Θὰ ἔχετε καταλάβει ὅτι οἱ ἀριθμοὶ εἶναι ἀμέτρητοι, εἶναι ἄπειροι, ὅπως λέει ἡ ἀριθμητική. Αὐτὸ εἶναι ἕνα μυστικὸ τῶν ἀριθμῶν καὶ μᾶς προκαλεῖ θαυμασμὸ καὶ ἀπορία μαζί. Καὶ ὅσο μεγαλώνετε καὶ σπουδάζετε, τόσο πιὸ καλὰ θὰ καταλάβετε τοὺς ἀριθμοὺς καὶ θ' ἀνακαλύψετε καὶ ἄλλα μυστικά τους καὶ ἄλλες ἰδιότητές τους.

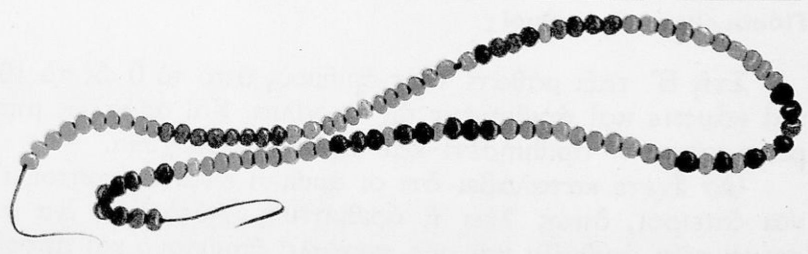
Γιὰ νὰ μπορέσετε ὅμως νὰ μάθετε καλὰ τοὺς ἀριθμοὺς καὶ τὶς ἀριθμητικὲς πράξεις, εἶναι ἀνάγκη νὰ ξέρετε πολὺ καλὰ τοὺς πρώτους 100 ἀριθμοὺς ποὺ ἔχετε μάθει ὥς τώρα. Γι' αὐτὸ θὰ κάνωμε ἐπανάληψι τῶν ἀριθμῶν αὐτῶν. Πρέπει νὰ ξέρωμε νὰ κάνωμε πολὺ γρήγορα καὶ σωστὰ τοὺς λογαριασμοὺς ὥς τὸ 100. Καὶ μάλιστα μὲ τὸν νοῦ μας (ἀπὸ μνήμης).

Ἀντικείμενα ποὺ μπορεῖτε νὰ χρησιμοποιῆτε, γιὰ νὰ λογαριάζετε

Στὸ σχολεῖο σας θὰ ἔχετε διάφορα πράγματα ποὺ θὰ σᾶς βοηθοῦν ὄχι μόνο νὰ κάνετε τοὺς λογαριασμούς, ἀλλὰ καὶ νὰ βεβαιώνεστε ὅτι τὸ ἀποτέλεσμα εἶναι σωστό. Ἂν τυχὸν δὲν ἔχετε, πρέπει ὁπωσδήποτε νὰ τὰ συγκεντρώσετε ἢ νὰ τὰ κάμετε μόνοι σας. Εἶναι πολὺ εὔκολο. Θ' ἀριθμῆτε πρόσωπα, ζῶα ἢ πράγματα ποὺ βλέπετε γύρω σας. Ἐπίσης θὰ χρησιμοποιῆτε γιὰ τοὺς λογαριασμούς σας:

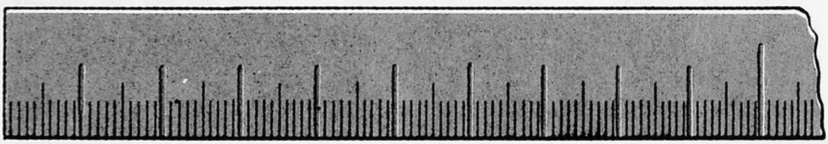
1. Μικροὺς ξύλινους κύβους μὲ ἀκμὴ 2 ἑκατοστὰ τοῦ μέτρου.

2. Χάντρες περασμένες σὲ κλωστή. Ἀντὶ γιὰ χάντρες μπορεῖτε νὰ ἔχετε μακαρόνια «κοφτά». Τὰ χρωματίζετε μὲ διάφορα χρώματα καὶ τὰ περνᾶτε σὲ κλωστή.



3. Μικρὰ ἀτομικὰ ἀριθμητήρια μὲ 100 σφαιρίδια, ἐκτὸς ἀπὸ τὸ ἀριθμητήριο τῆς τάξεως.

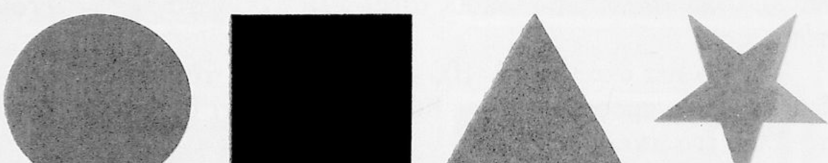
4. Χάρτινες μετροταινίες χωρισμένες σὲ δακτύλους (ἑκατοστά), ἀλλὰ χωρὶς ἀριθμούς, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα. Σημειῶστε μόνο τὸ 50 καὶ τὸ 100. Κάθε 10 ἑκατοστὰ ἡ γραμμὴ θὰ εἶναι ἔγχρωμη. Ἡ γραμμὴ τῶν πεντάδων θὰ εἶναι λίγο μεγαλύτερη. Οἱ μετροταινίες γίνονται πολὺ εὔκολα ἀπὸ χαρτὶ τοῦ μέτρου.



5. Ξύλινα μέτρα (ἀπὸ λεπτὸ σανίδι ἢ ἀπὸ κόντρα πλακὲ) χωρισμένα μὲ τὸ μολύβι σὲ παλάμες καὶ σὲ δακτύλους, ὅπως εἶναι καὶ οἱ χάρτινες μετροταινίες. Χρησιμοποιῆστε καὶ πολλὲς παλάμες (δέκατα) τοῦ μέτρου αὐτοῦ, γιὰ νὰ κάνετε συγκρίσεις καὶ μετρήσεις.

6. Κομμάτια σπάγγου τῶν 10 μέτρων (δεκάμετρα) καὶ τῶν 100 μέτρων (ἑκατόμετρα), γιὰ νὰ μετρᾶτε μεγαλύτερες ἀποστάσεις.

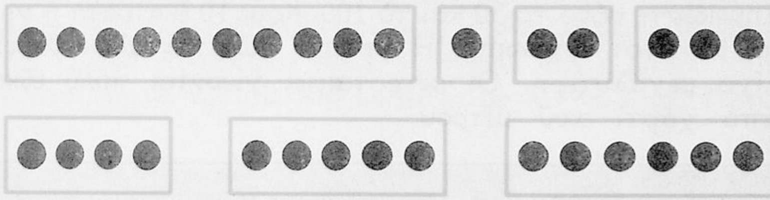
7. «Μάρκες» ἔγχρωμες ἀπὸ χαρτόνι· κόβετε πολλοὺς μικροὺς κύκλους, τετράγωνα, τρίγωνα, ἄστρα κλπ. ἀπὸ χαρτόνι, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα, καὶ τὰ χρωματίζετε.



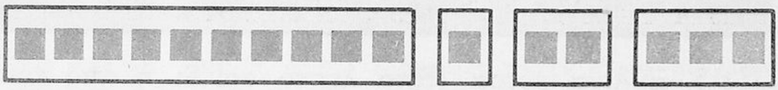
8. Διάφορα σχήματα (κύκλους, τετράγωνα, τρίγωνα, ὀρθογώνια κλπ.) σχεδιασμένα ἀνὰ 10 σὲ ταινίες ἀπὸ χαρ-

τόνι. Κατασκευάζετε πολλὲς τέτοιες ταινίες. Κόβετε μὲ τὸ ψαλίδι μερικὲς ἀπὸ αὐτὲς ἔτσι, ὥστε νὰ ἔχετε κομματάκια μ' ἕνα, δύο, τρεῖς, τέσσερες, πέντε, ἕξι, ἐφτά, ὀχτώ, ἐννέα κύκλους, τετράγωνα κλπ. (Σχήματα Α, Β, Γ) :

Α



Β



Γ

Σὲ μικρὲς τετράγωνες ἢ ὀρθογώνιες καρτέλες κατασκευάζετε, ἀνὰ 100, ὅμοια σχήματα (10 δεκάδες σὲ κάθε καρτέλα). Ἔτσι θὰ ἔχετε καρτέλες τῶν 100 κύκλων, τῶν 100 τετραγώνων κλπ.

9. Ξυλάκια (ὀδοντογλυφίδες κλπ.), δεμένα ἀνὰ 10 σὲ δεσμίδες.

10. Ὄσπρια (φασόλια, ρεβίθια, καλαμπόκια κλπ.), βελανίδια καὶ ἄλλους μαλακοὺς σπόρους, ποὺ ὑπάρχουν στὸν τόπο σας.

11. Εἰκόνα σκάλας μὲ 100 σκαλοπάτια, τὴν ὁποία σχεδιάζετε στὸ προαύλιό σας. Κάθε σκαλοπάτι θ' ἀπέχη ἀπὸ τὸ ἄλλο ἕνα παιδικὸ βῆμα.

12. Εἰκόνες διαφόρων ἀντικειμένων : αὐτοκινήτων, πλοίων, δέντρων, λουλουδιῶν κλπ. Τὶς ζωγραφίζετε μόνοι σας στὰ τετράδιά σας. Ζωγραφίζετε ἐπίσης κύκλους, τετράγωνα, τρίγωνα, ἄστρα, γραμμές, τελεῖες κλπ. μὲ χρωματιστὰ μολύβια.

13. Νομίσματα (δραχμές, δεκάρες κλπ.) πραγματικὰ καὶ εἰκονικά. Τὰ εἰκονικὰ θὰ τὰ κάμετε μόνοι σας. Λεπτὰ (μονόλεπτα) δὲν κυκλοφοροῦν σήμερα. Νὰ κάμετε μόνοι σας ἀπὸ χαρτόνι.

α) Μεταλλικὰ νομίσματα

δραχμή

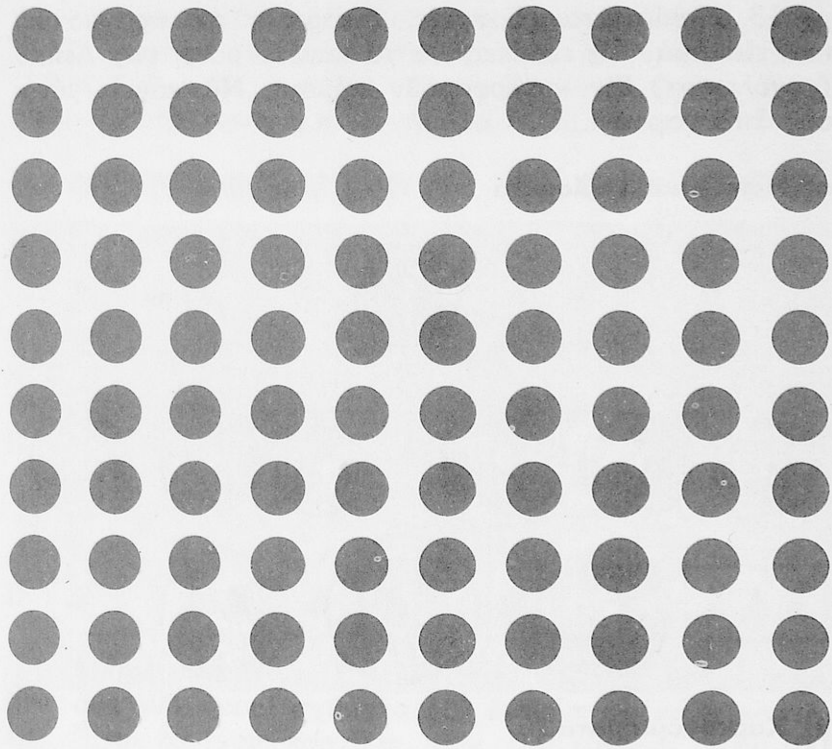
β) Χαρτονομίσματα

πενηντάδραχμο

ἑκατοντάδραχμο

πεντακοσιόδραχμο

χιλιόδραχμο



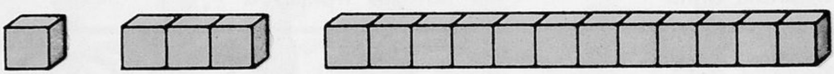
14. Ἑκατοντάδα κύκλων. Νὰ σχεδιάσετε σὲ μιὰ σελίδα τοῦ τετραδίου σας 100 μικροὺς κύκλους, ἀνὰ 10. Ὅταν λογαριάζετε, θὰ ἔχετε σκεπασμένους τοὺς κύκλους σας μ᾽ ἕνα φύλλο χαρτὶ καὶ κάθε φορὰ θὰ μετακινῆτε τὸ φύλλο καὶ θὰ ξεσκεπάζετε τοὺς κύκλους ποὺ θέλετε ν᾽ ἀριθμήσετε. Νὰ χρωματίσετε τοὺς κύκλους μὲ χρώματα ποὺ σᾶς ἀρέσουν.

Καθένας σας πρέπει καὶ μπορεῖ νὰ ἔχη τὶς δικές του μετροταινίες, τὰ δικά του σχήματα, τὰ δικά του ἀντικείμενα. Θὰ μετρᾶτε, θὰ συγκρίνετε καὶ θὰ λογαριάζετε, χρησιμοποιώντας συγχρόνως τ᾽ ἀντικείμενά σας.

Ἡ μονάδα

1 βῶλος   2 βῶλοι   3 βῶλοι   10 βῶλοι

1 μῆλο   2 μῆλα   10 μῆλα



1 κύβος   3 κύβοι   12 κύβοι

1 δραχμὴ   3 δραχμὲς

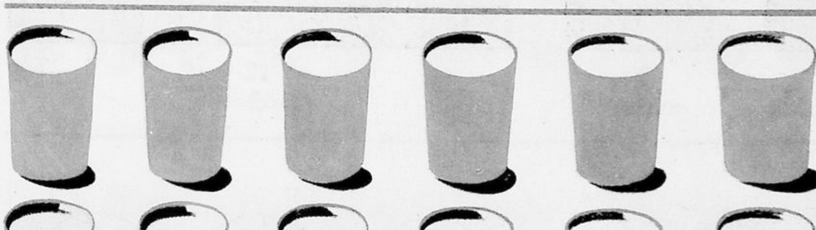
Ὁ ἕνας βῶλος εἶναι μιὰ μονάδα βώλων.
Τὸ ἕνα μῆλο εἶναι μιὰ μονάδα μήλων.
Ὁ ἕνας κύβος εἶναι μιὰ μονάδα κύβων.
Ἡ δραχμὴ εἶναι μονάδα τῶν ἑλληνικῶν νομισμάτων.

῞Ωστε, τὸ ἕνα ἀπὸ πολλὰ ὅμοια πράγματα λέγεται μονάδα (ἀκέραια μονάδα).

Μονάδα ἐπίσης λέμε καὶ πολλὰ ὅμοια πράγματα ποὺ τὰ θεωροῦμε σὰν ἕνα πρᾶγμα, ὅπως δείχνουν τὰ παρακάτω σχήματα.

1 καλάθι μῆλα

1 κοπάδι πρόβατα

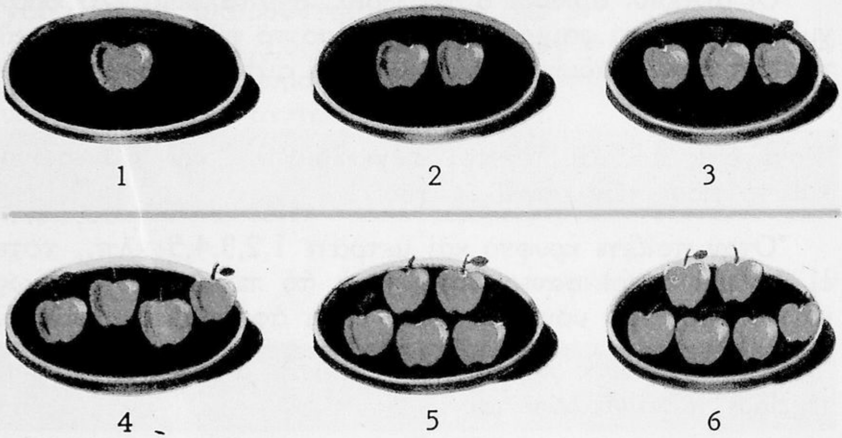


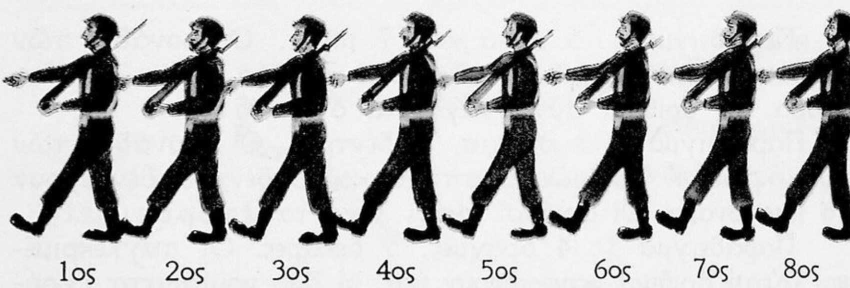
1 δωδεκάδα ποτήρια

᾿Επίσης 1 κουτὶ γλυκά, 1 τάξι μαθητῶν, 1 ἀνθοδέσμη εἶναι μονάδες.

Νὰ πῆτε κι ἐσεῖς παραδείγματα ὅμοιων πραγμάτων, ποὺ τὰ θεωροῦμε σὰν ἕνα πρᾶγμα.

Οἱ ἀκέραιοι ἀριθμοὶ





Στὸ πρῶτο σχῆμα οἱ ἀριθμοὶ 1, 2, 3, 4, 5 κλπ. δείχνουν πόσα εἶναι τὰ ὅμοια πράγματα (μῆλα), δείχνουν τὸ πλῆθος τῶν ὅμοιων πραγμάτων.

Στὸ δεύτερο σχῆμα οἱ ἀριθμοὶ 1ος, 2ος, 3ος, 4ος, 5ος κλπ. δείχνουν τὴ θέσι ποὺ ἔχει ὁ κάθε στρατιώτης στὴ γραμμὴ (στὴ σειρά).

Ὥστε, κάθε ἀκέραιος ἀριθμὸς φανερώνει τὸ πλῆθος τῶν ὅμοιων πραγμάτων· φανερώνει ἐπίσης καὶ τὴ θέσι ποὺ ἔχει καθένα ἀπὸ τὰ ὅμοια πράγματα στὴ σειρά.

Συγκεκριμένοι καὶ ἀφηρημένοι ἀριθμοὶ

Οἱ ἀκέραιοι ἀριθμοὶ 6 τετράδια, 8 μπαλόνια, 20 δραχμές, 10 μαθηταὶ φανερώνουν ὄχι μόνο τὸ πλῆθος ἀλλὰ καὶ τὸ εἶδος τῶν μονάδων τους. Οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ λέγονται συγκεκριμένοι.

Ὥστε, ἕνας ἀριθμὸς λέγεται συγκεκριμένος, ἂν φανερώνη καὶ τὸ εἶδος τῶν μονάδων του.

Ὅταν παίζετε κρυφτὸ καὶ μετρᾶτε 1,2,3,4,5 κλπ., τότε οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ φανερώνουν μόνο τὸ πλῆθος ὄχι ὅμως καὶ τὸ εἶδος τῶν μονάδων τους· εἶναι ἀφηρημένοι ἀριθμοί.

Ὥστε, ἕνας ἀριθμὸς λέγεται ἀφηρημένος, ἂν δὲν φανερώνη τὸ εἶδος τῶν μονάδων του.

Ὁμοειδεῖς καὶ ἑτεροειδεῖς ἀριθμοὶ

Παράδειγμα 1. 5 μῆλα καὶ 7 μῆλα. Οἱ μονάδες τῶν συγκεκριμένων ἀριθμῶν 5 μῆλα καὶ 7 μῆλα ἔχουν τὸ ἴδιο ὄνομα. Οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ λέγονται ὁμοειδεῖς.

Παράδειγμα 2. 3 σπίτια, 8 δέντρα. Οἱ μονάδες τῶν συγκεκριμένων ἀριθμῶν 3 σπίτια καὶ 8 δέντρα δὲν ἔχουν τὸ ἴδιο ὄνομα. Οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ λέγονται ἑτεροειδεῖς.

Παράδειγμα 3: 4 δραχμές, 5 δεκάρες. Οἱ συγκεκριμένοι αὐτοὶ ἀριθμοὶ φανερώνουν καὶ οἱ δύο νομίσματα (χρήματα), ἀλλὰ δὲν εἶναι ὁμοειδεῖς, διότι οἱ μονάδες τους δὲν ἔχουν τὸ ἴδιο ὄνομα. Εἶναι ἀριθμοὶ ἑτεροειδεῖς. Μποροῦμε ὅμως νὰ τοὺς κάνωμε ὁμοειδεῖς, ἂν τρέψωμε τὶς 4 δραχμὲς σὲ δεκάρες (40). Τότε θὰ ἔχωμε 40 δεκάρες καὶ 5 δεκάρες (ἀριθμοὶ ὁμοειδεῖς).

Συμπέρασμα. Δύο ἀριθμοὶ λέγονται ὁμοειδεῖς, ὅταν οἱ μονάδες τους ἔχουν τὸ ἴδιο ὄνομα.

Δύο ἀριθμοὶ λέγονται ἑτεροειδεῖς, ὅταν οἱ μονάδες τους δὲν ἔχουν τὸ ἴδιο ὄνομα.

Ζυγοὶ καὶ περιττοὶ ἀριθμοὶ

Οἱ ἀριθμοὶ 0,2,4,6,8,10,12 κλπ. λέγονται ζυγοί. Οἱ ζυγοὶ ἀριθμοὶ διαιροῦνται ἀκριβῶς διὰ 2.

Οἱ ἀριθμοὶ 1,3,5,7,9,11,13 κλπ. λέγονται περιττοί (μονοί). Οἱ μονοὶ ἀριθμοὶ δὲν διαιροῦνται ἀκριβῶς διὰ 2· ἀφήνουν ὑπόλοιπο πάντοτε 1.

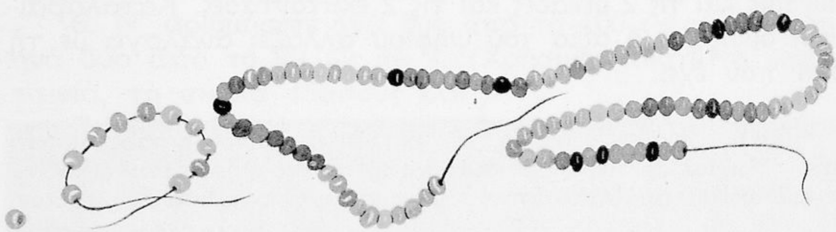
Ἀσκήσεις

Νὰ γράψετε: α) 10 ἀριθμοὺς συγκεκριμένους καὶ 10 ἀφηρημένους.

β) 5 ζεύγη ὁμοειδῶν ἀριθμῶν καὶ 5 ἑτεροειδῶν.

γ) 10 ἀριθμοὺς ζυγοὺς καὶ 10 μονούς.

Ἡ δεκάδα, ἡ ἑκατοντάδα



1 χάντρα — 10 χάντρες — 100 χάντρες

10 χάντρες (10 ἁπλὲς μονάδες) κάνουν 1 δεκάδα χάντρες. Ἡ δεκάδα εἶναι μονάδα ἀνώτερης τάξεως ἀπὸ τὴν ἁπλὴ μονάδα (τὴ μιὰ χάντρα).

10 δεκάδες χάντρες κάνουν 100 χάντρες ἢ 1 ἑκατοντάδα χάντρες. Ἡ ἑκατοντάδα εἶναι μονάδα ἀμέσως ἀνώτερης τάξεως ἀπὸ τὴ δεκάδα.

Ἄσκησι

Νὰ σχηματίσετε δεκάδες κι ἑκατοντάδες μὲ τ' ἀντικείμενά σας.

Γραφὴ τῶν ἀριθμῶν

Γιὰ νὰ γράψωμε τοὺς ἀριθμούς, ἔχομε τὰ γνωστά μας δέκα ψηφία: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9. Μὲ αὐτὰ μποροῦμε νὰ γράφωμε ὄχι μόνο τοὺς ἀριθμοὺς μηδέν, ἕνα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε, ἔξι, ἑφτά, ὀχτώ, ἐννέα ἀλλὰ καὶ ὅλους τοὺς ἄλλους πέρα ἀπὸ τὸ ἐννέα.

Αὐτὸ γίνεται, διότι μὲ τὰ ἴδια ψηφία παριστάνομε ὄχι μόνο τὶς ἁπλὲς μονάδες ἀλλὰ καὶ τὶς δεκάδες καὶ τὶς ἑκατοντάδες κλπ. Π.χ. ὁ ἀριθμὸς εἴκοσι δύο κάστανα ἀποτελεῖται ἀπὸ 2 δεκάδες κάστανα καὶ 2 κάστανα καὶ γράφεται 22. Ὁ ἀριθμὸς διακόσια εἴκοσι δύο κάστανα ἀποτελεῖται ἀπὸ 2 ἑκατοντάδες, 2 δεκάδες καὶ 2 κάστανα καὶ γράφεται 222. Βλέπομε ὅτι μὲ τὸ ἴδιο ψηφίο παριστάνομε καὶ τὶς 2 ἁπλὲς μονάδες καὶ τὶς 2 δεκάδες καὶ τὶς 2 ἑκατοντάδες. Καταλαβαίνομε ὅμως ὅτι ἡ ἀξία τοῦ ψηφίου ἀλλάζει ἀνάλογα μὲ τὴ θέσι ποὺ ἔχει.

Σημείωσι. Τὸ ψηφίο τῶν ἁπλῶν μονάδων γράφεται στὸ τέλος. Ἀμέσως ἀριστερὰ ἀπὸ αὐτὸ γράφεται τὸ ψηφίο τῶν δεκάδων κι ἀμέσως ἀριστερὰ ἀπὸ αὐτὸ γράφεται τὸ ψηφίο τῶν ἑκατοντάδων.

Παρατήρησι. Ὅταν δὲν ὑπάρχουν μονάδες μιᾶς τάξεως, στὴ θέσι τους γράφομε μηδέν. Π.χ. ὁ ἀριθμὸς σαράντα γράφεται 40, διότι ἀποτελεῖται ἀπὸ 4 δεκάδες καὶ 0 μονάδες. Ὁ ἀριθμὸς ἑκατὸν πέντε γράφεται 105, διότι ἀποτελεῖται ἀπὸ 1 ἑκατοντάδα, 0 δεκάδες καὶ 5 ἁπλὲς μονάδες.

Ἀνάλυσι καὶ σύνθεσι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τὸ 0 ὣς τὸ 100

Ἀσκήσεις

(Θὰ τὶς λύνετε προφορικὰ κι ἔπειτα θὰ γράφετε τὶς ἀπαντήσεις στὰ τετράδιά σας).

1. Πόσες δραχμὲς ἔχει 1 δεκάρικο; Πόσες ἔχουν τὰ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 δεκάρικα;

Ν' ἀριθμήσετε ἀνὰ 10 ἀπὸ τὸ 0 ὣς τὸ 100· ἔτσι : 10, 20, 30 κλπ. (Χρησιμοποιῆστε κύβους, ἀριθμητήρια, τὴν ἑκατοντάδα τῶν κύκλων, μετροταινίες, ξύλινα μέτρα, νομίσματα κλπ.).

2. Πόσες δραχμὲς ἔχουν τὰ 2, 3, 4, 5,... 20 πεντάδραχμα (τάληρα);

Ν' ἀριθμήσετε ἀνὰ 5 ἀπὸ τὸ 0 ὣς τὸ 100· ἔτσι : 5, 10, 15 κλπ. Καὶ ἀντίθετα ἀπὸ τὸ 100 ὣς τὸ μηδέν : 100, 95, 90, 85 κλπ.

Νὰ γράψετε καὶ ν' ἀπομνημονεύσετε τὶς παραπάνω σειρές.

3. Τὸ 10 ἔχει 1 δεκάδα. Πόσες δεκάδες ἔχει τὸ 20, 30, 40... 100; Νὰ γράψετε τὶς ἀπαντήσεις σας.

4. Ν' ἀριθμήσετε ἀνὰ 1 ἀπὸ τὸ 0 ὣς τὸ 100· καὶ ἀπὸ τὸ 100 ὣς τὸ 0.

5. Ν' ἀριθμήσετε ἀνὰ δύο ἀπὸ τὸ 0 ὣς τὸ 100 (ζυγοὶ ἀριθμοί)· ἐπίσης ἀπὸ τὸ 1 ὣς τὸ 99 (μονοὶ ἀριθμοί).

6. Ν' ἀριθμήσετε ἀνὰ δύο ἀπὸ τὸ 100 ὣς τὸ 0· ἐπίσης ἀνὰ δύο ἀπὸ τὸ 99 ὣς τὸ 1. (Χρησιμοποιῆστε τὴ μετροταινία, τὴ σκάλα ἐδάφους κλπ.).

7. Ν' ἀριθμήσετε ἀνὰ τρία ἀπὸ τὸ 0 ὣς τὸ 99· ἐπίσης ἀνὰ τρία ἀπὸ τὸ 1 ὣς τὸ 100 καὶ ἀπὸ τὸ 2 ὣς τὸ 98.

8. Ν' ἀριθμήσετε ἀνὰ τρία ἀπὸ τὸ 100 ὣς τὸ 1. Νὰ κάμετε τὸ ἴδιο ξεκινώντας ἀπὸ τὸ 99, δηλαδή : 99, 96, 93 κλπ. καὶ ἀπὸ τὸ 98, δηλαδή : 98, 95, 92, 89 κλπ.

Σημείωσι. Νὰ γράφετε τὶς ἀριθμητικὲς σειρὲς ποὺ σχηματίζετε καὶ νὰ τὶς ἀπομνημονεύετε.

Ἀσκήσεις μὲ μονάδες

1. Τὸ 10 ἔχει 1 δεκάδα καὶ 0 μονάδες.
   Τὸ 20 ἔχει 2 δεκάδες καὶ 0 μονάδες.

Συνεχίστε μόνοι σας ὣς τὸ 100.

2. Τὸ 11 ἔχει 1 δεκάδα καὶ 1 μονάδα.
Τὸ 12 ἔχει 1 » καὶ 2 μονάδες.
Τὸ 13 ἔχει 1 » καὶ 3 »

Συνεχίστε μόνοι σας ὣς τὸ 19.
Κάμετε τὸ ἴδιο καὶ μὲ τὶς ἑπόμενες δεκάδες.

3. Πόσες δεκάδες καὶ πόσες μονάδες ἔχουν οἱ ἀριθμοὶ 31, 34, 39, 58, 63, 75, 79, 82, 47, 66, 90, 28, 30, 17;

4. Παράδειγμα. 1 δεκάδα καὶ 8 μονάδες = 18 μονάδες. Πόσες μονάδες ἔχουν:

2	δεκάδες καὶ	5	μονάδες;	5	δεκάδες καὶ	6	μονάδες;
4	» »	4	»	7	» »	7	»
3	» »	2	»	6	» »	3	»

5. Παραδείγματα. α) 35 = 30 + 5. β) 57 = 50 + 7. Κάμετε τὸ ἴδιο μὲ ὅλους τοὺς μονοὺς ἀριθμοὺς ποὺ βρίσκονται μεταξὺ τοῦ 20 καὶ τοῦ 60, καὶ μὲ ὅλους τοὺς ζυγοὺς ἀριθμοὺς μεταξὺ τοῦ 31 καὶ τοῦ 79.

6. Παραδείγματα. 26 + 2 = 20 + 6 + 2 = 20 + 8 = 28
39 + 0 = 30 + 9 + 0 = 30 + 9 = 39

Νὰ ἐργαστῆτε μὲ τὸν ἴδιο τρόπο στὶς παρακάτω ἀσκήσεις:

54 + 2 =	48 + 0 =	15 + 4 =	82 + 5 =	27 + 2 =
62 + 3 =	73 + 2 =	36 + 0 =	61 + 4 =	24 + 4 =
		90 + 5 =		
		98 + 1 =		

Νὰ κάμετε καὶ μόνοι σας ὅμοιες ἀσκήσεις μὲ ἀριθμοὺς ποὺ εἶναι μεγαλύτεροι ἀπὸ τὸ 55 καὶ μικρότεροι ἀπὸ τὸ 78.

7. Παραδείγματα.

10 + 1 = 11	20 + 1 = 21	30 + 1 = 31	40 + 1 = 41
10 + 2 = 12	20 + 2 = 22	30 + 2 = 32	40 + 2 = 42
κλπ. ὣς τὸ	κλπ. ὣς τὸ	κλπ. ὣς τὸ	κλπ. ὣς τὸ
10 + 9 =	20 + 9 =	30 + 9 =	40 + 9 =

Κάμετε τὸ ἴδιο ὡς τὸ 90+ 9. (Χρησιμοποιῆστε ἀριθμητήρια, κύκλους, ξυλάκια, μετροταινίες κλπ.).

Ἀσκήσεις μὲ δεκάδες

Πρώτη ὁμάδα

1. Ν' ἀντικαταστήσετε τὸ ἐρωτηματικὸ μὲ τὸν ἀριθμὸ ποὺ ταιριάζει.

10+ ;= 40	30+ ;= 80	60= 50+ ;	; + 50= 90
10+ ;= 50	40+ ;= 100	70= 30+ ;	; + 30= 100

2. Πόσα γίνονται;

20+ 20+ 40= ;	20+ 30+ 40= ;	30 + 40 + 30= ;
10+ 30+ 50= ;	20+ 60+ 20= ;	40 + 20 + 0= ;
	50+ 10+ 20= ;	
	30+ 30+ 20= ;	

Σημείωσι. Ὅταν ἔχωμε νὰ προσθέσωμε πολλοὺς ἀριθμούς, προσθέτομε τὸν πρῶτο μὲ τὸν δεύτερο, τὸ ἄθροισμά τους μὲ τὸν τρίτο, τὸ νέο ἄθροισμα μὲ τὸν τέταρτο κ.ο.κ., μέχρις ὅτου προσθέσωμε ὅλους τοὺς προσθετέους.

4. Τὸ 60 γίνεται, ἂν προσθέσωμε 30+ 20+ 10 ἢ 40+ 10+ 10 ἢ 20+ 20+ 20 ἢ 10+ 50+ 0, κλπ. Ποιὲς δεκάδες πρέπει νὰ προσθέσωμε, γιὰ νὰ γίνῃ τὸ 40, 50, 70, 80, 90, 100;

Κάμετε ὅσους συνδυασμοὺς περισσότερους μπορεῖτε.

Δεύτερη ὁμάδα

1. Ν' ἀντικαταστήσετε τὸ ἐρωτηματικὸ μὲ τὸν ἀριθμὸ ποὺ ταιριάζει.

50 – ;= 20	70 – ;= 40	; – 10= 40	; – 50= 0
50 – ;= 0	90 – ;= 50	; – 20= 20	; – 60= 40

2. Πόσα μένουν;

100 – 10 – 20=	80 – 40 – 20=	90 – 30 – 20 =
100 – 20 – 30=	70 – 20 – 20=	90 – 40 – 50 =
	70 – 30 – 30=	
	60 – 40 – 0=	

3. Πόσα γίνονται;

50+ 30 – 20 – 40=	70 – 10 – 30 – 20=
80 – 20 – 10+ 30=	20+ 60 – 10+ 30=
30+ 40 – 50+ 20=	
60 – 20+ 40 – 30=	

4. Προσθέτω καὶ ἀφαιρῶ τοὺς ἴδιους ἀριθμούς.

Παράδειγμα. 20+ 30= 50 50 – 30= 20
30+ 20= 50 50 – 20= 30

Νὰ κάμετε τὸ ἴδιο στὶς παρακάτω ἀσκήσεις :

30+ 10, 60+ 20, 50+ 40, 70+ 30, 40+ 20.

Τρίτη ὁμάδα

1. Πόσα γίνονται;

α) 1 X 10=	1 X 20=	1 X 30=	1 X 50=
β) 9 X 10=	2 X 40=	3 X 30=	5 X 20=

2. Νὰ κάμετε τὶς διαιρέσεις :

100 : 2	80 : 4	60 : 3	40 : 2	50 : 5	70 : 10
100 : 5	80 : 8	60 : 6	40 : 4	50 : 10	90 : 9
100 : 10	80 : 10	60 : 10	40 : 10	70 : 7	90 : 10

3. Πόσα γίνονται; (Πρῶτα νὰ ἐκτελέσετε τὶς πράξεις, ποὺ εἶναι μέσα στὶς παρενθέσεις).

(20+ 10) X 3= ;
(30+ 20)+ (4 X 10)= ;
(100 – 20 – 60+ 10) X 3= ;
(4 X 20) – (10 X 7)= ;

4. Τὸ μισὸ $\left(\frac{1}{2}\right)$ τοῦ 20 εἶναι 10. Νὰ βρῆτε τὸ $\frac{1}{2}$ τῶν ἀριθμῶν 40, 60, 80, 100, 10, 30, 50, 70, 90.

Τὸ ἕνα τρίτο $\left(\frac{1}{3}\right)$ τοῦ 30 εἶναι 10. Νὰ βρῆτε τὸ $\frac{1}{3}$ τοῦ 60, 90.

Τὸ ἕνα τέταρτο $\left(\frac{1}{4}\right)$ τοῦ 40 εἶναι 10. Νὰ βρῆτε τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ 80, 20, 100, 60.

Τὸ ἕνα πέμπτο $\left(\frac{1}{5}\right)$ τοῦ 50 εἶναι 10. Νὰ βρῆτε τὸ $\frac{1}{5}$ τοῦ 100, 40, 80, 10, 30, 60.

2. ΠΡΟΣΘΕΣΙ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΙ ΑΠΟ ΜΝΗΜΗΣ

Πρόσθεσι καὶ ἀφαίρεσι μονοψηφίου, χωρὶς νὰ ξεπερνοῦμε τὴ δεκάδα

1. Νὰ σχηματίσετε τὶς σειρές:

α) 1 + 3 = 11 + 3 = 21 + 3 = κλπ. ὡς τὸ 91 + 3 =
β) 1 + 4 = 11 + 4 = 21 + 4 = κλπ. ὡς τὸ 91 + 4 =

2. Νὰ σχηματίσετε ὅμοιες σειρὲς μὲ δεύτερο προσθετέο τὸ 5, 6, 7, 8, 9.

3. Νὰ σχηματίσετε τὶς σειρές:

9 – 4 =	8 – 6 =	7 – 3 =
19 – 4 =	18 – 6 =	17 – 3 =
29 – 4 =	28 – 6 =	27 – 3 =
κλπ. ὡς τὸ	ὡς τὸ	ὡς τὸ
99 – 4 =	98 – 6 =	97 – 3 =
6 – 5 =	5 – 2 =	9 – 7 =
16 – 5 =	15 – 2 =	19 – 7 =
26 – 5 =	25 – 2 =	29 – 7 =
ὡς τὸ	ὡς τὸ	ὡς τὸ
96 – 5 =	95 – 2 =	99 – 7 =

4. α) 10 – 3 20 – 3 30 – 3 40 – 3 κλπ. ὡς τὸ 100 – 3
β) 10 – 4 20 – 4 30 – 4 40 – 4 κλπ. ὡς τὸ 100 – 4

Νὰ σχηματίσετε ὅμοιες σειρὲς μὲ ἀφαιρετέο τὸ 5, 6, 7, 8, 9.

Ἀριθμητικὲς σειρὲς μὲ τὸ 4

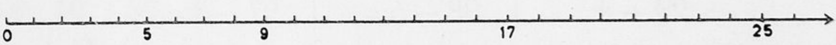
1. Ν' ἀριθμήσετε ἀνὰ τέσσερα ἀπὸ τὸ 0 ὥς τὸ 100. Δηλαδή: 4, 8, 12, 16 κλπ. (Χρησιμοποιῆστε κύβους, ὄσπρια, μάρκες, σχήματα στὸ τετράδιο, μετροταινία κλπ.). Νὰ κάμετε τὸ ἴδιο ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ 1 (δηλαδή: 1, 5, 9, 13 κλπ.)· ἔπειτα ἀπὸ τὸ 2 καὶ τέλος ἀπὸ τὸ 3.

2. Νὰ κατεβῆτε ἀπὸ τὸ 100 ὥς τὸ 0 ἀνὰ τέσσερα. Νὰ κάμετε τὸ ἴδιο ἀρχίζοντας πρῶτα ἀπὸ τὸ 99, ἔπειτα ἀπὸ τὸ 98 καὶ τέλος ἀπὸ τὸ 97.

Νὰ γράψετε τὶς παραπάνω σειρὲς καὶ νὰ τὶς ἀπομνημονεύσετε.

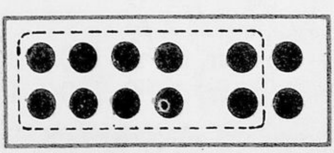
3. Συνεχίστε πάνω σὲ ἀριθμητικὲς γραμμὲς τὴ σειρὰ 4, 8, 12 κλπ., ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα.

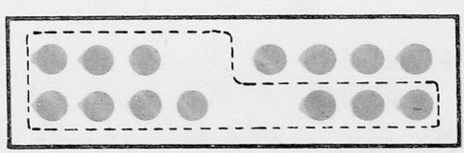
4. Νὰ συμπληρώσετε τὴ σειρὰ ποὺ δείχνει ἡ ἀριθμητικὴ γραμμὴ καὶ νὰ τὴ συνεχίσετε σὲ ἄλλες ἀριθμητικὲς γραμμές.



Πρόσθεσι μονοψηφίου μὲ ξεπέρασμα δεκάδας

1. Παραδείγματα: α) $8+4=;$ β) $7+7=;$





Ὅπως δείχνει τὸ πρῶτο σχῆμα, κλείσαμε μέσα σὲ καμπύλη γραμμὴ τοὺς 8 κύκλους τῆς μιᾶς ὁμάδας καὶ δύο ἀκόμη κύκλους τῆς ἄλλης ὁμάδας, γιὰ νὰ κάνωμε ὁλόκληρη δεκάδα. Ἔπειτα προσθέσαμε καὶ τοὺς ὑπόλοιπους 2. Δηλαδή: $8+4=\quad 8+2+2=\quad 10+2=12$.

Τὸ ἴδιο ἔγινε καὶ στὸ δεύτερο παράδειγμα, δηλαδή: $7+7=\quad 7+3+4=\quad 10+4=14$.

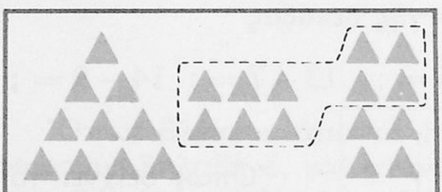
Σημείωσι. Στὸ πρῶτο παράδειγμα ἑνώσαμε τοὺς 8 κύκλους καὶ τοὺς 4 κύκλους καὶ βρήκαμε τὸ ἄθροισμά τους, δηλαδὴ 12. Ὁ νέος ἀριθμὸς 12 περιέχει ὅλες τὶς μονάδες (κύκλους) τῶν ἀριθμῶν 8 καὶ 4 καὶ μόνο αὐτές.

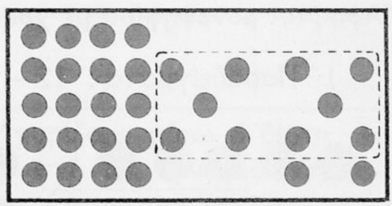
Τὸ ἴδιο κάναμε καὶ στὸ δεύτερο παράδειγμα.

Ἡ πρᾶξι αὐτὴ μὲ τὴν ὁποία βρίσκομε τὸ ἄθροισμα ἀριθμῶν λέγεται πρόσθεσι.

Ὥστε, πρόσθεσι ἀριθμῶν εἶναι ἡ πρᾶξι μὲ τὴν ὁποία βρίσκομε ἕνα νέον ἀριθμὸ (ἄθροισμα), ὁ ὁποῖος περιέχει ὅλες τὶς μονάδες τῶν ἀριθμῶν καὶ μόνο αὐτές.

2. Παραδείγματα: α) $16+8=;$ β) $25+7=;$



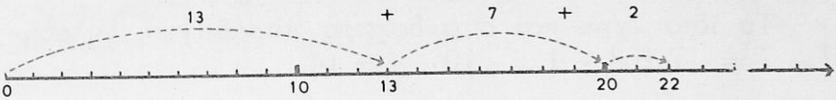


Καὶ στὰ παραπάνω δύο παραδείγματα κάναμε τὸ ἴδιο. Δηλαδή: $16+8=\quad 10+(6+4)+4=\quad 10+10+4=$
$20+4=24$ ἢ $16+8=\quad 16+4+4=\quad 20+4=24$.

Καὶ στὸ δεύτερο παράδειγμα ἔγινε τὸ ἴδιο, δηλαδή:
$25+7=20+(5+5)+2=20+10+2=30+2=32$
ἢ $25+7=\quad 25+5+2=\quad 30+2=32$.

Κάμετε καὶ μόνοι σας ὅμοιες ἀσκήσεις μὲ σχήματα· ἐπίσης μὲ μάρκες, κύβους, ἀριθμητήρια κλπ.

3. Πόσα γίνονται $13 + 9$; Χρησιμοποιῆστε τὴν ἀριθμητικὴ γραμμή.



Ὅπως βλέπετε, 7 μονάδες τοῦ 9 τὶς προσθέσαμε στὸ 13, γιὰ νὰ συμπληρωθῆ 20. Ἔπειτα προσθέσαμε καὶ τὶς ὑπόλοιπες 2. Δηλαδή: $13 + 9 = 13 + 7 + 2 = 20 + 2 = 22$.

Κάμετε κι ἐσεῖς πολλὲς ὅμοιες ἀσκήσεις, χρησιμοποιώντας τὴν ἀριθμητικὴ γραμμὴ ἢ τὴ μετροταινία σας.

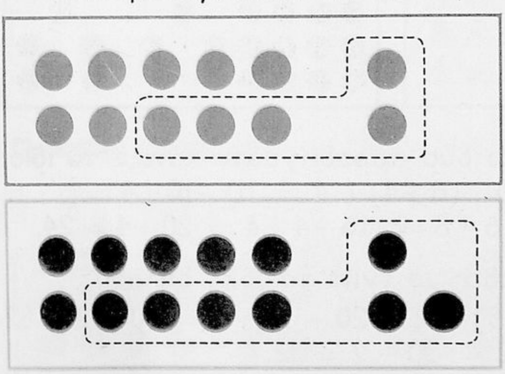
4. Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω ἐργασίες ἀναλύοντας τὸν δεύτερο προσθετέο σὲ δύο ἀριθμούς, ὥστε νὰ σχηματίζεται ὁλόκληρη δεκάδα.

α) $19 + 3 =$ $19 + 4 =$ $19 + 5 =$ κλπ. ὣς τὸ $19 + 9 =$
β) $18 + 3 =$ $18 + 4 =$ $18 + 5 =$ κλπ. ὣς τὸ $18 + 9 =$

Συνεχίστε μόνοι σας μὲ πρῶτο προσθετέο τὸ 16, 15, 14, 13, 29, 28, 17, 26, 38, 36, 45, 44, 46, 59, 65, 77, 84.

Ἀφαίρεσι μονοψηφίου μὲ χρῆσι τῆς δεκάδας

1. Παραδείγματα: $12 - 5 =$; $13 - 7 =$; $14 - 9 =$;

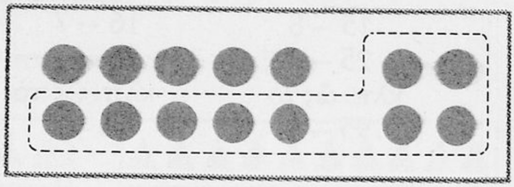


Ὅπως δείχνει τὸ πρῶτο σχῆμα, ἀφαιρέσαμε πρῶτα τὶς 2 χωριστὲς μονάδες καὶ 3 ἀκόμη ἀπὸ τὴ δεκάδα. Δηλαδή:

$12 - 5 =$ $12 - 2 - 3 =$

$10 - 3 = 7$

Στὸ δεύτερο παράδειγμα :
13–7= 13–3–4 =
10–4 = 6.
Στὸ τρίτο παράδειγμα : 14 – 9 =
14–4–5= 10–5=5



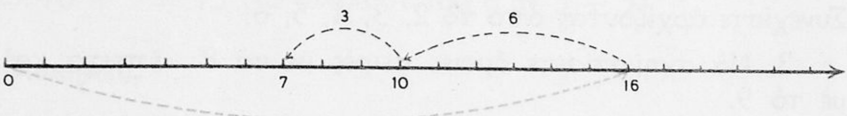
Σ η μ ε ί ω σ ι. Στὸ καθένα ἀπὸ τὰ παραπάνω παραδείγματα εἴχαμε δύο ἀριθμοὺς καὶ λιγοστέψαμε (μειώσαμε) τὸν ἕνα κατὰ τόσες μονάδες, ὅσες μονάδες εἶχε ὁ ἄλλος.

Ἡ πρᾶξι αὐτὴ λέγεται ἀ φ α ί ρ ε σ ι.

Ὥ σ τ ε, ἀφαίρεσι εἶναι ἡ πρᾶξι στὴν ὁποία δίνονται δύο ἀριθμοὶ καὶ λιγοστεύομε τὸν ἕνα κατὰ τόσες μονάδες, ὅσες μονάδες ἔχει ὁ ἄλλος.

Κάμετε κι ἐσεῖς ὅμοιες ἀσκήσεις. Χρησιμοποιῆστε σχήματα καὶ κατάλληλα ἀντικείμενα.

2. Κάμετε ἐπίσης πολλὲς ἀσκήσεις χρησιμοποιώντας τὴν ἀριθμητικὴ γραμμή. Π.χ. 16 – 9 = ;



Ὅπως βλέπετε, ἀπὸ τὸ 16 γυρίζομε πίσω 6 θέσεις, ἀφαιροῦμε δηλαδὴ 6, καὶ φτάνομε στὸ 10. Συνέχεια ὀπισθοχωροῦμε ἄλλες 3 θέσεις κι ἔτσι φτάνομε στὸ 7.
Χρησιμοποιῆστε γιὰ ὅμοιες ἀσκήσεις καὶ τὴ μετροταινία σας.

3. Νὰ ἐκτελέσετε τὶς ἐργασίες :

13 – 5	13 – 7	14 – 6
23 – 5	23 – 7	24 – 6
κλπ. ὥς τὸ	κλπ. ὥς τὸ	κλπ. ὥς τὸ
93 – 5	93 – 7	94 – 6

15 – 8	16 – 7	14 – 8
25 – 8	26 – 7	24 – 8
κλπ. ὥς τὸ	κλπ. ὥς τὸ	κλπ. ὥς τὸ
95 – 8	96 – 7	94 – 8

Ἀριθμητικὲς σειρές.

Πρώτη ὁμάδα

(Χρησιμοποιῆστε τὴ μετροταινία σας, μάρκες, κύβους, κύκλους).

1. Νὰ σχηματίσετε τὴ σειρὰ 6 + 6 = 12, 12 + 6 = 18 κλπ. ὥς τὸ 90 + 6. Τὴν ἴδια σειρὰ μπορεῖτε νὰ τὴ σχηματίσετε κι ἔτσι: 6, 12, 18, 24... 96. Σχηματίστε πάλι τὴ σειρὰ μὲ τὸ 6 ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ 1, δηλαδή: 1, 7, 13, 19... 97· ἔπειτα ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ 2· ὕστερα ἀπὸ τὸ 3· κατόπιν ἀπὸ τὸ 4 καὶ τέλος ἀπὸ τὸ 5.

2. Νὰ ἐργαστῆτε κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο καὶ μὲ τὸ 7· δηλαδή, 7, 14, 21, 28... 98. 1, 8, 15, 22,... 99. Συνεχίστε ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ 2, 3, 4, 5, 6.

3. Νὰ σχηματίσετε ὅμοιες σειρὲς μὲ τὸ 8: ἔπειτα καὶ μὲ τὸ 9.

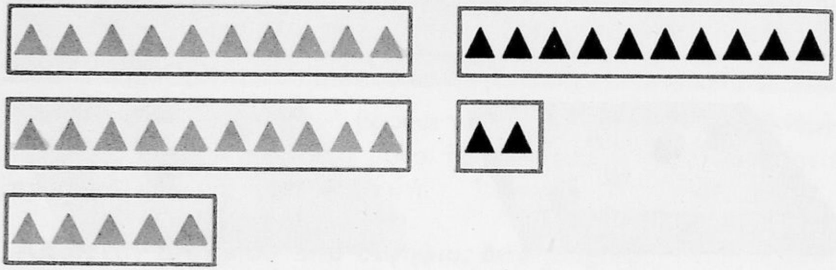
Δεύτερη ὁμάδα

1. Νὰ κατεβῆτε ἀνὰ 6 ἀπὸ τὸ 100 ὥς τὸ 4· ἔτσι: 100, 94, 88, 82... 4. Νὰ κάμετε τὸ ἴδιο ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ 99, ἔπειτα ἀπὸ τὸ 98, ὕστερα ἀπὸ τὸ 97, κατόπιν ἀπὸ τὸ 96 καὶ τέλος ἀπὸ τὸ 95.

2. Νὰ σχηματίσετε ὅμοιες σειρὲς καὶ μὲ τὸ 7· δηλαδὴ 100, 93, 86, 79... 2. Ἔπειτα ν' ἀρχίσετε ἀπὸ τὸ 99, 98, 97, 96, 95, 94.
Νὰ σχηματίσετε ὅμοιες σειρὲς καὶ μὲ τὸ 8· ἔπειτα καὶ μὲ τὸ 9.

Πρόσθεσι διψηφίων ἀπὸ μνήμης.

Παράδειγμα 1. Πόσα γίνονται 25 + 12 ;



Στὰ 25 προσθέτομε πρῶτα τὰ 10 κι' ἔπειτα τὰ 2 τρίγωνα· δηλαδὴ 25 + 12 = 25 + 10 + 2 = 35 + 2 = 37.

Πῶς ἀλλιῶς μπορεῖτε νὰ λύσετε τὴν παραπάνω ἄσκησι;

Παράδειγμα 2. 47 + 28 = ;

Ἀπάντησι. 47 + 28 = 47 + 20 + 8 = 67 + 3 + 5 = = 70 + 5 = 75 (μὲ ἀνάλυσι τοῦ 8 σὲ 3 + 5).

Ἀσκήσεις

1. Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω πράξεις μὲ τὸν τρόπο ποὺ δείξαμε:

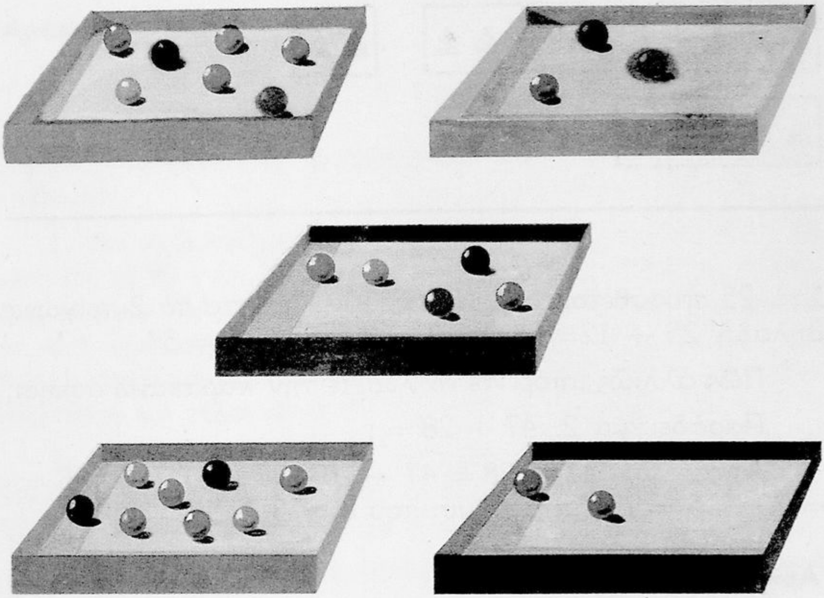
16 + 30 =	15 + 23 =	28 + 12 =	37 + 15 =
14 + 60 =	27 + 22 =	36 + 24 =	46 + 29 =
18 + 50 =	64 + 13 =	45 + 35 =	32 + 48 =
30 + 34 =	85 + 12 =	57 + 33 =	54 + 27 =
20 + 68 =	38 + 31 =	41 + 59 =	18 + 76 =

2. Νὰ σχηματίσετε τὶς σειρές :

α) 6 + 13 16 + 13 26 + 13 κλπ. ὡς τὸ 86 + 13
β) 6 + 16 16 + 16 26 + 16 κλπ. ὡς τὸ 86 + 16

Ἄθροισμα πολλῶν προσθετέων

Παράδειγμα. Πόσοι εἶναι συνολικὰ οἱ βῶλοι ποὺ εἶναι στὰ κουτιά ;



Προσθέτομε τοὺς βώλους τοῦ πρώτου κουτιοῦ μὲ τοὺς βώλους τοῦ δευτέρου· $7 + 3 = 10$. Τὸ ἄθροισμα αὐτὸ τὸ προσθέτομε μὲ τοὺς βώλους τοῦ τρίτου κουτιοῦ· $10 + 5 = 15$ Τὸ νέο ἄθροισμα τὸ προσθέτομε μὲ τοὺς βώλους τοῦ τέταρτου κουτιοῦ· $15 + 8 = 23$. Καὶ αὐτὸ τὸ προσθέτομε μὲ τοὺς βώλους τοῦ τελευταίου κουτιοῦ· $23 + 2 = 25$ βῶλοι.

Τὸ ἕνα κουτὶ περιέχει τώρα ὅλους τοὺς βώλους.

Περιέχει ὅλες τὶς μονάδες τῶν ἀριθμῶν αὐτῶν καὶ μόνο αὐτές.

Ὥ σ τ ε, ἄθροισμα πολλῶν προσθετέων εἶναι ἕνας ἀριθμὸς ποὺ περιέχει ὅλες τὶς μονάδες τῶν προσθετέων αὐτῶν καὶ μόνο αὐτές. Ὁ ἀριθμὸς αὐτὸς βρίσκεται, ἂν προσθέσωμε τὸν πρῶτο μὲ τὸν δεύτερο, τὸ ἄθροισμά τους μὲ τὸν τρίτο, τὸ νέο ἄθροισμα μὲ τὸν τέταρτο κ.ο.κ., μέχρις ὅτου τοὺς προσθέσωμε ὅλους.

Σ η μ ε ί ω σ ι. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἄθροισμα πολλῶν προσθετέων, προσθέτομε κάθε φορὰ δύο μόνο προσθετέους. Γι' αὐτὸ λέμε ὅτι ἡ πρόσθεσι εἶναι πρᾶξι δ υ α δ ι κ ή.

Ἀφαίρεσι διψηφίου ἀπὸ διψήφιο, ἀπὸ μνήμης

Παράδειγμα. Πόσα μένουν 47 – 19;

Ἀπάντησι: 47 – 19 = 47 – 10 – 9 = 37 – 9 καὶ 37 – 9 = 37 – 7 – 2 = 30 – 2 = 28.

Μὲ ποιόν ἄλλον τρόπο μπορεῖτε νὰ λύσετε τὴν παραπάνω ἄσκησι;

Ἀσκήσεις

1. Νὰ κάμετε τὶς ἀφαιρέσεις μὲ τὸν τρόπο ποὺ δείξαμε:

19 – 10	64 – 20	19 – 16	86 – 44	20 – 14	21 – 13
71 – 10	93 – 60	18 – 18	75 – 23	60 – 49	83 – 57

2. Νὰ σχηματίσετε τὶς σειρές:

α) 26 – 20 36 – 20 46 – 20 κλπ. ὡς τὸ 96 – 20
β) 33 – 26 43 – 26 53 – 26 κλπ. ὡς τὸ 93 – 26

Ἰσότητες χωρὶς σημεῖα

Στὶς παρακάτω ἰσότητες λείπουν τὰ σημεῖα + (σὺν) καὶ – (πλήν). Νὰ σκεφτῆτε καὶ νὰ θέσετε τὰ σημεῖα ποὺ ταιριάζουν σὲ κάθε μία.

40 10 = 50	70 10 20 = 60	80 30 20 = 70
60 20 = 40	80 30 30 = 20	90 70 60 = 80
30 30 = 0	60 50 40 = 50	100 50 50 = 0
80 60 = 20	40 30 60 = 70	40 30 20 = 90
70 40 = 30	50 20 40 = 30	70 60 30 = 40

Ἀριθμητικὰ σταυρόλεξα

5	7	3	15
4	3	8	15
6	5	4	15
15	15	15	

Ὅπως βλέπετε στὸ παράδειγμα, εἴτε ὁριζόντια εἴτε κατακόρυφα προσθέσωμε τοὺς ἀριθμούς, βγαίνει πάντοτε τὸ ἴδιο ἄθροισμα 15.

Συμπληρῶστε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ λείπουν στὰ τετραγωνάκια, γιὰ νὰ βγαίνῃ τὸ ἄθροισμα ποὺ εἶναι γραμμένο στὰ παρακάτω σταυρόλεξα.

	5	6	13
			13
3	8		13
13	13	13	

4			18
	8		18
8		6	18
18	18	18	

20			70
	10	10	70
0			70
70	70	70	

Κάμετε κι ἐσεῖς ὅμοια ἀριθμητικὰ παιγνίδια.

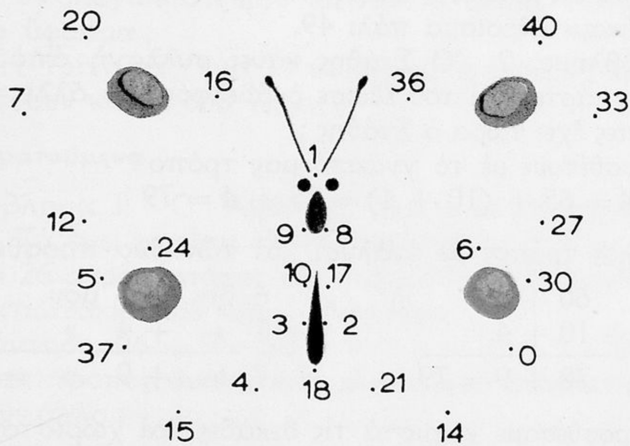
Παιγνίδι μὲ ἀριθμοὺς

Νὰ λύσῃς τὶς παρακάτω ἀσκήσεις. Οἱ ἀριθμοὶ ποὺ θὰ βρῇς εἶναι γραμμένοι σκορπιστὰ σὰν σχέδιο. Κάθε ἀριθμὸς δείχνει κι ἕνα σημεῖο (τελεία). Θ᾽ἀρχίσῃς ἀπὸ τὸ σημεῖο ποὺ δείχνει ὁ πρῶτος ἀριθμὸς ποὺ θὰ βρῇς κάνοντας τὶς πράξεις ποὺ ἀκολουθοῦν καὶ θὰ σύρῃς γραμμὴ γιὰ νὰ ἑνώσῃς τὸ σημεῖο ποὺ δείχνει ὁ δεύτερος ἀριθμός, ποὺ θὰ βρῇς, ἔπειτα ὁ τρίτος, ὕστερα ὁ τέταρτος κλπ., ὥσπου νὰ ἑνώσῃς ὅλα τὰ σημεῖα. Ὅταν τελειώσῃς, θὰ ἔχῃς σχηματίσει ἕνα ὡραῖο σχῆμα. Ἄρχισε :

$5 + 4 =$	$18 - 6 =$	$24 - 20 =$
$25 - 9 =$	$35 - 11 =$	$2 \times 5 =$
$12 + 8 =$	$32 - 27 =$	$20 - 17 =$
$7 - 0 =$	$50 - 13 =$	$35 - 17 =$
	$25 - 10 =$	

$11 - 9 =$	$6 \times 0 =$	$40 - 7 =$
$12 + 5 =$	$15 + 15 =$	$2 \times 20 =$
$3 \times 7 =$	$30 - 24 =$	$6 \times 6 =$
$28 - 14 =$	$13 + 14 =$	$2 \times 4 =$
		$1 - 0 =$

Τὸ σημεῖο ποὺ δείχνει ὁ τελευταῖος ἀριθμὸς ποὺ θὰ βρῆς νὰ τὸ ἑνώσης μὲ τὸ σημεῖο τοῦ πρώτου ἀριθμοῦ. Τί βρῆκες ;



3. Η ΓΡΑΠΤΗ ΠΡΟΣΘΕΣΙ

α) Χωρὶς κρατούμενα

Πρόβλημα 1. Ὁ Ἀντρέας εἶχε στὸν κουμπαρά του

43 δραχμὲς κι ἔβαλε ἄλλες 6. Πόσες δραχμὲς εἶναι τώρα στὸν κουμπαρά ;

Θὰ κάνωμε πρόσθεσι, διότι ἔχομε νὰ ἑνώσωμε ὁμοειδεῖς ἀριθμούς. Θὰ προσθέσωμε τὶς 6 δραχμὲς στὶς 3 δραχμές. Τὶς 4 δεκάδες θὰ τὶς ἀφήσωμε, ὅπως εἶναι. Ὥστε : $43 + 6 = 49$ δραχμές. Αὐτὸ τὸ γράφομε κι' ἔτσι :

$$\begin{array}{l} 40 + 3 \\ + \quad 6 \\ \hline 40 + 9 = 49 \end{array} \quad \text{ἢ} \quad \begin{array}{llll} 4 \text{ δεκ.} & + & 3 \text{ μον.} & \\ + & & 6 \text{ »} & \\ \hline 4 \text{ »} & + & 9 \text{ »} & = 49 \end{array} \quad \text{ἢ πιὸ σύντομα} \quad \begin{array}{r} 43 \\ +6 \\ \hline 49 \end{array}$$

Δηλαδὴ γράψαμε τοὺς προσθετέους τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο, προσέχοντας οἱ μονάδες νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη.

