

ΒΑΣΙΛΙΚΗΣ ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΥ - ΚΑΜΠΑΛΟΥΡΗ

Διευθύντριας του Προτύπου Δημοτικού Σχολείου
της Παιδαγωγικής 'Ακαδημίας 'Αρσακείου Ψυχικού

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ

ΔΙΑ ΤΗΝ ΣΤ' ΤΑΞΙΝ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

~~ΕΚΔΟΣΗ~~

ΑΘΗΝΑΙ 1964

42224
21-6-2007

ΒΑΣΙΛΙΚΗΣ ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΥ · ΚΑΜΠΑΛΟΥΡΗ

Διευθύντριας του Προτύπου Δημοτικού Σχολείου
της Παιδαγωγικής 'Ακαδημίας 'Αρσακείου Ψυχικού

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ

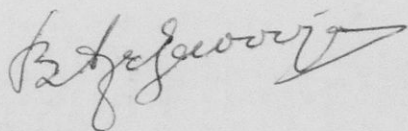
ΔΙΑ ΤΗΝ ΣΤ' ΤΑΞΙΝ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Σωλήριος Κουιάλις
σχολ. έτος 1964-1965

~~ΚΟΙΝΟ~~

ΑΘΗΝΑΙ 1964

Πᾶν γνήσιον ἀντίτυπον φέρει τὴν ὑπογραφήν τῆς
Συγγραφέως.

A handwritten signature in cursive script, appearing to read 'Β. Βασιλακοῦ' (V. Vassilakou), with a long, sweeping horizontal stroke at the end.

Ἀπαγορεύεται ἢ καθ' οἴονδῆποτε τρόπον ἀνατύπω-
σις τῆς ὕλης τοῦ παρόντος βιβλίου ἐν μέρει ἢ
ἐν ὅλῳ ἄνευ ἐγκρίσεως τῆς Συγγραφέως.

ΑΝΤΙ ΠΡΟΛΟΓΟΥ

Ἡ παροῦσα ἐργασία, προῖόν ἐφαρμοσθείσης πείρας, περιλαμβάνει κατά τήν σειράν τῆς διδασκομένης ἐν τῇ ΣΤ' τάξει τοῦ Δημοτικοῦ Σχολείου ὕλης τῆς Ἀριθμητικῆς ποικίλλαν ἀσκήσεων καί προβλημάτων καταλλήλων, τόσον διὰ τὰς ἐκείνησιν ἐνότησιν, ὅσον καί διὰ τὰς ἀπαραιτήτους πρὸς ἐμπέδωσιν τούτων ἐπαναλήψεις.

Ἡ πείρα διδάσκει ὅτι διὰ τὸ τόσῃ σπουδαιότητος μάθημα τῆς Ἀριθμητικῆς ἀπαιτεῖται καθημερινή ἀσκήσις, τῶν μαθητῶν τοῦ Δημοτικοῦ Σχολείου, δι' ὃ καί τὸ βιβλίον τοῦτο διηρέθη συστηματικῶς εἰς 170 ἐν ὄλῳ μαθήματα, ὅσα ὑπολογίζονται περίπου αἱ ἐργασίμοι ἡμέραι ἐκείνου σχολικοῦ ἔτους.

Θεωρία καί πολλοί κανόνες δέν περιελήφθησαν εἰς αὐτό, διότι κατά τὸ "Σχολεῖον Ἐργασίας" πρέπει ἡ τάξις παρορμημένη ἀπὸ τὸν διδάσκαλον νά παραθέτη δι' ἐκείνην ἐνότητα ἰδικὰ τῆς προβλήματα ἐκ τοῦ πραγματικοῦ, εἰ δυνατόν, βίου καί ὄλως αὐτενεργῶς νά εὐρίσκη τήν λύσιν των μετὰ δέ τήν λύσιν καί ἄλλων ὁμοίων προβλημάτων νά ἐξάγη τὸν κανόνα καί νά εὐρίσκη καί ἄλλους δυνατοὺς τρόπους λύσεως τοῦ προβλήματος.

Αἱ παρατιθέμεναι ἐνταῦθα ἀσκήσεις καί προβλήματα, δύνανται νά τίθενται εἰς τοὺς μαθητάς, εἴτε ὡς σιωπηρά ἐργασία ἐν τῷ σχολείῳ εἴτε ὡς ἐργασία κατ' οἶκον πρὸς ἐμπέδωσιν τῆς διδαχθείσης ὕλης, νά μὴ παραλείπεται δέ νά προτρέπωνται οἱ μαθηταὶ νά δημιουργοῦν καί λύουν καὶ αὐτοί, ὅμοια πρὸς τὰ ἀναγραφόμενα, ἰδικὰ των προβλήματα καί ἀσκήσεις.

Εἰς ὅσα σχολεῖα δέν εἶναι ἐκ των πραγμάτων δυνατὴ ἡ καθημερινὴ διδασκαλία τῆς Ἀριθμητικῆς, ὁ διδάσκων δύναται νά συμπτύσῃ καταλλήλως ἀνά δύο τὰ μαθήματα τῆς παρούσης ἐργασίας ἢ νά ἐπιλέγῃ τὰ κυριωτέρας ἀσκήσεις.

Ἐλπίζεται ὅτι ἡ παροῦσα ἐργασία, διὰ τῆς μεθοδικῆς κατατάξεως τῶν ἀσκήσεων καί τῶν προβλημάτων κατά τήν σειράν τῆς ὕλης καί τῶν ἐνοτήτων καί διὰ τῆς παραθέσεως ἐπαρκοῦς ἀριθμοῦ ἐξ αὐτῶν, θά ἀποτελέσῃ χρήσιμον βοήθημα διὰ τοὺς διδάσκοντας, τόσον ἐν Ἀρσακείῳ συναδέλφους, ὅσον καί ἄλλαχοῦ.

Ἐπίσης πιστεύεται ὅτι αἱ παρατιθέμεναι ἐνταῦθα ἀ-

σκήσεις καί προβλήματα ἀποτελοῦν χρησιμότατον βοήθημα
διὰ τήν προπαρασκευήν τῶν ὑποψηφίων διὰ τὰς εἰσαγωγι-
κὰς ἐξετάσεις τῶν γυμνασίων, διότι περιλαμβάνει ὅλο-
κληρον τήν ζητουμένην κατά τὰς ἐξετάσεις ταύτας ὕλην.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α'

Μάθημα 1ον

ΑΚΕΡΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΠΡΟΣΘΕΣΙΣ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΙΣ

1) Ένας ήγώρασεν ένα έξοχικόν οικόπεδον άντί δρχ. 27.375. Έξώδευσε διά νά κτίση μίαν μικράν οίκίαν δρχ. 128.478. Έπλήρωσε εις τήν Έφορείαν 4,780 δρχ. Ο κύριος αύτός είχε μόνον τό ποσόν τών 132.000 δρχ. Πόσας δρχ. χρεωστεϊ ακόμη;

2) Ο πατέρας μου, όταν ήλθεν νά μέ έγγράφη εις τό σχολείον είχε μαζί του 3000 δρχ. Έπλήρωσε δι'έμέ 1.214 δρχ. διά τήν αδελφήν μου, ή όποία πηγαίνει εις τό Γυμνάσιον 392 δρχ. περισσοτέρας. Πόσας δρχ. έπλήρωσε καί διά τάς δύο καί πόσα τοϋ έμειναν από 3.000 δρχ. τάς όποίας είχε μαζί του;

3) Νά γίνουσι αι προσθέσεις καί αι αφαιρέσεις όριζοντίως καί καθέτως:

α) $9+24+17+35$

δ) $82-35$

β) $85+172+396+87$

ε) $8914-5978$

γ) $6+10+7+15+9$

στ) $1000-497$

Μάθημα 2ον

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

$1X2 =$	$1X3 =$	$1X4 =$	$1X5 =$	$1X6 =$
$2X2 =$	$2X3 =$	$2X4 =$	$2X5 =$	$2X6 =$
$3X2 =$	$3X3 =$	$3X4 =$	$3X5 =$	$3X6 =$
$4X2 =$	$4X3 =$	$4X4 =$	$4X5 =$	$4X6 =$
$5X2 =$	$5X3 =$	$5X4 =$	$5X5 =$	$5X6 =$
$6X2 =$	$6X3 =$	$6X4 =$	$6X5 =$	$6X6 =$
$7X2 =$	$7X3 =$	$7X4 =$	$7X5 =$	$7X6 =$
$8X2 =$	$8X3 =$	$8X4 =$	$8X5 =$	$8X6 =$
$9X2 =$	$9X3 =$	$9X4 =$	$9X5 =$	$9X6 =$
$10X2 =$	$10X3 =$	$10X4 =$	$10X5 =$	$10X6 =$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	67	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

1) Ένας γεωργός είχε 4.725 κιλά σιτάρι. Έπώλησε τὰ 1.892 κιλά πρὸς 3 δρχ. τὸ κιλό καὶ τὰ ὑπόλοιπα πρὸς 4 δρχ. τὸ κιλό. Πόσας δρχ. εἰσέπραξε;

2) Μία πολυκατοικία ἔχει 8 ὀρόφους. Κάθε ὀροφος ἔχει 42 παράθυρα. Κάθε παράθυρο 4 τζάμια. Πόσα τζάμια ἔχει ὁλόκληρος ἡ πολυκατοικία;

3) Ένας ἔμπορος εἰσήγαγεν ἐν τοῦ ἔξωτερικοῦ 15 δωδεκάδες πιάτα. Κάθε πιάτο τὸ ἡγόρασεν 19 δρχ. Έπλήρωσε τελωνεῖον δι' ὅλα 1.824 δρχ. Ὅταν τὰ μετεπώλησεν, εἰσέπραξεν 6.825 δρχ. Πόσας δρχ. ἐκέρδισεν;

4) Νά γίνουν καθέτως καὶ ὀριζοντίως αἱ πράξεις:

α) $17+25+178+3$

δ) $5X3X8X6$

β) $90-65$

ε) $7X2X4$

γ) $7524-4928$

Μ ᾱ θ η μ α ζ ο ν

$1X7 =$

$1X8 =$

$1X9 =$

$1X10 =$

$2X7 =$

$2X8 =$

$2X9 =$

$2X10 =$

$3X7 =$

$3X8 =$

$3X9 =$

$3X10 =$

$4X7 =$

$4X8 =$

$4X9 =$

$4X10 =$

$5X7 =$

$5X8 =$

$5X9 =$

$5X10 =$

$6X7 =$

$6X8 =$

$6X9 =$

$6X10 =$

$7X7 =$

$7X8 =$

$7X9 =$

$7X10 =$

$8X7 =$

$8X8 =$

$8X9 =$

$8X10 =$

$9X7 =$

$9X8 =$

$9X9 =$

$9X10 =$

$10X7 =$

$10X8 =$

$10X9 =$

$10X10 =$

1) Ένα ατμόπλοιο μετέφερε από Πειραιά εις 'Ηράκλειον Κρήτης 47 επιβάτας με εισιτήριο εν δρχ. 207 Α' θέσεως, 74 επιβάτας με εισιτήριο εν δρχ. 164 Β' θέσεως και 112 επιβάτας με εισιτήριο εν δρχ. 128 Γ' θέσεως. Πόσας δρχ. εισέπραξεν ο πλοιοκτήτης;

2) 'Υπόρασα 2 μέτρα ύφασμα πρὸς 120 δρχ. τό μέτρο ἔδωσα διά κουμπιά καί κλωστές 17 δρχ. Ἐπλήρωσα ραφτικά 180 δρχ. καί ἔκαμα ἕνα φόρεμα. Ἐάν ἡγόραζον ἕτοιμον τό φόρεμα, θά ἔδίδα 500 δρχ. Ἐνέριδισα ἡ ἐζημιώθην καί πόσον.

3) Νά γίνουν οἱ πολλαπλασιασμοί:

α) $675 \times 10 =$ β) $5300 \times 2700 =$ γ) $8064 \times 107 =$
 δ) $675 \times 100 =$ ε) $8000 \times 1200 =$ στ) $9783 \times 1004 =$
 η) $675 \times 1000 =$ θ) $9500 \times 3000 =$ ι) $5 \times 7 \times 8 \times 3 =$

12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
18	36	54	72	90	108	136	154	172	180
24	48	72	96	120	144	168	192	216	240
25	50	75	100	125	150	175	200	225	250

$1 \times 12 =$ $1 \times 15 =$ $1 \times 18 =$ $1 \times 24 =$ $1 \times 25 =$
 $2 \times 12 =$ $2 \times 15 =$ $2 \times 18 =$ $2 \times 24 =$ $2 \times 25 =$
 $3 \times 12 =$ $3 \times 15 =$ $3 \times 18 =$ $3 \times 24 =$ $3 \times 25 =$
 $4 \times 12 =$ $4 \times 15 =$ $4 \times 18 =$ $4 \times 24 =$ $4 \times 25 =$
 $5 \times 12 =$ $5 \times 15 =$ $5 \times 18 =$ $5 \times 24 =$ $5 \times 25 =$
 $6 \times 12 =$ $6 \times 15 =$ $6 \times 18 =$ $6 \times 24 =$ $6 \times 25 =$
 $7 \times 12 =$ $7 \times 15 =$ $7 \times 18 =$ $7 \times 24 =$ $7 \times 25 =$
 $8 \times 12 =$ $8 \times 15 =$ $8 \times 18 =$ $8 \times 24 =$ $8 \times 25 =$
 $9 \times 12 =$ $9 \times 15 =$ $9 \times 18 =$ $9 \times 24 =$ $9 \times 25 =$
 $10 \times 12 =$ $10 \times 15 =$ $10 \times 18 =$ $10 \times 24 =$ $10 \times 25 =$

Μάθημα 4ον

1) Νά γίνουν οἱ πολλαπλασιασμοί:

α) 9000×5000 β) 875×107 γ) 64×100
 δ) 2300×250 ε) 972×10 στ) 732×1000

2) Ένας ὑποδηματοποιός ἐπώλησε 34 ζεύγη ὑποδημάτων ἀνδρικών ἀντί 175 δρχ. τό ζεῦγος καί 68 ζ. γυναικεία ἀντί 154 δρχ. τό ζεῦγος. Ἀντί γιά χρήματα ἐπῆρε

478 κιλά λάδι πρὸς 23 δρχ. τὸ κιλό καὶ τὰ ὑπόλοιπα σὲ χρήματα. Πόσα χρήματα ἐπῆρε;

3) Ἐνας χωρικός ἔχει 4 ἀγελάδες. Κάθε ἀγελάδα τοῦ προσφέρει 6 κιλά γάλα ἡμερησίως, τὸ ὅποιον πωλεῖ πρὸς 5 δρχ. τὸ κιλό. Ἐξοδεύει ὅμως τὴν ἡμέραν 14 κιλά βαμβακόπητα, τὴν ὁποίαν ἀγοράζει πρὸς 3 δρχ. τὸ κιλό. Πόσας δρ. κερδίζει;

Μ α θ η μ α 5ον

ΔΙΑΪΡΕΣΙΣ

1) Ἐνας κύριος ἠγόρασεν ἠλεκτρικὸν φυγεῖον ἀντὶ 16.800 δρχ. Ἐδωσεν ὡς προκαταβολὴν 4.000 δρχ. καὶ τὰ ὑπόλοιπα συνεφώνησε νὰ πληρώσῃ εἰς 8 μηνιαίας δόσεις. Πόσας δρχ. πληρώνει τὸν μῆνα;

2) Ἐνας ἔμπορος ἠγόρασεν 245 μ. ὕφασμα πρὸς 38 δρχ. τὸ μέτρο. Ἐπλήρωσε διὰ Τελωνεῖον 490 δρχ. Πόσας δρχ. πρέπει νὰ πωλήσῃ τὸ μέτρο, διὰ νὰ εἰσπράξῃ δρχ. 11.270 καὶ ἐὰν εἰσπράξῃ τὸ ποσὸν τοῦτο, πρὸς πόσας δρχ. ἐπώλησε τὸ μέτρο;

3) Μία ἐργάτρια ἐργάζεται 25 ἡμέρας τὸν μῆνα καὶ πληρώνεται 54 δρχ. τὴν ἡμέραν. Ἐξοδεύει διὰ τὴν συντήρησίν της 800 δρχ., στέλλει καὶ εἰς τοὺς γονεῖς της 150 δρχ. καὶ τὰ ὑπόλοιπα καταθέτει εἰς τὴν Τράπεζαν. Μετὰ πόσους μῆνας ἡ ἐργάτρια αὐτή θά ἔχῃ κατατεθειμένον εἰς τὴν Τράπεζαν τὸ ποσὸν τῶν 3.600 δρχ.;

4) Νά γίνουιν αἱ διαιρέσεις:

α) 8420:10 β) 75000:1000 γ) 9000:100
δ) 7396 |49 ε) 8429 |24 στ) 65928 |38

5) Ἐνας ἐλαιοπαραγωγὸς εἶχε 4725 κιλά λάδι. Ἐπώλησε τὰ 2394 κιλά πρὸς 22 δρχ. τὸ κιλό καὶ τὰ ὑπόλοιπα πρὸς 21 δρχ. τὸ κιλό. Ἀπὸ τὰ χρήματα πού ἐπῆρε ἔδωσε 51.009 δρχ. πρὸς ἔχρεωστοῦσε καὶ μετὰ τὰ ὑπόλοιπα ἠγόρασεν ἕνα οἰκόπεδον 482 τ.μ. Πόσας δρχ. εἰσέπραξεν ἀπὸ τὸ λάδι καὶ πόσας δρχ. ἠγόρασε τὸ τ.μ. τὸ οἰκόπεδον;

6) Ἐνας ἔμπορος ἠγόρασε 475 κιλά σαποῦνι πρὸς 9

δρχ. τό κιλό. 'Επειδή ἄργησε νά τό πωλήση εἶχε φύραν 23 κιλά. 'Από τήν πώλησίν του εἰσέπραξε 5424 δρχ. Πόσας δρ. ἐπώλησε τό κιλό καί πόσας δρχ. ἐκέρδισεν ἀπό ὄλο τό σαπούνι;

7) Νά γίνουν αἱ προσθέσεις καί αἱ ἀφαιρέσεις κατέτως καί ὀριζοντίως:

$$\alpha) 87+96+9+184$$

$$\beta) 75+8+49+156+18$$

$$\gamma) 79-34$$

$$\delta) 456-268$$

8) Νά γίνουν οἱ πολλαπλασιασμοί καί αἱ διαιρέσεις μέ τάς δοκιμάς των:

$$\alpha) 756 \times 184$$

$$\beta) 8500 \times 6300$$

$$\gamma) 9524 \times 3007$$

$$\delta) 39745 \overline{) 256}$$

$$\epsilon) 7596 \overline{) 28}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β'

Μάθημα βον

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Προβλήματα μέ δεκαδικούς

1) 'Υγόρασα τρόφιμα καί ἔδωσα 297,5 δρχ. κρέας καί ἔδωσα 142,40 δρχ., ἐπλήρωσα καί τόν ἄρτοποιόν διά τό ψωμί τῆς ἐβδομάδος 37,80 δρχ. Πόσας δρχ. ἔδωσα δι' ὄλα καί πόσαι μοῦ ἔμειναν ἀπό ἓνα πεντακοσάξραχμον;

2) 'Η μητέρα μου ἠγόρασεν ἓνα ὕφασμα 5,90μ. 'Εξώδευσε διά νά κάμη ἓνα ἰδικόν μου φόρεμα 2,32μ., ἓνα τῆς ἀδελφῆς μου 1,35 μ. καί μίαν ποδιάν τῆς μικρῆς μου ἀδελφῆς 0,85μ. Πόσα μ. ὕφασμα ἐξώδευσεν ὄλον μαζί καί πόσα τῆς ἔμειναν;

3) Νά γίνουν αἱ πράξεις:

$$\alpha) 875,2+314,54+98+305,6 \quad \sigma\tau) 1-0,75$$

$$\beta) 854,25+398+278,3+925,125 \quad \zeta) 8-4,5$$

γ) 1000-756,28	η) 1-0,08
δ) 854,5-392,25	θ) 1-0,004
ε) 900-378,49	

Μ ά θ η μ α 7ον

1) 'Ηγόρασα 16 καραμέλλες πρὸς 0,3 δρχ. τήν μίαν καί 14 κουλουράκια πρὸς 0,5 δρχ. τό ἕνα. Πόσας δρχ. ἔδωσα καί πόσας ἐπῆρα ρέστα ἀπό ἕνα εἰκοσάδραχμον;

2) Μία χωρική ἐπώλησε 46 ζεύγη αὐγῶν πρὸς 1,20 δρ. τό ἕνα αὐγό. Ἀντί γιὰ χρήματα ἠγόρασεν 6 κιλά ρύζι πρὸς 7,80 δρχ. τό κιλό, 5 κιλά ζάχαρι πρὸς 9,60 δρχ. τό κιλό καί τὰ ὑπόλοιπα ἐπῆρεν εἰς δραχμάς. Πόσας δρχ. ἐπῆρε;

3) Ἐνας περιπτεριουῦχος ἐπώλησεν 76 χαρτοφάνελλα πρὸς 0,2 δρχ. τό ἕνα, 15 κουτιά σπέρτα πρὸς 1,20 δρχ. τό ἕνα. Πόσας δρχ. εἰσέπραξεν;

4) Νά γίνουν οἱ πολλαπλασιασμοί:

α) 7,5X2,3	δ) 8,42X0,07	ζ) 925,4X100
β) 18X4,5	ε) 0,6X0,02	η) 35,25X1000
γ) 9,75X6	στ) 475,68X10	θ) 0,07X100

Μ ά θ η μ α 8ον

1) 'Ηγόρασα 2,80 μ. ὕφασμα πρὸς 425 δρχ. τό μ., 3,40 μ. φόδρα πρὸς 48,5 δρχ. τό μ., καί 3 κουμπιά πρὸς 16,5 δρχ. τό ἕνα, διὰ νά κάμω ἕνα ἐπανωφόριον. Ἐπλήρωσα ραπτικά 480 δρχ. Ἐάν ἠγόραζον τό ἐπανωφόριον ἔτοιμον, θά ἔδιδα 2300 δρχ. Ἐκέρδισα ἢ ἐζημιώθην καί πόσον;

2) 'Ηγόρασα 0,75 κιλά ἀλεύρι πρὸς 8,80 δρχ. τό κιλό, 0,30 κ. βούτυρον πρὸς 64 δρχ. τό κιλό, 3 βανίλλιες πρὸς 1,20 δρχ. τήν μίαν καί 0,60 κ. ζάχαρι πρὸς 9,80 δρ. τό κιλό, διὰ νά κάμω ἕνα κέϊκ. Ἐναυσα ἠλεκτρικόν ρεῦμα 3,80 δρχ. Ἐάν ἠγόραζον ἔτοιμον τό κέϊκ, θά ἔδινα 60 δρ. Ἐκέρδισα ἢ ἐζημιώθην καί πόσον;

3) Νά γίνουν οι πολλαπλασιασμοί με τάδοιμάς των:

- α) $0,08 \times 9,6$ δ) $978,5 \times 32,28$ ζ) $0,04 \times 1000$
β) $7,5 \times 3,2$ ε) $6,7 \times 10$ η) $0,3 \times 10$
γ) $8,5 \times 0,06$ στ) $8,95 \times 100$ θ) $0,08 \times 1000$

Μ ά θ η μ α 9ον

1) 'Ηγόρασα 12 κιλά λίπος και έδωσα 38,4 δραχ. Πόσας δραχ. ήγόρασα τό κιλό;

2) "Ενας δδοιπόρος έβάδισε 37,80 χιλ. εις 9 ώρας. Πόσα χιλιόμετρα έβάδισε τήν ώραν;

3) Μέ 23,04 μ. ύφασμα γίνονται 36 πετσέτες φαγητού. Μέ πόσα μ. ύφασμα γίνεται μία πετσέτα;

4) Μέ 67,2 μ. ύφασμα γίνονται 24 σεντόνια. Μέ πόσα μ. ύφασμα γίνεται ένα σεντόνι;

5) Νά γίνουν αι διαιρέσεις:

- α) $8,45 \overline{) 5}$ β) $478,324 \overline{) 4}$ γ) $95,25 \overline{) 18}$
δ) $756,354 \overline{) 182}$ ε) $64,251 \overline{) 3}$

Μ ά θ η μ α 10ον

1) "Ενας φιλόανθρωπος έχάρισεν εις ένα 'Ορφανοτροφείο 245,60 μ. ύφασμα, διά νά κάμουν ένδυμασίας διά 100 όρφανά. Πόσα μ. ύφασμα αναλογεί διά κάθε όρφανόν;

2) 10 κιλά κακάο τιμῶνται 972,5 δραχ. Πόσας δραχ. τιμᾶται τό ένα κιλό και μέ πόσας δραχ. θά αγοράσωμεν 100 κιλά;

3) Διά νά κάμη 10 υποκάμισα ένας έμπορος έχρησιμοποίησεν 27,5 μ. ύφασμα. Πόσα μ. έχρειάσθη δι'ένα υποκάμισον και πόσα θά χρειασθῆ διά νά κάμη 100 όμοια υποκάμισα;

4) Νά γίνουν αϊ διαιρέσεις:

- α) $856,4:100$ δ) $35,2:100$ ζ) $254,25:100$
β) $39,5:10$ ε) $0,7:1000$ η) $0,2:10$
γ) $6754,28:1000$ στ) $0,4:10$ θ) $0,2:100$

Μ ά θ η μ α 11ον

1) 100 κιλά πατάτες τιμῶνται 380 δρχ. Πόσας δραχ. τιμᾶται τό ἕνα κιλό;

2) Ἡγόρασα 10 ζεύγη κάλτσες καί ἔδωσα 280 δρχ. Πόσας δρχ. ἠγόρασα τό ζεῦγος;

3) Ἐνας κουλουρᾶς ἐπώλησεν 100 κουλούρια καί εἰσέπραξε 50 δρχ. Πόσας δρχ. ἐπώλησε τό κάθε κουλούρι;

4) Ἐδωσα σέ 5 παιδιᾶ 2 δρχ. Πόσας δρχ. ἐπῆρε τό κάθε παιδί;

5) Ἡγόρασα 24 κουμπιά καί ἔδωσα 18 δρχ. Πόσας δρχ. ἠγόρασα τό 1 κουμπί;

6) Νά γίνουν αϊ διαιρέσεις:

- α) $150:100$ γ) $75:100$ ε) $8:10$ ζ) $20:40$
β) $45:10$ δ) $50:1000$ στ) $60:90$ η) $8:100$

Μ ά θ η μ α 12ον

1) Μέ 0,45 μ. κάνουμε ἕνα μαντήλι ἀνδρικό. Μέ 11,70 μ. πόσα ὅμοια μαντήλια θά κάνουμε;

2) Μέ 0,64 μ. κάνομε μία πετσέτα φαγητοῦ. Μέ 23,04 μ. πόσας ὁμοίᾶς πετσέτας κάνομεν;

3) Ἐνα ὀπωροπώλης μετέφερεν εἰς τᾶς Ἀθήνας 588,80 κιλά μήλα εἰς κιβῶτια. Κάθε κιβῶτιον εἶχε 18,4 κιλά μήλα. Πόσα ἦσαν τᾶ κιβῶτια;

4) Ἡγόρασα 15 κιλά πατάτες καί ἔδωσα 48 δρχ. Πόσας δρχ. ἠγόρασα τό κιλό;

5) Ήγόρασα 15 κιλά λάδι και έδωσα 369 δραχ. Πόσας δραχ. ήγόρασα τό κιλό;

6) Νά γίνουν αί διαιρέσεις:

$$\alpha) 284,5 \overline{) 2,5}$$

$$\beta) 615,8 \overline{) 3,44}$$

$$\gamma) 756,375 \overline{) 4,85}$$

$$\delta) 700 \overline{) 6,5}$$

$$\epsilon) 3 \overline{) 12}$$

$$\sigma\tau) 15 \overline{) 6}$$

$$\zeta) 24 \overline{) 7}$$

$$\eta) 9 \overline{) 5}$$

Μ ά θ η μ α 13ον

1) Μία χωρική έπώλησε 18 κοτόπουλα πρὸς 24,80 δραχ. τό ένα και 48 αυγά πρὸς 1,20 δραχ. τό ένα. Αντί για χρήματα έπῆρε 4 κιλά ζάχαρι πρὸς 9,80 δραχ. τό κιλό, 6 κιλά λάδι πρὸς 21,60 δραχ. τό κιλό και τά υπόλοιπα σέ δραχ. Πόσας δραχ. έπῆρε;

2) Ένας έμπορος ήγόρασεν 125 κιλά ρύζι καλῆς ποιότητος πρὸς 8,90 δραχ. τό κιλό. Πόσας δραχ. πρέπει νά πωλήση τό κιλόν διά νά κερδίση 300 δραχ.;

3) Ένας παντοπώλης ήγόρασε 282 αυγά πρὸς 1,40 δραχ. τό ζευγάρι. Τοῦ έσπασαν 14 αυγά και τά υπόλοιπα έπώλησε πρὸς 1,60 δραχ. τό ζευγάρι. Έκέρδισεν ἢ έζημιώθη και πόσον;

4) Νά γίνουν αί πράξεις:

$$\alpha) 8+0,25+19+7,5 \quad \sigma\tau) 0,5 \times 100 \quad \iota\alpha) 92:1000$$

$$\beta) 10-3,25$$

$$\zeta) 0,9 \times 10$$

$$\iota\beta) 7 \overline{) 14}$$

$$\gamma) 0,1-0,025$$

$$\eta) 350 \overline{) 6,75}$$

$$\iota\gamma) 23 \overline{) 5}$$

$$\delta) 7,5 \times 6$$

$$\theta) 4,5 \overline{) 3,25}$$

$$\iota\delta) 7 \overline{) 10}$$

$$\epsilon) 0,8 \times 0,04$$

$$\iota) 0,8:10$$

$$\iota\epsilon) 82,5:10$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ'

Μάθημα 14ον

ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Κλασματική μονάς

Κλασματική μονάς λέγεται τό ένα από τά ίσα κομμάτια, εἰς τά ὁποῖα μοιράζεται ἡ ἀκεραία μονάς.

Κλάσμα ἢ Κλασματικός ἀριθμός λέγεται ὁ ἀριθμός, ὁ ὁποῖος γίνεται ἀπό τήν ἐπανάληψιν μιᾶς κλασματικῆς μονάδος.

Ὅροι τοῦ Κλάσματος

Ἀριθμητής τοῦ κλάσματος λέγεται ὁ ἀριθμός, ὁ ὁποῖος φανερώνει πόσα κομμάτια παίρνομε ἀπό τά ίσα κομμάτια, εἰς τά ὁποῖα ἐχωρίσαμε μίαν ἀκεραίαν μονάδα.

Παρανομαστής τοῦ Κλάσματος λέγεται ὁ ἀριθμός ὁ ὁποῖος φανερώνει εἰς πόσα ίσα κομμάτια ἐμοιράσαμε τήν ἀκεραίαν μονάδα.

8	→	ἀριθμητής
—	→	κλασματική γραμμή
10	→	παρανομαστής

Ἀσκήσεις

- 1) Τό κιλό ἔχει 1000 γραμμάρια:
Πόσα γραμμάρια εἶναι τό $\frac{1}{10}$ τοῦ κιλοῦ, τό $\frac{1}{5}$ τοῦ κιλοῦ, τά $\frac{3}{4}$ τοῦ κιλοῦ, τά $\frac{6}{10}$ τοῦ κιλοῦ;
- 2) Ὁ μῆν ἔχει 30 ἡμέρας.
Τί μέρος τοῦ μηνός εἶναι αἱ 5, αἱ 20, αἱ 10 καί αἱ 15 ἡμέραι;
- 3) Ὁ χρόνος ἔχει 12 μῆνας.
Τί μέρος τοῦ χρόνου εἶναι οἱ 4, οἱ 6, οἱ 2, οἱ 3 μῆνες;

Μάθημα 15ον

ΣΥΓΚΡΙΣΙΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

1) Μεταξύ δύο ή περισσοτέρων κλασματικών μονάδων μεγαλύτερα είναι εκείνη, ή όποία έχει τόν μικρότερον παρανομαστήν.

2) Ένα κλάσμα είναι ίσον με την άκεραίαν μονάδα, όταν ο αριθμητής του και ο παρανομαστής του είναι ίσοι αριθμοί. Τό κλάσμα αυτό λέγεται Ίσοδύναμον με την άκεραίαν μονάδα.

Π.χ. $\frac{5}{5}$

3) Γνήσιον κλάσμα λέγεται εκείνο, τό όποϊον είναι μικρότερον από την άκεραίαν μονάδα, δηλ. ο αριθμητής του είναι αριθμός μικρότερος του παρανομαστού του.

Π.χ. $\frac{4}{5}$, $\frac{8}{10}$

4) Καταχρηστικόν κλάσμα λέγεται εκείνο, τό όποϊον είναι μεγαλύτερον από την άκεραίαν μονάδα, δηλ. ο αριθμητής του είναι αριθμός μεγαλύτερος του παρανομαστού του.

Π.χ. $\frac{9}{5}$, $\frac{6}{2}$

Άσκήσεις

1) Νά γράψω 5 κλασματικές μονάδας, αρχίζοντας από την μεγαλύτεραν.

2) Νά γράψω 5 κλάσματα ίσοδύναμα με την άκεραίαν μονάδα.

3) Νά γράψω 8 κλάσματα γνήσια.

4) Νά γράψω 8 κλάσματα καταχρηστικά.

5) Από τά παρακάτω κλάσματα νά ξεχωρήσετε τά γνήσια, τά ίσοδύναμα και τά καταχρηστικά:

$$\frac{3}{5} \quad \frac{9}{12} \quad \frac{6}{3} \quad \frac{7}{7} \quad \frac{15}{10} \quad \frac{3}{15} \quad \frac{8}{100} \quad \frac{200}{65} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{6}{8} \quad \frac{40}{40} \quad \frac{18}{24}$$

$$\frac{36}{25} \quad \frac{72}{72} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{15}{15} \quad \frac{56}{100} \quad \frac{42}{60} \quad \frac{35}{20}$$

Μ ά θ η μ α 16ον

ΤΡΟΠΗ ΑΚΕΡΑΙΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΕΙΣ ΚΛΑΣΜΑ

1) Κάθε άκέραιος άριθμός δύναται νά γραφῆ ὡς κλάσμα, ἔχον άριθμητήν τόν ἴδιον τόν άκέραιον καί παρανομαστήν τήν μονάδα.

Π.χ. άκέραιος $4 = \frac{4}{1}$

2) Διά νά τρέψωμεν άκέραιον άριθμόν εἰς κλάσμα μέ δοθέντα παρανομαστήν, πολλαπλασιάζομεν τόν άκέραιον ἐπί τόν δοθέντα παρανομαστήν, τό γινόμενον γράφομεν άριθμητήν καί παρανομαστήν γράφομεν τόν ἴδιον.

Άσκήσεις

1) Τρέψατε εἰς πέμπτα τούς άκεραίους άριθμούς:

$$8, 4, 5, 9, 10$$

2) Γράψατε ὡς κλάσματα τούς άκεραίους:

$$8, 4, 2, 12$$

3) Νά τρέψετε εἰς κλάσματα μέ παρανομαστήν 10 τούς άκεραίους:

$$2, 9, 4, 8$$

Μ ά θ η μ α 17ον

ΜΙΚΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Μικτός άριθμός λέγεται ὁ άριθμός, ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖται ἀπό άκέραιον καί κλάσμα.

Π.χ. $8 \frac{1}{2}$, $3 \frac{2}{5}$

Διά νά τρέψωμεν μικτόν ἀριθμόν εἰς κλάσμα πολλαπλασιάζομεν τόν ἀκέραιον, ἐπί τόν παρανομαστήν τοῦ κλάσματος καί εἰς τό γινόμενον προσθέτομεν τόν Ἀριθμητήν. Τό ἄθροισμα γράφομεν ἀριθμητήν καί παρανομαστήν τόν ἴδιον.

$$\text{Π.χ. } 2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}, \quad 9\frac{2}{10} = \frac{92}{10}$$

ΕΞΑΓΩΓΗ ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΜΟΝΑΔΩΝ

Διά νά ἐξάγωμεν τάς ἀκεραίας μονάδας ἀπό ἕνα Καταχρηστικόν κλάσμα, διαιροῦμεν τόν ἀριθμητήν διά τοῦ παρανομαστοῦ. Τό πηλίκον εἶναι αἱ ἀκέραιοι μονάδες.

Ἐάν ὑπάρχη ὑπόλοιπον, τό γράφομεν Ἀριθμητήν Κλάσματος καί παρανομαστήν τόν ἴδιον.

$$\text{Π.χ. } \frac{8}{2} = 4, \quad \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

Ἀσκήσεις

1) Νά τρέψετε τούς μικτούς εἰς κλάσματα:

$$5\frac{2}{4}, \quad 9\frac{6}{10}, \quad 7\frac{3}{5}, \quad 20\frac{1}{10}, \quad 25\frac{2}{3}, \quad 7\frac{1}{2}, \\ 40\frac{1}{3}, \quad 21\frac{2}{5}, \quad 8\frac{2}{4}, \quad 9\frac{4}{5}, \quad 18\frac{2}{5}$$

2) Νά ἐξάγετε τάς ἀκεραίας μονάδας ἀπό τά Καταχρηστικά κλάσματα:

$$\frac{24}{6} \quad \frac{35}{4} \quad \frac{72}{12} \quad \frac{96}{8} \quad \frac{105}{3} \quad \frac{975}{20} \quad \frac{9}{5} \\ \frac{312}{50} \quad \frac{12}{6} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{21}{4} \quad \frac{75}{20} \quad \frac{100}{25} \quad \frac{100}{2}$$

Μάθημα 18ον

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

1) Ἐνα κλάσμα μεγαλώνει, ἐάν πολλαπλασιάσωμεν τόν ἀριθμητήν του ἐπί ἕναν ἀριθμόν, ἢ διαιρέσωμεν τόν παρανομαστήν του διά τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ (ἐάν διαιρηῆται ἀκριβῶς).

$$\begin{aligned} \text{Π.χ. } \frac{5}{8} \text{ νά μεγαλώση 2 φορές : } \frac{5 \times 2}{8} &= \frac{10}{8} = 1 \frac{2}{8} = \\ &= 1 \frac{1}{4} \quad \eta \quad \frac{5}{8:2} = \frac{5}{4} = 1 \frac{1}{4} \end{aligned}$$

2) Ένα κλάσμα μικραίνει, εάν διαιρέσωμεν τόν αριθμητήν του δι'ένός αριθμού (εάν διαιρηται ακριβώς) ή πολλαπλασιάσωμεν τόν παρανομαστήν του επί έναν αριθμόν.

Π.χ. $\frac{8}{5}$ νά μικραίνη 4 φορές:

$$\frac{8:4}{5} = \frac{2}{5} \quad \eta \quad \frac{8}{5 \times 4} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

3) Η αξία του κλάσματος δέν μεταβάλλεται, εάν πολλαπλασιάσωμεν ή διαιρέσωμεν τούς δύο όρους του μέ τόν ίδιον αριθμόν.

$$\text{Π.χ. } \frac{9}{12} = \frac{9 \times 3}{12 \times 3} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4} \quad \eta \quad \frac{9}{12} : \frac{3}{3} = \frac{3}{4}$$

Άσκησης

1) Νά μεγαλώσετε 4 φορές, κατά δύο τρόπους (εάν γινεται), τά κλάσματα:

$$\frac{10}{20}, \quad \frac{9}{4}, \quad \frac{7}{5}, \quad \frac{3}{18}, \quad \frac{4}{9}, \quad \frac{6}{12}, \quad \frac{7}{40}$$

2) Νά μικραίνετε 3 φορές, κατά δύο τρόπους, τά κλάσματα:

$$\frac{9}{10}, \quad \frac{13}{20}, \quad \frac{36}{5}, \quad \frac{72}{20}, \quad \frac{44}{16}, \quad \frac{96}{5}, \quad \frac{31}{25}$$

3) Βάλετε τόν κατάλληλον παρανομαστήν εις τά κλάσματα, διά νά τά κάνετε ίσοδύναμα:

$$\frac{12}{20} = \frac{3}{\quad}; \quad \frac{40}{36} = \frac{10}{\quad}; \quad \frac{25}{10} = \frac{5}{\quad};$$

4) Βάλετε τόν κατάλληλον αριθμητήν εις τά κλάσματα, διά νά τά κάνετε ίσοδύναμα:

$$\frac{5}{15} = \frac{\quad}{40}, \quad \frac{10}{20} = \frac{\quad}{100}, \quad \frac{5}{6} = \frac{\quad}{30}$$

Μάθημα 19ον

ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΙΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Απλοποίησης ενός κλάσματος λέγεται ή εύρεσις ενός άλλου κλάσματος, τὸ ὁποῖον νά ἔχη πάντοτε τὴν ἰδίαν ἀξίαν, ἀλλά μέ μικροτέρους ὄρους.

Π.χ. $\frac{20}{25} = \frac{4}{5}$ (διηρέθησαν οἱ ὄροι διὰ τοῦ 5).

Ανάγωγος λέγεται τὸ κλάσμα, τὸ ὁποῖον δέν ἀπλοπονεῖται.

Π.χ. $\frac{3}{5}$

Ἀσκήσεις

Νά ἀπλοποιηθοῦν τὰ κλάσματα:

$\frac{27}{81}$, $\frac{17}{54}$, $\frac{25}{60}$, $\frac{32}{84}$, $\frac{96}{100}$, $\frac{750}{1000}$, $\frac{33}{66}$, $\frac{45}{70}$, $\frac{84}{56}$

$\frac{92}{124}$, $\frac{60}{180}$, $\frac{36}{78}$, $\frac{40}{50}$, $\frac{9}{45}$, $\frac{34}{108}$, $\frac{16}{120}$, $\frac{35}{90}$, $\frac{25}{100}$

Μάθημα 20όν

ΟΜΩΝΥΜΑ ΚΑΙ ΕΤΕΡΩΝΥΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Ομώνυμα λέγονται τὰ κλάσματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν τὸν ἴδιον παρανομαστήν.

Π.χ. 1) $\frac{4}{5}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{6}{5}$, 2) $\frac{2}{3}$, $\frac{16}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{7}{3}$

Ἐτερώνυμα λέγονται τὰ κλάσματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν διαφορετικόν παρανομαστήν.

Π.χ. 1) $\frac{2}{9}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{6}{5}$, 2) $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{6}{20}$

Ἀσκήσεις

1) Νά γράψω 5 ὁμάδας μέ ὁμώνυμα κλάσματα.

2) Νά γράψω 5 ὁμάδας μέ ἕτερώνυμα κλάσματα.

ΤΡΟΠΗ ΔΥΟ ΕΤΕΡΩΝΥΜΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ ΕΙΣ ΟΜΩΝΥΜΑ

Διά νά τρέψωμεν δύο ἑτερώνυμα κλάσματα εἰς ὁμώνυμα, πολλαπλασιάζομεν τοὺς ὄρους τοῦ πρώτου κλάσματος ἐπὶ τὸν παρανομαστήν τοῦ δευτέρου κλάσματος καὶ τοὺς ὄρους τοῦ δευτέρου κλάσματος ἐπὶ τὸν παρανομαστήν τοῦ πρώτου.

$$\text{Π.χ. } \frac{\overset{5}{6}}{10} = \frac{\overset{10}{2}}{5} = \frac{30}{50} = \frac{20}{50}$$

Ἀσκήσεις

1) Νά τρέψω τά ἑτερώνυμα κλάσματα εἰς ὁμώνυμα:

$$1) \frac{8}{10} \quad \frac{2}{4} \quad 2) \frac{9}{10} \quad \frac{3}{20}$$

$$3) \frac{4}{5} \quad \frac{1}{3} \quad 4) \frac{5}{6} \quad \frac{2}{3}$$

$$5) \frac{7}{5} \quad \frac{6}{8} \quad 6) \frac{9}{10} \quad \frac{3}{8}$$

2) Νά ἀπλοποιηθοῦν τά κλάσματα:

$$\frac{25}{40}, \quad \frac{75}{100}, \quad \frac{33}{999}, \quad \frac{21}{81}, \quad \frac{24}{86}, \quad \frac{420}{150},$$

$$\frac{78}{300}, \quad \frac{46}{50}, \quad \frac{94}{100}, \quad \frac{94}{80}, \quad \frac{35}{40}, \quad \frac{15}{20}$$

ΤΡΟΠΗ ΤΡΙΩΝ ἢ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΩΝ ΕΤΕΡΩΝΥΜΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ ΕΙΣ ΟΜΩΝΥΜΑ

1ος τρόπος

Διά νά τρέψωμεν τρία ἢ περισσότερα ἑτερώνυμα κλάσματα εἰς ὁμώνυμα, πολλαπλασιάζομεν τοὺς ὄρους καθενὸς κλάσματος, ἐπὶ τὸ γινόμενον τῶν παρανομαστῶν τῶν ἄλλων κλασμάτων.

$$\text{Π.χ. } \frac{\overset{12}{3}}{5} = \frac{\overset{15}{6}}{4} = \frac{\overset{20}{2}}{3} = \frac{36}{60} = \frac{90}{60} = \frac{40}{60}$$

2ος τρόπος

Διά νά τρέψωμεν τρία ἢ περισσότερα ἑτερώνυμα κλάσματα εἰς ὁμώνυμα, εὐρίσκομεν τὸ Ε.Κ.Π. τῶν παρανομαστῶν, τὸ ὁποῖον διαιροῦμεν μέ τὸν παρανομαστήν ἐκάστου

κλάσματος. Μέ τό πηλίκον, τό όποϊον εύρίσκομεν, πολλαπλασιάζομεν τούς όρους έκάστου κλάσματος.

$$\text{Π.χ.} \quad \overset{2}{\frac{2}{5}} \quad \overset{1}{\frac{3}{10}} \quad \overset{5}{\frac{6}{2}} \quad \frac{4}{10} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{30}{10} \quad \boxed{\text{ΕΚΠ} = 10}$$

Άσκήσεις

1) Νά τρέψω τά έτερώνημα κλάσματα είς όμώνυμα μέ τό γινόμενον τών παρανομαστῶν:

$$\alpha) \frac{4}{5} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{6}{8} \quad \beta) \frac{4}{10} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{4}{8}$$

$$\gamma) \frac{7}{10} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{2}{3} \quad \delta) \frac{8}{10} \quad \frac{3}{7} \quad \frac{1}{2}$$

2) Νά τρέψω τά έτερώνημα κλάσματα είς όμώνυμα μέ τό Ε.Κ.Π.:

$$\alpha) \frac{7}{20} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{6}{4} \quad \beta) \frac{8}{12} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{7}{20}$$

$$\gamma) \frac{2}{5} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{3}{4} \quad \delta) \frac{9}{40} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{2}{8}$$

3) Νά τρέψω τά έτερώνημα κλάσματα είς όμώνυμα μέ δύο τρόπους.

$$\alpha) \frac{2}{5} \quad \frac{6}{8} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{9}{40} \quad \beta) \frac{1}{12} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{2}{10}$$

$$\gamma) \frac{8}{10} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{6}{7} \quad \delta) \frac{2}{28} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{1}{4}$$

Μ ά θ η μ α 21ον

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΚΑΙ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

1) Τροπή δεκαδικού αριθμού είς κλάσμα

Διά νά τρέψωμεν ένα δεκαδικόν αριθμόν είς κλάσμα, σβύνωμεν τήν ύποδιαστολήν καί τόν αριθμόν γράφομεν άριθμητήν κλάσματος καί παρανομαστήν γράφομεν τήν μονάδα (1) μέ τόσα μηδενικά, όσα ήσαν τά δεκαδικά ψηφία, τά

όποια είχεν ὁ δεκαδικὸς ἀριθμὸς.

$$\text{Π.χ. } 9,5 = \frac{95}{10} \quad , \quad 8,75 = \frac{875}{100}$$

2) Τροπὴ δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ εἰς μικτόν

Διὰ νά τρέψωμεν δεκαδικὸν ἀριθμὸν εἰς μικτόν, γράφομεν τὸ ἀκέραιον μέρος τοῦ δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ ὡς ἀκέραιον μικτοῦ καὶ τὰ δεκαδικὰ ψηφία ὡς κλάσμα.

$$\text{Π.χ. } 8,5 = 8 \frac{5}{10} \quad , \quad 9,25 = 9 \frac{25}{100}$$

3) Τροπὴ κλάσματος εἰς δεκαδικόν

Διὰ νά τρέψωμεν κλάσμα εἰς δεκαδικὸν ἀριθμὸν, διαιροῦμεν τὸν ἀριθμητὴν τοῦ κλάσματος διὰ τοῦ παρανομαστοῦ. Τὸ πηλίκον, τὸ ὁποῖον εὐρίσκομεν, εἶναι ὁ δεκαδικὸς ἀριθμὸς.

$$\text{Π.χ. } \frac{8}{5} = 8 \begin{array}{r} | 5 \\ 1,6 \end{array} \quad \frac{8}{5} = 1,6$$

4) Τροπὴ μικτοῦ εἰς δεκαδικόν

Διὰ νά τρέψωμεν μικτόν εἰς δεκαδικὸν ἀριθμὸν, τρέπομεν τὸν μικτόν εἰς κλάσμα καὶ τὸ κλάσμα εἰς δεκαδικόν.

Ἀσκήσεις

1) Νά τρέψετε εἰς κλάσματα καὶ εἰς μικτούς τοὺς δεκαδικούς ἀριθμούς:

0,6 =	6,5 =	975,125 =	
0,8 =	8,35 =	8524,28 =	
0,75 =	19,25 =	37,2854 =	
0,125 =	7,125 =	9,28 =	

2) Γράψατε α) μὲ δεκαδικούς καὶ β) μὲ κλάσματα:

8 δραχμές	καὶ	4	δραχμές
9	"	2	" καὶ 5 λεπτά
108	"	6	"
9 μέτρα	"	4	παλάμες
48	"	8	"

59	μέτρα	καί	2	παλάμες
100	"	"	82	δακτύλους
10	"	"	375	γραμμές
12	"	"	125	γραμμές
7	"	"	2	παλάμες

Μ ά θ η μ α 22ον

1) Νά τρέψετε είς δεκαδικούς αριθμούς τά κλάσματα:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{8}{10} \quad \frac{9}{20} \quad \frac{6}{12} \quad \frac{15}{20} \quad \frac{20}{12} \quad \frac{45}{20} \quad \frac{80}{120}$$

2) Νά τρέψετε είς δεκαδικούς τά κλάσματα:

α) $\frac{3}{4}$ τοῦ κιλοῦ 8 $\frac{4}{5}$ κιλά

β) 6 $\frac{3}{4}$ ὥρες 2 $\frac{1}{5}$ ὥρες

γ) 8 $\frac{1}{10}$ χιλ. 4 $\frac{4}{5}$ χιλ.

δ) 9 $\frac{1}{4}$ δρχ. 6 $\frac{2}{5}$ δρχ. 18 $\frac{1}{2}$ δρχ.

ε) 96 $\frac{1}{2}$ δρχ. 100 $\frac{3}{4}$ δρχ. 6 $\frac{1}{20}$ δρχ.

Μ ά θ η μ α 23ον

ΠΡΟΣΘΕΣΙΣ

1) Πρόσθεσις μέ ὁμώνυμα κλάσματα

Διά νά προσθέσωμεν ὁμώνυμα κλάσματα, προσθέτομεν τούς ἀριθμητάς. Τό ἄθροισμα γράφομεν ἀριθμητήν καί παρανομαστήν τόν ἴδιον. Ἐάν τό κλάσμα εἶναι καταχρηστικόν, ἐξάγομεν τάς ἀκεραίας μονάδας.

$$\text{Π.χ. } \frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{8}{5} = 1 \frac{3}{5}$$

2) Πρόσθεσις μέ ἑτερώνυμα κλάσματα

Διά νά προσθέσωμεν ἑτερώνυμα κλάσματα, τά τρέπομεν είς ὁμώνυμα καί κατόπιν τά προσθέτομεν.

$$\text{Π.χ. } \frac{\frac{4}{1}}{2} + \frac{\frac{2}{2}}{4} = \frac{4}{8} + \frac{6}{8} = \frac{10}{8} = 1 \frac{2}{8} = 1 \frac{1}{4}$$

3) Πρόσθεσις ἀκεραίου καὶ κλάσματος

Διὰ νά προσθέσωμεν ἀκέραιον καὶ κλάσμα, γράφομεν τὸν ἀκέραιον καὶ δίπλα τὸ κλάσμα, γίνεται δηλ. μικτός.

$$\text{Π.χ. } 6 + \frac{2}{8} = 6 \frac{2}{8} = 6 \frac{1}{4}$$

4) Πρόσθεσις κλάσματος καὶ ἀκεραίου

Διὰ νά προσθέσωμεν κλάσμα καὶ ἀκέραιον, γράφομεν τὸν ἀκέραιον καὶ δίπλα τὸ κλάσμα, γίνεται δηλ. μικτός.

$$\text{Π.χ. } \frac{4}{5} + 9 = 9 \frac{4}{5}$$

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Ἡ Μαρία ἔπλεξε $\frac{4}{5}$ μ. δαντέλλα. Ἡ ἀδελφή της ἔπλεξε $\frac{1}{3}$ μ. περισσότερον ἀπὸ τὴν Μαρία. Πόσῃν δαντέλλα ἔπλεξεν ἡ Μαρία καὶ πόσῃν καὶ αἱ δύο;

2) Ἡγόρασα ψωμί καὶ ἔδωσα $\frac{3}{5}$ τοῦ δεκαδράχμου, κουλούρι καὶ ἔδωσα $\frac{1}{20}$ τοῦ δεκαδράχμου. Πόσας δρχ. ἔδωσα δι' ὅλα;

3) Ἐνας ἐργάτης ἔσκαψε τὴν πρώτην ἡμέραν $\frac{1}{5}$ ἐνός ἀμπελιοῦ, τὴν δευτέραν ἡμέραν $\frac{2}{6}$ καὶ τὴν τρίτην $\frac{3}{10}$. Πόσον ἔσκαψε καὶ τὰς τρεῖς ἡμέρας;

4) Ἡγόρασα κρέας καὶ ἔδωσα 32 δρχ., ἀλάτι καὶ ἔδωσα $\frac{4}{5}$ δρχ. καὶ πιπέρι καὶ ἔδωσα 2 δρχ. Πόσας δρχ. ἔδωσα δι' ὅλα;

Μ ά θ η μ α 24ον

5) Πρόσθεσις ἀκεραίου καὶ μικτοῦ.

