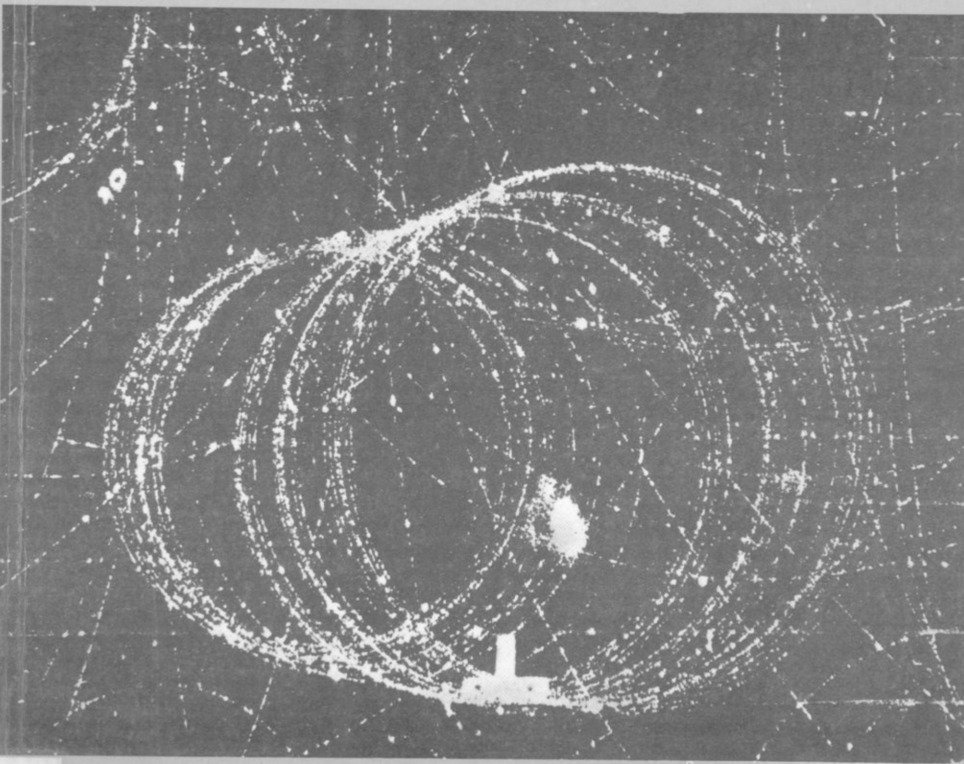
ΑΛΚΙΝΟΟΥ Ε. ΜΑΖΗ

ΦΥΣΙΚΗ

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΥΛΗ ΕΠΙΛΟΓΗΣ



ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ ΑΘΗΝΑ 1982

19472

ΦΥΣΙΚΗ

ΑΛΚΙΝΟΟΥ Ε. ΜΑΖΗ

ΦΥΣΙΚΗ

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΥΛΗ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΑΘΗΝΑ 1982

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

Ταλαντώσεις – Κύματα

1. Φυσικό ἐκκρεμές

Ὀνομάζουμε *φυσικό ἐκκρεμές* ἕνα στερεό σῶμα πού μπορεῖ νά στρέφεται γύρω ἀπό ὁριζόντιο ἄξονα Ο πού δέν περνάει ἀπό τό κέντρο βάρους Κ τοῦ σώματος (σχ. 1).

α. Ἡ κίνηση τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς. Ὅταν τό φυσικό ἐκκρεμές τό ἀπομακρύνουμε ἀπό τή θέση τῆς ἰσορροπίας του καί ἔπειτα τό ἀφήσουμε ἐλεύθερο, τότε τό ἐκκρεμές ἐκτελεῖ *στροφική ταλάντωση* γύρω ἀπό τόν ὁριζόντιο ἄξονα Ο (σχ. 1). Ἡ ροπή ἀδράνειας τοῦ σώματος ὡς πρός τόν ἄξονα Ο εἶναι Θ καί ἡ ἀπόσταση τοῦ κέντρου βάρους Κ ἀπό τόν ἄξονα περιστροφῆς εἶναι $OK = \delta$. Πάνω στό σῶμα ἐνεργεῖ τό βάρος τοῦ σώματος $B = m \cdot g$ καί ἡ ἀντίδραση τοῦ ἄξονα ($F_{\alpha\xi}$). Τό σῶμα ἐκτελεῖ στροφική κίνηση καί ἰσχύει ἡ θεμελιώδης ἐξίσωση τῆς στροφικῆς κινήσεως :

$$M = \Theta \cdot \alpha \qquad (1)$$

ὅπου α εἶναι ἡ στιγμιαία γωνιακή ἐπιτάχυνση καί Μ ἡ συνισταμένη τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων, πού ἐνεργοῦν στό σῶμα, ὡς πρός τόν ἄξονα περιστροφῆς. Ἡ ροπή τῆς ἀντιδράσεως τοῦ ἄξονα ($F_{\alpha\xi}$) εἶναι ἴση μέ μηδέν. Ἔτσι πάνω στό σῶμα ἐνεργεῖ μόνο *ἡ ροπή τοῦ βάρους* (Μ) τοῦ σώματος, ἡ ὁποία εἶναι μιά *ροπή ἐπαναφορᾶς* πού σέ κάθε στιγμή τείνει νά ἐπαναφέρει τό σῶμα στή θέση ἰσορροπίας καί κατ' ἀπόλυτη τιμή ἔχει μέτρο :

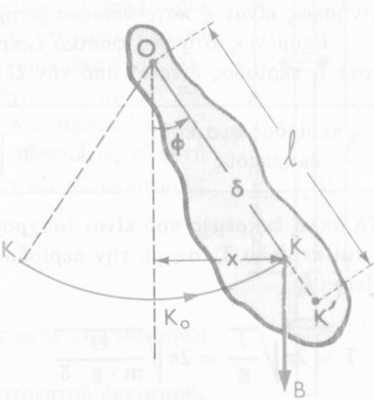
$$M = B \cdot x$$

$$\text{ἤ} \quad M = m \cdot g \cdot \delta \cdot \eta\mu\, \varphi \qquad (2)$$

Θεωροῦμε ὅτι τό φυσικό ἐκκρεμές ἐκτελεῖ *αἰωρήσεις μικροῦ πλάτους*. Τότε κατά μεγάλη προσέγγιση τό ημ φ εἶναι ἴσο μέ φ (rad) καί ἑπομένως ἡ ἐξίσωση (2) γράφεται :

$$M = m \cdot g \cdot \delta \cdot \varphi \qquad (3)$$

Ἡ ἐξίσωση (3) δείχνει ὅτι



Σχ. 1. Στροφική ταλάντωση τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς.

Ἡ ἀπόλυτη τιμή τῆς ροπῆς ἐπαναφορᾶς M εἶναι ἀνάλογη μέ *τή γωνιακή ἀπομάκρυνση* φ.

Ἐπομένως, ὅταν τό πλάτος αἰωρήσεως τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι μικρό, ἡ κίνηση τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς κατά μεγάλη προσέγγιση εἶναι *ἁρμονική στροφική ταλάντωση*.

Ἡ ἐξίσωση (3) γράφεται

$$\boxed{M = D \cdot \varphi} \qquad (4)$$

ὅπου $D = m \cdot g \cdot \delta$. Τό μέγεθος D ὀνομάζεται *κατευθύνουσα ροπή* τῆς στροφικῆς ταλαντώσεως.

β. Περίοδος τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς. Στήν *εὐθύγραμμη ἁρμονική ταλάντωση* ἡ δύναμη ἐπαναφορᾶς κατ᾽ ἀπόλυτη τιμή δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση :

$$F = f \cdot x$$

ὅπου $f = F/x$ εἶναι μιά σταθερή τῆς κινήσεως *(κατευθύνουσα δύναμη)* καί x εἶναι ἡ γραμμική ἀπομάκρυνση.

Ἡ περίοδος T τῆς ἁρμονικῆς ταλαντώσεως δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{f}}$$

ὅπου m εἶναι ἡ μάζα τοῦ σώματος.

Στή στροφική κίνηση τοῦ στερεοῦ σώματος ἀντί γιά τή μάζα m ἔχουμε *τή ροπή ἀδράνειας* Θ τοῦ σώματος ὡς πρός τόν ἄξονα περιστροφῆς.

Στή *στροφική ἁρμονική ταλάντωση* στερεοῦ σώματος ἡ σταθερή τῆς κινήσεως εἶναι *ἡ κατευθύνουσα ροπή* $D = M/\varphi$.

Ἐπομένως, ὅταν τό φυσικό ἐκκρεμές ἐκτελεῖ *αἰωρήσεις μικροῦ πλάτους* τότε ἡ περίοδος δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση :

$$\boxed{\text{περίοδος φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς} \qquad T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{D}} \quad \text{ἤ} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{m \cdot g \cdot \delta}}} \qquad (5)$$

Τό ἁπλό ἐκκρεμές πού εἶναι ἰσόχρονο μέ τό φυσικό ἐκκρεμές ἔχει μῆκος *l* καί περίοδο T ἴση μέ τήν περίοδο τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς καί ἐπομένως εἶναι :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{m \cdot g \cdot \delta}} \qquad \text{ἄρα} \qquad \boxed{l = \frac{\Theta}{m \cdot \delta}} \qquad (6)$$

γ. Κέντρο αἰωρήσεως. Ἡ ἐξίσωση (6) φανερώνει ὅτι μποροῦμε νά θεωρήσουμε ὅτι ἡ μάζα m τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι συγκεντρωμένη σέ ἕνα σημεῖο Κ΄, πού ἡ ἀπόστασή του ἀπό τόν ἄξονα περιστροφῆς Ο εἶναι

ἴση μέ $\quad OK' = l = \dfrac{\Theta}{m \cdot \delta}$

Τό σημεῖο Κ΄ ὀνομάζεται *κέντρο αἰωρήσεως* τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς.

Τό κέντρο αἰωρήσεως Κ΄ ἔχει τήν ἑξῆς ἰδιότητα: Ἄν θεωρήσουμε ὅτι ἡ μάζα m τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι συγκεντρωμένη στό σημεῖο Ο καί τό φυσικό ἐκκρεμές αἰωρεῖται γύρω ἀπό ὁριζόντιο ἄξονα Ο΄ πού περνάει ἀπό τό κέντρο αἰωρήσεως Κ΄, τότε *ἡ περίοδος* Τ τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς *διατηρεῖται ἀμετάβλητη* καί τό σημεῖο Ο γίνεται τό νέο κέντρο αἰωρήσεως τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς. Ὥστε:

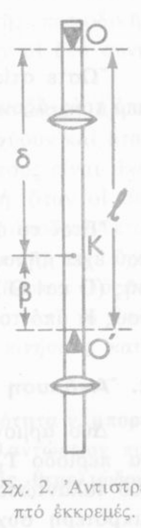
Στό φυσικό ἐκκρεμές τό σημεῖο (Ο) τῆς στηρίξεως τοῦ ἐκκρεμμοῦς πάνω στόν ἄξονα περιστροφῆς καί τό κέντρο αἰωρήσεως (Κ΄) τοῦ ἐκκρεμοῦς μποροῦν νά ἀνταλλάξουν τό ρόλο τους χωρίς νά μεταβληθεῖ ἡ περίοδος (Τ) τοῦ ἐκκρεμοῦς.

δ. Ἀντιστρεπτό ἐκκρεμές. Ἐφαρμογή τῆς παραπάνω ἰδιότητας τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι *τό ἀντιστρεπτό ἐκκρεμές*. Αὐτό εἶναι ἕνα φυσικό ἐκκρεμές πού μπορεῖ νά στρέφεται εἴτε γύρω ἀπό τόν ὁριζόντιο ἄξονα Ο, εἴτε γύρω ἀπό ἕναν ἄλλο ὁριζόντιο ἄξονα Ο΄ (σχ. 2). Κατά μῆκος τῆς ράβδου τοῦ ἐκκρεμοῦς μποροῦμε νά μετακινοῦμε ὁρισμένες μάζες καί ἔτσι μεταβάλλουμε τήν ἀπόσταση τοῦ κέντρου βάρους Κ ἀπό τόν ἄξονα περιστροφῆς Ο. Μετακινώντας κατάλληλα αὐτές τίς μάζες πετυχαίνουμε, ὥστε ἡ περίοδος Τ τοῦ ἐκκρεμοῦς *νά εἶναι ἡ ἴδια* καί ὅταν τό ἐκκρεμές στρέφεται γύρω ἀπό τόν ἄξονα Ο καί ὅταν στρέφεται γύρω ἀπό ἕναν ἄλλο ἄξονα Ο΄. Τότε τό μῆκος l τοῦ ἰσόχρονου ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι *ἴσο μέ τήν ἀπόσταση* τῶν δύο ἀξόνων Ο καί Ο΄. Ἡ ἀπόσταση αὐτή εἶναι σταθερή. Ἑπομένως σ᾽ αὐτή τήν περίπτωση ἡ περίοδος τοῦ ἀντιστρεπτοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

ὅπου $l = OO'$ καί Τ *ἡ κοινή περίοδος* κατά τήν αἰώρηση γύρω ἀπό τούς ἄξονες Ο καί Ο΄.

Ἡ παραπάνω ἰδιότητα τοῦ ἀντιστρεπτοῦ ἐκκρεμοῦς ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς: Ἄν Θ_κ εἶναι ἡ ροπή ἀδράνειας τοῦ ἐκκρεμοῦς ὡς πρός ὁριζόντιο ἄξονα πού περνάει ἀπό τό



Σχ. 2. Ἀντιστρεπτό ἐκκρεμές.

κέντρο βάρους K, τότε ἡ ροπή ἀδράνειας ὡς πρός τόν ἄξονα O εἶναι:

$$\Theta = \Theta_{\kappa} + m\delta^2$$

Ἑπομένως τό μῆκος l τοῦ ἰσόχρονου ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι:

$$l = \frac{\Theta}{m\delta} = \frac{\Theta_{\kappa} + m\delta^2}{m\delta} \quad \text{καί} \quad l = \frac{\Theta_{\kappa}}{m\delta} + \delta \tag{8}$$

Ὅταν τό ἐκκρεμές αἰωρεῖται γύρω ἀπό τόν ἄξονα O′, τότε ἡ ἀπόσταση τοῦ κέντρου βάρους K ἀπό τόν καινούριο ἄξονα O′ εἶναι:

$$\beta = O'K = l - \delta$$

Τό μήκος l' τοῦ καινούριου ἰσόχρονου ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι:

$$l' = \frac{\Theta'}{m\beta} = \frac{\Theta_{\kappa} + m\beta^2}{m\beta} = \frac{\Theta_{\kappa}}{m\beta} + \beta$$

ἤ

$$l' = \frac{\Theta_{\kappa}}{m(l-\delta)} + (l-\delta) \tag{9}$$

Ἀπό τήν ἐξίσωση (8) ἔχουμε: $l - \delta = \dfrac{\Theta_{\kappa}}{m\delta}$ (10)

Ἄν στήν ἐξίσωση (9) βάλουμε τήν τιμή τοῦ $(l-\delta)$ ἀπό τήν ἐξίσωση (10), βρίσκουμε:

$$l' = \frac{\Theta_{\kappa}}{m\delta} + \delta \quad \text{ἄρα} \quad l' = l$$

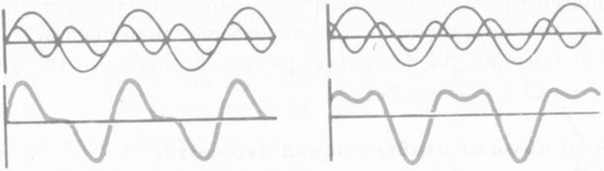
Ὥστε στίς δύο περιπτώσεις αἰωρήσεως τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς (γύρω ἀπό τούς ἄξονες O καί O′) ἡ περίοδος εἶναι ἡ ἴδια:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}$$

Ἔτσι τό ἀντιστρεπτό ἐκκρεμές εἶναι *ἰσόχρονο* μέ ἕνα ἁπλό ἐκκρεμές πού ἔχει μῆκος l ἴσο μέ τή σταθερή ἀπόσταση τῶν δύο ἀξόνων περιστροφῆς (O καί O′). Στό ἀντιστρεπτό ἐκκρεμές οἱ ἀποστάσεις τοῦ κέντρου βάρους K ἀπό τούς δύο ἄξονες O καί O′ πρέπει νά εἶναι *ἄνισες*.

2. Ἀνάλυση περιοδικῆς κινήσεως κατά Fourier

Δύο ἁρμονικές ταλαντώσεις μέ τήν ἴδια διεύθυνση ἔχουν ἀντίστοιχα περίοδο T_1 καί $T_2 = T_1/2$ (σχ. 3). Τότε οἱ συχνότητες αὐτῶν τῶν δύο ταλαντώσεων εἶναι ἀντίστοιχα ν_1 καί $\nu_2 = 2\nu_1$. Ἡ ταλάντωση μέ τή μικρότερη συχνότητα ν_1 εἶναι *ἡ θεμελιώδης* ἤ *πρώτη ἁρμονική* καί ἡ τα-



Σχ. 3. Ἡ συνισταμένη κίνηση τῶν δύο ἁρμονικῶν ταλαντώσεων εἶναι περιοδική μή ἡμιτονοειδής κίνηση.
(Οἱ συχνότητες τῶν συνιστωσῶν ταλαντώσεων ἔχουν λόγο 1:2).

λάντωση μέ τή διπλάσια συχνότητα ν_2 εἶναι *ἡ δεύτερη ἁρμονική*. Αὐτές οἱ δύο ταλαντώσεις ἔχουν ἀντίστοιχα ἐξισώσεις :

$$y_1 = \alpha_1 \cdot \eta\mu\, \omega_1 t \quad \text{καί} \quad y_2 = \beta \cdot \eta\mu\, \omega_2 t$$

Ἡ συνισταμένη κίνηση ἔχει σέ κάθε στιγμή ἀπομάκρυνση y ἴση μέ τό ἀλγεβρικό ἄθροισμα τῶν ἀπομακρύνσεων y_1 καί y_2 τῶν δύο συνιστωσῶν ταλαντώσεων, δηλαδή εἶναι

$$y = y_1 + y_2$$

Ἄν γραφικά βροῦμε τή συνισταμένη κίνηση τῶν δύο ἁρμονικῶν ταλαντώσεων, παρατηροῦμε ὅτι ἡ συνισταμένη κίνηση εἶναι *περιοδική κίνηση* (ταλάντωση) πού ἔχει περίοδο T_1, ἀλλά δέν εἶναι ἡμιτονοειδής κίνηση, δηλαδή *δέν εἶναι ἁρμονική ταλάντωση*. Ἡ μορφή τῆς περιοδικῆς κινήσεως ἐξαρτᾶται καί ἀπό τή διαφορά φάσεως πού ἔχουν οἱ δύο συνιστῶσες ταλαντώσεις. (σχ. 3β).

Στό παραπάνω παράδειγμα οἱ συχνότητες τῶν δύο συνιστωσῶν ἁρμονικῶν ταλαντώσεων ἔχουν λόγο $\nu_2/\nu_1 = 2$. Τά ἴδια ὅμως ἰσχύουν καί ὅταν ἔχουμε πολλές ἁρμονικές ταλαντώσεις πού οἱ συχνότητές τους εἶναι *ἀκέραια πολλαπλάσια* μιᾶς θεμελιώδους συχνότητας ν, δηλαδή ὅταν οἱ συχνότητές τους εἶναι ν, 2ν, 3ν... κν. Σ' αὐτή τήν περίπτωση ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ συνισταμένη κίνηση εἶναι *περιοδική κίνηση* (ταλάντωση) πού ἔχει συχνότητα ν ἴση μέ τή συχνότητα τῆς θεμελιώδους ταλαντώσεως. Τό παραπάνω συμπέρασμα ἄν τό διατυπώσουμε ἀντίστροφα, ἀποτελεῖ *τό θεώρημα τοῦ Fourier* πού ὀνομάζεται καί *ἀνάλυση περιοδικῆς κινήσεως κατά Fourier* :

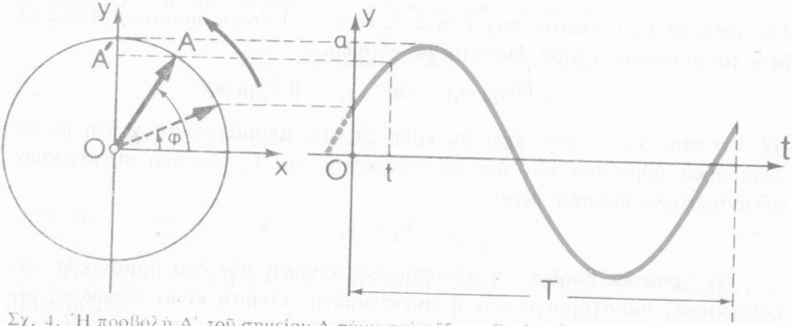
Μιά μή ἡμιτονοειδής περιοδική κίνηση, πού ἔχει συχνότητα ν, μπορεῖ νά θεωρηθεῖ ὡς συνισταμένη πολλῶν ἁρμονικῶν ταλαντώσεων πού οἱ συχνότητές τους εἶναι ἀκέραια πολλαπλάσια μιᾶς θεμελιώδους συχνότητας ν.

Ἡ μορφή τῆς περιοδικῆς κινήσεως ἐξαρτᾶται ἀπό τή συχνότητα, τό πλάτος καί τή διαφορά φάσεως τῶν συνιστωσῶν ταλαντώσεων.

Μέ τό θεώρημα τοῦ Fourier ἐξηγοῦμε τό φαινόμενο τῆς χροιᾶς τοῦ ἦχου.

3. Προβολή πάνω σέ σταθερό ἄξονα ἀνύσματος στρεφόμενου ὁμαλά

Ἕνα ἄνυσμα $\overrightarrow{OA}$ πού ἔχει μέτρο α στρέφεται γύρω ἀπό τήν ἀρχή του O μέ *σταθερή γωνιακή ταχύτητα* ω πάνω στό ἐπίπεδο xOy (σχ. 4). Στήν ἀρχή



Σχ. 4. Ἡ προβολή A′ τοῦ σημείου A πάνω στόν ἄξονα Oy ἐκτελεῖ ἁρμονική ταλάντωση.

τῶν χρόνων (t = 0) τό ἄνυσμα $\overrightarrow{OA}$ σχηματίζει μέ τόν ἄξονα τῶν χρόνων Ox μιά γωνία φ *(ἀρχική φάση)*. Κατά τή χρονική στιγμή t *ἡ φάση* τῆς κινήσεως τοῦ ἀνύσματος $\overrightarrow{OA}$ εἶναι ἡ γωνία ωt + φ καί ἡ ἀλγεβρική τιμή τῆς προβολῆς OA′ τοῦ ἀνύσματος $\overrightarrow{OA}$ πάνω στόν ἄξονα Oy εἶναι:

$$y = \alpha \cdot \text{ημ}\,(\omega t + \varphi)$$

Ὅταν λοιπόν τό ἄνυσμα $\overrightarrow{OA}$ στρέφεται ὁμαλά, ἡ προβολή A′ τῆς ἄκρης A τοῦ ἀνύσματος $\overrightarrow{OA}$ πάνω στόν ἄξονα Oy ἐκτελεῖ *ἁρμονική ταλάντωση*, δηλαδή *ἡμιτονοειδή κίνηση* πού ἔχει πλάτος α, ἴσο μέ τό μέτρο τοῦ ἀνύσματος $\overrightarrow{OA}$, καί περίοδο $T = 2\pi/\omega$ ἴση μέ τήν περίοδο τῆς κινήσεως τοῦ ἀνύσματος $\overrightarrow{OA}$.

Ἡ ἀρχική φάση φ μπορεῖ νά εἶναι θετική ἤ ἀρνητική (σχ. 5) καί

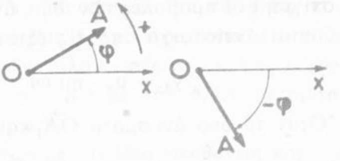
(*) Γιατί εἶναι $f = m \cdot \omega^2 = m \cdot \dfrac{4\pi^2}{T^2} = \text{σταθ.}$

τότε ἡ ἐξίσωση τῆς ἡμιτονοειδοῦς κινήσεως εἶναι :

γιά $\varphi > 0$ $\quad y = \alpha \cdot \eta\mu\,(\omega t + \varphi)$

γιά $\varphi < 0$ $\quad y = \alpha \cdot \eta\mu\,(\omega t - \varphi)$

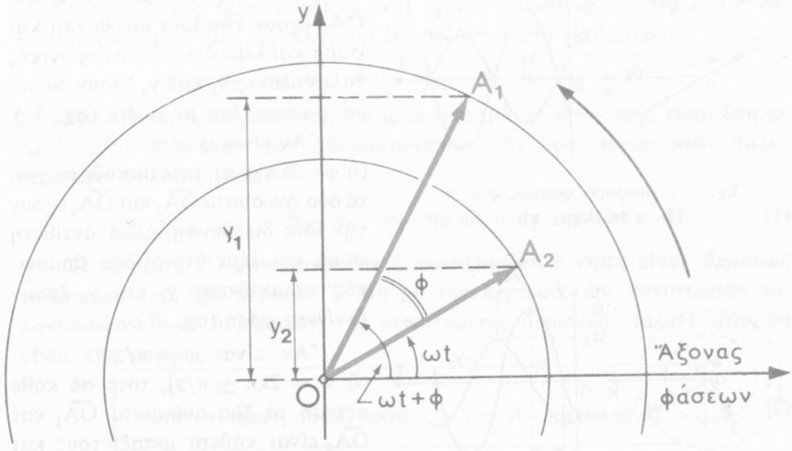
Ὥστε σέ κάθε χρονική στιγμή t ἡ ἀλγεβρική τιμή τῆς προβολῆς τοῦ ἀνύσματος $\overrightarrow{OA}$ πάνω στόν ἄξονα Oy δίνει τήν τιμή τῆς ἀπομακρύνσεως y.



Σχ. 5. Ἡ ἀρχική φάση φ μπορεῖ νά εἶναι θετική ἤ ἀρνητική.

4. Διαφορά φάσεως καί σύνθεση δύο ἁρμονικῶν ταλαντώσεων

Θεωροῦμε δύο ἀνύσματα $\overrightarrow{OA_1}$ καί $\overrightarrow{OA_2}$ πού ἀντίστοιχα ἔχουν μέτρο α_1 καί α_2 καί στρέφονται πάνω στό ἴδιο ἐπίπεδο γύρω ἀπό τήν κοινή ἀρχή τους O μέ σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω, ἑπομένως ἔχουν καί τήν ἴδια περίοδο T (σχ. 6). Γιά ἁπλότητα ὑποθέτουμε ὅτι τό ἄνυσμα $\overrightarrow{OA_2}$ κατά τήν ἀρχή τῶν χρόνων ($t = 0$) περνάει ἀπό τόν ἄξονα τῶν

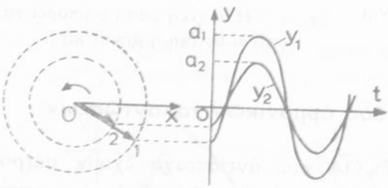


Σχ. 6. Ἡ γωνία φ εἶναι ἡ διαφορά φάσεως.

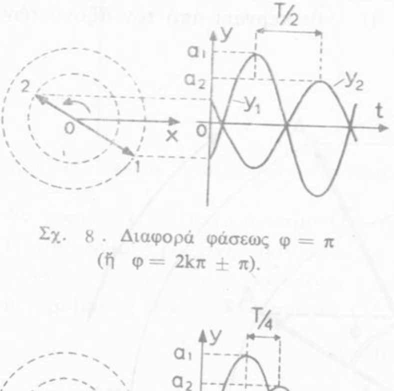
φάσεων Ox. Τό ἄνυσμα $\overrightarrow{OA_1}$ προηγεῖται πάντοτε ἀπό τό ἄνυσμα $\overrightarrow{OA_2}$ κατά μιά σταθερή γωνία φ πού ὀνομάζεται *διαφορά φάσεως* μεταξύ τῶν κινήσεων τῶν δύο ἀνυσμάτων. Κατά μιά χρονική στιγμή t ἡ θέση τῶν ἀνυσμάτων $\overrightarrow{OA_2}$ καί $\overrightarrow{OA_1}$ σχετικά μέ τόν ἄξονα τῶν φάσεων Ox προσδιορίζεται ἀντίστοιχα ἀπό τίς γωνίες ωt καί ωt + φ. Κατά τήν ἴδια χρονική στιγμή t οἱ προβολές τῶν δύο ἀνυσμάτων πάνω στόν ἄξονα Oy καθορίζονται ἀντίστοιχα ἀπό τίς ἐξισώσεις:

$$y_2 = \alpha_2 \cdot \eta\mu\ \omega t \quad \text{καί} \quad y_1 = \alpha_1 \cdot \eta\mu\ (\omega t + \varphi)$$

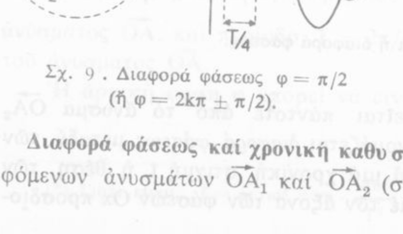
Ὅταν τά δύο ἀνύσματα $\overrightarrow{OA_1}$ καί $\overrightarrow{OA_2}$ στρέφονται ὁμαλά, τότε οἱ προβολές τῶν ἄκρων τους A_1 καί A_2 πάνω στόν ἄξονα Oy ἐκτελοῦν *ἁρμονική ταλάντωση* μέ περίοδο $T = 2\pi/\omega$. Σ' αὐτή τήν περίπτωση λέμε ὅτι οἱ δύο ἁρμονικές ταλαντώσεις ἔχουν μεταξύ τους *διαφορά φάσεως* φ (rad), ἡ ὁποία εἶναι μέγεθος *σταθερό* γι' αὐτές τίς δύο ταλαντώσεις.



Σχ. 7 Διαφορά φάσεως φ = 0 (ἤ φ = 2kπ).



Σχ. 8. Διαφορά φάσεως φ = π (ἤ φ = 2kπ ± π).



Σχ. 9. Διαφορά φάσεως φ = π/2 (ἤ φ = 2kπ ± π/2).

Μερικές περιπτώσεις 1. Ἄν εἶναι $\varphi = 0$ (ἤ $\varphi = 2k\pi$), τότε σέ κάθε στιγμή τά δύο ἀνύσματα $\overrightarrow{OA_1}$ καί $\overrightarrow{OA_2}$ ἔχουν τήν ἴδια διεύθυνση καί φορά καί λέμε ὅτι οἱ δύο ἁρμονικές ταλαντώσεις y_1 καί y_2 ἔχουν *διαφορά φάσεως ἴση μέ μηδέν* (σχ. 7).

2. Ἄν εἶναι $\varphi = \pi$ (ἤ $\varphi = 2k\pi \pm \pi$), τότε σέ κάθε στιγμή τά δύο ἀνύσματα $\overrightarrow{OA_1}$ καί $\overrightarrow{OA_2}$ ἔχουν τήν ἴδια διεύθυνση, ἀλλά ἀντίθετη φορά καί λέμε ὅτι οἱ δύο ἁρμονικές ταλαντώσεις y_1 καί y_2 ἔχουν *ἀντίθετη φάση* (σχ. 8).

3. Ἄν εἶναι $\varphi = \pi/2$ (ἤ $\varphi = 2k\pi \pm \pi/2$), τότε σέ κάθε στιγμή τά δύο ἀνύσματα $\overrightarrow{OA_1}$ καί $\overrightarrow{OA_2}$ εἶναι κάθετα μεταξύ τους καί λέμε ὅτι οἱ δύο ἁρμονικές ταλαντώσεις y_1 καί y_2 ἔχουν *διαφορά φάσεως ἴση μέ π/2* (σχ. 9).

Διαφορά φάσεως καί χρονική καθυστέρηση. Στήν παράσταση τῶν στρεφόμενων ἀνυσμάτων $\overrightarrow{OA_1}$ καί $\overrightarrow{OA_2}$ (σχ. 7) παρατηροῦμε ὅτι στή διαφορά φάσεως φ ἀντιστοιχεῖ μιά *χρονική καθυστέρηση* ἴση μέ τό χρόνο τ πού χρειάζεται τό στρεφόμενο ἄνυσμα $\overrightarrow{OA_2}$ γιά νά πάει ἀπό τή θέση πού βρίσκεται στή θέση πού εἶναι τώρα τό ἄνυσμα $\overrightarrow{OA_1}$. Ἄρα εἶναι $\tau = \varphi/\omega$. Στή γραφική παράσταση τῶν δύο ἁρμονικῶν ταλαντώσεων y_1 καί y_2 *ἡ χρονική καθυστέρηση* τ τῆς μιᾶς ταλαντώσεως σχετικά μέ τήν ἄλλη μετριέται πάνω στόν ἄξονα τῶν χρόνων Ot (σχ. 8, 9).

α. Σύνθεση δύο ἁρμονικῶν ταλαντώσεων μέ τήν ἴδια διεύθυνση καί τήν ἴδια περίοδο. Οἱ δύο ἁρμονικές ταλαντώσεις y_1 καί y_2 πού ἀντιστοιχοῦν στά δύο στρεφόμενα ἀνύσματα $\overrightarrow{OA_1}$ καί $\overrightarrow{OA_2}$ ἔχουν τήν ἴδια διεύθυνση, τήν ἴδια περίοδο Τ, διαφορά φάσεως φ καί τά πλάτη τους α_1 καί α_2 εἶναι ἀντίστοιχα ἴσα μέ τό μέτρο τῶν ἀνυσμάτων $\overrightarrow{OA_1}$ καί $\overrightarrow{OA_2}$ (σχ. 6).

Σέ πολλές περιπτώσεις ἕνα ὑλικό σημεῖο μέ τήν ἐπίδραση δύο ἤ περισσότερων αἰτίων ἀναγκάζεται νά ἐκτελέσει *ταυτόχρονα* δύο ἤ περισσότερες ἁρμονικές ταλαντώσεις. Τότε τό ὑλικό σημεῖο ἐκτελεῖ μιά *συνισταμένη κίνηση* πού προκύπτει ἀπό τήν ἀρχή τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, ἄν θεωρήσουμε μικρές μετατοπίσεις τοῦ ὑλικοῦ σημείου.

Ἔστω ὅτι ἕνα ὑλικό σημεῖο ἀναγκάζεται νά ἐκτελέσει ταυτόχρονα τίς δύο ἁρμονικές ταλαντώσεις y_1 καί y_2 πού ἀντιστοιχοῦν στά δύο στρεφόμενα ἀνύσματα $\overrightarrow{OA_1}$ καί $\overrightarrow{OA_2}$ καί ἐκφράζονται ἀπό τίς ἐξισώσεις:

$$y_2 = \alpha_2 \cdot \eta\mu\, \omega t \quad \text{καί} \quad y_1 = \alpha_1 \cdot \eta\mu\, (\omega t + \varphi)$$

Σέ κάθε στιγμή *ἡ ἀπομάκρυνση* y τῆς συνισταμένης κινήσεως εἶναι ἴση μέ τό *ἀλγεβρικό ἄθροισμα* τῶν ἀπομακρύνσεων τῶν δύο συνιστωσῶν ταλαντώσεων, δηλαδή εἶναι:

$$y = y_2 + y_1 \quad \text{ἤ} \quad y = \alpha_2 \cdot \eta\mu\, \omega t + \alpha_1 \cdot \eta\mu\, (\omega t + \varphi) \qquad (1)$$

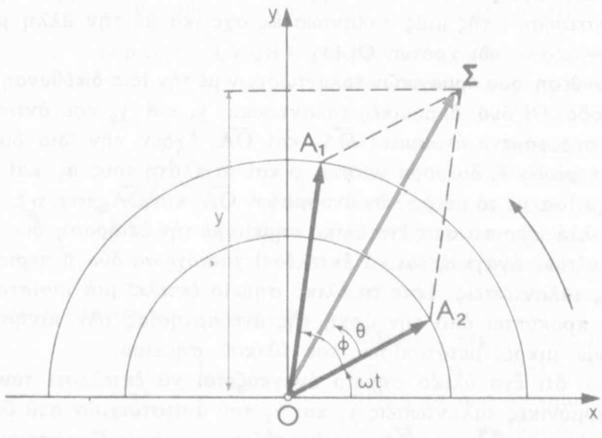
Ἡ ἐξίσωση (1) φανερώνει ὅτι ἡ συνισταμένη κίνηση εἶναι *ἁρμονική ταλάντωση* πού ἔχει περίοδο Τ ἴση μέ τήν περίοδο τῶν συνιστωσῶν ταλαντώσεων. Ἄρα ἡ ἐξίσωση *τῆς συνισταμένης ἁρμονικῆς ταλαντώσεως* θά εἶναι τῆς μορφῆς:

$$\boxed{\text{συνισταμένη ταλάντωση} \qquad y = A \cdot \eta\mu\, (\omega t + \theta)} \qquad (2)$$

ὅπου Α εἶναι *τό πλάτος* τῆς συνισταμένης ταλαντώσεως καί θ εἶναι *ἡ διαφορά φάσεως* τῆς συνισταμένης ταλαντώσεως σχετικά μέ τή συνιστώσα ταλάντωση y_2.

Σέ κάθε στιγμή τά δύο στρεφόμενα ἀνύσματα $\overrightarrow{OA_1}$ καί $\overrightarrow{OA_2}$ ἔχουν συνισταμένη *τό γεωμετρικό ἄθροισμα* $\overrightarrow{O\Sigma}$ τῶν δύο ἀνυσμάτων (σχ10). Τό ἄνυσμα $\overrightarrow{O\Sigma}$ ἔχει σταθερό μέτρο Α ἴσο μέ *τό πλάτος* τῆς συνισταμένης ταλαντώσεως καί δίνεται ἀπό τή γνωστή ἐξίσωση τῆς συνισταμένης δύο ἀνυσμάτων:

πλάτος συνισταμένης ταλαντώσεως	$A = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + 2\alpha_1\alpha_2 \cdot \text{συν}\,\varphi}$	(3)



Σχ. 10 Τά ἀνύσματα $\overrightarrow{OA_1}$ καί $\overrightarrow{OA_2}$ ἔχουν συνισταμένη τό ἄνυσμα $\overrightarrow{O\Sigma}$.

Ἂν ἐξισώσουμε τά δεύτερα μέλη τῶν ἐξισώσεων (1) καί (2) ἔχουμε:

$$A \cdot \text{ημ}\,(\omega t + \theta) = \alpha_2 \cdot \text{ημ}\,\omega t + \alpha_1 \cdot \text{ημ}\,(\omega t + \varphi) \qquad (4)$$

Στήν ἐξίσωση (4) βάζουμε διαδοχικά $t = 0$ καί $\omega t = \pi/2$.
Ἔτσι παίρνουμε ἀντίστοιχα τίς ἐξισώσεις:

$$A \cdot \text{ημ}\,\theta = \alpha_1 \cdot \text{ημ}\,\varphi \qquad (5)$$

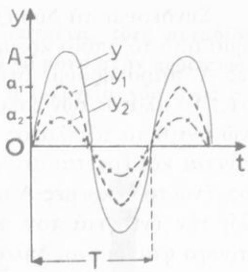
$$A \cdot \text{συν}\,\theta = \alpha_2 + \alpha_1 \cdot \text{συν}\,\varphi \qquad (6)$$

Ἂν διαιρέσουμε κατά μέλη τίς ἐξισώσεις (5) καί (6) βρίσκουμε ὅτι *ἡ διαφορά φάσεως* θ τῆς συνισταμένης ἁρμονικῆς ταλαντώσεως δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση:

διαφορά φάσεως συνισταμένης ταλαντώσεως	$\text{εφ}\,\theta = \dfrac{\alpha_1 \cdot \text{ημ}\,\varphi}{\alpha_2 + \alpha_1 \cdot \text{συν}\,\varphi}$	(7)

Δύο ἐνδιαφέρουσες μερικές περιπτώσεις. Ἀπό τήν ἐξίσωση (3) συνάγεται ὅτι:

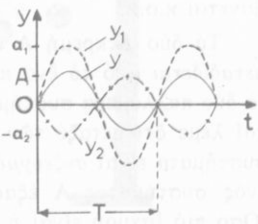
1. ἄν εἶναι $\varphi = 0$ (ἤ $\varphi = 2k\pi$), τότε εἶναι: $A = \alpha_1 + \alpha_2$
2. ἄν εἶναι $\varphi = \pi$ (ἤ $\varphi = 2k\pi \pm \pi$), τότε εἶναι: $A = \alpha_1 - \alpha_2$



Στό σχῆμα 8α δείχνεται γραφικά ἡ σύνθεση δύο ἁρμονικῶν ταλαντώσεων μέ διαφορετικό πλάτος. Ἄν τά πλάτη τῶν συνιστωσῶν ταλαντώσεων εἶναι ἴσα ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$), τότε γιά $\varphi = 0$ εἶναι $A = 2\alpha$ καί γιά $\varphi = \pi$ εἶναι $A = 0$. Στήν τελευταία περίπτωση ($\varphi = \pi$) τό ὑλικό σημεῖο μένει ἀκίνητο.

Γενικό συμπέρασμα. Ἀπό τά παραπάνω καταλήγουμε στό ἀκόλουθο συμπέρασμα:

Ἡ συνισταμένη κίνηση δύο ἁρμονικῶν ταλαντώσεων, πού ἔχουν τήν ἴδια διεύθυνση καί τήν ἴδια περίοδο (T), εἶναι ἁρμονική ταλάντωση μέ περίοδο ἴση μέ τήν περίοδο πού ἔχουν οἱ συνιστῶσες ταλαντώσεις.

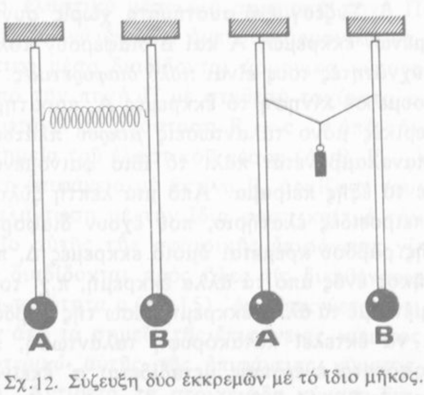


Σχ. 11. Σύνθεση δύο ἁρμονικῶν ταλαντώσεων y_1 καί y_2 καί ἡ συνισταμένη ταλάντωση y ($\varphi = 0$, $\varphi = \pi$)

Σημείωση. Τά στρεφόμενα ἀνύσματα $\overrightarrow{OA_1}$ καί $\overrightarrow{OA_2}$ πού θεωρήσαμε παραπάνω μπορεῖ νά ἀντιστιχοῦν σέ ὁποιοδήποτε φυσικό μέγεθος πού μεταβάλλεται *ἡμιτονοειδῶς* σέ συνάρτηση μέ τό χρόνο t. Σέ ἄλλα κεφάλαια θά γνωρίσουμε τέτοια φυσικά μεγέθη.

5. Σύζευξη ταλαντευόμενων συστημάτων

α. Συζευγμένα συστήματα σέ συντονισμό. Δύο ἐκκρεμή ἀποτελοῦνται ἀπό πολύ λεπτές ῥάβδους, ἔχουν τό ἴδιο μῆκος καί ἐπομένως ἔχουν καί *τήν ἴδια ἰδιοσυχνότητα* ν_0 (σχ. 12). Ἀρχικά τά δύο ἐκκρεμή εἶναι ἀσύνδετα μεταξύ τους. Ἄν βάλουμε σέ κίνηση τό ἕνα ἐκκρεμές, τότε τό ἄλλο ἐκκρεμές παραμένει ἀκίνητο.



Σχ.12. Σύζευξη δύο ἐκκρεμῶν μέ τό ἴδιο μῆκος.

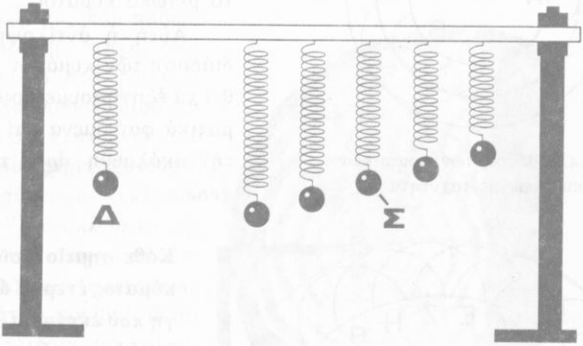
Συνδέουμε τά δύο ἐκκρεμή μέ ἕνα ἐλαφρό σπειροειδές ἐλατήριο ἤ μέ νῆμα ἀπό τό ὁποῖο κρέμεται ἕνα βάρος. Ἂν βάλουμε σέ κίνηση τό ἐκρεμμές Α, παρατηροῦμε ὅτι καί τό ἐκκρεμές Β ἀρχίζει νά ἐκτελεῖ ταλαντώσεις. Τό πλάτος τῶν ταλαντώσεων τοῦ ἐκκρεμοῦς Α συνεχῶς *ἐλαττώνεται*, ἐνῶ ἀντίθετα τό πλάτος τῶν ταλαντώσεων τοῦ ἐκκρεμοῦς Β συνεχῶς *αὐξάνεται* καί ἔρχεται στιγμή πού τό ἐκκρεμές Β κινεῖται μέ *τό μέγιστο πλάτος*, ἐνῶ τό ἐκκρεμές Α μένει *ἀκίνητο*. Τότε τό ἐκκρεμές Α *ἔχει μεταδώσει* ὅλη τήν ἐνέργειά του στό ἐκκρεμές Β. Ἔπειτα παρατηροῦμε τό ἀντίστροφο φαινόμενο, δηλαδή τό ἐκκρεμές Β ἀρχίζει νά μεταδίδει τήν ἐνέργειά του στό ἐκκρεμές Α πού τό πλάτος τῆς αἰωρήσεώς του συνεχῶς αὐξάνεται κ.ο.κ.

Τά δύο ἐκκρεμή Α καί Β βρίσκονται σέ *συντονισμό* καί ἡ ἐνέργεια *μεταδίδεται* ἀπό τό ἕνα παλλόμενο σύστημα στό ἄλλο. Καθένα ἀπό αὐτά τά δύο παλλόμενα συστήματα γίνεται διαδοχικά διεγέρτης καί συντονιστής καί λέμε ὅτι μεταξύ τῶν δύο συστημάτων ὑπάρχει *σύζευξη* ἤ ὅτι τά δύο συστήματα εἶναι *συζευγμένα*. Σ' αὐτή τήν περίπτωση κατά τήν κίνηση τοῦ ἑνός συστήματος Α ἐξασκοῦνται πάνω στό ἄλλο σύστημα Β *δυνάμεις*. Ὅσο πιό ἰσχυρή εἶναι ἡ σύζευξη τῶν δύο συστημάτων τόσο ταχύτερα γίνεται ἡ μεταφορά τῆς ἐνέργειας ἀπό τό ἕνα σύστημα (διεγέρτης) στό ἄλλο (συντονιστής). Ἀπό τά παραπάνω συνάγεται τό ἀκόλουθο συμπέρασμα:

Ὅταν μεταξύ δύο παλλόμενων συστημάτων πού βρίσκονται σέ συντονισμό ὑπάρχει σύζευξη, τότε ὅλη ἡ ἐνέργεια τοῦ ἑνός συστήματος (τοῦ διεγέρτη) μεταδίδεται στό ἄλλο σύστημα (τοῦ συντονιστῆ).

β. Συζευγμένα συστήματα χωρίς συντονισμό. Ἂν τά μήκη δύο συζευγμένων ἐκκρεμῶν Α καί Β διαφέρουν πολύ μεταξύ τους, τότε καί οἱ ἰδιοσυχνότητές τους εἶναι *πολύ διαφορετικές*. Σ' αὐτή τήν περίπτωση, ἄν βάλουμε σέ κίνηση τό ἐκκρεμές Α, παρατηροῦμε ὅτι τό ἐκκρεμές Β ἐκτελεῖ μερικές μόνο ταλαντώσεις *μικροῦ πλάτους*, ἔπειτα *ἠρεμεῖ* γιά λίγο καί ἐπαναλαμβάνεται πάλι τό ἴδιο φαινόμενο. Τά παραπάνω ἐπαληθεύονται μέ τό ἑξῆς πείραμα. Ἀπό μιά λεπτή ξύλινη ράβδο κρέμονται ἐκκρεμή μέ σπειροειδές ἐλατήριο, πού ἔχουν διαφορετικά μήκη (σχ. 13). Στήν ἄκρη τῆς ράβδου κρέμεται ὅμοιο ἐκκρεμές Δ, πού τό μῆκος του εἶναι ἴσο μέ τό μῆκος ἑνός ἀπό τά ἄλλα ἐκκρεμή, π.χ. τοῦ Σ. Τό ἐκκρεμές Δ εἶναι συζευγμένο μέ τά ἄλλα ἐκκρεμή μέσω τῆς ράβδου. Ἂν ἀναγκάσουμε τό ἐκκρεμές Δ νά ἐκτελεῖ κατακόρυφη ταλάντωση, παρατηροῦμε ὅτι ἡ μεγαλύτερη ποσότητα ἐνέργειας μεταδίδεται σ' ἐκεῖνο τό ἐκκρεμές (δηλαδή στό ἐκκρεμές Σ) πού βρίσκεται *σέ συντονισμό* μέ τό διεγέρτη (Δ). Ἀπό τά παραπάνω συνάγεται τό ἀκόλουθο συμπέρασμα:

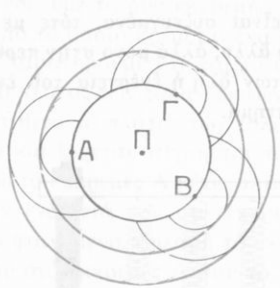
Ὅταν δύο παλλόμενα συστήματα εἶναι συζευγμένα, τότε μεταδίδεται ἐνέργεια ἀπό τό ἕνα σύστημα στό ἄλλο, ἀλλά μόνο στήν περίπτωση τοῦ συντονισμοῦ τῶν δύο συστημάτων ὅλη ἡ ἐνέργεια τοῦ ἑνός συστήματος μεταδίδεται στό ἄλλο σύστημα.



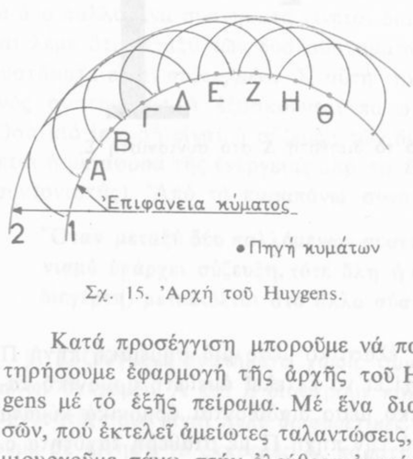
Σχ.13. Μετάδοση ἐνέργειας ἀπό τό διεγέρτη Δ στό συντονιστή Σ.

6. Ἀρχή τοῦ Huygens

Σέ ἕνα ὁμογενές καί ἰσότροπο ἐλαστικό μέσο μιά σημειακή πηγή Π κατά τή χρονική στιγμή $t = 0$ ἀρχίζει νά ἐκτελεῖ ἀμείωτη ἁρμονική ταλάντωση (σχ.14). Τότε στό ἐλαστικό μέσο διαδίδονται ἁρμονικά κύματα πρός ὅλες τίς διευθύνσεις γύρω ἀπό τήν πηγή Π μέ σταθερή ταχύτητα c. Σέ μιά χρονική στιγμή t τό κύμα φτάνει σέ ἀπόσταση $R = c \cdot t$ ἀπό τήν πηγή Π. Τή στιγμή αὐτή ὅλα τά σημεῖα τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου (Α, Β, Γ. . .) πού βρίσκονται πάνω στή σφαιρική ἐπιφάνεια μέ ἀκτίνα R, ἀρχίζουν ταυτόχρονα νά ἐκτελοῦν ἁρμονική ταλάντωση μέ τήν ἴδια φάση καί μέ τήν ἴδια συχνότητα. Ἔτσι κάθε σημεῖο αὐτῆς τῆς σφαιρικῆς ἐπιφάνειας γίνεται μιά *νέα πηγή κυμάτων* πού διαδίδονται πρός ὅλες τίς διευθύνσεις γύρω ἀπό κάθε σημεῖο μέ τήν ἴδια ταχύτητα c (σχ.15). Ἀποδεικνύεται ὅτι *τά στοιχειώδη κύματα* πού φεύγουν ἀπό τά σημεῖα τῆς ἐπιφάνειας κύματος 1, ὅταν διαδίδονται *πρός τό ἐσωτερικό* αὐτῆς τῆς ἐπιφάνειας κύματος, συμβάλλουν καί *ἀλληλοαναιροῦνται*. Ἀντίθετα, τά στοιχειώδη κύματα διαδίδονται ἐλεύθερα *πρός τό ἐξωτερικό* τῆς ἐπιφάνειας κύματος 1 καί σέ



Σχ.14. Διάδοση τῶν σφαιρικῶν κυμάτων μέ ταχύτητα c.



Σχ. 15. Ἀρχή τοῦ Huygens.

κάθε στιγμή οἱ σφαιρικές ἐπιφάνειες κύματος τῶν στοιχειωδῶν κυμάτων ἔχουν ὡς *περιβάλλουσα* ἐπιφάνεια μιά νέα σφαιρική ἐπιφάνεια 2 πού ἀποτελεῖ τό μέτωπο κύματος.

Αὐτή ἡ ἀντίληψη γιά τή διάδοση τῶν κυμάτων μᾶς βοηθεῖ νά ἐξηγήσουμε ὁρισμένα κυματικά φαινόμενα καί ἀποτελεῖ τήν ἀκόλουθη *ἀρχή τοῦ Huygens* :

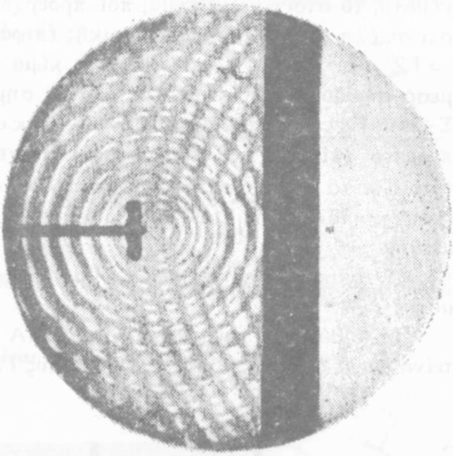
Κάθε σημεῖο τοῦ μετώπου κύματος ἐνεργεῖ ὡς νέα πηγή πού ἐκπέμπει στοιχειώδη κύματα. Σέ κάθε στιγμή τό μέτωπο κύματος εἶναι μιά μεγαλύτερη ἐπιφάνεια πού περιβάλλει τά στοιχειώδη μέτωπα κύματος.

Σχ.16 Πειραματική ἀπόδειξη τῆς ἀρχῆς τοῦ Huygens.

Κατά προσέγγιση μπορoῦμε νά παρατηρήσουμε ἐφαρμογή τῆς ἀρχῆς τοῦ Huygens μέ τό ἑξῆς πείραμα. Μέ ἕνα διαπασῶν, πού ἐκτελεῖ ἀμείωτες ταλαντώσεις, δημιουργοῦμε πάνω στήν ἐλεύθερη ἐπιφάνεια νεροῦ κυκλικά κύματα (σχ.16). Γύρω ἀπό τήν πηγή τῶν κυμάτων τοποθετοῦμε μιά κυλινδρική πλάκα πού ἔχει τή μορφή χτένας (δηλαδή ἔχει κατακόρυφες λεπτές σχισμές). Ἡ ἀκτίνα καμπυλότητας τῆς κυλινδρικῆς πλάκας εἶναι τόση, ὥστε ἡ ἐπιφάνεια τῆς πλάκας νά συμπίπτει μέ ἕνα μέτωπο κύματος. Παρατηροῦμε ὅτι ἀπό τίς σχισμές τῆς πλάκας φεύγουν *στοιχειώδη κύματα* καί ὅτι σέ ὁρισμένη ἀπόσταση ἀπό τήν πλάκα αὐτά τά κύματα διαμορφώνουν ἕνα νέο *κυκλικό μέτωπο κύματος*.

7. Ἀνάκλαση τῶν κυμάτων ἐλαστικότητας

Πάνω στήν ἐλεύθερη ἐπιφάνεια ὑδραργύρου πού ἠρεμεῖ, δημιουργοῦμε κυκλικά κύματα μέ μιά πηγή πού ἐκτελεῖ ἀμείωτες ταλαντώσεις (π.χ. μέ ἕνα διαπασῶν πού διεγείρεται ἀπό ἠλεκτρομαγνήτη). Μέσα στό δοχεῖο ὑπάρχει ἕνα κατακόρυφο ἐπίπεδο τοίχωμα (σχ.17). Παρατηροῦμε ὅτι τά κυκλικά κύματα, πού προέρχονται ἀπό τήν πηγή, *ἀνακλῶνται* πάνω στό τοίχωμα καί ἐξακολουθοῦν νά διαδίδονται πάνω στήν ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου σχηματίζοντας ἕνα νέο σύστημα κυκλικῶν κυμάτων. *Τά ἀνακλώμενα κύματα* φαίνεται σάν νά προέρχονται ἀπό μιά *φανταστική* πηγή κυμάτων, πού βρίσκεται πίσω ἀπό τό τοίχωμα καί εἶναι *συμμετρική* τῆς πραγματικῆς πηγῆς ὡς πρός τό τοίχωμα. Αὐτή ἡ φανταστική πηγή ὀνομάζεται *εἴδωλο* τῆς πραγματικῆς πηγῆς τῶν κυμάτων.



Σχ.17. Ἀνάκλαση ἐπιφανειακῶν κυμάτων.

Ἡ ἀνάκλαση τῶν κυμάτων ἐλαστικότητας εἶναι συνέπεια τῆς ἀρχῆς τοῦ Huygens καί ἀποδεικνύεται ὅτι γίνεται σύμφωνα μέ τούς γνωστούς νόμους τῆς ἀνακλάσεως τοῦ φωτός:

1. Ἡ ἀνακλώμενη ἀκτίνα βρίσκεται πάνω στό ἐπίπεδο προσπτώσεως πού ὁρίζεται ἀπό τήν προσπίπτουσα ἀκτίνα καί τήν κάθετο στό σημεῖο προσπτώσεως.
2. Ἡ γωνία ἀνακλάσεως α εἶναι ἴση μέ τή γωνία προσπτώσεως π (σχ. 18).

Ἀπόδειξη. Δύο διαφορετικά ἐλαστικά μέσα χωρίζονται μεταξύ τους μέ ἐπίπεδη ἐπιφάνεια (σχ. 19). Θεωροῦμε ἕνα *ἐπίπεδο κύμα* πού διαδίδεται μέ ταχύτητα c. Ὅλα τά σημεῖα τῆς ἐπιφάνειας κύματος κινοῦνται μέ τήν ἴδια φάση (ἰσοφασική ἐπιφάνεια). Μετά τήν ἀνάκλαση προκύπτει ἕνα ἐπίπεδο κύμα πού ἐξακολουθεῖ νά διαδίδεται στό ἴδιο ἐλαστικό μέσο.

Οἱ ἀκτίνες x_1, x_2, x_3 εἶναι *κάθετες* στήν ἐπιφάνεια κύματος ΑΒΓ (σχ. 20). Κατά τή χρονική στιγμή t πρῶτο τό σημεῖο Α τῆς ἐπιφάνειας ΜΝ γίνεται πηγή ἐκπομπῆς στοιχειωδῶν κυμάτων. Στή διάρκεια τοῦ χρόνου Δt τό κύμα διατρέχει τήν ἀπόσταση ΓΖ = c · Δt καί κατά τή χρονική στιγμή t + Δt τό σημεῖο Ζ τῆς ἐπιφάνειας ΜΝ γίνεται πηγή ἐκπομπῆς στοιχειωδῶν κυμάτων. Στή διάρκεια τοῦ χρόνου Δt ὅλα τά σημεῖα τῆς ἐπιφάνειας ΜΝ πού βρίσκονται ἀνάμεσα στά σημεῖα Α καί Ζ γίνονται διαδοχικά τό ἕνα μετά τό ἄλλο πηγές ἐκπομπῆς στοιχειωδῶν κυμάτων. Κατά τή στιγμή t + Δt, πού τό σημεῖο Ζ ἀρχίζει νά ἐκπέμπει στοιχειώδη κύματα, τό στοιχειῶδες κύμα, πού προέρχεται ἀπό τό σημεῖο Α, ἔχει φτάσει σέ ὅλα τά σημεῖα μιᾶς σφαιρικῆς ἐπιφάνειας $Σ_Α$ πού ἔχει ἀκτίνα ΑΙ = = ΓΖ = c · Δt καί τό στοιχειῶδες κύμα πού προέρχεται ἀπό τό ἐνδιάμεσο σημεῖο Δ ἔχει φτάσει σέ ὅλα τά σημεῖα μιᾶς σφαιρικῆς ἐπιφάνειας $Σ_Δ$ πού ἔχει ἀκτίνα ΔΘ = ΕΖ = c · Δt΄ κ.ο.κ. Ἄν φέρουμε τό κοινό ἐφαπτόμενο ἐπίπεδο ΖΘΙ αὐτῶν τῶν στοιχειωδῶν σφαιρικῶν ἐπιφανειῶν, τότε ὅλα τά σημεῖα αὐτοῦ τοῦ ἐπιπέδου κατά τή χρονική στιγμή t + Δt ἔχουν *τήν ἴδια φάση* καί ἀποτελοῦν τό νέο *μέτωπο κύματος* μετά τήν ἀνάκλαση.

Οἱ ἀνακλώμενες ἀκτίνες y_1, y_2, y_3 εἶναι *κάθετες* στήν ἐπιφάνεια κύματος ΖΘΙ.

Τά ὀρθογώνια τρίγωνα ΑΓΖ καί ΖΙΑ εἶναι ἴσα, γιατί ἔχουν τήν ὑποτείνουσα ΑΖ κοινή καί τίς πλευρές τους ΓΖ καί ΑΙ ἴσες (ΓΖ = ΑΙ).

Σχ.18. Πειραματική ἀπόδειξη τῶν νόμων τῆς ἀνακλάσεως τῶν φωτεινῶν κυμάτων.

Ἄρα εἶναι: $\widehat{\Gamma A Z} = \widehat{IZA}$

καί $\widehat{\Gamma Z A} = \widehat{IAZ}$

Ἐπίσης βρίσκουμε:

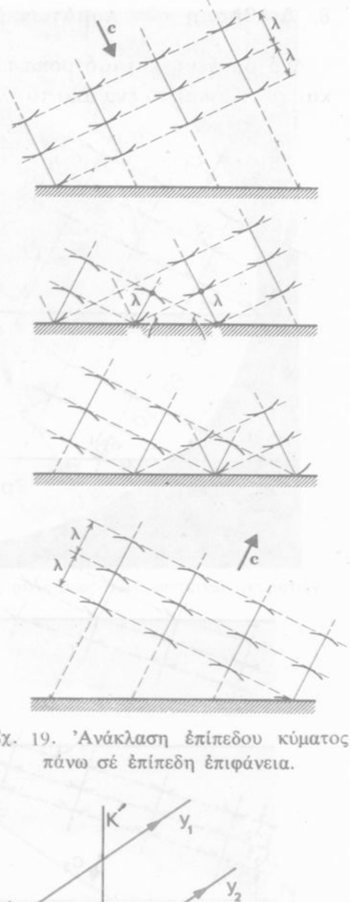
$\widehat{\Gamma Z A} = \varphi$ ἄρα $\widehat{IAZ} = \varphi$

καί $\pi = 90^0 - \varphi$

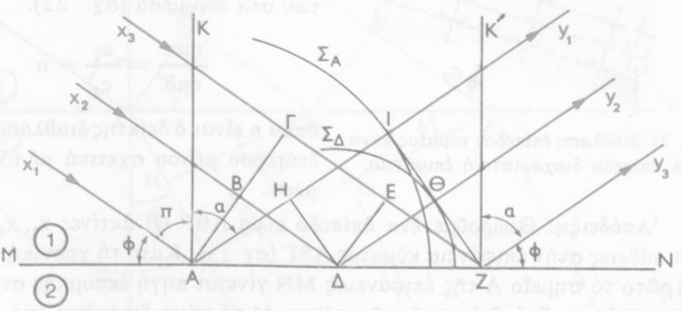
$\widehat{KAI} = \alpha = 90^0 - \widehat{IAZ} = 90^0 - \varphi$

καί $\alpha = 90^0 - \varphi$

Ὥστε ἡ γωνία ἀνακλάσεως α εἶναι ἴση μέ τή γωνία προσπτώσεως π.



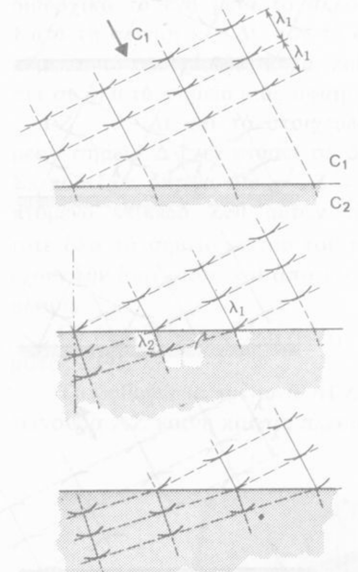
Σχ. 19. Ἀνάκλαση ἐπίπεδου κύματος πάνω σέ ἐπίπεδη ἐπιφάνεια.



Σχ. 20. Γιά τήν ἀπόδειξη ὅτι ἡ γωνία προσπτώσεως (π) εἶναι ἴση μέ τή γωνία ἀνακλάσεως (α).

8. Διάθλαση τῶν κυμάτων ἐλαστικότητας

Δυό ὁμογενή καί ἰσότροπα ἐλαστικά μέσα 1 καί 2 εἶναι διαφορετικά καί χωρίζονται τό ἕνα ἀπό τό ἄλλο μέ ἐπίπεδη ἐπιφάνεια ΜΝ. Ἡ ταχύτητα διαδόσεως τῶν κυμάτων στά δύο μέσα εἶναι ἀντίστοιχα c_1 καί c_2. Θεωροῦμε ἕνα *ἐπίπεδο κύμα* πού πέφτει πλάγια πάνω στή διαχωριστική ἐπιφάνεια (σχ. 21). Τό κύμα μπαίνοντας ἀπό τό πρῶτο μέσο στό δεύτερο *ἀλλάζει ἀπότομα* διεύθυνση διαδόσεως καί λέμε ὅτι συμβαίνει *διάθλαση τῶν κυμάτων*.



Σχ. 21. Διάθλαση ἐπίπεδου κύματος πάνω σέ ἐπίπεδη διαχωριστική ἐπιφάνεια.

Ἡ διάθλαση τῶν κυμάτων ἐλαστικότητας εἶναι συνέπεια τῆς ἀρχῆς τοῦ Huygens καί ἀποδεικνύεται ὅτι γίνεται σύμφωνα μέ τούς γνωστούς νόμους τῆς διαθλάσεως τοῦ φωτός :

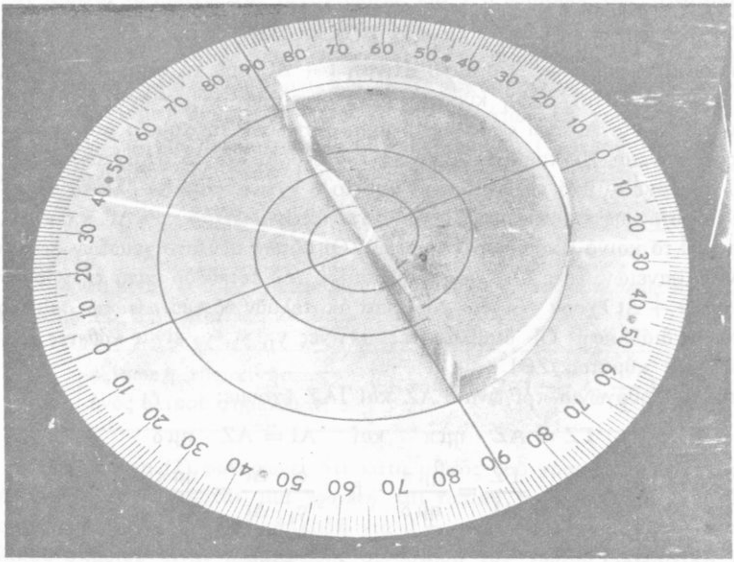
1. Ἡ διαθλώμενη ἀκτίνα βρίσκεται πάνω στό ἐπίπεδο προσπτώσεως πού ὁρίζεται ἀπό τήν προσπίπτουσα ἀκτίνα καί τήν κάθετο στό σημεῖο προσπτώσεως.

2. Ὁ λόγος τῶν ἡμιτόνων τῶν γωνιῶν προσπτώσεως π καί διαθλάσεως δ εἶναι σταθερός καί ἴσος μέ τό λόγο τῶν ταχυτήτων διαδόσεως τῶν κυμάτων στά δύο μέσα (σχ. 22).

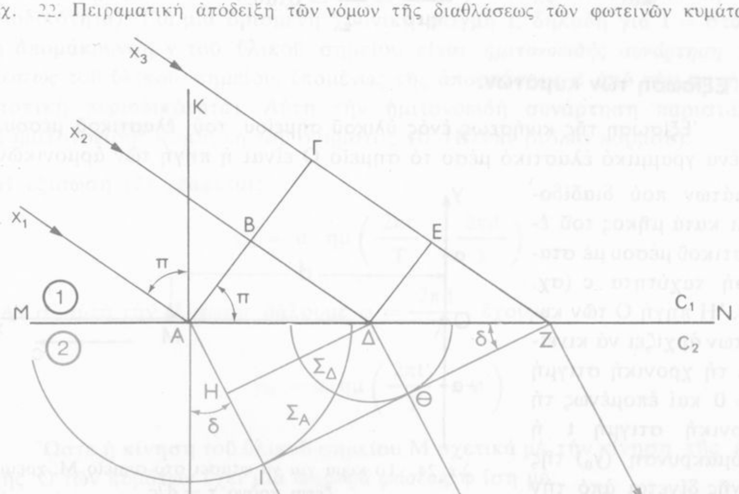
$$\frac{\eta\mu\pi}{\eta\mu\delta} = \frac{c_1}{c_2} = n$$

ὅπου n εἶναι ὁ δείκτης διαθλάσεως τοῦ δεύτερου μέσου σχετικά μέ τό πρῶτο μέσο.

Ἀπόδειξη. Θεωροῦμε ἕνα ἐπίπεδο κύμα ΑΒΓ. Οἱ ἀκτίνες x_1, x_2, x_3 εἶναι *κάθετες* στήν ἐπιφάνεια κύματος ΑΒΓ (σχ 23). Κατά τή χρονική στιγμή t πρῶτο τό σημεῖο Α τῆς ἐπιφάνειας ΜΝ γίνεται πηγή ἐκπομπῆς στοιχειωδῶν κυμάτων. Στή διάρκεια τοῦ χρόνου Δt τό κύμα διατρέχει στό μέσο 1 τήν ἀπόσταση $\Gamma Z = c_1 \cdot \Delta t$ καί κατά τή χρονική στιγμή $t + \Delta t$ τό σημεῖο Ζ γίνεται πηγή ἐκπομπῆς στοιχειωδῶν κυμάτων. Στή διάρκεια τοῦ



Σχ. 22. Πειραματική ἀπόδειξη τῶν νόμων τῆς διαθλάσεως τῶν φωτεινῶν κυμάτων.



Σχ. 23. Γιά τήν ἀπόδειξη τῆς σχέσεως $n = ημ\,π / ημ\,δ = c_1/c_2$.

χρόνου Δt ὅλα τά σημεῖα τῆς ἐπιφάνειας MN πού βρίσκονται ἀνάμεσα στά σημεῖα A καί Z γίνονται διαδοχικά τό ἕνα μετά τό ἄλλο πηγές ἐκπομπῆς στοιχειωδῶν κυμάτων. Κατά τή στιγμή $t + \Delta t$, πού τό σημεῖο Z ἀρχίζει νά ἐκπέμπει στοιχειώδη κύματα, τό στοιχειῶδες κύμα, πού προέρχεται ἀπό τό σημεῖο A, ἔχει φθάσει στό μέσο 2 σέ ὅλα τά σημεῖα μιᾶς σφαιρικῆς ἐπιφάνειας Σ_A πού ἔχει ἀκτίνα $AI = c_2 \cdot \Delta t$ καί τό στοιχειῶδες κύμα πού προέρχεται ἀπό τό ἐνδιάμεσο σημεῖο Δ ἔχει φτάσει σέ ὅλα τά σημεῖα μιᾶς σφαιρικῆς ἐπιφάνειας Σ_Δ πού ἔχει ἀκτίνα $\Delta\Theta = c_2 \cdot \Delta t'$ κ.ο.κ. Ἄν φέρουμε τό κοινό ἐφαπτόμενο ἐπίπεδο ZΘI αὐτῶν τῶν στοιχειωδῶν σφαιρικῶν ἐπιφανειῶν, τότε ὅλα τά σημεῖα αὐτοῦ τοῦ ἐπιπέδου κατά τή χρονική στιγμή $t + \Delta t$ ἔχουν *τήν ἴδια φάση* καί ἀποτελοῦν τό νέο *μέτωπο κύματος* μετά τή διάθλαση. Οἱ διαθλώμενες ἀκτίνες y_1, y_2, y_3 εἶναι *κάθετες* στήν ἐπιφάνεια κύματος ZΘI.

Ἀπό τά ὀρθογώνια τρίγωνα ΓΑΖ καί ΙΑΖ ἔχουμε:

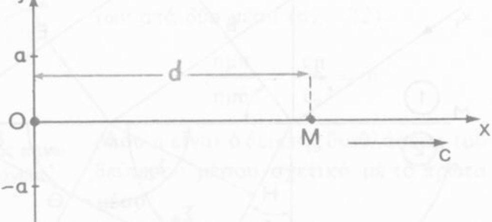
$$\Gamma Z = AZ \cdot \eta\mu\,\pi \quad \text{καί} \quad AI = AZ \cdot \eta\mu\,\delta$$

$$\text{ἄρα} \quad \frac{\Gamma Z}{AI} = \frac{\eta\mu\,\pi}{\eta\mu\,\delta} \quad \text{ἤ} \quad \frac{c_1 \cdot \Delta t}{c_2 \cdot \Delta t} = \frac{\eta\mu\,\pi}{\eta\mu\,\delta}$$

$$\text{καί} \quad \frac{\eta\mu\,\pi}{\eta\mu\,\delta} = \frac{c_1}{c_2} = \text{σταθ.}$$

9. Ἐξίσωση τῶν κυμάτων.

Ἐξίσωση τῆς κινήσεως ἑνός ὑλικοῦ σημείου τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου. Σέ ἕνα γραμμικό ἐλαστικό μέσο τό σημεῖο O εἶναι ἡ πηγή τῶν ἁρμονικῶν κυμάτων πού διαδίδονται κατά μῆκος τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου μέ σταθερή ταχύτητα c (σχ. 24). Ἡ πηγή O τῶν κυμάτων ἀρχίζει νά κινεῖται τή χρονική στιγμή $t = 0$ καί ἑπομένως τή χρονική στιγμή t ἡ ἀπομάκρυνση (y_0) τῆς πηγῆς δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση :



Σχ. 24. Τό κῦμα γιά νά φτάσει στό σημεῖο M, χρειάζεται χρόνο $\tau = d/c$.

$$y_0 = \alpha \cdot \eta\mu\,\omega t \quad \text{ἤ} \quad y_0 = \alpha \cdot \eta\mu \frac{2\pi}{T} t \qquad (1)$$

ὅπου α εἶναι τό πλάτος τῆς ταλαντώσεως καί T ἡ περίοδός της. Ἕνα ὑλικό σημεῖο M τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου βρίσκεται σέ ἀπόσταση d ἀπό τήν πηγή O. Γιά νά φτάσει τό κύμα ἀπό τήν πηγή O τῶν κυμάτων στό σημεῖο M, χρειάζεται χρόνο $\tau = d/c$. Τή χρονική στιγμή t ἡ κίνηση τοῦ σημείου M εἶναι ἴδια μέ τήν κίνηση πού εἶχε ἡ πηγή O τῶν κυμάτων τή χρονική στιγμή $t - \tau$. Ὥστε τή χρονική στιγμή t ἡ ἀπομάκρυνση (y_M) τοῦ σημείου M βρίσκεται, ἄν στήν ἐξίσωση (1) ἀντί τοῦ t βάλουμε $t - \tau$. Ἔτσι ἔχουμε:

$$y_M = \alpha \cdot \eta\mu \frac{2\pi}{T}(t - \tau) \quad \text{ἤ} \quad y_M = \alpha \cdot \eta\mu\, 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{cT}\right)$$

Ἐπειδή εἶναι $\lambda = cT$, βρίσκουμε ὅτι *ἡ ἐξίσωση τῆς κινήσεως* τοῦ ὑλικοῦ σημείου M εἶναι:

ἐξίσωση τῆς κινήσεως ἑνός ὑλικοῦ σημείου M	$y_M = \alpha \cdot \eta\mu\, 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right)$	(2)

Ἡ ἐξίσωση (2) φανερώνει ὅτι κατά μῆκος τοῦ γραμμικοῦ ἐλαστικοῦ μέσου Ox παρατηρεῖται μιά *χρονική* καί *τοπική περιοδικότητα*. Γιά ἕνα δοσμένο ὑλικό σημεῖο M, δηλαδή γιά d = σταθ., ἡ ἀπομάκρυνση y τοῦ ὑλικοῦ σημείου εἶναι *ἡμιτονοειδής συνάρτηση τοῦ χρόνου* t (χρονική περιοδικότητα). Γιά μιά ὁρισμένη χρονική στιγμή t, δηλαδή γιά t = σταθ., ἡ ἀπομάκρυνση y τοῦ ὑλικοῦ σημείου εἶναι *ἡμιτονοειδής συνάρτηση τῆς θέσεως* τοῦ ὑλικοῦ σημείου, ἐπομένως τῆς ἀποστάσεως d ἀπό τήν πηγή O (τοπική περιοδικότητα). Αὐτή τήν ἡμιτονοειδή συνάρτηση παριστάνει ἡ ἡμιτονοειδής καμπύλη τοῦ σχήματος 10. (Βλέπε βιβλίο κορμοῦ).

Ἡ ἐξίσωση (2) γράφεται:

$$y_M = \alpha \cdot \eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

Ἄν σ' αὐτή τήν ἐξίσωση βάλουμε $\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}$, ἔχουμε:

$$y_M = \alpha \cdot \eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi\right)$$

Ὥστε ἡ κίνηση τοῦ ὑλικοῦ σημείου M σχετικά μέ τήν κίνηση τῆς πηγῆς O τῶν κυμάτων ἔχει μιά *διαφορά φάσεως* φ ἴση μέ:

διαφορά φάσεως σχετικά μέ τήν πηγή	$\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}$ (rad)

Ἄν εἶναι $\frac{2\pi d}{\lambda} = 2\kappa\pi$, τότε εἶναι $d = \kappa \cdot \lambda$ (συμφωνία φάσεως).

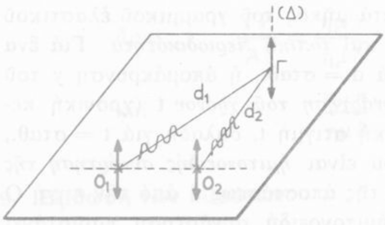
Ἄν εἶναι $\frac{2\pi d}{\lambda} = (2\kappa + 1)\pi$, τότε εἶναι $d = (2\kappa + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$ (ἀντίθεση φάσεως).

10. Συμβολή τῶν κυμάτων ἐλαστικότητας

Θεωροῦμε δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων O_1 καί O_2 (σχ. 25) πού ἐκτελοῦν ἀμείωτες κατακόρυφες ταλαντώσεις μέ περίοδο T καί πλάτος α. Ὡς ἐλαστικό μέσο θεωροῦμε (κατά προσέγγιση) τήν ἐλεύθερη ἐπιφάνεια ὑγροῦ. Ἐκλέγοντας κατάλληλα τήν ἀρχή τῶν χρόνων (t = 0) βρίσκουμε ὅτι ἡ ἀπομάκρυνση y τῶν δύο σύγχρονων πηγῶν δίνεται σέ κάθε στιγμή ἀπό τήν ἐξίσωση:

$$y = \alpha \cdot \eta\mu \frac{2\pi}{T} t$$

Τά κύματα ἐλαστικότητας πού παράγονται ἀπό τίς δύο πηγές φτάνουν σέ ἕνα σημεῖο Γ τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου, πού οἱ ἀποστάσεις του ἀπό τίς δύο πηγές O_1 καί O_2 εἶναι ἀντίστοιχα d_1 καί d_2. Σέ μιά χρονική στιγμή t ἡ ἀπομάκρυνση τοῦ σημείου Γ εἶναι:



Σχ. 25. Συμβολή τῶν δύο κυμάτων στό σημεῖο Γ.

- ἐξαιτίας τῶν κυμάτων πού προέρχονται ἀπό τήν πηγή O_1

$$y_1 = \alpha \cdot \eta\mu\, 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda}\right)$$

- ἐξαιτίας τῶν κυμάτων πού προέρχονται ἀπό τήν πηγή O_2

$$y_2 = \alpha \cdot \eta\mu\, 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda}\right)$$

Οἱ δύο ἁρμονικές ταλαντώσεις πού ἀναγκάζεται νά ἐκτελέσει ταυτόχρονα τό σημεῖο Γ, παρουσιάζουν μιά *διαφορά φάσεως* φ ἴση μέ:

$$\boxed{\text{διαφορά φάσεως} \quad \varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)} \qquad (1)$$

Ἡ ἀπομάκρυνση $y_Γ$ τοῦ σημείου Γ κατά τή χρονική στιγμή t εἶναι ἴση μέ τό ἀλγεβρικό ἄθροισμα:

$$y_Γ = y_1 + y_2$$

Τό πλάτος Α τῆς συνισταμένης ταλαντώσεως δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση:

$$A = \sqrt{α^2 + α^2 + 2α^2 \cdot συν\,φ} \quad ἤ \quad A = α\sqrt{2(1 + συν\,φ)} \qquad (2)$$

Ἐπειδή εἶναι $(1 + συν\,φ) = 2\,συν^2\frac{φ}{2}$, ἡ ἐξίσωση (2) γράφεται:

$$A = 2α \cdot συν\frac{φ}{2} \quad ἄρα \quad \boxed{A = 2α\left[συν\frac{π}{λ}(d_1 - d_2)\right]} \qquad (3)$$

Ἡ ἐξίσωση (3) δείχνει ὅτι τό πλάτος Α τῆς συνισταμένης ταλαντώσεως ἐξαρτᾶται ἀπό *τή διαφορά τῶν ἀποστάσεων* $d_1 - d_2$ τοῦ θεωρούμενου σημείου ἀπό τίς δύο πηγές τῶν κυμάτων.

α. Σημεῖα κινούμενα μέ μέγιστο πλάτος. Τό πλάτος Α τῆς συνισταμένης ταλαντώσεως ἔχει *τή μέγιστη ἀπόλυτη τιμή* $A = 2α$, ὅταν εἶναι:

$$συν\frac{π}{λ}(d_1 - d_2) = \pm 1 \quad ἄρα \quad \frac{π}{λ}(d_1 - d_2) = κπ$$

$$δηλαδή\ ὅταν\ εἶναι: \quad \boxed{d_1 - d_2 = κ \cdot λ} \qquad (4)$$

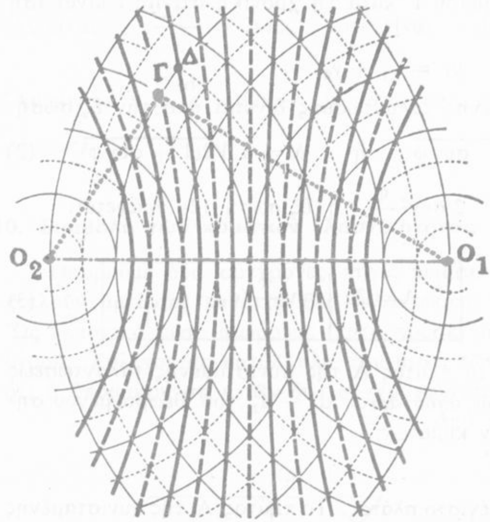
Γιά $κ = 0$ ἡ ἐξίσωση (4) ἀντιστοιχεῖ στά σημεῖα πού βρίσκονται πάνω στήν *εὐθεία* πού εἶναι κάθετη στή μέση τῆς ἀποστάσεως O_1O_2 (σχ. 26).

