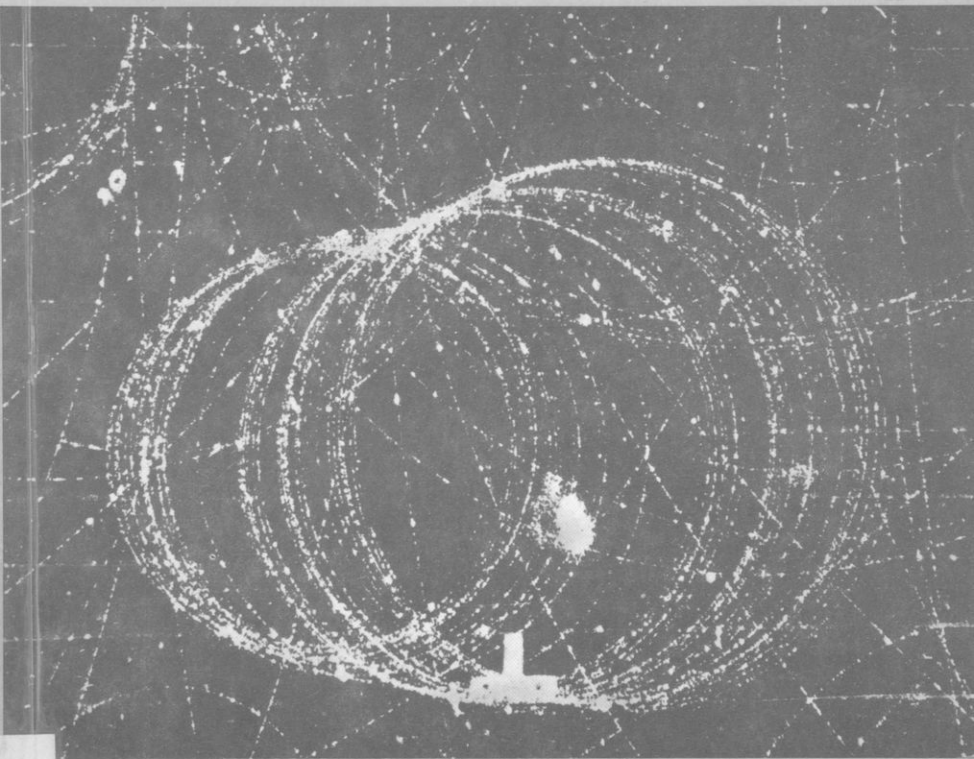


ΑΛΚΙΝΟΟΥ Ε. ΜΑΖΗ

# ΦΥΣΙΚΗ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ





## Φ Υ Σ Ι Κ Η

Μέ απόφαση τῆς Ἑλληνικῆς Κυβερνήσεως τὰ  
διδασκτικά βιβλία τοῦ Δημοτικοῦ, Γυμνασίου  
καί Λυκείου τυπώνονται ἀπό τόν Ὀργανισμό  
Ἐκδόσεως Διδακτικῶν Βιβλίων καί μοιράζον-  
ται ΔΩΡΕΑΝ.

# ΦΥΣΙΚΗ

Με απόφαση της Ελληνικής Κυβερνήσεως τέ-  
λεσθησάντων διδασκάντων διδασκάντων διδασκάντων  
και Λογισμικών τριών τριών τριών τριών τριών  
Εκδόσεως Διδασκάντων Βιβλίων και τριών  
των ΔΩΡΕΑΝ.

ΑΛΚΙΝΟΟΥ Ε. ΜΑΖΗ

# ΦΥΣΙΚΗ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ



ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

ΑΘΗΝΑ 1979

ANDREW E. MASH

# ΦΥΣΙΚΗ

L. LYKEIOY

ΣΥΝΤΑΚΤΑ

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

ΑΘΗΝΑ 1979

# ΜΗΧΑΝΙΚΗ

## Ταλαντώσεις – Κύματα

### 1. Φυσικό έκκρεμές

α. Ἡ κίνηση τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς. Ὄταν τὸ φυσικὸ ἐκκρεμές τὸ ἀπομακρύνουμε ἀπὸ τὴ θέση τῆς ἰσορροπίας του καὶ ἐπειτα τὸ ἀφήσουμε ἐλεύθερο, τότε τὸ ἐκκρεμές ἐκτελεῖ *στροφικὴ ταλάντωση* γύρω ἀπὸ τὸν ὀριζόντιο ἄξονα  $O$  (σχ. 1). Ἡ ροπή ἀδράνειας τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸν ἄξονα  $O$  εἶναι  $\Theta$  καὶ ἡ ἀπόσταση τοῦ κέντρου βάρους  $K$  ἀπὸ τὸν ἄξονα περιστροφῆς εἶναι  $OK = \delta$ . Πάνω στὸ σῶμα ἐνεργεῖ τὸ βᾶρος τοῦ σώματος  $B = m \cdot g$  καὶ ἡ ἀντίδραση τοῦ ἄξονα ( $F_{ax}$ ). Τὸ σῶμα ἐκτελεῖ στροφικὴ κίνηση καὶ ἰσχύει ἡ θεμελιώδης ἐξίσωση τῆς στροφικῆς κινήσεως :

$$M = \Theta \cdot \alpha \quad (1)$$

ὅπου  $\alpha$  εἶναι ἡ στιγμιαία γωνιακὴ ἐπιτάχυνση καὶ  $M$  ἡ συνισταμένη τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων, πού ἐνεργοῦν στὸ σῶμα, ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς. Ἡ ροπή τῆς ἀντιδράσεως τοῦ ἄξονα ( $F_{ax}$ ) εἶναι ἴση μὲ μηδέν. Ἔτσι πάνω στὸ σῶμα ἐνεργεῖ μόνον ἡ ροπή τοῦ βάρους ( $M$ ) τοῦ σώματος, ἡ ὁποία εἶναι μιὰ *ροπή ἐπαναφορᾶς* πού σὲ κάθε στιγμὴ τείνει νὰ ἐπαναφέρει τὸ σῶμα στὴ θέση ἰσορροπίας καὶ κατ' ἀπόλυτη τιμὴ ἔχει μέτρο :

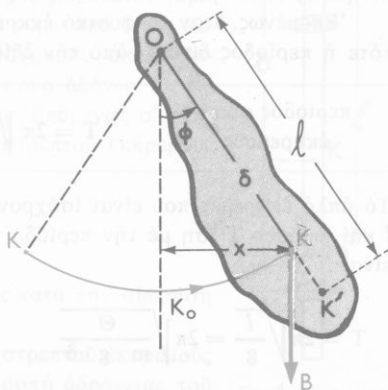
$$M = B \cdot x$$

$$\text{ἢ } M = m \cdot g \cdot \delta \cdot \eta\mu\phi \quad (2)$$

Θεωροῦμε ὅτι τὸ φυσικὸ ἐκκρεμές ἐκτελεῖ *αἰωρήσεις μικροῦ πλάτους*. Τότε κατὰ μεγάλη προσέγγιση τὸ  $\eta\mu\phi$  εἶναι ἴσο μὲ  $\phi$  (rad) καὶ ἐπομένως ἡ ἐξίσωση (2) γράφεται :

$$M = m \cdot g \cdot \delta \cdot \phi \quad (3)$$

Ἡ ἐξίσωση (3) δείχνει ὅτι



Σχ. 1. Στροφικὴ ταλάντωση τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς.

Ἡ ἀπόλυτη τιμὴ τῆς ροπῆς ἐπιαναφορᾶς  $M$  εἶναι ἀνάλογη μὲ τὴ γωνιακὴ ἀπομάκρυνση  $\varphi$ .

Ἐπομένως, ὅταν τὸ πλάτος αἰωρήσεως τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι μικρό, ἡ κίνηση τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς κατὰ μεγάλη προσέγγιση εἶναι ἁρμονικὴ στροφοικὴ ταλάντωση.

Ἡ ἐξίσωση (3) γράφεται

$$M = D \cdot \varphi \quad (4)$$

ὅπου  $D = m \cdot g \cdot \delta$ . Τὸ μέγεθος  $D$  ὀνομάζεται *κατευθύνουσα ροπή* τῆς στροφοικῆς ταλαντώσεως.

β. Περίοδος τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς. Στὴν *εὐθύγραμμη ἁρμονικὴ ταλάντωση* ἡ δύναμη ἐπιαναφορᾶς κατ' ἀπόλυτη τιμὴ δίνεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωση :

$$F = f \cdot x$$

ὅπου  $f = F/x$  εἶναι μιὰ σταθερὴ τῆς κινήσεως (*κατευθύνουσα δύναμη*) καὶ  $x$  εἶναι ἡ γραμμικὴ ἀπομάκρυνση.

Ἡ περίοδος  $T$  τῆς ἁρμονικῆς ταλαντώσεως δίνεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωση :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{f}}$$

ὅπου  $m$  εἶναι ἡ μάζα τοῦ σώματος.

Στὴ στροφοικὴ κίνηση τοῦ στερεοῦ σώματος ἀντὶ γιὰ τὴ μάζα  $m$  ἔχουμε τὴ *ροπή ἀδράνειας*  $\Theta$  τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς.

Στὴ *στροφοικὴ ἁρμονικὴ ταλάντωση* στερεοῦ σώματος ἡ σταθερὴ τῆς κινήσεως εἶναι ἡ *κατευθύνουσα ροπή*  $D = M/\varphi$ .

Ἐπομένως, ὅταν τὸ φυσικὸ ἐκκρεμὲς ἐκτελεῖ *αἰωρήσεις μικροῦ πλάτους* τότε ἡ περίοδος δίνεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωση :

$$\text{περίοδος φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{D}} \quad \text{ἢ} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{m \cdot g \cdot \delta}} \quad (5)$$

Τὸ ἀπλό ἐκκρεμὲς πού εἶναι ἰσόχρονο μὲ τὸ φυσικὸ ἐκκρεμὲς ἔχει μῆκος  $l$  καὶ περίοδο  $T$  ἴση μὲ τὴν περίοδο τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς καὶ ἔπομένως εἶναι :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{m \cdot g \cdot \delta}} \quad \text{ἄρα} \quad l = \sqrt{\frac{\Theta}{m \cdot \delta}} \quad (6)$$

γ. Κέντρο αἰωρήσεως. Ἡ ἐξίσωση (6) φανερώνει ὅτι μποροῦμε νὰ θεωρήσουμε ὅτι ἡ μάζα  $m$  τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι συγκεντρωμένη σέ



Ένα σημείο  $K'$ , πού ή απόστασή του από τόν άξονα περιστροφής  $O$  είναι

$$\text{ή με } OK' = l = \frac{\Theta}{m \cdot \delta}$$

Τό σημείο  $K'$  ονομάζεται *κέντρο αιώρησης* τού φυσικού έκκρεμους.

Τό κέντρο αιώρησης  $K'$  έχει τήν εξής ιδιότητα: "Αν θεωρήσουμε ότι ή μάζα  $m$  τού φυσικού έκκρεμους είναι συγκεντρωμένη στό σημείο  $O$  καί τό φυσικό έκκρεμές αιωρείται γύρω από όριζόντιο άξονα  $O'$  πού περνάει από τό κέντρο αιώρησης  $K'$ , τότε ή περίοδος  $T$  τού φυσικού έκκρεμους διατηρείται άμετάβλητη καί τό σημείο  $O$  γίνεται τό νέο κέντρο αιώρησης τού φυσικού έκκρεμους. "Ωστε :

**Στό φυσικό έκκρεμές τό σημείο ( $O$ ) τής στηρίξεως τού έκκρεμους πάνω στόν άξονα περιστροφής καί τό κέντρο αιώρησης ( $K'$ ) τού έκκρεμους μπορούν νά ανταλλάζουν τό ρόλο τους χωρίς νά μεταβληθεί ή περίοδος ( $T$ ) τού έκκρεμους.**

δ. "Αντιστρεπτό έκκρεμές. "Εφαρμογή τής παραπάνω ιδιότητας τού φυσικού έκκρεμους είναι τό *αντιστρεπτό έκκρεμές*. Αυτό είναι ένα φυσικό έκκρεμές πού μπορεί νά στρέφεται είτε γύρω από τόν όριζόντιο άξονα  $O$ , είτε γύρω από έναν άλλο όριζόντιο άξονα  $O'$  (σχ. 2). Κατά μήκος τής ράβδου τού έκκρεμους μπορούμε νά μετακινούμε όρισμένες μάζες καί έτσι μεταβάλλουμε τήν απόσταση τού κέντρου βάρους  $K$  από τόν άξονα περιστροφής  $O$ . Μετακινώντας κατάλληλα αυτές τς μάζες πετυχαίνουμε, ώστε ή περίοδος  $T$  τού έκκρεμους νά είναι ή ίδια καί όταν τό έκκρεμές στρέφεται γύρω από τόν άξονα  $O$  καί όταν στρέφεται γύρω από έναν άλλο άξονα  $O'$ . Τότε τό μήκος  $l$  τού ισόχρονου άπλου έκκρεμους είναι ίσο μέ τήν απόσταση τών δύο άξόνων  $O$  καί  $O'$ . "Η απόσταση αυτή είναι σταθερή. "Επομένως σ' αυτή τήν περίπτωση ή περίοδος τού αντιστρεπτού έκκρεμους είναι :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

όπου  $l = OO'$  καί  $T$  ή *κοινή περίοδος* κατά τήν αιώρηση γύρω από τούς άξονες  $O$  καί  $O'$ .

"Η παραπάνω ιδιότητα τού αντιστρεπτού έκκρεμους εξηγείται ως εξής: "Αν  $\Theta_x$  είναι ή ροπή αδράνειας τού έκκρεμους ως προς όριζόντιο άξονα πού περνάει από τό



Σχ. 2. "Αντιστρεπτό έκκρεμές.

κέντρο βάρους  $K$ , τότε η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα  $O$  είναι :

$$\Theta = \Theta_x + m\delta^2$$

Επομένως το μήκος  $l$  του ισόχρονου άπλου έκκρεμους είναι :

$$l = \frac{\Theta}{m\delta} = \frac{\Theta_x + m\delta^2}{m\delta} \quad \text{και} \quad l = \frac{\Theta_x}{m\delta} + \delta \quad (8)$$

Όταν τό έκκρεμές αλωρείται γύρω από τόν άξονα  $O'$ , τότε ή απόσταση του κέντρου βάρους  $K$  από τόν καινούριο άξονα  $O'$  είναι :

$$\beta = O'K = l - \delta$$

Τό μήκος  $l'$  του καινούριου ισόχρονου άπλου έκκρεμους είναι :

$$l' = \frac{\Theta'}{m\beta} = \frac{\Theta_x + m\beta^2}{m\beta} = \frac{\Theta_x}{m\beta} + \beta$$

$$\eta \quad l' = \frac{\Theta_x}{m(l-\delta)} + (l-\delta) \quad (9)$$

$$\text{Άπό τήν εξίσωση (8) έχουμε :} \quad l - \delta = \frac{\Theta_x}{m\delta} \quad (10)$$

Άν στην εξίσωση (9) βάλουμε τήν τιμή του  $(l-\delta)$  από τήν εξίσωση (10), βρίσκουμε :

$$l' = \frac{\Theta_x}{m\delta} + \delta \quad \text{άρα} \quad l' = l$$

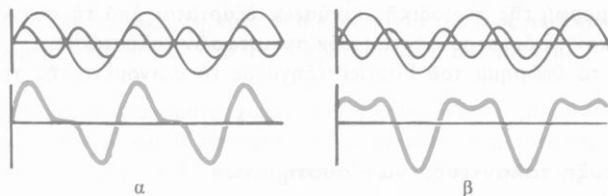
Όστε στίς δύο περιπτώσεις αλωρήσεως του φυσικού έκκρεμους (γύρω από τούς άξονες  $O$  και  $O'$ ) ή περίοδος είναι ή ίδια :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g}}$$

Έτσι τό αντίστροφο έκκρεμές είναι *ισόχρονο* μέ ένα άπλο έκκρεμές που έχει μήκος  $l$  ίσο μέ τή σταθερή απόσταση των δύο άξόνων περιστροφής ( $O$  και  $O'$ ). Στο αντίστροφο έκκρεμές οί αποστάσεις του κέντρου βάρους  $K$  από τούς δύο άξονες  $O$  και  $O'$  πρέπει νά είναι *άνισες*.

## 2. Ανάλυση περιοδικής κινήσεως κατά Fourier

Δύο άρμονικές ταλαντώσεις μέ τήν ίδια διεύθυνση έχουν αντίστοιχα περίοδο  $T_1$  και  $T_2 = T_1/2$  (σχ. 3). Τότε οί συχνότητες αυτών των δύο ταλαντώσεων είναι αντίστοιχα  $\nu_1$  και  $\nu_2 = 2\nu_1$ . Η ταλάντωση μέ τή μικρότερη συχνότητα  $\nu_1$  είναι ή *θεμελιώδης* ή *πρώτη άρμονική* και ή τα-



Σχ. 3. Ἡ συνισταμένη κίνηση τῶν δύο ἄρμονικῶν ταλαντώσεων εἶναι περιοδική μὴ ἡμιτονοειδῆς κίνηση.  
(Οἱ συχνότητες τῶν συνιστωσῶν ταλαντώσεων ἔχουν λόγος 1:2).

λάντωση μὲ τὴ διπλάσια συχνότητα  $\nu_2$  εἶναι ἡ *δεύτερη ἄρμονική*. Αὐτές οἱ δύο ταλαντώσεις ἔχουν ἀντίστοιχα ἐξισώσεις :

$$y_1 = a_1 \cdot \eta\mu \omega_1 t \quad \text{καὶ} \quad y_2 = \beta \cdot \eta\mu \omega_2 t$$

Ἡ *συνισταμένη κίνηση* ἔχει σὲ κάθε στιγμή ἀπομάκρυνση  $y$  ἴση μὲ τὸ ἀλγεβρικό ἄθροισμα τῶν ἀπομακρύνσεων  $y_1$  καὶ  $y_2$  τῶν δύο συνιστωσῶν ταλαντώσεων, δηλαδή εἶναι

$$y = y_1 + y_2$$

Ἄν γραφικά βροῦμε τὴ συνισταμένη κίνηση τῶν δύο ἄρμονικῶν ταλαντώσεων, παρατηροῦμε ὅτι ἡ συνισταμένη κίνηση εἶναι *περιοδική κίνηση* (ταλάντωση) πού ἔχει περίοδο  $T_1$ , ἀλλά δέν εἶναι ἡμιτονοειδῆς κίνηση, δηλαδή *δέν εἶναι ἄρμονική ταλάντωση*. Ἡ μορφή τῆς περιοδικῆς κινήσεως ἐξαρτᾶται καὶ ἀπὸ τὴ διαφορά φάσεως πού ἔχουν οἱ δύο συνιστώσες ταλαντώσεις. (σχ. 3β).

Στὸ παραπάνω παράδειγμα οἱ συχνότητες τῶν δύο συνιστωσῶν ἄρμονικῶν ταλαντώσεων ἔχουν λόγος  $\nu_2/\nu_1 = 2$ . Τὰ ἴδια ὅμως ἰσχύουν καὶ ὅταν ἔχουμε πολλές ἄρμονικῆς ταλαντώσεις πού οἱ συχνότητές τους εἶναι *ἀκέραια πολλαπλάσια* μιᾶς θεμελιώδους συχνότητας  $\nu$ , δηλαδή ὅταν οἱ συχνότητές τους εἶναι  $\nu, 2\nu, 3\nu, \dots$  κν. Σ' αὐτὴ τὴν περίπτωση ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ συνισταμένη κίνηση εἶναι *περιοδική κίνηση* (ταλάντωση) πού ἔχει συχνότητα  $\nu$  ἴση μὲ τὴ συχνότητα τῆς θεμελιώδους ταλαντώσεως. Τὸ παραπάνω συμπέρασμα ἂν τὸ διατυπώσουμε ἀντίστροφα, ἀποτελεῖ τὸ *θεώρημα τοῦ Fourier* πού ὀνομάζεται καὶ *ἀνάλυση περιοδικῆς κινήσεως κατὰ Fourier* :

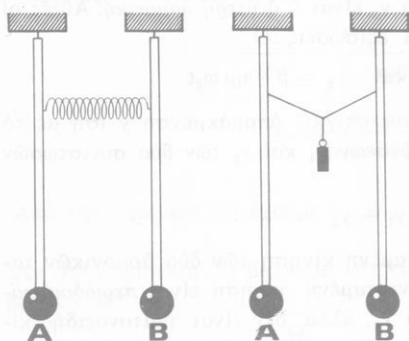
Μία μὴ ἡμιτονοειδῆς περιοδική κίνηση, πού ἔχει συχνότητα  $\nu$ , μπορεῖ νὰ θεωρηθεῖ ὡς συνισταμένη πολλῶν ἄρμονικῶν ταλαντώσεων πού οἱ συχνότητές τους εἶναι *ἀκέραια πολλαπλάσια* μιᾶς θεμελιώδους συχνότητας  $\nu$ .

Ἡ μορφή τῆς περιοδικῆς κινήσεως ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴ συχνότητα, τὸ πλάτος καὶ τὴ διαφορὰ φάσεως τῶν συνιστωσῶν ταλαντώσεων.

Μὲ τὸ θεώρημα τοῦ Fourier ἐξηγοῦμε τὸ φαινόμενο τῆς χροιάς τοῦ ἤχου.

### 3. Σύζευξη ταλαντευόμενων συστημάτων

α. Συζευγμένα συστήματα σέ συντονισμό. Δύο ἐκκρεμῆ ἀποτελοῦνται ἀπὸ πολὺ λεπτές ράβδους, ἔχουν τὸ ἴδιο μῆκος καὶ ἐπομένως ἔχουν καὶ τὴν ἴδια ιδιοσυχνότητα  $\nu_0$  (σχ. 4). Ἀρχικὰ τὰ δύο ἐκκρεμῆ εἶναι ἀσύνδετα με-



Σχ. 4. Σύζευξη δύο ἐκκρεμῶν μὲ τὸ ἴδιο μῆκος.

ταξῷ τους. Ἄν βάλουμε σέ κίνηση τὸ ἓνα ἐκκρεμές, τότε τὸ ἄλλο ἐκκρεμές παραμένει ἀκίνητο.

Συνδέουμε τὰ δύο ἐκκρεμῆ μὲ ἓνα ἐλαφρὸ σπειροειδές ἐλατήριο ἢ μὲ νῆμα ἀπὸ τὸ ὁποῖο κρέμεται ἓνα βᾶρος. Ἄν βάλουμε σέ κίνηση τὸ ἐκκρεμές A, παρατηροῦμε ὅτι καὶ τὸ ἐκκρεμές B ἀρχίζει νὰ ἐκτελεῖ ταλαντώσεις. Τὸ πλάτος τῶν ταλαντώσεων τοῦ ἐκκρεμοῦς A συνεχῶς ἐλαττώνεται, ἐνῶ ἀντίθετα τὸ πλάτος τῶν ταλαντώσεων

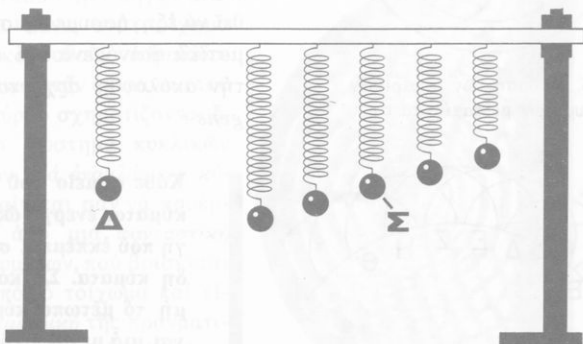
τοῦ ἐκκρεμοῦς B συνεχῶς αὐξάνεται καὶ ἔρχεται στιγμή πού τὸ ἐκκρεμές B κινεῖται μὲ τὸ μέγιστο πλάτος, ἐνῶ τὸ ἐκκρεμές A μένει ἀκίνητο. Τότε τὸ ἐκκρεμές A ἔχει μεταδώσει ὅλη τὴν ἐνέργειά του στοῦ ἐκκρεμές B. Ἐπειτα παρατηροῦμε τὸ ἀντίστροφο φαινόμενο, δηλαδή τὸ ἐκκρεμές B ἀρχίζει νὰ μεταδίδει τὴν ἐνέργειά του στοῦ ἐκκρεμές A πού τὸ πλάτος τῆς αἰωρήσεώς του συνεχῶς αὐξάνεται κ.ο.κ.

Τὰ δύο ἐκκρεμῆ A καὶ B βρίσκονται σέ συντονισμό καὶ ἡ ἐνέργεια μεταδίδεται ἀπὸ τὸ ἓνα παλλόμενο σύστημα στοῦ ἄλλο. Καθένα ἀπὸ αὐτὰ τὰ δύο παλλόμενα συστήματα γίνεται διαδοχικὰ διεγέρτης καὶ συντονιστῆς καὶ λέμε ὅτι μεταξύ τῶν δύο συστημάτων ὑπάρχει σύζευξη ἢ ὅτι τὰ δύο συστήματα εἶναι συζευγμένα. Σ' αὐτὴ τὴν περίπτωση κατὰ τὴν κίνηση τοῦ ἑνός συστήματος A ἐξασκοῦνται πάνω στοῦ ἄλλο σύστημα B δυνάμεις. Ὅσο πιὸ ἰσχυρὴ εἶναι ἡ σύζευξη τῶν δύο συστημάτων τόσο ταχύτερα γίνονται ἡ μεταφορά τῆς ἐνέργειας ἀπὸ τὸ ἓνα σύστημα (διεγέρτης) στοῦ ἄλλο (συντονιστῆς). Ἀπὸ τὰ παραπάνω συνάγεται τὸ ἀκόλουθο συμπέρασμα :

Όταν μεταξύ δύο παλλόμενων συστημάτων που βρίσκονται σε συντονισμό υπάρχει σύζευξη, τότε όλη ή ενέργεια του ενός συστήματος (του διεγέρτη) μεταδίδεται στο άλλο σύστημα (του συντονιστή).

β. Συζευγμένα συστήματα χωρίς συντονισμό. Αν τα μήκη δύο συζευγμένων εκκρεμών Α και Β διαφέρουν πολύ μεταξύ τους, τότε και οι ιδιοσυχνότητές τους είναι πολύ διαφορετικές. Σ' αυτή την περίπτωση, αν βάλουμε σε κίνηση το εκκρεμές Α, παρατηρούμε ότι το εκκρεμές Β εκτελεί μερικές μόνο ταλαντώσεις μικροῦ πλάτους, έπειτα ήρεμεί για λίγο και επαναλαμβάνεται πάλι το ίδιο φαινόμενο. Τά παραπάνω επαληθεύονται με τό εξής πείραμα. Από μία λεπτή ξύλινη ράβδο κρέμονται εκκρεμή με σπειροειδές έλατήριο, που έχουν διαφορετικά μήκη (σχ. 5). Στην άκρη τής ράβδου κρέμεται ὁμοιο εκκρεμές Δ, που τό μήκος του είναι ίσο με τό μήκος ενός από τά άλλα εκκρεμή, π.χ. του Σ. Τό εκκρεμές Δ είναι συζευγμένο με τά άλλα εκκρεμή μέσω τής ράβδου. Αν αναγκάσουμε τό εκκρεμές Δ νά εκτελεί κατακόρυφη ταλάντωση, παρατηρούμε ότι ή μεγαλύτερη ποσότητα ενέργειας μεταδίδεται σ' εκείνο τό εκκρεμές (δηλαδή στό εκκρεμές Σ) που βρίσκεται σε συντονισμό με τό διεγέρτη (Δ). Από τά παραπάνω συνάγεται τό ακόλουθο συμπέρασμα :

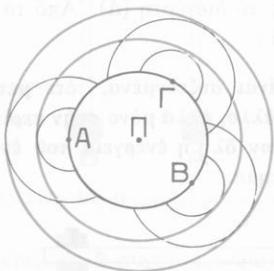
Όταν δύο παλλόμενα συστήματα είναι συζευγμένα, τότε μεταδίδεται ενέργεια από τό ένα σύστημα στό άλλο, αλλά μόνο στήν περίπτωση του συντονισμού τών δύο συστημάτων όλη ή ενέργεια του ενός συστήματος μεταδίδεται στό άλλο σύστημα.



Σχ. 5. Μετάδοση ενέργειας από τό διεγέρτη Δ στό συντονιστή Σ.

## 4. Ἀρχή τοῦ Huygens

Σέ ἓνα ὁμογενές καί ἰσότροπο ἐλαστικό μέσο μιά σημειακή πηγὴ  $\Pi$  κατὰ τὴ χρονικὴ στιγμή  $t = 0$  ἀρχίζει νὰ ἐκτελεεῖ ἀμείωτη ἄρμονικὴ ταλάντωση (σχ. 6). Τότε στὸ ἐλαστικό μέσο διαδίδονται ἄρμονικὰ κύματα πρὸς ὄλες τὶς διευθύνσεις γύρω ἀπὸ τὴν πηγὴ  $\Pi$  μὲ σταθερὴ ταχύτητα  $c$ . Σέ μιά χρονικὴ στιγμή  $t$  τὸ κύμα φτάνει σὲ ἀπόσταση  $R = c \cdot t$  ἀπὸ τὴν πηγὴ  $\Pi$ . Τὴ στιγμή αὐτὴ ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου ( $A, B, \Gamma, \dots$ ) πού βρίσκονται πάνω στὴ σφαιρικὴ ἐπιφάνεια μὲ ἀκτίνα  $R$ , ἀρχίζουν ταυτόχρονα νὰ ἐκτελοῦν ἄρμονικὴ ταλάντωση μὲ τὴν ἴδια φάση καί μὲ τὴν ἴδια συχνότητα. Ἔτσι κάθε σημεῖο αὐτῆς τῆς σφαιρικῆς ἐπιφάνειας γίνεται μιά *νέα πηγὴ κυμάτων* πού διαδίδονται πρὸς ὄλες τὶς διευθύνσεις γύρω ἀπὸ κάθε σημεῖο μὲ τὴν ἴδια ταχύτητα  $c$  (σχ. 6α). Ἀποδεικνύεται ὅτι *τὰ στοιχειώδη κύματα* πού φεύγουν ἀπὸ τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφάνειας κύματος 1, ὅταν διαδίδονται πρὸς τὸ ἐσωτερικὸ αὐτῆς τῆς ἐπιφάνειας κύματος, συμβάλλουν καί ἀλληλοαναίρουνται. Ἀντίθετα, τὰ στοιχειώδη κύματα διαδίδονται ἐλεύθερα πρὸς τὸ ἐξωτερικὸ τῆς ἐπιφάνειας κύματος 1 καί σὲ



Σχ. 6. Διάδοση τῶν σφαιρικῶν κυμάτων μὲ ταχύτητα  $c$ .



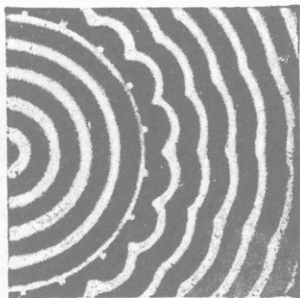
Σχ. 6α. Ἀρχὴ τοῦ Huygens.

κάθε στιγμή οἱ σφαιρικὲς ἐπιφάνειες κύματος τῶν στοιχειωδῶν κυμάτων ἔχουν ὡς *περιβάλλουσα ἐπιφάνεια* μιά νέα σφαιρικὴ ἐπιφάνεια 2 πού ἀποτελεεῖ τὸ μέτωπο κύματος.

Αὐτὴ ἡ ἀντίληψη γιὰ τὴ διάδοση τῶν κυμάτων μᾶς βοηθεῖ νὰ ἐξηγήσουμε ὀρισμένα κυματικά φαινόμενα καί ἀποτελεεῖ τὴν ἀκόλουθη *ἀρχὴ τοῦ Huygens*:

Κάθε σημεῖο τοῦ μετώπου κύματος ἐνεργεῖ ὡς *νέα πηγὴ* πού ἐκπέμπει *στοιχειώδη κύματα*. Σέ κάθε στιγμή τὸ μέτωπο κύματος εἶναι μιά *μεγαλύτερη ἐπιφάνεια* πού περιβάλλει τὰ *στοιχειώδη μέτωπα* κύματος.

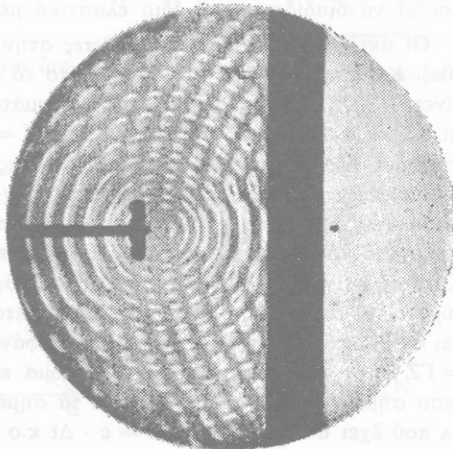
Κατά προσέγγιση μπορούμε να παρατηρήσουμε εφαρμογή της αρχής του Huygens με τό εξής πείραμα. Μέ ένα διαπασών, πού έκτελεεί αμείωτες ταλαντώσεις, δημιουργούμε πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια νερού κυκλικά κύματα (σχ. 7). Γύρω από τήν πηγή τών κυμάτων τοποθετούμε μία κυλινδρική πλάκα πού έχει τή μορφή χτένας (δηλαδή έχει κατακόρυφες λεπτές σχισμές). Ή ακτίνα καμπυλότητας τής κυλινδρικής πλάκας είναι τόση, ώστε ή επιφάνεια τής πλάκας νά συμπίπτει μέ ένα μέτωπο κύματος. Παρατηρούμε ότι από τις σχισμές τής πλάκας φεύγουν *στοιχειώδη κύματα* και ότι σε όρισμένη απόσταση από τήν πλάκα αυτά τά κύματα διαμορφώνουν ένα νέο *κυκλικό μέτωπο κύματος*.



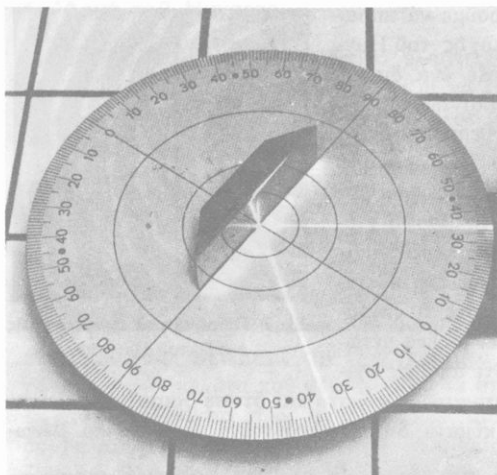
Σχ. 7. Πειραματική απόδειξη τής αρχής του Huygens.

## 5. 'Ανάκλαση τών κυμάτων ελαστικότητας

Πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια υδραργύρου πού ήρεμεί, δημιουργούμε κυκλικά κύματα μέ μία πηγή πού έκτελεεί αμείωτες ταλαντώσεις (π.χ. μέ ένα διαπασών πού διεγείρεται από ήλεκτρομαγνήτη). Μέσα στό δοχείο υπάρχει ένα κατακόρυφο επίπεδο τοίχωμα (σχ. 8). Παρατηρούμε ότι τά κυκλικά κύματα, πού προέρχονται από τήν πηγή, *ανακλώνται* πάνω στό τοίχωμα και εξακολουθούν νά διαδίδονται πάνω στην επιφάνεια του υδραργύρου σχηματίζοντας ένα νέο σύστημα κυκλικών κυμάτων. *Τά ανακλώμενα κύματα* φαίνεται σάν νά προέρχονται από μία *φανταστική* πηγή κυμάτων, πού βρίσκεται πίσω από τό τοίχωμα και είναι *συμμετρική* τής πραγματικής πηγής ως πρός τό τοίχωμα. Αυτή ή φανταστική πηγή ονομάζεται *εἶδωλο* τής πραγματικής πηγής τών κυμάτων.



Σχ. 8. 'Ανάκλαση επιφανειακών κυμάτων.



Σχ. 9. Πειραματική απόδειξη των νόμων της ανάκλασης των φωτεινών κυμάτων.

Ἡ ἀνάκλαση τῶν κυμάτων ἐλαστικότητας εἶναι συνέπεια τῆς ἀρχῆς τοῦ Huygens καὶ ἀποδεικνύεται ὅτι γίνεται σύμφωνα μὲ τούς γνωστούς νόμους τῆς ἀνακλάσεως τοῦ φωτός :

1. Ἡ ἀνακλώμενη ἀκτίνα βρίσκεται πάνω στό ἐπίπεδο προσπτώσεως πού ὀρίζεται ἀπό τήν προσπίπτουσα ἀκτίνα καί τήν κάθετο στό σημεῖο προσπτώσεως.

2. Ἡ γωνία ἀνακλάσεως α εἶναι ἴση μὲ τή γωνία προσπτώσεως  $\pi$  (σχ. 9).

**Ἀπόδειξη.** Δύο διαφορετικά ἐλαστικά μέσα χωρίζονται μεταξύ τους μὲ ἐπίπεδη ἐπιφάνεια (σχ. 10). Θεωροῦμε ἓνα ἐπίπεδο κύμα πού διαδίδεται μὲ ταχύτητα  $c$ . Ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφάνειας κύματος κινῶνται μὲ τήν ἴδια φάση (ἰσοφασική ἐπιφάνεια). Μετά τήν ἀνάκλαση προκύπτει ἓνα ἐπίπεδο κύμα πού ἐξακολουθεῖ νά διαδίδεται στό ἴδιο ἐλαστικό μέσο.

Οἱ ἀκτίνες  $x_1, x_2, x_3$  εἶναι κάθετες στήν ἐπιφάνεια κύματος  $AB\Gamma$  (σχ. 10α). Κατά τή χρονική στιγμή  $t$  πρῶτο τό σημεῖο  $A$  τῆς ἐπιφάνειας  $MN$  γίνεται πηγὴ ἐκπομπῆς στοιχειωδῶν κυμάτων. Στὴ διάρκεια τοῦ χρόνου  $\Delta t$  τό κύμα διατρέχει τήν ἀπόσταση  $GZ = c \cdot \Delta t$  καί κατά τή χρονική στιγμή  $t + \Delta t$  τό σημεῖο  $Z$  τῆς ἐπιφάνειας  $MN$  γίνεται πηγὴ ἐκπομπῆς στοιχειωδῶν κυμάτων. Στὴ διάρκεια τοῦ χρόνου  $\Delta t$  ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφάνειας  $MN$  πού βρίσκονται ἀνάμεσα στά σημεῖα  $A$  καί  $Z$  γίνονται διαδοχικά τό ἓνα μετὰ τό ἄλλο πηγές ἐκπομπῆς στοιχειωδῶν κυμάτων. Κατά τή στιγμή  $t + \Delta t$ , πού τό σημεῖο  $Z$  ἀρχίζει νά ἐκπέμπει στοιχειώδη κύματα, τό στοιχειώδες κύμα, πού προέρχεται ἀπό τό σημεῖο  $A$ , ἔχει φτάσει σέ ὅλα τὰ σημεῖα μιᾶς σφαιρικῆς ἐπιφάνειας  $\Sigma_A$  πού ἔχει ἀκτίνα  $AI = GZ = c \cdot \Delta t$  καί τό στοιχειώδες κύμα πού προέρχεται ἀπό τό ἐνδιάμεσο σημεῖο  $\Delta$  ἔχει φτάσει σέ ὅλα τὰ σημεῖα μιᾶς σφαιρικῆς ἐπιφάνειας  $\Sigma_\Delta$  πού ἔχει ἀκτίνα  $\Delta\Theta = EZ = c \cdot \Delta t$  κ.ο.κ. Ἄν φέρομε τό κοινὸ ἐφαπτόμενο ἐπίπεδο  $Z\Theta I$  αὐτῶν τῶν στοιχειωδῶν σφαιρικῶν ἐπιφανειῶν,



τότε δλα τὰ σημεῖα αὐτοῦ τοῦ ἐπιπέδου κατὰ τὴ χρονικὴ στιγμή  $t + \Delta t$  ἔχουν τὴν ἴδια φάση καὶ ἀποτελοῦν τὸ νέο μέτωπο κύματος μετὰ τὴν ἀνάκλαση.

Οἱ ἀνακλόμενες ἀκτίνες  $y_1, y_2, y_3$  εἶναι κάθετες στὴν ἐπιφάνεια κύματος ΖΘΙ.

Τὰ ὀρθογώνια τρίγωνα ΑΓΖ καὶ ΖΙΑ εἶναι ἴσα, γιατί ἔχουν τὴν ὑποτείνουσα ΑΖ κοινὴ καὶ τίς πλευρὲς τοῦ ΓΖ καὶ ΑΙ ἴσες ( $\Gamma Z = AI$ ).

Ἄρα εἶναι:

$$\widehat{\Gamma A Z} = \widehat{I Z A}$$

καὶ  $\widehat{\Gamma Z A} = \widehat{I A Z}$

Ἐπίσης βρίσκουμε:

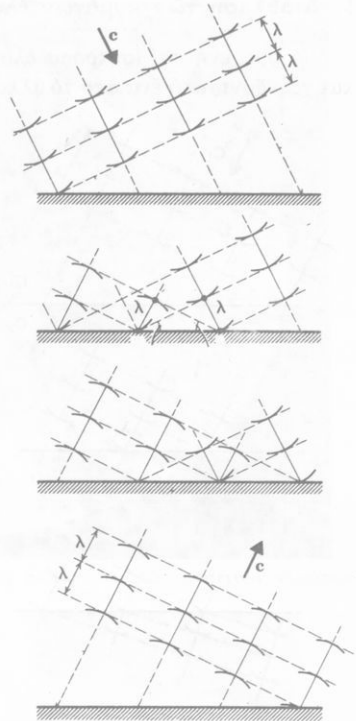
$$\widehat{\Gamma Z A} = \varphi \quad \text{ἄρα} \quad \widehat{I A Z} = \varphi$$

καὶ  $\pi = 90^\circ - \varphi$

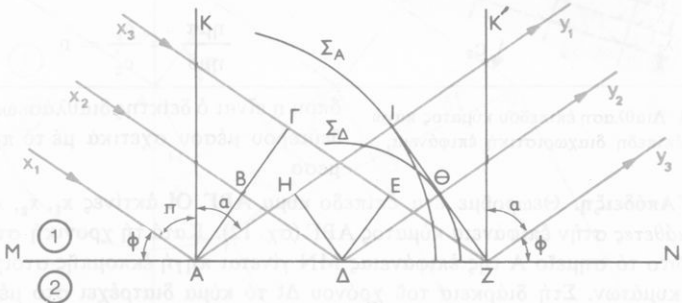
$$\widehat{K A I} = \alpha = 90^\circ - \widehat{I A Z} = 90^\circ - \varphi$$

καὶ  $\alpha = 90^\circ - \varphi$

Ἔτσι ἡ γωνία ἀνακλάσεως  $\alpha$  εἶναι ἴση μετὰ τὴ γωνία προσπτώσεως  $\pi$ .



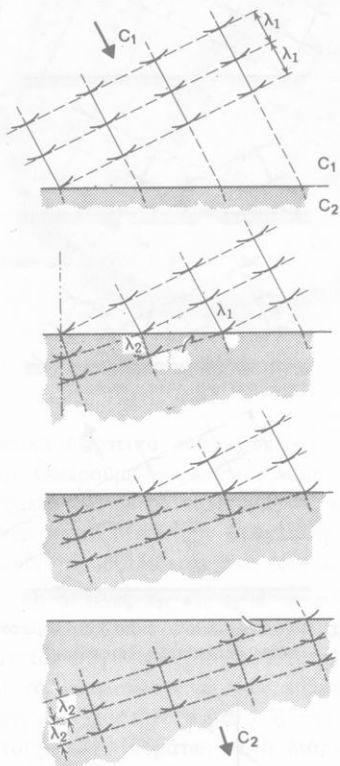
Σχ. 10. Ἀνάκλαση ἐπίπεδου κύματος πάνω σὲ ἐπιπεδὴ ἐπιφάνεια.



Σχ. 10α. Γιά τὴν ἀπόδειξη ὅτι ἡ γωνία προσπτώσεως ( $\pi$ ) εἶναι ἴση μετὰ τὴ γωνία ἀνακλάσεως ( $\alpha$ ).

## 6. Διάθλαση τών κυμάτων ελαστικότητας

Δυό όμογενή και ισότροπα ελαστικά μέσα 1 και 2 είναι διαφορετικά και χωρίζονται τό ξνα από τό άλλο μέ επίπεδη επιφάνεια MN. Ή ταχύτητα



Σχ. 11. Διάθλαση επίπεδου κύματος πάνω σέ επίπεδη διαχωριστική επιφάνεια.

**Ήπόδειξη.** Θεωρούμε ξνα επίπεδο κύμα ΑΒΓ. Οί άκτινές  $x_1, x_2, x_3$  είναι κάθετες στην επιφάνεια κύματος ΑΒΓ (σχ. 12). Κατά τή χρονική στιγμή  $t$  πρώτο τό σημείο Α τής επιφάνειας ΜΝ γίνεται πηγή έκπομπής στοιχειωδών κυμάτων. Στη διάρκεια του χρόνου  $\Delta t$  τό κύμα διατρέχει στό μέσο 1 τήν άπόσταση  $\Gamma Z = c_1 \cdot \Delta t$  και κατά τή χρονική στιγμή  $t + \Delta t$  τό σημείο Ζ γίνεται πηγή έκπομπής στοιχειωδών κυμάτων. Στη διάρκεια του

διαδόσεως τών κυμάτων στά δύο μέσα είναι αντίστοιχα  $c_1$  και  $c_2$ . Θεωρούμε ξνα επίπεδο κύμα πού πέφτει πλάγια πάνω στή διαχωριστική επιφάνεια (σχ. 11). Τό κύμα μπαίνοντας από τό πρώτο μέσο στό δεύτερο αλλάζει άπότομα διεύθυνση διαδόσεως και λέμε οτι συμβαίνει *διάθλαση τών κυμάτων*.

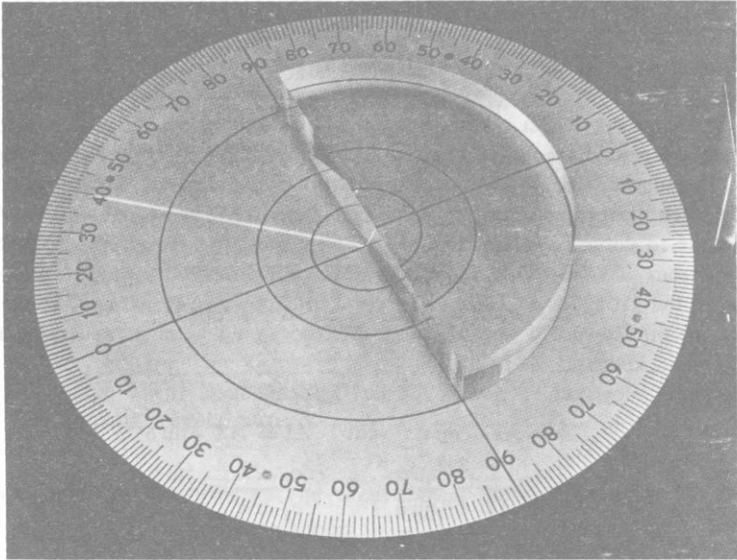
Ή διάθλαση τών κυμάτων ελαστικότητας είναι συνέπεια τής άρχής του Huygens και άποδεικνύεται οτι γίνεται σύμφωνα μέ τούς γνωστούς νόμους τής διαθλάσεως του φωτός :

1. Ή διαθλώμενη άκτίνα βρίσκεται πάνω στό επίπεδο προσπίτσεως πού ορίζεται από τήν προσπίττουσα άκτίνα και τήν κάθετο στό σημείο προσπίτσεως.

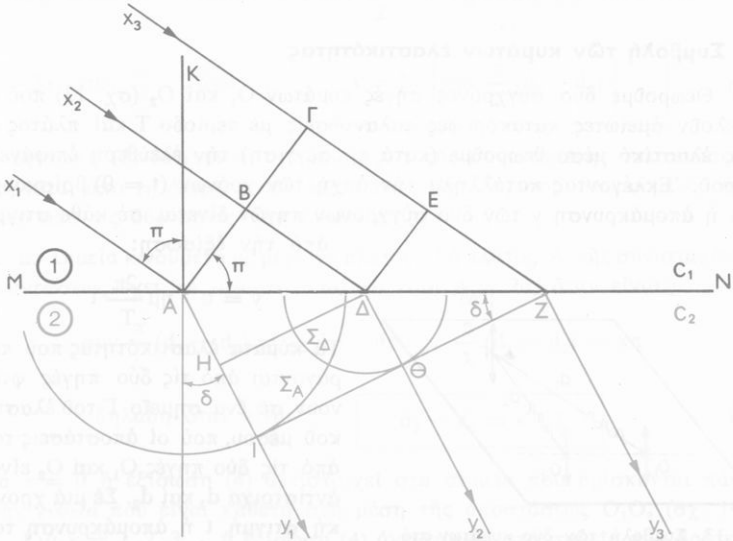
2. Ή λόγος τών ήμιτόνων τών γωνιών προσπίτσεως  $\pi$  και διαθλάσεως  $\delta$  είναι σταθερός και ίσος μέ τό λόγο τών ταχυτήτων διαδόσεως τών κυμάτων στά δύο μέσα (σχ. 11α).

$$\frac{\eta\mu\pi}{\eta\mu\delta} = \frac{c_1}{c_2} = n$$

όπου  $n$  είναι ή δείκτης διαθλάσεως του δεύτερου μέσου σχετικά μέ τό πρώτο μέσο.



Σχ. 11α. Πειραματική απόδειξη των νόμων της διαθλάσεως των φωτεινών κυμάτων.



Σχ. 12. Για την απόδειξη της σχέσεως  $n = \eta\mu\pi/\eta\mu\delta = c_1/c_2$ .

χρόνου  $\Delta t$  όλα τα σημεία της επιφάνειας MN που βρίσκονται ανάμεσα στα σημεία A και Z γίνονται διαδοχικά τό ένα μετά τό άλλο πηγές έκπομπής στοιχειωδών κυμάτων. Κατά τή στιγμή  $t + \Delta t$ , πού τό σημείο Z αρχίζει νά εκπέμπει στοιχειώδη κύματα, τό στοιχειώδες κύμα, πού προέρχεται από τό σημείο A, έχει φθάσει στό μέσο 2 σέ όλα τά σημεία μιās σφαιρικής επιφάνειας  $\Sigma_A$  πού έχει ακτίνα  $AI = c_2 \cdot \Delta t$  και τό στοιχειώδες κύμα πού προέρχεται από τό ένδιάμεσο σημείο Δ έχει φτάσει σέ όλα τά σημεία μιās σφαιρικής επιφάνειας  $\Sigma_\Delta$  πού έχει ακτίνα  $\Delta\Theta = c_2 \cdot \Delta t$  κ.ο.κ. Άν φέρουμε τό κοινό εφαιπτόμενο επίπεδο ZOI αυτών των στοιχειωδών σφαιρικών επιφανειών, τότε όλα τά σημεία αυτού του επιπέδου κατά τή χρονική στιγμή  $t + \Delta t$  έχουν τήν ίδια φάση και αποτελούν τό νέο μέτωπο κύματος μετά τή διάθλαση. Οί διαθλώμενες ακτίνες  $y_1, y_2, y_3$  είναι κάθετες στήν επιφάνεια κύματος ZOI.

Άπό τά όρθογώνια τρίγωνα ΓΑΖ και ΙΑΖ έχουμε:

$$GZ = AZ \cdot \eta\mu\pi \quad \text{και} \quad AI = AZ \cdot \eta\mu\delta$$

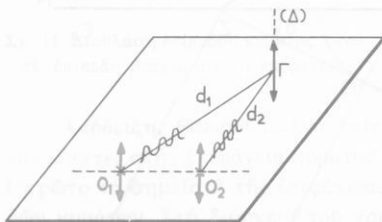
$$\text{Άρα} \quad \frac{GZ}{AI} = \frac{\eta\mu\pi}{\eta\mu\delta} \quad \eta \quad \frac{c_1 \cdot \Delta t}{c_2 \cdot \Delta t} = \frac{\eta\mu\pi}{\eta\mu\delta}$$

$$\text{και} \quad \frac{\eta\mu\pi}{\eta\mu\delta} = \frac{c_1}{c_2} = \sigma\tau\alpha\theta.$$

## 7. Συμβολή τών κυμάτων ελαστικότητας

Θεωρούμε δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων  $O_1$  και  $O_2$  (σχ. 13) πού έκτελούν άμείωτες κατακόρυφες ταλαντώσεις μέ περίοδο  $T$  και πλάτος  $a$ . Ός ελαστικό μέσο θεωρούμε (κατά προσέγγιση) τήν έλεύθερη επιφάνεια ύγρου. Έκλέγοντας κατάλληλα τήν άρχή των χρόνων ( $t = 0$ ) βρίσκουμε ότι ή άπομάκρυνση  $y$  των δύο σύγχρονων πηγών δίνεται σέ κάθε στιγμή από τήν εξίσωση:

$$y = a \cdot \eta\mu \frac{2\pi}{T} t$$



Σχ. 13. Συμβολή των δύο κυμάτων στό σημείο Γ.

Τά κύματα ελαστικότητας πού παράγονται από τίς δύο πηγές φτάνουν σέ ένα σημείο Γ του ελαστικού μέσου, πού οί άποστάσεις του από τίς δύο πηγές  $O_1$  και  $O_2$  είναι άντίστοιχα  $d_1$  και  $d_2$ . Σέ μιιά χρονική στιγμή  $t$  ή άπομάκρυνση του σημείου Γ είναι:

- εξαιτίας των κυμάτων που προέρχονται από την πηγή  $O_1$

$$y_1 = a \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right)$$

- εξαιτίας των κυμάτων που προέρχονται από την πηγή  $O_2$

$$y_2 = a \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right)$$

Οί δύο αρμονικές ταλαντώσεις που αναγκάζεται να εκτελέσει ταυτόχρονα το σημείο  $\Gamma$ , παρουσιάζουν μία *διαφορά φάσεως*  $\varphi$  ίση με:

$$\text{διαφορά φάσεως} \quad \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) \quad (1)$$

Η απομάκρυνση  $y_\Gamma$  του σημείου  $\Gamma$  κατά τη χρονική στιγμή  $t$  είναι ίση με το άλγεβρικό άθροισμα:

$$y_\Gamma = y_1 + y_2$$

Το πλάτος  $A$  της συνισταμένης ταλαντώσεως δίνεται από την εξίσωση:

$$A = \sqrt{a^2 + a^2 + 2a^2 \cdot \text{συν} \varphi} \quad \text{ή} \quad A = a \sqrt{2(1 + \text{συν} \varphi)} \quad (2)$$

Επειδή είναι  $(1 + \text{συν} \varphi) = 2 \text{συν}^2 \frac{\varphi}{2}$ , η εξίσωση (2) γράφεται:

$$A = 2a \cdot \text{συν} \frac{\varphi}{2} \quad \text{άρα} \quad A = 2a \left[ \text{συν} \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) \right] \quad (3)$$

Η εξίσωση (3) δείχνει ότι το πλάτος  $A$  της συνισταμένης ταλαντώσεως εξαρτάται από τη *διαφορά των αποστάσεων*  $d_1 - d_2$  του θεωρούμενου σημείου από τις δύο πηγές των κυμάτων.

α. Σημεία κινούμενα με μέγιστο πλάτος. Τό πλάτος  $A$  της συνισταμένης ταλαντώσεως έχει τη μέγιστη απόλυτη τιμή  $A = 2a$ , όταν είναι:

$$\text{συν} \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) = \pm 1 \quad \text{άρα} \quad \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) = \kappa\pi$$

$$\text{δηλαδή όταν είναι:} \quad d_1 - d_2 = \kappa \cdot \lambda \quad (4)$$

Γιά  $\kappa = 0$  ή εξίσωση (4) αντιστοιχεί στά σημεία που βρίσκονται πάνω στην *εθθεία* που είναι κάθετη στη μέση της απόστασεως  $O_1O_2$  (σχ. 14).

Γιά  $\kappa = 1, 2, 3, \dots$  ή εξίσωση (4) αντιστοιχεί στά σημεία που βρίσκο-

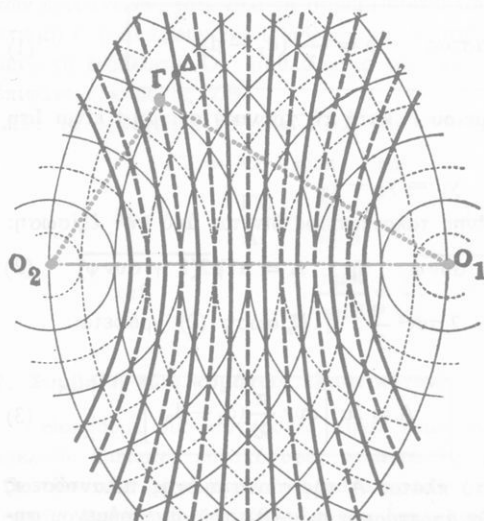
νται πάνω σε τόξα υπερβολών, οι οποίες έχουν ως εστίες τις δύο σύγχρονες πηγές των κυμάτων  $O_1$  και  $O_2$ .

β. Σημεία που μένουν ακίνητα. Τό πλάτος  $A$  της συνισταμένης ταλαντώσεως είναι ίσο με μηδέν,  $A = 0$ , όταν είναι

$$\text{συν } \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) = 0 \quad \text{άρα} \quad \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) = (2\kappa + 1) \frac{\pi}{2}$$

δηλαδή όταν είναι

$$d_1 - d_2 = (2\kappa + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (5)$$



Σχ. 14. Έρμηνεία του σχηματισμού των κροσσών συμβολής.

Για  $\kappa = 0, 1, 2, 3 \dots$  ή εξίσωση (5) αντιστοιχεί σε σημεία που βρίσκονται πάνω σε τόξα υπερβολών, οι οποίες έχουν ως εστίες τις δύο σύγχρονες πηγές των κυμάτων.

Από τις εξισώσεις (4) και (5) συνάγεται το ακόλουθο γενικό συμπέρασμα :

Τό πλάτος της συνισταμένης ταλαντώσεως :

- είναι μέγιστο στα σημεία που ή διαφορά των αποστάσεων τους από τις δύο πηγές των κυμάτων είναι ίση με

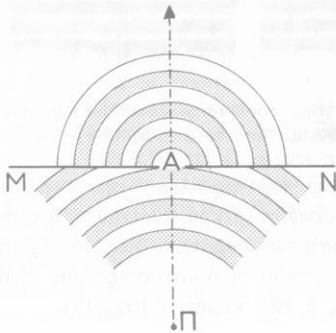
μηδέν ή είναι ίση με άκεραιο αριθμό μηκών κύματος\*

- είναι ίσο με μηδέν στα σημεία που ή διαφορά των αποστάσεων τους από τις δύο πηγές των κυμάτων είναι ίση με περιττό αριθμό ήμικυμάτων\*
- τά σημεία που κινούνται με μέγιστο πλάτος ή μένουν ακίνητα βρίσκονται πάνω σε τόξα υπερβολών, τά όποια σχηματίζουν τούς κροσσούς συμβολής.

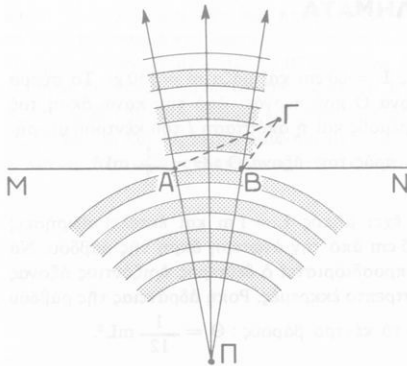
\*Όλα τά άλλα ενδιάμεσα σημεία κινούνται με διαφορετικά πλάτη  $A$  που είναι  $0 < A < 2a$ .

## 8. Περίθλαση τών κυμάτων ελαστικότητας

Ἡ ἀρχή τοῦ Huygens ἐρμηνεύει τὸ φαινόμενο τῆς περιθλάσεως τών κυμάτων, πού συμβαίνει ὅταν τὰ κύματα πέφτουν πάνω σέ μικρά ἀνοίγματα ἢ ἀντικείμενα πού οἱ διαστάσεις τους εἶναι τῆς τάξεως τοῦ μήκους κύματος  $\lambda$  τών κυμάτων (σχ. 15).



Σχ. 15. Τὸ στενὸ ἀνοίγμα A προκαλεῖ περίθλαση τών σφαιρικών κυμάτων.



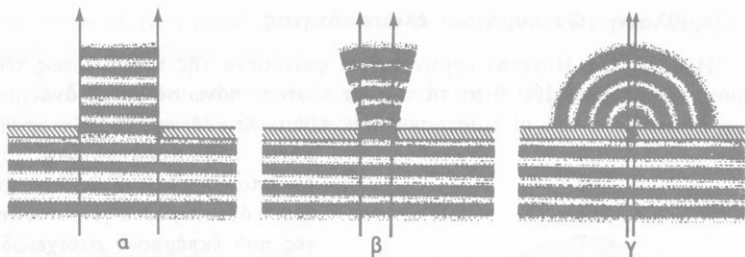
Σχ. 16. Τὸ μεγάλο ἀνοίγμα δέν προκαλεῖ περίθλαση τών κυμάτων.

καὶ BN τοῦ διαφράγματος δέν γίνεται διάδοση τών κυμάτων. Σ' αὐτὴ τὴν περίπτωση πίσω ἀπὸ τὸ διάφραγμα τὰ κύματα *διαδίδονται ἐθόγγραμμα*. Τὸ ἴδιο φαινόμενο παρατηρεῖται καὶ ὅταν τὰ κύματα πέφτουν πάνω σέ ἀντικείμενα πού οἱ διαστάσεις τους εἶναι πολὺ μεγαλύτερες ἀπὸ τὸ μήκος κύματος  $\lambda$  τών κυμάτων.

Τότε τὰ σημεῖα τοῦ ἀνοίγματος ἢ τοῦ ἀντικειμένου γίνονται πηγές πού ἐκπέμπουν στοιχειώδη κύματα καὶ σέ κάθε στιγμή οἱ σφαιρικές ἐπιφάνειες κύματος τών στοιχειωδῶν κυμάτων ἔχουν ὡς *περιβάλλουσα* ἐπιφάνεια μιὰ σφαιρική ἐπιφάνεια πού ἀποτελεῖ τὸ νέο *μέτωπο κύματος*.

Ἄν οἱ διαστάσεις τοῦ ἀνοίγματος εἶναι πολὺ μεγαλύτερες ἀπὸ τὸ μήκος κύματος  $\lambda$  τών κυμάτων, τότε πάνω στοῦ ἀνοίγματος πέφτει μιὰ ἀποκλίνουσα δέσμη ἀκτίνων ΑΠΒ (σχ. 16). Τότε σέ ἓνα σημεῖο Γ, πού βρίσκεται ἔξω ἀπὸ τὴ δέσμη τών ἀκτίνων, φτάνουν στοιχειώδη κύματα πού προέρχονται ἀπὸ ὅλα τὰ σημεῖα πού ὑπάρχουν μεταξύ τών σημείων Α καὶ Β. Αὐτὰ τὰ στοιχειώδη κύματα διατρέχουν ἄνισους δρόμους καὶ ἐπομένως φτάνουν στοῦ σημεῖο Γ μέ ὅλες τίς δυνατές φάσεις. Ἀπὸ τὴ συμβολὴ αὐτῶν τών κυμάτων προκύπτει σχεδόν *τέλεια κατάργηση* τῆς κινήσεως στοῦ σημείου Γ.

Ἔτσι πίσω ἀπὸ τὰ τμήματα ΑΜ καὶ ΒΝ τοῦ διαφράγματος δέν γίνεται διάδοση τών κυμάτων. Σ' αὐτὴ τὴν περίπτωση πίσω ἀπὸ τὸ διάφραγμα τὰ κύματα *διαδίδονται ἐθόγγραμμα*. Τὸ ἴδιο φαινόμενο παρατηρεῖται καὶ ὅταν τὰ κύματα πέφτουν πάνω σέ ἀντικείμενα πού οἱ διαστάσεις τους εἶναι πολὺ μεγαλύτερες ἀπὸ τὸ μήκος κύματος  $\lambda$  τών κυμάτων.



Σχ. 17. Σχηματική παράσταση του φαινομένου της περιθλάσεως επίπεδων κυμάτων από σχισμή, όταν το πλάτος της ελαττώνεται (από το α προς το γ).

Ωστε η άρχη του Huygens έρμηνεύει τήν περιθλαση των κυμάτων που συμβαίνει, όταν τά κύματα πέφτουν πάνω σέ μικρά ανοίγματα ή αντικείμενα, καθώς και τήν ευθύγραμμη διάδοση των κυμάτων, όταν τά κύματα πέφτουν πάνω σέ ανοίγματα ή αντικείμενα που οί διαστάσεις τους είναι πολύ μεγαλύτερες από τό μήκος κύματος  $\lambda$  των κυμάτων (σχ. 17).

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ένα ευθύγραμμο σύρμα έχει μήκος  $L = 60 \text{ cm}$  και μάζα  $m = 150 \text{ gr}$ . Τό σύρμα έκτελει αιωρήσεις γύρω από όριζόντιο άξονα  $O$  που περνάει από τήν πάνω άκρη του σύρματος. Νά βρεθεί ή περίοδος  $T$  του έκκρεμους και ή απόσταση  $l$  του κέντρου αιωρήσεως από τόν άξονα  $O$ . Ροπή αδράνειας ως προς τόν άξονα  $O$ :  $\Theta = \frac{1}{3} mL^2$ .  
 $g = 9,80 \text{ m/sec}^2$ .

2. Μιά όμογενής μεταλλική ράβδος έχει μήκος  $L = 1 \text{ m}$  και έκτελει αιωρήσεις γύρω από όριζόντιο άξονα  $O$  που απέχει  $15 \text{ cm}$  από τήν άνωτερη άκρη της ράβδου. Νά βρεθεί ή περίοδος  $T$  του έκκρεμους και νά προσδιοριστεί ό δεύτερος όριζόντιος άξονας  $O'$ , όταν ή ράβδος χρησιμοποιείται ως αντίστροφο έκκρεμές. Ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς όριζόντιο άξονα που περνάει από τό κέντρο βάρους:  $\Theta = \frac{1}{12} mL^2$ .  
 $g = 9,80 \text{ m/sec}^2$ .

3. Μιά μεταλλική κυκλική στεφάνη έχει ακτίνα  $R = 10 \text{ cm}$  μάζα  $m$ , κέντρο  $K$  και κρέμαται από νήμα  $OAK\Gamma$  (όπου  $A$  και  $\Gamma$  είναι οί άκρες μιάς διαμέτρου και είναι  $OK = \beta = 50 \text{ cm}$ ). Η στεφάνη αιωρείται πάνω στο κατακόρυφο επίπεδο της  $\Pi$  γύρω από όριζόντιο άξονα που περνάει από τήν άκρη  $O$  του νήματος και είναι κάθετος στο επίπεδο  $\Pi$ . Η μάζα του νήματος είναι άσημαντη. 1) Νά βρεθεί ή περίοδος  $T$  του έκκρεμους και νά δειχτεί ότι μεταξύ των σημείων  $K$  και  $\Gamma$  υπάρχει ένα σημείο  $O'$  τέτοιο, ώστε ή στεφάνη μπορεί νά έκτελει αιωρήσεις μέ τήν ίδια περίοδο, όταν αιωρείται γύρω από όριζόντιο άξονα που περνάει από τό σημείο  $O'$ . 2) Νά έκφραστεί τό μήκος  $l$  του ισόχρονου άπλού έκκρεμους σέ συνάρτηση μέ τά μεγέθη  $\beta = OK$  και  $\beta' = O'K$ .  $g = 9,80 \text{ m/sec}^2$ .



4. Πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού διαδίδονται κύματα με ταχύτητα  $c = 100 \text{ cm/sec}$ . Τά κύματα θεωρούνται σαν κύματα ελαστικότητας και παράγονται από δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων  $O_1$  και  $O_2$  που ή απόστασή τους είναι  $O_1O_2 = 6 \text{ cm}$  και εκτελούν αμείωτες ταλαντώσεις με συχνότητα  $\nu = 200 \text{ Hz}$  και πλάτος  $a = 2 \text{ mm}$ . Νά βρεθεί τό πλάτος  $A$  τής ταλαντώσεως σέ ένα σημείο  $\Delta$  που ή απόστασή του από τήν πηγή  $O_1$  είναι  $O_1\Delta = d_1 = 10 \text{ cm}$  και ή απόστασή του από τήν πηγή  $O_2$  είναι ή κάθετος  $O_2\Delta = d_2$ .

5. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων παράγουν στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα  $c = 52,8 \text{ cm/sec}$ . 'Η συχνότητα των ταλαντώσεων που εκτελούν οι δύο πηγές είναι  $\nu = 100 \text{ Hz}$ . Ένα σημείο  $B$  βρίσκεται πάνω στην ευθεία  $O_1O_2$  και ή απόστασή του από τήν πηγή  $O_1$  είναι  $O_1B = 3 \text{ cm}$ . Ένα σημείο  $\Gamma$  βρίσκεται πάνω στην ευθεία  $GB$  που είναι κάθετη στην απόσταση  $O_1O_2$  των δύο πηγών και είναι  $GB = 4 \text{ cm}$ . Δίνεται ότι στό σημείο  $\Gamma$  τό πλάτος ταλαντώσεως είναι μέγιστο, γιατί είναι  $O_1\Gamma - O_2\Gamma = \lambda$ . Πόση είναι ή απόσταση  $O_1O_2$  των δύο πηγών;  $(4,472)^2 = 20$ .

6. Δύο σύγχρονες πηγές  $O_1$  και  $O_2$ , που εκτελούν ταλαντώσεις συχνότητας  $\nu = 100 \text{ Hz}$  και πλάτους  $a = 1 \text{ mm}$ , δημιουργούν πάνω στην επιφάνεια υγρού κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα  $c = 100 \text{ cm/sec}$ . 'Η απόσταση των δύο πηγών είναι  $O_1O_2 = 5 \text{ cm}$ . Νά βρεθεί τό πλάτος  $A$  τής ταλαντώσεως σέ ένα σημείο  $\Gamma$  που απέχει  $d_1 = 10 \text{ cm}$  από τήν πηγή  $O_1$  και ή απόσταση  $d_2 = O_2\Gamma$  είναι κάθετη στην απόσταση  $O_1O_2$  των δύο πηγών.

7. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων  $O_1$  και  $O_2$  παράγουν στην επιφάνεια υγρού κύματα. 'Η συχνότητα των δύο πηγών είναι  $\nu = 116 \text{ Hz}$ . Ένα σημείο  $\Gamma$  βρίσκεται πάνω σέ έναν κροσσό  $A$  και διατηρείται ακίνητο. Οι αποστάσεις του  $\Gamma$  από τίς πηγές  $O_1$  και  $O_2$  έχουν διαφορά  $d_1 - d_2 = 1,07 \text{ cm}$ . Ένα άλλο σημείο  $\Gamma'$  που διατηρείται και αυτό ακίνητο βρίσκεται πάνω σέ έναν κροσσό  $B$  που είναι ό δωδέκατος κροσσός μετά τόν  $A$  και πρός τήν ίδια πλευρά του συστήματος των κροσσών. Οι αποστάσεις του  $\Gamma'$  από τίς πηγές  $O_1$  και  $O_2$  έχουν διαφορά  $d_1' - d_2' = 2,03 \text{ cm}$ . Νά βρεθούν τό μήκος κύματος  $\lambda$  και ή ταχύτητα  $c$  διαδοσεως των κυμάτων.

## ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

### Φαινόμενο Doppler – Μουσικές κλίμακες

#### 9. Φαινόμενο Doppler

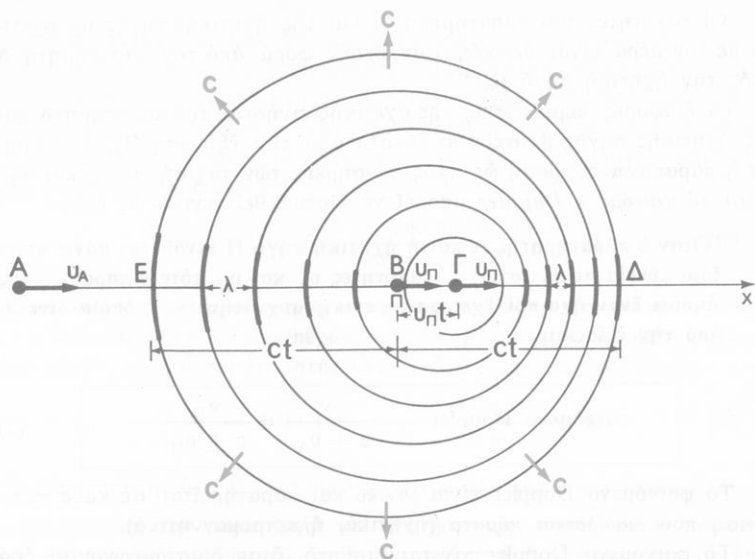
Όταν ο παρατηρητής Α είναι ακίνητος και η ήχητική πηγή Π είναι και αυτή ακίνητη, τότε η απόσταση μεταξύ του παρατηρητή και της ήχητικής πηγής διατηρείται σταθερή. Σ' αυτή την περίπτωση ο παρατηρητής κατά δευτερόλεπτο δέχεται τόσα κύματα, όσα κύματα εκπέμπει κατά δευτερόλεπτο η ήχητική πηγή. Έπομένως τα ήχητικά κύματα που φθάνουν στον παρατηρητή αναγκάζουν το τύμπανο του αυτιού του να εκτελεί κατά δευτερόλεπτο τόσες ταλαντώσεις, όσες εκτελεί κατά δευτερόλεπτο η ήχητική πηγή. "Ωστε, όταν η απόσταση μεταξύ του παρατηρητή και της ήχητικής πηγής διατηρείται σταθερή, η συχνότητα ( $\nu$ ) του ήχου που άκουει ο παρατηρητής διατηρείται σταθερή.

Όταν όμως η απόσταση μεταξύ του παρατηρητή και της ήχητικής πηγής μεταβάλλεται, τότε μεταβάλλεται και η συχνότητα του ήχου που άκουει ο παρατηρητής. Αδτή η μεταβολή της συχνότητας του ήχου αποτελεί τό φαινόμενο Doppler.

Θά εξετάσουμε τή μερική περίπτωση πού ο παρατηρητής Α και η ήχητική πηγή έχουν εθθύγραμμη δμαλή κίνηση. Οί ταχύτητες του παρατηρητή Α και της ήχητικής πηγής Π σχετικά μέ τόν άέρα είναι αντίστοιχα  $v_A$  και  $v_{\Pi}$  και είναι θετικές. Η ταχύτητα του ήχου στον άέρα είναι  $c$  και είναι σταθερή, γιατί εξαρτάται μόνο από τίς ιδιότητες του άέρα και είναι πάντοτε θετική. Ως άρχή τών χρόνων ( $t = 0$ ) παίρνουμε τή χρονική στιγμή πού η ήχητική πηγή βρίσκεται στή θέση Β. Τή χρονική στιγμή  $t$  η ήχητική πηγή βρίσκεται στή θέση Γ και τά κύματα πού έφυγαν από τήν πηγή στήν άρχή τών χρόνων ( $t = 0$ ) έχουν διαδοθει σέ απόσταση  $BE = BA = c \cdot t$ . Έτσι στή χρονική στιγμή  $t$  τό μέτωπο κύματος είναι μιά σφαιρική επιφάνεια πού έχει άκτίνα  $c \cdot t$  και ισχύουν οί εξής εξισώσεις:

$$B\Gamma = v_{\Pi} \cdot t \quad E\Gamma = EB + B\Gamma = c \cdot t + v_{\Pi} \cdot t = (c + v_{\Pi})t$$

$$\Gamma\Delta = B\Delta - B\Gamma = c \cdot t - v_{\Pi} \cdot t = (c - v_{\Pi})t$$



Σχ. 18. Για την έρμηνεία του φαινομένου Doppler. Ο παρατηρητής A και η ήχητική πηγή Π κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία κατά την ίδια φορά. Ο αέρας θεωρείται ακίνητος.

Αν  $v_{\Pi}$  είναι η συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η πηγή, τότε στη διάρκεια του χρόνου  $t$  η πηγή εξέπεμψε αριθμό  $N$  κυμάτων, που είναι ίσος με  $N = v_{\Pi} \cdot t$ . Έμπρός από την πηγή τα  $N$  κύματα έχουν συμπυκνωθεί μέσα στο διάστημα  $\Gamma\Delta$ , ενώ πίσω από την πηγή τα  $N$  κύματα έχουν αραιωθεί μέσα στο διάστημα  $ΕΓ$ . Έτσι το μήκος κύματος: έμπρός από την πηγή είναι:

$$\lambda = \frac{\Gamma\Delta}{N} = \frac{(c - v_{\Pi})t}{v_{\Pi} \cdot t} \quad \text{καί} \quad \lambda = \frac{c - v_{\Pi}}{v_{\Pi}}$$

πίσω από την πηγή είναι:

$$\lambda' = \frac{ΕΓ}{N} = \frac{(c + v_{\Pi})t}{v_{\Pi} \cdot t} \quad \text{καί} \quad \lambda' = \frac{c + v_{\Pi}}{v_{\Pi}}$$

Τά κύματα, καθώς πλησιάζουν προς τον κινούμενο παρατηρητή, έχουν σχετικά με αυτόν ταχύτητα  $c + v_A$ . Άρα η συχνότητα  $\nu$ , με την οποία ο παρατηρητής συναντά τα ήχητικά κύματα, είναι:

$$\nu = \frac{c + v_A}{\lambda'} = \frac{c + v_A}{(c + v_{\Pi})/v_{\Pi}} \quad \text{ή} \quad \nu = v_{\Pi} \cdot \frac{c + v_A}{c + v_{\Pi}} \quad (1)$$

Οι ταχύτητες του παρατηρητή  $v_A$  και της ήχητικής πηγής  $v_{\Pi}$  σχετικά με τον αέρα είναι θετικές, όταν έχουν φορά από τον παρατηρητή Α προς την ήχητική πηγή Π.

Οι διάφορες περιπτώσεις της σχετικής κινήσεως του παρατηρητή και της ήχητικής πηγής βρίσκονται εύκολα από την εξίσωση (1), αν τηρηθεί ή παραπάνω σύμβαση ως προς τα σημεία των ταχυτήτων  $v_A$  και  $v_{\Pi}$ . Έτσι το φαινόμενο Doppler μπορεί να διατυπωθεί γενικά ως εξής :

“Όταν ο παρατηρητής Α και η ήχητική πηγή Π κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία με αντίστοιχες ταχύτητες  $v_A$  και  $v_{\Pi}$ , τότε ο παρατηρητής ακούει έναν ήχο που έχει φαινομενική συχνότητα  $\nu$ , η οποία δίνεται από την εξίσωση :

$$\text{φαινόμενο Doppler} \quad \frac{\nu}{c \pm v_A} = \frac{\nu_{\Pi}}{c \pm v_{\Pi}} \quad (2)$$

Το φαινόμενο Doppler είναι γενικό και παρατηρείται σε κάθε περίπτωση που διαδίδονται κύματα (ήχητικά, ηλεκτρομαγνητικά).

Το φαινόμενο Doppler γίνεται αισθητό, όταν διασταυρώνονται δύο αντίθετα κινούμενα αυτοκίνητα και τότε ένα από αυτά παράγει με τό βομβητή του ήχο. Επίσης γίνεται αισθητό, όταν πλησιάζει ή απομακρύνεται από μās μιά μηχανή σιδηροδρόμου που σφυρίζει.

**Μερική περίπτωση.** Όταν η ήχητική πηγή ή ο παρατηρητής είναι ακίνητος ( $v_{\Pi} = 0$  ή  $v_A = 0$ ), από την εξίσωση (2) βρίσκουμε τις σχέσεις που αναφέρονται στον παρακάτω πίνακα.

