

Π. ΠΟΥΝΤΖΑ  
ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



Συστάθηκε από το Υπουργείον Παιδείας (Αριθ. Έγκυκλ. 8903-25--2-1947).

ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ



ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ  
"ΤΟΥΛΑΣ - ΜΑΥΡΑΚΟΣ,,  
ΕΡΜΟΥ 45 ΠΑΤΡΑΙ  
1947

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

15.000

2

8

8

42099

Π. ΠΟΥΝΤΖΑ  
ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

# ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

ΔΙΑ ΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΑΣ ΤΗΣ ΣΤ' ΤΑΞΕΩΣ  
ΔΗΜΟΤΙΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ

ΕΚΔΟΣΙΣ .Β.



ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ  
"ΤΟΥΛΑΣ - ΜΑΥΡΑΚΟΣ"

ΕΤΟΣ ΙΔΡΥΣΕΩΣ 1868

ΕΡΜΟΥ 45-ΠΑΤΡΑΙ

1948

Πάν γνήσιον αντίτυπον φέρει τὴν ὑπογραφήν τοῦ συγγραφέως

*Λ. Π. Σιγφαι*



## ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

### ΑΠΛΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

#### Α' ΠΟΣΑ

8 τετράδια, 4 βιβλία, 50 δραχμαί εἶνε ποσά.

Ὅνομάσατε καὶ σεῖς τρία ποσά.

Ὅνομάσατε δύο ποσά πού ἀγοράσατε ἀπὸ ἕνα βιβλιοπωλεῖον καὶ ἄλλα τρία ποσά πού ἀγοράσατε ἀπὸ ἕνα παντοπωλεῖον.

#### Ποσὰ ἀνάλογα

Ἄπὸ μνήμης. 1) 4 πέννες ἀξίζουν 200 δραχ. Πόσον ἀξίζουν οἱ διπλάσιες πέννες; οἱ τριπλάσιες;

Πόσα ποσά βλέπετε εἰς τὸ πρόβλημα αὐτό; καὶ ποῖα εἶνε;

Ὅταν διπλασιάσωμεν τὰς πέννας πόσας δραχ. θὰ δώσωμεν;

Ποῖαν σχέσιν ἔχουν μεταξύ των τὰ ποσά αὐτά;

2) Διὰ νὰ ἀγοράσωμεν 5 πήχεις ὑφάσματος ἐδώσαμεν 1800 δραχμάς. Πόσον θὰ δώσωμεν διὰ νὰ ἀγοράσωμεν 10 πήχεις; καὶ πόσον διὰ 15;

Πόσα καὶ ποῖα ποσά παρατηρεῖτε εἰς τὸ πρόβλημα αὐτό;

Ποῖαν σχέσιν ἔχουν μεταξύ των;

3) 6 ἐργάται πέρνουν τὴν ὥρα 800 δραχμές· πόσον παίρνουν διὰ 2 ὥρας; καὶ πόσον διὰ 4 ὥρας;

Ποῖαν σχέσιν ἔχουν τὸ ποσὸν τῶν ὥρῶν καὶ τὸ ποσὸν τῶν δραχμῶν;

4) Πότε δύο ποσά λέγονται ἀνάλογα;

Λέγετε καὶ σεῖς δύο προβλήματα μὲ ποσά ἀνάλογα.

#### Ποσὰ ἀντίστροφα

1) Ἄν 4 ἐργάτες σκάπτουν ἕνα κτῆμα σὲ 6 ἡμέρες οἱ δι-

πλάσιοι ἐργάτες εἰς πόσας ἡμέρας θὰ σκάψουν τὸ αὐτὸ κτῆμα;

Τὸ ποσὸν τῶν ἐργατῶν καὶ τῶν ἡμερῶν ποῖαν σχέσιν ἔχουν;

2) Διὰ νὰ τρέξῃ ἓνα αὐτοκίνητον ἀπὸ τὰς Πάτρας μέχρι τοῦ Αἰγίου θέλει 2 ὥρας ὅταν τρέχῃ μὲ 20 χιλιόμετρα τὴν ὥραν· πόσας ὥρας θέλει ὅταν τρέχῃ μὲ 40 χιλιόμετρα τὴν ὥραν; καὶ πόσας ὅταν τρέχῃ μὲ 10 χλμ. τὴν ὥραν;

Ποῖα ποσὰ ἔχωμεν εἰς τὸ πρόβλημα αὐτὸ καὶ ποῖαν σχέσιν ἔχουν;

3) Ἐνα αὐτοκίνητον ἀπὸ τὰς Πάτρας μέχρι τῶν Ἀθηνῶν χρειάζεται 10 ὥρας ἂν τρέχῃ μὲ 24 χλμ. τὴν ὥραν· πόσας ὥρας χρειάζεται ἂν τρέχῃ μὲ 48 χλμ.;

Ποῖα ποσὰ ἔχομεν εἰς τὸ πρόβλημα αὐτό; Τί σχέσιν ἔχουν;

Τί λέγεται ταχύτης αὐτοκινήτου ἢ σιδηροδρόμου ἢ ἀτμοπλοίου;

Πότε δύο ποσὰ λέγονται ἀντίστροφα;

Λέγεται καὶ σεῖς ἓνα πρόβλημα μὲ δύο ποσὰ ἀντίστροφα;

### Προβλήματα μὲ ποσὰ ἀνάλογα

*Γραπτῶς.* 1. 5 τετράδια ἀξίζουν 1000 δραχμᾶς· πόσον ἀξίζουν τὰ 7 τετράδια;

*Δύσις α'* (Μὲ τὴν ἀναγωγήν εἰς τὴν μονάδα)

Ἀφοῦ τὰ 5 τετράδια ἀξίζουν 1000 δραχ.

τὸ 1 » ἀξίζει  $\frac{1000}{5}$

Καὶ τὰ 7 » ἀξίζουν  $\frac{1000 \times 7}{5} = 1400$  δραχ.

*Δύσις β'* Τὸ πρόβλημα αὐτὸ δυνάμεθα νὰ τὸ λύσωμεν καὶ κατ' ἄλλον τρόπον.

*Κατατάσσομεν τὸ πρόβλημα*

5	τετρ.	1000	δραχ.
7	»	X	»

*Σύγκρισις ποσῶν.* Κατ' ἀρχὰς συγκρίνομεν τὰ τετράδια μὲ τὰς δραχμᾶς· ἐπομένως τὰ ποσὰ εἶνε ἀνάλογα καὶ τότε

Διὰ νὰ εὐρῶμεν τὸ X πολλαπλασιάζομεν τὸν ἄνω ἀριθμὸν 1000 ἐπὶ τὸ κλάσμα  $\frac{5}{7}$  ἀντεστραμμένον ἐπειδὴ τὰ ποσὰ εἶνε ἀνάλογα.

επομένως:  $X = \frac{1000 \times 7}{5} = 1400$  δραχ.

2. 5 πήχεις και 2 ρούπια κορδέλλα αξίζουν 840 δραχμάς· πόσον αξίζουν οι 3 πήχεις;

Κατατάσσομεν τὸ πρόβλημα

$$\begin{array}{r} 5 \text{ πήχ.} \quad 2 \text{ ρ.} \quad \quad \quad 840 \text{ δραχ.} \\ 3 \text{ πήχ} \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad X \\ \hline \end{array}$$

Ἐπειδὴ τὸ ποσὸν τῆς κορδέλλας παρίσταται μὲ συμμιγεῖς ἀριθμοὺς τρέπομεν τοὺς πήχεις καὶ τὰ ρούπια εἰς ρούπια καὶ τότε ἡ κατάταξις θὰ γίνῃ:

$$\begin{array}{r} \frac{42}{24} \text{ ρούπια} \quad \quad \quad \frac{840}{X} \text{ δραχ.} \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Καὶ } X = \frac{840 \times 42}{24} = 480 \text{ δραχ.}$$

Τὸ ἴδιον πρόβλημα μπορούσαμε νὰ τὸ λύσωμε μὲ τὴν ἀναγωγή εἰς τὴν μονάδα καὶ νὰ εὕρωμεν τὸ αὐτὸ ἐξαγόμενον 480 δραχ.

3. Ἐάν 3 ὄκ. ξύλα ἔχουν 750 δραχ. πόσον ἔχουν 7 ὄκ. ξύλα
4. 10 ἐργάται σκάπτουν τέσσαρα στρέμματα ἀπὸ ἓνα ἀμπέλι. Οἱ 20 ἐργάται πόσα στρέμματα θὰ σκάψουν;
5. Μία ὑφάντρια ὑφαίνει σὲ 4 ὥρες 3 μέτρα ὑφάσματος· πόσα μέτρα θὰ ὑφάνῃ σὲ 10 ὥρες;
6. Διὰ νὰ ράψωμε 3 ποδιές γιὰ ἓνα παιδί χρειζόμεθα 9 πήχ. ἀπὸ ἓνα ὑφασμα· πόσον ὑφασμα χρειζόμεθα διὰ 5 ποδιές;
7. Ἡ Μαρία σὲ 3 ὥρες πλέκει 4 πήχεις δαντέλλα· πόσον θὰ πλέξῃ σὲ 5 ὥρες;
8. Ἀπὸ 100 ὄκ. ἀλευρι γίνονται 130 ὄκ. ψωμί· πόσο ἀλευρι χρειάζεται διὰ νὰ γίνουν 650 ὄκ. ψωμί;
9. 5 ὄκ. καὶ 100 δράμια ἀλάτι αξίζουν 1050 δραχ. πόσον αξίζουν 3 ὄκ. ἀλάτι;
10. 3,8 μέτρα ὑφασμα αξίζουν 7600 δραχ. Πόσον αξίζουν 2,5 μ.;
11. Ἐάν 3 ὄκ. πατάτες ἔχουν 2700 δραχ. πόσον ἔχουν 5,5 ὄκ.
12. Ἐν ἀτμόπλοιον εἰς 5,5 ὥρας καίει 2,5 τόνους κάρβουνο. Πόσον θὰ κάψῃ εἰς 11 ὥρας;

13. 12 στρατιῶται θέλουν 9 ὄκ. ψωμί τὴν ἡμέραν· πόσον θέλουν οἱ 16 στρατιῶται;

14. "Αν διὰ δύο ἐνδυμασίας θέλωμεν  $6\frac{2}{5}$  μέτρα ὑφάσμα τος πόσον θέλωμεν διὰ 7 ὁμοίας ἐνδυμασίας;

15. Μία οἰκογένεια χρειάζεται κάθε 15 ἡμέρας  $\frac{3}{4}$  ὄκ. ζάχαρι· πόσον χρειάζεται διὰ 40 ἡμέρας;

16. 3 στατήρες καὶ 8 ὄκ κάρβουνο ἀξίζουν 14140 δραχ. Πόσον ἀξίζουν 2 στατήρες καὶ 2 ὀκάδες;

### Προβλήματα με ποσὰ ἀντίστροφα

*Γροπιῶς.* 1. 4 ἐργάτες τελειώνουν ἓνα ἔργον σὲ 21 ἡμέρας· οἱ 2 ἐργάτες εἰς πόσας ἡμέρας θα τελειώσουν τὸ ἔργον;

*Δύσις α' (Μὲ τὴν ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα).*

Ἄφοῦ οἱ 4 ἐργ. θέλουν 11 ἡμ.

ὁ 1 » θέλει  $4 \times 21$

Καὶ οἱ 7 » θέλουν  $\frac{4 \times 21}{7} = 12$  ἡμ.

*Δύσις β'* Τὸ πρόβλημα αὐτὸ δυνάμεθα νὰ τὸ λύσωμεν καὶ ἄλλως. Βλέπομεν ὅτι τὰ ποσὰ τῶν ἐργατῶν καὶ τῶν ἡμερῶν εἶνε ἀντίστροφα διότι ἂν διπλασιασθοῦν οἱ ἐργάται τότε θὰ τελειώσουν τὸ ἔργον εἰς τὰς ἡμισείας ἡμέρας.

Κατατάσσομεν τὸ πρόβλημα

$$\begin{array}{r} 4 \text{ ἐργ.} \\ 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 21 \text{ ἡμ} \\ X \end{array}$$

$$X = \frac{21 \times 4}{7} = 12 \text{ ἡμ.}$$

Ἐπομένως διὰ νὰ εὑρωμεν τὸ X πολλαπλασιάζομεν τὸν ἄνω αὐτοῦ ἀριθμὸν 21 ἐπὶ τὸ κλάσμα  $\frac{4}{7}$  ὅπως ἔχει διότι τὰ ποσὰ εἶνε ἀντίστροφα.

2. 126 στρατιῶται ἔχουν τροφὰς διὰ 45 ἡμέρας· πόσοι

στρατιώται θά περάσουν με τās ίδιās τροφās 60 ήμέρας ;

3. 'Ο σιδηρόδρομος όταν τρέχη 40 χλμ. τήν ώραν διατρέχει μίαν απόστασιν εις 9 ώρας' όταν τρέχη με 60 χλμ. εις πόσας ώρας θά διατρέξη τήν ίδιαν απόστασιν ;

4. 15 έργάται διά νά ανοίξουν ένα χαντάκι χρειάζονται 8 ήμέρας' πόσοι έργάται χρειάζονται διά νά ανοίξουν τό χαντάκι εις 5 ήμέρας ;

5. Μία άμαξα πού τρέχει με 5 χιλιόμετρα τήν ώρα διατρέχει μίαν απόστασιν εις 8 ώρας' αν τρέχη με 6 χλμ. τήν ώρα εις πόσας ώρας θά διατρέξη τήν ίδιαν απόστασιν ;

~~6~~ "Ενα άτμόπλοιον με ταχύτητα 9 μιλίων τήν ώρα διανύει τό διάστημα από Πατρών μέχρι Πειραιώς εις 13 ώρας' εαν έχη ταχύτητα 15 μίλλια εις πόσας ώρας θά διανύση τήν απόστασιν αυτήν ;

~~7~~ "Αν τό πλάτος ενός ύφάσματος είναι 6 ρούπια θέλομεν 8 πήχεις δι' ένα φόρεμα, αν τό πλάτος είναι 9 ρούπια πόσους πήχεις θέλομεν διά τό αυτό φόρεμα ;

~~8~~ 8 θερισται θερίζουν ένα χωράφι σε 12 ήμέρας' οι 10 θερισται σε πόσας ήμέρας θά θερίσουν τό ίδιο χωράφι ;

9. Διά νά πλακοστρώσωμεν μίαν αύλήν χρειάζομεθα 120 πλάκες πού έχουν μήκος και πλάτος 0,30 μέτρα' αν οι πλάκες έχουν μήκος και πλάτος 0,45 μ. πόσες πλάκες χρειάζομεθα ;

~~10~~ 60 οικότροφοι μαθηται έχουν τρόφιμα διά 18 ήμέρας. Πόσοι μαθηται θά περάσουν με τά ίδια τρόφιμα διά 24 ήμέρας ;

~~11~~ 420 στρατιώται έχουν τροφās διά 40 ήμέρας. αν φύγουν οι 120 στρατιώται διά πόσας ήμέρας θ' άρκέσουν τά τρόφιμα διά τούς ύπολοίπους ;

~~12~~ Διά νά γίνη τό πάτωμα ενός δωματίου χρειάζομεθα 30 σανίδες πού έχουν πλάτος 0,20 μ. Πόσες σανίδες χρειάζομεθα αν τό πλάτος είναι 0,30 μ. ;

~~13~~

## ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

### Προβλήματα με ποσά ανάλογα

**Γραπιῶς.** 1. 3 ἐργάται εἰς 6 ἡμέρας παίρνουν 120.000 δραχ. Οἱ 5 ἐργάται εἰς 9 ἡμέρας πόσας δραχμάς θὰ λάβουν;

**Δύσις α'** Ἀφοῦ οἱ 3 ἐργ. εἰς 6 ἡμ. 120000 δραχ.

$$\gg 1 \gg \gg \gg \frac{120000}{3}$$

$$\gg 5 \gg \gg \gg \frac{120000 \times 5}{3}$$

$$\gg 5 \gg \gg 1 \gg \frac{120000 \times 5}{3 \times 6}$$

$$\gg 5 \gg \gg 9 \gg \frac{120000 \times 5 \times 9}{3 \times 6} =$$

$$= 300.000 \text{ δραχ.}$$

**Δύσις β'** Κατατάσσομεν τὸ πρόβλημα

$$\frac{3 \text{ ἐργ.}}{5} \quad \frac{6 \text{ ἡμ.}}{9} \quad \frac{120000 \text{ δραχ.}}{X}$$

Συγκρίνομεν πρῶτον τοὺς ἐργάτας μὲ τὰς δραχμάς καὶ εὐρίσκομεν ὅτι τὰ ποσὰ αὐτὰ εἶνε ἀνάλογα, κατόπιν συγκρίνομεν τὰς ἡμέρας μὲ τὰς δραχμάς καὶ εὐρίσκομεν πάλιν ὅτι καὶ τὰ ποσὰ αὐτὰ εἶναι ἀνάλογα καὶ τότε τὰ κλάσματα  $\frac{3}{5}$  καὶ  $\frac{6}{9}$  τὰ θέ-

τομεν *ἀντεστραμμένα* καὶ θὰ ἔχωμεν  $X = 120000 \times \frac{5}{3} \times \frac{9}{6} =$   
 $= 300.000 \text{ δραχ.}$

2. 6 ἐργάται ἐργαζόμενοι 8 ὥρας τὴν ἡμέραν σκάπτουν ἓνα χωράφι σὲ 12 ἡμέρας· εἰς πόσας ἡμέρας θὰ σκάψουν οἱ 4 ἐργάται ἂν ἐργάζωνται 9 ὥρας τὴν ἡμέραν;

Κατάταξις τοῦ προβλήματος

$$\frac{6 \text{ ἐργ.}}{4} \quad \frac{8 \text{ ὥρ.}}{9} \quad \frac{12 \text{ ἡμ.}}{X}$$

Συγκρίνοντες τὰ ποσὰ μὲ τὸ ποσὸν τοῦ ἀγνώστου δηλ. τῶν ἡ-



μερῶν εὐρίσκομεν ὅτι εἶναι ἀντίστροφα καὶ τότε

$$X = 12 \times \frac{25}{20} \times \frac{10}{12} = 16 \text{ ἡμέρας}$$

~~2. αὐτοῦ;~~ Ἐνα οἰκόπεδον μήκους 25 μ. καὶ πλάτους 10 μ. στοιχίζει 80000 δραχ. πόσον θὰ ἐστοιχίζε ἂν εἶχε μήκος 20 μ καὶ πλάτος 12 μ.

~~4.~~ Διὰ νὰ πλακοστρώσωμεν μίαν αὐλήν χρειαζόμεθα 120 πλάκες πού ἔχουν μήκος 0,30 μ. καὶ πλάτος 0,20 μ. Πόσες πλάκες χρειαζόμεθα ἂν τὸ μήκος καὶ τὸ πλάτος εἶναι 0,15 μ.; *15 μνησῶ*

~~5.~~ Ὅταν ἐξοδεύω τὴν ἡμέραν δραχ. 2500 περνῶ 12 ἡμέρας με 30.000 δραχ. Πόσα πρέπει νὰ ἐξοδεύω τὴν ἡμέραν γιὰ νὰ περάσω ἕνα μῆνα με 90.000 δραχμάς;

~~6.~~ Μὲ 80 πήχεις ὑφάσματος κατασκευάζομεν 10 σεντόνια ἂν τὸ πλάτος του εἶνε 0,60 μ. Πόσους πήχεις χρειαζόμεθα διὰ 12 σεντόνια ὅμοια ἂν τὸ πλάτος τοῦ ὑφάσματος εἶνε 0,75 μ.;

~~7.~~ Διὰ νὰ θρέψωμεν 16 μαθητὰς ἐπὶ 6 ἡμέρας χρειαζόμεθα 4 λίρας· πόσας λίρας χρειαζόμεθα διὰ 20 μαθητὰς ἐπὶ 3 ἡμ.;

~~8.~~ Ἐνα αὐτοκίνητον με ταχύτητα 40 χλμ. τὴν ὥραν εἰς 5 ὥρας διατρέχει 200 χλμ., ἂν ἡ ταχύτης αὐτοῦ αὐξηθῆ κατὰ τὸ  $\frac{1}{4}$  εἰς πόσας ὥρας θὰ διατρέξῃ διπλασίαν ἀπόστασιν; *400*

~~9.~~ Μία οἰκογένεια θέλει  $1\frac{1}{2}$  ὄκ. βούτυρο διὰ νὰ περάσῃ 15 ἡμέρας ἂν ἐξοδεύῃ τὴν ἡμέραν 40 δραχ. Πόσον πρέπει νὰ ἐξοδεύῃ τὴν ἡμέραν ὥστε σὲ 20 ἡμέρας νὰ χαλάσῃ  $2\frac{1}{2}$  ὄκ βούτυρο;

~~10.~~ 9 ἐργάται ἐργαζόμενοι ἐπὶ 12 ἡμέρας τελειώνουν τὰ  $\frac{3}{5}$  ἑνὸς ἔργου· 6 ἐργάται εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τελειώσουν τὸ ἔργον;

~~11.~~ Μία πλάκα σιδηρᾶ πού ἔχει μήκος 0,80 μ., πλάτος 0,12 μ. καὶ πάχος 0,02 μ. ζυγίζει 15 ὀκάδες· πόσον ζυγίζει ἄλλη πλάκα πού ἔχει μήκος 0,60 μ., πλάτος 0,20 μ. καὶ πάχος 0,05 μ.;

~~12.~~ 5 ἀγελάδες διὰ 20 ἡμέρας χρειάζονται 300 ὄκ. χορτάρη· 8 ἀγελάδες πόσον χορτάρη χρειάζονται διὰ 1 μῆνα καὶ 10 ἡμέρας;

~~13.~~ Διὰ νὰ κατασκευάσωμεν τρεῖς φανέλλες χρειαζόμεθα 10,5 μέτρα ὑφάσματος πού ἔχει πλάτος 0,80 μ. διὰ 12 φανέλλες πόσον ὑφασμα χρειαζόμεθα ἂν τὸ πλάτος εἶναι 0,60 μ.;



14. Μία ύφάντρια εργαζομένη 8 ώρας την ημέραν έτοιμάζει εις 6 ημέρας 64 πήχεις ύφασματος· αν εργαζεται 10 ώρας την ημέραν εις 8 ημέρας πόσον θά ύφάνη;

15. Εις ένα λόχον υπάρχουν 250 στρατιώται και έχουν τροφιμα δια 20 ημέρας. Αν προστεθούν 50 στρατιώται μετά 5 ημέρας, εις πόσας ημέρας, θά τελειώσουν τά τροφιμά των;

16. Ένα δωμάτιον που έχει μήκος 5 μ., πλάτος 3 μ., και ύψος 4 μ. έχει όγκον 60 κυβικά μέτρα. Αν όμως ο όγκος του είναι 192 κ. μ. και έχει μήκος 8 μ. και πλάτος 6 μ. πόσον ύψος έχει;

17. Με 60000 δραχ. αγοράσαμεν ένα τάπητα που έχει μήκος  $6\frac{1}{3}$  μ. και πλάτος  $3\frac{2}{5}$  μ. πόσον θά έστοίχιζε αν είχε μήκος 8 μ. και πλάτος  $4\frac{1}{2}$  μ.;

### Προβλήματα Ποσοστών

#### ΑΠΟ ΜΝΗΜΗΣ

1. Ένας έμπορος πωλεί ύφασματα με κέρδος είκοσι επί τοις εκατόν (20 %)

Τι έννοοϋμεν όταν λέγωμεν 20 %;

2. Ένας υπάλληλος λαμβάνει αύξησιν του μισθοϋ του 15 %.