Ἔπειτα σύραμε μιὰ ὁριζόντια γραμμὴ καὶ ἀρχίσαμε τὴν πρόσθεσι ἀπὸ τὶς μονάδες. Προσθέσαμε χωριστὰ τὶς μονάδες: $6 + 3 = 9$. Γράψαμε τὸ 9 κάτω ἀπὸ τὴ γραμμὴ καὶ ἀκριβῶς κάτω ἀπὸ τὶς μονάδες. Ἔπειτα κατεβάσαμε καὶ τὶς 4 δεκάδες. Καὶ βρήκαμε ἄθροισμα πάλι 49.

Πρόβλημα 2. Ὁ Στάθης κάνει συλλογὴ ἀπὸ κάρτες. Ἔχει 65 κάρτες καὶ τοῦ ἔδωσε ὁ ἀδελφός του ἄλλες 14. Πόσες κάρτες ἔχει τώρα ὁ Στάθης ;

Προσθέτομε μὲ τὸ γνωστό μας τρόπο :

$$65 + 14 = 65 + (10 + 4) = 75 + 4 = 79$$

Ἄλλος τρόπος μὲ ἀνάλυσι καὶ τῶν δύο προσθετέων:

$$\begin{array}{rl} 60 & + 5 \\ + 10 & + 4 \\ \hline 70 & + 9 = 79 \end{array} \quad \text{ἢ} \quad \begin{array}{llll} 6 \text{ δεκ.} & + 5 \text{ μον.} & \\ + 1 \text{ »} & + 4 \text{ »} & \\ \hline 7 \text{ »} & + 9 \text{ »} & = 79 \end{array}$$

Ἐδῶ προσθέσαμε χωριστὰ τὶς δεκάδες καὶ χωριστὰ τὶς μονάδες.

Μποροῦμε νὰ γράψωμε τὴν πρᾶξι πιὸ σύντομα, ἔτσι :

$$\begin{array}{r} 65 \\ +14 \\ \hline 79 \end{array} \begin{array}{l} \left.\vphantom{\begin{array}{r}65\\14\end{array}}\right\} \text{προσθετέοι} \\ \text{ἄθροισμα} \end{array}$$

Κι ἐδῶ προσθέτομε χωριστὰ τὶς μονάδες καὶ χωριστὰ τὶς δεκάδες ἀρχίζοντας ἀπὸ τὶς μονάδες. Γράφομε τὸ ἄθροισμα κάτω ἀπὸ τὴ γραμμή. Προσέχομε νὰ γράφωμε τὶς μονάδες στὴν ἴδια στήλη καὶ τὶς δεκάδες στὴ στήλη τῶν δεκάδων.

Ἀσκήσεις

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω προσθέσεις:

$$\begin{array}{r} 14 \\ +\ 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 32 \\ +\ 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 40 \\ +\ 8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 64 \\ +\ 25 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 78 \\ +\ 20 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 53 \\ +\ 36 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 60 \\ +\ 27 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 70 \\ +\ 21 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 39 \\ +\ 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 60 \\ +\ 30 \\ \hline \end{array}$$

Προβλήματα

1. Ἕνα περιδέραιο ἔχει λευκὲς καὶ γαλάζιες χάντρες. Οἱ λευκὲς εἶναι 32 καὶ οἱ γαλάζιες 43. Πόσες χάντρες ἔχει τὸ περιδέραιο;

2. Ἀπὸ ἕνα τόπι ὕφασμα πουλήθηκαν 24 μέτρα. Ὁ ἔμπορος ὑπολόγισε ὅτι τοῦ ἔμειναν 35 μέτρα. Πόσα μέτρα ἦταν τὸ ὕφασμα;

3. Ἡ τρίτη τάξι ἔχει 34 παιδιὰ καὶ ἡ τετάρτη 42. Πόσα παιδιὰ ἔχουν καὶ οἱ δύο τάξεις;

β) Μὲ κρατούμενα

Πρόβλημα 1. Ὁ Ἀχιλλέας παίζει μὲ τὰ στρατιωτάκια του. Τὰ ἔχει χωρίσει σὲ δύο παρατάξεις. Στὴ μιὰ παράταξι ἔχει 26 στρατιωτάκια καὶ στὴν ἄλλη 9. Πόσα εἶναι ὅλα τὰ στρατιωτάκια ποὺ ἔχει ὁ Ἀχιλλέας;

Ἀπάντησι. $26 + 9 = 26 + 4 + 5 = 30 + 5 = 35$.

Ἄλλος τρόπος ἀναλυτικὸς μὲ τὸν ἕναν προσθετέο κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο:

$$\begin{array}{rr} & 20 + \ \ 6 \\ + & 9 \\ \hline & 20 + 15 = 35 \end{array} \quad \text{ἢ} \quad \begin{array}{lllll} & 2 \text{ δεκ.} & + & 6 \text{ μον.} & \\ + & & & 9 \ \text{»} & \\ \hline & 2 \ \text{»} & + & 15 \ \text{»} & = 35 \end{array} \quad \text{ἢ πιὸ σύντομα} \quad \begin{array}{r} 26 \\ +\ 9 \\ \hline 35 \end{array}$$

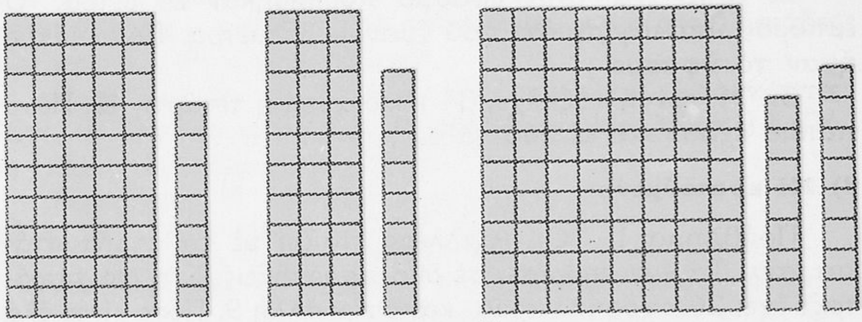
Ἀρχίσαμε τὴν πρόσθεσι ἀπὸ τὶς μονάδες· $9 + 6 = 15$. Τὸ 15 ἔχει μιὰ δεκάδα καὶ 5 μονάδες. Γράψαμε τὶς 5 μονάδες κάτω ἀπὸ τὴ γραμμὴ στὴ στήλη τῶν μονάδων καὶ κρατήσαμε τὴ 1 δεκάδα, γιὰ νὰ τὴν προσθέσωμε στὶς δεκάδες. Εἴπαμε: 1 δεκάδα ποὺ κρατήσαμε (ἢ 1 τὸ κρατούμενο) καὶ 2 κάνουν 3 δεκάδες.

Γράψαμε τὸ 3 κάτω ἀπὸ τὴ γραμμὴ στὴ στήλη τῶν δεκάδων. Ὥστε καὶ μὲ τὸν σύντομο τρόπο βρήκαμε ὅτι τὰ στρατιωτάκια ἦταν 35.

Πρόβλημα 2. Γιὰ νὰ στρώσωμε τὴ μεγάλη αὐλὴ τοῦ σπιτιοῦ μας, χρειάζονται 57 πλάκες καὶ γιὰ τὴ μικρὴ 38 πλάκες. Πόσες πλάκες χρειάζονται καὶ γιὰ τὶς δύο αὐλές;

Πρέπει νὰ βροῦμε πόσες γίνονται οἱ πλάκες, ὅταν ἑνώσωμε τὶς 57 + 38.

Τὸ σχῆμα Α δείχνει τὶς πλάκες τῆς μεγάλης αὐλῆς καὶ τὸ Β δείχνει τὶς πλάκες τῆς μικρῆς.

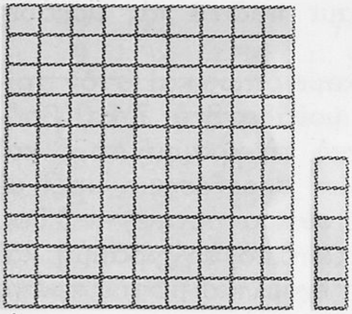


Α Β Γ

Τὸ σχῆμα Γ τὶς δείχνει ὅλες μαζί. Δηλαδὴ 8 δεκάδες πλάκες (= 80) καὶ 7 καὶ 8 πλάκες.

Ὅπως βλέπετε, ἑνώσαμε πρῶτα τὶς δεκάδες (5 δεκ. + 3 δεκ. = 8 δεκ. = 80).

Ἑνώνομε τώρα τὶς 7 καὶ 8 πλάκες. Μᾶς κάνουν 15 πλάκες ἢ 1 δεκάδα καὶ 5 πλάκες. Τὴ δεκάδα αὐτὴ τὴν ἑνώνομε μὲ τὶς ἄλλες 8 δεκάδες. Ἔτσι ἔχομε 9 δεκάδες πλάκες καὶ 5 πλάκες (= 90 + 5 = 95). Τὸ ἀποτέλεσμα αὐτὸ τὸ βλέπετε στὸ σχῆμα Δ.



Δ

Στὸ πρόβλημα αὐτὸ ἀρχίσαμε τὴν πρόσθεσι ἀπὸ τὶς δεκάδες. Μποροῦμε νὰ τὴν ἀρχίσωμε καὶ ἀπὸ τὶς μονάδες κι ἔπειτα νὰ προχωρήσωμε στὶς δεκάδες.

Γράφομε τὶς παραπάνω πράξεις μὲ ὁριζόντια γραφή, ὅπως τὶς ἐκτελέσαμε, μὲ τὴ βοήθεια τῶν σχημάτων:

$$57 + 38 = 50 + 7 + 30 + 8 = 80 + 7 + 8 = 80 + 15 =$$
$$= 80 + 10 + 5 = 90 + 5 = 95.$$

Ἐκτὸς ἀπὸ τὴν παραπάνω ὁριζόντια γραφή, μποροῦμε νὰ γράψωμε τὸν ἕναν προσθετέο κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο:

$$\begin{array}{r} 57 = \\ +\ 38 = \\ \hline \end{array} \begin{array}{r} 50 + 7 \\ +\ 30 + 8 \\ \hline 80 + 15 = \end{array}$$
$$= 80 + 10 + 5 = 90 + 5 = 95$$

ἢ $\begin{array}{r} 57 \\ +\ 38 \\ \hline 80 \\ 15 \\ \hline 95 \end{array}$ ἢ $\begin{array}{r} 57 \\ +\ 38 \\ \hline 15 \\ 80 \\ \hline 95 \end{array}$ ἢ $\begin{array}{r} 57 \\ +\ 38 \\ \hline 95 \end{array}$

Στὸν πρῶτο τρόπο προσθέσαμε πρῶτα τὶς δεκάδες καὶ γράψαμε κάτω ἀπὸ τὴ γραμμὴ τὸ ἄθροισμα 80. Ἔπειτα προσθέσαμε τὶς μονάδες καὶ γράψαμε τὸ ἄθροισμα 15. Τέλος ἑνώσαμε τὰ δύο ἀθροίσματα 80 καὶ 15.

Στὸν δεύτερο τρόπο ἐργαστήκαμε ὅπως καὶ στὸν πρῶτο, ἀλλὰ συντομώτερα, δηλαδὴ χωρὶς ἀνάλυσι τῶν προσθετέων σὲ δεκάδες καὶ μονάδες. Ἀρχίσαμε τὴν πρόσθεσι ἀπὸ τὶς δεκάδες.

Στὸν τρίτο τρόπο κάναμε ἀκριβῶς τὸ ἴδιο ποὺ κάναμε στὸν δεύτερο, μόνο ποὺ προσθέσαμε πρῶτα τὶς μονάδες κι ἔπειτα τὶς δεκάδες.

Στὸν τελευταῖο τρόπο ἐργαστήκαμε ὅπως καὶ στὸν τρίτο, δηλαδὴ προσθέσαμε πρῶτα τὶς μονάδες 8 + 7 καὶ βρήκαμε 15 μονάδες. Γράψαμε κάτω ἀπὸ τὴ γραμμὴ τὸ 5 καὶ κρατήσαμε τὴ 1 δεκάδα, τὴν ὁποία προσθέσαμε μαζὶ μὲ τὶς ἄλλες δεκάδες· δηλαδή, 1 δεκ. (ποὺ κρατήσαμε) + 3 δεκ. + 5 δεκ. = 9 δεκάδες. Γράψαμε κάτω ἀπὸ τὴ γραμμὴ καὶ στὴ στήλη τῶν δεκάδων τὸ 9. Ἔτσι ἔχομε καὶ μὲ τὸν τρόπο αὐτὸ τὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα 95.

Ἂν συγκρίνετε τὸν τρίτο καὶ τέταρτο τρόπο, θὰ δῆτε ὅτι στὸν τέταρτο τρόπο κάνομε τὸ ἴδιο ἀκριβῶς ποὺ κάνομε στὸν τρίτο, ἀλλὰ πιὸ σύντομα.

Αὐτὸς ὁ σύντομος τρόπος εἶναι ὁ συνηθισμένος. Αὐτὸν χρησιμοποιοῦν οἱ ἄνθρωποι, ὅταν κάνουν γραπτὴ πρόσθεσι. Αὐτὸν θὰ χρησιμοποιοῦμε κι ἐμεῖς. Θὰ μποροῦμε ὅμως νὰ χρησιμοποιήσωμε καὶ ὁποιονδήποτε ἄλλο τρόπο.

Σημείωσι. Οἱ ἀριθμοὶ ποὺ προσθέτομε λέγονται προσθετέοι. Ὁ ἀριθμὸς ποὺ βρίσκομε στὴν πρόσθεσι λέγεται ἄθροισμα. Οἱ προσθετέοι, ὅταν εἶναι συγκεκριμένοι ἀριθμοί, πρέπει νὰ εἶναι ὁμοειδεῖς. Ἂν εἶναι ἑτεροειδεῖς (π.χ. 10 μῆλα καὶ 25 κάστανα), δὲν μποροῦμε νὰ τοὺς προσθέσωμε.

Θὰ ἔχετε προσέξει ὅτι, γιὰ νὰ κάνωμε τὴ γραπτὴ πρόσθεσι, γράφομε τὸν ἕναν προσθετέο κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο, τὶς μονάδες κάτω ἀπὸ τὶς μονάδες στὴν ἴδια στήλη καὶ τὶς δεκάδες κάτω ἀπὸ τὶς δεκάδες. Προσθέτομε χωριστὰ τὶς μονάδες καὶ χωριστὰ τὶς δεκάδες.

Τὴν πρόσθεσι μπορεῖτε νὰ τὴν ἀρχίζετε ἢ ἀπὸ κάτω ἢ ἀπὸ πάνω, πάντοτε ὅμως ἀπὸ τὶς μονάδες. Θὰ βρίσκετε τὸ ἴδιο ἄθροισμα ἀπ' ὅπου καὶ ἂν ἀρχίζετε. Δοκιμάστε το.

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω προσθέσεις (προφορικῶς καὶ γραπτῶς):

α) Μὲ τὸν συνηθισμένο (σύντομο) τρόπο.

43	25	17	74	55	36	44	73	67	47
+ 9	+38	+56	+ 9	+29	+36	+27	+18	+26	+35

β) Μὲ ὅποιον ἀπὸ τοὺς ἄλλους τρόπους προτιμᾶτε.

28	26	39	37	44	45	63	64	58	77
+ 8	+ 9	+48	+57	+26	+ 5	+27	+ 8	+35	+23

γ) Νὰ γράψετε τοὺς προσθετέους τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο καὶ νὰ ἐκτελέσετε τὶς προσθέσεις:

39 + 7 =, 28 + 13 =, 56 + 35 =, 47 + 49 =, 75 + 18 =, 64 + 27 =

Στὰ παραπάνω προβλήματα καὶ ἀσκήσεις εἴχαμε δύο προσθετέους. Μποροῦμε νὰ ἔχωμε καὶ τρεῖς καὶ περισσότερους. Θὰ τοὺς γράφωμε τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο, ὅσοι καὶ ἂν εἶναι, καὶ θὰ κάνωμε τὴν πρόσθεσι ὅπως μάθαμε.

Ἄσκησι

Νὰ γράψετε τοὺς προσθετέους τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο καὶ νὰ ἐκτελέσετε τὶς προσθέσεις:

α) 23 + 14 + 32 = β) 15 + 48 + 20 = γ) 17 + 26 + + 38 + 14 =

Στὰ καταστήματα σχολικῶν εἰδῶν

Μὲ τὸ ἄνοιγμα τῶν σχολείων τὰ παιδιὰ χρειάστηκαν ν' ἀγοράσουν μερικὰ ἀπαραίτητα σχολικὰ εἴδη. Πῆγαν μὲ τοὺς γονεῖς τους στὰ χαρτοπωλεῖα γιὰ σάκκες, τετράδια, μολύβια κλπ. καὶ σ' ἐμπορικὰ καταστήματα γιὰ σχολικὲς ποδιές, ἀθλητικὲς στολὲς κλπ. Οἱ καταστηματάρχες εἶχαν σημειώσει πάνω σὲ καρτέλες τὶς τιμὲς τῶν εἰδῶν. Τὰ παιδιὰ διάβασαν :

Σάκκες· ἡ μία	47	δραχμές.
Χρωματιστὰ μολύβια· τὸ κουτὶ	10	»
Νερομπογιές· τὸ κουτὶ	16	»
Κασετίνες· ἡ μία	15	»
Μολύβια· τὸ ἕνα	2	»

Στυλογράφοι· ὁ ἕνας	40	δραχμὲς
Γομολάστιχες· ἡ μία	3	»
Τετράδια γραφῆς· τὸ ἕνα	3	»
Τετράδια ἰχνογραφίας· τὸ ἕνα	5	»
Σχολικὲς ποδιές· ἡ μία	68	»

Αὐτὸ εἶναι ἕνα τιμολόγιο. Τέτοια τιμολόγια ἔχουν ὅλα τὰ καταστήματα ποὺ πουλοῦν διάφορα εἴδη.

Νὰ βρῆτε τί πλήρωσαν οἱ γονεῖς τῶν παιδιῶν γιὰ τὰ εἴδη ποὺ πῆραν ;

1. Ἡ μητέρα τῆς Ἄννας ἀγόρασε 1 ποδιὰ καὶ 1 κασετίνα. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

2. Ὁ Νίκος ἀγόρασε 1 στυλογράφο, 1 τετράδιο ἰχνογραφίας κι ἕνα κουτὶ χρωματιστὰ μολύβια. Πόσα πλήρωσε ;

3. Ὁ Θάνος πῆρε ὅλα τὰ εἴδη ποὺ εἶναι γραμμένα στὸ παραπάνω τιμολόγιο, ἐκτὸς ἀπὸ τὴν ποδιὰ καὶ τὴ σάκκα. Πόσα χρήματα ἔδωσε ;

4. Ὁ πατέρας πῆρε 1 τετράδιο ἰχνογραφίας καὶ 1 κουτὶ νερομπογιὲς γιὰ τὸν γιό του. Γιὰ τὸ κοριτσάκι του πῆρε τὰ ἴδια πράγματα καὶ ἀκόμη μιὰ σάκκα. Πόσα ἔδωσε γιὰ τὸ κάθε παιδὶ χωριστὰ καὶ πόσα καὶ γιὰ τὰ δύο μαζί ;

5. Νὰ βρῆτε τί μπορεῖτε ν' ἀγοράσετε μὲ 50 δραχμὲς ἀπὸ τὰ εἴδη τοῦ τιμολογίου.

Τὶ μπορεῖτε ν' ἀγοράσετε μὲ 100 δραχμές ; μὲ 85 δραχμές; μὲ 90 ; μὲ 75 ;

6. Ὁ Τάκης ἔδωσε στὸ χαρτοπωλεῖο 48 δραχμὲς καὶ 45 δραχμὲς στὸ κατάστημα ἀπὸ τὸ ὁποῖο ἀγόρασε ἀθλητικὰ εἴδη γιὰ τὴ γυμναστική. Πόσα χρήματα ξόδεψε ;

7. Ἡ μητέρα ἀγόρασε σχολικὰ εἴδη ἀξίας 56 δραχμῶν καὶ τῆς ἔμειναν 37 δραχμές. Πόσα χρήματα εἶχε, πρὶν ἀγοράση τὰ πράγματα ;

8. Ἡ Ἕλλη ἀγόρασε σχολικὰ εἴδη ἀξίας 27 δραχμῶν. Ἡ Σοφία ἀγόρασε εἴδη διπλάσιας ἀξίας. Πόσες δραχμὲς πῆρε ὁ χαρτοπώλης καὶ ἀπὸ τὰ δύο κορίτσια ;

4. Η ΓΡΑΠΤΗ ΑΦΑΙΡΕΣΙ

α) Χωρὶς κρατούμενα

Πρόβλημα 1. Ἀπὸ τὰ 28 γαρύφαλα ποὺ εἶχε μιὰ ἀνθοδέσμη, βγάλαμε τὰ 7 ποὺ μαράθηκαν. Πόσα ἔμειναν;

Θὰ κάνωμε ἀφαίρεσι, διότι θέλομε νὰ βγάλωμε (ἀφαιρέσωμε) ἀπὸ ἕναν ἀριθμὸ τόσες μονάδες, ὅσες ἔχει ἕνας ἄλλος ἀριθμός. Μειωτέος εἶναι τὸ 28 καὶ ἀφαιρετέος τὸ 7. Οἱ 8 μονάδες τοῦ μειωτέου φτάνουν, γιὰ ν' ἀφαιρέσωμε τὶς 7 μονάδες τοῦ ἀφαιρετέου, καὶ περισσεύει μιὰ μονάδα. Ἐπίσης θὰ μείνουν καὶ οἱ 2 δεκάδες ὁλόκληρες. Δηλαδὴ θὰ μείνουν στὴν ἀνθοδέσμη 21 γαρύφαλα.

Γράφομε τὴν πρᾶξι $28 - 7 = 21$

Μποροῦμε νὰ τὴ γράψωμε κι ἔτσι :

20 + 8		2 δεκ. + 8 μον.	ἢ πιὸ	28
− 7	ἢ	− 7 »	σύντομα	− 7
20 + 1 = 21		2 » + 1 » = 21		21

Λέμε : Ἂν τὸ 7 τὸ ἀφαιρέσωμε ἀπὸ τὸ 8, μᾶς μένει 1. Γράφομε κάτω ἀπὸ τὴ γραμμὴ τὴ 1 μονάδα ποὺ μένει. Δεκάδες δὲν ἔχομε ν' ἀφαιρέσωμε. Γι' αὐτὸ κατεβάζομε κάτω ἀπὸ τὴ γραμμὴ τὶς 2 δεκάδες τοῦ μειωτέου. Ἔτσι καὶ μὲ τὸν τρόπο αὐτὸ βρήκαμε ὑπόλοιπο 21.

Πρόβλημα 2. Εἶχα 56 δραχμὲς καὶ ξόδεψα τὶς 32. Πόσες μοῦ ἔμειναν ;

Θὰ κάνωμε ἀφαίρεσι· θ' ἀφαιρέσωμε ἀπὸ τὸ 56 τὸ 32. Ὅπως βλέπετε, οἱ 6 μονάδες τοῦ μειωτέου φτάνουν, γιὰ ν' ἀφαιρέσωμε τὶς 2 μονάδες τοῦ ἀφαιρετέου, καὶ περισσεύουν 4. Ἐπίσης οἱ 5 δεκάδες φτάνουν, γιὰ ν' ἀφαιρέσωμε τὶς 3 δεκάδες, καὶ περισσεύουν 2. Ὥστε μένουν 2 δεκάδες + 4 μονάδες = 24 δραχμές.

Γράφομε τὴν πρᾶξι : $56 - 32 = 24$

Μποροῦμε νὰ τὴ γράψωμε κι ἔτσι :

50 + 6		56 μειωτέος
– (30 + 2)	ἢ πιὸ σύντομα	– 32 ἀφαιρετέος
20 + 4 = 24		24 ὑπόλοιπο

Ἀσκήσεις

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω ἀφαιρέσεις :

α) Μὲ ἀνάλυσι τῶν ἀριθμῶν.

38	45	49	54	76	88	86	97	99	68
– 6	– 4	– 7	– 13	– 25	– 30	– 52	– 50	– 49	– 28

β) Μὲ τὸν σύντομο τρόπο χωρὶς ἀνάλυσι τῶν ἀριθμῶν.

87	89	76	73	54	59	66	67	48	33
– 5	– 4	– 4	– 21	– 32	– 20	– 46	– 40	– 18	– 10

β) Μὲ κρατούμενα

Πρόβλημα 1. Ἡ Ἄννα εἶχε 35 ζωγραφιές. Ἔδωσε τὶς 9 στὴ μικρότερη ἀδερφή της. Πόσες τῆς ἔμειναν ;

Πρέπει νὰ βροῦμε 35 – 9 = ; Θ' ἀφαιρέσωμε πρῶτα τὶς 5 μονάδες καὶ θὰ μείνουν 3 δεκ. (= 30). Ἀπὸ μιὰ δεκάδα τοῦ 30 θ' ἀφαιρέσωμε 4 μονάδες ἀκόμη καὶ θὰ μείνουν 26.

Γράφομε τὸν πρᾶξι :

35 – 9 = 35 – 5 – 4 = 30 – 4 = 26

Μποροῦμε νὰ τὴ γράψωμε κι ἔτσι :

35 =	30 + 5 =	20 + 15
– 9	– 9	– 9
		20 + 6 = 26

Ἐπειδὴ οἱ 5 μονάδες τοῦ μειωτέου δὲν ἔφταναν, γιὰ ν' ἀφαιρέσωμε τὶς 9 μονάδες, γι' αὐτὸ πήραμε 1 δεκάδα ἀπὸ τὸ 30 καὶ τὴν προσθέσαμε στὶς 5 μονάδες κι ἔτσι ἔγιναν 15.

Τὸν παραπάνω ἀναλυτικὸ τρόπο μποροῦμε νὰ τὸν γράψωμε πιὸ σύντομα :

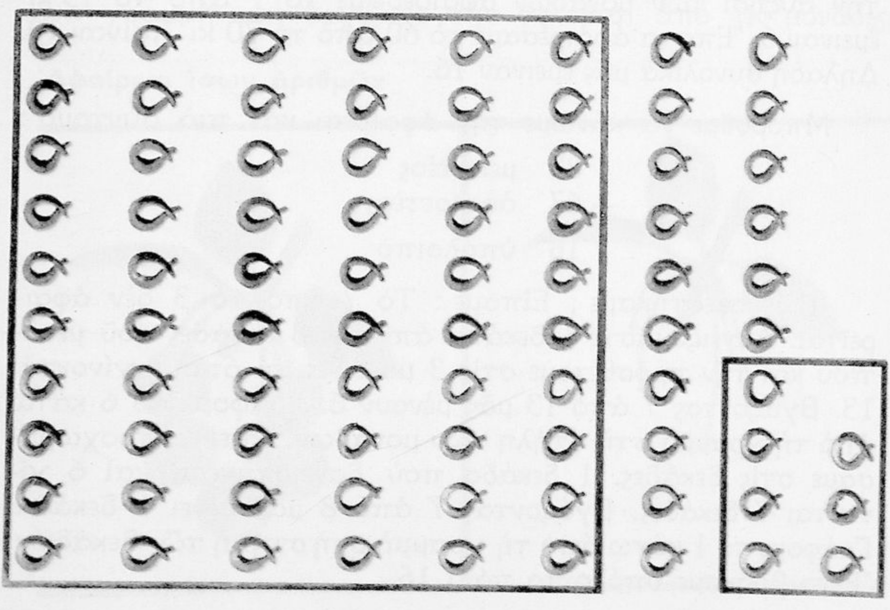
$$\begin{array}{rl} 35 & \text{μειωτέος} \\ -\ 9 & \text{ἀφαιρετέος} \\ \hline 26 & \text{ὑπόλοιπο} \end{array}$$

Κι ἐδῶ ἐργαστήκαμε, ὅπως καὶ στὸν προηγούμενο τρόπο, δηλαδὴ αὐξήσαμε τὶς μονάδες. Εἴπαμε: Τὸ 9 ἀπὸ τὸ 5 δὲν ἀφαιρεῖται. Δανειζόμαστε 1 δεκάδα ἀπὸ τὶς 3 δεκάδες καὶ τὴν προσθέτομε στὸ 5, τὸ ὁποῖο γίνεται 15. Βγάζοντας 9 ἀπὸ 15 μᾶς μένουν 6. Γράφομε τὸ 6 κάτω ἀπὸ τὴ γραμμὴ στὴ στήλη τῶν μονάδων. Ἔπειτα εἴπαμε: 1 δεκάδα ποὺ δανειστήκαμε τὴν ἀφαιροῦμε ἀπὸ τὶς 3 δεκάδες καὶ μένουν 2 δεκάδες. Γράφομε τὸ 2 κάτω ἀπὸ τὴ γραμμὴ στὴ στήλη τῶν δεκάδων. Ἔτσι βρήκαμε τὸ ἴδιο ὑπόλοιπο 26.

Πρόβλημα 2. Ἕνας ἀρτοποιὸς ἔβγαλε 83 κουλλούρια καὶ πούλησε τὰ 67. Πόσα τοῦ ἔμειναν;

Πρέπει νὰ βροῦμε $83 - 67 =$;

Φανταστῆτε τὰ κουλλούρια, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα.



Κλεῖστε μέσα σὲ καμπύλες γραμμὲς τὰ 67 κουλλούρια. Ὅπως βλέπετε, βγάλαμε πρῶτα 6 δεκάδες κουλλούρια κι ἔμειναν 23. Ἀπὸ αὐτὰ βγάλαμε τὰ ὑπόλοιπα 7. Δηλαδὴ πρῶτα τὰ 3 κι ἔμειναν 20, κι ἔπειτα 4 ἀκόμη ἀπὸ τὴ μιὰ δεκάδα τοῦ 20. Ἔτσι βρήκαμε ὅτι ἔμειναν 16 κουλλούρια.

Γράφομε τὶς πράξεις, ὅπως τὶς ἐκτελέσαμε ἀπὸ μνήμης μὲ τὴν βοήθεια τοῦ σχήματος: $83 - 67 = 23 - 7 = 23 - 3 - 4 = 20 - 4 = 16$.

Μποροῦμε ἐπίσης νὰ τὶς γράψωμε ἔτσι:

$$\begin{array}{rcrcr} 83 & = & 80 + 3 & = & 70 + 13 \\ \underline{-\ 67} & = & \underline{-\ (60 + 7)} & = & \underline{-\ (60 + \ \ 7)} \\ & & & & 10 + \ \ 6 \ = 16 \end{array}$$

Ὅπως καὶ στὸ προηγούμενο πρόβλημα, οἱ μονάδες τοῦ μειωτέου εἶναι λιγώτερες καὶ δὲν φτάνουν, γιὰ ν' ἀφαιρέσωμε τὶς μονάδες τοῦ ἀφαιρετέου. Γι' αὐτὸ πήραμε 1 δεκάδα (= 10 μονάδες) ἀπὸ τὸ 80 καὶ τὴν προσθέσαμε στὶς 3 μονάδες, οἱ ὁποῖες ἔγιναν 13, ἐνῶ τὸ 80 ἔγινε 70. Ὕστερα ἀπὸ αὐτὴ τὴν αὔξησι τῶν μονάδων ἀφαιρέσαμε τὸ 7 ἀπὸ τὸ 13 κι' ἔμειναν 6. Ἔπειτα ἀφαιρέσαμε τὸ 60 ἀπὸ τὸ 70 κι ἔμειναν 10. Δηλαδὴ συνολικὰ μᾶς ἔμειναν 16.

Μποροῦμε νὰ κάνωμε τὴν ἀφαίρεσι καὶ πιὸ σύντομα:

$$\begin{array}{rl} 83 & \text{μειωτέος} \\ \underline{-\ 67} & \text{ἀφαιρετέος} \\ 16 & \text{ὑπόλοιπο} \end{array}$$

Πῶς σκεφτήκαμε; Εἴπαμε: Τὸ 7 ἀπὸ τὸ 3 δὲν ἀφαιρεῖται. Δανειζόμαστε 1 δεκάδα ἀπὸ τὶς 8 δεκάδες τοῦ μειωτέου καὶ τὴν προσθέτομε στὶς 3 μονάδες, οἱ ὁποῖες γίνονται 13. Βγάζοντας 7 ἀπὸ 13 μᾶς μένουν 6. Γράφομε τὸ 6 κάτω ἀπὸ τὴ γραμμὴ στὴ στήλη τῶν μονάδων. Ἔπειτα προχωρήσαμε στὶς δεκάδες. 1 δεκάδα ποὺ δανειστήκαμε καὶ 6 γίνονται 7 δεκάδες. Βγάζοντας 7 ἀπὸ 8 μᾶς μένει 1 δεκάδα. Γράφομε τὸ 1 κάτω ἀπὸ τὴ γραμμὴ στὴ στήλη τῶν δεκάδων. Ἔτσι βρήκαμε ὑπόλοιπο πάλι 16.

Αὐτὸς ὁ σύντομος τρόπος εἶναι ὁ συνηθισμένος. Αὐτὸν θὰ χρησιμοποιοῦμε κι ἐμεῖς στὴ γραπτὴ ἀφαίρεσι. Μποροῦμε ὅμως νὰ χρησιμοποιήσωμε καὶ ὅποιον ἄλλο τρόπο θέλομε.

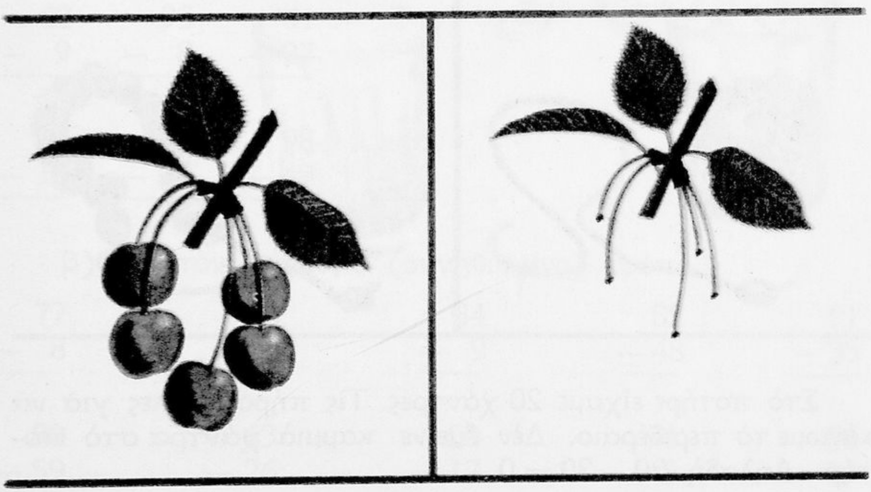
Σημείωσι. Ὅταν χρησιμοποιοῦμε τὸν συνηθισμένο τρόπο, τότε θ' ἀρχίζωμε τὴν ἀφαίρεσι πάντοτε ἀπὸ τὶς μονάδες.

Στὴν ἀφαίρεσι ἔχομε δύο ἀριθμούς, τὸν μειωτέο καὶ τὸν ἀφαιρετέο. Μειωτέος εἶναι ὁ ἀριθμὸς ποὺ μειώνεται, λιγοστεύει. Ἀφαιρετέος εἶναι ὁ ἀριθμὸς ποὺ πρέπει ν' ἀφαιρεθῆ· μᾶς δείχνει πόσες μονάδες πρέπει νὰ μειωθῆ ὁ μειωτέος. Αὐτὸς εἶναι μικρότερος ἢ ἴσος μὲ τὸν μειωτέο.

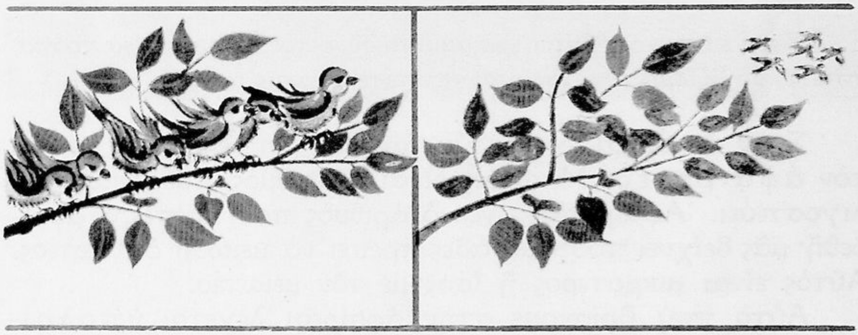
Αὐτὸ ποὺ βρίσκομε στὴν ἀφαίρεσι λέγεται ὑπόλοιπο ἢ διαφορά.

Γιὰ νὰ κάνωμε τὴν ἀφαίρεσι, γράφομε πρῶτα τὸν μειωτέο καὶ κάτω ἀπὸ αὐτὸν τὸν ἀφαιρετέο, τὶς μονάδες ἀκριβῶς κάτω ἀπὸ τὶς μονάδες τοῦ μειωτέου καὶ τὶς δεκάδες ἀκριβῶς κάτω ἀπὸ τὶς δεκάδες τοῦ μειωτέου. Σύρομε ὁριζόντια γραμμὴ καὶ ἀρχίζομε τὴν ἀφαίρεσι ἀπὸ τὶς μονάδες.

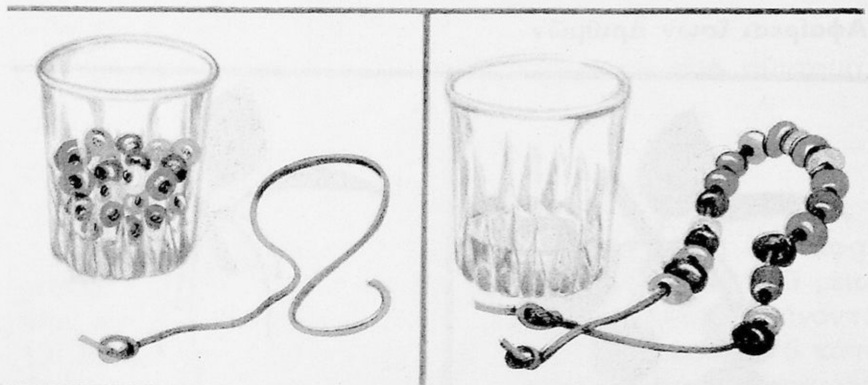
Ἀφαίρεσι ἴσων ἀριθμῶν



῾Ο Κωστάκης ἔφαγε καὶ τὰ 5 κεράσια. ῾Η δεύτερη εἰκόνα δείχνει τὸ ἴδιο κλαδάκι χωρὶς κανένα κεράσι. Σημειώνω τὴν πρᾶξι: 5 — 5 = 0.

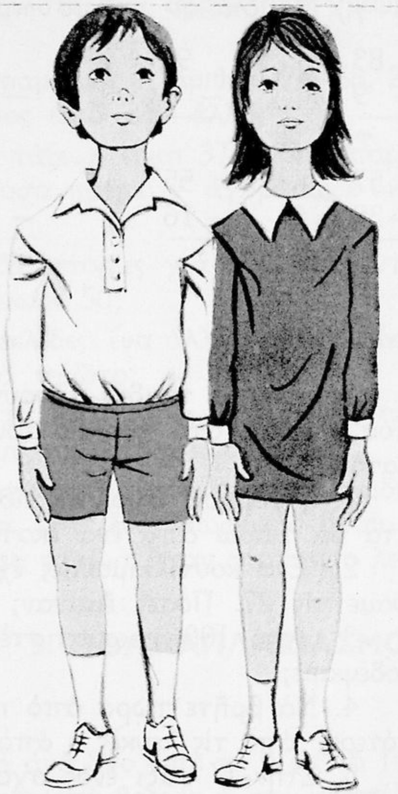


Τὰ 6 πουλιὰ κάθονταν ἐπάνω στὸ δέντρο. Πέταξαν ὅλα. Τώρα δὲν εἶναι κανένα πουλὶ ἐπάνω στὸ δέντρο. Σημειώνω τὴν πρᾶξι: 6 — 6 = 0.



Στὸ ποτήρι εἴχαμε 20 χάντρες. Τὶς πήραμε ὅλες γιὰ νὰ κάνωμε τὸ περιδέραιο. Δὲν ἔμεινε καμμιὰ χάντρα στὸ ποτήρι. Δηλαδὴ 20 — 20 = 0.

Ὁ Φάνης καὶ ἡ Χαρούλα ἔχουν τὸ ἴδιο ὕψος, δηλαδὴ 110 ἑκατοστὰ τοῦ μέτρου. Ἔχουν διαφορὰ ὕψους μηδέν. Δηλαδή : 110 − 110 = 0.



Συμπέρασμα. Ὅταν ὁ μειωτέος καὶ ὁ ἀφαιρετέος εἶναι ἴσοι, βρίσκομε ὑπόλοιπο (διαφορὰ) μηδέν.

Ἀσκήσεις

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω ἀφαιρέσεις :

α) Μὲ τὸν ἀναλυτικὸ τρόπο.

$\begin{array}{r}36\\-\ 8\\\hline\end{array}\quad\begin{array}{r}43\\-\ 7\\\hline\end{array}\quad\begin{array}{r}70\\-\ 6\\\hline\end{array}$

$\begin{array}{r}62\\-\ 9\\\hline\end{array}\quad\begin{array}{r}95\\-\ 8\\\hline\end{array}\quad\begin{array}{r}41\\-27\\\hline\end{array}$

$\begin{array}{r}54\\-18\\\hline\end{array}\quad\begin{array}{r}80\\-32\\\hline\end{array}\quad\begin{array}{r}98\\-49\\\hline\end{array}\quad\begin{array}{r}65\\-30\\\hline\end{array}$

β) Μὲ τὸν σύντομο (συνηθισμένο) τρόπο.

$\begin{array}{r}77\\-\ 8\\\hline\end{array}\quad\begin{array}{r}53\\-\ 7\\\hline\end{array}\quad\begin{array}{r}34\\-\ 9\\\hline\end{array}\quad\begin{array}{r}82\\-48\\\hline\end{array}\quad\begin{array}{r}91\\-35\\\hline\end{array}$

$\begin{array}{r}80\\-59\\\hline\end{array}\quad\begin{array}{r}63\\-26\\\hline\end{array}\quad\begin{array}{r}50\\-17\\\hline\end{array}\quad\begin{array}{r}90\\-\ 8\\\hline\end{array}\quad\begin{array}{r}86\\-39\\\hline\end{array}$

γ) Μὲ ὅποιον τρόπο προτιμᾶτε.

$$\begin{array}{r} 83 \\ -\ \ 9 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 92 \\ -\ \ 5 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 74 \\ -45 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 77 \\ -29 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 60 \\ -13 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 57 \\ -38 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 55 \\ -16 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 42 \\ -\ \ 7 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 80 \\ -56 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 70 \\ -24 \\ \hline \end{array}$$

Στὸ σχολεῖο

Σήμερα τὰ παιδιὰ λύνουν προβλήματα μὲ πράγματα ποὺ βλέπουν στὸ σχολεῖο τους. Νὰ μερικὰ τέτοια προβλήματα.

1. Ἀγόρασα σχολικὰ εἴδη ἀξίας 78 δραχμῶν. Τί ρέστα θὰ πάρω ἀπὸ ἕνα ἑκατοστάρικο;

2. Ἕνα κουτὶ κιμωλίες ἔχει 100 λευκὲς κιμωλίες. Ξοδέψαμε τὶς 27. Πόσες ἔμειναν;

3. Ἀπὸ 100 χρωματιστὲς κιμωλίες ἔμειναν 48. Πόσες ξοδέψαμε;

4. Νὰ βρῆτε τώρα ἀπὸ ποιές κιμωλίες ξοδέξαμε περισσότερες· ἀπὸ τὶς λευκὲς ἢ ἀπὸ τὶς χρωματιστές; καὶ πόσες;

5. Στὴν Γ΄ τάξι ἑνὸς σχολείου γράφτηκαν 43 παιδιά. Ἀπὸ αὐτά τὰ 25 ἦταν ἀγόρια. Πόσα ἦταν τὰ κορίτσια;

6. Οἱ τρεῖς μικρότερες τάξεις ἑνὸς ἄλλου σχολείου ἔχουν 98 παιδιά. Ἡ Α΄ τάξι ἔχει 25. Πόσα ἔχουν οἱ δύο ἄλλες τάξεις;

7. Προσέξτε τώρα. Στὴ Β΄ τάξι εἶναι 30. Πόσα παιδιὰ εἶναι στὴν Τρίτη;

8. Στὶς τρεῖς μεγαλύτερες τάξεις τοῦ ἴδιου σχολείου φοιτοῦν 100 παιδιά. Ἀπὸ αὐτὰ φοιτοῦν στὴν Δ΄ τάξι 29. Πόσα παιδιὰ δὲν φοιτοῦν στὴν Δ΄ τάξι;

9. Τώρα νὰ βρῆτε ποιές τάξεις τοῦ σχολείου αὐτοῦ ἔχουν περισσότερα παιδιὰ καὶ πόσα· ἡ Α΄ καὶ ἡ Β΄ μαζὶ ἢ ἡ Γ΄ καὶ ἡ Δ΄ μαζί;

10. Ἡ μεγάλη πλευρὰ τοῦ χάρτη εἶναι 100 ἑκατοστὰ

καὶ ἡ μικρὴ πλευρὰ εἶναι 82 ἑκατοστά. Πόσο διαφέρουν οἱ δύο πλευρές; (Χρησιμοποιῆστε τὴν ἀριθμητικὴ γραμμὴ γιὰ νὰ σᾶς βοηθήση.)

11. Στὸν πίνακα εἶναι γραμμένοι οἱ ἀριθμοὶ 74, 68, 28. Πόσο διαφέρει ὁ ἕνας ἀριθμὸς ἀπὸ τὸν ἄλλο;

12. Στὴ βιβλιοθήκη τῆς τάξεως εἶναι 37 βιβλία παραμυθιῶν. Γιὰ νὰ γίνουν 60, πόσα πρέπει ν᾿ ἀγοράσωμε ἀκόμη;

13. Ὑπάρχουν ἐπίσης 28 ἱστορίες γιὰ ζῶα καὶ φυτά. Πόσες θέλομε, γιὰ νὰ τὶς κάνωμε 50;

14. Ἕνα βιβλίο ἔχει 84 σελίδες· ἕνα ἄλλο ἔχει 58. Πόσες περισσότερες σελίδες ἔχει τὸ πρῶτο;

15. Ἡ Ἀθηνᾶ διάβασε τὶς 68 σελίδες ἀπὸ τὶς 90 ποὺ ἔχει ἕνα βιβλίο. Πόσες μένουν νὰ διαβάση ἀκόμη;

16. Εἴπαμε ὅτι στὶς 3 μικρότερες τάξεις ἦταν 98 παιδιά. Πῆγαν ἐκδρομὴ μὲ λεωφορεῖα. Στὸ ἕνα λεωφορεῖο ἦταν 33 παιδιὰ καὶ στὸ ἄλλο 34. Πόσα παιδιὰ ἦταν στὸ τρίτο λεωφορεῖο;

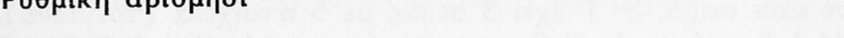
5. ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

Ρυθμικὴ ἀρίθμησι

1. Ν᾿ ἀριθμήσετε ρυθμικὰ ἀνὰ δύο ἀπὸ τὸ 0 ὣς τὸ 100, χτυπώντας μὲ τὰ δάχτυλά σας στὸ θρανίο ἢ στὸ τραπέζι : Ἕνα, δύο. Τρία, τέσσερα. Πέντε, ἔξι. Ἑφτά, ὀχτὼ κλπ.

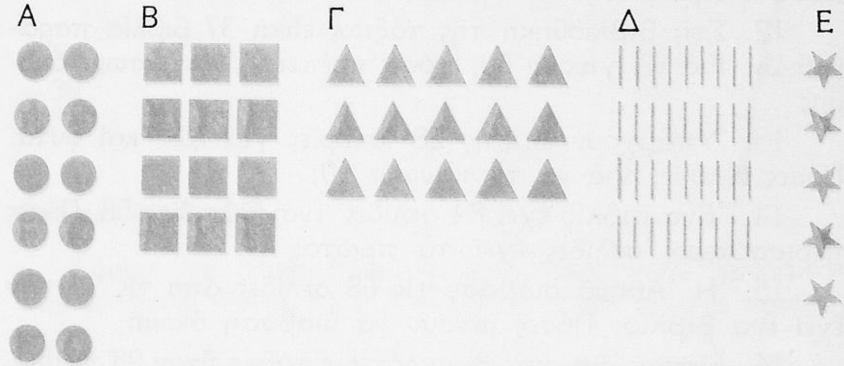
Νὰ κάμετε τὸ ἴδιο ἀνὰ 3 ὣς τὸ 99 : Ἕνα, δύο, τρία. Τέσσερα, πέντε, ἔξι κλπ.· τὸ ἴδιο ἀνὰ 4· ἔπειτα ἀνὰ 5 ὣς τὸ 100.

Κάμετε πάλι τὶς παραπάνω ρυθμικὲς ἀριθμήσεις δείχνοντας ἀντικείμενα : κύβους, μάρκες, ξυλαράκια, ὄσπρια, πόντους στὴ μετροταινία, κύκλους κλπ. Τοποθετῆστε τ᾿ ἀντικείμενα στὴ σειρὰ καὶ ἀριθμῆστε τα ρυθμικά.. Πρῶτα ἀνὰ δύο, ἔπειτα ἀνὰ τρία, ὕστερα ἀνὰ τέσσερα καὶ τέλος ἀνὰ πέντε.



Ἀντικείμενα σὲ σειρὲς (διατάξεις)

1. Στὰ παρακάτω σχήματα βλέπομε διατάξεις ἀντικειμένων.



(6 × 2) (4 × 3) (3 × 5) (4 × 9) (5 × 1)

Ἡ Α διάταξι ἔχει 6 σειρὲς μὲ 2 στοιχεῖα (κύκλους) σὲ κάθε σειρά. Ἡ Β ἔχει 4 σειρὲς μὲ 3 στοιχεῖα (τετραγωνάκια) σὲ κάθε σειρά. Ἡ Γ ἔχει 3 σειρὲς μὲ 5 στοιχεῖα (τρίγωνα). Ἡ Δ ἔχει 4 σειρὲς μὲ 9 στοιχεῖα (γραμμές). Καὶ ἡ Ε ἔχει 5 σειρὲς μ' ἕνα στοιχεῖο (ἄστρο) σὲ κάθε σειρά. Νὰ βρῆτε πόσα στοιχεῖα ἔχει ἡ κάθε διάταξι.

Νὰ κάμετε κι ἐσεῖς μὲ τ' ἀντικείμενά σας παρόμοιες διατάξεις. Σὲ μιὰ διάταξι νὰ βάλετε σειρὲς μὲ δύο ἀντικείμενα σὲ κάθε σειρά. Σὲ ἄλλη διάταξι νὰ βάλετε σειρὲς μὲ 3 ἀντικείμενα. Σὲ ἄλλη σειρὰ μὲ 4 ἀντικείμενα κ.ο.κ., ὥσπου νὰ κάμετε διάταξι, ὅπου οἱ σειρὲς θὰ ἔχουν ἀπὸ 10 ἀντικείμενα.

2. Χρησιμοποιῆστε διατάξεις τῶν ἀντικειμένων σας, γιὰ νὰ βρῆτε: πόσα μᾶς κάνουν 2 δυάρια, 3 δυάρια, 4 δυάρια, 5 δυάρια, 6 δυάρια, 7 δυάρια, 8 δυάρια, 9 δυάρια, 10 δυάρια.

Κάθε φορὰ θ' ἀριθμῆτε τ' ἀντικείμενα ἀνὰ δύο καὶ θὰ σημειώνετε τὴν πρᾶξι καὶ ὡς πρόσθεσι τοῦ 2 καὶ ὡς πολλαπλασιασμό. Π.χ. τὴ διάταξι ποὺ ἔχει 6 σειρὲς μὲ δύο ἀντικείμενα σὲ κάθε σειρὰ θὰ τὴ σημειώσωμε ἔτσι :

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 6 \times 2 = 12$$

Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο νὰ βρῆτε πόσα μᾶς κάνουν :

1 τριάρι,	2 τριάρια,	3 τριάρια	... 10 τριάρια.
1 τεσσάρι,	2 τεσσάρια,	3 τεσσάρια	... 10 τεσσάρια.
1 πεντάρι	... 10 πεντάρια.	1 ἑξάρι	... 10 ἑξάρια.
1 ἑφτάρι	... 10 ἑφτάρια.	1 ὀχτάρι	... 10 ὀχτάρια.
1 ἐννιάρι	... 10 ἐννιάρια.	1 δεκάρι	... 10 δεκάρια.

3. Διατάξεις βλέπομε πολλὲς στὴν καθημερινὴ ζωή. Π.χ. οἱ φιάλες μὲ τὶς λεμονάδες, τὶς μπύρες κλπ. μέσα στὰ κιβώτια ἀποτελοῦν διατάξεις· ἐπίσης, τ' αὐγὰ στὶς αὐγοθῆκες τοῦ αὐγοπώλη· τὰ ροδάκινα, τὰ μῆλα, τ' ἀχλάδια κλπ. μέσα στὰ κιβώτια· τὰ κουμπιὰ στὶς καρτέλες τῶν ἐμπόρων· τὰ φακελάκια μὲ τὰ μπαχαρικὰ στὶς καρτέλες· μερικὰ χάπια (φάρμακα) μέσα σὲ ζελατίνες· τὰ τζάμια τῶν παραθύρων· τὰ θρανία· οἱ μαθηταὶ στὴ γυμναστικὴ κλπ.

Νὰ πῆτε κι ἐσεῖς ἄλλες διατάξεις ποὺ ξέρετε.

4. Νὰ σχεδιάσετε στὸ τετράδιό σας :

4 σειρὲς μὲ 3 στοιχεῖα σὲ κάθε σειρὰ (4×3),
5 σειρὲς μὲ 5 στοιχεῖα σὲ κάθε σειρὰ (5×5),
2 σειρὲς $\times$ 7 στοιχεῖα, 6 σειρὲς $\times$ 8 στοιχεῖα,
7 σειρὲς $\times$ 4 στοιχεῖα, 4 σειρὲς $\times$ 1 στοιχεῖο,
1 σειρὰ $\times$ 1 στοιχεῖο, 9 σειρὲς $\times$ 3 στοιχεῖα.

Νὰ βρῆτε πόσα στοιχεῖα ἔχει κάθε μία ἀπὸ τὶς παραπάνω διατάξεις ποὺ σχεδιάσατε καὶ νὰ γράψετε τὶς πράξεις.

5. Παρατηρῆστε 5 γραμμὲς τοῦ τετραδίου σας. Οἱ γραμμὲς αὐτὲς εἶναι σειρὲς χωρὶς κανένα στοιχεῖο. Νὰ σημειώσετε τὴν πρᾶξι, ὅπως κάνετε καὶ στὶς σειρὲς ποὺ ἔχουν στοιχεῖα. Τί θὰ βρῆτε;

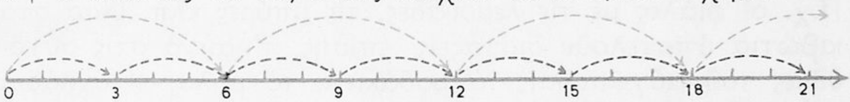
Συμπέρασμα. Ὅταν πολλαπλασιάσωμε ἕναν ἀριθμὸ ἐπὶ 0, βρίσκομε γινόμενο μηδέν.

Ἐργασίες μὲ τὴν ἀριθμητικὴ γραμμὴ

1. Τὸ παρακάτω σχῆμα δείχνει τὴ σειρὰ 3+ 3+ 3...κλπ.

Σχεδιάστε τὴ σειρὰ αὐτὴ στὸ τετράδιό σας καὶ συνεχίστε την ὣς τὸ 99, χρησιμοποιώντας ὅμοιες ἀριθμητικὲς γραμμές.

Ἐπάνω στὶς ἴδιες γραμμὲς σχηματίστε καὶ τὴ σειρὰ 6+ 6+ 6 κλπ. ὣς τὸ 96, ὅπως δείχνει τὸ ἑπόμενο σχῆμα :



Τί παρατηρεῖτε; Χρησιμοποιῆστε τὴ σειρὰ αὐτή, γιὰ νὰ βρῆτε πόσα γίνονται : 1×6, 2×6, 3×6 κλπ. ὣς τὸ 10×6.

2. Νὰ σχηματίσετε ἐπίσης τὴ σειρὰ 4+ 4+ 4 κλπ. ὣς τὸ 100, χρησιμοποιώντας ἀριθμητικὲς γραμμές.

Μὲ τὴ βοήθεια τῆς σειρᾶς νὰ βρῆτε πόσα γίνονται : 1×4, 2×4, 3×4... 10×4.

Ἐπάνω στὶς ἴδιες γραμμὲς νὰ σχηματίσετε καὶ τὴ σειρὰ 8+ 8+ 8 κλπ. ὣς τὸ 96 καὶ νὰ βρῆτε πόσα γίνονται : 1×8, 2×8... 10×8.

3. Νὰ σχηματίσετε μὲ τὸν ἴδιο τρόπο τὴ σειρὰ 5+ 5+ 5 κλπ. ὣς τὸ 100 καὶ νὰ βρῆτε πόσα γίνονται : 1×5, 2×5... 10 X 5.

4. Ἐπίσης νὰ σχηματίσετε τὶς σειρὲς 7 + 7..., 9 + 9... καὶ 10 + 10. Γιὰ τὶς τρεῖς αὐτὲς σειρὲς χρησιμοποιῆστε μετροταινίες τῶν 100 πόντων.

Νὰ βρῆτε μὲ τὴ βοήθεια τῆς μετροταινίας πόσα γίνονται : 1×7, 2×7 κλπ., 1×9, 2×9 κλπ., 1×10, 2×10 κλπ.

῾Ο πίνακας τοῦ πολλαπλασιασμοῦ

Νὰ γράψετε καὶ ν' ἀπομνημονεύσετε τὸν παρακάτω πίνακα τοῦ πολλαπλασιασμοῦ.

$1\times 1=1$	$2\times 1=2$	$3\times 1=3$	$4\times 1=4$	$5\times 1=5$
$1\times 2=2$	$2\times 2=4$	$3\times 2=6$	$4\times 2=8$	$5\times 2=10$
$1\times 3=3$	$2\times 3=6$	$3\times 3=9$	$4\times 3=12$	$5\times 3=15$
$1\times 4=4$	$2\times 4=8$	$3\times 4=12$	$4\times 4=16$	$5\times 4=20$
$1\times 5=5$	$2\times 5=10$	$3\times 5=15$	$4\times 5=20$	$5\times 5=25$
$1\times 6=6$	$2\times 6=12$	$3\times 6=18$	$4\times 6=24$	$5\times 6=30$
$1\times 7=7$	$2\times 7=14$	$3\times 7=21$	$4\times 7=28$	$5\times 7=35$
$1\times 8=8$	$2\times 8=16$	$3\times 8=24$	$4\times 8=32$	$5\times 8=40$
$1\times 9=9$	$2\times 9=18$	$3\times 9=27$	$4\times 9=36$	$5\times 9=45$
$1\times 10=10$	$2\times 10=20$	$3\times 10=30$	$4\times 10=40$	$5\times 10=50$

$6\times 1=6$	$7\times 1=7$	$8\times 1=8$	$9\times 1=9$	$10\times 1=10$
$6\times 2=12$	$7\times 2=14$	$8\times 2=16$	$9\times 2=18$	$10\times 2=20$
$6\times 3=18$	$7\times 3=21$	$8\times 3=24$	$9\times 3=27$	$10\times 3=30$
$6\times 4=24$	$7\times 4=28$	$8\times 4=32$	$9\times 4=36$	$10\times 4=40$
$6\times 5=30$	$7\times 5=35$	$8\times 5=40$	$9\times 5=45$	$10\times 5=50$
$6\times 6=36$	$7\times 6=42$	$8\times 6=48$	$9\times 6=54$	$10\times 6=60$
$6\times 7=42$	$7\times 7=49$	$8\times 7=56$	$9\times 7=63$	$10\times 7=70$
$6\times 8=48$	$7\times 8=56$	$8\times 8=64$	$9\times 8=72$	$10\times 8=80$
$6\times 9=54$	$7\times 9=63$	$8\times 9=72$	$9\times 9=81$	$10\times 9=90$
$6\times 10=60$	$7\times 10=70$	$8\times 10=80$	$9\times 10=90$	$10\times 10=100$

Πόσα γίνονται;

5×7	4×8	7×3	8×9	9×5	5×8
2×8	6×5	4×9	7×6	8×7	3×0
3×6	9×7	6×8	8×3	10×4	6×10

Προβλήματα

1. Πόσες δραχμὲς ἔχουν 2 δίδραχμα; 3,5,7,6,9,4,8,10 δίδραχμα;

2. Οἱ μαθηταὶ ἔχουν σχηματίσει τριάδες. Πόσοι μαθηταὶ εἶναι 3 τριάδες; 2, 4, 8, 6, 9, 7, 5, 10 τριάδες;

3. Ἡ ὥρα ἔχει 4 τέταρτα. Πόσα τέταρτα ἔχουν 2 ὧρες; 4, 5, 3, 6, 9, 8, 10, 7 ὧρες;

4. Πόσες δραχμὲς ἔχουν 2 πεντάδραχμα; 3, 1, 4, 6, 8, 10, 5, 7, 9 πεντάδραχμα;

5. Πόσους μῆνες ἔχουν 2 ἑξάμηνα; 3, 5, 1, 4, 8, 10, 7, 6, 9 ἑξάμηνα;

6. Πόσες ἡμέρες ἔχουν 3 ἑβδομάδες; 2, 5, 4, 7, 6, 10, 8, 9 ἑβδομάδες;

7. Κάμετε δεσμίδες μὲ 8 ξυλαράκια. Πόσα ξυλαράκια ἔχουν 2 δεσμίδες; 3, 5, 4, 7, 10, 8 δεσμίδες; Κάμετε τὸ ἴδιο καὶ μὲ τὸ 9.

8. Πόσες δραχμὲς ἔχει 1 δεκάδραχμο; 3, 8, 4, 9 δεκάδραχμα;

Παράγοντες ἀριθμῶν

Παράδειγμα. Ξέρομε ὅτι 2 πεντάδραχμα κάνουν 10 δραχμές. Γράφομε τὴν πρᾶξι: $2 \times 5 = 10$.

Οἱ ἀριθμοὶ 2 καὶ 5, ποὺ πολλαπλασιάζομε, λέγονται *παράγοντες* τοῦ 10. Τὸ 10 λέγεται *γινόμενο*.

Στὴν ἄσκησι $4 \times ; = 20$ βλέπομε ὅτι λείπει ὁ ἕνας παράγοντας. Μὲ τὸν πίνακα τοῦ πολλαπλασιασμοῦ εὔκολα βρίσκομε ὅτι εἶναι ὁ 5, διότι $4 \times 5 = 20$. Καὶ στὴν ἄσκησι $27 = ; \times 9$ εὔκολα βρίσκομε ὅτι λείπει ὁ παράγοντας 3, διότι $3 \times 9 = 27$.