Ήχητική πηγή	Παρατηρητής	Φαινομενική συχνότητα	
ακίνητη, $v_{\Pi} = 0$	πλησιάζει	$\nu = \nu_{\Pi} \cdot \frac{c + v_A}{c}$	$\nu > \nu_{\Pi}$
ακίνητη, $v_{\Pi} = 0$	απομακρύνεται	$\nu = \nu_{\Pi} \cdot \frac{c - v_A}{c}$	$\nu < \nu_{\Pi}$
πλησιάζει	ακίνητος, $v_A = 0$	$\nu = \nu_{\Pi} \cdot \frac{c}{c - v_{\Pi}}$	$\nu > \nu_{\Pi}$
απομακρύνεται	ακίνητος $v_A = 0$	$\nu = \nu_{\Pi} \cdot \frac{c}{c + v_{\Pi}}$	$\nu < \nu_{\Pi}$

**Παράδειγμα.** Σέ ένα σημείο εϋθύγραμμης σιδηροδρομικής γραμμής βρίσκεται *άκίνητος* ένας παρατηρητής. Μτά μηχανή σιδηροδρόμου *πλησιάζει* πρὸς τόν παρατηρητή μέ ταχύτητα  $v_{\Pi} = 20 \text{ m/sec}$ , ἐνῶ ταυτόχρονα σφυρίζει. Ὁ παραγόμενος ἤχος ἔχει συχνότητα  $\nu_{\Pi} = 1044 \text{ Hz}$ . Ἡ ταχύτητα τοῦ ἤχου στὸν ἀέρα εἶναι  $c = 340 \text{ m/sec}$ . Τότε ὁ παρατηρητής ἀκούει ἤχο πού ἔχει συχνότητα:

$$\nu = \nu_{\Pi} \cdot \frac{c}{c - v_{\Pi}} = 1044 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \text{ m/sec}}{(340 - 20) \text{ m/sec}} \quad \text{καί} \quad \nu = 1109 \text{ Hz}$$

Ἔτσι ὁ παρατηρητής ἀκούει ἕναν ἤχο *ψηλότερο* ἀπὸ τόν πραγματικό ἤχο.

Ὅταν ἡ μηχανή προσπεράσει τόν παρατηρητή καί *ἀπομακρύνεται* ἀπὸ αὐτόν, τότε ὁ παρατηρητής ἀκούει ἤχο πού ἔχει συχνότητα:

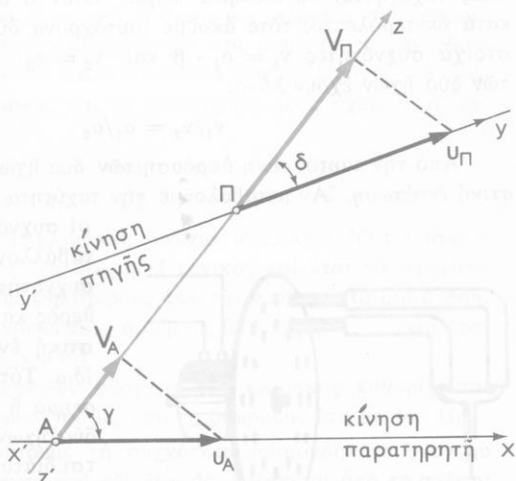
$$\nu = \nu_{\Pi} \cdot \frac{c}{c + v_{\Pi}} = 1044 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \text{ m/sec}}{(340 + 20) \text{ m/sec}} \quad \text{καί} \quad \nu = 986 \text{ Hz}$$

Ὁ παρατηρητής ἀκούει ἕναν ἤχο *βαρύτερο* ἀπὸ τόν πραγματικό ἤχο.

α. Κίνηση τοῦ παρατηρητή καί τῆς ἠχητικῆς πηγῆς κατὰ διαφορετικές διευθύνσεις. Θεωροῦμε ὅτι ὁ ἀέρας εἶναι *άκίνητος* καί ὅτι οἱ διευθύνσεις  $x'x$  καί  $y'y$  τῆς κινήσεως τοῦ παρατηρητή Α καί τῆς ἠχητικῆς πηγῆς Π σχηματίζουν με-  
ταξύ τους γωνία (σχ. 18α). Σ' αὐτή τὴν περίπτωση ἀποδεικνύεται ὅτι ἰσχύει πάλι ἡ ἐξίσωση (2) μέ τὴ διαφορὰ ὅτι ἀντὶ γιὰ τίς ταχύτητες  $v_A$  καί  $v_{\Pi}$  τοῦ παρατηρητή Α καί τῆς ἠχητικῆς πηγῆς Π θά λάβουμε τίς ἀντίστοιχες *προβολές*  $V_A$  καί  $V_{\Pi}$  τῶν δύο ταχυτήτων  $v_A$  καί  $v_{\Pi}$  πάνω στή διεύθυνση  $z'z$ .

β. Ἐφαρμογές τοῦ φαινομένου Doppler.

Στὸ φαινόμενο Doppler ἡ φαινομενικὴ μεταβολὴ  $\Delta\nu$  τῆς συχνότητας



Σχ. 18α. Οἱ διευθύνσεις τῆς κινήσεως τοῦ παρατηρητή Α καί τῆς ἠχητικῆς πηγῆς Π σχηματίζουν γωνία. Ὁ ἀέρας θεωρεῖται *άκίνητος*.

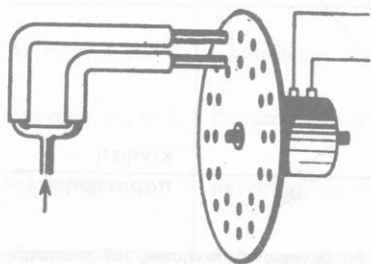
τῶν κυμάτων, πού ἐκπέμπει μιά κινούμενη πηγή κυμάτων, εἶναι ἀνάλογη μέ τήν ταχύτητα  $v_{\Pi}$  τῆς πηγῆς. Σ' αὐτή τήν ἀρχή στηρίζεται ἡ λειτουργία διατάξεων μέ τίς ὁποῖες μπορεῖ νά γίνει μέ ἀκρίβεια *αὐτόματη μέτρηση* τῆς στιγμιαίας ταχύτητας τῶν αὐτοκινήτων καθώς καί ἡ *αὐτόματη ρύθμιση* τῆς κυκλοφορίας ὁχημάτων. Αὐτές οἱ διατάξεις εἶναι εἰδικά ραδιόστατα ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται ἠλεκτρομαγνητικά κύματα πολύ μεγάλης συχνότητας. Ἀνάλογες πολύ ἀνθεκτικές διατάξεις, πού βασίζονται στό φαινόμενο Doppler, χρησιμοποιοῦνται στή σιδηρουργική βιομηχανία γιά τόν ἔλεγχο τῶν μεταλλικῶν προϊόντων πού παράγονται. Ἡ Ἀστρονομία μέ βάση τό φαινόμενο Doppler ἐξετάζει τήν κίνηση ὀρισμένων ἀπλανῶν σχετικά μέ τή Γῆ.

## 10. Μουσική κλίμακα

α. Διάστημα. Ἐνας φθόγγος (σύνθετος ἦχος) χαρακτηρίζεται ἀπό τό ἔνθος του, δηλαδή τή συχνότητα ( $\nu$ ) τοῦ θεμελιώδους ἤχου. Ἐκτελούμε τό ἐξῆς πείραμα. Ὁ δίσκος μιᾶς σειρήνας ἔχει δύο ὁμόκεντρες σειρές ἀπό τρύπες (σχ. 19). Ἡ ἐξωτερική σειρά ἔχει  $a_1$  τρύπες καί ἡ ἐσωτερική σειρά ἔχει  $a_2$  τρύπες. Μέ δύο λεπτούς σωληθνες διοχετεύουμε ρεῦμα ἀέρα (τῆς ἴδιας ταχύτητας) σέ καθεμιά σειρά. Ὄταν ὁ δίσκος ἐκτελεῖ  $\beta$  στροφές κατά δευτερόλεπτο, τότε ἀκοῦμε ταυτόχρονα δύο ἦχους πού ἔχουν ἀντίστοιχα συχνότητες  $\nu_1 = a_1 \cdot \beta$  καί  $\nu_2 = a_2 \cdot \beta$ . Οἱ συχνότητες αὐτῶν τῶν δύο ἡχῶν ἔχουν λόγο:

$$\nu_1/\nu_2 = a_1/a_2$$

Ἀπό τήν ταυτόχρονη ἀκρόαση τῶν δύο ἡχῶν ἔχουμε ὀρισμένη ἀκουστική ἐντύπωση. Ἄν μεταβάλλουμε τήν ταχύτητα περιστροφῆς τοῦ δίσκου,



Σχ. 19. Σύγχρονη παραγωγή ἡχῶν.

οἱ συχνότητες τῶν δύο ἡχῶν μεταβάλλονται, ὁ λόγος ὁμως τῶν συχνοτήτων τους διατηρεῖται σταθερός καί ἴσος μέ  $a_1/a_2$ . Ἡ ἀκουστική ἐντύπωση εἶναι πάντοτε ἡ ἴδια. Τότε λέμε ὅτι τό μουσικό διάστημα ἢ πιό ἀπλά τό διάστημα τῶν δύο ἡχῶν διατηρεῖται σταθερό. Ἐτσι διατυπώνουμε τόν ἐξῆς ὀρισμό:

Ἄνομάζεται διάστημα δύο ἡχῶν ὁ λόγος πού ἔχουν οἱ συχνότητές τους.

Όταν ο λόγος των συχνοτήτων των δύο ήχων είναι ίσος με 2 (δηλαδή είναι  $v_2/v_1 = 2$ ), τότε λέμε ότι το διάστημα αυτών των δύο ήχων είναι *μιά όγδοή*.

β. Μουσική κλίμακα. Στη Μουσική δέν χρησιμοποιούμε όλους τους ακουστούς ήχους, αλλά μόνο μία σειρά ήχων που ονομάζονται *μουσικοί ήχοι* και αποτελούν μία *μουσική κλίμακα*. Για να εκλέξουμε τους φθόγγους μιάς μουσικής κλίμακας, βασιζόμαστε στην έξης αρχή που αποκαλύψαμε με το πείραμα: η ταυτόχρονη ή διαδοχική ακρόαση δύο φθόγγων μās προκαλεί ευχάριστο συναίσθημα, όταν ο λόγος των συχνοτήτων τους έχει *ορισμένες τιμές*.

Σχηματίζουμε μία μουσική κλίμακα, αν πάρουμε ένα φθόγγο που έχει ορισμένη συχνότητα  $\nu$  (*τονικός*) και τό φθόγγο που έχει διπλάσια συχνότητα  $2\nu$ . Ανάμεσα σ' αυτούς τούς δύο φθόγγους παρεμβάλλουμε ορισμένους άλλους φθόγγους, που οί συχνότητές τους έχουν ορισμένο λόγο με τή συχνότητα  $\nu$  του τονικού. Οί συχνότητες των φθόγγων τής κλίμακας αυξάνονται από τόν ένα φθόγγο στόν άλλο, αλλά *ασυνεχώς*. Έτσι μπορούμε να δημιουργήσουμε πολλές κλίμακες.

## II. Φυσική κλίμακα

Ίδιαίτερη σημασία έχει η *φυσική* ή *διατονική κλίμακα* που παρουσιάζει μεγαλύτερη μουσικότητα και απλότητα στά διαστήματα των φθόγγων της σχετικά με τόν τονικό. Στόν παρακάτω πίνακα δίνονται τά ονόματα των φθόγγων τής κλίμακας και τά διαστήματά τους σχετικά με τόν τονικό:

do	ré	mi	fa	sol	la	si	do
1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2

Τό ύψος των φθόγγων τής κλίμακας συνεχώς αυξάνεται. Ό τελευταίος φθόγγος τής κλίμακας μπορεί να θεωρηθεί τονικός και έτσι να σχηματιστεί νέα κλίμακα με φθόγγους ψηλότερους από τήν πρώτη κατά μία όγδοή. Στίς διαδοχικές κλίμακες δίνουμε τούς αριθμούς 0, 1, 2, 3, 4, ... (και έτσι έχουμε  $do_2, do_3, do_4, ré_2, ré_3$  κ.ο.κ.).

Οί συχνότητες των διαφόρων φθόγγων τής κλίμακας καθορίζονται με βάση τή συχνότητα του φθόγγου  $la_3$  που τή θεωρούμε ίση με 440 Hz.

Έτσι μπορούμε να ορίσουμε τή συχνότητα όποιουδήποτε φθόγγου τής κλίμακας, π.χ. η συχνότητα του φθόγγου  $do_3$  βρίσκεται από τή σχέση:

$$\frac{la_3}{do_3} = \frac{5}{3} \quad \text{άρα} \quad do_3 = la_3 \cdot \frac{3}{5} = 440 \text{ Hz} \cdot \frac{3}{5} = 264 \text{ Hz}$$

Γιὰ νά βροῦμε τό διάστημα δύο διαδοχικῶν φθόγγων τῆς κλίμακας, ἀρκεῖ νά βροῦμε τό λόγο τῶν ἀντίστοιχων συχνοτήτων. Ἔτσι βρίσκουμε τά διαστήματα πού ἀναφέρονται στόν παρακάτω πίνακα.

Τό διάστημα 9/8 ὀνομάζεται *μεγάλος* τόνος, τό διάστημα 10/9 ὀνομάζεται *μικρός* τόνος καί τό διάστημα 16/15 ὀνομάζεται *ἡμιτόνιο*.

## 12. Συγκεκριραμένη κλίμακα

Στή μουσική συνήθως χρησιμοποιοῦμε τή *συγκεκριραμένη κλίμακα* στήν ὁποία τό διάστημα μιᾶς ὀγδόης διαιρεῖται σέ 12 ἴσα διαστήματα πού ὀνομάζονται *ἡμιτόνια*. Ἄν  $\delta$  εἶναι τό διάστημα πού ἀντιστοιχεῖ σέ ἓνα ἡμιτόνιο, τότε τό διάστημα  $\delta$ , ἂν πολλαπλασιασθεῖ 12 φορές μέ τόν ἑαυτό του δίνει τό διάστημα μιᾶς ὀγδόης. Ἄρα εἶναι:

$$\delta^{12} = 2 \quad \text{καί} \quad \delta = \sqrt[12]{2} = 1,059$$

Διαστήματα καί συχνοτήτες  
στή φυσική καί τή συγκεκριραμένη κλίμακα

Φθόγγος	Φυσική κλίμακα		Συγκεκριραμένη κλίμακα	
	Διάστημα	Συχνότητα (Hz)	Διάστημα	Συχνότητα (Hz)
do <sub>3</sub>		264		261,6
ré <sub>3</sub>	9/8	297	1,122	293,7
mi <sub>3</sub>	10/9	330	1,122	329,6
fa <sub>3</sub>	16/15	352	1,059	349,2
sol <sub>3</sub>	9/8	396	1,122	392
la <sub>3</sub>	10/9	440	1,122	440
si <sub>3</sub>	9/8	495	1,122	493,9
do <sub>4</sub>	16/15	528	1,059	523,2



Δύο ήμιτόνια αποτελούν έναν τόνο και επομένως τό διάστημα πού αντιστοιχεί σέ τόνο είναι:

$$\delta^2 = (1,059)^2 = 1,122 \quad \text{ή} \quad \delta^2 = \left(\sqrt[12]{2}\right)^2 = \sqrt[6]{2}$$

Ώστε είναι: διάστημα ήμιτονίου: 1,059 διάστημα τόνου: 1,122

Έτσι στή συγκεκριμένη κλίμακα υπάρχουν πέντε τόνοι και δύο ήμιτόνια, όπως φαίνεται στόν παραπάνω πίνακα.

### 13. Ράβδοι

Μιά χορδή από χάλυβα αποκτᾶ ελαστικότητα ὄγκου, ὅταν τείνεται ἀπό μιά δύναμη. Μιά ὅμως *ελαστική ράβδος* (ἀπό χάλυβα, ξύλο, γυαλί) ἔχει πάντοτε αὐτή τήν ιδιότητα. Ἐάν ἡ ράβδος στερεωθεῖ κατάλληλα καί ἀναγκαστεῖ νά ἐκτελέσει *ἐγκάρσιες* ἢ *διαμήκεις* ταλαντώσεις, τότε ἡ ράβδος, καθώς πάλλεται, χτυπάει τόν ἀέρα πού βρίσκεται σέ ἐπαφή μαζί της καί ἔτσι παράγεται ἤχος πού ἡ *συχρότητά του*  $\nu$  εἶναι ἴση μέ τή συχρότητα τῶν ταλαντώσεων τῆς ράβδου. Μιά ράβδος μπορεῖ νά ἐκτελέσει διαμήκεις ταλαντώσεις, ἄν μέ μικρό σφυρί χτυπήσουμε τή μιά ἄκρη της ἢ ἄν τρίψουμε τή ράβδο μέ ὑφασμα πού τό ἔχουμε ἀλείψει μέ κολοφόνιο.

Θεωροῦμε μιά ράβδο ἀπό χάλυβα πού ἔχει μήκος  $l$ . Ὄταν ἡ ράβδος ἐκτελεῖ ταλαντώσεις, τότε πάνω στή ράβδο σχηματίζονται *στάσιμα ἐγκάρσια* ἢ *διαμήκη* κύματα.

**1. Στερέωση τῆς ράβδου στή μιά ἄκρη της.** Τότε στή σταθερή ἄκρη τῆς ράβδου σχηματίζεται *δεσμός* τῶν στάσιμων κυμάτων (ἐγκάρσιων ἢ διαμήκων) καί στήν ἐλεύθερη ἄκρη της σχηματίζεται *κοιλία* (σχ. 20) καί ἰσχύει ἡ ἐξίσωση:

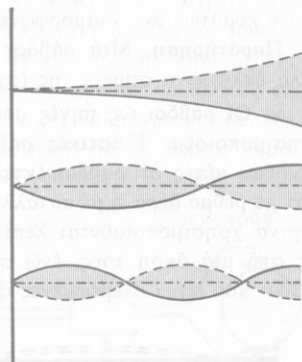
$$l = (2k - 1) \cdot \frac{\lambda}{4} \quad \text{ἄρα}$$

$$\lambda = \frac{4l}{(2k - 1)}$$

ὅπου  $k$  εἶναι ἀκέραιος ἀριθμός 1, 2, 3, 4, ... Ἐάν  $c$  εἶναι ἡ ταχύτητα διαδόσεως τῶν κυμάτων στό ὕλικό τῆς ράβδου, τότε ἡ *συχρότητα*  $\nu$  τοῦ παραγόμενου ἤχου εἶναι:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad \text{ἄρα}$$

$$\nu = (2k - 1) \cdot \frac{c}{4l}$$



Σχ. 20. Στάσιμα κύματα πάνω σέ παλλόμενη ράβδο ἀπό χάλυβα πού εἶναι στερεωμένη στή μιά ἄκρη της.



Σχ. 20α. Στάσιμα κύματα πάνω σε παλλόμενη ράβδο από χαλυβα που είναι στερεωμένη στο μέσο της.

Σ' αυτή την περίπτωση η ράβδος παράγει μόνο τους περιττής τάξεως αρμονικούς του θεμελιώδη ήχου, που έχει συχνότητα:

$$v = \frac{c}{4l} \quad (1)$$

2. Στερέωση της ράβδου στο μέσο της. Τότε στο μέσο της ράβδου σχηματίζεται δεσμός των στάσιμων κυμάτων και στις δύο ελεύθερες άκρες της σχηματίζονται κοιλίες (σχ. 20α) και ισχύει η εξίσωση:

$$l = (2k - 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \text{άρα} \quad \lambda = \frac{2l}{(2k - 1)}$$

Ἀπό την εξίσωση  $v = c/\lambda$  βρίσκουμε:

$$v = (2k - 1) \cdot \frac{c}{2l}$$

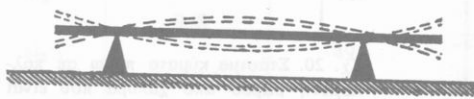
Καί σ' αυτή την περίπτωση η ράβδος μπορεί να δώσει μόνο τους περιττής τάξεως αρμονικούς του θεμελιώδη ήχου, που έχει συχνότητα:

$$v = \frac{c}{2l} \quad (2)$$

Ἀπό τις εξισώσεις (1) καί (2) συνάγεται ότι η ίδια ράβδος, ανάλογα με τον τρόπο που στηρίζεται, μπορεί να δώσει διαφορετικό θεμελιώδη ήχο, γιατί ο τρόπος στηρίξεως της ράβδου προσδιορίζει το σύστημα στάσιμων κυμάτων που διαμορφώνεται πάνω στή ράβδο.

**Παρατήρηση.** Μιά ράβδος μπορεί να στηριχτεί καί σε δύο κατάλληλα ἐκλεγμένα σημεία της (σχ. 21).

γ. Οἱ ράβδοι ὡς πηγές μουσικῶν ἡχῶν. Σέ διάφορα μουσικά ὄργανα χρησιμοποιούμε ἐλαστικές ράβδους γιά τήν παραγωγή μουσικῶν ἡχῶν. Συνήθως αὐτές οἱ ράβδοι ἐκτελοῦν ἐγκάρσιες ταλαντώσεις καί διεγείρονται μέ ρεύμα ἀέρα ἢ μέ κατάλληλο χτύπημά τους. Ἐτσι σέ μερικά μουσικά ὄργανα χρησιμοποιοῦνται λεπτές μεταλλικές ράβδοι πού εἶναι στερεωμένες στή μιά ἄκρη τους, ἐνῶ σέ ἄλλα ὄργανα χρησιμοποιοῦνται ξύλινες ράβδοι πού εἶναι στερεωμένες σέ δύο σημεία τους. Ἐφαρμογή τῶν ράβδων

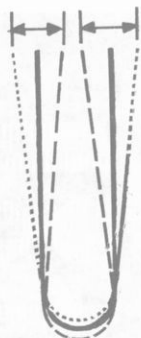


Σχ. 21. Στηρίξη της ράβδου σε δύο σημεία της.

ἀποτελοῦν τά μουσικά τρίγωνα καί κυρίως τό διαπασῶν.

δ. Τό διαπασῶν. Τό διαπασῶν εἶναι μιά μεταλλική

ράβδος σέ σχῆμα U. Ἄν χτυπήσουμε τό βραχίονα τοῦ διαπασῶν μέ μαλακό σφυρί (ἀπό καουτσούκ), τότε τό διαπασῶν ἐκτελεῖ ἐγκάρσιες ταλαντώσεις καί σχηματίζονται πάνω του *στάσιμα ἐγκάρσια κύματα* (σχ. 22). Οἱ ἄκρες τοῦ διαπασῶν ταυτόχρονα πλησιάζουν ἢ μιά μέ τήν ἄλλη καί ταυτόχρονα ἀπομακρύνονται ἢ μιά ἀπό τήν ἄλλη. Στίς ἐλεύθερες ἄκρες τοῦ διαπασῶν καί στό μέσο του σχηματίζονται πάντοτε *κοιλίες* καί κοντά στήν καμπύλωση τῆς ράβδου καί σέ ἴσες ἀποστάσεις ἀπό τό μέσο της σχηματίζονται δύο *δεσμοί*. Ἡ μεταλλική λαβή πού ὑπάρχει στό μέσο τοῦ διαπασῶν δέν ἐπηρεάζει τό σχηματισμό κοιλίας σ' ἐκεῖνο τό σημεῖο τῆς ράβδου. Οἱ ἐγκάρσιες ταλαντώσεις πού ἐκτελεῖ τό μέσο τοῦ διαπασῶν διαδίδονται διά μέσου τῆς λαβῆς ὡς διαμήκειες ταλαντώσεις καί ἔτσι τό διαπασῶν μπορεῖ νά μεταδώσει τίς ταλαντώσεις του στά ἄλλα σώματα πού πάνω τους στηρίζεται. Στά ἐργαστήρια κάθε διαπασῶν στηρίζεται πάνω στό *ἀντηχεῖο του* πού συντονίζεται μέ τό διαπασῶν καί ἔτσι ἐνισχύεται σημαντικά ὁ παραγόμενος ἦχος.

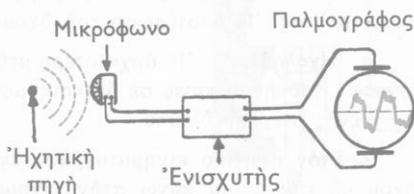


Σχ. 22. Στάσιμα ἐγκάρσια κύματα πάνω στό παλλόμενο διαπασῶν.

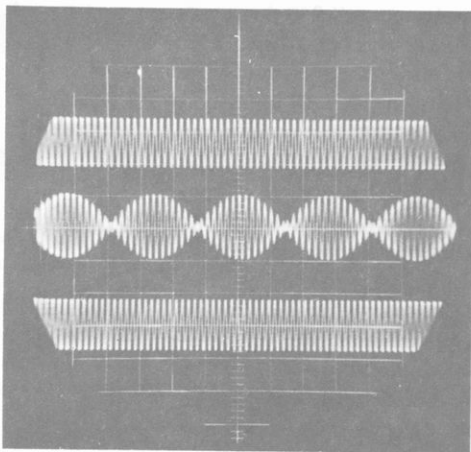
#### 14. Ἡ χρήση τοῦ ἠλεκτρονικοῦ παλμογράφου γιά τή μελέτη τῶν ἤχων

Γιά τή μελέτη τῶν περιοδικῶν φαινομένων (ὅπως π.χ. εἶναι ὁ ἦχος) χρησιμοποιοῦμε σήμερα τόν *ἠλεκτρονικό παλμογράφο*. Αὐτός κατορθώνει νά μετατρέψει μιά μηχανική ταλάντωση τῆς μορφῆς  $y = f(t)$  σέ ἀντίστοιχη κίνηση μιάς φωτεινῆς *κηλίδας* πάνω σέ κυκλικό διάφραγμα (ὀθόνη) πού ἔχει ἕνα στρώμα ἀπό φθορίζουσα οὐσία. Ἡ κίνηση τῆς κηλίδας ἔχει *τήν ἴδια συχνότητα, τήν ἴδια μορφή* καί *πλάτος ἀνάλογο* μέ τό πλάτος τῆς μηχανικῆς ταλαντώσεως. Ἐπειδή ὁ ἠλεκτρονικός παλμογράφος δέν ἔχει *διόλου ἀδράνεια*, γι' αὐτό μπορεῖ νά χρησιμοποιηθεῖ γιά τή μελέτη περιοδικῶν φαινομένων πού ἔχουν πολύ μεγάλες συχνότητες. Ἐξαιτίας τοῦ μεταισθήματος τό μάτι μας βλέπει πάνω στήν ὀθόνη μιά *ἀκίνητη* φωτεινή καμπύλη, γιατί ἡ φωτεινή κηλίδα περνάει πάντοτε ἀπό τά ἴδια σημεῖα τῆς ὀθόνης.

Σέ ἄλλο κεφάλαιο θά δοῦμε ὅτι ὁ ἠλεκτρονικός παλμογράφος εἶναι μιά ἐφαρμογή τῆς ἐπιδράσεως τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου



Σχ. 23. Μελέτη τῶν ἤχων μέ τή βοήθεια τοῦ ἠλεκτρονικοῦ παλμογράφου.



Σχ. 24. Παρατήρηση με τόν ηλεκτρονικό παλμογράφο. Πάνω και κάτω οι ταλαντώσεις που αντιστοιχούν σε δύο άπλους ήχους με μικρή διαφορά συχνότητας. Στη μέση η ταλάντωση που αντιστοιχεί στη συνισταμένη των δύο ταλαντώσεων, ή ό-ποια παρουσιάζει διαδοχικές αυξομειώσεις του πλάτους (διακροτήματα).

χανική ταλάντωση που αντιστοιχεί στον εξεταζόμενο ήχο.

Πάνω στην οθόνη του παλμογράφου υπάρχει ένα κατάλληλο δίκτυο από κάθετες μεταξύ τους ευθείες, για να μπορούμε να κάνουμε μετρήσεις (σχ. 24). Ο οριζόντιος άξονας είναι *άξονας των χρόνων* ( $t$ ) και ο κατακόρυφος άξονας είναι *άξονας των απομακρύνσεων* ( $y$ ).

## 15. Ήχοληψία και αναπαραγωγή του ήχου

Η αποτύπωση και η αναπαραγωγή του ήχου μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους. Η αποτύπωση του ήχου ονομάζεται *ήχοληψία*.

α. Ήχοληψία. 1. Η αρχαιότερη μέθοδος ήχοληψίας είναι η *μηχανική έγγραφη* του ήχου πάνω σε δίσκους με τη μορφή *μηχανικών παραμορφώσεων* ενός στερεού υλικού.

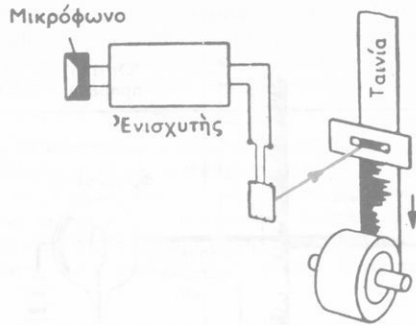
2. Στόν ήχητικό κινηματογράφο εφαρμόζεται η *οπτική έγγραφη* του ήχου με την οποία πάνω στην κινηματογραφική ταινία αποτυπώνονται δίπλα στις εικόνες και οι αντίστοιχοι ήχοι με τη μορφή περιοχών που έχουν *διαφορετικό μούρισμα*. Τα ήχητικά κύματα προκαλούν μεταβολές

πάνω σε μία δέσμη ηλεκτρονίων που κινούνται μέσα στο κενό.

Για να εξετάσουμε έναν ήχο, π.χ. τόν ήχο που παράγει ένα διαπασών, συνδέουμε τόν παλμογράφο με μικρόφωνο (σχ. 23). Οι ταλαντώσεις του διαπασών δημιουργούν στον αέρα ήχητικά κύματα, που πέφτουν πάνω στο μικρόφωνο και τότε στο κύκλωμα του παλμογράφου δημιουργούνται ηλεκτρικές ταλαντώσεις που έχουν την ίδια συχνότητα, την ίδια μορφή και ανάλογο πλάτος. Τότε πάνω στην οθόνη σχηματίζεται μια ακίνητη καμπύλη γραμμής, που παριστάνει πιστά τη μη-

τῆο ἔντάοεωο τοῦ μικροφωνικοῦ ρεύματοο. Αυτό τροφοδοτεῖ κατάλληλη φωτεινή πηγή πού ἡ ἔνταοή τῆο παρακολουθεῖ τῖοο ουνεχεῖο μεταβολέο τοῦ μικροφωνικοῦ ρεύματοο (οο. 25).

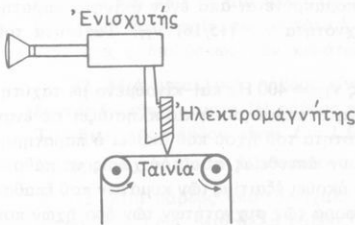
3. Σῆμερα ἐφαρμόοεται πολὺ ἡ **μαγνητική ἐγγραφή** τοῦ ἤοου μέ τῆν ὀποῖα οἱ ἤοοι ἀποτυπώνονται πάνω οέ λεπτή ταινία ἀπό χάλυβα μέ τῆ μορφή μικρῶν περιοοῶν μέ **διαφορετική μαγνήτιοη**. Τό μικροφωνικό ρεύμα τροφοδοτεῖ ἕναν ἠλεκτρομαγνήτη πού οέ κάθε οτιγμή προκαλεῖ μαγνήτιοη τῆο ταινίαο ἀνάλοοη μέ τῆν ἔνταοη τοῦ μικροφωνικοῦ ρεύματοο (οο. 26).



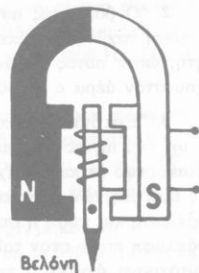
οο. 25. οοηματική διάταξη ὀπτικήο ἐγγραφήο τοῦ ἤοου.

β. Ἀναπαραγωγή τοῦ ἤοου. 1. Γιά τῆν ἀναπαραγωγή τῶν ἤοων πού ἔοουν ἐγγραφεῖ πάνω οτό δῖοκο, ἐφαρμόοεται ἡ **ἠλεκτρομαγνητική ἀναπαραγωγή** τοῦ ἤοου. Ἀυτή γίνεται μέ εἰδικῆ διάταξη πού λέγεται **πικάπ** (pick-up). Ἡ βελόνα εἶναι οτερεωμένη οτήν ἄορη μῖοο μικρῆοο ράβδοο ἀπό μαλακό οῖδηρο (οο. 27). Ἡ ράβδοο ἀναγκάοεται νά μετακινεῖται μέσα οέ μαγνητικό πεδίο καὶ τότε μέσα οτό πῆνῖο πού περιβάλλει τῆ ράβδοο δημιουργοῦνται **ἐπαγωγιμά** ρεύματα πού, ἀφοῦ ἐνισουθοῦν, ἔοονται οτό μεγάλωνο.

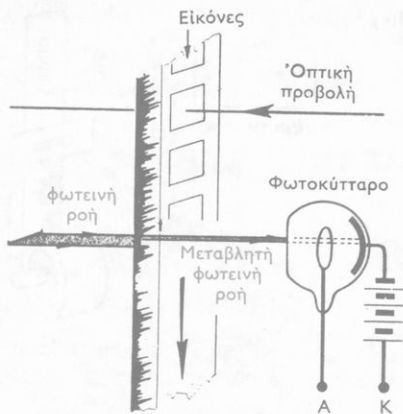
2. Γιά τῆν ἀναπαραγωγή τῶν ἤοων πού ἔοουν ἐγγραφεῖ πάνω οτήν κινηματοοραφική ταινία ἐφαρμόοεται ἡ **ὀπτικοηλεκτρική ἀναπαραγωγή** τοῦ ἤοου πού βαοίοεται οτό φωτοοῦτταρο (οο. 28). Πάνω ο' αυτό πέφτει



οο. 26. οοηματική διάταξη μαγνητικήο ἐγγραφήο τοῦ ἤοου.



οο. 27. Ἀρχή τῆοο λειτουργίαο τοῦ πικάπ.



Σχ. 28. Όπτικοηλεκτρική αναπαραγωγή του ήχου.

παγωγικά ρεύματα πού, αφού ενισχυθούν, έρχονται στο μεγάφωνο.

μεταβαλλόμενη φωτεινή ροή πού δημιουργεί φωτοηλεκτρικό ρεύμα με αντίστοιχα μεταβαλλόμενη ένταση. Τό φωτοηλεκτρικό ρεύμα έρχεται τελικά στο μεγάφωνο.

3. Για τήν αναπαραγωγή τών ήχων πού έχουν εγγραφεί πάνω στη μαγνητοταινία εφαρμόζεται ή μαγνητοφωνική αναπαραγωγή του ήχου. Η μαγνητισμένη ταινία κινείται όμαλά έμπρός από άκίνητο πηνίο πού έχει πυρήνα από μαλακό σίδηρο. Η διαφορετική κατά περιοχές μαγνήτιση τής ταινίας δημιουργεί μέσα στο πηνίο αντίστοιχα έ-

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Μιά μηχανή σιδηροδρόμου κινείται με ταχύτητα  $v_{\Pi} = 72 \text{ km/h}$  και ταυτόχρονα σφυρίζει παράγοντας έναν ήχο συχνότητας  $\nu_{\Pi} = 3000 \text{ Hz}$ . Νά βρεθεί πόσος είναι ό λόγος τών συχνοτήτων τών δύο ήχων πού άκούει ένας άκίνητος παρατηρητής, όταν ή μηχανή πλησιάζει και όταν απομακρύνεται από τόν παρατηρητή. Ταχύτητα του ήχου στον άέρα  $c = 340 \text{ m/sec}$ .

2. Ό βομβητής αυτοκινήτου παράγει ήχο συχνότητας  $\nu_{\Pi} = 2096 \text{ Hz}$ . Νά βρεθεί μέ πόση ταχύτητα πρέπει τό αυτοκίνητο νά απομακρύνεται από έναν άκίνητο παρατηρητή, ώστε αυτός νά άκούει ήχο πού έχει συχνότητα  $\nu = (15/16) \cdot \nu_{\Pi}$ . Ταχύτητα του ήχου στον άέρα  $c = 330,6 \text{ m/sec}$ .

3. Ένα διαπασών παράγει ήχο συχνότητας  $\nu_{\Pi} = 400 \text{ Hz}$  και κινούμενο με ταχύτητα  $v_{\Pi} = 2 \text{ m/sec}$  απομακρύνεται από έναν άκίνητο παρατηρητή και πλησιάζει σε έναν κατακόρυφο επίπεδο τοίχο. Πόση είναι ή συχνότητα του ήχου πού άκούει ό παρατηρητής εξαιτίας τών ήχητικών κυμάτων πού φτάνουν άπευθείας σ' αυτόν χωρίς νά πάθουν ανάκλαση και πόση ή συχνότητα του ήχου πού άκούει εξαιτίας τών κυμάτων πού έπαθαν ανάκλαση πάνω στον τοίχο; Πόση είναι ή διαφορά τών συχνοτήτων τών δύο ήχων πού ταυτόχρονα άκούει ό παρατηρητής; Ταχύτητα του ήχου στον άέρα  $c = 335 \text{ m/sec}$ .

4. Ένας παρατηρητής Α και μία ήχητική πηγή Β αρχικά άπέχουν μεταξύ τους  $s = 200 \text{ m}$ . Κατά τή χρονική στιγμή  $t = 0$  άρχίζουν νά κινούνται εδθόγραμμα και όμαλά,

άλλά κατά αντίθετη φορά, ώστε να πλησιάζουν. Κατά τη χρονική στιγμή  $t = 5$  sec διασταυρώνονται και συνεχίζουν την πορεία τους. Τη στιγμή της διασταυρώσεως ο παρατηρητής διαπιστώνει ότι ο ήχος που άκουγε, έγινε άπτομα βαρύτερος και ότι οι συχνότητες των δύο ήχων έχουν λόγο 209/273. Ή ταχύτητα του ήχου στον άερα είναι  $c = 300$  m/sec. Νά βρεθούν οι ταχύτητες του παρατηρητή και της πηγής.

5. Ένας παρατηρητής βρίσκεται σε απόσταση  $s = 1237,5$  m από μία ήχητική πηγή. Ο παρατηρητής κινείται προς την ακίνητη πηγή και διαπιστώνει ότι η συχνότητα του ήχου που ακούει αυξάνει ανάλογα με το χρόνο και όταν φτάσει στην πηγή βρίσκει ότι ο λόγος των συχνοτήτων του ήχου που άκουγε και του πραγματικού ήχου που παράγει η πηγή είναι  $3/2$ . Νά προσδιοριστεί το είδος της κινήσεως του παρατηρητή και νά βρεθεί πόσο χρόνο  $t$  χρειάστηκε ο παρατηρητής, για να διανύσει το διάστημα  $s$ . Ταχύτητα του ήχου στον άερα  $c = 330$  m/sec.

6. Ένα διαπασών που παράγει ήχο συχνότητας  $\nu_{\text{II}} = 435$  Hz αφήνεται να πέσει κατακόρυφα χωρίς αρχική ταχύτητα. Ένας παρατηρητής βρίσκεται πάνω στην ίδια κατακόρυφο με το διαπασών και σε απόσταση  $s = 80$  m κάτω από το σημείο από το οποίο ξεκίνησε το διαπασών. Νά βρεθεί η συχνότητα του ήχου που ακούει ο παρατηρητής: α) δύο δευτερόλεπτα προτού περάσει το διαπασών από μπροστά του και β) δύο δευτερόλεπτα μετά τη διέλευση του διαπασών από μπροστά του. Ταχύτητα του ήχου στον άερα  $c = 340$  m/sec.  $g = 10$  m/sec<sup>2</sup>.

7. Στη φυσική κλίμακα το διάστημα μεταξύ των φθόγγων  $so_3$  και  $la_3$  είναι  $\delta = 10/9$ , ενώ στη συγκεκραμένη κλίμακα είναι  $\delta = 1,122$ . Ή συχνότητα του  $la_3$  είναι 1ση με 440 Hz. Νά βρεθούν οι συχνότητες των φθόγγων  $so_3$  στις δύο κλίμακες.

8. Στη φυσική κλίμακα ο φθόγγος  $do_3$  έχει συχνότητα 264 Hz. Νά βρεθεί η συχνότητα του φθόγγου  $do_4$  και η συχνότητα του φθόγγου  $si_3$ . Το διάστημα μεταξύ των φθόγγων  $si_3$  και  $do_4$  είναι  $16/15$ .

9. Το διάστημα μιας ογδόης νά χωριστεί σε δύο διαστήματα  $x$  και  $y$  που νά έχουν λόγο  $x/y = 2/3$ .

10. Μιά μεταλλική ράβδος έχει μήκος  $l = 6$  m, είναι σταθερά στερεωμένη στο μέσο της και πάνω της διαδίδονται διαμήκη κύματα. Ή ταχύτητα διαδόσεως των κυμάτων πάνω στη ράβδο είναι  $c = 4800$  m/sec. Πόση είναι η συχνότητα του θεμελιώδη ήχου που παράγει η ράβδος;

11. Μιά ράβδος έχει μήκος  $l = 2$  m και είναι στερεωμένη σε ένα σημείο της που απέχει 0,5 m από τη μία άκρη της. Πάνω στη ράβδο διαδίδονται διαμήκη κύματα. Ο βαρύτερος ήχος που παράγει τότε η ράβδος έχει συχνότητα  $\nu = 3000$  Hz. Πόση είναι η ταχύτητα  $c$  διαδόσεως των κυμάτων πάνω στη ράβδο;

12. Μιά μεταλλική ράβδος είναι στερεωμένη στο μέσο της και πάνω της διαδίδονται διαμήκη κύματα. Ή ράβδος παράγει το θεμελιώδη ήχο συχνότητας  $\nu = 1000$  Hz. Το μήκος της ράβδου είναι  $l = 1,5$  m και η πυκνότητά της είναι  $\rho = 8 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>. Νά βρεθεί το μέτρο ελαστικότητας  $E$  του μετάλλου από την εξίσωση  $c = \sqrt{E/\rho}$ .

13. Μιά ράβδος από ορείχαλκο έχει μάζα  $m_1 = 680$  gr, μήκος  $L_1 = 1$  m και διάμετρο  $2r = 1$  cm. Μιά άλλη ράβδος από χάλυβα έχει μάζα  $m_2 = 990$  gr, μήκος  $L_2 = 1,65$  m και διάμετρο  $2r = 1$  cm. Καθεμιά από τις ράβδους είναι στερεωμένη στο μέσο της. Πάνω στις ράβδους διαδίδονται διαμήκη κύματα και οι ράβδοι δίνουν τους αντίστοιχους θεμελιώδεις ήχους. Στο ήχόμετρο είναι τεντωμένη μία χορδή. Ή ράβδος από ορείχαλκο

βρίσκεται σε όμοφονία με μήκος τής χορδής ίσο με  $l_1 = 50$  cm, ενώ η ράβδος από χάλυβα βρίσκεται σε όμοφονία με μήκος τής χορδής ίσο με  $l_2 = 52$  cm. Αν το μέτρο ελαστικότητας του χάλυβα είναι  $E_2 = 2,07 \cdot 10^{11}$  N/m<sup>2</sup>, να βρεθεί το μέτρο ελαστικότητας  $E_1$  του ορείχαλκου.  $c = \sqrt{E/\rho}$ .

14. Μιά μεταλλική ράβδος έχει μήκος  $l = 1,58$  m και η μιά άκρη της είναι σταθερά στερεωμένη. Πάνω στη ράβδο διαδίδονται διαμήκη κύματα και τότε η ράβδος παράγει το θεμελιώδη ήχο συχνότητας  $\nu = 585$  Hz. 1) Να βρεθούν οι συχνότητες των ήχων που μπορεί να δώσει η ράβδος. 2) Να βρεθεί η συχνότητα του θεμελιώδη ήχου που δίνει η ράβδος, όταν στερεωθεί σε ένα σημείο της που απέχει 39,5 cm από τη μιά άκρη της. 3) Αν οι δύο άκρες τής ράβδου είναι ελεύθερες, να βρεθεί σε ποιο σημείο της πρέπει να στερεωθεί η ράβδος, για να δώσει θεμελιώδη ήχο συχνότητας  $\nu_1 = 3510$  Hz.

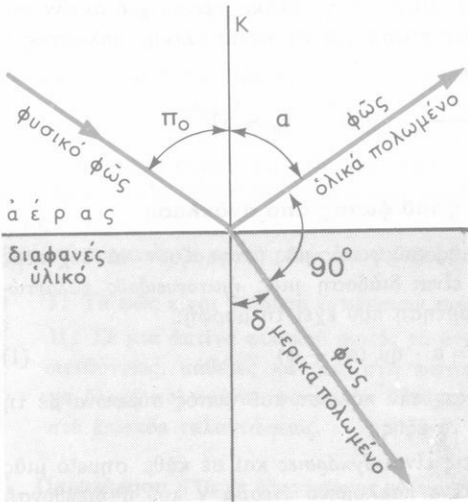


# ΟΠΤΙΚΗ

## Πόλωση και διπλή διάθλαση του φωτός

### 16. Όλική πόλωση του φωτός. Νόμος του Brewster

Μέ το πείραμα βρήκαμε ότι κατά την ανάκλαση του φυσικού φωτός πάνω σε όλα τα σώματα και με οποιαδήποτε γωνία προσπτώσεως πάντοτε συμβαίνει μερική πόλωση του φωτός.



Σχ. 29. Όλική πόλωση του φωτός από ανάκλαση.

Πειραματικά αποδείχτηκε ότι *ολική* πόλωση του φωτός συμβαίνει, μόνο όταν το φυσικό φως ανακλάται πάνω σε διαφανή *ολικά* και η γωνία προσπτώσεως  $\pi_0$  έχει τέτοια τιμή, ώστε η *ανακλώμενη* και η *διαθλώμενη* ακτίνα να είναι κάθετες μεταξύ τους (σχ. 29). Η *ανακλώμενη* ακτίνα είναι *ολικά* πολωμένη, ενώ η *διαθλώμενη* ακτίνα είναι *μερικά* πολωμένη. Σ' αυτή την περίπτωση αν  $n$  είναι ο δείκτης διαθλάσεως του διαφανούς υλικού σχετικά με

τόν αέρα, τότε ισχύει η σχέση :

$$n = \frac{\eta \mu \pi_0}{\eta \mu \delta} \quad \eta \quad n = \frac{\eta \mu \pi_0}{\eta \mu (90^\circ - \pi_0)} = \frac{\eta \mu \pi_0}{\text{συν } \pi_0}$$

άρα εφ  $\pi_0 = n$

Γενικότερα γιά τήν ὀλική πόλωση τοῦ φωτός ἀπό ἀνάκλαση ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος νόμος τοῦ Brewster :

“Ὅταν τό φυσικό φῶς πού διαδίδεται σέ ἕνα μέσο μέ δείκτη διαθλάσεως  $n_1$ , πάθει ἀνάκλαση πάνω σέ διαφανές ὑλικό πού ἔχει δείκτη διαθλάσεως  $n_2$ , τότε τό ἀνακλώμενο φῶς εἶναι ὀλικά πολωμένο, ἂν γιά τή γωνία προσπτώσεως ( $\pi_0$ ) ἰσχύει ἡ ἐξίσωση :

$$\text{νόμος τοῦ Brewster} \quad \varepsilon\phi \pi_0 = \frac{n_2}{n_1}$$

Ἡ γωνία  $\pi_0$  ὀνομάζεται γωνία ὀλικῆς τῆς πολώσεως.

Μιά γυάλινη πλάκα, πού ἔχει δείκτη διαθλάσεως  $n_2 = 1,54$ , βρίσκεται μέσα στόν ἀέρα ( $n_1 = 1$ ). Πάνω στήν πλάκα πέφτει μιά ἀκτίνα φυσικοῦ φωτός. Σ' αὐτή τήν περίπτωση γιά τή γωνία ὀλικῆς πολώσεως ἰσχύει ἡ σχέση:

$$\varepsilon\phi \pi_0 = \frac{1,54}{1} \quad \text{ἄρα} \quad \pi_0 \approx 57^\circ$$

## 17. Ἐξήγηση τῆς πολώσεως τοῦ φωτός ἀπό ἀνάκλαση

Τά φαινόμενα τῆς συμβολῆς τοῦ φωτός μᾶς ἀναγκάζουν νά δεχτοῦμε ὅτι μιά φωτεινή ἀκτινοβολία εἶναι διάδοση μιᾶς ἡμιτονοειδοῦς ταλαντώσεως, πού ἐκφράζεται μέ συνάρτηση πού ἔχει τή μορφή:

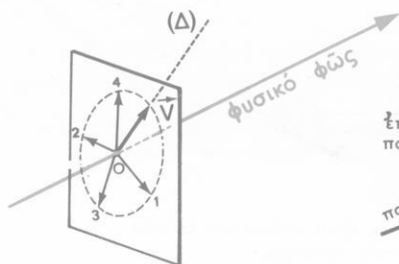
$$V = a \cdot \eta\mu (\omega t + \phi) \quad (1)$$

Ὁ Fresnel, γιά νά ἐξηγήσει τήν πόλωση τοῦ φωτός σύμφωνα μέ τή θεωρία τῶν κυμάτων, δέχτηκε τά ἐξῆς :

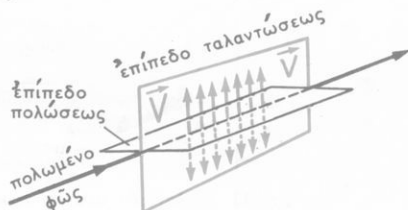
1. Οἱ φωτεινές ταλαντώσεις εἶναι ἐγκάρσιες καί σέ κάθε σημεῖο μιᾶς φωτεινῆς ἀκτίνας ἀντιστοιχεῖ ἕνα παλλόμενο ἄνυσμα  $\vec{V}$  πού ἡ διεύθυνσή του εἶναι κάθετη στή διεύθυνση τῆς φωτεινῆς ἀκτίνας καί τό μέτρο του  $V$  δίνεται σέ κάθε χρονική στιγμή ἀπό τήν ἐξίσωση (1). Τό ἄνυσμα  $\vec{V}$  τό ὀνομάζουμε φωτεινό ἄνυσμα (vecteur lumineux, Lichtvektor).

2. Κατά μήκος μιᾶς ἀκτίνας φυσικοῦ φωτός ἡ διεύθυνση ( $\Delta$ ) τοῦ ἀνυσματος  $\vec{V}$  δέν εἶναι ὀρισμένη. Αὐτό σημαίνει ὅτι σέ ἕνα σημεῖο  $O$  τῆς φωτεινῆς ἀκτίνας (σχ. 30) ἡ διεύθυνση τοῦ ἀνυσματος  $\vec{V}$  μπορεῖ νά ἔχει ὀποιοδήποτε προσανατολισμό (1, 2, 3, 4, ...).

3. Κατά μήκος μιᾶς ἀκτίνας ὀλικά πολωμένου φωτός τό ἄνυσμα  $\vec{V}$  βρίσκεται πάνω σέ ἕνα ὀρισμένο ἐπίπεδο πού ὀνομάζεται ἐπίπεδο ταλα-



Σχ. 30. Σέ μία ἄκτινα φυσικοῦ φωτός τό ἄνυσμα  $\vec{V}$  ἔχει ὅποιοδήποτε προσανατολισμό.



Σχ. 31. Σέ μία ἄκτινα ὀλικά πολωμένου φωτός τό ἄνυσμα  $\vec{V}$  βρίσκεται πάντοτε πάνω στό ἐπίπεδο ταλαντώσεως.

ντώσεως (σχ. 31). Τό ἐπίπεδο αὐτό εἶναι κάθετο στό ἐπίπεδο προσπτώσεως, πού ὀνομάζεται ἐπίπεδο πολώσεως.

Σέ μία ἄκτινα ὀλικά πολωμένου φωτός τό ἄνυσμα  $\vec{V}$  εἶναι παράλληλο μέ μία ὀρισμένη διεύθυνση πού εἶναι κάθετη στή φωτεινή ἄκτινα καί γι' αὐτό λέμε ὅτι σ' αὐτή τήν περίπτωση συμβαίνει γραμμική πόλωση τοῦ φωτός.

Ἀπό τά παραπάνω συνάγονται τά ἀκόλουθα συμπεράσματα:

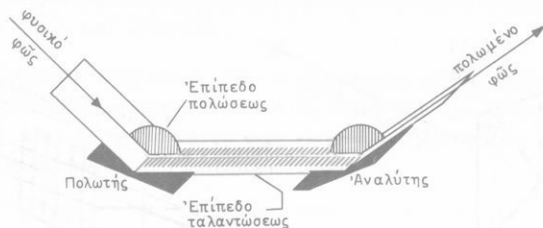
**I.** Τό φῶς εἶναι διάδοση ἐγκάρσιων κυμάτων.

**II.** Σέ μία ἄκτινα φυσικοῦ φωτός τό ἄνυσμα  $\vec{V}$  ἔχει ὅλες τίς δυνατές διευθύνσεις, κάθετες πάντοτε στή φωτεινή ἄκτινα, ἐνῶ σέ μία ἄκτινα ὀλικά πολωμένου φωτός τό ἄνυσμα  $\vec{V}$  βρίσκεται πάντοτε πάνω στό ἐπίπεδο ταλαντώσεως.

**Παρατήρηση.** Γιά νά ἐξηγήσουμε τό φαινόμενο τῆς πολώσεως τοῦ φωτός δέν εἶναι ἀπαραίτητο νά ξέρομε τή φύση τοῦ ἀνύσματος  $\vec{V}$  πού δέχτηκε ὁ Fresnell. Ἡ ἠλεκτρομαγνητική θεωρία, πού ἀργότερα διατύπωσε ὁ Maxwell, ἐρμηνεύει τή φύση τοῦ ἀνύσματος  $\vec{V}$ .

α. Ὁ ρόλος τοῦ πολωτή καί τοῦ ἀναλύτη. Ὁ πολωτής καί ὁ ἀναλύτης ἔχουν τήν ἰδιότητα νά ἀναλύουν μία φωτεινή ταλάντωση σέ δύο συνιστώσες ταλαντώσεις πού εἶναι παράλληλες μέ δύο σταθερές διευθύνσεις καί ἐπιτρέπουν νά συνεχιστεῖ ἡ διάδοση μόνο τῆς μιᾶς ἀπό τίς συνιστώσες ταλαντώσεις.

Κατά τήν πόλωση τοῦ φυσικοῦ φωτός ἀπό ἀνάκλαση ἡ ἐπιτρεπόμενη διεύθυνση ταλαντώσεως εἶναι μόνο ἐκείνη πού εἶναι κάθετη στό ἐπίπεδο



Σχ. 32. Τό επίπεδο ταλαντώσεως είναι κάθετο στο επίπεδο προσπτώσεως (επίπεδο πολώσεως).

προσπτώσεως (σχ. 32). Έτσι, όταν τά επίπεδα προσπτώσεως του πολωτή και του ἀναλύτη συμπίπτουν, ὁ ἀναλύτης δίνει ἀνακλόμενη ἀκτίνα τοῦ πολωμένου φωτός.

Όταν πάνω στον ἀναλύτη πέφτει ὀλίγα πολωμένο φῶς καί ἡ διεύθυνση τῆς ταλαντώσεως εἶναι π.χ. ἡ  $Oz$  (σχ. 33), τότε ὁ ἀναλύτης ἀναλύει τήν προσπίπτουσα ταλάντωση σέ δύο συνιστώσες ταλαντώσεις πού ἔχουν διευθύνσεις τήν  $Ox$  καί τήν  $Oy$ . Ἐστω ὅτι ὁ ἀναλύτης ἐπιτρέπει νά συνεχιστεῖ ἡ διάδοση μόνο ἐκείνης τῆς ταλαντώσεως πού ἔχει διεύθυνση τήν  $Ox$ . Οἱ διευθύνσεις  $Oz$  καί  $Ox$  σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία  $\phi$ . Τό φῶς πού πέφτει πάνω στον ἀναλύτη ἔχει ἔνταση  $I_0$  καί τό πλάτος τῆς φωτεινῆς ταλαντώσεως εἶναι  $a$ . Τότε ἐκείνη ἡ ταλάντωση, πού ὁ ἀναλύτης ἐπιτρέπει νά συνεχιστεῖ ἡ διάδοσή της, ἔχει πλάτος:

$$\beta = a \cdot \sin \phi$$

Εἶναι γνωστό ὅτι ἡ ἔνταση τῆς ταλαντώσεως εἶναι ἀνάλογη μέ τό τετράγωνο τοῦ πλάτους τῆς ταλαντώσεως. Ἡ ἔνταση τοῦ φωτός πού πέφτει πάνω στον ἀναλύτη, δηλαδή ἡ ἔνταση τοῦ φωτός κατά τή διεύθυνση ταλαντώσεως  $Oz$ , εἶναι:

$$I_0 = k \cdot a^2$$

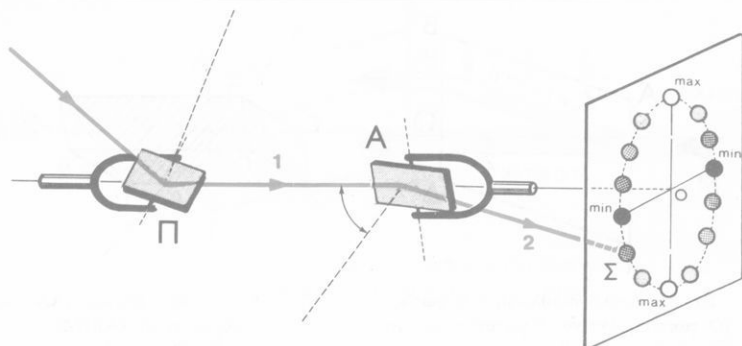
Ἡ ἔνταση  $I$  τοῦ φωτός, πού ἐπιτρέπει ὁ ἀναλύτης νά συνεχιστεῖ ἡ διάδοσή του, δηλαδή ἡ ἔνταση τοῦ φωτός κατά τή διεύθυνση ταλαντώσεως  $Ox$ , εἶναι:

$$I = k \cdot \beta^2$$

Ἄρα εἶναι:

$$I = k \cdot (a \cdot \sin \phi)^2 = k \cdot a^2 \cdot \sin^2 \phi \quad \text{καί}$$

$$I = I_0 \cdot \sin^2 \phi$$



Σχ. 34. Πειραματική απόδειξη του νόμου του Malus.

Ἡ τελευταία εξίσωση εκφράζει τὸν ἀκόλουθο νόμο τοῦ Malus :

Ἡ ἔνταση (I) τοῦ πολωμένου φωτός πού προέρχεται ἀπὸ τὸν ἀναλύτη εἶναι ἀνάλογη μὲ τὸ τετράγωνο τοῦ συνημιτόνου τῆς γωνίας ( $\varphi$ ) πού σχηματίζουν μεταξύ τους τὰ δύο ἐπίπεδα ταλαντώσεως (ἐπομένως καὶ τὰ ἐπίπεδα προσπτώσεως).

Ὁ νόμος τοῦ Malus ἐπαληθεύεται καὶ πειραματικά, ἂν μὲ τὸ φωτοκύτταρο παρακολουθήσουμε τὴ μεταβολὴ τοῦ φωτισμοῦ τῆς κηλίδας Σ κατὰ τὴν περιστροφή τοῦ ἀναλύτη (σχ. 34).

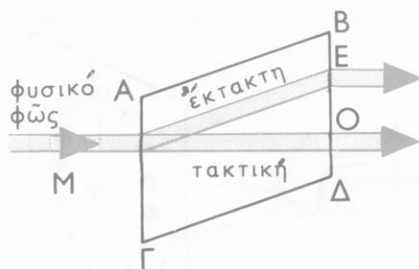
### 18. Ὀπτικῶς ἰσότροπα καὶ ἀνισότροπα ὑλικά

Γενικά ὀνομάζουμε ἰσότροπα τὰ ὑλικά πού ἔχουν τίς ἴδιες φυσικές ιδιότητες πρὸς ὅλες τίς διευθύνσεις. Ἡ Κρυσταλλογραφία κατατάσσει ὅλους τοὺς κρυστάλλους σὲ ἑπτὰ κρυσταλλικά συστήματα (κυβικό, τριγωνικό, τετραγωνικό, ἑξαγωνικό, ρομβικό, μονοκλινές, τρικλινές). Μὲ τὸ πείραμα βρήκαμε ὅτι:

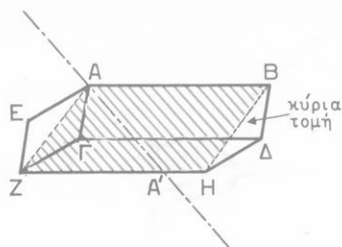
- I. Ὅλα τὰ ἄμορφα ὑλικά καὶ οἱ κρύσταλλοι τοῦ κυβικοῦ συστήματος εἶναι ὀπτικῶς ἰσότροπα.
- II. Οἱ κρύσταλλοι ὅλων τῶν ἄλλων κρυσταλλικῶν συστημάτων (ἐκτὸς ἀπὸ τὸ κυβικὸ σύστημα) εἶναι ὀπτικῶς ἀνισότροπα ὑλικά.

### 19. Διπλὴ διάθλαση τοῦ φωτός

Μιά ποικιλία τοῦ ἀσβεστίτη,  $\text{CaCO}_3$ , εἶναι ὁ ἰσλανδικὸς κρυστάλλος. Αὐτὸς κρυσταλλώνεται κατὰ τὸ τριγωνικὸ σύστημα, εἶναι διαφανῆς καὶ σχίζεται εὐκόλα δίνοντας ἓνα πλάγιο παραλληλεπίπεδο πού οἱ ἑξὶ ἕδρες του εἶναι ρόμβοι.



Σχ. 35. Διπλή διάθλαση τοῦ φωτός.  
(O τακτική ἀκτίνα, E ἔκτακτη ἀκτίνα)



Σχ. 36. Ὀπτικός ἄξονας (AA') καὶ κύρια τομή (ABHZ).

Ὅταν πάνω στή μιὰ ἔδρα τοῦ κρυστάλλου πέσει κάθετα μιὰ ἀκτίνα φυσικοῦ φωτός (στήν πραγματικότητα μιὰ πολύ λεπτή δέσμη φωτεινῶν ἀκτίνων), τότε ἀπό τήν ἀπέναντι ἔδρα τοῦ κρυστάλλου βγαίνουν δύο παράλληλες φωτεινές ἀκτίνες (σχ. 35), ἡ ἀκτίνα O (τακτική ἀκτίνα) κατὰ τήν προέκταση τῆς προσπίπτουσας καί ἡ ἀκτίνα E (ἔκτακτη ἀκτίνα). Αὐτός ὁ διχασμός τῆς προσπίπτουσας ἀκτίνας σέ δύο διαθλώμενες ἀκτίνες ὀνομάζεται διπλή διάθλαση τοῦ φωτός καί ὁ ἰσλανδικός κρύσταλλος λέμε ὅτι εἶναι ἕνα διπλοθλαστικό σῶμα. Ἡ διπλή διάθλαση συμβαίνει καί ὅταν ἡ προσπίπτουσα ἀκτίνα δέν εἶναι κάθετη στήν ἔδρα τοῦ κρυστάλλου.

Ἐκτός ἀπό τόν ἰσλανδικό κρύσταλλο ἄλλα συνηθισμένα διπλοθλαστικά σῶματα εἶναι ὁ χαλαζίας, ὁ μαρμαρυγίας, τό τοπάζιο κ.ἄ.

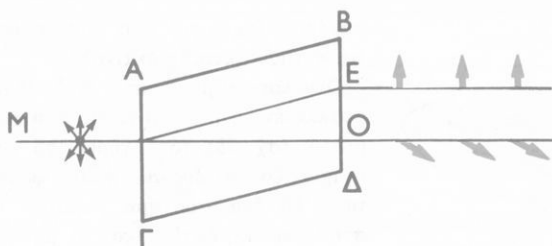
**Σημείωση.** Τά σύμβολα O καί E προέρχονται ἀπό τίς λέξεις : Ordinary καί Extraordinary.

**Ὀπτικός ἄξονας τοῦ κρυστάλλου καί κύρια τομή.** Στόν κρύσταλλο τοῦ ἰσλανδικοῦ κρυστάλλου ὑπάρχει μιὰ διεύθυνση AA' (ἄξονας συμμετρίας τοῦ κρυστάλλου) πού ὀνομάζεται ὀπτικός ἄξονας (σχ. 36). Ὅταν ἡ φωτεινή ἀκτίνα, πού πέφτει πάνω στόν κρύσταλλο, ἔχει τή διεύθυνση τοῦ ὀπτικοῦ ἄξονα, τότε ἡ φωτεινή ἀκτίνα βγαίνει ἀπό τόν κρύσταλλο χωρίς νά πάθει διπλή διάθλαση.

Κάθε ἐπίπεδο πού περνáει ἀπό τόν κύριο ἄξονα ἢ εἶναι παράλληλο μέ αὐτόν ὀνομάζεται κύρια τομή τοῦ κρυστάλλου (ἢ γραμμοσκιασμένη ἐπιφάνεια ABHZ στό σχῆμα).

Ἀπό τά παραπάνω καταλήγουμε στό ἀκόλουθο συμπέρασμα:

Ὅταν μιὰ ἀκτίνα φυσικοῦ φωτός πέσει πάνω στόν ἰσλανδικό κρύσταλλο ἔτσι, ὥστε νά βρίσκεται πάνω σέ μιὰ κύρια τομή, ἀλλά νά μή εἶναι παράλληλη μέ τόν κύριο ἄξονα, τότε προκύπτουν δύο διαθλώμενες ἀκτίνες, ἡ τακτική καί ἡ ἔκτακτη ἀκτίνα.



Σχ. 37. Στήν τακτική (O) και στήν έκτακτη (E) ακτίνα  
τά επίπεδα ταλαντώσεως είναι κάθετα μεταξύ τους.

α. Πόλωση του φωτός κατά τη διπλή διάθλαση. "Αν με έναν αναλύτη εξετάσουμε την τακτική και την έκτακτη ακτίνα, βρίσκουμε ότι και οι δύο αυτές ακτίνες είναι *όλικά πολωμένες*. Τά επίπεδα ταλαντώσεως στήν τακτική και την έκτακτη ακτίνα είναι *κάθετα* μεταξύ τους (σχ. 37). "Η διεύθυνση ταλαντώσεως:

- στήν τακτική ακτίνα O είναι *κάθετη* στό επίπεδο της κύριας τομής·
- στήν έκτακτη ακτίνα E είναι *πάνω* στό επίπεδο της κύριας τομής. "Ωστε:

**"Η τακτική και η έκτακτη ακτίνα είναι όλικά πολωμένες και τά επίπεδα ταλαντώσεως σ' αυτές τις ακτίνες είναι κάθετα μεταξύ τους.**

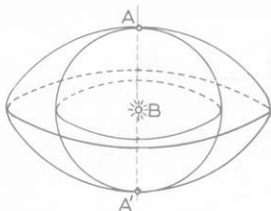
β. Έξήγηση της διπλής διαθλάσεως του φωτός. "Αν στόν ισλανδικό κρύσταλλο μετρήσουμε τούς δείκτες διαθλάσεως της τακτικής και της έκτακτης ακτίνας βρίσκουμε ότι:

- ό δείκτης διαθλάσεως της τακτικής ακτίνας (O) έχει *σταθερή τιμή* ( $n_o = 1,658$ ) ανεξάρτητα από τη γωνία προσπτώσεως σχετικά μέ τόν οπτικό άξονα·
- ό δείκτης διαθλάσεως της έκτακτης ακτίνας (E) έχει *μεταβλητή τιμή*, πού κυμαίνεται μεταξύ μιάς μέγιστης τιμής ( $n_o = 1,658$ ) και μιάς ελάχιστης τιμής ( $n_e = 1,486$ ) ανάλογα μέ τη γωνία προσπτώσεως σχετικά μέ τόν κύριο άξονα.

"Ωστε ό ισλανδικός κρύσταλλος είναι *οπτικώς ανισότροπο σώμα*.

"Από τη μέτρηση τών δεικτών διαθλάσεως της τακτικής και της έκτακτης ακτίνας συνάγεται ότι *μέσα στόν κρύσταλλο*:

- ή ταχύτητα διαδόσεως ( $c_o$ ) της τακτικής ακτίνας είναι *σταθερή* πρός όλες τις διευθύνσεις·
- ή ταχύτητα διαδόσεως της έκτακτης ακτίνας κατά τη διεύθυνση του οπτικού άξονα είναι *ίση* μέ την ταχύτητα διαδόσεως ( $c_o$ ) της τακτικής ακτίνας, αλλά κατά διεύθυνση *κάθετη* στόν οπτικό άξονα είναι *με-*



Σχ. 38. Μέσα στον κρύσταλλο διαδίδονται δύο συστήματα φωτεινών κυμάτων.

από περιστροφή. Ἐπειδή κατά τή διεύθυνση τοῦ κύριου ἄξονα ἡ ταχύτητα διαδόσεως τῆς τακτικῆς καί τῆς ἑκτακτης ἀκτίνας εἶναι ἡ ἴδια ( $c_o$ ), γι' αὐτό τά δύο μέτωπα κύματος ἐφάπτονται σέ δύο σημεῖα A καί A' μιᾶς εὐθείας, πού εἶναι παράλληλη μέ τόν ὀπτικό ἄξονα.

Γενικά γιά τό φαινόμενο τῆς διπλῆς διαθλάσεως τοῦ φωτός καταλήγουμε στά ἑξῆς συμπεράσματα :

- I. Ἡ διπλή διάθλαση τοῦ φωτός εἶναι ἀποτέλεσμα τῆς ὀπτικῆς ἀνισοτροπίας ὀρισμένων κρυσταλλικῶν ὑλικῶν (διπλοθλαστικά ὑλικά).
- II. Μέσα στό διπλοθλαστικό κρύσταλλο ἡ ταχύτητα διαδόσεως τῆς τακτικῆς ἀκτίνας εἶναι σταθερή, ἐνῶ ἡ ταχύτητα διαδόσεως τῆς ἑκτακτης ἀκτίνας ἀλλάζει ἀνάλογα μέ τή διεύθυνση διαδόσεως.
- III. Κατά τή διεύθυνση τοῦ ὀπτικοῦ ἄξονα ἡ τακτική καί ἡ ἑκτακτη ἀκτίνα ἔχουν τήν ἴδια ταχύτητα διαδόσεως, ἀλλά κατά διεύθυνση κάθετη στόν ὀπτικό ἄξονα ἡ ἑκτακτη ἀκτίνα ἔχει μεγαλύτερη ταχύτητα διαδόσεως ἀπό τήν τακτική ἀκτίνα ( $c_E > c_o$ ).

## 20. Πολωτικές συσκευές

Ἐπειδή οἱ διπλοθλαστικοί κρύσταλλοι δίνουν δύο ὀλικά πολωμένες φωτεινές ἀκτίνες, γι' αὐτό οἱ κρύσταλλοι αὐτοί χρησιμοποιοῦνται ὡς *πολωτικές συσκευές*.

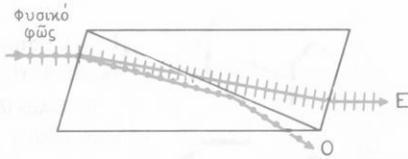
α. Πρίσμα Nicol. Τό πρίσμα Nicol ἢ καί ἀπλά nicol εἶναι ἓνα παραλληλεπίπεδο ἀπό ἰσλανδικό κρύσταλλο πού ἔχει κοπεῖ σέ δύο κομμάτια μέ ἓνα ἐπίπεδο κάθετο στήν κύρια τομή (σχ. 39). Τά δύο κομμάτια ἔχουν ἐπειτα συγκολληθεῖ μέ καναδικό βάλσαμο. Ὄταν μιᾶ ἀκτίνα φυσικοῦ φωτός πέφτει πάνω στόν κρύσταλλο παράλληλα μέ τίς μεγαλύτερες ἀκμές του, τότε ἡ τακτική ἀκτίνα (O) παθαίνει ὀλική ἀνάκλαση πάνω στό καναδικό

γαλότερη ( $c_E > c_o$ ) ἀπό τήν ταχύτητα διαδόσεως τῆς τακτικῆς ἀκτίνας.

Ἄν λοιπόν μέσα στό διπλοθλαστικό κρύσταλλο ἓνα σημεῖο B γίνεи πηγή φωτεινῶν κυμάτων (σχ. 38), τότε γύρω ἀπό τό σημεῖο B σχηματίζονται δύο συστήματα φωτεινῶν κυμάτων. Τό ἓνα σύστημα κυμάτων ἀντιστοιχεῖ στήν τακτική ἀκτίνα καί τό μέτωπο κύματος εἶναι *σφαιρική ἐπιφάνεια*. Τό ἄλλο σύστημα κυμάτων ἀντιστοιχεῖ στήν ἑκτακτη ἀκτίνα καί τό μέτωπο κύματος εἶναι *ἔλλειψοειδῆς ἐπιφάνεια*



βάλσαμο και απορροφάται από τα τοιχώματα της συσκευής. Έτσι από τον κρύσταλλο βγαίνει μόνο η *έκτακτη ακτίνα* (E) που είναι παράλληλη με την ακτίνα του φυσικού φωτός. Η *έκτακτη ακτίνα* είναι *ολικά πολωμένη* και το επίπεδο ταλαντώσεως *συμπίπτει* με την κύρια τομή.



Σχ. 39. Σχηματική παράσταση πρίσματος Nicol.

Παίρνουμε δύο πρίσματα Nicol και τα τοποθετούμε έτσι, ώστε οι κατά μήκος άξονές τους να συμπίπτουν (σχ. 40). Τότε οι κύριες τομές των δύο πρισμάτων συμπίπτουν. Πάνω στο πρώτο πρίσμα (*πολωτής*) πέφτει μία ακτίνα (λεπτή δέσμη) μονοχρωματικού φυσικού φωτός. Έπομένως πάνω στο δεύτερο πρίσμα (*αναλύτης*) πέφτει μία *ολικά πολωμένη ακτίνα*. Στρέφοντας τον αναλύτη γύρω από τον άξονα του συστήματος διαπιστώνουμε ότι η ακτίνα που βγαίνει από τον αναλύτη έχει:

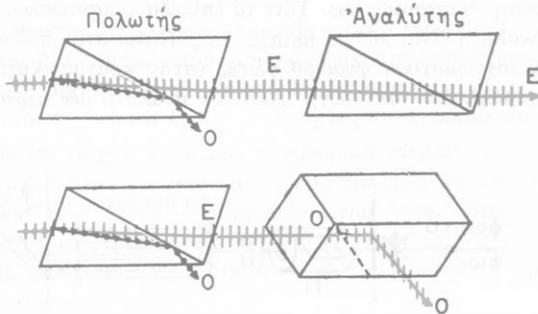
- *μέγιστη ένταση*, όταν οι κύριες τομές των δύο πρισμάτων είναι *παράλληλες*,
- *ελάχιστη ένταση*, όταν οι κύριες τομές των δύο πρισμάτων είναι *κάθετες* μεταξύ τους.

Στήν πρώτη περίπτωση λέμε ότι τα πρίσματα Nicol είναι *παράλληλα*, ενώ στη δεύτερη περίπτωση τα πρίσματα Nicol είναι *διασταυρωμένα*.

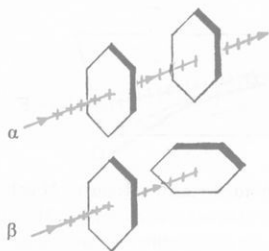
Με το πείραμα βρίσκουμε ότι η ένταση (I) του πολωμένου φωτός που βγαίνει από τον αναλύτη είναι ανάλογη με το τετράγωνο του συνημιτόνου της γωνίας (φ) που σχηματίζουν μεταξύ τους οι κύριες τομές των δύο πρισμάτων (έπομένως και τα επίπεδα ταλαντώσεως). Ωστε είναι :

$$I = I_0 \cdot \text{συν}^2 \varphi$$

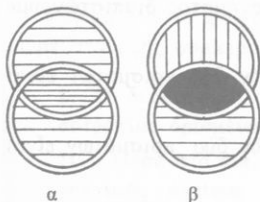
Για  $\varphi = 0^\circ$  (nicol παράλληλα) είναι  $I = I_0$ , δηλαδή η ένταση του φωτός έχει τη μέγιστη τιμή.



Σχ. 40. Δύο πρίσματα Nicol που χρησιμοποιούνται το ένα ως πολωτής και το άλλο ως αναλύτης.



Σχ. 41. Πλακίδια τουρμαλί-  
νη που χρησιμοποιούνται  
τό ἕνα ὡς πολωτῆς καὶ τό  
ἄλλο ὡς ἀναλύτης.  
(α πλακίδια παράλληλα,  
β πλακίδια διασταυρωμένα).



Σχ. 42. Σχηματική παρά-  
σταση δίσκων ἀπό Pola-  
roid.  
(α δίσκοι παράλληλοι,  
β δίσκοι διασταυρωμένοι).

Γιά  $\varphi = 90^\circ$  (nicol διασταυρωμένα) εἶναι  $I = 0$ , δηλαδή ὁ ἀναλύτης καταργεῖ τή φωτεινὴ ἀκτίνα.

β. Πλακίδια τουρμαλίνη. Οἱ κρύσταλλοι τοῦ τουρμαλίνη ἔχουν κόκκινο ἢ πράσινο χρῶμα καὶ εἶναι διπλοθλαστικοί. Ἐνα πλακίδιο τουρμαλίνη (πάχους 1 ὡς 2 mm), πού ἔχει κοπεῖ κάθετα στὸν ὀπτικό ἄξονα, ἀπορροφᾷ τελείως τὴν τακτικὴ ἀκτίνα καὶ ἀφήνει νὰ περάσει μόνο ἡ ἔκτακτη ἀκτίνα πού εἶναι ὀλικά πολωμένη. Ἔτσι αὐτό τό πλακίδιο ἀποτελεῖ ἕναν πολωτῆ. Ἐνα δεύτερο ὁμοιο πλακίδιο μπορεῖ νὰ χρησιμοποιηθεῖ ὡς ἀναλύτης (σχ. 41). Ὅταν τὰ δύο πλακίδια εἶναι παράλληλα, ἀπό τὸν ἀναλύτη βγαίνει ἡ πολωμένη ἀκτίνα πού πέφτει πάνω του, ἐνῶ, ὅταν τὰ δύο πλακίδια εἶναι διασταυρωμένα, ὁ ἀναλύτης καταργεῖ τή φωτεινὴ ἀκτίνα.

γ. Polaroid. Σέ πολλές περιπτώσεις ὡς πολωτικὴ συσκευή (πολωτῆς-ἀναλύτης) χρησιμοποιοῦμε δύο πλακίδια polaroid (σχ. 42).

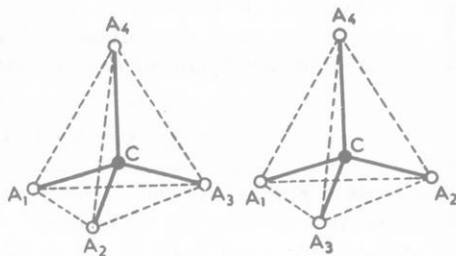
## 21. Στροφή τοῦ ἐπιπέδου ταλαντώσεως τοῦ πολωμένου φωτός

Ἔχουμε ἕναν πολωτῆ καὶ ἕναν ἀναλύτη στή θέση διασταυρώσεως. Τότε τὰ ἐπίπεδα ταλαντώσεως στὸν πολωτῆ καὶ στὸν ἀναλύτη εἶναι κάθετα μεταξύ τους. Πάνω στὸν πολωτῆ πέφτει μιὰ ἀκτίνα μονοχρωματικοῦ φυσικοῦ φωτός (στήν πραγματικότητα εἶναι λεπτὴ δέσμη παράλληλων ἀκτίνων). Ἀπὸ τὸν ἀναλύτη δὲν περνáει φῶς (σχ. 43).



Σχ. 43. Τό διάλυμα προκαλεῖ στροφή τοῦ ἐπιπέδου ταλαντώσεως τοῦ πολωμένου φωτός κατὰ γωνία  $\varphi$ .

Μεταξύ του πολωτή και του αναλύτη τοποθετούμε ένα γυάλινο δοχείο που περιέχει διάλυμα ζάχαρης. Παρατηρούμε ότι τώρα από τον αναλύτη περνάει φως. Για να καταργηθεί τό φως, που περνάει από τον αναλύτη, πρέπει να στρέψουμε τον αναλύτη γύρω από τον άξονα του συστήματος κατά μία ορισμένη γωνία φ. Άρα τό διάλυμα της ζάχαρης προκάλεσε *στροφή του επιπέδου ταλαντώσεως* κατά γωνία φ.



Σχ. 44. Μόριο οργανικής ενώσεως με ασύμμετρο άτομο άνθρακα.

α. Όπτικώς ενεργά σώματα. Η στροφή του επιπέδου ταλαντώσεως προκαλείται από τά μόρια ζάχαρης που υπάρχουν στο διάλυμα και όχι από τά μόρια του νερού. Λέμε ότι ή ζάχαρη έχει *στροφική ικανότητα*. Τά σώματα που έχουν στροφική ικανότητα ονομάζονται *οπτικώς ενεργά*.

Η στροφική ικανότητα που έχουν τά μόρια ορισμένων οργανικών ενώσεων (όπως ή γλυκόζη, ή ζάχαρη, τό τρυγικό όξύ, κ.ά.) όφείλεται στο ότι στο μόριό τους υπάρχει *ασύμμετρο άτομο άνθρακα*, δηλαδή άτομο άνθρακα που οι τέσσερις μονάδες σθένους έχουν κορεστεί με τέσσερα διαφορετικά άτομα ή ρίζες (σχ. 44).