Τι σημαίνει το 15 %;

3. Ένας μεσίτης πέρνει μεσιτείαν 2 % τι σημαίνει 2 %;

4. Πόσον είναι το κέρδος ενός έμπορου ο όποιος αγοράζει ένα ύφασμα 100 δραχ. αν το ποσοστόν είναι 20 %;

5 Πόσον είναι το κέρδος του αν το ύφασμα είναι άξίας 200 δραχ.; 300 δραχ.;

Πόσον είναι το κέρδος 1 % δια 200 δραχ. ή δια 800 δραχ.;

#### Προβλήματα λυόμενα γραπιώς

'Ομάς Α' 6. Ένας έμπορος άγόρασε ύφασματα 15000 δραχμών και τά έπώλησε με κέρδος 8 %· πόσα έκέρδισε έν δλω;

Κατάταξις	Εις	100	δραχ.	το κέρδος είναι	8
		15000			X

τά ποσά είναι ανάλογα και τότε

$$X = \frac{8 \times 15000}{100} = 1200 \text{ δραχ.}$$

7. Πληρώνω ενοίκιον 6000 δραχ. τόν μήνα και πρέπει να αύξηθῆ τοῦτο κατὰ 30%· πόσον πρέπει να πληρώνω

Κατάταξις	100	30
	6000	X

τά ποσά είναι ανάλογα και τότε

$$X = \frac{30 \times 6000}{100} = 1800 \text{ δραχ.}$$

Ἐπομένως πρέπει να πληρώνω ὄχι 6000 δραχ. ἀλλὰ με τὴν αὐξησιν 7800 ἐν ὄλῳ.

ΣΗΜ. Ὅλα τὰ προβλήματα τῶν ποσοστῶν λύνονται με τὴν ἀπλὴν μέθοδον τῶν τριῶν· τὰ δὲ ποσά εἶναι πάντοτε ἀνάλογα.

8. Νά εὑρωμεν

α)	Ἀγορά	Ποσοστὸν	Κέρδος	Πώλησις
	500	3%	;	;
	8500	6%	;	;
	400	10%	;	;
	32000	8%	;	;
β)	Ἀγορά	Ποσοστὸν	Ζημία	Πώλησις
	600	2%	;	;
	1200	3%	;	;
	7600	1%	;	;
	40000	1,5%	;	;
γ)	Ἀσφάλεια	Ποσοστὸν	Ἀσφάλιστρα	
	400000	3%	;	
	280000	3,4%	;	
	960000	4,15%	;	
	1000000	7%	;	
δ)	Ἀγορά	Μὲ ἔκπτωσιν	Κέρδος	Πληρωμὴ
	6000	3%	;	;
	45000	4%	;	;
	130000	12%	;	;

ε)	Ἄξια οἰκίας	Ποσοστὸν φόρου	Φόρος
	500000	9%	:
	383250	12%	;
	580000	7%	;
	40400	5%	;

9. Εἶχα 40000 δραχ. καὶ ἐξώδευσα 25%· πόσα ἐξώδευσα καὶ πόσα μοῦ ἔμειναν ;

10. Ἀπὸ 60 μαθητὰς ἔμειναν εἰς τὴν ἰδίαν τάξιν 10%· πόσοι ἔμειναν καὶ πόσοι ἐπροβιβάσθησαν ;

11. Ἠγοράσαμεν 32000 δραχμῶν βιβλία καὶ ὁ βιβλιοπώλης μᾶς ἔκαμε ἔκπτωσην 5%· πόση ἦτο ἡ ἔκπτωσης καὶ πόσα ἐπλήρωσαμεν ;

12. Ἐνας μεσίτης ἐπώλησε ἓνα σπίτι ἀντὶ 5.000.000 δραχ. καὶ ἔλαβε ὡς μεσιτεῖαν 2%· πόση ἦτο ἡ μεσιτεία του ;

13. Παραγγελειοδόχος ἔφερεν ἀπὸ τὴν Εὐρώπην διὰ ἓνα ἔμπορον πελάτην του ὑαλικά ἀξίας 800.000 δραχμῶν καὶ ἔλαβε προμήθειαν 2,5%· πόση ἦτο ἡ προμήθεια ;

14. Ἐνα βαρέλι γεμᾶτο κρασί ζυγίζει 700 ὀκάδες· ἂν τὸ βάρος τοῦ βαρελιοῦ (ἀπόβαρον) ἦτο 9%· πόσον ἦτο τὸ καθαρὸ κρασί ;

15. Ἐνα κατάστημα ἐπώλησε ἔμπορεύματα ἀξίας 12000 δραχ. διὰ τὰ ὁποῖα ἐπλήρωσε μεσιτεῖαν 2,8%· πόσα ἔλαβε ὁ μεσίτης ;

16. Δι' ἔμπορεύματα ἀξίας 60000 δραχ. ἓνας μεσίτης ἔλαβεν μεσιτεῖαν 1800 δραχ. Πόσον ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν (X%) ἦτο ἡ μεσιτεία ;

17. Ἀπὸ κατάθεσιν 24000 δραχ. ἐλάβομεν τόκον 720 δραχ. Πόσον ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν εἶχον τοκισθῆ ;

18. Ἀσφαλίζω τὸ σπίτι μου μὲ ἀσφάλιστρον πέντε ἐπὶ τοῖς χιλίοις (5%) κατ' ἔτος. Ἐὰν ἡ ἀξία της εἶνε 1000000 πόσα ἀσφάλιστρα πληρώνω ;

19. Ἐμπορος ἔφερε σιτάρι ἀπὸ τὴν Ἀργεντινὴν ἀξίας 3800000 δραχ. καὶ ἐπλήρωσεν ἀσφάλιστρα 2,5%· πόσα ἐπλήρωσεν ;

20. Ἀσφάλισα τὰ ὑφάσματα τοῦ καταστήματός μου ἀξίας

5000000 και ἐπλήρωσα ἀσφάλιστρα 22500 δι' ἕν ἔτος· X % ὑπελογίσθη τὸ ἀσφάλιστρον;

21. Ἠγοράσαμεν μίαν οἰκίαν και ἐπληρώσαμεν διὰ προμήθειαν 1,5 % και διὰ μεσιτείαν 1,8 %· ἔάν ἡ οἰκία εἶναι ἀξίας 2000000 πόσα ἐπληρώσαμεν διὰ προμήθειαν και πόσα διὰ μεσιτείαν;

22. Ἠγοράσέ τις ἐμπορεύματα ἀξίας 45000 δραχ. και ἐζημιώθη 3 %· πόση ἦτο ἡ ζημία;

23. Ἀγοράσαμεν ἕνα ἔπιπλον ἀντί 280000 δραχ. και τὸ ἐπώλησαμεν 270200 δραχ. X %· ἐχάσαμεν;

24. Πωλεῖ τις τὴν σταφίδα του ἀντί 620000 δραχ. και ἐπλήρωσε μεσιτείαν 12400· X % ὑπολογίσθη ἡ μεσιτεία;

25. Ἀπὸ τὸ σπίτι μου πέρνω ἐνοίκιον 150000 δραχ. τὸ χρόνο και πληρώνω φόρον οἰκοδομῶν 12 %. Πόσος εἶναι ὁ φόρος οἰκοδομῶν και τί καθαρὸ ποσὸν μοῦ μένει;

26. Ἐμπόρευμα τὸ ὁποῖον ἀγοράσαμεν 2000 δραχ. τὴν ὁκάν ἐπώλησαμεν 1600 δραχ. τὴν ὁκάν· X % ἐζημιώθημεν;

27. Ὁ μισθὸς ἐνὸς ὑπαλλήλου εἶναι 480000 δραχ. και γίνεται κράτησις 1,5 % διὰ τὸ ταμεῖον ὑγείας. Πόση εἶνε ἡ κράτησις και πόσον καθαρὸν μισθὸν λαμβάνει;

28. Ὑπάλληλος ἐνὸς καταστήματος εἰσπράττει κατὰ μέσον ὄρον τὴν ἡμέραν 140000 δραχ. και πληρώνεται με 5 % ἐπὶ τῶν εἰσπράξεων· πόσα παίρνει τὴν ἡμέραν;

**Ὅμας Β'** 1. Ἐπώλησα μίαν ἀγελάδα 864000 δραχ. και ἐκέρδισα 8 % ἐπὶ τῆς ἀξίας τῆς ἀγορᾶς· πόση ἦτο ἡ ἀγορά και πόσον ἦτο τὸ κέρδος;

Εἰς τὸ πρόβλημα αὐτὸ γνωρίζω τὴν πώλησιν ἀλλὰ δὲν γνωρίζω τὴν ἀγορὰν τὴν ὁποῖαν πρέπει νὰ εὑρωμεν· σκέπτομαι λοιπὸν ὡς ἑξῆς;

Ὅταν ἀγοράσω ἕνα πρᾶγμα 100 δραχ. και κερδίσω 8 δραχ. τότε ἡ πώλησις θὰ εἶναι 108 δραχ. και τότε τὸ πρόβλημα τὸ κατατάσσομεν

Ἀγορά	Πώλησις
100	108
×	864000

$$\text{Και τότε } X = \frac{100 \times 864000}{108} = 800000 \text{ ἐπομένως τὸ κέρδος}$$

ἦτο 64000 δραχ.

2. Ἐπώλησαμεν ἓνα χωράφι 560000 δραχ. καὶ ἐκέρδισαμεν ἀπὸ τὴν πώλησιν αὐτὴν 12 %· πόσον τὸ εἶχομεν ἀγοράσει; καὶ πόσον ἦτο τὸ κέρδος;

3. Ἠγόρασα ἓνα ἐπιπλον καὶ τὸ ἐπώλησα ἀντὶ 51500 δρ. καὶ ἐκέρδισα 3 %· πόσα ἐκέρδισα καὶ πόσον τὸ εἶχα ἀγοράσει;

4. Πωλῶ ἓνα οἰκόπεδον 264000 δραχ., καὶ ἐζημιώσα 8 %· πόση ἦτο ἡ ζημία καὶ πόσον τὸ εἶχον ἀγοράσει;

Κατάταξις	Ἄγορά	Πώλησις
	100	92
	×	264000
		264000

5. Ἀπὸ κάθε πῆχυν ἐζημιώθη ἓνας ἔμπορος 8%. Ἄν ἐπώλησε 80 πῆχεις πρὸς 1200 δραχ. τὸν πῆχυν πόσα ἔχασε;

6. Ἐνα βαρέλι περιέχει καθαρὸ κρασί 6580 ὀκ. ἂν τὸ ἀπόβαρον (ντάρα) εἶναι 7 % πόσον ζυγίζει τὸ βαρέλι ἀδειανό;

7. Ἐνα ἄλογο τὸ ἐπώλησαν 980000 δραχ. καὶ ἔχασαν 2 %. Πόσα ἔχασαν καὶ ποία ἦτο ἡ ἀγορά;

8. Ἀπὸ τὸν μισθὸν ἐνὸς ὑπελλήλου κρατοῦν 4 % διὰ σύνταξιν. Ἄν αὐτὸς πέρνη καθαρὰ 140000 δραχ. τὸν μῆνα πόσος εἶναι ὄλος ὁ μισθὸς του;

9. Ἐνας παντοπώλης ἐπώλησε μίαν ὀκά ζάχαρι 6400 δραχ. καὶ ἐκέρδισε 7,5 %. Πόσον ἦτο τὸ κέρδος καὶ πόσον τὴν εἶχε ἀγοράσει;

10. Ἐπώλησαμεν ἓνα τραπέζι 15000 δραχ. καὶ ἐζημιώσαμεν 3,5 %· πόσα ἐζημιώσαμεν καὶ ποία ἦτο ἡ ἀξία αὐτοῦ;

Ἔμας I' 1. Ὄταν λέγωμεν ὅτι τὸ οἰνόπνευμα εἶναι 94 βαθμῶν τὸ σημειώνομεν 94° καὶ σημαίνει ὅτι ἀπὸ τὰς 100 ὀκάδας αἰ 94 εἶναι καθαρὸν οἰνόπνευμα, τὸ δὲ ὑπόλοιπον νερό.

Εἰς ἓνα βαρέλι ἔχομεν 500 ὀκ. οἰνόπνευμα 94°. Πόσον καθαρὸν οἰνόπνευμα περιέχει; (ἄνυδρον).

$$\begin{array}{r} \text{Εἰς } 100 \text{ ὀκ.} \qquad \qquad \qquad 94 \\ \qquad \qquad \qquad 500 \qquad \qquad \qquad \times \\ \hline X = \frac{94 \times 500}{100} = 470 \text{ ὀκ.} \end{array}$$

Ἐπομένως τὸ βαρέλι περιέχει 470 ὀκ. ἄνυδρον οἰνόπνευμα καὶ 30 ὀκ. νερό.

Ὁ καθαρὸς χρυσὸς λογαριάζεται ὅτι ἔχει 24 καράτια, ὅταν λέγωμεν ὅτι ἓνα δακτυλίδι εἶνε 18 καρατίων σημαίνει ὅτι τὰ  $\frac{18}{24}$  τοῦ βάρους του εἶναι καθαρὸς χρυσὸς καὶ τὰ  $\frac{6}{24}$  εἶναι ἄλλο μέταλλον ποῦ δὲν ἔχει μεγάλην ἀξίαν.

**Πρόβλημα.** Ἐνα κομμάτι χρυσάφι ποῦ ἔχει βάρος 12 δράμια εἶνε 16 καρατίων πόσον καθαρὸν χρυσὸν περιέχει;

**Δύσις.** Ἀφοῦ εἶνε 16 καρατίων τότε τὰ  $\frac{16}{24}$  τοῦ βάρους του θά εἶνε καθαρὸς χρυσός, δηλαδὴ τὸ βάρος τοῦ καθαροῦ χρυσοῦ θά εἶνε  $\frac{16 \times 12}{24} = 8$  δράμια

Τὸ πρόβλημα λύεται καὶ μὲ τὴν ἀπλὴν μέθοδον τῶν τριῶν.

Σὲ βάρος 24 δρμ. ὁ χρυσὸς εἶναι 16

» » 12 » X

$$X = \frac{16 \times 12}{24} = 8 \text{ δρμ.}$$

3. Σὲ ἓνα βαρέλι περιέχονται 400 ὄκ κρασί 13<sup>ο</sup> πόσον οἰνόπνευμα περιέχει;

**Δύσις.** Σὲ 100 ὄκ. οἰνόπνευμα 13

400 X

$$X = \frac{13 \times 400}{100} = 52 \text{ ὄκ}$$

4. Εἰς τὸ νερὸ τῆς θαλάσσης περιέχεται 1,5% ἀλάτι ἀπὸ 600 ὄκ. θαλάσσιο νερὸ πόσο ἀλάτι θά πάρουμε;

5. Τὸ κρασί ποῦ περιέχεται στὰ σταφύλια εἶνε 75%. Ἀπὸ 800 ὄκ. σταφύλια πόσο κρασί θά ἔχωμεν;

6. Ἡ χλωρὴ σταφίδα περιέχει 90% κρασί διὰ νὰ κατασκευάσωμεν 480 ὄκ. κρασί πόσας ὀκάδας χλωρὴν σταφίδα χρειάζομεθα;



## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΟΚΟΥ ΟΤΑΝ ΖΗΤΕΙΤΑΙ Ο ΤΟΚΟΣ

### Α'. 'Ο τόκος εις ἔτη.

Απὸ μνήμης

1. "Αν οἱ 100 δραχμὲς σ' ἕνα ἔτος φέρουν 8 δραχμὲς

α) Πόσον φέρουν οἱ 200 δραχ. σὲ 1 ἔτος ;

β) » » » 300 » » »

γ) » » » 400 » » »

δ) » » » 1000 » » »

2. "Αν οἱ 100 δραχμὲς φέρουν τόκον 5 δραχ. εἰς 1 ἔτος

α) Πόσον φέρουν οἱ 100 δραχ. εἰς 2 ἔτη ;

β) » » » 200 » » 3 »

γ) » » » 300 » » 4 »

δ) » » » 1000 » » 5 »

3. Πόσον τόκον φέρουν 300 δραχμαὶ πρὸς 4% εἰς 2 ἔτη ;

4. Πόσον τόκον φέρουν 600 δραχμαὶ πρὸς 5% εἰς 3 ἔτη ;

5. Πόσον τόκον φέρουν 1000 » » 6% εἰς 5 ἔτη ;

Εἰς τὸ πρόβλημα αὐτὸ αἱ 1000 δραχμαὶ λέγονται κεφάλαιον, τὸ 6% ἐπιτόκιον καὶ τὸ 5 ἔτη λέγεται χρόνος. Ζητεῖται δὲ ὁ τόκος

Πρέπει νὰ διακρίνωμεν τὸ ἐπιτόκιον ἀπὸ τὸν τόκον διότι τὸ ἐπιτόκιον 6% εἶναι ὁ τόκος τῶν 100 δραχμῶν εἰς ἕνα ἔτος, ἐνῶ ὁ τόκος εἶναι κέρδος τὸ ὁποῖον λαμβάνομεν ἀπὸ ὄλον τὸ κεφάλαιον, δηλαδὴ ἀπὸ τὰς 1000 δραχμάς.

✓ 6. Ἐδανείσαμεν 2000 δραχμάς πρὸς 9% διὰ 5 ἔτη πόσον τόκον θὰ πάρωμεν ;

Εἰς τὸ πρόβλημα τοῦτο τὸ κεφάλαιον εἶναι 2000, ὁ χρόνος 5 καὶ τὸ ἐπιτόκιον δηλαδὴ ὁ τόκος τῶν 100 δραχμῶν εἶνε 9 καὶ ζητοῦμεν τὸν τόκον.



Προβλήματα λυόμενα γραπτῶς

1. Πόσον τόκον φέρουν 600 δραχμαί εις 4 ἔτη τοκίζόμεναι πρὸς 5% ;

*Δύσις α' (μὲ τὴν ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα)*

100	δραχ.	εἰς	1	ἔτος	φέρουν	τόκον	5
1	»	»	1	»	»	»	$\frac{5}{100}$
600	»	»	1	»	»	»	$\frac{5 \times 600}{100}$
600	»	»	4	»	»	»	$\frac{5 \times 600 \times 4}{100} =$
							= 120 δραχ.