Ποιοί παράγοντες λείπουν στὶς παρακάτω ἀσκήσεις;

$5 \times ; = 30$	$; \times 5 = 15$	$24 = 4 \times ;$	$30 = 10 \times ;$	$24 = 2 \times ;$
$4 \times ; = 0$	$; \times 7 = 42$	$45 = 5 \times ;$	$49 = 7 \times ;$	$68 = 2 \times ;$

Σύνθετες ἀσκήσεις πολλαπλασιασμοῦ

1. Πόσα κάνουν $(3 \times 5) + (2 \times 6)$; Θὰ ἐκτελέσωμε πρῶτα τοὺς πολλαπλασιασμοὺς ποὺ εἶναι μέσα στὶς παρενθέσεις κι ἔπειτα θὰ προσθέσωμε τὰ γινόμενα ποὺ θὰ βροῦμε.

Δηλαδή: $(3\times5)+(2\times6)=15+12=27$.

2. $(5\times6)-(2\times5)=$; Θὰ ἐκτελέσωμε πρῶτα τοὺς πολλαπλασιασμοὺς ποὺ εἶναι στὶς παρενθέσεις κι ἔπειτα θ' ἀφαιρέσωμε τὰ γινόμενα. Δηλαδή: $(5\times6)-(2\times5)=30-10=20$

3. Νὰ λύσετε τὶς παρακάτω ἀσκήσεις:

$(2\times7)+(3\times4)=$; $(6\times10)-(4\times5)=$;
$(5\times7)+(2\times0)=$; $(4\times10)-(5\times0)=$;

$(6\times8)+(6\times8)=$;
$(0\times4)+(4\times6)=$;

Προβλήματα

1. Πόσες δραχμὲς μᾶς κάνουν:
   3 πεντάδραχμα καὶ 4 δεκάδραχμα;
   2 εἰκοσάδραχμα καὶ 9 δίδραχμα;
   4 πεντάδραχμα, 5 δεκάδραχμα καὶ 6 δίδραχμα;
2. 4 τριάδες μαθηταὶ καὶ 5 ἑξάδες πόσοι μαθηταὶ εἶναι;
3. Ἔχω 8 δεκάδραχμα καὶ ξόδεψα 6 πεντάδραχμα. Πόσες δραχμὲς μοῦ ἔμειναν;
4. Πόσα πόδια ἔχουν συνολικὰ 2 γάτες, 6 γατάκια καὶ 1 σκύλος;
5. Ἀγόρασα 2 κιλὰ ψωμὶ πρὸς 6 δραχμὲς τὸ κιλό. Τί ρέστα θὰ πάρω ἀπὸ ἕνα πενηντάρικο;

Πολλαπλασιασμὸς διψηφίου ἐπὶ μονοψήφιο ἀπὸ μνήμης

Πρόβλημα. Ὁ Γιαννάκης εἶναι 3 ἐτῶν. Πόσων μηνῶν εἶναι;

Σκέψι. Τὸ 1 ἔτος ἔχει 12 μῆνες, τὰ 3 ἔτη ἔχουν 3×12. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ 3×12 πόσο μᾶς κάνει, πολλαπλασιάζομε $3\times10=30$ καὶ $3\times2=6$. Ἔπειτα προσθέτομε $30+6=36$. Ὥστε $3\times12=36$.

Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω ἀσκήσεις:

4×21	4×22	4×23	4×24	4×25	4×26
3×27	3×28	3×29	2×31	2×46	2×48
5×19	6×16	7×14	9×11	8×12	4×18

Στ' ὀπωροπωλεῖο

Στ' ὀπωροπωλεῖο τῆς γειτονιᾶς διαβάζομε τὶς παρακάτω τιμές:

σταφύλια	7 δραχ.	τὸ	κιλὸ	φράουλες	14 δραχ.	τὸ	κιλὸ
μῆλα	6	»	»	καρπούζια	2	»	»
ἀχλάδια	12	»	»	πεπόνια	3	»	»
ροδάκινα	9	»	»	ντομάτες	4	»	»
πορτοκάλια	4	»	»	κολοκυθάκια	6	»	»
μπανάνες	17	»	»	πατάτες	3	»	»

Νὰ βρῆτε τώρα:

1. Πόσο κάνουν 3 κιλὰ σταφύλια; 7, 9, 5 κιλά;

Σ η μ ε ί ω σ ι. Τὴν τιμὴ θὰ τὴ δῆτε στὸ τιμολόγιο.

2. Ἡ μητέρα ἀγόρασε 4 κιλὰ μῆλα καὶ 2 κιλὰ ἀχλάδια. Γιὰ ποιά φροῦτα ἔδωσε περισσότερα χρήματα;
3. Ὁ μανάβης πούλησε 9 καρπούζια. Κάθε καρπούζι ζύγιζε κατὰ μέσον ὅρο 3 κιλά. Πόσα χρήματα εἰσέπραξε;
4. Πόσο κάνουν: α) ὀχτώμισυ κιλὰ πορτοκάλια; β) πεντέμισυ κιλὰ κολοκυθάκια; γ) ἑνάμισυ κιλὸ ἀχλάδια;
5. Ὁ μανάβης ἀγόρασε 3 σακκιὰ πατάτες. Τὸ κάθε σακκὶ ζύγιζε 32 κιλά. Πόσο ζύγιζαν καὶ τὰ τρία σακκιά;
6. Πόσο ἀξίζουν 4 κιλὰ μπανάνες καὶ 2 κιλὰ φράουλες;
7. Κάμετε κι ἐσεῖς ὅμοια προβλήματα.
8. Νὰ βρῆτε τὸ διπλάσιο τοῦ 15,25,35,45,17,26,39,48.
9. Ἐπίσης τὸ τριπλάσιο τοῦ 20,30,15,25,24,32,18,27,16.
10. Ἐπίσης τὸ τετραπλάσιο τοῦ 10, 20, 25, 15, 18.
11. Ὁ γιὸς εἶναι 18 ἐτῶν. Ὁ πατέρας του ἔχει ἡλικία δυόμισυ φορὲς μεγαλύτερη ἀπὸ τὴν ἡλικία τοῦ γιοῦ. Πόσων ἐτῶν εἶναι ὁ πατέρας;

Πῶς γίνεται ὁ πολλαπλασιασμὸς μὲ μονοψήφιο πολλαπλασιαστὴ

α) Χωρὶς κρατούμενα

Πρόβλημα. Ἕνα κιλὸ μακαρόνια ἔχει 12 δραχμές. Πόσο ἔχουν τὰ 3 κιλά;

Γιὰ τὸ ἕνα κιλὸ θὰ δώσωμε 12 δραχμές. Γιὰ τὰ 2 κιλὰ θὰ δώσωμε 12+ 12 δραχμές, δηλ. 2×12. Καὶ γιὰ τὰ 3 κιλὰ θὰ δώσωμε 12+ 12+ 12 δραχμές, δηλαδὴ 3×12. Ἐδῶ ἐπαναλαμβάνομε τὸ 12 τρεῖς φορές. Εὔκολα βρίσκομε ὅτι $3\times 12 = 3\times 10 + 3\times 2 = 30 + 6 = 36$

$$\text{ἢ } 3\times 12 = \left\{\begin{array}{lcl} 3\times 1 \text{ δεκάδα} & = & 3 \text{ δεκάδες} \\ +\,3\times 2 \text{ μονάδες} & = & 6 \text{ μονάδες.} \end{array}\right.$$

$$3 \text{ δεκάδες} + 6 \text{ μονάδες} = 36.$$

Μποροῦμε νὰ γράψωμε τὶς παραπάνω πράξεις κι ἔτσι:

$$\begin{array}{l} \ 10 + 2 \\ \times \qquad 3 \\ \hline 30 + 6 = 36 \end{array} \qquad \text{ἢ} \qquad \begin{array}{l} 1 \text{ δεκάδα} + 2 \text{ μονάδες} \\ \times \qquad\qquad 3 \\ \hline 3 \quad \text{»} \quad + 6 \text{ μον.} = 36 \end{array}$$

Ἀρχίζομε τὸν πολλαπλασιασμὸ ἢ ἀπὸ τὶς δεκάδες ἢ ἀπὸ τὶς μονάδες.

Τὸν τελευταῖο τρόπο τὸν γράφομε πιὸ σύντομα:

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 36. \end{array}$$

Ἐδῶ ἀρχίζομε ἀπὸ τὶς μονάδες. Λέμε: 3×2 μονάδες = 6 μονάδες. Γράφομε τὸ 6 κάτω ἀπὸ τὴ γραμμὴ στὴ στήλη τῶν μονάδων. 3×1 δεκάδα = 3 δεκάδες. Γράφομε τὸ 3 στὴ στήλη τῶν δεκάδων.

β) Μὲ κρατούμενα

Πρόβλημα. Ἕνα κιλὸ ζάχαρι ἔχει 14 δραχμές. Πόσο ἔχουν τὰ 6 κιλά; Σκεφτόμαστε, ὅπως καὶ στὸ προηγούμενο πρόβλημα. Θὰ πληρώσωμε 14+ 14+ 14+ 14+ 14+ 14 δραχμές, δηλαδὴ 6×14 δραχμές. Ἐδῶ ἐπαναλαμβάνομε τὸ 14 ἕξι φορὲς καὶ βρίσκομε:

$6 \times 14 = 6 \times 10 + 6 \times 4 = 60 + 24 = 84$

$$\text{ἢ } 6 \times 14 = \begin{cases} \quad 6 \times 1 \text{ δεκάδα} = \;\; 6 \text{ δεκ.} \\ + \; 6 \times 4 \text{ μονάδες} = 24 \text{ μον.} = 2 \text{ δεκ.} + 4 \text{ μον.} \end{cases}$$

6 δεκάδ. + 2 δεκάδ. + 4 μονάδ. = 8 δεκάδ. + 4 μονάδ. = 84.

Μποροῦμε νὰ γράψωμε τὶς παραπάνω πράξεις κι ἔτσι:

$$\begin{array}{r} 10 + 4 \\ \times \quad\;\; 6 \\ \hline 60 + 24 = 84 \end{array} \qquad \text{ἢ} \qquad \begin{array}{r} 1 \text{ δεκ.} + \;\; 4 \text{ μον.} \\ \times \qquad\qquad 6 \\ \hline 6 \text{ δεκ.} + \;\; 24 \text{ μον.} \end{array} = 6 \text{ δεκ.} + 2 \text{ δεκ.} + 4 \text{ μον.} = 8 \text{ δεκ.} + 4 \text{ μον.} = 84$$

Τὸν τελευταῖο τρόπο τὸν γράφομε πιὸ σύντομα:

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times \;\; 6 \\ \hline 84 \end{array}$$

Ἀρχίζομε ἀπὸ τὶς μονάδες. Λέμε: 6 × 4 μονάδες = 24. Γράφομε τὸ 4 καὶ κρατοῦμε τὶς 2 δεκάδες (γιὰ νὰ τὶς προσθέσωμε στὶς δεκάδες). Ἔπειτα λέμε: 6 × 1 δεκάδα = 6 δεκάδες καὶ 2 τὰ κρατούμενα = 8. Γράφομε τὸ 8 στὴ στήλη τῶν δεκάδων. Βρήκαμε καὶ μὲ τὸν τρόπο αὐτὸ τὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα 84. Ὁ τρόπος αὐτὸς εἶναι ὁ συνηθισμένος.

Σημείωσι. Στὸ πρόβλημα αὐτὸ ἐπαναλαμβάνομε τὸν ἀριθμὸ 14 ἕξι φορές. Ἡ πρᾶξι αὐτὴ λέγεται **πολλαπλασιασμός**.

Ὥστε πολλαπλασιασμὸς λέγεται ἡ πρᾶξι στὴν ὁποία μᾶς δίνονται δύο ἀριθμοὶ κι ἐπαναλαμβάνομε τὸν ἕνα τόσες φορές, ὅσες μονάδες ἔχει ὁ ἄλλος.

Ὅπως βλέπομε, ὁ πολλαπλασιασμὸς εἶναι πρόσθεσι ἴσων ἀριθμῶν $(14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14)$.

Ὁ ἀριθμὸς ποὺ ἐπαναλαμβάνομε λέγεται **πολλαπλασιαστέος**. Ὁ ἀριθμὸς ποὺ μᾶς δείχνει πόσες φορὲς θὰ ἐπαναλάβωμε τὸν πολλαπλασιαστέο λέγεται **πολλαπλασιαστής**.

Αὐτὸ ποὺ βρίσκομε στὸν πολλαπλασιασμὸ λέγεται **γινόμενο**.

Στὸ παραπάνω πρόβλημα πολλαπλασιαστέος εἶναι τὸ 14, πολλαπλασιαστὴς τὸ 6 καὶ γινόμενο τὸ 84.

Ἀσκήσεις

Νὰ λύσετε τὶς παρακάτω ἀσκήσεις:

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times \;\; 3 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14 \\ \times \;\; 2 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 21 \\ \times \;\; 4 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 32 \\ \times \;\; 3 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 23 \\ \times \;\; 3 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 41 \\ \times \;\; 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times\ 5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \\ \times\ 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 40 \\ \times\ 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 44 \\ \times\ 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 33 \\ \times\ 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 22 \\ \times\ 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times\ 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 14 \\ \times\ 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \times\ 5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ \times\ 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 19 \\ \times\ 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \\ \times\ 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times\ 6 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ \times\ 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 37 \\ \times\ 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 28 \\ \times\ 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 49 \\ \times\ 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ \times\ 3 \\ \hline \end{array}$$

Στὸ παντοπωλεῖο

Στὸ τιμολόγιο τοῦ παντοπωλείου διαβάζομε τὶς παρακάτω τιμές :

Μακαρόνια	12	δραχμὲς	τὸ	κιλὸ
ρύζι α΄ ποιότητος	17	»	»	»
ζάχαρι	14	»	»	»
λάδι	34	»	»	»
ἐλιὲς α΄ ποιότητος	25	»	»	»
σαπούνι	13	»	»	»
τυρὶ φέτα	36	»	»	»
τυρὶ κασέρι	52	»	»	»
λίπος	48	»	»	»
ἀλεύρι α΄ ποιότητος	10	»	»	»
βακαλάος	24	»	»	»
κονσέρβες κρέατος	15	»	»	κουτὶ

Νὰ βρῆτε :

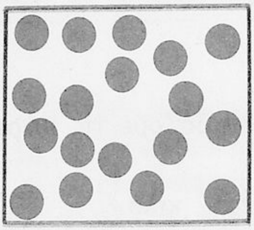
1. Πόσο κάνουν 4 κιλὰ ρύζι; 3, 5, 2 κιλά;
2. Πόσο κάνουν 7 κιλὰ σαπούνι; 6, 4, 5 κιλά;
3. Πόσα θὰ πληρώσωμε χωριστὰ γιὰ 2 κιλὰ λάδι; γιὰ 2 κιλὰ τυρὶ φέτα; γιὰ 7 κιλὰ ἀλεύρι; γιὰ 6 κονσέρβες κρέατος;
4. Ἀγοράζω 3 κιλὰ ζάχαρι. Τί ρέστα θὰ πάρω ἀπὸ ἕνα πενηντάρι;
5. Ἡ μητέρα ἀγόρασε 2 κιλὰ λάδι καὶ τῆς ἔμειναν 32 δραχμές. Πόσα χρήματα εἶχε πάρει μαζί της;

6. Ποιά ἀξίζουν περισσότερο; 4 κιλὰ μακαρόνια ἢ 3 κιλὰ ρύζι;

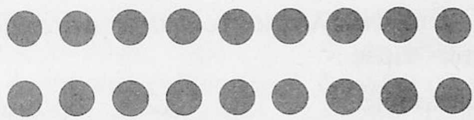
7. Κάμετε κι ἐσεῖς ὅμοια προβλήματα.

6. ΔΙΑΙΡΕΣΙ

Ἐργασίες



Σχ. 1



Σχ. 2

1. Στὸ σχῆμα 1 βλέπετε μερικοὺς μικροὺς κύκλους. Μποροῦσαν νὰ ἦταν καὶ τρίγωνα, τετράγωνα, εἰκόνες ζώων, πουλιῶν, αὐτοκινήτων κλπ.

Σχεδιάστε τὰ στοιχεῖα αὐτά, στὸ τετράδιό σας, πρῶτα σὲ 2 ἴσες σειρὲς (σχ. 2), ἔπειτα σὲ 3 σειρές, ὕστερα σὲ 6 σειρὲς καὶ τέλος σὲ 9 σειρὲς καὶ σημειῶστε τὶς πράξεις.

Παρατηροῦμε ὅτι, ὅταν μοιράσωμε τὰ στοιχεῖα σὲ 2 ἴσες σειρές, θὰ ἔχη κάθε σειρὰ ἀπὸ 9, δηλαδὴ $18 : 2 = 9$. Ἐπίσης παρατηροῦμε ὅτι $18 : 3 = 6$, $18 : 6 = 3$, $18 : 9 = 2$.

2. Πάρτε 25 ἀντικείμενα· π.χ. κύβους, μάρκες, ξυλαράκια, χάντρες κλπ. Πῶς θὰ τὰ τοποθετήσετε σὲ σειρές, ὥστε ὅλες νὰ ἔχουν τὰ ἴδια καὶ νὰ μὴ μένη ὑπόλοιπο ; Σημειῶστε τὴν πρᾶξι.

Τοποθετῆστε τὰ ἴδια ἀντικείμενα σὲ 6 σειρές· ἔπειτα σὲ 7 καὶ σὲ 3 σειρές. Πόσα θὰ ἔχη κάθε σειρὰ καὶ τί ὑπόλοιπο θὰ μένη κάθε φορά ; Σημειῶστε τὶς πράξεις.

3. Ποιές διατάξεις μπορεῖτε νὰ κάμετε μὲ 33 ἀντικείμενα ; Νὰ σημειώσετε ἔπειτα τὶς πράξεις.

4. Ἔχετε 19 ἀντικείμενα. Νὰ τὰ τοποθετήσετε σὲ σειρὲς ἔτσι, ὥστε νὰ μείνη τὸ μικρότερο ὑπόλοιπο ποὺ μπορεῖ

νὰ μείνη. Π.χ. ἂν τὰ τοποθετήσετε σὲ 3 σειρὲς ἀπὸ 6 σὲ κάθε μία, θὰ χρησιμοποιήσετε 18 καὶ θὰ μείνη 1. Αὐτὸ τὸ 1 εἶναι τὸ μικρότερο ὑπόλοιπο. Δηλαδὴ 19 : 3 μᾶς δίνει πηλίκο 6 καὶ ὑπόλοιπο 1.

Διαίρεσι μερισμοῦ ἀπὸ μνήμης

Παράδειγμα 1. Νὰ μοιράσετε 12 μάρκες σὲ 3 παιδιά. Πόσες θὰ πάρη τὸ καθένα ; Εὔκολα βρίσκομε ὅτι θὰ πάρη 4. Ἐδῶ ἔχομε μιὰ ἄλλη πρᾶξι, ποὺ δὲν μοιάζει μὲ τὶς τρεῖς προηγούμενες. Λέγεται διαίρεσι. Κι ἐπειδὴ χωρίζομε τὶς μάρκες ἢ ὁποιαδήποτε ἄλλα ἀντικείμενα σὲ ἴσα μερίδια, γι' αὐτὸ λέγεται διαίρεσι μερισμοῦ. Γράφομε τὴν πρᾶξι $12:3=4$. Τὸ σημεῖο τῆς διαιρέσεως εἶναι τὸ : (διὰ ἢ μέ). Ὁ ἀριθμὸς 12 ποὺ μοιράζομε λέγεται διαιρετέος. Ὁ ἀριθμὸς 3 ποὺ μᾶς λέει σὲ πόσα ἴσα μερίδια θὰ μοιράσωμε τὸν διαιρετέο λέγεται διαιρέτης. Καὶ ὁ ἀριθμὸς 3 ποὺ βρήκαμε λέγεται πηλίκο.

Συμπέρασμα. Διαίρεσι μερισμοῦ εἶναι ἡ πρᾶξι στὴν ὁποία μᾶς δίνονται δύο ἀριθμοὶ καὶ μοιράζομε τὸν ἕνα σὲ τόσα ἴσα μέρη, ὅσα δείχνουν οἱ μονάδες ποὺ ἔχει ὁ ἄλλος.

Στὴ διαίρεσι μερισμοῦ ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης εἶναι ἀριθμοὶ ἑτεροειδεῖς.

Παράδειγμα 2. Ἂν μοιράσωμε τὶς μάρκες σὲ δύο παιδιά, θὰ πάρη τὸ καθένα ἀπὸ 6. Δηλαδὴ $12 : 2 = 6$. Τὸ λέμε κι ἔτσι: τὸ μισὸ τοῦ $12 = 6$. Τὸ μισὸ τὸ γράφομε $\frac{1}{2}$. Μποροῦμε λοιπὸν νὰ γράψωμε : τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ $12 = 6$.

Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο βρίσκομε εὔκολα ὅτι τὸ τέταρτο $\left(\frac{1}{4}\right)$ τοῦ 12 εἶναι 3· δηλαδή, ἂν μοιράσωμε τὸ 12 σὲ 4 παιδιά, τὸ καθένα θὰ πάρη ἀπὸ 3. Δηλαδὴ $12 : 4 = 3$ ἢ τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ $12 = 3$.

Ἀσκήσεις

$16 : 2 =$; $35 : 5 =$; $\frac{1}{2}$ τοῦ $10 =$; $\frac{1}{2}$ τοῦ $36 =$;

$20 : 4 =$; $72 : 9 =$; $\frac{1}{2}$ » $30 =$; $\frac{1}{2}$ » $60 =$;

$32 : 8 =$; $56 : 8 =$; $\frac{1}{2}$ » $28 =$; $\frac{1}{2}$ » $42 =$;

$54 : 6 =$; $81 : 9 =$;

$\frac{1}{4}$ τοῦ $8 =$;

$\frac{1}{4}$ » $40 =$;

$\frac{1}{4}$ » $24 =$;

Προβλήματα

1. Ἕνας ποδηλάτης διέτρεξε 54 χιλιόμετρα σὲ 3 ὧρες. Πόσα χιλιόμετρα διέτρεξε σὲ 1 ὥρα ;

2. Ἕνα βιβλίο ἔχει 100 σελίδες. Πόσες εἶναι οἱ μισὲς σελίδες του; Πόσο εἶναι τὸ $\frac{1}{4}$ (ἕνα τέταρτο) τῶν σελίδων ;

3. Δύο μικροὶ λαχειοπῶλες κέρδισαν μαζὶ ἀπὸ τὴν ἐργασία τους σὲ μιὰ μέρα 90 δραχμές. Πόσες δραχμὲς θὰ πάρη ὁ καθένας;

Ἀπάντησι. Θὰ μοιράσωμε τὸ 90 σὲ 2 καὶ ὁ καθένας θὰ πάρη τὸ $\frac{1}{2}$ (μισὸ) τοῦ 90. Δηλαδὴ $90 : 2 = 45$ ἢ $\frac{1}{2}$ τοῦ $90 = 45$.

Ἂν κέρδιζαν 80, 60, 70, 76, 72, 84, 50 δραχμές, πόσες θὰ ἔπαιρνε ὁ καθένας ; Νὰ γράψετε τὶς ἀπαντήσεις καὶ μὲ τοὺς δύο τρόπους.

4. Τὸ $\frac{1}{2}$ (μισὸ) τοῦ 13 εἶναι 6 καὶ μισό. Νὰ βρῆτε τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ 15, 17, 27, 31, 43.

5. Νὰ βρῆτε τὸ $\frac{1}{4}$ (ἕνα τέταρτο) τῶν ἀριθμῶν 20, 32, 24, 16, 36, 40, 48, 60, 68.

Διαίρεσι μετρήσεως ἀπὸ μνήμης

Ἐργασίες. Νὰ γεμίσετε μὲ νερὸ ἄδειες φιάλες ἀπὸ γάλα ἢ ἄλλα δοχεῖα. Χρησιμοποιῆστε γιὰ μονάδα μικρὰ πρόχειρα κυπελλάκια πλαστικὰ ἢ φλιτζανάκια ἢ ποτηράκια. Νὰ μετρᾶτε κάθε φορὰ πόσα κυπελλάκια, φλιτζανάκια κλπ. νερὸ χωροῦν στὸ κάθε δοχεῖο.

Ὅταν τὸ γεμίσετε, νὰ κάνετε τὴν ἀντίθετη ἐργασία: θὰ μοιράζετε τὸ νερὸ τοῦ δοχείου σὲ κυπελλάκια στὴ σειρὰ καὶ θὰ μετρᾶτε πόσα χρειάζεστε κάθε φορά. Θὰ πρέπη νὰ βρίσκετε τὸν ἴδιο ἀριθμό, καὶ ὅταν γεμίζετε καὶ ὅταν ἀδειάζετε.

Σημείωσι. Ἂν δὲν ἔχετε πολλὰ κυπελλάκια, θὰ γεμίζετε ἕνα καὶ θὰ χύνετε τὸ νερό. Θὰ μετρᾶτε πόσες φορὲς τὸ γεμίσατε. Εἶναι τὸ ἴδιο, σὰ νὰ εἴχατε πολλὰ κυπελλάκια στὴ σειρὰ καὶ τὰ γεμίσατε.

Παράδειγμα 1. Ἕνα δοχεῖο γεμάτο λάδι περιέχει 10 κιλὰ λάδι. Μοιράζομε τὸ λάδι τοῦ δοχείου σὲ φιάλες τῶν 2 κιλῶν, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα. Μετροῦμε καὶ βρίσκομε ὅτι θὰ χρειαστοῦμε 5 τέτοιες φιάλες.

10 ΚΙΛΑ

Ἂν ρίξωμε τὸ λάδι ποὺ εἶναι τώρα στὶς φιάλες πάλι μέσα στὸ δοχεῖο, θὰ τὸ χωρέση ὅλο καὶ μόνο αὐτό. Δηλαδὴ θὰ χωρέση 5 φιάλες λάδι. Ἂν δὲν ἔχωμε 5 φιάλες ἀλλὰ μόνο 1, τότε, γιὰ νὰ γεμίσωμε τὸ δοχεῖο, θὰ πρέπη νὰ γεμίσωμε καὶ ν᾽ ἀδειάσωμε στὸ δοχεῖο τὴ 1 φιάλη πέντε φορές.

Ὥστε τὰ 2 κιλὰ περιέχονται μέσα στὰ 10 κιλὰ πέντε φορές.

Γράφομε τὴν πρᾶξι · 10 : 2 = 5.

Ἂν ἔχωμε δοχεῖο μὲ 20 κιλὰ λάδι καὶ γεμίσωμε τὶς φιάλες, θὰ τὶς μετρήσωμε καὶ θὰ βροῦμε ὅτι εἶναι 10 στὴ σειρά, δηλαδὴ εἶναι τόσες, ὅσες φορὲς περιέχονται τὰ 2 κιλὰ μέσα στὰ 20 κιλά. Γράφομε τὴν πρᾶξι · 20 : 2 = 10.

Ἐδῶ ἔχομε ἄλλο εἶδος διαιρέσεως. Ἡ διαίρεσι αὐτὴ λέγεται *διαίρεσι μετρήσεως*. Γιατί ;

Συμπέρασμα. Διαίρεσι μετρήσεως εἶναι ἡ πρᾶξι μὲ τὴν ὁποία βρίσκομε πόσες φορὲς ἕνας ἀριθμὸς χωράει σ᾽ ἕναν ἄλλο ἀριθμό.

Στὴ διαίρεσι μετρήσεως ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης εἶναι ἀριθμοὶ ὁμοειδεῖς.

Ἀσκήσεις

Τὸ	3	στὸ	15	πόσες	φορὲς	χωράει ;
»	2	»	16	»	»	»
»	4	»	20	»	»	»
»	6	»	30	»	»	»
»	7	»	56	»	»	»
»	9	»	63	»	»	»
»	8	»	32	»	»	»
»	5	»	45	»	»	»

Τὸ	3	στὸ	17	χωράει	5	φορὲς	καὶ	μένουν	2
»	6	»	39	»	;	»	»	»	;
»	7	»	45	»	;	»	»	»	;
»	8	»	68	»	;	»	»	»	;

Σημείωσι. Τὶς ἴδιες ἀσκήσεις μποροῦμε νὰ τὶς γράψωμε καὶ μὲ τὸ : (διά). Π.χ. Τὸ 3 στὸ 15 χωράει 5, ἢ 15 : 3 = 5.

Τὸ 3 στὸ 17 χωράει 5 φορὲς καὶ μένουν 2, ἢ 17 : 3 μᾶς δίνει πηλίκο 5 καὶ ὑπόλοιπο 2.

Προβλήματα

1. Μὲ 48 δραχμὲς πόσα κιλὰ μῆλα ἀγοράζομε ; πόσα κιλὰ ἀχλάδια ; Τὶς τιμὲς θὰ τὶς βρῆτε στὸ τιμολόγιο τοῦ ὀπωροπωλείου.

2. Νὰ βρῆτε πόσα κιλὰ ἀπὸ κάθε εἶδος τοῦ ὀπωροπωλείου ἀγοράζομε μὲ 50 δραχμὲς καὶ τί ρέστα θὰ ἔχωμε κάθε φορά.

3. 90 ἐκδρομεῖς πῆγαν ἐκδρομὴ μὲ λεωφορεῖα. Σὲ κάθε λεωφορεῖο ἦταν 30 ἐκδρομεῖς. Πόσα ἦταν τὰ λεωφορεῖα ;

4. Σὲ μερικὰ ἐλαιουργεῖα τοποθετοῦν τὸ λάδι σὲ σφραγισμένα δοχεῖα τοῦ ἑνός, τῶν 2, τῶν 3, τῶν 5 κιλῶν. Πόσα δοχεῖα ἀπὸ κάθε εἶδος θὰ χρειαστοῦν, γιὰ νὰ βάλουν 50 κιλὰ λάδι ; 60 κιλά, 80, 90, 75 κιλά ;

5. Πόσα δοχεῖα τῶν 2 κιλῶν θὰ χρειαστῆ ἕνα ἐργοστάσιο τοματοπολτοῦ, γιὰ νὰ βάλη 65 κιλὰ τοματοπολτοῦ ;

6. Ἕνας γεωργὸς ἔσπειρε 72 κιλὰ σιτάρι στὸ χωράφι του. Σὲ κάθε στρέμμα ἔριχνε 12 κιλά. Πόσα στρέμματα ἔσπειρε ;

7. 42 μαθηταὶ κάθονται στὰ θρανία τους ἀνὰ 2. Πόσα εἶναι τὰ θρανία ; Ἂν καθήσουν ἀνὰ 3, πόσα θρανία θὰ χρειαστοῦν ;

8. 36 μαθηταὶ πόσες τριάδες κάνουν ; πόσες ἑξάδες, τετράδες, δυάδες ; Ἂν συνταχθοῦν σὲ πεντάδες, πόσες πεντάδες θὰ κάνουν ;

9. Πόσες δραχμὲς κάνουν 30 δεκάρες ; 65, 45, 58, 73, 80, 92 δεκάρες;

10. Πόσες δραχμὲς κάνουν 15 εἰκοσάλεπτα ; 25, 28, 40, 52 εἰκοσάλεπτα ;

11. Πόσες δραχμὲς μᾶς κάνουν 20 πεντάρες ; 60, 70, 72, 84, 10 πεντάρες ;

12. Πόσες ἑβδομάδες κάνουν οἱ 42 μέρες ;

13. 36 ποτήρια πόσες δωδεκάδες ποτήρια μᾶς κάνουν ;

14. Ἕνα φορτηγὸ αὐτοκίνητο πρέπει νὰ μεταφέρη ἀπὸ τὸ δάσος 80 κορμοὺς ἀπὸ ἔλατα. Σὲ κάθε δρομολόγιο μεταφέρει 16 κορμούς. Πόσα δρομολόγια θὰ κάνη ;

Ἡ γραπτὴ διαίρεσι μὲ μονοψήφιο διαιρέτη

Πρόβλημα 1. Μοιράζομε 48 καρύδια σὲ 2 παιδιά. Πόσα θὰ πάρη τὸ καθένα ;

Γιὰ νὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα, θὰ κάνωμε διαίρεσι· θὰ διαιρέσωμε τὸ 48 : 2. Τὸ 48 εἶναι 40 + 8 ἢ 4 δεκάδες καρύδια καὶ 8 καρύδια. Μοιράζομε πρῶτα τὶς 4 δεκάδες καὶ δίνομε σὲ κάθε παιδὶ ἀπὸ 2 δεκάδες (= 20). Ἔπειτα μοιράζομε τὰ 8 καρύδια καὶ δίνομε ἀπὸ 4. Ὥστε κάθε παιδὶ παίρνει 20 + 4 = 24. Γράφομε τὶς πράξεις:

$$48 : 2 = (40 + 8) : 2 = 20 + 4 = 24$$

ἢ $48 : 2 = (4 \text{ δεκ.} + 8 \text{ μον.}) : 2 = 2 \text{ δεκ.} + 4 \text{ μον.} = 24$

Αὐτὸ τὸ γράφομε κι ἔτσι :

$$\begin{array}{l|l} 4\,\text{δεκ.} + 8\ \text{μον.} & 2 \\ \cline{2-2} 0\ \text{»} + 8\ \text{»} = 8 & 2\ \text{δεκ.} + 4\ \text{μον.} = 24 \\ \phantom{0\ \text{»} + 8\ \text{»} = }\ 0 & \end{array} \quad \text{ἢ πιὸ σύντομα} \quad \begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ \cline{2-2} 08 & 24 \\ 0 & \end{array}$$

Δηλαδὴ γράφομε ἀριστερὰ τὸν διαιρετέο καὶ δεξιὰ τὸν διαιρέτη καὶ τοὺς χωρίζομε μὲ μιὰ κατακόρυφη καὶ μιὰ ὁριζόντια γραμμή. Μοιράζομε πρῶτα τὶς δεκάδες. Λέμε : Τὸ 2 στὸ 4 χωράει 2 φορές. Γράφομε τὸ 2 κάτω ἀπὸ τὸν διαιρέτη. Ἀφοῦ τὸ κάθε παιδὶ παίρνει ἀπὸ 2 δεκάδες, τὰ 2 παιδιὰ θὰ πάρουν 2 × 2 = 4 δεκάδες. Τὶς ἀφαιροῦμε ἀπὸ τὶς 4 δεκάδες ποὺ ἔχομε καὶ μένει ὑπόλοιπο 0. Τὸ γράφομε κάτω ἀπὸ τὸ 4. Κατεβάζομε καὶ τὸ ψηφίο τῶν μονάδων 8. Τὸ 2 στὸ 8 χωράει 4. Γράφομε τὸ 4 κάτω ἀπὸ τὸν διαιρέτη καὶ δεξιὰ ἀπὸ τὶς 2 δεκάδες. Τὸ ἕνα παιδὶ παίρνει 4, τὰ 2 παιδιὰ θὰ πάρουν 2 × 4 = 8. Ἀφαιροῦμε τὸ 8 ἀπὸ τὸ 8 τοῦ διαιρετέου καὶ βρίσκομε ὑπόλοιπο 0. Βρήκαμε ὅτι τὸ κάθε παιδὶ θὰ πάρη 24. Τὸ 24 εἶναι τὸ π η λ ί κ ο.

Σ η μ ε ί ω σ ι. Τὴν διαίρεσι τὴν ἀρχίσαμε ἀπὸ τὶς δεκάδες.

Πρόβλημα 2. Ἂν μοιράσωμε τὰ 48 καρύδια σὲ 3 παιδιά, πόσα θὰ πάρη τὸ καθένα ;

Μοιράζομε πρῶτα τὶς 4 δεκάδες. Δίνομε σὲ κάθε παιδὶ ἀπὸ 1 καὶ μένει 1 δεκάδα (= 10). Μιὰ δεκάδα καρύδια ποὺ μένει καὶ 8 καρύδια γίνονται 18. Μοιράζομε τὰ 18 καὶ δίνομε ἀπὸ 6. Ὥστε κάθε παιδὶ παίρνει 16 καρύδια.

Γράφομε τὶς πράξεις · 48 : 3 = (40 + 8) : 3 = (30 + 18) : 3 = 10 + 6 = 16 ἢ 48 : 3 = (4 δεκ. + 8 μον.) : 3 = (3 δεκ. + 18 μον.) : 3 = 1 δεκ. + 6 μον. = 16.

ἢ 4 δεκ. + 8 μον.	3	ἢ πιὸ σύντομα	48	3
1 » + 8 » = 18	1 δεκ. + 6 μον.= 16		18	16
0			0	

Αὐτὸς ὁ τελευταῖος τρόπος εἶναι ὁ συνηθισμένος τρόπος τῆς γραπτῆς διαιρέσεως.

Πρόβλημα 3. Ἂν τὰ παιδιὰ ἦταν 6, τότε θὰ ἔπαιρνε τὸ καθένα ἀπὸ 8. Δηλαδὴ 48 : 6 = 8. Ἐδῶ οἱ 4 δεκάδες δὲν φτάνουν, γιὰ νὰ πάρη τὸ κάθε παιδὶ ἀπὸ 1 δεκάδα. Γι' αὐτὸ προσθέτομε καὶ τὶς 8 μονάδες καὶ μοιράζομε τὸ 48 διὰ 6. Λέμε : Τὸ 6 στὸ 48 χωράει 8. Τὸ 1 παιδὶ παίρνει 8, τὰ 6 θὰ πάρουν 6 × 8 = 48 καὶ θὰ μείνη ὑπόλοιπο 0.

Γράφομε τὴν πρᾶξι

48	6
0	8

Ἀσκήσεις

Νὰ κάμετε μὲ τὸν ἴδιο τρόπο τὶς παρακάτω διαιρέσεις :

56 : 7 72 : 8 42 : 6 27 : 9 40 : 8 28 : 4 81 : 9

73 : 9	45 : 6	54 : 8	36 : 7	49 : 5	63 : 9	34 : 4
43 : 8	51 : 7	64 : 9	39 : 6	26 : 5	47 : 7	58 : 6

Προβλήματα

1. Μὲ 75 χάντρες ἔκαμα 3 περιδέραια. Πόσες χάντρες ἔχει τὸ καθένα ;

2. Τὰ λαϊκὰ λαχεῖα πουλιοῦνται πρὸς 5 δραχμὲς τὸ ἕνα. Μὲ 60 δραχμὲς πόσα λαχεῖα ἀγοράζετε ;

Τὸ ἐθνικὸ λαχεῖο στοιχίζει 10 δραχμές. Πόσα θ' ἀγοράσετε μὲ τὶς ἴδιες δραχμές ;

3. Μὲ 100 δραχμὲς πόσα κιλὰ μῆλα ἀγοράζομε ; Ἡ τιμὴ εἶναι γραμμένη στὸ τιμολόγιο.

4. Στὸ σχολικό μας φυτώριο ἔχομε 100 μικρὰ δεντράκια, ἀμυγδαλιές, φυτεμένες ἐξ ἴσου σὲ 5 βραγιές. Πόσα δεντράκια εἶναι σὲ κάθε βραγιά ;

5. Γιὰ μιὰν ἀνδρικὴ ἐνδυμασία χρειάζονται 3 μέτρα ὕφασμα. Ἕνα τόπι ὕφασμα εἶναι 45 μέτρα. Πόσες ἐνδυμασίες γίνονται ἀπὸ αὐτό ;

6. Σ' ἕνα ἐργοστάσιο κατασκευάζουν πουκάμισα. Σὲ κάθε πουκάμισο βάζουν 6 κουμπιά. 96 κουμπιὰ γιὰ πόσα πουκάμισα θὰ φτάσουν ;

Ἀντιστροφὴ προβλημάτων

Παραδείγματα

1. 4 ἑβδομάδες πόσες ἡμέρες ἔχουν ; Ἀπάντησι. $4 \times 7 = 28$. Ἀντιστρέφω τὸ πρόβλημα : 28 μέρες πόσες ἑβδομάδες κάνουν ; Ἀπάντησι. $28 : 7 = 4$.

2. 6 τριάδες μαθηταὶ πόσοι μαθηταὶ εἶναι ; Ἀπάντησι. $6 \times 3 = 18$. Ἀντιστρέφω τὸ πρόβλημα : 18 μαθηταὶ πόσες τριάδες κάνουν ; Ἀπάντησι $18 : 3 = 6$.

3. 3 δωδεκάδες πιάτα πόσα πιάτα εἶναι ; Ἀπάντησι. $3 \times 12 = 36$. Ἀντιστρέφω τὸ πρόβλημα : 36 πιάτα πόσες δωδεκάδες κάνουν ; Ἀπάντησι $36 : 12 = 3$.

4. Τὸ 1 κιλὸ σταφύλια ἔχει 7 δραχμές. Πόσο ἔχουν τὰ

5 κιλά; 'Απάντησι. $5 \times 7 = 35$. 'Αντιστρέφω τὸ πρόβλημα: Τὰ 5 κιλὰ σταφύλια ἔχουν 35 δραχμές. Πόσο ἔχει τὸ 1; 'Απάντησι. $35 : 5 = 7$.

Τὸ ἀντιστρέφω καὶ ἀλλιῶς: Τὸ 1 κιλὸ σταφύλια ἔχει 7 δραχμὲς. Πόσα κιλὰ ἀγοράζω μὲ 35 δραχμές; 'Απάντησι. Τὸ 7 στὸ 35 χωράει 5 φορές ἢ $35 : 7 = 5$.

Ὅπως βλέπετε, τὰ παραπάνω προβλήματα ἦταν προβλήματα πολλαπλασιασμοῦ καὶ τ' ἀντέστρεψα κάνοντάς τα προβλήματα διαιρέσεως. Χρησιμοποίησα τοὺς ἴδιους ἀριθμούς.

Μποροῦμε νὰ κάνωμε καὶ τὸ ἀντίθετο· δηλαδὴ προβλήματα διαιρέσεως νὰ τ' ἀντιστρέψωμε σὲ προβλήματα πολλαπλασιασμοῦ.

Παραδείγματα

1. 50 δραχμὲς πόσα δεκάρικα κάνουν; 'Απάντησι. $50 : 10 = 5$. 'Αντιστρέφω τὴν ἐρώτησι: 5 δεκάρικα πόσες δραχμὲς ἔχουν; 'Απάντησι. $5 \times 10 = 50$.

2. Ὁ ἀνθοπώλης μὲ 42 γαρύφαλα ἔκαμε 3 ἀνθοδέσμες. Πόσα γαρύφαλα ἔβαλε σὲ κάθε ἀνθοδέσμη; 'Απάντησι. $42 : 3 = 14$. Λέγω τὸ πρόβλημα καὶ ἀλλιῶς, χωρὶς νὰ τὸ ἀντιστρέψω: Ὁ ἀνθοπώλης εἶχε 42 γαρύφαλα καὶ τὰ ἔκαμε ἀνθοδέσμες, βάζοντας 14 γαρύφαλα σὲ κάθε μία. Πόσες ἀνθοδέσμες ἔκαμε; $42 : 14 = 3$.

Καὶ στὶς δύο περιπτώσεις τὸ πρόβλημα εἶναι πρόβλημα διαιρέσεως. Τώρα τὸ ἀντιστρέφω σὲ πρόβλημα πολλαπλασιασμοῦ. Ὁ ἀνθοπώλης ἔκαμε μὲ γαρύφαλα 3 ἀνθοδέσμες κι ἔβαλε 14 γαρύφαλα σὲ κάθε μία. Πόσα γαρύφαλα ἔβαλε καὶ στὶς τρεῖς; 'Απάντησι. $3 \times 14 = 42$.

3. $(12 \times 3) : 3 = 12$ $\qquad (20 \times 4) : 4 = 20$
$(12 : 3) \times 3 = 12$ $\qquad (20 : 4) \times 4 = 20$

Παρατηροῦμε ὅτι, ἂν ἕναν ἀριθμὸ (π.χ. τὸν 12) τὸν πολλαπλασιάσωμε καὶ τὸν διαιρέσωμε μὲ τὸν ἴδιο ἀριθμό, δὲν μεταβάλλεται.

Ὥστε, ὁ πολλαπλασιασμὸς καὶ ἡ διαίρεσι προχωροῦν ἀντίθετα, εἶναι πράξεις ἀντίστροφες.

Νὰ λύσετε τὶς ἀσκήσεις:

$(8\times2) : 2 =$	$(15\times5) : 5 =$	$(18\times6) : 6 =$	$(30 : 3)\times3 =$
$(8 : 2)\times2 =$	$(15 : 5)\times5 =$	$(18 : 6)\times6 =$	$(30\times3) : 3 =$

Νὰ λύσετε καὶ μετὰ ν' ἀντιστρέψετε τὰ παρακάτω προβλήματα :

1. Ἕνα κιλὸ πατάτες ἔχει 3 δραχμές. Πόσο ἔχουν τὰ 7 κιλά ;
2. 6 πεντάδραχμα (τάληρα) πόσες δραχμὲς ἔχουν ;
3. Μιὰ οἰκογένεια ξοδεύει σὲ μιὰ βδομάδα (7 μέρες) γιὰ ψωμὶ 42 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ξοδεύει τὴν ἡμέρα ;
4. Γιὰ νὰ τοποθετήσωμε 48 πλάκες σαπούνι, χρειαζόμαστε 3 κιβώτια. Πόσες πλάκες θὰ τοποθετήσωμε σὲ κάθε κιβώτιο ;

7. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΤΩΝ ΤΕΣΣΑΡΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ

1. Ἕνα εἰκοσάδραχμο, ἕνα πενηντάρικο κι' ἕνα πεντάδραχμο πόσες δραχμὲς ἔχουν ;
2. Πόσες ἡμέρες ἔχουν οἱ μῆνες Ἰανουάριος, Φεβρουάριος καὶ Μάρτιος ; πόσες ὁ Ἀπρίλιος, Μάιος, Ἰούνιος καὶ μιὰ βδομάδα τοῦ Ἰουλίου ;
3. Ἕνας κηπουρὸς γέμισε 3 κοφίνια ντομάτες. Τὸ ἕνα ζυγίζει 28 κιλά, τὸ ἄλλο 36 καὶ τὸ τρίτο 35. Πόσα κιλὰ εἶναι ὅλες οἱ ντομάτες;
4. Ἡ κυρία Ἄννα ἀγόρασε 1 κιλὸ λάδι, 1 κιλὸ μπακαλιάρο καὶ μισὸ κιλὸ τυρὶ φέτα. Τί ρέστα θὰ πάρη ἀπὸ ἕνα ἑκατοστάρικο ;
5. Ποιά ἀξίζουν περισσότερο ; τὰ 3 κιλὰ μακαρόνια καὶ 2 κιλὰ ζάχαρι ἢ τὰ 9 κιλὰ πορτοκάλια καὶ 7 κιλὰ μῆλα ; καὶ πόσο ;
6. Τί μπορῶ ν' ἀγοράσω μὲ 1 ἑκατοστάρικο ἀπὸ τὰ

εἴδη τοῦ παντοπωλείου ποὺ εἶναι γραμμένα στὸ τιμολόγιο ;

7. Ὁ μανάβης ἀγοράζει τὰ σταφύλια 5 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς θὰ κερδίσῃ, ἂν πουλήσῃ 9 κιλὰ σταφύλια ;

8. Ἕνας ἑστιάτορας πῆρε γιὰ τὸ ἑστιατόριό του 6 κιλὰ σταφύλια, 8 κιλὰ ροδάκινα, 10 κιλὰ πορτοκάλια, 25 κιλὰ πεπόνια, 5 κιλὰ κολοκυθάκια καὶ 9 κιλὰ ντομάτες. Πόσα χρήματα ἔδωσε γιὰ κάθε εἶδος χωριστά;

9. Ἡ κυρία Μαίρη ἀγόρασε 6 ποτήρια καὶ τῆς ἔδωσαν ρέστα ἀπὸ ἕνα ἑκατοστάρικο 28 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα ποτήρι ;

10. Ἡ βιβλιοθήκη τῆς Γ΄ τάξεως ἔχει 84 βιβλία. Ἀπὸ αὐτὰ τὰ 17 εἶναι παραμύθια καὶ τὰ 28 ἱστορίες. Πόσα εἶναι τὰ ἄλλα βιβλία ;

11. Ἡ κυρία Νίκη ἀγόρασε τυρὶ καὶ φροῦτα. Γιὰ τὸ τυρὶ ἔδωσε 36 δραχμές. Ἀπὸ τὸ ἑκατοστάρικο ποὺ εἶχε μαζί της τῆς ἔμειναν 37 δραχμές. Πόσο ἔδωσε γιὰ τὰ φροῦτα ;

12. Ἕνα βαρέλι γεμάτο λάδι ζυγίζει 100 κιλά. Ἄδειο ζυγίζει 25 κιλά. Ἀπὸ τὸ λάδι ποὺ ἔχει μέσα πούλησαν τὴν πρώτη μέρα 18 κιλὰ καὶ τὴν ἑπομένη 29 κιλά. Πόσο λάδι ὑπάρχει τώρα μέσα στὸ βαρέλι ;

13. Ἀπὸ 4 κιλὰ ἐλιὲς βγάζομε 1 κιλὸ λάδι. Πόσο λάδι θὰ βγάλωμε ἀπὸ 92 κιλὰ ἐλιές ;

14. Στὸν σχολικὸ κῆπο μέτρησα 87 τριαντάφυλλα κόκκινα καὶ ἄσπρα. Τὰ ἄσπρα ἦταν 58. Πόσα ἦταν τὰ κόκκινα ;

15. Μέτρησα καὶ 72 γαρύφαλα. Τὰ παιδιὰ ἔκοψαν 54 κι ἔκαμαν 6 ὅμοιες ἀνθοδέσμες γιὰ τὶς τάξεις τους. Πόσα γαρύφαλα εἶχε κάθε ἀνθοδέσμη καὶ πόσα γαρύφαλα ἔμειναν στὸν κῆπο ;

16. Στὸ ἀνθοδοχεῖο τοῦ γραφείου εἶναι 27 λουλούδια λευκά, κόκκινα καὶ γαλάζια. Ἀπὸ αὐτὰ 6 εἶναι λευκὰ καὶ διπλάσια ἀπὸ τὰ λευκὰ εἶναι κόκκινα. Πόσα εἶναι τὰ γαλάζια ;

17. Πολλαπλασιάζω ἕναν ἀριθμὸ ἐπὶ τὸ 7 καὶ γίνεται 98. Ποιός εἶναι ὁ ἀριθμὸς αὐτός ;

18. Νὰ βρῆτε τὸ ἕνα τέταρτο $\left(\frac{1}{4}\right)$ τῶν ἀριθμῶν 60, 80, 100.

19. Κάμετε κι ἐσεῖς ὅμοια προβλήματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΑΠΟ ΤΟ 100 ΩΣ ΤΟ 1000

Α. ΓΕΝΙΚΑ

Σχηματισμὸς τῆς πρώτης χιλιάδας μ' ἑκατοντάδες

Οἱ ἀριθμοὶ ποὺ μάθαμε ὥς τώρα εἶναι ἀπὸ τὸ 0 ὥς τὸ 9 μ' ἕνα ψηφίο, δηλαδὴ μονοψήφιοι· ἀπὸ τὸ 10 ὥς τὸ 99 μὲ δύο ψηφία, δηλαδὴ διψήφιοι καὶ τὸ 100 μὲ τρία ψηφία (τριψήφιος ἀριθμός).

Προχωροῦμε τώρα στοὺς ἄλλους τριψήφιους ἀριθμοὺς ὥς τὸ χίλια.

Ἐργασίες

1. Νὰ τοποθετήσετε στὸ πάτωμα ἢ στὴν αὐλὴ τὰ ξύλινα μέτρα σας. Πρῶτα ἕνα μέτρο, ἔπειτα ἄλλο ἕνα συνέ-

χεια μὲ τὸ πρῶτο, ὕστερα ἄλλο ἕνα συνέχεια μὲ τὸ προηγούμενο κλπ., ὥσπου νὰ τοποθετήσετε 10 μέτρα. Κάθε φορὰ θὰ λέτε πόσους πόντους ἔχουν τὰ μέτρα ποὺ ἔχετε τοποθετήσει. Δηλαδή :

τὸ ἕνα μέτρο ἔχει ἑκατὸ (100) πόντους,
τὰ 2 μέτρα ἔχουν διακόσιους (200) πόντους,
τὰ 3 » » τριακόσιους (300) »
τὰ 4 » » τετρακόσιους (400) »
τὰ 5 » » πεντακόσιους (500) »
τὰ 6 » » ἑξακόσιους (600) »
τὰ 7 » » ἑφτακόσιους (700) »
τὰ 8 » » ὀχτακόσιους (800) »
τὰ 9 » » ἐννιακόσιους (900) »
τὰ 10 » » χίλιους (1.000) »

Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1.000.

2. Τὶς χάρτινες μετροταινίες σας νὰ τὶς κολλήσετε στὸν τοῖχο, στὴ σειρά. Κι ἐδῶ θὰ παρατηρῆτε καὶ θὰ λέτε πόσους πόντους (ἑκατοστὰ) ἔχουν κάθε φορὰ οἱ μετροταινίες ποὺ ἔχετε κολλήσει.

3. Χρησιμοποιῆστε δεσμίδες ἀπὸ 10 ξυλάκια σὲ κάθε μία. Νὰ ἑνώσετε ἀπὸ 10 τέτοιες δεσμίδες καὶ νὰ κάμετε ἑκατοντάδες. Πόσα ξυλάκια ἔχουν 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 τέτοιες ἑκατοντάδες ;

4. Νὰ βάλετε στὴ σειρὰ 2, 3, 4 . . . 10 καρτέλες τῶν 100 κύκλων. Πόσους κύκλους θὰ ἔχετε κάθε φορά ;

5. Νὰ κάμετε παρόμοιες ἐργασίες μὲ ἀριθμητήρια ποὺ ἔχουν 100 σφαιρίδια ἢ 100 χάντρες τὸ καθένα. Θὰ τοποθετήσετε στὴ σειρὰ 2, 3 . . . 10 ἀριθμητήρια. Πόσα σφαιρίδια ἢ πόσες χάντρες θὰ ἔχετε κάθε φορά ;

6. Νὰ σχεδιάσετε σὲ φύλλα χαρτιοῦ ἀπὸ 100 κύκλους. Νὰ τοποθετήσετε στὴ σειρὰ 2, 3 . . . 10 τέτοια φύλλα. Πόσους κύκλους θὰ ἔχετε κάθε φορά ;

7. Νὰ βάλετε σὲ κουτιὰ ἀπὸ 100 ὄσπρια. Νὰ τοποθε-

τήσετε στὴ σειρὰ 2, 3 . . . 10 τέτοια κουτιὰ καὶ νὰ πῆτε πόσα ὄσπρια θὰ ἔχετε κάθε φορά.

8. Νὰ περάσετε σὲ κλωστὲς ἀπὸ 100 βελανίδια ἢ ἄλλους σπόρους. Νὰ βάλετε στὴ σειρὰ 2, 3 . . . 10 τέτοιες κλωστές. Πόσα βελανίδια θὰ ἔχετε ;

9. Νὰ μετρήσετε 1.000 βήματα. Κάθε 100 βήματα νὰ βάζετε ἕνα σημάδι, ποὺ νὰ φαίνεται ἀπὸ μακριά.

Μεταχειριστῆτε καὶ ὅσα ἄλλα κατάλληλα ἀντικείμενα ἔχετε, γιὰ νὰ κάμετε παρόμοιες ἐργασίες.

10. Τὸ σχῆμα τῆς ἄλλης σελίδας δείχνει μιὰ χιλιάδα μικροὺς κύκλους. Νὰ σχηματίσετε κι ἐσεῖς στὸ τετράδιό σας παρόμοια χιλιάδα μὲ τελεῖες ἢ μὲ ἄλλα στοιχεῖα (τετραγωνάκια, τρίγωνα, γραμμὲς κλπ.).

Μ' ἕνα φύλλο τοῦ τετραδίου σας κομμένο στὴ γωνία, ὅπως φαίνεται στὸ διπλανὸ σχῆμα, νὰ σκεπάσετε τὴ χιλιάδα τῶν κύκλων.

Μετακινῆστε τὸ φύλλο, ὥστε νὰ φανῆ μιὰ ἑκατοντάδα, ἔπειτα 2, ὕστερα 3 κλπ. καὶ τέλος 10 ἑκατοντάδες. Πόσους κύκλους θὰ ἔχετε κάθε φορά ;

Ἀσκήσεις

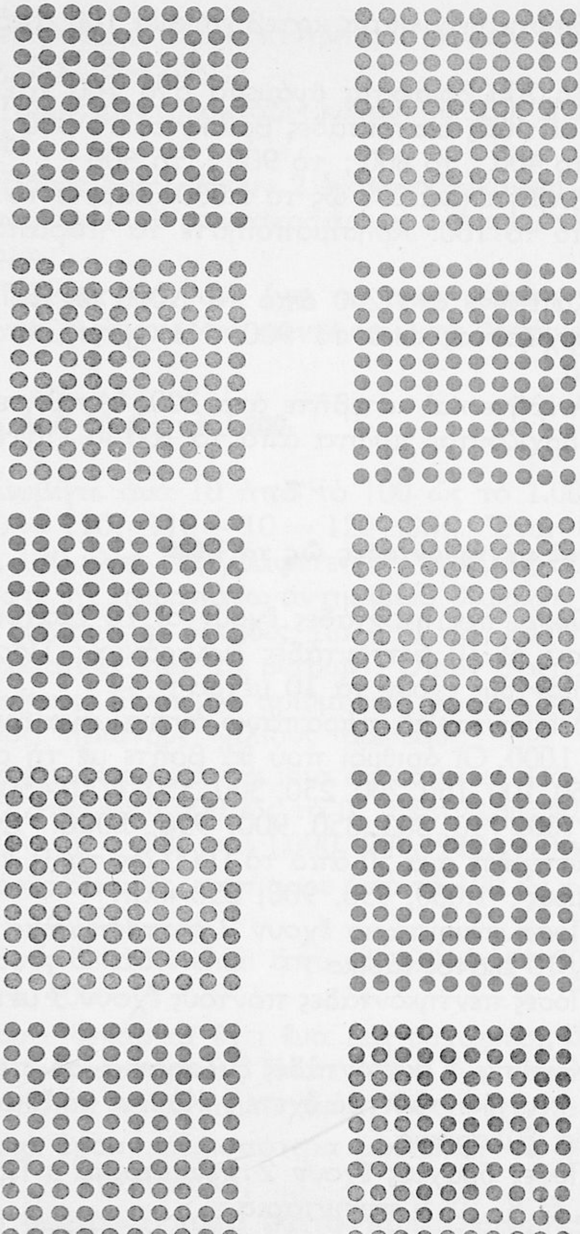
1. Πόσες δραχμὲς ἔχει τὸ 1 ἑκατοστάρικο ; Πόσες ἔχουν τὰ 2, 3, 4 . . . 10 ἑκατοστάρικα ;

2. Πόσα ἑκατοστάρικα κάνουν 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1.000 δραχμές ;

3. Πόσα μέτρα κάνουν 100, 200, 300 . . . 1.000 πόντοι ;

4. Πόσες ἑκατοντάδες κάνουν 100, 200, 300 . . . 1.000 ξυλαράκια ; 100, 200 . . . 1.000 μάρκες ; 100, 200 . . . 1.000 χάντρες ;

5. Δείχνοντας τὰ παραπάνω ἀντικείμενα ἀνεβῆτε ἑκατὸ - ἑκατὸ ὥς τὸ 1.000· ἔτσι : 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1.000.



6. Ἐπίσης δείχνοντας κατεβῆτε ἀνὰ 100 ἀπὸ τὸ 1.000 ὥς τὸ 0.

7. Τὸ 200 βρίσκεται ἀνάμεσα στὸ 100 καὶ στὸ 300. Ἀνάμεσα σὲ ποιές ἑκατοντάδες βρίσκεται τὸ 300 ; τὸ 500 ; τὸ 700 ; τὸ 400 ; τὸ 800 ; τὸ 900 ; τὸ 600 ;

8. Ἀνεβῆτε ἀνὰ 200 ὥς τὸ 1.000. Κάμετε τὸ ἴδιο ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ 100. Χρησιμοποιῆστε τὰ παραπάνω ἀντικείμενα.

9. Κατεβῆτε ἀνὰ 200 ἀπὸ τὸ 1.000 ὥς τὸ 0. Κάμετε τὸ ἴδιο ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ 900. Νὰ χρησιμοποιήσετε τ' ἀντικείμενα.

10. Ἀνεβῆτε καὶ κατεβῆτε ἀνὰ 300. Ἀνεβῆτε καὶ πάλι ἀνὰ 300 ἀρχίζοντας πρῶτα ἀπὸ τὸ 100 κι ἔπειτα ἀπὸ τὸ 200.

Ἀρίθμησι μὲ πεντηκοντάδες ὥς τὸ 1.000

1. Πόσες πεντηκοντάδες ἔχουν οἱ 10 ἑκατοντάδες κύκλοι ; πόσες οἱ 10 ἑκατοντάδες ξυλαράκια ; Πόσες πεντηκοντάδες πόντους ἔχουν τὰ 10 μέτρα ;

2. Δείχνοντας τὰ παραπάνω ἀντικείμενα ἀνεβῆτε ἀνὰ 50 ὥς τὸ 1.000. Οἱ ἀριθμοὶ ποὺ θὰ βρῆτε μὲ τὴ σειρὰ γράφονται : 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 550, 600, 650, 700, 750, 800, 850, 900, 950, 1.000. Ἐπίσης δείχνοντας κατεβῆτε ἀνὰ 50 ἀπὸ τὸ 1.000 ὥς τὸ 0 καὶ γράψτε τοὺς ἀριθμούς : 1.000, 950, 900, 850 κλπ.

3. Πόσα πενηντάρια ἔχουν 2 ἑκατοστάρικα ; 3, 5, 7, 9, 4, 6, 8, 10 ἑκατοστάρικα ;

4. Πόσες πεντηκοντάδες πόντους ἔχουν 3 μέτρα ; 4, 6, 8, 5 μέτρα ;

5. Χωρίστε 7 ἑκατοντάδες ξυλαράκια σὲ πεντηκοντάδες. Πόσες πεντηκοντάδες θὰ ἔχετε ; Κάμετε τὸ ἴδιο μὲ 3, 5, 6 ἑκατοντάδες ξυλαράκια.

6. Πόσες δραχμὲς ἔχουν 2 πενηντάρια ; Πόσες ἔχουν 3, 4, 6, 7, 5, 8, 10, 9 πενηντάρια ;

7. 50 δραχμὲς κάνουν 1 πενηντάρι. 150 δραχ. κά-

νουν 3 πενηντάρια. Πόσα πενηντάρια κάνουν 250, 350, 450, 500, 300, 200 δραχμές ;

8. Πόσες πεντηκοντάδες κάνουν οἱ 100, 200, 300, 250, 150 πόντοι ;

9. Πόσες δραχ. ἔχουν 2 ἑκατοστάρικα καὶ 3 πενηντάρια; Πόσες ἔχουν 1 πεντακοσάρικο 1 ἑκατοστάρικο καὶ 4 πενηντάρια ;

10. Πόσους πόντους ἔχει τὸ μισὸ μέτρο ; πόσους τὸ ἑνάμισυ, τὰ δυόμισυ, τὰ πεντέμισυ, τὰ ἑφτάμισυ μέτρα ;

Ἀρίθμησι ἀνὰ 10 ὡς τὸ 1.000

1. Ἀνεβῆτε ἀνὰ 10 ἀπὸ τὸ 100 ὡς τὸ 1.000. Δηλαδὴ 100 + 10 = 110, 110 + 10 = 120 κλπ. Ἔτσι ἔχομε 100, 110, 120, 130 κλπ. Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς αὐτούς. Χρησιμοποιῆστε τὰ παραπάνω ἀντικείμενα. Χωρίστε τὶς ἑκατοντάδες τὰ ξυλάκια σὲ δεκάδες. Πολὺ θὰ σᾶς βοηθήση ἡ χάρτινη μετροταινία τῶν 10 μέτρων. Ὅπως ξέρετε, αὐτὴ ἔχει 1.000 πόντους. Εἶναι μιὰ ἀριθμητικὴ γραμμὴ ποὺ ἔχει στὴ σειρὰ τοὺς πρώτους χίλιους ἀριθμούς.

2. Χρησιμοποιῆστε τὰ ἴδια ἀντικείμενα, γιὰ νὰ κατεβῆτε ἀνὰ 10 ἀπὸ τὸ 1.000 ὡς τὸ 0. Ἔτσι ἔχομε 1.000 − 10 = 990, 990 − 10 = 980 καὶ 1.000, 990, 980, 970 κλπ.