Γιά $κ = 1, 2, 3\ldots$ ἡ ἐξίσωση (4) ἀντιστοιχεῖ στά σημεῖα πού βρίσκονται πάνω σέ *τόξα ὑπερβολῶν*, οἱ ὁποῖες ἔχουν ὡς ἑστίες τίς δύο σύγχρονες πηγές τῶν κυμάτων O_1 καί O_2.

β. Σημεῖα πού μένουν ἀκίνητα. Τό πλάτος Α τῆς συνισταμένης ταλαντώσεως εἶναι *ἴσο μέ μηδέν*, $A = 0$, ὅταν εἶναι

$$συν\frac{π}{λ}(d_1 - d_2) = 0 \quad ἄρα \quad \frac{π}{λ}(d_1 - d_2) = (2κ + 1)\frac{π}{2}$$

$$δηλαδή\ ὅταν\ εἶναι \quad \boxed{d_1 - d_2 = (2κ + 1) \cdot \frac{λ}{2}} \qquad (5)$$



Σχ. 26. Ἑρμηνεία τοῦ σχηματισμοῦ τῶν κροσσῶν συμβολῆς.

Γιά κ = 0, 1, 2, 3 ... ἡ ἐξίσωση (5) ἀντιστοιχεῖ σέ σημεῖα πού βρίσκονται πάνω σέ *τόξα ὑπερβολῶν*, οἱ ὁποῖες ἔχουν ὡς ἑστίες τίς δύο σύγχρονες πηγές τῶν κυμάτων.

Ἀπό τίς ἐξισώσεις (4) καί (5) συνάγεται τό ἀκόλουθο γενικό συμπέρασμα :

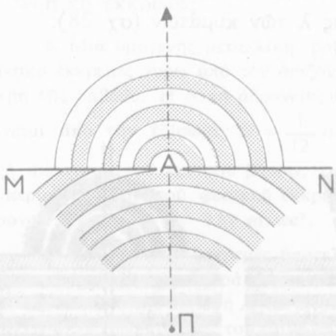
Τό πλάτος τῆς συνισταμένης ταλαντώσεως :

- **εἶναι μέγιστο στά σημεῖα πού ἡ διαφορά τῶν ἀποστάσεών τους ἀπό τίς δύο πηγές τῶν κυμάτων εἶναι ἴση μέ μηδέν ἤ εἶναι ἴση μέ ἀκέραιο ἀριθμό μηκῶν κύματος·**
- **εἶναι ἴσο μέ μηδέν στά σημεῖα πού ἡ διαφορά τῶν ἀποστάσεών τους ἀπό τίς δύο πηγές τῶν κυμάτων εἶναι ἴση μέ περιττό ἀριθμό ἡμικυμάτων·**
- **τά σημεῖα πού κινοῦνται μέ μέγιστο πλάτος ἤ μένουν ἀκίνητα βρίσκονται πάνω σέ τόξα ὑπερβολῶν, τά ὁποῖα σχηματίζουν τούς κροσσούς συμβολῆς.**

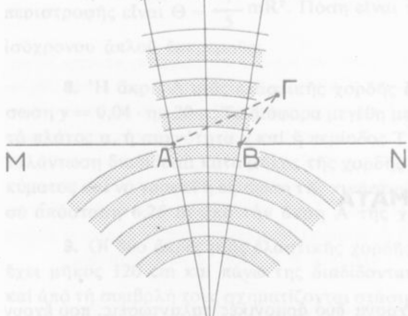
Ὅλα τά ἄλλα ἐνδιάμεσα σημεῖα κινοῦνται μέ διαφορετικά πλάτη Α πού εἶναι $0 < A < 2\alpha$.

11. Περίθλαση τῶν κυμάτων ἐλαστικότητας

Ἡ ἀρχή τοῦ Huygens ἑρμηνεύει τό φαινόμενο τῆς περιθλάσεως τῶν κυμάτων, πού συμβαίνει ὅταν τά κύματα πέφτουν πάνω σέ μικρά ἀνοίγματα ἤ ἀντικείμενα πού οἱ διαστάσεις τους εἶναι *τῆς τάξεως τοῦ μήκους κύ-*



Σχ. 27. Τό στενό ἄνοιγμα Α προκαλεῖ περίθλαση τῶν σφαιρικῶν κυμάτων.

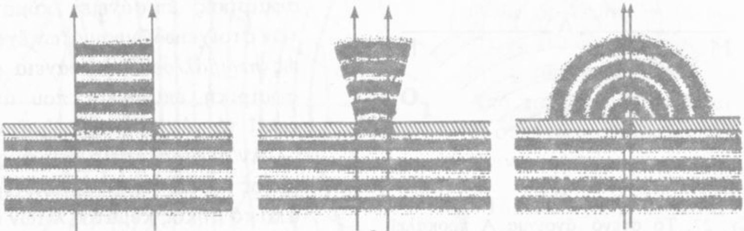


Σχ. 27α Τό μεγάλο ἄνοιγμα δέν προκαλεῖ περίθλαση τῶν κυμάτων.

ματος λ τῶν κυμάτων (σχ. 27). Τότε τά σημεῖα τοῦ ἀνοίγματος ἤ τοῦ ἀντικειμένου γίνονται πηγές πού ἐκπέμπουν στοιχειώδη κύματα καί σέ κάθε στιγμή οἱ σφαιρικές ἐπιφάνειες κύματος τῶν στοιχειωδῶν κυμάτων ἔχουν ὡς *περιβάλλουσα* ἐπιφάνεια μιά σφαιρική ἐπιφάνεια πού ἀποτελεῖ τό νέο *μέτωπο κύματος*.

Ἄν οἱ διαστάσεις τοῦ ἀνοίγματος εἶναι πολύ μεγαλύτερες ἀπό τό μῆκος κύματος λ τῶν κυμάτων, τότε πάνω στό ἄνοιγμα πέφτει μιά ἀποκλίνουσα δέσμη ἀκτίνων ΑΠΒ (σχ27α). Τότε σέ ἕνα σημεῖο Γ, πού βρίσκεται ἔξω ἀπό τή δέσμη τῶν ἀκτίνων, φτάνουν στοιχειώδη κύματα πού προέρχονται ἀπό ὅλα τά σημεῖα πού ὑπάρχουν μεταξύ τῶν σημείων Α καί Β. Αὐτά τά στοιχειώδη κύματα διατρέχουν ἄνισους δρόμους καί ἐπομένως φτάνουν στό σημεῖο Γ μέ ὅλες τίς δυνατές φάσεις. Ἀπό τή συμβολή αὐτῶν τῶν κυμάτων προκύπτει σχεδόν *τέλεια κατάργηση* τῆς κινήσεως στό σημεῖο Γ. Ἔτσι πίσω ἀπό τά τμήματα ΑΜ καί ΒΝ τοῦ διαφράγματος δέν γίνεται διάδοση τῶν κυμάτων. Σ' αὐτή την περίπτωση πίσω ἀπό τό διάφραγμα τά κύματα *διαδίδονται εὐθύγραμμα*. Τό ἴδιο φαινόμενο παρατηρεῖται καί ὅταν τά κύματα πέφτουν πάνω σέ ἀντικείμενα πού οἱ διαστάσεις τους εἶναι πολύ μεγαλύτερες ἀπό τό μῆκος κύματος λ τῶν κυμάτων.

Ὥστε ἡ ἀρχή τοῦ Huygens ἑρμηνεύει *τήν περίθλαση* τῶν κυμάτων πού συμβαίνει, ὅταν τά κύματα πέφτουν πάνω σέ μικρά ἀνοίγματα ἤ ἀντικείμενα, καθώς καί τήν εὐθύγραμμη διάδοση τῶν κυμάτων, ὅταν τά κύματα πέφτουν πάνω σέ ἀνοίγματα ἤ ἀντικείμενα πού οἱ διαστάσεις τους εἶναι πολύ μεγαλύτερες ἀπό τό μῆκος κύματος λ τῶν κυμάτων (σχ. 28).



Σχ. 28. Σχηματική παράσταση τοῦ φαινομένου τῆς περιθλάσεως ἐπίπεδων κυμάτων ἀπό σχισμή, ὅταν τό πλάτος της ἐλαττώνεται (ἀπό τό α πρός τό γ).

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Σύνθεση ταλαντώσεων

1. Ἕνα ὑλικό σημεῖο ἐκτελεῖ ταυτόχρονα δύο ἁρμονικές ταλαντώσεις, πού ἔχουν τό ἴδιο πλάτος $\alpha = 10$ cm, τήν ἴδια περίοδο καί διαφορά φάσεως φ. Τό πλάτος Α τῆς συνισταμένης ταλαντώσεως δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση $A = 2\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{\varphi}{2}$. 1) Νά βρεθοῦν οἱ τιμές πού παίρνει τό πλάτος Α τῆς συνισταμένης ταλαντώσεως, ὅταν ἡ διαφορά φάσεως φ παίρνει τίς τιμές 0, $\pi/2$, $2\pi/3$ καί π. 2) Γιά ποιά τιμή τοῦ φ τό πλάτος Α τῆς συνισταμένης ταλαντώσεως εἶναι ἴσο μέ $\alpha\sqrt{3}$;

2. Δύο ἁρμονικές ταλαντώσεις ἔχουν τήν ἴδια περίοδο καί ἀντίστοιχο πλάτος $\alpha = 2$ cm καί $\beta = 3$ cm. Ἡ διαφορά φάσεως εἶναι $\varphi = 60°$. Πόσο εἶναι τό πλάτος τῆς συνισταμένης ταλαντώσεως;

3. Δύο ἁρμονικές ταλαντώσεις ἔχουν τήν ἴδια περίοδο καί ἀντίστοιχο πλάτος $\alpha = 3$ cm καί $\beta = 5$ cm. Ἡ συνισταμένη ταλάντωση ἔχει πλάτος $A = 6$ cm. Πόση εἶναι ἡ διαφορά φάσεως μεταξύ τῶν δύο συνιστωσῶν κινήσεων;

4. Ἕνα ἁπλό ἐκκρεμές ἔχει μῆκος $l = 60$ cm καί βρίσκεται σέ ἕναν τόπο, ὅπου εἶναι $g = 980$ cm/sec². Πόση εἶναι ἡ συχνότητα πού διεγείρει τό ἐκκρεμές, ὥστε νά ὑπάρχει συντονισμός;

Φυσικό ἐκκρεμές

5. Μιά ὁμογενής μεταλλική ράβδος ἔχει μῆκος $L = 90$ cm καί αἰωρεῖται ὡς φυσικό ἐκκρεμές γύρω ἀπό τόν ὁριζόντιο ἄξονα πού ἀπέχει 15 cm ἀπό τήν ἀνώτερη ἄκρη τῆς ράβδου. Ἡ ροπή ἀδράνειας Θ τῆς ράβδου ὡς πρός τόν ἄξονα περιστροφῆς δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση: $\Theta = \frac{1}{12} mL^2 + m\delta^2$, ὅπου m εἶναι ἡ μάζα τῆς ράβδου καί δ ἡ ἀπόσταση τοῦ κέντρου βάρους της ἀπό τόν ἄξονα περιστροφῆς. 1) Πόση εἶναι ἡ περίοδος αὐτοῦ τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς; 2) Πόσο εἶναι τό μῆκος τοῦ ἁπλοῦ ἰσόχρονου ἐκκρεμοῦς; $g = 9{,}81$ m/sec^2.

6. Ἕνα φυσικό ἐκκρεμές ἀποτελεῖται ἀπό ἰσόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ, πού ἔχει ἀσήμαντη μάζα καί πλευρά 10 cm. Τό ἐκκρεμές αἰωρεῖται γύρω ἀπό ὁριζόντιο ἄξονα πού περνάει ἀπό τήν κορυφή Α καί εἶναι κάθετος στό ἐπίπεδο τοῦ τριγώνου. Σέ καθεμιά ἀπό τίς ἄλλες δύο κορυφές τοῦ τριγώνου εἶναι στερεωμένη μιά μάζα m. Πόση εἶναι ἡ περίοδος; Πόσο εἶναι τό μῆκος τοῦ ἰσόχρονου ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς;

7. Μιά σφαίρα ἔχει μάζα m, ἀκτίνα R καί αἰωρεῖται γύρω ἀπό ὁριζόντιο ἄξονα, πού εἶναι ἐφαπτόμενος τῆς σφαίρας. Ἡ ροπή ἀδράνειας Θ τῆς σφαίρας ὡς πρός τόν ἄξονα περιστροφῆς εἶναι $\Theta = \frac{7}{5} mR^2$. Πόση εἶναι ἡ περίοδος καί πόσο εἶναι τό μῆκος τοῦ ἰσόχρονου ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς;

8. Ἡ ἄκρη Α μιᾶς ἐλαστικῆς χορδῆς ἐκτελεῖ ἁρμονική ταλάντωση, πού ἔχει ἐξίσωση $y = 0{,}04 \cdot \eta\mu\, 20\pi t$. Τά διάφορα μεγέθη μετριοῦνται σέ μονάδες MKS. 1) Νά βρεθοῦν τό πλάτος α, ἡ συχνότητα ν καί ἡ περίοδος Τ τῆς κινήσεως τῆς ἄκρης τῆς χορδῆς. 2) Ἡ ταλάντωση διαδίδεται κατά μῆκος τῆς χορδῆς μέ ταχύτητα 25 m/sec. Νά βρεθεῖ τό μῆκος κύματος καί νά γραφεῖ ἡ ἐξίσωση τῆς κινήσεως ἑνός σημείου Μ τῆς χορδῆς, πού βρίσκεται σέ ἀπόσταση 6,25 m ἀπό τήν ἄκρη Α τῆς χορδῆς.

9. Οἱ δύο ἄκρες μιᾶς ἐλαστικῆς χορδῆς ΑΒ εἶναι σταθερά στερεωμένες. Ἡ χορδή ἔχει μῆκος 120 cm καί πάνω της διαδίδονται κύματα πού ἔχουν μῆκος κύματος 40 cm καί ἀπό τή συμβολή τους σχηματίζονται στάσιμα ἐγκάρσια κύματα. 1) Πόσο εἶναι τό μῆκος τοῦ στάσιμου κύματος καί πόσα στάσιμα κύματα σχηματίζονται πάνω στή χορδή; 2) Νά σημειωθοῦν οἱ ἀποστάσεις τῶν κοιλιῶν ἀπό τήν ἄκρη Α τῆς χορδῆς.

10. Ἡ ἄκρη Α μιᾶς ἐλαστικῆς χορδῆς εἶναι σταθερά στερεωμένη, ἐνῶ ἡ ἄλλη ἄκρη της Β εἶναι ἐλεύθερη. Ἡ χορδή ἔχει μῆκος 90 cm καί πάνω της σχηματίζονται στάσιμα ἐγκάρσια κύματα. Τό μῆκος κύματος εἶναι 40 cm. 1) Πόσα στάσιμα κύματα σχηματίζονται; 2) Νά σημειωθοῦν οἱ ἀποστάσεις τῶν κοιλιῶν ἀπό τήν ἄκρη Α τῆς χορδῆς.

11. Ἕνα διαπασῶν ἐκτελεῖ ταλαντώσεις, πού ἔχουν συχνότητα $\nu = 120$ Hz, καί δημιουργεῖ στήν ἐπιφάνεια ἑνός ὑγροῦ δύο σύγχρονες πηγές O_1 καί O_2 ἐγκάρσιων κυμάτων, πού διαδίδονται μέ ταχύτητα $c = 48$ cm/sec. Τό πλάτος ταλαντώσεως τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ εἶναι $\alpha = 5$ mm καί ὑποθέτουμε ὅτι δέν ὑπάρχουν ἀπώλειες ἐνέργειας. 1) Πόσο εἶναι τό πλάτος Α τῆς ταλαντώσεως σέ ἕνα σημεῖο Β τῆς ἐπιφάνειας τοῦ ὑγροῦ, πού οἱ ἀποστάσεις του ἀπό τίς δύο πηγές τῶν κυμάτων εἶναι $O_1B = 8$ cm καί $O_2B = 6$ cm; 2) Πόσο εἶναι τό πλάτος Α τῆς ταλαντώσεως σέ ἕνα ἄλλο σημεῖο Γ, πού οἱ ἀποστάσεις του ἀπό τίς δύο πηγές τῶν κυμάτων εἶναι $O_1\Gamma = 10$ cm καί $O_2\Gamma = 7$ cm;

12. Στίς δύο ἄκρες ἑνός γραμμικοῦ ἐλαστικοῦ μέσου, πού ἔχει μῆκος 6 m, δύο πηγές O_1 καί O_2 κατά τή χρονική στιγμή $t = 0$ ἀρχίζουν νά ἐκτελοῦν ταλαντώσεις μέ συχνότητα $\nu = 5$ Hz καί πλάτος $\alpha = 3$ mm. 1) Σέ ποιές χρονικές στιγμές t_1 καί t_2 φτάνουν τά δύο ἐγκάρσια κύματα σέ ἕνα σημεῖο Β, πού ἡ ἀπόστασή του ἀπό τήν πηγή O_1 εἶναι $O_1B = 80$ cm; 2) Πόσο εἶναι τό πλάτος τῆς ταλαντώσεως στό σημεῖο Β καί πόσο σέ ἕνα ἄλλο σημεῖο Γ, πού ἡ ἀπόστασή του ἀπό τήν πηγή O_1 εἶναι $O_1\Gamma = 2{,}50$ m; Ἡ ταχύτητα διαδόσεως τῶν κυμάτων εἶναι $c = 2$ m/sec.

13. Ἕνα εὐθύγραμμο σύρμα ἔχει μῆκος $L = 60$ cm καί μάζα $m = 150$ gr. Τό σύρμα ἐκτελεῖ αἰωρήσεις γύρω ἀπό ὁριζόντιο ἄξονα Ο πού περνάει ἀπό τήν πάνω ἄκρη τοῦ σύρματος. Νά βρεθεῖ ἡ περίοδος Τ τοῦ ἐκκρεμοῦς καί ἡ ἀπόσταση l τοῦ κέντρου αἰωρήσεως ἀπό τόν ἄξονα Ο. Ροπή ἀδράνειας ὡς πρός τόν ἄξονα Ο : $\Theta = \frac{1}{3} mL^2$. $g = 9{,}80$ m/sec^2.

14. Μιά ὁμογενής μεταλλική ράβδος ἔχει μῆκος $L = 1$ m καί ἐκτελεῖ αἰωρήσεις γύρω ἀπό ὁριζόντιο ἄξονα Ο πού ἀπέχει 15 cm ἀπό τήν ἀνώτερη ἄκρη τῆς ράβδου. Νά βρεθεῖ ἡ περίοδος Τ τοῦ ἐκκρεμοῦς καί νά προσδιοριστεῖ ὁ δεύτερος ὁριζόντιος ἄξονας Ο′, ὅταν ἡ ράβδος χρησιμοποιεῖται ὡς ἀντιστρεπτό ἐκκρεμές. Ροπή ἀδράνειας τῆς ράβδου ὡς πρός ὁριζόντιο ἄξονα πού περνάει ἀπό τό κέντρο βάρους : $\Theta = \frac{1}{12} mL^2$. $g = 9{,}80$ m/sec^2.

15. Μιά μεταλλική κυκλική στεφάνη ἔχει ἀκτίνα $R = 10$ cm μάζα m, κέντρο Κ καί κρέμεται ἀπό νῆμα ΟΑΚΓ (ὅπου Α καί Γ εἶναι οἱ ἄκρες μιᾶς διαμέτρου καί εἶναι $OK = \beta = 50$ cm). Ἡ στεφάνη αἰωρεῖται πάνω στό κατακόρυφο ἐπίπεδό της Π γύρω ἀπό ὁριζόντιο ἄξονα πού περνάει ἀπό τήν ἄκρη Ο τοῦ νήματος καί εἶναι κάθετος στό ἐπίπεδο Π. Ἡ μάζα τοῦ νήματος εἶναι ἀσήμαντη. 1) Νά βρεθεῖ ἡ περίοδος Τ τοῦ ἐκκρεμοῦς καί νά δειχτεῖ ὅτι μεταξύ τῶν σημείων Κ καί Γ ὑπάρχει ἕνα σημεῖο Ο′ τέτοιο, ὥστε ἡ στεφάνη μπορεῖ νά ἐκτελεῖ αἰωρήσεις μέ τήν ἴδια περίοδο, ὅταν αἰωρεῖται γύρω ἀπό ὁριζόντιο ἄξονα πού περνάει ἀπό τό σημεῖο Ο′. 2) Νά ἐκφραστεῖ τό μῆκος l τοῦ ἰσόχρονου ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς σέ συνάρτηση μέ τά μεγέθη $\beta = OK$ καί $\beta' = O'K$. $g = 9{,}80$ m/sec^2.

16. Πάνω στήν ἐλεύθερη ἐπιφάνεια ὑγροῦ διαδίδονται κύματα μέ ταχύτητα $c = 100$ cm/sec. Τά κύματα θεωροῦνται σάν κύματα ἐλαστικότητας καί παράγονται ἀπό δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων O_1 καί O_2 πού ἡ ἀπόστασή τους εἶναι $O_1O_2 = 6$ cm καί ἐκτελοῦν ἀμείωτες ταλαντώσεις μέ συχνότητα $\nu = 200$ Hz καί πλάτος $\alpha = 2$ mm. Νά βρεθεῖ τό πλάτος Α τῆς ταλαντώσεως σέ ἕνα σημεῖο Δ πού ἡ ἀπόστασή του ἀπό τήν πηγή O_1 εἶναι $O_1\Delta = d_1 = 10$ cm καί ἡ ἀπόστασή του ἀπό τήν πηγή O_2 εἶναι ἡ κάθετος $O_2\Delta = d_2$.

17. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων παράγουν στήν ἐλεύθερη ἐπιφάνεια ὑγροῦ κύματα πού διαδίδονται μέ ταχύτητα $c = 52{,}8$ cm/sec. Ἡ συχνότητα τῶν ταλαντώσεων πού ἐκτελοῦν οἱ δύο πηγές εἶναι $\nu = 100$ Hz. Ἕνα σημεῖο Β βρίσκεται πάνω στήν εὐθεία O_1O_2 καί ἡ ἀπόστασή του ἀπό τήν πηγή O_1 εἶναι $O_1B = 3$ cm. Ἕνα σημεῖο Γ βρίσκεται πάνω στήν εὐθεία ΓΒ πού εἶναι κάθετη στήν ἀπόσταση O_1O_2 τῶν δύο πηγῶν καί εἶναι $\Gamma B = 4$ cm. Δίνεται ὅτι στό σημεῖο Γ τό πλάτος ταλαντώσεως εἶναι μέγιστο, γιατί εἶναι $O_1\Gamma - O_2\Gamma = \lambda$. Πόση εἶναι ἡ ἀπόσταση O_1O_2 τῶν δύο πηγῶν; $(4{,}472)^2 = 20$.

18. Δύο σύγχρονες πηγές O_1 καί O_2, πού ἐκτελοῦν ταλαντώσεις συχνότητας $\nu = 100\ Hz$ καί πλάτους $\alpha = 1\ mm$, δημιουργοῦν πάνω στήν ἐπιφάνεια ὑγροῦ κύματα πού διαδίδονται μέ ταχύτητα $c = 100\ cm/sec$. Ἡ ἀπόσταση τῶν δύο πηγῶν εἶναι $O_1O_2 = 5\ cm$. Νά βρεθεῖ τό πλάτος Α τῆς ταλαντώσεως σέ ἕνα σημεῖο Γ πού ἀπέχει $d_1 = 10\ cm$ ἀπό τήν πηγή O_1 καί ἡ ἀπόσταση $d_2 = O_2Γ$ εἶναι κάθετη στήν ἀπόσταση O_1O_2 τῶν δύο πηγῶν.

19. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων O_1 καί O_2 παράγουν στήν ἐπιφάνεια ὑγροῦ κύματα. Ἡ συχνότητα τῶν δύο πηγῶν εἶναι $\nu = 116\ Hz$. Ἕνα σημεῖο Γ βρίσκεται πάνω σέ ἕναν κροσσό Α καί διατηρεῖται ἀκίνητο. Οἱ ἀποστάσεις τοῦ Γ ἀπό τίς πηγές O_1 καί O_2 ἔχουν διαφορά $d_1 - d_2 = 1{,}07\ cm$. Ἕνα ἄλλο σημεῖο Γ′ πού διατηρεῖται καί αὐτό ἀκίνητο βρίσκεται πάνω σέ ἕναν κροσσό Β πού εἶναι ὁ δωδέκατος κροσσός μετά τόν Α καί πρός τήν ἴδια πλευρά τοῦ συστήματος τῶν κροσσῶν. Οἱ ἀποστάσεις τοῦ Γ′ ἀπό τίς πηγές O_1 καί O_2 ἔχουν διαφορά $d_1' - d_2' = 2{,}03\ cm$. Νά βρεθοῦν τό μῆκος κύματος λ καί ἡ ταχύτητα c διαδόσεως τῶν κυμάτων.

ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

Φαινόμενο Doppler

12. Φαινόμενο Doppler

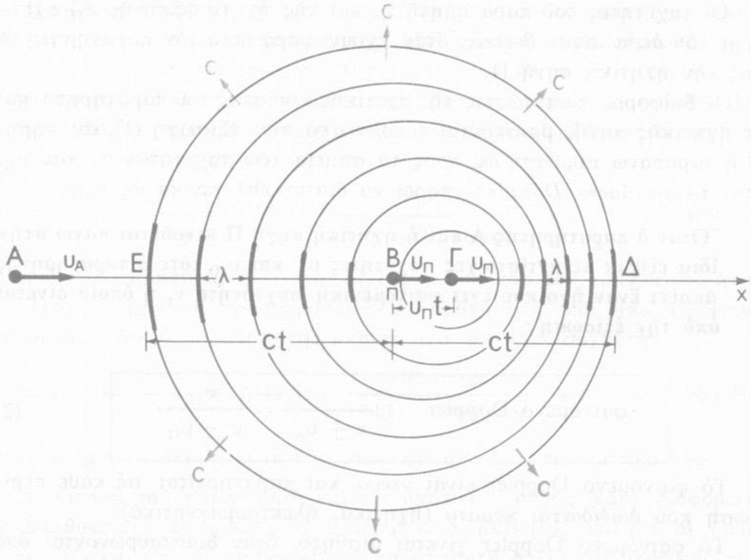
Ὅταν ὁ παρατηρητής Α εἶναι ἀκίνητος καί ἡ ἠχητική πηγή Π εἶναι καί αὐτή ἀκίνητη, τότε *ἡ ἀπόσταση* μεταξύ τοῦ παρατηρητῆ καί τῆς ἠχητικῆς πηγῆς διατηρεῖται σταθερή. Σ' αὐτή τήν περίπτωση ὁ παρατηρητής κατά δευτερόλεπτο δέχεται τόσα κύματα, ὅσα κύματα ἐκπέμπει κατά δευτερόλεπτο ἡ ἠχητική πηγή. Ἑπομένως τά ἠχητικά κύματα πού φθάνουν στόν παρατηρητή ἀναγκάζουν τό τύμπανο τοῦ αὐτιοῦ του νά ἐκτελεῖ κατά δευτερόλεπτο τόσες ταλαντώσεις, ὅσες ἐκτελεῖ κατά δευτερόλεπτο ἡ ἠχητική πηγή. Ὥστε, ὅταν ἡ ἀπόσταση μεταξύ τοῦ παρατηρητῆ καί τῆς ἠχητικῆς πηγῆς διατηρεῖται *σταθερή*, *ἡ συχνότητα* (ν) τοῦ ἤχου πού ἀκούει ὁ παρατηρητής διατηρεῖται *σταθερή*.

Ὅταν ὅμως *ἡ ἀπόσταση* μεταξύ τοῦ παρατηρητῆ καί τῆς ἠχητικῆς πηγῆς *μεταβάλλεται*, τότε *μεταβάλλεται* καί *ἡ συχνότητα* τοῦ ἤχου πού ἀκούει ὁ παρατηρητής. Αὐτή ἡ μεταβολή τῆς συχνότητας τοῦ ἤχου ἀποτελεῖ *τό φαινόμενο Doppler*.

Θά ἐξετάσουμε τή μερική περίπτωση πού ὁ παρατηρητής Α καί ἡ ἠχητική πηγή ἔχουν *εὐθύγραμμη ὁμαλή κίνηση*. Οἱ ταχύτητες τοῦ παρατηρητῆ Α καί τῆς ἠχητικῆς πηγῆς Π (σχ. 29) σχετικά μέ τόν ἀέρα εἶναι ἀντίστοιχα $υ_Α$ καί $υ_Π$ καί εἶναι *θετικές*. Ἡ ταχύτητα τοῦ ἤχου στόν ἀέρα εἶναι c καί εἶναι σταθερή, γιατί ἐξαρτᾶται μόνο ἀπό τίς ἰδιότητες τοῦ ἀέρα καί εἶναι πάντοτε θετική. Ὡς ἀρχή τῶν χρόνων ($t = 0$) παίρνουμε τή χρονική στιγμή πού ἡ ἠχητική πηγή βρίσκεται στή θέση Β. Τή χρονική στιγμή t ἡ ἠχητική πηγή βρίσκεται στή θέση Γ καί τά κύματα πού ἔφυγαν ἀπό τήν πηγή στήν ἀρχή τῶν χρόνων ($t = 0$) ἔχουν διαδοθεῖ σέ ἀπόσταση $ΒΕ = ΒΔ = c \cdot t$. Ἔτσι στή χρονική στιγμή t τό μέτωπο κύματος εἶναι μιά σφαιρική ἐπιφάνεια πού ἔχει ἀκτίνα $c \cdot t$ καί ἰσχύουν οἱ ἑξῆς ἐξισώσεις:

$$ΒΓ = υ_Π \cdot t \qquad ΕΓ = ΕΒ + ΒΓ = c \cdot t + υ_Π \cdot t = (c + υ_Π)t$$

$$ΓΔ = ΒΔ - ΒΓ = c \cdot t - υ_Π \cdot t = (c - υ_Π)t$$



Σχ. 29. Γιά τήν ἑρμηνεία τοῦ φαινομένου Doppler. Ὁ παρατηρητής Α καί ἡ ἠχητική πηγή Π κινοῦνται πάνω στήν ἴδια εὐθεία κατά τήν ἴδια φορά. Ὁ ἀέρας θεωρεῖται ἀκίνητος.

Ἄν ν_Π εἶναι ἡ συχνότητα τοῦ ἤχου πού ἐκπέμπει ἡ πηγή, τότε στή διάρκεια τοῦ χρόνου t ἡ πηγή ἐξέπεμψε ἀριθμό N κυμάτων, πού εἶναι ἴσος μέ $N = \nu_\Pi \cdot t$. Ἐμπρός ἀπό τήν πηγή τά N κύματα *ἔχουν συμπυκνωθεῖ* μέσα στό διάστημα ΓΔ, ἐνῶ πίσω ἀπό τήν πηγή τά N κύματα *ἔχουν ἀραιωθεῖ* μέσα στό διάστημα ΕΓ. Ἔτσι *τό μῆκος κύματος :*

ἐμπρός ἀπό τήν πηγή εἶναι:

$$\lambda = \frac{\Gamma\Delta}{N} = \frac{(c - \upsilon_\Pi)t}{\nu_\Pi \cdot t} \qquad \text{καί} \qquad \lambda = \frac{c - \upsilon_\Pi}{\nu_\Pi}$$

πίσω ἀπό τήν πηγή εἶναι:

$$\lambda' = \frac{\mathrm{E}\Gamma}{N} = \frac{(c + \upsilon_\Pi)t}{\nu_\Pi \cdot t} \qquad \text{καί} \qquad \lambda' = \frac{c + \upsilon_\Pi}{\nu_\Pi}$$

Τά κύματα, καθώς πλησιάζουν πρός τόν κινούμενο παρατηρητή, ἔχουν σχετικά μέ αὐτόν ταχύτητα $c + \upsilon_A$. Ἄρα ἡ συχνότητα ν, μέ τήν ὁποία ὁ παρατηρητής συναντᾶ τά ἠχητικά κύματα, εἶναι :

$$\nu = \frac{c + \upsilon_A}{\lambda'} = \frac{c + \upsilon_A}{(c + \upsilon_\Pi)/\nu_\Pi} \qquad \text{ἤ} \qquad \nu = \nu_\Pi \cdot \frac{c + \upsilon_A}{c + \upsilon_\Pi} \qquad (1)$$

Οἱ ταχύτητες τοῦ παρατηρητῆ υ_A καί τῆς ἠχητικῆς πηγῆς υ_Π σχετικά μέ τόν ἀέρα εἶναι *θετικές*, ὅταν ἔχουν φορά ἀπό τόν παρατηρητή Α πρός τήν ἠχητική πηγή Π.

Οἱ διάφορες περιπτώσεις τῆς σχετικῆς κινήσεως τοῦ παρατηρητῆ καί τῆς ἠχητικῆς πηγῆς βρίσκονται εὔκολα ἀπό τήν ἐξίσωση (1), ἄν τηρηθεῖ ἡ παραπάνω σύμβαση ὡς πρός τά σημεῖα τῶν ταχυτήτων υ_A καί υ_Π. Ἔτσι *τό φαινόμενο Doppler* μπορεῖ νά διατυπωθεῖ γενικά ὡς ἑξῆς :

Ὅταν ὁ παρατηρητής Α καί ἡ ἠχητική πηγή Π κινοῦνται πάνω στήν ἴδια εὐθεία μέ ἀντίστοιχες ταχύτητες υ_A καί υ_Π, τότε ὁ παρατηρητής ἀκούει ἕναν ἦχο πού ἔχει φαινομενική συχνότητα ν, ἡ ὁποία δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση :

$$\boxed{\text{φαινόμενο Doppler} \qquad \frac{\nu}{c \pm \upsilon_A} = \frac{\nu_\Pi}{c \pm \upsilon_\Pi}} \qquad (2)$$

Τό φαινόμενο Doppler εἶναι *γενικό* καί παρατηρεῖται σέ κάθε περίπτωση πού *διαδίδονται κύματα* (ἠχητικά, ἠλεκτρομαγνητικά).

Τό φαινόμενο Doppler γίνεται αἰσθητό, ὅταν διασταυρώνονται δύο ἀντίθετα κινούμενα αὐτοκίνητα καί τό ἕνα ἀπό αὐτά παράγει μέ τό βομβητή του ἦχο. Ἐπίσης γίνεται αἰσθητό, ὅταν πλησιάζει ἤ ἀπομακρύνεται ἀπό μᾶς μιά μηχανή σιδηροδρόμου πού σφυρίζει.

Μερική περίπτωση. Ὅταν ἡ ἠχητική πηγή ἤ ὁ παρατηρητής εἶναι *ἀκίνητος* ($\upsilon_\Pi = 0$ ἤ $\upsilon_A = 0$), ἀπό τήν ἐξίσωση (2) βρίσκουμε τίς σχέσεις πού ἀναφέρονται στόν παρακάτω πίνακα.

Ἠχητική πηγή	Παρατηρητής	Φαινομενική συχνότητα	
ἀκίνητη, $\upsilon_\Pi = 0$	πλησιάζει	$\nu = \nu_\Pi \cdot \frac{c + \upsilon_A}{c}$	$\nu > \nu_\Pi$
ἀκίνητη, $\upsilon_\Pi = 0$	ἀπομακρύνεται	$\nu = \nu_\Pi \cdot \frac{c - \upsilon_A}{c}$	$\nu < \nu_\Pi$
πλησιάζει	ἀκίνητος, $\upsilon_A = 0$	$\nu = \nu_\Pi \cdot \frac{c}{c - \upsilon_\Pi}$	$\nu > \nu_\Pi$
ἀπομακρύνεται	ἀκίνητος $\upsilon_A = 0$	$\nu = \nu_\Pi \cdot \frac{c}{c + \upsilon_\Pi}$	$\nu < \nu_\Pi$

Παράδειγμα. Σέ ἕνα σημεῖο εὐθύγραμμης σιδηροδρομικῆς γραμμῆς βρίσκεται *ἀκίνητος* ἕνας παρατηρητής. Μιά μηχανή σιδηροδρόμου *πλησιάζει* πρός τόν παρατηρητή μέ ταχύτητα $\upsilon_\Pi = 20$ m/sec, ἐνῶ ταυτόχρονα σφυρίζει. Ὁ παραγόμενος ἦχος ἔχει συχνότητα $\nu_\Pi = 1044$ Hz. Ἡ ταχύτητα τοῦ ἤχου στόν ἀέρα εἶναι $c = 340$ m/sec. Τότε ὁ παρατηρητής ἀκούει ἦχο πού ἔχει συχνότητα:

$$\nu = \nu_\Pi \cdot \frac{c}{c - \upsilon_\Pi} = 1044\,\text{Hz} \cdot \frac{340\ \text{m/sec}}{(340 - 20)\ \text{m/sec}} \quad \text{καί} \quad \nu = 1109\ \text{Hz}$$

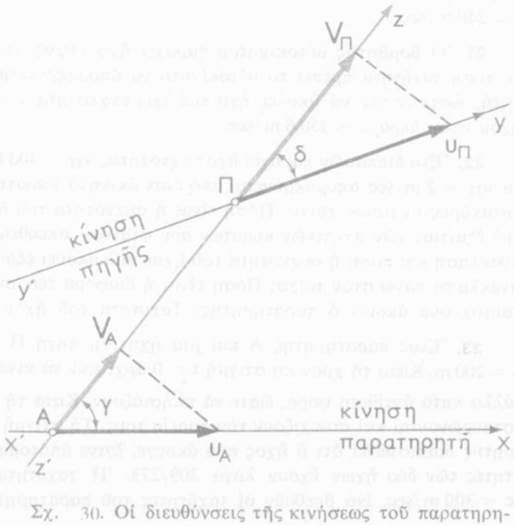
Ὥστε ὁ παρατηρητής ἀκούει ἕναν ἦχο *ψηλότερο* ἀπό τόν πραγματικό ἦχο.

Ὅταν ἡ μηχανή προσπεράσει τόν παρατηρητή καί *ἀπομακρύνεται* ἀπό αὐτόν, τότε ὁ παρατηρητής ἀκούει ἦχο πού ἔχει συχνότητα:

$$\nu = \nu_\Pi \cdot \frac{c}{c + \upsilon_\Pi} = 1044\ \text{Hz} \cdot \frac{340\ \text{m/sec}}{(340 + 20)\ \text{m/sec}} \quad \text{καί} \quad \nu = 986\ \text{Hz}$$

Ὁ παρατηρητής ἀκούει ἕναν ἦχο *βαρύτερο* ἀπό τόν πραγματικό ἦχο.

α. Κίνηση τοῦ παρατηρητῆ καί τῆς ἠχητικῆς πηγῆς κατά διαφορετικές διευθύνσεις. Θεωροῦμε ὅτι ὁ ἀέρας εἶναι ἀκίνητος καί ὅτι οἱ διευθύνσεις x΄x καί y΄y τῆς κινήσεως τοῦ παρατηρητῆ A καί τῆς ἠχητικῆς πηγῆς Π σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία (σχ. 30). Σ' αὐτή τήν περίπτωση ἀποδεικνύεται ὅτι ἰσχύει πάλι ἡ ἐξίσωση (2) μέ τή διαφορά ὅτι ἀντί γιά τίς ταχύτητες υ_A καί υ_Π τοῦ παρατηρητῆ A καί τῆς ἠχητικῆς πηγῆς Π θά λάβουμε τίς ἀντίστοιχες *προβολές* V_A καί V_Π τῶν δύο ταχυτήτων υ_A καί υ_Π πάνω στή διεύθυνση z΄z.



Σχ. 30. Οἱ διευθύνσεις τῆς κινήσεως τοῦ παρατηρητῆ A καί τῆς ἠχητικῆς πηγῆς Π σχηματίζουν γωνία. Ὁ ἀέρας θεωρεῖται ἀκίνητος.

β. Ἐφαρμογές τοῦ φαινομένου Doppler. Στό φαινόμενο Doppler ἡ φαινομενική μεταβολή Δν τῆς συχνότητας τῶν κυμάτων, πού ἐκπέμπει μιά κινούμενη πηγή κυμάτων, εἶναι ἀνάλογη μέ τήν ταχύτητα $υ_Π$ τῆς πηγῆς. Σ' αὐτή τήν ἀρχή στηρίζεται ἡ λειτουργία διατάξεων μέ τίς ὁποῖες μπορεῖ νά γίνει μέ ἀκρίβεια *αὐτόματη μέτρηση* τῆς στιγμιαίας ταχύτητας τῶν αὐτοκινήτων καθώς καί *ἡ αὐτόματη ρύθμιση* τῆς κυκλοφορίας ὀχημάτων. Αὐτές οἱ διατάξεις εἶναι εἰδικά ραντάρ στά ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται ἠλεκτρομαγνητικά κύματα πολύ μεγάλης συχνότητας. Ἀνάλογες πολύ ἀνθεκτικές διατάξεις, πού βασίζονται στό φαινόμενο Doppler, χρησιμοποιοῦνται στή σιδηρουργική βιομηχανία γιά τόν ἔλεγχο τῶν μεταλλικῶν προϊόντων πού παράγονται. Ἡ Ἀστρονομία μέ βάση τό φαινόμενο Doppler ἐξετάζει τήν κίνηση ὁρισμένων ἀπλανῶν σχετικά μέ τή Γῆ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

20. Μιά μηχανή σιδηροδρόμου κινεῖται μέ ταχύτητα $υ_Π = 72$ km/h καί ταυτόχρονα σφυρίζει παράγοντας ἕναν ἦχο συχνότητας $ν_Π = 3000$ Hz. Νά βρεθεῖ πόσος εἶναι ὁ λόγος τῶν συχνοτήτων τῶν δύο ἤχων πού ἀκούει ἕνας ἀκίνητος παρατηρητής, ὅταν ἡ μηχανή πλησιάζει καί ὅταν ἀπομακρύνεται ἀπό τόν παρατηρητή. Ταχύτητα τοῦ ἤχου στόν ἀέρα $c = 340$ m/sec.

21. Ὁ βομβητής αὐτοκινήτου παράγει ἦχο συχνότητας $ν_Π = 2096$ Hz. Νά βρεθεῖ μέ πόση ταχύτητα πρέπει τό αὐτοκίνητο νά ἀπομακρύνεται ἀπό ἕναν ἀκίνητο παρατηρητή, ὥστε αὐτός νά ἀκούει ἦχο πού ἔχει συχνότητα $ν = (15/16) \cdot ν_Π$. Ταχύτητα τοῦ ἤχου στόν ἀέρα $c = 330{,}6$ m/sec.

22. Ἕνα διαπασῶν παράγει ἦχο συχνότητας $ν_Π = 400$ Hz καί κινούμενο μέ ταχύτητα $υ_Π = 2$ m/sec ἀπομακρύνεται ἀπό ἕναν ἀκίνητο παρατηρητή καί πλησιάζει σέ ἕναν κατακόρυφο ἐπίπεδο τοῖχο. Πόση εἶναι ἡ συχνότητα τοῦ ἤχου πού ἀκούει ὁ παρατηρητής ἐξαιτίας τῶν ἠχητικῶν κυμάτων πού φτάνουν ἀπευθείας σ' αὐτόν χωρίς νά πάθουν ἀνάκλαση καί πόση ἡ συχνότητα τοῦ ἤχου πού ἀκούει ἐξαιτίας τῶν κυμάτων πού ἔπαθαν ἀνάκλαση πάνω στόν τοῖχο; Πόση εἶναι ἡ διαφορά τῶν συχνοτήτων τῶν δύο ἤχων πού ταυτόχρονα ἀκούει ὁ παρατηρητής; Ταχύτητα τοῦ ἤχου στόν ἀέρα $c = 335$ m/sec.

23. Ἕνας παρατηρητής Α καί μιά ἠχητική πηγή Π ἀρχικά ἀπέχουν μεταξύ τους $s = 200$ m. Κατά τή χρονική στιγμή $t = 0$ ἀρχίζουν νά κινοῦνται εὐθύγραμμα καί ὁμαλά, ἀλλά κατά ἀντίθετη φορά, ὥστε νά πλησιάζουν. Κατά τή χρονική στιγμή $t = 5$ sec διασταυρώνονται καί συνεχίζουν τήν πορεία τους. Τή στιγμή τῆς διασταυρώσεως ὁ παρατηρητής διαπιστώνει ὅτι ὁ ἦχος πού ἄκουγε, ἔγινε ἀπότομα βαρύτερος καί ὅτι οἱ συχνότητες τῶν δύο ἤχων ἔχουν λόγο 209/273. Ἡ ταχύτητα τοῦ ἤχου στόν ἀέρα εἶναι $c = 300$ m/sec. Νά βρεθοῦν οἱ ταχύτητες τοῦ παρατηρητῆ καί τῆς πηγῆς.

24. Ἕνας παρατηρητής βρίσκεται σέ ἀπόσταση $s = 1237{,}5$ m ἀπό μιά ἠχητική πηγή. Ὁ παρατηρητής κινεῖται πρός τήν ἀκίνητη πηγή καί διαπιστώνει ὅτι ἡ συχνότητα τοῦ ἤχου πού ἀκούει αὐξάνει ἀνάλογα μέ τό χρονο καί ὅταν φτάσει στήν πηγή βρίσκει ὅτι ὁ λόγος τῶν συχνοτήτων τοῦ ἦχου πού ἄκουγε καί τοῦ πραγματικοῦ ἦχου πού παράγει ἡ πηγή εἶναι 3/2. Νά προσδιοριστεῖ τό εἶδος τῆς κινήσεως τοῦ παρατηρητῆ καί νά βρεθεῖ πόσο χρόνο t χρειάστηκε ὁ παρατηρητής, γιά νά διανύσει τό διάστημα s. Ταχύτητα τοῦ ἦχου στόν ἀέρα $c = 330\,m/sec$.

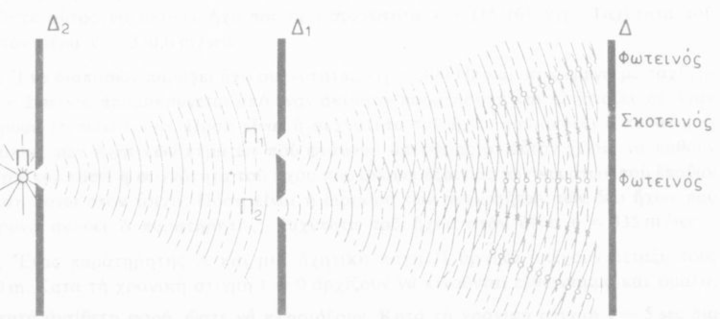
25. Ἕνα διαπασῶν πού παράγει ἦχο συχνότητας $\nu_{\Pi} = 435$ Hz ἀφήνεται νά πέσει κατακόρυφα χωρίς ἀρχική ταχύτητα. Ἕνας παρατηρητής βρίσκεται πάνω στήν ἴδια κατακόρυφο μέ τό διαπασῶν καί σέ ἀπόσταση $s = 80$ m κάτω ἀπό τό σημεῖο ἀπό τό ὁποῖο ξεκίνησε τό διαπασῶν. Νά βρεθεῖ ἡ συχνότητα τοῦ ἦχου πού ἀκούει ὁ παρατηρητής: α) δύο δευτερόλεπτα προτοῦ περάσει τό διαπασῶν ἀπό μπροστά του καί β) δύο δευτερόλεπτα μετά τή διέλευση τοῦ διαπασῶν ἀπό μπροστά του. Ταχύτητα τοῦ ἦχου στόν ἀέρα $c = 340\,m/sec$. $g = 10\,m/sec^2$.

ΟΠΤΙΚΗ

13. Συμβολή τοῦ φωτός

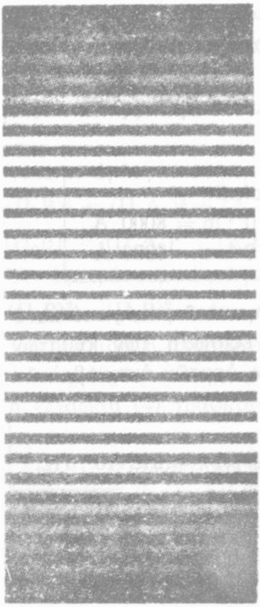
Τό φαινόμενο *τῆς συμβολῆς τοῦ φωτός* τό παρατηροῦμε μέ τή διάταξη πού δίχνει τό σχῆμα 31 *(σχισμές τοῦ Young)*. Τό *μονοχρωματικό φῶς* μιᾶς ἰσχυρῆς φωτεινῆς πηγῆς περνάει ἀπό μιά λεπτή σχισμή Π καί πέφτει πάνω σ' ἕνα διάφραγμα Δ_1. Αὐτό ἔχει δύο πολύ λεπτές σχισμές Π_1 καί Π_2 πού εἶναι παράλληλες μέ τή σχισμή Π. Ἡ ἀπόσταση μεταξύ τῶν δύο σχισμῶν Π_1 καί Π_2 εἶναι πολύ μικρή. Τότε οἱ σχισμές Π_1 καί Π_2 εἶναι *δύο σύγχρονες φωτεινές πηγές*, δηλαδή εἶναι δύο σύγχρονα κέντρα παραγωγῆς *φωτεινῶν κυμάτων*. Τά δύο κύματα φτάνουν στό διάφραγμα Δ καί ἀπό τή συμβολή τους σχηματίζονται πάνω στό διάφραγμα *κροσσοί συμβολῆς*, δηλαδή διαδοχικές *φωτεινές* καί *σκοτεινές* ραβδώσεις (σχ.31α).

Ὁ σχηματισμός τῶν κροσσῶν συμβολῆς ἐξηγεῖται εὔκολα (σχ. 32).

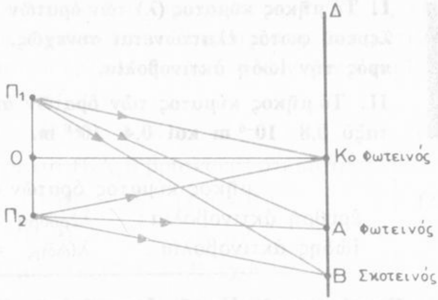


Σχ. 31. Διάταξη γιά τήν παραγωγή τοῦ φαινομένου τῆς συμβολῆς (σχισμές τοῦ Young).

(*) Συμπληρώνοντας τίς ἀντιλήψεις μας γιά τή φύση τοῦ φωτός ἀναφέρουμε ἐδῶ καί τά φωτόνια, ὥστε νά εἶναι γνωστά κατά τήν ἐξέταση ἄλλων φαινομένων (ἀκτίνες Röntgen, φωτοηλεκτρικό φαινόμενο).



Σχ.31α. Κροσσοί συμβολῆς.



Σχ. 32 Ὁ σχηματισμός φωτεινοῦ ἤ σκοτεινοῦ κροσσοῦ ἐξαρτᾶται ἀπό τή διαφορά τῶν δρόμων τῶν δύο κυμάτων.

Σέ ὅσα σημεῖα τοῦ διαφράγματος (ὅπως π.χ. τό σημεῖο Α) ἡ διαφορά δρόμου τῶν δύο κυμάτων ($d = \Pi_1 A - \Pi_2 A$) εἶναι ἴση μέ *ἀκέραιο ἀριθμό κυμάτων*, οἱ δύο ταλαντώσεις φτάνουν μέ *σύμφωνία φάσεως* καί ἑπομένως ἡ συνισταμένη ταλάντωση ἔχει μέγιστο πλάτος. Ἄρα σ' αὐτά τά σημεῖα σχηματίζονται *φωτεινοί κροσσοί*.

Ἀντίθετα σέ ὅσα σημεῖα τοῦ διαφράγματος (ὅπως π.χ. τό σημεῖο Β) ἡ διαφορά δρόμου τῶν δύο κυμάτων ($d = \Pi_1 B - \Pi_2 B$) εἶναι ἴση μέ *περιττό ἀριθμό ἡμικυμάτων*, οἱ δύο ταλαντώσεις φτάνουν μέ *ἀντίθετη φάση* καί ἑπομένως ἡ συνισταμένη ταλάντωση ἔχει πλάτος ἴσο μέ μηδέν. Ἄρα σ' αὐτά τά σημεῖα σχηματίζονται *σκοτεινοί κροσσοί*. Ὥστε σχηματίζονται:

φωτεινοί κροσσοί, ὅταν εἶναι $\boxed{d = \kappa \cdot \lambda}$

σκοτεινοί κροσσοί, ὅταν εἶναι $\boxed{d = (2\kappa + 1) \cdot \dfrac{\lambda}{2}}$

α. Μῆκος κύματος τῶν ὁρατῶν ἀκτινοβολιῶν. Ἀπό τό φαινόμενο τῆς συμβολῆς τοῦ φωτός μετρήσαμε τό μῆκος κύματος (λ) *τῶν ὁρατῶν ἀκτινοβολιῶν* καί καταλήξαμε στά ἑξῆς συμπεράσματα:

I. Τό μῆκος κύματος (λ) τῶν ὁρατῶν ἀκτινοβολιῶν τοῦ φάσματος τοῦ λευκοῦ φωτός ἐλαττώνεται συνεχῶς, ὅσο προχωροῦμε ἀπό τήν ἐρυθρή πρός τήν ἰώδη ἀκτινοβολία.

II. Τό μῆκος κύματος τῶν ὁρατῶν ἀκτινοβολιῶν περιλαμβάνεται μεταξύ 0,8 · 10^{-6} m καί 0,4 · 10^{-6} m.

μῆκος κύματος ὁρατῶν ἀκτινοβολιῶν	
ἐρυθρή ἀκτινοβολία :	$\lambda_{\text{ἐρυθρή}} = 0{,}8 \cdot 10^{-6}\ \text{m} = 8000\ \text{Å}$
ἰώδης ἀκτινοβολία :	$\lambda_{\text{ἰώδης}} = 0{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{m} = 4000\ \text{Å}$

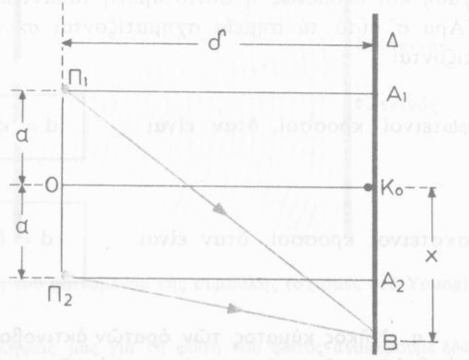
Συχνότητα τῶν ὁρατῶν ἀκτινοβολιῶν. Ἡ ταχύτητα τοῦ φωτός στό κενό ἤ στόν ἀέρα εἶναι $c = 3 \cdot 10^8$ m/sec. Ἀπό τήν ἐξίσωση τῶν κυμάτων $c = \nu \cdot \lambda$ βρίσκουμε ὅτι ἡ *συχνότητα* τῶν ἀκραίων ὁρατῶν ἀκτινοβολιῶν εἶναι:

$$\nu_{\text{ἐρυθρή}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/sec}}{0{,}8 \cdot 10^{-6}\ \text{m}} \quad \text{καί} \quad \boxed{\nu_{\text{ἐρυθρή}} = 375 \cdot 10^{12}\ \text{Hz}}$$

$$\nu_{\text{ἰώδης}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/sec}}{0{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{m}} \quad \text{καί} \quad \boxed{750 \cdot 10^{12}\ \text{Hz}}$$

Ὥστε ἡ συχνότητα τῶν ὁρατῶν ἀκτινοβολιῶν ...ασματος τοῦ λευκοῦ φωτός *αὐξάνει συνεχῶς*, ὅσο προχωροῦμε ἀπό τήν ἐρυθρή πρός τήν ἰώδη ἀκτινοβολία.

β. Ὑπολογισμός τοῦ μήκους κύματος. Στήν προηγούμενη διάταξη ποί χρησιμοποιήσαμε γιά τήν παρατήρηση τῶν κροσσῶν συμβολῆς, ἡ ἀπόσταση μεταξύ τῶν δύο σχισμῶν εἶναι $\Pi_1\Pi_2 = 2\alpha$ (σχ. 33) καί ἡ ἀπόσταση κάθε φωτεινῆς πηγῆς ἀπό τό διάφραγμα εἶναι δ ($\Pi_1A_1 = \Pi_2A_2 = OK_0 = \delta$). Στό σημεῖο K_0 σχηματίζεται ὁ *κεντρικός φωτεινός κροσσός*, γιατί οἱ δρόμοι Π_1K_0 καί Π_2K_0 τῶν δύο κυμάτων εἶναι ἴσοι καί ἑπομένως οἱ δύο ταλαντώσεις φτάνουν μέ διαφορά φάσεως ἴση μέ μηδέν. Ἡ μο-



Σχ. 33. Γιά τή μέτρηση τοῦ μήκους κύματος λ μιᾶς ἀκτινοβολίας.

νοχρωματική ἀκτινοβολία πού ἐκπέμπουν οἱ δύο φωτεινές πηγές $Π_1$ καί $Π_2$ ἔχει *μῆκος κύματος* λ. Σέ ἕνα σημεῖο Β τοῦ διαφράγματος σχηματίζεται *φωτεινός κροσσός*, γιατί ἡ διαφορά δρόμου d τῶν δύο κυμάτων εἶναι ἴση μέ ἀκέραιο ἀριθμό κ κυμάτων, δηλαδή εἶναι:

$$d = Π_1Β - Π_2Β = κ \cdot λ \tag{1}$$

Ἀπό τά ὀρθογώνια τρίγωνα $Π_1Α_1Β$ καί $Π_2Α_2Β$ βρίσκουμε ὅτι εἶναι:

$$(Π_1Β)^2 = (Π_1Α_1)^2 + (Α_1Β)^2 \quad ἤ \quad (Π_1Β)^2 = δ^2 + (x + α)^2 \tag{2}$$

$$(Π_2Β)^2 = (Π_2Α_2)^2 + (Α_2Β)^2 \quad ἤ \quad (Π_2Β)^2 = δ^2 + (x - α)^2 \tag{3}$$

Ἄν ἀφαιρέσουμε κατά μέλη τίς ἐξισώσεις (2) καί (3), ἔχουμε:

$$(Π_1Β)^2 - (Π_2Β)^2 = 4α \cdot x \quad ἤ \quad (Π_1Β + Π_2Β) \cdot (Π_1Β - Π_2Β) = 4α \cdot x \tag{4}$$

Ἐπειδή ἡ ἀπόσταση $ΟΚ_0 = δ$ εἶναι πολύ μεγάλη σχετικά μέ τήν ἀπόσταση $Κ_0Α_2 = α$, μποροῦμε νά λάβουμε $Π_1Β + Π_2Β = 2δ$ καί ἑπομένως ἡ ἐξίσωση (4) γράφεται:

$$2δ \cdot d = 4α \cdot x \tag{5}$$

Ἀπό τίς ἐξισώσεις (1) καί (5) βρίσκουμε ὅτι τό *μῆκος κύματος* (λ) τῆς μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας εἶναι:

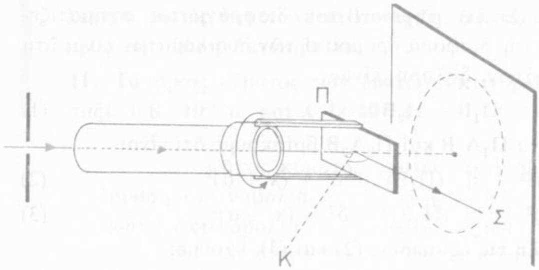
$$\boxed{\text{μῆκος κύματος} \quad λ = \frac{2α \cdot x}{κ \cdot δ}} \tag{6}$$

Τό κ φανερώνει τόν αὔξοντα ἀριθμό τοῦ φωτεινοῦ κροσσοῦ (στόν κεντρικό φωτεινό κροσσό ἀντιστοιχεῖ κ = 0) καί τό x φανερώνει τήν ἀπόσταση τοῦ κ τάξεως φωτεινοῦ κροσσοῦ ἀπό τόν κεντρικό φωτεινό κροσσό. Ὥστε τά μεγέθη πού εἶναι στό δεύτερο μέλος τῆς ἐξισώσεως (6) μποροῦν νά μετρηθοῦν μέ ἀκρίβεια καί ἔτσι μπροροῦμε νά ὑπολογίσουμε τό μῆκος κύματος λ.

14. Πόλωση τοῦ φωτός

α. Συμμετρία ἀπό περιστροφή τοῦ φυσικοῦ φωτός. Τό φῶς, πού προέρχεται ἀπό μιά φωτεινή πηγή, ἄν δέν ἔχει πάθει ἀνάκλαση ἤ διάθλαση, ὀνομάζεται *φυσικό φῶς*. Μιά γυάλινη πλάκα Π, πού ἡ μιά ἐπιφάνειά της ἔχει σκεπαστεῖ μέ ἕνα στρῶμα καπνιᾶς (αἰθάλης) χρησιμοποιεῖται ὡς καθρέφτης [1]. Ἀφήνουμε νά πέσει πλάγια πάνω στόν καθρέφτη Π μιά ἀκτίνα

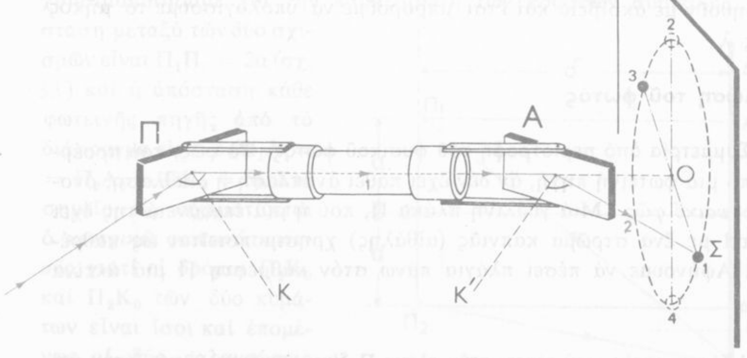
[1] Ἡ δέσμη φωτός, πού πέφτει στήν πλάκα Π δίνει μιά ἀνακλώμενη δέσμη καί μιά διαθλώμενη δέσμη πού ἀπορροφᾶται ἀπό τό στρῶμα τῆς καπνιᾶς.



Σχ. 34. Ὁ φωτισμός τῆς κηλίδας Σ δέ μεταβάλλεται.

(δηλαδή μιά πολύ λεπτή δέσμη) φυσικοῦ φωτός (σχ.34). Πάνω στό διάφραγμα σχηματίζεται μιά μικρή φωτεινή κηλίδα Σ. Περιστρέφουμε τόν καθρέφτη Π γύρω ἀπό τήν προσπίπτουσα ἀκτίνα, πού τήν παίρνουμε ὡς ἄξονα περιστροφῆς, διατηρώντας ὅμως σταθερή τή γωνία προσπτώσεως. Τότε καί ἡ γωνία ἀνακλάσεως διατηρεῖται σταθερή. Ἡ ἀνακλώμενη ἀκτίνα διαγράφει ἐπιφάνεια κώνου καί ἡ φωτεινή κηλίδα Σ διαγράφει ἕναν κύκλο πού ἔχει κέντρο τό σημεῖο Ο. Παρατηροῦμε ὅτι ὁ φωτισμός τῆς κηλίδας Σ *δέ μεταβάλλεται*, ὅταν γίνεται αὐτή ἡ περιστροφή. Ἀπό τό παραπάνω πείραμα βγάζουμε τό ἑξῆς συμπέρασμα:

Τό φυσικό φῶς ἔχει ἀπόλυτη συμμετρία ἀπό περιστροφή γύρω ἀπό τήν ἀκτίνα ἡ ὁποία τό μεταφέρει.



Σχ. 35. Ὁ φωτισμός τῆς κηλίδας 1 περιοδικά μεταβάλλεται μεταξύ ἑνός μέγιστου καί ἑνός ἐλάχιστου.

β. Πόλωση τοῦ φωτός ἀπό ἀνάκλαση. Ἀφήνουμε τώρα νά πέσει πάνω στόν καθρέφτη Π ἡ ἀκτίνα φυσικοῦ φωτός μέ γωνία προσπτώσεως 57°. Ἡ ἀνακλώμενη ἀκτίνα 1 πέφτει μέ τήν ἴδια γωνία προσπτώσεως 57° πάνω σέ ὅμοια πλάκα Α (σχ.35). Ἀρχικά οἱ δύο καθρέφτες Π καί Α εἶναι παράλληλοι καί *τά δύο ἐπίπεδα προσπτώσεως συμπίπτουν*. Περιστρέφουμε τόν καθρέφτη Α γύρω ἀπό τήν ἀκτίνα 1, πού τήν παίρνουμε ὡς ἄξονα, διατηρώντας ὅμως σταθερή τή γωνία προσπτώσεως. Ἡ ἀνακλώμενη ἀκτίνα 2 διαγράφει πάλι ἐπιφάνεια κώνου καί ἡ φωτεινή κηλίδα Σ διαγράφει μιά περιφέρεια πού ἔχει κέντρο τό σημεῖο Ο. Παρατηροῦμε ὅτι σ' αὐτή τήν περίπτωση ὁ φωτισμός τῆς κηλίδας Σ *δέ διατηρεῖται σταθερός*. Ὁ φωτισμός τῆς κηλίδας Σ:

— εἶναι *μέγιστος*, ὅταν τά δύο ἐπίπεδα προσπτώσεως *συμπίπτουν* (θέσεις τῆς κηλίδας 1 καί 3)·

— εἶναι *ἴσος μέ μηδέν*, ὅταν τά δύο ἐπίπεδα προσπτώσεως εἶναι *κάθετα* μεταξύ τους (θέσεις τῆς κηλίδας 2 καί 4).

Ἀπό τό πείραμα αὐτό συνάγεται ὅτι ἡ ἀκτίνα 1, πού προκύπτει ἀπό *τήν ἀνάκλαση* τοῦ φυσικοῦ φωτός, δέν ἔχει τίς ἴδιες ἰδιότητες μέ τήν ἀκτίνα τοῦ φυσικοῦ φωτός, γιατί ἡ ἀνακλώμενη ἀκτίνα 1 μπορεῖ *νά καταργηθεῖ τελείως* μέ μιά δεύτερη ἀνάκλαση. Τότε λέμε ὅτι ἡ ἀνακλώμενη ἀκτίνα 1 εἶναι ἀκτίνα *πολωμένου φωτός*. Ἡ ὁρισμένη γωνία (57°), μέ τήν ὁποία πρέπει νά πέσει ἡ ἀκτίνα τοῦ φυσικοῦ φωτός πάνω στόν καθρέφτη Π, γιά νά πάθει πόλωση, ὀνομάζεται *γωνία ὁλικῆς πολώσεως*. Ὁ πρῶτος καθρέφτης Π πού προκαλεῖ τήν πόλωση, ὀνομάζεται *πολωτής*, ἐνῶ ὁ δεύτερος καθρέφτης Α ὀνομάζεται *ἀναλύτης*.

Ἄν ἡ ἀκτίνα τοῦ φυσικοῦ φωτός πέσει πάνω στόν πολωτή Π μέ γωνία διαφορετική ἀπό τή γωνία ὁλικῆς πολώσεως, τότε παρατηροῦμε ὅτι ἡ ἀνακλώμενη ἀκτίνα 1 δέν μπορεῖ νά καταργηθεῖ τελείως μέ μιά δεύτερη ἀνάκλασή της πάνω στόν ἀναλύτη Α. Κατά μιά ὁλόκληρη στροφή τοῦ ἀναλύτη Α ὁ φωτισμός τῆς κηλίδας Σ λαβαίνει δύο μέγιστες καί δύο ἐλάχιστες τιμές, ἀλλά ποτέ δέν μηδενίζεται. Σ' αὐτή τήν περίπτωση λέμε ὅτι ἡ ἀνακλώμενη ἀκτίνα 1 εἶναι *μερικά πολωμένη*. Ὥστε:

I. Ὅταν τό φυσικό φῶς ἀνακλᾶται, συμβαίνει ὁλική ἤ μερική πόλωση τοῦ φωτός.

II. Στό ὁλικά πολωμένο φῶς ἔχει καταργηθεῖ ἡ συμμετρία ἀπό περιστροφή γύρω ἀπό τήν ἀκτίνα ἡ ὁποία τό μεταφέρει.

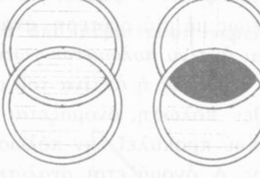
III. Τό ὁλικά πολωμένο φῶς μπορεῖ νά καταργηθεῖ τελείως μέ μιά δεύτερη ἀνάκλαση, ὅταν τά δύο ἐπίπεδα προσπτώσεως εἶναι κάθετα μεταξύ τους καί ἡ δεύτερη γωνία προσπτώσεως εἶναι ἴση μέ τή γωνία ὁλικῆς πολώσεως.

γ. Πόλωση τοῦ φωτός ἀπό διάθλαση. Πάνω σέ μιά γυάλινη πλάκα ἀφήνουμε νά πέσει μιά λεπτή δέσμη φυσικοῦ φωτός ὑπό γωνία προσπτώσεως ἴση μέ τή γωνία ὁλικῆς πολώσεως. Τότε ἕνα μέρος (τά 8%) τοῦ φωτός ἀνακλᾶται καί εἶναι *ὁλικά πολωμένο*. Τό ὑπόλοιπο μέρος (92%) τοῦ φωτός διαθλᾶται. Μέ ἕναν ἀναλύτη βρίσκουμε ὅτι τό διαθλώμενο φῶς εἶναι *μερικά πολωμένο*. Ὥστε μέ τό πείραμα βρίσκουμε ὅτι:

Τό φυσικό φῶς κατά τή διάθλαση παθαίνει μόνο μερική πόλωση.

Σημείωση. Μέ διάθλαση μποροῦμε νά πετύχουμε ὁλική πόλωση τοῦ φυσικοῦ φωτός, ἄν χρησιμοποιήσουμε μιά δέσμη ἀπό 10 ὥς 20 ἐπάλληλες πλάκες.

δ. Polaroid. Γιά τήν εὔκολη παραγωγή πολωμένου φωτός χρησιμοποιοῦμε ἕνα τεχνητά παρασκευαζόμενο σῶμα πού ὀνομάζεται *polaroid (πολωτικό σῶμα)*. Τό polaroid ἀποτελεῖται ἀπό ἕνα λεπτό διαφανές στρῶμα ζελατίνας πού πάνω του ὑπάρχουν πάρα πολλοί μικρότατοι κρύσταλλοι μιᾶς οὐσίας πού λέγεται ἐραπαθίτης (εἶναι ἕνωση τῆς κινίνης). Τό polaroid τοποθετεῖται ἀνάμεσα σέ δύο λεπτές γυάλινες πλάκες. Αὐτή ἡ διάταξη ἀποτελεῖ ἕναν *πολωτή*. Μιά ἄλλη ὅμοια διάταξη μπορεῖ νά χρησιμοποιηθεῖ ὡς *ἀναλύτης* (σχ. 36). Τά polaroid χρησιμοποιοῦνται σέ πολλές ἐφαρμογές (ὅταν θέλουμε νά μετριάσουμε τήν ἔνταση τοῦ φωτός πού μπαίνει στό μάτι μας, σέ φωτογραφικά φίλτρα, σέ ὀπτικά ὄργανα, σέ pare - brise κ.ἄ.).



Σχ. 36 Δίσκοι polaroid.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

69. Στό πείραμα τῆς συμβολῆς τοῦ φωτός μέ τίς σχισμές τοῦ Young βρίσκουμε ὅτι τό μῆκος κύματος λ τῆς ἀκτινοβολίας δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση:

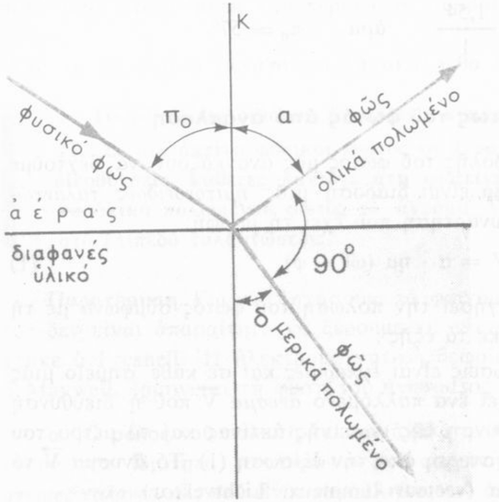
$$\lambda = \frac{2\alpha \cdot x}{\kappa \cdot d}$$

ὅπου 2α εἶναι ἡ ἀπόσταση μεταξύ τῶν δύο φωτεινῶν πηγῶν (δηλαδή τῶν σχισμῶν), d ἡ ἀπόσταση τῶν φωτεινῶν πηγῶν ἀπό τό διάφραγμα, x ἡ ἀπόσταση τοῦ κ τάξεως φωτεινοῦ κροσσοῦ ἀπό τόν κεντρικό φωτεινό κροσσό Κ. Σέ ἕνα τέτοιο πείραμα εἶναι $2\alpha = 4$ mm καί $d = 60$ cm. 1) Ἡ ἐρυθρή ἀκτινοβολία πού χρησιμοποιοῦμε ἔχει μῆκος κύματος $\lambda_E = 4 \cdot 10^{-4}$ mm. Πόση εἶναι ἡ ἀπόσταση x_E τοῦ πρώτου φωτεινοῦ κροσσοῦ ἀπό τόν κεντρικό φωτεινό κροσσό Κ; 2) Πόση εἶναι ἡ ἀπόσταση x_I τοῦ πρώτου φωτεινοῦ κροσσοῦ, ἄν χρησιμοποιήσουμε ἰώδη ἀκτινοβολία, πού ἔχει μῆκος κύματος $\lambda_I = 8 \cdot 10^{-4}$ mm;

70. Σέ ἕνα πείραμα μέ τίς σχισμές τοῦ Young εἶναι $2\alpha = 2$ mm καί $d = 1$ m. Ἡ ἀπόσταση δύο διαδοχικῶν φωτεινῶν κροσσῶν εἶναι $\varepsilon = 0{,}34$ mm. Πόσο εἶναι τό μῆκος κύματος λ τῆς ἀκτινοβολίας;

15. Ὁλική πόλωση τοῦ φωτός. Νόμος τοῦ Brewster

Μέ τό πείραμα βρήκαμε ὅτι κατά τήν ἀνάκλαση τοῦ φυσικοῦ φωτός πάνω σέ ὅλα τά σώματα καί μέ ὁποιαδήποτε γωνία προσπτώσεως πάντοτε συμβαίνει *μερική πόλωση* τοῦ φωτός.



Σχ. 37. Ὁλική πόλωση τοῦ φωτός ἀπό ἀνάκλαση.

Πειραματικά ἀποδείχτηκε ὅτι *ὁλική πόλωση* τοῦ φωτός συμβαίνει, μόνο ὅταν τό φυσικό φῶς ἀνακλᾶται πάνω σέ *διαφανή ὑλικά* καί ἡ γωνία προσπτώσεως π_0 ἔχει τέτοια τιμή, ὥστε *ἡ ἀνακλώμενη* καί *ἡ διαθλώμενη* ἀκτίνα νά εἶναι κάθετες μεταξύ τους (σχ. 37). Ἡ ἀνακλώμενη ἀκτίνα εἶναι *ὁλικά πολωμένη*, ἐνῶ ἡ διαθλώμενη ἀκτίνα εἶναι *μερικά πολωμένη*. Σ' αὐτή τήν περίπτωση ἄν n εἶναι ὁ δείκτης διαθλάσεως τοῦ διαφανοῦς ὑλικοῦ σχετικά μέ τόν ἀέρα, τότε ἰσχύει ἡ σχέση :

$$n = \frac{\eta\mu\,\pi_0}{\eta\mu\,\delta} \quad \text{ἤ} \quad n = \frac{\eta\mu\,\pi_0}{\eta\mu\,(90^\circ - \pi_0)} = \frac{\eta\mu\,\pi_0}{\sigma\upsilon\nu\,\pi_0}$$

$$\text{ἄρα} \quad \boxed{\varepsilon\varphi\,\pi_0 = n}$$

Γενικότερα γιά τήν ὁλική πόλωση τοῦ φωτός ἀπό ἀνάκλαση ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος *νομος τοῦ Brewster* :

Ὅταν τό φυσικό φῶς πού διαδίδεται σέ ἕνα μέσο μέ δείκτη διαθλάσεως n_1, πάθει ἀνάκλαση πάνω σέ διαφανές ὑλικό πού ἔχει δείκτη διαθλάσεως n_2, τότε τό ἀνακλώμενο φῶς εἶναι ὁλικά πολωμένο, ἄν γιά τή γωνία προσπτώσεως (π_0) ἰσχύει ἡ ἐξίσωση :

$$\text{νόμος τοῦ Brewster} \qquad \varepsilon\varphi\,\pi_0 = \frac{n_2}{n_1}$$

Ἡ γωνία π_0 ὀνομάζεται *γωνία ὁλικῆς τῆς πολώσεως.*

Μιά γυάλινη πλάκα, πού ἔχει δείκτη διαθλάσεως $n_2 = 1{,}54$, βρίσκεται μέσα στόν ἀέρα ($n_1 = 1$). Πάνω στήν πλάκα πέφτει μιά ἀκτίνα φυσικοῦ φωτός. Σ' αὐτή τήν περίπτωση γιά τή γωνία ὁλικῆς πολώσεως ἰσχύει ἡ σχέση:

$$\varepsilon\varphi\, \pi_0 = \frac{1{,}54}{1} \qquad \text{ἄρα} \qquad \pi_0 \simeq 57^\circ$$

16. Ἐξήγηση τῆς πολώσεως τοῦ φωτός ἀπό ἀνάκλαση

Τά φαινόμενα τῆς συμβολῆς τοῦ φωτός μᾶς ἀναγκάζουν νά δεχτοῦμε ὅτι μιά φωτεινή ἀκτινοβολία εἶναι διάδοση μιᾶς *ἡμιτονοειδοῦς ταλαντώσεως*, πού ἐκφράζεται μέ συνάρτηση πού ἔχει τή μορφή:

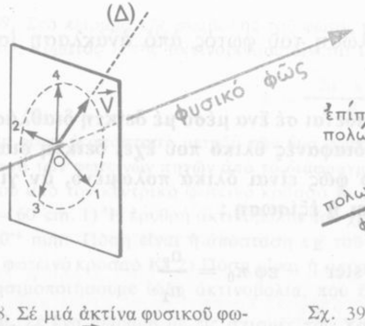
$$V = \alpha \cdot \eta\mu\, (\omega t + \varphi) \tag{1}$$

Ὁ Fresnel, γιά νά ἐξηγήσει τήν πόλωση τοῦ φωτός σύμφωνα μέ τή θεωρία τῶν κυμάτων, δέχτηκε τά ἑξῆς:

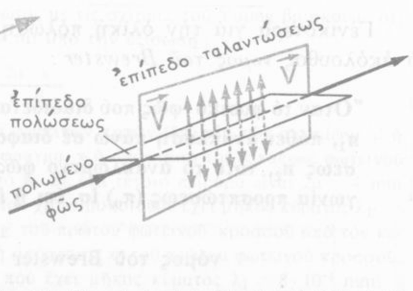
1. Οἱ φωτεινές ταλαντώσεις εἶναι *ἐγκάρσιες* καί σέ κάθε σημεῖο μιᾶς φωτεινῆς ἀκτίνας ἀντιστοιχεῖ ἕνα παλλόμενο *ἄνυσμα* $\vec{V}$ πού ἡ διεύθυνσή του εἶναι *κάθετη* στή διεύθυνση τῆς φωτεινῆς ἀκτίνας καί τό μέτρο του V δίνεται σέ κάθε χρονική στιγμή ἀπό τήν ἐξίσωση (1). Τό ἄνυσμα $\vec{V}$ τό ὀνομάζουμε *φωτεινό ἄνυσμα* (vecteur lumineux, Lichtvektor).

2. Κατά μῆκος μιᾶς ἀκτίνας *φυσικοῦ φωτός* ἡ διεύθυνση (Δ) τοῦ ἀνύσματος $\vec{V}$ *δέν εἶναι ὁρισμένη*. Αὐτό σημαίνει ὅτι σέ ἕνα σημεῖο O τῆς φωτεινῆς ἀκτίνας (σχ. 38) ἡ διεύθυνση τοῦ ἀνύσματος $\vec{V}$ μπορεῖ νά ἔχει ὁποιοδήποτε προσανατολισμό (1, 2, 3, 4, ...).

3. Κατά μῆκος μιᾶς ἀκτίνας *ὁλικά πολωμένου φωτός* τό ἄνυσμα $\vec{V}$ βρίσκεται πάνω σέ ἕνα *ὁρισμένο ἐπίπεδο* πού ὀνομάζεται *ἐπίπεδο ταλα-*



Σχ. 38. Σέ μιά ἀκτίνα φυσικοῦ φωτός τό ἄνυσμα $\vec{V}$ ἔχει ὁποιοδήποτε προσανατολισμό.



Σχ. 39. Σέ μιά ἀκτίνα ὁλικά πολωμένου φωτός τό ἄνυσμα $\vec{V}$ βρίσκεται πάντοτε πάνω στό ἐπίπεδο ταλαντώσεως.

ντώσεως (σχ. 39). Τό ἐπίπεδο αὐτό εἶναι κάθετο στό ἐπίπεδο προσπτώσεως, πού ὀνομάζεται *ἐπίπεδο πολώσεως*.

Σέ μιά ἀκτίνα ὁλικά πολωμένου φωτός τό ἄνυσμα $\vec{V}$ εἶναι παράλληλο μέ μιά ὁρισμένη διεύθυνση πού εἶναι κάθετη στή φωτεινή ἀκτίνα καί γι' αὐτό λέμε ὅτι σ' αὐτή τήν περίπτωση συμβαίνει *γραμμική πόλωση τοῦ φωτός*.

Ἀπό τά παραπάνω συνάγονται τά ἀκόλουθα συμπεράσματα:

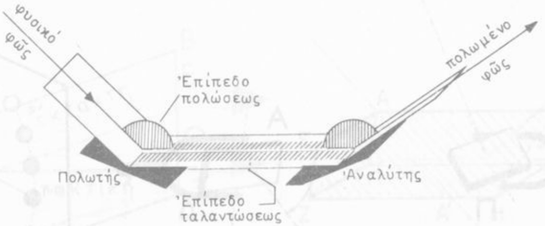
I. Τό φῶς εἶναι διάδοση ἐγκάρσιων κυμάτων.

II. Σέ μιά ἀκτίνα φυσικοῦ φωτός τό ἄνυσμα $\vec{V}$ ἔχει ὅλες τίς δυνατές διευθύνσεις, κάθετες πάντοτε στή φωτεινή ἀκτίνα, ἐνῶ σέ μιά ἀκτίνα ὁλικά πολωμένου φωτός τό ἄνυσμα $\vec{V}$ βρίσκεται πάντοτε πάνω στό ἐπίπεδο ταλαντώσεως.

Παρατήρηση. Γιά νά ἐξηγήσουμε τό φαινόμενο τῆς πολώσεως τοῦ φωτός δέν εἶναι ἀπαραίτητο νά ξέρουμε *τή φύση* τοῦ ἀνύσματος $\vec{V}$ πού δέχτηκε ὁ Fresnell. Ἡ ἠλεκτρομαγνητική θεωρία, πού ἀργότερα διατύπωσε ὁ Maxwell, ἑρμηνεύει τή φύση τοῦ ἀνύσματος $\vec{V}$.

α. Ὁ ρόλος τοῦ πολωτῆ καί τοῦ ἀναλύτη. Ὁ πολωτής καί ὁ ἀναλύτης ἔχουν τήν ἰδιότητα *νά ἀναλύουν* μιά φωτεινή ταλάντωση σέ *δύο συνιστῶσες ταλαντώσεις* πού εἶναι παράλληλες *μέ δύο σταθερές διευθύνσεις* καί ἐπιτρέπουν νά συνεχιστεῖ ἡ διάδοση *μόνο τῆς μιᾶς* ἀπό τίς συνιστῶσες ταλαντώσεις.

Κατά τήν πόλωση τοῦ φυσικοῦ φωτός ἀπό ἀνάκλαση ἡ ἐπιτρεπόμενη διεύθυνση ταλαντώσεως εἶναι μόνο ἐκείνη πού εἶναι κάθετη στό ἐπίπεδο

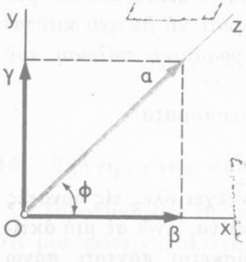


Σχ. 40. Τό ἐπίπεδο ταλαντώσεως εἶναι κάθετο στό ἐπίπεδο προσπτώσεως (ἐπίπεδο πολώσεως).