Γιά τόν παρατηρητή που δέχεται στο μάτι του τό εξερχόμενο από τόν αναλύτη φως, ή φορά της στροφής του επιπέδου ταλαντώσεως γίνεται προς τά δεξιά ή προς τά άριστερά και τότε τό όπτικώς ενεργό σώμα λέγεται αντίστοιχα *δεξιόστροφο* ή *άριστερόστροφο*.

**Μοριακή και κρυσταλλική στροφική ικανότητα.** Οι οργανικές ενώσεις που στο μόριό τους έχουν ασύμμετρο άτομο άνθρακα, παρουσιάζουν στροφική ικανότητα είτε βρίσκονται σε στερεή κατάσταση, είτε είναι διαλυμένα. Λέμε ότι αυτά τά σώματα έχουν *μοριακή στροφική ικανότητα*.

Όρισμένα σώματα (π.χ. ό χαλαζίας, τό χλωρικό νάτριο) έχουν στροφική ικανότητα, μόνο όταν βρίσκονται σε κρυσταλλική κατάσταση και τότε οι κρύσταλλοί τους έχουν κάποια *ασύμμετρη δομή*. Όταν με τήν τήξη ή τή διάλυση καταστραφεί ή κρυσταλλική δομή, τότε ή στροφική ικανότητά τους εξαφανίζεται. Λέμε ότι αυτά τά σώματα έχουν *κρυσταλλική στροφική ικανότητα*.

β. Πολωσίμετρα. Όταν μεταξύ του πολωτή και του αναλύτη τοποθετήσουμε διάλυμα ενός όπτικώς ενεργού σώματος, τότε βρίσκουμε ότι:

Η στροφή  $\varphi$  του επιπέδου ταλαντώσεως είναι ανάλογη με τη διαδρομή  $l$  του φωτός μέσα στο διάλυμα, ανάλογη με τη συγκέντρωση  $C$  του διαλύματος και εξαρτάται από το είδος του διαλύματος.

$$\varphi = k \cdot l \cdot C$$

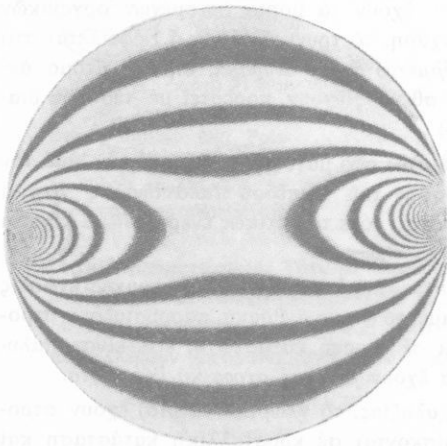
όπου  $k$  είναι συντελεστής που ονομάζεται *ειδική στροφική ικανότητα* και εξαρτάται από το είδος του διαλύματος.

Σ' αυτή την άρχή στηρίζεται η λειτουργία ειδικών οργάνων που λέγονται *πολωσίμετρα* και χρησιμοποιούνται για τη γρήγορη μέτρηση της συγκέντρωσης  $C$  ενός διαλύματος. Συνήθως η μέτρηση γίνεται με μία άπλη ανάγνωση πάνω στην κλίμακα του οργάνου.

## 22. Διπλή διάθλαση σε όπτικως ισότροπα υλικά

Η διπλή διάθλαση οφείλεται σε όπτική άνισοτροπία του υλικού. Η διπλή διάθλαση εμφανίζεται και σε όπτικως ισότροπα υλικά, όταν διά-

φορα εξωτερικά αίτια καταστρέψουν την ισότροπη δομή του υλικού. Έτσι μία γυάλινη πλάκα γίνεται διπλοθλαστική με διάφορα μηχανικά αίτια, π.χ. με έλκυσμό, συμπίεση ή κάμψη. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται *φωτοελαστικότητα* και εφαρμόζεται στην τεχνική για τη μελέτη των εσωτερικών δυνάμεων που αναπτύσσονται μέσα σε ένα υλικό, εξαιτίας εξωτερικών αιτίων. Γι' αυτό το σκοπό κατασκευάζεται ένα μικρό διαφανές υπόδειγμα του σώματος και εξετάζεται στο πολωμένο φως (σχ. 45).



Σχ. 45. Εικόνα όπτικως ισότροπου δίσκου που συμπίεζεται κατά τη διεύθυνση μιάς διαμέτρου του.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Πόση είναι ή γωνία όλικης πολώσεως γιά τήν πυριτύαλο πού έχει δείκτη διαθλάσεως σχετικά μέ τόν άέρα  $n = 1,744$ ;
2. Γιά ένα διαφανές ύλικό ή γωνία όλικης πολώσεως είναι  $\pi = 55^\circ$ . Πόσος είναι ό δείκτης διαθλάσεως αυτού του ύλικού σχετικά μέ τόν άέρα;
3. Μιά πολωτική συσκευή άποτελείται άπό πρίσματα Nicol. Πάνω στόν πολωτή πέφτει φωτεινή δέση πού έχει ένταση  $I_0$ . Νά προσδιοριστεί ή ένταση  $I$  τής φωτεινής δέσης πού βγαίνει άπό τή συσκευή, όταν οι κύριες τομές τών δύο πρισμάτων Nicol σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία  $\varphi$  ίση μέ  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  και  $60^\circ$ .
4. Σέ μία πολωτική συσκευή μέ πρίσματα Nicol βρέθηκε ότι ό λόγος τής έντάσεως  $I_0$  του φωτός πού πέφτει στόν πολωτή πρós τήν ένταση  $I$  του φωτός πού βγαίνει άπό τή συσκευή είναι  $I_0/I = 2$ . Πόση είναι ή γωνία  $\varphi$  πού σχηματίζουν τότε μεταξύ τους οι κύριες τομές τών δύο πρισμάτων;
5. Γιά ένα διπλοθλαστικό κρύσταλλο και γιά όρισμένη ακτινοβολία μήκους κύματος  $\lambda = 6000 \text{ \AA}$  ό δείκτης διαθλάσεως γιά τήν τακτική άκτίνα είναι  $n_0 = 1,658$  και γιά τήν έκτακτη άκτίνα είναι  $n_E = 1,486$ . Νά βρεθεί τό ελάχιστο πάχος ενός πλακιδίου άπό τό ύλικό του κρυστάλλου, ώστε εξαιτίας του πλακιδίου οι παραπάνω δύο άκτίνες, όταν βγαίνουν άπό τό πλακίδιο, νά παρουσιάζουν διαφορά φάσεως  $\varphi = \pi/2$ . Ταχύτητα του φωτός στό κενό  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$ .

## Νόμοι τής ακτινοβολίας

### 23. Η έκπομπή ακτινοβολιών άπό θερμό στερεό σώμα

Η πίο συνηθισμένη πηγή φωτός είναι τό διάπυρο σύρμα βολφραμίου πού έχει ό λαμπτήρας πυρακτώσεως. Αν παρακολουθήσουμε τή βαθμιαία θέρμανση ενός στερεού παρατηρούμε τά εξής :

Σέ θερμοκρασία  $300^\circ\text{C}$  όλη ή ενέργεια πού *εκπέμπει* τό σώμα μεταφέρεται άπό ήλεκτρομαγνητικά κύματα πού έχουν μήκος κύματος *λ μεγαλύτερο* άπό τό μήκος κύματος τής όρατής έρυθρης ακτινοβολίας. Αυτές τές ακτινοβολίες πού *εκπέμπει* τότε τό σώμα τές *λέμε ύπερθρες ακτινοβολίες* και τές αντιλαμβανόμαστε, όταν φέρουμε τό χέρι μας κοντά σέ ένα θερμό ήλεκτρικό σίδερο σιδερώματος (διάδοση τής θερμότητας μέ ακτινοβολία). Όταν τό σώμα άποκτήσει θερμοκρασία γύρω στους  $800^\circ\text{C}$ , τότε τό σώμα *εκπέμπει* και ενέργεια μέ τή μορφή *όρατων έρυθρων ακτινοβολιών*.

Σέ θερμοκρασία πάνω άπό  $2000^\circ\text{C}$  (όση περίπου είναι ή θερμοκρασία του σύρματος σέ ένα λαμπτήρα πυρακτώσεως) τό σώμα *εκπέμπει όλες τές*

ὄρατες ἀκτινοβολίες καί μαζί μέ αὐτές ἐκπέμπει καί ἀόρατες ἀκτινοβολίες πού ἔχουν μήκος κύματος  $\lambda$  μικρότερο ἀπό τό μήκος κύματος τῆς ὄρατης ἰώδους ἀκτινοβολίας. Αὐτές τίς ἀόρατες ἀκτινοβολίες τίς λέμε *ὑπεριώδεις ἀκτινοβολίες*. Ὡστε:

Ἔνα θερμό στερεό σῶμα ἐκπέμπει ἕνα συνεχές φάσμα ἀκτινοβολιῶν πού ἡ ἔκτασή του πρὸς τὰ μικρότερα μήκη κύματος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴ θερμοκρασία τοῦ σώματος.

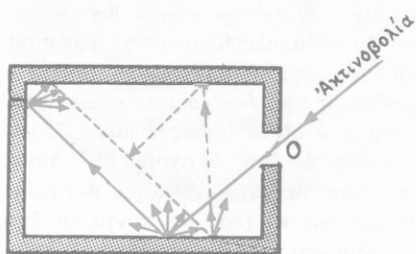
## 24. Ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα

Θά θεωρήσουμε μόνο *ἀδιαφανή* σώματα. Ὄταν πάνω σέ ἕνα ἀδιαφανές σῶμα πέφτει μιὰ ἠλεκτρομαγνητική ἀκτινοβολία μέ ὁποιοδήποτε μήκος κύματος, τότε ἕνα μέρος τῆς ἐνέργειας πού μεταφέρει ἡ ἀκτινοβολία *ἀπορροφᾶται* ἀπὸ τό σῶμα καί τό υπόλοιπο μέρος τῆς ἐνέργειας *ἀνακλᾶται* καί *διαχέεται* ἀπὸ τὴν ἐπιφάνεια τοῦ σώματος. Τό ποσοστό τῆς ἐνέργειας πού *ἀπορροφᾶται* ἀπὸ τό σῶμα ἐξαρτᾶται ἀπὸ τό *εἶδος τῆς ἐπιφάνειας* τοῦ σώματος.

Στὴ Φυσική γιὰ τὴ μελέτη τῶν ἀκτινοβολιῶν δεχόμαστε ὅτι ὑπάρχει μιὰ ἐπιφάνεια πού ἀπορροφᾷ *ὅλες τίς ἀκτινοβολίες* πού πέφτουν πάνω της καί οὔτε ἀνακλᾷ οὔτε διαχέει τίς ἀκτινοβολίες. Λέμε ὅτι αὐτὴ ἡ ἐπιφάνεια εἶναι μιὰ *ιδανικὴ μαύρη ἐπιφάνεια* καί τό σῶμα πού ἔχει τέτοια ἐπιφάνεια τό ὀνομάζουμε *ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα* ἢ καί *ἀπλά μαῦρο σῶμα* (\*).

Πρακτικά μιὰ ἐπιφάνεια πού ἔχει σκεπαστεῖ μέ ἕνα στρώμα καπνιάς (αἰθάλης) συμπεριφέρεται σάν μαῦρο σῶμα.

Μιά κοιλότητα ἔχει μιὰ μικρὴ ὀπή (σχ. 46). Ἀπὸ τὰ τοιχώματα τῆς



Σχ. 46. Ἡ ὀπή τῆς κοιλότητας συμπεριφέρεται σάν ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα.

κοιλότητας δέν περνοῦν οἱ ἀκτινοβολίες. Ὄταν μιὰ ἀκτινοβολία περάσει ἀπὸ τὴν ὀπή καί μπεῖ μέσα στὴν κοιλότητα, τότε ἡ ἀκτινοβολία παθαίνει μέσα στὴν κοιλότητα πολλές ἀνακλάσεις καί διαχύσεις καί τελικά ἡ ἀκτινοβολία *ἀπορροφᾶται ὀλοκληρωτικά* ἀπὸ τὴν κοιλότητα, ὁποιοδήποτε καί ἂν εἶναι τό μήκος κύματος τῆς ἀκτινοβολίας.

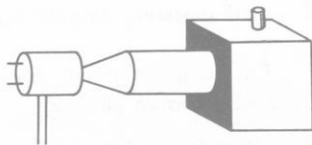
\* Τὸ ἀδιαφανές σῶμα, πού ἡ ἐπιφάνειά του οὔτε ἀνακλᾷ οὔτε διαχέει τίς ἀκτινοβολίες, τό βλέπουμε μαῦρο.

Έτσι ή όπῃ συμπεριφέρεται σάν *ἀπόλυτα μαύρο σώμα*, γιατί ἀπορροφᾷ ὄλες τίς ἀκτινοβολίες πού πέφτουν πάνω της.

Ἀντίστροφα, ἂν ἡ παραπάνω κοιλότητα ἀποκτήσει ὀρισμένη θερμοκρασία, τότε ἀπό τήν ὀπῃ *βγαίνει* ἀκτινοβολία πού ὀνομάζεται *ἀκτινοβολία τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος*. Αὐτή ἡ ἀκτινοβολία ἐξαρτᾶται *μόνο ἀπό τή θερμοκρασία* τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος. Ἡ φύση τῶν τοιχωμάτων τῆς κοιλότητας δέν παίζει κανένα ρόλο.

## 25. Ἰκανότητα ἐκπομπῆς

Ἔχουμε ἓνα χάλκινο κυβικό δοχεῖο πού οἱ τέσσερις κατακόρυφες ἔδρες του ἔχουν διαφορετική τήν ἐξωτερική ἐπιφάνειά τους, π.χ. ἡ πρώτη ἔδρα ἔχει σκεπαστεῖ μέ καπνιά, ἡ δευτέρα εἶναι γυαλιστερή, ἡ τρίτη εἶναι ἀνώμαλη καί τραχιά καί ἡ τέταρτη εἶναι λευκή (σχ. 47). Γεμίζουμε τό δοχεῖο μέ ζεστό νερό. Τότε οἱ ἔδρες τοῦ δοχεῖου ἔχουν *τήν ἴδια θερμοκρασία*. Μέ ἓνα εὐπαθές θερμομετρικό ὄργανο (π.χ. θερμοηλεκτρική στήλη) βρῖσκουμε ὅτι οἱ τέσσερις ἔδρες *ἀκτινοβολοῦν διαφορετικές ποσότητες ἐνέργειας*. Ἔτσι ἀπό τό πείραμα βρῖσκουμε ὅτι:



Σχ. 47. Ἡ ἐκπομπή ἀκτινοβολίας ἐξαρτᾶται ἀπό τή φύση τῆς ἐπιφάνειας τοῦ σώματος.

Στήν ἴδια θερμοκρασία οἱ σκοτεινές καί τραχιές ἐπιφάνειες ἀκτινοβολοῦν ἐντονότερα ἀπό τίς γυαλιστερές καί φωτεινές ἐπιφάνειες.

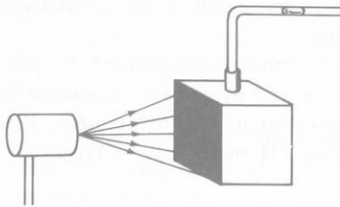
Γιά νά μελετήσουμε *τήν ἐκπομπή τῶν ἀκτινοβολιῶν* ὀρίζουμε τό ἀκόλουθο φυσικό μέγεθος:

**Ἰκανότητα ἐκπομπῆς** ( $E_{λ, T}$ ) ἑνός σώματος, γιά ὀρισμένο μήκος κύματος  $\lambda$  καί γιά ὀρισμένη ἀπόλυτη θερμοκρασία  $T$ , ὀνομάζεται ἡ ἰσχύς τήν ὀποία ἀκτινοβολεῖ ἡ μονάδα τῆς ἐπιφάνειας τοῦ σώματος.

Συνήθως ἡ ἰκανότητα ἐκπομπῆς  $E$  μετριέται σέ  $\text{Watt/cm}^2$ .

## 26. Ἰκανότητα ἀπορροφήσεως

Ἔχουμε τό χάλκινο κυβικό δοχεῖο πού χρησιμοποιήσαμε γιά τή μελέτη τῆς ἐκπομπῆς τῶν ἀκτινοβολιῶν (σχ. 47). Τό δοχεῖο περιέχει τώρα ἀέρα καί στήν πάνω ἔδρα του εἶναι στερεωμένος ἓνας λεπτός ὀριζόντιος σωλήνας μέ μιά μικρή σταγόνα ὕδραργύρου πού χρησιμεύει ὡς δείκτης



Σχ. 48. Ἡ ἀπορρόφηση ἀκτινοβολίας ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴ φύση τῆς ἐπιφάνειας τοῦ σώματος.

(σχ. 48). Ἀφήνουμε νὰ πέσει πάνω στὴ μιά ἔδρα τοῦ δοχείου ἀκτινοβολία, ὥσπου νὰ ἀποκατασταθεῖ θερμικὴ ἰσοροπία, δηλαδή ὥσπου νὰ πάψει νὰ μετακινεῖται ἡ σταγόνα τοῦ ὑδραργύρου. Ἄν ἐπαναλάβουμε τὸ πείραμα διαδοχικὰ μὲ ὅλες τὶς ἔδρες τοῦ δοχείου, βρίσκουμε ὅτι οἱ τέσσερις ἔδρες τοῦ δοχείου ἀπορροφῶν διαφορετικὲς ποσότητες ἐνέργειας ἀπὸ τὴν ἀκτινοβολία πού πέφτει πάνω τους. Ἐτσι ἀπὸ τὸ πείραμα βρίσκουμε ὅτι:

**Ἀπὸ τὴν ἀκτινοβολία πού πέφτει πάνω τους οἱ σκοτεινὲς καὶ οἱ τραχιὲς ἐπιφάνειες ἀπορροφῶν περισσότερὴ ἐνέργεια ἀπὸ τὶς γυαλιστερὲς καὶ φωτεινὲς ἐπιφάνειες.**

Γιὰ νὰ μελετήσουμε τὴν ἀπορρόφηση τῶν ἀκτινοβολιῶν ὀρίζουμε τὸ ἀκόλουθο φυσικὸ μέγεθος:

**Ἰκανότητα ἀπορροφῆσεως ( $A_{\lambda,T}$ ) ἑνὸς σώματος, γιὰ ὀρισμένο μῆκος κύματος  $\lambda$  καὶ γιὰ ὀρισμένη ἀπόλυτη θερμοκρασία  $T$ , ὀνομάζεται ὁ λόγος τῆς ἰσχύος πού ἀπορροφᾷ τὸ σῶμα πρὸς τὴν ἰσχύ πού πέφτει πάνω του.**

$$\text{ἰκανότητα ἀπορροφῆσεως } (A_{\lambda,T}) = \frac{\text{ἀπορροφώμενη ἰσχύς}}{\text{προσπίπτουσα ἰσχύς}}$$

Ἡ ἰκανότητα ἀπορροφῆσεως εἶναι καθαρὸς ἀριθμὸς. Ἐπειδὴ τὸ ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα ἀπορροφᾷ ὀλοκληρωτικὰ τὴν ἐνέργεια τῆς ἀκτινοβολίας πού πέφτει πάνω του, συμπεραίνουμε ὅτι:

**Τὸ ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα, γιὰ ὅλες τὶς ἀκτινοβολίες, ἔχει ἰκανότητα ἀπορροφῆσεως ἴση μὲ τὴ μονάδα.**

$$\text{ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα } A_{\lambda,T} = 1$$



## 27. Νόμος του Kirchhoff

Ἡ ικανότητα ἐκπομπῆς ἑνός σώματος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴ θερμοκρασία τοῦ σώματος καὶ τὸ εἶδος τῆς ἐπιφανείας του. Γιά ὀρισμένο μῆκος κύματος  $\lambda$  καὶ γιά ὀρισμένη ἀπόλυτη θερμοκρασία  $T$  ἡ ικανότητα ἐκπομπῆς ( $E_{\lambda,T}$ ) καὶ ἡ ικανότητα ἀπορροφῆσεως ( $A_{\lambda,T}$ ) συνδέονται μεταξύ τους μὲ μιά θεμελιώδη σχέση πού τὴν ἐκφράζει ὁ ἀκόλουθος νόμος τοῦ Kirchhoff:

Γιά τὸ ἴδιο μῆκος κύματος  $\lambda$  καὶ γιά τὴν ἴδια ἀπόλυτη θερμοκρασία  $T$  τὸ πηλίκο τῆς ικανότητος ἐκπομπῆς ( $E_{\lambda,T}$ ) διὰ τῆς ικανότητος ἀπορροφῆσεως ( $A_{\lambda,T}$ ) εἶναι γιά ὅλα τὰ σώματα σταθερό.

$$\text{νόμος τοῦ Kirchhoff} \quad \frac{E_{\lambda,T}}{A_{\lambda,T}} = f_{\lambda,T}$$

Ἐὰν θεωρήσουμε ἕνα σῶμα  $\Sigma$  πού ἔχει ἀπόλυτη θερμοκρασία  $T$ , ἐκπέμπει ἀκτινοβολία μὲ μῆκος κύματος  $\lambda$ , ἔχει ικανότητα ἐκπομπῆς  $E_{\Sigma(\lambda,T)}$  καὶ ικανότητα ἀπορροφῆσεως  $A_{\Sigma(\lambda,T)}$ . Τὸ ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα  $M$  γιά τὴν ἴδια ἀπόλυτη θερμοκρασία  $T$  καὶ γιά τὸ ἴδιο μῆκος κύματος  $\lambda$  ἔχει ικανότητα ἐκπομπῆς  $E_{M(\lambda,T)}$  καὶ ικανότητα ἀπορροφῆσεως  $A_{M(\lambda,T)}$ . Τότε σύμφωνα μὲ τὸ νόμο τοῦ Kirchhoff ἰσχύει ἡ ἐξίσωση:

$$\frac{E_{\Sigma(\lambda,T)}}{A_{\Sigma(\lambda,T)}} = \frac{E_{M(\lambda,T)}}{A_{M(\lambda,T)}} = \text{σταθ.} \quad (1)$$

Ἐπειδὴ γιά τὸ ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα εἶναι:

$$A_{M(\lambda,T)} = 1$$

ἀπὸ τὴν ἐξίσωση (1) βρίσκουμε:

$$\frac{E_{\Sigma(\lambda,T)}}{A_{\Sigma(\lambda,T)}} = E_{M(\lambda,T)} \quad (2)$$

Γιά κάθε ἄλλο σῶμα, ἐκτὸς ἀπὸ τὸ ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα, ἡ ικανότητα ἀπορροφῆσεως εἶναι μικρότερη ἀπὸ τὴ μονάδα, δηλαδὴ εἶναι  $A_{\Sigma(\lambda,T)} < 1$ . Ἀπὸ τὴν ἐξίσωση (2) βρίσκουμε:

$$E_{\Sigma(\lambda,T)} = A_{\Sigma(\lambda,T)} \cdot E_{M(\lambda,T)} \quad \text{ἄρα} \quad E_{\Sigma(\lambda,T)} < E_{M(\lambda,T)}$$

Ἡ τελευταία σχέση φανερώνει ὅτι:

Ἡ ικανότητα ἐκπομπῆς τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος εἶναι μεγαλύτερη ἀπὸ τὴν ικανότητα ἐκπομπῆς ὁποιοῦδήποτε ἄλλου σώματος.

Ἡ ἐξίσωση (2) φανερώνει ὅτι ἰσχύει καί ἡ ἀκόλουθη σχέση:

Τό πηλίκο τῆς ἱκανότητος ἐκπομπῆς πρὸς τὴν ἱκανότητα ἀπορροφῆσεως ἑνὸς σώματος εἶναι ἴσο μετὰ τὴν ἱκανότητα ἐκπομπῆς τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος.

$$\frac{\text{ἱκανότητα ἐκπομπῆς σώματος}}{\text{ἱκανότητα ἀπορροφῆσεως σώματος}} = \frac{\text{ἱκανότητα ἐκπομπῆς ἀπόλυτα μαύρου σώματος}}{\text{ἱκανότητα ἀπορροφῆσεως σώματος}}$$

## 28. Νόμος Stefan - Boltzmann

Ἐνα θερμὸ σῶμα ἐκπέμπει πολλές ἀκτινοβολίες πού ἔχουν διάφορα μήκη κύματος καί μεταφέρουν ἐνέργεια. Ὁ Stefan πειραματικά καί ἀργότερα ὁ Boltzmann θεωρητικά βρῆκαν τὸ νόμο πού ἰσχύει γιὰ τὴν ὀλική ἰσχύ τῶν ἀκτινοβολιῶν πού ἐκπέμπει τὸ ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα. Ἔτσι γιὰ τὴ θερμικὴ ἐκπομπὴ τῶν ἀκτινοβολιῶν ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος νόμος Stefan - Boltzmann:

Ἡ ὀλική ἰσχύς ( $P_{ολ}$ ) πού ἀκτινοβολεῖ τὸ ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα, εἶναι ἀνάλογη μετὰ τὸ ἐμβαδὸ ( $S$ ) τῆς ἐπιφάνειας τοῦ σώματος καί ἀνάλογη μετὰ τὴν τέταρτη δύναμη τῆς ἀπόλυτης θερμοκρασίας ( $T$ ) τοῦ σώματος.

$$\text{νόμος Stefan - Boltzmann} \quad P_{ολ} = \sigma \cdot S \cdot T^4$$

ὅπου  $\sigma$  εἶναι ἡ σταθερὴ Stefan - Boltzmann καί εἶναι ἴση μετὰ:

$$\text{σταθερὴ Stefan - Boltzmann} \quad \sigma = 5,669 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{grad}^{-4}$$

α. Ἐνέργεια πού ἀποβάλλει ἢ παίρνει ἕνα σῶμα. Κάθε σῶμα, ὅποιαδὴποτε καί ἂν, εἶναι ἡ θερμοκρασία του, ἐκπέμπει θερμικὲς ἀκτινοβολίες καί ἐπομένως ἀποβάλλει ἐνέργεια. Ἀλλὰ ταυτόχρονα πάνω σ' αὐτὸ τὸ σῶμα πέφτουν συνεχῶς ἀκτινοβολίες πού ἐκπέμπονται ἀπὸ τὸ περιβάλλον τοῦ σώματος. Μερικὲς ἀπὸ αὐτὲς τίς ἀκτινοβολίες ἀνακλῶνται πάνω στὴν ἐπιφάνεια τοῦ σώματος, ἄλλες ὅμως ἀκτινοβολίες ἀπορροφῶνται ἀπὸ τὸ σῶμα καί ἡ ἐνέργειά τους μετατρέπεται σὲ θερμότητα.

Ἡ διαφορά μεταξὺ τῆς ἐνέργειας πού ἐκπέμπει τὸ σῶμα καί τῆς ἐνέργειας πού ἀπορροφᾷ τὸ σῶμα εἶναι ἡ ἐνέργεια τὴν ὁποία ἡ ἀποβάλλει τὸ σῶμα στὸ περιβάλλον του ἢ παίρνει τὸ σῶμα ἀπὸ τὸ περιβάλλον του.

Θεωροῦμε ἕνα σῶμα πού ἔχει ἀπόλυτη θερμοκρασία  $T_s$ , ἡ ἐπιφάνειά

του έχει έμβαδό  $S$  και ό συντελεστής ισχύος σχετικά μέ τό άπόλυτα μαύρο σώμα είναι  $\epsilon$ . Στη διάρκεια του χρόνου  $t$  :

τό σώμα εκπέμπει ενέργεια  $W_{\Sigma} = \epsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot T_{\Sigma}^4 \cdot t$

Άν τό περιβάλλον έχει άπόλυτη θερμοκρασία  $T_{\Pi}$ , τότε στη διάρκεια του χρόνου  $t$  :

τό σώμα παίρνει ενέργεια  $W_{\Pi} = \epsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot T_{\Pi}^4 \cdot t$

Έπομένως στη διάρκεια του χρόνου  $t$  τό σώμα αποβάλλει ή παίρνει ενέργεια ίση μέ:

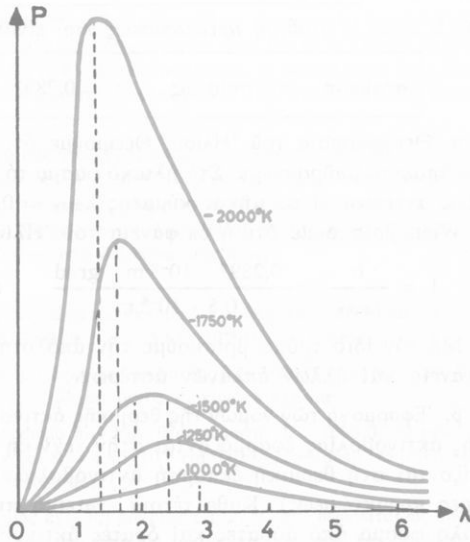
$W = W_{\Sigma} - W_{\Pi}$  ή

$W = \epsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot (T_{\Sigma}^4 - T_{\Pi}^4) \cdot t$

**29. Νόμος του Wien**

Η ισχύς πού εκπέμπει ένα σώμα κατά μονάδα τής επιφάνειάς του εξαρτάται από τή φύση τής επιφάνειας του σώματος και από τή θερμοκρασία. Έτσι π.χ. ένα συμπαγές κομμάτι χαλκού στη θερμοκρασία  $373^{\circ} K$  εκπέμπει περίπου  $0,03 W/cm^2$  και στη θερμοκρασία  $1273^{\circ} K$  εκπέμπει  $4 W/cm^2$ . Σέ καθεμιά από αυτές τίς θερμοκρασίες τό σώμα εκπέμπει ισχύ ή όποία μεταφέρεται άπό ένα μίγμα ακτινοβολιών πού έχουν διάφορα μήκη κύματος και αποτελούν ένα φάσμα.

Άν γιά κάθε θερμοκρασία εξετάσουμε πώς κατανέμεται στό φάσμα του άπόλυτα μαύρου σώματος ή ισχύς πού εκπέμπεται κατά μονάδα επιφάνειας του σώματος, τότε παίρνουμε μιά καμπύλη πού παρουσιάζει ένα μέγιστο έκπομπής



Σχ. 49. Κατανομή τής ισχύος στό φάσμα του άπόλυτα μαύρου σώματος σέ συνάρτηση μέ τό μήκος κύματος  $\lambda$  (τό λ σέ  $\mu m$ ).

ισχύος (σχ. 49). Αυτό τό μέγιστο ἀντιστοιχεί σέ ὀρισμένο μήκος κύματος πού ὀνομάζεται *μήκος κύματος τοῦ μέγιστου τῆς ισχύος* ( $\lambda_{\max}$ ). Τό ἐμβαδό τῆς ἐπιφάνειας πού περιλαμβάνεται μεταξύ τῆς κάθε καμπύλης καί τοῦ ὀριζόντιου ἄξονα παριστάνει τήν ὀλική ισχύ πού ἐκπέμπεται κατά μονάδα ἐπιφάνειας.

Μέ τό πείραμα βρίσκουμε ὅτι, ὅταν *αὐξάνεται* ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος, τό μήκος κύματος τοῦ μέγιστου τῆς ισχύος *ἐλαττώνεται*, δηλαδή ἡ αἰχμή τῆς καμπύλης μετατοπίζεται *πρός τά μικρότερα* μήκη κύματος. Ἐπίσης, ἄπό τήν πειραματική καί τή θεωρητική μελέτη τῆς κατανομῆς τῆς ἐνέργειας στό φάσμα τῆς θερμικῆς ἐκπομπῆς ἀκτινοβολιῶν βρέθηκε ὁ ἀκόλουθος *νόμος τοῦ Wien* :

Ἐπίσης, ὅταν *ὀξύνεται* ἡ ἀπόλυτη θερμοκρασία (T) τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος, τό μήκος κύματος τοῦ μέγιστου τῆς ισχύος ( $\lambda_{\max}$ ) *ἐλαττώνεται*, ἀλλά τό γινόμενο τοῦ μήκους κύματος τοῦ μέγιστου τῆς ισχύος ἐπί τῆς ἀπόλυτης θερμοκρασίας τοῦ σώματος διατηρεῖται σταθερό.

$$\text{νόμος τοῦ Wien} \quad \lambda_{\max} \cdot T = b$$

ὅπου b εἶναι ἡ σταθερή μετατοπίσεως πού εἶναι ἴση μέ:

$$\text{σταθερή μετατοπίσεως} \quad b = 0,2897 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{grad}$$

α. Θερμοκρασία τοῦ Ἡλίου. Θεωροῦμε ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Ἡλίου εἶναι ἀπόλυτα μαύρο σῶμα. Στό ἡλιακό φάσμα τό μέγιστο τῆς ἐκπεμπόμενης ισχύος ἀντιστοιχεί σέ μήκος κύματος  $\lambda_{\max} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ . Ἐπίσης, ἄπό τό νόμο τοῦ Wien βρίσκουμε ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Ἡλίου ἔχει θερμοκρασία:

$$T = \frac{b}{\lambda_{\max}} = \frac{0,2897 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{grad}}{0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}} \quad \text{καί} \quad T = 5794^{\circ} \text{ K}$$

Μέ τόν ἴδιο τρόπο βρίσκουμε τήν ἀπόλυτη θερμοκρασία πού ἔχει ἡ ἐπιφάνεια καί ἄλλων ἀπλανῶν ἀστέρων.

β. Ἐφαρμογή τῶν νόμων τῆς θερμικῆς ἀκτινοβολίας. Οἱ νόμοι τῆς θερμικῆς ἀκτινοβολίας ἐφαρμόζονται στήν τεχνική τῶν φωτεινῶν πηγῶν πού βασίζονται στή θερμική ἐκπομπή ἀκτινοβολιῶν (π.χ. οἱ ἠλεκτρικοί λαμπτήρες πυρακτώσεως). Κάθε τέτοια φωτεινή πηγή ἐκπέμπει ἕνα ἀρκετά μεγάλο φάσμα ἀπό ἀόρατες καί ὀρατές ἀκτινοβολίες. Ἐπίσης, τό μάτι μας εἶναι εὐαίσθητο μόνο ἀπό τίς ὀρατές ἀκτινοβολίες πού ἀποτελοῦν μιᾶ μικρή περιοχὴ ἀκτινοβολιῶν τοῦ φάσματος πού ἔχουν μήκη κύματος ἀπό  $0,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  ὄς  $0,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  περίπου. Στήν τεχνική τῶν φωτεινῶν πηγῶν φροντί-

ζουμε τό μήκος κύματος του μέγιστου τής ισχύος ( $\lambda_{\max}$ ) νά βρίσκεται μέσα στην περιοχή των ορατών ακτινοβολιών και όσο τό δυνατό πίο κοντά στο μήκος κύματος  $\lambda = 0,55 \cdot 10^{-6}$  m, γιατί τό μάτι μας παρουσιάζει τή μεγαλύτερη ευσταθισία στην ακτινοβολία πού έχει αυτό τό μήκος κύματος.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Μιά σφαίρα, πού έχει διάμετρο  $2r = 2$  cm και θεωρείται ως απόλυτα μαυτο σώμα, διατηρείται σε σταθερή θερμοκρασία  $600$  °C. Πόση ισχύ εκπέμπει;  
 $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{grad}^{-4}$ .

2. Σε έναν ηλεκτρικό λαμπτήρα πυρακτώσεως τό σύρμα έχει μήκος 20 cm, διάμετρο 0,01 mm, σταθερή θερμοκρασία  $2500^{\circ}$  K και βρίσκεται μέσα σε σφαιρικό γυάλινο αερόκενο σωλήνα. Η διάδοση θερμότητας με άγωγή και με ρεύματα θεωρείται άσήμαντη. Πόση ισχύ ακτινοβολεί ο λαμπτήρας, αν η ακτινοβολία του σύρματος είναι ίση με τά 30 % τής ακτινοβολίας του απόλυτα μαύρου σώματος στην ίδια θερμοκρασία;  
 $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{grad}^{-4}$

3. Τό σύρμα ηλεκτρικής θερμάστρας έχει μήκος 80 cm, διάμετρο 0,1 mm και σταθερή θερμοκρασία  $1400^{\circ}$  K. Αν η ακτινοβολία του σύρματος είναι ίση με τό 1/4 τής ακτινοβολίας του απόλυτα μαύρου σώματος στην ίδια θερμοκρασία, νά βρεθεί πόση ισχύ ακτινοβολεί η θερμάστρα και πόση θερμότητα ακτινοβολεί στη διάρκεια μιάς ώρας.  
 $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{grad}^{-4}$ .

4. Η όλική επιφάνεια του σώματος ενός ανθρώπου είναι  $S = 1,2 \text{ m}^2$  και η θερμοκρασία στην επιφάνεια του σώματος είναι  $30$  °C. Για τίς υπέρυθρες ακτινοβολίες η επιφάνεια του ανθρώπινου σώματος μπορεί νά θεωρηθεί κατά μεγάλη προσέγγιση ως απόλυτα μαυρο σώμα. Νά βρεθεί η ισχύς πού ακτινοβολείται από τό σώμα του ανθρώπου και η θερμότητα πού ακτινοβολείται στη διάρκεια μιάς ώρας.  
 $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{grad}^{-4}$ .

5. Πόση ισχύ κατά τετραγωνικό μέτρο εκπέμπει ένα απόλυτα μαυρο σώμα πού έχει θερμοκρασία: α)  $300$  °K και β)  $3000$  °K;  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{grad}^{-4}$ .

6. Ένα απόλυτα μαυρο σώμα έχει θερμοκρασία  $T = 4000$  °K και εκπέμπει όλική ισχύ P. Σε ποιά θερμοκρασία  $T_1$  ή όλική ισχύς  $P_1$  είναι διπλάσια;

7. Για ένα απόλυτα μαυρο σώμα πού έχει θερμοκρασία  $T = 1000$  °K τό μήκος κύματος του μέγιστου τής ισχύος είναι  $\lambda = 4,86 \cdot 10^{-6}$  cm. Πόσο είναι αυτό τό μήκος κύματος  $\lambda_1$  στη θερμοκρασία  $T_1 = 2000$  °K;

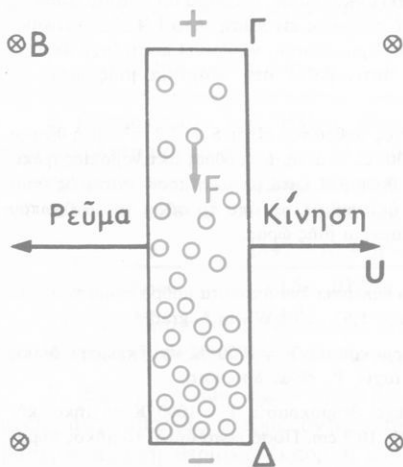
8. Ένας ηλεκτρικός φούρνος έχει θερμοκρασία  $1727$  °C και θεωρείται ως απόλυτα μαυρο σώμα. Στο τοίχωμα του φούρνου υπάρχει μικρό άνοιγμα πού έχει έμβαδό  $S = 1 \text{ cm}^2$ . Πόση ισχύς βγαίνει από τό άνοιγμα;

# ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

## Έπαγωγή

### 30. Δημιουργία επαγωγικής τάσεως

Ένας ευθύγραμμος άγωγός ΓΔ (σχ. 50) κινείται παράλληλα με τον άυτό του καί με σταθερή ταχύτητα  $\vec{v}$  μέσα σε όμογενές μαγνητικό πεδίο πού έχει μαγνητική έπαγωγή  $\vec{B}$ . Ο άγωγός κινείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου, πού έχουν φορά από τό εμπρός προς τό πίσω μέρος του σχήματος. Κατά τήν κίνηση του άγωγού μεταφέρονται καί τά ελεύθερα ήλεκτρόνια πού υπάρχουν μέσα στον άγωγό. Ατή όμως



Σχ. 50. Για τήν έρμηνεία του φαινομένου τής έπαγωγής.

(Οί δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετες στο επίπεδο του σχήματος καί έχουν φορά από τό εμπρός προς τό πίσω μέρος του σχήματος).

ή μεταφορά κάθε ελεύθερου ήλεκτρονίου *ισοδυναμεί με ηλεκτρικό ρεύμα πού έχει συμβατική φορά αντίθετη με τή φορά τής ταχύτητας  $\vec{v}$ . Σύμφωνα με τό νόμο του Laplace πάνω στο κινούμενο ήλεκτρόνιο αναπτύσσεται ήλεκτρομαγνητική δύναμη πού έχει μέτρο:*

$$F = e \cdot v \cdot B \quad (1)$$

Ατή ή δύναμη  $\vec{F}$  κινεί τό ήλεκτρόνιο προς τήν άκρη Δ του άγωγού. Έτσι οί ήλεκτρομαγνητικές δυνάμεις, πού αναπτύσσονται πάνω στα ελεύθερα ήλεκτρόνια του άγωγού, προκαλούν *συσσώρευση ήλεκτρονίων στην άκρη Δ του άγωγού καί έλλειψη ήλεκτρονίων στην άκρη Γ του άγωγού. Έπομένως στις δύο άκρες του άγωγού εμφανίζονται ετερόνυμα ηλεκτρικά φορτία. Παρατηρούμε ότι ή κίνηση του άγωγού μέσα στο μαγνητικό πε-*

όλο προκαλεί τό ίδιο αποτέλεσμα πού θά τό είχαμε καί άν αυτός ο άγωγός ήταν μέσα σέ ηλεκτρικό πεδίο πού έχει φορά από τήν άκρη Δ πρós τήν άκρη Γ καί ή ένταση ή του Ε έχει μέτρο:

$$E = \frac{F}{e} \quad \text{άρα} \quad E = v \cdot B \quad (2)$$

Η άφαίρεση όμως ηλεκτρονίων από τήν άκρη Γ καί ή συσσώρευση ηλεκτρονίων στήν άκρη Δ του άγωγού δημιουργεί μέσα στον άγωγό ένα δεύτερο ηλεκτρικό πεδίο πού έχει φορά από τήν άκρη Γ πρós τήν άκρη Δ του άγωγού. Η εξαιτίας τής κινήσεως του άγωγού μετακίνηση των ηλεκτρονίων πρós τήν άκρη Δ του άγωγού συνεχίζεται, ώσπου ή ένταση του δεύτερου ηλεκτρικού πεδίου γίνει ίση καί αντίθετη μέ τήν ένταση του πρώτου ηλεκτρικού πεδίου. Έτσι, όσο διαρκεί ή κίνηση του άγωγού ΓΔ μέσα στό μαγνητικό πεδίο, στίς άκρες του άγωγού δημιουργείται μιά τάση πού ονομάζεται *έπαγωγική τάση*. Η δημιουργία τής έπαγωγικής τάσεως στίς άκρες του άγωγού ονομάζεται *έπαγωγή*. Ωστε :

Όταν ένας ευθύγραμμος άγωγός κινείται μέσα σέ μαγνητικό πεδίο, ώστε νά τέμνει τίς δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου, τότε μέσα στον άγωγό προκαλείται μετακίνηση των ελεύθερων ηλεκτρονίων του, ή όποία δημιουργεί στίς άκρες του άγωγού *έπαγωγική τάση*. Ατή διαρκεί, όσο διαρκεί καί ή κίνηση του άγωγού.

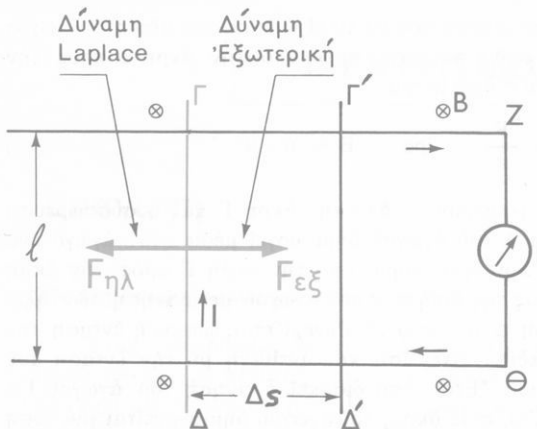
α. Υπολογισμός τής έπαγωγικής τάσεως. Στίς άκρες του άγωγού δημιουργείται ή *έπαγωγική τάση*  $U_{\text{επαγ}}$ . Αν ο άγωγός έχει μήκος  $l$  καί τό ηλεκτρικό πεδίο πού δημιουργείται μέσα στον άγωγό έχει ένταση Ε, τότε ή *έπαγωγική τάση* πού δημιουργείται στίς άκρες του άγωγού ΓΔ είναι ίση μέ :  $U_{\text{επαγ}} = E \cdot l$ . Άρα:

$$\boxed{\text{έπαγωγική τάση} \quad U_{\text{επαγ}} = v \cdot B \cdot l} \quad \left\{ \begin{array}{l} v \text{ σέ m/sec} \\ B \text{ σέ T, } l \text{ σέ m} \\ U \text{ σέ V} \end{array} \right. \quad (3)$$

Αν ή ταχύτητα  $\vec{v}$  ή ο άγωγός ΓΔ σχηματίζει γωνία  $\alpha$  μέ τίς δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου, τότε ή εξίσωση (3) γράφεται:

$$U_{\text{επαγ}} = v \cdot B \cdot l \cdot \eta \mu \alpha$$

β. Έπαγωγικό ρεύμα. Αν συνδέσουμε μέ σύρμα τίς δύο άκρες Γ καί Δ του κινούμενου άγωγού, τότε σχηματίζεται κλειστό κύκλωμα πού διαρρέεται από έπαγωγικό ρεύμα. Ωστε τό έπαγωγικό ρεύμα είναι *άποτέλεσμα του φαινομένου τής έπαγωγής*.



Σχ. 51. Για τον υπολογισμό της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή.

(Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετες στο επίπεδο του σχήματος και έχουν φορά από το εμπρός προς το πίσω μέρος του σχήματος).

νεύεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς μαγνητικού πεδίου και γλιστράει χωρίς τριβή πάνω σε οριζόντιους παράλληλους άγωγούς που συνδέονται με άμπερόμετρο (σχ. 51). Έτσι σχηματίζεται κλειστό κύκλωμα. Με την επίδραση της εξωτερικής δύναμης  $\vec{F}_{εξ}$  ο άγωγός στη διάρκεια του χρόνου  $\Delta t$  μετακινείται ομαλά κατά διαστήματα  $\Delta s$  και τότε η εξωτερική δύναμη παράγει έργο :

$$W = F_{εξ} \cdot \Delta s \quad (4)$$

Στη διάρκεια του χρόνου  $\Delta t$  ο κινούμενος άγωγός  $\Gamma\Delta$  συμπεριφέρεται σαν γεννήτρια με επαγωγική ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E_{επαγ}$  και το κύκλωμα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα έντασεως  $I$ . Τότε πάνω στον άγωγό  $\Gamma\Delta$  ενεργεί ηλεκτρομαγνητική δύναμη  $\vec{F}_{\eta\lambda}$  που είναι ίση και αντίθετη με την εξωτερική δύναμη  $\vec{F}_{εξ}$  και κατ' απόλυτη τιμή έχει μέτρο :

$$F_{\eta\lambda} = B \cdot l \cdot I$$

Έπειδή είναι  $F_{εξ} = F_{\eta\lambda}$ , η εξίσωση (4) γράφεται:

$$W = B \cdot l \cdot I \cdot \Delta s \quad (5)$$

Στη διάρκεια του χρόνου  $\Delta t$  ο άγωγός  $\Delta t$  διαγράφει μία επιφάνεια που έχει έμβαδό  $S = l \cdot \Delta s$ . Έπομένως το γινόμενο  $B \cdot l \cdot \Delta s = B \cdot S$

γ. Κλειστό κύκλωμα. Όταν ο άγωγός  $\Gamma\Delta$  κινείται μέσα στο μαγνητικό πεδίο, τότε ο άγωγός  $\Gamma\Delta$  συμπεριφέρεται σαν γεννήτρια που είναι σε ανοιχτό κύκλωμα, γιατί στις άκρες  $\Gamma$  και  $\Delta$  του άγωγού (που ισοδυναμούν με τους πόλους της γεννήτριας) αναπτύσσεται τάση ( $U_{επαγ}$ ) ίση με την ηλεκτρεγερτική δύναμη ( $E_{επαγ}$ ) της γεννήτριας.

Ώς θεωρήσουμε ότι ο άγωγός  $\Gamma\Delta$  κι-



παριστάνει τή μεταβολή τής μαγνητικής ροής  $\Delta\Phi$  πού περνάει από τό πλαίσιο, δηλαδή είναι  $\Delta\Phi = B \cdot S$

Ώστε ή εξίσωση (5) γράφεται:

$$W = \Delta\Phi \cdot I \quad (6)$$

Έπειδή δέν υπάρχει καμιά απώλεια ενέργειας, όλο τό έργο τής έξωτερικής δυνάμεως  $\vec{F}_{εξ}$  μετατρέπεται σέ *ηλεκτρική ενέργεια*, ή όποία εμφανίζεται στό κύκλωμα ως θερμότητα. Ώστε ή ηλεκτρική ενέργεια, πού αναπτύσσεται πάνω στό κύκλωμα, είναι:

$$W = E_{επαγ} \cdot I \cdot \Delta t \quad (7)$$

Από τίς εξισώσεις (6) καί (7) βρίσκουμε :

$$E_{επαγ} \cdot \Delta t = \Delta\Phi \quad \text{άρα} \quad |E_{επαγ}| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (8)$$

Αν λάβουμε ύπόψη τό νόμο του Lenz, τότε ή εξίσωση (8) γράφεται:

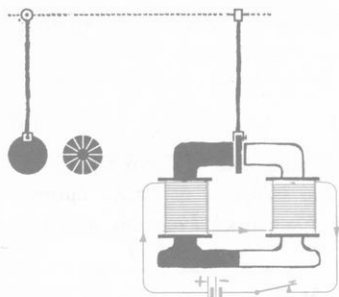
ήλεκτεργερτική δύναμη από έπαγωγή	$E_{επαγ} = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$
--------------------------------------	--

**Φορά του έπαγωγικού ρεύματος.** Σύμφωνα μέ τό νόμο του Lenz πρέπει στήν κίνηση του άγωγού ΓΔ νά αντιδρά ή ηλεκτρομαγνητική δύναμη  $\vec{F}_\eta$ . Έπειδή στό θεωρούμενο κύκλωμα (σχ. 51) ό άγωγός ΓΔ μετακινείται προς τά δεξιά, ή ηλεκτρομαγνητική δύναμη έχει φορά προς τά άριστερά καί επομένως τό έπαγωγικό ρεύμα διαρρέει τόν άγωγό ΓΔ μέ φορά από τό Δ προς τό Γ.

### 31. Ρεύματα Foucault

Μεταξύ των δύο πόλων ενός ισχυρού ηλεκτρομαγνήτη μπορεί νά αιωρείται μεταλλικός δίσκος. Όταν ό ηλεκτρομαγνήτης δέν διαρρέεται από ρεύμα, ό δίσκος αιωρείται ελεύθερα (σχ. 52). Όταν όμως ό ηλεκτρομαγνήτης διαρρέεται από ρεύμα, ό δίσκος, καθώς κινείται, τέμνει τίς δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου πού υπάρχει μεταξύ των πόλων του ηλεκτρομαγνήτη. Σ' αυτή τήν περίπτωση παρατηρούμε ότι ή κίνηση του δίσκου καταργείται γρήγορα, σάν νά ενεργεί πάνω του κάποιο φρένο. Ταυτόχρονα ό δίσκος θερμαίνεται.

Τό φαινόμενο αυτό εξηγείται ως εξής: Μέσα στή μάζα του μεταλλικού δίσκου αναπτύσσονται έπαγωγικά ρεύματα πού κυκλοφορούν μέσα στό μέταλλο. Αυτά τά ρεύματα, σύμφωνα μέ τό νόμο του Lenz, τείνουν νά καταργήσουν τήν κίνηση του δίσκου, ή όποία είναι τό αίτιο πού παράγει τά



Σχ. 52. Στο μεταλλικό δίσκο αναπτύσσονται ρεύματα Foucault.

νται μέσα σε μικρές περιοχές του δίσκου. Ωστε:

**Όταν μεταλλική μάζα κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο ή είναι ακίνητη μέσα σε μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο, τότε μέσα στη μάζα του μετάλλου αναπτύσσονται ρεύματα Foucault.**

α. Έφαρμογές των ρευμάτων Foucault. Γενικά τα ρεύματα Foucault προκαλούν *θέρμανση* της μάζας του μετάλλου εξαιτίας του φαινομένου Joule. Αυτή τη θερμότητα την εκμεταλλευόμαστε σε ειδικούς φούρνους (*επαγωγικοί φούρνοι*), για να πετύχουμε τη γρήγορη τήξη μετάλλων. Άλλα συνήθως ή θερμότητα που αναπτύσσεται από τα ρεύματα Foucault, είναι μία *απώλεια ενέργειας*. Σε διάφορες εφαρμογές (γεννήτριες, κινητήρες, μετασχηματιστές) επιδιώκουμε να περιορίσουμε τις απώλειες ενέργειας που προκαλούνται από τα ρεύματα Foucault και γι' αυτό τό σκοπό οι πυρήνες που χρησιμοποιούμε δεν είναι συμπαγείς, αλλά αποτελούνται από φύλλα σιδήρου που είναι μονωμένα μεταξύ τους.

Σε μερικές περιπτώσεις εκμεταλλευόμαστε τα ρεύματα Foucault για τό *ήλεκτρομαγνητικό φρενάρισμα* μεταλλικών σωμάτων που κινούνται (π.χ. για τή γρήγορη απόσβεση των ταλαντώσεων του κινητού συστήματος σε όργανα μετρήσεων).

### 32. Ενέργεια του μαγνητικού πεδίου

Ένα κλειστό κύκλωμα αποτελείται από γεννήτρια που έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E$ , και από πηνίο που έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L$ . Η ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι  $R$ . Όταν κλείσουμε τό κύκλωμα, ή ένταση του ρεύματος λαβαίνει τήν τιμή  $I_0$  που καθορίζει ό νόμος του Ohm ( $I_0 = E/R$ ), αφού περάσει όρισμένος χρόνος  $\Delta t$ . Αυτό συμβαίνει,

*επαγωγικά ρεύματα*. Έτσι τά *επαγωγικά ρεύματα* που αναπτύσσονται μέσα στη μάζα του δίσκου *επιβραδύνουν* *συνεχώς* τήν κίνησή του. Τά *επαγωγικά* *αυτά* *ρεύματα* *ονομάζονται* *ρεύματα Foucault*.

Αν στό παραπάνω πείραμα *αντικαταστήσουμε* τό *συμπαγή* *μεταλλικό* *δίσκο* *μέ* *άλλο* *δίσκο* *που* *άκτινωτά* *έχει* *έντομες*, παρατηρούμε ότι ή κίνηση αυτού του δίσκου διαρκεί *περισσότερο* *χρόνο*. Σ' αυτή τήν περίπτωση τά ρεύματα Foucault *περιορίζο-*

γιατί στη διάρκεια του χρόνου  $\Delta t$  ένα μέρος από την ενέργεια που παρέχει ή γεννήτρια στο κύκλωμα, μετατρέπεται σε θερμότητα, ενώ η υπόλοιπη ενέργεια αποταμιεύεται στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου με τη μορφή *ενέργειας μαγνητικού πεδίου*. Όταν η ένταση του ρεύματος λάβει τη σταθερή τιμή της  $I_0$ , τότε παύει η αποταμίευση ενέργειας στο μαγνητικό πεδίο και η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου διατηρείται σταθερή. Αν διακόψουμε το ρεύμα, δηλ. η ενέργεια που είναι αποταμιευμένη στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου, μετατρέπεται σε *ηλεκτρική ενέργεια* και έτσι κατά τη διακοπή του ρεύματος δημιουργείται στο κύκλωμα το ρεύμα από αυτεπαγωγή. Αποδεικνύεται ότι:

**Η ενέργεια (W) που αποταμιεύεται στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου, είναι ανάλογη με το συντελεστή αυτεπαγωγής (L) του πηνίου και ανάλογη με το τετράγωνο της έντασως ( $I_0$ ) του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.**

$$\left. \begin{array}{l} \text{ενέργεια μαγνητικού} \\ \text{πεδίου πηνίου} \end{array} \right\} W = \frac{1}{2} L \cdot I_0^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} L \text{ σε H, } I_0 \text{ σε A} \\ W \text{ σε Joule} \end{array} \right. \quad (1)$$

Η εξίσωση (1) είναι ανάλογη με την εξίσωση που δίνει την ενέργεια ή όποια είναι αποταμιευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο που υπάρχει μεταξύ των όπλισμών ενός φορτισμένου πυκνωτή ( $W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$ ). Τα φαινόμενα της αυτεπαγωγής είναι συνέπειες των μετατροπών της *ηλεκτρικής ενέργειας* σε *ενέργεια μαγνητικού πεδίου* και αντίστροφα. Σ' αυτές τις μετατροπές ενέργειας ισχύει η αρχή της διατηρήσεως της ενέργειας.

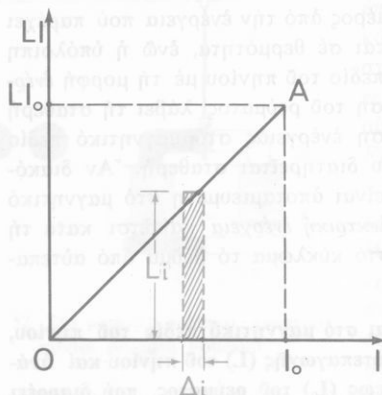
**Απόδειξη.** Άς θεωρήσουμε ότι μεταξύ των χρονικών στιγμών  $t$  και  $t + \Delta t$  το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασως  $i$  και η ταχύτητα μεταβολής της έντασως του ρεύματος είναι  $\Delta i / \Delta t$ . Τότε αναπτύσσεται ΗΕΔ από αυτεπαγωγή, η όποια κατ' απόλυτη τιμή είναι  $E_{\text{αυτ}} = L(\Delta i / \Delta t)$ . Εξαιτίας της αυτεπαγωγής ξοδεύεται πάνω στο πηνίο ισχύς:

$$\Delta P = E_{\text{αυτ}} \cdot i = Li \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t} \quad \text{άρα} \quad \Delta P \cdot \Delta t = Li \cdot \Delta i$$

Στη διάρκεια του χρόνου  $\Delta t$  πάνω στο πηνίο ξοδεύεται *ενέργεια*:

$$\Delta W = \Delta P \cdot \Delta t \quad \text{άρα} \quad \Delta W = Li \cdot \Delta i$$

Τό μέγεθος  $Li$  είναι συνάρτηση του  $i$ . Παίρνουμε δύο ορθογώνιους  $\delta$ ζωνες (σχ. 53). Η μεταβολή του  $Li$  σε συνάρτηση με τό  $i$  παριστάνεται με την ευθεία ΟΑ. Θεωρούμε ότι σε μία στοιχειώδη αύξηση της έντασως



Σχ. 53. Για τόν υπολογισμό τής ενέργειας τού μαγνητικού πεδίου.

του ρεύματος κατά  $\Delta i$ , τό μέγεθος  $\Delta W$  διατηρεί σταθερή τιμή. Τότε ή ενέργεια  $\Delta W$ , πού αντίστοιχεί στή μεταβολή τής έντάσεως κατά  $\Delta i$ , αριθμητικά είναι ίση μέ τό έμβαδό ενός στοιχειώδους ορθογώνιου παραλληλόγραμμου (ή γραμμοσκιασμένη επιφάνεια). Όταν ή ένταση του ρεύματος αυξάνεται από 0 ως  $I_0$ , ή ολική ενέργεια  $W$  πού αποταμιεύεται στό πηνίο αριθμητικά είναι ίση μέ τό έμβαδό ενός ορθογώνιου τριγώνου πού οι δύο κάθετες πλευρές του έχουν μέτρο αριθμητικά ίσο μέ  $\Lambda_0$  και  $I_0$ . Άρα έχουμε τήν εξίσωση :

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I_0^2$$

**Παράδειγμα.** Ένα πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 0,4 \text{ H}$  και διαρρέεται από ρεύμα έντάσεως  $I = 20 \text{ A}$ . Στο μαγνητικό πεδίο αυτού του πηνίου είναι αποταμιευμένη ενέργεια:

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,4 \text{ H} \cdot (20 \text{ A})^2 \quad \text{καί} \quad W = 80 \text{ Joule}$$

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ένα κατακόρυφο σύρμα μήκους  $l = 10 \text{ cm}$  κινείται μέ ταχύτητα  $v = 30 \text{ m/sec}$  μέσα σέ όμογενές μαγνητικό πεδίο πού έχει μαγνητική επαγωγή  $B = 0,8 \text{ T}$  και οι δυναμικές γραμμές του είναι οριζόντιες. Νά βρεθεί ή επαγωγική τάση πού αναπτύσσεται στις δύο άκρες του σύρματος.

2. Μέσα σέ όμογενές μαγνητικό πεδίο πού ή μαγνητική επαγωγή του έχει μέτρο  $B = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ T}$  κινείται εθύγραμμος άγωγός  $AB$ , μήκους  $l = 12 \text{ cm}$ , μέ ταχύτητα  $v = 4 \text{ m/sec}$  και ή διεύθυνση τής ταχύτητάς του είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές. α) Πόση ΗΕΔ από επαγωγή αναπτύσσεται στις δύο άκρες του άγωγού; β) Ό άγωγός  $AB$  έχει αντίσταση  $R_1 = 0,1 \Omega$  και οι δύο άκρες του συνδέονται μέ αντίσταση  $R_2 = 0,5 \Omega$ . Πόση είναι ή ένταση του επαγωγικού ρεύματος πού διαρρέει τό κύκλωμα και πόσο είναι τό μέτρο τής ηλεκτρομαγνητικής δυνάμεως πού αναπτύσσεται πάνω στον άγωγό;

3. Ένας εὐθύγραμμος ἄγωγός AB, μήκους  $l = 20 \text{ cm}$ , κινείται μέ ταχύτητα  $v = 5 \text{ m/sec}$  μέσα σέ ὁμογενές μαγνητικό πεδίο πού ἡ μαγνητική ἐπαγωγή του ἔχει μέτρο  $B = 3,768 \cdot 10^{-2} \text{ T}$ . Ἡ διεύθυνση τῆς ταχύτητας τοῦ ἄγωγού εἶναι κάθετη στίς δυναμικές γραμμές. Ὁ ἄγωγός AB εἶναι τμήμα κυκλώματος πού ἔχει ὀλική ἀντίσταση  $R = 0,4 \Omega$ . α) Πόση εἶναι ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος πού διαρρέει τό κύκλωμα καί πόση εἶναι ἡ ἠλεκτρική ἐνέργεια πού παράγεται στή διάρκεια τοῦ χρόνου  $t = 0,5 \text{ sec}$ ; β) Πόσο εἶναι τό ἔργο πού ξοδεύεται στή διάρκεια τοῦ χρόνου  $t = 0,5 \text{ sec}$  γιά τήν κίνηση τοῦ ἄγωγού AB μέσα στό μαγνητικό πεδίο;

4. Ένα σύρμα, μήκους  $l = 1 \text{ m}$ , κινείται μέ ταχύτητα  $v = 2 \text{ m/sec}$  κάθετα στίς δυναμικές γραμμές μαγνητικοῦ πεδίου πού ἡ μαγνητική ἐπαγωγή του ἔχει μέτρο  $B = 0,5 \text{ T}$ . α) Πόση ἐπαγωγική τάση ἀναπτύσσεται στίς ἄκρες τοῦ σύρματος; β) Οἱ δύο ἄκρες τοῦ σύρματος συνδέονται μέ κύκλωμα πού ἔχει ὀλική ἀντίσταση  $R = 6 \Omega$ . Πόση ἰσχύς πρέπει νά ξοδεύεται, γιά νά διατηρηθεῖ σταθερή ἡ ταχύτητα τῆς κινήσεως τοῦ σύρματος;

5. Ένας χάλκινος δίσκος ἔχει ἀκτίνα  $r = 10 \text{ cm}$  καί στρέφεται γύρω ἀπό τόν ἀξόνα του μέ συχνότητα  $\nu = 20 \text{ Hz}$ . Τό ἐπίπεδο τοῦ δίσκου εἶναι κάθετο στίς δυναμικές γραμμές ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου πού ἡ μαγνητική ἐπαγωγή του ἔχει μέτρο  $B = 0,6 \text{ T}$ . Πόση εἶναι ἡ ἐπαγωγική τάση πού ἀναπτύσσεται μεταξύ τῆς περιφέρειας καί τοῦ κέντρου τοῦ δίσκου;

6. Ένας ἄγωγός, μήκους  $l = 1,2 \text{ m}$  κινείται μέ ταχύτητα  $v = 5 \text{ m/sec}$  μέσα σέ ὁμογενές μαγνητικό πεδίο πού ἡ μαγνητική ἐπαγωγή του ἔχει μέτρο  $B = 0,8 \text{ T}$ . Ἡ διεύθυνση τῆς ταχύτητας  $v$  σχηματίζει γωνία  $\alpha$  μέ τίς δυναμικές γραμμές τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου. Πόση εἶναι ἡ ἐπαγωγική τάση πού ἀναπτύσσεται στίς ἄκρες τοῦ ἄγωγού, ὅταν ἡ γωνία  $\alpha$  εἶναι ἰση μέ  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ;

7. Ένα εὐθύγραμμο χάλκينو σύρμα στρέφεται γύρω ἀπό ὀριζόντιο μεταλλικό ἄξονα O πού περνáει ἀπό τή μιá ἄκρη τοῦ σύρματος. Τό σύρμα ἔχει μήκος  $l = 60 \text{ cm}$  καί αἰωρεῖται μέ τήν ἐπίδραση τῆς βαρύτητας ἔχοντας πάντοτε τήν ἄλλη ἄκρη του βυθισμένη μέσα σέ ὑγρό ἄγωγό A. Ὁ ἀξόνας O καί ὁ ὑγρός ἄγωγός A συνδέονται μέ σύρμα καί ἡ ὀλική ἀντίσταση τοῦ κυκλώματος εἶναι  $R = 3 \Omega$ . Σέ ὀλη τή διάρκεια τῆς αἰωρήσεως τοῦ σύρματος τό μισό κατώτερο μέρος τοῦ σύρματος κινεῖται μέσα σέ ὁμογενές μαγνητικό πεδίο πού ἡ μαγνητική ἐπαγωγή του ἔχει μέτρο  $B = 0,048 \text{ T}$ . Ἀπομακρύνουμε τό σύρμα ἀπό τήν ἀρχική κατακόρυφη θέση τῆς ἰσορροπίας του κατά γωνία  $\alpha = 30^\circ$ . Ἀδή ἡ ἀπομάκρυνση γίνεται μέ ὁμαλή κίνηση στή διάρκεια χρόνου  $t = 0,1 \text{ sec}$ . Νά ὑπολογιστεῖ ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος πού διαρρέει τό κύκλωμα στή διάρκεια τῆς μετατοπίσεως τοῦ σύρματος καί τό ἔργο πού θά δαπανήσουμε γι' αὐτή τή μετατόπιση.

8. Ένα πηνίο ἔχει ἀντίσταση  $R = 6 \Omega$ , συντελεστή αὐτεπαγωγῆς  $L = 0,3 \text{ H}$  καί στίς ἄκρες του ἐφαρμόζεται τάση  $U = 30 \text{ V}$ . Πόση ἐνέργεια εἶναι ἀποταμιευμένη στό μαγνητικό πεδίο τοῦ πηνίου;

9. Ένα πηνίο ἔχει συντελεστή αὐτεπαγωγῆς  $L = 0,2 \text{ H}$ , ἀντίσταση  $R = 5 \Omega$  καί στίς ἄκρες του ἐφαρμόζεται τάση  $U = 25 \text{ V}$ . α) Μέ ποῖο ρυθμό ἀποταμιεύεται ἡ ἐνέργεια στό μαγνητικό πεδίο τοῦ πηνίου, ὅταν ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος ἀξανανόμηση ἀπό 0 ὡς τήν τελική τιμή τῆς  $I_0$  φτάσει στήν ἐνδιάμεση τιμή  $I = 3 \text{ A}$ ; β) Πόση ἐνέργεια εἶναι ἀποταμιευμένη στό μαγνητικό πεδίο ἐκεῖνη τή στιγμή; γ) Πόση ἐνέργεια εἶναι ἀποταμιευμένη στό μαγνητικό πεδίο τοῦ πηνίου, ὅταν ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος λάβει τήν τελική τιμή τῆς  $I_0$ ;

10. Ένα πηνίο με πυρήνα από μαλακό σίδηρο έχει αντίσταση  $R = 3,2 \Omega$  και διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I = 10 \text{ A}$ . α) Πόση τάση  $U$  εφαρμόζεται στις άκρες του πηνίου και πόση είναι η ισχύς  $P$  του ρεύματος που διαρρέει τό πηνίο; β) Το πηνίο αυτό έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 48 \text{ H}$ . Το ρεύμα διακόπτεται μέσα σέ χρονικό διάστημα  $t = 1/20 \text{ sec}$ . Πόση είναι η ισχύς  $P_{\text{αυτ}}$  του ρεύματος που αναπτύσσεται από αυτεπαγωγή και πόσος είναι ο λόγος  $P_{\text{αυτ}}/P$ ;

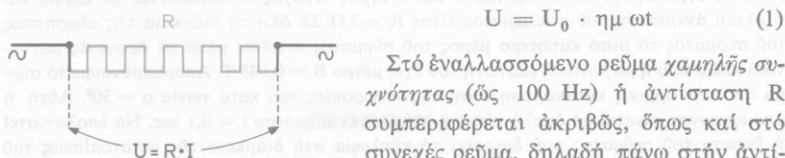
## Έναλλασσόμενο ρεύμα

### 34. Κύκλωμα έναλλασσόμενου ρεύματος

Στήν παρακάτω στοιχειώδη μελέτη του έναλλασσόμενου ρεύματος θεωρούμε ένα *τμήμα κυκλώματος* στό όποιο δέν υπάρχει διακλάδωση, γεννήτρια ή κινητήρας. Στίς άκρες αυτού του κυκλώματος εφαρμόζεται έναλλασσόμενη τάση. Ό νόμος του Ohm, που ισχύει στό συνεχές ρεύμα, ισχύει και στό έναλλασσόμενο ρεύμα μέ τόν όρο ότι πρέπει νά λάβουμε υπόψη *τίς πολύ γρήγορες μεταβολές τής τάσεως και τής έντάσεως του ρεύματος*.

### 35. Κύκλωμα μέ καθαρή ώμική αντίσταση $R$

Ένα κύκλωμα αποτελείται μόνο από *καθαρή ώμική αντίσταση*  $R$  (σχ. 54) και στίς άκρες της εφαρμόζεται ή έναλλασσόμενη τάση:



Σχ. 54. Καθαρή ώμική αντίσταση.

ση του ρεύματος είναι:

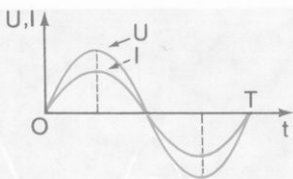
$$I = \frac{U}{R} \quad \text{ή} \quad I = \frac{U_0}{R} \cdot \eta\mu \omega t \quad (2)$$

Άπό τήν εξίσωση (2) συνάγεται ότι τό πλάτος  $I_0$  τής έντάσεως του ρεύματος είναι:

$$I_0 = \frac{U_0}{R} \quad \text{άρα} \quad I = I_0 \cdot \eta\mu \omega t \quad (3)$$

Οι εξισώσεις (1) και (3) φανερώνουν ότι :

Σε κύκλωμα που αποτελείται μόνο από καθαρή ωμική αντίσταση  $R$ , η τάση και η ένταση του ρεύματος έχουν πάντοτε την ίδια φάση (σχ. 55).



Σχ. 55. 'Η τάση  $U$  και η ένταση ρεύματος  $I$  έχουν πάντοτε την ίδια φάση.

Ξέρουμε ότι είναι:

$$I_0 = I_{ev} \cdot \sqrt{2} \quad \text{και} \quad U_0 = U_{ev} \cdot \sqrt{2}$$

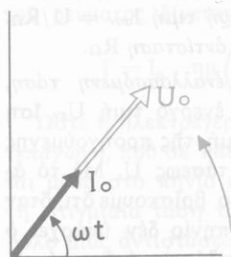
Ωστε από την εξίσωση  $I_0 = U_0/R$  βρίσκουμε :

νόμος του Ohm  $I_{ev} = \frac{U_{ev}}{R}$

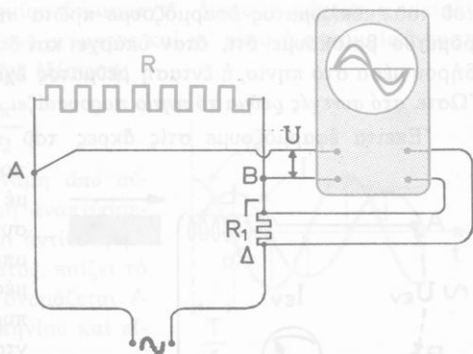
(4)

α. Άνυσματικό διάγραμμα. 'Η τάση και η ένταση ρεύματος είναι δύο έναλλασσόμενα μεγέθη και, όπως ξέρουμε, μπορούμε να τα παραστήσουμε με δύο στρεφόμενα άνυσματα που τό μέτρο τους είναι αντίστοιχα  $U_0$  και  $I_0$  (σχ. 56). Τά δύο αυτά άνυσματα θά τά λέμε δείκτες. Στο άνυσματικό διάγραμμα ό δείκτης τής τάσεως  $U_0$  και ό δείκτης τής έντάσεως ρεύματος  $I_0$  έχουν πάντοτε *τήν ίδια διεύθυνση* και *τήν ίδια φορά* και στρέφονται με *τήν ίδια γωνιακή ταχύτητα*  $\omega$ .

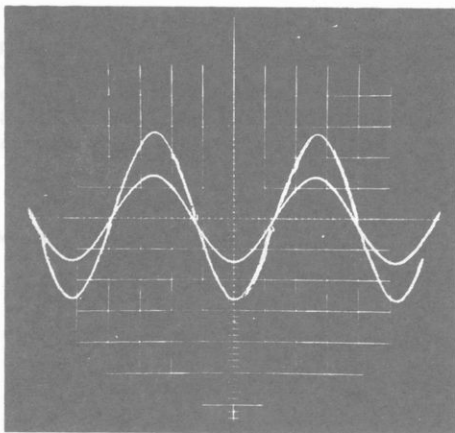
β. Πειραματική επαλήθευση. Ένας ηλεκτρονικός παλμογράφος διπλής



Σχ. 56. Οι δείκτες τής τάσεως και τής έντάσεως ρεύματος έχουν πάντοτε την ίδια φάση.



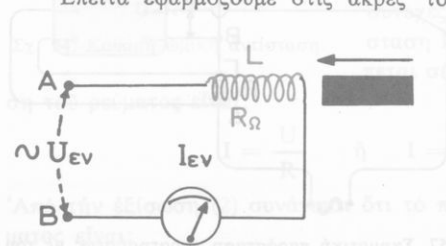
Σχ. 57. Σχηματική παράσταση παρατήρησης με τον ηλεκτρονικό παλμογράφο. ('Η τάση και η ένταση ρεύματος έχουν την ίδια φάση).



Σχ. 58. Στην οθόνη του παλμογράφου βλέπουμε την ήμιτονοειδή μεταβολή της τάσεως (ή καμπύλη με τό μικρότερο πλάτος) και της εντάσεως ρεύματος. Οι δύο καμπύλες έχουν την ίδια φάση.

πού μπορεί νά μετρήσει την ένταση συνεχούς ρεύματος και την ενεργό ένταση εναλλασσόμενου ρεύματος, και ένα πηνίο πού έχει ωμική αντίσταση  $R_{\Omega}$  και συντελεστή αυτεπαγωγής  $L$  (σχ. 59). Μέσα στό πηνίο μπορεί νά εισαχθεί πυρήνας μαλακού σιδήρου. Η αντίσταση και ή αυτεπαγωγή τών υπόλοιπων άγωγών του κυκλώματος είναι άσήμαντες. Στις άκρες αυτού του κυκλώματος εφαρμόζουμε πρώτα *συνεχή τάση*  $U$ . Μέ τό άμπερόμετρο βρίσκουμε ότι, όταν υπάρχει και όταν δέν υπάρχει ό πυρήνας σιδήρου μέσα στό πηνίο, ή ένταση ρεύματος έχει *σταθερή τιμή*  $I_{\text{συν}} = U/R_{\Omega}$ . "Ωστε στό *συνεχές ρεύμα* τό πηνίο παρουσιάζει *σταθερή αντίσταση*  $R_{\Omega}$ .

"Επειτα εφαρμόζουμε στις άκρες του πηνίου *εναλλασσόμενη τάση*, πού έχει ενεργό τιμή  $U_{\text{εν}}$  ίση μέ την τιμή της προηγούμενης συνεχούς τάσεως  $U$ . Μέ τό άμπερόμετρο βρίσκουμε ότι, όταν μέσα στό πηνίο δέν υπάρχει ό πυρήνας σιδήρου, ή ενεργός ένταση του ρεύματος ( $I_{\text{εν}}$ ) είναι *μικρότερη* από την ένταση του αντίστοιχου συνεχούς ρεύματος ( $I_{\text{εν}} < I_{\text{συν}}$ ). Εισάγουμε μέσα στό



Σχ. 59. Σχηματική διάταξη για την πειραματική απόδειξη της επαγωγικής αντίστασεως.

ένεργειας δείχνει ταυτόχρονα την ήμιτονοειδή μεταβολή της τάσεως  $U$  πού εφαρμόζεται στις άκρες μιās ωμικής αντίστασεως  $R$  και την ήμιτονοειδή μεταβολή της εντάσεως ρεύματος  $I$  πού διαρρέει αυτή την αντίσταση (σχ. 57). Παρατηρούμε ότι οι δύο ήμιτονοειδείς καμπύλες έχουν την ίδια φάση (σχ. 58).

### 36. Πηνίο σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος

α. Πειραματική απόδειξη της επαγωγικής αντίστασεως. Σε ένα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά ένα άμπερόμετρο

πού έχει ενεργό τιμή  $U_{\text{εν}}$  ίση μέ την τιμή της προηγούμενης συνεχούς τάσεως  $U$ . Μέ τό άμπερόμετρο βρίσκουμε ότι, όταν μέσα στό πηνίο δέν υπάρχει ό πυρήνας σιδήρου, ή ενεργός ένταση του ρεύματος ( $I_{\text{εν}}$ ) είναι *μικρότερη* από την ένταση του αντίστοιχου συνεχούς ρεύματος ( $I_{\text{εν}} < I_{\text{συν}}$ ). Εισάγουμε μέσα στό



πηνίο τόν πυρήνα μαλακού σιδήρου. Τότε *αυξάνεται* ο συντελεστής *αυτεπαγωγής του πηνίου*. Βρίσκουμε ότι η *ένταση του ρεύματος ελαττώνεται* ακόμη περισσότερο. Το πείραμα αυτό δείχνει ότι *στό έναλλασσόμενο ρεύμα το πηνίο παρουσιάζει, εκτός από την ωμική αντίσταση  $R_0$ , και μία ακόμη αντίσταση που οφείλεται στην αυτεπαγωγή του πηνίου και ονομάζεται επαγωγική αντίσταση  $R_L$  του πηνίου.*

β. Αιτία της επαγωγικής αντίστασης  $R_L$ . Θεωρούμε ένα *ιδανικό πηνίο* που έχει συντελεστή *αυτεπαγωγής  $L$*  και *ωμική αντίσταση ίση με μηδέν ( $R_0 = 0$ )*. Στις άκρες του πηνίου εφαρμόζεται *η στιγμιαία τάση :*

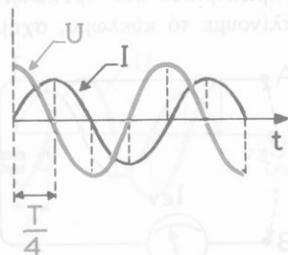
$$U = U_0 \cdot \eta\mu\omega t$$

Το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα που η έντασή του μεταβάλλεται ήμιτονοειδώς με συχνότητα  $\nu$ , ίση με τη συχνότητα της τάσεως. *Αλλά οι γρήγορες μεταβολές της έντάσεως του ρεύματος δημιουργούν συνεχώς μέσα στο πηνίο ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή.* Αυτή, σύμφωνα με το νόμο του Lenz, έχει φορά *αντίθετη* με τη φορά της στιγμιαίας τάσεως του ρεύματος. Όταν λοιπόν η τάση  $U$  λαβαίνει την τιμή μηδέν ( $U = 0$ ), *η ένταση του ρεύματος* δέν λαβαίνει την τιμή μηδέν ( $I = 0$ ) ταυτόχρονα με την τάση, αλλά *τεινοντας* να διατηρήσει την τιμή της σταθερή, *αντλεί* την απαιτούμενη *ένεργεια* από την *ένεργεια* του μαγνητικού πεδίου του πηνίου. Έτσι *η ένταση του ρεύματος* δέν μηδενίζεται *τή στιγμή* που μηδενίζεται *η τάση*, αλλά *αφού περάσει χρόνος ίσος με ένα τέταρτο της περιόδου ( $T/4$ )*. Άρα *η φάση της έντάσεως του ρεύματος καθυστερεί* κατά ένα τέταρτο της περιόδου σχετικά με τη φάση της τάσεως (σχ. 60). Έπομένως *η αυτεπαγωγή του πηνίου δημιουργεί διαφορά φάσεως  $\varphi$*  μεταξύ της τάσεως και της έντάσεως του ρεύματος και γι' αυτό *η στιγμιαία ένταση του ρεύματος* δίνεται από την *εξίσωση:*

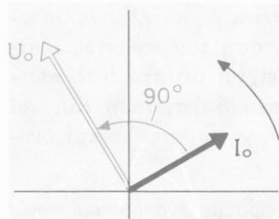
$$I = I_0 \cdot \eta\mu\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Όστε *η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή, που σε κάθε στιγμή αναπτύσσεται μέσα στο πηνίο και είναι αντίθετη με τη στιγμιαία τάση του ρεύματος, παίζει* το ρόλο *μιας αντιστάσεως, που ονομάζεται επαγωγική αντίσταση  $R_L$  του πηνίου και είναι* ίση με:

$$\boxed{\text{επαγωγική αντίσταση } R_L = L\omega} \quad (1)$$



Σχ. 60. Η φάση της έντάσεως ρεύματος ( $I$ ) καθυστερεί σχετικά με τη φάση της τάσεως ( $U$ ) κατά  $T/4$ .