3. Πόσες δεκάδες μετρήσατε ἀπὸ τὸ 100 ὡς τὸ 200; ἀπὸ τὸ 200 ὡς τὸ 300;

4. Πόσες δεκάδες εἶναι ἀπὸ τὸ 100 ὡς τὸ 300; ἀπὸ τὸ 200 ὡς τὸ 400;

5. Πόσα δεκάρικα ἔχει ἕνα ἑκατοστάρικο; Πόσα ἔχουν 2, 3, 4, 5 ἑκατοστάρικα; Πόσα ἔχουν ἕνα πεντακοσάρικο, 2 ἑκατοστάρικα καὶ 3 πενηντάρια; Πόσα ἔχει τὸ χιλιάρικο;

6. Ποιά ἔχουν περισσότερα δεκάρικα; τὰ 3 ἑκατοστάρικα ἢ τὰ 7 πενηντάρια;

7. 20 δεκάρικα πόσα ἑκατοστάρικα κάνουν; πόσα πενηντάρια;

Β. ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΑΠΟ ΤΟ 100 ΩΣ ΤΟ 200

Ι. ΑΙΣΘΗΤΟΠΟΙΗΣΙ, ΑΡΙΘΜΗΣΙ, ΑΝΑΛΥΣΙ

Τὸ μέτρο

Ξέρετε ὅλοι τὸ μέτρο. Ἔχετε ὅλοι σας χάρτινες μετροταινίες. Ἔχετε ἐπίσης στὸ σχολεῖο σας μέτρα ἀπὸ λεπτὸ σανίδι. Παρατηρῆστε το πάλι. Χωρίζεται σὲ 100 δακτύλους ἢ πόντους· τοὺς λένε καὶ ἑκατοστά. Γιατί;

10 δάκτυλοι (πόντοι) κάνουν 1 παλάμη. Νὰ δείξετε μὲ τοὺς δεῖχτες τῶν χεριῶν σας πόσο μάκρος ἔχει 1 παλάμη. Τὸ μέτρο ἔχει 10 παλάμες· τὶς λένε καὶ δέκατα. Γιατί;

Μερικοὶ τεχνίτες χρησιμοποιοῦν διπλὸ μέτρο, τὸ δίμετρο, ὅπως τὸ λένε. Εἶναι ἕνα μέτρο ποὺ ἔχει μάκρος δύο μέτρα.

Οἱ μηχανικοὶ χρησιμοποιοῦν μιὰ μεγάλη μετροταινία (κορδέλα) ποὺ ἔχει μάκρος 10, 20 ἢ καὶ περισσότερα μέτρα.

Καὶ τὸ δίμετρο καὶ ἡ κορδέλα εἶναι χωρισμένα σὲ δακτύλους καὶ σὲ παλάμες.

Ἐργασίες

1. Νὰ ἑνώση ὁ καθένας σας δύο χάρτινες μετροταινίες. Πόσους πόντους θὰ ἔχουν; Νὰ γράψετε : 100 + 100 = 200.

Πόσα δέκατα (παλάμες) θὰ ἔχουν; πόσες πεντηκοντάδες πόντων;

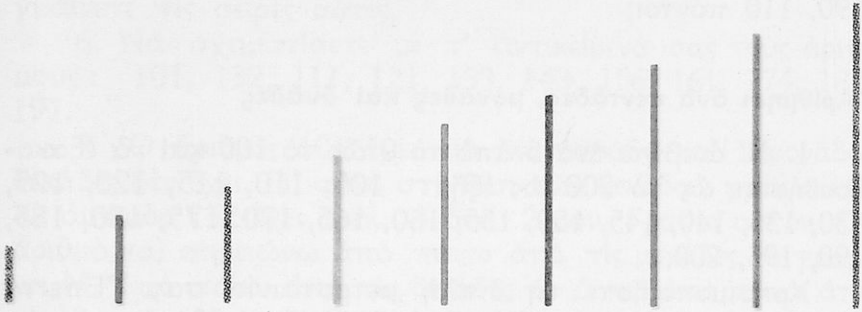
2. Ν' ἀνεβῆτε ἀνὰ 10 τοὺς πόντους στὴ διπλή σας μετροταινία καὶ νὰ κατεβῆτε ἀνὰ 10 ἀπὸ τὸ 200 ὥς τὸ 0.

3. Δεῖξτε στὴ μετροταινία σας 120, 130, 110, 150, 190, 200 πόντους.

4. Νὰ κατεβῆτε ἀπὸ τοὺς 200 στοὺς 170 πόντους.

5. Νὰ τραβήξης στὸ πάτωμα ἢ στὴν αὐλὴ γραμμὲς ποὺ νὰ ἔχουν μάκρος 1 μέτρο, 130 πόντους, 150, 110, 160, 190, 170, 120, 180 πόντους.

6. Νὰ βάλῃς τὶς γραμμὲς αὐτὲς στὴ σειρά, ἀρχίζοντας ἀπὸ τὴ μικρότερη πρὸς τὴ μεγαλύτερη. Θὰ πρέπῃ νὰ τὶς βάλῃς, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα.



Ἂν τὶς βάλῃς στὴ σειρὰ ἀρχίζοντας ἀπὸ τὴ μεγαλύτερη πρὸς τὴ μικρότερη, πῶς θὰ εἶναι τὸ σχῆμα; Σχεδίασέ το στὸ τετράδιό σου.

7. Νὰ μετρήσετε στὸ προαύλιο τοῦ σχολείου σας ἢ στὸ δρόμο μιὰ ἀπόστασι 50 μέτρων, 100, 120, 130, 180 μ. καὶ νὰ βάλετε σημάδια. Νὰ ὑπολογίσετε μὲ τὸ μάτι ἀποστάσεις 70, 100, 150, 120 μέτρων.

8. Νὰ βαδίσῃς μὲ τὸν συμμαθητή σου 100 βήματα. Ἂν ἐκεῖνος βαδίσῃ μπροστὰ 20 ἀκόμη βήματα καὶ σὺ ὀπισθοχωρήσῃς 20 βήματα, σὲ ποιά ἀπόστασι θὰ εἶναι ἐκεῖνος καὶ σὲ ποιά θὰ εἶσαι σὺ ἀπὸ τὴν ἀφετηρία σας; Καὶ πόσα βήματα θὰ σᾶς χωρίζουν;

9. Ν' ἀνεβῆτε ἀνὰ 10 ἀπὸ τὸ 0 ὥς τὸ 200 καὶ νὰ κατεβῆτε χρησιμοποιώντας ξυλάκια, κύβους, χάντρες, ὄσπρια, μάρκες, κύκλους κλπ.

10. Ν' ἀνεβῆτε ἀνὰ 50 χρησιμοποιώντας τὰ ἴδια ἀντικείμενα : 50, 100, 150, 200· καὶ νὰ κατεβῆτε : 200, 150, 100, 50, 0· τὸ ἴδιο καὶ ἀνὰ 20, δηλαδὴ 20, 40, 60 κλπ. καὶ 200, 180, 160 κλπ.

11. Οἱ 200 δραχμὲς πόσα ἑκατοστάρικα κάνουν; πόσα πενηντάρια; πόσα δεκάδραχμα; πόσα εἰσοσάδραχμα;

12. Πόσα ξυλάκια ἔχουν 17 δεσμίδες (δεκάδες), 15, 12, 16 δεσμίδες;

13. Πόσες δεκάδες κάνουν 140, 120, 180, 150, 200, 190, 110 κύκλοι;

14. Πόσες παλάμες (δέκατα) κάνουν 50, 100, 130, 170, 190, 110 πόντοι;

Ἀρίθμησι ἀνὰ πεντάδες, μονάδες καὶ δυάδες

1. Ν' ἀνεβῆτε ἀνὰ 5 ἀπὸ τὸ 0 ὥς τὸ 100 καὶ νὰ ἐξακολουθήσετε ὥς τὸ 200 ὡς ἑξῆς: 105, 110, 115, 120, 125, 130, 135, 140, 145, 150, 155, 160, 165, 170, 175, 180, 185, 190, 195, 200.

Χρησιμοποιῆστε τὴ διπλὴ μετροταινία σας. Ἔπειτα καὶ τ' ἄλλα ἀντικείμενα. Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς αὐτούς. Νὰ κατεβῆτε ἀνὰ 5 ἀπὸ τὸ 200 ὥς τὸ 0 καὶ νὰ γράψετε τὴ σειρά: 200, 195, 190, 185 κλπ.

2. Μιὰ δεκάδα ἔχει 2 πεντάρια (πεντάδες). Πόσα πεντάρια ἔχουν οἱ 2 δεκάδες; οἱ 3, 4, 5, 7, 9, 6 δεκάδες; Πόσα ἔχει ἡ 1 πεντηκοντάδα; Πόσα ἔχει ἡ μιὰ ἑκατοντάδα; πόσα οἱ 2, 3, 4 πεντηκοντάδες; Πόσα ἔχουν οἱ 11 δεκάδες; οἱ 12, 13, 14, 15, 19, 17, 18, 20 δεκάδες;

3. Πόσες δεκάδες κάνουν 4 πεντάρια; 10, 12, 16, 18, 20, 40 πεντάρια;

Πόσες δεκάδες καὶ μονάδες κάνουν 3 πεντάρια; 7, 9, 11, 39 πεντάρια; Πόσες πεντηκοντάδες κάνουν 10 πεντάρια; 20, 30, 40 πεντάρια;

Πόσες ἑκατοντάδες, δεκάδες καὶ μονάδες κάνουν 23 πεντάρια;

Ἀπάντησι. 1 ἑκατοντάδα, 1 δεκάδα καὶ 5 μονάδες ἢ 115 μονάδες.

Νὰ βρῆτε πόσο κάνουν 24 πεντάρια, 25, 26, 29, 31, 34, 37, 39, 40 πεντάρια καὶ νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμούς.

4. Ν' ἀριθμήσετε ἀνὰ 1 ἀπὸ τὸ 100 ὥς τὸ 200. Χρησιμοποιῆστε τὴ διπλὴ μετροταινία σας καὶ τ' ἄλλα ἀντικείμενά σας. Νὰ κατεβῆτε ἀνὰ 1 ἀπὸ τὸ 200 ὥς τὸ 100. Νὰ γράψετε ὅλους τοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 100 ὥς τὸ 200, δηλ. 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108 κλπ.

5. Ν' ἀνεβῆτε ἀνὰ 2 ἀπὸ τὸ 100 ὥς τὸ 200 (ζυγοὶ ἀριθμοί): 102, 104, 106 κλπ. καὶ ἀπὸ τὸ 101 ὥς τὸ 199 (μονοὶ ἀριθμοί): 101, 103, 105 κλπ. Ἀντίθετα νὰ κατεβῆτε ἀπὸ τὸ 200 ὥς τὸ 100 ἀνὰ 2 καὶ ἀπὸ τὸ 199 ὥς τὸ 101. Νὰ γράψετε τὶς σειρὲς αὐτές.

6. Νὰ σχηματίσετε μὲ τ' ἀντικείμενά σας τοὺς ἀριθμούς: 101, 132, 111, 121, 133, 143, 156, 161, 174, 187, 191.

7. Ὁ ἀριθμὸς 101 ἔχει μιὰ ἑκατοντάδα καὶ 1 μονάδα· δεκάδες δὲν ἔχει. Γι' αὐτὸ στὴ θέσι τῶν δεκάδων γράφομε 0. Ὁ ἀριθμὸς 132 ἔχει 1 ἑκ. 3 δεκ. 2 μον. Γράφω αὐτὸν τὸν ἀριθμὸ καὶ σημειώνω ἀπὸ πάνω ἀπὸ τὶς μονάδες τὸ γράμμα Μ, ἀπὸ πάνω ἀπὸ τὶς δεκάδες τὸ Δ καὶ ἀπὸ πάνω ἀπὸ τὶς ἑκατοντάδες τὸ Ε, δηλαδή: Ε Δ Μ
1 3 2

Νὰ κάμετε κι ἐσεῖς τὸ ἴδιο στὸ τετράδιό σας καὶ νὰ γράψετε ὅλους τοὺς παραπάνω ἀριθμοὺς τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο.

8. Ν' ἀναλύσετε σ' ἑκατοντάδες, δεκάδες καὶ μονάδες τοὺς ἀριθμούς: 124, 111, 106, 150, 171· π.χ. 124 = 1 ἑκ. 2 δεκ. 4 μονάδες.

9. Νὰ βρῆτε πόσες δραχμὲς ἔχουν: α) 1 ἑκατοστάρικο καὶ 1 δραχ. β) 1 ἑκατοστ. 1 δεκάρικο καὶ 1 δραχ. γ) 1 ἑκατοστ. 1 εἰκοσάδραχμο καὶ 1 δραχ. δ) 1 ἑκατοστ. 3 δεκάρικα καὶ 1 πεντάδραχμο ε) 1 ἑκατοστάρικο καὶ 4 δεκάρικα στ) 1 ἑκατοστάρικο 1 πενηντάρι καὶ 3 δίδραχμα. Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ θὰ βρῆτε.

10. Ἐπίσης νὰ βρῆτε καὶ νὰ γράψετε πόσους πόντους κάνουν: α) 1 μέτρο 1 παλάμη καὶ 1 πόντος β) 1 μέτρο 3 παλάμες καὶ 1 πόντος γ) 1 μ. 9 παλ. καὶ 9 πόντοι δ) 1 μέτρο καὶ 7 πόντ. ε) 1 μ. καὶ 7 παλ.

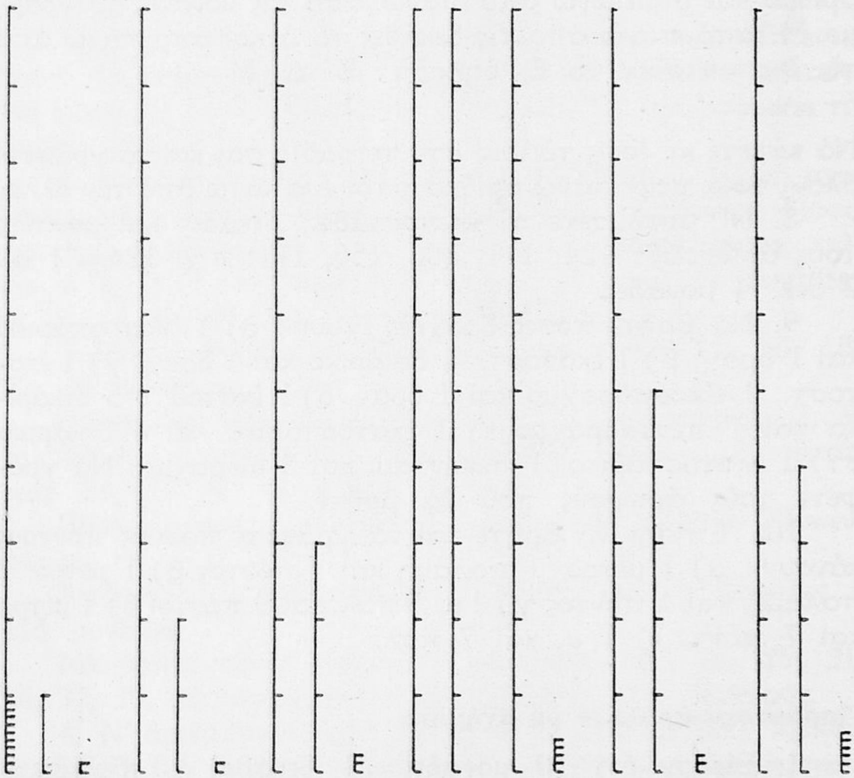
Παράστασι ἀριθμῶν μὲ σχήματα

1. Ξέρομε ὅτι 10 μονάδες = 1 δεκάδα, 10 δεκάδες = 1 ἑκατοντάδα καὶ 10 ἑκατοντ. = 1 χιλιάδα. Ὅταν γράφωμε τοὺς ἀριθμούς, τὸ ψηφίο τῶν μονάδων τὸ γράφομε στὸ τέ-

λος. Μιὰ θέσι ἀριστερὰ ἀπὸ αὐτὸ γράφομε τὸ ψηφίο τῶν δεκάδων. Καὶ μιὰ θέσι ἀριστερὰ ἀπὸ τὶς δεκάδες γράφομε τὸ ψηφίο τῶν ἑκατοντάδων.

Τὸ σχῆμα Α παριστάνει τὸν ἀριθμὸ 111. Ἡ μεγάλη γραμμὴ εἶναι ἑκατοντάδα. Αὐτὴ εἶναι 10 φορὲς μεγαλύτερη ἀπὸ τὴ μικρὴ γραμμὴ ποὺ παριστάνει τὴ δεκάδα. Αὐτὴ πάλι εἶναι 10 φορὲς μεγαλύτερη ἀπὸ τὴν πολὺ μικρὴ γραμμὴ ποὺ παριστάνει τὴ μονάδα.

Ποιούς ἀριθμοὺς παριστάνουν τ' ἄλλα σχήματα ; Νὰ τοὺς γράψετε.



Α Β Γ Δ Ε Ζ Η

Τὸ σχῆμα Δ ἔχει μόνο 2 ἑκατοντάδες. Γι' αὐτὸ θὰ γράψωμε τὸ 2 καὶ στὴ θέσι τῶν δεκάδων καὶ μονάδων θὰ γράψωμε μηδέν, δηλ. 200. Καὶ τὸ σχῆμα Ε παριστάνει τὸν ἀριθμὸ ἑκατὸν τέσσερα. Αὐτὸς ἔχει μιὰ ἑκατοντ. καὶ 4 μονάδες. Δεκάδες δὲν ἔχει· στὴ θέσι τῶν δεκάδων θὰ γράψωμε 0, δηλαδὴ 104.

2. Νὰ παραστήσετε μὲ σχήματα τοὺς ἀριθμοὺς 101, 120, 136, 199.

Ἀριθμητικὲς σειρές.

1. Ν' ἀριθμήσετε ἀνὰ 3 ἀπὸ τὸ 100 ὥς τὸ 199· ἔτσι: 103, 106, 109, 112, 115 κλπ. Νὰ κάμετε τὸ ἴδιο ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ 101 κι ἔπειτα ἀπὸ τὸ 102.
Νὰ κατεβῆτε ἀνὰ 3 ἀπὸ τὸ 200 ὥς τὸ 101· ἔτσι: 200, 197, 194, 191 κλπ. Νὰ κάμετε τὸ ἴδιο ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ 199· ἔπειτα ἀπὸ τὸ 198.

2. Νὰ ἐργαστῆτε κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο καὶ μὲ τὸ 4· δηλ.: 104, 108, 112 κλπ. ὥς τὸ 200· ἔπειτα 101, 105, 109, 113 κλπ. ὥς τὸ 197· ὕστερα 102, 106, 110, 114 κλπ. ὥς τὸ 198· καὶ τέλος 103, 107 κλπ. ὥς τὸ 199. Ἀντίθετα νὰ κατεβῆτε ἀνὰ 4 ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ 200, ἔπειτα ἀπὸ τὸ 199, ὕστερα ἀπὸ τὸ 198 καὶ τέλος ἀπὸ τὸ 197.

3. Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο νὰ σχηματίσετε σειρὲς καὶ μὲ τὸ 5, 6, 7, 8, 9. Χρησιμοποιῆστε τὴ διπλὴ μετροταινία καὶ τ' ἄλλα ἀντικείμενα.

Ἀνάλυσι καὶ σύνθεσι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τὸ 100 ὥς τὸ 200

Χρησιμοποιῆστε ἀριθμητήρια, ξυλάκια σὲ δεσμίδες (ἑκατοντάδα, δεκάδες καὶ μονάδες ξυλάκια), χάντρες περασμένες σὲ κλωστές (ἑκατοντάδα, δεκάδες καὶ μονάδες χάντρες), μέτρα ἀπὸ λεπτὸ σανίδι, παλάμες καὶ πόντους ἀπὸ σανίδι ἢ χαρτόνι, βελανίδια ἢ ἄλλους σπόρους περασμένους σὲ κλωστὲς κλπ. Χρησιμοποιῆστε καὶ σχήματα.

ʼΑσκήσεις

1. Τὸ 110 ἔχει 1 ἑκατοντάδα 1 δεκάδα καὶ 0 μονάδες.
Τὸ 120 » 1 » 2 δεκάδες καὶ 0 »

Συνεχίστε μόνοι σας ὥς τὸ 200.

2. Τὸ 101 ἔχει 1 ἑκατ. 0 δεκ. καὶ 1 μον. Συνεχίστε ὥς τὸ 109.

3. Τὸ 111 ἔχει 1 ἑκατ. 1 δεκ. καὶ 1 μον. Συνεχίστε ὥς τὸ 119.

4. Τὸ 121 ἔχει 1 ἑκατ. 2 δεκ. καὶ 1 μον. Συνεχίστε ὥς τὸ 129.

5. Κάμετε τὸ ἴδιο μὲ τοὺς ἀριθμούς : 131 ὥς τὸ 139, 141 ὥς 149, 151 ὥς 159, 161 ὥς 169, 171 ὥς 179, 181 ὥς 189 καὶ 191 ὥς 199.

6. Τὸ 135 = 1 ἑκ. 3 δεκ. καὶ 5 μον. = 100 + 30 + 5. Κάμετε τὸ ἴδιο μὲ τοὺς ἀριθμοὺς 132, 146, 150, 167, 199, 180, 108.

7. Πιὸ σύντομα ἀπὸ τὴν προηγούμενη ἄσκησι ἔχομε : 124 = 100 + 20 + 4. Ν' ἀναλύσετε μὲ τὸν ἴδιο τρόπο τοὺς ἀριθμοὺς 137, 162, 190, 109, 111.

8. 125 + 2 = 100 + 20 + 5 + 2 = 127. Νὰ ἐκτελέσετε μὲ τὸν ἴδιο τρόπο τὶς προσθέσεις 142 + 6, 151 + 8, 184 + 5, 117 + 0, 183 + 6, 106 + 0, 160 + 0.

9. 154 = 100 + 50 + 4. Μποροῦμε ν' ἀναλύσωμε καὶ τὸ 100 σὲ πεντηκοντάδες, δηλαδή : 154 = (50 + 50) + 50 + 4. Μποροῦμε ἐπίσης ν' ἀναλύσωμε τὸ 50 σὲ 30 καὶ 20, δηλαδή : 154 = (50 + 50) + (30 + 20) + 4. Μποροῦμε τέλος ν' ἀναλύσωμε καὶ τὶς 4 μονάδες σὲ 3 + 1 μονάδες, δηλαδή : 154 = (50 + 50) + (30 + 20) + (3 + 1).
Γράφω τώρα μιὰν ἄλλη ἀνάλυσι τοῦ 154· νὰ βρῆτε ἂν εἶναι σωστή. 154 = (40 + 40 + 20) + (20 + 20 + 10) + (2 + 2 + 0). Κάμετε κι ἐσεῖς ἄλλες ἀναλύσεις τοῦ ἀριθμοῦ αὐτοῦ.

10. Μιὰ ἑκατοντ. 4 δεκάδες καὶ 7 μονάδες = 147 μονάδες. Νὰ βρῆτε πόσες μονάδες ἔχουν : 1 ἑκατ. 1 δεκ. καὶ 1 μονάδα, 1 ἑκατ. 9 δεκ. καὶ 3 μον., 1 ἑκατοντ. 6 δεκάδες καὶ 0 μον.

2. ΠΡΟΣΘΕΣΙ

α) Πρόσθεσι δεκάδων

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω πράξεις προφορικῶς καὶ γραπτῶς. Χρησιμοποιῆστε κατάλληλα ἀντικείμενα καὶ σχήματα.

1) 110 + 30   120 + 50   130 + 60   170 + 20
140 + 40   130 + 40

2) 120 + ; = 140   110 + ; = 180   130 + ; = 190
160 = 130 + ;   ; + 50 = 170

3) ; + ; = 120   ; + ; = 180   120 + 20 + 30 = ;
130 + 0 + 40 = ;

4) Τὸ 140 γίνεται, ἂν προσθέσωμε 100 + 20 + 20 ἢ 110 + 20 + 10 ἢ 80 + 20 + 40 ἢ 60 + 60 + 20 ἢ 100 + 40 + 0 κλπ. Μὲ ποιούς ἄλλους ὅμοιους συνδυασμοὺς μπορεῖτε νὰ κάμετε τὸ 140;
Κάμετε τὸ ἴδιο καὶ μὲ τοὺς ἀριθμοὺς 160, 180, 190.

β) Πρόσθεσι μονοψηφίων μὲ τριψηφίους

Νὰ λύσετε τὶς παρακάτω ἀσκήσεις ἀπὸ μνήμης κι ἔπειτα νὰ τὶς γράψετε :

1) 110 + 1   130 + 2   180 + 3   190 + 7
140 + 6   170 + 0

2) 112 + 3 = 1 ἑκ. + 1 δεκ. + 2 μον. + 3 μον. = 115.

Προσθέσαμε τὶς μονάδες μὲ τὶς μονάδες (3 + 2 = 5). Τὴν ἑκατοντάδα καὶ τὴ δεκάδα τὴν ἀφήσαμε ὅπως εἶναι. Νὰ βρῆτε :

114 + 3 = ;   105 + 4 = ;   121 + 7 = ;   142 + 5 = ;
171 + 5 = ;   109 + 0 = ;

3) 108 + 2 = ;   143 + 7 = ;   106 + ; = 110
124 + ; = 130   161 + ; = 170

Μετὰ τὸ 127 πρῶτος τριψήφιος ἀριθμὸς ποὺ τελειώνει σὲ μηδὲν ἔρχεται τὸ 130. Ποιός παρόμοιος ἀριθμὸς ἔρχεται πρῶτος μετὰ τοὺς ἀριθμοὺς 108, 116, 135, 157, 149;

Ποιός τριψήφιος ἀριθμὸς μὲ ψηφίο μονάδων τὸ 0 ἔρχεται μετὰ τοὺς ἀριθμοὺς 158, 166, 189, 173, 142, 133, 127, 111;

4) Παράδειγμα. $115 + 8 = 115 + 5 + 3 = 120 + 3 = 123$. Ἀναλύσαμε τὶς 8 μονάδες σὲ $5 + 3$. Προσθέσαμε πρῶτα τὸ 5, γιὰ νὰ συμπληρώσωμε δεκάδα. Ἔπειτα προσθέσαμε καὶ τὸ 3.

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω προσθέσεις μὲ ἀνάλυσι τοῦ δεύτερου προσθετέου.

$106 + 9$	$115 + 7$	$137 + 7$	$176 + 8$	$158 + 7$
$154 + 8$	$184 + 9$	$179 + 7$		

γ) Πρόσθεσι διψηφίων μὲ διψήφιους καὶ τριψήφιους ἀριθμοὺς

1. Πόσα κάνουν $125 + 20$; Λέμε: $120 + 20 = 140$· καὶ 5 κάνουν 145.

$135 + 20 =$;	$130 + 15 =$;	$160 + 37 =$;
$120 + 13 =$;	$177 + 20 =$;	$90 + 21 =$;

2) Πόσα κάνουν $134 + 23$; Λέμε: $134 + 20 = 154$· καὶ 3 κάνουν 157· ἢ $130 + 20 = 150$· καὶ 4 154· καὶ 3 157.

$124 + 13$	$176 + 22$	$94 + 21$	$54 + 73$
$135 + 12$	$184 + 11$	$85 + 23$	$48 + 81$
$151 + 25$	$163 + 33$	$72 + 46$	$35 + 92$

$161 + 21 + 14$ $145 + 32 + 12$ $104 + 53 + 41$

3) Τὶς ἴδιες ἀσκήσεις καὶ ἄλλες ὅμοιες μποροῦμε νὰ τὶς ἐκτελέσωμε, καὶ ἂν γράψωμε τὸν ἕναν προσθετέο κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο.

Π.χ. πόσα κάνουν $141 + 23 + 15$;

Γράφομε:

$$\begin{array}{rl} 141 = & 1 \text{ ἑκ.} + 4 \text{ δεκ.} + 1 \text{ μον.} \\ 23 = & \quad\quad\ \ 2 \text{ δεκ.} + 3 \text{ μον.} \\ + \ 15 = & \quad\quad\ \ 1 \text{ δεκ.} + 5 \text{ μον.} \\ \hline & 1 \text{ ἑκ.} + 7 \text{ δεκ.} + 9 \text{ μον.} = 179 \end{array}$$

῞Οπως βλέπετε, προσθέτομε χωριστὰ τὶς μονάδες καὶ γράφομε τὸ ἄθροισμά τους κάτω ἀπὸ τὶς μονάδες, χωριστὰ τὶς δεκάδες καὶ γράφομε τὸ ἄθροισμά τους κάτω ἀπὸ τὶς δεκάδες καὶ τέλος κατεβάζομε τὸ ψηφίο τῶν ἑκατοντάδων. Αὐτὸ μπορεῖ νὰ γίνῃ καὶ χωρὶς ἀνάλυσι τῶν προσθετέων σ' ἑκατοντάδες, δεκάδες καὶ μονάδες.

Νὰ κάμετε τὶς παρακάτω προσθέσεις μὲ ἀνάλυσι καὶ χωρὶς ἀνάλυσι :

$$
\begin{array}{r}
112\\
21\\
+\ 24\\ \hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
146\\
13\\
+\ 20\\ \hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
150\\
37\\
+\ 12\\ \hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
131\\
35\\
+\ 22\\ \hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
73\\
102\\
+\ 11\\ \hline
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
44\\
12\\
+\ 112\\ \hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
81\\
75\\
+\ 30\\ \hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
62\\
80\\
+\ 56\\ \hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
70\\
64\\
+\ 31\\ \hline
\end{array}
$$

4) Πόσα κάνουν $145 + 27$; Λέμε : $145 + 20 = 165$· καὶ 7 (μὲ ἀνάλυσι σὲ $5 + 2$) 172.

Μπορεῖτε νὰ τὸ βρῆτε καὶ μὲ ἄλλο τρόπο. Δοκιμάστε. Νὰ ἐκτελέσετε ἀπὸ μνήμης μὲ ὅποιο τρόπο θέλετε τὶς προσθέσεις : $123 + 18$ $166 + 25$ $118 + 54$ $93 + 49$ $98 + 36$ $95 + 58 + 43$

Στὴν τελευταία ἄσκησι ἔχομε τρεῖς προσθετέους. Προσθέτομε τοὺς δύο πρώτους καὶ στὸ ἄθροισμα ποὺ θὰ βροῦμε προσθέτομε καὶ τὸν τρίτο. Π.χ. $134 + 28 + 17 =$; Λέμε : $134 + 20 = 154$· καὶ 8 162. ῟Ως ἐδῶ ἔχομε προσθέσει τοὺς δύο πρώτους προσθετέους. Συνεχίζομε : $162 + 10 = 172$· καὶ 7 179. Μπορεῖτε ν' ἀκολουθήσετε καὶ ὁποιονδήποτε ἄλλο τρόπο θέλετε σεῖς.

῞Οπως εἴπαμε, τὶς προσθέσεις μποροῦμε νὰ τὶς σημειώσωμε ὄχι μόνο ὁριζόντια ἀλλὰ καὶ κατακόρυφα. Π.χ. πόσα κάνουν $156 + 18 + 23$; Γράφομε :

$$
\begin{array}{rl}
156 = & 1 \text{ ἑκ.} + 5 \text{ δεκ.} + \ \ 6 \text{ μον.}\\
18 = & 0 \text{ ἑκ.} + 1 \text{ δεκ.} + \ \ 8 \text{ μον.}\\
+\ \ 23 = & 0 \text{ ἑκ.} + 2 \text{ δεκ.} + \ \ 3 \text{ μον.}\\ \hline
& 1 \text{ ἑκ.} + 8 \text{ δεκ.} + 17 \text{ μον.} = 1 \text{ ἑκ.} + 9 \text{ δεκ.} +\\
& \qquad\qquad\qquad\qquad 7 \text{ μον.} = 197
\end{array}
$$

Τὴ 1 δεκάδα ποὺ βρήκαμε ἀπὸ τὶς μονάδες τὴν προσθέσαμε στὶς δεκάδες. Μποροῦμε νὰ κάνωμε τὴν πρόσθεσι καὶ χωρὶς ἀνάλυσι τῶν προσθετέων· δηλαδή :

$$\left.\begin{array}{r} 156 \\ 18 \\ +\ 23 \end{array}\right\} \text{προσθετέοι}$$
$$\begin{array}{r} \hline 197 \end{array} \quad \text{ἄθροισμα}$$

Ἀρχίζομε ἀπὸ τὶς μονάδες. Λέμε: $3 + 8 = 11$· καὶ 6 17. Γράφομε τὸ 7 κάτω ἀπὸ τὶς μονάδες καὶ κρατοῦμε τὴ 1 δεκάδα. Προχωροῦμε τώρα στὶς δεκάδες: 1 τὸ κρατούμενο + 2 3· καὶ 1 4· καὶ 5 9. Γράφομε τὸ 9 κάτω ἀπὸ τὶς δεκάδες. Τέλος κατεβάζομε τὸ 1 (μία ἑκατοντάδα). Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω προσθέσεις:

$$\begin{array}{r} 143 \\ +\ 39 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 166 \\ +\ 28 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 129 \\ +\ 47 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 173 \\ +\ 18 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 124 \\ +\ 57 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ +\ 149 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ +\ 26 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 54 \\ +\ 30 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 63 \\ +\ 38 \\ \hline \end{array}$$

Τὸ μηδὲν σὰν προσθετέος

1. Πόσα αὐγὰ εἶναι στὰ δύο καλάθια; Σημειώνομε τὴν πρᾶξι: $15 + 0 = 15$.

Συμπέρασμα. Ἂν προσθέσωμε τὸ 0 σ' ἕναν ἀριθμό, βρίσκομε ἄθροισμα τὸν ἴδιο ἀριθμό.

2. Πόσα τρίγωνα συνολικὰ βρίσκονται μέσα στοὺς παρακάτω 5 κύκλους;

Σημειώνομε τὴν πρᾶξι: $3 + 2 + 6 + 0 + 5 = 16$

Ἔχομε 4 θρανία. Στὸ πρῶτο κάθονται 2 παιδιά, στὸ δεύτερο 1, στὸ τρίτο 3 καὶ τὸ τέταρτο εἶναι ἄδειο. Πόσα παιδιὰ κάθονται καὶ στὰ 4 θρανία; Σημειώνομε τὴν πρᾶξι $2 + 1 + 3 + 0 = 6$

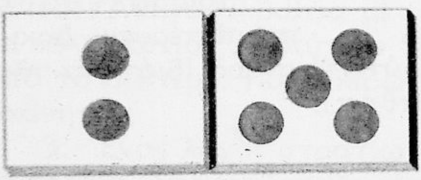
Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω προσθέσεις:

$4 + 6 + 3 =$	$3 + 5 + 6 =$
$4 + 6 + 3 + 0 =$	$3 + 5 + 6 + 0 =$
$7 + 10 + 8 =$	$2 + 9 + 4 =$
$0 + 7 + 10 + 8 =$	$2 + 0 + 9 + 4 =$

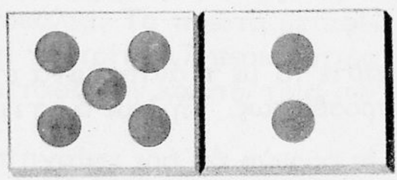
Τί βρήκατε; Τί παρατηρεῖτε; Ἂν προσθέσωμε τὸ 0, ἀλλάζει τὸ ἄθροισμα;

Ἀντιμετάθεσι προσθετέων

Τὸ σχῆμα Α δείχνει ἕνα πλακάκι ἀπὸ τὸ παιγνίδι ποὺ λέγεται «ντόμινο». Τὸ πλακάκι αὐτὸ εἶναι χωρισμένο στὴ

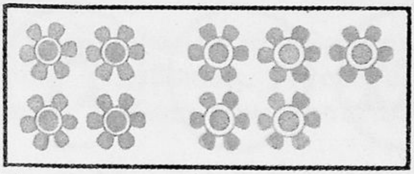


Α

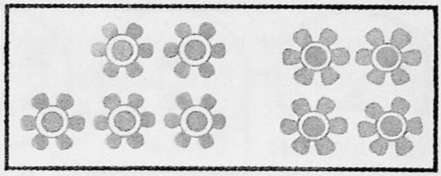


Β

μέση κι ἔχει 2 κύκλους στὸ ἕνα μέρος καὶ 5 στὸ ἄλλο. Δηλ. ἔχει $2 + 5 = 7$ κύκλους. Ἂν γυρίσωμε τὸ πλακάκι, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα Β, θὰ ᾿ρθη πρῶτο τὸ μέρος μὲ τοὺς 5 κύκλους καὶ δεύτερο τὸ μέρος μὲ τοὺς 2 κύκλους. Τὸ πλακάκι θὰ ἔχη $5 + 2 = 7$ κύκλους, δηλ. τοὺς ἴδιους. Ἄλλαξε μόνο ἡ θέσι τῶν προσθετέων· τὸ ἄθροισμά τους μένει τὸ ἴδιο.

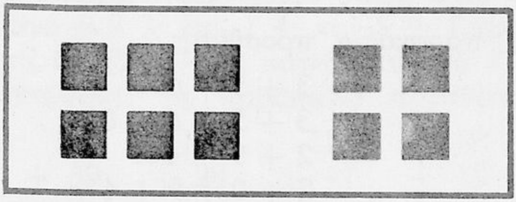


Γ

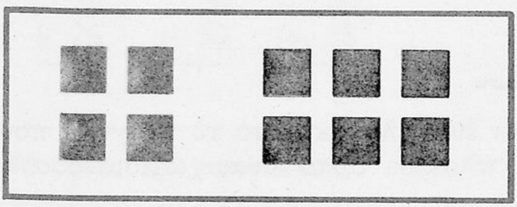


Δ

Τὸ ἴδιο παρατηροῦμε καὶ στὰ σχήματα Γ καὶ Δ. Δηλ. $4 + 5 = 9$ μαργαρίτες καὶ $5 + 4 = 9$ μαργαρίτες. Κι ἐδῶ τὸ ἄθροισμα μένει τὸ ἴδιο.



Ε



Ζ

Στὰ σχήματα Ε καὶ Ζ ἔχομε $6+4=10$ τετράγωνα καὶ $4 + 6 = 10$ τετράγωνα.

Ὥστε τὸ ἄθροισμα δὲν ἀλλάζει, ἂν ἀλλάξωμε τὴ θέσι τῶν προσθετέων.

Ἀλλαγὴ στὴ θέσι μπορεῖ νὰ γίνη, καὶ ὅταν ἔχωμε τρεῖς ἢ περισσότερους προσθετέους. Δοκιμάστε το μὲ τ' ἀντικείμενά σας. Αὐτὴ εἶναι μιὰ ἰδιότητα τῆς προσθέσεως. Τὴ λέμε ἀντιμετάθεσι.

Δοκιμὴ τῆς προσθέσεως

Γιὰ νὰ βεβαιωθοῦμε ὅτι δὲν κάναμε λάθος στὴν πρόσθεσι, κάνομε τὴ δοκιμή της. Στὴ δοκιμὴ ἀρχίζομε τὴν πρόσθεσι ἀπὸ πάνω πρὸς τὰ κάτω. Ἂν βροῦμε τὸ ἴδιο ἄθροισμα, ἡ πρᾶξι μας εἶναι σωστή.

Ἡ δοκιμὴ τῆς προσθέσεως στηρίζεται στὴν ἀντιμετάθεσι. Μὲ τὴν πρώτη ματιὰ δὲν φαίνεται ὅτι γίνεται ἀντι-

μετάθεσι. Πραγματικὰ ὅμως γίνεται. Διότι, ἀρχίζοντας ἀπὸ πάνω, φέρνομε πρῶτο προσθετέο ἐκεῖνον ποὺ προηγουμένως τὸν εἴχαμε προσθέσει τελευταῖο.
Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω προσθέσεις μὲ τὴ δοκιμή τους.

$$\begin{array}{r}146\\37\\+\ 9\\\hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}108\\45\\+\ 19\\\hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}94\\28\\+\ 32\\\hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}75\\47\\+\ 54\\\hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}59\\18\\+\ 86\\\hline\end{array}$$

$$\begin{array}{r}8\\35\\+\ 114\\\hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}83\\78\\+\ 15\\\hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}64\\67\\+\ 38\\\hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}104\\59\\+\ 27\\\hline\end{array}$$

Μεταφορὲς

1. Τὸ βαποράκι «Θεμιστοκλῆς» κάνει κάθε μέρα 3 δρομολόγια ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ στὴ Σαλαμῖνα. Χτὲς τὸ πρωῒ μετέφερε 49 ἐπιβάτες, τὸ μεσημέρι 58 καὶ τὸ βράδυ 77. Πόσους ἐπιβάτες μετέφερε χτὲς ὁ «Θεμιστοκλῆς»;

2. Τρία φορτηγὰ αὐτοκίνητα μεταφέρουν γιὰ τὴν ἀγορὰ τῆς Ἀθήνας κιβώτια μὲ πορτοκάλια. Τὸ πρῶτο μεταφέρει 65 κιβώτια, τὸ δεύτερο 58 καὶ τὸ τρίτο 17 περισσότερα ἀπὸ τὸ δεύτερο. Πόσα κιβώτια μεταφέρουν καὶ τὰ τρία αὐτοκίνητα ;

3. Ἕνας λόχος στρατιωτῶν πηγαίνει γιὰ τὰ σύνορα μὲ τὸ τραῖνο. Στὸ πρῶτο βαγόνι εἶναι 37 στρατιῶτες, στὸ δεύτερο 39, στὸ τρίτο 45, στὸ τέταρτο 40 καὶ στὸ πέμπτο ὅσοι καὶ στὸ δεύτερο. Πόσους στρατιῶτες ἔχει ὁ λόχος.;

4. Μὲ τὸ τραῖνο Ἀθηνῶν - Θεσσαλονίκης ταξιδεύουν 167 ἐπιβάτες. Στὴ Λάρισα ἀνέβηκαν 29 ἀκόμη ἐπιβάτες. Πόσοι ταξιδεύουν τώρα μὲ τὸ τραῖνο ;

5. Τὴν περασμένη Δευτέρα ἕνα ἀεροπλάνο τῆς «Ὀλυμπιακῆς» μετέφερε ἀπὸ τὴν Ἀθήνα στὰ Χανιὰ 88 ἐπιβάτες. Στὴν ἐπιστροφή του μετέφερε 95 ἐπιβάτες. Πόσοι ἄνθρωποι

ταξίδεψαν τὴ Δευτέρα μὲ τὸ ἀεροπλάνο αὐτὸ κατὰ τὰ δύο δρομολόγια;

6. Ἕνας γεωργὸς μεταφέρει μὲ τὸ κάρο του 4 σακκιὰ σιτάρι. Τὸ πρῶτο ζυγίζει 56 κιλά, τὸ δεύτερο 58, τὸ τρίτο 50 καὶ τὸ τέταρτο τὰ μισὰ κιλὰ ἀπ' ὅσα ζυγίζει τὸ τρίτο. Πόσο σιτάρι μεταφέρει ὁ γεωργός;

7. Ὁ κὺρ Πέτρος, ὁ κηπουρός, μετέφερε ἀπὸ τὴν ἀποθήκη του στὴν ἀγορὰ 119 κιλὰ πατάτες καὶ τοῦ ἔμειναν 78 κιλά. Πόσες πατάτες εἶχε ;

8. Πόσα γίνονται 80 καὶ 65 καὶ τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ 80 ;

9. Νὰ βρῆς πόσα κάνουν τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ 100 καὶ τὸ $\frac{1}{5}$ τοῦ 50 καὶ 79 ἀκόμη.

3. ΑΦΑΙΡΕΣΙ

Ἀπὸ μνήμης

α) Ἀφαίρεσι δεκάδων

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω πράξεις. Χρησιμοποιῆστε τ' ἀντικείμενά σας.

1) 150 − 20 = ; 180 − 50 190 − 40
180 − 60 110 − 10 200 − 20

2) 110 − 20 = ; 120 − 40 150 − 60
180 − 90 140 − 80 190 − 100

3) 180 − ; = 110 140 − ; = 100 ; − 20 = 130
; − 50 = 140 190 − ; = 150

4) 180 − 50 − 60 − 30 = ; 160 − 80 − 30 − 50 = ;
140 − 50 − 10 − 60 = ;

5) 190 − 30 + 20 − 60 = ; 150 + 20 − 60 − 40 = ;
160 + 20 − 90 + 10 = ;

6) 140 − 30 = 110. Ἀντίστροφα 110 + 30 = 140.
140 − 110 = 30. » 30 + 110 = 140.

Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο νὰ ἐργαστῆτε καὶ στὶς παρακάτω ἀσκήσεις· νὰ γράψετε καὶ νὰ βρῆτε καὶ τὶς ἀντίστροφες πράξεις.

200 – 50 = ; 170 – 80 = ; 120 – 70 = ;
180 – 60 = ; 140 – 90 = ; 190 – 100 = ;

β) Ἀφαίρεσι μονοψήφιου ἀριθμοῦ ἀπὸ τριψήφιο

1) 115 – 3 = ; 147 – 4 = ; 182 – 0 = ;
136 – 5 = ; 184 – 3 = ;

2) 120 – 5 = ; 150 – 4 = ; 170 – 6 = ;
190 – 2 = ; 200 – 7 = ;

3) Πόσα μένουν 124 – 6 ;

Λέμε: 124 – 4 = 120· πλὴν 2 118.

132 – 5 = ; 157 – 9 = ; 181 – 6 = ;
155 – 7 = ; 173 – 7 = ;

γ) Ἀφαίρεσι διψηφίων ἢ τριψηφίων ἀπὸ τριψηφίους

1) 195 – 70 = ; 146 – 60 = ; 165 – 120 =
191 – 150 = ; 129 – 120 = ;

2) Πόσα μένουν 184 – 51 ; Λέμε: 184 – 50 = 134· πλὴν 1 133.
176 – 62 = ; 164 – 111 = ; 181 – 121 =;
152 – 102 = ; 175 – 74 = ;

3) Πόσα μένουν 140 – 23 ; Λέμε: 140 – 20 = 120, 120 – 3 = 117.
160 – 38 = ; 170 – 24 = ; 150 – 105 = ;
170 – 95 = ; 110 – 78 = ;

4) 173 – 48 = ; Λέμε: 173 – 40 = 133· πλὴν 3 μένουν 130· πλὴν 5 125.

173 – 54 = ; 116 – 49 = ; 195 – 99 = ;
103 – 57 = ; 114 – 75 = ;

5) Πόσα γίνονται; 75+50–32, 118–34+40, 200–75+48.

῞Αλλαξε ἡ διαφορά;

Σχ. 1

Σχ. 2

Σχ. 3

῾Η πρώτη φρουτιέρα ἔχει 3 μῆλα περισσότερα ἀπὸ τὴ δεύτερη. Τὸ λέμε καὶ ἀλλιῶς: ῾Η δεύτερη ἔχει 3 μῆλα λιγώτερα ἀπὸ τὴν πρώτη. ῾Η διαφορὰ τῶν μήλων εἶναι 3, δηλαδὴ $7-4=3$ (Σχ. 1).

Προσθέτομε 2 μῆλα ἀκόμη σὲ κάθε φρουτιέρα. ῾Η πρώτη ἔχει τώρα $7+2=9$ μῆλα καὶ ἡ δεύτερη $4+2=6$. Πάλι ὅμως 3 μῆλα περισσότερα ἔχει ἡ πρώτη ἀπὸ τὴ δεύτερη. Δηλαδὴ $(7+2)-(4+2)=9-6=3$ (Σχ. 2). ῞Οπως βλέπετε, ἡ διαφορὰ δὲν ἄλλαξε.

᾿Αφαιροῦμε 2 μῆλα ἀπὸ κάθε φρουτιέρα τοῦ πρώτου σχήματος. Καὶ πάλι ἡ διαφορὰ ἔμεινε ἡ ἴδια, δηλαδὴ $(7-2)-(4-2)=5-2=3$ (Σχ. 3).

Ὥστε, ἂν προσθέσωμε ἢ ἀφαιρέσωμε ἀπὸ τὸν μειωτέο καὶ ἀπὸ τὸν ἀφαιρετέο τὸν ἴδιο ἀριθμό, ἡ διαφορὰ δὲν ἀλλάζει.

Κάμετε κι ἐσεῖς ὅμοιες ἀσκήσεις μὲ τ' ἀντικείμενά σας.

Προβλήματα (ἀπὸ μνήμης)

1) Ὁ Πέτρος εἶχε 29 δραχμὲς καὶ ὁ Παῦλος 25. Ὁ πατέρας τους ἔδωσε στὸν καθένα ἀπὸ ἕνα δεκάδραχμο. Πόσες δραχμὲς περισσότερες εἶχε ὁ Πέτρος ἀπὸ τὸν Παῦλο; καὶ πόσες περισσότερες ἔχει τώρα;

2. Ὁ Θάνος εἶναι 15 ἐτῶν καὶ ὁ Γιάννης 9. Πόση εἶναι ἡ διαφορὰ τῆς ἡλικίας των; Μετὰ 10 ἔτη πόση θὰ εἶναι ἡ διαφορά ; Πόση ἦταν ἡ διαφορὰ πρὶν ἀπὸ 5 ἔτη ;

Ἀσκήσεις

Παράδειγμα. $98 - 61 = ;$

Λύσι : Προσθέτω 2 μονάδες στὸν μειωτέο καὶ 2 στὸν ἀφαιρετέο καὶ θὰ ἔχω : $98 - 61 = (98 + 2) - (61 + 2) = 100 - 63$. Εὔκολα τώρα βρίσκω ὅτι $100 - 63 = 37$.

Ἄλλος τρόπος : Ἀφαιρῶ 1 ἀπὸ τὸ 61 καὶ μένουν 60. Ἀφαιρῶ ἐπίσης 1 ἀπὸ τὸ 98 καὶ μένουν 97. Εὔκολα τώρα βρίσκω ὅτι $97 - 60 = 37$.

Ἄλλος τρόπος : Προσθέτω 2 μονάδες στὸ 98 καὶ γίνεται 100. Ἀπὸ τὸ 100 ἀφαιρῶ 61 καὶ μένουν 39. Ἀπὸ τὸ 39 ἀφαιρῶ 2 (ποὺ πρόσθεσα στὸ 98) καὶ μένουν 37. Πάλι τὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα βρῆκα.

Πόσα μένουν ;

α)	89 – 73	48 – 29	56 – 35	77 – 42
β)	63 – 45	72 – 54	94 – 28	81 – 37

Ἡ γραπτὴ ἀφαίρεσι

α) Χωρὶς κρατούμενα

Ὅλες οἱ προηγούμενες ἀσκήσεις τῆς ἀφαιρέσεως λύνονται καὶ μὲ τὸν συνηθισμένο γραπτὸ τρόπο ποὺ ξέρομε.

Παράδειγμα 1. 150 − 20 = ; Γράφομε τὴν πρᾶξι :

$$\begin{array}{rl}
150 = & 1 \text{ ἑκ.} + 5 \text{ δεκ.} + 0 \text{ μον.} \\
- \underline{\;20} = & \underline{-\;(\;2\;\text{»}\;+\;0\;\;\text{»})} \\
 & 1\;\text{»} + 3\;\text{»} + 0\;\text{»} = 130
\end{array}
\qquad
\text{ἢ πιὸ σύντομα χωρὶς ἀνάλυσι}\quad
\begin{array}{r}
150 \\
-\;\underline{20} \\
130
\end{array}$$

Παράδειγμα 2. 138 − 7 = ; Γράφομε τὴν πρᾶξι :

$$\begin{array}{rl}
138 = & 1 \text{ ἑκ.} + 3 \text{ δεκ.} + 8 \text{ μον.} \\
-\;\underline{\;7} = & \underline{-\,0\;\text{»}\quad 0\;\text{»}\quad 7\;\text{»}} \\
 & 1\;\text{»} + 3\;\text{»} + 1\;\text{»} = 131
\end{array}
\qquad
\text{ἢ πιὸ σύντομα χωρὶς ἀνάλυσι}\quad
\begin{array}{r}
138 \\
\underline{-\;7} \\
131
\end{array}$$

β) Μὲ κρατούμενα

Παράδειγμα 1. 162 − 9 = ; Μποροῦμε νὰ γράψωμε :

$$\begin{array}{rlll}
162 = & 1 \text{ ἑκ.} + 6 \text{ δ.} + 2 \text{ μ.} & = & 1 \text{ ἑκ.} + 5 \text{ δ.} + 12 \text{ μ.} \\
\underline{-\;9} = & \underline{-\,0\;\text{»}\quad 0\;\text{»}\quad 9\;\text{»}} & = & \underline{-\,0\;\text{»}\quad 0\;\text{»}\quad 9 \text{ μ.}} \\
 & & & 1 \text{ ἑκ.} + 5 \text{ δ.} + 3 \text{ μ.} \\
 & & & = 153
\end{array}$$

$$\text{ἢ}\quad
\begin{array}{r}
162 \\
\underline{-\;9} \\
153
\end{array}$$

Λέμε : Τὸ 9 ἀπὸ τὸ 2 δὲν ἀφαιρεῖται. Δανειζόμαστε 1 δεκάδα ἀπὸ τὸ 6 καὶ τὴν προσθέτομε στὶς 2 μονάδες, οἱ ὁποῖες γίνονται 12. 9 ἀπὸ 12 μένουν 3. Γράφομε τὸ 3 κάτω ἀπὸ τὶς μονάδες. Βγάζομε τὸ ἕνα ποὺ δανειστήκαμε ἀπὸ τὸ 6 καὶ μᾶς μένουν 5. Γράφομε τὸ 5 στὴ στήλη τῶν δεκάδων. Κατεβάζομε καὶ τὴ 1 ἑκατοντάδα.

Παράδειγμα 2. 163 − 138 = ; Γράφομε :

$$\begin{array}{rlll}
163 = & 1 \text{ ἑκ.} + 6 \text{ δ.} + 3 \text{ μ.} & = & 1 \text{ ἑκ.} + 5 \text{ δ.} + 13 \text{ μ.} \\
\underline{-\;138} = & \underline{-\,(1 \text{ ἑκ.} + 3 \text{ δ.} + 8 \text{ μ.})} & = & \underline{-\,(1 \text{ ἑκ.} + 3 \text{ δ.} + 8 \text{ μ.})} \\
 & & & 0\;\text{»} + 2 \text{ δ.} + 5 \text{ μ.} = \\
 & & & = 25
\end{array}$$

$$\text{ἢ χωρὶς ἀνάλυσι}\quad
\begin{array}{r}
163 \\
\underline{-\;138} \\
025
\end{array}$$

Πῶς κάναμε ἐδῶ τὴν ἀφαίρεσι ;

Παράδειγμα 3. $105 - 26 = ;$ Γράφομε :

$$\begin{array}{rcl}
105 = & 1 \text{ ἑκ.} + 0 \text{ δ.} + 5 \text{ μ.} = & 0 \text{ ἑκ.} + 10 \text{ δ.} + 5 \text{μ.} = \\
\underline{-\ 26} = & \underline{- \quad (2 \text{ δ.} + 6 \text{ μ.})} = & \underline{- \quad (\ 2 \text{ »} + 6 \text{»})} =
\end{array}$$

$$\begin{array}{rl}
= & 0 \text{ ἑκ.} + 9 \text{ δεκ.} + 15 \text{ μον.} \\
= & \underline{- \quad (2 \text{ δεκ.} + \ 6 \text{ μον.})} \\
 & 7 \text{ δεκ.} + \ 9 \text{ μον.} = 79
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lr}
\text{ἢ χωρὶς} & 105 \\
\text{ἀνάλυσι} & \underline{-\ 26} \\
 & 079
\end{array}$$

Λέμε : Τὸ 6 ἀπὸ τὸ 5 δὲν ἀφαιρεῖται. Δανειζόμαστε 1 δεκάδα καὶ τὴν προσθέτομε στὸ 5, τὸ ὁποῖο γίνεται 15. 6 ἀπὸ 15 μένουν 9. Τὸ γράφομε στὴ στήλη τῶν μονάδων. 1 ποὺ δανειστήκαμε καὶ 2 ἴσον 3· ἀπὸ 0 δὲν ἀφαιρεῖται. Δανειζόμαστε 1 ἑκατοντάδα, δηλαδὴ 10 δεκάδες. Τὶς προσθέτομε στὸ 0 καὶ γίνονται 10 δεκάδες. 3 ἀπὸ 10 μένουν 7. Ἕνα ποὺ δανειστήκαμε ἀπὸ 1 μένει 0.

Ἀσκήσεις

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω ἀφαιρέσεις :

$$\begin{array}{r} 140 \\ \underline{-\ 30} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 120 \\ \underline{-\ 40} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 139 \\ \underline{-\ \ 6} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 152 \\ \underline{-121} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 177 \\ \underline{-148} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 183 \\ \underline{-\ 79} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 190 \\ \underline{-164} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 106 \\ \underline{-\ 52} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 200 \\ \underline{-163} \end{array}$$

Ἀντιστροφὴ προβλημάτων

Παράδειγμα 1. Ὁ Στέφανος εἶχε 100 δραχμὲς καὶ δάνεισε τὶς 40 στὸν Παῦλο. Πόσες τοῦ ἔμειναν; Ἀπάντησι. $100 - 40 = 60$.

Ἀλλάζω τὸ πρόβλημα. Ὁ Στέφανος δάνεισε 40 δραχμὲς στὸν Παῦλο καὶ τοῦ ἔμειναν 60. Πόσες δραχ. εἶχε ; Ἀπάντησι. $60 + 40 = 100$.

Παράδειγμα 2. Ἀπὸ ἕνα τόπι ὕφασμα 50 μέτρων πουλήθηκαν τὰ 30. Πόσα μέτρα ἔμειναν ; Ἀπάντησι. $50 - 30 = 20$.

Ἀντιστρέφω τὸ πρόβλημα. Ἀπὸ ἕνα τόπι ὕφασμα πουλήθηκαν 30 μ. κι ἔμειναν 20. Πόσα μ. ἦταν ὅλο τὸ ὕφασμα ; Ἀπάντησι. $20 + 30 = 50$.

Νὰ λύσετε κι ἔπειτα ν' ἀντιστρέψετε τὰ παρακάτω προβλήματα :

1. Ἡ διπλὴ μετροταινία σας ἔχει 200 ἑκατοστὰ (πόντους). Ἂν κόψετε ἕνα κομμάτι 50 πόντων, πόσους πόντους θὰ ἔχῃ τὸ κομμάτι ποὺ θὰ σᾶς μείνῃ;
2. Ἕνα βαρέλι γεμάτο λάδι ζυγίζει 180 κιλά. Τὸ λάδι εἶναι 155 κιλά. Πόσο ζυγίζει τὸ ἄδειο βαρέλι ;
3. Νὰ κάμετε κι ἐσεῖς ὅμοια προβλήματα καὶ νὰ τ' ἀντιστρέψετε.

Δοκιμὴ τῆς ἀφαιρέσεως

Ὅπως εἴδατε, ἀντιστρέψαμε τὰ παραπάνω προβλήματα ἀφαιρέσεως καὶ τὰ κάναμε προβλήματα προσθέσεως. Μὲ τὴν ἀντιστροφὴ ὅμως αὐτὴ δὲν ἀλλάξαμε μόνο τὰ προβλήματα, ἀλλὰ βεβαιωθήκαμε κιόλας ὅτι οἱ ἀφαιρέσεις ἦταν σωστές. Κάναμε δηλαδὴ τὴ δοκιμὴ τῆς ἀφαιρέσεως. Πῶς ἔγινε ;

Ξανακοιτάξτε τὰ προβλήματα. Θὰ δῆτε ὅτι σὲ ὅλα προσθέσαμε τὸ ὑπόλοιπο καὶ τὸν ἀφαιρετέο καὶ βρήκαμε τὸν μειωτέο.

Γράφομε πάλι τὶς ἀφαιρέσεις, κατακόρυφα αὐτὴ τὴ φορά, καὶ δίπλα τὴ δοκιμή τους.

$$\begin{array}{r} 100 \\ -\ 40 \\ \hline 60 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 40 \\ +\ 60 \\ \hline 100 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 50 \\ -\ 30 \\ \hline 20 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 30 \\ +\ 20 \\ \hline 50 \end{array}$$

Ὥστε, γιὰ νὰ κάνωμε τὴ δοκιμὴ τῆς ἀφαιρέσεως, προσθέτομε τὸ ὑπόλοιπο καὶ τὸν ἀφαιρετέο. Ἂν βροῦμε τὸν μειωτέο, ἡ ἀφαίρεσι εἶναι σωστή.

Ἄλλος τρόπος, γιὰ νὰ κάμετε τὴ δοκιμὴ τῆς ἀφαιρέσεως, εἶναι νὰ ἐκτελέσετε ἄλλη μιὰ φορὰ τὴν ἀφαίρεσι.

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω ἀφαιρέσεις μὲ τὴ δοκιμή τους. $173-108=$ $138-79=$ $105-56=$
$190-107=$ $200-143=$

Προβλήματα

1. Ἡ μητέρα ἀγόρασε ἕνα τραπεζομάντηλο ἀξίας 157 δραχμῶν κι' ἔδωσε στὴν ταμία τοῦ καταστήματος 1 ἑκατοστάρικο καὶ 2 πενηντάρια. Τί ρέστα θὰ πάρη ;

2. Ἕνας ἐργάτης παίρνει ἡμερομίσθιο 125 δραχμὲς καὶ ξοδεύει κατὰ μέσον ὅρο τὴν ἡμέρα 108. Πόσες δραχμὲς τοῦ μένουν ;

3. Ἕνας κτηνοτρόφος ἔχει 190 γιδοπρόβατα. Ἀπὸ αὐτὰ τὰ 76 εἶναι γίδια. Πόσα εἶναι τὰ πρόβατα ;

4. Ὁ Ἀντρέας ἔχει στὸν κουμπαρά του 145 δραχμές. Πόσες πρέπει νὰ βάλη ἀκόμη, γιὰ νὰ τὶς κάμη 200 ;

5. Δύο αὐτοκίνητα πῆραν παραγγελία νὰ μεταφέρουν 200 σακκιὰ τσιμέντο σὲ μιὰ οἰκοδομή. Τὸ ἕνα μετέφερε 60 σακκιὰ καὶ τὸ ἄλλο 56. Πόσα πρέπει νὰ μεταφέρουν ἀκόμη ;

6. Ὁ μανάβης ἀγόρασε πορτοκάλια καὶ πλήρωσε 165 δρχ. Τὰ πούλησε καὶ πῆρε 200 δραχμές. Πόσες δραχμὲς κέρδισε ;

7. Ἕνας γεωργὸς μάζεψε ἀπὸ 3 καρυδιὲς 115 κιλὰ καρύδια. Ἀπὸ τὴ μιὰ μάζεψε 46 κιλὰ καὶ ἀπὸ τὴν ἄλλη 35. Πόσα μάζεψε ἀπὸ τὴν τρίτη ;

8. Τὰ παιδιὰ πηδοῦν ἅλμα σὲ ὕψος. Ὁ Γιῶργος πήδησε 120 πόντους, ὁ Γιάννης 128 πόντους, ὁ Παῦλος 117 καὶ ὁ Νίκος 132. Νὰ βρῆτε πόσους πόντους διαφέρει τὸ πήδημα τοῦ καθενὸς παιδιοῦ ἀπὸ τὰ πηδήματα τῶν ἄλλων παιδιῶν.

Σημειῶστε στὸν πίνακα μὲ κατακόρυφες γραμμὲς τὸ ὕψος ποὺ πήδησε τὸ κάθε παιδί. Τὸ σχῆμα αὐτὸ θὰ σᾶς βοηθήση στὴ σύγκρισι καὶ στὶς πράξεις.

9. Ὁ Φάνης καὶ ὁ Χάρης βάδισαν 180 μέτρα, γιὰ νὰ

φτάσουν ἀπὸ τὸ σπίτι τοῦ Φάνη στὴν Παιδικὴ Χαρά. Στὴν ἐπιστροφὴ βάδισαν 94 μέτρα καὶ ὁ Χάρης ἔφτασε στὸ σπίτι του. Πόσα θὰ βαδίσῃ ἀκόμη ὁ Φάνης, γιὰ νὰ φτάσῃ στὸ δικό του ;

Μπορεῖτε νὰ μαντέψετε ;

1. Ἔχω ἕναν ἀριθμό. Ἂν τοῦ προσθέσω 117, γίνεται 181. Ποιός εἶναι ;

2. Δύο ἀριθμοὶ ἔχουν ἄθροισμα 200. Ὁ ἕνας εἶναι ὁ 104. Ποιός εἶναι ὁ ἄλλος ;

4. ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

Παράγοντες τῶν ἀριθμῶν 1 ὣς 200

1. Ἕνα ἑκατοστάρικο ἔχει 100 δραχμές· δηλαδὴ $1 \times 100 = 100$. 2 ἑκατοστάρικα ἔχουν 200 δραχμές· δηλαδη $2 \times 100 = 200$. Νὰ βρῆτε τὸν παράγοντα ποὺ λείπει· $200 = 2 \times$;, $100 = 1 \times$;

2. Πόσες δραχ. ἔχουν 2 πενηντάρια ; 1, 3, 4 πενηντάρια ; Σημειῶστε τὶς πράξεις. Νὰ βρῆτε $100 =$; $\times 50$, $200 =$; $\times 50$, $150 =$; $\times 50$.