*Δύσις β' (μὲ τὴν σύνθετον μέθοδον τῶν τριῶν)*

*Κατάταξις*  $\frac{100}{600}$  δραχ. εἰς  $\frac{1}{4}$  ἔτος φέρουν τόκον 5 X

Συγκρίνομεν κατ' ἀρχῆς τὸ κεφάλαιον μὲ τὸν τόκον καὶ κατόπιν τὸν χρόνον μὲ τὸν τόκον καὶ βλέπομεν ὅτι τὰ ποσὰ εἶνε ἀνάλογα διότι εἰς διπλάσιον κεφάλαιον ἀναλογεῖ διπλάσιος τόκος καθὼς ἐπίσης εἰς διπλάσιον χρόνον ἀναλογεῖ διπλάσιος τόκος καὶ τότε :

$$X = 5 \times \frac{600}{100} \times \frac{4}{1} =$$

$$= \frac{5 \times 600 \times 4}{100} = 120 \text{ δραχ.}$$

*Δύσις γ'* Εἰς τὸ πρόβλημα αὐτὸ ἔχομεν Κεφάλαιον=600, Ἐπιτόκιον=5 καὶ χρόνος=4 ἐπομένως

$$T = \frac{600 \times 5 \times 4}{100} = \frac{K \times E \times X}{100}$$

Δυνάμεθα νὰ λύσωμεν τὰ προβλήματα εἰς τὰ ὁποῖα ζητεῖται τὸ κεφάλαιον μὲ τὸν ἄνω τύπον ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη.

$$T = \frac{5 \times 600 \times 4}{100} = 120 \text{ Δραχ.}$$

Διὰ νὰ εὗρωμεν τὸν τόκον πολλαπλασιάζομεν τὸ κεφάλαιον ἐπὶ τὸ ἐπιτόκιον καὶ ἐπὶ τὸν χρόνον καὶ τὸ γινόμενον τὸ διαιροῦμεν διὰ τοῦ 100

2. Κατέθεσα εις τὸ Ταχυδρομικὸν Ταμιευτήριον 20000 δραχ. πρὸς 4% πόσον τόκον θὰ πάρω μετὰ 20 ἔτη;

$$\text{Δύσιν} \quad \frac{20000 \times 4 \times 3}{100} = 2400 \text{ δραχ.}$$

3. Τοκίζομεν 15000 δραχ. διὰ 5 ἔτη πρὸς 8%· πόσον τόκον θὰ πάρουμε; (Νὰ λυθῆ μετὰ τὸν τύπον).

4. Ἐδανείσαμεν 18000 δραχ. διὰ 3 ἔτη πρὸς 6,5%· πόσον τόκον θὰ λάβωμεν;

5. Πρὸ 6 ἐτῶν ἕνας εἶχε καταθέσῃ 30000 πρὸς 3,5%· πόσον τόκον θὰ λάβῃ σήμεραν;

6. Τί εἶνε προτιμώτερον, νὰ τοκίσω 600000 δραχ. πρὸς 5% σὲ ἕνα χρόνον ἢ μετὰ τὰ λεπτὰ αὐτὰ ν' ἀγοράσω ἕνα σπίτι πού νὰ μοῦ δίδει ἐνοίκιον καθαρὸν 3800 δραχ. τὸν μῆνα; (Νὰ λυθῆ μετὰ τὸν τύπον).

7. Εἶχα 60000 δραχ. καὶ τὰ  $\frac{2}{5}$  αὐτῶν τὰ ἐτόκισα μετὰ 8% καὶ τὰ ὑπόλοιπα μετὰ 9%· πόσον τόκον ἐπῆρα ἐν συνόλῳ διὰ 4 ἔτη;

8. Κατέθεσα εἰς τὴν Τράπεζαν 60000 δραχ. μετὰ 4% διὰ 3 ἔτη καὶ εἰς τὸ Ταμιευτήριον ἐπίσης 60000 δραχ. μετὰ 6% διὰ 2 ἔτη ἀπὸ πού πῆρα περισσότερον τόκον;

9. Ἡ Ἀγροτικὴ Τράπεζα μᾶς ἔδωσε ἕνα δάνειον 80000 δραχ. πρὸς 7,5%· πόσα θὰ πληρώσωμεν μετὰ ἕν ἔτος;

10. Τὰ  $\frac{2}{3}$  ἐνὸς κεφαλαίου 120000 δραχ. ἐτοκίσθησαν πρὸς  $6\frac{3}{4}\%$  καὶ τὰ ὑπόλοιπα πρὸς  $8\frac{1}{2}\%$ . Πόσον ἔγινε τὸ κεφάλαιον μαζὺ μετὰ τοὺς τόκους μετὰ 5 ἔτη;

11. Τὰ 0,25 ἐνὸς κεφαλαίου 60000 δραχ. ἐτοκίσθησαν μετὰ  $8\frac{2}{5}\%$  καὶ τὰ ὑπόλοιπα μετὰ  $7\frac{1}{2}\%$ · πόσον ἔγινε τὸ κεφάλαιον μαζὺ μετὰ τοὺς τόκους μετὰ 3 ἔτη;

### B. Ὁ τόκος εἰς μῆνας.

Ἀπὸ μνήμης. 1. Ἄν 100 δραχμαὶ εἰς 1 ἔτος ἢ 12 μῆνας φέρουν τόκον 8 δραχ., εἰς 6 μῆνας πόσον θὰ φέρουν;

2. Πόσον τόκον φέρουν 100 δραχ. εις 6 μήνας πρὸς 8 %;
3. Πόσον τόκον φέρουν 100 δραχ. εις 3 μήνας πρὸς 10 %;
4. Πόσον τόκον φέρουν 600 δραχ. εις 6 μήνας πρὸς 8 %;
5. Πόσον τόκον φέρουν 12000 δραχ. εις 1 μήνα πρὸς 4 %;

### Προβλήματα λυόμενα γραπτῶς

1. Πόσον τόκον φέρουν 6000 δραχ. τοκιζόμενοι πρὸς 5 % εις 3 μήνας;

*Δύσις α' (Μὲ τὴν ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα)*

100	δραχ.	εις	12	μην.	φέρουν τόκον	5
1	»	»	»	»	»	$\frac{5}{100}$
6000	»	»	12	»	»	$\frac{5 \times 6000}{100}$
6000	»	»	1	»	»	$\frac{5 \times 6000}{100 \times 12}$
6000	»	»	3	»	»	$\frac{5 \times 6000 \times 3}{100 \times 12}$

ἐπομένως ὁ τόκος εἶνε  $\frac{5 \times 6000 \times 3}{1200} = 75$  δραχ.

*Δύσις β' (Μὲ τὴν σύνθετον μέθοδον τῶν τριῶν)*

Κατάταξις	$\frac{100}{6000}$	δραχ.	$\frac{12}{3}$	μην.	$\frac{5}{X}$
-----------	--------------------	-------	----------------	------	---------------

Συγκρίνομεν τὰ ποσὰ μὲ τὸ ποσὸν τοῦ ἀγνώστου καὶ εὐρίσκομεν ὅτι εἶνε ἀνάλογα καὶ τότε

$$X = 5 \times \frac{6000}{100} \times \frac{3}{12} = \frac{5 \times 6000 \times 3}{1200} = 75 \text{ δραχ.}$$

*Δύσις γ'* Τὸ κεφάλαιον εἶναι 6000 δραχ., τὸ ἐπιτόκιον εἶναι 5 καὶ ὁ χρόνος 3 μήνες καὶ τότε ὁ τύπος ποῦ εὐρίσκομεν τὸν τόκον εἶναι

$$T = \frac{K \times E \times X}{1200}$$

Διὰ τὰ εὑρωμεν τὸν τόκον πολλαπλασιαζόμεν τὸ κεφάλαιον ἐπὶ τὸ ἐπιτόκιον καὶ ἐπὶ τὸν χρόνον καὶ τὸ γινόμενον διαιροῦμεν διὰ τοῦ 1200

2. Πόσον τόκον φέρουν 9000 δραχ. εις 7 μήνας πρὸς 7 % ;  
$$X = \frac{9000 \times 8 \times 7}{1200}$$
- ✓ 3. Πόσον τόκον φέρουν 17250 δραχ. εις 9 μήνας πρὸς 5 % ;
4. Πόσον τόκον φέρουν 20400 δραχ. εις 2 μήνας πρὸς 5 % ;
5. Πόσον τόκον φέρουν 2160 δραχ. εις 7 μήνας πρὸς 8 % ;
6. Καταθέσαμεν εἰς τὸ Ταχυδρομικὸν Ταμιευτήριον 51000 δραχ. διὰ 4 μήνας πρὸς  $3\frac{1}{2}$  % . Πόσον τόκον θὰ λάβωμεν ; (Νὰ λυθῆ μετὰ τὸν τύπον).
7. Ἡ Ἐθνικὴ Τράπεζα δέχεται καταθέσεις πρὸς 3 % ἢ τί τόκον θὰ πάρουμε ἀπὸ κατάθεσιν 20850 δραχ., διὰ 10 μήνας ;
8. Καταθέσαμεν εἰς τὴν Τράπεζαν τῶν Ἀθηνῶν 40600 δραχ. πρὸς 4,5 % δι' ἓν ἔτος καὶ 8 μήνας πόσον τόκον θὰ λάβωμεν ;
9. Πόσον τόκον φέρουν 31000 δραχ. τοκιζόμεναι πρὸς 9 % δι' ἓν ἔτος καὶ 3 μήνας ;
10. Τὴν 1ην Ἰανουαρίου ἐδανείσθην 24000 δραχ. πρὸς 9 % πόσον τόκον θὰ πληρώσω τὴν 1ην Ἀπριλίου ;
11. Ἐτοκίσαμεν εἰς τὰς 18 Ἀπριλίου 4560 δραχ. μετὰ 6 % πόσα θὰ πάρουμε τὴν 18ην Αὐγούστου διὰ τόκον καὶ κεφάλαιον ;
12. Ἐνας ἔμπορος κατέθεσεν εἰς μίαν Τράπεζαν 20000 δραχ. μετὰ 3,5 % διὰ 2 μήνας καὶ κατόπιν τὸ κεφάλαιον καὶ τὸν τόκον τὰ ἀπέσυρε καὶ τὰ κατέθεσεν εἰς ἄλλην Τράπεζαν πρὸς 4 % διὰ 3 μήνας. Πόσον ἔγινεν τὸ ἀρχικὸν τοῦ κεφάλαιον μετὰ τοὺς τόκους ;
13. Κάποιος κατέθεσε 30000 δραχ. εἰς μίαν Τράπεζαν πρὸς 3,5 % καὶ εἰς μίαν ἄλλην 25000 δραχ. πρὸς 6 % πόσον τόκον θὰ λάβῃ ἀπὸ τὴν πρώτην καὶ πόσον ἀπὸ τὴν δευτέραν μετὰ 8 μήνας ;
14. Καταθέτομεν 18000 δραχ. διὰ 4 μήνας πρὸς 8 % καὶ κατόπιν τόκους καὶ κεφάλαιον τὰ καταθέτομεν διὰ 3 μήνας πρὸς 9 % πόσον ἔγινε τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον μετὰ τοὺς τόκους του ;

### Γ' Ὁ τόκος εἰς ἡμέρας

Ἀπὸ μὴνης. 1. Ἄν 100 δραχ. εἰς ἓνα ἔτος (ἢ 360 ἡμέρας) φέρουν τόκον 6 δραχμὰς πόσον θὰ φέρουν εἰς 180 ἡμέρας ;

2. Πόσον τόκον φέρουν 100 δραχ. εις 90 ημέρας πρὸς 12% ;  
 3. Πόσον τόκον φέρουν 100 δραχ. τοκιζόμεναι πρὸς 8 %  
 εις 30 ημέρας ; εις 15 ημέρας ;  
 4. Πόσον τόκον φέρουν 400 δραχμαὶ εις 180 ημέρας τοκι-  
 ζόμεναι πρὸς 8 % ;

**Γραπτῶς.** 1. Πόσον τόκον φέρουν 10000 δραχμαὶ εις 45 ἡ-  
 μέρας πρὸς 12 % ;

<b>Κατίταξις</b>	100 δραχ.	εις 360 ἡμ.	τόκ 12
	1000	45	X

**Δύσεις α' (Μὲ τὴν ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα)**

100 δραχ	εις 360 ἡμ. (1 ἔτος)	τόκ.	12
1	360 »	»	$\frac{12}{100}$
1000	» 360 »	»	$\frac{12 \times 1000}{100}$
1000	» 1 »	»	$\frac{12 \times 1000}{100 \times 360}$
1000	» 45 »	»	$\frac{12 \times 1000 \times 45}{100 \times 360} =$

= 15 δραχ.

**Δύσεις β'** Ἐάν συγκρίνομεν τὰ ποσὰ μὲ τὸ ποσὸν τοῦ ἀγ-  
 νόστου εὐρίσκομεν ὅτι εἶνε ἀνάλογα.

$$\text{ἐπομένως: } X = 12 \times \frac{1000}{100} \times \frac{45}{360} = \frac{12 \times 1000 \times 45}{36000} =$$

$$= 15 \text{ δραχ.}$$

ΣΗΜ. Τὸ ἔτος λαμβάνεται 360 ἡμέρες καὶ ὁ μῆνας 30 ἡμέρες.

**Δύσεις γ'** Ἄν παραστήσωμεν τὸ Κεφάλαιον διὰ τοῦ Κ, τὸ  
 ἐπιτόκιον διὰ τοῦ Εἰ καὶ τὸν χρόνον διὰ τοῦ Χ τότε

$$T = \frac{K \times E \times X}{36000}$$

Δυνάμεθα ἐπομένως καὶ μὲ τὸν τύπον τοῦτον νὰ λύσωμεν  
 τὸ πρόβλημα ἀρκεῖ νὰ θέσωμεν

$$K = 1000 \quad E = 12 \quad X = 45$$

Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸν τόκον πολλαπλασιάζομεν τὸ κε-  
 φάλαιον ἐπὶ τὸ ἐπιτόκιον καὶ ἐπὶ τὸν χρόνον καὶ διαι-  
 ροῦμεν διὰ τοῦ 36000 διὰν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέρες

2. Ποῖα ποσὰ πρέπει νὰ πολλαπλασιάσωμεν διὰ νὰ εὕρω-

μεν τὸν τόκον ὅταν ὁ χρόνος εἶναι εἰς ἡμέρας συμφώνως μετὰ τὸν τύπον :

$$T = \frac{K \times E \times X}{36000}$$

3. Ἐνας κτηματίας ἐδανείσθηκε 30000 δραχμὰς πρὸς 6% δια 120 ἡμέρας· πόσον τόκον θὰ πληρώσῃ;

4. Κατέθεσα εἰς μίαν Τράπεζαν 9000 δραχ. πρὸς 4% δια 60 ἡμέρας. Πόσον τόκον θὰ λάβω; (Τὸ πρόβλημα νὰ λυθῆῖ συμφώνως μετὰ τὸν τύπον).

5. Ἐδανείσθημεν ἀπὸ μίαν Τράπεζαν 14400 δραχ. πρὸς 7,5% δι' ἓνα μῆνα καὶ 10 ἡμέρας. Πόσον τόκον θὰ πληρώσωμεν;

6. Πόσον τόκον φέρουν 3200 δραχ. εἰς 20 ἡμέρας πρὸς 7%;

7. Ἐνας γεωργὸς ἐδάνεισε 40000 δραχ. πρὸς 7,50% δια δύο μῆνας καὶ 20 ἡμέρας· πόσα θὰ λάβῃ ἐν ὄλῳ δια τόκον καὶ κεφάλαιον;

#### Δ. Εὗρεσις τοῦ τόκου μετὰ τὸν τοκάρηθμον

*Γραπτῶς.* 1. Πόσον τόκον φέρουν 600 δραχμαὶ πρὸς 6% εἰς 40 ἡμέρας;

*Λύσις.* Ἄν λύσωμεν τὸ πρόβλημα θὰ εὕρωμεν

$$T = \frac{600 \times 6 \times 40}{36000} = 4 \text{ δραχ.}$$

Τὸ κλάσμα  $\frac{600 \times 6 \times 40}{36000}$  δὲν θὰ πάθῃ τίποτε ἂν διαιρέσωμεν ἀριθμητὴν καὶ παρονομαστὴν μετὰ τὸ ἐπιτόκιον 9 καὶ τότε θὰ γίνῃ

$$T = \frac{600 \times 40}{6000} = 4 \text{ δραχ.}$$

Ὁ ἀριθμητὴς  $600 \times 40$  εἶναι τὸ γινόμενον τοῦ κεφαλαίου ἐπὶ τὰς ἡμέρας καὶ λέγεται τοκάρηθμος, ὁ δὲ παρονομαστὴς 6000 εἶναι τὸ πηλίκον τοῦ 36000 δια τοῦ ἐπιτοκίου καὶ λέγεται σταθερὸς διαιρέτης· ὥστε δια νὰ εὕρωμεν τὸν τόκον διαιροῦμεν τὸν τοκάρηθμον δια τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου· ἦτοι

$$T = \frac{\text{τοκάρηθμος}}{\text{σταθερὸς Διαιρέτης}}$$

2. Πόσον τόκον φέρουν 1200 δραχμαὶ εἰς 50 ἡμέρας πρὸς 6%;



Ο τοκάριθμος είναι  $1200 \times 50 = 60000$  και ο σταθερός διαιρέτης  $36000 : 6 = 6000$

$$\text{έπομένως } T = \frac{60000}{6000} = 10 \text{ δραχ.}$$

3. Πόσον τόκον φέρουν 2000δραχ. εις 15 ημέρας πρὸς 12%;

Ο τοκάριθμος εἶνε  $2000 \times 15 = 30000$ , ο σταθερὸς διαιρέτης εἶνε  $36000 : 12 = 3000$ , ἐπομένως ὁ τόκος θὰ εἶνε

$$T = \frac{30000}{3000} = 10 \text{ δραχ.}$$

Διὰ νὰ εὐρωμεν τὸν τόκον διαιροῦμεν τὸν τοκάριθμον διὰ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου.

4. Νὰ εὐρεθῇ ὁ τόκος διὰ τῶν τοκάριθμων εις τὰ ἑξῆς προβλήματα

α)	9000	δραχ.	πρὸς	8%	εἰς	60	ἡμέρας
β)	24000	»	»	9%	εἰς	45	»
γ)	18000	»	»	4%	εἰς	20	»
δ)	15000	»	»	10%	εἰς	40	»
ε)	40000	»	»	9%	εἰς	15	»

### ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Εὐρεσις τόκου

α) Ὁ τόκος εις ἔτη εἶνε  $T = \frac{K \times E \times X}{1000}$

β) » » μῆνας »  $T = \frac{K \times E \times X}{1200}$

γ) » » ἡμέρας »  $T = \frac{K \times E \times X}{36000}$

δ) Μὲ τὸν τοκάριθμον »  $T = \frac{\text{Τοκάριθμος}}{\text{Σταθερὸς Διαιρέτης}}$



ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΟΚΟΥ  
ΟΤΑΝ ΖΗΤΕΙΤΑΙ ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ

Ὁ χρόνος εἰς ἔτη

Ἀπὸ μνήμης.

1. Ποῖον κεφάλαιον μετὰ 1 ἔτος πρὸς 6% δίδει τόκον 12 δραχμᾶς;

2. Ποῖον κεφάλαιον μετὰ 1 ἔτος πρὸς 8% δίδει τόκον 16 δραχ. καὶ ποῖον 24 δραχ.;

3. Ποῖον κεφάλαιον εἰς δύο ἔτη πρὸς 4% δίδει τόκον 40 δραχμᾶς;

4. Ποῖον κεφάλαιον εἰς τρία ἔτη πρὸς 5% δίδει τόκον 60 δραχμᾶς;

**Γραπῶς.** 1. Ποῖον κεφάλαιον τοκιζόμενον πρὸς 8% ἔφερε τόκον διὰ δύο ἔτη 800 δραχμᾶς;

**Κατάταξις:**

100 δραχ.	1 ἔτος	8
X	2	800

Συγκρίνομεν τὰ ποσὰ μὲ τὸ ποσὸν τοῦ ἀγνώστου δηλ. τοῦ κεφαλαίου καὶ βλέπομεν ὅτι τὸ κεφάλαιον καὶ ὁ τόκος εἶναι ποσὰ ἀνάλογα ἐνῶ τὸ κεφάλαιον καὶ ὁ χρόνος εἶναι ἀντίστροφ· διότι ἂν οἱ 100 δραχμᾶς σὲ 1 ἔτος δίδουν 8, γιὰ νὰ πάρουμε τὸν ἴδιον τόκο σὲ 2 ἔτη πρέπει νὰ ἔχωμεν τὸ ἡμισυ κεφάλαιον

$$\text{ἐπομένως } X = 100 \times \frac{800}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{800 \times 100}{8 \times 2} = 5000 \text{ δραχ.}$$

ἄρα τὸ κεφάλαιον  $K = 5000$  δραχ.

Ὁ τύπος ἐπομένως διὰ νὰ εὑρωμεν τὸ κεφάλαιον εἶνε  $K = \frac{T \times 100}{E \times X}$

Διὰ νὰ εὑρωμεν τὸ κεφάλαιον διὰν ὁ χρόνος εἶνε ἔτη πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 100 καὶ τὸ γινόμενον διαιροῦμεν διὰ τοῦ ἐπιτοκίου ἐπὶ τὸν χρόνον.