Σχ. 61. Ο δείκτης της έντασης ρεύματος καθυστερεί σχετικά με το δείκτη της τάσεως κατά γωνία  $\varphi = 90^\circ$ .

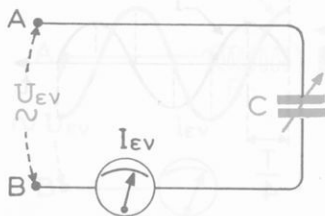
Από την εξίσωση (1) συνάγεται ότι η επαγωγική αντίσταση ( $R_L$ ) είναι ανάλογη με το συντελεστή αυτεπαγωγής ( $L$ ) του πηνίου και τη συχνότητα ( $\nu$ ) του ρεύματος.

**Ανυσματικό διάγραμμα.** Για το παραπάνω ιδανικό πηνίο ( $R_\Omega = 0$ ) στο ανυσματικό διάγραμμα ο δείκτης της τάσεως  $U_0$  προηγείται από το δείκτη της έντασης ρεύματος  $I_0$  κατά γωνία  $\varphi = \pi/2$  (σχ. 61). Οι δύο όμως δείκτες στρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Από τα παραπάνω καταλήγουμε στο ακόλουθο συμπέρασμα.

Στό κύκλωμα έναλλασσόμενου ρεύματος ή αυτεπαγωγή ( $L$ ) του ιδανικού πηνίου δημιουργεί την επαγωγική αντίσταση  $R_L = \omega L$  και καθυστέρηση της φάσεως της έντασης ρεύματος κατά  $\varphi = \pi/2$  σχετικά με τη φάση της τάσεως.

### 37. Πυκνωτής σε κύκλωμα έναλλασσόμενου ρεύματος

α. Ο πυκνωτής στο συνεχές και στο έναλλασσόμενο ρεύμα. Σε ένα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά άμπερόμετρο που μπορεί να μετρήσει την ένταση συνεχούς και την ενεργό ένταση έναλλασσόμενου ρεύματος, και πυκνωτής που έχει χωρητικότητα  $C$  (σχ. 62). Η χωρητικότητα του πυκνωτή μπορεί να μεταβάλλεται. Η αντίσταση και η αυτεπαγωγή των υπόλοιπων αγωγών του κυκλώματος είναι ασήμαντες. Στις άκρες του κυκλώματος εφαρμόζουμε πρώτα συνεχή τάση  $U$ . Το κύκλωμα δεν διαρρέεται από ρεύμα, γιατί μεταξύ των δύο όπλισμών του πυκνωτή υπάρχει τό στρώμα του διηλεκτρικού που προκαλεί διακοπή του ρεύματος. Μόνο τη στιγμή που κλίνουμε τό κύκλωμα, σχηματίζεται στιγμιαίο ρεύμα, που διαρκεί ελάχιστα χρόνο, ώσπου να φορτιστούν οι όπλισμοί του πυκνωτή.



Σχ. 62. Κύκλωμα με καθαρή χωρητικότητα.

Έπειτα εφαρμόζουμε στις άκρες του κυκλώματος έναλλασσόμενη τάση που έχει ενεργό τιμή  $U_{EV}$  ίση με την τιμή της προηγούμενης συνεχούς τάσεως  $U$ . Τό κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα που έχει ορισμένη ενεργό ένταση  $I_{EV}$ . Άρα στό κύκλωμα τό έναλλασσόμενο ρεύματος ό πυκνωτής δέν προκαλεί διακοπή τό

ρεύματος. Αύτη ή συμπεριφορά του πυκνωτή έρμηνεύεται ως εξής: Στους δύο όπλισμούς του πυκνωτή εφαρμόζεται μιá ήμιτονοειδής μεταβαλλόμενη τάση, ή οποία προκαλεί διαδοχικές φορτίσεις και έκφορτίσεις του πυκνωτή. Μέσα σε μιá περίοδο κάθε όπλισμός του πυκνωτή άποκτά διαδοχικά θετικό φορτίο (έλλειψη ηλεκτρονίων) και άρνητικό φορτίο (πλεόνασμα ηλεκτρονίων). Έπομένως μέσα στους άγωγούς του κυκλώματος τά ηλεκτρόνια έκτελούν *ταλαντώσεις* με κέντρο τή μέση θέση ίσορροπίας τους. Τό κύκλωμα διαρρέεται άπό έναλλασσόμενο ρεύμα, αλλά μεταξύ των δύο όπλισμών του πυκνωτή δέ συμβαίνει *καμιá μετακίνηση* ηλεκτρικών φορτίων. Σ' αυτό τό χώρο σχηματίζεται ένα ήμιτονοειδώς μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο με ένταση  $E = E_0 \cdot \eta\mu\omega t$ .

β. Χωρητική αντίσταση. Στίς άκρες του κυκλώματος εφαρμόζεται ένεργός τάση  $U_{εν}$  και ό πυκνωτής έχει μεταβλητή χωρητικότητα (σχ. 62). Παρατηρούμε ότι, όταν *αυξάνεται ή χωρητικότητα* C του πυκνωτή, ταυτόχρονα *αυξάνεται ή ένεργός ένταση*  $I_{εν}$  του ρεύματος. Άρα στο έναλλασσόμενο ρεύμα ό πυκνωτής συμπεριφέρεται σάν άγωγός με όρισμένη αντίσταση, πού όνομάζεται *χωρητική αντίσταση*  $R_C$  του πυκνωτή και είναι ίση με:

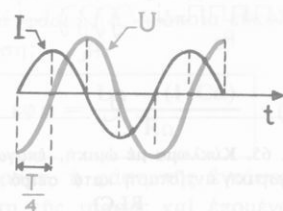
$$\text{χωρητική αντίσταση } R_C = \frac{1}{C\omega} \quad (1)$$

Άπό τήν εξίσωση (1) συνάγεται ότι ή χωρητική αντίσταση ( $R_C$ ) είναι αντίστροφως άνάλογη με *τή χωρητικότητα* (C) του πυκνωτή και *τή συχνότητα* ( $\nu$ ) του ρεύματος.

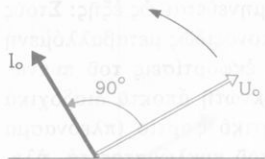
γ. Επίδραση τής χωρητικότητας στή φάση τής έντάσεως ρεύματος. Στίς άκρες του κυκλώματος (σχ. 62) εφαρμόζεται ή ήμιτονοειδής τάση

$$U = U_0 \cdot \eta\mu\omega t$$

Συνδέουμε τό κύκλωμα με ηλεκτρονικό παλμογράφο διπλής ένεργειας. Παρατηρούμε ότι στήν εφαρμοζόμενη ήμιτονοειδή τάση αντίστοιχεί ήμιτονοειδής ένταση ρεύματος τής ίδιας συχνότητας (σχ. 63). Όποιαδήποτε και άν είναι ή τιμή τής χωρητικότητας C του πυκνωτή ή φάση τής έντάσεως ρεύματος  $I$  προηγείται άπό τή φάση τής τάσεως  $U$  κατά ένα τέταρτο τής περιόδου ( $T/4$ ). Ωστε ή *στιγμιαία ένταση* του



Σχ. 63. Η φάση τής έντάσεως ρεύματος ( $I$ ) προηγείται άπό τή φάση τής τάσεως ( $U$ ) κατά  $T/4$ .



Σχ. 64. Ο δείκτης της έντασης ρεύματος προηγείται από το δείκτη της τάσεως κατά γωνία  $\varphi = 90^\circ$ .

ρεύματος δίνεται από την εξίσωση:

$$I = I_0 \cdot \eta\mu \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

**Άνυσματικό διάγραμμα.** Στο άνυσματικό διάγραμμα ο δείκτης της έντασης ρεύματος  $I_0$  προηγείται από το δείκτη της τάσεως  $U_0$  κατά γωνία  $\varphi = \pi/2$  (σχ. 64).

Από τα παραπάνω καταλήγουμε στο ακόλουθο συμπέρασμα:

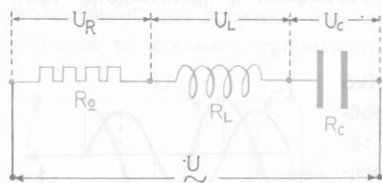
Στό κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος ή χωρητικότητα (C) του πυκνωτή δημιουργεί τη χωρητική αντίσταση  $R_C = 1/C\omega$  και προχώρηση της φάσεως της έντασης ρεύματος κατά  $\varphi = \pi/2$  σχετικά με τη φάση της τάσεως.

### 38. Νόμος του Ohm για κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος

Θά εξετάσουμε τη γενική περίπτωση ενός κυκλώματος στο οποίο συνδέονται κατά σειρά καθαρή *ωμική* αντίσταση  $R_\Omega$ , *πυκνωτής* που έχει χωρητικότητα C, και *πηνίο* που έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L και άσημαντη *ωμική* αντίσταση (σχ. 65). Το κύκλωμα αυτό λέγεται για συντομία και κύκλωμα RLC. Στις άκρες του κυκλώματος εφαρμόζεται *εναλλασσόμενη τάση* που η στιγμιαία τιμή της δίνεται από την εξίσωση:

στιγμιαία τάση

$$U = U_0 \cdot \eta\mu \omega t$$



Σχ. 65. Κύκλωμα με *ωμική*, *επαγωγική* και *χωρητική* αντίσταση κατά σειρά (κύκλωμα RLC)

ντιστάσεις εφαρμόζονται αντίστοιχα οι τρεις *συνιστώσες τάσεις*:

ή *ωμική συνιστώσα τάση*

α. Οι τρεις συνιστώσες τάσεις  $U_R$ ,  $U_L$ ,  $U_C$ . Σέ κάθε στιγμή πάνω σέ καθεμιά αντίσταση, δηλαδή τήν *ωμική* αντίσταση  $R_\Omega$ , τήν *επαγωγική* αντίσταση  $R_L$  και τή *χωρητική* αντίσταση  $R_C$ , εφαρμόζεται *μιά τάση*, ή όποια λαβαίνει τή μέγιστη τιμή της, όταν ή ένταση του ρεύματος λαβαίνει αντίστοιχα πάνω σέ κάθε αντίσταση τή μέγιστη τιμή  $I_0$ . Έτσι πάνω στίς τρεις *ά-*

$$U_R = I_0 \cdot R_\Omega$$

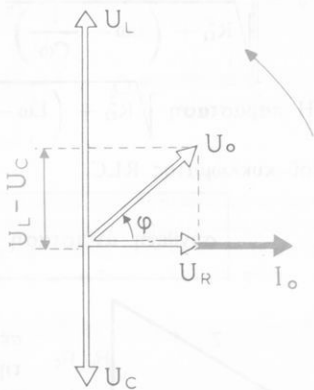
ή επαγωγική συνιστώσα τάση

$$U_L = I_0 \cdot R_L \quad \text{ή} \quad U_L = I_0 \cdot \omega L$$

ή χωρητική συνιστώσα τάση

$$U_C = I_0 \cdot R_C \quad \text{ή} \quad U_C = \frac{I_0}{C\omega}$$

β. Τό πλάτος τής τάσεως  $U_0$ . Πάνω στην ωμική αντίσταση  $R_\Omega$  ή τάση καί ή ένταση του ρεύματος έχουν πάντοτε τήν ίδια φάση (σχ. 66). Πάνω στό πηνίο ή φάση τής έντάσεως του ρεύματος καθυστερεί σχετικά μέ τή φάση τής τάσεως κατά γωνία  $\pi/2$ . Τέλος πάνω στον πυκνωτή ή φάση τής έντάσεως του ρεύματος προηγείται σχετικά μέ τή φάση τής τάσεως κατά γωνία  $\pi/2$ . Έπομένως οί δείκτες τής επαγωγικής συνιστώσας  $U_L$  καί τής χωρητικής συνιστώσας  $U_C$  είναι κάθετοι στό δείκτη τής ωμικής συνιστώσας  $U_R$ , έχουν όμως πάντοτε αντίθετη φορά. Όλοι οί δείκτες στρέφονται μέ τήν ίδια γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Η συνισταμένη των τριών τάσεων  $U_R$ ,  $U_L$  καί  $U_C$  είναι τό πλάτος τής τάσεως  $U_0$ , ή όποία εφαρμόζεται στις άκρες του κυκλώματος πού έχουμε. Από τό σχήμα βρίσκουμε ότι τό πλάτος τής τάσεως  $U_0$  έχει μέτρο:



Σχ 66. Τό πλάτος τής τάσεως  $U_0$  είναι ή συνισταμένη των τριών τάσεων  $U_R$ ,  $U_L$  καί  $U_C$ .

πλάτος τής τάσεως

$$U_0 = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \quad \text{ή} \quad U_0 = I_0 \sqrt{R_\Omega^2 + \left( \omega L - \frac{1}{C\omega} \right)^2} \quad (1)$$

γ. Διαφορά φάσεως  $\phi$ . Από τό σχήμα φαίνεται ότι μεταξύ τής έντάσεως του ρεύματος καί τής τάσεως υπάρχει διαφορά φάσεως  $\phi$ , ή όποία εύκολα βρίσκουμε ότι προσδιορίζεται από τήν εξίσωση:

$$\text{διαφορά φάσεως } \epsilon\phi \phi = \frac{U_L - U_C}{U_R} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi \phi = \frac{\omega L - (1/C\omega)}{R_\Omega} \quad (2)$$

Παρατηρούμε ότι στό κύκλωμα πού πήραμε, ή φάση τής έντάσεως του ρεύματος καθυστερεί σχετικά μέ τή φάση τής τάσεως καί έπομένως ή στιγμιαία ένταση του ρεύματος δίνεται από τήν εξίσωση:

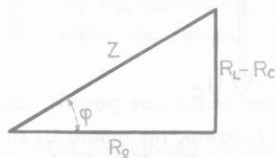
$$\text{στιγμιαία ένταση ρεύματος} \quad I = I_0 \cdot \eta\mu(\omega t - \phi)$$

δ. Σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος. Από την εξίσωση (1) βρίσκουμε:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \quad \text{καί} \quad I_{ev} = \frac{U_{ev}}{\sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \quad (3)$$

Η παράσταση  $\sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$  ονομάζεται *σύνθετη αντίσταση Z* του κυκλώματος RLC.

$$\text{σύνθετη αντίσταση} \quad Z = \sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad (4)$$



Σχ. 67. Γραφική παράσταση της σύνθετης αντίστασης Z.

**Γραφική παράσταση της σύνθετης αντίστασης.** Η εξίσωση (4) φανερώνει ότι η σύνθετη αντίσταση Z μπορεί να θεωρηθεί ως ύποτείνουσα ενός ορθογώνιου τριγώνου που οι δύο κάθετες πλευρές του έχουν αντίστοιχα μέτρο  $R_\Omega$  και  $R_L - R_C$  (σχ. 67). Τότε η γωνία  $\varphi$  παριστάνει *τή διαφορά φάσεως* μεταξύ της έντασης του ρεύματος και της τάσεως, γιατί στο

τρίγωνο αυτό είναι:

$$\epsilon\varphi\varphi = \frac{R_L - R_C}{R_\Omega} \quad \text{ή} \quad \epsilon\varphi\varphi = \frac{L\omega - (1/C\omega)}{R_\Omega}$$

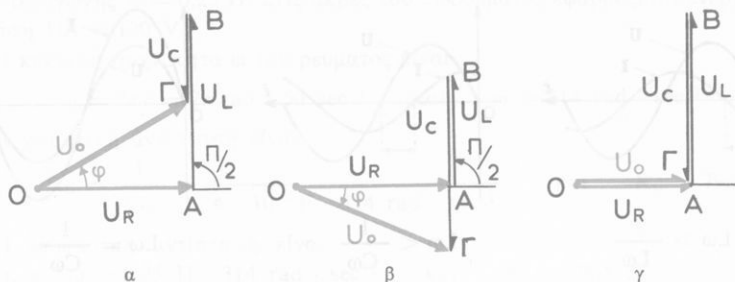
Παρατηρούμε ότι η διαφορά φάσεως  $\varphi$  προσδιορίζεται και από την εξίσωση:

$$\text{διαφορά φάσεως} \quad \text{συν}\varphi = \frac{R_\Omega}{Z}$$

ε. Νόμος του Ohm για κύκλωμα έναλλασσόμενου ρεύματος. Από την εξίσωση (3) συνάγεται ότι για κύκλωμα RLC ισχύει ο ακόλουθος νόμος του Ohm:

$$\text{νόμος του Ohm} \quad I_{ev} = \frac{U_{ev}}{Z} \quad \text{ή} \quad I_{ev} = \frac{U_{ev}}{\sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \quad (5)$$

στ. Διερεύνηση της εξίσωσης  $\epsilon\varphi\varphi = \frac{L\omega - (1/C\omega)}{R_\Omega}$ . Οι τέσσερις



Σχ. 68. Άνυσματικός ύπολογισμός του πλάτους  $U_0$  της τάσεως και της διαφορής φάσεως  $\varphi$ .  
 α.  $\varphi > 0$ , ή φάση της εντάσεως του ρεύματος καθυστερεί σχετικά με τη φάση της τάσεως.  
 β.  $\varphi < 0$ , ή φάση της εντάσεως του ρεύματος προηγείται σχετικά με τη φάση της τάσεως.  
 γ.  $\varphi = 0$ , ή ένταση του ρεύματος και η τάση έχουν την ίδια φάση.

τάσεις  $U_R$ ,  $U_L$ ,  $U_C$  και  $U_0$  μπορούν να παρασταθούν με άνυσματα (σχ. 68) πού τό καθένα έχει μέτρο:

ή ωμική συνιστώσα $U_R$	$OA = R\Omega \cdot I_0$
ή επαγωγική συνιστώσα $U_L$	$AB = R_L \cdot I_0$ ή $AB = L I_0 \omega$
ή χωρητική συνιστώσα $U_C$	$B\Gamma = R_C \cdot I_0$ ή $B\Gamma = \frac{I_0}{C\omega}$
ή συνισταμένη τάση $U_0$	$OG = U_0$

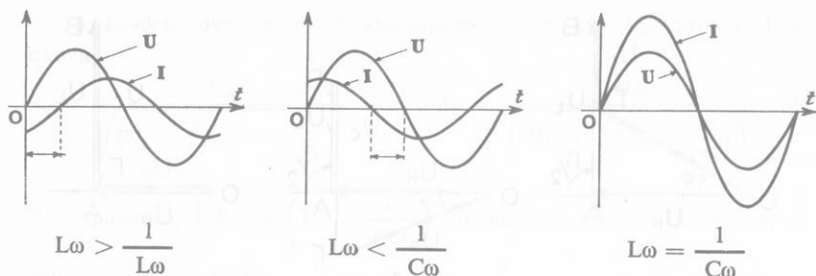
Ἡ διαφορά φάσεως μεταξύ της εντάσεως του ρεύματος και της τάσεως προσδιορίζεται από την εξίσωση:

$$\epsilon\varphi \varphi = \frac{L\omega - (1/C\omega)}{R\Omega}$$

Ἀπό τήν παραπάνω εξίσωση συνάγεται ὅτι εἶναι δυνατές οἱ ἐξῆς τρεῖς περιπτώσεις:

1. Ἄν εἶναι  $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ , τότε ἐπικρατέστερο εἶναι τό ἀποτέλεσμα τῆς επαγωγικῆς ἀντιστάσεως ( $R_L$ ) καί ἡ γωνία  $\varphi$  εἶναι θετική (σχ. 68 α). Ἡ φάση τῆς εντάσεως του ρεύματος καθυστερεῖ σχετικά με τή φάση τῆς τάσεως.

2. Ἄν εἶναι  $L\omega < \frac{1}{C\omega}$ , τότε ἐπικρατέστερο εἶναι τό ἀποτέλεσμα τῆς χωρητικῆς ἀντιστάσεως ( $R_C$ ) καί ἡ γωνία  $\varphi$  εἶναι ἀρνητική (σχ. 68 β). Ἡ φάση τῆς εντάσεως του ρεύματος προηγείται σχετικά με τή φάση τῆς τάσεως.



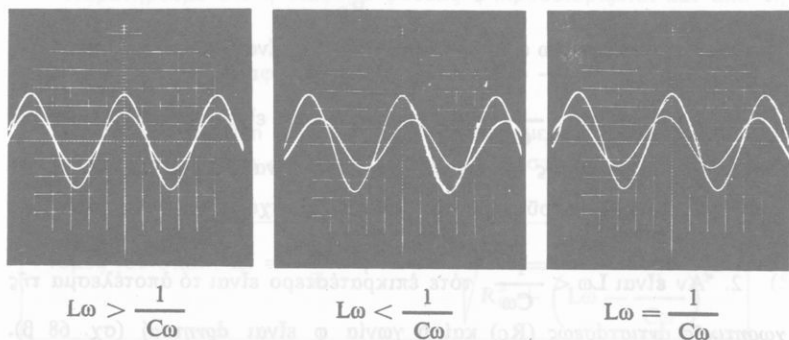
Σχ. 69. Γραφική παράσταση για τις καμπύλες που παρατηρούμε στην οθόνη του παλμογράφου.

3. Αν είναι  $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ , τα αποτελέσματα της επαγωγικής και της χωρητικής αντίστασης αλληλοαναιρούνται και η γωνία  $\varphi$  είναι ίση με μηδέν (σχ. 68 γ). Η ένταση του ρεύματος και η τάση έχουν την ίδια φάση.

Στό σχήμα 69 δείχνονται σχηματικά οι παρατηρούμενες στον ηλεκτρονικό παλμογράφο καμπύλες της τάσεως και της έντάσεως του ρεύματος στις παραπάνω τρεις περιπτώσεις.

Στό σχήμα 70 φαίνονται οι καμπύλες που βλέπουμε στην οθόνη του παλμογράφου.

**Παράδειγμα.** Σέ κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος, συχνότητας  $\nu = 50$  Hz, συνδέονται κατά σειρά πυκνωτής που έχει χωρητικότητα  $C = 4 \mu\text{F}$  και πηνίο που έχει ωμική αντίσταση  $R_0 = 500 \Omega$  και συντελεστή



Σχ. 70. Καμπύλες της τάσεως και της έντάσεως ρεύματος παρατηρούμενες στην οθόνη του παλμογράφου.



αύτεπαγωγής  $L = 0,25$  H. Στις άκρες του κυκλώματος εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{εν} = 120$  V.

Η κυκλική συχνότητα  $\omega$  του ρεύματος είναι

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \text{ rad} \cdot 50 \text{ sec}^{-1} \quad \text{καί} \quad \omega = 314 \text{ rad} \cdot \text{sec}^{-1}$$

Η χωρητική αντίσταση είναι

$$R_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 314 \text{ rad} \cdot \text{sec}^{-1}} \quad \text{καί} \quad R_C = 796 \Omega$$

Η επαγωγική αντίσταση είναι

$$R_L = L\omega = 0,25 \text{ H} \cdot 314 \text{ rad} \cdot \text{sec}^{-1} \quad \text{καί} \quad R_L = 78,5 \Omega$$

Η σύνθετη αντίσταση  $Z$  του κυκλώματος είναι

$$Z = \sqrt{R_{\Omega}^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{500^2 \Omega^2 + (78,5 - 796)^2 \Omega^2}$$

καί  $Z = 875 \Omega$

Η ενεργός ένταση  $I_{εν}$  του ρεύματος είναι:

$$I_{εν} = \frac{U_{εν}}{Z} = \frac{120 \text{ V}}{875 \Omega} \quad \text{καί} \quad I_{εν} \simeq 0,137 \text{ A}$$

Η διαφορά φάσεως  $\varphi$  είναι

$$\text{syn } \varphi = \frac{R_{\Omega}}{Z} = \frac{500 \Omega}{875 \Omega} = 0,57 \quad \text{άρα} \quad \varphi = 55^{\circ} 15'$$

Επειδή είναι  $L\omega < \frac{1}{C\omega}$  ή φάση της εντάσεως του ρεύματος προηγείται σχετικά με τη φάση της τάσεως (άρα  $\varphi < 0$ ).

Στις άκρες της χωρητικής αντίστάσεως  $R_C$  εφαρμόζεται ενεργός τάση

$$U_{\text{πυκνωτή}} = R_C \cdot I_{εν} = 796 \Omega \cdot 0,137 \text{ A} \quad \text{καί} \quad U_{\text{πυκνωτή}} \simeq 109 \text{ V}$$

Η τάση που εφαρμόζεται στις άκρες του πηνίου είναι συνισταμένη των δύο ενεργών τάσεων  $R_{\Omega} \cdot I_{εν}$  και  $R_L \cdot I_{εν}$ .

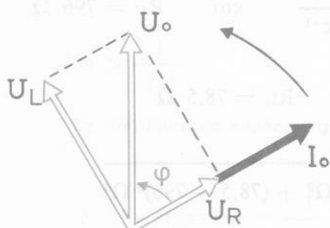
Αρα στις άκρες του πηνίου εφαρμόζεται ενεργός τάση

$$U_{\text{πηνίου}} = \sqrt{(R_{\Omega} I_{εν})^2 + (R_L I_{εν})^2} = I_{εν} \sqrt{R_{\Omega}^2 + R_L^2}$$

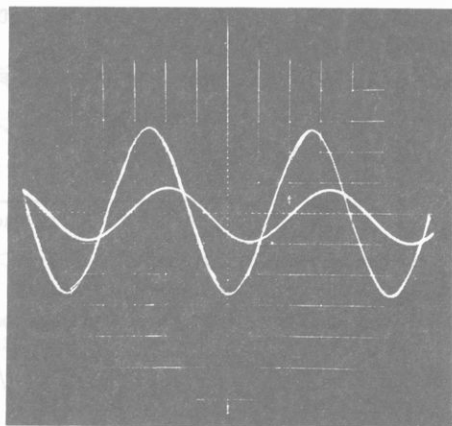
ή  $U_{\text{πηνίου}} = 0,137 \text{ A} \cdot \sqrt{(500^2 + 78,5^2)\Omega^2} \quad \text{καί} \quad U_{\text{πηνίου}} \simeq 69 \text{ V}$

η. Μερικές περιπτώσεις κυκλωμάτων έναλλασσόμενου ρεύματος.

**1. Κύκλωμα με όhmική αντίσταση  $R_{\Omega}$  και αύτεπαγωγή  $L$  κατά σειρά.** Σ' αυτή την περίπτωση είναι  $C = 0$  και έπομένως από τις παραπάνω γενικές εξισώσεις βρίσκουμε:



Σχ. 71. Στο κύκλωμα RL η φάση της έντασης ρεύματος καθυστερεί σχετικά με τη φάση της τάσεως κατά γωνία  $\varphi$ .



Σχ. 72. Παρατήρηση με τον παλμογράφο σε κύκλωμα RL. Η φάση της έντασης ρεύματος καθυστερεί σχετικά με τη φάση της τάσεως.

$$\text{διαφορά φάσεως} \quad \text{εφ } \varphi = \frac{L\omega}{R_{\Omega}}$$

$$\text{σύνθετη αντίσταση} \quad Z = \sqrt{R_{\Omega}^2 + (L\omega)^2}$$

$$\text{ένεργος ένταση του ρεύματος} \quad I_{\text{εν}} = \frac{U_{\text{εν}}}{Z} = \frac{U_{\text{εν}}}{\sqrt{R_{\Omega}^2 + (L\omega)^2}}$$

Η φάση της έντασης του ρεύματος *καθυστερεί* σχετικά με τη φάση της τάσεως κατά γωνία  $\varphi$  (σχ. 71) και επομένως η στιγμιαία τάση και η στιγμιαία ένταση του ρεύματος δίνονται από τις εξισώσεις:

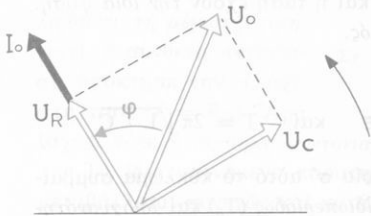
$$U = U_0 \cdot \eta\mu\omega t \quad \text{καί} \quad I = I_0 \cdot \eta\mu(\omega t - \varphi)$$

Στο σχήμα 72 φαίνονται οι καμπύλες που παρατηρούμε στην οθόνη του παλμογράφου για κύκλωμα RL.

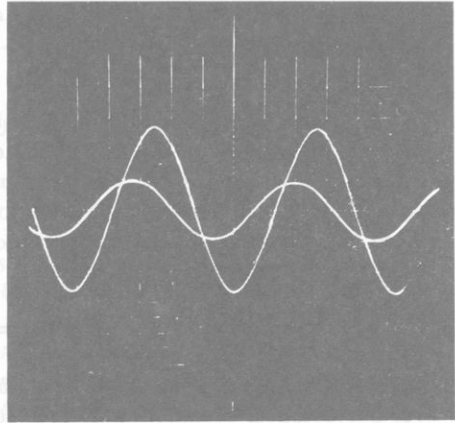
**2. Κύκλωμα με όμικη αντίσταση  $R_{\Omega}$  και χωρητικότητα  $C$  κατά σειρά.** Σ' αυτή την περίπτωση είναι  $L = 0$  και επομένως από τις γενικές εξισώσεις βρίσκουμε:

$$\text{διαφορά φάσεως} \quad \text{εφ } \varphi = \frac{1/C\omega}{R_{\Omega}} = \frac{1}{R_{\Omega} \cdot C\omega}$$

$$\text{σύνθετη αντίσταση} \quad Z = \sqrt{R_{\Omega}^2 + (1/C\omega)^2}$$



Σχ. 73. Στο κύκλωμα RC η φάση της έντασης ρεύματος προηγείται από τη φάση της τάσεως κατά γωνία  $\varphi$ .



Σχ. 74. Παρατήρηση με τον παλμογράφο σε κύκλωμα RC. Η φάση της έντασης ρεύματος προηγείται από τη φάση της τάσεως.

ένεργος ένταση του ρεύματος 
$$I_{\text{ev}} = \frac{U_{\text{ev}}}{Z} = \frac{U_{\text{ev}}}{\sqrt{R_{\Omega}^2 + (1/C\omega)^2}}$$

Η φάση της έντασης του ρεύματος προηγείται σχετικά με τη φάση της τάσεως κατά γωνία  $\varphi$  (σχ. 73) και επομένως η στιγμιαία τάση και η στιγμιαία ένταση του ρεύματος δίνονται από τις εξισώσεις:

$$U = U_0 \cdot \eta\mu\omega t \quad \text{καί} \quad I = I_0 \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi)$$

Στό σχήμα 74 φαίνονται οι καμπύλες που παρατηρούμε στην οθόνη του παλμογράφου για κύκλωμα RC.

### 39. Συντονισμός

Σέ ένα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά ωμική αντίσταση  $R_{\Omega}$ , αυτεπαγωγή  $L$  και χωρητικότητα  $C$  (κύκλωμα RLC). Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z = \sqrt{R_{\Omega}^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad (1)$$

Η εξίσωση (1) δείχνει ότι η σύνθετη αντίσταση  $Z$  του κυκλώματος είναι πάντοτε μεγαλύτερη από την ωμική αντίσταση  $R_{\Omega}$ . Η σύνθετη αντίσταση

λαβαίνει τη μικρότερη τιμή της  $Z = R_0$ , όταν είναι:

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \quad \text{άρα} \quad L\omega = \frac{1}{C\omega} \quad (2)$$

Σ' αυτή την περίπτωση ή ενεργός ένταση του ρεύματος λαβαίνει τη μέγιστη τιμή της  $I_{ev} = U_{ev}/R_0$  και ή διαφορά φάσεως  $\varphi$  μεταξύ της έντάσεως του ρεύματος και της τάσεως είναι ίση με μηδέν ( $\varphi = 0$ , γιατί είναι  $\varepsilon\varphi\varphi = 0$ ), δηλαδή ή ένταση του ρεύματος και ή τάση έχουν την ίδια φάση. Αυτό τό φαινόμενο ονομάζεται *συντονισμός*.

Από την εξίσωση (2) βρίσκουμε:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad \text{ή} \quad \frac{2\pi}{T} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad \text{καί} \quad T = 2\pi \sqrt{L \cdot C}$$

Η περίοδος και ή συχνότητα, για την οποία σ' αυτό τό κύκλωμα συμβαίνει συντονισμός, ονομάζονται αντίστοιχα *ιδιοπερίοδος* ( $T_0$ ) και *ιδιοσυχνότητα* ( $\nu_0$ ) του κυκλώματος.

Από τά παραπάνω καταλήγουμε στά εξής συμπεράσματα:

I. Σέ ένα κύκλωμα πού συνδέονται κατά σειρά ώμική, επαγωγική και χωρητική αντίσταση, ή ενεργός ένταση του ρεύματος λαβαίνει τη μέγιστη τιμή, όταν υπάρχει συντονισμός, δηλαδή όταν ή συχνότητα της τάσεως πού εφαρμόζεται στό κύκλωμα είναι ίση μέ την ιδιοσυχνότητα ( $\nu_0$ ) του κυκλώματος.

$$\text{μέγιστη ενεργός ένταση} \quad I_{ev} = \frac{U_{ev}}{R_0}$$

II. Κατά τό συντονισμό ή ιδιοπερίοδος ( $T_0$ ) του κυκλώματος σέ συνάρτηση μέ την αυτεπαγωγή ( $L$ ) και τη χωρητικότητα ( $C$ ) του κυκλώματος δίνεται από την εξίσωση Thomson :

$$\text{εξίσωση Thomson} \quad T_0 = 2\pi \sqrt{L \cdot C}$$

α. Πειραματική απόδειξη του συντονισμού. Μέ τη διάταξη πού δείχνει τό σχήμα 75 μπορούμε νά αποδείξουμε πειραματικά την εξάρτηση της ενεργού έντάσεως του ρεύματος από την τιμή πού έχει τό διωνύμο  $L\omega - (1/C\omega)$ . Η κυκλική συχνότητα  $\omega$  του ρεύματος, ή ώμική αντίσταση  $R_0$  και ή χωρητικότητα  $C$  διατηρούν σταθερές τιμές. Εισάγουμε άργά μέσα στό πηνίο έναν πυρήνα μαλακού σιδήρου. Τότε μεταβάλλεται ό συντελεστής αυτεπαγωγής  $L$  του πηνίου και συνεπώς μεταβάλλεται ή τιμή του διωνύμου

$L\omega = 1/C\omega$ . Όταν ο πυρήνας βρεθεί σε ορισμένη θέση, παρατηρούμε τη μέγιστη φωτοβολία του λαμπτήρα. Αυτό σημαίνει ότι για μία ορισμένη τιμή του  $L$  ή ένταση του ρεύματος λαβαίνει τη μέγιστη τιμή, γιατί η σύνθετη αντίσταση απέκτησε την ελάχιστη τιμή ( $Z = R_0$ ). Άρα ισχύει τότε η συνθήκη συντονισμού  $L\omega = 1/C\omega$ .

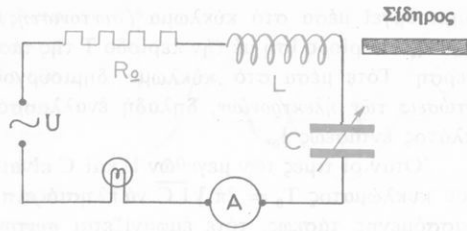
Τό ίδιο φαινόμενο παρατηρούμε, αν τό  $L$  διατηρείται σταθερό, και μεταβάλλεται συνεχώς και κατά την ίδια φορά ή χωρητικότητα  $C$ .

β. Άναλογία μέ τό μηχανικό φαινόμενο του συντονισμού. Στο παραπάνω κύκλωμα εφαρμόζουμε σταθερή τάση  $U_{εν}$ . Όταν στό κύκλωμα υπάρχει συντονισμός, τότε ισχύει ή εξίσωση:

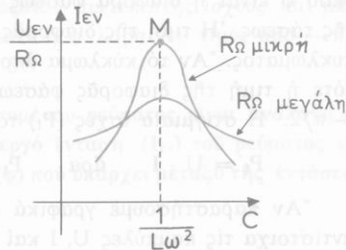
$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \quad \text{άρα} \quad C = \frac{1}{L\omega^2}$$

Αν παρακολουθήσουμε τίς μεταβολές τής ενεργού έντάσεως  $I_{εν}$  σε συνάρτηση μέ τίς μεταβολές τής χωρητικότητας  $C$ , παίρνουμε τήν καμπύλη πού δείχνει τό σχήμα 76. Αύτή ή καμπύλη μοιάζει μέ τήν καμπύλη πού έχουμε γιά τό μηχανικό φαινόμενο του συντονισμού. Τό πείραμα και ή θεωρία βρίσκουν ότι τό μέγιστο ( $M$ ) τής ενεργού έντάσεως του ρεύματος είναι τόσο πιό καθαρό, δηλαδή ή καμπύλη παρουσιάζει όξεία αιχμή (όξύς συντονισμός) όσο πιό μικρή είναι ή ωμική αντίσταση  $R_0$  του κυκλώματος. Τότε ή ιδιοπερίοδος  $T_0$  του κυκλώματος είναι ίση μέ τήν περίοδο  $T$  τής τάσεως πού εφαρμόζεται στό κύκλωμα. Αύτή ή τάση παίζει τό ρόλο του διεγέρτη και τό κύκλωμα παίζει τότε τό ρόλο του συντονιστή. Η ωμική αντίσταση  $R_0$  καθορίζει τή μικρή ή μεγάλη απόσβεση, όπως οι τριβές στα μηχανικά φαινόμενα.

Όταν οι τιμές των μεγεθών  $L$  και  $C$  είναι τυχαίες, τότε ή έναλλασσόμενη τάση (διεγέρτης) πού εφαρμόζεται στις άκρες του κυκλώματος RLC,



Σχ. 75. Σχηματική διάταξη για τήν πειραματική απόδειξη του συντονισμού σε κύκλωμα RLC.



Σχ. 76. Ο συντονισμός είναι όξύς, όταν ή  $R_0$  είναι μικρή.

δημιουργεί μέσα στο κύκλωμα (συντονιστής) ένα έναλλασσόμενο ρεύμα που έχει περίοδο ίση με την περίοδο  $T$  της τάσεως ή όποια προκαλεί τη διεγερση. Τότε μέσα στο κύκλωμα δημιουργούνται *έξαναγκασμένες ταλαντώσεις των ηλεκτρονίων*, δηλαδή έναλλασσόμενο ρεύμα που έχει μικρό πλάτος εντάσεως  $I_0$ .

Όταν οι τιμές των μεγεθών  $L$  και  $C$  είναι τέτοιες, ώστε η ιδιοπερίοδος του κυκλώματος  $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$  να πλησιάζει προς την περίοδο  $T$  της έναλλασσόμενης τάσεως, τότε εμφανίζεται *συντονισμός* που είναι τόσο δεξύτερος, όσο μικρότερη είναι η ωμική αντίσταση  $R\Omega$  του κυκλώματος. Καί όπως στην περίπτωση του μηχανικού συντονισμού, έτσι και κατά το συντονισμό του κυκλώματος τό πλάτος της εντάσεως  $I_0$  λαβαίνει *τή μέγιστη τιμή*, γιατί είναι:

$$I_{ev} = \frac{U_{ev}}{R\Omega} \quad \text{ή} \quad I_0\sqrt{2} = \frac{U_0\sqrt{2}}{R\Omega} \quad \text{καί} \quad I_0 = \frac{U_0}{R\Omega}$$

#### 40. Μέση ισχύς και συντελεστής ισχύος

Στό *συνεχές ρεύμα*, όταν στις άκρες του κυκλώματος εφαρμόζεται τάση  $U$  και ή ένταση του ρεύματος είναι  $I$ , τότε ή παρεχόμενη στό κύκλωμα ισχύς  $P$  είναι  $P = U \cdot I$ . Τά μεγέθη  $U$  και  $I$  είναι σταθερά και έπομένως ή ισχύς  $P$  του συνεχούς ρεύματος είναι σταθερή.

Στό *έναλλασσόμενο ρεύμα* τά μεγέθη  $U$  και  $I$  συνεχώς μεταβάλλονται. Άν στις άκρες του κυκλώματος εφαρμόζεται ή έναλλασσόμενη τάση:

$$U = U_0 \cdot \eta\mu\omega t \quad (1)$$

τότε ή στιγμιαία ένταση του ρεύματος είναι:

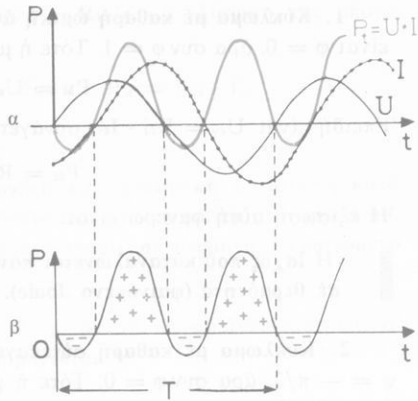
$$I = I_0 \cdot \eta\mu(\omega t - \varphi) \quad (2)$$

όπου  $\varphi$  είναι ή διαφορά φάσεως μεταξύ της εντάσεως του ρεύματος και της τάσεως. Η τιμή της διαφοράς φάσεως εξαρτάται από τίς ιδιότητες του κυκλώματος. Άν τό κύκλωμα αποτελείται από διάφορα είδη αντιστάσεων, τότε ή τιμή της διαφοράς φάσεως  $\varphi$  περιλαμβάνεται μεταξύ  $+\pi/2$  και  $-\pi/2$ . Η στιγμιαία ισχύς ( $P_t$ ) του ρεύματος είναι:

$$P_t = U \cdot I \quad \text{άρα} \quad P_t = U_0 I_0 \cdot \eta\mu\omega t \cdot \eta\mu(\omega t - \varphi) \quad (3)$$

Άν παραστήσουμε γραφικά τίς εξισώσεις (1), (2) και (3) παίρνουμε αντίστοιχα τίς καμπύλες  $U$ ,  $I$  και  $P_t$  (σχ. 77 α). Η καμπύλη  $P_t$  παριστάνει sé κάθε στιγμή την τιμή της στιγμιαίας ισχύος  $P_t = U \cdot I$  του ρεύματος. Παρατηρούμε ότι ή καμπύλη αυτή αποτελείται από τόξα θετικά και τόξα

άρνητικά (σχ. 77 β). Η στιγμιαία ισχύς  $U \cdot I$  είναι θετική κατά τις χρονικές στιγμές που οι τιμές των μεγεθών  $U$  και  $I$  είναι όμοιες. Τότε το κύκλωμα παίρνει ενέργεια από τη γεννήτρια. Αντίθετα ή στιγμιαία ισχύς  $U \cdot I$  είναι αρνητική κατά τις χρονικές στιγμές που οι τιμές των μεγεθών  $U$  και  $I$  είναι ετερόσημες. Τότε το κύκλωμα δίνει ενέργεια στη γεννήτρια. Αυτή η ενέργεια προέρχεται από την ενέργεια που είναι αποταμιευμένη στα ηλεκτρικά και τα μαγνητικά πεδία που σχηματίζονται στους πυκνωτές και τα πηνία του κυκλώματος.



Σχ. 77. Γραφική παράσταση των εξισώσεων της τάσεως  $U$ , της εντάσεως ρεύματος  $I$  και της ισχύος  $P$  του έναλλασσόμενου ρεύματος.

Στή διάρκεια μιας περιόδου  $T$  το κύκλωμα παίρνει από τη γεννήτρια ενέργεια  $W_T$ . Ονομάζεται μέση ισχύς ( $P_M$ ) του έναλλασσόμενου ρεύματος το πηλίκο της ενέργειας ( $W_T$ ) που παίρνει το κύκλωμα στή διάρκεια μιας περιόδου διά της περιόδου ( $T$ ).

$$\text{μέση ισχύς} \quad P_M = \frac{W_T}{T}$$

Αποδεικνύεται ότι η μέση ισχύς δίνεται από την εξίσωση:

$$\boxed{\text{μέση ισχύς} \quad P_M = U_{ev} \cdot I_{ev} \cdot \cos \varphi} \quad \left\{ \begin{array}{l} U \text{ σε } V, I \text{ σε } A \\ P \text{ σε } W \end{array} \right. \quad (4)$$

όπου  $\varphi$  είναι η διαφορά φάσεως μεταξύ της εντάσεως του ρεύματος και της τάσεως. Ο παράγοντας  $\cos \varphi$  ονομάζεται συντελεστής ισχύος και μπορεί να λάβει τιμές από  $-1$  ως  $+1$  (γιατί η  $\varphi$  λαβαίνει τιμές από  $-\pi/2$  ως  $+\pi/2$ ). Η εξίσωση (4) φανερώνει ότι:

Η μέση ισχύς ( $P_M$ ) του έναλλασσομένου ρεύματος είναι ανάλογη με την ενεργό τάση ( $U_{ev}$ ) και την ενεργό ένταση ( $I_{ev}$ ) του ρεύματος και εξαρτάται από τη διαφορά φάσεως ( $\varphi$ ) που υπάρχει μεταξύ της εντάσεως του ρεύματος και της τάσεως.

α. Διερεύνηση της εξισώσεως της μέσης ισχύος. Θα εξετάσουμε πώς ισχύει η εξίσωση (4) σε διάφορες περιπτώσεις.

1. **Κύκλωμα με καθαρή ωμική αντίσταση  $R_{\Omega}$ .** Σ' αυτή την περίπτωση είναι  $\varphi = 0$ , άρα  $\cos \varphi = 1$ . Τότε η μέση ισχύς έχει *τή μέγιστη τιμή*:

$$P_M = U_{\text{εν}} \cdot I_{\text{εν}}$$

Επειδή είναι  $U_{\text{εν}} = R_{\Omega} \cdot I_{\text{εν}}$ , συνάγεται ότι είναι:

$$P_M = R_{\Omega} \cdot I_{\text{εν}}^2$$

Η εξίσωση αυτή φανερώνει ότι:

■ **Η ισχύς που καταναλώνεται πάνω σε ωμική αντίσταση μετατρέπεται σε θερμότητα (φαινόμενο Joule).**

2. **Κύκλωμα με καθαρή αυτεπαγωγή  $L$ .** Σ' αυτή την περίπτωση είναι  $\varphi = -\pi/2$ , άρα  $\cos \varphi = 0$ . Τότε η μέση ισχύς είναι *ίση με μηδέν*,  $P_M = 0$ . "Ωστε:

■ **Πάνω σε ένα ιδανικό πηνίο δέν καταναλώνεται ισχύς.**

"Όταν η ένταση του ρεύματος αυξάνεται από 0 ως  $I_0$ , τό πηνίο εξαιτίας τής αυτεπαγωγής του *αποταμιεύει* ενέργεια ίση με  $\frac{1}{2} LI_0^2$ . Αυτή την ενέργεια τό πηνίο *τήν αποδίδει* άμέσως έπειτα στό κύκλωμα, όταν η ένταση του ρεύματος μεταβάλλεται από  $I_0$  σε 0.

3. **Κύκλωμα με καθαρή χωρητικότητα  $C$ .** Σ' αυτή την περίπτωση είναι  $\varphi = +\pi/2$ , άρα  $\cos \varphi = 0$ . Τότε η μέση ισχύς είναι *ίση με μηδέν*,  $P_M = 0$ . "Ωστε:

■ **Πάνω σε μιá καθαρή χωρητική αντίσταση δέν καταναλώνεται ισχύς.**

"Όπως τό ιδανικό πηνίο, έτσι και ό πυκνωτής, όταν η τάση αυξάνεται από 0 ως  $U_0$ , ό πυκνωτής *αποταμιεύει* ενέργεια ίση με  $\frac{1}{2} CU_0^2$ . Αυτή την ενέργεια ό πυκνωτής *τήν αποδίδει* άμέσως, όταν η τάση ελαττώνεται από  $U_0$  σε 0.

4. **Κύκλωμα με ωμική, επαγωγική και χωρητική αντίσταση.** Σε ένα κύκλωμα RLC είναι  $-\pi/2 < \varphi < +\pi/2$ . Τό κύκλωμα έχει σύνθετη αντίσταση  $Z$  και η διαφορά φάσεως  $\varphi$  δίνεται από τήν εξίσωση:

$$\cos \varphi = \frac{R_{\Omega}}{Z}$$

Τό ρεύμα παρέχει στό κύκλωμα μέση ισχύ:

$$P_M = U_{\text{εν}} \cdot I_{\text{εν}} \cdot \cos \varphi$$



Έπειδή είναι  $U_{εν} = Z \cdot I_{εν}$  και  $\cos \phi = R\Omega/Z$ , ή εξίσωση τής μέσης ισχύος γράφεται:

$$P_M = Z \cdot I_{εν}^2 \cdot \frac{R\Omega}{Z} \quad \text{ή} \quad P_M = R\Omega \cdot I_{εν}^2$$

Η τελευταία εξίσωση φανερώνει ότι:

Σέ κύκλωμα μέ ωμική, επαγωγική καί χωρητική αντίσταση κατά σειρά ὅλη ἡ μέση ισχύς, τήν ὁποία παρέχει τό ρεύμα στό κύκλωμα, μετατρέπεται πάνω στήν ὠμική αντίσταση σέ θερμότητα (φαινόμενο Joule).

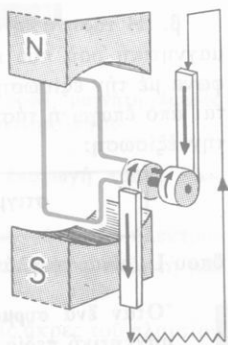
Στήν πραγματικότητα ἕνα πηνίο ἔχει πάντοτε ὠμική αντίσταση καί γι' αὐτό παρατηροῦμε ὅτι τό πηνίο θερμαίνεται.

#### 41. Ἀρχή τῆς λειτουργίας τῶν γεννητριῶν (\*)

α. Μεταβολή τῆς μαγνητικῆς ροῆς. Ἐνα ὀρθογώνιο πλαίσιο ἀπό χάλκινο σύρμα, πού ἡ ἐπιφάνειά του ἔχει ἐμβαδὸ  $S$ , στρέφεται μέ σταθερὴ γωνιακὴ ταχύτητα  $\omega$  μέσα σέ ὁμογενές μαγνητικὸ πεδίο πού ἡ μαγνητικὴ ἐπαγωγή του ἔχει μέτρο  $B$  (σχ. 78). Τό πλαίσιο στρέφεται γύρω ἀπὸ ἄξονα πού εἶναι κάθετος στίς δυναμικὲς γραμμές τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου. Ὄταν τό πλαίσιο στρέφεται, ἡ μαγνητικὴ ροὴ πού περνáει ἀπὸ τό πλαίσιο συνεχῶς μεταβάλλεται καί σέ κάθε στιγμή ἰσχύει ἡ εξίσωση:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

ὅπου  $\alpha$  εἶναι ἡ γωνία πού σχηματίζει ἡ διεύθυνση τῆς μαγνητικῆς ἐπαγωγῆς  $B$  μέ τήν καθετο στήν ἐπιφάνεια τοῦ πλαισίου. Σέ κάθε χρονικὴ στιγμή  $t$  ἡ γωνία  $\alpha$  εἶναι ἴση μέ  $\alpha = \omega t$  καί ἐπομένως ἡ εξίσωση (1) γράφεται:



Σχ. 78. Κατά τήν ὁμαλὴ περιστροφή τοῦ πλαισίου στίς ἄκρες του ἀναπτύσσεται ἡμιτονοειδῆς τάση  $U = U_0 \cdot \eta \mu \omega t$ .

μεταβολή τῆς μαγνητικῆς ροῆς  $\Phi = B \cdot S \cdot \sin \omega t$

$$\left\{ \begin{array}{l} B \text{ σέ } T, S \text{ σέ } m^2 \\ \Phi \text{ σέ } Wb \end{array} \right. \quad (2)$$

(\*) Ἡ ἀρχή τῆς λειτουργίας τῶν γεννητριῶν, ἂν ἔχει διδαχτεῖ στό γενικό μάθημα (Κορμού), θά θεωρηθεῖ ἐδῶ ὡς ὑπόμνηση.

Η εξίσωση (2) φανερώνει ότι

Όταν το πλαίσιο στρέφεται ομαλά, ή μαγνητική ροή που περνάει από το πλαίσιο, είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

Το μέγεθος  $\omega$  ονομάζεται *κυκλική συχνότητα* και συνδέεται με την περίοδο  $T$  και τη συχνότητα  $\nu$  με τη γνωστή σχέση  $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$ .

Όταν το πλαίσιο είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου ( $\alpha = 0$  ή  $\alpha = \pi$ ), τότε ή μαγνητική ροή έχει τη μέγιστη απόλυτη τιμή:

$$\Phi_{\max} = B \cdot S$$

Όταν το πλαίσιο είναι παράλληλο με τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου ( $\alpha = \pi/2$  ή  $\alpha = 3\pi/2$ ), τότε ή μαγνητική ροή είναι ίση με μηδέν ( $\Phi = 0$ ). Η εξίσωση της μεταβολής της μαγνητικής ροής γράφεται και ως εξής

$$\Phi = \Phi_{\max} \cdot \sin \omega t \quad (3)$$

β. Η τάση στις άκρες του πλαισίου. Όταν το πλαίσιο στρέφεται, ή μαγνητική ροή που περνάει από το πλαίσιο συνεχώς μεταβάλλεται σύμφωνα με την εξίσωση (2). Επομένως στις άκρες του πλαισίου αναπτύσσεται από επαγωγή τάση  $U$ , ή οποία σε κάθε χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από την εξίσωση:

$$\text{στιγμιαία τάση} \quad U = U_0 \cdot \eta \mu \omega t \quad (4)$$

όπου  $U_0$  είναι τό πλάτος της τάσεως. Η εξίσωση (4) φανερώνει ότι:

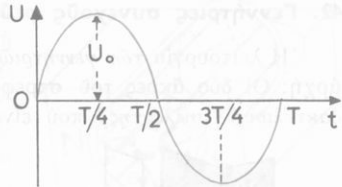
Όταν ένα συρματένιο πλαίσιο στρέφεται ομαλά μέσα σε όμογενές μαγνητικό πεδίο, στις δύο άκρες του πλαισίου αναπτύσσεται από επαγωγή τάση, που τό μέτρο της είναι ήμιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου.

Η μεταβολή της τάσεως  $U$  σε συνάρτηση με τό χρόνο  $t$  φαίνεται από την ήμιτονοειδή καμπύλη του σχήματος 79. Από τις εξισώσεις (3) και (4) συνάγεται ότι ή τάση  $U$  έχει διαφορά φάσεως  $\pi/2$  σχετικά με τη μαγνητική ροή, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

φάση ( $\omega t$ )	0	$\pi/2$	$\pi$	$3\pi/2$	$2\pi$
μαγνητική ροή ( $\Phi$ )	$\Phi_{\max}$	0	$-\Phi_{\max}$	0	$\Phi_{\max}$
τάση ( $U$ )	0	$U_0$	0	$-U_0$	0

“Ωστε η τάση λαβαίνει *τή μέγιστη* απόλυτη τιμή  $U_0$ , όταν η μαγνητική ροή γίνεται ίση με μηδέν ( $\Phi = 0$ ) και η τάση γίνεται *ΐση με μηδέν* ( $U = 0$ ), όταν η μαγνητική ροή λαβαίνει *τή μέγιστη* απόλυτη τιμή  $\Phi_{\max}$ .

Αποδεικνύεται ότι *τό πλάτος*  $U_0$  δίνεται από *τήν* εξίσωση :

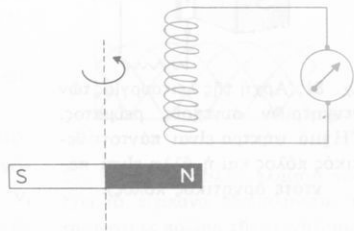


Σχ. 79. Η μεταβολή τής τάσεως  $U$  σε συνάρτηση με *τό* χρόνο  $t$ .

<p>πλάτος τής τάσεως <math>U_0 = \omega \cdot B \cdot S</math> (5)</p>
--

Στή διάρκεια μιās περιόδου στίς άκρες του στρέφόμενου πλαισίου αναπτύσσεται από επαγωγή τάση  $U$  που μεταβάλλεται ήμιτονοειδώς μεταξύ των τιμών  $+U_0$  και  $-U_0$ . Αιτή η τάση ονομάζεται *ήμιτονοειδής έναλλασσόμενη τάση* ή και απλά *έναλλασσόμενη τάση*.

Ό μαγνήτης (ή ηλεκτρομαγνήτης), που δημιουργεί *τό* μαγνητικό πεδίο ονομάζεται *επαγωγέας* και *τό* στρεφόμενο πλαίσιο, που στίς άκρες του αναπτύσσεται από επαγωγή τάση, ονομάζεται *επαγωγίμο*.



Σχ. 80. Περιστροφή μαγνήτη εμπρός από ακίνητο πηνίο.

Τά ίδια φαινόμενα παρατηρούμε και όταν ένας μαγνήτης (ή ηλεκτρομαγνήτης ) στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα εμπρός από *τή* μία άκρη ακίνητου πηνίου (σχ. 80).

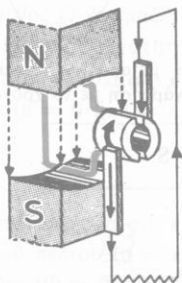
γ. *Τό* ρεύμα στο έξωτερικό κύκλωμα. Συνδέουμε τίς άκρες του πλαισίου με δύο μονωμένους δακτυλίους που είναι στερεωμένοι στον άξονα περιστροφής του πλαισίου και στρέφονται μαζί του (σχ. 78). Με ένα σύρμα, που έχει αντίσταση  $R$ , συνδέουμε *τό* σύστημα των δύο μονωμένων δακτυλίων. Τότε *τό* έξωτερικό κύκλωμα (*τό* σύρμα) διαρρέεται από ρεύμα που ή φορά του *περιοδικά αλλάζει*, δηλαδή *τό* έξωτερικό κύκλωμα διαρρέεται από *έναλλασσόμενο ρεύμα*. “Ωστε:

**Στό** έξωτερικό κύκλωμα του στρεφόμενου πλαισίου κυκλοφορεί *έναλλασσόμενο ρεύμα*.

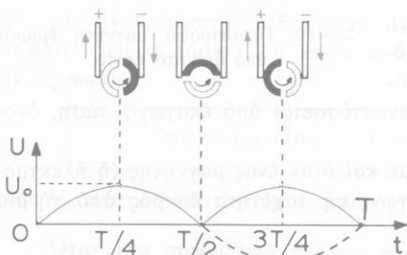
*Τό* στρεφόμενο πλαίσιο, που θεωρήσαμε παραπάνω, αποτελεί *τήν* απλούστερη μορφή *γεννήτριας έναλλασσόμενου ρεύματος*.

## 42. Γεννήτριες συνεχούς ρεύματος

Ή λειτουργία τών γεννητριών συνεχούς ρεύματος στηρίζεται στην εξής άρχη: Οί δύο άκρες τού στρεφόμενου πλαισίου συνδέονται μέ δύο ήμιδακτύλιους (συνλέκτης) πού είναι στερεωμένοι πάνω στόν άξονα περιστροφής καί στρέφονται μαζί μέ αυτόν (σχ. 81). Κάθε ήμιδακτύλιος βρίσκεται πάντοτε σέ έπαφή μέ ένα έλασμα (ψήκτρα). Όταν τό πλαίσιο έκτελέσει μισή στροφή, τότε κάθε ψήκτρα έρχεται σέ έπαφή μέ τόν άλλο ήμιδακτύλιο. Αυτό συμβαίνει, όταν τό πλαίσιο είναι κάθετο στίς δυναμικές γραμμές τού μαγνητικού πεδίου, δηλαδή τή στιγμή πού αναστρέφεται ή τάση (σχ. 82). Έτσι τό ρεύμα βγαίνει στό έξωτερικό κύκλωμα από τήν ίδια πάντοτε ψήκτρα, πού αποτελεί τό θετικό πόλο τής γεννήτριας, ενώ ή άλλη ψήκτρα αποτελεί τόν άρνητικό πόλο. Ή τάση στούς πόλους τής γεννήτριας κυμαίνεται περιοδικά μεταξύ τών τιμών 0 καί  $U_0$ .



Σχ. 81. Άρχη τής λειτουργίας τών γεννητριών συνεχούς ρεύματος. (Ή μιά ψήκτρα είναι πάντοτε θετικός πόλος καί ή άλλη είναι πάντοτε άρνητικός πόλος).



Σχ. 82. Έξήγηση τής λειτουργίας τού συνλέκτη.

μών 0 καί  $I_0$ .

α. Βιομηχανικές γεννήτριες συνεχούς ρεύματος. Οί γεννήτριες συνεχούς ρεύματος, πού χρησιμοποιούνται στίς έφαρμογές, λειτουργούν ως εξής:

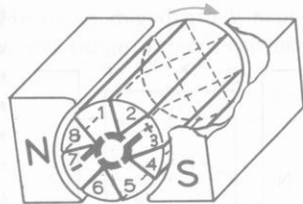
1. Ο έπαγωγέας είναι άκίνητος ήλεκτρομαγνήτης πού τροφοδοτείται μέ τό ρεύμα πού παράγει ή ίδια ή μηχανή (δυναμοηλεκτρική μηχανή, dynamo).

2. Τό έπαγωγίμο είναι σύστημα από πολλά πλαίσια, πού είναι μονωμένα καί διατάσσονται πάνω σέ κύλινδρο από μαλακό σίδηρο. Αυτός προ-

στροφής καί στρέφονται μαζί μέ αυτόν (σχ. 81). Κάθε ήμιδακτύλιος βρίσκεται πάντοτε σέ έπαφή μέ ένα έλασμα (ψήκτρα). Όταν τό πλαίσιο έκτελέσει μισή στροφή, τότε κάθε ψήκτρα έρχεται σέ έπαφή μέ τόν άλλο ήμιδακτύλιο. Αυτό συμβαίνει, όταν τό πλαίσιο είναι κάθετο στίς δυναμικές γραμμές τού μαγνητικού πεδίου, δηλαδή τή στιγμή πού αναστρέφεται ή τάση (σχ. 82). Έτσι τό ρεύμα βγαίνει στό έξωτερικό κύκλωμα από τήν ίδια πάντοτε ψήκτρα, πού αποτελεί τό θετικό πόλο τής γεννήτριας, ενώ ή άλλη ψήκτρα αποτελεί τόν άρνητικό πόλο. Ή τάση στούς πόλους τής γεννήτριας κυμαίνεται περιοδικά μεταξύ τών τιμών 0 καί  $U_0$ .

Τό έξωτερικό κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα πού έχει πάντοτε τήν ίδια φορά, δηλαδή από συνεχές ρεύμα. Ή ένταση όμως τού συνεχούς ρεύματος κυμαίνεται περιοδικά μεταξύ τών τι-

καλεί αύξηση της μαγνητικής ροής που περνάει από κάθε πλαίσιο. Αυτή η μορφή του επαγωγίμου ονομάζεται *τύμπανο* (σχ. 83). Η ολική τάση στους πόλους της γεννήτριας είναι σε κάθε στιγμή ή συνισταμένη των μερικών τάσεων που αναπτύσσονται στις άκρες του κάθε πλαισίου. Έτσι η τάση εξομαλύνεται και παρουσιάζει μόνο μικρές διακυμάνσεις (σχ. 84).



Σχ. 83. Τύμπανο με 8 πλαίσια.

3. Ο *συλλέκτης* είναι ένας κύλινδρος από μονωτικό υλικό και πάνω του υπάρχουν μονωμένα χάλκινα ελάσματα που συνδέονται με τα πλαίσια του τυμπάνου. Σε δύο αντίθετα σημεία του κυλίνδρου υπάρχουν οι δύο ψήκτρες που διαδοχικά έρχονται σε έπαφή με τα ελάσματα.

4. Αν στο τύμπανο του επαγωγίμου υπάρχουν  $N$  εὐθύγραμμα σύρματα και η συχνότητα περιστροφής του επαγωγίμου είναι  $\nu$ , βρίσκουμε ότι η *ηλεκτρεγερτική δύναμη της γεννήτριας* ( $E$ ) δίνεται από την εξίσωση:

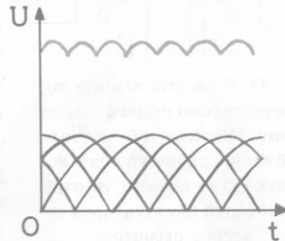
$$E = \nu \cdot N \cdot \Phi_{\max}$$

όπου  $\Phi_{\max}$  είναι η μέγιστη μαγνητική ροή που περνάει από όλο το επαγωγίμο.

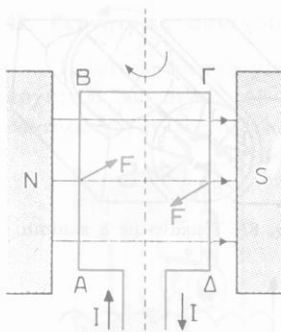
Η απόδοση μιας γεννήτριας συνεχούς ρεύματος μπορεί να φτάσει ως 98%.

#### 43. Κινητήρες συνεχούς ρεύματος

Διαβιβάζουμε συνεχές ρεύμα στο επαγωγίμο μιας γεννήτριας συνεχούς ρεύματος. Τότε το μαγνητικό πεδίο του επαγωγέα επιδρά πάνω στους άγωγούς του επαγωγίμου, οι οποίοι διαρρέονται από ρεύμα. Άς θεωρήσουμε ένα πλαίσιο που διαρρέεται από ρεύμα και αρχικά είναι παράλληλο με τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου (σχ. 85). Τότε πάνω στις δύο πλευρές  $AB$  και  $\Gamma\Delta$  του πλαισίου αναπτύσσονται δύο *ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις* που αποτελούν ζεύγος δυνάμεων. Αυτό το ζεύγος στρέφει το πλαίσιο ώσπου το πλαίσιο να γίνει κάθετο στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου. Έξαιτίας της αδράνειάς του το πλαίσιο υπερβαίνει αυτή τη



Σχ. 84. Με τα πολλά πλαίσια που έχει το τύμπανο εξομαλύνεται η τάση στους πόλους της γεννήτριας.



Σχ. 85. Πάνω στο πλαίσιο που διαρρέεται από ρεύμα αναπτύσσεται εξαιτίας του μαγνητικού πεδίου μηχανική ροπή που αναγκάζει τό πλαίσιο νά στρέφεται (άρχή των κινητήρων συνεχούς ρεύματος).

θέση. Ἄλλά στό μεταξύ ἀλλάζει ἡ ἐπαφή τῶν ψηκτρῶν μέ τούς ἡμιδακτύλους τοῦ συλλέκτη καί τότε δημιουργεῖται πάλι ζεύγος δυνάμεων πού συνεχίζει τήν περιστροφή τοῦ πλαισίου κατά τήν ἴδια φορά. Σ' αὐτή τήν ἀρχή στηρίζεται ἡ λειτουργία τῶν *κινητήρων συνεχούς ρεύματος*.

α. Ἄντηλεκτρεγερτική δύναμη τοῦ κινητήρα. Ὄταν τό ἐπαγωγίμο στρέφεται μέσα στό μαγνητικό πεδίο, τότε μεταβάλλεται ἡ μαγνητική ροή πού περνάει ἀπό τίς σπείρες τοῦ ἐπαγωγίμου. Ἐπομένως μέσα στίς σπείρες τοῦ ἐπαγωγίμου ἀναπτύσσεται ἡλεκτρεγερτική δύναμη ἀπό ἐπαγωγή, πού ὀνομάζεται *ἀντηλεκτρεγερτική δύναμη* ( $E'$ ) τοῦ κινητήρα, γιατί εἶναι ἀντίθετη μέ τήν τάση  $U$  πού ἐφαρμόζεται στοῦς πόλους τοῦ κινητήρα.

Ἄν ἡ ἐσωτερική ἀντίσταση τοῦ κινητήρα εἶναι  $r$ , τότε ἰσχύει ἡ ἐξίσωση  $U = E' + Ir$  καί τό ρεύμα πού διαρρέει τόν κινητήρα ἔχει ἔνταση:

$$I = \frac{U - E'}{r} \quad (1)$$

Ὄταν ὁ κινητήρας ἀρχίζει νά στρέφεται, τότε εἶναι  $E' = 0$  καί ἐπομένως τό ρεύμα πού περνάει ἀπό τόν κινητήρα ἔχει ἔνταση  $I = U/r$ .

Ἐπειδή ἡ ἐσωτερική ἀντίσταση  $r$  τοῦ κινητήρα εἶναι μικρή, γι' αὐτό, ὅταν ὁ κινητήρας ξεκινάει, διαρρέεται ἀπό ἰσχυρό ρεύμα. Γιά νά προφυλάξουμε τόν κινητήρα, τόν συνδέουμε κατά σειρά μέ ρυθμιστική ἀντίσταση, ὥστε στό ξεκίνημά του ὁ κινητήρας νά διαρρέεται ἀπό ἀσθενές ρεύμα.

Ἄν στό τύμπανο τοῦ ἐπαγωγίμου ὑπάρχουν  $N$  εὐθύγραμμα σύρματα καί ἡ συχνότητα τῆς περιστροφῆς εἶναι  $\nu$ , τότε ἡ *ἀντηλεκτρεγερτική δύναμη* ( $E'$ ) τοῦ κινητήρα δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση:

$$E' = \nu \cdot N \cdot \Phi_{\max} \quad (2)$$

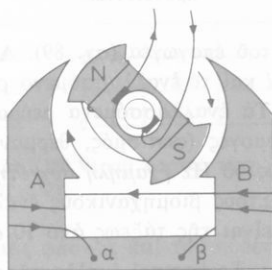
ὅπου  $\Phi_{\max}$  εἶναι ἡ μέγιστη μαγνητική ροή πού περνάει ἀπό τό ἐπαγωγίμο. Ἄπό τίς ἐξισώσεις (1) καί (2) βρίσκουμε:

$$I = \frac{U - (\nu \cdot N \cdot \Phi_{\max})}{r} \quad (3)$$

Η εξίσωση (3) φανερώνει ότι, όταν *αδξάνεται* ή *συχνότητα*  $\nu$  περιστροφής του κινητήρα, *ελαττώνεται* ή *ένταση* του ρεύματος που περνάει από τον κινητήρα.

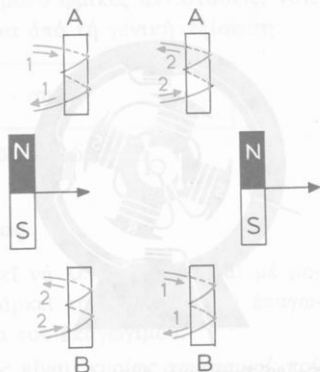
#### 44. Έναλλακτῆρες

Σήμερα στις εφαρμογές χρησιμοποιούμε κυρίως τὸ *έναλλασσόμενο ρεύμα* που παράγεται από τις μηχανές που ονομάζουμε *έναλλακτῆρες* και ἢ λειτουργία τους στηρίζεται στην ἐξῆς ἀρχή: "Ένας ἠλεκτρομαγνήτης (*ἐπαγωγέας*) περιστρέφεται γύρω ἀπὸ ἕναν ἄξονα και τροφοδοτεῖται με συνεχές ρεύμα που παράγει μιὰ γεννήτρια συνεχοῦς ρεύματος (σχ. 86). "Ένα σύστημα πηνίων  $A$  και  $A'$  (*ἐπαγωγίμο*) ἔχουν κοινὸ πυρήνα ἀπὸ μαλακὸ σίδηρο. Τὸ σύρμα στὰ δύο πηνία εἶναι τυλιγμένο ἀντίθετα και οἱ δύο ἄκρες τοῦ σύρματος καταλήγουν σὲ δύο ἀκροδέκτες.



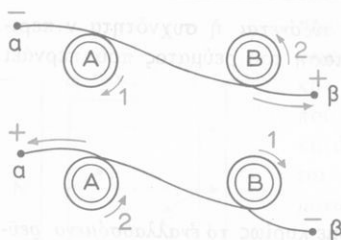
Σχ. 86. Σχηματικὴ παράσταση μονοφασικοῦ έναλλακτῆρα. (Ὁ ἐπαγωγέας στρεπτός, τὸ ἐπαγωγίμο ἀκίνητο).

"Όταν ὁ ἠλεκτρομαγνήτης περιστρέφεται, μεταβάλλεται ἡ μαγνητικὴ ροὴ στὰ δύο πηνία. Σὲ μιὰ στιγμή ὁ βόρειος πόλος  $N$  τοῦ ἠλεκτρομαγνήτη πλησιάζει πρὸς τὸ πηνίο  $A$  (σχ. 87) και τότε τὸ ἐπαγωγικὸ ρεύμα στὸ πηνίο  $A$  ἔχει τὴ φορά 1. Σὲ λίγο ὁ βόρειος πόλος  $N$  ἀπομακρύνεται ἀπὸ τὸ πηνίο  $A$  και τότε τὸ ἐπαγωγικὸ ρεύμα σ' αὐτὸ τὸ πηνίο ἔχει τὴν ἀντίθετη φορά 2. Τὰ ἴδια συμβαίνουν και στὸ πηνίο  $B$  με τὴ διαφορά ὅτι σὲ κάθε στιγμή τὰ δύο πηνία  $A$  και  $B$  διαρρέονται ἀπὸ ἐπαγωγικά ρεύματα που ἔχουν *ἀντίθετη φορά*.



Σχ. 87. Τὰ ἐπαγωγικά ρεύματα μέσα στὰ πηνία  $A$  και  $B$  ἔχουν πάντοτε ἀντίθετη φορά.

Ἐπειδὴ ὁμως τὸ τύλιγμα τοῦ σύρματος στὰ δύο πηνία ἔχει γίνει ἀντίθετα, γι' αὐτὸ σὲ κάθε στιγμή τὰ δύο ἀντίθετα ἐπαγωγικά ρεύματα προσθέτονται (σχ. 88) και ἔτσι οἱ ἀκροδέκτες  $\alpha$  και  $\beta$  *περιοδικά*



Σχ. 88. Σε κάθε στιγμή τὰ δύο ρεύματα προσθέτονται.

λοι του επαγωγέα (σχ. 89). Αυτοί οι έναλλακτήρες ονομάζονται *μονοφασικοί* και τó έναλλασσόμενο ρεύμα πού παράγουν ονομάζεται *μονοφασικό*.

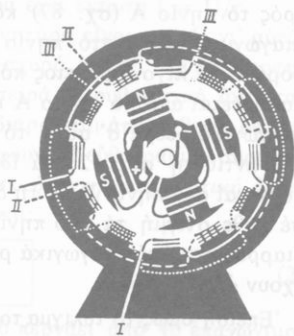
Τά έναλλασσόμενα ρεύματα πού χρησιμοποιούμε στις συνηθισμένες εφαρμογές (φωτισμός, θέρμανση, κίνηση, βιομηχανία) έχουν συχνότητα 50 ή 60 Hz (*χαμηλή συχνότητα*).

Στους βιομηχανικούς έναλλακτήρες ή τάση στις άκρες του επαγωγίμου είναι τής τάξεως από 10 ως 30 kV.

α. Τριφασικοί έναλλακτήρες. Ίδιαίτερα χρησιμοποιούμε πολύ τούς *τριφασικούς έναλλακτήρες*, στους οποίους ό αριθμός των πηνίων του επαγωγίμου είναι τριπλάσιος από τόν αριθμό των μαγνητικών πόλων του επαγωγέα (σχ. 90). Οί τριφασικοί έναλλακτήρες μās δίνουν *τριφασικό ρεύμα* πού μεταφέρεται στην κατανάλωση με τέσσερις άγωγούς (σχ. 91). Ό άγω-



Σχ. 89. Σχηματική παράσταση μονοφασικού έναλλακτήρα. (Ό επαγωγέας έχει 4 πόλους, τó επαγωγίμο έχει 4 πηνία).



Σχ. 90. Σχηματική παράσταση τριφασικού έναλλακτήρα. (Δικρίνονται τὰ 3 κυκλώματα στό επαγωγίμο).



γός AB ονομάζεται ουδέτερος άγωγός (0) και οι άλλοι τρεις άγωγοί (1, 2, 3) ονομάζονται φάσεις. Έτσι τό τριφασικό ρεύμα προσφέρει στην κατανάλωση δύο έκμεταλλεύσιμες τάσεις.

Η ενεργός τάση που υπάρχει μεταξύ δύο φάσεων (π.χ. τής 1 και 2, ή τής 1 και 3) ονομάζεται *πολική τάση* και είναι ίση με  $U_{\text{πολ}} = 380 \text{ V}$  (σχ. 92).

Η ενεργός τάση που υπάρχει μεταξύ μιάς φάσεως και του ουδέτερου άγωγού ονομάζεται *φασική τάση* και είναι ίση με  $U_{\text{φασ}} = 220 \text{ V}$ . Οι δύο αυτές τάσεις συνδέονται μεταξύ τους με την εξίσωση:

$$U_{\text{πολ}} = U_{\text{φασ}} \cdot \sqrt{3}$$

Αν τό δίκτυο κατανάλωσης δέν έχει μόνο ωμικές αντίστασεις, τότε ή μέση ισχύς του τριφασικού ρεύματος δίνεται από τή γενική εξίσωση:

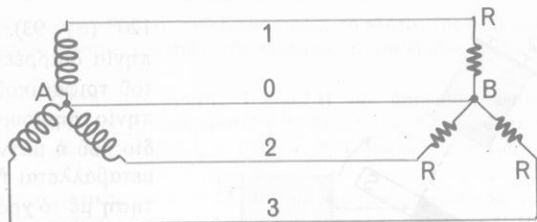
$$P_{\text{τριφ}} = U_{\text{πολ}} \cdot I_{\text{εν}} \cdot \sqrt{3} \cdot \text{συν } \varphi$$

όπου  $\text{συν } \varphi$  είναι ό συντελεστής ισχύος του κυκλώματος.

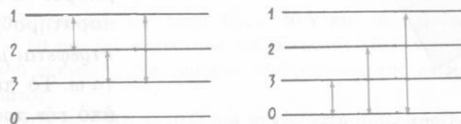
#### 45. Κινητήρες έναλλασσόμενου ρεύματος

Ο κινητήρας συνεχούς ρεύματος μπορεί νά λειτουργήσει και με μονοφασικό ρεύμα (*μονοφασικός κινητήρας*), άρκεί τό κύκλωμα του έπαγωγέα νά συνδέεται κατά σειρά με τό κύκλωμα του έπαγωγίμου.

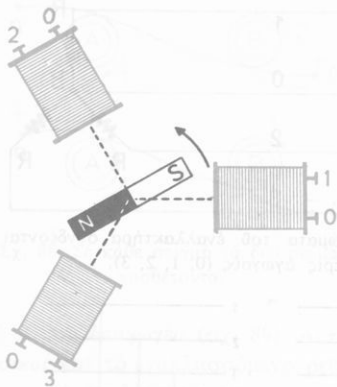
Οι κινητήρες έναλλασσόμενου ρεύματος είναι κυρίως *τριφασικοί* που λειτουργούν με τριφασικό ρεύμα. Η λειτουργία τους στηρίζεται στην άρχή που δείχνει τό άκόλουθο πείραμα. Οι άξονες τριών όμοιων πηνίων βρίσκονται πάνω στό ίδιο επίπεδο και άνά δύο σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία



Σχ. 91. Τά τρία κυκλώματα του έναλλακτήρα συνδέονται με τούς τέσσερις άγωγούς (0, 1, 2, 3).