3. Ἕνα εἰκοσάδραχμο ἔχει 20 δραχμές. Πόσες ἔχουν τὰ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 εἰκοσάδραχμα; Σημειῶστε τὶς πράξεις· δηλαδή : $1 \times 20 = 20$, $2 \times 20 = 40$ κλπ.

Παράδειγμα : Πόσες φορὲς τὸ 20 κάνει 40 ; Ἀπάντησι. $2 \times 20 = 40$. Νὰ βρῆτε : ; $\times 20 = 60$; $\times 20 = 140$; $\times 20 = 200$; $\times 20 = 80$ $100 = 5 \times$; $160 = 8 \times$;

4. Ἕνα δεκάρικο ἔχει 10 δραχμές· δηλ. $1 \times 10 = 10$. Πόσες ἔχουν 2, 3, 4, 5... 20 δεκάρικα ; Σημειῶστε τὶς πράξεις. Νὰ βρῆτε :

; $\times 10 = 50$; $\times 10 = 150$; $\times 10 = 200$
$60 = 10 \times$; $140 = 10 \times$; $160 = 10 \times$;

5. Ἕνα πεντάδραχμο ἔχει 5 δραχμές· δηλαδὴ $1 \times 5 = 5$. Πόσες ἔχουν 2, 3, 4, 5... 40 πεντάδραχμα ; Σημειῶστε τὶς πράξεις.

Νὰ βρῆτε τοὺς παράγοντες ποὺ λείπουν :

$; \times 5 = 20$ $\quad ; \times 5 = 150$ $\quad ; \times 5 = 160$

$; \times 5 = 145$ $\quad ; \times 5 = 155$ $\quad ; \times 5 = 185.$

Οἱ παράγοντες τοῦ 115 εἶναι ὁ 5 καὶ ὁ 23. Ποιοί εἶναι οἱ παράγοντες τοῦ 125, 145, 155, 175, 185 ;

6. Νὰ χωρίσετε τὴ μετροταινία σας σὲ 4 μέρη. Πόσους πόντους ἔχει τὸ καθένα ; Θὰ ἔχετε 4 εἰκοσιπεντάρια. Πόσους πόντους κάνουν τὰ 2 εἰκοσιπεντάρια ; τὰ 3, 1, 4, 5, 6, 7, 8 εἰκοσιπεντάρια ; Χρησιμοποιῆστε τὴ διπλὴ μετροταινία σας, γιὰ νὰ σᾶς βοηθήση. Σημειῶστε τὶς πράξεις : $1 \times 25 = 25$, $\quad 2 \times 25 = 50$ κλπ.

7. Ὅταν ξέρωμε νὰ πολλαπλασιάζωμε μὲ τὸ 10, εἶναι πολὺ εὔκολο νὰ πολλαπλασιάζωμε καὶ μὲ τὸ 11. Π.χ. $2 \times 11 =$; Λέμε : $2 \times 10 = 20$, $\quad 2 \times 1 = 2$, $\quad 20 + 2 = 22$.

Ἄλλο παράδειγμα : $9 \times 11 =$; Λέμε : $9 \times 10 = 90$, $9 \times 1 = 9$, $\quad 90 + 9 = 99$.

Νὰ σχηματίσετε τὴ σειρά : $1 \times 11 = 11$, $2 \times 11 = 22$... κλπ. ὣς τὸ $18 \times 11 = 198$.

8. Μιὰ δωδεκάδα ποτήρια ἔχει 12 ποτήρια. Πόσα ἔχουν 2, 3, 4, 5... 16 δωδεκάδες ;

Παράδειγμα : Πόσα γίνονται 14×12 ;

Λέμε : $10 \times 12 = 120$, $\quad 4 \times 12 = 48$, $\quad 120 + 48 = 168$.

9. Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο νὰ σχηματίσετε τὶς σειρές :

α) 1×13, $\quad 2 \times 13$, $\quad 3 \times 13$, $\quad 4 \times 13$... ὣς τὸ 15×13.

β) 1×14, $\quad 2 \times 14$, $\quad 3 \times 14$... ὣς τὸ 14×14.

γ) 1×15, $\quad 2 \times 15$, $\quad 3 \times 15$... ὣς τὸ 13×15.

Γιὰ τὶς δύο πρῶτες σειρὲς χρησιμοποιῆστε ξυλάκια, κύβους, μάρκες, κύκλους κλπ. Γιὰ τὴν τρίτη χρησιμοποιῆστε τὴ μετροταινία σας.

10. Ὁ μήνας ἔχει 30 μέρες. Πόσες ἡμέρες ἔχουν 2, 3, 4, 5, 6 μῆνες ; Σημειῶστε τὶς πράξεις. Νὰ βρῆτε : Πόσες φορὲς τὸ 30 κάνει 90 ;

11. Πόσα γίνονται 1×40, $\quad 2 \times 40$, $\quad 3 \times 40$, $\quad 4 \times 40$, $\quad 5 \times 40$, $\frac{1}{2}$ τοῦ 40 ;

Νὰ βρῆτε : ; $\times 40 = 160$; $\times 40 = 200$; $\times 40 = 0$
; $\times 40 = 20$

12. Ἡ ὥρα ἔχει 60 λεπτά. Πόσα λεπτὰ ἔχουν 2, 3 ὧρες ;
Νὰ βρῆτε : ; $\times 60 = 180$; $\times 60 = 120$; $\times 60 = 0$
; $\times 60 = 60$; $\times 60 = 30$

Πόσα λεπτὰ ἔχει μισὴ ὥρα ; Πόσα ἔχουν 2, 4, 6 μισὲς ὧρες ;

13. Ἕνα ἡμερονύκτιο ἔχει 24 ὧρες. Πόσες ὧρες ἔχουν 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ἡμερονύκτια ;
Νὰ βρῆτε : ; $\times 24 = 48$; $\times 24 = 120$; $\times 24 = 72$
; $\times 24 = 0$; $\times 24 = 96$.

14. Πόσες ὧρες ἔχει ἡ ἑβδομάδα (7 ἡμερονύκτια) ; Θὰ πολλαπλασιάσωμε τὸ 7×24. Ἔτσι : $7 \times 20 = 140$, $7 \times 4 = 28$, $140 + 28 = 168$ ἢ 7×2 δεκάδες $= 14$ δεκάδες. 7×4 μονάδες $= 28$ μον. $= 2$ δεκ. $+ 8$ μον., 14 δεκάδες $+ 2$ δεκ. $+ 8$ μον. $= 16$ δεκ. $+ 8$ μον. $= 160 + 8 = 168$. Μποροῦμε νὰ γράψωμε :

$$\begin{array}{r} 20 + 4 \\ \times \quad\quad 7 \\ \hline 140 + 28 = 168 \end{array} \quad ἢ \quad \begin{array}{l} \quad 2 \text{ δεκ.} + 4 \text{ μον.} \\ \times \quad\quad\quad 7 \\ \hline 14 \text{ »} \; + 28 + = 14 \text{ δ.} + 2 \text{ δ.} + \\ \quad\quad\quad 8 \text{ μ.} = 16 \text{ δ.} + 8 \text{ μ.} \\ \quad\quad\quad = 168 \end{array}$$

ἢ πιὸ σύντομα, ὅπως ἔχομε μάθει

$$\begin{array}{rl} 24 & \text{πολλαπλασιαστέος} \\ \times\ 7 & \text{πολλαπλασιαστὴς} \\ \hline 168 & \text{γινόμενο} \end{array}$$

Πολλαπλασιασμὸς διψηφίου ἐπὶ διψήφιο

Παράδειγμα. Ἕνα κουτὶ περιέχει 16 γλυκίσματα. Πόσα περιέχουν 12 ὅμοια κουτιά ; Σκέψι. Ἀφοῦ τὸ ἕνα κουτὶ ἔχει 16 γλυκίσματα, τὰ 12 θὰ ἔχουν 12×16. Βρίσκομε πρῶτα πόσα γλυκίσματα ἔχουν τὰ 10 κουτιὰ κι ἔπειτα πόσα ἔχουν τὰ 2 :

$10 \times 16 = 160$, $2 \times 16 = 32$, $160 + 32 = 192$, ἢ

$$\begin{array}{r} 16 = \\ \times\ 12 = \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} 16 \\ \times\ (10 + \ 2) \\ \hline 160 + 32 = 192 \end{array} \quad ἢ \quad \begin{array}{l} \qquad\qquad 16 \\ \times\ (1\ \text{δεκ.} + \ 2\ \mu) \\ \hline 16\ \text{δεκ.} + 32\ \mu. = 16\ \text{δεκ.} + \\ \quad + 3\ \text{δεκ.} + 2\ \mu. = 192 \end{array}$$

ἢ πιὸ σύντομα, χωρὶς ἀνάλυσι :

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times\ 12 \\ \hline 32 \\ +\ 16 \\ \hline 192 \end{array}$$

Δηλαδὴ πολλαπλασιάσαμε πρῶτα μὲ τὶς 2 μονάδες: $2 \times 6 = 12$· γράφομε τὸ 2 καὶ κρατοῦμε τὴ 1 δεκ. $2 \times 1 = 2$ καὶ 1 τὸ κρατούμενο 3. Γράφομε τὸ 3 στὴ στήλη τῶν δεκάδων. Ἔτσι βρίσκομε 32. Συνεχίζομε μὲ τὶς δεκ. $1 \times 6 = 6$ δεκ.· γράφομε τὸ 6 στὴ στήλη τῶν δεκάδων, δηλαδὴ κάτω ἀπὸ τὸ 3. $1 \times 1 = 1$· γράφομε τὸ 1 στὴ στήλη τῶν ἑκατοντάδων. Σύρομε μιὰ γραμμὴ καὶ προσθέτομε τοὺς ἀριθμοὺς 32 καὶ 16 ποὺ βρήκαμε. Οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ λέγονται μερικὰ γινόμενα. Αὐτὸ ποὺ βρίσκομε, ὅταν προσθέσωμε τὰ μερικὰ γινόμενα, λέγεται τελικὸ γινόμενο. Ὁ πολλαπλασιαστέος καὶ ὁ πολλαπλασιαστὴς λέγονται παράγοντες τοῦ γινομένου.

Ἀσκήσεις

Νὰ ἐκτελέσετε τοὺς παρακάτω πολλαπλασιασμούς :

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times\ 3 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 64 \\ \times\ 3 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 17 \\ \times\ 11 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14 \\ \times\ 13 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10 \\ \times\ 18 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times\ 16 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \\ \times\ 11 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 13 \\ \times\ 13 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 48 \\ \times\ 4 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 19 \\ \times\ 6 \\ \hline \end{array}$$

Πολλαπλασιασμὸς ἐπὶ 1

Νὰ ἐκτελέσετε τοὺς παρακάτω πολλαπλασιασμούς :

$1 \times 5 =$; $1 \times 10 =$; $1 \times 18 =$; $4 \times 1 =$; $7 \times 1 =$; $30 \times 1 =$; Τί βρήκατε ; Τί παρατηρεῖτε ; Τὸ γινόμενο ποὺ βρίσκομε κάθε φορὰ εἶναι τὸ ἴδιο μὲ τὸν ἀριθμὸ ποὺ πολλαπλασιάζομε ἐπὶ 1. Μποροῦμε λοιπὸν νὰ μὴν κάνωμε τὸν πολλαπλασιασμὸ ἐπὶ τὸ 1.

Νὰ ἐκτελέσετε τώρα τοὺς παρακάτω πολλαπλασιασμούς.

$2 \times 5 =$	$3 \times 10 =$	$5 \times 8 =$	$3 \times 4 =$
$2 \times 5 \times 1 =$	$3 \times 10 \times 1 =$	$1 \times 5 \times 8 =$	$3 \times 1 \times 4 =$

Τί βρήκατε ; Κι ἐδῶ τὸ 1 ὡς παράγοντας δὲν ἀλλάζει τὸ γινόμενο τῶν ἄλλων παραγόντων.

Ἐρώτησι. Μπορῶ νὰ γράψω ὅτι ὁ ἀριθμὸς $175 = 1 \times 175$; Μάλιστα, διότι μία φορὰ τὸ $175 = 175$.

Προβλήματα

1. Ἕνα κιβώτιο ἔχει 24 φιάλες λεμονάδες. Πόσες φιάλες ἔχουν 5 ὅμοια κιβώτια ; πόσες τὰ 6, 7, 8 κιβώτια ;
2. Δώδεκα δωδεκάδες ποτήρια καὶ 10 ποτήρια ἀκόμη πόσα ποτήρια εἶναι ;
3. Ὁ διάδρομος ἑνὸς σπιτιοῦ εἶναι στρωμένος μὲ 11 σειρὲς πλακάκια. Κάθε σειρὰ ἔχει 18 πλακάκια. Πόσα εἶναι τὰ πλακάκια τοῦ διαδρόμου ; Νὰ σχεδιάσετε τὶς σειρὲς μὲ τὰ πλακάκια. Τὸ σχῆμα θὰ σᾶς βοηθήση στὴ λύσι.
4. Ἕνα δωμάτιο τοῦ σπιτιοῦ αὐτοῦ ἔχει 14 σειρὲς ἀπὸ 14 πλακάκια σὲ κάθε σειρά. Πόσα εἶναι τὸ πλακάκια τοῦ δωματίου ;
5. Ἕνα κιβώτιο ἔχει 28 πλάκες σαπούνι. Πόσες πλάκες ἔχουν 7 ὅμοια κιβώτια ; πόσες τὰ 4, 5, 6 κιβώτια ;
6. Πόσα πρῶτα λεπτὰ ἔχουν τὰ 3 τέταρτα τῆς ὥρας; τὰ 5, 9, 10, 11, 13 τέταρτα τῆς ὥρας ;
7. Πέντε λεωφορεῖα μεταφέρουν ἐκδρομεῖς. Κάθε λεωφορεῖο ἔχει 32 θέσεις καὶ σὲ κάθε θέσι κάθεται ἀπὸ ἕνα ἄτομο. Πόσα ἄτομα ταξιδεύουν μὲ τὰ λεωφορεῖα ;
8. Ἕξι τέτοια λεωφορεῖα πόσες θέσεις ἔχουν ;
9. Ἡ μητέρα ἀγόρασε 4 πετσέτες πρὸς 96 δραχμὲς τὸ ζεῦγος. Τί ρέστα θὰ πάρη ἀπὸ 2 ἑκατοστάρικα ;
10. Στὸ κατάστημα τροφίμων βλέπομε 9 ράφια μὲ

κουτιὰ κονσέρβες. Σὲ κάθε ράφι εἶναι 20 κουτιά. Πόσα κουτιὰ εἶναι στὰ 9 ράφια ;

11. Ἕνα κιλὸ ἀρνάκι γάλακτος ἔχει 52 δραχμές. Πόσο ἔχουν τὰ 3 κιλὰ καὶ μισό ;

12. Διπλασίασε τοὺς μονοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 80 ὣς τὸ 90.

Τριπλασίασε τοὺς ζυγοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 60 ὣς τὸ 67.

Τετραπλασίασε τοὺς ἀριθμοὺς 40, 43, 46, 47, 49.

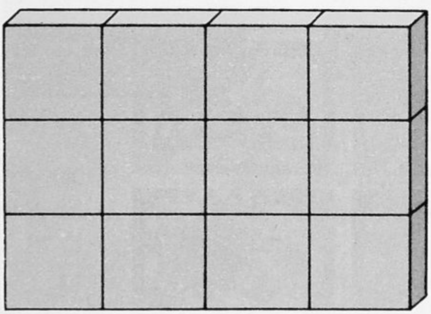
13. Ποιό εἶναι μεγαλύτερο καὶ πόσο ;

Τὸ ὀχταπλάσιο τοῦ 23 ἢ τὸ ἑξαπλάσιο τοῦ 28 ;

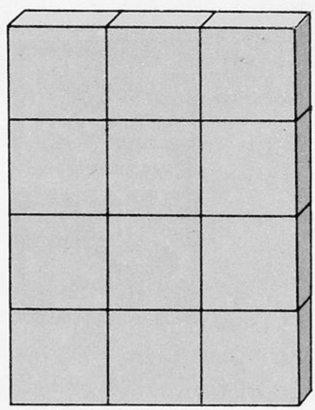
Τὸ ἐννιαπλάσιο τοῦ 19 ἢ τὸ ἑφταπλάσιο τοῦ 21 ;

Ἀντιμετάθεσι παραγόντων

1. Νὰ κάμετε μὲ κύβους τρεῖς σειρὲς ἀπὸ 4 κύβους σὲ κάθε σειρά, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα Α. Δηλαδὴ $3 \times 4 = 12$.



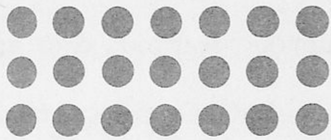
Α



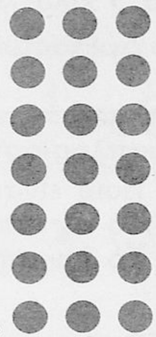
Β

Νὰ γυρίσετε μὲ προσοχὴ τοὺς κύβους ἔτσι, ὥστε νὰ πάρουν τὴ θέσι ποὺ δείχνει τὸ σχῆμα Β. Θὰ ἔχετε τώρα τοὺς ἴδιους κύβους ἀλλὰ σὲ 4 σειρὲς ἀπὸ 3 κύβους σὲ κάθε σειρά. Δηλαδὴ $4 \times 3 = 12$. Ὅπως βλέπετε, ἄλλαξε ἡ θέσι τῶν παραγόντων 3 καὶ 4· τὸ γινόμενο ὅμως εἶναι τὸ ἴδιο.

Σημείωσι. Τὸ γύρισμα εἶναι πολὺ εὔκολο, ἂν ἔχετε τ' ἀντικείμενά σας ἐπάνω σὲ χαρτόνι.



Γ



Δ

2. Νὰ κάμετε ὅμοια ἐργασία μὲ τὶς μάρκες, ὅπως δείχνουν τὰ σχήματα Γ καὶ Δ.

3. Ἡ εἰκόνα τῶν γραμματοσήμων δείχνει τὸ γινόμενο $2 \times 3 = 6$. Ἂν γυρίσωμε τὸ βιβλίο, ἡ εἰκόνα θὰ δείχνῃ $3 \times 2 = 6$.

Ἔγινε κι ἐδῶ ἀλλαγὴ στὴ θέσι τῶν παραγόντων. Ἔγινε ἀντιμετάθεσι τῶν παραγόντων. Θυμᾶστε ποῦ ἄλλοῦ ἔχομε ἀντιμετάθεσι ἀριθμῶν ;

3. Νὰ κάμετε καὶ ἄλλες ὅμοιες ἐργασίες μὲ τ' ἀντικείμενά σας καὶ νὰ σημειώσετε τὶς πράξεις.

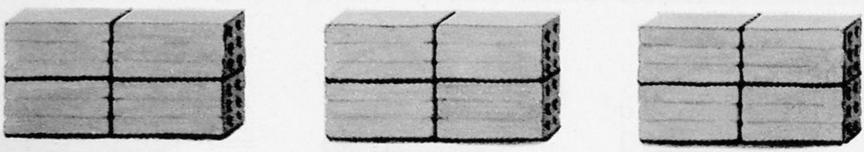
4. Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω πράξεις :

$2 \times 5 =$	$3 \times 8 =$	$7 \times 4 =$	$6 \times 7 =$
$5 \times 2 =$	$8 \times 3 =$	$4 \times 7 =$	$7 \times 6 =$
$9 \times 5 =$	$6 \times 9 =$	$8 \times 10 =$	
$5 \times 9 =$	$9 \times 6 =$	$10 \times 8 =$	

Συμπέρασμα. Τὸ γινόμενο δὲν ἀλλάζει, ἂν ἀλλάξωμε τὴ θέσι τῶν παραγόντων.

Γινόμενο πολλῶν παραγόντων

Νὰ τοποθετήσετε τοῦβλα ἢ κύβους, ὅπως δείχνουν τὰ σχήματα.

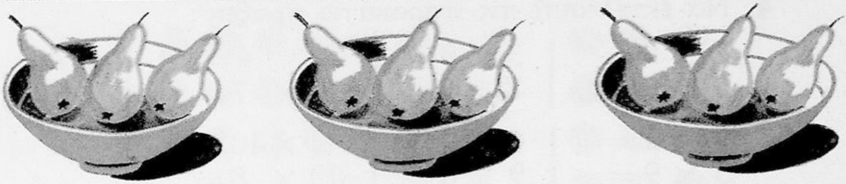


Στὸ πρῶτο ἔχομε 2 σειρὲς ἀπὸ 2 τοῦβλα σὲ κάθε σειρά, δηλαδὴ 2×2. Στὸ δεύτερο πάλι 2×2 καὶ στὸ τρίτο ἐπίσης 2×2. Ὥστε ἔχομε τὰ 2×2 τοῦβλα τρεῖς φορὲς ἢ $2 \times 2 \times 3$.

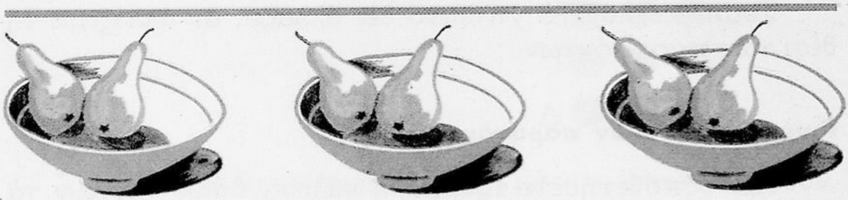
Ἐδῶ ἔχομε τρεῖς παράγοντες στὴ σειρά. Μποροῦμε νὰ ἔχωμε καὶ περισσότερους. Τὰ γινόμενα αὐτὰ ποὺ ἔχουν περισσότερους ἀπὸ δύο παράγοντες λέγονται γινόμενα πολλῶν παραγόντων καί, γιὰ νὰ τὰ βροῦμε, πολλαπλασιάζομε τὸν πρῶτο παράγοντα ἐπὶ τὸν δεύτερο, τὸ γινόμενο ποὺ βρίσκομε τὸ πολλαπλασιάζομε ἐπὶ τὸν τρίτο παράγοντα κ.ο.κ. Π.χ. γιὰ νὰ βροῦμε τὸ γινόμενο $5 \times 2 \times 3 \times 4$, λέμε : $5 \times 2 = 10$, $3 \times 10 = 30$, $4 \times 30 = 120$.

Νὰ παραστήσετε κι ἐσεῖς μὲ τ' ἀντικείμενά σας γινόμενα πολλῶν παραγόντων, νὰ τὰ βρῆτε καὶ νὰ σημειώσετε τὶς πράξεις.

Πολλαπλασιασμὸς ἐπὶ μηδὲν

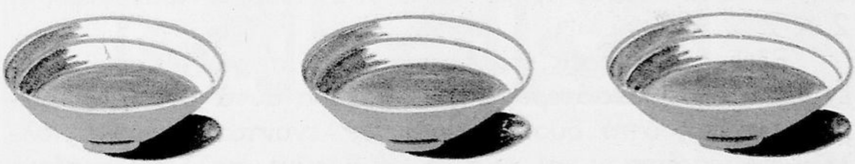


$3 \times 3 = 9$



$3 \times 2 = 6$

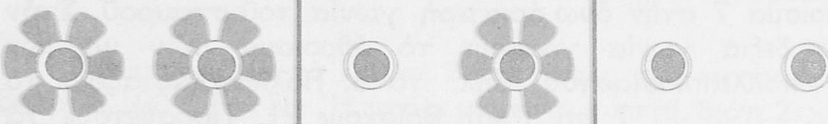
$3 \times 1 = 3$



$3 \times 0 = 0$

Στὰ σχήματα μὲ τὶς φρουτιέρες ἔχομε :

Στὸ πρῶτο :	3×3	ἀχλάδια	$= 9$	ἀχλάδια
Στὸ δεύτερο :	3×2	»	$= 6$	»
Στὸ τρίτο :	3×1	ἀχλάδι	$= 3$	»
Στὸ τελευταῖο:	3×0	»	$= 0$	»



$2 \times 6 = 12$	$1 \times 6 = 6$	$0 \times 6 = 0$

Στὰ σχήματα μὲ τὰ λουλούδια ἔχομε :

Στὸ πρῶτο : 2×6 πέταλα $= 12$ πέταλα
Στὸ δεύτερο : 1×6 » $= 6$ »
Στὸ τελευταῖο: 0×6 » $= 0$ »

Ἀπὸ τὰ τελευταῖα σχήματα βλέπομε ὅτι, ὅταν πολλαπλασιάσωμε ἕναν ἀριθμὸ μὲ τὸ μηδέν, βρίσκομε γινόμενο μηδέν.

Τὸ ἴδιο παρατηροῦμε καὶ στὸ γινόμενο πολλῶν παραγόντων, ὅταν ὁ ἕνας τουλάχιστον ἀπὸ αὐτοὺς εἶναι μηδέν· βρίσκομε ἀποτέλεσμα μηδέν· π.χ. $2 \times 3 \times 0 = 6 \times 0 = 0$.

Ἀσκήσεις

α) $1 \times 0 =$ $\quad 3 \times 0 =$ $\quad 56 \times 0 =$
$\quad 0 \times 4 =$ $\quad 0 \times 148 =$ $\quad 0 \times 1.000 =$

β) $4 \times 5 \times 0 =$ $\quad 0 \times 6 \times 2 =$ $\quad 3 \times 0 \times 7 =$
$\quad 6 \times 8 \times 0 =$ $\quad 0 \times 5 \times 0 =$

Σημείωσι. Θυμηθῆτε στὴν πρόσθεσι: τὸ μηδὲν ὡς προσθετέος τί δύναμι ἔχει ;

Δοκιμὴ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ

Πολλαπλασιάσαμε τὸ 16×12 καὶ βρήκαμε 192. Γιὰ νὰ βεβαιωθοῦμε ὅτι ἡ πρᾶξι μας εἶναι σωστή, ξανακάνομε τὸν πολλαπλασιασμό. Αὐτὸ εἶναι μία δοκιμή. Ἢ ἀλλάζομε τὴ θέσι τῶν παραγόντων καὶ ξανακάνομε τὸν πολλαπλασιασμό. Καὶ αὐτὸ εἶναι δοκιμή.

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times\ 12 \\ \hline 32 \\ 16 \\ \hline 192 \end{array}$$

Μποροῦμε ὅμως νὰ κάνωμε τὴ δοκιμὴ

κι ἔτσι. Κάνομε ἕνα σταυρό. Προσθέτομε τὰ ψηφία τοῦ πολλαπλασιαστέου, δηλαδὴ $1+6=7$ καὶ γράφομε τὸ ἄθροισμα 7 στὴν ἄνω ἀριστερὴ γωνία τοῦ σταυροῦ. Στὴν ἄνω δεξιὰ γωνία γράφομε τὸ ἄθροισμα τῶν ψηφίων τοῦ πολλαπλασιαστοῦ, δηλ. τὸ 3. Πολλαπλασιάζομε τὸ 7 ἐπὶ 3 καὶ βρίσκομε 21. Προσθέτομε τὰ ψηφία τοῦ γινομένου 21 ποὺ βρήκαμε, δηλαδὴ $2+1=3$, καὶ γράφομε τὸ ἄθροισμα 3 στὴν κάτω ἀριστερὴ γωνία. Τέλος προσθέτομε τὰ ψηφία τοῦ γινομένου 192, δηλαδὴ $1+9+2=12$. Προσθέτομε καὶ πάλι τὰ ψηφία τοῦ 12, γιὰ νὰ βροῦμε μονοψήφιο ἀριθμό, δηλαδὴ $1+2=3$. Γράφομε τὸ 3 στὴν κάτω δεξιὰ γωνία.

$$\begin{array}{c|c} 7 & 3 \\ \hline 3 & 3 \end{array}$$

Βλέπομε ὅτι στὶς κάτω γωνίες εἶναι ὁ ἴδιος μονοψήφιος ἀριθμός. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι ἡ πρᾶξι εἶναι σωστή. Ἂν δὲν εἶναι ἴδιος, ἔχει γίνει λάθος στὴν πρᾶξι.

Πρόσεξε· μπορεῖ τὸ λάθος νὰ εἶναι καὶ στὴ δοκιμή.

Σημείωσι. Μερικὲς φορὲς ἡ δοκιμὴ μὲ τὸν σταυρὸ δὲν δείχνει τὸ λάθος.

π.χ.:

$$\begin{array}{r} 204 \\ \times\ 3 \\ \hline 621 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} 6 & 3 \\ \hline 9 & 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14 \\ \times\ 12 \\ \hline 28 \\ +\ 14 \\ \hline 42 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} 5 & 3 \\ \hline 6 & 6 \end{array}$$

Καὶ στοὺς δύο πολλαπλασιασμοὺς ὑπάρχει λάθος. Ἡ δοκιμὴ ὅμως δείχνει ὅτι δὲν ὑπάρχει λάθος. Μπορεῖτε νὰ τὸ βρῆτε σεῖς;

5. ΔΙΑΙΡΕΣΙ

Μερισμὸς

1. Νὰ μοιράσετε 100 κύβους, μάρκες, ξυλάκια κλπ. σὲ δύο ἴσα μέρη. Τὸ σχῆμα δείχνει τὸ ἀποτέλεσμα:

᾿Εδῶ μοιράζομε τὸ 100 σὲ 2 ἴσες σειρές, σὲ 2 πενηντάρια· δηλαδὴ $100 : 2 = 50$. Ἡ πρᾶξι μας εἶναι σωστή, διότι $2 \times 50 = 100$.

2. Εὔκολα τώρα μπορεῖτε νὰ μοιράσετε σὲ 2 ἴσα μέρη 102, 104, 106, 108 κλπ. ὥς τὰ 200 ἀντικείμενα. Νὰ σημειώνετε κάθε φορὰ τὴ διαίρεσι καὶ δίπλα τὸν πολλαπλασιασμό, γιὰ νὰ βεβαιώνεστε ὅτι κάματε τὴ διαίρεσι σωστά· π.χ. $108 : 2 = 54 \quad 2 \times 54 = 108$.

3. Νὰ βρῆτε τὸ μισὸ $\left(\frac{1}{2}\right)$ ὅλων τῶν ζυγῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τὸ 120 ὥς τὸ 160. Χρησιμοποιῆστε τὴ μετροταινία σας καὶ ἄλλα ἀντικείμενα.

4. Νὰ μοιράσετε 102, 105, 108, 111 ἀντικείμενα σὲ 3 ἴσα μέρη. Πόσο εἶναι τὸ καθένα ἀπὸ τὰ τρία μέρη, δηλαδὴ τὸ ἕνα τρίτο;

5. Νὰ βρῆτε τώρα τὸ ἕνα τρίτο τῶν 150, 153, 156, 180, 186, 189 ἀντικειμένων. Πῶς τὸ βρήκατε;

6. Νὰ μοιράσετε σὲ 4 ἴσα μέρη 104, 108, 112, 116, 120 ἀντικείμενα. Νὰ μοιράσετε πρῶτα τὸ 100.

7. Πόσα εἶναι τὸ ἕνα τέταρτο τῶν 140, 144, 148, 152, 160, 168, 180, 184 ἀντικειμένων; Πῶς τὸ βρήκατε;

8. Νὰ μοιράσετε σὲ 5 ἴσα μέρη ὅλους τοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 100 ὥς τὸ 200, ποὺ τελειώνουν σὲ 0 καὶ σὲ 5. Μὴν ξεχνᾶτε πόσο εἶναι $100 : 5$.

9. Νὰ μοιράσετε 102, 108, 126, 138, 162, 174, 180, 198 ἀντικείμενα σὲ 6 μέρη. Πόσο εἶναι τὸ ἕνα ἕκτο τῶν ἀριθμῶν αὐτῶν ;

10. Νὰ μοιράσετε 105, 112, 140, 168 ἀντικείμενα σὲ 7 μέρη.

11. Πόσο εἶναι τὸ ἕνα ἕβδομο τοῦ 147 ;

12. Νὰ διαιρέσετε τὸ 104, 112, 120 σὲ 8 μέρη· ὁμοίως τὸ 108, 117, 126, 135 σὲ 9 μέρη.

13. $101 : 2$ δίνει πηλίκο 50 καὶ ὑπόλοιπο 1. Πῶς τὸ βρίσκομε ; $103 : 2$ δίνει πηλίκο 51 καὶ ὑπόλοιπο 1. Μὲ τὸν

ἴδιο τρόπο νὰ διαιρέσετε διὰ 2 ὅλους τοὺς μονοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 105 ὡς τὸ 199.

14. Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο νὰ διαιρέσετε α) διὰ 3 τοὺς ἀριθμοὺς 101, 103, 104, 106,

β) διὰ 4 τοὺς ἀριθμοὺς 105, 107, 126, 138,

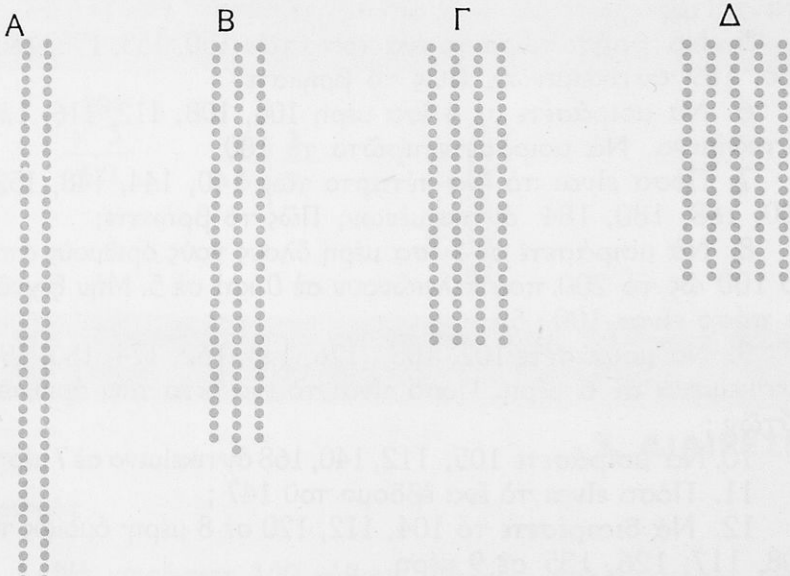
γ) διὰ 5 τοὺς ἀριθμοὺς 103, 109, 124, 182,

δ) διὰ 6 τοὺς ἀριθμοὺς 103, 116, 147, 166.

15. Νὰ μοιράσετε 124, 148, 172, 190 ἀντικείμενα σὲ 7 ἴσα μέρη· ἔπειτα τὰ ἴδια ἀντικείμενα σὲ 8 ἴσα μέρη· καὶ τέλος σὲ 9 ἴσα μέρη.

Μέτρησι

1. 100 ἀντικείμενα (κύβοι, μάρκες, ξυλάκια, σφαιρίδια κλπ.) πόσα δυάρια κάνουν; Ἀπάντησι. Ὅσες φορὲς τὸ 2 χωράει στὸ 100. Τὸ 2 στὸ 100 χωράει 50 φορές. Τὸ σχῆμα Α δείχνει τὰ 50 δυάρια. Ἡ πρᾶξι εἶναι σωστή, διότι $50 \times 2 = 100$.



Νὰ συγκρίνετε τὸ σχῆμα Α μὲ τὸ σχῆμα ποὺ εἶναι στὸ πρῶτο πρόβλημα τοῦ μερισμοῦ στὴ σελίδα 109. Ἐκεῖ ἔχομε $100 : 2 = 50$, διότι $2 \times 50 = 100$. Ἐδῶ ἔχομε: τὸ 2 στὸ 100 χωράει 50 φορές, διότι $50 \times 2 = 100$.

Ὅταν ξέρωμε πόσα δυάρια κάνουν τὰ 100, εὔκολα μποροῦμε νὰ βροῦμε πόσα κάνουν τὰ 101, 102, 103 κλπ. ἀντικείμενα. Π.χ.

Τὸ 2 στὸ 101 χωράει 50 φορὲς καὶ μένει ὑπόλοιπο 1, διότι $(50 \times 2) + 1 = 101$. Τὸ 2 στὸ 102 χωράει 51 φορές, διότι $51 \times 2 = 102$. Μποροῦμε νὰ τὸ γράψωμε κι ἔτσι: $102 : 2 = 51$.

2. Πόσα δυάρια ἔχει τὸ 150; Σκέψι. Ἀφοῦ τὸ 100 ἔχει 50 δυάρια, τὸ 50 ποὺ εἶναι τὸ μισὸ τοῦ 100 θὰ ἔχει τὰ μισά, δηλαδὴ 25 δυάρια. Ὥστε τὸ 150 ἔχει $50 + 25 = 75$ δυάρια.

Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο βρίσκομε πόσα ἔχει τὸ 140, 180, 160.

Μήπως μπορεῖτε νὰ στηριχτῆτε ὄχι μόνο στὸ 100 ἀλλὰ καὶ στὸ 150, γιὰ νὰ βρῆτε τὶς ἀπαντήσεις;

3. Νὰ βρῆτε πόσα δυάρια ἔχει κάθε ἀριθμὸς ἀπὸ τὸ 110 ὥς τὸ 120, ἀπὸ τὸ 160 ὥς τὸ 170 καὶ ἀπὸ τὸ 190 ὥς τὸ 200. Νὰ σημειώνετε κάθε φορὰ τὴ διαίρεσι καὶ δίπλα σ' αὐτὴ τὸν πολλαπλασιασμό. Π.χ.

Τὸ 2 στὸ 110 χωράει 55 φορές, διότι $55 \times 2 = 110$.

4. Τοποθετῆστε τ' ἀντικείμενά σας, ὅπως δείχνουν τὰ σχήματα Β, Γ καὶ Δ. Τί παρατηρεῖτε; Πόσα τριάρια, τεσσάρια, πεντάρια ἔχει τὸ 100; Νὰ τὸ θυμᾶστε.

5. Νὰ βρῆτε τώρα πόσα τριάρια, πόσα τεσσάρια καὶ πόσα πεντάρια ἔχουν οἱ ἀριθμοὶ τῆς ἀσκήσεως 3. Νὰ σημειώνετε τὶς διαιρέσεις καὶ δίπλα τὸν πολλαπλασιασμό.

6. Χρησιμοποιῆστε τ' ἀντικείμενά σας κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο, γιὰ νὰ βρῆτε: α) πόσα ἑξάρια ἔχουν οἱ ἀριθμοὶ ἀπὸ τὸ 100 ὥς τὸ 200 ποὺ τελειώνουν σὲ 2, β) πόσα ἑφτάρια ἔχουν οἱ ἀριθμοὶ ποὺ τελειώνουν σὲ 5, γ) πόσα ὀχτάρια ἔχουν οἱ ἀριθμοὶ ποὺ τελειώνουν σὲ 4, δ) πόσα ἐννιάρια ἔχουν οἱ ἀριθμοὶ ποὺ τελειώνουν σὲ 8.

7. Πόσες δραχ. κάνουν 100, 126, 130, 141, 200 πενηνταράκια;

8. Πόσες ἑβδομάδες κάνουν 172 μέρες ;

9. Πόσα πενηνταράκια κάνουν 185 δεκάρες ; 170 πεντάρες ;

Πῶς γίνεται ἡ διαίρεσι τριψηφίου διὰ μονοψηφίου

Παράδειγμα. Νὰ μοιράσετε 172 δραχμὲς ἐξ ἴσου σὲ 4 παιδιά. Πρῶτα νὰ τὸ βρῆτε μὲ τὸν νοῦ. Πόσο βρήκατε ;

Νὰ τὸ βροῦμε καὶ γραπτῶς. Θὰ διαιρέσωμε τὸ 172 : 4. Τὸ 172 = 100 + 70 + 2 ἢ 1 ἑκατοστάρικο, 7 δεκάρικα καὶ 2 δραχμές. Μποροῦμε λοιπὸν νὰ γράψωμε : (100 + 70 + 2) : 4 ἢ (1 ἑκ. + 7 δεκ. + 2 μ.) : 4. Τὸ 1 ἑκατοστάρικο δὲν φτάνει, γιὰ νὰ πάρουν ὅλα τὰ παιδιὰ ἀπὸ 1 ἑκατοστάρικο. Γι' αὐτὸ τὸ τρέπομε σὲ 10 δεκάρικα · καὶ 7 ποὺ ἔχομε γίνονται 17 δεκάρικα. Θὰ ἔχωμε λοιπὸν νὰ μοιράσωμε: (17 δεκ. + 2 μον.) : 4.

Ἂν μοιράσωμε τὰ 17 δεκ., θὰ πάρη τὸ κάθε παιδὶ ἀπὸ 4 δεκ. καὶ θὰ περισσέψη 1. Αὐτὸ τὸ δεκάρικο ποὺ περισσεύει τὸ τρέπομε σὲ 10 δραχ. καὶ 2 ποὺ ἔχομε γίνονται 12. Ἂν μοιράσωμε τὶς 12 δραχ., θὰ πάρη τὸ κάθε παιδὶ ἀπὸ 3. Γράφομε τὶς πράξεις :

$$\begin{array}{llllll|l} & 1 \text{ ἑκ.} + & 7 \text{ δεκ.} & + \; 2 \text{ μον.} & & & 4 \\ \cline{7-7} \text{ἢ} & & 17 \; » & + \; 2 \; » & & & 0 \text{ ἑκ.} + 4 \text{ δεκ.} + \\ & & 1 \; » & + \; 2 \; » & = & 12 & 3 \text{ μον.} = 43 \\ & & & & & 0 & \end{array}$$

ἢ πιὸ σύντομα: Μοιράζομε χωριστὰ τὶς ἑκατοντάδες, χωριστὰ τὶς δεκάδες καὶ χωριστὰ τὶς μονάδες.

Ἀρχίζομε τὴ διαίρεσι ἀπὸ τὴν ἑκατοντάδα.

$$\begin{array}{r|l} 172 & 4 \\ \cline{2-2} 12 & 43 \\ 0 & \end{array}$$

Διαίρεσι τριψηφίου διὰ διψηφίου

Παράδειγμα 1. 12 κιλὰ ζάχαρι ἔχουν 168 δραχμές. Πόσο ἔχει τὸ 1 κιλό ; Σκέψι. Ἀφοῦ τὰ 12 κιλὰ ἔχουν 168 δραχ., τὸ 1 θὰ ἔχῃ 12 φορὲς λιγώτερο. Θὰ μοιράσωμε λοιπὸν τὸ 128 : 12· ἢ (1 ἑκατ. + 6 δεκ. + 8 μον.) : 12.

Τὸ 1 ἑκατοστάρικο δὲν φτάνει, γιὰ νὰ βάλωμε ἀπὸ 1 ἑκατοστάρικο σὲ κάθε κιλό· γι᾽ αὐτὸ γράφομε 0 ἑκατοστ. στὸ πηλίκο. Τρέπομε τὸ 1 ἑκατοστ. σὲ 10 δεκάρικα· καὶ 6 δεκ. ποὺ ἔχομε γίνονται 16. Ἔτσι θὰ ἔχωμε νὰ μοιράσωμε: (16 δεκ. + 8 μ.) : 12. Μοιράζομε τὸ 16 : 12 καὶ βρίσκομε ὅτι ἀναλογεῖ 1 δεκάρικο γιὰ κάθε κιλὸ καὶ περισσεύουν 4 δεκ. Τὰ 4 δεκ. = 40 δραχμές· καὶ 8 γίνονται 48. Μοιράζομε τὸ 48 : 12 καὶ βρίσκομε 4.
Γράφομε τὶς πράξεις:

1 ἑκ. + 6 δεκ. + 8 μον.	12

ἢ

16 δεκ. + 8 μον.	12
4 » + 8 » = 48	0 ἑκ. + 1 δεκ. + 4 μον. = 14
0	

ἢ πιὸ σύντομα:

168	12
048	14
00	

Μοιράζομε χωριστὰ τὶς ἑκατοντάδες, χωριστὰ τὶς δεκάδες καὶ χωριστὰ τὶς μονάδες.

Λέμε: Τὸ 12 στὸ 1 δὲν χωράει· χωρίζομε καὶ τὸ ἑπόμενο ψηφίο 6 καὶ γίνεται 16. Τὸ 12 στὸ 16 χωράει 1 φορά. Γράφομε τὸ 1 στὴ θέσι τοῦ πηλίκου κάτω ἀπὸ τὸν διαιρέτη λέγοντας· 1 × 12 = 12. Αὐτὸ τὸ ἀφαιροῦμε ἀπὸ τὸ 16 καὶ μένουν 4 δεκ. Γράφομε τὸ 4 ἀκριβῶς κάτω ἀπὸ τὸ 6. Ἀντὶ νὰ πολλαπλασιάσωμε 1 × 12 ὅλο μαζί, πολλαπλασιάζομε χωριστὰ τὶς 2 μονάδες του καὶ χωριστὰ τὴ 1 δεκάδα του. Δηλαδὴ 1 × 2 = 2. Τὸ ἀφαιροῦμε ἀπὸ τὶς 6 δεκάδες καὶ μένουν 4. Γράφομε τὸ 4 ἀκριβῶς κάτω ἀπὸ τὸ 6 καὶ συνεχίζομε: 1 × 1 = 1. Τὸ ἀφαιροῦμε ἀπὸ τὴ 1 ἑκατοντάδα τοῦ διαιρετέου καὶ μένει 0. Γράφομε τὸ 0 κάτω ἀπὸ τὸ 1 (καὶ μπροστὰ ἀπὸ τὸ 4). Κατεβάζομε καὶ τὸ 8 δίπλα στὸ 4 καὶ γίνεται 48. Τὸ 12 στὸ 48 χωράει 4 φορές. Γράφομε τὸ 4 στὸ πηλίκο μετὰ ἀπὸ τὸ 1 καὶ πολλαπλασιάζομε χωριστὰ τὶς μονάδες καὶ χωριστὰ τὴ δεκάδα τοῦ διαιρέτη, ὅπως κάναμε καὶ προηγουμένως· δηλαδὴ $4 \times 2 = 8$. Τὸ ἀφαιροῦμε ἀπὸ τὶς 8 μονάδες τοῦ 48 καὶ μένει 0. Τὸ γράφομε κάτω ἀπὸ τὸ 8 καὶ συνεχίζομε : $4 \times 1 = 4$. Τὸ ἀφαιροῦμε ἀπὸ τὶς 4 δεκάδες τοῦ 48 καὶ μένει 0. Τὸ γράφομε κάτω ἀπὸ τὸ 4. Ἔτσι βρήκαμε πηλίκο 14 καὶ ὑπόλοιπο 0. Ὥστε τὸ 1 κιλὸ ζάχαρι ἔχει 14 δραχμές.

Ἡ διαίρεσι αὐτὴ ποὺ δὲν ἀφήνει ὑπόλοιπο λέγεται τελεία διαίρεσι.

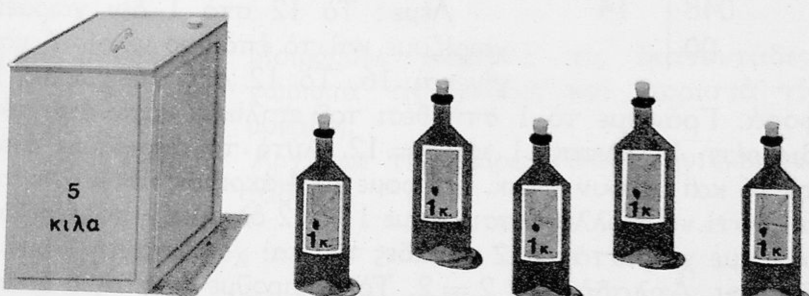
Παράδειγμα 2. Νὰ βάλετε 195 καραμέλες ἐξ ἴσου σὲ 16 κουτιά. Πόσες θὰ βάλετε στὸ καθένα ;

Διαιροῦμε κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο :

19΄5΄	16
035	12
3	

Σημείωσι. Ἡ διαίρεσι αὐτὴ ποὺ ἀφήνει ὑπόλοιπο λέγεται ἀτελὴς διαίρεσι.

Διαίρεσι διὰ τοῦ 1



Παραδείγματα. Μοιράζομε ἕνα δοχεῖο λάδι τῶν 5 κιλῶν σὲ φιάλες τοῦ ἑνὸς κιλοῦ. Πόσες φιάλες θὰ χρειαστοῦμε ;

Ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα, θὰ χρειαστοῦμε 5 φιάλες. Σημειώνω τὴν πρᾶξι : $5 : 1 = 5$.

Ἂν τὸ λάδι εἶναι 30 κιλά, θὰ χρειαστοῦμε 30 φιάλες· δηλαδὴ $30 : 1 = 30$.

Μοιράζομε 100 κιλὰ ζάχαρι σὲ σακκοῦλες τοῦ 1 κιλοῦ. Θὰ γεμίσωμε 100 σακκοῦλες· δηλαδὴ $100 : 1 = 100$.

Ὥστε, ἂν διαιρέσωμε ἕναν ἀριθμὸ διὰ τοῦ 1, βρίσκομε πηλίκο τὸν ἴδιο τὸν ἀριθμό, δηλαδὴ τὸν διαιρετέο.

Μποροῦμε λοιπὸν νὰ βροῦμε ἀμέσως τὸ πηλίκο, χωρὶς νὰ κάνωμε τὴ διαίρεσι.

Νὰ βρῆτε ἀμέσως ποιό εἶναι τὸ πηλίκο στὶς παρακάτω διαιρέσεις, χωρὶς νὰ τὶς ἐκτελέσετε :

$7 : 1 =$ $20 : 1 =$ $180 : 1 =$ $301 : 1 =$ $509 : 1 =$
$1.000 : 1 =$

Ἐρώτησι. Ἀντὶ νὰ γράψω 25, μπορῶ νὰ γράψω $25 : 1$; Εἶναι τὸ ἴδιο ; γιατί ;

Διαιροῦμε ἀριθμοὺς μὲ τὸν ἑαυτό τους

Παραδείγματα. Τὸ 5 στὸ 5 χωράει 1 φορά· τὸ 10 στὸ 10 χωράει 1 φορά· τὸ 1 στὸ 1 χωράει 1 φορά· τὸ 150 στὸ 150 χωράει 1 φορά. Σημειώνομε τὶς πράξεις: $5 : 5 = 1$, $10 : 10 = 1$, $1 : 1 = 1$, $150 : 150 = 1$. Τί παρατηρεῖτε ;

Ὥστε, ἂν διαιρέσωμε τὸν διαιρετέο μὲ τὸν ἑαυτό του, βρίσκομε πηλίκο 1.

Ἐρώτησι. Ἂν μοῦ πῆ ἕνας νὰ τοῦ γράψω τὸ 1 καὶ ἀντὶ τοῦ 1 τοῦ γράψω $20 : 20$ καὶ τοῦ πῶ : «νά, αὐτὸ εἶναι 1», τί λέτε ; Θὰ εἶναι σωστὸ ἢ λάθος ; γιατί ;

Δοκιμὴ τῆς διαιρέσεως

Παραδείγματα :

$30 : 6 = 5$. Ἡ πρᾶξι εἶναι σωστή, διότι $5 \times 6 = 30$.
$63 : 9 = 7$. Ἡ » » » $7 \times 9 = 63$.
$75 : 8$ δίνει πηλίκο 9 καὶ ὑπόλοιπο 3. Ἡ πρᾶξι εἶναι σωστή, διότι $(9 \times 8) + 3 = 72 + 3 = 75$.

150 : 30 = 5. Ἡ πρᾶξι εἶναι σωστή, διότι 5 × 30 = 150.

Μὲ τὸν τρόπο αὐτὸ βεβαιωθήκαμε ὅτι οἱ παραπάνω διαιρέσεις εἶναι σωστές.

Νὰ ἐκτελέσετε κι ἔπειτα νὰ ἐλέγξετε ἂν εἶναι σωστὲς οἱ διαιρέσεις : 18 : 3, 40 : 10, 80 : 9, 150 : 25, 127 : 15.

Τί παρατηρεῖτε ; Πῶς γίνεται ἡ δοκιμὴ τῆς διαιρέσεως ;

Ἄλλα παραδείγματα :

Διαίρεσι

$$\begin{array}{r|l} 28 & 7 \\ \cline{2-2} 0 & 4 \end{array}$$

Δοκιμή

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times\ 4 \\ \hline 28 \end{array}$$

Διαίρεσι

$$\begin{array}{r|l} 165 & 12 \\ \cline{2-2} 045 & 13 \\ 09 & \end{array}$$

Δοκιμή

$$\begin{array}{rl} 12 & \\ \times\ 13 & \\ \hline 36 & \\ 12 & \\ \hline 156 & \\ +\ \ 9 & \text{ὑπόλοιπο} \\ \hline 165 & \end{array}$$

Κι ἐδῶ ἡ δοκιμὴ ἔγινε μὲ τὸν ἴδιο τρόπο.

Ὥστε, γιὰ νὰ κάνωμε τὴ δοκιμὴ τῆς διαιρέσεως, πολλαπλασιάζομε τὸ πηλίκο ἐπὶ τὸν διαιρέτη καὶ στὸ γινόμενο προσθέτομε τὸ ὑπόλοιπο, ἂν ὑπάρχῃ. Ἂν βροῦμε τὸν διαιρετέο, ἡ πρᾶξι μας εἶναι σωστή.

Ἄλλος τρόπος.

Παραδείγματα : 21 : 3 = 7, διότι 3 × 7 = 21
21 : 7 = 3, διότι 7 × 3 = 21

Βλέπομε ὅτι στὸ δεύτερο παράδειγμα διαιρέσαμε τὸν διαιρετέο 21 μὲ τὸ πηλίκο 7 καὶ βρήκαμε τὸν διαιρέτη 3. Αὐτὸ συμβαίνει πάντοτε στὴν τελεία διαίρεσι. Δηλαδή, ἂν διαιρέσωμε τὸν διαιρετέο μὲ τὸ πηλίκο, βρίσκομε τὸν διαιρέτη.

Αὐτὸς εἶναι ἕνας ἄλλος τρόπος δοκιμῆς τῆς διαιρέσεως.

Ἂν ἡ διαίρεσι εἶναι ἀτελής, ἀφαιροῦμε πρῶτα τὸ ὑπόλοιπο ἀπὸ τὸν διαιρετέο καὶ αὐτὸ ποὺ μένει τὸ διαιροῦμε μὲ τὸ

πηλίκο. Ἂν βροῦμε τὸν διαιρέτη, ἡ πρᾶξι εἶναι σωστή. Π.χ. 23 : 3 δίνει πηλίκο 7 καὶ ὑπόλοιπο 2.
Δοκιμή: 23 − 2 (ὑπόλοιπο) = 21. 21 : 7 (πηλίκο) = 3 (διαιρέτης).

Ἀσκήσεις

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω διαιρέσεις καὶ νὰ κάμετε τὴ δοκιμή τους καὶ μὲ τοὺς δύο τρόπους.

124 | 2	150 | 3	108 | 5	187 | 9
146 | 8	153 | 4	129 | 11	138 | 12
106 | 14	105 | 21	102 | 25	167 | 23

Λογαριασμοὶ καταστημάτων

Ἕνας μικρέμπορος ἀγόρασε γιὰ τὸ μαγαζί του ἀπὸ ἕνα μεγάλο κατάστημα τὰ παρακάτω παιδικὰ παιγνίδια. Ὁ ταμίας τοῦ καταστήματος τοῦ ἔστειλε τὸν λογαριασμό:

32	τόπια	160 δρχ.	8	ἑλικόπτερα	184 δρχ.
15	σβοῦρες	195 »	43	στρατιωτάκια	129 »
18	καραβάκια	198 »	6	κοῦκλες μεγάλες	180 »
20	ἀεροπλανάκια	200 »	19	κοῦκλες μικρὲς	152 »
24	αὐτοκίνητα	192 »	28	σφυρίχτρες	168 »

Ξέχασε ὅμως νὰ γράψῃ πόσες δραχμὲς χρέωνε τὸ κάθε παιγνίδι. Μπορεῖτε νὰ τὸ βρῆτε σεῖς ;

2. Ἕναν παρόμοιο λογαριασμὸ ἔλαβε τὸ ἑστιατόριο ἀπὸ τὸν κρεοπώλη του. Ἐδῶ ὁ κρεοπώλης σημείωσε τὴν τιμὴ τοῦ ἑνὸς κιλοῦ κρέατος καὶ τὴν τιμὴ τῶν πολλῶν κιλῶν.

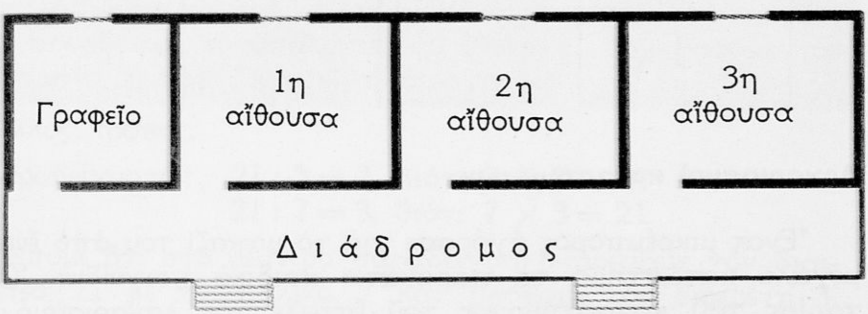
Ἀρνὶ γάλακτος	πρὸς	52	δρχ.	τὸ	κιλό.	Τὸ ὅλον	156	δρχ.
Μοσχάρι γάλακτος	»	55	»	»	»	»	» 165	»
Κρέας πρόβειο	»	38	»	»	»	»	» 190	»
Χοιρινὸ	»	45	»	»	»	»	» 180	»
Κρέας κατεψυγμένο	»	28	»	»	»	»	» 196	»
Κοττόπουλα φρέσκα	»	36	»	»	»	»	» 144	»

Ὁ κρεοπώλης δὲν ἔγραψε πόσα κιλὰ κρέας ἔστειλε ἀπὸ κάθε εἶδος στὸ ἑστιατόριο. Νὰ τὸ βρῆτε σεῖς.

6. ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ

Τὸ σχέδιο τοῦ σχολείου

Παρατηρῆστε τὸ παρακάτω σχέδιο. Μᾶς δείχνει ἕνα σχολεῖο μὲ 3 αἴθουσες καὶ 1 γραφεῖο.



Ὅλες οἱ αἴθουσες εἶναι ὀρθογώνιες. Τὸ γραφεῖο εἶναι τετράγωνο. Μπροστὰ στὸ γραφεῖο καὶ στὶς αἴθουσες εἶναι ἕνας μακρὺς διάδρομος. Ἔχει καὶ αὐτός, ὅπως καὶ οἱ αἴθουσες, ὀρθογώνιο σχῆμα. Ἡ πρώτη αἴθουσα ἔχει 4 γωνίες. Εἶναι ὅλες ἴσες μεταξύ τους. Μπορεῖτε νὰ τὶς ἐλέγξετε, γιὰ νὰ βεβαιωθῆτε· εἶναι πολὺ εὔκολο. Διπλῶστε ἕνα χαρτάκι στὰ τέσσερα καὶ θὰ ἔχετε τὸ ὄργανο ποὺ χρειάζεστε. Ἐφαρμόστε τὸ διπλωμένο χαρτάκι καὶ στὶς 4 γωνίες καὶ θὰ δῆτε ὅτι εἶναι ἴσες· καμμία δὲν εἶναι μικρότερη ἢ μεγαλύτερη. Τὸ ἴδιο θὰ δῆτε καὶ στὶς ἄλλες δύο αἴθουσες. Κι ἐκεῖ οἱ γωνίες εἶναι ὅλες ἴσες.

Τὸ ἴδιο θὰ παρατηρήσετε καὶ στὸ γραφεῖο. Καὶ οἱ 4 γωνίες τοῦ γραφείου εἶναι ἴσες.

Ἐργασίες

1. Μετρῆστε μὲ τὸ ὑποδεκάμετρό σας ἢ μὲ τὸν διαβήτη σας τὶς πλευρὲς τῆς πρώτης αἴθουσας.

2. Κάμετε τὸ ἴδιο καὶ μὲ τὶς ἄλλες αἴθουσες. Τί παρατηρεῖτε ;

3. Μετρῆστε τὶς πλευρὲς τοῦ γραφείου. Τί παρατηρεῖτε ; Σὲ τί διαφέρει τὸ τετράγωνο γραφεῖο ἀπὸ τὶς ὀρθογώνιες αἴθουσες ;

4. Ὁ πίνακας, ὁ χάρτης, τὸ φύλλο τοῦ τετραδίου, τὸ τραπέζι καὶ τὸ τζάμι ἔχουν σχῆμα ὀρθογωνίου. Νὰ δείξετε κι ἐσεῖς πράγματα ποὺ ἔχουν σχῆμα ὀρθογωνίου.

5. Οἱ πλάκες καὶ τὰ πλακάκια ποὺ στρώνουν στὰ πεζοδρόμια, στὶς ταράτσες, στὰ πατώματα κλπ. ἔχουν σχῆμα τετραγώνου. Νὰ δείξετε κι ἐσεῖς ἄλλα πράγματα ποὺ ἔχουν τέτοιο σχῆμα.

6. Νὰ κατασκευάσετε μὲ χαρτόνι ὀρθογώνια καὶ τετράγωνα.

7. Νὰ σχεδιάσετε στὸν πίνακα, στὸ τετράδιο καὶ στὴν αὐλὴ ὀρθογώνια καὶ τετράγωνα.

8. Νὰ κατασκευάσετε μὲ σύρμα ἕνα ὀρθογώνιο. Καὶ οἱ 4 συρματένιες πλευρὲς μαζὶ ποὺ κλείνουν γύρω γύρω τὸ ὀρθογώνιο εἶναι ἡ περίμετρος τοῦ ὀρθογωνίου.

9. Νὰ τεντώσετε τώρα τὸ σύρμα· βλέπετε ὅτι οἱ 4 πλευρὲς τοῦ συρματένιου ὀρθογωνίου ἔγιναν ἕνα εὐθύγραμμο σχῆμα. Αὐτὸ ἔχει μάκρος τόσο, ὅσο ἔχουν καὶ οἱ 4 πλευ-

ρὲς τοῦ ὀρθογωνίου μαζί. Αὐτὸ εἶναι, ὅπως καταλαβαίνετε, τὸ μάκρος τῆς περιμέτρου.

10. Νὰ κάμετε τὸ ἴδιο καὶ μ' ἕνα συρματένιο τετράγωνο. Καὶ αὐτὸ ἔχει περίμετρο. Κάνοντας τὴν ἐργασία αὐτὴ μὲ τὸ σύρμα, θὰ δῆτε μόνοι σας πόσες φορὲς ἡ περίμετρος εἶναι μεγαλύτερη ἀπὸ τὴ μιὰ πλευρὰ τοῦ τετραγώνου.

Πῶς μπορεῖτε λοιπὸν νὰ βρίσκετε πόση εἶναι ἡ περίμετρος τοῦ τετραγώνου, χωρὶς νὰ τὸ ἀνοίγετε ;

11. Νὰ σχεδιάσετε στὸ τετράδιό σας ἕνα τετράγωνο ποὺ νὰ ἔχῃ πλευρὰ 2 πόντους. Πόση θὰ εἶναι ἡ περίμετρός του ; Πῶς τὸ βρήκατε ;

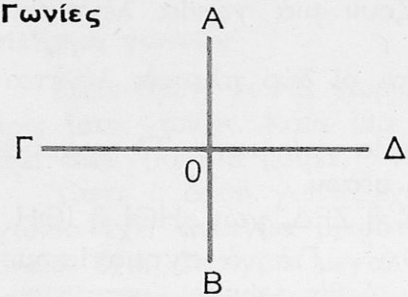
12. Νὰ σχεδιάσετε ἕνα τετράγωνο μὲ πλευρὰ 3 πόντους καὶ νὰ βρῆτε τὴν περίμετρό του. Ἐπίσης ἕνα ἄλλο μὲ πλευρὰ 5 πόντους καὶ νὰ βρῆτε τὴν περίμετρο.

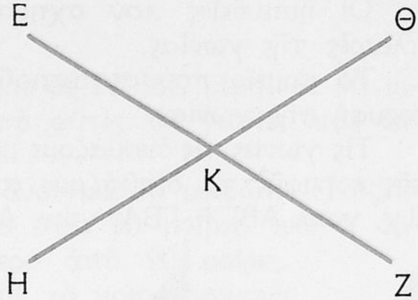
13. Νὰ βρῆτε ποιά εἶναι ἡ περίμετρος ἑνὸς τετραγώνου ποὺ ἔχει πλευρὰ 8 πόντους, 9, 7, 6, 10 πόντους.