2. Ποῖον κεφάλαιον εἰς 5 ἔτη πρὸς 8% φέρει τόκον 3000 δραχμᾶς;

3. Ποιον κεφάλαιον πρέπει νά καταθέσωμεν ἵνα μετά 8 ἔτη πρὸς 6% λάβωμεν τόκον 4500 δραχμᾶς;

4. Ἐνας ἔλαβε ἀπὸ τὴν Τράπεζαν τόκον 5800 δραχ. διὰ 4 ἔτη· ποῖον κεφάλαιον εἶχε καταθέσῃ ἂν τὸ ἐπιτόκιον ἦτο 4%;

5. Ποῖον κεφάλαιον εἰς τρία ἔτη πρὸς 3,7% ἔφερε τόκον 240,50 δραχμᾶς;

6. Ποῖον κεφάλαιον τοκισζόμενον εἰς 7 ἔτη πρὸς  $4\frac{3}{5}\%$  ἔφερε τόκον 240 δραχ.;

7. Ἐδανείσαμεν χρήματα πρὸ 12 ἐτῶν πρὸς 9% καὶ ἔλαβομεν τόκους 6000 δραχ. Ποῖον ἦτο τὸ δάνειον;

8. Τί κεφάλαιον πρέπει νά τοκίσω πρὸς 10% γιὰ νά πάρω σὲ 8 μῆνας τόκον 750 δραχμᾶς;

(Νά εὐρεθῇ μὲ τὸν τύπον).

9. Ἐνας γεωργὸς ἔδανείσθη ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴν Τράπεζαν ἕνα ποσὸν διὰ ἕνα ἔτος πρὸς 8% καὶ ἐπλήρωσε 1800 δραχ. διὰ τόκον· πόσον ἦτο τὸ δάνειον;

**Ζητεῖται τὸ κεφάλαιον** — "Ὅταν ὁ χρόνος εἶναι μῆνες

**Γραπτῶς.** 1. Ποῖον κεφάλαιον μετά 4 μῆνας πρὸς 8% ἔφερε τόκον 160 δραχμᾶς;

<b>Κατάταξις</b>	100 δραχ.	12 μῆν.	τόκ.	8
	X	4		160

$$X = \frac{100 \times 160 \times 12}{4 \times 8} = \frac{160 \times 1200}{4 \times 8} = 6000 \text{ δραχ.}$$

καὶ ἐπομένως ὁ τύπος εἶναι  $K = \frac{T \times 1200}{E \times X}$

*Διὰ νά εὐρωμεν τὸ κεφάλαιον ὅταν ὁ χρόνος εἶνε μῆνες πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 1200 καὶ τὸ γινόμενον τὸ διαιροῦμεν διὰ τοῦ ἐπιτοκίου ἐπὶ τὸν χρόνον.*

2. Ποῖον κεφάλαιον εἰς 8 μῆνας πρὸς 6% ἔφερε τόκον 306 δραχ. ; (Νά λυθῇ μὲ τὸν τύπον).

3. Πόσα εἶχα καταθέσῃ εἰς τὸ Ταμιευτήριον ἂν ἔλαβον

τόκον 250 δραχμάς διὰ 9μηνας πρὸς 4% ;

4. Ποῖον κεφάλαιον εἰς 1 ἔτος καὶ 3 μηνας πρὸς 8,5% φέρε  
ρε τόκον 240 δραχμάς ;

5. Ἐνοικιάζω μίαν οἰκίαν καὶ λαμβάνω τὸ μῆνα ἐνοίκιον  
18000 δραχ. Πόσα θὰ λάβω μετὰ 1 ἔτος καὶ 8 μηνας ; καὶ τὸ  
κεφάλαιον ἀντιπροσωπεύει ἡ οἰκία ἂν τὴν ἀξίαν της τὴν εἶχα  
καταθέσει πρὸς 9% ;

6. Ἐνας ἔλαβε διὰ τόκους τῶν καταθέσεων του ἀπὸ μίαν  
Τράπεζαν 3200 δραχ. διὰ 8 μηνας πρὸς 4,5% ποῖαι ἦσαν αἱ  
καταθέσεις του ;

7. Ποῖον κεφάλαιον τοκιζόμενον πρὸς 6% ἐπὶ 6 μηνας δι-  
δει τόσον τόκον ὅσον δίδουν 6000 δραχμαὶ τοκιζόμεναι ἐπὶ 3  
μηνας πρὸς 5% ;

8. Ὄταν ἐγεννήθη ἓνα παιδί ὁ πατήρ του κατέθεσεν εἰς  
μίαν Τράπεζαν ἓνα ροσὸν πρὸς 5%. Μετὰ 3 ἔτη καὶ 4 μηνας  
ἔλαβε τόκους 8000 δραχ. ποῖον ποσὸν κατέθεσεν ὁ πατήρ ;

**Ζητεῖται τὸ κεφάλαιον ὅταν ὁ χρόνος εἶνε ἡμέρες**

**Γραπτῶς.** 1. Ποῖον κεφάλαιον εἰς 40 ἡμέρας τοκιζόμενον  
πρὸς 9% ἔφερε τόκον 240 δραχμάς ;

<b>Κατάταξις</b>	100 δραχ.	360 ἡμ.	τόκον 9
	X	40	240

Συγκρίνοντας τὰ ποσὰ εὐρίσκομεν ὅτι τὸ κεφάλαιον καὶ ὁ  
τόκος εἶνε ἀνάλογα, τὸ δὲ κεφάλαιον καὶ ὁ χρόνος ἀντίστροφα

$$\text{ἐπομένως} \quad X = 100 \times \frac{360}{40} \times \frac{240}{9}$$

$$X = \frac{36000 \times 240}{40 \times 9} = 24000 \text{ δραχ.}$$

Ἐπειδὴ Τόκος = 240, Χρόνος = 40 καὶ Ἐπιτόκιον = 9

$$\text{τότε ὁ τύπος εἶναι} \quad K = \frac{360000 \times T}{X \times E}$$

Με τὸν τύπον αὐτὸν δυνάμεθα νὰ εὐρώμεν τὸ κεφάλαιον ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέρες.

*Διὰ νὰ εὐρώμεν τὸ κεφάλαιον διὰν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέρες πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 36000 καὶ τὸ γινόμενον τὸ διαιροῦμεν διὰ τοῦ ἐπιτοκίου ἐπὶ τὸν χρόνον.*

2. Ποῖον κεφάλαιον εἰς 15 ἡμέρας πρὸς 4% ἔφερε τόκον 180 δραχμάς;

3. Ποῖον κεφάλαιον εἰς 3 μῆνας καὶ 10 ἡμέρας πρὸς 9% ἔφερε τόκον 320 δραχ.

4. Ποῖον κεφάλαιον εἰς 20 ἡμέρας πρὸς 6,4% ἔφερε τόκον 800 δραχ.;

5. Κατεθέσαμεν εἰς μίαν Τράπεζαν τὴν 1ην Μαρτίου ἕνα ποσὸν πρὸς 3,5% καὶ τὴν 26ην Μαρτίου ἐλάβομεν 120 δραχ. μὰς ὡς τόκον. Πόσα εἶχομεν καταθέσει;

6. Πόσα πρέπει νὰ καταθέσω πρὸς 12% διὰ νὰ λάβω μετὰ 110 ἡμέρας 660 δραχ. ὡς τόκον;

7. Ποῖον κεφάλαιον εἰς 1 ἔτος, 2 μῆνας καὶ 20 ἡμέρας πρὸς 8% ἔφερε τόκον 200 δραχ.;

8. Ποῖον κεφάλαιον εἰς 2,5 μῆνας πρὸς 4,5% φέρει τόκον 120,40 δραχ.;

## ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

### Εὐρεσις Κεφαλαίου

α) Ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἔτη τύπος  $K = \frac{T \times 100}{E \times X}$

β) » » » μῆνες »  $K = \frac{T \times 1200}{E \times X}$

γ) » » » ἡμέρες »  $K = \frac{T \times 36000}{E \times X}$

Προβλήματα τόκου εις τὰ ὁποῖα ζητεῖται ὁ χρόνος

Ἀπὸ μνήμης. 1. Ἄν 100 δραχμαὶ εἰς 1 ἔτος φέρουν τὸν 40 δραχμᾶς, πόσον θὰ φέρουν εἰς 2 ἔτη καὶ πόσον εἰς 5 ἔτη;

2. Ἄν 200 δραχμαὶ φέρουν εἰς τρία ἔτη τόκον 60 δραχμᾶς, πόσον θὰ φέρουν εἰς 9 ἔτη;

3. Εἰς πόσον χρόνον 600 δραχμαὶ πρὸς 5% φέρουν τόκον 60 δραχμᾶς;

4. Εἰς πόσον χρόνον 900 δραχμαὶ πρὸς 8% φέρουν τόκον 90 δραχμᾶς;

**Γραπῶς.** 1. Εἰς πόσον χρόνον 2400 δραχμαὶ πρὸς 6% φέρουν τόκον 432 δραχμᾶς;

**Κατάταξις**

$$\frac{100}{2400} \qquad \frac{1}{X} \qquad \frac{6}{432}$$

Συγκρίνοντας τὰ ποσὰ βλέπομεν ὅτι ὁ χρόνος καὶ ὁ τόκος εἶνε ἀνάλογα, ἐνῶ τὸ κεφάλαιον καὶ ὁ χρόνος εἶνε ἀντίστροφα,

ἐπομένως 
$$X = 1 \times \frac{432}{6} \times \frac{100}{2400} = \frac{432 \times 100}{6 \times 2400} = 3 \text{ ἔτη}$$

Τὸ πρόβλημα δύναται νὰ λυθῆ καὶ μὲ τὸν τύπον  $X = \frac{T \times 100}{E \times K}$

*Διὰ νὰ εὑρωμεν τὸν χρόνον πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 100 καὶ τὸ γινόμενον τὸ διαιροῦμεν διὰ τοῦ ἐπιτοκίου ἐπὶ τὸ κεφάλαιον.*

Ἐπὶ πόσον χρόνον ἐτοκίσθησαν τὰ πάρα κάτω ποσὰ.

(α) 4000 δραχ. πρὸς 5% τὸκ. 200 δραχ.

(β) 6000 » » 8% » 72 »

(γ) 12000 » » 6% » 1440 »

(δ) 10500 » » 4% » 120 »

Π. Τὰ δύο τελευταῖα νὰ λυθοῦν μὲ τὸν τύπον.

3. Ἐνας κτηματίας ἐπώλησε 1150 ὄκαδ. σταφίδα πρὸς 1500 δρ. τὴν ὄκαν καὶ τὰ χρήματα τὰ ἐτόκισε πρὸς 5% καὶ ἔλαβε τόκον 12500 δραχ. μετὰ πόσον χρόνον ἔλαβε τὸν τόκον αὐτόν;

4. Τὴν 1ην Σεπτεμβρίου κατεθέσαμεν εἰς τὸ ταμιευτήριο

45100 δραχ. πρὸς 4,5% καὶ ἐλάβομεν ὡς τόκον 1840 δρ. πότε ἀπεσύραμε τὰ χρήματά μας;

5. Κατέθεσα 15800 δραχ. πρὸς 6% τὴν 25ην Μαρτίου καὶ ἔλαβον ἀπὸ κεφάλαιον καὶ τόκον 15840 δραχ. Πότε ἀπέσυρα τὰ χρήματά μου;

6. Ἐνας κτηματίας ὅταν ἐγεννήθη ἡ κόρη του κατέθεσε 60000 δραχ. πρὸς 8% διὰ τὴν προίκα της. Ὄταν ὑπανδρεύθη ἡ κόρη ἔλαβε διὰ τόκους καὶ κεφάλαιον 102000 δραχ. εἰς ποίαν ἡλικίαν ὑπανδρεύθη;

7. Μετὰ πόσον χρόνον ἔν οἰονδήποτε κεφάλαιον ἔάν τοκισθῇ πρὸς 8% διπλασιάζεται;

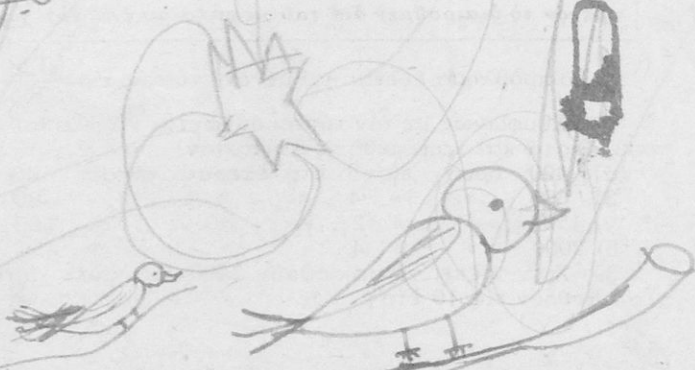
8. Μετὰ πόσον χρόνον κεφάλαιον πρὸς 10% τριπλασιάζεται;

9. Εἰς μίαν ἐπιχείρησιν κατέβαλε ἕνας ἔμπορος 40000 δραχμὰς καὶ ἐκέρδισε 140000 δραχμὰς ἔάν τὸ κέρδος ὑπολογισθῇ πρὸς 15% πόσον διήρκεσεν ἡ ἐπιχείρησις;

10. Κατεθέσαμεν εἰς μίαν Τράπεζαν 42000 δραχ. καὶ ἀπεσύραμεν ἔν ὄλῳ 43800, ἔάν τὸ ἐπιτόκιον ἦτο 5,3% πότε ἀπεσύραμεν τὰ χρήματά μας;

3.680 C

~~3.680 C~~





*Αντικείμενο*

*μαθηματικά*

**ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**  
**ΕΙΣ ΤΑ ΟΠΟΙΑ ΖΗΤΕΙΤΑΙ ΤΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟΝ**  
**1) Ό χρόνος εις ἔτη**

Ἀπό μνήμης. 1. Ἐάν 200 δραχμαὶ φέρουν εἰς 1 ἔτος 16 δραχ. ὡς τόκον, ποῖον εἶνε τὸ ἐπιτόκιον;

2. Ἐάν 300 δραχ. φέρουν εἰς 2 ἔτη 36 δραχ. ὡς τόκον ποῖον εἶνε τὸ ἐπιτόκιον;

3. Πρὸς πόσον ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν 500 δραχμαὶ καὶ ἔφεραν εἰς 3 ἔτη τόκον 91 δραχμᾶς;

4. 1200 δραχμαὶ εἰς 3 ἔτη ἔφεραν τόκον 324 δραχμᾶς, ποῖον τὸ ἐπιτόκιον;

**Γραπτῶς.** 1. Πρὸς πόσον ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν 800 δραχμαὶ καὶ ἔφεραν εἰς 3 ἔτη 120 δραχμᾶς ὡς τόκον;

**Κατὰ τὰς** 800 δραχ. 3 ἔτη τόκ. 120  
100 1 X

Συγκρίνοντας τὰ ποσὰ μὲ τὸ ποσὸν τοῦ ἀγνώστου εὐρίσκομεν ὅτι εἶνε ἀνάλογα καὶ

$$X = 120 \times \frac{100}{800} \times \frac{1}{3} = \frac{120 \times 100}{800 \times 3}$$

*Διὰ νὰ εὐρωμεν τὸ ἐπιτόκιον ὅταν ὁ χρόνος εἶνε ἔτη πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 10 καὶ τὸ γινόμενον τὸ διαιροῦμεν διὰ τοῦ κεφαλαίου ἐπὶ τὸν χρόνον.*

Τὸ πρόβλημα λύεται καὶ μὲ τὸν τύπον  $E = \frac{T \times 100}{K \times X}$

2. Συμφώνως μὲ τὸν τύπον δύνανται νὰ λυθοῦν τὰ ἑξῆς προβλήματα καὶ νὰ εὐρεθῇ τὸ ἐπιτόκιον.

α)	400	δραχ.	εἰς	3	ἔτη	ἔφεραν	τόκον	40	δραχ.
β)	600	»	»	4	»	»	»	80	»
γ)	1500	»	»	2	»	»	»	105	»
δ)	2000	»	»	4	»	»	»	450	»

3. X % πρέπει νὰ τοκισθοῦν 2400 δραχμαὶ ὥστε νὰ διπλασιασθοῦν εἰς 10 ἔτη;

*Αντικείμενο* *Αντικείμενο*



4. X% πρέπει να τοκισθούν 1000 δραχμαί ώστε να τριπλασιασθούν εις 16 έτη;
5. Έδαθείσθημεν 7500 δραχ. και έπληρώσαμεν δια 2 έτη τόκον 600 δραχμάς. X% έδανείσθημεν;
6. Ήγόρασα λάδι πρὸς 3400 δραχ. την όκάν και μετά 1 έτος τὸ έπώλησα 3706 δραχμάς. X% έκέρδισα;
7. Με 800000 δραχ. άγόρασα ένα σπιτι και παίρνω ένοίκιον 4000 δραχ. μηνιαίως. X% τοκίζω τὰ χρήματα μου;
8. X% κεφάλαιον 12000 δραχ. εις 2 έτη έγινε με τούς τόκους του 12800;

2) Ό χρόνος εις μήνας.

Γραπιδως. 1. Πόσον επί τοις έκατόν έτοκίσθησαν 900 δραχ. εις 6 μήνας και έφερον τόκον 36 δραχ.;

Κατάταξις	900 δραχ.	9 μήν.	τόκ. 36
	100	»	12 »
			» X

Συγκρίνοντες τὰ ποσά με τὸν τόκον βλέπομεν ότι είναι άναλογα' έπομένως  $X = \frac{36 \times 12 \times 100}{900 \times 6} = 8\%$

Δυνάμεθα να λύσωμεν τὸ πρόβλημα και με τὸν τύπον

$$E = \frac{X \times 1200}{K \times X}$$

Δια να εύρωμεν τὸ έπιτόκιον όταν ο χρόνος είναι μήνες πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον επί 1200 και τὸ γινόμενον τὸ διαιρούμεν δια τοῦ κεφαλαίου επί τὸν χρόνον.

2. 800 δραχ. τοκίζόμεναι εις 2 μήνας έφερον τόκον 20 δραχ. X% έτοκίσθησαν;

3. 4800 δραχ. εις 1 έτος και 2 μήνες φέρουν τόκον 280 δραχ. X% έτοκίσθησαν;

(Νά λυθῆ με τὸν τύπον)

4. Έπληρώσαμεν δια τόκον 9000 δραχμῶν 320 δραχ. από 20 Ίανουαρίου μέχρι 20 Αύγουστου ίδίου έτους, ποῖον τὸ έπιτόκιον;

5. Κεφάλαιον 5800 δραχ. εις 6 μήνας έφερε τόκον 208 δραχ. Ποῖον τὸ έπιτόκιον;

6. Πρὸς ποῖον έπιτόκιον κεφάλαιον 5200 δραχ. μετά 8 μήνας θά φέρη τόκον 208 δραχμάς;

7. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον κεφάλαιον 4000 δραχμῶν εἰς ἓνα ἔτος καὶ 8 μῆνας θὰ φέρῃ τόκον 400 δραχ. ;

8. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθησαν 42000 δραχμαὶ αἱ ὁποῖαι εἰς 3 μῆνας ἔφερον τόκον 15,40 ;

9. Κεφάλαιον 9400 εἰς 3 μῆνας ἔγινε μὲ τούς τόκους του 9480 δραχμαὶ. Ποῖον ἦτο τὸ ἐπιτόκιον ;

10. Κεφάλαιον 15000 δραχ. εἰς 1 ἔτος καὶ 8 μῆνας ἔγινε 15700 μὲ τούς τόκους του, πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθη ;

### 3) Ὁ χρόνος εἰς ἡμέρας

*Γραπῶς*, 1 7400 δραχμαὶ εἰς 20 ἡμέρας ἔφερον τόκον 148 δραχ. Ποῖον τὸ ἐπιτόκιον ;

<b>Κατάξιος</b>	7400 δραχ.	20 ἡμ.	τόκ. 148
	100 »	360	X

Συγκρίνοντας τὰ ποσὰ μὲ τὸν τόκον εὐρίσκομεν ὅτι εἶναι ἀνάλογα καὶ τότε

$$X \leftrightarrow \frac{148 \times 100 \times 360}{7400 \times 20} \leftrightarrow \frac{148 \times 36000}{7400 \times 20}$$

Τὸ πρόβλημα δυνάμεθα νὰ τὸ λύσωμεν καὶ μὲ τὸν τύπον.

$$E \leftrightarrow \frac{T \times 36000}{K \times X}$$

*Διὰ τὰ εὐρωμεν τὸ ἐπιτόκιον ὅταν ὁ χρόνος εἶνε ἡμέρες πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 36000 καὶ τὸ γινόμενον τὸ διαιροῦμεν διὰ τοῦ κεφαλαίου ἐπὶ τὸν χρόνον.*

2. Πρὸς πόσον ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν 1000 δραχ. αἱ ὁποῖαι εἰς 20 ἡμέρας ἔφεραν τόκον 5 δραχμάς ;

3. Νὰ εὐρεθῇ τὸ ἐπιτόκιον εἰς τὰ κάτωθι προβλήματα

α)	K=6000	T=32	X=24	ἡμέραι
β)	K=1800	T=15	Σ=50	»
γ)	K=4000	T=25	X=18	»
δ)	K=15000	T=90	X=27	»

4. X% κεφάλαιον 4500 δραχ. εἰς 1 μῆνα καὶ 10 ἡμέρας ἔφερε τόκον 50 δραχ.

5. X% κεφάλαιον 9000 δραχ. εἰς 3 ἡμέρας ἔφερε τόκον 15 δραχ. ;

6. X% κεφάλαιον 12000 δρχ. εἰς 13 ἡμέρας ἔφερε τόκον 150.

125

7. Πρὸς πόσον ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθη ἓνα κεφάλαιον 708,50 τὸ ὁποῖον εἰς 2 μῆνας καὶ 20 ἡμέρας ἔφερε τόκον 7,08 δραχ.

8. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον κεφάλαιον 1200 δραχ. εἰς 15 ἡμέρας ἔφερε τόκον 5 δραχμᾶς ;

9. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον κεφάλαιον 20000 δραχ. εἰς 6 μῆνας ἔφερε τόκον 900 δραχ. ;

10. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἓνα κεφάλαιον εἰς 12 ἔτη διπλασιάζεται ;

### ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

#### Εὔρεσις ἐπιτοκίου

$$\alpha) \quad \text{ὁ χρόνος εἰς ἔτη} \quad E = \frac{T \times 100}{K \times X}$$

$$\beta) \quad \text{» » μῆνας} \quad E = \frac{T \times 1200}{K \times X}$$

$$\gamma) \quad \text{» » ἡμέρας} \quad E = \frac{T \times 36000}{K \times X}$$

Προβλήματα τόκου εἰς τὰ ὁποῖα μᾶς δίδεται κεφάλαιον καὶ τόκος ἡνωμένα

**Γροσιῶς.** 1. Κατέθεσα εἰς μίαν Τράπεζαν ἓνα ποσὸν πρὸς 5% καὶ μετὰ 4 ἔτη ἔλαβον κεφάλαιον καὶ τόκους ἐν ὄλῳ 1050 δραχ. Πόσον κατέθεσα καὶ πόσον τόκον ἔλαβον ;

Δύσις.	100 δραχ.	1 ἔτος	τόκ. 5
	100	»	4 »
			» X

$$X = \frac{5 \times 4}{1} = 20 \text{ δραχ.}$$

Ὡστε ἂν κατέθετον 100 δραχμᾶς μετὰ 4 ἔτη θὰ ἐλάμβανον τόκον καὶ κεφάλαιον 120 δραχ. ὥστε

120 δραχ.	ἔγιναν ἀπὸ κεφάλ.	100 δραχ.
1050		X

$$X = 100 \times \frac{1050}{120} = 875 \text{ δραχ.}$$

Π. Πούντζα, 'Αριθμητικά Προβλήματα, στ' Δημ. Σχολείου 3

Ἐπομένως τὸ κεφάλαιον ποῦ κατέθεσα ἦτο 875 δραχ. καὶ οἱ τόκοι  $1050 - 875 = 175$  δραχ.

2. Ἐδανείσθην ἓνα ποσὸν πρὸς 8% καὶ μετὰ 5 ἔτη ἐπλήρωσα τόκον καὶ κεφάλαιον ἐν ὄλῳ 14100 δραχ. Πόσα εἶχα δανεισθῆ;

3. Κατέθεσε ἓνας ὑπάλληλος εἰς μίαν Τράπεζαν ἓνα ποσὸν πρὸς 4,5% καὶ μετὰ 2 ἔτη καὶ 6 μῆνας ἔλαβε τόκους καὶ κεφάλαιον 25400 δραχ. Πόσα εἶχε καταθέσει;

4. Ποῖον ποσὸν ἐτοκίσθη πρὸς 8% καὶ ἔγινε εἰς διάστημα 3 μηνῶν καὶ 10 ἡμερῶν 28500 δραχ.;

5. Ἐνας οἰκογενειάρχης κατέθεσε εἰς μίαν Τράπεζαν ἓνα ποσὸν πρὸς 3,5% διὰ νὰ τὸ μοιρασθοῦν τὰ δύο κορίτσια του μετὰ 11 ἔτη. Ἐάν τὸ ποσὸν ποῦ ἔλαβον ἀπὸ κεφάλαιον καὶ τόκους ἀνήλθεν εἰς 180600 δραχ. πόσα ἔλαβε κάθε κόρη ἀπὸ τὸ κεφάλαιον καὶ πόσα ἀπὸ τοὺς τόκους;

6. Δανειζόμεθα ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴν Τράπεζαν ἓν ποσὸν πρὸς 6% καὶ μετὰ 5 μῆνας καὶ 10 ἡμέρας πληρώνομεν διὰ διὰ τόκους καὶ κεφάλαιον 40<sup>00</sup> δραχ. Πόσον ἦτο τὸ δανεισθὲν κεφάλαιον;

7. Τὴν 15ῆν Ἰανουαρίου καταθέσαμεν εἰς τὸ ταμιευτήριον ἓν ποσὸν καὶ τὴν 15ην Ἰουλίου ἀπεσύραμεν τόκους καὶ κεφάλαιον 18600. Ἐάν τὸ ἐπιτόκιον ἦτο 4,4% ποῖον ἦτο τὸ κατατεθὲν κεφάλαιον;

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΝΑΤΟΚΙΣΜΟΥ

Συνήθως όσοι δανείζουν χρήματα, ή τὰ καταθέτουν εἰς μίαν Τράπεζαν, τὸν τόκον τὸν παίρνουν εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου ἑξαμήνου ἢ εἰς τὸ τέλος ἐκάστου ἔτους ἀπὸ τῆς καταθέσεως. Καί κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἔχομεν τὸν ἀπλοῦν τόκον τὸν ὅποιον ἐμάθαμε εἰς τὰ προηγούμενα προβλήματα τόκου. Πολλάκις ὅμως τὸν τόκον τοῦ πρώτου ἔτους τὸν προσθέτουν εἰς τὸ κεφάλαιον ποῦ κατέθεσαν καὶ ἔτσι τὸν νέον ποσὸν χρησιμεύει ὡς κεφάλαιον διὰ τὸ δεύτερον ἔτος. Εἰς τὸ τέλος τοῦ δευτέρου ἔτους καταθέτουν πάλιν τὸν τόκον τοῦ δευτέρου ἔτους καὶ οὕτω καθεξῆς.

**Γραπτῶς.** 1. Ἐνας ὑπάλληλος κατέθεσεν εἰς μίαν Τράπεζαν 3000 δραχ. μὲ ἀνατοκισμὸν πρὸς 5%. Πόσα θὰ λάβῃ μετὰ 3 ἔτη;

Δύσις.	Ἀρχικὸν Κεφάλαιον δραχ.	3000
	Ὁ τόκος τοῦ πρώτου ἔτους	120
		3120
	Τὸ νέον κεφάλαιον τοῦ β' ἔτους	3120
	Ὁ τόκος τοῦ 2ου ἔτους	124,80
		3244,80
	Τὸ νέον κεφάλαιον τοῦ γ' ἔτους	3244,80
	Ὁ τόκος τοῦ 3ου ἔτους	129,79
		3374,59



Ἐπομένως μὲ τὸν ἀνατοκισμὸν ὁ ὑπάλληλος εἰς τὸ τέλος τοῦ τρίτου ἔτους θὰ λάβῃ τόκον καὶ κεφάλαιον 3374,59.

2. Καταθέσαμεν μὲ ἀνατοκισμὸν 24000 δραχ. πρὸς 7,5%. πόσα θὰ λάβωμεν μετὰ 5 ἔτη;

3. Δανειζόμεθα 40000 δραχ. μὲ ἀνατοκισμὸν πρὸς 4% διὰ 2 ἔτη. Πόσα θὰ πληρώσωμεν ἐν ὄλῳ;

4. Ὁ πληθυσμὸς μιᾶς πόλεως εἶναι 18000 κάτοικοι. Πό-

σοι θά είναι μετά 3 ἔτη ἔαν αὐξάνη κατ' ἔτος 8%;

5. 12000 δραχ. ἀνατοκίζονται κατὰ ἐξάμηνον πρὸς 6%.  
Πόσαι θά γίνουν μετά 2,5 ἔτη;

6. Ἐὰν καταθέσῃ τις 50000 δραχ. πρὸς 3,5%, πόσα θά  
λάβῃ μετά 4 ἔτη;

7. Δανειζόμεθα μὲ ἀνατοκισμόν 28000 δραχ. πρὸς 10%.  
Πόσα θά πληρώσωμεν μετά 5 ἔτη;

## << ΤΟΚΟΧΡΕΩΛΥΣΤΙΚΑ ΔΑΝΕΙΑ >>

Συνήθως αντί ένα δάνειον να έξοφληται όλον μαζί εις τὸ τέλος πληρώνεται κατ' έτος ἢ κατὰ έξάμνηνον μετ' ένα ποσὸν τὸ ὁποῖον ὀνομάζομεν χρεωλύσιον. Τοῦτο γίνεται εις τὰ μακροπρόθεσμα δάνεια πού δέν εἶνε δυνατόν ὁ δανειζόμενος νὰ πληρῶση μεγάλα ποσὰ χρημάτων. Ἐνῶ πληρώνοντας κατ' έτος ένα ποσὸν δύναται μετὰ 5 ἢ 10 έτη νὰ έξοφλήσῃ τὸ δάνειον τοῦτο. Ἐάν ὁ Δήμος μιᾶς πόλεως θέλει νὰ κατασκευάσῃ ένα ὕδραγωγεῖον π.χ. δανείζεται ένα μεγάλο ποσὸν τὸ ὁποῖον έξοφλεῖ πληρώνοντας ἀπὸ τὸν προϋπολογισμόν του ένα χρεωλύσιον κάθε χρόνο. Τὸ ἴδιο κάμνουν καὶ τὰ κράτη ὅταν ἔχουν νὰ κατασκευάσουν παραγωγικὰ ἔργα π.χ. δρόμους, ἀντιπλημμυρικὰ ἔργα κλπ.

**Γραπτῶς.** "Ένας γεωργὸς έδανείσθη 30000 δραχ. μετ' 5% μετ' την συμφωνίαν νὰ τὰς έξοφλήσῃ πληρώνοντας κάθε χρόνο 11516,35 δραχ.

Δύσις	Ἐρχικὸν κεφάλαιον	30.000
	Τόκος α' έτους 30000 μετ' 5%	1.500
		31.500
	Ἀφαιρεῖται χρεωλύσιον	11.016,35
		20.483,65
	τόκος 20.483,65 μετ' 5%	1.024,18
		21.507,83
	Ἀφαιρεῖται χρεωλύσιον	11.016,35
		10.491,48
	τόκος 10.491,48 μετ' 5%	524,57
		11.016,05
	Ἀφαιρεῖται χρεωλύσιον	11.016,05
		0000 000



έπομένως τὸ χρέος ἐξωφλήθη μετὰ 3 ἔτη πληρώνοντας χρεωλύσιον κάθε χρόνο ἀπὸ 11016,35 ἐκτὸς ἀπὸ τὸν τελευταῖον χρόνο που ἐπλήρωσε 11016,05.

Ἐπομένως διὰ τὸ χρέος ἐπληρώθησαν ἐν ὄλῳ 33048,75 δραχ.

2. Ἐνα δάνειον 80000 δραχ. μετ' 9% ἐξοφλεῖται μετ' χρεωλύσιον 25000 δραχ. κατ' ἔτος μετὰ πόσα ἔτη θὰ ἐξοφληθῇ καὶ πόσα θὰ πληρωθοῦν ἐν ὄλῳ ;

3. Τὸ Κράτος ἐδανείσθη 500.000 λίρας μετ' χρεωλύσιον 120.000 λίρας τὸ χρόνο πρὸς 3%. Μετὰ πόσα ἔτη θὰ ἐξοφληθῇ τὸ δάνειον ;

## ΥΦΑΙΡΕΣΙΣ

1. Τὴν πρώτην Ἰανουαρίου ὁ Δημήτριος Δημητρίου ἐδάνεισε τὸν Γεώργιον Γεωργίου 15000 δραχ. πρὸς 8% πόσα πρέπει νὰ πληρώσῃ μετὰ 6 μῆνας ;

Ἐκτὸς τοῦ κεφαλαίου τὸ ὁποῖον ὀφείλει νὰ ἐπιστρέψῃ ὁ Γεωργίου πρέπει νὰ πληρώσῃ καὶ τὸν τόκον τῶν 6 μηνῶν ὁ ὁποῖος εἶναι  $\frac{15000 \times 8 \times 6}{1200} = 600$  δραχ.

ἐπομένως πρέπει νὰ πληρώσῃ ἐν ὄλῳ 15600 δραχ. μετὰ 6 μῆνας

Διὰ νὰ ἀσφαλίσῃ τὰ χρήματά του ὁ Δημητρίου παίρνει ἀπὸ τὸν δανειζόμενον μίαν ἀπόδειξιν ἢ ὁποῖα ἀναφέρει τὸ ποσὸν τὸ ὁποῖον ὀφείλει νὰ πληρώσῃ ὁ δανεισθεὶς καὶ τὴν ἡμέραν κατὰ τὴν ὁποίαν ὀφείλει νὰ τὸ πληρώσῃ.

Ἡ ἀπόδειξις αὕτῃ λέγεται *γραμμάτιον*, τὸ δὲ ποσὸν ποῦ ἀναφέρεται εἰς τὸ γραμμάτιον λέγεται *ὀνομαστικὴ ἀξία*. Ἡ ἡμέρα κατὰ τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ πληρωθῇ τὸ γραμμάτιον λέγεται *λῆξις τοῦ γραμματίου*.

Ἐπομένως τὸν 1ην Ἰανουαρίου ὁ μὲν Γ. Γεωργίου θὰ πάρῃ ἀπὸ τὸν Δ. Δημητρίου τὰς δανεισθείσας 15000 δραχ. ὁ δὲ Δ. Δημητρίου πρὸς ἀσφάλειαν θὰ λάβῃ ἀπὸ τὸν Γ. Γεωργίου ἓνα γραμμάτιον ποῦ θὰ γράφῃ τὰ ἑξῆς :

### ΓΡΑΜΜΑΤΙΟΝ ΔΡΑΧ. 15.600

Μετὰ 6 μῆνας ἀπὸ σήμερον ὑπόσχομαι νὰ πληρώσω εἰς διαταγὴν τοῦ Δ. Δημητρίου τὰς ἄνω δραχμὰς 15.600 τὰς ὁποίας ἔλαβον σήμερον παρ' αὐτοῦ διὰ καλλιέργειαν τῶν κτημάτων μου.

Ἐν Πάτραις τῇ 1ῃ Ἰανουαρίου 1946  
(Ἵπογραφή) Γ. Γεωργίου

Εἰς τὸ γραμμάτιον αὐτὸ ὀνομαστικὴ ἀξία εἶναι αἱ 15.600 δραχ. καὶ ἡ ἡμέρα λήξεως εἶνε 9 μῆνες μετὰ τὴν 1ην Ἰανουαρίου δηλαδὴ ἡ 1η Ἰουλίου 1946.

2. Νὰ συνταχθῆ ἓνα γραμμάτιον 5000 δραχ. πρὸς 9% διὰ 4 μῆνας· ποία θὰ εἶνε ἡ ὀνομαστικὴ τοῦ ἀξία;

3. Ἐδανείσθη τις 60000 δραχ. διὰ 45 ἡμέρας πρὸς 8%.

α) Νὰ συνταχθῆ τὸ γραμμάτιον καὶ β) ποία εἶνε ἡ ὀνομαστικὴ τοῦ ἀξία;

4 Ἐνας ἔμπορος ἠγόρασε 72 ὄκ. λάδι πρὸς 2.800 δραχ. τὴν ὄκδν μετὰ τὴν συμφωνίαν νὰ τὸ πληρῶσῃ μετὰ 3 μῆνας πρὸς 5%. Ποία εἶνε ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου ποὺ θὰ ὑπογράψῃ;

### Προβλήματα ἐξωτερικῆς ὑφαιρέσεως

#### Δίδεται ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία

Ἐνας ἔμπορος ἔχει γραμμάτιον 15600 δραχ. τὸ ὁποῖον λήγει μετὰ 6 μῆνας, ἀλλὰ σήμερον δηλ. 2 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως τοῦ γραμματίου τοῦ χρειάζονται χρήματα καὶ ἀναγκάζεται νὰ πωλήσῃ τὸ γραμμάτιον εἰς τὴν Τράπεζαν. Πόσας δραχ. θὰ κρατήσῃ ἡ Τράπεζα; καὶ πόσας θὰ πληρῶσῃ εἰς τὸν ἔμπορον;

Δίκαιον εἶνε ἡ τράπεζα, νὰ κρατήσῃ τὸν τόκον τῶν 2 μῶν πρὸς ἓνα ἐπιτόκιον 8%. ἐπειδὴ μετὰ 2 μῆνας θὰ εἰσπράξῃ

τὰ χρήματα τῆς, δηλ. θὰ κρατήσῃ  $\frac{15600 \times 2 \times 8}{1200} = 208$  δραχ.

ἐπομένως θὰ δώσῃ εἰς τὸν ἔμπορον  $15600 - 208 = 15392$  δραχ.

Τὸ ποσὸν αὐτὸ 15392 ποὺ θὰ πάρῃ ὁ ἔμπορος ἀπὸ τὴν πώλησιν τοῦ γραμματίου τοῦ ὀνομάζεται *πραγματικὴ ἀξία* ἡ δὲ πώλησις τοῦ γραμματίου ὀνομάζεται *προεξόφλησις αὐτοῦ* τὸ δὲ ποσὸν ποὺ κρατεῖ ἡ τράπεζα δηλ. αἱ 208 δραχμαὶ ὀνομάζεται ὑφαίρεσις (σκόντο τοῦ γραμματίου).

Εἰς τὸ πρόβλημα αὐτὸ ἔχομεν

Ὀνομαστικὴ ἀξία 15.600

Ὑφαίρεσις 208

Πραγματικὴ ἀξία 15.932

Αἱ ὑφαίρεσεις εἶνε δύο εἰδῶν.

1. "Αν ή Τράπεζα κρατεί τόν τόκον τής όνοματικής άξίας δηλ. τών 15.600 τότε ή ύφαίρεσις λέγεται έξωτερική.

2. "Αν ή Τράπεζα κρατεί τόν τόκον τής πραγματικής άξίας (όπερ και δικαιοτέρον ) τότε ή ύφαίρεσις λέγεται έσωτερική.

3. Γραμμάτιον όνομαστικής άξίας 27.000 δραχ. προεξωφλήθη 3 μήνας πρό τής λήξεώς του πρός 7% ποία ή έξωτερική ύφαίρεσις και ποία ή πραγματική του άξία ;

4 Γραμμάτιον 15000 δραχ. προεξωφλήθη 40 ήμέρας πρό τής λήξεώς του πρό 9 %. Ποία ή έξωτερική του ύφαίρεσις και και ποία ή πραγματική του άξία ;

5 Γραμμάτιον 10000 δραχ. προεξοφλείται 1 έτος και 3 μήνας πρό τής λήξεώς του πρός 8% ποία ή έξωτερική του ύφαίρεσις και ποία ή πραγματική άξία αυτού ;

6 "Ενας ήγόρασε ένα κτήμα αντί 150000 δραχ. και θα τό πληρώση μετά 20 μήνας. "Αν τό πληρώση άμέσως του κάμουν έκπτώσιν 5%. Πόσα θα πληρώση ;

7 "Ενα γραμμάτιον τό όποϊον λήγει μετά 5 μήνας προεξωφλήθη 9% με ύφαίρεσιν 150 δραχμάς. Πόση ήτο ή όνομαστική του άξία ; (Ζητείται τό κεφάλαιον).

8 Πόση είναι ή όνομαστική άξία γραμματίου τό όποϊον προεξωφλήθη 75 ήμέρας πρός 6% με έξωτερικήν ύφαίρεσιν 840 δραχ.

9 Μετά πόσον χρόνον λήγει έν γραμμάτιον 15000 δραχ. τό όποϊον προεξωφλήθη πρός 8% με έξωτερικήν ύφαίρεσιν 900 δραχ.

### Προβλήματα έξωτερικής ύφαιρέσεως εις τά όποία δίδεται ή πραγματική άξία

1. "Επωλήσαμεν (προεξωφλήσαμεν) ένα γραμμάτιον τό όποϊον λήγει μετά 2 μήνας πρός 12% αντί 19600 δραχμών. Ποία ή έξωτερική ύφαίρεσις και ποία ή όνομαστική άξία αυτού ;

**Λύσις.** Εύρίσκομεν τόν τόκον τών 100 δραχ. πρός 12% διά 2 μήνας.

100	δραχ.	12	12
100	»	2	X

$$X = 12 \times \frac{2}{12} = 2 \text{ δραχ. ,}$$

"Αν είχομεν έπομένως ένα γραμμάτιον 100 δραχ. και τὸ προεξωφλούσαμεν θὰ μᾶς ἐκράτουν τόκον (ύφαίρεισιν) 2 δραχ. μᾶς και θὰ μᾶς ἔδιδον 98 δραχμάς. Τώρα λέγομεν

"Όταν ἡ πραγματ. ἀξία εἶνε	98 ἢ ύφαίρ'	2
»	»	»
»	»	»
»	»	»
	19600	X

$$X = 2 \times \frac{19600}{98} = 400 \text{ δραχ.}$$

έπομένως ἡ ἔξωτερικὴ ύφαίρεισις εἶνε 400 δραχμαί, ἄρα.