Σχ. 92. Πολική τάση (380 V) και φασική τάση (220 V).



Σχ. 93. Τό τριφασικό ρεύμα δημιουργεί στρεφόμενο μαγνητικό πεδίο που ανάγκάζει τό μαγνήτη νά στρέφεται.

120° (σχ. 93). Τό καθένα από τά τρία πηνία διαρρέεται από τή μιά φάση του τριφασικού ρεύματος. Τότε κάθε πηνίο δημιουργεί ένα μαγνητικό πεδίο που ή μαγνητική επαγωγή του  $B$  μεταβάλλεται ήμιτονοειδώς σέ συνάρτηση μέ τό χρόνο. Αν στό σημείο που τέμνονται οί άξονες των τριών πηνίων, τοποθετήσουμε ένα μικρό μαγνήτη που μπορεί νά στρέφεται γύρω από άξονα, παρατηρούμε ότι ο μαγνήτης περιστρέφεται μέ σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Τό πείραμα αυτό φανερώνει ότι από τήν πρόσθεση των τριών έναλλασσόμενων μαγνητικών πεδίων, τά όποια δημιουργούνται από τίς τρείς φάσεις του τριφασικού ρεύματος, προκύπτει

ένα στρεφόμενο μαγνητικό πεδίο. Άποδεικνύεται ότι :

Τό στρεφόμενο μαγνητικό πεδίο έχει περίοδο  $T$  ίση μέ τήν περίοδο του τριφασικού ρεύματος και ή μαγνητική επαγωγή του έχει μέτρο σταθερό  $B$  και ίσο μέ τά  $3/2$  τής μέγιστης μαγνητικής επαγωγής  $B_0$  του μαγνητικού πεδίου τής κάθε φάσεως.

$$\text{μαγνητική επαγωγή} \\ \text{στρεφόμενου μαγνητικού πεδίου} \quad B = \frac{3}{2} B_0$$

Στό φαινόμενο του στρεφόμενου μαγνητικού πεδίου βασίζεται ή λειτουργία του τριφασικού κινητήρα.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Η στιγμιαία ένταση έναλλασσόμενου ρεύματος δίνεται από τήν εξίσωση :

$$I = 14,1 \cdot \eta\mu 628 t$$

Τό ρεύμα διαρρέει μιά καθαρή όμική αντίσταση  $R_{\Omega} = 10 \Omega$ . Νά βρεθεί ή συχνότητα  $\nu$  του ρεύματος και ή ενεργός τάση στις άκρες τής αντίστασεως.

2. Ένα πηνίο έχει άσήμαντη όμική αντίσταση και συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 0,2 \text{ H}$ . Στό πηνίο εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{\text{εφ}} = 220 \text{ V}$  και ή συχνότητα του ρεύματος

είναι  $\nu = 50 \text{ Hz}$ . Πόση είναι η ενεργός ένταση του ρεύματος  $I_{\text{εν}}$ , τό πλάτος της έντάσεως του ρεύματος  $I_0$  και η διαφορά φάσεως  $\varphi$  μεταξύ της έντάσεως του ρεύματος και της τάσεως;

3. Ένα πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 0,5 \text{ H}$  και άσημαντη ωμική αντίσταση. Πόση ενεργός τάση πρέπει να εφαρμοστεί στις άκρες του πηνίου, ώστε η μέγιστη ένταση του ρεύματος να φτάνει σε  $I_0 = 100 \text{ mA}$ . Συχνότητα του ρεύματος  $\nu = 50 \text{ Hz}$ .

4. Ένας πυκνωτής έχει χωρητικότητα  $C = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ μF}$  και στους όπισμούς του εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{\text{εν}} = 5000 \text{ V}$ . Η συχνότητα του ρεύματος είναι  $\nu = 50 \text{ Hz}$ . Πόση είναι η ενεργός ένταση του ρεύματος; Πόση γίνεται αυτή η ένταση ρεύματος, όταν η ενεργός τάση είναι πάλι  $U_{\text{εν}} = 5000 \text{ V}$ , αλλά η συχνότητα του ρεύματος γίνει  $\nu = 5 \cdot 10^5 \text{ Hz}$ ;

5. Σε έναν πυκνωτή εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{\text{εν}} = 40 \text{ V}$  και τότε η ενεργός ένταση του ρεύματος είναι  $I_{\text{εν}} = 60 \text{ mA}$ . Η συχνότητα του ρεύματος είναι  $\nu = 50 \text{ Hz}$ . Πόση είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή; Να γραφούν οι εξισώσεις της στιγμιαίας τάσεως και έντάσεως του ρεύματος.

6. Ένα πηνίο έχει ωμική αντίσταση  $R_{\Omega} = 10 \text{ Ω}$  και συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 2 \text{ H}$ . Στις άκρες του πυκνωτού εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{\text{εν}} = 220 \text{ V}$ . Η συχνότητα του ρεύματος είναι  $\nu = 60 \text{ Hz}$ . Να βρεθεί η ενεργός ένταση του ρεύματος και τό πλάτος της έντάσεως ρεύματος.

7. Όταν στις άκρες ενός πηνίου εφαρμόζεται συνεχής τάση  $U_{\text{συν}} = 20 \text{ V}$ , τό ρεύμα έχει ένταση  $I_{\text{συν}} = 5 \text{ A}$ . Όταν στο ίδιο πηνίο εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{\text{εν}} = 220 \text{ V}$ , τό ρεύμα έχει ενεργό ένταση  $I_{\text{εν}} = 3 \text{ A}$ . Η συχνότητα του ρεύματος είναι  $\nu = 50 \text{ Hz}$ . Πόσος είναι ό συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου;

8. Σε ένα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά ωμική αντίσταση  $R_1 = 11 \text{ Ω}$  και πηνίο πού έχει ωμική αντίσταση  $R_{\text{πην}} = 5 \text{ Ω}$  και συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = \frac{1}{10\pi} \text{ H}$ . Στις άκρες του κυκλώματος εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{\text{εν}} = 100 \text{ V}$  και η συχνότητα του ρεύματος είναι  $\nu = 60 \text{ Hz}$ . α) Πόση είναι η ενεργός τάση στις άκρες του πηνίου και στις άκρες της ωμικής αντιστάσεως  $R_1$ ; β) Να δειχτεί πώς αυτές οι δύο τάσεις δίνουν τή ενεργό τάση  $100 \text{ V}$ .

9. Σε ένα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά ωμική αντίσταση  $R_{\Omega}$  και πυκνωτής πού έχει χωρητικότητα  $C$ . Στις άκρες του συστήματος εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{\text{εν}} = 120 \text{ V}$  και στις άκρες της αντιστάσεως  $R_{\Omega}$  εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_R = 96 \text{ V}$ . Η συχνότητα του ρεύματος είναι  $\nu = 50 \text{ Hz}$  και η ενεργός ένταση του ρεύματος είναι  $I_{\text{εν}} = 2,4 \text{ A}$ . α) Να βρεθεί η ωμική αντίσταση  $R_{\Omega}$  και η σύνθετη αντίσταση  $Z$  του κυκλώματος. β) Να βρεθεί η χωρητικότητα  $C$  του πυκνωτή και η ενεργός τάση  $U_C$  πού εφαρμόζεται στις άκρες του.

10. Σε ένα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά πυκνωτής μέ χωρητικότητα  $C = \frac{1}{240\pi} \text{ F}$  και πηνίο πού έχει ωμική αντίσταση  $R_{\Omega} = 3 \text{ Ω}$  και συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = \frac{1}{20\pi} \text{ H}$ . Η συχνότητα του ρεύματος είναι  $\nu = 60 \text{ Hz}$  και στις άκρες του κυκλώματος εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{\text{εν}} = 100 \text{ V}$ . α) Να βρεθεί η ενεργός τάση στις άκρες του πυκνωτή και στις άκρες του πηνίου. Πόση είναι η διαφορά φάσεως μεταξύ της έντάσεως του ρεύματος και της τάσεως; β) Πόση πρέπει να είναι η συχνότητα του ρεύματος, για να έχουμε στο κύκλωμα τή μέγιστη ενεργό ένταση ρεύματος;

11. Σε ένα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά ωμική αντίσταση  $R_{\Omega} = 50 \text{ Ω}$ , πυκνωτής

μέ χωρητικότητα  $C = 10 \mu\text{F}$  και πηνίο με επαγωγική αντίσταση  $R_L$  και συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 0,1 \text{ H}$ . 'Η συχνότητα του ρεύματος είναι  $\nu = 50 \text{ Hz}$  και στις άκρες του συστήματος εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{\text{ev}} = 220 \text{ V}$ . α) Πόση είναι η ενεργός Ένταση του ρεύματος και τό πλάτος της έντάσεως του ρεύματος ; β) Πόση είναι η διαφορά φάσεως μεταξύ της έντάσεως του ρεύματος και της τάσεως ; γ) Πόση είναι η ενεργός τάση στις άκρες κάθε αντίστασης ; Ποιά από αυτές είναι μεγαλύτερη ;

12. Ένα πηνίο έχει ωμική αντίσταση  $R_{\Omega} = 10 \Omega$  και συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 0,25 \text{ H}$ . 'Η συχνότητα του ρεύματος είναι  $\nu = 50 \text{ Hz}$  και στις άκρες του πηνίου εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{\text{ev}} = 125 \text{ V}$ . α) Πόση είναι η ενεργός Ένταση του ρεύματος ; β) Πόση πρέπει να είναι η χωρητικότητα  $C$  ενός πυκνωτή, ο οποίος, όταν συνδεθεί κατά σειρά με τό πηνίο, προκαλεί συντονισμό ; Πόση είναι σ' αυτή την περίπτωση η ενεργός Ένταση του ρεύματος ; ( $\pi^2 = 10$ ).

13. Σέ ένα τμήμα κυκλώματος συνδέονται κατά σειρά ένας πυκνωτής με χωρητικότητα  $C = 5 \mu\text{F}$  και ένα πηνίο που έχει ωμική αντίσταση  $R_{\Omega} = 95 \Omega$  και συντελεστή αυτεπαγωγής  $L$  που μπορεί να μεταβάλλεται από  $0,14$  ως  $3 \text{ H}$ . 'Η συχνότητα του ρεύματος είναι  $\nu = 50 \text{ Hz}$  και στις άκρες του συστήματος εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{\text{ev}} = 190 \text{ V}$ . Ποιά τιμή πρέπει να λάβει ο συντελεστής αυτεπαγωγής  $L$ , για να υπάρξει συντονισμός ; Πόση είναι η μέγιστη ενεργός Ένταση του ρεύματος ;

14. Σέ ένα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά πυκνωτής με χωρητικότητα  $C = 275 \mu\text{F}$  και πηνίο που έχει ωμική αντίσταση  $R_{\Omega} = 10 \Omega$  και συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 0,018 \text{ H}$ . 'Η συχνότητα του ρεύματος είναι  $\nu = 50 \text{ Hz}$ . Στις άκρες του συστήματος εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{\text{ev}} = 100 \text{ V}$  και η ενεργός Ένταση του ρεύματος είναι  $I_{\text{ev}} = 8,66 \text{ A}$ . α) Νά κατασκευαστεί τό ανυσματικό διάγραμμα των τάσεων  $U_{\text{ev}}$ ,  $U_C$  και  $U_L$ . β) Νά βρεθεί η διαφορά φάσεως μεταξύ της έντάσεως του ρεύματος και της τάσεως.

15. Σέ ένα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά πυκνωτής με χωρητική αντίσταση  $R_C = 40 \Omega$  και καθαρή ωμική αντίσταση  $R_{\Omega} = 30 \Omega$ . Στις άκρες του συστήματος εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{\text{ev}} = 220 \text{ V}$ . Νά βρεθεί : α) η ενεργός Ένταση του ρεύματος ; β) η διαφορά φάσεως μεταξύ της έντάσεως του ρεύματος και της τάσεως ; γ) ο συντελεστής ισχύος και δ) η μέση ισχύς του ρεύματος.

16. Σέ ένα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά ωμική αντίσταση  $R_1 = 44 \Omega$ , πυκνωτής με χωρητική αντίσταση  $R_C = 30 \Omega$  και πηνίο που έχει ωμική αντίσταση  $R_{\pi\eta\nu} = 36 \Omega$  και επαγωγική αντίσταση  $R_L = 90 \Omega$ . Στις άκρες του κυκλώματος εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{\text{ev}} = 200 \text{ V}$ . Νά βρεθεί : α) η ενεργός Ένταση του ρεύματος ; β) η ενεργός τάση που εφαρμόζεται στην ωμική αντίσταση  $R_1$ , στον πυκνωτή και στο πηνίο ; γ) ο συντελεστής ισχύος του κυκλώματος ; δ) η μέση ισχύς του ρεύματος και ε) η θερμική ισχύς.  $J = 4,2 \text{ Joule/cal}$ .

17. Όταν στις άκρες ενός πηνίου εφαρμόζεται συνεχής τάση  $U = 120 \text{ V}$ , τό ρεύμα έχει Ένταση  $I = 0,24 \text{ A}$ . Όταν στις άκρες του πηνίου εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{\text{ev}} = 110 \text{ V}$ , τό ρεύμα έχει ενεργό Ένταση  $I_{\text{ev}} = 0,20 \text{ A}$ . Πόσος είναι ο συντελεστής ισχύος του κυκλώματος ;

18. Μιά καθαρή ωμική αντίσταση  $R_{\Omega}$  και μία καθαρή επαγωγική αντίσταση  $R_L$  συνδέονται κατά σειρά. Στις άκρες του συστήματος εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{\text{ev}} = 220 \text{ V}$  και τό ρεύμα έχει ενεργό Ένταση  $I_{\text{ev}} = 0,45 \text{ A}$  και συχνότητα  $\nu = 50 \text{ Hz}$ . Τότε τό κύκλωμα άπορροφά ισχύ  $P = 40 \text{ W}$ . Νά βρεθεί η σύνθετη αντίσταση  $Z$  του κυκλώματος, ο συντελεστής ισχύος συν φ, η ωμική αντίσταση  $R_{\Omega}$  και ο συντελεστής αυτεπαγωγής  $L$  του πηνίου.

19. Ένα πηνίο χωρίς ωμική αντίσταση και με συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 1 \text{ H}$

συνδέεται κατά σειρά με ωμική αντίσταση  $R$ . Στις άκρες του συστήματος εφαρμόζεται ενεργός τάση  $U_{ev} = 110$  V. Η συχνότητα του ρεύματος είναι  $\nu = 50$  Hz. Για ποιές τιμές του  $R$  ή ισχύος που καταναλώνεται στο κύκλωμα είναι ίση με  $P = 10$  W; Πόσος είναι ο συντελεστής ισχύος στην κάθε περίπτωση;

20. Ένα πηνίο τροφοδοτείται με ρεύμα που έχει ενεργό τάση  $U_{ev} = 70$  V, ενεργό ένταση  $I_{ev} = 0,7$  A και κυκλική συχνότητα  $\omega = 500$  rad/sec. Ο συντελεστής ισχύος είναι  $\cos \varphi = 0,76$ . α) Νά βρεθεί η ωμική αντίσταση  $R_\Omega$ , η επαγωγική αντίσταση  $R_L$  και ο συντελεστής αυτεπαγωγής  $L$  του πηνίου. β) Το πηνίο συνδέεται κατά σειρά με πυκνωτή χωρητικότητας  $C$  και τότε ο συντελεστής ισχύος γίνεται  $\cos \varphi_1 = \sqrt{0,9}$ . Πόση είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή;

21. Σε μία γεννήτρια συνεχούς ρεύματος το τύμπανο του επαγωγίμου έχει  $N = 200$  εθύγραμμα σύρματα και εκτελεί 1200 στροφές/min. Η μέγιστη μαγνητική ροή που δημιουργεί ο επαγωγέας είναι  $\Phi_{max} = 0,02$  Wb. Πόση είναι η ηλεκτρεγερτική δύναμη της μηχανής;

22. Μία γεννήτρια συνεχούς ρεύματος έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E = 120$  V και έσωτερική αντίσταση  $r = 1$  Ω. Πόση είναι η μέγιστη ισχύς  $P_{max}$  που μπορεί να δώσει αυτή η γεννήτρια στο έξωτερικό κύκλωμα; Πόσος είναι τότε ο συντελεστής απόδοσης της γεννήτριας;

23. Μία γεννήτρια  $A$  συνεχούς ρεύματος έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E = 300$  V, έσωτερική αντίσταση  $r = 0,5$  Ω και εκτελεί 1500 στροφές/min. Αδή η γεννήτρια συνδέεται με άλλη όμοια μηχανή  $B$  που λειτουργεί ως κινητήρας και εκτελεί 1200 στροφές/min. Οι άγωγοί που συνδέουν τις δύο γεννήτριες έχουν αντίσταση  $R = 4$  Ω. Πόση είναι η ισχύς κάθε μηχανής και πόση ισχύς χάνεται με τη μορφή θερμότητας πάνω στη γραμμή και μέσα σε κάθε μηχανή;

24. Κατά τη λειτουργία μονοφασικού έναλλακτήρα βρίσκουμε ότι αυτός παρέχει στο κύκλωμα ενεργό τάση  $U_{ev} = 1000$  V και ισχύ  $P = 64$  kW. Ο συντελεστής ισχύος είναι  $\cos \varphi = 0,8$ . α) Πόση είναι η ενεργός ένταση του ρεύματος και η διαφορά φάσεως μεταξύ της εντάσεως του ρεύματος και της τάσεως; β) Πόσο είναι το πλάτος της τάσεως και το πλάτος της εντάσεως του ρεύματος;

25. Σε ένα μονοφασικό έναλλακτήρα ο επαγωγέας έχει 8 μαγνητικούς πόλους και εκτελεί 900 στροφές/min. Στους πόλους του επαγωγίμου αναπτύσσεται ήμιτονοειδής τάση που έχει πλάτος  $U_0 = 300$  V. Νά βρεθεί: α) η συχνότητα  $\nu$  του ρεύματος; β) η στιγμιαία τάση  $U$  κατά τη χρονική στιγμή  $t = 1/720$  sec, αν κατά τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι  $U = 0$  και γ) η ενεργός τάση  $U_{ev}$ .

26. Σε μία υδροηλεκτρική εγκατάσταση από ύψος  $h = 500$  m πέφτουν  $10$  m<sup>3</sup> νερό κατά δευτερόλεπτο. Το νερό βγαίνει από το στρόβιλο με ταχύτητα  $v_1 = 28,3$  m/sec. Ο στρόβιλος δίνει τα 80% της ισχύος του σε ένα μονοφασικό έναλλακτήρα, ο οποίος δημιουργεί στους πόλους του ήμιτονοειδή τάση που έχει πλάτος  $U_0 = 28$  300 V. Το δίκτυο που τροφοδοτεί ο έναλλακτήρας έχει συντελεστή ισχύος  $\cos \varphi = 0,9$ . Πόση είναι η ενεργός ένταση του ρεύματος στο δίκτυο;  $g = 9,8$  m/sec<sup>2</sup>.

27. Ένας μονοφασικός κινητήρας λειτουργεί με ενεργό τάση  $U_{ev} = 220$  V, διαρρέεται από ρεύμα με ενεργό ένταση  $I_{ev} = 9$  A, έχει συντελεστή ισχύος  $\cos \varphi = 0,8$  και συντελεστή απόδοσης  $\eta = 0,82$ . Πόση μέση ισχύ παίρνει ο κινητήρας από το δίκτυο και πόση ωφέλιμη μηχανή ισχύ δίνει;

28. Ένας μονοφασικός κινητήρας λειτουργεί με ενεργό τάση  $U_{ev} = 220$  V, έχει συντελεστή ισχύος  $\cos \varphi = 0,8$ , συντελεστή απόδοσης  $\eta = 0,85$  και δίνει ωφέλιμη μηχανική ισχύ  $P_{μηχ} = 4,25$  kW. Πόση ισχύ παίρνει ο κινητήρας από το δίκτυο, πόση είναι

ή ενεργός ένταση του ρεύματος και πόση ηλεκτρική ενέργεια καταναλώνει, όταν λειτουργήσει συνεχώς επί  $t = 6 \text{ h}$ ;

29. Στους πόλους ενός μονοφασικού έναλλακτηρα εφαρμόζεται ή ήμιτονοειδής τάση:

$$U = 250 \cdot \eta \mu 100\pi t$$

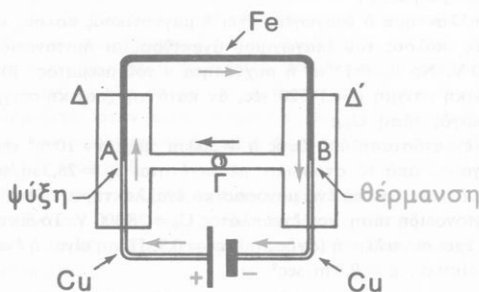
Ό κινητήρας έχει συντελεστή ισχύος  $\cos \phi = \sqrt{2}/2$  και καταναλώνει ισχύ  $P = 0,5 \text{ kW}$ . Νά βρεθεί α) ή συχνότητα του ρεύματος, β) ή ενεργός ένταση του ρεύματος που διαρρέει τόν κινητήρα και γ) ή διαφορά φάσεως  $\phi$  μεταξύ τής έντάσεως του ρεύματος και τής τάσεως.

30. Ένας έναλλακτηρας δημιουργεί στους πόλους του ενεργό τάση  $U_{\text{εν}} = 220 \text{ V}$  και τροφοδοτεί ένα δίκτυο που περιλαμβάνει 100 λαμπτήρες πυρακτώσεως τών 60 W και 40 λαμπτήρες τών 75 W. Ό συντελεστής αποδόσεως του έναλλακτηρα είναι  $\eta = 0,9$ . α) Πόση ωφέλιμη ισχύ παρέχει ό έναλλακτηρας στό δίκτυο και πόση μηχανική ισχύ παίρνει για τή λειτουργία του; β) Πόση είναι ή ενεργός ένταση του ρεύματος, πόσος είναι ό συντελεστής ισχύος του κυκλώματος και πόση είναι ή διαφορά φάσεως μεταξύ τής έντάσεως του ρεύματος και τής τάσεως.

## Μερικά ένδιαφέροντα φαινόμενα

### 46. Φαινόμενο Peltier

Σχηματίζουμε ένα κύκλωμα από δύο ράβδους χαλκού, που μεταξύ τους παρεμβάλλεται μιά ράβδος σιδήρου (σχ. 94). Οί δύο έπαφές Α και Β του



Σχ. 94. Φαινόμενο Peltier.

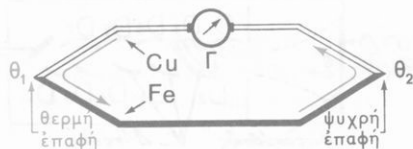
θερμοηλεκτρικού ζεύγους σιδήρου - χαλκός βρίσκονται μέσα σέ γυάλινα δοχεία, που περιέχουν άέρα και συγκοινωνούν μέ τριχοειδή σωλήνα. Μέσα στό σωλήνα μπορεί νά μετακινείται μιά μικρή σταγόνα λαδιού που χρησιμεύει ως δείκτης.

Όταν τό ρεύμα πηγαίνει από τό χαλκό πρós τό σίδηρο, ή έπαφή Α ψύχεται, ενώ ή έπαφή Β θερμαίνεται. Η πίεση του άέρα μέσα στό δοχείο Δ' αυξάνεται και ή σταγόνα του λαδιού μετακινείται πρós τό δοχείο Δ.

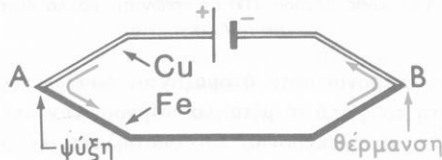
Άν αντιστραφεί ή φορά του ρεύματος, τότε ή μετακίνηση τής σταγό-

νας του λαδιού δείχνει ότι η επαφή A θερμαίνεται, ενώ η επαφή B ψύχεται. Το φαινόμενο που παρατηρήσαμε είναι γενικό και ονομάζεται *φαινόμενο Peltier*.

Όταν το ηλεκτρικό ρεύμα περνάει από την επαφή δύο διαφορετικών μετάλλων, τότε ανάλογα με τη φορά του ρεύματος συμβαίνει ψύξη ή θέρμανση της επαφής (φαινόμενο Peltier).



Σχ. 95. Θερμοηλεκτρικό φαινόμενο.



Σχ. 96. Το φαινόμενο Peltier είναι το αντίστροφο του θερμοηλεκτρικού φαινομένου.

Η θερμότητα  $Q$  που εμφανίζεται ή απορροφάται στην επαφή των δύο μετάλλων στη διάρκεια χρόνου  $t$  είναι ανάλογη με την ένταση  $I$  του ρεύματος και εξαρτάται από τη φύση των δύο μετάλλων.

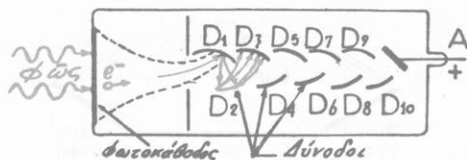
α. Φαινόμενο Peltier και θερμοηλεκτρικό φαινόμενο. Άς θεωρήσουμε το θερμοηλεκτρικό ζεύγος σίδηρος - χαλκός. Όταν αυτό το ζεύγος αποτελεί θερμοηλεκτρικό στοιχείο (σχ. 95), τότε στη *θερμή επαφή* το θερμοηλεκτρικό ρεύμα πηγαινει από το χαλκό προς το σίδηρο. Αν στο θερμοηλεκτρικό στοιχείο διαβιβάσουμε ρεύμα που έχει την ίδια φορά με το θερμοηλεκτρικό ρεύμα (δηλαδή πηγαινει από το χαλκό προς το σίδηρο), τότε η επαφή A *ψύχεται* (σχ. 96). Τά αντίθετα φαινόμενα παρατηρούμε στην επαφή B, όπου το ρεύμα πηγαινει από το σίδηρο προς το χαλκό. Ωστε:

Στην επαφή δύο διαφορετικών μετάλλων το ρεύμα που προκαλεί το φαινόμενο Peltier, επιφέρει μεταβολή της θερμοκρασίας αντίθετη με εκείνη, στην οποία οφείλεται ή παραγωγή θερμοηλεκτρικού ρεύματος με την ίδια φορά.

Το φαινόμενο Peltier και το θερμοηλεκτρικό φαινόμενο είναι *φαινόμενα αντίστροφα*.

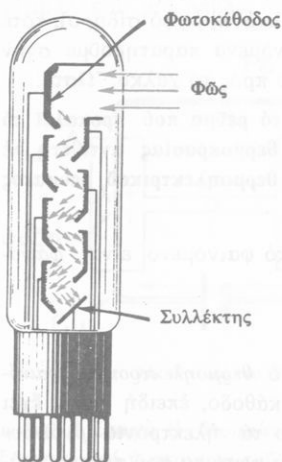
#### 47. Φωτοπολλαπλασιαστής

α. Δευτερογενής έκπομπή ηλεκτρονίων. Στο *θερμοηλεκτρονικό φαινόμενο* τά ηλεκτρόνια βγαίνουν από τη διάπυρη κάθοδο, επειδή αυτή έχει θερμανθεί πολύ. Στο *φωτοηλεκτρικό φαινόμενο* τά ηλεκτρόνια βγαίνουν από την κάθοδο, γιατί παίρνουν ενέργεια από τά φωτόνια που πέφτουν πάνω στην κάθοδο. Τά ηλεκτρόνια μπορούν νά αποσπαστούν από ένα μέταλ-



Σχ. 97. Σχηματική παράσταση φωτοπολλαπλασιαστή. Ἐκαστὴ δύνοδο (D) ἀποσπῶνται πολλὰ δευτερογενῆ ἠλεκτρόνια.

ἠλεκτρόνια αὐτὰ ὀνομάζονται *δευτερογενῆ ἠλεκτρόνια* καὶ γιὰ τὴν ἀπόσπασή τους ἀπὸ τὸ μέταλλο παίρνουν τὴν ἀπαιτούμενη ἐνέργεια ἀπὸ τὰ πρωτογενῆ ἠλεκτρόνια. Στὸ φωτοηλεκτρικὸ φαινόμενο κάθε φωτόνιο προκαλεῖ τὴν ἔξοδο μόνου ἑνὸς φωτοηλεκτρονίου. Ἀντίθετα στὴ *δευτερογενῆ ἔκπομπή ἠλεκτρονίων* ἓνα πρωτογενὲς ἠλεκτρόνιο μπορεῖ νὰ προκαλέσει τὴν ἔξοδο πολλῶν δευτερογενῶν ἠλεκτρονίων ἀπὸ τὸ μέταλλο. Ὁ λόγος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν δευτερογενῶν ἠλεκτρονίων πρὸς τὸν ἀριθμὸ τῶν πρωτογενῶν ἠλεκτρονίων ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴ φύση τοῦ μετάλλου καὶ ἀπὸ τὴν ἐνέργεια τῶν πρωτογενῶν ἠλεκτρονίων. Ἡ ἐλάχιστη ἐνέργεια πού πρέπει νὰ ἔχει ἓνα πρωτογενὲς ἠλεκτρόνιο, γιὰ νὰ προκαλέσει τὴν ἔκπομπή ἑνὸς δευτερογενοῦς ἠλεκτρονίου, εἶναι περίπου  $10 \text{ eV} (= 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ Joule})$ . Ἡ δευτερογενῆς ἔκπομπή ἠλεκτρονίων ἔχει ἐφαρμογή στὶς ἠλεκτρονικὲς λυχνίες καὶ στὸν *φωτοπολλαπλασιαστή*.



Σχ. 98. Φωτοπολλαπλασιαστής.

β. Φωτοπολλαπλασιαστής. Σὲ πολλές περιπτώσεις ἢ φωτεινὴ ροή πού πέφτει πάνω στὴν κάθοδο τοῦ φωτοκυττάρου εἶναι πολὺ ἀσθενῆς καὶ ἐπομένως ἀπὸ τὴν κάθοδο βγαίνουν ἐλάχιστα φωτοηλεκτρόνια. Τότε τὸ φωτοηλεκτρικὸ ρεῦμα εἶναι τόσο ἀσθενές, ὥστε ἡ μέτρησή του εἶναι σχεδὸν ἀδύνατη. Σ' αὐτὲς τὶς περιπτώσεις χρησιμοποιοῦμε ἓνα εἰδικὸ φωτοκύτταρο πού ὀνομάζεται *φωτοπολλαπλασιαστής* (σχ. 97). Αὐτὸς ἀποτελεῖται ἀπὸ διαφανή *φωτοκάθοδο* καὶ ἀπὸ πολλὰ εἰδικὰ ἠλεκτρόδια πού ὀνομάζονται *δύνοδοι*. Τὰ φωτοηλεκτρόνια πού ἀποσπῶνται ἀπὸ τὴν κάθοδο, ἔξαιτίας τῆς τάσεως πού ἐφαρμόζεται, πέφτουν πάνω στὴν πρώτη δύνοδο. Αὐτὰ τὰ πρωτογενῆ ἠλεκτρόνια προκαλοῦν τὴν ἔξοδο πολλῶν δευτερογενῶν ἠ-



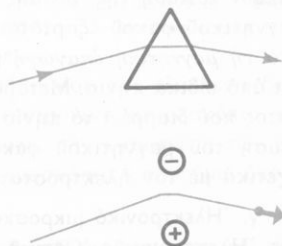
λεκτρονίων από την πρώτη δύνοδο. Τά δευτερογενή ηλεκτρόνια, πού βγήκαν από την πρώτη δύνοδο, επιταχύνονται και πέφτουν πάνω στη δεύτερη δύνοδο, από την οποία αποσπᾶται τώρα μεγαλύτερος αριθμός δευτερογενῶν ηλεκτρονίων. Αὐτός ὁ διαδοχικός πολλαπλασιασμός τῶν ηλεκτρονίων ἐπαναλαμβάνεται πολλές φορές. Χρησιμοποιώντας πολλές δυνόδους πετυχαίνουμε ὥστε στό καθένα ἀπό τά ἀρχικά φωτοηλεκτρόνια νά ἀντιστοιχεῖ μεγάλος ἀριθμός ηλεκτρονίων ( $10^6$  ὡς  $10^8$  ηλεκτρόνια). Στό τέλος τά ηλεκτρόνια πέφτουν πάνω στήν ἄνοδο (συλλέκτης) καί δημιουργοῦν ρευματική ὠθηση πάνω ἀπό ἓνα ἑκατομμύριο φορές μεγαλύτερη ἀπό τήν ἀρχική ρευματική ὠθηση (σχ. 98). Οἱ φωτοπολλαπλασιαστές διαγεύονται ἀπό ἀσθενεῖς ἀκτινοβολίες, ὄχι μόνο τίς ὄρατες, ἀλλά καί ἀπό τίς ὑπερ-ῥοθρες καί τίς ὑπεριώδεις. Χρησιμοποιοῦνται σέ διάφορες ἐφαρμογές καί ἰδιαίτερα γιά τή μελέτη τῶν πυρηνικῶν ἀκτινοβολιῶν.

#### 48. Ἡλεκτρονική Ὀπτική

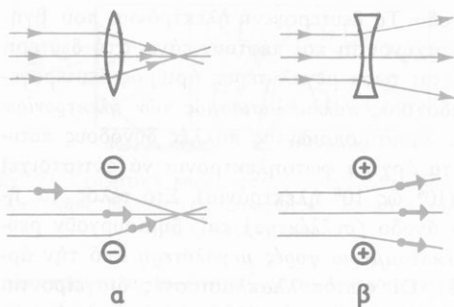
Ξέρουμε ὅτι ὁ ὀπτικός φακός μεταβάλλει μιά δέσμη παράλληλων φωτεινῶν ἀκτίνων σέ συγκλίνουσα ἢ ἀποκλίνουσα δέσμη καί ἀκόμη ὅτι ὁ φακός συγκεντρώνει σέ ἓνα σημεῖο (εἰδῶλο) ὄλες τίς φωτεινές ἀκτίνες πού προέρχονται ἀπό μιά σημειακή φωτεινή πηγή. Ἡ πειραματική καί ἡ θεωρητική ἔρευνα ἀπέδειξαν ὅτι ὀρισμένες μορφές *ἠλεκτρικῶν* καί *μαγνητικῶν πεδίων* ἐνεργοῦν πάνω σέ μιά δέσμη ηλεκτρονίων, πού κινοῦνται μέ τήν ἴδια ταχύτητα (*μονοκινητική δέσμη*), ἀκριβῶς ὅπως ἐνεργεῖ ὁ φακός πάνω σέ μιά μονοχρωματική δέσμη φωτεινῶν ἀκτίνων. Σ' αὐτή τήν περίπτωση τό ἠλεκτρικό ἢ τό μαγνητικό πεδίο ὀνομάζονται ἀντίστοιχα *ἠλεκτροστατικός* ἢ *μαγνητικός φακός*. Ἡ μελέτη τῶν ἠλεκτροστατικῶν καί τῶν μαγνητικῶν φακῶν ἀποτελεῖ τήν *Ἡλεκτρονική Ὀπτική*.

α. Ἡλεκτροστατικός φακός. Ἐνα ἠλεκτρόνιο κινεῖται εὐθύγραμμα μέ μεγάλη ταχύτητα καί περνάει ἀνάμεσα ἀπό δύο σφαιρίδια πού εἶναι ἐτερόνυμα φορτισμένα (σχ. 99). Τότε τό ἠλεκτρόνιο, μέ τήν ἐπίδραση τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου, ἐκτρέπεται ἀπό τήν ἀρχική διεύθυνση τῆς κινήσεώς του, ὅπως ἀκριβῶς ἐκτρέπεται καί μιά φωτεινή ἀκτίνα πού περνάει μέσα ἀπό πρίσμα.

Μιά λεπτή δέσμη ηλεκτρονίων, πού κινοῦνται μέ τήν ἴδια ταχύτητα, περνάει μέσα ἀπό μεταλλικό δακτύλιο. Ἄν ὁ δακτύλιος



Σχ. 99. Τό ἠλεκτρικό πεδίο προκαλεῖ ἐκτροπή τοῦ ἠλεκτρονίου ἀπό τή διεύθυνση τῆς κινήσεώς του, ὅπως τό πρίσμα προκαλεῖ ἐκτροπή σέ μιά φωτεινή ἀκτίνα.



Σχ. 100. Ή δέσμη ηλεκτρονίων που περνάει μέσα από το φορτισμένο δακτύλιο μεταβάλλεται σε συγκλίνουσα ή αποκλίνουσα, όπως μία δέσμη φωτεινών ακτίνων που περνάει μέσα από φακό.

έχει αρνητικό φορτίο, τότε ή δέσμη των ηλεκτρονίων γίνεται συγκλίνουσα (σχ. 100α), ενώ αν ό δακτύλιος έχει θετικό φορτίο, ή δέσμη των ηλεκτρονίων γίνεται αποκλίνουσα (σχ. 100β). Σ' αυτή τήν περίπτωση ό φορτισμένος μεταλλικός δακτύλιος ενεργεί πάνω στή δέσμη των ηλεκτρονίων σάν ένας φακός.

Όσπε όρισμένες μορφές μί ή όμογενών ηλεκτρικών πεδίων ενεργοούν πάνω σε μία μονοκινητική δέσμη ηλεκτρονίων

σάν φακοί καί προκαλοούν *έστίαση* τής δέσμης των ηλεκτρονίων. Ή *έστιακή απόσταση* του ηλεκτροστατικού φακού *έξαρτάται* από τήν ταχύτητα ( $v$ ) των ηλεκτρονίων τής δέσμης καί από τήν *ένταση* ( $E$ ) του ηλεκτρικού πεδίου. Μεταβάλλοντας τήν τάση ( $U$ ), στήν όποία όφείλεται τό ηλεκτρικό πεδίο, ρυθμίζουμε όσο θέλουμε τήν *έστιακή απόσταση* του ηλεκτροστατικού φακού, αντίθετα μέ τόν όπτικό φακό, που ή *έστιακή απόστασή* του είναι σταθερή.

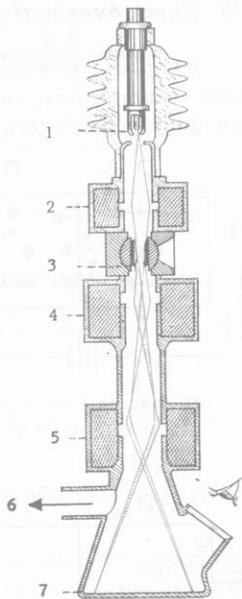
β. Μαγνητικός φακός. Όταν ένα ηλεκτρόνιο κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο, τότε πάνω στο ηλεκτρόνιο αναπτύσσεται ηλεκτομαγνητική δύναμη Laplace. Όρισμένες μορφές μί *όμογενών μαγνητικών πεδίων* ενεργοούν πάνω σε μία μονοκινητική δέσμη ηλεκτρονίων σάν φακοί καί προκαλοούν *έστίαση* τής δέσμης των ηλεκτρονίων. Ή *έστιακή απόσταση* του μαγνητικού φακού *έξαρτάται* από τήν ταχύτητα ( $v$ ) των ηλεκτρονίων καί από τή *μαγνητική έπαγωγή* ( $B$ ) του μαγνητικού πεδίου. Αυτό δημιουργείται από ειδικά πηνία. Μεταβάλλοντας μέ ένα ροοστάτη τήν ένταση του ρεύματος που διαρρέει τό πηνίο ρυθμίζουμε όσο θέλουμε τήν *έστιακή απόσταση* του μαγνητικού φακού. Γενικά ό μαγνητικός φακός *πλεονεκτεί* σχετικά μέ τόν ηλεκτροστατικό φακό.

γ. Ήλεκτρονικό μικροσκόπιο. Μιά από τίς σπουδαιότερες εφαρμογές τής Ήλεκτρονικής Όπτικής είναι τό *ηλεκτρονικό μικροσκόπιο*, στο όποιο συνήθως χρησιμοποιοούνται μαγνητικοί φακοί. Ή λειτουργία του είναι *ανάλογη* μέ τή λειτουργία τής διατάξεως που χρησιμοποιοούμε στή μικροφωτογραφία για να φωτογραφίζουμε τά *είδωλα* μικροσκοπικών αντικειμένων.

Τά ηλεκτρόνια εκπέμπονται από μία διαπυρωμένη κάθοδο και επιταχύνονται με την επίδραση της τάσεως που υπάρχει μεταξύ της καθόδου και της ανόδου (σχ. 101). Ο συναγωγός φακός συγκεντρώνει τα ηλεκτρόνια της δέσμης πάνω στο μικροσκοπικό αντικείμενο, που είναι διαφανές για τα ηλεκτρόνια. Όσα ηλεκτρόνια βγαίνουν από το αντικείμενο, περνούν μέσα από τον αντικειμενικό φακό που σχηματίζει ένα πραγματικό είδωλο. Τα ηλεκτρόνια που προέρχονται από τα διάφορα σημεία του είδωλου περνούν μέσα από το φακό προβολής και πέφτουν πάνω σε διάφραγμα που φθορίζει ή πάνω σε φωτογραφική πλάκα, όπου σχηματίζεται το τελικό πραγματικό είδωλο. Όλη η συσκευή βρίσκεται μέσα σε αέροκενο σωλήνα, που στα πλάγια έχει θυρίδες για να παρατηρούμε μέσα στο σωλήνα.

Η μεγέθυνση που πετυχαίνουμε με το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο, μπορεί να φτάσει ως 500 000. Η τελική εικόνα μπορεί να μεγεθυνθεί με οπτική διάταξη κατά 5 ως 10 φορές. Το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο διακρίνεται για τη μεγάλη διαχωριστική ικανότητά του, που είναι πολλές χιλιάδες φορές μεγαλύτερη από τη διαχωριστική ικανότητα του οπτικού μικροσκοπίου. Έτσι μπορούμε να μελετήσουμε αντικείμενα που είναι πολλές εκατοντάδες φορές μικρότερα από εκείνα τα αντικείμενα που μελετάμε με τα καλύτερα οπτικά μικροσκόπια. Το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο άνοιξε νέους ορίζοντες στη μελέτη του μικρόκοσμου και ιδιαίτερα βοήθησε τη βιολογική έρευνα, ή οποία με το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο παρατηρεί λεπτομέρειες πάνω στα χρωματοσώματα, την κατασκευή των βακτηρίων, τους ιούς. Με το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο μπορούμε ακόμη να μελετάμε τα μεγάλα μόρια της ύλης.

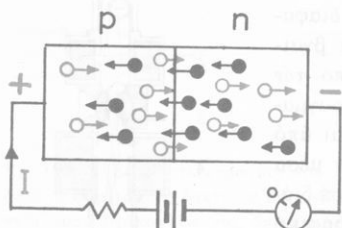
**Παρατήρηση.** Η Ήλεκτρονική Όπτική βασίζεται στις κυματικές ιδιότητες του ηλεκτρονίου, που θα τις εξετάσουμε σε άλλο κεφάλαιο.



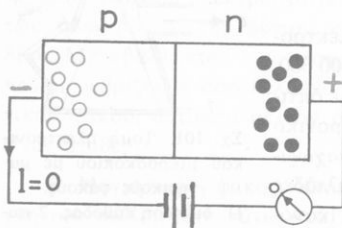
Σχ. 101. Τομή ηλεκτρονικού μικροσκοπίου με μαγνητικούς φακούς. (1) διάπυρη κάθοδος. 2 συναγωγός φακός. 3 αντικείμενο. 4 αντικειμενικός φακός. 5 φακός προβολής. 6 προς αεραντλία. 7 φθορίζον διάφραγμα).

## 49. Ξηροί άνορθωτές

α. Κρυσταλλοδιόδος. Είναι γνωστό ότι σε έναν ήμιαγωγό p υπάρχουν ευκίνητες όπές και σε έναν ήμιαγωγό n υπάρχουν ευκίνητα ηλεκτρόνια. Φέρνουμε σε στενή έπαφή έναν ήμιαγωγό p με έναν ήμιαγωγό n. Αυτό



Σχ. 102. Από τη δίοδο περνάει ρεύμα. (Αγωγήμε φορά  $p \rightarrow n$ ).



Σχ. 103. Από τη δίοδο δέν περνάει ρεύμα. (Ανασταλτική φορά  $n \rightarrow p$ ).

τό σύστημα ονομάζεται *κρυσταλλοδιόδος* (ή και *δίοδος*  $p - n$ ).

Αρχικά οι δύο ήμιαγωγοί ήταν ουδέτεροι. Στίς δύο άκρες του συστήματος των δύο ήμιαγωγών υπάρχουν δύο ηλεκτρόδια.

I. Ο θετικός πόλος μιās ηλεκτρικής πηγής συνδέεται με τόν ήμιαγωγό p και ο άρνητικός πόλος τής πηγής συνδέεται με τόν ήμιαγωγό n (σχ. 102). Με τήν επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου τά ηλεκτρόνια κινούνται πρός τό θετικό πόλο τής πηγής, ενώ οι όπές κινούνται πρός τόν άρνητικό πόλο τής πηγής. Έπομένως ή δίοδος διαρρέεται από ρεύμα πού έχει φορά (συμβατική) από τόν ήμιαγωγό p πρός τόν ήμιαγωγό n. Στόν ήμιαγωγό n τά ηλεκτρόνια του άναπληρώνονται από νέα ηλεκτρόνια πού έρχονται από τόν άρνητικό πόλο τής πηγής. Καί στόν ήμιαγωγό p οι όπές του άναπληρώνονται

μέ νέες όπές πού δημιουργούνται, γιατί ηλεκτρόνια έγκαταλείπουν τόν ήμιαγωγό p γιά νά πάνε στό θετικό πόλο τής πηγής.

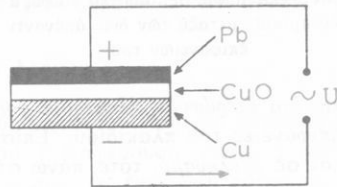
II. Αντιστρέφουμε τή σύνδεση τής κρυσταλλοδιόδου με τούς πόλους τής πηγής. Ο άρνητικός πόλος συνδέεται με τόν ήμιαγωγό p και ο θετικός πόλος τής πηγής συνδέεται με τόν ήμιαγωγό n (σχ. 103). Τότε τά ηλεκτρόνια καί οι όπές συγκεντρώνονται στίς δύο άκρες τής κρυσταλλοδιόδου καί στό μέσο της « έρημώνεται » από ηλεκτρικούς φορείς. Έπομένως ή κρυσταλλοδιόδος δέν διαρρέεται από ρεύμα. Όσπε:

Η κρυσταλλοδιόδος παρουσιάζει ηλεκτρική άγωγιμότητα μόνο κατά τή μιá φορά (άγωγήμε φορά  $p \rightarrow n$ ), ενώ κατά τήν αντίθετη φορά ή άγωγιμότητα εξαφανίζεται (άνασταλτική φορά  $n \rightarrow p$ ).

β. Ξηροί άνορθωτές. Έπειδή ή κρυσταλλοδιόδος παρουσιάζει ήλεκτρική άγωγιμότητα μόνο κατά τή μιá φορά, γι' αυτό χρησιμοποιείται ως άνορθωτής. Γενικά οί ξηροί άνορθωτές είναι σύστημα από δύο διαφορετικούς ήμιαγωγούς πού βρίσκονται σε στενή έπαφή. Τότε τό σύστημα αυτό παρουσιάζει ήλεκτρική άγωγιμότητα μόνο για μιá όρισμένη φορά του ρεύματος. Τό ίδιο φαινόμενο παρατηρείται και όταν μιá μεταλλική άκίδα βρίσκεται σε έπαφή με κρύσταλλο από όρισμένο ήμιαγωγό υλικό. Στο σχήμα 104 δείχνεται ή συμβολική παράσταση ξηρού άνορθωτή (κρυσταλλοδιόδου).



Σχ. 104. Συμβολική παράσταση κρυσταλλοδιόδου.



Σχ. 105. Ξηρός άνορθωτής όξειδίου του χαλκού.

Κάθε άνορθωτής άντέχει ως μιá όρισμένη τάση. Για τήν άνορθωση μεγάλης τάσεως συνδέονται κατά σειρά πολλοί άνορθωτές.

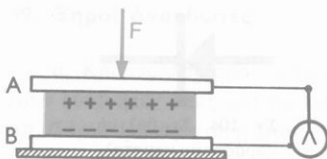
**Συνηθισμένοι ξηροί άνορθωτές.** Ο άνορθωτής όξειδίου του χαλκού (σχ. 105) αποτελείται από πλάκα χαλκού, πού ή μιá επιφάνειά του έχει σκεπαστεί με στρώμα από όξειδιο του χαλκού. Πάνω σ' αυτό τό στρώμα επικάθεται μιá πλάκα από μόλυβδο. Τό ρεύμα περνάει μέσα από τό σύστημα, μόνο όταν ή πλάκα του χαλκού είναι άρνητικό ήλεκτρόδιο. Αν λοιπόν στίς άκρες του συστήματος εφαρμόζεται έναλλασσόμενη τάση, τότε από τό σύστημα περνάει ρεύμα μόνο κατά τή μιá ήμιοπερίοδο του έναλλασσόμενου ρεύματος.

Υπάρχουν ξηροί άνορθωτές από σελήνιο, γερμάνιο ή πυρίτιο (στοιχεία πού είναι ήμιαγωγοί).

## 50. Πιεζοηλεκτρισμός

α. Η μηχανική επίδραση. Μερικοί κρύσταλλοι και ιδιαίτερα του χαλαζία, όταν υποβάλλονται σε συμπίεση ή έφελκυσμό κατά όρισμένες διευθύνσεις, τότε στίς δύο άπέναντι επιφάνειές τους άναπτύσσονται έτερόνσημα ήλεκτρικά φορτία πού κατ' άπόλυτη τιμή είναι ίσα. Αυτό τό φαινόμενο όνομάζεται πιεζοηλεκτρισμός. Η επιφανειακή πυκνότητα των ήλεκτρικών φορτίων είναι άνάλογη με τή μηχανική επίδραση πού έξασκείται πάνω στον κρύσταλλο.

Τό φαινόμενο του πιεζοηλεκτρισμού άποδεικνύεται με τήν άκόλουθη



Σχ. 106. Ή συμπίεση ή έφελκυσμός του πλακιδίου δημιουργεί διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο άπέναντι επιφανειών του.

διάταξη. Μεταξύ δύο μεταλλικών πλακών (ήλεκτροδία) τοποθετούμε ένα πλακίδιο χαλαζία που έχει κοπεί από τον κρύσταλλο χαλαζία κατά όρισμένες διευθύνσεις σχετικά με τους άξονες του κρυστάλλου (σχ. 106). Τά δύο ήλεκτροδία συνδέονται με ήλεκτρόμετρο. Όταν τό πλακίδιο χαλαζία συμπιέζεται, τότε μεταξύ των δύο ήλεκτροδίων άναπτύσσεται διαφορά δυναμικού. Αυτή όφείλεται

σε ίσα έτερόνυμα ήλεκτρικά φορτία που έμφανίζονται στις δύο άπέναντι επιφάνειες του πλακιδίου. Επίσης, όταν τό πλακίδιο χαλαζία υποβάλλεται σε έφελκυσμό, τότε πάνω στις δύο επιφάνειες του πλακιδίου άναπτύσσονται πάλι ίσα έτερόνυμα ήλεκτρικά φορτία, αλλά τώρα διατάσσονται αντίστροφα πάνω στις δύο επιφάνειες του πλακιδίου.

Τό φαινόμενο του πιεζοηλεκτρισμού έρμηνεύεται, άν λάβουμε υπόψη την κατανομή των ίόντων στό κρυσταλλικό πλέγμα. Ή μηχανική επίδραση (συμπίεση, έφελκυσμός) προκαλεί προσωρινή παραμόρφωση του κρυσταλλικού πλέγματος και τότε έρχονται πιό κοντά στις δύο άπέναντι επιφάνειες του πλακιδίου έτερόνυμα ίόντα του κρυσταλλικού πλέγματος.

β. Ή επίδραση τάσεως. Τό φαινόμενο του πιεζοηλεκτρισμού είναι αντίστροφο φαινόμενο. Άν μεταξύ των δύο ήλεκτροδίων Α και Β (σχ. 106) δημιουργήσουμε διαφορά δυναμικού, τότε τό πάχος του πλακιδίου χαλαζία αυξάνεται ή ελαττώνεται, άνάλογα με τό είδος του ήλεκτρικού φορτίου που έχει τό κάθε ήλεκτρόδιο. Άν στά δύο ήλεκτροδία εφαρμόσουμε έναλλασσόμενη τάση, τότε τό πλακίδιο χαλαζία συστέλλεται και διαστέλλεται περιοδικά, δηλαδή εκτελεί έξαναγκασμένη μηχανική ταλάντωση. Τό πλάτος της ταλαντώσεως γίνεται μέγιστο, όταν ή συχνότητα  $\nu$  της έναλλασσόμενης τάσεως είναι ίση με την ίδιουσυχνότητα  $\nu_0$  των ελαστικών ταλαντώσεων του πλακιδίου, δηλαδή όταν υπάρχει συντονισμός μεταξύ της τάσεως και του πλακιδίου. Ή ίδιουσυχνότητα του πλακιδίου έξαρτάται από τίς διαστάσεις του πλακιδίου (πιεζοηλεκτρικός χαλαζίας).

γ. Ή εφαρμογές του πιεζοηλεκτρισμού. Ο πιεζοηλεκτρισμός έχει σήμερα διάφορες εφαρμογές, π.χ. εφαρμόζεται για την παραγωγή υπερήχων, γιατί οί ταχύτατες ελαστικές ταλαντώσεις του πλακιδίου χαλαζία, που προκαλούνται από μιá έναλλασσόμενη τάση, δημιουργούν στό περιβάλλον ήχητικά κύματα που αντίστοιχούν σε υπερήχους.

Στούς πομπούς ήλεκτρομαγνητικών κυμάτων ή συχνότητα του φέροντος κύματος διατηρείται σταθερή με τή βοήθεια του σταθερωτή συχνό-

τητας, πού εἶναι ἕνας πιεζοηλεκτρικός χαλαζίας μέ ὀρισμένη ἰδιοσυχνότητα. Ἐπίσης πιεζοηλεκτρικός χαλαζίας χρησιμοποιεῖται σέ *χρονόμετρα μεγάλης ἀκρίβειας*.

## Ἐπιμέτρηση τῆς ἀγωγιμότητας τῶν ἀερίων

### 51. Μορφές τῆς ἀγωγιμότητας τῶν ἀερίων

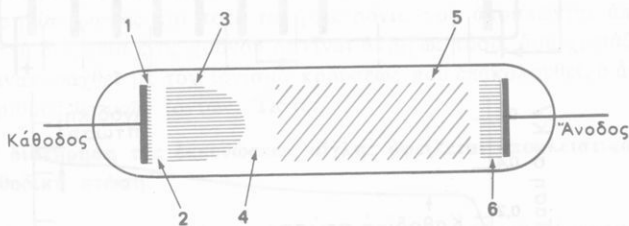
Ξέρουμε ὅτι ἡ ἀγωγιμότητα τῶν ἀερίων διακρίνεται σέ *αὐτοτελή* καί *μη αὐτοτελή* ἀγωγιμότητα. Περισσότερο ἐνδιαφέρουσα εἶναι ἡ *αὐτοτελῆς ἀγωγιμότητα*, ἡ ὁποία ἐμφανίζεται κυρίως ὡς *ἐκκένωση τόξου* καί ὡς *ἐκκένωση αἴγλης*.

Ἡ ἐκκένωση τόξου παρατηρεῖται καί μέσα σέ ἀέρια μέ τή συνηθισμένη πίεση. Παράδειγμα τέτοιας ἐκκενώσεως εἶναι ὁ *ἠλεκτρικός σπινθήρας*.

Ἡ ἐκκένωση αἴγλης συμβαίνει πάντοτε μέσα σέ ἀέρια μέ μικρή πίεση καί τότε στά δύο ἠλεκτρόδια τοῦ σωλήνα Geissler ἐφαρμόζεται ἀρκετά μεγάλη τάση.

α. Μελέτη τῆς ἐκκενώσεως αἴγλης. Εἶναι γνωστό ὅτι ἡ ἐκκένωση αἴγλης ὀφείλεται σέ *ιονισμό* τοῦ ἀερίου, ὁ ὁποῖος προκαλεῖται ἀπό τίς συνεχεῖς συγκρούσεις ἠλεκτρονίων μέ τὰ ἄτομα (ἢ μόρια) τοῦ ἀερίου.

Τό ἀέριο πού φωτοβολεῖ σχηματίζει *τή θετική στήλη* ἡ ὁποία ἐκτείνεται στό μεγαλύτερο τμήμα τοῦ σωλήνα, ἀλλά δέν φτάνει ὡς τήν κάθοδο (σχ. 107). Μέσα στό σωλήνα ἐμφανίζονται δύο σκοτεινές περιοχές, ὁ *σκοτεινός χῶρος τοῦ Crookes* καί ὁ *σκοτεινός χῶρος τοῦ Faraday*, ὅπως φαί-



Σχ. 107. Σχηματική παράσταση τῆς ἐκκενώσεως αἴγλης.

1 καθοδική ἐπιδερμίδα. 2 σκοτεινός χῶρος Crookes. 3 ἀρνητική αἴγλη. 4 σκοτεινός χῶρος Faraday. 5 θετική στήλη. 6 ἀνοδική ἐπιδερμίδα.

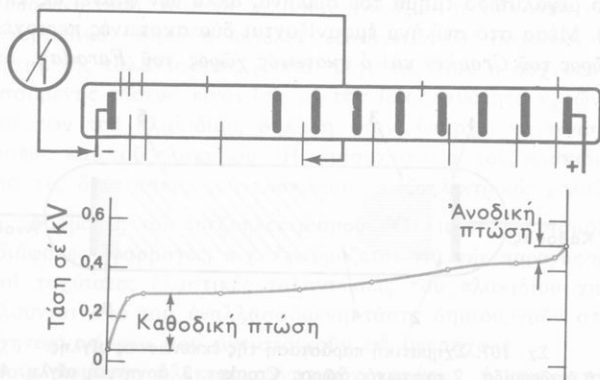
νεται στο σχήμα. Ἐνάντια σ' αὐτές τίς δύο σκοτεινές περιοχές ὑπάρχει ἕνα φωτεινό στρώμα (μέ κυανό χρώμα γιά τόν ἀέρα) πού ὀνομάζεται ἀρηνητική αἴγλη.

β. Κατανομή τῆς τάσεως μεταξύ τῆς ἀνόδου καί τῆς καθόδου. Ἐν μέσα στό σωλήνα δέν ὑπῆρχε ἀέριο, τότε μεταξύ τῆς ἀνόδου καί τῆς καθόδου θά σχηματιζόταν ὁμογενές ἠλεκτρικό πεδίο. Κατά τήν ἐκκένωση αἴγλης μέσα στό σωλήνα δημιουργοῦνται φορεῖς ἠλεκτρικῶν φορτίων (ἠλεκτρόνια, ἰόντα), δηλαδή δημιουργοῦνται φορτία χώρου. Ἐν οἱ ἠλεκτρικοί φορεῖς πού ὑπάρχουν μέσα στό στοιχειώδη ὄγκο  $\Delta V$  ἔχουν φορτίο  $\Delta Q$ , τότε ἡ πυκνότητα ( $\rho$ ) τῶν φορτίων χώρου εἶναι  $\rho = \Delta Q / \Delta V$ . Ἡ παρουσία τῶν φορτίων χώρου μέσα στό σωλήνα τροποποιεῖ σημαντικά τό ἠλεκτρικό πεδίο.

Γιά νά βροῦμε πῶς κατανέμεται ἡ τάση μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτροδίων τοῦ σωλήνα, ὑπάρχουν στερεωμένα πάνω στό σωλήνα μικρά ἠλεκτρόδια. Μέ ἕνα ἠλεκτρόμετρο βρίσκουμε τήν τιμή τοῦ δυναμικοῦ στά διάφορα σημεῖα τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου. Ἐπίσης ἀπό τίς μετρήσεις παίρνουμε τήν καμπύλη τοῦ σχήματος 107 α, ἡ ὁποία δείχνει ὅτι ἐμπρός ἀπό τήν ἀνόδο παρατηρεῖται μιά ἀπότομη πτώση τῆς τάσεως πού ὀνομάζεται καθοδική πτώση. Στήν περιοχή τῆς καθοδικῆς πτώσεως ἡ ἔνταση  $E$  τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου λαβαίνει μεγάλες τιμές, σύμφωνα μέ τήν ἐξίσωση  $E = \Delta U / \Delta l$ .

Ἐπίσης ἐμπρός ἀπό τήν ἀνόδο παρατηρεῖται καί μιά ἄλλη ἀπότομη πτώση τῆς τάσεως, ἡ ὁποία ὀνομάζεται ἀνοδική πτώση καί εἶναι ἀσθενέστερη ἀπό τήν καθοδική πτώση. Καί στήν περιοχή τῆς ἀνοδικῆς πτώσεως ἡ ἔνταση  $E$  τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου εἶναι αὐξημένη.

Ἡ κατανομή τοῦ δυναμικοῦ, ἡ ὁποία βρήκαμε ὅτι ἐπικρατεῖ κατά μή-



Σχ. 107 α. Μεταβολή τῆς τάσεως κατά μήκος τοῦ σωλήνα Geissler.



κος του σωλήνα, φανερώνει ότι κατά την εκκένωση αΐγλης παραμορφώνεται το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων και έτσι το ηλεκτρικό πεδίο παύει να είναι ομογενές.

γ. Έρμηνεία της κατανομής της τάσεως κατά την εκκένωση αΐγλης. Τά ηλεκτρόνια που βγαίνουν από την κάθοδο επιταχύνονται κυρίως μέσα στο σκοτεινό χώρο του Crookes (περιοχή 2 στο σχήμα 107) και όταν βγαίνουν από αυτό το χώρο έχουν αποκτήσει τόσο μεγάλη ταχύτητα, ώστε κατά τη σύγκρουσή τους με τα μόρια του αερίου στην περιοχή της άρνητικής αΐγλης (περιοχή 3 στο σχήμα 107) προκαλούν τά εξής φαινόμενα:

- διέγερση πολλών μορίων, τά όποια αναγκάζονται να εκπέμπουν φωτεινή ακτινοβολία·
- Ιονισμό πολλών μορίων και τότε σχηματίζονται ηλεκτρόνια και θετικά ιόντα.

Τά ηλεκτρόνια που παράγονται, επειδή έχουν μικρότερη μάζα, αποχωρούν γρήγορα από την περιοχή που σχηματίστηκαν και έτσι στην περιοχή της άρνητικής αΐγλης δημιουργείται μία συγκέντρωση θετικών ιόντων. Σ' αυτή την αιτία οφείλεται ή παρατηρούμενη γρήγορη αύξηση της τάσεως που υπάρχει μεταξύ της καθόδου και της άρνητικής αΐγλης και επομένως ή δημιουργία της καθοδικής πτώσεως.

Η καθοδική πτώση συντελεί στη διατήρηση της εκκενώσεως κατά δύο τρόπους:

α) ή καθοδική πτώση επιταχύνει τά θετικά ιόντα που πέφτουν πάνω στην κάθοδο και τά κάνει ικανά να προκαλέσουν την έξοδο ηλεκτρονίων από την κάθοδο·

β) τά ηλεκτρόνια που ξεφεύγουν από την κάθοδο επιταχύνονται εξαιτίας της καθοδικής πτώσεως και γίνονται ικανά να προκαλέσουν Ιονισμό μορίων του αερίου.

Όταν διατηρείται σταθερή ή τάση που εφαρμόζεται στά δύο ηλεκτρόδια του σωλήνα, πολύ σύντομα διαμορφώνεται μέσα στο σωλήνα μία κατάσταση Ισορροπίας και τότε τά ηλεκτρόνια που αποσπώνται από την κάθοδο στη διάρκεια ενός χρόνου Δt είναι ακριβώς τόσα, όσα χρειάζονται, για να αναπαραχθεί με τον Ιονισμό κρούσεως που επακολουθεί, ο απαραίτητος αριθμός θετικών ιόντων. Ωστε:

**Η διατήρηση της εκκενώσεως αΐγλης οφείλεται αποκλειστικά στην καθοδική πτώση.**

Τά ηλεκτρόνια, όταν βγουν έξω από την περιοχή της άρνητικής αΐγλης, επιταχύνονται στην περιοχή του σκοτεινού χώρου του Faraday (περιοχή 4 στο σχήμα 107α), αλλά εκεί επικρατεί άσθενές ηλεκτρικό πεδίο.

Στήν περιοχή τῆς θετικῆς στήλης (περιοχή 5 στό σχῆμα 107) κινούνται μέ σχετικά μικρές ταχύτητες θετικά ἰόντα πού κατευθύνονται πρὸς τὴν κάθοδο καὶ ἀρνητικά ἰόντα καὶ ἠλεκτρόνια πού κατευθύνονται πρὸς τὴν ἄνοδο. Τά σωματίδια πού κινούνται μέσα σ' αὐτὴ τὴν περιοχή συγκρούονται μέ μόρια τοῦ ἀερίου καὶ προκαλοῦν τὴ διέγερσή τους. Ἔτσι δημιουργεῖται ἡ θετικὴ στήλη πού φωτοβολεῖ.

Στὸ χῶρο ἔμπρὸς ἀπὸ τὴν ἄνοδο επικρατοῦν τά ἠλεκτρόνια πού κινούνται πρὸς τὴν ἄνοδο. Σ' αὐτὴ τὴν αἰτία ὀφείλεται ἡ παρατηρούμενη ἀνοδικὴ πτώση ἔμπρὸς ἀπὸ τὴν ἄνοδο.

Τά ἠλεκτρόνια πού κινούνται πρὸς τὴν ἄνοδο προκαλοῦν διέγερση τῶν μορίων τοῦ ἀερίου, τά ὁποῖα βρίσκονται κοντὰ στὴν ἄνοδο, καὶ ἔτσι ἔμπρὸς ἀπὸ τὴν ἄνοδο σχηματίζεται ἓνα λεπτὸ φωτεινὸ στρῶμα, ἡ ἀνοδικὴ ἐπιδερμίδα (σχ. 107).

## 52. Γήινο ἠλεκτρικὸ πεδίο

α. Ἴονισμός τοῦ ἀέρα. Μέσα στὸν ἀέρα ὑπάρχουν πάντοτε ἰόντα. Αὐτὸ φαίνεται ἀπὸ τὸ γεγονός ὅτι, ἂν μέσα στὸν ἀέρα ἀφήσουμε ἓνα φορτισμένο καὶ μονωμένο ἠλεκτροσκόπιο, αὐτὸ ἔπειτα ἀπὸ λίγο χρόνο χάνει τὸ θετικὸ ἢ ἀρνητικὸ φορτίο του. Ὁ Ἴονισμός τοῦ ἀέρα ὀφείλεται σέ συγκρούσεις τῶν μορίων του μέ σωματίδια κινούμενα μέ μεγάλη ταχύτητα ἢ σέ ἀπορρόφηση ἀκτινοβολίας ἀπὸ τά μόριά του.

Ὁ ἀριθμὸς τῶν ἰόντων πού ὑπάρχουν μέσα στὸν ἀέρα μεταβάλλεται μέ τὸ ὕψος πάνω ἀπὸ τὴν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς. Σέ ὕψος πάνω ἀπὸ 100 km ὑπάρχει ἓνα στρῶμα τῆς ἀτμόσφαιρας πού παρουσιάζει ἰσχυρὸ Ἴονισμό καὶ ὀνομάζεται ἰονόσφαιρα. Αὐτὸς ὁ Ἴονισμός ὀφείλεται στίς ὑπεριώδεις ἀκτινοβολίες καὶ σέ ἠλεκτρόνια πού ἐκπέμπονται ἀπὸ τὸν Ἥλιο καὶ σέ μιὰ ἰδιαίτερη σωματιδιακὴ ἀκτινοβολία πού φτάνει στὸν πλανήτη μας ἀπὸ ὅλα τά σημεῖα τοῦ ἀστρικοῦ διαστήματος καὶ ὀνομάζεται κοσμικὴ ἀκτινοβολία ἢ κοσμικὲς ἀκτίνες. Ὡστε:

Μέσα στὸν ἀέρα ὑπάρχουν πάντοτε ἰόντα. Ὁ Ἴονισμός τοῦ ἀέρα ὀφείλεται σέ Ἴονισμό κρούσεως καὶ σέ Ἴονισμό ἀπὸ ἀπορρόφηση ἀκτινοβολίας.

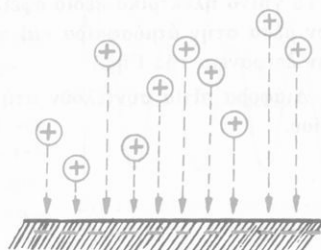
β. Γήινο ἠλεκτρικὸ πεδίο. Πειραματικὰ βρέθηκε ὅτι μέσα στὴν ἀτμόσφαιρα πλεονάζουν τά θετικὰ φορτία, ἐνῶ πάνω στὴν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς πλεονάζουν τά ἀρνητικὰ φορτία. Ἔτσι στά κατώτερα στρώματα τῆς ἀτμόσφαιρας δημιουργεῖται ἓνα ἠλεκτρικὸ πεδίο πού οἱ δυναμικὲς γραμμὲς του εἶναι κάθετες στὴν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς καὶ ἔχουν φορά ἀπὸ πάνω πρὸς τὰ κάτω (σχ. 108). Στὴν ἐπιφάνεια τῆς θάλασσας ἡ ἔνταση τοῦ ἠλεκτρικοῦ

πεδίου εἶναι περίπου ἴση μὲ 130 V/m. Ἡ ἔνταση τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου ἐλαττώνεται μὲ τὸ ὕψος πάνω ἀπὸ τὴν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς.

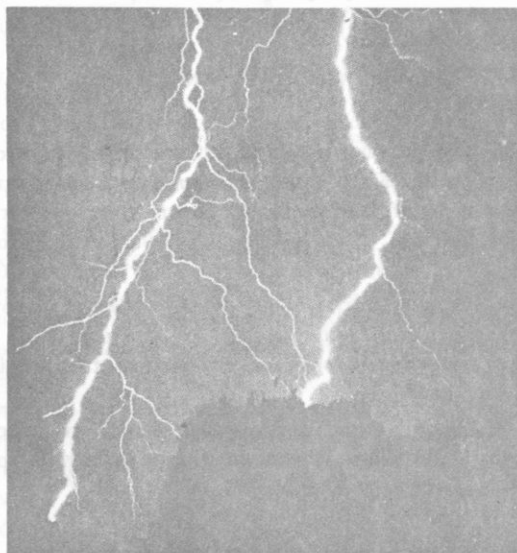
Μὲ τὴν ἐπίδραση τοῦ γήινου ἠλεκτρικοῦ πεδίου τὰ θετικά ἰόντα πού ὑπάρχουν στὴν ἀτμόσφαιρα κινοῦνται πρὸς τὴν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς.

Ἀλλά τὰ θετικά φορτία πού ὑπάρχουν στὴν ἀτμόσφαιρα καὶ τὰ ἀρνητικά φορτία πού ὑπάρχουν στὴν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς δὲν ἐξαφανίζονται, γιατί συνεχῶς ἀναπληρώνονται ἀπὸ νέα ἠλεκτρικά φορτία. Δὲν ξέρουμε ἀκόμη τελείως μὲ ποιὸ μηχανισμό γίνεται συνεχῶς ἡ ἀναπλήρωση τῶν ἠλεκτρικῶν φορτίων πού δημιουργοῦν τὸ γήινο ἠλεκτρικὸ πεδίο.

Σάν μιὰ σημαντικὴ αἰτία συνεχοῦς παραγωγῆς θετικῶν φορτίων στὴν ἀτμόσφαιρα καὶ ἀρνητικῶν φορτίων στὴν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς μπορούμε νὰ θεωρήσουμε τοὺς κερανοὺς. Ὑπολογίζεται ὅτι κάθε δευτερόλεπτο πέφτουν στὴν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς 100 κερανοί, πού εἶναι ρεύματα μὲ ἔνταση πολλῶν χιλιάδων ἀμπερ (σχ. 108α). Οἱ κερανοὶ μεταφέρουν στὴν ἐπιφάνεια τῆς γῆς ἠλεκτρόνια καὶ ἔτσι ἀπομένουν μέσα στὴν ἀτμόσφαιρα θετικά φορτία. Ὡστε :



Σχ. 108. Τὸ γήινο ἠλεκτρικὸ πεδίο.



Σχ. 108α. Οἱ κερανοὶ μεταφέρουν στὸ ἔδαφος ἀρνητικά ἠλεκτρικά φορτία.

I. Τό γήινο ηλεκτρικό πεδίο οφείλεται στά θετικά φορτία πού υπάρχουν μέσα στην ατμόσφαιρα καί στά άρνητικά φορτία πού υπάρχουν στην επιφάνεια τής Γής.

II. Διάφορα αίτια συντελοούν στή διατήρηση του γήινου ηλεκτρικού πεδίου.

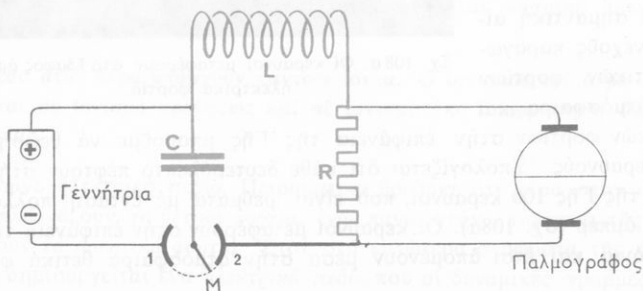
## Ήμείωτες ήλεκτρικές ταλαντώσεις

### 53. Ήμείωτες ήλεκτρικές ταλαντώσεις

Ένα κύκλωμα ταλαντώσεων (κύκλωμα Thomson) αποτελείται από πυκνωτή μέ χωρητικότητα C καί από πηνίο μέ συντελεστή αὐτεπαγωγής L (σχ. 109). Κατά σειρά μέ τόν πυκνωτή καί τό πηνίο συνδέεται μιá μεταβλητή ώμική αντίσταση R. Τό κύκλωμα συνδέεται μέ ήλεκτρονικό παλμογράφο καί μέ αὐτόν παρακολουθοῦμε τίς μεταβολές τής έντάσεως του ρεύματος σέ συνάρτηση μέ τό χρόνο μέσα στό κύκλωμα RLC.

Όταν ὁ μεταγωγός M ἔρχεται σέ ἐπαφή μέ τόν άκροδέκτη 1, ὁ πυκνωτής φορτίζεται. Όταν φέρουμε τό μεταγωγό M σέ ἐπαφή μέ τόν άκροδέκτη 2, ὁ πυκνωτής ἐκφορτίζεται καί τότε τό πηνίο καί ἡ αντίσταση R διαρρέονται από ρεύμα.

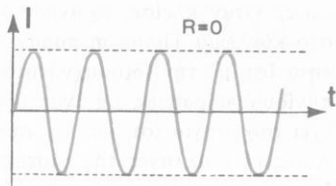
Έλατώνοντας συνεχῶς τήν ώμική αντίσταση R παρατηροῦμε ὅτι, ὅταν ἡ αντίσταση R γίνει πολύ μικρή ὥστε νά θεωρεῖται *άσήμαντη* ( $R \approx 0$ ),



Σχ. 109. Σχηματική διάταξη για τή μελέτη τής ἐκφορτίσεως του πυκνωτή μέσα στό κύκλωμα RLC.

στό κύκλωμα ταλαντώσεων κυκλοφορεί εναλλασσόμενο ρεύμα που τό πλάτος του  $I_0$  διατηρείται σταθερό (σχ. 110). "Ωστε:

**"Όταν ή ώμική αντίσταση (R) του κυκλώματος ταλαντώσεων είναι ίση μέ μηδέν, τότε στό κύκλωμα παράγεται άμειώτη ηλεκτρική ταλάντωση.**

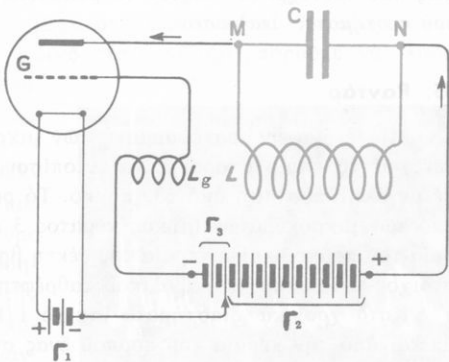


Σχ. 110. Μέσα στό κύκλωμα RLC δημιουργείται άμειώτη ηλεκτρική ταλάντωση.

### 54. Παραγωγή άμειωτων ηλεκτρικών ταλαντώσεων

Στίς εφαρμογές χρησιμοποιούμε τίς άμειώτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Σέ ένα ιδανικό κύκλωμα ταλαντώσεων ( $R \approx 0$ ) δέν υπάρχουν άπώλειες ενέργειας καί διαδοχικά ή ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου  $\frac{1}{2} CU^2$  μετατρέπεται σέ ενέργεια του μαγνητικού πεδίου  $\frac{1}{2} LI^2$  καί αντίστροφα.

Στήν πραγματικότητα σέ κάθε κύκλωμα ταλαντώσεων συμβαίνουν άπώλειες ενέργειας (κυρίως εξαιτίας του φαινομένου Joule). Έπομένως, για να παραχθούν μέσα σέ ένα κύκλωμα ταλαντώσεων άμειώτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις, πρέπει μέσα σέ κάθε περίοδο καί σέ μία όρισμένη χρονική στιγμή να προσφέρεται απέξω στό κύκλωμα τόση άκριβώς ενέργεια, όση άπορρόφησαν οί διάφορες άπώλειες κατά τήν άμέσως προηγούμενη περίοδο. Αυτό τό πετυχαίνουμε μέ τόν έξής τρόπο: Τό κύκλωμα ταλαντώσεων παρεμβάλλεται στό άνοδικό κύκλωμα μιās τριόδου ηλεκτρονικής λυχνίας (σχ. 111). Τό πηνίο L του κυκλώματος Thomson συνδέεται επαγωγικά μέ άλλο πηνίο  $L_g$  που ή μία άκρη του συνδέεται μέ τό πλέγμα G τής λυχνίας καί ή άλλη άκρη του συνδέεται έμμεσα μέ τήν κάθοδο K. Τό πηνίο  $L_g$  όνομάζεται πηνίο αναδρά-



Σχ. 111. Σχηματική διάταξη για τήν παραγωγή άμειωτων ηλεκτρικών ταλαντώσεων. Τό πηνίο αναδράσεως  $L_g$  δημιουργεί ρυθμικά ρευματικές ώθήσεις στό κύκλωμα RLC.

σεως. Όταν κλείσει τό άνοδικό κύκλωμα, ό πυκνωτής φορτίζεται και μέσα στό κύκλωμα Thomson παράγεται ήλεκτρική ταλάντωση πού έχει συχνότητα ίση μέ τήν ιδιοσυχνότητα  $\nu_0$  του κυκλώματος. Τότε στίς άκρες του πηνίου άναδράσεως Lg άναπτύσσεται άπό έπαγωγή *έναλλασσόμενη τάση* πού έχει συχνότητα ίση μέ τή συχνότητα  $\nu_0$  τής ήλεκτρικής ταλαντώσεως. Αιτές οί έναλλαγές τής τάσεως έπηρεάζουν μέ τόν ίδιο ρυθμό τήν τάση  $U_g$  πού ύπάρχει μεταξύ του πλέγματος και τής καθόδου (*τάση πλέγματος*) και, έπομένως, τό άνοδικό ρεύμα *δέχεται ρυθμικά ένισχύσεις*. Έτσι ρυθμικά άναπληρώνονται οί άπώλειες ένέργειας πού συμβαίνουν στό κύκλωμα Thomson στή διάρκεια κάθε περιόδου (δπως σέ ένα εκκρεμές ρολογιού οί ρυθμικές ώθήσεις άναπληρώνουν τήν άπώλεια ένέργειας μέσα σέ κάθε περίοδο).

Μέ τό σύστημα άναδράσεως παράγονται άμείωτες ήλεκτρικές ταλαντώσεις πού ή συχνότητά τους μπορεί νά φτάσει ως  $10^8$  Hz (δηλαδή 100 MHz). Οί άμείωτες ήλεκτρικές ταλαντώσεις είναι *ήμιτονοειδή ρεύματα* πού ή συχνότητά τους  $\nu_0$  είναι ίση μέ τήν ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος ταλαντώσεων και έπομένως είναι:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Στή ραδιοφωνία, τήν τηλεόραση και τό ραντάρ χρησιμοποιούνται άμείωτες ήλεκτρικές ταλαντώσεις πού έχουν συχνότητες άπό  $10^8$  ως  $10^{10}$  Hz. Γι' αυτές τίς πολύ ψηλές συχνότητες χρησιμοποιουμε ειδικές διατάξεις πού ταυτόχρονα παίζουν τό ρόλο του *κυκλώματος ταλαντώσεων* και του *συστήματος άναδράσεως*.