προσπτώσεως (σχ. 40). Ἔτσι, ὅταν τά ἐπίπεδα προσπτώσεως τοῦ πολωτῆ καί τοῦ ἀναλύτη συμπίπτουν, ὁ ἀναλύτης δίνει ἀνακλώμενη ἀκτίνα τοῦ πολωμένου φωτός.

Ὅταν πάνω στόν ἀναλύτη πέφτει *ὁλικά πολωμένο φῶς* καί ἡ διεύθυνση τῆς ταλαντώσεως εἶναι π.χ. ἡ Oz (σχ. 41), τότε ὁ ἀναλύτης *ἀναλύει* τήν προσπίπτουσα ταλάντωση σέ δύο συνιστῶσες ταλαντώσεις πού ἔχουν διευθύνσεις τήν Ox καί τήν Oy. Ἔστω ὅτι ὁ ἀναλύτης ἐπιτρέπει νά συνεχιστεῖ ἡ διάδοση μόνο ἐκείνης τῆς ταλαντώσεως πού ἔχει διεύθυνση τήν Ox. Οἱ διευθύνσεις Oz καί Ox σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία φ. Τό φῶς πού πέφτει πάνω στόν ἀναλύτη ἔχει ἔνταση I_0 καί τό πλάτος τῆς φωτεινῆς ταλαντώσεως εἶναι α. Τότε ἐκείνη ἡ ταλάντωση, πού ὁ ἀναλύτης ἐπιτρέπει νά συνεχιστεῖ ἡ διάδοσή της, ἔχει πλάτος:

$$\beta = \alpha \cdot \text{συν}\,\varphi$$



Σχ. 41. Ἀνάλυση τῆς φωτεινῆς ταλαντώσεως σέ δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστῶσες ταλαντώσεις.

Εἶναι γνωστό ὅτι ἡ ἔνταση τῆς ταλαντώσεως εἶναι ἀνάλογη μέ τό τετράγωνο τοῦ πλάτους τῆς ταλαντώσεως. Ἡ ἔνταση τοῦ φωτός πού πέφτει πάνω στόν ἀναλύτη, δηλαδή ἡ ἔνταση τοῦ φωτός κατά τή διεύθυνση ταλαντώσεως Oz, εἶναι:

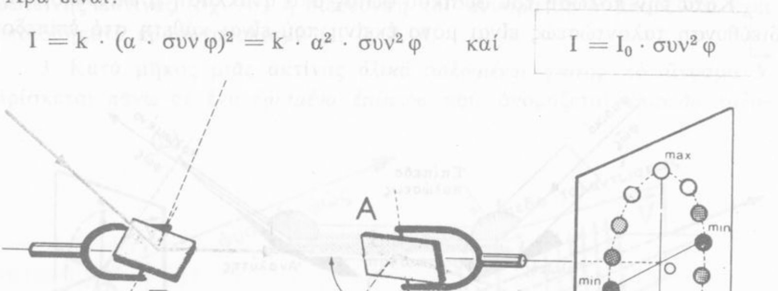
$$I_0 = k \cdot \alpha^2$$

Ἡ ἔνταση I τοῦ φωτός, πού ἐπιτρέπει ὁ ἀναλύτης νά συνεχιστεῖ ἡ διάδοσή του, δηλαδή ἡ ἔνταση τοῦ φωτός κατά τή διεύθυνση ταλαντώσεως Ox, εἶναι:

$$I = k \cdot \beta^2$$

Ἄρα εἶναι:

$$I = k \cdot (\alpha \cdot \text{συν}\,\varphi)^2 = k \cdot \alpha^2 \cdot \text{συν}^2\varphi \quad \text{καί} \quad \boxed{I = I_0 \cdot \text{συν}^2\varphi}$$



Σχ. 42. Πειραματική ἀπόδειξη τοῦ νόμου τοῦ Malus.

Ἡ τελευταία ἐξίσωση ἐκφράζει τόν ἀκόλουθο *νόμο τοῦ Malus*:

Ἡ ἔνταση (Ι) τοῦ πολωμένου φωτός πού προέρχεται ἀπό τόν ἀναλύτη εἶναι ἀνάλογη μέ τό τετράγωνο τοῦ συνημιτόνου τῆς γωνίας (φ) πού σχηματίζουν μεταξύ τους τά δύο ἐπίπεδα ταλαντώσεως (ἑπομένως καί τά ἐπίπεδα προσπτώσεως).

Ὁ νόμος τοῦ Malus ἐπαληθεύεται καί πειραματικά, ἄν μέ τό φωτοκύτταρο παρακολουθήσουμε τή μεταβολή τοῦ φωτισμοῦ τῆς κηλίδας Σ κατά τήν περιστροφή τοῦ ἀναλύτη (σχ. 42).

17. Ὀπτικῶς ἰσότροπα καί ἀνισότροπα ὑλικά

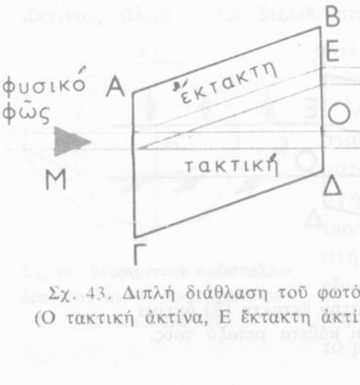
Γενικά ὀνομάζουμε ἰσότροπα τά ὑλικά πού ἔχουν τίς ἴδιες φυσικές ἰδιότητες πρός ὅλες τίς διευθύνσεις. Ἡ Κρυσταλλογραφία κατατάσσει ὅλους τούς κρυστάλλους σέ ἑφτά κρυσταλλικά συστήματα (κυβικό, τριγωνικό, τετραγωνικό, ἑξαγωνικό, ρομβικό, μονοκλινές, τρικλινές). Μέ τό πείραμα βρήκαμε ὅτι:

Ι. Ὅλα τά ἄμορφα ὑλικά καί οἱ κρύσταλλοι τοῦ κυβικοῦ συστήματος εἶναι ὀπτικῶς ἰσότροπα.

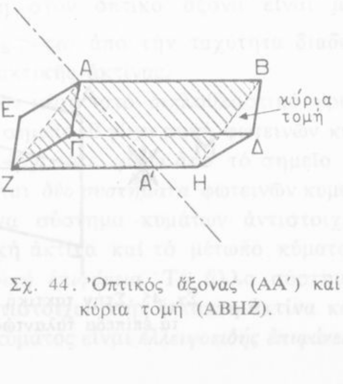
ΙΙ. Οἱ κρύσταλλοι ὅλων τῶν ἄλλων κρυσταλλικῶν συστημάτων (ἐκτός ἀπό τό κυβικό σύστημα) εἶναι ὀπτικῶς ἀνισότροπα ὑλικά.

18. Διπλή διάθλαση τοῦ φωτός

Μιά ποικιλία τοῦ ἀσβεστίτη, $CaCO_3$, εἶναι *ὁ ἰσλανδικός κρύσταλλος*. Αὐτός κρυσταλλώνεται κατά τό τριγωνικό σύστημα, εἶναι διαφανής καί σχίζεται εὔκολα δίνοντας ἕνα πλάγιο παραλληλεπίπεδο πού οἱ ἕξι ἕδρες του εἶναι ρόμβοι.



Σχ. 43. Διπλή διάθλαση τοῦ φωτός. (Ο τακτική ἀκτίνα, Ε ἔκτακτη ἀκτίνα)



Σχ. 44. Ὀπτικός ἄξονας (ΑΑ') καί κύρια τομή (ΑΒΗΖ).

Ὅταν πάνω στή μιά ἕδρα τοῦ κρυστάλλου πέσει κάθετα μιά ἀκτίνα *φυσικοῦ φωτός* (στήν πραγματικότητα μιά πολύ λεπτή δέσμη φωτεινῶν ἀκτίνων), τότε ἀπό τήν ἀπέναντι ἕδρα τοῦ κρυστάλλου βγαίνουν *δύο παράλληλες* φωτεινές ἀκτίνες (σχ. 43), ἡ ἀκτίνα Ο *(τακτική ἀκτίνα)* κατά τήν προέκταση τῆς προσπίπτουσας καί ἡ ἀκτίνα Ε *(ἔκτακτη ἀκτίνα)*. Αὐτός ὁ διχασμός τῆς προσπίπτουσας ἀκτίνας σέ δύο διαθλώμενες ἀκτίνες ὀνομάζεται *διπλή διάθλαση* τοῦ φωτός καί ὁ ἰσλανδικός κρύσταλλος λέμε ὅτι εἶναι ἕνα *διπλοθλαστικό σῶμα*. Ἡ διπλή διάθλαση συμβαίνει καί ὅταν ἡ προσπίπτουσα ἀκτίνα δέν εἶναι κάθετη στήν ἕδρα τοῦ κρυστάλλου.

Ἐκτός ἀπό τόν ἰσλανδικό κρύσταλλο ἄλλα συνηθισμένα διπλοθλαστικά σώματα εἶναι ὁ χαλαζίας, ὁ μαρμαρυγίας, τό τοπάζιο κ.ἄ.

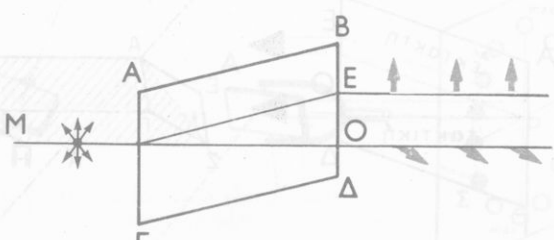
Σημείωση. Τά σύμβολα Ο καί Ε προέρχονται ἀπό τίς λέξεις : Ordinary καί Extraordinary.

Ὀπτικός ἄξονας τοῦ κρυστάλλου καί κύρια τομή. Στόν κρύσταλλο τοῦ ἰσλανδικοῦ κρυστάλλου ὑπάρχει μιά διεύθυνση ΑΑ′ (ἄξονας συμμετρίας τοῦ κρυστάλλου) πού ὀνομάζεται *ὀπτικός ἄξονας* (σχ.44). Ὅταν ἡ φωτεινή ἀκτίνα, πού πέφτει πάνω στόν κρύσταλλο, ἔχει τή διεύθυνση τοῦ ὀπτικοῦ ἄξονα, τότε ἡ φωτεινή ἀκτίνα βγαίνει ἀπό τόν κρύσταλλο *χωρίς νά πάθει διπλή διάθλαση*.

Κάθε ἐπίπεδο πού περνάει ἀπό τόν κύριο ἄξονα ἤ εἶναι παράλληλο μέ αὐτόν ὀνομάζεται *κύρια τομή* τοῦ κρυστάλλου (ἡ γραμμοσκιασμένη ἐπιφάνεια ΑΒΗΖ στό σχῆμα).

Ἀπό τά παραπάνω καταλήγουμε στό ἀκόλουθο συμπέρασμα:

Ὅταν μιά ἀκτίνα φυσικοῦ φωτός πέσει πάνω στόν ἰσλανδικό κρύσταλλο ἔτσι, ὥστε νά βρίσκεται πάνω σέ μιά κύρια τομή, ἀλλά νά μή εἶναι παράλληλη μέ τόν κύριο ἄξονα, τότε προκύπτουν δύο διαθλώμενες ἀκτίνες, ἡ τακτική καί ἡ ἔκτακτη ἀκτίνα.



Σχ. 45. Στήν τακτική (Ο) καί στήν ἔκτακτη (Ε) ἀκτίνα τά ἐπίπεδα ταλαντώσεως εἶναι κάθετα μεταξύ τους.

α. Πόλωση τοῦ φωτός κατά τή διπλή διάθλαση. Ἄν μέ ἕναν ἀναλύτη ἐξετάσουμε τήν τακτική καί τήν ἔκτακτη ἀκτίνα, βρίσκουμε ὅτι καί οἱ δύο αὐτές ἀκτίνες εἶναι *ὁλικά πολωμένες*. Τά ἐπίπεδα ταλαντώσεως στήν τακτική καί τήν ἔκτακτη ἀκτίνα εἶναι *κάθετα* μεταξύ τους (σχ. 45). Ἡ διεύθυνση ταλαντώσεως:

— στήν τακτική ἀκτίνα Ο εἶναι *κάθετη* στό ἐπίπεδο τῆς κύριας τομῆς·
— στήν ἔκτακτη ἀκτίνα Ε εἶναι *πάνω* στό ἐπίπεδο τῆς κύριας τομῆς. Ὥστε:

Ἡ τακτική καί ἡ ἔκτακτη ἀκτίνα εἶναι ὁλικά πολωμένες καί τά ἐπίπεδα ταλαντώσεως σ' αὐτές τίς ἀκτίνες εἶναι κάθετα μεταξύ τους.

β. Ἐξήγηση τῆς διπλῆς διαθλάσεως τοῦ φωτός. Ἄν στόν ἰσλανδικό κρύσταλλο μετρήσουμε τούς δεῖκτες διαθλάσεως τῆς τακτικῆς καί τῆς ἔκτακτης ἀκτίνας βρίσκουμε ὅτι:

— ὁ δείκτης διαθλάσεως τῆς τακτικῆς ἀκτίνας (Ο) ἔχει *σταθερή τιμή* ($n_O = 1{,}658$) ἀνεξάρτητα ἀπό τή γωνία προσπτώσεως σχετικά μέ τόν ὀπτικό ἄξονα·

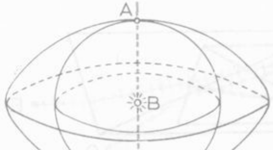
— ὁ δείκτης διαθλάσεως τῆς ἔκτακτης ἀκτίνας (Ε) ἔχει *μεταβλητή τιμή*, πού κυμαίνεται μεταξύ μιᾶς μέγιστης τιμῆς ($n_O = 1{,}658$) καί μιᾶς ἐλάχιστης τιμῆς ($n_E = 1{,}486$) ἀνάλογα μέ τή γωνία προσπτώσεως σχετικά μέ τόν κύριο ἄξονα.

Ὥστε ὁ ἰσλανδικός κρύσταλλος εἶναι *ὀπτικῶς ἀνισότροπο σῶμα*.

Ἀπό τή μέτρηση τῶν δεικτῶν διαθλάσεως τῆς τακτικῆς καί τῆς ἔκτακτης ἀκτίνας συνάγεται ὅτι *μέσα στόν κρύσταλλο*:

— ἡ ταχύτητα διαδόσεως (c_O) *τῆς τακτικῆς ἀκτίνας* εἶναι *σταθερή* πρός ὅλες τίς διευθύνσεις·

— ἡ ταχύτητα διαδόσεως *τῆς ἔκτακτης ἀκτίνας* κατά τή διεύθυνση τοῦ ὀπτικοῦ ἄξονα εἶναι *ἴση* μέ τήν ταχύτητα διαδόσεως (c_O) *τῆς τακτικῆς ἀκτίνας*, ἀλλά κατά διεύθυνση κάθετη στόν ὀπτικό ἄξονα εἶναι *μεγαλύτερη* ($c_E > c_O$) ἀπό τήν ταχύτητα διαδόσεως τῆς τακτικῆς ἀκτίνας.



Σχ. 46. Μέσα στόν κρύσταλλο διαδίδονται δύο συστήματα φωτεινῶν κυμάτων.

Ἄν λοιπόν μέσα στό διπλοθλαστικό κρύσταλλο ἕνα σημεῖο Β γίνει πηγή φωτεινῶν κυμάτων (σχ. 46), τότε γύρω ἀπό τό σημεῖο Β σχηματίζονται *δύο συστήματα* φωτεινῶν κυμάτων. Τό ἕνα σύστημα κυμάτων ἀντιστοιχεῖ στήν τακτική ἀκτίνα καί τό μέτωπο κύματος εἶναι *σφαιρική ἐπιφάνεια*. Τό ἄλλο σύστημα κυμάτων ἀντιστοιχεῖ στήν ἔκτακτη ἀκτίνα καί τό μέτωπο κύματος εἶναι *ἐλλειψοειδής ἐπιφάνεια* *ἀπό περιστροφή*. Ἐπειδή κατά τή διεύθυνση τοῦ κύριου ἄξονα ἡ ταχύτητα διαδόσεως τῆς τακτικῆς καί τῆς ἔκτακτης ἀκτίνας εἶναι ἡ ἴδια (c_O), γι' αὐτό τά δύο μέτωπα κύματος ἐφάπτονται σέ δύο σημεῖα Α καί Α΄ μιᾶς εὐθείας, πού εἶναι παράλληλη μέ τόν ὀπτικό ἄξονα.

Γενικά γιά τό φαινόμενο τῆς διπλῆς διαθλάσεως τοῦ φωτός καταλήγουμε στά ἑξῆς συμπεράσματα :

I. Ἡ διπλή διάθλαση τοῦ φωτός εἶναι ἀποτέλεσμα τῆς ὀπτικῆς ἀνισοτροπίας ὁρισμένων κρυσταλλικῶν ὑλικῶν (διπλοθλαστικά ὑλικά).

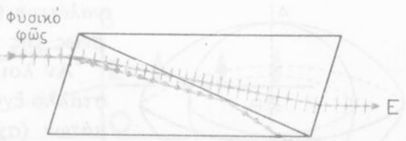
II. Μέσα στό διπλοθλαστικό κρύσταλλο ἡ ταχύτητα διαδόσεως τῆς τακτικῆς ἀκτίνας εἶναι σταθερή, ἐνῶ ἡ ταχύτητα διαδόσεως τῆς ἔκτακτης ἀκτίνας ἀλλάζει ἀνάλογα μέ τή διεύθυνση διαδόσεως.

III. Κατά τή διεύθυνση τοῦ ὀπτικοῦ ἄξονα ἡ τακτική καί ἡ ἔκτακτη ἀκτίνα ἔχουν τήν ἴδια ταχύτητα διαδόσεως, ἀλλά κατά διεύθυνση κάθετη στόν ὀπτικό ἄξονα ἡ ἔκτακτη ἀκτίνα ἔχει μεγαλύτερη ταχύτητα διαδόσεως ἀπό τήν τακτική ἀκτίνα ($c_E > c_O$).

19* Πολωτικές συσκευές

Ἐπειδή οἱ διπλοθλαστικοί κρύσταλλοι δίνουν δύο ὁλικά πολωμένες φωτεινές ἀκτίνες, γι' αὐτό οἱ κρύσταλλοι αὐτοί χρησιμοποιοῦνται ὡς *πολωτικές συσκευές*.

α. Πρίσμα Nicol. *Τό πρίσμα Nicol* ἤ καί ἁπλά *nicol* εἶναι ἕνα παραλληλεπίπεδο ἀπό ἰσλανδικό κρύσταλλο πού ἔχει κοπεῖ σέ δύο κομμάτια μέ ἕνα ἐπίπεδο κάθετο στήν κύρια τομή (σχ. 47). Τά δύο κομμάτια ἔχουν ἔπειτα συγκολληθεῖ μέ καναδικό βάλσαμο. Ὅταν μιά ἀκτίνα φυσικοῦ φωτός πέφτει πάνω στόν κρύσταλλο παράλληλα μέ τίς μεγαλύτερες ἀκμές του, τότε ἡ τακτική ἀκτίνα (Ο) παθαίνει ὁλική ἀνάκλαση πάνω στό καναδικό βάλσαμο καί ἀπορροφᾶται ἀπό τά τοιχώματα τῆς συσκευῆς. Ἔτσι ἀπό τόν κρύσταλλο βγαίνει μόνο *ἡ ἔκτακτη ἀκτίνα* (Ε) πού εἶναι παράλληλη μέ τήν ἀκτίνα τοῦ φυσικοῦ φωτός. Ἡ ἔκτακτη ἀκτίνα εἶναι *ὁλικά πολωμένη* καί τό ἐπίπεδο ταλαντώσεως *συμπίπτει* μέ τήν κύρια τομή.



Σχ. 47. Σχηματική παράσταση πρίσματος Nicol.

Παίρνουμε δύο πρίσματα Nicol καί τά τοποθετοῦμε ἔτσι, ὥστε οἱ κατά μῆκος ἄξονές τους νά συμπίπτουν (σχ. 48). Τότε οἱ κύριες τομές τῶν δύο πρισμάτων συμπίπτουν. Πάνω στό πρῶτο πρίσμα *(πολωτής)* πέφτει μιά ἀκτίνα (λεπτή δέσμη) μονοχρωματικοῦ φυσικοῦ φωτός. Ἑπομένως πάνω στό δεύτερο πρίσμα *(ἀναλύτης)* πέφτει μιά *ὁλικά πολωμένη ἀκτίνα*. Στρέφοντας τόν ἀναλύτη γύρω ἀπό τόν ἄξονα τοῦ συστήματος διαπιστώνουμε ὅτι ἡ ἀκτίνα πού βγαίνει ἀπό τόν ἀναλύτη ἔχει:

— *μέγιστη ἔνταση*, ὅταν οἱ κύριες τομές τῶν δύο πρισμάτων εἶναι *παράλληλες*,

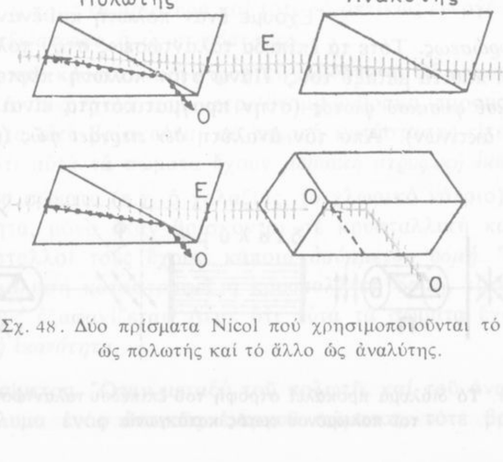
— *ἐλάχιστη ἔνταση*, ὅταν οἱ κύριες τομές τῶν δύο πρισμάτων εἶναι *κάθετες* μεταξύ τους.

Στήν πρώτη περίπτωση λέμε ὅτι τά πρίσματα Nicol εἶναι *παράλληλα*, ἐνῶ στή δεύτερη περίπτωση τά πρίσματα Nicol εἶναι *διασταυρωμένα*.

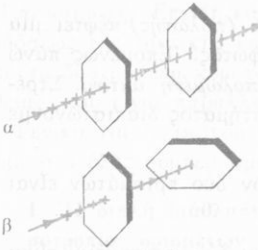
Μέ τό πείραμα βρίσκουμε ὅτι ἡ ἔνταση (Ι) τοῦ πολωμένου φωτός πού βγαίνει ἀπό τόν ἀναλύτη εἶναι ἀνάλογη μέ τό τετράγωνο τοῦ συνημιτόνου τῆς γωνίας (φ) πού σχηματίζουν μεταξύ τους οἱ κύριες τομές τῶν δύο πρισμάτων (ἑπομένως καί τά ἐπίπεδα ταλαντώσεως). Ὥστε εἶναι:

$$I = I_0 \cdot \text{συν}^2\varphi$$

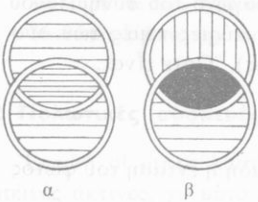
Γιά $\varphi = 0^o$ (nicol παράλληλα) εἶναι $I = I_0$, δηλαδή ἡ ἔνταση τοῦ φωτός ἔχει τή μέγιστη τιμή.



Σχ. 48. Δύο πρίσματα Nicol πού χρησιμοποιοῦνται τό ἕνα ὡς πολωτής καί τό ἄλλο ὡς ἀναλύτης.



Σχ. 49. Πλακίδια τουρμαλίνη πού χρησιμοποιοῦνται τό ἕνα ὡς πολωτής καί τό ἄλλο ὡς ἀναλύτης.
(α πλακίδια παράλληλα, β πλακίδια διασταυρωμένα).



Σχ. 50. Σχηματική παράσταση δίσκων ἀπό Polaroid.
(α δίσκοι παράλληλοι, β δίσκοι διασταυρωμένοι).

Γιά $\varphi = 90^0$ (nicol διασταυρωμένα) εἶναι $I = 0$, δηλαδή ὁ ἀναλύτης καταργεῖ τή φωτεινή ἀκτίνα.

β. Πλακίδια τουρμαλίνη. Οἱ κρύσταλλοι *τοῦ τουρμαλίνη* ἔχουν κόκκινο ἤ πράσινο χρῶμα καί εἶναι διπλοθλαστικοί. Ἕνα πλακίδιο τουρμαλίνη (πάχους 1 ὥς 2 mm), πού ἔχει κοπεῖ κάθετα στόν ὀπτικό ἄξονα, ἀπορροφᾶ τελείως τήν τακτική ἀκτίνα καί ἀφήνει νά περάσει μόνο *ἡ ἔκτακτη ἀκτίνα* πού εἶναι ὁλικά πολωμένη. Ἔτσι αὐτό τό πλακίδιο ἀποτελεῖ ἕναν *πολωτή*. Ἕνα δεύτερο ὅμοιο πλακίδιο μπορεῖ νά χρησιμοποιηθεῖ ὡς *ἀναλύτης* (σχ. 49). Ὅταν τά δύο πλακίδια εἶναι παράλληλα, ἀπό τόν ἀναλύτη βγαίνει ἡ πολωμένη ἀκτίνα πού πέφτει πάνω του, ἐνῶ, ὅταν τά δύο πλακίδια εἶναι διασταυρωμένα, ὁ ἀναλύτης καταργεῖ τή φωτεινή ἀκτίνα.

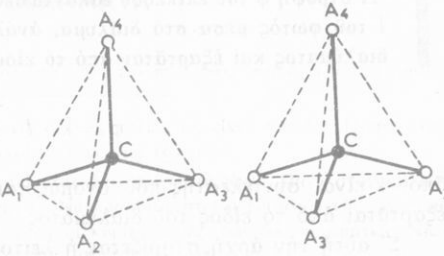
γ. Polaroid. Σέ πολλές περιπτώσεις ὡς πολωτική συσκευή (πολωτής-ἀναλύτης) χρησιμοποιοῦμε δύο πλακίδια polaroid (σχ. 50).

20. Στροφή τοῦ ἐπιπέδου ταλαντώσεως τοῦ πολωμένου φωτός

Ἔχουμε ἕναν πολωτή καί ἕναν ἀναλύτη στή θέση *διασταυρώσεως*. Τότε τά ἐπίπεδα ταλαντώσεως στόν πολωτή καί στόν ἀναλύτη εἶναι *κάθετα* μεταξύ τους. Πάνω στόν πολωτή πέφτει μιά ἀκτίνα *μονοχρωματικοῦ φυσικοῦ φωτός* (στήν πραγματικότητα εἶναι λεπτή δέσμη παράλληλων ἀκτίνων). Ἀπό τόν ἀναλύτη *δέν περνάει φῶς* (σχ. 51).

Σχ. 51. Τό διάλυμα προκαλεῖ στροφή τοῦ ἐπιπέδου ταλαντώσεως τοῦ πολωμένου φωτός κατά γωνία φ.

Μεταξύ τοῦ πολωτῆ καί τοῦ ἀναλύτη τοποθετοῦμε ἕνα γυάλινο δοχεῖο πού περιέχει *διάλυμα ζάχαρης*. Παρατηροῦμε ὅτι τώρα ἀπό τόν ἀναλύτη *περνάει φῶς*. Γιά νά καταργηθεῖ τό φῶς, πού περνάει ἀπό τόν ἀναλύτη, πρέπει *νά στρέψουμε* τόν ἀναλύτη γύρω ἀπό τόν ἄξονα τοῦ συστήματος κατά μιά ὁρισμένη γωνία φ. Ἄρα τό διάλυμα τῆς ζάχαρης προκάλεσε *στροφή τοῦ ἐπιπέδου ταλαντώσεως* κατά γωνία φ.



Σχ. 52. Μόριο ὀργανικῆς ἐνώσεως μέ ἀσύμμετρο ἄτομο ἄνθρακα.

α. Ὀπτικῶς ἐνεργά σώματα. Ἡ στροφή τοῦ ἐπιπέδου ταλαντώσεως προκαλεῖται ἀπό *τά μόρια ζάχαρης* πού ὑπάρχουν στό διάλυμα καί ὄχι ἀπό τά μόρια τοῦ νεροῦ. Λέμε ὅτι ἡ ζάχαρη ἔχει *στροφική ἱκανότητα*. Τά σώματα πού ἔχουν στροφική ἱκανότητα ὀνομάζονται *ὀπτικῶς ἐνεργά*.

Ἡ στροφική ἱκανότητα πού ἔχουν τά μόρια ὁρισμένων ὀργανικῶν ἐνώσεων (ὅπως ἡ γλυκόζη, ἡ ζάχαρη, τό τρυγικό ὀξύ, κ.ἄ.) ὀφείλεται στό ὅτι στό μόριό τους ὑπάρχει *ἀσύμμετρο ἄτομο ἄνθρακα*, δηλαδή ἄτομο ἄνθρακα πού οἱ τέσσερις μονάδες σθένους ἔχουν κορεστεῖ μέ τέσσερα διαφορετικά ἄτομα ἤ ρίζες (σχ. 52).

Γιά τόν παρατηρητή πού δέχεται στό μάτι του τό ἐξερχόμενο ἀπό τόν ἀναλύτη φῶς, ἡ φορά τῆς στροφῆς τοῦ ἐπιπέδου ταλαντώσεως γίνεται πρός τά δεξιά ἤ πρός τά ἀριστερά καί τότε τό ὀπτικῶς ἐνεργό σῶμα λέγεται ἀντίστοιχα *δεξιόστροφο* ἤ *ἀριστερόστροφο*.

Μοριακή καί κρυσταλλική στροφική ἱκανότητα. Οἱ ὀργανικές ἐνώσεις πού στό μόριό τους ἔχουν ἀσύμμετρο ἄτομο ἄνθρακα, παρουσιάζουν στροφική ἱκανότητα εἴτε βρίσκονται σέ στερεή κατάσταση, εἴτε εἶναι διαλυμένα. Λέμε ὅτι αὐτά τά σώματα ἔχουν *μοριακή στροφική ἱκανότητα*.

Ὁρισμένα σώματα (π.χ. ὁ χαλαζίας, τό χλωρικό νάτριο) ἔχουν στροφική ἱκανότητα, μόνο ὅταν βρίσκονται σέ κρυσταλλική κατάσταση καί τότε οἱ κρύσταλλοί τους ἔχουν κάποια *ἀσύμμετρη δομή*. Ὅταν μέ τήν τήξη ἤ τή διάλυση καταστραφεῖ ἡ κρυσταλλική δομή, τότε ἡ στροφική ἱκανότητά τους ἐξαφανίζεται. Λέμε ὅτι αὐτά τά σώματα ἔχουν *κρυσταλλική στροφική ἱκανότητα*.

β. Πολωσίμετρα. Ὅταν μεταξύ τοῦ πολωτῆ καί τοῦ ἀναλύτη τοποθετήσουμε διάλυμα ἑνός ὀπτικῶς ἐνεργοῦ σώματος, τότε βρίσκουμε ὅτι:

Ἡ στροφή φ τοῦ ἐπιπέδου ταλαντώσεως εἶναι ἀνάλογη μέ τή διαδρομή l τοῦ φωτός μέσα στό διάλυμα, ἀνάλογη μέ τή συγκέντρωση C τοῦ διαλύματος καί ἐξαρτᾶται ἀπό τό εἶδος τοῦ διαλύματος.

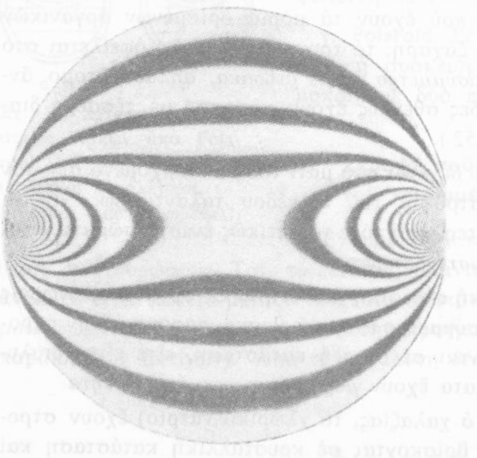
$$\varphi = k \cdot l \cdot C$$

ὅπου k εἶναι συντελεστής πού ὀνομάζεται *εἰδική στροφική ἱκανότητα* καί ἐξαρτᾶται ἀπό τό εἶδος τοῦ διαλύματος.

Σ' αὐτή τήν ἀρχή στηρίζεται ἡ λειτουργία εἰδικῶν ὀργάνων πού λέγονται *πολωσίμετρα* καί χρησιμοποιοῦνται γιά τή γρήγορη μέτρηση τῆς συγκεντρώσεως C ἑνός διαλύματος. Συνήθως ἡ μέτρηση γίνεται μέ μιά ἁπλή ἀνάγνωση πάνω στήν κλίμακα τοῦ ὀργάνου.

21* Διπλή διάθλαση σέ ὀπτικῶς ἰσότροπα ὑλικά

Ἡ διπλή διάθλαση ὀφείλεται σέ ὀπτική ἀνισοτροπία τοῦ ὑλικοῦ. Ἡ διπλή διάθλαση ἐμφανίζεται καί σέ ὀπτικῶς ἰσότροπα ὑλικά, ὅταν διάφορα ἐξωτερικά αἴτια καταστρέψουν τήν ἰσότροπη δομή τοῦ ὑλικοῦ. Ἔτσι μιά γυάλινη πλάκα γίνεται διπλοθλαστική μέ διάφορα μηχανικά αἴτια, π.χ. μέ ἕλκυσμό, συμπίεση ἤ κάμψη. Τό φαινόμενο αὐτό ὀνομάζεται *φωτοελαστικότητα* καί ἐφαρμόζεται στήν τεχνική γιά τή μελέτη τῶν ἐσωτερικῶν δυνάμεων πού ἀναπτύσσονται μέσα σέ ἕνα ὑλικό, ἐξαιτίας ἐξωτερικῶν αἰτίων. Γι' αὐτό τό σκοπό κατασκευάζεται ἕνα μικρό διαφανές ὑπόδειγμα τοῦ σώματος καί ἐξετάζεται στό πολωμένο φῶς (σχ. 53).



Σχ. 53. Εἰκόνα ὀπτικῶς ἰσότροπου δίσκου πού συμπιέζεται κατά τή διεύθυνση μιᾶς διαμέτρου του.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

28. Πόση εἶναι ἡ γωνία ὁλικῆς πολώσεως γιά τήν πυριτύαλο πού ἔχει δείκτη διαθλάσεως σχετικά μέ τόν ἀέρα $n = 1{,}744$;

29. Γιά ἕνα διαφανές ὑλικό ἡ γωνία ὁλικῆς πολώσεως εἶναι $\pi = 55^0$. Πόσος εἶναι ὁ δείκτης διαθλάσεως αὐτοῦ τοῦ ὑλικοῦ σχετικά μέ τόν ἀέρα;

30. Μιά πολωτική συσκευή ἀποτελεῖται ἀπό πρίσματα Nicol. Πάνω στόν πολωτή πέφτει φωτεινή δέσμη πού ἔχει ἔνταση I_0. Νά προσδιοριστεῖ ἡ ἔνταση I τῆς φωτεινῆς δέσμης πού βγαίνει ἀπό τή συσκευή, ὅταν οἱ κύριες τομές τῶν δύο πρισμάτων Nicol σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία φ ἴση μέ 30^0, 45^0 καί 60^0.

31. Σέ μιά πολωτική συσκευή μέ πρίσματα Nicol βρέθηκε ὅτι ὁ λόγος τῆς ἐντάσεως I_0 τοῦ φωτός πού πέφτει στόν πολωτή πρός τήν ἔνταση I τοῦ φωτός πού βγαίνει ἀπό τή συσκευή εἶναι $I_0/I = 2$. Πόση εἶναι ἡ γωνία φ πού σχηματίζουν τότε μεταξύ τους οἱ κύριες τομές τῶν δύο πρισμάτων;

32. Γιά ἕνα διπλοθλαστικό κρύσταλλο καί γιά ὁρισμένη ἀκτινοβολία μήκους κύματος $\lambda = 6000$ Å ὁ δείκτης διαθλάσεως γιά τήν τακτική ἀκτίνα εἶναι $n_O = 1{,}658$ καί γιά τήν ἔκτακτη ἀκτίνα εἶναι $n_E = 1{,}486$. Νά βρεθεῖ τό ἐλάχιστο πάχος ἑνός πλακιδίου ἀπό τό ὑλικό τοῦ κρυστάλλου, ὥστε ἐξαιτίας τοῦ πλακιδίου οἱ παραπάνω δύο ἀκτίνες, ὅταν βγαίνουν ἀπό τό πλακίδιο, νά παρουσιάζουν διαφορά φάσεως $\varphi = \pi/2$.
Ταχύτητα τοῦ φωτός στό κενό $c = 3 \cdot 10^8$ m/sec.

Νόμοι τῆς ἀκτινοβολίας

22. Ἡ ἐκπομπή ἀκτινοβολιῶν ἀπό θερμό στερεό σῶμα

Ἡ πιό συνηθισμένη πηγή φωτός εἶναι *τό διάπυρο σύρμα βολφραμίου* πού ἔχει ὁ λαμπτήρας πυρακτώσεως. Ἄν παρακολουθήσουμε τή βαθμιαία θέρμανση ἑνός στερεοῦ παρατηροῦμε τά ἑξῆς:

Σέ θερμοκρασία 300°C ὅλη ἡ ἐνέργεια πού *ἐκπέμπει* τό σῶμα μεταφέρεται ἀπό ἠλεκτρομαγνητικά κύματα πού ἔχουν μῆκος κύματος λ *μεγαλύτερο* ἀπό τό μῆκος κύματος τῆς ὁρατῆς ἐρυθρῆς ἀκτινοβολίας. Αὐτές τίς ἀκτινοβολίες πού ἐκπέμπει τότε τό σῶμα τίς λέμε *ὑπέρυθρες ἀκτινοβολίες* καί τίς ἀντιλαμβανόμαστε, ὅταν φέρουμε τό χέρι μας κοντά σέ ἕνα θερμό ἠλεκτρικό σίδερο σιδερώματος (διάδοση τῆς θερμότητας μέ ἀκτινοβολία). Ὅταν τό σῶμα ἀποκτήσει θερμοκρασία γύρω στούς 800°C, τότε τό σῶμα ἐκπέμπει καί ἐνέργεια μέ τή μορφή *ὁρατῶν ἐρυθρῶν ἀκτινοβολιῶν*.

Σέ θερμοκρασία πάνω ἀπό 2000°C (ὅση περίπου εἶναι ἡ θερμοκρασία τοῦ σύρματος σέ ἕνα λαμπτήρα πυρακτώσεως) τό σῶμα ἐκπέμπει *ὅλες τίς* *ὁρατές ἀκτινοβολίες* καί μαζί μέ αὐτές ἐκπέμπει καί ἀόρατες ἀκτινοβολίες πού ἔχουν μῆκος κύματος λ *μικρότερο* ἀπό τό μῆκος κύματος τῆς ὁρατῆς ἰώδους ἀκτινοβολίας. Αὐτές τίς ἀόρατες ἀκτινοβολίες τίς λέμε *ὑπεριώδεις ἀκτινοβολίες*. Ὥστε:

Ἕνα θερμό στερεό σῶμα ἐκπέμπει ἕνα συνεχές φάσμα ἀκτινοβολιῶν πού ἡ ἔκτασή του πρός τά μικρότερα μήκη κύματος ἐξαρτᾶται ἀπό τή θερμοκρασία τοῦ σώματος.

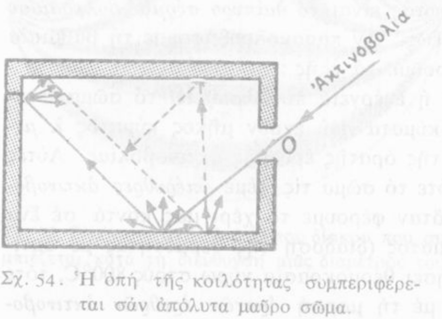
23. Ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα

Θά θεωρήσουμε μόνο *ἀδιαφανή* σώματα. Ὅταν πάνω σέ ἕνα ἀδιαφανές σῶμα πέφτει μιά ἠλεκτρομαγνητική ἀκτινοβολία μέ ὁποιοδήποτε μῆκος κύματος, τότε ἕνα μέρος τῆς ἐνέργειας πού μεταφέρει ἡ ἀκτινοβολία *ἀπορροφᾶται* ἀπό τό σῶμα καί τό ὑπόλοιπο μέρος τῆς ἐνέργειας *ἀνακλᾶται* καί *διαχέεται* ἀπό τήν ἐπιφάνεια τοῦ σώματος. Τό ποσοστό τῆς ἐνέργειας πού *ἀπορροφᾶται* ἀπό τό σῶμα ἐξαρτᾶται ἀπό *τό εἶδος τῆς ἐπιφάνειας* τοῦ σώματος.

Στή Φυσική γιά τή μελέτη τῶν ἀκτινοβολιῶν δεχόμαστε ὅτι ὑπάρχει μιά ἐπιφάνεια πού ἀπορροφᾶ *ὅλες τίς ἀκτινοβολίες* πού πέφτουν πάνω της καί οὔτε ἀνακλᾶ οὔτε διαχέει τίς ἀκτινοβολίες. Λέμε ὅτι αὐτή ἡ ἐπιφάνεια εἶναι μιά *ἰδανική μαύρη ἐπιφάνεια* καί τό σῶμα πού ἔχει τέτοια ἐπιφάνεια τό ὀνομάζουμε *ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα* ἤ καί ἁπλά *μαῦρο σῶμα* (*).

Πρακτικά μιά ἐπιφάνεια πού ἔχει σκεπαστεῖ μέ ἕνα στρῶμα καπνιᾶς (αἰθάλης) συμπεριφέρεται σάν μαῦρο σῶμα.

Μιά κοιλότητα ἔχει μιά μικρή ὀπή (σχ. 54). Ἀπό τά τοιχώματα τῆς κοιλότητας δέν περνοῦν οἱ ἀκτινοβολίες. Ὅταν μιά ἀκτινοβολία περάσει ἀπό τήν ὀπή καί μπεῖ μέσα στήν κοιλότητα, τότε ἡ ἀκτινοβολία παθαίνει μέσα στήν κοιλότητα πολλές ἀνακλάσεις καί διαχύσεις καί τελικά ἡ ἀκτινοβολία *ἀπορροφᾶται ὁλοκληρωτικά* ἀπό τήν κοιλότητα, ὁποιοδήποτε καί ἄν εἶναι τό μῆκος κύματος τῆς ἀκτινοβολίας.



Σχ. 54. Ἡ ὀπή τῆς κοιλότητας συμπεριφέρεται σάν ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα.

---

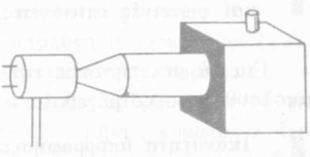
* Τό ἀδιαφανές σῶμα, πού ἡ ἐπιφάνειά του οὔτε ἀνακλᾶ οὔτε διαχέει τίς ἀκτινοβολίες, τό βλέπουμε μαῦρο.

Ἔτσι ἡ ὀπή συμπεριφέρεται σάν *ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα*, γιατί ἀπορροφᾶ ὅλες τίς ἀκτινοβολίες πού πέφτουν πάνω της.

Ἀντίστροφα, ἄν ἡ παραπάνω κοιλότητα ἀποκτήσει ὁρισμένη θερμοκρασία, τότε ἀπό τήν ὀπή *βγαίνει* ἀκτινοβολία πού ὀνομάζεται *ἀκτινοβολία τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος*. Αὐτή ἡ ἀκτινοβολία ἐξαρτᾶται *μόνο ἀπό τή θερμοκρασία* τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος. Ἡ φύση τῶν τοιχωμάτων τῆς κοιλότητας δέν παίζει κανένα ρόλο.

24. Ἱκανότητα ἐκπομπῆς

Ἔχουμε ἕνα χάλκινο κυβικό δοχεῖο πού οἱ τέσσερις κατακόρυφες ἕδρες του ἔχουν διαφορετική τήν ἐξωτερική ἐπιφάνειά τους, π.χ. ἡ πρώτη ἕδρα ἔχει σκεπαστεῖ μέ καπνιά, ἡ δεύτερη εἶναι γυαλιστερή, ἡ τρίτη εἶναι ἀνώμαλη καί τραχιά καί ἡ τέταρτη εἶναι λευκή (σχ. 55). Γεμίζουμε τό δοχεῖο μέ ζεστό νερό. Τότε οἱ ἕδρες τοῦ δοχείου ἔχουν *τήν ἴδια θερμοκρασία*. Μέ ἕνα εὐπαθές θερμομετρικό ὄργανο (π.χ. θερμοηλεκτρική στήλη) βρίσκουμε ὅτι οἱ τέσσερις ἕδρες *ἀκτινοβολοῦν διαφορετικές ποσότητες ἐνέργειας*. Ἔτσι ἀπό τό πείραμα βρίσκουμε ὅτι:



Σχ. 55. Ἡ ἐκπομπή ἀκτινοβολίας ἐξαρτᾶται ἀπό τή φύση τῆς ἐπιφάνειας τοῦ σώματος.

Στήν ἴδια θερμοκρασία οἱ σκοτεινές καί τραχιές ἐπιφάνειες ἀκτινοβολοῦν ἐντονότερα ἀπό τίς γυαλιστερές καί φωτεινές ἐπιφάνειες.

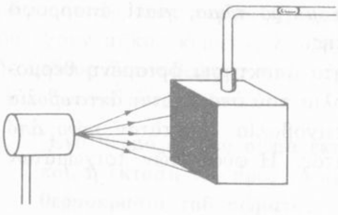
Γιά νά μελετήσουμε *τήν ἐκπομπή τῶν ἀκτινοβολιῶν* ὁρίζουμε τό ἀκόλουθο φυσικό μέγεθος:

Ἱκανότητα ἐκπομπῆς ($E_{\lambda,T}$) ἑνός σώματος, γιά ὁρισμένο μῆκος κύματος λ καί γιά ὁρισμένη ἀπόλυτη θερμοκρασία T, ὀνομάζεται ἡ ἰσχύς τήν ὁποία ἀκτινοβολεῖ ἡ μονάδα τῆς ἐπιφάνειας τοῦ σώματος.

Συνήθως ἡ ἱκανότητα ἐκπομπῆς E μετριέται σέ Watt/cm².

25. Ἱκανότητα ἀπορροφήσεως

Ἔχουμε τό χάλκινο κυβικό δοχεῖο πού χρησιμοποιήσαμε γιά τή μελέτη τῆς ἐκπομπῆς τῶν ἀκτινοβολιῶν (σχ. 55). Τό δοχεῖο περιέχει τώρα ἀέρα καί στήν πάνω ἕδρα του εἶναι στερεωμένος ἕνας λεπτός ὁριζόντιος σωλήνας μέ μιά μικρή σταγόνα ὑδραργύρου πού χρησιμεύει ὡς δείκτης



Σχ. 56. Ἡ ἀπορρόφηση ἀκτινοβολίας ἐξαρτᾶται ἀπό τή φύση τῆς ἐπιφάνειας τοῦ σώματος.

(σχ. 56). Ἀφήνουμε νά πέσει πάνω στή μιά ἕδρα τοῦ δοχείου ἀκτινοβολία, ὥσπου νά ἀποκαταστ θεῖ θερμική ἰσορροπία, δηλαδή ὥσπου νά πάψει νά μετακινεῖται ἡ σταγόνα τοῦ ὑδραργύρου. Ἄν ἐπαναλάβουμε τό πείραμα διαδοχικά μέ ὅλες τίς ἕδρες τοῦ δοχείου, βρίσκουμε ὅτι οἱ τέσσερις ἕδρες τοῦ δοχείου *ἀπορροφοῦν διαφορετικές ποσότητες ἐνέργειας* ἀπό τήν ἀκτινοβολία πού πέφτει πάνω τους. Ἔτσι ἀπό τό πείραμα βρίσκουμε ὅτι:

Ἀπό τήν ἀκτινοβολία πού πέφτει πάνω τους οἱ σκοτεινές καί οἱ τραχιές ἐπιφάνειες ἀπορροφοῦν περισσότερη ἐνέργεια ἀπό τίς γυαλιστερές καί φωτεινές ἐπιφάνειες.

Γιά νά μελετήσουμε *τήν ἀπορρόφηση τῶν ἀκτινοβολιῶν* όρίζουμε τό ἀκόλουθο φυσικό μέγεθος:

Ἱκανότητα ἀπορροφήσεως ($A_{\lambda,T}$) ἑνός σώματος, γιά ὁρισμένο μῆκος κύματος λ καί γιά ὁρισμένη ἀπόλυτη θερμοκρασία Τ, ὀνομάζεται ὁ λόγος τῆς ἰσχύος πού ἀπορροφᾶ τό σῶμα πρός τήν ἰσχύ πού πέφτει πάνω του.

$$\boxed{\text{ἱκανότητα ἀπορροφήσεως } (A_{\lambda,T}) = \frac{\text{ἀπορροφώμενη ἰσχύς}}{\text{προσπίπτουσα ἰσχύς}}}$$

Ἡ ἱκανότητα ἀπορροφήσεως εἶναι καθαρός ἀριθμός. Ἐπειδή τό ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα ἀπορροφᾶ ὁλοκληρωτικά τήν ἐνέργεια τῆς ἀκτινοβολίας πού πέφτει πάνω του, συμπεραίνουμε ὅτι:

Τό ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα, γιά ὅλες τίς ἀκτινοβολίες, ἔχει ἱκανότητα ἀπορροφήσεως ἴση μέ τή μονάδα.

$$\boxed{\text{ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα} \quad A_{\lambda,T} = 1}$$

26. Νόμος τοῦ Kirchhoff

Ἡ ἱκανότητα ἐκπομπῆς ἑνός σώματος ἐξαρτᾶται ἀπό τή θερμοκρασία τοῦ σώματος καί τό εἶδος τῆς ἐπιφάνειάς του. Γιά ὁρισμένο μῆκος κύματος λ καί γιά ὁρισμένη ἀπόλυτη θερμοκρασία T ἡ ἱκανότητα ἐκπομπῆς ($E_{\lambda,T}$) καί ἡ ἱκανότητα ἀπορροφήσεως ($A_{\lambda,T}$) συνδέονται μεταξύ τους μέ μιά θεμελιώδη σχέση πού τήν ἐκφράζει ὁ ἀκόλουθος *νόμος τοῦ Kirchhoff*:

Γιά τό ἴδιο μῆκος κύματος λ καί γιά τήν ἴδια ἀπόλυτη θερμοκρασία T τό πηλίκο τῆς ἱκανότητας ἐκπομπῆς ($E_{\lambda,T}$) διά τῆς ἱκανότητας ἀπορροφήσεως ($A_{\lambda,T}$) εἶναι γιά ὅλα τά σώματα σταθερό.

νόμος τοῦ Kirchhoff $$\frac{E_{\lambda,T}}{A_{\lambda,T}} = f_{\lambda,T}$$

Ἄς θεωρήσουμε ἕνα σῶμα Σ πού ἔχει ἀπόλυτη θερμοκρασία T, ἐκπέμπει ἀκτινοβολία μέ μῆκος κύματος λ, ἔχει ἱκανότητα ἐκπομπῆς $E_{\Sigma}(\lambda,T)$ καί ἱκανότητα ἀπορροφήσεως $A_{\Sigma}(\lambda,T)$. Τό ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα M γιά τήν ἴδια ἀπόλυτη θερμοκρασία T καί γιά τό ἴδιο μῆκος κύματος λ ἔχει ἱκανότητα ἐκπομπῆς $E_{M}(\lambda,T)$ καί ἱκανότητα ἀπορροφήσεως $A_{M}(\lambda,T)$. Τότε σύμφωνα μέ τό νόμο τοῦ Kirchhoff ἰσχύει ἡ ἐξίσωση:

$$\frac{E_{\Sigma}(\lambda,T)}{A_{\Sigma}(\lambda,T)} = \frac{E_{M}(\lambda,T)}{A_{M}(\lambda,T)} = \text{σταθ.} \qquad (1)$$

Ἐπειδή γιά τό ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα εἶναι:

$$A_{M}(\lambda,T) = 1$$

ἀπό τήν ἐξίσωση (1) βρίσκουμε:

$$\frac{E_{\Sigma}(\lambda,T)}{A_{\Sigma}(\lambda,T)} = E_{M}(\lambda,T) \qquad (2)$$

Γιά κάθε ἄλλο σῶμα, ἐκτός ἀπό τό ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα, ἡ ἱκανότητα ἀπορροφήσεως εἶναι μικρότερη ἀπό τή μονάδα, δηλαδή εἶναι $A_{\Sigma}(\lambda,T) < 1$. Ἀπό τήν ἐξίσωση (2) βρίσκουμε:

$$E_{\Sigma}(\lambda,T) = A_{\Sigma}(\lambda,T) \cdot E_{M}(\lambda,T) \quad \text{ἄρα} \quad E_{\Sigma}(\lambda,T) < E_{M}(\lambda,T)$$

Ἡ τελευταία σχέση φανερώνει ὅτι:

Ἡ ἱκανότητα ἐκπομπῆς τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος εἶναι μεγαλύτερη ἀπό τήν ἱκανότητα ἐκπομπῆς ὁποιουδήποτε ἄλλου σώματος.

Ἡ ἐξίσωση (2) φανερώνει ὅτι ἰσχύει καί ἡ ἀκόλουθη σχέση:

Τό πηλίκο τῆς ἱκανότητας ἐκπομπῆς πρός τήν ἱκανότητα ἀπορροφήσεως ἑνός σώματος εἶναι ἴσο μέ τήν ἱκανότητα ἐκπομπῆς τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος.

$$\frac{\text{ἱκανότητα ἐκπομπῆς σώματος}}{\text{ἱκανότητα ἀπορροφήσεως σώματος}} = \begin{matrix}\text{ἱκανότητα ἐκπομπῆς} \\ \text{ἀπόλυτα μαύρου σώματος}\end{matrix}$$

27. Νόμος Stefan - Boltzmann

Ἕνα θερμό σῶμα ἐκπέμπει πολλές ἀκτινοβολίες πού ἔχουν διάφορα μήκη κύματος καί μεταφέρουν ἐνέργεια. Ὁ Stefan πειραματικά καί ἀργότερα ὁ Boltzmann θεωρητικά βρῆκαν τό νόμο πού ἰσχύει γιά *τήν ὁλική ἰσχύ* τῶν ἀκτινοβολιῶν πού ἐκπέμπει τό ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα. Ἔτσι γιά τή θερμική ἐκπομπή τῶν ἀκτινοβολιῶν ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος *νόμος Stefan - Boltzman*:

Ἡ ὁλική ἰσχύς ($P_{ολ}$) πού ἀκτινοβολεῖ τό ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα, εἶναι ἀνάλογη μέ τό ἐμβαδό (S) τῆς ἐπιφάνειας τοῦ σώματος καί ἀνάλογη μέ τήν τέταρτη δύναμη τῆς ἀπόλυτης θερμοκρασίας (T) τοῦ σώματος.

νόμος Stefan - Boltzmann $\quad P_{ολ} = \sigma \cdot S \cdot T^4$

ὅπου σ εἶναι *ἡ σταθερή Stefan - Boltzmann* καί εἶναι ἴση μέ:

σταθερή Stefan - Boltzmann

$$\sigma = 5{,}669 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot grad^{-4}}$$

α. Ἐνέργεια πού ἀποβάλλει ἤ παίρνει ἕνα σῶμα. Κάθε σῶμα, ὁποιαδήποτε καί ἄν εἶναι ἡ θερμοκρασία του, *ἐκπέμπει* θερμικές ἀκτινοβολίες καί ἑπομένως *ἀποβάλλει* ἐνέργεια. Ἀλλά ταυτόχρονα πάνω σ' αὐτό τό σῶμα πέφτουν συνεχῶς ἀκτινοβολίες πού ἐκπέμπονται ἀπό τό περιβάλλον τοῦ σώματος. Μερικές ἀπό αὐτές τίς ἀκτινοβολίες ἀνακλῶνται πάνω στήν ἐπιφάνεια τοῦ σώματος, ἄλλες ὅμως ἀκτινοβολίες *ἀπορροφοῦνται* ἀπό τό σῶμα καί ἡ ἐνέργειά τους μετατρέπεται *σέ* ἐσωτερική ἐνέργεια τοῦ σώματος.

Ἡ διαφορά μεταξύ τῆς ἐνέργειας πού *ἐκπέμπει* τό σῶμα καί τῆς ἐνέργειας πού *ἀπορροφᾶ* τό σῶμα εἶναι ἡ ἐνέργεια τήν ὁποία ἤ *ἀποβάλλει* τό σῶμα στό περιβάλλον του ἤ *παίρνει* τό σῶμα ἀπό τό περιβάλλον του.

Θεωροῦμε ἕνα σῶμα πού ἔχει ἀπόλυτη θερμοκρασία $T_Σ$, ἡ ἐπιφάνειά του ἔχει ἐμβαδό S καί ὁ συντελεστής ἰσχύος σχετικά μέ τό ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα εἶναι ε. Στή διάρκεια τοῦ χρόνου t :

τό σῶμα ἐκπέμπει ἐνέργεια $W_{\Sigma} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot T_{\Sigma}^4 \cdot t$

Ἄν τό περιβάλλον ἔχει ἀπόλυτη θερμοκρασία T_{Π}, τότε στή διάρκεια τοῦ χρόνου t :

τό σῶμα παίρνει ἐνέργεια $W_{\Pi} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot T_{\Pi}^4 \cdot t$

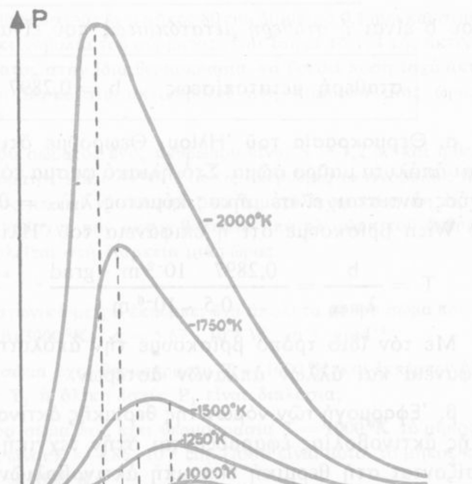
Ἑπομένως στή διάρκεια τοῦ χρόνου t τό σῶμα *ἀποβάλλει* ἤ *παίρνει* ἐνέργεια ἴση μέ:

$W = W_{\Sigma} - W_{\Pi}$ ἤ $\boxed{W = \varepsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot (T_{\Sigma}^4 - T_{\Pi}^4) \cdot t}$

28. Νόμος τοῦ Wien

Ἡ ἰσχύς πού ἐκπέμπει ἕνα σῶμα κατά μονάδα τῆς ἐπιφάνειάς του ἐξαρτᾶται ἀπό τή φύση τῆς ἐπιφάνειας τοῦ σώματος καί ἀπό τή θερμοκρασία. Ἔτσι π.χ. ἕνα συμπαγές κομμάτι χαλκοῦ στή θερμοκρασία 373° K ἐκπέμπει περίπου 0,03 W/cm² καί στή θερμοκρασία 1273° K ἐκπέμπει 4 W/cm². Σέ καθεμιά ἀπό αὐτές τίς θερμοκρασίες τό σῶμα ἐκπέμπει ἰσχύ ἡ ὁποία μεταφέρεται ἀπό ἕνα μίγμα ἀκτινοβολιῶν πού ἔχουν διάφορα μήκη κύματος καί ἀποτελοῦν ἕνα φάσμα.

Ἄν γιά κάθε θερμοκρασία ἐξετάσουμε πῶς κατανέμεται στό φάσμα τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος ἡ ἰσχύς πού ἐκπέμπεται κατά μονάδα ἐπιφάνειας τοῦ σώματος, τότε παίρνουμε μιά καμπύλη πού παρουσιάζει ἕνα *μέγιστο* ἐκπομπῆς



Σχ. 57. Κατανομή τῆς ἰσχύος στό φάσμα τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος σέ συνάρτηση μέ τό μῆκος κύματος λ (τό λ σέ μm).

ἰσχύος (σχ. 57). Αὐτό τό μέγιστο ἀντιστοιχεῖ σέ ὁρισμένο μῆκος κύματος πού ὀνομάζεται *μῆκος κύματος τοῦ μέγιστου τῆς ἰσχύος* (λ_{max}). Τό ἐμβαδό τῆς ἐπιφάνειας πού περιλαμβάνεται μεταξύ τῆς κάθε καμπύλης καί τοῦ ὁριζόντιου ἄξονα παριστάνει τήν ὁλική ἰσχύ πού ἐκπέμπεται κατά μονάδα ἐπιφάνειας.

Μέ τό πείραμα βρίσκουμε ὅτι, ὅταν *αὐξάνεται* ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος, τό μῆκος κύματος τοῦ μέγιστου τῆς ἰσχύος *ἐλαττώνεται*, δηλαδή ἡ αἰχμή τῆς καμπύλης μετατοπίζεται *πρός τά μικρότερα* μήκη κύματος. Ἀπό τήν πειραματική καί τή θεωρητική μελέτη τῆς κατανομῆς τῆς ἐνέργειας στό φάσμα τῆς θερμικῆς ἐκπομπῆς ἀκτινοβολιῶν βρέθηκε ὁ ἀκόλουθος *νόμος τοῦ Wien* :

Ὅταν ὑψώνεται ἡ ἀπόλυτη θερμοκρασία (T) τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος, τό μῆκος κύματος τοῦ μέγιστου τῆς ἰσχύος (λ_{max}) ἐλαττώνεται, ἀλλά τό γινόμενο τοῦ μήκους κύματος τοῦ μέγιστου τῆς ἰσχύος ἐπί τήν ἀπόλυτη θερμοκρασία τοῦ σώματος διατηρεῖται σταθερό.

$$\boxed{\text{νόμος τοῦ Wien} \qquad \lambda_{max} \cdot T = b}$$

ὅπου b εἶναι *ἡ σταθερή μετατοπίσεως* πού εἶναι ἴση μέ:

$$\boxed{\text{σταθερή μετατοπίσεως} \qquad b = 0{,}2897 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \cdot \text{grad}}$$

α. Θερμοκρασία τοῦ Ἡλίου. Θεωροῦμε ὅτι *ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Ἡλίου* εἶναι ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα. Στό ἡλιακό φάσμα τό μέγιστο τῆς ἐκπεμπόμενης ἰσχύος ἀντιστοιχεῖ σέ μῆκος κύματος $\lambda_{max} = 0{,}5 \cdot 10^{-6}$ m. Ἀπό τό νόμο τοῦ Wien βρίσκουμε ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Ἡλίου ἔχει θερμοκρασία:

$$T = \frac{b}{\lambda_{max}} = \frac{0{,}2897 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \cdot \text{grad}}{0{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{m}} \qquad \text{καί} \qquad T = 5794^\circ\ \text{K}$$

Μέ τόν ἴδιο τρόπο βρίσκουμε τήν ἀπόλυτη θερμοκρασία πού ἔχει ἡ ἐπιφάνεια καί ἄλλων ἀπλανῶν ἀστέρων.

β. Ἐφαρμογή τῶν νόμων τῆς θερμικῆς ἀκτινοβολίας. Οἱ νόμοι τῆς θερμικῆς ἀκτινοβολίας ἐφαρμόζονται στήν τεχνική τῶν φωτεινῶν πηγῶν πού βασίζονται στή θερμική ἐκπομπή ἀκτινοβολιῶν (π.χ. οἱ ἠλεκτρικοί λαμπτῆρες πυρακτώσεως). Κάθε τέτοια φωτεινή πηγή ἐκπέμπει ἕνα ἀρκετά μεγάλο φάσμα ἀπό ἀόρατες καί ὁρατές ἀκτινοβολίες. Ἀλλά τό μάτι μας εἶναι εὐαίσθητο μόνο ἀπό τίς ὁρατές ἀκτινοβολίες πού ἀποτελοῦν μιά μικρή περιοχή ἀκτινοβολιῶν τοῦ φάσματος πού ἔχουν μήκη κύματος ἀπό $0{,}4 \cdot 10^{-6}$ m ὥς $0{,}8 \cdot 10^{-6}$ m περίπου. Στήν τεχνική τῶν φωτεινῶν πηγῶν φροντίζουμε τό μῆκος κύματος τοῦ μέγιστου τῆς ἰσχύος (λ_{max}) νά βρίσκεται μέσα στήν περιοχή τῶν ὁρατῶν ἀκτινοβολιῶν καί ὅσο τό δυνατό πιό κοντά στό μῆκος κύματος $\lambda = 0{,}55 \cdot 10^{-6}$ m, γιατί τό μάτι μας παρουσιάζει τή μεγαλύτερη εὐαισθησία στήν ἀκτινοβολία πού ἔχει αὐτό τό μῆκος κύματος.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

33. Μιά σφαίρα, πού ἔχει διάμετρο $2r = 2$ cm καί θεωρεῖται ὡς ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα, διατηρεῖται σέ σταθερή θερμοκρασία 600 ^{0}C. Πόση ἰσχύ ἐκπέμπει;
$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W $\cdot$ m$^{-2} \cdot$ grad^{-4}.

34. Σέ ἕναν ἠλεκτρικό λαμπτήρα πυρακτώσεως τό σύρμα ἔχει μῆκος 20 cm, διάμετρο 0,01 mm, σταθερή θερμοκρασία 2500^0 K καί βρίσκεται μέσα σέ σφαιρικό γυάλινο ἀερόκενο σωλήνα. Ἡ διάδοση θερμότητας μέ ἀγωγή καί μέ ρεύματα θεωρεῖται ἀσήμαντη. Πόση ἰσχύ ἀκτινοβολεῖ ὁ λαμπτήρας, ἄν ἡ ἀκτινοβολία τοῦ σύρματος εἶναι ἴση μέ τά 30 % τῆς ἀκτινοβολίας τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος στήν ἴδια θερμοκρασία;
$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W $\cdot$ m$^{-2} \cdot$ grad^{-4}

35. Τό σύρμα ἠλεκτρικῆς θερμάστρας ἔχει μῆκος 80 cm, διάμετρο 0,1 mm καί σταθερή θερμοκρασία 1400^0 K. Ἄν ἡ ἀκτινοβολία τοῦ σύρματος εἶναι ἴση μέ τό 1/4 τῆς ἀκτινοβολίας τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος στήν ἴδια θερμοκρασία, νά βρεθεῖ πόση ἰσχύ ἀκτινοβολεῖ ἡ θερμάστρα καί πόση θερμότητα ἀκτινοβολεῖ στή διάρκεια μιᾶς ὥρας.
$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W $\cdot$ m$^{-2} \cdot$ grad^{-4}.

36. Ἡ ὁλική ἐπιφάνεια τοῦ σώματος ἑνός ἀνθρώπου εἶναι $S = 1{,}2$ m^2 καί ἡ θερμοκρασία στήν ἐπιφάνεια τοῦ σώματος εἶναι 30 ^{0}C. Γιά τίς ὑπέρυθρες ἀκτινοβολίες ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἀνθρώπινου σώματος μπορεῖ νά θεωρηθεῖ κατά μεγάλη προσέγγιση ὡς ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα. Νά βρεθεῖ ἡ ἰσχύς πού ἀκτινοβολεῖται ἀπό τό σῶμα τοῦ ἀνθρώπου καί ἡ θερμότητα πού ἀκτινοβολεῖται στή διάρκεια μιᾶς ὥρας.
$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W $\cdot$ m$^{-2} \cdot$ grad^{-4}.

37. Πόση ἰσχύ κατά τετραγωνικό μέτρο ἐκπέμπει ἕνα ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα πού ἔχει θερμοκρασία : α) 300 ^{0}K καί β) 3000 ^{0}K; $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W $\cdot$ m$^{-2} \cdot$ grad^{-4}.

38. Ἕνα ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα ἔχει θερμοκρασία $T = 1000$ ^{0}K καί ἐκπέμπει ὁλική ἰσχύ P. Σέ ποιά θερμοκρασία T_1 ἡ ὁλική ἰσχύς P_1 εἶναι διπλάσια;

39. Γιά ἕνα ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα πού ἔχει θερμοκρασία $T = 1000$ ^{0}K τό μῆκος κύματος τοῦ μέγιστου τῆς ἰσχύος εἶναι $\lambda = 4{,}86 \cdot 10^{-5}$ cm. Πόσο εἶναι αὐτό τό μῆκος κύματος λ_1 στή θερμοκρασία $T_1 = 2000$ ^{0}K;

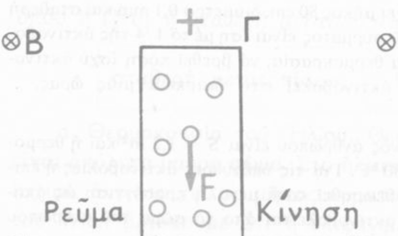
40. Ἕνας ἠλεκτρικός φοῦρνος ἔχει θερμοκρασία 1727 ^{0}C καί θεωρεῖται ὡς ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα. Στό τοίχωμα τοῦ φούρνου ὑπάρχει μικρό ἄνοιγμα πού ἔχει ἐμβαδό $S =$ 1 cm^2. Πόση ἰσχύς βγαίνει ἀπό τό ἄνοιγμα;

ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

Ἐπαγωγή

29. Δημιουργία ἐπαγωγικῆς τάσεως

Ἕνας εὐθύγραμμος ἀγωγός ΓΔ (σχ. 58) κινεῖται παράλληλα μέ τόν ἑαυτό του καί μέ σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ μέσα σέ ὁμογενές μαγνητικό πεδίο πού ἔχει μαγνητική ἐπαγωγή $\vec{B}$. Ὁ ἀγωγός κινεῖται κάθετα στίς δυναμικές γραμμές τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου, πού ἔχουν φορά ἀπό τό ἐμπρός πρός τό πίσω μέρος τοῦ σχήματος. Κατά τήν κίνηση τοῦ ἀγωγοῦ *μεταφέρονται* καί τά ἐλεύθερα ἠλεκτρόνια πού ὑπάρχουν μέσα στόν ἀγωγό. Αὐτή ὅμως ἡ μεταφορά κάθε ἐλεύθερου ἠλεκτρονίου *ἰσοδυναμεῖ μέ ἠλεκτρικό ρεῦμα* πού ἔχει συμβατική φορά ἀντίθετη μέ τή φορά τῆς ταχύτητας $\vec{\upsilon}$. Σύμφωνα μέ τό νόμο τοῦ Laplace πάνω στό κινούμενο ἠλεκτρόνιο ἀναπτύσσεται *ἠλεκτρομαγνητική δύναμη* πού ἔχει μέτρο:



Σχ. 58. Γιά τήν ἑρμηνεία τοῦ φαινομένου τῆς ἐπαγωγῆς.
(Οἱ δυναμικές γραμμές τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου εἶναι κάθετες στό ἐπίπεδο τοῦ σχήματος καί ἔχουν φορά ἀπό τό ἐμπρός πρός τό πίσω μέρος τοῦ σχήματος).

$$F = e \cdot \upsilon \cdot B \qquad (1)$$

Αὐτή ἡ δύναμη $\vec{F}$ κινεῖ τό ἠλεκτρόνιο πρός τήν ἄκρη Δ τοῦ ἀγωγοῦ. Ἔτσι οἱ ἠλεκτρομαγνητικές δυνάμεις, πού ἀναπτύσσονται πάνω στά ἐλεύθερα ἠλεκτρόνια τοῦ ἀγωγοῦ, προκαλοῦν *συσσώρευση* ἠλεκτρονίων στήν ἄκρη Δ τοῦ ἀγωγοῦ καί *ἔλλειψη* ἠλεκτρονίων στήν ἄκρη Γ τοῦ ἀγωγοῦ. Ἑπομένως στίς δύο ἄκρες τοῦ ἀγωγοῦ *ἐμφανίζονται ἑτερώνυμα ἠλεκτρικά φορτία*. Παρατηροῦμε ὅτι ἡ κίνηση τοῦ ἀγωγοῦ μέσα στό *μαγνητικό πε-*

δίο προκαλεῖ τό ἴδιο ἀποτέλεσμα πού θά τό εἴχαμε καί ἄν αὐτός ὁ ἀγωγός ἦταν *μέσα σέ ἠλεκτρικό πεδίο* πού ἔχει φορά ἀπό τήν ἄκρη Δ πρός τήν ἄκρη Γ καί ἡ ἔντασή του Ε ἔχει μέτρο:

$$E = \frac{F}{e} \quad \text{ἄρα} \quad E = \upsilon \cdot B \qquad (2)$$

Ἡ ἀφαίρεση ὅμως ἠλεκτρονίων ἀπό τήν ἄκρη Γ καί ἡ συσσώρευση ἠλεκτρονίων στήν ἄκρη Δ τοῦ ἀγωγοῦ δημιουργεῖ μέσα στόν ἀγωγό ἕνα *δεύτερο ἠλεκτρικό πεδίο* πού ἔχει φορά ἀπό τήν ἄκρη Γ πρός τήν ἄκρη Δ τοῦ ἀγωγοῦ. Ἡ ἐξαιτίας τῆς κινήσεως τοῦ ἀγωγοῦ μετακίνηση τῶν ἠλεκτρονίων πρός τήν ἄκρη Δ τοῦ ἀγωγοῦ συνεχίζεται, ὥσπου ἡ ἔνταση τοῦ δεύτερου ἠλεκτρικοῦ πεδίου γίνει ἴση καί ἀντίθετη μέ τήν ἔνταση τοῦ πρώτου ἠλεκτρικοῦ πεδίου. Ἔτσι, ὅσο διαρκεῖ ἡ κίνηση τοῦ ἀγωγοῦ ΓΔ μέσα στό μαγνητικό πεδίο, στίς ἄκρες τοῦ ἀγωγοῦ δημιουργεῖται μιά τάση πού ὀνομάζεται *ἐπαγωγική τάση*. Ἡ δημιουργία τῆς ἐπαγωγικῆς τάσεως στίς ἄκρες τοῦ ἀγωγοῦ ὀνομάζεται *ἐπαγωγή*. Ὥστε :

Ὅταν ἕνας εὐθύγραμμος ἀγωγός κινεῖται μέσα σέ μαγνητικό πεδίο, ὥστε νά τέμνει τίς δυναμικές γραμμές τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου, τότε μέσα στόν ἀγωγό προκαλεῖται μετακίνηση τῶν ἐλεύθερων ἠλεκτρονίων του, ἡ ὁποία δημιουργεῖ στίς ἄκρες τοῦ ἀγωγοῦ ἐπαγωγική τάση. Αὐτή διαρκεῖ, ὅσο διαρκεῖ καί ἡ κίνηση τοῦ ἀγωγοῦ.

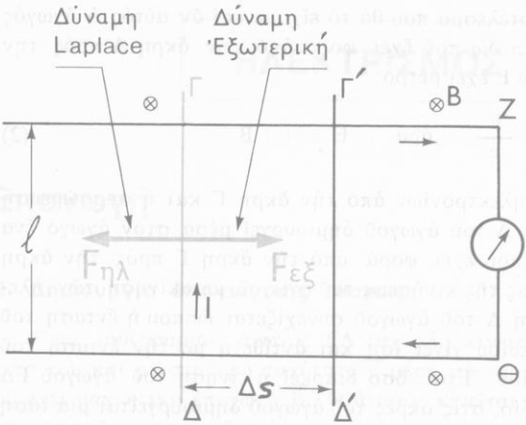
α. Ὑπολογισμός τῆς ἐπαγωγικῆς τάσεως. Στίς ἄκρες τοῦ ἀγωγοῦ δημιουργεῖται *ἡ ἐπαγωγική τάση* $U_{\varepsilon\pi\alpha\gamma}$. Ἄν ὁ ἀγωγός ἔχει μῆκος l καί τό ἠλεκτρικό πεδίο πού δημιουργεῖται μέσα στόν ἀγωγό ἔχει ἔνταση Ε, τότε *ἡ ἐπαγωγική τάση* πού δημιουργεῖται στίς ἄκρες τοῦ ἀγωγοῦ ΓΔ εἶναι ἴση μέ: $U_{\varepsilon\pi\alpha\gamma} = E \cdot l \cdot$ Ἄρα:

$$\boxed{\text{ἐπαγωγική τάση} \quad U_{\varepsilon\pi\alpha\gamma} = \upsilon \cdot B \cdot l} \quad \left| \begin{array}{l} \upsilon \text{ σέ m/sec} \\ B \text{ σέ T}, l \text{ σέ m} \\ U \text{ σέ V} \end{array} \right. \qquad (3)$$

Ἄν ἡ ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ ἤ ὁ ἀγωγός ΓΔ σχηματίζει γωνία α μέ τίς δυναμικές γραμμές τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου, τότε ἡ ἐξίσωση (3) γράφεται:

$$U_{\varepsilon\pi\alpha\gamma} = \upsilon \cdot B \cdot l \cdot \eta\mu\, \alpha$$

β. Ἐπαγωγικό ρεῦμα. Ἄν συνδέσουμε μέ σύρμα τίς δύο ἄκρες Γ καί Δ τοῦ κινούμενου ἀγωγοῦ, τότε σχηματίζεται κλειστό κύκλωμα πού διαρρέεται ἀπό ἐπαγωγικό ρεῦμα. Ὥστε τό ἐπαγωγικό ρεῦμα εἶναι *ἀποτέλεσμα τοῦ φαινομένου τῆς ἐπαγωγῆς*.



Σχ. 59. Γιά τόν ὑπολογισμό τῆς ἠλεκτρεργερτικῆς δυνάμεως ἀπό ἐπαγωγή.

(Οἱ δυναμικές γραμμές τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου εἶναι κάθετες στό ἐπίπεδο τοῦ σχήματος καί ἔχουν φορά ἀπό τό ἐμπρός πρός τό πίσω μέρος τοῦ σχήματος).

γ. Κλειστό κύκλωμα. Ὅταν ὁ ἀγωγός ΓΔ κινεῖται μέσα στό μαγνητικό πεδίο, τότε ὁ ἀγωγός ΓΔ συμπεριφέρεται σάν *γεννήτρια* πού εἶναι σέ *ἀνοιχτό κύκλωμα*, γιατί στίς ἄκρες Γ καί Δ τοῦ ἀγωγοῦ (πού ἰσοδυναμοῦν μέ τούς πόλους τῆς γεννήτριας) ἀναπτύσσεται τάση ($U_{επαγ}$) ἴση μέ *τήν ἠλεκτρεγερτική δύναμη* ($E_{επαγ}$) τῆς γεννήτριας.

Ἄς θεωρήσουμε ὅτι ὁ ἀγωγός ΓΔ κινεῖται κάθετα στίς δυναμικές γραμμές τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου καί γλιστράει χωρίς τριβή πάνω σέ ὁριζόντιους παράλληλους ἀγωγούς πού συνδέονται μέ ἀμπερόμετρο (σχ. 59). Ἔτσι σχηματίζεται *κλειστό κύκλωμα*. Μέ τήν ἐπίδραση *τῆς ἐξωτερικῆς δυνάμεως* $\vec{F}_{εξ}$ ὁ ἀγωγός στή διάρκεια τοῦ χρόνου Δt *μετακινεῖται ὁμαλά* κατά διαστήματα Δs καί τότε ἡ ἐξωτερική δύναμη *παράγει ἔργο*:

$$W = F_{εξ} \cdot \Delta s \qquad (4)$$

Στή διάρκεια τοῦ χρόνου Δt ὁ κινούμενος ἀγωγός ΓΔ συμπεριφέρεται σάν γεννήτρια μέ ἐπαγωγική *ἠλεκτρεγερτική δύναμη* $E_{επαγ}$ καί τό κύκλωμα διαρρέεται ἀπό ἐπαγωγικό ρεῦμα ἐντάσεως I. Τότε πάνω στόν ἀγωγό ΓΔ ἐνεργεῖ *ἠλεκτρομαγνητική δύναμη* $\vec{F}_{ηλ}$ πού εἶναι ἴση καί ἀντίθετη μέ τήν ἐξωτερική δύναμη $\vec{F}_{εξ}$ καί κατ' ἀπόλυτη τιμή ἔχει μέτρο:

$$F_{ηλ} = B \cdot l \cdot I$$

Ἐπειδή εἶναι $F_{εξ} = F_{ηλ}$, ἡ ἐξίσωση (4) γράφεται:

$$W = B \cdot l \cdot I \cdot \Delta s \qquad (5)$$

Στή διάρκεια τοῦ χρόνου Δt ὁ ἀγωγός Δt διαγράφει μιά ἐπιφάνεια πού ἔχει ἐμβαδό $S = l \cdot \Delta s$. Ἑπομένως τό γινόμενο $B \cdot l \cdot \Delta s = B \cdot S$

παριστάνει τή μεταβολή τῆς μαγνητικῆς ροῆς ΔΦ πού περνάει ἀπό τό πλαίσιο, δηλαδή εἶναι $\Delta\Phi = B \cdot S$
Ὥστε ἡ ἐξίσωση (5) γράφεται:

$$W = \Delta\Phi \cdot I \qquad (6)$$

Ἐπειδή δέν ὑπάρχει καμιά ἀπώλεια ἐνέργειας, ὅλο τό ἔργο τῆς ἐξωτερικῆς δυνάμεως $\vec{F}_{\varepsilon\xi}$ μετατρέπεται σέ *ἠλεκτρική ἐνέργεια*, ἡ ὁποία ἐμφανίζεται στό κύκλωμα ὡς θερμότητα. Ὥστε ἡ ἠλεκτρική ἐνέργεια, πού ἀναπτύσσεται πάνω στό κύκλωμα, εἶναι:

$$W = E_{\varepsilon\pi\alpha\gamma} \cdot I \cdot \Delta t \qquad (7)$$

Ἀπό τίς ἐξισώσεις (6) καί (7) βρίσκουμε:

$$E_{\varepsilon\pi\alpha\gamma} \cdot \Delta t = \Delta\Phi \quad \text{ἄρα} \quad |E_{\varepsilon\pi\alpha\gamma}| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \qquad (8)$$

Ἄν λάβουμε ὑπόψη τό νόμο τοῦ Lenz, τότε ἡ ἐξίσωση (8) γράφεται:

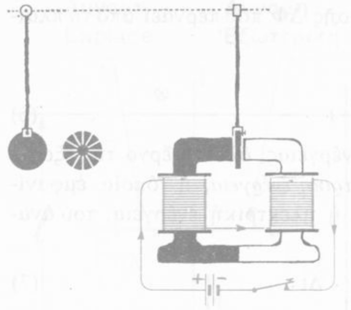
ἠλεκτεγερτική δύναμη ἀπό ἐπαγωγή	$E_{\varepsilon\pi\alpha\gamma} = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

Φορά τοῦ ἐπαγωγικοῦ ρεύματος. Σύμφωνα μέ τό νόμο τοῦ Lenz πρέπει στήν κίνηση τοῦ ἀγωγοῦ ΓΔ νά ἀντιδρᾶ ἡ ἠλεκτρομαγνητική δύναμη $\vec{F}_{\eta}$. Ἐπειδή στό θεωρούμενο κύκλωμα (σχ. 51) ὁ ἀγωγός ΓΔ μετακινεῖται πρός τά δεξιά, ἡ ἠλεκτρομαγνητική δύναμη ἔχει φορά πρός τά ἀριστερά καί ἑπομένως τό ἐπαγωγικό ρεῦμα διαρρέει τόν ἀγωγό ΓΔ μέ φορά ἀπό τό Δ πρός τό Γ.

30. Ρεύματα Foucault

Μεταξύ τῶν δύο πόλων ἑνός ἰσχυροῦ ἠλεκτρομαγνήτη μπορεῖ νά αἰωρεῖται μεταλλικός δίσκος. Ὅταν ὁ ἠλεκτρομαγνήτης δέν διαρρέεται ἀπό ρεῦμα, ὁ δίσκος αἰωρεῖται ἐλεύθερα (σχ.60). Ὅταν ὅμως ὁ ἠλεκτρομαγνήτης διαρρέεται ἀπό ρεῦμα, ὁ δίσκος, καθώς κινεῖται, τέμνει τίς δυναμικές γραμμές τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου πού ὑπάρχει μεταξύ τῶν πόλων τοῦ ἠλεκτρομαγνήτη. Σ᾽ αὐτή τήν περίπτωση παρατηροῦμε ὅτι ἡ κίνηση τοῦ δίσκου καταργεῖται γρήγορα, σάν νά ἐνεργεῖ πάνω του κάποιο φρένο. Ταυτόχρονα ὁ δίσκος θερμαίνεται.