Πραγματικὴ ἀξία	19600
ἔξωτερ. ύφαιρ.	400
ὄνομαστ. ἀξία	20000

2) Γραμμάτιον προεξωφλήθη 1 μῆνα και 10 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 4 % ἀντὶ 16850 δραχμῶν, ποία ἡ ἔξωτερικὴ ύφαίρεισις και ποία ἡ ὄνομαστικὴ του ἀξία;

3) Γραμμάτιον προεξωφλήθη ἀντὶ 4500 δραχ. 2 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 15 %, ποία ἡ ἔξωτ. ύφαίρεισις και ποία ἡ ὄνομαστικὴ του ἀξία;

4) Γραμμάτιον προεξωφλήθη ἔξωτερικῶς πρὸς 9 % 2 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του ἀντὶ 40000 δραχ.

Ποία ἡ ἔξωτερ. ύφαίρεισις και ποία ἡ ὄνομαστικὴ του ἀξία;

5. Γραμμάτιον προεξωφλήθη μὲ ἔξωτερικὴν ύφαίρεισιν πρὸς 10 % 3 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του ἀντὶ 600000 δραχμῶν.

Ποία ἡ ἔξωτερ. ύφαίρεισις και ποία ἡ ὄνομαστικὴ του ἀξία;

6 Γραμμάτιον προεξωφλήθη ἔξωτερικῶς πρὸς 7,5 % 8 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του ἀντὶ 450000 δραχ. Ποία ἡ ὄνομαστικὴ του ἀξία;

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΥΦΑΙΡΕΣΕΩΣ

1. Προεξωφλήσαμεν ένα γραμμάτιον εις μίαν Τράπεζαν άντι 12000 δραχ. 4 μήνας πρό της λήξεώς του πρός 9 %· ποία ή έσωτερική ύφαίρεισις ;

Είπομεν άνωτέρω ότι συνήθως ή Τράπεζα μάς κρατεί τόν τόκον της πραγματικής άξιας όποτε ή ύφαίρεισις λέγεται έσωτερική.

Είς τό πρόβλημα αυτό ή πραγματική άξια εΐναι 12000 και τότε ή έσωτερική ύφαίρεισις εΐνε  $\frac{12000 \times 4 \times 9}{1200} = 360$  δραχ.

και έπομένως	Πραγματική άξια	12000 δραχ.
	έσωτερική ύφαίρεισις	<u>360</u> »
	Όνομαστική άξια	12360 »

(2) Γραμμ. προεξωφλήθη άντι 9000 δραχ. πρός 6 % 3 μήνας πρό της λήξεώς του. Ποία ή έσωτερική του ύφαίρεισις και ποία ή όνομαστική του άξια ;

(3) Γραμμ. προεξωφλήθη 120 ήμέρας πρό της λήξεώς του άντι 2000 δραχ. πρός 5 %. Ποία ή έσωτερική του ύφαίρεισις και ποία ή όνομαστική του άξια ;

(4) Γραμμάτιον προεξωφλήθη 4 μήνας πρό της λήξεώς του πρός 5 % άντι 1400 δραχ. ποία ή έσωτερική του ύφαίρεισις και ποία ή όνομαστική του άξια ;

ΣΗΜ.: Πολλάκις εις τά προβλήματα της έσωτερικής ύφαίρεισεως δέν μάς δίδεται ή πραγματική άξια ώστε να εύρωμεν τόν τόκον της άλλ' ή όνομαστική και τότε τά προβλήματα αυτά λύνονται καθώς τά πάρα κάτω.

5. Γραμμάτιον 9074 δραχ. προεξωφλήθη 6 μήνας πρό της λήξεώς του πρός 8 %. Ποία ή έσωτερική ύφαίρεισις ;

**Λύσις.** Εύρίσκομεν τόν τόκον των 100 δραχμών εις 6 μήνας πρός 8 %.

100	12	8
100	6	X

$$X = 8 \times \frac{6}{12} = 4 \text{ δραχ.}$$



Ἐὰν ἡ ὑφαίρεσις εἶνε 4 δραχ., τότε ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία θὰ εἶνε 104 καὶ τότε

$$\begin{array}{r} \text{"Όταν ὀνομ. ἀξία εἶναι} \quad 104 \quad \text{ἢ ὑφ.} \quad 4 \\ \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad \underline{9074} \quad \quad \quad \underline{X} \\ X = 4 \times \frac{9074}{104} = 349 \text{ δραχ.} \end{array}$$

ἐπομένως	ὀνομαστικὴ ἀξία	9074	δραχ.
	ἑσωτερικὴ ὑφαίρεσις	349	»
	πραγματικὴ ἀξία	8725	»

6. Γραμμάτιον 24400 δραχ. προεξωφλήθη ἕν ἔτος καὶ 4 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 7,5%· ποία ἡ ἑσωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ ποία ἡ πραγματικὴ του ἀξία;

7. Γραμμάτιον 15800 προεξωφλήθη ἕνα μῆνα πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 10%· ποία ἡ ἑσωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ ποία ἡ πραγματικὴ του ἀξία;

8. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἑσωτερικὴ ὑφαίρεσις γραμματίου 36000 δρ. προεξωφληθέντος 9 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 6,5%;

9. Γραμμάτιον προεξωφλήθη μὲ ἑσωτερικὴν ὑφαίρεσιν 105 δραχ. πρὸς 9% 3 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του· ποία ἡ πραγματικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου· (ζητεῖται τὸ κεφάλαιον)

10. Γραμμάτιον 75000 δραχ. προεξωφλήθη ἑσωτερικῶς 3 ἔτη καὶ 4 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του ἀντὶ 720 0 δραχ. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐγένετο ἡ προεξόφλησις;

11. Γραμμάτιον 20800 δραχμῶν προεξωφλήθη ἑσωτερικῶς ἀντὶ 19400 δραχ. πρὸς 10%. Πόσον χρόνον πρὸ τῆς λήξεώς του προεξωφλήθη;

### Γενικὰ προβλήματα ὑφαίρεσεως

1. Δύο γραμμάτια τὸ ἕν 4000 δραχ. λήξεως ἑνὸς μηνός καὶ τὸ ἄλλο 4200 λήξεως 15 μηνῶν προεξωφλοῦνται μὲ ἑξωτερικὴν ὑφαίρεσιν πρὸς 8%. Ποῖον ἐκ τῶν δύο ἀξίζει σήμερον περισσότερο;

2. Πόσον χρόνον θέλει νὰ λήξῃ γραμμάτιον 2800 δραχ. ποῦ προεξοφλεῖται πρὸς  $9\frac{1}{2}\%$  μὲ ἑξωτερικὴν ὑφαίρεσιν 90 δραχμῶν;

Ἄ κ. Θανόπουλος ἐπώλησε 142 ὄκ. ἔλαιον πρὸς 3100 δρ. τὴν

ὄκᾶν' τὰ  $\frac{2}{5}$  τῆς ἀξίας τοῦ ἐλαίου τὰ ἔλαβεν εἰς μετρητὰ, διὰ τὰ ὑπόλοιπα δὲ ἔλαβε γραμματίον τὸ ὁποῖον λήγει μετὰ 3 μῆνας πρὸς 8%. Πόση θὰ εἶναι ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου ; (μὲ ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν).

4 Ὁ κ. Θανόπουλος τὸ ἄνω γραμματίον πού ἔλαβε τὸ προεξώφλησε 50 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 10% πόσα ἔλαβε ;

5. Ποία εἶναι ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία γραμματίου πού ἐξωφλήθη ἐξωτερικῶς 4 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 8,5% ἀντὶ 2400 δραχμῶν ;

6. Ἔχει νὰ λάβῃ μετὰ ἕξι μῆνας ἓνας ἔμπορος 81561 δραχ. ἐὰν τὰ λάβῃ σήμερον μὲ μίαν ἔκπτωσιν 5,6% πόσα θὰ λάβῃ ;

7. Τὴν 1ην Αὐγούστου προεξωφλήθη μὲ ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν ἓνα γραμματίον 2100 δραχ. μὲ 4% ἀντὶ 2065 δραχμῶν πότε ἐγένετο ἡ προεξόφλησις ;

8. Ἐνας ἔμπορος προεξώφλησε ἓνα γραμματίον 15000 δραχ. 10 ἡμέρας προτοῦ λήξεῃ μὲ 8% καὶ ἓνα ἄλλο 19500 δρχ. 25 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 9% καὶ μὲ ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν πόσας δραχμάς ἔλαβε ἀπὸ τὰ δύο γραμμάτια ;

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΟΙΝΗΣ ΛΗΞΕΩΣ

7. Γραμμάτιον 12000 δραχ. λήξεως 40 ημερών και γραμμάτιον 15000 δραχ. λήξεως 60 ημερών άντεκατεστάθη με ένα ένιαίον γραμμάτιον ιό όποιον πρέπει να λήγη μετά 50 ημέρας. Έάν το έπιτόκιον είνε 6% ποία θα είνε ή όνομαστική αξία τοϋ νέου γραμματίου;

**Δύσις α'** Εύρίσκομεν τήν έξωτερικήν ύφαίρεσιν τών δύο γραμματίων.

$$1) \frac{12000 \times 40 \times 6}{36000} = 80 \text{ δραχ.}$$

$$2) \frac{15000 \times 60 \times 6}{36000} = 150 \text{ δραχ.}$$

Έπομένως ή ύφαίρεσις τών γραμματίων είνε 230 δραχμαί. Τόση πρέπει έπομένως να είνε και ή ύφαίρεσις τοϋ νέου γραμματίου.

Ό χρόνος είνε 40 ήμέραι και το έπιτόκιον 6% και ζητείται ή όνομαστική αξία (κεφάλαιον).

$$\text{Όνομ. αξία} = \frac{230 \times 36000}{50 \times 6} = 27600 \text{ δραχ.}$$

**Δύσις β'** (διά τών τοκαριθμών)

$$\text{Τοκάριθος } \alpha' \text{ Γραμ. } 12000 \times 40 = 480000$$

$$\text{» } \beta' \text{ » } 15000 \times 60 = 900000$$

$$\hline 1380000$$

$$\text{Σταθερός διαιρέτης } 36000 : 6 = 6000$$

$$\text{έπομένως ύφαρ.} = \frac{1380000}{6000} = 230 \text{ δραχ.}$$

$$\text{ύφαρ.} = 230 \text{ δρ. } \quad \text{Χρόνος} = 50 \quad \text{Ε} = 6\% \quad \text{Όν. } \alpha\acute{\xi}. = ;$$

$$\begin{array}{r} 100 \quad 360 \quad 6 \\ X \quad 50 \quad 230 \\ \hline \end{array}$$

$$X = 100 \times \frac{230}{6} \times \frac{360}{50} = 27600 \text{ δραχ.}$$

Ἐπομένως ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ ἐνιαίου γραμματίου εἶνε 27600 δραχ.

2. Ἀντικαθιστῶμεν 3 γραμμάτια α) Γραμ. 10000 δραχ. λήξεως 50 ἡμερῶν 2) Γραμ. 4000 δραχ. λήξεως 20 ἡμερῶν καὶ 3) γραμ. 8000 δραχ. 25 ἡμερῶν μὲ ἓνα ἄλλο γραμμάτιον λήξεως 40 ἡμερῶν, ἐὰν  $E=8\%$ , ποία θὰ εἶνε ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ νέου γραμματίου ;

3. Ἀντικαθιστῶ γραμμάτιον 9000 δραχ. λήξεως 20 ἡμερῶν καὶ γραμμάτιον 15000 δραχ. λήξεως 30 ἡμερῶν μὲ ἄλλο ἐνιαῖον ἔχον ὀνομαστικὴν ἀξίαν 24000 δραχ. ἐὰν τὸ ἐπιτόκιον εἶνε  $8\%$  πότε πρέπει νὰ λήγῃ τὸ γραμμάτιον τοῦτο ;

4. Ἀνταλλάσσω δύο γραμμάτια 5000 δραχ. καὶ 25000 δραχμῶν λήξεως τοῦ μὲν πρώτου 80 ἡμερῶν τοῦ δὲ δευτέρου 20 ἡμερῶν μὲ γραμμάτιον 32000 δραχ. ἐὰν τὸ ἐπιτόκιον εἶνε  $9\%$  πότε πρέπει νὰ λήγῃ τοῦτο ;

$$\begin{array}{r} 76 \\ \underline{36} \\ 40 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \underline{12} \\ 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ \underline{16} \\ 80 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \underline{18} \\ 20 \end{array}$$

## ΜΕΡΙΣΜΟΣ

### Προβλήματα μερισμοῦ εἰς μέρη ἀνάλογα

Όμας 1η. 1. Νά μοιρασθοῦν 44 δραχ. σέ 3 παιδιά ἀνάλογα μέ τούς ἀριθμούς 2, 3, 6.

*Δύοις* Ἐάν τὸ πρῶτο πάρη 2 δραχ. τὸ δεύτερο 3 δραχ. καὶ τὸ τρίτο 6 δραχ. τότε ὅλα μαζὺ θά πάρουν 11 δραχ. καὶ τότε.

Τὸ α' παιδί Ἄφοῦ εἰς τὰς 11 δραχ. θά πάρη  $\frac{2}{11}$

Τὸ β' παιδί Ἄφοῦ εἰς τὰς 11 δραχ. θά πάρη  $\frac{3}{11}$

Τὸ γ' παιδί Ἄφοῦ εἰς τὰς 11 δραχ. θά πάρη  $\frac{6}{11}$

Τὰ ποσὰ ἐδῶ εἶνε ἀνάλογα καὶ τότε

τὸ α' παιδί θά πάρη  $2 \times \frac{44}{11} = 8$  δραχ.

» β' » »  $3 \times \frac{44}{11} = 12$  »

» γ' » »  $6 \times \frac{44}{11} = 24$  »

Τὸ ὅλον 44 δραχ.

Διὰ νὰ μερίσωμεν ἓνα ἀριθμὸν εἰς μέρη ἀνάλογα ἄλλων ἀριθμῶν πολλαπλασιάζομεν τὸν μεριστέον ἐπὶ καθένα ἀπὸ τούς ἀριθμούς καὶ τὸ γινόμενον τὸ διαιροῦμεν διὰ τοῦ ἀθροίσματος αὐτῶν.

2. Νά μοιρασθοῦν 42 πορτοκάλια σέ δύο παιδιά ἀνάλογα μέ τούς ἀριθμούς 2 καὶ 5.

3. Νά μοιρασθοῦν 24000 δραχ. εἰς τρεῖς ἐργάτας ἀνάλογα μέ τούς ἀριθμούς 3, 4, 5. Πόσας δραχμάς θά πάρη ὁ καθείς;

4. Τί συμφέρει εἰς τρία παιδιά νὰ τοὺς μοιράσουμε 240

πορτοκάλια ανάλογα με τούς αριθμούς 2, 3, 7, ἢ με τούς αριθμούς 4, 6, 14

Οἱ ἀριθμοὶ 2, 3, 7  
καὶ οἱ ἀριθμοὶ 4, 6, 14

καθὼς καὶ οἱ ἀριθμοὶ 10, 15, 35 πῶς λέγονται;

Ποῖοι ἀριθμοὶ λέγονται ἀνάλογοι πρὸς ἄλλους;

6. Δύο ἐργάται ἐτελείωσαν μίαν ἐργασίαν καὶ ἔλαβον 56000 δραχ. ὁ πρῶτος εἰργάσθη 3 ἡμερομίσθια καὶ ὁ δεύτερος 5. Πόσα πρέπει νὰ λάβῃ ὁ καθένας;

7. Δύο ποιμένες ἐπλήρωσαν διὰ τὸ ἐνοίκιον ἐνὸς λειβαδιοῦ 73500 δραχ. ὁ πρῶτος ἔχει 60 πρόβατα καὶ ὁ δεύτερος 45. Πόσον πρέπει νὰ πληρώσῃ ὁ καθένας;

8. Τρία παιδιὰ εἶχον ἡλικίαν τὸ πρῶτον 8 ἐτῶν τὸ δεύτερον 12 καὶ τὸ τρίτον 15 ἐτῶν καὶ ἐμοιράσθησαν 700 δραχμάς ἀναλόγως τῆς ἡλικίας των. Πόσας πρέπει νὰ πάρῃ τὸ καθένα;

9. Δύο ἀδελφοὶ ἀγόρασαν ἓνα οἰκόπεδον 630 τετραγωνικῶν πήχεων καὶ ἔδωσαν ὁ μὲν πρῶτος 40000 δραχ. ὁ δὲ δεύτερος 50000 δραχ. Πόσους πήχεις θὰ πάρῃ ὁ καθένας;

10. Διὰ τὰ σκάψωμεν ἓνα κτῆμα ἐπληρώσαμεν εἰς τρεῖς ἐργάτας 64000 δραχ. ὁ πρῶτος εἰργάσθη 3 ἡμέρας ὁ δεύτερος 5 ἡμέρας καὶ ὁ τρίτος 8 ἡμέρας. Πόσα θὰ πάρῃ ὁ καθένας;

11. Διὰ ἓνα γλύκισμα ἐχρηιάσθημεν ἓνα ποτήρι βούτυρο, 4 ποτήρια ζάχαρι καὶ 10 ποτήρια ἀλεῦρι. Ἄν τὸ γλύκισμα εἶνε 1 ὀκά καὶ 200 δράμια πόσα δράμια πρέπει νὰ πάρουμε ἀπὸ τὸ καθένα διὰ τὸ γλύκισμα;

12. Τέσσαρες χωρικοὶ πληρώνουν εἰς τὸν ἀγροφύλακα 90000 δραχ. διὰ νὰ φυλάττῃ τὰ κτῆματά των ὁ πρῶτος ἔχει 7 στρέμματα, ὁ δεύτερος 8, ὁ τρίτος 10 καὶ ὁ τέταρτος 20. Πόσα πρέπει νὰ πληρώσῃ ὁ καθένας;

13. Δύο συνέταιροι ἐκέρδισαν ἀπὸ μίαν ἐπιχείρησιν 28500 δραχμάς ὁ πρῶτος ἔχει καταθέσει 30000 δραχ. καὶ ὁ δεύτερος 65000 δραχ. Πόσον κέρδος θὰ πάρῃ καθένας;

14. Δύο ἔμποροι κατέβαλόν μαζὶ διὰ μίαν ἐργασίαν 140000 δραχ. καὶ ἐκ τῶν κερδῶν ἔλαβεν ὁ μὲν πρῶτος 15000 δραχ. ὁ δὲ δεύτερος 20000 δραχ. Πόσα εἶχε καταθέσῃ ὁ καθένας;

15. Δύο ἐργάται ἔκαμαν διὰ μίαν ἐργασίαν 30 ἡμερομίσθια ἐν ὄλῳ καὶ ἔλαβεν ὁ μὲν πρῶτος 96000 δραχ. ὁ δὲ δεύτερος 144000 δραχ. Πόσα ἡμερομίσθια ἔκαμε καθένας;

Π. Πούντζα, Ἀριθμητικὰ Προβλήματα, στ' Δημ. Σχολείου



Όμας 2α. 1. Νά μοιρασθῆ ὁ ἀριθμὸς 550 ἀνάλογα μετὰ τοὺς ἀριθμοὺς  $\frac{1}{2}$  καὶ  $\frac{3}{5}$ .

*Λύσις.* Οἱ ἀριθμοὶ  $\frac{1}{2}$  καὶ  $\frac{3}{5}$  εἶναι ἀνάλογοι πρὸς τοὺς ἀριθμοὺς 5 καὶ 6 διότι οἱ τελευταῖοι προέρχονται ἀπὸ τοὺς πρώτους διὰ πολλαπλασιασμοῦ ἐπὶ ἕνα καὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν τὸν 10 ὁ ὁποῖος εἶναι τὸ ἐλάχιστον κοινὸν πολλαπλάσιον τῶν παρονομαστῶν. Ἄν τρέψωμεν λοιπὸν τὰ κλάσματα εἰς ὁμώνυμα καὶ μοιράσωμεν τὸν 550 ἀναλόγως τῶν ἀριθμητῶν θὰ εὔρωμεν

$$\text{ὁ πρῶτος θὰ εἶναι} \quad 5 \times \frac{550}{11} = 250$$

$$\text{ὁ δεύτερος θὰ εἶναι} \quad 5 \times \frac{550}{11} = 300$$

$$\text{τὸ ὅλον} \quad 550$$

2. Νά μερισθῆ ὁ ἀριθμὸς 3200 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{5}{6}$ .

*Λύσις.* Εὐρίσκομεν τὸ ἐλάχιστον κοινὸν πολλαπλάσιον τῶν παρονομαστῶν τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ 6· κατόπιν πολλαπλασιάζομεν ἐπὶ 6 καὶ εὐρίσκομεν τοὺς ἀριθμοὺς 3, 8, 5 οἱ ὁποῖοι εἶναι ἀνάλογοι μετὰ τὰ κλάσματα. Καὶ τώρα μοιράζομεν τὸν ἀριθμὸν 3200 ἀναλόγως μετὰ τοὺς ἀριθμοὺς 3, 8, 5. Πὰς μερίδια θὰ εἶναι.

$$1\text{ον.} \quad = 3 \times \frac{3200}{16} = 600 \quad 2\text{ον} \quad = 8 \times \frac{3200}{16} = 1600$$

$$3\text{ον.} \quad = 5 \times \frac{3200}{16} = 1000$$

3. Νά μοιρασθῆ ὁ ἀριθμὸς 620 ἀνάλογα μετὰ τοὺς ἀριθμοὺς 4, 2,  $\frac{1}{5}$ .

4. Νά μοιρασθῆ ὁ ἀριθμὸς 31200 εἰς μέρη ἀνάλογα πρὸς ἀριθμοὺς 4,  $\frac{3}{5}$ ,  $2\frac{1}{3}$ .

5. Νά μερισθῆ ὁ 3220 ἀνάλογα μετὰ τοὺς ἀριθμοὺς 1,  $1\frac{1}{2}$ ,  $3\frac{1}{4}$ .

Όμας 2α. 1. Τρεῖς ἐργάται ἔλαβον ἀπὸ μίαν ἐργασίαν 50000 δραχ., ὁ πρῶτος εἰργάσθη 5 ἡμέρας ἐπὶ 6 ὥρας τὴν ἡμέ-

ραν, ὁ δεῦτερος 7 ἡμέρας ἐπὶ 9 ὥρας καὶ ὁ τρίτος 4 ἡμέρας ἐπὶ 8 ὥρας τὴν ἡμέραν ὅσας δραχμὰς πρέπει νὰ πάρη καθένας;

**Δύσεις**

Ὁ πρῶτος εἰργάσθη	5 ἡμ.	×	6 ὡρ.	=	30 ὥρας
ὁ δεῦτερος	»	7	»	×	9
ὁ τρίτος	»	4	»	×	8
					= 63 »
					= 32 »

Καὶ οἱ τρεῖς εἰργάσθησαν  $\frac{50000}{125}$  »

Πρέπει νὰ μερίσωμεν τὸν ἀριθμὸν 50000 ἀνάλογα μετὰ τὰς ὥρας ποὺ εἰργάσθη ὁ καθείς.

ὁ 1ος πρέπει νὰ λάβῃ  $30 \times \frac{50000}{125} = 12000$

ὁ 2ος » » »  $63 \times \frac{50000}{125} = 25200$

ὁ 3ος » » »  $32 \times \frac{50000}{125} = 12800$

Τὸ ὅλον  $\frac{50000}{125}$

2. Δύο κτίσται ἔκτισαν ἓνα σπίτι καὶ ἔλαβον 263000 δραχ. ὁ α΄ εἰργάσθη 15 ἡμέρας ἐπὶ 9 ὥρας τὴν ἡμέραν καὶ ὁ β΄ 16 ἡμέρας ἐπὶ 8 ὥρας τὴν ἡμέραν. Ὅσας δραχμὰς ἔλαβεν ὁ καθένας;

3. Δύο ποιμένες ἐνοικίασαν ἓνα λειβάδι καὶ ἐπλήρωσαν 101200 δραχ., ὁ α΄ ἐβόσκησε 40 πρόβατα ἐπὶ 50 ἡμέρας καὶ ὁ ἄλλος 65 πρόβατα ἐπὶ 40 ἡμέρας ὅσα πρέπει νὰ πληρῶσῃ ὁ καθένας;

4. Δύο συνέταιροι ἐκέρδισαν ἀπὸ ἓνα ἐμπόριον ποὺ ἔκαμαν 52500 δραχ., ὁ πρῶτος εἶχε καταθέσει 40000 δραχ. διὰ 1 μῆνα καὶ ὁ ἄλλος 55000 δραχ. διὰ 10 ἡμέρας ὅσα θὰ λάβῃ ἕκαστος;

5. Ἐνας ἐργολάβος ἐπλήρωσεν εἰς τρεῖς τεχνίτας εἰς τὸ τέλος τῆς ἐβδομάδος 166500 δραχ., ὁ πρῶτος εἰργάσθη 3 ἡμέρας ἐπὶ 6 ὥρας, ὁ δεῦτερος 5 ἡμέρας ἐπὶ 9 ὥρας καὶ ὁ τρίτος 6 ἡμέρας ἐπὶ 8 ὥρας ὅσα θὰ πάρῃ ὁ καθένας;

### Προβλήματα Ἑταιρείας

Ὅμας 1η. 1. Τρεῖς ἔμποροι κατέθεσαν διὰ μίαν ἐπιχειρήσιν ὁ πρῶτος 50000 δραχ., ὁ δεῦτερος 60000 καὶ ὁ τρίτος 90000 δραχμὰς καὶ εἰς τὸ τέλος τῆς ἐπιχειρήσεως ἐκέρδισαν 110000 δραχμὰς. Πόσον κέρδος θὰ λάβῃ καθένας;

**Δύσεις** Ἐάν οἱ ἔμποροι κατέθετον τὸ αὐτὸ ποσὸν τότε θὰ

έμοιράζοντο ἐξ ἴσου τὰ κέρδη. Ἐπειδὴ ὁμοῦ κατέθεσαν ἕκαστος διάφορα ποσὰ πρέπει τὰ κέρδη νὰ εἶναι ἀνάλογα μὲ τὰ χρήματα πού κατέθεσαν, ἐπομένως θὰ μερίσωμεν τὰς 110000 δραχμὰς ἀνάλογα μὲ τὰ κεφάλαια καὶ τότε :

$$\text{θὰ πάρη } 1^{\text{ος}} = 50000 \times \frac{110.000}{200.000} = 27500 \text{ δραχ.}$$

$$\text{» } 2^{\text{ος}} = 60000 \times \frac{110.000}{200.000} = 33000 \text{ »}$$

$$\text{» } 3^{\text{ος}} = 90000 \times \frac{110.000}{200.000} = 49500 \text{ »}$$

ΣΗΜ. Ἐπειδὴ τὰ κεφάλαια εἶναι μεγάλοι ἀριθμοὶ τοὺς διαιροῦμεν ὄλους διὰ 10000 καὶ εὐρίσκομεν τοὺς ἀναλόγους ἀριθμοὺς 5, 6, 9 καὶ τότε μερίζομεν τὸν 110000 ἀνάλογα μὲ τοὺς ἀριθμοὺς 5, 6, 9 καὶ θὰ εὐρωμεν τὰ αὐτὰ κέρδη.

$$1^{\text{ος}} \quad 5 \times \frac{110.000}{20} = 27500 \text{ δραχ.}$$

$$2^{\text{ος}} \quad 6 \times \frac{110.000}{20} = 33000 \text{ »}$$

$$3^{\text{ος}} \quad 9 \times \frac{110.000}{20} = 49500 \text{ »}$$

2. Δύο συνέταιροι ἀπὸ μίαν ἐπιχείρησιν ἐζημιώθησαν 87600 δραχ. ὁ πρῶτος εἶχε καταθέσει 132000 δραχ. καὶ ὁ δεῦτερος 160000. Πόση ζημία ἀναλογεῖ στὸν καθένα ;

3. Τρεῖς ἔμποροι ἐκέρδισαν εἰς ἓνα ἔτος 180000 δραχ. ὁ πρῶτος εἶχε καταθέσει εἰς τὴν ἐπιχείρησιν τριπλάσια χρήματα ἀπὸ τὸν τρίτον καὶ ὁ δεῦτερος διπλάσια ἀπὸ τὸν τρίτον. Πόσον κέρδος ἀναλογεῖ στὸν καθένα ;

4. Εἰς μίαν ἐπιχείρησιν τρεῖς συνέταιροι ἐκέρδισαν 88000 δραχ. Τὰ χρήματα τοῦ πρῶτου ἔμειναν εἰς τὴν ἐπιχείρησιν 2 μῆνας τοῦ δευτέρου 3 μῆνας καὶ τοῦ τρίτου 6 μῆνας.

Πόσον κέρδος θὰ πάρη ὁ καθένας ἂν εἶχον καταθέσει τὸ αὐτὸ ποσὸν ἕκαστος ;

5. Δύο ἔμποροι ἐπώλησαν 80 ὄκ. λίπασμα πρὸς 1500 δραχ. τὴν ὄκᾶν. Πόσα θὰ λάβῃ ὁ καθένας ἂν ὁ πρῶτος εἶχε καταθέσει 40000 δραχ. καὶ ὁ δεῦτερος 60000 ;

6. Δύο ποιμένες είχαν μαζί τὰ πρόβατά των και ἐπώλησαν 280 ὄκ. γάλα πρὸς 800 δραχ. τὴν ὄκᾰν και 18 ὄκ. τυρὶ πρὸς 3200 δραχ. τὴν ὄκᾰ. Πόσα θὰ πάρῃ ὁ καθένας ἂν ὁ πρῶτος εἶχε 50 πρόβατα και ὁ ἄλλος 70 ;

7. Ἐμοιράσθησαν εἰς τρεῖς οἰκογενεῖας ἀπὸ τὴν Ἀμερικανικὴν περίθαλψιν 320 ὄκ. ἀλεῦρι ἀναλόγως τῶν τέκνων των. Ἡ α' εἶχε 4 τέκνα, ἡ β' 5 και ἡ γ' 7. Πόσας ὀκάδας θὰ λάβῃ ἐκάστη οἰκογένεια ;

8. Ἐμπορος ἤρχισεν μίαν ἐπιχείρησιν καταθέσας 60000 δραχ. μετὰ 6 μῆνας προσέλαβε συνεταῖρον ὁ ὁποῖος κατέθεσε 80000 δραχμάς Ἐνα ἔτος μετὰ τοῦτα διέλυσαν τὴν ἐπιχείρησιν και εὔρον ὅτι ἐκέρδισαν 81600 δραχ. Πόσον κέρδος θὰ πάρῃ ὁ καθένας ;

9. Ἐνας ἐργοστασιάρχης ἴδρυσεν ἕνα ἐργοστάσιον ἐξοδεύσας 400000 δραχ. μετὰ 2 μῆνας προσέλαβε συνεταῖρον ὁ ὁποῖος κατέθεσε 300000 δραχ. και μετὰ 8 μῆνας προσέλαβε και τρίτον ὁ ὁποῖος κατέθεσε ὅσα κατέθεσαν και οἱ δύο ἄλλοι μαζί. Μετὰ 2 ἔτη εὔρον ὅτι ἐκέρδισαν ἕν ἑκατομμύριον. Πόσα πρέπει νὰ πάρῃ ὁ καθένας ;

10. Δύο ἔμποροι ἐκέρδισαν ἀπὸ μίαν ἐπιχείρησιν 60000 δραχ. ὁ πρῶτος εἰργάσθη 6 ἡμέρας και ἔλαβε κέρδος 24000 δρχ. ὁ δεύτερος τὰ ὑπόλοιπα. Πόσον χρόνον εἰργάσθη ὁ δεύτερος ;

11. Δύο ἔμποροι κατέθεσαν 80000 δραχ. διὰ μίαν ἐργασίαν. Ὁ α' ἔλαβε τὰ  $\frac{3}{5}$  τῶν κερδῶν, ὁ δὲ ἄλλος 36500 δραχ.

Τὶ κέρδος πῆρε ὁ πρῶτος και ποῖον κεφάλαιον κατέθεσε καθένας ;

$$\begin{array}{r} 50.000 \\ 60.000 \\ 90000 \\ \hline 200000 \end{array}$$

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΙΞΕΩΣ

α' είδος

**Όμως 1η.** 1. Ένα έμπορος ανέμιξε δύο ποιότητας σιτάρι από το πρώτον το όποιον εκόστιζε 400 δραχ. την όκάν έλαβε 60 όκ. και από το δεύτερον το όποιον εκόστιζε 450 δρχ. την όκάν έλαβε 90 όκάδας. Πόσον πρέπει να πωλή την όκάν του μίγματος διά να εισπράξη τα ίδια χρήματα;

Λύσις.	α'	60	όκ.	×	400	δραχ.	=	24000
	»	β'	90	»	×	450	»	=40500
	οί	150	»		κοστίζον			=64500
		1	»					X

$$X = 64500 \times \frac{1}{150} = \frac{645000}{150} = 430 \text{ δραχ.}$$

πρέπει επομένως να πωλήση την όκάν 430 δραχ. διά να μη χάση και να μη κερδίση δηλαδή να πάρη τα ίδια χρήματα τα όποια θα έπερνε αν πωλούσε χωριστά κάθε είδος.

2. Καφεπώλης έλαβε 42 όκ καφέ τών 4500 την όκάν και τās ανέμιξε με 18 όκάδας άλλης ποιότητας καφέ τών 5000 δραχμών την όκάν. Πόσον πρέπει να πωλήση την όκάν του μίγματος διά να κερδίση 150 δραχ. την όκάν.

Λύσις.	42	×	4500	=	189000
	90	×	5000	=	90000
	60	όκ.			279000

Και τότε ή μία όκά κοστίζει  $\frac{279000}{60} = 4650$  δραχ.

και διά να κερδίση 150 δραχ. την όκάν πρέπει να τόν πωλήση  $4650 + 150 = 4800$  δραχ. την όκάν

3. Κτηματίας ανέμιξε 120 όκ. κρασί τών 800 δραχμών την όκάν με 80 όκ. άλλης ποιότητας τών 900 δραχμών και θέλει να κερδίση 18000 έν δλω. Πόσον πρέπει να πωλήση την όκάν του μίγματος.

4. Γεωργός ανέμιξε 200 όκ. σίτου άξίως 650 δραχ. κατ' όκάν με 150 όκ. σίκαλιν άξίως 350 δραχ. την όκάν. Πόσον τοϋ κοστίζει έκάστη όκά τοϋ μίγματος;

5. Γαλακτοπώλης ανέμιξε 45 όκ. γάλα άξίως 800 δραχ. κατ' όκάν με 5 όκάδας νερό. Πόσον τοϋ κοστίζει έκάστη όκά τοϋ μίγματος;

6. Παντοπώλης ανέμιξε 120 όκ. φασόλια τών 1200 δραχ. κατ' όκάν με 180 όκ. κατωτέρας ποιότητας τών 800 δραχμών. Πόσον πρέπει νά πωλήση την όκάν και νά χάση 18000 δραχ. έν δλω;

7. Άνέμιξε τις δύο είδη βουτύρου, από τὸ πρῶτον τὸ ὀποῖον τοῦ στοιχίζει ἡ όκά 12000 δραχ. ἔλαβε 5 όκ. και από τὸ δεύτερον τὸ ὀποῖον τοῦ στοιχίζει 15000 δραχ. ἔλαβε 7 όκάδας. Πόσον πρέπει νά πωλήση την όκάν δια νά κερδίση 6 %;

8. Καπνέμπορος ανέμιξε 500 όκ. καπνοῦ Ἐγγινοῦ άξίως 4000 δραχ. την όκάν με 300 όκ. καπνοῦ Καβάλλας. Πόσον κοστίζει ἡ όκά τοῦ καπνοῦ Καβάλλας αν πωλῆ τὸ μείγμα 4500 δραχ. την όκάν;

9. Άνέμιξα 60 όκ. ρύζι τών 1800 δραχ. κατ' όκάν με 75 όκ. τών 2000 δραχ. και με 65 όκ. τών 2150 δραχ. και θέλω νά κερδίσω 12 %. Πόσον πρέπει νά πωλήσω την όκάν τοϋ μίγματος;

Όμάς 2α. 1. Ἐχομεν δύο είδη χρυσοῦ· τὸ ἓνα ζυγίζει 12 δράμια και ἔχει βαθμὸν καθαρότητος 0,800· και τὸ ἄλλο τὸ ὀποῖον ζυγίζει 18 δράμια ἔχει βαθμὸν καθαρότητος 0,900· αν συντήξω τὰ δύο αὐτὰ κράμματα εἰς ἓν, ποῖος θὰ εἶναι ὁ βαθμὸς καθαρότητος;

ΣΗΜ.: Ὅταν λέγομεν ὅτι ὁ βαθμὸς καθαρότητος εἶναι 0,800 σημαίνει ὅτι τὰ  $\frac{800}{1000}$  αὐτοῦ εἶναι καθαρὸς χρυσὸς και τὰ  $\frac{200}{1000}$  ἄλλο μέταλλον κατωτέρας άξίως.

12	δρμ.	$\times 0,800 = 9,6$	δραμ.
18	»	$\times 0,900 = 16,2$	»
30	»	25,8	»

16,2 + 9,6 = 25,8  
25,8 / 30 = 0,860

Ἐπομένως τὰ 30 δράμια περιέχουν 25,8 δράμια καθαρῦ χρυσοῦ και τότε τὸ ἓν περιέχει  $\frac{25,8}{30} = 0,860$

Ὁ βαθμὸς καθαρότητος τοῦ νέου κράμματος θὰ εἶνε 0,860.

2. Ἐχομεν δύο βραχιόλια άργυρᾶ· τὸ πρῶτον ζυγίζει 25 γραμμάρια ἔχει βαθμὸν 0,550 και τὸ ἄλλο τὸ ὀποῖον ζυγίζει 15 γραμμάρια ἔχει βαθμὸν 0,700. Ἐν συντήξωμεν αὐτὰ δια νά

130,350 / 150 = 0,860



κατασκευάσωμεν ένα νέον βραχιόλι πόσος θά εἶνε ὁ βαθμὸς του καθαρότητος ;

3. Συντήκομεν 20 γρμ. χρυσοῦ βαθμοῦ καθαρότητος 0,850 μὲ 5 γρμ. χαλκοῦ ποῖος θά εἶνε ὁ βαθμὸς καθαρότητος τοῦ νέου κράμματος ;

4. Συντήκομεν 40 γρμ. χρυσοῦ βαθμοῦ 0,600 μὲ 5 γρμ. καθαροῦ χρυσοῦ. Ποῖος θά εἶναι ὁ βαθμὸς τοῦ νέου κράμματος ;

5. Ἔχομεν τρία κράμματα χρυσοῦ

α) 15 γρμ τῶν 0,600

β) 20 » » 0,800

γ) 25 » » 0,500 καὶ θέλομεν νὰ κάνωμεν

μὲ αὐτὰ νέον κράμμα ποῖος θά εἶνε ὁ βαθμὸς καθαρότητος αὐτοῦ ;

6. Ἀναμιγνύομεν 3 εἶδη οἴνοπνεύματος

α) 120 ὀκ. 90°

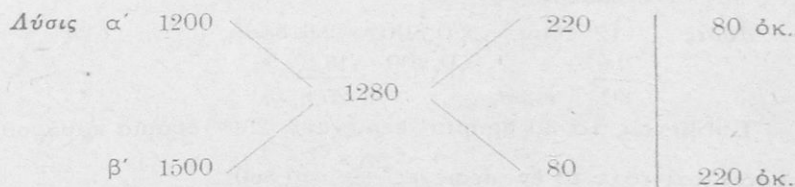
β) 140 » 85°

γ) 40 » 70°

Ποῖος θά εἶναι ὁ βαθμὸς τοῦ νέου μίγματος τὸ ὁποῖον θά σχηματισθῇ ἀπὸ αὐτὰ ;

### β' εἶδος

1. Ἔχει τις δύο ποιότητες κρασί τῶν 1200 δραχ. κατ' ὀκᾶν καὶ τῶν 1500 καὶ θέλει νὰ κάμῃ ἕνα μίγμα ἀπὸ 450 ὀκ τοῦ ὁποῖου ἢ ὀκᾶ νὰ τιμᾶται 1280 δραχμάς. Πόσον πρέπει νὰ πάρῃ ἀπὸ τὴν πρώτην ποιότητα καὶ πόσον ἀπὸ τὴν δευτέραν ;



Τὸ α' εἶδος ἀξίζει 1200 δραχ. καὶ θά πωληθῇ 1280, ἐπομένως κερδίζομεν ἀπὸ κάθε ὀκᾶν αὐτοῦ 80 δραχ.

Τὸ β' εἶδος ἀξίζει 1500 δραχ. καὶ θά πωληθῇ 1280, ἐπομέ-

νως χάνομεν ἀπὸ κάθε ὀκᾶ 220 δραχ. Διὰ νὰ μὴ χάσωμεν καὶ νὰ μὴ κερδίσωμεν πρέπει νὰ πάρουμε 220 ὀκ. ἀπὸ τὴν πρώτην ποιότητα καὶ 80 ὀκ. ἀπὸ τὴν δευτέραν καὶ τότε τὸ μίγμα τῶν 450 ὀκ. πρέπει νὰ τὸ μερίσωμεν ἀνάλογα μὲ τοὺς ἀριθμοὺς 220 καὶ 80.

$$\alpha' = \frac{220 \times 450}{300} = 330 \text{ ὀκ.} \quad \beta' = \frac{80 \times 450}{300} = 120 \text{ ὀκ.}$$

2. Ἔχομεν δύο εἶδη χρυσοῦ μὲ βαθμὸν καθαρότητος 0,600 καὶ 0,850 καὶ θέλομεν ἂν τὰ συντήξωμεν νὰ κάνουμε ἓνα νέον κράμμα 50 γραμμαρίων τοῦ ὁποῖου ὁ βαθμὸς νὰ εἶναι 0,750· πόσα γραμμάρια πρέπει νὰ πάρουμε ἀπὸ τὸ πρῶτον καὶ πόσα ἀπὸ τὸ δεύτερον;

Δύσεις	0,600	\	/	0,100		150
		/	\			
		0,750				
	0,850	\	/	0,150		100

Κάθε γραμμάριον τοῦ α' εἴδους προτοῦ εἰσέλθη εἰς τὸ νέον κράμμα θὰ ἔχη βαθμὸν 0,600, ὅταν ὅμως εἰσέλθη θὰ ἔχη βαθμὸν 0,750 ἤτοι κερδίζομεν 0,150

Κάθε γραμμάριον τοῦ β' εἴδους προτοῦ εἰσέλθη εἰς τὸ κράμμα ἔχει βαθμὸν 0,850, ὅταν εἰσέλθη θὰ ἔχη βαθμὸν 0,750 ἤτοι χάνομεν 0,100.

Διὰ νὰ μὴ χάσωμεν οὔτε νὰ κερδίσωμεν πρέπει νὰ πάρουμε 100 γραμμάρια ἀπὸ τὸ α' καὶ 150 ἀπὸ τὸ β'· ἐπομένως τὸ νέον κράμμα τῶν 50 γραμμαρίων πρέπει νὰ τὸ μοιράσωμεν ἀνάλογα μὲ τοὺ ἀριθμοὺς 100 καὶ 150.

Ἀπὸ τὸ α' θὰ πάρουμε  $\frac{100 \times 50}{250} = 20$  γρμ.

» » β' » »  $\frac{150 \times 50}{250} = 30$  »

3. Ἐνας οἰνοπώλης ἀγοράζει κρασί τῶν 800 δραχμῶν

καί ἄλλο τῶν 1000 δραχ. τὴν ὀκᾶν καὶ θέλει νὰ κάμῃ μίγμα 2400 ὀκ. τοῦ ὁποίου ἢ ὀκᾶ νὰ στοιχίζη 950 δραχ. Πόσον πρέπει νὰ πάρῃ ἀπὸ κάθε ποιότητα ;

4. Ἔχομεν δύο ποιότητας ζάχαρι τῶν 4800 δραχ. καὶ τῶν 4000 δραχ. τὴν ὀκ. καὶ θέλωμεν νὰ κάμωμεν ἓνα μίγμα ἀπὸ 140 ὀκ. τοῦ ὁποίου ἢ ὀκᾶ νὰ κοστίζῃ 4200 δραχ. Πόσον πρέπει νὰ πάρουμε ἀπὸ κάθε ποιότητα ;

5. Παντοπώλης ἀνέμιξε λάδι δύο εἰδῶν, τοῦ πρώτου ἢ ὀκᾶ ἀξίζει 3800 δραχμαὶ καὶ τοῦ δευτέρου 3200. Πόσον πρέπει νὰ πάρῃ ἀπὸ κάθε εἶδος διὰ νὰ κάμῃ μίγμα 1200 ὀκάδων τὸ ὅποιον νὰ πωλήσῃ τὴν ὀκᾶν 3300 δραχ. ;

6. Κατὰ ποίαν ἀναλογίαν πρέπει νὰ ἀνάμειξωμεν καφέ τῶν 5000 δραχμῶν τὴν ὀκᾶ μὲ ἄλλον καφέ τῶν 4100 δραχμῶν διὰ νὰ πωληθῇ τὸ μίγμα 4400 δραχμάς ;

7. Ἔχομεν οἰνόπνευμα τῶν 60° καὶ 85°. Πόσες ὀκάδες πρέπει νὰ πάρω ἀπὸ κάθε ποιότητα διὰ νὰ κάμω μίγμα 120 ὀκ. τῶν 80° ;

8. Ἐνα βραχιόλι ἀπὸ χρυσὸν ἔχει βάρους 20 γραμμάρια καὶ ἔχει βαθμὸν 0,600. πόσον καθαρὸν χρυσὸν πρέπει νὰ προσθέσω διὰ νὰ γίνῃ 0,900 ;

9. Ἐνας χρυσοχόος συνέτηξε 40 γρμ. χρυσοῦ βαθμοῦ 0,800 μὲ χαλκὸν καὶ ἔκαμε νέον κράμμα βαθμοῦ 0,600. Πόσον χαλκὸν ἔλαβε ;

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ

1. Ένας μαθητής έλαβε εις τὰ πρωτεύοντα μαθήματα τούς έξής βαθμούς. Είς τὰ Ἀρχαῖα Ἑλληνικά 7, εις τὰ νέα Ἑλληνικά 8 καί τήν Ἀριθμητικήν 9. Ποῖος εἶναι ὁ γενικός βαθμός τῶν πρωτευόντων μαθημάτων;

2. Ένας εργάτης εργάσθη ἐπὶ 3 ἡμέρας, τήν α' έλαβε 6200 δραχ. τήν β' έλαβε 8400 καί τήν τρίτην 9100. Ποῖον ἦτο τὸ ἡμερομίσθιον του τήν μίαν ἡμέρα με τήν ἄλλη;

(3) Ένας εργάτης εργάσθη 8 ἡμέρας με ἡμερομίσθιον 5200 δραχ. 6 ἡμέρας με 7200 καί 11 ἡμέρας με 6600 Ποῖον ἦτο τὸ ἡμερομίσθιον του κατά μέσον ὄρον;

(4) Ἡ θερμοκρασία ἐνὸς τόπου τήν πρωτὴν ἦτο 11° τήν μεσημβρίαν 16° τήν ἑσπέραν 15° καί τὸ μεσονύκτιον 9°. Ποία εἶναι ἡ μέση θερμοκρασία τοῦ τόπου κατά τήν ἡμέραν ταύτην;

(5) Ἐμετρήσαμεν μίαν εὐθείαν καί τήν εὗρομεν τήν πρώτην φοράν 6,22 μ. τήν δευτέραν 6,25 μ. καί τήν τρίτην 6,23 μ. Πόσον εἶναι κατά μέσον ὄρον τὸ μήκος τῆς εὐθείας;

## ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. 5 εργάται ἔλαβον διὰ μίαν ἐργασίαν 17800 δραχ. οἱ 8 εργάται πόσα πρέπει νὰ λάβουν ;
2. Ἐνα αὐτοκίνητον εἰς 8 ὥρας διανύει 256 χιλιόμετρα. Πόσα θὰ διανύσῃ εἰς 5,5 ὥρας ;
3. Τρεῖς κτῖσαι ἔκτισαν ἕνα τοῖχον σὲ 21 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τὸν ἔκτιζον 7 κτῖσαι ;
4. Ἄν ἕνα ἀτμόπλοιον διανύει εἰς 7 ὥρας 84 μίλλια, πόσα θὰ διανύσῃ εἰς 15,5 ὥρας ;
5. Μὲ  $2\frac{1}{2}$  ὄκ. ἀλάτι μπορεῖ μία οἰκογένεια νὰ περάσῃ 40 ἡμέρας. Πόσον ἀλάτι θέλει διὰ 15 ἡμέρας ; καὶ πόσον διὰ 75 ἡμέρας ;
6. Τρεῖς τυπογράφοι εἰς 2 ἡμέρας δύναται νὰ στοιχειοθετήσουν 16 σελίδας ἑνὸς βιβλίου. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τελειώσουν 162 σελίδας ;
7. 5 εργάται τελειώνουν ἕνα ἔργον εἰς 18 ἡμέρας. 9 εργάται πόσας ἡμέρας χρειάζονται διὰ νὰ τελειώσουν τὸ ἴδιον ἔργον ;
8. 8  $\frac{1}{2}$  πῆχ. ὑφάσματος ἀξίξουν  $49\cdot 10\frac{3}{5}$  δραχ. πόσον ἀξίξουν  $12\frac{1}{2}$  πῆχεις ἀπὸ τὸ αὐτὸ ὑφασμα ;
9. Ἐνας ποδηλατιστὴς εἰς 3,5 ὥρας διανύει μίαν ἀπόστασιν  $48\frac{1}{2}$  χιλιόμετρα. Τὰ 75 χιλιόμετρα εἰς πόσας ὥρας θὰ τὰ διανύσῃ ἂν τρέχῃ μὲ τὴν ἴδια ταχύτητα ;
10. 8 εργάται ἐργαζόμενοι 9 ὥρας τὴν ἡμέραν ἐκτελοῦν ἕνα ἔργον εἰς 12 ἡμέρας. 11 εργάται ἐργαζόμενοι 6 ὥρας τὴν ἡμέραν τὸ αὐτὸ ἔργον εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τὸ τελειώσουν ;
11. 3 ἄλογα θέλουν διὰ 12 ἡμέρας 120 ὀκάδες χορτάρι. Πόσον χορτάρι θέλουν 5 ἄλογα διὰ 15 ἡμέρας ;
12. Μὲ 120 μέτρα ὑφάσματος δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν 24 ἀνδρικὰς ἐνδυσγασίας ἂν τὸ πλάτος εἶνε 0,64 μ. Πόσα

μέτρα ύφασματος θέλομεν διὰ 40 ὁμοίας ἐνδυμασίας ἂν τὸ πλάτος τοῦ ὑφάσματος εἶναι 0,60 μ.;

13. Διὰ νὰ πατώσωμεν ἓνα πάτωμα χρειάζομεθα 210 σανίδες τῶν ὁποίων τὸ μῆκος εἶναι 3,2 μέτρα καὶ τὸ πλάτος 0,25 μ. Πόσες σανίδες χρειάζομεθα ἂν τὸ μῆκος τῶν εἶναι 4 μέτρα καὶ τὸ πλάτος τῶν 0,30 μέτρα;

14. Δι' ἓνα ἐμπόρευμα ἀξίας 54000 δραχμῶν ἐπληρώσαμεν 1,8 % διὰ μεσιτείαν· πόσα ἐπληρώσαμεν;

15. Διὰ νὰ ἀγοράσωμεν ἓνα ἐμπόρευμα ἀξίας 175000 δραχμῶν ἐπληρώσαμεν διὰ μεσιτείαν 2 % καὶ διὰ προμήθειαν 0,5%· πόσα ἐπληρώσαμεν διὰ μεσιτείαν καὶ πόσα διὰ προμήθειαν;

16. Δι' ἐμπορεύματα ἀξίας 240000 δραχμῶν ἐπληρώσαμεν διὰ προμήθειαν 3360 δραχ. πόσον ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν ὑπελογίσθη ἡ προμήθεια;

17. Διὰ νὰ ἀσφαλίσωμεν ἓνα ἐργοστάσιον ἀπὸ πυρκαϊᾶν πληρώνομεν ἀσφάλιστρα 4,2‰· πόσας δραχμὰς θὰ πληρώσωμεν ἑτησίως ἂν τὸ ἀσφαλίσαιμι διὰ πέντε ἑκατομμύρια δραχμὰς;

18. Τὰ ποσοστὰ ὄλων τῶν ὑπαλλήλων ἑνὸς καταστήματος εἶναι  $5\frac{3}{8}\%$  ἐπὶ τῶν εἰσπράξεων. Ἐὰν τὸ κατάστημα εἰσπράττει 1200000 δραχ. τὴν ἡμέραν, πόσον θὰ λάβουν οἱ ὑπάλληλοι;

19. Ἐπὶ ἐμπορευμάτων ἀξίας 71800,40 μᾶς ἔκαμαν ἔκπτωσιν 3,2%· πόσην ἔκπτωσιν μᾶς ἔκαμαν;

20. Ἐπωλήσαμεν ἓνα οἰκόπεδον ἀντὶ 850000 δραχμῶν καὶ ἔκερδίσαμεν 15% ἐπὶ τῆς ἀξίας τῆς ἀγορᾶς του· πόσα ἔκερδίσαμεν;

21. Ἐνας γαλακτοπώλης ἐπώλησεν ἐπὶ ἓνα μῆνα 240 ὄκ. γάλα πρὸς 820,40 ἑκάστην ὄκᾶν καὶ ἔκέρδισεν 14,5% ἐπὶ τῆς ἀξίας τῆς ἀγορᾶς· πόσα ἔκέρδισε καὶ ποία ἦτο ἡ ἀγορὰ;

22. Ἐχομεν νὰ λάβωμεν μετὰ τινα χρόνον ἓνα ποσὸν 25800 δραχ.· ἔάν τὰ λάβωμεν σήμερον πρέπει νὰ κάμωμεν ἔκπτωσιν 3,5%· ποία θὰ εἶναι ἡ ἔκπτωσις καὶ πόσα θὰ λάβωμεν;

23. Πόσον τόκον θὰ φέρουν 24560,80 δραχμαὶ τοκίζόμενοι ἐπὶ 2 μῆνας πρὸς 8,5%;

24. Ἐδανείσθημεν 48000 δραχμὰς ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴν Τράπεζαν διὰ 8 μῆνας· πόσον τόκον θὰ πληρώσωμεν πρὸς 6% καὶ πόσην μεσιτείαν ἂν τὸ ποσοστὸν τῆς ὑπολογισθῆ πρὸς 12%;



25. Ποῖον κεφάλαιον εἰς 3 μῆνας καὶ 20 ἡμέρας πρὸς 4,5% ἔφερε τόκον 6400 δραχμὰς;

26. Ποῖον κεφάλαιον εἰς 40 ἡμέρας τοκιζόμενον πρὸς 10,5% ἔφερε τόκον 1250,60;

27. Εἰς πόσον χρόνον ἕνα κεφάλαιον 85000 δραχμῶν πρὸς 6,5% ἔφερε τόκον 12600,40 δραχμὰς;

28. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἕνα κεφάλαιον 45600 εἰς 75 ἡμέρας ἔφερε τόκον 380;

29. Ἐτοκίσαμεν ἕνα ποσὸν χρημάτων πρὸς 5,5% διὰ τρία ἔτη καὶ 4 μῆνας καὶ ἐλάβομεν τόκους καὶ κεφάλαιον 84000 δραχμ. ποῖον ἦτο τὸ κεφάλαιον καὶ ποῖος ὁ τόκος;

30. Ὁ πατέρας εἶχε καταθέσει εἰς μίαν Τράπεζαν μὲ ἀπλοῦν τόκον ἕνα ποσὸν πρὸς 4,5%. Μετὰ  $2\frac{1}{2}$  ἔτη ἀπεσύραμεν ἀπὸ τὴν Τράπεζαν τὸ κεφάλαιον καὶ τοὺς τόκους ἐν ὄλῳ 42400 δραχμὰς. Πόσον ἦτο τὸ κεφάλαιον τὸ ὁποῖον κατέθεσεν ὁ πατέρας μας;

31. Ἐδανείσθημεν 66600 δραχμὰς πρὸς  $7\frac{1}{2}$ % διὰ 4 μῆνας. Διὰ ποῖον ποσὸν θὰ υπογράψωμεν τὸ σχετικὸν γραμμάτιον;

32. Γραμμάτιον 7800 δραχμῶν προεξωφλήθη ἐξωτερικῶς πρὸς 9,5% 3 μῆνας καὶ 10 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του. Ποία εἶνε ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ ποία ἡ πραγματικὴ ἀξία;

33. Γραμμάτιον προεξωφλήθη ἀντὶ 12800,80 δραχμῶν 2 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς  $6\frac{3}{8}$ %. Ποία ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ ποία ἡ ὀνομαστικὴ του ἀξία;

34. Γραμμάτιον 54000 δραχμῶν προεξωφλήθη 3 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 7,5%. Ποία ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ ποία ἡ πραγματικὴ του ἀξία;

35. Γραμμάτιον προεξωφλήθη ἀντὶ 108000 δραχμῶν 15 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 9%. Ποία ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ ποία ἡ ὀνομαστικὴ του ἀξία;

36. Ἀναλλάσσομεν δύο γραμμάτια 45000 δραχμῶν λήξεως 2 μηνῶν καὶ 60000 δραχμῶν λήξεως 40 ἡμερῶν μὲ ἄλλο γραμμάτιον τὸ ὁποῖον νὰ ἔχη ὀνομαστικὴν ἀξίαν 105000 δραχμὰς. Πόσον χρόνον πρὸ τῆς λήξεώς του πρέπει νὰ προεξωφληθῇ πρὸς 8%;

37. Νά μερισθῆ ὁ ἀριθμὸς 42000 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 3, 7, 11.

38. Νά μερισθῆ ὁ ἀριθμὸς 18300 εἰς μέρη ἀνάλογα με τοὺς ἀριθμοὺς  $\frac{3}{5}$ , 5,  $\frac{1}{2}$

39. Νά μερισθῆ ὁ ἀριθμὸς 63700 εἰς μέρη ἀντιστρόφως ἀνάλογα με τοὺς ἀριθμοὺς  $\frac{5}{6}$ , 2,  $\frac{3}{4}$

40. Ἀνέμιξέ τις 160 ὀκ. φασόλια ἀξίας 2400 τὴν ὀκᾶν με 170 ὀκ. ἄλλης ποιότητος τῶν 1900 δραχ. τὴν ὀκᾶ πόσον πρέπει νὰ πωλήσῃ τὴν ὀκᾶ τοῦ μίγματος διὰ νὰ κερδίσῃ καὶ 12%;

41. Ἀνομιγνύει τις δύο εἰδῶν κρασί· ἀπὸ τὸ ἀ΄ ἔλαβε 600 ὀκ. τῶν 1400 δραχ. τὴν ὀκᾶ καὶ ἀπὸ τὸ β΄ 400 ὀκάδας τῶν 1100 δραχ. τὴν ὀκᾶ πόσον ἀξίζει ἡ ὀκᾶ τοῦ μίγματος;

42. Ἀγοράζει ἓνας ἔμπορος δύο ποιότητος οἴνου· τοῦ ἀ΄ ἡ ὀκᾶ στοιχίζει 800 δραχ. καὶ τοῦ β΄ 1150 δραχ. Πόσον πρέπει νὰ πάρῃ ἀπὸ τὸ ἀ΄ καὶ πόσον ἀπὸ τὸ β΄ διὰ νὰ κάμῃ μίγμα 750 ὀκάδων τοῦ ὁποίου ἡ ὀκᾶ νὰ στοιχίζῃ 1000 δραχ.;

43. Ἔχομεν δύο κράμματα βαθμοῦ 0,600 καὶ 0,800· πόσον πρέπει νὰ πάρωμεν ἀπὸ τὸ καθένα διὰ νὰ κάμωμεν κράμμα 45 γραμμαρίων τοῦ ὁποίου ὁ βαθμὸς νὰ εἶναι 0,750;

10500

~~35~~

100

320

400

€

24



ΕΚΔΟΣΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ  
 "ΤΟΥΡΛΑΣ - ΜΑΥΡΑΚΟΣ",  
 ΕΡΜΟΥ 45 ΠΑΤΡΑΙ

---

Αριθμητικά Προβλήματα Γ' Δημοτικού Π. Πούντζα  
 » » Δ' » »  
 Αριθμητικά Προβλήματα Ε' Δημοτικού Π. Πούντζα συστημαμένα από το  
 Υπουργείον Παιδείας (ἀριθ. ἐγκυκλ. 8903) 25-2-47  
 Αριθμητικά Προβλήματα ΣΤ' Δημοτικού Π. Πούντζα συστημαμένα από το  
 Υπουργείον Παιδείας (ἀριθ. ἐγκυκλ. 8903) 25-2-47  
 Πρακτικὴ Γεωμετρία Ε' & ΣΤ' Δημοτικοῦ Π. Πούντζα

---

Γραμματικὴ Καθαρευούσης Ι. Ἀνδριοπούλου - Π. Σπηλιοπούλου δημοδιδ.  
 Φυτολογία Γ' & Δ' Δημοτικοῦ » »  
 Ζωολογία Γ' & Δ. » »  
 Ἱστορία Γ' Δημοτικοῦ » »  
 Ἱστορία Δ' » »  
 Παλαιὰ Διαθήκη Γ' Δημοτικοῦ » »  
 Καινὴ Διαθήκη Δ' » »  
 Γεωγραφία Γ' & Δ' » »  
 Ἱστορία Γ' Δημοτικοῦ Κ. Στεργιοπούλου δημοδιδ.  
 Ἐκκλησιαστικὴ Ἱστορία Ε' Δημοτικοῦ » »  
 Χάρτης Νομοῦ Ἀχαΐας ὑπὸ Ι. Κλουκίνα  
 Γραμματικὴ τῆς Δημοτικῆς διὰ τὰς ἀνωτέρας τάξεις τῶν Δημ. Σχολείων  
 ὀργανισμένη παρὰ τοῦ Υπουργείου τῆς Παιδείας (ἀριθ. ἐγκρ. ἀποφ.  
 23400) 13-11-45 ὑπὸ Γ. Παπαϊκονόμου  
 Γραμματικὴ τῆς Δημοτικῆς διὰ τὰς κατωτέρας τάξεις τῶν Δ. Σχολείων  
 Γ. Παπαϊκονόμου

---