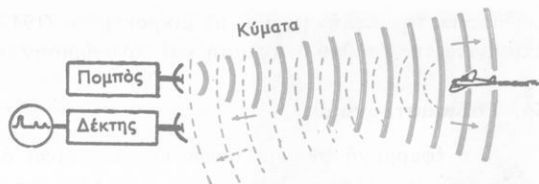
## 55. Ραντάρ

Μιά ένδιαφέρουσα έφαρμογή των μικροκυμάτων είναι τό *ραντάρ* (radar\*) μέ τό όποιο μπορούμε νά έντοπίσουμε άντικείμενα πού βρίσκονται σέ μεγάλη άπόσταση άπό τόν πομπό. Τό ραντάρ άποτελείται άπό τόν πομπό των μικροκυμάτων (μήκος κύματος 3 ως 10 cm) και τό δέκτη. Η κεραία του πομπού και ή κεραία του δέκτη βρίσκονται στήν έστία ενός αντίστοιχου μεταλλικού παραβολικού καθρέφτη (σχ. 112).

Κατά χρονικά διαστήματα ίσα μέ  $1/1000$  του δευτερολέπτου εκπέμπεται άπό τήν κεραία του πομπού ένας συρμός μικροκυμάτων. Η έκπομπή του συρμού διαρκεί  $1/1\ 000\ 000$  του δευτερολέπτου.

\* Διεθνής όρος άπό τά άρχικά γράμματα των λέξεων: RAdio Detection And Ranging.

Τά μικροκύματα διαδίδονται ευθύγραμμα και όταν πέσουν πάνω σέ ένα αντικείμενο, ανακλώνται και επιστρέφουν στό δέκτη. Αύτός αποτελείται από κατάλληλο ενισχυτή και από ένα σωλήνα Braun.



Σχ. 112. Σχηματική παράσταση τής λειτουργίας του ραντάρ.

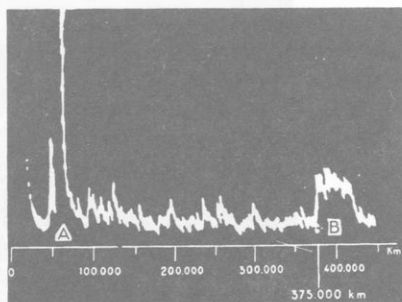
Όταν ό πομπός δέν εκπέμπει μικροκύματα, τό φωτεινό σημείο διαγράφει πολύ γρήγορα πάνω στήν οθόνη του δέκτη μιά οριζόντια γραμμή. Τή στιγμή πού φεύγουν τά μικροκύματα από τόν πομπό καθώς και τή στιγμή πού τά μικροκύματα φτάνουν στό δέκτη τό φωτεινό σημείο εκτρέπεται απότομα πρós τά πάνω και έτσι εμφανίζονται δύο αιχμές. Η πρώτη αντιστοιχεί στήν έκπομπή και ή δεύτερη στήν άφιξη τών μικροκυμάτων. Η απόσταση μεταξύ τών δύο αιχμών είναι ανάλογη μέ τό χρόνο πού μεσολάβει μεταξύ τής έκπομπής και τής λήψεως τών μικροκυμάτων. Ο χρόνος αυτός είναι ανάλογος μέ τήν απόσταση του πομπού από τό στόχο πού προκαλεί τήν ανάκλαση τών μικροκυμάτων. Έτσι ή απόσταση μεταξύ τών δύο αιχμών πάνω σέ μιά κλίμακα δίνει άμέσως τήν απόσταση του στόχου από τόν πομπό.

Η διεύθυνση του στόχου καθορίζεται εύκολα, γιατί ή κατευθυνόμενη δέση των μικροκυμάτων μπορεί νά κατευθύνεται πρós διάφορες διευθύνσεις μέ περιστρεφόμενες κεραίες.

Τά μικροκύματα περνούν μέσα από τά σύννεφα, τήν όμίχλη και τό θαλασσινό νερό. Μέ έναν ειδικό τύπο ραντάρ μπορούμε νά λάβουμε πάνω στήν οθόνη τήν εικόνα μιάς περιοχής (π.χ. λιμανιού, αεροδρομίου).

Τά ραντάρ έχουν σήμερα πολλές εφαρμογές. Τά χρησιμοποιούμε για νά επισημαίνουμε πλοία ή αεροπλάνα, για νά βοηθήσουμε τά αεροπλάνα κατά τήν προσγείωσή τους ή τά πλοία κατά τήν είσοδό τους στό λιμάνι σέ καιρό όμίχλης κ.λ. Μεγάλες ύπηρεσίες προσφέρει τό ραντάρ στίς ένοπλες δυνάμεις.

**Παρατήρηση.** Η πρώτη έπα-



Σχ. 113. Η πρώτη έπαφή μας μέ τή Σελήνη. (Α αναχώρηση του σήματος, Β άφιξη του σήματος στό δέκτη).

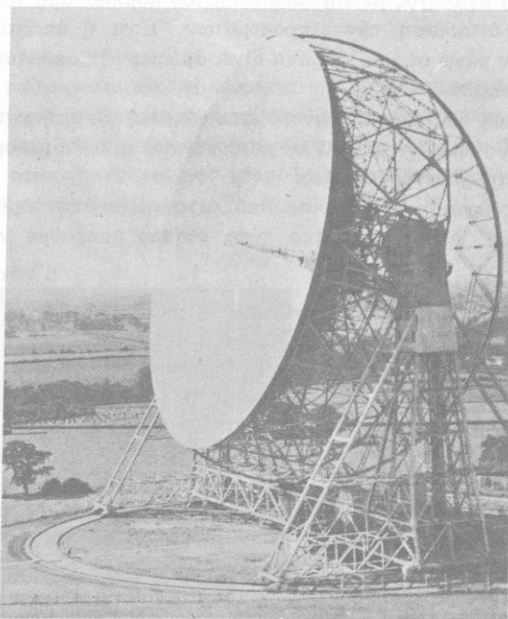
φή μας με την Σελήνη έγινε με μικροκύματα (1947), τὰ ὁποῖα πάνω στήν ἐπιφάνειά της ἔπαθαν ἀνάκλαση καί ξαναγύρισαν στό δέκτη (σχ. 113).

## 56. Ραδιοαστρονομία

Μιά ἐφαρμογή τῶν ἐρτζιανῶν κυμάτων εἶναι ὁ κλάδος τῆς Ἀστροφυσικῆς πού ὀνομάζεται *Ραδιοαστρονομία*. Αὐτή χρησιμοποιεῖ τὰ *ραδιοηλεκτροσκοπία* πού εἶναι μεγάλοι παραβολικοί καθρέφτες, οἱ ὁποῖοι στήν ἐστία τους ἔχουν μιά κεραία δέκτη ἐρτζιανῶν κυμάτων.

Τὰ *κοσμικά ραδιοκύματα* πού περνοῦν μέσα ἀπό τήν ἀτμόσφαιρα, ἀποτελοῦν ἕνα μεγάλο φάσμα ἠλεκτρομαγνητικῶν ἀκτινοβολιῶν πού ἔχουν μήκη κύματος ἀπό 1 cm ὡς 100 m, ἐνῶ οἱ ὁρατές ἀκτινοβολίες στίς ὁποῖες βασίζεται ἡ ὀπτική ἔρευνα τοῦ οὐρανοῦ, σχηματίζουν ἕνα πολύ μικρό φάσμα ἀκτινοβολιῶν μέ μήκη κύματος ἀπό 0,8 μm ὡς 0,4 μm.

Ὅρισμένα κοσμικά ραδιοκύματα προέρχονται ἀπό τόν Ἥλιο, ἀλλά τὰ περισσότερα προέρχονται ἀπό *ραδιοπομπούς* πού βρισκονται σέ διάφορα σημεῖα τοῦ Γαλαξία καί ὀνομάζονται *ραδιοαστέρες*.

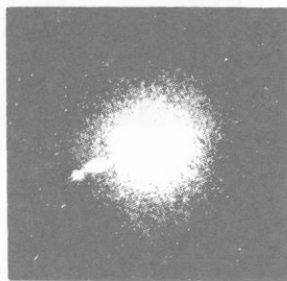


Τό ραδιοηλεκτροσκοπιο στό Jodrell Bank (Ἀγγλία).



Πολλοί από τους γνωστούς ραδιοπομπούς είναι *έξωγαλαξιακοί* και η ένταση της ακτινοβολίας τους είναι πολύ μεγάλη. Αυτόι οί ραδιοπομποί ονομάζονται *ραδιογαλαξίες* και είναι ιδιόμορφοι νεφελοειδείς (σχ. 114).

α. Ή ύλη στό μεσοαστρικό διάστημα. Μέσα στό χῶρο πού ὑπάρχει μεταξύ τῶν ἀστέρων τοῦ Γαλαξία ὑπάρχουν τεράστια σκοτεινά *σύννεφα κοσμικής ὕλης* πού ἀποτελοῦνται ἀπό ἀέρια. Αὐτά, ἐπειδή ἔχουν πολύ χαμηλή θερμοκρασία, δέν ἐκπέμπουν ὀρατές ἀκτινοβολίες, ἐκπέμπουν ὅμως ὀρισμένα *ραδιοκύματα*. Ἔτσι ἀνακαλύψαμε ὅτι στά σύννεφα κοσμικής ὕλης ὑπάρχουν:



Σχ. 114. Ὁ ραδιογαλαξίας M 87 εἶναι ἀπό τούς ἰσχυρότερους ραδιοπομπούς τοῦ οὐρανοῦ.

1. *ἄτομα ὕδρογόνου, ἄνθρακα, ὀξυγόνου, ἀζώτου*
2. *ἐλεύθερες ρίζες, ὅπως ὕδροξύλιο — OH, μονοξειδίου τοῦ ἄνθρακα > CO, κυάνιο — CN κ.ἄ.*
3. *Μόρια ἀνόργανων ἐνώσεων, ὅπως μόρια νεροῦ H<sub>2</sub>O, ἀμμωνίας NH<sub>3</sub>, ὕδροκυάνιου HCN κ.ἄ.*
4. *Μόρια ὀργανικῶν ἐνώσεων πού μερικά εἶναι πολύπλοκα· ἰδιαίτερο ἐνδιαφέρον πρὸςτιάζει ἡ παρουσία τοῦ μορίου τῆς φορμαλδεϋδης, HCHO.*

Ἡ ἀνακάλυψη πολύπλοκων μορίων στό μεσοαστρικό διάστημα φανερώνει ὅτι σ' αὐτό τό χῶρο τοῦ διαστήματος συμβαίνουν *χημικές ἀντιδράσεις*.

# ΑΤΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

## ΑΤΟΜΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

### Τά ηλεκτρόνια γύρω από τόν πυρήνα

#### 57. Φάσμα έκπομπής του ατόμου υδρογόνου

Τό όρατό φάσμα έκπομπής του υδρογόνου αποτελείται μόνο από τέσσερις ακτινοβολίες που αντιστοιχούν σε όρισμένα μήκη κύματος. Στη φασματοσκοπία, γιά τόν καθορισμό μιās ακτινοβολίας που έχει μήκος κύματος  $\lambda$  καί συχνότητα  $\nu$ , χρησιμοποιούμε τό μέγεθος  $1/\lambda$  που ονομάζεται *αριθμός κυμάτων* (σύμβολο  $\nu^*$ ).

$$\text{αριθμός κυμάτων} \quad \nu^* = \frac{1}{\lambda} \quad \eta \quad \nu^* = \frac{c}{\lambda}$$

Από τήν εξίσωση όρισμού  $\nu^* = 1/\lambda$  βρίσκουμε ότι *μονάδα αριθμού κυμάτων* είναι τό  $1 \text{ m}^{-1}$ .

α. Η σειρά Balmer. Ο Balmer πειραματικά βρήκε ότι ή θέση των όρατων γραμμών του φάσματος του υδρογόνου (*σειρά Balmer*) σε συνάρτηση με τόν αριθμό κυμάτων δίνεται από τόν ακόλουθο *τύπο του Balmer*:

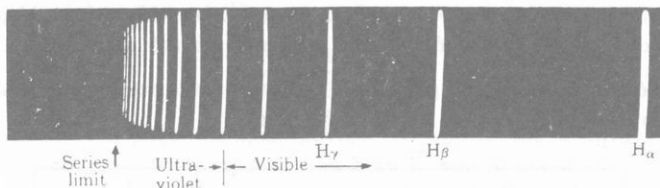
$$\text{τύπος του Balmer} \quad \nu^* = R_H \cdot \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

όπου  $n$  είναι άκέραιος αριθμός μεγαλύτεος από 2 ( $n > 2$ ) καί  $R_H$  είναι ή *σταθερή Rydberg* που έχει τήν τιμή:

$$\text{σταθερή Rydberg} \quad R_H = 10974 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$$

Ο αριθμός  $n$  δείχνει τήν τάξη της φασματικής γραμμής. Όταν ό αριθμός  $n$  τείνει προς τό άπειρο ( $n \rightarrow \infty$ ) τότε ό αριθμός κυμάτων τείνει προς τήν *όριακή τιμή*:

$$\text{όριακή φασματική γραμμή} \quad \nu^* = \frac{R_H}{4}$$



Σχ. 115. Φωτογραφία τών ορατών γραμμών του φάσματος εκπομπής του υδρογόνου (σειρά Balmer).

Μέ αυτή τήν όριακή γραμμή κλείνει ή σειρά Balmer (σχ. 115). "Ωστε:

Η σειρά Balmer αρχίζει από μία όρισμένη φασματική γραμμή ( $n = 3$ ) και κλείνει με μία φασματική γραμμή, στήν όποία αντιστοιχεί αριθμός κυμάτων  $\nu^* = R_H/4$ .

β. Οι πέντε σειρές τών φασματικών γραμμών του υδρογόνου. Η πειραματική έρευνα ανακάλυψε ότι τό άτομο υδρογόνου, εκτός από τή σειρά τών ορατών γραμμών, εκπέμπει και άλλες τέσσερις σειρές φασματικών γραμμών, από τίς όποίες ή μία βρίσκεται στό υπεριώδες τμήμα του φάσματος και αι άλλες τρεις εμφανίζονται διαδοχικά στό υπέρυθρο τμήμα του φάσματος του υδρογόνου. Σέ καθεμιά από αυτές τίς τέσσερις φασματικές γραμμές αντιστοιχεί ένας τύπος ανάλογος με τόν τύπο του Balmer (βλ. πίνακα).

Οί πέντε σειρές τών φασματικών γραμμών του υδρογόνου

Τμήμα του φάσματος	Όνομα τής σειράς	Τύπος τής σειράς
Υπεριώδες	Lyman	$\nu^* = R_H \cdot \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ όπου $n = 2,3,4 \dots$
Όρατό	Balmer	$\nu^* = R_H \cdot \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ όπου $n = 3,4,5 \dots$
Υπέρυθρο	Paschen	$\nu^* = R_H \cdot \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ όπου $n = 4,5,6 \dots$
	Brackett	$\nu^* = R_H \cdot \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ όπου $n = 5,6,7 \dots$
	Pfund	$\nu^* = R_H \cdot \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ όπου $n = 6,7,8 \dots$

γ. Γενική εξίσωση τῶν φασματικῶν γραμμῶν τοῦ ὑδρογόνου. Ἀπό τήν πειραματική ἔρευνα καταλήξαμε στό ἀκόλουθο γενικό συμπέρασμα:

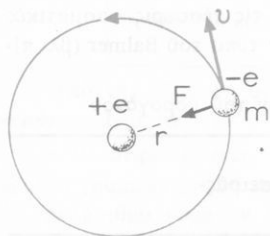
Τό ἄτομο ὑδρογόνου μπορεῖ νά ἐκπέμψει πέντε σειρές ἀκτινοβολιῶν, πού καθορίζονται ἀπό τή γενική εξίσωση :

$$\text{ἀκτινοβολίες τοῦ ὑδρογόνου ἀτόμου} \quad v^* = R_H \cdot \left( \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta^2} \right)$$

ὅπου  $R_H$  εἶναι ἡ σταθερή Rydberg καί  $\alpha$  καί  $\beta$  εἶναι ἀκέραιοι ἀριθμοί. Ἀπό τήν παραπάνω γενική εξίσωση εὐκόλα προκύπτει ἡ εξίσωση πού ἀντιστοιχεῖ σέ κάθε σειρά φασματικῶν γραμμῶν.

### 58. Κίνηση τοῦ ἠλεκτρονίου τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου γύρω ἀπό τόν πυρήνα

α. Δυναμική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου. Ὁ πυρήνας τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου ἔχει θετικό φορτίο  $Q = +e$  καί τό ἠλεκτρόνιο διαγράφει γύρω ἀπό τόν πυρήνα κυκλική τροχιά πού ἔχει ἀκτίνα  $r$  (σχ. 116). Σέ ἀπόσταση  $r$  ἀπό τόν πυρήνα τό δυναμικό τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου, πού δημιουργεῖ ὁ πυρήνας, εἶναι ἴσο μέ:



$$U_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} \quad \text{ἢ} \quad U_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e}{r}$$

Σχ. 116. Ἡ περιφορά τοῦ ἠλεκτρονίου γύρω ἀπό τόν πυρήνα.

Ὅταν λοιπόν τό ἠλεκτρόνιο, πού ἔχει φορτίο  $-e$ , περιφέρεται σέ ἀπόσταση  $r$  ἀπό τόν πυρήνα, τότε τό ἠλεκτρόνιο ἔχει *δυναμική ἐνέργεια* :

$$E_{\text{δυν}} = U_r \cdot (-e)$$

ἄρα

$$E_{\text{δυν}} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} \quad (1)$$

Ἡ δυναμική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι ἴση μέ μηδέν μόνο σέ ἀπόσταση ἄπειρη ἀπό τόν πυρήνα ( $r = \infty$ ). Μέσα στό ἄτομο ἡ δυναμική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου ἔχει πάντοτε τιμὴ ἀρνητική.

β. Κινητική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου. Πάνω στήν κύκλική τροχιά, ἀκτίνας  $r$ , τό ἠλεκτρόνιο κινεῖται μέ ταχύτητα πού τό μέτρο της  $v$  εἶναι

σταθερό και επομένως το ηλεκτρόνιο έχει *κινητική ενέργεια* :

$$E_{\text{δυν}} = \frac{1}{2} m_e \cdot v^2 \quad (2)$$

όπου  $m_e$  είναι η μάζα του ηλεκτρονίου. Το φορτίο του πυρήνα εξασκεί πάνω στο φορτίο του ηλεκτρονίου μία έλξη  $\vec{F}$ , που το μέτρο της, σύμφωνα με το νόμο του Coulomb, είναι:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(+e) \cdot (-e)}{r^2} \quad \text{άρα} \quad F = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} \quad (3)$$

Αυτή η δύναμη  $\vec{F}$  ενεργεί πάνω στο ηλεκτρόνιο ως κεντρομόλος δύναμη που το μέτρο της είναι ίσο με:

$$F = -\frac{m_e \cdot v^2}{r} \quad (4)$$

Τό αρνητικό σημείο φανερώνει ότι η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει φορά προς τό κέντρο του κύκλου (κεντρική κίνηση). Από τις εξισώσεις (3) και (4) βρίσκουμε :

$$m_e \cdot v^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} \quad (5)$$

Καί από τις εξισώσεις (2) και (5) βρίσκουμε ότι τό ηλεκτρόνιο έχει *κινητική ενέργεια* :

$$E_{\text{κιν}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2r} \quad (6)$$

γ. Όλική ενέργεια του ηλεκτρονίου. Τό ηλεκτρόνιο, κινούμενο πάνω στην τροχιά του, έχει *όλική ενέργεια* :

$$E_{\text{ολ}} = E_{\text{δυν}} + E_{\text{κιν}} \quad \text{άρα} \quad E_{\text{ολ}} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2r} \quad (7)$$

Τό αρνητικό σημείο οφείλεται στό ότι η δυναμική ενέργεια του ηλεκτρονίου (εξίσ. 1) είναι κατ' απόλυτη τιμή μεγαλύτερη από τήν κινητική ενέργειά του. Από τις εξισώσεις (1) και (6) βρίσκουμε ότι κατ' απόλυτη τιμή είναι  $E_{\text{δυν}}/E_{\text{κιν}} = 2$ .

δ. Τροχιακή στροφορμή του ηλεκτρονίου. Τό ηλεκτρόνιο κινείται πάνω στην κυκλική τροχιά του μέ σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  και ταχύτητα  $v = \omega \cdot r$ . Τό ηλεκτρόνιο θεωρείται ως ύλικό σημείο που έχει μάζα  $m_e$

καί ροπή αδραναίας  $\Theta = m_e \cdot r^2$ . Άρα τό ηλεκτρόνιο έχει στροφορμή πού ονομάζεται *τροχιακή στροφορμή* καί έχει μέτρο ( $l$ ) ίσο μέ:

$$l = \Theta \cdot \omega = m_e \cdot r^2 \cdot \omega \quad \text{άρα} \quad \boxed{l = m_e \cdot v \cdot r} \quad (8)$$

ε. Οί μεταβολές τής όλικης ενέργειας του ηλεκτρονίου. Η εξίσωση (7) δείχνει ότι ή όλική ενέργεια του ηλεκτρονίου μπορεί νά μεταβληθεί *μόνο όταν μεταβάλλεται ή ακτίνα  $r$  τής κυκλικής τροχιάς του*. Οί μεταβολές τής όλικης ενέργειας συμβαίνουν, όταν τό ηλεκτρόνιο *παίρνει* ενέργεια *απέξω ή αποβάλλει* ενέργεια μέ τή μορφή φωτονίου. Σ' ατή τήν περίπτωση ισχύουν οί επόμενες *δύο κβαντικές συνθήκες του Bohr*.

### 1. Πρώτη συνθήκη του Bohr

Στό άτομο υδρογόνου τό ηλεκτρόνιο μπορεί νά κινείται γύρω από τόν πυρήνα μόνο πάνω σέ *ορισμένες επιτρεπόμενες τροχιές* (κβαντικές τροχιές), στίς οποίες αντιστοιχεί *τροχιακή στροφορμή του ηλεκτρονίου ίση μέ άκέραιο πολλαπλάσιο του  $h/2\pi$* .

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{πρώτη συνθήκη} \\ \text{του Bohr} \end{array} \quad m_e \cdot v \cdot r = n \cdot \frac{h}{2\pi}} \quad (9)$$

όπου  $h$  είναι ή *σταθερή του Planck* καί  $n$  *άκέραιος αριθμός* πού ονομάζεται *κύριος κβαντικός αριθμός* καί μπορεί νά λάβει τίς τιμές από ένα ως άπειρο.

$$\boxed{\text{κύριος κβαντικός αριθμός} \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots, \infty}$$

Η κβαντική τροχιά, στήν όποία αντιστοιχεί  $n = 1$ , έχει τή μικρότερη δυνατή ακτίνα καί ονομάζεται *θεμελιώδης τροχιά*.

Όταν τό ηλεκτρόνιο του ατόμου υδρογόνου περιφέρεται πάνω στή θεμελιώδη τροχιά, τότε τό άτομο υδρογόνου βρίσκεται σέ κατάσταση *ισορροπίας* καί λέμε ότι τό άτομο βρίσκεται στήν *κανονική κατάσταση*.

Άπό τήν πρώτη συνθήκη του Bohr συνάγονται τά ακόλουθα συμπεράσματα:

1. Πάνω στή θεμελιώδη τροχιά τό ηλεκτρόνιο έχει τή μικρότερη δυνατή όλική ενέργεια (κανονική κατάσταση).
2. Όταν τό ηλεκτρόνιο πηδάει από μιά κβαντική τροχιά σέ άλλη, ή όλική ενέργεια του ηλεκτρονίου μεταβάλλεται *άπότομα*.

## II. Δεύτερη συνθήκη του Bohr

Τό άτομο υδρογόνου *εκπέμπει* ή *απορροφά* τήν ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία (δηλαδή φωτόνια) σύμφωνα μέ τήν *επόμενη δεύτερη συνθήκη του Bohr* :

Τό ηλεκτρόνιο του ατόμου υδρογόνου, *απορροφώντας* τήν *ένεργεια* ην *ένός* φωτονίου, *πηδάει* από *μιά* *εσωτερική* *σέ* *μιά* *πιό* *έξωτερική* *κβαντική* *τροχιά* *μεγαλύτερης* *ένεργειας*. *Αντίστροφα*, *πηδώντας* από *μιά* *έξωτερική* *σέ* *μιά* *πιό* *έσωτερική* *κβαντική* *τροχιά* *μικρότερης* *ένεργειας* *εκπέμπει* τήν *ένεργεια* ην *ένός* φωτονίου. *Η* *ένεργεια* ην του φωτονίου που *απορροφάται* ή *εκπέμπεται*, *είναι* *ίση* *μέ* *τή* *διαφορά* *των* *ένεργειών* του *ηλεκτρονίου* *πάνω* *στίς* *δύο* *κβαντικές* *τροχιές*.

$$\begin{array}{l} \text{δεύτερη συνθήκη} \\ \text{του Bohr} \end{array} \quad E_{\alpha\rho\chi} - E_{\tau\epsilon\lambda} = h\nu$$

όπου  $E_{\alpha\rho\chi}$  είναι ή *ένεργεια* του *ηλεκτρονίου* *πάνω* *σέ* *τροχιά* *μεγαλύτερης* *ένεργειας* (*έξωτερική*) *καί*  $E_{\tau\epsilon\lambda}$  ή *ένεργεια* *πάνω* *σέ* *τροχιά* *μικρότερης* *ένεργειας* (*έσωτερική*).

στ. *Ακτίνες* *των* *κβαντικών* *τροχιών*. *Αν* *υψώσουμε* *στό* *τετράγωνο* *τήν* *έξίσωση* (9) *βρίσκουμε* :

$$m_e^2 \cdot v^2 \cdot r^2 = n^2 \cdot \frac{h^2}{4\pi^2} \quad (10)$$

Τό *ηλεκτρόνιο* *κινείται* *πάνω* *σέ* *κβαντική* *τροχιά* *ακτίνας*  $r$ . *Η* *έλξη* *πού* *έξασκει* *ό* *πυρήνας* *πάνω* *στό* *ηλεκτρόνιο*, *ένεργεί* *ώς* *κεντρομόλος* *δύναμη*. *Αρα* *ισχύει* *ή* *έξίσωση*:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} = \frac{m_e \cdot v^2}{r} \quad \text{άρα} \quad m_e \cdot v^2 \cdot r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \quad (11)$$

*Αν* *διαιρέσουμε* *κατά* *μέλη* *τίς* *έξισώσεις* (10) *καί* (11) *βρίσκουμε* *δι* *ή* *ακτίνα*  $r$  *τής* *κβαντικής* *τροχιάς* *είναι*:

$$\begin{array}{l} \text{ακτίνα κβαντικής} \\ \text{τροχιάς} \end{array} \quad r = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{n^2 \cdot h^2}{4\pi^2 \cdot m_e \cdot e^2} \quad (12)$$

Γιά  $n = 1$  *βρίσκουμε* *δι* *ή* *ακτίνα*  $r_1$  *τής* *θεμελιώδους* *τροχιάς* *είναι* :

$$\begin{array}{l} \text{ακτίνα θεμελιώδους} \\ \text{τροχιάς} \end{array} \quad r_1 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m} \quad \text{ή} \quad r_1 \approx 0,5 \text{ \AA}$$

Ἐπομένως ἡ ἐξίσωση (12) γράφεται:

$$\begin{array}{l} \text{ἄκτινα κβαντικής} \\ \text{τροχιάς} \end{array} \quad r_n = n^2 \cdot r_1$$

Ἡ ἄκτινα  $r_n$  μιᾶς κβαντικής τροχιάς εἶναι ἀνάλογη μέ τό τετράγωνο τοῦ ἀντίστοιχου κύριου κβαντικοῦ ἀριθμοῦ  $n$ .

ζ. Ταχύτητα τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω στήν κβαντική τροχιά. Ἀπό τίς ἐξισώσεις (9) καί (11) βρίσκουμε ὅτι ἡ ταχύτητα  $v$  τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω στήν κβαντική τροχιά ἔχει μέτρο ἴσο μέ:

$$\begin{array}{l} \text{ταχύτητα ἠλεκτρονίου} \\ \text{πάνω σέ κβαντική τροχιά} \end{array} \quad v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi \cdot e^2}{n \cdot h} \quad (13)$$

Γιά  $n = 1$  βρίσκουμε ὅτι ἡ ταχύτητα  $v_1$  τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω στή θεμελιώδη τροχιά εἶναι:

$$\begin{array}{l} \text{ταχύτητα πάνω} \\ \text{στή θεμελιώδη τροχιά} \end{array} \quad v_1 \approx 22 \cdot 10^5 \text{ m/sec}$$

Ἐπομένως ἡ ἐξίσωση (13) γράφεται:

$$\begin{array}{l} \text{ταχύτητα πάνω} \\ \text{σέ κβαντική τροχιά} \end{array} \quad v_n = \frac{v_1}{n}$$

Ἡ ταχύτητα  $v_n$  τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω σέ μιᾶ κβαντική τροχιά εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογη μέ τόν ἀντίστοιχο κύριο κβαντικό ἀριθμό  $n$ .

η. Ὀλική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω σέ κβαντική τροχιά. Ἄν στήν ἐξίσωση (7) ἀντικαταστήσουμε τήν τιμή τῆς ἄκτινας  $r$  ἀπό τήν ἐξίσωση (12) βρίσκουμε ὅτι ἡ ὀλική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι:

$$\begin{array}{l} \text{ὀλική ἐνέργεια} \\ \text{ἠλεκτρονίου} \end{array} \quad E_{ολ} = - \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{n^2 \cdot h^2} \quad (14)$$

Γιά  $n = 1$  βρίσκουμε ὅτι ἡ ὀλική ἐνέργεια  $E_1$  τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω στή θεμελιώδη τροχιά εἶναι:

$$\begin{array}{l} \text{ὀλική ἐνέργεια πάνω} \\ \text{στή θεμελιώδη τροχιά} \end{array} \quad \begin{array}{l} E_1 \approx - 2,179 \cdot 10^{-18} \text{ Joule} \\ \text{ἢ} \\ E_1 \approx - 13,53 \text{ eV} \end{array}$$



Έπομένως η εξίσωση (14) γράφεται:

$$\text{ολική ενέργεια πάνω σε κβαντική τροχιά} \quad E_n = \frac{E_1}{n^2} \quad \text{ή} \quad E_n = -\frac{13,53}{n^2} \text{ eV} \quad (15)$$

Στάθμες ενέργειας του ηλεκτρονίου στο άτομο υδρογόνου

Κύριος κβαντικός αριθμός n	Ενέργεια ηλεκτρονίου (σε eV)
n = 1	$E_1 = -13,53$
n = 2	$E_2 = -3,38$
n = 3	$E_3 = -1,50$
n = 4	$E_4 = -0,85$
.....	.....
.....	.....
n → ∞	0

θ. Στάθμες ενέργειας στο άτομο υδρογόνου. Όταν το ηλεκτρόνιο κινείται πάνω στη θεμελιώδη τροχιά (n = 1), έχει τη μικρότερη δυνατή ενέργεια E<sub>1</sub>. Πάνω σε κάθε κβαντική τροχιά το ηλεκτρόνιο έχει ορισμένη ολική ενέργεια, όπως φαίνεται στο διπλανό πίνακα. Οι διάφορες επιτρεπόμενες ενεργειακές καταστάσεις του ηλεκτρονίου ονομάζονται στάθμες ενέργειας.

### 59. Έρμηνεία της έκπομπής του φάσματος του υδρογόνου

Θεωρούμε ότι αρχικά το ηλεκτρόνιο του ατόμου υδρογόνου βρίσκεται πάνω σε μία εξωτερική τροχιά που έχει κύριο κβαντικό αριθμό n<sub>αρχ</sub>. Πάνω σ' αυτή την τροχιά το ηλεκτρόνιο έχει ολική ενέργεια:

$$E_{\alphaρχ} = -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{n_{\alphaρχ}^2 \cdot h^2}$$

Τό άτομο υδρογόνου βρίσκεται σε κατάσταση διεγέρσεως και τείνει νά ξαναγυρίσει στην κανονική κατάσταση. Τότε το ηλεκτρόνιο πηδάει πάνω σε μία κβαντική τροχιά που είναι πιο κοντά στον πυρήνα και έχει κύριο κβαντικό αριθμό n<sub>τελ</sub> (άρα είναι n<sub>αρχ</sub> > n<sub>τελ</sub>). Πάνω στη νέα τροχιά το ηλεκτρόνιο έχει ολική ενέργεια:

$$E_{\tau\epsilon\lambda} = -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{n_{\tau\epsilon\lambda}^2 \cdot h^2}$$

Αυτό τό πήδημα του ηλεκτρονίου προκαλεί άποτομη ελάττωση της ολικής ενέργειας κατά ΔE = E<sub>αρχ</sub> - E<sub>τελ</sub>. Έτσι τό ηλεκτρόνιο αποβάλλει

τήν ενέργεια  $\Delta E$  με τη μορφή ενός φωτονίου  $h\nu$  και ισχύει η εξίσωση:

$$h \cdot \nu = E_{\alpha\rho\chi} - E_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{άρα} \quad \nu = \frac{E_{\alpha\rho\chi} - E_{\tau\epsilon\lambda}}{h}$$

$$\text{καί} \quad \nu = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{h^3} \cdot \left( \frac{1}{n_{\tau\epsilon\lambda}^2} - \frac{1}{n_{\alpha\rho\chi}^2} \right) \quad (1)$$

Ο αριθμός κυμάτων  $\nu^*$  της ακτινοβολίας συχνότητας  $\nu$  είναι  $\nu^* = \nu/c$ .  
 Ωστε από την εξίσωση (1) βρίσκουμε:

$$\nu^* = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{c \cdot h^3} \cdot \left( \frac{1}{n_{\tau\epsilon\lambda}^2} - \frac{1}{n_{\alpha\rho\chi}^2} \right) \quad (2)$$

Αν υπολογίσουμε τό σταθερό παράγοντα  $\frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \cdot c \cdot h^3}$

βρίσκουμε ότι έχει την τιμή της σταθερής Rydberg  $R_H$ . Άρα είναι:

$$\text{σταθερή Rydberg} \quad R_H = \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \cdot c \cdot h^3}$$

Ωστε η εξίσωση (2) γράφεται:

$$\text{αριθμός κυμάτων} \quad \nu^* = R_H \cdot \left( \frac{1}{n_{\tau\epsilon\lambda}^2} - \frac{1}{n_{\alpha\rho\chi}^2} \right) \quad (3)$$

Η εξίσωση (3) είναι η γενική εξίσωση που πειραματικά βρήκαμε για τις ακτινοβολίες που εκπέμπει τό άτομο υδρογόνου (§ 57, εξίσ. 1).

Στήν παραπάνω γενική εξίσωση (3) τό  $n_{\tau\epsilon\lambda}$  είναι ό κύριος κβαντικός αριθμός της τροχιάς που πάνω σ' αυτή πέφτει τελικά τό ηλεκτρόνιο καί τό  $n_{\alpha\rho\chi}$  είναι ό κύριος κβαντικός αριθμός της τροχιάς από την οποία πηδάει τό ηλεκτρόνιο. Δίνοντας στό  $n_{\tau\epsilon\lambda}$  τίς τιμές 1, 2, 3, 4, 5 βρίσκουμε τίς πέντε σειρές τών φασματικών γραμμών του υδρογόνου, όπως φαίνεται στον τύνακα της σελίδας 122, όπου είναι  $\alpha = n_{\tau\epsilon\lambda}$  καί  $\beta = n_{\alpha\rho\chi}$  καί στό σχήμα 117.

α. Απορρόφηση ακτινοβολιών από τό άτομο υδρογόνου. Ένα άτομο υδρογόνου που βρίσκεται σε κανονική κατάσταση, αποκτά την κατάσταση διεγέρσεως, αν απορροφήσει τόση ενέργεια, όση χρειάζεται για να πηδήσει τό ηλεκτρόνιο από τη θεμελιώδη τροχιά ( $n = 1$ ) σε μία πιο εξωτερική

τροχιά. "Ωστε η απορρόφηση ακτινοβολιών από το άτομο υδρογόνου εκφράζεται με την εξίσωση:

ἐνέργεια φωτονίου  
πού απορροφᾶται

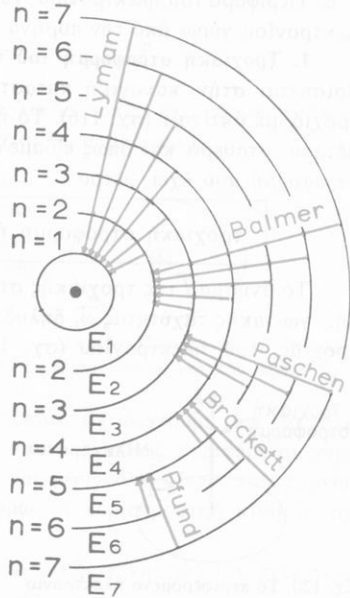
$$h\nu = E_{\tau\epsilon\lambda} - E_{\alpha\rho\chi} \quad (4)$$

Ἡ ἐξίσωση (4) φανερώνει ὅτι:

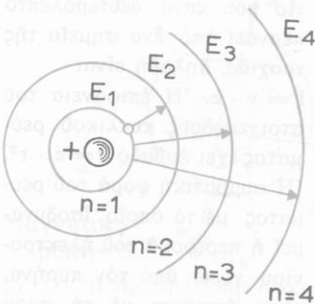
**Τό ἄτομο υδρογόνου ἀπορροφᾷ μόνο ἐκεῖνες τίς ἀκτινοβολίες, πού μπορεῖ τό ἄτομο νά ἐκπέμψει.**

Ἐπομένως γιά τό υδρογόνο τό φάσμα ἀπορροφήσεως εἶναι ὅμοιο μέ τό φάσμα ἐκπομπῆς. Ἔτσι ἐρμηνεύεται ὁ γνωστός νόμος τῆς ἀντιστροφῆς τῶν γραμμῶν τοῦ φάσματος ἀερίου.

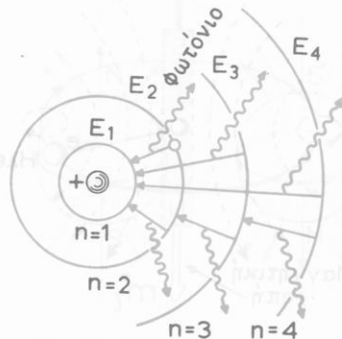
Στά σχήματα 118 καί 119 δείχνηται σχηματικά ἡ διέγερση καί ἡ ἐκπομπή ἀκτινοβολίας ἀπό τό ἄτομο υδρογόνου.



Σχ. 117. Οἱ πέντε σειρές τῶν ἀκτινοβολιῶν πού ἐκπέμπει τό ἄτομο υδρογόνου.



Σχ. 118. Διέγερση τοῦ ἀτόμου υδρογόνου.



Σχ. 119. Ἐκπομπή ἀκτινοβολίας ἀπό τό ἄτομο υδρογόνου.

## 60. Οι δύο κινήσεις του ηλεκτρονίου στο άτομο υδρογόνου

α. Περιφορά του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα. Η κίνηση του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα του ατόμου έχει ορισμένες συνέπειες.

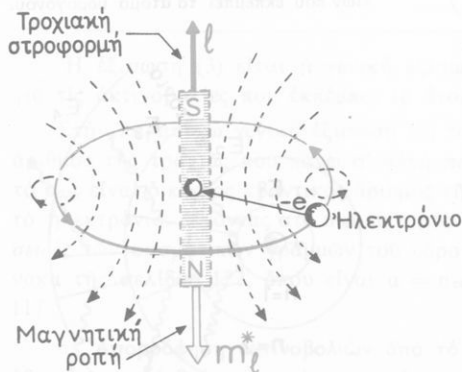
**1. Τροχιακή στροφορμή του ηλεκτρονίου.** Όταν το άτομο υδρογόνου βρίσκεται στην κανονική κατάσταση, το ηλεκτρόνιο διαγράφει κυκλική τροχιά με ακτίνα  $r$  (σχ. 116). Το ηλεκτρόνιο κινείται με ταχύτητα που έχει μέτρο σταθερό και όπως είδαμε (§ 58δ) το ηλεκτρόνιο έχει τότε *τροχιακή στροφορμή* που έχει μέτρο:

$$\text{τροχιακή στροφορμή ηλεκτρονίου} \quad l = m_e \cdot v \cdot r$$

Τό άνυσμα  $\vec{l}$  τής τροχιακής στροφορμής έχει τή διεύθυνση και τή φορά τής γωνιακής ταχύτητας  $\vec{\omega}$ , δηλαδή είναι κάθετο στο επίπεδο τής κυκλικής τροχιάς του ηλεκτρονίου (σχ. 120).



Σχ. 120. Τό περιφερόμενο ηλεκτρόνιο έχει τροχιακή στροφορμή ( $l$ ).



Σχ. 121. Η περιφορά του ηλεκτρονίου ισοδυναμεί με κυκλικό ρεύμα που συμπεριφέρεται ως μαγνητικό δίπολο.

**2. Μαγνητική διπολική ροπή του ηλεκτρονίου.** Η κυκλική κίνηση του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα ισοδυναμεί με στοιχειώδες κυκλικό ρεύμα που αποτελεί ένα στοιχειώδες *μαγνητικό δίπολο* με ορισμένη *μαγνητική ροπή*. Αν  $\nu$  είναι η συχνότητα τής κινήσεως του ηλεκτρονίου, τότε η μέση ένταση  $I$  του ρεύματος είναι ίση με τό φορτίο που κατά δευτερόλεπτο περνάει από ένα σημείο τής τροχιάς, δηλαδή είναι

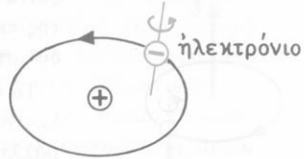
$I = \nu \cdot e$ . Η επιφάνεια του στοιχειώδους κυκλικού ρεύματος έχει έμβαδό  $S = \pi \cdot r^2$ . Η συμβατική φορά του ρεύματος με τό όποιο ισοδυναμεί ή περιφορά του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα, είναι αντίθετη με τή φορά τής κινήσεως του ηλεκτρονίου. Αυτό τό στοιχειώδες κυ-

κλικό ρεύμα έχει μαγνητική ροπή (σχ. 121) που ονομάζεται *μαγνητική διπολική ροπή* και έχει μέτρο :

$$m_j^* = I \cdot S \quad \text{ή} \quad m_j^* = v \cdot e \cdot \pi \cdot r^2$$

Τό άνυσμα  $\vec{m}_j^*$  τής μαγνητικής διπολικής ροπής έχει φορά αντίθετη μέ τή φορά του άνυσματος  $\vec{l}$  τής τροχιακής στροφορμής.

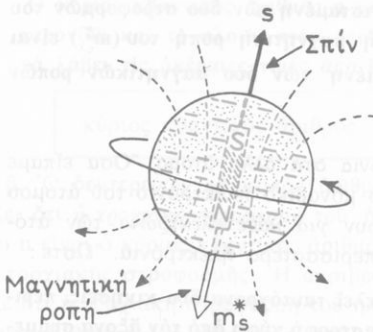
β. Περιστροφή του ηλεκτρονίου γύρω από τόν άξονά του. Είναι γνωστό ότι τό φάσμα έκπομπής του ύδρογόνου αποτελείται από όρισμένες φωτεινές γραμμές. Όταν όμως τό ύδρογόνο που φωτοβολεί, βρίσκεται μέσα σε *μαγνητικό* ή *ηλεκτρικό πεδίο*, τότε κάθε φασματική γραμμή *αναλύεται* σε δύο ή περισσότερες φωτεινές γραμμές. Η θεωρία



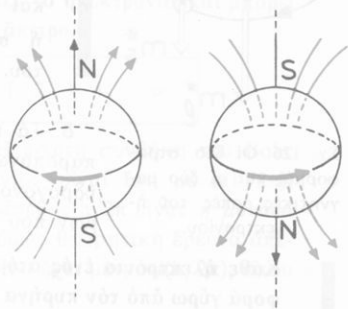
Σχ. 122. Περιστροφή του ηλεκτρονίου γύρω από τόν άξονά του.

απέδειξε ότι αυτό τό φαινόμενο έρμηνεύεται, αν δεχτούμε ότι τό ηλεκτρόνιο (που τό θεωρούμε σαν μικρή σφαίρα) καθώς περιφέρεται γύρω από τόν πυρήνα ταυτόχρονα *περιστρέφεται γύρω από άξονα* που περνάει από τό κέντρο του (σχ 122). Αύτή όμως ή περιστροφική κίνηση του ηλεκτρονίου έχει τίς εξής συνέπειες:

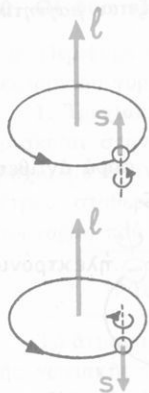
1. Τό ηλεκτρόνιο εξαιτίας τής περιστροφικής κινήσεώς του έχει *στροφορμή*  $\vec{s}$  που διεθνώς ονομάζεται *spin* (σπίν).
2. Τό ηλεκτρόνιο που περιστρέφεται γύρω από τόν άξονά του, εξαιτίας του φορτίου του, δημιουργεί σειρά από μικρά κυκλικά ρεύματα. Άρα τό



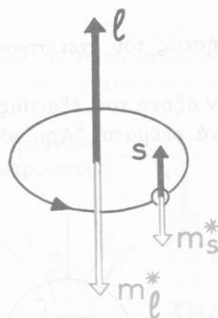
Σχ. 123. Η περιστροφή του ηλεκτρονίου γύρω από τόν άξονά του δημιουργεί στροφορμή (σπίν) και μαγνητική ροπή του σπίν.



Σχ. 124. Οί δύο δυνατοί τρόποι περιστροφής του ηλεκτρονίου γύρω από τόν άξονά του.



Σχ. 125. Τά άνύσματα των δύο στροφορμών του ήλεκτρονίου μπορεί νά είναι παράλληλα ή άντιπαράλληλα.



Σχ. 126. Οί δύο στροφορμές και οί δύο μαγνητικές ροπές του ήλεκτρονίου.

περιστρεφόμενο ήλεκτρόνιο έχει *μαγνητική ροπή* πού όνομάζεται *μαγνητική ροπή του spin*  $\vec{m}_s^*$  (σχ. 123). 'Η περιστροφή του ήλεκτρονίου μπορεί νά γίνει κατά τή μιá ή κατά τήν άντίθετη φορά (σχ. 124).

γ. Συμπεράσματα για τίς δύο κινήσεις του ήλεκτρονίου. Τό ήλεκτρόνιο του άτόμου ύδρογόνου εξαιτίας τής περιφορής του γύρω άπό τόν πυρήνα και τής περιστροφής του γύρω άπό τόν άξονά του έχει δύο *στροφορμές* και δύο *μαγνητικές ροπές*.

Τά άνύσματα  $\vec{l}$  και  $\vec{s}$  των δύο στροφορμών του ήλεκτρονίου μπορεί νά είναι παράλληλα ή άντιπαράλληλα, άνάλογα μέ τίς δύο δυνατές περιπτώσεις περιστροφής του ήλεκτρονίου γύρω άπό τόν άξονά του (σχ. 125).

Τά άνύσματα  $\vec{m}_l^*$  και  $\vec{m}_s^*$  των δύο *μαγνητικών ροπών* του ήλεκτρονίου έχουν φορά άντίθετη μέ τή φορά των άντίστοιχων στροφορμών ( $\vec{l}$  και  $\vec{s}$ ) του ήλεκτρονίου (σχ. 126). "Ωστε :

I. Στο άτομο ύδρογόνου τό ήλεκτρόνιο, εξαιτίας των δύο κινήσεων του έχει δύο στροφορμές ( $\vec{l}$  και  $\vec{s}$ ) και δύο μαγνητικές ροπές ( $\vec{m}_l^*$  και  $\vec{m}_s^*$ ).

II. 'Η όλική στροφορμή ( $\vec{j}$ ) του ήλεκτρονίου είναι ή συνισταμένη των δύο στροφορμών του και ή όλική μαγνητική ροπή του ( $\vec{m}_{ολ}^*$ ) είναι ή συνισταμένη των δύο μαγνητικών ροπών του.

δ. Τά ήλεκτρόνια δτά άλλα άτομα. "Οσα είπαμε παραπάνω για τό μοναδικό ήλεκτρόνιο του άτόμου ύδρογόνου ισχύουν για κάθε ήλεκτρόνιο των άτόμων πού έχουν περισσότερα ήλεκτρόνια. "Ωστε :

Κάθε ήλεκτρόνιο ενός άτόμου έκτελεί ταυτόχρονα δύο κινήσεις, περιφορά γύρω άπό τόν πυρήνα και περιστροφή γύρω άπό τόν άξονα συμμετρίας του ήλεκτρονίου.

## 61. Κβαντικοί αριθμοί του ηλεκτρονίου

Ἡ ἔρευνα τοῦ φάσματος τοῦ ὕδρογόνου ἀπέδειξε ὅτι οἱ δυνατές στάθμες ἐνέργειας τοῦ ηλεκτρονίου ἐκφράζονται σέ συνάρτηση μέ τόν κύριο κβαντικό ἀριθμό  $n$  (§ 58, ἐξίσ. 14).

Ἡ ἀρχική θεωρία τοῦ Bohr δέχεται ὅτι σέ κάθε στάθμη ἐνέργειας τοῦ ηλεκτρονίου ἀντιστοιχεῖ μιά κυκλική τροχιά τοῦ ηλεκτρονίου. Ἡ μεταγενέστερη θεωρητική ἔρευνα, γιά νά ἐξηγήσει ὀρισμένα φαινόμενα πού ἀνακαλύφθηκαν μέ τό πείραμα, ἀπέδειξε ὅτι σέ μιά στάθμη ἐνέργειας τοῦ ηλεκτρονίου ἀντιστοιχεῖ ὀρισμένος ἀριθμός τροχιῶν τοῦ ηλεκτρονίου, ἀπό τίς ὁποῖες ἡ μιά τροχιά εἶναι κυκλική καί οἱ ἄλλες εἶναι ἑλλειπτικές.

Γενικότερα ἡ θεωρητική ἔρευνα ἀπέδειξε ὅτι μέσα στό ἄτομο τό καθενα ηλεκτρόνιο ἔχει σάν νά ποῦμε δική του «προσωπικότητα», ἡ ὁποία στίς κβαντικές ἐξισώσεις ἐκφράζεται μέ τέσσερα φυσικά μεγέθη πού ὀνομάζονται κβαντικοί ἀριθμοί τοῦ ηλεκτρονίου. Ὁ καθένας ἀπό τούς κβαντικούς ἀριθμούς ἀναφέρεται σέ μιά ὀρισμένη ιδιότητα τοῦ ηλεκτρονίου. Θά ἐξετάσουμε στοιχειωδῶς τούς τέσσερις κβαντικούς ἀριθμούς τοῦ ηλεκτρονίου.

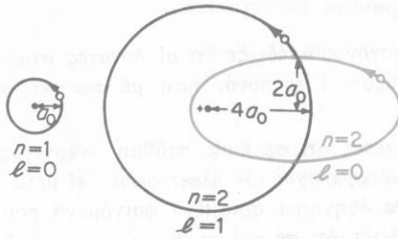
α. Ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός  $n$ . Ὅπως ξέρουμε (§ 58, ἐξίσ. 14) ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός  $n$  χαρακτηρίζει τήν ἐνέργεια τοῦ ηλεκτρονίου πάνω σέ κάθε κβαντική τροχιά καί μπορεῖ νά λάβει τίς διαδοχικές ἀκέραιες τιμές 1, 2, 3, 4, ... πού ἀντιστοιχοῦν στούς διαδοχικούς φλοιούς K, L, M, N... Ἄν π.χ. γιά ἓνα ηλεκτρόνιο εἶναι  $n = 2$ , τότε αὐτό τό ηλεκτρόνιο ἀνήκει στό φλοιό L. Ὡστε:

**Ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός  $n$  χαρακτηρίζει τήν ἐνέργεια τοῦ ηλεκτρονίου καί τό φλοιό, στόν ὁποῖο ἀνήκει τό ηλεκτρόνιο καί μπορεῖ νά λάβει τίς ἀκέραιες τιμές ἀπό ἓνα ὡς ἄπειρο.**

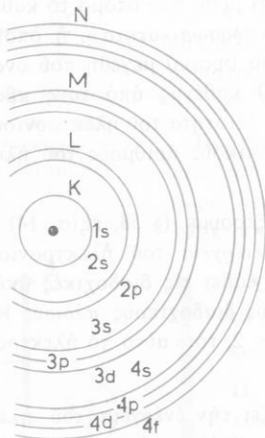
$$\text{κύριος κβαντικός ἀριθμός} \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots, \infty$$

β. Ὁ δευτερεύων κβαντικός ἀριθμός  $l$ . Ἡ πρώτη συνθήκη τοῦ Bohr ὀρίζει ὅτι ἡ τροχιακή στροφορμή τοῦ ηλεκτρονίου εἶναι ἴση μέ  $n(h/2\pi)$ , ὅπου  $n$  εἶναι ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός. Τό μέγεθος  $h/2\pi$  εἶναι ἡ μονάδα τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς. Ἡ ἀκριβέστερη ὁμως θεωρητική ἔρευνα ἀπέδειξε ὅτι ἡ τροχιακή στροφορμή τοῦ ηλεκτρονίου ἔχει μέτρο  $l(h/2\pi)$ , ὅπου  $l$  εἶναι ὁ δευτερεύων κβαντικός ἀριθμός.

Γιά ἓνα δοσμένο κύριο κβαντικό ἀριθμό  $n$  ὁ δευτερεύων κβαντικός ἀριθμός  $l$  λαβαίνει τίς ἀκέραιες τιμές ἀπό 0 ὡς  $n - 1$ . Ἄν π.χ. εἶναι  $n = 4$ , τότε εἶναι  $l = 0, 1, 2, 3$ . Οἱ διάφορες τιμές τοῦ δευτερεύοντος κβαντικοῦ



Σχ. 127. Οί κβαντικές τροχιές του ηλεκτρονίου για  $n = 1$  και  $n = 2$ .



Σχ. 128. Σχηματική παράσταση των υποφλοιών. Οί διαδοχικοί υποφλοιοί χαρακτηρίζονται ως εξής :  
 τιμή του  $l$ : 0 1 2 3 4 5  
 σύμβολο : s p d f g h  
 Έμπρός από τό σύμβολο του υποφλοιού γράφεται ό κύριος κβαντικός αριθμός πού χαρακτηρίζει τό φλοιοό.

αριθμού  $l$  αντιστοιχούν στίς διάφορες δυνατές μορφές τής τροχιάς του ηλεκτρονίου. Η μεγαλύτερη δυνατή τιμή  $l = n - 1$  χαρακτηρίζει κυκλική τροχιά, ενώ οί άλλες τιμές του  $l$  χαρακτηρίζουν έλλειπτικές τροχιές (σχ. 127).

Ο δευτερεύων κβαντικός αριθμός  $l$  φανερώνει ότι κάθε φλοιοός είναι πολλαπλός και αποτελείται από  $l$  υποφλοιοούς, πού ό καθένας είναι και μία στάθμη ενέργειας του ηλεκτρονίου (σχ. 128). Αν π.χ. είναι  $n = 2$  (φλοιοός L), τότε είναι  $l = 0$  και  $l = 1$ . Άρα ό φλοιοός L αποτελείται από δύο υποφλοιοούς. Ωστε:

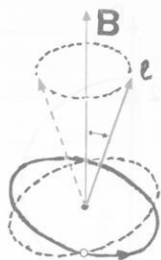
I. Ο δευτερεύων κβαντικός αριθμός  $l$  χαρακτηρίζει τήν τροχιακή στροφορμή του ηλεκτρονίου και φανερώνει από πόσους υποφλοιοούς αποτελείται ό κάθε φλοιοός.

II. Ο δευτερεύων κβαντικός αριθμός  $l$  μπορεί να λάβει τίς άκέραιες τιμές από μηδέν ως  $n - 1$ , οί όποιες αντιστοιχούν σε μία κυκλική τροχιά ( $l = n - 1$ ) και σε διάφορες έλλειπτικές τροχιές ( $l < n - 1$ ).

τροχιακή στροφορμή $l \frac{h}{2\pi}$
δευτερεύων κβαντικός αριθμός $l = 0, 1, 2, 3, \dots (n - 1)$

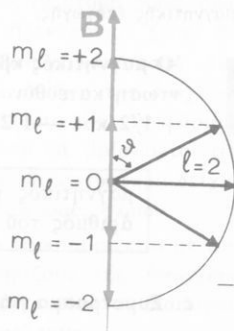


γ. Ὁ μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός  $m_l$ . Ἡ περιφορά τοῦ ἠλεκτρονίου γύρω ἀπό τόν πυρήνα ἰσοδυναμεῖ μέ ρεύμα πού διαρρέει μιά σπείρα καί ἐπομένως σέ κάθε τροχιά τοῦ ἠλεκτρονίου ἀντιστοιχεῖ μιά μαγνητική ροπή. Τό ἄνυσμα  $\vec{m}_l$  τῆς μαγνητικῆς ροπῆς εἶναι κάθετο στό ἐπίπεδο τῆς τροχιάς τοῦ ἠλεκτρονίου, ἀλλά εἶναι ἀντιπαράλληλο μέ τό ἄνυσμα  $\vec{l}$  τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς τοῦ ἠλεκτρονίου (σχ. 126).



Σχ. 129. Προσανατολισμός τοῦ ἐπιπέδου τῆς τροχιάς τοῦ ἠλεκτρονίου τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου μέ τήν ἐπίδραση μαγνητικοῦ πεδίου.

Ὅταν τό ἄτομο ὑδρογόνου βρεθεῖ μέσα σέ μαγνητικό πεδίο, τότε τό ἐπίπεδο τῆς τροχιάς τοῦ ἠλεκτρονίου τείνει νά λάβει ὀρισμένο προσανατολισμό. Ἡ Κβαντομηχανική ἀποδεικνύει ὅτι ἡ γωνία  $\theta$  (σχ. 129) πού σχηματίζουν μεταξύ τους τό ἄνυσμα  $\vec{l}$  τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς καί τό ἄνυσμα  $\vec{B}$  τῆς μαγνητικῆς ἐπαγωγῆς τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου μπορεῖ νά λάβει μόνο ὀρισμένες τιμές, ὥστε νά ἰσχύει ἡ ἐξῆς συνθήκη: ἡ προβολή τοῦ ἄνυσματος  $\vec{l}$  πάνω στή διεύθυνση τοῦ ἄνυσματος  $\vec{B}$  πρέπει νά εἶναι ἴση μέ  $m_l(h/2\pi)$ , ὅπου  $m_l$  εἶναι ὁ μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός. Αὐτός μπορεῖ νά λάβει τίς ἀκέραιες τιμές ἀπό  $+l$  ὡς  $-l$ . Ἄν π.χ. εἶναι:



Σχ. 130. Ἡ προβολή τοῦ ἄνυσματος  $\vec{l}$  πάνω στή διεύθυνση τῆς μαγνητικῆς ἐπαγωγῆς  $\vec{B}$  ἔχει ὀρισμένες μόνο τιμές.

$n = 3$ , τότε εἶναι  $l = 2$  καί  $m_l = 2, 1, 0, -1, -2$ .

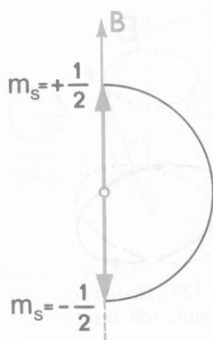
Ἄρα ὁ μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός  $m_l$  μπορεῖ νά λάβει συνολικά  $2l + 1$  τιμές. Στό σχῆμα 130 φαίνονται οἱ ἐπιτρεπόμενες τιμές τῆς γωνίας  $\theta$  γιά  $l = 2$ .

Ἀπό τά παραπάνω προκύπτει ὅτι ὑπάρχουν ὀρισμένοι περιορισμοί στόν προσανατολισμό τοῦ ἐπιπέδου τῆς τροχιάς τοῦ ἠλεκτρονίου. Τό φαινόμενο αὐτό ὀνομάζεται κβάντωση κατευθύνσεως. Ὡστε:

Ὁ μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός  $m_l$  χαρακτηρίζει τήν κβάντωση κατευθύνσεως τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς καί μπορεῖ νά λάβει τίς ἀκέραιες τιμές ἀπό  $+l$  ὡς  $-l$ .

μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός

$$m_l = +l, \dots, 2, 1, 0, -1, -2, \dots, -l$$



Σχ. 131. Τό άνυσμα του spin μπορεί να είναι παράλληλο ή αντίπαράλληλο με τό άνυσμα τής μαγνητικής επαγωγής.

δ. Ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός του spin  $m_s$ . Τό ηλεκτρόνιο, επειδή περιστρέφεται γύρω από τόν άξονά του έχει στροφορμή  $\vec{s}$  που λέγεται spin. Όταν τό άτομο ύδρογόνου βρεθεί μέσα σε μαγνητικό πεδίο, τότε για τό άνυσμα  $\vec{s}$  υπάρχουν μόνο δύο δυνατοί προσανατολισμοί του (κβάντωση κατευθύνσεως), δηλαδή τό άνυσμα  $\vec{s}$  μπορεί να είναι παράλληλο ή αντίπαράλληλο με τό άνυσμα  $\vec{B}$  τής μαγνητικής επαγωγής του μαγνητικού πεδίου (σχ. 131). Η προβολή του άνύσματος  $\vec{s}$  πάνω στή διεύθυνση του άνύσματος  $\vec{B}$  πρέπει να είναι ίση με  $m_s (h/2\pi)$ , όπου  $m_s$  είναι ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός του spin. Αυτός μπορεί να λάβει μόνο τής τιμές  $+ \frac{1}{2}$  και  $- \frac{1}{2}$ . Ωστε:

Ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός του spin  $m_s$  χαρακτηρίζει τήν κβάντωση κατευθύνσεως του spin και μπορεί να λάβει μόνο τής δύο τιμές  $+ 1/2$  και  $- 1/2$ .

μαγνητικός κβαντικός αριθμός του spin	$m_s = + \frac{1}{2}$	$m_s = - \frac{1}{2}$
--	-----------------------	-----------------------

ε. Συμπέρασμα για τούς κβαντικούς αριθμούς του ηλεκτρονίου. Από τά παραπάνω συνάγεται ότι:

I. Σε κάθε ηλεκτρόνιο του άτόμου αντιστοιχούν οί εξής τέσσερις κβαντικοί αριθμοί :

- ο κύριος κβαντικός αριθμός  $n$
- ο δευτερεύων κβαντικός αριθμός  $l$
- ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός  $m_l$
- ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός του spin  $m_s$ .

II. Οί τέσσερις κβαντικοί αριθμοί χαρακτηρίζουν με ακρίβεια τήν ενεργειακή κατάσταση ενός ηλεκτρονίου μέσα στο άτομο.

Στόν παρακάτω πίνακα αναφέρονται οί δυνατές τιμές τών τεσσάρων κβαντικών αριθμών για  $n = 1, 2, 3$ .

Οί κβαντικοί αριθμοί του ηλεκτρονίου

n	l	$m_l$	$m_s$
1	0	0	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$
2	0, 1	+ 1, 0, - 1	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$
3	0, 1, 2	+ 2, + 1, 0, - 1, - 2	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

62. Άρχη του Pauli

Τό άτομο υδρογόνου έχει μόνο ένα ηλεκτρόνιο, τά άτομα όμως όλων των άλλων στοιχείων έχουν περισσότερα από ένα ηλεκτρόνια. Όταν ένα άτομο μέ πολλά ηλεκτρόνια βρίσκεται στην κανονική κατάσταση, τότε όλα τά ηλεκτρόνιά του έπρεπε νά βρίσκονται στην στάθμη της ελάχιστης ολικής ενέργειας. Αυτή ή στάθμη αντιστοιχεί στόν κύριο κβαντικό αριθμό  $n = 1$ . Άρα όλα τά ηλεκτρόνια του ατόμου έπρεπε νά βρίσκονται στό φλοιό K. Η κατάταξη όμως των στοιχείων στό περιοδικό σύστημα δείχνει ότι τά ηλεκτρόνια ενός ατόμου κατανέμονται σε διάφορους φλοιούς.

Είναι γνωστό ότι κάθε ηλεκτρόνιο του ατόμου προσδιορίζεται μέ τούς τέσσερις κβαντικούς αριθμούς του, πού χαρακτηρίζουν την ενεργειακή κατάσταση του ηλεκτρονίου. Η κατανομή των ηλεκτρονίων σε διάφορους φλοιούς γύρω από τον πυρήνα διέπεται από την ακόλουθη αρχή του Pauli (ή απαγορευτική αρχή):

Σέ ένα άτομο τό κάθε ηλεκτρόνιο έχει μιá μοναδική σειρά κβαντικών αριθμών (n, l,  $m_l$  και  $m_s$ ).

Η αρχή του Pauli βάζει ορισμένους περιορισμούς στις δυνατές ενεργειακές καταστάσεις του ηλεκτρονίου, γιατί καθορίζει ότι:

Στό ίδιο άτομο δέν μπορούν νά υπάρχουν δύο ηλεκτρόνια πού νά έχουν ίδιους και τούς τέσσερις κβαντικούς αριθμούς τους.

Αυτά τά δύο ηλεκτρόνια πρέπει νά έχουν διαφορετικό τουλάχιστο ένα κβαντικό αριθμό τους.

α. Κατανομή τών ηλεκτρονίων στους φλοιούς καί στους υποφλοιούς. Σύμφωνα μέ τήν ἀρχή τοῦ Pauli στό ἴδιο ἄτομο ἡ ἐνεργειακή κατάσταση τοῦ κάθε ηλεκτρονίου χαρακτηρίζεται ἀπό *ἰδιαίτερη τετράδα* κβαντικῶν ἀριθμῶν. Ἐφαρμόζοντας τήν ἀρχή τοῦ Pauli βρίσκουμε ὅτι:

Ἐνας φλοιός πού ἔχει κύριο κβαντικό ἀριθμό  $n$  μπορεῖ νά περιλάβει  $2n^2$  ηλεκτρόνια καί ἕνας υποφλοιός μπορεῖ νά περιλάβει  $2(2l + 1)$  ηλεκτρόνια.

Στόν παρακάτω πίνακα ἀναφέρεται ὁ μέγιστος ἀριθμός ηλεκτρονίων πού μπορεῖ νά περιλάβει καθένας ἀπό τοὺς δύο πρώτους φλοιούς ( $n = 1, 2$ ) καί οἱ ἀντίστοιχοι υποφλοιοί. Στόν πίνακα παρατηροῦμε ὅτι κάθε ηλεκτρόνιο χαρακτηρίζεται ἀπό μιά δική του τετράδα κβαντικῶν ἀριθμῶν.

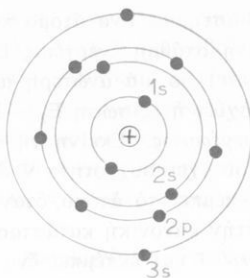
Ὄταν ἕνας φλοιός ἔχει τό μέγιστο ἀριθμό ηλεκτρονίων πού ἀντιστοιχεῖ σ' αὐτό τό φλοιό, τότε ὁ φλοιός αὐτός εἶναι ἕνας *συμπληρωμένος φλοιός*. Γενικά οἱ συμπληρωμένοι φλοιοί ἀποτελοῦν μιά *πολύ σταθερή κατανομή* τών ηλεκτρονίων γύρω ἀπό τόν πυρήνα.

Ὁ δυνατός ἀριθμός ηλεκτρονίων στους  
δύο πρώτους φλοιούς (K, L)

Φλοιός	$n$	$l$	$m_l$	$m_s$	Ἀριθμός ηλεκτρονίων σέ συμπληρωμένο υποφλοιό	Ἀριθμός ηλεκτρονίων σέ συμπληρωμένο φλοιό
K	1	0	0	+1/2	2	2
	1	0	0	-1/2		
L	2	0	0	+1/2	2	8
	2	0	0	-1/2		
	2	1	-1	+1/2	6	
	2	1	-1	-1/2		
	2	1	0	+1/2		
	2	1	0	-1/2		
2	1	+1	+1/2			
2	1	+1	-1/2			

β. Ἡ διαδοχική συμπλήρωση τών φλοιῶν. Θεωροῦμε τά ἄτομα στήν κανονική κατάσταση. Στό περιοδικό σύστημα ὅσο προχωροῦμε διαδοχικά ἀπό τό ἄτομο ὕδρογόνου πρὸς τό ἄτομο οὐρανίου, ὁ ἀτομικός ἀριθμός  $Z$

συνεχώς αυξάνεται από το 1 ως το 92. Άρα όσο προχωρούμε στο περιοδικό σύστημα από το ένα στοιχείο στο άλλο, ο αριθμός των ηλεκτρονίων του ατόμου συνεχώς αυξάνεται κατά ένα ηλεκτρόνιο. Η διαδοχική προσθήκη του ενός ηλεκτρονίου προχωρεί με τέτοιο τρόπο, ώστε διαδοχικά να συμπληρώνεται ο κάθε φλοιός. Στο σχήμα 132 φαίνεται η κατανομή των ηλεκτρονίων στο άτομο μαγνησίου ( $Z = 12$ ).



Σχ. 132. Σχηματική παράσταση της κατανομής των 12 ηλεκτρονίων του ατόμου μαγνησίου στους φλοιούς και υποφλοιούς.

Στά άτομα όμως με μεγάλο ατομικό αριθμό  $Z$  παρατηρούμε αποκλίσεις, που οφείλονται στις άμοιβαίες επιδράσεις των πολλών ηλεκτρονίων που περιφέρονται γύρω από τον πυρήνα και γι' αυτό οι εξωτερικοί φλοιοί O, P, Q ποτέ δεν είναι συμπληρωμένοι. Έτσι π.χ. στο άτομο ουρανίου ( $Z = 92$ ) τά ηλεκτρόνια κατανέμονται ως εξής:

φλοιός	:	K	L	M	N	O	P	Q
ηλεκτρόνια	:	2	8	18	32	18	12	2

### 63. Λέηζερ

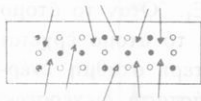
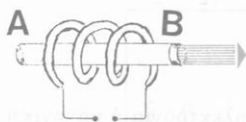
α. Αυτόματη έκπομπή. Για ένα άτομο με πολλά ηλεκτρόνια ή κανονική κατάστασή του αντιστοιχεί σε μία στάθμη ενέργειας  $E_1$ . Όταν το άτομο απορροφήσει ένα φωτόνιο που έχει ενέργεια  $h\nu$ , τότε το άτομο έρχεται σε κατάσταση διεγέρσεως που αντιστοιχεί σε μία ανώτερη στάθμη ενέργειας  $E_2$  και ισχύει η σχέση  $E_2 - E_1 = h\nu$ . Η κατάσταση διεγέρσεως διαρκεί επί ελάχιστο χρόνο, περίπου  $10^{-8}$  sec και το άτομο αυτόματα ξαναγυρίζει στην κανονική κατάστασή του εκπέμποντας ένα φωτόνιο συχνότητας  $\nu$ , η οποία προσδιορίζεται από την εξίσωση  $h\nu = E_2 - E_1$ . Αυτός ο τρόπος έκπομπης ακτινοβολίας ονομάζεται αυτόματη έκπομπή(\*). Σε ένα μεγάλο πλήθος ατόμων ή αυτόματη έκπομπή από τα διάφορα άτομα γίνεται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές.

β. Έξαναγκασμένη έκπομπή. Στο άτομο υπάρχουν μερικές στάθμες ενέργειας που είναι πρόσκαιρα σταθερές και ονομάζονται μετασταθερές στάθμες. Σε μία τέτοια στάθμη ενέργειας το άτομο μπορεί να παραμείνει επί  $10^{-3}$  sec, δηλαδή η κατάσταση διεγέρσεως διαρκεί  $10^5$  φορές μεγαλύτερο χρονικό

\* Spontaneous emission

διάστημα. Ένα άτομο που βρίσκεται στην κανονική κατάσταση, δηλαδή στη στάθμη ενέργειας  $E_1$ , απορροφά ένα φωτόνιο συχνότητας  $\nu$  και έρχεται σε μία ανώτερη μετασταθερή στάθμη ενέργειας  $E_2$ , για την οποία ισχύει η εξίσωση  $E_2 - E_1 = h\nu$ . Το άτομο βρίσκεται τότε σε κατάσταση διεγέρσεως. Εκείνη τη στιγμή πέφτει πάνω στο άτομο ένα φωτόνιο  $h\nu$  που έχει συχνότητα  $\nu$  ακριβώς ίση με τη συχνότητα του φωτονίου που εκπέμπει το άτομο, όταν ξαναγυρίζει από την κατάσταση διεγέρσεως  $E_2$  στην κανονική κατάστασή του  $E_1$ . Τότε το άτομο αναγκάζεται να αποδιεγερθεί και εκπέμπει ένα φωτόνιο  $h\nu$ . Αυτό το φωτόνιο προσθέεται στο προηγούμενο φωτόνιο που προκάλεσε την αποδιέγερση και έτσι από το άτομο φεύγουν δύο μαζί φωτόνια που μεταφέρουν ενέργεια  $2(h\nu)$ . Αυτός ο τρόπος έκπομπης ακτινοβολίας ονομάζεται *εξαναγκασμένη έκπομπή* (\*). Σ' αυτή την αρχή στηρίζεται η λειτουργία του λέιζερ (laser) που αποτελεί έναν καινούριο τύπο φωτεινής πηγής. Η ονομασία του προέρχεται από τα αρχικά γράμματα των λέξεων του τίτλου του (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation = πολλαπλασιασμός του φωτός από εξαναγκασμένη έκπομπή ακτινοβολίας).

γ. Λέιζερ. Συνηθισμένος τύπος είναι ο λέιζερ με ρουμπίνι. Αυτός αποτελείται από ένα μικρό κύλινδρο από ρουμπίνι και γύρω του υπάρχει γυάλινος έλικοειδής σωλήνας με αραιό αέριο. Το ρουμπίνι είναι οξείδιο του αργιλίου,  $Al_2O_3$ , που περιέχει και πολύ λίγο οξείδιο του χρωμίου,  $Cr_2O_3$  (σχ. 133). Η μία βάση του κυλίνδρου είναι τελείως επαργυρωμένη, ενώ η άλλη είναι μόνο ή μισή επαργυρωμένη.



Σχ. 133. Σχηματική παράσταση για την έρμηνεία της λειτουργίας του λέιζερ με ρουμπίνι.

Μέσα στον έλικοειδή σωλήνα γίνεται μία πολύ σύντομη ηλεκτρική εκκένωση που προκαλεί *διέγερση* σε μερικά ιόντα χρωμίου,  $Cr^{3+}$ . Αυτά είναι οι πηγές του φωτός που εκπέμπει ο λέιζερ. Έπακολουθεί αποδιέγερση που προκαλεί *διέγερση* σε περισσότερα ιόντα. Τα παραγόμενα φωτόνια ανακλώνται διαδοχικά πάνω στις δύο επαργυρωμένες βάσεις του κυλίνδρου. Έπειτα από διαδοχικές διεγέρσεις και αποδιεγέρσεις διαρκώς περισσότερων ιόντων χρωμίου έρχεται μία στιγμή που ένα πολύ μεγάλο πλήθος ιόντων χρωμίου βρίσκονται σε *διέγερση* και *απότομα*

\* Stimulated emission

αποδιεγείρονται όλα μαζί. Τότε από τη συσκευή βγαίνει μία δέσμη παραλλήλων ακτίνων ερυθρού φωτός ( $\lambda = 6943 \text{ \AA}$ ). Αυτή η ακτινοβολία έχει τα εξής χαρακτηριστικά: 1) μεταφέρει μεγάλη ενέργεια· 2) είναι απόλυτα μονοχρωματική, δηλαδή αποτελείται από ακτινοβολία μόνο μιας συχνότητας· 3) αποτελείται από απόλυτα παράλληλες ακτίνες.

Η δέσμη « ακτίνων λέιζερ » διαδίδεται σε μεγάλη απόσταση χωρίς διασπορά και προκαλεί συγκέντρωση μεγάλης ενέργειας πάνω σε πολύ μικρή επιφάνεια.

Οι λέιζερ χρησιμοποιούνται σε διάφορες εφαρμογές, π.χ. σε χειρουργεία, για τη διάτρηση σκληρών αντικειμένων (μετάλλων, πολύτιμων λίθων), στις τηλεπικοινωνίες.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Το άτομο υδρογόνου εκπέμπει όρατες ακτινοβολίες που δίνονται από τον τύπο του Balmer :

$$\nu^* = R_H \cdot \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

όπου  $R_H$  είναι η σταθερή Rydberg,  $\nu^* = 1/\lambda$  και  $n$  άκεραιος αριθμός μεγαλύτερος από 2 ( $n > 2$ ). 1) Πόσο είναι το μέγιστο και το ελάχιστο μήκος κύματος καθώς και η συχνότητα των ακραίων φασματικών γραμμών της σειράς Balmer; 2) Πόση ενέργεια μεταφέρει ένα φωτόνιο από αυτές τις ακτινοβολίες;

$$R_H \simeq 11 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}. \quad h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}.$$

2. Πόσο είναι το ελάχιστο μήκος κύματος σε καθεμία από τις πέντε σειρές ακτινοβολιών που μπορεί να εκπέμψει το άτομο υδρογόνου; Πόση ενέργεια μεταφέρει καθενα από τα παραπάνω πέντε φωτόνια;

$$R_H \simeq 11 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}. \quad h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}.$$

3. Στο άτομο υδρογόνου η ακτίνα ( $r$ ) μιας κβαντικής τροχιάς του ηλεκτρονίου και η ταχύτητά του ( $v$ ) πάνω σ' αυτή την τροχιά δίνονται από τις εξισώσεις :

$$r_n = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{n^2 \cdot h^2}{4\pi^2 \cdot m_e \cdot e^2} \quad (1) \quad \text{καί} \quad v_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi \cdot e^2}{n \cdot h} \quad (2)$$

όπου  $n$  είναι ο κύριος κβαντικός αριθμός. 1) Πόση είναι η ακτίνα  $r_1$  της θεμελιώδους τροχιάς και η ταχύτητα  $v_1$  του ηλεκτρονίου πάνω στη θεμελιώδη τροχιά; 2) Πόση είναι η περίοδος  $T_1$  και η συχνότητα  $\nu_1$  της κινήσεως του ηλεκτρονίου πάνω στη θεμελιώδη τροχιά; 3) Νά βρεθούν τα μεγέθη  $r$ ,  $v$ ,  $T$  και  $\nu$  για  $n = 2, 3, 4$ .

$$1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{Cb}^2 \quad h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}.$$

$$m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kgr}. \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}. \quad \pi^2 = 10.$$

4. Η όλική ενέργεια του ηλεκτρονίου πάνω σε μία κβαντική τροχιά άκτινας  $r$  δίνεται από την εξίσωση :

$$E_{ολ} = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2r} \quad (1)$$

1) Νά υπολογιστεί η όλική ενέργεια  $E_1$  του ηλεκτρονίου πάνω στη θεμελιώδη τροχιά, για την οποία είναι  $r_1 = 0,5 \cdot 10^{-10}$  m. 2) Οι άκτινες των κβαντικών τροχιών σε συνάρτηση με τον κύριο κβαντικό αριθμό  $n$  δίνονται από την εξίσωση :

$$r_n = n^2 \cdot r_1 \quad (2)$$

Νά βρεθεί η όλική ενέργεια  $E_n$  του ηλεκτρονίου πάνω σε μία κβαντική τροχιά σε συνάρτηση με τα μεγέθη  $E_1$  και  $n$ .

$$1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Cb}^2. \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb.}$$

5. Στο άτομο υδρογόνου, που βρίσκεται σε κανονική κατάσταση, το ηλεκτρόνιο κινείται γύρω από τον πυρήνα με συχνότητα  $\nu = 6,6 \cdot 10^{15}$  Hz και η άκτινα της θεμελιώδους τροχιάς είναι  $r_1 = 0,5 \cdot 10^{-10}$  m. 1) Πόση είναι η μαγνητική ροπή  $m_1^*$  του μαγνητικού διπόλου που δημιουργείται από την κυκλική κίνηση του ηλεκτρονίου; 2) Το ηλεκτρόνιο πάνω σε μία κβαντική τροχιά άκτινας  $r$  κινείται με ταχύτητα  $v$  και συχνότητα  $\nu = v/2\pi$ . Αν λάβουμε υπόψη την πρώτη συνθήκη του Bohr, νά βρεθεί η μαγνητική ροπή  $m_n^*$  του μαγνητικού διπόλου που δημιουργείται από την κίνηση του ηλεκτρονίου σε συνάρτηση με τον κύριο κβαντικό αριθμό  $n$ .