Διὰ νά προσθέσωμεν ἀκέραιον καὶ μικτόν, προσθέτο-

μεν τόν ἀκέραιον μέ τόν ἀκέραιον τοῦ μικτοῦ. Τό ἄθροισμα γράφομεν ἀκέραιον καί δίπλα τό κλάσμα τοῦ μικτοῦ.

$$\text{Π.χ. } 6+4 \frac{2}{3} = 10 \frac{2}{3}$$

6) Πρόσθεσις Μικτοῦ καί ἀκεραίου

Διά νά προσθέσωμεν μικτόν καί ἀκέραιον, προσθέτομεν τόν ἀκέραιον τοῦ μικτοῦ μέ τόν ἀκέραιον. Τό ἄθροισμα γράφομεν ἀκέραιον καί δίπλα τό κλάσμα τοῦ μικτοῦ.

$$\text{Π.χ. } 2 \frac{3}{5} + 4 = 6 \frac{3}{5}$$

7) Πρόσθεσις μικτῶν ἀριθμῶν

Διά νά προσθέσωμεν μικτούς ἀριθμούς προσθέτομεν κατά δύο τρόπους:

α' τρόπος: Τρέπομεν τούς μικτούς εἰς κλάσματα καί προσθέτομεν κλάσματα.

β' τρόπος: Προσθέτομεν χωριστά τούς ἀκεραίους καί χωριστά τά κλάσματα καί ἐνώνομεν τά δύο ἄθροισματα.

Ἐάν τά κλάσματα τῶν μικτῶν εἶναι ἑτερόνυματὰ τρέπομεν εἰς ὁμώνυμα.

$$\text{Π.χ. } 3 \frac{1}{4} + 7 \frac{2}{4} + 6 \frac{3}{4}$$

$$\text{α' τρόπος: } \frac{13}{4} + \frac{30}{4} + \frac{27}{4} = \frac{70}{4} = 17 \frac{2}{4} = 17 \frac{1}{2}$$

$$\text{β' τρόπος: } 3+7+6 = 16$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = 1 \frac{2}{4} = 1 \frac{1}{2}$$

$$16+1 \frac{1}{2} = 17 \frac{1}{2}$$

8) Πρόσθεσις κλάσματος καί δεκαδικοῦ

Διά νά προσθέσωμεν κλάσματα μέ δεκαδικούς, προσθέτομεν κατά δύο τρόπους: ἢ τρέπομεν τά κλάσματα εἰς δεκαδικούς καί προσθέτομεν δεκαδικούς ἀριθμούς, ἢ τρέπομεν τούς δεκαδικούς εἰς κλάσματα καί προσθέτομεν κλάσματα.

Π.χ. $\frac{4}{5} + 0,6 =$

α' τρόπος: $\frac{4}{5} =$ $40 \begin{array}{|l} 5 \\ \hline 0,8 \end{array}$

$+ \frac{0,8}{1,4}$

β' τρόπος: $\frac{4}{5} + \frac{6}{10} = \frac{8}{10} + \frac{6}{10} = \frac{14}{10} = 1 \frac{4}{10} = 1 \frac{2}{5}$

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Ἡ μητέρα μου ἐχρησιμοποίησε 3 μ. δι' ἓνα φόρεμα ἰδικόν της καί 2 $\frac{1}{4}$ μ. δι' ἓνα ἰδικόν μου. Πόσα μ. ἐχρησιμοποίησεν ἡ μητέρα μου;

2) Ἐνας πεζοπόρος ἐβάδισε 4 $\frac{1}{2}$ ὥρας. Θά βαδίση ἀκόμη 3,5 ὥρας. Πόσας ὥρας θά βαδίση ἐν ὅλῳ;

3) Μία ὑφάντρια ὕφανε 2 $\frac{1}{10}$ μ. ἀπό ἓνα χαλί. Ἡ ἀδελφή της ὕφανε 3,4 μ. περισσότερα. Πόσα μ. ὕφανεν ἡ ἀδελφή της καί πόσα καί αἱ δύο.

4) Ἦγόρασα ψωμί καί ἔδωσα 2,80 δρχ., ἓνα κουλούρι καί ἔδωσα $\frac{1}{2}$ δρχ., παξιμαδάκια καί ἔδωσα $\frac{8}{10}$ δρχ. Πόσας δρχ. ἔδωσα δι' ὅλα;

ΤΙ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΝΘΥΜΟΥΜΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΠΡΟΣΘΕΣΙΝ

1.- Πρόσθεσις Ὁμωνύμων

$$\frac{8}{12} + \frac{5}{12} = \frac{13}{12} = 1 \frac{1}{12}$$

2.- Πρόσθεσις Ἑτερονύμων

$$\frac{8}{5} + \frac{10}{4} + \frac{4}{10}$$

Ε.Κ.Π.	=	40
--------	---	----

$$\frac{24}{40} + \frac{20}{40} + \frac{24}{40} = \frac{68}{40} = 1 \frac{24}{40} = 1 \frac{6}{10} = 1 \frac{3}{5}$$

3.- Πρόσθεσις Ἀκεραίου καὶ Κλάσματος

$$8 + \frac{4}{5} = 8 \frac{4}{5}$$

4.- Πρόσθεσις Κλάσματος καὶ Ἀκεραίου

$$\frac{9}{10} + 7 = 7 \frac{9}{10}$$

5.- Πρόσθεσις Μικτοῦ καὶ Ἀκεραίου

$$8 \frac{2}{5} + 6 = 14 \frac{2}{5}$$

6.- Πρόσθεσις Κλάσματος καὶ Μικτοῦ

$$\frac{4}{5} + 6 \frac{3}{5} = 6 \frac{7}{5} = 6 + 2 \frac{2}{5} = 8 \frac{2}{5}$$

7.- Πρόσθεσις Μικτοῦ καὶ Κλάσματος

$$8 \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 8 \frac{4}{4} = 8 + 1 = 9$$

8.- Πρόσθεσις Ἀκεραίου καὶ Μικτοῦ

$$8 + 7 \frac{2}{3} = 15 \frac{2}{3}$$

9.- Πρόσθεσις Μικτῶν Ἀριθμῶν

$$8 \frac{1}{4} + 6 \frac{2}{5}$$

α' τρόπος: $\overset{5}{\cancel{33}} \frac{33}{4} + \overset{4}{\cancel{32}} \frac{32}{5} = \frac{165}{20} + \frac{128}{20} = \frac{293}{20} = 14 \frac{13}{20}$

β' τρόπος: $8 \overset{5}{\cancel{1}} \frac{1}{4} + 6 \overset{4}{\cancel{2}} \frac{2}{5} =$

$$8 \frac{5}{20} + 6 \frac{8}{20} = 14 \frac{13}{20}$$

10.- Πρόσθεσις Κλάσματος καὶ Δεκαδικοῦ

$$\frac{6}{8} + 2,25$$

α' τρόπος: $\frac{6}{8} + 2 \frac{25}{100} =$

$$\frac{\overbrace{6}^4}{8} + 2 \frac{\overbrace{25}^8}{4} = \frac{24}{32} + 2 \frac{8}{32} = 2 \frac{32}{32} = 2 + 1 = 3$$

β' τρόπος: $\frac{6}{8} = 0,75$

$$+ \frac{0,75}{3,00} = 3$$

Μ ά θ η μ α 25ον

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Ἡγόρασα ὕφασμα καί ἔδωσα $125 \frac{1}{2}$ δραχ., μαλλί δια νά πλέξω ἕνα πουλόβερ καί ἔδωσα 75,80 δραχ., κουμπιὰ καί ἔδωσα $16 \frac{3}{4}$ δραχ. Πόσας δραχ. ἔδωσα δι' ὅλα;

2) Ἐνας παντοπώλης ἠγόρασε σαπούνη καί ἐπλήρωσε $2.875 \frac{1}{4}$ δραχ. Ἐπλήρωσε μεταφορικά $36 \frac{1}{2}$ δραχ. Πόσας δραχ. πρέπει νά εἰσπράξῃ, ὅταν πωλήσῃ ὅλο τό σαπούνη δια νά κερδίσῃ $228 \frac{2}{5}$ δραχ.;

3) Ἡ ἀπόστασις ἀπό τὰς Ἀθήνας εἰς Θήβας εἶναι $70 \frac{6}{10}$ χιλ., ἀπό τὰς Θήβας εἰς τήν Ἀμφίκειαν $91 \frac{9}{10}$ χιλ. καί ἀπό τήν Ἀμφίκειαν εἰς τήν Λαμίαν 52 χιλ.

Πόσα χιλιόμετρα εἶναι ἡ ἀπόστασις ἀπό τὰς Ἀθήνας εἰς τήν Λαμίαν;

4) Ἐταχυδρόμησα μίαν ἐπιστολήν δια τήν Αὐστραλίαν, καί ἐπλήρωσα $7 \frac{1}{4}$ δραχ., μίαν δια τήν Ἀμερικὴν καί ἔδωσα 6,75 δραχ., μίαν δια τήν Σπάρτην καί ἔδωσα 2,5 δραχ. Πόσας δραχ. ἔδωσα εἰς τό Ταχυδρομεῖον;

5) Ἐνα βαρέλι κρασί ἔχει $114 \frac{1}{2}$ κιλά, ἕνα ἄλλο

Έχει 26 κιλά περισσότερα και ένα άλλο, όσα κιλά έχουν τα δύο πρώτα βαρέλια. Πόσο κρασί περιέχουν τα 3 βαρέλια;

6) Νά γίνουν αι πράξεις:

α) $\frac{8}{10} + \frac{6}{5} + \frac{2}{8}$ β) $\frac{9}{5} + 6 + 8,5$

γ) $7,75 + 9 \frac{1}{2} + 8 + 3 \frac{2}{5}$ δ) $6 \frac{1}{2} + 7 + 9,5 + 8 + \frac{2}{3}$

ε) $\frac{9}{10} + 6 + 2,25 + 7 \frac{1}{2}$

Μάθημα 26ον

ΑΦΑΙΡΕΣΙΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

1.- Αφαίρεσις Ὁμωνύμων Κλασμάτων

Διά νά αφαιρέσωμεν Ὁμώνυμα Κλάσματα, αφαιρούμεν τόν ἀριθμητήν τοῦ ἀφαιρετέου ἀπό τόν ἀριθμητήν τοῦ μειωτέου. Τό ὑπόλοιπον γράφομεν ἀριθμητήν καί παρανομαστήν τόν ἴδιον.

Π.χ. $\frac{10}{15} - \frac{6}{15} = \frac{4}{15}$

2.- Αφαίρεσις Ἐτερονύμων Κλασμάτων

Διά νά αφαιρέσωμεν ἑτερόνυμα κλάσματα, τά τρέπομεν εἰς ὁμώνυμα καί αφαιρούμεν ὁμώνυμα κλάσματα.

Π.χ. $\frac{6}{8} - \frac{1}{2} = \frac{12}{16} - \frac{8}{16} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

3.- Αφαίρεσις Μικτῶν Ἀριθμῶν

Διά νά αφαιρέσωμεν μικτούς ἀριθμούς, αφαιρούμεν κατὰ δύο τρόπους:

α' τρόπος: Αφαιρούμεν χωριστά τούς ἀκεραίους καί χωριστά τά κλάσματα καί ἐνώνομεν τά δύο ὑπόλοιπα.

β' τρόπος: Τρέπομεν τούς μικτούς εἰς κλάσματα καί αφαιρούμεν κλάσμα ἀπό κλάσμα. Ἐάν τά κλάσματα τῶν μικτῶν εἶναι ἑτερόνυμα, τά τρέπομεν εἰς ὁμώνυμα.

$$\text{Π.χ. } 9 \frac{6}{8} - 4 \frac{3}{8}$$

$$\alpha' \text{ τρόπος: } 9 \frac{6}{8} - 4 \frac{3}{8} = 5 \frac{3}{8}$$

$$\beta' \text{ τρόπος: } \frac{78}{8} - \frac{35}{8} = \frac{43}{8} = 5 \frac{3}{8}$$

Εάν τό κλάσμα τοῦ ἀφαιρετέου ἔχει ἀριθμητήν μεγαλύτερον ἀπό τό κλάσμα τοῦ μειωτέου καί δέν δύναται νά γίνη ἀφαίρεσις, παίρνομεν μίαν ἀκεραίαν μονάδα ἀπό τόν ἀκέραιον τοῦ μικτοῦ τοῦ μειωτέου, τήν ὁποίαν κάμνομεν κλάσμα μέ ὄρους ἴσους μέ τόν παρανομαστήν τοῦ κλάσματος τοῦ μειωτέου. Εἰς τήν μονάδα αὐτήν προσθέτομεν καί τό κλάσμα τοῦ μειωτέου καί κάμνομεν τήν ἀφαίρεσιν.

Εάν ὑπάρχη ἀνάγκη παίρνομεν καί δευτέραν καί τρίτην μονάδα ἀπό τόν ἀκέραιον τοῦ μειωτέου, ἕως ὅτου ἀφαιροῦνται τά κλάσματα.

$$\text{Π.χ. } 19 \frac{1}{4} - 7 \frac{2}{4} =$$

$$18 \frac{5}{4} - 7 \frac{2}{4} = 11 \frac{3}{4}$$

4.- Ἀφαίρεσις Ἀκεραίου ἀπό μικτόν

Διά νά ἀφαιρέσωμεν ἀκέραιον (ἀφαιρετέος) ἀπό μικτόν, ἀφαιροῦμεν τόν ἀκέραιον ἀπό τόν ἀκέραιον τοῦ μικτοῦ (μειωτέου). Τό ὑπόλοιπον γράφομεν ἀκέραιον καί δίπλα τό κλάσμα τοῦ μικτοῦ.

$$\text{Π.χ. } 8 \frac{3}{8} - 5 = 3 \frac{3}{8}$$

5.- Ἀφαίρεσις Κλάσματος ἀπό Μικτόν

Διά νά ἀφαιρέσωμεν κλάσμα ἀπό μικτόν, ἀφαιροῦμεν κατά δύο τρόπους:

α' τρόπος: Γράφομεν τόν ἀκέραιον τοῦ μικτοῦ (μειωτέου) καί δίπλα τό ὑπόλοιπον, τό ὁποῖον εὐρίσκομεν ἀπό τήν ἀφαίρεσιν τῶν ἀριθμητῶν τῶν κλασμάτων τοῦ ἀφαιρετέου ἀπό τό κλάσμα τοῦ μειωτέου.

β' τρόπος: Τρέπομεν τόν μικτόν εἰς κλάσμα καί ἀφαιροῦμεν κλάσμα ἀπό κλάσμα.

$$\text{Π.χ. } 6 \frac{7}{8} - \frac{3}{8} =$$

$$\text{α' τρόπος } 6 \frac{7}{8} - \frac{3}{8} = 6 \frac{4}{8} = 6 \frac{1}{2}$$

$$\text{β' τρόπος } \frac{55}{8} - \frac{3}{8} = \frac{52}{8} = 6 \frac{4}{8} = 6 \frac{1}{2}$$

Ἐάν τὰ κλάσματα εἶναι Ἑτερόνυμα, τὰ τρέπομεν εἰς Ὀμόνυμα.

Ἐάν τό κλάσμα τοῦ ἀφαιρετέου ἔχη ἀριθμητήν μεγαλύτερον ἀπό τό κλάσμα τοῦ μειωτέου καί δέν δύναται νά γίνη ἀφαίρεσις, παίρνομεν μίαν ἀκέραιαν μονάδα ἀπό τόν ἀκέραιον τοῦ μικτοῦ τοῦ μειωτέου, τήν ὁποίαν κάμνομεν κλάσμα μέ ὄρους ἴσους μέ τόν παρανομαστήν τοῦ κλάσματος τοῦ μειωτέου. Εἰς τήν μονάδα αὐτήν προσθέτομεν καί τό κλάσμα τοῦ μειωτέου καί κάμνομεν τήν ἀφαίρεσιν.

Ἐάν ὑπάρχη ἀνάγκη παίρνομεν καί δευτέραν καί τρίτην μονάδα ἀπό τόν ἀκέραιον τοῦ μειωτέου, ἕως ὅτου δύνανται νά ἀφαιροῦνται τὰ κλάσματα.

$$\text{Π.χ. } 9 \frac{1}{4} - \frac{3}{4} =$$

$$8 \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = 8 \frac{2}{4} = 8 \frac{1}{2}$$

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Ἐνα κουτί τσαϊ ζυγίζει $\frac{75}{100}$ τοῦ κιλοῦ. Τό ἀπόβαρόν του εἶναι $\frac{8}{100}$. Πόσον εἶναι τό καθαρόν βάρος τοῦ τσαγιοῦ;

2) Εἶχον ἀγοράσει $2 \frac{1}{2}$ μ. χαρτί τοῦ ρόλου. Ἐχρησιμοποίησα τὰ $\frac{4}{5}$. Πόσα μ. χαρτί μοῦ ἔμεινε;

3) Ἐνα δοχεῖον βούτυρον, τό ὁποῖον εἶχομεν ἀγοράσει, εἶχε $24 \frac{4}{5}$ κιλά βούτυρον. Ἐξωδεύσαμεν τόν περασμένο μῆνα τὰ 8 κιλά. Πόσα κιλά βούτυρον ἔμεινεν εἰς τό δοχεῖον

4) Ἐνας παντοπώλης ἠγόρασε $18 \frac{1}{2}$ κιλά μέλι.

Έπώλησε τήν πρώτην ἡμέραν $4\frac{3}{4}$ κιλά, τήν δευτέραν ἡμέραν $5\frac{4}{5}$ κιλά καί τό ὑπόλοιπον τήν τρίτην ἡμέραν. Πόσον μέλι ἐπώλησε τήν τρίτην ἡμέραν;

5) Ἡ γιαιγιά ἔπλεξε $8\frac{1}{2}$ μ. δαντέλλα. Ἐχρησιμοποίησε διά ἐσώρουχα τῆς ἀδελφῆς μου $2\frac{8}{10}$ μ. καί διά ἰδικά μου 3 μ. Πόση δαντέλλα τῆς ἔμεινε;

6) Νά λυθοῦν αἱ ἀσκήσεις:

$$\alpha) \frac{8}{10} - \frac{5}{9} \qquad \delta) 8 - \frac{5}{11} - 6\frac{7}{8}$$

$$\beta) 5\frac{6}{7} - 4\frac{3}{8} \qquad \epsilon) 5\frac{1}{3} - \frac{8}{9}$$

$$\gamma) 16\frac{1}{8} - 9\frac{3}{5} \qquad \sigma\tau) 4\frac{5}{12} - \frac{6}{7}$$

Μ ά θ η μ α 27ον

6.- Ἀφαίρεσις Μικτοῦ ἀπό Ἀκέрайιον

Διά νά ἀφαιρέσωμεν μικτόν ἀπό ἀκέрайιον ἀφαιροῦμεν κατά δύο τρόπους:

α' τρόπος: Τρέπομεν τόν ἀκέрайιον εἰς μικτόν καί ἀφαιροῦμεν μικτόν ἀπό μικτόν.

(Διά νά τρέψωμεν τόν ἀκέрайιον εἰς μικτόν παίρνομεν μίαν ἀκεραιάν μονάδα ἀπό αὐτόν καί τήν κάμνομεν κλάσμα, τό ὁποῖον ἔχει ὄρους ἴσους μέ τόν παρανομαστήν τοῦ ἀφαιρετέου).

β' τρόπος: Τρέπομεν τόν ἀκέрайιον εἰς κλάσμα, πολλαπλασιάζοντες αὐτόν μέ τόν παρανομαστήν τοῦ ἀφαιρετέου καί τόν μικτόν εἰς κλάσμα καί ἀφαιροῦμεν κλάσμα ἀπό κλάσμα.

$$\text{Π.χ. } 9 - 4\frac{1}{2} =$$

$$\text{α' τρόπος: } 8\frac{2}{2} - 4\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2} \quad ,$$

$$\text{β' τρόπος: } \overset{2}{9} - 4\frac{1}{2} = \frac{18}{2} - \frac{9}{2} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$$

7.- 'Αφαίρεσις Κλάσματος από 'Ακέραιον

Διά νά αφαιρέσωμεν κλάσμα από ακέραιον αφαιρούμεν κατά δύο τρόπους:

α' τρόπος: Κάνομεν τόν ακέραιον μικτόν, δηλ. παίρνομεν μίαν ακεραϊάν μονάδα από τόν ακέραιον καί τήν κάνομεν κλάσμα μέ ἴσους ὄρους μέ τόν παρανομαστήν τοῦ αφαιρετέου καί αφαιρούμεν κλάσμα από μικτόν.

β' τρόπος: Τρέπομεν τόν ακέραιον μειωτέον εἰς κλάσμα πολλαπλασιάζοντες αὐτόν μέ τόν παρανομαστήν τοῦ αφαιρετέου καί αφαιρούμεν κλάσμα από κλάσμα.

Π.χ. $6 - \frac{4}{5}$

α' τρόπος: $5 \frac{5}{5} - \frac{4}{5} = 5 \frac{1}{5}$

β' τρόπος: $6 - \frac{4}{5} =$

$\frac{30}{5} - \frac{4}{5} = \frac{26}{5} = 5 \frac{1}{5}$

8.- 'Αφαίρεσις Κλάσματος από Δεκαδικόν καί Δεκαδικοῦ από Κλάσμα

Διά νά αφαιρέσωμεν κλάσμα από δεκαδικόν, ἢ δεκαδικόν από κλάσμα, αφαιρούμεν κατά δύο τρόπους:

α' τρόπος: Τρέπομεν τό κλάσμα εἰς δεκαδικόν καί αφαιρούμεν δεκαδικούς ἀριθμούς.

β' τρόπος: Τρέπομεν τόν δεκαδικόν εἰς κλάσμα καί αφαιρούμεν κλάσμα από κλάσμα.

Π.χ. $8,25 - \frac{4}{5}$

α' τρόπος:

$$\begin{array}{r} 8,25 \\ - 0,8 \\ \hline 7,45 \end{array}$$

$\frac{4}{5} = 0,8$

β' τρόπος: $8 \frac{25}{100} - \frac{4}{5} = 8 \frac{5}{4} - \frac{4}{5} = 8 \frac{5}{20} - \frac{16}{20} =$

$$= 7 \frac{25}{20} - \frac{16}{20} = 7 \frac{9}{20}$$

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Ἦγόρασα κρέας καί ἔδωσα $84 \frac{2}{5}$ δραχ. Πόσας δραχ. ἐπῆρα ρέστα ἀπό ἓνα ἑκατοντάδραχμο;

2) Ἐνα βαρέλι ζυγίζει γεμᾶτο 400 κιλά κρασί. Τό ἀπόβαρόν του εἶναι $54 \frac{2}{5}$ κιλά. Πόσα κιλά εἶναι τό κρασί;

3) Εἶχα ἀγοράσει $9 \frac{1}{2}$ μ. ὕφασμα. Ἐκαμα μίαν ποδιάν τῆς μικρῆς μου κόρης καί ἐχρησιμοποίησα 0,90 μ., μίαν ποδιά τῆς μεγάλης μου κόρης καί ἐχρησιμοποίησα $1 \frac{4}{5}$ μ. καί μίαν ἰδιικήν μου καί ἐχρησιμοποίησα 2μ. Πόσα μ. ἐχρησιμοποίησα ἐν ὄλῳ καί πόσα μοῦ ἔμειναν;

Μ ά θ η μ α 28ον

1) Μία φιάλη μέ κολώνια ζυγίζει 2 κιλά. Τό ἀπόβαρόν της εἶναι $\frac{2}{10}$ τοῦ κιλοῦ. Πόσην κολώνιαν περιέχει ἡ φιάλη;

2) Ἐνας ἠγόρασε καφέν μέ 87,20 δραχ. τό κιλό. Τόν πωλεῖ $96 \frac{1}{2}$ δραχ. τό κιλό. Πόσας δραχ. κερδίζει ἀπό τό ἔνα κιλό;

3) Νά γίνουν αἱ ἀφαιρέσεις:

α) $1000-492 \frac{2}{5}$ β) $80-49 \frac{1}{4}$ γ) $75-36 \frac{2}{4}$

δ) $1-\frac{4}{5}$ ε) $80-\frac{2}{3}$ στ) $4-\frac{7}{10}$

ζ) $9,25-2 \frac{3}{4}$ η) $4 \frac{2}{5} - 0,75$

ΤΙ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΝΘΥΜΟΥΜΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΦΑΙΡΕΣΙΝ

1.- Αφαίρεσις Ὁμωνύμων Κλασμάτων

$$\frac{8}{10} - \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

2.- Αφαίρεσις Ἐτερονύμων Κλασμάτων

$$\overset{(2)}{\frac{4}{5}} - \overset{(5)}{\frac{1}{2}} = \frac{8}{10} - \frac{5}{10} = \frac{3}{10}$$

3.- Αφαίρεσις Μικτῶν

$$6\frac{4}{5} - 2\frac{1}{5} =$$

α' τρόπος: $6\frac{4}{5} - 2\frac{1}{5} = 4\frac{3}{5}$

β' τρόπος: $6\frac{4}{5} - 2\frac{1}{5} = \frac{34}{5} - \frac{11}{5} = \frac{23}{5} = 4\frac{3}{5}$

4.- Αφαίρεσις Μικτῶν μέ μεγαλύτερον τό κλάσμα τοῦ ἀφαιρετέου

$$8\frac{1}{4} - 6\frac{3}{4} =$$

$$7\frac{5}{4} - 6\frac{3}{4} = 1\frac{1}{4}$$

5.- Αφαίρεσις Ἀκεραίου ἀπό Μικτόν

$$8\frac{1}{4} - 6 = 2\frac{1}{4}$$

6.- Αφαίρεσις Κλάσματος ἀπό Μικτόν

$$9\frac{4}{5} - \frac{2}{5} =$$

α' τρόπος: $9\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = 9\frac{2}{5}$

β' τρόπος: $\frac{49}{5} - \frac{2}{5} = \frac{47}{5} = 9\frac{2}{5}$

7.- 'Αφαίρεσις κλάσματος από Μικτόν μέ μεγαλύτερον τό Κλάσμα του 'Αφαιρετέου.

$$10 \frac{1}{4} - \frac{3}{4} =$$

$$9 \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = 9 \frac{2}{4} = 9 \frac{1}{2}$$

8.- 'Αφαίρεσις Μικτού από άκέραιον

$$6 - 4 \frac{1}{5} =$$

α' τρόπος: $5 \frac{5}{5} - 4 \frac{1}{5} = 1 \frac{4}{5}$

β' τρόπος: $\frac{30}{5} - \frac{21}{5} = \frac{9}{5} = 1 \frac{4}{5}$

9.- 'Αφαίρεσις Κλάσματος από 'Ακέραιον

$$8 - \frac{6}{7} =$$

α' τρόπος: $7 \frac{7}{7} - \frac{6}{7} = 7 \frac{1}{7}$

β' τρόπος: $\frac{56}{7} - \frac{6}{7} = \frac{50}{7} = 7 \frac{1}{7}$

10.- 'Αφαίρεσις Κλασμάτων από Δεκαδικούς ή Δεκαδικῶν από Κλάσματα.

$$9,25 - \frac{4}{5} =$$

α' τρόπος:
$$\begin{array}{r} 9,25 \\ - 0,8 \\ \hline 8,45 \end{array}$$

$$\frac{4}{5} = 0,8$$

β' τρόπος:
$$9 \frac{25}{100} - \frac{4}{5} = 9 \overset{5}{\frac{1}{4}} - \overset{4}{\frac{4}{5}} = 9 \frac{5}{20} - \frac{16}{20} = 8 \frac{25}{20} - \frac{16}{20} = 8 \frac{9}{20}$$

Μ ά θ η μ α 29ον

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Δύο ἀδελφία θέλουν νά χαρίσουν μία τσάντα εἰς τήν μητέρα τους, ἡ ὁποία τιμᾶται 120 δρχ. Τό ἕνα παιδί ἔχει εἰς τόν κουμπιάρν του $48\frac{2}{5}$ δρχ. καί τό ἄλλο 54,50 δρχ. Πόσαι δρχ. τούς λείπουν ἀκόμη;

2) Ἀπό ἕνα βαρέλι λάδι, τό ὁποῖον περιέχει 185 κιλά, ἐπώλησαν τήν πρώτην ἡμέραν $49\frac{2}{5}$ κιλά, τήν δευτέραν ἡμέραν $85\frac{1}{4}$ κιλά καί τήν τρίτην ἡμέραν τό ὑπόλοιπον. Πόσα κιλά λάδι ἐπώλησαν τήν τρίτην ἡμέραν;

3) Μία ὑφάντρια ὕφανε τήν μίαν ἡμέραν $28\frac{2}{5}$ μέτρα καί τήν ἄλλην ἡμέραν 6 μ. ὀλιγώτερα. Πόσα μ. ὕφανε καί τάς δύο ἡμέρας;

4) Εἰς ἕνα σπίτι ἐργάζονται τρεῖς. Ἡ μητέρα παίρνει 72,5 δρχ. τήν ἡμέραν, ὁ υἱός $8\frac{1}{2}$ δρχ. ὀλιγωτέρας ἀπό τήν μητέρα καί ὁ πατέρας ὅσα καί οἱ δύο. Πόσα παίρνουν καί οἱ τρεῖς τήν ἡμέραν;

Μ ά θ η μ α 30όν

1) Ἡγόρασα ὕφασμα καί ἔδωσα 75,20 δρχ., κουμπιά καί ἔδωσα $14\frac{1}{4}$ δρχ., κλωστές καί ἔδωσα $12\frac{2}{5}$ δρχ. Πόσας δρχ. ἔδωσα δι' ὅλα καί πόσα μοῦ ἔμειναν ἀπό 120 δρχ. πού εἶχα εἰς τό πορτοφόλι μου;

2) Ἐνας ἄνθρωπος ἐργάζεται κάθε ἡμέραν $8\frac{1}{4}$ ὥρας. Πόσαι ὥραι μένουν γιά ὕπνον καί γιά ἀνάπαυσιν;

3) Ἐνα τόπι ὕφασμα ἦταν 80 μ. Ἐπωλήθησαν τήν πρώτην ἡμέραν $27\frac{2}{5}$ μ., τήν ἄλλην 25μ. καί τά ὑπόλοιπα τήν

τρίτην ἡμέραν. Πόσα μ. ἐπωλήθησαν τὴν τρίτην ἡμέραν;

4) Ἐνας γεωργός εἶχεν $184 \frac{1}{4}$ στρέμματα χωράφι. Ἐκ τούτων ἔσπειρε τὰ 128,5 στρέμματα μέ σιτάρι καὶ τὰ ὑπόλοιπα μέ κριθάρι.

Πόσα στρέμματα κριθάρι ἔσπειρεν ὁ χωρικός;

5) Νά λυθοῦν αἱ ἀσκήσεις:

$$\alpha) 9 - \frac{4}{5} \qquad \beta) (6 \frac{2}{5} + 8 + 3 \frac{1}{4}) - 2,25$$

$$\gamma) (7 - 2 \frac{1}{4}) + (9 - \frac{4}{10}) \delta) (8 + \frac{2}{5} + 9 \frac{1}{4}) - 3 \frac{2}{10}$$

$$\epsilon) 7,25 - \frac{6}{8} \qquad \sigma\tau) (9,75 - 6 \frac{1}{4} + 8 + 2 \frac{1}{5}) - 4,5$$

Μάθημα 31ον

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

Πότε κάνομεν Πολλαπλασιασμόν

Πολλαπλασιασμόν κάνομεν:

1) Ὄταν γνωρίζωμεν τὴν τιμὴν τῆς μιᾶς μονάδος καὶ ζητοῦμεν τὴν τιμὴν τῶν πολλῶν μονάδων.

2) Ὄταν γνωρίζωμεν τὴν τιμὴν τῆς μιᾶς μονάδος καὶ ζητοῦμεν μέρος τῆς ἀκέραιας μονάδος, δηλ. τῶν πολλῶν κλασματικῶν μονάδων.

1.- Πολλαπλασιασμός Κλάσματος ἐπὶ Ἀκέραιον

Διὰ νά πολλαπλασιάσωμεν κλάσμα ἐπὶ ἀκέραιον, πολλαπλασιάζομεν τὸν ἀριθμητὴν τοῦ κλάσματος ἐπὶ τὸν ἀκέραιον, τὸ γινόμενον γράφομεν ἀριθμητὴν καὶ παρανομαστὴν τὸν ἴδιον.

$$\text{Π.χ. } \frac{4}{5} \times 3 = \frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5}$$

2.- Πολλαπλασιασμός Μικτοῦ ἐπὶ Ἀκέραιον

Διὰ νά πολλαπλασιάσωμεν μικτὸν ἐπὶ ἀκέραιον, τρέ-

πομεν τόν μικτόν εἰς κλάσμα καί πολλαπλασιάζομεν κλάσμα ἐπὶ ἀκέραιον.

$$\text{Π.χ. } 8 \frac{2}{5} \times 6 = \frac{42}{5} \times 6 = \frac{252}{5} = 50 \frac{2}{5}$$

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Ἐνα χαρτοφάνελλον τιμᾶται $\frac{2}{10}$ δρχ. Πόσας δρχ. τιμῶνται 25 ὅμοια χαρτοφάνελλα;

2) Διὰ ἓνα κουστούμι χρειάζονται $3 \frac{4}{5}$ μ. ὕφασμα. Πόσον ὕφασμα θά χρειασθῶμεν διὰ 45 ὅμοια κουστούμια;

3) Ἡγόρασα $6 \frac{1}{2}$ κιλά ζάχαρι πρὸς 9 δρχ. τό κιλό καί $8 \frac{2}{5}$ κιλά ρύζι πρὸς 8 δρχ. τό κιλό. Πόσας δρχ. ἔδωσα καί πόσας ἐπῆρα ρέστα ἀπὸ 150 δρχ.;

4) Ἡγόρασα $4 \frac{3}{4}$ μ. ὕφασμα πρὸς 68 δρχ. τό μ. καί 4 κουμπιά πρὸς $\frac{8}{10}$ δρχ. τό ἓνα, διὰ νά κάμω ἓνα φόρεμα. Ἐπλήρωσα διὰ ραπτικά καί διὰ κλωστές $162 \frac{1}{5}$ δρχ. Πόσας δρχ. μοῦ ἔστοίχισε τό φόρεμα καί πόσας δρχ. ἐκέρδισα διότι, ἐάν ἠγόραζον ἔτοιμον τό φόρεμα θά ἔδιδα 560 δρχ.;

5) Νά γίνουν αἱ πράξεις:

$$\alpha) \frac{8}{10} \times 6 \quad \beta) 7 \frac{2}{5} \times 4 \quad \gamma) 9 \frac{2}{5} \times 4$$

$$\delta) 19 \frac{1}{8} \times 6 \quad \epsilon) \frac{9}{20} \times 4$$

Μ ά θ η μ α 32ον

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΗΣ ΚΛΑΣΜΑ

1.- Πολλαπλασιασμός Ἀκέραιου ἐπὶ Κλάσμα

Διὰ νά πολλαπλασιάσωμεν ἀκέραιον ἐπὶ κλάσμα, πολλαπλασιάζομεν τόν ἀκέραιον ἐπὶ τόν ἀριθμητὴν τοῦ κλάσματος. Τό γινόμενον γράφομεν ἀριθμητὴν καί παρανομαστήν τόν ἴδιον.

$$\text{Π.χ. } 4 \times \frac{3}{5} = \frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5}$$

2.- Πολλαπλασιασμός Κλάσματος επί κλάσμα

Διά νά πολλαπλασιάσωμεν κλάσμα επί κλάσμα, πολλαπλασιάζομεν ἀριθμητήν επί ἀριθμητήν καί παρανομαστήν επί παρανομαστήν. Τό γινόμενον τῶν ἀριθμητῶν γράφομεν ἀριθμητήν καί τό γινόμενον τῶν παρανομαστῶν γράφομεν παρανομαστήν.

$$\text{Π.χ. } \frac{6}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{6 \times 3}{8 \times 4} = \frac{18}{32} = \frac{9}{16}$$

3.- Πολλαπλασιασμός Ἀκεραίου επί Μικτόν

Διά νά πολλαπλασιάσωμεν ἀκέραιον επί μικτόν, τρέπομεν τόν μικτόν εἰς κλάσμα καί πολλαπλασιάζομεν ἀκέραιον επί κλάσμα.

$$\text{Π.χ. } 6 \times 2 \frac{3}{5} = \frac{6 \times 13}{5} = \frac{78}{5} = 15 \frac{3}{5}$$

4.- Πολλαπλασιασμός Μικτοῦ επί Κλάσμα

Διά νά πολλαπλασιάσωμεν μικτόν επί κλάσμα, τρέπομεν τόν μικτόν εἰς κλάσμα καί πολλαπλασιάζομεν κλάσμα επί κλάσμα.

$$\begin{aligned} \text{Π.χ. } 6 \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} &= \frac{13}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{13 \times 4}{2 \times 5} = \frac{52}{10} = \\ &= 5 \frac{2}{10} = 5 \frac{1}{5} \end{aligned}$$

5.- Πολλαπλασιασμός Κλάσματος επί μικτόν

Διά νά πολλαπλασιάσωμεν κλάσμα επί μικτόν, τρέπομεν τόν μικτόν εἰς κλάσμα καί πολλαπλασιάζομεν κλάσμα επί κλάσμα.

$$\begin{aligned} \text{Π.χ. } \frac{8}{10} \times 2 \frac{1}{4} &= \frac{8}{10} \times \frac{9}{4} = \frac{8 \times 9}{10 \times 4} = \frac{72}{40} = 1 \frac{32}{40} = \\ &= 1 \frac{4}{5} \end{aligned}$$

6.- Πολλαπλασιασμός Μικτοῦ επί Μικτόν

Διά νά πολλαπλασιάσωμεν μικτόν επί μικτόν, τρέπο-

μεν τούς μικτούς εἰς κλάσματα καὶ πολλαπλασιάζομεν κλάσμα ἐπὶ κλάσμα.

$$\text{Π.χ. } 2 \frac{1}{4} \times 3 \frac{2}{5} =$$

$$\frac{9}{4} \times \frac{17}{5} = \frac{9 \times 17}{4 \times 5} = \frac{153}{20} = 7 \frac{13}{20}$$

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Ἐνα πλοῖον διανύει τὴν ὥραν $15 \frac{4}{5}$ μίλια. Πόσα μίλια θά διανύσῃ σέ $4 \frac{2}{5}$ ὥρας;

2) Ἐνα κουτί περιέχει $4 \frac{1}{5}$ κιλά μαρμελάδα. Πόσα κιλά περιέχουν τὰ 12 ὅμοια κουτιά;

3) Ἐνα κιλό φωμί ἔχει $\frac{3}{10}$ τοῦ δεκαδράχμου. Πόσας δραχ. θά δώσωμεν ἐάν ἀγοράσωμεν $3 \frac{1}{2}$ κιλά;

Μ ά θ η μ α 330

1) Ἐνα κιλό λίπος τιμᾶται 48 δρχ. Πόσον τιμῶνται τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ κιλοῦ;

2) Ἐνα κιλό λάδι τιμᾶται $24 \frac{1}{2}$ δρχ. Πόσον ἔχουν τὰ $\frac{2}{5}$ τοῦ κιλοῦ;

3) Νά γίνουιν αἱ ἀσκήσεις:

$$\alpha) \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \quad \beta) \frac{9}{8} \times 2 \frac{1}{2} \quad \gamma) 7 \frac{1}{2} \times 4 \frac{2}{5}$$

$$\delta) \frac{8}{10} \times 2 \frac{1}{3} \quad \epsilon) \frac{8}{10} \times 2 \frac{1}{2} \quad \sigma\tau) 7 \frac{1}{2} \times 4$$

ΤΙ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΝΘΥΜΟΥΜΑΙ ΔΙΑ ΤΟΝ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΝ

1.- Πολλαπλασιασμός Κλάσματος ἐπὶ Ἀκέραιον

$$\frac{4}{5} \times 3 = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5}$$

2.- Πολλαπλασιασμός Μικτού επί 'Ακέραιον

$$8 \frac{1}{2} \times 6 = \frac{17}{2} \times 6 = \frac{17 \times 6}{2} = \frac{102}{2} = 51$$

3.- Πολλαπλασιασμός 'Ακέραιου επί Κλάσματος

$$8 \times \frac{3}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

4.- Πολλαπλασιασμός Κλάσματος επί Κλάσμα

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

5.- Πολλαπλασιασμός 'Ακέραιου επί Μικτόν

$$6 \times 4 \frac{1}{2} = 6 \times \frac{9}{2} = \frac{54}{2} = 27$$

6.- Πολλαπλασιασμός Μικτού επί Κλάσμα

$$2 \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} =$$

$$\frac{7}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{7 \times 4}{3 \times 5} = \frac{28}{15} = 1 \frac{13}{15}$$

7.- Πολλαπλασιασμός Κλάσματος επί Μικτόν

$$\frac{3}{4} \times 2 \frac{1}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{17}{8} = \frac{3 \times 17}{4 \times 8} = \frac{51}{32} = 1 \frac{19}{32}$$

8.- Πολλαπλασιασμός Μικτού επί Μικτόν

$$2 \frac{1}{4} \times 6 \frac{3}{5} =$$

$$\frac{9}{4} \times \frac{33}{5} = \frac{9 \times 33}{4 \times 5} = \frac{297}{20} = 14 \frac{17}{20}$$

Μ ά θ η μ α 34ον

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΛΥΟΜΕΝΑ ΔΙΑ ΤΗΣ ΑΝΑΓΩΓΗΣ ΕΙΣ ΤΗΝ ΜΟΝΑΔΑ

Είς τά προβλήματα αὐτά εὐρίσκομεν πρῶτον τήν τιμήν τῆς μιᾶς κλασματικῆς μονάδος καί ἔπειτα τήν ζητούμενην τιμήν τῶν πολλῶν κλασματικῶν μονάδων, ἥ μέρος τῆς ἀκεραίας μονάδος.

Π.χ. Ἐνα κιλὸ φασόλια τιμᾶται 12 δρχ. Πόσας δρχ. τιμῶνται τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ κιλοῦ;

Σκέψις

Ἐφοῦ τό 1 κιλὸ, δηλ. τὰ $\frac{4}{4}$, τιμᾶται 12 δρχ., τό $\frac{1}{4}$ τοῦ κιλοῦ, τό ὁποῖον ὡς πρὸς τὰ $\frac{4}{4}$ εἶναι καί 4 φορές μικρότερον, θά τιμᾶται καί 4 φορές ὀλιγώτερον ἀπό ὅτι τιμᾶται τό $\frac{1}{4}$, δηλ. $\frac{12}{4}$.

Καί τὰ $\frac{3}{4}$, τὰ ὁποῖα ὡς πρὸς τό $\frac{1}{4}$ εἶναι καί 3 φορές μεγαλύτερα, θά τιμῶνται καί 3 φορές περισσότερο ἀπό ὅτι τιμᾶται τό $\frac{1}{4}$, δηλ. $\frac{12 \times 3}{4}$.

Κατάταξις

1 κιλὸ 12 δρχ.

$\frac{3}{4}$ X;

Λύσις

1 κιλ. δηλ. $\frac{4}{4}$ 12 δρχ.

$\frac{1}{4}$ $\frac{12}{4}$ "

$\frac{3}{4}$ $\frac{12 \times 3}{4}$ =

= $\frac{36}{4}$ = 9 δρχ.

Ἀπάντησις

Ὅστε τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ κιλοῦ τιμῶνται 9 δρχ.

Σημείωσις: Λέγομεν τό $\frac{1}{4}$, τό ὁποῖον ὡς πρὸς τὰ $\frac{4}{4}$ εἶ-

ναι 4 φορές μικρότερον, θά τιμᾶται καί 4 φορές ὀλιγώτερον ἀπό ὅτι τό $\frac{1}{4}$, δηλ. $\frac{12}{4}$.

Τό κλάσμα $\frac{12}{4}$ σημαίνει διαίρεσιν, δηλ. ὅτι διαιροῦμεν τόν ἀκέραιον ἀριθμόν 12, ὁ ὁποῖος εἶναι ἡ τιμή τοῦ ἑνός κιλοῦ, διά 4.

2ον Πρόβλημα:

Ἐνα κιλό λάδι τιμᾶται $\frac{45}{2}$ δρχ. Τά $\frac{3}{5}$ τοῦ κιλοῦ πόσες δρχ. τιμῶνται;

Σκέψις

Ἄφοῦ τό 1 κιλό, δηλ. τά $\frac{5}{5}$ τιμῶνται $\frac{45}{2}$ δρχ., τό $\frac{1}{5}$ τοῦ κιλοῦ, τό ὁποῖον ὡς πρὸς τά $\frac{5}{5}$ εἶναι καί 5 φορές μικρότερον, θά τιμᾶται καί 5 φορές ὀλιγώτερον ἀπό ὅτι τιμῶνται τά $\frac{5}{5}$, δηλ. $\frac{45}{2 \times 5}$ καί τά $\frac{3}{5}$ τοῦ κιλοῦ, τά ὅποια ὡς πρὸς τό $\frac{1}{5}$ εἶναι καί 3 φορές μεγαλύτερα, θά τιμῶνται καί 3 φορές περισσότερον ἀπό ὅτι τιμᾶται τό $\frac{1}{5}$, δηλ. $\frac{45 \times 3}{2 \times 5}$.

Κατάταξις

1 κιλό $\frac{45}{2}$ δρχ.
$\frac{3}{5}$ κιλοῦ X; "

Λύσις

$$\begin{aligned}
 & 1 \text{ κιλό, δηλ. } \frac{5}{5} && \frac{45}{2} \text{ δρχ.} \\
 & \frac{1}{5} && \frac{45}{2 \times 5} \text{ " } \\
 & \frac{3}{5} && \frac{45 \times 3}{2 \times 5} = \\
 & = \frac{135}{10} = 13 \frac{5}{10} = 13 \frac{1}{2} \text{ δρχ.}
 \end{aligned}$$

Σημείωσις: Λέγομεν ὅτι τό $\frac{1}{5}$, τό ὁποῖον ὡς πρὸς τά $\frac{5}{5}$ εἶναι καί 5 φορές μικρότερον ἀπό τά $\frac{5}{5}$, θά τιμᾶται καί 5 φορές ὀλιγώτερον, δηλ. $\frac{45}{2 \times 5}$.

Ἐδῶ πολλαπλασιάζομεν τόν παρανομαστήν τοῦ κλάσμα-

τος $\frac{45}{2 \times 5}$, δηλ. μικραίνομεν τήν άξιάν του κλάσματος 5 φορές.

(Ένα κλάσμα μικραίνει, όταν διαιρέσωμεν τόν άριθμητήν του, ή πολλαπλασιάσωμεν τόν παρανομαστήν του).

Νά λυθοῦν τά προβλήματα διά τῆς 'Αναγωγῆς εἰς τήν μονάδα:

1) Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τόν ἀέρα εἶναι 340 μ. τό δευτερόλεπτον. Πόσα μέτρα τρέχει ὁ ἤχος εἰς $6\frac{2}{5}$ δευτερόλεπτα;

2) Ένα μέτρον ὕφασμα τιμᾶται 72 δραχ. Πόσας δραχ. θά δώσωμεν, ἐάν ἀγοράσωμεν $4\frac{1}{2}$ μ. τοῦ ἰδίου ὕφασματος;

3) Ένα αὐτοκίνητον διανύει 48 $\frac{1}{4}$ χιλ. τήν ὥραν. Πόσα χιλ. θά διανύσῃ σέ $7\frac{1}{2}$ ὥρας;

4) Μία ὑφάντρια ὕφαίνει 8 $\frac{1}{2}$ μ. τήν ἡμέραν. Πόσα μέτρα θά ὑφάνῃ σέ $10\frac{1}{4}$ ἡμέρας;

Μ ά θ η μ α 35ον

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΠΟΛΛΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{2 \times 4 \times 1}{3 \times 5 \times 2} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

1) Νά γίνουιν οἱ πολλαπλασιασμοί:

α) $\left(\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{4}\right)$ β) $\left(6\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}\right)$

γ) $\left(\frac{7}{10} \times 4\frac{1}{5} \times 3\frac{2}{4} \times \frac{1}{2}\right)$ δ) $\left(\frac{7}{5} \times 2\frac{1}{3} \times \frac{6}{8}\right)$

ε) $\frac{25}{100} \times \frac{3}{9} \times \frac{6}{10}$ στ) $\frac{6}{12} \times \frac{4}{5} \times \frac{25}{50}$

2) Νά λυθοῦν αἱ ἀσκήσεις:

α) $7+6,75+5\frac{1}{4}$ β) $3-2\frac{1}{4}$ γ) $8\frac{1}{5}-6\frac{3}{5}$

δ) $20-\frac{4}{5}$ ε) $\frac{2}{3}\times 3\frac{1}{2}$ στ) $8\times 2\frac{4}{5}$

Μάθημα 36ον

ΔΙΑΙΡΕΣΙΣ

1.- Διαιρέσεις Κλάσματος δι' Ἀκεραίου

Διὰ νά διαιρέσωμεν κλάσμα δι' ἀκεραίου, ἢ διαιροῦμεν τὸν ἀριθμητὴν διὰ τοῦ ἀκεραίου (ἂν διαιρῆται ἀκριβῶς), ὅποτε γράφομεν τὸ πηλίκον ἀριθμητὴν καὶ παρανομαστήν τὸν ἴδιον, ἢ πολλαπλασιάζομεν τὸν παρανομαστήν, ὅποτε γράφομεν τὸ γινόμενον παρανομαστήν, ἀριθμητὴν δὲ τὸν ἴδιον.

Π.χ. $\frac{28}{5} : 4 = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$ ἢ

$\frac{28}{5} : 4 = \frac{28}{5\times 4} = \frac{28}{20} = 1\frac{8}{20} = 1\frac{2}{5}$

2.- Διαιρέσεις Μικτοῦ δι' Ἀκεραίου

Διὰ νά διαιρέσωμεν μικτὸν δι' ἀκεραίου, τρέπομεν τὸν μικτὸν εἰς κλάσμα καὶ διαιροῦμεν κλάσμα δι' ἀκεραίου.

Π.χ. $7\frac{1}{2} : 5 = \frac{15}{2} : 5 = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

3.- Διαιρέσεις Ἀκεραίου διὰ κλάσματος

Διὰ νά διαιρέσωμεν ἀκέραιον διὰ κλάσματος, ἀντιστρέφομεν τοὺς ὄρους τοῦ κλασματικοῦ διαιρέτου καὶ ἀντί διαιρέσεως κάνομεν πολλαπλασιασμόν.

Π.χ. $8 : \frac{4}{5} = \frac{8\times 5}{4} = \frac{40}{4} = 10$

4.- Διαιρέσεις Ἀκεραίου διὰ Μικτοῦ

Διὰ νά διαιρέσωμεν ἀκέραιον διὰ μικτοῦ, τρέπομεν τὸν μικτὸν εἰς κλάσμα καὶ διαιροῦμεν ἀκέραιον διὰ κλά-

σματος.

$$\text{Π.χ. } 25 : 2 \frac{1}{2} = 25 : \frac{5}{2} = \frac{25 \times 2}{5} = \frac{50}{5} = 10$$

5.- Διαίρεσις Κλάσματος διά Κλάσματος

Διά νά διαιρέσωμεν κλάσμα διά κλάσματος, αντίστροφον τούς όρους τού δευτέρου κλάσματος (κλασματικού διαιρέτου) καί αντί διαιρέσεως κάνομεν πολλαπλασιασμόν.

$$\text{Π.χ. } \frac{6}{8} : \frac{4}{10} = \frac{6 \times 10}{8 \times 4} = \frac{60}{32} = 1 \frac{28}{32} = 1 \frac{7}{8}$$

6.- Διαίρεσις Κλάσματος διά Μικτού

Διά νά διαιρέσωμεν κλάσμα διά μικτού, τρέπομεν τόν μικτόν είς κλάσμα καί διαιρούμεν κλάσμα διά κλάσματος.

$$\text{Π.χ. } \frac{9}{10} : 2 \frac{1}{3} = \frac{9}{10} : \frac{7}{3} = \frac{9 \times 3}{10 \times 7} = \frac{27}{70}$$

7.- Διαίρεσις Μικτού διά Κλάσματος

Διά νά διαιρέσωμεν μικτόν διά κλάσματος, τρέπομεν τόν μικτόν είς κλάσματα καί διαιρούμεν κλάσμα διά κλάσματος.

$$\text{Π.χ. } 2 \frac{4}{5} : \frac{3}{4} = \frac{14}{5} : \frac{3}{4} = \frac{14 \times 4}{5 \times 3} = \frac{56}{15} = 3 \frac{11}{15}$$

8.- Διαίρεσις Μικτού διά Μικτού

Διά νά διαιρέσωμεν μικτόν διά μικτού, τρέπομεν τούς μικτούς είς κλάσματα καί διαιρούμεν κλάσμα διά κλάσματος.

$$\text{Π.χ. } 6 \frac{1}{2} : 2 \frac{2}{8} = \frac{13}{2} : \frac{18}{8} = \frac{13 \times 8}{2 \times 18} = \frac{104}{36} = 2 \frac{32}{36} = 2 \frac{8}{9}$$

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Ἡγόρασα 7 κιλά ζάχαρι καί ἔδωσα $59 \frac{1}{2}$ δρ. Πόσας δρχ. ἠγόρασα τό κιλό;

2) Ἡγόρασα 8 κιλά φωμί μαῦρο καί ἐπλήρωσα $17 \frac{3}{5}$ δρχ. Πόσας δρχ. ἠγόρασα τό 1 κιλό;

- 3) Ένας χωρικός έπώλησεν 65 κιλά σιτάρι και έπῆρεν $68 \frac{3}{4}$ δραχ. Πόσας δραχ. έπώλησε τό ένα κιλό;
- 4) Μία ύφαντρια ύφανεν εἰς 21 ἡμέρας $130 \frac{1}{5}$ μ. Πόσα μέτρα ύφανεν εἰς μίαν ἡμέραν;

Μ ά θ η μ α 37ον

1) Μία έργάτρια παίρνει ἡμερομίσθιον $48 \frac{1}{2}$ δραχ. Τόν περασμένο μήνα έπληρώθη $1212 \frac{2}{4}$ δραχ. Πόσας ἡμέρας εἰργάσθη;

2) Ένα άτμόπλοιον εἰς $7 \frac{1}{4}$ ὥρας διέτρεξεν 116 μίλια. Μέ πόσα μίλια τήν ὥραν έπλευσεν;

3) Ένα άυτοκίνητον εἰς διάστημα $3 \frac{2}{5}$ ὥρων διέτρεξεν $163 \frac{1}{5}$ χιλ. Πόσα χιλ. διέτρεξε τήν μίαν ὥραν;

4) Νά λυθοῦν αἱ άσκήσεις:

- α) $\frac{25}{4} : 5$ β) $\frac{9}{4} : 6$ γ) $9 \frac{2}{5} : 4$ δ) $8 \frac{1}{2} : \frac{4}{5}$
ε) $70 : \frac{2}{5}$ στ) $9 \frac{2}{5} : \frac{3}{4}$ ζ) $8 \frac{2}{5} : 1 \frac{1}{4}$ η) $500 : \frac{6}{10}$
θ) $35 \frac{1}{2} : 2 \frac{1}{3}$ ι) $\frac{7}{5} : \frac{2}{3}$

Μ ά θ η μ α 38ον

ΔΙΑΙΡΕΣΙΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ

Ένθυμηθήτε πότε κάνομεν "ΔΙΑΙΡΕΣΙΝ".

1) Διαίρεσιν κάνομεν, όταν γνωρίζωμεν τήν τιμήν τῶν πολλῶν μονάδων καί ζητοῦμεν τήν τιμήν τῆς μιᾶς μονάδος.

ΔΙΑΙΡΕΣΙΣ ΜΕΡΙΣΜΟΥ

Π.χ. 8 σοκολάτες 40 δραχ.
1 σοκολάτα X; "

Ἐδῶ διαιρετέος εἶναι ὁ ὑπεράνω τοῦ Χ.

$$40 = \text{ΔΙΑΙΡΕΤΕΟΣ}, \quad 8 = \text{ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ}$$

2) Ὅταν γνωρίζωμεν μέρος ἑνός ἀριθμοῦ καί ζητοῦμεν νά εὕρωμεν ὁλόκληρον τόν ἀριθμόν (διαίρεσις μερισμοῦ).

$$\begin{array}{l} \text{Π.χ.} \quad \frac{4}{5} \text{ κιλά} \quad 20 \text{ δραχ.} \\ \quad \quad 1 \text{ κιλό} \quad \quad \quad \text{X;} \end{array}$$

Ἐδῶ διαιρετέος εἶναι ὁ ὑπεράνω τοῦ Χ.

$$20 = \text{ΔΙΑΙΡΕΤΕΟΣ}, \quad \frac{4}{5} = \text{ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ}$$

3) Ὅταν γνωρίζωμεν τήν τιμήν τῆς μιᾶς μονάδος καί τήν τιμήν τῶν πολλῶν μονάδων καί ζητοῦμεν τό πλήθος τῶν μονάδων (διαίρεσις μετρήσεως).

$$\begin{array}{l} 1 \frac{1}{5} \text{ δραχ.} \quad 1 \text{ κιλό} \\ \frac{9}{10} \quad \quad \quad \quad \text{X;} \end{array}$$

Ἐδῶ διαιρετέος εἶναι ὁ ἀπέναντι τοῦ Χ.

$$\frac{9}{10} = \text{ΔΙΑΙΡΕΤΕΟΣ}, \quad 1 \frac{1}{5} = \text{ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ}$$

4) Ὅταν γνωρίζωμεν τήν τιμήν τῆς μιᾶς μονάδος καί τήν τιμήν τῶν πολλῶν μονάδων καί ζητοῦμεν ἄλλας πολλές μονάδας (διαίρεσις μετρήσεως).

$$\begin{array}{l} \text{Π.χ.} \quad 24 \text{ κιλά σαποῦνι} \quad 1 \text{ κωβίτιον} \\ \quad \quad 120 \text{ κιλά σαποῦνι} \quad \text{X;} \text{ κιβώτια} \end{array}$$

Ἐδῶ διαιρετέος εἶναι ὁ ἀπέναντι τοῦ Χ.

$$120 = \text{ΔΙΑΙΡΕΤΕΟΣ}, \quad 24 = \text{ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ}$$

Πρόβλημα

Διά νά γίνη ἕνα ἀνδρικόν ὑποκάμισον χρειάζονται $2 \frac{3}{4}$ μ. ὑφάσματος. Μέ 66 μ. ὑφασμα πόσα ὑποκάμισα θά κάμη ἕνα ἐργοστάσιον;

Κατάταξις

$2 \frac{3}{4}$ μ. 1 υποκάμ.

66 " X; "

66 = ΔΙΑΙΡΕΤΕΟΣ

$2 \frac{3}{4}$ = ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ

Λύσις

$$66 : 2 \frac{3}{4} = 66 : \frac{11}{4} = \frac{66 \times 4}{11} = \frac{264}{11} = 24$$

Απάντησις

Μέ τά 66 μ. τό ἐργοστάσιον θά κάμῃ 24 υποκάμισα.

Σκέψις

Διά νά λύσω τό πρόβλημα αὐτό, θά κάμω Διαίρεσιν Μετρήσεως, διότι γνωρίζω τήν τιμήν τῆς μιᾶς μονάδος, ὅτι δηλαδή μέ $2 \frac{3}{4}$ μ. γίνεται ἕνα υποκάμισο καί γνωρίζω ἐπίσης τό πλήθος τῶν μέτρων (66), δηλ. τήν τιμήν τῶν πολλῶν μονάδων καί ζητῶ ἄλλας πολλές μονάδας (δηλ. πλήθος υποκαμίσιων).

Διά τοῦτο θά διαιρέσω τό 66 διά τοῦ $2 \frac{3}{4}$. Τό πηλίκον θά μοῦ φανερώσῃ πόσα υποκάμισα θά κάμω μέ 66 μ.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Μέ $2 \frac{4}{5}$ μ. ὕφασμα γίνεται ποδιά διά ἕναν μαθητήν Δ'τάξεως. Μέ $114 \frac{2}{5}$ μ. πόσαι ὅμοιαι ποδιά θά γίνουν;

2) Μέ $\frac{16}{25}$ μ. γίνεται μία πετσέτα φαγητοῦ. Μέ $76 \frac{4}{5}$ μ. πόσας πετσέτας θά κάμῃ ἕνα κατάστημα;

3) Ἀπό μίαν βρύσην ρέουν εἰς μίαν δεξαμενήν $16 \frac{1}{10}$ κιλιά νερό εἰς κάθε πρῶτον λεπτόν. Εἰς πόσα λεπτά θά τρέ-

ξουν, $402 \frac{1}{2}$;

Μ ά θ η μ α 39ον

1) Μία σόμπα πετρελαίου καίει εις μίαν ὥραν $\frac{3}{4}$ τοῦ κιλοῦ πετρέλαιον. Εἰς πόσας ὥρας θά καύσῃ $4 \frac{1}{2}$ κιλά;

2) Ἐνας ἐλαιοπαραγωγός γεμίζει μέ $14 \frac{1}{2}$ κιλά λάδι ἓνα δοχεῖον. Πόσα ὅμοια δοχεῖα θά χρειασθῇ διὰ νά βάλη 116 κιλά λάδι;

3) Νά γίνουσι αἱ διαιρέσεις:

α) $\frac{4}{5} : \frac{1}{2}$

β) $20 : \frac{4}{5}$

γ) $\frac{120}{3} : 5$

δ) $8 \frac{4}{5} : 2 \frac{1}{2}$

ε) $9 \frac{1}{2} : \frac{6}{8}$

Μ ά θ η μ α 40όν

Νά λυθοῦν διὰ τῆς 'Αναγωγῆς εἰς τήν Μονάδα τά προβλήματα τῆς Διαιρέσεως:

1) Ἦγόρασα $9 \frac{1}{2}$ μ. κορδέλλα καί ἐπλήρωσα $7 \frac{3}{5}$ δραχ. Πόσας δραχ. ἤγόρασα τό μέτρον;

2) Ἦγόρασα $4 \frac{4}{5}$ μ. ὑφάσματος καί ἔδωσα 408 δραχ. Πόσας δραχ. ἤγόρασα τό μέτρον;

3) Ἦγόρασα $\frac{2}{3}$ τοῦ κιλοῦ ἀλάτι καί ἐπλήρωσα $\frac{4}{5}$ δραχ. Πόσας δραχ. τιμᾶται τό κιλό τό ἀλάτι;

4) Ἀπό μίαν βρύσην ρέουσι εἰς μίαν δεξαμενήν $28 \frac{4}{5}$ κιλά νερό εἰς κάθε πρῶτον λεπτόν. Εἰς πόσα λεπτά θά τρέξουν 1008 κιλά;

5) Νά γίνουν αϊ διαιρέσεις:

$$\alpha) 7 \frac{2}{5} : \frac{4}{8} \quad \beta) \frac{9}{5} : 3 \quad \gamma) 8 \frac{1}{2} : \frac{2}{4}$$

$$\delta) 19 \frac{1}{2} : 4 \frac{2}{3} \quad \epsilon) 78 \frac{1}{2} : \frac{6}{8}$$

ΤΙ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΝΘΥΜΟΥΜΑΙ ΔΙΑ ΤΗΝ ΔΙΑΙΡΕΣΙΝ

1.- Διαίρεσις Κλάσματος δι' ἀκεραίου

$$\alpha) \frac{9}{10} : 3 = \frac{3}{10}$$

$$\beta) \frac{9}{10} : 4 = \frac{9}{10 \times 4} = \frac{9}{40}$$

2.- Διαίρεσις Μικτοῦ δι' Ἀκεραίου

$$8 \frac{1}{5} : 5 = \frac{41}{5} : 5 = \frac{41}{5 \times 5} = \frac{41}{25} = 1 \frac{16}{25}$$

3.- Διαίρεσις Ἀκεραίου διὰ Κλάσματος

$$8 : \frac{2}{5} = \frac{8 \times 5}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

4.- Διαίρεσις Ἀκεραίου διὰ Μικτοῦ

$$20 : 4 \frac{1}{2} =$$

$$20 : \frac{9}{2} = \frac{20 \times 2}{9} = \frac{40}{9} = 4 \frac{4}{9}$$

5.- Διαίρεσις Κλάσματος διὰ Κλάσματος

$$\frac{4}{5} : \frac{1}{2} = \frac{4 \times 2}{5 \times 1} = \frac{8}{5} = 1 \frac{3}{5}$$

6.- Διαίρεσις Μικτοῦ διὰ Κλάσματος

$$8 \frac{1}{2} : \frac{4}{5} = \frac{17}{2} : \frac{4}{5} = \frac{17 \times 5}{2 \times 4} = \frac{85}{8} = 10 \frac{5}{8}$$

7.- Διαίρεσις Κλάσματος διά Μικτοῦ

$$\frac{8}{10} : 2 \frac{1}{2} = \frac{8}{10} : \frac{5}{2} = \frac{8 \times 2}{10 \times 5} = \frac{16}{50} = \frac{8}{25}$$

8.- Διαίρεσις Μικτοῦ διά Μικτοῦ

$$9 \frac{1}{2} : 2 \frac{3}{4} =$$

$$\frac{19}{2} : \frac{11}{4} = \frac{19 \times 4}{2 \times 11} = \frac{76}{22} = 3 \frac{10}{22} = 3 \frac{5}{11}$$

Μάθημα 41ον

ΔΙΠΛΗ ΑΝΑΓΩΓΗ

Πρόβλημα

Τά $\frac{4}{5}$ ενός μέτρου ιφάσματος τιμῶνται 60 δραχ. Πόσον τιμῶνται τά $3 \frac{1}{2}$ μ.;

Γεν. Κατάταξις

$\frac{4}{5}$ μ.	60 δραχ.
$3 \frac{1}{2}$ μ.	X;

1η Κατάταξις

$\frac{4}{5}$ μ.	60 δραχ.
1 μ.	X;

2α Κατάταξις

1 μ.	75 δραχ.
$3 \frac{1}{2}$ μ.	X;

Λύσις:

$$60 : \frac{4}{5} = \frac{60 \times 5}{4} = \frac{300}{4} = 75 \text{ δραχ.}$$

'Απάντησις

Τό ένα μέτρο τιμᾶται 75 δραχ.

Λύσις

$$75 \times 3 \frac{1}{2} = 75 \times \frac{7}{2} = \frac{525}{2} = 262 \frac{1}{2} \text{ δρα.}$$

'Απάντησις

Ὡστε τά $3 \frac{1}{2}$ μ. τιμῶνται $262 \frac{1}{2}$ δρα.

Τό πρόβλημα τοῦτο δύναται νά λυθῆ καί ὡς ἐξῆς: Νά τρέψωμεν τά κλάσματα εἰς Ὁμώνυμα καί νά κάνωμεν ἀπλῆν ἀναγωγῆν.

$$\frac{4}{5} \quad 3 \frac{1}{2} = \frac{\overset{2}{4}}{5} \quad \frac{\overset{5}{7}}{2} = \frac{8}{10} \quad \frac{35}{10}$$

<u>Κατάταξις</u>	
$\frac{8}{10}$	60δρχ.
$\frac{35}{10}$	X;

<u>Λύσις</u>	
$\frac{8}{10}$	60 δρχ.
$\frac{1}{10}$	$\frac{60}{8}$ "
$\frac{35}{10}$	$\frac{60 \times 35}{8} = \frac{2100}{8} = 262 \frac{4}{8} =$
	$= 262 \frac{1}{2}$.

Ἀπάντησις

Ὅστε τά $3 \frac{1}{2}$ μ. τιμῶνται $262 \frac{1}{2}$ δρχ.

Λύσις τοῦ προβλήματος διὰ τῆς διπλῆς ἀναγωγῆς:

Σκέψις

Ἀφοῦ τά $\frac{4}{5}$ τοῦ μέτρου τιμῶνται 60 δρχ., τό $\frac{1}{5}$ τοῦ μ., τό ὁποῖον ὡς πρὸς τά $\frac{4}{5}$ εἶναι καί 4 φορές μικρότερον, θά τιμᾶται καί 4 φορές ὀλιγώτερον ἀπὸ ὅτι τιμῶνται τά $\frac{4}{5}$, δηλ. $\frac{60}{4}$ καί τό 1 μέτρον, δηλ. τά $\frac{5}{5}$, τά ὁποῖα ὡς πρὸς τό $\frac{1}{5}$ εἶναι καί 5 φορές μεγαλύτερα, θά τιμῶνται καί 5 φορές περισσότερον ἀπὸ ὅτι τιμᾶται τό $\frac{1}{5}$, δηλαδή $\frac{60 \times 5}{4} = \frac{300}{4} = 75$.

Καί ἀφοῦ τό 1 μ., δηλ. τά $\frac{2}{2}$ τιμῶνται 75 δρχ., τό $\frac{1}{2}$, τό ὁποῖον ὡς πρὸς τά $\frac{2}{2}$ εἶναι καί 2 φορές μικρότερον, θά τιμᾶται καί 2 φορές ὀλιγώτερον ἀπὸ ὅτι τιμῶνται τά $\frac{2}{2}$, δηλ. $\frac{75}{2}$ καί τά $\frac{7}{2}$ ($3 \frac{1}{2}$), τά ὁποῖα ὡς πρὸς τό $\frac{1}{2}$

είναι και 7 φορές μεγαλύτερα, θα τιμώνται και 7 φορές περισσότερο από ότι τιμάται τό $\frac{1}{2}$ δηλ. $\frac{75 \times 7}{2}$

<u>Κατάταξις</u>		<u>Λύσις</u>
$\frac{4}{5}$ μ. 60 δρχ.		$\frac{4}{5}$ μ. 60 δρχ.
$3 \frac{1}{2}$ " X;		$\frac{1}{5}$ μ. $\frac{60}{4}$
		$1 \mu. \frac{5}{5} \quad \frac{60 \times 5}{4} = \frac{300}{4} = 75 \text{ δρχ.}$
		$1 \mu. \frac{2}{2} \quad 75 \text{ δρχ.}$
		$\frac{1}{2}$ $\frac{75}{2}$
		$3 \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \quad \frac{75 \times 7}{2} = \frac{525}{2} = 262 \frac{1}{2}$

'Απάντησις

Ώστε τά $3 \frac{1}{2}$ μ. τιμώνται $262 \frac{1}{2}$ δρχ.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Ἠγόρασα ἓνα δοχεῖον βούτυρον, τό ὁποῖον ἐζύγιζεν $25 \frac{1}{2}$ κιλά καί ἐπλήρωσα 475 δρχ. Πόσας δρχ. θά ἐπλήρωνα, ἐάν ἠγόραζον τά $\frac{3}{4}$ τοῦ κιλοῦ τοῦ βουτύρου;

2) Οἱ μαθηταί ἠρώτησαν τόν διδάσκαλόν των, πόσον μισθόν παίρνει. Ὁ διδάσκαλος εἶπεν: Τά $\frac{6}{8}$ τοῦ μισθοῦ μου εἶναι 2.550 δρχ. Ποῖος εἶναι ὁ μισθός μου καί ποῖος ὁ μισθός τῆς γυναικός μου, ἡ ὁποία παίρνει τά $\frac{4}{5}$ τοῦ ἰδικοῦ μου μισθοῦ;

Μ ά θ η μ α 42ον

1) Ἠρώτησαν κάποιον, πόσον ἐτῶν εἶναι καί εἶπεν:

Τά $\frac{4}{5}$ τῆς ἡλικίας μου εἶναι 40 ἔτη. Πόσων ἐτῶν εἶμαι καὶ πόσων ἐτῶν εἶναι ἡ θυγάτηρ μου, ἡ ὁποία ἔχει τὰ $\frac{4}{10}$ τῆς ἰδικῆς μου ἡλικίας;

2) Ἐνα αὐτοκίνητον σέ $\frac{3}{4}$ τῆς ὥρας διήνυσε 48 $\frac{1}{2}$ χιλ. Πόσα χιλ. θά διανύσῃ σέ 8 $\frac{2}{6}$ ὥρας;

3) Ἡγόρασα ἓνα τενειέ λάδι, ὁ ὁποῖος ἐζύγιζε 14 $\frac{1}{2}$ κιλά καὶ ἐπλήρωσα 320 $\frac{6}{10}$ δρχ. Πόσας δρχ. θά ἔδιδον, ἐάν ἠγόραζον $\frac{3}{4}$ τοῦ κιλοῦ;

Μ ά θ η μ α 43ον

1) Διὰ 4 $\frac{1}{2}$ μ. ὕφασμα, ἀπό τό ὁποῖον ἔκαμα ἓνα σεντόνι, ἐπλήρωσα 126 δρχ. Πόσας δρχ. ἐπλήρωσεν ἡ ἀδελφή μου, ἡ ὁποία ἐχρειάσθη 67 $\frac{4}{8}$ μ. τοῦ ἰδίου ὕφασματος;

2) Ἐνας ἐργάτης διὰ $\frac{4}{6}$ τῆς ὥρας πού εἰργάσθη, ἐπληρώθη 20 δρχ. Πόσας δρχ. θά πληρωθῆ ὅταν θά τελειώσῃ τό ἔργον καί θά ἔχη ἐργασθῆ 8 $\frac{2}{4}$ ὥρας;

3) Μία θερμάστρα πετρελαίου καίει εἰς $\frac{2}{5}$ τῆς ὥρας $\frac{2}{10}$ τοῦ κιλοῦ πετρέλαιον. Πόσον πετρέλαιον θά καύσῃ σέ 12 $\frac{1}{2}$ ὥρας;

Μ ά θ η μ α 44ον

ΔΙΑΦΟΡΑ ΣΥΝΘΕΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1) Ἐνας ἐργάτης εἰργάσθη τὰ $\frac{10}{12}$ τοῦ μηνός καί ἐπληρώθη 1.200 δρχ. Ἐάν εἰργάζετο τὰ $\frac{4}{6}$ τοῦ μηνός πόσας δρχ. θά ἐπληρώνετο;

2) Ἡγόρασα $3\frac{2}{4}$ μ. ὕφασμα πρὸς 56 δρχ. τὸ μέτρο, καὶ $4\frac{1}{2}$ μ. κορδέλλα πρὸς $\frac{4}{5}$ δρχ. Πόσας δρχ. ἔδωσα δι' ὅλα καὶ πόσας ἐπῆρα ρέστα ἀπὸ ἓνα πεντακοσάδραχμον;

3) Μία κυρία ἠγόρασε μίαν ραπτομηχανὴν καὶ ἐπλήρωσε τὰ $\frac{2}{3}$ τῆς ἀξίας της, δηλ. 3600 δρχ. Πόσας δρχ. χρεωστεῖ ἀκόμη;

4) Ἐνας πατέρας ἀφῆκε περιουσίαν 840.000 δραχ. εἰς τὴν διαθήκην του ἔγραφεν: Ἡ γυναῖκα μου νά πάρῃ τὸ $\frac{1}{3}$, ἡ κόρη μου τὰ $\frac{2}{4}$ καὶ τὸ ὑπόλοιπον ὁ υἱός μου. Πόσα ἐπῆρεν ὁ καθείς.

Μ ά θ η μ α 45ον

1) Ἐνας ἔμπορος εἰσήγαγεν ἐκ τοῦ Ἑξωτερικοῦ ἐμπορεύματα ἀξίας 120.000 δρχ. Ὄταν τὰ ἐπώλησεν εἰσέπραξε τὰ $\frac{6}{8}$ τῆς ἀξίας αὐτῶν. Πόσας δρχ. ἐζημιώθη;

2) Ἡγόρασα ἓνα ἠλεκτρικὸν φυγεῖον ἀξίας 14.800 δρχ. Ἐπλήρωσα τοῖς μετρητοῖς τὰ $\frac{2}{8}$ τῆς ἀξίας του καὶ τὰ ὑπόλοιπα συνεφώνησα νά πληρώσω εἰς 10 μηνιαίας δόσεις. Πόσας δρχ. θά πληρώσω τὸν μῆνα;

3) Ἀπὸ ἓνα τόπι ὑφάσματος 80 μέτρων ἐπωλήθησαν τὴν μίαν ἡμέραν τὰ $\frac{3}{5}$ αὐτῶν καὶ τὴν ἐπομένην τὸ $\frac{1}{4}$ αὐτῶν. Πόσα μ. μένουσιν ἀπώλητα;

Μ ά θ η μ α 46ον

1) 28 μαθηταὶ ἔδωσαν ἀπὸ $12\frac{3}{4}$ δρχ. διὰ νά πληρώσουν τὰ εἰσιτήρια τῆς ἐκδρομῆς ἀπόρων συμμαθητῶν των. Ἐάν κάθε εἰσιτήριον ἀξίζει $25\frac{1}{2}$ δρχ., πόσα εἰσιτήρια θά

ἀγοράσουν;

2) Τά $\frac{2}{8}$ καί τά $\frac{4}{6}$ ενός ἀριθμοῦ εἶναι 660. Ποῖ-
ος εἶναι ὁ ἀριθμός;

3) Ἐνας βοσκός ἔχει 560 γιδοπρόβατα. Τά $\frac{3}{7}$ αὐτῶν
εἶναι πρόβατα καί τά ὑπόλοιπα γίδια. Πόσα εἶναι τά πρό-
βατα καί πόσα τά γίδια;

4) Ἐνας πατέρας ἀφῆκε περιουσίαν. Εἰς τήν δια-
θήκην του ἔγραφεν: Ἡ γυναῖκα μου νά πάρῃ τό $\frac{1}{3}$, ἡ κό-
ρη μου τά $\frac{2}{5}$ καί ὁ υἱός μου 600.000 δρχ. Ποία ἦτο ὅλη
ἡ περιουσία, πόσα ἐπῆρεν ἡ γυναῖκα καί πόσα ἡ κόρη;

Μ ά θ η μ α 47ον

1) Οἱ μαθηταί τῆς ΣΤ' τάξεως εἶναι κατά $\frac{2}{8}$ ὀλι-
γώτεροι ἀπό τούς μαθητάς τῆς Ε' τάξεως. Ἡ Ε' τάξις ἔ-
χει 32 μαθητάς. Πόσους μαθητάς ἔχει ἡ ΣΤ' τάξις;

2) Τό ἡμερομίσθιον τῆς μητέρας μου εἶναι κατά
 $\frac{4}{15}$ ὀλιγώτερον ἀπό τό ἡμερομίσθιον τοῦ πατέρα μου. Τό
ἡμερομίσθιον τοῦ πατέρα μου εἶναι 90 δρχ. Ποῖον εἶναι
τό ἡμερομίσθιον τῆς μητέρας μου;

3) Τό ἐνοίκιον ενός ἰσογείου διαμερίσματος μιᾶς
πολυκατοικίας εἶναι κατά $\frac{1}{3}$ ὀλιγώτερον ἀπό τό ἐνοίκιον
τοῦ διαμερίσματος τοῦ α' ὀρόφου. Τό διαμέρισμα τοῦτο
ἐνοικιάζεται 2400 δρχ. Πόσον ἐνοικιάζεται τό ἰσόγειον;

4) Εἶχα 100 δρχ. Ἐδῶσα 50,40, τὰς ὁποίας ἔχρε-
ωστοῦσα καί μέ τᾶ ὑπόλοιπα ἠγόρασα πορτοκάλια πρὸς 6 $\frac{1}{5}$
δρχ. τό κιλό.

Πόσα κιλὰ πορτοκάλια ἠγόρασα;

Μάθημα 48ον

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΕΠΙ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ ΕΠΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥΣ

Νά γίνουν οι πολλαπλασιασμοί:

1) Παράδειγμα:

$$\frac{8}{5} \times 3,25 = \frac{8 \times 325}{500} = \frac{2600}{500} = 5 \frac{1}{5}$$

2) $9,75 \times \frac{4}{6} \times \frac{6}{15}$ 3) $9,5 \times \frac{8}{10} =$

4) $\frac{8}{10} \times 4,5$ 5) $7,25 \times \frac{12}{5} \times 1500$

6) $6,75 \times \frac{12}{30} =$ 7) $9,5 \times 100 \times \frac{1200}{45000}$

8) $4,5 \times \frac{3}{8}$ 9) $7,5 \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$

10) $9,2 \times \frac{6}{5} \times \frac{3}{4}$

Μάθημα 49ον

Παράδειγμα:

$$\frac{9 \times 100}{4,5 \times 10} = \frac{90 \times 100}{45 \times 10} = \frac{90 \times 100}{45 \times 10} = \frac{20}{1} = 20$$

Νά λυθούν:

1) $\frac{36000 \times 12}{8,75 \times 6}$ 2) $\frac{85 \times 100}{4,5 \times 12}$ 3) $\frac{7,75 \times 100}{9 \times 12}$

4) $\frac{45000 \times 5}{8,25 \times 100}$ 5) $\frac{9200 \times 100}{12,25 \times 8}$ 6) $\frac{7400 \times 1200}{22,5 \times 4}$

7) $\frac{9,5 \times 100}{8 \times 6}$ 8) $\frac{17,5 \times 3}{9 \times 100}$ 9) $\frac{65 \times 100}{8,25 \times 9}$

10) $\frac{78 \times 100}{3,75 \times 4}$

ΥΛΗ ΤΗΣ ΕΚΤΗΣ ΤΑΞΕΩΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ'

Μάθημα 50όν

ΣΥΜΜΙΓΕΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙ

1. - ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΗΚΟΥΣ

α. Τό γαλλικόν μέτρον

- Ένα μέτρον ἔχει 10 παλάμας.
Μία παλάμη ἔχει 10 δακτύλους (πόντους).
Ένας δάκτυλος ἔχει 10 γραμμάς.

10	μέτρα ἀποτελοῦν	τό	ΔΕΚΑΜΕΤΡΟΝ
100	"	τό	ΕΚΑΤΟΜΕΤΡΟΝ
1000	"	τό	ΧΙΛΙΟΜΕΤΡΟΝ
1,852	"	ἕνα	ΝΑΥΤΙΚΟΝ ΜΙΑΙΟΝ

β. Ὁ Ἐμπορικὸς πῆχυς

- Ένας πῆχυς ἔχει μήκος 0,64 μ.
Ένας πῆχυς ἔχει 8 ρούπια.

Μέ τόν ἔμπορικόν πῆχυν μετροῦμεν τὰ ὑφάσματα κλπ.

γ. Ὁ Τεκτονικὸς πῆχυς

- Ὁ τεκτονικὸς πῆχυς ἔχει μήκος 0,75 τοῦ μ. ἢ $\frac{3}{4}$ τοῦ μέτρον.

Μέ τόν τεκτονικόν πῆχυν μετροῦμεν τὰ οἰκόπεδα.

δ. Ἡ Ὑάρδα

- Μία ὑάρδα ἔχει μήκος 0,914 τοῦ μ.
Μία ὑάρδα ἔχει 3 πόδια
Κάθε πόδι ἔχει 12 δακτύλους, ἢ 12 Ἴντσες.

Ἡ ὑάρδα εἶναι Ἀγγλικόν μέτρον μήκους.

ΠΩΣ ΤΡΕΠΟΜΕΝ ΜΕΤΡΑ ΕΙΣ ΕΜΠΟΡΙΚΟΥΣ ΠΗΧΕΙΣ

Διὰ νά τρέψωμεν μέτρα εἰς ἔμπορικοὺς πῆχεις, διαιροῦμεν τὰ μέτρα διὰ τοῦ 0,64.

Π.χ. Νά γίνουν πήχεις τὰ 5,76 μ.

$$\begin{array}{r} 576 \quad | \underline{0,64} \\ =0 \quad 9 \text{ πήχεις} \end{array}$$

ΠΩΣ ΤΡΕΠΟΜΕΝ ΕΜΠΟΡΙΚΟΥΣ ΠΗΧΕΙΣ ΕΙΣ ΜΕΤΡΑ

Διά νά τρέψωμεν έμπορικούς πήχεις εἰς μέτρα, πολλαπλασιάζωμεν τούς πήχεις Χ0,64

Π.χ. Νά γίνουν οἱ 8 πήχεις μέτρα:

$$8Χ0,64 = 5,12 \text{ μ.}$$

ΠΩΣ ΤΡΕΠΟΜΕΝ ΜΕΤΡΑ ΕΙΣ ΥΑΡΔΑΣ

Διά νά τρέψωμεν μέτρα εἰς ὑάρδας, διαιροῦμεν τὰ μέτρα διά τοῦ 0,914.

Π.χ. Τά 4,670μ. νά γίνουν ὑάρδες:

$$\begin{array}{r} 4,670 \quad | \underline{0,914} \\ =00 \quad 5 \text{ ὑάρδες} \end{array}$$

ΠΩΣ ΤΡΕΠΟΜΕΝ ΥΑΡΔΑΣ ΕΙΣ ΜΕΤΡΑ

Διά νά τρέψωμεν ὑάρδας εἰς μέτρα, πολλαπλασιάζωμεν τὰς ὑάρδας ἐπί 0,914.

Π.χ. Νά γίνουν 6 ὑάρδες μέτρα:

$$6Χ0,914 = 5,484 \text{ μ.}$$

ΠΩΣ ΤΡΕΠΟΜΕΝ ΤΕΚΤΟΝΙΚΟΥΣ ΠΗΧΕΙΣ ΕΙΣ ΜΕΤΡΑ

Διά νά τρέψωμεν τεκτονικούς πήχεις εἰς μέτρα, πολλαπλασιάζωμεν τούς τεκτονικούς πήχεις ἐπί $\frac{3}{4}$ ἢ ἐπί 0,75.

Π.χ. Οἱ 8 τεκτονικοί πήχεις νά γίνουν μέτρα:

$$8Χ0,75 = 6,00 = 6\text{μ.}$$

$$\text{ἢ } 8Χ \frac{3}{4} = \frac{24}{4} = 6\text{μ.}$$

ΠΩΣ ΤΡΕΠΟΜΕΝ ΜΕΤΡΑ ΕΙΣ ΤΕΚΤΟΝΙΚΟΥΣ ΠΗΧΕΙΣ

Διά νά τρέψωμεν μέτρα εἰς τεκτονικούς πήχεις, διαι-

ροῦμεν τὰ μέτρα διὰ τοῦ $0,75$ ἢ τοῦ $\frac{3}{4}$.

Π.χ. 12 μέτρα νά γίνουν τεκτονικοί πήχεις:

$$\begin{array}{r} 1200 \\ 450 \end{array} \quad \begin{array}{r} | 0,75 \\ 16 \end{array}$$

==

Νά λυθοῦν αἱ ἀσκήσεις:

- 1) 15 μέτρα νά γίνουν ἐμπορικοί πήχεις.
- 2) 28 μέτρα νά γίνουν ἐμπορικοί πήχεις.
- 3) 16 ἐμπορικοί πήχεις νά γίνουν μέτρα.
- 4) 64 ἐμπορικοί πήχεις νά γίνουν μέτρα.
- 5) 8,226 μέτρα νά γίνουν ὑάρδες.
- 6) 4 μέτρα νά γίνουν ὑάρδες.
- 7) 28 μέτρα νά γίνουν τεκτονικοί πήχεις.
- 8) 12 τεκτονικοί πήχεις νά γίνουν μέτρα.

Μάθημα 51ον

2.- ΜΟΝΑΔΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ

Τό τετραγωνικόν μέτρον

- | | |
|-------------------------|----------------------------|
| 1 τετραγωνικόν μέτρον | ἔχει 100 τετραγ. παλάμας |
| 1 τετραγωνική παλάμη | ἔχει 100 τετραγ. δακτύλους |
| 1 τετραγωνικός δάκτυλος | ἔχει 100 τετραγ. γραμμάς |

Διά νά μετρήσωμεν τὰ χωράφια μεταχειριζόμεθα τό ΒΑΣΙΛΙΚΟΝ ΣΤΡΕΜΜΑ, τό ὁποῖον ἔχει 1000 τετραγ. μέτρα.

Διά νά μετρήσωμεν τὰ οἰκόπεδα καί τοὺς τοίχους, χρησιμοποιοῦμεν τόν ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΟΝ ΤΕΚΤΟΝΙΚΟΝ ΠΗΧΥΝ, ὁ ὁποῖος εἶναι τὰ $\frac{9}{16}$ τοῦ τετραγωνικοῦ μέτρου ἢ $0,56$ αὐτοῦ ($0,75\mu \cdot 0,75\mu$).

ΠΩΣ ΤΡΕΠΟΜΕΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΕΙΣ ΤΕΤΡΑΓΩ-
ΝΙΚΟΥΣ ΤΕΚΤΟΝΙΚΟΥΣ ΠΗΧΕΙΣ

Διά νά τρέψωμεν τετραγ. μέτρα εἰς τετραγ. τεκτο-
νικούς πήχεις, διαιροῦμεν τὰ τετραγωνικά μέτρα διὰ τοῦ
 $\frac{9}{16}$.

Π.χ. 10 τετραγ. μέτρα νά γίνουν τετρ.τεκτ.πήχεις.

$$10 : \frac{9}{16} = \frac{10 \times 16}{9} = \frac{160}{9} = 17 \frac{7}{9} \text{ τ.τ.π.}$$

ΠΩΣ ΤΡΕΠΟΜΕΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΟΥΣ ΤΕΚΤΟΝΙΚΟΥΣ ΠΗ-
ΧΕΙΣ ΕΙΣ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΑ ΜΕΤΡΑ

Διά νά τρέψωμεν τετραγ. τεκτον. πήχεις εἰς τετρ.
μέτρα, πολλαπλασιάζομεν τόν ἀριθμόν τῶν τετραγωνιῶν τε-
κτονικῶν πήχεων ἐπὶ τό $\frac{9}{16}$.

Π.χ. 28 τ.τ.π. νά γίνουν τ.μ.:

$$28 \times \frac{9}{16} = \frac{252}{16} = 15 \frac{12}{16} = 15 \frac{3}{4} \text{ τετραγ. μέτρα}$$

3.- ΜΟΝΑΔΕΣ ΟΓΚΟΥ

Τό κυβικόν μέτρον

- 1 κυβικόν μέτρον ἔχει 1000 κυβικὰς παλάμας
- 1 κυβική παλάμη ἔχει 1000 κυβικούς δακτύλους
- 1 κυβικός δάκτυλος ἔχει 1000 κυβικὰς γραμμάς

Ἀσκήσεις

- 1) Νά τρέψης τὰ 9 μέτρα εἰς παλάμας.
- 2) Νά τρέψης τὰ 8 μέτρα καί 6 παλ. εἰς δακτύλους
- 3) 8 μέτρα πόσοι ἐμπορικοί πήχεις γίνονται;
- 4) 27780 μέτρα νά γίνουν ναυτικά μίλια.
- 5) 22,85 μέτρα νά γίνουν ὑάρδες.
- 6) 42 βασιλικά στρέμματα πόσα τετρ.μέτ. εἶναι;
- 7) 9 τετρ. μέτρα νά γίνουν τετρ. παλάμες.

- 8) Νά γίνουν κυβικά παλάμαι τά 5 κυβικά μέτρα.
- 9) Νά γίνουν κυβικά μέτρα 8000 κυβικά παλάμαι
- 10) Νά γίνουν κυβικοί δάκτυλοι τά 8 κυβικά μέτρα
- 11) 9 τετραγ. μέτρα νά γίνουν τετραγ. παλάμαι
- 12) 9 τετραγ. μέτρα νά γίνουν τεκτονικοί πήχεις
- 13) 800 τετρ. μέτρα πόσους τεκτον. πήχεις κάνουν;
- 14) 200 τεκτ. πήχεις πόσα τετρ. μέτρα γίνονται;

Μ ά θ η μ α 52ον

4.- ΜΟΝΑΔΕΣ ΒΑΡΟΥΣ

Τό κιλόν

Ένα κιλόν έχει 1000 ΓΡΑΜΜΑΡΙΑ.
1000 κιλά κάνουν έναν τόννον.

(Έο τόννος είναι τό βάρος ύδατος άπεσταγμένου, τό ό-
ποϊον έχει όγκον 1 κυβικόν μέτρον).

Πρό τοϋ έτους 1959 ή Έλλάς είχε ως βάσιν διά τήν
μέτρησιν τοϋ βάρους τήν όκάν.

Μία όκά έχει 400 δράμια,
784 όκάδες είναι ένας τόννος.

Άσκήσεις

- 1) Πόσα γραμμάρια έχουν τά 12 κιλά;
- 2) Πόσοι τόννοι είναι τά 8000 κιλά;
- 3) Πόσοι τόννοι είναι τά 168.000 κιλά;

5.- ΜΟΝΑΔΕΣ ΧΡΟΝΟΥ

α: Έη ώρα

- 1 ώρα έχει 60' (πρώτα λεπτά),
- 1 πρώτον λεπτόν έχει 60" (δευτερόλεπτα).
- 1 ήμερονύκτιον έχει 24 ώρας.

β. Ο Χρόνος ή Έτος

- Ο χρόνος ή έτος έχει 365 ήμερονύκτια.
Ο χρόνος ή έτος έχει 12 μήνας.
Ο μήν έχει 30 ήμέρας.
Η έβδομάς έχει 7 ήμέρας.
100 χρόνια άποτελοϋν 1 αιώνα.
1000 χρόνια άποτελοϋν μίαν χιλιετηρίδα.

Άσκήσεις

- 1) Πόσας ήμέρας έχουν τά 6 χρόνια;
- 2) Πόσας ήμέρας έχουν οί 4 μήνες;
- 3) Πόσας ήμέρας έχουν τά 2 έτη καί 3 μήνες;
- 4) Πόσαι ώραι είναι τά 4 ήμερονύκτια;
- 5) Πόσα πρώτα λεπτά έχουν αί 8 ώραι;
- 6) Μέ πόσους μήνας καί πόσας ήμέρας ίσοδυναμοϋν 10 χρόνια;
- 7) 6 αιώνες πόσα χρόνια καί πόσας ήμέρας έχουν;
- 8) Πόσας ήμέρας έχουν αί 9 έβδομάδες;

Μ ά θ η μ α 53ον

6.- ΜΟΝΑΔΕΣ ΝΟΜΙΣΜΑΤΩΝ

α) Η άρχική μονάς τοϋ Έλληνικοϋ ήράτους είναι ή ΔΡΑΧΜΗ.

- 1 δραχμή ύποδιαιρεϋται είν 100 λεπτά.
10 λεπτά κάνουν μία δεκάρα.
1 δραχμή έχει 10 ΔΕΚΑΡΕΣ.
1 δραχμή έχει 2 πενηντάλεπτα.
Τό δίδραχμον έχει 2 δραχμάς.
Τό τάλληρον έχει 5 δραχμάς.
Τό δεκάδραχμον ή δεκάρινον έχει 10 δραχμάς.
Τό εικοσάδραχμον ή εικοσάρινον έχει 20 δραχμάς.
Τό πενηντάδραχμον ή πενηντάρινον έχει 50 δραχμάς.
Τό έκατοντάδραχμον ή έκατοστάρινον έχει 100 δραχμάς.
Τό πεντακοσιόδραχμον ή πεντακοσάρινον 500 δραχμάς.
Τό χιλιόδραχμον ή χιλιάρινον έχει 1000 δραχμάς.

- β) 'Η 'Ιταλία έχει ως ἀρχικὴν μονάδα νομισμάτων τὴν λιρέτταν.
Μία λιρέττα έχει 100 τσεντέσιμα (ἐκατοστά).
- γ) 'Η Γαλλία έχει τὸ φράγκον.
'Ενα γαλλικόν φράγκον έχει 100 σαντίμ (ἐκατοστά).
- δ) 'Η Γερμανία έχει τὸ μάρκον.
'Ενα γερμανικόν μάρκον έχει 100 πφένιχ.
- ε) 'Η Αἴγυπτος έχει τὴν αἴγυπτιακὴν λίραν.
Μία αἴγυπτιακὴ λίρα έχει 100 γρόσια.
- στ) 'Η Τουρκία έχει τὴν Τουρκικὴν λίραν.
'Η τουρκικὴ λίρα έχει 100 γρόσια.
'Ενα γρόσι έχει 40 παράδες.
- ζ) 'Η 'Αγγλία έχει τὴν ἀγγλικὴν λίραν.
Μία λίρα έχει 20 σελλίνια.
'Ενα σελλίνιον έχει 12 πέννες.
Μία πέννα έχει 4 φαρδίνια.
- η) 'Η 'Αμερικὴ έχει τὸ δολλάριον.
'Ενα δολλάριον έχει 100 σέντς (ἐκατοστά).

Ἀσκήσεις

- 1) Πόσας δρχ. ἔχουν τὰ 7 τάλληρα;
- 2) Πόσας δρχ. ἔχουν τὰ 9 ἐκατοντάδραχμα;
- 3) Τί μέρος τῆς δραχμῆς εἶναι τὸ πενηνταράκι;
- 4) Τί μέρος τοῦ χιλιάρικου εἶναι αἱ 100 δρχ., αἱ 50 δρχ.;
- 5) Πόσα σελλίνια ἔχουν οἱ 9 λίρες;
- 6) Πόσα φαρδίνια ἔχουν οἱ 2 λίρες;
- 7) Πόσας πέννας ἔχουν τὰ 2 σελλίνια;

- 8) Πόσα σελλίνια έχουν οί 4 λίρες;
 9) Πόσες πέννες έχουν τά 6 σελλίνια;
 10) Πόσα σέντς έχουν τά 6 δολλάρια;

Μ ά θ η μ α 54ον

ΤΙ ΛΕΓΕΤΑΙ ΣΥΜΜΙΓΗΣ ΑΡΙΘΜΟΣ

Συμμιγής αριθμός λέγεται ό Σύνθετος αριθμός, ό ό-
 ποϊος αποτελείται από δύο ή περισσότερους αριθμούς, κάθε
 ένας τών οποίων έχει ίδιόν του όνομα καί είναι πολλα-
 πλάσιον ή ύποπολλαπλάσιον μιᾶς άρχικῆς μονάδος.

ΤΡΟΠΗ ΣΥΜΜΙΓΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥ ΕΙΣ ΑΚΕΡΑΙΟΝ

Διά νά τρέψωμεν συμμιγῆ αριθμόν εἰς άκέραιον, τρέ-
 πομεν αὐτόν εἰς μονάδας τῆς τελευταίας του τάξεως.

Π.χ. Νά εύρεθῆ πόσοι δάκτυλοι εἶναι 8 μ., 2 πα-
 λάμες καί 4 δάκτυλοι.

Λύσις

$$\begin{array}{r} 8 \times 10 = 80 \text{ παλ.} \\ + \quad 2 \quad \text{"} \\ \hline 82 \quad \text{"} \\ \times 10 \text{ δακτ.} \\ \hline 820 \quad \text{"} \\ + \quad 4 \quad \text{"} \\ \hline 824 \text{ δάκτ.} \end{array}$$

2ον παράδειγμα:

3 λίρες 5 σελ. 2 πέν. 1 φαρδ. νά γίνουν φαρδίνια.

$\begin{array}{r} 3 \text{ λίρες} \\ \times 20 \text{ σελ.} \\ \hline 60 \text{ σελ.} \\ + 5 \text{ σελ.} \\ \hline 65 \text{ σελ.} \\ \times 12 \text{ πέν.} \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 65 \\ \times 12 \text{ πέν.} \\ \hline 130 \\ + 650 \\ \hline 780 \text{ πέν.} \\ + 2 \text{ πέν.} \\ \hline 782 \end{array}$	$\begin{array}{r} 782 \text{ πέν.} \\ \times 4 \text{ φαρδ.} \\ \hline 3128 \text{ φαρδ.} \\ + 1 \text{ φαρδ.} \\ \hline 3129 \text{ φαρδίνια} \end{array}$
--	---	---

Άσκήσεις

Νά τραποῦν εἰς ἀκεραίους οἱ συμμιγεῖς:

- 1) 2 μῆνες, 6 ἡμέρες.
- 2) 3 χρόνια, 2 μῆνες, 14 ἡμέρες.
- 3) 5 ὥρες 18'.
- 4) 3 λίρες, 7 σελ. 2 πέν.
- 5) 4 μέτρα, 6 παλάμες, 2 δάκτυλοι.
- 6) 2 μέτρα, 5 παλ., 3 δάκτ., 5 γραμμές.

Μάθημα 55ον

ΤΡΟΠΗ ΑΚΕΡΑΙΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΕΙΣ ΣΥΜΜΙΓΗ ΑΡΙΘΜΟΝ

Παραδείγματα:

Νά γίνουν μέτρα οἱ 480 παλάμες:

$$480:10 = 48 \text{ μέτρα}$$

2) Νά γίνουν ὥρες τά 720 λεπτά.

$$720:60 = 12 \text{ ὥρες.}$$

3) Οἱ 2920 ἡμέρες νά γίνουν χρόνια

$$\begin{array}{r} 2920 \\ \underline{2360} \\ 560 \\ \underline{560} \\ 00 \end{array} \quad \begin{array}{l} | 365 \\ \hline 8 \text{ χρόνια} \end{array}$$

Άσκήσεις

Νά τραποῦν εἰς συμμιγεῖς ἀριθμούς οἱ ἀκέραιοι ἀριθμοί:

- 1) 3700 δάκτυλοι
- 2) 14.400 πρῶτα λεπτά
- 3) 1460 ἡμέρες
- 4) 1500 σελλίνια
- 5) 18000 κιλά

- 6) 7800 γραμμάρια
 7) 18000 δευτερόλεπτα
 8) 210 ημέρες

Μ ά θ η μ α 56ον

ΤΡΟΠΗ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ ΕΙΣ ΣΥΜΜΙΓΗ ΑΡΙΘΜΟΝ

1) Διά νά τρέψωμεν κλάσμα εἰς συμμαγῆ ἀριθμόν, διαιροῦμεν τόν ἀριθμητήν διά τοῦ παρανομαστοῦ. Τό πηλίκον θά εἶναι μονάδες ὅμοιαι πρός τό κλάσμα. Τό υπόλοιπον τό ὁποῖον θά μείνη, τρέπομεν εἰς μονάδας τῆς ἀμέσως κατωτέρας τάξεως καί τόν ἀριθμόν, τόν ὁποῖον θά εὔρωμεν, διαιροῦμεν διά τοῦ παρανομαστοῦ. Τό πηλίκον, τό ὁποῖον εὔρισκομεν, εἶναι ἀριθμός, ὁ ὁποῖος παριστάνει τήν τάξιν αὐτήν. Ἐάν πάλιν μείνη υπόλοιπον, τρέπομεν τοῦτο εἰς μονάδας τῆς ἀμέσως κατωτέρας τάξεως καί ἐξακολουθοῦμεν, ἕως ὅτου φθάσωμεν καί εἰς τὰς μονάδας τῆς τελευταίας τάξεως.

2) Ὄταν ἔχωμε νά τρέψωμεν μικτόν εἰς συμμαγῆ, τρέπομεν τόν μικτόν εἰς κλάσμα καί κατόπιν τό κλάσμα εἰς συμμαγῆ.

Παραδείγματα:

- 1) $\frac{10}{6}$ ἡμερονύκτια νά γίνη συμμαγῆς:

$$\begin{array}{r} 10 \quad | \quad 6 \\ \quad 4 \quad | \quad 1 \text{ ὥρ. } 40' \\ \hline \times 60' \\ \hline 240' \\ \hline \end{array}$$

- 2) $\frac{2}{3}$ χρόνου νά γίνη συμμαγῆς:

$$\begin{array}{r} 2 \quad | \quad 3 \\ \times 12 \text{ μ. } 0 \text{ χρ. } 8 \text{ μῆνες} \\ \hline 24 \text{ μ.} \\ \hline \end{array}$$

- 3) $2 \frac{1}{4}$ λίρες νά γίνουν συμμαγῆς:

$$\begin{array}{r} 2 \frac{1}{4} \text{ λίρ.} = \frac{9}{4} \quad \frac{9}{4} \quad | \quad 4 \\ \quad \quad \quad \quad 1 \quad | \quad 2 \text{ λίρ. } 5 \text{ σελλίνια} \\ \hline \times 20 \\ \hline 20 \\ \hline \end{array}$$

3) 'Ο θεΐτος μου μουΐ ἔστειλεν ἀπό τήν 'Αγγλίαν ἐπιταγήν μέ 15 λίρ. καί 8 πέν. καί ἡ θεΐα μου 12 λίρ. 14 σελ. καί 6 πέννας. Πόσα ἔλαβα ἐν ὄλῳ;

Μ ά θ η μ α 58ον

1) "Ενα αὐτοκίνητον διέτρεξε χθές 280 χιλ. 320 μ. Σήμερον διέτρεξε 325 χιλ. 790μ. Πόσον εἶναι τό διάστημα τό ὁποῖον διέτρεξε τό αὐτοκίνητον αὐτάς τάς δύο ἡμέρας;

2) Μία νοικοκυρά διά νά κάμη τήν ρόμπα της ἔχρειάσθη ὕφασμα 3 μέτρα καί 2 παλάμας. Διά νά κάμη τῆς κόρης της ἔχρειάσθη 2μ. 8 παλ. καί 4 δακτ. Πόσον ὕφασμα ἔχρειάσθη ἐν ὄλῳ;

3) Νά τραποῦν εἰς συμμιγεῖς ἀριθμούς τά κλάσματα:

$$\frac{3}{4} \text{ χρόνου, } \frac{16}{10} \text{ τοῦ } \mu., \frac{9}{4} \text{ τόννοι, } \frac{15}{4} \text{ χρόνου.}$$

Μ ά θ η μ α 59ον

ΑΦΑΙΡΕΣΙΣ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Διά νά ἀφαιρέσωμεν συμμιγεῖς ἀριθμούς, γράφομεν τόν ἕνα συμμιγῆ κάτω ἀπό τόν ἄλλον, ἔτσι ὥστε αἱ μονάδες τῆς ἰδίας τάξεως νά εὐρίσκωνται εἰς τήν ἰδίαν στήλην καί ἀρχίζομεν νά ἀφαιροῦμεν ἀπό τάς μονάδας τῆς τελευταίας τάξεως.

"Αν ὁ ἀφαιρετέος μιᾶς τάξεως δέν ἀφαιρῆται τότε αὐξάνομεν τόν μειωτέον κατά μίαν μονάδα τῆς ἀμέσως ἀνωτέρας τάξεως. Τήν μονάδα αὐτήν τήν ἀφαιροῦμεν ἀπό τόν μειωτέον τῆς ἀμέσως ἀνωτέρας τάξεως.

"Οταν θέλωμεν νά εὐρωμεν τήν ἡλικίαν ἑνός ἀνθρώπου ἀφαιροῦμεν τήν χρονολογίαν τῆς γεννήσεώς του ἀπό τήν χρονολογίαν τῆς σημερινῆς ἡμέρας.

Διά νά εὐρωμεν ποίαν χρονολογίαν ἐγεννήθη ἕνας ἀνθρώπος ἀφαιροῦμεν τήν ἡλικίαν του ἀπό τήν σημερινήν χρονολογίαν.

Παραδείγματα:

1) 7 λιρ. 8σελ. 3πεν. -2 " 6 " 5 "	γράφομεν: 7λιρ. 7σελ. 15πέν. -2 " 6 " 5 "
5λίρ. 1σελ. 10πέν.	

2) Ένας άνθρωπος έγεννήθη τῆ 5ῃ Μαρτίου 1927. Πόσων ἐτῶν εἶναι σήμερον (21-2-1963);

1962	14	
1963	2	21
- 1927	3	5
35 χρ. 11 μηνῶν 16 ἡμερῶν		

3) Μία κυρία εἶναι σήμερον (21-2-63) 46 ἐτῶν 7 μηνῶν καί 24 ἡμερῶν. Ποίαν χρονολογίαν έγεννήθη;

1962	13	51
1963	2	21
- 46	7	24
1916 6 27		

Ἀπάντησις

Ἡ κυρία έγεννήθη εἰς τὰς 27 Ἰουλίου 1916 (27-7-1916).

Ἀσκήσεις

Νά γίνουιν αἱ ἀφαιρέσεις:

1) 18μ. 6 παλ. 7 δακτ. 4 γραμμ.
- 5" 3 " 9 " 3 "

2) 8 λιρ. 9 σελ. 4 πέν.
- 3 " 12 " 5 "

3) 28 κιλά 250 γραμ.
- 9 " 720 "

4) 9 τόννοι 375 κιλά 250 γραμ.
- 2 " 124 " 400 "

2) Ένας έμπορος εισηγάγεν έξι του Έξωτερικού 12 ραδιόφωνα, τά όποια έπλήρωσε πρός 8 λιρ. 15 σελ. 2πέν. καί 3 φαρδ. τό ένα. Πόσα έπλήρωσε δι' όλα;

3) Μία συμμαθήτριά μου τής ΣΤ' τάξεως έχρειάσθη δι' ένα φόρεμα 3μ. καί 5 παλάμες ύφασματος. Πόσον ύφασμα χρειάζεται δια νά γίνουν 38 όμοια φορέματα;

4) Ένας όδοιπόρος βαδίζει 6 χιλ. καί 120 μ. τήν ώραν. Πόσον θά βαδίση εις 6 ώρας;

Μ ά θ η μ α 63ον

1) Ένα δοχεϊον χωρεϊ 12 κιλά καί 150 γραμ. βούτυρον. Πόσον βούτυρον περιέχουν τά 20 όμοια δοχεϊα καί πόσας δρχ. θά εισπράξη ό χωρικός; εάν πωλήση πρός 48 δρχ. τό κιλό;

2) Μία δακτυλογράφος δια νά αντιγράφη μίαν σελίδα χρειάζεται 12' καί 20". Είς πόσον χρόνον ή δακτυλογράφος θά γράφη μίαν διάλεξιν, ή όποία άποτελεϊται από 60 σελίδας;

Μ ά θ η μ α 64ον

ΔΙΑΙΡΕΣΙΣ ΣΥΜΜΙΓΟΥΣ ΔΙ' ΑΚΕΡΑΙΟΥ

Διά νά διαιρέσωμεν συμμιγῆ αριθμόν δι' άκεραίου, αρχίζομεν τήν διαίρεσιν από τάς μονάδας τής άνωτέρας τάξεως. Έάν μετά τήν διαίρεσιν μείνη υπόλοιπον, τό τρέπομεν εις μονάδας τής άμέσως κατωτέρας τάξεως. Είς τό γινόμενον τουτο προσθέτομεν τάς μονάδας τής τάξεως αύτης. Τό νέον άθροισμα διαιρούμεν πάλιν δια του άκεραίου.

Έάν μείνη πάλιν υπόλοιπον κάνομεν τήν ιδίαν έργασίαν, έως ότου φθάσωμεν νά διαιρέσωμεν τάς μονάδας τής κατωτέρας τάξεως δια του άκεραίου.

Παραδείγματα:

$$\begin{array}{r} 1) \quad 6 \text{ λιβ.} \quad 15 \text{ σελ.} \quad \left| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 1 \text{ λιβ.} \end{array} \right. \quad 7 \text{ σελ.} \\ \quad \underline{-5} \\ \quad \quad 1 \text{ λιβ.} \\ \quad \times 20 \text{ σελ.} \\ \quad \quad \underline{20 \text{ σελ.}} \\ \quad \quad + 15 \text{ " } \\ \quad \quad \underline{\quad} \\ \quad \quad 35 \text{ σελ.} \\ \quad \quad = \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad 6 \text{ τόν.} \quad 14 \text{ κιλ.} \quad 300 \text{ γραμ.} \quad \left| \begin{array}{l} 4 \\ \hline 1 \text{ τόν.} \end{array} \right. \quad 503 \text{ κ.} \quad 500\delta\rho. \\ \quad \underline{-4} \\ \quad \quad 2 \text{ τόν.} \\ \quad \times 1000 \text{ κιλ.} \\ \quad \quad \underline{2000 \text{ κιλ.}} \\ \quad \quad + 14 \text{ κιλ.} \\ \quad \quad \underline{\quad} \\ \quad \quad 2014 \text{ κιλ.} \\ \quad \quad \underline{-2012 \text{ "}} \\ \quad \quad = 002 \text{ κιλ.} \\ \quad \times 1000 \text{ γραμ.} \\ \quad \quad \underline{2000 \text{ γραμ.}} \\ \quad \quad = = \end{array}$$

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Ἐνας ἔμπορος ἠγόρασεν 9 ραδιόφωνα καὶ ἐπλήρωσεν 74 λίρας 7 σελ. καὶ 3 πέννας. Πόσον ἠγόρασε τὸ ἕνα ραδιόφωνον;

2) Ἐνα αὐτοκίνητον εἰς 6 ὥρας διέτρεξε 312 χιλιόμετρα 96 μ. Πόσα χιλιόμε. διέτρεξε τὴν ὥραν;

3) Ἐνας ἔμπορος ἐπλήρωσε δι' 25 ραπτομηχανάς 302 λίρας, 18 σελ. καὶ 4 πέν. Πόσον ἐπλήρωσε τὴν μίαν ραπτομηχανήν;

4) Μία ὑφάντρια εἰς 8 ἡμέρας ὕφανεν 27 μέτρα 3 παλ. καὶ 6 δακτύλους. Πόσον ὕφανεν τὴν μίαν ἡμέραν;

Μάθημα 65ον

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΣΥΜΜΙΓΟΥΣ ΕΠΙ ΚΛΑΣΜΑ

1) Διά νά πολλαπλασιάσωμεν συμμιγῆ ἀριθμόν ἐπί κλάσμα, πολλαπλασιάζομεν τόν συμμιγῆ ἐπί τόν ἀριθμητήν τοῦ κλάσματος καί τό γινόμενον διαιροῦμεν διά τοῦ παρανομαστοῦ.

$$\begin{array}{r} \text{Π.χ. } 38 \mu. \quad 5 \text{ παλ.} \times \frac{2}{5} \\ 38 \mu. \quad 5 \text{ παλ.} \times 2 = \begin{array}{r} 76 \mu. \\ 26 \end{array} \quad 10 \text{ παλ.} \quad \begin{array}{r} | 5 \\ \hline 15 \mu. 4 \text{ π.} \end{array} \\ \begin{array}{r} 1 \mu. \\ \times 10 \text{ παλ.} \\ \hline 10 \text{ παλ.} \\ + 10 \text{ παλ.} \\ \hline 20 \text{ παλ.} \end{array} \end{array}$$

2) Διά νά πολλαπλασιάσωμεν συμμιγῆ ἀριθμόν ἐπί μικτόν, τρέπομεν τόν μικτόν εἰς κλάσμα καί πολλαπλασιάζομεν συμμιγῆ ἐπί κλάσμα.

$$\begin{array}{r} \text{Π.χ. } 16 \text{ κιλ } 800 \text{ γραμμ.} \times 5 \frac{1}{2} = \\ 16 \text{ κιλ.} 800 \text{ γραμμ.} \times \frac{11}{2} \\ 16 \text{ κιλ} 800 \text{ γρ.} \times 11 = \begin{array}{r} 176 \text{ κιλ.} \\ 16 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8800 \text{ γρ.} \\ = 8 \\ = 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} | 2 \\ \hline 88 \text{ κ.} 4400 \\ \text{γραμμ} \end{array} \\ \begin{array}{r} 88 \text{ κιλ} \quad 4400 \text{ γρ.} \\ + 4 \text{ " } \quad - 4000 \text{ " } \\ \hline 92 \text{ κιλ.} \quad 400 \text{ γραμμ.} \end{array} \end{array}$$

3) Διά νά πολλαπλασιάσωμεν συμμιγῆ ἀριθμόν ἐπί δεκαδικόν, τρέπομεν τόν δεκαδικόν ἀριθμόν εἰς κλάσμα καί πολλαπλασιάζομεν συμμιγῆ ἀριθμόν ἐπί κλάσμα.

$$\begin{array}{r} \text{Π.χ. } 84 \text{ χιλ.} 400 \mu. \times 0,75 \quad \left| 0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} \right. \\ 84 \text{ χιλ.} 400 \mu. \times \frac{3}{4} \\ 84 \text{ χιλ.} 400 \mu. \times 3 = \begin{array}{r} 252 \text{ χιλ.} \\ 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1200 \mu. \\ = 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} | 4 \\ \hline 63 \text{ χιλ.} 300 \mu. \end{array} \end{array}$$

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Μία ὑφάντρια εἰς ἓνα $1\frac{1}{2}$ μῆνα ὕφανε 32 μ., 8 παλάμ. καὶ 4 δακτ. Πόσον ὕφανεν εἰς $6\frac{3}{4}$ μῆνας;

2) Μία οἰκογένεια ἐξοδεύει τόν μῆνα 9 κιλά 200 γρ. λάδι. Πόσον λάδι θά ἐξοδεύσῃ σέ $\frac{3}{4}$ τοῦ μηνός;

3) Ἐνα ἀμάξι διανύει τήν ὥραν 18 χιλ 350μ. Πόσον θά διανύσῃ σέ 4,5 ὥρας;

4) Ἐπωλήθησαν τὰ $\frac{5}{8}$ ἑνός ὑφάσματος, τό ὅποῖον ἦτο 6 ὑάρδες, 2 πόδες καὶ 5 δάκτυλοι. Πόσον ὕφασμα ἐπωλήθη;

5) Νά λυθοῦν αἱ ἀσκήσεις;

α) 320 χιλ 105 μ. $\times \frac{4}{5}$

β) 7 κιλ. 200 γρ. $\times \frac{2}{3}$

Μάθημα 66ον

ΔΙΑΙΡΕΣΙΣ ΣΥΜΜΙΓΟΥΣ ΔΙΑ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ

Διά νά διαιρέσωμεν συμμιγῆ ἀριθμόν διά κλάσματος, ἀντιστρέφομεν τοὺς ὄρους τοῦ κλάσματος καὶ ἀντί διαιρέσεως κάνομεν πολλαπλασιασμόν.

Π.χ. 6μ. 4 παλ. 8 δάκτ. : $\frac{4}{5}$ =

6μ. 4παλ. 8δάκτ. $\times \frac{5}{4}$

6μ. 4παλ. 8δάκτ. $\times 5$ = 30 μ. 20παλ. 40δάκτ. $\left| \begin{array}{l} 4 \\ \hline 7\mu. 10\text{παλ. } 10\delta. \end{array} \right.$

$$\begin{array}{r} -28 \\ \hline 2 \mu. \\ \times 10 \text{ παλ.} \\ \hline 20 \text{ " } \\ + 20 \text{ " } \\ \hline 40 \text{ παλ.} \\ = \end{array}$$

= "

$$\begin{array}{r}
 7\mu. \ 10 \text{ παλ.} \ 10 \text{ δάκτ.} \\
 + \ 1 \quad \quad -10 \\
 \hline
 7\mu. \ 11 \text{ παλ.} \ = \\
 +1 \quad -10 \\
 \hline
 8\mu. \ 1 \text{ παλ.}
 \end{array}$$

ΔΙΑΙΡΕΣΙΣ ΣΥΜΜΙΓΟΥΣ ΔΙΑ ΜΙΚΤΟΥ

Διά νά διαιρέσωμεν συμμιγῆ ἀριθμόν διά μικτοῦ, τρέπομεν τόν μικτόν εἰς κλάσμα καί διαιροῦμεν συμμιγῆ ἀριθμόν διά κλάσματος.

Π.χ. 36 χιλ. 700 μ. : $4 \frac{1}{2}$

36 χιλ. 700 μ. : $\frac{9}{2}$

$36 \text{ χιλ.} \cdot 700 \mu. \times \frac{2}{9}$

$36 \text{ χιλ.} \cdot 700 \mu. \times 2 = 72 \text{ χιλ.} \cdot 1400 \mu. \quad \left| \begin{array}{l} 9 \\ 8 \text{ χιλ.} \cdot 155 \mu. \cdot 5 \text{ δάκτ.} \end{array} \right.$

$$\begin{array}{r}
 50 \\
 50 \\
 5 \\
 \times 10 \text{ παλ.} \\
 \hline
 50 \quad " \\
 5 \quad "
 \end{array}$$

ΔΙΑΙΡΕΣΙΣ ΣΥΜΜΙΓΟΥΣ ΔΙΑ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥ

Διά νά διαιρέσωμεν συμμιγῆ διά δεκαδικοῦ, τρέπομεν τόν δεκαδικόν εἰς κλάσμα καί διαιροῦμεν συμμιγῆ ἀριθμόν διά κλάσματος.

Π.χ. 62 χιλ. 560 μ. : 2,5

62 χιλ. 560 μ. $2 \frac{5}{10}$ ($2 \frac{1}{2}$)

62 χιλ. 560 μ. : $\frac{5}{2}$

62 χιλ. 560 μ. $\times \frac{2}{5}$

62 χιλ. 560 μ. $\times 2$

$$\begin{array}{r} 124' \text{χιλ. } 1120\mu. \overline{) 5} \\ \underline{24} \\ 4 \\ \underline{1000} \\ 4000 \\ + 1120 \\ \hline 5120 \\ = 12 \\ 20 \\ = \end{array}$$

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Τά $\frac{3}{4}$ ενός ύφασματος εἶναι 18μ. 3 παλάμες. Πόσα μ. εἶναι ὄλο τό ὕφασμα;

2) Ένας πεζοπόρος σέ $2\frac{1}{4}$ ὥρας ἐβάδισε 9 χιλ. 270 μ. Πόσον ἐβάδισε τήν ὥραν;

3) Τά $\frac{2}{4}$ ενός μικροῦ βαρελιοῦ μέ κρασί ζυγίζουν 56 κιλά καί 300 γραμμ. Πόσον ζυγίζει ὀλόκληρο τό βαρέλι;

4) Ένας ἐργάτης ἔσφαψε τά $\frac{2}{3}$ ενός ἀμπελιοῦ εἰς 4 ὥρας 30' καί 30". Εἰς πόσον χρόνον θά σκάψη ὀλόκληρο τό ἀμπέλι;

Μ ά θ η μ α 67ον

Νά λυθοῦν αἱ ἀσκήσεις:

1) 235 κιλ. 400 γραμμ. : $\frac{4}{5}$

2) 9 λίρ. 3 σελ. 6 πέν. : 0,25

3) Νά τραποῦν εἰς συμμιγεῖς ἀριθμούς τὰ κλάσματα:

α) $\frac{24}{72}$ τοῦ χρόνου β) $\frac{5}{8}$ τῆς ἡμέρας

γ) $9\frac{1}{2}$ τοῦ ἔτους δ) $\frac{18}{24}$ τῆς ἡμέρας.

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) "Ερχεσαι εἰς τό σχολεῖον εἰς τὰς 8 καί 15' τό πρωῖ καί φεύγεις εἰς τὰς 1 καί 30' τό μεσημέρι. Πόσας ὥρας μένεις εἰς τό σχολεῖον;

2) "Ενα καράβι ξεκινᾷ ἀπό τόν Πειραιᾷ εἰς τὰς 6 καί 30' π.μ. καί φθάνει εἰς τήν Τήνον εἰς τὰς 1 καί 20'. Πόσας ὥρας κάμνει τό ταξίδιον αὐτό;

3) Μία ἐργάτρια ἐργάζεται ἀπό τὰς 7.20' τό πρωῖ εἰς τὰς 1.15' μ.μ. Τό ἀπόγευμα ἀπό τὰς 2.15' ἕως τὰς 6 μ.μ. Πόσας ὥρας ἐν ὄλῃ ἐργάζεται;

4) "Ενας ἀμπελουργός ἀναθέτει τό σιᾶφιμο τοῦ ἀμπελιοῦ του εἰς ἐργάτας, οἱ ὁποῖοι ἀρχίζουν νά σιᾶβουν ἀπό τὰς 6,15' τό πρωῖ ἕως τὰς 12 μ. καί ἀπό τὰς 2.30' ἕως τὰς 5 μ.μ. Πόσας ὥρας ἐργάζονται οἱ ἐργάται εἰς τό ἀμπέλι;

Μ ά θ η μ α 68ον

1) Νά λυθοῦν αἱ ἀσκήσεις:

α) $(9,5 + 8 \frac{2}{5}) \times \frac{3}{4}$

β) $(6 \frac{1}{4} \times 7 \frac{2}{5} + 6,75) - (2 \frac{1}{2} + 8 \frac{1}{5})$

γ)
$$\begin{array}{r} 1956 \text{ χρ. } 3 \text{ μ. } 7 \text{ ἡμ.} \\ -1914 \text{ " } 8 \text{ " } 24 \text{ " } \\ \hline \end{array}$$

δ)
$$\begin{array}{r} 1963 \text{ χρ. } 2 \text{ μ. } 28 \text{ ἡμ.} \\ -1924 \text{ " } 6 \text{ " } 5 \text{ " } \\ \hline \end{array}$$

2) Νά γίνουν οἱ πολλαπλασιασμοί:

α) $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{6} \times \frac{6}{8}$ β) $\frac{6,75 \times 4 \times 12}{100 \times 36}$

γ) $\frac{100 \times 30 \times 360}{5000 \times 8}$ δ) $\frac{100 \times 360 \times 27}{15 \times 4,5}$

Μάθημα 69ο

ΣΥΝΘΕΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Σύνθετα κλάσματα λέγονται, εκείνα τῶν ὁποίων οἱ δύο ὁροί, ἢ ὁ ἕνας ἐκ τῶν δύο, εἶναι κλασματικοὶ ἀριθμοὶ ἢ μικτοί.

$$\text{Π.χ. } \frac{\frac{3}{4}}{\frac{6}{8}} \qquad \frac{9\frac{2}{5}}{\frac{2}{3}} \qquad \frac{6}{\frac{4}{5}}$$

Διὰ νὰ τρέψωμεν ἓνα σύνθετον κλάσμα εἰς ἀπλοῦν, διαιροῦμεν τὸν ἀριθμητὴν τοῦ διὰ τοῦ παρανομαστοῦ του.

$$\text{Π.χ. } \frac{\frac{4}{6}}{\frac{6}{8}} = \frac{4}{6} : \frac{6}{8} = \frac{4}{6} \times \frac{8}{6} = \frac{32}{36} = \frac{8}{9}$$

ΑΠΛΟΥΣ ΤΡΟΠΟΣ

Διὰ νὰ τρέψωμεν ἓνα σύνθετον κλάσμα εἰς ἀπλοῦν, πολλαπλασιάζομεν τὸν ἀριθμητὴν τοῦ κλάσματος τοῦ ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν παρανομαστήν τοῦ κλάσματος τοῦ παρανομαστοῦ. Τό γινόμενον γράφομεν ἀριθμητὴν. Κατόπιν πολλαπλασιάζομεν τὸν παρανομαστήν τοῦ κλάσματος τοῦ ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν ἀριθμητὴν τοῦ κλάσματος τοῦ παρανομαστοῦ καὶ τό γινόμενον γράφομεν παρανομαστήν.

$$\text{Π.χ. } \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{8}} = \frac{4}{5} : \frac{3}{8} = \frac{4 \times 8}{5 \times 3} = \frac{32}{15} = 2\frac{2}{15}$$

Ἄπλοῦς τρόπος $\frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{8}} = \frac{32}{15} = 2\frac{2}{15}$

Ὅταν ὁ ἕνας ὅρος τοῦ συνθέτου κλάσματος δέν εἶναι κλάσμα, ἀλλὰ ἀριθμὸς ἀκέραιος, τὸν γράφομεν ὡς κλάσμα, βάζοντες εἰς αὐτὸν παρανομαστήν τὴν μονάδα.

$$\text{Π.χ. } \frac{6}{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{6}{1}}{\frac{2}{5}} = \frac{6 \times 5}{1 \times 2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$\frac{\frac{9}{4}}{\frac{8}{1}} = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{8}{1}} = \frac{9 \times 1}{4 \times 8} = \frac{9}{32}$$

Άσκησης

Νά τραπούν εις ἀπλᾶ τὰ σύνθετα κλάσματα:

1) $\frac{\frac{10}{15}}{\frac{12}{20}}$ 2) $\frac{\frac{9}{8}}{4}$ 3) $\frac{7}{\frac{2}{3}}$ 4) $9 \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{8}}$ 5) $6 \frac{\frac{7}{2}}{\frac{1}{3}}$

6) $\frac{\frac{15}{20}}{\frac{5}{8}}$ 7) $\frac{\frac{7}{10}}{\frac{6}{6}}$ 8) $9 \frac{\frac{2}{5}}{4}$ 9) $8 \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{5}}$ 10) $4 \frac{\frac{9}{10}}{\frac{1}{5}}$

Μάθημα 706ν

Νά γίνουν αἱ πράξεις :

- 1) α) 2 ἔτη 8 μῆνες 20 ἡμέραι νά γίνουν ἡμέραι.
β) 14 μ. 5 παλ. νά γίνουν παλάμαι.
γ) 8 ἔτη 5 μῆνες νά γίνουν μῆνες.
δ) 1 ἔτος 4 μῆνες 15 ἡμέραι νά γίνουν ἡμέραι.

2) Νά τραπούν τὰ σύνθετα κλάσματα εις ἀπλᾶ:

α) $\frac{8 \frac{1}{2}}{6}$ β) $\frac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{6}}$ γ) $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$ δ) $\frac{8}{4 \frac{1}{2}}$

3) Νά γίνουν οι πολλαπλασιασμοί:

$$\alpha) \frac{100 \times 100}{6,5 \times 2}$$

$$\beta) \frac{95625 \times 1200}{7,5 \times 425000}$$

$$\gamma) \frac{810 \times 1200}{4,5 \times 9000}$$

$$\delta) 7 \frac{1}{2} \times \frac{15}{10}$$

$$\epsilon) 900 \times \frac{75}{18} \times \frac{0,6}{1,2}$$

$$\sigma\tau) \frac{45 \times 3 \frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$$

$$\zeta) 28 \times \frac{2 \frac{1}{4}}{6}$$

$$\eta) 480 \times \frac{10}{6} \times \frac{0,48}{0,64}$$

Μ ά θ η μ α 71ον

1) Νά τραπούν εις απλά τά σύνθετα κλάσματα:

$$\alpha) \frac{6 \frac{1}{2}}{4}$$

$$\beta) \frac{\frac{8}{5}}{\frac{2}{3}}$$

$$\gamma) \frac{9}{\frac{4}{6}}$$

$$\delta) \frac{2 \frac{1}{3}}{6}$$

$$\epsilon) \frac{\frac{9}{10}}{2 \frac{1}{4}}$$

2) Νά γίνουν αι άφαιρέσεις:

$$\alpha) \begin{array}{r} 1963 \text{ χρ.} \quad 1 \text{ μ.} \quad 27 \text{ ήμ.} \\ -1928 \quad \text{"} \quad 8 \quad \text{"} \quad 10 \quad \text{"} \\ \hline \end{array}$$

$$\beta) \begin{array}{r} 1948 \text{ χρ.} \quad 2 \text{ μ.} \quad 12 \text{ ήμ.} \\ -1938 \quad \text{"} \quad 9 \quad \text{"} \quad 26 \text{ ήμ.} \\ \hline \end{array}$$

3) Νά γίνουν ήμέραι:

α) 2 έτη 4 μήνες 24 ήμέραι.

β) 3 έτη 8 μήνες 10 ήμέραι.

γ) 9 μήνες 20 ήμέραι.

δ) 7 μήνες 27 ήμέραι.

4) Νά γίνουν αἱ πράξεις :

$$\alpha) \frac{4,25 \times 100}{85000 \times 5} \quad \beta) \frac{12 \times 100}{12,5 \times 3600} \quad \gamma) \frac{7,75 \times 100}{15500 \times 5}$$

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Ε !

Μ ά θ η μ α 72ον

ΑΠΛΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

ΠΟΣΩΝ λέγεται εἰς τήν Ἀριθμητικήν, κάθε πλῆθος πραγμάτων, τό ὁποῖον δύναται νά αὐξηθῆ ἢ νά ἐλαττωθῆ.

ΠΟΣΑ ΑΝΑΛΟΓΑ

Ἀνάλογα ποσά λέγονται δύο ποσά μεταξύ τῶν ὁποίων ὑπάρχει τοιαύτη σχέσηις ὥστε, ἐάν πολλαπλασιάσωμεν τήν τιμὴν τοῦ ἑνός ἐκ τούτων μέ ἕναν ἀριθμόν, πολλαπλασιάζεται καί ἡ τιμή τοῦ ἄλλου ποσοῦ ἐπὶ τόν ἴδιον ἀριθμόν, ἢ ὅταν διαιρέσωμεν τήν τιμὴν τοῦ ἑνός ποσοῦ δι' ἑνός ἀριθμοῦ, διαιρεῖται καί ἡ τιμή τοῦ ἄλλου ποσοῦ διά τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ.

Παραδείγματα :

1) 8 κιλά πορτοκάλια τιμῶνται 24 δρχ. Τά 16 κιλά πορτοκάλια, τά ὁποῖα εἶναι διπλάσια, τιμῶνται καί διπλάσιας δρχ., δηλ. 48 καί τά 4 κιλά, τά ὁποῖα εἶναι τὰ μισά τοῦ 8, θά τιμῶνται τό ἡμισυ τῶν δρχ., δηλ. 12 δρχ.

$$\begin{array}{ll} 8 \text{ κιλά} & 24 \text{ δρχ.} \\ 16 \text{ " } & 48 \text{ " } \\ 4 \text{ " } & 12 \end{array}$$

2) 6 ἐργάται ἐπληρώθησαν 900 δρχ. 12 ἐργάται μέ τό ἴδιον ἡμερομίσθιον, οἱ ὁποῖοι εἶναι διπλάσιοι, θά πληρωθοῦν τό διπλάσιον ποσόν, δηλ. 1800 δρχ. καί 3 ἐργάται, οἱ ὁποῖοι εἶναι οἱ μισοί τῶν 6, θά πληρωθοῦν τό ἡμισυ τῶν δραχμῶν, δηλ. 450 δρχ.

$$\begin{array}{ll} 6 \text{ ἐργάται} & 900 \text{ δρχ.} \\ 12 \text{ ἐργάται} & 1800 \text{ " } \\ 3 \text{ ἐργάται} & 450 \text{ " } \end{array}$$

3) Ένα ύφασμα, τό οποῖον ἔχει μήκος 2,40 μ. ἐπωλήθη ἀντί 120 δρχ. Τά 4,80 μ., τά οποῖα εἶναι, διπλάσια, ἐπωλήθησαν ἀντί διπλασίων δρχ, δηλ. 240 καί τά 1,20 μ. τά οποῖα εἶναι τά μισά ἐπωλήθησαν εἰς τό ἥμισυ τῶν δρχ. δηλ 60 δρχ.

2,40	μήκος	120	δρχ.
4,80	"	240	"
1,20	"	60	"

4) Ένα αὐτοκίνητον, ὅταν ἔτρεξεν 24 ὥρας, ἔκαυσε 4 γαλλόνια βενζίνης, εἰς τὰς 48 ὥρας, αἱ οποῖαι εἶναι διπλάσιαι, θά καύση διπλάσια γαλλίνια, δηλ 8 καί εἰς τὰς 12 ὥρας, αἱ οποῖαι εἶναι τό ἥμισυ τοῦ 24, θά καύση τά μισά γαλλόνια δηλ. 2.

24	ὥραι	4	γαλ.	βενζίνης
48	"	8	"	"
12	"	2	"	"

5) Ένα αὐτοκίνητον διήνυσε τά 300 χιλιδμ. εἰς 6 ὥρας. Τά 600 χιλιδόμετρα, τά οποῖα εἶναι διπλάσια, θά τά διανύση εἰς διπλασίας ὥρας, δηλ. εἰς 12 ὥρας καί τά 150 χιλιδμ., τά οποῖα εἶναι τά μισά, θά τά διανύση εἰς τό ἥμισυ τῶν ὥρῶν, δηλ. εἰς 3 ὥρας.

300	χιλ.	6	ὥρες
600	"	12	"
150	"	3	"

Ἐσκησις

Γράψατε 3 ἰδικά σας ὁμοια προβλήματα μέ Ἀνάλογα ποσά.

Μάθημα 73ον

ΠΟΣΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ

Ἀνίστροφα ποσά λέγονται δύο ποσά μεταξύ τῶν οποίων ὑπάρχει τοιαύτη σχέσηις ὥστε, ἐάν πολλαπλασιάσωμεν τήν τιμήν τοῦ ἑνός ποσοῦ ἐπί ἕναν ἀριθμόν, διαιρεῖται ἡ ἀντίστοιχος τιμή τοῦ ἄλλου ποσοῦ διά τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ, ἢ, ὅταν διαιρέσωμεν τήν τιμήν τοῦ ἑνός ποσοῦ δι' ἑνός ἀριθ-

θμοῦ, πολλαπλασιάζεται ἡ ἀντίστοιχος τιμή τοῦ ἄλλου ποσοῦ ἐπὶ τόν ἴδιον ἀριθμόν.

Παραδείγματα:

1) 6 ἐργάται κτίζουν ἕναν τοῖχον εἰς 18 ἡμέρας. Οἱ 12 ἐργάται, οἱ ὅποιοι εἶναι διπλάσιοι, θά κτίσουν τόν ἴδιον τοῖχον εἰς τὰς μισάς ἡμέρας, δηλ. 9 καί οἱ 3 ἐργάται, οἱ ὅποιοι εἶναι οἱ μισοί, θά κτίσουν τόν ἴδιον τοῖχον εἰς διπλασίας ἡμέρας, δηλ. εἰς 36.

6 ἐργάται	18 ἡμέρ.
12 "	9 "
3 "	36 "

2) Ἐνα αὐτοκίνητον ὅταν τρέχη μέ ταχύτητα 60 χιλιόμ. τήν ὥραν, διανύει μία ἀπόστασιν εἰς 8 ὥρας. Ὅταν τρέχη μέ ταχύτητα 120 χιλ. τήν ὥραν, ἡ ὁποία εἶναι διπλασία, διανύει τήν ἴδιαν ἀπόστασιν εἰς τὰς μισάς ὥρας, δηλ. 4 καί ὅταν τρέχη μέ ταχύτητα 30 χιλ. τήν ὥραν, ἡ ὁποία εἶναι ἡ μισή ταχύτης, θά διανύσῃ τήν ἀπόστασιν εἰς διπλασίας ὥρας, δηλ. εἰς 16.

60 χιλ.	8 ὥραι
120 "	4 "
30 "	16 "

3) 20 στρατιῶται ἔχουν τροφάς διά νά περάσουν 30 ἡμέρας. 40 στρατιῶται, οἱ ὅποιοι εἶναι διπλάσιοι, θά περάσουν μέ τὰς ἰδίας τροφάς τὰς μισάς ἡμέρας, δηλαδή 15 καί οἱ 10 στρατιῶται, οἱ ὅποιοι εἶναι οἱ μισοί, θά περάσουν μέ τὰς ἰδίας τροφάς διπλασίας ἡμέρας δηλ. 60.

20 στρατ.	30 ἡμ.
40 "	15 "
10 "	60 "

4) Διά νά γίνῃ τό δάπεδον ἑνός δωματίου χρειάζονται 40 σανίδες, αἱ ὁποῖαι ἔχουν πλάτος 0,20 τοῦ μ. Ὅταν τό πλάτος τῆς σανίδος εἶναι 0,40, δηλ. διπλάσιον, θά χρειασθοῦν αἱ μισαί σανίδες, δηλ. 20 καί ὅταν τό πλάτος τῆς σανίδος εἶναι 0,10, δηλ. τό μισό, θά χρειασθοῦν διπλάσιαι σανίδες, δηλ. 80.

0,20	πλ.	40	σανίδες
0,40	"	20	"
0,10	"	80	"

Άσκησης

Νά κάνετε 4 ίδιικά σας προβλήματα με ποσά Άντί-
στροφα.

Μάθημα 74ον

ΑΠΛΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

Παραδείγματα:

1) Ήγόρασα 6 κιλά λάδι και έπλήρωσα 138 δραχ. Πό-
σας δραχ. θά έπλήρωνα, εάν ήγόραζον 10 κιλά λάδι;

<u>Γενική Κατάταξις</u>		<u>1η Κατάταξις</u>	
6 κιλά	138 δραχ.	6 κιλά	138 δραχ.
10 "	X;	1 "	X;

Λύσις

$$138 : 6 = 23 \text{ δραχ.}$$

Άπάντησις

Τό ένα κιλό έχει 23 δραχμάς.

<u>2α Κατάταξις</u>		<u>Λύσις</u>
1 κιλό	23 δραχ.	$23 \times 10 = 230 \text{ δραχ.}$
10 κιλά	X;	

Άπάντησις

Τά 10 κιλά έχουν 230 δραχμάς.

ΛΥΣΙΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΙΑ ΤΗΣ ΑΝΑΓΩΓΗΣ ΕΙΣ
ΤΗΝ ΜΟΝΑΔΑ

Σκέψις

Άφοῦ τά 6 κιλά έχουν 138 δραχ., τό 1 κιλό, τό ό-
ποῖον ὡς πρός τά 6 κιλά είναι καί 6 φορές μικρότερον, θά

τιμᾶται καί 6 φορές ὀλιγώτερον, δηλ. $\frac{138}{6}$ καί τά 10 κιλά, τὰ ὅποια ὡς πρός τό 1 κιλό εἶναι καί 10 φορές μεγαλύτερα, θά τιμῶνται καί 10 φορές περισσότερο ἀπό ὅτι τιμᾶται τό 1 κιλό δηλ. $\frac{138}{6} \times 10 =$

<u>Κατάταξις</u>	<u>Λύσις</u>
6 κιλά 138 δραχ.	6 κιλ. 138 δραχ.
10 κιλά X;	1 κιλ. $\frac{138}{6}$ "
	10 κιλ. $\frac{138}{6} \times 10 = \frac{1380}{6} = 230$ δρ.

Ἀπάντησις

Ὡστε τὰ 10 κιλά τιμῶνται 230 δραχμάς.

ΛΥΣΙΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΙΑ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

<u>Κατάταξις</u>	<u>Σύγκρισις</u>
6 κιλά 138 δραχ.	6 κιλά 138 δραχ.
10 κιλά X;	12 κιλά 276 "
	3 κιλά 69 "

Τά ποσά εἶναι ΑΝΑΛΟΓΑ, διὰ τοῦτο θά πολλαπλασιάσω τόν ὑπεράνω τοῦ X ἀριθμόν (138) ἐπὶ τό κλάσμα, τό ὅποιον σχηματίζονται ἄλλα ποσα, ἀντεστραμμένον, ἐπειδή τά ποσά εἶναι Ἀνάλογα.

$$X = 138 \times \frac{10}{6} = \frac{1380}{6} = 230$$

Ἀπάντησις

Τά 10 κιλά τιμῶνται 230 δραχμάς.

2) 12 ἐργάται εἰργάσθησαν καί ἐπληρώθησαν 1.800 δραχ. Πόσας δραχ. ἐπληρώθησαν οἱ 8 ἐργάται;

<u>Κατάταξις</u>	<u>Σύγκρισις</u>
12 ἐργ. 1800 δραχ.	12 ἐργάται 1800 δραχ.
8 " X;	24 " 3600 "
	6 " 900 "

Σκέψεις

'Εδῶ θά κάμω ΑΠΑΗΝ ΜΕΘΟΔΟΝ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ. θά συγκρίνω τά ποσά μου.

'Αφοῦ οἱ 12 ἐργάται ἐπληρώθησαν 1800 δρχ., οἱ διπλάσιοι ἐργάται, δηλ. 24, θά πληρωθοῦν καί διπλασίας δρ. δηλ. 3600 καί οἱ 6 ἐργάται, δηλ. οἱ μισοί, θά πληρωθοῦν τό ἥμισυ τῶν δραχμῶν, δηλ. 900 δρχ. 'Εδῶ τά ποσά μου 'Εργάται καί Δραχμαί εἶναι ΑΝΑΛΟΓΑ, διότι ὅταν ἐδιπλασιάσῃ τήν τιμήν τοῦ πρώτου ποσοῦ (ἐργάται) ἐδιπλασιάσθη ἀντιστοιχῶς καί ἡ τιμή τοῦ δευτέρου ποσοῦ (δραχμαί). "Ὅταν διήρεσα τήν τιμήν τοῦ πρώτου ποσοῦ δι' ἑνός ἀριθμοῦ, διήρεθη καί ἡ τιμή τοῦ ἄλλου ποσοῦ διά τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ. Διά τοῦτο θά πολλαπλασιάσω τόν ὑπεράνω τοῦ X ἀριθμόν ἐπί τό κλάσμα, τό ὁποῖον σχηματίζει τό ἄλλο ποσόν (ἐργάται) ἀντεστραμμένον, ἐπειδή τά ποσά ἐργάται καί δραχμαί εἶναι 'Ανάλογα.

Λύσις

$$X = 1800 \times \frac{8}{12} = \frac{14.400}{12} = 1.200$$

'Απάντησις

"Ὡστε οἱ 8 ἐργάται θά πληρωθοῦν 1.200 δραχμάς.

3ον ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (ὡς θά γράφεται συνήθως ἡ σκέψις):

"Ἐνα αὐτοκίνητον εἰς 8 ὥρας διήνυσε τήν ἀπόστασιν τῶν 304 χιλιομ. Εἰς πόσας ὥρας θά διανύσῃ τά 228 χιλ.;

Κατάταξις

304 χιλ. 8 ὥρ.
228 χιλ. X;

Σύγκρισις

304 χιλ. 8 ὥρ.
608 " 16 "
152 " 4 "

Σκέψις

'Εδῶ θά κάμω ἀπλήν μέθοδον τῶν τριῶν. θά συγκρίνω τά ποσά μου. 'Αφοῦ τό αὐτοκίνητον διανύει τά 304 χιλιόμετρα εἰς 8 ὥρας, τά διπλάσια χιλιόμετρα θά τά διανύσῃ, εἰς διπλασίας ὥρας, καί τά μισά χιλ. εἰς τὰς μισάς ὥρας. 'Επομένως τά ποσά "ὥραι" καί "χιλιόμ." εἶναι ΑΝΑΛΟΓΑ. Διά τοῦτο θά πολλαπλασιάσωμεν τόν ὑπεράνω τοῦ X ἀριθμόν (8)

ἐπί τό κλάσμα, τό ὁποῖον σχηματίζει τό ἄλλον ποσόν (χιλιόμ.), ἀντεστραμμένον, ἐπειδή τά ποσά εἶναι Ἀνάλογα.

$$X = 8 \times \frac{\frac{57}{228}}{\frac{304}{76}} = \frac{456}{76} = 6 \text{ ὥρας.}$$

Ἀπάντησις

Ὡστε τά 228 χιλ. θά τά διανύση εἰς 6 ὥρας.

✓ Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Διά 4 μ. ὕφασμα ἐπλήρωσα 240 δραχ. Πόσας δραχ. θά πληρώσω διά 10 μ. τοῦ ἰδίου ὑφάσματος;

✓ 2) Μία οἰκογένεια διά 30 ἡμέρας χρειάζεται 9 κιλά λάδι. Πόσον λάδι θά χρειασθῆ εἰς 9 μῆνας;

✓ 3) Ἐνα δένδρον ὕψους 1,20 μ. ρίχνει σκιάν 1,80μ. Πόσον εἶναι τό ὕψος τοῦ δένδρου, τό ὁποῖον ρίχνει σκιάν 45 μέτρα;

✓ 4) 18 ἐργάται ἐνός ἐργοστασίου πληρώνονται ἡμερησίως 1350 δραχ. Ἐάν ἀποχωρήσουν τῆς ἐργασίας 3 ἐργάται, πόσας δραχ. θά πληρώνη ἡμερησίως ὁ ἐργοστασιάρχης;

Μ ἄ θ η μ α 75ον

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) $\frac{3}{4}$ τοῦ κιλοῦ λάδι κοστίζει 18 δραχ. Μέ πόσας δραχ. θά ἀγοράσωμεν $5\frac{1}{2}$ κιλά;

2) Μέ $11\frac{3}{5}$ μ. ὑφάσματος γίνονται 15 πετσέται φαγητοῦ. Μέ 58 μ. ὑφάσματος πόσας ὁμοίας πετσέτας θά κατασκευάση ἓνα κατάστημα;

3) 250 γραμ. καφέ τιμῶνται 20 δραχ. Πόσας δραχ. θά δώσωμεν διά νά ἀγοράσωμεν $1\frac{1}{2}$ κιλά καφέ;

4) Μέ 6 μ. γίνονται 24 άνδρικά μαντήλια. Μέ $27\frac{1}{2}$ μ. πόσα μαντήλια θά γίνουν;

Μ ά θ η μ α 76ον

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

✓ 1) Ένα ατμόπλοιοιον εἰς 8 ὥρας διέτρεξεν 144 μίλια. Πόσα μίλια θά διατρέξη εἰς 20 ὥρας;

~~2~~ 2) Μέ 50 μ. καί 4 παλάμας γίνονται 21 παιδικά ὑποκάμισα. Μέ 91 μέτρα καί 2 παλάμας πόσα ὅμοια ὑποκάμισα θά γίνουν;

✓ 3) Μέ 100 κιλά ἀλεύρι γίνονται 125 κιλά ψωμί. Πόσα κιλά ψωμί θά γίνουν ἀπό 1500 κιλά ἀλεύρι;

4) Μία πλέκτρια εἰς 9 ὥρας πλέκει 7,5 μ. δαντέλλα. Εἰς πόσας ὥρας θά πλέξη 52,5 μ. ἀπό τήν ἰδίαν δαντέλλαν;

5) Ἀπό 84 κιλά ἐλιές ἕνας ἐλαιοπαραγωγός ἔβγαλεν 21 κιλά λάδι. Ἀπό πόσα κιλά ἐλιές ἔβγαλε 3276 κιλά;

Μ ά θ η μ α 77ον

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Ἀπό 100 κιλά ἐλιές βγαίνουν 25 κιλά λάδι. Πόσα κιλά λάδι βγαίνουν ἀπό 1300 ὀκ. ἐλιές.

2) Μέ $11\frac{1}{5}$ μ. γίνονται 4 γυναικεῖα φορέματα. Πόσα φορέματα τοῦ αὐτοῦ μεγέθους θά γίνουν μέ 56 μ. ἀπό τό ἴδιον ὕφασμα;

3) Αὐτοκίνητον εἰς 5 ὥρας διέτρεξε $292\frac{1}{2}$ χιλιομ. Εἰς πόσας ὥρας θά διατρέξη $526\frac{2}{4}$ χιλ.;

4) Ἡγόρασα 4 μ. ὕφασμα καί ἔδωσα 480 δρχ. Ἐάν ἀγοράσω 0,25 μ. ἀκόμη πόσας δρχ. θά πληρώσω;

5) Διά $\frac{4}{5}$ κιλά βούτυρον ἐπλήρωσα 48 δρχ. Πόσας δρ. θά πληρώσω, ἐάν ἀγοράσω ἓνα δοχεῖον βουτύρου, τό ὁποῖον θά περιέχη $16\frac{1}{2}$ κιλά;

Μάθημα 78ον

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ

1ον ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Πρόβλημα

6 ἐργάται ἔσκαφαν ἓνα χαντάκι εἰς 12 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θά ἔσκαβαν τό ἴδιο χαντάκι 18 ἐργάται;

Κατάταξις

6 ἐργ. 12 ἡμ.
18 " X;

Σύγκρισις

6 ἐργάται 12 ἡμ.
12 " 6 "
3 " 24 "

Σκέψις

Ἐδῶ θά κάμω ἀπλῆν μέθοδον τῶν τριῶν. Θά συγκρίνω τά ποσά μου. Ἐφοῦ οἱ 6 ἐργάται ἔσκαφαν τό χαντάκι εἰς 12 ἡμέρας, οἱ διπλάσιοι ἐργάται (12) θά σκάψουν τό ἴδιον χαντάκι εἰς τὰς μισάς ἡμέρας, δηλ. εἰς 6. Καί οἱ μισοί ἐργάται (3) θά τό σκάψουν εἰς διπλασίας ἡμέρας, δηλ. εἰς 24. Ἐπομένως ἐδῶ τά ποσά, ἐργάται καί ἡμέραι, εἶναι Ἀντίστροφα, διότι ὅταν ἐπολλαπλασιάσω τό ἓνα ποσόν, διηρέθη τό ἄλλο μέ τόν ἴδιον ἀριθμόν καί ὅταν διήρῃσα τό ἓνα ποσόν ἐπολλαπλασιάσθῃ τό ἄλλο ποσόν ἐπί τόν ἴδιον ἀριθμόν. Διά τοῦτο θά πολλαπλασιάσω τόν ὑπεράνω τοῦ X ἀριθμόν (12) ἐπί τό κλάσμα, τό ὁποῖον σχηματίζει ἡ ἀξία, τοῦ ἄλλου ποσοῦ, ὅπως εἶναι, ἐπειδή τά ποσά εἶναι ἀντίστροφα.

Λύσις

$$X = 12 \times \frac{1}{\frac{6}{18}} = \frac{12}{3} = 4 \text{ ἡμέρ.}$$

Ἀπάντησις

Ὡστε οἱ 18 ἐργάται θά σκάψουν τό ἴδιο χαντάκι εἰς 4 ἡμέρας.

2ον ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (ὡς θά γράφεται συνήθως ἡ σκέψις):

Πρόβλημα

"Ένα πλοῖον μέ ταχύτητα 10 μιλίων τήν ὥραν φθάνει ἀπό ἓνα λιμάνι εἰς ἄλλο εἰς 24 ὥρας. Μέ πόσα μίλια θά ἔπλεε τήν ὥραν ἓνα ἄλλο πλοῖον, διά νά διανύση τήν ἰδίαν ἀπόστασιν εἰς 20 ὥρας;

Σκέψις

'Εδῶ θά κάνω ἀπλήν μέθοδον τῶν τριῶν. Θά συγκρίνω τά ποσά μου. 'Αφοῦ, ὅταν τό πλοῖον διανύση τήν ἀπόστασιν αὐτήν εἰς 24 ὥρας, πλέει μέ ταχύτητα 10 μιλίων τήν ὥραν, διά νά διανύση τήν ἰδίαν ἀπόστασιν εἰς τās μισάς ὥρας, θά πρέπει νά πλέη μέ ταχύτητα διπλασίαν. "Η, διά νά διανύση τήν ἰδίαν ἀπόστασιν εἰς διπλασίας ὥρας, θά πρέπει νά πλέη μέ τό ἥμισυ τῆς ταχύτητος.

'Επομένως τά ποσά μου "Ταχύτης" καί "Ὀραι", εἶναι ποσά 'Αντίστροφα. Διά τοῦτο θά πολλαπλασιάσω τόν ὑπεράνω τοῦ X ἀριθμόν (10) ἐπί τό κλάσμα, τό ὁποῖον σχηματίζει τό ἄλλο ποσόν (Ὀραι), ὅπως εἶναι, ἐπειδή τά ποσά εἶναι 'Αντίστροφα.

Κατάταξις

ταχύτης	
10 μιλ.	24 ὥρ.
X; "	20 "

Σύγκρισις

ταχύτης	
10 μιλ.	24 ὥρ.
20 "	12 "
5 "	48 "

Λύσις

$$X = 10 \times \frac{24}{20} = \frac{24}{2} = 12 \text{ μίλια.}$$

'Απάντησις

"Ὡστε τό ἄλλο πλοῖον διά νά φθάση εἰς τό ἴδιον λιμάνι εἰς 20 ὥρας, θά πρέπει νά πλέη μέ ταχύτητα 12 μιλίων τήν ὥραν.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) 400 στρατιῶται ἔχουν τροφάς διά 6 μῆνας. Πόσοι στρατιῶται μέ τās ἰδίας τροφάς ἤμποροῦν νά περάσουν

8 μῆνας;

2) 12 ἐργάται θερίζουν ἓνα χωράφι εἰς 4 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θά θερίσουν τό ἴδιο χωράφι 9 ἐργάται;

3) Διά τό πάτωμα ἑνός δωματίου χρειάζονται 36 σανίδια πλάτους 0,9 μ. Πόσα σανίδια πλάτους 0,12 μ. θά χρειασθοῦν διά τό ἴδιο πάτωμα;

4) Ἐάν μία οἰκογένεια ἐξοδεύη τήν ἡμέραν 240 γραμ. λάδι, μέ τήν ποσότητα τοῦ λαδιοῦ πού ἔχει, δύναται νά περάσῃ 15 ἡμέρας. Πόσα γραμμ. λάδι πρέπει νά ἐξοδεύη τήν ἡμέραν, διά νά περάσῃ μέ τήν ἰδίαν ποσότητα τοῦ λαδιοῦ 21 ἡμέρας;

Μ ά θ η μ α 79ον

1) 70 στρατιῶται ἔχουν τροφίμα διά νά περάσουν 40 ἡμέρας. Ἀπεχώρησαν ἐκ τούτων 20 στρατιῶται. Πόσας ἡμέρας θά περάσουν οἱ ὑπόλοιποι στρατιῶται μέ τά ἴδια τροφίμα;

2) Διά νά στρωθῆ ἓνα πάτωμα μιᾶς μεγάλης σάλας, χρειάζονται 12 μέτρα τάπητος, ὅταν ὁ τάπης ἔχη πλάτος 1,50 μ. Πόσα μέτρα τάπητος θά χρειασθοῦν, ἐάν τό πλάτος του εἶναι 1,20 μ.;

3) Ὅταν ἀπό μίαν βρύσση τρέχουν 45 κιλά νεροῦ εἰς ἓνα λεπτόν τῆς ὥρας, χρειάζονται 12 ὥραι, διά νά γεμίση μία δεξαμενή. Πόσας ὥρας θά χρειασθῆ μία ἄλλη βρύση διά νά γεμίση τήν δεξαμενήν, ὅταν τρέχουν ἀπό αὐτήν 54 κιλά νεροῦ εἰς 1 λεπτόν;

4) Θέλω νά στρώσω ἓνα τραπέζι μέ μουσαῖ. Θά χρειασθοῦν 2μ., ἐάν ὁ μουσαμαῖς ἔχει πλάτος 1 μ. Εὐρῆνα ὅμως μουσαμᾶν μέ πλάτος 0,80 μ. Πόσα μ. θά χρειασθοῦν;

Μ ά θ η μ α 80ον

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΝ

1) α) $274-138 \frac{2}{5}$

$$\beta) 96 \times \frac{3}{4}$$

$$\gamma) 8,75 + 9 \frac{2}{5} + 6 \frac{3}{4} + 20$$

2) Νά γίνουν αἱ ἀφαιρέσεις:

$$\alpha) \begin{array}{r} 1963 \text{ χρ. } 1 \text{ μ. } 28 \text{ ἡμ.} \\ -1945 \text{ " } 6 \text{ " } 20 \text{ "} \\ \hline \end{array}$$

$$\beta) \begin{array}{r} 1967 \text{ χρ. } 6 \text{ μ. } 20 \text{ ἡμ.} \\ -1908 \text{ " } 9 \text{ " } 25 \text{ "} \\ \hline \end{array}$$

3) Νά γίνουν μῆνες:

$$\alpha) \frac{16}{20} \text{ τοῦ χρόνου} \quad \beta) 2 \frac{1}{3} \text{ τοῦ χρόνου}$$

4) Νά γίνουν ἡμέραι:

$$\alpha) 7 \text{ χρ. } 6 \text{ μην. } 10 \text{ ἡμ.}$$

$$\beta) 9 \text{ μῆνες } 20 \text{ ἡμέραι}$$

Μ ά θ η μ α 81ον

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Ἀπό 100 γραμ. ἀλεύρι γίνονται 140 γραμ. φωμί. Πόσον φωμί θά γίνη ἀπό 70 κιλά ἀλεύρι;

2) Μία κολώνα ξυλίνη ὕφους 1,20 μ. ρίχνει σκιάν 1,50 μ. Ποῖον εἶναι τό ὕφος ἡλεκτρικῆς κολώνας, ἡ ὁποία ρίχνει σκιάν 10 μέτρων;

3) Εἰς μίαν ἐνορίαν ἐμοιράσθησαν κατά τὰς ἐορτάς τῶν Χριστουγέννων εἰς 28 πτωχάς οἰκογενεῖας 4.200 δραχ. Ἐάν αἱ πτωχαί οἰκογενεῖαι ἦσαν 40, πόσα χρήματα θά ἔπαιρνεν ἡ κάθε μία;

4) Μέ τὰ χρήματα τὰ ὁποῖα ἔχω, ἀγοράζω 6 $\frac{1}{2}$ μ. ἀπό ἓνα ὕφασμα, τό ὁποῖον τιμᾶται 28 δραχ. τό μέτρον. Ἐάν τό μέτρον τιμᾶται 35 δραχ., πόσα μέτρα ὕφασματος θά ἀγοράσω μέ τὰ ἴδια χρήματα;

Μ ά θ η μ α 82ον

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΝ

1) Νά λυθοῦν αἱ ἀσκήσεις:

α) $\frac{5}{4} \times \frac{2}{5} \times 0,2$

δ) $9\frac{2}{5} + 6,25 + 7\frac{1}{2}$

β) $\frac{3}{4} : \frac{4}{5}$

ε) $28 - 14\frac{2}{5}$

γ) $28 : \frac{6}{10}$

στ) $9 - \frac{3}{4}$

2) Νά γίνουν μέτρα:

8 μ. 4 παλ. 6 δάκτ.

3) Νά γίνουν ἡμέραι:

5 χρόνια 4 μῆνες 15 ἡμέραι.

4) Νά γίνη χρόνος:

α) $\frac{4}{5}$ χρόνου

β) $\frac{17}{10}$ χρόνου

Μ ά θ η μ α 83ον

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Μία μοδίστρα, ἐργαζομένη $6\frac{1}{2}$ ὥρας τὴν ἡμέραν, ἐτοιμάζει εἰς 24 ἡμέρας τὰ κουστούμια τῆς Γυμναστικῆς τοῦ Σχολείου μας. Ἐπειδὴ ὅμως τὰ ἐχρειασθήκαμε ἐνωρίτερον, τὰ ἐτόιμασε σέ 20 ἡμέρας. Πόσας ὥρας εἰργάσθη τὴν ἡμέραν ἡ μοδίστρα;

2) Μία ράπτρια ὑποκαμίσων ἔρραφε 12 ὑποκάμισα καὶ ἐχρησιμοποίησε 38 μ. καὶ 4 παλάμες ὕφασμα. Διὰ νά ράψῃ 30 ὅμοια ὑποκάμισα, πόσα μέτρα θά χρειασθῇ;

3) Τά $\frac{6}{8}$ του μ. ενός ύφασματος τιμῶνται 54 δραχ.
Πόσον τιμῶνται τά $9\frac{1}{2}$ μ.;

4) Δι' ἓνα παιδικό κουστούμι χρειάζονται 3 μ. ὕ-
φασμα, πλάτους 1,8 μ. Πόσα μέτρα θά χρειασθοῦν διὰ νά
γίνη τό ἴδιο παιδικό κουστούμι, ἂν τό ὕφασμα ἔχη πλά-
τος 1,20 μ.;

Μάθημα 84ον

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΝ

1) Νά λυθοῦν αἱ ἀσκήσεις:

α) $1000 + 675\frac{1}{4} + 928\frac{2}{5}$

β) $1000 - 476\frac{2}{5}$ γ) $9 \times \frac{4}{5}$

δ) $8\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3}$ ε) $6 : \frac{2}{3}$ στ) $\frac{9}{5} : 1\frac{2}{3}$

2) Νά γίνουιν ἡμέραι:

α) 4 χρόνια 2 μῆνες καί 10 ἡμέραι.

β) 5 μῆνες καί 25 ἡμέραι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΣΤ'

Μάθημα 85ον

ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

1.- ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΑΛΟΓΑ

Παραδείγματα:

1) Ἐνα ὕφασμα διὰ σινδόνια μήκους 12 μέτ. καί
πλάτους 3 μ. τιμᾶται 300 δραχ. Ἐνα ἄλλο κομμάτι ὕφασ-
μα τῆς ἰδίας ποιότητος μήκους 15 μ. καί πλάτους 2 μ.
πόσας δραχ. τιμᾶται;

Κατάταξις

12 μ. μήκος	3 μ. πλ.	300 δρχ.
15 " " "	2 " " "	X;

<u>Σύγκρισις 1η</u>		<u>Σύγκρισις 2α</u>	
12 μ (μήκ.)	300 δρχ.	3 μ. (πλάτ.)	300 δρχ.
24 " " "	600 " "	6 " " "	600 " "
6 " " "	150 " "	$1 \frac{1}{2}$ " " "	150 " "
Α Ν Α Λ Ο Γ Α		Α Ν Α Λ Ο Γ Α	

Σκέψις

Ἐδῶ θά κάνω Σύνθετον μέθοδον τῶν τριῶν. Θά συγκρίνω τά ποσά μου:

α) Ὄταν τό ὕφασμα ἔχη μήκος 12 μ., τιμᾶται 300 δρχ., ὅταν ἔχη μήκος 24 μ., δηλ. τό διπλάσιον, θά τιμᾶται καί διπλασίας δρχ., δηλ. 600 καί ὅταν ἔχη μήκος 6 μ., δηλ. τά μισά μέτρα, θά τιμᾶται καί τό ἥμισυ τῶν δρχ., δηλ. 150 δρχ. Ἐπομένως τά ποσά μου "μήκος" καί "δραχμαί" εἶναι ποσά ΑΝΑΛΟΓΑ, διότι, ὅταν ἐπολλαπλασιάσω τό πρῶτον ποσόν (μέτρα), ἐπολλαπλασιάσθῃ ἐπί τόν ἴδιον ἀριθμόν καί τό ἄλλο ποσόν (δραχμαί) καί ὅταν διηρέθῃ τό ἓνα ποσόν δι' ἑνός ἀριθμοῦ, διηρέθῃ καί τό ἄλλο ποσόν διά τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ.

β) Ἀφοῦ ὅταν τό ὕφασμα ἔχη πλάτος 3μ. τιμᾶται 300 δρχ., ὅταν ἔχη πλ. 6μ. δηλ. διπλάσιον, θά τιμᾶται καί διπλασίας δρχ., δηλ. 600 καί ὅταν τό ὕφασμα θά ἔχη πλάτος $1 \frac{1}{2}$ μ., δηλ. μισό, καί θά τιμᾶται καί τό ἥμισυ τῶν δραχμῶν, δηλ. 150. Ἐπομένως τά ποσά "πλάτος" καί "δραχμαί" εἶναι ποσά ΑΝΑΛΟΓΑ, διότι, ὅταν ἐπολλαπλασιάσω τό πρῶτον ποσόν (πλάτος) ἐπί ἓνα ἀριθμόν ἐπολλαπλασιάσθῃ καί τό ἄλλο ποσόν (δραχμαί) ἐπί τόν ἴδιον ἀριθμόν καί ὅταν διήρεσα τό ἓνα ποσόν (πλάτος) δι' ἑνός ἀριθμοῦ, διηρέθῃ καί τό ἄλλο ποσόν (δραχμαί) διά τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ.

Διά τοῦτο θά πολλαπλασιάσω τόν ὑπεράνω τοῦ X ἀριθμόν 300 ἐπί τά κλάσματα, τά ὁποῖα σχηματίζουν τά δύο ἄλλα ποσά, ἀντεστραμμένα, ἐπειδή τά ποσά εἶναι Ἀνάλογα. -

$$X = \frac{50}{300} \times \frac{5}{12} \times \frac{1}{\frac{2}{3}} = 250$$

$\frac{50}{100}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{1}{\frac{2}{3}}$
 $\frac{100}{300}$ $\frac{15}{12}$ $\frac{3}{2}$
 $\frac{4}{2}$ $\frac{1}{1}$

Απάντησις

"Ωστε τό ύφασμα, τό όποϊον έχει μήκος 15 μέτρα και πλάτος 2 μέτρα, τιμᾶται 250 δρχ.

2) "Ενας βοσκός δι' 8 ἀγελάδας χρειάζεται 56 κιλά βαμβακόπητα διά 10 ἡμέρας. Πόσα κιλά θά χρειασθῆ διά νά τραφοῦν 12 ἀγελάδες επί 20 ἡμέρας;

Κατάταξις

8 ἀγελάδες 10 ἡμέρας 56 κιλ.
 12 ἀγελάδες 20 ἡμέρας X; "

<u>Σύγκρισις 1η</u>		<u>Σύγκρισις 2α</u>	
8 ἀγελ.	56 κιλά	10 ἡμ.	56 κιλά
16 ἀγελ.	102 κιλά	20 ἡμ.	102 κιλά
4 ἀγελ.	28 κιλά	5 ἡμ.	28 κιλά
Α Ν Α Λ Ο Γ Α		Α Ν Α Λ Ο Γ Α	

Σκέψις (ὡς θά γράφεται συνήθως):

'Εδῶ θά κάμω Σύνθετον Μέθοδον τῶν τριῶν. Θά συγκρίνω τά ποσά μου:

α) 'Αφοῦ αἱ 8 ἀγελάδες χρειάζονται 56 κιλά βαμβακόπηταν, αἱ διπλάσιαι ἀγελάδες (16), τās ίδιās ἡμέρας, θά χρειασθοῦν και διπλάσια κιλά δηλ. 102 και οἱ μισές ἀγελάδες (4) θά χρειασθοῦν τό ἥμισυ τῶν κιλῶν. 'Επομένως τά ποσά "ἀγελάδες" και "κιλά" εἶναι Ανάλογα.

β) 'Αφοῦ εἰς τās 10 ἡμέρας αἱ 8 ἀγελάδες χρειάζονται 56 κιλά, τās διπλασίας ἡμέρας (20), αἱ ἴδιαι ἀγελάδες, θά χρειασθοῦν διπλάσια κιλά, δηλ. 102 και τās μισās ἡμέρας (5), αἱ ἴδιαι ἀγελάδες, θά χρειασθοῦν τό ἥμισυ τῶν κιλῶν, δηλ. 28. 'Επομένως τά ποσά "ἡμέραι" και "κιλά", εἶναι Ανάλογα.

πέλι;

Κατάταξις

8	έργαται	6	ώρ.	25	ήμ.
10	"	5	"	X;	"

<u>Σύγκρισις 1η</u>		<u>Σύγκρισις 2α</u>	
8	έργ. 25	6	ώρ. 25
16	" 12 $\frac{1}{2}$ "	12	" 12 $\frac{1}{2}$ "
4	" 50"	3	" 50"
Α Ν Τ Ι Σ Τ Ρ Ο Φ Α		Α Ν Τ Ι Σ Τ Ρ Ο Φ Α	

Σκέψις

Έδω θά κάνω σύνθετον μέθοδον τῶν τριῶν. Θά συγκρίνω τά ποσά μου:

α) Ἀφοῦ οἱ 8 ἐργάται, ἐργαζόμενοι 6 ὥρας τήν ἡμέραν, σκάβουν τό ἀμπέλι εἰς 25 ἡμέρας, οἱ διπλάσιοι ἐργάται (16), ἐργαζόμενοι τάς ἰδίας ὥρας τήν ἡμέραν, θά σκάβουν τό ἀμπέλι εἰς τάς μισάς ἡμέρας, δηλαδή $12 \frac{1}{2}$.

Καί οἱ μισοί ἐργάται (8), ἐργαζόμενοι τάς ἰδίας ὥρας τήν ἡμέραν, θά σκάβουν τό ἀμπέλι εἰς διπλάσιας ἡμέρας, δηλ. 50. Ἐπομένως τά ποσά "ἐργάται" καί "ἡμέραι" εἶναι ποσά Ἀντίστροφα.

β) Ἀφοῦ οἱ 8 ἐργάται, ὅταν ἐργάζονται 6 ὥρας τήν ἡμέραν, σκάβουν τό ἀμπέλι εἰς 25 ἡμέρας, οἱ ἴδιοι ἐργάται, ἐργαζόμενοι διπλάσιας ὥρας τήν ἡμέραν (12), θά σκάβουν τό ἀμπέλι εἰς τάς μισάς ἡμέρας, δηλ. $12 \frac{1}{2}$ καί ἐάν ἐργάζονται μισάς ὥρας τήν ἡμέραν (3), θά τό σκάβουν εἰς διπλάσιας ἡμέρας δηλ. 50. Ἐπομένως τά ποσά "ὥραι" καί "ἡμέραι" εἶναι Ἀντίστροφα. Διὰ τοῦτο θά πολλαπλασιάσω τόν ὑπεράνω τοῦ X ἀριθμόν (25) ἐπί τά κλάσματα, τά ὁποῖα σχηματίζουν τά ἄλλα ποσά, ὅπως εἶναι, ἐπειδή τά ποσά εἶναι Ἀντίστροφα.

Λύσις

$$X = \frac{5}{25} \times \frac{4}{10} \times \frac{6}{3} = 24 \text{ ἡμ.}$$

Ἀπάντησις

Ὅστε οἱ 10 ἐργάται, ἐργαζόμενοι 5 ὥρας τὴν ἡμέραν, θά σκάψουν τὸ ἀμπέλι εἰς 24 ἡμέρας.

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) 4 συμμαθήτριαι, ἐργαζόμεναι 2 ὥρας τὴν ἡμέραν, θά τελειώσουν ἕνα ἐργόχειρον εἰς 6 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θά τελειώσουν τὸ ἴδιον ἐργόχειρον 6 συμμαθήτριαι, ἐργαζόμεναι 1 ὥραν τὴν ἡμέραν;

2) 24 ἐργάται, ἐργαζόμενοι 8 ὥρας τὴν ἡμέραν, κτίζουν ἕνα τοῖχον εἰς 15 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θά κτίσουν τὸν ἴδιον τοῖχον 30 ἐργάται, ἐργαζόμενοι 6 ὥρας τὴν ἡμέραν;

3) Διὰ νά βάλωμεν πάτωμα εἰς ἕνα δωμάτιον μέ σανίδια μήκους 3,50 μ. καί πλάτους 0,75 μ. χρειάζομεθα 56 σανίδια. Πόσα σανίδια θά χρειασθοῦν, ἐάν τὸ μήκος τῆς σανίδος εἶναι 2,80 μ. καί τὸ πλάτος 0,50 μ.;

4) Μία φρουρά στρατιωτῶν ἀπὸ 150 ἀνδρας ἔχει ἀλεύρι διὰ νά περάσῃ 24 ἡμέρας, ἐάν σέ κάθε στρατιώτην ἀναλογοῦν 300 γραμ. τὴν ἡμέραν. Πόσας ἡμέρας θά περάσῃ ἡ φρουρά αὐτή μέ τὸ ἴδιο ἀλεύρι, ἐάν ἐφυγαν ἀπὸ αὐτὴν 50 στρατιῶται καί ἂν ἀναλογοῦν σέ κάθε στρατιώτην 400 γραμ. τὴν ἡμέραν;

Μ ἄ θ η μ α 87ον

1) Μία ὑφάντρια ὕφανεν ἕνα τάπητα μήκους 2 μ. καί πλάτους 1 μ. καί ἔλαβε 1120 δραχ. Πόσας δραχ. θά λάβῃ, ἂν ὑφάνῃ ἄλλον τάπητα μήκους 3 μ. καί πλάτους 1,5 μ.;

2) Ἐνα φορτηγὸν αὐτοκίνητον μετέφερεν 6000 κιλά λαχανικά εἰς ἀπόστασιν 360 χιλ. καί ἐπληρώθη 540 δραχ. Πόσα δραχ. θά πληρωθῇ ἕνα ἄλλο αὐτοκίνητον, ἐάν μεταφέρῃ 4800 κιλά εἰς ἀπόστασιν 420 χιλ.;

3) Μία ὑφάντρια ἐργάζεται 8 ὥρας τὴν ἡμέραν καί εἰς 6 ἡμέρας ὕφανε 48 μ. Πόσα μ. θά ὑφάνῃ εἰς 42 ἡμέρας, ἂν ἐργάζεται 6 ὥρας τὴν ἡμέραν;

4) 20 κτίσται, έργαζόμενοι 6 ὥρας τὴν ἡμέραν, κτί-
ζουν ἓνα σπίτι εἰς 30 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θά τό κτί-
σουν 25 κτίσται, ἄν εἰργάζοντο 8 ὥρας τὴν ἡμέραν;

Μ ά θ η μ α 88ον

ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΟΓΑ

✓ 1) Ἐνα αὐτοκίνητον, ὅταν τρέχη μέ ταχύτητα 48 χι-
λιομέτρων τὴν ὥραν, διανύει 288 χιλ. εἰς 6 ὥρας. Εἰς πό-
σας ὥρας θά διανύσῃ ἀπόστασιν 270 χιλ., ἄν τρέχη μέ τα-
χύτητα 54 χιλ. τὴν ὥραν;

✓ 2) Ἐνα πλοῖον διά νά φθάσῃ ἀπό ἓνα λιμάνι εἰς ἄλ-
λο, τό ὁποῖον ἀπέχει 292 μίλια, χρειάζεται 18,5 ὥρας, ὅ-
ταν πλέῃ μέ ταχύτητα 16 μιλίων τὴν ὥραν. Εἰς πόσας ὥρας
θά διανύσῃ ἀπόστασιν 322 μιλίων ἓνα ἄλλο πλοῖον, ἐάν
πλέῃ μέ ταχύτητα 14 μιλίων τὴν ὥραν;

✓ 3) Ἐνας ποδηλάτης, ὅταν τρέχη μέ ταχύτητα 24 χιλ.
τὴν ὥραν, διανύει εἰς 9 ὥρας ἀπόστασιν 216 χιλιομ. Εἰς
πόσας ὥρας θά διανύσῃ ἀπόστασιν 200 χιλ., ἄν τρέχη μέ τα-
χύτητα 25 χιλ. τὴν ὥραν;

✓ 4) 12 ἐργάται, έργαζόμενοι 8 ἡμέρας ἔσκαψαν 480
στρέμματα. Πόσα στρέμματα θά σκάψουν 28 ἐργάται, έργαζό-
μενοι 6 ἡμέρας;

Μ ά θ η μ α 89ον

✓ 1) Ἐνα ἀγελαδοτρόφος ἔχει 150 ἀγελάδας διά τάς
ὁποίας ἔχει 3000 κιλά βαμβακόπητα, διά νά περάσουν 45 ἡ-
μέρας. Ἐπώλησεν ὅμως τάς 30 ἀγελάδας. Πόσας ἡμέρας θά
περάσουν αἱ ὑπόλοιποι ἀγελάδες μέ τὴν βαμβακόπητα αὐτήν
καί μέ ἄλλα 1200 κιλά, τά ὁποῖα ἠγόρασεν ἐπί πλέον;

✓ 2) 9 ἐργάται, έργαζόμενοι 8 ὥρας τὴν ἡμέραν, ἔ-
σκαψαν εἰς 6 ἡμέρας 72 στρέμματα. Πόσοι ἐργάται, έργα-
ζόμενοι 6 ὥρας τὴν ἡμέραν, θά σκάψουν 48 στρέμματα;

Μ ά θ η μ α 90όν

✓ 1) 8 μολίστραι, έργαζόμεναι 6 ώρας τήν ήμέραν, ράβουν εις 20 ήμέρας 144 φορέματα. Είς πόσας ήμέρας θά ράψουν 120 όμοια φορέματα 10 μολίστραι, έργαζόμεναι 5 ώρας τήν ήμέραν;

✓ 2) "Ένα πλοϊον μέ ταχύτητα $16\frac{1}{4}$ μιλίων τήν ώραν, διατρέχει απόστασιν 130 μιλ. εις 8 ώρας. Είς πόσας ώρας ένα άλλο πλοϊον, μέ ταχύτητα $15\frac{2}{3}$ μιλίων τήν ώραν, θά διατρέξη 141 μιλια;

✓ 3) Είς μίαν κατασιήνωσιν είναι 120 παιδιά καί μέ τό λάδι τό όποϊον έχουν, θά περάσουν 1 μήνα, έξοδεύοντας 80 γραμ. λάδι τήν ήμέραν διά κάθε παιδί. Τόν άλλον όμως μήνα τά παιδιά θά είναι 20 όλιγώτερα. Πόσας ήμέρας θά περάσουν μέ τήν ίδίαν ποσότητα του λαδιου, έξοδεύοντας 75 γραμ. διά τό κάθε παιδί;

Μ ά θ η μ α 91ον

1) "Ένας αύτοκινητόδρομος μήκους 2500 μ. καί πλάτους 18 μ. χρειάζεται διά νά στρωθῆ 2250 κυβικά χαλίκι. Πόσα κυβικά χαλίκι θά χρειασθῆ άλλος δρόμος, ό όποϊος έχει μήκος 3250 μ. καί πλάτος 12 μ.;

2) "Ένας ράπτης έτοίμων ένδυμάτων έκαμεν 20 ένδυμασίας μέ 85 μ. ύφασμα πλάτους 1,20 μ. Πόσας όμοίας ένδυμασίας δύναται νά κάμη μέ 102 μ. ύφασμα πλάτους 1,5 μ.;

3) Μέ 30 κιλά νήμα κάνομεν ύφασμα 50 μ. μήκους καί 0,64 μ. πλάτους. Μέ 42 κιλά νήμα πόσα μέτρα ύφασμα θά κάνομεν, εάν τό πλάτος είναι 0,80 μ.;

Μ ά θ η μ α 92ον

1) 4 έργάται, έργαζόμενοι 5 ώρας τήν ήμέραν, θερίζουν έναν αγρόν 22,5 στρέμ. εις 6 ήμέρας. Πόσοι έργάται, έργαζόμενοι 8 ώρας τήν ήμέραν, θερίζουν έναν άλλον αγρόν 36 στρεμμάτων εις 4 ήμέρας;

2) Μία βρύση γεμίζει εις 6 ώρας μίαν δεξαμενήν, ή οποία έχει 2 μέτρα μήκος, 1,5 μ. πλάτος καί 1,75 μ. βάθος. Πόσας ώρας χρειάζεται ή βρύση διά νά γεμίση μίαν άλλην δεξαμενήν, ή οποία έχει μήκος 2,80 μ., πλάτος 1,25 μ. καί βάθος 1 μ.;

3) 'Από $7\frac{1}{2}$ κιλά μαλλί κάνομε 12,5 μ. ύφασμα πλάτους 0,64 μ. Πόσα μέτρα ύφασμα θά κάνωμεν από $10\frac{1}{2}$ κιλά μαλλί πλάτους 0,80 μ.;

Μ ά θ η μ α 93ον

1) Ένας πεζοπόρος, εάν βαδίζει 8 ώρας τήν ημέραν, εις 6 ημέρας διανύει απόστασιν 240 χιλ. Εάν βαδίζει 6 ώρας τήν ημέραν, εις πόσας ημέρας θά βαδίση απόστασιν 360 χιλ.;

2) 'Από ένα ύφασμα μήκους 8 μέτρ. καί πλάτους 0,75 μ. κάνομεν 120 μαντήλια. Ποῖον θά είναι τό μήκος τοῦ ύφασματος, τό ὁποῖον έχει πλάτος 1,5 καί από τό ὁποῖον κάνομεν 180 μαντήλια;

3) Ένας κύριος, διά νά κτίση ένα τοῖχον 30 μ. μήκους, 1,60 μ. πάχους καί 4 μ. ὕψους, ἐπλήρωσε 2400 δραχ. Πόσας δραχ. θά πληρώση ένας άλλος κύριος, διά νά κτίση ένα τοῖχον 20 μ. μήκους, 2,40 μ. πάχους καί 6 μ. ὕψους;

4) Διά νά στρωθῇ μία μεγάλη αἴθουσα μήκους 8 μέτρων καί πλάτους 10 μ. ἐχρειάσθησαν 200 πλακάκια. Πόσα πλακάκια θά χρειασθοῦν διά νά στρωθῇ μία ἄλλη σάλα μήκους 9,5 μ. καί πλάτους 12 μ.;

Μ ά θ η μ α 94ον

1) Ένα αὐτοκίνητον, εάν τρέχη 9 ώρας τήν ημέραν, διανύει εις 4 ημέρας 1620 χιλ. Πόσας ώρας πρέπει νά τρέχη κάθε ημέραν τό αὐτοκίνητον μέ τήν αὐτήν ταχύτητα, διά νά διατρέξῃ εις 6 ημέρας 2160 χιλ.;

2) Ένα αὐτοκίνητον τρέχει 7 ώρας τήν ημέραν. Εἰς

3 ημέρας διανύει απόστασιν 1008 χιλ. 'Εάν τρέχη 8 ώρας τήν ημέραν, μέ τήν ιδίαν ταχύτητα, εις πόσας ημέρας θά διανύση 1920 χιλ.;

3) 2,75 μ. ενός ύφασματος αξίζουν 220 δρχ. Πόσον αξίζουν τά 15 $\frac{1}{2}$ μ. αὐτοῦ;

4) "Ενα ὀρφανοτροφεῖον μέ 200 ὀρφανά ἔχει τροφάς δι' 6 μῆνας. Πόσα παιδιὰ πρέπει νά ἔχη τό ὀρφανοτροφεῖον διά νά περάσουν μέ τάς ιδίας τροφάς 8 μῆνας;

Μάθημα 95ον

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΝ

1) Νά γίνουν αἱ ἀσκήσεις:

α) $2\frac{1}{2} + 6,75 + 28 + 4\frac{1}{5}$ β) $100 - 36\frac{2}{5}$

γ) $\frac{7}{8} \times 3$ δ) $9\frac{2}{5} \times 4\frac{1}{2}$ ε) $2\frac{8}{10} : \frac{3}{4}$

2) Νά γίνη ἡ ἀφαίρεσις:

1963	χρ.	2	μ.	16	ἡμ.
-1938	"	8	"	24	ἡμ.
<hr/>					

3) Νά γίνουν ἡμέραι:

2 χρόνια 4 μῆνες καί 20 ἡμέραι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ζ!

Μάθημα 96ον

ΠΟΣΟΣΤΑ

Οἱ ἔμποροι δέν πωλοῦν τά ἐμπορεύματά των εἰς τό κόστος, δηλ. ὅσον τά ἀγοράζουν.

Συνήθως ἔχουν κέρδος - κερδίζουν ἓνα ποσόν χρημάτων.

ΚΕΡΔΟΣ λέγεται τό ποσόν, τό όποϊον παίρνουν οί έμποροι επί πλέον του ποσοϋ, τό όποϊον στοιχίζει τό έμπόρευμά των.

Π.χ. Παντοπώλης αγοράζει τό ρύζι 9 δρχ. καί τό πωλεῖ 9,80 δρχ. Τό ποσόν τῶν 0,80 δρχ. εἶναι τό κέρδος του παντοπώλου.

Πολλάς φορές όμως οί έμποροι αναγκάζονται νά πωλήσουν τό έμπόρευμά των εἰς όλιγωτέρας δρχ., από όσας έκόστισεν αὐτό εἰς αὐτούς. Τότε οί έμποροι έχουν ζημίαν.-

ΖΗΜΙΑ λέγεται τό όλιγώτερον ποσόν, τό όποϊον παίρνουν οί έμποροι από τό κόστος του έμπορεύματός των.

Π.χ. "Έμπορος ήγόρασε κρασί πρὸς 2,80 δρχ. τό κιλό καί τό πωλεῖ πρὸς 2,30 δρχ. τό κιλό. Τό ποσόν τῶν 0,50 δρχ. εἶναι ἡ ζημία του έμπόρου.

ΕΚΠΤΩΣΙΣ λέγεται ἡ μικροτέρα τιμή, μέ τήν όποϊαν πωλεῖ ό έμπορος τό έμπόρευμά του εἰς μίαν ώρισμένην έποχήν, ἥ εἰς ώρισμένα άτομα.

Π.χ. "Ένα μέτρον ύφάσματος τιμᾶται 24 δρχ. Λόγω έκπτώσεως επί 10 ήμέρας, πωλεῖται πρὸς 20 δρχ. τό μέτρον. Τό ποσόν τῶν 4 δρχ. εἶναι ἡ "Εκπτώσις επί τῆς τιμῆς του ύφάσματος.

ΠΡΟΜΗΘΕΙΑ λέγεται τό μέρος από τό ποσόν τῆς τιμῆς πωλήσεως, τό όποϊον εἰσπράττει από τόν έμπορον ἐκεῖνος, ό όποιος πραγματοποιεῖ πωλήσεις έμπορευμάτων, ἥ κατορθώνει νά πωλήσῃ ένα έμπόρευμα εἰς μεγαλυτέραν τιμήν καί παίρνει διά λογαριασμόν του όλόκληρον, ἥ μέρος τῆς διαφορᾶς.

Π.χ. "Ένας έμπορος πωλεῖ τά έπανωφόρια τό όλιγώτερον δρ. 1800. Εἰς όποιον υπάλληλον κατορθώσει νά πωλήσῃ εἰς μεγαλυτέραν τιμήν, δίδει ὡς προμήθειαν τό ἡμισυ τῆς διαφορᾶς. "Ένας υπάλληλος έπώλησεν ένα έπανωφόριον αντί, 1900 δρχ., δηλ. 100 δρχ. περισσότερον. Οί 50 δρχ. εἶναι ἡ προμήθεια, τήν όποϊαν θά πάρῃ ό υπάλληλος.

ΜΕΣΙΤΕΙΑ λέγεται τό ποσόν τῶν χρημάτων, τό όποϊον παίρνουν οί μεσίται, όταν μεσολαβοϋν καί κατορθώσουν νά πωλήσουν ἥ ένοικιάσουν ένα οικόπεδον, ένα μαγαζί, ένα σπίτι κ.λ.π.

Π.χ. "Ένας ήγόρασεν ένα οικόπεδον αξίας — 180.000

δρχ. 'Επλήρωσεν εἰς τόν μεσίτην 3000 δρχ. διά μεσιτείαν.

ΑΣΦΑΛΙΣΤΡΑ λέγονται τὰ ποσά, τὰ ὁποῖα καταθέτει ὁ 'Εργοστασιάρχης, ὁ Αὐτοκινητιστής, ὁ Ἐμπορος, ὁ Ἰδιοκτῆτης κ.λ.π. εἰς μίαν Ἀσφαλιστικὴν Ἐταιρείαν, διὰ νά δύναται νά πάρῃ ἀπὸ αὐτὴν ἀποζημιώσεις, ὅταν συμβῇ πυρκαϊά, δυστύχημα, ἢ ζημία εἰς τὸ ἔργοστάσιόν του, τὸ αὐτοκίνητόν του, τὸ σπίτι του, τὸν ἴδιον κ.λ.π.

ΦΟΡΟΣ λέγεται τὸ ποσόν, τὸ ὁποῖον πληρώνει εἰς τὸ ΔΗΜΟΣΙΟΝ ὁ ἔμπορος, ὁ ὑπάλληλος, ὁ βιομήχανος κ.λ.π.

ΑΠΟΒΑΡΟΝ λέγεται τὸ ποσόν τοῦ βάρους, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς ἓνα κενόν δοχεῖον βαρέλι, κιβώτιον ἢ σάκιον κ.λ.π., ἐντὸς τοῦ ὁποῖου εὐρίσκεται ἓνα ἔμπόρευμα. Τὸ συνολικόν βάρος τοῦ ἔμπορεύματος, μαζί μὲ τὸ βάρος τοῦ κενοῦ δοχείου κ.λ.π. λέγεται Μικτόν Βάρος.

Π.χ. Ἐνας τενεκέσ βούτυρον ζυγίζει $18\frac{1}{2}$ κιλά. Ὁ τενεκέσ ἀδειανός ζυγίζει $\frac{3}{4}$ τοῦ κιλοῦ. Τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ κιλοῦ εἶναι τὸ ἀπόβαρον τοῦ τενεκέ τοῦ βουτύρου καί τὰ $18\frac{1}{2}$ κιλά εἶναι τὸ μικτόν βάρος (βουτύρου καί τενεκέ).

Ἡ ΕΚΠΤΩΣΙΣ, ΤΟ ΚΕΡΔΟΣ, Ἡ ΖΗΜΙΑ, ΤΟ ΑΠΟΒΑΡΟΝ, Ο ΦΟΡΟΣ, ΤΑ ΑΣΦΑΛΙΣΤΡΑ, Ἡ ΜΕΣΙΤΕΙΑ, Ἡ ΠΡΟΜΗΘΕΙΑ, ὑπολογίζονται πάντοτε ἐπάνω εἰς τὸ ποσόν τῶν 100 ἢ τῶν 1000 μονάδων καί γράφονται:

τ ὄ σ ο ν τ ο ῖ ς ἑ κ α τ ὄ ν %
τ ὄ σ ο ν τ ο ῖ ς χ ι λ ῖ ο ι ς %.

ΑΡΧΙΚΟΝ ΠΟΣΟΝ λέγεται τὸ ποσόν ἐπὶ τοῦ ὁποῖου ὑπολογίζεται εἰς τόσον τοῖς ἑκατόν (%) ἢ τόσον τοῖς χιλίοις (‰) τὸ κέρδος, ἢ ἔκπτωσης, ἢ μεσιτεία, τὰ ἀσφάλιστρα, ἢ προμήθεια, ἢ ζημία, ὁ φόρος.-

ΠΟΣΟΣΤΟΝ τοῦ κέρδους, τῆς ἐκπτώσεως, τῆς μεσιτείας κ.λ.π. λέγεται τὸ ποσόν τοῦ κέρδους, τῆς ἐκπτώσεως, τῆς ζημίας, τῆς προμηθείας κ.λ.π., τὸ ὁποῖον ἀναλογεῖ εἰς ἀρχικόν ποσόν 100 ἢ 1000 μονάδων.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΣΟΣΤΩΝ λέγονται τὰ προβλήματα, εἰς τὰ ὁποῖα

ἀναφέρεται τό τῶσον ἢ πόσον τοῖς ἑκατόν (%), ἢ τό τῶσον ἢ πόσον τοῖς χιλίοις (‰).

Ἀσκήσεις

- | | | | | | | |
|----|--------|-----|----------|----|-----|-------------|
| 1) | Κάμετε | ἓνα | πρόβλημα | μέ | 5% | κέρδος. |
| 2) | " | " | " | " | 2% | ζημίαν. |
| 3) | " | " | " | " | 6% | ἀσφάλιστρα. |
| 4) | " | " | " | " | 4% | προμήθειαν. |
| 5) | " | " | " | " | 2% | μεσιτεΐαν. |
| 6) | " | " | " | " | 3% | φόρον. |
| 7) | " | " | " | " | 3% | ἀπόβαρον. |
| 8) | " | " | " | " | 20% | ἔκπτωσιν. |

Μάθημα 97ον

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΙΣ ΤΑ ΟΠΟΙΑ ΖΗΤΕΙΤΑΙ ΤΟ ΚΕΡΔΟΣ ἢ ἡ ΖΗΜΙΑ

Παράδειγμα:

Ἐνας ἔμπορος ἀγοράζει τήν ζάχαριν 9,80 δρχ. τό κιλό καί τήν πωλεῖ 11,20 δρχ. τό κιλό. Πόσας δρχ. κερδίζει τό κιλό;

Λύσις

ἠύξημένον ποσόν	11,20
ἀρχικόν ποσόν	<u>9,80</u>
	1,40

Ἀπάντησις

Κερδίζει 1,40 δρχ. τό κιλό.

Πρόβλήματα

- 1) Ἐνας τενεκές λάδι ζυγίζει $18\frac{1}{2}$ κιλά. Τό βάρος τοῦ τενεκέ (ἀπόβαρον) εἶναι $\frac{6}{8}$ κιλά. Πόσον καθαρὸν λάδι περιέχει ὁ τενεκές;

2) Ένας έμπορος ήγόρασε σαπούνι πρὸς 13,20 δραχ. τὸ κιλό. Τὸ πωλεῖ πρὸς 11,80 δραχ. Πόσον ζημιώνεται τὸ κιλό;

3) Ένας έμπορος ήγόρασε έμπορεύματα αξίας 9200 δρ. Όταν τὰ ἐπώλησε, εἰσέπραξε 12.100 δραχ. Πόσας δραχ. ἐκέρδισε;

4) Ένας έμπορος ήγόρασε τυρί καί ἔδωσε 11.400 δρ. Όταν τὸ ἐπώλησε, ἐζημιώθη 800 δραχ. Πόσας δραχ. ἐπῆρεν ἀπὸ τὴν πώλησιν τοῦ τυριοῦ;

5) Ένας έμπορος ήγόρασε έμπορεύματα αξίας 5100 δραχ. Όταν τὰ ἐπώλησε, ἐκέρδισε 700 δραχ. Πόσας δραχ. εἰσέπραξε ἀπὸ τὴν πώλησιν;

Μ ά θ η μ α 98ον

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΣΟΣΤΩΝ

1η Περίπτωσης

Δίδεται τὸ τόσον τοῖς ἐκατόν (%) καί ζητεῖται τὸ κέρδος, ἡ ζημία, ἡ ἐκπτώσις, ἡ μεσιτεία, ὁ φόρος, τὰ ἀσφάλιστρα, ἡ προμήθεια κ.λ.π.

Α' ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Έμπορος πωλεῖ έμπορεύματα αξίας 3200 δραχ. καί κερδίζει 25%. Πόσας δραχ. κερδίζει;

<u>Κατάταξις</u> 100 δραχ. 25 3200 " X;	<u>Λύσις</u> $X = 25 \times \frac{3200}{100} = 800 \text{ δραχ.}$
---	--

Ἀπάντησις

Κερδίζει 800 δραχ.

Τὰ προβλήματα τῶν ΠΟΣΟΣΤΩΝ λύονται ὅπως καί τὰ προβλήματα τῆς ἀπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν. Πρέπει ὅμως νά προσέχωμεν νά βάζωμεν πάντοτε τὰ ὁμοειδῆ ποσά εἰς τὴν ἰδίαν στήλην.

Β' ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Ένας κύριος ήγώρασεν ένα οικόπεδον αντί 45.000 δρ. Επλήρωσε μεσιτικά 4% . Πόσας δρχ. έδωσεν εις τον μεσίτην;

Σκέψις

Τό πρόβλημα αυτό είναι πρόβλημα ποσοστών. Θα τό λύσω δια της άπλης μεθόδου των τριών. Θα πολλαπλασιάσω τον υπεράνω του Χ αριθμόν (4) επί τό κλάσμα, τό όποϊον σχηματίζουν οι άλλοι δύο αριθμοί (δραχμαί), άντεστραμμένον, έπειδή τά ποσά είναι 'Ανάλογα.

Κατάταξις

Λύσις

'100 δρχ.	4 μεσ.
45000 "	X;

$$X = 4X \frac{45000}{100} = 1800$$

'Απάντησις

"Έδωσεν εις τον μεσίτην 1.800 δρχ.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ Εις τά προβλήματα ποσοστών τά ποσά είναι πάντοτε 'Ανάλογα.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Ένας έμπορος έπώλησεν έμπορεύματα αξίας 14800 δρχ. μέ ζημίαν 2,5%. Πόσας δρχ. έζημιώθη;

2) Διά τήν οίκίαν μου, ή όποία αξίζει 320000 δρχ. πληρώνω έτησίως ασφάλιστρα 8%. Πόσας δρχ. πληρώνω ασφάλιστρα τό έτος;

3) 'Ηγόρασα ένα επανωφόριον αξίας 1920 δραχ. μέ εκπτώσιν 15%. Πόσας δρχ. ώφελήθην από τήν εκπτώσιν;

4) 'Ο μισθός ενός υπαλλήλου είναι 6800 δρχ. 'Από αυτός του κρατοῦν κάθε μήνα δια φόρον 5%. Πόσας δραχ. τον μήνα του κρατοῦν δια φόρον;

5) Ένας ένοικίασεν ένα σπίτι δι' ένα χρόνον και έδωσεν 21.600 δρχ. Πόσας δρχ. επλήρωσεν εις τον μεσίτην όταν τά μεσιτικά ήσαν 5% ;

Μ ά θ η μ α 99ον

1) Τό πράσινο σαπούνι περιέχει 8% ποτάσσαν, 42% λίπος καί 50% νερό. Πόσα κιλά έξ εκάστου είδους περιέχονται είς 400 κιλά σαπούνι;

2) Είς ένα σχολεϊόν ένεγράφησαν 420 μαθηταί. Ένι τούτων άπεφοίτησαν 2% καί άπερρίφθησαν 5% . Πόσοι μαθηταί άπεφοίτησαν καί πόσοι άπερρίφθησαν;

3) Ένας ύπάλληλος παίρνει μισθόν 3200 δρχ. Τοῦ κρατοῦν 10% διά σύνταξιν καί 4% δι' ιατρικήν περίθαλψιν. Πόσας δρχ. τοῦ κρατοῦν διά σύνταξιν καί πόσας δι' ιατρικήν περίθαλψιν;

Μ ά θ η μ α 100όν

2α Περίπτωσης

Δίδεται τό...% καί ή άρχική άξία καί ζητεϊται τό ηύξημένον ποσόν.

Πρόβλημα

Έμπορος έπώλησεν έμπορεύματα άξίας 4.800 δραχ. μέ κέρδος 15%. Πόσας δρχ. είσέπραξεν έκ τῆς πωλήσεως αὐτῆς;

<u>Κατάταξις</u>		<u>Λύσις</u>
100 δρχ.	15 ήμ.	$X = 15X \frac{4800}{100} = \frac{720}{1} = 720$
4800	X; "	

Άπάντησις

Έκέρδισεν 720 δρχ.

Άρχικόν ποσόν	4.800
Κέρδος	+ 720
Τιμή πωλήσεως	5.520

Άπάντησις

Είσεπραξεν έκ τῆς πωλήσεως 5.520 δρχ.

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Ἐνας ἐργολάβος οἰκοδομῶν ἔκτισε μίαν μονοκατοικίαν, ἣ ὅποια τοῦ ἐστοίχισεν 420.000 δρχ. Τὴν ἐπώλησε μέ κέρδος 25%. Πόσας δρχ. εἰσέπραξεν ἐκ τῆς πωλήσεως;

2) Ἐνας κουλουραῆς ἀγοράζει τὸ κουλούρι 0,50 δρχ. Τό πωλεῖ μέ κέρδος 20%. Πόσας δρχ. πωλεῖ τὸ κουλούρι;

Μ ά θ η μ α 101ον

1) Ὁ παντοπώλης ἀγοράζει ρύζι πρὸς 6,80δρ. τὸ κιλό. Τό πωλεῖ μέ κέρδος 15%. Πόσας δρχ. πωλεῖ τὸ κιλό;

2) Ὁ βιβλιοπώλης ἀγοράζει τὸ ἓνα τετράδιον 3,20 δρχ. Τό πωλεῖ μέ κέρδος 25%. Πόσας δρχ. πωλεῖ τὸ τετράδιον;

3) Ἐμπορος ἐπώλησεν ἐμπορεύματα ἀξίας 12.600δρχ. μέ κέρδος 6%. Πόσας δρχ. εἰσέπραξεν ἀπὸ τὴν πώλησιν;

Μ ά θ η μ α 102ον

3η Περίπτωσης

Δίδεται τό...%, τὸ ἀρχικόν ποσόν καί ζητεῖται τὸ ἡλαττωμένον ποσόν.

Πρόβλημα

Ἦγόρασα ἓνα ἐπανωφόριον ἀξίας 1800 δρχ. μέ ἔκπτωσιν 15%. Πόσας δρχ. ἐπλήρωσα;

Κατάταξις	Λύσις
100 15 ἔκπτ.	$X = 15 \frac{1800}{100} \frac{270}{1} = 270$
1800 X;	

Ἀπάντησις

Ὡστε εἶχα ἔκπτωσιν 270 δρχ.

Ἀρχικόν ποσόν	1800	δρχ.
Πλήν ἔκπτωσης	<u>-270</u>	"
Ἡλαττωμένον ποσόν	= 1530	"

Ἀπάντησις

Ὡστε ἐπλήρωσα 1530 δρχ.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

✓ 1) Ἐνας τυρέμπορος ἐπώλησε τυρί, τό ὁποῖον τοῦ ἐστοίχισε 16.800 δρχ. μέ ζημίαν 4%. Πόσας δρχ. εἰσέπραξεν ἐκ τῆς πωλήσεως;

✓ 2) Ἐνα κιβώτιον σαποῦνι ζυγίζει 138 κιλά. Τό ἀπόβαρόν του εἶναι 5%. Πόσα κιλά καθαρόν σαποῦνι περιέχει τό κιβώτιον;

Μάθημα 103ον

✓ 1) Ἐμπορος πωλεῖ ἐμπορεύματα ἀξίας 12.500 δραχ. μέ ἔκπτωσιν 18%. Πόσῃν ἔκπτωσιν θά κάμῃ καί πόσα θά εἰσπράξῃ ἀπό τά ἐμπορεύματα, τά ὁποῖα θά πωλήσῃ;

✓ 2) Ἐνας ἔμπορος ἀγοράζει τό λάδι πρὸς 20 δραχ. καί τό πωλεῖ μέ κέρδος 15%. Πόσας δρχ. πωλεῖ τό κιλό;

✓ 3) Ποῖον εἶναι τό καθαρόν βάρος ἑνός κιβωτίου σαπουνιοῦ, τό ὁποῖον ζυγίζει 240 κιλά καί τό ἀπόβαρόν του εἶναι 2,5%;

Μάθημα 104ον

4η Περίπτωσις

Εἶναι ἄγνωστον τό...% ἢ...%. Δίδεται τό ἀρχικόν ποσόν καί τό ηὔξημένον ποσόν.

Πρόβλημα

Ἐμπορος ἐπώλησεν ἐμπόρευμα ἀξίας 12.500 δραχ. καί εἰσέπραξε 14.750 δρχ. Πόσον τοῖς % ἐκέρδισεν;

Λύσεις 1η

Ηυξημένον ποσόν	14750
Πλήν αρχικόν ποσόν	-12500
	<u> </u>
	= 2250

Κατάταξις

12.500 δρχ.	2.250 κέρδ.
100 "	X;

Λύσεις 2α

$$X = 2.250 \times \frac{18}{100} \times \frac{100}{12500} = \frac{18}{1} = 18\%$$

Απάντησις

“Ωστε έκέρδισε 18% .

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) “Εμπορος αγοράζει τό ρύζι 8 δρχ. τό κιλό και τό πωλεῖ 10 δρχ. τό κιλό. Πόσον τοῖς % κερδίζει;

2) “Εμπορος έπώλησεν έμπορεύματα αξίας 7.500 δρχ. και είσέπραξεν 7.860 δρχ. Πόσον τοῖς % έκέρδισεν;

3) “Ενας έργολάβος έκτισε μίαν μονοκατοικίαν, τήν όποίαν έπώλησεν άντί 438.090 δρχ. Πόσον τοῖς % έκέρδισεν, εάν ή μονοκατοικία τοῦ είχε στοιχίσει 425.000 δρ;

4) “Ενας υπάλληλος έπαιρνε μισθόν 3.800 δρχ. Τώρα παίρνει 3.933 δρχ. Πόσον τοῖς % ηύξήθη ό μισθός του;

Μ ά θ η μ α 105ον

5η Περίπτωσης

Δίδεται τό αρχικόν ποσόν και τό ήλαττωμένον ποσόν. Ζητεῖται τό %.

Πρόβλημα

‘Ηγόρασα ραδιόφωνον αξίας 4,800 δρχ. Μοῦ έγένετο έκπτωσις και έπλήρωσα 4.224 δρχ. Πόσον τοῖς % μοῦ έγένετο έκπτωσις;

<u>Λύσις</u>	
'Αρχικόν ποσόν	4800 δρχ.
Πλήν ήλαττωμένον ποσόν	<u>-4224</u> "
"Εκπτώσις	576

'Απάντησις

'Η έκπτωσης ήτο 576 δρχ.

<u>Κατάταξις</u>		<u>Λύσις</u>
4.800	576 έκπ.	$X = \frac{12}{576} \times \frac{100}{4800} = \frac{12}{1} = 12\%$
100	X;	

'Απάντησις

"Ωστε μου έγινετο έκπτωσης 12%.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) "Εμπορος ήγόρασε κρασί, τό οποῖον τοῦ έστοίχισε 9.500 δρχ. "Όταν τό έπώλησεν εισέπραξεν 8.930 δραχ. Πόσον τοῖς % έζημιώθη;

2) "Ενας έμπορος είχεν αγοράσει 1845 κιλά σαποῦνι. Μετά από ένα χρονικόν διάστημα τό έπώλησε καί ήτο 1800 κιλά. Πόσον τοῖς % έχασεν από τό βάρος του;

3) Κτηματίας παρήγαγε 2964 κιλά σιτάρι. 'Εκράτησε διά τήν οίκογένειάν του 2850 κιλά καί τό υπόλοιπον, έδωσε είς τήν Κοινότητα τοῦ χωριοῦ. Πόσον τοῖς % επί τῆς παραγωγῆς του έδωσεν είς τήν Κοινότητα;

4) 'Ιδιοκίτης ένοικίασε μίαν οίκίαν άντί 1.800 δραχ. τόν μήνα. Πληρώνει χαρτόσημον καί φόρον καί τοῦ μένουσιν καθαρά 1.728 δρχ. τόν μήνα. Πόσον τοῖς % χάνει έκ τοῦ ένοικίου;

Μ ά θ η μ α 106ον

ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΣΟΣΤΩΝ

1) Είς ένα σχολείον ένεγράφησαν 720 μαθηταί. 'Εκ τούτων άπεφοίτησαν 5%, άπερρίφθησαν 10% καί οί υπό-

λοιποι προήχθησαν. Πόσοι μαθηταί ἀπεφοίτησαν, πόσοι ἀπερρίφθησαν καί πόσοι προήχθησαν;

2) "Ένας υπάλληλος παίρνει μισθόν 4.200 δρχ. Τοῦ κρατοῦν 3% διά ἰατρικὴν περίθαλψιν, 7% διά σύνταξιν καί 2% διά φόρον. Πόσας δρχ. παίρνει τόν μῆνα καθαρὰς ὁ υπάλληλος;

3) "Ένας ἔμπορος ἠγόρασεν 9 ραδιόφωνα ἀντί 3.200 δρχ. τὸ ἓνα. "Όταν τὰ μετεπώλησεν, εἰσέπραξε 38.880 δρ. Πόσον τοῖς % ἐκέρδισεν;

4) "Έμπορος ἠγόρασεν 75 μ. ὕφασμα πρὸς 28 δρχ. τὸ μέτρον. "Όταν τὸ ἐπώλησεν, εἰσέπραξε 2.478 δρχ. Πόσον τοῖς % ἐκέρδισεν;

Μ ά θ η μ α 107ον

1) "Έμπορος ἠγόρασε 325 κιλά κριθάρι πρὸς 2,4 δρ. τὸ κιλό καί 425 κιλά σιτάρι πρὸς 4 δρχ. τὸ κιλό. "Όταν τὰ μετεπώλησεν, εἰσέπραξε 2.604 δρχ.
Πόσον τοῖς % ἐκέρδισεν;

2) 'Ο πληθυσμὸς μιᾶς πόλεως ἦτο 124.000 κάτοικοι. Τώρα εἶναι 129.580 κάτοικοι. Πόσον τοῖς % ἐγένετο αὐξησις τοῦ πληθυσμοῦ;

3) 'Ο περιπτεριοῦχος ἀγοράζει τὴν μίαν σοκολάταν 2,80 δραχ. καί τὴν πωλεῖ μέ κέρδος 25%. Πόσας δρχ. τὴν πωλεῖ;

4) "Έμπορος ἠγόρασεν ὕφασμα πρὸς 24 δρχ. τὸ μέτ., ἐπλήρωσεν εἰς τὸ τελωνεῖον 5% καί τὸ μετεπώλησε μέ κέρδος 15%. Πόσας δρχ. εἰσέπραξεν ἐκ τῆς πωλήσεως;

Μ ά θ η μ α 108ον

✓ 1) Ποία εἶναι ἡ προμήθεια πρὸς 4,5% ἐπί τῆς ἀγορᾶς 5.600 μ. ὕφασματος, τὸ ὁποῖον ἠγοράσθη πρὸς 28,5 δρχ. τὸ μ.;

2) Εἰς ἓνα σχολεῖον, εἰς τὸ ὁποῖον εἶχον ἐγγρα-

φῆ 540 μαθηταί, διέκοψαν τήν φοίτησιν 27 μαθηταί καί ἀπερρίφθησαν 54. Πόσον τοῖς % διέκοψαν τήν φοίτησιν καί πόσον τοῖς % ἀπερρίφθησαν ;

3) Ὁ πληθυσμός μιᾶς πόλεως ἦτο 364.000 κάτοικοι. Σήμερον εἶναι 418.600 κάτοικοι. Πόσον τοῖς % ἠύξθη ὁ πληθυσμός;

✓ 4) Ἐγόρασα ἐμπορεύματα ἀξίας 4.200 δρχ. μέ ἔκπτωσιν 12,5%. Πόσας δρχ. ἐπλήρωσα;

Μ ᾶ θ η μ α 109ον

✓ 1) Ἐμπορος εἰσήγαγεν ἐκ τοῦ ἐξωτερικοῦ 24 ραδιόφωνα πρὸς 1.800 δρχ. τό ένα. Ἐπλήρωσεν 6% φόρον ἐπὶ τῆς ἀγορᾶς των. Τά ἐπώλησε μέ κέρδος 25%. Πόσας δραχ. ἐστοίχισαν ἐν ὄλῳ τά ραδιόφωνα καί πόσας εἰσέπραξε;

✓ 2) Ἐνας ἔμπορος εἰσήγαγε 15 ραπτομηχανάς πρὸς δρ. 3.600 τήν μίαν. Ἐπλήρωσε τελωνεῖον 6,5%. Ὅταν τὰς μετεπώλησεν, εἰσέπραξεν 64.000 δρχ. Πόσας δραχ. τοῦ ἐστοίχισαν αἱ ραπτομηχαναί καί πόσας δρχ. ἐκέρδισεν;

✓ 3) Ἐνας ἔμπορος εἰσήγαγε 320 μέτρα ὕφασμα πρὸς 45 δρχ. τό μ. Ἐπλήρωσε τελωνεῖον 4,5%. Τά ἐπώλησε μέ κέρδος 20%. Πόσας δρχ. ἐστοίχισε τό ὕφασμα, πόσας εἰσέπραξε καί πόσας ἐκέρδισεν;

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Η΄

Μ ᾶ θ η μ α 110ον

Τ Ο Κ Ο Σ

Τόκος λέγεται τό κέρδος, τό ὁποῖον λαμβάνει κάποιος ἀπό ἐνεῖνον, εἰς τόν ὁποῖον ἐδάνεισε τά χρήματά του.

ΤΟΚΟΣ (Τ) = τό κέρδος, τό ὁποῖον λαμβάνει ὁ δανειζων χρήματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ(Κ) = τό δανειζόμενον ποσόν.

- ΧΡΟΝΟΣ (X) = τό χρονικόν διάστημα, κατά τό όποϊον διαρκεϊ τό δάνειον.
 ΕΠΙΤΟΚΙΟΝ (E) = ό τόκος τών 100 δρχ. εις έν έτος.

Α' ΠΩΣ ΕΥΡΙΣΚΟΜΕΝ ΤΟΝ ΤΟΚΟΝ

1η Περίπτωσης. Όταν ή χρονική διάρκεια είναι έτη:

α' Πρόβλημα

Πόσον τόκον θά πάρη ένας κύριος, ό όποϊος έδάνει-
 σε τό ποσόν τών 21.000 δρχ., 3 έτη, πρός 7% ;

<u>Κατάστρωσις</u>		<u>Κατάταξις</u>		
ΤΟΚΟΣ	= ;	<u>Κεφάλ.</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>Τόκος</u>
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ	= 21000	100 δρ.	1 έτος	7 δρχ.
ΧΡΟΝΟΣ	= 3 έτη	21.000 "	3 έτη	X;
ΕΠΙΤΟΚΙΟΝ	= 7%			

<u>Σύγκρισις 1η</u>		<u>Σύγκρισις 2α</u>	
<u>Κεφάλαιον</u>	<u>Τόκος</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>Τόκος</u>
100 δρχ.	7 δρχ.	1 έτος	7 δρχ.
200 "	14 "	2 έτη	14 "
50 "	3,5 "	$\frac{1}{2}$ έτος	3,5 "
ΑΝΑΛΟΓΑ		ΑΝΑΛΟΓΑ	

Σκέψις

'Εδῶ ζητεϊται ό τόκος. θά συγκρίνω τά ποσά μου:

1) 'Αφοῦ 100 δρχ. Κεφ. φέρνει τόκον 7 δρχ., 200 δρχ. Κεφ., τό όποϊον είναι διπλάσιον, θά φέρη καί δι-
 πλάσιον τόκον, δηλ. 14 δρχ. καί τό μισό κεφάλαιον, δηλ.
 50 δρχ., θά φέρη τό μισό τοῦ τόκου (7), δηλ. 3,5. 'Επομέ-
 νως τά ποσά "Κεφάλαιον καί "Τόκος" είναι ποσά Ανάλογα
 διότι, όταν έδιπλασίασα τό πρώτον, έδιπλασιάσθη καί τό
 δεύτερον καί όταν διήρεσα τό πρώτον, διηρέθη καί τό δεύ-
 τερον.

2) 'Αφοῦ εις τόν 1 χρόνον έχομεν τόκον 7 δρχ., εις
 τά 2 χρόνια θά έχωμεν διπλάσιον τόκον, δηλαδή 14 καί

είς τό $\frac{1}{2}$ τοῦ χρόνου θά ἔχωμεν μισόν τόκον. Διά τοῦτο καί τά ποσά "Χρόνος" καί "Τόκος" εἶναι 'Ανάλογα.

Διά τοῦτο θά πολλαπλασιάσω τόν ὑπεράνω τοῦ X ἀριθμόν (7) ἐπί τά κλάσματα, τά ὁποῖα σχηματίζουν τά ἄλλα ποσά, ἀντεστραμμένα, ἐπειδή τά ποσά εἶναι 'Ανάλογα.

Λύσις

$$X = 7 \times \frac{21000}{100} \times \frac{3}{1} = \frac{4410}{1} = 4410$$

'Απάντησις

"Ὅστε τό κεφάλαιον τῶν 21.000 δρχ. πρὸς 7%, σέ 3 ἔτη, θά φέρῃ τόκον 4.410 δρχ.

β' Πρόβλημα

(ὡς θά γράφεται συνήθως ἡ σκέψις)

'Εδανείσθη κάποιος κύριος ἀπό τήν Τράπεζαν 48.000 δρχ. πρὸς 6% διά 5 χρόνια. Πόσον τόκον θά πληρώσῃ;

<u>Κατάστρωσις</u>	<u>Κατάταξις</u>		
	<u>Κεφάλ.</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>Τόκος</u>
T = ;	100 δρχ.	1 ἔτος	6 δρχ.
K = 48.000 δρχ.	48.000 "	5 ἔτη	X;
X = 5 ἔτη			
E = 6%			

Σκέψις

'Εδῶ ζητεῖται ὁ τόκος. θά συγκρίνω τά ποσά μου:

'Αφοῦ αἱ 100 δρχ. τόν ἕνα χρόνον φέρουν τόκον 6 δρχ., τό διπλάσιον Κεφάλαιον, εἰς τόν ἴδιον χρόνον, θά δώσῃ καί διπλάσιον τόκον. Τά ποσά "Κεφάλαιον" καί "Τόκος" εἶναι 'Ανάλογα.

'Αφοῦ αἱ 100 δρχ. Κεφάλ. εἰς 1 χρόνον δίδουν τόκον 6 δρχ., τό ἴδιον κεφάλαιον, εἰς διπλάσιον χρόνον, θά δώσῃ διπλάσιον τόκον.

Τά ποσά "Χρόνος" καί "Τόκος" εἶναι 'Ανάλογα.

Δι'αυτό θά πολλαπλασιάσω τόν ὑπεράνω τοῦ X ἀριθμόν (6) ἐπί τά κλάσματα τῶν ἄλλων 2 ποσῶν ἀντεστραμμένα,

έπειδή τὰ ποσά είναι 'Ανάλογα.

$$x = 6 \times \frac{48000}{100} \times \frac{5}{1} = \frac{14400}{1} = 14.400$$

'Απάντησις

"Ωστε θά πληρώση τόκον 14.400 δρχ.

ΠΡΟΣΟΧΗ

"Όταν ζητῆται ὁ Τόκος καί τὰ δύο ποσά είναι πάν-
τοτε ΑΝΑΛΟΓΑ.

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Πόσον τόκον θά πληρώση εἰς τόν δανειστήν του
έναν κύριος, ὁ ὁποῖος ἐδανείσθη 72.000 δρχ. διά 2 ἔτη
πρός 6% ;

2) Ποῖον τόκον θά φέρη Κεφάλαιον 56.000 δρχ., εἰς
4 ἔτη πρὸς 8% ;

✓ Μάθημα 111ον

1) Ποῖον τόκον θά φέρη Κεφάλαιον 22.500 δρχ., εἰς
4 ἔτη, πρὸς 4,5% ;

2) Ποῖον τόκον θά φέρη Κεφάλαιον 100.000 δρχ., εἰς
6 ἔτη, πρὸς 12,5% ;

3) Ποῖον τόκον θά πληρώσω, ἂν δανεισθῶ 8 χρόνια
25.000 δρχ., πρὸς 6,5% ; ✓

Μάθημα 112ον

2α Περίπτωσις

"Όταν ἡ χρονική διάρκεια εἶναι μῆνες:

Πρόβλημα

Πόσον τόκον δίδουν 5.400 δρχ. εἰς 1 ἔτος καί 6

μήνας, τοιζόμεναι πρὸς 8% ;

Κατάστροφαις		Κατάταξις		
T =	;	<u>Κεφάλ.</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>Τόκος</u>
K =	5.400	100 δρ.	12 μῆν.	8 δρχ.
X =	1 ἔτ.+6 μῆν.= 18μ.	5.400 "	18 "	X;
E =	8%			

Λύσις

$$X = \cancel{8} X \frac{5400}{100} \times \frac{\cancel{12}}{12} \times \frac{1}{1} = 648$$

Ἀπάντησις

Ὡστε θά δώσουν τόκον 648 δραχμάς.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

- 1) Ποῖον τόκον θά φέρη Κεφάλαιον 96.000 δρχ., τοιζόμενον 3 μήνας, πρὸς 8% ;
- 2) Πόσον τόκον θά φέρη Κεφάλαιον 11.000 δρχ., τοιζόμενον πρὸς 5%, εἰς 1 ἔτος καί 8 μήνας;
- 3) Πόσον τόκον θά φέρη Κεφάλαιον 75.000 δρχ., τοιζόμενον πρὸς 6,5%, εἰς 3 χρόνια καί 4 μήνας;

Μάθημα 113ον

- 1) Ἐδανείσθη κάποιος 100.000 δρχ. πρὸς 6%. Πόσον τόκον ἔδωσεν εἰς 2 χρόνια καί 4 μήνας;
- 2) Πόσον τόκον θά φέρη Κεφάλαιον 10.960 δρχ., τοιζόμενον πρὸς 15%, εἰς 2 χρόνια καί 6 μήνας;
- 3) Νά λυθοῦν αἱ ἀσκήσεις:

α) $28 - 13 \frac{2}{5}$ γ) $9,25 - 5 \frac{3}{4}$ ε) $9 \frac{1}{2} : \frac{6}{8}$
 β) $9 \frac{1}{8} - 5 \frac{4}{8}$ δ) $8 : \frac{4}{5}$

3η Περίπτωσης

Όταν η χρονική διάρκεια είναι ημέραι :

Πρόβλημα

Πόσον τόκον θά φέρη κεφάλαιον 9.000 δραχ. εις 2 μῆνας καὶ 20 ἡμέρας, τοκίζόμενον πρὸς 8% ;

Κατάστρωσις

$$\begin{aligned} T &= ; \\ K &= 9.000 \text{ δραχ.} \\ X &= 2 \mu. + 20 \eta\mu. = 80 \eta\mu. \\ E &= 8\% \end{aligned}$$

Κατάταξις

<u>Κεφάλαιον</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>Τόκος</u>
100 δραχ.	360 ἡμέρ.	8 δραχ.
9.000 "	80 "	X;

$$X = \frac{10}{100} \times \frac{9000}{100} \times \frac{80}{360} = 160 \text{ δραχ.}$$

Ἀπάντησις

Ὡστε θά φέρη τόκον 160 δραχ.

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα :

✓ 1) Πόσον τόκον θά φέρη Κεφάλαιον 250.000 δραχ. τοκίζόμενον πρὸς 4,5% εις 1 χρόνον 1 μῆνα καὶ 10 ἡμέρας ;

✓ 2) Ἐνας χωρικός ἐδανείσθη ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴν Τράπεζαν 200.000 δραχ. πρὸς 7,2%. Θέλει νά μάθῃ, πόσον τόκον θά πληρώσῃ, ἂν ἐπιστρέψῃ τὰ χρήματα εις 2 χρόνια 2 μῆνας καὶ 20 ἡμέρας ;

✓ 3) Πόσον τόκον θά φέρη Κεφάλαιον 80.000 δραχ., τοκίζόμενον πρὸς 4,5%, εις 8 μῆνας καὶ 10 ἡμέρας ;

4) Πόσον τόκον θά φέρη Κεφάλαιον 4.800 δραχ., τοκιζόμενον πρὸς 5%, εἰς 1 μῆνα καὶ 6 ἡμέρας;

Μάθημα 115ον

ΠΩΣ ΕΥΡΙΣΚΟΜΕΝ ΤΟΝ ΤΟΚΟΝ ΜΕ ΤΟΝ ΤΟΚΑΡΙΘΜΟΝ

Διὰ νά εὐρωμεν τόν Τόκον μέ τόν τοκάριθμον, πολλαπλασιάζομεν τό κεφάλαιον ἐπί τό ἐπιτόκιον, ἐπί τόν χρόνον καί ἐπί τό γινόμενον καί διαιροῦμεν διὰ 100, ἂν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη, διὰ τοῦ 1200, ἂν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες καί διὰ τοῦ 36.000, ἂν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι.

$$T = \frac{K.E.X.}{100} \quad (\delta \text{ χρόνος ἔτη})$$

$$T = \frac{K.E.X.}{1200} \quad (\delta \text{ χρόνος μῆνες})$$

$$T = \frac{K.E.X.}{36000} \quad (\delta \text{ χρόνος ἡμέραι})$$

Νά λυθοῦν μέ τόν τοκάριθμον τά προβλήματα:

1) Ἐνας γεωργός ἐδανείσθη ἀπό τήν Ἀγροτικήν Τράπεζαν 9.500 δραχ. πρὸς 6,5%. Πόσον τόκον θά πληρώσῃ εἰς 3 χρόνια;

2) Ποῖον τόκον θά φέρη Κεφάλαιον 10.500 δραχ. εἰς 4 μῆνας, τοκιζόμενον πρὸς 8%;

3) Πόσον τόκον θά φέρη Κεφάλαιον 72.000 δραχ., τοκιζόμενον πρὸς 6%, εἰς 2 χρόνια καί 15 ἡμέρας;

4) Πόσον τόκον θά φέρη Κεφάλαιον 92.600 δραχ., πρὸς 1,8%, εἰς 3 χρόνια καί 20 ἡμέρας;

Μάθημα 116ον

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Ἐνας ἐλαιοπαραγωγός ἐπώλησε 1275 κιλά λάδι πρὸς 24 δραχ. τό κιλό. Τά χρήματα, τά ὁποῖα ἐπῆρεν, ἐτόκησε πρὸς 5%. Πόσον τόκον θά πάρῃ μετά 1 ἔτος καί 3 μῆνας;

2) Ένας υιός έκληρονόμησεν από τόν πατέρα του, 78.000 δρχ. Καταθέτει τά $\frac{2}{5}$ αὐτῶν τῶν χρημάτων εἰς μίαν Τράπεζαν, δι' ἕν ἔτος καί 6 μῆνας, πρὸς 4,5% καί τά ὑπόλοιπα δανεῖζει εἰς ἕνα συγγενῆ του πρὸς 12,5%, διὰ δύο ἔτη. Πόσον τόκον συνολικά θά πάρη;

3) Ένας ἔμπορος ἐπώλησε 275 μ. ὕφασμα πρὸς 28δρχ. τό μ. Τά χρήματα τά ὁποῖα ἐπῆρεν, ἐτόκισεν πρὸς 6,5% διὰ 3 ἔτη. Πόσον τόκον θά πάρη;

Μάθημα 117ον

1) Έδανείσθη κάποιος τῇ 5ῃ Μαρτίου 1961 80.000 δρχ. πρὸς 9%. Πόσα χρήματα ἐπέστρεψε, Κεφάλαιον καί τόκον μαζί, εἰς τὰς 20 Μαΐου 1963;

2) Έδανείσθη κάποιος τῇ 20 Μαρτίου 7.500 δραχμάς πρὸς 2,5%. Πόσον τόκον θά πληρώσῃ, μαζί μέ τό Κεφάλαιον, εἰς τὰς 10 Αὐγούστου;

3) Ένας ἔμπορος ἐπώλησε 35 ραδιόφωνα πρὸς 1.800 δρχ. τό ἕνα. Τά χρήματα τά ὁποῖα ἐπῆρεν, ἐτόκισεν διὰ 2 χρόνια, πρὸς 7,5%. Πόσον τόκον θά πάρη;

Μάθημα 118ον

1) Τό $\frac{1}{2}$ τῶν 640.000 δρχ. ἐτοκίσθη διὰ 2 χρόνια καί 6 μῆνας, πρὸς 9% καί τό ὑπόλοιπον, διὰ τόν ἴδιον χρόνον, πρὸς 7,5%. Πόσον τόκον θά φέρῃ ὅλον αὐτό τό κεφάλαιον;

2) Τό $\frac{1}{4}$ κεφαλαίου 56.000 δρχ. ἐτοκίσθη πρὸς 7% καί τό ὑπόλοιπον πρὸς 6%. Πόσος θά εἶναι ὁ τόκος μετά 2 ἔτη καί 6 μῆνας;

3) Ένας κύριος ἐπώλησεν ἕνα οἰκόπεδον καί εἰσέπραξεν 72.000 δρχ. Καταθέτει τά $\frac{3}{4}$ τῶν χρημάτων αὐτῶν εἰς τήν Τράπεζαν πρὸς 8% καί τό ὑπόλοιπον δανεῖζει εἰς ἕνα φίλον του πρὸς 12%. Πόσον τόκον θά πάρῃ συνολικά

μετά 2 έτη, 2 μήνας και 20 ημέρας;

Μ ά θ η μ α 119ον

ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ

1) Ένα αυτοκίνητον, όταν τρέχη με ταχύτητα 75 χιλιομέτρων τήν ώραν, διανύει εις 8 ώρας 600 χιλ. Είς πόσας ώρας άλλο αυτοκίνητον, τό όποιον τρέχει με ταχύτητα 84 χιλ. τήν ώραν, διανύει 504 χιλιομέτρα;

2) Ένας έμπορος έπώλησεν έμπορεύματα αξίας δραχ. 125.000δρ. με έκπτωσιν 18%. Πόσα χρήματα θά είσπράξη;

3) Πόσα κιλά άλεύρι θά λάβωμεν από 760 κιλά σιτάρι, όταν από τό σιτάρι βγαίνη 75% άλευρον;

4) Τό $\frac{1}{2}$ τών 780.000 δρχ. έτοικίσθη πρός 2,5% και τό υπόλοιπον πρός 4%. Πόσον τόκον θά φέρη όλόκληρον τό ποσόν μετά 8 μήνας;

Μ ά θ η μ α 120όν

Β: ΠΩΣ ΕΥΡΙΣΚΟΜΕΝ ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ

1η Περίπτωσης Όταν ό χρόνος του δανείου υπολογίζεται εις έτη.

Πρόβλημα

Ποιον κεφάλαιον, τοικιζόμενον πρός 9%, έφερον εις 3 χρόνια τόκον 2,700 δρχ.;

Κατάστρωσις
T = 2.700 δρχ.
K = ;
X = 3 έτη
E = 9%

Κατάταξις		
Κεφάλαιον	Χρόνος	Τόκος
100 δρχ.	1 έτος	9 δρχ.
X; "	3 έτη	2700 "

Σκέψις

Έδω ζητεΐται τό Κεφάλαιον. Θά συγκρίνω τά ποσά μου:

Ἐὰν εἰς τὰς 100 δραχ. κεφάλ., τὸν 1 χρόνον, παίρνομεν τόκον 9 δραχ., ἀπὸ διπλάσιον κεφάλαιον, τὸν ἴδιον χρόνον, θὰ πάρωμεν διπλάσιον τόκον, δηλ. 18 δραχ. Ἐπομένως τὰ ποσὰ "Κεφάλαιον" καὶ "Τόκος" εἶναι Ἀνάλογα.

Ἐὰν εἰς 1 χρόνον παίρνομεν τόκον 9 δραχ. ἀπὸ Κεφάλαιον 100 δραχ., εἰς τὸν διπλάσιον χρόνον, διὰ νὰ πάρωμεν τὸν ἴδιον τόκον, τὸ κεφάλαιον θὰ εἶναι μισό. Ἐπομένως τὰ ποσὰ "Κεφάλαιον" καὶ "Χρόνος" εἶναι Ἀντίστροφα.

Διὰ τοῦτο θὰ πολλαπλασιάσωμεν τὸν ὑπεράνω τοῦ X ἀριθμὸν ἐπὶ τὸ κλάσμα τοῦ "Χρόνου" ὅπως εἶναι, ἐπειδὴ τὰ ποσὰ εἶναι Ἀντίστροφα καὶ ἐπὶ τὸ κλάσμα τοῦ "Τόκου" ἀντεστραμμένον, ἐπειδὴ τὰ ποσὰ εἶναι Ἀνάλογα.

Σύγκρισις 1η		Σύγκρισις 2α	
Κεφάλ.	Τόκος	Κεφάλ.	Χρόνος
100 δραχ.	9-δραχ.	100 δραχ.	1 ἔτος
200 "	18 "	200 "	$\frac{1}{2}$ ἔτος
50 "	4,5 "	50 "	2 ἔτη
ΑΝΑΛΟΓΑ		ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ	

Λύσις

$$X = 100 \times \frac{1}{3} \times \frac{2700}{9} = 10.000$$

Ἀπάντησις

Ὅστε τὸ κεφάλαιον ἦτο 10.000 δραχ.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ: Ὅταν ζητῆται τὸ Κεφάλαιον, τὰ ποσὰ, τὰ ὁποῖα σχηματίζουν τὸ κλάσμα τοῦ Χρόνου, εἶναι Ἀντίστροφα καὶ τὰ ποσὰ, τὰ ὁποῖα σχηματίζουν τὸ κλάσμα τοῦ τόκου, εἶναι Ἀνάλογα.

Νὰ λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Ποῖον κεφάλαιον, τοκίζομενον πρὸς 2,5%, ἔφευρεν εἰς 5 ἔτη τόκον 4.000 δραχ.;

2) Ἐδανείσθη κάποιος ἕνα ποσὸν χρημάτων πρὸς 4,5% καὶ μετὰ ἀπὸ 2 ἔτη ἐπλήρωσε τόκον 3.600 δραχ. Πόσα χρή-

ματα είχε δανεισθῆ;

Μ ά θ η μ α 121ον

1) Ποῖον κεφάλαιον, τοικιζόμενον πρὸς 7,5%, ἔφε-
ρεν εἰς 3 χρόνια τόκον 4.500 δρχ.;

2) Ἐνας πατέρας, ὅταν ἐγεννήθη ἡ κόρη του, κατέ-
θεσεν εἰς τὴν Τράπεζαν ἕνα ποσὸν χρημάτων μὲ ἐπιτόκιον
8%. Ὅταν αὐτὴ ἔγινεν 20 ἐτῶν, ἔλαβε τόκους 24.000 δρ.
Ποῖον ποσὸν εἶχε καταθέσει ὁ πατέρας, ὅταν ἐγεννήθηκε ἡ
κόρη;

3) Νά λυθοῦν αἱ ἀσκήσεις:

$$\alpha) 100 - 39 \frac{2}{5} \quad \beta) 6 \frac{2}{5} : \frac{3}{8} \quad \gamma) 19 \frac{1}{8} - 7 \frac{5}{8}$$

Μ ά θ η μ α 122ον

2α Περίπτωσης Πῶς εὐρίσκομεν τό κεφάλαιον, ὅταν ὁ χρό-
νος ὑπολογίζεται εἰς μῆνας.

Πρόβλημα

Ποῖον κεφάλαιον, τοικιζόμενον πρὸς 5%, ἔφερεν εἰς
2 ἔτη καί 6 μῆνας τόκον 5.400 δρχ.;

Κατάστρωσις

$$\begin{aligned} T &= 5.400 \text{ δρχ.} \\ K &= ; \\ X &= 2 \text{ ἔτη} + 6 \text{ μῆν.} = 30 \text{ μῆν.} \\ E &= 5\% \end{aligned}$$

Κατάταξις

<u>Κεφάλαιον</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>Τόκος</u>
100 δρχ.	12 μῆνες	5 δρχ.
X; "	30 "	5.400 "

$$X = \frac{20}{100} \times \frac{12}{30} \times \frac{180}{5} = \frac{43200}{1} = 43.200$$

Απάντησις

Ὡστε τό κεφάλαιον ἦτο 43.200 δρχ.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Ποῖον κεφάλαιον, τοικιζόμενον πρὸς 2,5%, ἔφε-
ρεν εἰς 1 χρόνον καί 8 μῆνας τόκον 3200 δρχ;

2) Ποῖον κεφάλαιον, τοικιζόμενον πρὸς 4%, ἔφε-
ρεν εἰς 3 μῆνας τόκον 275 δρχ;

3) Ἐνας, ὅταν ἐγεννήθη ἡ κόρη του, κατέθεσεν εἰς
τὴν Τράπεζαν ἕνα ποσόν χρημάτων μέ ἐπιτόκιον 9%. Ὅταν
ἡ κόρη του ἔγινε 18 ἐτῶν καί 4 μηνῶν, ἐπῆρε τόκον 33.000
δρχ. Πόσας δρχ. εἶχε καταθέσει ὁ πατέρας, ὅταν ἐγεννήθη
ἡ κόρη του;

4) Ποῖον ἦτο τό Κεφάλαιον, τό ὁποῖον, τοικιζόμενον
πρὸς 7,5%, ἔφερεν εἰς 4 μῆνας τόκον 1850 δρχ.;

Μ ά θ η μ α 123ον

3η Περίπτωσις. Πῶς εὐρίσκομεν τό Κεφάλαιον, ὅταν ὁ χρό-
νος ὑπολογίζεται εἰς ἡμέρας.

Πρόβλημα

Ποῖον κεφάλαιον, τοικιζόμενον πρὸς 4%, ἔφερεν εἰς
1 μῆνα καί 15 ἡμέρας τόκον 1925 δρχ.;

Κατάστρωσις

$$T = 1925 \text{ δρχ.}$$

$$K = ;$$

$$E = 4\%$$

$$X = 1 \text{ μῆν.} + 15 \text{ ἡμ.} = 45 \text{ ἡμέρ.}$$

Κατάταξις

<u>Κεφάλαιον</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>Τόκος</u>
100 δρχ.	360 ημέρ.	4 δρχ.
X;	45 "	192 "

$$X = 100 \times \frac{360}{45} \times \frac{192}{4} = 3.840$$

Απάντησις

Ώστε τό Κεφάλαιον ἦτο 3.840 δρχ.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Ποῖον Κεφάλαιον, τοκιζόμενον πρὸς 2,5%, ἔφε-
ρεν εἰς 1 χρόνον, 1 μῆνα καί 10 ἡμέρας τόκον 7212 δραχ;

2) Ποῖον Κεφάλαιον, τοκιζόμενον πρὸς 6%, ἔφε-
ρεν εἰς 8 μῆνας καί 10 ἡμέρας τόκον 7.236 δρχ.;

3) Ἐδανείσθη κάποιος τῇ 15ῃ Ἰανουαρίου ἓνα πο-
σόν χρημάτων πρὸς 4% καί εἰς τὰς 20 Μαΐου ἔδωσε 480δρχ.
τόκον. Πόσα χρήματα εἶχε δανεισθῆ;

4) Ἐδανείσθη κάποιος εἰς τὰς 25 Αὐγούστου 1.961
ἓνα ποσόν χρημάτων πρὸς 5% καί τῇ 20 Μαρτίου 1963 ἔδω-
σε τόκον 3.390 δρχ. Πόσα χρήματα εἶχε δανεισθῆ;

Μ ά θ η μ α 124ον

ΠΩΣ ΕΥΡΙΣΚΟΜΕΝ ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ
ΜΕ ΤΟΝ ΤΟΚΑΡΙΘΜΟΝ

Διά νά εὑρωμεν τό Κεφάλαιον μέ τόν τοκάριθμον, πολ-
λαπλασιάζομεν τόν τόκον ἐπί 100, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔ-
τη, ἢ ἐπί 1200, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες, ἢ ἐπί 36.000,
ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι καί διαιροῦμεν διά τοῦ γινο-
μένου τοῦ χρόνου ἐπί τό Ἐπιτόκιον.

$$K = \frac{T \cdot 100}{E \cdot X} \quad = \text{όταν ό χρόνος είναι έτη.}$$

$$K = \frac{T \cdot 1200}{E \cdot X} \quad = \text{όταν ό χρόνος είναι μήνες,}$$

$$K = \frac{T \cdot 36000}{E \cdot X} \quad = \text{όταν ό χρόνος είναι ήμέραι.}$$

Νά λυθοῦν μέ τόν τοκάριθμον τά προβλήματα:

1) Ποῖον Κεφάλαιον, τοκιζόμενον πρὸς 9%, ἔφερεν εἰς 2 χρόνια καί 6 μήνας τόκον 6.300 δρχ.;

2) Ἐνας χωρικός ἐδανείσθη τήν 1 Ἰανουαρίου ἕνα ποσόν χρημάτων πρὸς 7% καί τῇ 21 Αὐγούστου ἐπλήρωσε τόκον 420 δρχ. Πόσας δρχ. εἶχε δανεισθῆ;

3) Ἐνας οἰκογενειάρχης ἐξοδεύει τήν ἡμέραν 125 δρχ., ὅσος εἶναι ὁ τόκος ἑνός κεφαλαίου, τό ὁποῖον ἔχει τοκίσει πρὸς 5%. Πόσα χρήματα ἔχει τοκίσει;

4) Μία κυρία ἠγόρασε μέ δόσεις διάφορα εἶδη διά 8 μήνας. Ἡ ἀξία τῶν εἰδῶν ἐπιβαρύνεται μέ 6% καί θά πληρώσῃ ἐπί πλέον τῆς ἀξίας τῶν εἰδῶν 640 δρχ. Πόση εἶναι ἡ ἀξία τῶν διαφόρων εἰδῶν, τά ὁποῖα ἠγόρασεν;

Μ ά θ η μ α 125ον

1) Ἐνας οἰκογενειάρχης ἐξοδεύει τήν ἡμέραν 178 δρχ., ὅσος εἶναι ὁ τόκος ἑνός κεφαλαίου τό ὁποῖον ἔχει τοκίσει πρὸς 4%. Πόσα χρήματα ἔχει τοκίσει;

2) Μία δεσποινίς ἠγόρασε τήν προῖκαν της ἀπό ἕνα κατάστημα μέ δόσεις 9 μηνῶν. Ἡ ἀξία ὄλων τῶν ἀγορασθέντων ρούχων της ἐπιβαρύνεται μέ 2,5% καί θά πληρώσῃ ἐπί πλέον τῆς ἀξίας τῶν εἰδῶν 975 δρχ. Πόση εἶναι ἡ ἀξία τῆς προῖκας της;

3) Ἐνας ἐδανείσθη τῇ 30ῇ Αὐγούστου 1961 ἕνα ποσόν χρημάτων μέ 4% καί εἰς τὰς 20 Ἀπριλίου 1963 ἔδωσε τόκον 885 δρχ. Πόσα χρήματα εἶχε δανεισθῆ;

Μ ά θ η μ α 126ον

ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ

1) 'Από ένα ύφασμα, τό όποϊον έχει μῆκος 6 μ. καί πλάτος 0,64 μ., κάνομεν 48 μαντήλια. Ποϊον θά εἶναι τό μῆκος ἄλλου ύφάσματος, τό όποϊον έχει πλάτος 0,48 μ. καί κάνομεν 600 μαντήλια;

2) 'Ένας όδοιπόρος, όταν βαδίζει 7 ὥρας τήν ἡμέραν, βαδίζει εἰς 3 ἡμέρας 105 χιλ. Πόσας ὥρας πρέπει νά βαδίζει τήν ἡμέραν, διά νά διανύση εἰς 5 ἡμέρας 200 χιλιόμετρα;

3) 'Ένας ἐγεννήθη εἰς τάς 28 'Απριλίου 1896 καί ἀπέθανεν εἰς τάς 9 Φεβρουαρίου 1960. Πόσα χρόνια ἔζησε;

Μ ά θ η μ α 127ον

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΙΝ

Νά γίνουν αἱ πράξεις:

$$\alpha) 7,75 + 8\frac{1}{2} + 9\frac{2}{4} = \quad \beta) 100 - 63 - \frac{2}{5}$$

$$\gamma) 9\frac{1}{5} \times \frac{4}{5} \quad \delta) \frac{8}{10} : \frac{3}{5} \quad \epsilon) 6\frac{1}{2} : \frac{4}{9}$$

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Ποίαν προμήθειαν θά λάβη ἕνας υπάλληλος, ό όποϊος ἐπώλησε 385 μ. ύφασμα πρὸς 24 δρχ. τό μέτρον, ἄν ἔχη συμφωνήσει νά παίρνη τό 5% τῆς ἀξίας τῶν πωληθέντων;

2) 'Ένας ἔμπορος ἐπώλησεν 6 ἠλεκτρικά φυγεῖα πρὸς 7200 δρχ. τό ἕνα. Τά χρήματα τά όποῖα ἐπῆρεν, ἐτόκισε πρὸς 6,5% διά 8 μῆνας. Πόσον τόκον θά πάρη;

3) 'Ένας πατέρας, όταν ἀπέθανεν, ἄφησε περιουσίαν 720.000 δρχ. Εἰς τήν διαθήκην του ἔγραφεν: 'Η κόρη μου νά πάρη τό $\frac{1}{4}$, ἡ γυναῖκα μου τά $\frac{4}{6}$ καί ό υἱός μου

τά υπόλοιπα. Πόσα θά πάρη ό καθείς;

4) 'Υγόρασα μέ δόσεις, τάς όποιας θά πληρώσω είς 5 μῆνας, διάφορα ύαλικά διά τό σπίτι μου. 'Η άξία τών είδών έπιβαρύνεται μέ 1,5%, διά τοϋτο θά πληρώσω επί πλέον 48 δρχ. Ποία είναι ή άξία τών ύαλικών τά όποια ήγόρασα;

Μ ά θ η μ α 128ον

Γ: ΠΩΣ ΕΥΡΙΣΚΟΜΕΝ ΤΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟΝ

1η Περίπτωσης Όταν ό χρόνος είναι έτη.

Πρόβλημα

Πρός ποῖον έπιτόκιον έτοικίσθη κεφάλαιον 4800 δρ. τό όποῖον είς 4 έτη έφερε τόκον 1200 δρχ.;

<u>Κατάστροφαις</u>		<u>Κατάταξις</u>		
T = 1200 δρχ.		<u>Κεφάλ.</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>Τόκος</u>
K = 4800 "		4800 δρχ.	4 έτη	1200 δρχ.
X = 4 έτη		100 "	1 έτος	X;
E = :				
<u>Σύγκρισις 1η</u>		<u>Σύγκρισις 2α</u>		
<u>Κεφάλ.</u>	<u>Τόκος</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>Τόκος</u>	
4800 δρχ.	1200 δρχ.	4 έτη	1200 δρχ.	
9600 "	2400 "	8 "	2400 "	
2400 "	600 "	2 "	600 "	
ΑΝΑΛΟΓΑ		ΑΝΑΛΟΓΑ		

Σκέψις

'Αφοϋ τας 1200 δρχ. τόκον φέρει Κεφάλαιον 4.800 δρχ.,τόν διπλάσιον τόκον θά τόν φέρη καί διπλάσιον κεφάλαιον. 'Επομένως τά ποσά "Κεφάλαιον" καί "Τόκος" είναι ποσά 'Ανάλογα.

Καί άφοϋ αι 4800 δρχ. Κεφάλαιον,είς τά 4 χρόνια, φέρουν τόκον 1200 δρχ.,είςτόν διπλάσιον χρόνον, τό

διον κεφάλαιον, θά φέρη καί διπλάσιον τόκον. Ἐπομένως τά ποσά "Χρόνος" καί "Τόκος" εἶναι ποσά Ἀνάλογα.

Διά τοῦτο θά πολλαπλασιάσω τόν ὑπεράνω τοῦ Χ ἀριθμόν 1200 ἐπί τά κλάσματα τῶν δύο ἄλλων ποσῶν ἀντεστραμμένα, ἐπειδή τά ποσά εἶναι Ἀνάλογα.

$$X = 1200 \times \frac{100}{4800} \times \frac{1}{4} = \frac{25}{4} = 6,25\%$$

Ἀπάντησις

Ὡστε τό κεφάλαιον 4.800 δρχ. ἐτοκίσθη πρὸς 6,25%.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ: Ὅταν ζητῆται τό Ἐπιτόκιον καί τά 2 ποσά εἶναι πάντοτε Ἀνάλογα.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

- 1) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθη Κεφάλαιον 1.250 δρχ., τό ὁποῖον εἰς 2 ἔτη ἔφερε τόκον 300 δρχ.;
- 2) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθη Κεφάλαιον 1.750 δρχ., τό ὁποῖον εἰς 6 χρόνια ἔφερε τόκον 1312,5 δρχ.;
- 3) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθη Κεφάλαιον 15000 δρχ., τό ὁποῖον μετὰ 2 ἔτη ἔφερε τόκον 2400 δρχ.;
- 4) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθη Κεφάλαιον 500 δρχ., τό ὁποῖον εἰς 2 χρόνια ἔφερε τόκον 45 δρχ.;

Μ ἄ θ η μ α 129ον

2α Περίπτωσης Ζητεῖται τό ἐπιτόκιον, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες:

Πρόβλημα

Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθη κεφάλαιον 450.000 δρχ., τό ὁποῖον εἰς 3 μῆνας ἔφερε τόκον 13.500 δρχ.;

Κατάστρωσις	Κατάταξις		
T = 13.500 δρχ.	<u>Κεφάλαιον</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>Τόκος</u>
K = 450.000 "	450.000 δρχ.	3 μῆνες	13.500δρ.
X = 3 μῆνες "	100 "	12 "	X; "
E = ;			

Λύσις

$$X = \overset{3}{13.500} \times \frac{100}{\underset{1}{450.000}} \times \frac{\overset{4}{12}}{\underset{1}{3}} = \frac{12}{1} = 12\%$$

Ἀπάντησις

Ὅστε ἐτοκίσθη πρὸς 12%.

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθη Κεφάλαιον 1.300 δρχ., τὸ ὁποῖον εἰς 6 μῆνας ἔφερε τόκον 52 δρχ.;

2) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθη Κεφάλαιον 9240, δρχ., τὸ ὁποῖον εἰς 2 χρόνια καὶ 6 μῆνας ἔφερε τόκον 1155 δρχ.;

3) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθη Κεφάλαιον 6.720 δρχ., τὸ ὁποῖον μετὰ 1 χρόνο καὶ 3 μῆνας ἔγινε μαζί με τοὺς τόκους του 7048 δρχ.;

4) Ἐνας ἔδανείσθη 12.360 δρχ. Μετὰ ἀπὸ 3 χρόνια καὶ 4 μῆνας ἐπέστρεψε διὰ τόκους καὶ Κεφάλαιον 13.390 δρχ. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον εἶχε δανεισθῆ τὰ χρήματα;

Μ ά θ η μ α 130όν

3η Περίπτωσης Ζητεῖται τὸ ἐπιτόκιον, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι.

Πρόβλημα

1) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθη Κεφάλαιον 67500 δρχ., τὸ ὁποῖον σέ 40 ἡμέρας ἔφερε τόκον 1,350 δρχ.;

<u>Κατάστρωσις</u>		<u>Κατάταξις</u>		
T = 1.350	δρχ.	<u>Κεφάλαιον</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>Τόκος</u>
K = 67.500	"	67.500	40	1.350
X = 40	ήμ.	100	360	X;
E = X;				

$$X = \frac{2}{1350} \times \frac{100}{67500} \times \frac{360}{40} = \frac{18}{1} = 18\%$$

Απάντησις

Ὅστε ἐτοκίσθη πρὸς 18%.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθη Κεφάλαιον 15000 δρχ., τό ὁποῖον εἰς 90 ἡμέρας ἔφερε τόκον 375 δρχ.;

2) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθη κεφ. 367200 δρ. τό ὁποῖον εἰς 1 χρόνον 1 μῆνα καί 5 ἡμέρας ἔφεραν τόκον 16.116 δρχ.;

3) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθη κεφάλαιον 29500 δρχ., τό ὁποῖον εἰς 1 ἔτος, 1 μῆνα καί 10 ἡμέρας ἔγινε μαζί μέ τούς τόκους του 30.975 δρχ.;

4) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθη κεφάλαιον 1.920 δρχ.; τό ὁποῖον εἰς 45 ἡμέρας ἔγινε μαζί μέ τούς τόκους του 1980 δρχ.;

Μάθημα 131ον

ΠΩΣ ΛΥΟΝΤΑΙ ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΙΣ ΤΑ Ο-
ΠΟΙΑ ΖΗΤΕΙΤΑΙ ΤΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟΝ ΜΕ ΤΟΚΑ-
ΡΙΘΜΟΝ

Διά νά εὔρωμεν ἐπιτόκιον μέ τοκάριθμον, πολλαπλα-
σιάζομεν τόν Τόκον ἐπὶ 100, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη, ἐπὶ

1.200, όταν ο χρόνος είναι μήνες, επί 36.000, όταν ο χρόνος είναι ημέραι και διαιρούμεν διά του γινομένου του κεφαλαίου επί τόν χρόνον.

$$E = \frac{T \cdot 100}{K \cdot X} \quad \text{όταν ο χρόνος είναι έτη.}$$

$$E = \frac{T \cdot 1200}{K \cdot X} \quad \text{όταν ο χρόνος είναι μήνες.}$$

$$E = \frac{T \cdot 36000}{K \cdot X} \quad \text{όταν ο χρόνος είναι ημέραι.}$$

Νά λυθοῦν μέ τόν τοκάριθμον τά προβλήματα:

1) Πρός ποῖον έπιτόκιον έτοικίσθη κεφάλ. 16.000 δρχ., τό όποῖον μετά ένα έτος καί 3 μήνας έγινε μαζί μέ τούς τόκους του 16.300 δρχ.;

2) Πρός ποῖον έπιτόκιον έτοικίσθη κεφάλ. 18.750 δρχ., τό όποῖον εἰς 4 έτη έφερε τόκον 6.750 δρχ.;

3) Ένας πατέρας άφησε εἰς τήν διαθήκην του νά πάρη ο υἱός του από έναν κύριον 40.000 δρχ. τάς όποιás του εἶχε δανείσει. Μετά ένα μήνα καί 6 ήμέρας ο υἱός παρέλαβεν από τόν χρωστέην αυτόν του πατέρα του, τόκον καί κεφάλαιον μαζί, 40.720 δρχ. Πρός ποῖον έπιτόκιον εἶχε δανείσει ο πατέρας του τό ποσόν, τό όποῖον άφησεν εἰς τόν υἱόν του;

4) Πρός ποῖον έπιτόκιον έτοικίσθη κεφάλ. 48.000 δρχ., τό όποῖον μετά 6 μήνας έφερε τόκον τό $\frac{1}{5}$ αὐτοῦ;

Μ ά θ η μ α 1320ν

1) Μία κόρη έκληρονόμησεν από τόν πατέρα της δρ. 720.000. Μετά 1 χρόνον, 1 μήνα καί 10 ήμέρας ή κόρη εἰσέπραξεν από τήν Τράπεζαν, μαζί μέ τούς τόκους, 784.000 δρχ. Πρός ποῖον έπιτόκιον εἶχε καταθέσει ο πατέρας της τά χρήματα, τά όποῖα έκληρονόμησεν ή κόρη;

2) Πρός ποῖον έπιτόκιον έτοικίσθη κεφάλ. 96.000 δρχ., τό όποῖον εἰς 45 ήμέρας έφερε τόκον τό $\frac{1}{4}$ αὐτοῦ;

3) Ένας πατέρας, όταν έγεννήθη ή κόρη του, κα-

τέθεσεν εἰς τὴν Τράπεζαν διὰ προΐκταν αὐτῆς 6.000 δραχ. Μετὰ 20 χρόνια ἡ κόρη ἀπέσυρεν ἀπὸ τὴν Τράπεζαν 15.600 δραχ. διὰ κεφάλαιον καὶ τόκους. Πόσον ἦτο τὸ ἐπιτόκιον τὸ ποῖον ἔδιδεν ἡ Τράπεζα;

4) Μὲ ποῖον ἐπιτόκιον ἐτόκισεν ἓνα κύριος 81.000 δραχ. ἀπὸ τὰς ὁποίας ἐπῆρεν εἰς 8 μῆνας καὶ 10 ἡμέρας, τόκον τὸ $\frac{1}{6}$ αὐτῶν;

Μάθημα 133ον

Δ. ΠΩΣ ΕΥΡΙΣΚΟΜΕΝ ΤΟΝ ΧΡΟΝΟΝ

1η Περίπτωση. Ὄταν ὁ χρόνος εἶναι συγκεκριμένος:

Πρόβλημα

Εἰς πόσα χρόνια κεφάλαιον 20.000 δραχ., τοκίζόμενον πρὸς 8% θὰ φέρῃ τόκον 4.800 δραχ.;

<u>Κατάστρωσις</u>		<u>Κατάταξις</u>		
		<u>Κεφάλ.</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>Τόκος</u>
T =	4.800 δραχ.	100	δραχ. 1 ἔτος	8 δραχ.
K =	20.000 "	20.000	" X; "	4.800 "
X =	X;			
E =	8%			

<u>Σύγκρισις 1η</u>		<u>Σύγκρισις 2α</u>	
<u>Κεφάλαιον</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>Κεφάλαιον</u>	<u>Τόκος</u>
100 δραχ.	1	100 δραχ.	8
200 "	$\frac{1}{2}$	200 "	16
50 "	2	50 "	4
ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ		ΑΝΑΛΟΓΑ	

Σκέψις

Ἐποῦ αἰ 100 δραχ. κεφάλαιον, τὸν 1 χρόνον, δίδουν τόκον 8 δραχ., αἰ διπλάσιαι δραχ. κεφάλαιον, τὸν ἴδιον χρόνον, θὰ δώσουν καὶ διπλάσιον τόκον. Τὰ ποσὰ "Κεφάλαιον" καὶ "Τόκος" εἶναι ποσὰ ΑΝΑΛΟΓΑ.

Καί άφοϋ αί 100 δρχ. Κεφάλαιον, τόν 1 χρόνον, δί-
δουν τόκον 8 δρχ., διά νά πάρωμεν τόν ίδιον τόκον είς δι-
πλάσιον χρόνον, τό Κεφάλαιον θά είναι τό μισό. Έπομένως
τά ποσά "Κεφάλαιον" καί "Χρόνος" είναι ποσά ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ.

Διά τοϋτο θά πολλαπλασιάσω τόν ύπεράνω τοϋ X ά-
ριθμόν επί τό κλάσμα, τό όποϊον σχηματίζουν τά πρῶτα πο-
σά τοϋ Κεφαλαίου, όπως είναι, έπειδή τά ποσά είναι 'Αν-
τίστροφα καί επί τό κλάσμα, τό όποϊον σχηματίζουν τά άλ-
λα ποσά τοϋ Τόκου, άντεστραμμένα, έπειδή τά ποσά είναι
'Ανάλογα.

Λύσις

$$X = 1 \times \frac{100}{20000} \times \frac{4800}{8} = \frac{6}{2} = 3 \text{ χρόνια.}$$

'Απάντησις

"Όστε τό Κεφάλαιον τῶν 20.000 δρχ. θά φέρη τόκον
4.800 δρχ. είς 3 χρόνια.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ: "Όταν ζητήται ό Χρόνος, τά πρῶτα ποσά, τά ό-
ποϊα σχηματίζουν τό κλάσμα τοϋ Κεφαλαίου, είναι 'Αντί-
στροφα καί τά δεύτερα ποσά, τά όποϊα σχηματίζουν τό κλά-
σμα τοϋ Τόκου, είναι 'Ανάλογα.

Νά λυθοϋν τά προβλήματα:

1) Είς πόσον χρόνον κεφάλαιον 8000 δρχ., τοκίζό-
μενον πρός 4,5%, θά φέρη τόκον 7.200 δρχ.;

2) Είς πόσον χρόνον κεφάλαιον 6000 δρχ., τοκίζό-
μενον πρός 5%, έφερε τόκον 900 δρχ.;

3) Είς πόσα χρόνια κεφάλαιον 15.000 δρχ., τοκίζό-
μενον πρός 4,5%, έφερε τόκον 3.375 δρχ.;

4) Ένας χωρικός είχε καταθέσει είς τήν Τράπεζαν
7.000 δρχ. πρός 4%. Μετά πόσα έτη απέσυρε διά τόκους
καί Κεφάλαιον 7.560 δρχ.;

Μ ά θ η μ α 134ον

ΠΩΣ ΕΥΡΙΣΚΟΜΕΝ ΤΟΝ ΧΡΟΝΟΝ ΜΕ ΤΟΝ ΤΟΚΑΡΙΘΜΟΝ

Διά νά εὔρωμεν τόν χρόνον μέ τόν τοκάριθμον, πολλαπλασιάζομεν τόν τόκον ἐπί 100 καί διαιροῦμεν διά τοῦ γινομένου τοῦ κεφαλαίου ἐπί τό ἐπιτόκιον.

Όταν μᾶς δοθῇ πρόβλημα, εἰς τό ὁποῖον ζητεῖται ὁ χρόνος εἰς μῆνας, πολλαπλασιάζομεν τόν τόκον ἐπί 1200 καί ὅταν μᾶς δοθῇ πρόβλημα, εἰς τό ὁποῖον ζητεῖται ὁ χρόνος εἰς ἡμέρας, πολλαπλασιάζομεν τόν τόκον ἐπί 36.000.

$$X = \frac{T \cdot 100}{K \cdot E} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος ζητεῖται εἰς ἔτη.}$$

$$X = \frac{T \cdot 1200}{K \cdot E} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος ζητῆται εἰς μῆνας.}$$

$$X = \frac{T \cdot 36000}{K \cdot E} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος ζητῆται εἰς ἡμέρας.}$$

Νά λυθοῦν μέ τόν τοκάριθμον τά προβλήματα:

1) Εἰς πόσους μῆνας κεφάλαιον 160.000 δρχ., τοκοιζόμενον πρὸς 8%, ἔφερε τόκον 9.600 δρχ.;

2) Εἰς πόσα χρόνια κεφάλαιον 800.000 δρχ., τοκοιζόμενον πρὸς 9%, ἔφερε τόκον 288.000 δρχ.;

3) Εἰς πόσας ἡμέρας κεφάλαιον 3.600.000 δρχ., τοκοιζόμενον πρὸς 9%, ἔγινε μαζί μέ τοὺς τόκους 3.645.000 δρχ.;

4) Εἰς πόσας ἡμέρας κεφάλαιον 500.000 δρχ., τοκοιζόμενον πρὸς 8%, ἔγινε μαζί μέ τοὺς τόκους 508.000 δρχ.;

Μ ά θ η μ α 135ον

2α Περίπτωσης: Όταν ὁ χρόνος δέν εἶναι συγκεκριμένος.

Πρόβλημα

Εἰς πόσον χρόνον κεφάλαιον 8,640 δρχ., τοκοιζόμε-

νον πρὸς 6%, ἔφερε τόκον 720 δρχ.;

<u>Κατάστρωσις</u>		<u>Κατάταξις</u>		
T =	720 δρχ.	<u>Κεφάλαιον</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>Τόκος</u>
K =	8.640 "	100 δρχ.	1 ἔτος	6 δρχ.
X =	;	8.640 δρχ.	X; "	720 "
E =	6%			

Λύσις

$$\text{Χρόνος} = \frac{T \cdot 100}{K \cdot E}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 12 \quad 25 \\ \hline 720 \times 100 \\ \hline 8640 \times 6 \\ \hline 72 \quad 1 \\ 18 \end{array} = \frac{25}{18} \qquad X = \frac{25}{18}$$

Τώρα θά εὕρω τὸν χρόνον εἰς συμμιγῆ ἀριθμὸν.

$$\begin{array}{r} 25 \\ 7 \\ \hline X \quad 12 \text{ μῆν.} \\ 84 \text{ μῆν.} \\ 2 \text{ μῆν.} \\ \hline X \quad 30 \text{ ἡμ.} \\ 360 \text{ ἡμ.} \\ = 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 18 \\ \hline 1 \text{ χρ. } 4 \text{ μῆν. } 20 \text{ ἡμέρ.} \end{array}$$

Ἀπάντησις

Ὅστε τὸ Κεφάλαιον τῶν 8640 δρχ. ἔφερε τόκον 720 δρχ. εἰς 1 χρόνον, 4 μῆνας καὶ 20 ἡμέρας.

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Εἰς πόσον χρόνον Κεφάλαιον 18.000 δρχ., τοικιζόμενον πρὸς 4%, ἔφερε τόκον 840 δρχ.;

2) Εἰς πόσον χρόνον Κεφάλαιον 30.000 δρχ., τοικιζόμενον πρὸς 6%, ἔφερε τόκον 2.000 δρχ.;

3) Εἰς πόσον χρόνον Κεφάλαιον 15.000 δρχ., τοικιζόμενον πρὸς 24%, ἔφερε τόκον 9.000 δρχ.;

4) Μετά πόσον χρόνον κεφάλαιον 8.000 δρχ., τοκίζομενον πρὸς 32%, ἔγινε μαζί μέ τούς τόκους του 8.640 δρχ.;

Μ ά θ η μ α 136ον

1) Εἰς πόσον χρόνον κεφάλαιον 4.800 δρχ., τοκίζομενον πρὸς 10%, ἔγινε μαζί μέ τούς τόκους του 6.240 δρχ.;

2) Εἰς πόσον χρόνον κεφάλαιον 32.000 δρχ., τοκίζομενον πρὸς 8%, ἔγινε μαζί μέ τούς τόκους του 33.680 δρχ.;

3) Μετά πόσον χρόνον κεφάλαιον 800.000 δρχ., τοκίζομενον πρὸς 9%, ἔφερε τόκον 288.000 δρχ.;

4) Μετά πόσον χρόνον κεφάλαιον 18.000 δρχ., τοκίζομενον πρὸς 6%, ἔγινε μαζί μέ τούς τόκους του 19.500 δρχ.;

Μ ά θ η μ α 137ον

ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1) Ἐνας ἔμπορος ἐπώλησεν 70 μ. ὕφασμα πρὸς 48 δρ. τό μ. Τά χρήματα, τά ὁποῖα ἐπῆρεν, ἐτόκισε πρὸς 2,5%. Πόσον τόκον θά πάρῃ μετά 8 χρόνια;

2) Ποῖον κεφάλαιον πρέπει νά καταθέσωμεν μέ 4%, διά νά λάβωμεν μετά 3 ἔτη τόσον τόκον, ὅσον φέρουν δρχ. 1.140.000 εἰς 5 ἔτη καί 10 μῆνας πρὸς 6%;

3) Ἐνας κύριος ἐδάνεισε 640.000 δρχ. διά 3 μῆνας μέ ἐπιτόκιον 8%. Πόσον τόκον ἐπῆρε;

4) Μετά πόσον χρόνον κεφάλαιον 652.800 δρχ. ἔγινε μαζί μέ τούς τόκους του, 734.400, τοκίζομενον πρὸς 10%;

Μ ά θ η μ α 138ον

1) Είς πόσον χρόνον κεφάλαιον 15.000 δρχ., τοιζόμενον πρὸς 4%, φέρει τόσον τόκον, ὅσον φέρουν 5.000 δρχ. εἰς 1 ἔτος καὶ 8 μῆνας πρὸς 6%;

2) Εἰς πόσον χρόνον ἐπήραμε τόκον 270 δρχ. ἀπὸ κεφάλαιον 14.400 δρχ. πρὸς 4,5%;

3) Μετὰ πόσον χρόνον κεφάλαιον 43.200 δρχ. ἔγινε μαζί με τοὺς τόκους του 43.470, τοιζόμενον πρὸς 5%;

4) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοιίσθη Κεφάλαιον 8.000 δρχ., τὸ ὁποῖον εἰς 2 ἔτη καὶ 6 μῆνας ἔγινε μαζί με τοὺς τόκους του 8.640 δρχ.;

Μ ά θ η μ α 139ον

1) Κάποιος κύριος ἔχει 486.900 δρχ. Καταθέτει τὰ $\frac{3}{5}$ αὐτῶν πρὸς 5% καὶ τὰ ὑπόλοιπα πρὸς 4,5%. Πόσον τόκον θά λάβῃ εἰς 1 ἔτος;

2) Ἐνας ἔμπορος καταθέτει τὸ ἥμισυ τοῦ κεφαλαίου τῶν 960.000 δρχ. πρὸς 4,5% καὶ τὸ ὑπόλοιπον πρὸς 4,75%. Πόσον τόκον θά λάβῃ μετὰ 5 ἔτη;

3) Ἐμπορος πωλεῖ ἐμπορεύματα με ἐκπτώσιν 18%. Πόσῃν ἐκπτώσιν θά κάμῃ καὶ πόσα θά εἰσπράξῃ, εἰάν πωλήσῃ ἐμπορεύματα ἀξίας 74.500 δρχ.;

4) Ἐμπορος ἠγόρασεν ἐμπορεύματα ἀξίας 34500 δρχ. Ὅταν τὰ ἐπώλησεν, εἰσέπραξεν 41.400 δρχ. Πόσον τοῖς % ἐκέρδισεν;

Μ ά θ η μ α 140όν

1) Ἐνας πεζοπόρος, βαδίζων 4 ὥρας τὴν ἡμέραν, χρειάζεται 6 ἡμέρας διὰ νά διανύσῃ 120 χιλ. Εἰς πόσας ἡμέρας θά διανύσῃ ἀπόστασιν 180 χιλ., εἰάν βαδίζῃ 8 ὥρας τὴν ἡμέραν;

2) 4 εργάται, εργαζόμενοι 5 ώρας τήν ημέραν, σκάβουν εἰς 6 ἡμέρας ἕνα ἀμπέλι ἐκτάσεως 15 στρεμμάτων. Πόσοι εργάται, εργαζόμενοι 8 ώρας, τήν ημέραν, θά κιάφουν ἕνα ἀμπέλι 24 στρεμμάτων εἰς 4 ἡμέρας;

3) 12 εργάται ἔκτισαν εἰς 2 ἡμέρας ἕνα τοῖχον μήκους 15 μ. καί ὕψους 0,8 μ. Πόσοι εργάται, εἰς 3 ἡμέρας, θά κτίσουν ἕνα ἄλλον τοῖχον τοῦ ἰδίου πάχους μήκους 10μ. καί ὕψους 1,20 μ;

Μ ά θ η μ α 141ον

1) Ἕνας ἔμπορος ἐπώλησεν ἐμπορεύματα ἀξίας 62500 δρχ. μέ ἔκπτωσιν 18% . Πόσας δρχ. θά εἰσπράξῃ;

2) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθη κεφάλαιον 8.000 δρχ., τό ὁποῖον εἰς 4 χρόνια ἐδιπλασιάσθη;

3) Εἰς πόσον χρόνον κεφάλαιον 3.600 δρχ., τοκισζόμενον πρὸς 5%, ἐδιπλασιάσθη;

4) Νά γίνουιν αἱ πράξεις:

$$\alpha) 8\frac{2}{5} + 9\frac{4}{5} + 6,2 + 7$$

$$\beta) 20 - 9\frac{2}{5}$$

$$\gamma) \frac{8}{5} \times 3$$

$$\delta) 7\frac{1}{5} \times \frac{2}{3}$$

$$\epsilon) 8\frac{4}{5} : \frac{2}{3}$$

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ ΤΟΚΟΥ

1.- Ζητεῖται ὁ Τόκος

$$T = \frac{K \cdot E \cdot X}{100}$$

ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη.

$$T = \frac{K \cdot E \cdot X}{1200}$$

ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες.

$$T = \frac{K \cdot E \cdot X}{36000}$$

ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι.

2.- Ζητείται τό Κεφάλαιον:

$$K = \frac{T \cdot 100}{X \cdot E} \quad \text{όταν ό χρόνος εΐναι έτη.}$$

$$K = \frac{T \cdot 1200}{X \cdot E} \quad \text{όταν ό χρόνος εΐναι μήνες.}$$

$$K = \frac{T \cdot 36000}{X \cdot E} \quad \text{όταν ό χρόνος εΐναι ήμέραι.}$$

3.- Ζητείται τό 'Επιτόκιον:

$$E = \frac{T \cdot 100}{K \cdot X} \quad \text{όταν ό χρόνος εΐναι έτη.}$$

$$E = \frac{T \cdot 1200}{K \cdot X} \quad \text{όταν ό χρόνος εΐναι μήνες.}$$

$$E = \frac{T \cdot 36000}{K \cdot X} \quad \text{όταν ό χρόνος εΐναι ήμέραι.}$$

4.- Ζητείται ό Χρόνος:

$$X = \frac{T \cdot 100}{K \cdot E} \quad \text{όταν ό χρόνος εΐναι έτη.}$$

$$X = \frac{T \cdot 1200}{K \cdot E} \quad \text{όταν ό χρόνος εΐναι μήνες.}$$

$$X = \frac{T \cdot 36000}{K \cdot E} \quad \text{όταν ό χρόνος εΐναι ήμέραι.}$$

α) Όταν ζητηΐται ό τόκος και τά 2 ποσά εΐναι 'Ανάλογα.

β) Όταν ζητηΐται τό κεφάλαιον, τά ποσά, τά όποΐα σχηματΐζουν τό κλάσμα του χρόνου, εΐναι 'Αντίστροφα και τά ποσά, τά όποΐα σχηματΐζουν τό κλάσμα του Τόκου, εΐναι 'Ανάλογα.

γ) Όταν ζητηΐται τό έπιτόκιον και τά δύο ποσά εΐναι 'Ανάλογα.

δ) Όταν ζητηΐται ό χρόνος, τά ποσά, τά όποΐα σχηματΐζουν τό κλάσμα του κεφαλαΐου, εΐναι 'Αντίστροφα και τά ποσά, τά όποΐα σχηματΐζουν τό κλάσμα του Τόκου, εΐναι 'Ανάλογα.

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Θ'

Μ ά θ η μ α 142ον

ΥΦΑΙΡΕΣΙΣ

Γραμμάτιον λέγεται ἡ ἔγγραφος ὑπόσχεσις, διὰ τῆς ὁποίας δηλοῦται, ὅτι ὁ ὀφειλέτης ὑποχρεοῦται τὴν ταχθεῖσαν ἡμερομηνίαν, νά ἐξοφλήσῃ τὸ χρέος του.

Συναλλαγματική λέγεται τὸ ἔγγραφον, διὰ τοῦ ὁποίου ὁ δανείζων χρήματα ἢ ὁ ἔμπορος, ὁ ὁποῖος ἔδωκε ἔμπορεύματα ἐπί πιστῶσει, διατάσσει τὸν ὀφειλέτην νά πληρώσῃ, εἰς ὀρισμένον χρόνον, τὰ ὀφειλόμενα χρήματα καί τὸ ὁποῖον ὁ ὀφειλέτης ἀποδέχεται καί ὑπογράφει.

Ὀνομαστική ἀξία λέγεται τὸ ποσόν, τὸ ὁποῖον ἀναγράφεται εἰς τὸ Γραμμάτιον ἢ εἰς τὴν Συναλλαγματικὴν καί τὸ ὁποῖον πρέπει νά πληρωθῇ κατὰ τὴν ἡμέραν τῆς λήξεως.

Λῆξις λέγεται ἡ ἡμερομηνία, ἡ ὁποία ἀναγράφεται εἰς τὸ Γραμμάτιον ἢ τὴν Συναλλαγματικὴν καί κατὰ τὴν ὁποίαν πρέπει νά πληρωθῇ ἡ Ὀνομαστικὴ ἀξία ἑνός Γραμματίου ἢ μιᾶς Συναλλαγματικῆς.

Ὑφαίρεισις εἶναι τὸ ποσόν τῆς ἐκπτώσεως, κατὰ τὸ ὁποῖον ὀλιγοστεύει ἓνα χρέος, ὅταν τοῦτο πληρῶνεται πρό τῆς λήξεώς του,

ἢ

εἶναι ὁ Τόκος, τὸν ὁποῖον παίρνει ἐκεῖνος, ὁ ὁποῖος προεξοφλεῖ ἓνα γραμμάτιον ἢ μίαν συναλλαγματικὴν πρὶν ἀπὸ τὴν λῆξιν των.

Προεξόφλησις λέγεται ἡ ἐξόφλησις ἑνός χρέους πρὸ τῆς λήξεώς του.

Χρόνος προεξοφλήσεως εἶναι τὸ χρονικόν διάστημα, τὸ ὁποῖον μεσολαβεῖ ἀπὸ τὴν ἡμέραν τῆς προεξοφλήσεως μέχρι τὴν ἡμέραν τῆς λήξεως.

Ἐπιτόκιον εἰς τὴν προεξόφλησιν εἶναι τὸ ἐπιτόκιον μὲ τὸ ὁποῖον ὑπολογίζεται ἡ Ὑφαίρεισις ἢ ἡ ἐκπτώσις.

Παροῦσα ἡ Πραγματικὴ ἀξία εἶναι τό ποσόν, μέ τό ὁποῖον ἐξοφλεῖται ἕνα Γραμματίον ἢ μία Συναλλαγματική, μετά τήν ἔκπτωσιν, κατά τήν ἡμέραν τῆς προεξοφλήσεως.

ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΥΦΑΙΡΕΣΙΣ

Ἐξωτερική ὑφαίρεσις ἢ ἐμπορικὴ ὑφαίρεσις εἶναι ὁ τόκος, ὃ ὁποῖος ὑπολογίζεται ἐπὶ τῆς Ὀνομαστικῆς ἀξίας ἑνός Γραμματίου ἢ μιᾶς Συναλλαγματικῆς, ἀπό τήν ἡμέραν τῆς προεξοφλήσεως αὐτῶν, ἕως τήν ἡμέραν τῆς λήξεώς των.

Τά προβλήματα τῆς Ἐξωτερικῆς Ὑφαίρεσεως εἶναι ὅμοια μέ τά προβλήματα τοῦ τόκου. Ἐχομε πάντοτε 4 ποσά:

ΕΙΣ ΤΟΝ ΤΟΚΟΝ

ΤΟΚΟΣ	=	T
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ	=	K
ΧΡΟΝΟΣ	=	X
ΕΠΙΤΟΚΙΟΝ	=	E

ΕΙΣ ΤΗΝ ΥΦΑΙΡΕΣΙΝ

ΥΦΑΙΡΕΣΙΣ	=	Y
ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΑΞΙΑ	=	O.A
ΧΡΟΝΟΣ ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΣΕΩΣ	=	X
ΕΠΙΤΟΚΙΟΝ	=	E

Εἰς τήν Ἐξωτερικήν Ὑφαίρεσιν ἔχομεν προβλήματα:

- | | | | | | | | | |
|----|-----|----|-------|----------|----|----------------------|---|-----|
| 1) | Εἰς | τά | ὅποια | ζητεῖται | ἡ | ΥΦΑΙΡΕΣΙΣ | = | Y |
| 2) | " | " | " | " | ἡ | ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΑΞΙΑ | = | O.A |
| 3) | " | " | " | " | ὁ | ΧΡΟΝΟΣ ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΣΕΩΣ | = | X |
| 4) | " | " | " | " | τό | ΕΠΙΤΟΚΙΟΝ | = | E |

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ:

1.- Ἐάν ἀπό τήν Ὀνομαστικήν ἀξίαν (O.A) ἀφαιρέσωμεν τήν Ὑφαίρεσιν (Y), εὐρίσκομεν τήν πραγματικήν ἀξίαν.

2.- Ἐάν ἀπό τήν Ὀνομαστικήν ἀξίαν (O.A) ἀφαιρέσωμεν τήν πραγματικήν ἀξίαν, εὐρίσκομεν τήν Ὑφαίρεσιν (Y).

3.- Ἐάν εἰς τήν πραγματικήν ἀξίαν προσθέσωμεν τήν ὑφαίρεσιν, εὐρίσκομεν τήν Ὀνομαστικήν ἀξίαν.

Ἀσκήσεις

- 1) Γράψατε ἕνα πρόβλημα, εἰς τό ὁποῖον νά ζητηται ἡ Ὑφαίρεσις.

2) Γράψατε ένα πρόβλημα, εἰς τὸ ὁποῖον νά ζητῆται ἡ Ὀνομαστικὴ ἀξία.

3) Γράψατε ένα πρόβλημα, εἰς τὸ ὁποῖον νά ζητῆται ὁ Χρόνος.

4) Γράψατε ένα πρόβλημα, εἰς τὸ ὁποῖον νά ζητῆται τὸ Ἐπιτόκιον.

Μάθημα 143ον

1η Περίπτωση: Ζητεῖται ἡ Ὑφαίρεσις.

Πρόβλημα

Γραμμάτιον 700.000 δρχ. προεξοφλήθη 2 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του, πρὸς 12%. Πόσῃν ἔξωτερικῇ Ὑφαίρεσιν ἔφερον;

<u>Κατάστροφαις</u>	<u>Ὀν. Ἀξία</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>Ὑφαίρεσις</u>
Y = ;			
O.A = 700.000 δρχ.	100 δρχ.	12 μῆνες	12 δρχ.
X = 2 μῆνες	700.000 "	2 "	X; "
E = 12%			

Σκέψις

Ἐδῶ ζητεῖται ἡ Ὑφαίρεσις (Τόκος). Θά συγκρίνω τὰ ποσά μου:

Ἀφοῦ τὰς 12 δρχ. Ὑφαίρεσιν τὰς ἔφερε Γραμμάτιον Ὀνομ. Ἀξίας 100 δρχ., τὴν διπλασίαν ὕφαίρεσιν θά τὴν φέρῃ Γραμμάτιον μέ διπλῆν Ὀνομ. ἀξίαν (200). Ἐπομένως τὰ ποσά "Ὀνομ. ἀξία" καὶ "ὕφαίρεσις" εἶναι Ἀνάλογα. Καὶ ἀφοῦ τὰς 12 δρχ. ὕφαίρεσιν τὰς ἔφερον Ὀνομ. ἀξία εἰς 12 μῆνας, τὴν διπλασίαν ὕφαίρεσιν θά τὴν φέρῃ ἡ ἰδία Ὀνομ. Ἀξία εἰς διπλασίους μῆνας. Ἐπομένως τὰ ποσά "Χρόνος" καὶ "Ὑφαίρεσις" εἶναι Ἀνάλογα.

Διὰ τοῦτο θά πολλαπλασιάσω τὸν ὑπεράνω τοῦ X ἀριθμὸν ἐπὶ τὰ κλάσματα, τὰ ὁποῖα σχηματίζουν τὰ ἄλλα ποσά, ἀντεστραμμένα, ἐπειδὴ τὰ ποσά εἶναι Ἀνάλογα.

Λύσεις

$$X = \cancel{12} \times \frac{700.000}{\cancel{100}} \times \frac{2}{\cancel{12}} = 14.000$$

'Απάντησις

"Ωστε ή 'Εξωτερική 'Υφαίρεσις είναι 14.000 δρχ.

Διά νά εϋρωμεν τώρα τήν ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗΝ ΑΞΙΑΝ, θά αφαιρέσωμεν τίς 14.000, πού είναι ή ύφαίρεσις, από τόν 'Ονομαστικήν άξίαν.

'Ονομ. άξία 700.000

'Υφαίρεσις - 14.000

686.000 = Πραγματική άξία.

'Απάντησις

"Ωστε ή πραγματική άξία του Γραμματίου αυτού, τήν όποιαν θά λάβη εις τάς χειράς του, ό προεξοφλήσας τό Γραμμάτιον, είναι 686.000 δρχ.

ΠΩΣ ΛΥΕΤΑΙ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΑΥΤΟ ΜΕ ΤΟΝ ΤΥΠΟΝ

Διά νά εϋρωμεν τήν ύφαίρεσιν (Υ), πολλαπλασιάζομεν τήν 'Ονομαστ. άξίαν (Ο.Α) επί τόν χρόνον (Χ) καί επί τό έπιτόκιον (Ε) καί τό γινόμενον αύτῶν διαιρούμεν διά 100, όταν ό χρόνος είναι έτη, ή διά 1200, όταν ό χρόνος είναι μήνες, ή διά 36.000, όταν ό χρόνος είναι ήμέραι.

$$Υ = \frac{ΟΑ \cdot Χ \cdot Ε}{100} \quad \text{όταν ό χρόνος είναι έτη.}$$

$$Υ = \frac{ΟΑ \cdot Χ \cdot Ε}{1200} \quad \text{όταν ό χρόνος είναι μήνες.}$$

$$Υ = \frac{ΟΑ \cdot Χ \cdot Ε}{36000} \quad \text{όταν ό χρόνος είναι ήμέραι.}$$

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ: "Όταν ζητῆται ή ύφαίρεσις καί τά δύο ποσά είναι 'Ανάλογα.

Νά λυθοϋν τά προβλήματα:

1) Γραμμάτιον 'Ονομ. άξίας 240.000 δρχ. προεξοφλήθη 3 μήνας πρό τῆς λήξεώς του πρός 9%. Πόσην έξωτερικήν ύφαίρεσιν έφερε καί ποία ή πραγματική άξία του;

2) Γραμμάτιον 'Ονομ. αξίας 72.000 δρχ., προεω-
φλήθη 1 έτος καί 8 μήνας πρό τής λήξεώς του πρός 6,5%.
Ποίαν ύφαίρεσιν έφερε καί ποία ή πραγματική αξία αυτού;

3) Γραμμάτιον 'Ονομ. αξίας 300.000 δρχ., προεω-
φλήθη 1 έτος καί 20 ήμέρας πρό τής λήξεώς του πρός 105%.
Ποίαν ύφαίρεσιν έφερε καί ποία ή πραγματική αξία αυτού;

4) Γραμμάτιον 'Ονομ. αξίας 500.000 δρχ., προεω-
φλήθη 2 μήνας καί 12 ήμέρας πρό τής λήξεώς του πρός 8%.
Ποίαν ύφαίρεσιν έφερε καί ποία ή πραγματική αξία αυτού;

Μ ά θ η μ α 144ον

2α Περίπτωσης: Ζητεΐται ή ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΑΞΙΑ.

Πρόβλημα

Ποία ή 'Ονομ. αξία Γραμματίου, τό όποϊον προεω-
φλήθη 3 μήνας πρό τής λήξεώς του πρός 12% καί έφερεν
τόκον 1620 δρχ.;

<u>Κατάστρωσις</u>	<u>Κατάταξις</u>		
	<u>Ο.Α</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>'Υφαίρεσις</u>
Υ = 1620	100 δρχ.	12 μήνες	12 δρχ.
ΟΑ = ;	Χ; "	3 "	1.620 "
Χ = 3 μήνες			
Ε = 12%			

Σκέψις

'Εδῶ ζητεΐται ή 'Ονομ. αξία (Κεφάλαιον).Θά συγκρί-
νω τά ποσά μου:

'Αφοϋ τάς 12 δρχ. ύφαίρεσιν τάς φέρνει Γραμμάτιον
'Ονομ. αξίας 100 δρχ., τήν διπλασίαν ύφαίρεσιν, τόν ίδιον
χρόνον, θά τήν φέρη γραμμάτιον διπλασίας 'Ονομ. αξίας.

'Επομένως τά ποσά μου " 'Ονομ. αξία" καί "'Εξ. 'Υ-
φαίρεσις" είναι ανάλογα.

Καί άφοϋ είς τούς 12 μήνας έχομεν έξωτ. ύφαίρεσιν
12 δρχ. από γραμμάτιον 'Ον. αξίας 100 δρχ., είς τούς δι-
πλασίους μήνας θά πάρωμεν τήν ίδίαν ύφαίρεσιν από γραμ-
μάτιον μισής 'Ονομ. αξίας. 'Επομένως τά ποσά " 'Ονομ. ά-
ξία" καί "Χρόνος" είναι άντίστροφα.

Διά τουτο θά πολλαπλασιάσω τόν υπεράνω του Χ αριθμόν 100 επί τό πρώτον κλάσμα του χρόνου, όπως είναι, έπειδή τά ποσά είναι 'Αντίστροφα καί επί τό δεύτερον κλάσμα άντεστραμμένον, έπειδή τά ποσά είναι 'Ανάλογα.

$$X = 100X \frac{540}{\frac{1620}{12}} X \frac{1}{\frac{12}{3}} = 54.000$$

Λύσεις

'Απάντησις

Ώστε ή 'Ονομ. άξία του Γραμματίου είναι 54.000δρ.

ΠΩΣ ΛΥΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΟΝ ΤΥΠΟΝ ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΥΦΑΙΡΕΣΕΩΣ ΕΙΣ ΤΑ ΟΠΟΙΑ ΖΗΤΕΙΤΑΙ Η ΟΝΟΜΑΣ. ΑΞΙΑ

Διά νά εύρωμεν μέ τόν τύπον τήν 'Ονομ. άξία Γραμματίου, πολλαπλασιάζομεν τήν ύφαιρέσιν επί 100, έάν ό χρόνος είναι έτη, ή επί 1200, έάν ό χρόνος είναι μήνες, ή επί 36000, έάν ό χρόνος είναι ήμέραι καί τό γινόμενον διαιρούμεν διά του γινομένου του χρόνου επί τό έπιτόκιον.

$$'Ον. άξ. = \frac{Y \cdot 100}{X \cdot E} \quad \text{όταν } \delta \text{ χρόνος είναι έτη.}$$

$$'Ον. άξ. = \frac{Y \cdot 1200}{X \cdot E} \quad \text{όταν } \delta \text{ χρόνος είναι μήνες.}$$

$$'Ον. άξ. = \frac{Y \cdot 36000}{X \cdot E} \quad \text{όταν } \delta \text{ χρόνος είναι ήμέραι.}$$

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ: "Όταν ζητήται ή 'Ον. άξία, τά ποσά του χρόνου είναι 'Αντίστροφα καί τά ποσά τής ύφαιρέσεως 'Ανάλογα.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Ποία ή 'Ονομ. άξία γραμματίου, τό όποϊον προεξωφλήθη 9 μήνας πρό τής λήξεως του πρός 4% καί έφερεν ύφαιρέσιν 2700 δρχ.;

2) Ποία ή 'Ονομ. άξία Γραμματίου, τό όποϊον προεξωφλήθη 1 μήνα καί 10 ήμέρας πρό τής λήξεως του πρός

9% και ἔφερον ὑφαίρεσιν 720 δρχ.;

3) Ποία ὑπῆρξεν ἡ Ὀνομαστικῆ ἄξια Γραμματίου τὸ ὁποῖον προεξωφλήθη 5 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 4% και ἔφερον ὑφαίρεσιν 3375 δρχ.;

4) Ποία ἡ Ὀνομ. ἄξια Γραμματίου, τὸ ὁποῖον προεξωφλήθη 20 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 7,5% και ἔφερον ὑφαίρεσιν 7.500 δρχ.;

Μ ά θ η μ α 145ον

3η Περίπτωσης: Ζητεῖται τὸ ΕΠΙΤΟΚΙΟΝ.

Πρόβλημα

Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον προεξωφλήθη Γραμμάτιον 6.000 δρχ., τὸ ὁποῖον 3 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του ἔφερον ἔξωτ. ὑφαίρεσιν 540 δρχ.;

<u>Κατάστρωσις</u>		<u>Κατάταξις</u>		
Υ	= 540 δρχ.	<u>Ὀν. ἄξια</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>Ὑφαίρεσις</u>
Ο.Α	= 6.000 "	6.000 δρχ.	3 μῆν.	540 δρχ.
Χ	= 3 μῆν.	100 "	12 "	X;
Ε	= ;			

Σκέψις

Ἐδῶ ζητεῖται τὸ ἐπιτόκιον. θά συγκρίνω τὰ ποσά μου:

Ἄφοῦ τὰς 540 δρχ. ὑφαίρεσιν τὰς φέρνει Γραμμάτιον Ὀν. ἄξιας 6.000 δρχ., τὴν διπλασίαν ὑφαίρεσιν θά τὴν φέρη Γραμμάτιον διπλασίας Ὀν. ἄξιας. Ἐπομένως τὰ ποσά "Ὀν. ἄξια" και, "Ὑφαίρεσις" εἶναι ποσά Ἀνάλογα.

Και ἀφοῦ εἰς 3 μῆνας παίρνομεν ὑφαίρεσιν 540 δραχμ., εἰς τοὺς διπλασίους μῆνας ἡ ἰδίᾳ Ὀνομ. ἄξια θά μᾶς δώσῃ και διπλασίαν ὑφαίρεσιν. Ἐπομένως τὰ ποσά "Χρόνος" και "Ὑφαίρεσις" εἶναι Ἀνάλογα.

Διὰ τοῦτο θά πολλαπλασιάσω τὸν ὑπεράνω τοῦ Χ ἀριθμόν 540 ἐπὶ τὰ κλάσματα, τὰ ὁποῖα σχηματίζουν τὰ ἄλλα ποσά, ἀντεστραμμένα, ἐπειδὴ τὰ ποσά εἶναι Ἀνάλογα.

$$X = 540 \times \frac{100}{6000} \times \frac{\frac{\text{Λύσεις}}{4}}{\frac{12}{3}} = 36\%$$

Απάντησις

Ὡστε τὸ ἐπιτόκιον ἦτο 36%.

ΠΩΣ ΛΥΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΟΝ ΤΥΠΟΝ ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΥΦΑΙΡΕΣΕΩΣ ΕΙΣ ΤΑ ΟΠΟΙΑ ΖΗΤΕΙΤΑΙ ΤΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟΝ

Διὰ νά εὐρωμεν μέ τόν τύπον τὸ ἐπιτόκιον, πολλαπλασιάζομεν τήν ὑφαίρεσιν ἐπὶ 100, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη, ἢ ἐπὶ 1200, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες, ἢ ἐπὶ 36000, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι καὶ διαιροῦμεν διὰ τοῦ γινομένου τοῦ χρόνου ἐπὶ τήν ὄνομ. ἀξίαν.

$$E = \frac{Y \cdot 100}{X \cdot \text{ΟΑ}} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη.}$$

$$E = \frac{Y \cdot 1200}{X \cdot \text{ΟΑ}} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες.}$$

$$E = \frac{Y \cdot 36000}{X \cdot \text{ΟΑ}} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι.}$$

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ: Ὅταν ζητῆται τὸ ἐπιτόκιον καὶ τὰ δύο ποσά εἶναι Ἀνάλογα.

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον προεξωφλήθη Γραμμάτιον ὄνομ. ἀξίας 36000 δρχ., τὸ ὁποῖον προεξωφλήθη 2 ἔτη πρὸ τῆς λήξεώς του καὶ ἔφερεν ὑφαίρεσιν 8640 δρχ.;

2) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον προεξωφλήθη γραμμάτιον ὄν. ἀξίας 600 δρχ., τὸ ὁποῖον προεξωφλήθη 3 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του καὶ ἔφερεν ὑφαίρεσιν 12 δρχ.;

3) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον προεξωφλήθη γραμμάτιον 8.000 δρχ., τὸ ὁποῖον 1 μῆνα καὶ 15 ἡμέρας πρὸ τῆς λή-

ξεώς του ἔφερεν ὑφαίρεσιν 65 δρχ.;

4) Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον προεξωφλήθη Γραμμάτιον 162.000 δρχ., τὸ ὁποῖον 20 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του ἔφερεν ὑφαίρεσιν 450 δρχ.;

Μάθημα 146ον

4η Περίπτωσης: Ζητεῖται ὁ χρόνος

Πρόβλημα

Μετὰ πόσον χρόνον προεξωφλήθη Γραμμάτιον 1200 δρ. τὸ ὁποῖον πρὸς 8% ἔφερεν ὑφαίρεσιν 24 δρχ.;

<u>Κατάστρωσις</u>	<u>Κατάταξις</u>		
	<u>Ὀν. ἀξία</u>	<u>Χρόνος</u>	<u>Ὑφαίρεσις</u>
Υ = 24 δρχ.			
ΟΑ = 1200 "	100 δρχ.	1	8 δρχ.
Υ = ;	1.200 "	X;	24 "
Ε = 8% "			

Σκέψις

Ἀφοῦ αἱ 100 δρχ. Ὀν. ἀξ. εἰς 1 χρόνον δίδουν ὑφαίρεσιν 8 δρχ., εἰς διπλάσιον χρόνον διὰ τὴν πάρωμεντήν ἰδίαν ὑφαίρεσιν, θὰ πρέπει νὰ ἔχωμεν γραμμάτιον τῆς μισῆς Ὀν. ἀξίας. Ἐπομένως τὰ ποσὰ "Ὀνομ. ἀξία" καὶ "Χρόνος" εἶναι Ἀντίστροφα.

Καὶ ἀφοῦ εἰς τὸν 1 χρόνον ἐπήραμε ὑφαίρεσιν 8 δρ. εἰς τὸν διπλάσιον χρόνον τὸ ἴδιον γραμμάτιον θὰ φέρῃ καὶ διπλασίαν ὑφαίρεσιν. Ἐπομένως τὰ ποσὰ "Χρόνος" καὶ "Ὑφαίρεσις" εἶναι Ἀνάλογα.

Διὰ τοῦτο θὰ πολλαπλασιάσω τὸν ὑπεράνω τοῦ X ἀριθμὸν ἐπὶ τὸ κλάσμα (Ὀν. ἀξίας), ὅπως εἶναι, ἐπειδὴ τὰ ποσὰ εἶναι Ἀντίστροφα καὶ ἐπὶ τὸ δεύτερον κλάσμα (Ὑφαίρ.) ἀντεστραμμένον, ἐπειδὴ τὰ ποσὰ εἶναι Ἀνάλογα.

$$X = 1 \times \frac{100}{1200} \times \frac{24}{8} = \frac{1}{4} \text{ χρόν.}$$

$$\begin{array}{r} 1 \text{ χρ.} \\ \times 12 \text{ μῆν.} \\ \hline 12 \text{ μῆν.} \\ = \end{array} \quad \begin{array}{r} 14 \\ \hline 0 \text{ χρ. } 3 \text{ μῆνες} \end{array}$$

Ἀπάντησις

Ὅστε τὸ γραμμάτιον 0Α 1200 δρχ. ἔφερεν ὑφαίρεσιν 24 δρχ. εἰς 3 μῆνας.

ΠΩΣ ΛΥΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΟΝ ΤΥΠΟΝ ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΥΦΑΙ-
ΡΕΣΕΩΣ ΕΙΣ ΤΑ ΟΠΟΙΑ ΖΗΤΕΙΤΑΙ Ο ΧΡΟΝΟΣ

Διὰ νά εὐρωμεν μέ τόν τύπον τόν χρόνον, πολλαπλα-
σιάσομεν τήν ὑφαίρεσιν ἐπὶ 100, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη,
ἢ ἐπὶ 1200, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες, ἢ ἐπὶ 36000, ὅταν
ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι καί διαιροῦμεν διὰ τοῦ γινομένου
τῆς ὀνομ. ἀξίας ἐπὶ τὸ ἐπιτόκιον.

$$X = \frac{Y \cdot 100}{0Α \cdot E} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη.}$$

$$X = \frac{Y \cdot 1200}{0Α \cdot E} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες.}$$

$$X = \frac{Y \cdot 36000}{0Α \cdot E} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι.}$$

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ: Εἰς τὰ προβλήματα Ἐξωτ. ὑφαίρεσεως, εἰς τὰ
ὁποῖα ζητεῖται ὁ χρόνος, τὰ πρῶτα ποσά (Ὀν. ἀξ.) εἶναι
Ἀντίστροφα καί τὰ δεύτερα (Ἐφαίρ.) εἶναι Ἀνάλογα.

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Εἰς πόσον χρόνον προεξωφλήθη Γραμμάτιον Ὀνο-
μαστ. ἀξίας 12000 δρχ. πρὸς 6%, τὸ ὁποῖον ἔφερεν ὑφαί-
ρεσιν 40 δρχ.;

2) Μία Τράπεζα προεξωφλησε Γραμ. 50.000 δραχμῶν
πρὸς 12% τήν 5ην Μαΐου 1963 καί ἐκράτησεν Ἐφαίρεσιν
3.000 δρχ. Πότε ἔληγε τὸ Γραμμάτιον; Γ

3) Ἡ Τράπεζα τῆς Ἑλλάδος προεξωφλησε γραμμάτιον
Ὀνομ. ἀξίας 14.400 δρχ. πρὸς 4,5% εἰς τὰς 20 Ἀπριλί-
ου 1963 καί ἐκράτησεν ὑφαίρεσιν 270 δρχ. Πότε ἔληγε τὸ

Γραμμάτιον;

4) Πρό πόσου χρόνου προεξωφλήθη Γραμμάτιον 'Ονομαστικῆς ἀξίας 18.000 δρχ. πρὸς 6%, τὸ ὁποῖον ἔφερεν ἑξωτερικὴν ὑφαίρεσιν 150 δρχ.;

ΤΙ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΝΘΥΜΟΥΜΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΥΦΑΙΡΕΣΙΝ

1.- Ζητεῖται ἡ 'Υφαίρεσις:

$$Y = \frac{OA \cdot E \cdot X}{100} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη.}$$

$$Y = \frac{OA \cdot E \cdot X}{1200} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες.}$$

$$Y = \frac{OA \cdot E \cdot X}{36000} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι.}$$

2.- Ζητεῖται ἡ 'Ονομαστικὴ ἀξία:

$$OA = \frac{Y \cdot 100}{X \cdot E} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη.}$$

$$OA = \frac{Y \cdot 1200}{X \cdot E} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες.}$$

$$OA = \frac{Y \cdot 36000}{X \cdot E} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι.}$$

3.- Ζητεῖται τὸ 'Επιτόκιον:

$$E = \frac{Y \cdot 100}{OA \cdot X} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη.}$$

$$E = \frac{Y \cdot 1200}{OA \cdot X} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες.}$$

$$E = \frac{Y \cdot 36000}{OA \cdot X} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι.}$$

4.- Ζητεῖται ὁ Χρόνος:

$$X = \frac{Y \cdot 100}{OA \cdot E} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη.}$$

$$X = \frac{Y \cdot 1200}{OA \cdot E} \quad \text{ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες.}$$

$$X = \frac{Y \cdot 36000}{O.A. \cdot E} \quad \text{όταν } \delta \text{ χρόνος είναι ήμέραι.}$$

5.- "Όταν ζητηται ή 'Υφαίρεσις καί τά δύο ποσά είναι 'Ανάλογα.

6.- "Όταν ζητηται ή 'Όνομ. αξία, τά πρώτα ποσά ('Όν. αξία) είναι 'Αντίστροφα, τά δεύτερα ('Υφαίρεσις) είναι 'Ανάλογα.

7.- "Όταν ζητηται τό έπιτόκιον καί τά δύο ποσά είναι 'Ανάλογα.

8.- "Όταν ζητηται ό Χρόνος, τά πρώτα ποσά ('Όνομ. αξ.) είναι 'Αντίστροφα, τά δέ δεύτερα ('Υφαίρ.) είναι 'Ανάλογα.

9.- Διά νά εύρωμεν τήν πραγματικήν αξίαν, αφαιρούμεν τήν ύφαίρεσιν από τήν 'Όνομαστικήν αξίαν.

10.- Διά νά εύρωμεν τήν 'Υφαίρεσιν, αφαιρούμεν τήν πραγματικήν αξίαν από τήν 'Όνομαστικήν αξίαν.

Μ ά θ η μ α 147ον

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Γραμμάτιον 36.000 δρχ. προεξοφλεῖται 5 μῆνας πρό τῆς λήξεώς του πρός 9%. Πόση ή έξωτ. ύφαίρεσις καί ποία ή πραγματική αξία τοῦ Γραμματίου;

2) Μία Τράπεζα έκράτησεν ύφαίρεσιν 900 δρχ. από ένα γραμμάτιον O.A. 24.000 δρχ., τό όποῖον προεξοφλήθη 5 μῆνας πρό τῆς λήξεώς του. Πρός ποῖον έπιτόκιον έγινεν ή προεξόφλησις;

3) Γραμμάτιον O.A 32.000 δρχ. προεξοφλήθη πρός 9% καί είχεν έξωτ. ύφαίρεσιν 960 δρχ. Πόσον χρόνον πρό τῆς λήξεώς του έγινεν ή προεξόφλησις;

4) Γραμμάτιον O.A 240.000 δρχ. προεξοφλήθη πρός 5% αντί 237.300 δρχ. Ποία είναι ή 'Εξωτ. ύφαίρεσις καί εάν ή προεξόφλησις έγινε τήν 1ην Φεβρουαρίου, τότε έληγε τό

γραμμάτιον;

Μ ά θ η μ α 148ον

1) Γραμμάτιον ΟΑ 1.200 δρχ. προεξωφλήθη 2 μήνας πρό τῆς λήξεώς του ἀντί 1180 δρχ. Πρός πόσον τοῖς % ὑπελογίσθη ἡ ὑφάρεσις;

2) Γραμμάτιον ΟΑ 16.000 δρχ. προεξωφλήθη πρός 9% ἀντί 15,520 δρχ. Ποῖα ἡ ἐξ. ὑφάρεσις καί ἐάν ἡπροεξόφλησις ἐγένεν εἰς τὰς 24 Μαρτίου, πότε ἔληγε τό Γραμμάτιον;

3) Γραμμάτιον ΟΑ 120.000 δρχ. προεξωφλήθη πρός 5% ἀντί 118,650 δρχ. Ἐάν ἡ προεξόφλησις ἐγένεν εἰς τὰς 12 Μαρτίου, πότε ἔληγε τό γραμμάτιον καί ποῖα ἡ ὑφάρεσις αὐτοῦ;

4) Γραμμάτιον ΟΑ 400.000 δρχ. λήγει εἰς τὰς 15 Ἰουνίου καί προεξοφλεῖται τήν 1 Ἀπριλοῦ πρός 9%. Πόση εἶναι ἡ ἐξωτ. ὑφάρεσις καί ποῖα ἡ πραγμ. ἀξία;

Μ ά θ η μ α 149ον

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΡΟΣ ΕΠΙΛΥΣΙΝ

1) Νά γίνουν αἱ πράξεις:

$$\alpha) 6,75 + 39 \frac{2}{5} + 8 \frac{1}{4} \quad \gamma) 7 \frac{1}{2} \times \frac{4}{5}$$

$$\beta) 80 - 36 \frac{1}{5} \quad \delta) 6 \frac{2}{3} : \frac{4}{10}$$

2) Πόσαι ἡμέραι εἶναι 3 χρόνια, 4 μήνες καί 20 ἡμέραι;

3) Ἐνα κιλόν βοῦτυρον ἀξίζει 72 δρχ. Πόσας δραχ. στοιχίζουν τά $8 \frac{2}{5}$ κιλά; (Νά λυθῆ με ἀναγωγήν).

4) Ἠγόρασα $4 \frac{1}{5}$ μ. ὑφασμα καί ἔδωσα 104 δρχ. Πόσας δρχ. θά δώσω, ἂν ἀγοράσω $\frac{3}{4}$ τοῦ μ.; (Νά λυθῆ με ἀναγωγήν).

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι'

Μάθημα 1506ν

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΡΙΣΜΟΥ ΕΙΣ ΜΕΡΗ ΑΝΑΛΟΓΑ

Τά προβλήματα μερισμοῦ εἰς μέρη Ἐνάλογα δυσμέθρα νά τά λύσωμεν καί μέ τήν ἀναγωγήν εἰς τήν μονάδα, ἥ καί μέ τήν ἀπλήν μέθοδον τῶν τριῶν. Προτιμότερον ὅμως εἶναι νά τά λύωμεν μέ τόν μέθοδον μερισμοῦ εἰς μέρη ἀνάλογα. Τότε πολλαπλασιάζομεν τόν μεριστέον ἀριθμόν ἐπί ἕκαστον ἀπό τούς δοθέντας καί τό γινόμενον, τό ὁποῖον εὐρίσκομεν διαιροῦμεν διά τοῦ ἀθροίσματος τῶν δοθέντων ἀριθμῶν.

1η Περίπτωσης

Πρόβλημα

Τρεῖς κτίσται ἐπληρώθησαν 1800 δρχ. Ὁ α' εἰργάσθη 6 ἡμέρας, ὁ β' 4 ἡμέρας καί ὁ γ' 5 ἡμέρας. Πόσας δρχ. θά πάρῃ ὁ κάθε κτίστης;

Σκέψις

Ἐδῶ ἔχουμε νά μοιράσωμεν τάς 1800 δρχ. ἀναλόγως τῶν ἡμερῶν τάς ὁποίας εἰργάσθη ὁ κάθε κτίστης. Θά πολλαπλασιάσωμεν τόν μεριστέον ἀριθμόν 1800 ἐπί τάς ἡμέρας, τάς ὁποίας εἰργάσθη κάθε ἐργάτης καί θά διαιρέσωμεν διά τοῦ ἀθροίσματος τῶν ἡμερῶν, τάς ὁποίας εἰργάσθησαν οἱ 3 ἐργάται.

Λύσις

Μεριστέος ἀριθ. 1800

Μερίδια

$$\alpha) \quad 6 \quad \alpha': \quad \frac{360 \quad 2}{\frac{1800 \times 6}{15}} = 720 \text{ δρχ.}$$

5_1

$$\beta) \quad 4 \quad \beta': \quad \frac{120}{\frac{1800 \times 4}{15}} = 480 \text{ "}$$

$$\gamma) \quad \frac{5}{15} \quad \frac{120}{\frac{1800 \times 5}{15}} = 600 \text{ "}$$

<u>Ἐπαλήθευσις</u>	<u>Ἀπάντησις</u>
α': 720	'Ο α' ἐπῆρεν 720 δρχ.
β': 480	ὁ β' " 480 δρχ.
γ': 600	ὁ γ' " 600 δρχ.
<u>1.800</u>	<u>1.800</u> δρχ.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Τρεῖς βοσκοί ἐνοικίασαν ἓνα λειβάδι καί ἐπλήρωσαν 3200 δρχ. 'Ο α' ἐβόσκησε 250 πρόβατα, ὁ β' 320 καί ὁ γ' 230. Πόσας δρχ. θά πληρώσῃ ὁ καθένας;

2) Ἕνας θεῖος ἀφῆκε περιουσίαν 1720 λιρῶν νά μοιρασθῇ ἀναλόγως τῆς ἡλικίας εἰς τοὺς 4 ἀνεψιούς του. 'Ο α' ἦτο 16 ἐτῶν, ὁ β' 15, ὁ γ' 9 καί ὁ δ' 3 ἐτῶν.

Πόσας λίρας ἐπῆρεν ὁ καθείς;

3) Τρεῖς ἐργάται ἐπληρώθησαν 5.600 δρχ. 'Ο α' εἰργάσθη 16 ἡμέρας, ὁ β' 24 καί ὁ γ' 30 ἡμέρας. Πόσας δραχ. ἔλαβεν ὁ καθείς;

4) Τέσσαρα γειτονικά χωριά ἀπεφάσισαν νά διορθώσουν ἓνα κοινόν δρόμον μέ κοινά ἔξοδα, ἀναλόγως τῶν κατοίκων. 'Ο δρόμος ἐστοίχισεν 72.000 δρχ. Πόσας δραχμάς πρέπει νά πληρώσῃ κάθε χωρίον, ἂν τό α' ἔχει 675 κατοίκους τό β' 594, τό γ' 478 καί τό δ' 653;

Μ ά θ η μ α 151ον

2α Περίπτωσις:

Πρόβλημα

3 ἐργάται ἔλαβον 1200 δρχ. 'Ο α' εἰργάσθη 3 ἡμέρας ἐπί 4 ὥρας τήν ἡμέραν, ὁ β' εἰργάσθη 5 ἡμέρας ἐπι 6 ὥρας τήν ἡμέραν καί ὁ γ' 6 ἡμέρας ἐπί 3 ὥρας τήν ἡμέραν. Πόσας δρχ. ἐπληρώθῃ ὁ καθείς;

Λύσις

<u>Μερίδια</u>	<u>Μεριστέος ἀριθ.</u> 1200
α' 3X4 = 12	α' $\frac{1200 \times 12}{60} = 240$ δρχ.

$$\beta': 5 \times 6 = 30 \quad \beta': \frac{1200 \times 30}{60_1} = 600 \text{ δρχ.}$$

$$\gamma': 6 \times 3 = \frac{18}{60} \quad \gamma': \frac{1200 \times 18}{60_1} = 360 \text{ δρχ.}$$

<u>Έπαλήθευσις</u>	<u>Απάντησις</u>
α' 240	Ωστε ό α' θά πάρη 240 δρχ.
β' 600	ό β' θά πάρη 600 δρχ.
γ' <u>360</u>	ό γ' θά πάρη <u>360 δρχ.</u>
1.200	1.200 δρχ.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Ένας λογιστής εργοστασίου ἐπλήρωσε δύο ἡμερῶν ἡμερομίσθια, τά ὁποῖα ἦσαν 2.000 δρχ. Τήν α' ἡμέραν ἐργάσθησαν 8 ἐργάται ἐπί 4 ὥρας, τήν β' ἡμέραν 6 ἐργάται ἐπί 3 ὥρας. Πόσας δρχ. ἔδωσε τήν μίαν ἡμέραν καί πόσας τήν ἄλλην;

2) Ὁ λογιστής ἑνός εργοστασίου ἐπλήρωσε εἰς 3 ὁμάδας ἐργατῶν 1.750 δρχ. Ἡ πρώτη ὁμάς, ἡ ὁποία εἶχε 2 ἐργάτας, εἰργάσθη 4 ἡμέρας. Ἡ δευτέρα ὁμάς, ἡ ὁποία εἶχε 3 ἐργάτας, εἰργάσθη 5 ἡμέρας καί ἡ τρίτη ὁμάς, ἡ ὁποία εἶχε 4 ἐργάτας, εἰργάσθη 3 ἡμέρας. Πόσας δρχ. θά πάρη ἐκάστη ὁμάς καί πόσας ὁ κάθε ἐργάτης;

3) 2 βοσκοί ἐνοίκιασαν ἕνα λειβάδι. Ὁ α' ἐβόσκησε 50 πρόβατα ἐπί 30 ἡμέρας, ὁ β' 70 πρόβατα ἐπί 20 ἡμέρας. Ἐπλήρωσαν ἐνοίκιον 4350 δρχ. Πόσας δρχ. ἐπλήρωσεν ὁ καθένας;

4) Διά μίαν ἐργασίαν 4 ἐργάται ἐπληρώθησαν 9.120 δρχ. Ὁ α' εἰργάσθη 7 ἡμέρας ἀπό 8 ὥρας, ὁ β' 6 ἡμέρας ἀπό 9 ὥρας, ὁ γ' 8 ἡμέρας ἀπό 6 ὥρας καί ὁ δ' 10 ἡμέρας ἀπό 7 ὥρας. Πόσα χρήματα ἀναλογοῦν εἰς τόν καθένα;

Μάθημα 152ον

3η Περίπτωσης

Πρόβλημα

Νά μερισθῇ ὁ ἀριθμὸς 990 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν:

$$\frac{2}{5} \quad \frac{3}{4} \quad \text{καὶ} \quad \frac{1}{2}$$

Λύσις

Θά τρέψωμεν τοὺς δοθέντας ἀριθμοὺς εἰς ὁμώνυμα Κλάσματα:

$$\frac{\overset{8}{2}}{5} \quad \frac{\overset{10}{3}}{4} \quad \frac{\overset{20}{1}}{2}$$

$$\frac{16}{40} \quad \frac{30}{40} \quad \frac{20}{40}$$

Θά παραλείψωμεν τοὺς παρανομαστές καὶ θά προσθέσω μεν τοὺς ἀριθμητάς, οἱ ὅποιοι προέκυψαν ἀπὸ τὴν τροπὴν τῶν Ἑτερωνύμων εἰς ὁμώνυμα.

Κατόπιν θά μερίσωμεν τὸ 990 εἰς μέρη ἀνάλογα με τοὺς ἀριθμητάς.

Θά πολλαπλασιάσω τὸν μεριστέον ἀριθμὸν ἐπὶ καθένα ἀριθμητὴν καὶ θά διαιρέσω διὰ τοῦ ἀθροίσματος τῶν ἀριθμητῶν.-

Λύσις

Μεριστέος Ἀριθμὸς

990

Μερίδια

$$\frac{\overset{8}{2}}{5} \quad \frac{\overset{10}{3}}{4} \quad \frac{\overset{20}{1}}{2}$$

$$\frac{16}{40} \quad \frac{30}{40} \quad \frac{20}{40}$$

<p>α: 16</p>		<p>α: $\frac{990 \times 16}{66} = 240$ δρχ.</p>	
<p>β: 30</p>		<p>β: $\frac{990 \times 30}{66} = 450$ δρχ.</p>	

$\begin{array}{r} \gamma': \quad 20 \\ \hline 66 \end{array}$	$\gamma': \quad \frac{15 \cdot 990 \times 20}{661} = 300 \text{ δραχ.}$
<p><u>Επαλήθευσις</u></p>	<p><u>Απάντησις</u></p>
$\begin{array}{r} \alpha' \quad 240 \\ \beta' \quad 450 \\ \gamma' \quad 300 \\ \hline 990 \\ \hline \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{ὁ } \alpha' \text{ ἐπῆρε} \quad 240 \\ \beta' \quad " \quad 450 \\ \gamma' \quad " \quad 300 \\ \hline 990 \\ \hline \hline \end{array}$

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

- 1) Νά μερισθῇ ὁ ἀριθμός 1000 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν $2, \frac{2}{4}$ καί $\frac{1}{6}$.
- 2) Νά μερισθῇ ὁ ἀριθμός 14.110 εἰς μέρη ἀνάλογα, τῶν ἀριθμῶν $\frac{3}{5}, 1, \frac{1}{2}$ καί $\frac{2}{3}$.
- 3) Νά μερισθῇ ὁ ἀριθμός 7.740 ἀναλόγως τῶν ἀριθμῶν $2, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{2}{5}$.

Μάθημα 153ον

4η Περίπτωσης

Πρόβλημα

Ἐνας πατέρας, ὅταν ἀπέθανεν, ἄφησε περιουσίαν 360 στρεμμάτων, νά μερισθῇ εἰς τὰ τρία παιδιὰ του, ἀντιστρόφως ἀναλόγως τῆς ἡλικίας των. Τό πρῶτο παιδί εἶναι 15 ἐτῶν, τό δεύτερο 12 ἐτῶν καί τό τρίτο 10 ἐτῶν. Πόσα στρέμματα θά πάρῃ τό κάθε παιδί;

Σκέψις

Ὁ μεριστέος εἶναι 360.

Πρέπει νά τόν μοιράσω ἀντιστρόφως ἀνάλογα πρὸς τοὺς ἀριθμούς 15, 12 καί 10, δηλ. ὁ μικρότερος νά πάρῃ περισσότερα, ὁ δὲ μεγαλύτερος ὀλιγώτερα.

Διά τουτο θά πάρω τās ήλικίας τῶν παιδιῶν ὡς κλασματικὰς μονάδας:

$$\frac{1}{15}, \frac{1}{12}, \frac{1}{10}.$$

(Μικρότερα κλασματική μονάς εἶναι ἐκείνη, ἡ ὁποία ἔχει μεγαλύτερον παρανομαστήν). Ἐπομένως εἰς τό μεγάλο παιδί τῶν 15 ἐτῶν ἀντιστοιχεῖ τό κλάσμα $\frac{1}{15}$, τό ὁποῖον εἶναι μικρότερον ἀπό τὰ κλάσματα $\frac{1}{12}$ καί $\frac{1}{10}$, τὰ ὁποῖα ἀντιστοιχοῦν εἰς τās ήλικίας τῶν 12 καί τῶν 10 ἐτῶν.

Θά τρέψω, ἔπειτα, τὰ ἑτερόνυμα αὐτὰ κλάσματα εἰς ὁμόνυμα καί θά μερίσω τὰ 360 στρέμματα εἰς μέρη ἀνάλογα πρὸς τοὺς ἀριθμητὰς τῶν ὁμωνύμων κλασμάτων.

Λύσις

Ἡλικίαι: α': 15 ἐτῶν β': 12 ἐτῶν γ': 10 ἐτῶν

<u>Κλασματικαὶ μονάδες</u>	1	1	1				
	$\frac{4}{1}$	$\frac{5}{1}$	$\frac{6}{1}$	Ε.Κ.Π = 60			
(ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν ήλικιῶν):	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$				
<u>Ὁμόνυμα κλάσματα:</u>	$\frac{4}{60}$	$\frac{5}{60}$	$\frac{6}{60}$				
<u>Πρόσθεσις ἀριθμητῶν:</u>	4	+	5	+	6	=	15

Μεριστέος ἀριθ.: 360 στρ.

$$\begin{aligned} \alpha' &: \frac{360 \times 4}{15} = 96 \\ & \quad \frac{24}{1} \\ \beta' &: \frac{360 \times 5}{12} = 120 \\ & \quad \frac{24}{1} \\ \gamma' &: \frac{360 \times 6}{10} = 144 \\ & \quad \frac{24}{1} \\ & \quad \underline{\underline{360}} \end{aligned}$$

<u>Ἀπάντησις</u>			
Ἔστω:	'Ο α' ἐπῆρεν	96	στρέμμ.
	'Ο β' "	120	"
	'Ο γ' "	144	"
		360	

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Νά μερισθῇ ἡ περιουσία 3120 λιρῶν εἰς δύο παιδιά, ἀντιστρόφως ἀνάλογα τῆς ἡλικίας αὐτῶν. Τό ἕνα παιδί ἦτο 10 ἐτῶν καί τό ἄλλο 14 ἐτῶν.

2) Ἐνας πατέρας ἄφησε περιουσίαν 10.800 λιρῶν, νά μοιρασθῇ εἰς τὰ 4 παιδιά του, ἀντιστρόφως ἀνάλογα τῆς ἡλικίας αὐτῶν. Ὁ α΄ ἦτο 8 ἐτῶν, ὁ β΄ 12, ὁ γ΄ 10 καί ὁ δ΄ 15 ἐτῶν. Πόσας λίρας θά πάρῃ τό κάθε παιδί;

3) Τρεῖς βαρέλια ἴσης χωρητικότητος, περιέχουν 425 κιλά λάδι. Τό πρῶτο εἶναι γεμάτο κατά τό $\frac{1}{2}$, τό δεύτερο κατά τό $\frac{1}{3}$ καί τό τρίτον κατά τό $\frac{1}{4}$. Πόσα κιλά λάδι περιέχει τό κάθε βαρέλι χωριστά;

Μ ά θ η μ α 154ον

1) Εἰς ἕνα σχολεῖον φοιτοῦν 540 παιδιά. Τά κορίτσια εἶναι διπλάσια ἀπό τά ἀγόρια. Πόσα εἶναι τά κορίτσια καί πόσα τά ἀγόρια;

2) Εἰς μίαν ἐκδρομὴν ἦσαν 120 πρόσωπα. Οἱ ἄνδρες ἦσαν διπλάσιοι ἀπό τὰς γυναῖκας. Πόσοι ἦσαν οἱ ἄνδρες καί πόσαι αἱ γυναῖκες;

3) Εἰς μίαν ἐκδρομὴν ἦσαν 150 ἄτομα. Οἱ ἄνδρες ἦσαν διπλάσιοι τῶν γυναικῶν καί αἱ γυναῖκες τριπλάσιοι τῶν παιδιῶν. Πόσοι ἦσαν οἱ ἄνδρες, πόσαι αἱ γυναῖκες καί πόσα τὰ παιδιά;

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΑ΄

Μ ά θ η μ α 155ον

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ

Εἰς τό ἐμπόριον καί εἰς τήν βιομηχανίαν, διὰ νά γίνῃ μία ἐπιχείρησις, δύο ἢ περισσότεροι ἄνθρωποι καταθέτουν τὰ χρήματά των καί κάνουν μαζί μίαν ἐπιχείρησιν.

Κάνουν ΣΥΝΕΤΑΙΡΙΣΜΟΝ

Εἰς τὴν ἐμπορικὴν γλῶσσαν τοῦτο λέγεται ΕΤΑΙΡΕΙΑ. Αὐτοί, οἱ ὅποιοι καταθέτουν τὰ χρήματά των, ἢ ἐργάζονται μαζί, λέγονται ΣΥΝΕΤΑΙΡΟΙ ἢ ΜΕΤΟΧΟΙ.

Τὰ χρήματα, τὰ ὅποια καταθέτουν λέγονται ΚΕΦΑΛΑΙΑ.

Τὰ κεφάλαια τῶν συνεταίρων δέν εἶναι πάντοτε ἴσα καὶ ὁ χρόνος καταθέσεως πολλάκις εἶναι διαφορετικὸς.

Διὰ τοῦτο ἔχομεν 3 εἴδη προβλημάτων Ἑταιρείας.

1ον Εἶδος: Τὸ κέρδος ἢ ἡ ζημία εἶναι ἀνάλογα μὲ τὸ κεφάλαιον, τὸ ὅποιον ἔχει καταθέσει κάθε συνεταῖρος.

2ον Εἶδος: Τὸ κέρδος ἢ ἡ ζημία εἶναι ἀνάλογα μὲ τὴν χρονικὴν διάρκειαν τῆς καταθέσεως.

3ον Εἶδος: Τὸ κέρδος ἢ ἡ ζημία εἶναι ἀνάλογα μὲ τὸ κεφάλαιον καὶ τὴν χρονικὴν διάρκειαν κάθε κεφαλαίου.

1ον Εἶδος

ΚΕΦΑΛΑΙΑ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ

Πρόβλημα

Τέσσαρες συνεταῖροι ἔκαμαν ἐπιχείρησιν. Ὁ α' κατέθεσεν 8.000 δρχ., ὁ β' 6.000 δρχ., ὁ γ' 10.000 δρχ., καὶ ὁ δ' 7.000 δρχ. Ἀπὸ τὴν ἐπιχείρησιν αὐτὴν ἐκέρδισαν 12.400 δρχ. Πόσον κέρδος θά λάβῃ ὁ καθείς;

Σκέψις

Ἐδῶ θά μερίσω τὸ κέρδος τῶν 12.400 δρχ. ἀναλόγως τοῦ Κεφαλαίου ἐκάστου συνεταίρου. Διὰ τοῦτο θά πολλαπλασιάσω χωριστὰ τὸν μεριστέον ἀριθμὸν 12.400 ἐπὶ τὸ κεφάλαιον ἐκάστου συνεταίρου καὶ τὸ κάθε χωριστὸν γινόμενον θά διαιρῶ διὰ τοῦ ἀθροίσματος τῶν Κεφαλαίων.

Τὸ πηλίκον θά εἶναι τὸ ἐκάστοτε κέρδος κάθε συνεταίρου.

Λύσις

Μεριστέος ἀριθμός: 12.400

Μερίζοντες

α':	8 000	ή 8
β':	6 000	ή 6
γ':	10 000	ή 10
δ':	7 000	ή <u>7</u>
	<u>31</u>	

Μερίδια

α':	$\frac{400 \cdot 12400 \times 8}{31} = 3200$
β':	$\frac{400 \cdot 12400 \times 6}{31} = 2400$
γ':	$\frac{400 \cdot 12400 \times 10}{31} = 4000$
δ':	$\frac{400 \cdot 12400 \times 7}{31} = 2800$
	<u>12400</u>

Απάντησις

'Ο α':	θά πάρη	3200	δρχ.	κέρδος
ο β':	" "	2400	"	"
ο γ':	" "	4000	"	"
ο δ':	" "	<u>2800</u>	"	"
		<u>12400</u>		

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Τρεῖς ἔμποροι ἔκαμαν ἑταιρεία. 'Ο α' κατέθεσεν 12.800 δρχ., ὁ β' 9.600 καί ὁ γ' 7.500 δρχ. Ἐκέρδισαν 14.950 δρχ. Πόσον κέρδος ἐπῆρεν ὁ καθεὶς;

2) Δύο ἔμποροι ἔκαμαν ἐπιχείρησιν. 'Ο α' κατέθεσεν 54.000 δρχ. καί ὁ β' τὰ $\frac{2}{5}$ τοῦ κεφαλαίου τοῦ α'. Ἐζημιώθησαν 15.120 δρχ. Πόση ζημία ἀναλογεῖ εἰς τὸν καθένα;

3) Τρεῖς ἔμποροι ἔκαμαν ἐπιχείρησιν. 'Ο α' κατέθεσεν 7.200 δρχ., ὁ β' κατέθεσεν τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ α' καί ὁ γ' τὰ

$\frac{4}{5}$ τοῦ κεφαλαίου τοῦ β'. Μετά ἕνα χρονικόν διάστημα εὑρον ὅτι ἐκέρδισαν 8.460 δρχ. Πόσον κέρδος θά πάρῃ ὁ κάθε συνεταῖρος;

4) Τρεῖς ἔμποροι κατέθεσαν 5.700.000 δρχ. Ἡ ἐπιχείρησις τούς ἔδωσε κέρδος, ἀπό τό ὅποῖον ὁ α' ἐπῆρε 400.000 δρχ., ὁ β' 250.000 δρχ. καί ὁ γ' 300.000 δρχ. Πόσα χρήματα εἶχε καταθέσει ὁ καθείς;

5) Δύο ἔμποροι κατέθεσαν 19.650 δρχ. Ἀπό τήν ἐπιχείρησιν ἐζημίωσαν: ὁ α' 3.850 δρχ. καί ὁ β' 2.700 δρχ. Πόσας δρχ. εἶχε καταθέσει ὁ καθείς;

Μ α θ η μ α 156ον

2ον ΕΙΔΟΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΑ ΙΔΙΑ - ΧΡΟΝΟΣ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟΣ

Πρόβλημα

Δύο ἔμποροι ἔκαναν ἐπιχείρησιν καί κατέθεσαν τά ἴδια κεφάλαια. Ἀλλά τοῦ α' τά χρήματα ἔμειναν εἰς τήν ἐπιχείρησιν 4 χρόνια καί τοῦ β' 3 χρόνια. Ὄταν διέλυσαν τήν Ἑταιρείαν, εὑρον ὅτι ἐκέρδισαν 35.000 δρχ. Πόσον κέρδος ἀναλογεῖ εἰς τόν καθένα;

Σκέψις

Ἐδῶ θά μερίσω τό κέρδος 35.000 δρχ. ἀναλόγως τοῦ χρόνου τοῦ κεφαλαίου ἐκάστου συνεταῖρου. Διά τοῦτο θά πολλαπλασιάσω τόν μεριστέον ἀριθμόν 35.000 ἐπί τόν χρόνον ἐκάστου κεφαλαίου καί τό γινόμενον θά διαιρέσω διά τοῦ ἀθροίσματος τοῦ χρόνου τῶν κεφαλαίων τῶν ἐμπόρων. Τό κάθε πηλίκον θά εἶναι τό κέρδος κάθε ἐμπόρου.

Λύσις

Μεριστέος ἀριθμός: 35.000

Μερίζοντες

Μερίδια

α': 4 χρ.

$$\alpha' \frac{5000 \cancel{35000} \times 4}{71} = 20000$$

β': $\frac{3}{7}$ "

$$\beta' \frac{5000 \cancel{35000} \times 3}{71} = 15000$$

Απάντησις

Ὡστε ὁ α' ἐπῆρεν 20.000 δρχ. καὶ ὁ β' 15.000 δρχ.

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

✓ 1) Τρεῖς ἔμποροι ἔκαμαν ἐπιχείρησιν μέ τὰ ἴδια κεφάλαια. Ὁ α' ἦταν εἰς τήν ἐπιχείρησιν 18 μήνας, ὁ β' 20 μήνας καὶ ὁ γ' 14 μήνας. Ἀπό τήν ἐπιχείρησιν ἐζημιώθησαν 31.200 δρχ. Πόση ζημία ἀναλογεῖ εἰς τόν καθένα;

✓ 2) Τρεῖς ἔμποροι ἔκαμαν ἐπιχείρησιν μέ τὰ ἴδια κεφάλαια. Ὁ γ' ὅμως ἐμπῆκεν εἰς τήν Ἑταιρείαν 2 μήνας μετά τόν β' καὶ ὁ β' 8 μήνας μετά τόν α'. Μετά 2 ἔτη, ἀφ' ὅτου ὁ α' ἤρχισεν τήν ἐργασίαν, εὔρον, ὅτι ἐκέρδισαν δρ. 270.000. Πόσον κέρδος ἀναλογεῖ εἰς τόν καθένα;

3) Τέσσαρες ἔμποροι ἔκαμαν ἐπιχείρησιν καὶ κατέθεσαν τὰ ἴδια κεφάλαια. Ὁ δ' ἐμπῆκεν εἰς τήν ἐπιχείρησιν 4 μήνας μετά τόν γ'. Ὁ γ' καὶ ὁ β' ἐμπῆκαν εἰς τήν ἐπιχείρησιν 8 μήνας μετά τόν α'.

Τρία ἔτη, ἀφ' ὅτου ἤρχισεν ἡ ἐπιχείρησις, εὔρον, ὅτι ἐκέρδισαν 46.400 δρχ. Πόσας δρχ. κέρδος ἀναλογεῖ εἰς καθέθε ἔμπορον;

Μ ά θ η μ α 157ον

1) Ἐνας ἔμπορος ἤρχισεν ἐπιχείρησιν. Μετά 2 μήνας προσέλαβε συνεταιῖρον, ὁ ὁποῖος κατέθεσε τὸ ἴδιο κεφάλαιον. Μετά 3 μήνας προσέλαβε καὶ τρίτον συνεταιῖρον, ὁ ὁποῖος κατέθεσε τὸ ἴδιο κεφάλαιον.

Ἐνα ἔτος μετά τήν πρόσληψιν τοῦ γ' εὔρον ὅτι ἐκέρδισαν 13.200 δρχ. Πόσον κέρδος ἀναλογεῖ εἰς τόν καθένα;

2) Ἐνας ἔμπορος ἤρχισεν ἐπιχείρησιν. Μετά 8 μήνας προσέλαβε καὶ ἄλλον συνεταιῖρον. Δύο ἔτη μετά τήν πρόσληψιν τοῦ δευτέρου συνεταιῖρου εὔρον, ὅτι ἐζημιώθησαν 22.400 δρχ. Πόση ζημία ἀναλογεῖ εἰς τόν καθένα;

Μ ά θ η μ α 158ον

3ον ΕΙΔΟΣ

ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΚΕΦΑΛΑΙΑ - ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟΣ Ο ΧΡΟΝΟΣ

Πρόβλημα

Τρεῖς ἔμποροι ἔκαναν Ἐταιρείαν καί ἐκέρδισαν δρ. 110.000. Ὁ α' κατέθεσεν 60.000 δρχ., ὁ β' 100.000 δρχ. καί ὁ γ' 600.000 δρχ.

Τοῦ α' τὰ χρήματα ἔμειναν εἰς τήν ἔταιρειάν 12 μῆνας, τοῦ β' 10 μῆνας καί τοῦ γ' 8 μῆνας. Πόσον κέρδος ἀναλογεῖ εἰς τόν καθένα;

Σκέψις

Ἐδῶ θά μερίσω τό κέρδος τῶν 110.000 δρχ. ἀναλόγως τῶν κεφαλαίων καί τοῦ χρόνου ἐκάστου κεφαλαίου τῶν ἐμπόρων. Διά τοῦτο θά πολλαπλασιάσω τόν μεριστέον ἀριθμόν 110.000 δρχ. ἐπί τό γινόμενον τοῦ κεφαλαίου ἐπί τόν χρόνον ἐκάστου κεφαλαίου καί θά διαιρέσω διά τοῦ ἀθροίσματος τῶν γινομένων τῶν κεφαλαίων καί τῶν χρόνων. Κάθε πηλίκον θά εἶναι τό κέρδος, τό ὁποῖον ἀναλογεῖ εἰς κάθε ἔμπορον.

Λύσις

<u>Μεριστέος ἀρ.</u>		<u>Μερίζοντες</u>	
110.000	α':	60.000X12	= 72 0000
	β':	100.000X10	= 100 0000
	γ':	60.000X 8	= 48 0000
			220 0000

Μερίδια

$$\alpha': \frac{110.000 \times 72}{220} = 36.000$$

$$\beta': \frac{110.000 \times 100}{220} = 50.000$$

$$\gamma: \frac{110.000 \times 48}{220} = \frac{24.000}{1} = 24.000$$

110.000

		<u>Απάντησις</u>	
	Ὁ α':	ἐπῆρε	36.000 δρχ.
	ὁ β':	"	50.000 "
καί	ὁ γ':	"	24.000 "
			<u>110.000</u> "

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

✓ 1) Ἐνας ἔμπορος ἤρχισεν ἐπιχείρησιν μέ 50000δρχ. Μετά 4 μῆνας προσέλαβε συνεταῖρον, ὁ ὁποῖος κατέθεσε 40.000 δρχ. καί μετά 3 μῆνας ἀπό τόν δεῦτερον προσέλαβε τρίτον συνεταῖρον, ὁ ὁποῖος κατέθεσεν 60.000 δρχ. Ἐνα ἔτος, ἀφ' ὅτου ἤρχισεν ἡ ἐπιχείρησις, εὔρον, ὅτι ἐκέρδισαν 61.000 δρχ.

Πόσον κέρδος ἀναλογεῖ εἰς τόν καθένα;

✓ 2) Τρεῖς συνεταῖροι ἔκαμαν ἐπιχείρησιν. Ὁ γ' ἐμπῆκεν εἰς τήν Ἑταιρείαν 8 μῆνας μετά τόν β' καί κατέθεσεν 640.000 δρχ., ὁ β' ἐμπῆκεν εἰς τήν Ἑταιρείαν 6 μῆνας μετά τόν α' καί κατέθεσεν 520.000 δρχ. Δύο χρόνια, ἀφ' ὅτου ἤρχισεν ὁ πρῶτος, ὁ ὁποῖος εἶχε καταθέσει 700.000 δρχ., εὔρον ὅτι ἐκέρδισαν 65.120 δρχ. Πόσον κέρδος ἀναλογεῖ εἰς τόν καθένα;

3) Ἐνας ἔμπορος κατέθεσε 40.000 δρχ. καί ἤρχισεν ἐπιχείρησιν. Μετά 8 μῆνας προσέλαβε συνεταῖρον, ὁ ὁποῖος κατέθεσε 30.000 δρχ. Δύο ἔτη, ἀφ' ὅτου ἤρχισεν ἡ ἐπιχείρησις, εὔρον, ὅτι ἐζημιώθησαν 43.200 δρχ. Πόση ζημία ἀναλογεῖ εἰς τόν καθένα;

Μ ά θ η μ α 159ον

1) Ἐνας ἔμπορος ἤρχισεν ἐπιχείρησιν μέ κεφάλαιον 18.000 δρχ. Μετά 25 ἡμέρας προσέλαβε συνεταῖρον, ὁ ὁποῖος κατέθεσεν 20.000 δρχ. καί μετά δύο μῆνας ἀπό τοῦτον προσέλαβε γ' συνεταῖρον, ὁ ὁποῖος κατέθεσε 15.000 δρχ.

Μετά 6 μῆνας ἀπὸ τῆς ἐνάρξεως τῆς ἐπιχειρήσεως εὗρον, ὅτι ἐκέρδισαν 155.300 δραχ. Πόσον κέρδος ἀναλογεῖ εἰς τὸν καθένα;

2) Ἐνας ἔμπορος ἤρχισεν ἐπιχειρήσιν καὶ κατέθεσεν 63.000 δραχ. Μετά 6 μῆνας προσέλαβε συνεταῖρον, ὁ ὁποῖος κατέθεσε τὰ $\frac{5}{7}$ τοῦ κεφαλαίου τοῦ α΄.

Δύο ἔτη μετὰ τὴν πρόσληψιν τοῦ β΄ εὗρον, ὅτι ἐκέρδισαν 89.100 δραχ. Ποῖον κέρδος ἀναλογεῖ εἰς τὸν καθένα;

3) Τρία ἀδελφία ἐκαλλιέργησαν ἓνα κτῆμα. Ὁ α΄ ἔβαλεν 24.000 δραχ., ὁ β΄ τὰ $\frac{3}{4}$ τοῦ α΄ καὶ ὁ γ΄ τὰ $\frac{4}{5}$ τοῦ β΄. Ὁ β΄ ἀδελφός κατέθεσε τὰ χρήματα 2 μῆνας μετὰ τὸν α΄ καὶ ὁ γ΄ 3 μῆνας μετὰ τὸν β΄. Μετά 1 χρόνον, ἀφ' οὔτου ὁ α΄ ἤρχισε τὴν καλλιέργειαν, εὗρον, ὅτι ἐκέρδισαν 22.752 δραχ. Πόσαι δραχ. κέρδος ἀναλογοῦν εἰς τὸν καθένα;

4) Τρεῖς ἔμποροι ἐκέρδισαν 66.816 δραχ. Ὁ α΄ εἶχε καταθέσει 11.600 δραχ., ὁ β΄ τὰ $\frac{3}{5}$ τοῦ α΄ καὶ ὁ γ΄ τὰ $\frac{4}{6}$ τοῦ β΄. Τοῦ α΄ τὰ χρήματα ἔμειναν εἰς τὴν ἐπιχείρησιν 1 ἔτος, τοῦ β΄ 8 μῆνας καὶ τοῦ γ΄ 6 μῆνας. Πόσων δραχ. κέρδος ἀναλογεῖ εἰς τὸν καθένα;

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β΄

Μάθημα 160όν

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ

Πρόβλημα

Ἐνας μαθητής ἐπῆρε τοὺς ἐξῆς βαθμούς κατὰ τὸ α΄ ἔξαμηνον:

Θρησκευτικὰ	10	Φυσ. Πειραματικὴ	9
Ἑλληνικὰ	9	Χημεία	8
Ἀριθμητικὴ	9	Γυμναστικὴ	10
Ἱστορία	9,5	Ὡδική	9
Γεωγραφία	8	Ἰχνογραφία	9,5
Φυσ. Ἱστορία	10	Καλλιγραφία	8

Ποῖος εἶναι ὁ γενικός βαθμός του κατά μέσον ὄρον;

Σκέψις

Διά νά εὔρω, ποῖος εἶναι ὁ γενικός βαθμός τοῦ μαθητοῦ, θά προσθέσω τούς βαθμούς. Τό ἄθροισμα αὐτῶν θά διαιρέσω διά τοῦ ἀριθμοῦ τῶν μαθημάτων, δηλ. διά τοῦ 12, ἐπειδή τά μαθήματα εἶναι 12.

Τό πηλίκον θά μοῦ φανερώσῃ τόν γενικόν βαθμόν τοῦ μαθητοῦ.

<u>Λύσις</u>	
10	
9	
9	
9,5	
8	
10	
9	
8	
10	
9	
9,5	
8	
109,0	12
= 100	9,08
=4	

Ἀπάντησις

Ὁ γενικός βαθμός τοῦ μαθητοῦ εἶναι 9,08.

ΚΑΝΩΝ:

Διά νά εὔρωμεν τόν μέσον ὄρον ὁμοειδῶν ἀριθμῶν, προσθέτομεν αὐτούς καί τό ἄθροισμά των διαιροῦμεν διά τοῦ ἀριθμοῦ, ὁ ὁποῖος παριστάνει τό πλῆθος τῶν ὁμοειδῶν ἀριθμῶν.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Ἐνας ἔμπορος εἰσέπραξε τήν Δευτέραν 8000 δρχ., τήν Τρίτην 6800, τήν Τετάρτην 9200, τήν Πέμπτην 7.800, τήν Παρασκευήν 7.400 καί τό Σάββατον 12.400. Πόσας δρχ. εἰσέπραξε κατά μέσον ὄρον τήν ἡμέραν;

2) Ἐνας οἰκογενειάρχης τήν Κυριακήν ἐξώδευσεν 68 δρχ. τήν Δευτέραν 72, τήν Τρίτην 64,5 δρχ. τήν Τετάρτην 69,2 δρχ. τήν Πέμπτην 104,5 δρχ., τήν Παρασκευήν 56δρχ.

καί τό Σάββατον 158,40 δρχ. Πόσας δρχ, ἐξώδευσεν κατά μέσον ὄρον τήν ἡμέραν;

3) Ἐνας μαθητής ἐπῆρε τοὺς ἐξῆς βαθμούς:

10 | 8 | 9 | 6,5 | 7 | 8,5 | 9 | 10 | 9,5 | 8 | καί 8
Ποῖος ὁ γενικός βαθμός αὐτοῦ;

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΓ΄

Μάθημα 161ον

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΙΞΕΩΣ

ΜΙΞΙΣ ἢ ΑΝΑΜΙΞΙΣ λέγεται ἡ ἀνάμιξις διαφόρων ποιοτήτων τοῦ ἰδίου πράγματος, ὥστε νά προκύψῃ μία νέα ποιότης.

1.- ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΙΞΕΩΣ Α' ΕΙΔΟΥΣ

Πρόβλημα

Ἀνέμιξεν ἕνας 35 κιλά λάδι τῶν 20 δρχ. τό κιλό μέ 15 κιλά λάδι τῶν 16 δρχ. τό κιλό. Ποία θά εἶναι ἡ τιμή τοῦ μίγματος;

Σκέψις

Θά εὕρω πρῶτον τήν ἀξίαν τῶν 35 κιλῶν. Διά τοῦτο θά πολλαπλασιάσω τό 35X20. Κατόπιν θά εὕρω τήν ἀξίαν τῶν 15 κιλῶν. Δι' αὐτό θά πολλαπλασιάσω τό 15X16. Κατόπιν θά προσθέσω τά γινόμενα. Τό ἄθροισμα αὐτό θά εἶναι ἡ ἀξία καί τῶν δύο εἰδῶν μαζί. Τοῦτο θά διαιρέσω διά τοῦ ἄθροίσματος τῶν κιλῶν.

Τό πηλίκον θά εἶναι ἡ τιμή τοῦ μίγματος.

Λύσις

$$\begin{array}{r} 35 \times 20 = 700 \\ 15 \times 16 = 240 \\ \hline 50 \qquad 940 \qquad \begin{array}{r} | 50 \\ \hline 18,8 \end{array} \\ 440 \\ 400 \\ \hline = \end{array}$$

Ἀπάντησις

Ὅστε ἡ τιμὴ τοῦ μίγματος θὰ εἶναι 18,80 δρχ.

Νὰ λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Ἐνας ἔμπορος ἀνέμιξε 240 κιλά κρᾶσι τῶν 3 δρχ., 180 κιλά τῶν 2 δρχ. καὶ 250 κιλά τῶν 3,20 δρχ. Ποία θὰ εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ ἑνὸς κιλοῦ τοῦ μίγματος;

2) Ἐνας χωρικός ἀνέμιξε 200 κιλά φακὴ τῶν 6 δρχ. τὸ κιλό, μέ 250 κιλά τῶν 3,80 δρχ. τὸ κιλό. Ποία θὰ εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ ἑνὸς κιλοῦ τοῦ μίγματος;

3) Ἀνέμιξε κάποιος 75 κιλά ρύζι τῶν 12 δρχ., μέ 105 κιλά τῶν 9 δρχ. Ποία εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ ἑνὸς κιλοῦ τοῦ μίγματος;

4) Ἀνέμιξε κάποιος 60 κιλά λάδι τῶν 20 δραχ. τὸ κιλό, μέ 80 κιλά τῶν 22 δρχ. καὶ μέ 60 κιλά τῶν 26 δρχ. Πόσον θὰ στοιχίξῃ τὸ ἕνα κιλό τοῦ μίγματος;

Μάθημα 1620ν

1) Ἐνας παντοπώλης ἀνέμιξε 480 κιλά ξύδι τῶν 1,20 δρχ. μέ 240 κιλά τῶν 0,80 δρχ. καὶ μέ 80 κιλά νερό. Ποία θὰ εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ κιλοῦ τοῦ μίγματος;

2) Ἐνας βουτυρέμπορος ἀνέμιξε 200 κιλά βούτυρον τῶν 42 δρχ., μέ 300 κιλά λίπος τῶν 22 δρχ. Ποία εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ ἑνὸς κιλοῦ τοῦ μίγματος;

3) Ἀνέμιξε κάποιος 100 κιλά λάδι τῶν 24 δρχ., μέ 75 κιλά τῶν 18 δρχ. καὶ μέ 50 κιλά τῶν 33 δρχ. καὶ θέλει νὰ πωλῇ τὸ κιλό τοῦ μίγματος μέ κέρδος 10%. Πόσον πρέπει νὰ πωλῇ τὸ κιλόν;

4) Ἐνας βουτυρέμπορος ἀνέμιξεν 25 κιλά βούτυρο τῶν 48 δρχ. τὸ κιλό, μέ 35 κιλά τῶν 32,80 δρχ. καὶ μέ 40 κιλά τῶν 41,30. Πόσον κοστίζει τὸ κιλόν τὸ μίγμα καὶ πόσον πρέπει νὰ πωλῇ τὸ κιλό, διὰ νὰ κερδίσῃ 30%;

Μάθημα 163ον

Παράδειγμα

Ένας φαρμακοποιός ανέμιξεν 120 κιλά καθαρό οινόπνευμα τῶν 100° με 180 κιλά οινόπνευμα τῶν 50° καί με 50 κιλά νερό.

Πόσων βαθμῶν θά εἶναι τό μῆγμα;

Λύσις

120X100°	=	12000	
180X 50°	=	9000	
<u>50X 0°</u>	=	<u>0000</u>	
350 κιλ.		21.000	350
		000	60°

Ἀπάντησις

Ὅστε τό μῆγμα θά εἶναι 60°.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Ένας ποτοποιός ανέμιξεν 80 κιλά ποτό τσέρυ οίνοπνεύματος 36°, με ἄλλα 120 κιλά οίνοπνεύματος 46°.

Ποῖος θά εἶναι ὁ βαθμός οίνοπνεύματος εἰς τό μῆγμα;

2) Ένας ποτοποιός ανέμιξε 48 κιλά κονιάκ οίνοπνεύματος 80°, με 192 κιλά κονιάκ οίνοπνεύματος 65°.

Ποῖος θά εἶναι ὁ βαθμός οίνοπνεύματος εἰς τό μῆγμα τοῦ κονιάκ;

3) Ἀνέμιξε κάποιος 60 κιλά καθαροῦ οίνοπνεύματος (100°), με 90 κιλά νερό, διά νά παρασκευάσῃ κολώνια. Πόσων βαθμῶν θά εἶναι τό μῆγμα τῆς κολώνιας;

Μάθημα 164ον

2.- ΚΡΑΜΑΤΑ

ΚΡΑΜΑ λέγεται ἡ ἀνάμιξις καί ἡ ἔνωσις πολλῶν μετάλλων εἰς ἓνα εἶδος.

Ὅλα τά μέταλλα ἔχουν τίτλον. Πολυτιμότερα ἀπό ὅλα εἶναι ὁ χρυσός.

Τόν χρυσόν ύπολογίζουν μέ τό καράτιον.

Όταν ό χρυσός είναι καθαρός, λέγομεν ότι είναι 24 καρατίων.

ΤΙΤΛΟΣ ἢ ΒΑΘΜΟΣ ΚΑΘΑΡΟΤΗΤΟΣ ενός μετάλλου λέγεται τό ποσόν τοῦ πολυτίμου μετάλλου, τό όποῖον περιέχεται εἰς τά 1.000 μέρη ενός κράματος.

Διά τοῦτο ό τίτλος ενός μετάλλου ἐκφράζεται εἰς χιλιοστά.

Πρόβλημα

Ένας χρυσοχός συγχωνεύει 25 γραμ. χρυσοῦ, βαθμοῦ καθαρότητος 0,900, μέ 35 γραμ. ἄλλου χρυσοῦ βαθμοῦ καθαρότητος 0,600.

Νά εὑρεθῆ ὁ τίτλος (ὁ βαθμός καθαρότητος) τοῦ κράματος.

Λύσις

$$\begin{array}{r} 25 \times 0,900 = 22,5 \\ 35 \times 0,600 = 21,0 \\ \hline 60 \qquad \qquad 43,5 \quad \left| \begin{array}{l} 60 \\ 0,725 \end{array} \right. \\ \qquad \qquad \qquad 1 \ 50 \\ \qquad \qquad \qquad 300 \\ \qquad \qquad \qquad = \end{array}$$

Ἀπάντησις

Ὡστε ὁ τίτλος τοῦ κράματος εἶναι 0,725.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Ένας χρυσοχός συγχωνεύει 225 γραμ. μετάλλου βαθμοῦ καθαρότητος 0,900, μέ 75 γραμ. μετάλλου βαθμοῦ καθαρότητος 0,700.

Ποῖος εἶναι ὁ βαθμός καθαρότητος τοῦ κράματος;

2) Ένας χρυσοχός συγχωνεύει 15 γραμ. χρυσοῦ βαθμοῦ καθαρότητος 0,900, μέ 30 γραμ. ἄλλου χρυσοῦ βαθμοῦ καθαρότητος 0,750. Νά εὑρεθῆ ὁ τίτλος τοῦ κράματος;

3) Ένας χρυσοχός ἀνέμιξεν 80 γραμ. μέταλλον βαθμοῦ καθαρότητος 0,760, μέ 160 γραμ. ἄλλου μετάλλου βαθμοῦ καθαρότητος 0,520.

Ποῖος εἶναι ὁ τίτλος τοῦ κράματος;

Μ ά θ η μ α 165ον

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

1) Γεωργός ανέμιξεν 60 κιλά σιτάρι τῶν 2,50 δρχ. τό κιλό, μέ 150 κιλά κριθάρι τῶν 1,80 δρχ. τό κιλό. Πόσον ἀξίζει ἡ τιμή τοῦ μίγματος;

2) Ἀνέμιξεν ἕνας χωρικός 300 κιλά κρασί τῶν 6 δρ. τό κιλό, μέ 100 κιλά τῶν 4 δρχ. Πόσον ἀξίζει ἡ τιμή τοῦ μίγματος;

3) Ἐνας χρυσοχόος ανέμιξεν 100 γραμ. χρυσοῦ βαθμοῦ καθαρότητος 0,700, μέ 150 γραμ. βαθμοῦ καθαρότητος 0,950.

Ποῖος εἶναι ὁ τίτλος τοῦ κράματος;

4) Ἐνας παντοπώλης ανέμιξεν 960 κιλά λάδι τῶν 20 δρχ. τό κιλό, μέ 1440 κιλά τῶν 30 δρχ. Ποία ἡ τιμή τοῦ μίγματος;

5) Ἐνας φαρμακοποιός ανέμιξεν 60 κιλά οἰνόπνευμα 80°, μέ 180 κιλά ἄλλου οἰνοπνεύματος 60°. Ποῖος εἶναι ὁ βαθμός τοῦ μίγματος;

Μ ά θ η μ α 166ον

3.- ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΙΞΕΩΣ Β' ΕΙΔΟΥΣ

Εἰς τά προβλήματα μίξεως Β' εἶδους γνωρίζομεν:

α) Τήν τιμήν τῆς μιᾶς μονάδος ἀπό κάθε εἶδος, πού ἀναμιγνύομεν.

β) Τήν ποιότητα τοῦ μίγματος καί τήν τιμήν τῆς μιᾶς μονάδος αὐτοῦ.

καί Ζητοῦμεν: πόσην ποσότητα θά πάρωμεν ἀπό κάθε εἶδος.

Πρόβλημα

Ἐνας παντοπώλης ἔχει ζάχαριν τῶν 12 δρχ. τό κιλό καί ζάχαριν τῶν 8 δρχ. τό κιλό καί θέλει νά σχηματίσῃ μίγμα 400 κιλῶν, τοῦ ὁποῖου τό κιλόν νά τιμᾶται 11 δρχ.

Πόσα κιλά πρέπει νά πάρη από κάθε είδος ζαχάρως;

Σκέψις

Ἐδῶ ἔχομεν πρόβλημα μίξεως Β' εἴδους. Ζητεῖται νά εὕρωμεν πόσα κιλά ζάχαριν θά πάρη ὁ παντοπώλης ἀπό κάθε εἶδος, διὰ νά πωλήσῃ τό μίγμα πρὸς 11 δρχ., ὥστε νά μὴν ζημιωθῇ, ἀλλὰ νά εἰσπράξῃ ἀπὸ τὰ 400 κιλά, ὅσα χρήματα θά εἰσέπραττεν, ἐάν ἐπώλῃ κάθε εἶδος χωριστά.

Ἀπὸ τό α' εἶδος, τό ὁποῖον πωλεῖται 12 δρχ., ἀφοῦ τό μίγμα θά τό πωλῇ 11 δρχ., θά χάνῃ 1 δραχμὴν καί ἀπὸ τό ἄλλο εἶδος, τό ὁποῖον πωλεῖ πρὸς 8 δρχ., θά κερδίζῃ, ἐάν τό πωλῇ 11 δρχ., 3 δρχμάς.

Τώρα θά μερίσω τὰ 400 κιλά ἀναλόγως τῆς 1 δραχ. πού χάνει ἀπὸ τό α' εἶδος καί ἀναλόγως τῶν 3 δρχ. πού κερδίζει ἀπὸ τό β' εἶδος. Διὰ τοῦτο θά πολλαπλασιάσω τὰ 400 κιλά ἐπὶ τό 1 καί θά διαιρέσω διὰ τοῦ ἀθροίσματος τοῦ κέρδους τῶν δύο εἰδῶν. Τό πηλίκον θά μοῦ φανερώσῃ πόσα κιλά θά πάρη ἀπὸ τό α' εἶδος. Κατόπιν θά πολλαπλασιάσω τὰ 400 κιλά ἐπὶ τό 3 καί θά διαιρέσω διὰ τοῦ ἀθροίσματος τοῦ κέρδους τῶν δύο εἰδῶν. Τό πηλίκον θά μοῦ φανερώσῃ πόσα κιλά θά πάρη ἀπὸ τό 2ον εἶδος.

		<u>Λύσις</u>	
Ποσότης μίγματος:	α' ποιότης	12 δρχ.	3 δρχ.
400 κιλά	β' ποιότης	8	<u>1</u> 4 δρχ.

$$\alpha' \text{ ποιότης } \frac{100}{400 \times 3} = 300 \text{ κιλά}$$

$$\beta' \text{ ποιότης } \frac{100}{400 \times 1} = 100 \text{ κιλά}$$

Ἀπάντησις

Θά πάρη 300 κιλά ζάχαριν ἀπὸ τὴν ποιότητα τῶν 12 δρχ. καί 100 κιλά ἀπὸ τὴν ποιότητα τῶν 8 δρχ.

Νά λυθοῦν τὰ προβλήματα:

1) Ἐνας βουτυρέμπορος ἔχει βούτυρον τῶν 48 δραχ. τὸ κιλό καὶ λίπος τῶν 32 δραχ. τὸ κιλό καὶ θέλει νά σχηματίσῃ μίγμα 200 κιλῶν, τοῦ ὁποίου τὸ κιλό νά τιμᾶται 44 δραχ. Πόσα κιλά πρέπει νά λάβῃ ἀπὸ κάθε εἶδος;

2) Ἐχει ἄποιοις χωριῖος κρασί τῶν 5 δραχ. τὸ κιλό καὶ κρασί τῶν 3,60 δραχ. τὸ κιλό καὶ θέλει νά σχηματίσῃ μίγμα 210 κιλῶν, τὸ ὁποῖον νά πωλῇ πρὸς 4,20 δραχ. τὸ κιλό. Πόσα κιλά πρέπει νά λάβῃ ἀπὸ κάθε εἶδος;

3) Ἐνας ἀλευρέμπορος ἔχει δύο εἶδη ἀλεύρου. Τοῦ α' εἶδους τὸ κιλό τιμᾶται 4,80 δραχ. καὶ τοῦ β' 3,60 δραχ. Πόσα κιλά πρέπει νά πάρῃ ἀπὸ κάθε εἶδος διὰ νά σχηματίσῃ μίγμα 1200 κιλῶν, τὸ ὁποῖον νά πωλῇ πρὸς 5 δραχ. τὸ κιλό;

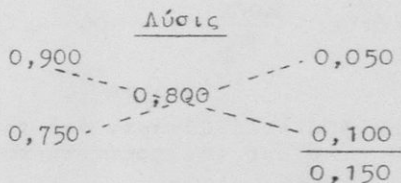
4) Ἐνας ἔμπορος ἔχει βούτυρον τῶν 40 δραχ. τὸ κιλό καὶ λίπος τῶν 16 δραχ. τὸ κιλό. Πόσα κιλά πρέπει νά λάβῃ ἀπὸ κάθε εἶδος διὰ νά σχηματίσῃ μίγμα 120 κιλῶν, τὸ ὁποῖον νά πωλῇ πρὸς 25 δραχ. τὸ κιλό;

Μ α θ η μ α 167ον

4.- ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΡΑΜΑΤΩΝ Β' ΕΙΔΟΥΣ

Πρόβλημα

Ἐνας χρυσοχόος ἔχει δύο εἶδη κράματος χρυσοῦ. Τοῦ α' εἶδους ὁ τίτλος εἶναι 0,900, τοῦ δέ β' 0,750. Θέλει νά σχηματίσῃ κράμα 90 γραμ. μέ τίτλον 0,800. Πόσον πρέπει νά λάβῃ ἀπὸ κάθε εἶδος;



$$\alpha: \frac{\overset{6}{90\cancel{x}0,05\cancel{0}}}{\underset{\overset{1}{0,15\cancel{0}}}{1}} = 30 \text{ γραμ.}$$

$$\beta: \frac{\overset{6}{90\cancel{x}0,10\cancel{0}}}{\underset{\overset{1}{0,15\cancel{0}}}{1}} = \frac{60}{\underline{\underline{90}}} \text{ γραμ.}$$

Ἀπάντησις

Ὅστε θά πάρη 30 γραμ. χρυσοῦ τίτλου 0,900 καί 60 γραμ. χρυσοῦ τίτλου 0,750.

Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

√1) Ἐνας χρυσοχόος ἔχει δύο κράματα χρυσοῦ. Τό α' ἔχει τίτλον 0,900 καί τό β' 0,870. Θέλει νά κάμη κόσμημα βάρους 50 γραμ. μέ τίτλον 0,890. Πόσον χρυσόν πρέπει νά λάβη ἀπό κάθε εἶδος;

√2) Ἐνας χρυσοχόος ἔχει δύο κράματα ἀργύρου. Τό α' ἔχει τίτλον 0,900 καί τό β' 0,840. Θέλει νά κάμη κόσμημα βάρους 100 γραμ. μέ τίτλον 0,880. Πόσον πρέπει νά λάβη ἀπό κάθε εἶδος;

√3) Ἐνας χρυσοχόος ἔκαμε ἕνα κόσμημα βάρους 80 γραμ. καί ἀνέμιξε χρυσάφι τίτλου 0,920, μέ χρυσάφι τίτλου 0,900. Τό κράμα, τό ὁποῖον ἔκαμε, εἶχε τίτλον 0,9125. Πόσα γραμ. χρυσάφι ἐπῆρην ἀπό κάθε εἶδος χρυσοῦ;

Μ ᾶ θ η μ α 168ον

Ἀσκήσεις πρὸς ἐπανάληψιν:

1) Νά γίνουιν αἱ πράξεις:

$$\alpha) 9,5 + 8 \frac{2}{3} + 7,75 + 6 \frac{1}{4}$$

$$\beta) 100 - 56 \frac{3}{4}$$

$$\gamma) 7,5 \times 6 \frac{1}{2}$$

$$\delta) \frac{8}{5} : \frac{2}{3}$$

$$\epsilon) \frac{9}{4} : 1 \frac{2}{5}$$

$$\sigma\tau) 19 \frac{1}{5} : 2,5$$

2) Νά γίνουν ημέρες:

α) 6 έτη, 3 μήνες και 20 ήμέραι.

β) 5 μήνες και 15 ήμέραι.

3) Νά γίνουν αί αφαιρέσεις:

$$\alpha) \begin{array}{r} 1960 \text{ χρ.} \quad 3 \text{ μ\eta\text{ν.}} \quad 10 \text{ ήμ.} \\ -1924 \text{ " } \quad 2 \text{ " } \quad 21 \text{ " } \\ \hline \end{array}$$

$$\beta) \begin{array}{r} 6 \text{ λίρ.} \quad 7 \text{ σελ.} \quad 8 \text{ πέν.} \quad 2 \text{ φαρδ.} \\ -5 \text{ " } \quad 2 \text{ " } \quad 9 \text{ " } \quad 3 \text{ " } \\ \hline \end{array}$$

$$\gamma) \begin{array}{r} 1924 \text{ χρ.} \quad 5 \text{ μ\eta\text{ν.}} \quad 18 \text{ ήμ.} \\ -1910 \text{ " } \quad 9 \text{ " } \quad 10 \text{ " } \\ \hline \end{array}$$

4) Νά γίνουν χρόνος:

$$\alpha) \frac{24}{18}$$

$$\beta) \frac{9}{12}$$

$$\gamma) \frac{5}{15}$$

5) Νά λυθοῦν τά προβλήματα:

α) Μία σιταποθήκη χωρεῖ 1000 κιλά και 600 γραμ. και ἔχει σιτάρι μέχρι τά $\frac{3}{4}$ αὐτῆς. Πόσο σιτάρι ἔχει;

β) Τά $\frac{5}{8}$ ενός τεμαχίου ὑφάσματος εἶναι 45 μέτρα και 5 παλ. Πόσον εἶναι ὅλον τό τεμάχιον;

γ) Ἐμπορος ἠγόρασεν ἔμπορεύματα ἀξίας 34.560 δρχ. και τά ἐπώλησεν ἀντί 41.472 δρχ. Πόσον τοῖς % ἐκέρδισεν;

δ) Τά 8 μέτρα ὑφάσματος κοστίζουν 1728δρ. Πόσον κοστίζουν 15 μέτρα και 3 παλ. τοῦ ἰδίου ὑφάσματος;

ε) Μέ 15 κιλά νήμα κάνομεν ύφασμα 25μ. μήκους και πλάτους 0,32 μ. Μέ 21 κιλά, νήμα πόσον ύφασμα θά κάνομεν, εάν τό πλάτος αὐτοῦ εἶναι 0,40 μ.;

Μ ά θ η μ α 169ον

1) Εἰς πόσον χρόνον κεφάλαιον 72.000 δρχ., τοικιζόμενον πρὸς 4%, γίνεται μαζί μέ τούς τόκους του 80000 δρχ.;

2) Ἐπί πόσον χρόνον πρέπει νά τοικισθῆ ἓνα κεφάλαιον πρὸς 12%, διά νά φέρη τόκον ἴσον μέ τά $\frac{3}{4}$ τοῦ κεφαλαίου;

3) Ἐνας ἔμπορος ἐδανείσθη ἀπό τήν Τράπεζαν δρχ. 170.000. Τό δάνειον ἔγινε πρὸς 6% καί ἐξεφλήθη ἀντί δρ. 176.800. Πόσον χρόνον διήρνεσε τό δάνειον;

Μ ά θ η μ α 170όν

1) Γραμμάτιον 4.800 δρχ. προεξωφλήθη, 5 μήνας πρό τῆς λήξεώς του, ἀντί 4.600 δρχ. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἔγινεν ἡ προεξόφλησις;

2) Ἐνα γραμμάτιον ἦτο πληρωτέον τήν 10ην Μαρτίου καί προεξωφλήθη τήν 20ήν Ἰανουαρίου πρὸς 6%. Ποία ἦτο ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου, εάν ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις ἦτο 150 δρχ.;

3) Ἐμπορος ἤρχισεν ἐπιχείρησιν. Μετά 3 μήνας προσέλαβε συνεταῖρον, ὃ ὀποῖος κατέθεσε τό αὐτό ποσόν. 6 μήνας μετά τήν πρόσληψιν τοῦ συνεταίρου εὗρον, ὅτι ἐκέρδισαν 27.000 δρχ. Πόσον κέρδος θά λάβῃ ἕκαστος;

Σωλήριος Λουιιάλος
σχολ. έτος 1964-1965.

ΕΡΓΑΣΙΑΙ ΤΗΣ ΙΔΙΑΣ

- 1) Γραμματική Διά τὴν Γ' τάξιν Δημοτ.
- 2) Γυμνάσματα Γραμματικῆς . . . » » Δ! » »
- 3) Γραμματικὴ καὶ Ἀσκήσεις . . » » Ε! » »
- 4) Ἀσκήσεις καὶ Προβλήματα Ἀριθμητικῆς » » Γ! » »
- 5) Ἀσκήσεις καὶ Προβλήματα Ἀριθμητικῆς » » Δ! » »
- 6) Ἀσκήσεις καὶ Προβλήματα Ἀριθμητικῆς » » Ε! » »
- 7) Ἀσκήσεις καὶ Προβλήματα Ἀριθμητικῆς » » ΣΤ! » »

ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΠΑΡΑΚΑΤΑΘΗΚΗ ΠΑΡΑ ΤΗ, ΙΔΙΑ,
Τηλέφωνον: 962.101