14. Νὰ πάρετε ἕνα σύρμα ποὺ νὰ ἔχῃ μάκρος 20 πόντους καὶ νὰ κάμετε ἕνα τετράγωνο. Μπορεῖτε νὰ βρῆτε πόσους πόντους θὰ εἶναι ἡ πλευρά του ; Νὰ δοκιμάσετε νὰ τὸ βρῆτε πρῶτα μὲ τὸν νοῦ, χωρὶς νὰ μετρήσετε. Πῶς τὸ βρήκατε ;

15. Νὰ σχεδιάσετε ἕνα ὀρθογώνιο μὲ μεγάλη πλευρὰ 5 πόντους καὶ μικρὴ 3 πόντους καὶ νὰ βρῆτε πόση εἶναι ἡ περίμετρός του. Μποροῦμε νὰ προσθέσωμε μία μία στὴ σειρὰ τὶς πλευρές του, δηλαδὴ $5 + 3 + 5 + 3 = 16$. Μποροῦμε νὰ προσθέσωμε πρῶτα τὶς μεγάλες κι ἔπειτα τὶς μικρές : $5 + 5 + 3 + 3 = 16$. Ἐπειδὴ ὅμως οἱ δύο μεγάλες εἶναι ἴσες, ἀντὶ νὰ ποῦμε $5 + 5$, μποροῦμε νὰ ποῦμε 2×5. Καὶ γιὰ τὶς μικρὲς ἀντὶ $3 + 3$ λέμε 2×3. Ἔτσι θὰ ἔχωμε : $(2 \times 5) + (2 \times 3) = 16$. Ὑπάρχει καὶ ἄλλος τρόπος. Μπορεῖτε νὰ τὸν βρῆτε ; Παρατηρῆστε τὸ σχῆμα σας, γιὰ νὰ σᾶς βοηθήσῃ.

Γωνίες

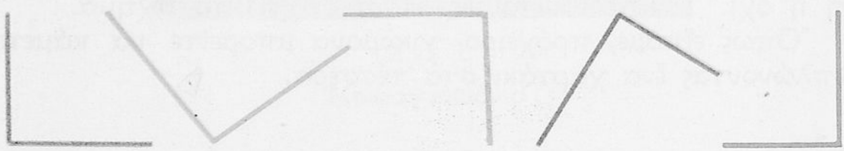




Στὸ πρῶτο σχῆμα βλέπομε δύο εὐθεῖες ποὺ τέμνονται καὶ σχηματίζουν 4 γωνίες ἴσες μεταξύ τους. Αὐτὲς λέγονται ὀρθὲς γωνίες.

Στὸ δεύτερο σχῆμα βλέπομε πάλι δύο εὐθεῖες ποὺ τέμνονται, ἀλλὰ δὲν σχηματίζουν καὶ τὶς 4 γωνίες ἴσες. Καμμία ἀπὸ αὐτὲς δὲν εἶναι ὀρθὴ γωνία.

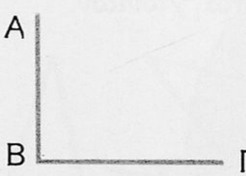
Τὰ παρακάτω σχήματα δείχνουν ὀρθὲς γωνίες χωριστὰ τὴ μία ἀπὸ τὴν ἄλλη.



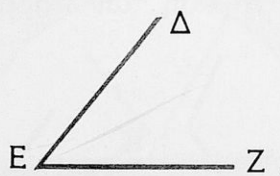
Ὀρθὲς γωνίες βλέπομε στὰ παράθυρα, στὸν πίνακα, στὸ τραπέζι, στὸ τετράδιο κλπ.

Εἴδη γωνιῶν

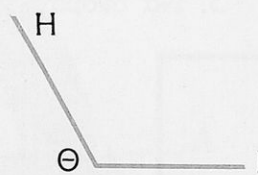
Τὰ ἑπόμενα σχήματα δείχνουν: 1) μιὰ ὀρθὴ γωνία, 2) μιὰ μικρότερη ἀπὸ τὴν ὀρθὴ ποὺ λέγεται ὀξεῖα γωνία, 3) μιὰ μεγαλύτερη ἀπὸ τὴν ὀρθὴ ποὺ λέγεται ἀμβλεῖα γωνία.



ὀρθὴ γωνία



ὀξεῖα γωνία



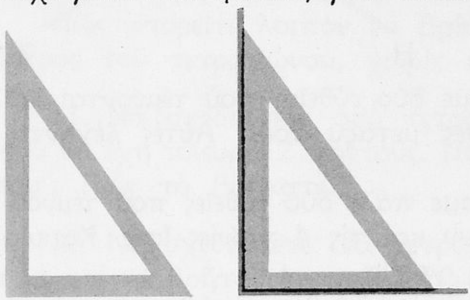
ἀμβλεῖα γωνία

Οἱ ἡμιευθεῖες ποὺ σχηματίζουν μιὰ γωνία λέγονται πλευρὲς τῆς γωνίας.

Τὸ σημεῖο ποὺ συναντιοῦνται οἱ δύο πλευρὲς λέγεται κορυφὴ τῆς γωνίας.

Τὶς γωνίες τὶς ὀνομάζομε μὲ τρία γράμματα. Τὸ γράμμα τῆς κορυφῆς τὸ διαβάζομε στὸ μέσον.

Π.χ. γων. ΑΒΓ ἢ ΓΒΑ, γων. ΔΕΖ ἢ ΖΕΔ, γων. ΗΘΙ ἢ ΙΘΗ.



Γνώμων

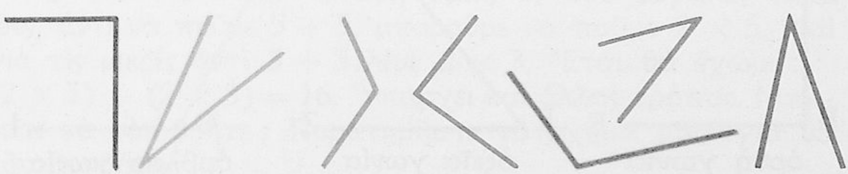
Γιὰ νὰ σχηματίσωμε ὀρθὲς γωνίες, μεταχειριζόμαστε τὸν γνώμονα. Εἶναι ἕνα ὄργανο (ξύλινο ἢ μεταλλικὸ ἢ πλαστικὸ) ποὺ οἱ δύο του πλευρὲς σχηματίζουν ὀρθὴ γωνία.

Τὸν μεταχειριζόμαστε ἐπίσης, γιὰ νὰ βεβαιωθοῦμε ἂν μιὰ γωνία εἶναι ὀρθὴ ἢ ὄχι. Τὸν τοποθετοῦμε, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα.

Ὅπως εἴπαμε, πρόχειρο γνώμονα μπορεῖτε νὰ κάμετε διπλώνοντας ἕνα χαρτάκι στὰ τέσσερα.

Ἐργασίες

1. Νὰ κατασκευάσετε μὲ σύρμα μιὰ ὀρθὴ γωνία. Νὰ πιέσετε τὶς πλευρές της ἔτσι, ὥστε ἡ γωνία νὰ γίνῃ ὀξεῖα. Ἔπειτα νὰ τὶς ἀνοίξετε, ὥστε νὰ γίνῃ ἀμβλεῖα γωνία.
2. Νὰ κόψετε ἀπὸ χαρτόνι γωνίες καὶ τῶν τριῶν εἰδῶν καὶ νὰ κάμετε συγκρίσεις, τοποθετώντας τὴ μία πάνω στὴν ἄλλη.
3. Νὰ ὀνομάσετε τὰ εἴδη τῶν παρακάτω γωνιῶν.

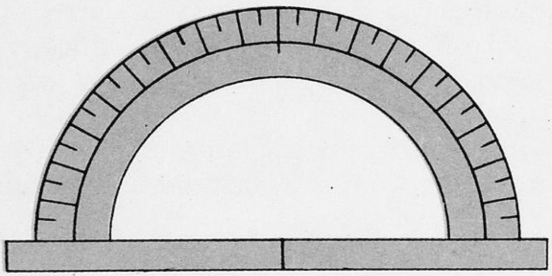


Μέτρησι γωνιῶν

Κάθε ὀρθὴ γωνία χωρίζεται σὲ 90 ἴσα μέρη, σὲ 90 μικρὲς ἴσες γωνίες. Κάθε μία ἀπὸ αὐτὲς τὶς γωνίες λέμε ὅτι ἔχει ἄνοιγμα μιὰ μοῖρα.

Ὥστε ἡ ὀρθὴ γωνία ἔχει ἄνοιγμα 90 μοιρῶν. Ἡ ὀξεῖα γωνία ἔχει ἄνοιγμα μικρότερο ἀπὸ 90 μοῖρες, ἐνῶ ἡ ἀμβλεῖα ἔχει ἄνοιγμα μεγαλύτερο ἀπὸ 90 μοῖρες.

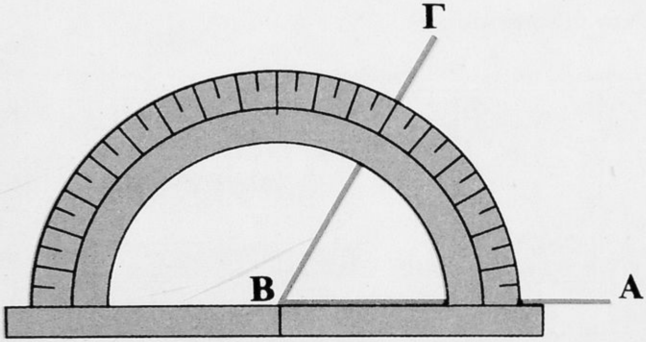
Τὶς γωνίες τὶς μετροῦμε μὲ τὸ μοιρογνωμόνιο.



Σχ. 1

Μοιρογνωμόνιο

Εἶναι ἕνα ὄργανο ποὺ μᾶς δείχνει πόσες μοῖρες εἶναι ἡ γωνία ποὺ μετρᾶμε (σχ. 1). Τὸ τοποθετοῦμε ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 2.



Σχ. 2

Παραλληλόγραμμα

Τὰ παραπάνω κλειστὰ σχήματα ἔχουν ἀπὸ 4 πλευρές· εἶναι τετράπλευρα. Οἱ ἀπέναντι πλευρές τους εἶναι παράλληλες (ὅσο καὶ ἂν τὶς προεκτείνωμε καὶ πρὸς τὰ δύο μέρη, δὲν συναντιοῦνται). Γι' αὐτὸ τὰ σχήματα αὐτὰ λέγονται παραλληλόγραμμα.

Τὸ πρῶτο καὶ τὸ δεύτερο ἔχουν ὅλες τὶς γωνίες ὀρθές· γι' αὐτὸ τὰ λέμε ὀρθογώνια παραλληλόγραμμα ἢ μ' ἕνα ὄνομα : ὀρθογώνια.

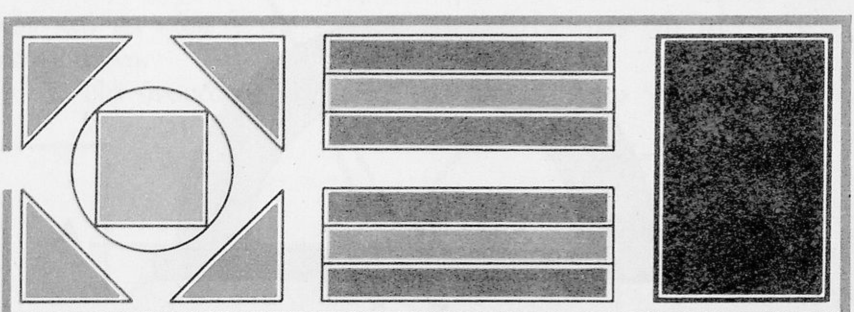
Τὸ πρῶτο ἔχει ἐπὶ πλέον καὶ ὅλες τὶς πλευρὲς ἴσες· γι' αὐτὸ τὸ λέμε καὶ τετράγωνο.

Τὸ τρίτο καὶ τὸ τέταρτο δὲν ἔχουν καμμία γωνία ὀρθὴ καὶ τὰ λέμε πλάγια παραλληλόγραμμα.

Τὸ τέταρτο σχῆμα ἔχει ὅλες τὶς πλευρὲς ἴσες καὶ λέγεται καὶ ρόμβος.

Κάθε παραλληλόγραμμο ποὺ ἔχει ὅλες τὶς πλευρὲς ἴσες λέγεται ρόμβος. Ἑπομένως καὶ τὸ τετράγωνο εἶναι ρόμβος.

Ὁ σχολικὸς κῆπος



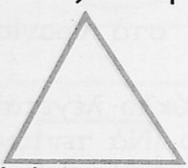
Τὸ παραπάνω σχέδιο δείχνει ἕνα σχολικὸ κῆπο. Ὅλος ὁ κῆπος τί σχῆμα ἔχει ;

Μπροστὰ εἶναι ὁ ἀνθόκηπος. Τὰ παιδιὰ ἔχουν κάμει μὲ πρασινάδα διάφορα σχέδια στὸν ἀνθόκηπο. Στὴ μέση βλέπομε ἕναν κύκλο. Μέσα στὸν κύκλο εἶναι ἕνα τετράγωνο. Γύρω ἀπὸ τὸν κύκλο εἶναι 4 τρίγωνα. Μετὰ ἀπὸ τὸν ἀνθόκηπο εἶναι οἱ βραγιὲς τοῦ λαχανόκηπου. Αὐτὲς εἶναι ὅλες ὀρθογώνιες. Στὸ βάθος εἶναι ὁ δενδρόκηπος. Καὶ αὐτὸς εἶναι ἕνα μεγάλο ὀρθογώνιο.

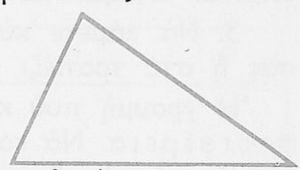
Ποιὰ σχήματα βλέπομε στὸν σχολικὸ κῆπο, ποὺ δὲν τὰ βλέπομε στὸ σχέδιο τοῦ σχολείου ;

Εἴδη τριγώνων

1) Μὲ βάσι τὸ μῆκος τῶν πλευρῶν τους.


ἰσόπλευρο

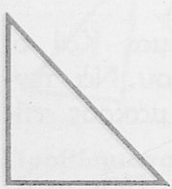

ἰσοσκελὲς

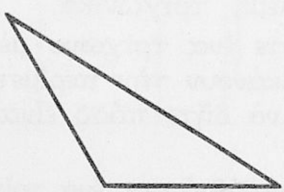

σκαληνὸ

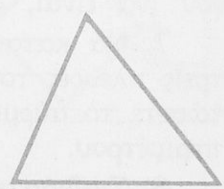
Παρατηρῆστε τὶς πλευρὲς τῶν παραπάνω τριγώνων.

Τὸ πρῶτο ἔχει καὶ τὶς τρεῖς πλευρὲς ἴσες καὶ λέγεται ἰσόπλευρο τρίγωνο. Τὸ δεύτερο ἔχει τὶς δύο πλευρὲς ἴσες καὶ λέγεται ἰσοσκελὲς τρίγωνο. Τὸ τρίτο ἔχει ὅλες τὶς πλευρές του ἄνισες καὶ λέγεται σκαληνὸ τρίγωνο.

2) Μὲ βάσι τὸ ἄνοιγμα τῶν γωνιῶν τους.


ὀρθογώνιο


ἀμβλυγώνιο


ὀξυγώνιο

Παρατηρῆστε τὶς γωνίες τῶν παραπάνω τριγώνων.

Τὸ πρῶτο ἔχει μιὰ ὀρθὴ γωνία καὶ λέγεται ὀρθογώνιο τρίγωνο. Τὸ δεύτερο ἔχει μιὰ ἀμβλεῖα γωνία καὶ λέγεται ἀμβλυγώνιο. Τὸ τρίτο ἔχει καὶ τὶς τρεῖς γωνίες ὀξεῖες καὶ λέγεται ὀξυγώνιο.

Ἐργασίες

1. Ἡ δραχμή, τὸ δίδραχμο καὶ τ' ἄλλα μεταλλικὰ νομίσματα ἔχουν σχῆμα κύκλου. Ἴδιο σχῆμα ἔχουν καὶ τὰ κουμπιά, οἱ ρόδες κλπ. Νὰ δείξετε κι ἐσεῖς ἀντικείμενα κυκλικά.

2. Νὰ κάμετε κύκλους ἀπὸ χαρτόνι. Νὰ σχεδιάσετε κύκλους στὸ τετράδιο, στὸν πίνακα ἢ στὴν αὐλὴ μὲ τὸν διαβήτη σας ἢ μὲ τὴ βοήθεια κυκλικῶν ἀντικειμένων. Νὰ συνηθίσετε νὰ κάνετε κύκλους καὶ χωρὶς διαβήτη ἢ κυκλικὰ ἀντικείμενα. Δοκιμάστε.

3. Νὰ κάμετε κύκλους μὲ κλωστὴ πάνω στὸ θρανίο σας ἢ στὸ τραπέζι σας.

Ἡ γραμμὴ ποὺ κλείνει γύρω γύρω τὸν κύκλο λέγεται περιφέρεια. Νὰ κάμετε μὲ σύρμα ἕναν κύκλο. Νὰ τεντώσετε ἔπειτα τὸ σύρμα, γιὰ νὰ δῆτε πόσο εἶναι τὸ μάκρος τῆς περιφέρειας.

4. Νὰ κάμετε τρίγωνα ἀπὸ χαρτόνι κόβοντας τὸ χαρτόνι μὲ ψαλίδι ἀκριβῶς ἐπάνω στὶς πλευρὲς τῶν τριγώνων.

5. Νὰ σχεδιάσετε στὸ τετράδιο, στὸν πίνακα ἢ στὴν αὐλὴ διάφορα τρίγωνα.

6. Νὰ δείξετε ἀντικείμενα ποὺ νὰ ἔχουν σχῆμα τριγώνου· νὰ εἶναι, ὅπως λέμε, τριγωνικά.

7. Νὰ κατασκευάσετε ἕνα τρίγωνο μὲ σύρμα. Καὶ οἱ τρεῖς πλευρές του μαζὶ κάνουν τὴν περίμετρό του. Νὰ τεντώσετε τὸ σύρμα, γιὰ νὰ δῆτε πόσο εἶναι τὸ μάκρος τῆς περιμέτρου.

8. Σχεδιάστε στὸ τετράδιό σας ἕνα τρίγωνο. Πῶς μπορεῖτε νὰ βρῆτε τὴν περίμετρό του ; Τί θὰ κάμετε ;

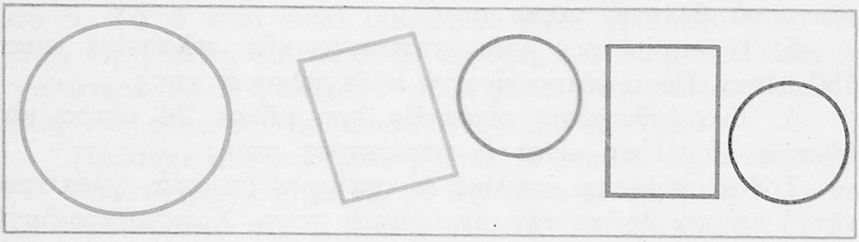
9. Ὁ Γιαννάκης ἔκαμε ἕνα τρίγωνο, γιὰ νὰ πῆ τὰ κάλαντα. Ἡ μιὰ πλευρά του ἔχει μῆκος 15 πόντους, ἡ δεύτερη

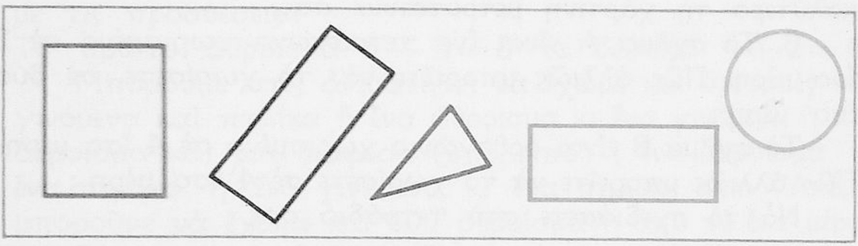
ἔχει ἐπίσης 15 πόντους καὶ ἡ τρίτη 12 πόντους. Πόση εἶναι ἡ περίμετρος τοῦ τριγώνου ποὺ ἔκαμε ὁ Γιαννάκης;

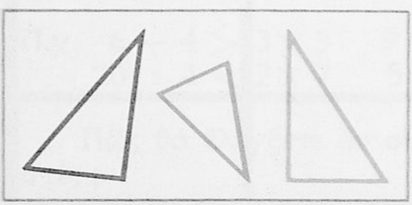
Εὔκολα βρίσκομε: $15 + 15 + 12 = 42$.

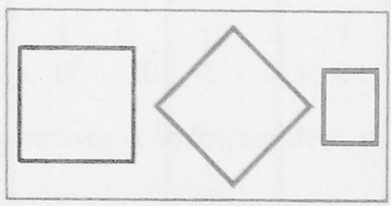
Συγκρίσεις

Νὰ πῆτε πῶς λέγονται τὰ παρακάτω σχήματα καὶ νὰ βρῆτε ποιά ἀπὸ αὐτὰ εἶναι ἴσα μεταξύ τους.









Προβλήματα

1. Νὰ σχεδιάση ὁ καθένας σας στὸν πίνακα ἢ στὴν αὐλὴ δύο πλευρὲς τριγώνου. Ἡ μιὰ νὰ ἔχη μῆκος 27 πόντους καὶ ἡ ἄλλη 35. Τὴν τρίτη πλευρὰ νὰ τὴ μετρήσετε μόνοι

σας μὲ τὴ μετροταινία σας. Μετὰ νὰ βρῆτε τὴν περίμετρο τοῦ τριγώνου.

2. Νὰ μετρήσετε τὶς πλευρὲς καὶ νὰ βρῆτε τὴν περίμετρο ἑνὸς φύλλου ἀπὸ τὸ τετράδιό σας σ' ἑκατοστά (πόντους). Νὰ βρῆτε καὶ τὴν περίμετρο ἑνὸς πλακακιοῦ ἢ ἑνὸς τζαμιοῦ σ' ἑκατοστά.

3. Νὰ σχηματίσετε 3 τετράγωνα στὸ τετράδιό σας καὶ νὰ βρῆτε τὴν περίμετρό τους σ' ἑκατοστά.

4. Νὰ βρῆς τὴν περίμετρο τετραγωνικῶν ἀντικειμένων ποὺ βλέπεις γύρω σου.

5. Ἡ περίμετρος μιᾶς τετραγωνικῆς πλατείας εἶναι 180 μέτρα. Πόσα μέτρα εἶναι ἡ κάθε πλευρά της ;

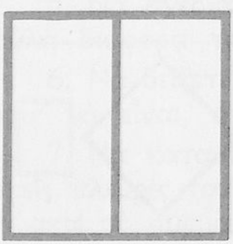
6. Ἕνα ὀρθογώνιο οἰκόπεδο ἔχει μῆκος 24 μέτρα καὶ πλάτος 15. Πόση εἶναι ἡ περίμετρός του ;

7. Νὰ μετρήσετε κυκλικὰ ἀντικείμενα (πιάτα, γλάστρες κλπ.) καὶ νὰ βρῆτε τὴν περιφέρειά τους. Χρησιμοποιῆστε κλωστή, γιὰ νὰ πάρετε τὸ μῆκος τῆς περιφέρειάς τους ἢ καλύτερα τὴ χάρτινη μετροταινία σας.

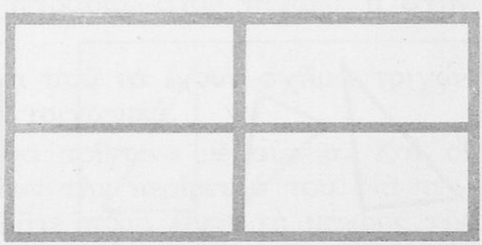
8. Τὸ σχῆμα Α εἶναι ἕνα τετράγωνο χωρισμένο σὲ 2 ἴσα μέρη. Πῶς ἀλλιῶς μπορεῖτε νὰ τὸ χωρίσετε σὲ δύο ἴσα μέρη ;

Τὸ σχῆμα Β εἶναι ὀρθογώνιο χωρισμένο σὲ 4 ἴσα μέρη. Πῶς ἀλλιῶς μπορεῖτε νὰ τὸ χωρίσετε σὲ 4 ἴσα μέρη ;

Νὰ τὸ σχεδιάσετε στὸ τετράδιό σας.



Α



Β

7. ΕΠΑΝΑΛΗΨΙ

Ἀνισότητες

Παράδειγμα. Τὸ 5 εἶναι μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ 4.

Γράφομε: $5 > 4$. Ἀπαγγέλλομε: τὸ 5 εἶναι μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ 4. Ἐδῶ συγκρίνομε δύο ἀριθμοὺς καὶ βρίσκομε ὅτι δὲν εἶναι ἴσοι· εἶναι ἄνισοι· ὁ ἕνας εἶναι μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν ἄλλον. Ἔχομε μιὰ ἀνισότητα. Τὸ σημεῖο τῆς ἀνισότητος εἶναι αὐτὸ $>$. Εἶναι μιὰ μικρὴ γωνία. Μέσα στὴ γωνία γράφομε τὸν μεγαλύτερο ἀριθμὸ κι ἔξω ἀπὸ τὴ γωνία, κοντὰ στὴν κορυφή, γράφομε τὸν μικρότερο.

Τὴν παραπάνω ἀνισότητα μποροῦμε νὰ τὴ γράψωμε κι ἔτσι: $4 < 5$. Ἀπαγγέλλομε: τὸ 4 εἶναι μικρότερο ἀπὸ τὸ 5. Τὸ 4 ποὺ εἶναι μικρότερο εἶναι γραμμένο πάλι ἔξω ἀπὸ τὴ γωνία, κοντὰ στὴν κορυφή, καὶ τὸ 5 ποὺ εἶναι μεγαλύτερο εἶναι γραμμένο πάλι μέσα στὴ γωνία. Τώρα ὅμως τὸ σημεῖο τῆς ἀνισότητος βλέπει δεξιά.

Πρόσεχε πάντοτε ποῦ βλέπει τὸ σημεῖο τῆς ἀνισότητος.

Ἀνισότητες σχηματίζομε ὄχι μόνο μὲ ἀριθμοὺς ἀλλὰ καὶ μὲ ἀθροίσματα· π.χ. $5 + 3 > 4 + 2$. Ἀπαγγέλλομε: $5 + 3$ εἶναι μεγαλύτερο ἀπὸ $4 + 2$. Γιὰ νὰ βεβαιωθοῦμε, ἐκτελοῦμε τὶς προσθέσεις:

Τὸ πρῶτο ἄθροισμα $5 + 3 = 8$· τὸ δεύτερο $4 + 2 = 6$.

Μποροῦμε στὶς ἀνισότητες νὰ ἔχωμε καὶ διαφορὲς καὶ γινόμενα καὶ πηλίκα ἢ ἕνα ἄθροισμα κι ἕνα γινόμενο ἢ ἕνα ἄθροισμα καὶ μιὰ διαφορὰ (ὑπόλοιπο) ἢ ἕνα ἄθροισμα κι ἕνα πηλίκο ἢ ἕνα γινόμενο κι ἕνα πηλίκο κλπ. Ἀκόμη μποροῦμε νὰ ἔχωμε καὶ δύο ἀθροίσματα ἀπὸ τὸ ἕνα μέρος καὶ δύο γινόμενα ἢ ἄλλα ἐξαγόμενα ἀπὸ τὸ ἄλλο.

Π.χ. $6 + 4 > 3 \times 3$ $\quad 9 + 5 < 3 \times 6$ $\quad 12 - 4 > 7$

$20 : 4 < 2 \times 7$ $\quad 5 \times 9 > 60 - 20$ $\quad 6 \times 0 < 4 : 2$

Πῶς θὰ ἐλέγξετε ἂν οἱ παραπάνω ἀνισότητες εἶναι σωστές;

Ποῦ εἶναι τὰ λάθη ;

Παρακάτω εἶναι γραμμένες μερικὲς ἀνισότητες. Ἄλλες εἶναι σωστὲς καὶ ἄλλες λάθος. Νὰ τὶς ἐλέγξετε προσεκτικὰ καὶ νὰ γράψετε δίπλα στὶς σωστὲς τὸ γράμμα Σ καὶ δίπλα σ' αὐτὲς ποὺ εἶναι λάθος τὸ γράμμα Λ.

$7 + 8 < 20$ $\qquad$ $50 : 2 > 30 - 10$

$4 \times 6 > 15 + 9$ $\qquad$ $93 : 3 < 4 \times 9$

$3 \times 10 < 5 \times 8$ $\qquad$ $37 + 18 < 4 \times 12$

$75 - 16 > 70 - 11$

$10 + 8 < 15 + 8$

$(3 \times 4) + 6 > (30 : 2) - 2$

Ἀριθμητικὰ σταυρόλεξα μὲ διψήφιους ἀριθμούς.

60			140
80		60	140
		50	140
140	140	140	

		50	180
60	80		180
50			180
180	180	180	

20		75	160
			160
65		0	160
160	160	160	

Κάμετε καὶ μόνοι σας τέτοια σταυρόλεξα.

Ποιά εἶναι ἡ σωστὴ ἀπάντησι ;

Παρακάτω εἶναι μερικὲς ἀσκήσεις καὶ δίπλα σὲ κάθε ἄσκησι εἶναι γραμμένες στὴ σειρὰ 3 ἀπαντήσεις. Νὰ βρῆτε ποιές ἀπὸ τὶς ἀπαντήσεις εἶναι οἱ σωστές. Οἱ ἄλλες θὰ εἶναι λάθος.

Παράδειγμα. $7 \times 8 =$ 63, 48, 56. Ἡ σωστὴ ἀπάντησι εἶναι 56. Τὴ σημειώνω μὲ μιὰ γραμμή. Οἱ ἄλλες δύο εἶναι λάθος.

Νὰ σημειώσετε τὶς σωστὲς ἀπαντήσεις στὶς παρακάτω ἀσκήσεις :

1.	$80 + 70 + 30 =$	108	180	200
	$68 + 59 + 7 + 36 =$	170	168	113
	$142 + 28 + 15 =$	158	185	175

2.	193 − 107 =	96	105	86
	106 − 89 =	117	17	28
	174 − 118 =	68	56	97
3.	8 × 12 =	86	96	72
	5 × 8 × 3 =	40	43	120
	14 × 13 =	143	182	172
	1 × 150 =	151	160	150
4.	80 : 10 =	70	8	10
	156 : 12 =	13	15	12
	195 : 15 =	17	13	20

Ἕνα παλιὸ τετράδιο

Ἔχω ἕνα πολὺ παλιὸ τετράδιο ἀριθμητικῆς. Μερικοὶ ἀριθμοὶ καὶ σημεῖα εἶναι σβησμένα καὶ δὲν διακρίνονται. Σᾶς γράφω ἐδῶ μερικὲς ἀσκήσεις ἀπὸ τὸ τετράδιο αὐτό. Ὅπου εἶναι σβησμένοι οἱ ἀριθμοί, γράφω ἕνα ἐρωτηματικό. Μπορεῖτε νὰ βρῆτε ποιοί ἀριθμοὶ λείπουν ;

1.

13;	1;6	53	36	108	67
;8	3;	;	;;	92	45
+ 51	+ 45	+ 132	+ 87	+ ;	+ 19
199	;98	1;1	172	200	;;;

2.

164	170	15;	20	31	23
− ;0;	− 13;	− 109	× 8	× ;	× 8
056	;;4	;;2	16;	186	1;;

3. Στὶς παρακάτω ἀσκήσεις λείπουν τὰ σημεῖα τῶν πράξεων. Μπορεῖτε νὰ τὰ βάλετε ;

80 60 20 = 120, 90 40 100 = 150
50 108 36 = 194, 5 12 = 60

Μαντέματα

1. Ἂν ἀρχίσης νὰ κατεβαίνης ἀνὰ 11 ἀπὸ τὸ 60 πρὸς τὰ κάτω, σὲ ποιόν ἀριθμὸ θὰ φτάσης ποὺ δὲν θὰ μπορῆς νὰ κατεβῆς πιὸ κάτω ;

2. Διαιρῶ ἕναν ἀριθμὸ διὰ 4 καὶ βρίσκω 30. Ποιός εἶναι ὁ ἀριθμὸς αὐτός ;

3. Ποιό εἶναι μεγαλύτερο ; τὸ μισὸ τοῦ 200 καὶ 50 ἀκόμη ἢ τὸ τετραπλάσιο τοῦ 40 ;

4. Ἔχω ἕναν ἀριθμὸ στὸν νοῦ μου. Ἂν τοῦ προσθέσω 40, γίνεται 130. Ποιός εἶναι ὁ ἀριθμός ;

5. Ἔχω ἕναν ἄλλο ἀριθμό. Ἂν τοῦ προσθέσω 20 καὶ τοῦ ἀφαιρέσω 50, γίνεται 70. Ποιός εἶναι ;

6. Ρώτησαν ἕνα βοσκὸ πόσα πρόβατα ἔχει κι ἐκεῖνος ἀπάντησε : Ἂν εἶχα ὅσα ἔχω καὶ 60 ἀκόμη, θὰ εἶχα 100. Πόσα πρόβατα εἶχε ;

Προβλήματα καὶ τῶν τεσσάρων πράξεων

1. Ἕνας γεωργὸς ἔχει δύο ἐλαιῶνες. Στὸν ἕνα εἶναι 86 ἐλαιόδενδρα καὶ στὸν ἄλλο 109. Πόσα ἐλαιόδενδρα ἔχει ὁ γεωργός ;

2. Ὁ ἴδιος ἔχει ἕνα περιβόλι μὲ 70 πορτοκαλιές, 28 μανταρινιὲς καὶ 89 λεμονιές. Πόσα δέντρα ἔχει τὸ περιβόλι ;

3. Ὁ ἴδιος ἔχει κι ἕνα χωράφι ὀρθογώνιο μὲ μῆκος 60 μέτρα καὶ πλάτος 32 μέτρα. Πόση εἶναι ἡ περίμετρος τοῦ χωραφιοῦ ;

4. Ἕνας ἀμπελουργὸς ἔχει δύο ἀμπέλια. Τὸ ἕνα εἶναι ὀρθογώνιο μὲ μῆκος 70 μέτρα καὶ πλάτος 26 καὶ τὸ ἄλλο εἶναι τετράγωνο μὲ πλευρὰ 50 μέτρα. Ποιό ἀμπέλι ἔχει μεγαλύτερη περίμετρο καὶ πόσο ;

5. Ἡ κυρία Ἑλένη πῆγε στὴν ἀγορὰ μὲ 2 ἑκατοστάρικα. Ὅταν γύρισε εἶχε 37 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ξόδεψε ;

6. Ὁ ὀπωροπώλης εἶχε 150 κιλὰ σταφύλια, 105 κιλὰ μῆλα, 57 κιλὰ ἀχλάδια καὶ 120 κιλὰ πορτοκάλια. Τὸ ἀπόγευμα εἶδε ὅτι τοῦ ἔμειναν 68 κιλὰ σταφύλια, 49 κιλὰ μῆλα,

38 κιλὰ ἀχλάδια καὶ 72 κιλὰ πορτοκάλια. Πόσα κιλὰ πούλησε ἀπὸ κάθε εἶδος ;

7. Ἕνας ἔμπορος πούλησε μὲ ζημία ἕνα κομμάτι ὕφασμα καὶ πῆρε 155 δραχμές. Ζημιώθηκε 45 δραχμές. Πόσο εἶχε ἀγοράσει τὸ ὕφασμα ;

8. Στὸ σχολεῖο εἶναι 181 παιδιά. Ἀπὸ αὐτὰ προβιβάστηκαν τὰ 168. Πόσα δὲν προβιβάστηκαν ;

9. Στὴν κατασκήνωσι εἶναι 70 κορίτσια καὶ 80 ἀγόρια. Πῆγαν ὅλα ἐκδρομὴ στὴν ἀκρογιαλιά. Ἐκεῖ ἄλλα ἔπαιζαν στὴν ἄμμο καὶ ἄλλα κολυμποῦσαν. Στὴν ἄμμο ἔπαιζαν 28 κορίτσια καὶ στὴ θάλασσα κολυμποῦσαν 35 ἀγόρια. Πόσα παιδιὰ ἔπαιζαν στὴν ἄμμο καὶ πόσα κολυμποῦσαν;

10. Ἡ βιβλιοθήκη τοῦ σχολείου ἔχει 137 βιβλία. Πόσα θέλει ἀκόμη, γιὰ νὰ γίνουν 200 ;

11. Ἀπὸ 4 κιλὰ ἐλιὲς βγάζουν 1 κιλὸ λάδι. Πόσο λάδι θὰ βγάλουν ἀπὸ 180 κιλὰ ἐλιές ; ἀπὸ 150, 145, 171, 190 κιλὰ ἐλιές ;

12. Πόσες ἑβδομάδες κάνουν 196 μέρες ; 182, 170, 145 μέρες ;

13. Πόσα ἡμερονύκτια κάνουν 184 ὧρες ; 190, 168, 186 ὧρες ;

14. Ἕνα λεωφορεῖο μεταφέρει ἐπιβάτες ἀπὸ τὴν πρωτεύουσα τοῦ νομοῦ σ' ἕνα κοντινὸ χωριό. Τὸ εἰσιτήριο ἔχει 3 δραχμές. Τὸ λεωφορεῖο ἔκαμε τρία δρομολόγια. Στὸ πρῶτο εἶχε 27 ἐπιβάτες, στὸ δεύτερο 18 καὶ στὸ τρίτο 21 ἐπιβάτες. Πόσα χρήματα συγκεντρώθηκαν καὶ ἀπὸ τὰ τρία δρομολόγια ;

15. Πόσο εἶναι τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ 200 ; τὸ $\frac{1}{5}$ τοῦ 200 ;

16. Ποιό εἶναι μεγαλύτερο ; τὸ $\frac{1}{3}$ τοῦ 189 ἢ τὸ διπλάσιο τοῦ 45 καὶ πόσο ;

17. Πενταπλασίασε τὸν ἀριθμὸ 37. Ἑξαπλασίασε τοὺς ἀριθμοὺς 28, 17, 19. Ἑφταπλασίασε τοὺς ἀριθμοὺς 24, 18, 16. Ὀχταπλασίασε τοὺς ἀριθμοὺς 20, 22, 19.

Γ. ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΑΠΟ ΤΟ 200 ΩΣ ΤΟ 1.000

Ι. ΑΙΣΘΗΤΟΠΟΙΗΣΙ ΚΑΙ ΓΡΑΦΗ

Οἱ ἀριθμοὶ ἀπὸ τὸ 200 ὥς τὸ 300

Χρησιμοποιῆστε μετροταινίες, ξυλάκια, μάρκες, ἀριθμητήρια, ὄσπρια, ἑκαντοντάδες κύκλων, τὴ χιλιάδα τῶν κύκλων, νομίσματα πραγματικὰ ἢ εἰκονικὰ κλπ., γιὰ νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω ἀσκήσεις:

1. Ν' ἀνεβῆτε ἀπὸ τὸ 200 ὥς τὸ 300 ἀνὰ 10 κι ἔπειτα νὰ κατεβῆτε· δηλαδὴ 210, 220, 230, 240, 250, 260, 270, 280, 290, 300· καὶ ἀντίθετα 300, 290, 280 κλπ.

2. Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς αὐτοὺς καὶ νὰ πῆτε πόσες ἑκατοντάδες, δεκάδες καὶ μονάδες ἔχει ὁ καθένας.

3. Νὰ τρέψετε τὶς ἑκατοντάδες σὲ δεκάδες καὶ νὰ βρῆτε πόσες δεκάδες συνολικὰ ἔχει ὁ καθένας ἀπὸ τοὺς παραπάνω ἀριθμούς.

4. Ν' ἀνεβῆτε καὶ νὰ κατεβῆτε ἀνὰ 5· δηλαδὴ 205, 210, 215 κλπ. καὶ 300, 295, 290, 285 κλπ.

5. Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς αὐτοὺς καὶ νὰ πῆτε πόσες ἑκατοντάδες, δεκάδες καὶ μονάδες ἔχει ὁ καθένας.

6. Νὰ τρέψετε τὶς ἑκατοντάδες σὲ δεκάδες καὶ νὰ βρῆτε πόσες δεκάδες καὶ πόσες μονάδες ἔχει κάθε ἀριθμός.

7. Χρησιμοποιώντας τ' ἀντικείμενά σας ν' ἀριθμήσετε ἀνὰ 1 ἀπὸ τὸ 200 ὥς τὸ 300. Νὰ κατεβῆτε ἀνὰ 1 ἀπὸ τὸ 300 ὥς τὸ 200. Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 201 ὥς τὸ 300, ὅπως δείχνει ὁ παρακάτω πίνακας :

201	211	221	231	241	251	261	271	281	291
202	212	222	232	242	252	262	272	282	292
203	213	223	233	243	253	263	273	283	293
204	214	224	234	244	254	264	274	284	294
205	215	225	235	245	255	265	275	285	295
206	216	226	236	246	256	266	276	286	296
207	217	227	237	247	257	267	277	287	297
208	218	228	238	248	258	268	278	288	298
209	219	229	239	249	259	269	279	289	299
210	220	230	240	250	260	270	280	290	300

8. Νὰ πῆτε τοὺς ζυγοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 200 ὣς τὸ 300, καὶ ἀντίθετα ἀπὸ τὸ 300 ὣς τὸ 200, δηλαδὴ 300, 298, 296 κλπ. Νὰ γράψετε τὶς δύο αὐτὲς σειρές.

9. Νὰ πῆτε τοὺς μονοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 200 ὣς τὸ 300, δηλαδὴ 201, 203, 205 κλπ. καὶ ἀντίθετα 299, 297, 295 κλπ.
Νὰ γράψετε τὶς δύο αὐτὲς σειρές.

10. Πόσες ἑκατοντάδες, δεκάδες καὶ μονάδες ἔχουν οἱ ζυγοὶ ἀριθμοὶ ἀπὸ τὸ 260 ὣς τὸ 270; πόσες οἱ μονοὶ ἀριθμοὶ ἀπὸ τὸ 230 ὣς τὸ 240 ;

11. Νὰ σχηματίσετε μὲ ἀντικείμενα τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ βρίσκονται μεταξὺ τοῦ 200 καὶ τοῦ 300 καὶ τελειώνουν σὲ 6.

Οἱ ἀριθμοὶ ἀπὸ τὸ 300 ὣς τὸ 1.000

Τὶς προηγούμενες 11 ἀσκήσεις νὰ τὶς κάμετε καὶ στοὺς ἀριθμοὺς 300 ὣς 400, 400 ὣς 500, 500 ὣς 600, 600 ὣς 700, 700 ὣς 800, 800 ὣς 900, 900 ὣς 1.000.

Ἀνάλυσι καὶ σύνθεσι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τὸ 100 ὣς τὸ 1.000

1. Τὸ 100 ἔχει 1 ἑκατοντάδα, 0 δεκάδες καὶ 0 μονάδες ἢ 10 δεκάδες καὶ 0 μονάδες ἢ 100 ἁπλὲς μονάδες.

Τὸ 200 ἔχει 2 ἑκατοντάδες, 0 δεκάδες καὶ 0 μονάδες ἢ 20 δεκάδες καὶ 0 μονάδες ἢ 200 ἁπλὲς μονάδες.

Συνεχίστε μόνοι σας ὣς τὸ 1.000.

2. Τὸ 110 ἔχει 1 ἑκατοντάδα, 1 δεκάδα καὶ 0 μονάδες ἢ 11 δεκάδες καὶ 0 μονάδες ἢ 110 ἁπλὲς μονάδες.

Τὸ 120 ἔχει 1 ἑκατοντάδα, 2 δεκάδες καὶ 0 μονάδες ἢ 12 δεκάδες καὶ 0 μονάδες ἢ 120 ἁπλὲς μονάδες.

Συνεχίστε ὥς τὸ 200.

3. Κάμετε τὸ ἴδιο καὶ στὶς ἑπόμενες ἑκατοντάδες· δηλαδὴ τὸ 210 ἔχει 2 ἑκατοντάδες, 1 δεκάδα καὶ 0 μονάδες ἢ 21 δεκάδες καὶ 0 μονάδες, ἢ 210 ἁπλὲς μονάδες κλπ.

Τὸ 310 ἔχει 3 ἑκατοντάδες, 1 δεκάδα καὶ 0 μονάδες ἢ 31 δεκάδες καὶ 0 μονάδες ἢ 310 ἁπλὲς μονάδες κλπ.

4. Πόσες μονάδες ἔχουν :

3 ἑκατ. 5 δεκ. καὶ 4 μον. ; 8 ἑκατ. 9 δεκ. καὶ 9 μον ;

5. $450 = 400 + 50 + 0$ $\qquad$ $638 = 600 + 30 + 8$

Νὰ κάμετε καὶ μόνοι σας τέτοιες ἀναλύσεις τριψήφιων ἀριθμῶν.

6. $500 = 200 + 200 + 100$

$864 = 500 + 300 + 40 + 20 + 4$

Νὰ κάμετε κι ἐσεῖς τέτοιες ἀναλύσεις.

Ἀσκήσεις μ' ἑκατοντάδες

Πρώτη ὁμάδα

1. 100+100=	200+100=	300+100=	Κάμετε τὸ ἴδιο
100+200=	200+200=	300+200=	καὶ μὲ τὶς ὑπό-
κλπ. ὥς τὸ	κλπ. ὥς τὸ	κλπ. ὥς τὸ	λοιπες ἑκατοντά-
100+900=	200+800=	300+700=	δες.

2. 100+;=400	200+;=500	300+;=800	700+;=900
100+;=600	200+;=900	400+;=700	500+;=700

3. ; + 600 = 900 $\qquad$; + ; = 700 $\qquad$ 200 + 200 + 300 = ;

; + 400 = 800 $\qquad$; + ; = 900 $\qquad$ 300 + 600 + 0 = ;

Κάμετε κι ἐσεῖς ὅμοιες ἀσκήσεις.

4. Τὸ 700 γίνεται, ἂν προσθέσωμε 400+200+100 ἢ 300+300+100 ἢ 400+300+0 κλπ. Ποιούς ἀριθμοὺς (ἑκα-

τοντάδες) πρέπει νὰ προσθέσωμε, γιὰ νὰ γίνη τὸ 500, 800, 600; Κάμετε ὅσους συνδυασμοὺς περισσότερους μπορεῖτε.

Δεύτερη ὁμάδα

1.

1.000–100=	900–100=	800–100=	700–100=
1.000–200=	900–200=	800–200=	700–200=
κλπ. ὥς τὸ	κλπ. ὥς τὸ	κλπ. ὥς τὸ	κλπ. ὥς τὸ
1.000–1.000=	900–900=	800–800=	700–700=

Κάμετε τὸ ἴδιο καὶ μὲ τὸ 600, 500, 400.

2. 500–;=300 600–;=100 800–;=200 900–;=400
3. ;–100=400 ;–800=100 ;–500=0 ;–300=500

4. ; – ;=200. Ἀπάντησι. 300–100=200 ἢ 400–200=200 ἢ 500–300=200 ἢ 600–400=200 ἢ 800–600=200 κλπ.

Νὰ δώσετε ὅσες περισσότερες ἀπαντήσεις μπορεῖτε στὶς παρακάτω ὅμοιες ἀσκήσεις :

; – ; =100, ; – ; =300, ; – ; =500.

5.

900–100–200=	600+200–300–100+500=
700–300–200=	300+400–200+100–200=
800–500–300=	400+100–500+600–300=

Τρίτη ὁμάδα

1.

1×100=;	1×200=;	5×200=;	1×500=;
2×100=;	2×200=;	1×300=;	2×500=;
κλπ. ὥς τὸ	3×200=;	2×300=;	1×400=;
10×100=;	4×200=;	3×300=;	2×400=;

2.

1.000 : 2	800 : 4	600 : 3	400 : 2	500 : 5	700 : 10
1.000 : 5	800 : 8	600 : 6	400 : 4	500 : 10	900 : 9

3. $(200+100)\times 2=$; $(600+300):3=$;
$(3\times 200)+(4\times 100)=$; $(900-400):5=$;
$(1.000-200-600+100)\times 3=$; $(800:4)\times 5=$;
$(4\times 200)-(1\times 700)=$; $(300+400+200)\times 0=$;

4. Τὸ μισὸ $\left(\frac{1}{2}\right)$ τοῦ 200 εἶναι 100.

Νὰ βρῆτε τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ 400, 600, 800, 1.000, 100, 300, 500, 700, 900.

Τὸ ἕνα τρίτο $\left(\frac{1}{3}\right)$ τοῦ 300 εἶναι 100. Δηλαδὴ διαιροῦμε τὸ 300 : 3.

Νὰ βρῆτε τὸ $\frac{1}{3}$ τοῦ 600, 900.

Τὸ ἕνα τέταρτο $\left(\frac{1}{4}\right)$ τοῦ 400 εἶναι 100. Διαιροῦμε τὸ 400 : 4.

Νὰ βρῆτε τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ 800, 200, 600, 1.000.

Τὸ ἕνα πέμπτο $\left(\frac{1}{5}\right)$ τοῦ 500 εἶναι 100.

Νὰ βρῆτε τὸ $\frac{1}{5}$ τοῦ 1.000, 400, 800, 100, 300, 600.

2. ΠΡΟΣΘΕΣΙ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΙ ΑΠΟ ΜΝΗΜΗΣ

Πρόσθεσι καὶ ἀφαίρεσι δεκάδων

α) Χωρὶς νὰ ξεπερνοῦμε τὴν ἑκατοντάδα.

Νὰ κάμετε τὶς παρακάτω ἐργασίες:

1. $200+10=$; $200+20=$; $200+30=$; κλπ. ὥς τὸ $200+100=$;

Συνεχίστε τὴν ἴδια ἐργασία καὶ στὶς ἑπόμενες ἑκατοντάδες.

2. $210+10=$; $210+20=$; $210+30=$; κλπ. ὥς τὸ $210+90=$;

Συνεχίστε καὶ στὶς ἑπόμενες ἑκατοντάδες.

Κάμετε τὸ ἴδιο μὲ πρῶτο προσθετέο τὸ 220, 320, 420 κλπ., ἔπειτα μὲ τὸ 230, 330, 430 κλπ., ὕστερα μὲ τὸ 240, 340, 440 κλπ. Σὰν δεύτερο προσθετέο θὰ προσθέτετε κάθε φορὰ 10, 20, 30 κλπ.

3. 1.000–10= ; 1.000–20= ; 1.000–30 = ; κλπ. ὥς τὸ 1.000–100= ;

Συνεχίστε καὶ στὶς ἄλλες ἑκατοντάδες πρὸς τὰ κάτω.

β) Μὲ ξεπέρασμα τῆς ἑκατοντάδας.

Παράδειγμα. 280+30= ; Ἀπάντησι. 280+20+10= 300+10=310. Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο νὰ βρῆτε:
290+50= 340+90= 560+70= 730+90= 740+70= 860+60=

Παράδειγμα. 320–50= ; Ἀπάντησι. 320–20–30=300–30=270.

Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο νὰ βρῆτε:
330–70= 550–70= 740–50= 850–90= 610–80= 410–60=

Ἀριθμητικὲς σειρὲς

Ν' ἀνεβῆτε ἀπὸ τὸ 100 ὥς τὸ 1.000 καὶ νὰ κατεβῆτε ἀπὸ τὸ 1.000 ὥς τὸ 100 α) ἀνὰ 20, δηλαδὴ 120, 140, 160 κλπ. καὶ ἀντίθετα 1.000, 980, 960 κλπ. Νὰ κάμετε τὸ ἴδιο ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ 110 καὶ νὰ κατεβῆτε πάλι ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ 990.

β) Ἀνὰ 30, δηλαδὴ 130, 160, 190 κλπ. καὶ ἀντίθετα 1.000, 970, 940 κλπ. Νὰ κάμετε τὸ ἴδιο ἀρχίζοντας πρῶτα ἀπὸ τὸ 110, δηλαδὴ 110, 140, 170 κλπ. κι ἔπειτα ἀπὸ τὸ 120, δηλαδὴ 120, 150, 180 κλπ. Καὶ ἀντίθετα ἀρχίστε πρῶτα ἀπὸ τὸ 990 κι ἔπειτα ἀπὸ τὸ 980.

γ) Νὰ κάμετε ὅμοιες σειρὲς μὲ τὸ 40, 50, 60, 70, 80, 90.

Πρόσθεσι μονοψηφίων σὲ τριψηφίους

1. 290+1=; 290+2=; 290+3=; κλπ. ὥς τὸ 290+9. Κάμετε τὸ ἴδιο καὶ στὸ 390, 490, 590, 690, 790, 890, 990.

2. 299+1, 298+2, 297+3 κλπ. ὥς τὸ 291+9.

Κάμετε τὸ ἴδιο καὶ στὶς ἑπόμενες ἑκατοντάδες· δηλαδή: 399+1=; 398+2=; 397+3=; κλπ. 499+1=; 498+2= ; κλπ.

3. Πόσα κάνουν 295+8 ;

Ἀπάντησι. 295+8=295+5+3=300+3=303.

Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο, δηλαδὴ μὲ ἀνάλυσι τοῦ δεύτερου προσθετέου, νὰ βρῆτε :

299+4	397+8	496+6	599+2	698+3	799+9
298+6	395+6	499+5	598+8	696+9	796+7

895+9 , 897+5

4. Ποιός ἀκέραιος ἀριθμὸς ἔρχεται ἀμέσως μετὰ τὸ 299; μετὰ τὸ 399, 499, 599, 699, 799, 899, 999 ;

5.

299+ ; =300	499+ ; =501	696+ ; =703
298+ ; =305	493+ ; =500	699+ ; =700

897+ ; =903
999+ ; =999

Ἀφαίρεσι μονοψηφίων ἀπὸ τριψηφίους

1. 209–9= ; 208–8= ; 207–7= ; κλπ. ὥς τὸ 201–1.

Κάμετε τὸ ἴδιο καὶ στὶς ἑπόμενες ἑκατοντάδες· δηλαδή: 309–9= ; 308–8= ; κλπ. 409–9= ; 408–8= ; κλπ.

2. 200–1, 300–1, 400–1, 500–1, 600–1, 700–1, 800–1, 900–1, 1.000–1.

3. 200–2, 200–3, 200–4 κλπ. ὥς τὸ 200–9.

Κάμετε τὸ ἴδιο καὶ στὶς ἑπόμενες ἑκατοντάδες.

4. Πόσα μένουν 202 – 5 ;

Ἀπάντησι. 202–5=202–2–3=200–3=197

Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο, δηλαδὴ μὲ ἀνάλυσι τοῦ ἀφαιρετέου, νὰ βρῆτε: 302–3 501–2 708–9 904–9 305–7 706–7.

5. Ποιός ἀκέραιος ἀριθμὸς εἶναι ἀμέσως πρὶν ἀπὸ τὸ 200; πρὶν ἀπὸ τὸ 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1.000 ;

6.

202–;=199	405–;=399	607–;=599	804–;=799
304–;=299	503–;=499	706–;=699	908–;=899

Πρόσθεσι διψηφίων καὶ τριψηφίων (ἀπὸ μνήμης)

Πόσα γίνονται 385+247;

Ἀπάντησι. 385+200=585· καὶ 40 625· καὶ 5 630· καὶ 2 632 (μὲ ἀνάλυσι τῶν 7 μονάδων σὲ 5+2).

Μπορεῖτε νὰ τὸ βρῆτε καὶ μὲ ἄλλον τρόπο.

Μὲ ὅποιον τρόπο θέλετε, νὰ ἐκτελέσετε τὶς προσθέσεις:
178+35= 382+264= 537+398= 729+193=
806+95=

Ἀφαίρεσι διψηφίων καὶ τριψηφίων ἀπὸ τριψηφίους.

Πόσα μένουν 520–273;

Ἀπάντησι. 520–200=320· πλὴν 20 300· πλὴν 50 250 (μὲ ἀνάλυσι τοῦ 70 σὲ 20+50)· πλὴν 3 247.

Μπορεῖτε νὰ τὸ βρῆτε καὶ μὲ ἄλλον τρόπο.

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω ἀφαιρέσεις ἀπὸ μνήμης:
356–145= 519–374= 795–406= 906–307= 815–89=
803–504=

Μιὰ ἰδιότητα τῆς προσθέσεως ποὺ μᾶς βοηθεῖ στοὺς λογαριασμοὺς ἀπὸ μνήμης

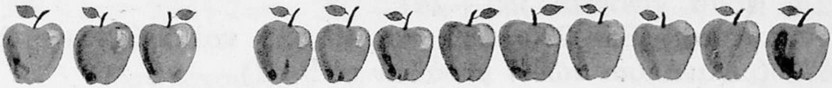
Παράδειγμα. Πόσα εἶναι τὰ μῆλα ποὺ δείχνει τὸ σχῆμα;

Ἀπάντησι. 3 + 4 + 5 = 12

Ἂν ἑνώσωμε τὰ 4 μῆλα μὲ τὰ 3 μῆλα, θὰ ἔχωμε:

δηλαδὴ (3+4) + 5
ἢ 7 + 5 = 12

Ἂν τώρα ἑνώσωμε τὰ 4 μῆλα μὲ τὰ 5, θὰ ἔχωμε:



δηλαδὴ	3	+	(4+5)		
ἢ	3	+	9	=	12

Βλέπομε ὅτι (3+4)+5=3+(4+5). Αὐτὴ εἶναι ἡ προσεταιριστικὴ ἰδιότητα τῆς προσθέσεως.

Σημείωσι. Κάθε μία ἀπὸ τὶς παραπάνω γραφὲς (3+4)+5 καὶ 3 + (4 + 5) μπορεῖ νὰ σημειωθῆ κι ἔτσι: 3 + 4 + 5.

Νὰ κάμετε κι ἐσεῖς μὲ τ' ἀντικείμενά σας ὅμοιες ἐργασίες καὶ νὰ σημειώνετε κάθε φορὰ τὶς πράξεις.

Νὰ παραστήσετε μὲ κύβους, χάντρες, ὄσπρια κλπ. τ' ἀθροίσματα ποὺ δείχνουν οἱ παρακάτω ἀσκήσεις:

α) 2+3+ 4=	(2+3)+ 4=	2+(3+ 4)=
β) 9+7+13=	(9+7)+13=	9+(7+13)=
γ) 3+0+ 7=	(3+0)+ 7=	3+(0+ 7)=

Νὰ ἐκτελέσετε τώρα τὶς πράξεις. Πρῶτα νὰ ἐκτελέσετε τὶς πράξεις μέσα στὶς παρενθέσεις.

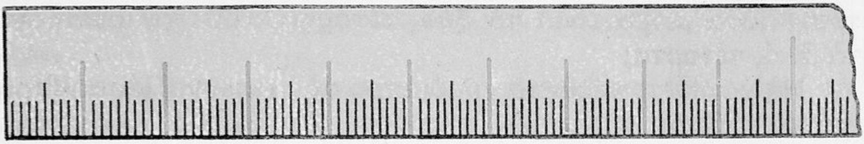
Πόσα γίνονται 189+75+25 ; Ἀντὶ νὰ προσθέσωμε στὴ σειρὰ τοὺς προσθετέους, προσθέτομε πρῶτα τὸ 75+25 καὶ βρίσκομε 100. Τώρα εὔκολα βρίσκομε 189+100=289.

3. ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ

Τὰ χιλιοστὰ τοῦ μέτρου

Τὸ μέτρο χωρίζεται σὲ 10 μεγάλα ἴσα μέρη· τὰ ξέρετε· τὰ λένε παλάμες ἢ δέκατα. Χωρίζεται καὶ σὲ 100 μικρότερα ἴσα μέρη· τὰ λένε δακτύλους ἢ πόντους ἢ ἑκατοστά. Ἐπίσης χωρίζεται σὲ 1.000 πολὺ μικρὰ ἴσα μέρη ποὺ τὰ λένε γραμμὲς ἢ χιλιοστά.

Νὰ χωρίσετε κι ἐσεῖς τὴ χάρτινη μετροταινία σας σὲ χιλιοστά. Τὸ σχῆμα δείχνει ἕνα κομμάτι τοῦ μέτρου χωρισμένο σὲ δέκατα, ἑκατοστὰ καὶ χιλιοστά. Μὲ τὰ χιλιοστὰ μετροῦμε ἀντικείμενα ποὺ ἔχουν πολὺ μικρὸ μάκρος ἢ πλάτος ἢ ὕψος.



Ὅπως βλέπετε, ἕνας δάκτυλος (πόντος) ἔχει 10 γραμμὲς (χιλιοστά). Μιὰ παλάμη ἔχει 100 γραμμὲς (χιλιοστά). Εὔκολα τώρα μποροῦμε νὰ βροῦμε, χωρὶς νὰ τὶς μετρήσωμε, πόσες γραμμὲς ἔχουν 2 πόντοι, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 πόντοι.

Πόσες γραμμὲς ἔχουν 2 παλάμες ; 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 παλάμες;

Σχεδιάστε ἕνα τρίγωνο στὸ τετράδιό σας καὶ μετρῆστε μὲ τὴ μετροταινία σας πόσα χιλιοστὰ εἶναι κάθε πλευρὰ τοῦ τριγώνου.

Νὰ κάμετε τὸ ἴδιο καὶ μ᾽ ἕνα ὀρθογώνιο.

Τὸ χιλιόμετρο

Νὰ μετρήσετε μὲ τὰ ξύλινα μέτρα σας ἢ μὲ τὰ δεκάμετρά σας ἀποστάσεις 20, 50, 100, 200, 300 μέτρων.

Νὰ ἐκτιμήσετε μὲ τὸ μάτι ἀποστάσεις 30, 60, 50, 100, 150, 350 μέτρων.

Νὰ μετρήσετε μιὰ ἀπόστασι 1.000 μέτρων. Αὐτὸ εἶναι ἕνα χιλιόμετρο. Ἐπίσης ἀπόστασι μισοῦ χιλιομέτρου. Πόσα μέτρα θὰ εἶναι;

Σὲ κάθε 100 μέτρα νὰ τοποθετήσετε ἕνα σημάδι. Πόσες ἑκατοντάδες μέτρα ἔχει τὸ χιλιόμετρο;

Ὥστε τὰ 100 μέτρα εἶναι τὸ ἕνα δέκατο $\left(\frac{1}{10}\right)$ τοῦ χιλιομέτρου.

Πόσα μέτρα εἶναι τὰ δύο δέκατα τοῦ χιλιομέτρου; τὰ 3, 5, 7, 9, 4, 6, 8, 10 δέκατα;

Νὰ χωρίσετε τὸ χιλιόμετρο σὲ 4 ἴσα μέρη καὶ νὰ βάλετε σημάδια. Πόσα μέτρα θὰ ἔχῃ τὸ καθένα ἀπὸ αὐτὰ τὰ 4 μέρη;

Ὥστε τὸ ἕνα τέταρτο $\left(\frac{1}{4}\right)$ τοῦ χιλιομέτρου εἶναι 250 μέτρα. Πόσα μέτρα εἶναι τὰ δύο τέταρτα τοῦ χιλιομέτρου; τὰ 3, 4, τέταρτα;

Νὰ χωρίσετε τώρα τὸ χιλιόμετρο σὲ πέμπτα. Πόσα μέτρα ἔχει τὸ καθένα;

Πόσα μέτρα ἔχουν τὰ 2, 3, 4, 5 πέμπτα τοῦ χιλιομέτρου;

Τὰ σταθμὰ (ζύγια)

Γιὰ νὰ ζυγίζωμε τὰ βάρη ἔχομε τὸ κιλό. Τὸ κιλὸ χωρίζεται σὲ 1.000 ἴσα μέρη ποὺ λέγονται γραμμάρια.

Πόσα γραμμάρια ἔχει τὸ μισὸ κιλό ; πόσα τὸ ἕνα τέταρτο τοῦ κιλοῦ ; πόσα τὸ ἕνα πέμπτο; πόσα τὸ ἕνα δέκατο ;

Ἡ εἰκόνα δείχνει τὸ κιλὸ καὶ τὶς ὑποδιαιρέσεις του.

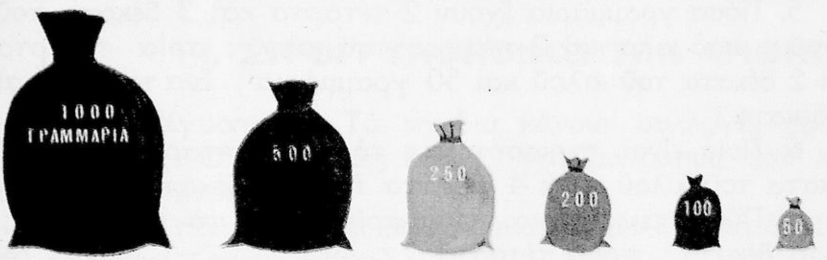
1 κιλὸ — μισὸ κιλὸ — 200 γραμμάρια — 100 γραμμ. — 50 γραμμ.

Τὰ καταστήματα τροφίμων πουλοῦν διάφορα εἴδη σὲ πακέτα ἢ σὲ κουτιὰ ἢ σὲ σακκοῦλες τοῦ ἑνὸς κιλοῦ, τοῦ μισοῦ κιλοῦ, τοῦ ἑνὸς τετάρτου κλπ. Π.χ. ζάχαρι σὲ πακέτα τοῦ ἑνὸς κιλοῦ· μακαρόνια σὲ πακέτα τοῦ μισοῦ κιλοῦ· διάφορα ὄσπρια (φασόλια, κουκκιά, ρεβίθια, φακὲς) σὲ σακκοῦλες *νάυλον* τοῦ ἑνὸς κιλοῦ ἢ τοῦ μισοῦ κιλοῦ· λάδι σὲ μπουκάλια ἢ δοχεῖα τοῦ ἑνὸς κιλοῦ· καφὲ σὲ πακετάκια τοῦ ἑνὸς δεκάτου, δηλαδὴ τῶν 100 γραμμαρίων· ρύζι σὲ κουτιὰ τοῦ ἑνὸς κιλοῦ ἢ τοῦ μισοῦ κιλοῦ κλπ.

Νὰ κάμετε κι ἐσεῖς στὸ σχολεῖο σας πρόχειρα σταθμά. Γεμίστε μὲ καλαμπόκι ἢ σιτάρι ἢ ὄσπρια σακκουλάκια τοῦ ἑνὸς κιλοῦ, τοῦ μισοῦ κιλοῦ, τοῦ ἑνὸς τετάρτου (250 γραμμάρια), τοῦ ἑνὸς πέμπτου (200 γραμμάρια), τοῦ ἑνὸς δεκάτου τοῦ κιλοῦ (100 γραμμάρια) καὶ τέλος τῶν 50 γραμμαρίων.

Νὰ γεμίσετε πολλὰ τέτοια σακκουλάκια, ἰδίως ἀπὸ τὰ μικρότερα, γιὰ νὰ σᾶς φτάνουν νὰ κάνετε τοὺς λογαριασμούς σας.

Ἡ εἰκόνα δείχνει τὰ σακκουλάκια στὴ σειρά.



1 κιλὸ — μισὸ κιλὸ — ἕνα τέρτατο — ἕνα πέμπτο — ἕνα δέκατο — ἕνα εἰκοστὸ

Τὸ γραμμάριο εἶναι, ὅπως εἴπαμε, πολὺ μικρό. Ἔχει βάρος ὅσο ἔχουν ἕνα δυὸ φασόλια ἢ δυὸ τρία ρεβίθια ἢ δυὸ τρία σπυριὰ καλαμπόκι ἢ λίγα σπυράκια σιτάρι ἢ ρύζι. Τόσο μικρὸ εἶναι τὸ γραμμάριο!

Νὰ πιάνετε συχνὰ στὰ χέρια σας τὰ σακκουλάκια, γιὰ νὰ συνηθίσετε νὰ ξεχωρίζετε ἀμέσως πόσο βαρὺ εἶναι τὸ ἕνα κιλό, τὸ μισὸ κιλό, τὸ τέταρτο τοῦ κιλοῦ κλπ.

Νὰ πῆτε ἀντικείμενα ποὺ εἶναι γύρω σας κι ἔχουν βάρος 2 κιλά, 3, 4, 5 κιλά.

Νὰ σηκώσετε καὶ νὰ ὑπολογίσετε τί βάρος ἔχει ἡ καρέκλα, τὸ ἀνθοδοχεῖο, ἡ γλάστρα, ἕνα πακέτο βαμβάκι, ἕνα κομμάτι σίδερο ἢ ξύλο ἢ μάρμαρο, μικρότερες ἢ μεγαλύτερες πέτρες, τὸ ποτιστήρι ἄδειο κι ἔπειτα γεμάτο μὲ νερὸ ἢ μισογεμάτο κλπ.

Ἀσκήσεις

(Χρησιμοποιῆστε τὰ σταθμά σας)

1. Πόσα τέταρτα ἔχει τὸ κιλό ; πόσα πέμπτα ; πόσα δέκατα ;
2. Πόσα γραμμάρια ἔχει τὸ ἕνα τέταρτο τοῦ κιλοῦ ; τὰ 2, 3, 4 τέταρτα ;
3. Πόσα ἔχει τὸ ἕνα πέμπτο ; τὰ 2, 3, 4, 5 πέμπτα ;
4. Πόσα γραμμάρια ἔχει τὸ ἕνα δέκατο ; τὰ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 δέκατα ;
5. Πόσα γραμμάρια ἔχουν 2 τέταρτα καὶ 3 δέκατα τοῦ κιλοῦ ; μισὸ κιλὸ καὶ 2 πέμπτα τοῦ κιλοῦ ; τρία τέταρτα καὶ 2 δέκατα τοῦ κιλοῦ καὶ 50 γραμμάρια ; ἕνα πέμπτο καὶ 6 δέκατα ;
6. Ποιά εἶναι περισσότερα : τὰ τρία τέταρτα ἢ τὰ 7 δέκατα τοῦ κιλοῦ ; τὰ 4 πέμπτα ἢ τὰ 8 δέκατα ;
7. Πόσα πενηντάρια γραμμαρίων ἔχει τὸ μισὸ κιλό ; πόσα δέκατα ; πόσα τέταρτα ;
8. 300 γραμμάρια πόσα δέκατα τοῦ κιλοῦ κάνουν ;
   700 γραμμάρια πόσα δέκατα τοῦ κιλοῦ περιέχουν ;
   πόσα πέμπτα ; πόσα τέταρτα ; πόσα μισὰ κιλά ;

Τὸ λίτρο

1 λίτρο μισὸ λίτρο

Μὲ τὸ λίτρο μετροῦμε τὴ βενζίνη καὶ τὸ πετρέλαιο. Εἶναι ἕνα δοχεῖο ποὺ χωράει ἕνα κιλὸ νερό, δηλαδὴ 1.000 γραμμάρια. Ἂν ὅμως τὸ γεμίσωμε μὲ βενζίνη ἢ μὲ πετρέλαιο, θὰ ζυγίζῃ λιγώτερο, γιατὶ αὐτὰ εἶναι ἐλαφρότερα ἀπὸ τὸ νερό.

Τὸ ἴδιο θὰ παρατηρήσωμε,

ἂν τὸ γεμίσωμε μὲ λάδι. Θὰ ζυγίζη ὄχι 1.000 ἀλλὰ 920 γραμμάρια, γιατὶ καὶ τὸ λάδι εἶναι ἐλαφρότερο ἀπὸ τὸ νερό. Αὐτὸ τὸ βλέπομε στὰ πλαστικὰ μπουκάλια ποὺ εἶναι γεμάτα λάδι. Τὸ λάδι καθαρὸ εἶναι 920 γραμμάρια· εἶναι γραμμένο πάνω στὰ μπουκάλια. Ἂν ἕνα τέτοιο μπουκάλι τὸ γεμίσωμε μὲ νερό, τότε τὸ καθαρὸ νερὸ θὰ ζυγίζη 1.000 γραμμάρια, δηλαδὴ 1 κιλό. Δοκιμάστε.

Νὰ πάρετε ἕνα μικρὸ κύβο (ζάρι) ποὺ νὰ ἔχη μῆκος ἕνα ἑκατοστὸ καὶ νὰ τὸν τυλίξετε μὲ ἀλουμινόχαρτο. Ὅταν βγάλετε τὸν κύβο, θὰ ἔχετε ἕνα μικρὸ δοχεῖο ἀκριβῶς σὰν τὸν κύβο. Ἂν γεμίσετε αὐτὸ τὸ δοχεῖο μὲ νερό, θὰ ἔχετε ἕνα γραμμάριο νερό. Πόσα τέτοια δοχεῖα νερὸ χωράει τὸ λίτρο ;

4. ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΙ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Παραδείγματα. 1. Τὰ παιδιὰ κάνουν συλλογὲς γραμματοσήμων. Ὁ Κωστάκης ἔχει 73 γραμματόσημα καὶ λέει ὅτι ἔχει 70 περίπου.

2. Ὁ Γιαννάκης ἔχει 39 γραμματόσημα καὶ λέει ὅτι ἔχει 40 περίπου (πάνω κάτω).

Τὰ παιδιὰ στρογγυλοποίησαν τοὺς ἀριθμούς, τοὺς ἔκαμαν νὰ ἔχουν μόνο δεκάδες.

Ὁ Κωστάκης ἔκαμε τὴν στρογγυλοποίησι πρὸς τὰ κάτω παραλείποντας τὶς 3 μονάδες.

Ὁ Γιαννάκης τὴν ἔκαμε πρὸς τὰ πάνω προσθέτοντας μιὰ μονάδα.

Ἂν οἱ ἁπλὲς μονάδες τῶν ἀριθμῶν εἶναι περισσότερες ἀπὸ 5, στρογγυλοποιοῦμε τοὺς ἀριθμοὺς πρὸς τὰ πάνω, στὴν ἀμέσως ἀνώτερη δεκάδα. Ἂν εἶναι λιγώτερες ἀπὸ 5, τὶς παραλείπομε καὶ στρογγυλοποιοῦμε πρὸς τὰ κάτω. Ἂν εἶναι 5, στρογγυλοποιοῦμε ἢ πρὸς τὰ πάνω ἢ πρὸς τὰ κάτω.

3. Ἕνα χωριὸ ἔχει 287 κατοίκους. Ἕνας χωρικὸς μᾶς λέει ὅτι τὸ χωριὸ ἔχει 300 κατοίκους περίπου. Ὁ χωρικὸς πρόσθεσε 13 μονάδες.

4. Τὸ φόρεμα τῆς Ἄννας ἀξίζει 415 δραχμές. Ἡ Ἄννα, παραλείποντας 15 μονάδες, λέει ὅτι τὸ φόρεμά της ἀξίζει 400 δραχμὲς περίπου.

Στὰ παραδείγματα 3 καὶ 4 ἡ στρογγυλοποίησι ἔγινε σ' ἑκατοντάδες.

Στρογγυλοποίησι γίνεται καὶ σὲ χιλιάδες· π.χ. λέμε: Τοὺς χτεσινοὺς ἀθλητικοὺς ἀγῶνες παρακολούθησαν 15 χιλιάδες φίλαθλοι.

Τὴ στρογγυλοποίησι τὴν κάνομε, διότι τοὺς στρογγυλοὺς ἀριθμοὺς τοὺς θυμούμαστε καλύτερα.

Ἀσκήσεις

Νὰ στρογγυλοποιήσετε τοὺς ἀριθμούς:

α) 57, 71, 82, 96, 45, 22, 38, 69, 78, 33, 32, 89, 74, 64, 95.

β) 214, 263, 282, 307, 312, 356, 517, 629, 786, 818, 891, 983 (πρῶτα σὲ δεκάδες κι ἔπειτα σ' ἑκατοντάδες).

Στρογγυλοὺς ἀριθμοὺς μεταχειριζόμαστε, καὶ ὅταν δὲν ξέρωμε ἀκριβῶς τὶς μονάδες ἑνὸς ἀριθμοῦ. Π.χ.

1. Δὲν γνωρίζω ἀκριβῶς τὴν ἀπόστασι ἀπὸ τὸ σπίτι μου ὡς τὸ σχολεῖο. Ὑπολογίζω ὅμως ὅτι θὰ εἶναι 400 μέτρα περίπου.

2. Ὑπολογίζω ὅτι αὐτὸ τὸ χωράφι θ' ἀποδώση περίπου 750 κιλὰ σιτάρι.

3. Τὴν περασμένη βδομάδα ἐπισκέφτηκαν τὸ χωριό μας 1.000 ἐκδρομεῖς περίπου.

Σημείωσι. Οἱ φράσεις: καμμιὰ εἰκοσαριὰ (= 20 περίπου), καμμιὰ ἑκατοστὴ (= 100 περίπου), καμμιὰ πεντακοσαριὰ (= 500 περίπου) φανερώνουν τὶς μονάδες ποὺ ἔχει ἕνας ἀριθμὸς ἐπάνω κάτω.

Λύσι προβλημάτων καὶ ἀσκήσεων κατὰ προσέγγισι

Στρογγυλοποιώντας τοὺς ἀριθμοὺς μποροῦμε εὔκολα νὰ λύσωμε ἀσκήσεις καὶ προβλήματα ἀπὸ μνήμης κατὰ προσέγγισι (πάνω κάτω).

Παραδείγματα. 1. Ὁ Φάνης ἀγόρασε τὴν «Ὀδύσσεια» καὶ τὴν «Ἱστορία τοῦ Μεγάλου Ἀλεξάνδρου». Γιὰ τὸ πρῶτο βιβλίο ἔδωσε 58 δραχμὲς καὶ γιὰ τὸ δεύτερο 34. Πόσα πλήρωσε καὶ γιὰ τὰ δύο βιβλία ;

Θὰ προσθέσω τοὺς ἀριθμοὺς 58 + 34. Ἂν τοὺς στρογγυλοποιήσω, θὰ ἔχω 60 + 30. Πολὺ εὔκολα τώρα βρίσκω ὅτι 60 + 30 = 90. Ὥστε πλήρωσε 90 δραχμὲς κατὰ προσέγγισι (περίπου, πάνω κάτω).

Ἡ λύσι αὐτὴ μᾶς βοηθάει πολὺ στὴ γραπτὴ λύσι, γιατὶ μᾶς δίνει κατὰ προσέγγισι τὸ ἀποτέλεσμα ποὺ πρέπει νὰ βροῦμε.

Στὸ παράδειγμά μας τὸ σωστὸ ἀποτέλεσμα εἶναι 92 δραχμές.

2. Πόσες δραχμὲς γίνονται 487 + 195 + 254 ;

Στρογγυλοποιοῦμε τοὺς ἀριθμοὺς κι εὔκολα βρίσκομε 490 + 200 + 250 = 940. Ὥστε τὸ ἄθροισμα 487 + 195 + 254 εἶναι 940 περίπου.

Ἂν στρογγυλοποιήσωμε τὸ 487 σ' ἑκατοντάδες, δηλαδὴ σὲ 500, πολὺ εὐκολώτερα θὰ βροῦμε ὅτι 500 + 200 + 250 = 950. Ἀλλὰ τώρα θὰ πλησιάσωμε λιγώτερο στὸ σωστὸ ἀποτέλεσμα (ποὺ εἶναι 936), θὰ ἔχωμε μικρότερη προσέγγισι.

3. Ἕνας αὐγοπώλης ἔπρεπε νὰ στείλη στὴν κατασκήνωσι 1.000 αὐγά. Ἔστειλε τὰ 798. Πόσα πρέπει νὰ στείλη ἀκόμη ;

Στρογγυλοποιοῦμε τὸ 798 καὶ τὸ κάνομε 800. Εὐκολώτατα τώρα βρίσκομε ὅτι πρέπει νὰ στείλη 200 αὐγὰ περίπου. Γιὰ τὴν ἀκρίβεια θὰ στείλη 202.

4. Ἕνα ἑστιατόριο ἀγόρασε 9 κιλὰ κρέας πρὸς 52 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ 6 κιλὰ ψάρια πρὸς 68 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσα πλήρωσε συνολικά ;

Πρέπει νὰ βροῦμε $(9 \times 52) + (6 \times 68) =$;

Στρογγυλοποιώντας τοὺς ἀριθμοὺς 52 καὶ 68 θὰ ἔχωμε 50 καὶ 70. Εὔκολα τώρα βρίσκομε ὅτι γιὰ τὸ κρέας θὰ δώση $9 \times 50 = 450$ δραχμὲς περίπου καὶ γιὰ τὰ ψάρια $6 \times 70 = 420$ δραχμὲς περίπου. Καὶ γιὰ τὰ δύο εἴδη θὰ δώση 450 +

420 = 870 δρχ. Ὥστε θὰ πληρώση 870 δραχμὲς κατὰ προσέγγισι (περίπου). Ἀκριβῶς θὰ πληρώση 876 δραχμές.

5. Πόσα γίνονται 3×296;

Στρογγυλοποιῶ καὶ ἔχω $3 \times 300 = 900$. Καὶ γιὰ νὰ βρῶ ἀκριβῶς τὸ ἀποτέλεσμα, ἀφαιρῶ $3 \times 4 = 12$. Δηλαδὴ $900 - 12 = 888$.

6. Τὰ 8 μέτρα ὕφασμα ἔχουν 416 δραχμές. Πόσο ἔχει τὸ 1 μέτρο; Θὰ διαιρέσωμε τὸ 416 : 8. Στρογγυλοποιοῦμε τὸ 416 καὶ θὰ ἔχωμε $400 : 8 = 50$, διότι $50 \times 8 = 400$. Ὥστε τὸ μέτρο ἔχει 50 δραχμὲς κατὰ προσέγγισι.

7. Νὰ λύσετε τὶς παρακάτω ἀσκήσεις καὶ προβλήματα πρῶτα ἀπὸ μνήμης κατὰ προσέγγισι κι ἔπειτα γραπτῶς, γιὰ νὰ βρῆτε ἀκριβῶς τὸ ἀποτέλεσμα.

α) Ἀσκήσεις

$177 + 52 + 98$	$84 - 29$
$325 + 246 + 407$	$700 - 93$
$603 + 166 + 51$	$512 - 158$
$455 + 98 + 254$	$947 - 675$
$509 + 187 + 62$	$819 - 346$
5×89	$92 : 3$
19×43	$756 : 5$
$3 \times (97 + 206)$	$824 : 4$
$4 \times (509 - 378)$	$(573 - 152) : 7$
$(6 \times 163) - (7 \times 115)$	$(368 + 407) : 8$

β) Προβλήματα

1. Πόσα μέτρα γίνονται $385 + 152 + 127$;

2. Ἀγοράσαμε εἴδη ἀξίας 571 δραχμῶν. Τί ὑπόλοιπο θὰ πάρωμε ἀπὸ ἕνα χιλιάρικο;

3. Ἕνας ἐργάτης παίρνει ἡμερομίσθιο 185 δραχμὲς καὶ ξοδεύει τὴν ἡμέρα κατὰ μέσον ὅρο 117. Πόσες δραχμὲς θὰ ἐξοικονομήση σὲ 6 μέρες;

4. Ἕνας γεωργὸς μοίρασε 486 κιλὰ σιτάρι ἐξ ἴσου σὲ 9 σακκιά. Πόσα κιλὰ ἔβαλε σὲ κάθε σακκί ;

5. ΠΡΟΣΘΕΣΙ

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω προσθέσεις γραπτῶς.

122	158	207	465
214	69	125	8
321	75	96	9
+ 12	+ 309	+ 89	+ 47

504	600	82	132
93	87	43	608
198	66	409	37
+ 5	+ 18	+ 50	+ 29

Προβλήματα

1. Ὁ Βασιλάκης κάνει συλλογὴ γραμματοσήμων. Εἶχε 245 γραμματόσημα καὶ μάζεψε ἄλλα 67. Πόσα ἔχει τώρα ;

Σκέψι. Θὰ κάνωμε πρόσθεσι, διότι ἔχομε νὰ ἑνώσωμε ὁμοειδεῖς ἀριθμούς. Θὰ προσθέσωμε τοὺς ἀριθμοὺς 245 καὶ 67.

2. Ὁ πατέρας ἔδωσε γιὰ ἕνα φόρεμα τῆς Μαίρης 275 δραχμὲς καὶ γιὰ ἕνα ζευγάρι παπούτσια 180 δραχμές. Ἔδωσε καὶ γιὰ μιὰ φορεσιὰ τοῦ Τάκη 530 δραχμές. Πόσα πλήρωσε γιὰ ὅλα ;

3. Μιὰ οἰκογένεια ξοδεύει τὴν ἑβδομάδα 210 δραχμὲς γιὰ ἐνοίκιο τοῦ σπιτιοῦ, 525 δραχμὲς γιὰ διατροφὴ καὶ 196 γιὰ τ' ἄλλα ἔξοδα. Πόσα χρήματα ξοδεύει συνολικά ;

4. Ἕνας ἀγροτικὸς διανομέας ξεκινᾶ ἀπὸ τὴ Λεύκα καὶ βαδίζει 12 χιλιόμετρα ὡς τὸ χωριὸ Μονοδένδρι, 7 ὡς τὴ Δάφνη, 14 ὡς τὸ Νεοχώρι, 10 ὡς τὸν Πρόδρομο καὶ 9 γιὰ νὰ ἐπιστρέψη στὴ Λεύκα, ὅπου εἶναι τὸ Ταχυδρομικὸ Γρα-

φεῖο. Πόσα χιλιόμετρα εἶναι τὸ δρομολόγιο τοῦ διανομέα;

5. Μιὰ μέρα ὁ διανομέας ἔφτασε ὥς τὴ Δάφνη καὶ γύρισε πίσω περνώντας πάλι ἀπὸ τὰ ἴδια χωριὰ ποὺ πέρασε τὸ πρωΐ. Πόσα χιλιόμετρα βάδισε αὐτὴ τὴν ἡμέρα;

6. Νὰ σχηματίσετε στὸ τετράδιό σας ἕνα τετράγωνο μὲ πλευρὰ 6 πόντους (ἑκατοστά). Νὰ βρῆτε τὴν περίμετρό του πρῶτα σ' ἑκατοστὰ κι ἔπειτα σὲ χιλιοστὰ (γραμμές).

7. Νὰ σχηματίσετε ἕνα τρίγωνο. Ἡ μιά του πλευρὰ νὰ εἶναι 8 ἑκατοστὰ καὶ ἡ ἄλλη 9 ἑκατοστά. Τὴν τρίτη νὰ τὴν κάμετε ὅση θέλετε σεῖς. Νὰ βρῆτε τὴν περίμετρο τοῦ τριγώνου σὲ χιλιοστά. Ἔπειτα νὰ βρῆτε πόσα χιλιοστὰ εἶναι οἱ πλευρές του ἀνὰ δύο.

8. Ἕνας ἁμαξιτὸς δρόμος ἔχει μάκρος 650 μέτρα. Ἄρχισαν ἐργασίες, γιὰ νὰ τὸν μεγαλώσουν 150 μέτρα πρὸς τὸ ἕνα μέρος καὶ 175 πρὸς τὸ ἄλλο. Πόσα μέτρα θὰ εἶναι τὸ μάκρος τοῦ δρόμου;

9. Ἕνα αὐτοκίνητο ἔκαψε τὴ Δευτέρα 37 λίτρα βενζίνης, τὴν Τρίτη 88, τὴν Τετάρτη 65 καὶ τὴν Πέμπτη 46. Πόσα λίτρα ἔκαψε καὶ τὶς 4 ἡμέρες;

10. Πόσες ἡμέρες ἔχουν οἱ μῆνες τῆς ἀνοίξεως καὶ τοῦ καλοκαιριοῦ; Πόσες ἡμέρες εἶναι ἀπὸ τὴν πρωτοχρονιὰ ὥς τὶς 15 Αὐγούστου; πόσες ἀπὸ τὶς 21 Σεπτεμβρίου, ποὺ ἀρχίζουν τὰ μαθήματα, ὥς τὶς 30 Ἰουνίου, ποὺ κλείνουν τὰ σχολεῖα;

11. Πόσα γραμμάρια εἶναι μισὸ κιλὸ κι ἕνα τέταρτο τοῦ κιλοῦ καὶ 75 γραμμάρια ἀκόμη;

6. ΑΦΑΙΡΕΣΙ

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω ἀφαιρέσεις γραπτῶς.

$$\begin{array}{r} 376 \\ -\ 143 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 518 \\ -\ 215 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 745 \\ -\ 705 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 943 \\ -\ 425 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 861 \\ -\ 274 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 607 \\ -\ 98 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 436 \\ -\ 87 \\ \hline \end{array}$$

Προβλήματα

1. Ὁ πατέρας, γιὰ νὰ πληρώση τὴ φορεσιὰ τοῦ Τάκη, ποὺ ἔκανε 530 δραχμές, ἔδωσε στὴν ταμία τοῦ καταστήματος ἕνα χιλιάρικο. Τί ρέστα θὰ πάρη ;

Σκέψι. Θὰ κάνωμε ἀφαίρεσι, διότι θέλομε νὰ βγάλωμε (ν' ἀφαιρέσωμε) ἀπὸ ἕναν ἀριθμὸ τόσες μονάδες, ὅσες ἔχει ἕνας ἄλλος ἀριθμός. Θ' ἀφαιρέσωμε τὸν ἀριθμὸ 530 ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ 1.000.

2. Θυμηθῆτε πόσα γραμματόσημα ἔχει τώρα ὁ Βασιλάκης. Τέτοια συλλογὴ κάνει καὶ ὁ Χρῆστος. Αὐτὸς ἔχει 327 γραμματόσημα. Γιὰ νὰ ἔχη τὸ κάθε παιδὶ ἀπὸ 400, πόσα πρέπει νὰ μαζέψη ἀκόμη ;

3. Ἡ ἀπόστασι ἀπὸ τὴν Ἀθήνα στὴ Θεσσαλονίκη εἶναι 514 χιλιόμετρα. Ἕνα ἐκδρομικὸ λεωφορεῖο ξεκίνησε ἀπὸ τὴν Ἀθήνα καὶ διέτρεξε 328 χιλιόμετρα. Πόσα χιλιόμετρα θὰ διατρέξη ἀκόμη, γιὰ νὰ φτάση στὴ Θεσσαλονίκη;

4. Νὰ μετρήσετε καὶ νὰ βρῆτε τὴν περίμετρο τοῦ πατώματος τῆς δικῆς σας αἴθουσας, πρῶτα σὲ μέτρα κι ἔπειτα σὲ δέκατα τοῦ μέτρου (Χρησιμοποιῆστε γιὰ τὴ μέτρησι τὰ ξύλινα μέτρα σας καὶ τὶς ξύλινες παλάμες ποὺ ἔχετε κόψει). Ἔπειτα νὰ βρῆτε τὴ διαφορὰ τῆς μεγάλης ἀπὸ τὴ μικρὴ πλευρὰ σὲ παλάμες.

5. Νὰ σχεδιάσετε ἕνα τρίγωνο στὴν αὐλή. Ἡ πιὸ μεγάλη πλευρά του νὰ εἶναι 550 ἑκατοστά (πόντοι). Τὶς ἄλλες δύο πλευρὲς νὰ τὶς κάμετε, ὅσο θέλετε σεῖς. Νὰ βρῆτε τώρα τί διαφορὰ ἔχει ἡ κάθε μία μικρὴ πλευρὰ ἀπὸ τὴ μεγαλύτερη πλευρὰ τοῦ τριγώνου.

6. Ἕνα μικρὸ φορτηγὸ αὐτοκίνητο ἐπιτρέπεται νὰ μεταφέρη χωρὶς κίνδυνο 750 κιλὰ βάρος. Εἶναι φορτωμένο μὲ 563 κιλά. Πόσα μπορεῖ νὰ μεταφέρη ἀκόμη ;

7. Σὲ μιὰ δενδροστοιχία εἶναι 700 λεῦκες καὶ ἀκακίες.

Τὰ μισὰ ἀπὸ τὰ δέντρα αὐτὰ καὶ 80 ἀκόμη εἶναι λεῦκες. Πόσες εἶναι οἱ λεῦκες καὶ πόσες οἱ ἀκακίες ;

8. Ποιόν ἀριθμὸ πρέπει νὰ προσθέσω στὸ 475, γιὰ νὰ βρῶ 706 ;

9. Πρόσθεσα δύο ἀριθμοὺς καὶ βρῆκα ἄθροισμα 850. Ὁ ἕνας εἶναι ὁ ἀριθμὸς 563. Ποιός εἶναι ὁ ἄλλος ;

10. Πρόσθεσα τώρα τρεῖς ἀριθμοὺς καὶ βρῆκα ἄθροισμα 800. Ὁ ἕνας εἶναι τὸ 500 καὶ ὁ ἄλλος τὸ 160. Ποιός εἶναι ὁ τρίτος ;

11. Ἀφαίρεσα δύο ἀριθμοὺς καὶ βρῆκα ὑπόλοιπο 247. Ὁ μειωτέος εἶναι 895. Ποιός εἶναι ὁ ἀφαιρετέος ;

7. ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

Νὰ ἐκτελέσετε τοὺς παρακάτω πολλαπλασιασμούς :

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times\ 3 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 215 \\ \times\ 4 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 262 \\ \times\ 3 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 108 \\ \times\ 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 274 \\ \times\ 3 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 75 \\ \times\ 12 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 59 \\ \times\ 14 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 48 \\ \times\ 19 \\ \hline \end{array}$$

Προβλήματα

1. Πόσες δραχμὲς ἀξίζουν 14 κιλὰ κρέας μοσχάρι ; (Τὴν τιμή του θὰ τὴ βρῆτε στὸ τιμολόγιο τοῦ κρεοπωλείου).

Σκέψι. Ἀφοῦ τὸ ἕνα κιλὸ κρέας ἔχει 55 δραχμές, τὰ 14 κιλὰ θὰ ἔχουν 14 × 55. Θὰ κάνωμε πολλαπλασιασμό, διότι ξέρομε τὴν τιμὴ τῆς μιᾶς μονάδας (τοῦ ἑνὸς κιλοῦ κρέατος) καὶ θέλομε νὰ βροῦμε τὴν τιμὴ τῶν πολλῶν μονάδων (τῶν πολλῶν κιλῶν). Θὰ πολλαπλασιάσωμε τὸν ἀριθμὸ 55 ἐπὶ τὸν ἀριθμὸ 14.

2. Ὁ κρεοπώλης πούλησε ἕνα ὁλόκληρο ἀρνὶ τοῦ γάλακτος ποὺ ζύγιζε 9 κιλά. Τὸ εἶχε ἀγοράσει πρὸς 43 δραχ-

μὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς τὸ ἀγόρασε, πόσες εἰσέπραξε ἀπὸ τὴν πώλησί του καὶ πόσες κέρδισε ; (Ἡ τιμὴ πωλήσεως εἶναι στὸ τιμολόγιο).

3. Ἕνα αὐτοκίνητο τρέχει μὲ ταχύτητα 65 χιλιόμετρα τὴν ὥρα. Πόσα χιλιόμετρα θὰ διατρέξη σὲ 7 ὧρες ; σὲ 9, 10, 11 ὧρες ;

4. Τὸ πετρέλαιο ποὺ καῖνε τὰ λεωφορεῖα στὶς μηχανές τους πουλιέται πρὸς 13 δεκάρες τὸ λίτρο. Πόσες δραχμὲς ἔχουν τὰ 70 λίτρα ;

5. Μιὰ θερμάστρα καίει κατὰ μέσον ὅρο 20 κιλὰ ξύλα τὴν ἡμέρα. Πόσα κιλὰ θὰ κάψη σὲ 1 μῆνα, σὲ 2, 3 μῆνες ;

6. Ὁ ἀγροτικὸς διανομέας τῆς Λεύκας κάνει τρεῖς φορὲς τὴν ἑβδομάδα τὸ δρομολόγιο στὰ χωριὰ ποὺ εἴπαμε. Πόσα χιλιόμετρα τὴν ἑβδομάδα βαδίζει γιὰ τὴν ὑπηρεσία του ὁ διανομέας ;

7. Σ' ἕνα περιβόλι εἶναι 35 πορτοκαλιές. Ἂν κατὰ μέσον ὅρο ἔχη 18 κιλὰ πορτοκάλια ἡ κάθε μία, πόσα κιλὰ ἔχουν ὅλες οἱ πορτοκαλιές ;

8. Ἕνα κουτὶ ἔχει 20 τσιγάρα. Σ' ἕνα δέμα ὑπάρχουν 40 κουτιά. Πόσα τσιγάρα ἔχει τὸ δέμα ;

9. Ὑπάρχουν καὶ κουτιὰ ποὺ περιέχουν 10 τσιγάρα. Πόσα τσιγάρα περιέχουν 50 τέτοια κουτιά ; 70, 80, 85, 100 κουτιά ;

10. Πόσα λεπτὰ ἔχουν 7 ὧρες ; 10, 9, 11 ὧρες ;

11. Διαιρῶ ἕναν ἀριθμὸ διὰ τοῦ 50 καὶ βρίσκω πηλίκο 20. Ποιός εἶναι ὁ ἀριθμός ;

12. Νὰ ὀχταπλασιάσης τὸ 90. Τὸ γινόμενο ποὺ θὰ βρῆς πόσο περισσότερο θὰ εἶναι ἀπὸ τὸ 500 ;

Συντομίες πολλαπλασιασμοῦ

α) Πολλαπλασιασμὸς ἐπὶ 10 καὶ 100

1. Πόσες δραχμὲς ἔχουν 5 δεκάρικα ; 3, 4, 6 δεκάρικα ; Ἀπάντησι. $5 \times 10 = 50$, $3 \times 10 = 30$, $4 \times 10 = 40$, $6 \times 10 = 60$.

2. Πόσες δραχμὲς ἔχουν 10 δίδραχμα ; 10 πεντάδραχμα ; 10 δεκάρικα ; 10 πενηντάρικα ; 10 ἑκατοστάρικα ;
Ἀπάντησι. $10 \times 2 = 20$, $10 \times 5 = 50$, $10 \times 10 = 100$ $10 \times 50 = 500$, $10 \times 100 = 1.000$.

3. Νὰ ἐκτελέσετε τοὺς παραπάνω πολλαπλασιασμοὺς καὶ μὲ τὸν συνηθισμένο τρόπο, δηλαδὴ μὲ τὸν ἕναν παράγοντα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο.

Ἐδῶ πολλαπλασιάσαμε ἀριθμοὺς ἐπὶ 10 καὶ βρήκαμε γινόμενα τοὺς ἴδιους ἀριθμοὺς μ' ἕνα μηδενικὸ στὸ τέλος.

Ὥστε, ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε ἕναν ἀριθμὸ ἐπὶ 10, μποροῦμε νὰ μὴν κάνωμε τὸν πολλαπλασιασμό, ἀλλὰ γιὰ συντομία νὰ γράψωμε ἕνα μηδενικὸ στὸ τέλος τοῦ ἀριθμοῦ.

4. Πόσους πόντους ἔχουν 2 μέτρα, 3, 6, 10 μέτρα ;
Ἀπάντησι. $2 \times 100 = 200$, $3 \times 100 = 300$, $6 \times 100 = 600$, $10 \times 100 = 1.000$.

5. Πόσες δραχμὲς ἔχουν 100 δίδραχμα ; 100 πεντάδραχμα ;
Ἀπάντησι. $100 \times 2 = 200$, $100 \times 5 = 500$.

6. Νὰ ἐκτελέσετε τοὺς πολλαπλασιασμοὺς καὶ μὲ τὸν συνηθισμένο τρόπο. Στὰ παραδείγματα αὐτὰ πολλαπλασιάσαμε τοὺς ἀριθμοὺς ἐπὶ 100 καὶ βρήκαμε γινόμενα τοὺς ἴδιους τοὺς ἀριθμοὺς μὲ δύο μηδενικὰ στὸ τέλος.

Ὥστε, ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε ἕναν ἀριθμὸ ἐπὶ 100, γιὰ συντομία γράφομε στὸ τέλος τοῦ ἀριθμοῦ δύο μηδενικά.

Ἀσκήσεις

Νὰ βρῆτε ἀμέσως πόσα γίνονται :

1. 12×10 28×10 49×10 63×10 10×75 10×94.
2. 3×100 7×100 100×4 100×9 8×100 6×100.

β) Πολλαπλασιασμὸς ἀριθμῶν ποὺ τελειώνουν σὲ μηδενικὰ

Παράδειγμα 1. Μιὰ ὥρα ἔχει 60 πρῶτα λεπτά. Πόσα ἔχουν οἱ 3 ὧρες ;

᾿Απάντησι. $3 \times 60 = 180$. Λέμε : $3 \times 6 = 18$· γράφομε τὸ 0 στὸ τέλος καὶ γίνεται 180. Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο νὰ βρῆτε πόσα λεπτὰ ἔχουν 5, 6, 8 ὧρες. Τί παρατηρεῖτε ;

Παράδειγμα 2. Ἕνα κουτὶ ἔχει 20 τσιγάρα. Πόσα τσιγάρα ἔχουν τὰ 30 κουτιά ;

᾿Απάντησι. $30 \times 20 = 600$.

Παρατηροῦμε ὅτι, γιὰ νὰ πολλαπλασιάσωμε ἀριθμοὺς ποὺ τελειώνουν σὲ μηδενικά, παραλείπομε τὰ μηδενικὰ ἀπὸ τὸ τέλος τῶν ἀριθμῶν, πολλαπλασιάζομε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ μένουν καὶ στὸ τέλος τοῦ γινομένου γράφομε ὅσα μηδενικὰ παραλείψαμε.

Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο νὰ βρῆτε πόσα τσιγάρα ἔχουν τὰ 20, 40, 50 κουτιά.

᾿Ασκήσεις

1. Νὰ βρῆτε ἀμέσως πόσα πρῶτα λεπτὰ ἔχουν 7, 12, 13, 14, 15, 16 ὧρες.
2. Πόσα κουμπιὰ ἔχουν 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 δωδεκάδες ;

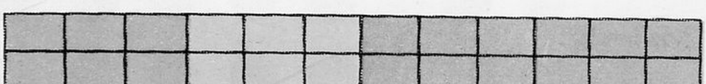
Ὅλες οἱ παραπάνω συντομίες τοῦ πολλαπλασιασμοῦ μᾶς βοηθοῦν πολὺ στοὺς λογαριασμοὺς ἀπὸ μνήμης.

Πολὺ ἐπίσης μᾶς βοηθοῦν καὶ οἱ παρακάτω ἰδιότητες τοῦ πολλαπλασιασμοῦ.

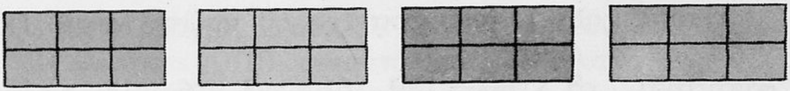
Προσεταιριστικὴ ἰδιότητα τοῦ πολλαπλασιασμοῦ

Νὰ τοποθετήσετε 24 χρωματιστὲς μάρκες ἢ κύβους ἢ κουτιὰ σπίρτων κλπ., ὅπως δείχνουν τὰ σχήματα :

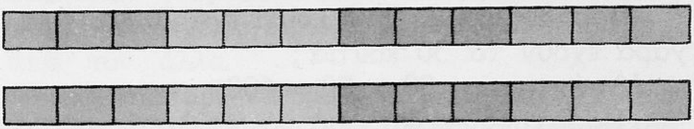
A



$2 \times 3 \times 4 = 24$

Β


$(2 \times 3) \times 4$, δηλαδὴ $6 \times 4 = 24$

Γ


$2 \times (3 \times 4)$, δηλαδὴ $2 \times 12 = 24$

Τὸ σχῆμα Α δείχνει 2 σειρὲς μὲ 3 μάρκες ἀπὸ 4 διαφορετικὰ χρώματα, ὅλες μαζί, δηλαδὴ $2 \times 3 \times 4 = 24$.

Τὸ σχῆμα Β δείχνει 2 σειρὲς μὲ 3 μάρκες ἀπὸ τὰ ἴδια χρώματα ἀλλὰ χωριστά, δηλαδὴ $(2 \times 3) \times 4$ ἢ $6 \times 4 = 24$. Ἐδῶ πολλαπλασιάσαμε τοὺς παράγοντες 2 καὶ 3 καὶ τὸ γινόμενό τους 6 ἐπὶ 4.

Τὸ σχῆμα Γ δείχνει 2 σειρὲς χωριστές· κάθε σειρὰ ἔχει 3 μάρκες ἀπὸ 4 διαφορετικὰ χρώματα, δηλαδὴ $2 \times (3 \times 4)$ ἢ $2 \times 12 = 24$. Ἐδῶ πολλαπλασιάσαμε τοὺς παράγοντες 3 καὶ 4 καὶ κατόπιν τὸ 2 μὲ τὸ γινόμενό τους 12. Βλέπομε ὅτι $(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$.

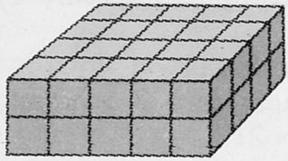
Αὐτὴ εἶναι ἡ προσεταιριστικὴ ἰδιότητα τοῦ πολλαπλασιασμοῦ.

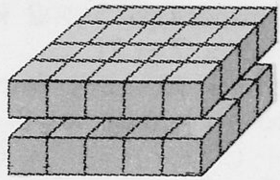
Σημείωσι. Κάθε μία ἀπὸ τὶς παραπάνω γραφὲς $(2 \times 3) \times 4$ καὶ $2 \times (3 \times 4)$ μπορεῖ νὰ γραφῆ κι ἔτσι: $2 \times 3 \times 4$.

Ἀσκήσεις

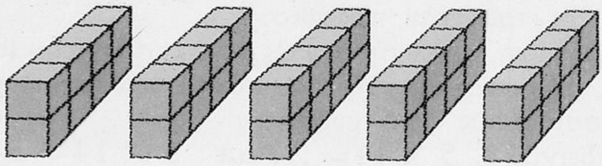
Νὰ παραστήσετε μὲ κύβους, κουτιὰ ἢ ἄλλα ἀντικείμενα σὲ σειρὲς τὰ παρακάτω γινόμενα: π.χ.

$5 \times 4 \times 2$, $(5 \times 4) \times 2$,





$5 \times (4 \times 2)$



α) $4 \times 3 \times 5$
$(4 \times 3) \times 5$
$4 \times (3 \times 5)$

β) $6 \times 2 \times 7$
$(6 \times 2) \times 7$
$6 \times (2 \times 7)$

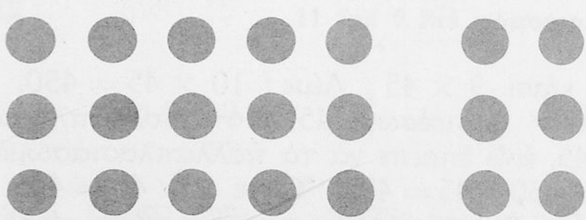
γ) $8 \times 4 \times 1$
$(8 \times 4) \times 1$
$8 \times (4 \times 1)$

δ) $7 \times 3 \times 2$
$(7 \times 3) \times 2$
$7 \times (3 \times 2)$

Νὰ ἐκτελέσετε τώρα τὶς πράξεις. Τί βρήκατε;

Ἐπιμεριστικὴ Ἰδιότητα

Παράδειγμα 1. Πόσοι εἶναι οἱ κύκλοι τοῦ σχήματος:



Μποροῦμε νὰ τοὺς ὑπολογίσωμε ἔτσι : Ἔχομε 3 σειρές· κάθε σειρὰ ἔχει $5+2$ κύκλους. Ἑπομένως ἔχομε $3 \times (5+2) = 3 \times 7 = 21$.

Μποροῦμε νὰ τοὺς ὑπολογίσωμε κι ἔτσι : Ἔχομε 3 σειρὲς ἀπὸ 5 κύκλους καὶ 3 σειρὲς ἀπὸ 2 κύκλους, δηλαδὴ $(3 \times 5) + (3 \times 2) = 15 + 6 = 21$.
Βλέπομε ὅτι $3 \times (5+2) = (3 \times 5) + (3 \times 2)$.

Αὐτὴ εἶναι ἡ ἐπιμεριστικὴ ἰδιότητα τοῦ πολλαπλασιασμοῦ (ὡς πρὸς τὴν πρόσθεσι).

Τί λέτε ; τὴ συναντήσαμε ὥς τώρα αὐτὴ τὴν ἰδιότητα ; Μάλιστα, τὴ μεταχειριστήκαμε πάρα πολλὲς φορὲς στοὺς πολλαπλασιασμοὺς ἀπὸ μνήμης.

Παράδειγμα 1. $5 \times 14 =$; Λέμε : $5 \times 14 = 5 \times (10 + 4) = 5 \times 10 + 5 \times 4 = 50 + 20 = 70$. Πρῶτα ἀναλύσαμε τὸν παράγοντα 14 σὲ $10 + 4$.

Παράδειγμα 2. Ἀγοράσαμε 4 δοχεῖα λάδι. Κάθε δοχεῖο ἔχει μεικτὸ βάρος 17 κιλά. Ἂν τὸ ἀπόβαρο τοῦ καθενὸς εἶναι 2 κιλά, πόσο λάδι ἀγοράσαμε ;
Λύσι. $4 \times (17 - 2) = 4 \times 15 = 60$. Δηλαδὴ βρήκαμε τὴ διαφορὰ καὶ τὴν πολλαπλασιάσαμε ἐπὶ 4.

Ἄλλος τρόπος : $(4 \times 17) - (4 \times 2) = 68 - 8 = 60$. Δηλαδὴ βρήκαμε τὸ μεικτὸ βάρος καὶ τῶν 4 δοχείων καὶ ἀπὸ αὐτὸ ἀφαιρέσαμε τὸ ἀπόβαρο καὶ τῶν 4 δοχείων. Βλέπομε ὅτι καὶ μὲ τοὺς δύο τρόπους βρήκαμε τὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα. Ἑπομένως $4 \times (17 - 2) = (4 \times 17) - (4 \times 2)$.
Αὐτὴ εἶναι ἡ ἐπιμεριστικὴ ἰδιότητα τοῦ πολλαπλασιασμοῦ (ὡς πρὸς τὴν ἀφαίρεσι).

Πολλαπλασιασμὸς ἐπὶ 9 καὶ 11

Πόσο κάνει 9×45 ; Λέμε : $10 \times 45 = 450$. Ἀπὸ τὸ 450 πρέπει ν' ἀφαιρέσωμε 45, διότι πολλαπλασιάσαμε 10 φορὲς τὸ 45, ἐνῶ ἔπρεπε νὰ τὸ πολλαπλασιάσωμε 9 φορές· ἔτσι ἔχομε $450 - 45 = 405$. Ὥστε $9 \times 45 = 405$. Μὲ παρόμοιο τρόπο βρίσκομε πολὺ σύντομα πόσο κάνει 11×45. Λέμε πάλι $10 \times 45 = 450$. Τώρα θὰ προσθέσωμε καὶ 45 ἀκόμη, διότι πρέπει νὰ πάρωμε 11 φορὲς τὸ 45, ἐνῶ μὲ τὸν πολλαπλασιασμὸ τὸ πήραμε μόνο 10 φορές· ἔτσι ἔχομε $450 + 45 = 495$.

Ὥστε βρίσκομε εὔκολα ἀπὸ μνήμης ὅτι $11 \times 45 = 495$.

Συμπεράσματα

1. Γιὰ νὰ πολλαπλασιάσωμε ἕναν ἀριθμὸ ἐπὶ 9, πολλαπλασιάζομε τὸν ἀριθμὸ ἐπὶ 10 καὶ ἀπὸ τὸ γινόμενο ἀφαιροῦμε τὸν ἀριθμὸ αὐτό.

2. Γιὰ νὰ πολλαπλασιάσωμε ἕναν ἀριθμὸ ἐπὶ 11, πολλαπλασιάζομε τὸν ἀριθμὸ ἐπὶ 10 καὶ στὸ γινόμενο προσθέτομε τὸν ἀριθμὸ αὐτό.

Ἀσκήσεις

1. Τὸ κιλὸ τὸ λάδι ἔχει 34 δραχμές. Πόσο ἔχουν τὰ 9 κιλά ; τὰ 11 κιλά ;

2. Ἕνα μέτρο κορδέλα ἔχει 9 δραχμές. Πόσο ἔχουν τὰ 27, 43, 58, 64 μέτρα ;

3. Ἕνα ζεῦγος παιδικὲς κάλτσες ἔχει 11 δραχμές. Πόσο ἔχουν τὰ 7, 18, 32, 48, 86 ζεύγη ;

8. ΔΙΑΙΡΕΣΙ

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω διαιρέσεις :

$148 \mid 2$ $\quad 406 \mid 4$ $\quad 619 \mid 6$ $\quad 743 \mid 9$

$372 \mid 12$ $\quad 658 \mid 15$ $\quad 1.000 \mid 25$

$375 \mid 20$ $\quad 514 \mid 30$ $\quad 763 \mid 41$ $\quad 982 \mid 45$

$421 \mid 50$ $\quad 897 \mid 28$ $\quad 573 \mid 36$

Προβλήματα

1. Τὰ 3 μέτρα ὕφασμα ἀξίζουν 960 δραχμές. Πόσο ἀξίζει τὸ 1 μέτρο ;

Σκέψι. Ἀφοῦ τὰ 3 μέτρα ἀξίζουν 960 δραχμές, τὸ 1 μέτρο θ' ἀξίζη 3 φορὲς λιγώτερο. Θὰ κάνωμε διαίρεσι. Θὰ διαιρέσωμε τὶς 960 δραχμὲς σὲ 3 ἴσα μέρη. Στὸ πρόβλημα αὐτὸ ξέρομε τὴν τιμὴ τῶν πολλῶν μονάδων (τῶν πολλῶν μέτρων) καὶ θέλομε νὰ βροῦμε τὴν τιμὴ τῆς μιᾶς μονάδας (τοῦ ἑνὸς μέτρου).

Ἡ διαίρεσι αὐτὴ εἶναι μερισμός. Στὸν μερισμὸ ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης εἶναι ἑτεροειδεῖς ἀριθμοί.

2. Ἕνας παντοπώλης ἀγόρασε 70 κιλὰ ζάχαρι καὶ πλήρωσε 910 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ κιλό ;

3. 224 παιδιὰ πᾶνε ἐκδρομή, μοιρασμένα ἐξ ἴσου σὲ 7 λεωφορεῖα. Πόσα παιδιὰ εἶναι σὲ κάθε λεωφορεῖο ;

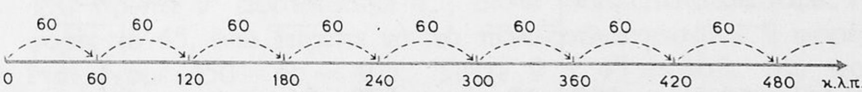
4. Ἡ περίμετρος ἑνὸς τετραγώνου εἶναι 840 ἑκατοστὰ (πόντοι) τοῦ μέτρου. Πόσα ἑκατοστὰ εἶναι ἡ μιὰ πλευρά του ;

5. Δυὸ χωριὰ ἀπέχουν 1.000 μέτρα. Γιὰ νὰ τὰ συνδέσουν μὲ τηλεφωνικὴ γραμμή, τοποθέτησαν 25 τηλεγραφικοὺς στύλους. Πόσα μέτρα ἀπέχει ὁ ἕνας στῦλος ἀπὸ τὸν ἄλλο ;

6. Νὰ βρῆτε πόσα εἶναι τὸ μισὸ τοῦ 1.000, τὸ ἕνα τέταρτο τοῦ 1.000 καὶ τὸ ἕνα πέμπτο τοῦ 1.000.

7. Πόσες ὧρες κάνουν 930 πρῶτα λεπτά ;

Σκέψι. Ἀφοῦ τὰ 60 πρῶτα λεπτὰ κάνουν 1 ὥρα, τὰ 930 λεπτὰ κάνουν τόσες ὧρες, ὅσες φορὲς τὸ 60 χωράει στὸ 930· δηλαδὴ θὰ χωρίσωμε τὰ 930 λεπτὰ σ' ἑξηντάρια, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα, κι ἔπειτα θὰ μετρήσωμε πόσα εἶναι.



Ἐδῶ ξέρομε τὴν τιμὴ τῶν πολλῶν μονάδων (τῶν πολλῶν ὡρῶν) καὶ τὴν τιμὴ τῆς μιᾶς μονάδας (τῆς μιᾶς ὥρας) καὶ θέλομε νὰ βροῦμε πόσες εἶναι αὐτὲς οἱ μονάδες.

Ἡ διαίρεσι αὐτὴ εἶναι μέτρησι. Στὴ μέτρησι ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης εἶναι ὁμοειδεῖς ἀριθμοί.

8. Ἕνα αὐτοκίνητο καίει στὰ 12 χιλιόμετρα ἕνα λίτρο βενζίνης. Πόσα λίτρα θὰ κάψη στὰ 840 χιλιόμετρα;

9. Σὲ πόσες ὧρες τὸ αὐτοκίνητο θὰ διατρέξῃ τὰ χιλιόμετρα αὐτά, ἂν τρέχῃ μὲ ταχύτητα 60 χιλιόμετρα τὴν ὥρα;

10. Ἕνα χιλιάρικο πόσα εἰκοσάδραχμα ἔχει; πόσα πεντάδραχμα; πόσα πενηντάρια;

11. Πολλαπλασίασα ἕναν ἀριθμὸ ἐπὶ 40 καὶ βρῆκα 800. Ποιός εἶναι ὁ ἀριθμός;

Διαίρεσι διὰ τοῦ 10 καὶ 100

Παράδειγμα 1. Πόσα δεκάρικα κάνουν οἱ 145 δραχμές; Στηριζόμαστε στὸ 100 ποὺ ἔχει 10 δεκάρικα κι εὔκολα βρίσκομε ὅτι οἱ 145 δραχμὲς κάνουν 14 δεκάρικα καὶ περισσεύουν 5 δραχμές· δηλαδὴ 145 : 10 δίδει πηλίκο 14 καὶ ὑπόλοιπο 5.

Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο βρίσκομε ὅτι 213 δραχμὲς κάνουν 21 δεκάρικα καὶ περισσεύουν 3 δραχμές· δηλαδὴ 213 : 10 δίνει πηλίκο 21 καὶ ὑπόλοιπο 3.

Βλέπομε ὅτι μποροῦμε νὰ βροῦμε ἀμέσως τὸ πηλίκο, χωρίζοντας τὸ τελευταῖο ψηφίο τοῦ διαιρετέου (τὸ ψηφίο τῶν μονάδων). Ὅπως ξέρομε, ὅταν χωρίσωμε τὶς μονάδες, ὁ ἀριθμὸς ποὺ ἀπομένει φανερώνει δεκάδες.

Ὥστε, γιὰ νὰ διαιρέσωμε ἕναν ἀριθμὸ διὰ τοῦ 10, γιὰ συντομία χωρίζομε ἕνα ψηφίο ἀπὸ τὸ τέλος τοῦ ἀριθμοῦ. Ὁ ἀριθμὸς ποὺ ἀπομένει εἶναι τὸ πηλίκο. Ὁ ἀριθμὸς (τὸ τελευταῖο ψηφίο) ποὺ χωρίσαμε εἶναι τὸ ὑπόλοιπο.

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παραπάνω διαιρέσεις μὲ τὸν συνηθισμένο τρόπο, γιὰ νὰ βεβαιωθῆτε.

Ἄσκησι

Τὸ ἀλεύρι πολυτελείας ἔχει 10 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσα κιλὰ ἀγοράζομε μὲ 200, 310, 423, 580, 794 δραχμές;

Παράδειγμα 2. Πόσα ἑκατοστάρικα κάνουν 300 δραχμές; 425, 550, 870, 936 δραχμές ;

Νὰ τὸ βρῆτε ἀπὸ μνήμης καὶ μετὰ νὰ σημειώσετε τὶς πράξεις.

Τί παρατηρεῖτε ; Νὰ ἐκτελέσετε τὶς πράξεις καὶ μὲ τὸν συνηθισμένο τρόπο, γιὰ νὰ βεβαιωθῆτε.

Ὥστε, ὅταν ἔχωμε νὰ διαιρέσωμε ἕναν ἀριθμὸ διὰ τοῦ 100, γιὰ συντομία χωρίζομε δύο ψηφία ἀπὸ τὸ τέλος τοῦ ἀριθμοῦ. Ὁ ἀριθμὸς ποὺ ἀπομένει εἶναι τὸ πηλίκο. Ὁ ἀριθμὸς ποὺ σχηματίζουν τὰ 2 ψηφία ποὺ χωρίσαμε εἶναι τὸ ὑπόλοιπο τῆς διαιρέσεως.

Ἀσκήσεις

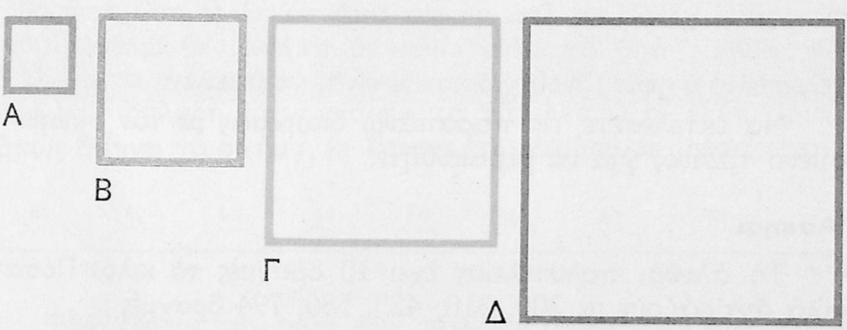
1. Πόσα μέτρα κάνουν οἱ 400 πόντοι; οἱ 750, 640, 218, 913 πόντοι;

2. Μὲ 100 δραχμὲς βγάζομε ἕνα ἐκδρομικὸ εἰσιτήριο. Πόσα εἰσιτήρια βγάζομε μὲ 500 δραχμές; μὲ 700, 900, 850, 425, 675, 342 δραχμές ;

9. ΣΥΓΚΡΙΣΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ

Ἐργασίες

1. Νὰ σχεδιάσετε ἕνα τετράγωνο μὲ πλευρὰ 1 ἑκατοστὸ (σχῆμα Α). Αὐτὸ λέγεται τετραγωνικὸ ἑκατοστό. Νὰ κάμετε ἕνα ἄλλο μὲ διπλάσια πλευρὰ (σχ. Β), ἕνα ἄλλο μὲ τριπλάσια πλευρὰ (σχ. Γ) κι ἕνα τέταρτο μὲ τετραπλάσια (σχῆμα Δ).



Νὰ ὑπολογίσετε μὲ τὸ μάτι πόσες φορὲς τὸ μικρὸ τετράγωνο χωράει στὸ Β, πόσες στὸ Γ καὶ πόσες στὸ Δ.

Γιὰ νὰ βεβαιωθῆτε ὅτι κάματε σωστὸ ὑπολογισμό, νὰ κάμετε ἀπὸ χαρτόνι τὸ μικρὸ τετράγωνο Α καὶ νὰ τὸ τοποθετήσετε πάνω στ' ἄλλα, γιὰ νὰ δῆτε πόσες φορὲς χωράει στὸ καθένα. Τὸ μικρὸ θὰ εἶναι ἡ μονάδα σας, γιὰ νὰ μετρήσετε τὴν ἐπιφάνεια τῶν τριῶν ἄλλων. Κάθε φορὰ ποὺ θὰ τὸ τοποθετῆτε, νὰ σημειώνετε μὲ τὸ μολύβι σας πόσο μέρος πιάνει.

2. Τὸ τετράγωνο Β πόσες φορὲς χωράει στὸ τετράγωνο Γ ; πόσες στὸ Δ ;

Ε

3. Νὰ σχεδιάσετε ἕνα ὀρθογώνιο (σχῆμα Ε) μὲ μεγάλη πλευρὰ 5 ἑκατοστὰ καὶ μικρὴ 3 καὶ νὰ ὑπολογίσετε μὲ τὸ μάτι πόσα τετραγωνικὰ ἑκατοστὰ χωράει. Ἔπειτα νὰ τὸ μετρήσετε, γιὰ νὰ βεβαιωθῆτε.

4. Νὰ σχεδιάσετε ἕνα τετράγωνο μὲ πλευρὰ 3 ἑκατοστὰ κι ἕνα ἄλλο μὲ διπλάσια πλευρά. Νὰ βρῆτε πόσα ἑκατοστὰ εἶναι ἡ περίμετρος τοῦ πρώτου καὶ πόσα ἡ περίμετρος τοῦ δευτέρου. Καὶ νὰ ὑπολογίσετε μὲ τὸ μάτι πόσες φορὲς τὸ πρῶτο χωράει μέσα στὸ δεύτερο. Νὰ κόψετε ἔπειτα ἀπὸ χαρτόνι τὸ πρῶτο καὶ νὰ τὸ τοποθετήσετε πάνω στὸ δεύτερο, γιὰ νὰ βεβαιωθῆτε.

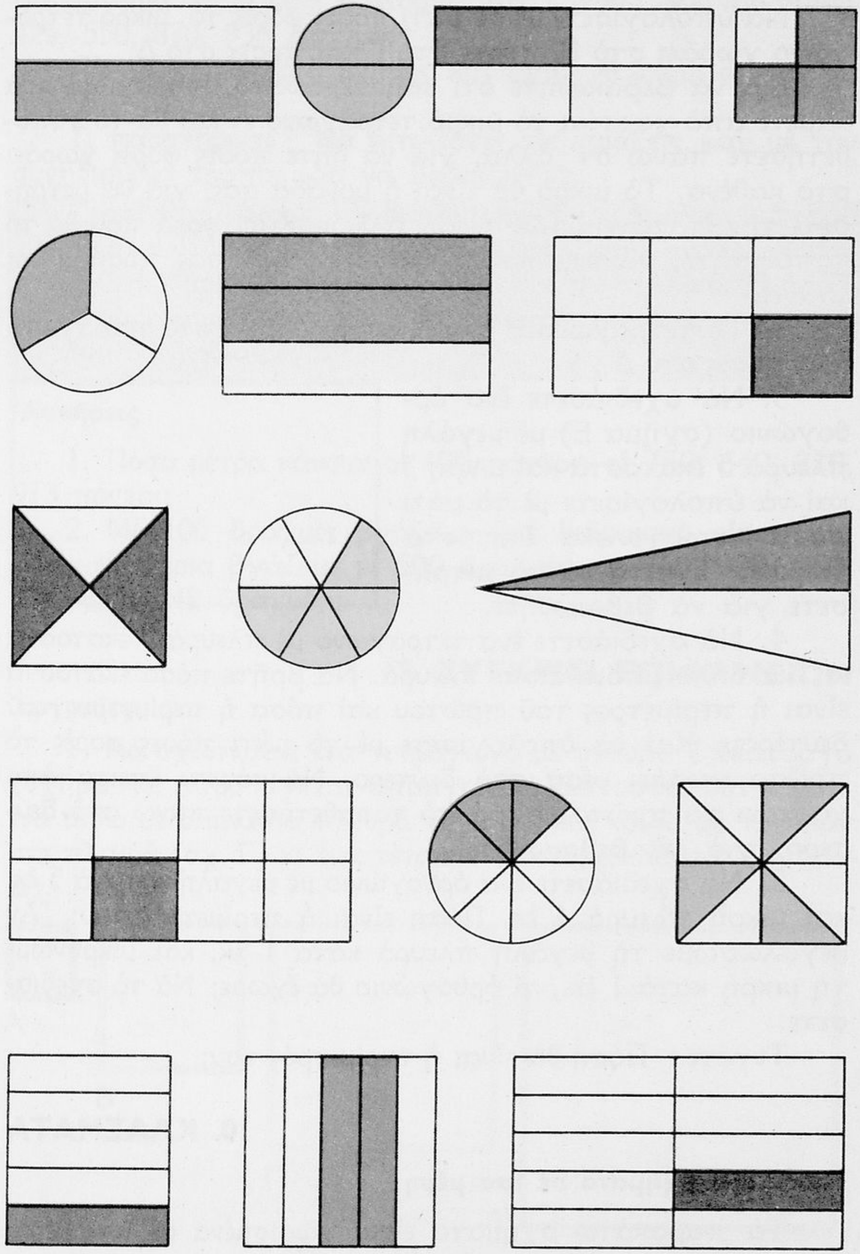
5. Νὰ σχεδιάσετε ἕνα ὀρθογώνιο μὲ μεγάλη πλευρὰ 5 ἑκ. καὶ μικρὴ πλευρὰ 4 ἑκ. Πόση εἶναι ἡ περίμετρός του; Ἂν μεγαλώσωμε τὴ μεγάλη πλευρὰ κατὰ 1 ἑκ. καὶ μικρύνωμε τὴ μικρὴ κατὰ 1 ἑκ., τί ὀρθογώνιο θὰ ἔχωμε; Νὰ τὸ σχεδιάσετε.

Τί λέτε ; Πόση θὰ εἶναι ἡ περίμετρός του;

10. ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Χωρίζομε σχήματα σὲ ἴσα μέρη

Τὰ παρακάτω σχήματα εἶναι χωρισμένα σὲ ἴσα μέρη.



Τὸ ὀρθογώνιο τῆς πρώτης σειρᾶς εἶναι χωρισμένο σὲ 2 μέρη. Τὸ ἕνα ἀπὸ αὐτὰ εἶναι χρωματισμένο Ὥστε τὸ μισὸ $\left(\frac{1}{2}\right)$ τοῦ ὀρθογωνίου εἶναι χρωματισμένο. Τὸ ἑπόμενο σχῆμα εἶναι κύκλος. Ἐδῶ χρωματισμένα εἶναι τὰ $\frac{2}{2}$ τοῦ κύκλου. Στὸ τρίτο σχῆμα χρωματισμένο εἶναι τὸ ἕνα τέταρτο $\left(\frac{1}{4}\right)$ τοῦ ὀρθογωνίου. Στὸ ἄλλο σχῆμα χρωματισμένα εἶναι τὰ τρία τέταρτα $\left(\frac{3}{4}\right)$ τοῦ τετραγώνου.

Νὰ βρῆτε πόσο εἶναι τὸ χρωματισμένο μέρος στ' ἄλλα σχήματα καὶ νὰ γράψετε τὸ κλάσμα.

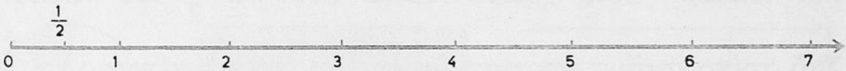
Νὰ κάμετε κι ἐσεῖς τέτοια σχήματα, νὰ τὰ χωρίσετε σὲ ἴσα μέρη καὶ νὰ γράψετε τὸ κλάσμα.

Ἄλλες ἐργασίες

1. Νὰ διπλώσετε καὶ νὰ κόψετε τὴ χάρτινη μετροταινία σας σὲ δεύτερα, σὲ τέταρτα, σὲ ὄγδοα, σὲ πέμπτα, σὲ δέκατα, σὲ τρίτα, σὲ ἕκτα. Νὰ γράφετε μὲ κλάσμα πόσα παίρνετε κάθε φορὰ ἀπὸ τὰ δεύτερα, ἀπὸ τὰ τέταρτα, ἀπὸ τὰ πέμπτα κλπ.
2. Νὰ κάμετε τὶς ἴδιες ἐργασίες μὲ φύλλα χαρτιοῦ, μὲ καρποὺς (μῆλα κλπ.).
3. Παρόμοιες ἐργασίες ἔχετε κάμει μὲ τὰ σακκουλάκια τοῦ κιλοῦ. Νὰ γράψετε μὲ κλάσμα τὰ μέρη τοῦ κιλοῦ.
4. Νὰ γράψετε μὲ κλάσμα τί μέρος τῆς δραχμῆς εἶναι τὸ πενηνταράκι καὶ τί μέρος εἶναι ἡ 1 δεκάρα, 2, 3, 4, 5 δεκάρες.
5. Τί μέρος τοῦ δεκάρικου εἶναι τὸ πεντάδραχμο ; τὰ 2 πεντάδραχμα ; τὰ 3 ; τὰ 4 ;
6. Τί μέρος τοῦ ἑκατοστάρικου εἶναι τὸ 1 πενηντάρι ; τὰ 2 πενηντάρια ; τὰ 3, 4, 5 πενηντάρια ;
7. Τί μέρος τοῦ κιλοῦ εἶναι τὰ 100 γραμμάρια ; τὰ 200, 400, 700, 1.000 γραμμάρια ;

8. Πόσες δραχμὲς εἶναι τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ χιλιάρικου; τὸ $\frac{1}{4}$, τὸ $\frac{1}{5}$, τὰ $\frac{3}{5}$, τὸ $\frac{1}{10}$, τὰ $\frac{4}{10}$, τὸ $\frac{1}{8}$ τὰ $\frac{5}{8}$ τοῦ χιλιάρικου;

9. Στὴν παρακάτω ἀριθμητικὴ γραμμὴ τὸ μέρος ἀπὸ τὸ



0 ὣς τὸ 1 εἶναι χωρισμένο σὲ 2 δεύτερα $\left(\frac{2}{2}\right)$. Σημείωσα τὸ $\frac{1}{2}$. Ἐκεῖ ποὺ εἶναι τὸ 1 πρέπει νὰ σημειώσετε τὰ $\frac{2}{2}$. Ποῦ θὰ σημειώσετε τὰ $\frac{3}{2}$; τὰ $\frac{4}{2}$; Συνεχίστε ὣς τὸ τέλος τῆς γραμμῆς.

Τὰ $\frac{2}{2} = 1$. Τὰ $\frac{3}{2} = 1$ καὶ $\frac{1}{2}$. Συνεχίστε ὣς τὸ τέλος τῆς γραμμῆς. Ἀπὸ τὸ $\frac{1}{2}$ ὣς τὸ 2 καὶ $\frac{1}{2}$ εἶναι 2. Πόσα εἶναι ἀπὸ τὸ $\frac{1}{2}$ ὣς τὸ 4 καὶ $\frac{1}{2}$; πόσα ἀπὸ τὸ 3 ὣς τὸ 5 καὶ $\frac{1}{2}$; πόσα ἀπὸ τὸ 3 καὶ $\frac{1}{2}$ ὣς τὸ 7;

II. ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Ἑλληνικὸς Τουρισμὸς

Σ' ἕναν τουριστικὸ ὁδηγὸ διαβάζομε.

1. Ὁδικὲς ἀποστάσεις μεταξὺ διαφόρων πόλεων τῆς Ἑλλάδος.

Ἀθήνα - Λαμία	212	χιλιόμετρα
Λαμία - Λάρισα	114	»
Λάρισα - Θεσσαλονίκη	188	»
Θεσσαλονίκη - Ἀλεξανδρούπολι	351	»
Ἀθήνα - Ἀγρίνιο	295	»

Ἀγρίνιο - Πρέβεζα	146	χιλιόμετρα
Πρέβεζα - Ἰωάννινα	107	»

2. Ἀποστάσεις σιδηροδρομικῶν σταθμῶν Πελοποννήσου.

Ἀθήνα - Κόρινθος	91	χιλιόμετρα
Κόρινθος - Αἴγιο	91	»
Αἴγιο - Πάτρα	40	»
Πάτρα - Πύργος	99	»
Πύργος - Καλαμάτα	117	»

3. Ἀποστάσεις λιμανιῶν τῆς Ἑλλάδος.

Ἀπὸ	τὸν	Πειραιᾶ ὣς τὸν Βόλο	93 μίλια
»	»	Βόλο ὣς τὴ Θεσσαλονίκη	130 »
»	τὴ	Θεσσαλονίκη ὣς τὴν Καβάλα	155 »
»	τὸν	Πειραιᾶ ὣς τὴν Τῆνο	72 »
»	»	Πειραιᾶ ὣς τὰ Χανιὰ	148 »
»	»	Πειραιᾶ ὣς τὸ Ἡράκλειο	178 »

Νὰ κάμετε ἕνα χάρτη τῆς Ἑλλάδος καὶ νὰ σημειώσετε τὶς παραπάνω πόλεις. Τώρα νὰ βρῆτε :

1. Πόσα χιλιόμετρα θὰ διατρέξη τὸ λεωφορεῖο ἀπὸ τὴν Ἀθήνα ὣς τὴ Λάρισα μέσῳ Λαμίας ;

2. Πόσα μένουν ἀκόμη νὰ διατρέξη ἀπὸ τὴ Λάρισα ὣς τὴ Θεσσαλονίκη - Ἀλεξανδρούπολι ;

3. Ἕνας σιδηρόδρομος πηγαίνει ἀπὸ τὴν Ἀθήνα στὴν Καλαμάτα. Πόσα χιλιόμετρα θὰ κάμη ὣς τὴν Πάτρα ; πόσα ἀπὸ τὴν Πάτρα ὣς τὴν Καλαμάτα; καὶ πόσα ἀπὸ τὴν Ἀθήνα στὴν Καλαμάτα ;

4. Τὸ λεωφορεῖο ποὺ πῆγε ἀπὸ τὴν Ἀθήνα στὴ Θεσσαλονίκη ἢ ὁ σιδηρόδρομος ποὺ πῆγε ἀπὸ τὴν Ἀθήνα στὴν Καλαμάτα διέτρεξε περισσότερα χιλιόμετρα καὶ πόσα ;

5. Νὰ βρῆτε τὴ διαφορὰ τῶν χιλιομετρικῶν ἀποστάσεων Ἀθήνας - Λαμίας καὶ Θεσσαλονίκης - Λάρισας.

6. Ἐπίσης τὴ διαφορὰ τῶν ἀποστάσεων Ἀθήνας - Ἀγρινίου καὶ Ἰωαννίνων - Πρέβεζας.

7. Πόσα χιλιόμετρα εἶναι ἀπὸ τὰ Ἰωάννινα στὴν Ἀθήνα μέσῳ Πρέβεζας - Ἀγρινίου;

8. Πόσα μίλια εἶναι τὸ ταξίδι ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ στὰ

Χανιὰ μ' ἐπιστροφή ; πόσα ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ στὸ Ἡράκλειο μ' ἐπιστροφή ;

9. Πόσα μίλια εἶναι ἀπὸ τὴ Θεσσαλονίκη στὸν Πειραιᾶ μέσῳ Βόλου ;

10. Ποιά ἀπόστασι εἶναι μεγαλύτερη; ἀπὸ τὴν Καβάλα στὴ Θεσσαλονίκη ἢ ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ στὴν Τῆνο μὲ ἐπιστροφή ; καὶ πόσο ;

11. Ἕνα λεωφορεῖο τρέχει μὲ ταχύτητα 70 χιλιόμετρα τὴν ὥρα. Σὲ πόσες ὧρες θὰ φτάση ἀπὸ τὴν Ἀθήνα στὴ Λαμία καὶ σὲ πόσες ἀπὸ τὴ Λαμία στὴ Θεσσαλονίκη, περνώντας ἀπὸ τὴ Λάρισα;

12. Τὸ πλοῖο «Σοφία» πλέει μὲ ταχύτητα 15 μίλια τὴν ὥρα. Πόσες ὧρες θὰ κάμη ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ στὸ Ἡράκλειο ; Πόσα μίλια θὰ διανύση σὲ 5 ὧρες ; πόσα σὲ 10, 9, 11 ὧρες;

13. 15 ἐκδρομικὰ λεωφορεῖα πῆγαν ἀπὸ τὴν Ἀλεξανδρούπολι στὴ Θεσσαλονίκη μὲ 36 ἐκδρομεῖς τὸ καθένα. Πόσοι ἐκδρομεῖς ταξίδεψαν μὲ τὰ λεωφορεῖα ; Καὶ σὲ πόσες ὧρες ἔφτασαν, ἂν τὰ λεωφορεῖα ἔτρεχαν κατὰ μέσον ὅρο 70 χιλιόμετρα τὴν ὥρα ;

14. Μὲ τὴν ἴδια ταχύτητα πόσα χιλιόμετρα θὰ διανύσουν σὲ 10, 9, 11 ὧρες;

15. Τὸ εἰσιτήριο ἀπὸ τὴν Ἀθήνα στὴ Θήβα μὲ τὸ λεωφορεῖο ἔχει 34 δραχμὲς καὶ ἀπὸ τὴ Θήβα στὴ Λεβαδειὰ 9 δραχμές. Ἕνα λεωφορεῖο ξεκίνησε ἀπὸ τὴν Ἀθήνα γιὰ τὴ Λεβαδειὰ μὲ 36 ἐπιβάτες. Οἱ 24 κατέβηκαν στὴ Θήβα. Πόσα χρήματα πλήρωσαν συνολικὰ οἱ ἐπιβάτες ;

17. Κάμετε κι ἐσεῖς ὅμοια προβλήματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΑΠΟ ΤΟ 1.000 ΩΣ ΤΟ 2.000

Ι. ΑΙΣΘΗΤΟΠΟΙΗΣΙ, ΑΡΙΘΜΗΣΙ

Σχηματισμὸς τῆς δεύτερης χιλιάδας μ᾽ ἑκατοντάδες

1. Τοποθετῆστε στὴν αὐλὴ 10 ξύλινα μέτρα στὴ σειρά. Θὰ ἔχετε μιὰ χιλιάδα πόντους. Τοποθετῆστε ἀκόμη ἕνα μέτρο. Θὰ ἔχετε τώρα μιὰ χιλιάδα κι ἑκατὸ πόντους, δηλαδὴ χίλιους ἑκατό (1.100). Ἂν βάλετε ἀκόμη ἕνα, θὰ ἔχετε 1.200 πόντους. Συνεχίστε, ὥσπου νὰ τοποθετήσετε 20 μέτρα συνολικά. Κάθε φορὰ θὰ λέτε πόσους πόντους ἔχουν τὰ μέτρα καὶ θὰ γράφετε τοὺς ἀριθμούς.

2. Χρησιμοποιῆστε κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο μετροταινία τῶν 20 μέτρων, ξυλάκια σὲ δεσμίδες (ἑκατοντάδες), ἑκατοντάδες κύκλων.

3. Ἕνα κιλὸ (σακκουλάκι μὲ ὄσπρια, σιτάρι κλπ.) ἔχει 1.000 γραμμάρια. Νὰ τοποθετήσετε δίπλα ἕνα σακκουλάκι τῶν 100 γραμμαρίων. Πόσα γραμμάρια θὰ ἔχετε ; Νὰ συνεχίσετε τοποθετώντας τέτοια σακκουλάκια ἕνα - ἕνα, ὥσπου νὰ φτάσετε στὶς 2 χιλιάδες (2.000) γραμμάρια.

4. Πόσες δραχμὲς ἔχουν 11, 12, 13... 20 ἑκατοστάρικα;

5. Πόσα ἑκατοστάρικα ἔχουν 1.100, 1200, 1300, 1500, 1800, 2000 δρχ ;

6. Πόσα μέτρα κάνουν 1.100, 1.200, 1.300... 2.000 πόντοι;

7. Ν' ἀνεβῆτε ἀνὰ 100 ἀπὸ τὸ 1.000 ὥς τὸ 2.000 καὶ νὰ κατεβῆτε· ἔπειτα ἀνὰ 200· ὕστερα ἀνὰ 300.

Ἀρίθμησι μὲ πεντηκοντάδες ἀπὸ τὸ 1.000 ὥς τὸ 2.000

1. Δείχνοντας τ' ἀντικείμενά σας ν' ἀνεβῆτε ἀνὰ 50 ἀπὸ τὸ 1.000 ὥς τὸ 2.000· δηλαδὴ 1050, 1100, 1150 κλπ. Ἔπειτα νὰ κατεβῆτε.

2. Πόσα πενηντάρια ἔχουν 10, 11, 13, 16, 19, 20 ἑκατοστάρικα;

3. Πόσες δραχμὲς ἔχουν 10, 11, 12 ... 40 πενηντάρια ; Ἀντίθετα τώρα· πόσα πενηντάρια μᾶς κάνουν 1.000, 1.050, 1.150, 1.400, 1.850 δρχ. ;

4. Πόσες δραχμὲς ἔχουν 1 χιλιάρικο, 3 ἑκατοστάρικα καὶ 9 πενηντάρια ;

5. Πόσους πόντους ἔχουν τὰ 10 καὶ μισὸ μέτρα ; τὰ 13 καὶ μισό ; τὰ 17 καὶ μισό ; τὰ 15 καὶ μισό ; τὰ 19 καὶ μισό ;

Ἀρίθμησι ἀνὰ 10 καὶ 25 ἀπὸ τὸ 1.000 ὥς τὸ 2.000

1. Ἀνεβῆτε ἀνὰ 10 ἀπὸ τὸ 1.000 ὥς τὸ 2.000. Δηλαδὴ 1.010, 1020, 1.030 κλπ. Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς αὐτούς. Χρησιμοποιῆστε μετροταινία 2 μέτρων, στὴν ὁποία θὰ δείχνετε ἀνὰ 10 χιλιοστά· ἐπίσης δεσμίδες, ξυλάκια κλπ.

2. Νὰ κατεβῆτε ἀνὰ 10. Χρησιμοποιῆστε τὰ ἴδια ἀντικείμενα.

3. Δείχνοντας χιλιοστὰ τοῦ μέτρου, ν' ἀνεβῆτε καὶ νὰ

κατεβῆτε ἀνὰ 25· δηλαδὴ 1.025, 1.050, 1.075, 1.100, 1.125 κλπ. καὶ 2.000, 1.975, 1.950, 1.925 κλπ. Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς αὐτούς.

4. Ἂν κόψετε τὴ χάρτινη μετροταινία σας σὲ 4 ἴσα μέρη, πόσους πόντους θὰ ἔχη τὸ καθένα; Πόσους πόντους ἔχουν 10, 20, 40, 50, 64, 68, 76, 80 τέτοια κομμάτια; Στηριχτῆτε στὸ 10, γιὰ νὰ βρῆτε τὰ ἐξαγόμενα ἀμέσως.

Ἀριθμητικὲς σειρὲς

Ν' ἀνεβῆτε καὶ νὰ κατεβῆτε ἀνὰ 20 ἀπὸ τὸ 1.000 ὣς τὸ 2.000· ἐπίσης ἀνὰ 30, 40, 60, 70, 80, 90. Νὰ γράψετε τὶς σειρὲς αὐτές.

Σημείωσι: Ἡ γραφὴ τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τὸ 1.000 ὣς τὸ 2.000 εἶναι πολὺ εὔκολη. Ὅποιος ξέρει νὰ γράφη τοὺς ἀριθμοὺς ὣς τὸ 1.000, ξέρει νὰ γράφη καὶ τοὺς ἀριθμοὺς ὡς τὸ 2.000, διότι, ὅπως θὰ εἴδατε, οἱ ἴδιοι ἀριθμοὶ ἀπὸ τὸ 1-999 ἐπαναλαμβάνονται καὶ ἀπὸ 1.000 ὣς τὸ 2.000.

Οἱ ἀριθμοὶ ἀπὸ τὸ 100 ὣς τὸ 999 εἶναι τριψήφιοι. Ἀπὸ τὸ 1.000 ὣς τὸ 2.000 εἶναι τετραψήφιοι.

Τὸ σχῆμα δείχνει τὴ θέσι τῶν μονάδων (Μ), τῶν δεκάδων (Δ), τῶν ἑκατοντάδων (Ε) καὶ τῶν χιλιάδων (Χ). Ὅπου δὲν ὑπάρχουν ἑκατοντάδες ἢ δεκάδες ἢ μονάδες γράφομε μηδέν.

Χ.	Ε.	Δ.	Μ.
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	1	1

Μέτρησι καὶ ἐκτίμησι ἀποστάσεων

1. Νὰ μετρήσετε ἀπόστασι 1.000 μέτρων. Νὰ συνεχίσετε τὴ μέτρησι, ὥσπου νὰ μετρήσετε 1.000 ἀκόμη μέτρα, δηλαδὴ ἕνα ἀκόμη χιλιόμετρο. Νὰ χωρίσετε τὸ καθένα χιλιόμετρο σὲ μισά. Θὰ ἔχετε 4 μισὰ χιλιόμετρα. Πόσα μέτρα θὰ ἔχη τὸ μισὸ χιλιόμετρο;

2. Μὲ τὴ βοήθεια τῶν μετρήσεων ποὺ ἔχετε κάμει νὰ ἐκτιμήσετε μὲ τὸ μάτι ἀποστάσεις 1 χιλιομέτρου, 2 χιλιομέτρων, 500 μέτρων, 700, 1.200, 1.300 μέτρων.

3. Νὰ βαδίσετε μὲ βῆμα κανονικὸ ἀπόστασι 1 χιλιομέτρου καὶ νὰ κοιτάξετε πόσα λεπτὰ τῆς ὥρας χρειαστήκατε. Νὰ κάμετε τὸ ἴδιο καὶ σὲ 2 χιλιόμετρα.

4. Οἱ τηλεγραφικοὶ στῦλοι τοποθετοῦνται κάθε 40 μέτρα. Πόσους θὰ χρειαστοῦμε γιὰ μιὰ ἀπόστασι 2 χιλιομέτρων ;

5. Ἀπὸ ἕνα λόφο ἢ ἄλλη κατάλληλη θέσι νὰ ὑπολογίσετε μὲ τὸ μάτι ἕνα πολὺ μεγάλο τετράγωνο, ποὺ νὰ ἔχη μάκρος ἕνα χιλιόμετρο. Αὐτὸ εἶναι τὸ τετραγωνικὸ χιλιόμετρο.

2. ΟΙ ΠΡΑΞΕΙΣ ΣΤΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ ΑΠΟ ΤΟ 1.000 ΩΣ ΤΟ 2.000

Καὶ στοὺς τετραψήφιους ἀριθμοὺς οἱ 4 πράξεις γίνονται ἀκριβῶς, ὅπως καὶ στοὺς τριψήφιους.

Ἀσκήσεις

Πρόσθεσι

1. Γραπτῶς

980	1.040	1.248	1.743	497	518
250	150	596	87	1.018	603
+697	+ 98	+ 89	+100	+ 75	+ 49

2. Ἀπὸ μνήμης

Παράδειγμα: 792+485+628= ;

Λύσι. 700 καὶ 400 1.100· καὶ 600 1.700· καὶ 90 1.790· καὶ 80 (μὲ ἀνάλυσι τοῦ 80 σὲ 10 καὶ 70) 1870·καὶ 20 1.890· καὶ 2 1892· καὶ 5 1.897·καὶ 8 (μὲ ἀνάλυσι τοῦ 8 σὲ 3 καὶ 5) 1.905.

Ἄλλος τρόπος (μὲ ἀνάλυσι τοῦ 628, δηλαδὴ μὲ ἀντιμετάθεσι καὶ προσεταιρισμό). 792 + 485 + 628 = 792 + 485 + + 8 + 605 + 15 = (792 + 8) + (485 + 15) + 605 = 800 + + 500 + 605 = 1.905.

Ἄλλος τρόπος :

α) $700 + 400 + 600 = 1.700$
β) $92 + 85 + 28 = 92 + 85 + 8 + 15 + 5 =$
$= (92+8) + (85+15) + 5 = 100 + 100 + 5 = 205.$
γ) $1.700 + 205 = 1.905.$

Ἄλλος τρόπος. (Προσθέτομε τὶς μονάδες κάθε τάξεως χωριστὰ κι᾽ ἑνώνομε τ᾽ ἀθροίσματα)

α) $700+400+600=1.700$ β) $90+80+20=190$
γ) $2+5+8=15$ δ) $1.700+190+15=1.905$

Νὰ λύσετε τὶς παρακάτω ἀσκήσεις ἀπὸ μνήμης μὲ ὅποιον τρόπο θέλετε.

170+230+285+115	1.007+315+183+205
147+375+ 83+225	461+759+540+180
508+694+ 76+102	376+183+641+203
954+249+120+397	523+367+110+412

Τὶς παραπάνω ἀσκήσεις νὰ τὶς λύσετε καὶ γραπτῶς.

Ἀφαίρεσι

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς παρακάτω πράξεις:

1. Γραπτῶς

1.008	1.070	1.500	1.947	2.000	1.830
− 69	− 473	− 608	− 1.058	− 72	− 45

2. Ἀπὸ μνήμης καὶ γραπτῶς

Παράδειγμα. 1.594 −1.265= ; Λύσι ἀπὸ μνήμης. 1.594 πλὴν 1.200 394· πλὴν 60 334· πλὴν 5 329.

1.400 − 340	1.920 − 816	1.833 − 1.043
1.700 − 485	1.371 − 1.259	1.101 − 912
1.715 − 903	2.000 − 683	
1.822 − 1.025	1.900 − 1.072	

3. Ἀπὸ μνήμης καὶ γραπτῶς

Παράδειγμα. 895 – 397. Λύσι ἀπὸ μνήμης. Προσθέτω 3 μονάδες στὸν ἀφαιρετέο καὶ 3 στὸν μειωτέο καὶ θὰ ἔχω 898 – 400 = 498.

1.600 – 294	1.245 – 975	1.587 – 649	1.902 – 788
1.750 – 689	1.434 – 886	1.016 – 836	1.280 – 477

2.000 – 1.343
1.800 – 491

4. Ἀπὸ μνήμης καὶ γραπτῶς

Παράδειγμα. 1.523 – 601 = ; Λύσι ἀπὸ μνήμης. Ἀφαιρῶ 1 μονάδα ἀπὸ τὸν ἀφαιρετέο καὶ 1 ἀπὸ τὸν μειωτέο καὶ θὰ ἔχω 1.522 – 600 = 922.

675–402	1.740–513	1.427–825	1.170–414	2.000–1406
819–205	1.908–1.101	1.800–1.201	1.530–430	2.000–505

5. Ἀπὸ μνήμης καὶ γραπτῶς

Παράδειγμα 1. (825+160)–(518+160)= ;

Λύσι ἀπὸ μνήμης (μὲ διαγραφή) : (825+160)–(518+ +160)=825+$\cancel{160}$–518–$\cancel{160}$=825–518=307

Παράδειγμα 2. (1.860+90+45)–(560+135)= ;

Λύσι ἀπὸ μνήμης (μὲ ἀνάλυσι, σύνθεσι καὶ διαγραφή) : (1.860+90+45)–(560+135)=1.860+90+45–560–135= =1.300+$\cancel{560}$+$\cancel{135}$–$\cancel{560}$–$\cancel{135}$=1.300.

(1.200+150)–(800+150)	1.050–250–680+250
(1.500+200+80)–(1.300+280)	710–190–306+190
(1.650+320)–(1.160+220+100)	1.762–680–497+380
(1.300+470)–(750+570)	1.548–375–652+275

6. Ἀπὸ μνήμης μὲ τεχνάσματα. Ἔπειτα καὶ γραπτῶς.

α)

745 – 150	1.910 – 1.043	1.851 – 874
1.408 – 639	1.705 – 987	1.592 – 1.107
1.613 – 785	2.000 – 414	
1.004 – 636	2.000 – 1.381	

β)

356 + 518 + 709 – 409	1.600 – 400 – 150 – 45
295 + 163 + 644 – 807	1.908 – 619 – 470 – 308
1.005 + 134 + 79 – 605	1.742 – 330 – 412 – 526
1.896 + 104 + 0 – 996	1.480 – 649 – 351 – 80

Πολλαπλασιασμὸς

Νὰ λύσετε τὶς παρακάτω ἀσκήσεις:

1. Γραπτῶς

150	208	174	540	95	87
× 13	× 9	× 11	× 3	× 20	× 19

2. Ἀπὸ μνήμης καὶ γραπτῶς

Παράδειγμα. 397 × 3 = ;

Λύσι ἀπὸ μνήμης (μὲ ἀνάλυσι καὶ ἐπιμερισμό).
397 × 3 = (3 ἑκ. + 9 δεκ. + 7 μον.) × 3 ἢ (300 + 90 + + 7) × 3 = 900 + 270 + 21 = 1.191.

486 × 4	584 × 3	290 × 2	92 × 20	37 × 50
209 × 8	218 × 9	872 × 2	68 × 30	45 × 40
265 × 7	327 × 6	495 × 2	46 × 40	64 × 20
378 × 3	265 × 4	981 × 2	28 × 70	34 × 40

3. Ἀπὸ μνήμης

193 × 10	380 × 5	200 × 9	150 × 11	750 × 1
148 × 10	272 × 5	90 × 9	145 × 11	1.672 × 1

135 × 10	18 × 50	154 × 9	108 × 11	408 × 0
109 × 10	15 × 50	129 × 9	136 × 11	1517 × 0

Παρατήρησι. Γιὰ νὰ πολλαπλασιάσωμε ἕναν ἀριθμὸ ἐπὶ 5 ἢ ἐπὶ 50, πολλαπλασιάζομε τὸν ἀριθμὸ ἐπὶ 10 ἢ ἐπὶ 100 ἀντιστοίχως καὶ διαιροῦμε τὸ γινόμενο διὰ 2.

4. Ἀπὸ μνήμης καὶ γραπτῶς

Μποροῦμε νὰ ἐκτελέσωμε πρῶτα τὶς πράξεις μέσα στὶς παρενθέσεις ἢ μποροῦμε νὰ πολλαπλασιάσωμε χωριστὰ κάθε προσθετέο ἐπὶ τὸν ἀριθμὸ καὶ νὰ προσθέσωμε τὰ γινόμενα :

(20 + 40 + 30) × 15	(30 + 50 + 20) × 10
(29 + 35 + 16) × 24	(120 + 45 + 25) × 10
(18 + 27 + 15) × 32	(128 + 32 + 14) × 5
(36 + 17 + 23) × 18	(109 + 46 + 21) × 5
(314 + 146 + 190) × 2	(8 + 5 + 6) × 100
(705 + 85 + 208) × 2	(9 + 7 + 4) × 50

(32 + 13 + 154) × 9
(71 + 69 + 48) × 9
(83 + 17 + 64) × 11
(72 + 25 + 53) × 11
(193 + 204 + 543) × 1
(150 + 150 + 275) × 0

5. Ἀπὸ μνήμης καὶ γραπτῶς

Μποροῦμε νὰ ἐκτελέσωμε πρῶτα τὶς πράξεις μέσα στὶς παρενθέσεις ἢ μποροῦμε νὰ πολλαπλασιάσωμε χωριστὰ τὸν μειωτέο καὶ τὸν ἀφαιρετέο ἐπὶ τὸν ἀριθμὸ καὶ ν' ἀφαιρέσωμε ἀπὸ τὸ πρῶτο γινόμενο τὸ δεύτερο :

(600 – 200) × 3	(199 – 89) × 10
(360 – 280) × 4	(150 – 32) × 10

$(904 - 785) \times 2$	$(327 - 147) \times 5$
$(85 - 67) \times 23$	$(363 - 209) \times 5$
$(102 - 58) \times 16$	$(20 - 8) \times 100$
$(125 - 125) \times 8$	$(18 - 7) \times 50$

$(175 - 82) \times 11$
$(91 - 67) \times 11$
$(186 - 98) \times 9$
$(84 - 84) \times 9$
$(1.872 - 1.418) \times 1$
$(1.965 - 781) \times 0$

6. Γραπτῶς. Νὰ ἐκτελεσθοῦν πρῶτα οἱ πράξεις μέσα στὶς παρενθέσεις :

$(75 + 80 + 25) \times (6 + 4)$
$(32 + 140 + 8) \times (8 + 3)$
$(137 + 24 + 19) \times (2 + 7)$
$(17 + 19 + 15) \times (26 + 13)$

$(180 + 220 + 100) \times (108 - 104)$
$(795 + 379 + 683) \times (230 - 229)$
$(64 + 51 + 48) \times (803 - 792)$
$(2.000 - 300 - 1.550) \times (8 + 5)$

7. Ἀπὸ μνήμης καὶ γραπτῶς

Παράδειγμα 1. $2 \times 8 \times 35 =$; Λύσι ἀπὸ μνήμης (μὲ ἀντιμετάθεσι καὶ προσεταιρισμό). $2 \times 8 \times 35 = 2 \times 35 \times 8 = 70 \times 8 = 560$

$62 \times 5 \times 2 \times 3$	$4 \times 20 \times 3 \times 5$	$40 \times 3 \times 1 \times 14$
$25 \times 8 \times 2 \times 4$	$7 \times 15 \times 9 \times 2$	$65 \times 4 \times 7$
$3 \times 15 \times 11 \times 4$	$6 \times 30 \times 10$	$27 \times 5 \times 11$

Παράδειγμα 2. $75 \times 24 =$; Λύσι ἀπὸ μνήμης μὲ ἀντικατάστασι ἑνὸς παράγοντα μὲ ἄλλους ποὺ ἔχουν αὐτὸν ὡς γινόμενο : $75 \times 24 = 75 \times 4 \times 6 = 300 \times 6 = 1.800$

45 × 12	7 × 5 × 16	5 × 3 × 48
25 × 9 × 8	45 × 3 × 6	2 × 3 × 77

8. Γραπτῶς

α) Ν' ἀντικαταστήσετε τὶς παρακάτω προσθέσεις μὲ πολλαπλασιασμοὺς καὶ νὰ ἐκτελέσετε τὶς πράξεις :

137 + 137 + 137 + 137 + 137 + 137
186 + 186 + 186 + 186 + 186

96 + 96 + 96 +85 + 85 + 85 + 85
250 + 130 + 130 + 250 + 250 + 130 + 250

Ν' ἀντικαταστήσετε τοὺς παρακάτω πολλαπλασιασμοὺς μὲ προσθέσεις καὶ νὰ ἐκτελέσετε τὶς πράξεις :

278 × 7   309 × 6   617 × 3   145 × 8   265 × 5

Διαίρεσι

Νὰ λύσετε τὶς παρακάτω ἀσκήσεις :

1. Γραπτῶς

$1.715 \,|\, 9$ $1.496 \,|\, 13$ $1.904 \,|\, 25$ $1.081 \,|\, 32$

2. Γραπτῶς. Νὰ ἐκτελεσθοῦν πρῶτα οἱ πράξεις μέσα στὶς παρενθέσεις.

(480 + 560 + 792) : 8	(1.800 – 600) : 20
(654 + 297 + 850) : 7	(1.672 – 895) : 4
(573 + 915 + 208) : 14	(1.438 – 909) : 16
(1.038 + 712 + 250) : 50	(1.903 – 27) : 38

1.740 : (3 × 5 × 2)
1.650 : (8 × 4)
1.575 : (9 × 5)
1.960 : (7 × 10)

3. Γραπτῶς

$(400 \times 2) : (10 \times 2)$	$(200 : 4) : (20 : 4)$
$(350 \times 4) : (7 \times 4)$	$(1.000 : 5) : (40 : 5)$
$(276 \times 8) : (12 \times 8)$	$(1.920 : 8) : (32 : 8)$
$(100 \times 17) : (20 \times 17)$	$(1.725 : 15) : (15 : 15)$

Παρατήρησι. Ἂν πολλαπλασιάσωμε ἢ διαιρέσωμε τὸν διαιρετέο καὶ τὸν διαιρέτη μὲ τὸν ἴδιο ἀριθμό, τὸ πηλίκο δὲν μεταβάλλεται.

Ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης πρέπει νὰ διαιροῦνται ἀκριβῶς μὲ τὸν ἀριθμό.

Ἂν ἡ διαίρεσι εἶναι ἀτελής, τὸ ὑπόλοιπο πολλαπλασιάζεται ἢ διαιρεῖται μὲ τὸν ἀριθμὸ αὐτό.

4. Γραπτῶς

Μποροῦμε νὰ ἐκτελέσωμε πρῶτα τὶς πράξεις μέσα στὶς παρενθέσεις ἢ μποροῦμε νὰ διαιρέσωμε μόνο ἕναν παράγοντα μὲ τὸν ἀριθμό, ἂν διαιρῆται ἀκριβῶς.

$(5 \times 20 \times 9) : 3$	$(5 \times 6 \times 3) : 3$
$(7 \times 18 \times 15) : 9$	$(8 \times 10 \times 2) : 2$
$(25 \times 6 \times 13) : 5$	$(50 \times 4 \times 7) : 4$
$(6 \times 32 \times 10) : 16$	$(12 \times 20 \times 8) : 12$

Παρατήρησι. Ἂν ὁ διαιρέτης εἶναι ἕνας ἀπὸ τοὺς παράγοντες τοῦ γινομένου, ἀρκεῖ νὰ διαγράψωμε τὸν παράγοντα αὐτό.

5. Ἀπὸ μνήμης

α)	1.400 : 40	1.780 : 10	1.320 : 5
	1.920 : 80	1.638 : 10	1.045 : 5
	1.560 : 30	1.900 : 100	1.800 : 50
	1.845 : 20	1.652 : 100	1.675 : 50

624 : 2	840 : 4
1.702 : 2	1.420 : 4
1.316 : 2	1.508 : 4
1.008 : 2	1.204 : 4

Παρατηρήσεις. Γιὰ νὰ διαιρέσωμε ἀπὸ μνήμης ἕναν ἀριθμὸ διὰ 5 ἢ διὰ 50, διπλασιάζομε τὸν ἀριθμὸ καὶ διαιροῦμε τὸ γινόμενο διὰ 10 ἢ διὰ 100 ἀντιτοίχως.

Γιὰ νὰ διαιρέσωμε ἕναν ἀριθμὸ διὰ 2, βρίσκομε τὸ μισὸ τοῦ ἀριθμοῦ. Γιὰ νὰ διαιρέσωμε ἕναν ἀριθμὸ διὰ 4, βρίσκομε τὸ μισὸ τοῦ ἀριθμοῦ καὶ πάλι τὸ μισὸ τοῦ ἐξαγομένου.

β) Νὰ βρῆτε τὸ :

$\frac{1}{2}$ τοῦ 1.000	$\frac{1}{4}$ τοῦ 700	$\frac{1}{5}$ τοῦ 1.110	$\frac{1}{3}$ τοῦ 300
$\frac{1}{2}$ τοῦ 1.480	$\frac{1}{4}$ τοῦ 1.948	$\frac{1}{10}$ τοῦ 100	$\frac{1}{3}$ τοῦ 960
$\frac{1}{2}$ τοῦ 1.792	$\frac{1}{5}$ τοῦ 500	$\frac{1}{10}$ τοῦ 1.000	$\frac{1}{3}$ τοῦ 1.482
$\frac{1}{4}$ τοῦ 400	$\frac{1}{5}$ τοῦ 1.805	$\frac{1}{10}$ τοῦ 1.560	

6. Νὰ βρεθῆ ὁ παράγοντας ποὺ λείπει, γραπτῶς. Π.χ. $4 \times ; = 60$. Λύσι. $60 : 4 = 15$

$2 \times ; = 386$	$; \times 6 = 1.482$	$80 \times ; = 960 + 880$
$4 \times ; = 1.996$	$; \times 5 = 1.265$	$90 \times ; = 378 + 1.152$
$3 \times ; = 1.143$	$; \times 7 = 707$	$50 \times ; = 593 + 357$

$; \times 10 = (1.720 - 1.040)$
$; \times 100 = (1.985 - 85)$
$; \times 37 = (2.000 - 2)$

7. Διαίρεσι ἀριθμῶν ἀπὸ μνήμης

Ἀναλύομε τὸν διαιρετέο σὲ μικρότερους ἀριθμοὺς ποὺ διαιροῦνται ἀκριβῶς μὲ τὸν διαιρέτη. Π.χ.

α) 1.904 : 2 = (1.000 + 900 + 4) : 2 = 500 + 450 +
+ 2 = 952
ἢ (1.800 + 100 + 4) : 2 = 900 + 50 + 2 =
= 952
ἢ (18 ἑκ. + 10 δεκ. + 4 μον.) : 2 = 9 ἑκ. +
+ 5 δ. + 2 μ. = 952

β) 1.000 : 8 = (800 + 160 + 40) : 8 = 100 + 20 +
+ 5 = 125
ἢ (8 ἑκ. + 16 δεκ. + 40 μον.) : 8 = 1 ἑκ. +
+ 2 δεκ. + 5 μον. = 125

γ) 1.500 : 6 = (1.200 + 300) : 6 = 200 + 50 = 250
ἢ (12 ἑκ. + 30 δεκ.) : 6 = 2 ἑκ. + 5 δεκ. =
= 250

δ) 1.800 : 7 = (1.400 + 350 + 49 + 1) : 7 δίνει πηλίκο 200 + 50 + 7 = 257 καὶ ὑπόλ. 1
ἢ (14 ἑκ. + 35 δ. + 49 μ. + 1 μ.) : 7 δίνει πηλίκο 2 ἑκ. + 5 δ. + 7 μ. = 257 καὶ ὑπόλοιπο 1

ε) 1.710 : 15 = (1.500 + 150 + 60) : 15 = 100 + 10 +
+ 4 = 114
ἢ (15 ἑκ. + 15 δ. + 60 μ.) : 15 = 1 ἑκ. + 1 δεκ. + 4 μ. = 114

στ) 1.380 : 16 = (800 + 480 + 96 + 4) : 16 δίνει πηλίκο 50 + 30 + 6 = 86 καὶ ὑπόλοιπο 4

ζ) 1.450 : 17 = (850 + 510 + 85 + 5) : 17 δίνει πηλίκο 50 + 30 + 5 = 85 καὶ ὑπόλοιπο 5

8. Νὰ βρῆτε ἀπὸ μνήμης τὰ ἐξαγόμενα:

360 : 3	(2.000 – 660) : 4	(1.250 + 350) : 5
480 : 4	(1.850 – 350) : 6	(1.100 + 720) : 14
930 : 2	(1.900 – 570) : 7	(800 + 960) : 16
1.000 : 8	(1.580 – 680) : 9	(480 + 1.200) : 12

'Από τὸ παλιὸ τετράδιο

Νὰ θέσετε τὸ σημεῖο $=$ ἢ $>$ ἢ $<$ ὅπου ταιριάζει:

$80 + 50$	$10 + 120$
$700 - 300$	$200 + 350$
3×200	1×550
10×65	$800 - 150$
9×82	$\frac{1}{2}$ τοῦ 1.000
$\frac{1}{2}$ τοῦ 1.200	$\frac{2}{3}$ τοῦ 900
$\frac{1}{3}$ τοῦ 1.500	2×250
$160 + 900$	$900 + 160$
$1.350 + 200$	$1.800 - 350$
11×150	9×180
6×300	$(6 \times 100) + (6 \times 200)$
$1.700 : 100$	17
$548 + 182$	$\left(\frac{1}{4} \text{ τοῦ } 1.000\right) + 500$
$806 - 298$	9×56

'Αριθμητικὸ παιγνίδι μὲ τὸ ρολόι.

Παράδειγμα. Ἕνα πλοῖο ἀναχωρεῖ στὶς 12 τὸ μεσημέρι. Τὸ ταξίδι του κρατάει 14 ὧρες. Ὅταν τελειώση τὸ ταξίδι, ὁ δείχτης τοῦ ρολογιοῦ θὰ ἔχη κάμει μιὰ ὁλόκληρη στροφή, θὰ ἔχη περάσει ἀπὸ τὸ 12 καὶ θὰ δείχνη 2. Ἔτσι γιὰ τὸ ρολόι τὸ $14 = 2$. Ἂν τὸ ταξίδι κρατοῦσε 15 ὧρες, τὸ ρολόι θὰ ἔδειχνε 3. Ἂν κρατοῦσε 24 ὧρες, ὁ δείχτης θὰ εἶχε κάμει 2 στροφὲς καὶ θὰ ἔδειχνε 12. Ἔτσι γιὰ τὸ ρολόι τὸ $24 = 12$.

Ἐπίσης θὰ εἶναι $30 = 6$, $31 = 7$, $17 = 5$, $40 = 4$. Γιατί;

Νὰ βρῆτε τώρα πόσο θὰ εἶναι γιὰ τὸ ρολόι :

1. 18 = ; 23 = ; 48 = ; 19 = ; 32 = ;
2. $8 + 7 =$; $9 + 9 =$; $10 + 4 =$; $3 + 9 =$; $5 + 6 =$;
3. $3 \times 5 =$; $4 \times 4 =$; $2 \times 9 =$; $6 \times 7 =$; $3 \times 8 =$;

Συνεχίστε μεταξύ σας τὸ παιγνίδι.

Διάφορα προβλήματα

1. Ἕνας παντοπώλης φόρτωσε στὸ αὐτοκίνητο 350 κιλὰ λάδι, 285 κιλὰ ἐλιές, 175 κιλὰ σαπούνι, 382 κιλὰ ὄσπρια καὶ 208 κιλὰ ζάχαρι. Πόσα κιλὰ ἦταν ὅλο τὸ φορτίο ;

2. Τὸ αὐτοκίνητο μπορεῖ νὰ μεταφέρη 2.000 κιλά. Πόσα κιλὰ μποροῦσε νὰ φορτώση ἀκόμη ὁ παντοπώλης ;

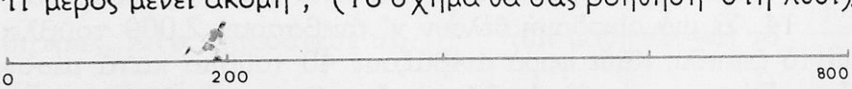
3. Ἕνα ζεῦγος παπούτσια ἔχει 350 δραχμές. Πόσο ἔχουν 3 ζεύγη καὶ τί ρέστα θὰ πάρωμε ἀπὸ 1.500 δραχμές ;

4. Ἕνας αὐγοπώλης ἔχει 1.860 αὐγὰ καὶ θέλει νὰ τὰ τοποθετήση σὲ αὐγοθῆκες. Κάθε αὐγοθήκη παίρνει 30 αὐγά. Πόσες αὐγοθῆκες θὰ χρειαστῆ ;

5. Σὲ μιὰ ἀποθήκη εἶναι 2.000 κιλὰ σιτάρι. Πόσα σακκιὰ χρειάζονται, γιὰ νὰ τὸ μεταφέρουν, ἂν τὸ κάθε σακκὶ χωράη 64 κιλά ; Πόσα κιλὰ εἶναι τὸ ἕνα δέκατο τοῦ σιταριοῦ ;

6. Πόσα μέτρα εἶναι τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ χιλιομέτρου ; τὰ $\frac{2}{4}$; τὸ $\frac{1}{5}$;

7. Ἕνας ἀθλητὴς προπονεῖται στὸ δρόμο τῶν 800 μέτρων. Ἔτρεξε 200 μέτρα. Τί μέρος τοῦ δρόμου ἔχει κάμει ; Καὶ τί μέρος μένει ἀκόμη ; (Τὸ σχῆμα θὰ σᾶς βοηθήση στὴ λύσι).

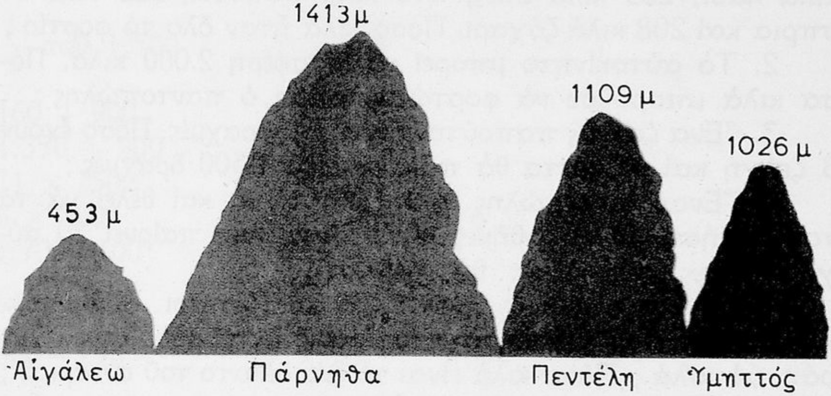


8. Ὅταν φτάση στὰ 400 μέτρα, τί μέρος τοῦ δρόμου θὰ ἔχη κάμει ; Ἂν διατρέξη τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ δρόμου, πόσα μέτρα θὰ ἔχη τρέξει ;

9. Πόσα χρόνια ἔχουν περάσει ἀπὸ τὴν ἑλληνικὴ ἐπανάστασι τοῦ 1821 μέχρι σήμερα ; (Τὸ σχῆμα θὰ σᾶς βοηθήση).

10. Τὸ σχῆμα δείχνει πόσα μέτρα εἶναι τὸ ὕψος τῶν βουνῶν ποὺ εἶναι γύρω ἀπὸ τὴν Ἀθήνα. Νὰ βρῆτε τί διαφορὰ ἔχει τὸ ὕψος τοῦ ἑνὸς βουνοῦ ἀπὸ τὸ ἄλλο.

Προσέξτε· πρέπει νὰ κάμετε 6 πράξεις.



11. Τὰ 10 κιλὰ λάδι ἔχουν 340 δραχμές. Πόσο ἔχουν τὰ 45 κιλά ;

12. Τὰ 3 μέτρα ὕφασμα ἔχουν 210 δραχμές. Πόσο ἔχουν τὰ 25 ;

13. Ἕνα αὐτοκίνητο μεταφέρει 56 σακκιὰ βαμβάκι. Κάθε σακκὶ ζυγίζει 32 κιλά. Πόσα κιλὰ εἶναι τὸ βαμβάκι ;

14. Σὲ μιὰ οἰκοδομὴ θέλουν ν' ἀνεβάσουν 2.000 τοῦβλα μὲ τὸ ζεμπίλι. Κάθε φορὰ ἀνεβάζουν 40 τοῦβλα κατὰ μέσον ὅρο. Πόσες φορὲς θ' ἀνεβῆ τὸ ζεμπίλι γεμάτο ;

15. Ἕνας ἀγρότης ἔχει 120 ἐλαιόδενδρα. Κάθε ἐλαιόδενδρο ἔχει κατὰ μέσον ὅρο 15 κιλὰ ἐλιές. Ἀφοῦ τὶς μάζεψε ὅλες, κράτησε 100 κιλὰ γιὰ φαγητό. Τὶς ὑπόλοιπες τὶς πῆγε στὸ ἐλαιοτριβεῖο, γιὰ νὰ βγάλη λάδι. Ἀπὸ 4 κιλὰ ἐ-

λιὲς βγάζει κατὰ μέσον ὅρο 1 κιλὸ λάδι. Πόσο λάδι ἔβγαλε ;

16. Σ' ἕνα κατάστημα ἑτοίμων ἐνδυμάτων διαβάζομε : Σακκάκια 850 δραχμὲς τὸ ἕνα, ἐπανωφόρια 1.650 δραχμές, ἀδιάβροχα 1.200 δραχμές, ὑποκάμισα 275 δραχμές. Μὲ 2 χιλιάρικα τί μποροῦμε ν' ἀγοράσωμε καὶ τί ρέστα θὰ πάρωμε ;

17. Ἕνα τραπέζι στοιχίζει 1.500 δραχμές. Ἕνα ἄλλο τραπέζι στοιχίζει 1.375 δραχ. Ποιά διαφορὰ τιμῆς ἔχουν ;

18. Πόσα γραμμάρια διαφορὰ ἔχουν τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ κιλοῦ ἀπὸ τὸ ἑνάμισυ κιλό ;

19. Θέλομε ν' ἀγοράσωμε εἴδη ἀξίας 930 δραχμῶν. Ἔχομε 675 δραχμές. Πόσες μᾶς λείπουν ;

20. Μιὰ φιάλη χωράει 750 γραμμάρια νερὸ καὶ περιέχει 245 γραμμάρια. Πόσα γραμμάρια πρέπει νὰ βάλωμε ἀκόμη, γιὰ νὰ γεμίση ;

21. Ἕνα πορτοκάλι ζυγίζει 200 γραμμάρια. Πόσα ὅμοια πορτοκάλια θὰ μᾶς κάνουν 2 κιλά ;

22. Ἕνας ἐλαιοπαραγωγὸς εἶχε 1.925 κιλὰ λάδι. Ἀπὸ αὐτὸ γέμισε δύο βαρέλια. Στὸ πρῶτο ἔβαλε 120 κιλὰ καὶ στὸ δεύτερο τριπλάσια κιλὰ ἀπὸ τὸ πρῶτο. Τὸ ὑπόλοιπο τὸ ἔβαλε σὲ δοχεῖα τῶν 17 κιλῶν. Πόσα δοχεῖα χρειάστηκε ;

23. Ὁ Τάκης εἶχε στὴ συλλογή του γραμματόσημα. Μάζεψε καὶ ἄλλα καὶ τὰ τετραπλασίασε. Τοῦ ἔδωσε καὶ ὁ ἀδερφός του μερικὰ καὶ τριπλασίασε ὅσα εἶχε ὣς τὴ στιγμὴ ἐκείνη. Τώρα ἔχει 720 γραμματόσημα. Πόσα εἶχε στὴν ἀρχή;

24. Ἔχω στὸν νοῦ μου ἕναν ἀριθμό. Τὸν διαιρῶ διὰ 11 καὶ τὸ πηλίκο τὸ διαιρῶ διὰ 9 καὶ βρίσκω 18. Ποιός εἶναι ὁ ἀριθμός ;

25. Σ' ἕνα σχολεῖο φοιτοῦν 136 μαθηταὶ καὶ 150 μαθήτριες. Χτὲς ἀπουσίασε τὸ $\frac{1}{8}$ τῶν μαθητῶν καὶ τὸ $\frac{1}{10}$ τῶν μαθητριῶν.
Πόσοι μαθηταὶ καὶ μαθήτριες συνολικῶς ἦταν χτὲς παρόντες στὸ σχολεῖο ;

26. Ἕνα ραδιόφωνο κοστίζει 1.560 δραχμὲς καὶ πουλιέται 1.840 δραχμές. Πόσο κέρδος ἀφήνει ;

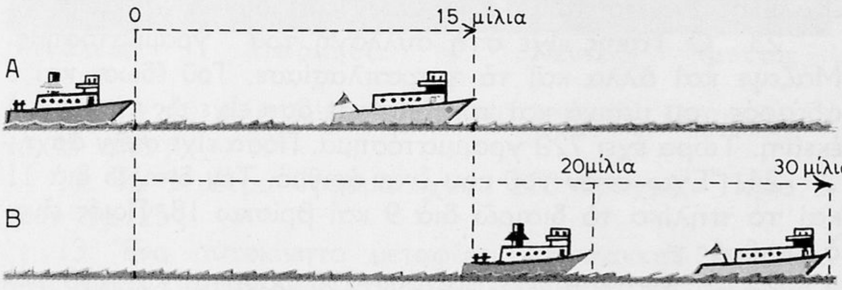
27. Ὁ κυρ-Γιάννης ὁ μανάβης ἀγόρασε ροδάκινα ἀξίας 1.000 δραχμῶν καὶ τὰ πούλησε γιὰ 835 δραχμές. Πόση ἦταν ἡ ζημία του ;

28. Ἡ τιμὴ ἀγορᾶς ἑνὸς ὑφάσματος εἶναι 275 δραχμὲς τὸ μέτρο. Ἡ τιμὴ πωλήσεώς του εἶναι 328 δραχμὲς τὸ μέτρο. Πόσα θὰ κερδίση ὁ ἔμπορος, ἂν πουλήση 36 μ. ἀπὸ τὸ ὕφασμα αὐτό ;

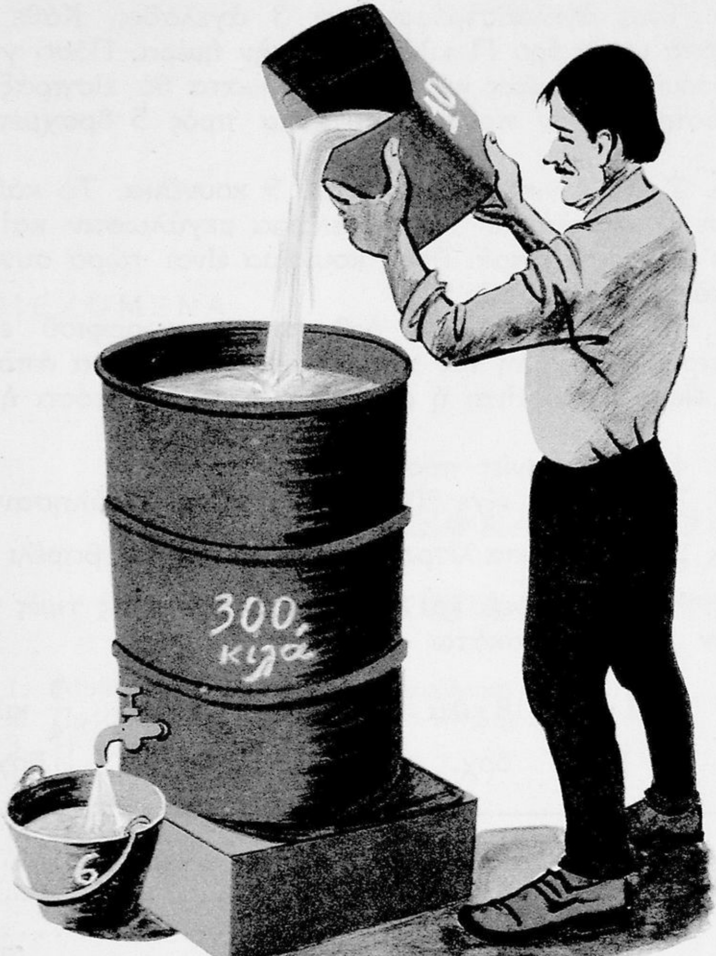
29. Ἕνας ἔμπορος ἀγόρασε 180 ποτήρια πρὸς 54 δραχμὲς τὰ 6 καὶ τὰ πούλησε πρὸς 11 δραχμὲς τὸ ἕνα. Πόσα χρήματα πλήρωσε, πόσα εἰσέπραξε καὶ πόσα κέρδισε ;

30. Ἕνας μικροπωλητὴς ἀγοράζει τὶς μπάλες πρὸς 300 δραχμὲς τὴ δωδεκάδα καὶ τὶς πουλάει πρὸς 30 δραχμὲς τὴ μία. Ἀπὸ τὴν πώλησι κέρδισε 75 δραχμές. Πόσες μπάλες πούλησε ;

31. Τὸ πλοῖο «Νεράϊδα» ἀναχώρησε ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ γιὰ τὴ Σάμο μὲ σταθερὴ ταχύτητα 15 μίλια τὴν ὥρα. Μετὰ μία ὥρα ἀναχώρησε τὸ πλοῖο «Δελφίνι» ἀκολουθώντας τὴν ἴδια ἀκριβῶς πορεία μὲ ταχύτητα 20 μίλια τὴν ὥρα. Σὲ πόσες ὧρες τὸ δεύτερο πλοῖο θὰ φτάση τὸ πρῶτο ;



32 Ἕνας ἐργάτης μεταφέρει νερὸ μὲ δοχεῖο τῶν 10 κιλῶν, γιὰ νὰ γεμίση ἕνα βαρέλι ποὺ χωράει 300 κιλά. Κάθε φορὰ ποὺ ἀδειάζει τὸ δοχεῖο στὸ βαρέλι, παίρνομε ἀπὸ τὸ βαρέλι 6 κιλὰ νερό. Πόσα δοχεῖα πρέπει νὰ μεταφέρη, γιὰ νὰ γεμίση τὸ βαρέλι ; Ἂν δὲν παίρναμε νερό, μὲ πόσα δοχεῖα θὰ γέμιζε τὸ βαρέλι ;



33. Φόρτωσαν ἕναν ποντικὸ 40 νεροκολόκυθα. Κάθε νεροκολόκυθο εἶχε 40 βατράχια. Πόσα βατράχια σήκωνε ὁ ποντικός ;

34. 18 βερβερίτσες μάζευαν καρύδια ἀπὸ τὶς καρυδιὲς τοῦ χωριοῦ. Κάθε μία μάζευε 20 καρύδια τὴν ἡμέρα. Σὲ 5 μέρες πόσα καρύδια μάζεψαν ὅλες μαζί ;

35. Ἕνας ἀγελαδοτρόφος ἔχει 3 ἀγελάδες. Κάθε μία δίνει κατὰ μέσον ὅρο 11 κιλὰ γάλα τὴν ἡμέρα. Πόσο γάλα θὰ δώσουν σὲ 9 μέρες καὶ πόσα χρήματα θὰ εἰσπράξη ὁ ἀγελαδοτρόφος, ἂν πουλάη τὸ γάλα πρὸς 5 δραχμὲς τὸ κιλό ;

36. Σ' ἕνα κονικλοτροφεῖο ἦταν 9 κουνέλια. Τὸ καθένα γέννησε 5 κουνελάκια. Τὰ κουνελάκια μεγάλωσαν καὶ τὸ καθένα γέννησε 4 μικρά. Πόσα κουνέλια εἶναι τώρα συνολικὰ στὸ κονικλοτροφεῖο ;

37. Ἡ περίμετρος ἑνὸς ὀρθογώνιου χωραφιοῦ εἶναι 600 μέτρα. Ἡ μεγάλη του πλευρὰ εἶναι τριπλάσια ἀπὸ τὴ μικρή. Πόσα μέτρα εἶναι ἡ μεγάλη πλευρὰ καὶ πόσα ἡ μικρή ;

38. 4 ὀρθὲς γωνίες πόσες μοῖρες κάνουν ;

39. Ἕνα βαρέλι εἶχε 200 λίτρα βενζίνη. Πούλησαν τὸ $\frac{1}{5}$ τῆς βενζίνης. Πόσα λίτρα περιέχει τώρα τὸ βαρέλι ;

40. Ν' ἀντιγράψετε καὶ νὰ συμπληρώσετε τὶς τιμὲς ποὺ λείπουν στὸν παρακάτω πίνακα.

	1 κιλὸ δρχ.	18 κιλὰ δρχ.	$\frac{1}{2}$ κιλὸ δρχ.	$\frac{1}{4}$ κιλοῦ δρχ.	$\frac{3}{4}$ κιλ. δρχ.
Τυρὶ	36	......	....	....	....
Βούτυρο	.....	......	..30...	....	....
καφὲς	.....	1800..	....	....	....
ρύζι	.....	......	....	....	...9...
φασόλια	.....	......	....	...4....	....

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ

ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΑΠΟ ΤΟ 0 ΩΣ ΤΟ 100

1. Αἰσθητοποίησι, ὁρισμοί, ἀρίθμησι 5
2. Πρόσθεσι καὶ ἀφαίρεσι ἀπὸ μνήμης 21
3. Ἡ γραπτὴ πρόσθεσι 31
4. Ἡ γραπτὴ ἀφαίρεσι 39
5. Πολλαπλασιασμὸς 47
6. Διαίρεσι 58
7. Προβλήματα καὶ τῶν τεσσάρων πράξεων 68

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΑΠΟ ΤΟ 100 ΩΣ ΤΟ 1.000

Α΄. ΓΕΝΙΚΑ 70
Β΄. ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΑΠΟ ΤΟ 100 ΩΣ ΤΟ 200
1. Αἰσθητοποίησι, ἀρίθμησι, ἀνάλυσι 76
2. Πρόσθεσι 83

3. Ἀφαίρεσι 90
4. Πολλαπλασιασμὸς 98
5. Διαίρεσι 108
6. Γεωμετρικὰ Σχήματα 118
7. Ἐπανάληψι 128

Γ. ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΑΠΟ ΤΟ 200 ΩΣ ΤΟ 1.000

1. Αἰσθητοποίησι καὶ γραφὴ 134
2. Πρόσθεσι καὶ ἀφαίρεσι ἀπὸ μνήμης 138
3. Μονάδες μετρήσεως 142
4. Στρογγυλοποίησι τῶν ἀριθμῶν 147
5. Πρόσθεσι 151
6. Ἀφαίρεσι 152
7. Πολλαπλασιασμὸς 154
8. Διαίρεσι 161
9. Σύγκρισι ἐπιφανειῶν 164
10. Κλάσματα 165
11. Διάφορα προβλήματα 168

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΑΠΟ ΤΟ 1.000 ΩΣ ΤΟ 2.000

1. Αἰσθητοποίησι, ἀρίθμησι 171
2. Οἱ πράξεις στοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 1.000 ὣς τὸ 2.000 174

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΣΥΝΤΑΞΕΩΣ ΤΗΣ ΠΡΟΚΗΡΥΞΕΩΣ

1) Κούλας Λεωνίδας 2) Μάνος Κωνσταντῖνος 3) Χριστιᾶς Ἰωάννης

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΚΡΙΣΕΩΣ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

1) Κωτσάκης Δημήτριος 2) Μερμήγκης Ἰωάννης 3) Ραπτάκης Ἐμμανουὴλ 4) Καλτσούλας Γεώργιος 5) Ριμπᾶς Εὐστάθιος

ΦΙΛΟΛΟΓΟΣ ΔΙΑ ΤΗΝ ΓΛΩΣΣΙΚΗΝ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗΝ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

Ἀνδρεάδης Χρῆστος

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΤΩΝ ΚΑΛΛΙΤΕΧΝΩΝ (ΖΩΓΡΑΦΩΝ)
ΚΑΙ ΠΑΡΑΛΑΒΗΣ ΤΗΣ ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΕΩΣ

1) Νικολάου Νικόλαος 2) Μόραλλης Ἰωάννης 3) Γραμματόπουλος Κωνσταντῖνος 4) Βελισσαρίδης Γεώργιος 5) Ζέππος Ἐμμανουὴλ

ΚΑΛΛΙΤΕΧΝΗΣ (ΖΩΓΡΑΦΟΣ) ΔΙΑ ΤΗΝ ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΙΝ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

Ἀρχοντίδου - Ἀγγελῆ Νίκη

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΤΟΥ ΓΡΑΦΕΙΟΥ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ

Μάνος Κωνσταντῖνος

Τὰ ἀντίτυπα τοῦ βιβλίου φέρουσι τὸ κάτωθι βιβλιόσημον εἰς ἀπόδειξιν τῆς γνησιότητος αὐτῶν.

᾿Αντίτυπον στερούμενον τοῦ βιβλιοσήμου τούτου θεωρεῖται κλεψίτυπον. Ὁ διαθέτων, πωλῶν ἢ χρησιμοποιῶν αὐτὸ διώκεται κατὰ τὰς διατάξεις τοῦ ἄρθρου 7 τοῦ νόμου 1129 τῆς 15/21 Μαρτίου 1946 (᾿Εφ. Κυβ. 1946, Α΄ 108).

ΕΚΔΟΣΙΣ Β΄ 1973 (VII) – ΑΝΤΙΤΥΠΑ 210.000 – ΣΥΜΒΑΣΙΣ: 2303/6 – 2 – 73

᾿Εκτύπωσις: Τεχνογραφικὴ Α.Ε. Βιβλιοδεσία: ᾿Αφοὶ Χατζηχρυσοῦ Ο.Ε.