6. Στο άτομο υδρογόνου το ηλεκτρόνιο, όταν περιφέρεται πάνω στη θεμελιώδη τροχιά έχει ενέργεια  $E_1 = -13,6$  eV και πάνω στη δεύτερη κβαντική τροχιά ( $n=2$ ) έχει ενέργεια  $E_2 = -3,4$  eV. Πόσο είναι το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που εκπέμπει το άτομο υδρογόνου, όταν το ηλεκτρόνιο του πέφτει από τη δεύτερη κβαντική τροχιά πάνω στη θεμελιώδη;  $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$  Joule  $\cdot$  sec.

7. Το άτομο υδρογόνου μπορεί νά εκπέμπει ακτινοβολία, όταν προσλάβει ενέργεια ίση με:

$$10,20 \text{ eV} \quad 12,09 \text{ eV} \quad 13,06 \text{ eV}$$

α) Νά βρεθεί σε καθεμία από τις παραπάνω τρεις περιπτώσεις ο κύριος κβαντικός αριθμός της τροχιάς στην οποία μεταπηδάει το ηλεκτρόνιο μέσα στο άτομο υδρογόνου. β) Νά υπολογιστεί το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που εκπέμπει το άτομο υδρογόνου, όταν το ηλεκτρόνιο ξαναγυρίζει πάλι πάνω στη θεμελιώδη τροχιά.

$$R_H = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}. \quad h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec.} \quad c = 2,997 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$$

8. Το μήκος κύματος της κίτρινης γραμμής  $D_1$  των ατμών νατρίου είναι  $\lambda = 590$  nm. Πόση είναι η διαφορά ενέργειας μεταξύ των δύο κβαντικών τροχιών του ηλεκτρονίου που αντιστοιχούν στην έκπομπή ή την απορρόφηση αυτής της ακτινοβολίας;

$$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec.} \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/sec.}$$

9. Νά γραφούν οι δυνατές τιμές των τεσσάρων κβαντικών αριθμών για ένα ηλεκτρόνιο που έχει κύριο κβαντικό αριθμό  $n = 4$ .

10. Νά γραφούν για το άτομο ήλιου  ${}_2\text{He}$  (σε κανονική κατάσταση) οι κβαντικοί αριθμοί των δύο ηλεκτρονίων του.

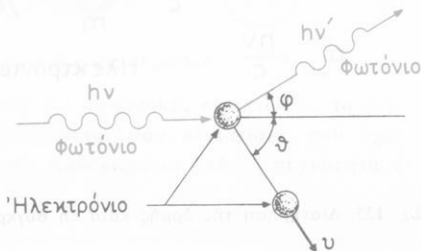
11. Νά γραφούν για το άτομο λιθίου  ${}_3\text{Li}$  (σε κανονική κατάσταση) οι κβαντικοί αριθμοί των τριών ηλεκτρονίων του.



## Φαινόμενο Compton – Φασματογράφος μαζών

### 64. Φαινόμενο Compton

Πάνω σε ένα κομμάτι γραφίτη πέφτει ακτινοβολία Röntgen που έχει μεγάλη συχνότητα  $\nu$ . Τότε ο γραφίτης εκπέμπει μία δευτερογενή ακτινοβολία Röntgen, η οποία κατά μία ορισμένη διεύθυνση έχει συχνότητα  $\nu'$  μικρότερη από τη συχνότητα  $\nu$  της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, δηλαδή είναι  $\nu' < \nu$ . Ταυτόχρονα από το γραφίτη ξεφεύγουν ηλεκτρόνια, τα οποία συνήθως έχουν μικρή ταχύτητα. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται φαινόμενο Compton και είναι αποτέλεσμα ελαστικής κρούσεως ενός φωτονίου με ένα ηλεκτρόνιο του γραφίτη (σχ. 134).



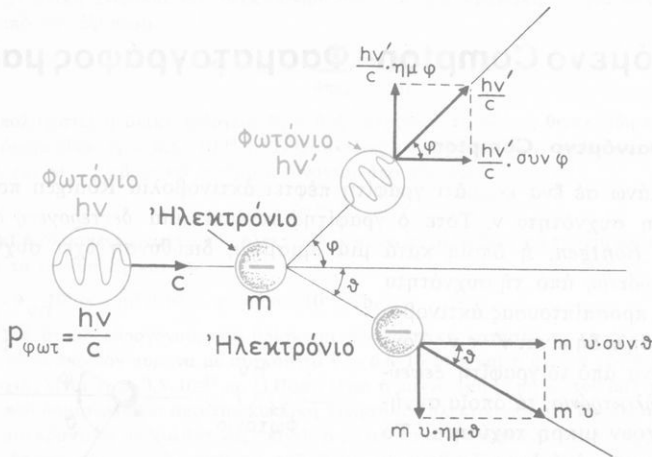
Σχ. 134. Φαινόμενο Compton.

α. Έρμηνεία του φαινομένου Compton. Είναι γνωστό ότι κατά την ελαστική κρούση δύο μαζών ισχύει η αρχή της διατηρήσεως της ενέργειας και η αρχή της διατηρήσεως της ορμής. Θεωρούμε ότι το ηλεκτρόνιο του γραφίτη αρχικά βρίσκεται σε ηρεμία και έχει μάζα  $m$  και ορμή ίση με μηδέν.

**Διατήρηση της ενέργειας στο φαινόμενο Compton.** Πάνω στο ηλεκτρόνιο του γραφίτη πέφτει ένα φωτόνιο που έχει ενέργεια  $h\nu$ . Μετά την κρούση εμφανίζεται ένα δευτερογενές φωτόνιο που κατά μία ορισμένη διεύθυνση έχει συχνότητα  $\nu'$  και επομένως έχει ενέργεια  $h\nu'$  (σχ. 135). Το ηλεκτρόνιο που ξεφεύγει από το γραφίτη κινείται κατά ορισμένη διεύθυνση με ταχύτητα που έχει μέτρο  $v$  και επομένως το ηλεκτρόνιο έχει κινητική ενέργεια  $\frac{1}{2}mv^2$ . Το πείραμα δείχνει ότι στο φαινόμενο Compton ισχύει η αρχή διατηρήσεως της ενέργειας, δηλαδή ισχύει η εξίσωση:

$$h\nu = h\nu' + \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

**Μάζα και ορμή του φωτονίου.** Στο φαινόμενο Compton το φωτόνιο συμπεριφέρεται σαν σωματίδιο που έχει μάζα και ορμή. Σύμφωνα με την αρχή



Σχ. 135. Διατήρηση της ορμής κατά τη σύγκρουση του φωτονίου με το ηλεκτρόνιο.

της ισοδυναμίας μάζας και ενέργειας ή ενέργεια  $h\nu$  του φωτονίου ισοδυναμεί με μάζα του φωτονίου  $m_{\text{φωτ}}$  και επομένως ισχύει ή εξίσωση:

$$h\nu = m_{\text{φωτ}} \cdot c^2$$

Άρα η ενέργεια του φωτονίου ισοδυναμεί με μάζα του φωτονίου :

$$\text{μάζα φωτονίου} \quad m_{\text{φωτ}} = \frac{h\nu}{c^2} \quad (2)$$

Η ταχύτητα του φωτονίου έχει μέτρο  $c$ . Άρα η ορμή του φωτονίου ( $p_{\text{φωτ}}$ ) έχει μέτρο:

$$p_{\text{φωτ}} = m_{\text{φωτ}} \cdot c \quad \text{ή} \quad \text{ορμή φωτονίου} \quad p_{\text{φωτ}} = \frac{h\nu}{c} \quad (3)$$

**Διατήρηση της ορμής στο φαινόμενο Compton.** Πρίν από την κρούση το ηλεκτρόνιο έχει ορμή ίση με μηδέν και το φωτόνιο έχει ορμή που το μέτρο της είναι  $\frac{h\nu}{c}$  (σχ. 135). Μετά την κρούση το δευτερογενές φωτόνιο

πού παράγεται έχει ορμή, που το μέτρο της είναι  $\frac{h\nu'}{c}$  και ή διεύθυνσή της

σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με τή διεύθυνση τής όρμης του άρχικου φωτονίου. Άπό τό γραφίτη άποσπάται ένα *ήλεκτρονίο* πού ή ταχύτητά του έχει μέτρο  $v$ . Η όρμή αυτού του ήλεκτρονίου έχει μέτρο  $mv$  και ή διεύθυνσή της σχηματίζει γωνία  $\theta$  με τή διεύθυνση τής όρμης του άρχικου φωτονίου. Τό πείραμα δείχνει ότι στό φαινόμενο Compton ισχύει ή *άρχή τής διατήρησης τής όρμης*, δηλαδή ισχύουν οι ακόλουθες εξίσώσεις:

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cdot \text{συν } \varphi + mv \cdot \text{συν } \theta \tag{4}$$

$$\frac{h\nu'}{c} \cdot \eta\mu \varphi - mv \cdot \eta\mu \theta = 0 \tag{5}$$

Άπό τά παραπάνω συνάγεται τό ακόλουθο συμπέρασμα:

Τό φαινόμενο Compton φανερώνει ότι σε μερικές περιπτώσεις τό φωτόνιο μιάς άκτινοβολίας συμπεριφέρεται σάν σωματίδιο, πού έχει ενέργεια, μάζα και όρμή, οι όποιες καθορίζονται από τή συχνότητα  $\nu$  τής άκτινοβολίας.

ενέργεια φωτονίου	μάζα φωτονίου	όρμή φωτονίου
$E_{\varphi\omega\tau} = h\nu$	$m_{\varphi\omega\tau} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$	$p_{\varphi\omega\tau} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$

β. Σωματιδιακή φύση τής άκτινοβολίας. Τό πείραμα απέδειξε ότι ή ήλεκτρομαγνητική άκτινοβολία σε όρισμένες περιπτώσεις (συμβολή, περίθλαση, πόλωση) έκδηλώνει καθαρά τήν *κυματική* φύση της. Τό πείραμα όμως απέδειξε επίσης ότι ή ήλεκτρομαγνητική άκτινοβολία σε όρισμένες άλλες περιπτώσεις (φαινόμενο Compton) συμπεριφέρεται ως ροή φωτονίων, τά όποια ισοδυναμούν με *σωματίδια*. Ωστε ή πειραματική έρευνα απέδειξε ότι ή ήλεκτρομαγνητική άκτινοβολία παρουσιάζεται *δισυπόστατη* και άνάλογα με τό φαινόμενο πού εξετάζουμε, άλλοτε μās εμφανίζει μόνο τήν *κυματική φύση* της και άλλοτε μās εμφανίζει μόνο τή *σωματιδιακή φύση* της. Τό φαινόμενο Compton άποδεικνύει ότι για τήν ενέργεια και τή μάζα του φωτονίου ισχύει ή εξίσωση ισοδυναμίας  $h\nu = m_{\varphi\omega\tau}c^2$ .

Άπό αυτή τήν εξίσωση βρίσκουμε:

$$m_{\varphi\omega\tau} = \frac{h}{c\lambda} \quad \text{άρα} \quad \lambda = \frac{h}{m_{\varphi\omega\tau} c} \tag{6}$$

Η εξίσωση (6) εκφράζει τό δισυπόστατο τής ήλεκτρομαγνητικής άκτινοβολίας, γιατί συνδέει τό μήκος κύματος  $\lambda$  (*κυματική φύση*) τής άκτι-

νοβολίας με τη μάζα  $m_{\text{φωτ}}$  (σωματιδιακή φύση) ενός φωτονίου αυτής τής ακτινοβολίας. Από τα παραπάνω συνάγεται ότι:

Η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, ανάλογα με το φαινόμενο που παρατηρούμε, εμφανίζει κυματικές ή σωματιδιακές ιδιότητες.

## 65. Ύλικά κύματα

Η κυματική και η σωματιδιακή φύση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας εκφράζεται με τη γνωστή εξίσωση:

$$\lambda = \frac{h}{m_{\text{φωτ}} c} \quad (1)$$

Ο Louis de Broglie (1924) απέδειξε θεωρητικά ότι η εξίσωση (1) ισχύει και για ένα σωματίδιο (ηλεκτρόνιο, πρωτόνιο, νετρόνιο κ.ά.) που έχει μάζα  $m$ , κινείται με ταχύτητα που το μέτρο της είναι  $v$  και επομένως το σωματίδιο έχει όρμη που το μέτρο της είναι  $mv$ . Άρα σε όρισμένες περιπτώσεις αυτό το σωματίδιο πρέπει να εμφανίζει *κυματικές ιδιότητες*. Έτσι ο de Broglie απέδωσε και στην ύλη το δισυπόστατο που εμφανίζει η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία και απέδειξε θεωρητικά ότι:

Ένα σωματίδιο, που έχει μάζα  $m$  και κινείται με ταχύτητα  $v$ , συνοδεύεται από ένα κύμα που έχει μήκος κύματος, το οποίο προσδιορίζεται από την εξίσωση :

$$\text{μήκος κύματος} \quad \lambda = \frac{h}{mv} \quad \text{ή} \quad \lambda = \frac{h}{p} \quad (2)$$

όπου  $h$  είναι η σταθερή του Planck και  $p = mv$  είναι η όρμη του σωματιδίου. Το κύμα που συνοδεύει το κινούμενο σωματίδιο ονομάζεται *κύμα de Broglie* ή *ύλικό κύμα* ή και *κύμα ψ*. Αυτό το κύμα δεν είναι ηλεκτρομαγνητικής φύσεως, όπως συμβαίνει με το φωτόνιο. Η θεωρία του de Broglie άνοιξε νέους ορίζοντες στην ανάπτυξη της *Κβαντομηχανικής*.

Οι κυματικές ιδιότητες των κινούμενων σωμάτων δεν μπορούν να αποδειχτούν για τα συνηθισμένα σώματα του *μακρόκοσμου* που έχουν μεγάλη μάζα. Γιατί σ' αυτή την περίπτωση το μήκος κύματος  $\lambda$  του ύλικου κύματος είναι πολύ μικρό και δεν μπορούμε με τα σύγχρονα όργανα να παρατηρήσουμε τα κυματικά φαινόμενα που οφείλονται στις κυματικές ιδιότητες των σωμάτων.

**Παράδειγμα.** Ένα σῶμα ἔχει μάζα  $m = 1 \text{ gr}$  καὶ κινεῖται μέ ταχύτητα  $v = 1 \text{ m/sec}$ . Τότε τὸ μήκος κύματος  $\lambda$  τοῦ ὑλικοῦ κύματος εἶναι:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}}{10^{-3} \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/sec}} \quad \text{καὶ} \quad \lambda = 6,6 \cdot 10^{-31} \text{ m}$$

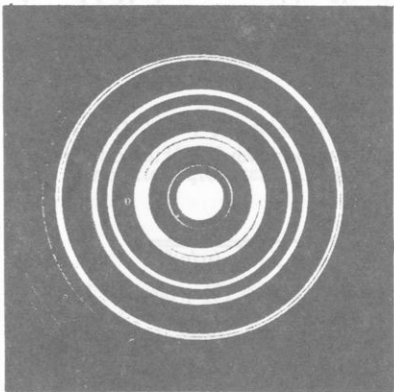
Τὰ κυματικά φαινόμενα πού ἀναφέρονται στό τόσο μικρὸ μήκος κύματος εἶναι ἀδύνατο νά παρατηρηθοῦν καὶ γι' αὐτὸ μένει ἀπαρατήρητη ἡ κυματικὴ φύση τῶν συνηθισμένων σωμάτων.

Ἀντίθετα γιὰ ἓνα ἠλεκτρόνιο πού ἔχει μάζα  $m = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  καὶ κινεῖται μέταχύτητα  $v = 6,6 \cdot 10^7 \text{ m/sec}$  τὸ μήκος κύματος  $\lambda$  τοῦ ὑλικοῦ κύματος εἶναι:

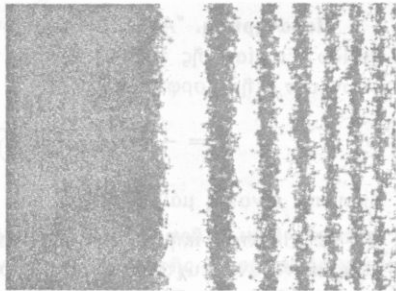
$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}}{9 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 6,6 \cdot 10^7 \text{ m/sec}} \quad \text{καὶ} \quad \lambda \approx 10^{-11} \text{ m} \approx 0,1 \text{ \AA}$$

Τὸ παραπάνω μήκος κύματος εἶναι τῆς ἴδια τάξεως μέ τὰ μήκη κύματος τῶν ἀκτίνων Röntgen καὶ ἐπομένως τὰ κυματικά φαινόμενα πού ἀναφέρονται στό κινούμενο ἠλεκτρόνιο εἶναι εὐκόλο νά παρατηρηθοῦν.

β. Πειραματικὴ ἀπόδειξη τῶν ὑλικῶν κυμάτων. Οἱ κυματικὲς ἰδιότητες πού ἔχουν τὰ κινούμενα σωματίδια ἀποδεικνύονται πειραματικά ἀπὸ τὰ φαινόμενα συμβολῆς καὶ περιθλάσεως πού παρατηροῦμε, ὅταν τὰ κινούμενα σωματίδια περνοῦν μέσα ἀπὸ λεπτά μεταλλικά φύλλα (σχ. 136), μέσα ἀπὸ λεπτές σχισμές ἢ πέφτουν πάνω στὴν ἀκμὴ λεπτῶν κρυστάλλων (σχ. 137). Τέτοια κυματικά φαινόμενα παρατηροῦμε ὄχι μόνο μέ ἠλεκτρόνια,



Σχ. 136. Περιθλάση δέσμης ἠλεκτρονίων πού περνουν μέσα ἀπὸ λεπτό φύλλο ἄλουμινίου.



Σχ. 137. Κρυσσοὶ περιθλάσεως ἀπὸ δέσμη ἠλεκτρονίων πού πέφτει πάνω σὲ ἀκμὴ λεπτοῦ κυβικοῦ κρυστάλλου.

άλλά και με πρωτόνια και νετρόνια και ακόμη με άτομα ηλίου, νέου, αργού.

γ. Θεμελιώδεις εξισώσεις της Κβαντομηχανικής. Ένα σωματίδιο έχει μάζα  $m$  και κινείται με ταχύτητα  $v$ . Αν παραλείψουμε τη μεταβολή της μάζας του σωματιδίου εξαιτίας της ταχύτητάς του, τότε η μάζα του σωματιδίου ισοδυναμεί με ενέργεια  $E = mc^2$ . Το σωματίδιο έχει όρμη που το μέτρο της είναι  $p = mv$ . Η Κβαντομηχανική αποδεικνύει ότι το σωματίδιο αυτό συνοδεύεται από *ύλικό κύμα* που έχει μήκος κύματος:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p} \quad \text{Ήρα} \quad \boxed{\text{όρμη σωματιδίου} \quad p = \frac{h}{\lambda}} \quad (3)$$

Η εξίσωση (3) δίνει *τήν όρμη* του σωματιδίου σε συνάρτηση με το μήκος κύματος  $\lambda$  του *ύλικου κύματος*.

Τό *ύλικό κύμα* έχει *συχνότητα*  $\nu$ . Στην Κβαντομηχανική αποδεικνύεται ότι *ή ενέργεια*  $E$  του σωματιδίου σε συνάρτηση με τη συχνότητα  $\nu$  του *ύλικου κύματος* δίνεται από την εξίσωση:

$$\boxed{\text{ενέργεια σωματιδίου} \quad E = h\nu} \quad (4)$$

Η εξίσωση (4) είναι ανάλογη με την εξίσωση του Planck, ή οποία προσδιορίζει την ενέργεια του φωτονίου. Από τά παραπάνω συνάγεται τό ακόλουθο συμπέρασμα:

**Η Κβαντομηχανική αποδεικνύει ότι ή ενέργεια  $E$  και ή όρμη  $p$  ενός κινούμενου σωματιδίου σε συνάρτηση με τά κυματικά μεγέθη  $\lambda$  και  $\nu$  του *ύλικου κύματος* δίνονται από τίς θεμελιώδεις εξισώσεις :**

$$E = h\nu \quad \text{και} \quad p = h/\lambda$$

**Παρατήρηση.** Αν λάβουμε υπόψη τη μεταβολή της μάζας του σωματιδίου εξαιτίας της ταχύτητάς του, τότε οί παραπάνω δύο εξισώσεις παίρνουν την εξής μορφή.

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad \text{και} \quad p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

όπου  $m_0$  είναι ή μάζα ήρεμίας του σωματιδίου.

δ. Ήλεκτρονική Ήοπτική. Η ανακάλυψη των *ύλικων κυμάτων* έδωσε αφορμή νά αναπτυχτεί ό νέος κλάδος της Φυσικής που ονομάζεται *Ήλεκτρονική Ήοπτική*. Σημαντική εφαρμογή αυτού του κλάδου είναι τό *ήλεκτρονικό μικροσκόπιο*. Στο όπτικό μικροσκόπιο ή διαχωριστική ικανότητα περιορίζεται από τό μήκος κύματος του όρατου φωτός που χρησιμοποιούμε.

Όσο μικρότερο είναι το μήκος κύματος του φωτός, τόσο μεγαλύτερη είναι η διαχωριστική ικανότητα που πετυχαίνουμε. Τά ύλικά κύματα που συνοδεύουν το κινούμενο ηλεκτρόνιο έχουν μήκη κύματος πολύ μικρότερα από τα μήκη κύματος των ορατών ακτινοβολιών και έτσι με το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο πετυχαίνουμε πολύ μεγάλη διαχωριστική ικανότητα. Έτσι αν ένα ηλεκτρόνιο κινείται με ταχύτητα  $v = 1,5 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$ , τότε το μήκος κύματος  $\lambda$  του ύλικου κύματος είναι ίσο με  $\lambda = 4 \cdot 10^{-12} \text{ m}$  δηλαδή είναι  $10^5$  φορές μικρότερο από το μήκος κύματος της άκρας ορατής λώδους ακτινοβολίας ( $\lambda = 4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ ).

### 66. Ύλικά κύματα μέσα στο άτομο υδρογόνου

α. Σχέση του μήκους κύματος  $\lambda$  με την ενέργεια του ηλεκτρονίου. Στο άτομο υδρογόνου το ηλεκτρόνιο κινείται μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο του πυρήνα και έχει δυναμική ενέργεια  $E_{δυν}$  και κινητική ενέργεια:

$$E_{κιν} = \frac{1}{2} m_e v^2 \quad (1)$$

Το ηλεκτρόνιο έχει ολική ενέργεια:

$$E_{ολ} = E_{κιν} + E_{δυν} \quad \text{άρα} \quad E_{κιν} = E_{ολ} - E_{δυν} \quad (2)$$

Από τις εξισώσεις (1) και (2) βρίσκουμε ότι η ταχύτητα  $v$  του ηλεκτρονίου είναι:

$$v = \sqrt{\frac{2(E_{ολ} - E_{δυν})}{m_e}} \quad (3)$$

Τό μήκος κύματος  $\lambda$  του ύλικου κύματος είναι :

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} \quad (4)$$

Από τις εξισώσεις (3) και (4) βρίσκουμε:

$$\lambda^2 = \frac{h^2}{2m_e(E_{ολ} - E_{δυν})} \quad (5)$$

Η εξίσωση (5) φανερώνει ότι:

Στό άτομο υδρογόνου τό μήκος κύματος  $\lambda$  του ύλικου κύματος, πού συνοδεύει τό ηλεκτρόνιο, είναι συνάρτηση της ενεργειακής καταστάσεως του ηλεκτρονίου.

β. Επιτρεπόμενες τροχιές και ηλεκτρονικό νέφος. Στο άτομο υδρογό-

νου τό ηλεκτρόνιο μπορεί νά κινείται μόνο πάνω σέ όρισμένες κβαντικές τροχιές πού καθορίζονται από τήν πρώτη συνθήκη τοῦ Bohr:

$$m_e v r = n \frac{h}{2\pi} \quad \text{ἄρα} \quad 2\pi r = n \frac{h}{m_e v} \quad (6)$$

Τό ηλεκτρόνιο κινούμενο μέ ταχύτητα  $v$  πάνω σέ μιά κβαντική τροχιά ἀκτίνας  $r$ , συνοδεύεται ἀπό ὑλικό κύμα πού ἔχει μήκος κύματος:

$$\lambda = \frac{h}{m_e v}$$

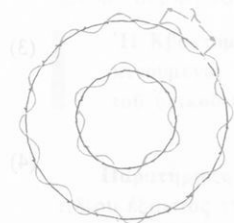
Ἐπομένως ἡ ἐξίσωση (6) φανερώνει ὅτι:

Στό ἄτομο ὕδρογόνου τό ηλεκτρόνιο μπορεί νά κινείται γύρω ἀπό τόν πυρήνα πάνω σέ όρισμένες τροχιές, πού τό μήκος τους ( $2\pi r$ ) εἶναι ἀκέραιο πολλαπλάσιο ( $n$ ) τοῦ μήκους κύματος ( $\lambda$ ) τοῦ ὑλικοῦ κύματος.

$$\text{ἔπιτρεπόμενες τροχιές} \quad 2\pi r = n \cdot \lambda$$

ὅπου  $n$  εἶναι ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός. Τό παραπάνω συμπέρασμα τῆς Κβαντομηχανικῆς ἐρμηνεύει τήν πρώτη συνθήκη τοῦ Bohr πού διατυπώθηκε αὐθαίρετα. Σύμφωνα μέ τήν Κβαντομηχανική, ὅπως πάνω σέ μιά

χορδή σχηματίζεται ὁρισμένος ἐπιτρεπόμενος ἀριθμός στάσιμων κυμάτων ἔτσι καί πάνω σέ κάθε ἐπιτρεπόμενη τροχιά σχηματίζεται ὁρισμένο σύστημα στάσιμων ὑλικῶν κυμάτων (σχ. 138). Αὐτό τό σύστημα ἔχει τρεῖς διαστάσεις καί περιβάλλει ὁλόκληρο τόν πυρήνα. Τό σύστημα τῶν στάσιμων κυμάτων ἀποτελεῖ τό *ἠλεκτρονικό νέφος* πού μέσα σ' αὐτό κατανέμεται ἡ *μάζα* καί τό *φορτίο* τοῦ ηλεκτρονίου. Σέ κάθε *ἐνεργειακή κατάσταση* τοῦ ηλεκτρονίου ἀντιστοιχεῖ ὁρισμένη μορφή τοῦ ἠλεκτρονικοῦ νέφους (σχ. 139). Ἀπό τά παραπάνω συνάγεται τό ἀκόλουθο συμπέρασμα:



Σχ. 138. Τό μήκος τῆς τροχιάς τοῦ ηλεκτρονίου εἶναι ἀκέραιο πολλαπλάσιο τοῦ μήκους κύματος  $\lambda$  τοῦ ὑλικοῦ κύματος.

Στό ἄτομο ὕδρογόνου τό ηλεκτρόνιο, κινούμενο μέσα στό ἠλεκτρικό πεδίο τοῦ πυρήνα, παίρνει διάφορες γεωμετρικές μορφές ἠλεκτρονικοῦ νέφους, οἱ ὁποῖες ἀπλώνονται στό χῶρο γύρω ἀπό τόν πυρήνα.

Κάθε μορφή τοῦ ἠλεκτρονικοῦ νέφους ἀντιστοιχεῖ σέ ὁρισμένη ἐνεργειακή κατάσταση τοῦ ηλεκτρονίου.



Όπως βλέπουμε στο σχήμα 139 ή μορφή του ηλεκτρονικού νέφους σχετίζεται με τον κύριο κβαντικό αριθμό  $n$  καθώς και με τους άλλους κβαντικούς αριθμούς του ηλεκτρονίου.

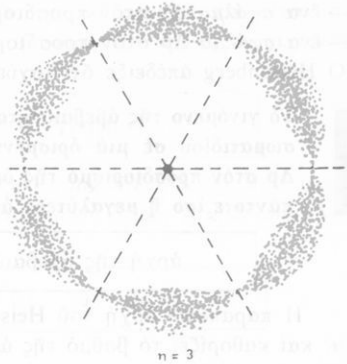
### 67. Αρχή της άβεβαιότητας

Στά μακροσκοπικά φαινόμενα από την κίνηση ενός σώματος πάνω στην τροχιά του μπορούμε να ξέρουμε *τή θέση* και *τήν ταχύτητα* του σώματος σε μία *ορισμένη χρονική στιγμή*.

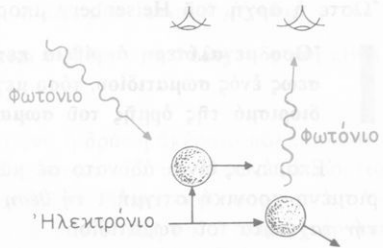
Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να προσδιορίσουμε *τή θέση* ενός ηλεκτρονίου που κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v$  πάνω σε έναν άξονα (σχ. 140). Για να παρατηρήσουμε το ηλεκτρόνιο, πρέπει να αφήσουμε να πέσει πάνω του ένα φωτόνιο. Αυτό το φωτόνιο πρέπει έπειτα να μπει μέσα στο μικροσκόπιο με το οποίο κάνουμε την παρατήρηση.

Αλλά το φωτόνιο που πέφτει πάνω στο ηλεκτρόνιο έχει ενέργεια  $h\nu$  και, όπως δείχνει το φαινόμενο Compton, ή πτώση του φωτονίου πάνω στο ηλεκτρόνιο ισοδυναμεί με μηχανική κρούση, ή οποία προκαλεί *μεταβολή της όρμης* του ηλεκτρονίου κατά  $\Delta p$ . Αυτή ή μεταβολή της όρμης του ηλεκτρονίου είναι της ίδιας τάξεως με την όρμη του φωτονίου  $h/\lambda$  και προκαλείται, όταν προσπαθούμε να παρατηρήσουμε το κινούμενο ηλεκτρόνιο.

Ο Heisenberg (1927) απέδειξε ότι στην περίπτωση ενός σωματιδίου, όπως είναι το ηλεκτρόνιο, *δέν είναι δυνατό* να μετρηθούν ταυτόχρονα με ακρίβεια *ή θέση* και *ή ταχύτητα* του σωματιδίου. Αν το σωματίδιο έχει μάζα  $m$  και κινείται πάνω στον άξονα  $Ox$  με ταχύτητα που το μέτρο της  $v$  είναι σταθερό, τότε το σωματίδιο έχει όρμη που το μέτρο της είναι ίσο με  $p = mv$ . Αν σε μία *ορισμένη χρονική στιγμή*  $t$  προσδιορίσουμε *τή θέση* του σωματιδίου πάνω στην τροχιά του (δηλαδή την τετμημένη  $x$ ) και *τήν όρμη*  $p$  του σωματιδίου, τότε στίς μετρήσεις μας υπάρχουν πάντοτε:



Σχ. 139. Σχηματική παράσταση των υλικών κυμάτων στο άτομο υδρογόνου, όταν το ηλεκτρόνιο κινείται πάνω στην κβαντική τροχιά  $n = 3$ .



Σχ. 140. Για να παρατηρήσουμε το ηλεκτρόνιο πρέπει να πέσει πάνω του ένα φωτόνιο.

- ένα σφάλμα  $\Delta x$  στον προσδιορισμό της θέσεως και
  - ένα σφάλμα  $\Delta p$  στον προσδιορισμό της όρμης του σωματιδίου.
- Ο Heisenberg απέδειξε ότι ισχύει η ακόλουθη αρχή :

Τό γινόμενο της άβεβαιότητας  $\Delta x$  στον προσδιορισμό της θέσεως ενός σωματιδίου σε μία όρισμένη χρονική στιγμή επί την άβεβαιότητα  $\Delta p$  στον προσδιορισμό της όρμης κατά την ίδια χρονική στιγμή είναι πάντοτε ίσο ή μεγαλύτερο από τη σταθερή του Planck  $h$ .

$$\text{αρχή της άβεβαιότητας} \quad \Delta x \cdot \Delta p \geq h$$

Η παραπάνω αρχή του Heisenberg ονομάζεται *αρχή της άβεβαιότητας* και καθορίζει το βαθμό της ακρίβειας που έχουν οι γνώσεις μας στην περιοχή του μικρόκοσμου.

Επειδή τό γινόμενο των δύο σφαλμάτων  $\Delta x \cdot \Delta p$  είναι πάντοτε ίσο ή μεγαλύτερο από τη σταθερή  $h$ , συνάγεται ότι, όταν τό ένα από αυτά τά σφάλματα τείνει προς τό μηδέν, τό άλλο σφάλμα τείνει προς τό άπειρο. Όστε η αρχή του Heisenberg μπορεί νά διατυπωθεί καί έτσι:

**Όσο μεγαλύτερη ακρίβεια πετυχαίνουμε στον προσδιορισμό της θέσεως ενός σωματιδίου, τόσο μεγαλύτερο γίνεται τό σφάλμα στον προσδιορισμό της όρμης του σωματιδίου καί αντίστροφα.**

Επομένως είναι αδύνατο σε μās νά γνωρίζουμε ταυτόχρονα σε μία όρισμένη χρονική στιγμή *τή θέση* καί *τήν όρμή* του σωματιδίου, άρα καί *τήν ταχύτητα* του σωματιδίου.

Η αρχή της άβεβαιότητας είναι μία γενική αρχή που ισχύει για όλα τά ζεύγη μεταβλητών, που μέ αυτά μπορεί νά χαρακτηριστεί ή κατάσταση ενός συστήματος. Έτσι π.χ. αν μετρήσουμε *τήν ενέργεια*  $E$  που εκπέμπει ένα σύστημα στή διάρκεια *ένος χρόνου*  $t$ , τότε τό σφάλμα  $\Delta E$  στον προσδιορισμό της ενέργειας καί τό σφάλμα  $\Delta t$  στον προσδιορισμό του χρόνου συνδέονται μέ τη σχέση:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h$$

α. Η δράση. Η άβεβαιότητα που εμφανίζεται, όταν μελετάμε τό μικρόκοσμο, δέν όφείλεται στήν ατέλεια των επιστημονικών μας γνώσεων, αλλά όφείλεται σε μία γενική ιδιότητα της Φύσεως.

Ξέρουμε ότι ή ενέργεια που μεταφέρει ένα φωτόνιο δίνεται από την εξίσωση:

$$E = h \cdot \nu \quad \text{άρα} \quad h = \frac{E}{\nu} = \frac{\text{Joule}}{\text{sec}^{-1}} = \text{Joule} \cdot \text{sec}$$

“Ωστε ή σταθερή του Planck είναι ένα φυσικό μέγεθος που είναι ίσο με τό γινόμενο ενέργειας (E) επί χρόνο (t). Ονομάζουμε δράση τό γινόμενο της ενέργειας επί τό χρόνο.

$$\text{δράση} = \text{ενέργεια} \cdot \text{χρόνος}$$

“Αρα ή σταθερή του Planck ή εκφράζει τή μικρότερη δράση που υπάρχει στη Φύση καί γι’ αυτό τήν λέμε στοιχειώδη δράση ή κβάντουμ δράσεως.

$$\text{στοιχειώδης δράση} \quad h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$$

“Η πειραματική έρευνα απέδειξε ότι:

**Στή Φύση ή δράση είναι πάντοτε ίση με άκέραιο πολλαπλάσιο της στοιχειώδους δράσεως h.**

Γι’ αυτό λέμε ότι ή δράση είναι ένα κβαντωμένο φυσικό μέγεθος.

**“Η αρχή της άβεβαιότητας βασίζεται στό ότι στη Φύση ή δράση είναι ένα κβαντωμένο μέγεθος.**

**Παρατήρηση.** Στή Φύση δέν είναι μόνο ή δράση άκέραιο πολλαπλάσιο της στοιχειώδους δράσεως h. “Οπως ξέρουμε καί τό ήλεκτρικό φορτίο είναι άκέραιο πολλαπλάσιο του στοιχειώδους ήλεκτρικού φορτίου e. “Υπάρχουν πολλά κβαντωμένα μεγέθη, π.χ. ή στροφορμή καί ή όλική ενέργεια του ήλεκτρονίου στό άτομο ύδρογόνου κ.ά.

β. “Εφαρμογή της αρχής της άβεβαιότητας στό μικρόκοσμο καί στό μακρόκοσμο. 1. “Ενα ήλεκτρόνιο κινείται μέ ταχύτητα v. “Η μάζα του ήλεκτρονίου κατά προσέγγιση είναι ίση μέ  $m = 10^{-30}$  kg. “Θέλουμε νά προσδιορίσουμε τή θέση του ήλεκτρονίου μέ ακρίβεια 0,01 Å. Τότε είναι  $\Delta x = 10^{-12}$  m. “Η άβεβαιότητα στον προσδιορισμό της όρμης είναι:

$$\Delta p \geq \frac{h}{\Delta x} \quad \text{άρα} \quad m \cdot \Delta v \geq \frac{h}{\Delta x}$$

“Επομένως ή άβεβαιότητα στον προσδιορισμό της ταχύτητας του ήλεκτρονίου είναι:

$$\Delta v \geq \frac{h}{m \cdot \Delta x} \quad \text{ή} \quad \Delta v \geq \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}}{10^{-30} \text{ kg} \cdot 10^{-12} \text{ m}}$$

$$\text{καί} \quad \Delta v \geq 6,6 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$$

Η άβειαιότητα στον προσδιορισμό της ταχύτητας του ηλεκτρονίου είναι *μεγαλύτερη* από την ταχύτητα του φωτός στο κενό ( $c = 3 \cdot 10^8$  m/sec).

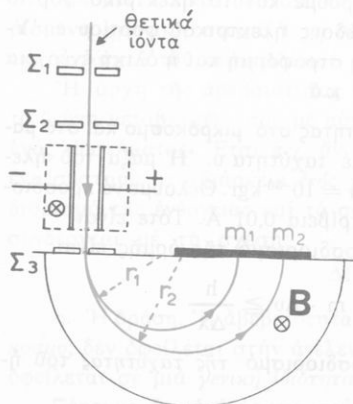
2. Ένα σωμα έχει μάζα  $m = 10^{-3}$  kgr, κινείται με ταχύτητα  $v$  και θέλουμε να προσδιορίσουμε *τή θέση του* με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια πού μας δίνουν τα καλά μικροσκόπια. Τότε είναι  $\Delta x = 2 \cdot 10^{-7}$  m. Έπομένως η άβειαιότητα στον προσδιορισμό *της ταχύτητας* του σώματος είναι:

$$\Delta v \geq \frac{h}{m \cdot \Delta x} \quad \text{ή} \quad \Delta v \geq \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}}{10^{-3} \text{ kgr} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \text{ m}}$$

$$\text{καί} \quad \Delta v \geq 3,3 \cdot 10^{-24} \text{ m/sec}$$

Η άβειαιότητα στον προσδιορισμό *της ταχύτητας* είναι *ασήμαντη*, γιατί είναι πολύ μικρότερη από την ακρίβεια πού πετυχαίνουμε στις μετρήσεις μας. Καί αντίστροφα η άβειαιότητα στον προσδιορισμό *της θέσεως* αυτού του σώματος είναι επίσης *ασήμαντη*, γιατί είναι πολύ μικρότερη από την ακρίβεια πού πετυχαίνουμε στις μετρήσεις μας. Τά παραπάνω δύο παραδείγματα δείχνουν ότι:

Η *άρχη του Heisenberg* έχει εφαρμογή μόνο στά φαινόμενα του μικρόκοσμου, ενώ η άβειαιότητα πού εισάγει η *άρχη του Heisenberg* στά μακροσκοπικά φαινόμενα είναι τελείως *ασήμαντη*.



## 68. Φασματογράφος μαζών

Για τή μέτρηση της μάζας των ιόντων χρησιμοποιούμε τό φασματογράφο μαζών (σχ. 141). Μέσα σέ αερόκενο σωλήνα παράγονται θετικά ιόντα πού τό καθένα έχει μάζα  $m$  και φορτίο  $q$ . Αρχικά τά θετικά ιόντα επιταχύνονται με τήν επίδραση ηλεκτρικού πεδίου και αποκτούν μεγάλη ταχύτητα. Μιά λεπτή δέσμη από αυτά τά ιόντα περνάει από δύο σχισμές Σ<sub>1</sub> και Σ<sub>2</sub> και μπαίνει μέσα σέ μία περιοχή κενού, στήν όποία υπάρχει ένα *όμογενές ηλεκτρικό πεδίο* έντάσεως  $\vec{E}_1$  και ένα *όμογενές μαγνητικό πεδίο* με *μαγνητική επαγωγή*  $\vec{B}_1$ . Τά άνύσματα  $\vec{E}_1$  και  $\vec{B}_1$  είναι κάθετα μεταξύ τους

σχ. 141. Φασματογράφος μαζών. Οί άκτίνες των κυκλικών τροχιών των θετικών ιόντων είναι άνάλογες με τίς μάζες των ιόντων.  $r_1/r_2 = m_1/m_2$ .

καί ἡ ταχύτητα  $\vec{v}$  τῶν ἰόντων εἶναι κάθετη στίς δυναμικές γραμμές τῶν δύο πεδίων.

Τά ἀνύσματα  $\vec{E}_1$  καί  $\vec{B}_1$  ἔχουν τέτοια φορά, ὥστε οἱ δύο ἠλεκτρομαγνητικές δυνάμεις πού ἀναπτύσσονται πάνω στό ἰόν, δηλαδή ἡ ἠλεκτροστατική δύναμη  $F_{\tau\lambda} = E_1 q$  καί ἡ ἠλεκτρομαγνητική δύναμη  $F_{\mu\alpha\rho\nu} = qvB_1$ , πού εἶναι ὁμοεπίπεδες νά ἔχουν ἀντίθετη φορά.

Γιά μερικά ἰόντα οἱ δύο δυνάμεις  $\vec{F}_{\tau\lambda}$  καί  $\vec{F}_{\mu\alpha\rho\nu}$  εἶναι ἴσες καί ἀντίθετες καί ἰσχύει ἡ σχέση:

$$E_1 \cdot q = q \cdot v \cdot B_2 \quad \text{ἄρα} \quad v = \frac{E_1}{B_1}$$

Τά ἰόντα πού ἔχουν αὐτή τήν ταχύτητα  $v$  δέν παθαίνουν καμιά ἐκτροπή, ἀλλά κινούνται εὐθύγραμμα καί περνώντας ἀπό μιά τρίτη σχισμὴ  $\Sigma_3$  μπαίνουν μέσα σέ ὁμογενές μαγνητικό πεδίο κάθετα στίς δυναμικές γραμμές τοῦ πεδίου πού ἔχει μαγνητική ἐπαγωγὴ  $\vec{B}$ .

Αὐτό τὸ μαγνητικό πεδίο ἀναγκάζει τὸ ἰόν νά διαγράψει μιά ἡμιπερίφεια πού ἔχει ἀκτίνα  $r$  ἴση μέ:

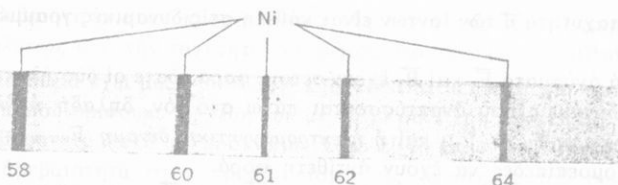
$$r = \frac{v}{q \cdot B} \cdot m \quad (1)$$

Ἡ ἐξίσωση (1) φανερώνει ὅτι ἰόντα πού ἔχουν τὸ ἴδιο φορτίο  $q$  διαγράφουν κυκλικές τροχιές πού οἱ ἀκτίνες τους εἶναι ἀνάλογες μέ τίς μάζες τῶν ἰόντων, δηλαδή ἰσχύει ἡ σχέση:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

Ἔτσι τά ἰόντα πού ἔχουν τήν ἴδια μάζα  $m$ , ἀφοῦ διαγράψουν μιά ἡμιπερίφεια μέ ἀκτίνα  $r$ , πέφτουν πάνω σέ φωτογραφική πλάκα καί σχηματίζουν πάνω σ' αὐτή μιά μαύρη ραβδώση (εἶναι τὸ εἶδωλο τῆς σχισμῆς  $\Sigma_3$ ). Ἀπὸ τὴ θέση τῆς ραβδώσεως πάνω στήν πλάκα ὑπολογίζεται ἡ ἀκτίνα  $r$  τῆς κυκλικῆς τροχιάς καί ἀπὸ τὴν ἐξίσωση (1) ὑπολογίζεται ἡ μάζα  $m$  τοῦ ἰόντος (ὅταν τὰ μεγέθη  $q$ ,  $v$  καί  $B$  εἶναι γνωστά).

α. Διαχωρισμός τῶν ἰσοτόπων ἑνός στοιχείου. Ἄν ἡ ἀρχικὴ δέσμη τῶν θετικῶν ἰόντων πού πέρασε ἀπὸ τὴ σχισμὴ  $\Sigma_3$  ἀποτελεῖται ἀπὸ ἰόντα πού ἔχουν τὸ ἴδιο φορτίο  $q$ , ἀλλά διαφορετικὴ μάζα  $m$ , τότε πάνω στή φωτογραφικὴ πλάκα σχηματίζονται τόσες μαῦρες ραβδώσεις, ὅσες εἶναι οἱ διάφορες τιμές πού ἔχει ἡ μάζα τῶν ἰόντων (σχ. 142) Ἐπειδὴ κατὰ μεγάλη προσέγγιση ἡ μάζα τοῦ θετικοῦ ἰόντος εἶναι ἴση μέ τὴ μάζα τοῦ ἀτόμου τοῦ στοιχείου, ἔπεται ὅτι μέ τὸ φασματογράφο μαζῶν μετράμε τίς μάζες τῶν ἀτόμων.



Σχ. 142. Φασματογράφημα που δείχνει το διαχωρισμό των πέντε ισότοπων του νικελίου.

Μέ το φασματογράφο μαζών ανακαλύψαμε (Thomson, 1913) ότι ένα στοιχείο αποτελείται συνήθως από διάφορα είδη ατόμων που έχουν τις ίδιες χημικές ιδιότητες, αλλά διαφορετικές ατομικές μάζες. Έτσι ανακαλύφθηκαν *τά ισότοπα* ενός στοιχείου που ή ύπαρξή τους οφείλεται στη δομή του ατομικού πυρήνα τους.

Για να προσδιορίσουμε τη σχετική αναλογία των διαφόρων ισότοπων σέ ένα στοιχείο, προσαρμόζουμε κατάλληλα το φασματογράφο μαζών και μετράμε *τό όλικό φορτίο* των ιόντων που διαγράφουν την αντίστοιχη κυκλική τροχιά. Όποτε:

Μέ το φασματογράφο μαζών μετράμε *τή μάζα των ατόμων* και βρίσκουμε από πόσα ισότοπα και μέ ποιά αναλογία αποτελείται ένα στοιχείο.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Μιά ακτινοβολία Röntgen με μήκος κύματος  $\lambda = 7 \text{ \AA}$  πέφτει πάνω σέ ένα υλικό και τότε από τό υλικό ξεφεύγουν ηλεκτρόνια μέ ταχύτητα  $v = 10^8 \text{ km/sec}$  και ταυτόχρονα παράγεται μία δευτερογενής ακτινοβολία που έχει μήκος  $\lambda' > \lambda$ . Νά υπολογιστεί τό μήκος κύματος  $\lambda'$ .

$$m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kgr.} \quad h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec.}$$

2. Μιά μονοχρωματική ακτινοβολία έχει μήκος κύματος  $\lambda = 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ . Πόση είναι ή μάζα και ή όρμη του φωτονίου αυτής τής ακτινοβολίας;

$$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec.}$$

3. Τό κάθε φωτόνιο μιās μονοχρωματικής ακτινοβολίας έχει ενέργεια  $E = 0,1 \text{ MeV}$ . Νά βρεθεί: α) τό μήκος κύματος τής ακτινοβολίας και β) ή μάζα και ή όρμη κάθε φωτονίου τής ακτινοβολίας.  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec.}$

4. Πάνω σέ ένα υλικό πέφτει μία ακτινοβολία μέ μήκος κύματος  $\lambda_1$  και τότε από τό υλικό ξεφεύγουν ηλεκτρόνια μέ ταχύτητα  $v$  και ταυτόχρονα παράγεται δευτερογενής ακτινοβολία μέ μήκος κύματος  $\lambda_2$ . Ποιά σχέση συνδέει τήν ταχύτητα  $v$  των ηλεκτρονίων μέ τά μήκη κύματος  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$ ;

5. Πάνω σέ ένα ηλεκτρόνιο, πού ήρεμεί, πέφτει ένα φωτόνιο πού έχει μήκος κύματος  $\lambda$ . Τότε παράγεται ένα δευτερογενές φωτόνιο πού έχει μήκος κύματος  $\lambda'$ . Βρίσκεται ότι ή μεταβολή του μήκους κύματος  $\Delta\lambda$  (σέ μέτρα) είναι :

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e \cdot c}$$

Ποιά σχέση δίνει τήν απώλεια ενέργειας  $\Delta E$  του άρχικου φωτονίου κατά τήν κρούση;

Έφαρμογή  $\lambda = 0,712 \text{ \AA}$ .  $m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$

6. Ένας ατομικός πυρήνας έχει μάζα  $m$  και εκπέμπει ένα φωτόνιο  $\gamma$  πού έχει συχνότητα  $\nu$ . Πόση είναι ή ταχύτητα και ή κινητική ενέργεια ανακρούσεως του ατομικού πυρήνα;

7. Ένα φωτόνιο μέ μήκος κύματος  $\lambda$  πέφτει πάνω σέ ένα ύλικό και τότε ξεφεύγει από τό ύλικό ένα ηλεκτρόνιο και ταυτόχρονα παράγεται ένα δευτερογενές φωτόνιο πού έχει μήκος κύματος  $\lambda'$  και ή διεύθυνση διαδόσεως του φωτονίου σχηματίζει γωνία  $\varphi$  μέ τή διεύθυνση διαδόσεως του άρχικου φωτονίου. Νά βρεθεί: α) τό μήκος κύματος  $\lambda'$  του δευτερογενούς φωτονίου και ή ταχύτητα  $\nu$  του έξερχόμενου ηλεκτρονίου· β) ή γωνία  $\theta$  πού σχηματίζει ή διεύθυνση τής κινήσεως του ηλεκτρονίου μέ τή διεύθυνση τής κινήσεως του άρχικου φωτονίου.

8. Νά δειχτεί ότι στό φαινόμενο Compton, όταν τό έξερχόμενο ηλεκτρόνιο έχει μεγάλη ταχύτητα, ισχύει ή εξίσωση :

$$h(\nu - \nu') = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1 \right)$$

όπου  $\nu$  και  $\nu'$  είναι αντίστοιχα ή συχνότητα τής άρχικης και τής δευτερογενούς ακτινοβολίας και  $m_0$  είναι ή μάζα ήρεμίας του ηλεκτρονίου.

9. Πόσο είναι τό μήκος κύματος του ύλικου κύματος για ένα ηλεκτρόνιο πού έχει κινητική ενέργεια  $E = 600 \text{ eV}$ ;

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .  $h = 6,67 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$ .

10. Τό μήκος κύματος του ύλικου κύματος ενός ηλεκτρονίου είναι  $\lambda = 1,65 \text{ \AA}$ . Πόση είναι ή ταχύτητα  $\nu$  του ηλεκτρονίου;  $m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$ .

11. Πόσο είναι τό μήκος κύματος του ύλικου κύματος ενός ηλεκτρονίου πού έχει ενέργεια  $E = 1 \text{ MeV}$ ;

$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$ .  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .  $m_p = 0,51 \text{ MeV}$ .

12. Ένα ηλεκτρόνιο και ένα πρωτόνιο κινούνται έχοντας τήν ίδια κινητική ενέργεια. Ποιό λόγο έχουν τά μήκη κύματος των ύλικών κυμάτων γι' αυτά τά δύο σωματίδια; Μάζα ηλεκτρονίου  $m_e$ . Μάζα πρωτονίου  $m_p = 1836 m_e$ .

13. Σέ ένα ηλεκτρονικό μικροσκόπιο θέλουμε τό ύλικό κύμα πού συνοδεύει τό ηλεκτρόνιο νά έχει μήκος κύματος  $\lambda = 0,05 \text{ nm}$ . Πόση τάση πρέπει νά εφαρμόσουμε για τήν επιτάχυνση των ηλεκτρονίων;

$m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$ .

14. Στο άτομο υδρογόνου ή άκτινα  $r$  των κβαντικών τροχιών σε συνάρτησή με τὸν κύριο κβαντικό ἀριθμὸ δίνεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωση :

$$r_n = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} \quad (1)$$

α) Πόσο εἶναι τὸ μῆκος κύματος τοῦ ὑλικοῦ κύματος γιὰ τὸ ἠλεκτρόνιο, ὅταν τοῦτο κινεῖται πάνω στὴ θεμελιώδη τροχιά καὶ πάνω στὶς δύο ἀμέσως ἐπόμενες τροχιές; Δίνεται ὅτι γιὰ  $n = 1$  εἶναι  $r_1 = 0,529 \cdot 10^{-10}$  m. β) Πόσα ὑλικά κύματα σχηματίζονται πάνω σὲ κάθε τροχιά στὶς τρεῖς παραπάνω περιπτώσεις;

15. Ἐνα ἠλεκτρόνιο κινεῖται μὲ ταχύτητα  $v$  καὶ θέλουμε νὰ προσδιορίσουμε τὴ θέση του μὲ ἀκρίβεια  $\Delta x = 0,02 \text{ \AA}$ . Πόση εἶναι ἡ ἀβεβαιότητα  $\Delta v$  στὸν προσδιορισμὸ τῆς ταχύτητας τοῦ ἠλεκτρονίου;

$$m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}.$$

16. Ἐνα βλήμα ἔχει μάζα  $m = 100$  gr, κινεῖται μὲ ταχύτητα  $v$  καὶ ἡ θέση του προσδιορίζεται μὲ ἀκρίβεια  $\Delta x = 1 \mu\text{m}$ . Πόση εἶναι ἡ ἀβεβαιότητα  $\Delta v$  στὸν προσδιορισμὸ τῆς ταχύτητας τοῦ βλήματος;  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$ .

17. Ἐνα σωματίδιο ἔχει μάζα  $m = 10^{-30}$  kg, κινεῖται μὲ ταχύτητα  $v$  πού προσδιορίζεται μὲ ἀκρίβεια  $1\%$  μὲ  $\Delta v = 1 \text{ km/sec}$ . Μὲ πόση ἀκρίβεια προσδιορίζεται ἡ θέση τοῦ σωματιδίου;  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$ .

18. Ἡ διάμετρος τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου εἶναι  $\delta = 10^{-8}$  cm. Ὄταν τὸ άτομο ὑδρογόνου βρίσκεται στὴν κανονικὴ κατάσταση, τὸ ἠλεκτρόνιό του κινεῖται πάνω στὴ θεμελιώδη τροχιά μὲ ταχύτητα  $v = 2200 \text{ km/sec}$ . α) Ἄν ἡ ἀβεβαιότητα στὸν προσδιορισμὸ τῆς ταχύτητας τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι  $\Delta v = 0,01 v$ , νὰ βρεθεῖ πόση εἶναι ἡ ἀβεβαιότητα  $\Delta x$  στὸν προσδιορισμὸ τῆς θέσεώς του. β) Ποιὰ σχέση ἔχει ἡ ἀβεβαιότητα  $\Delta x$  μὲ τὴν διάμετρο  $\delta$  τοῦ ἀτόμου;

$$m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}.$$

19. Ἡ θέση ἑνὸς ἠλεκτρονίου πάνω στὴν εὐθύγραμμη τροχιά του κατὰ μιὰ χρονικὴ στιγμή  $t$  προσδιορίζεται μὲ ἀβεβαιότητα  $\Delta x = 10^{-9}$  m. Νὰ βρεθεῖ ἡ ἀβεβαιότητα στὸν προσδιορισμὸ τῆς ταχύτητας τοῦ ἠλεκτρονίου καὶ ἡ ἀβεβαιότητα στὸν προσδιορισμὸ τῆς θέσεώς του  $1 \text{ sec}$  μετὰ τὴ χρονικὴ στιγμή  $t$ .

20. Τὰ ἰόντα πού θὰ ἐξετάσουμε σὲ ἓνα φασματογρᾶφο μαζῶν ἔχουν τὸ καθένα ἀπὸ αὐτὰ φορτίο  $+q$  καὶ κινεῖνται μὲ ταχύτητες πού ἔχουν διαφορετικὸ μέτρο. Τὰ ἰόντα μπαίνουν μέσα σὲ μιὰ περιοχὴ στὴν ὁποία ἐπικρατεῖ ἓνα μαγνητικὸ πεδίο μὲ μαγνητικὴ ἐπαγωγὴ  $B = 0,4 \text{ T}$  καὶ ἓνα ἠλεκτρικὸ πεδίο μὲ ἐνταση  $E$ . Τὰ ἀνύσματα  $\vec{v}$ ,  $\vec{B}$  καὶ  $\vec{E}$  εἶναι ἀνά δύο κάθετα μεταξύ τους. Πόσο πρέπει νὰ εἶναι τὸ μέτρο τῆς ἐντάσεως  $E$  τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου, ὥστε τὰ ἰόντα πού ἔχουν ταχύτητα  $v = 2 \cdot 10^5 \text{ m/sec}$  νὰ μὴ παθαίνουν καμιά ἐκτροπὴ ἀπὸ τὴν ἀρχικὴ διεύθυνσή τους;

21. Σὲ ἓνα φασματογρᾶφο μαζῶν ἀπὸ τὴ σχισμὴ  $S_2$  μπαίνουν μέσα στό μαγνητικὸ πεδίο δύο εἶδη ἰόντων πού ἔχουν τὴν ἴδια ταχύτητα  $v = 200 \text{ km/sec}$  καὶ τὸ ἴδιο θετικὸ φορτίο  $+e$ . Ἡ ταχύτητα  $\vec{v}$  εἶναι κάθετη στὴ μαγνητικὴ ἐπαγωγὴ  $\vec{B}$ , πού ἔχει μέτρο  $B = 0,3 \text{ T}$ . Ξέρουμε ὅτι τὸ ἓνα εἶδος τῶν ἰόντων εἶναι ἰόντα ὀξυγόνου  $^{16}\text{O}^{16}$ . Ἡ ἀπόσταση τῶν δύο εἰδῶν πού σχηματίζονται πάνω στὴν πλάκα εἶναι  $\delta = 1,38 \text{ cm}$ . Πόση εἶναι ἡ ἀτομικὴ μάζα τοῦ δευτέρου εἴδους ἰόντων;

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{26} \text{ \AA} \text{τομα / kg} - \text{atom}, \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}.$$



## ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

### Άνίχνευση τῶν σωματιδίων

#### 69. Μέθοδοι ἀνιχνεύσεως τῶν σωματιδίων

Οἱ ραδιενεργοὶ πυρῆνες ἐκπέμπουν ἀκτινοβολίες πού ὀνομάζονται *πυρηνικές ἀκτινοβολίες* καί ἀποτελοῦνται ἀπό φορτισμένα ἢ οὐδέτερα σωματίδια καί ἀπό φωτόνια  $\gamma$ .

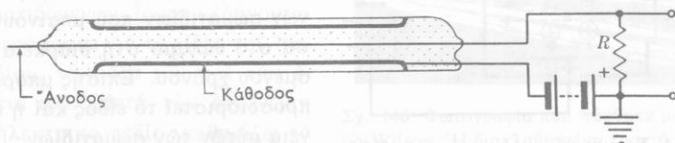
Κάθε πυρηνική ἀκτινοβολία μεταφέρει *ἐνέργεια* καί ὅταν μπαίνει μέσα σέ ἕνα ὑλικό, ἡ ἀκτινοβολία *ἀπορροφᾶται* καί τότε ἀπό τήν ἀλληλεπίδραση τῆς ἀκτινοβολίας καί τῆς ὕλης προκαλοῦνται *ὀρισμένα φαινόμενα*, πού κάνουν φανερή τήν παρουσία τῶν πυρηνικῶν ἀκτινοβολιῶν.

Ἐπάρχουν δύο κατηγορίες διατάξεων γιά τήν ἀνίχνευση τῶν σωματιδίων, διατάξεις πού κάνουν φανερό *τό φαινόμενο τοῦ ἰονισμοῦ* τῶν ἀτόμων τῆς ὕλης καί διατάξεις πού κάνουν φανερό *τό φαινόμενο τῆς διεγέρσεως* τῶν ἀτόμων τῆς ὕλης πού μέσα σ' αὐτή διαδίδεται ἡ πυρηνική ἀκτινοβολία.

Τό φαινόμενο τοῦ ἰονισμοῦ μπορεῖ νά γίνει φανερό εἴτε μέ ἕνα *στιγμαῖο ρεῦμα* (ρευματική ὄθηση), εἴτε ἂν γίνει *ὄρατός ὁ ἰονισμός* ἐξαιτίας δευτερογενῶν φυσικῶν ἢ χημικῶν φαινομένων πού προκαλεῖ ὁ ἰονισμός.

#### 70. Ἀπαριθμητής Geiger - Müller

Ὁ *ἀπαριθμητής Geiger - Müller* ἀποτελεῖται ἀπό μεταλλικό κυλινδρικό σωλήνα μέ λεπτά τοιχώματα καί ἀπό λεπτό μεταλλικό σύρμα, πού εἶναι μονωμένο ἀπό τά τοιχώματα καί εἶναι τοποθετημένο κατά τόν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου (σχ. 143). Μέσα στή συσκευή ὑπάρχει ἀέριο, συνήθως ἀργό,



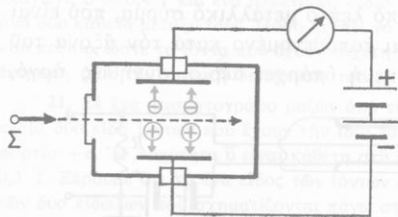
Σχ. 143. Σχηματική παράσταση τοῦ ἀπαριθμητῆ Geiger - Müller.

υπό μικρή πίεση (5 - 10 cm Hg). Ο κύλινδρος αποτελεί τό αρνητικό ηλεκτρόδιο και τό σύρμα αποτελεί τό θετικό ηλεκτρόδιο. Μεταξύ αυτών των δύο ηλεκτροδίων εφαρμόζεται κατάλληλη τάση, χωρίς όμως νά είναι ικανή νά προκαλέσει εκκένωση. Αν μέσα στη συσκευή μπει ένα φορτισμένο σωματίδιο, αυτό δημιουργεί ζεύγη ιόντων και έτσι προκαλείται εκκένωση. Αυτή πρέπει νά διαρκέσει επί ελάχιστο χρόνο, ώστε ο άπαριθμητής νά είναι άμέσως έτοιμος νά λειτουργήσει πάλι, μόλις μπει μέσα σ' αυτόν ένα άλλο φορτισμένο σωματίδιο. Η γρήγορη απόσβεση της εκκενώσεως εξασφαλίζεται μέ διάφορους τρόπους και έτσι ο άπαριθμητής μπορεί νά λειτουργεί ταχύτατα.

Κάθε εκκένωση είναι ένα στιγμιαίο ρεύμα (ρευματική ώθηση) πού, άφου ένισχυθεί, μπορεί νά καταγραφεί πάνω σέ φωτογραφικό φίλμ ή νά διαβιβαστεί σέ megάφωνο, όποτε θά ακούσουμε ένα σύντομο ήχο (κρότο) ή νά διαβιβαστεί σέ κατάλληλη διάταξη καταμετρήσεως. Έτσι μπορούμε νά άποκαλύψουμε τήν παρουσία φορτισμένων σωματιδίων και νά μετρήσουμε πόσα φορτισμένα σωματίδια μπαίνουν μέσα στόν άπαριθμητή στη διάρκεια όρισμένου χρόνου. Ο άπαριθμητής Geiger - Müller χρησιμοποιείται στην έργαστηριακή έρευνα και για τήν εύκολη άνίχνευση φορτισμένων σωματιδίων στό έδαφος ή στόν άέρα.

## 71. Θάλαμος Ιονισμού

Ο θάλαμος ιονισμού είναι ένας επίπεδος πυκνωτής πού βρίσκεται μέσα σέ δοχείο πού περιέχει άεριο (συνήθως εύγενές άεριο). Μεταξύ των δύο όπλισμών του πυκνωτή δημιουργείται κατάλληλη τάση (σχ. 144). Όταν άνάμεσα στους δύο όπλισμούς φτάσει ένα φορτισμένο σωματίδιο, τότε δημιουργούνται πολλά ζεύγη ιόντων. Μέ τήν επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου τά έτερώνυμα ιόντα κινούνται μέ επιτάχυνση κατά αντίθετη φορά προς τους αντίστοιχους όπλισμούς του πυκνωτή. Αυτή ή κίνηση των ιόντων ίσοδυναμεί μέ ηλεκτρικό ρεύμα πού μπορούμε νά τό παρατηρήσουμε μέ ένα ευαίσθητο όργανο (μυλιαμπερόμετρο, άμπερόμετρο). Μέ τό θάλαμο ιονισμού μπορούμε νά μετρήσουμε τόν αριθμό των φορτισμένων σωματιδίων πού μπαίνουν μέσα στό θάλαμο στη διάρκεια όρισμένου χρόνου. Επίσης μπορεί νά προσδιοριστεί τό είδος και ή ενέργεια αυτών των σωματιδίων.



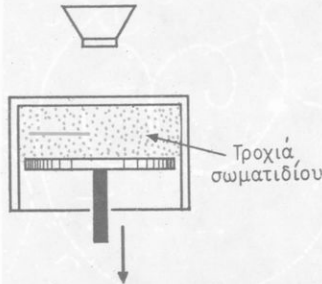
Σχ. 144. Σχηματική παράσταση του θαλάμου ιονισμού.

**Ημιαγωγοί άπαριθμητές (semi-**

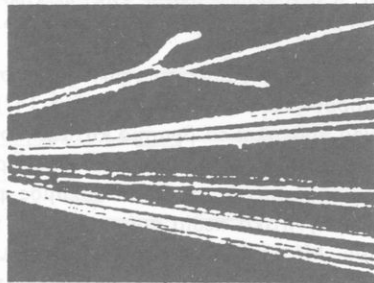
conductor counters). Σε μία κρυσταλλοδιόδο  $p-n$  ή περιοχή της συνδέσεως των δύο διαφορετικών ήμιαγωγών ( $p$  και  $n$ ) είναι ιδιαίτερα ευαίσθητη στά ιονίζοντα σωματίδια. Όταν ένα τέτοιο σωματίδιο εισχωρήσει στην περιοχή συνδέσεως των δύο ήμιαγωγών τότε η κρυσταλλοδιόδος λειτουργεί σαν στερεός θάλαμος ιονισμού, που είναι πολύ απλούστερος από το θάλαμο ιονισμού με άεριο.

## 72. Θάλαμος Wilson

Ο θάλαμος Wilson ή θάλαμος νεφώσεως αποτελείται από έναν κύλινδρο και μέσα σ' αυτόν υπάρχει άερας και κορεσμένοι ατμοί αιθυλικής αλκοόλης. Η πάνω βάση του κυλίνδρου είναι μία γυάλινη πλάκα, ενώ η κάτω βάση του αποτελεί έμβολο (σχ. 145). Αν το έμβολο μετακινηθεί απότομα προς τα κάτω, τότε ο άερας παθαίνει αδιαβατική έκτόνωση και ψύχεται. Ένα μέρος των κορεσμένων ατμών υγροποιούνται και σχηματίζουν μικρά σταγονίδια. Αν εκείνη τη στιγμή μπει μέσα στο θάλαμο ένα φορτισμένο σωματίδιο, αυτό δημιουργεί κατά μήκος της τροχιάς του ζεύγη ιόντων και το καθένα ιόν γίνεται κέντρο συγκεντρώσεως των μικρών σταγονιδίων. Έτσι κατά μήκος της τροχιάς του σωματιδίου σχηματίζεται μία λεπτή γραμμή που μπορεί να φωτογραφηθεί (σχ. 146). Συνήθως ο θάλαμος βρίσκεται μέσα σε όμογενές μαγνητικό πεδίο και τότε το σωματίδιο διαγράφει καμπυλόγραμμη τροχιά. Από τη μορφή της τροχιάς, το συνολικό μήκος της και την πυκνότητα των σχηματιζόμενων ιόντων εξάγονται συμπεράσματα για το είδος του σωματιδίου, τη μάζα του και την ενέργειά του. Μετά την έκτόνωση ένα ηλεκτρικό πεδίο καθαρίζει το θάλαμο από τα ιόντα που σχηματί-



Σχ. 145. Σχηματική παράσταση του θαλάμου Wilson (θαλάμου νεφώσεως).

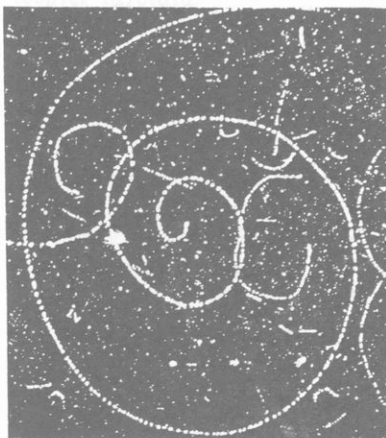


Σχ. 146. Φωτογραφία που πάρθηκε με θάλαμο Wilson. Η διακλαδισμένη τροχιά δείχνει το πείραμα του Rutherford.

στηκαν, για να είναι έτοιμος για τη νέα έκτόνωση. Ο θάλαμος Wilson πρόσφερε μεγάλες υπηρεσίες στην αναγνώριση και τη μελέτη των φορτισμένων σωματιδίων.

### 73. Θάλαμος Glaser

Ο θάλαμος Glaser ή θάλαμος φυσαλίδων αποτελείται από κλειστό δοχείο που είναι γεμάτο με ένα καθαρό υγρό (προπάνιο, υγρό υδρογόνο, φρεόν κ.ά.). Αυτό το υγρό διατηρείται υπό πίεση μεγαλύτερη από την τάση

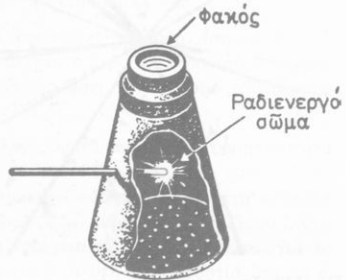


Σχ. 147. Φωτογραφία που πάρθηκε με θάλαμο Glaser (θάλαμο φυσαλίδων). Διακρίνεται η σπειροειδής τροχιά ενός ηλεκτρονίου που κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο.

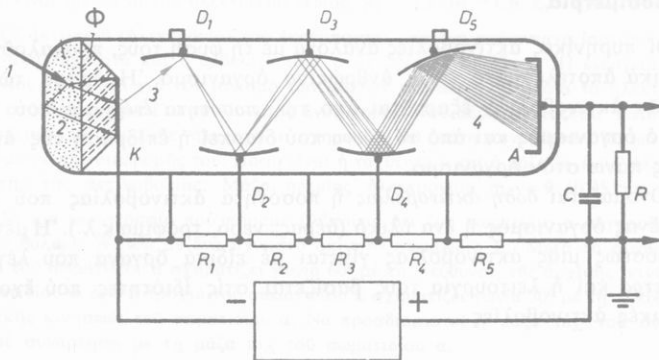
των κορεσμένων ατμών που αντίστοιχει στη θερμοκρασία την οποία έχει το υγρό κατά τη στιγμή του πειράματος. Υπό τις συνθήκες αυτές δεν μπορεί να συμβεί βρασμός του υγρού. Με ένα έμβολο προκαλούμε απότομη ελάττωση της πίεσεως που επιφέρεται στο υγρό. Έτσι η πίεση αυτή γίνεται μικρότερη από την αντίστοιχη τάση των κορεσμένων ατμών και μπορεί να συμβεί βρασμός, δηλαδή σχηματισμός φυσαλίδων από ολόκληρη τη μάζα του υγρού. Η έναρξη όμως του βρασμού καθυστερεί επί ένα ελάχιστο χρόνο (της τάξεως του msec). Αν στη διάρκεια αυτού του χρόνου κινείται μέσα στο υγρό ένα φορτισμένο σωματίδιο, τότε κατά μήκος της τροχιάς του σχηματίζονται μικρές σφαιρικές φυσαλίδες υγρού, που αιωρούνται μέσα στο υγρό και μπορούν να φωτογραφηθούν (σχ. 147). Το σωματίδιο που κινείται μέσα στο υγρό προκαλεί το βρασμό κατά μήκος της τροχιάς του. Αυτός ο βρασμός οφείλεται στον ιονισμό που δημιουργεί το κινούμενο σωματίδιο κατά μήκος της τροχιάς του. Ο θάλαμος φυσαλίδων βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο που προκαλεί καμπύλωση της τροχιάς του σωματιδίου. Με το θάλαμο φυσαλίδων μελετάμε τα σωματίδια υψηλής ενέργειας που παράγονται στους μεγάλους επιταχυντές. Η λειτουργία του θαλάμου είναι απόλυτα συγχρονισμένη με τη λειτουργία του επιταχυντή.

### 74. Απαριθμητές σπινθηρισμών

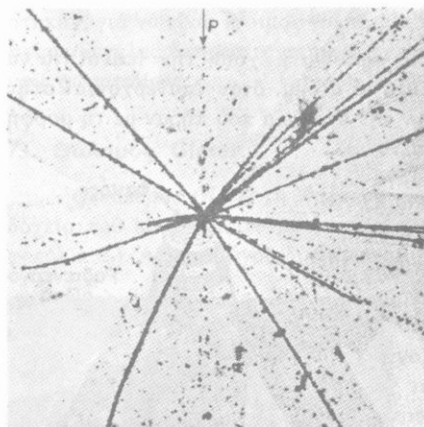
Τά φορτισμένα σωματίδια και τά φωτόνια  $\gamma$  έχουν τήν ικανότητα νά προκαλοῦν *διέγερση* τῶν ἀτόμων. Αὐτά τά άτομα, ὅταν ἐπανέρχονται στήν κανονική κατάστασή τους ἐκπέμπουν τήν ἐνέργεια πού πῆραν μέ τή μορφή φωτονίου ὁρατῆς ἢ ὑπεριώδους ἀκτινοβολίας. Πολλές ὀργανικές καί ἀνόργανες ἐνώσεις ἔχουν τήν παραπάνω ιδιότητα τοῦ *φθορισμοῦ* (π.χ. ὁ θειοῦχος ψευδάργυρος, τό ἰωδιούχο νάτριο, τό ἀνθρακένιο, τό σιλβένιο κ.ἄ.). Στό φαινόμενο τοῦ φθορισμοῦ στηρίζεται ἡ λειτουργία ἐιδικῶν φωρατῶν, πού ὀνομάζονται *σπινθηριστές* καί χρησιμοποιοῦνται γιά τήν ἀνίχνευση τῶν πυρηνικῶν ἀκτινοβολιῶν. Ὁ ἀπλούστερος σπινθηριστής εἶναι τό *σπινθηροσκόπιο* (σχ. 148). Σ' αὐτό τά σωματίδια  $\alpha$ , πού ἐκπέμπονται ἀπό ἕνα ραδιενεργό σῶμα, πέφτουν πάνω σέ ἕνα λεπτό στρώμα ἀπό θειοῦχο ψευδάργυρο. Ἐάν μέ τή βοήθεια φακοῦ παρατηρήσουμε στό σκοτάδι τό στρώμα πού φθορίζει, διακρίνουμε πάνω σ' αὐτό φευγαλέες ἐκπομπές φωτός ἀπό διάφορα σημεῖα. Κάθε μικρή λάμψη φανερώνει τή σύγκρουση ἐνός σωματιδίου  $\alpha$  πάνω στό διάφραγμα πού φθορίζει.



Σχ. 148. Σχηματική παράσταση τοῦ σπινθηροσκοπίου.



Σχ. 148α. Συνδυασμός σπινθηροσκοπίου καί φωτοπολλαπλασιαστή.  
 1 σωματίδιο. 2 φθορίζον στρώμα. Φ φακός. Κ φωτοκάθοδος. 3 φωτοηλεκτρόνια.  $D_1, D_2, \dots$  ηλεκτρόδια πού ἐκπέμπουν δευτερογενή ηλεκτρόνια (δύνοδοι). Α ἄνοδος (συν-λέκτης). Στή διάταξη ἐφαρμόζεται ψηλή τάση.



Σχ. 149. Σχηματισμός άστέρων σε πυρηνικό γαλάκτωμα από τη σύγκρουση ενός σωματιδίου υψηλής ενέργειας με έναν ατομικό πυρήνα του γαλακτώματος. Από τη συντριβή του πυρήνα σχηματίστηκαν πολλά ιονίζοντα σωματίδια.

δίου. Από τη μελέτη της τροχιάς βγάζουμε διάφορα συμπεράσματα (σχ. 149).

## 76. Δοσιμετρία

Οι πυρηνικές ακτινοβολίες ανάλογα με τη φύση τους, προκαλούν διαφορετικά αποτελέσματα στον ανθρώπινο οργανισμό. Η δράση των πυρηνικών ακτινοβολιών εξαρτάται από την ποσότητα ενέργειας που απορροφά ο οργανισμός και από το χρόνο που διαρκεί ή επίδραση της ακτινοβολίας πάνω στον οργανισμό.

Όνομάζεται δόση ακτινοβολίας ή ποσότητα ακτινοβολίας που απορροφά ένας οργανισμός ή ένα υλικό (αέρας, νερό, τρόφιμα κ.λ.). Η μέτρηση της δόσεως μιιάς ακτινοβολίας γίνεται με ειδικά όργανα που λέγονται *δοσίμετρα* και η λειτουργία τους βασίζεται στις ιδιότητες που έχουν οι πυρηνικές ακτινοβολίες.

Η νεώτερη τεχνική συνδυάζει ένα σπινθηριστή με ένα φωτολλαπλασιαστή (σχ. 148α) και έτσι η φωτεινή ενέργεια του σπινθηρισμού μετατρέπεται σε ένα στιγμιαίο ηλεκτρικό ρεύμα (ρευματική ώθηση).

## 75. Πυρηνικά γαλακτώματα

Όταν ένα φορτισμένο σωματίδιο περνάει μέσα από ειδικό φωτογραφικό γαλάκτωμα (πυρηνικό γαλάκτωμα) που αποτελείται από βρωμιούχο άργυρο, τότε κατά μήκος της τροχιάς του σωματιδίου σχηματίζονται ίοντα άργύρου. Έτσι μετά την εμφάνιση της πλάκας διακρίνουμε την τροχιά του σωματι-

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ένα ραδιενεργό ισότοπο εκπέμπει σωματίδια  $\alpha$  με ενέργεια  $E = 5 \text{ MeV}$  τα οποία στὸν ἀέρα ἔχουν ἐμβέλεια  $s = 5 \text{ cm}$ . Γιὰ τὸν ἰονισμό ἑνὸς μορίου τοῦ ἀέρα ἀπαιτεῖται κατὰ μέσο ὄρο ἐνέργεια  $E_{\text{ιον}} = 25 \text{ eV}$ . Πόσα ζεύγη ἰόντων δημιουργεῖ μέσα στὸν ἀέρα αὐτὸ τὸ σωματίδιο καὶ πόσα κατὰ χιλιοστόμετρο τῆς διαδρομῆς του;

2. Γιὰ τὸν ἰονισμό τὸ ἀτόμου ὕδραργύρου ἀπαιτεῖται ἐνέργεια ἴση μὲ  $E_{\text{ιον}} = 10,4 \text{ eV}$ . Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ μικρότερη δυνατὴ ταχύτητα ἑνὸς ἠλεκτρονίου, πού κατὰ τὴ σύγκρουσή του μὲ ἕνα ἄτομο ὕδραργύρου θὰ προκαλέσει τὸν ἰονισμό τοῦ ἀτόμου ὕδραργύρου;  $m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

3. Ένας θάλαμος ἰονισμού συνδέεται μὲ ἠλεκτρόμετρο πού ἔχει χωρητικότητα  $C = 0,5 \cdot 10^{-12} \text{ F}$  καὶ ἡ εὐαισθησία τῆς κλίμακᾶς του εἶναι 4 διαιρέσεις γιὰ κάθε 1 Volt. Ένα σωματίδιο  $\alpha$  πού μπαίνει μέσα στό θάλαμο προκαλεῖ ἔκτροπή τοῦ δείκτη κατὰ 0,8 διαιρέσεις. Γιὰ τὸ σχηματισμὸ ἑνὸς ζεύγους ἰόντων ἀπαιτεῖται ἐνέργεια 35 eV. Πόσα ζεύγη ἰόντων σχηματίζονται μέσα στό θάλαμο καὶ πόση ἐνέργεια σέ MeV ἀπαιτεῖται γιὰ τὸ σχηματισμὸ αὐτῶν τῶν ἰόντων; Καθένα ἰόν ἔχει κατὰ ἀπόλυτη τιμὴ φορτίο ἴσο μὲ  $e$ .