Τό φαινόμενο αὐτό ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς: Μέσα στή μάζα τοῦ μεταλλικοῦ δίσκου ἀναπτύσσονται ἐπαγωγικά ρεύματα πού κυκλοφοροῦν μέσα στό μέταλλο. Αὐτά τά ρεύματα, σύμφωνα μέ τό νόμο τοῦ Lenz, τείνουν νά καταργήσουν τήν κίνηση τοῦ δίσκου, ἡ ὁποία εἶναι τό αἴτιο πού παράγει τά



Σχ. 60. Στό μεταλλικό δίσκο ἀναπτύσσονται ρεύματα Foucault.

ἐπαγωγικά ρεύματα. Ἔτσι τά ἐπαγωγικά ρεύματα πού ἀναπτύσσονται μέσα στή μάζα τοῦ δίσκου *ἐπιβραδύνουν συνεχῶς* τήν κίνησή του. Τά ἐπαγωγικά αὐτά ρεύματα ὀνομάζονται *ρεύματα Foucault*.

Ἄν στό παραπάνω πείραμα ἀντικαταστήσουμε τό συμπαγή μεταλλικό δίσκο μέ ἄλλο δίσκο πού ἀκτινωτά ἔχει ἐντομές, παρατηροῦμε ὅτι ἡ κίνηση αὐτοῦ τοῦ δίσκου διαρκεῖ περισσότερο χρόνο. Σ' αὐτή τήν περίπτωση τά ρεύματα Foucault περιορίζονται μέσα σέ μικρές περιοχές τοῦ δίσκου. Ὥστε:

Ὅταν μεταλλική μάζα κινεῖται μέσα σέ μαγνητικό πεδίο ἤ εἶναι ἀκίνητη μέσα σέ μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο, τότε μέσα στή μάζα τοῦ μετάλλου ἀναπτύσσονται ρεύματα Foucault.

α. Ἐφαρμογές τῶν ρευμάτων Foucault. Γενικά τά ρεύματα Foucault προκαλοῦν *θέρμανση* τῆς μάζας τοῦ μετάλλου ἐξαιτίας τοῦ φαινομένου Joule. Αὐτή τή θερμότητα τήν ἐκμεταλλευόμαστε σέ εἰδικούς φούρνους *(ἐπαγωγικοί φοῦρνοι)*, γιά νά πετύχουμε τή γρήγορη τήξη μετάλλων. Ἀλλά συνήθως ἡ θερμότητα πού ἀναπτύσσεται ἀπό τά ρεύματα Foucault, εἶναι μιά ἀπώλεια ἐνέργειας. Σέ διάφορες ἐφαρμογές (γεννήτριες, κινητῆρες, μετασχηματιστές) ἐπιδιώκουμε νά περιορίσουμε τίς ἀπώλειες ἐνέργειας πού προκαλοῦνται ἀπό τά ρεύματα Foucault καί γι' αὐτό τό σκοπό οἱ πυρῆνες πού χρησιμοποιοῦμε δέν εἶναι συμπαγεῖς, ἀλλά ἀποτελοῦνται ἀπό φύλλα σιδήρου πού εἶναι μονωμένα μεταξύ τους.

Σέ μερικές περιπτώσεις ἐκμεταλλευόμαστε τά ρεύματα Foucault γιά τό *ἠλεκτρομαγνητικό* φρενάρισμα μεταλλικῶν σωμάτων πού κινοῦνται (π.χ. γιά τή γρήγορη ἀπόσβεση τῶν ταλαντώσεων τοῦ κινητοῦ συστήματος σέ ὄργανα μετρήσεων).

31. Ἐνέργεια τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου

Ἕνα κλειστό κύκλωμα ἀποτελεῖται ἀπό γεννήτρια πού ἔχει ἠλεκτρεγερτική δύναμη Ε, καί ἀπό πηνίο πού ἔχει συντελεστή αὐτεπαγωγῆς L. Ἡ ὁλική ἀντίσταση τοῦ κυκλώματος εἶναι R. Ὅταν κλείσουμε τό κύκλωμα, ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος λαβαίνει τήν τιμή I_0 πού καθορίζει ὁ νόμος τοῦ Ohm ($I_0 = E/R$), ἀφοῦ περάσει ὁρισμένος χρόνος Δt. Αὐτό συμβαίνει, γιατί στή διάρκεια τοῦ χρόνου Δt ἕνα μέρος ἀπό τήν ἐνέργεια πού παρέχει ἡ γεννήτρια στό κύκλωμα, μετατρέπεται σέ θερμότητα, ἐνῶ ἡ ὑπόλοιπη ἐνέργεια *ἀποταμιεύεται* στό μαγνητικό πεδίο τοῦ πηνίου μέ τή μορφή *ἐνέργειας μαγνητικοῦ πεδίου*. Ὅταν ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος λάβει τή σταθερή τιμή της I_0, τότε παύει ἡ ἀποταμίευση ἐνέργειας στό μαγνητικό πεδίο καί ἡ ἐνέργεια τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου διατηρεῖται σταθερή. Ἄν διακόψουμε τό ρεῦμα, ὅλη ἡ ἐνέργεια πού εἶναι ἀποταμιευμένη στό μαγνητικό πεδίο τοῦ πηνίου, μετατρέπεται σέ *ἠλεκτρική ἐνέργεια* καί ἔτσι κατά τή διακοπή τοῦ ρεύματος δημιουργεῖται στό κύκλωμα τό ρεῦμα ἀπό αὐτεπαγωγή. Ἀποδεικνύεται ὅτι:

Ἡ ἐνέργεια (W) πού ἀποταμιεύεται στό μαγνητικό πεδίο τοῦ πηνίου, εἶναι ἀνάλογη μέ τό συντελεστή αὐτεπαγωγῆς (L) τοῦ πηνίου καί ἀνάλογη μέ τό τετράγωνο τῆς ἐντάσεως (I_0) τοῦ ρεύματος πού διαρρέει τό πηνίο.

ἐνέργεια μαγνητικοῦ πεδίου πηνίου	$W = \frac{1}{2} L \cdot I_0^2$	L σέ H, I_0 σέ A W σέ Joule	(1)

Ἡ ἐξίσωση (1) εἶναι ἀνάλογη μέ τήν ἐξίσωση πού δίνει τήν ἐνέργεια ἡ ὁποία εἶναι ἀποταμιευμένη στό ἠλεκτρικό πεδίο πού ὑπάρχει μεταξύ τῶν ὁπλισμῶν ἑνός φορτισμένου πυκνωτῆ $\left(W = \frac{1}{2} C \cdot U^2\right)$. Τά φαινόμενα τῆς αὐτεπαγωγῆς εἶναι συνέπειες τῶν μετατροπῶν *τῆς ἠλεκτρικῆς ἐνέργειας* σέ *ἐνέργεια μαγνητικοῦ πεδίου* καί ἀντίστροφα. Σ' αὐτές τίς μετατροπές ἐνέργειας ἰσχύει ἡ ἀρχή τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνέργειας.

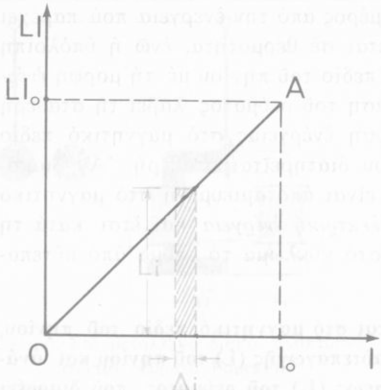
Ἀπόδειξη. Ἄς θεωρήσουμε ὅτι μεταξύ τῶν χρονικῶν στιγμῶν t καί $t + \Delta t$ τό πηνίο διαρρέεται ἀπό ρεῦμα ἐντάσεως i καί ἡ ταχύτητα μεταβολῆς τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος εἶναι $\Delta i/\Delta t$. Τότε ἀναπτύσσεται ΗΕΔ ἀπό αὐτεπαγωγή, ἡ ὁποία κατ' ἀπόλυτη τιμή εἶναι $E_{αυτ} = L(\Delta i/\Delta t)$. Ἐξαιτίας τῆς αὐτεπαγωγῆς ξοδεύεται πάνω στό πηνίο ἰσχύς:

$$\Delta P = E_{αυτ} \cdot i = Li \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t} \quad \text{ἄρα} \quad \Delta P \cdot \Delta t = Li \cdot \Delta i$$

Στή διάρκεια τοῦ χρόνου Δt πάνω στό πηνίο ξοδεύεται *ἐνέργεια*:

$$\Delta W = \Delta P \cdot \Delta t \quad \text{ἄρα} \quad \Delta W = Li \cdot \Delta i$$

Τό μέγεθος Li εἶναι συνάρτηση τοῦ i. Παίρνουμε δύο ὀρθογώνιους ἄξονες (σχ. 61). Ἡ μεταβολή τοῦ Li σέ συνάρτηση μέ τό i παριστάνεται μέ τήν εὐθεία ΟΑ. Θεωροῦμε ὅτι σέ μιά στοιχειώδη αὔξηση τῆς ἐντάσεως



Σχ. 61. Γιά τόν ὑπολογισμό τῆς ἐνέργειας τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου.

τοῦ ρεύματος κατά Δi, τό μέγεθος Li διατηρεῖ σταθερή τιμή. Τότε ἡ ἐνέργεια ΔW, πού ἀντιστοιχεῖ στή μεταβολή τῆς ἐντάσεως κατά Δi, ἀριθμητικά εἶναι ἴση μέ τό ἐμβαδό ἑνός στοιχειώδους ὀρθογώνιου παραλληλόγραμμου (ἡ γραμμοσκιασμένη ἐπιφάνεια). Ὅταν ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος αὐξάνεται ἀπό 0 ὥς I_0, *ἡ ὁλική ἐνέργεια* W πού ἀποταμιεύεται στό πηνίο ἀριθμητικά εἶναι ἴση μέ τό ἐμβαδό ἑνός ὀρθογώνιου τριγώνου πού οἱ δύο κάθετες πλευρές του ἔχουν μέτρο ἀριθμητικά ἴσο μέ LI_0 καί I_0. Ἄρα ἔχουμε τήν ἐξίσωση :

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I_0^2$$

Παράδειγμα. Ἕνα πηνίο ἔχει συντελεστή αὐτεπαγωγῆς L = 0,4 H καί διαρρέεται ἀπό ρεῦμα ἐντάσεως I = 20 A. Στό μαγνητικό πεδίο αὐτοῦ τοῦ πηνίου εἶναι ἀποταμιευμένη ἐνέργεια:

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}4\ \mathrm{H} \cdot (20\ \mathrm{A})^2 \quad \text{καί} \quad W = 80\ \mathrm{Joule}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

41. Ἕνα κατακόρυφο σύρμα μήκους $l = 10$ cm κινεῖται μέ ταχύτητα $\upsilon = 30$ m/sec μέσα σέ ὁμογενές μαγνητικό πεδίο πού ἔχει μαγνητική ἐπαγωγή B = 0,8 T καί οἱ δυναμικές γραμμές του εἶναι ὁριζόντιες. Νά βρεθεῖ ἡ ἐπαγωγική τάση πού ἀναπτύσσεται στίς δύο ἄκρες τοῦ σύρματος.

42. Μέσα σέ ὁμογενές μαγνητικό πεδίο πού ἡ μαγνητική ἐπαγωγή του ἔχει μέτρο $B = 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ T κινεῖται εὐθύγραμμος ἀγωγός AB, μήκους $l = 12$ cm, μέ ταχύτητα $\upsilon = 4$ m/sec καί ἡ διεύθυνση τῆς ταχύτητάς του εἶναι κάθετη στίς δυναμικές γραμμές. α) Πόση ΗΕΔ ἀπό ἐπαγωγή ἀναπτύσσεται στίς δύο ἄκρες τοῦ ἀγωγοῦ; β) Ὁ ἀγωγός AB ἔχει ἀντίσταση $R_1 = 0{,}1\ \Omega$ καί οἱ δύο ἄκρες του συνδέονται μέ ἀντίσταση $R_2 = 0{,}5\ \Omega$. Πόση εἶναι ἡ ἔνταση τοῦ ἐπαγωγικοῦ ρεύματος πού διαρρέει τό κύκλωμα καί πόσο εἶναι τό μέτρο τῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς δυνάμεως πού ἀναπτύσσεται πάνω στόν ἀγωγό;

43. Ἕνας εὐθύγραμμος ἀγωγός ΑΒ, μήκους $l = 20$ cm, κινεῖται μέ ταχύτητα $\upsilon = 5$ m/sec μέσα σέ ὁμογενές μαγνητικό πεδίο πού ἡ μαγνητική ἐπαγωγή του ἔχει μέτρο $B = 3{,}768 \cdot 10^{-2}$ T. Ἡ διεύθυνση τῆς ταχύτητας τοῦ ἀγωγοῦ εἶναι κάθετη στίς δυναμικές γραμμές. Ὁ ἀγωγός ΑΒ εἶναι τμῆμα κυκλώματος πού ἔχει ὁλική ἀντίσταση $R = 0{,}4\,\Omega$. α) Πόση εἶναι ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος πού διαρρέει τό κύκλωμα καί πόση εἶναι ἡ ἠλεκτρική ἐνέργεια πού παράγεται στή διάρκεια τοῦ χρόνου $t = 0{,}5$ sec; β) Πόσο εἶναι τό ἔργο πού ξοδεύεται στή διάρκεια τοῦ χρόνου $t = 0{,}5$ sec γιά τήν κίνηση τοῦ ἀγωγοῦ ΑΒ μέσα στό μαγνητικό πεδίο;

44. Ἕνα σύρμα, μήκους $l = 1$ m, κινεῖται μέ ταχύτητα $\upsilon = 2$ m/sec κάθετα στίς δυναμικές γραμμές μαγνητικοῦ πεδίου πού ἡ μαγνητική ἐπαγωγή του ἔχει μέτρο $B = 0{,}5$ T. α) Πόση ἐπαγωγική τάση ἀναπτύσσεται στίς ἄκρες τοῦ σύρματος; β) Οἱ δύο ἄκρες τοῦ σύρματος συνδέονται μέ κύκλωμα πού ἔχει ὁλική ἀντίσταση $R = 6\,\Omega$. Πόση ἰσχύς πρέπει νά ξοδεύεται, γιά νά διατηρηθεῖ σταθερή ἡ ταχύτητα τῆς κινήσεως τοῦ σύρματος;

45. Ἕνας χάλκινος δίσκος ἔχει ἀκτίνα $r = 10$ cm καί στρέφεται γύρω ἀπό τόν ἄξονά του μέ συχνότητα $\nu = 20$ Hz. Τό ἐπίπεδο τοῦ δίσκου εἶναι κάθετο στίς δυναμικές γραμμές ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου πού ἡ μαγνητική ἐπαγωγή του ἔχει μέτρο $B = 0{,}6$ T. Πόση εἶναι ἡ ἐπαγωγική τάση πού ἀναπτύσσεται μεταξύ τῆς περιφέρειας καί τοῦ κέντρου τοῦ δίσκου;

46. Ἕνας ἀγωγός, μήκους $l = 1{,}2$ m κινεῖται μέ ταχύτητα $\upsilon = 5$ m/sec μέσα σέ ὁμογενές μαγνητικό πεδίο πού ἡ μαγνητική ἐπαγωγή του ἔχει μέτρο $B = 0{,}8$ T. Ἡ διεύθυνση τῆς ταχύτητας υ σχηματίζει γωνία α μέ τίς δυναμικές γραμμές τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου. Πόση εἶναι ἡ ἐπαγωγική τάση πού ἀναπτύσσεται στίς ἄκρες τοῦ ἀγωγοῦ, ὅταν ἡ γωνία α εἶναι ἴση μέ 30^0, 45^0, 60^0, 90^0;

47. Ἕνα εὐθύγραμμο χάλκινο σύρμα στρέφεται γύρω ἀπό ὁριζόντιο μεταλλικό ἄξονα Ο πού περνάει ἀπό τή μιά ἄκρη τοῦ σύρματος. Τό σύρμα ἔχει μῆκος $l = 60$ cm καί αἰωρεῖται μέ τήν ἐπίδραση τῆς βαρύτητας ἔχοντας πάντοτε τήν ἄλλη ἄκρη του βυθισμένη μέσα σέ ὑγρό ἀγωγό Α. Ὁ ἄξονας Ο καί ὁ ὑγρός ἀγωγός Α συνδέονται μέ σύρμα καί ἡ ὁλική ἀντίσταση τοῦ κυκλώματος εἶναι $R = 3\,\Omega$. Σέ ὅλη τή διάρκεια τῆς αἰωρήσεως τοῦ σύρματος τό μισό κατώτερο μέρος τοῦ σύρματος κινεῖται μέσα σέ ὁμογενές μαγνητικό πεδίο πού ἡ μαγνητική ἐπαγωγή του ἔχει μέτρο $B = 0{,}048$ T. Ἀπομακρύνουμε τό σύρμα ἀπό τήν ἀρχική κατακόρυφη θέση τῆς ἰσορροπίας του κατά γωνία $\alpha = 30^0$. Αὐτή ἡ ἀπομάκρυνση γίνεται μέ ὁμαλή κίνηση στή διάρκεια χρόνου $t = 0{,}1$ sec. Νά ὑπολογιστεῖ ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος πού διαρρέει τό κύκλωμα στή διάρκεια τῆς μετατοπίσεως τοῦ σύρματος καί τό ἔργο πού θά δαπανήσουμε γι' αὐτή τή μετατόπιση.

48. Ἕνα πηνίο ἔχει ἀντίσταση $R = 6\,\Omega$, συντελεστή αὐτεπαγωγῆς $L = 0{,}3$ H καί στίς ἄκρες του ἐφαρμόζεται τάση $U = 30$ V. Πόση ἐνέργεια εἶναι ἀποταμιευμένη στό μαγνητικό πεδίο τοῦ πηνίου;

49. Ἕνα πηνίο ἔχει συντελεστή αὐτεπαγωγῆς $L = 0{,}2$ H, ἀντίσταση $R = 5\,\Omega$ καί στίς ἄκρες του ἐφαρμόζεται τάση $U = 25$ V. α) Μέ ποιό ρυθμό ἀποταμιεύεται ἡ ἐνέργεια στό μαγνητικό πεδιο τοῦ πηνίου, ὅταν ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος αὐξανόμενη ἀπό 0 ὥς τήν τελική τιμή της I_0 φτάσει στήν ἐνδιάμεση τιμή $I = 3$ A; β) Πόση ἐνέργεια εἶναι ἀποταμιευμένη στό μαγνητικό πεδίο ἐκείνη τή στιγμή; γ) Πόση ἐνέργεια εἶναι ἀποταμιευμένη στό μαγνητικό πεδίο τοῦ πηνίου, ὅταν ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος λάβει τήν τελική τιμή της I_0;

50. Ἕνα πηνίο μέ πυρήνα ἀπό μαλακό σίδηρο ἔχει ἀντίσταση $R = 3{,}2\,\Omega$ καί διαρρέεται ἀπό ρεῦμα ἐντάσεως $I = 10$ A. α) Πόση τάση U ἐφαρμόζεται στίς ἄκρες τοῦ πηνίου καί πόση εἶναι ἡ ἰσχύς P τοῦ ρεύματος πού διαρρέει τό πηνίο; β) Τό πηνίο αὐτό ἔχει συντελεστή αὐτεπαγωγῆς $L = 48$ H. Τό ρεῦμα διακόπτεται μέσα σέ χρονικό διάστημα $t = 1/20$ sec. Πόση εἶναι ἡ ἰσχύς $P_{\alpha\upsilon\tau}$ τοῦ ρεύματος πού ἀναπτύσσεται ἀπό αὐτεπαγωγή καί πόσος εἶναι ὁ λόγος $P_{\alpha\upsilon\tau}/P$;

Ἐναλλασσόμενο ρεῦμα

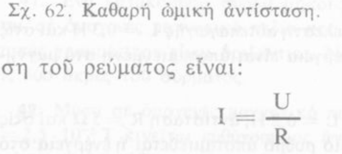
32. Κύκλωμα ἐναλλασσόμενου ρεύματος

Στήν παρακάτω στοιχειώδη μελέτη τοῦ ἐναλλασσόμενου ρεύματος θεωροῦμε ἕνα *τμῆμα κυκλώματος* στό ὁποῖο δέν ὑπάρχει διακλάδωση, γεννήτρια ἤ κινητήρας. Στίς ἄκρες αὐτοῦ τοῦ κυκλώματος ἐφαρμόζεται ἐναλλασσόμενη τάση. Ὁ νόμος τοῦ Ohm, πού ἰσχύει στό συνεχές ρεῦμα, ἰσχύει καί στό ἐναλλασσόμενο ρεῦμα μέ τόν ὅρο ὅτι πρέπει νά λάβουμε ὑπόψη *τίς πολύ γρήγορες μεταβολές τῆς τάσεως καί τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος.*

33. Κύκλωμα μέ καθαρή ὠμική ἀντίσταση R

Ἕνα κύκλωμα ἀποτελεῖται μόνο ἀπό *καθαρή ὠμική ἀντίσταση* R (σχ. 62) καί στίς ἄκρες της ἐφαρμόζεται ἡ ἐναλλασσόμενη τάση:

$$U = U_0 \cdot \eta\mu\, \omega t \qquad (1)$$



Σχ. 62. Καθαρή ὠμική ἀντίσταση.

Στό ἐναλλασσόμενο ρεῦμα *χαμηλῆς συχνότητας* (ὥς 100 Hz) ἡ ἀντίσταση R συμπεριφέρεται ἀκριβῶς, ὅπως καί στό συνεχές ρεῦμα, δηλαδή πάνω στήν ἀντίσταση R ἡ ἠλεκτρική ἐνέργεια μετατρέπεται σέ *θερμότητα*. Ἡ στιγμιαία ἔνταση τοῦ ρεύματος εἶναι:

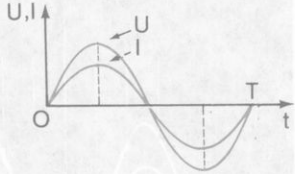
$$I = \frac{U}{R} \quad \text{ἤ} \quad I = \frac{U_0}{R} \cdot \eta\mu\, \omega t \qquad (2)$$

Ἀπό τήν ἐξίσωση (2) συνάγεται ὅτι τό πλάτος I_0 τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος εἶναι:

$$I_0 = \frac{U_0}{R} \quad \text{ἄρα} \quad I = I_0 \cdot \eta\mu\, \omega t \qquad (3)$$

Οἱ ἐξισώσεις (1) καί (3) φανερώνουν ὅτι :

Σέ κύκλωμα πού ἀποτελεῖται μόνο ἀπό καθαρή ὠμική ἀντίσταση R, ἡ τάση καί ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος ἔχουν πάντοτε τήν ἴδια φάση (σχ. 63).



Σχ. 63. Ἡ τάση U καί ἡ ἔνταση ρεύματος I ἔχουν πάντοτε τήν ἴδια φάση.

Ξέρουμε ὅτι εἶναι:

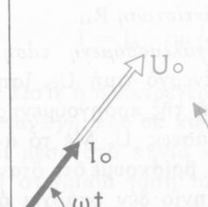
$I_0 = I_{εν} \cdot \sqrt{2}$ καί $U_0 = U_{εν} \cdot \sqrt{2}$

Ὥστε ἀπό τήν ἐξίσωση $I_0 = U_0/R$ βρίσκουμε:

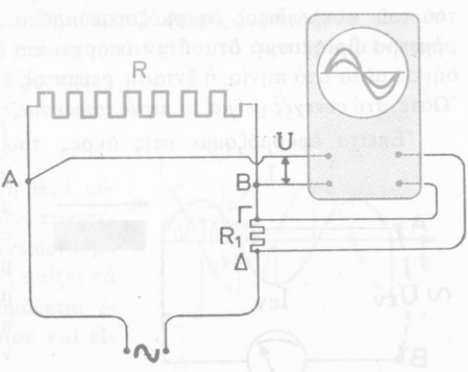
$$\boxed{\text{νόμος τοῦ Ohm} \qquad I_{εν} = \frac{U_{εν}}{R}} \qquad (4)$$

α. Ἀνυσματικό διάγραμμα. Ἡ τάση καί ἡ ἔνταση ρεύματος εἶναι δύο ἐναλλασσόμενα μεγέθη καί, ὅπως ξέρουμε, μποροῦμε νά τά παραστήσουμε μέ δύο στρεφόμενα ἀνύσματα πού τό μέτρο τους εἶναι ἀντίστοιχα U_0 καί I_0 (σχ. 64). Τά δύο αὐτά ἀνύσματα θά τά λέμε *δεῖκτες*. Στό ἀνυσματικό διάγραμμα ὁ δείκτης τῆς τάσεως U_0 καί ὁ δείκτης τῆς ἐντάσεως ρεύματος I_0 ἔχουν πάντοτε *τήν ἴδια διεύθυνση* καί *τήν ἴδια φορά* καί στρέφονται μέ *τήν ἴδια γωνιακή ταχύτητα ω*.

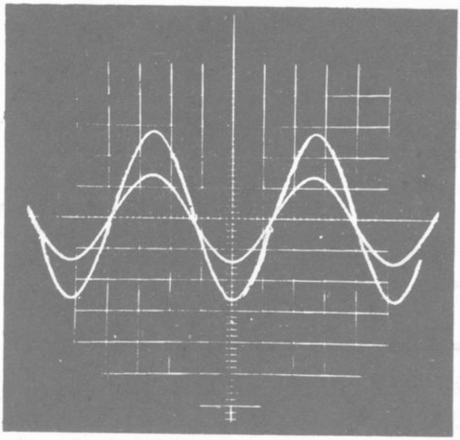
β. Πειραματική ἐπαλήθευση. Ἕνας ἠλεκτρονικός παλμογράφος διπλῆς



Σχ. 64. Οἱ δεῖκτες τῆς τάσεως καί τῆς ἐντάσεως ρεύματος ἔχουν πάντοτε τήν ἴδια φάση.



Σχ. 65. Σχηματική παράσταση παρατηρήσεως μέ τόν ἠλεκτρονικό παλμογράφο. (Ἡ τάση καί ἡ ἔνταση ρεύματος ἔχουν τήν ἴδια φάση).



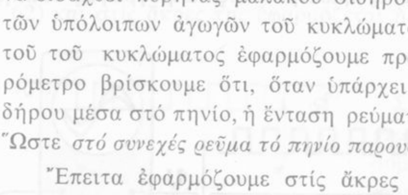
Σχ. 66. Στήν ὀθόνη τοῦ παλμογράφου βλέπουμε τήν ἡμιτονοειδή μεταβολή τῆς τάσεως (ἡ καμπύλη μέ τό μικρότερο πλάτος) καί τῆς ἐντάσεως ρεύματος. Οἱ δύο καμπύλες ἔχουν τήν ἴδια φάση.

ἐνέργειας δείχνει ταυτόχρονα τήν ἡμιτονοειδή μεταβολή *τῆς τάσεως* U πού ἐφαρμόζεται στίς ἄκρες μιᾶς ὠμικῆς ἀντιστάσεως R καί τήν ἡμιτονοειδή μεταβολή *τῆς ἐντάσεως ρεύματος* I πού διαρρέει αὐτή τήν ἀντίσταση (σχ. 65). Παρατηροῦμε ὅτι οἱ δύο ἡμιτονοειδεῖς καμπύλες ἔχουν *τήν ἴδια* φάση (σχ. 66).

34. Πηνίο σέ κύκλωμα ἐναλλασσόμενου ρεύματος

α. Πειραματική ἀπόδειξη τῆς ἐπαγωγικῆς ἀντιστάσεως. Σέ ἕνα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά ἕνα ἀμπερόμετρο πού μπορεῖ νά μετρήσει τήν ἔνταση συνεχοῦς ρεύματος καί τήν ἐνεργό ἔνταση ἐναλλασσόμενου ρεύματος, καί ἕνα *πηνίο* πού ἔχει ὠμική ἀντίσταση R_Ω καί συντελεστή αὐτεπαγωγῆς L (σχ. 67). Μέσα στό πηνίο μπορεῖ νά εἰσαχθεῖ πυρήνας μαλακοῦ σιδήρου. Ἡ ἀντίσταση καί ἡ αὐτεπαγωγή τῶν ὑπόλοιπων ἀγωγῶν τοῦ κυκλώματος εἶναι ἀσήμαντες. Στίς ἄκρες αὐτοῦ τοῦ κυκλώματος ἐφαρμόζουμε πρῶτα *συνεχή τάση* U. Μέ τό ἀμπερόμετρο βρίσκουμε ὅτι, ὅταν ὑπάρχει καί ὅταν δέν ὑπάρχει ὁ πυρήνας σιδήρου μέσα στό πηνίο, ἡ ἔνταση ρεύματος ἔχει *σταθερή τιμή* $I_{συν} = U/R_\Omega$. Ὥστε *στό συνεχές ρεῦμα τό πηνίο παρουσιάζει σταθερή ἀντίσταση* R_Ω.

Ἔπειτα ἐφαρμόζουμε στίς ἄκρες τοῦ πηνίου *ἐναλλασσόμενη τάση*, πού ἔχει ἐνεργό τιμή $U_{εν}$ ἴση μέ τήν τιμή τῆς προηγούμενης συνεχοῦς τάσεως U. Μέ τό ἀμπερόμετρο βρίσκουμε ὅτι, ὅταν μέσα στό πηνίο δέν ὑπάρχει ὁ πυρήνας σιδήρου, ἡ ἐνεργός ἔνταση τοῦ ρεύματος ($I_{εν}$) εἶναι *μικρότερη* ἀπό τήν ἔνταση τοῦ ἀντίστοιχου συνεχοῦς ρεύματος ($I_{εν} < I_{συν}$). Εἰσάγουμε μέσα στό



Σχ. 67. Σχηματική διάταξη γιά τήν πειραματική ἀπόδειξη τῆς ἐπαγωγικῆς ἀντιστάσεως.

πηνίο τόν πυρήνα μαλακοῦ σιδήρου. Τότε *αὐξάνεται ὁ συντελεστής αὐτεπαγωγῆς τοῦ πηνίου*. Βρίσκουμε ὅτι ἡ ἐνεργός ἔνταση τοῦ ρεύματος *ἐλαττώνεται* ἀκόμη περισσότερο. Τό πείραμα αὐτό δείχνει ὅτι *στό ἐναλλασσόμενο ρεῦμα τό πηνίο παρουσιάζει, ἐκτός ἀπό τήν ὠμική ἀντίσταση* R_Ω, *καί μιά ἀκόμη ἀντίσταση πού ὀφείλεται στήν αὐτεπαγωγή τοῦ πηνίου* καί ὀνομάζεται *ἐπαγωγική ἀντίσταση* R_L τοῦ πηνίου.

β. Αἰτία τῆς ἐπαγωγικῆς ἀντιστάσεως R_L. Θεωροῦμε ἕνα *ἰδανικό πηνίο* πού ἔχει συντελεστή αὐτεπαγωγῆς L καί ὠμική ἀντίσταση ἴση μέ μηδέν ($R_\Omega = 0$). Στίς ἄκρες τοῦ πηνίου ἐφαρμόζεται *ἡ στιγμιαία τάση*.

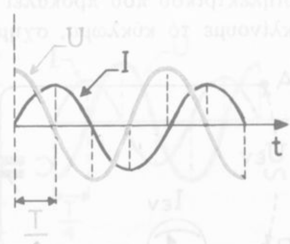
$$U = U_0 \cdot \text{ημ}\,\omega t$$

Τό πηνίο διαρρέεται ἀπό ρεῦμα πού ἡ ἔντασή του μεταβάλλεται ἡμιτονοειδῶς μέ συχνότητα ν, ἴση μέ τή συχνότητα τῆς τάσεως. Ἀλλά οἱ γρήγορες μεταβολές τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος *δημιουργοῦν συνεχῶς* μέσα στό πηνίο *ἠλεκτρεγερτική δύναμη ἀπό αὐτεπαγωγή*. Αὐτή, σύμφωνα μέ τό νόμο τοῦ Lenz, ἔχει *φορά ἀντίθετη* μέ τή φορά τῆς στιγμιαίας τάσεως τοῦ ρεύματος. Ὅταν λοιπόν ἡ τάση U λαβαίνει τήν τιμή μηδέν ($U = 0$), *ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος* δέν λαβαίνει τήν τιμή μηδέν ($I = 0$) ταυτόχρονα μέ τήν τάση, ἀλλά τείνοντας νά διατηρήσει τήν τιμή της σταθερή, ἀντλεῖ τήν ἀπαιτούμενη ἐνέργεια ἀπό τήν ἐνέργεια τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου τοῦ πηνίου. Ἔτσι *ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος* δέν μηδενίζεται τή στιγμή πού μηδενίζεται ἡ τάση, ἀλλά ἀφοῦ περάσει χρόνος ἴσος μέ *ἕνα τέταρτο τῆς περιόδου* (T/4). Ἄρα ἡ φάση τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος *καθυστερεῖ* κατά ἕνα τέταρτο τῆς περιόδου σχετικά μέ τή φάση τῆς τάσεως (σχ. 68). Ἐπομένως ἡ αὐτεπαγωγή τοῦ πηνίου δημιουργεῖ *διαφορά φάσεως* φ μεταξύ τῆς τάσεως καί τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος καί γι' αὐτό ἡ στιγμιαία ἔνταση τοῦ ρεύματος δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση:

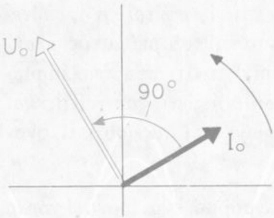
$$I = I_0 \cdot \text{ημ}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Ὥστε ἡ ἠλεκτρεγερτική δύναμη *ἀπό αὐτεπαγωγή*, πού σέ κάθε στιγμή ἀναπτύσσεται μέσα στό πηνίο καί εἶναι ἀντίθετη μέ τή στιγμιαία τάση τοῦ ρεύματος, παίζει τό ρόλο μιᾶς ἀντιστάσεως, πού ὀνομάζεται *ἐπαγωγική ἀντίσταση* R_L τοῦ πηνίου καί εἶναι ἴση μέ:

ἐπαγωγική ἀντίσταση $R_L = L\omega$	(1)



Σχ. 68. Ἡ φάση τῆς ἐντάσεως ρεύματος (I) καθυστερεῖ σχετικά μέ τή φάση τῆς τάσεως (U) κατά T/4.



Σχ. 69. Ὁ δείκτης τῆς ἐντάσεως ρεύματος καθυστερεῖ σχετικά μέ τό δείκτη τῆς τάσεως κατά γωνία $\varphi = 90°$.

Ἀπό τήν ἐξίσωση (1) συνάγεται ὅτι ἡ ἐπαγωγική *ἀντίσταση* (R_L) εἶναι ἀνάλογη μέ *τό συντελεστή αὐτεπαγωγῆς* (L) τοῦ πηνίου καί *τή συχνότητα* (ν) τοῦ ρεύματος.

Ἀνυσματικό διάγραμμα. Γιά τό παραπάνω ἰδανικό πηνίο ($R_\Omega = 0$) στό ἀνυσματικό διάγραμμα ὁ δείκτης τῆς τάσεως U_0 *προηγεῖται* ἀπό τό δείκτη τῆς ἐντάσεως ρεύματος I_0 κατά γωνία $\varphi = \pi/2$ (σχ. 69). Οἱ δύο ὅμως δεῖκτες στρέφονται μέ τήν ἴδια γωνιακή ταχύτητα ω. Ἀπό τά παραπάνω καταλήγουμε στό ἀκόλουθο συμπέρασμα.

Στό κύκλωμα ἐναλλασσόμενου ρεύματος ἡ αὐτεπαγωγή (L) τοῦ ἰδανικοῦ πηνίου δημιουργεῖ τήν ἐπαγωγική ἀντίσταση $R_L = L\omega$ καί καθυστέρηση τῆς φάσεως τῆς ἐντάσεως ρεύματος κατά $\varphi = \pi/2$ σχετικά μέ τή φάση τῆς τάσεως.

35. Πυκνωτής σέ κύκλωμα ἐναλλασσόμενου ρεύματος

α. Ὁ πυκνωτής στό συνεχές καί στό ἐναλλασσόμενο ρεῦμα. Σέ ἕνα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά ἀμπερόμετρο πού μπορεῖ νά μετρήσει τήν ἔνταση συνεχοῦς καί τήν ἐνεργό ἔνταση ἐναλλασσόμενου ρεύματος, καί *πυκνωτής* πού ἔχει χωρητικότητα C (σχ. 70). Ἡ χωρητικότητα τοῦ πυκνωτῆ μπορεῖ νά μεταβάλλεται. Ἡ ἀντίσταση καί ἡ αὐτεπαγωγή τῶν ὑπόλοιπων ἀγωγῶν τοῦ κυκλώματος εἶναι ἀσήμαντες. Στίς ἄκρες τοῦ κυκλώματος ἐφαρμόζουμε πρῶτα *συνεχή τάση* U. Τό κύκλωμα *δέν διαρρέεται ἀπό ρεῦμα*, γιατί μεταξύ τῶν δύο ὁπλισμῶν τοῦ πυκνωτῆ ὑπάρχει τό στρῶμα τοῦ διηλεκτρικοῦ πού προκαλεῖ διακοπή τοῦ ρεύματος. Μόνο τή στιγμή πού κλίνουμε τό κύκλωμα, σχηματίζεται στιγμιαῖο ρεῦμα, πού διαρκεῖ ἐλάχιστο χρόνο, ὥσπου νά φορτιστοῦν οἱ ὁπλισμοί τοῦ πυκνωτῆ.

Σχ. 70. Κύκλωμα μέ καθαρή χωρητικότητα.

Ἔπειτα ἐφαρμόζουμε στίς ἄκρες τοῦ κυκλώματος *ἐναλλασσόμενη τάση* πού ἔχει ἐνεργό τιμή $U_{\varepsilon\nu}$ ἴση μέ τήν τιμή τῆς προηγούμενης συνεχοῦς τάσεως U. Τό κύκλωμα *διαρρέεται ἀπό ρεῦμα* πού ἔχει ὁρισμένη ἐνεργό ἔνταση $I_{\varepsilon\nu}$. Ἄρα στό κύκλωμα τοῦ ἐναλλασσόμενου ρεύματος ὁ πυκνωτής δέν προκαλεῖ διακοπή τοῦ ρεύματος. Αὐτή ἡ συμπεριφορά τοῦ πυκνωτῆ ἑρμηνεύεται ὡς ἑξῆς: Στούς δύο ὁπλισμούς τοῦ πυκνωτῆ ἐφαρμόζεται μιά ἡμιτονοειδῶς μεταβαλλόμενη τάση, ἡ ὁποία προκαλεῖ διαδοχικές φορτίσεις καί ἐκφορτίσεις τοῦ πυκνωτῆ. Μέσα σέ μιά περίοδο κάθε ὁπλισμός τοῦ πυκνωτῆ ἀποκτᾶ διαδοχικά θετικό φορτίο (ἔλλειψη ἠλεκτρονίων) καί ἀρνητικό φορτίο (πλεόνασμα ἠλεκτρονίων). Ἑπομένως μέσα στούς ἀγωγούς τοῦ κυκλώματος τά ἠλεκτρόνια ἐκτελοῦν *ταλαντώσεις* μέ κέντρο τή μέση θέση ἰσορροπίας τους. Τό κύκλωμα διαρρέεται ἀπό ἐναλλασσόμενο ρεῦμα, ἀλλά μεταξύ τῶν δύο ὁπλισμῶν τοῦ πυκνωτῆ δέ συμβαίνει *καμιά μετακίνηση* ἠλεκτρικῶν φορτίων. Σ' αὐτό τό χῶρο σχηματίζεται ἕνα *ἡμιτονοειδῶς μεταβαλλόμενο ἠλεκτρικό πεδίο* μέ ἔνταση $E = E_0 \cdot ημ\,ωt$.

β. Χωρητική ἀντίσταση. Στίς ἄκρες τοῦ κυκλώματος ἐφαρμόζεται ἐνεργός τάση $U_{εν}$ καί ὁ πυκνωτής ἔχει μεταβλητή χωρητικότητα (σχ. 70). Παρατηροῦμε ὅτι, ὅταν *αὐξάνεται ἡ χωρητικότητα* C τοῦ πυκνωτῆ, ταυτόχρονα *αὐξάνεται ἡ ἐνεργός ἔνταση* $I_{εν}$ τοῦ ρεύματος. Ἄρα στό ἐναλλασσόμενο ρεῦμα ὁ πυκνωτής συμπεριφέρεται σάν ἀγωγός μέ ὁρισμένη ἀντίσταση, πού ὀνομάζεται *χωρητική ἀντίσταση* R_C τοῦ πυκνωτῆ καί εἶναι ἴση μέ:

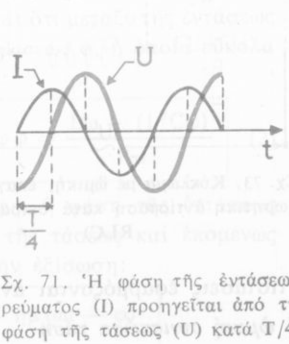
$$\boxed{\text{χωρητική ἀντίσταση} \quad R_C = \frac{1}{C\omega}} \qquad (1)$$

Ἀπό τήν ἐξίσωση (1) συνάγεται ὅτι ἡ χωρητική ἀντίσταση (R_C) εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογη μέ *τή χωρητικότητα* (C) τοῦ πυκνωτῆ καί *τή συχνότητα* (ν) τοῦ ρεύματος.

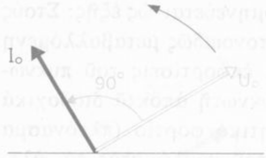
γ. Ἐπίδραση τῆς χωρητικότητας στή φάση τῆς ἐντάσεως ρεύματος. Στίς ἄκρες τοῦ κυκλώματος (σχ. 62) ἐφαρμόζεται ἡ ἡμιτονοειδής τάση

$$U = U_0 \cdot ημ\,ωt$$

Συνδέουμε τό κύκλωμα μέ ἠλεκτρονικό παλμογράφο διπλῆς ἐνέργειας. Παρατηροῦμε ὅτι στήν ἐφαρμοζόμενη ἡμιτονοειδή τάση ἀντιστοιχεῖ ἡμιτονοειδής ἔνταση ρεύματος τῆς ἴδιας συχνότητας (σχ. 71). Ὁποιαδήποτε καί ἄν εἶναι ἡ τιμή τῆς χωρητικότητας C τοῦ πυκνωτῆ ἡ φάση τῆς ἐντάσεως ρεύματος I *προηγεῖται* ἀπό τή φάση τῆς τάσεως U κατά ἕνα τέταρτο τῆς περιόδου (T/4). Ὥστε *ἡ στιγμιαία ἔνταση τοῦ*



Σχ. 71. Ἡ φάση τῆς ἐντάσεως ρεύματος (I) προηγεῖται ἀπό τή φάση τῆς τάσεως (U) κατά T/4.



Σχ. 72. Ὁ δείκτης τῆς ἐντάσεως ρεύματος προηγεῖται ἀπό τό δείκτη τῆς τάσεως κατά γωνία $\varphi = 90°$.

ρεύματος δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση:

$$I = I_0 \cdot \eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Ἀνυσματικό διάγραμμα. Στό ἀνυσματικό διάγραμμα ὁ δείκτης τῆς ἐντάσεως ρεύματος I_0 *προηγεῖται* ἀπό τό δείκτη τῆς τάσεως U_0 κατά γωνία $\varphi = \pi/2$ (σχ. 72).

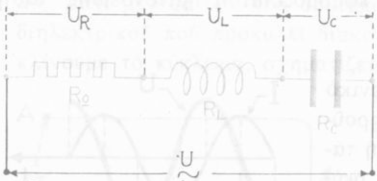
Ἀπό τά παραπάνω καταλήγουμε στό ἀκόλουθο συμπέρασμα:

Στό κύκλωμα ἐναλλασσόμενου ρεύματος ἡ χωρητικότητα (C) τοῦ πυκνωτῆ δημιουργεῖ τή χωρητική ἀντίσταση $R_C = 1/C\omega$ καί προχώρηση τῆς φάσεως τῆς ἐντάσεως ρεύματος κατά $\varphi = \pi/2$ σχετικά μέ τή φάση τῆς τάσεως.

36. Νόμος τοῦ Ohm γιά κύκλωμα ἐναλλασσόμενου ρεύματος

Θά ἐξετάσουμε τή γενική περίπτωση ἑνός κυκλώματος στό ὁποῖο συνδέονται κατά σειρά *καθαρή ὠμική* ἀντίσταση R_Ω, *πυκνωτής* πού ἔχει χωρητικότητα C, καί *πηνίο* πού ἔχει συντελεστή αὐτεπαγωγῆς L καί ἀσήμαντη ὠμική ἀντίσταση (σχ. 73). Τό κύκλωμα αὐτό λέγεται γιά συντομία καί κύκλωμα RLC. Στίς ἄκρες τοῦ κυκλώματος ἐφαρμόζεται *ἐναλλασσόμενη τάση* πού ἡ στιγμιαία τιμή της δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση:

$$\boxed{\text{στιγμιαία τάση} \qquad U = U_0 \cdot \eta\mu\,\omega t}$$



Σχ. 73. Κύκλωμα μέ ὠμική, ἐπαγωγική καί χωρητική ἀντίσταση κατά σειρά (κύκλωμα RLC)

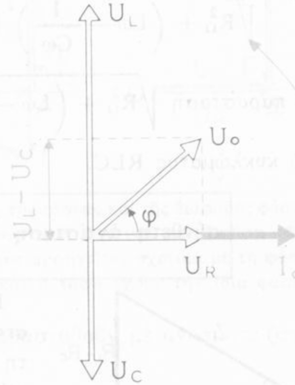
α. Οἱ τρεῖς συνιστῶσες τάσεις U_R, U_L, U_C. Σέ κάθε στιγμή πάνω σέ καθεμιά ἀντίσταση, δηλαδή τήν ὠμική ἀντίσταση R_Ω, τήν ἐπαγωγική ἀντίσταση R_L καί τή χωρητική ἀντίσταση R_C, ἐφαρμόζεται *μιά τάση*, ἡ ὁποία λαβαίνει τή μέγιστη τιμή της, ὅταν ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος λαβαίνει ἀντίστοιχα πάνω σέ κάθε ἀντίσταση τή μέγιστη τιμή I_0. Ἔτσι πάνω στίς τρεῖς ἀντιστάσεις ἐφαρμόζονται ἀντίστοιχα οἱ τρεῖς *συνιστῶσες τάσεις*:

ἡ ὠμική συνιστῶσα τάση $\qquad U_R = I_0 \cdot R_\Omega$

ἡ ἐπαγωγική συνιστῶσα τάση $U_L = I_0 \cdot R_L$ ἤ $U_L = I_0 \cdot L\omega$

ἡ χωρητική συνιστῶσα τάση $U_C = I_0 \cdot R_C$ ἤ $U_C = \dfrac{I_0}{C\omega}$

β. Τό πλάτος τῆς τάσεως U_0. Πάνω στήν ὠμική ἀντίσταση R_Ω ἡ τάση καί ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος ἔχουν πάντοτε *τήν ἴδια φάση* (σχ. 74). Πάνω στό πηνίο ἡ φάση τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος *καθυστερεῖ* σχετικά μέ τή φάση τῆς τάσεως κατά γωνία π/2. Τέλος πάνω στόν πυκνωτή ἡ φάση τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος *προηγεῖται* σχετικά μέ τή φάση τῆς τάσεως κατά γωνία π/2. Ἑπομένως οἱ δεῖκτες τῆς ἐπαγωγικῆς συνιστώσας U_L καί τῆς χωρητικῆς συνιστώσας U_C εἶναι κάθετοι στό δείκτη τῆς ὠμικῆς συνιστώσας U_R, ἔχουν ὅμως πάντοτε *ἀντίθετη φορά*. Ὅλοι οἱ δεῖκτες στρέφονται μέ τήν ἴδια γωνιακή ταχύτητα ω. Ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν τάσεων U_R, U_L καί U_C εἶναι *τό πλάτος τῆς τάσεως* U_0, ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται στίς ἄκρες τοῦ κυκλώματος πού ἔχουμε. Ἀπό τό σχῆμα βρίσκουμε ὅτι *τό πλάτος τῆς τάσεως* U_0 ἔχει μέτρο:



Σχ. 74. Τό πλάτος τῆς τάσεως U_0 εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν τάσεων U_R, U_L καί U_C.

πλάτος τῆς τάσεως

$$U_0 = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \quad ἤ \quad U_0 = I_0 \sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \tag{1}$$

γ. Διαφορά φάσεως φ. Ἀπό τό σχῆμα φαίνεται ὅτι μεταξύ τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος καί τῆς τάσεως ὑπάρχει *διαφορά φάσεως* φ, ἡ ὁποία εὔκολα βρίσκουμε ὅτι προσδιορίζεται ἀπό τήν ἐξίσωση:

$$\text{διαφορά φάσεως } \varepsilon\varphi\,\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} \quad ἤ \quad \varepsilon\varphi\,\varphi = \frac{L\omega - (1/C\omega)}{R_\Omega} \tag{2}$$

Παρατηροῦμε ὅτι στό κύκλωμα πού πήραμε, ἡ φάση τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος *καθυστερεῖ* σχετικά μέ τή φάση τῆς τάσεως καί ἑπομένως *ἡ στιγμιαία ἔνταση τοῦ ρεύματος* δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση:

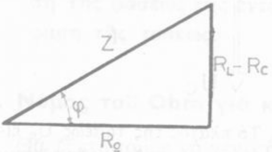
$$\text{στιγμιαία ἔνταση ρεύματος} \quad I = I_0 \cdot \eta\mu\,(\omega t - \varphi)$$

δ. Σύνθετη ἀντίσταση τοῦ κυκλώματος. Ἀπό τήν ἐξίσωση (1) βρίσκουμε:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \quad \text{καί} \quad I_{\varepsilon\nu} = \frac{U_{\varepsilon\nu}}{\sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \qquad (3)$$

Ἡ παράσταση $\sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ ὀνομάζεται *σύνθετη ἀντίσταση* Z τοῦ κυκλώματος RLC.

$$\boxed{\text{σύνθετη ἀντίσταση} \quad Z = \sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \qquad (4)$$



Σχ. 75. Γραφική παράσταση τῆς σύνθετης ἀντιστάσεως Z.

Γραφική παράσταση τῆς σύνθετης ἀντιστάσεως. Ἡ ἐξίσωση (4) φανερώνει ὅτι ἡ σύνθετη ἀντίσταση Z μπορεῖ νά θεωρηθεῖ ὡς ὑποτείνουσα ἑνός ὀρθογώνιου τριγώνου πού οἱ δύο κάθετες πλευρές του ἔχουν ἀντίστοιχα μέτρο R_Ω καί $R_L - R_C$ (σχ. 75). Τότε ἡ γωνία φ παριστάνει *τή διαφορά φάσεως* μεταξύ τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος καί τῆς τάσεως, γιατί στό τρίγωνο αὐτό εἶναι:

$$\text{εφ}\,\varphi = \frac{R_L - R_C}{R_\Omega} \quad \text{ἤ} \quad \text{εφ}\,\varphi = \frac{L\omega - (1/C\omega)}{R_\Omega}$$

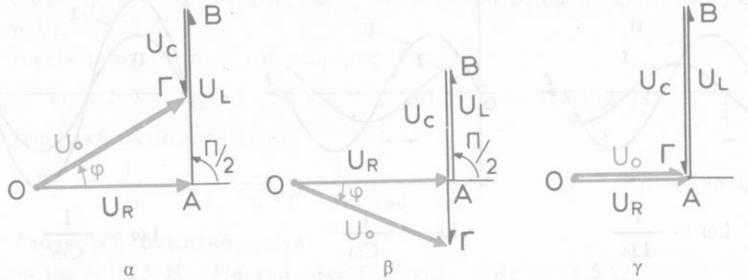
Παρατηροῦμε ὅτι ἡ διαφορά φάσεως φ προσδιορίζεται καί ἀπό τήν ἐξίσωση:

$$\text{διαφορά φάσεως} \quad \text{συν}\,\varphi = \frac{R_\Omega}{Z}$$

ε. Νόμος τοῦ Ohm γιά κύκλωμα ἐναλλασσόμενου ρεύματος. Ἀπό τήν ἐξίσωση (3) συνάγεται ὅτι γιά κύκλωμα RLC ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος *νόμος τοῦ Ohm*:

$$\boxed{\text{νόμος τοῦ Ohm} \quad I_{\varepsilon\nu} = \frac{U_{\varepsilon\nu}}{Z} \quad \text{ἤ} \quad I_{\varepsilon\nu} = \frac{U_{\varepsilon\nu}}{\sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}} \qquad (5)$$

στ. Διερεύνηση τῆς ἐξισώσεως $\text{εφ}\,\varphi = \dfrac{L\omega - (1/C\omega)}{R_\Omega}$. Οἱ τέσσερις



Σχ. 76. Ἀνυσματικός ὑπολογισμός τοῦ πλάτους U_0 τῆς τάσεως καί τῆς διαφορᾶς φάσεως φ. α. $\varphi > 0$, ἡ φάση τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος καθυστερεῖ σχετικά μέ τή φάση τῆς τάσεως. β. $\varphi < 0$, ἡ φάση τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος προηγεῖται σχετικά μέ τή φάση τῆς τάσεως. γ. $\varphi = 0$, ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος καί ἡ τάση ἔχουν τήν ἴδια φάση.

τάσεις U_R, U_L, U_C καί U_0 μποροῦν νά παρασταθοῦν μέ ἀνύσματα (σχ. 76) πού τό καθένα ἔχει μέτρο:

ἡ ὠμική συνιστώσα U_R	$OA = R_\Omega \cdot I_0$	
ἡ ἐπαγωγική συνιστώσα U_L	$AB = R_L \cdot I_0$ ἤ	$AB = LI_0\omega$
ἡ χωρητική συνιστώσα U_C	$B\Gamma = R_C \cdot I_0$ ἤ	$B\Gamma = \dfrac{I_0}{C\omega}$
ἡ συνισταμένη τάση U_0	$O\Gamma = U_0$	

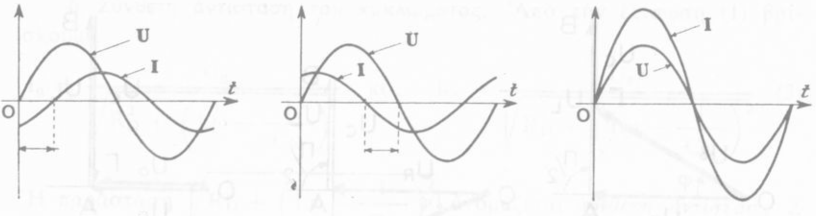
Ἡ διαφορά φάσεως μεταξύ τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος καί τῆς τάσεως προσδιορίζεται ἀπό τήν ἐξίσωση:

$$\varepsilon\varphi\,\varphi = \frac{L\omega - (1/C\omega)}{R_\Omega}$$

Ἀπό τήν παραπάνω ἐξίσωση συνάγεται ὅτι εἶναι δυνατές οἱ ἑξῆς τρεῖς περιπτώσεις:

1. Ἄν εἶναι $L\omega > \dfrac{1}{C\omega}$, τότε ἐπικρατέστερο εἶναι τό ἀποτέλεσμα *τῆς ἐπαγωγικῆς ἀντιστάσεως* (R_L) καί ἡ γωνία φ εἶναι *θετική* (σχ. 76α). Ἡ φάση τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος *καθυστερεῖ* σχετικά μέ τή φάση τῆς τάσεως.

2. Ἄν εἶναι $L\omega < \dfrac{1}{C\omega}$, τότε ἐπικρατέστερο εἶναι τό ἀποτέλεσμα *τῆς χωρητικῆς ἀντιστάσεως* (R_C) καί ἡ γωνία φ εἶναι *ἀρνητική* (σχ. 76β). Ἡ φάση τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος *προηγεῖται* σχετικά μέ τή φάση τῆς τάσεως.



$L\omega > \frac{1}{L\omega}$ $\qquad$ $L\omega < \frac{1}{C\omega}$ $\qquad$ $L\omega = \frac{1}{C\omega}$

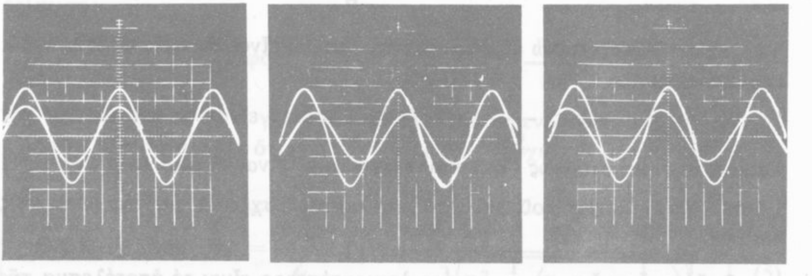
Σχ. 77. Γραφική παράσταση γιά τίς καμπύλες πού παρατηροῦμε στήν ὀθόνη τοῦ παλμογράφου.

3. Ἄν εἶναι $L\omega = \frac{1}{C\omega}$, τά ἀποτελέσματα τῆς ἐπαγωγικῆς καί τῆς χωρητικῆς ἀντιστάσεως *ἀλληλοαναιροῦνται* καί ἡ γωνία φ εἶναι *ἴση μέ μηδέν* (σχ. 76γ). Ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος καί ἡ τάση ἔχουν *τήν ἴδια φάση.*

Στό σχῆμα 69 δείχνονται σχηματικά οἱ παρατηρούμενες στόν ἠλεκτρονικό παλμογράφο καμπύλες τῆς τάσεως καί τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος στίς παραπάνω τρεῖς περιπτώσεις.

Στό σχῆμα 78 φαίνονται οἱ καμπύλες πού βλέπουμε στήν ὀθόνη τοῦ παλμογράφου.

Παράδειγμα. Σέ κύκλωμα ἐναλλασσόμενου ρεύματος, συχνότητας $\nu = 50$ Hz, συνδέονται κατά σειρά πυκνωτής πού ἔχει χωρητικότητα $C = 4\,\mu F$ καί πηνίο πού ἔχει ὠμική ἀντίσταση $R_\Omega = 500\ \Omega$ καί συντελεστή



$L\omega > \frac{1}{C\omega}$ $\qquad$ $L\omega < \frac{1}{C\omega}$ $\qquad$ $L\omega = \frac{1}{C\omega}$

Σχ. 78. Καμπύλες τῆς τάσεως καί τῆς ἐντάσεως ρεύματος παρατηρούμενες στήν ὀθόνη τοῦ παλμογράφου.

αὐτεπαγωγῆς $L = 0{,}25$ H. Στίς ἄκρες τοῦ κυκλώματος ἐφαρμόζεται ἐνεργός τάση $U_{εν} = 120$ V.

Ἡ κυκλική συχνότητα ω τοῦ ρεύματος εἶναι

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \text{ rad} \cdot 50 \text{ sec}^{-1} \quad \text{καί} \quad \omega = 314 \text{ rad} \cdot \text{sec}^{-1}$$

Ἡ χωρητική ἀντίσταση εἶναι

$$R_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 314 \text{ rad} \cdot \text{sec}^{-1}} \quad \text{καί} \quad R_C = 796\ \Omega$$

Ἡ ἐπαγωγική ἀντίσταση εἶναι

$$R_L = L\omega = 0{,}25 \text{ H} \cdot 314 \text{ rad} \cdot \text{sec}^{-1} \quad \text{καί} \quad R_L = 78{,}5\ \Omega$$

Ἡ σύνθετη ἀντίσταση Z τοῦ κυκλώματος εἶναι

$$Z = \sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{500^2\ \Omega^2 + (78{,}5 - 796)^2\ \Omega^2}$$

$$\text{καί} \quad Z = 875\ \Omega$$

Ἡ ἐνεργός ἔνταση $I_{εν}$ τοῦ ρεύματος εἶναι:

$$I_{εν} = \frac{U_{εν}}{Z} = \frac{120 \text{ V}}{875\,\Omega} \quad \text{καί} \quad I_{εν} \simeq 0{,}137 \text{ A}$$

Ἡ διαφορά φάσεως φ εἶναι

$$\text{συν}\,\varphi = \frac{R_\Omega}{Z} = \frac{500\ \Omega}{875\ \Omega} = 0{,}57 \quad \text{ἄρα} \quad \varphi = 55^0\, 15'$$

Ἐπειδή εἶναι $L\omega < \frac{1}{C\omega}$ ἡ φάση τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος *προηγεῖται* σχετικά μέ τή φάση τῆς τάσεως (ἄρα $\varphi < 0$).

Στίς ἄκρες τῆς χωρητικῆς ἀντιστάσεως R_C ἐφαρμόζεται ἐνεργός τάση

$$U_{\text{πυκνωτῆ}} = R_C \cdot I_{εν} = 796\ \Omega \cdot 0{,}137 \text{ A} \quad \text{καί} \quad U_{\text{πυκνωτῆ}} \simeq 109 \text{ V}$$

Ἡ τάση πού ἐφαρμόζεται στίς ἄκρες τοῦ πηνίου εἶναι συνισταμένη τῶν δύο ἐνεργῶν τάσεων $R_\Omega \cdot I_{εν}$ καί $R_L \cdot I_{εν}$.

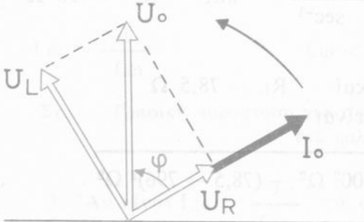
Ἄρα στίς ἄκρες τοῦ πηνίου ἐφαρμόζεται ἐνεργός τάση

$$U_{\text{πηνίου}} = \sqrt{(R_\Omega I_{εν})^2 + (R_L I_{εν})^2} = I_{εν}\sqrt{R_\Omega^2 + R_L^2}$$

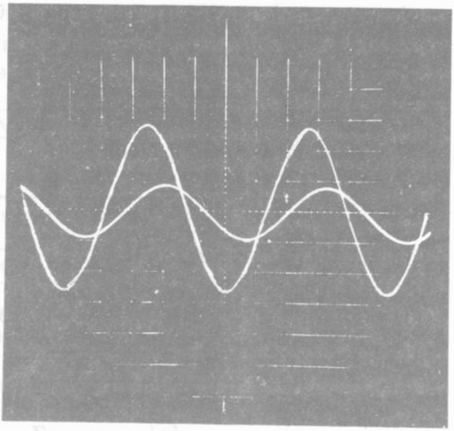
$$\text{ἤ} \quad U_{\text{πηνίου}} = 0{,}137 \text{ A} \cdot \sqrt{(500^2 + 78{,}5^2)\Omega^2} \quad \text{καί} \quad U_{\text{πηνίου}} \simeq 69 \text{ V}$$

η. Μερικές περιπτώσεις κυκλωμάτων ἐναλλασσόμενου ρεύματος.

1. Κύκλωμα μέ ὠμική ἀντίσταση R_Ω καί αὐτεπαγωγή L κατά σειρά. Σ' αὐτή τήν περίπτωση εἶναι $C = 0$ καί ἐπομένως ἀπό τίς παραπάνω γενικές ἐξισώσεις βρίσκουμε:



Σχ. 79. Στό κύκλωμα RL ἡ φάση τῆς ἐντάσεως ρεύματος καθυστερεῖ σχετικά μέ τή φάση τῆς τάσεως κατά γωνία φ.



Σχ. 80. Παρατήρηση μέ τόν παλμογράφο σέ κύκλωμα RL. Ἡ φάση τῆς ἐντάσεως ρεύματος καθυστερεῖ σχετικά μέ τή φάση τῆς τάσεως.

διαφορά φάσεως $\quad \varepsilon\varphi\ \varphi = \dfrac{L\omega}{R_\Omega}$

σύνθετη ἀντίσταση $\quad Z = \sqrt{R_\Omega^2 + (L\omega)^2}$

ἐνεργός ἔνταση τοῦ ρεύματος $\quad I_{\varepsilon\nu} = \dfrac{U_{\varepsilon\nu}}{Z} = \dfrac{U_{\varepsilon\nu}}{\sqrt{R_\Omega^2 + (L\omega)^2}}$

Ἡ φάση τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος *καθυστερεῖ* σχετικά μέ τή φάση τῆς τάσεως κατά γωνία φ (σχ. 79) καί ἑπομένως ἡ στιγμιαία τάση καί ἡ στιγμιαία ἔνταση τοῦ ρεύματος δίνονται ἀπό τίς ἐξισώσεις:

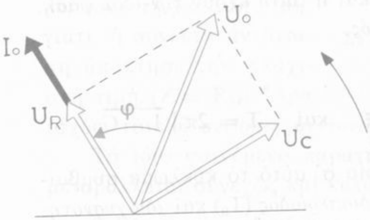
$$U = U_0 \cdot \eta\mu\, \omega t \quad \text{καί} \quad I = I_0 \cdot \eta\mu\,(\omega t - \varphi)$$

Στό σχῆμα 80 φαίνονται οἱ καμπύλες πού παρατηροῦμε στήν ὀθόνη τοῦ παλμογράφου γιά κύκλωμα RL.

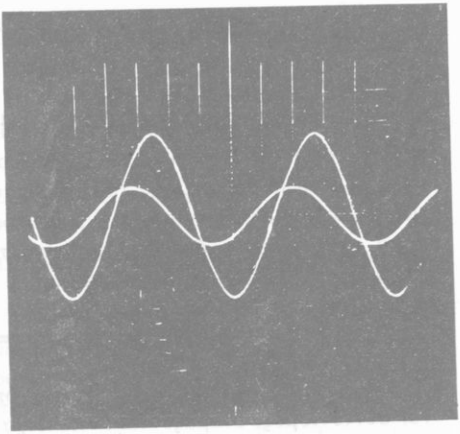
2. Κύκλωμα μέ ὠμική ἀντίσταση R_Ω καί χωρητικότητα C κατά σειρά. Σ' αὐτή τήν περίπτωση εἶναι L = 0 καί ἑπομένως ἀπό τίς γενικές ἐξισώσεις βρίσκουμε:

διαφορά φάσεως $\quad \varepsilon\varphi\ \varphi = \dfrac{1/C\omega}{R_\Omega} = \dfrac{1}{R_\Omega \cdot C\omega}$

σύνθετη ἀντίσταση $\quad Z = \sqrt{R_\Omega^2 + (1/C\omega)^2}$



Σχ. 81. Στό κύκλωμα RC ἡ φάση τῆς ἐντάσεως ρεύματος προηγεῖται ἀπό τή φάση τῆς τάσεως κατά γωνία φ.



Σχ. 82. Παρατήρηση μέ τόν παλμογράφο σέ κύκλωμα RC. Ἡ φάση τῆς ἐντάσεως ρεύματος προηγεῖται ἀπό τή φάση τῆς τάσεως.

ἐνεργός ἔνταση τοῦ ρεύματος $I_{εν} = \frac{U_{εν}}{Z} = \frac{U_{εν}}{\sqrt{R_\Omega^2 + (1/C\omega)^2}}$

Ἡ φάση τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος *προηγεῖται* σχετικά μέ τή φάση τῆς τάσεως κατά γωνία φ (σχ. 81) καί ἑπομένως ἡ στιγμιαία τάση καί ἡ στιγμιαία ἔνταση τοῦ ρεύματος δίνονται ἀπό τίς ἐξισώσεις:

$$U = U_0 \cdot ημ\, \omega t \quad καί \quad I = I_0 \cdot ημ\,(\omega t + \varphi)$$

Στό σχῆμα 82 φαίνονται οἱ καμπύλες πού παρατηροῦμε στήν ὀθόνη τοῦ παλμογράφου γιά κύκλωμα RC.

37. Συντονισμός

Σέ ἕνα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά ὠμική ἀντίσταση R_Ω, αὐτεπαγωγή L καί χωρητικότητα C (κύκλωμα RLC). Ἡ σύνθετη ἀντίσταση τοῦ κυκλώματος εἶναι:

$$Z = \sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \qquad (1)$$

Ἡ ἐξίσωση (1) δείχνει ὅτι ἡ σύνθετη ἀντίσταση Z τοῦ κυκλώματος εἶναι πάντοτε *μεγαλύτερη* ἀπό τήν ὠμική ἀντίσταση R_Ω. Ἡ σύνθετη ἀντίσταση λαβαίνει *τή μικρότερη* τιμή της $Z = R_\Omega$, ὅταν εἶναι:

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \quad \text{ἄρα} \quad L\omega = \frac{1}{C\omega} \qquad (2)$$

Σ' αὐτή τήν περίπτωση ἡ ἐνεργός ἔνταση τοῦ ρεύματος λαβαίνει *τή μέγιστη* τιμή της $I_{\varepsilon\nu} = U_{\varepsilon\nu}/R_\Omega$ καί ἡ διαφορά φάσεως φ μεταξύ τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος καί τῆς τάσεως εἶναι ἴση μέ μηδέν ($\varphi = 0$, γιατί εἶναι $\varepsilon\varphi\, \varphi = 0$), δηλαδή ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος καί ἡ τάση ἔχουν *τήν ἴδια φάση*. Αὐτό τό φαινόμενο ὀνομάζεται *συντονισμός*.

Ἀπό τήν ἐξίσωση (2) βρίσκουμε:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad \text{ἤ} \quad \frac{2\pi}{T} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad \text{καί} \quad T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$$

Ἡ περίοδος καί ἡ συχνότητα, γιά τήν ὁποία σ' αὐτό τό κύκλωμα συμβαίνει συντονισμός, ὀνομάζονται ἀντίστοιχα *ἰδιοπερίοδος* (T_0) καί *ἰδιοχυσνότητα* (ν_0) τοῦ κυκλώματος.

Ἀπό τά παραπάνω καταλήγουμε στά ἑξῆς συμπεράσματα:

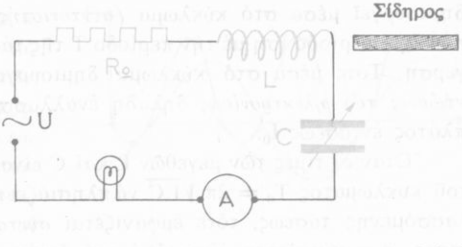
I. Σέ ἕνα κύκλωμα πού συνδέονται κατά σειρά ὠμική, ἐπαγωγική καί χωρητική ἀντίσταση, ἡ ἐνεργός ἔνταση τοῦ ρεύματος λαβαίνει τή μέγιστη τιμή, ὅταν ὑπάρχει συντονισμός, δηλαδή ὅταν ἡ συχνότητα τῆς τάσεως πού ἐφαρμόζεται στό κύκλωμα εἶναι ἴση μέ τήν ἰδιοσυχνότητα (ν_0) τοῦ κυκλώματος.

$$\boxed{\text{μέγιστη ἐνεργός ἔνταση} \qquad I_{\varepsilon\nu} = \frac{U_{\varepsilon\nu}}{R_\Omega}}$$

II. Κατά τό συντονισμό ἡ ἰδιοπερίοδος (T_0) τοῦ κυκλώματος σέ συνάρτηση μέ τήν αὐτεπαγωγή (L) καί τή χωρητικότητα (C) τοῦ κυκλώματος δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση Thomson :

$$\boxed{\text{ἐξίσωση Thomson} \qquad T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C}}$$

α. Πειραματική ἀπόδειξη τοῦ συντονισμοῦ. Μέ τή διάταξη πού δείχνει τό σχῆμα 83 μποροῦμε νά ἀποδείξουμε πειραματικά τήν ἐξάρτηση τῆς ἐνεργοῦ ἐντάσεως τοῦ ρεύματος ἀπό τήν τιμή πού ἔχει τό διώνυμο $L\omega - (1/C\omega)$. Ἡ κυκλική συχνότητα ω τοῦ ρεύματος, ἡ ὠμική ἀντίσταση R_Ω καί ἡ χωρητικότητα C διατηροῦν σταθερές τιμές. Εἰσάγουμε ἀργά μέσα στό πηνίο ἕναν πυρήνα μαλακοῦ σιδήρου. Τότε μεταβάλλεται ὁ συντελεστής αὐτεπαγωγῆς L τοῦ πηνίου καί συνεπῶς μεταβάλλεται ἡ τιμή τοῦ διωνύμου



Σχ. 83. Σχηματική διάταξη γιά τήν πειραματική ἀπόδειξη τοῦ συντονισμοῦ σέ κύκλωμα RLC.

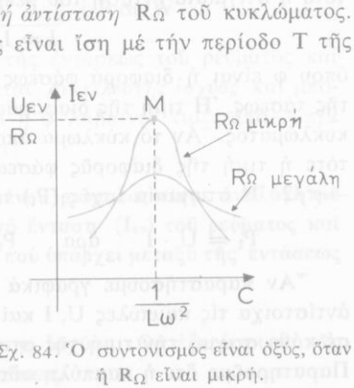
$L\omega - (1/C\omega)$. Ὅταν ὁ πυρήνας βρεθεῖ σέ ὁρισμένη θέση, παρατηροῦμε τή μέγιστη φωτοβολία τοῦ λαμπτήρα. Αὐτό σημαίνει ὅτι γιά μιά ὁρισμένη τιμή τοῦ L *ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος λαβαίνει τή μέγιστη τιμή*, γιατί ἡ σύνθετη ἀντίσταση ἀπόκτησε τήν ἐλάχιστη τιμή ($Z = R_\Omega$). Ἄρα ἰσχύει τότε *ἡ συνθήκη συντονισμοῦ* $L\omega = 1/C\omega$.

Τό ἴδιο φαινόμενο παρατηροῦμε, ἄν τό L διατηρεῖται σταθερό, καί μεταβάλλεται συνεχῶς καί κατά τήν ἴδια φορά ἡ χωρητικότητα C.

β. Ἀναλογία μέ τό μηχανικό φαινόμενο τοῦ συντονισμοῦ. Στό παραπάνω κύκλωμα ἐφαρμόζουμε *σταθερή τάση* $U_{εν}$. Ὅταν στό κύκλωμα ὑπάρχει συντονισμός, τότε ἰσχύει ἡ ἐξίσωση:

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \quad \text{ἄρα} \quad C = \frac{1}{L\omega^2}$$

Ἄν παρακολουθήσουμε τίς μεταβολές τῆς ἐνεργοῦ ἐντάσεως $I_{εν}$ σέ συνάρτηση μέ τίς μεταβολές τῆς χωρητικότητας C, παίρνουμε τήν καμπύλη πού δείχνει τό σχῆμα 84. Αὐτή ἡ καμπύλη μοιάζει μέ τήν καμπύλη πού ἔχουμε γιά τό μηχανικό φαινόμενο τοῦ συντονισμοῦ. Τό πείραμα καί ἡ θεωρία βρίσκουν ὅτι τό μέγιστο (M) τῆς ἐνεργοῦ ἐντάσεως τοῦ ρεύματος εἶναι τόσο πιό καθαρό, δηλαδή ἡ καμπύλη παρουσιάζει ὀξεία αἰχμή *(ὀξύς συντονισμός)* ὅσο πιό μικρή εἶναι *ἡ ὠμική ἀντίσταση* R_Ω τοῦ κυκλώματος. Τότε ἡ ἰδιοπερίοδος T_0 τοῦ κυκλώματος εἶναι ἴση μέ τήν περίοδο T τῆς τάσεως πού ἐφαρμόζεται στό κύκλωμα. Αὐτή ἡ τάση παίζει τό ρόλο *τοῦ διεγέρτη* καί τό κύκλωμα παίζει τότε τό ρόλο *τοῦ συντονιστῆ*. Ἡ ὠμική ἀντίσταση R_Ω καθορίζει τή μικρή ἤ μεγάλη *ἀπόσβεση*, ὅπως οἱ τριβές στά μηχανικά φαινόμενα.



Σχ. 84. Ὁ συντονισμός εἶναι ὀξύς, ὅταν ἡ R_Ω εἶναι μικρή.

Ὅταν οἱ τιμές τῶν μεγεθῶν L καί C εἶναι τυχαῖες, τότε ἡ ἐναλλασσόμενη τάση *(διεγέρτης)* πού ἐφαρμόζεται στίς ἄκρες τοῦ κυκλώματος RLC, δημιουργεῖ μέσα στό κύκλωμα *(συντονιστής)* ἕνα ἐναλλασσόμενο ρεῦμα πού ἔχει περίοδο ἴση μέ τήν περίοδο T τῆς τάσεως ἡ ὁποία προκαλεῖ τή διέγερση. Τότε μέσα στό κύκλωμα δημιουργοῦνται *ἐξαναγκασμένες ταλαντώσεις τῶν ἠλεκτρονίων*, δηλαδή ἐναλλασσόμενο ρεῦμα πού ἔχει μικρό πλάτος ἐντάσεως I_0.

Ὅταν οἱ τιμές τῶν μεγεθῶν L καί C εἶναι τέτοιες, ὥστε ἡ ἰδιοπερίοδος τοῦ κυκλώματος $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ νά πλησιάζει πρός τήν περίοδο T τῆς ἐναλλασσόμενης τάσεως, τότε ἐμφανίζεται *συντονισμός* πού εἶναι τόσο ὀξύτερος, ὅσο μικρότερη εἶναι ἡ ὠμική ἀντίσταση R_Ω τοῦ κυκλώματος. Καί ὅπως στήν περίπτωση τοῦ μηχανικοῦ συντονισμοῦ, ἔτσι καί κατά τό συντονισμό τοῦ κυκλώματος τό πλάτος τῆς ἐντάσεως I_0 λαβαίνει *τή μέγιστη τιμή*, γιατί εἶναι:

$$I_{\varepsilon\nu} = \frac{U_{\varepsilon\nu}}{R_\Omega} \quad \text{ἤ} \quad I_0\sqrt{2} = \frac{U_0\sqrt{2}}{R_\Omega} \quad \text{καί} \quad I_0 = \frac{U_0}{R_\Omega}$$

38. Μέση ἰσχύς καί συντελεστής ἰσχύος

Στό *συνεχές ρεῦμα*, ὅταν στίς ἄκρες τοῦ κυκλώματος ἐφαρμόζεται τάση U καί ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος εἶναι I, τότε ἡ παρεχόμενη στό κύκλωμα ἰσχύς P εἶναι $P = U \cdot I$. Τά μεγέθη U καί I εἶναι σταθερά καί ἑπομένως ἡ ἰσχύς P τοῦ συνεχοῦς ρεύματος εἶναι σταθερή.

Στό *ἐναλλασσόμενο ρεῦμα* τά μεγέθη U καί I συνεχῶς μεταβάλλονται. Ἄν στίς ἄκρες τοῦ κυκλώματος ἐφαρμόζεται ἡ ἐναλλασσόμενη τάση:

$$U = U_0 \cdot \eta\mu\,\omega t \qquad (1)$$

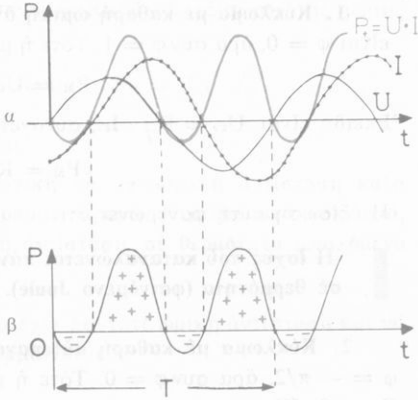
τότε ἡ στιγμιαία ἔνταση τοῦ ρεύματος εἶναι:

$$I = I_0 \cdot \eta\mu\,(\omega t - \varphi) \qquad (2)$$

ὅπου φ εἶναι ἡ διαφορά φάσεως μεταξύ τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος καί τῆς τάσεως. Ἡ τιμή τῆς διαφορᾶς φάσεως ἐξαρτᾶται ἀπό τίς ἰδιότητες τοῦ κυκλώματος. Ἄν τό κύκλωμα ἀποτελεῖται ἀπό διάφορα εἴδη ἀντιστάσεων, τότε ἡ τιμή τῆς διαφορᾶς φάσεως φ περιλαμβάνεται μεταξύ $+\pi/2$ καί $-\pi/2$. Ἡ στιγμιαία ἰσχύς (P_t) τοῦ ρεύματος εἶναι:

$$P_t = U \cdot I \qquad \text{ἄρα} \qquad P_t = U_0\, I_0 \cdot \eta\mu\,\omega t \cdot \eta\mu\,(\omega t - \varphi) \qquad (3)$$

Ἄν παραστήσουμε γραφικά τίς ἐξισώσεις (1), (2) καί (3) παίρνουμε ἀντίστοιχα τίς καμπύλες U, I καί P_t (σχ. 85α). Ἡ καμπύλη P_t παριστάνει σέ κάθε στιγμή τήν τιμή τῆς στιγμιαίας ἰσχύος $P_t = U \cdot I$ τοῦ ρεύματος. Παρατηροῦμε ὅτι ἡ καμπύλη αὐτή ἀποτελεῖται ἀπό τόξα θετικά καί τόξα ἀρνητικά (σχ. 85β). Ἡ στιγμιαία ἰσχύς U · I εἶναι *θετική* κατά τίς χρονικές στιγμές πού οἱ τιμές τῶν μεγεθῶν U καί I εἶναι ὁμόσημες. Τότε τό κύκλωμα *παίρνει ἐνέργεια* ἀπό τή γεννήτρια. Ἀντίθετα ἡ στιγμιαία ἰσχύς U · I εἶναι *ἀρνητική* κατά τίς χρονικές στιγμές πού οἱ τιμές τῶν μεγεθῶν U καί I εἶναι ἑτερόσημες. Τότε τό κύκλωμα *δίνει ἐνέργεια* στή γεννήτρια. Αὐτή ἡ ἐνέργεια προέρχεται ἀπό τήν ἐνέργεια πού εἶναι *ἀποταμιευμένη* στά ἠλεκτρικά καί τά μαγνητικά πεδία πού σχηματίζονται στούς πυκνωτές καί τά πηνία τοῦ κυκλώματος.



Σχ. 85. Γραφική παράσταση τῶν ἐξισώσεων τῆς τάσεως U, τῆς ἐντάσεως ρεύματος I καί τῆς ἰσχύος P τοῦ ἐναλλασσόμενου ρεύματος.

Στή διάρκεια μιᾶς περιόδου T τό κύκλωμα παίρνει ἀπό τή γεννήτρια ἐνέργεια W_T. Ὀνομάζεται *μέση ἰσχύς* (P_M) τοῦ ἐναλλασσόμενου ρεύματος τό πηλίκο τῆς ἐνέργειας (W_T) πού παίρνει τό κύκλωμα στή διάρκεια μιᾶς περιόδου διά τῆς περιόδου (T).

$$\text{μέση ἰσχύς} \quad P_M = \frac{W_T}{T}$$

Ἀποδεικνύεται ὅτι *ἡ μέση ἰσχύς* δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση:

$$\boxed{\text{μέση ἰσχύς} \quad P_M = U_{εν} \cdot I_{εν} \cdot \text{συν}\,φ} \quad \begin{cases} U \text{ σέ V, } I \text{ σέ A} \\ P \text{ σέ W} \end{cases} \qquad (4)$$

ὅπου φ εἶναι ἡ διαφορά φάσεως μεταξύ τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος καί τῆς τάσεως. Ὁ παράγοντας συν φ ὀνομάζεται *συντελεστής ἰσχύος* καί μπορεῖ νά λάβει τιμές ἀπό — 1 ὥς + 1 (γιατί ἡ φ λαβαίνει τιμές ἀπό — π/2 ὥς + π/2). Ἡ ἐξίσωση (4) φανερώνει ὅτι:

Ἡ μέση ἰσχύς (P_M) τοῦ ἐναλλασσομένου ρεύματος εἶναι ἀνάλογη μέ τήν ἐνεργό τάση ($U_{εν}$) καί τήν ἐνεργό ἔνταση ($I_{εν}$) τοῦ ρεύματος καί ἐξαρτᾶται ἀπό τή διαφορά φάσεως (φ) πού ὑπάρχει μεταξύ τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος καί τῆς τάσεως.

α. Διερεύνηση τῆς ἐξισώσεως τῆς μέσης ἰσχύος. Θά ἐξετάσουμε πῶς ἰσχύει ἡ ἐξίσωση (4) σέ διάφορες περιπτώσεις.

1. Κύκλωμα μέ καθαρή ὠμική ἀντίσταση R_{Ω}. Σ᾽ αὐτή τήν περίπτωση εἶναι $\varphi = 0$, ἄρα συν $\varphi = 1$. Τότε ἡ μέση ἰσχύς ἔχει *τή μέγιστη τιμή:*

$$P_M = U_{\varepsilon\nu} \cdot I_{\varepsilon\nu}$$

Ἐπειδή εἶναι $U_{\varepsilon\nu} = R_{\Omega} \cdot I_{\varepsilon\nu}$, συνάγεται ὅτι εἶναι:

$$P_M = R_{\Omega} \cdot I_{\varepsilon\nu}^2$$

Ἡ ἐξίσωση αὐτή φανερώνει ὅτι:

Ἡ ἰσχύς πού καταναλώνεται πάνω σέ ὠμική ἀντίσταση μετατρέπεται σέ θερμότητα (φαινόμενο Joule).

2. Κύκλωμα μέ καθαρή αὐτεπαγωγή L. Σ᾽ αὐτή τήν περίπτωση εἶναι $\varphi = -\pi/2$, ἄρα συν $\varphi = 0$. Τότε ἡ μέση ἰσχύς εἶναι *ἴση μέ μηδέν*, $P_M = 0$. Ὥστε:

Πάνω σέ ἕνα ἰδανικό πηνίο δέν καταναλώνεται ἰσχύς.

Ὅταν ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος αὐξάνεται ἀπό 0 ὥς I_0, τό πηνίο ἐξαιτίας τῆς αὐτεπαγωγῆς του *ἀποταμιεύει* ἐνέργεια ἴση μέ $\frac{1}{2} L I_0^2$. Αὐτή τήν ἐνέργεια τό πηνίο *τήν ἀποδίδει* ἀμέσως ἔπειτα στό κύκλωμα, ὅταν ἡ ἔνταση τοῦ ρεύματος μεταβάλλεται ἀπό I_0 σέ 0.

3. Κύκλωμα μέ καθαρή χωρητικότητα C. Σ᾽ αὐτή τήν περίπτωση εἶναι $\varphi = +\pi/2$, ἄρα συν $\varphi = 0$. Τότε ἡ μέση ἰσχύς εἶναι *ἴση μέ μηδέν*, $P_M = 0$. Ὥστε:

Πάνω σέ μιά καθαρή χωρητική ἀντίσταση δέν καταναλώνεται ἰσχύς.

Ὅπως τό ἰδανικό πηνίο, ἔτσι καί ὁ πυκνωτής, ὅταν ἡ τάση αὐξάνεται ἀπό 0 ὥς U_0, ὁ πυκνωτής *ἀποταμιεύει* ἐνέργεια ἴση μέ $\frac{1}{2} C U_0^2$. Αὐτή τήν ἐνέργεια ὁ πυκνωτής *τήν ἀποδίδει* ἀμέσως, ὅταν ἡ τάση ἐλαττώνεται ἀπό U_0 σέ 0.

4. Κύκλωμα μέ ὠμική, ἐπαγωγική καί χωρητική ἀντίσταση. Σέ ἕνα κύκλωμα RLC εἶναι $-\pi/2 < \varphi < +\pi/2$. Τό κύκλωμα ἔχει σύνθετη ἀντίσταση Z καί ἡ διαφορά φάσεως φ δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση:

$$\text{συν}\,\varphi = \frac{R_0}{Z}$$

Τό ρεῦμα παρέχει στό κύκλωμα μέση ἰσχύ:

$$P_M = U_{\varepsilon\nu} \cdot I_{\varepsilon\nu} \cdot \text{συν}\,\varphi$$

Ἐπειδή εἶναι $U_{εν} = Z \cdot I_{εν}$ καί $συνφ = R_Ω/Z$, ἡ ἐξίσωση τῆς μέσης ἰσχύος γράφεται:

$$P_M = Z \cdot I_{εν}^2 \cdot \frac{R_Ω}{Z} \quad ἄρα \quad P_M = R_Ω \cdot I_{εν}^2$$

Ἡ τελευταία ἐξίσωση φανερώνει ὅτι:

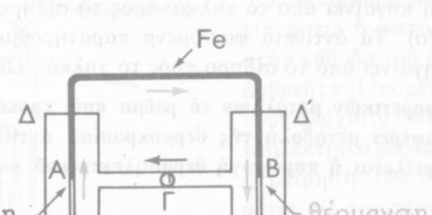
Σέ κύκλωμα μέ ὠμική, ἐπαγωγική καί χωρητική ἀντίσταση κατά σειρά ὅλη ἡ μέση ἰσχύς, τήν ὁποία παρέχει τό ρεῦμα στό κύκλωμα, μετατρέπεται πάνω στήν ὠμική ἀντίσταση σέ θερμότητα (φαινόμενο Joule).

Στήν πραγματικότητα ἕνα πηνίο ἔχει πάντοτε ὠμική ἀντίσταση καί γι' αὐτό παρατηροῦμε ὅτι τό πηνίο θερμαίνεται.

Μερικά ἐνδιαφέροντα φαινόμενα

39*. Φαινόμενο Peltier

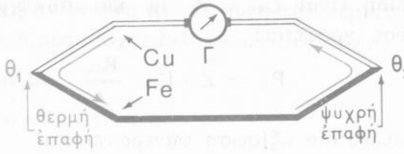
Σχηματίζουμε ἕνα κύκλωμα ἀπό δύο ράβδους χαλκοῦ, πού μεταξύ τους παρεμβάλλεται μιά ράβδος σιδήρου (σχ. 86). Οἱ δύο ἐπαφές Α καί Β τοῦ θερμοηλεκτρικοῦ ζεύγους σίδηρος - χαλκός βρίσκονται μέσα σέ γυάλινα δοχεῖα, πού περιέχουν ἀέρα καί συγκοινωνοῦν μέ τριχοειδή σωλήνα. Μέσα στό σωλήνα μπορεῖ νά μετακινεῖται μιά μικρή σταγόνα λαδιοῦ πού χρησιμεύει ὡς δείκτης.



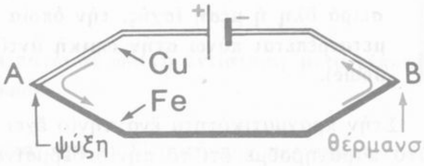
Σχ. 86. Φαινόμενο Peltier.

Ὅταν τό ρεῦμα πηγαίνει ἀπό τό χαλκό πρός τό σίδηρο, ἡ ἐπαφή Α *ψύχεται*, ἐνῶ ἡ ἐπαφή Β *θερμαίνεται*. Ἡ πίεση τοῦ ἀέρα μέσα στό δοχεῖο Δ΄ αὐξάνεται καί ἡ σταγόνα τοῦ λαδιοῦ μετακινεῖται πρός τό δοχεῖο Δ.

Ἄν ἀντιστραφεῖ ἡ φορά τοῦ ρεύματος, τότε ἡ μετακίνηση τῆς σταγόνας τοῦ λαδιοῦ δείχνει ὅτι ἡ ἐπαφή Α θερμαίνεται, ἐνῶ ἡ ἐπαφή Β ψύχεται. Τό φαινόμενο πού παρατηρήσαμε εἶναι γενικό καί ὀνομάζεται *φαινόμενο Peltier.*



Σχ. 87. Θερμοηλεκτρικό φαινόμενο.



Σχ. 87α Τό φαινόμενο Peltier εἶναι τό ἀντίστροφο τοῦ θερμοηλεκτρικοῦ φαινομένου.

Ὅταν τό ἠλεκτρικό ρεῦμα περνάει ἀπό τήν ἐπαφή δύο διαφορετικῶν μετάλλων, τότε ἀνάλογα μέ τή φορά τοῦ ρεύματος συμβαίνει ψύξη ἤ θέρμανση τῆς ἐπαφῆς (φαινόμενο Peltier).

Ἡ θερμότητα Q πού ἐμφανίζεται ἤ ἀπορροφᾶται στήν ἐπαφή τῶν δύο μετάλλων στή διάρκεια χρόνου t εἶναι ἀνάλογη μέ τήν ἔνταση I τοῦ ρεύματος καί ἐξαρτᾶται ἀπό τή φύση τῶν δύο μετάλλων.

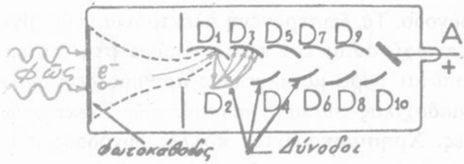
α. Φαινόμενο Peltier καί θερμοηλεκτρικό φαινόμενο. Ἄς θεωρήσουμε τό θερμοηλεκτρικό ζεῦγος σίδηρος - χαλκός. Ὅταν αὐτό τό ζεῦγος ἀποτελεῖ θερμοηλεκτρικό στοιχεῖο (σχ. 87), τότε στή *θερμή ἐπαφή* τό θερμοηλεκτρικό ρεῦμα πηγαίνει ἀπό τό χαλκό πρός τό σίδηρο. Ἄν στό θερμοηλεκτρικό στοιχεῖο διαβιβάσουμε ρεῦμα πού ἔχει τήν ἴδια φορά μέ τό θερμοηλεκτρικό ρεῦμα (δηλαδή πηγαίνει ἀπό τό χαλκό πρός τό σίδηρο), τότε ἡ ἐπαφή Α *ψύχεται* (σχ.87α). Τά ἀντίθετα φαινόμενα παρατηροῦμε στήν ἐπαφή Β, ὅπου τό ρεῦμα πηγαίνει ἀπό τό σίδηρο πρός τό χαλκό. Ὥστε:

Στήν ἐπαφή δύο διαφορετικῶν μετάλλων τό ρεῦμα πού προκαλεῖ τό φαινόμενο Peltier, ἐπιφέρει μεταβολή τῆς θερμοκρασίας ἀντίθετη μέ ἐκείνη, στήν ὁποία ὀφείλεται ἡ παραγωγή θερμοηλεκτρικοῦ ρεύματος μέ τήν ἴδια φορά.

Τό φαινόμενο Perlier καί τό θερμοηλεκτρικό φαινόμενο εἶναι *φαινόμενα ἀντίστροφα.*

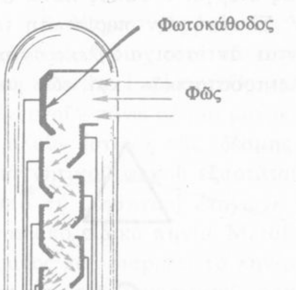
40*. Φωτοπολλαπλασιαστής

α. Δευτερογενής ἐκπομπή ἠλεκτρονίων. Στό *θερμοηλεκτρονικό φαινόμενο* τά ἠλεκτρόνια *βγαίνουν* ἀπό τή διάπυρη κάθοδο, ἐπειδή αὐτή ἔχει θερμανθεῖ πολύ. Στό *φωτοηλεκτρικό φαινόμενο* τά ἠλεκτρόνια *βγαίνουν* ἀπό τήν κάθοδο, γιατί παίρνουν ἐνέργεια ἀπό τά φωτόνια πού πέφτουν πάνω στήν κάθοδο. Τά ἠλεκτρόνια μποροῦν νά ἀποσπαστοῦν ἀπό ἕνα μέταλ-



Σχ. 88. Σχηματική παράσταση φωτοπολλαπλασιαστή. Ἀπό κάθε δύνοδο (D) ἀποσπῶνται πολλά δευτερογενή ἠλεκτρόνια.

λο καί μέ ἕναν ἄλλο τρόπο. Τά ἠλεκτρόνια πού προέρχονται ἀπό μιά πηγή, καί τά ὁποῖα ὀνομάζουμε *πρωτογενή ἠλεκτρόνια*, ὅταν πέφτουν πάνω σέ ἕνα μέταλλο, προκαλοῦν *τήν ἔξοδο ἠλεκτρονίων* ἀπό τό μέταλλο. Τά ἠλεκτρόνια αὐτά ὀνομάζονται *δευτερογενή ἠλεκτρόνια* καί γιά τήν ἀπόσπασή τους ἀπό τό μέταλλο παίρνουν τήν ἀπαιτούμενη ἐνέργεια ἀπό τά πρωτογενή ἠλεκτρόνια. Στό φωτοηλεκτρικό φαινόμενο κάθε φωτόνιο προκαλεῖ τήν ἔξοδο μόνο ἑνός φωτοηλεκτρονίου. Ἀντίθετα στή *δευτερογενή ἐκπομπή ἠλεκτρονίων* ἕνα πρωτογενές ἠλεκτρόνιο μπορεῖ νά προκαλέσει τήν ἔξοδο πολλῶν δευτερογενῶν ἠλεκτρονίων ἀπό τό μέταλλο. Ὁ λόγος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν δευτερογενῶν ἠλεκτρονίων πρός τόν ἀριθμό τῶν πρωτογενῶν ἠλεκτρονίων ἐξαρτᾶται ἀπό τή φύση τοῦ μετάλλου καί ἀπό τήν ἐνέργεια τῶν πρωτογενῶν ἠλεκτρονίων. Ἡ ἐλάχιστη ἐνέργεια πού πρέπει νά ἔχει ἕνα πρωτογενές ἠλεκτρόνιο, γιά νά προκαλέσει τήν ἐκπομπή ἑνός δευτερογενοῦς ἠλεκτρονίου, εἶναι περίπου 10 eV($= 1{,}6 \cdot 10^{-18}$ Joule). Ἡ δευτερογενής ἐκπομπή ἠλεκτρονίων ἔχει ἐφαρμογή στίς ἠλεκτρονικές λυχνίες καί στόν *φωτοπολλαπλασιαστή*.



Σχ. 89. Φωτοπολλαπλασιαστής.

β. Φωτοπολλαπλασιαστής. Σέ πολλές περιπτώσεις ἡ φωτεινή ροή πού πέφτει πάνω στήν κάθοδο τοῦ φωτοκυττάρου εἶναι πολύ ἀσθενής καί ἐπομένως ἀπό τήν κάθοδο βγαίνουν ἐλάχιστα φωτοηλεκτρόνια. Τότε τό φωτοηλεκτρικό ρεῦμα εἶναι τόσο ἀσθενές, ὥστε ἡ μέτρησή του εἶναι σχεδόν ἀδύνατη. Σ' αὐτές τίς περιπτώσεις χρησιμοποιοῦμε ἕνα εἰδικό φωτοκύτταρο πού ὀνομάζεται *φωτοπολλαπλασιαστής* (σχ. 88). Αὐτός ἀποτελεῖται ἀπό διαφανή *φωτοκάθοδο* καί ἀπό πολλά εἰδικά ἠλεκτρόδια πού ὀνομάζονται *δύνοδοι*. Τά φωτοηλεκτρόνια πού ἀποσπῶνται ἀπό τήν κάθοδο, ἐξαιτίας τῆς τάσεως πού ἐφαρμόζεται, πέφτουν πάνω στήν πρώτη δύνοδο. Αὐτά τά πρωτογενή ἠλεκτρόνια προκαλοῦν τήν ἔξοδο πολλῶν δευτερογενῶν ἠλεκτρονίων ἀπό τήν πρώτη δύνοδο. Τά δευτερογενή ἠλεκτρόνια, πού βγῆκαν ἀπό τήν πρώτη δύνοδο, ἐπιταχύνονται καί πέφτουν πάνω στή δεύτερη δύνοδο, ἀπό τήν ὁποία ἀποσπᾶται τώρα μεγαλύτερος ἀριθμός δευτερογενῶν ἠλεκτρονίων. Αὐτός ὁ διαδοχικός *πολλαπλασιασμός τῶν ἠλεκτρονίων* ἐπαναλαμβάνεται πολλές φορές. Χρησιμοποιώντας πολλές δυνόδους πετυχαίνουμε ὥστε στό καθένα ἀπό τά ἀρχικά φωτοηλεκτρόνια νά ἀντιστοιχεῖ μεγάλος ἀριθμός ἠλεκτρονίων (10^6 ὥς 10^8 ἠλεκτρόνια). Στό τέλος τά ἠλεκτρόνια πέφτουν πάνω στήν ἄνοδο *(συλλέκτης)* καί δημιουργοῦν ρευματική ὤθηση *πάνω ἀπό ἕνα ἑκατομμύριο φορές μεγαλύτερη* ἀπό τήν ἀρχική ρευματική ὤθηση (σχ. 89). Οἱ φωτοπολλαπλασιαστές διαγείρονται ἀπό ἀσθενεῖς ἀκτινοβολίες, ὄχι μόνο τίς ὁρατές, ἀλλά καί ἀπό τίς ὑπέρυθρες καί τίς ὑπεριώδεις. Χρησιμοποιοῦνται σέ διάφορες ἐφαρμογές καί ἰδαίτερα γιά τή μελέτη τῶν πυρηνικῶν ἀκτινοβολιῶν.

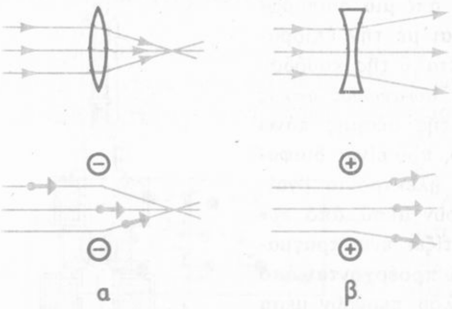
41*. Ἠλεκτρονική Ὀπτική

Ξέρουμε ὅτι ὁ ὀπτικός φακός μεταβάλλει μιά δέσμη παράλληλων φωτεινῶν ἀκτίνων σέ συγκλίνουσα ἤ ἀποκλίνουσα δέσμη καί ἀκόμη ὅτι ὁ φακός συγκεντρώνει σέ ἕνα σημεῖο (εἴδωλο) ὅλες τίς φωτεινές ἀκτίνες πού προέρχονται ἀπό μιά σημειακή φωτεινή πηγή. Ἡ πειραματική καί ἡ θεωρητική ἔρευνα ἀπέδειξαν ὅτι ορισμένες μορφές *ἠλεκτρικῶν* καί *μαγνητικῶν πεδίων* ἐνεργοῦν πάνω σέ μιά δέσμη ἠλεκτρονίων, πού κινοῦνται μέ τήν ἴδια ταχύτητα *(μονοκινητική δέσμη)*, ἀκριβῶς ὅπως ἐνεργεῖ ὁ φακός πάνω σέ μιά μονοχρωματική δέσμη φωτεινῶν ἀκτίνων. Σ' αὐτή τήν περίπτωση τό ἠλεκτρικό ἤ τό μαγνητικό πεδίο ὀνομάζονται ἀντίστοιχα *ἠλεκτροστατικός* ἤ *μαγνητικός φακός*. Ἡ μελέτη τῶν ἠλεκτροστατικῶν καί τῶν μαγνητικῶν φακῶν ἀποτελεῖ *τήν Ἠλεκτρονική Ὀπτική*.

α. Ἠλεκτροστατικός φακός. Ἕνα ἠλεκτρόνιο κινεῖται εὐθύγραμμα μέ μεγάλη ταχύτητα καί περνάει ἀνάμεσα ἀπό δύο σφαιρίδια πού εἶναι ἑτερώνυμα φορτισμένα (σχ. 90). Τότε τό ἠλεκτρόνιο, μέ τήν ἐπίδραση τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου, ἐκτρέπεται ἀπό τήν ἀρχική διεύθυνση τῆς κινήσεώς του, ὅπως ἀκριβῶς ἐκτρέπεται καί μιά φωτεινή ἀκτίνα πού περνάει μέσα ἀπό πρίσμα.


Σχ. 90. Τό ἠλεκτρικό πεδίο προκαλεῖ ἐκτροπή τοῦ ἠλεκτρονίου ἀπό τή διεύθυνση τῆς κινήσεώς του, ὅπως τό πρίσμα προκαλεῖ ἐκτροπή σέ μιά φωτεινή ἀκτίνα.

Μιά λεπτή δέσμη ἠλεκτρονίων, πού κινοῦνται μέ τήν ἴδια ταχύτητα, περνάει μέσα ἀπό μεταλλικό δακτύλιο. Ἄν ὁ δακτύλιος



Σχ. 91. Ἡ δέσμη ἠλεκτρονίων πού περνάει μέσα ἀπό τό φορτισμένο δακτύλιο μεταβάλλεται σέ συγκλίνουσα ἤ ἀποκλίνουσα, ὅπως μιά δέσμη φωτεινῶν ἀκτίνων πού περνάει μέσα ἀπό φακό.

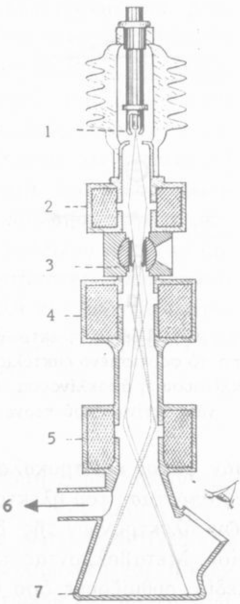
ἔχει ἀρνητικό φορτίο, τότε ἡ δέσμη τῶν ἠλεκτρονίων γίνεται *συγκλίνουσα* (σχ. 91α), ἐνῶ ἄν ὁ δακτύλιος ἔχει θετικό φορτίο, ἡ δέσμη τῶν ἠλεκτρονίων γίνεται *ἀποκλίνουσα* (σχ. 91β). Σ' αὐτή τήν περίπτωση ὁ φορτισμένος μεταλλικός δακτύλιος ἐνεργεῖ πάνω στή δέσμη τῶν ἠλεκτρονίων σάν ἕνας φακός.

Ὥστε ὁρισμένες μορφές *μή ὁμογενῶν* ἠλεκτρικῶν πεδίων ἐνεργοῦν πάνω σέ μιά μονοκινητική δέσμη ἠλεκτρονίων σάν φακοί καί προκαλοῦν *ἐστίαση* τῆς δέσμης τῶν ἠλεκτρονίων. *Ἡ ἐστιακή ἀπόσταση* τοῦ ἠλεκτροστατικοῦ φακοῦ ἐξαρτᾶται ἀπό *τήν ταχύτητα* (υ) τῶν ἠλεκτρονίων τῆς δέσμης καί ἀπό *τήν ἔνταση* (E) τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου. Μεταβάλλοντας τήν τάση (U), στήν ὁποία ὀφείλεται τό ἠλεκτρικό πεδίο, ρυθμίζουμε ὅσο θέλουμε τήν ἐστιακή ἀπόσταση τοῦ ἠλεκτροστατικοῦ φακοῦ, ἀντίθετα μέ τόν ὀπτικό φακό, πού ἡ ἐστιακή ἀπόστασή του εἶναι σταθερή.

β. Μαγνητικός φακός. Ὅταν ἕνα ἠλεκτρόνιο κινεῖται μέσα σέ μαγνητικό πεδίο, τότε πάνω στό ἠλεκτρόνιο ἀναπτύσσεται ἠλεκτομαγνητική δύναμη Laplace. Ὁρισμένες μορφές *μή ὁμογενῶν μαγνητικῶν πεδίων* ἐνεργοῦν πάνω σέ μιά μονοκινητική δέσμη ἠλεκτρονίων σάν φακοί καί προκαλοῦν *ἐστίαση* τῆς δέσμης τῶν ἠλεκτρονίων. *Ἡ ἐστιακή ἀπόσταση* τοῦ μαγνητικοῦ φακοῦ ἐξαρτᾶται ἀπό τήν ταχύτητα (υ) τῶν ἠλεκτρονίων καί ἀπό *τή μαγνητική ἐπαγωγή* (B) τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου. Αὐτό δημιουργεῖται ἀπό εἰδικά πηνία. Μεταβάλλοντας μέ ἕνα ροοστάτη τήν ἔνταση τοῦ ρεύματος πού διαρρέει τό πηνίο ρυθμίζουμε ὅσο θέλουμε τήν ἐστιακή ἀπόσταση τοῦ μαγνητικοῦ φακοῦ. Γενικά ὁ μαγνητικός φακός *πλεονεκτεῖ* σχετικά μέ τόν ἠλεκτροστατικό φακό.

γ. Ἠλεκτρονικό μικροσκόπιο. Μιά ἀπό τίς σπουδαιότερες ἐφαρμογές τῆς Ἠλεκτρονικῆς Ὀπτικῆς εἶναι *τό ἠλεκτρονικό μικροσκόπιο*, στό ὁποῖο συνήθως χρησιμοποιοῦνται μαγνητικοί φακοί. Ἡ λειτουργία του εἶναι ἀνάλογη μέ τή λειτουργία τῆς διατάξεως πού χρησιμοποιοῦμε στή μικροφωτογραφία γιά νά φωτογραφίζουμε τά εἴδωλα μικροσκοπικῶν ἀντικειμένων.

Τά ἠλεκτρόνια ἐκπέμπονται ἀπό μιά διαπυρωμένη κάθοδο καί ἐπιταχύνονται μέ τήν ἐπίδραση τῆς τάσεως πού ὑπάρχει μεταξύ τῆς καθόδου καί τῆς ἀνόδου (σχ. 92). *Ὁ συναγωγός φακός* συγκεντρώνει τά ἠλεκτρόνια τῆς δέσμης πάνω στό μικροσκοπικό ἀντικείμενο, πού εἶναι διαφανές γιά τά ἠλεκτρόνια. Ὅσα ἠλεκτρόνια βγαίνουν ἀπό τό ἀντικείμενο, περνοῦν μέσα ἀπό *τόν ἀντικειμενικό φακό* πού σχηματίζει ἕνα πραγματικό εἴδωλο. Τά ἠλεκρόνια πού προέρχονται ἀπό τά διάφορα σημεῖα τοῦ εἰδώλου περνοῦν μέσα ἀπό *τό φακό προβολῆς* καί πέφτουν πάνω σέ διάφραγμα πού φθορίζει ἤ πάνω σέ φωτογραφική πλάκα, ὅπου σχηματίζεται *τό τελικό πραγματικό εἴδωλο*. Ὅλη ἡ συσκευή βρίσκεται μέσα σέ ἀερόκενο σωλήνα, πού στά πλάγια ἔχει θυρίδες γιά νά παρατηροῦμε μέσα στό σωλήνα.



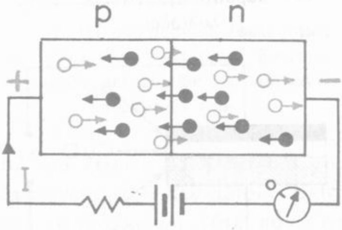
Σχ. 92. Τομή ἠλεκτρονικοῦ μικροσκοπίου μέ μαγνητικούς φακούς.
(1 διάπυρη κάθοδος. 2 συναγωγός φακός. 3 ἀντικείμενο. 4 ἀντικειμενικός φακός. 5 φακός προβολῆς. 6 πρός ἀεραντλία. 7 φθορίζον διάφραγμα).

Ἡ μεγέθυνση πού πετυχαίνουμε μέ τό ἠλεκτρονικό μικροσπόπιο, μπορεῖ νά φτάσει ὥς 500 000. Ἡ τελική εἰκόνα μπορεῖ νά μεγεθυνθεῖ μέ ὀπτική διάταξη κατά 5 ὥς 10 φορές. Τό ἠλεκτρονικό μικροσκόπιο διακρίνεται γιά τή μεγάλη *διαχωριστική ἱκανότητά του*, πού εἶναι πολλές χιλιάδες φορές μεγαλύτερη ἀπό τή διαχωριστική ἱκανότητα τοῦ ὀπτικοῦ μικροσκοπίου. Ἔτσι μποροῦμε νά μελετήσουμε ἀντικείμενα πού εἶναι πολλές ἑκατοντάδες φορές μικρότερα ἀπό ἐκεῖνα τά ἀντικείμενα πού μελετᾶμε μέ τά καλύτερα ὀπτικά μικροσκόπια. Τό ἠλεκτρονικό μικροσκόπιο ἄνοιξε νέους ὁρίζοντες στή μελέτη τοῦ μικρόκοσμου καί ἰδιαίτερα βοήθησε τή βιολογική ἔρευνα, ἡ ὁποία μέ τό ἠλεκτρονικό μικροσκόπιο παρατηρεῖ λεπτομέρειες πάνω στά χρωματοσώματα, τήν κατασκευή τῶν βακτηρίων, τούς ἰούς. Μέ τό ἠλεκτρονικό μικροσκόπιο μποροῦμε ἀκόμη νά μελετᾶμε τά μεγάλα μόρια τῆς ὕλης.

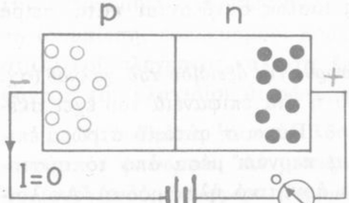
Παρατήρηση. Ἡ Ἠλεκτρονική Ὀπτική βασίζεται *στίς κυματικές ἰδιότητες τοῦ ἠλεκτρονίου*, πού θά τίς ἐξετάσουμε σέ ἄλλο κεφάλαιο.

42. Ξηροί ἀνορθωτές

α. Κρυσταλλοδίοδος. Εἶναι γνωστό ὅτι σέ ἕναν ἡμιαγωγό p ὑπάρχουν εὐκίνητες ὀπές καί σέ ἕναν ἡμιαγωγό n ὑπάρχουν εὐκίνητα ἠλεκτρόνια. Φέρνουμε σέ στενή ἐπαφή ἕναν ἡμιαγωγό p μέ ἕναν ἡμιαγωγό n. Αὐτό τό σύστημα ὀνομάζεται *κρυσταλλοδίοδος* (ἤ καί *δίοδος* p — n).



Σχ. 93. Ἀπό τή δίοδο περνάει ρεῦμα. (Ἀγώγιμη φορά p → n).



Σχ. 94. Ἀπό τή δίοδο δέν περνάει ρεῦμα. (Ἀνασταλτική φορά n → p).

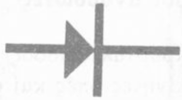
Ἀρχικά οἱ δύο ἡμιαγωγοί ἦταν οὐδέτεροι. Στίς δύο ἄκρες τοῦ συστήματος τῶν δύο ἡμιαγωγῶν ὑπάρχουν δύο ἠλεκτρόδια.

I. *Ὁ θετικός πόλος* μιᾶς ἠλεκτρικῆς πηγῆς συνδέεται μέ *τόν ἡμιαγωγό* p καί *ὁ ἀρνητικός πόλος* τῆς πηγῆς συνδέεται μέ *τόν ἡμιαγωγό* n (σχ. 93). Μέ τήν ἐπίδραση τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου τά ἠλεκτρόνια κινοῦνται πρός τό θετικό πόλο τῆς πηγῆς, ἐνῶ οἱ ὀπές κινοῦνται πρός τόν ἀρνητικό πόλο τῆς πηγῆς. Ἑπομένως ἡ δίοδος *διαρρέεται ἀπό ρεῦμα* πού ἔχει φορά (συμβατική) ἀπό τόν ἡμιαγωγό p πρός τόν ἡμιαγωγό n. Στόν ἡμιαγωγό n τά ἠλεκτρόνιά του ἀναπληρώνονται ἀπό νέα ἠλεκτρόνια πού ἔρχονται ἀπό τόν ἀρνητικό πόλο τῆς πηγῆς. Καί στόν ἡμιαγωγό p οἱ ὀπές του ἀναπληρώνονται μέ νέες ὀπές πού δημιουργοῦνται, γιατί ἠλεκτρόνια ἐγκαταλείπουν τόν ἡμιαγωγό p γιά νά πᾶνε στό θετικό πόλο τῆς πηγῆς.

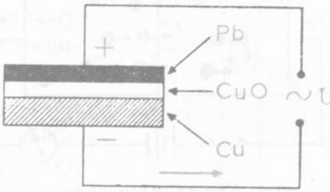
II. Ἀντιστρέφουμε τή σύνδεση τῆς κρυσταλλοδιόδου μέ τούς πόλους τῆς πηγῆς. *Ὁ ἀρνητικός πόλος* συνδέεται μέ *τόν ἡμιαγωγό* p καί *ὁ θετικός πόλος* τῆς πηγῆς συνδέεται μέ *τόν ἡμιαγωγό* n (σχ. 94). Τότε τά ἠλεκτρόνια καί οἱ ὀπές συγκεντρώνονται στίς δύο ἄκρες τῆς κρυσταλλοδιόδου καί στό μέσο της *«ἐρημώνεται»* ἀπό ἠλεκτρικούς φορεῖς. Ἑπομένως ἡ κρυσταλλοδίοδος *δέν διαρρέεται ἀπό ρεῦμα.* Ὥστε:

Ἡ κρυσταλλοδίοδος παρουσιάζει ἠλεκτρική ἀγωγιμότητα μόνο κατά τή μιά φορά (ἀγώγιμη φορά p → n), ἐνῶ κατά τήν ἀντίθετη φορά ἡ ἀγωγιμότητα ἐξαφανίζεται (ἀνασταλτική φορά n → p).

β. Ξηροί ἀνορθωτές. Ἐπειδή ἡ κρυσταλλοδίοδος παρουσιάζει ἠλεκτρική ἀγωγιμότητα μόνο κατά τή μιά φορά, γι' αὐτό χρησιμοποιεῖται ὡς *ἀνορθωτής*. Γενικά *οἱ ξηροί ἀνορθωτές* εἶναι σύστημα ἀπό δύο διαφορετικούς ἡμιαγωγούς πού βρίσκονται σέ στενή ἐπαφή. Τότε τό σύστημα αὐτό παρουσιάζει ἠλεκτρική ἀγωγιμότητα μόνο γιά μιά ὁρισμένη φορά τοῦ ρεύματος. Τό ἴδιο φαινόμενο παρατηρεῖται καί ὅταν μιά *μεταλλική ἀκίδα* βρίσκεται σέ ἐπαφή μέ *κρύσταλλο ἀπό ὁρισμένο ἡμιαγωγό ὑλικό*. Στό σχῆμα 95 δείχνεται ἡ συμβολική παράσταση ξηροῦ ἀνορθωτῆ (κρυσταλλοδιόδου).



Σχ. 95. Συμβολική παράσταση κρυσταλλοδιόδου.



Σχ. 96. Ξηρός ἀνορθωτής ὀξειδίου τοῦ χαλκοῦ.

Κάθε ἀνορθωτής ἀντέχει ὡς μιά ὁρισμένη τάση. Γιά τήν ἀνόρθωση μεγάλης τάσεως συνδέονται κατά σειρά πολλοί ἀνορθωτές.

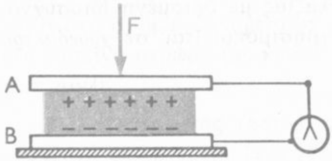
Συνηθισμένοι ξηροί ἀνορθωτές. *Ὁ ἀνορθωτής ὀξειδίου τοῦ χαλκοῦ* (σχ. 96) ἀποτελεῖται ἀπό πλάκα χαλκοῦ, πού ἡ μιά ἐπιφάνειά του ἔχει σκεπαστεῖ μέ στρῶμα ἀπό ὀξείδιο τοῦ χαλκοῦ. Πάνω σ' αὐτό τό στρῶμα ἐπικάθεται μιά πλάκα ἀπό μόλυβδο. Τό ρεῦμα περνάει μέσα ἀπό τό σύστημα, μόνο ὅταν ἡ πλάκα τοῦ χαλκοῦ εἶναι ἀρνητικό ἠλεκτρόδιο. Ἄν λοιπόν στίς ἄκρες τοῦ συστήματος ἐφαρμόζεται ἐναλλασσόμενη τάση, τότε ἀπό τό σύστημα περνάει ρεῦμα μόνο κατά τή μιά ἡμιπερίοδο τοῦ ἐναλλασσόμενου ρεύματος.

Ὑπάρχουν ξηροί ἀνορθωτές ἀπό σελήνιο, γερμάνιο ἤ πυρίτιο (στοιχεῖα πού εἶναι ἡμιαγωγοί).

43. Πιεζοηλεκτρισμός

α. Ἡ μηχανική ἐπίδραση. Μερικοί κρύσταλλοι καί ἰδιαίτερα τοῦ χαλαζία, ὅταν ὑποβάλλονται σέ *συμπίεση* ἤ *ἐφελκυσμό* κατά ὁρισμένες διευθύνσεις, τότε στίς δύο ἀπέναντι ἐπιφάνειές τους ἀναπτύσσονται *ἑτερώνυμα ἠλεκτρικά φορτία* πού κατ' ἀπόλυτη τιμή εἶναι ἴσα. Αὐτό τό φαινόμενο ὀνομάζεται *πιεζοηλεκτρισμός*. Ἡ ἐπιφανειακή πυκνότητα τῶν ἠλεκτρικῶν φορτίων εἶναι ἀνάλογη μέ *τή μηχανική ἐπίδραση* πού ἐξασκεῖται πάνω στόν κρύσταλλο.

Τό φαινόμενο τοῦ πιεζοηλεκτρισμοῦ ἀποδεικνύεται μέ τήν ἀκόλουθη



Σχ. 97. Ἡ συμπίεση ἤ ἐφελκυσμός τοῦ πλακιδίου δημιουργεῖ διαφορά δυναμικοῦ μεταξύ τῶν δύο ἀπέναντι ἐπιφανειῶν του.

διάταξη. Μεταξύ δύο μεταλλικῶν πλακῶν (ἠλεκτρόδια) τοποθετοῦμε ἕνα πλακίδιο χαλαζία πού ἔχει κοπεῖ ἀπό τόν κρύσταλλο χαλαζία κατά ὁρισμένες διευθύνσεις σχετικά μέ τούς ἄξονες τοῦ κρυτάλλου (σχ. 97). Τά δύο ἠλεκτρόδια συνδέονται μέ ἠλεκτρόμετρο. Ὅταν τό πλακίδιο χαλαζία *συμπιέζεται*, τότε μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτροδίων ἀναπτύσσεται *διαφορά δυναμικοῦ*. Αὐτή ὀφείλεται σέ *ἴσα ἑτερώνυμα ἠλεκτρικά φορτία* πού ἐμφανίζονται στίς δύο ἀπέναντι ἐπιφάνειες τοῦ πλακιδίου. Ἐπίσης, ὅταν τό πλακίδιο χαλαζία ὑποβάλλεται σέ *ἐφελκυσμό*, τότε πάνω στίς δύο ἐπιφάνειες τοῦ πλακιδίου ἀναπτύσσονται πάλι ἴσα ἑτερώνυμα ἠλεκτρικά φορτία, ἀλλά τώρα διατάσσονται ἀντίστροφα πάνω στίς δύο ἐπιφάνειες τοῦ πλακιδίου.

Τό φαινόμενο τοῦ πιεζοηλεκτρισμοῦ ἑρμηνεύεται, ἄν λάβουμε ὑπόψη τήν κατανομή τῶν ἰόντων στό κρυσταλλικό πλέγμα. *Ἡ μηχανική ἐπίδραση* (συμπίεση, ἐφελκυσμός) προκαλεῖ προσωρινή παραμόρφωση τοῦ κρυσταλλικοῦ πλέγματος καί τότε ἔρχονται πιό κοντά στίς δύο ἀπέναντι ἐπιφάνειες τοῦ πλακιδίου ἑτερώνυμα ἰόντα τοῦ κρυσταλλικοῦ πλέγματος.

β. Ἡ ἐπίδραση τάσεως. Τό φαινόμενο τοῦ πιεζοηλεκτρισμοῦ εἶναι *ἀντιστρεπτό φαινόμενο*. Ἄν μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτροδίων Α καί Β (σχ. 106) δημιουργήσουμε *διαφορά δυναμικοῦ*, τότε τό πάχος τοῦ πλακιδίου χαλαζία *αὐξάνεται* ἤ *ἐλαττώνεται*, ἀνάλογα μέ τό εἶδος τοῦ ἠλεκτρικοῦ φορτίου πού ἔχει τό κάθε ἠλεκτρόδιο. Ἄν στά δύο ἠλεκτρόδια ἐφαρμόσουμε *ἐναλλασσόμενη τάση*, τότε τό πλακίδιο χαλαζία συστέλλεται καί διαστέλλεται περιοδικά, δηλαδή ἐκτελεῖ *ἐξαναγκασμένη μηχανική ταλάντωση*. Τό πλάτος τῆς ταλαντώσεως γίνεται μέγιστο, ὅταν ἡ συχνότητα ν τῆς ἐναλλασσόμενης τάσεως εἶναι ἴση μέ τήν ἰδιοσυχνότητα ν_0 τῶν ἐλαστικῶν ταλαντώσεων τοῦ πλακιδίου, δηλαδή ὅταν ὑπάρχει *συντονισμός* μεταξύ τῆς τάσεως καί τοῦ πλακιδίου. Ἡ ἰδιοσυχνότητα τοῦ πλακιδίου ἐξαρτᾶται ἀπό τίς διαστάσεις τοῦ πλακιδίου *(πιεζοηλεκτρικός χαλαζίας)*.

γ. Ἐφαρμογές τοῦ πιεζοηλεκτρισμοῦ. Ὁ πιεζοηλεκτρισμός ἔχει σήμερα διάφορες ἐφαρμογές, π.χ. ἐφαρμόζεται γιά *τήν παραγωγή ὑπερήχων*, γιατί οἱ ταχύτατες ἐλαστικές ταλαντώσεις τοῦ πλακιδίου χαλαζία, πού προκαλοῦνται ἀπό μιά ἐναλλασσόμενη τάση, δημιουργοῦν στό περιβάλλον *ἠχητικά κύματα* πού ἀντιστοιχοῦν σέ ὑπερήχους.

Στούς πομπούς ἠλεκτρομαγνητικῶν κυμάτων ἡ συχνότητα τοῦ φέροντος κύματος διατηρεῖται σταθερή μέ τή βοήθεια *τοῦ σταθεροτῆ συχνό-*

τητας, πού εἶναι ἕνας πιεζοηλεκτρικός χαλαζίας μέ ὁρισμένη ἰδιοσυχνότητα. Ἐπίσης πιεζοηλεκτρικός χαλαζίας χρησιμοποιεῖται σέ *χρονόμετρα μεγάλης ἀκρίβειας.*

Ἀγωγιμότητα τῶν ἀερίων

44. Μορφές τῆς ἀγωγιμότητας τῶν ἀερίων

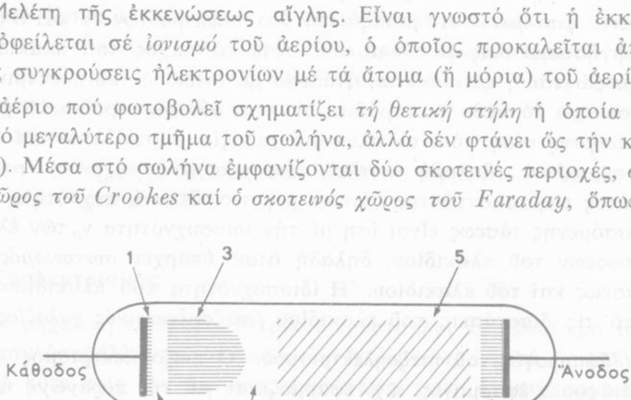
Ξέρουμε ὅτι ἡ ἀγωγιμότητα τῶν ἀερίων διακρίνεται σέ *αὐτοτελή* καί *μή αὐτοτελή* ἀγωγιμότητα. Περισσότερο ἐνδιαφέρουσα εἶναι *ἡ αὐτοτελής ἀγωγιμότητα*, ἡ ὁποία ἐμφανίζεται κυρίως ὡς *ἐκκένωση τόξου* καί ὡς *ἐκκένωση αἴγλης*.

Ἡ ἐκκένωση τόξου παρατηρεῖται καί μέσα σέ ἀέρια μέ τή συνηθισμένη πίεση. Παράδειγμα τέτοιας ἐκκενώσεως εἶναι *ὁ ἠλεκτρικός σπινθήρας.*

Ἡ ἐκκένωση αἴγλης συμβαίνει πάντοτε μέσα σέ ἀέρια μέ μικρή πίεση καί τότε στά δύο ἠλεκτρόδια τοῦ σωλήνα Geissler ἐφαρμόζεται ἀρκετά μεγάλη τάση.

α. Μελέτη τῆς ἐκκενώσεως αἴγλης. Εἶναι γνωστό ὅτι ἡ ἐκκένωση αἴγλης ὀφείλεται σέ *ἰονισμό* τοῦ ἀερίου, ὁ ὁποῖος προκαλεῖται ἀπό τίς συνεχεῖς συγκρούσεις ἠλεκτρονίων μέ τά ἄτομα (ἤ μόρια) τοῦ ἀερίου.

Τό ἀέριο πού φωτοβολεῖ σχηματίζει *τή θετική στήλη* ἡ ὁποία ἐκτείνεται στό μεγαλύτερο τμῆμα τοῦ σωλήνα, ἀλλά δέν φτάνει ὥς τήν κάθοδο (σχ. 98). Μέσα στό σωλήνα ἐμφανίζονται δύο σκοτεινές περιοχές, *ὁ σκοτεινός χῶρος τοῦ Crookes* καί *ὁ σκοτεινός χῶρος τοῦ Faraday*, ὅπως φαί-



Σχ. 98. Σχηματική παράσταση τῆς ἐκκενώσεως αἴγλης.
1 καθοδική ἐπιδερμίδα. 2 σκοτεινός χῶρος Crookes. 3 ἀρνητική αἴγλη. 4 σκοτεινός χῶρος Faraday. 5 θετική στήλη. 6 ἀνοδική ἐπιδερμίδα.

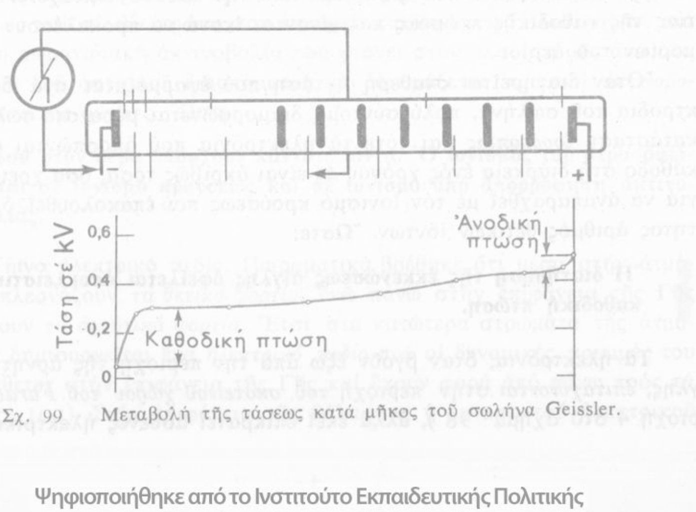
νεται στό σχῆμα. Ἀνάμεσα σ' αὐτές τίς δύο σκοτεινές περιοχές ὑπάρχει ἕνα φωτεινό στρῶμα (μέ κυανό χρῶμα γιά τόν ἀέρα) πού ὀνομάζεται *ἀρνητική αἴγλη*.

β. Κατανομή τῆς τάσεως μεταξύ τῆς ἀνόδου καί τῆς καθόδου. Ἄν μέσα στό σωλήνα δέν ὑπῆρχε ἀέριο, τότε μεταξύ τῆς ἀνόδου καί τῆς καθόδου θά σχηματιζόταν *ὁμογενές ἠλεκτρικό πεδίο*. Κατά τήν ἐκκένωση αἴγλης μέσα στό σωλήνα δημιουργοῦνται φορεῖς ἠλεκτρικῶν φορτίων (ἠλεκτρόνια, ἰόντα), δηλαδή δημιουργοῦνται *φορτία χώρου*. Ἄν οἱ ἠλεκτρικοί φορεῖς πού ὑπάρχουν μέσα στό στοιχειώδη ὄγκο ΔV ἔχουν φορτίο ΔQ, τότε ἡ πυκνότητα (ρ) τῶν φορτίων χώρου εἶναι $\rho = \Delta Q/\Delta V$. Ἡ παρουσία τῶν φορτίων χώρου μέσα στό σωλήνα *τροποποιεῖ σημαντικά* τό ἠλεκτρικό πεδίο.

Γιά νά βροῦμε πῶς κατανέμεται ἡ τάση μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτροδίων τοῦ σωλήνα, ὑπάρχουν στερεωμένα πάνω στό σωλήνα μικρά ἠλεκτρόδια. Μέ ἕνα ἠλεκτρόμετρο βρίσκουμε τήν τιμή τοῦ δυναμικοῦ στά διάφορα σημεῖα τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου. Ἀπό τίς μετρήσεις παίρνουμε τήν καμπύλη τοῦ σχήματος 99 ἡ ὁποία δείχνει ὅτι ἐμπρός ἀπό *τήν κάθοδο* παρατηρεῖται μιά ἀπότομη πτώση τῆς τάσεως πού ὀνομάζεται *καθοδική πτώση*. Στήν περιοχή τῆς καθοδικῆς πτώσεως *ἡ ἔνταση* E τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου λαβαίνει μεγάλες τιμές, σύμφωνα μέ τήν ἐξίσωση $E = \Delta U/\Delta l$.

Ἐπίσης ἐμπρός ἀπό *τήν ἄνοδο* παρατηρεῖται καί μιά ἄλλη ἀπότομη πτώση τῆς τάσεως, ἡ ὁποία ὀνομάζεται *ἀνοδική πτώση* καί εἶναι ἀσθενέστερη ἀπό τήν καθοδική πτώση. Καί στήν περιοχή τῆς ἀνοδικῆς πτώσεως *ἡ ἔνταση* E τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου εἶναι αὐξημένη.

Ἡ κατανομή τοῦ δυναμικοῦ, ἡ ὁποία βρήκαμε ὅτι ἐπικρατεῖ κατά μῆ-



Σχ. 99 Μεταβολή τῆς τάσεως κατά μῆκος τοῦ σωλήνα Geissler.

κος τοῦ σωλήνα, φανερώνει ὅτι κατά τήν ἐκκένωση αἴγλης *παραμορφώνεται τό ἠλεκτρικό πεδίο* πού δημιουργεῖται μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτροδίων καί ἔτσι τό ἠλεκτρικό πεδίο παύει νά εἶναι ὁμογενές.

γ. Ἑρμηνεία τῆς κατανομῆς τῆς τάσεως κατά τήν ἐκκένωση αἴγλης. Τά ἠλεκτρόνια πού βγαίνουν ἀπό τήν κάθοδο *ἐπιταχύνονται* κυρίως μέσα *στό σκοτεινό χῶρο τοῦ Crookes* (περιοχή 2 στό σχῆμα 98) καί ὅταν βγαίνουν ἀπό αὐτό τό χῶρο ἔχουν ἀποκτήσει τόσο μεγάλη ταχύτητα, ὥστε κατά τή σύγκρουσή τους μέ τά μόρια τοῦ ἀερίου στήν περιοχή *τῆς ἀρνητικῆς αἴγλης* (περιοχή 3 στό σχῆμα 98) προκαλοῦν τά ἑξῆς φαινόμενα:

- *διέγερση* πολλῶν μορίων, τά ὁποῖα ἀναγκάζονται νά ἐκπέμπουν *φωτεινή ἀκτινοβολία*·
- *ἰονισμό* πολλῶν μορίων καί τότε σχηματίζονται *ἠλεκτρόνια* καί *θετικά ἰόντα.*

Τά ἠλεκτρόνια πού παράγονται, ἐπειδή ἔχουν μικρότερη μάζα, ἀπομακρύνονται γρήγορα ἀπό τήν περιοχή πού σχηματίστηκαν καί ἔτσι στήν περιοχή τῆς ἀρνητικῆς αἴγλης δημιουργεῖται μιά *συγκέντρωση θετικῶν ἰόντων.* Σ' αὐτή τήν αἰτία ὀφείλεται ἡ παρατηρούμενη γρήγορη αὔξηση τῆς τάσεως πού ὑπάρχει μεταξύ τῆς καθόδου καί τῆς ἀρνητικῆς αἴγλης καί ἑπομένως ἡ δημιουργία *τῆς καθοδικῆς πτώσεως.*

Ἡ καθοδική πτώση συντελεῖ στή διατήρηση τῆς ἐκκενώσεως κατά δύο τρόπους:

α) ἡ καθοδική πτώση *ἐπιταχύνει* τά θετικά ἰόντα πού πέφτουν πάνω στήν κάθοδο καί τά κάνει ἱκανά νά προκαλέσουν *τήν ἔξοδο ἠλεκτρονίων* ἀπό τήν κάθοδο·

β) τά ἠλεκτρόνια πού ξεφεύγουν ἀπό τήν κάθοδο *ἐπιταχύνονται* ἐξαιτίας τῆς καθοδικῆς πτώσεως καί γίνονται ἱκανά νά προκαλέσουν *ἰονισμό* μορίων τοῦ ἀερίου.

Ὅταν διατηρεῖται σταθερή ἡ τάση πού ἐφαρμόζεται στά δύο ἠλεκτρόδια τοῦ σωλήνα, πολύ σύντομα διαμορφώνεται μέσα στό σωλήνα μιά κατάσταση *ἰσορροπίας* καί τότε τά ἠλεκτρόνια πού ἀποσπῶνται ἀπό τήν κάθοδο στή διάρκεια ἑνός χρόνου Δt εἶναι ἀκριβῶς τόσα, ὅσα χρειάζονται, γιά νά ἀναπαραχθεῖ μέ τόν ἰονισμό κρούσεως πού ἐπακολουθεῖ, ὁ ἀπαραίτητος ἀριθμός θετικῶν ἰόντων. Ὥστε:

Ἡ διατήρηση τῆς ἐκκενώσεως αἴγλης ὀφείλεται ἀποκλειστικά στήν καθοδική πτώση.

Τά ἠλεκτρόνια, ὅταν βγοῦν ἔξω ἀπό τήν περιοχή τῆς ἀρνητικῆς αἴγλης, *ἐπιταχύνονται* στήν περιοχή *τοῦ σκοτεινοῦ χώρου τοῦ Faraday* (περιοχή 4 στό σχῆμα 98), ἀλλά ἐκεῖ ἐπικρατεῖ ἀσθενές ἠλεκτρικό πεδίο.

Στήν περιοχή *τῆς θετικῆς στήλης* (περιοχή 5 στό σχῆμα 98) κινοῦνται μέ σχετικά μικρές ταχύτητες *θετικά ἰόντα* πού κατευθύνονται πρός τήν κάθοδο καί *ἀρνητικά ἰόντα* καί *ἠλεκτρόνια* πού κατευθύνονται πρός τήν ἄνοδο. Τά σωματίδια πού κινοῦνται μέσα σ' αὐτή τήν περιοχή συγκρούονται μέ μόρια τοῦ ἀερίου καί προκαλοῦν *τή διέγερσή τους*. Ἔτσι δημιουργεῖται ἡ θετική στήλη πού *φωτοβολεῖ*.

Στό χῶρο ἐμπρός ἀπό τήν ἄνοδο ἐπικρατοῦν τά ἠλεκτρόνια πού κινοῦνται πρός τήν ἄνοδο. Σ' αὐτή τήν αἰτία ὀφείλεται ἡ παρατηρούμενη *ἀνοδική πτώση* ἐμπρός ἀπό τήν ἄνοδο.

Τά ἠλεκτρόνια πού κινοῦνται πρός τήν ἄνοδο προκαλοῦν *διέγερση* τῶν μορίων τοῦ ἀερίου, τά ὁποῖα βρίσκονται κοντά στήν ἄνοδο, καί ἔτσι ἐμπρός ἀπό τήν ἄνοδο σχηματίζεται ἕνα λεπτό φωτεινό στρῶμα, *ἡ ἀνοδική ἐπιδερμίδα* (σχ. 98).

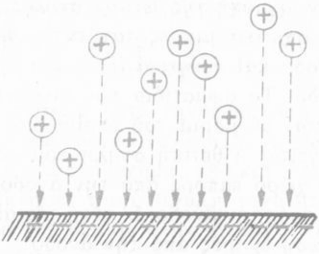
45*. Γήινο ἠλεκτρικό πεδίο

α. Ἰονισμός τοῦ ἀέρα. Μέσα στόν ἀέρα ὑπάρχουν πάντοτε *ἰόντα*. Αὐτό φαίνεται ἀπό τό γεγονός ὅτι, ἄν μέσα στόν ἀέρα ἀφήσουμε ἕνα φορτισμένο καί μονωμένο ἠλεκτροσκόπιο, αὐτό ἔπειτα ἀπό λίγο χρόνο χάνει τό θετικό ἤ ἀρνητικό φορτίο του. Ὁ ἰονισμός τοῦ ἀέρα ὀφείλεται σέ *συγκρούσεις* τῶν μορίων του μέ σωματίδια κινούμενα μέ μεγάλη ταχύτητα ἤ σέ *ἀπορρόφηση ἀκτινοβολίας* ἀπό τά μόριά του.

Ὁ ἀριθμός τῶν ἰόντων πού ὑπάρχουν μέσα στόν ἀέρα μεταβάλλεται μέ τό ὕψος πάνω ἀπό τήν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς. Σέ ὕψος πάνω ἀπό 100 km ὑπάρχει ἕνα στρῶμα τῆς ἀτμόσφαιρας πού παρουσιάζει ἰσχυρό ἰονισμό καί ὀνομάζεται *ἰονόσφαιρα*. Αὐτός ὁ ἰονισμός ὀφείλεται στίς *ὑπεριώδεις ἀκτινοβολίες* καί σέ *ἠλεκτρόνια* πού ἐκπέμπονται ἀπό τόν Ἥλιο καί σέ μιά ἰδιαίτερη σωματιδιακή ἀκτινοβολία πού φτάνει στόν πλανήτη μας ἀπό ὅλα τά σημεῖα τοῦ ἀστρικοῦ διαστήματος καί ὀνομάζεται *κοσμική ἀκτινοβολία* ἤ *κοσμικές ἀκτίνες*. Ὥστε:

Μέσα στόν ἀέρα ὑπάρχουν πάντοτε ἰόντα. Ὁ ἰονισμός τοῦ ἀέρα ὀφείλεται σέ ἰονισμό κρούσεως καί σέ ἰονισμό ἀπό ἀπορρόφηση ἀκτινοβολίας.

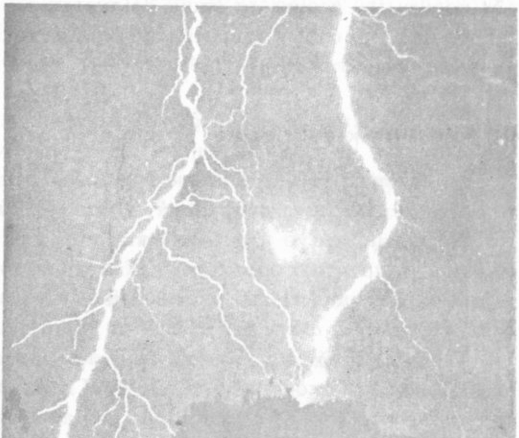
β. Γήινο ἠλεκτρικό πεδίο. Πειραματικά βρέθηκε ὅτι μέσα στήν ἀτμόσφαιρα πλεονάζουν *τά θετικά φορτία*, ἐνῶ πάνω στήν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς πλεονάζουν *τά ἀρνητικά φορτία*. Ἔτσι στά κατώτερα στρώματα τῆς ἀτμόσφαιρας δημιουργεῖται ἕνα *ἠλεκτρικό πεδίο* πού οἱ δυναμικές γραμμές του εἶναι κάθετες στήν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς καί ἔχουν φορά ἀπό πάνω πρός τά κάτω (σχ. 100). Στήν ἐπιφάνεια τῆς θάλασσας ἡ ἔνταση τοῦ ἠλεκτρικοῦ



Σχ. 100. Τό γήινο ἠλεκτρικό πεδίο.

πεδίου εἶναι περίπου ἴση μέ 130 V/m. Ἡ ἔνταση τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου ἐλαττώνεται μέ τό ὕψος πάνω ἀπό τήν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς.

Μέ τήν ἐπίδραση *τοῦ γήινου ἠλεκτρικοῦ πεδίου* τά θετικά ἰόντα πού ὑπάρχουν στήν ἀτμόσφαιρα κινοῦνται πρός τήν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς. Ἀλλά τά θετικά φορτία πού ὑπάρχουν στήν ἀτμόσφαιρα καί τά ἀρνητικά φορτία πού ὑπάρχουν στήν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς δέν ἐξαφανίζονται, γιατί *συνεχῶς ἀναπληρώνονται* ἀπό νέα ἠλεκτρικά φορτία. Δέν ξέρουμε ἀκόμη τελείως μέ ποιό μηχανισμό γίνεται συνεχῶς ἡ ἀναπλήρωση τῶν ἠλεκτρικῶν φορτίων πού δημιουργοῦν τό γήινο ἠλεκτρικό πεδίο. Σάν μιά σημαντική αἰτία συνεχοῦς παραγωγῆς θετικῶν φορτίων στήν ἀτμόσφαιρα καί ἀρνητικῶν φορτίων στήν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς μποροῦμε νά θεωρήσουμε τούς κεραυνούς. Ὑπολογίζεται ὅτι κάθε δευτερόλεπτο πέφτουν στήν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς 100 κεραυνοί, πού εἶναι ρεύματα μέ ἔνταση πολλῶν χιλιάδων ἀμπέρ (σχ. 101). Οἱ κεραυνοί μεταφέρουν στήν ἐπιφάνεια τῆς γῆς ἠλεκτρόνια καί ἔτσι ἀπομένουν μέσα στήν ἀτμόσφαιρα θετικά φορτία. Ὥστε :



Σχ. 101. Οἱ κεραυνοί μεταφέρουν στό ἔδαφος ἀρνητικά ἠλεκτρικά φορτία.

I. Τό γήινο ἠλεκτρικό πεδίο ὀφείλεται στά θετικά φορτία πού ὑπάρχουν μέσα στήν ἀτμόσφαιρα καί στά ἀρνητικά φορτία πού ὑπάρχουν στήν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς.

II. Διάφορα αἴτια συντελοῦν στή διατήρηση τοῦ γήινου ἠλεκτρικοῦ πεδίου.

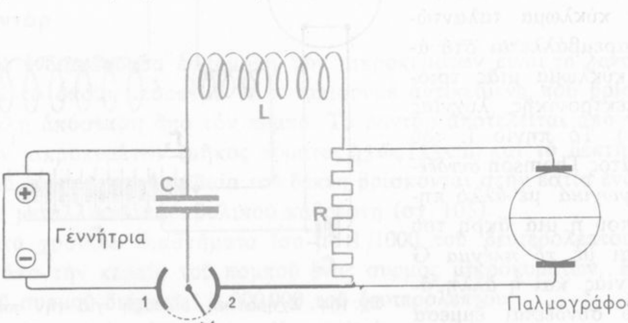
Ἀμείωτες ἠλεκτρικές ταλαντώσεις

46. Ἀμείωτες ἠλεκτρικές ταλαντώσεις

Ἕνα κύκλωμα ταλαντώσεων (κύκλωμα Thomson) ἀποτελεῖται ἀπό πυκνωτή μέ χωρητικότητα C καί ἀπό πηνίο μέ συντελεστή αὐτεπαγωγῆς L (σχ. 102). Κατά σειρά μέ τόν πυκνωτή καί τό πηνίο συνδέεται μιά μεταβλητή ὠμική ἀντίσταση R. Τό κύκλωμα συνδέεται μέ ἠλεκτρονικό παλμογράφο καί μέ αὐτόν παρακολουθοῦμε τίς μεταβολές τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος σέ συνάρτηση μέ τό χρόνο μέσα στό κύκλωμα RLC.

Ὅταν ὁ μεταγωγός M ἔρχεται σέ ἐπαφή μέ τόν ἀκροδέκτη 1, ὁ πυκνωτής *φορτίζεται*. Ὅταν φέρουμε τό μεταγωγό M σέ ἐπαφή μέ τόν ἀκροδέκτη 2, ὁ πυκνωτής *ἐκφορτίζεται* καί τότε τό πηνίο καί ἡ ἀντίσταση R διαρρέονται ἀπό ρεῦμα.

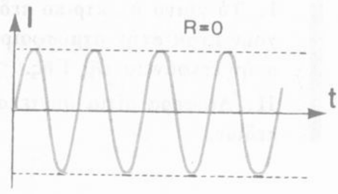
Ἐλαττώνοντας συνεχῶς τήν ὠμική ἀντίσταση R παρατηροῦμε ὅτι, ὅταν ἡ ἀντίσταση R γίνει πολύ μικρή ὥστε νά θεωρεῖται *ἀσήμαντη* ($R \simeq 0$),



Σχ. 102. Σχηματική διάταξη γιά τή μελέτη τῆς ἐκφορτίσεως τοῦ πυκνωτῆ μέσα στό κύκλωμα RLC.

στό κύκλωμα ταλαντώσεων κυκλοφορεῖ ἐναλλασσόμενο ρεῦμα πού τό πλάτος του I_0 διατηρεῖται *σταθερό* (σχ. 103). Ὥστε:

Ὅταν ἡ ὠμική ἀντίσταση (R) τοῦ κυκλώματος ταλαντώσεων εἶναι ἴση μέ μηδέν, τότε στό κύκλωμα παράγεται ἀμείωτη ἠλεκτρική ταλάντωση.

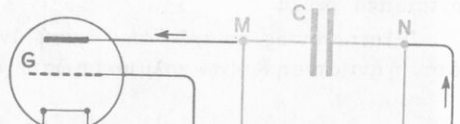


Σχ. 103. Μέσα στό κύκλωμα RLC δημιουργεῖται ἀμείωτη ἠλεκτρική ταλάντωση.

47. Παραγωγή ἀμείωτων ἠλεκτρικῶν ταλαντώσεων

Στίς ἐφαρμογές χρησιμοποιοῦμε τίς ἀμείωτες ἠλεκτρικές ταλαντώσεις. Σέ ἕνα ἰδανικό κύκλωμα ταλαντώσεων ($R \simeq 0$) δέν ὑπάρχουν ἀπώλειες ἐνέργειας καί διαδοχικά ἡ ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου $\frac{1}{2} CU^2$ μετατρέπεται σέ ἐνέργεια τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου $\frac{1}{2} LI^2$ καί ἀντίστροφα.

Στήν πραγματικότητα σέ κάθε κύκλωμα ταλαντώσεων *συμβαίνουν ἀπώλειες ἐνέργειας* (κυρίως ἐξαιτίας τοῦ φαινομένου Joule). Ἑπομένως, γιά νά παραχθοῦν μέσα σέ ἕνα κύκλωμα ταλαντώσεων ἀμείωτες ἠλεκτρικές ταλαντώσεις, πρέπει μέσα σέ κάθε περίοδο καί σέ μιά ὁρισμένη χρονική στιγμή *νά προσφέρεται ἀπέξω* στό κύκλωμα τόση ἀκριβῶς ἐνέργεια, ὅση ἀπορρόφησαν οἱ διάφορες ἀπώλειες κατά τήν ἀμέσως προηγούμενη περίοδο. Αὐτό τό πετυχαίνουμε μέ τόν ἑξῆς τρόπο: Τό κύκλωμα ταλαντώσεων παρεμβάλλεται στό ἀνοδικό κύκλωμα μιᾶς τριόδου ἠλεκτρονικῆς λυχνίας (σχ. 104). Τό πηνίο L τοῦ κυκλώματος Thomson *συνδέεται ἐπαγωγικά* μέ ἄλλο πηνίο Lg πού ἡ μιά ἄκρη του συνδέεται μέ *τό πλέγμα* G τῆς λυχνίας καί ἡ ἄλλη ἄκρη του συνδέεται ἔμμεσα μέ τήν κάθοδο K. Τό πηνίο Lg ὀνομάζεται *πηνίο ἀναδρά-*



Σχ. 104. Σχηματική διάταξη γιά τήν παραγωγή ἀμείωτων ἠλεκτρικῶν ταλαντώσεων. Τό πηνίο ἀναδράσεως Lg δημιουργεῖ ρυθμικά ρευματικές ὠθήσεις στό κύκλωμα RLC.

σεως. Ὅταν κλείσει τό ἀνοδικό κύκλωμα, ὁ πυκνωτής φορτίζεται καί μέσα στό κύκλωμα Thomson παράγεται ἠλεκτρική ταλάντωση πού ἔχει συχνότητα ἴση μέ τήν ἰδιοσυχνότητα ν_0 τοῦ κυκλώματος. Τότε στίς ἄκρες τοῦ πηνίου ἀναδράσεως Lg ἀναπτύσσεται ἀπό ἐπαγωγή *ἐναλλασσόμενη τάση* πού ἔχει συχνότητα ἴση μέ τή συχνότητα ν_0 τῆς ἠλεκτρικῆς ταλαντώσεως. Αὐτές οἱ ἐναλλαγές τῆς τάσεως ἐπηρεάζουν μέ τόν ἴδιο ρυθμό τήν τάση U_g πού ὑπάρχει μεταξύ τοῦ πλέγματος καί τῆς καθόδου *(τάση πλέγματος)* καί, ἑπομένως, τό ἀνοδικό ρεῦμα *δέχεται ρυθμικά ἐνισχύσεις*. Ἔτσι ρυθμικά ἀναπληρώνονται οἱ ἀπώλειες ἐνέργειας πού συμβαίνουν στό κύκλωμα Thomson στή διάρκεια κάθε περιόδου (ὅπως σέ ἕνα ἐκκρεμές ρολογιοῦ οἱ ρυθμικές ὠθήσεις ἀναπληρώνουν τήν ἀπώλεια ἐνέργειας μέσα σέ κάθε περίοδο).

Μέ τό σύστημα ἀναδράσεως παράγονται ἀμείωτες ἠλεκτρικές ταλαντώσεις πού ἡ συχνότητά τους μπορεῖ νά φτάσει ὥς 10^8 Hz (δηλαδή 100 MHz). Οἱ ἀμείωτες ἠλεκτρικές ταλαντώσεις εἶναι *ἡμιτονοειδή ρεύματα* πού ἡ συχνότητά τους ν_0 εἶναι ἴση μέ τήν ἰδιοσυχνότητα τοῦ κυκλώματος ταλαντώσεων καί ἑπομένως εἶναι:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Στή ραδιοφωνία, τήν τηλεόραση καί τό ραντάρ χρησιμοποιοῦνται ἀμείωτες ἠλεκτρικές ταλαντώσεις πού ἔχουν συχνότητες ἀπό 10^8 ὥς 10^{10} Hz. Γι' αὐτές τίς πολύ ψηλές συχνότητες χρησιμοποιοῦμε εἰδικές διατάξεις πού ταυτόχρονα παίζουν τό ρόλο *τοῦ κυκλώματος ταλαντώσεων* καί *τοῦ συστήματος ἀναδράσεως*.

48*. Ραντάρ

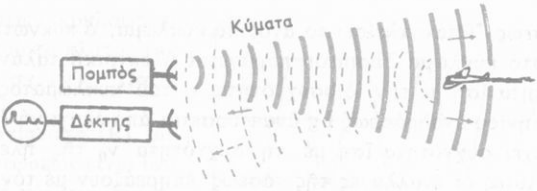
Μιά ἐνδιαφέρουσα ἐφαρμογή τῶν μικροκυμάτων εἶναι *τό ραντάρ* (radar*) μέ τό ὁποῖο μποροῦμε νά ἐντοπίσουμε ἀντικείμενα πού βρίσκονται σέ μεγάλη ἀπόσταση ἀπό τόν πομπό. Τό ραντάρ ἀποτελεῖται ἀπό τόν πομπό τῶν μικροκυμάτων (μῆκος κύματος 0,5 ὥς 133 cm) καί τό δέκτη. Ἡ κεραία τοῦ πομποῦ καί ἡ κεραία τοῦ δέκτη βρίσκονται στήν ἑστία ἑνός ἀντίστοιχου μεταλλικοῦ παραβολικοῦ καθρέφτη (σχ. 105).

Κατά χρονικά διαστήματα ἴσα μέ 1/1000 τοῦ δευτερολέπτου ἐκπέμπεται ἀπό τήν κεραία τοῦ πομποῦ ἕνας συρμός μικροκυμάτων. Ἡ ἐκπομπή τοῦ συρμοῦ διαρκεῖ 1/1 000 000 τοῦ δευτερολέπτου.

---

* Διεθνής ὅρος ἀπό τά ἀρχικά γράμματα τῶν λέξεων: RAdio Detection And Ranging.

Τά μικροκύματα διαδίδονται εὐθύγραμμα καί ὅταν πέσουν πάνω σέ ἕνα ἀντικείμενο, ἀνακλῶνται καί ἐπιστρέφουν στό δέκτη. Αὐτός ἀποτελεῖται ἀπό κατάλληλο ἐνισχυτή καί ἀπό ἕνα σωλήνα Braun.



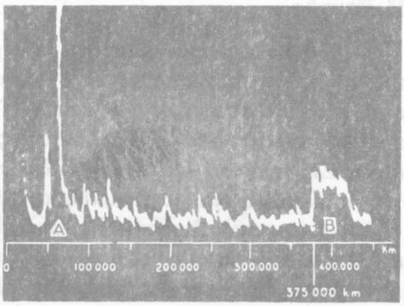
Σχ. 105 . Σχηματική παράσταση τῆς λειτουργίας τοῦ ραντάρ.

Ὅταν ὁ πομπός δέν ἐκπέμπει μικροκύματα, τό φωτεινό σημεῖο διαγράφει πολύ γρήγορα πάνω στήν ὀθόνη τοῦ δέκτη μιά ὁριζόντια γραμμή. Τή στιγμή πού φεύγουν τά μικροκύματα ἀπό τόν πομπό καθώς καί τή στιγμή πού τά μικροκύματα φτάνουν στό δέκτη τό φωτεινό σημεῖο ἐκτρέπεται ἀπότομα πρός τά πάνω καί ἔτσι ἐμφανίζονται δύο αἰχμές. Ἡ πρώτη ἀντιστοιχεῖ στήν ἐκπομπή καί ἡ δεύτερη στήν ἄφιξη τῶν μικροκυμάτων. Ἡ ἀπόσταση μεταξύ τῶν δύο αἰχμῶν εἶναι ἀνάλογη μέ τό χρόνο πού μεσολαβεῖ μεταξύ τῆς ἐκπομπῆς καί τῆς λήψεως τῶν μικροκυμάτων. Ὁ χρόνος αὐτός εἶναι ἀνάλογος μέ *τήν ἀπόσταση* τοῦ πομποῦ ἀπό τό στόχο πού προκαλεῖ τήν ἀνάκλαση τῶν μικροκυμάτων. Ἔτσι ἡ ἀπόσταση μεταξύ τῶν δύο αἰχμῶν πάνω σέ μιά κλίμακα δίνει ἀμέσως τήν ἀπόσταση τοῦ στόχου ἀπό τόν πομπό.

Ἡ διεύθυνση τοῦ στόχου καθορίζεται εὔκολα, γιατί ἡ κατευθυνόμενη δέσμη τῶν μικροκυμάτων μπορεῖ νά κατευθύνεται πρός διάφορες διευθύνσεις μέ περιστρεφόμενςς κεραῖες.

Τά μικροκύματα περνοῦν μέσα ἀπό τά σύννεφα, καί τήν ὁμίχλη Μέ ἕναν εἰδικό τύπο ραντάρ μποροῦμε νά λάβουμε πάνω στήν ὀθόνη τήν εἰκόνα μιᾶς περιοχῆς (π.χ. λιμανιοῦ, ἀεροδρομίου).

Τά ραντάρ ἔχουν σήμερα πολλές ἐφαρμογές. Τά χρησιμοποιοῦμε γιά νά ἐπισημαίνουμε πλοῖα ἤ ἀεροπλάνα, γιά νά βοηθήσουμε τά ἀεροπλάνα κατά τήν προσγείωσή τους ἤ τά πλοῖα κατά τήν εἴσοδό τους στό λιμάνι σέ καιρό ὁμίχλης κ.λ. Μεγάλες ὑπηρεσίες προσφέρει τό ραντάρ στίς ἔνοπλες δυνάμεις.



Σχ. 105 a Ἡ πρώτη ἐπαφή μας μέ τή Σελήνη. (Α ἀναχώρηση τοῦ σήματος, Β ἄφιξη τοῦ σήματος στό δέκτη).

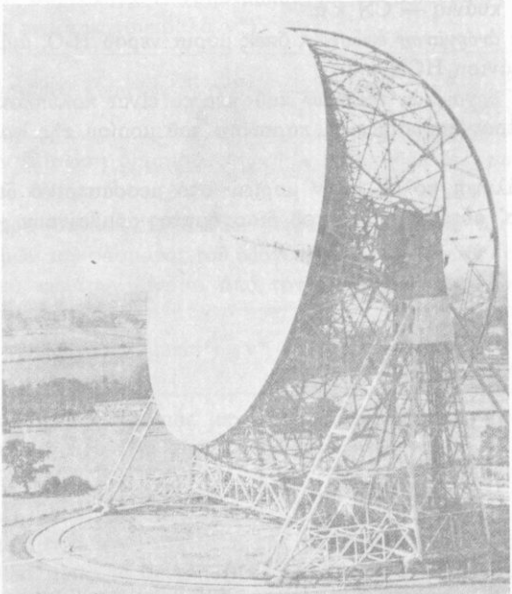
Παρατήρηση. Ἡ πρώτη ἐπαφή μας μέ τήν Σελήνη ἔγινε μέ μικροκύματα (1947), τά ὁποῖα πάνω στήν ἐπιφάνειά της ἔπαθαν ἀνάκλαση καί ξαναγύρισαν στό δέκτη (σχ105α).

49* Ραδιοαστρονομία

Μιά ἐφαρμογή τῶν ἐρτζιανῶν κυμάτων εἶναι ὁ κλάδος τῆς *Ἀστροφυσικῆς* πού ὀνομάζεται *Ραδιοαστρονομία*. Αὐτή χρησιμοποιεῖ *τά ραδιοτηλεσκόπια* πού εἶναι μεγάλοι παραβολικοί καθρέφτες, οἱ ὁποῖοι στήν ἐστία τους ἔχουν μιά κεραία δέκτη ἐρτζιανῶν κυμάτων.

Τά κοσμικά ραδιοκύματα πού περνοῦν μέσα ἀπό τήν ἀτμόσφαιρα, ἀποτελοῦν ἕνα μεγάλο φάσμα ἠλεκτρομαγνητικῶν ἀκτινοβολιῶν πού ἔχουν μήκη κύματος ἀπό 1 cm ὥς 100 m, ἐνῶ οἱ ὁρατὲς ἀκτινοβολίες στίς ὁποῖες βασίζεται ἡ ὀπτική ἔρευνα τοῦ οὐρανοῦ, σχηματίζουν ἕνα πολύ μικρό φάσμα ἀκτινοβολιῶν μέ μήκη κύματος ἀπό 0,8 μm ὥς 0,4 μm.

Ὁρισμένα κοσμικά ραδιοκύματα προέρχονται ἀπό τόν Ἥλιο, ἀλλά τά περισσότερα προέρχονται ἀπό *ραδιοπομπούς* πού βρίσκονται σέ διάφορα σημεῖα τοῦ Γαλαξία καί ὀνομάζονται *ραδιοαστέρες*.



Σχ. 106 Τό ραδιοτηλεσκόπιο στό Jodrell Bank ('Αγγλία).

Πολλοί ἀπό τούς γνωστούς ραδιοπομπούς εἶναι *ἐξωγαλαξιακοί* καί ἡ ἔνταση τῆς ἀκτινοβολίας τους εἶναι πολύ μεγάλη. Αὐτοί οἱ ραδιοπομποί ὀνομάζονται *ραδιογαλαξίες* καί εἶναι ἰδιόμορφοι νεφελοειδεῖς (σχ. 107).

Σχ. 107. Ὁ ραδιογαλαξίας Μ 87 εἶναι ἀπό τούς ἰσχυρότερους ραδιοπομπούς τοῦ οὐρανοῦ.

α. Ἡ ὕλη στό μεσοαστρικό διάστημα. Μέσα στό χῶρο πού ὑπάρχει μεταξύ τῶν ἀστέρων τοῦ Γαλαξία ὑπάρχουν τεράστια σκοτεινά *σύννεφα κοσμικῆς ὕλης* πού ἀποτελοῦνται ἀπό ἀέρια. Αὐτά, ἐπειδή ἔχουν πολύ χαμηλή θερμοκρασία, δέν ἐκπέμπουν ὁρατές ἀκτινοβολίες, ἐκπέμπουν ὅμως ὁρισμένα *ραδιοκύματα*. Ἔτσι ἀνακαλύψαμε ὅτι στά σύννεφα κοσμικῆς ὕλης ὑπάρχουν:

1. *ἄτομα* ὑδρογόνου, ἄνθρακα, ὀξυγόνου, ἀζώτου·
2. *ἐλεύθερες ρίζες*, ὅπως ὑδροξύλιο — OH, μονοξείδιο τοῦ ἄνθρακα > CO, κυάνιο — CN κ.ἄ.
3. *Μόρια ἀνόργανων ἑνώσεων*, ὅπως μόρια νεροῦ H_2O, ἀμμωνίας NH_3, ὑδροκυάνιου HCN κ.ἄ.
4. *Μόρια ὀργανικῶν ἑνώσεων* πού μερικά εἶναι πολύπλοκα· ἰδιαίτερο ἐνδιαφέρον προυσιάζει ἡ παρουσία τοῦ μορίου τῆς φορμαλδεΰδης, HCHO.

Ἡ ἀνακάλυψη πολύπλοκων μορίων στό μεσοαστρικό διάστημα φανερώνει ὅτι σ' αὐτό τό χῶρο τοῦ διαστήματος συμβαίνουν *χημικές ἀντιδράσεις*.

ΑΤΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

ΑΤΟΜΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Τά ἠλεκτρόνια γύρω ἀπό τόν πυρήνα

50. Φάσμα ἐκπομπῆς τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου

Τό ὁρατό φάσμα ἐκπομπῆς τοῦ ὑδρογόνου ἀποτελεῖται μόνο ἀπό τέσσερις ἀκτινοβολίες πού ἀντιστοιχοῦν σέ ὁρισμένα μήκη κύματος. Στή φασματοσκοπία, γιά τόν καθορισμό μιᾶς ἀκτινοβολίας πού ἔχει μῆκος κύματος λ καί συχνότητα ν, χρησιμοποιοῦμε τό μέγεθος 1/λ πού ὀνομάζεται *ἀριθμός κυμάτων* (σύμβολο ν*).

$$\text{ἀριθμός κυμάτων} \qquad \nu^* = \frac{1}{\lambda} \qquad \text{ἤ} \qquad \nu^* = \frac{c}{\nu}$$

Ἀπό τήν ἐξίσωση ὁρισμοῦ $\nu^* = 1/\lambda$ βρίσκουμε ὅτι *μονάδα ἀριθμοῦ κυμάτων* εἶναι τό 1 m^{-1}.

α. Ἡ σειρά Balmer. Ὁ Balmer πειραματικά βρῆκε ὅτι ἡ θέση τῶν ὁρατῶν γραμμῶν τοῦ φάσματος τοῦ ὑδογόνου *(σειρά Balmer)* σέ συνάρτηση μέ τόν ἀριθμό κυμάτων δίνεται ἀπό τόν ἀκόλουθο *τύπο τοῦ Balmer :*

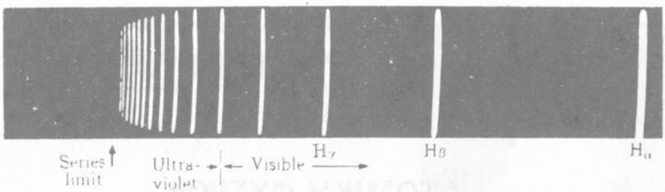
$$\text{τύπος τοῦ Balmer} \qquad \nu^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

ὅπου n εἶναι ἀκέραιος ἀριθμός μεγαλύτεος ἀπό 2 (n > 2) καί R_H εἶναι *ἡ σταθερή Rydberg* πού ἔχει τήν τιμή :

$$\text{σταθερή Rydberg} \qquad R_H = 10\,974 \cdot 10^3\ m^{-1}$$

Ὁ ἀριθμός n δείχνει τήν τάξη τῆς φασματικῆς γραμμῆς. Ὅταν ὁ ἀριθμός n τείνει πρός τό ἄπειρο ($n \to \infty$) τότε ὁ ἀριθμός κυμάτων τείνει πρός τήν ὁριακή τιμή :

$$\text{ὁριακή φασματική γραμμή} \qquad \nu^* = \frac{R_N}{4}$$



Σχ. 108. Φωτογραφία τῶν ὁρατῶν γραμμῶν τοῦ φάσματος ἐκπομπῆς τοῦ ὑδρογόνου (σειρά Balmer).

Μέ αὐτή τήν ὁριακή γραμμή *κλείνει* ἡ σειρά Balmer (σχ. 108). Ὥστε:

Ἡ σειρά Balmer ἀρχίζει ἀπό μιά ὁρισμένη φασματική γραμμή (n = 3) καί κλείνει μέ μιά φασματική γραμμή, στήν ὁποία ἀντιστοιχεῖ ἀριθμός κυμάτων $\nu^* = R_H/4$.

β. Οἱ πέντε σειρές τῶν φασματικῶν γραμμῶν τοῦ ὑδρογόνου. Ἡ πειραματική ἔρευνα ἀνακάλυψε ὅτι τό ἄτομο ὑδρογόνου, ἐκτός ἀπό τή σειρά *τῶν ὁρατῶν γραμμῶν*, ἐκπέμπει καί *ἄλλες τέσσερις σειρές φασματικῶν γραμμῶν*, ἀπό τίς ὁποῖες ἡ μιά βρίσκεται *στό ὑπεριῶδες* τμῆμα τοῦ φάσματος καί οἱ ἄλλες τρεῖς ἐμφανίζονται διαδοχικά *στό ὑπέρυθρο* τμῆμα τοῦ φάσματος τοῦ ὑδρογόνου. Σέ καθεμιά ἀπό αὐτές τίς τέσσερις φασματικές γραμμές ἀντιστοιχεῖ ἕνας τύπος ἀνάλογος μέ τόν τύπο τοῦ Balmer (βλ. πίνακα).

Οἱ πέντε σειρές τῶν φασματικῶν γραμμῶν τοῦ ὑδρογόνου

Τμῆμα τοῦ φάσματος	Ὄνομα τῆς σειρᾶς	Τύπος τῆς σειρᾶς
Ὑπεριῶδες	Lyman	$\nu^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ ὅπου $n = 2,3,4\ldots$
Ὁρατό	Balmer	$\nu^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ ὅπου $n = 3,4,5\ldots$
	Paschen	$\nu^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ ὅπου $n = 4,5,6\ldots$
Ὑπέρυθρο	Brackett	$\nu^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ ὅπου $n = 5,6,7\ldots$
	Pfund	$\nu^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ ὅπου $n = 6,7,8\ldots$

γ. Γενική ἐξίσωση τῶν φασματικῶν γραμμῶν τοῦ ὑδρογόνου. Ἀπό τήν πειραματική ἔρευνα καταλήξαμε στό ἀκόλουθο γενικό συμπέρασμα:

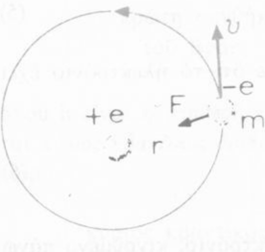
Τό ἄτομο ὑδρογόνου μπορεῖ νά ἐκπέμψει πέντε σειρές ἀκτινοβολιῶν, πού καθορίζονται ἀπό τή γενική ἐξίσωση:

ἀκτινοβολίες τοῦ ὑδρογόνου ἀτόμου	$\nu^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta^2}\right)$

ὅπου R_H εἶναι ἡ σταθερή Rydberg καί α καί β εἶναι ἀκέραιοι ἀριθμοί. Ἀπό τήν παραπάνω γενική ἐξίσωση εὔκολα προκύπτει ἡ ἐξίσωση πού ἀντιστοιχεῖ σέ κάθε σειρά φασματικῶν γραμμῶν.

51. Κίνηση τοῦ ἠλεκτρονίου τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου γύρω ἀπό τόν πυρήνα

α. Δυναμική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου. Ὁ πυρήνας τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου ἔχει θετικό φορτίο Q = + e καί τό ἠλεκτρόνιο διαγράφει γύρω ἀπό τόν πυρήνα κυκλική τροχιά πού ἔχει ἀκτίνα r (σχ. 109). Σέ ἀπόσταση r ἀπό τόν πυρήνα τό δυναμικό τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου, πού δημιουργεῖ ὁ πυρήνας, εἶναι ἴσο μέ:



Σχ. 109. Η περιφορά τοῦ ἠλεκτρονίου γύρω ἀπό τόν πυρήνα.

$$U_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} \quad \text{ἤ} \quad U_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e}{r}$$

Ὅταν λοιπόν τό ἠλεκτρόνιο, πού ἔχει φορτίο —e, περιφέρεται σέ ἀπόσταση r ἀπό τόν πυρήνα, τότε τό ἠλεκτρόνιο ἔχει *δυναμική ἐνέργεια*:

$$E_{\delta\upsilon\nu} = U_r \cdot (-e) \quad \text{ἄρα} \quad \boxed{E_{\delta\upsilon\nu} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}} \qquad (1)$$

Ἡ δυναμική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι ἴση μέ μηδέν μόνο σέ ἀπόσταση ἄπειρη ἀπό τόν πυρήνα (r = ∞). Μέσα στό ἄτομο ἡ δυναμική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου ἔχει πάντοτε τιμή ἀρνητική.

β. Κινητική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου. Πάνω στήν κυκλική τροχιά, ἀκτίνας r, τό ἠλεκτρόνιο κινεῖται μέ ταχύτητα πού τό μέτρο της υ εἶναι σταθερό καί ἑπομένως τό ἠλεκτρόνιο ἔχει *κινητική ἐνέργεια:*

$$E_{\delta\upsilon\nu} = \frac{1}{2} m_e \cdot \upsilon^2 \qquad (2)$$

ὅπου m_e εἶναι ἡ μάζα τοῦ ἠλεκτρονίου. Τό φορτίο τοῦ πυρήνα ἐξασκεῖ πάνω στό φορτίο τοῦ ἠλεκτρονίου μιά ἕλξη $\vec{F}$, πού τό μέτρο της, σύμφωνα μέ τό νόμο τοῦ Coulomb, εἶναι:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{(+e) \cdot (-e)}{r^2} \quad \text{ἄρα} \quad F = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} \qquad (3)$$

Αὐτή ἡ δύναμη $\vec{F}$ ἐνεργεῖ πάνω στό ἠλεκτρόνιο ὡς κεντρομόλος δύναμη πού τό μέτρο της εἶναι ἴσο μέ:

$$F = -\frac{m_e \cdot \upsilon^2}{r} \qquad (4)$$

Τό ἀρνητικό σημεῖο φανερώνει ὅτι ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνση ἔχει φορά πρός τό κέντρο τοῦ κύκλου (κεντρική κίνηση). Ἀπό τίς ἐξισώσεις (3) καί (4) βρίσκουμε:

$$m_e \cdot \upsilon^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} \qquad (5)$$

Καί ἀπό τίς ἐξισώσεις (2) καί (5) βρίσκουμε ὅτι τό ἠλεκτρόνιο ἔχει *κινητική ἐνέργεια:*

$$\boxed{E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2r}} \qquad (6)$$

γ. **Ὁλική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου.** Τό ἠλεκτρόνιο, κινούμενο πάνω στήν τροχιά του, ἔχει *ὁλική ἐνέργεια:*

$$E_{o\lambda} = E_{\delta\upsilon\nu} + E_{\kappa\iota\nu} \quad \text{ἄρα} \quad \boxed{E_{o\lambda} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2r}} \qquad (7)$$

Τό ἀρνητικό σημεῖο ὀφείλεται στό ὅτι ἡ δυναμική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου (ἐξίσ. 1) εἶναι κατ' ἀπόλυτη τιμή μεγαλύτερη ἀπό τήν κινητική ἐνέργειά του. Ἀπό τίς ἐξισώσεις (1) καί (6) βρίσκουμε ὅτι κατ' ἀπόλυτη τιμή εἶναι $E_{\delta\upsilon\nu}/E_{\kappa\iota\nu} = 2$.

δ. **Τροχιακή στροφορμή τοῦ ἠλεκτρονίου.** Τό ἠλεκτρόνιο κινεῖται πάνω στήν κυκλική τροχιά του μέ σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω καί ταχύτητα $\upsilon = \omega \cdot r$. Τό ἠλεκτρόνιο θεωρεῖται ὡς ὑλικό σημεῖο πού ἔχει μάζα m_e

καί ροπή ἀδρανείας $\Theta = m_e \cdot r^2$. Ἄρα τό ἠλεκτρόνιο ἔχει στροφορμή πού ὀνομάζεται *τροχιακή στροφορμή* καί ἔχει μέτρο (l) ἴσο μέ:

$$l = \Theta \cdot \omega = m_e \cdot r^2 \cdot \omega \quad \text{ἄρα} \quad \boxed{l = m_e \cdot \upsilon \cdot r} \qquad (8)$$

ε. Οἱ μεταβολές τῆς ὁλικῆς ἐνέργειας τοῦ ἠλεκτρονίου. Ἡ ἐξίσωση (7) δείχνει ὅτι ἡ ὁλική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου μπορεῖ νά μεταβληθεῖ *μόνο ὅταν μεταβάλλεται ἡ ἀκτίνα* r τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς του. Οἱ μεταβολές τῆς ὁλικῆς ἐνέργειας συμβαίνουν, ὅταν τό ἠλεκτρόνιο *παίρνει* ἐνέργεια ἀπέξω ἤ *ἀποβάλλει* ἐνέργεια μέ τή μορφή φωτονίου. Σ' αὐτή τήν περίπτωση ἰσχύουν οἱ ἑπόμενες *δύο κβαντικές συνθῆκες τοῦ Bohr*.

Ι. Πρώτη συνθήκη τοῦ Bohr

Στό ἄτομο ὑδρογόνου τό ἠλεκτρόνιο μπορεῖ νά κινεῖται γύρω ἀπό τόν πυρήνα μόνο πάνω σέ ὁρισμένες ἐπιτρεπόμενες τροχιές (κβαντικές τροχιές), στίς ὁποῖες ἀντιστοιχεῖ τροχιακή στροφορμή τοῦ ἠλεκτρονίου ἴση μέ ἀκέραιο πολλαπλάσιο τοῦ h/2π.

$$\boxed{\text{πρώτη συνθήκη τοῦ Bohr} \qquad m_e \cdot \upsilon \cdot r = n \cdot \frac{h}{2\pi}} \qquad (9)$$

ὅπου h εἶναι *ἡ σταθερή τοῦ Planck* καί n ἀκέραιος ἀριθμός πού ὀνομάζεται *κύριος κβαντικός ἀριθμός* καί μπορεῖ νά λάβει τίς τιμές ἀπό ἕνα ὥς ἄπειρο.

$$\boxed{\text{κύριος κβαντικός ἀριθμός} \qquad n = 1, 2, 3, 4 \ldots\ldots\ldots \infty}$$

Ἡ κβαντική τροχιά, στήν ὁποία ἀντιστοιχεῖ n = 1, ἔχει τή μικρότερη δυνατή ἀκτίνα καί ὀνομάζεται *θεμελιώδης τροχιά*.

Ὅταν τό ἠλεκτρόνιο τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου περιφέρεται πάνω στή θεμελιώδη τροχιά, τότε τό ἄτομο ὑδρογόνου βρίσκεται σέ κατάσταση ἰσορροπίας καί λέμε ὅτι τό ἄτομο βρίσκεται στήν *κανονική κατάσταση*.

Ἀπό τήν πρώτη συνθήκη τοῦ Bohr συνάγονται τά ἀκόλουθα συμπεράσματα:

1. Πάνω στή θεμελιώδη τροχιά τό ἠλεκτρόνιο ἔχει τή μικρότερη δυνατή ὁλική ἐνέργεια (κανονική κατάσταση).
2. Ὅταν τό ἠλεκτρόνιο πηδάει ἀπό μιά κβαντική τροχιά σέ ἄλλη, ἡ ὁλική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου μεταβάλλεται ἀπότομα.

ΙΙ. Δεύτερη συνθήκη τοῦ Bohr

Τό ἄτομο ὑδρογόνου *ἐκπέμπει* ἤ *ἀπορροφᾶ* τήν ἠλεκτρομαγνητική ἀκτινοβολία (δηλαδή φωτόνια) σύμφωνα μέ τήν ἑπόμενη *δεύτερη συνθήκη τοῦ Bohr*:

Τό ἠλεκτρόνιο τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου, ἀπορροφώντας τήν ἐνέργεια hν ἑνός φωτονίου, πηδάει ἀπό μιά ἐσωτερική σέ μιά πιό ἐξωτερική κβαντική τροχιά μεγαλύτερης ἐνέργειας. Ἀντίστροφα, πηδώντας ἀπό μιά ἐξωτερική σέ μιά πιό ἐσωτερική κβαντική τροχιά μικρότερης ἐνέργειας ἐκπέμπει τήν ἐνέργεια hν ἑνός φωτονίου. Ἡ ἐνέργεια hν τοῦ φωτονίου πού ἀπορροφᾶται ἤ ἐκπέμπεται, εἶναι ἴση μέ τή διαφορά τῶν ἐνεργειῶν τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω στίς δύο κβαντικές τροχιές.

δεύτερη συνθήκη τοῦ Bohr	$E_{\alpha\rho\chi} - E_{\tau\varepsilon\lambda} = h\nu$

ὅπου $E_{\alpha\rho\chi}$ εἶναι ἡ ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω σέ τροχιά μεγαλύτερης ἐνέργειας (ἐξωτερική) καί $E_{\tau\varepsilon\lambda}$ ἡ ἐνέργεια πάνω σέ τροχιά μικρότερης ἐνέργειας (ἐσωτερική).

στ. Ἀκτίνες τῶν κβαντικῶν τροχιῶν. Ἄν ὑψώσουμε στό τετράγωνο τήν ἐξίσωση (9) βρίσκουμε:

$$m_e^2 \cdot \upsilon^2 \cdot r^2 = n^2 \cdot \frac{h^2}{4\pi^2} \tag{10}$$

Τό ἠλεκτρόνιο κινεῖται πάνω σέ κβαντική τροχιά ἀκτίνας r. Ἡ ἕλξη πού ἐξασκεῖ ὁ πυρήνας πάνω στό ἠλεκτρόνιο, ἐνεργεῖ ὡς κεντρομόλος δύναμη. Ἄρα ἰσχύει ἡ ἐξίσωση:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} = \frac{m_e \cdot \upsilon^2}{r} \qquad \text{ἄρα} \qquad m_e \cdot \upsilon^2 \cdot r = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \tag{11}$$

Ἄν διαιρέσουμε κατά μέλη τίς ἐξισώσεις (10) καί (11) βρίσκουμε ὅτι *ἡ ἀκτίνα r τῆς κβαντικῆς τροχιᾶς* εἶναι:

ἀκτίνα κβαντικῆς τροχιᾶς	$r = 4\pi\varepsilon_0 \cdot \dfrac{n^2 \cdot h^2}{4\pi^2 \cdot m_e \cdot e^2}$	(12)

Γιά n = 1 βρίσκουμε ὅτι *ἡ ἀκτίνα* r_1 *τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς* εἶναι:

ἀκτίνα θεμελιώδους τροχιᾶς	$r_1 = 0{,}529 \cdot 10^{-10}$ m ἤ $r_1 \simeq 0{,}5$ Å

Ἑπομένως ἡ ἐξίσωση (12) γράφεται:

ἀκτίνα κβαντικῆς τροχιᾶς	$r_n = n^2 \cdot r_1$

Ἡ ἀκτίνα r_n μιᾶς κβαντικῆς τροχιᾶς εἶναι ἀνάλογη μέ τό τετράγωνο τοῦ ἀντίστοιχου κύριου κβαντικοῦ ἀριθμοῦ n.

ζ. Ταχύτητα τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω στήν κβαντική τροχιά. Ἀπό τίς ἐξισώσεις (9) καί (11) βρίσκουμε ὅτι *ἡ ταχύτητα* υ τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω στήν κβαντική τροχιά ἔχει μέτρο ἴσο μέ:

ταχύτητα ἠλεκτρονίου πάνω σέ κβαντική τροχιά	$\upsilon = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2\pi \cdot e^2}{n \cdot h}$	(13)

Γιά $n = 1$ βρίσκουμε ὅτι *ἡ ταχύτητα υ_1 τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω στή θεμελιώδη τροχιά* εἶναι:

ταχύτητα πάνω στή θεμελιώδη τροχιά	$\upsilon_1 \simeq 22 \cdot 10^5$ m/sec

Ἑπομένως ἡ ἐξίσωση (13) γράφεται:

ταχύτητα πάνω σέ κβαντική τροχιά	$\upsilon_n = \frac{\upsilon_1}{n}$

Ἡ ταχύτητα υ_n τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω σέ μιά κβαντική τροχιά εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογη μέ τόν ἀντίστοιχο κύριο κβαντικό ἀριθμό n.

η. Ὁλική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω σέ κβαντική τροχιά. Ἄν στήν ἐξίσωση (7) ἀντικαταστήσουμε τήν τιμή τῆς ἀκτίνας r ἀπό τήν ἐξίσωση (12) βρίσκουμε ὅτι *ἡ ὁλική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου* εἶναι:

ὁλική ἐνέργεια ἠλεκτρονίου	$E_{o\lambda} = -\frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)^2} \cdot \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{n^2 \cdot h^2}$	(14)

Γιά $n = 1$ βρίσκουμε ὅτι *ἡ ὁλική ἐνέργεια E_1 τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω στή θεμελιώδη τροχιά* εἶναι:

ὁλική ἐνέργεια πάνω στή θεμελιώδη τροχιά	$E_1 \simeq -2{,}179 \cdot 10^{-18}$ Joule ἤ $E_1 \simeq -13{,}53$ eV

Ἑπομένως ἡ ἐξίσωση (14) γράφεται:

ὁλική ἐνέργεια πάνω σέ κβαντική τροχιά	$E_n = \dfrac{E_1}{n^2}$ ἤ $E_n = -\dfrac{13{,}53}{n^2}$ eV	(15)

Στάθμες ἐνέργειας τοῦ ἠλεκτρονίου στό ἄτομο ὑδρογόνου

Κύριος κβαντικός ἀριθμός n	Ἐνέργεια ἠλεκτρονίου (σέ eV)
$n = 1$	$E_1 = -13{,}53$
$n = 2$	$E_2 = -3{,}38$
$n = 3$	$E_3 = -1{,}50$
$n = 4$	$E_4 = -0{,}85$
.....	....
.....	....
$n \to \infty$	0

θ. Στάθμες ἐνέργειας στό ἄτομο ὑδρογόνου. Ὅταν τό ἠλεκτρόνιο κινεῖται πάνω στή θεμελιώδη τροχιά ($n = 1$), ἔχει *τή μικρότερη δυνατή ἐνέργεια* E_1. Πάνω σέ κάθε κβαντική τροχιά τό ἠλεκτρόνιο ἔχει *ὁρισμένη ὁλική ἐνέργεια*, ὅπως φαίνεται στό διπλανό πίνακα. Οἱ διάφορες ἐπιτρεπόμενες *ἐνεργειακές καταστάσεις* τοῦ ἠλεκτρονίου ὀνομάζονται *στάθμες ἐνέργειας*.

52. Ἑρμηνεία τῆς ἐκπομπῆς τοῦ φάσματος τοῦ ὑδρογόνου

Θεωροῦμε ὅτι *ἀρχικά* τό ἠλεκτρόνιο τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου βρίσκεται πάνω σέ μιά *ἐξωτερική* τροχιά πού ἔχει κύριο κβαντικό ἀριθμό $n_{αρχ}$. Πάνω σ' αὐτή τήν τροχιά τό ἠλεκτρόνιο ἔχει ὁλική ἐνέργεια:

$$E_{αρχ} = -\frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)^2} \cdot \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{n_{αρχ}^2 \cdot h^2}$$

Τό ἄτομο ὑδρογόνου βρίσκεται σέ *κατάσταση διεγέρσεως* καί τείνει νά ξαναγυρίσει στήν κανονική κατάσταση. Τότε τό ἠλεκτρόνιο πηδάει πάνω σέ μιά κβαντική τροχιά πού εἶναι *πιό κοντά στόν πυρήνα* καί ἔχει κύριο κβαντικό ἀριθμό $n_{τελ}$ (ἄρα εἶναι $n_{αρχ} > n_{τελ}$). Πάνω στή νέα τροχιά τό ἠλεκτρόνιο ἔχει ὁλική ἐνέργεια:

$$E_{τελ} = -\frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)^2} \cdot \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{n_{τελ}^2 \cdot h^2}$$

Αὐτό τό πήδημα τοῦ ἠλεκτρονίου προκαλεῖ ἀπότομη ἐλάττωση τῆς ὁλικῆς ἐνέργειας κατά $\Delta E = E_{αρχ} - E_{τελ}$. Ἔτσι τό ἠλεκτρόνιο *ἀποβάλλει* τήν ἐνέργεια ΔΕ μέ τή μορφή *ἑνός φωτονίου* hν καί ἰσχύει ἡ ἐξίσωση:

$$h \cdot \nu = E_{\alpha\rho\chi} - E_{\tau\epsilon\lambda} \qquad \text{ἄρα} \qquad \nu = \frac{E_{\alpha\rho\chi} - E_{\tau\epsilon\lambda}}{h}$$

$$\text{καί} \quad \nu = \frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)^2} \cdot \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{h^3} \cdot \left(\frac{1}{n_{\tau\epsilon\lambda}^2} - \frac{1}{n_{\alpha\rho\chi}^2}\right) \qquad (1)$$

Ὁ ἀριθμός κυμάτων ν* τῆς ἀκτινοβολίας συχνότητας ν εἶναι $\nu^* = \nu/c$. Ὥστε ἀπό τήν ἐξίσωση (1) βρίσκουμε:

$$\nu^* = \frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)^2} \cdot \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{c \cdot h^3} \cdot \left(\frac{1}{n_{\tau\epsilon\lambda}^2} - \frac{1}{n_{\alpha\rho\chi}^2}\right) \qquad (2)$$

Ἄν ὑπολογίσουμε τό σταθερό παράγοντα $\dfrac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 \cdot c \cdot h^3}$

βρίσκουμε ὅτι ἔχει τήν τιμή τῆς σταθερῆς Rydberg R_H. Ἄρα εἶναι:

$$\boxed{\text{σταθερή Rydberg} \quad R_H = \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 \cdot c \cdot h^3}}$$

Ὥστε ἡ ἐξίσωση (2) γράφεται:

$$\boxed{\text{ἀριθμός κυμάτων} \quad \nu^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{n_{\tau\epsilon\lambda}^2} - \frac{1}{n_{\alpha\rho\chi}^2}\right)} \qquad (3)$$

Ἡ ἐξίσωση (3) εἶναι ἡ γενική ἐξίσωση πού πειραματικά βρήκαμε γιά τίς ἀκτινοβολίες πού ἐκπέμπει τό ἄτομο ὑδρογόνου (§ 57, ἐξίσ. 1).

Στήν παραπάνω γενική ἐξίσωση (3) τό $n_{\tau\epsilon\lambda}$ εἶναι ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός τῆς τροχιᾶς πού πάνω σ' αὐτή *πέφτει* τελικά τό ἠλεκτρόνιο καί τό $n_{\alpha\rho\chi}$ εἶναι ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός τῆς τροχιᾶς ἀπό τήν ὁποία *πηδάει* τό ἠλεκτρόνιο. Δίνοντας στό $n_{\tau\epsilon\lambda}$ τίς τιμές 1, 2, 3, 4, 5 βρίσκουμε *τίς πέντε σειρές* τῶν φασματικῶν γραμμῶν τοῦ ὑδρογόνου, ὅπως φαίνεται στόν τύνακα τῆς σελίδας 122, ὅπου εἶναι $\alpha = n_{\tau\epsilon\lambda}$ καί $\beta = n_{\alpha\rho\chi}$ καί στό σχῆμα 110.

α. Ἀπορρόφηση ἀκτινοβολιῶν ἀπό τό ἄτομο ὑδρογόνου. Ἕνα ἄτομο ὑδρογόνου πού βρίσκεται σέ *κανονική κατάσταση*, ἀποκτᾶ *τήν κατάσταση διεγέρσεως*, ἄν ἀπορροφήσει τόση ἐνέργεια, ὅση χρειάζεται *γιά νά πηδήσει* τό ἠλεκτρόνιο ἀπό τή θεμελιώδη τροχιά (n = 1) σέ μιά πιό ἐξωτερική τροχιά. Ὥστε ἡ *ἀπορρόφηση ἀκτινοβολιῶν* ἀπό τό ἄτομο ὑδρογόνου ἐκφράζεται μέ τήν ἐξίσωση:

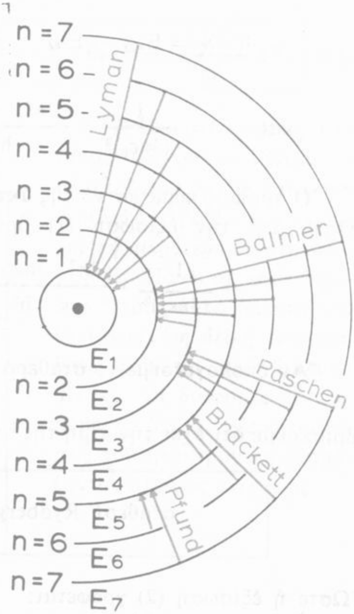
ἐνέργεια φωτονίου πού ἀπορροφᾶται $h\nu = E_{\tau\varepsilon\lambda} - E_{\alpha\rho\chi}$ (4)

Ἡ ἐξίσωση (4) φανερώνει ὅτι:

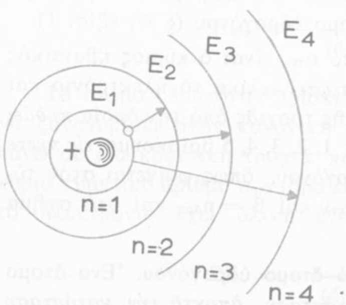
Τό ἄτομο ὑδρογόνου ἀπορροφᾶ μόνο ἐκεῖνες τίς ἀκτινοβολίες, πού μπορεῖ τό ἄτομο νά ἐκπέμψει.

Ἑπομένως γιά τό ὑδρογόνο τό φάσμα ἀπορροφήσεως εἶναι *ὅμοιο* μέ τό φάσμα ἐκπομπῆς. Ἔτσι ἑρμηνεύεται ὁ γνωστός *νόμος τῆς ἀντιστροφῆς τῶν γραμμῶν τοῦ φάσματος* ἀερίου.

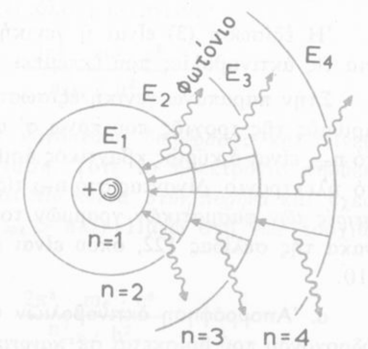
Στά σχήματα 111 καί 112 δείχνεται σχηματικά ἡ διέγερση καί ἡ ἐκπομπή ἀκτινοβολίας ἀπό τό ἄτομο ὑδρογόνου.



Σχ. 110. Οἱ πέντε σειρές τῶν ἀκτινοβολιῶν πού ἐκπέμπει τό ἄτομο ὑδρογόνου.



Σχ. 111. Διέγερση τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου.



Σχ. 112. Ἐκπομπή ἀκτινοβολίας ἀπό τό ἄτομο ὑδρογόνου.

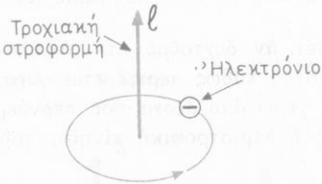
53. Οἱ δύο κινήσεις τοῦ ἠλεκτρονίου στό ἄτομο ὑδρογόνου

α. Περιφορά τοῦ ἠλεκτρονίου γύρω ἀπό τόν πυρήνα. Ἡ κίνηση τοῦ ἠλεκτρονίου γύρω ἀπό τόν πυρήνα τοῦ ἀτόμου ἔχει ὁρισμένες συνέπειες.

1. Τροχιακή στροφορμή τοῦ ἠλεκτρονίου. Ὅταν τό ἄτομο ὑδρογόνου βρίσκεται στήν κανονική κατάσταση, τό ἠλεκτρόνιο διαγράφει κυκλική τροχιά μέ ἀκτίνα r (σχ. 109). Τό ἠλεκτρόνιο κινεῖται μέ ταχύτητα πού ἔχει μέτρου σταθερό καί ἔχει τότε *τροχιακή στροφορμή* πού ἔχει μέτρο:

$$\boxed{\text{τροχιακή στροφορμή ἠλεκτρονίου} \qquad l = m_e \cdot \upsilon \cdot r}$$

Τό ἄνυσμα $\vec{l}$ τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς ἔχει τή διεύθυνση καί τή φορά τῆς γωνιακῆς ταχύτητας $\vec{\omega}$, δηλαδή εἶναι κάθετο στό ἐπίπεδο τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς τοῦ ἠλεκτρονίου (σχ. 113).



Σχ. 113. Τό περιφερόμενο ἠλεκτρόνιο ἔχει τροχιακή στροφορμή (l).

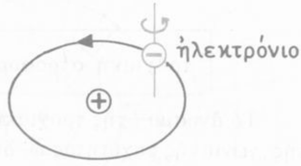
Σχ. 114. Ἡ περιφορά τοῦ ἠλεκτρονίου ἰσοδυναμεῖ μέ κυκλικό ρεῦμα πού συμπεριφέρεται ὡς μαγνητικό δίπολο.

2. Μαγνητική διπολική ροπή τοῦ ἠλεκτρονίου. Ἡ κυκλική κίνηση τοῦ ἠλεκτρονίου γύρω ἀπό τόν πυρήνα ἰσοδυναμεῖ μέ στοιχειῶδες κυκλικό ρεῦμα πού ἀποτελεῖ ἕνα στοιχειῶδες *μαγνητικό δίπολο* μέ ὁρισμένη *μαγνητική ροπή*. Ἄν ν εἶναι ἡ συχνότητα τῆς κινήσεως τοῦ ἠλεκτρονίου, τότε ἡ μέση ἔνταση I τοῦ ρεύματος εἶναι ἴση μέ τό φορτίο πού κατά δευτερόλεπτο περνάει ἀπό ἕνα σημεῖο τῆς τροχιᾶς, δηλαδή εἶναι $I = \nu \cdot e$. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ στοιχειώδους κυκλικοῦ ρεύματος ἔχει ἐμβαδό $S = \pi \cdot r^2$. Ἡ συμβατική φορά τοῦ ρεύματος μέ τό ὁποῖο ἰσοδυναμεῖ ἡ περιφορά τοῦ ἠλεκτρονίου γύρω ἀπό τόν πυρήνα, εἶναι ἀντίθετη μέ τή φορά τῆς κινήσεως τοῦ ἠλεκτρονίου. Αὐτό τό στοιχειῶδες κυκλικό ρεῦμα ἔχει μαγνητική ροπή (σχ. 114) πού ὀνομάζεται *μαγνητική διπολική ροπή* καί ἔχει μέτρο:

$$m_l^* = I \cdot S \quad ἤ \quad m_l^* = \nu \cdot e \cdot \pi \cdot r^2$$

Τό ἄνυσμα $\overrightarrow{m_l^*}$ τῆς μαγνητικῆς διπολικῆς ροπῆς ἔχει φορά ἀντίθετη μέ τή φορά τοῦ ἀνύσματος $\overrightarrow{l}$ τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς.

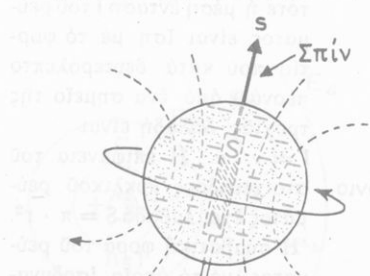
β. Περιστροφή τοῦ ἠλεκτρονίου γύρω ἀπό τόν ἄξονά του. Εἶναι γνωστό ὅτι τό φάσμα ἐκπομπῆς τοῦ ὑδρογόνου ἀποτελεῖται ἀπό ὁρισμένες φωτεινές γραμμές. Ὅταν ὅμως τό ὑδρογόνο πού φωτοβολεῖ, βρίσκεται μέσα σέ *μαγνητικό* ἤ *ἠλεκτρικό πεδίο*, τότε κάθε φασματική γραμμή *ἀναλύεται* σέ δύο ἤ περισσότερες φωτεινές γραμμές. Ἡ θεωρία ἀπέδειξε ὅτι αὐτό τό φαινόμενο ἑρμηνεύεται, ἄν δεχτοῦμε ὅτι τό ἠλεκτρόνιο (πού τό θεωροῦμε σάν μικρή σφαίρα) καθώς περιφέρεται γύρω ἀπό τόν πυρήνα ταυτόχρονα *περιστρέφεται γύρω ἀπό ἄξονα* πού περνάει ἀπό τό κέντρο του (σχ 115). Αὐτή ὅμως ἡ περιστροφική κίνηση τοῦ ἠλεκτρονίου ἔχει τίς ἑξῆς συνέπειες:



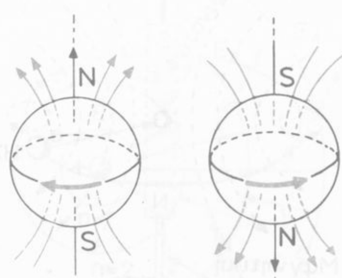
Σχ. 115. Περιστροφή τοῦ ἠλεκτρονίου γύρω ἀπό τόν ἄξονά του.

1. Τό ἠλεκτρόνιο ἐξαιτίας τῆς περιστροφικῆς κινήσεώς του ἔχει *στροφορμή* $\overrightarrow{s}$ πού διεθνῶς ὀνομάζεται *spin* (σπίν).

2. Τό ἠλεκτρόνιο πού περιστρέφεται γύρω ἀπό τόν ἄξονά του, ἐξαιτίας τοῦ φορτίου του, δημιουργεῖ σειρά ἀπό μικρά κυκλικά ρεύματα. Ἄρα τό



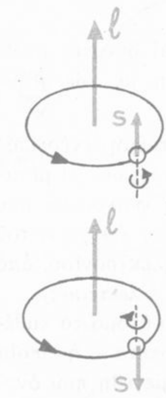
Σχ. 116. Ἡ περιστροφή τοῦ ἠλεκτρονίου γύρω ἀπό τόν ἄξονά του δημιουργεῖ στροφορμή (σπίν) καί μαγνητική ροπή τοῦ σπίν.



Σχ. 117. Οἱ δύο δυνατοί τρόποι περιστροφῆς τοῦ ἠλεκτρονίου γύρω ἀπό τόν ἄξονά του.

περιστρεφόμενο ἠλεκτρόνιο ἔχει *μαγνητική ροπή* πού ὀνομάζεται *μαγνητική ροπή τοῦ spin* $\vec{m}_s^*$ (σχ. 116). Ἡ περιστροφή τοῦ ἠλεκτρονίου μπορεῖ νά γίνει κατά τή μιά ἤ κατά τήν ἀντίθετη φορά (σχ. 117).

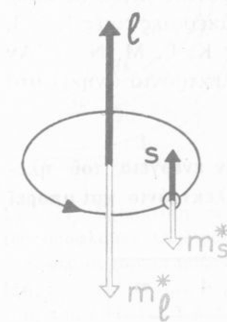
γ. Συμπεράσματα γιά τίς δύο κινήσεις τοῦ ἠλεκτρονίου. Τό ἠλεκτρόνιο τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου ἐξαιτίας τῆς περιφορᾶς του γύρω ἀπό τόν πυρήνα καί τῆς περιστροφῆς του γύρω ἀπό τόν ἄξονά του ἔχει *δύο στροφορμές* καί *δύο μαγνητικές ροπές*.



Σχ. 118. Τά ἀνύσματα τῶν δύο στροφορμῶν τοῦ ἠλεκτρονίου μπορεῖ νά εἶναι παράλληλα ἤ ἀντιπαράλληλα.

Τά ἀνύσματα $\vec{l}$ καί $\vec{s}$ *τῶν δύο στροφορμῶν* τοῦ ἠλεκτρονίου μπορεῖ νά εἶναι παράλληλα ἤ ἀντιπαράλληλα, ἀνάλογα μέ τίς δύο δυνατές περιπτώσεις περιστροφῆς τοῦ ἠλεκτρονίου γύρω ἀπό τόν ἄξονά του (σχ. 118).

Τά ἀνύσματα $\vec{m}_l^*$ καί $\vec{m}_s^*$ *τῶν δύο μαγνητικῶν ροπῶν* τοῦ ἠλεκτρονίου ἔχουν φορά ἀντίθετη μέ τή φορά τῶν ἀντίστοιχων στροφορμῶν ($\vec{l}$ καί $\vec{s}$) τοῦ ἠλεκτρονίου (σχ. 119). Ὥστε :



Σχ. 119. Οἱ δύο στροφορμές καί οἱ δύο μαγνητικές ροπές τοῦ ἠλεκτρονίου.

I. Στό ἄτομο ὑδρογόνου τό ἠλεκτρόνιο, ἐξαιτίας τῶν δύο κινήσεών του ἔχει δύο στροφορμές ($\vec{l}$ καί $\vec{s}$) καί δύο μαγνητικές ροπές ($\vec{m}_l^*$ καί $\vec{m}_s^*$).

II. Ἡ ὁλική στροφορμή ($\vec{j}$) τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν δύο στροφορμῶν του καί ἡ ὁλική μαγνητική ροπή του ($\vec{m}_{ολ}^*$) εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν δύο μαγνητικῶν ροπῶν του.

δ. Τά ἠλεκτρόνια στά ἄλλα ἄτομα. Ὅσα εἴπαμε παραπάνω γιά τό μοναδικό ἠλεκτρόνιο τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου ἰσχύουν *γιά κάθε ἠλεκτρόνιο* τῶν ἀτόμων πού ἔχουν περισσότερα ἠλεκτρόνια. Ὥστε :

Κάθε ἠλεκτρόνιο ἑνός ἀτόμου ἐκτελεῖ ταυτόχρονα δύο κινήσεις, περιφορά γύρω ἀπό τόν πυρήνα καί περιστροφή γύρω ἀπό τόν ἄξονα συμμετρίας τοῦ ἠλεκτρονίου.

54. Κβαντικοί ἀριθμοί τοῦ ἠλεκτρονίου

Ἡ ἔρευνα τοῦ φάσματος τοῦ ὑδρογόνου ἀπέδειξε ὅτι οἱ δυνατές *στάθμες ἐνέργειας* τοῦ ἠλεκτρονίου ἐκφράζονται σέ συνάρτηση μέ *τόν κύριο κβαντικό ἀριθμό* n.

Ἡ ἀρχική θεωρία τοῦ Bohr δέχεται ὅτι σέ κάθε στάθμη ἐνέργειας τοῦ ἠλεκτρονίου ἀντιστοιχεῖ *μιά κυκλική τροχιά τοῦ ἠλεκτρονίου*. Ἡ μεταγενέστερη θεωρητική ἔρευνα, γιά νά ἐξηγήσει ὁρισμένα φαινόμενα πού ἀνακαλύφθηκαν μέ τό πείραμα, ἀπέδειξε ὅτι σέ *μιά στάθμη ἐνέργειας* τοῦ ἠλεκτρονίου ἀντιστοιχεῖ *ὁρισμένος ἀριθμός τροχιῶν* τοῦ ἠλεκτρονίου, ἀπό τίς ὁποῖες ἡ μιά τροχιά εἶναι *κυκλική* καί οἱ ἄλλες εἶναι *ἐλλειπτικές*.

Γενικότερα ἡ θεωρητική ἔρευνα ἀπέδειξε ὅτι μέσα στό ἄτομο τό καθένα ἠλεκτρόνιο ἔχει σάν νά ποῦμε δική του «*προσωπικότητα*», ἡ ὁποία στίς κβαντικές ἐξισώσεις ἐκφράζεται μέ τέσσερα φυσικά μεγέθη πού ὀνομάζονται *κβαντικοί ἀριθμοί* τοῦ ἠλεκτρονίου. Ὁ καθένας ἀπό τούς κβαντικούς ἀριθμούς ἀναφέρεται σέ μιά ὁρισμένη ἰδιότητα τοῦ ἠλεκτρονίου. Θά ἐξετάσουμε στοιχειωδῶς τούς τέσσερις κβαντικούς ἀριθμούς τοῦ ἠλεκτρονίου.

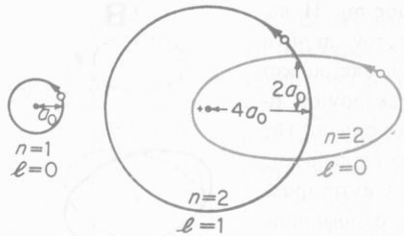
α. Ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός n. Ὅπως ξέρουμε *ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός* n χαρακτηρίζει *τήν ἐνέργεια* τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω σέ κάθε κβαντική τροχιά καί μπορεῖ νά λάβει τίς διαδοχικές ἀκέραιες τιμές 1, 2, 3, 4, . . . πού ἀντιστοιχοῦν στούς διαδοχικούς *φλοιούς* K, L, M, N . . . Ἄν π.χ. γιά ἕνα ἠλεκτρόνιο εἶναι $n = 2$, τότε αὐτό τό ἠλεκτρόνιο ἀνήκει στό φλοιό L. Ὥστε:

Ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός n χαρακτηρίζει τήν ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου καί τό φλοιό, στόν ὁποῖο ἀνήκει τό ἠλεκτρόνιο καί μπορεῖ νά λάβει τίς ἀκέραιες τιμές ἀπό ἕνα ὡς ἄπειρο.

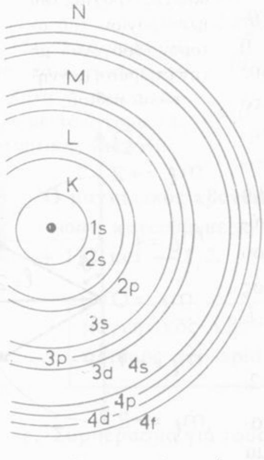
κύριος κβαντικός ἀριθμός $\boxed{n = 1, 2, 3, 4 \ldots\ldots \infty}$

β. Ὁ δευτερεύων κβαντικός ἀριθμός l. Ἡ πρώτη συνθήκη τοῦ Bohr ὁρίζει ὅτι *ἡ τροχιακή στροφορμή* τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι ἴση μέ $n(h/2\pi)$, ὅπου n εἶναι ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός. Τό μέγεθος $h/2\pi$ εἶναι *ἡ μονάδα* τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς. Ἡ ἀκριβέστερη ὅμως θεωρητική ἔρευνα ἀπέδειξε ὅτι ἡ τροχιακή στροφορμή τοῦ ἠλεκτρονίου ἔχει μέτρο $l(h/2\pi)$, ὅπου l εἶναι *ὁ δευτερεύων κβαντικός ἀριθμός*.

Γιά ἕνα δοσμένο κύριο κβαντικό ἀριθμό n ὁ δευτερεύων κβαντικός ἀριθμός l λαβαίνει τίς ἀκέραιες τιμές ἀπό 0 ὥς $n - 1$. Ἄν π.χ. εἶναι $n = 4$, τότε εἶναι $l = 0, 1, 2, 3$. Οἱ διάφορες τιμές τοῦ δευτερεύοντος κβαντικοῦ



Σχ. 120. Οἱ κβαντικές τροχιές τοῦ ἠλεκτρονίου γιά n = 1 καί n = 2.



Σχ. 121. Σχηματική παράσταση τῶν ὑποφλοιῶν. Οἱ διαδοχικοί ὑποφλοιοί χαρακτηρίζονται ὡς ἑξῆς:
τιμή τοῦ l: 0 1 2 3 4 5
σύμβολο : s p d f g h
Ἐμπρός ἀπό τό σύμβολο τοῦ ὑποφλοιοῦ γράφεται ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός πού χαρακτηρίζει τό φλοιό.

ἀριθμοῦ l ἀντιστοιχοῦν στίς διάφορες *δυνατές μορφές τῆς τροχιᾶς* τοῦ ἠλεκτρονίου. Ἡ μεγαλύτερη δυνατή τιμή $l = n - 1$ χαρακτηρίζει *κυκλική τροχιά*, ἐνῶ οἱ ἄλλες τιμές τοῦ l χαρακτηρίζουν *ἐλλειπτικές τροχιές* (σχ. 120).

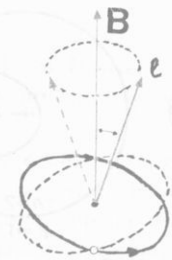
Ὁ δευτερεύων κβαντικός ἀριθμός l φανερώνει ὅτι κάθε φλοιός εἶναι *πολλαπλός* καί ἀποτελεῖται ἀπό l *ὑποφλοιούς*, πού ὁ καθένας εἶναι καί μιά στάθμη ἐνέργειας τοῦ ἠλεκτρονίου (σχ. 121). Ἄν π.χ. εἶναι n = 2 (φλοιός L), τότε εἶναι $l = 0$ καί $l = 1$. Ἄρα ὁ φλοιός L ἀποτελεῖται ἀπό *δύο ὑποφλοιούς*. Ὥστε:

I. Ὁ δευτερεύων κβαντικός ἀριθμός l χαρακτηρίζει τήν τροχιακή στροφορμή τοῦ ἠλεκτρονίου καί φανερώνει ἀπό πόσους ὑποφλοιούς ἀποτελεῖται ὁ κάθε φλοιός.

II. Ὁ δευτερεύων κβαντικός ἀριθμός l μπορεῖ νά λάβει τίς ἀκέραιες τιμές ἀπό μηδέν ὡς n — 1, οἱ ὁποῖες ἀντιστοιχοῦν σέ μιά κυκλική τροχιά ($l = n - 1$) καί σέ διάφορες ἐλλειπτικές τροχιές ($l < n - 1$).

τροχιακή στροφορμή	$l \dfrac{h}{2\pi}$
δευτερεύων κβαντικός ἀριθμός	$l = 0, 1, 2, 3, \ldots (n - 1)$

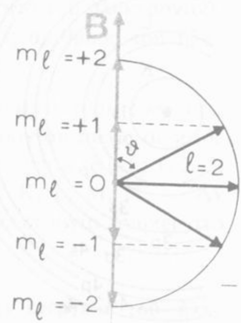
γ. Ὁ μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός m_l. Ἡ περιφορά τοῦ ἠλεκτρονίου γύρω ἀπό τόν πυρήνα ἰσοδυναμεῖ μέ ρεῦμα πού διαρρέει μιά σπεῖρα καί ἑπομένως σέ κάθε τροχιά τοῦ ἠλεκτρονίου ἀντιστοιχεῖ *μιά μαγνητική ροπή*. Τό ἄνυσμα $\vec{m_l}$ τῆς μαγνητικῆς ροπῆς εἶναι κάθετο στό ἐπίπεδο τῆς τροχιᾶς τοῦ ἠλεκτρονίου, ἀλλά εἶναι ἀντιπαράλληλο μέ τό ἄνυσμα $\vec{l}$ τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς τοῦ ἠλεκτρονίου (σχ. 119).



Σχ. 122. Προσανατολισμός τοῦ ἐπιπέδου τῆς τροχιᾶς τοῦ ἠλεκτρονίου τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου μέ τήν ἐπίδραση μαγνητικοῦ πεδίου.

Ὅταν τό ἄτομο ὑδρογόνου βρεθεῖ *μέσα σέ μαγνητικό πεδίο*, τότε τό ἐπίπεδο τῆς τροχιᾶς τοῦ ἠλεκτρονίου τείνει νά λάβει *ὁρισμένο προσανατολισμό*. Ἡ Κβαντομηχανική ἀποδεικνύει ὅτι ἡ γωνία θ (σχ. 122) πού σχηματίζουν μεταξύ τους τό ἄνυσμα $\vec{l}$ τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς καί τό ἄνυσμα $\vec{B}$ τῆς μαγνητικῆς ἐπαγωγῆς τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου μπορεῖ νά λάβει μόνο *ὁρισμένες τιμές*, ὥστε νά ἰσχύει ἡ ἑξῆς συνθήκη: ἡ προβολή τοῦ ἀνύσματος $\vec{l}$ πάνω στή διεύθυνση τοῦ ἀνύσματος $\vec{B}$ πρέπει νά εἶναι ἴση μέ $m_l(h/2\pi)$, ὅπου m_l εἶναι *ὁ μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός*. Αὐτός μπορεῖ νά λάβει *τίς ἀκέραιες τιμές* ἀπό $+l$ ὥς $-l$. Ἄν π.χ. εἶναι:

$n = 3$, τότε εἶναι $l = 2$ καί $m_l = 2, 1, 0, -1, -2$.



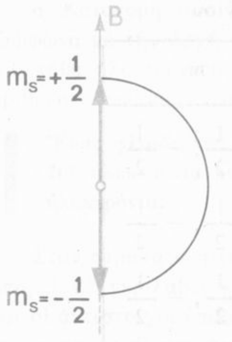
Σχ. 123. Ἡ προβολή τοῦ ἀνύσματος $\vec{l}$ πάνω στή διεύθυνση τῆς μαγνητικῆς ἐπαγωγῆς $\vec{B}$ ἔχει ὁρισμένες μόνο τιμές.

Ἄρα ὁ μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός m_l μπορεῖ νά λάβει συνολικά $2l + 1$ τιμές. Στό σχῆμα 130 φαίνονται οἱ ἐπιτρεπόμενες τιμές τῆς γωνίας θ γιά $l = 2$.

Ἀπό τά παραπάνω προκύπτει ὅτι ὑπάρχουν *ὁρισμένοι περιορισμοί* στόν προσανατολισμό τοῦ ἐπιπέδου τῆς τροχιᾶς τοῦ ἠλεκτρονίου. Τό φαινόμενο αὐτό ὀνομάζεται *κβάντωση κατευθύνσεως*. Ὥστε:

Ὁ μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός m_l *χαρακτηρίζει τήν κβάντωση κατευθύνσεως* τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς καί μπορεῖ νά λάβει τίς ἀκέραιες τιμές ἀπό $+l$ ὥς $-l$.

μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός	$m_l = +l, \ldots 2, 1, 0, -1, -2 \ldots, -l$



Σχ. 124. Τό ἄνυσμα τοῦ spin μπορεῖ νά εἶναι παράλληλο ἤ ἀντιπαράλληλο μέ τό ἄνυσμα τῆς μαγνητικῆς ἐπαγωγῆς.

δ. Ὁ μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός τοῦ spin m_s. Τό ἠλεκτρόνιο, ἐπειδή περιστρέφεται γύρω ἀπό τόν ἄξονά του ἔχει στροφορμή $\vec{s}$ πού λέγεται spin. Ὅταν τό ἄτομο ὑδρογόνου βρεθεῖ *μέσα σέ μαγνητικό πεδίο*, τότε γιά τό ἄνυσμα $\vec{s}$ ὑπάρχουν μόνο δύο δυνατοί προσανατολισμοί του *(κβάντωση κατευθύνσεως)*, δηλαδή τό ἄνυσμα $\vec{s}$ μπορεῖ νά εἶναι παράλληλο ἤ ἀντιπαράλληλο μέ τό ἄνυσμα $\vec{B}$ τῆς μαγνητικῆς ἐπαγωγῆς τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου (σχ. 124). Ἡ προβολή τοῦ ἀνύσματος $\vec{s}$ πάνω στή διεύθυνση τοῦ ἀνύσματος $\vec{B}$ πρέπει νά εἶναι ἴση μέ m_s (h/2π), ὅπου m_s εἶναι *ὁ μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός τοῦ spin*. Αὐτός μπορεῖ νά λάβει μόνο τίς τιμές $+\frac{1}{2}$ καί $-\frac{1}{2}$. Ὥστε:

Ὁ μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός τοῦ spin m_s χαρακτηρίζει τήν κβάντωση κατευθύνσεως τοῦ spin καί μπορεῖ νά λάβει μόνο τίς δύο τιμές + 1/2 καί — 1/2.

μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός τοῦ spin	$m_s = +\frac{1}{2}$	$m_s = -\frac{1}{2}$

ε. Συμπέρασμα γιά τούς κβαντικούς ἀριθμούς τοῦ ἠλεκτρονίου. Ἀπό τά παραπάνω συνάγεται ὅτι:

I. Σέ κάθε ἠλεκτρόνιο τοῦ ἀτόμου ἀντιστοιχοῦν οἱ ἑξῆς τέσσερις κβαντικοί ἀριθμοί:
— ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός n
— ὁ δευτερεύων κβαντικός ἀριθμός *l*
— ὁ μαγντικός κβαντικός ἀριθμός m_l
— ὁ μαγνητικός κβαντικός ἀριθμός τοῦ spin m_s.

II. Οἱ τέσσερις κβαντικοί ἀριθμοί χαρακτηρίζουν μέ ἀκρίβεια τήν ἐνεργειακή κατάσταση ἑνός ἠλεκτρονίου μέσα στό ἄτομο.

Στόν παρακάτω πίνακα ἀναφέρονται οἱ δυνατές τιμές τῶν τεσσάρων κβαντικῶν ἀριθμῶν γιά n = 1,2,3,.

Οἱ κβαντικοί ἀριθμοί τοῦ ἠλεκτρονίου

n	l	m_l	m_s
1	0	0	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$
2	0, 1	$+1, 0, -1$	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$
3	0, 1, 2	$+2, +1, 0, -1, -2$	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

55. Ἀρχή τοῦ Pauli

Τό ἄτομο ὑδρογόνου ἔχει μόνο ἕνα ἠλεκτρόνιο, τά ἄτομα ὅμως ὅλων τῶν ἄλλων στοιχείων ἔχουν περισσότερα ἀπό ἕνα ἠλεκτρόνια. Ὅταν ἕνα ἄτομο μέ πολλά ἠλεκτρόνια βρίσκεται *στήν κανονική κατάσταση*, τότε ὅλα τά ἠλεκτρόνιά του ἔπρεπε νά βρίσκονται *στή στάθμη τῆς ἐλάχιστης ὁλικῆς ἐνέργειας*. Αὐτή ἡ στάθμη ἀντιστοιχεῖ στόν κύριο κβαντικό ἀριθμό $n = 1$. Ἄρα ὅλα τά ἠλεκτρόνια τοῦ ἀτόμου ἔπρεπε νά βρίσκονται στό φλοιό K. Ἡ κατάταξη ὅμως τῶν στοιχείων στό περιοδικό σύστημα δείχνει ὅτι τά ἠλεκτρόνια ἑνός ἀτόμου *κατανέμονται σέ διάφορους φλοιούς*.

Εἶναι γνωστό ὅτι κάθε ἠλεκτρόνιο τοῦ ἀτόμου προσδιορίζεται μέ τούς τέσσερις κβαντικούς ἀριθμούς του, πού χαρακτηρίζουν *τήν ἐνεργειακή κατάσταση* τοῦ ἠλεκτρονίου. Ἡ κατανομή τῶν ἠλεκτρονίων σέ διάφορους φλοιούς γύρω ἀπό τόν πυρήνα διέπεται ἀπό τήν ἀκόλουθη *ἀρχή τοῦ Pauli* (ἤ *ἀπαγορευτική ἀρχή*):

Σέ ἕνα ἄτομο τό κάθε ἠλεκτρόνιο ἔχει μιά μοναδική σειρά κβαντικῶν ἀριθμῶν (n, l, m_l καί m_s).

Ἡ ἀρχή τοῦ Pauli βάζει *ὁρισμένους περιορισμούς* στίς δυνατές ἐνεργειακές καταστάσεις τοῦ ἠλεκτρονίου, γιατί καθορίζει ὅτι:

Στό ἴδιο ἄτομο δέν μποροῦν νά ὑπάρχουν δύο ἠλεκτρόνια πού νά ἔχουν ἴδιους καί τούς τέσσερις κβαντικούς ἀριθμούς τους.

Αὐτά τά δύο ἠλεκτρόνια πρέπει νά ἔχουν *διαφορετικό* τουλάχιστο ἕνα κβαντικό ἀριθμό τους.

α. Κατανομή τῶν ἠλεκτρονίων στούς φλοιούς καί στούς ὑποφλοιούς. Σύμφωνα μέ τήν ἀρχή τοῦ Pauli στό ἴδιο ἄτομο ἡ ἐνεργειακή κατάσταση τοῦ κάθε ἠλεκτρονίου χαρακτηρίζεται ἀπό *ἰδιαίτερη τετράδα* κβαντικῶν ἀριθμῶν. Ἐφαρμόζοντας τήν ἀρχή τοῦ Pauli βρίσκουμε ὅτι:

Ἕνας φλοιός πού ἔχει κύριο κβαντικό ἀριθμό n μπορεῖ νά περιλάβει $2n^2$ ἠλεκτρόνια καί ἕνας ὑποφλοιός μπορεῖ νά περιλάβει $2(2l + 1)$ ἠλεκτρόνια.

Στόν παρακάτω πίνακα ἀναφέρεται *ὁ μέγιστος ἀριθμός ἠλεκτρονίων* πού μπορεῖ νά περιλάβει καθένας ἀπό τούς δύο πρώτους φλοιούς ($n = 1, 2$) καί οἱ ἀντίστοιχοι ὑποφλοιοί. Στόν πίνακα παρατηροῦμε ὅτι κάθε ἠλεκτρόνιο χαρακτηρίζεται ἀπό μιά δική του τετράδα κβαντικῶν ἀριθμῶν.

Ὅταν ἕνας φλοιός ἔχει τό μέγιστο ἀριθμό ἠλεκτρονίων πού ἀντιστοιχεῖ σ' αὐτό τό φλοιό, τότε ὁ φλοιός αὐτός εἶναι ἕνας *συμπληρωμένος φλοιός*. Γενικά οἱ συμπληρωμένοι φλοιοί ἀποτελοῦν μιά *πολύ σταθερή κατανομή* τῶν ἠλεκτρονίων γύρω ἀπό τόν πυρήνα.

Ὁ δυνατός ἀριθμός ἠλεκτρονίων στούς δύο πρώτους φλοιούς (K, L)

Φλοιός	n	l	m_l	m_s	Ἀριθμός ἠλεκτρονίων σέ συμπληρωμένο ὑποφλοιό	Ἀριθμός ἠλεκτρονίων σέ συμπληρωμένο φλοιό
K	1	0	0	$+1/2$	**2**	**2**
	1	0	0	$-1/2$		
L	2	0	0	$+1/2$	**2**	**8**
	2	0	0	$-1/2$		
	2	1	-1	$+1/2$	**6**	
	2	1	-1	$-1/2$		
	2	1	0	$+1/2$		
	2	1	0	$-1/2$		
	2	1	$+1$	$+1/2$		
	2	1	$+1$	$-1/2$		

β. Ἡ διαδοχική συμπλήρωση τῶν φλοιῶν. Θεωροῦμε τά ἄτομα στήν κανονική κατάσταση. Στό περιοδικό σύστημα ὅσο προχωροῦμε διαδοχικά ἀπό τό ἄτομο ὑδρογόνου πρός τό ἄτομο οὐρανίου, ὁ ἀτομικός ἀριθμός Z συνεχῶς αὐξάνεται ἀπό τό 1 ὥς τό 92. Ἄρα ὅσο προχωροῦμε στό περιοδικό σύστημα ἀπό τό ἕνα στοιχεῖο στό ἄλλο, ὁ ἀριθμός τῶν ἠλεκτρονίων τοῦ ἀτόμου συνεχῶς αὐξάνεται κατά ἕνα ἠλεκτρόνιο. Ἡ διαδοχική προσθήκη τοῦ ἑνός ἠλεκτρονίου προχωρεῖ μέ τέτοιο τρόπο, ὥστε διαδοχικά νά συμπληρώνεται ὁ κάθε φλοιός. Στό σχῆμα 125 φαίνεται ἡ κατανομή τῶν ἠλεκτρονίων στό ἄτομο μαγνησίου ($Z = 12$).

Σχ. 125. Σχηματική παράσταση τῆς κατανομῆς τῶν 12 ἠλεκτρονίων τοῦ ἀτόμου μαγνησίου στούς φλοιούς καί ὑποφλοιούς.

Στά ἄτομα ὅμως μέ μεγάλο ἀτομικό ἀριθμό Z παρατηροῦμε ἀποκλίσεις, πού ὀφείλονται στίς ἀμοιβαῖες ἐπιδράσεις τῶν πολλῶν ἠλεκτρονίων πού περιφέρονται γύρω ἀπό τόν πυρήνα καί γι' αὐτό οἱ ἐξωτερικοί φλοιοί O, P, Q *ποτέ δέν εἶναι συμπληρωμένοι*. Ἔτσι π.χ. στό ἄτομο οὐρανίου ($Z = 92$) τά ἠλεκτρόνια κατανέμονται ὡς ἑξῆς:

φλοιός	:	K	L	M	N	O	P	Q
ἠλεκτρόνια	:	2	8	18	32	18	12	2

56. Λέηζερ

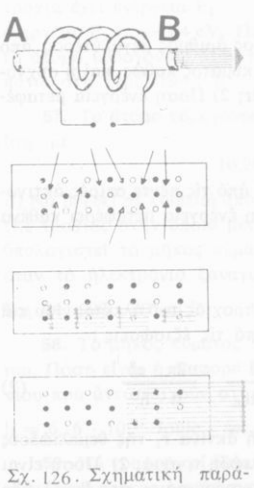
α. Αὐτόματη ἐκπομπή. Γιά ἕνα ἄτομο μέ πολλά ἠλεκτρόνια ἡ κανονική κατάστασή του ἀντιστοιχεῖ σέ μιά στάθμη ἐνέργειας E_1. Ὅταν τό ἄτομο ἀπορροφήσει ἕνα φωτόνιο πού ἔχει ἐνέργεια $h\nu$, τότε τό ἄτομο ἔρχεται σέ κατάσταση *διεγέρσεως* πού ἀντιστοιχεῖ σέ μιά ἀνώτερη στάθμη ἐνέργειας E_2 καί ἰσχύει ἡ σχέση $E_2 - E_1 = h\nu$. Ἡ κατάσταση διεγέρσεως διαρκεῖ ἐπί ἐλάχιστο χρόνο, περίπου 10^{-8} sec καί τό ἄτομο *αὐτόματα* ξαναγυρίζει στήν κανονική κατάστασή του ἐκπέμποντας ἕνα φωτόνιο συχνότητας ν, ἡ ὁποία προσδιορίζεται ἀπό τήν ἐξίσωση $h\nu = E_2 - E_1$. Αὐτός ὁ τρόπος ἐκπομπῆς ἀκτινοβολίας ὀνομάζεται *αὐτόματη ἐκπομπή*(*). Σέ ἕνα μεγάλο πλῆθος ἀτόμων ἡ αὐτόματη ἐκπομπή ἀπό τά διάφορα ἄτομα γίνεται σέ διαφορετικές χρονικές στιγμές.

β. Ἐξαναγκασμένη ἐκπομπή. Στό ἄτομο ὑπάρχουν μερικές στάθμες ἐνέργειας πού εἶναι πρόσκαιρα σταθερές καί ὀνομάζονται *μετασταθερές στάθμες*. Σέ μιά τέτοια στάθμη ἐνέργειας τό ἄτομο μπορεῖ νά παραμείνει ἐπί 10^{-3} sec, δηλαδή ἡ κατάσταση διεγέρσεως διαρκεῖ 10^5 φορές μεγαλύτερο χρονικό

* Spontaneous emission

διάστημα. Ἕνα ἄτομο πού βρίσκεται στήν κανονική κατάσταση, δηλαδή στή στάθμη ἐνέργειας E_1, ἀπορροφᾶ ἕνα φωτόνιο συχνότητας ν καί ἔρχεται σέ μιά ἀνώτερη μετασταθερή στάθμη ἐνέργειας E_2, γιά τήν ὁποία ἰσχύει ἡ ἐξίσωση $E_2 - E_1 = h\nu$. Τό ἄτομο βρίσκεται τότε σέ κατάσταση *διεγέρσεως*. Ἐκείνη τή στιγμή *πέφτει πάνω στό ἄτομο* ἕνα φωτόνιο hν πού ἔχει συχνότητα ν *ἀκριβῶς ἴση* μέ τή συχνότητα τοῦ φωτονίου πού ἐκπέμπει τό ἄτομο, ὅταν ξαναγυρίζει ἀπό τήν κατάσταση διεγέρσεως E_2 στήν κανονική κατάστασή του E_1. Τότε τό ἄτομο *ἀναγκάζεται νά ἀποδιεγερθεῖ* καί ἐκπέμπει ἕνα φωτόνιο hν. Αὐτό τό φωτόνιο *προσθέτεται* στό προηγούμενο φωτόνιο πού προκάλεσε τήν ἀποδιέγερση καί ἔτσι ἀπό τό ἄτομο φεύγουν *δύο μαζί φωτόνια* πού μεταφέρουν ἐνέργεια 2(hν). Αὐτός ὁ τρόπος ἐκπομπῆς ἀκτινοβολίας ὀνομάζεται *ἐξαναγκασμένη ἐκπομπή* (*). Σ' αὐτή τήν ἀρχή στηρίζεται ἡ λειτουργία τοῦ *λέηζερ* (laser) πού ἀποτελεῖ ἕναν καινούριο τύπο φωτεινῆς πηγῆς. Ἡ ὀνομασία του προέρχεται ἀπό τά ἀρχικά γράμματα τῶν λέξεων τοῦ τίτλου του (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation = πολλαπλασιασμός τοῦ φωτός ἀπό ἐξαναγκασμένη ἐκπομπή ἀκτινοβολίας).

γ. Λέηζερ. Συνηθισμένος τύπος εἶναι *ὁ λέηζερ μέ ρουμπίνι*. Αὐτός ἀποτελεῖται ἀπό ἕνα μικρό κύλινδρο ἀπό ρουμπίνι καί γύρω του ὑπάρχει γυάλινος ἑλικοειδής σωλήνας μέ ἀραιό ἀέριο. Τό ρουμπίνι εἶναι ὀξείδιο τοῦ ἀργιλίου, Al_2O_3, πού περιέχει καί πολύ λίγο ὀξείδιο τοῦ χρωμίου, Cr_2O_3 (σχ.126). Ἡ μιά βάση τοῦ κυλίνδρου εἶναι τελείως ἐπαργυρωμένη, ἐνῶ ἡ ἄλλη εἶναι μόνο ἡ μισή ἐπαργυρωμένη.



Σχ. 126. Σχηματική παράσταση γιά τήν ἑρμηνεία τῆς λειτουργίας τοῦ λέηζερ μέ ρουμπινι.

Μέσα στόν ἑλικοειδή σωλήνα γίνεται μιά πολύ σύντομη ἠλεκτρική ἐκκένωση πού προκαλεῖ *διέγερση* σέ μερικά ἰόντα χρωμίου, Cr^{3+}. Αὐτά εἶναι οἱ πηγές τοῦ φωτός πού ἐκπέμπει ὁ λέηζερ. Ἐπακολουθεῖ ἀποδιέγερση πού προκαλεῖ διέγερση σέ περισσότερα ἰόντα. Τά παραγόμενα φωτόνια ἀνακλῶνται διαδοχικά πάνω στίς δύο ἐπαργυρωμένες βάσεις τοῦ κυλίνδρου. Ἔπειτα ἀπό διαδοχικές διεγέρσεις καί ἀποδιεγέρσεις διαρκῶς περισσότερων ἰόντων χρωμίου ἔρχεται μιά στιγμή πού ἕνα πολύ μεγάλο πλῆθος ἰόντων χρωμίου βρίσκονται σέ διέγερση καί *ἀπότομα*

* Stimulated emission

ἀποδιεγείρονται ὅλα μαζί. Τότε ἀπό τή συσκευή βγαίνει μιά δέσμη *παράλληλων ἀκτίνων* ἐρυθροῦ φωτός ($\lambda = 6943$ Å). Αὐτή ἡ ἀκτινοβολία ἔχει τά ἑξῆς χαρακτηριστικά: 1) μεταφέρει μεγάλη ἐνέργεια· 2) εἶναι *ἀπόλυτα μονοχρωματική*, δηλαδή ἀποτελεῖται ἀπό ἀκτινοβολία μόνο μιᾶς συχνότητας ν· 3) ἀποτελεῖται ἀπό *ἀπόλυτα παράλληλες ἀκτίνες*.

Ἡ δέσμη «ἀκτίνων λέηζερ» διαδίδεται σέ μεγάλη ἀπόσταση χωρίς διασπορά καί προκαλεῖ συγκέντρωση μεγάλης ἐνέργειας πάνω σέ πολύ μικρή ἐπιφάνεια.

Οἱ λέηζερ χρησιμοποιοῦνται σέ διάφορες ἐφαρμογές, π.χ. σέ ἐγχειρήσεις, γιά τή διάτρηση σκληρῶν ἀντικειμένων (μετάλλων, πολύτιμων λίθων), στίς τηλεπικοινωνίες.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

51. Τό ἄτομο ὑδρογόνου ἐκπέμπει ὁρατές ἀκτινοβολίες πού δίνονται ἀπό τόν τύπο τοῦ Balmer:

$$\nu^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

ὅπου R_H εἶναι ἡ σταθερή Rydberg, $\nu^* = 1/\lambda$ καί n ἀκέραιος ἀριθμός μεγαλύτερος ἀπό 2 ($n > 2$). 1) Πόσο εἶναι τό μέγιστο καί τό ἐλάχιστο μῆκος κύματος καθώς καί ἡ συχνότητα τῶν ἀκραίων φασματικῶν γραμμῶν τῆς σειρᾶς Balmer; 2) Πόση ἐνέργεια μεταφέρει ἕνα φωτόνιο ἀπό αὐτές τίς ἀκτινοβολίες;

$R_H \simeq 11 \cdot 10^6\ m^{-1}$. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule · sec.

52. Πόσο εἶναι τό ἐλάχιστο μῆκος κύματος σέ καθεμιά ἀπό τίς πέντε σειρές ἀκτινοβολιῶν πού μπορεῖ νά ἐκπέμψει τό ἄτομο ὑδρογόνου; Πόση ἐνέργεια μεταφέρει καθένα ἀπό τά παραπάνω πέντε φωτόνια;

$R_H \simeq 11 \cdot 10^6\ m^{-1}$. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule · sec

53. Στό ἄτομο ὑδρογόνου ἡ ἀκτίνα (r) μιᾶς κβαντικῆς τροχιᾶς τοῦ ἠλεκτρονίου καί ἡ ταχύτητά του (υ) πάνω σ' αὐτή τήν τροχιά δίνονται ἀπό τίς ἐξισώσεις:

$$r_n = 4\pi\varepsilon_0 \cdot \frac{n^2 \cdot h^2}{4\pi^2 \cdot m_e \cdot e^2} \quad (1) \qquad \text{καί} \qquad \upsilon_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2\pi \cdot e^2}{n \cdot h} \quad (2)$$

ὅπου n εἶναι ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός. 1) Πόση εἶναι ἡ ἀκτίνα r_1 τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς καί ἡ ταχύτητα υ_1 τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω στή θεμελιώδη τροχιά; 2) Πόση εἶναι ἡ περίοδος T_1 καί ἡ συχνότητα ν_1 τῆς κινήσεως τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω στή θεμελιώδη τροχιά; 3) Νά βρεθοῦν τά μεγέθη r, υ, T καί ν γιά n = 2, 3, 4,.

$1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/Cb^2$ $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule · sec.

$m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kgr. $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Cb. $\pi^2 = 10$.

54. Ἡ ὁλική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω σέ μιά κβαντική τροχιά ἀκτίνας r δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση :

$$E_{ολ} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2r} \qquad (1)$$

1) Νά ὑπολογιστεῖ ἡ ὁλική ἐνέργεια E_1 τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω στή θεμελιώδη τροχιά, γιά τήν ὁποία εἶναι $r_1 = 0{,}5 \cdot 10^{-10}$ m. 2) Οἱ ἀκτίνες τῶν κβαντικῶν τροχιῶν σέ συνάρτηση μέ τόν κύριο κβαντικό ἀριθμό n δίνονται ἀπό τήν ἐξίσωση :

$$r_n = n^2 \cdot r_1 \qquad (2)$$

Νά βρεθεῖ ἡ ὁλική ἐνέργεια E_n τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω σέ μιά κβαντική τροχιά σέ συνάρτηση μέ τά μεγέθη E_1 καί n.

$1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ N $\cdot$ m^2/Cb^2. $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Cb.

55. Στό ἄτομο ὑδρογόνου, πού βρίσκεται σέ κανονική κατάσταση, τό ἠλεκτρόνιο κινεῖται γύρω ἀπό τόν πυρήνα μέ συχνότητα $\nu = 6{,}6 \cdot 10^{15}$ Hz καί ἡ ἀκτίνα τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς εἶναι $r_1 = 0{,}5 \cdot 10^{-10}$ m. 1) Πόση εἶναι ἡ μαγνητική ροπή $\overset{*}{m}_1$ τοῦ μαγνητικοῦ διπόλου πού δημιουργεῖται ἀπό τήν κυκλική κίνηση τοῦ ἠλεκτρονίου; 2) Τό ἠλεκτρόνιο πάνω σέ μιά κβαντική τροχιά ἀκτίνας r κινεῖται μέ ταχύτητα υ καί συχνότητα $\nu = \upsilon/2\pi r$. Ἄν λάβουμε ὑπόψη τήν πρώτη συνθήκη τοῦ Bohr, νά βρεθεῖ ἡ μαγνητική ροπή $\overset{*}{m}_n$ τοῦ μαγνητικοῦ διπόλου πού δημιουργεῖται ἀπό τήν κίνηση τοῦ ἠλεκτρονίου σέ συνάρτηση μέ τόν κύριο κβαντικό ἀριθμό n.

56. Στό ἄτομο ὑδρογόνου τό ἠλεκτρόνιο, ὅταν περιφέρεται πάνω στή θεμελιώδη τροχιά ἔχει ἐνέργεια $E_1 = -13{,}6$ eV καί πάνω στή δεύτερη κβαντική τροχιά (n = 2) ἔχει ἐνέργεια $E_2 = -3{,}4$ eV. Πόσο εἶναι τό μῆκος κύματος τῆς ἀκτινοβολίας πού ἐκπέμπει τό ἄτομο ὑδρογόνου, ὅταν τό ἠλεκτρόνιό του πέφτει ἀπό τή δεύτερη κβαντική τροχιά πάνω στή θεμελιώδη; $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule $\cdot$ sec.

57. Τό ἄτομο ὑδρογόνου μπορεῖ νά ἐκπέμπει ἀκτινοβολία, ὅταν προσλάβει ἐνέργεια ἴση μέ:

10,20 eV 12,09 eV 13,06 eV

α) Νά βρεθεῖ σέ καθεμιά ἀπό τίς παραπάνω τρεῖς περιπτώσεις ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός τῆς τροχιᾶς στήν ὁποία μεταπηδάει τό ἠλεκτρόνιο μέσα στό ἄτομο ὑδρογόνου. β) Νά ὑπολογιστεῖ τό μῆκος κύματος τῆς ἀκτινοβολίας πού ἐκπέμπει τό ἄτομο ὑδρογόνου, ὅταν τό ἠλεκτρόνιο ξαναγυρίζει πάλι πάνω στή θεμελιώδη τροχιά.

$R_H = 1{,}097 \cdot 10^7$ m^{-1}. $h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ Joule $\cdot$ sec. $c = 2{,}997 \cdot 10^8$ m/sec

58. Τό μῆκος κύματος τῆς κίτρινης γραμμῆς D_1 τῶν ἀτμῶν νατρίου εἶναι $\lambda = 590$ nm. Πόση εἶναι ἡ διαφορά ἐνέργειας μεταξύ τῶν δύο κβαντικῶν τροχιῶν τοῦ ἠλεκτρονίου πού ἀντιστοιχοῦν στήν ἐκπομπή ἤ τήν ἀπορρόφηση αὐτῆς τῆς ἀκτινοβολίας;

$h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule $\cdot$ sec. $c = 3 \cdot 10^8$ m/sec.

59. Νά γραφοῦν οἱ δυνατές τιμές τῶν τεσσάρων κβαντικῶν ἀριθμῶν γιά ἕνα ἠλεκτρόνιο πού ἔχει κύριο κβαντικό ἀριθμό n = 4.

60. Νά γραφοῦν γιά τό ἄτομο ἡλίου $_2$He (σέ κανονική κατάσταση) οἱ κβαντικοί ἀριθμοί τῶν δύο ἠλεκτρονίων του.

61. Νά γραφοῦν γιά τό ἄτομο λιθίου $_3$Li (σέ κανονική κατάσταση) οἱ κβαντικοί ἀριθμοί τῶν τριῶν ἠλεκτρονίων του.

57. Φασματοσκοπία τῶν ἀκτίνων Röntgen.

Στήν Ὀπτική μέ τό φράγμα περιθλάσεως (§ 41) παίρνουμε *τό φάσμα* μιᾶς δέσμης φωτεινῶν ἀκτίνων. Γιά τίς ἀκτίνες Röntgen τό κρυσταλλικό πλέγμα ἑνός κρυστάλλου παίζει τό ρόλο φράγματος περιθλάσεως καί ἑπομένως μποροῦμε νά λάβουμε *τό φάσμα* μιᾶς δέσμης ἀκτίνων Röntgen. Ἡ πειραματική ἔρευνα ἀπέδειξε ὅτι ἡ δέσμη ἀκτίνων Röntgen, πού ἐκπέμπεται ἀπό τήν ἀντικάθοδο, ὅταν ἀναλυθεῖ, δίνει ἕνα *συνεχές φάσμα* στό ὁποῖο προσθέτεται καί ἕνα *γραμμικό φάσμα*.

1. Τό συνεχές φάσμα τῶν ἀκτίνων Röntgen. Πρός τήν πλευρά *τῶν μεγαλύτερων συχνοτήτων* τό συνεχές φάσμα τῶν ἀκτίνων Röntgen *τελειώνει ἀπότομα*, δηλαδή παρουσιάζει ἕνα σαφές *ὅριο*. Τό συνεχές φάσμα περιλαμβάνει πολλές συχνότητες, οἱ ὁποῖες ἀντιστοιχοῦν σέ μιά *μεγάλη ποικιλία* φωτονίων Röntgen. Ἡ γένεση τοῦ συνεχοῦς φάσματος ἑρμηνεύεται ὡς ἑξῆς:

Ἕνα ἠλεκτρόνιο πού βγαίνει ἀπό τή διάπυρη κάθοδο, ἐξαιτίας τῆς τάσεως U πού ὑπάρχει μεταξύ τῆς καθόδου καί τῆς ἀντικαθόδου, ἐπιταχύνεται καί φτάνει στήν ἀντικάθοδο μέ κινητική ἐνέργεια $E_{κιν} = \frac{1}{2}\, m \cdot υ^2$ ἴση μέ τό ἔργο $e \cdot U$ πού παράγεται ἀπό τό ἠλεκτρικό πεδίο κατά τή μεταφορά τοῦ ἠλεκτρονίου ἀπό τήν κάθοδο ὡς τήν ἀντικάθοδο. Ἄρα ἰσχύει ἡ ἐξίσωση:

$$\text{ἐνέργεια ἠλεκτρονίου} \quad E_{κιν} = \frac{1}{2}\, m \cdot υ^2 = e \cdot U \qquad (1)$$

Σύμφωνα μέ τήν ἠλεκτρομαγνητική θεωρία τοῦ Maxwell, ὅταν ἕνα ἠλεκτρόνιο κινεῖται μέ ἐπιτάχυνση ($γ > 0$ ἤ $γ < 0$), τότε τό ἠλεκτρόνιο *ἀποβάλλει* ἐνέργεια μέ τή μορφή ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας, δηλαδή μέ τή μορφή *φωτονίου*.

Ὅταν τό ἠλεκτρόνιο συγκρούεται μέ τήν ἀντικάθοδο καί προσπαθεῖ νά εἰσχωρήσει μέσα στήν ὕλη της, τότε τό ἠλεκτρόνιο ὑφίσταται *τροχοπέδηση* (φρενάρισμα) καί ἀποβάλει ἕνα μέρος ΔΕ τῆς κινητικῆς ἐνέργειάς του μέ τή μορφή *ἑνός φωτονίου Röntgen*, συχνότητας ν. Σ' αὐτή τήν περίπτωση ἰσχύει ἡ σχέση:

$$\text{ἐνέργεια φωτονίου} \quad ΔE = h \cdot ν \quad \text{ἤ} \quad h \cdot ν < E_{κιν}$$

Ἄν *ὅλη ἡ κινητική ἐνέργεια* ($E_{κιν}$) τοῦ ἠλεκτρονίου μετατραπεῖ σέ ἐνέργεια *ἑνός φωτονίου Röntgen*, τότε αὐτό τό φωτόνιο ἔχει *τή μέγιστη συχνότητα* ($ν_{max}$) πού ἀντιστοιχεῖ στήν ὑπάρχουσα τάση U. Ἑπομένως ἰσχύει ἡ ἐξίσωση:

$$\boxed{\text{μέγιστη ἐνέργεια φωτονίου} \quad h \cdot \nu_{max} = E_{κιν} \quad \text{ἤ} \quad h \cdot \nu_{max} = e \cdot U} \quad (2)$$

Ἀπό τήν ἐξίσωση (2) βρίσκουμε ὅτι *ἡ μέγιστη συχνότητα* τῶν φωτονίων Röntgen εἶναι:

$$\boxed{\text{μεγίστη συχνότητα φωτονίων} \quad \nu_{max} = \frac{e \cdot U}{h}} \quad (3)$$

Αὐτή *ἡ μέγιστη συχνότητα* τοῦ συνεχοῦς φάσματος τῶν ἀκτίνων Röntgen ἀντιστοιχεῖ σέ ἕνα *ἐλάχιστο μῆκος κύματος* ἴσο μέ:

$$\lambda_{min} = \frac{c}{\nu_{max}} \quad \text{ἤ} \quad \boxed{\lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U}} \quad (4)$$

Ἀπό τά παραπάνω συνάγεται ὅτι τά μήκη κύματος τῶν ἀκτινοβολιῶν *τοῦ συνεχοῦς φάσματος* τῶν ἀκτίνων Röntgen δίνονται ἀπό τή σχέση:

$$\boxed{\text{ἀκτινοβολίες τοῦ συνεχοῦς φάσματος} \quad \lambda \geqslant \frac{h \cdot c}{e \cdot U}} \quad (5)$$

Ἡ σχέση (5) φανερώνει ὅτι στίς πρακτικές ἐφαρμογές, μποροῦμε νά λάβουμε τόσο περισσότερο διεισδυτικές ἀκτίνες Röntgen (δηλαδή μέ μικρότερο μῆκος κύματος λ), ὅσο *μεγαλύτερη* εἶναι ἡ τάση U μέ τήν ὁποία ἐπιταχύνονται τά ἠλεκτρόνια.

2. Τό γραμμικό φάσμα τῶν ἀκτίνων Röntgen. *Τό γραμμικό φάσμα* τῶν ἀκτίνων Röntgen ἀποτελεῖται ἀπό ὁρισμένες *ὁμάδες γραμμῶν* πού ὀνομάζονται *σειρά* K, *σειρά* L καί *σειρά* M. Ἡ ἐκπομπή τοῦ γραμμικοῦ φάσματος ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς: Τά ἠλεκτρόνια πού πέφτουν πάνω στήν ἀντικάθοδο ἔχουν μεγάλη κινητική ἐνέργεια. Τότε μερικά ἄτομα τοῦ μετάλλου ἀπορροφοῦν σημαντική ἐνέργεια καί ἀποκτοῦν μιά ἀσταθή ἐνεργειακή κατάσταση πού λέγεται *διέγερση* τοῦ ἀτόμου. Ἀλλά τό ἄτομο πού διεγέρθηκε ἀμέσως ἐπανέρχεται στή σταθερή ἐνεργειακή κατάστασή του ἀποβάλλοντας μέ τή μορφή *φωτονίου Röntgen* τήν ἐνέργεια πού πῆρε ἀπό τό ἠλεκτρόνιο. Ἡ συχνότητα πού μπορεῖ νά ἔχει αὐτό τό φωτόνιο Röntgen εἶναι *ὁρισμένη* καί ἐξαρτᾶται ἀπό τή δομή τοῦ ἀτόμου τοῦ μετάλλου. Γι᾿ αὐτό παρατηροῦμε ὅτι τὸ γραμμικὸ φάσμα τῶν ἀκτίνων Röntgen εἶναι *χαρακτηριστικὸ τοῦ μετάλλου* ποὺ ἀποτελεῖ τὴν ἀντικάθοδο.

3. Συμπεράσματα τῆς φασματοσκοπίας τῶν ἀκτίνων Röntgen. Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα ἀπέδειξε ὅτι:

I. Μιὰ δέσμη ἀκτίνων Röntgen δίνει ἕνα συνεχὲς καὶ ἕνα γραμμικὸ φάσμα.

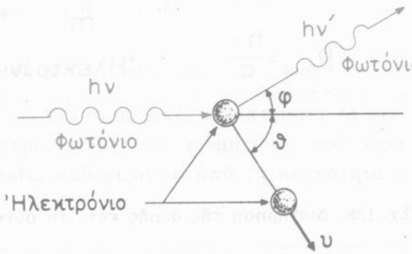
II. Τὸ συνεχὲς φάσμα τελειώνει ἀπότομα μὲ μιὰ ἀκτινοβολία συχνότητας ν_{max} ποὺ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ἐφαρμοζόμενη τάση U.

III. Τὸ γραμμικὸ φάσμα ἀποτελεῖται ἀπὸ τρεῖς σειρὲς ἀκτινοβολιῶν (K, L, M) ποὺ οἱ συχνότητές τους ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὴ φύση τοῦ μετάλλου ποὺ χρησιμοποιεῖται ὡς ἀντικάθοδος.

Φαινόμενο Compton – Φασματογράφος μαζῶν

58. Φαινόμενο Compton

Πάνω σέ ἕνα κομμάτι γραφίτη πέφτει ἀκτινοβολία Röntgen πού ἔχει μεγάλη συχνότητα ν. Τότε ὁ γραφίτης ἐκπέμπει μιά *δευτερογενή ἀκτινοβολία Röntgen*, ἡ ὁποία κατά μιά ὁρισμένη διεύθυνση ἔχει συχνότητα ν′ *μικρότερη* ἀπό τή συχνότητα ν τῆς προσπίπτουσας ἀκτινοβολίας, δηλαδή εἶναι $\nu' < \nu$. Ταυτόχρονα ἀπό τό γραφίτη *ξεφεύγουν ἠλεκτρόνια*, τά ὁποῖα συνήθως ἔχουν μικρή ταχύτητα. Τό φαινόμενο αὐτό ὀνομάζεται *φαινόμενο Compton* καί εἶναι ἀποτέλεσμα *ἐλαστικῆς κρούσεως* ἑνός φωτονίου μέ ἕνα ἠλεκτρόνιο τοῦ γραφίτη (σχ. 127).



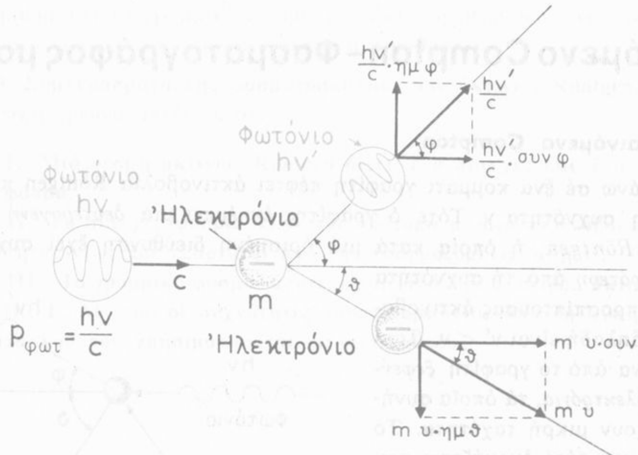
Σχ. 127. Φαινόμενο Compton.

α. Ἑρμηνεία τοῦ φαινομένου Compton. Εἶναι γνωστό ὅτι κατά τήν ἐλαστική κρούση δύο μαζῶν ἰσχύει ἡ ἀρχή τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνέργειας καί ἡ ἀρχή τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς. Θεωροῦμε ὅτι τό ἠλεκτρόνιο τοῦ γραφίτη ἀρχικά βρίσκεται σέ ἠρεμία καί ἔχει μάζα m καί ὁρμή ἴση μέ μηδέν.

Διατήρηση τῆς ἐνεργείας στό φαινόμενο Compton. Πάνω στό ἠλεκτρόνιο τοῦ γραφίτη πέφτει ἕνα φωτόνιο πού ἔχει ἐνέργεια hν. Μετά τήν κρούση ἐμφανίζεται ἕνα δευτερογενές φωτόνιο πού κατά μιά ὁρισμένη διεύθυνση ἔχει συχνότητα ν′ καί ἑπομένως ἔχει ἐνέργεια hν′ (σχ. 128). Τό ἠλεκτρόνιο πού ξεφεύγει ἀπό τό γραφίτη κινεῖται κατά ὁρισμένη διεύθυνση μέ ταχύτητα πού ἔχει μέτρο υ καί ἑπομένως τό ἠλεκτρόνιο ἔχει κινητική ἐνέργεια $\frac{1}{2} m\upsilon^2$. Τό πείραμα δείχνει ὅτι στό φαινόμενο Compton ἰσχύει *ἡ ἀρχή διατηρήσεως τῆς ἐνέργειας*, δηλαδή ἰσχύει ἡ ἐξίσωση:

$$h\nu = h\nu' + \frac{1}{2} m\upsilon^2 \qquad (1)$$

Μάζα καί ὁρμή τοῦ φωτονίου. Στό φαινόμενο Compton τό φωτόνιο συμπεριφέρεται σάν *σωματίδιο* πού ἔχει *μάζα* καί *ὁρμή*. Σύμφωνα μέ τήν ἀρχή



Σχ. 128. Διατήρηση τῆς ὁρμῆς κατά τή σύγκρουση τοῦ φωτονίου μέ τό ἠλεκτρόνιο.

τῆς ἰσοδυναμίας μάζας καί ἐνέργειας ἡ ἐνέργεια hν τοῦ φωτονίου ἰσοδυναμεῖ μέ μάζα τοῦ φωτονίου $m_{\varphi\omega\tau}$ καί ἑπομένως ἰσχύει ἡ ἐξίσωση:

$$h\nu = m_{\varphi\omega\tau} \cdot c^2$$

Ἄρα *ἡ ἐνέργεια τοῦ φωτονίου ἰσοδυναμεῖ μέ μάζα τοῦ φωτονίου :*

$$\boxed{\text{μάζα φωτονίου} \qquad m_{\varphi\omega\tau} = \frac{h\nu}{c^2}} \tag{2}$$

Ἡ ταχύτητα τοῦ φωτονίου ἔχει μέτρο c. Ἄρα *ἡ ὁρμή τοῦ φωτονίου* ($p_{\varphi\omega\tau}$) ἔχει μέτρο:

$$p_{\varphi\omega\tau} = m_{\varphi\omega\tau} \cdot c \quad \text{ἤ} \quad \boxed{\text{ὁρμή φωτονίου} \qquad p_{\varphi\omega\tau} = \frac{h\nu}{c}} \tag{3}$$

Διατήρηση τῆς ὁρμῆς στό φαινόμενο Compton. Πρίν ἀπό τήν κρούση *τό ἠλεκτρόνιο* ἔχει ὁρμή ἴση μέ μηδέν καί *τό φωτόνιο* ἔχει ὁρμή πού τό μέτρο της εἶναι $\frac{h\nu}{c}$ (σχ. 128). Μετά τήν κρούση *τό δευτερογενές φωτόνιο* πού παράγεται ἔχει ὁρμή, πού τό μέτρο της εἶναι $\frac{h\nu'}{c}$ καί ἡ διεύθυνσή της σχηματίζει γωνία φ μέ τή διεύθυνση τῆς ὁρμῆς τοῦ ἀρχικοῦ φωτονίου. Ἀπό τό γραφίτη ἀποσπᾶται ἕνα *ἠλεκτρόνιο* πού ἡ ταχύτητά του ἔχει μέτρο υ. Ἡ ὁρμή αὐτοῦ τοῦ ἠλεκτρονίου ἔχει μέτρο mυ καί ἡ διεύθυνσή της σχηματίζει γωνία θ μέ τή διεύθυνση τῆς ὁρμῆς τοῦ ἀρχικοῦ φωτονίου. Τό πείραμα δείχνει ὅτι στό φαινόμενο Compton ἰσχύει *ἡ ἀρχή τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς*, δηλαδή ἰσχύουν οἱ ἀκόλουθες ἐξισώσεις:

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cdot \text{συν}\,\varphi + m\upsilon \cdot \text{συν}\,\theta \qquad (4)$$

$$\frac{h\nu'}{c} \cdot \text{ημ}\,\varphi - m\upsilon \cdot \text{ημ}\,\theta = 0 \qquad (5)$$

Ἀπό τά παραπάνω συνάγεται τό ἀκόλουθο συμπέρασμα:

Τό φαινόμενο Compton φανερώνει ὅτι σέ μερικές περιπτώσεις τό φωτόνιο μιᾶς ἀκτινοβολίας συμπεριφέρεται σάν σωματίδιο, πού ἔχει ἐνέργεια, μάζα καί ὁρμή, οἱ ὁποῖες καθορίζονται ἀπό τή συχνότητα ν τῆς ἀκτινοβολίας.

ἐνέργεια φωτονίου	μάζα φωτονίου	ὁρμή φωτονίου
$E_{φωτ} = h\nu$	$m_{φωτ} = \dfrac{h\nu}{c^2} = \dfrac{h}{c\lambda}$	$p_{φωτ} = \dfrac{h\nu}{c} = \dfrac{h}{\lambda}$

β. Σωματιδιακή φύση τῆς ἀκτινοβολίας. Τό πείραμα ἀπέδειξε ὅτι ἡ ἠλεκτρομαγνητική ἀκτινοβολία σέ ὁρισμένες περιπτώσεις (συμβολή, περίθλαση, πόλωση) ἐκδηλώνει καθαρά *τήν κυματική* φύση της. Τό πείραμα ὅμως ἀπέδειξε ἐπίσης ὅτι ἡ ἠλεκτρομαγνητική ἀκτινοβολία σέ ὁρισμένες ἄλλες περιπτώσεις (φαινόμενο Compton) συμπεριφέρεται ὡς ροή φωτονίων, τά ὁποῖα ἰσοδυναμοῦν μέ *σωματίδια*. Ὥστε ἡ πειραματική ἔρευνα ἀπέδειξε ὅτι ἡ ἠλεκτρομαγνητική ἀκτινοβολία παρουσιάζεται *δισυπόστατη* καί ἀνάλογα μέ τό φαινόμενο πού ἐξετάζουμε, ἄλλοτε μᾶς ἐμφανίζει μόνο *τήν κυματική φύση της* καί ἄλλοτε μᾶς ἐμφανίζει μόνο *τή σωματιδιακή φύση της*. Τό φαινόμενο Compton ἀποδεικνύει ὅτι γιά τήν ἐνέργεια καί τή μάζα τοῦ φωτονίου ἰσχύει ἡ ἐξίσωση ἰσοδυναμίας $h\nu = m_{φωτ}c^2$.
Ἀπό αὐτή τήν ἐξίσωση βρίσκουμε:

$$m_{φωτ} = \frac{h}{c\lambda} \quad \text{ἄρα} \quad \boxed{\lambda = \frac{h}{m_{φωτ}\, c}} \qquad (6)$$

Ἡ ἐξίσωση (6) ἐκφράζει τό δισυπόστατο τῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας, γιατί συνδέει τό μῆκος κύματος λ *(κυματική φύση)* τῆς ἀκτινοβολίας μέ τή μάζα $m_{φωτ}$ *(σωματιδιακή φύση)* ἑνός φωτονίου αὐτῆς τῆς ἀκτινοβολίας. Ἀπό τά παραπάνω συνάγεται ὅτι:

Ἡ ἠλεκτρομαγνητική ἀκτινοβολία, ἀνάλογα μέ τό φαινόμενο πού παρατηροῦμε, ἐμφανίζει κυματικές ἤ σωματιδιακές ἰδιότητες.

59. Ὑλικά κύματα

Ἡ κυματική καί ἡ σωματιδιακή φύση τῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας ἐκφράζεται μέ τή γνωστή ἐξίσωση:

$$\lambda = \frac{h}{m_{φωτ}\, c} \qquad (1)$$

Ὁ Louis de Broglie (1924) ἀπέδειξε θεωρητικά ὅτι ἡ ἐξίσωση (1) ἰσχύει καί γιά ἕνα *σωματίδιο* (ἠλεκτρόνιο, πρωτόνιο, νετρόνιο κ.ἄ.) πού ἔχει μάζα m, κινεῖται μέ ταχύτητα πού τό μέτρο της εἶναι υ καί ἐπομένως τό σωματίδιο ἔχει ὁρμή πού τό μέτρο της εἶναι mυ. Ἄρα σέ ὁρισμένες περιπτώσεις αὐτό τό σωματίδιο πρέπει νά ἐμφανίζει *κυματικές ἰδιότητες*. Ἔτσι ὁ de Broglie ἀπέδωσε καί *στήν ὕλη* τό δισυπόστατο πού ἐμφανίζει ἡ ἠλεκτρομαγνητική ἀκτινοβολία καί ἀπέδειξε θεωρητικά ὅτι:

Ἕνα σωματίδιο, πού ἔχει μάζα m καί κινεῖται μέ ταχύτητα υ, συνοδεύεται ἀπό ἕνα κύμα πού ἔχει μῆκος κύματος, τό ὁποῖο προσδιορίζεται ἀπό τήν ἐξίσωση :

$$\boxed{\text{μῆκος κύματος} \quad \lambda = \frac{h}{m\upsilon} \quad \text{ἤ} \quad \lambda = \frac{h}{p}} \qquad (2)$$

ὅπου h εἶναι ἡ σταθερή τοῦ Planck καί p = mυ εἶναι ἡ ὁρμή τοῦ σωματιδίου. Τό κύμα πού συνοδεύει τό κινούμενο σωματίδιο ὀνομάζεται *κύμα de Broglie* ἤ *ὑλικό κύμα* ἤ καί *κύμα* ψ. Αὐτό τό κύμα δέν εἶναι ἠλεκτρομαγνητικῆς φύσεως, ὅπως συμβαίνει μέ τό φωτόνιο. Ἡ θεωρία τοῦ de Broglie ἄνοιξε νέους ὁρίζοντες στήν ἀνάπτυξη *τῆς Κβαντομηχανικῆς*.

Οἱ κυματικές ἰδιότητες τῶν κινούμενων σωμάτων δέν μποροῦν νά ἀποδειχτοῦν γιά τά συνηθισμένα σώματα *τοῦ μακρόκοσμου* πού ἔχουν μεγάλη μάζα. Γιατί σ' αὐτή τήν περίπτωση τό μῆκος κύματος λ τοῦ ὑλικοῦ κύματος εἶναι πολύ μικρό καί δέν μποροῦμε μέ τά σύγχρονα ὄργανα νά παρατηρήσουμε τά κυματικά φαινόμενα πού ὀφείλονται στίς κυματικές ἰδιότητες τῶν σωμάτων.

Παράδειγμα. Ἕνα σῶμα ἔχει μάζα m = 1 gr καί κινεῖται μέ ταχύτητα υ = 1 m/sec. Τότε τό μῆκος κύματος λ τοῦ ὑλικοῦ κύματος εἶναι:

$$\lambda = \frac{h}{m\upsilon} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \text{Joule} \cdot \text{sec}}{10^{-3}\ \text{kgr} \cdot 1\ \text{m/sec}} \quad \text{καί} \quad \lambda = 6{,}6 \cdot 10^{-31}\ \text{m}$$

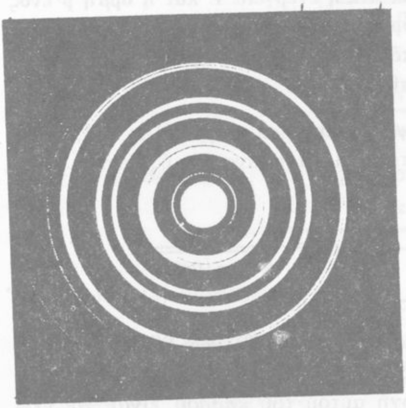
Τά κυματικά φαινόμενα πού ἀναφέρονται στό τόσο μικρό μῆκος κύματος *εἶναι ἀδύνατο νά παρατηρηθοῦν* καί γι' αὐτό μένει ἀπαρατήρητη ἡ κυματική φύση τῶν συνηθισμένων σωμάτων.

Ἀντίθετα γιά ἕνα ἠλεκτρόνιο πού ἔχει μάζα $m = 9 \cdot 10^{-31}$ kgr καί κινεῖται μέταχύτητα $\upsilon = 6{,}6 \cdot 10^7$ m/sec τό μῆκος κύματος λ τοῦ ὑλικοῦ κύματος εἶναι:

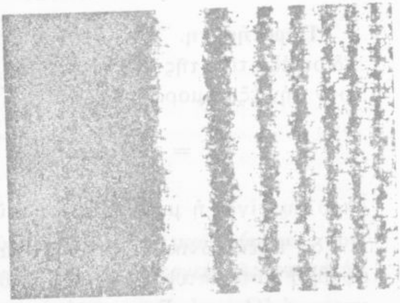
$$\lambda = \frac{h}{m\upsilon} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \text{Joule} \cdot \text{sec}}{9 \cdot 10^{-31}\ \text{kgr} \cdot 6{,}6 \cdot 10^{7}\ \text{m/sec}} \quad \text{καί} \quad \lambda \simeq 10^{-11}\ \text{m} \simeq 0{,}1\ \text{Å}$$

Τό παραπάνω μῆκος κύματος εἶναι τῆς ἴδια τάξεως μέ τά μήκη κύματος τῶν ἀκτίνων Röntgen καί ἑπομένως τά κυματικά φαινόμενα πού ἀναφέρονται στό κινούμενο ἠλεκτρόνιο *εἶναι εὔκολο νά παρατηρηθοῦν*.

β. Πειραματική ἀπόδειξη τῶν ὑλικῶν κυμάτων. Οἱ κυματικές ἰδιότητες πού ἔχουν τά κινούμενα σωματίδια ἀποδεικνύονται πειραματικά ἀπό τά φαινόμενα συμβολῆς καί περιθλάσεως πού παρατηροῦμε, ὅταν τά κινούμενα σωματίδια περνοῦν μέσα ἀπό λεπτά μεταλλικά φύλλα (σχ. 129), μέσα ἀπό λεπτές σχισμές ἤ πέφτουν πάνω στήν ἀκμή λεπτῶν κρυστάλλων (σχ. 130). Τέτοια κυματικά φαινόμενα παρατηροῦμε ὄχι μόνο μέ ἠλεκτρόνια,



Σχ. 129. Περίθλαση δέσμης ἠλεκτρονίων πού περνοῦν μέσα ἀπό λεπτό φύλλο ἀλουμινίου.



Σχ. 130. Κροσσοί περιθλάσεως ἀπό δέσμη ἠλεκτρονίων πού πέφτει πάνω σέ ἀκμή λεπτοῦ κυβικοῦ κρυστάλλου.

ἀλλά καί μέ πρωτόνια καί νετρόνια καί ἀκόμη μέ ἄτομα ἡλίου, νέου, ἀργοῦ.

γ. Θεμελιώδεις ἐξισώσεις τῆς Κβαντομηχανικῆς. Ἕνα σωματίδιο ἔχει μάζα m καί κινεῖται μέ ταχύτητα υ. Ἄν πραλείψουμε τή μεταβολή τῆς μάζας τοῦ σωματιδίου ἐξαιτίας τῆς ταχύτητάς του, τότε ἡ μάζα τοῦ σωματιδίου ἰσοδυναμεῖ μέ ἐνέργεια $E = mc^2$. Τό σωματίδιο ἔχει ὁρμή πού τό μέτρο της εἶναι $p = m\upsilon$. Ἡ Κβαντομηχανική ἀποδεικνύει ὅτι τό σωματίδιο αὐτό συνοδεύεται ἀπό *ὑλικό κύμα* πού ἔχει μῆκος κύματος:

$$\lambda = \frac{h}{m\upsilon} = \frac{h}{p} \quad \text{ἄρα} \quad \boxed{\text{ὁρμή σωματιδίου} \quad p = \frac{h}{\lambda}} \qquad (3)$$

Ἡ ἐξίσωση (3) δίνει *τήν ὁρμή* τοῦ σωματιδίου σέ συνάρτηση μέ τό μῆκος κύματος λ τοῦ ὑλικοῦ κύματος.

Τό ὑλικό κύμα ἔχει *συχνότητα* ν. Στήν Κβαντομηχανική ἀποδεικνύεται ὅτι *ἡ ἐνέργεια* E τοῦ σωματιδίου σέ συνάρτηση μέ τή συχνότητα ν τοῦ ὑλικοῦ κύματος δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση:

$$\boxed{\text{ἐνέργεια σωματιδίου} \quad E = h\nu} \qquad (4)$$

Ἡ ἐξίσωση (4) εἶναι ἀνάλογη μέ τήν ἐξίσωση τοῦ Planck, ἡ ὁποία προσδιορίζει τήν ἐνέργεια τοῦ φωτονίου. Ἀπό τά παραπάνω συνάγεται τό ἀκόλουθο συμπέρασμα:

Ἡ Κβαντομηχανική ἀποδεικνύει ὅτι ἡ ἐνέργεια E καί ἡ ὁρμή p ἑνός κινούμενου σωματιδίου σέ συνάρτηση μέ τά κυματικά μεγέθη λ καί ν τοῦ ὑλικοῦ κύματος δίνονται ἀπό τίς θεμελιώδεις ἐξισώσεις :

$$E = h\nu \quad \text{καί} \quad p = h/\lambda$$

Παρατήρηση. Ἄν λάβουμε ὑπόψη τή μεταβολή τῆς μάζας τοῦ σωματιδίου ἐξαιτίας τῆς ταχύτητάς του, τότε οἱ παραπάνω δύο ἐξισώσεις παίρνουν τήν ἑξῆς μορφή.

$$E = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - (\upsilon/c)^2}} \quad \text{καί} \quad p = \frac{m_0\upsilon}{\sqrt{1 - (\upsilon/c)^2}}$$

ὅπου m_0 εἶναι ἡ μάζα ἠρεμίας τοῦ σωματιδίου.

δ. Ἠλεκτρονική Ὀπτική. Ἡ ἀνακάλυψη τῶν ὑλικῶν κυμάτων ἔδωσε ἀφορμή νά ἀναπτυχτεῖ ὁ νέος κλάδος τῆς Φυσικῆς πού ὀνομάζεται *Ἠλεκτρονική Ὀπτική*. Σημαντική ἐφαρμογή αὐτοῦ τοῦ κλάδου εἶναι *τό ἠλεκτρονικό μικροσκόπιο*. Στό ὀπτικό μικροσκόπιο ἡ διαχωριστική ἱκανότητα περιορίζεται ἀπό τό μῆκος κύματος τοῦ ὁρατοῦ φωτός πού χρησιμοποιοῦμε.

Ὅσο μικρότερο εἶναι τό μῆκος κύματος τοῦ φωτός, τόσο μεγαλύτερη εἶναι ἡ διαχωριστική ἱκανότητα πού πετυχαίνουμε. Τά ὑλικά κύματα πού συνοδεύουν τό κινούμενο ἠλεκτρόνιο ἔχουν μήκη κύματος πολύ μικρότερα ἀπό τά μήκη κύματος τῶν ὁρατῶν ἀκτινοβολιῶν καί ἔτσι μέ τό ἠλεκτρονικό μικροσκόπιο πετυχαίνουμε πολύ μεγάλη διαχωριστική ἱκανότητα. Ἔτσι ἄν ἕνα ἠλεκτρόνιο κινεῖται μέ ταχύτητα $\upsilon = 1{,}5 \cdot 10^8$ m/sec, τότε τό μῆκος κύματος λ τοῦ ὑλικοῦ κύματος εἶναι ἴσο μέ $\lambda = 4 \cdot 10^{-12}$ m δηλαδή εἶναι 10^5 φορές μικρότερο ἀπό τό μῆκος κύματος τῆς ἄκρας ὁρατῆς ἰώδους ἀκτινοβολίας ($\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ m).

60. Ὑλικά κύματα μέσα στό ἄτομο ὑδρογόνου

α. Σχέση τοῦ μήκους κύματος λ μέ τήν ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου. Στό ἄτομο ὑδρογόνου τό ἠλεκτρόνιο κινεῖται μέσα στό ἠλεκτρικό πεδίο τοῦ πυρήνα καί ἔχει δυναμική ἐνέργεια $E_{\delta\upsilon\nu}$ καί κινητική ἐνέργεια:

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} m_e \upsilon^2 \qquad (1)$$

Τό ἠλεκτρόνιο ἔχει ὁλική ἐνέργεια:

$$E_{o\lambda} = E_{\kappa\iota\nu} + E_{\delta\upsilon\nu} \quad \text{ἄρα} \quad E_{\kappa\iota\nu} = E_{o\lambda} - E_{\delta\upsilon\nu} \qquad (2)$$

Ἀπό τίς ἐξισώσεις (1) καί (2) βρίσκουμε ὅτι ἡ ταχύτητα υ τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2(E_{o\lambda} - E_{\delta\upsilon\nu})}{m_e}} \qquad (3)$$

Τό μῆκος κύματος λ τοῦ ὑλικοῦ κύματος εἶναι :

$$\lambda = \frac{h}{m_e \upsilon} \qquad (4)$$

Ἀπό τίς ἐξισώσεις (3) καί (4) βρίσκουμε:

$$\lambda^2 = \frac{h^2}{2m_e (E_{o\lambda} - E_{\delta\upsilon\nu})} \qquad (5)$$

Ἡ ἐξίσωση (5) φανερώνει ὅτι:

Στό ἄτομο ὑδρογόνου τό μῆκος κύματος λ τοῦ ὑλικοῦ κύματος, πού συνοδεύει τό ἠλεκτρόνιο, εἶναι συνάρτηση τῆς ἐνεργειακῆς καταστάσεως τοῦ ἠλεκτρονίου.

β. Ἐπιτρεπόμενες τροχιές καί ἠλεκτρονικό νέφος. Στό ἄτομο ὑδρογόνου τό ἠλεκτρόνιο μπορεῖ νά κινεῖται μόνο πάνω σέ ὁρισμένες κβαντικές τροχιές πού καθορίζονται ἀπό τήν πρώτη συνθήκη τοῦ Bohr:

$$m_e \upsilon r = n \frac{h}{2\pi} \quad \text{ἄρα} \quad 2\pi r = n \frac{h}{m_e \upsilon} \qquad (6)$$

Τό ἠλεκτρόνιο κινούμενο μέ ταχύτητα υ πάνω σέ μιά κβαντική τροχιά ἀκτίνας r, συνοδεύεται ἀπό ὑλικό κύμα πού ἔχει μῆκος κύματος:

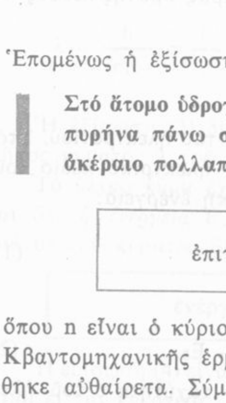
$$\lambda = \frac{h}{m_e \upsilon}$$

Ἑπομένως ἡ ἐξίσωση (6) φανερώνει ὅτι:

Στό ἄτομο ὑδρογόνου τό ἠλεκτρόνιο μπορεῖ νά κινεῖται γύρω ἀπό τόν πυρήνα πάνω σέ ὁρισμένες τροχιές, πού τό μῆκος τους (2πr) εἶναι ἀκέραιο πολλαπλάσιο (n) τοῦ μήκους κύματος (λ) τοῦ ὑλικοῦ κύματος.

$$\boxed{\text{ἐπιτρεπόμενες τροχιές} \qquad 2\pi r = n \cdot \lambda}$$

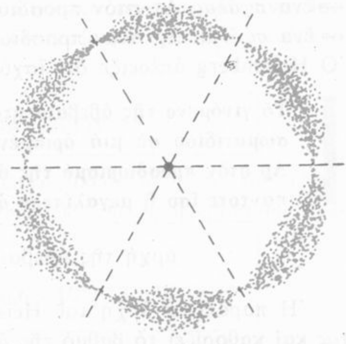
ὅπου n εἶναι ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός. Τό παραπάνω συμπέρασμα τῆς Κβαντομηχανικῆς ἑρμηνεύει τήν πρώτη συνθήκη τοῦ Bohr πού διατυπώθηκε αὐθαίρετα. Σύμφωνα μέ τήν Κβαντομηχανική, ὅπως πάνω σέ μιά χορδή σχηματίζεται ὁρισμένος ἐπιτρεπόμενος ἀριθμός στάσιμων κυμάτων ἔτσι καί πάνω σέ κάθε ἐπιτρεπόμενη τροχιά σχηματίζεται ὁρισμένο *σύστημα στάσιμων ὑλικῶν κυμάτων* (σχ. 131). Αὐτό τό σύστημα ἔχει τρεῖς διαστάσεις καί περιβάλλει ὁλόκληρο τόν πυρήνα. Τό σύστημα τῶν στάσιμων κυμάτων ἀποτελεῖ *τό ἠλεκτρονικό νέφος* πού μέσα σ' αὐτό κατανέμεται *ἡ μάζα* καί *τό φορτίο* τοῦ ἠλεκτρονίου. Σέ κάθε *ἐνεργειακή κατάσταση* τοῦ ἠλεκτρονίου ἀντιστοιχεῖ ὁρισμένη μορφή τοῦ ἠλεκτρονικοῦ νέφους (σχ. 132). Ἀπό τά παραπάνω συνάγεται τό ἀκόλουθο συμπέρασμα:



Σχ. 131. Τό μῆκος τῆς τροχιᾶς τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι ἀκέραιο πολλαπλάσιο τοῦ μήκους κύματος λ τοῦ ὑλικοῦ κύματος.

Στό ἄτομο ὑδρογόνου τό ἠλεκτρόνιο, κινούμενο μέσα στό ἠλεκτρικό πεδίο τοῦ πυρήνα, παίρνει διάφορες γεωμετρικές μορφές ἠλεκτρονικοῦ νέφους, οἱ ὁποῖες ἁπλώνονται στό χῶρο γύρω ἀπό τόν πυρήνα. Κάθε μορφή τοῦ ἠλεκτρονικοῦ νέφους ἀντιστοιχεῖ σέ ὁρισμένη ἐνεργειακή κατάσταση τοῦ ἠλεκτρονίου.

Ὅπως βλέπουμε στό σχῆμα 139 ἡ μορφή τοῦ ἠλεκτρονικοῦ νέφους σχετίζεται μέ τόν κύριο κβαντικό ἀριθμό n καθώς καί μέ τούς ἄλλους κβαντικούς ἀριθμούς τοῦ ἠλεκτρονίου.

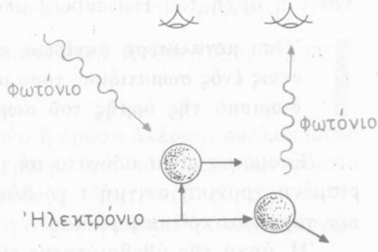


Σχ. 132. Σχηματική παράσταση τῶν ὑλικῶν κυμάτων στό ἄτομο ὑδρογόνου, ὅταν τό ἠλεκτρόνιο κινεῖται πάνω στήν κβαντική τροχιά n = 3.

61. Ἀρχή τῆς ἀβεβαιότητας

Στά μακροσκοπικά φαινόμενα ἀπό τήν κίνηση ἑνός σώματος πάνω στήν τροχιά του μποροῦμε νά ξέρουμε *τή θέση* καί *τήν ταχύτητα* τοῦ σώματος σέ μιά ὁρισμένη χρονική στιγμή.

Ἄς ὑποθέσουμε ὅτι θέλουμε νά προσδιορίσουμε *τή θέση* ἑνός ἠλεκτρονίου πού κινεῖται μέ σταθερή ταχύτητα υ πάνω σέ ἕναν ἄξονα (σχ. 133). Γιά νά παρατηρήσουμε τό ἠλεκτρόνιο, πρέπει νά ἀφήσουμε νά πέσει πάνω του ἕνα φωτόνιο. Αὐτό τό φωτόνιο πρέπει ἔπειτα νά μπεῖ μέσα στό μικροσκόπιο μέ τό ὁποῖο κάνουμε τήν παρατήρηση.



Σχ. 133. Γιά νά παρατηρήσουμε τό ἠλεκτρόνιο πρέπει νά πέσει πάνω του ἕνα φωτόνιο.

Ἀλλά τό φωτόνιο πού πέφτει πάνω στό ἠλεκτρόνιο ἔχει ἐνέργεια hν καί, ὅπως δείχνει τό φαινόμενο Compton, ἡ πτώση τοῦ φωτονίου πάνω στό ἠλεκτρόνιο ἰσοδυναμεῖ μέ μηχανική κρούση, ἡ ὁποία προκαλεῖ *μεταβολή τῆς ὁρμῆς* τοῦ ἠλεκτρονίου κατά Δp. Αὐτή ἡ μεταβολή τῆς ὁρμῆς τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι τῆς ἴδιας τάξεως μέ τήν ὁρμή τοῦ φωτονίου h/λ καί προκαλεῖται, ὅταν προσπαθοῦμε *νά παρατηρήσουμε τό κινούμενο ἠλεκτρόνιο.*

Ὁ Heisenberg (1927) ἀπέδειξε ὅτι στήν περίπτωση ἑνός σωματιδίου, ὅπως εἶναι τό ἠλεκτρόνιο, *δέν εἶναι δυνατό* νά μετρηθοῦν ταυτόχρονα μέ ἀκρίβεια *ἡ θέση* καί *ἡ ταχύτητα* τοῦ σωματιδίου. Ἄν τό σωματίδιο ἔχει μάζα m καί κινεῖται πάνω στόν ἄξονα Ox μέ ταχύτητα πού τό μέτρο της υ εἶναι σταθερό, τότε τό σωματίδιο ἔχει ὁρμή πού τό μέτρο της εἶναι ἴσο μέ $p = mυ$. Ἄν σέ μιά ὁρισμένη χρονική στιγμή t προσδιορίσουμε *τή θέση* τοῦ σωματιδίου πάνω στήν τροχιά του (δηλαδή τήν τετμημένη x) καί *τήν ὁρμή* p τοῦ σωματιδίου, τότε στίς μετρήσεις μας ὑπάρχουν πάντοτε:

— ἕνα *σφάλμα* Δx στόν προσδιορισμό *τῆς θέσεως* καί
— ἕνα *σφάλμα* Δp στόν προσδιορισμό *τῆς ὁρμῆς* τοῦ σωματιδίου.
Ὁ Heisenberg ἀπέδειξε ὅτι ἰσχύει ἡ ἀκόλουθη *ἀρχή*:

Τό γινόμενο τῆς ἀβεβαιότητας Δx στόν προσδιορισμό τῆς θέσεως ἑνός σωματιδίου σέ μιά ὁρισμένη χρονική στιγμή ἐπί τήν ἀβεβαιότητα Δp στόν προσδιορισμό τῆς ὁρμῆς κατά τήν ἴδια χρονική στιγμή εἶναι πάντοτε ἴσο ἤ μεγαλύτερο ἀπό τή σταθερή τοῦ Planck h.

ἀρχή τῆς ἀβεβαιότητας	$\Delta x \cdot \Delta p \geqq h$

Ἡ παραπάνω ἀρχή τοῦ Heisenberg ὀνομάζεται *ἀρχή τῆς ἀβεβαιότητας* καί καθορίζει τό βαθμό τῆς ἀκρίβειας πού ἔχουν οἱ γνώσεις μας στήν περιοχή *τοῦ μικρόκοσμου*.

Ἐπειδή τό γινόμενο τῶν δύο σφαλμάτων $\Delta x \cdot \Delta p$ εἶναι πάντοτε ἴσο ἤ μεγαλύτερο ἀπό τή σταθερή h, συνάγεται ὅτι, ὅταν τό ἕνα ἀπό αὐτά τά σφάλματα τείνει *πρός τό μηδέν*, τό ἄλλο σφάλμα τείνει *πρός τό ἄπειρο*. Ὥστε ἡ ἀρχή τοῦ Heisenberg μπορεῖ νά διατυπωθεῖ καί ἔτσι:

Ὅσο μεγαλύτερη ἀκρίβεια πετυχαίνουμε στόν προσδιορισμό τῆς θέσεως ἑνός σωματιδίου, τόσο μεγαλύτερο γίνεται τό σφάλμα στόν προσδιορισμό τῆς ὁρμῆς τοῦ σωματιδίου καί ἀντίστροφα.

Ἑπομένως εἶναι ἀδύνατο σέ μᾶς νά γνωρίζουμε *ταυτόχρονα* σέ μιά ὁρισμένη χρονική στιγμή t *τή θέση* καί *τήν ὁρμή* τοῦ σωματιδίου, ἄρα καί *τήν ταχύτητα* τοῦ σωματιδίου.

Ἡ ἀρχή τῆς ἀβεβαιότητας εἶναι μιά *γενική ἀρχή* πού ἰσχύει γιά ὅλα τά ζεύγη μεταβλητῶν, πού μέ αὐτά μπορεῖ νά χαρακτηριστεῖ ἡ κατάσταση ἑνός συστήματος. Ἔτσι π.χ. ἄν μετρήσουμε *τήν ἐνέργεια* E πού ἐκπέμπει ἕνα σύστημα στή διάρκεια *ἑνός χρόνου* t, τότε τό σφάλμα ΔE στόν προσδιορισμό τῆς ἐνέργειας καί τό σφάλμα Δt στόν προσδιορισμό τοῦ χρόνου συνδέονται μέ τή σχέση:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geqq h$$

α. Ἡ δράση. Ἡ ἀβεβαιότητα πού ἐμφανίζεται, ὅταν μελετᾶμε *τό μικρόκοσμο*, δέν ὀφείλεται στήν ἀτέλεια τῶν ἐπιστημονικῶν μας γνώσεων, ἀλλά ὀφείλεται σέ μιά *γενική ἰδιότητα* τῆς Φύσεως.

Ξέρουμε ὅτι ἡ ἐνέργεια πού μεταφέρει ἕνα φωτόνιο δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση:

$$E = h \cdot \nu \quad \text{ἄρα} \quad h = \frac{E}{\nu} = \frac{\text{Joule}}{\text{sec}^{-1}} = \text{Joule} \cdot \text{sec}$$

Ὥστε ἡ σταθερή τοῦ Planck εἶναι ἕνα *φυσικό μέγεθος* πού εἶναι ἴσο μέ τό γινόμενο *ἐνέργειας* (E) ἐπί *χρόνο* (t). Ὀνομάζουμε *δράση* τό γινόμενο *τῆς ἐνέργειας ἐπί τό χρόνο*.

$$\boxed{\text{δράση} = \text{ἐνέργεια} \cdot \text{χρόνος}}$$

Ἄρα ἡ σταθερή τοῦ Planck h ἐκφράζει *τή μικρότερη δράση* πού ὑπάρχει στή Φύση καί γι' αὐτό τήν λέμε *στοιχειώδη δράση* ἤ *κβάντουμ δράσεως*.

$$\boxed{\text{στοιχειώδης δράση} \quad h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \text{Joule} \cdot \text{sec}}$$

Ἡ πειραματική ἔρευνα ἀπέδειξε ὅτι:

Στή Φύση ἡ δράση εἶναι πάντοτε ἴση μέ ἀκέραιο πολλαπλάσιο τῆς στοιχειώδους δράσεως h.

Γι' αὐτό λέμε ὅτι ἡ δράση εἶναι ἕνα *κβαντωμένο φυσικό μέγεθος*.

Ἡ ἀρχή τῆς ἀβεβαιότητας βασίζεται στό ὅτι στή Φύση ἡ δράση εἶναι ἕνα κβαντωμένο μέγεθος.

Παρατήρηση. Στή Φύση δέν εἶναι μόνο ἡ δράση ἀκέραιο πολλαπλάσιο τῆς στοιχειώδους δράσεως h. Ὅπως ξέρουμε καί τό ἠλεκτρικό φορτίο εἶναι ἀκέραιο πολλαπλάσιο τοῦ στοιχειώδους ἠλεκτρικοῦ φορτίου e. Ὑπάρχουν πολλά κβαντωμένα μεγέθη, π.χ. ἡ στροφορμή καί ἡ ὁλική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου στό ἄτομο ὑδρογόνου κ.ἄ.

β. Ἐφαρμογή τῆς ἀρχῆς τῆς ἀβεβαιότητας στό μικρόκοσμο καί στό μακρόκοσμο. 1. Ἕνα ἠλεκτρόνιο κινεῖται μέ ταχύτητα υ. Ἡ μάζα τοῦ ἠλεκτρονίου κατά προσέγγιση εἶναι ἴση μέ $m = 10^{-30}$ kgr. Θέλουμε νά προσδιορίσουμε *τή θέση* τοῦ ἠλεκτρονίου μέ ἀκρίβεια 0,01 Å. Τότε εἶναι $\Delta x = 10^{-12}$ m. Ἡ ἀβεβαιότητα στόν προσδιορισμό τῆς ὁρμῆς εἶναι:

$$\Delta p \geqq \frac{h}{\Delta x} \quad \text{ἄρα} \quad m \cdot \Delta \upsilon \geqq \frac{h}{\Delta x}$$

Ἑπομένως ἡ ἀβεβαιότητα στόν προσδιορισμό *τῆς ταχύτητας* τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι:

$$\Delta \upsilon \geqq \frac{h}{m \cdot \Delta x} \quad \text{ἤ} \quad \Delta \upsilon \geqq \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \text{Joule} \cdot \text{sec}}{10^{-30}\ \text{kgr} \cdot 10^{-12}\ \text{m}}$$

$$\text{καί} \quad \Delta \upsilon \geqq 6{,}6 \quad 10^{8} \quad \text{m/sec}$$

Ἡ ἀβεβαιότητα στόν προσδιορισμό τῆς ταχύτητας τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι *μεγαλύτερη* ἀπό τήν ταχύτητα τοῦ φωτός στό κενό ($c = 3 \cdot 10^8$ m/sec).

2. Ἕνα σῶμα ἔχει μάζα $m = 10^{-3}$ kgr, κινεῖται μέ ταχύτητα υ καί θέλουμε νά προσδιορίσουμε *τή θέση του* μέ τή μεγαλύτερη δυνατή ἀκρίβεια πού μᾶς δίνουν τά καλά μικροσκόπια. Τότε εἶναι $\Delta x = 2 \cdot 10^{-7}$ m. Ἑπομένως ἡ ἀβεβαιότητα στόν προσδιορισμό *τῆς ταχύτητας* τοῦ σώματος εἶναι:

$$\Delta \upsilon \geqq \frac{h}{m \cdot \Delta x} \quad \text{ἤ} \quad \Delta \upsilon \geqq \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \text{Joule} \cdot \text{sec}}{10^{-3}\ \text{kgr} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\ \text{m}}$$

$$\text{καί} \quad \Delta \upsilon \geqq 3{,}3 \cdot 10^{-24}\ \text{m/sec}$$

Ἡ ἀβεβαιότητα στόν προσδιορισμό *τῆς ταχύτητας* εἶναι *ἀσήμαντη*, γιατί εἶναι πολύ μικρότερη ἀπό τήν ἀκρίβεια πού πετυχαίνουμε στίς μετρήσεις μας. Καί ἀντίστροφα ἡ ἀβεβαιότητα στόν προσδιορισμό *τῆς θέσεως* αὐτοῦ τοῦ σώματος εἶναι ἐπίσης *ἀσήμαντη*, γιατί εἶναι πολύ μικρότερη ἀπό τήν ἀκρίβεια πού πετυχαίνουμε στίς μετρήσεις μας. Τά παραπάνω δύο παραδείγματα δείχνουν ὅτι:

Ἡ ἀρχή τοῦ Heisenberg ἔχει ἐφαρμογή μόνο στά φαινόμενα τοῦ μικρόκοσμου, ἐνῶ ἡ ἀβεβαιότητα πού εἰσάγει ἡ ἀρχή τοῦ Heisenberg στά μακροσκοπικά φαινόμενα εἶναι τελείως ἀσήμαντη.

62. Φασματογράφος μαζῶν

Γιά τή μέτρηση τῆς μάζας τῶν ἰόντων χρησιμοποιοῦμε *τό φασματογράφο μαζῶν* (σχ. 134). Μέσα σέ ἀερόκενο σωλήνα παράγονται θετικά ἰόντα πού τό καθένα ἔχει μάζα m καί φορτίο q. Ἀρχικά τά θετικά ἰόντα ἐπιταχύνονται μέ τήν ἐπίδραση ἠλεκτρικοῦ πεδίου καί ἀποκτοῦν μεγάλη ταχύτητα. Μιά λεπτή δέσμη ἀπό αὐτά τά ἰόντα περνάει ἀπό δύο σχισμές Σ_1 καί Σ_2 καί μπαίνει μέσα σέ μιά περιοχή κενοῦ, στήν ὁποία ὑπάρχει ἕνα *ὁμογενές ἠλεκτρικό πεδίο* ἐντάσεως $\vec{E}_1$ καί ἕνα *ὁμογενές μαγνητικό πεδίο* μέ μαγνητική ἐπαγωγή $\vec{B}_1$. Τά ἀνύσματα $\vec{E}_1$ καί $\vec{B}_1$ εἶναι κάθετα μεταξύ τους

Σχ. 134. Φασματογράφος μαζῶν.
Οἱ ἀκτίνες τῶν κυκλικῶν τροχιῶν τῶν θετικῶν ἰόντων εἶναι ἀνάλογες μέ τίς μάζες τῶν ἰόντων. $r_1/r_2 = m_1/m_2$.

καί ἡ ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ τῶν ἰόντων εἶναι κάθετη στίς δυναμικές γραμμές τῶν δύο πεδίων.

Τά ἀνύσματα $\vec{E_1}$ καί $\vec{B_1}$ ἔχουν τέτοια φορά, ὥστε οἱ δύο ἠλεκτρομαγνητικές δυνάμεις πού ἀναπτύσσονται πάνω στό ἰόν, δηλαδή *ἡ ἠλεκτροστατική δύναμη* $F_{\eta\lambda} = E_1 q$ καί *ἡ ἠλεκτρομαγνητική δύναμη* $F_{\mu\alpha\gamma\nu} = q\upsilon B_1$, πού εἶναι ὁμοεπίπεδες νά ἔχουν ἀντίθετη φορά.

Γιά μερικά ἰόντα οἱ δύο δυνάμεις $\vec{F_{\eta\lambda}}$ καί $\vec{F_{\mu\alpha\gamma\nu}}$ εἶναι ἴσες καί ἀντίθετες καί ἰσχύει ἡ σχέση:

$$E_1 \cdot q = q \cdot \upsilon \cdot B_2 \qquad \text{ἄρα} \qquad \upsilon = \frac{E_1}{B_1}$$

Τά ἰόντα πού ἔχουν αὐτή τήν ταχύτητα υ δέν παθαίνουν *καμιά ἐκτροπή*, ἀλλά κινοῦνται εὐθύγραμμα καί περνώντας ἀπό μιά τρίτη σχισμή Σ_3 μπαίνουν μέσα σέ *ὁμογενές μαγνητικό πεδίο* κάθετα στίς δυναμικές γραμμές τοῦ πεδίου πού ἔχει μαγνητική ἐπαγωγή $\vec{B}$.

Αὐτό τό μαγνητικό πεδίο ἀναγκάζει τό ἰόν νά διαγράψει μιά ἡμιπεριφέρεια πού ἔχει ἀκτίνα r ἴση μέ:

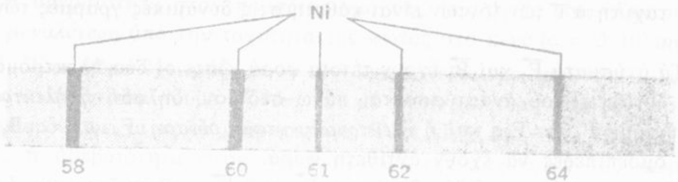
$$r = \frac{\upsilon}{q \cdot B} \cdot m \qquad (1)$$

Ἡ ἐξίσωση (1) φανερώνει ὅτι ἰόντα πού ἔχουν *τό ἴδιο φορτίο* q διαγράφουν κυκλικές τροχιές πού *οἱ ἀκτίνες τους εἶναι ἀνάλογες μέ τίς μάζες τῶν ἰόντων*, δηλαδή ἰσχύει ἡ σχέση:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

Ἔτσι τά ἰόντα πού ἔχουν τήν ἴδια μάζα m, ἀφοῦ διαγράψουν μιά ἡμιπεριφέρεια μέ ἀκτίνα r, πέφτουν πάνω σέ φωτογραφική πλάκα καί σχηματίζουν πάνω σ' αὐτή μιά μαύρη ράβδωση (εἶναι τό εἴδωλο τῆς σχισμῆς Σ_3). Ἀπό τή θέση τῆς ραβδώσεως πάνω στήν πλάκα ὑπολογίζεται ἡ ἀκτίνα r τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς καί ἀπό τήν ἐξίσωση (1) ὑπολογίζεται *ἡ μάζα* m τοῦ ἰόντος (ὅταν τά μεγέθη q, υ καί B εἶναι γνωστά).

α. Διαχωρισμός τῶν ἰσοτόπων ἑνός στοιχείου. Ἄν ἡ ἀρχική δέσμη τῶν θετικῶν ἰόντων πού πέρασε ἀπό τή σχισμή Σ_3 ἀποτελεῖται ἀπό ἰόντα πού ἔχουν *τό ἴδιο φορτίο* q, ἀλλά *διαφορετική μάζα* m, τότε πάνω στή φωτογραφική πλάκα σχηματίζονται τόσες μαῦρες ραβδώσεις, ὅσες εἶναι οἱ διάφορες τιμές πού ἔχει ἡ μάζα τῶν ἰόντων (σχ.135) Ἐπειδή κατά μεγάλη προσέγγιση ἡ μάζα τοῦ θετικοῦ ἰόντος εἶναι ἴση μέ τή μάζα τοῦ ἀτόμου τοῦ στοιχείου, ἔπεται ὅτι μέ τό φασματογράφο μαζῶν μετρᾶμε *τίς μάζες τῶν ἀτόμων*.



Σχ. 135. Φασματογράφημα πού δείχνει τό διαχωρισμό τῶν πέντε ἰσοτόπων τοῦ νικελίου.

Μέ τό φασματογράφο μαζῶν ἀνακαλύψαμε (Thomson, 1913) ὅτι ἕνα στοιχεῖο ἀποτελεῖται συνήθως ἀπό διάφορα εἴδη ἀτόμων πού ἔχουν τίς ἴδιες χημικές ἰδιότητες, ἀλλά *διαφορετικές ἀτομικές μάζες*. Ἔτσι ἀνακαλύφτηκαν *τά ἰσότοπα* ἑνός στοιχείου πού ἡ ὕπαρξή τους ὀφείλεται στή δομή τοῦ ἀτομικοῦ πυρήνα τους.

Γιά νά προσδιορίσουμε τή σχετική ἀναλογία τῶν διαφόρων ἰσοτόπων σέ ἕνα στοιχεῖο, προσαρμόζουμε κατάλληλα τό φασματογράφο μαζῶν καί μετρᾶμε *τό ὁλικό φορτίο* τῶν ἰόντων πού διαγράφουν τήν ἀντίστοιχη κυκλική τροχιά. Ὥστε:

Μέ τό φασματογράφο μαζῶν μετρᾶμε τή μάζα τῶν ἀτόμων καί βρίσκουμε ἀπό πόσα ἰσότοπα καί μέ ποιά ἀναλογία ἀποτελεῖται ἕνα στοιχεῖο.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

62. Μιά ἀκτινοβολία Röntgen μέ μῆκος κύματος $\lambda = 7$ Å πέφτει πάνω σέ ἕνα ὑλικό καί τότε ἀπό τό ὑλικό ξεφεύγουν ἠλεκτρόνια μέ ταχύτητα $\upsilon = 10^3$ km/sec καί ταυτόχρονα παράγεται μιά δευτερογενής ἀκτινοβολία πού ἔχει μῆκος $\lambda' > \lambda$. Νά ὑπολογιστεῖ τό μῆκος κύματος λ'.
$m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kgr. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule · sec.

63. Μιά μονοχρωματική ἀκτινοβολία ἔχει μῆκος κύματος $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^{-7}$ m. Πόση εἶναι ἡ μάζα καί ἡ ὁρμή τοῦ φωτονίου αὐτῆς τῆς ἀκτινοβολίας;
$h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule · sec.

64. Τό κάθε φωτόνιο μιᾶς μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας ἔχει ἐνέργεια $E = 0{,}1$ MeV. Νά βρεθεῖ : α) τό μῆκος κύματος τῆς ἀκτινοβολίας καί β) ἡ μάζα καί ἡ ὁρμή κάθε φωτονίου τῆς ἀκτινοβολίας. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule · sec.

65. Πάνω σέ ἕνα ὑλικό πέφτει μιά ἀκτινοβολία μέ μῆκος κύματος λ_1 καί τότε ἀπό τό ὑλικό ξεφεύγουν ἠλεκτρόνια μέ ταχύτητα υ καί ταυτόχρονα παράγεται δευτερογενής ἀκτινοβολία μέ μῆκος κύματος λ_2. Ποιά σχέση συνδέει τήν ταχύτητα υ τῶν ἠλεκτρονίων μέ τά μήκη κύματος λ_1 καί λ_2;

66. Πάνω σέ ἕνα ἠλεκτρόνιο, πού ἠρεμεῖ, πέφτει ἕνα φωτόνιο πού ἔχει μῆκος κύματος λ. Τότε παράγεται ἕνα δευτερογενές φωτόνιο πού ἔχει μῆκος κύματος λ΄. Βρίσκεται ὅτι ἡ μεταβολή τοῦ μήκους κύματος Δλ (σέ μέτρα) εἶναι:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e \cdot c}$$

Ποιά σχέση δίνει τήν ἀπώλεια ἐνέργειας ΔΕ τοῦ ἀρχικοῦ φωτονίου κατά τήν κρούση;

Ἐφαρμογή $\lambda = 0{,}712$ Å. $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kgr.

$h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule · sec

67. Ἕνας ἀτομικός πυρήνας ἔχει μάζα m καί ἐκπέμπει ἕνα φωτόνιο γ πού ἔχει συχνότητα ν. Πόση εἶναι ἡ ταχύτητα καί ἡ κινητική ἐνέργεια ἀνακρούσεως τοῦ ἀτομικοῦ πυρήνα;

68. Ἕνα φωτόνιο μέ μῆκος κύματος λ πέφτει πάνω σέ ἕνα ὑλικό καί τότε ξεφεύγει ἀπό τό ὑλικό ἕνα ἠλεκτρόνιο καί ταυτόχρονα παράγεται ἕνα δευτερογενές φωτόνιο πού ἔχει μῆκος κύματος λ΄ καί ἡ διεύθυνση διαδόσεως τοῦ φωτονίου σχηματίζει γωνία φ μέ τή διεύθυνση διαδόσεως τοῦ ἀρχικοῦ φωτονίου. Νά βρεθεῖ: α) τό μῆκος κύματος λ΄ τοῦ δευτερογενοῦς φωτονίου καί ἡ ταχύτητα υ τοῦ ἐξερχόμενου ἠλεκτρονίου· β) ἡ γωνία θ πού σχηματίζει ἡ διεύθυνση τῆς κινήσεως τοῦ ἠλεκτρονίου μέ τή διεύθυνση τῆς κινήσεως τοῦ ἀρχικοῦ φωτονίου.

69. Νά δειχτεῖ ὅτι στό φαινόμενο Compton, ὅταν τό ἐξερχόμενο ἠλεκτρόνιο ἔχει μεγάλη ταχύτητα, ἰσχύει ἡ ἐξίσωση:

$$h(\nu - \nu') = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (\upsilon/c)^2}} - 1 \right)$$

ὅπου ν καί ν΄ εἶναι ἀντίστοιχα ἡ συχνότητα τῆς ἀρχικῆς καί τῆς δευτερογενοῦς ἀκτινοβολίας καί m_0 εἶναι ἡ μάζα ἠρεμίας τοῦ ἠλεκτρονίου.

70. Πόσο εἶναι τό μῆκος κύματος τοῦ ὑλικοῦ κύματος γιά ἕνα ἠλεκτρόνιο πού ἔχει κινητική ἐνέργεια $E = 600$ eV;

$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kgr. $h = 6{,}67 \cdot 10^{-34}$ Joule · sec.

71. Τό μῆκος κύματος τοῦ ὑλικοῦ κύματος ἑνός ἠλεκτρονίου εἶναι $\lambda = 1{,}65$ Å. Πόση εἶναι ἡ ταχύτητα υ τοῦ ἠλεκτρονίου; $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kgr. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule · sec.

72. Πόσο εἶναι τό μῆκος κύματος τοῦ ὑλικοῦ κύματος ἑνός ἠλεκτρονίου πού ἔχει ἐνέργεια $E = 1$ MeV;

$h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule · sec. $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kgr. $m_e = 0{,}51$ MeV.

73. Ἕνα ἠλεκτρόνιο καί ἕνα πρωτόνιο κινοῦνται ἔχοντας τήν ἴδια κινητική ἐνέργεια. Ποιό λόγο ἔχουν τά μήκη κύματος τῶν ὑλικῶν κυμάτων γι' αὐτά τά δύο σωματίδια; Μάζα ἠλεκτρονίου m_e · Μάζα πρωτονίου $m_p = 1836\ m_e$.

74. Σέ ἕνα ἠλεκτρονικό μικροσκόπιο θέλουμε τό ὑλικό κῦμα πού συνοδεύει τό ἠλεκτρόνιο νά ἔχει μῆκος κύματος $\lambda = 0{,}05$ nm. Πόση τάση πρέπει νά ἐφαρμόσουμε γιά τήν ἐπιτάχυνση τῶν ἠλεκτρονίων;

$m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kgr. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule · sec.

75. Στό ἄτομο ὑδογόνου ἡ ἀκτίνα r τῶν κβαντικῶν τροχιῶν σέ συνάρτηση μέ τόν κύριο κβαντικό ἀριθμό δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση :

$$r_n = n^2 \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} \qquad (1)$$

α) Πόσο εἶναι τό μῆκος κύματος τοῦ ὑλικοῦ κύματος γιά τό ἠλεκτρόνιο, ὅταν τοῦτο κινεῖται πάνω στή θεμελιώδη τροχιά καί πάνω στίς δύο ἀμέσως ἑπόμενες τροχιές; Δίνεται ὅτι γιά $n = 1$ εἶναι $r_1 = 0{,}529 \cdot 10^{-10}$ m. β) Πόσα ὑλικά κύματα σχηματίζονται πάνω σέ κάθε τροχιά στίς τρεῖς παραπάνω περιπτώσεις ;

76. Ἕνα ἠλεκτρόνιο κινεῖται μέ ταχύτητα υ καί θέλουμε νά προσδιορίσουμε τή θέση του μέ ἀκρίβεια $\Delta x = 0{,}02$ Å· Πόση εἶναι ἡ ἀβεβαιότητα $\Delta \upsilon$ στόν προσδιορισμό τῆς ταχύτητας τοῦ ἠλεκτρονίου;
$m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kgr. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule · sec.

77. Ἕνα βλῆμα ἔχει μάζα m = 100 gr, κινεῖται μέ ταχύτητα υ καί ἡ θέση του προσδιορίζεται μέ ἀκρίβεια $\Delta x = 1$ μm. Πόση εἶναι ἡ ἀβεβαιότητα $\Delta \upsilon$ στόν προσδιορισμό τῆς ταχύτητας τοῦ βλήματος; $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule · sec.

78. Ἕνα σωματίδιο ἔχει μάζα $m = 10^{-30}$ kgr, κινεῖται μέ ταχύτητα υ πού προσδιορίζεται μέ ἀκρίβεια ἴση μέ $\Delta \upsilon = 1$ km/sec. Μέ πόση ἀκρίβεια προσδιορίζεται ἡ θέση τοῦ σωματιδίου; $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule · sec.

79. Ἡ διάμετρος τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου εἶναι $\delta = 10^{-8}$ cm. Ὅταν τό ἄτομο ὑδρογόνου βρίσκεται στήν κανονική κατάσταση, τό ἠλεκτρόνιό του κινεῖται πάνω στή θεμελιώδη τροχιά μέ ταχύτητα υ = 2200 km/sec. α) Ἄν ἡ ἀβεβαιότητα στόν προσδιορισμό τῆς ταχύτητας τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι $\Delta \upsilon = 0{,}01$ υ, νά βρεθεῖ πόση εἶναι ἡ ἀβεβαιότητα Δx στόν προσδιορισμό τῆς θέσεώς του. β) Ποιά σχέση ἔχει ἡ ἀβεβαιότητα Δx μέ τή διάμετρο δ τοῦ ἀτόμου;
$m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kgr. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule · sec.

80. Ἡ θέση ἑνός ἠλεκτρονίου πάνω στήν εὐθύγραμμη τροχιά του κατά μιά χρονική στιγμή t προσδιορίζεται μέ ἀβεβαιότητα $\Delta x = 10^{-9}$ m. Νά βρεθεῖ ἡ ἀβεβαιότητα στόν προσδιορισμό τῆς ταχύτητας τοῦ ἠλεκτρονίου καί ἡ ἀβεβαιότητα στόν προσδιορισμό τῆς θέσεώς του 1 sec μετά τή χρονική στιγμή t.

81. Τά ἰόντα πού θά ἐξετάσουμε σέ ἕνα φασματογράφο μαζῶν ἔχουν τό καθένα ἀπό αὐτά φορτίο +q καί κινοῦνται μέ ταχύτητες πού ἔχουν διαφορετικό μέτρο. Τά ἰόντα μπαίνουν μέσα σέ μιά περιοχή στήν ὁποία ἐπικρατεῖ ἕνα μαγνητικό πεδίο μέ μαγνητική ἐπαγωγή B = 0,4 T καί ἕνα ἠλεκτρικό πεδίο μέ ἔνταση E. Τά ἀνύσματα $\vec{\upsilon}$, $\vec{B}$ καί $\vec{E}$ εἶναι ἀνά δύο κάθετα μεταξύ τους. Πόσο πρέπει νά εἶναι τό μέτρο τῆς ἐντάσεως E τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου, ὥστε τά ἰόντα πού ἔχουν ταχύτητα $\upsilon = 2 \cdot 10^5$ m/sec νά μή παθαίνουν καμιά ἐκτροπή ἀπό τήν ἀρχική διεύθυνσή τους;

82. Σέ ἕνα φασματογράφο μαζῶν ἀπό τή σχισμή Σ_3 μπαίνουν μέσα στό μαγνητικό πεδίο δύο εἴδη ἰόντων πού ἔχουν τήν ἴδια ταχύτητα υ = 200 km/sec καί τό ἴδιο θετικό φορτίο +e. Ἡ ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ εἶναι κάθετη στή μαγνητική ἐπαγωγή $\vec{B}$, πού ἔχει μέτρο B = 0,3 T. Ξέρουμε ὅτι τό ἕνα εἶδος τῶν ἰόντων εἶναι ἰόντα ὀξυγόνου 16, O^{16}. Ἡ ἀπόσταση τῶν δύο εἰδώλων πού σχηματίζονται πάνω στήν πλάκα εἶναι δ = 1,38 cm. Πόση εἶναι ἡ ἀτομική μάζα τοῦ δεύτερου εἴδους ἰόντων;
$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{26}$ ἄτομα / kgr - atom. $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Cb.

ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Ἀνίχνευση τῶν σωματιδίων

63. Μέθοδοι ἀνιχνεύσεως τῶν σωματιδίων

Οἱ ραδιενεργοί πυρῆνες ἐκπέμπουν ἀκτινοβολίες πού ὀνομάζονται *πυρηνικές ἀκτινοβολίες* καί ἀποτελοῦνται ἀπό φορτισμένα ἤ οὐδέτερα *σωματίδια* καί ἀπό *φωτόνια* γ.

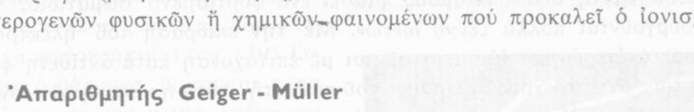
Κάθε πυρηνική ἀκτινοβολία μεταφέρει *ἐνέργεια* καί ὅταν μπαίνει μέσα σέ ἕνα ὑλικό, ἡ ἀκτινοβολία *ἀπορροφᾶται* καί τότε ἀπό τήν ἀλληλεπίδραση τῆς ἀκτινοβολίας καί τῆς ὕλης προκαλοῦνται *ὁρισμένα φαινόμενα*, πού κάνουν φανερή τήν παρουσία τῶν πυρηνικῶν ἀκτινοβολιῶν.

Ὑπάρχουν δύο κατηγορίες διατάξεων γιά τήν ἀνίχνευση τῶν σωματιδίων, διατάξεις πού κάνουν φανερό *τό φαινόμενο τοῦ ἰονισμοῦ* τῶν ἀτόμων τῆς ὕλης καί διατάξεις πού κάνουν φανερό *τό φαινόμενο τῆς διεγέρσεως* τῶν ἀτόμων τῆς ὕλης πού μέσα σ' αὐτή διαδίδεται ἡ πυρηνική ἀκτινοβολία.

Τό φαινόμενο τοῦ ἰονισμοῦ μπορεῖ νά γίνει φανερό εἴτε μέ ἕνα *στιγμιαῖο ρεῦμα* (ρευματική ὤθηση), εἴτε ἄν γίνει *ὁρατός ὁ ἰονισμός* ἐξαιτίας δευτερογενῶν φυσικῶν ἤ χημικῶν φαινομένων πού προκαλεῖ ὁ ἰονισμός.

64. Ἀπαριθμητής Geiger - Müller

Ὁ ἀπαριθμητής Geiger - Müller ἀποτελεῖται ἀπό μεταλλικό κυλινδρικό σωλήνα μέ λεπτά τοιχώματα καί ἀπό λεπτό μεταλλικό σύρμα, πού εἶναι μονωμένο ἀπό τά τοιχώματα καί εἶναι τοποθετημένο κατά τόν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου (σχ. 136). Μέσα στή συσκευή ὑπάρχει ἀέριο, συνήθως ἀργό,



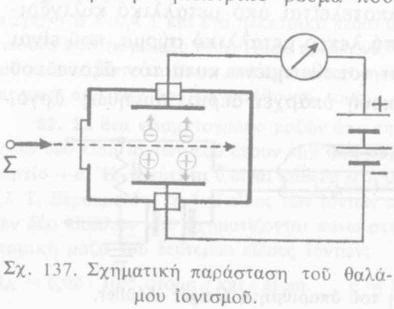
Σχ. 136. Σχηματική παράσταση τοῦ ἀπαριθμητῆ Geiger - Müller.

ὑπό μικρή πίεση (5 - 10 cm Hg). Ὁ κύλινδρος ἀποτελεῖ τό ἀρνητικό ἠλεκτρόδιο καί τό σύρμα ἀποτελεῖ τό θετικό ἠλεκτρόδιο. Μεταξύ αὐτῶν τῶν δύο ἠλεκτροδίων ἐφαρμόζεται κατάλληλη τάση, χωρίς ὅμως νά εἶναι ἱκανή νά προκαλέσει ἐκκένωση. Ἄν μέσα στή συσκευή μπεῖ ἕνα φορτισμένο σωματίδιο, αὐτό δημιουργεῖ *ζεύγη ἰόντων* καί ἔτσι προκαλεῖται ἐκκένωση. Αὐτή πρέπει νά διαρκέσει ἐπί ἐλάχιστο χρόνο, ὥστε ὁ ἀπαριθμητής νά εἶναι ἀμέσως ἕτοιμος νά λειτουργήσει πάλι, μόλις μπεῖ μέσα σ' αὐτόν ἕνα ἄλλο φορτισμένο σωματίδιο. Ἡ γρήγορη ἀπόσβεση τῆς ἐκκενώσεως ἐξασφαλίζεται μέ διάφορους τρόπους καί ἔτσι ὁ ἀπαριθμητής μπορεῖ νά λειτουργεῖ ταχύτατα.

Κάθε ἐκκένωση εἶναι ἕνα *στιγμιαῖο ρεῦμα* (ρευματική ὤθηση) πού, ἀφοῦ ἐνισχυθεῖ, μπορεῖ νά καταγραφεῖ πάνω σέ φωτογραφικό φίλμ ἤ νά διαβιβαστεῖ σέ μεγάφωνο, ὁπότε θά ἀκούσουμε ἕνα σύντομο ἦχο (κρότο) ἤ νά διαβιβαστεῖ σέ κατάλληλη διάταξη καταμετρήσεως. Ἔτσι μποροῦμε νά ἀποκαλύψουμε τήν παρουσία φορτισμένων σωματιδίων καί νά μετρήσουμε πόσα φορτισμένα σωματίδια μπαίνουν μέσα στόν ἀπαριθμητή στή διάρκεια ὁρισμένου χρόνου. Ὁ ἀπαριθμητής Geiger - Müller χρησιμοποιεῖται στήν ἐργαστηριακή ἔρευνα καί γιά τήν εὔκολη ἀνίχνευση φορτισμένων σωματιδίων στό ἔδαφος ἤ στόν ἀέρα.

65. Θάλαμος ἰονισμοῦ

Ὁ θάλαμος ἰονισμοῦ εἶναι ἕνας ἐπίπεδος πυκνωτής πού βρίσκεται μέσα σέ δοχεῖο πού περιέχει ἀέριο (συνήθως εὐγενές ἀέριο). Μεταξύ τῶν δύο ὁπλισμῶν τοῦ πυκνωτῆ δημιουργεῖται κατάλληλη τάση (σχ. 137). Ὅταν ἀνάμεσα στούς δύο ὁπλισμούς φτάσει ἕνα φορτισμένο σωματίδιο, τότε δημιουργοῦνται πολλά *ζεύγη ἰόντων*. Μέ τήν ἐπίδραση τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου τά ἑτερώνυμα ἰόντα κινοῦνται μέ ἐπιτάχυνση κατά ἀντίθετη φορά πρός τούς ἀντίστοιχους ὁπλισμούς τοῦ πυκνωτῆ. Αὐτή ἡ κίνηση τῶν ἰόντων ἰσοδυναμεῖ μέ ἠλεκτρικό ρεῦμα πού μποροῦμε νά τό παρατηρήσουμε μέ ἕνα εὐαίσθητο ὄργανο (μιλιαμπερόμετρο, ἀμπερόμετρο). Μέ τό θάλαμο ἰονισμοῦ μποροῦμε νά μετρήσουμε τόν ἀριθμό τῶν φορτισμένων σωματιδίων πού μπαίνουν μέσα στό θάλαμο στή διάρκεια ὁρισμένου χρόνου. Ἐπίσης μπορεῖ νά προσδιοριστεῖ τό εἶδος καί ἡ ἐνέργεια αὐτῶν τῶν σωματιδίων.

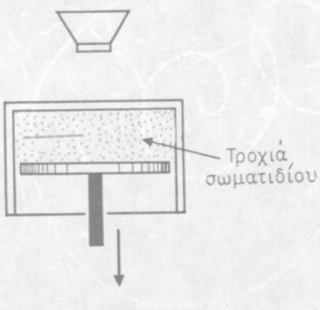


Σχ. 137. Σχηματική παράσταση τοῦ θαλάμου ἰονισμοῦ.

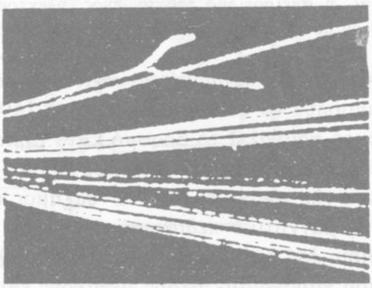
Ἡμιαγωγοί ἀπαριθμητές (semiconductor counters). Σέ μιά κρυσταλλοδίοδο p — n ἡ περιοχή τῆς συνδέσεως τῶν δύο διαφορετικῶν ἡμιαγωγῶν (p καί n) εἶναι ἰδιαίτερα εὐαίσθητη στά ἰονίζοντα σωματίδια. Ὅταν ἕνα τέτοιο σωματίδιο εἰσχωρήσει στήν περιοχή συνδέσεσως τῶν δύο ἡμιαγωγῶν τότε ἡ κρυσταλλοδίοδος λειτουργεῖ σάν στερεός θάλαμος ἰονισμοῦ, πού εἶναι πολύ ἁπλούστερος ἀπό τό θάλαμο ἰονισμοῦ μέ ἀέριο.

66*. Θάλαμος Wilson

Ὁ θάλαμος Wilson ἤ *θάλαμος νεφώσεως* ἀποτελεῖται ἀπό ἕναν κύλινδρο καί μέσα σ' αὐτόν ὑπάρχει ἀέρας καί κορεσμένοι ἀτμοί αἰθυλικῆς ἀλκοόλης. Ἡ πάνω βάση τοῦ κυλίνδρου εἶναι μιά γυάλινη πλάκα, ἐνῶ ἡ κάτω βάση του ἀποτελεῖ ἔμβολο (σχ. 138). Ἄν τό ἔμβολο μετακινηθεῖ ἀπότομα πρός τά κάτω, τότε ὁ ἀέρας παθαίνει ἀδιαβατική ἐκτόνωση καί ψύχεται. Ἕνα μέρος τῶν κορεσμένων ἀτμῶν ὑγροποιοῦνται καί σχηματίζουν μικρά σταγονίδια. Ἄν ἐκείνη τή στιγμή μπεῖ μέσα στό θάλαμο ἕνα *φορτισμένο σωματίδιο*, αὐτό δημιουργεῖ κατά μῆκος τῆς τροχιᾶς του *ζεύγη ἰόντων* καί τό καθένα ἰόν γίνεται κέντρο συγκεντρώσεως τῶν μικρῶν σταγονιδίων. Ἔτσι κατά μῆκος τῆς τροχιᾶς τοῦ σωματιδίου σχηματίζεται μιά *λεπτή γραμμή* πού μπορεῖ νά φωτογραφηθεῖ (σχ. 139). Συνήθως ὁ θάλαμος βρίσκεται μέσα σέ ὁμογενές μαγνητικό πεδίο καί τότε τό σωματίδιο διαγράφει καμπυλόγραμμη τροχιά. Ἀπό τή μορφή τῆς τροχιᾶς, τό συνολικό μῆκος της καί τήν πυκνότητα τῶν σχηματιζόμενων ἰόντων ἐξάγονται συμπεράσματα γιά τό εἶδος τοῦ σωματιδίου, τή μάζα του καί τήν ἐνέργειά του. Μετά τήν ἐκτόνωση ἕνα ἠλεκτρικό πεδίο καθαρίζει τό θάλαμο ἀπό τά ἰόντα πού σχηματί-



Σχ. 138. Σχηματικη παράσταση τοῦ θαλάμου Wilson (θαλάμου νεφώσεως).

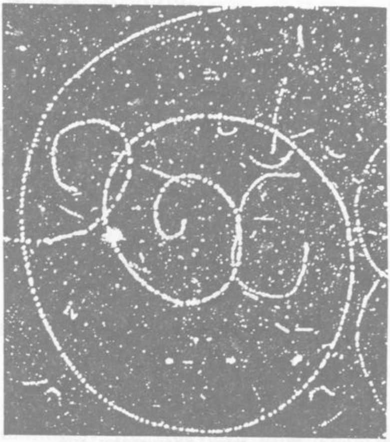


Σχ. 139. Φωτογραφία πού πάρθηκε μέ θάλαμο Wilson. Ἡ διακλαδισμένη τροχιά δείχνει τό πείραμα τοῦ Rutherford.

στηκαν, γιά νά εἶναι ἕτοιμος γιά τή νέα ἐκτόνωση. Ὁ θάλαμος Wilson πρόσφερε μεγάλες ὑπηρεσίες στήν ἀναγνώριση καί τή μελέτη τῶν φορτισμένων σωματιδίων.

67*. Θάλαμος Glaser

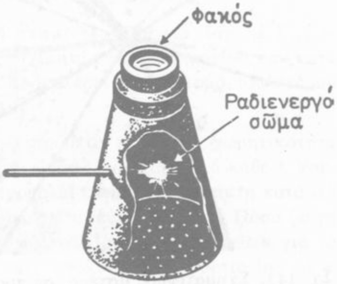
Ὁ θάλαμος Glaser ἤ *θάλαμος φυσαλίδων* ἀποτελεῖται ἀπό κλειστό δοχεῖο πού εἶναι γεμάτο μέ ἕνα καθαρό ὑγρό (προπάνιο, ὑγρό ὑδρογόνο, φρεόν κ.ἄ.). Αὐτό τό ὑγρό διατηρεῖται ὑπό πίεση μεγαλύτερη ἀπό τήν τάση τῶν κορεσμένων ἀτμῶν πού ἀντιστοιχεῖ στή θερμοκρασία τήν ὁποία ἔχει τό ὑγρό κατά τή στιγμή τοῦ πειράματος. Ὑπό τίς συνθῆκες αὐτές δέν μπορεῖ νά συμβεῖ βρασμός τοῦ ὑγροῦ. Μέ ἕνα ἔμβολο προκαλοῦμε ἀπότομη ἐλάττωση τῆς πιέσεως πού ἐπιφέρεται στό ὑγρό. Ἔτσι ἡ πίεση αὐτή γίνεται μικρότερη ἀπό τήν ἀντίστοιχη τάση τῶν κορεσμένων ἀτμῶν καί μπορεῖ νά συμβεῖ βρασμός, δηλαδή σχηματισμός φυσαλίδων ἀπό ὁλόκληρη τή μάζα τοῦ ὑγροῦ. Ἡ ἔναρξη ὅμως τοῦ βρασμοῦ καθυστερεῖ ἐπί ἕνα ἐλάχιστο χρόνο (τῆς τάξεως τοῦ msec). Ἄν στή διάρκεια αὐτοῦ τοῦ χρόνου κινεῖται μέσα στό ὑγρό ἕνα φορτισμένο σωματίδιο, τότε κατά μῆκος τῆς τροχιᾶς του σχηματίζονται *μικρές σφαιρικές φυσαλίδες* ὑγροῦ, πού αἰωροῦνται μέσα στό ὑγρό καί μποροῦν νά φωτογραφηθοῦν (σχ.140). Τό σωματίδιο πού κινεῖται μέσα στό ὑγρό προκαλεῖ τό βρασμό κατά μῆκος τῆς τροχιᾶς του. Αὐτός ὁ βρασμός ὀφείλεται στόν ἰονισμό πού δημιουργεῖ τό κινούμενο σωματίδιο κατά μῆκος τῆς τροχιᾶς του. Ὁ θάλαμος φυσαλίδων βρίσκεται μέσα σέ ὁμογενές μαγνητικό πεδίο πού προκαλεῖ καμπύλωση τῆς τροχιᾶς τοῦ σωματιδίου. Μέ τό θάλαμο φυσαλίδων μελετᾶμε *τά σωματίδια ψηλῆς ἐνέργειας* πού παράγονται στούς μεγάλους ἐπιταχυντές. Ἡ λειτουργία τοῦ θαλάμου εἶναι ἀπόλυτα συγχρονισμένη μέ τή λειτουργία τοῦ ἐπιταχυντῆ.



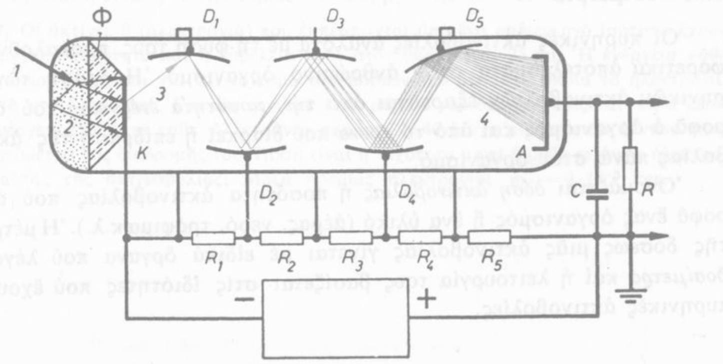
Σχ. 140. Φωτογραφία πού πάρθηκε μέ θάλαμο Glaser (θάλαμο φυσαλίδων). Διακρίνεται ἡ σπειροειδής τροχιά ἑνός ἠλεκτρονίου πού κινεῖται μέσα σέ μαγνητικό πεδίο.

68*. Ἀπαριθμητές σπινθηρισμῶν

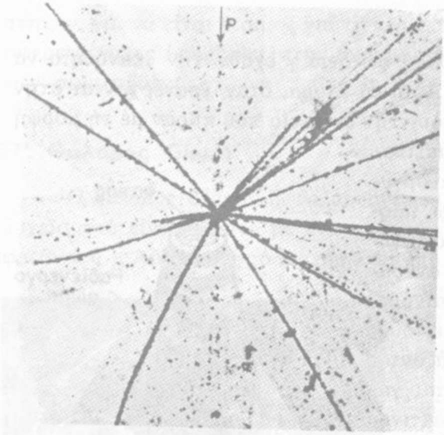
Τά φορτισμένα σωματίδια καί τά φωτόνια γ ἔχουν τήν ἱκανότητα νά προκαλοῦν *διέγερση* τῶν ἀτόμων. Αὐτά τά ἄτομα, ὅταν ἐπανέρχονται στήν κανονική κατάστασή τους ἐκπέμπουν τήν ἐνέργεια πού πῆραν μέ τή μορφή φωτονίου ὁρατῆς ἤ ὑπεριώδους ἀκτινοβολίας. Πολλές ὀργανικές καί ἀνόργανες ἑνώσεις ἔχουν τήν παραπάνω ἰδιότητα *τοῦ φθορισμοῦ* (π.χ. ὁ θειοῦχος ψευδάργυρος, τό ἰωδιοῦχο νάτριο, τό ἀνθρακένιο, τό στιλβένιο κ.ἄ.). Στό φαινόμενο τοῦ φθορισμοῦ στηρίζεται ἡ λειτουργία εἰδικῶν φωρατῶν, πού ὀνομάζονται *σπινθηριστές* καί χρησιμοποιοῦνται γιά τήν ἀνίχνευση τῶν πυρηνικῶν ἀκτινοβολιῶν. Ὁ ἁπλούστερος σπινθηριστής εἶναι *τό σπινθηροσκόπιο* (σχ. 141). Σ' αὐτό τά σωματίδια α, πού ἐκπέμπονται ἀπό ἕνα ραδιενεργό σῶμα, πέφτουν πάνω σέ ἕνα λεπτό στρῶμα ἀπό θειοῦχο ψευδάργυρο. Ἄν μέ τή βοήθεια φακοῦ παρατηρήσουμε στό σκοτάδι τό στρῶμα πού φθορίζει, διακρίνουμε πάνω σ' αὐτό φευγαλέες ἐκπομπές φωτός ἀπό διάφορα σημεῖα. Κάθε μικρή λάμψη φανερώνει τή σύγκρουση ἑνός σωματιδίου α πάνω στό διάφραγμα πού φθορίζει.



Σχ. 141. Σχηματική παράσταση τοῦ σπινθηροσκοπίου.



Σχ. 142. Συνδυασμός σπινθηροσκοπίου καί φωτοπολλαπλασιαστῆ. 1 σωματίδιο. 2 φθορίζον στρῶμα. Φ φακός. K φωτοκάθοδος. 3 φωτοηλεκτρόνια. D_1, D_2,... ἠλεκτρόδια πού ἐκπέμπουν δευτερογενῆ ἠλεκτρόνια (δύνοδοι). A ἄνοδος (συλλέκτης). Στή διάταξη ἐφαρμόζεται ψηλή τάση.



Σχ. 143. Σχηματισμός ἀστέρα σέ πυρηνικό γαλάκτωμα ἀπό τή σύγκρουση ἑνός σωματιδίου ψηλῆς ἐνέργειας μέ έναν ἀτομικό πυρήνα τοῦ γαλακτώματος. Ἀπό τή συντριβή τοῦ πυρήνα σχηματίστηκαν πολλά ἰονίζοντα σωματίδια.

Ἡ νεώτερη τεχνική συνδυάζει ἕνα σπινθηριστή μέ ἕνα *φωτοπολλαπλασιαστή* (σχ. 142) καί ἔτσι ἡ φωτεινή ἐνέργεια τοῦ σπινθηρισμοῦ μετατρέπεται σέ ἕνα στιγμιαῖο ἠλεκτρικό ρεῦμα (ρευματική ὤθηση).

69*. Πυρηνικά γαλακτώματα

Ὅταν ἕνα φορτισμένο σωματίδιο περνάει μέσα ἀπό εἰδικό φωτογραφικό γαλάκτωμα *(πυρηνικό γαλάκτωμα)* πού ἀποτελεῖται ἀπό βρωμιοῦχο ἄργυρο, τότε κατά μῆκος τῆς τροχιᾶς τοῦ σωματιδίου σχηματίζονται ἰόντα ἀργύρου. Ἔτσι μετά τήν ἐμφάνιση τῆς πλάκας διακρίνουμε τήν τροχιά τοῦ σωματιδίου. Ἀπό τή μελέτη τῆς τροχιᾶς βγάζουμε διάφορα συμπεράσματα (σχ. 143).

70*. Δοσιμετρία

Οἱ πυρηνικές ἀκτινοβολίες ἀνάλογα μέ τή φύση τους, προκαλοῦν διαφορετικά ἀποτελέσματα στόν ἀνθρώπινο ὀργανισμό. Ἡ δράση τῶν πυρηνικῶν ἀκτινοβολιῶν ἐξαρτᾶται ἀπό *τήν ποσότητα ἐνέργειας* πού ἀπορροφᾶ ὁ ὀργανισμός καί ἀπό *τό χρόνο* πού διαρκεῖ ἡ ἐπίδραση τῆς ἀκτινοβολίας πάνω στόν ὀργανισμό.

Ὀνομάζεται *δόση ἀκτινοβολίας* ἡ ποσότητα ἀκτινοβολίας πού ἀπορροφᾶ ἕνας ὀργανισμός ἤ ἕνα ὑλικό (ἀέρας, νερό, τρόφιμα κ.λ.). Ἡ μέτρηση τῆς δόσεως μιᾶς ἀκτινοβολίας γίνεται μέ εἰδικά ὄργανα πού λέγονται *δοσίμετρα* καί ἡ λειτουργία τους βασίζεται στίς ἰδιότητες πού ἔχουν οἱ πυρηνικές ἀκτινοβολίες.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

83. Ἕνα ραδιενεργό ἰσότοπο ἐκπέμπει σωματίδια α μέ ἐνέργεια $E = 5$ MeV τά ὁποῖα στόν ἀέρα ἔχουν ἐμβέλεια $s = 5$ cm. Γιά τόν ἰονισμό ἑνός μορίου τοῦ ἀέρα ἀπαιτεῖται κατά μέσο ὅρο ἐνέργεια $E_{ιον} = 25$ eV. Πόσα ζεύγη ἰόντων δημιουργεῖ μέσα στόν ἀέρα αὐτό τό σωματίδιο καί πόσα κατά χιλιοστόμετρο τῆς διαδρομῆς του;

84. Γιά τόν ἰονισμό τοῦ ἀτόμου ὑδραργύρου ἀπαιτεῖται ἐνέργεια ἴση μέ $E_{ιον} = 10{,}4$ eV. Πόση πρέπει νά εἶναι ἡ μικρότερη δυνατή ταχύτητα ἑνός ἠλεκτρονίου, πού κατά τή σύγκρουσή του μέ ἕνα ἄτομο ὑδραργύρου θά προκαλέσει τόν ἰονισμό τοῦ ἀτόμου ὑδραργύρου; $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kgr.

85. Ἕνας θάλαμος ἰονισμοῦ συνδέεται μέ ἠλεκτρόμετρο πού ἔχει χωρητικότητα $C = 0{,}5 \cdot 10^{-12}$ F καί ἡ εὐαισθησία τῆς κλίμακάς του εἶναι 4 διαιρέσεις γιά κάθε 1 Volt. Ἕνα σωματίδιο α πού μπαίνει μέσα στό θάλαμο προκαλεῖ ἐκτροπή τοῦ δείκτη κατά 0,8 διαιρέσεις. Γιά τό σχηματισμό ἑνός ζεύγους ἰόντων ἀπαιτεῖται ἐνέργεια 35 eV. Πόσα ζεύγη ἰόντων σχηματίζονται μέσα στό θάλαμο καί πόση ἐνέργεια σέ MeV ἀπαιτεῖται γιά τό σχηματισμό αὐτῶν τῶν ἰόντων; Καθένα ἰόν ἔχει κατά ἀπόλυτη τιμή φορτίο ἴσο μέ e.

86. Σέ ἕνα θάλαμο ἰονισμοῦ ὁ ὁπλισμός A_1 τοῦ πυκνωτῆ ἔχει ἐμβαδό $S = 1$ cm^2 καί ἡ μιά ἐπιφάνειά του ἔχει σκεπαστεῖ ὁμοιόμορφα μέ ἕνα ραδιενεργό ἰσότοπο πού μεταστοιχειώνεται μέ ἐκπομπή ἠλεκτρονίου. Ἀπέναντι ἀπό αὐτή τήν ἐπιφάνεια καί σέ ἀπόσταση $l = 1$ mm βρίσκεται ὁ ἄλλος ὁπλισμός A_2 πού εἶναι μονωμένος καί βρήκαμε ὅτι δέχεται 1000 ἠλεκτρόνια κατά δευτερόλεπτο πού ἐκπέμπονται ἀπό τό ραδιοϊσότοπο. α) Γιατί μεταξύ τῶν δύο ὁπλισμῶν τοῦ πυκνωτῆ δημιουργεῖται μιά διαφορά δυναμικοῦ πού μεταβάλλεται μέ τό χρόνο; β) Ἔπειτα ἀπό πόσο χρόνο αὐτή ἡ διαφορά δυναμικοῦ θά εἶναι ἴση μέ $U = 1$ V; Ὑποθέτουμε ὅτι ὅλα τά ἠλεκτρόνια πού ἐμκπέμπονται ἀπό τόν ὁπλισμό A_1 φτάνουν στόν ὁπλισμό A_2. γ) Ὅταν ἡ διαφορά δυναμικοῦ εἶναι $U = 1$ V πόση εἶναι ἡ ἔνταση τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου; $|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Cb. $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m.

87. Οἱ ἀκτίνες β (ἠλεκτρόνια) πού ἐκπέμπονται ἀπό ἕνα ραδιενεργό ἰσότοπο ἔχουν πολύ μεγάλη ταχύτητα καί ἡ ἐμβέλειά τους στόν ἀέρα εἶναι 25 cm. Ἡ ἐνέργεια κάθε ἠλεκτρονίου ξοδεύεται γιά τόν ἰονισμό τῶν μορίων τοῦ ἀέρα, τά ὁποῖα τό ἠλεκτρόνιο συναντᾶ στό δρόμο του. Γιά τόν ἰονισμό ἑνός μορίου τοῦ ἀέρα χρειάζεται κατά μέσο ὅρο ἐνέργεια 25 eV καί κάθε ἠλεκτρόνιο σχηματίζει 40 ζεύγη μονοσθενῶν ἰόντων κατά χιλιοστόμετρο τῆς διαδρομῆς του. Πόση εἶναι ἡ ταχύτητα υ καί ἡ μάζα m ἑνός ἠλεκτρονίου αὐτῆς τῆς ἀκτινοβολίας; Μάζα ἠρεμίας ἠλεκτρονίου $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kgr.

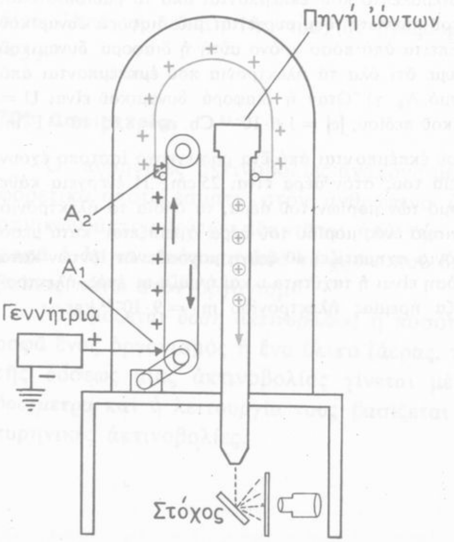
Ἐπιταχυντές

71. Ἐπιταχυντές

Γιά νά γνωρίσουμε τίς ἰδιότητες καί τή δομή τοῦ πυρήνα, βομβαρδίζουμε ὁρισμένους πυρῆνες μέ ἕνα εἶδος φορτισμένου σωματιδίου καί παρατηροῦμε τά ἀποτελέσματα τῆς ἀντιδράσεως τοῦ βλήματός μας μέ τόν πυρήνα. Ἀρχικά ὡς βλήματα χρησιμοποιήθηκαν τά σωματίδια α, πού ἐκπέμπονται ἀπό τά φυσικά ραδιοϊσότοπα καί ἡ ἐνέργειά τους δέν ξεπερνάει τά 8 MeV. Γιά νά ἀποκτήσουν τά φορτισμένα σωματίδια μεγάλες ἐνέργειες, χρησιμοποιοῦνται *οἱ ἐπιταχυντές*, δηλαδή εἰδικές διατάξεις πού ἐπιταχύνουν τά φορτισμένα σωματίδια μέ τήν ἐπίδραση *ἠλεκτρικοῦ πεδίου*. Ὑπάρχουν δύο κατηγορίες ἐπιταχυντῶν, *οἱ γραμμικοί* καί *οἱ κυκλικοί ἐπιταχυντές*.

Στούς *γραμμικούς ἐπιταχυντές* ἡ ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ τῶν σωματιδίων ἔχει πάντοτε τήν ἴδια διεύθυνση καί φορά, γιατί πάνω στά σωματίδια ἐπιδρᾶ μόνο ἕνα *ἠλεκτρικό πεδίο*.

Στούς *κυκλικούς ἐπιταχυντές* πάνω στά σωματίδια ἐπιδρᾶ ἐκτός ἀπό *τό ἠλεκτρικό πεδίο* καί ἕνα *μαγνητικό πεδίο* πού ὁδηγεῖ τό σωματίδιο πάνω σέ μιά κυκλική τροχιά. Τό ἠλεκτρικό πεδίο δίνει στό σωματίδιο ρυθμικά ἐπιτάχυνση, π.χ. στό τέλος κάθε μισῆς στροφῆς.



Σχ. 144. Σχηματική παράσταση τῆς μηχανῆς Van de Graaff.

72*. Μηχανή Van de Graaff

Ἡ μηχανή Van de Graaff εἶναι ἕνας ἠλεκτροστατικός ἐπιταχυντής. Ξέρουμε ὅτι στή μηχανή Van de Graaff ἡ σφαίρα ἀποκτᾶ θετικό φορτίο καί πολύ ψηλό δυναμικό (σχ. 144). Τά θετικά ἰόντα, πού θέλουμε νά ἐπιταχυνθοῦν, δημιουργοῦνται στήν ἀνώτερη ἄκρη ἑνός εὐθύγραμμου ἀερόκενου σωλήνα. Στήν κατώτερη ἄκρη τοῦ σωλήνα βρίσκεται ὁ στόχος πού πάνω του πέφτουν τά ἰόντα, ἀφοῦ ἐπιταχυνθοῦν. Ἄν π.χ. τό δυναμικό τῆς σφαίρας σχετικά μέ τό ἔδαφος εἶναι $U = 8$ MV, τότε ἕνα σωματίδιο α, πού ἔχει φορτίο $q = 2e$ ἀποκτᾶ κινητική ἐνέργεια ἴση μέ:

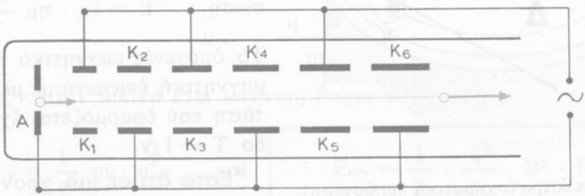
$$E_{\kappa\iota\nu} = q \cdot U = 2e \cdot 8 \cdot 10^6 \text{ V} = 16 \cdot 16^6 \text{ eV} \quad \text{καί} \quad E_{\kappa\iota\nu} = 16 \text{ MeV}$$

Ἡ μηχανή Van de Graff μπορεῖ νά χρησιμοποιηθεῖ καί γιά τήν ἐπιτάχυνση ἠλεκτρονίων, ἀλλά σ' αὐτή τήν περίπτωση ἡ σφαίρα τῆς μηχανῆς ἀποκτᾶ ἀρνητικό φορτίο καί μέσα στό σωλήνα εἰσάγονται τά ἠλεκτρόνια πού θέλουμε νά ἐπιταχυνθοῦν.

73*. Γραμμικός ἐπιταχυντής

Ὁ *γραμμικός ἐπιταχυντής* ἀποτελεῖται ἀπό μιά σειρά κοίλων μεταλλικῶν κυλίνδρων πού ἔχουν κοινό ἄξονα καί βρίσκονται μέσα σέ μακρύ ἀερόκενο σωλήνα (σχ. 145). Οἱ κύλινδροι συνδέονται μέ μιά πηγή ἐναλλασσόμενης τάσεως ἔτσι, ὥστε σέ κάθε στιγμή δύο διαδοχικοί κύλινδροι νά εἶναι ἀντίθετα φορτισμένοι. Ἔτσι, ὅταν οἱ περιττῆς τάξεως κύλινδροι (K_1, K_3, K_5) εἶναι θετικά φορτισμένοι, οἱ ἄρτιας τάξεως κύλινδροι (K_2, K_4, K_6) εἶναι ἀρνητικά φορτισμένοι καί ἀντίστροφα. Ἡ πολικότητα τῶν κυλίνδρων ἀντιστρέφεται κάθε μισή περίοδο (T/2).

Στό ἐσωτερικό τοῦ κάθε κυλίνδρου δέν ὑπάρχει ἠλεκτρικό πεδίο. Στό διάκενο ὅμως πού ὑπάρχει μεταξύ δύο κυλίνδρων δημιουργεῖται *ἐναλλασσόμενο ἠλεκτρικό πεδίο*. Τό ἰόν διατρέχει μέ σταθερή ταχύτητα κάθε κύλινδρο στή διάρκεια μιᾶς ἡμιπεριόδου (δηλαδή σέ χρόνο T/2) καί βγαίνει ἀπό τόν κύλινδρο στό διάκενο τή στιγμή πού ἡ τάση μεταξύ τῶν δύο γειτονικῶν κυλίνδρων ἔχει λάβει τή μέγιστη τιμή της U_0 (δηλαδή ὅταν στό σχῆμα τό ἠλεκτρικό πεδίο ἔχει φορά πρός τά δεξιά). Ἔτσι τό ἰόν πηγαίνοντας ἀπό τόν ἕναν κύλινδρο στόν ἀμέσως ἑπόμενο κύλινδρο *ἐπιταχύνεται*. Ἑπομένως, ἄν τό ἰόν ἔχει φορτίο q, τότε κάθε φορά πού τό ἰόν δια-



Σχ. 145. Σχηματική παράσταση γραμμικοῦ ἐπιταχυντῆ. Στή διάταξη ἐφαρμόζεται ψηλή συχνότητα

τρέχει τό διάκενο μεταξύ δύο διαδοχικῶν κυλίνδρων, ἡ ἐνέργεια τοῦ ἰόντος *αὐξάνεται* κατά $q \cdot U_0$.

Ἐπειδή τό ἰόν διατρέχει διαδοχικά τούς κυλίνδρους μέ διαρκῶς μεγαλύτερη ταχύτητα, γι' αὐτό τά μήκη τῶν κυλίνδρων γίνονται διαρκῶς μεγαλύτερα.

Τό ἰόν ἀποκτᾶ πολύ μεγάλες ταχύτητες. Ἄρα, γιά νά μή ἔχουν οἱ κύλινδροι πολύ μεγάλο μῆκος, χρησιμοποιοῦμε *πολύ ψηλές συχνότητες* (ὑπερσυχνότητες, 200 MHz γιά τά ἰόντα, ὥς 3000 MHz γιά τά ἠλεκτρόνια).

Μέ τούς γραμμικούς ἐπιταχυντές τά πρωτόνια ἀποκτοῦν ἐνέργεια ὥς 100 MeV καί τά ἠλεκτρόνια ὥς 1 GeV (10^3 MeV).

74. Κύκλοτρο

Τό κύκλοτρο (cyclotron) ἀποτελεῖται ἀπό κοῖλο μεταλλικό κύλινδρο, πού ἔχει κοπεῖ σέ δύο ἡμικυλίνδρους σέ σχῆμα D. Αὐτοί ἀποτελοῦν τά δύο ἠλεκτρόδια τῆς συσκευῆς καί μεταξύ τους ὑπάρχει διάκενο (σχ. 146). Τά δύο ἠλεκτρόδια βρίσκονται μέσα σέ ἀερόκενο θάλαμο πού εἶναι τοποθετημένος μεταξύ τῶν πόλων ἰσχυροῦ ἠλεκτρομαγνήτη. Στό κέντρο τοῦ διάκενου εἶναι ἡ πηγή τῶν ἰόντων τά ὁποῖα θέλουμε νά ἐπιταχύνουμε. Στά δύο ἠλεκτρόδια ἐφαρμόζεται ἐναλλασσόμενη τάση πού ἔχει συχνότητα ν.

Σχ. 146. κύκλοτρο (σχηματική παράσταση). Στά δύο ἠλεκτρόδια Γ καί Δ ἐφαρμόζεται ψηλή τάση.

α. Ἀρχή τῆς λειτουργίας. Στό ἐσωτερικό τῶν δύο ἠλεκτροδίων δέν ὑπάρχει ἠλεκτρικό πεδίο, ἀλλά στό μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτροδίων διάκενο δημιουργεῖται *ἐναλλασσόμενο ἠλεκτρικό πεδίο* πού ἡ ἔντασή του μεταβάλλεται σύμφωνα μέ τήν ἐξίσωση $E = E_0 \cdot \eta\mu \dfrac{2\pi}{T} t$.

Τό ὁμογενές μαγνητικό πεδίο ἔχει μαγνητική ἐπαγωγή μέ μέτρο B. Ἡ τάση πού ἐφαρμόζεται ἔχει περίοδο $T = 1/\nu$.

Ἔστω ὅτι σέ μιά χρονική στιγμή ἕνα θετικό ἰόν, πού ἔχει μάζα m καί φορτίο q, βρίσκεται στό διάκενο, ὅταν τό ἠλεκτρόδιο Γ ἔχει θετικό δυναμικό καί τό ἠλεκτρόδιο Δ ἔχει ἀρνητικό δυναμικό. Τότε στό διάκενο ὑπάρχει ἠλεκτρικό πεδίο, τό ἰόν *ἐπιταχύνεται* καί μπαίνει μέσα στό ἠλεκτρόδιο Δ, ὅπου δέν ὑπάρχει ἠλεκτρικό πεδίο. Μέσα στό ἠλεκτρόδιο Δ τό ἰόν κινεῖται μέ σταθερή ταχύτητα υ, ἐξαιτίας ὅμως τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου διαγράφει κυκλική τροχιά μέ ἀκτίνα:

$$r = \frac{\upsilon \cdot m}{q \cdot B} \qquad (1)$$

Τό ἰόν ἔχει:

$$\text{γωνιακή ταχύτητα} \quad \omega = \frac{\upsilon}{r} \quad \text{ἤ} \quad \omega = \frac{q \cdot B}{m}$$

$$\text{καί περίοδο} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{ἤ} \quad T = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B} \qquad (2)$$

Ἡ ἐξίσωση (2) δείχνει ὅτι *ἡ περίοδος* Τ τῆς κυκλικῆς κινήσεως τοῦ ἰόντος εἶναι *ἀνεξάρτητη ἀπό τήν ἀκτίνα* r τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς πού διαγράφει τό ἰόν.

Τό ἰόν κινεῖται μέσα στό ἠλεκτρόδιο Δ ἐπί χρόνο Τ/2 καί βγαίνει ἀπό αὐτό τό ἠλεκτρόδιο, ὅταν ἔχει ἀλλάξει ἡ πολικότητα τῶν δύο ἠλεκτροδίων. Τότε τό ἰόν, διατρέχοντας τό διάκενο, *ἐπιταχύνεται* καί μπαίνει μέσα στό ἠλεκτρόδιο Γ, ὅπου κινεῖται μέ μεγαλύτερη ταχύτητα καί ἐπομένως διαγράφει κυκλική τροχιά μέ μεγαλύτερη ἀκτίνα (ἐξίσ. 1). Ἔτσι σέ κάθε ἐναλλαγή τῆς τάσεως (δηλαδή δύο φορές μέσα σέ κάθε περίοδο) τό ἰόν *ἐπιταχύνεται*, ἡ ταχύτητά του διαρκῶς αὐξάνεται καί ἐπομένως διαρκῶς αὐξάνεται καί *ἡ ἀκτίνα* r τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς. Τό ἰόν διαγράφει ἕνα εἶδος ἑλικοειδοῦς τροχιᾶς καί τελικά βγαίνει μέ *μεγάλη κινητική ἐνέργεια* ἀπό ἕνα κατάλληλο ἄνοιγμα καί πέφτει πάνω στό στόχο.

Ὑπολογισμός τῆς ἐνέργειας τοῦ βλήματος. Ἄν ἡ τελική κυκλική τροχιά πού διαγράφει τό βλῆμα ἔχει ἀκτίνα R, τότε τό ἰόν βγαίνει ἀπό τό κύκλοτρο μέ *τελική ταχύτητα*:

$$\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{q \cdot B}{m} \cdot R$$

Ἐπομένως τό ἰόν τελικά ἔχει *κινητική ἐνέργεια*:

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}\, m \cdot \upsilon^2_{\tau\varepsilon\lambda} \quad \text{καί} \quad \boxed{E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{m} \cdot B^2 \cdot R^2}$$

β. Συγχροκύκλοτρο. Στό κύκλοτρο ἡ συχνότητα ν τῆς κινήσεως τοῦ ἰόντος εἶναι σέ κάθε στιγμή ἴση μέ τή συχνότητα τῆς ἐναλλασσόμενης τάσεως καί δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση:

$$\text{συχνότητα κινήσεως ἰόντος} \qquad \nu = \frac{1}{T} \quad \text{ἤ} \quad \nu = \frac{q \cdot B}{2\pi \cdot m} \qquad (3)$$

Ὅταν ὅμως τό ἰόν ἀποκτᾶ πολύ μεγάλη ταχύτητα, πού πλησιάζει τήν ταχύτητα τοῦ φωτός, τότε ἡ μάζα τοῦ ἰόντος συνεχῶς αὐξάνεται καί στήν ἐξίσωση (3) πρέπει νά βάλουμε:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (\upsilon/c)^2}}$$

ὅπου m_0 εἶναι ἡ μάζα ἠρεμίας τοῦ ἰόντος. Ἑπομένως σύμφωνα μέ τήν ἐξίσωση (3) ἡ συχνότητα ν τῆς κινήσεως τοῦ ἰόντος *συνεχῶς ἐλαττώνεται* καί τότε ἡ ἐναλλαγή τῆς πολικότητας τῶν ἠλεκτροδίων *δέ συμπίπτει* μέ τήν ἔξοδο τοῦ ἰόντρς ἀπό τό ἠλεκτρόδιο.

Σέ μιά διάταξη πού ὀνομάζεται *συγχροκύκλοτρο* ἡ συχνότητα τῆς ἐναλλασσόμενης τάσεως συνεχῶς ἐλαττώνεται, ὥστε σέ κάθε στιγμή νά ὑπάρχει *συγχρονισμός* τῆς συχνότητας τῆς τάσεως μέ τή συχνότητα τῆς κινήσεως τοῦ ἰόντος.

Μέ τό συγχροκύκλοτρο τά ἰόντα ἀποκτοῦν πολύ μεγάλες ἐνέργειες (π.χ. ὥς 720 MeV τά πρωτόνια καί ὥς 380 MeV τά σωματίδια α).

Παρατήρηση. Ἐκτός ἀπό τό κύκλοτρο καί τό συγχροκύκλοτρο ὑπάρχουν καί ἄλλοι πιό πολύπλοκοι κυκλικοί ἐπιταχυντές (π.χ. τό βήτατρο γιά τήν ἐπιτάχυνση ἠλεκτρονίων, τό σύγχροτρο πρωτονίων κ.ἄ.).

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

88. Ἕνα σωματίδιο κινούμενο μέ μεγάλη ταχύτητα πλησιάζει σέ ἕναν πυρήνα μαγγανίου (Z = 25). Πόση δύναμη ἐνεργεῖ πάνω στό σωματίδιο α, ὅταν αὐτό φτάσει σέ ἀπόσταση $r = 10^{-12}$ cm ἀπό τόν πυρήνα μαγγανίου καί πόση εἶναι τότε ἡ δυναμική ἐνέργεια τοῦ σωματιδίου α; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Cb.

89. Ἕνα ἰσότοπο τοῦ θορίου ἐκπέμπει σωματίδια α μέ ἐνέργεια E = 7,33 MeV · Ἕνα τέτοιο σωματίδιο σέ πόση ἀπόσταση r μπορεῖ νά πλησιάσει σέ ἕναν πυρήνα χρυσοῦ (Z = 79) : $m_\alpha = 6{,}69 \cdot 10^{-27}$ kgr. 1 MeV $= 1{,}6 \cdot 10^{-13}$ Joule. $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Cb

90. Σέ ἕνα γραμμικό ἐπιταχυντή τό ἰόν, πού ἔχει μάζα m καί φορτίο q, ξεκινάει ἀπό τήν ἠρεμία καί κινεῖται μεταξύ τοῦ ἠλεκτροδίου Α καί τοῦ πρώτου κυλίνδρου K_1 (σχ. 160), ὅταν στό διάκενο ὑπάρχει ἐπιταχύνουσα τάση U_0. α) Νά βρεθεῖ μέ πόση ταχύτητα υ_1 μπαίνει τό ἰόν μέσα στόν κύλινδρο K_1 καί ἔπειτα μέ πόση ταχύτητα υ_2 μπαίνει μέσα στόν κύλινδρο K_2. β) Ἄν ὁ ἐπιταχυντής ἀποτελεῖται ἀπό n κυλίνδους, καί τό ἰόν ἐπιταχυνθεῖ n φορές, νά βρεθεῖ ἐξίσωση πού νά δίνει στήν τελική ταχύτητα $υ_n$ τοῦ ἰόντος σέ συνάρτηση μέ τόν ἀριθμό n τῶν κυλίνδρων.

91. Στό γραμμικό ἐπιταχυντή τοῦ προηγούμενου προβλήματος 3 νά βρεθεῖ : α) Ποιές σχέσεις δίνουν τό μῆκος l_1 καί l_2 τῶν δύο πρώτων κυλίνδρων K_1 καί K_2· β) ἄν ὁ ἐπιταχυντής ἀποτελεῖται ἀπό n κυλίνδρους, ποιά σχέση δίνει τό μῆκος l_n τοῦ n τάξεως κυλίνδρου K_n;

92. Ἕνας γραμμικός ἐπιταχυντής ἀποτελεῖται ἀπό n = 16 κυλίνδρους. Ἡ ἐφαρμοζόμενη ἐναλλασσόμενη τάση ἔχει συχνότητα $\nu = 10$ MHz καί πλάτος $U_0 = 10$ kV. Τό ἰόν εἶναι πρωτόνιο μέ μάζα $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kgr καί φορτίο $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Cb. Νά βρεθεῖ ἡ τελική ταχύτητα τοῦ ἰόντος $υ_n$ καί τά μήκη l_1, l_2, l_3 τῶν τριῶν πρώτων κυλίνδρων.

93. Σέ ἕνα κύκλοτρο τό μαγνητικό πεδίο ἔχει μαγνητική ἐπαγωγή B = 1,2 T καί ἡ διάμετρος τοῦ θαλάμου ἐπιταχύνσεως εἶναι 2R = 1 m. α) Πόση ταχύτητα ἔχει ἕνα δευτερόνιο, ὅταν τελειώσει τό στάδιο τῆς ἐπιταχύνσεώς του; β) Πόση τάση θά ἔπρεπε νά διαθέτουμε γιά νά προσδώσουμε στό δευτερόνιο αὐτή τήν ταχύτητα; $m_D = 3{,}3 \cdot 10^{-27}$ kgr.

94. Ἕνα σωματίδιο ἔχει μάζα m, θετικό φορτίο q καί κινούμενο μέσα στό κύκλοτρο διαγράφει τελική τροχιά πού ἔχει ἀκτίνα R. Νά δειχτεῖ ὅτι τό σωματίδιο αὐτό μπορεῖ νά ἀποκτήσει τήν ἴδια κινητική ἐνέργεια, ἄν ἐπιταχυνθεῖ ἀπό τάση U πού δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση :

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{q}{m} \cdot B^2 \cdot R^2$$

ὅπου B εἶναι ἡ μαγνητική ἐπαγωγή τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου.
Ἐφαρμογή. Τό σωματίδιο εἶναι δευτερόνιο πού ἔχει
$q/m = 4{,}8 \cdot 10^7$ Cb/kgr. R = 0,48 m. B = 1,8 T.

95. Ἀπό 1 gr ραδίου ἐκπέμπονται κάθε δευτερόλεπτο $n = 15{,}7 \cdot 10^{10}$ σωματίδια α. 1) Μέ πόση ἔνταση ρεύματος I_1 ἀντιστοιχεῖ αὐτή ἡ ροή τῶν σωματιδίων α; 2) Ἕνα κανονικό κύκλοτρο δημιουργεῖ ροή θετικῶν ἰόντων πού ἀντιστοιχεῖ σέ ἔνταση ρεύματος $I_2 = 100 \cdot 10^{-6}$ A. Πόση μάζα ραδίου ἀπαιτεῖται, γιά νά παραχθεῖ ρεῦμα τῆς ἴδιας ἐντάσεως I_2;

96. Ἕνα κύκλοτρο ἔχει ἀκτίνα R = 0,5 m καί τό μαγνητικό πεδίο ἔχει μαγνητική ἐπαγωγή B = 0,75 T. α) Πόση ἐνέργεια ἀποκτᾶ ἕνα πρωτόνιο; β) Στά δύο ἠλεκτρόδια ἐφαρμόζεται ἐναλλασσόμενη τάση πού ἔχει πλάτος $U_0 = 20$ kV. Πόση ἐνέργεια ἀποκτᾶ τό πρωτόνιο κάθε φορά πού περνάει μέσα ἀπό τό μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτροδίων διάκενο; Πόσες φορές τό πρωτόνιο θά περάσει μέσα ἀπό τό διάκενο ὥσπου νά ἀποκτήσει τήν τελική ἐνέργειά του; γ) Πόση πρέπει νά εἶναι ἡ συχνότητα τῆς ἐφαρμοζόμενης τάσεως; δ) Σέ πόσο χρόνο τό πρωτόνιο ἀποκτᾶ τήν τελική ἐνέργειά του;
$m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kgr.

97. Σέ ἕνα κύκλοτρο εἰσάγονται θετικά ἰόντα πού τό καθένα ἔχει μάζα m καί φορτίο q. Ἡ ἐπιταχύνουσα τάση εἶναι U καί ἡ μαγνητική ἐπαγωγή τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου εἶναι B. Νά βρεθεῖ ἐξίσωση πού νά δίνει τήν ἀκτίνα r τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς τοῦ ἰόντος σέ συνάρτηση μέ τά μεγέθη m, q, U, B καί τοῦ ἀριθμοῦ n τῶν διαβάσεων τοῦ ἰόντος ἀπό τό μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτροδίων διάκενο.

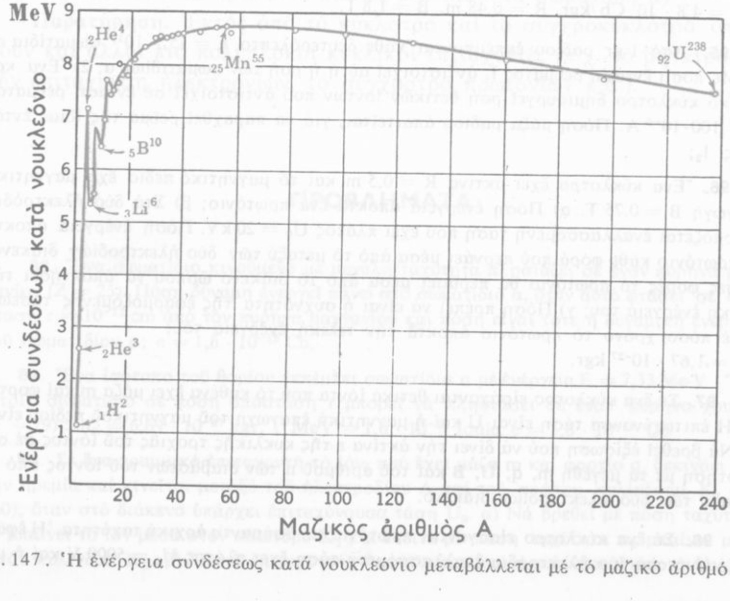
98. Σέ ἕνα κύκλοτρο εἰσάγονται πρωτόνια μέ ἀσήμαντη ἀρχική ταχύτητα. Ἡ ἐφαρμοζόμενη στά δύο ἠλεκτρόδια ἐναλλασσόμενη τάση ἔχει πλάτος $U_0 = 5000$ V καί ἡ μαγνητική ἐπαγωγή τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου εἶναι $B = 0{,}5$ T. α) Νά ὑπολογιστεῖ ἡ ἀκτίνα r τῆς τροχιᾶς τοῦ πρωτονίου σέ συνάρτηση μέ τόν ἀριθμό n τῶν διαβάσεων τοῦ πρωτονίου ἀπό τό διάκενο πού ὑπάρχει μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτροδίων. β) Νά ὑπολογιστοῦν οἱ ἀκτίνες πού ἀντιστοιχοῦν στίς τέσσερις πρῶτες διαβάσεις τοῦ πρωτονίου ἀπό τό διάκενο καί οἱ ἀντίστοιχες ταχύτητες. $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kgr.

99. Σέ ἕνα κύκλοτρο εἰσάγονται πρωτόνια μέ ἀσήμαντη ἀρχική ταχύτητα. Ἡ ἐπιταχύνουσα τάση εἶναι $U = 5000$ V καί ἡ μαγνητική ἐπαγωγή τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου εἶναι $B = 0{,}5$ T. α) Πόσο χρόνο διαρκεῖ ἡ κίνηση τοῦ πρωτονίου μέσα σέ κάθε ἠλεκτρόδιο; β) Ἡ ἀκτίνα τῆς τελικῆς τροχιᾶς εἶναι $R = 40$ cm. Πόση εἶναι τελικά ἡ ταχύτητα καί ἡ ἐνέργεια τοῦ πρωτονίου; γ) Πόσο χρόνο διαρκεῖ ἡ κίνηση τοῦ πρωτονίου μέσα στή συσκευή; δ) Πόση εἶναι ἡ συχνότητα τῆς τάσεως πού ἐφαρμόζεται στά ἠλεκτρόδια; $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kgr.

Σύντηξη ἐλαφρῶν πυρήνων

75. Σύντηξη

Ἡ καμπύλη τοῦ σχήματος 147 δείχνει *τήν ἐνέργεια συνδέσεως κατά νουκλεόνιο*. Ὅσο μεγαλύτερη εἶναι αὐτή ἡ ἐνέργεια, τόσο σταθερότερος εἶναι ὁ πυρήνας.



Σχ. 147. Ἡ ἐνέργεια συνδέσεως κατά νουκλεόνιο μεταβάλλεται μέ τό μαζικό ἀριθμό A.

Ἀπό τούς ἐλαφρούς πυρῆνες ὁ πυρήνας ἡλίου $_2He^4$ εἶναι ἐξαιρετικά σταθερός καί χαρακτηρίζεται ἀπό μεγάλη ἐνέργεια συνδέσεως κατά νουκλεόνιο ἴση μέ 7 MeV κατά νουκλεόνιο.

Σύντηξη ὀνομάζεται ἡ πυρηνική ἀντίδραση κατά τήν ὁποία ἐλαφροί πυρῆνες συνδέονται μεταξύ τους, ὁπότε σχηματίζεται ἕνας βαρύτερος καί σταθερότερος πυρήνας καί ταυτόχρονα ἐλευθερώνεται ἐνέργεια.

Παραδείγματα συντήξεως εἶναι οἱ ἀκόλουθες πυρηνικές ἀντιδράσεις:

$$4\ _1H^1 \rightarrow {_2He^4} + 2e^+ + 2\nu + 27\ MeV$$

$$_1H^2 + {_1H^3} \rightarrow {_2He^4} + {_0n^1} + 17{,}6\ MeV$$

Συνθῆκες γιά τήν πραγματοποίηση συντήξεως. Μεταξύ τῶν δύο πυρήνων πού πρόκειται νά συνδεθοῦν ἐξασκεῖται *ἠλεκτροστατική ἄπωση*. Ἑπομένως οἱ δύο πυρῆνες πρέπει νά ἔχουν τόση κινητική ἐνέργεια, ὥστε νά πλησιάσουν πολύ ὁ ἕνας μέ τόν ἄλλο καί νά μπορέσουν τότε νά δράσουν οἱ πυρηνικές δυνάμεις πού θά συνδέσουν τούς δύο πυρῆνες.

Ἡ κινητική ἐνέργεια πού ἔχουν οἱ δύο πρός σύντηξη πυρῆνες ὀφείλεται σέ *πολύ ψηλές θερμοκρασίες* πού φτάνουν σέ ἀρκετά ἑκατομμύρια βαθμούς. Γι' αὐτό οἱ πυρηνικές *ἀντιδράσεις* συντήξεως ὀνομάζονται καί *θερμοπυρηνικές* ἀντιδράσεις.

76*. Προέλευση τῆς ἀστρικῆς ἐνέργειας

Ὑπολογίζεται ὅτι ὁ Ἥλιος ἐκπέμπει ἰσχύ $P = 4 \cdot 10^{26}$ W. Ἐπίσης βρέθηκε ὅτι στόν Ἥλιο καθώς καί στούς περισσότερους ἀπλανεῖς ἀστέρες ὁ πιό συνηθισμένος πυρήνας εἶναι ὁ πυρήνας ὑδρογόνου, δηλαδή *τό πρωτόνιο*.

Ἡ θεωρητική ἔρευνα, γιά νά ἑρμηνεύσει *τήν προέλευση* τῆς ἀστρικῆς ἐνέργειας, δέχεται ὅτι ἡ ἀστρική ἐνέργεια ἐλευθερώνεται, ὅταν συμβαίνει σύντηξη τεσσάρων πρωτονίων, H^1, καί σχηματίζεται ἕνας πυρήνας ἡλίου, He^4. Αὐτή ἡ ἀντίδραση γίνεται στόν κεντρικό πυρήνα τῶν ἀστέρων, ὅπου ἐπικρατεῖ θερμοκρασία περίπου 20 ἑκατομμυρίων βαθμῶν. Ἐξαιτίας αὐτῆς τῆς τεράστιας θέρμοκρασίας τά πρωτόνια ἔχουν μεγάλη κινητική ἐνέργεια καί τότε μποροῦν νά συμβοῦν θερμοπυρηνικές ἀντιδράσεις.

Ἀκόμη δέν ξέρουμε πῶς ἀκριβῶς συμβαίνουν αὐτές οἱ ἀντιδράσεις, ἀλλά τό τελικό ἀποτέλεσμά τους εἶναι *ἡ σύντηξη* τεσσάρων πρωτονίων καί ὁ σχηματισμός *ἑνός πυρήνα ἡλίου* He^4. Ὥστε:

Ἡ ἀστρική ἐνέργεια ἐλευθερώνεται, ὅταν σχηματίζεται ἕνας πυρήνας ἡλίου He^4 ἀπό τή σύντηξη τεσσάρων πρωτονίων H^1.

$$4\,{}_1H^1 \rightarrow {}_2He^4 + 2e^+ + 2\nu + 27\ \text{MeV}$$

Τά δύο ποζιτρόνια προκύπτουν ἀπό τή μετατροπή δύο πρωτονίων σέ νετρόνια.

Ἡ ἀστρική ἐνέργεια προέρχεται ἀπό τή συνεχή μετατροπή ἀστρικῆς ὕλης σέ ἰσοδύναμη ἐνέργεια σύμφωνα μέ τήν ἐξίσωση $E = mc^2$. Ἔτσι βρίσκουμε ὅτι ἡ ἰσχύς P πού ἐκπέμπει ὁ Ἥλιος προέρχεται ἀπό τή μετατροπή ἡλιακῆς μάζας $m = 4{,}4 \cdot 10^9$ kgr/sec σέ ἰσοδύναμη ἐνέργεια, δηλαδή στόν Ἥλιο κάθε δευτερόλεπτο 4,4 ἑκατομμύρια τόνοι ἡλιακῆς μάζας μετατρέπονται σέ ἐνέργεια. Ὑπολογίζεται ὅτι ὁ Ἥλιος ἔχει τήν ἱκανότητα νά ἐκπέμπει ἐνέργεια μέ τό σημερινό ρυθμό ἐπί 30 δισεκατομμύρια ἔτη.

77*. Ἐφαρμογές τῆς θερμοπυρηνικῆς ἀντιδράσεως

α. Τό πλάσμα. Γιά νά ἐκμεταλλευτοῦμε τήν ἐνέργεια πού ἐλευθερώνεται κατά τή θερμοπυρηνική ἀντίδραση, πρέπει νά πετύχουμε *τήν ἔναρξη* τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως καί *τή διατήρησή της*. Οἱ ἐνέργειες, πού πρέπει νά ἀποκτήσουν οἱ δύο ἐλαφροί πυρῆνες γιά νά ἀρχίσει ἡ θερμοπυρηνική ἀντίδραση, ὑπολογίζεται ὅτι ἀπαιτοῦν θερμοκρασία πάνω ἀπό 10 ἑκατομμύρια βαθμούς. Ἀλλά σ' αὐτή τή θερμοκρασία συμβαίνει *πλήρης ἰονισμός τῶν ἀτόμων* καί τό ἀέριο μεταβάλλεται σέ ἕνα μίγμα ἀπό *ἐλεύθερους πυρῆνες* καί *ἐλεύθερα ἠλεκτρόνια*. Αὐτό τό μίγμα ἠλεκτρικῶς εἶναι οὐδέτερο καί ὀνομάζεται *πλάσμα* (plasma).

Τό πλάσμα θεωρεῖται ὡς μιά τέταρτη κατάσταση τῆς ὕλης. Ὑπολογίζεται ὅτι τά 99 % τῆς ὕλης πού ὑπάρχει στούς ἀστέρες καί στούς γαλαξίες εἶναι στήν κατάσταση πλάσματος. Οἱ πυρῆνες πού ὑπάρχουν στό πλάσμα κινοῦνται μέ πολύ μεγάλες ταχύτητες καί ἑπομένως ἔχουν τόση κινητική ἐνέργεια, πού μπορεῖ νά προκαλέσει θερμοπυρηνική ἀντίδραση. Ὥστε:

Γιά τήν ἔναρξη καί τή διατήρηση τῆς θερμοπυρηνικῆς ἀντιδράσεως ἀπαιτεῖται θερμοκρασία πολλῶν ἑκατομμυρίων βαθμῶν, στήν ὁποία τό ὑλικό, πού πρόκειται νά ὑποβληθεῖ σέ σύντηξη, ἔχει μεταβληθεῖ σέ πλάσμα.

β. Μή ἐλεγχόμενη θερμοπυρηνική ἀντίδραση. Κατά τήν ἔκρηξη τῆς βόμβας οὐρανίου δημιουργεῖται θερμοκρασία περίπου 50 ἑκατομμυρίων βαθμῶν καί ἡ πίεση φτάνει σέ 10^{11} ἀτμόσφαιρες. Σ' αὐτές τίς συνθῆκες εἶναι δυνατή ἡ ἔναρξη τῆς θερμοπυρηνικῆς ἀντίδράσεως. Στή *θερμοπυρηνική βόμβα* ἤ καί *βόμβα ὑδρογόνου*, ἐκτός ἀπό τό ὑλικό πού πρόκειται νά ὑποβληθεῖ σέ σύντηξη, ὑπάρχει καί μιά μικρή βόμβα οὐρανίου πού δημιουργεῖ τίς ἀπαραίτητες συνθῆκες γιά τήν ἔναρξη τῆς θερμοπυρηνικῆς ἀντιδράσεως. Αὐτή ἐξελίσσεται πολύ γρήγορα (μέσα σέ χρονικό διάστημα τῆς τάξεως τοῦ 10^{-6} sec), ὥστε ἡ ἐνέργεια ἐλευθερώνεται σχεδόν ἀκαριαῖα. Ἡ ἔκρηξη τῆς βόμβας εἶναι μιά *μή ἐλεγχόμενη θερμοπυρηνική ἀντίδραση.*

Ἡ θερμοπυρηνική βόμβα ἔχει πολύ μεγάλη ἰσχύ, εἶναι ἕνα τρομερό ὅπλο, μπορεῖ ὅμως νά χρησιμοποιηθεῖ καί γιά εἰρηνικούς σκοπούς (π.χ. γιά ἐκβραχισμούς, γιά τή διάνοιξη νέων κόλπων στίς ἀκτές κ.ἄ.).

Ἡ πιό γρήγορα ἐξελισσόμενη θερμοπυρηνική ἀντίδραση εἶναι ἡ ἑξῆς:

$$_1H^2 + {}_1H^3 \rightarrow {}_2He^4 + {}_0n^1 + 17{,}6\ \text{MeV}$$

γ. Ἐλεγχόμενη θερμοπυρηνική ἀντίδραση. Ἡ πραγματοποίηση στό ἐργαστήριο μιᾶς *ἐλεγχόμενης θερμοπυρηνικῆς ἀντιδράσεως* εἶναι πολύ δύσκολη καί κυρίως γιά τούς ἑξῆς λόγους:

1. Γιά τήν ἔναρξη καί τή διατήρηση τῆς ἀντιδράσεως ἀπαιτοῦνται *πολύ ψηλές θερμοκρασίες* πού φτάνουν σέ πολλά ἑκατομμύρια βαθμούς.

2. Τό πλάσμα πρέπει νά δημιουργηθεῖ μέσα *στό κενό*, νά ἔχει *μεγάλη πυκνότητα* καί νά μή ἔρχεται *σέ ἐπαφή* μέ τά τοιχώματα τοῦ δοχείου πού μέσα σ' αὐτό ὑπάρχει τό πλάσμα.

Ἡ θεωρητική καί ἡ πειραματική ἔρευνα προσπαθεῖ νά πετύχει τήν ἐλεγχόμενη θερμοπυρηνική ἀντίδραση, ἡ ὁποία ἐλπίζουμε ὅτι θά λύσει ὁριστικά τό *ἐνεργειακό πρόβλημα* τῆς ἀνθρωπότητας.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

100. Ἀπό τη σύντηξη τεσσάρων πρωτονίων, $_1H^1$, σχηματίζεται ἕνας πυρήνας ἡλίου, $_2He^4$. α) Νά γραφεῖ ἡ πυρηνική ἀντίδραση. β) Πόση ἐνέργεια σέ MeV ἐλευθερώνεται ὅταν σχηματίζεται ἕνας πυρήνας ἡλίου; γ) Πόση ἐνέργεια σέ Joule ἐλευθερώνεται ὅταν σχηματίζεται 1 gr ἡλίου;
Ἀτομικές μάζες σέ amu:
$H^1 = 1{,}007\,825$. $He^4 = 4{,}002\,604$. $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ ἄτομα/gr-atom. 1 amu = 931 MeV.
1 MeV = $1{,}6 \cdot 10^{-13}$ Joule.

101. Ἀπό τή σύντηξη δύο δευτερονίων, $_1H^2$, σχηματίζεται ἕνας πυρήνας ἡλίου, $_2He^4$. α) Νά γραφεῖ ἡ πυρηνική ἀντίδραση. β) Πόση ἐνέργεια ἐλευθερώνεται σέ MeV ὅταν σχηματίζεται ἕνας πυρήνας ἡλίου; γ) Πόση ἐνέργεια σέ Joule ἐλευθερώνεται ὅταν σχηματίζεται 1 gr ἡλίου;

'Ατομικές μάζες σέ amu :
$H^2 = 2{,}0141$. $He^4 = 4{,}0026$. $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ ἄτομα/gr - atom.

102. Ὅταν ἀπό τή σύντηξη τεσσάρων πυρήνων ὑδρογόνου σχηματίζεται ἕνας πυρήνας ἡλίου, τότε τά 7/1000 τῆς μάζας τοῦ ὑδρογόνου μετατρέπονται σέ ἰσοδύναμη ἐνέργεια. Πόση ἐνέργεια σέ κιλοβατώρια μποροῦμε νά ἔχουμε ἀπό 1 kgr ὑδρογόνου πού τό ὑποβάλλουμε σέ σύντηξη;

103. Νά βρεθεῖ ἡ ἐνέργεια συνδέσεως τοῦ πυρήνα ἡλίου, $_2He^4$, καί νά ὑπολογιστεῖ σέ κιλοβατώρια ἡ ἐνέργεια πού ἐλευθερώνεται, ὅταν σχηματίζεται ἀπό τά συστατικά του 1 kgr ἡλίου.
'Ατομικές μάζες σέ amn :
$m_p = 1{,}007\,825$. $m_n = 1{,}008\,665$. $He^4 = 4{,}002\,604$. $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ ἄτομα/gr - atom.

104. Κατά τή δοκιμή μιᾶς θερμοπυρηνικῆς ἀντιδράσεως (βόμβα ὑδρογόνου) βρέθηκε ὅτι μάζα $m = 100$ gr μετατρέπεται σέ ἰσοδύναμη ἐνέργεια. α) Πόση εἶναι σέ kcal ἡ ἐνέργεια πού ἐλευθερώνεται; β) Ἀπό πόση μάζα M τρινιτροτολουόλης μπορεῖ νά προκύψει αὐτή ἡ ἐνέργεια, ἄν εἶναι γνωστό ὅτι κατά τήν ἔκρηξη ἑνός τόνου τρινιτροτολουόλης ἐκλύεται ἐνέργεια ἴση μέ 10^6 kcal; $J = 4{,}2 \cdot 10^3$ Joule/kcal.

105. Σέ μάζα ὑδογόνου ἴση μέ 1 gr περιέχονται $N_H = 6 \cdot 10^{23}$ ἄτομα ὑδρογόνου, ἐνῶ σέ μάζα 1 gr οὐρανίου 235, U^{235}, περιέχονται $N_U = 1{,}8 \cdot 10^{19}$ ἄτομα οὐρανίου. Κατά τή σύντηξη 4 ἀτομικῶν πυρήνων ὑδρογόνου γιά τό σχηματισμό ἑνός πυρήνα ἡλίου He^4, ἐλευθερώνεται ἐνέργεια ἴση μέ 28 MeV. Ἐνῶ κατά τή διάσπαση ἑνός πυρήνα οὐρανίου 235 ἐλευθερώνεται ἐνέργεια ἴση μέ 200 MeV. Νά βρεθεῖ ὁ λόγος τῶν ἐνεργειῶν E_H καί E_U πού ἐλευθερώνονται ἀπό ἴση μάζα ὑδρογόνου καί οὐρανίου κατά τίς ἀντίστοιχες πυρηνικές ἀντιδράσεις.

106. Ὁ Ἥλιος ἐκπέμπει ἰσχύ $P = 3{,}8 \cdot 10^{26}$ W πού προέρχεται ἀπό τή σύντηξη πρωτονίων γιά τό σχηματισμό πυρήνων ἡλίου He^4. α) Πόση ἡλιακή μάζα μετατρέπεται σέ ἐνέργεια κατά δευτερόλεπτο; β) Ἡ μάζα τοῦ Ἡλίου εἶναι ἴση μέ $M = 1{,}99 \cdot 10^{30}$ kgr. Ἔπειτα ἀπό πόσο χρόνο ἀπό σήμερα ἡ μάζα τοῦ Ἡλίου θά ἔχει ἐλαττωθεῖ κατά τό ἕνα χιλιοστό της;

107. Εἶναι δυνατή ἡ ἀκόλουθη πυρηνική ἀντίδραση (σύντηξη):

$$6\,{}_1H^2 \rightarrow 2\,{}_2He^4 + 2\,{}_1H^1 + 2\,{}_0n^1 + 43 \text{ MeV}$$

Στό νερό βρίσκεται τό δευτέριο (H^2) σέ ἀναλογία 0,0156 %. Γιά τήν ἐκμετάλλευση τῆς παραπάνω πυρηνικῆς ἀντιδράσεως χρησιμοποιεῖται τό νερό μιᾶς λίμνης. Ἡ μάζα τοῦ νεροῦ εἶναι ἴση μέ $m = 26 \cdot 10^{16}$ kgr. Πόση ἐνέργεια σέ kWh θά λάβουμε;
$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ μόρια/gr - mol.

108. Νά βρεθεῖ σέ Joule καί kcal ἡ ἐνέργεια πού ἐλευθερώνεται ἀπό ἕνα γραμμοάτομο λιθίου 7, Li^7, κατά τήν ἀκόλουθη πυρηνική ἀντίδραση (σύντηξη):

$$_1H^1 + {}_3Li^7 \rightarrow {}_2He^4 + {}_2He^4$$

'Ατομικές μάζες σέ amu :
$H^1 = 1{,}007\,825$. $Li^7 = 7{,}016\,004$. $He^4 = 4{,}002\,604$ $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ ἄτομα/gr - atom
$J = 4{,}2 \cdot 10^3$ Joule/kcal. 1 amu $= 1{,}49 \cdot 10^{-10}$ Joule.

Στοιχειώδη σωματίδια

78. Στοιχειώδη σωματίδια καί ἀντισωματίδια

Ὅπως ξέρουμε μέσα στό ἄτομο ὑπάρχουν τρία στοιχειώδη σωματίδια:

τό ἠλεκτρόνιο e^-, *τό πρωτόνιο* p καί *τό νετρόνιο* n.

Σέ ὁρισμένες πυρηνικές ἀντιδράσεις ἐμφανίζονται ἄλλα τρία στοιχειώδη σωματίδια:

τό ποζιτρόνιο e^+, *τό νετρίνο* ν καί *τό ἀντινετρίνο* $\bar{\nu}$.

Τό ποζιτρόνιο εἶναι ἕνα ἠλεκτρόνιο, ἀλλά μέ *θετικό φορτίο*, δηλαδή εἶναι ἕνα *ἀντιηλεκτρόνιο*. Λέμε ὅτι τό ποζιτρόνιο εἶναι ἕνα *ἀντισωματίδιο*. Ἐπίσης τό ἀντινετρίνο $\bar{\nu}$ εἶναι *ἀντισωματίδιο*.

Ἡ πειραματική ἔρευνα ἀπέδειξε ὅτι σέ κάθε σωματίδιο ἀντιστοιχεῖ ἕνα ἀντισωματίδιο. Ἔτσι βρέθηκε ὅτι τό πρωτόνιο p ἔχει ἀντισωματίδιο *τό ἀντιπρωτόνιο* $\bar{p}$, πού εἶναι ἕνα πρωτόνιο, ἀλλά μέ *ἀρνητικό φορτίο*.

Ἀντισωματίδια ἔχουν ὄχι μόνο τά σωματίδια πού ἔχουν ἠλεκτρικό φορτίο, ἀλλά καί τά οὐδέτερα σωματίδια. Ἔτσι τό νετρόνιο n ἔχει ἀντισωματίδιο *τό ἀντινετρόνιο* $\bar{n}$ πού διαφέρει ἀπό τό νετρόνιο ὡς πρός *τή μαγνητική ροπή*.

Ὥστε πειραματικά βρέθηκε ὅτι:

I. Ὅλα τά σωματίδια ἔχουν ἀντισωματίδια.

II. Τά ἀντισωματίδια τῶν φορτισμένων σωματιδίων διαφέρουν ἀπό τά ἀντίστοιχα σωματίδια ὡς πρός τό σημεῖο τοῦ φορτίου, ἐνῶ τά ἀντισωματίδια τῶν οὐδέτερων σωματιδίων διαφέρουν ἀπό τά ἀντίστοιχα σωματίδια ὡς πρός τή μαγνητική ροπή.

79. Μεσόνια

Ὀνομάζονται *μεσόνια* (mesons, ἀπό τήν ἑλληνική λέξη μέσος) ἀσταθή σωματίδια πού ἡ μάζα τους εἶναι μεγαλύτερη ἀπό τή μάζα τοῦ ἠλεκτρονίου, ἀλλά μικρότερη ἀπό τή μάζα τῶν νουκλεονίων.

α. Μιόνια ἤ μ μεσόνια. *Τά μιόνια* ἤ μ *μεσόνια* (σύμβολο μ) εἶναι σωματίδια πού ἔχουν φορτίο ἴσο μέ ἕνα στοιχειῶδες ἠλεκτρικό φορτίο, θετικό ἤ ἀρνητικό (μ^+, μ^- μιόνιο). Τό μ^+ καί τό μ^- μιόνιο εἶναι σωματίδια ἀνάλογα μέ ποζιτρόνιο (e^+) καί τό ἠλεκτρόνιο (e^-) μέ τή διαφορά ὅτι ἔχουν μάζα 207 φορές μεγαλύτερη ἀπό τή μάζα (m_e) τοῦ ἠλεκτρονίου.
Τά μιόνια εἶναι ἀσταθή σωματίδια. Τό μ^+ καί τό μ^- μιόνιο διασπῶνται

ἀντίστοιχα σέ ποζιτρόνιο (e^+) καί ἠλεκτρόνιο (e^-). Κατά τή διάσπαση τοῦ μ^+ καί τοῦ μ^- μιονίου σχηματίζονται καί δύο νέα σωματίδια πού ἀντίστοιχα ὀνομάζονται μ *ἀντινετρίνο* $\bar{\nu}_\mu$ καί μ *νετρίνο* ν_μ.

Ὥστε ὑπάρχουν δύο τύποι νετρίνων καί ἀντινετρίνων, ἐκεῖνα πού συνδέονται μέ *τή γένεση* τοῦ ποζιτρονίου ἤ τοῦ ἠλεκτρονίου (ν_e καί $\bar{\nu}_e$) καί ἐκεῖνα πού συνδέονται μέ *τή διάσπαση* τῶν μιονίων (ν_μ καί $\bar{\nu}_\mu$). Ἔτσι ἔχουμε ὅτι:

— τό νετρίνο ν_e συνοδεύει τή γένεση τοῦ ποζιτρονίου·

— τό ἀντινετρίνο $\bar{\nu}_e$ συνοδεύει τή γένεση τοῦ ἠλεκτρονίου·

— τό μ ἀντινετρίνο $\bar{\nu}_\mu$ συνοδεύει τή διάσπαση τοῦ μ^+ μιονίου·

— τό μ νετρίνο ν_μ συνοδεύει τή διάσπαση τοῦ μ^- μιονίου.

Ἡ παραγωγή τῶν νετρίνων καί ἀντινετρίνων φαίνεται στόν παρακάτω πίνακα.

Νετρίνα καί ἀντινετρίνα

p	$\rightarrow$	n	$+\ e^+$	$+\ \nu_e$
n	$\rightarrow$	p	$+\ e^-$	$+\ \bar{\nu}_e$
μ^+	$\rightarrow$	e^+	$+\ \nu_e$	$+\ \bar{\nu}_\mu$
μ^-	$\rightarrow$	e^-	$+\ \bar{\nu}_e$	$+\ \nu_\mu$

Σχ. 148. Φωτογραφία πού πάρθηκε μέ θάλαμο Glaser. Διακρίνονται ἡ διάσπαση ἑνός π^+ πιονίου σέ μ^+ μιόνιο καί ἡ διάσπαση τοῦ μ^+ μιονίου σέ ποζιτρόνιο e^+. Ἡ καμπύλωση τῶν τροχιῶν ὀφείλεται στό μαγνητικό πεδίο.

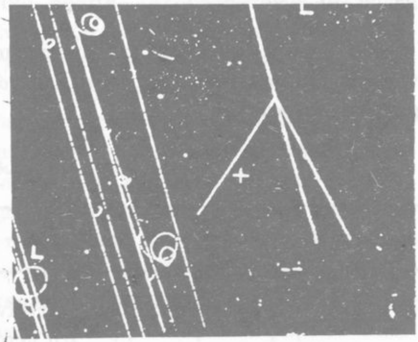
β. Πιόνια ἤ π μεσόνια. *Τά πιόνια* ἤ π *μεσόνια* (σύμβολο π) εἶναι σωματίδια πού ἔχουν φορτίο ἴσο μέ ἕνα στοιχειῶδες ἠλεκτρικό φορτίο, θετικό ἤ ἀρνητικό (π^+, π^- πιόνιο) ἤ εἶναι οὐδέτερα (π^0 πιόνιο). Τά φορτισμένα πιόνια (π^+, π^-) ἔχουν μάζα ἴση μέ 273 m_e, ἐνῶ τό οὐδέτερο πιόνιο (π^0) ἔχει μάζα ἴση μέ 264 m_e.

Εἶναι ἀσταθή σωματίδια. Τά φορτισμένα π^+ καί π^- πιόνια διασπῶνται ἀντίστοιχα σέ μ^+ καί μ^- μιόνια. Ἀντίθετα τό οὐδέτερο π^0 πιόνιο διασπᾶται σέ δύο φωτόνια γ.

Στό σχῆμα 148 φαίνεται ἡ διάσπαση ἑνός πιονίου.

γ. Καόνια ἤ Κ μεσόνια. *Τά καόνια* ἤ *Κ μεσόνια* (σύμβολο Κ) εἶναι σωματίδια πού ἔχουν φορτίο ἴσο μέ ἕνα στοιχειῶδες ἠλεκτρικό φορτίο, θετικό ἤ ἀρνητικό (K^+, K^- καόνιο) ἤ εἶναι οὐδέτερα (K^0 καόνιο). Τά φορτισμένα καόνια (K^+ καί K^-) ἔχουν μάζα ἴση μέ 966 m_e, ἐνῶ τό οὐδέτερο καόνιο (K^0) ἔχει μάζα ἴση μέ 974 m_e. Εἶναι ἀσταθή σωματίδια καί διασπῶνται κατά διάφορους τρόπους δίνοντας πιόνια, μιόνια, ποζιτρόνια καί ἠλεκτρόνια (σχ. 149).

δ. Τό η^0 μεσόνιο. Στά μεσόνια ὑπάγεται καί τό η^0 *μεσόνιο* (σύμβολο η) πού εἶναι σωματίδιο οὐδέτερο, ἔχει μάζα 1074 m_e καί διασπᾶται σέ δύο φωτόνια γ.

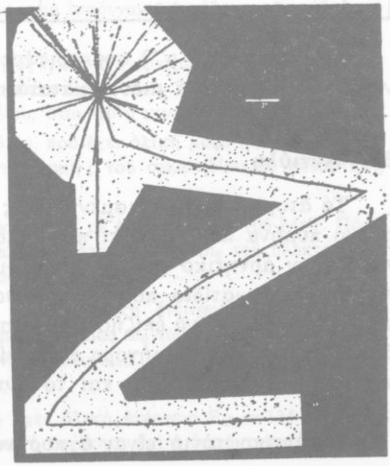


Σχ. 149 Φωτογραφία πού πάρθηκε μέ θάλαμο Glaser.
Διακρίνεται ἡ διάσπαση ἑνός Κ μεσονίου σέ τρία π μεσόνια.
Τό Κ μεσόνιο σχηματίστηκε στό σύγχροτρο πρωτονίων.

80. Ὑπερόνια

Τά ὑπερόνια εἶναι σωματίδια πού ἡ μάζα τους εἶναι μεγαλύτερη ἀπό τή μάζα τοῦ πρωτονίου καί ἔχουν φορτίο ἴσο μέ ἕνα στοιχειῶδες ἠλεκτρικό φορτίο ἤ εἶναι οὐδέτερα. Εἶναι ἀσταθή σωματίδια καί ἀπό τή διάσπασή τους προκύπτουν γενικά ἕνα νουκλεόνιο (πρωτόνιο ἤ νετρόνιο) καί ἕνα πιόνιο (π). Τά ὑπερόνια ἀποτελοῦν τίς ἑξῆς τέσσερις ὁμάδες:

Λ ὑπερόνια (σύμβολο Λ) Ξ ὑπερόνια (σύμβολο Ξ)
Σ ὑπερόνια (σύμβολο Σ) Ω ὑπερόνια (σύμβολο Ω)



Σχ. 150
Ἕνα κοσμικό σωματίδιο (πρωτόνιο) συγκρούεται μέ ἕναν πυρήνα τοῦ γαλακτώματος καί σχηματίζεται πλῆθος ἀπό θραύσματα τοῦ πυρήνα. (ὁ ἀστέρας πάνω ἀριστερά). Ἕνα πιόνιο (π) ἀφοῦ διατρέξει μεγάλη τροχιά διασπᾶται σέ μιόνιο (μ) καί νετρίνο (πάνω δεξιά γωνία). Τό μιόνιο ἔπειτα ἀπό μακριά διαδρομή διασπᾶται (κάτω ἀριστερά γωνία) σέ ἠλεκτρόνιο πού κινεῖται πρός τά δεξιά.

81. Κατάταξη τῶν σωματιδίων

Τά γνωστά σωματίδια καί ἀντισωματίδια κατατάσσονται σέ τρεῖς κατηγορίες *τά λεπτόνια, τά μεσόνια* καί *τά βαρυόνια* ὅπως φαίνεται στόν παρακάτω πίνακα.

Κατάταξη τῶν στοιχειωδῶν σωματιδίων

Κατηγορία		Σωματίδια
Λεπτόνια		νετρίνο ν_e ἀντινετρίνο $\overline{\nu}_e$ μ νετρίνο ν_μ, μ ἀντινετρίνο $\overline{\nu}_\mu$ ἠλεκτρόνιο e^-, ποζιτρόνιο e^+ μιόνια (μ^+, μ^-)
Μεσόνια		πιόνια (π^+, π^-, π^0) καόνια (K^+, K^-, K^0) η μεσόνιο (η^0)
Βαρυόνια	**Νουκλεόνια**	πρωτόνιο p, ἀντιπρωτόνιο $\overline{p}$ νετρόνιο n, ἀντινετρόνιο $\overline{n}$
	Ὑπερόνια	ὑπερόνια Λ, ὑπερόνια Σ ὑπερόνια Ξ, ὑπερόνια Ω

Τό μιόνιο (μ^+, μ^-) συμπεριφέρεται σάν ἕνα ἀσταθές «βαρύ ἠλεκτρόνιο» καί γι' αὐτό τά μιόνια κατατάσσονται στά λεπτόνια.

82. Ἀντιύλη

Τά ἄτομα τῆς συνηθισμένης *ὕλης* ἀποτελοῦνται ἀπό ἕνα θετικά φορτισμένο πυρήνα πού περιέχει πρωτόνια καί νετρόνια, καί ἀπό ἠλεκτρόνια πού ἔχουν ἀρνητικό φορτίο καί περιφέρονται γύρω ἀπό τόν πυρήνα. Τό πρῶτο ἀντισωματίδιο πού ἀνακαλύψαμε εἶναι τό ποζιτρόνιο, πού, ὅπως εἴδαμε, δέν μπορεῖ νά ἐπιζήσει μέσα στό δικό μας κόσμο πού εἶναι γεμάτος ἀπό ἠλεκτρόνια καί γρήγορα ἐξαφανίζεται. Τό ἴδιο συμβαίνει μέ τό ἀντιπρωτόνιο. Τό ποζιτρόνιο καί τό ἀντιπρωτόνιο εἶναι δύο σωματίδια *τῆς ἀντιύλης*.

Τό ἀντιπρωτόνιο εἶναι ὁ πυρήνας τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου, ἀλλά μέ ἕνα ἀρνητικό στοιχειῶδες ἠλεκτρικό φορτίο. Ἂς ὑποθέσουμε ὅτι γύρω ἀπό *τό ἀντιπρωτόνιο* περιφέρεται ἕνα *ποζιτρόνιο*, ὅπως στό ἄτομο ὑδρογόνου τό ἠλεκτρόνιο περιφέρεται γύρω ἀπό τό πρωτόνιο. Αὐτό τό ἄτομο πού φανταστήκαμε εἶναι ἕνα ἄτομο *ἀντιυδρογόνου* στό ὁποῖο ἰσχύουν ὅλοι οἱ γνωστοί μας νόμοι. Ἀλλά στό δικό μας κόσμο αὐτό τό ἄτομο δέν μπορεῖ νά ἐπιζήσει καί ἀμέσως θά ἐξαφανιστεῖ. Εἶναι ὅμως πιθανό μερικές ἀπομακρυσμένες περιοχές τοῦ Σύμπαντος νά ἀποτελοῦνται ἀπό ἀντιύλη. Ἂς ὑποθέσουμε ὅτι σήμερα δεχόμαστε τίς ἀκτινοβολίες πού ἐκπέμπουν αὐτά τά ἀπομακρυσμένα ἄτομα ἀντιυδρογόνου. Ποτέ δέν θά μπορέσουμε νά ἀνακαλύψουμε ὅτι αὐτές οἱ ἀκτινοβολίες προέρχονται ἀπό ἄτομα ἀντιυδρογόνου, γιατί καί σ' αὐτά τά ἄτομα τά πηδήματα τῶν ποζιτρονίων προκαλοῦν ἐκπομπή φωτονίων ($h\nu$) σύμφωνα μέ τή γνωστή συνθήκη τοῦ Bohr.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

109. Ἕνα σωματίδιο ἔχει μάζα M κινεῖται μέ ταχύτητα V καί συγκρούεται κεντρικά μέ ἄλλο σωματίδιο πού ἔχει μάζα m καί βρίσκεται σέ ἠρεμία. Νά δειχτεῖ ὅτι, ἄν τό δεύτερο σωματίδιο μετά τήν κρούση ἔχει ταχύτητα υ κατά τή διεύθυνση καί τή φορά τῆς ταχύτητας V, τότε ἰσχύει ἡ ἐξίσωση:

$$\upsilon = \frac{2M}{M+m} V$$

110. Ἕνα σωματίδιο πού ἔχει μάζα ἠρεμίας m_0 καί κινεῖται μέ ταχύτητα υ, ἔχει μάζα $m = m_0/\sqrt{1-\beta^2}$, ὅπου $\beta = \upsilon/c$. Μέ πόση ἐνέργεια ἰσοδυναμεῖ ἡ αὔξηση τῆς μάζας τοῦ σωματιδίου;

111. Σύμφωνα μέ τή θεωρία τῆς σχετικότητας ἡ ὁλική ἐνέργεια $E_{ολ}$ ἑνός σωματιδίου πού ἔχει ὁλική μάζα m, δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση $E_{ολ} = mc^2$. Νά βρεθεῖ ἐξίσωση πού νά δίνει τήν κινητική ἐνέργεια τοῦ σωματιδίου, ὅταν αὐτό κινεῖται μέ ταχύτητα υ.

112. Ἡ ὁλική ἐνέργεια $E_{ολ}$ ἑνός σωματιδίου, πού ἔχει ὁλική μάζα m, εἶναι $E_{ολ} = mc^2$. Νά βρεθεῖ ἐξίσωση πού νά δίνει τήν ὁρμή p τοῦ σωματιδίου σέ συνάρτηση μέ τήν ὁλική ἐνέργειά του $E_{ολ}$.

113. Ἡ μάζα ἠρεμίας m_μ ἑνός μιονίου ἰσοδυναμεῖ μέ ἐνέργεια E = 106 MeV. Πόση εἶναι ἡ μάζα m_μ καί πόσες φορές εἶναι μεγαλύτερη ἀπό τή μάζα m_e τοῦ ἠλεκτρονίου; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kgr. 1 MeV $= 1{,}6 \cdot 10^{-13}$ Joule.

114. Ἕνα θετικά φορτισμένο σωματίδιο ἔχει κινητική ἐνέργεια $E_{κιν} = 62$ MeV καί ὁρμή p = 335 MeV/c. α) Πόση εἶναι ἡ μάζα ἠρεμίας m_0 τοῦ σωματιδίου, ἄν εἶναι γνωστό ὅτι ἡ μάζα ἠρεμίας m_e τοῦ ἠλεκτρονίου ἰσοδυναμεῖ μέ ἐνέργεια $E_e = 0{,}5$ MeV; Πόση εἶναι ἡ ταχύτητα υ τοῦ σωματιδίου;

115. Ἕνα θετικά φορτισμένο σωματίδιο ἔχει ὁλική ἐνέργεια $E_{ολ} = 135$ MeV καί κινητική ἐνέργεια $E_{κιν} = 10$ MeV. Πόση εἶναι ἡ ταχύτητα καί ἡ ὁρμή τοῦ σωματιδίου;

116. Ἕνα σωματίδιο ἔχει μάζα ἠρεμίας m_0 καί ὁρμή p. Νά βρεθεῖ ἐξίσωση πού νά δίνει τήν ταχύτητα υ τοῦ σωματιδίου σέ συνάρτηση μέ τά μεγέθη m_0 καί p.

117. Ὅταν ἕνα πρωτόνιο συλλαμβάνει ἕνα ἀρνητικό πιόνιο π^-, τότε σχηματίζεται ἕνα νετρόνιο n καί ἕνα φωτόνιο hν. Πόση εἶναι ἡ ἐνέργεια τοῦ νετρονίου;

$m_n = 939$ MeV. $m_p = 938$ MeV. $m_\pi = 273\, m_e$. $m_e = 0{,}51$ MeV.

118. Στό ἄτομο ὑδρογόνου ἡ ἀκτίνα τῶν κβαντικῶν τροχιῶν τοῦ ἠλεκτρονίου καί ἡ ἐνέργειά του πάνω στίς κβαντικές τροχιές δίνονται ἀπό τίς ἐξισώσεις:

$$r_e = 4\pi\varepsilon_0 \cdot \frac{n^2 h}{4\pi^2 m_e e^2} \quad (1) \qquad E_e = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2r_e} \quad (2)$$

Τό μ^- μιόνιο εἶναι ἀνάλογο μέ τό ἠλεκτρόνιο μέ τή διαφορά ὅτι ἡ μάζα του εἶναι $m_\mu = 207\, m_e$ ὅπου m_e εἶναι ἡ μάζα τοῦ ἠλεκτρονίου. α) Ἄν στό ἄτομο ὑδρογόνου τό ἠλεκτρόνιο ἀντικατασταθεῖ μέ ἕνα μ^- μιόνιο, νά βρεθεῖ ἡ ἀκτίνα $r_{1\mu}$ τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς γι' αὐτό τό ἄτομο ὑδρογόνου. β) Νά συγκριθοῦν οἱ ἐνέργειες τοῦ μ^- μιονίου πάνω στίς κβαντικές τροχιές μέ τίς ἀντίστοιχες τοῦ κανονικοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου. γ) Πόση εἶναι ἡ συχνότητα καί τό μῆκος κύματος τοῦ φωτονίου πού ἐκπέμπεται ὅταν τό μ^- μιόνιο πέφτει ἀπό τήν κβαντική τροχιά n = 2 στήν τροχιά n = 1; Σέ ποιά κατηγορία ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας ἀνήκει αὐτό τό φωτόνιο; Δίνονται γιά τό ὑδρογόνο:

$r_1 = 0{,}529 \cdot 10^{-10}$ m. $E_1 = -13{,}53$ eV. $E_2 = -3{,}38$ eV. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule·sec.

119. Τό οὐδέτερο πιόνιο π^0 ἔχει μάζα ἠρεμίας $m_\pi = 264\, m_e$ καί διασπᾶται σέ δύο φωτόνια γ. α) Πόση ἐνέργεια σέ MeV μεταφέρει τό καθένα ἀπό αὐτά τά φωτόνια καί πόσο εἶναι τό μῆκος κύματος τῆς ἀκτινοβολίας; β) Νά συγκριθεῖ ἡ ἐνέργεια τοῦ παραπάνω φωτονίου μέ τήν ἐνέργεια ἑνός φωτονίου τῆς ἄκρας ὁρατῆς ἰώδους ἀκτινοβολίας πού ἔχει μῆκος κύματος $\lambda = 0{,}4 \cdot 10^{-6}$ m.

Μάζα ἠρεμίας ἠλεκτρονίου $m_e = 0{,}5$ MeV.

1 MeV $= 1{,}6 \cdot 10^{-13}$ Joule $\quad h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Joule·sec.

120. Τό φωτόνιο γ πού προκύπτει ἀπό τή διάσπαση τοῦ οὐδέτερου πιονίου π^0 πέφτει πάνω σέ μιά πλάκα μαλύβδου πού βρίσκεται μέσα στό θάλαμο Wilson. Τότε σχηματίζεται ἕνα ζεῦγος ἀπό ἑτερώνυμα ἠλεκτρόνια (ποζιτρόνιο + ἠλεκτρόνιο) πού οἱ τροχιές τους γίνονται ὁρατές. Ἄν ἡ ἐνέργεια τοῦ φωτονίου γ εἶναι ἴση μέ 2,65 MeV, πόση ταχύτητα ἔχει τό καθένα ἀπό τά δύο σωματίδια;

Μάζα ἠρεμίας ἠλεκτρονίου $m_0 = 0{,}51$ MeV.

121. Νά βρεθεῖ πόση ἐνέργεια σέ MeV καί Joule προκύπτει ἀπό τήν ἐξαΰλωση ἑνός πρωτονίου καί ἑνός ἀντιπρωτονίου.

1 amu = 931 MeV. Μάζα πρωτονίου ἤ ἀντιπρωτονίου $m_p = 1{,}007\,825$

122. Πόση ἐνέργεια σέ MeV καί Joule προκύπτει ἀπό τήν ἐξαΰλωση ἑνός ἀτόμου ἡλίου He^4 καί ἑνός ἀτόμου ἀντιηλίου;

Ἀτομική μάζα ἡλίου $m_{He} = 4{,}002\,604$ amu. $\quad$ 1 amu = 931 MeV.

123. Γιά τήν κινητική ἐνέργεια ἑνός σωματιδίου ὥς ποιά τιμή τῆς ταχύτητάς του μποροῦμε νά χρησιμοποιήσουμε τήν ἐξίσωση τῆς Κλασσικῆς Μηχανικῆς, ἄν θέλουμε τό λάθος μας νά φτάνει στά 10% τῆς κινητικῆς ἐνέργειας πού καθορίζει ἡ Σχετικιστική Μηχανική;

Ἡ εἰκόνα τοῦ ἐξώφυλλου

Φωτογραφία πού πάρθηκε μέ θάλαμο Wilson.

Στό σύγχροτρο δημιουργήθηκαν ἀκτίνες Röntgen πολύ ψηλῆς ἐνέργειας.

Ἀπό τήν ὑλοποίηση τῆς ἐνέργειας πολλῶν φωτονίων Röntgen γεννήθηκαν πολλά ζεύγη ἑτερώνυμων ἠλεκτρονίων (ποζιτρόνιο - ἠλεκτρόνιο). Διακρίνονται στή φωτογραφία πολλά ζεύγη ἑτερώνυμων ἠλεκτρονίων.

Ἕνα ἠλεκτρόνιο μέ ἐνέργεια 30 MeV ἑνός τέτοιου ζεύγους μέ τήν ἐπίδραση τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου ἐκτελεῖ πάνω ἀπό τριάντα στροφές.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

Φυσικές σταθερές

Ταχύτητα φωτός στό κενό	c	$3 \cdot 10^8$ m/sec
Ἐπιτάχυνση βαρύτητας (45°, 0 m)	g	9,80665 m/sec^2
Σταθερή Faraday	F	96490 Cb/γραμμοϊσοδύναμο
Σταθερή Planck	h	$6{,}6256 \cdot 10^{-34}$ Joule·sec
Σταθερή Stefan - Boltzan	σ	$5{,}669 \cdot 10^{-8}$ W·m^{-2}·grad^{-4}
Σταθερή μετατοπίσεως	b	$0{,}2897 \cdot 10^{-2}$ m·grad
Σταθερή Rydberg	R_H	$10974 \cdot 10^3 \cdot$ m^{-1}
Στοιχειῶδες ἠλεκτρικό φορτίο	e	$1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Cb
Διηλεκτρική σταθερή κενοῦ	ε_0	$8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Cb^2/(N· m^2)
Μαγνητική διαπερατότητα κενοῦ	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2
Ἠλεκτρονιοβόλτ	1 eV	$1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Joule
Μονάδα ἀτομικῆς μάζας	1 amu	$1{,}6604 \cdot 10^{-27}$ kgr
Ἀκτίνα θεμελιώδους τροχιᾶς	r_1	$0{,}529 \cdot 10^{-10}$ m

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

Μάζες ἠρεμίας στοιχειωδῶν σωματιδίων

	Ἠλεκτρόνιο m_e	
0,000 548 amu	$9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kgr	0,511 MeV
	Πρωτόνιο m_p	
1,007 825 amu	$1{,}6725 \cdot 10^{-27}$ kgr	938,26 MeV
	Νετρόνιο m_n	
1,008 665 amu	$1{,}6748 \cdot 10^{-27}$ kgr	939,55 MeV

ΠΙΝΑΚΑΣ 3

Ἐξισώσεις Κβαντομηχανῆς

Ἐνέργεια φωτονίου	$E_{φωτ} = h\nu$
Μάζα φωτονίου	$m_{φωτ} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$
Ὁρμή φωτονίου	$p_{φωτ} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$
Μῆκος κύματος λ ὑλικοῦ κύματος σωματιδίου	$\lambda = \frac{h}{mυ}$
Ἐνέργεια σωματιδίου	$E = h\nu$
Ὁρμή σωματιδίου	$p = \frac{h}{\lambda}$
Ἀρχή ἀβεβαιότητας	$\Delta x \cdot \Delta p \geqq h$

ΠΙΝΑΚΑΣ 4

Μετατροπές μονάδων ἐνέργειας

Μονάδα	gr	amu	erg	MeV	Joule	cal
1 gr	$\boxed{1}$	$6{,}02 \cdot 10^{23}$	$9 \cdot 10^{20}$	$5{,}62 \cdot 10^{26}$	$\cdot 10^{13}$	$2{,}15 \cdot 10^{13}$
1 amu	$1{,}66 \cdot 10^{-24}$	$\boxed{1}$	$1{,}49 \cdot 10^{-3}$	931	$1{,}49 \cdot 10^{-10}$	$3{,}56 \cdot 10^{-11}$
1 erg	$1{,}11 \cdot 10^{-21}$	671	$\boxed{1}$	$6{,}24 \cdot 10^{5}$	10^{-7}	$2{,}59 \cdot 10^{-8}$
1 MeV	$1{,}78 \cdot 10^{-27}$	$1{,}07 \cdot 10^{-3}$	$1{,}60 \cdot 10^{-6}$	$\boxed{1}$	$1{,}60 \cdot 10^{-13}$	$3{,}83 \cdot 10^{-14}$
1 Joule	$1{,}11 \cdot 10^{-14}$	$6{,}71 \cdot 10^{9}$	10^{7}	$6{,}24 \cdot 10^{12}$	$\boxed{1}$	0,239
1 cal	$5{,}65 \cdot 10^{-14}$	$2{,}81 \cdot 10^{10}$	$4{,}1 \cdot 10^{7}$	$2{,}61 \cdot 10^{13}$	4,18	$\boxed{1}$
1 kWh	$4 \cdot 10^{-3}$	$2{,}41 \cdot 10^{16}$	$3{,}60 \cdot 10^{13}$	$,25 \cdot 10^{19}$	$3{,}60 \cdot 10^{6}$	$0{,}86 \cdot 10^{6}$

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

Ταλαντώσεις – Κυματική

ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

Φαινόμενο Doppler – Μουσικές κλίμακες

ΟΠΤΙΚΗ

Πόλωση καί διπλή διάθλαση τοῦ φωτός

Νόμοι τῆς ἀκτινοβολίας

ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

Ἐπαγωγή

Ἐναλλασσόμενο ρεῦμα

Μερικά ἐνδιαφέροντα φαινόμενα

Ἀγωγιμότητα τῶν ἀερίων

Ἀμείωτες ἠλεκτρικές ταλαντώσεις

ΑΤΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

ΑΤΟΜΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Τά ἠλεκτρόνια γύρω ἀπό τόν πυρήνα

Φαινόμενο Compton – Φασματογράφος μαζῶν

ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Ἀνίχνευση τῶν σωματιδίων

Ἐπιταχυντές

Σύντηξη ἐλαφρῶν πυρήνων

Στοιχειώδη σωματίδια

ΕΚΔΟΣΗ ΚΒ΄, ΚΓ΄ 1982 (IV) - ΑΝΤΙΤΥΠΑ 60.000 - ΣΥΜΒΑΣΗ 3759/9-2-82

ΕΚΤΥΠΩΣΗ - ΒΙΒΛΙΟΔΕΣΙΑ: Ν. ΠΕΙΡΑΪΚΗ ΛΙΘΟΓΡΑΦΙΑ Ε.Π.Ε.
Ι. ΙΟΡΔΑΝΙΔΗΣ & ΣΙΑ Ο.Ε.

ΟΕ
ΔΒ