4. Σέ ἕνα θάλαμο ἰονισμού ὁ ὀπλισμὸς  $A_1$  τοῦ πυκνωτῆ ἔχει ἐμβαδὸ  $S = 1 \text{ cm}^2$  καὶ ἡ μιὰ ἐπιφάνειά του ἔχει σκεπαστεῖ ὁμοίομορφα μὲ ἕνα ραδιενεργό ισότοπο πού μεταστοιχειώνεται μὲ ἐκπομπὴ ἠλεκτρονίου. Ἀπέναντι ἀπὸ αὐτὴ τὴν ἐπιφάνεια καὶ σέ ἀπόσταση  $l = 1 \text{ mm}$  βρίσκεται ὁ ἄλλος ὀπλισμὸς  $A_2$  πού εἶναι μονωμένος καὶ βρήκαμε

ὅτι δέχεται 1000 ἠλεκτρόνια κατὰ δευτερόλεπτο πού ἐκπέμπονται ἀπὸ τὸ ραδιοϊσότοπο.

α) Γιατί μεταξὺ τῶν δύο ὀπλισμῶν τοῦ πυκνωτῆ δημιουργεῖται μιὰ διαφορὰ δυναμικοῦ πού μεταβάλλεται μὲ τὸ χρόνο; β) Ἐπειτα ἀπὸ πόσο χρόνο αὐτὴ ἡ διαφορὰ δυναμικοῦ θὰ εἶναι ἴση μὲ  $U = 1 \text{ V}$ ; Ὑποθέτουμε ὅτι ὅλα τὰ ἠλεκτρόνια πού ἐκπέμπονται ἀπὸ τὸν ὀπλισμὸ  $A_1$  φτάνουν στὸν ὀπλισμὸ  $A_2$ . γ) Ὄταν ἡ διαφορὰ δυναμικοῦ εἶναι  $U = 1 \text{ V}$  πόση εἶναι ἡ ἔνταση τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου;  $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}$ .  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ .

5. Οἱ ἀκτίνες  $\beta$  (ἠλεκτρόνια) πού ἐκπέμπονται ἀπὸ ἕνα ραδιενεργό ισότοπο ἔχουν πολὺ μεγάλη ταχύτητα καὶ ἡ ἐμβέλειά τους στὸν ἀέρα εἶναι 25 cm. Ἡ ἐνέργεια κάθε ἠλεκτρονίου ξοδεύεται γιὰ τὸν ἰονισμό τῶν μορίων τοῦ ἀέρα, τὰ ὁποῖα τὸ ἠλεκτρόνιο συναντᾷ στό δρόμο του. Γιὰ τὸν ἰονισμό ἑνὸς μορίου τοῦ ἀέρα χρειάζεται κατὰ μέσο ὄρο ἐνέργεια 25 eV καὶ κάθε ἠλεκτρόνιο σχηματίζει 40 ζεύγη μονοθετιῶν ἰόντων κατὰ χιλιοστόμετρο τῆς διαδρομῆς του. Πόση εἶναι ἡ ταχύτητα  $v$  καὶ ἡ μάζα  $m$  ἑνὸς ἠλεκτρονίου αὐτῆς τῆς ἀκτινοβολίας; Μάζα ἡρεμίας ἠλεκτρονίου  $m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

6. Σέ μιὰ φωτογραφία πού πήραμε βλέπουμε ὅτι ἕνα σωματίδιο  $\alpha$  συγκρούστηκε μέσα στό θάλαμο Wilson μὲ ἕνα ἄγνωστο ἀκίνητο σωματίδιο  $\Sigma$ . Μετὰ τὴ σύγκρουση ἡ τροχιά τοῦ σωματιδίου  $\alpha$  σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  μὲ τὴ διεύθυνση τῆς ἀρχικῆς κινήσεως τοῦ σωματιδίου  $\alpha$ , ἐνῶ ἡ τροχιά τοῦ σωματιδίου  $\Sigma$  σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  μὲ τὴ διεύθυνση τῆς ἀρχικῆς κινήσεως τοῦ σωματιδίου  $\alpha$ . Νὰ προσδιοριστεῖ ἡ μάζα  $m_\Sigma$  τοῦ σωματιδίου  $\Sigma$  σέ συνάρτηση μὲ τὴ μάζα  $m_\alpha$  τοῦ σωματιδίου  $\alpha$ .

## 'Επιταχυντές

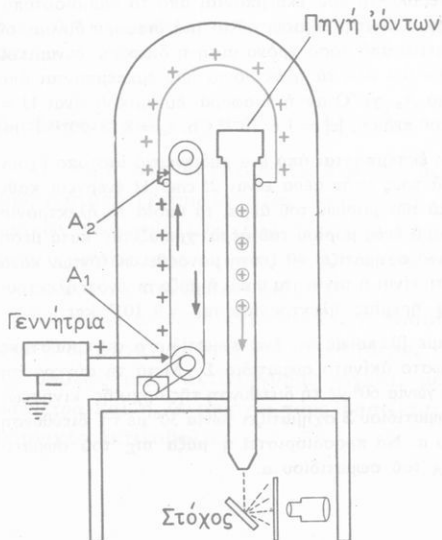
### 77. 'Επιταχυντές

Γιά νά γνωρίσουμε τίς ιδιότητες καί τή δομή του πυρήνα, βομβαρδίζουμε όρισμένους πυρήνες μέ ένα είδος φορτισμένου σωματιδίου καί παρατηρούμε τά αποτελέσματα τής αντίδρασης του βλήματός μας μέ τόν πυρήνα. Αρχικά ως βλήματα χρησιμοποιήθηκαν τά σωματίδια  $\alpha$ , πού εκπέμπονται από τά φυσικά ραδιοϊσότοπα καί ή ενέργειά τους δέν ξεπερνάει τά 8 MeV. Γιά νά αποκτήσουν τά φορτισμένα σωματίδια μεγάλες ενέργειες, χρησιμοποιούνται οί *επιταχυντές*, δηλαδή ειδικές διατάξεις πού επιταχύνουν τά φορτισμένα σωματίδια μέ τήν επίδραση *ηλεκτρικού πεδίου*.

'Υπάρχουν δύο κατηγορίες επιταχυντών, οί *γραμμικοί* καί οί *κυκλικοί επιταχυντές*.

Στούς *γραμμικούς επιταχυντές* ή ταχύτητα  $\bar{v}$  των σωματιδίων έχει πάντοτε τήν ίδια διεύθυνση καί φορά, γιατί πάνω στά σωματίδια επιδρά μόνο ένα *ηλεκτρικό πεδίο*.

Στούς *κυκλικούς επιταχυντές* πάνω στά σωματίδια επιδρά εκτός από τό *ηλεκτρικό πεδίο* καί ένα *μαγνητικό πεδίο* πού οδηγεί τό σωματίδιο πάνω σέ μιά κυκλική τροχιά. Τό ηλεκτρικό πεδίο δίνει στό σωματίδιο ρυθμικά επιτάχυνση, π.χ. στό τέλος κάθε μισής στροφής.



Σχ. 150. Σχηματική παράσταση τής μηχανής Van de Graaff.

### 78. Μηχανή Van de Graaff

Η *μηχανή Van de Graaff* είναι ένας ηλεκτροστατικός επιταχυντής. Ξέρουμε ότι στη μηχανή Van de Graaff ή σφαίρα αποκτά θετικό φορτίο καί πολύ ψηλό δυναμικό (σχ. 150). Τά θετικά ιόντα, πού θέλουμε νά επιταχυνθούν, δημιουργούνται στην άνωτερη άκρη ενός εὐθύγραμμου αερόκενου σωλήνα. Στην κα-



τώτερη άκρη του σωλήνα βρίσκεται ο στόχος που πάνω του πέφτουν τά ιόντα, αφού επιταχυνθούν. Αν π.χ. το δυναμικό της σφαίρας σχετικά με το έδαφος είναι  $U = 8 \text{ MV}$ , τότε ένα σωματίδιο  $\alpha$ , που έχει φορτίο  $q = 2e$  αποκτά κινητική ενέργεια ίση με:

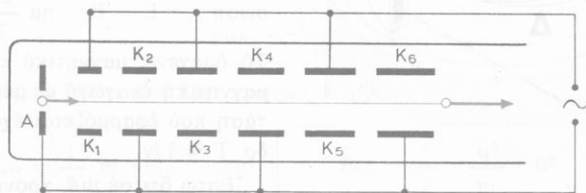
$$E_{\text{κιν}} = q \cdot U = 2e \cdot 8 \cdot 10^6 \text{ V} = 16 \cdot 16^6 \text{ eV} \text{ και } E_{\text{κιν}} = 16 \text{ MeV}$$

Η μηχανή Van de Graff μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την επιτάχυνση ηλεκτρονίων, αλλά σ' αυτή την περίπτωση η σφαίρα της μηχανής αποκτά αρνητικό φορτίο και μέσα στο σωλήνα εισάγονται τά ηλεκτρόνια που θέλουμε να επιταχυνθούν.

## 79. Γραμμικός επιταχυντής

Ο γραμμικός επιταχυντής αποτελείται από μία σειρά κοίλων μεταλλικών κυλίνδρων που έχουν κοινό άξονα και βρίσκονται μέσα σε μακρύ αερόκενο σωλήνα (σχ. 151). Οι κύλινδροι συνδέονται με μία πηγή εναλλασσόμενης τάσεως έτσι, ώστε σε κάθε στιγμή δύο διαδοχικοί κύλινδροι να είναι αντίθετα φορτισμένοι. Έτσι, όταν οι περιττής τάξεως κύλινδροι ( $K_1, K_3, K_5$ ) είναι θετικά φορτισμένοι, οι άρτιας τάξεως κύλινδροι ( $K_2, K_4, K_6$ ) είναι αρνητικά φορτισμένοι και αντίστροφα. Η πολικότητα των κυλίνδρων αντιστρέφεται κάθε μισή περίοδο ( $T/2$ ).

Στό έσωτερικό του κάθε κυλίνδρου δέν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο. Στο διάκενο όμως που υπάρχει μεταξύ δύο κυλίνδρων δημιουργείται *εναλλασσόμενο ηλεκτρικό πεδίο*. Τό ιόν διατρέχει με σταθερή ταχύτητα κάθε κύλινδρο στή διάρκεια μιās ήμπεριόδου (δηλαδή σε χρόνο  $T/2$ ) και βγαίνει από τόν κύλινδρο στό διάκενο τή στιγμή που ή τάση μεταξύ των δύο γειτονικών κυλίνδρων έχει λάβει τή μέγιστη τιμή της  $U_0$  (δηλαδή όταν στό σχήμα τό ηλεκτρικό πεδίο έχει φορά πρός τά δεξιά). Έτσι τό ιόν πηγαίνοντας από τόν έναν κύλινδρο στόν άμέσως επόμενο κύλινδρο *επιταχύνεται*. Έπομένως, αν τό ιόν έχει φορτίο  $q$ , τότε κάθε φορά που τό ιόν δια-



Σχ. 151. Σχηματική παράσταση γραμμικού επιταχυντή.

Στή διάταξη εφαρμόζεται ψηλή συχνότητα

τρέχει τό διάκενο μεταξύ δύο διαδοχικών κυλίνδρων, ή ενέργεια του ίόντος *αυξάνεται* κατά  $q \cdot U_0$ .

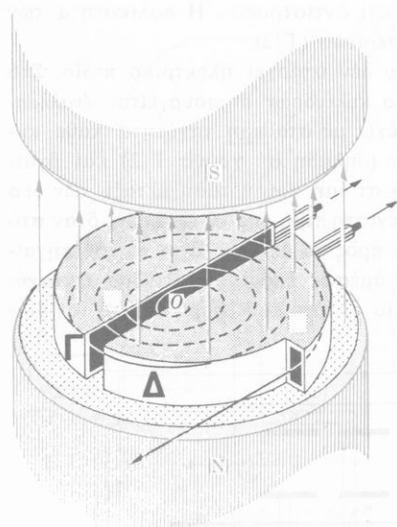
Έπειδή τό ίόν διατρέχει διαδοχικά τούς κυλίνδρους μέ διαρκώς μεγαλύτερη ταχύτητα, γι' αυτό τά μήκη των κυλίνδρων γίνονται διαρκώς μεγαλύτερα.

Τό ίόν αποκτά πολύ μεγάλες ταχύτητες. Άρα, γιά νά μή έχουν οί κύλινδροι πολύ μεγάλο μήκος, χρησιμοποιούμε πολύ ψηλές συχνότητες (υπερ-συχνότητες, 200 MHz γιά τά ίόντα, ως 3000 MHz γιά τά ηλεκτρόνια).

Μέ τούς γραμμικούς επιταχυντές τά πρωτόνια αποκτούν ενέργεια ως 100 MeV καί τά ηλεκτρόνια ως 1 GeV ( $10^9$  MeV).

## 80 Κύκλωτρο

Τό κύκλωτρο (cyclotron) αποτελείται από κοίλο μεταλλικό κύλινδρο, πού έχει κοπεί σέ δύο ήμικυλίνδρους σέ σχήμα D. Αυτοί αποτελούν τά δύο ηλεκτρόδια τής συσκευής καί μεταξύ τους υπάρχει διάκενο (σχ. 152). Τά δύο ηλεκτρόδια βρίσκονται μέσα σέ αερόκενο θάλαμο πού είναι τοποθετημένος μεταξύ των πόλων ισχυρού ηλεκτρομαγνήτη.



Σχ. 152. κύκλωτρο (σχηματική παράσταση). Στά δύο ηλεκτρόδια Γ καί Δ εφαρμόζεται ψηλή τάση.

Τό κέντρο του διακένου είναι ή πηγή των ίόντων τά οποια θέλουμε νά επιταχύνουμε. Στά δύο ηλεκτρόδια εφαρμόζεται *εναλλασσόμενη τάση* πού έχει συχνότητα  $\nu$ .

α. Άρχή τής λειτουργίας. Στο έσωτερικό των δύο ηλεκτροδίων δέν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο, αλλά στό μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων διάκενο δημιουργείται *εναλλασσόμενο ηλεκτρικό πεδίο* πού ή έντασή του μεταβάλλεται σύμφωνα μέ τήν εξίσωση 
$$E = E_0 \cdot \eta \mu \frac{2\pi}{T} t.$$

Τό όμογενές μαγνητικό πεδίο έχει μαγνητική επαγωγή μέ μέτρο  $B$ . Η τάση πού εφαρμόζεται έχει περίοδο  $T = 1/\nu$ .

Έστω ότι σέ μία χρονική στιγμή ήνα θετικό ίόν, πού έχει μάζα  $m$  καί φορτίο  $q$ , βρίσκεται στό διά-

κενο, όταν το ηλεκτρόδιο Γ έχει θετικό δυναμικό και το ηλεκτρόδιο Δ έχει αρνητικό δυναμικό. Τότε στο διάκενο υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο, το ιόν επιταχύνεται και μπαίνει μέσα στο ηλεκτρόδιο Δ, όπου δέν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο. Μέσα στο ηλεκτρόδιο Δ το ιόν κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v$ , εξαιτίας όμως του μαγνητικού πεδίου διαγράφει κυκλική τροχιά με ακτίνα:

$$r = \frac{v \cdot m}{q \cdot B} \quad (1)$$

Τό ιόν έχει:

$$\begin{aligned} \text{γωνιακή ταχύτητα} \quad \omega &= \frac{v}{r} \quad \eta \quad \omega = \frac{q \cdot B}{m} \\ \text{καί περίοδο} \quad T &= \frac{2\pi}{\omega} \quad \eta \quad T = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B} \end{aligned} \quad (2)$$

Η εξίσωση (2) δείχνει ότι η περίοδος  $T$  της κυκλικής κινήσεως του ιόντος είναι ανεξάρτητη από την ακτίνα  $r$  της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει τό ιόν.

Τό ιόν κινείται μέσα στό ηλεκτρόδιο Δ επί χρόνο  $T/2$  και βγαίνει από αυτό τό ηλεκτρόδιο, όταν έχει αλλάξει ή πολικότητα των δύο ηλεκτροδίων. Τότε τό ιόν, διατρέχοντας τό διάκενο, επιταχύνεται και μπαίνει μέσα στό ηλεκτρόδιο Γ, όπου κινείται μέ μεγαλύτερη ταχύτητα και επομένως διαγράφει κυκλική τροχιά μέ μεγαλύτερη ακτίνα (έξίς. 1). Έτσι σέ κάθε έναλλαγή της τάσεως (δηλαδή δύο φορές μέσα σέ κάθε περίοδο) τό ιόν επιταχύνεται, ή ταχύτητά του διαρκώς αυξάνεται και επομένως διαρκώς αυξάνεται και ή ακτίνα  $r$  της κυκλικής τροχιάς. Τό ιόν διαγράφει ένα είδος έλικοειδοϋς τροχιάς και τελικά βγαίνει μέ μεγάλη κινητική ενέργεια από ένα κατάλληλο άνοιγμα και πέφτει πάνω στό στόχο.

**Υπολογισμός της ενέργειας του βλήματος.** Αν ή τελική κυκλική τροχιά που διαγράφει τό βλήμα έχει ακτίνα  $R$ , τότε τό ιόν βγαίνει από τό κύκλοτρο μέ τελική ταχύτητα:

$$v_{\text{τελ}} = \frac{q \cdot B}{m} \cdot R$$

Έπομένως τό ιόν τελικά έχει κινητική ενέργεια:

$$E_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{τελ}}^2 \quad \text{καί} \quad E_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{m} \cdot B^2 \cdot R^2$$

β. Συγχροκύκλοτρο. Στο κύκλοτρο ή συχνότητα  $\nu$  της κινήσεως του

ιόντος είναι σε κάθε στιγμή ίση με τη συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσεως και δίνεται από την εξίσωση:

$$\text{συχνότητα κινήσεως ιόντος} \quad v = \frac{1}{T} \quad \eta \quad v = \frac{q \cdot B}{2\pi \cdot m} \quad (3)$$

Όταν όμως το ιόν αποκτά πολύ μεγάλη ταχύτητα, που πλησιάζει την ταχύτητα του φωτός, τότε η μάζα του ιόντος συνεχώς αυξάνεται και στην εξίσωση (3) πρέπει να βάλουμε:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

όπου  $m_0$  είναι η μάζα ήρεμίας του ιόντος. Επομένως σύμφωνα με την εξίσωση (3) ή συχνότητα  $v$  της κινήσεως του ιόντος συνεχώς ελαττώνεται και τότε η εναλλαγή της πολικότητας των ηλεκτροδίων δε συμπίπτει με την έξοδο του ιόντος από το ηλεκτρόδιο.

Σε μία διάταξη που ονομάζεται *συγχροκύκλωτρο* ή συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσεως συνεχώς ελαττώνεται, ώστε σε κάθε στιγμή να υπάρχει *συγχρονισμός* της συχνότητας της τάσεως με τη συχνότητα της κινήσεως του ιόντος.

Με το συγχροκύκλωτρο τά ιόντα αποκτούν πολύ μεγάλες ενέργειες (π.χ. ως 720 MeV τά πρωτόνια και ως 380 MeV τά σωματίδια α).

**Παρατήρηση.** Εκτός από το κύκλωτρο και το συγχροκύκλωτρο υπάρχουν και άλλοι πύο πολύπλοκοι κυκλικοί επιταχυντές (π.χ. τό βήτατρο γιά τήν επιτάχυνση ηλεκτρονίων, τό σύγχροτρο πρωτονίων κ.ά.).

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ένα σωματίδιο κινούμενο με μεγάλη ταχύτητα πλησιάζει σε έναν πυρήνα μαγνανίου ( $Z = 25$ ). Πόση δύναμη ενεργεί πάνω στο σωματίδιο α, όταν αυτό φτάσει σε απόσταση  $r = 10^{-12}$  cm από τον πυρήνα μαγνανίου και πόση είναι τότε η δυναμική ενέργεια του σωματιδίου α;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Cb.

2. Ένα ισότοπο του θορίου εκπέμπει σωματίδια α με ενέργεια  $E = 7,33$  MeV. Ένα τέτοιο σωματίδιο σε πόση απόσταση  $r$  μπορεί να πλησιάσει σε έναν πυρήνα χρυσού ( $Z = 79$ ):  $m_\alpha = 6,69 \cdot 10^{-27}$  kg.  $1$  MeV =  $1,6 \cdot 10^{-13}$  Joule.  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Cb

3. Σε ένα γραμμικό επιταχυντή τό ιόν, πού έχει μάζα  $m$  και φορτίο  $q$ , ξεκινάει από τήν ήρεμία και κινείται μεταξύ του ηλεκτροδίου Α και του πρώτου κυλίνδρου  $K_1$  (σχ. 160), όταν στό διάκενο υπάρχει επιταχύνουσα τάση  $U_0$ . α) Νά βρεθεί με πόση ταχύτητα  $v_1$  μπαίνει τό ιόν μέσα στόν κύλινδρο  $K_1$  και έπειτα με πόση ταχύτητα  $v_2$  μπαίνει μέσα στόν κύλινδρο  $K_2$ . β) Άν ό επιταχυντής αποτελείται από  $n$  κυλίνδρους, και τό ιόν επι-

ταχυνθεί  $n$  φορές, να βρεθεί εξίσωση που να δίνει στην τελική ταχύτητα  $v_n$  του ιόντος σε συνάρτηση με τον αριθμό  $n$  των κυλίνδρων.

4. Στο γραμμικό επιταχυντή του προηγούμενου προβλήματος 3 να βρεθεί: α) Ποιές σχέσεις δίνουν το μήκος  $l_1$  και  $l_2$  των δύο πρώτων κυλίνδρων  $K_1$  και  $K_2$ ; β) αν ο επιταχυντής αποτελείται από  $n$  κυλίνδρους, ποιά σχέση δίνει το μήκος  $l_n$  του  $n$  τάξεως κυλίνδρου  $K_n$ ;

5. Ένας γραμμικός επιταχυντής αποτελείται από  $n = 16$  κυλίνδρους. Η εφαρμοζόμενη εναλλασσόμενη τάση έχει συχνότητα  $\nu = 10$  MHz και πλάτος  $U_0 = 10$  kV. Το ιόν είναι πρωτόνιο με μάζα  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg και φορτίο  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Cb. Να βρεθεί η τελική ταχύτητα του ιόντος  $v_n$  και τα μήκη  $l_1, l_2, l_3$  των τριών πρώτων κυλίνδρων.

6. Σε ένα κύκλωτρο το μαγνητικό πεδίο έχει μαγνητική επαγωγή  $B = 1,2$  T και η διάμετρος του θαλάμου επιταχύνσεως είναι  $2R = 1$  m. α) Πόση ταχύτητα έχει ένα δευτερόνιο, όταν τελειώσει το στάδιο της επιταχύνσεώς του; β) Πόση τάση θά έπρεπε να διαθέτουμε για να προσδώσουμε στο δευτερόνιο αυτή την ταχύτητα;  $m_D = 3,3 \cdot 10^{-27}$  kg.

7. Ένα σωματίδιο έχει μάζα  $m$ , θετικό φορτίο  $q$  και κινούμενο μέσα στο κύκλωτρο διαγράφει τελική τροχιά που έχει ακτίνα  $R$ . Να δειχτεί ότι το σωματίδιο αυτό μπορεί να αποκτήσει την ίδια κινητική ενέργεια, αν επιταχυνθεί από τάση  $U$  που δίνεται από την εξίσωση:

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{q}{m} \cdot B^2 \cdot R^2$$

όπου  $B$  είναι η μαγνητική επαγωγή του μαγνητικού πεδίου.

Έφαρμογή. Το σωματίδιο είναι δευτερόνιο που έχει  $q/m = 4,8 \cdot 10^7$  Cb/kg.  $R = 0,48$  m.  $B = 1,8$  T.

8. Από 1 gr ραδίου εκπέμπονται κάθε δευτερόλεπτο  $n = 15,7 \cdot 10^{10}$  σωματίδια α. 1) Με πόση ένταση ρεύματος  $I_1$  αντιστοιχεί αυτή η ροή των σωματιδίων α; 2) Ένα κανονικό κύκλωτρο δημιουργεί ροή θετικών ιόντων που αντιστοιχεί σε ένταση ρεύματος  $I_2 = 100 \cdot 10^{-6}$  A. Πόση μάζα ραδίου απαιτείται, για να παραχθεί ρεύμα της ίδιας έντάσεως  $I_2$ ;

9. Ένα κύκλωτρο έχει ακτίνα  $R = 0,5$  m και το μαγνητικό πεδίο έχει μαγνητική επαγωγή  $B = 0,75$  T. α) Πόση ενέργεια αποκτά ένα πρωτόνιο; β) Στα δύο ηλεκτρόδια εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση που έχει πλάτος  $U_0 = 20$  kV. Πόση ενέργεια αποκτά το πρωτόνιο κάθε φορά που περνάει μέσα από το μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων διάκενο; Πόσες φορές το πρωτόνιο θά περάσει μέσα από το διάκενο ώσπου να αποκτήσει την τελική ενέργειά του; γ) Πόση πρέπει να είναι η συχνότητα της εφαρμοζόμενης τάσεως; δ) Σε πόσο χρόνο το πρωτόνιο αποκτά την τελική ενέργειά του;  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg.

10. Σε ένα κύκλωτρο εισάγονται θετικά ιόντα που το καθένα έχει μάζα  $m$  και φορτίο  $q$ . Η επιταχύνουσα τάση είναι  $U$  και η μαγνητική επαγωγή του μαγνητικού πεδίου είναι  $B$ . Να βρεθεί εξίσωση που να δίνει την ακτίνα  $r$  της κυκλικής τροχιάς του ιόντος σε συνάρτηση με τα μεγέθη  $m, q, U, B$  και του αριθμού  $n$  των διαβάσεων του ιόντος από το μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων διάκενο.

11. Σε ένα κύκλωτρο εισάγονται πρωτόνια με άσημαντη άρχική ταχύτητα. Η εφαρμοζόμενη στά δύο ηλεκτρόδια εναλλασσόμενη τάση έχει πλάτος  $U_0 = 5000$  V και η μα-

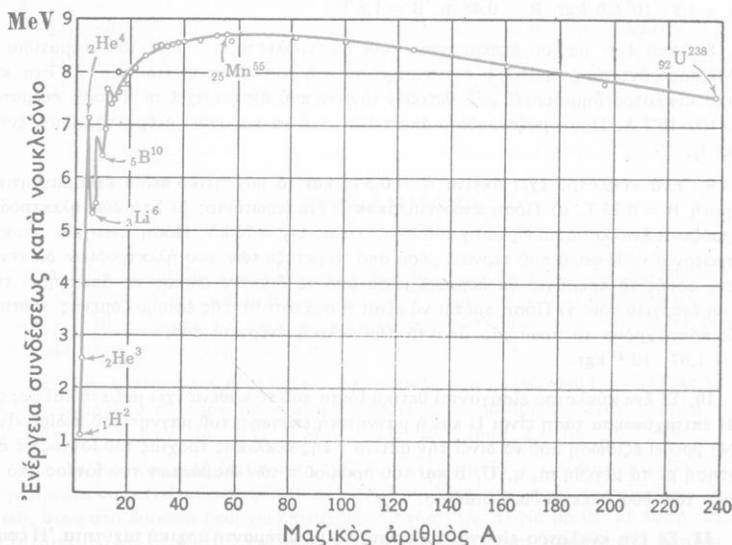
γνητική επαγωγή του μαγνητικού πεδίου είναι  $B = 0,5 \text{ T}$ . α) Νά υπολογιστεί ή άκτινα  $r$  τής τροχιάς του πρωτονίου σε συνάρτηση με τόν αριθμό  $n$  των διαβάσεων του πρωτονίου από τό διάκενο πού υπάρχει μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων. β) Νά υπολογιστούν οι άκτινες πού αντίστοιχούν στίς τέσσερις πρώτες διαβάσεις του πρωτονίου από τό διάκενο και οι αντίστοιχες ταχύτητες.  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kgr}$ .

12. Σε ένα κύκλωτρο εισάγονται πρωτόνια με άσήμαντη άρχική ταχύτητα. Ή επιταχύνουσα τάση είναι  $U = 5000 \text{ V}$  και ή μαγνητική επαγωγή του μαγνητικού πεδίου είναι  $B = 0,5 \text{ T}$ . α) Πόσο χρόνο διαρκεί ή κίνηση του πρωτονίου μέσα σε κάθε ηλεκτρόδιο; β) Ή άκτινα τής τελικής τροχιάς είναι  $R = 40 \text{ cm}$ . Πόση είναι τελικά ή ταχύτητα και ή ενέργεια του πρωτονίου; γ) Πόσο χρόνο διαρκεί ή κίνηση του πρωτονίου μέσα στή συσκευή; δ) Πόση είναι ή συχνότητα τής τάσεως πού εφαρμόζεται στα ηλεκτρόδια;  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kgr}$ .

## Σύντηξη ελαφρών πυρήνων

### 81. Σύντηξη

Ή καμπύλη του σχήματος 153 δείχνει τήν ενέργεια συνδέσεως κατά νουκλεόνιο. Όσο μεγαλύτερη είναι αυτή ή ενέργεια, τόσο σταθερότερος είναι ό πυρήνας.

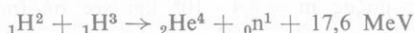


Σχ. 153. Ή ενέργεια συνδέσεως κατά νουκλεόνιο μεταβάλλεται με τό μαζικό αριθμό A.

Από τους ελαφρούς πυρήνες ο πυρήνας ήλιου  ${}^4_2\text{He}$  είναι εξαιρετικά σταθερός και χαρακτηρίζεται από μεγάλη ενέργεια συνδέσεως κατά νουκλεόνιο ίση με 7 MeV κατά νουκλεόνιο.

**Σύντηξη ονομάζεται η πυρηνική αντίδραση κατά την οποία ελαφροί πυρήνες συνδέονται μεταξύ τους, όποτε σχηματίζεται ένας βαρύτερος και σταθερότερος πυρήνας και ταυτόχρονα ελευθερώνεται ενέργεια.**

Παραδείγματα συντήξεως είναι οι ακόλουθες πυρηνικές αντιδράσεις:



**Συνθήκες για την πραγματοποίηση συντήξεως.** Μεταξύ των δύο πυρήνων που πρόκειται να συνδεθούν εξασκείται *ηλεκτροστατική απώση*. Επομένως οι δύο πυρήνες πρέπει να έχουν τόση κινητική ενέργεια, ώστε να πλησιάσουν πολύ ο ένας με τον άλλο και να μπορέσουν τότε να δράσουν οι πυρηνικές δυνάμεις που θα συνδέσουν τους δύο πυρήνες.

Η κινητική ενέργεια που έχουν οι δύο πρὸς σύντηξη πυρήνες οφείλεται σέ *πολύ ψηλές θερμοκρασίες* που φτάνουν σέ αρκετά εκατομμύρια βαθμούς. Γι' αυτό οι πυρηνικές αντιδράσεις συντήξεως ονομάζονται και *θερμοπυρηνικές αντιδράσεις*.

## 82. Προέλευση τῆς ἀστρικής ἐνέργειας

Υπολογίζεται ότι ο Ήλιος εκπέμπει ισχύ  $P = 4 \cdot 10^{26} \text{ W}$ . Επίσης βρέθηκε ότι στον Ήλιο καθώς και στους περισσότερους άπλανεις άστέρες ο πιο συνηθισμένος πυρήνας είναι ο πυρήνας υδρογόνου, δηλαδή τό *πρωτόνιο*.

Η θεωρητική έρευνα, για να έρμηνεύσει *τήν προέλευση* τῆς ἀστρικής ἐνέργειας, δέχεται ότι η άστρική ενέργεια ελευθερώνεται, όταν συμβαίνει σύντηξη τεσσάρων πρωτονίων,  $\text{H}^1$ , και σχηματίζεται ένας πυρήνας ήλιου,  $\text{He}^4$ . Αύτή η αντίδραση γίνεται στον κεντρικό πυρήνα των άστέρων, όπου επικρατεί θερμοκρασία περίπου 20 εκατομμυρίων βαθμών. Έξαιτίας αύτης τῆς τεράστιας θερμοκρασίας τά πρωτόνια έχουν μεγάλη κινητική ενέργεια και τότε μπορούν να συμβούν θερμοπυρηνικές αντιδράσεις.

Ακόμη δέν ξέρουμε πώς ακριβώς συμβαίνουν αυτές οι αντιδράσεις, αλλά τό τελικό αποτέλεσμα τους είναι *η σύντηξη* τεσσάρων πρωτονίων και ο σχηματισμός *ένος πυρήνα ήλιου*  $\text{He}^4$ . Όποτε:

Η αστρική ενέργεια ελευθερώνεται, όταν σχηματίζεται ένας πυρήνας ηλίου  $\text{He}^4$  από τή σύντηξη τεσσάρων πρωτονίων  $\text{H}^1$ .



Τά δύο ποζιτρόνια προκύπτουν από τή μετατροπή δύο πρωτονίων σε νετρόνια.

Η αστρική ενέργεια προέρχεται από τή συνεχή μετατροπή αστρικής ύλης σε ισοδύναμη ενέργεια σύμφωνα μέ τήν εξίσωση  $E = mc^2$ . Έτσι βρίσκουμε ότι ή ισχύς  $P$  πού εκπέμπει ό Ήλιος προέρχεται από τή μετατροπή ήλιακής μάζας  $m = 4,4 \cdot 10^9 \text{ kg/sec}$  σε ισοδύναμη ενέργεια, δηλαδή στόν Ήλιο κάθε δευτερόλεπτο 4,4 εκατομμύρια τόνοι ήλιακής μάζας μετατρέπονται σε ενέργεια. Υπολογίζεται ότι ό Ήλιος έχει τήν ικανότητα νά εκπέμπει ενέργεια μέ τό σημερινό ρυθμό επί 30 δισεκατομμύρια έτη.

### 83. Έφαρμογές τής θερμοπυρηνικής αντίδρασης

α. Τό πλάσμα. Γιά νά εκμεταλλευτούμε τήν ενέργεια πού ελευθερώνεται κατά τή θερμοπυρηνική αντίδραση, πρέπει νά πετύχουμε τήν *εναρξη* τής πυρηνικής αντίδρασης καί τή *διατήρησή της*. Οί ενέργειες, πού πρέπει νά αποκτήσουν οί δύο έλαφροί πυρήνες γιά νά αρχίσει ή θερμοπυρηνική αντίδραση, υπολογίζεται ότι απαιτούν θερμοκρασία πάνω από 10 εκατομμύρια βαθμούς. Άλλά σ' ατή τή θερμοκρασία συμβαίνει *πλήρης ιονισμός τών ατόμων* καί τό άέριο μεταβάλλεται σε ένα μίγμα από *ελεύθερους πυρήνες* καί *ελεύθερα ήλεκτρόνια*. Αυτό τό μίγμα ήλεκτρικώς είναι ουδέτερο καί ονομάζεται *πλάσμα* (plasma).

Τό πλάσμα θεωρείται ως μιά τέταρτη κατάσταση τής ύλης. Υπολογίζεται ότι τά 99 % τής ύλης πού υπάρχει στους άστéρες καί στους γαλαξίες είναι στήν κατάσταση πλάσματος. Οί πυρήνες πού υπάρχουν στό πλάσμα κινούνται μέ πολύ μεγάλες ταχύτητες καί έπομένως έχουν τόση κινητική ενέργεια, πού μπορεί νά προκαλέσει θερμοπυρηνική αντίδραση. Ωστε:

Γιά τήν *εναρξη* καί τή *διατήρηση* τής θερμοπυρηνικής αντίδρασης απαιτείται θερμοκρασία πολλών εκατομμυρίων βαθμών, στήν όποία τό ύλικό, πού πρόκειται νά υποβληθεί σε σύντηξη, έχει μεταβληθεί σε πλάσμα.

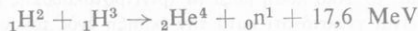
β. Μή έλεγχόμενη θερμοπυρηνική αντίδραση. Κατά τήν έκρηξη τής βόμβας ούρανίου δημιουργείται θερμοκρασία περίπου 50 εκατομμυρίων



βαθμών και η πίεση φτάνει σε  $10^{11}$  ατμόσφαιρες. Σ' αυτές τις συνθήκες είναι δυνατή η έναρξη της θερμοπυρηνικής αντίδρασης. Στη *θερμοπυρηνική βόμβα* ή και *βόμβα υδρογόνου*, εκτός από το υλικό που πρόκειται να υποβληθεί σε σύντηξη, υπάρχει και μία μικρή βόμβα ουρανίου που δημιουργεί τις απαραίτητες συνθήκες για την έναρξη της θερμοπυρηνικής αντίδρασης. Αυτή εξελίσσεται πολύ γρήγορα (μέσα σε χρονικό διάστημα της τάξεως του  $10^{-6}$  sec), ώστε η ενέργεια ελευθερώνεται σχεδόν άκαριαα. Η εκρηξη της βόμβας είναι μία *μή ελεγχόμενη θερμοπυρηνική αντίδραση*.

Η θερμοπυρηνική βόμβα έχει πολύ μεγάλη ισχύ, είναι ένα τρομερό όπλο, μπορεί όμως να χρησιμοποιηθεί και για ειρηνικούς σκοπούς (π.χ. για εκβραχισμούς, για τη διάνοιξη νέων κόλπων στις άκτες κ.ά.).

Η πιο γρήγορα εξελισσόμενη θερμοπυρηνική αντίδραση είναι η εξής:



γ. Έλεγχόμενη θερμοπυρηνική αντίδραση. Η πραγματοποίηση στο εργαστήριο μιας *ελεγχόμενης θερμοπυρηνικής αντίδρασης* είναι πολύ δύσκολη και κυρίως για τους εξής λόγους:

1. Για την έναρξη και τη διατήρηση της αντίδρασης απαιτούνται πολύ *ψηλές θερμοκρασίες* που φτάνουν σε πολλά εκατομμύρια βαθμούς.

2. Το πλάσμα πρέπει να δημιουργηθεί μέσα στο κενό, να έχει *μεγάλη πυκνότητα* και να μη έρχεται σε επαφή με τα τοιχώματα του δοχείου που μέσα σ' αυτό υπάρχει το πλάσμα.

Η θεωρητική και η πειραματική έρευνα προσπαθεί να πετύχει την ελεγχόμενη θερμοπυρηνική αντίδραση, η οποία ελπίζουμε ότι θα λύσει όριστικά το *ενεργειακό πρόβλημα* της ανθρωπότητας.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Από τη σύντηξη τεσσάρων πρωτονίων,  ${}_1\text{H}^1$ , σχηματίζεται ένας πυρήνας ήλιου,  ${}_2\text{He}^4$ . α) Νά γραφεί η πυρηνική αντίδραση. β) Πόση ενέργεια σε MeV ελευθερώνεται όταν σχηματίζεται ένας πυρήνας ήλιου; γ) Πόση ενέργεια σε Joule ελευθερώνεται όταν σχηματίζεται 1 gr ήλιου;

Ατομικές μάζες σε amu :

$\text{H}^1 = 1,007825$ .  $\text{He}^4 = 4,002604$ .  $N_A = 6 \cdot 10^{23}$  άτομα/gr - atom.  $1 \text{ amu} = 931 \text{ MeV}$ .

$1 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Joule}$ .

2. Από τη σύντηξη δύο δευτερονίων,  ${}_1\text{H}^2$ , σχηματίζεται ένας πυρήνας ήλιου,  ${}_2\text{He}^4$ . α) Νά γραφεί η πυρηνική αντίδραση. β) Πόση ενέργεια ελευθερώνεται σε MeV όταν σχηματίζεται ένας πυρήνας ήλιου; γ) Πόση ενέργεια σε Joule ελευθερώνεται όταν σχηματίζεται 1 gr ήλιου;

<sup>1</sup>Ατομικές μάζες σε amu :

$$H^2 = 2,0141. \quad He^4 = 4,0026. \quad N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ άτομα/gr-atom.}$$

3. Όταν από τη σύντηξη τεσσάρων πυρήνων υδρογόνου σχηματίζεται ένας πυρήνας ήλιου, τότε τα 7/1000 τής μάζας του υδρογόνου μετατρέπονται σε ισοδύναμη ενέργεια. Πόση ενέργεια σε κιλοβατώρα μπορούμε να έχουμε από 1 kgf υδρογόνου που το υποβάλλουμε σε σύντηξη;

4. Νά βρεθεί η ενέργεια συνδέσεως του πυρήνα ήλιου,  ${}^4_2\text{He}^4$ , και νά υπολογιστεί σε κιλοβατώρα η ενέργεια που ελευθερώνεται, όταν σχηματίζεται από τα συστατικά του 1 kgf ήλιου.

<sup>1</sup>Ατομικές μάζες σε amu :

$$m_p = 1,007825. \quad m_n = 1,008665. \quad He^4 = 4,002604. \quad N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ άτομα/gr-atom.}$$

5. Κατά τη δοκιμή μιās θερμοπυρηνικής αντίδρασεως (βόμβα υδρογόνου) βρέθηκε ότι μάζα  $m = 100 \text{ gr}$  μετατρέπεται σε ισοδύναμη ενέργεια. α) Πόση είναι σε kcal ή ενέργεια που ελευθερώνεται; β) Από πόση μάζα  $M$  τρινιτροτολουόλης μπορεί νά προκύψει αυτή η ενέργεια, αν είναι γνωστό ότι κατά την έκρηξη ενός τόνου τρινιτροτολουόλης εκλύεται ενέργεια ίση με  $10^6 \text{ kcal}$ ;  $J = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Joule/kcal}$ .

6. Σε μάζα υδρογόνου ίση με 1 gr περιέχονται  $N_H = 6 \cdot 10^{23}$  άτομα υδρογόνου, ενώ σε μάζα 1 gr ουρανίου  ${}^{235}\text{U}$ , περιέχονται  $N_U = 1,8 \cdot 10^{19}$  άτομα ουρανίου. Κατά τη σύντηξη 4 ατομικών πυρήνων υδρογόνου για τó σχηματισμό ενός πυρήνα ήλιου  $He^4$ , ελευθερώνεται ενέργεια ίση με 28 MeV. Ένώ κατά τη διάσπαση ενός πυρήνα ουρανίου  ${}^{235}\text{U}$  ελευθερώνεται ενέργεια ίση με 200 MeV. Νά βρεθεί ο λόγος των ενεργειών  $E_H$  και  $E_U$  που ελευθερώνονται από ίση μάζα υδρογόνου και ουρανίου κατά τις αντίστοιχες πυρηνικές αντιδράσεις.

7. Ο Ήλιος εκπέμπει ισχύ  $P = 3,8 \cdot 10^{26} \text{ W}$  που προέρχεται από τη σύντηξη πρωτονίων για τó σχηματισμό πυρήνων ήλιου  $He^4$ . α) Πόση ήλιακή μάζα μετατρέπεται σε ενέργεια κατά δευτερόλεπτο; β) Η μάζα του Ήλιου είναι ίση με  $M = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ . Έπειτα από πόσο χρόνο από σήμερα η μάζα του Ήλιου θά έχει ελαττωθεί κατά τó ένα χιλιοστό της;

8. Είναι δυνατή ή ακόλουθη πυρηνική αντίδραση (σύντηξη) :



Στό νερό βρίσκεται τó δευτέριο ( $H^2$ ) σε αναλογία 0,0156 %. Για τήν εκμετάλλευση τής παραπάνω πυρηνικής αντίδρασεως χρησιμοποιείται τó νερό μιās λίμνης. Η μάζα τού νερού είναι ίση με  $m = 26 \cdot 10^{16} \text{ kg}$ . Πόση ενέργεια σε kWh θά λάβουμε;  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ μόρια/gr-mol}$ .

9. Νά βρεθεί σε Joule και kcal η ενέργεια που ελευθερώνεται από ένα γραμμοάτομο λιθίου  ${}^7\text{Li}$ , κατά τήν ακόλουθη πυρηνική αντίδραση (σύντηξη) :



<sup>1</sup>Ατομικές μάζες σε amu :

$$H^1 = 1,007825. \quad Li^7 = 7,016004. \quad He^4 = 4,002604 \quad N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ άτομα/gr-atom}$$

$$J = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Joule/kcal.} \quad 1 \text{ amu} = 1,49 \cdot 10^{-10} \text{ Joule.}$$

## Στοιχειώδη σωματίδια

### 84. Στοιχειώδη σωματίδια και αντισωματίδια

Όπως ξέρουμε μέσα στο άτομο υπάρχουν τρία στοιχειώδη σωματίδια:

τό ηλεκτρόνιο  $e^-$ , τό πρωτόνιο  $p$  και τό νετρόνιο  $n$ .

Σέ ορισμένες πυρηνικές αντιδράσεις εμφανίζονται άλλα τρία στοιχειώδη σωματίδια:

τό ποζιτρόνιο  $e^+$ , τό νεutrίνο  $\nu$  και τό αντινεutrίνο  $\bar{\nu}$ .

Τό ποζιτρόνιο είναι ένα ηλεκτρόνιο, αλλά με θετικό φορτίο, δηλαδή είναι ένα αντιηλεκτρόνιο. Λέμε ότι τό ποζιτρόνιο είναι ένα αντισωματίδιο. Έπίσης τό αντινεutrίνο  $\bar{\nu}$  είναι αντισωματίδιο.

Η πειραματική έρευνα απέδειξε ότι σέ κάθε σωματίδιο αντιστοιχεί ένα αντισωματίδιο. Έτσι βρέθηκε ότι τό πρωτόνιο  $p$  έχει αντισωματίδιο τό αντιπρωτόνιο  $\bar{p}$ , πού είναι ένα πρωτόνιο, αλλά με αρνητικό φορτίο.

Αντισωματίδια έχουν όχι μόνο τά σωματίδια πού έχουν ηλεκτρικό φορτίο, αλλά και τά ουδέτερα σωματίδια. Έτσι τό νετρόνιο  $n$  έχει αντισωματίδιο τό αντινεutrόνιο  $\bar{n}$  πού διαφέρει από τό νεutrόνιο ως πρός τή μαγνητική ροπή.

Όστε πειραματικά βρέθηκε ότι:

I. Όλα τά σωματίδια έχουν αντισωματίδια.

II. Τά αντισωματίδια τών φορτισμένων σωματιδίων διαφέρουν από τά αντίστοιχα σωματίδια ως πρός τό σημείο του φορτίου, ενώ τά αντισωματίδια τών ουδέτερων σωματιδίων διαφέρουν από τά αντίστοιχα σωματίδια ως πρός τή μαγνητική ροπή.

### 58. Μεσόνια

Όνομάζονται μεσόνια (mesons, από τήν ελληνική λέξη μέσος) άσταθή σωματίδια πού ή μάζα τους είναι μεγαλύτερη από τή μάζα του ηλεκτρονίου, αλλά μικρότερη από τή μάζα τών νουκλεονίων.

a. Μιόνια ή μ μεσόνια. Τά μιόνια ή μ μεσόνια (σύμβολο  $\mu$ ) είναι σωματίδια πού έχουν φορτίο ίσο με ένα στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο, θετικό ή αρνητικό ( $\mu^+$ ,  $\mu^-$  μιόνιο). Τό  $\mu^+$  και τό  $\mu^-$  μιόνιο είναι σωματίδια άνάλογα με ποζιτρόνιο ( $e^+$ ) και τό ηλεκτρόνιο ( $e^-$ ) με τή διαφορά ότι έχουν μάζα 207 φορές μεγαλύτερη από τή μάζα ( $m_e$ ) του ηλεκτρονίου.

Τά μιόνια είναι άσταθή σωματίδια. Τό  $\mu^+$  και τό  $\mu^-$  μιόνιο διασπώνται

άντιστοιχα σέ ποζιτρόνιο ( $e^+$ ) και ήλεκτρονίο ( $e^-$ ). Κατά τή διάσπαση του  $\mu^+$  και του  $\mu^-$  μιονίου σχηματίζονται και δύο νέα σωματίδια πού αντίστοιχα ονομάζονται  $\mu$  αντίνετρίνο  $\bar{\nu}_\mu$  και  $\mu$  νετρίνο  $\nu_\mu$ .

Ώστε υπάρχουν δύο τύποι νετρίνων και αντίνετρίνων, έκείνα πού συνδέονται μέ τή γένεση του ποζιτρονίου ή του ήλεκτρονίου ( $\nu_e$  και  $\bar{\nu}_e$ ) και έκείνα πού συνδέονται μέ τή διάσπαση τών μιονίων ( $\nu_\mu$  και  $\bar{\nu}_\mu$ ). Έτσι έχουμε ότι:

-- τό νετρίνο  $\nu_e$  συνοδεύει τή γένεση του ποζιτρονίου·

— τό αντίνετρίνο  $\bar{\nu}_e$  συνοδεύει τή γένεση του ήλεκτρονίου·

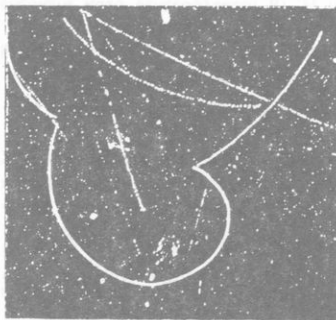
— τό  $\mu$  αντίνετρίνο  $\bar{\nu}_\mu$  συνοδεύει τή διάσπαση του  $\mu^+$  μιονίου·

— τό  $\mu$  νετρίνο  $\nu_\mu$  συνοδεύει τή διάσπαση του  $\mu^-$  μιονίου.

Η παραγωγή τών νετρίνων και αντίνετρίνων φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Νετρίνα και αντίνετρίνα

$p$	$\rightarrow$	$n$	$+ e^+$	$+ \nu_e$
$n$	$\rightarrow$	$p$	$+ e^-$	$+ \bar{\nu}_e$
$\mu^+$	$\rightarrow$	$e^+$	$+ \nu_e$	$+ \bar{\nu}_\mu$
$\mu^-$	$\rightarrow$	$e^-$	$+ \bar{\nu}_e$	$+ \nu_\mu$



Σχ. 154. Φωτογραφία πού πάρθηκε μέ θάλαμο Glaser. Διακρίνονται ή διάσπαση ενός  $\pi^+$  πιονίου σέ  $\mu^+$  μιονίο και ή διάσπαση του  $\mu^+$  μιονίου σέ ποζιτρόνιο  $e^+$ . Η καμπύλωση τών τροχιών οφείλεται στό μαγνητικό πεδίο.

β. Πιόνια ή π μεσόνια. Τά πιόνια ή π μεσόνια (σύμβολο  $\pi$ ) είναι σωματίδια πού έχουν φορτίο ίσο μέ ένα στοιχειώδες ήλεκτρικό φορτίο, θετικό ή άρνητικό ( $\pi^+$ ,  $\pi^-$  πιόνιο) ή είναι ουδέτερα ( $\pi^0$  πιόνιο). Τά φορτισμένα πιόνια ( $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ) έχουν μάζα ίση μέ 273  $m_e$ , ένω τό ουδέτερο πιόνιο ( $\pi^0$ ) έχει μάζα ίση μέ 264  $m_e$ .

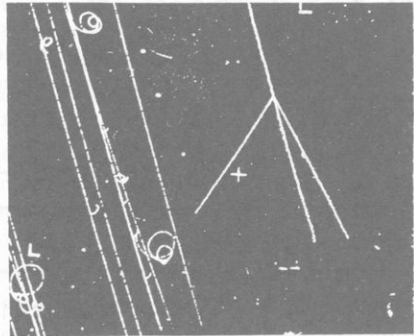
Είναι άσταθή σωματίδια. Τά φορτισμένα  $\pi^+$  και  $\pi^-$  πιόνια διασπώνται αντίστοιχα σέ  $\mu^+$  και  $\mu^-$  μιονία. Αντίθετα τό ουδέτερο  $\pi^0$  πιόνιο διασπάται σέ δύο φωτόνια  $\gamma$ .

Στό σχήμα 154 φαίνεται ή διάσπαση ενός πιονίου.

γ. Καόνια ή K μεσόνια. Τά καόνια ή K μεσόνια (σύμβολο K) είναι σωματίδια πού έχουν φορτίο ίσο μέ ένα στοιχειώδες ήλεκτρικό φορτίο, θετικό ή άρνητικό ( $K^+$ ,  $K^-$  καόνιο) ή είναι ουδέτερα ( $K^0$  καόνιο). Τά φορτισμένα καόνια ( $K^+$  και  $K^-$ ) έχουν μάζα ίση μέ 966  $m_e$ , ένω τό ουδέτερο καόνιο ( $K^0$ ) έχει μάζα

Ίση με 974 me. Είναι άσταθή σωματίδια και διασπώνται κατά διάφορους τρόπους δίνοντας πιόνια, μίονια, ποζιτρόνια και ηλεκτρόνια (σχ. 155).

δ. Τό  $\eta^0$  μεσόνιο. Στά μεσόνια υπάγεται και τό  $\eta^0$  μεσόνιο (σύμβολο  $\eta$ ) πού είναι σωματίδιο ουδέτερο, έχει μάζα 1074 me και διασπάζεται σε δύο φωτόνια  $\gamma$ .



Σχ. 155. Φωτογραφία πού πάρθηκε με θάλαμο Glaser.

Διακρίνεται ή διάσπαση ενός Κ μεσονίου σε τρία π μεσόνια.

Τό Κ μεσόνιο σχηματίστηκε στό σύγχροτρο πρωτονίων.

## 86. Ύπερόνια

Τά ύπερόνια είναι σωματίδια πού ή μάζα τους είναι μεγαλύτερη από τή μάζα του πρωτονίου και έχουν φορτίο ίσο με ένα στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο ή είναι ουδέτερα. Είναι άσταθή σωματίδια και από τή διάσπασή τους προκύπτουν γενικά ένα νουκλεόνιο (πρωτόνιο ή νετρόνιο) και ένα πιόνιο ( $\pi$ ). Τά ύπερόνια αποτελούν τς έξης τέσσερις ομάδες:

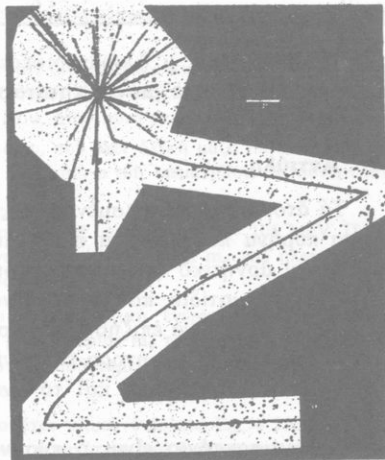
Λ ύπερόνια (σύμβολο Λ)

Ξ ύπερόνια (σύμβολο Ξ)

Σ ύπερόνια (σύμβολο Σ)

Ω ύπερόνια (σύμβολο Ω)

Ένα κοσμικό σωματίδιο (πρωτόνιο) συγκρούεται με έναν πυρήνα του γαλακτώματος και σχηματίζεται πλήθος από θραύσματα του πυρήνα. (ό άστέρας πάνω άριστερά). Ένα πιόνιο ( $\pi$ ) αφού διατρέξει μεγάλη τροχιά διασπάζεται σε μίονιο ( $\mu$ ) και νεutrino (πάνω δεξιά γωνία). Τό μίονιο έπειτα από μακριά διαδρομή διασπάζεται (κάτω άριστερά γωνία) σε ηλεκτρόνιο πού κινείται προς τά δεξιά.



## 87. Κατάταξη τών σωματιδίων

Τά γνωστά σωματίδια καί αντισωματίδια κατατάσσονται σέ τρεῖς κατηγορίες τά *λεπτόνια*, τά *μεσόνια* καί τά *βαρύνια* ὅπως φαίνεται στόν παρακάτω πίνακα.

Κατάταξη τών στοιχειωδών σωματιδίων

Κατηγορία	Σωματίδια
<b>Λεπτόνια</b>	νεutrino $\nu_e$ ἀντινεutrino $\bar{\nu}_e$ μ νεutrino $\nu_\mu$ , $\mu$ ἀντινεutrino $\bar{\nu}_\mu$ ἠλεκτρόνιο $e^-$ , ποζιτρόνιο $e^+$ μύονια ( $\mu^+$ , $\mu^-$ )
<b>Μεσόνια</b>	πίονια ( $\pi^+$ , $\pi^-$ , $\pi^0$ ) καόνια ( $K^+$ , $K^-$ , $K^0$ ) ἠ μεσόνιο ( $\eta^0$ )
<b>Βαρύνια</b>	<b>Νουκλεόνια</b> πρωτόνιο $p$ , ἀντιπρωτόνιο $\bar{p}$ νεutrónιο $n$ , ἀντινεutrónιο $\bar{n}$
	<b>Ύπερβνια</b> ὑπερόνια $\Lambda$ , ὑπερόνια $\Sigma$ ὑπερόνια $\Xi$ , ὑπερόνια $\Omega$

Τό μύονιο ( $\mu^+$ ,  $\mu^-$ ) συμπεριφέρεται σάν ἓνα ἀσταθές «βαρὺ ἠλεκτρόνιο» καί γι' αὐτό τά μύονια κατατάσσονται στά λεπτόνια.

## 88. Ἀντιύλη

Τά ἄτομα τῆς συνηθισμένης *ὕλης* ἀποτελοῦνται ἀπό ἓνα θετικά φορτισμένο πυρήνα πού περιέχει πρωτόνια καί νεutrónια, καί ἀπό ἠλεκτρόνια πού ἔχουν ἀρνητικό φορτίο καί περιφέρονται γύρω ἀπό τόν πυρήνα. Τό πρῶτο ἀντισωματίδιο πού ἀνακαλύψαμε εἶναι τό ποζιτρόνιο, πού, ὅπως εἶδαμε, δέν μπορεῖ νά ἐπιζῆσει μέσα στό δικό μας κόσμο πού εἶναι γεμάτος ἀπό ἠλεκτρόνια καί γρήγορα ἐξαφανίζεται. Τό ἴδιο συμβαίνει μέ τό ἀντιπρωτόνιο. Τό ποζιτρόνιο καί τό ἀντιπρωτόνιο εἶναι δύο σωματίδια τῆς *ἀντιύλης*.

Τό ἀντιπρωτόνιο εἶναι ὁ πυρήνας τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου, ἀλλά μέ

ένα αρνητικό στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο. Άς υποθέσουμε ότι γύρω από τό αντιπρωτόνιο περιφέρεται ένα ποζιτρόνιο, όπως στο άτομο υδρογόνου τό ηλεκτρόνιο περιφέρεται γύρω από τό πρωτόνιο. Αυτό τό άτομο πού φανταστήκαμε είναι ένα άτομο αντιυδρογόνου στο όποιο ισχύουν όλοι οί γνωστοί μας νόμοι. Άλλά στο δικό μας κόσμο αυτό τό άτομο δέν μπορεί νά έπιζήσει καί άμέσως θά εξαφανιστεί. Είναι όμως πιθανό μερικές άπομακρυσμένες περιοχές του Σύμπαντος νά άποτελούνται από αντίυλη. Άς υποθέσουμε ότι σήμερα δεχόμαστε τίς άκτινοβολίες πού έκπέμπουν αυτά τά άπομακρυσμένα άτομα αντιυδρογόνου. Ποτέ δέν θά μπορούσαμε νά άνακαλύψουμε ότι αυτές οί άκτινοβολίες προέρχονται από άτομα αντιυδρογόνου, γιατί καί σ' αυτά τά άτομα τά πιθήματα των ποζιτρονίων προκαλούν έκπομπή φωτονίων ( $h\nu$ ) σύμφωνα μέ τή γνωστή συνθήκη του Bohr.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ένα σωματίδιο έχει μάζα  $M$  κινείται μέ ταχύτητα  $V$  καί συγκρούεται κεντρικά μέ άλλο σωματίδιο πού έχει μάζα  $m$  καί βρίσκεται σέ ήρεμία. Νά δείχτει ότι, άν τό δεύτερο σωματίδιο μετά τήν κρούση έχει ταχύτητα  $v$  κατά τή διεύθυνση καί τή φορά τής ταχύτητας  $V$ , τότε ισχύει ή έξισωση :

$$v = \frac{2M}{M + m} V$$

2. Ένα σωματίδιο πού έχει μάζα ήρεμίας  $m_0$  καί κινείται μέ ταχύτητα  $v$ , έχει μάζα  $m = m_0/\sqrt{1 - \beta^2}$ , όπου  $\beta = v/c$ . Μέ πόση ενέργεια ισοδυναμεί ή αύξηση τής μάζας του σωματιδίου;

3. Σύμφωνα μέ τή θεωρία τής σχετικότητας ή όλική ενέργεια  $E_{ολ}$  ενός σωματιδίου πού έχει όλική μάζα  $m$ , δίνεται από τήν έξισωση  $E_{ολ} = mc^2$ . Νά βρεθει έξισωση πού νά δίνει τήν κινητική ενέργεια του σωματιδίου, όταν αυτό κινείται μέ ταχύτητα  $v$ .

4. Η όλική ενέργεια  $E_{ολ}$  ενός σωματιδίου, πού έχει όλική μάζα  $m$ , είναι  $E_{ολ} = mc^2$ . Νά βρεθει έξισωση πού νά δίνει τήν όρμή  $p$  του σωματιδίου σέ συνάρτηση μέ τήν όλική ενεργεία του  $E_{ολ}$ .

5. Η μάζα ήρεμίας  $m_\mu$  ενός μιονίου ισοδυναμεί μέ ενέργεια  $E = 106$  MeV. Πόση είναι ή μάζα  $m_\mu$  καί πόσες φορές είναι μεγαλύτερη από τή μάζα  $m_e$  του ηλεκτρονίου;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg.  $1$  MeV =  $1,6 \cdot 10^{-13}$  Joule.

6. Ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο έχει κινητική ενέργεια  $E_{κιν} = 62$  MeV καί όρμή  $p = 335$  MeV/c. α) Πόση είναι ή μάζα ήρεμίας  $m_0$  του σωματιδίου, άν είναι γνωστό ότι ή μάζα ήρεμίας  $m_e$  του ηλεκτρονίου ισοδυναμεί μέ ενέργεια  $E_e = 0,5$  MeV; Πόση είναι ή ταχύτητα  $v$  του σωματιδίου;

7. Ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο έχει όλική ενέργεια  $E_{ολ} = 135$  MeV καί κινητική ενέργεια  $E_{κιν} = 10$  MeV. Πόση είναι ή ταχύτητα καί ή όρμή του σωματιδίου;

8. Ένα σωματίδιο έχει μάζα ηρεμίας  $m_0$  και όρμη  $p$ . Νά βρεθεί εξίσωση που νά δίνει τήν ταχύτητα  $v$  του σωματιδίου σέ συνάρτηση μέ τά μεγέθη  $m_0$  και  $p$ .

9. Όταν ένα πρωτόνιο συλλαμβάνει ένα αρνητικό πόνιο  $\pi^-$ , τότε σχηματίζεται ένα νετρόνιο  $n$  και ένα φωτόνιο  $h\nu$ . Πόση είναι ή ενέργεια του νετρονίου;

$m_n = 939 \text{ MeV}$ .  $m_p = 938 \text{ MeV}$ .  $m_\pi = 273 m_e$ .  $m_e = 0,51 \text{ MeV}$ .

10. Στο άτομο υδρογόνου ή άκτινα των κβαντικών τροχιών του ηλεκτρονίου και ή ενέργειά του πάνω στίς κβαντικές τροχιές δίνονται από τίς εξισώσεις :

$$r_n = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{n^2 h}{4\pi^2 m_e e^2} \quad (1)$$

$$E_n = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2r_n} \quad (2)$$

Τό  $\mu^-$  μίνιο είναι ανάλογο μέ τό ηλεκτρόνιο μέ τή διαφορά ότι ή μάζα του είναι  $m_\mu = 207 m_e$  όπου  $m_e$  είναι ή μάζα του ηλεκτρονίου. α) Αν στό άτομο υδρογόνου τό ηλεκτρόνιο αντικατασταθεί μέ ένα  $\mu^-$  μίνιο, νά βρεθεί ή άκτινα  $r_{1\mu}$  τής θεμελιώδους τροχιάς γι' αυτό τό άτομο υδρογόνου. β) Νά συγκριθοϋν οι ενέργειες του  $\mu^-$  μιονίου πάνω στίς κβαντικές τροχιές μέ τίς αντίστοιχες του κανονικού ατόμου υδρογόνου. γ) Πόση είναι ή συχνότητα και τό μήκος κύματος του φωτονίου που εκπέμπεται όταν τό  $\mu^-$  μίνιο πέφτει από τήν κβαντική τροχιά  $n = 2$  στήν τροχιά  $n = 1$ ; Σέ ποιά κατηγορία ηλεκτρομαγνητικής άκτινοβολίας άνήκει αυτό τό φωτόνιο; Δίνονται για τό υδρογόνο :

$r_1 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ .  $E_1 = -13,53 \text{ eV}$ .  $E_2 = -3,38 \text{ eV}$ .  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$ .

11. Τό ουδέτερο πόνιο  $\pi^0$  έχει μάζα ηρεμίας  $m_\pi = 264 m_e$  και διασπάται σέ δύο φωτόνια  $\gamma$ . α) Πόση ενέργεια σέ MeV μεταφέρει τό καθένα από αυτά τά φωτόνια και πόσο είναι τό μήκος κύματος τής άκτινοβολίας; β) Νά συγκριθεί ή ενέργεια του παραπάνω φωτονίου μέ τήν ενέργεια ενός φωτονίου τής άκρας όρατής ιδόδου άκτινοβολίας που έχει μήκος κύματος  $\lambda = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ .

Μάζα ηρεμίας ηλεκτρονίου  $m_e = 0,5 \text{ MeV}$ .

$1 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Joule}$   $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$ .

12. Τό φωτόνιο  $\gamma$  που προκύπτει από τή διάσπαση του ουδέτερου πιονίου  $\pi^0$  πέφτει πάνω σέ μιá πλάκα μαλύβδου που βρίσκεται μέσα στό θάλαμο Wilson. Τότε σχηματίζεται ένα ζευγος από έτεράνυμα ηλεκτρόνια (ποζιτρόνιο + ηλεκτρόνιο) που οι τροχιές τους γίνονται όρατές. Αν ή ενέργεια του φωτονίου  $\gamma$  είναι ίση μέ 2,65 MeV, πόση ταχύτητα έχει τό καθένα από τά δύο σωματίδια;

Μάζα ηρεμίας ηλεκτρονίου  $m_0 = 0,51 \text{ MeV}$ .

13. Νά βρεθεί πόση ενέργεια σέ MeV και Joule προκύπτει από τήν εξαϋλωση ενός πρωτονίου και ενός αντιπρωτονίου.

$1 \text{ amu} = 931 \text{ MeV}$ . Μάζα πρωτονίου ή αντιπρωτονίου  $m_p = 1,007 \text{ 825}$

14. Πόση ενέργεια σέ MeV και Joule προκύπτει από τήν εξαϋλωση ενός ατόμου ήλιου  $\text{He}^4$  και ενός ατόμου αντιηλίου;

Ατομική μάζα ήλιου  $m_{\text{He}} = 4,002 \text{ 604 amu}$ .  $1 \text{ amu} = 931 \text{ MeV}$ .

15. Για τήν κινητική ενέργεια ενός σωματιδίου ως ποιά τιμή τής ταχύτητάς του μπορούμε νά χρησιμοποιήσουμε τήν εξίσωση τής Κλασσικής Μηχανικής, αν θέλουμε τό λάθος μας νά φτάνει στά 10% τής κινητικής ενέργειας που καθορίζει ή Σχετικιστική Μηχανική;



### Ἡ εἰκόνα τοῦ ἐξώφυλλου

Φωτογραφία πού πάρθηκε μέ θάλαμο Wilson.

Στό σύγχροτρο δημιουργήθηκαν ἄκτινες Röntgen πολύ ψηλῆς ἐνέργειας.

Ἀπό τήν ὑλοποίηση τῆς ἐνέργειας πολλῶν φωτονίων Röntgen γεννήθηκαν πολλά ζεύγη ἑτερόνυμων ἠλεκτρονίων (ποζιτρόνιο - ἠλεκτρόνιο). Διακρίνονται στή φωτογραφία πολλά ζεύγη ἑτερόνυμων ἠλεκτρονίων.

Ἐνα ἠλεκτρόνιο μέ ἐνέργεια 30 MeV ἐνός τέτοιου ζεύγους μέ τήν ἐπίδραση τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου ἐκτελεῖ πάνω ἀπό τριάντα στροφές.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1  
Φυσικές σταθερές

Ταχύτητα φωτός στο κενό	c	$3 \cdot 10^8$ m/sec
Έπιτάχυνση βαρύτητας ( $45^\circ$ , 0 m)	g	9,80665 m/sec <sup>2</sup>
Σταθερή Faraday	F	96490 Cb/γραμμαίσοδύναμο
Σταθερή Planck	h	$6,6256 \cdot 10^{-34}$ Joule·sec
Σταθερή Stefan - Boltzan	$\sigma$	$5,669 \cdot 10^{-8}$ W·m <sup>-2</sup> ·grad <sup>-4</sup>
Σταθερή μετατοπίσεως	b	$0,2897 \cdot 10^{-2}$ m·grad
Σταθερή Rydberg	R <sub>H</sub>	$10974 \cdot 10^3 \cdot \text{m}^{-1}$
Στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο	e	$1,602 \cdot 10^{-19}$ Cb
Διηλεκτρική σταθερή κενού	$\epsilon_0$	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Cb <sup>2</sup> /(N·m <sup>2</sup> )
Μαγνητική διαπερατότητα κενού	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A <sup>2</sup>
Ήλεκτρονιοβόλτ	1 eV	$1,602 \cdot 10^{-19}$ Joule
Μονάδα ατομικής μάζας	1 amu	$1,6604 \cdot 10^{-27}$ kgr
Άκτινα θεμελιώδους τροχιάς	r <sub>1</sub>	$0,529 \cdot 10^{-10}$ m

ΠΙΝΑΚΑΣ 2  
Μάζες ήρεμίας στοιχειωδών σωματιδίων

0,000 548 amu	Ήλεκτρονίο $m_e$ $9,109 \cdot 10^{-31}$ kgr	0,511 MeV
1,007 825 amu	Πρωτόνιο $m_p$ $1,6725 \cdot 10^{-27}$ kgr	938,26 MeV
1,008 665 amu	Νετρόνιο $m_n$ $1,6748 \cdot 10^{-27}$ kgr	939,55 MeV

## ΠΙΝΑΚΑΣ 3

## Έξησώσεις Κβαντομηχανής

Ένέργεια φωτονίου	$E_{\text{φωτ}} = h\nu$
Μάζα φωτονίου	$m_{\text{φωτ}} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$
Όρμή φωτονίου	$p_{\text{φωτ}} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$
Μήκος κύματος $\lambda$ ύλικου κύματος σωματιδίου	$\lambda = \frac{h}{mv}$
Ένέργεια σωματιδίου	$E = h\nu$
Όρμή σωματιδίου	$p = \frac{h}{\lambda}$
Άρχη άβεβαιότητας	$\Delta x \cdot \Delta p \geq h$

ΠΙΝΑΚΑΣ 4

Μετατροπές μονάδων ενέργειας

Μονάδα	gr	amu	erg	MeV	Joule	cal
1 gr	$1$	$6,02 \cdot 10^{23}$	$9 \cdot 10^{20}$	$5,62 \cdot 10^{26}$	$9 \cdot 10^{13}$	$2,15 \cdot 10^{13}$
1 amu	$1,66 \cdot 10^{-24}$	$1$	$1,49 \cdot 10^{-3}$	931	$1,49 \cdot 10^{-10}$	$3,56 \cdot 10^{-11}$
1 erg	$1,11 \cdot 10^{-21}$	671	$1$	$6,24 \cdot 10^5$	$10^{-7}$	$2,59 \cdot 10^{-8}$
1 MeV	$1,78 \cdot 10^{-27}$	$1,07 \cdot 10^{-3}$	$1,60 \cdot 10^{-6}$	$1$	$1,60 \cdot 10^{-13}$	$3,83 \cdot 10^{-14}$
1 Joule	$1,11 \cdot 10^{-14}$	$6,71 \cdot 10^9$	$10^7$	$6,24 \cdot 10^{12}$	$1$	0,239
1 cal	$5,65 \cdot 10^{-14}$	$2,81 \cdot 10^{10}$	$4,18 \cdot 10^7$	$2,61 \cdot 10^{13}$	4,18	$1$
1 kWh	$4 \cdot 10^{-3}$	$2,41 \cdot 10^{16}$	$3,60 \cdot 10^{13}$	$2,25 \cdot 10^{19}$	$3,60 \cdot 10^6$	$0,86 \cdot 10^6$

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

## ΜΗΧΑΝΙΚΗ

### Ταλαντώσεις — Κυματική

1. 'Αντιστρεπτό έκκρεμές.— 2. 'Ανάλυση περιοδικής κινήσεως κατά Fourier.— 3. Σύζευξη ταλαντευόμενων συστημάτων.— 4. 'Αρχή του Huygens.— 5. 'Ανάκλαση τών κυμάτων.— 6. Διάθλαση τών κυμάτων.— 7. Συμβολή τών κυμάτων.— 8. Περίθλαση τών κυμάτων..... 5

## ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

### Φαινόμενο Doppler — Μουσικές κλίμακες

9. Φαινόμενο Doppler.— 10. Μουσική κλίμακα.— 11. Φυσική κλίμακα.— 12. Συγκεκραμένη κλίμακα.— 13. Ράβδοι.— 14. 'Η χρήση του ηλεκτρονικού παλμογράφου γιά τή μελέτη τών ήχων.— 15. 'Ηχοληψία καί αναπαραγωγή του ήχου..... 24

## ΟΠΤΙΚΗ

### Πόλωση καί διπλή διάθλαση του φωτός

16. 'Ολική πόλωση του φωτός. Νόμος του Brewster.— 7. 'Εξήγηση τής πολώσεως του φωτός από ανάκλαση.— 18. 'Οπτικώς ισότροπα καί ανισότροπα υλικά.— Διπλή διάθλαση του φωτός.— 20. Πολωτικές συσκευές.— 21. Στροφή του επιπέδου ταλαντώσεως του πολωμένου φωτός.— 22. Διπλή διάθλαση σε όπτικώς ισότροπα υλικά..... 39

### Νόμοι τής ακτινοβολίας

23. 'Η έκπομπή ακτινοβολιών από θερμό στερεό σώμα.— 24. 'Απόλυτα μαυρο σώμα.— 25. 'Ικανότητα έκπομπής.— 26. 'Ικανότητα απορροφήσεως.— 27. Νόμος του Kirchhoff.— 28. Νόμος Stefan - Boltzmann.— 29. Νόμος του Wien..... 51

## ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

### Ἐπαγωγή

30. Δημιουργία επαγωγικῆς τάσεως.— 31. Ρεύματα Foucault.— 32. Ἐνέργεια τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου..... 60

### Ἐναλλασσόμενο ρεύμα

33. Ἀνυσματική παράσταση ἑναλλασσόμενου μεγέθους.— 34. Κύκλωμα ἑναλλασσόμενου ρεύματος.— 35. Κύκλωμα μέ καθαρή ὠμική ἀντίσταση R.— 36. Πηνίο σέ κύκλωμα ἑναλλασσόμενου ρεύματος.— 37. Πυκνωτής σέ κύκλωμα ἑναλλασσόμενου ρεύματος.— 38. Νόμος τοῦ Ohm γιά κύκλωμα ἑναλλασσόμενου ρεύματος.— 39. Συντονισμός.— 40. Μέση ἰσχύς καί συντελεστής ἰσχύος.— 41. Ἀρχή τῆς λειτουργίας τῶν γεννητριῶν.— 42. Γεννήτριες συνεχοῦς ρεύματος.— 43. Κινητῆρες συνεχοῦς ρεύματος.— 44. Ἐναλλακτῆρες.— 45. Κινητῆρες ἑναλλασσόμενου ρεύματος..... 68

### Μερικά ἐνδιαφέροντα φαινόμενα

46. Φαινόμενο Peltier.— 47. Φωτοπολλαπλασιαστής.— 48. Ἡλεκτρονική Ὀπτική.— 49. Ξηροί ἀνορθωτές.— 50. Πιεζοηλεκτρισμός..... 100

### Ἀγωγιμότητα τῶν ἀερίων

51. Μορφές ἀγωγιμότητας τῶν ἀερίων.— 52. Γήινο ἠλεκτρικό πεδίο. 109

### Ἀμείωτες ἠλεκτρικές ταλαντώσεις

53. Ἀμείωτες ἠλεκτρικές ταλαντώσεις.— 54. Παραγωγή ἠλεκτρικῶν ταλαντώσεων.— 55. Ραντάρ— 56. Ραδιοαστρονομία..... 114

## ΑΤΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

### ΑΤΟΜΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

#### Τά ἠλεκτρόνια γύρω ἀπό τόν πυρήνα

57. Φάσμα ἐκπομπῆς τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου.— 58. Κίνηση τοῦ ἠλεκτρονίου τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου γύρω ἀπό τόν πυρήνα.— 59. Ἐρμηνεία τῆς ἐκπομπῆς τοῦ φάσματος τοῦ ὑδρογόνου.— 60. Οἱ δύο κινήσεις τοῦ ἠλεκτρονίου στό ἄτομο ὑδρογόνου.— 61. Κβαντικοί ἀριθμοί τοῦ ἠλεκτρονίου.— 62. Ἀρχή τοῦ Pauli.— 63. Λέζερ..... 120

**Φαινόμενο Compton — Φασματογράφος μαζών**

64. Φαινόμενο Compton.— 65. 'Υλικά κύματα.— 66. 'Υλικά κύματα μέσα στο άτομο υδρογόνου.— 67. 'Αρχή τής ἀβεβαιότητας.— 68. Φασματογράφος μαζών.....	143
--	-----

**ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ****'Ανίχνευση τών σωματιδίων**

69. Μέθοδοι ἀνίχνευσεως τών σωματιδίων.— 70. 'Απαριθμητής Geiger - Müller.— 71. Θάλαμος ιονισμού.— 72. Θάλαμος Wilson.— 73. Θάλαμος Glaser.— 74. 'Απαριθμητές σπινθηρισμών.— 75. Πυρηνικά γαλακτώματα.— 76. Δοσιμετρία.....	159
---	-----

**'Επιταχυντές**

77. 'Επιταχυντές.— 78. Μηχανή Van de Graaff.— 79. Γραμμικός επιταχυντής.— 80. Κύκλοτρο. ....	166
--	-----

**Σύντηξη ελαφρών πυρήνων**

81. Σύντηξη.— 82. Προέλευση τής αστρικής ενέργειας.— 83. 'Εφαρμογές τής θερμοπυρηνικής ἀντιδράσεως.....	172
---	-----

**Στοιχειώδη σωματίδια**

84. Στοιχειώδη σωματίδια καὶ ἀντισωματίδια.— 85. Μεσόνια.— 86. 'Υπερόνια.— 87. Κατάταξη τών σωματιδίων.— 88. 'Αντιύλη.....	177
Εἰκόνα ἐξώφυλλου. Πίνακες.....	183



ΕΚΔΟΣΗ 10, Κ. ΠΑΡΕΛΕΥΣΕΩΣ - ΑΝΕΠΙΣΤΗΜΟΝΟΝ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ 1021 1-1-79  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΣΥΜΦΩΝΗΣΗ Ε.Π.Ε. - ΕΚΔΟΣΗ 10, Κ. ΠΑΡΕΛΕΥΣΕΩΣ - ΑΝΕΠΙΣΤΗΜΟΝΟΝ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ  
ΗΜΕΡΟΜΗΡΙΑ: 2 ΒΑΡΥΚΟΥ & ΣΙΑ Ο.Ε.



02400030023

ΕΚΔΟΣΗ ΙΘ', Κ', 1979 (VIII) — ΑΝΤΙΤΥΠΙΑ 75.000 ΣΥΜΒΑΣΗ 3261 3 - 8 - 79

ΣΤΟΙΧΟΙΟΘΕΣΙΑ : Γ. ΤΣΙΒΕΡΙΩΤΗΣ Ε.Π.Ε. — ΕΚΤΥΠΩΣΗ : Α. ΓΙΑΝΝΟΠΟΥΛΟΣ  
ΒΙΒΛΙΟΔΕΣΙΑ : Δ. ΒΑΣΙΛΑΚΟΥ & ΣΙΑ Ο.Ε.





Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής