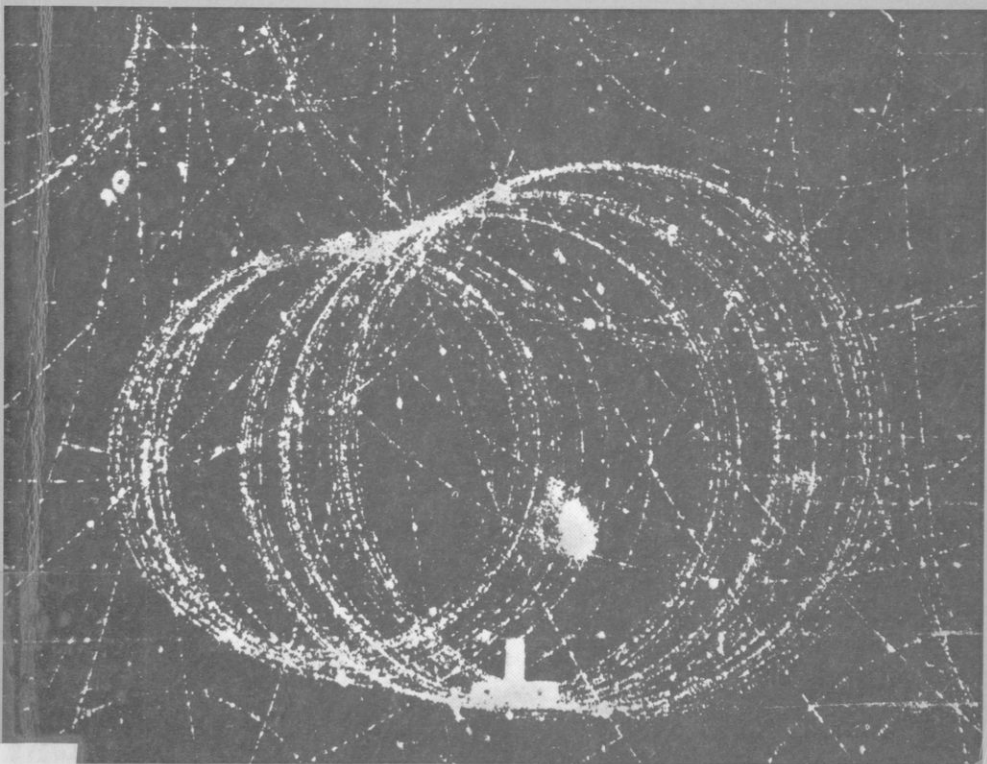


ΑΛΚΙΝΟΟΥ Ε. ΜΑΖΗ

ΦΥΣΙΚΗ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΥΛΗ ΕΠΙΛΟΓΗΣ
ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ



ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ ΑΘΗΝΑ 1981

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

19471

ΔΑΚΥΝΔΟΥ Ε. ΜΑΖΗ

ΣΤΑΥΡΟΠΟΥΛΟΣ

ΦΥΣΙΚΗ

ΦΥΣΙΚΗ

ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΗΣ ΕΠΙΜΟΡΦΗΣ

Με απόφαση τῆς Ἑλληνικῆς Κυβερνήσεως τὰ διδακτικά βιβλία τοῦ Δημοτικοῦ, Γυμνασίου καὶ Λυκείου τυπώνονται ἀπὸ τὸν Ὅργανισμό Ἐκδόσεως Διδακτικῶν Βιβλίων καὶ μοιράζονται ΔΩΡΕΑΝ.

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

ΑΘΗΝΑ 1981

ΣΟΛΩΜΟΝ

Η ΚΙΣ Φ

Με απόφαση της Ελληνικής Κυβερνήσεως τα
διδασκικά βιβλία του Δημοτικού Γυμνασίου
και Λυκείου τυπώνονται από τον Όργανισμό
Εκδόσεως Διδασκικών Βιβλίων και μοιράζον-

ται ΔΩΡΕΑΝ.

ΑΛΚΙΝΟΟΥ Ε. ΜΑΖΗ

Ταλαντώσεις - Κρούση

Εκδόσεις Παπασωτηρίου

ΦΥΣΙΚΗ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΥΛΗ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Ομογενής κρούση: δύο σώματα M και M' κινούνται κατά μήκος της ίδιας ευθείας με ταχύτητες u και u' αντίστοιχα. Αν $u > u'$, τότε το σώμα M θα κρούσει το σώμα M' . Η κρούση ονομάζεται ομογενής, όταν τα δύο σώματα κινούνται κατά μήκος της ίδιας ευθείας. Η κρούση ονομάζεται ελαστική, όταν η ολική ορμή και η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένουν σταθερές. Η κρούση ονομάζεται ανελαστική, όταν η ολική ορμή παραμένει σταθερή, αλλά η ολική κινητική ενέργεια μειώνεται. Η κρούση ονομάζεται πλαστική, όταν τα δύο σώματα συγκολληθούν μετά την κρούση και κινούνται μαζί με την ίδια ταχύτητα.

$$M = 2 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$$

$$M' = 3 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \quad (2)$$

Θεωρούμε ότι το σώμα M κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα u και το σώμα M' κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα u' . Το κέντρο μάζας του συστήματος βρίσκεται στο σημείο K της ευθείας που περνάει από τα κέντρα μάζας των δύο σωμάτων. Η απόσταση του κέντρου μάζας από το κέντρο μάζας του σώματος M είναι $2x$ και από το κέντρο μάζας του σώματος M' είναι x .

$$M \cdot 2x = M' \cdot x \quad (3)$$

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

ΑΘΗΝΑ 1981

ΑΛΚΙΝΟΥ Ε. ΜΑΖΗ

ΦΥΣΙΚΗ

Τ. ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΥΓΓΡΑΜΜΗ

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΑΔΙΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

ΑΘΗΝΑ 1981

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

Ταλαντώσεις – Κύματα

1. Φυσικό έκκρεμές

Όνομάζουμε φυσικό έκκρεμές ένα στερεό σώμα που μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα O που δεν περνάει από το κέντρο βάρους K του σώματος (σχ. 1).

α. Η κίνηση του φυσικού έκκρεμου. Όταν το φυσικό έκκρεμές το απομακρύνουμε από τη θέση της ισορροπίας του και έπειτα το αφήσουμε ελεύθερο, τότε το έκκρεμές εκτελεί στροφική ταλάντωση γύρω από τον οριζόντιο άξονα O (σχ. 1). Η ροπή αδράνειας του σώματος ως προς τον άξονα O είναι Θ και η απόσταση του κέντρου βάρους K από τον άξονα περιστροφής είναι $OK = \delta$. Πάνω στο σώμα ενεργεί το βάρος του σώματος $B = m \cdot g$ και η αντίδραση του άξονα (F_{ax}). Το σώμα εκτελεί στροφική κίνηση και ισχύει η θεμελιώδης εξίσωση της στροφικής κινήσεως :

$$M = \Theta \cdot \alpha \quad (1)$$

όπου α είναι η στιγμιαία γωνιακή επιτάχυνση και M ή συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων, που ενεργούν στο σώμα, ως προς τον άξονα περιστροφής. Η ροπή της αντιδράσεως του άξονα (F_{ax}) είναι ίση με μηδέν. Έτσι πάνω στο σώμα ενεργεί μόνο η ροπή του βάρους (M) του σώματος, ή οποία είναι μιά ροπή επαναφοράς που σε κάθε στιγμή τείνει να επαναφέρει το σώμα στη θέση ισορροπίας και κατ' απόλυτη τιμή έχει μέτρο :

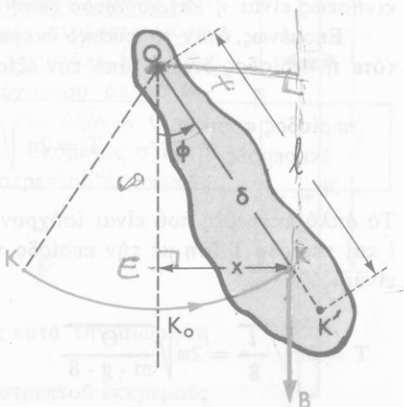
$$M = B \cdot x$$

$$\text{ή } M = m \cdot g \cdot \delta \cdot \eta \mu \varphi \quad (2)$$

Θεωρούμε ότι το φυσικό έκκρεμές εκτελεί αιωρήσεις μικρού πλάτους. Τότε κατά μεγάλη προσέγγιση το $\eta \mu \varphi$ είναι ίσο με φ (rad) και επομένως η εξίσωση (2) γράφεται :

$$M = m \cdot g \cdot \delta \cdot \varphi \quad (3)$$

Η εξίσωση (3) δείχνει ότι



Σχ. 1. Στροφική ταλάντωση του φυσικού έκκρεμου.

Ἡ ἀπόλυτη τιμὴ τῆς ροπῆς ἐπαναφορᾶς M εἶναι ἀνάλογη μέ τῇ γωνιακῇ ἀπομάκρυνση φ .

Ἐπομένως, όταν τό πλάτος αἰωρήσεως τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι μικρό, ἡ κίνηση τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς κατά μεγάλη προσέγγιση εἶναι ἀρμονική στροφική ταλάντωση.

Ἡ ἐξίσωση (3) γράφεται

$$M = D \cdot \varphi \quad \checkmark \quad (4)$$

ὅπου $D = m \cdot g \cdot \delta$. Τό μέγεθος D ὀνομάζεται κατενθύνουσα ροπή τῆς στροφικῆς ταλάντωσης.

β. Περίοδος τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς. Στήν εὐθύγραμμη ἀρμονική ταλάντωση ἡ δύναμη ἐπαναφορᾶς κατ' ἀπόλυτη τιμὴ δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση :

$$F = f \cdot x$$

ὅπου $f = F/x$ εἶναι μιὰ σταθερή τῆς κινήσεως (κατενθύνουσα δύναμη) καί x εἶναι ἡ γραμμική ἀπομάκρυνση.

Ἡ περίοδος T τῆς ἀρμονικῆς ταλάντωσης δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{f}}$$

ὅπου m εἶναι ἡ μάζα τοῦ σώματος.

Στή στροφική κίνηση τοῦ στερεοῦ σώματος ἀντί γιά τή μάζα m ἔχουμε τή ροπή αδράνειας Θ τοῦ σώματος ὡς πρός τόν ἄξονα περιστροφῆς.

Στή στροφική ἀρμονική ταλάντωση στερεοῦ σώματος ἡ σταθερή τῆς κινήσεως εἶναι ἡ κατενθύνουσα ροπή $D = M/\varphi$.

Ἐπομένως, όταν τό φυσικό ἐκκρεμές ἐκτελεῖ αἰωρήσεις μικροῦ πλάτους τότε ἡ περίοδος δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση :

περίοδος φυσικοῦ
ἐκκρεμοῦς

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{D}} \quad \text{ἢ} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{m \cdot g \cdot \delta}} \quad \checkmark \quad (5)$$

Τό ἀπλό ἐκκρεμές πού εἶναι ισόχρονο μέ τό φυσικό ἐκκρεμές ἔχει μήκος l καί περίοδο T ἴση μέ τήν περίοδο τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς καί ἐπομένως εἶναι :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{m \cdot g \cdot \delta}} \quad \text{ἄρα} \quad l = \frac{\Theta}{m \cdot \delta} \quad (6)$$

γ. Κέντρο αἰωρήσεως. Ἡ ἐξίσωση (6) φανεράνει ὅτι μποροῦμε νά θεωρήσουμε ὅτι ἡ μάζα m τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι συγκεντρωμένη σέ

ένα σημείο K' , πού η απόστασή του από τον άξονα περιστροφής O είναι

$$\text{Ίση μέ } OK' = l = \frac{\Theta}{m \cdot \delta}$$

Τό σημείο K' ονομάζεται *κέντρο αιώρησης* του φυσικού έκκρεμους.

Τό κέντρο αιώρησης K' έχει την έξης ιδιότητα : "Αν θεωρήσουμε ότι η μάζα m του φυσικού έκκρεμους είναι συγκεντρωμένη στο σημείο O και τό φυσικό έκκρεμές αιώρεται γύρω από οριζόντιο άξονα O' πού περνάει από τό κέντρο αιώρησης K' , τότε η περίοδος T του φυσικού έκκρεμους διατηρείται αμετάβλητη και τό σημείο O γίνεται τό νέο κέντρο αιώρησης του φυσικού έκκρεμους. "Ωστε :

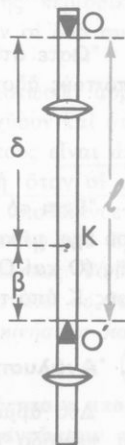
Στό φυσικό έκκρεμές τό σημείο (O) τής στηρίξεως του έκκρεμους πάνω στον άξονα περιστροφής και τό κέντρο αιώρησης (K') του έκκρεμους μπορούν νά ανταλλάζουν τό ρόλο τους χωρίς νά μεταβληθεί η περίοδος (T) του έκκρεμους.

δ. 'Αντιστρεπτό έκκρεμές. Έφαρμογή τής παραπάνω ιδιότητας του φυσικού έκκρεμους είναι τό *αντιστρεπτό έκκρεμές*. Αυτό είναι ένα φυσικό έκκρεμές πού μπορεί νά στρέφεται είτε γύρω από τον οριζόντιο άξονα O , είτε γύρω από έναν άλλο οριζόντιο άξονα O' (σχ. 2). Κατά μήκος τής ράβδου του έκκρεμους μπορούμε νά μετακινούμε ορισμένες μάζες και έτσι μεταβάλλουμε την απόσταση του κέντρου βάρους K από τον άξονα περιστροφής O . Μετακινώντας κατάλληλα αυτές τις μάζες πετυχαίνουμε, ώστε η περίοδος T του έκκρεμους νά είναι ή ίδια και όταν τό έκκρεμές στρέφεται γύρω από τον άξονα O και όταν στρέφεται γύρω από έναν άλλο άξονα O' . Τότε τό μήκος l του ισόχρονου άπλου έκκρεμους είναι Ίσο μέ την απόσταση των δύο άξόνων O και O' . 'Η απόσταση αυτή είναι σταθερή. Έπομένως σ' αυτή την περίπτωση η περίοδος του αντιστρεπτού έκκρεμους είναι :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

όπου $l = OO'$ και T η *κοινή περίοδος* κατά την αιώρηση γύρω από τους άξονες O και O' .

'Η παραπάνω ιδιότητα του αντιστρεπτού έκκρεμους εξηγείται ως έξης : "Αν Θ_K είναι η ροπή αδράνειας του έκκρεμους ως προς οριζόντιο άξονα πού περνάει από τό



Σχ. 2. 'Αντιστρεπτό έκκρεμές.

κέντρο βάρους K , τότε η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα O είναι :

$$\Theta = \Theta_K + m\delta^2$$

Επομένως το μήκος l του ισόχρονου απλού εκκρεμοῦς είναι :

$$l = \frac{\Theta}{m\delta} = \frac{\Theta_K + m\delta^2}{m\delta} \quad \text{καί} \quad l = \frac{\Theta_K}{m\delta} + \delta \quad (8)$$

Όταν το εκκρεμές αιώρεται γύρω από τον άξονα O' , τότε η απόσταση του κέντρου βάρους K από τον καινούριο άξονα O' είναι :

$$\beta = O'K = l - \delta$$

Τό μήκος l' του καινούριου ισόχρονου απλού εκκρεμοῦς είναι :

$$l' = \frac{\Theta'}{m\beta} = \frac{\Theta_K + m\beta^2}{m\beta} = \frac{\Theta_K}{m\beta} + \beta$$

$$\eta \quad l' = \frac{\Theta_K}{m(l-\delta)} + (l-\delta) \quad (9)$$

$$\text{Από την εξίσωση (8) έχουμε:} \quad l - \delta = \frac{\Theta_K}{m\delta} \quad (10)$$

Αν στην εξίσωση (9) βάλουμε την τιμή του $(l-\delta)$ από την εξίσωση (10), βρίσκουμε :

$$l' = \frac{\Theta_K}{m\delta} + \delta \quad \text{άρα} \quad l' = l$$

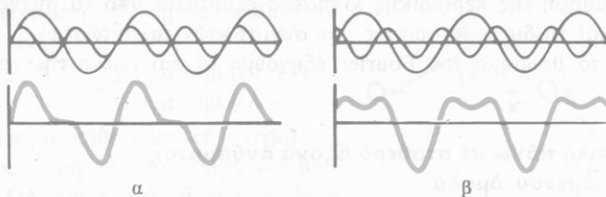
Ωστε στις δύο περιπτώσεις αιώρησης του φυσικού εκκρεμοῦς (γύρω από τούς άξονες O καί O') η περίοδος είναι ή ίδια :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g}}$$

Έτσι τό αντιστρεπτό εκκρεμές είναι ισόχρονο μέ ένα απλό εκκρεμές πού έχει μήκος l ίσο μέ τή σταθερή απόσταση των δύο άξόνων περιστροφής (O καί O'). Στο αντιστρεπτό εκκρεμές οί αποστάσεις του κέντρου βάρους K από τούς δύο άξονες O καί O' πρέπει νά είναι ανισες.

2. Ανάλυση περιοδικής κινήσεως κατά Fourier

Δύο άρμονικές ταλαντώσεις μέ την ίδια διεύθυνση έχουν αντίστοιχα περίοδο T_1 καί $T_2 = T_1/2$ (σχ. 3). Τότε οί συχνότητες αυτών των δύο ταλαντώσεων είναι αντίστοιχα ν_1 καί $\nu_2 = 2\nu_1$. Η ταλάντωση μέ τή μικρότερη συχνότητα ν_1 είναι ή θεμελιώδης ή πρώτη άρμονική καί ή τα-



Σχ. 3. Η συνισταμένη κίνηση των δύο αρμονικών ταλαντώσεων είναι περιοδική ή ημιτονοειδής κίνηση.
(Οι συχνότητες των συνιστωσών ταλαντώσεων έχουν λόγο 1:2).

λάντωση με τή διπλάσια συχνότητα ν_2 είναι ή δεύτερη αρμονική. Αυτές οι δύο ταλαντώσεις έχουν αντίστοιχα εξισώσεις:

$$y_1 = a_1 \cdot \eta\mu\omega_1 t \quad \text{καί} \quad y_2 = \beta \cdot \eta\mu\omega_2 t$$

✓ Η συνισταμένη κίνηση έχει σε κάθε στιγμή απομάκρυνση y ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των απομακρύνσεων y_1 και y_2 των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων, δηλαδή είναι

$$y = y_1 + y_2$$

Αν γραφικά βρούμε τή συνισταμένη κίνηση των δύο αρμονικών ταλαντώσεων, παρατηρούμε ότι ή συνισταμένη κίνηση είναι περιοδική κίνηση (ταλάντωση) που έχει περίοδο T_1 , άλλά δεν είναι ημιτονοειδής κίνηση, δηλαδή δεν είναι αρμονική ταλάντωση. Η μορφή τής περιοδικής κινήσεως εξαρτάται και από τή διαφορά φάσεως που έχουν οι δύο συνιστώσες ταλαντώσεις. (σχ. 3β).

Στό παραπάνω παράδειγμα οι συχνότητες των δύο συνιστωσών αρμονικών ταλαντώσεων έχουν λόγο $\nu_2/\nu_1 = 2$. Τά ίδια όμως ισχύουν και όταν έχουμε πολλές αρμονικές ταλαντώσεις που οι συχνότητές τους είναι άκεραια πολλαπλάσια μιās θεμελιώδους συχνότητας ν , δηλαδή όταν οι συχνότητές τους είναι $\nu, 2\nu, 3\nu, \dots$ κν. Σ' αυτή τήν περίπτωση αποδεικνύεται ότι ή συνισταμένη κίνηση είναι περιοδική κίνηση (ταλάντωση) που έχει συχνότητα ν ίση με τή συχνότητα τής θεμελιώδους ταλαντώσεως. Τό παραπάνω συμπέρασμα αν τό διατυπώσουμε αντίστροφα, αποτελεί τό θεώρημα του Fourier που ονομάζεται και ανάλυση περιοδικής κινήσεως κατά Fourier:

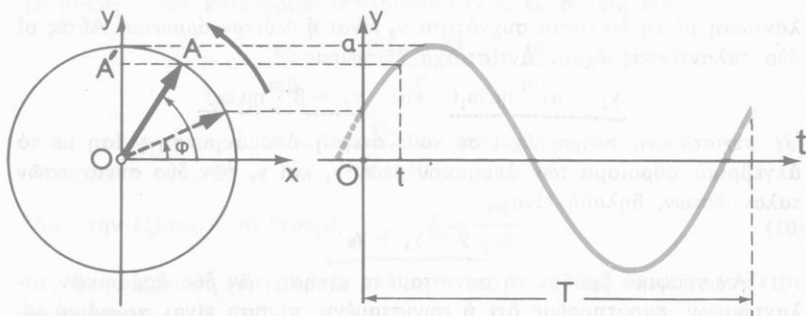
Μιά ήμιοτονοειδής περιοδική κίνηση, που έχει συχνότητα ν , μπορεί νά θεωρηθεί ως συνισταμένη πολλών αρμονικών ταλαντώσεων που οι συχνότητές τους είναι άκεραια πολλαπλάσια μιās θεμελιώδους συχνότητας ν .

Ἡ μορφή τῆς περιοδικῆς κινήσεως ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴ συχνότητα, τὸ πλάτος καὶ τὴ διαφορά φάσεως τῶν συνιστωσῶν ταλαντώσεων.

Μὲ τὸ θεώρημα τοῦ Fourier ἐξηγοῦμε τὸ φαινόμενο τῆς χροιάς τοῦ ἤχου.

3. Προβολὴ πάνω σὲ σταθερὸ ἄξονα ἀνύσματος στρεφόμενου ὁμαλά

Ἐνα ἄνυσμα $\vec{OA}$ πού ἔχει μέτρο a στρέφεται γύρω ἀπὸ τὴν ἀρχή του O μὲ σταθερὴ γωνιακὴ ταχύτητα ω πάνω στοῦ ἐπίπεδο xOy (σχ. 4). Στὴν ἀρχή



Σχ. 4. Ἡ προβολὴ A' τοῦ σημείου A πάνω στὸν ἄξονα Oy ἐκτελεῖ ἁρμονικὴ ταλάντωση.

τῶν χρόνων ($t = 0$) τὸ ἄνυσμα $\vec{OA}$ σχηματίζει μὲ τὸν ἄξονα τῶν χρόνων Ox μιά γωνία φ (ἀρχικὴ φάση). Κατὰ τὴ χρονικὴ στιγμή t ἡ φάση τῆς κινήσεως τοῦ ἀνύσματος $\vec{OA}$ εἶναι ἡ γωνία $\omega t + \varphi$ καὶ ἡ ἀλγεβρική τιμὴ τῆς προβολῆς OA' τοῦ ἀνύσματος $\vec{OA}$ πάνω στὸν ἄξονα Oy εἶναι:

$$y = a \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi)$$

Ὅταν λοιπὸν τὸ ἄνυσμα $\vec{OA}$ στρέφεται ὁμαλά, ἡ προβολὴ A' τῆς ἄκρης A τοῦ ἀνύσματος $\vec{OA}$ πάνω στὸν ἄξονα Oy ἐκτελεῖ ἁρμονικὴ ταλάντωση, δηλαδὴ ἡμιτονοειδὴ κίνηση πού ἔχει πλάτος a , ἴσο μὲ τὸ μέτρο τοῦ ἀνύσματος $\vec{OA}$, καὶ περίοδο $T = 2\pi/\omega$ ἴση μὲ τὴν περίοδο τῆς κινήσεως τοῦ ἀνύσματος $\vec{OA}$.

Ἡ ἀρχικὴ φάση φ μπορεῖ νά εἶναι θετικὴ ἢ ἀρνητικὴ (σχ. 5.) καὶ

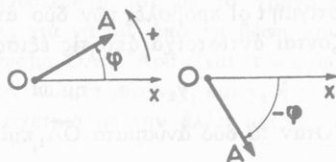
$$(*) \text{ Γιατί εἶναι } f = m \cdot \omega^2 = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} = \text{σταθ.}$$

τότε η εξίσωση της ημιτονοειδούς κινήσεως είναι :

$$\text{για } \varphi > 0 \quad y = a \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi)$$

$$\text{για } \varphi < 0 \quad y = a \cdot \eta\mu(\omega t - \varphi)$$

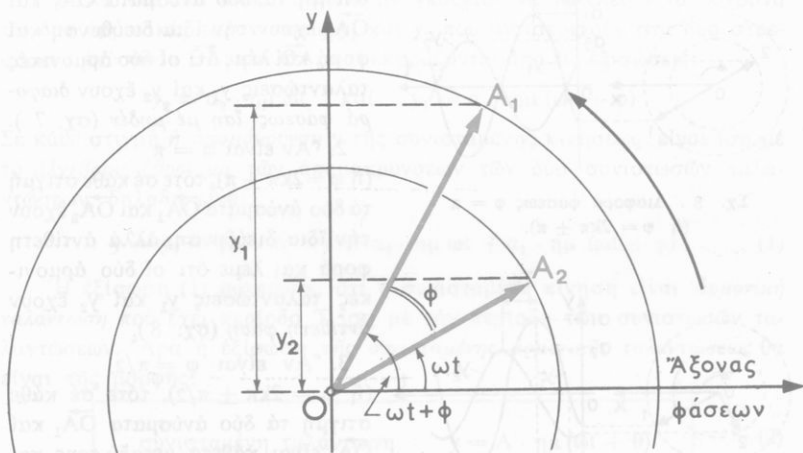
Όστε σε κάθε χρονική στιγμή t η αλγεβρική τιμή της προβολής του ανύσματος $\vec{OA}$ πάνω στον άξονα Oy δίνει την τιμή της απομακρύνσεως y .



Σχ. 5. 'Η αρχική φάση φ μπορεί να είναι θετική ή αρνητική.

4. Διαφορά φάσεως και σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων

Θεωρούμε δύο ανύσματα $\vec{OA}_1$ και $\vec{OA}_2$ που αντίστοιχα έχουν μέτρο a_1 και a_2 και στρέφονται πάνω στο ίδιο επίπεδο γύρω από την κοινή άρχη τους O με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω , επομένως έχουν και την ίδια περίοδο T (σχ. 6). Για απλότητα υποθέτουμε ότι το ανύσμα $\vec{OA}_2$ κατά την αρχή των χρόνων ($t = 0$) περνάει από τον άξονα των



Σχ. 6. 'Η γωνία φ είναι η διαφορά φάσεως.

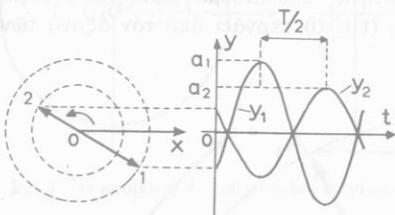
φάσεων Ox . Το ανύσμα $\vec{OA}_1$ προηγείται πάντοτε από το ανύσμα $\vec{OA}_2$ κατά μία σταθερή γωνία φ που ονομάζεται διαφορά φάσεως μεταξύ των κινήσεων των δύο ανυσμάτων. Κατά μία χρονική στιγμή t ή θέση των ανυσμάτων $\vec{OA}_2$ και $\vec{OA}_1$ σχετικά με τον άξονα των φάσεων Ox προσδιο-

ρίζεται αντίστοιχα από τις γωνίες ωt και $\omega t + \varphi$. Κατά την ίδια χρονική στιγμή t οι προβολές των δύο ανυσμάτων πάνω στον άξονα Oy καθορίζονται αντίστοιχα από τις εξισώσεις:

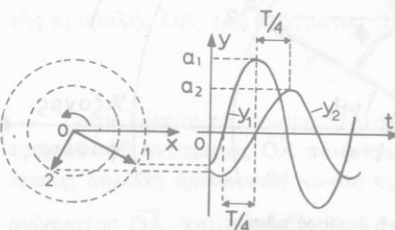
$$y_2 = a_2 \cdot \eta\mu \omega t \quad \text{και} \quad y_1 = a_1 \cdot \eta\mu (\omega t + \varphi)$$

Όταν τα δύο ανύσματα $\vec{OA}_1$ και $\vec{OA}_2$ στρέφονται ομαλά, τότε οι προβολές των άκρων τους A_1 και A_2 πάνω στον άξονα Oy εκτελούν αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi/\omega$. Σ' αυτή την περίπτωση λέμε ότι οι δύο αρμονικές ταλαντώσεις έχουν μεταξύ τους διαφορά φάσεως φ (rad), ή οποία είναι μέγεθος σταθερό γι' αυτές τις δύο ταλαντώσεις.

Σχ. 7 Διαφορά φάσεως $\varphi = 0$ (ή $\varphi = 2k\pi$).



Σχ. 8 Διαφορά φάσεως $\varphi = \pi$ (ή $\varphi = 2k\pi \pm \pi$).



Σχ. 9 Διαφορά φάσεως $\varphi = \pi/2$ (ή $\varphi = 2k\pi \pm \pi/2$).

Μερικές περιπτώσεις 1. Αν είναι $\varphi = 0$ (ή $\varphi = 2k\pi$), τότε σε κάθε στιγμή τα δύο ανύσματα $\vec{OA}_1$ και $\vec{OA}_2$ έχουν την ίδια διεύθυνση και φορά και λέμε ότι οι δύο αρμονικές ταλαντώσεις y_1 και y_2 έχουν διαφορά φάσεως ίση με μηδέν (σχ. 7).

2. Αν είναι $\varphi = \pi$ (ή $\varphi = 2k\pi \pm \pi$), τότε σε κάθε στιγμή τα δύο ανύσματα $\vec{OA}_1$ και $\vec{OA}_2$ έχουν την ίδια διεύθυνση, αλλά αντίθετη φορά και λέμε ότι οι δύο αρμονικές ταλαντώσεις y_1 και y_2 έχουν αντίθετη φάση (σχ. 8).

3. Αν είναι $\varphi = \pi/2$ (ή $\varphi = 2k\pi \pm \pi/2$), τότε σε κάθε στιγμή τα δύο ανύσματα $\vec{OA}_1$ και $\vec{OA}_2$ είναι κάθετα μεταξύ τους και λέμε ότι οι δύο αρμονικές ταλαντώσεις y_1 και y_2 έχουν διαφορά φάσεως ίση με $\pi/2$ (σχ. 9).

Διαφορά φάσεως και χρονική καθυστέρηση. Στην παράσταση των στρεφόμενων ανυσμάτων $\vec{OA}_1$ και $\vec{OA}_2$ (σχ. 7) παρατηρούμε ότι στη διαφο-

ρά φάσεως φ αντιστοιχεί μία *χρονική καθυστέρηση* ίση με τό χρόνο τ πού χρειάζεται τό στρεφόμενο άνυσμα $\vec{OA}_2$ γιά νά πάει από τή θέση πού βρίσκεται στή θέση πού είναι τώρα τό άνυσμα $\vec{OA}_1$. Άρα είναι $\tau = \varphi/\omega$. Στή γραφική παράσταση των δύο άρμονικών ταλαντώσεων y_1 καί y_2 ή *χρονική καθυστέρηση* τ τής μιάς ταλαντώσεως σχετικά μέ τήν άλλη μετρίεται πάνω στον άξονα των χρόνων Ot (σχ. 8, 9).

α. Σύνθεση δύο άρμονικών ταλαντώσεων μέ τήν ίδια διεύθυνση καί τήν ίδια περίοδο. Οί δύο άρμονικές ταλαντώσεις y_1 καί y_2 πού αντιστοιχούν στά δύο στρεφόμενα άνύσματα $\vec{OA}_1$ καί $\vec{OA}_2$ έχουν τήν ίδια διεύθυνση, τήν ίδια περίοδο T , διαφορά φάσεως φ καί τά πλάτη τους a_1 καί a_2 είναι αντίστοιχα ίσα μέ τό μέτρο των άνυσμάτων $\vec{OA}_1$ καί $\vec{OA}_2$ (σχ. 6).

Σέ πολλές περιπτώσεις ένα ύλικό σημείο μέ τήν επίδραση δύο ή περισσότερων αιτίων αναγκάζεται νά εκτελέσει *ταυτόχρονα* δύο ή περισσότερες άρμονικές ταλαντώσεις. Τότε τό ύλικό σημείο εκτελεί μία *συνισταμένη κίνηση* πού προκύπτει από τήν άρχή τής ανεξαρτησίας των κινήσεων, άν θεωρήσουμε μικρές μετατοπίσεις του ύλικού σημείου.

Έστω ότι ένα ύλικό σημείο αναγκάζεται νά εκτελέσει ταυτόχρονα τίς δύο άρμονικές ταλαντώσεις y_1 καί y_2 πού αντιστοιχούν στά δύο στρεφόμενα άνύσματα $\vec{OA}_1$ καί $\vec{OA}_2$ καί εκφράζονται από τίς εξισώσεις:

$$y_2 = a_2 \cdot \eta\mu \omega t \quad \text{καί} \quad y_1 = a_1 \cdot \eta\mu (\omega t + \varphi)$$

Σέ κάθε στιγμή ή *άπομάκρυνση* y τής συνισταμένης κινήσεως είναι ίση μέ τό *άλγεβρικό άθροισμα* των άπομακρύνσεων των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων, δηλαδή είναι:

$$y = y_2 + y_1 \quad \text{ή} \quad y = a_2 \cdot \eta\mu \omega t + a_1 \cdot \eta\mu (\omega t + \varphi) \quad (1)$$

Η εξίσωση (1) φανερώνει ότι ή συνισταμένη κίνηση είναι *άρμονική ταλάντωση* πού έχει περίοδο T ίση μέ τήν περίοδο των συνιστωσών ταλαντώσεων. Άρα ή εξίσωση *τής συνισταμένης άρμονικής ταλαντώσεως* θά είναι τής μορφής:

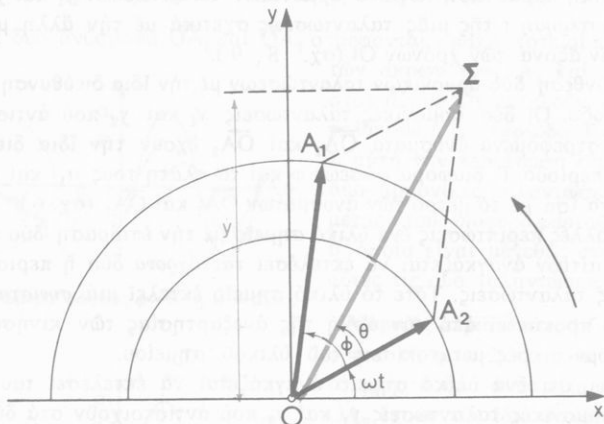
$$\text{συνισταμένη ταλάντωση} \quad y = A \cdot \eta\mu (\omega t + \theta) \quad (2)$$

όπου A είναι τό πλάτος τής συνισταμένης ταλαντώσεως καί θ είναι ή *διαφορά φάσεως* τής συνισταμένης ταλαντώσεως σχετικά μέ τή συνιστώσα ταλάντωση y_2 .

Σέ κάθε στιγμή τά δύο στρεφόμενα άνύσματα $\vec{OA}_1$ καί $\vec{OA}_2$ έχουν συνισταμένη τό *γεωμετρικό άθροισμα* $\vec{O\tilde{S}}$ των δύο άνυσμάτων (σχ10). Τό άνυσμα $\vec{O\tilde{S}}$ έχει σταθερό μέτρο A ίσο μέ τό πλάτος τής συνισταμένης ταλαντώσεως καί δίνεται από τή γνωστή εξίσωση τής συνισταμένης δύο άνυσμάτων:

πλάτος συνισταμένης
ταλαντώσεως

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cdot \sin \varphi} \quad (3)$$



Σχ.10 Τά άνύσματα $\vec{OA}_1$ και $\vec{OA}_2$ έχουν συνισταμένη τό άνυσμα $\vec{OS}$.

•Αν εξισώσουμε τά δεύτερα μέλη τών εξισώσεων (1) και (2) έχουμε:

$$A \cdot \eta\mu(\omega t + \theta) = a_2 \cdot \eta\mu \omega t + a_1 \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi) \quad (4)$$

Στήν εξίσωση (4) βάζουμε διαδοχικά $t = 0$ και $\omega t = \pi/2$.

•Έτσι παίρνουμε άντίστοιχα τίς εξισώσεις:

$$A \cdot \eta\mu \theta = a_1 \cdot \eta\mu \varphi \quad (5)$$

$$A \cdot \sigma\upsilon\upsilon \theta = a_2 + a_1 \cdot \sigma\upsilon\upsilon \varphi \quad (6)$$

•Αν διαιρέσουμε κατά μέλη τίς εξισώσεις (5) και (6) βρίσκουμε ότι ή διαφορά φάσεως θ τής συνισταμένης άρμονικής ταλαντώσεως δίνεται από τήν εξίσωση:

διαφορά φάσεως συνισταμένης ταλαντώσεως	$\epsilon\varphi \theta = \frac{a_1 \cdot \eta\mu \varphi}{a_2 + a_1 \cdot \sigma\upsilon\upsilon \varphi} \quad (7)$
--	---

Δύο ενδιαφέρουσες μερικές περιπτώσεις. •Από τήν εξίσωση (3) συνάγεται ότι:

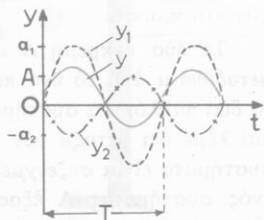
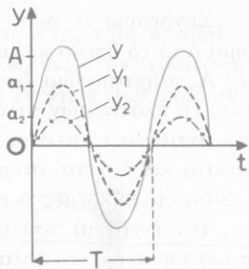
1. άν είναι $\varphi = 0$ (ή $\varphi = 2k\pi$), τότε είναι: $A = a_1 + a_2$
2. άν είναι $\varphi = \pi$ (ή $\varphi = 2k\pi \pm \pi$), τότε είναι: $A = a_1 - a_2$

Στό σχήμα 8α δείχνεται γραφικά ή σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων με διαφορετικό πλάτος. *Αν τὰ πλάτη τῶν συνιστωσῶν ταλαντώσεων εἶναι ἴσα ($a_1 = a_2 = a$), τότε γιὰ $\varphi = 0$ εἶναι $A = 2a$ καὶ γιὰ $\varphi = \pi$ εἶναι $A = 0$. Στὴν τελευταία περίπτωση ($\varphi = \pi$) τὸ ὑλικό σημεῖο μένει ἀκίνητο.

Γενικό συμπέρασμα. *Από τὰ παραπάνω καταλήγουμε στό ἀκόλουθο συμπέρασμα:

Ἡ συνισταμένη κίνηση δύο ἀρμονικῶν ταλαντώσεων, πού ἔχουν τήν ἴδια διεύθυνση καὶ τήν ἴδια περίοδο (T), εἶναι ἀρμονική ταλάντωση μέ περίοδο ἴση μέ τήν περίοδο πού ἔχουν οἱ συνιστώσες ταλαντώσεις.

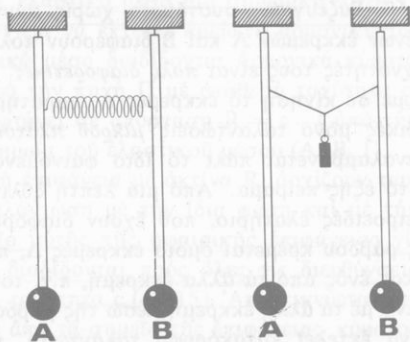
Σημείωση. Τά στρεφόμενα ἀνύσματα $\vec{OA}_1$ καὶ $\vec{OA}_2$ πού θεωρήσαμε παραπάνω μπορεῖ νά ἀντιστιχοῦν σέ ὁποιοδήποτε φυσικό μέγεθος πού μεταβάλλεται ἡμιτονοειδῶς σέ συνάρτηση μέ τὸ χρόνο t . Σέ ἄλλα κεφάλαια θά γνωρίσουμε τέτοια φυσικά μεγέθη.



Σχ. 11. Σύνθεση δύο ἀρμονικῶν ταλαντώσεων y_1 καὶ y_2 καὶ ἡ συνισταμένη ταλάντωση y ($\varphi = 0$, $\varphi = \pi$)

5. Σύζευξη ταλαντευόμενων συστημάτων

α. Συζευγμένα συστήματα σέ συντονισμό. Δύο ἐκκρεμή ἀποτελοῦνται ἀπὸ πολὺ λεπτές ράβδους, ἔχουν τὸ ἴδιο μῆκος καὶ ἐπομένως ἔχουν καὶ τήν ἴδια ιδιοσυχνότητα ν_0 (σχ. 12). *Αρχικά τὰ δύο ἐκκρεμή εἶναι ἀσύνδετα μεταξύ τους. *Αν βάλουμε σέ κίνηση τὸ ἓνα ἐκκρεμές, τότε τὸ ἄλλο ἐκκρεμές παραμένει ἀκίνητο.



Σχ. 12. Σύζευξη δύο ἐκκρεμῶν μέ τὸ ἴδιο μῆκος.

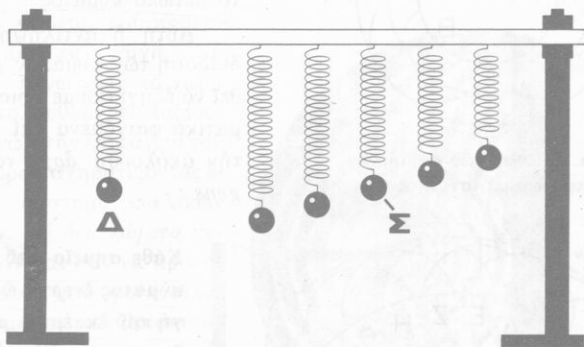
Συνδέουμε τα δύο έκκρεμή με ένα ελαφρό σπειροειδές ελατήριο ή μένιμα από το οποίο κρέμεται ένα βάρος. "Αν βάλουμε σέ κίνηση τό έκκρεμές Α, παρατηρούμε ότι καί τό έκκρεμές Β άρχίζει νά εκτελεί ταλαντώσεις. Τό πλάτος των ταλαντώσεων του έκκρεμοϋς Α συνεχώς ελαττώνεται, ενώ αντίθετα τό πλάτος των ταλαντώσεων του έκκρεμοϋς Β συνεχώς αύξάνεται καί έρχεται στιγμή πού τό έκκρεμές Β κινείται μέ τό μέγιστο πλάτος, ενώ τό έκκρεμές Α μένει άκίνητο. Τότε τό έκκρεμές Α έχει μεταδώσει όλη τήν ενέργειά του στό έκκρεμές Β. Έπειτα παρατηρούμε τό αντίστροφο φαινόμενο, δηλαδή τό έκκρεμές Β άρχίζει νά μεταδίδει τήν ενέργειά του στό έκκρεμές Α πού τό πλάτος τής αιώρησώς του συνεχώς αύξάνεται κ.ο.κ.

Τά δύο έκκρεμή Α καί Β βρίσκονται σέ συντονισμό καί ή ενέργεια μεταδίδεται από τό ένα παλλόμενο σύστημα στό άλλο. Καθένα από αυτά τά δύο παλλόμενα συστήματα γίνεται διαδοχικά διεγέρτης καί συντονιστής καί λέμε ότι μεταξύ των δύο συστημάτων υπάρχει σύζευξη ή ότι τά δύο συστήματα είναι συζευγμένα. Σ' αυτή τήν περίπτωση κατά τήν κίνηση του ενός συστήματος Α εξασκούνται πάνω στό άλλο σύστημα Β δυνάμεις. Όσο πιό ισχυρή είναι ή σύζευξη των δύο συστημάτων τόσο ταχύτερα γίνεται ή μεταφορά τής ενέργειας από τό ένα σύστημα (διεγέρτης) στό άλλο (συντονιστής). Από τά παραπάνω συνάγεται τό ακόλουθο συμπέρασμα :

Όταν μεταξύ δύο παλλόμενων συστημάτων πού βρίσκονται σέ συντονισμό υπάρχει σύζευξη, τότε όλη ή ενέργεια του ενός συστήματος (του διεγέρτη) μεταδίδεται στό άλλο σύστημα (του συντονιστή).

β. Συζευγμένα συστήματα χωρίς συντονισμό. "Αν τά μήκη δύο συζευγμένων έκκρεμων Α καί Β διαφέρουν πολύ μεταξύ τους, τότε καί οί ιδιοσυχνοτήτες τους είναι πολύ διαφορετικές. Σ' αυτή τήν περίπτωση, αν βάλουμε σέ κίνηση τό έκκρεμές Α, παρατηρούμε ότι τό έκκρεμές Β εκτελεί μερικές μόνο ταλαντώσεις μικροϋ πλάτους, έπειτα ήρεμει γιά λίγο καί επαναλαμβάνεται πάλι τό ίδιο φαινόμενο. Τά παραπάνω επαληθεύονται μέ τό έξης πείραμα. Από μιά λεπτή ξύλινη ράβδο κρέμονται έκκρεμή μέ σπειροειδές ελατήριο, πού έχουν διαφορετικά μήκη (σχ.13). Στην άκρη τής ράβδου κρέμεται όμοιο έκκρεμές Δ, πού τό μήκος του είναι ίσο μέ τό μήκος ενός από τά άλλα έκκρεμή, π.χ. του Σ. Τό έκκρεμές Δ είναι συζευγμένο μέ τά άλλα έκκρεμή μέσω τής ράβδου. "Αν αναγκάσουμε τό έκκρεμές Δ νά εκτελεί κατακόρυφη ταλάντωση, παρατηρούμε ότι ή μεγαλύτερη ποσότητα ενέργειας μεταδίδεται σ' εκείνο τό έκκρεμές (δηλαδή στό έκκρεμές Σ) πού βρίσκεται σέ συντονισμό μέ τό διεγέρτη (Δ). Από τά παραπάνω συνάγεται τό ακόλουθο συμπέρασμα :

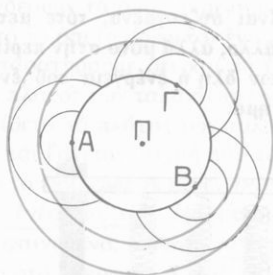
“Όταν δύο παλλόμενα συστήματα είναι συζευγμένα, τότε μεταδίδεται ενέργεια από τό ένα σύστημα στο άλλο, αλλά μόνο στην περίπτωση του συντονισμού των δύο συστημάτων όλη ή ενέργεια του ενός συστήματος μεταδίδεται στο άλλο σύστημα.



Σχ.13. Μετάδοση ενέργειας από τό διεγέρτη Δ στο συντονιστή Σ.

6. Άρχή του Huygens

Σέ ένα όμογενές καί ισότροπο έλαστικό μέσο μιά σημειακή πηγή Π κατά τή χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζει νά εκτελεί άμείωτη άρμονική ταλάντωση (σχ.14). Τότε στο έλαστικό μέσο διαδίδονται άρμονικά κύματα πρós όλες τίς διευθύνσεις γύρω από τήν πηγή Π μέ σταθερή ταχύτητα c . Σέ μιά χρονική στιγμή t τό κύμα φτάνει σέ άπόσταση $R = c \cdot t$ από τήν πηγή Π. Τή στιγμή αútή όλα τά σημεία του έλαστικού μέσου (Α, Β, Γ...) πού βρίσκονται πάνω στή σφαιρική επιφάνεια μέ ακτίνα R , αρχίζουν ταυτόχρονα νά εκτελούν άρμονική ταλάντωση μέ τήν ίδια φάση καί μέ τήν ίδια συχνότητα. Έτσι κάθε σημείο αútής τής σφαιρικής επιφάνειας γίνεται μιά νέα πηγή κυμάτων πού διαδίδονται πρós όλες τίς διευθύνσεις γύρω από κάθε σημείο μέ τήν ίδια ταχύτητα c (σχ.15). Άποδεικνύεται ότι τά στοιχειώδη κύματα πού φεύγουν από τά σημεία τής επιφάνειας κύματος 1, όταν διαδίδονται πρós τό έσωτερικό αútής τής επιφάνειας κύματος, συμβάλλουν καί αλληλοαναιρούνται. Άντίθετα, τά στοιχειώδη κύματα διαδίδονται ελεύθερα πρós τό έξωτερικό τής επιφάνειας κύματος 1 καί σέ



Σχ.14. Διάδοση των σφαιρικών κυμάτων με ταχύτητα c .



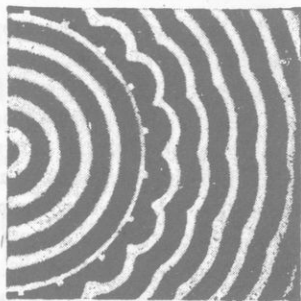
Σχ. 15. Άρχη του Huygens.

Κατά προσέγγιση μπορούμε να παρατηρήσουμε εφαρμογή της αρχής του Huygens με τό εξής πείραμα. Μέ ένα διαπασών, πού εκτελεί αμείωτες ταλαντώσεις, δημιουργούμε πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια νερού κυκλικά κύματα (σχ.16). Γύρω από την πηγή των κυμάτων τοποθετούμε μία κυλινδρική πλάκα πού έχει τή μορφή χτένας (δηλαδή έχει κατακόρυφες λεπτές σχισμές). Ή ακτίνα καμπυλότητας τής κυλινδρικής πλάκας είναι τόση, ώστε ή επιφάνεια τής πλάκας νά συμπίπτει μέ ένα μέτωπο κύματος. Παρατηρούμε ότι από τίς σχισμές τής πλάκας φεύγουν στοιχειώδη κύματα καί ότι σέ όρισμένη απόσταση από τήν πλάκα αυτά τά κύματα διαμορφώνουν ένα νέο κυκλικό μέτωπο κύματος.

κάθε στιγμή οί σφαιρικές επιφάνειες κύματος των στοιχειωδών κυμάτων έχουν ως περιβάλλουσα επιφάνεια μιá νέα σφαιρική επιφάνεια 2 πού αποτελεί τό μέτωπο κύματος.

Αυτή ή αντίληψη γιά τή διάδοση των κυμάτων μάς βοηθηεί νά εξηγήσουμε όρισμένα κυματικά φαινόμενα καί αποτελεί τήν ακόλουθη *αρχή του Huygens* :

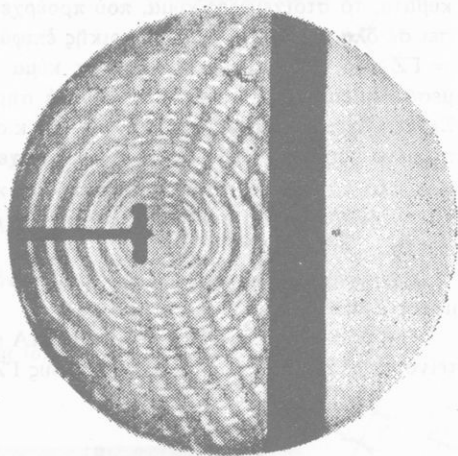
Κάθε σημείο του μετώπου κύματος ενεργεί ως νέα πηγή πού εκπέμπει στοιχειώδη κύματα. Σέ κάθε στιγμή τό μέτωπο κύματος είναι μιá μεγαλύτερη επιφάνεια πού περιβάλλει τά στοιχειώδη μέτωπα κύματος.



Σχ.16 Πειραματική απόδειξη τής αρχής του Huygens.

7. 'Ανάκλαση τών κυμάτων ελαστικότητας

Πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια υδραργύρου πού ήρεμεί, δημιουργούμε κυκλικά κύματα με μία πηγή πού εκτελεί αμείωτες ταλαντώσεις (π.χ. με ένα διαπασών πού διεγείρεται από ηλεκτρομαγνήτη). Μέσα στο δοχείο υπάρχει ένα κατακόρυφο επίπεδο τοίχωμα (σχ.17). Παρατηρούμε ότι τά κυκλικά κύματα, πού προέρχονται από την πηγή, ανακλώνται πάνω στο τοίχωμα και εξακολουθούν νά διαδίδονται πάνω στην επιφάνεια του υδραργύρου σχηματίζοντας ένα νέο σύστημα κυκλικών κυμάτων. Τά ανακλώμενα κύματα φαίνεται σάν νά προέρχονται από μία φανταστική πηγή κυμάτων, πού βρίσκεται πίσω από τό τοίχωμα και είναι συμμετρική τής πραγματικής πηγής ως πρός τό τοίχωμα. Αυτή ή φανταστική πηγή ονομάζεται είδωλο τής πραγματικής πηγής τών κυμάτων.



Σχ.17. 'Ανάκλαση επιφανειακών κυμάτων.

Ἡ ἀνάκλαση τῶν κυμάτων ελαστικότητας εἶναι συνέπεια τῆς ἀρχῆς τοῦ Huygens καί ἀποδεικνύεται ὅτι γίνεται σύμφωνα μέ τούς γνωστούς νόμους τῆς ἀνακλάσεως τοῦ φωτός:

1. Ἡ ἀνακλώμενη ἀκτίνα βρίσκεται πάνω στό ἐπίπεδο προσπτώσεως πού ὀρίζεται ἀπό τήν προσπίπτουσα ἀκτίνα καί τήν κάθετο στό σημεῖο προσπτώσεως.
2. Ἡ γωνία ἀνακλάσεως α εἶναι ἴση μέ τή γωνία προσπτώσεως π (σχ. 18).

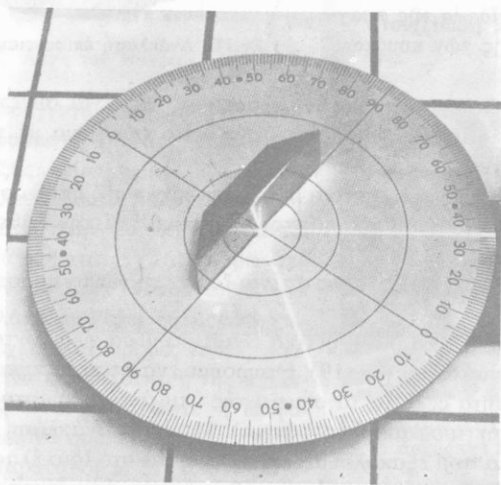
Ἀπόδειξη. Δύο διαφορετικά ελαστικά μέσα χωρίζονται μεταξύ τους μέ ἐπίπεδη ἐπιφάνεια (σχ. 19). Θεωροῦμε ἕνα ἐπίπεδο κύμα πού διαδίδεται μέ ταχύτητα c . Ὅλα τά σημεία τῆς ἐπιφάνειας κύματος κινούνται μέ τήν ἴδια φάση (ἰσοφασική ἐπιφάνεια). Μετά τήν ἀνάκλαση προκύπτει ἕνα ἐπίπεδο κύμα πού εξακολουθεῖ νά διαδίδεται στό ἴδιο ελαστικό μέσο.

Οἱ ἀκτίνες x_1 , x_2 , x_3 εἶναι κάθετες στήν ἐπιφάνεια κύματος ABΓ (σχ. 20). Κατά τή χρονική στιγμή t πρῶτο τό σημεῖο A τῆς ἐπιφάνειας MN γίνεται πηγή ἐκπομπῆς στοιχειωδῶν κυμάτων. Στή διάρκεια τοῦ χρό-

νου Δt τό κύμα διατρέχει την απόσταση $\Gamma Z = c \cdot \Delta t$ καί κατά τή χρονική στιγμή $t + \Delta t$ τό σημείο Z τής επιφάνειας MN γίνεται πηγή εκπομπής στοιχειωδών κυμάτων. Στή διάρκεια τοῦ χρόνου Δt ὅλα τά σημεία τής επιφάνειας MN πού βρίσκονται ἀνάμεσα στά σημεία A καί Z γίνονται διαδοχικά τό ἓνα μετά τό ἄλλο πηγές εκπομπῆς στοιχειωδών κυμάτων. Κατά τή στιγμή $t + \Delta t$, πού τό σημείο Z ἀρχίζει νά ἐκπέμπει στοιχειώδη κύματα, τό στοιχειώδες κύμα, πού προέρχεται ἀπό τό σημείο A , ἔχει φτάσει σέ ὅλα τά σημεία μιᾶς σφαιρικής επιφάνειας Σ_A πού ἔχει ἀκτίνα $AI = \Gamma Z = c \cdot \Delta t$ καί τό στοιχειώδες κύμα πού προέρχεται ἀπό τό ἐνδιάμεσο σημείο Δ ἔχει φτάσει σέ ὅλα τά σημεία μιᾶς σφαιρικής επιφάνειας Σ_Δ πού ἔχει ἀκτίνα $\Delta\Theta = EZ = c \cdot \Delta t$ κ.ο.κ. Ἄν φέρουμε τό κοινό ἐφαπτόμενο ἐπίπεδο $Z\Theta I$ αὐτῶν τῶν στοιχειωδῶν σφαιρικῶν ἐπιφανειῶν, τότε ὅλα τά σημεία αὐτοῦ τοῦ ἐπιπέδου κατά τή χρονική στιγμή $t + \Delta t$ ἔχουν τήν ἴδια φάση καί ἀποτελοῦν τό νέο μέτωπο κύματος μετά τήν ἀνάκλαση.

Οἱ ἀνακλῶμενες ἀκτίνες y_1, y_2, y_3 εἶναι κάθετες στήν ἐπιφάνεια κύματος $Z\Theta I$.

Τά ὀρθογώνια τρίγωνα $\Lambda\Gamma Z$ καί ZIA εἶναι ἴσα, γιατί ἔχουν τήν ὑποτείνουσα AZ κοινή καί τίς πλευρές τους ΓZ καί AI ἴσες ($\Gamma Z = AI$).



Σχ.18. Πειραματική, ἀπόδειξη τῶν νόμων τῆς ἀνακλάσεως τῶν φωτεινῶν κυμάτων.

Άρα είναι: $\widehat{\Gamma\hat{A}Z} = \widehat{I\hat{A}Z}$
 και $\widehat{\Gamma\hat{Z}A} = \widehat{I\hat{A}Z}$

Επίσης βρίσκουμε:

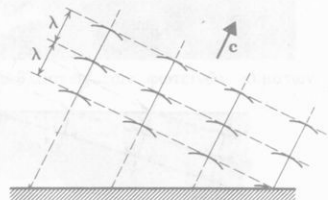
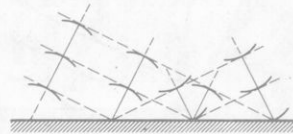
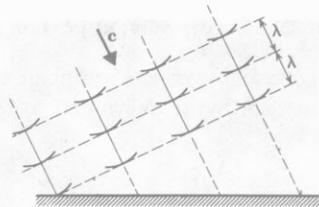
$$\widehat{\Gamma\hat{Z}A} = \varphi \quad \text{άρα} \quad \widehat{I\hat{A}Z} = \varphi$$

$$\text{και} \quad \pi = 90^\circ - \varphi$$

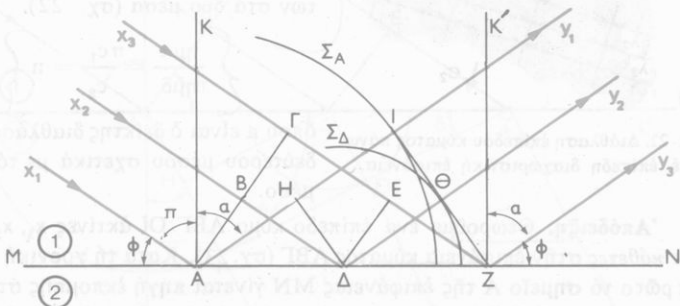
$$\widehat{K\hat{A}I} = \alpha = 90^\circ - \widehat{I\hat{A}Z} = 90^\circ - \varphi$$

$$\text{και} \quad \alpha = 90^\circ - \varphi$$

Ωστε η γωνία ανακλάσεως α είναι ίση με τη γωνία προσπτώσεως π .



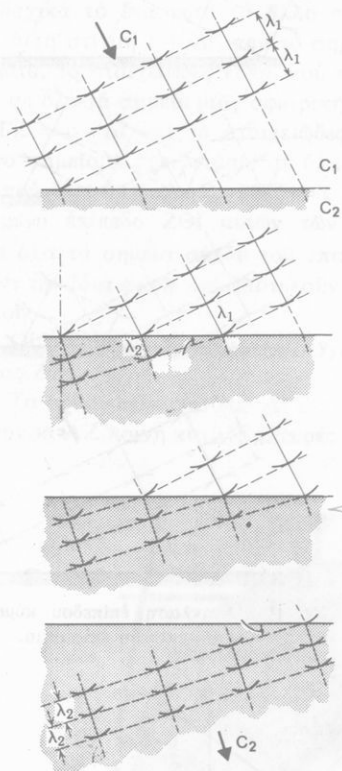
Σχ. 19. Ανάκλαση επίπεδου κύματος πάνω σε επίπεδη επιφάνεια.



Σχ. 20. Για την απόδειξη ότι η γωνία προσπτώσεως (π) είναι ίση με τη γωνία ανακλάσεως (α).

8. Διάθλαση των κυμάτων ελαστικότητας

Δυό όμογενή και ισότροπα ελαστικά μέσα 1 και 2 είναι διαφορετικά και χωρίζονται τό ένα από τό άλλο μέ επίπεδη επιφάνεια MN. Ἡ ταχύτητα



Σχ. 21. Διάθλαση επίπεδου κύματος πάνω σέ επίπεδη διαχωριστική επιφάνεια.

διαδόσεως των κυμάτων στά δύο μέσα είναι αντίστοιχα c_1 και c_2 . Θεωρούμε ένα επίπεδο κύμα πού πέφτει πλάγια πάνω στή διαχωριστική επιφάνεια (σχ. 21). Τό κύμα μπαίνοντας από τό πρώτο μέσο στό δεύτερο *αλλάζει απότομα* διεύθυνση διαδόσεως και λέμε *ὅτι συμβαίνει διάθλαση των κυμάτων*.

Ἡ διάθλαση των κυμάτων ελαστικότητας είναι συνέπεια τῆς ἀρχῆς τοῦ Huygens και ἀποδεικνύεται ὅτι γίνεται σύμφωνα μέ τούς γνωστούς νόμους τῆς διαθλάσεως τοῦ φωτός :

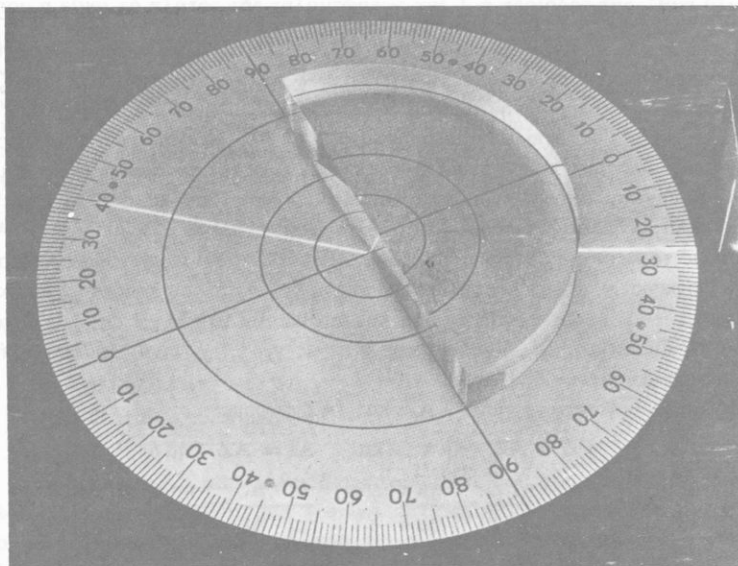
1. Ἡ διαθλώμενη ἀκτίνα βρίσκεται πάνω στό επίπεδο προσπίπτσεως πού ὀρίζεται ἀπό τήν προσπίπτουσα ἀκτίνα και τήν κάθετο στό σημεῖο προσπίτσεως.

2. Ὁ λόγος των ἡμιτόνων των γωνιών προσπίτσεως π και διαθλάσεως δ είναι σταθερός και ἴσος μέ τό λόγο των ταχυτήτων διαδόσεως των κυμάτων στά δύο μέσα (σχ. 22).

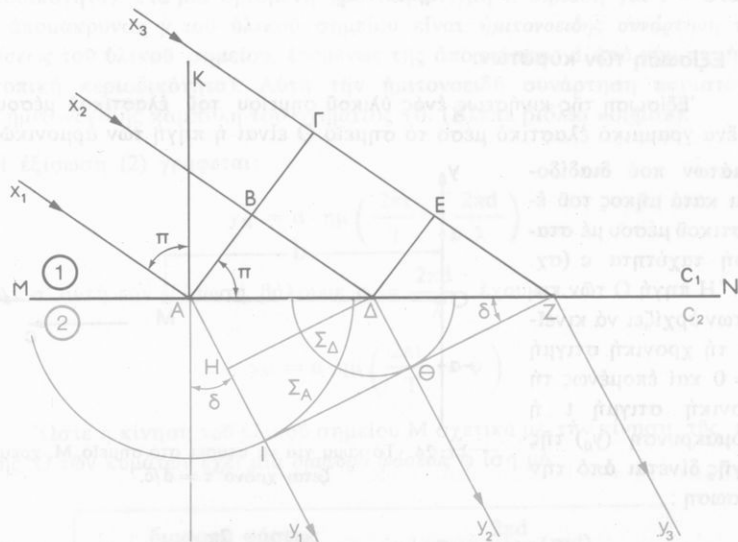
$$\left\{ \frac{\eta\pi}{\eta\delta} = \frac{c_1}{c_2} = n \right\}$$

ὅπου n είναι ὁ δείκτης διαθλάσεως τοῦ δευτέρου μέσου σχετικά μέ τό πρώτο μέσο.

Ἀπόδειξη. Θεωρούμε ένα επίπεδο κύμα ABΓ. Οἱ ἀκτίνες x_1, x_2, x_3 είναι *κάθετες* στήν επιφάνεια κύματος ABΓ (σχ. 23). Κατά τή χρονική στιγμή t πρῶτο τό σημεῖο A τῆς επιφάνειας MN γίνεται πηγή ἐκπομπῆς στοιχειωδῶν κυμάτων. Στή διάρκεια τοῦ χρόνου Δt τό κύμα διατρέχει στό μέσο 1 τήν ἀπόσταση $\Gamma Z = c_1 \cdot \Delta t$ και κατά τή χρονική στιγμή $t + \Delta t$ τό σημεῖο Z γίνεται πηγή ἐκπομπῆς στοιχειωδῶν κυμάτων. Στή διάρκεια τοῦ



Σχ. 22. Πειραματική απόδειξη των νόμων της διαθλάσεως των φωτεινών κυμάτων.



Σχ. 23. Για την απόδειξη της σχέσεως $n = \eta\mu \pi / \eta\mu \delta = c_1 / c_2$.

χρόνου Δt όλα τα σημεία της επιφάνειας MN που βρίσκονται ανάμεσα στα σημεία A και Z γίνονται διαδοχικά τό ένα μετά τό άλλο πηγές έκπομπής στοιχειωδών κυμάτων. Κατά τή στιγμή $t + \Delta t$, πού τό σημείο Z αρχίζει νά εκπέμπει στοιχειώδη κύματα, τό στοιχειώδες κύμα, πού προέρχεται από τό σημείο A, έχει φθάσει στό μέσο 2 σέ όλα τά σημεία μιᾶς σφαιρικής επιφάνειας Σ_A πού έχει ἀκτίνα $AI = c_2 \cdot \Delta t$ καί τό στοιχειώδες κύμα πού προέρχεται ἀπό τό ἐνδιάμεσο σημείο Δ έχει φτάσει σέ όλα τά σημεία μιᾶς σφαιρικής επιφάνειας Σ_Δ πού έχει ἀκτίνα $\Delta\Theta = c_2 \cdot \Delta t$ κ.ο.κ. Ἄν φέρουμε τό κοινό ἐφαπτόμενο ἐπίπεδο ΖΘΙ αὐτῶν τῶν στοιχειωδῶν σφαιρικών επιφανειῶν, τότε όλα τά σημεία αὐτοῦ τοῦ ἐπιπέδου κατά τή χρονική στιγμή $t + \Delta t$ ἔχουν τήν ἴδια φάση καί ἀποτελοῦν τό νέο μέτωπο κύματος μετά τή διάθλαση. Οἱ διαθλώμενες ἀκτίνες y_1, y_2, y_3 εἶναι κάθετες στήν επιφάνεια κύματος ΖΘΙ.

Ἀπό τά ὀρθογώνια τρίγωνα ΓΑΖ καί ΙΑΖ ἔχουμε:

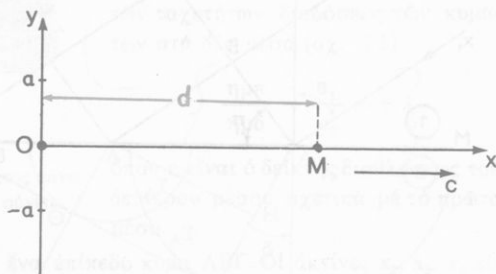
$$GZ = AZ \cdot \eta\mu\pi \quad \text{καί} \quad AI = AZ \cdot \eta\mu\delta$$

$$\text{ἄρα} \quad \frac{GZ}{AI} = \frac{\eta\mu\pi}{\eta\mu\delta} \quad \text{ἢ} \quad \frac{c_1 \cdot \Delta t}{c_2 \cdot \Delta t} = \frac{\eta\mu\pi}{\eta\mu\delta}$$

$$\text{καί} \quad \frac{\eta\mu\pi}{\eta\mu\delta} = \frac{c_1}{c_2} = \text{σταθ.}$$

9. Ἐξίσωση τῶν κυμάτων.

Ἐξίσωση τῆς κινήσεως ἑνός ὕλικου σημείου τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου. Σέ ἕνα γραμμικό ἐλαστικό μέσο τό σημείο O εἶναι ἡ πηγή τῶν ἀρμονικῶν κυμάτων πού διαδίδονται κατά μήκος τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου μέ σταθερή ταχύτητα c (σχ. 24). Ἡ πηγή O τῶν κυμάτων ἀρχίζει νά κινεῖται τή χρονική στιγμή $t = 0$ καί ἐπομένως τή χρονική στιγμή t ἡ ἀπομάκρυνση (y_0) τῆς πηγῆς δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση :



Σχ. 24. Τό κύμα γιά νά φτάσει στό σημείο M, χρειάζεται χρόνο $\tau = d/c$.

$$y_0 = a \cdot \eta\mu\omega t \quad \text{ἢ} \quad y_0 = a \cdot \eta\mu \frac{2\pi}{T} t \quad (1)$$

όπου α είναι τό πλάτος της ταλαντώσεως και T ή περίοδος της. Ένα υλικό σημείο M του ελαστικού μέσου βρίσκεται σέ απόσταση d από την πηγή O . Για νά φτάσει τό κύμα από την πηγή O των κυμάτων στό σημείο M , χρειάζεται χρόνο $\tau = d/c$. Τή χρονική στιγμή t ή κίνηση του σημείου M είναι ίδια μέ την κίνηση πού είχε ή πηγή O των κυμάτων τή χρονική στιγμή $t - \tau$. Ωστε τή χρονική στιγμή t ή απομάκρυνση (y_M) του σημείου M βρίσκεται, αν στήν εξίσωση (1) αντί του t βάλουμε $t - \tau$. Έτσι έχουμε:

$$y_M = a \cdot \eta\mu \frac{2\pi}{T} (t - \tau) \quad \text{ή} \quad y_M = a \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{cT} \right)$$

Έπειδή είναι $\lambda = cT$, βρίσκουμε ότι ή εξίσωση της κινήσεως του υλικού σημείου M είναι:

$$\begin{array}{l} \text{εξίσωση της κινήσεως} \\ \text{ένός υλικού σημείου } M \end{array} \quad y_M = a \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right) \quad (2)$$

Η εξίσωση (2) φανερώνει ότι κατά μήκος του γραμμικού ελαστικού μέσου Ox παρατηρείται μιά χρονική και τοπική περιοδικότητα. Για ένα δοσμένο υλικό σημείο M , δηλαδή για $d = \text{σταθ.}$, ή απομάκρυνση y του υλικού σημείου είναι ήμιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου t (χρονική περιοδικότητα). Για μιά όρισμένη χρονική στιγμή t , δηλαδή για $t = \text{σταθ.}$, ή απομάκρυνση y του υλικού σημείου είναι ήμιτονοειδής συνάρτηση της θέσεως του υλικού σημείου, έπομένως της αποστάσεως d από την πηγή O (τοπική περιοδικότητα). Αυτή την ήμιτονοειδή συνάρτηση παριστάνει ή ήμιτονοειδής καμπύλη του σχήματος 10. (Βλέπε βιβλίο κορμού).

Η εξίσωση (2) γράφεται:

$$y_M = a \cdot \eta\mu \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d}{\lambda} \right)$$

Αν σ' αυτή τήν εξίσωση βάλουμε $\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}$, έχουμε:

$$y_M = a \cdot \eta\mu \left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi \right)$$

Ωστε ή κίνηση του υλικού σημείου M σχετικά μέ την κίνηση της πηγής O των κυμάτων έχει μιά διαφορά φάσεως φ ίση μέ:

$$\begin{array}{l} \text{διαφορά φάσεως} \\ \text{σχετικά μέ την πηγή} \end{array} \quad \varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} \text{ (rad)}$$

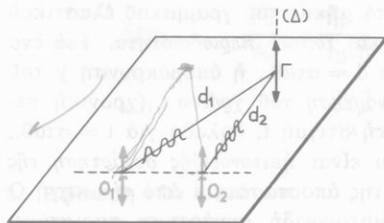
• Αν είναι $\frac{2\pi d}{\lambda} = 2\kappa\pi$, τότε είναι $d = \kappa \cdot \lambda$ (συμφωνία φάσεως).

• Αν είναι $\frac{2\pi d}{\lambda} = (2\kappa + 1)\pi$, τότε είναι $d = (2\kappa + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$ (άντιθεση φάσεως).

10. Συμβολή τών κυμάτων ελαστικότητας

Θεωρούμε δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων O_1 και O_2 (σχ. 25) που εκτελούν αμείωτες κατακόρυφες ταλαντώσεις με περίοδο T και πλάτος a . Ως ελαστικό μέσο θεωρούμε (κατά προσέγγιση) την ελεύθερη επιφάνεια ύγρου. Εκλέγοντας κατάλληλα την αρχή τών χρόνων ($t = 0$) βρίσκουμε ότι η απομάκρυνση y τών δύο σύγχρονων πηγών δίνεται σε κάθε στιγμή από την εξίσωση:

$$y = a \cdot \eta\mu \frac{2\pi}{T} t$$



Σχ. 25. Συμβολή τών δύο κυμάτων στο σημείο Γ .

Τά κύματα ελαστικότητας που παράγονται από τις δύο πηγές φτάνουν σε ένα σημείο Γ του ελαστικού μέσου, που οι αποστάσεις του από τις δύο πηγές O_1 και O_2 είναι αντίστοιχα d_1 και d_2 . Σε μία χρονική στιγμή t ή απομάκρυνση του σημείου Γ είναι:

- εξαιτίας τών κυμάτων που προέρχονται από την πηγή O_1

$$y_1 = a \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right)$$

- εξαιτίας τών κυμάτων που προέρχονται από την πηγή O_2

$$y_2 = a \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right)$$

Οί δύο αρμονικές ταλαντώσεις που αναγκάζεται να εκτελέσει ταυτόχρονα τό σημείο Γ , παρουσιάζουν μία διαφορά φάσεως φ ίση με:

$$\text{διαφορά φάσεως} \quad \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) \quad (1)$$

Ἡ ἀπομάκρυνση y_T τοῦ σημείου Γ κατὰ τή χρονική στιγμή t εἶναι ἴση μέ τό ἀλγεβρικό ἄθροισμα:

$$y_T = y_1 + y_2$$

Τό πλάτος A τῆς συνισταμένης ταλαντώσεως δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση:

$$A = \sqrt{a^2 + a^2 + 2a^2 \cdot \sin \varphi} \quad \text{ἢ} \quad A = a \sqrt{2(1 + \sin \varphi)} \quad (2)$$

Ἐπειδή εἶναι $(1 + \sin \varphi) = 2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}$, ἡ ἐξίσωση (2) γράφεται:

$$A = 2a \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \quad \text{ἄρα} \quad A = 2a \left[\sin \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) \right] \quad (3)$$

Ἡ ἐξίσωση (3) δείχνει ὅτι τό πλάτος A τῆς συνισταμένης ταλαντώσεως ἐξαρτᾶται ἀπό τή διαφορά τῶν ἀποστάσεων $d_1 - d_2$ τοῦ θεωρούμενου σημείου ἀπό τίς δύο πηγές τῶν κυμάτων.

α. Σημεῖα κινούμενα μέ μέγιστο πλάτος. Τό πλάτος A τῆς συνισταμένης ταλαντώσεως ἔχει τή μέγιστη ἀπόλυτη τιμή $A = 2a$, ὅταν εἶναι:

$$\sin \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) = \pm 1 \quad \text{ἄρα} \quad \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) = \kappa \pi$$

δηλαδή ὅταν εἶναι :

$$d_1 - d_2 = \kappa \cdot \lambda \quad (4)$$

Γιά $\kappa = 0$ ἡ ἐξίσωση (4) ἀντιστοιχεῖ στά σημεῖα πού βρίσκονται πάνω στήν *εὐθεία* πού εἶναι κάθετη στή μέση τῆς ἀποστάσεως O_1O_2 (σχ. 26).

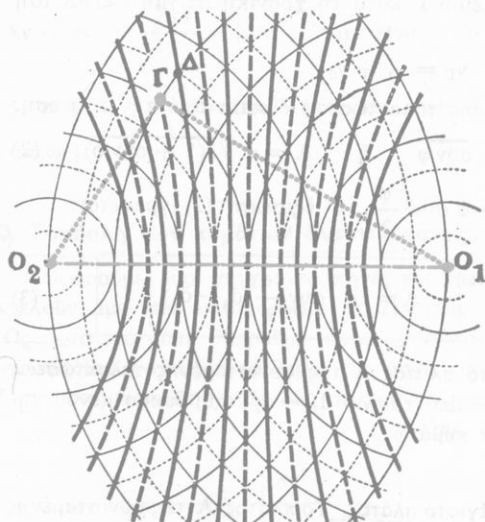
Γιά $\kappa = 1, 2, 3, \dots$ ἡ ἐξίσωση (4) ἀντιστοιχεῖ στά σημεῖα πού βρίσκονται πάνω σέ *τόξα ὑπερβολῶν*, οἱ ὁποῖες ἔχουν ὡς ἐστίες τίς δύο σύγχρονες πηγές τῶν κυμάτων O_1 καί O_2 .

β. Σημεῖα πού μένουν ἀκίνητα. Τό πλάτος A τῆς συνισταμένης ταλάντωσεως εἶναι ἴσο μέ μηδέν, $A = 0$, ὅταν εἶναι

$$\sin \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) = 0 \quad \text{ἄρα} \quad \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) = (2\kappa + 1) \frac{\pi}{2}$$

δηλαδή ὅταν εἶναι

$$d_1 - d_2 = (2\kappa + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (5)$$



Σχ. 26. Έρμηνεία του σχηματισμού των κροσσών συμβολής.

Γιά $\kappa = 0, 1, 2, 3 \dots$ ή εξίσωση (5) αντιστοιχεί σε σημεία που βρίσκονται πάνω σε τόξα υπερβολών, οι οποίες έχουν ως έστίες τις δύο σύγχρονες πηγές των κυμάτων. Από τις εξισώσεις (4) και (5) συνάγεται το ακόλουθο γενικό συμπέρασμα :

Τό πλάτος της συνισταμένης ταλαντώσεως :

- είναι μέγιστο στα σημεία που η διαφορά των αποστάσεων τους από τις δύο πηγές των κυμάτων είναι ίση με

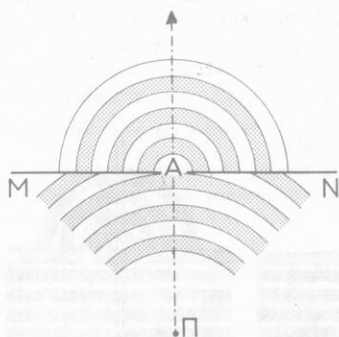
μηδέν ή είναι ίση με άκεραιο αριθμό μηκών κύματος

- είναι ίσο με μηδέν στα σημεία που η διαφορά των αποστάσεών τους από τις δύο πηγές των κυμάτων είναι ίση με περιττό αριθμό ήμικυμάτων
- τα σημεία που κινούνται με μέγιστο πλάτος ή μένουν ακίνητα βρίσκονται πάνω σε τόξα υπερβολών, τα όποια σχηματίζουν τους κροσσούς συμβολής.

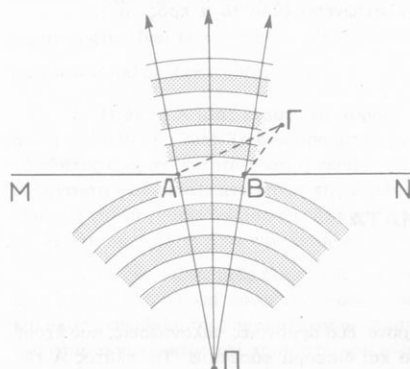
“Όλα τα άλλα ενδιάμεσα σημεία κινούνται με διαφορετικά πλάτη A που είναι $0 < A < 2a$.”

11. Περίθλαση των κυμάτων ελαστικότητας

Η αρχή του Huygens έρμηνεύει το φαινόμενο της περιθλάσεως των κυμάτων, που συμβαίνει όταν τα κύματα πέφτουν πάνω σε μικρά ανοίγματα τα ή αντικείμενα που οι διαστάσεις τους είναι της τάξεως του μήκους κύ-



Σχ. 27. Τό στενό άνοιγμα Α προκαλεί περίθλαση των σφαιρικών κυμάτων.



Σχ. 27α Τό μεγάλο άνοιγμα δέν προκαλεί περίθλαση των κυμάτων.

καί ΒΝ του διαφράγματος δέν γίνεται διάδοση των κυμάτων. Σ' αυτή την περίπτωση πίσω από τό διάφραγμα τά κύματα διαδίδονται εὐθύγραμμα. Τό ίδιο φαινόμενο παρατηρεῖται καί όταν τά κύματα πέφτουν πάνω σέ αντικείμενα πού οἱ διαστάσεις τους εἶναι πολύ μεγαλύτερες από τό μήκος κύματος λ των κυμάτων.

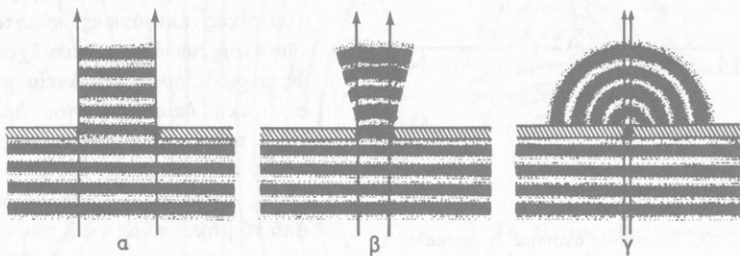
Ὡστε ἡ ἀρχή τοῦ Huygens ἐρμηνεύει τήν περίθλαση των κυμάτων πού συμβαίνει, όταν τά κύματα πέφτουν πάνω σέ μικρά άνοιγματα ἢ αντικείμενα, καθώς καί τήν εὐθύγραμμη διάδοση των κυμάτων, όταν τά κύματα

ματος λ των κυμάτων (σχ. 27). Τότε τά σημεία τοῦ άνοιγματος ἢ τοῦ αντικειμένου γίνονται πηγές πού ἐκπέμπουν στοιχειώδη κύματα καί σέ κάθε στιγμή οἱ σφαιρικές ἐπιφάνειες κύματος των στοιχειωδών κυμάτων ἔχουν ὡς περιβάλλονσα ἐπιφάνεια πού ἀποτελεῖ τό νέο μέτωπο κύματος.

Ἄν οἱ διαστάσεις τοῦ άνοιγματος εἶναι πολύ μεγαλύτερες από τό μήκος κύματος λ των κυμάτων, τότε πάνω στό άνοιγμα πέφτει μία ἀποκλίνουσα δέσμη ἀκτίνων ΑΠΒ (σχ.27α). Τότε σέ ἓνα σημείο Γ, πού βρίσκεται ἔξω από τή δέσμη των ἀκτίνων, φτάνουν στοιχειώδη κύματα πού προέρχονται από ὅλα τά σημεία πού ὑπάρχουν μεταξύ των σημείων Α καί Β. Αὐτά τά στοιχειώδη κύματα διατρέχουν ἀνίσους δρόμους καί ἐπομένως φτάνουν στό σημείο Γ μέ ὅλες τίς δυνατές φάσεις. Ἀπό τή συμβολή αὐτῶν των κυμάτων προκύπτει σχεδόν τέλεια κατάργηση τῆς κινήσεως στό σημείο Γ.

Ἔτσι πίσω από τά τμήματα ΑΜ

πέφτουν πάνω σέ ανοίγματα ή αντικείμενα πού οί διαστάσεις τους είναι πολύ μεγαλύτερες άπό τό μήκος κύματος λ τών κυμάτων (σχ. 28).



Σχ. 28. Σχηματική παράσταση τού φαινομένου τής περιθλάσεως επίπεδων κυμάτων άπό σχισμή, όταν τό πλάτος της ελαττώνεται (άπό τό α πρós τό γ).

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Σύνθεση ταλαντώσεων

1. Ένα ύλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο άρμονικές ταλαντώσεις, πού έχουν τό ίδιο πλάτος $a = 10$ cm, τήν ίδια περίοδο καί διαφορά φάσεως φ . Τό πλάτος A τής συνισταμένης ταλαντώσεως δίνεται άπό τήν εξίσωση $A = 2a \cdot \sin \frac{\varphi}{2}$. 1) Νά βρεθούν οί τιμές πού παίρνει τό πλάτος A τής συνισταμένης ταλαντώσεως, όταν ή διαφορά φάσεως φ παίρνει τίς τιμές 0, $\pi/2$, $2\pi/3$ καί π . 2) Για ποιά τιμή τού φ τό πλάτος A τής συνισταμένης ταλαντώσεως είναι ίσο μέ $a/\sqrt{3}$;

2. Δύο άρμονικές ταλαντώσεις έχουν τήν ίδια περίοδο καί αντίστοιχο πλάτος $a = 2$ cm καί $b = 3$ cm. Έη διαφορά φάσεως είναι $\varphi = 60^\circ$. Πόσο είναι τής συνισταμένης ταλαντώσεως;

3. Δύο άρμονικές ταλαντώσεις έχουν τήν ίδια περίοδο καί αντίστοιχο πλάτος $a = 3$ cm καί $b = 5$ cm. Έη συνισταμένη ταλάντωση έχει πλάτος $A = 6$ cm. Πόση είναι ή διαφορά φάσεως μεταξύ τών δύο συνιστωσών κινήσεων;

4. Ένα άπλό έκκρεμές έχει μήκος $l = 60$ cm καί βρίσκεται σέ έναν τόπο, όπου είναι $g = 980$ cm/sec². Πόση είναι ή συχνότητα πού διεγείρει τό έκκρεμές, ώστε νά υπάρχει συντονισμός;

Φυσικό έκκρεμές

5. Μία ομογενής μεταλλική ράβδος έχει μήκος $L = 90$ cm και αιωρείται ως φυσικό έκκρεμές γύρω από τον οριζόντιο άξονα που απέχει 15 cm από την άνωτηρη άκρη της ράβδου. Η ροπή αδράνειας Θ της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής δίνεται από την εξίσωση: $\Theta = \frac{1}{12} mL^2 + m\delta^2$, όπου m είναι η μάζα της ράβδου και δ η απόσταση του κέντρου βάρους της από τον άξονα περιστροφής. 1) Πόση είναι η περίοδος αυτού του φυσικού έκκρεμου; 2) Πόσο είναι το μήκος του άπλου ισόχρονου έκκρεμου; $g = 9,81$ m/sec².

6. Ένα φυσικό έκκρεμές αποτελείται από ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$, που έχει άσημαντη μάζα και πλευρά 10 cm. Το έκκρεμές αιωρείται γύρω από οριζόντιο άξονα που περνάει από την κορυφή A και είναι κάθετος στο επίπεδο του τριγώνου. Σέ καθεμία από τις άλλες δύο κορυφές του τριγώνου μία μάζα m . Πόση είναι η περίοδος; Πόσο είναι το μήκος του ισόχρονου άπλου έκκρεμου;

7. Μία σφαίρα έχει μάζα m , ακτίνα R και αιωρείται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι εφαπτόμενος της σφαίρας. Η ροπή αδράνειας Θ της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής είναι $\Theta = \frac{7}{5} mR^2$. Πόση είναι η περίοδος και πόσο είναι το μήκος του ισόχρονου άπλου έκκρεμου;

8. Η άκρη A μιάς ελαστικής χορδής εκτελεί αρμονική ταλάντωση, που έχει εξίσωση $y = 0,04 \cdot \eta\mu 20\pi t$. Τα διάφορα μεγέθη μετριοδνται σέ μονάδες MKS. 1) Νά βρεθοίν τό πλάτος a , ή συχνότητα ν και ή περίοδος T τής κινήσεως τής άκρης τής χορδής. 2) Η ταλάντωση διαδίδεται κατά μήκος τής χορδής μέ ταχύτητα 25 m/sec. Νά βρεθεί τό μήκος κύματος και νά γραφεί ή εξίσωση τής κινήσεως ενός σημείου M τής χορδής, πού βρίσκεται σέ απόσταση 6,25 m από την άκρη A τής χορδής.

9. Οί δύο άκρες μιάς ελαστικής χορδής AB είναι σταθερά στερεωμένες. Η χορδή έχει μήκος 120 cm και πάνω της διαδίδονται κύματα πού έχουν μήκος κύματος 40 cm και άπό τή συμβολή τους σχηματίζονται στάσιμα εγκάρσια κύματα. 1) Πόσο είναι τό μήκος του στάσιμου κύματος και πόσα στάσιμα κύματα σχηματίζονται πάνω στή χορδή; 2) Νά σημειωθοún οί αποστάσεις των κοιλιών άπό την άκρη A τής χορδής.

10. Η άκρη A μιάς ελαστικής χορδής είναι σταθερά στερεωμένη, ενώ ή άλλη άκρη της B είναι ελεύθερη. Η χορδή έχει μήκος 90 cm και πάνω της σχηματίζονται στάσιμα εγκάρσια κύματα. Τό μήκος κύματος είναι 40 cm. 1) Πόσα στάσιμα κύματα σχηματίζονται; 2) Νά σημειωθοún οί αποστάσεις των κοιλιών άπό την άκρη A τής χορδής.

11. Ένα διαπασών εκτελεί ταλαντώσεις, πού έχουν συχνότητα $\nu = 120$ Hz, και δημιουργεί στήν επιφάνεια ενός ύγρου δύο σύγχρονες πηγές O_1 και O_2 εγκάρσιων κυμάτων, πού διαδίδονται μέ ταχύτητα $c = 48$ cm/sec. Τό πλάτος ταλαντώσεως των μορίων του ύγρου είναι $a = 5$ mm και υποθέτουμε ότι δέν υπάρχουν απώλειες ενέργειας. 1) Πόσο είναι τό πλάτος A τής ταλαντώσεως σέ ένα σημείο B τής επιφάνειας του ύγρου, πού οί αποστάσεις του άπό τίς δύο πηγές των κυμάτων είναι $O_1B = 8$ cm και $O_2B = 6$ cm; 2) Πόσο είναι τό πλάτος A τής ταλαντώσεως σέ ένα άλλο σημείο Γ , πού οί αποστάσεις του άπό τίς δύο πηγές των κυμάτων είναι $O_1\Gamma = 10$ cm και $O_2\Gamma = 7$ cm;

12. Στις δύο άκρες ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, που έχει μήκος 6 m, δύο πηγές O_1 και O_2 κατά τη χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζουν να εκτελούν ταλαντώσεις με συχνότητα $\nu = 5$ Hz και πλάτος $a = 3$ mm. 1) Σε ποιές χρονικές στιγμές t_1 και t_2 φτάνουν τα δύο εγκάρσια κύματα σε ένα σημείο B, που η απόστασή του από την πηγή O_1 είναι $O_1B = 80$ cm; 2) Πόσο είναι το πλάτος της ταλάντωσης στο σημείο B και πόσο σε ένα άλλο σημείο Γ, που η απόστασή του από την πηγή O_1 είναι $O_1\Gamma = 2,50$ m; 'Η ταχύτητα διαδόσεως των κυμάτων είναι $c = 2$ m/sec.

13. Ένα ευθύγραμμο σύρμα έχει μήκος $L = 60$ cm και μάζα $m = 150$ gr. Τό σύρμα εκτελεί αιωρήσεις γύρω από οριζόντιο άξονα O που περνάει από την πάνω άκρη του σύρματος. Νά βρεθεί η περίοδος T του εκκρεμους και η απόσταση l του κέντρου αιωρήσεως από τον άξονα O. Ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα O : $\Theta = \frac{1}{3} mL^2$.
 $g = 9,80$ m/sec².

14. Μία ομογενής μεταλλική ράβδος έχει μήκος $L = 1$ m και εκτελεί αιωρήσεις γύρω από οριζόντιο άξονα O που απέχει 15 cm από την άνωτερη άκρη της ράβδου. Νά βρεθεί η περίοδος T του εκκρεμους και να προσδιοριστεί ο δεύτερος οριζόντιος άξονας O', όταν η ράβδος χρησιμοποιείται ως αντίστροφο εκκρεμές. Ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο βάρους : $\Theta = \frac{1}{12} mL^2$.
 $g = 9,80$ m/sec².

15. Μία μεταλλική κυκλική στεφάνη έχει ακτίνα $R = 10$ cm μάζα m, κέντρο K και κρέμεται από νήμα ΟΑΚΓ (όπου Α και Γ είναι οι άκρες μιάς διαμέτρου και είναι $OK = \beta = 50$ cm). 'Η στεφάνη αιωρείται πάνω στο κατακόρυφο επίπεδο της Π γύρω από οριζόντιο άξονα που περνάει από την άκρη O του νήματος και είναι κάθετος στο επίπεδο Π. 'Η μάζα του νήματος είναι αήμαντη. 1) Νά βρεθεί η περίοδος T του εκκρεμους και να δειχτεί ότι μεταξύ των σημείων K και Γ υπάρχει ένα σημείο O' τέτοιο, ώστε η στεφάνη μπορεί να εκτελεί αιωρήσεις με την ίδια περίοδο, όταν αιωρείται γύρω από οριζόντιο άξονα που περνάει από το σημείο O'. 2) Νά εκφραστεί το μήκος l του ισόχρονου απλού εκκρεμους σε συνάρτηση με τα μεγέθη $\beta = OK$ και $\beta' = O'K$. $g = 9,80$ m/sec².

16. Πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού διαδίδονται κύματα με ταχύτητα $c = 100$ cm/sec. Τα κύματα θεωρούνται σαν κύματα ελαστικότητας και παράγονται από δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων O_1 και O_2 που η απόστασή τους είναι $O_1O_2 = 6$ cm και εκτελούν αμείωτες ταλαντώσεις με συχνότητα $\nu = 200$ Hz και πλάτος $a = 2$ mm. Νά βρεθεί το πλάτος Α της ταλάντωσης σε ένα σημείο Δ που η απόστασή του από την πηγή O_1 είναι $O_1\Delta = d_1 = 10$ cm και η απόστασή του από την πηγή O_2 είναι η κάθετος $O_2\Delta = d_2$.

17. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων παράγουν στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $c = 52,8$ cm/sec. 'Η συχνότητα των ταλαντώσεων που εκτελούν οι δύο πηγές είναι $\nu = 100$ Hz. Ένα σημείο B βρίσκεται πάνω στην ευθεία O_1O_2 και η απόστασή του από την πηγή O_1 είναι $O_1B = 3$ cm. Ένα σημείο Γ βρίσκεται πάνω στην ευθεία ΓΒ που είναι κάθετη στην απόσταση O_1O_2 των δύο πηγών και είναι $ΓΒ = 4$ cm. Δίνεται ότι στο σημείο Γ το πλάτος ταλάντωσης είναι μέγιστο, γιατί είναι $O_1\Gamma - O_2\Gamma = \lambda$. Πόση είναι η απόσταση O_1O_2 των δύο πηγών; $(4,472)^2 = 20$.

18. Δύο σύγχρονες πηγές O_1 και O_2 , που έκτελουν ταλαντώσεις συχνότητας $\nu = 100 \text{ Hz}$ και πλάτους $a = 1 \text{ mm}$, δημιουργούν πάνω στην επιφάνεια υγρού κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $c = 100 \text{ cm/sec}$. 'Η απόσταση των δύο πηγών είναι $O_1O_2 = 5 \text{ cm}$. Νά βρεθεί τό πλάτος A της ταλαντώσεως σέ ένα σημείο Γ που απέχει $d_1 = 10 \text{ cm}$ από την πηγή O_1 και ή απόσταση $d_2 = O_2\Gamma$ είναι κάθετη στην απόσταση O_1O_2 των δύο πηγών.

19. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων O_1 και O_2 παράγουν στην επιφάνεια υγρού κύματα. 'Η συχνότητα των δύο πηγών είναι $\nu = 116 \text{ Hz}$. Ένα σημείο Γ βρίσκεται πάνω σέ έναν κροσσό A και διατηρείται ακίνητο. Οί αποστάσεις του Γ από τίς πηγές O_1 και O_2 έχουν διαφορά $d_1 - d_2 = 1,07 \text{ cm}$. Ένα άλλο σημείο Γ' που διατηρείται καί αυτό ακίνητο βρίσκεται πάνω σέ έναν κροσσό B που είναι ό δωδέκατος κροσσός μετά τον A καί πρός τήν ίδια πλευρά του συστήματος των κροσσών. Οί αποστάσεις του Γ' από τίς πηγές O_1 και O_2 έχουν διαφορά $d_1' - d_2' = 2,03 \text{ cm}$. Νά βρεθούν τό μήκος κύματος λ καί ή ταχύτητα c διαδόσεως των κυμάτων.

ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

Φαινόμενο Doppler – Μουσικές κλίμακες

12. Φαινόμενο Doppler

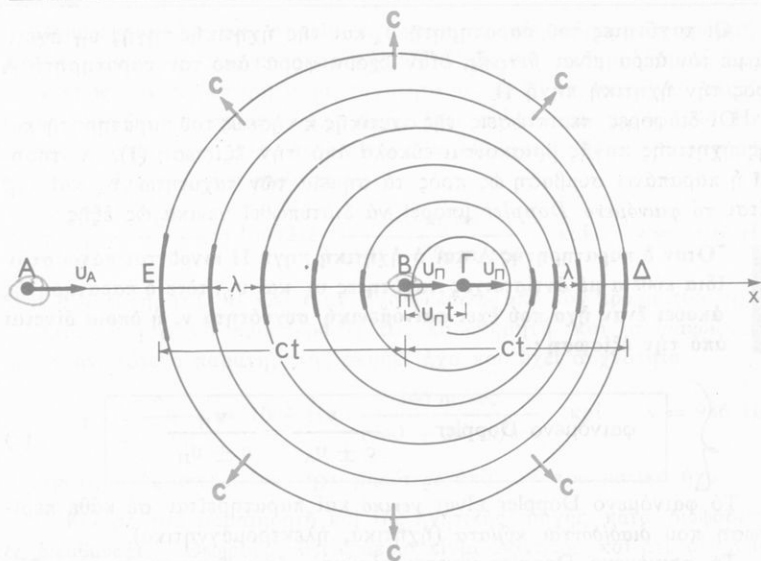
Όταν ο παρατηρητής Α είναι ακίνητος και η ήχητική πηγή Π είναι και αυτή ακίνητη, τότε η απόσταση μεταξύ του παρατηρητή και της ήχητικής πηγής διατηρείται σταθερή. Σ' αυτή την περίπτωση ο παρατηρητής κατά δευτερόλεπτο δέχεται τόσα κύματα, όσα κύματα εκπέμπει κατά δευτερόλεπτο η ήχητική πηγή. Έπομένως τα ήχητικά κύματα που φθάνουν στον παρατηρητή αναγκάζουν το τύμπανο του αυτιού του να εκτελεί κατά δευτερόλεπτο τόσες ταλαντώσεις, όσες εκτελεί κατά δευτερόλεπτο η ήχητική πηγή. Ωστε, όταν η απόσταση μεταξύ του παρατηρητή και της ήχητικής πηγής διατηρείται σταθερή, η συχνότητα (ν) του ήχου που ακούει ο παρατηρητής διατηρείται σταθερή.

Όταν όμως η απόσταση μεταξύ του παρατηρητή και της ήχητικής πηγής μεταβάλλεται, τότε μεταβάλλεται και η συχνότητα του ήχου που ακούει ο παρατηρητής. Αδτή η μεταβολή της συχνότητας του ήχου αποτελεί το φαινόμενο Doppler.

Θά εξετάσουμε τη μερική περίπτωση που ο παρατηρητής Α και η ήχητική πηγή έχουν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Οί ταχύτητες του παρατηρητή Α και της ήχητικής πηγής Π (σχ. 29) σχετικά μέ τόν αέρα είναι αντίστοιχα u_A και u_P και είναι θετικές. Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι c και είναι σταθερή, γιατί εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του αέρα και είναι πάντοτε θετική. Ως αρχή των χρόνων ($t = 0$) παίρνουμε τη χρονική στιγμή που η ήχητική πηγή βρίσκεται στη θέση Β. Τη χρονική στιγμή t η ήχητική πηγή βρίσκεται στη θέση Γ και τα κύματα που έφυγαν από την πηγή στην αρχή των χρόνων ($t = 0$) έχουν διαδοθεί σε απόσταση $BE = BD = c \cdot t$. Έτσι στη χρονική στιγμή t τό μέτωπο κύματος είναι μία σφαιρική επιφάνεια που έχει ακτίνα $c \cdot t$ και ισχύουν οι εξής εξισώσεις:

$$BG = v_{\Pi} \cdot t \quad EG = EB + BG = c \cdot t + v_{\Pi} \cdot t = (c + v_{\Pi})t$$

$$\Gamma D = BD - BG = c \cdot t - v_{\Pi} \cdot t = (c - v_{\Pi})t$$



Σχ. 29. Για την έρμηνεία του φαινομένου Doppler. 'Ο παρατηρητής Α καί ή ήχητική πηγή Β κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία κατά την ίδια φορά. 'Ο αέρας θεωρείται άκίνητος.

Αν v_{Π} είναι ή συχνότητα του ήχου που εκπέμπει ή πηγή, τότε στή διάρκεια του χρόνου t ή πηγή εξέπεμψε αριθμό N κυμάτων, που είναι ίσος μέ $N = v_{\Pi} \cdot t$. Έμπρός από την πηγή τά N κύματα έχουν συμπυκνωθεί μέσα στο διάστημα $\Gamma\Delta$, ενώ πίσω από την πηγή τά N κύματα έχουν αραιωθεί μέσα στο διάστημα $ΕΓ$. Έτσι τό μήκος κύματος :

έμπρός από την πηγή είναι:

$$\lambda = \frac{\Gamma\Delta}{N} = \frac{(c - v_{\Pi})t}{v_{\Pi} \cdot t} \quad \text{καί} \quad \lambda = \frac{c - v_{\Pi}}{v_{\Pi}}$$

πίσω από την πηγή είναι:

$$\lambda' = \frac{ΕΓ}{N} = \frac{(c + v_{\Pi})t}{v_{\Pi} \cdot t} \quad \text{καί} \quad \lambda' = \frac{c + v_{\Pi}}{v_{\Pi}}$$

Τά κύματα, καθώς πλησιάζουν προς τόν κινούμενο παρατηρητή, έχουν σχετικά μέ αυτόν ταχύτητα $c + v_A$. Άρα ή συχνότητα v , μέ την οποία ό παρατηρητής συναντά τά ήχητικά κύματα, είναι :

$$v = \frac{c + v_A}{\lambda'} = \frac{c + v_A}{(c + v_{\Pi})/v_{\Pi}} \quad \text{ή} \quad v = v_{\Pi} \cdot \frac{c + v_A}{c + v_{\Pi}} \quad (1)$$

Οί ταχύτητες του παρατηρητή v_A και της ήχητικής πηγής v_{Π} σχετικά με τον αέρα είναι *θετικές*, όταν έχουν φορά από τον παρατηρητή Α προς την ήχητική πηγή Π.

Οί διάφορες περιπτώσεις της σχετικής κινήσεως του παρατηρητή και της ήχητικής πηγής βρίσκονται εύκολα από την εξίσωση (1), αν τηρηθεί η παραπάνω σύμβαση ως προς τα σημεία των ταχυτήτων v_A και v_{Π} . "Ετσι *τό φαινόμενο Doppler* μπορεί να διατυπωθεί γενικά ως εξής :

"Όταν ο παρατηρητής Α και η ήχητική πηγή Π κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία με αντίστοιχες ταχύτητες v_A και v_{Π} , τότε ο παρατηρητής ακούει έναν ήχο που έχει φαινομενική συχνότητα ν , ή οποία δίνεται από την εξίσωση :

$$\text{φαινόμενο Doppler} \quad \frac{\nu}{c \pm v_A} = \frac{\nu_{\Pi}}{c \pm v_{\Pi}} \quad (2)$$

Τό φαινόμενο Doppler είναι *γενικό* και παρατηρείται σε κάθε περίπτωση που *διαδίδονται κύματα* (ήχητικά, ηλεκτρομαγνητικά).

Τό φαινόμενο Doppler γίνεται αισθητό, όταν διασταυρώνονται δύο αντίθετα κινούμενα αυτοκίνητα και τό ένα από αυτά παράγει με τό βομβητή του ήχο. "Επίσης γίνεται αισθητό, όταν πλησιάζει ή απομακρύνεται από μās μιά μηχανή σιδηροδρόμου που σφυρίζει.

Μερική περίπτωση. "Όταν η ήχητική πηγή ή ο παρατηρητής είναι *ακίνητος* ($v_{\Pi} = 0$ ή $v_A = 0$), από την εξίσωση (2) βρίσκουμε τίς σχέσεις που αναφέρονται στον παρακάτω πίνακα.

Ήχητική πηγή	Παρατηρητής	Φαινομενική συχνότητα	
ακίνητη, $v_{\Pi} = 0$	πλησιάζει	$\nu = \nu_{\Pi} \cdot \frac{c + v_A}{c}$	$\nu > \nu_{\Pi}$
ακίνητη, $v_{\Pi} = 0$	απομακρύνεται	$\nu = \nu_{\Pi} \cdot \frac{c - v_A}{c}$	$\nu < \nu_{\Pi}$
πλησιάζει	ακίνητος, $v_A = 0$	$\nu = \nu_{\Pi} \cdot \frac{c}{c - v_{\Pi}}$	$\nu > \nu_{\Pi}$
απομακρύνεται	ακίνητος $v_A = 0$	$\nu = \nu_{\Pi} \cdot \frac{c}{c + v_{\Pi}}$	$\nu < \nu_{\Pi}$

Παράδειγμα. Σέ ένα σημείο εὐθύγραμμης σιδηροδρομικῆς γραμμῆς βρίσκεται ἀκίνητος ἕνας παρατηρητής. Μτά μηχανή σιδηροδρόμου πλησιάζει πρὸς τόν παρατηρητή μέ ταχύτητα $v_{\Pi} = 20 \text{ m/sec}$, ἐνῶ ταυτόχρονα σφυρίζει. Ὁ παραγόμενος ἤχος ἔχει συχνότητα $v_{\Pi} = 1044 \text{ Hz}$. Ἡ ταχύτητα τοῦ ἡχου στὸν ἀέρα εἶναι $c = 340 \text{ m/sec}$. Τότε ὁ παρατηρητής ἀκούει ἤχο πού ἔχει συχνότητα:

$$v = v_{\Pi} \cdot \frac{c}{c - v_{\Pi}} = 1044 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \text{ m/sec}}{(340 - 20) \text{ m/sec}} \quad \text{καί} \quad v = 1109 \text{ Hz}$$

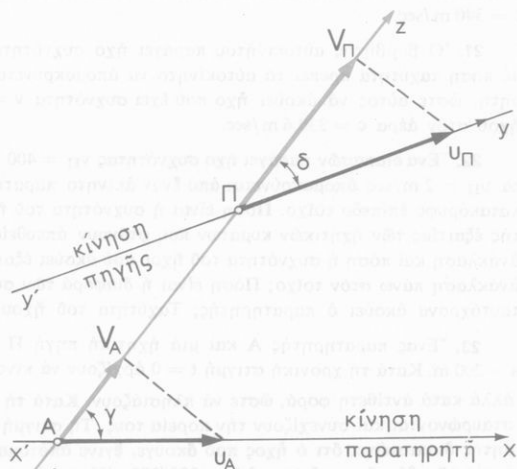
Ὡστε ὁ παρατηρητής ἀκούει ἕναν ἤχο *ψηλότερο* ἀπὸ τόν πραγματικό ἤχο.

Ὅταν ἡ μηχανή προσπεράσει τόν παρατηρητή καί ἀπομακρύνεται ἀπὸ αὐτόν, τότε ὁ παρατηρητής ἀκούει ἤχο πού ἔχει συχνότητα:

$$v = v_{\Pi} \cdot \frac{c}{c + v_{\Pi}} = 1044 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \text{ m/sec}}{(340 + 20) \text{ m/sec}} \quad \text{καί} \quad v = 986 \text{ Hz}$$

Ὁ παρατηρητής ἀκούει ἕναν ἤχο *βαρύτερο* ἀπὸ τόν πραγματικό ἤχο.

α. Κίνηση τοῦ παρατηρητῆ καί τῆς ἡχητικῆς πηγῆς κατὰ διαφορετικές διευθύνσεις. Θεωροῦμε ὅτι ὁ ἀέρας εἶναι ἀκίνητος καί ὅτι οἱ διευθύνσεις $x'x$ καί $y'y$ τῆς κινήσεως τοῦ παρατηρητῆ Α καί τῆς ἡχητικῆς πηγῆς Π σχηματίζουν μετὰ τὸν $z'z$ γωνία (σχ. 30). Σ' αὐτὴ τὴν περίπτωση ἀποδεικνύεται ὅτι ἰσχύει πάλι ἡ ἐξίσωση (2) μέ τὴ διαφορὰ ὅτι ἀντὶ γιὰ τίς ταχύτητες v_A καί v_{Π} τοῦ παρατηρητῆ Α καί τῆς ἡχητικῆς πηγῆς Π θά λάβουμε τίς ἀντίστοιχες προβολές V_A καί V_{Π} τῶν δύο ταχυτήτων v_A καί v_{Π} πάνω στὴ διεύθυνση $z'z$.



β. Ἐφαρμογές τοῦ φαινομένου Doppler.

Στὸ φαινόμενο Doppler ἡ φαινομενικὴ μεταβολὴ Δv τῆς συχνότητας

σχ. 30. Οἱ διευθύνσεις τῆς κινήσεως τοῦ παρατηρητῆ Α καί τῆς ἡχητικῆς πηγῆς Π σχηματίζουν γωνία. Ὁ ἀέρας θεωρεῖται ἀκίνητος.

των κυμάτων, πού εκπέμπει μία κινούμενη πηγή κυμάτων, είναι ανάλογη με την ταχύτητα v_{Π} της πηγής. Σ' αυτή την άρχη στηρίζεται η λειτουργία διατάξεων με τις οποίες μπορεί να γίνει με ακρίβεια *αυτόματη μέτρηση* της στιγμιαίας ταχύτητας των αυτοκινήτων καθώς και η *αυτόματη ρύθμιση* της κυκλοφορίας οχημάτων. Αυτές οι διατάξεις είναι ειδικά ρα-ντάρ στά οποία χρησιμοποιούνται ηλεκτρομαγνητικά κύματα πολύ μεγάλης συχνότητας. Άνάλογες πολύ ανθεκτικές διατάξεις, πού βασίζονται στο φαινόμενο Doppler, χρησιμοποιούνται στη σιδηρουργική βιομηχανία για τον έλεγχο των μεταλλικών προϊόντων πού παράγονται. Η Άστρο-νομία με βάση τό φαινόμενο Doppler ξεετάζει την κίνηση ορισμένων απλανών σχετικά με τη Γη.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

20. Μία μηχανή σιδηροδρόμου κινείται με ταχύτητα $v_{\Pi} = 72 \text{ km/h}$ και ταυτόχρονα σφυρίζει παράγοντας έναν ήχο συχνότητας $v_{\Pi} = 3000 \text{ Hz}$. Νά βρεθεί πόσος είναι ό λόγος των συχνοτήτων των δύο ήχων πού άκούει ένας άκίνητος παρατηρητής, όταν η μηχανή πλησιάζει και όταν απομακρύνεται από τον παρατηρητή. Ταχύτητα τοῦ ήχου στόν άέρα $c = 340 \text{ m/sec}$.

21. Ό βομβητής αυτοκινήτου παράγει ήχο συχνότητας $v_{\Pi} = 2096 \text{ Hz}$. Νά βρεθεί με πόση ταχύτητα πρέπει τό αυτοκίνητο νά απομακρύνεται από έναν άκίνητο παρατηρητή, ώστε αυτός νά άκούει ήχο πού έχει συχνότητα $v = (15/16) \cdot v_{\Pi}$. Ταχύτητα τοῦ ήχου στόν άέρα $c = 330,6 \text{ m/sec}$.

22. Ένα διαπασών παράγει ήχο συχνότητας $v_{\Pi} = 400 \text{ Hz}$ και κινούμενο με ταχύτητα $v_{\Pi} = 2 \text{ m/sec}$ απομακρύνεται από έναν άκίνητο παρατηρητή και πλησιάζει σε έναν κατακόρυφο επίπεδο τοίχο. Πόση είναι η συχνότητα τοῦ ήχου πού άκούει ό παρατηρητής εξαιτίας των ήχητικών κυμάτων πού φτάνουν άπευθείας σ' αυτόν χωρίς νά πάθουν ανάκλαση και πόση η συχνότητα τοῦ ήχου πού άκούει εξαιτίας των κυμάτων πού έπαθεν ανάκλαση πάνω στόν τοίχο; Πόση είναι η διαφορά των συχνοτήτων των δύο ήχων πού ταυτόχρονα άκούει ό παρατηρητής; Ταχύτητα τοῦ ήχου στόν άέρα $c = 335 \text{ m/sec}$.

23. Ένας παρατηρητής Α και μία ήχητική πηγή Β άρχικά απέχουν μεταξύ τους $s = 200 \text{ m}$. Κατά τη χρονική στιγμή $t = 0$ άρχίζουν νά κινούνται εθθύγραμμα και όμαλά, αλλά κατά αντίθετη φορά, ώστε νά πλησιάζουν. Κατά τη χρονική στιγμή $t = 5 \text{ sec}$ διασταυρώνονται και συνεχίζουν την πορεία τους. Τη στιγμή της διασταυρώσεως ό παρατηρητής διαπιστώνει ότι ό ήχος πού άκουγε, έγινε άπότομα βαρύτερος και ότι οι συχνότητες των δύο ήχων έχουν λόγο $209/273$. Η ταχύτητα τοῦ ήχου στόν άέρα είναι $c = 300 \text{ m/sec}$. Νά βρεθούν οι ταχύτητες τοῦ παρατηρητή και της πηγής.

24. Ένας παρατηρητής βρίσκεται σε άπόσταση $s = 1237,5 \text{ m}$ από μία ήχητική πηγή. Ό παρατηρητής κινείται πρós την άκίνητη πηγή και διαπιστώνει ότι η συχνότητα τοῦ ήχου πού άκούει αυξάνει ανάλογα με τό χρόνο και όταν φτάσει στην πηγή βρίσκει ότι

ο λόγος των συχνότητων του ήχου που άκουγε και του πραγματικού ήχου που παράγει η πηγή είναι $3/2$. Νά προσδιοριστεί το είδος της κινήσεως του παρατηρητή και νά βρεθεί πόσο χρόνο t χρειάστηκε ο παρατηρητής, για νά διανύσει τό διάστημα s . Ταχύτητα του ήχου στον άέρα $c = 330 \text{ m/sec}$.

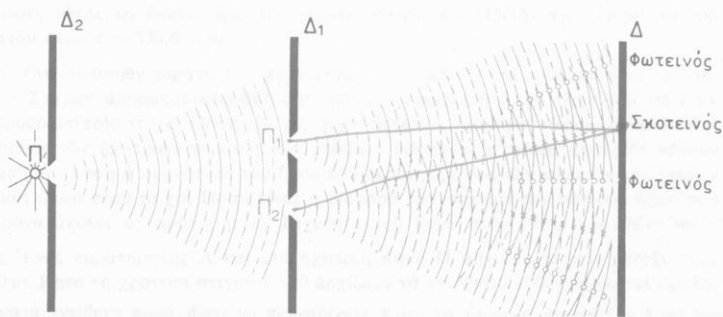
25. Ένα διαπασών που παράγει ήχο συχνότητας $\nu_{\Pi} = 435 \text{ Hz}$ αφήνεται νά πέσει κατακόρυφα χωρίς άρχική ταχύτητα. Ένας παρατηρητής βρίσκεται πάνω στην ίδια κατακόρυφο μέ τό διαπασών και σέ απόσταση $s = 80 \text{ m}$ κάτω από τό σημείο από τό όποιο ξεκίνησε τό διαπασών. Νά βρεθεί ή συχνότητα του ήχου που άκούει ο παρατηρητής : α) δύο δευτερόλεπτα προτου περάσει τό διαπασών από μπροστά του και β) δύο δευτερόλεπτα μετά τή διέλευση του διαπασών από μπροστά του. Ταχύτητα του ήχου στον άέρα $c = 340 \text{ m/sec}$. $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

ΟΠΤΙΚΗ

13. Συμβολή του φωτός

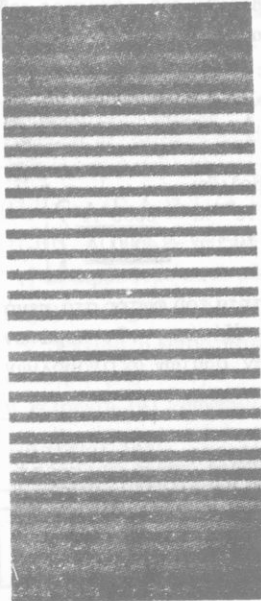
Τό φαινόμενο *της συμβολής του φωτός* τό παρατηρούμε μέ τή διάταξη πού δίχνει τό σχήμα 31 (*σχισμές του Young*). Τό *μονοχρωματικό φώς* μιᾶς ἰσχυρῆς φωτεινῆς πηγῆς περνάει ἀπό μιᾶ λεπτή σχισμή Π καί πέφτει πάνω σ' ἓνα διάφραγμα Δ₁. Αὐτό ἔχει δύο πολύ λεπτές σχισμές Π₁ καί Π₂ πού εἶναι παράλληλες μέ τή σχισμή Π. Ἡ ἀπόσταση μεταξύ τῶν δύο σχισμῶν Π₁ καί Π₂ εἶναι πολύ μικρή. Τότε οἱ σχισμές Π₁ καί Π₂ εἶναι *δύο σύγχρονες φωτεινές πηγές*, δηλαδή εἶναι δύο σύγχρονα κέντρα παραγωγῆς *φωτεινῶν κυμάτων*. Τά δύο κύματα φτάνουν στό διάφραγμα Δ καί ἀπό τή συμβολή τους σχηματίζονται πάνω στό διάφραγμα *κροσσοί συμβολῆς*, δηλαδή *διαδοχικές φωτεινές καί σκοτεινές ραβδώσεις* (σχ.31α).

Ὁ σχηματισμός τῶν κροσσῶν συμβολῆς ἐξηγεῖται εὐκόλα (σχ. 32).

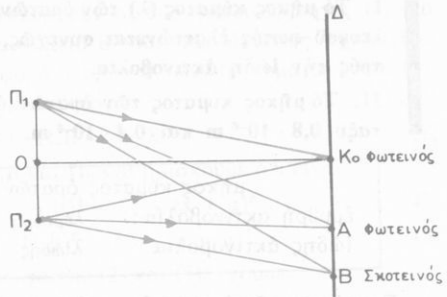


Σχ. 31. Διάταξη γιά τήν παραγωγή τοῦ φαινομένου τῆς συμβολῆς (σχισμές τοῦ Young).

(*) Συμπληρώνοντας τίς ἀντιλήψεις μας γιά τή φύση τοῦ φωτός ἀναφέρουμε ἐδῶ καί τά φωτόνια, ὥστε νά εἶναι γνωστά κατὰ τήν ἐξέταση ἄλλων φαινομένων (ἄκτινες Röntgen, φωτοηλεκτρικό φαινόμενο).



Σχ.31α. Κροσσοί συμβολής.



Σχ. 32 'Ο σχηματισμός φωτεινού ή σκοτεινού κροσσοῦ εξαρτάται από τη διαφορά των δρόμων των δύο κυμάτων.

Σέ ὅσα σημεία τοῦ διαφράγματος (ὅπως π.χ. τό σημείο Α) ἡ διαφορά δρόμου των δύο κυμάτων ($d = \Pi_1 A - \Pi_2 A$) εἶναι ἴση μέ ἀκέραιο ἀριθμό κυμάτων, οἱ δύο ταλαντώσεις φτάνουν μέ συμφωνία φάσεως καί ἐπομένως ἡ συνισταμένη ταλάντωση ἔχει μέγιστο πλάτος. Ἄρα σ' αὐτά τά σημεία σχηματίζονται *φωτεινοί κροσσοί*.

Ἀντίθετα σέ ὅσα σημεία τοῦ διαφράγματος (ὅπως π.χ. τό σημείο Β) ἡ διαφορά δρόμου των δύο κυμάτων ($d = \Pi_1 B - \Pi_2 B$) εἶναι ἴση μέ περιττό ἀριθμό ἡμικυμάτων, οἱ δύο ταλαντώσεις φτάνουν μέ ἀντίθετη φάση καί ἐπομένως ἡ συνισταμένη ταλάντωση ἔχει πλάτος ἴσο μέ μηδέν. Ἄρα σ' αὐτά τά σημεία σχηματίζονται *σκοτεινοί κροσσοί*. Ὡστε σχηματίζονται :

φωτεινοί κροσσοί, ὅταν εἶναι

$$d = \kappa \cdot \lambda$$

σκοτεινοί κροσσοί, ὅταν εἶναι

$$d = (2\kappa + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

α. Μήκος κύματος τῶν ὁρατῶν ἀκτινοβολιῶν. Ἀπό τό φαινόμενο τῆς συμβολῆς τοῦ φωτός μετρήσαμε τό μήκος κύματος (λ) τῶν ὁρατῶν ἀκτινοβολιῶν καί καταλήξαμε στά ἑξῆς συμπεράσματα: ≡

I. Τό μήκος κύματος (λ) των όρατων ακτινοβολιών του φάσματος του λευκού φωτός ελαττώνεται συνεχώς, όσο προχωρούμε από την ερυθρή προς την ιώδη ακτινοβολία.

II. Τό μήκος κύματος των όρατων ακτινοβολιών περιλαμβάνεται μεταξύ $0,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ και $0,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$.

μήκος κύματος όρατων ακτινοβολιών

$$\left. \begin{array}{l} \text{ερυθρή ακτινοβολία:} \quad \lambda_{\text{ερυθρή}} = 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ m} = \underline{8000 \text{ \AA}} \\ \text{ιώδης ακτινοβολία:} \quad \lambda_{\text{ιώδης}} = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ m} = \underline{4000 \text{ \AA}} \end{array} \right\}$$

Συχνότητα των όρατων ακτινοβολιών. 'Η ταχύτητα του φωτός στο κενό ή στον αέρα είναι $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$. Από την εξίσωση των κυμάτων $c = \nu \cdot \lambda$ βρίσκουμε ότι η συχνότητα των ακραίων όρατων ακτινοβολιών είναι:

$$\nu_{\text{ερυθρή}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/sec}}{0,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}}$$

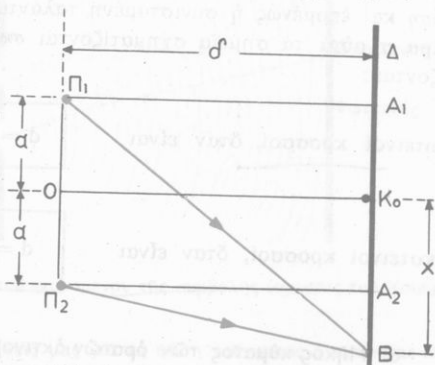
και $\nu_{\text{ερυθρή}} = 375 \cdot 10^{12} \text{ Hz}$

$$\nu_{\text{ιώδης}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/sec}}{0,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}}$$

και $\nu_{\text{ιώδης}} = 750 \cdot 10^{12} \text{ Hz}$

"Ωστε η συχνότητα των όρατων ακτινοβολιών του φάσματος του λευκού φωτός *αυξάνει συνεχώς*, όσο προχωρούμε από την ερυθρή προς την ιώδη ακτινοβολία.

β. **Υπολογισμός του μήκους κύματος.** Στην προηγούμενη διάταξη που χρησιμοποιήσαμε για την παρατήρηση των κροσσών συμβολής, ή απόστασης μεταξύ των δύο σχισμών είναι $\Pi_1 \Pi_2 = 2a$ (σχ. 33) και η απόσταση κάθε φωτεινής πηγής από το διάφραγμα είναι δ ($\Pi_1 A_1 = \Pi_2 A_2 = OK_0 = \delta$). Στο σημείο K_0 σχηματίζεται ο *κεντρικός φωτεινός κροσσός*, γιατί οι δρόμοι $\Pi_1 K_0$ και $\Pi_2 K_0$ των δύο κυμάτων είναι ίσοι και επομένως οι δύο ταλαντώσεις φτάνουν με διαφορά φάσεως ίση με μηδέν. 'Η μο-



Σχ. 33. Για τη μέτρηση του μήκους κύματος λ μιάς ακτινοβολίας.

νοχρωματική ακτινοβολία που εκπέμπουν οι δύο φωτεινές πηγές Π_1 και Π_2 έχει μήκος κύματος λ . Σέ ένα σημείο B του διαφράγματος σχηματίζεται φωτεινός κροσσός, γιατί η διαφορά δρόμου d των δύο κυμάτων είναι ίση με άκραιο αριθμό κ κυμάτων, δηλαδή είναι:

$$d = \Pi_1 B - \Pi_2 B = \kappa \cdot \lambda \quad (1)$$

Από τα ορθογώνια τρίγωνα $\Pi_1 A_1 B$ και $\Pi_2 A_2 B$ βρίσκουμε ότι είναι:

$$(\Pi_1 B)^2 = (\Pi_1 A_1)^2 + (A_1 B)^2 \quad \text{ή} \quad (\Pi_1 B)^2 = \delta^2 + (x + a)^2 \quad (2)$$

$$(\Pi_2 B)^2 = (\Pi_2 A_2)^2 + (A_2 B)^2 \quad \text{ή} \quad (\Pi_2 B)^2 = \delta^2 + (x - a)^2 \quad (3)$$

Αν αφαιρέσουμε κατά μέλη τις εξισώσεις (2) και (3), έχουμε:

$$(\Pi_1 B)^2 - (\Pi_2 B)^2 = 4a \cdot x \quad \text{ή} \quad (\Pi_1 B + \Pi_2 B) \cdot (\Pi_1 B - \Pi_2 B) = 4a \cdot x \quad (4)$$

Επειδή η απόσταση $OK_0 = \delta$ είναι πολύ μεγάλη σχετικά με την απόσταση $K_0 A_2 = a$, μπορούμε να λάβουμε $\Pi_1 B + \Pi_2 B = 2\delta$ και επομένως η εξίσωση (4) γράφεται:

$$2\delta \cdot d = 4a \cdot x \quad (5)$$

Από τις εξισώσεις (1) και (5) βρίσκουμε ότι το μήκος κύματος (λ) της μονοχρωματικής ακτινοβολίας είναι:

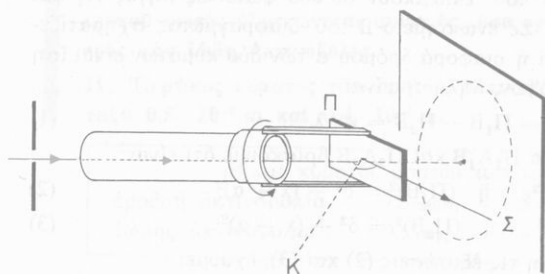
$$\text{μήκος κύματος} \quad \lambda = \frac{2a \cdot x}{\kappa \cdot \delta} \quad (6)$$

Τό κ φανερώνει τον αύξοντα αριθμό του φωτεινού κροσσού (στόν κεντρικό φωτεινό κροσσό αντιστοιχεί $\kappa = 0$) και τό x φανερώνει την απόσταση του κ τάξεως φωτεινού κροσσού από τον κεντρικό φωτεινό κροσσό. Ωστε τά μεγέθη που είναι στό δεύτερο μέλος της εξίσωσης (6) μπορούν νά μετρηθούν μέ ακρίβεια και έτσι μπορούμε νά υπολογίσουμε τό μήκος κύματος λ .

14. Πόλωση του φωτός

α. Συμμετρία από περιστροφή του φυσικού φωτός. Τό φώς, που προέρχεται από μία φωτεινή πηγή, αν δέν έχει πάθει ανάκλαση ή διάθλαση, ονομάζεται *φυσικό φώς*. Μία γυάλινη πλάκα Π , που ή μία επιφάνειά της έχει σκεπαστεί μέ ένα στρώμα καπνιάς (αιθάλης) χρησιμοποιείται ως καθρέφτης¹. Αφήνουμε νά πέσει πλάγια πάνω στόν καθρέφτη Π μία ακτίνα

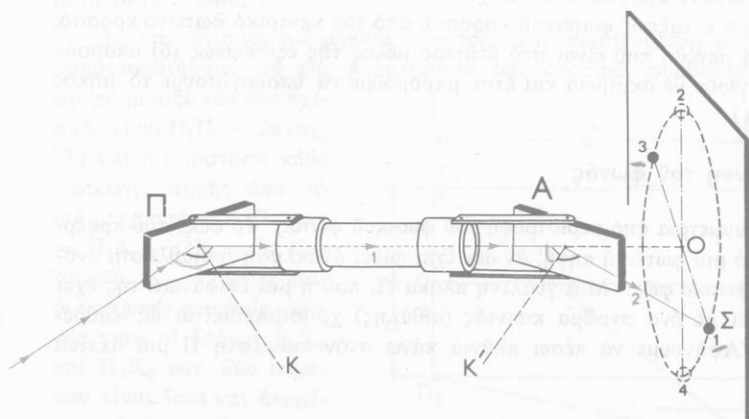
¹ Η δέσμη φωτός, που πέφτει στην πλάκα Π δίνει μία ανακλώμενη δέσμη και μία διαθλώμενη δέσμη που απορροφάται από τό στρώμα της καπνιάς.



Σχ. 34. Ο φωτισμός της κηλίδας Σ δε μεταβάλλεται.

διατηρώντας όμως σταθερή τη γωνία προσπτώσεως. Τότε καί η γωνία ανακλάσεως διατηρείται σταθερή. Η ανακλώμενη ακτίνα διαγράφει επιφάνεια κώνου καί η φωτεινή κηλίδα Σ διαγράφει έναν κύκλο πού έχει κέντρο τό σημείο Ο. Παρατηρούμε ότι ο φωτισμός της κηλίδας Σ δε μεταβάλλεται, όταν γίνεται αυτή η περιστροφή. Από τό παραπάνω πείραμα βγάζουμε τό εξής συμπέρασμα:

Τό φυσικό φώς έχει απόλυτη συμμετρία από περιστροφή γύρω από τήν ακτίνα ή όποία τό μεταφέρει.



Σχ. 35. Ο φωτισμός της κηλίδας Ι περιοδικά μεταβάλλεται μεταξύ ενός μέγιστου καί ενός ελάχιστου.

β. Πόλωση τοῦ φωτός ἀπό ἀνάκλαση. Ἀφήνουμε τώρα νά πέσει πάνω στόν καθρέφτη Π ἡ ἀκτίνα φυσικοῦ φωτός μέ γωνία προσπτώσεως 57° . Ἡ ἀνακλῶμενη ἀκτίνα 1 πέφτει μέ τήν ἴδια γωνία προσπτώσεως 57° πάνω σέ ὁμοία πλάκα Α (σχ.35). Ἀρχικά οἱ δύο καθρέφτες Π καί Α εἶναι παράλληλοι καί τά δύο ἐπίπεδα προσπτώσεως συμπίπτουν. Περιστρέφουμε τόν καθρέφτη Α γύρω ἀπό τήν ἀκτίνα 1, πού τήν παίρνουμε ὡς ἄξονα, διατηρώντας ὅμως σταθερή τή γωνία προσπτώσεως. Ἡ ἀνακλῶμενη ἀκτίνα 2 διαγράφει πάλι ἐπιφάνεια κώνου καί ἡ φωτεινὴ κηλίδα Σ διαγράφει μιὰ περιφέρεια πού ἔχει κέντρο τό σημεῖο Ο. Παρατηροῦμε ὅτι σ' αὐτή τήν περίπτωση ὁ φωτισμός τῆς κηλίδας Σ δέ διατηρεῖται σταθερός. Ὁ φωτισμός τῆς κηλίδας Σ:

— εἶναι μέγιστος, ὅταν τά δύο ἐπίπεδα προσπτώσεως συμπίπτουν (θέσεις τῆς κηλίδας 1 καί 3).

— εἶναι ἴσος μέ μηδέν, ὅταν τά δύο ἐπίπεδα προσπτώσεως εἶναι κάθετα μεταξύ τους (θέσεις τῆς κηλίδας 2 καί 4).

Ἀπό τό πείραμα αὐτό συνάγεται ὅτι ἡ ἀκτίνα 1, πού προκύπτει ἀπό τήν ἀνάκλαση τοῦ φυσικοῦ φωτός, δέν ἔχει τίς ἴδιες ιδιότητες μέ τήν ἀκτίνα τοῦ φυσικοῦ φωτός, γιατί ἡ ἀνακλῶμενη ἀκτίνα 1 μπορεῖ νά καταργηθεῖ τελείως μέ μιὰ δεύτερη ἀνάκλαση. Τότε λέμε ὅτι ἡ ἀνακλῶμενη ἀκτίνα 1 εἶναι ἀκτίνα πολωμένου φωτός. Ἡ ὁρισμένη γωνία (57°), μέ τήν ὁποία πέσει νά πέσει ἡ ἀκτίνα τοῦ φυσικοῦ φωτός πάνω στόν καθρέφτη Π, γιά νά πάθει πόλωση, ὀνομάζεται γωνία ὀλικῆς πολώσεως. Ὁ πρῶτος καθρέφτης Π πού προκαλεῖ τήν πόλωση, ὀνομάζεται πολωτής, ἐνῶ ὁ δεῦτερος καθρέφτης Α ὀνομάζεται ἀναλύτης.

Ἄν ἡ ἀκτίνα τοῦ φυσικοῦ φωτός πέσει πάνω στόν πολωτή Π μέ γωνία διαφορετικὴ ἀπὸ τή γωνία ὀλικῆς πολώσεως, τότε παρατηροῦμε ὅτι ἡ ἀνακλῶμενη ἀκτίνα 1 δέν μπορεῖ νά καταργηθεῖ τελείως μέ μιὰ δεύτερη ἀνάκλασὴ τῆς πάνω στόν ἀναλύτη Α. Κατά μιὰ ὀλόκληρη στροφή τοῦ ἀναλύτη Α ὁ φωτισμός τῆς κηλίδας Σ λαβαίνει δύο μέγιστες καί δύο ἐλάχιστες τιμές, ἀλλὰ ποτέ δέν μηδενίζεται. Σ' αὐτή τήν περίπτωση λέμε ὅτι ἡ ἀνακλῶμενη ἀκτίνα 1 εἶναι μερικῶς πολωμένη. Ὡστε:

I. Ὅταν τό φυσικὸ φῶς ἀνακλᾶται, συμβαίνει ὀλικὴ ἢ μερικὴ πόλωση τοῦ φωτός.

II. Στό ὀλικῶς πολωμένο φῶς ἔχει καταργηθεῖ ἡ συμμετρία ἀπὸ περιστροφή γύρω ἀπὸ τήν ἀκτίνα ἢ ὁποία τό μεταφέρει.

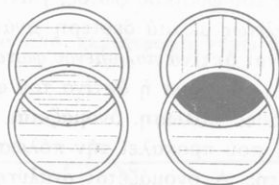
III. Τό ὀλικῶς πολωμένο φῶς μπορεῖ νά καταργηθεῖ τελείως μέ μιὰ δεύτερη ἀνάκλαση, ὅταν τά δύο ἐπίπεδα προσπτώσεως εἶναι κάθετα μεταξύ τους καί ἡ δεύτερη γωνία προσπτώσεως εἶναι ἴση μέ τή γωνία ὀλικῆς πολώσεως.

γ. Πόλωση του φωτός από διάθλαση. Πάνω σε μία γυάλινη πλάκα αφήνουμε να πέσει μία λεπτή δέσμη φυσικού φωτός υπό γωνία προσπτώσεως ίση με τη γωνία όλικης πολώσεως. Τότε ένα μέρος (τά 8%) του φωτός ανακλάται και είναι *ολικά πολωμένο*. Το υπόλοιπο μέρος (92%) του φωτός διαθλάται. Με έναν αναλύτη βρίσκουμε ότι το διαθλώμενο φως είναι *μερικά πολωμένο*. Ώστε με τό πείραμα βρίσκουμε ότι:

■ Τό φυσικό φως κατά τη διάθλαση παθαίνει μόνο μερική πόλωση.

Σημείωση. Με διάθλαση μπορούμε να πετύχουμε ολική πόλωση του φυσικού φωτός, αν χρησιμοποιήσουμε μία δέσμη από 10 ως 20 επάλληλες πλάκες.

δ. Polaroid. Γιά την εύκολη παραγωγή πολωμένου φωτός χρησιμοποιούμε ένα τεχνητά παρασκευαζόμενο σῶμα πού ονομάζεται *polaroid* (πολωτικό σῶμα). Τό polaroid αποτελείται από ένα λεπτό διαφανές στρώμα ζελατίνας πού πάνω του υπάρχουν πάρα πολλοί μικρότατοι κρύσταλλοι μιᾶς ουσίας πού λέγεται έραπαθίτης (είναι ένωση τῆς κινίνης). Τό polaroid τοποθετείται άνάμεσα σέ δύο λεπτές γυάλινες πλάκες. Αὐτή ή διάταξη αποτελεί έναν *πολωτή*. Μιά άλλη ὁμοία διάταξη μπορεί νά χρησιμοποιηθεῖ ὡς *αναλύτης* (σχ. 36). Τά polaroid χρησιμοποιούνται σέ πολλές ἐφαρμογές (ὅταν θέλουμε νά μετριάσουμε τήν ένταση τοῦ φωτός πού μπαίνει στό μάτι μας, σέ φωτογραφικά φίλτρα, σέ ὀπτικά ὄργανα, σέ *pare - brise* κ.ἄ.).



Σχ. 36 Δίσκοι polaroid.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

26. Στο πείραμα τῆς συμβολῆς τοῦ φωτός μέ τίς σχισμές τοῦ Young βρίσκουμε ὅτι τό μήκος κύματος λ τῆς ἀκτινοβολίας δίνεται ἀπό τήν ἐξίσωση :

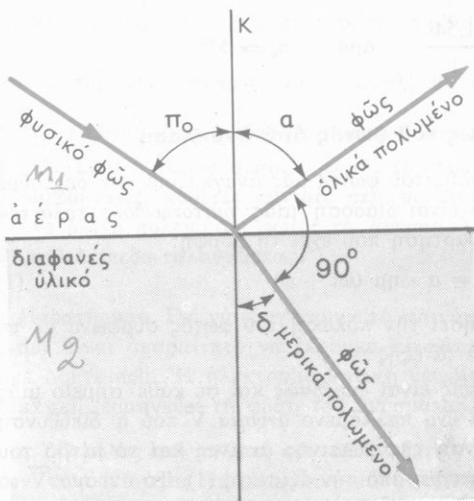
$$\lambda = \frac{2a \cdot x}{\kappa \cdot d}$$

ὅπου $2a$ εἶναι ἡ ἀπόσταση μεταξύ τῶν δύο φωτεινῶν πηγῶν (δηλαδή τῶν σχισμῶν), d ἡ ἀπόσταση τῶν φωτεινῶν πηγῶν ἀπό τό διάφραγμα, x ἡ ἀπόσταση τοῦ κ τάξεως φωτεινοῦ κροσσοῦ ἀπό τόν κεντρικό φωτεινό κροσσό K . Σέ ένα τέτοιο πείραμα εἶναι $2a = 4 \text{ mm}$ καί $d = 60 \text{ cm}$. 1) Ἡ ἐρυθρή ἀκτινοβολία πού χρησιμοποιοῦμε ἔχει μήκος κύματος $\lambda_E = 4 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$. Πόση εἶναι ἡ ἀπόσταση x_E τοῦ πρώτου φωτεινοῦ κροσσοῦ ἀπό τόν κεντρικό φωτεινό κροσσό K ; 2) Πόση εἶναι ἡ ἀπόσταση x_I τοῦ πρώτου φωτεινοῦ κροσσοῦ, ἂν χρησιμοποιήσουμε ἰῶδη ἀκτινοβολία, πού ἔχει μήκος κύματος $\lambda_I = 8 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$:

27. Σέ ένα πείραμα μέ τίς σχισμές τοῦ Young εἶναι $2a = 2 \text{ mm}$ καί $d = 1 \text{ m}$. Ἡ ἀπόσταση δύο διαδοχικῶν φωτεινῶν κροσσῶν εἶναι $\epsilon = 0,34 \text{ mm}$. Πόσο εἶναι τό μήκος κύματος λ τῆς ἀκτινοβολίας;

15. Όλική πόλωση του φωτός. Νόμος του Brewster

Με τό πείραμα βρήκαμε ότι κατά τήν ανάκλαση του φυσικού φωτός πάνω σέ όλα τά σώματα καί μέ οποιαδήποτε γωνία προσπίτωσης πάντοτε συμβαίνει μερική πόλωση του φωτός.



Σχ. 37. Όλική πόλωση του φωτός από ανάκλαση.

$$n = \frac{\eta \mu \pi_0}{\eta \mu \delta} \quad \eta \quad n = \frac{\eta \mu \pi_0}{\eta \mu (90^\circ - \pi_0)} = \frac{\eta \mu \pi_0}{\sin \pi_0}$$

Άρα

$$\epsilon \phi \pi_0 = n$$

Γενικότερα γιά τήν όλική πόλωση του φωτός από ανάκλαση ισχύει ό ακόλουθος νόμος του Brewster :

Όταν τό φυσικό φως πού διαδίδεται σέ ένα μέσο μέ δείκτη διαθλάσεως n_1 , πάθει ανάκλαση πάνω σέ διαφανές υλικό πού έχει δείκτη διαθλάσεως n_2 , τότε τό ανακλώμενο φως είναι όλικά πολωμένο, αν γιά τή γωνία προσπίτωσης (π_0) ισχύει ή εξίσωση :

$$\text{νόμος του Brewster} \quad \epsilon \phi \pi_0 = \frac{n_2}{n_1}$$

Ή γωνία π_0 ονομάζεται γωνία όλικης τής πολώσεως.

Μιά γυάλινη πλάκα, πού έχει δείκτη διαθλάσεως $n_2 = 1,54$, βρίσκεται μέσα στον αέρα ($n_1 = 1$). Πάνω στην πλάκα πέφτει μία ακτίνα φυσικού φωτός. Σ' αυτή την περίπτωση για τη γωνία ολικής πολώσεως ισχύει η σχέση:

$$\varepsilon\varphi \pi_0 = \frac{1,54}{1} \quad \text{άρα} \quad \pi_0 \approx 57^\circ$$

16. Ξήγηση της πολώσεως του φωτός από ανάκλαση

Τα φαινόμενα της συμβολής του φωτός μās αναγκάζουν νά δεχτούμε ότι μία φωτεινή ακτινοβολία είναι διάδοση μιās ήμιτονοειδούς ταλαντώσεως, πού εκφράζεται μέ συνάρτηση πού έχει τή μορφή:

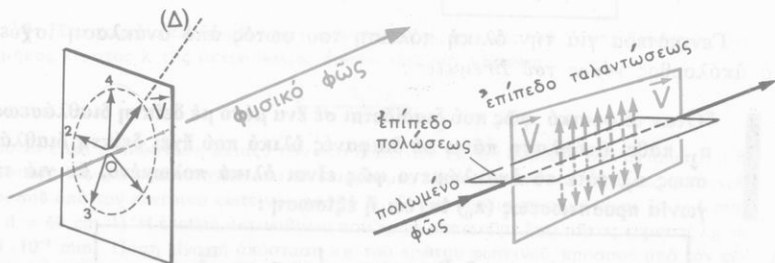
$$V = a \cdot \eta\mu (\omega t + \varphi) \quad (1)$$

Ο Fresnel, για νά εξηγήσει τήν πόλωση του φωτός σύμφωνα μέ τή θεωρία των κυμάτων, δέχτηκε τά εξής :

1. Οί φωτεινές ταλαντώσεις είναι *εγκάρσιες* και σέ κάθε σημείο μιās φωτεινής ακτίνας αντιστοιχεί ένα παλλόμενο *άνυσμα* $\vec{V}$ πού ή διεύθυνσή του είναι *κάθετη* στή διεύθυνση της φωτεινής ακτίνας και τό μέτρο του V δίνεται σέ κάθε χρονική στιγμή από τήν εξίσωση (1). Τό *άνυσμα* $\vec{V}$ τό ονομάζουμε *φωτεινό άνυσμα* (vecteur lumineux, Lichtvektor).

2. Κατά μήκος μιās ακτίνας *φυσικού φωτός* ή διεύθυνση (Δ) του άνύσματος $\vec{V}$ *δέν είναι ορισμένη*. Αυτό σημαίνει ότι σέ ένα σημείο O της φωτεινής ακτίνας (σχ. 38) ή διεύθυνση του άνύσματος $\vec{V}$ μπορεί νά έχει οποιοδήποτε προσανατολισμό (1, 2, 3, 4, ...).

3. Κατά μήκος μιās ακτίνας *ολικά πολωμένου φωτός* τό *άνυσμα* $\vec{V}$ βρίσκεται πάνω σέ ένα *ορισμένο επίπεδο* πού ονομάζεται *επίπεδο ταλαντώσεως*.



Σχ. 38. Σέ μία ακτίνα φυσικού φωτός τό *άνυσμα* $\vec{V}$ έχει οποιοδήποτε προσανατολισμό.

Σχ. 39. Σέ μία ακτίνα ολικά πολωμένου φωτός τό *άνυσμα* $\vec{V}$ βρίσκεται πάντοτε πάνω στο *επίπεδο ταλαντώσεως*.

ντώσεως (σχ. 39). Τό επίπεδο αυτό είναι κάθετο στο επίπεδο προσπτώσεως, πού ονομάζεται *επίπεδο πολώσεως*.

Σέ μία ακτίνα ολικά πολωμένου φωτός τό ἄνυσμα $\vec{V}$ είναι παράλληλο μέ μία ὀρισμένη διεύθυνση πού είναι κάθετη στή φωτεινή ακτίνα καί γι' αὐτό λέμε ὅτι σ' αὐτή τήν περίπτωση συμβαίνει *γραμμική πόλωση* τοῦ φωτός.

Ἀπό τά παραπάνω συνάγονται τά ἀκόλουθα συμπεράσματα:

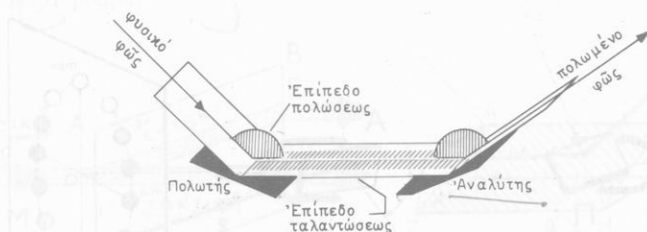
I. Τό φῶς είναι διάδοση ἐγκάρσιων κυμάτων.

II. Σέ μία ακτίνα φυσικοῦ φωτός τό ἄνυσμα $\vec{V}$ ἔχει ὅλες τίς δυνατές διευθύνσεις, κάθετες πάντοτε στή φωτεινή ακτίνα, ἐνῶ σέ μία ακτίνα ολικά πολωμένου φωτός τό ἄνυσμα $\vec{V}$ βρίσκεται πάντοτε πάνω στό επίπεδο ταλαντώσεως.

Παρατήρηση. Γιά νά ἐξηγήσουμε τό φαινόμενο τῆς πολώσεως τοῦ φωτός δέν είναι ἀπαραίτητο νά ξέρουμε τή φύση τοῦ ἀνύσματος $\vec{V}$ πού δέχτηκε ὁ Fresnell. Ἡ ἡλεκτρομαγνητική θεωρία, πού ἀργότερα διατύπωσε ὁ Maxwell, ἐρμηνεύει τή φύση τοῦ ἀνύσματος $\vec{V}$.

α. Ὁ ρόλος τοῦ πολωτῆ καί τοῦ ἀναλύτη. Ὁ πολωτής καί ὁ ἀναλύτης ἔχουν τήν ιδιότητα νά ἀναλύουν μία φωτεινή ταλάντωση σέ δύο συνιστώσες ταλαντώσεις πού είναι παράλληλες μέ δύο σταθερές διευθύνσεις καί ἐπιτρέπουν νά συνεχιστεῖ ἡ διάδοση μόνο τῆς μιᾶς ἀπό τίς συνιστώσες ταλαντώσεις.

Κατά τήν πόλωση τοῦ φυσικοῦ φωτός ἀπό ἀνάκλαση ἡ ἐπιτρεπόμενη διεύθυνση ταλαντώσεως είναι μόνο ἐκείνη πού είναι κάθετη στό επίπεδο



Σχ. 40. Τό επίπεδο ταλαντώσεως είναι κάθετο στό επίπεδο προσπτώσεως (επίπεδο πολώσεως).

προσπτώσεως (σχ. 40). Ἐτσι, ὅταν τά επίπεδα προσπτώσεως τοῦ πολωτῆ καί τοῦ ἀναλύτη συμπίπτουν, ὁ ἀναλύτης δίνει ἀνακλώμενη ακτίνα τοῦ πολωμένου φωτός.

Όταν πάνω στον αναλύτη πέφτει ολικά πολωμένο φως και η διεύθυνση της ταλαντώσεως είναι π.χ. η Oz (σχ. 41), τότε ο αναλύτης αναλύει την προσπίπτουσα ταλάντωση σε δύο συνιστώσες ταλαντώσεις που έχουν διευθύνσεις την Ox και την Oy. Έστω ότι ο αναλύτης επιτρέπει να συνεχιστεί η διάδοση μόνο εκείνης της ταλαντώσεως που έχει διεύθυνση την Ox. Οι διευθύνσεις Oz και Ox σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία ϕ . Το φως που πέφτει πάνω στον αναλύτη έχει ένταση I_0 και το πλάτος της φωτεινής ταλαντώσεως είναι a . Τότε εκείνη η ταλάντωση, που ο αναλύτης επιτρέπει να συνεχιστεί η διάδοσή της, έχει πλάτος:

$$\beta = a \cdot \sin \phi$$

Σχ. 41. 'Ανάλυση της φωτεινής ταλαντώσεως σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες ταλαντώσεις.

Είναι γνωστό ότι η ένταση της ταλαντώσεως είναι ανάλογη με το τετράγωνο του πλάτους της ταλαντώσεως. Η ένταση του φωτός που πέφτει πάνω στον αναλύτη, δηλαδή η ένταση του φωτός κατά τη διεύθυνση ταλαντώσεως Oz, είναι:

$$I_0 = k \cdot a^2$$

Η ένταση I του φωτός, που επιτρέπει ο αναλύτης να συνεχιστεί η διάδοσή του, δηλαδή η ένταση του φωτός κατά τη διεύθυνση ταλαντώσεως Ox, είναι:

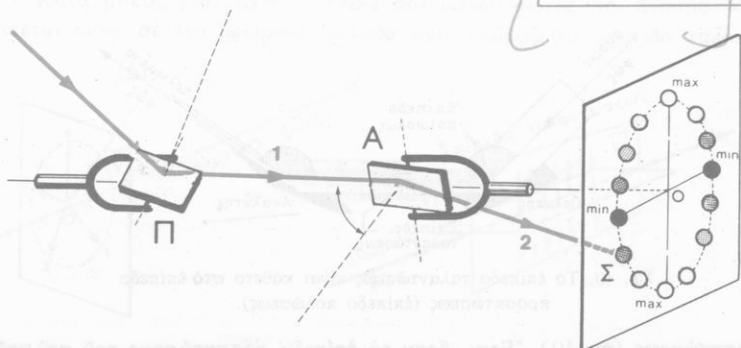
$$I = k \cdot \beta^2$$

Άρα είναι:

$$I = k \cdot (a \cdot \sin \phi)^2 = k \cdot a^2 \cdot \sin^2 \phi$$

και

$$I = I_0 \cdot \sin^2 \phi$$



Σχ. 42. Πειραματική απόδειξη του νόμου του Malus.

Ἡ τελευταία ἐξίσωση ἐκφράζει τὸν ἀκόλουθο νόμο τοῦ *Malus* :

Ἡ ἔνταση (I) τοῦ πολωμένου φωτός πού προέρχεται ἀπὸ τὸν ἀναλύτη εἶναι ἀνάλογη μὲ τὸ τετράγωνο τοῦ συνημιτόνου τῆς γωνίας (φ) πού σχηματίζουν μεταξύ τους τὰ δύο ἐπίπεδα ταλαντώσεως (ἐπομένως καὶ τὰ ἐπίπεδα προσπτώσεως).

Ὁ νόμος τοῦ *Malus* ἐπαληθεύεται καὶ πειραματικά, ἂν μὲ τὸ φωτοκύτταρο παρακολουθήσουμε τὴ μεταβολή τοῦ φωτισμοῦ τῆς κηλίδας Σ κατὰ τὴν περιστροφή τοῦ ἀναλύτη (σχ. 42).

17. Ὀπτικῶς ἰσότροπα καὶ ἀνισότροπα ὑλικά

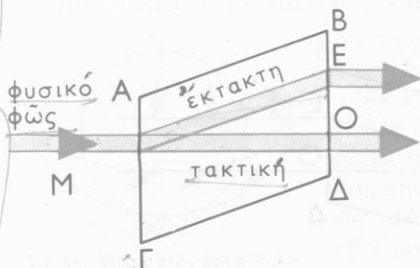
Γενικά ὀνομάζουμε ἰσότροπα τὰ ὑλικά πού ἔχουν τὶς ἴδιες φυσικὲς ιδιότητες πρὸς ὅλες τὶς διευθύνσεις. Ἡ Κρυσταλλογραφία κατατάσσει ὅλους τοὺς κρυστάλλους σὲ ἑπτὰ κρυσταλλικὰ συστήματα (κυβικὸ, τριγωνικὸ, τετραγωνικὸ, ἑξαγωνικὸ, ρομβικὸ, μονοκλινές, τρικλινές). Μὲ τὸ πείραμα βρήκαμε ὅτι:

I. Ὅλα τὰ ἄμορφα ὑλικά καὶ οἱ κρύσταλλοι τοῦ κυβικοῦ συστήματος εἶναι ὀπτικῶς ἰσότροπα.

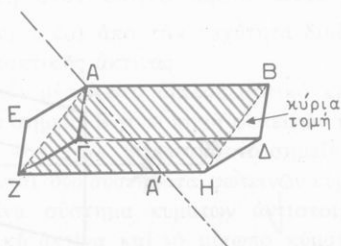
II. Οἱ κρύσταλλοι ὅλων τῶν ἄλλων κρυσταλλικῶν συστημάτων (ἐκτός ἀπὸ τὸ κυβικὸ σύστημα) εἶναι ὀπτικῶς ἀνισότροπα ὑλικά.

18. Διπλὴ διάθλαση τοῦ φωτός

Μιά ποικιλία τοῦ ἀσβεστίτη, CaCO_3 , εἶναι ὁ ἰσλανδικὸς κρύσταλλος. Αὐτὸς κρυσταλλώνεται κατὰ τὸ τριγωνικὸ σύστημα, εἶναι διαφανὲς καὶ σχίζεται εὐκόλα δίνοντας ἓνα πλάγιο παραλληλεπίπεδο πού οἱ ἑξὶ ἕδρες του εἶναι ῥόμβοι.



Σχ. 43. Διπλὴ διάθλαση τοῦ φωτός.
(O τακτικὴ ἀκτίνα, E ἑκτακτὴ ἀκτίνα)



Σχ. 44. Ὀπτικὸς ἄξονας (AA') καὶ κύρια τομή (ABHZ).

Όταν πάνω στη μιά έδρα του κρυστάλλου πέσει κάθετα μιά ακτίνα φυσικού φωτός (στήν πραγματικότητα μιά πολύ λεπτή δέσμη φωτεινών ακτίνων), τότε από την απέναντι έδρα του κρυστάλλου βγαίνουν δύο *πραγματικές* φωτεινές ακτίνες (σχ. 43), ή ακτίνα Ο (*τακτική ακτίνα*) κατά την προέκταση της προσπίπτουσας ακτίνας σέ ή ακτίνα Ε (*έκτακτη ακτίνα*). Αυτός ο διασμός της προσπίπτουσας ακτίνας σέ δύο διαθλώμενες ακτίνες ονομάζεται *διπλή διάθλαση* του φωτός και ό ισλανδικός κρύσταλλος λέμε ότι είναι ένα *διπλοθλαστικό σώμα*. Η διπλή διάθλαση συμβαίνει και όταν ή προσπίπτουσα ακτίνα δέν είναι κάθετη στην έδρα του κρυστάλλου.

Έκτός από τόν ισλανδικό κρύσταλλο άλλα συνηθισμένα διπλοθλαστικά σώματα είναι ό χαλαζίας, ό μαρμαρυγίας, τό τοπάζιο κ.ά.

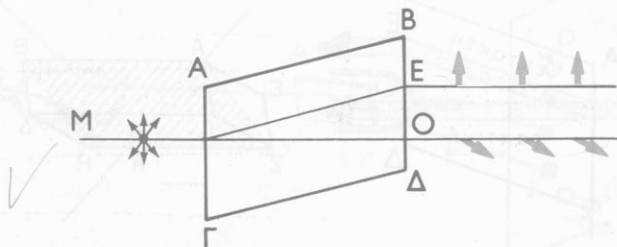
Σημείωση. Τά σύμβολα Ο και Ε προέρχονται από τίς λέξεις : Ordinary και Extraordinary.

Όπτικός άξονας του κρυστάλλου και κύρια τομή. Στόν κρύσταλλο του ισλανδικού κρυστάλλου υπάρχει μιά διεύθυνση ΑΑ' (άξονας συμμετρίας του κρυστάλλου) πού ονομάζεται *όπτικός άξονας* (σχ.44). Όταν ή φωτεινή ακτίνα, πού πέφτει πάνω στόν κρύσταλλο, έχει τή διεύθυνση του όπτικού άξονα, τότε ή φωτεινή ακτίνα βγαίνει από τόν κρύσταλλο *χωρίς* νά πάθει *διπλή διάθλαση*.

Κάθε επίπεδο πού περνάει από τόν κύριο άξονα ή είναι παράλληλο μέ αυτόν ονομάζεται *κύρια τομή* του κρυστάλλου (ή γραμμοσκιασμένη επιφάνεια ΑΒΗΖ στο σχήμα).

Από τά παραπάνω καταλήγουμε στό ακόλουθο συμπέρασμα:

Όταν μιά ακτίνα φυσικού φωτός πέσει πάνω στόν ισλανδικό κρύσταλλο έτσι, ώστε νά βρίσκεται πάνω σέ μιά κύρια τομή, αλλά νά μή είναι παράλληλη μέ τόν κύριο άξονα, τότε προκύπτουν δύο διαθλώμενες ακτίνες, ή *τακτική* και ή *έκτακτη* ακτίνα.



Σχ. 45. Στήν τακτική (Ο) και στήν έκτακτη (Ε) ακτίνα τά επίπεδα ταλαντώσεως είναι κάθετα μεταξύ τους.

α. Πόλωση του φωτός κατά τη διπλή διάθλαση. "Αν μέ έναν αναλύτη εξετάσουμε την τακτική και την έκτακτη ακτίνα, βρίσκουμε ότι και οι δύο αυτές ακτίνες είναι *ολικά πολωμένες*. Τά επίπεδα ταλαντώσεως στην τακτική και την έκτακτη ακτίνα είναι *κάθετα* μεταξύ τους (σχ. 45). 'Η διεύθυνση ταλαντώσεως:

- στην τακτική ακτίνα Ο είναι *κάθετη* στο επίπεδο της κύριας τομής·
- στην έκτακτη ακτίνα Ε είναι *πάνω* στο επίπεδο της κύριας τομής. "Ωστε:

■ 'Η τακτική και η έκτακτη ακτίνα είναι *ολικά πολωμένες* και *τά επίπεδα ταλαντώσεως σ' αυτές τις ακτίνες είναι κάθετα* μεταξύ τους.

β. Εξήγηση της διπλής διαθλάσεως του φωτός. "Αν στόν ισλανδικό κρύσταλλο μετρήσουμε τούς δείκτες διαθλάσεως της τακτικής και της έκτακτης ακτίνας βρίσκουμε ότι:

— ο δείκτης διαθλάσεως της τακτικής ακτίνας (Ο) έχει *σταθερή τιμή* ($n_o = 1,658$) ανεξάρτητα από τη γωνία προσπτώσεως σχετικά με τόν οπτικό άξονα·

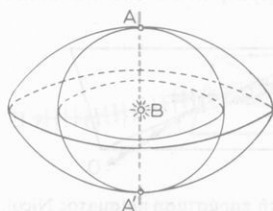
— ο δείκτης διαθλάσεως της έκτακτης ακτίνας (Ε) έχει *μεταβλητή τιμή*, πού κυμαίνεται μεταξύ μιᾶς μέγιστης τιμῆς ($n_o = 1,658$) καί μιᾶς ελάχιστης τιμῆς ($n_e = 1,486$) ανάλογα με τη γωνία προσπτώσεως σχετικά με τόν κύριο άξονα.

"Ωστε ο ισλανδικός κρύσταλλος είναι *οπτικῶς ανισότροπο σῶμα*.

'Από τη μέτρηση τῶν δεικτῶν διαθλάσεως της τακτικής καί της έκτακτης ακτίνας συνάγεται ότι *μέσα στόν κρύσταλλο*:

— η ταχύτητα διαδόσεως (c_o) *της τακτικής ακτίνας* είναι *σταθερή* πρὸς ὅλες τις διευθύνσεις·

— η ταχύτητα διαδόσεως *της έκτακτης ακτίνας* κατά τη διεύθυνση τοῦ οπτικοῦ ἄξονα είναι *ἴση* με τη ταχύτητα διαδόσεως (c_o) *της τακτικής ακτίνας*, ἀλλά κατά διεύθυνση *κάθετη* στόν οπτικό ἄξονα είναι *μεγαλύτερη* ($c_E > c_o$) ἀπό τη ταχύτητα διαδόσεως της τακτικής ακτίνας.



Σχ. 46. Μέσα στόν κρύσταλλο διαδίδονται δύο συστήματα φωτεινῶν κυμάτων.

γ. "Αν λοιπόν μέσα στο διπλοθλαστικό κρύσταλλο ένα σημείο Β γίνει πηγή φωτεινῶν κυμάτων (σχ. 46), τότε γύρω από τό σημείο Β σχηματίζονται *δύο συστήματα* φωτεινῶν κυμάτων. Τό ένα σύστημα κυμάτων ἀντιστοιχεί στην τακτική ακτίνα καί τό μέτωπο κύματος είναι *σφαιρική ἐπιφάνεια*. Τό ἄλλο σύστημα κυμάτων ἀντιστοιχεί στην έκτακτη ακτίνα καί τό μέτωπο κύματος είναι *ἐλλειψοειδής ἐπιφάνεια*.

από περιστροφή. Έπειδή κατά τη διεύθυνση του κύριου άξονα ή ταχύτητα διαδόσεως της τακτικής και της έκτακτης ακτίνας είναι ή ίδια (c_o), γι' αυτό τὰ δύο μέτωπα κύματος εφάπτονται σέ δύο σημεία Α και Α' μιάς εὐθείας, πού εἶναι παράλληλη μέ τόν ὀπτικό άξονα.

Γενικά γιά τό φαινόμενο τῆς διπλῆς διαθλάσεως τοῦ φωτός καταλήγουμε στά ἑξῆς συμπεράσματα :

I. Ἡ διπλή διάθλαση τοῦ φωτός εἶναι ἀποτέλεσμα τῆς ὀπτικῆς ἀνισοτροπίας ὁρισμένων κρυσταλλικῶν ὕλικῶν (διπλοθλαστικά ὕλικά).

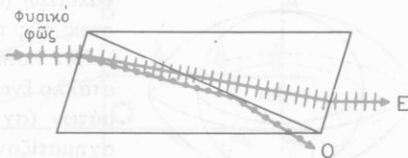
II. Μέσα στό διπλοθλαστικό κρύσταλλο ή ταχύτητα διαδόσεως τῆς τακτικῆς ακτίνας εἶναι σταθερή, ἐνῶ ή ταχύτητα διαδόσεως τῆς έκτακτης ακτίνας ἀλλάζει ἀνάλογα μέ τή διεύθυνση διαδόσεως.

III. Κατά τή διεύθυνση τοῦ ὀπτικοῦ άξονα ή τακτική και ή έκτακτη ακτίνα ἔχουν τήν ἴδια ταχύτητα διαδόσεως, ἀλλά κατά διεύθυνση κάθετη στόν ὀπτικό άξονα ή έκτακτη ακτίνα ἔχει μεγαλύτερη ταχύτητα διαδόσεως ἀπό τήν τακτική ακτίνα ($c_E > c_o$).

19* Πολωτικές συσκευές

Έπειδή οἱ διπλοθλαστικοί κρύσταλλοι δίνουν δύο ὀλικά πολωμένες φωτεινές ακτίνες, γι' αυτό οἱ κρύσταλλοι αὐτοί χρησιμοποιοῦνται ὡς πολωτικές συσκευές.

α. Πρίσμα Nicol. Τό πρίσμα Nicol ή και ἀπλά *nicol* εἶναι ἓνα παραλληλεπίπεδο ἀπό ἰσλανδικό κρύσταλλο πού ἔχει κοπεῖ σέ δύο κομμάτια μέ ἓνα ἐπίπεδο κάθετο στήν κύρια τομή (σχ.47). Τά δύο κομμάτια ἔχουν ἔπειτα συγκολληθεῖ μέ καναδικό βάλαμο. Ὅταν μιά ακτίνα φυσικοῦ φωτός πέφτει πάνω στόν κρύσταλλο παράλληλα μέ τίς μεγαλύτερες ἀκμές του, τότε ή τακτική ακτίνα (O) παθαίνει ὀλική ἀνάκλαση πάνω στό καναδικό βάλαμο καί ἀπορροφᾶται ἀπό τὰ τοιχώματα τῆς συσκευῆς. Ἐτσι ἀπό τόν κρύσταλλο βγαίνει μόνο ή έκτακτη ακτίνα (E) πού εἶναι παράλληλη μέ τήν άκτίνα τοῦ φυσικοῦ φωτός. Ἡ έκτακτη ακτίνα εἶναι ὀλικά πολωμένη καί τό ἐπίπεδο ταλαντώσεως συμπίπτει μέ τήν κύρια τομή.



Σχ. 47 Σχηματική παράσταση πρίσματος Nicol.

Παίρνουμε δύο πρίσματα Nicol καί τὰ τοποθετοῦμε ἔτσι, ὥστε οἱ κατά μήκος άξονές τους νά συμπίπτουν (σχ.48). Τότε οἱ κύριες τομές τῶν δύο

πρισμάτων συμπίπτουν. Πάνω στο πρώτο πρίσμα (πολωτής) πέφτει μία ακτίνα (λεπτή δέσμη) μονοχρωματικού φυσικού φωτός. Έπομένως πάνω στο δεύτερο πρίσμα (αναλύτης) πέφτει μία *ολικά πολωμένη ακτίνα*. Στρέφοντας τον αναλύτη γύρω από τον άξονα του συστήματος διαπιστώνουμε ότι η ακτίνα που βγαίνει από τον αναλύτη έχει:

— *μέγιστη ένταση*, όταν οι κύριες τομές των δύο πρισμάτων είναι *παράλληλες*,

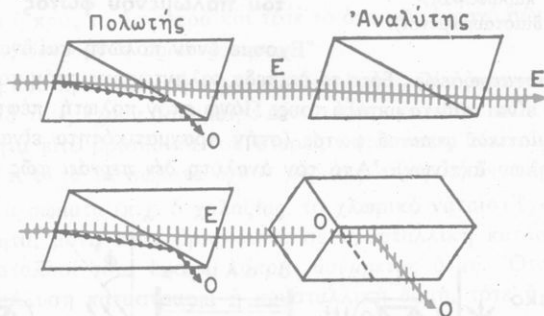
— *ελάχιστη ένταση*, όταν οι κύριες τομές των δύο πρισμάτων είναι *κάθετες* μεταξύ τους.

Στην πρώτη περίπτωση λέμε ότι τα πρίσματα Nicol είναι *παράλληλα*, ενώ στη δεύτερη περίπτωση τα πρίσματα Nicol είναι *διαστανρωμένα*.

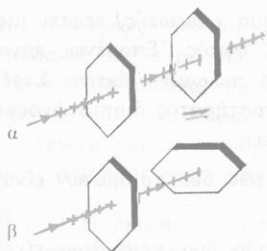
Με τό πείραμα βρίσκουμε ότι η ένταση (I) του πολωμένου φωτός που βγαίνει από τον αναλύτη είναι ανάλογη με τό τετράγωνο του συνημιτόνου της γωνίας (φ) που σχηματίζουν μεταξύ τους οι κύριες τομές των δύο πρισμάτων (έπομένως και τά επίπεδα ταλαντώσεως). Όστε είναι:

$$I = I_0 \cdot \sin^2 \varphi$$

Γιά $\varphi = 0^\circ$ (nicol παράλληλα) είναι $I = I_0$, δηλαδή η ένταση του φωτός έχει τό μέγιστη τιμή.

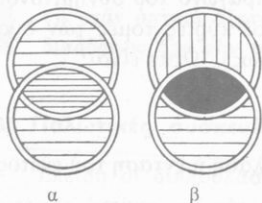


Σχ. 48. Δύο πρίσματα Nicol που χρησιμοποιούνται τό ένα ως πολωτής και τό άλλο ως αναλύτης.



Σχ. 49. Πλακίδια τουρμαλίνη που χρησιμοποιούνται τό ένα ως πολωτής και τό άλλο ως αναλύτης.

(α πλακίδια παράλληλα, β πλακίδια διασταυρωμένα).



Σχ. 50. Σχηματική παράσταση δίσκων από Polaroid.

(α δίσκοι παράλληλοι, β δίσκοι διασταυρωμένοι).

Γιά $\phi = 90^\circ$ (nicol διασταυρωμένα) είναι $I = 0$, δηλαδή ο αναλύτης καταργεί τή φωτεινή ακτίνα.

β. Πλακίδια τουρμαλίνη. Οί κρύσταλλοι τού τουρμαλίνη έχουν κόκκινο ή πράσινο χρώμα και είναι διπλοθλαστικοί. Ένα πλακίδιο τουρμαλίνη (πάχους 1 ως 2 mm), που έχει κοπεί κάθετα στον οπτικό άξονα, απορροφά τελείως τήν τακτική ακτίνα και αφήνει νά περάσει μόνο ή έκτακτη ακτίνα που είναι ολικά πολωμένη. Έτσι αυτό τό πλακίδιο αποτελεί έναν πολωτή. Ένα δεύτερο όμοιο πλακίδιο μπορεί νά χρησιμοποιηθεί ως αναλύτης (σχ. 49). Όταν τά δύο πλακίδια είναι παράλληλα, από τόν αναλύτη βγαίνει ή πολωμένη ακτίνα που πέφτει πάνω του, ενώ, όταν τά δύο πλακίδια είναι διασταυρωμένα, ο αναλύτης καταργεί τή φωτεινή ακτίνα.

γ. Polaroid. Σέ πολλές περιπτώσεις ως πολωτική συσκευή (πολωτής-αναλύτης) χρησιμοποιούμε δύο πλακίδια polaroid (σχ. 50).

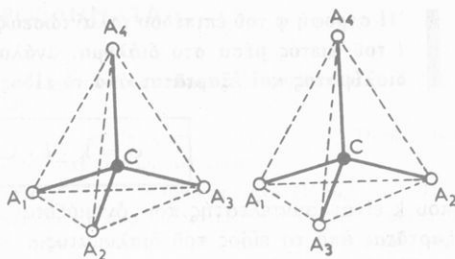
20. Στροφή του επιπέδου ταλαντώσεως του πολωμένου φωτός

Έχουμε έναν πολωτή και έναν αναλύτη στή θέση διασταυρώσεως. Τότε τά επίπεδα ταλαντώσεως στον πολωτή και στον αναλύτη είναι κάθετα μεταξύ τους. Πάνω στον πολωτή πέφτει μιά ακτίνα μονοχρωματικού φυσικού φωτός (στήν πραγματικότητα είναι λεπτή δέσμη παράλληλων ακτίνων). Από τόν αναλύτη δέν περνάει φως (σχ. 51).



Σχ. 51. Τό διάλυμα προκαλεί στροφή του επιπέδου ταλαντώσεως του πολωμένου φωτός κατά γωνία ϕ .

Μεταξύ του πολωτή και του αναλύτη τοποθετούμε ένα γυάλινο δοχείο που περιέχει διάλυμα ζάχαρης. Παρατηρούμε ότι τώρα από τον αναλύτη περνάει φως. Γιά να καταργηθεί το φως, που περνάει από τον αναλύτη, πρέπει να στρέψουμε τον αναλύτη γύρω από τον άξονα του συστήματος κατά μία ορισμένη γωνία φ . Άρα το διάλυμα της ζάχαρης προκάλεσε στροφή του επιπέδου ταλαντώσεως κατά γωνία φ .



Σχ. 52. Μόριο οργανικής ένωσης με ασύμμετρο άτομο άνθρακα.

α. Όπτικως ενεργά σώματα. Η στροφή του επιπέδου ταλαντώσεως προκαλείται από τα μόρια ζάχαρης που υπάρχουν στο διάλυμα και όχι από τα μόρια του νερού. Λέμε ότι η ζάχαρη έχει στροφική ικανότητα. Τα σώματα που έχουν στροφική ικανότητα ονομάζονται *οπτικως ενεργά*.

Η στροφική ικανότητα που έχουν τα μόρια ορισμένων οργανικών ενώσεων (όπως η γλυκόζη, η ζάχαρη, το τρυγικό δξύ, κ.ά.) οφείλεται στο ότι στο μόριό τους υπάρχει *ασύμμετρο άτομο άνθρακα*, δηλαδή άτομο άνθρακα που οι τέσσερις μονάδες σθένους έχουν κορεστεί με τέσσερα διαφορετικά άτομα ή ρίζες (σχ. 52).

Γιά τον παρατηρητή που δέχεται στο μάτι του το εξερχόμενο από τον αναλύτη φως, η φορά της στροφής του επιπέδου ταλαντώσεως γίνεται προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά και τότε το οπτικως ενεργό σῶμα λέγεται *αντίστοιχα δεξιόστροφο ή αριστερόστροφο*.

Μοριακή και κρυσταλλική στροφική ικανότητα. Οί οργανικές ενώσεις που στο μόριό τους έχουν ασύμμετρο άτομο άνθρακα, παρουσιάζουν στροφική ικανότητα είτε βρίσκονται σε στερεή κατάσταση, είτε είναι διαλυμένα. Λέμε ότι αυτά τα σώματα έχουν *μοριακή στροφική ικανότητα*.

Όρισμένα σώματα (π.χ. ο χαλαζίας, το χλωρικό νάτριο) έχουν στροφική ικανότητα, μόνο όταν βρίσκονται σε κρυσταλλική κατάσταση και τότε οί κρύσταλλοί τους έχουν κάποια *ασύμμετρη δομή*. Όταν με την τήξη ή την διάλυση καταστραφεί η κρυσταλλική δομή, τότε η στροφική ικανότητά τους εξαφανίζεται. Λέμε ότι αυτά τα σώματα έχουν *κρυσταλλική στροφική ικανότητα*.

β. Πολωσίμετρα. Όταν μεταξύ του πολωτή και του αναλύτη τοποθετήσουμε διάλυμα ενός οπτικως ενεργού σώματος, τότε βρίσκουμε ότι:

Ἡ στροφή φ τοῦ ἐπιπέδου ταλαντώσεως εἶναι ἀνάλογη μέ τῇ διαδρομῇ l τοῦ φωτός μέσα στό διάλυμα, ἀνάλογη μέ τῇ συγκέντρωση C τοῦ διαλύματος καί ἐξαρτᾶται ἀπό τό εἶδος τοῦ διαλύματος.

$$\varphi = k \cdot l \cdot C$$

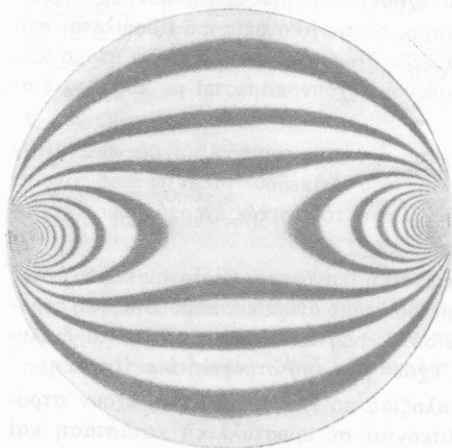
ὅπου k εἶναι συντελεστής πού ὀνομάζεται *εἰδική στροφική ικανότητα* καί ἐξαρτᾶται ἀπό τό εἶδος τοῦ διαλύματος.

Σ' αὐτή τήν ἀρχή στηρίζεται ἡ λειτουργία εἰδικῶν ὀργάνων πού λέγονται *πολωσίμετρα* καί χρησιμοποιοῦνται γιά τή γρήγορη μέτρηση τῆς συγκεντρώσεως C ἐνός διαλύματος. Συνήθως ἡ μέτρηση γίνεται μέ μιᾶ ἀπλή ἀνάγνωση πάνω στήν κλίμακα τοῦ ὀργάνου.

21*: Διπλή διάθλαση σέ ὀπτικῶς ἰσότροπα ὑλικά

Ἡ διπλή διάθλαση ὀφείλεται σέ ὀπτική ἀνισοτροπία τοῦ ὑλικοῦ. Ἡ διπλή διάθλαση ἐμφανίζεται καί σέ ὀπτικῶς ἰσότροπα ὑλικά, ὅταν διά-

φορα ἐξωτερικά αἰτία καταστρέψουν τήν ἰσότροπη δομή τοῦ ὑλικοῦ. Ἐτσι μιᾶ γυάλινη πλάκα γίνεται διπλοθλαστική μέ διάφορα μηχανικά αἰτία, π.χ. μέ ἔλκυσμό, συμπίεση ἢ κάμψη. Τό φαινόμενο αὐτό ὀνομάζεται *φωτοελαστικότητα* καί ἐφαρμόζεται στήν τεχνική γιά τή μελέτη τῶν ἐσωτερικῶν δυνάμεων πού ἀναπτύσσονται μέσα σέ ἕνα ὑλικό, ἐξαιτίας ἐξωτερικῶν αἰτίων. Γι' αὐτό τό σκοπό κατασκευάζεται ἕνα μικρό διαφανές ὑπόδειγμα τοῦ σώματος καί ἐξετάζεται στό πολωμένο φῶς (σχ. 53).



Σχ. 53. Εἰκόνα ὀπτικῶς ἰσότροπου δίσκου πού συμπίεζεται κατά τή διεύθυνση μιᾶς διαμέτρου του.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

28. Πόση εἶναι ἡ γωνία ὀλικῆς πολώσεως γιὰ τὴν πυριτύαλο πού ἔχει δείκτη διαθλάσεως σχετικὰ μὲ τὸν ἀέρα $n = 1,744$;

29. Γιὰ ἓνα διαφανές ὕλικό ἡ γωνία ὀλικῆς πολώσεως εἶναι $\pi = 55^\circ$. Πόσος εἶναι ὁ δείκτης διαθλάσεως αὐτοῦ τοῦ ὕλικου σχετικὰ μὲ τὸν ἀέρα;

30. Μιά πολωτική συσκευή ἀποτελεῖται ἀπὸ πρίσματα Nicol. Πάνω στὸν πολωτὴ πέφτει φωτεινὴ δέσμη πού ἔχει ἔνταση I_0 . Νά προσδιοριστεῖ ἡ ἔνταση I τῆς φωτεινῆς δέσμης πού βγαίνει ἀπὸ τὴ συσκευή, ὅταν οἱ κύριες τομέες τῶν δύο πρισμάτων Nicol σχηματίζουν μεταξὺ τους γωνία φ ἴση μὲ 30° , 45° καὶ 60° .

31. Σὲ μιά πολωτικὴ συσκευή μὲ πρίσματα Nicol βρέθηκε ὅτι ὁ λόγος τῆς ἐντάσεως I_0 τοῦ φωτός πού πέφτει στὸν πολωτὴ πρὸς τὴν ἔνταση I τοῦ φωτός πού βγαίνει ἀπὸ τὴ συσκευή εἶναι $I_0/I = 2$. Πόση εἶναι ἡ γωνία φ πού σχηματίζουν τότε μεταξὺ τους οἱ κύριες τομέες τῶν δύο πρισμάτων;

32. Γιὰ ἓνα διπλοθλαστικὸ κρύσταλλο καὶ γιὰ ὀρισμένη ἀκτινοβολία μήκους κύματος $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ ὁ δείκτης διαθλάσεως γιὰ τὴν τακτικὴ ἀκτὴν εἶναι $n_0 = 1,658$ καὶ γιὰ τὴν ἑκτακτὴ ἀκτὴν εἶναι $n_E = 1,486$. Νά βρεθεῖ τὸ ἐλάχιστο πάχος ἑνὸς πλακιδίου ἀπὸ τὸ ὕλικό τοῦ κρυστάλλου, ὥστε ἐξαιτίας τοῦ πλακιδίου οἱ παραπάνω δύο ἀκτίνες, ὅταν βγαίνουν ἀπὸ τὸ πλακίδιο, νά παρουσιάζουν διαφορά φάσεως $\varphi = \pi/2$. Ταχύτητα τοῦ φωτός στὸ κενὸ $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$.

Νόμοι τῆς ἀκτινοβολίας

22. Ἡ ἐκπομπὴ ἀκτινοβολιῶν ἀπὸ θερμὸ στερεὸ σῶμα

Ἡ πιὸ συνηθισμένη πηγὴ φωτός εἶναι τὸ διάπυρο σῶμα βολφραμίου πού ἔχει ὁ λαμπτήρας πυρακτώσεως. Ἄν παρακολουθήσουμε τὴ βαθμιαία θέρμανση ἑνὸς στερεοῦ παρατηροῦμε τὰ ἑξῆς :

Σὲ θερμοκρασίᾳ 300°C ὅλη ἡ ἐνέργεια πού ἐκπέμπει τὸ σῶμα μεταφέρεται ἀπὸ ἠλεκτρομαγνητικὰ κύματα πού ἔχουν μῆκος κύματος λ μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ μῆκος κύματος τῆς ὁρατῆς ἐρυθρῆς ἀκτινοβολίας. Αὐτὲς τίς ἀκτινοβολίες πού ἐκπέμπει τότε τὸ σῶμα τίς λέμε *ὑπερῤῥυθρες ἀκτινοβολίες* καὶ τίς ἀντιλαμβάνομαστε, ὅταν φέρουμε τὸ χέρι μας κοντὰ σὲ ἓνα θερμὸ ἠλεκτρικὸ σίδερο σιδερώματος (διάδοση τῆς θερμότητος μὲ ἀκτινοβολία). Ὅταν τὸ σῶμα ἀποκτήσει θερμοκρασίᾳ γύρω στοὺς 800°C , τότε τὸ σῶμα ἐκπέμπει καὶ ἐνέργεια μὲ τὴ μορφή *ὁρατῶν ἐρυθρῶν ἀκτινοβολιῶν*.

Σὲ θερμοκρασίᾳ πάνω ἀπὸ 2000°C (ὅση περίπου εἶναι ἡ θερμοκρασίᾳ τοῦ σῦρματος σὲ ἓνα λαμπτήρα πυρακτώσεως) τὸ σῶμα ἐκπέμπει *ὅλες τίς*

ὄρατες ἀκτινοβολίες καὶ μαζί μὲ αὐτές ἐκπέμπει καὶ ἀόρατες ἀκτινοβολίες πού ἔχουν μῆκος κύματος λ μικρότερο ἀπὸ τὸ μῆκος κύματος τῆς ὁρατῆς ἰώδους ἀκτινοβολίας. Αὐτές τῖς ἀόρατες ἀκτινοβολίες τῖς λέμε *ὑπεριώδεις ἀκτινοβολίες*. Ὡστε:

Ἔνα θερμὸ στερεὸ σῶμα ἐκπέμπει ἓνα συνεχές φάσμα ἀκτινοβολιῶν πού ἡ ἔκτασή του πρὸς τὰ μικρότερα μῆκη κύματος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴ θερμοκρασία τοῦ σώματος.

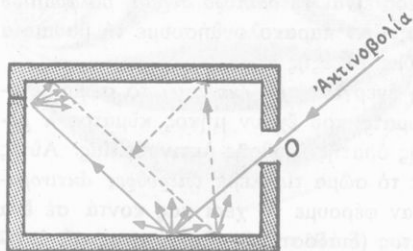
23. Ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα

Θὰ θεωρήσουμε μόνο ἀδιαφανή σώματα. Ὄταν πάνω σέ ἓνα ἀδιαφανές σῶμα πέφτει μιὰ ἠλεκτρομαγνητικὴ ἀκτινοβολία μὲ ὅποιοδήποτε μῆκος κύματος, τότε ἓνα μέρος τῆς ἐνέργειας πού μεταφέρει ἡ ἀκτινοβολία ἀπορροφᾶται ἀπὸ τὸ σῶμα καὶ τὸ ὑπόλοιπο μέρος τῆς ἐνέργειας ἀνακλᾶται καὶ διαχέεται ἀπὸ τὴν ἐπιφάνεια τοῦ σώματος. Τὸ ποσοστὸ τῆς ἐνέργειας πού ἀπορροφᾶται ἀπὸ τὸ σῶμα ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ εἶδος τῆς ἐπιφάνειας τοῦ σώματος.

Στὴ Φυσικὴ γιὰ τὴ μελέτη τῶν ἀκτινοβολιῶν δεχόμαστε ὅτι ὑπάρχει μιὰ ἐπιφάνεια πού ἀπορροφᾷ ὅλες τῖς ἀκτινοβολίες πού πέφτουν πάνω της καὶ οὔτε ἀνακλᾷ οὔτε διαχέει τῖς ἀκτινοβολίες. Λέμε ὅτι αὐτὴ ἡ ἐπιφάνεια εἶναι μιὰ *ιδανικὴ μαύρη ἐπιφάνεια* καὶ τὸ σῶμα πού ἔχει τέτοια ἐπιφάνεια τὸ ὀνομάζουμε *ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα* ἢ καὶ ἀπλᾶ *μαῦρο σῶμα* (*).

Πρακτικὰ μιὰ ἐπιφάνεια πού ἔχει σκεπαστεῖ μὲ ἓνα στρώμα καπνιάς (αἰθάλης) συμπεριφέρεται σάν μαῦρο σῶμα.

Μιὰ κοιλότητα ἔχει μιὰ μικρὴ ὀπή (σχ. 54). Ἀπὸ τὰ τοιχώματα τῆς



Σχ. 54. Ἡ ὀπή τῆς κοιλότητος συμπεριφέρεται σάν ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα.

κοιλότητος δέν περνοῦν οἱ ἀκτινοβολίες. Ὄταν μιὰ ἀκτινοβολία περάσει ἀπὸ τὴν ὀπή καὶ μπεῖ μέσα στὴν κοιλότητα, τότε ἡ ἀκτινοβολία παθαίνει μέσα στὴν κοιλότητα πολλές ἀνακλάσεις καὶ διαχύσεις καὶ τελικὰ ἡ ἀκτινοβολία ἀπορροφᾶται ὁλοκληρωτικὰ ἀπὸ τὴν κοιλότητα, ὅποιοδήποτε καὶ ἂν εἶναι τὸ μῆκος κύματος τῆς ἀκτινοβολίας.

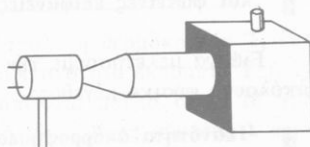
* Τὸ ἀδιαφανές σῶμα, πού ἡ ἐπιφάνειά του οὔτε ἀνακλᾷ οὔτε διαχέει τῖς ἀκτινοβολίες, τὸ βλέπουμε μαῦρο.

Έτσι ή όπή συμπεριφέρεται σαν *άπόλυτα μαύρο σώμα*, γιατί απορροφά όλες τις ακτινοβολίες πού πέφτουν πάνω της.

Αντίστροφα, αν ή παραπάνω κοιλότητα αποκτήσει όρισμένη θερμοκρασία, τότε από την όπή *βγαίνει* ακτινοβολία πού ονομάζεται *ακτινοβολία του άπόλυτα μαύρου σώματος*. Αυτή ή ακτινοβολία εξαρτάται *μόνο από τή θερμοκρασία* του άπόλυτα μαύρου σώματος. Η φύση των τοιχωμάτων της κοιλότητας δέν παίξει κανένα ρόλο.

24. Ίκανότητα έκπομπής

Έχουμε ένα χάλκινο κυβικό δοχείο πού οι τέσσερις κατακόρυφες έδρες του έχουν διαφορετική τήν εξωτερική επιφάνειά τους, π.χ. ή πρώτη έδρα έχει σκεπαστεί μέ καπνιά, ή δεύτερη είναι γυαλιστερή, ή τρίτη είναι ανώμαλη καί τραχιά καί ή τέταρτη είναι λευκή (σχ. 55). Γεμίζουμε τό δοχείο μέ ζεστό νερό. Τότε οι έδρες του δοχείου έχουν *τήν ίδια θερμοκρασία*. Μέ ένα ευπαθές θερμομετρικό όργανο (π.χ. θερμοηλεκτρική στήλη) βρίσκουμε ότι οι τέσσερις έδρες *ακτινοβολούν διαφορετικές ποσότητες ενέργειας*. Έτσι από τό πείραμα βρίσκουμε ότι:



σχ. 55. Η έκπομπή ακτινοβολίας εξαρτάται από τή φύση της επιφάνειας του σώματος.

Στήν ίδια θερμοκρασία οι σκοτεινές καί τραχιές επιφάνειες ακτινοβολούν έντονότερα από τις γυαλιστερές καί φωτεινές επιφάνειες.

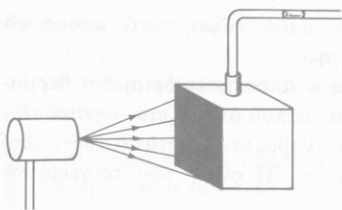
Γιά νά μελετήσουμε *τήν έκπομπή των ακτινοβολιών* όρίζουμε τό ακόλουθο φυσικό μέγεθος:

Ίκανότητα έκπομπής ($E_{λ,T}$) ενός σώματος, γιά όρισμένο μήκος κύματος λ καί γιά όρισμένη άπόλυτη θερμοκρασία T, ονομάζεται ή ισχύς τήν όποία ακτινοβολεί ή μονάδα της επιφάνειας του σώματος.

Συνήθως ή ικανότητα έκπομπής E μετριέται σε Watt/cm^2 .

25. Ίκανότητα απορροφήσεως

Έχουμε τό χάλκινο κυβικό δοχείο πού χρησιμοποιήσαμε γιά τή μελέτη της έκπομπής των ακτινοβολιών (σχ. 55). Τό δοχείο περιέχει τώρα άέρα καί στήν πάνω έδρα του είναι στερεωμένος ένας λεπτός όριζόντιος σωλήνας μέ μία μικρή σταγόνα ύδραργύρου πού χρησιμεύει ως δείκτης



Σχ. 56. 'Η απορρόφηση ακτινοβολίας εξαρτάται από τη φύση της επιφάνειας του σώματος.

(σχ. 56). 'Αφήνουμε νά πέσει πάνω στή μιά έδρα του δοχείου ακτινοβολία, ώσπου νά αποκατασταθεῖ θερμική ἰσορροπία, δηλαδή ώσπου νά πάψει νά μετακινεῖται ἡ σταγόνα τοῦ ὑδραργύρου. 'Αν ἐπαναλάβουμε τό πείραμα διαδοχικά μέ ὅλες τίς ἑδρες τοῦ δοχείου, βρίσκουμε ὅτι οἱ τέσσερις ἑδρες τοῦ δοχείου ἀπορροφῶν διαφορετικές ποσότητες ἐνέργειας ἀπό τήν ακτινοβολία πού πέφτει πάνω τους. 'Ετσι ἀπό τό πείραμα βρίσκουμε ὅτι:

'Από τήν ακτινοβολία πού πέφτει πάνω τους οἱ σκοτεινές καί οἱ τραχιές ἐπιφάνειες ἀπορροφῶν περισσότερη ἐνέργεια ἀπό τίς γυαλιστερές καί φωτεινές ἐπιφάνειες.

Γιά νά μελετήσουμε τήν ἀπορρόφηση τῶν ακτινοβολιῶν ὀρίζουμε τό ἀκόλουθο φυσικό μέγεθος:

'Ικανότητα ἀπορροφήσεως ($A_{\lambda,T}$) ἑνός σώματος, γιά ὀρισμένο μήκος κύματος λ καί γιά ὀρισμένη ἀπόλυτη θερμοκρασία T , ὀνομάζεται ὁ λόγος τῆς ἰσχύος πού ἀπορροφᾷ τό σῶμα πρὸς τήν ἰσχύ πού πέφτει πάνω του.

$$\text{ἰκανότητα ἀπορροφήσεως } (A_{\lambda,T}) = \frac{\text{ἀπορροφώμενη ἰσχύς}}{\text{προσπίπτουσα ἰσχύς}}$$

'Η ἰκανότητα ἀπορροφήσεως εἶναι καθαρός ἀριθμός. 'Επειδή τό ἀπόλυτα μαύρο σῶμα ἀπορροφᾷ ὀλοκληρωτικά τήν ἐνέργεια τῆς ακτινοβολίας πού πέφτει πάνω του, συμπεραίνουμε ὅτι:

Τό ἀπόλυτα μαύρο σῶμα, γιά ὅλες τίς ακτινοβολίες, ἔχει ἰκανότητα ἀπορροφήσεως ἴση μέ τή μονάδα.

$$\text{ἀπόλυτα μαύρο σῶμα } A_{\lambda,T} = 1$$

26. Νόμος του Kirchhoff

Ἡ ικανότητα ἐκπομπῆς ἑνός σώματος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴ θερμοκρασία τοῦ σώματος καὶ τὸ εἶδος τῆς ἐπιφανείας του. Γιά ὀρισμένο μῆκος κύματος λ καὶ γιά ὀρισμένη ἀπόλυτη θερμοκρασία T ἡ ικανότητα ἐκπομπῆς ($E_{\lambda,T}$) καὶ ἡ ικανότητα ἀπορροφῆσεως ($A_{\lambda,T}$) συνδέονται μεταξύ τους μὲ μιὰ θεμελιώδη σχέση πού τὴν ἐκφράζει ὁ ἀκόλουθος νόμος τοῦ Kirchhoff:

Γιά τὸ ἴδιο μῆκος κύματος λ καὶ γιά τὴν ἴδια ἀπόλυτη θερμοκρασία T τὸ πηλίκο τῆς ικανότητος ἐκπομπῆς ($E_{\lambda,T}$) διὰ τῆς ικανότητος ἀπορροφῆσεως ($A_{\lambda,T}$) εἶναι γιά ὅλα τὰ σώματα σταθερό.

$$\text{νόμος τοῦ Kirchhoff} \quad \frac{E_{\lambda,T}}{A_{\lambda,T}} = f_{\lambda,T}$$

Ἄς θεωρήσουμε ἓνα σῶμα Σ πού ἔχει ἀπόλυτη θερμοκρασία T , ἐκπέμπει ἀκτινοβολία μὲ μῆκος κύματος λ , ἔχει ικανότητα ἐκπομπῆς $E_{\Sigma(\lambda,T)}$ καὶ ικανότητα ἀπορροφῆσεως $A_{\Sigma(\lambda,T)}$. Τὸ ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα M γιά τὴν ἴδια ἀπόλυτη θερμοκρασία T καὶ γιά τὸ ἴδιο μῆκος κύματος λ ἔχει ικανότητα ἐκπομπῆς $E_{M(\lambda,T)}$ καὶ ικανότητα ἀπορροφῆσεως $A_{M(\lambda,T)}$. Τότε σύμφωνα μὲ τὸ νόμο τοῦ Kirchhoff ἰσχύει ἡ ἐξίσωση:

$$\frac{E_{\Sigma(\lambda,T)}}{A_{\Sigma(\lambda,T)}} = \frac{E_{M(\lambda,T)}}{A_{M(\lambda,T)}} = \text{σταθ.} \quad (1)$$

Ἐπειδὴ γιά τὸ ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα εἶναι:

$$A_{M(\lambda,T)} = 1$$

ἀπὸ τὴν ἐξίσωση (1) βρίσκουμε:

$$\frac{E_{\Sigma(\lambda,T)}}{A_{\Sigma(\lambda,T)}} = E_{M(\lambda,T)} \quad (2)$$

Γιά κάθε ἄλλο σῶμα, ἐκτὸς ἀπὸ τὸ ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα, ἡ ικανότητα ἀπορροφῆσεως εἶναι μικρότερη ἀπὸ τὴ μονάδα, δηλαδὴ εἶναι $A_{\Sigma(\lambda,T)} < 1$. Ἀπὸ τὴν ἐξίσωση (2) βρίσκουμε:

$$E_{\Sigma(\lambda,T)} = A_{\Sigma(\lambda,T)} \cdot E_{M(\lambda,T)} \quad \text{ἄρα} \quad E_{\Sigma(\lambda,T)} < E_{M(\lambda,T)}$$

Ἡ τελευταία σχέση φανερώνει ὅτι:

Ἡ ικανότητα ἐκπομπῆς τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος εἶναι μεγαλύτερη ἀπὸ τὴν ικανότητα ἐκπομπῆς ὁποιοῦδήποτε ἄλλου σώματος.

Ἡ ἐξίσωση (2) φανερώνει ὅτι ἰσχύει καὶ ἡ ἀκόλουθη σχέση:

Τό πηλίκο τῆς ἱκανότητος ἐκπομπῆς πρὸς τὴν ἱκανότητα ἀπορροφῆσεως ἑνὸς σώματος εἶναι ἴσο μὲ τὴν ἱκανότητα ἐκπομπῆς τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος.

$$\frac{\text{ἱκανότητα ἐκπομπῆς σώματος}}{\text{ἱκανότητα ἀπορροφῆσεως σώματος}} = \frac{\text{ἱκανότητα ἐκπομπῆς ἀπόλυτα μαύρου σώματος}}{\text{ἱκανότητα ἀπορροφῆσεως σώματος}}$$

27. Νόμος Stefan - Boltzmann

Ἐνα θερμὸ σῶμα ἐκπέμπει πολλές ἀκτινοβολίες πού ἔχουν διάφορα μήκη κύματος καὶ μεταφέρουν ἐνέργεια. Ὁ Stefan πειραματικά καὶ ἀργότερα ὁ Boltzmann θεωρητικά βρῆκαν τὸ νόμο πού ἰσχύει γιὰ τὴν ὁλική ἰσχύ τῶν ἀκτινοβολιῶν πού ἐκπέμπει τὸ ἀπόλυτα μαύρο σῶμα. Ἔτσι γιὰ τὴ θερμικὴ ἐκπομπή τῶν ἀκτινοβολιῶν ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος νόμος Stefan - Boltzman :

Ἡ ὁλική ἰσχύς ($P_{ολ}$) πού ἀκτινοβολεῖ τὸ ἀπόλυτα μαύρο σῶμα, εἶναι ἀνάλογη μὲ τὸ ἐμβαδὸ (S) τῆς ἐπιφάνειας τοῦ σώματος καὶ ἀνάλογη μὲ τὴν τέταρτη δύναμη τῆς ἀπόλυτης θερμοκρασίας (T) τοῦ σώματος.

$$\text{νόμος Stefan - Boltzmann} \quad P_{ολ} = \sigma \cdot S \cdot T^4$$

ὅπου σ εἶναι ἡ σταθερὴ Stefan - Boltzmann καὶ εἶναι ἴση μὲ:

$$\begin{aligned} &\text{σταθερὴ Stefan - Boltzmann} \\ &\sigma = 5,669 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{grad}^{-4} \end{aligned}$$

α. Ἐνέργεια πού ἀποβάλλει ἢ παίρνει ἕνα σῶμα. Κάθε σῶμα, ὅποιαδὴποτε καὶ ἂν εἶναι ἡ θερμοκρασία του, ἐκπέμπει θερμικὲς ἀκτινοβολίες καὶ ἐπομένως ἀποβάλλει ἐνέργεια. Ἀλλὰ ταυτόχρονα πάνω σ' αὐτὸ τὸ σῶμα πέφτουν συνεχῶς ἀκτινοβολίες πού ἐκπέμπονται ἀπὸ τὸ περιβάλλον τοῦ σώματος. Μερικὲς ἀπὸ αὐτὲς τίς ἀκτινοβολίες ἀνακλῶνται πάνω στὴν ἐπιφάνεια τοῦ σώματος, ἄλλες ὅμως ἀκτινοβολίες ἀπορροφῶνται ἀπὸ τὸ σῶμα καὶ ἡ ἐνέργειά τους μετατρέπεται σὲ ἐσωτερικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος.

Ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῆς ἐνέργειας πού ἐκπέμπει τὸ σῶμα καὶ τῆς ἐνέργειας πού ἀπορροφᾷ τὸ σῶμα εἶναι ἡ ἐνέργεια τὴν ὁποία ἡ ἀποβάλλει τὸ σῶμα στὸ περιβάλλον του ἢ παίρνει τὸ σῶμα ἀπὸ τὸ περιβάλλον του.

Θεωροῦμε ἕνα σῶμα πού ἔχει ἀπόλυτη θερμοκρασία T_{Σ} , ἡ ἐπιφανεία

του έχει έμβαδό S και ό συντελεστής ισχύος σχετικά μέ τό απόλυτα μαύρο σῶμα είναι ε . Στή διάρκεια του χρόνου t :

τό σῶμα εκπέμπει ενέργεια $W_{\Sigma} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot T_{\Sigma}^4 \cdot t$

Αν τό περιβάλλον έχει απόλυτη θερμοκρασία T_{Π} , τότε στή διάρκεια του χρόνου t :

τό σῶμα παίρνει ενέργεια $W_{\Pi} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot T_{\Pi}^4 \cdot t$

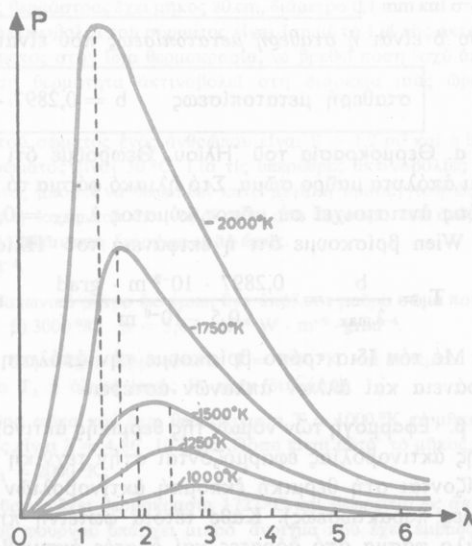
Επομένως στή διάρκεια του χρόνου t τό σῶμα αποβάλλει ή παίρνει ενέργεια ίση μέ:

$$W = W_{\Sigma} - W_{\Pi} \quad \text{ή} \quad W = \varepsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot (T_{\Sigma}^4 - T_{\Pi}^4) \cdot t$$

28. Νόμος του Wien

Η ισχύς πού εκπέμπει ένα σῶμα κατά μονάδα της επιφάνειάς του εξαρτάται από τή φύση της επιφάνειας του σώματος και από τή θερμοκρασία. Έτσι π.χ. ένα συμπαγές κομμάτι χαλκού στή θερμοκρασία 373°K εκπέμπει περίπου $0,03\text{ W/cm}^2$ και στή θερμοκρασία 1273°K εκπέμπει 4 W/cm^2 . Σέ καθεμιά από αυτές τίς θερμοκρασίες τό σῶμα εκπέμπει ισχύ ή όποία μεταφέρεται από ένα μίγμα ακτινοβολιῶν πού έχουν διάφορα μήκη κύματος και αποτελούν ένα φάσμα.

Αν γιά κάθε θερμοκρασία εξετάσουμε πῶς κατανέμεται στό φάσμα του απόλυτα μαύρου σώματος ή ισχύς πού εκπέμπεται κατά μονάδα επιφάνειας του σώματος, τότε παίρνουμε μία καμπύλη πού παρουσιάζει ένα μέγιστο έκπομπής



Σχ. 57. Κατανομή της ισχύος στό φάσμα του απόλυτα μαύρου σώματος σέ συνάρτηση μέ τό μήκος κύματος λ (τό λ σέ μm).

ισχύος (σχ. 57). Αυτό το μέγιστο αντιστοιχεί σέ ορισμένο μήκος κύματος πού ονομάζεται *μήκος κύματος του μέγιστου της ισχύος* ($\lambda_{\max}$). Τό έμβασμό της επιφάνειας πού περιλαμβάνεται μεταξύ της κάθε καμπύλης και του οριζόντιου άξονα παριστάνει τήν όλική ισχύ πού εκπέμπεται κατά μονάδα επιφάνειας.

Μέ τό πείραμα βρίσκουμε ότι, όταν *αυξάνεται* ή θερμοκρασία του απόλυτα μαύρου σώματος, τό μήκος κύματος του μέγιστου της ισχύος *ελαττώνεται*, δηλαδή ή αϊχμή της καμπύλης μετατοπίζεται *πρός τά μικρότερα* μήκη κύματος. Από τήν πειραματική καί τή θεωρητική μελέτη της κατανομής της *ένέργειας* στό φάσμα της θερμικής εκπομπής άκτινοβολιών βρέθηκε ό *άκόλουθος νόμος του Wien* :

Όταν *υψώνεται* ή απόλυτη θερμοκρασία (T) του απόλυτα μαύρου σώματος, τό μήκος κύματος του μέγιστου της ισχύος ($\lambda_{\max}$) *ελαττώνεται*, αλλά τό γινόμενο του μήκους κύματος του μέγιστου της ισχύος επί τήν απόλυτη θερμοκρασία του σώματος διατηρείται σταθερό.

$$\text{νόμος του Wien} \quad \lambda_{\max} \cdot T = b$$

όπου b είναι ή *σταθερή μετατοπίσεως* πού είναι ίση μέ:

$$\text{σταθερή μετατοπίσεως} \quad b = 0,2897 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{grad}$$

α. Θερμοκρασία του Ήλιου. Θεωρούμε ότι ή *επιφάνεια του Ήλιου* είναι απόλυτα μαύρο σῶμα. Στο ήλιακό φάσμα τό μέγιστο της εκπεμπόμενης ισχύος αντιστοιχεί σέ μήκος κύματος $\lambda_{\max} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$. Από τό νόμο του Wien βρίσκουμε ότι ή *επιφάνεια του Ήλιου* έχει θερμοκρασία:

$$T = \frac{b}{\lambda_{\max}} = \frac{0,2897 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{grad}}{0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}} \quad \text{καί} \quad T = 5794^{\circ} \text{ K}$$

Μέ τόν ίδιο τρόπο βρίσκουμε τήν απόλυτη θερμοκρασία πού έχει ή επιφάνεια καί άλλων άπλανών αστέρων.

β. Έφαρμογή των νόμων της θερμικής άκτινοβολίας. Οί νόμοι της θερμικής άκτινοβολίας εφαρμόζονται στην τεχνική των φωτεινών πηγών πού βασίζονται στη θερμική εκπομπή άκτινοβολιών (π.χ. οί ήλεκτρικοί λαμπτήρες πυρακτώσεως). Κάθε τέτοια φωτεινή πηγή εκπέμπει ένα άρκετά μεγάλο φάσμα από άόρατες καί όρατές άκτινοβολίες. Άλλά τό μάτι μας είναι ευαίσθητο μόνο από τίς όρατές άκτινοβολίες πού αποτελούν μιά μικρή περιοχή άκτινοβολιών του φάσματος πού έχουν μήκη κύματος από $0,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ ως $0,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ περίπου. Στην τεχνική των φωτεινών πηγών φροντί-

ζουμε τό μήκος κύματος τοῦ μέγιστου τῆς ἰσχύος ($\lambda_{\max}$) νά βρίσκεται μέσα στήν περιοχή τῶν ὁρατῶν ἀκτινοβολιῶν καί ὅσο τό δυνατό πιό κοντά στό μήκος κύματος $\lambda = 0,55 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, γιατί τό μάτι μας παρουσιάζει τή μεγαλύτερη εὐαισθησία στήν ἀκτινοβολία πού ἔχει αὐτό τό μήκος κύματος.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

33. Μιά σφαῖρα, πού ἔχει διάμετρο $2r = 2 \text{ cm}$ καί θεωρεῖται ὡς ἀπόλυτα μαύρο σῶμα, διατηρεῖται σέ σταθερή θερμοκρασία 600°C . Πόση ἰσχύ ἐκπέμπει ; $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{grad}^{-4}$.

34. Σέ ἓναν ἠλεκτρικό λαμπτήρα πυρακτώσεως τό σύρμα ἔχει μήκος 20 cm , διάμετρο $0,01 \text{ mm}$, σταθερή θερμοκρασία 2500°K καί βρίσκεται μέσα σέ σφαιρικό γυάλινο ἀερόκενο σωλήνα. Ἡ διάδοση θερμότητας μέ ἀγωγή καί μέ ρεύματα θεωρεῖται ἀσήμαντη. Πόση ἰσχύ ἀκτινοβολεῖ ὁ λαμπτήρας, ἂν ἡ ἀκτινοβολία τοῦ σύρματος εἶναι ἴση μέ τά 30% τῆς ἀκτινοβολίας τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος στήν ἴδια θερμοκρασία; $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{grad}^{-4}$.

35. Τό σύρμα ἠλεκτρικῆς θερμάστρας ἔχει μήκος 80 cm , διάμετρο $0,1 \text{ mm}$ καί σταθερή θερμοκρασία 1400°K . Ἄν ἡ ἀκτινοβολία τοῦ σύρματος εἶναι ἴση μέ τό $1/4$ τῆς ἀκτινοβολίας τοῦ ἀπόλυτα μαύρου σώματος στήν ἴδια θερμοκρασία, νά βρεθεῖ πόση ἰσχύ ἀκτινοβολεῖ ἡ θερμάστρα καί πόση θερμότητα ἀκτινοβολεῖ στή διάρκεια μιᾶς ὥρας. $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{grad}^{-4}$.

36. Ἡ ὁλική ἐπιφάνεια τοῦ σώματος ἑνός ἀνθρώπου εἶναι $S = 1,2 \text{ m}^2$ καί ἡ θερμοκρασία στήν ἐπιφάνεια τοῦ σώματος εἶναι 30°C . Γιά τίς ὑπέρυθρες ἀκτινοβολίες ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἀνθρώπου σώματος μπορεῖ νά θεωρηθεῖ κατά μεγάλη προσέγγιση ὡς ἀπόλυτα μαύρο σῶμα. Νά βρεθεῖ ἡ ἰσχύς πού ἀκτινοβολεῖται ἀπό τό σῶμα τοῦ ἀνθρώπου καί ἡ θερμότητα πού ἀκτινοβολεῖται στή διάρκεια μιᾶς ὥρας. $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{grad}^{-4}$.

37. Πόση ἰσχύ κατά τετραγωνικό μέτρο ἐκπέμπει ἓνα ἀπόλυτα μαύρο σῶμα πού ἔχει θερμοκρασία: α) 300°K καί β) 3000°K ; $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{grad}^{-4}$.

38. Ἐνα ἀπόλυτα μαύρο σῶμα ἔχει θερμοκρασία $T = 1000^\circ\text{K}$ καί ἐκπέμπει ὁλική ἰσχύ P . Σέ ποιά θερμοκρασία T_1 ἡ ὁλική ἰσχύς P_1 εἶναι διπλάσια;

39. Γιά ἓνα ἀπόλυτα μαύρο σῶμα πού ἔχει θερμοκρασία $T = 1000^\circ\text{K}$ τό μήκος κύματος τοῦ μέγιστου τῆς ἰσχύος εἶναι $\lambda = 4,86 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$. Πόσο εἶναι αὐτό τό μήκος κύματος λ_1 στή θερμοκρασία $T_1 = 2000^\circ\text{K}$;

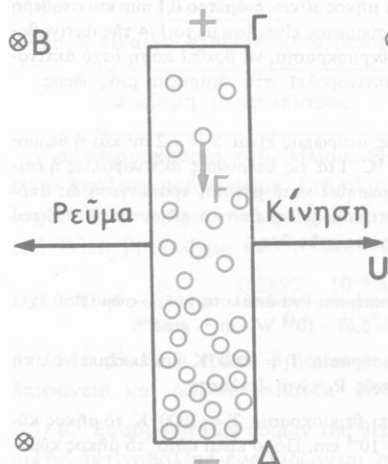
40. Ἐνας ἠλεκτρικός φούρνος ἔχει θερμοκρασία 1727°C καί θεωρεῖται ὡς ἀπόλυτα μαύρο σῶμα. Στό τοίχωμα τοῦ φούρνου ὑπάρχει μικρό ἄνοιγμα πού ἔχει ἐμβαδὸ $S = 1 \text{ cm}^2$. Πόση ἰσχύς βγαίνει ἀπὸ τό ἄνοιγμα;

ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

Έπαγωγή

29. Δημιουργία επαγωγικής τάσεως

Ένας ευθύγραμμος αγωγός ΓΔ (σχ. 58) κινείται παράλληλα με τον εαυτό του και με σταθερή ταχύτητα $\vec{v}$ μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο που έχει μαγνητική επαγωγή $\vec{B}$. Ο αγωγός κινείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου, που έχουν φορά από το εμπρός προς το πίσω μέρος του σχήματος. Κατά την κίνηση του αγωγού μεταφέρονται και τα ελεύθερα ηλεκτρόνια που υπάρχουν μέσα στον αγωγό. Αυτή όμως



ή μεταφορά κάθε ελεύθερου ηλεκτρονίου ισοδυναμεί με ηλεκτρικό ρεύμα που έχει συμβατική φορά αντίθετη με τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}$. Σύμφωνα με το νόμο του Laplace πάνω στο κινούμενο ηλεκτρόνιο αναπτύσσεται ηλεκτρομαγνητική δύναμη που έχει μέτρο:

$$F = e \cdot v \cdot B \quad (1)$$

Αυτή η δύναμη $\vec{F}$ κινεί το ηλεκτρόνιο προς την άκρη Δ του αγωγού. Έτσι οι ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις, που αναπτύσσονται πάνω στα ελεύθερα ηλεκτρόνια του αγωγού, προκαλούν συσσώρευση ηλεκτρονίων στην άκρη Δ του αγωγού και έλλειψη ηλεκτρονίων στην άκρη Γ του αγωγού. Έπομένως στις δύο άκρες του αγωγού εμφανίζονται ετερόνυμα ηλεκτρικά φορτία. Παρατηρούμε ότι η κίνηση του αγωγού μέσα στο μαγνητικό πε-

Σχ. 58. Για την ερμηνεία του φαινομένου της επαγωγής.

(Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετες στο επίπεδο του σχήματος και έχουν φορά από το εμπρός προς το πίσω μέρος του σχήματος).

δίο προκαλεί τό ίδιο αποτέλεσμα πού θά τό είχαμε καί άν αὐτός ὁ ἀγωγός ἦταν μέσα σέ ἡλεκτρικό πεδίο πού ἔχει φορά ἀπό τήν ἄκρη Δ πρὸς τήν ἄκρη Γ καί ἡ ἔνταση τοῦ Ε ἔχει μέτρο:

$$E = \frac{F}{e} \quad \text{ἄρα} \quad E = v \cdot B \quad (2)$$

Ἡ ἀφαίρεση ὅμως ἡλεκτρονίων ἀπὸ τήν ἄκρη Γ καί ἡ συσσώρευση ἡλεκτρονίων στὴν ἄκρη Δ τοῦ ἀγωγοῦ δημιουργεῖ μέσα στὸν ἀγωγὸ ἕνα δεύτερο ἡλεκτρικό πεδίο πού ἔχει φορά ἀπὸ τήν ἄκρη Γ πρὸς τήν ἄκρη Δ τοῦ ἀγωγοῦ. Ἡ ἐξαιτίας τῆς κινήσεως τοῦ ἀγωγοῦ μετακίνηση τῶν ἡλεκτρονίων πρὸς τήν ἄκρη Δ τοῦ ἀγωγοῦ συνεχίζεται, ὥσπου ἡ ἔνταση τοῦ δεύτερου ἡλεκτρικοῦ πεδίου γίνει ἴση καί ἀντίθετη μέ τήν ἔνταση τοῦ πρώτου ἡλεκτρικοῦ πεδίου. Ἐτσι, ὅσο διαρκεῖ ἡ κίνηση τοῦ ἀγωγοῦ ΓΔ μέσα στοῦ μαγνητικό πεδίο, στίς ἄκρες τοῦ ἀγωγοῦ δημιουργεῖται μιὰ τάση πού ὀνομάζεται *ἐπαγωγική τάση*. Ἡ δημιουργία τῆς ἐπαγωγικῆς τάσεως στίς ἄκρες τοῦ ἀγωγοῦ ὀνομάζεται *ἐπαγωγή*. Ὡστε :

Ἄν ὅταν ἕνας εὐθύγραμμος ἀγωγός κινεῖται μέσα σέ μαγνητικό πεδίο, ὥστε νά τέμνει τίς δυναμικὲς γραμμὲς τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου, τότε μέσα στὸν ἀγωγὸ προκαλεῖται μετακίνηση τῶν ἐλεύθερων ἡλεκτρονίων του, ἡ ὁποία δημιουργεῖ στίς ἄκρες τοῦ ἀγωγοῦ ἐπαγωγική τάση. Αὐτὴ διαρκεῖ, ὅσο διαρκεῖ καί ἡ κίνηση τοῦ ἀγωγοῦ.

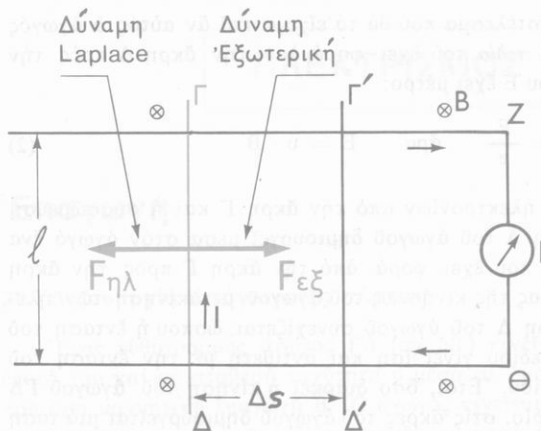
α. Ὑπολογισμός τῆς ἐπαγωγικῆς τάσεως. Στίς ἄκρες τοῦ ἀγωγοῦ δημιουργεῖται ἡ *ἐπαγωγική τάση* $U_{\text{επαγ}}$. Ἄν ὁ ἀγωγός ἔχει μήκος l καί τό ἡλεκτρικό πεδίο πού δημιουργεῖται μέσα στὸν ἀγωγὸ ἔχει ἔνταση E , τότε ἡ *ἐπαγωγική τάση* πού δημιουργεῖται στίς ἄκρες τοῦ ἀγωγοῦ ΓΔ εἶναι ἴση μέ: $U_{\text{επαγ}} = E \cdot l$. Ἄρα:

ἐπαγωγική τάση $U_{\text{επαγ}} = v \cdot B \cdot l$	$\left\{ \begin{array}{l} v \text{ σέ m/sec} \\ B \text{ σέ T, } l \text{ σέ m} \\ U \text{ σέ V} \end{array} \right. \quad (3)$
--	--

Ἄν ἡ ταχύτητα $\vec{v}$ ἡ ὁ ἀγωγός ΓΔ σχηματίζει γωνία α μέ τίς δυναμικὲς γραμμὲς τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου, τότε ἡ ἐξίσωση (3) γράφεται:

$$U_{\text{επαγ}} = v \cdot B \cdot l \cdot \eta \mu \alpha$$

β. Ἐπαγωγικό ρεῦμα. Ἄν συνδέσουμε μέ σύρμα τίς δύο ἄκρες Γ καί Δ τοῦ κινούμενου ἀγωγοῦ, τότε σχηματίζεται κλειστό κύκλωμα πού διαρρέεται ἀπὸ ἐπαγωγικό ρεῦμα. Ὡστε τό ἐπαγωγικό ρεῦμα εἶναι *ἀποτέλεσμα τοῦ φαινομένου τῆς ἐπαγωγῆς*.



Σχ. 59. Για τον υπολογισμό της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή.

(Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετες στο επίπεδο του σχήματος και έχουν φορά από το εμπρός προς το πίσω μέρος του σχήματος).

κινείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς μαγνητικού πεδίου και γλιστράει χωρίς τριβή πάνω σε οριζόντιους παράλληλους άγωγούς που συνδέονται με αμπερόμετρο (σχ. 59). Έτσι σχηματίζεται κλειστό κύκλωμα. Με την επίδραση της εξωτερικής δύναμης $\vec{F}_{εξ}$ ο άγωγός στη διάρκεια του χρόνου Δt μετακινείται ομαλά κατά διαστήματα Δs και τότε η εξωτερική δύναμη παράγει έργο :

$$W = F_{εξ} \cdot \Delta s \quad (4)$$

Στή διάρκεια του χρόνου Δt ο κινούμενος άγωγός ΓΔ συμπεριφέρεται σαν γεννήτρια με επαγωγική ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{επαγ}$ και το κύκλωμα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα έντασεως I . Τότε πάνω στον άγωγό ΓΔ ένεργει ηλεκτρομαγνητική δύναμη $\vec{F}_{\eta\lambda}$ που είναι ίση και αντίθετη με την εξωτερική δύναμη $\vec{F}_{εξ}$ και κατ' απόλυτη τιμή έχει μέτρο :

$$F_{\eta\lambda} = B \cdot l \cdot I$$

Έπειδή είναι $F_{εξ} = F_{\eta\lambda}$, η εξίσωση (4) γράφεται :

$$W = B \cdot l \cdot I \cdot \Delta s \quad (5)$$

Στή διάρκεια του χρόνου Δt ο άγωγός Δt διαγράφει μία επιφάνεια που έχει έμβαδό $S = l \cdot \Delta s$. Έπομένως το γινόμενο $B \cdot l \cdot \Delta s = B \cdot S$

γ. Κλειστό κύκλωμα. Όταν ο άγωγός ΓΔ κινείται μέσα στο μαγνητικό πεδίο, τότε ο άγωγός ΓΔ συμπεριφέρεται σαν γεννήτρια που είναι σε ανοιχτό κύκλωμα, γιατί στις άκρες Γ και Δ του άγωγού (που ισοδυναμούν με τους πόλους της γεννήτριας) αναπτύσσεται τάση ($U_{επαγ}$) ίση με την ηλεκτρεγερτική δύναμη ($E_{επαγ}$) της γεννήτριας.

Ας θεωρήσουμε ότι ο άγωγός ΓΔ κινείται

παριστάνει τη μεταβολή της μαγνητικής ροής $\Delta\Phi$ που περνάει από το πλαίσιο, δηλαδή είναι $\Delta\Phi = B \cdot S$

Ώστε η εξίσωση (5) γράφεται:

$$W = \Delta\Phi \cdot I \quad (6)$$

Επειδή δέν υπάρχει καμιά απώλεια ενέργειας, όλο τό έργο της εξωτερικής δυνάμεως $\vec{F}_{εξ}$ μετατρέπεται σέ ηλεκτρική ενέργεια, ή όποία εμφανίζεται στό κύκλωμα ως θερμότητα. Ώστε ή ηλεκτρική ενέργεια, που αναπτύσσεται πάνω στό κύκλωμα, είναι:

$$W = E_{επαγ} \cdot I \cdot \Delta t \quad (7)$$

Από τίς εξισώσεις (6) καί (7) βρίσκουμε :

$$E_{επαγ} \cdot \Delta t = \Delta\Phi \quad \text{άρα} \quad |E_{επαγ}| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (8)$$

Αν λάβουμε υπόψη τό νόμο του Lenz, τότε ή εξίσωση (8) γράφεται:

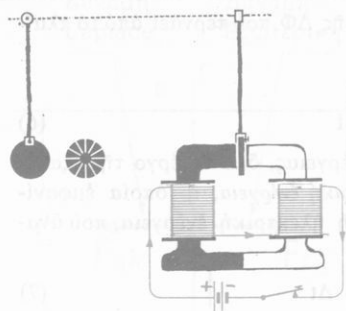
ηλεκτεγερτική δύναμη από έπαγωγή	$E_{επαγ} = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$
-------------------------------------	--

Φορά του επαγωγικού ρεύματος. Σύμφωνα μέ τό νόμο του Lenz πρέπει στήν κίνηση του άγωγού ΓΔ νά αντιδρά ή ηλεκτρομαγνητική δύναμη $\vec{F}_\eta$. Επειδή στό θεωρούμενο κύκλωμα (σχ. 51) ό άγωγός ΓΔ μετακινείται προς τά δεξιά, ή ηλεκτρομαγνητική δύναμη έχει φορά προς τά άριστερά καί έπομένως τό επαγωγικό ρεύμα διαρρέει τόν άγωγό ΓΔ μέ φορά από τό Δ προς τό Γ.

30. Ρεύματα Foucault

Μεταξύ των δύο πόλων ενός ισχυρού ηλεκτρομαγνήτη μπορεί νά αιώρεται μεταλλικός δίσκος. Όταν ό ηλεκτρομαγνήτης δέν διαρρέεται από ρεύμα, ό δίσκος αιώρεται ελεύθερα (σχ. 60). Όταν όμως ό ηλεκτρομαγνήτης διαρρέεται από ρεύμα, ό δίσκος, καθώς κινείται, τέμνει τίς δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου που υπάρχει μεταξύ των πόλων του ηλεκτρομαγνήτη. Σ' αυτή τήν περίπτωση παρατηρούμε ότι ή κίνηση του δίσκου καταργείται γρήγορα, σάν νά ενεργεί πάνω του κάποιο φρένο. Ταυτόχρονα ό δίσκος θερμαίνεται.

Τό φαινόμενο αυτό εξηγείται ως εξής: Μέσα στή μάζα του μεταλλικού δίσκου αναπτύσσονται επαγωγικά ρεύματα που κυκλοφορούν μέσα στό μέταλλο. Αδτά τά ρεύματα, σύμφωνα μέ τό νόμο του Lenz, τείνουν νά καταργήσουν τήν κίνηση του δίσκου, ή όποία είναι τό αίτιο που παράγει τά



Σχ. 60. Στο μεταλλικό δίσκο αναπτύσσονται ρεύματα Foucault.

έπαγωγικά ρεύματα. Έτσι τά έπαγωγικά ρεύματα πού αναπτύσσονται μέσα στη μάζα του δίσκου επιβραδύνουν συνεχώς τήν κίνησή του. Τά έπαγωγικά αυτά ρεύματα ονομάζονται ρεύματα Foucault.

Αν στό παραπάνω πείραμα αντίκαταστήσουμε τό συμπαγή μεταλλικό δίσκο μέ άλλο δίσκο πού άκτινωτά έχει έντομές, παρατηρούμε ότι ή κίνηση αυτού του δίσκου διαρκεί περισσότερο χρόνο. Σ' αυτή τήν περίπτωση τά ρεύματα Foucault περιορίζο-

νται μέσα σέ μικρές περιοχές του δίσκου. Ωστε:

Όταν μεταλλική μάζα κινείται μέσα σέ μαγνητικό πεδίο ή είναι άκίνητη μέσα σέ μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο, τότε μέσα στη μάζα του μετάλλου αναπτύσσονται ρεύματα Foucault.

α. Έφαρμογές των ρευμάτων Foucault. Γενικά τά ρεύματα Foucault προκαλούν θέρμανση τής μάζας του μετάλλου εξαιτίας του φαινομένου Joule. Αιτή τή θερμότητα τήν εκμεταλλευόμαστε σέ ειδικούς φούρνους (έπαγωγικοί φούρνοι), γιά νά πετύχουμε τή γρήγορη τήξη μετάλλων. Άλλά συνήθως ή θερμότητα πού αναπτύσσεται από τά ρεύματα Foucault, είναι μιά άπώλεια ενέργειας. Σέ διάφορες εφαρμογές (γεννήτριες, κινητήρες, μετασχηματιστές) επιδιώκουμε νά περιορίσουμε τίς άπώλειες ενέργειας πού προκαλούνται από τά ρεύματα Foucault καί γι' αυτό τό σκοπό οί πυρήνες πού χρησιμοποιούμε δέν είναι συμπαγείς, αλλά αποτελούνται από φύλλα σιδήρου πού είναι μονωμένα μεταξύ τους.

Σέ μερικές περιπτώσεις εκμεταλλευόμαστε τά ρεύματα Foucault γιά τό ηλεκτρομαγνητικό φρενάρισμα μεταλλικών σωμάτων πού κινούνται (π.χ. γιά τή γρήγορη άπόσβεση των ταλαντώσεων του κινητού συστήματος σέ όργανα μετρήσεων).

31. Ένέργεια του μαγνητικού πεδίου

Ένα κλειστό κύκλωμα αποτελείται από γεννήτρια πού έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη E , καί από πηνίο πού έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L . Η όλική αντίσταση του κυκλώματος είναι R . Όταν κλείσουμε τό κύκλωμα, ή ένταση του ρεύματος λαβαίνει τήν τιμή I_0 πού καθορίζει ό νόμος του Ohm ($I_0 = E/R$), άφου περάσει όρισμένος χρόνος Δt . Αυτό συμβαίνει,

γιατί στη διάρκεια του χρόνου Δt ένα μέρος από την ενέργεια που παρέχει ή γεννήτρια στο κύκλωμα, μετατρέπεται σε θερμότητα, ενώ η υπόλοιπη ενέργεια αποταμιεύεται στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου με τη μορφή *ενέργειας μαγνητικού πεδίου*. "Όταν η ένταση του ρεύματος λάβει τη σταθερή τιμή της I_0 , τότε παύει η αποταμίευση ενέργειας στο μαγνητικό πεδίο και η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου διατηρείται σταθερή. "Αν διακόψουμε το ρεύμα, όλη η ενέργεια που είναι αποταμιευμένη στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου, μετατρέπεται σε *ηλεκτρική ενέργεια* και έτσι κατά τη διακοπή του ρεύματος δημιουργείται στο κύκλωμα το ρεύμα από αυτεπαγωγή. "Αποδεικνύεται ότι:

Η ενέργεια (W) που αποταμιεύεται στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου, είναι ανάλογη με το συντελεστή αυτεπαγωγής (L) του πηνίου και ανάλογη με το τετράγωνο της έντάσεως (I_0) του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.

$$\left. \begin{array}{l} \text{ενέργεια μαγνητικού} \\ \text{πεδίου πηνίου} \end{array} \right\} W = \frac{1}{2} L \cdot I_0^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} L \text{ σε H, } I_0 \text{ σε A} \\ W \text{ σε Joule} \end{array} \right. \quad (1)$$

Η εξίσωση (1) είναι ανάλογη με την εξίσωση που δίνει την ενέργεια ή όποια είναι αποταμιευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο που υπάρχει μεταξύ των όπλισμων ενός φορτισμένου πυκνωτή ($W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$). Τα φαινόμενα της αυτεπαγωγής είναι συνέπειες των μετατροπών της *ηλεκτρικής ενέργειας* σε *ενέργεια μαγνητικού πεδίου* και αντίστροφα. Σ' αυτές τις μετατροπές ενέργειας ισχύει η αρχή της διατηρήσεως της ενέργειας.

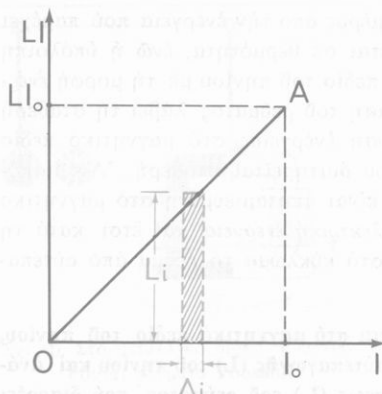
"Απόδειξη. "Ας θεωρήσουμε ότι μεταξύ των χρονικών στιγμών t και $t + \Delta t$ το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασεως i και η ταχύτητα μεταβολής της έντασεως του ρεύματος είναι $\Delta i / \Delta t$. Τότε αναπτύσσεται ΗΕΔ από αυτεπαγωγή, η όποια κατ' απόλυτη τιμή είναι $E_{\text{αυτ}} = L(\Delta i / \Delta t)$. "Εξαιτίας της αυτεπαγωγής ξοδεύεται πάνω στο πηνίο ισχύς:

$$\Delta P = E_{\text{αυτ}} \cdot i = Li \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t} \quad \text{άρα} \quad \Delta P \cdot \Delta t = Li \cdot \Delta i$$

Στή διάρκεια του χρόνου Δt πάνω στο πηνίο ξοδεύεται *ενέργεια* :

$$\Delta W = \Delta P \cdot \Delta t \quad \text{άρα} \quad \Delta W = Li \cdot \Delta i$$

Τό μέγεθος Li είναι συνάρτηση του i . Παίρνουμε δύο ορθογώνιους άξονες (σχ. 61). Η μεταβολή του Li σε συνάρτηση με τό i παριστάνεται με την ευθεία ΟΑ. Θεωρούμε ότι σε μία στοιχειώδη αύξηση της έντασεως



Σχ. 61. Για τον υπολογισμό της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου.

του ρεύματος κατά Δi , τό μέγεθος Li διατηρεί σταθερή τιμή. Τότε ή ενέργεια ΔW , πού αντίστοιχεί στή μεταβολή τής έντάσεως κατά Δi , αριθμητικά είναι ίση μέ τό έμβαδό ενός στοιχειώδους όρθογώνιου παραλληλόγραμμου (ή γραμμοσκιασμένη επιφάνεια). "Όταν ή ένταση του ρεύματος αυξάνεται από 0 ως I_0 , ή *όλική ενέργεια* W πού αποταμιεύεται στό πηνίο αριθμητικά είναι ίση μέ τό έμβαδό ενός όρθογώνιου τριγώνου πού οί δύο κάθετες πλευρές του έχουν μέτρο αριθμητικά ίσο μέ LI_0 καί I_0 . "Αρα έχουμε τήν εξίσωση :

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I_0^2$$

Παράδειγμα. "Ένα πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L = 0,4 \text{ H}$ καί διαρρέεται από ρεύμα έντάσεως $I = 20 \text{ A}$. Στό μαγνητικό πεδίο αυτού του πηνίου είναι αποταμιευμένη ενέργεια:

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,4 \text{ H} \cdot (20 \text{ A})^2 \quad \text{καί} \quad W = 80 \text{ Joule}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

41. "Ένα κατακόρυφο σύρμα μήκους $l = 10 \text{ cm}$ κινείται μέ ταχύτητα $v = 30 \text{ m/sec}$ μέσα σέ όμογενές μαγνητικό πεδίο πού έχει μαγνητική επαγωγή $B = 0,8 \text{ T}$ καί οί δυναμικές γραμμές του είναι όριζόντιες. Νά βρεθεί ή επαγωγική τάση πού αναπτύσσεται στίς δύο άκρες του σύρματος.

42. Μέσα σέ όμογενές μαγνητικό πεδίο πού ή μαγνητική επαγωγή του έχει μέτρο $B = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ T}$ κινείται εύθύγραμμος άγωγός AB , μήκους $l = 12 \text{ cm}$, μέ ταχύτητα $v = 4 \text{ m/sec}$ καί ή διεύθυνση τής ταχύτητάς του είναι κάθετη στίς δυναμικές γραμμές. α) Πόση ΗΕΔ από επαγωγή αναπτύσσεται στίς δύο άκρες του άγωγού; β) "Ο άγωγός AB έχει αντίσταση $R_1 = 0,1 \Omega$ καί οί δύο άκρες του συνδέονται μέ αντίσταση $R_2 = 0,5 \Omega$. Πόση είναι ή ένταση του επαγωγικού ρεύματος πού διαρρέει τό κύκλωμα καί πόσο είναι τό μέτρο τής ηλεκτρομαγνητικής δυνάμεως πού αναπτύσσεται πάνω στον άγωγό;

43. Ένας ευθύγραμμος άγωγός AB, μήκους $l = 20 \text{ cm}$, κινείται με ταχύτητα $v = 5 \text{ m/sec}$ μέσα σε όμογενές μαγνητικό πεδίο που ή μαγνητική έπαγωγή του έχει μέτρο $B = 3,768 \cdot 10^{-2} \text{ T}$. Η διεύθυνση της ταχύτητας του άγωγού είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές. Ο άγωγός AB είναι τμήμα κυκλώματος που έχει όλική αντίσταση $R = 0,4 \Omega$. α) Πόση είναι ή ένταση του ρεύματος που διαρρέει τό κύκλωμα και πόση είναι ή ηλεκτρική ενέργεια που παράγεται στη διάρκεια του χρόνου $t = 0,5 \text{ sec}$; β) Πόση είναι τό έργο που ξοδεύεται στη διάρκεια του χρόνου $t = 0,5 \text{ sec}$ για την κίνηση του άγωγού AB μέσα στο μαγνητικό πεδίο;

44. Ένα σύρμα, μήκους $l = 1 \text{ m}$, κινείται με ταχύτητα $v = 2 \text{ m/sec}$ κάθετα στις δυναμικές γραμμές μαγνητικού πεδίου που ή μαγνητική έπαγωγή του έχει μέτρο $B = 0,5 \text{ T}$. α) Πόση έπαγωγική τάση αναπτύσσεται στις άκρες του σύρματος; β) Οι δύο άκρες του σύρματος συνδέονται με κύκλωμα που έχει όλική αντίσταση $R = 6 \Omega$. Πόση ισχύς πρέπει νά ξοδεύεται, για νά διατηρηθεί σταθερή ή ταχύτητα της κινήσεως του σύρματος;

45. Ένας χάλκινος δίσκος έχει ακτίνα $r = 10 \text{ cm}$ και στρέφεται γύρω από τόν άξονά του με συχνότητα $\nu = 20 \text{ Hz}$. Τό επίπεδο του δίσκου είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές όμογενούς μαγνητικού πεδίου που ή μαγνητική έπαγωγή του έχει μέτρο $B = 0,6 \text{ T}$. Πόση είναι ή έπαγωγική τάση που αναπτύσσεται μεταξύ της περιφέρειας και του κέντρου του δίσκου;

46. Ένας άγωγός, μήκους $l = 1,2 \text{ m}$ κινείται με ταχύτητα $v = 5 \text{ m/sec}$ μέσα σε όμογενές μαγνητικό πεδίο που ή μαγνητική έπαγωγή του έχει μέτρο $B = 0,8 \text{ T}$. Η διεύθυνση της ταχύτητας v σχηματίζει γωνία α με τίς δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου. Πόση είναι ή έπαγωγική τάση που αναπτύσσεται στις άκρες του άγωγού, όταν ή γωνία α είναι ίση με $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$;

47. Ένα ευθύγραμμο χάλκινο σύρμα στρέφεται γύρω από όριζόντιο μεταλλικό άξονα O που περνάει από τη μιά άκρη του σύρματος. Τό σύρμα έχει μήκος $l = 60 \text{ cm}$ και αλωρείται με την επίδραση της βαρύτητας έχοντας πάντοτε την άλλη άκρη του βυθισμένη μέσα σε ύγρο άγωγό A. Ο άξονας O και ό ύγρός άγωγός A συνδέονται με σύρμα και ή όλική αντίσταση του κυκλώματος είναι $R = 3 \Omega$. Σε όλη τη διάρκεια της αλωρήσεως του σύρματος τό μισό κατώτερο μέρος του σύρματος κινείται μέσα σε όμογενές μαγνητικό πεδίο που ή μαγνητική έπαγωγή του έχει μέτρο $B = 0,048 \text{ T}$. Απομακρύνουμε τό σύρμα από την άρχική κατακόρυφη θέση της ίσορροπίας του κατά γωνία $\alpha = 30^\circ$. Αότή ή απομάκρυνση γίνεται με όμαλή κίνηση στη διάρκεια χρόνου $t = 0,1 \text{ sec}$. Νά ύπολογιστεί ή ένταση του ρεύματος που διαρρέει τό κύκλωμα στη διάρκεια της μετατοπίσεως του σύρματος και τό έργο που θά δαπανήσουμε γι' αότή τη μετατόπιση.

48. Ένα πηνίο έχει αντίσταση $R = 6 \Omega$, συντελεστή αυτεπαγωγής $L = 0,3 \text{ H}$ και στις άκρες του εφαρμόζεται τάση $U = 30 \text{ V}$. Πόση ενέργεια είναι αποταμιευμένη στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου;

49. Ένα πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L = 0,2 \text{ H}$, αντίσταση $R = 5 \Omega$ και στις άκρες του εφαρμόζεται τάση $U = 25 \text{ V}$. α) Με ποίο ρυθμό αποταμιεύεται ή ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου, όταν ή ένταση του ρεύματος αυξανόμενη από 0 ως την τελική τιμή της I_0 φτάσει στην ένδιάμεση τιμή $I = 3 \text{ A}$; β) Πόση ενέργεια είναι αποταμιευμένη στο μαγνητικό πεδίο εκείνη τη στιγμή; γ) Πόση ενέργεια είναι αποταμιευμένη στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου, όταν ή ένταση του ρεύματος λάβει την τελική τιμή της I_0 ;

50. Ένα πηνίο με πυρήνα από μαλακό σίδηρο έχει αντίσταση $R = 3,2 \Omega$ και διαρρέεται από ρεύμα έντασεως $I = 10 \text{ A}$. α) Πόση τάση U εφαρμόζεται στις άκρες του πηνίου και πόση είναι η ισχύς P του ρεύματος που διαρρέει τό πηνίο; β) Τό πηνίο αυτό έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L = 48 \text{ H}$. Τό ρεύμα διακόπτεται μέσα σέ χρονικό διάστημα $t = 1/20 \text{ sec}$. Πόση είναι η ισχύς $P_{\text{αυτ}}$ του ρεύματος που αναπτύσσεται από αυτεπαγωγή και πόσος είναι ό λόγος $P_{\text{αυτ}}/P$;

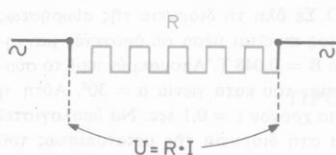
Έναλλασσόμενο ρεύμα

32. Κύκλωμα έναλλασσόμενου ρεύματος

Στήν παρακάτω στοιχειώδη μελέτη του έναλλασσόμενου ρεύματος θεωρούμε ένα τμήμα κυκλώματος στο όποιο δέν υπάρχει διακλάδωση, γεννήτρια ή κινητήρας. Στίς άκρες αυτού του κυκλώματος εφαρμόζεται έναλλασσόμενη τάση. Ό νόμος του Ohm, που ισχύει στο συνεχές ρεύμα, ισχύει καί στο έναλλασσόμενο ρεύμα μέ τόν όρο ότι πρέπει νά λάβουμε υπόψη τίς πολύ γρήγορες μεταβολές τής τάσεως καί τής έντάσεως του ρεύματος.

33. Κύκλωμα μέ καθαρή ώμική αντίσταση R

Ένα κύκλωμα αποτελείται μόνο από καθαρή ώμική αντίσταση R (σχ. 62) καί στίς άκρες της εφαρμόζεται ή έναλλασσόμενη τάση:



Σχ. 62. Καθαρή ώμική αντίσταση.

ση του ρεύματος είναι:

$$U = U_0 \cdot \eta \mu \omega t \quad (1)$$

Στό έναλλασσόμενο ρεύμα χαμηλής συχνότητας (ώς 100 Hz) ή αντίσταση R συμπεριφέρεται ακριβώς, όπως καί στο συνεχές ρεύμα, δηλαδή πάνω στήν αντίσταση R ή ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σέ θερμότητα. Η στιγμιαία ένταση

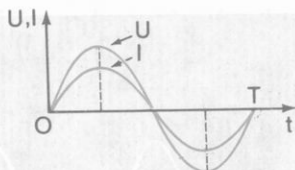
$$I = \frac{U}{R} \quad \text{ή} \quad I = \frac{U_0}{R} \cdot \eta \mu \omega t \quad (2)$$

Από τήν εξίσωση (2) συνάγεται ότι τό πλάτος I_0 τής έντάσεως του ρεύματος είναι:

$$I_0 = \frac{U_0}{R} \quad \text{άρα} \quad I = I_0 \cdot \eta \mu \omega t \quad (3)$$

Οι εξισώσεις (1) και (3) φανερώνουν ότι :

Σέ κύκλωμα πού αποτελείται μόνο από καθαρή ωμική αντίσταση R , ή τάση και ή ένταση του ρεύματος έχουν πάντοτε τήν ίδια φάση (σχ. 63).



Ξέρουμε ότι είναι:

$$I_0 = I_{\text{εν}} \cdot \sqrt{2} \quad \text{και} \quad U_0 = U_{\text{εν}} \cdot \sqrt{2}$$

“Ωστε από τήν εξίσωση $I_0 = U_0/R$ βρίσκουμε :

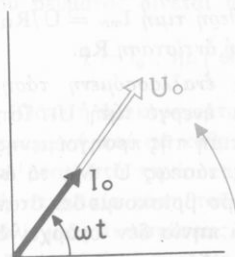
Σχ. 63. ‘Η τάση U και ή ένταση ρεύματος I έχουν πάντοτε τήν ίδια φάση.

νόμος του Ohm $I_{\text{εν}} = \frac{U_{\text{εν}}}{R}$

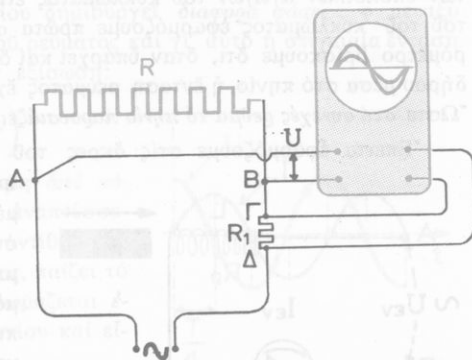
(4)

α. ‘Ανυσματικό διάγραμμα. ‘Η τάση και ή ένταση ρεύματος είναι δύο έναλλασσόμενα μεγέθη και, όπως ξέρουμε, μπορούμε νά τά παραστήσουμε μέ δύο στρεφόμενα άνύσματα πού τό μέτρο τους είναι αντίστοιχα U_0 και I_0 (σχ. 64). Τά δύο αυτά άνύσματα θά τά λέμε δείκτες. Στό ανυσματικό διάγραμμα ό δείκτης τής τάσεως U_0 και ό δείκτης τής έντάσεως ρεύματος I_0 έχουν πάντοτε τήν ίδια διεύθυνση και τήν ίδια φορά και στρέφονται μέ τήν ίδια γωνιακή ταχύτητα ω .

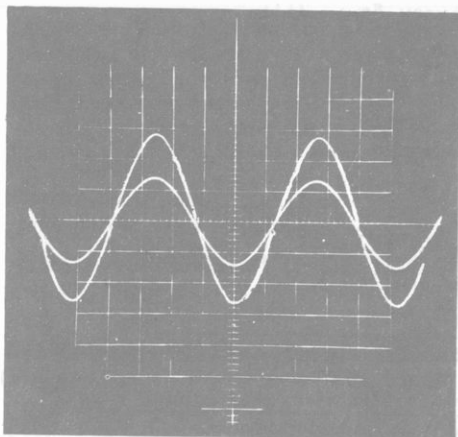
β. Πειραματική επαλήθευση. “Ενας ηλεκτρονικός παλμογράφος διπλής



Σχ. 64. Οι δείκτες τής τάσεως και τής έντάσεως ρεύματος έχουν πάντοτε τήν ίδια φάση.



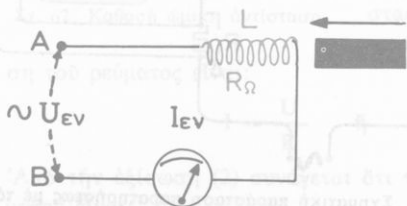
Σχ. 65. Σχηματική παράσταση παρατηρήσεως μέ τόν ηλεκτρονικό παλμογράφο.
(‘Η τάση και ή ένταση ρεύματος έχουν τήν ίδια φάση).



Σχ. 66. Στην οθόνη του παλμογράφου βλέπουμε την ήμιτονοειδή μεταβολή της τάσεως (ή καμπύλη με τό μικρότερο πλάτος) και της εντάσεως ρεύματος. Οι δύο καμπύλες έχουν την ίδια φάση.

που μπορεί νά μετρήσει την ένταση συνεχούς ρεύματος και την ενεργό ένταση εναλλασσόμενου ρεύματος, και ένα πηνίο που έχει ωμική αντίσταση R_Ω και συντελεστή αυτεπαγωγής L (σχ. 67). Μέσα στο πηνίο μπορεί νά εισαχθεί πυρήνας μαλακού σιδήρου. Η αντίσταση και η αυτεπαγωγή των υπόλοιπων αγωγών του κυκλώματος είναι ασημαντές. Στις άκρες αυτού του κυκλώματος εφαρμόζουμε πρώτα *συνεχή τάση* U . Με τό άμπερόμετρο βρίσκουμε ότι, όταν υπάρχει και όταν δέν υπάρχει ό πυρήνας σιδήρου μέσα στο πηνίο, ή ένταση ρεύματος έχει *σταθερή τιμή* $I_{\text{συν}} = U/R_\Omega$. "Ωστε στο συνεχές ρεύμα τό πηνίο παρουσιάζει σταθερή αντίσταση R_Ω .

Έπειτα εφαρμόζουμε στις άκρες του πηνίου *εναλλασσόμενη τάση*,



Σχ. 67. Σχηματική διάταξη για την πειραματική απόδειξη της επαγωγικής αντίστασης.

ένεργειας δείχνει ταυτόχρονα την ήμιτονοειδή μεταβολή της τάσεως U που εφαρμόζεται στις άκρες μιός ωμικής αντίστασης R και την ήμιτονοειδή μεταβολή της έντασεως ρεύματος I που διαρρέει αυτή την αντίσταση (σχ. 65). Παρατηρούμε ότι οι δύο ήμιτονοειδείς καμπύλες έχουν *τήν ίδια φάση* (σχ. 66).

34. Πηνίο σέ κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος

α. Πειραματική απόδειξη της επαγωγικής αντίστασης. Σέ ένα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά ένα άμπερόμετρο και ένα ενεργό πηνίο που έχει ωμική αντίσταση R_Ω και συντελεστή αυτεπαγωγής L (σχ. 67). Μέσα στο πηνίο μπορεί νά εισαχθεί πυρήνας μαλακού σιδήρου. Η αντίσταση και η αυτεπαγωγή των υπόλοιπων αγωγών του κυκλώματος είναι ασημαντές. Στις άκρες αυτού του κυκλώματος εφαρμόζουμε πρώτα *συνεχή τάση* U . Με τό άμπερόμετρο βρίσκουμε ότι, όταν υπάρχει και όταν δέν υπάρχει ό πυρήνας σιδήρου μέσα στο πηνίο, ή ένταση ρεύματος έχει *σταθερή τιμή* $I_{\text{συν}} = U/R_\Omega$. "Ωστε στο συνεχές ρεύμα τό πηνίο παρουσιάζει σταθερή αντίσταση R_Ω .

Έπειτα εφαρμόζουμε στις άκρες του πηνίου *εναλλασσόμενη τάση*, που έχει ενεργό τιμή $U_{\text{εν}}$ ίση μέ την τιμή της προηγούμενης συνεχούς τάσεως U . Με τό άμπερόμετρο βρίσκουμε ότι, όταν μέσα στο πηνίο δέν υπάρχει ό πυρήνας σιδήρου, ή ενεργός ένταση του ρεύματος ($I_{\text{εν}}$) είναι *μικρότερη* από την ένταση του αντίστοιχου συνεχούς ρεύματος ($I_{\text{εν}} < I_{\text{συν}}$). Εισάγουμε μέσα στο

πηνίο τόν πυρήνα μαλακού σιδήρου. Τότε αυξάνεται ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου. Βρίσκουμε ότι η ενέργος ένταση του ρεύματος ελαττώνεται ακόμη περισσότερο. Το πείραμα αυτό δείχνει ότι στο έναλλασσόμενο ρεύμα το πηνίο παρουσιάζει, εκτός από την ωμική αντίσταση R_L , και μία ακόμη αντίσταση που οφείλεται στην αυτεπαγωγή του πηνίου και ονομάζεται επαγωγική αντίσταση R_L του πηνίου.

β. Αιτία της επαγωγικής αντιστάσεως R_L . Θεωρούμε ένα ιδανικό πηνίο που έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L και ωμική αντίσταση ίση με μηδέν ($R_0 = 0$). Στίς άκρες του πηνίου εφαρμόζεται η στιγμιαία τάση :

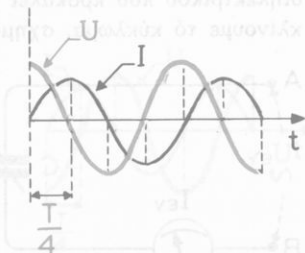
$$U = U_0 \cdot \eta \mu \omega t$$

Το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα που η έντασή του μεταβάλλεται ήμιτονοειδώς με συχνότητα ν , ίση με τη συχνότητα της τάσεως. Άλλά οι γρήγορες μεταβολές της εντάσεως του ρεύματος δημιουργούν συνεχώς μέσα στο πηνίο ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή. Αυτή, σύμφωνα με το νόμο του Lenz, έχει φορά αντίθετη με τη φορά της στιγμιαίας τάσεως του ρεύματος. Όταν λοιπόν η τάση U λαβαίνει την τιμή μηδέν ($U = 0$), η ένταση του ρεύματος δέν λαβαίνει την τιμή μηδέν ($I = 0$) ταυτόχρονα με την τάση, αλλά τείνοντας να διατηρήσει την τιμή της σταθερή, αντλεί την απαιτούμενη ενέργεια από την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου. Έτσι η ένταση του ρεύματος δέν μηδενίζεται τη στιγμή που μηδενίζεται η τάση, αλλά αφού περάσει χρόνος ίσος με ένα τέταρτο της περιόδου ($T/4$). Άρα η φάση της εντάσεως του ρεύματος καθυστερεί κατά ένα τέταρτο της περιόδου σχετικά με τη φάση της τάσεως (σχ. 68). Έπομένως η αυτεπαγωγή του πηνίου δημιουργεί διαφορά φάσεως φ μεταξύ της τάσεως και της εντάσεως του ρεύματος και γι' αυτό η στιγμιαία ένταση του ρεύματος δίνεται από την εξίσωση:

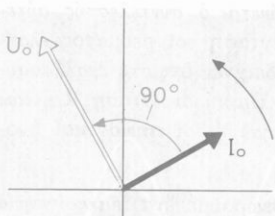
$$I = I_0 \cdot \eta \mu \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

Όστε η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή, που σε κάθε στιγμή αναπτύσσεται μέσα στο πηνίο και είναι αντίθετη με τη στιγμιαία τάση του ρεύματος, παίζει το ρόλο μιās αντιστάσεως, που ονομάζεται επαγωγική αντίσταση R_L του πηνίου και είναι ίση με:

$$\text{επαγωγική αντίσταση } R_L = L\omega \quad (1)$$



Σχ. 68. Η φάση της εντάσεως ρεύματος (I) καθυστερεί σχετικά με τη φάση της τάσεως (U) κατά $T/4$.



Σχ. 69. 'Ο δείκτης της έντάσεως ρεύματος καθυστερεί σχετικά με το δείκτη της τάσεως κατά γωνία $\varphi = 90^\circ$.

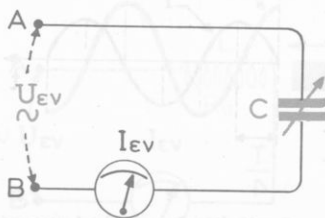
Από την εξίσωση (1) συνάγεται ότι η επαγωγική αντίσταση (R_L) είναι ανάλογη με το συντελεστή αυτεπαγωγής (L) του πηνίου και τη συχνότητα (ν) του ρεύματος.

Ανυσματικό διάγραμμα. Για το παραπάνω ιδανικό πηνίο ($R_n = 0$) στο ανυσματικό διάγραμμα ο δείκτης της τάσεως U_0 προηγείται από το δείκτη της έντάσεως ρεύματος I_0 κατά γωνία $\varphi = \pi/2$ (σχ. 69). Οι δύο όμως δείκτες στρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω . Από τα παραπάνω καταλήγουμε στο ακόλουθο συμπέρασμα.

Στο κύκλωμα έναλλασσόμενου ρεύματος ή αυτεπαγωγή (L) του ιδανικού πηνίου δημιουργεί την επαγωγική αντίσταση $R_L = L\omega$ και καθυστέρηση της φάσεως της έντάσεως ρεύματος κατά $\varphi = \pi/2$ σχετικά με τη φάση της τάσεως.

35. Πυκνωτής σε κύκλωμα έναλλασσόμενου ρεύματος

α. 'Ο πυκνωτής στο συνεχές και στο έναλλασσόμενο ρεύμα. Σε ένα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά αμπερόμετρο που μπορεί να μετρήσει την ένταση συνεχούς και την ενεργό ένταση έναλλασσόμενου ρεύματος, και πυκνωτής που έχει χωρητικότητα C (σχ. 70). Η χωρητικότητα του πυκνωτή μπορεί να μεταβάλλεται. Η αντίσταση και η αυτεπαγωγή των υπόλοιπων αγωγών του κυκλώματος είναι ασήμαντες. Στις άκρες του κυκλώματος εφαρμόζουμε πρώτα *συνεχή τάση* U . Το κύκλωμα *δέν διαρρέεται από ρεύμα*, γιατί μεταξύ των δύο όπλισμών του πυκνωτή υπάρχει το στρώμα του διηλεκτρικού που προκαλεί διακοπή του ρεύματος. Μόνο τη στιγμή που κλίνουμε το κύκλωμα, σχηματίζεται στιγμιαίο ρεύμα, που διαρκεί ελάχιστα χρόνο, ώσπου να φορτιστούν οι όπλισμοί του πυκνωτή.



Σχ. 70. Κύκλωμα με καθαρή χωρητικότητα.

Επειτα εφαρμόζουμε στις άκρες του κυκλώματος *έναλλασσόμενη τάση* που έχει ενεργό τιμή U_{EV} ίση με την τιμή της προηγούμενης συνεχούς τάσεως U . Το κύκλωμα *διαρρέεται από ρεύμα* που έχει ορισμένη ενεργό ένταση I_{EV} . Άρα στο κύκλωμα του έναλλασσόμενου ρεύματος ο πυκνωτής *δέν προκαλεί διακοπή* του

ρεύματος. Αυτή ή συμπεριφορά του πυκνωτή έρμηνεύεται ως εξής: Στους δύο όπλισμούς του πυκνωτή εφαρμόζεται μιά ήμιτονοειδώς μεταβαλλόμενη τάση, ή όποια προκαλεί διαδοχικές φορτίσεις καί εκφορτίσεις του πυκνωτή. Μέσα σέ μιά περίοδο κάθε όπλισμός του πυκνωτή άποκτά διαδοχικά θετικό φορτίο (έλλειψη ηλεκτρονίων) καί άρνητικό φορτίο (πλεόνασμα ηλεκτρονίων). Έπομένως μέσα στους άγωγούς του κυκλώματος τά ηλεκτρόνια εκτελούν *ταλαντώσεις* μέ κέντρο τή μέση θέση ίσορροπίας τους. Τό κύκλωμα διαρρέεται άπό έναλλασσόμενο ρεύμα, αλλά μεταξύ των δύο όπλισμών του πυκνωτή δέ συμβαίνει καμιά μετακίνηση ηλεκτρικών φορτίων. Σ' αυτό τό χώρο σχηματίζεται ένα ήμιτονοειδώς μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο μέ ένταση $E = E_0 \cdot \eta\mu\omega t$.

β. Χωρητική αντίσταση. Στίς άκρες του κυκλώματος εφαρμόζεται ενεργός τάση $U_{\epsilon\upsilon}$ καί ό πυκνωτής έχει μεταβλητή χωρητικότητα (σχ.70). Παρατηρούμε ότι, όταν *αυξάνεται ή χωρητικότητα C* του πυκνωτή, ταυτόχρονα *αυξάνεται ή ενεργός ένταση $I_{\epsilon\upsilon}$* του ρεύματος. Άρα στο έναλλασσόμενο ρεύμα ό πυκνωτής συμπεριφέρεται σάν άγωγός μέ όρισμένη αντίσταση, πού όνομάζεται *χωρητική αντίσταση R_c* του πυκνωτή καί είναι ίση μέ:

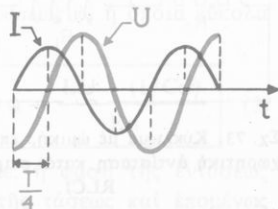
$$\text{χωρητική αντίσταση } R_c = \frac{1}{C\omega} \quad (1)$$

Άπό τήν εξίσωση (1) συνάγεται ότι ή χωρητική αντίσταση (R_c) είναι αντιστρόφως άνάλογη μέ *τή χωρητικότητα (C)* του πυκνωτή καί *τή συχνότητα (ν)* του ρεύματος.

γ. Επίδραση τής χωρητικότητας στή φάση τής έντάσεως ρεύματος. Στίς άκρες του κυκλώματος (σχ. 62) εφαρμόζεται ή ήμιτονοειδής τάση

$$U = U_0 \cdot \eta\mu\omega t$$

Συνδέουμε τό κύκλωμα μέ ηλεκτρονικό παλμογράφο διπλής ένέργειας. Παρατηρούμε ότι στήν εφαρμοζόμενη ήμιτονοειδή τάση άντιστοιχεί ήμιτονοειδής ένταση ρεύματος τής ίδιας συχνότητας (σχ.71). Όποιαδήποτε καί άν είναι ή τιμή τής χωρητικότητας C του πυκνωτή ή φάση τής έντάσεως ρεύματος I προηγείται άπό τή φάση τής τάσεως U κατά ένα τέταρτο τής περιόδου ($T/4$). Ωστε ή *στιγμιαία ένταση του*



Σχ. 71. Η φάση τής έντάσεως ρεύματος (I) προηγείται άπό τή φάση τής τάσεως (U) κατά $T/4$.



Σχ. 72. Ο δείκτης της εντάσεως ρεύματος προηγείται από το δείκτη της τάσεως κατά γωνία $\varphi = 90^\circ$.

ρεύματος δίνεται από την εξίσωση:

$$I = I_0 \cdot \eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Ήνυσματικό διάγραμμα. Στο ήνυσματικό διάγραμμα ο δείκτης της εντάσεως ρεύματος I_0 προηγείται από το δείκτη της τάσεως U_0 κατά γωνία $\varphi = \pi/2$ (σχ. 72).

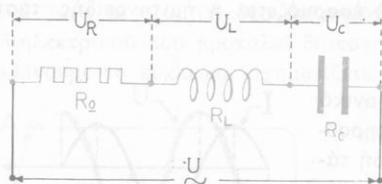
Από τα παραπάνω καταλήγουμε στο ακόλουθο συμπέρασμα:

Στό κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος ή χωρητικότητα (C) του πυκνωτή δημιουργεί τη χωρητική αντίσταση $R_C = 1/C\omega$ και προχώρηση της φάσεως της εντάσεως ρεύματος κατά $\varphi = \pi/2$ σχετικά με τη φάση της τάσεως.

36. Νόμος του Ohm για κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος

Θα εξετάσουμε τη γενική περίπτωση ενός κυκλώματος στο οποίο συνδέονται κατά σειρά καθαρή ωμική αντίσταση R_Ω , πυκνωτής που έχει χωρητικότητα C, και πηνίο που έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L και άσημαντη ωμική αντίσταση (σχ. 73). Το κύκλωμα αυτό λέγεται για συντομία και κύκλωμα RLC. Στις άκρες του κυκλώματος εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση που η στιγμιαία τιμή της δίνεται από την εξίσωση:

$$\text{στιγμιαία τάση} \quad U = U_0 \cdot \eta\mu\omega t$$



Σχ. 73. Κύκλωμα με ωμική, επαγωγική και χωρητική αντίσταση κατά σειρά (κύκλωμα RLC)

α. Οι τρεις συνιστώσες τάσεις U_R , U_L , U_C . Σέ κάθε στιγμή πάνω σέ καθεμιά αντίσταση, δηλαδή τήν ωμική αντίσταση R_Ω , τήν επαγωγική αντίσταση R_L και τή χωρητική αντίσταση R_C , εφαρμόζεται μιά τάση, ή όποια λαβαίνει τή μέγιστη τιμή της, όταν ή ένταση του ρεύματος λαβαίνει αντίστοιχα πάνω σέ κάθε αντίσταση τή μέγιστη τιμή I_0 . Έτσι πάνω στίς τρεις αντιστάσεις εφαρμόζονται αντίστοιχα οί τρεις συνιστώσες τάσεις:

ή ωμική συνιστώσα τάση $U_R = I_0 \cdot R_\Omega$

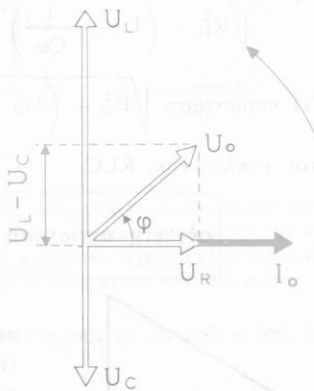
ή επαγωγική συνιστώσα τάση

$$U_L = I_0 \cdot R_L \quad \text{ή} \quad U_L = I_0 \cdot L\omega$$

ή χωρητική συνιστώσα τάση

$$U_C = I_0 \cdot R_C \quad \text{ή} \quad U_C = \frac{I_0}{C\omega}$$

β. Τό πλάτος της τάσεως U_0 . Πάνω στην ωμική αντίσταση R_Ω ή τάση και ή ένταση του ρεύματος έχουν πάντοτε *τήν ίδια φάση* (σχ. 74). Πάνω στο πηνίο ή φάση της έντάσεως του ρεύματος *καθυστερεί* σχετικά με τη φάση της τάσεως κατά γωνία $\pi/2$. Τέλος πάνω στον πυκνωτή ή φάση της έντάσεως του ρεύματος *προηγείται* σχετικά με τη φάση της τάσεως κατά γωνία $\pi/2$. Έπομένως οι δείκτες της επαγωγικής συνιστώσας U_L και της χωρητικής συνιστώσας U_C είναι κάθετοι στο δείκτη της ωμικής συνιστώσας U_R , έχουν όμως πάντοτε *αντίθετη φορά*. Όλοι οι δείκτες στρέφονται με *τήν ίδια γωνιακή ταχύτητα ω* . Η συνισταμένη των τριών τάσεων U_R , U_L και U_C είναι *τό πλάτος της τάσεως U_0* , ή όποια εφαρμόζεται στις άκρες του κυκλώματος που έχουμε. Από τό σχήμα βρίσκουμε *ότι τό πλάτος της τάσεως U_0 έχει μέτρο:*



Σχ 74. Τό πλάτος της τάσεως U_0 είναι ή συνισταμένη των τριών τάσεων U_R , U_L και U_C .

πλάτος της τάσεως

$$U_0 = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \quad \text{ή} \quad U_0 = I_0 \sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad (1)$$

γ. Διαφορά φάσεως ϕ . Από τό σχήμα φαίνεται *ότι μεταξύ της έντάσεως του ρεύματος και της τάσεως υπάρχει διαφορά φάσεως ϕ* , ή όποια εύκολα βρίσκουμε *ότι προσδιορίζεται από τήν εξίσωση:*

$$\text{διαφορά φάσεως } \epsilon\phi\phi = \frac{U_L - U_C}{U_R} \quad \text{ή} \quad \epsilon\phi\phi = \frac{L\omega - (1/C\omega)}{R_\Omega} \quad (2)$$

Παρατηρούμε *ότι στό κύκλωμα πού πήραμε, ή φάση της έντάσεως του ρεύματος καθυστερεί σχετικά με τη φάση της τάσεως και έπομένως ή στιγμιαία ένταση του ρεύματος δίνεται από τήν εξίσωση:*

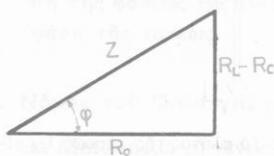
$$\text{στιγμιαία ένταση ρεύματος} \quad I = I_0 \cdot \eta\mu(\omega t - \phi)$$

δ. Σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος. Από την εξίσωση (1) βρίσκουμε:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \quad \text{καί} \quad I_{ev} = \frac{U_{ev}}{\sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \quad (3)$$

Η παράσταση $\sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ ονομάζεται *σύνθετη αντίσταση* Z του κυκλώματος RLC.

$$\text{σύνθετη αντίσταση} \quad Z = \sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad (4)$$



Σχ. 75. Γραφική παράσταση της σύνθετης αντίστασης Z .

Γραφική παράσταση της σύνθετης αντίστασης. Η εξίσωση (4) φανερώνει ότι η σύνθετη αντίσταση Z μπορεί να θεωρηθεί ως ύποτείνουσα ενός ορθογώνιου τριγώνου που οι δύο κάθετες πλευρές του έχουν αντίστοιχα μέτρο R_Ω και $R_L - R_C$ (σχ. 75). Τότε η γωνία φ παριστάνει *τή διαφορά φάσεως* μεταξύ της έντασης του ρεύματος και της τάσεως, γιατί στο

τρίγωνο αυτό είναι:

$$\epsilon\varphi\varphi = \frac{R_L - R_C}{R_\Omega} \quad \text{ή} \quad \epsilon\varphi\varphi = \frac{L\omega - (1/C\omega)}{R_\Omega}$$

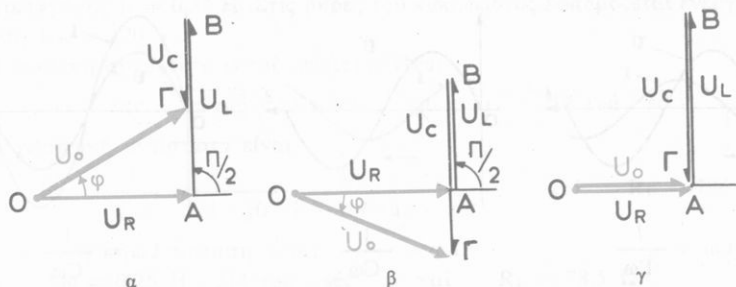
Παρατηρούμε ότι η διαφορά φάσεως φ προσδιορίζεται και από την εξίσωση:

$$\text{διαφορά φάσεως} \quad \text{συν}\varphi = \frac{R_\Omega}{Z}$$

ε. Νόμος του Ohm για κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος. Από την εξίσωση (3) συνάγεται ότι για κύκλωμα RLC ισχύει ο *άκολουθος νόμος του Ohm*:

$$\text{νόμος του Ohm} \quad I_{ev} = \frac{U_{ev}}{Z} \quad \text{ή} \quad I_{ev} = \frac{U_{ev}}{\sqrt{R_\Omega^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \quad (5)$$

$$\text{στ. Διερεύνηση της εξίσωσης} \quad \epsilon\varphi\varphi = \frac{L\omega - (1/C\omega)}{R_\Omega} \cdot \text{Οι τέσσερις}$$



Σχ. 76. Άνυσματικός ύπολογισμός του πλάτους U_0 της τάσεως και της διαφοράς φάσεως φ . α. $\varphi > 0$, ή φάση της εντάσεως του ρεύματος καθυστερεί σχετικά με τη φάση της τάσεως. β. $\varphi < 0$, ή φάση της εντάσεως του ρεύματος προηγείται σχετικά με τη φάση της τάσεως. γ. $\varphi = 0$, ή ένταση του ρεύματος και η τάση έχουν την ίδια φάση.

τάσεις U_R , U_L , U_C και U_0 μπορούν να παρασταθούν με άνύσματα (σχ. 76) που τό καθένα έχει μέτρο:

ή ωμική συνιστώσα U_R

$$OA = R_n \cdot I_0$$

ή επαγωγική συνιστώσα U_L

$$AB = R_L \cdot I_0 \quad \text{ή} \quad AB = L I_0 \omega$$

ή χωρητική συνιστώσα U_C

$$B\Gamma = R_C \cdot I_0 \quad \text{ή} \quad B\Gamma = \frac{I_0}{C\omega}$$

ή συνισταμένη τάση U_0

$$O\Gamma = U_0$$

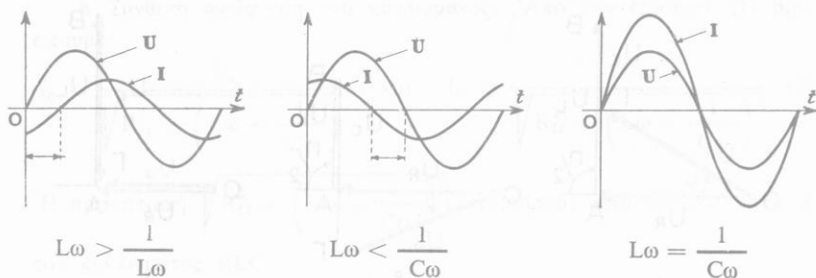
Η διαφορά φάσεως μεταξύ της εντάσεως του ρεύματος και της τάσεως προσδιορίζεται από την εξίσωση:

$$\tan \varphi = \frac{L\omega - (1/C\omega)}{R_n}$$

Από την παραπάνω εξίσωση συνάγεται ότι είναι δυνατές οι εξής τρεις περιπτώσεις:

1. Άν είναι $L\omega > \frac{1}{C\omega}$, τότε επικρατέστερο είναι το αποτέλεσμα της επαγωγικής αντίστασης (R_L) και η γωνία φ είναι θετική (σχ. 76α). Η φάση της εντάσεως του ρεύματος καθυστερεί σχετικά με τη φάση της τάσεως.

2. Άν είναι $L\omega < \frac{1}{C\omega}$, τότε επικρατέστερο είναι το αποτέλεσμα της χωρητικής αντίστασης (R_C) και η γωνία φ είναι αρνητική (σχ. 76β). Η φάση της εντάσεως του ρεύματος προηγείται σχετικά με τη φάση της τάσεως.



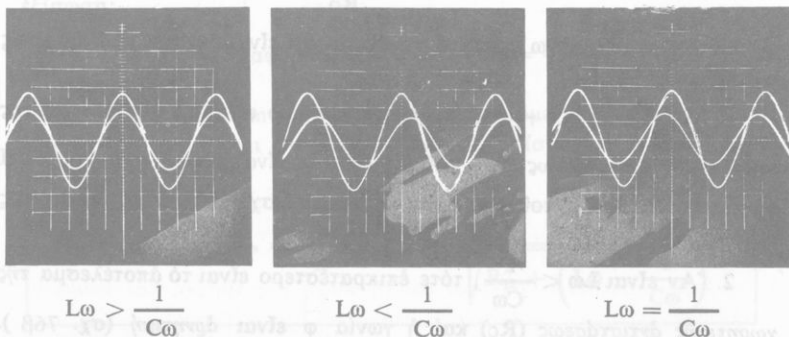
Σχ. 77. Γραφική παράσταση για τις καμπύλες που παρατηρούμε στην οθόνη του παλμογράφου.

3. *Αν είναι $L\omega = \frac{1}{C\omega}$, τα αποτελέσματα της επαγωγικής και της χωρητικής αντίστασης αλληλοαναιρούνται και η γωνία φ είναι ίση με μηδέν (σχ. 76γ). Η ένταση του ρεύματος και η τάση έχουν την ίδια φάση.

Στό σχήμα 69 δείχνονται σχηματικά οι παρατηρούμενες στον ηλεκτρονικό παλμογράφο καμπύλες της τάσεως και της έντάσεως του ρεύματος στις παραπάνω τρεις περιπτώσεις.

Στό σχήμα 78 φαίνονται οι καμπύλες που βλέπουμε στην οθόνη του παλμογράφου.

Παράδειγμα. Σέ κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος, συχνότητας $\nu = 50$ Hz, συνδέονται κατά σειρά πυκνωτής που έχει χωρητικότητα $C = 4 \mu\text{F}$ και πηνίο που έχει ωμική αντίσταση $R_0 = 500 \Omega$ και συντελεστή



Σχ. 78. Καμπύλες της τάσεως και της έντάσεως ρεύματος παρατηρούμενες στην οθόνη του παλμογράφου.

αυτεπαγωγής $L = 0,25 \text{ H}$. Στις άκρες του κυκλώματος εφαρμόζεται ενεργός τάση $U_{\text{ev}} = 120 \text{ V}$.

Η κυκλική συχνότητα ω του ρεύματος είναι

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \text{ rad} \cdot 50 \text{ sec}^{-1} \quad \text{καί} \quad \omega = 314 \text{ rad} \cdot \text{sec}^{-1}$$

Η χωρητική αντίσταση είναι

$$R_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 314 \text{ rad} \cdot \text{sec}^{-1}} \quad \text{καί} \quad R_C = 796 \, \Omega$$

Η επαγωγική αντίσταση είναι

$$R_L = L\omega = 0,25 \text{ H} \cdot 314 \text{ rad} \cdot \text{sec}^{-1} \quad \text{καί} \quad R_L = 78,5 \, \Omega$$

Η σύνθετη αντίσταση Z του κυκλώματος είναι

$$Z = \sqrt{R_{\Omega}^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{500^2 \, \Omega^2 + (78,5 - 796)^2 \, \Omega^2}$$

καί $Z = 875 \, \Omega$

Η ενεργός ένταση I_{ev} του ρεύματος είναι:

$$I_{\text{ev}} = \frac{U_{\text{ev}}}{Z} = \frac{120 \text{ V}}{875 \, \Omega} \quad \text{καί} \quad I_{\text{ev}} \approx 0,137 \text{ A}$$

Η διαφορά φάσεως φ είναι

$$\text{συν } \varphi = \frac{R_{\Omega}}{Z} = \frac{500 \, \Omega}{875 \, \Omega} = 0,57 \quad \text{άρα} \quad \varphi = 55^\circ 15'$$

Επειδή είναι $L\omega < \frac{1}{C\omega}$ ή φάση της έντάσεως του ρεύματος προη-

γείται σχετικά με τη φάση της τάσεως (άρα $\varphi < 0$).

Στις άκρες της χωρητικής αντιστάσεως R_C εφαρμόζεται ενεργός τάση

$$U_{\text{πυκνωτῆ}} = R_C \cdot I_{\text{ev}} = 796 \, \Omega \cdot 0,137 \text{ A} \quad \text{καί} \quad U_{\text{πυκνωτῆ}} \approx 109 \text{ V}$$

Η τάση πού εφαρμόζεται στις άκρες του πηνίου είναι συνισταμένη των δύο ενεργῶν τάσεων $R_{\Omega} \cdot I_{\text{ev}}$ καί $R_L \cdot I_{\text{ev}}$.

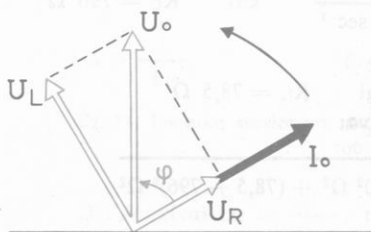
Άρα στις άκρες του πηνίου εφαρμόζεται ενεργός τάση

$$U_{\text{πηνίου}} = \sqrt{(R_{\Omega} I_{\text{ev}})^2 + (R_L I_{\text{ev}})^2} = I_{\text{ev}} \sqrt{R_{\Omega}^2 + R_L^2}$$

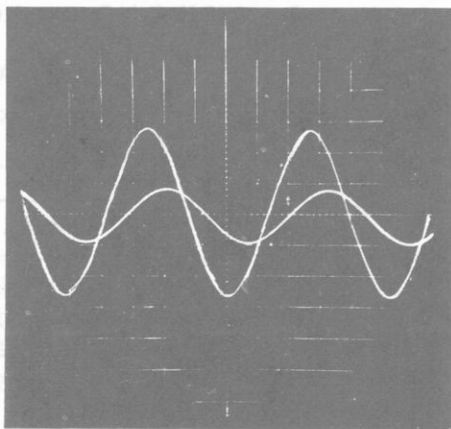
ή $U_{\text{πηνίου}} = 0,137 \text{ A} \cdot \sqrt{(500^2 + 78,5^2) \Omega^2} \quad \text{καί} \quad U_{\text{πηνίου}} \approx 69 \text{ V}$

η. Μερικές περιπτώσεις κυκλωμάτων έναλλασσόμενου ρεύματος.

1. Κύκλωμα με ὠμική αντίσταση R_{Ω} καί αυτεπαγωγή L κατά σειρά. Σ' αυτή την περίπτωση είναι $C = 0$ καί ἐπομένως ἀπό τίς παραπάνω γενικές ἐξισώσεις βρίσκουμε:



Σχ. 79. Στο κύκλωμα RL η φάση της έντασης ρεύματος καθυστερεί σχετικά με τη φάση της τάσεως κατά γωνία φ .



Σχ. 80. Παρατήρηση με τον παλμογράφο σε κύκλωμα RL. 'Η φάση της έντασης ρεύματος καθυστερεί σχετικά με τη φάση της τάσεως.

$$\text{διαφορά φάσεως} \quad \text{εφ } \varphi = \frac{L\omega}{R_0}$$

$$\text{σύνθετη αντίσταση} \quad Z = \sqrt{R_0^2 + (L\omega)^2}$$

$$\text{ένεργος ένταση του ρεύματος} \quad I_{\text{εν}} = \frac{U_{\text{εν}}}{Z} = \frac{U_{\text{εν}}}{\sqrt{R_0^2 + (L\omega)^2}}$$

Η φάση της έντασης του ρεύματος καθυστερεί σχετικά με τη φάση της τάσεως κατά γωνία φ (σχ. 79) και επομένως η στιγμιαία τάση και η στιγμιαία ένταση του ρεύματος δίνονται από τις εξισώσεις:

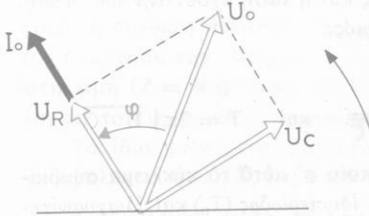
$$U = U_0 \cdot \eta\mu\omega t \quad \text{και} \quad I = I_0 \cdot \eta\mu(\omega t - \varphi)$$

Στο σχήμα 80 φαίνονται οι καμπύλες που παρατηρούμε στην οθόνη του παλμογράφου για κύκλωμα RL.

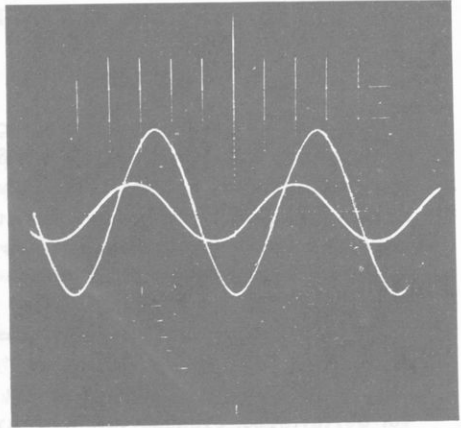
2. Κύκλωμα με ωμική αντίσταση R_0 και χωρητικότητα C κατά σειρά. Σ' αυτή την περίπτωση είναι $L = 0$ και επομένως από τις γενικές εξισώσεις βρίσκουμε:

$$\text{διαφορά φάσεως} \quad \text{εφ } \varphi = \frac{1/C\omega}{R_0} = \frac{1}{R_0 \cdot C\omega}$$

$$\text{σύνθετη αντίσταση} \quad Z = \sqrt{R_0^2 + (1/C\omega)^2}$$



Σχ. 81. Στο κύκλωμα RC η φάση της εντάσεως ρεύματος προηγείται από τη φάση της τάσεως κατά γωνία φ .



Σχ. 82. Παρατήρηση με τόν παλμογράφο σε κύκλωμα RC. Η φάση της εντάσεως ρεύματος προηγείται από τη φάση της τάσεως.

$$\text{ένεργος ένταση του ρεύματος} \quad I_{\text{ev}} = \frac{U_{\text{ev}}}{Z} = \frac{U_{\text{ev}}}{\sqrt{R_{\Omega}^2 + (1/C\omega)^2}}$$

Η φάση της εντάσεως του ρεύματος προηγείται σχετικά με τη φάση της τάσεως κατά γωνία φ (σχ. 81) και επομένως η στιγμιαία τάση και η στιγμιαία ένταση του ρεύματος δίνονται από τις εξισώσεις:

$$U = U_0 \cdot \eta\mu\omega t \quad \text{καί} \quad I = I_0 \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi)$$

Στο σχήμα 82 φαίνονται οι καμπύλες που παρατηρούμε στην οθόνη του παλμογράφου για κύκλωμα RC.

37. Συντονισμός

Σε ένα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά ωμική αντίσταση R_{Ω} , αυτεπαγωγή L και χωρητικότητα C (κύκλωμα RLC). Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z = \sqrt{R_{\Omega}^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad (1)$$

Η εξίσωση (1) δείχνει ότι η σύνθετη αντίσταση Z του κυκλώματος είναι πάντοτε μεγαλύτερη από την ωμική αντίσταση R_{Ω} . Η σύνθετη αντίσταση

λαβαίνει *τή μικρότερη* τιμή της $Z = R_0$, όταν είναι:

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \quad \text{άρα} \quad L\omega = \frac{1}{C\omega} \quad (2)$$

Σ' αυτή την περίπτωση ή ενεργός ένταση του ρεύματος λαβαίνει *τή μέγιστη* τιμή της $I_{ev} = U_{ev}/R_0$ και ή διαφορά φάσεως φ μεταξύ τής έντάσεως του ρεύματος και τής τάσεως είναι ίση με μηδέν ($\varphi = 0$, γιατί είναι $\varepsilon\varphi\varphi = 0$), δηλαδή ή ένταση του ρεύματος και ή τάση έχουν *τήν ίδια φάση*. Αυτό τό φαινόμενο ονομάζεται *συντονισμός*.

Από τήν εξίσωση (2) βρίσκουμε:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad \eta \quad \frac{2\pi}{T} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad \text{καί} \quad T = 2\pi \sqrt{L \cdot C}$$

Η περίοδος και ή συχνότητα, γιά τήν όποία σ' αυτό τό κύκλωμα συμβαίνει συντονισμός, ονομάζονται αντίστοιχα *ιδιοπερίοδος* (T_0) και *ιδιοσυχνότητα* (ν_0) του κυκλώματος.

Από τά παραπάνω καταλήγουμε στά εξής συμπεράσματα:

I. Σέ ένα κύκλωμα πού συνδέονται κατά σειρά ωμική, επαγωγική και χωρητική αντίσταση, ή ενεργός ένταση του ρεύματος λαβαίνει *τή μέγιστη* τιμή, όταν υπάρχει συντονισμός, δηλαδή όταν ή συχνότητα τής τάσεως πού εφαρμόζεται στό κύκλωμα είναι ίση με *τήν ιδιοσυχνότητα* (ν_0) του κυκλώματος.

$$\text{μέγιστη ενεργός ένταση} \quad I_{ev} = \frac{U_{ev}}{R_0}$$

II. Κατά τό συντονισμό ή ιδιοπερίοδος (T_0) του κυκλώματος σέ συνάρτηση με τήν αυτεπαγωγή (L) και ή χωρητικότητα (C) του κυκλώματος δίνεται από τήν εξίσωση Thomson :

$$\text{εξίσωση Thomson} \quad T_0 = 2\pi \sqrt{L \cdot C}$$

α. Πειραματική απόδειξη του συντονισμού. Με τή διάταξη πού δείχνει τό σχήμα 83 μπορούμε νά αποδείξουμε πειραματικά τήν εξάρτηση τής ενεργού έντάσεως του ρεύματος από τήν τιμή πού έχει τό διωνύμο $L\omega - (1/C\omega)$. Η κυκλική συχνότητα ω του ρεύματος, ή ωμική αντίσταση R_0 και ή χωρητικότητα C διατηρούν σταθερές τιμές. Εισάγουμε αργά μέσα στό πηνίο έναν πυρήνα μαλακού σιδήρου. Τότε μεταβάλλεται ό συντελεστής αυτεπαγωγής L του πηνίου και συνεπώς μεταβάλλεται ή τιμή του διωνύμου

$L\omega = (1/C\omega)$. "Όταν ο πυρήνας βρεθεί σε ορισμένη θέση, παρατηρούμε τη μέγιστη φωτοβολία του λαμπτήρα. Αυτό σημαίνει ότι για μία ορισμένη τιμή του L ή ένταση του ρεύματος λαβαίνει τη μέγιστη τιμή, γιατί η σύνθετη αντίσταση απόκτησε την ελάχιστη τιμή ($Z = R_0$). "Αρα ισχύει τότε η συνθήκη συντονισμού $L\omega = 1/C\omega$.

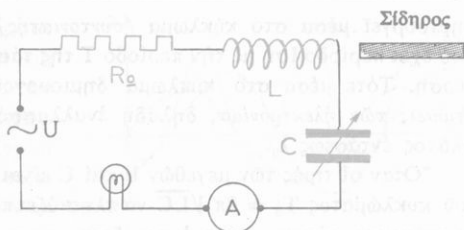
Τό ίδιο φαινόμενο παρατηρούμε, αν τό L διατηρείται σταθερό, καί μεταβάλλεται συνεχώς καί κατά την ίδια φορά ή χωρητικότητα C .

β. 'Αναλογία μέ τό μηχανικό φαινόμενο του συντονισμού. Στο παραπάνω κύκλωμα εφαρμόζουμε σταθερή τάση $U_{\text{εν}}$. "Όταν στό κύκλωμα υπάρχει συντονισμός, τότε ισχύει ή εξίσωση:

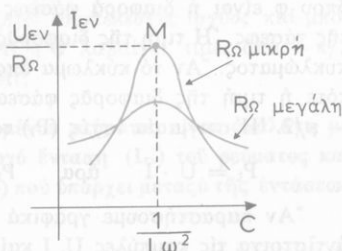
$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \quad \text{άρα} \quad C = \frac{1}{L\omega^2}$$

"Αν παρακολουθήσουμε τίς μεταβολές της ενεργού έντάσεως $I_{\text{εν}}$ σε συνάρτηση μέ τίς μεταβολές της χωρητικότητας C , παίρνουμε την καμπύλη που δείχνει τό σχήμα 84. Αδτή ή καμπύλη μοιάζει μέ την καμπύλη που έχουμε γιά τό μηχανικό φαινόμενο του συντονισμού. Τό πείραμα καί ή θεωρία βρίσκουν ότι τό μέγιστο (M) της ενεργού έντάσεως του ρεύματος είναι τόσο πίο καθαρό, δηλαδή ή καμπύλη παρουσιάζει όξεία αιχμή (όξύς συντονισμός) όσο πίο μικρή είναι ή ωμική αντίσταση R_0 του κυκλώματος. Τότε ή ιδιοπερίοδος T_0 του κυκλώματος είναι ίση μέ την περίοδο T της τάσεως που εφαρμόζεται στό κύκλωμα. Αδτή ή τάση παίζει τό ρόλο του διεγέρτη καί τό κύκλωμα παίζει τότε τό ρόλο του συντονιστή. "Η ωμική αντίσταση R_0 καθορίζει τη μικρή ή μεγάλη απόσβεση, όπως οι τριβές στά μηχανικά φαινόμενα.

"Όταν οι τιμές των μεγεθών L καί C είναι τυχαίες, τότε ή έναλλασσόμενη τάση (διεγέρτης) που εφαρμόζεται στις άκρες του κυκλώματος RLC,



Σχ. 83. Σχηματική διάταξη γιά την πειραματική απόδειξη του συντονισμού σε κύκλωμα RLC.



Σχ. 84. "Ο συντονισμός είναι όξύς, όταν ή R_0 είναι μικρή.

δημιουργεί μέσα στο κύκλωμα (συντονιστής) ένα εναλλασσόμενο ρεύμα που έχει περίοδο ίση με την περίοδο T της τάσεως ή όποια προκαλεί τη διέγερση. Τότε μέσα στο κύκλωμα δημιουργούνται *εξαναγκασμένες ταλαντώσεις των ηλεκτρονίων*, δηλαδή εναλλασσόμενο ρεύμα που έχει μικρό πλάτος έντασης I_0 .

Όταν οι τιμές των μεγεθών L και C είναι τέτοιες, ώστε η ιδιοπερίοδος του κυκλώματος $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ να πλησιάζει προς την περίοδο T της εναλλασσόμενης τάσεως, τότε εμφανίζεται *συντονισμός* που είναι τόσο οξύτερος, όσο μικρότερη είναι η ωμική αντίσταση R του κυκλώματος. Και όπως στην περίπτωση του μηχανικού συντονισμού, έτσι και κατά το συντονισμό του κυκλώματος το πλάτος της έντασης I_0 λαβαίνει *τη μέγιστη τιμή*, γιατί είναι:

$$I_{ev} = \frac{U_{ev}}{R_0} \quad \text{ή} \quad I_0\sqrt{2} = \frac{U_0\sqrt{2}}{R_0} \quad \text{και} \quad I_0 = \frac{U_0}{R_0}$$

38. Μέση ισχύς και συντελεστής ισχύος

Στο *συνεχές ρεύμα*, όταν στις άκρες του κυκλώματος εφαρμόζεται τάση U και η ένταση του ρεύματος είναι I , τότε η παρεχόμενη στο κύκλωμα ισχύς P είναι $P = U \cdot I$. Τα μεγέθη U και I είναι σταθερά και επομένως η ισχύς P του συνεχούς ρεύματος είναι σταθερή.

Στο *εναλλασσόμενο ρεύμα* τα μεγέθη U και I συνεχώς μεταβάλλονται. Αν στις άκρες του κυκλώματος εφαρμόζεται η εναλλασσόμενη τάση:

$$U = U_0 \cdot \eta\mu\omega t \quad (1)$$

τότε η στιγμιαία ένταση του ρεύματος είναι:

$$I = I_0 \cdot \eta\mu(\omega t - \varphi) \quad (2)$$

όπου φ είναι η διαφορά φάσεως μεταξύ της έντασης του ρεύματος και της τάσεως. Η τιμή της διαφοράς φάσεως εξαρτάται από τις ιδιότητες του κυκλώματος. Αν το κύκλωμα αποτελείται από διάφορα είδη αντιστάσεων, τότε η τιμή της διαφοράς φάσεως φ περιλαμβάνεται μεταξύ $+\pi/2$ και $-\pi/2$. Η στιγμιαία ισχύς (P_t) του ρεύματος είναι:

$$P_t = U \cdot I \quad \text{ή} \quad P_t = U_0 I_0 \cdot \eta\mu\omega t \cdot \eta\mu(\omega t - \varphi) \quad (3)$$

Αν παραστήσουμε γραφικά τις εξισώσεις (1), (2) και (3) παίρνουμε αντίστοιχα τις καμπύλες U , I και P_t (σχ. 85α). Η καμπύλη P_t παριστάνει σε κάθε στιγμή την τιμή της στιγμιαίας ισχύος $P_t = U \cdot I$ του ρεύματος. Παρατηρούμε ότι η καμπύλη αυτή αποτελείται από τόξα θετικά και τόξα

άρνητικά (σχ. 85β). Η στιγμιαία ισχύς $U \cdot I$ είναι θετική κατά τις χρονικές στιγμές που οι τιμές των μεγεθών U και I είναι ομόσημες. Τότε το κύκλωμα παίρνει ενέργεια από τη γεννήτρια. Αντίθετα η στιγμιαία ισχύς $U \cdot I$ είναι αρνητική κατά τις χρονικές στιγμές που οι τιμές των μεγεθών U και I είναι ετερόσημες. Τότε το κύκλωμα δίνει ενέργεια στη γεννήτρια. Αυτή η ενέργεια προέρχεται από την ενέργεια που είναι αποταμιευμένη στα ηλεκτρικά και τα μαγνητικά πεδία που σχηματίζονται στους πυκνωτές και τα πηνία του κυκλώματος.

Στή διάρκεια μίας περιόδου T το κύκλωμα παίρνει από τη γεννήτρια ενέργεια W_T . Ονομάζεται μέση ισχύς (P_M) του έναλλασσόμενου ρεύματος το πηλίκο της ενέργειας (W_T) που παίρνει το κύκλωμα στη διάρκεια μίας περιόδου διά της περιόδου (T).

$$\text{μέση ισχύς} \quad P_M = \frac{W_T}{T}$$

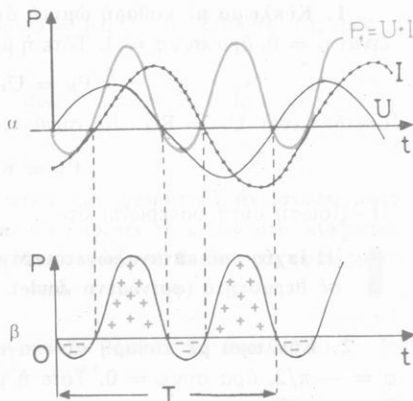
Αποδεικνύεται ότι η μέση ισχύς δίνεται από την εξίσωση:

$$\text{μέση ισχύς} \quad P_M = U_{\text{εν}} \cdot I_{\text{εν}} \cdot \sin \varphi \quad \begin{cases} U \text{ σε } V, I \text{ σε } A \\ P \text{ σε } W \end{cases} \quad (4)$$

όπου φ είναι η διαφορά φάσεως μεταξύ της έντασης του ρεύματος και της τάσεως. Ο παράγοντας $\sin \varphi$ ονομάζεται *συντελεστής ισχύος* και μπορεί να λάβει τιμές από -1 ως $+1$ (γιατί η φ λαβαίνει τιμές από $-\pi/2$ ως $+\pi/2$). Η εξίσωση (4) φανερώνει ότι:

Η μέση ισχύς (P_M) του έναλλασσόμενου ρεύματος είναι ανάλογη με την ενεργό τάση ($U_{\text{εν}}$) και την ενεργό ένταση ($I_{\text{εν}}$) του ρεύματος και εξαρτάται από τη διαφορά φάσεως (φ) που υπάρχει μεταξύ της έντασης του ρεύματος και της τάσεως.

α. Διερεύνηση της εξισώσεως της μέσης ισχύος. Θα εξετάσουμε πώς ισχύει η εξίσωση (4) σε διάφορες περιπτώσεις.



Σχ. 85. Γραφική παράσταση των εξισώσεων της τάσεως U , της έντασης ρεύματος I και της ισχύος P του έναλλασσόμενου ρεύματος.

1. Κύκλωμα με καθαρή ωμική αντίσταση R_{Ω} . Σ' αυτή την περίπτωση είναι $\varphi = 0$, άρα $\sin \varphi = 1$. Τότε η μέση ισχύς έχει *τή μέγιστη τιμή*:

$$P_M = U_{ev} \cdot I_{ev}$$

Επειδή είναι $U_{ev} = R_{\Omega} \cdot I_{ev}$, συνάγεται ότι είναι:

$$P_M = R_{\Omega} \cdot I_{ev}^2$$

Η εξίσωση αυτή φανερώνει ότι:

■ Η ισχύς που καταναλώνεται πάνω σε ωμική αντίσταση μετατρέπεται σε θερμότητα (φαινόμενο Joule).

2. Κύκλωμα με καθαρή αυτεπαγωγή L . Σ' αυτή την περίπτωση είναι $\varphi = -\pi/2$, άρα $\sin \varphi = 0$. Τότε η μέση ισχύς είναι *ίση με μηδέν*, $P_M = 0$. "Ωστε:

■ Πάνω σε ένα ιδανικό πηνίο δέν καταναλώνεται ισχύς.

"Όταν η ένταση του ρεύματος αυξάνεται από 0 ως I_0 , τό πηνίο εξαιτίας της αυτεπαγωγής του αποταμιεύει ενέργεια ίση με $\frac{1}{2} LI_0^2$. Αυτή την ενέργεια τό πηνίο *τήν αποδίδει* άμέσως έπειτα στό κύκλωμα, όταν η ένταση του ρεύματος μεταβάλλεται από I_0 σε 0.

3. Κύκλωμα με καθαρή χωρητικότητα C . Σ' αυτή την περίπτωση είναι $\varphi = +\pi/2$, άρα $\sin \varphi = 0$. Τότε η μέση ισχύς είναι *ίση με μηδέν*, $P_M = 0$. "Ωστε:

■ Πάνω σε μιά καθαρή χωρητική αντίσταση δέν καταναλώνεται ισχύς.

"Όπως τό ιδανικό πηνίο, έτσι καί ό πυκνωτής, όταν η τάση αυξάνεται από 0 ως U_0 , ό πυκνωτής αποταμιεύει ενέργεια ίση με $\frac{1}{2} CU_0^2$. Αυτή την ενέργεια ό πυκνωτής *τήν αποδίδει* άμέσως, όταν η τάση ελαττώνεται από U_0 σε 0.

4. Κύκλωμα με ωμική, επαγωγική καί χωρητική αντίσταση. Σε ένα κύκλωμα RLC είναι $-\pi/2 < \varphi < +\pi/2$. Τό κύκλωμα έχει σύνθετη αντίσταση Z καί η διαφορά φάσεως φ δίνεται από την εξίσωση:

$$\sin \varphi = \frac{R_0}{Z}$$

Τό ρεύμα παρέχει στό κύκλωμα μέση ισχύ:

$$P_M = U_{ev} \cdot I_{ev} \cdot \sin \varphi$$

Επειδή είναι $U_{εν} = Z \cdot I_{εν}$ και $\cos \varphi = R_0/Z$, η εξίσωση της μέσης ισχύος γράφεται:

$$P_M = Z \cdot I_{εν}^2 \cdot \frac{R_0}{Z} \quad \text{άρα} \quad P_M = R_0 \cdot I_{εν}^2$$

Η τελευταία εξίσωση φανερώνει ότι:

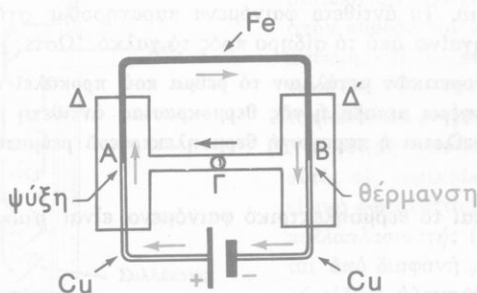
Σε κύκλωμα με ωμική, επαγωγική και χωρητική αντίσταση κατά σειρά όλη η μέση ισχύς, την οποία παρέχει το ρεύμα στο κύκλωμα, μετατρέπεται πάνω στην ωμική αντίσταση σε θερμότητα (φαινόμενο Joule).

Στήν πραγματικότητα ένα πηνίο έχει πάντοτε ωμική αντίσταση και γι' αυτό παρατηρούμε ότι το πηνίο θερμαίνεται.

Μερικά ενδιαφέροντα φαινόμενα

39*: Φαινόμενο Peltier

Σχηματίζουμε ένα κύκλωμα από δύο ράβδους χαλκού, που μεταξύ τους παρεμβάλλεται μιά ράβδος σιδήρου (σχ. 86). Οί δύο επαφές Α και Β του



Σχ. 86. Φαινόμενο Peltier.

Σχηματίζουμε ένα κύκλωμα από δύο ράβδους χαλκού, που μεταξύ τους παρεμβάλλεται μιά ράβδος σιδήρου (σχ. 86). Οί δύο επαφές Α και Β του θερμοληκτρικού ζεύγους σιδήρου - χαλκός βρίσκονται μέσα σε γυάλινα δοχεία, που περιέχουν άερα και συγκοινωνούν με τριχοειδή σωλήνα. Μέσα στο σωλήνα μπορεί να μετακινείται μιά μικρή σταγόνα λαδιού που χρησιμεύει ως δείκτης.

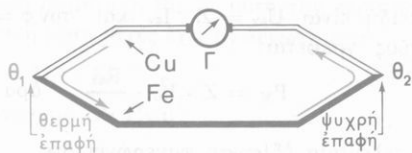
Όταν το ρεύμα πηγαινει από το χαλκό προς το σίδηρο, ή επαφή Α ψύχεται, ενώ ή επαφή Β θερμαίνεται.

Η πίεση του άερα μέσα στο δοχείο Δ' αυξάνεται και ή σταγόνα του λαδιού μετακινείται προς τό δοχείο Δ.

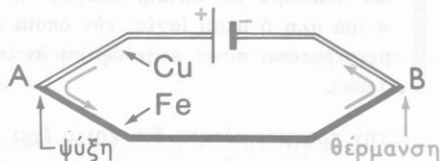
Αν αντιστραφεί ή φορά του ρεύματος, τότε ή μετακίνηση της σταγό-

νας του λαδιού δείχνει ότι η επαφή Α θερμαίνεται, ενώ η επαφή Β ψύχεται. Τό φαινόμενο πού παρατηρήσαμε είναι γενικό καί ονομάζεται *φαινόμενο Peltier*.

Όταν τό ηλεκτρικό ρεύμα περνάει από την επαφή δύο διαφορετικών μετάλλων, τότε ανάλογα μέ τή φορά του ρεύματος συμβαίνει ψύξη ή θέρμανση της επαφής (φαινόμενο Peltier).



Σχ. 87. Θερμοηλεκτρικό φαινόμενο.



Σχ. 87α Τό φαινόμενο Peltier είναι τό αντίστροφο του θερμοηλεκτρικού φαινομένου.

Η θερμότητα Q πού εμφανίζεται ή απορροφάται στην επαφή των δύο μετάλλων στή διάρκεια χρόνου t είναι ανάλογη μέ τήν ένταση I του ρεύματος καί εξαρτάται από τή φύση των δύο μετάλλων.

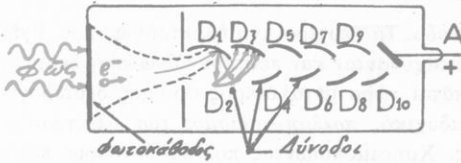
α. Φαινόμενο Peltier καί θερμοηλεκτρικό φαινόμενο. Άς θεωρήσουμε τό θερμοηλεκτρικό ζεύγος σίδηρος - χαλκός. Όταν αυτό τό ζεύγος αποτελεί θερμοηλεκτρικό στοιχείο (σχ. 87), τότε στή *θερμή επαφή* τό θερμοηλεκτρικό ρεύμα πηγαίνει από τό χαλκό πρός τό σίδηρο. Άν στό θερμοηλεκτρικό στοιχείο διαβιβάσουμε ρεύμα πού έχει τήν ίδια φορά μέ τό θερμοηλεκτρικό ρεύμα (δηλαδή πηγαίνει από τό χαλκό πρός τό σίδηρο), τότε ή επαφή Α *ψύχεται* (σχ. 87α). Τά αντίθετα φαινόμενα παρατηρούμε στην επαφή Β, όπου τό ρεύμα πηγαίνει από τό σίδηρο πρός τό χαλκό. Ωστε:

Στήν επαφή δύο διαφορετικών μετάλλων τό ρεύμα πού προκαλεί τό φαινόμενο Peltier, επιφέρει μεταβολή της θερμοκρασίας αντίθετη μέ εκείνη, στην οποία οφείλεται ή παραγωγή θερμοηλεκτρικού ρεύματος μέ τήν ίδια φορά.

Τό φαινόμενο Peltier καί τό θερμοηλεκτρικό φαινόμενο είναι *φαινόμενα αντίστροφα*.

40*. Φωτοπολλαπλασιαστής

α. Δευτερογενής έκπομπή ηλεκτρονίων. Στό *θερμοηλεκτρονικό φαινόμενο* τά ηλεκτρόνια *βγαίνουν* από τή διάπυρη κάθοδο, επειδή αυτή έχει θερμανθεί πολύ. Στό *φωτοηλεκτρικό φαινόμενο* τά ηλεκτρόνια *βγαίνουν* από τήν κάθοδο, γιατί παίρνουν ενέργεια από τά φωτόνια πού πέφτουν πάνω στην κάθοδο. Τά ηλεκτρόνια μπορούν νά αποσπαστούν από ένα μέτα-



Σχ. 88. Σχηματική παράσταση φωτοπολλαπλασιαστή. 'Από κάθε δύνοδο (D) αποσπώνται πολλά δευτερογενή ηλεκτρόνια.

ηλεκτρόνια αυτά ονομάζονται *δευτερογενή ηλεκτρόνια* και για την απόσπασή τους από το μέταλλο παίρνουν την απαιτούμενη ενέργεια από τα πρωτογενή ηλεκτρόνια. Στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο κάθε φωτόνιο προκαλεί την έξοδο μόνο ενός φωτοηλεκτρονίου. 'Αντίθετα στη *δευτερογενή έκτομή ηλεκτρονίων* ένα πρωτογενές ηλεκτρόνιο μπορεί να προκαλέσει την έξοδο πολλών δευτερογενών ηλεκτρονίων από το μέταλλο. 'Ο λόγος του αριθμού των δευτερογενών ηλεκτρονίων προς τον αριθμό των πρωτογενών ηλεκτρονίων εξαρτάται από τη φύση του μετάλλου και από την ενέργεια των πρωτογενών ηλεκτρονίων. 'Η ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να έχει ένα πρωτογενές ηλεκτρόνιο, για να προκαλέσει την έκτομή ενός δευτερογενούς ηλεκτρονίου, είναι περίπου $10 \text{ eV} (= 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ Joule})$. 'Η δευτερογενής έκτομή ηλεκτρονίων έχει εφαρμογή στις ηλεκτρονικές λυχνίες και στον *φωτοπολλαπλασιαστή*.



Σχ. 89. Φωτοπολλαπλασιαστής.

λο και μέ έναν άλλο τρόπο. Τα ηλεκτρόνια που προέρχονται από μία πηγή, και τα οποία ονομάζουμε *πρωτογενή ηλεκτρόνια*, όταν πέφτουν πάνω σε ένα μέταλλο, προκαλούν *τήν έξοδο ηλεκτρονίων* από το μέταλλο. Τα

β. Φωτοπολλαπλασιαστής. Σέ πολλές περιπτώσεις ή φωτεινή ροή που πέφτει πάνω στην κάθοδο του φωτοκυττάρου είναι πολύ ασθενής και επομένως από την κάθοδο βγαίνουν ελάχιστα φωτοηλεκτρόνια. Τότε το φωτοηλεκτρικό ρεύμα είναι τόσο ασθενές, ώστε ή μέτρησή του είναι σχεδόν αδύνατη. Σ' αυτές τις περιπτώσεις χρησιμοποιούμε ένα ειδικό φωτοκύτταρο που ονομάζεται *φωτοπολλαπλασιαστής* (σχ. 88). Αυτός αποτελείται από διαφανή *φωτοκάθοδο* και από πολλά ειδικά ηλεκτρόδια που ονομάζονται *δύνοδοι*. Τα φωτοηλεκτρόνια που αποσπώνται από την κάθοδο, εξαιτίας της τάσεως που εφαρμόζεται, πέφτουν πάνω στην πρώτη δύνοδο. Αυτά τα πρωτογενή ηλεκτρόνια προκαλούν την έξοδο πολλών δευτερογενών η-

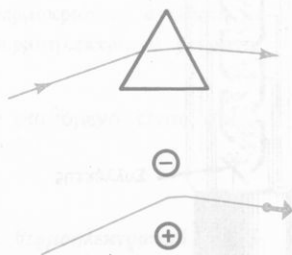
λεκτρονίων από την πρώτη δύνοδο. Τά δευτερογενή ηλεκτρόνια, πού βγήκαν από την πρώτη δύνοδο, έπιταχύνονται καί πέφτουν πάνω στή δεύτερη δύνοδο, από την οποία αποσπάται τώρα μεγαλύτερος αριθμός δευτερογενών ηλεκτρονίων. Αυτός ο διαδοχικός πολλαπλασιασμός των ηλεκτρονίων επαναλαμβάνεται πολλές φορές. Χρησιμοποιώντας πολλές δυνόδους πετυχαίνουμε ώστε στό καθένα από τά αρχικά φωτοηλεκτρόνια νά αντιστοιχεί μεγάλος αριθμός ηλεκτρονίων (10^6 ως 10^8 ηλεκτρόνια). Στό τέλος τά ηλεκτρόνια πέφτουν πάνω στήν άνοδο (σλλέκτης) καί δημιουργούν ρευματική ώθηση πάνω από ένα εκατομμύριο φορές μεγαλύτερη από την αρχική ρευματική ώθηση (σχ. 89). Οί φωτοπολλαπλασιαστές διαγείρονται από άσθενείς άκτινοβολίες, όχι μόνο τίς όρατές, αλλά καί από τίς υπέρυθρες καί τίς υπεριώδεις. Χρησιμοποιούνται σέ διάφορες εφαρμογές καί ιδιαίτερα γιά τή μελέτη των πυρηνικών άκτινοβολιών.

41: Ήλεκτρονική Ώπτική

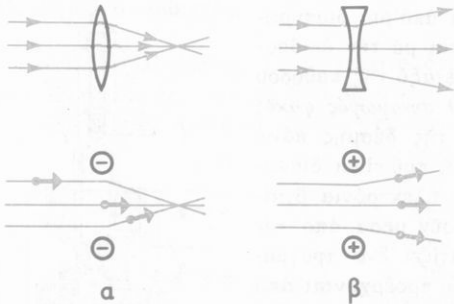
Ξέρουμε ότι ο όπτικός φακός μεταβάλλει μιά δέσμη παράλληλων φωτεινών άκτίνων σέ συγκλίνουσα ή άποκλίνουσα δέσμη καί άκόμη ότι ο φακός συγκεντρώνει σέ ένα σημείο (εΐδωλο) όλες τίς φωτεινές άκτίνες πού προέρχονται από μιά σημειακή φωτεινή πηγή. Ή πειραματική καί ή θεωρητική έρευνα απέδειξαν ότι όρισμένες μορφές ηλεκτρικών καί μαγνητικών πεδίων ένεργούν πάνω σέ μιά δέσμη ηλεκτρονίων, πού κινούνται μέ τήν ίδια ταχύτητα (μονοκινητική δέσμη), άκριβώς όπως ένεργεί ο φακός πάνω σέ μιά μονοχρωματική δέσμη φωτεινών άκτίνων. Σ' αυτή τήν περίπτωση τό ηλεκτρικό ή τό μαγνητικό πεδίο όνομάζονται αντίστοιχα ηλεκτροστατικός ή μαγνητικός φακός. Ή μελέτη των ηλεκτροστατικών καί των μαγνητικών φακών άποτελεί τήν Ήλεκτρονική Ώπτική.

α. Ήλεκτροστατικός φακός. Ένα ηλεκτρόνιο κινείται εϋθύγραμμα μέ μεγάλη ταχύτητα καί περνάει άνάμεσα από δύο σφαιρίδια πού εΐναι έτερόνυμα φορτισμένα (σχ. 90). Τότε τό ηλεκτρόνιο, μέ τήν επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου, εκτρέπεται από τήν αρχική διεύθυνση τής κινήσεώς του, όπως άκριβώς εκτρέπεται καί μιά φωτεινή άκτίνα πού περνάει μέσα από πρίσμα.

Μιά λεπτή δέσμη ηλεκτρονίων, πού κινούνται μέ τήν ίδια ταχύτητα, περνάει μέσα από μεταλλικό δακτύλιο. Άν ο δακτύλιος



Σχ. 90. Τό ηλεκτρικό πεδίο προκαλεί έκτροπή του ηλεκτρονίου από τή διεύθυνση τής κινήσεώς του, όπως τό πρίσμα προκαλεί έκτροπή σέ μιά φωτεινή άκτίνα.



Σχ. 91. Ἡ δέσμη ηλεκτρονίων πού περνάει μέσα ἀπό τό φορτισμένο δακτύλιο μεταβάλλεται σέ συγκλίνουσα ἢ ἀποκλίνουσα, ὅπως μιά δέσμη φωτῶν ἀκτίνων πού περνάει μέσα ἀπό φακό.

ἔχει ἀρνητικό φορτίο, τότε ἡ δέσμη τῶν ηλεκτρονίων γίνεται *συγκλίνουσα* (σχ. 91α), ἐνῶ ἂν ὁ δακτύλιος ἔχει θετικό φορτίο, ἡ δέσμη τῶν ηλεκτρονίων γίνεται *ἀποκλίνουσα* (σχ. 91β). Σ' αὐτή τήν περίπτωση ὁ φορτισμένος μεταλλικός δακτύλιος ἐνεργεῖ πάνω στή δέσμη τῶν ηλεκτρονίων σάν ἓνας φακός.

Ὡστε ὁρισμένες μορφές *μή ὁμογενῶν* ηλεκτρικῶν πεδίων ἐνεργοῦν πάνω σέ μιά μονοκινητική δέσμη ηλεκτρονίων

σάν φακοί καί προκαλοῦν *ἐστίαση* τῆς δέσμης τῶν ηλεκτρονίων. Ἡ *ἐστιακή ἀπόσταση* τοῦ ηλεκτροστατικοῦ φακοῦ ἐξαρτᾶται ἀπό *τήν ταχύτητα* (v) τῶν ηλεκτρονίων τῆς δέσμης καί ἀπό *τήν ἔνταση* (E) τοῦ ηλεκτρικοῦ πεδίου. Μεταβάλλοντας τήν τάση (U), στήν ὁποία ὀφείλεται τό ηλεκτρικό πεδίο, ρυθμίζουμε ὅσο θέλουμε τήν ἐστιακή ἀπόσταση τοῦ ηλεκτροστατικοῦ φακοῦ, ἀντίθετα μέ τόν ὀπτικό φακό, πού ἡ ἐστιακή ἀπόστασή του εἶναι σταθερή.

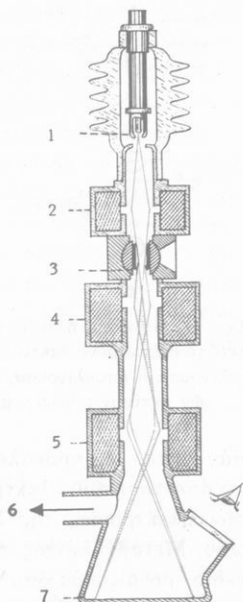
β. Μαγνητικός φακός. Ὄταν ἓνα ηλεκτρόνιο κινεῖται μέσα σέ μαγνητικό πεδίο, τότε πάνω στό ηλεκτρόνιο ἀναπτύσσεται ηλεκτομαγνητική δύναμη Laplace. Ὅρισμένες μορφές *μή ὁμογενῶν μαγνητικῶν πεδίων* ἐνεργοῦν πάνω σέ μιά μονοκινητική δέσμη ηλεκτρονίων σάν φακοί καί προκαλοῦν *ἐστίαση* τῆς δέσμης τῶν ηλεκτρονίων. Ἡ *ἐστιακή ἀπόσταση* τοῦ μαγνητικοῦ φακοῦ ἐξαρτᾶται ἀπό τήν ταχύτητα (v) τῶν ηλεκτρονίων καί ἀπό *τή μαγνητική ἐπαγωγή* (B) τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου. Αὐτό δημιουργεῖται ἀπό εἰδικά πηνία. Μεταβάλλοντας μέ ἓνα ροοστάτη τήν ἔνταση τοῦ ρεύματος πού διαρρέει τό πηνίο ρυθμίζουμε ὅσο θέλουμε τήν ἐστιακή ἀπόσταση τοῦ μαγνητικοῦ φακοῦ. Γενικά ὁ μαγνητικός φακός *πλεονεκτεῖ* σχετικά μέ τόν ηλεκτροστατικό φακό.

γ. Ἡλεκτρονικό μικροσκόπιο. Μιά ἀπό τίς σπουδαιότερες ἐφαρμογές τῆς Ἡλεκτρονικῆς Ὀπτικῆς εἶναι τό *ηλεκτρονικό μικροσκόπιο*, στό ὁποῖο συνήθως χρησιμοποιοῦνται μαγνητικοί φακοί. Ἡ λειτουργία του εἶναι ἀνάλογη μέ τή λειτουργία τῆς διατάξεως πού χρησιμοποιοῦμε στή μικροφωτογραφία γιά νά φωτογραφίζουμε τά εἶδωλα μικροσκοπικῶν ἀντικειμένων.

Τά ηλεκτρόνια εκπέμπονται από μία διαπυρωμένη κάθοδο και επιταχύνονται με την επίδραση της τάσεως που υπάρχει μεταξύ της καθόδου και της ανόδου (σχ. 92). Ο συναγωγός φακός συγκεντρώνει τα ηλεκτρόνια της δέσμης πάνω στο μικροσκοπικό αντικείμενο, που είναι διαφανές για τα ηλεκτρόνια. Όσα ηλεκτρόνια βγαίνουν από το αντικείμενο, περνούν μέσα από τον αντικειμενικό φακό που σχηματίζει ένα πραγματικό είδωλο. Τα ηλεκτρόνια που προέρχονται από τα διάφορα σημεία του ειδώλου περνούν μέσα από το φακό προβολής και πέφτουν πάνω σε διάφραγμα που φθορίζει ή πάνω σε φωτογραφική πλάκα, όπου σχηματίζεται το τελικό πραγματικό είδωλο. Όλη η συσκευή βρίσκεται μέσα σε αερόκενο σωλήνα, που στά πλάγια έχει θυρίδες για να παρατηρούμε μέσα στο σωλήνα.

Η μεγέθυνση που πετυχαίνουμε με το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο, μπορεί να φτάσει ως 500 000. Η τελική εικόνα μπορεί να μεγεθυνθεί με όπτική διάταξη κατά 5 ως 10 φορές. Το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο διακρίνεται για τη μεγάλη διαχωριστική ικανότητά του, που είναι πολλές χιλιάδες φορές μεγαλύτερη από τη διαχωριστική ικανότητα του οπτικού μικροσκοπίου. Έτσι μπορούμε να μελετήσουμε αντικείμενα που είναι πολλές εκατοντάδες φορές μικρότερα από εκείνα τα αντικείμενα που μελετάμε με τα καλύτερα οπτικά μικροσκόπια. Το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο άνοιξε νέους ορίζοντες στη μελέτη του μικρόκοσμου και ιδιαίτερα βοήθησε τη βιολογική έρευνα, ή οποία με το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο παρατηρεί λεπτομέρειες πάνω στα χρωματοσώματα, την κατασκευή των βακτηρίων, τους ιούς. Με το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο μπορούμε ακόμη να μελετάμε τα μεγάλα μόρια της ύλης.

Παρατήρηση. Η Ήλεκτρονική Όπτική βασίζεται στις κυματικές ιδιότητες του ηλεκτρονίου, που θα τις εξετάσουμε σε άλλο κεφάλαιο.

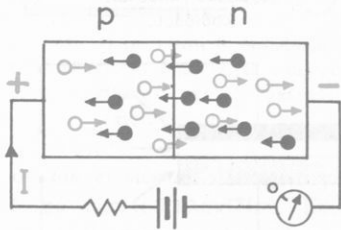


Σχ. 92. Τομή ηλεκτρονικού μικροσκοπίου με μαγνητικούς φακούς.

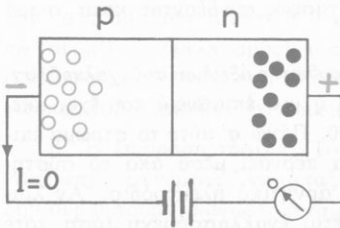
(1 διάπυρη κάθοδος. 2 συναγωγός φακός. 3 αντικείμενο. 4 αντικειμενικός φακός. 5 φακός προβολής. 6 προς αεραντλία. 7 φθορίζον διάφραγμα).

42. Ξηροί άνορθωτές

α. Κρυσταλλοδίοδος. Είναι γνωστό ότι σέ έναν ήμιαγωγό p υπάρχουν ευκίνητες όπές καί σέ έναν ήμιαγωγό n υπάρχουν ευκίνητα ηλεκτρόνια. Φέρνουμε σέ στενή έπαφή έναν ήμιαγωγό p μέ έναν ήμιαγωγό n . Αυτό



Σχ. 93. 'Από τή δίοδο περνάει ρεύμα.
('Αγωγή φορά $p \rightarrow n$).



Σχ. 94. 'Από τή δίοδο δέν περνάει ρεύμα.
('Ανασταλτική φορά $n \rightarrow p$).

νται μέ νέες όπές πού δημιουργοῦνται, γιατί ηλεκτρόνια έγκαταλείπουν τόν ήμιαγωγό p γιά νά πάνε στό θετικό πόλο τής πηγής.

II. 'Αντιστρέφουμε τή σύνδεση τής κρυσταλλοδιόδου μέ τούς πόλους τής πηγής. 'Ο άρνητικός πόλος συνδέεται μέ τόν ήμιαγωγό p καί ο θετικός πόλος τής πηγής συνδέεται μέ τόν ήμιαγωγό n (σχ. 94). Τότε τά ηλεκτρόνια καί οί όπές συγκεντρώνονται στίς δύο άκρες τής κρυσταλλοδιόδου καί στό μέσο της « έξημώνεται » από ηλεκτρικούς φορείς. 'Επομένως ή κρυσταλλοδίοδος δέν διαρρέεται από ρεύμα. 'Ωστε:

Η κρυσταλλοδίοδος παρουσιάζει ηλεκτρική άγωγιμότητα μόνο κατά τή μιά φορά (άγωγή φορά $p \rightarrow n$), ενώ κατά τήν αντίθετη φορά ή άγωγιμότητα εξαφανίζεται (ανασταλτική φορά $n \rightarrow p$).

τό σύστημα ονομάζεται κρυσταλλοδίοδος (ή καί δίοδος $p - n$).

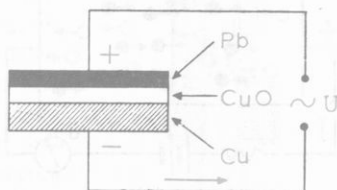
'Αρχικά οί δύο ήμιαγωγοί ήταν οὐδέτεροι. Στίς δύο άκρες τοῦ συστήματος τών δύο ήμιαγωγών υπάρχουν δύο ηλεκτρόδια.

I. 'Ο θετικός πόλος μιās ηλεκτρικής πηγής συνδέεται μέ τόν ήμιαγωγό p καί ο άρνητικός πόλος τής πηγής συνδέεται μέ τόν ήμιαγωγό n (σχ. 93). Μέ τήν επίδραση τοῦ ηλεκτρικού πεδίου τά ηλεκτρόνια κινοῦνται πρós τό θετικό πόλο τής πηγής, ενώ οί όπές κινοῦνται πρós τόν άρνητικό πόλο τής πηγής. 'Επομένως ή δίοδος διαρρέεται από ρεύμα πού έχει φορά (συμβατική) από τόν ήμιαγωγό p πρós τόν ήμιαγωγό n . Στόν ήμιαγωγό n τά ηλεκτρόνια του αναπληρώνονται από νέα ηλεκτρόνια πού έρχονται από τόν άρνητικό πόλο τής πηγής. Καί στόν ήμιαγωγό p οί όπές του αναπληρώνο-

β. Ξηροί άνορθωτές. Έπειδή ή κρυσταλλοδίοδος παρουσιάζει ήλεκτρική άγωγιμότητα μόνο κατά τή μιά φορά, γι' αυτό χρησιμοποιείται ως άνορθωτής. Γενικά οί ξηροί άνορθωτές είναι σύστημα από δύο διαφορετικούς ήμιαγωγούς πού βρίσκονται σέ στενή έπαφή. Τότε τό σύστημα αυτό παρουσιάζει ήλεκτρική άγωγιμότητα μόνο γιά μιά όρισμένη φορά τό ρεύματος. Τό ίδιο φαινόμενο παράτηρείται καί όταν μιά μεταλλική άκίδα βρίσκεται σέ έπαφή μέ κρύσταλλο από όρισμένο ήμιαγωγό υλικό. Στο σχήμα 95 δείχνεται ή συμβολική παράσταση ξηρού άνορθωτή (κρυσταλλοδίοδου).



Σχ. 95. Συμβολική παράσταση κρυσταλλοδίοδου.



Σχ. 96. Ξηρός άνορθωτής όξειδίου τοϋ χαλκού.

Κάθε άνορθωτής άντέχει ως μιά όρισμένη τάση. Γιά τήν άνόρθωση μεγάλης τάσεως συνδέονται κατά σειρά πολλοί άνορθωτές.

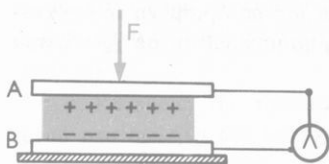
Συνηθισμένοι ξηροί άνορθωτές. Ο άνορθωτής όξειδίου τοϋ χαλκού (σχ. 96) αποτελείται από πλάκα χαλκού, πού ή μιά επιφάνειά του έχει σκεπαστεί μέ στρώμα από όξείδιο τοϋ χαλκού. Πάνω σ' αυτό τό στρώμα επικάθεται μιά πλάκα από μόλυβδο. Τό ρεύμα περνάει μέσα από τό σύστημα, μόνο όταν ή πλάκα τοϋ χαλκού είναι άρνητικό ήλεκτρόδιο. Άν λοιπόν στίς άκρες τοϋ συστήματος εφαρμόζεται έναλλασσόμενη τάση, τότε από τό σύστημα περνάει ρεύμα μόνο κατά τή μιά ήμiperίοδο τοϋ έναλλασσόμενου ρεύματος.

Υπάρχουν ξηροί άνορθωτές από σελήνιο, γερμάνιο ή πυρίτιο (στοιχεία πού είναι ήμιαγωγοί).

43. Πιεζοηλεκτρισμός

α. Η μηχανική επίδραση. Μερικοί κρύσταλλοι καί ιδιαίτερα τοϋ χαλαζία, όταν υποβάλλονται σέ συμπίεση ή έφελκυσμό κατά όρισμένες διευθύνσεις, τότε στίς δύο άπέναντι επιφάνειές τους άναπτύσσονται έτερόρρονα ήλεκτρικά φορτία πού κατ' απόλυτη τιμή είναι ίσα. Αυτό τό φαινόμενο όνομάζεται **πιεζοηλεκτρισμός**. Η έπιφανειακή πυκνότητα τών ήλεκτρικών φορτίων είναι άνάλογη μέ τή μηχανική επίδραση πού έξασκείται πάνω στόν κρύσταλλο.

Τό φαινόμενο τοϋ πιεζοηλεκτρισμοϋ αποδεικνύεται μέ τήν ακόλουθη



Σχ. 97. Ἡ συμπίεση ἢ ἐφελκυσμός τοῦ πλακιδίου δημιουργεῖ διαφορά δυναμικοῦ μεταξύ τῶν δύο ἀπέναντι ἐπιφανειῶν του.

διάταξη. Μεταξύ δύο μεταλλικῶν πλακῶν (ἠλεκτρόδια) τοποθετοῦμε ἓνα πλακίδιο χαλαζία πού ἔχει κοπεῖ ἀπό τόν κρύσταλλο χαλαζία κατὰ ὀρισμένες διευθύνσεις σχετικὰ μέ τοὺς ἀξόνες τοῦ κρυστάλλου (σχ. 97). Τά δύο ἠλεκτρόδια συνδέονται μέ ἠλεκτρόμετρο. Ὄταν τό πλακίδιο χαλαζία συμπιέζεται, τότε μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτροδίων ἀναπτύσσεται διαφορά δυναμικοῦ. Αὐτή ὀφείλεται

σέ ἴσα ἐτερόνυμα ἠλεκτρικά φορτία πού ἐμφανίζονται στίς δύο ἀπέναντι ἐπιφάνειες τοῦ πλακιδίου. Ἐπίσης, ὅταν τό πλακίδιο χαλαζία ὑποβάλλεται σέ ἐφελκυσμό, τότε πάνω στίς δύο ἐπιφάνειες τοῦ πλακιδίου ἀναπτύσσονται πάλι ἴσα ἐτερόνυμα ἠλεκτρικά φορτία, ἀλλά τώρα διατάσσονται ἀντίστροφα πάνω στίς δύο ἐπιφάνειες τοῦ πλακιδίου.

Τό φαινόμενο τοῦ πιεζοηλεκτρισμοῦ ἐρμηνεύεται, ἂν λάβουμε ὑπόψη τήν κατανομή τῶν ἰόντων στό κρυσταλλικό πλέγμα. Ἡ μηχανική ἐπίδραση (συμπίεση, ἐφελκυσμός) προκαλεῖ προσωρινή παραμόρφωση τοῦ κρυσταλλικοῦ πλέγματος καί τότε ἔρχονται πιό κοντά στίς δύο ἀπέναντι ἐπιφάνειες τοῦ πλακιδίου ἐτερόνυμα ἰόντα τοῦ κρυσταλλικοῦ πλέγματος.

β. Ἡ ἐπίδραση τάσεως. Τό φαινόμενο τοῦ πιεζοηλεκτρισμοῦ εἶναι ἀντιστρεπτό φαινόμενο. Ἄν μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτροδίων Α καί Β (σχ. 106) δημιουργήσουμε διαφορά δυναμικοῦ, τότε τό πάχος τοῦ πλακιδίου χαλαζία αὐξάνεται ἢ ἐλαττώνεται, ἀνάλογα μέ τό εἶδος τοῦ ἠλεκτρικοῦ φορτίου πού ἔχει τό κάθε ἠλεκτρόδιο. Ἄν στά δύο ἠλεκτρόδια ἐφαρμόσουμε ἐναλλασσόμενη τάση, τότε τό πλακίδιο χαλαζία συστέλλεται καί διαστέλλεται περιοδικά, δηλαδή ἐκτελεῖ ἐξαναγκασμένη μηχανική ταλάντωση. Τό πλάτος τῆς ταλαντώσεως γίνεται μέγιστο, ὅταν ἡ συχνότητα ν τῆς ἐναλλασσόμενης τάσεως εἶναι ἴση μέ τήν ἰδιοσυχνότητα ν_0 τῶν ἐλαστικῶν ταλαντώσεων τοῦ πλακιδίου, δηλαδή ὅταν ὑπάρχει συντονισμός μεταξύ τῆς τάσεως καί τοῦ πλακιδίου. Ἡ ἰδιοσυχνότητα τοῦ πλακιδίου ἐξαρτᾶται ἀπό τίς διαστάσεις τοῦ πλακιδίου (πιεζοηλεκτρικός χαλαζίας).

γ. Ἐφαρμογές τοῦ πιεζοηλεκτρισμοῦ. Ὁ πιεζοηλεκτρισμός ἔχει σήμερα διάφορες ἐφαρμογές, π.χ. ἐφαρμόζεται γιά τήν παραγωγή ὑπερήχων, γιατί οἱ ταχύτατες ἐλαστικές ταλαντώσεις τοῦ πλακιδίου χαλαζία, πού προκαλοῦνται ἀπό μιά ἐναλλασσόμενη τάση, δημιουργοῦν στό περιβάλλον ἡχητικά κύματα πού ἀντιστοιχοῦν σέ ὑπερήχους.

Στούς πομπούς ηλεκτρομαγνητικῶν κυμάτων ἡ συχνότητα τοῦ φέροντος κύματος διατηρεῖται σταθερή μέ τή βοήθεια τοῦ σταθερωτῆ συχνό-

τητας, πού είναι ένας πιεζοηλεκτρικός χαλαζίας με όρισμένη ιδιουσυχνότητα. Ἐπίσης πιεζοηλεκτρικός χαλαζίας χρησιμοποιεῖται σέ *χρονόμετρα μεγάλης ἀκρίβειας*.

Ἀγωγιμότητα τῶν ἀερίων

44. Μορφές τῆς ἀγωγιμότητας τῶν ἀερίων

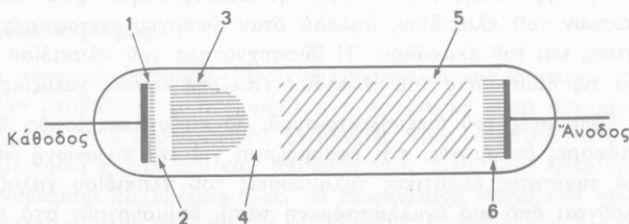
Ξέρουμε ὅτι ἡ ἀγωγιμότητα τῶν ἀερίων διακρίνεται σέ *αὐτοτελή* καί *μή αὐτοτελή* ἀγωγιμότητα. Περισσότερο ἐνδιαφέρουσα εἶναι ἡ *αὐτοτελὴς ἀγωγιμότητα*, ἡ ὁποία ἐμφανίζεται κυρίως ὡς *ἐκκένωση τόξου* καί ὡς *ἐκκένωση αἴγλης*.

Ἡ ἐκκένωση τόξου παρατηρεῖται καί μέσα σέ *ἀέρια* μέ *τὴ συνηθισμένη πίεση*. Παράδειγμα τέτοιας ἐκκενώσεως εἶναι ὁ *ἠλεκτρικὸς σπινθήρας*.

Ἡ ἐκκένωση αἴγλης συμβαίνει πάντοτε μέσα σέ *ἀέρια* μέ *μικρὴ πίεση* καί τότε στὰ δύο ἠλεκτρόδια τοῦ σωλήνα Geissler ἐφαρμόζεται ἀρκετά μεγάλη τάση.

α. Μελέτη τῆς ἐκκενώσεως αἴγλης. Εἶναι γνωστό ὅτι ἡ ἐκκένωση αἴγλης ὀφείλεται σέ *ιονισμό* τοῦ ἀερίου, ὁ ὁποῖος προκαλεῖται ἀπὸ *τίς συνεχεῖς συγκρούσεις ἠλεκτρονίων* μέ *τὰ ἄτομα* (ἢ *μόρια*) τοῦ ἀερίου.

Τὸ ἀέριο πού φωτοβολεῖ σχηματίζει *τὴ θετικὴ στήλη* ἡ ὁποία ἐκτείνεται στὸ μεγαλύτερο τμῆμα τοῦ σωλήνα, ἀλλὰ δέν φτάνει ὡς τὴν *κάθοδο* (σχ. 98). Μέσα στὸ σωλήνα ἐμφανίζονται δύο σκοτεινὲς περιοχές, ὁ *σκοτεινὸς χώρος τοῦ Crookes* καί ὁ *σκοτεινὸς χώρος τοῦ Faraday*, ὅπως φαί-



Σχ. 98 . Σχηματικὴ παράσταση τῆς ἐκκενώσεως αἴγλης.

1 καθοδικὴ ἐπιδερμίδα. 2 σκοτεινὸς χώρος Crookes. 3 ἀρνητικὴ αἴγλη. 4 σκοτεινὸς χώρος Faraday. 5 θετικὴ στήλη. 6 ἀνοδικὴ ἐπιδερμίδα.

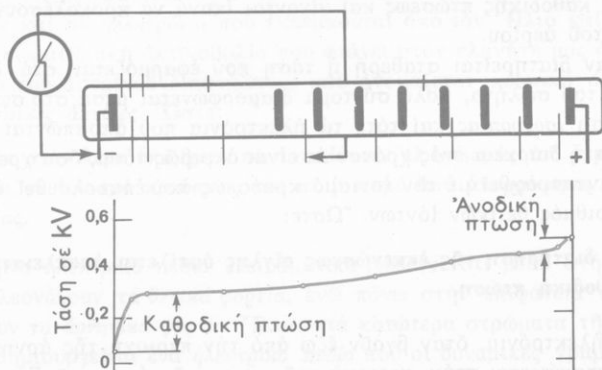
νεται στο σχήμα. Ἀνάμεσα σ' αὐτές τίς δύο σκοτεινές περιοχές ὑπάρχει ἓνα φωτεινὸ στρῶμα (μέ κυανὸ χρῶμα γιά τόν ἀέρα) πού ὀνομάζεται *ἀρνητική αἴγλη*.

β. Κατανομή τῆς τάσεως μεταξύ τῆς ἀνόδου καί τῆς καθόδου. Ἄν μέσα στοῦ σωλήνα δέν ὑπῆρχε ἀέριο, τότε μεταξύ τῆς ἀνόδου καί τῆς καθόδου θά σχηματιζόταν *ὁμογενές ἠλεκτρικὸ πεδίο*. Κατά τήν ἐκκένωση αἴγλης μέσα στοῦ σωλήνα δημιουργοῦνται φορεῖς ἠλεκτρικῶν φορτίων (ἠλεκτρόνια, ἰόντα), δηλαδή δημιουργοῦνται *φορτία χώρου*. Ἄν οἱ ἠλεκτρικοὶ φορεῖς πού ὑπάρχουν μέσα στοῦ στοιχειώδη ὄγκο ΔV ἔχουν φορτίο ΔQ , τότε ἡ πυκνότητα (ρ) τῶν φορτίων χώρου εἶναι $\rho = \Delta Q / \Delta V$. Ἡ παρουσία τῶν φορτίων χώρου μέσα στοῦ σωλήνα *τροποποιεῖ σημαντικά* τὸ ἠλεκτρικὸ πεδίο.

Γιά νά βροῦμε πῶς κατανέμεται ἡ τάση μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτροδίων τοῦ σωλήνα, ὑπάρχουν στερεωμένα πάνω στοῦ σωλήνα μικρά ἠλεκτρόδια. Μέ ἓνα ἠλεκτρόμετρο βρίσκουμε τήν τιμὴ τοῦ δυναμικοῦ στὰ διάφορα σημεῖα τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου. Ἀπὸ τίς μετρήσεις παίρνουμε τήν καμπύλη τοῦ σχήματος 99 ἡ ὁποία δείχνει ὅτι ἐμπρός ἀπὸ τὴν *κάθοδο* παρατηρεῖται μιὰ ἀπτότομη πτώση τῆς τάσεως πού ὀνομάζεται *καθοδικὴ πτώση*. Στὴν περιοχὴ τῆς καθοδικῆς πτώσεως ἡ ἔνταση E τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου λαβαίνει μεγάλες τιμές, σύμφωνα μέ τήν ἐξίσωση $E = \Delta U / \Delta l$.

Ἐπίσης ἐμπρός ἀπὸ τὴν *ἀνοδο* παρατηρεῖται καί μιὰ ἄλλη ἀπτότομη πτώση τῆς τάσεως, ἡ ὁποία ὀνομάζεται *ἀνοδικὴ πτώση* καί εἶναι ἀσθενέστερη ἀπὸ τὴν καθοδικὴ πτώση. Καί στὴν περιοχὴ τῆς ἀνοδικῆς πτώσεως ἡ ἔνταση E τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου εἶναι αὐξημένη.

Ἡ κατανομή τοῦ δυναμικοῦ, ἡ ὁποία βρήκαμε ὅτι ἐπικρατεῖ κατὰ μῆ-



Σχ. 99 Μεταβολὴ τῆς τάσεως κατὰ μῆκος τοῦ σωλήνα Geissler.

κος του σωλήνα, φανερώνει ότι κατά την εκκένωση αΐγλης *παραιομορφώνεται* το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων και έτσι το ηλεκτρικό πεδίο παύει να είναι όμογενές.

γ. Έρμηνεία της κατανομής της τάσεως κατά την εκκένωση αΐγλης. Τα ηλεκτρόνια που βγαίνουν από την κάθοδο *επιταχύνονται* κυρίως μέσα στο σκοτεινό χώρο του Crookes (περιοχή 2 στο σχήμα 98) και όταν βγαίνουν από αυτό το χώρο έχουν αποκτήσει τόσο μεγάλη ταχύτητα, ώστε κατά τη σύγκρουσή τους με τα μόρια του αερίου στην περιοχή της *αρνητικής αΐγλης* (περιοχή 3 στο σχήμα 98) προκαλούν τά εξής φαινόμενα:

- *διέγερση* πολλών μορίων, τά όποια αναγκάζονται να εκπέμπουν *φωτεινή ακτινοβολία*.
- *ιονισμό* πολλών μορίων και τότε σχηματίζονται *ηλεκτρόνια* και *θετικά ιόντα*.

Τά ηλεκτρόνια που παράγονται, επειδή έχουν μικρότερη μάζα, αποχωρούν γρήγορα από την περιοχή που σχηματίστηκαν και έτσι στην περιοχή της *αρνητικής αΐγλης* δημιουργείται μία *συνκέντρωση θετικών ιόντων*. Σ' αυτή την αιτία οφείλεται ή παρατηρούμενη γρήγορη αύξηση της τάσεως που υπάρχει μεταξύ της καθόδου και της *αρνητικής αΐγλης* και επομένως ή δημιουργία της *καθοδικής πτώσεως*.

Η καθοδική πτώση συντελεί στη διατήρηση της εκκενώσεως κατά δύο τρόπους:

α) ή καθοδική πτώση *επιταχύνει* τά θετικά ιόντα που πέφτουν πάνω στην κάθοδο και τά κάνει ικανά να προκαλέσουν *την έξοδο ηλεκτρονίων* από την κάθοδο.

β) τά ηλεκτρόνια που ξεφεύγουν από την κάθοδο *επιταχύνονται* εξαιτίας της καθοδικής πτώσεως και γίνονται ικανά να προκαλέσουν *ιονισμό* μορίων του αερίου.

Όταν διατηρείται σταθερή ή τάση που εφαρμόζεται στά δύο ηλεκτρόδια του σωλήνα, πολύ σύντομα διαμορφώνεται μέσα στο σωλήνα μία κατάσταση *ισορροπίας* και τότε τά ηλεκτρόνια που αποσπώνται από την κάθοδο στη διάρκεια ενός χρόνου Δt εΐναι ακριβώς τόσα, όσα χρειάζονται, για να αναπαραχθεί μέ τόν *ιονισμό* κρούσεως που έπακολουθει, ό απαραίτητος αριθμός θετικών ιόντων. "Ωστε:

Η διατήρηση της εκκενώσεως αΐγλης οφείλεται αποκλειστικά στην καθοδική πτώση.

Τά ηλεκτρόνια, όταν βγούν έξω από την περιοχή της *αρνητικής αΐγλης*, *επιταχύνονται* στην περιοχή του σκοτεινού χώρου του Faraday (περιοχή 4 στο σχήμα 98), αλλά εκεί επικρατεί ασθενές ηλεκτρικό πεδίο.

Στήν περιοχή της θετικής στήλης (περιοχή 5 στο σχήμα 98) κινούνται με σχετικά μικρές ταχύτητες θετικά ιόντα που κατευθύνονται προς την κάθοδο και αρνητικά ιόντα και ηλεκτρόνια που κατευθύνονται προς την άνοδο. Τά σωματίδια που κινούνται μέσα σ' αυτή την περιοχή συγκρούονται με μόρια του αερίου και προκαλούν *τή διέγερσή τους*. Έτσι δημιουργείται ή θετική στήλη που *φωτοβολεί*.

Στό χώρο εμπρός από την άνοδο επικρατούν τα ηλεκτρόνια που κινούνται προς την άνοδο. Σ' αυτή την αιτία οφείλεται ή παρατηρούμενη *άνοδική πτώση* εμπρός από την άνοδο.

Τά ηλεκτρόνια που κινούνται προς την άνοδο προκαλούν *διέγερση* των μορίων του αερίου, τά όποια βρίσκονται κοντά στην άνοδο, και έτσι εμπρός από την άνοδο σχηματίζεται ένα λεπτό φωτεινό στρώμα, ή *άνοδική επιδερμίδα* (σχ. 98).

45*: Γήινο ηλεκτρικό πεδίο

α. Ιονισμός του αέρα. Μέσα στον αέρα υπάρχουν πάντοτε ιόντα. Αυτό φαίνεται από τό γεγονός ότι, αν μέσα στον αέρα αφήσουμε ένα φορτισμένο και μονωμένο ηλεκτροσκόπιο, αυτό έπειτα από λίγο χρόνο χάνει τό θετικό ή αρνητικό φορτίο του. Ό ιονισμός του αέρα οφείλεται σέ συγκρούσεις των μορίων του μέ σωματίδια κινούμενα μέ μεγάλη ταχύτητα ή σέ απορρόφηση ακτινοβολίας από τά μόριά του.

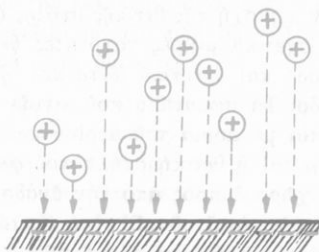
Ό αριθμός των ιόντων που υπάρχουν μέσα στον αέρα μεταβάλλεται μέ τό ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης. Σέ ύψος πάνω από 100 km υπάρχει ένα στρώμα της ατμόσφαιρας που παρουσιάζει ισχυρό ιονισμό και ονομάζεται *ιονόσφαιρα*. Αυτός ό ιονισμός οφείλεται στίς *υπεριώδεις ακτινοβολίες* και σέ *ηλεκτρόνια* που εκπέμπονται από τόν Ήλιο και σέ μία ιδιαίτερη σωματιδιακή ακτινοβολία που φτάνει στον πλανήτη μας από όλα τά σημεία του αστρικού διαστήματος και ονομάζεται *κοσμική ακτινοβολία* ή *κοσμικές ακτίνες*. Ωστε:

Μέσα στον αέρα υπάρχουν πάντοτε ιόντα. Ό ιονισμός του αέρα οφείλεται σέ ιονισμό κρούσεως και σέ ιονισμό από απορρόφηση ακτινοβολίας.

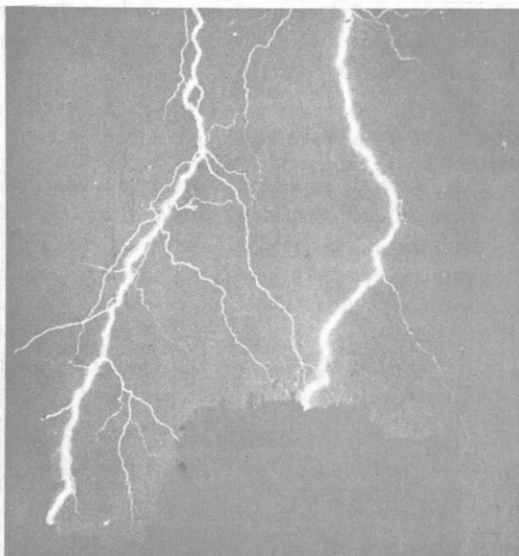
β. Γήινο ηλεκτρικό πεδίο. Πειραματικά βρέθηκε ότι μέσα στην ατμόσφαιρα πλεονάζουν τά θετικά φορτία, ενώ πάνω στην επιφάνεια της Γης πλεονάζουν τά αρνητικά φορτία. Έτσι στά κατώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας δημιουργείται ένα *ηλεκτρικό πεδίο* που οί δυναμικές γραμμές του είναι κάθετες στην επιφάνεια της Γης και έχουν φορά από πάνω προς τά κάτω (σχ. 100). Στην επιφάνεια της θάλασσας ή ένταση του ηλεκτρικού

πεδίου είναι περίπου ίση με 130 V/m . Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ελαττώνεται με τό ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης.

Με την επίδραση του γήινου ηλεκτρικού πεδίου τα θετικά ιόντα που υπάρχουν στην ατμόσφαιρα κινούνται προς την επιφάνεια της Γης. Άλλα τα θετικά φορτία που υπάρχουν στην ατμόσφαιρα και τα αρνητικά φορτία που υπάρχουν στην επιφάνεια της Γης δεν εξαφανίζονται, γιατί συνεχώς αναπληρώνονται από νέα ηλεκτρικά φορτία. Δεν ξέρουμε ακόμη τελείως με ποιο μηχανισμό γίνεται συνεχώς η αναπλήρωση των ηλεκτρικών φορτίων που δημιουργούν τό γήινο ηλεκτρικό πεδίο. Σάν μιά σημαντική αιτία συνεχούς παραγωγής θετικών φορτίων στην ατμόσφαιρα και



Σχ. 100. Τό γήινο ηλεκτρικό πεδίο.



Σχ. 101. Οί κερανοί μεταφέρουν στό έδαφος άρνητικά ηλεκτρικά φορτία.

αρνητικών φορτίων στην επιφάνεια της Γης μπορούμε νά θεωρήσουμε τούς κεραυνούς. Υπολογίζεται ότι κάθε δευτερόλεπτο πέφτουν στην επιφάνεια της Γης 100 κερανοί, που είναι ρεύματα με ένταση πολλών χιλιάδων άμπέρ (σχ. 101). Οί κερανοί μεταφέρουν στην επιφάνεια της γης ηλεκτρόνια και έτσι απομένουν μέσα στην ατμόσφαιρα θετικά φορτία. Ωστε :

I. Τό γήινο ηλεκτρικό πεδίο οφείλεται στά θετικά φορτία πού υπάρχουν μέσα στήν ἀτμόσφαιρα καί στά ἀρνητικά φορτία πού υπάρχουν στήν ἐπιφάνεια τῆς Γῆς.

II. Διάφορα αἷτια συντελοῦν στή διατήρηση τοῦ γήινου ηλεκτρικοῦ πεδίου.

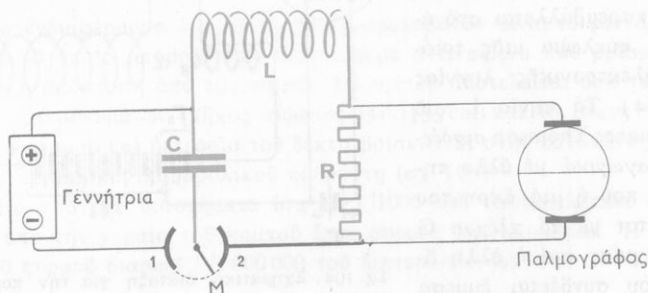
Ἀμείωτες ἠλεκτρικές ταλαντώσεις

46. Ἀμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις

Ἐνα κύκλωμα ταλαντώσεων (κύκλωμα Thomson) ἀποτελεῖται ἀπό πυκνωτή μέ χωρητικότητα C καί ἀπό πηνίο μέ συντελεστή αὐτεπαγωγῆς L (σχ. 102). Κατά σειρά μέ τόν πυκνωτή καί τό πηνίο συνδέεται μιά μεταβλητή ὠμική ἀντίσταση R . Τό κύκλωμα συνδέεται μέ ἠλεκτρονικό παλμογράφο καί μέ αὐτόν παρακολουθοῦμε τίς μεταβολές τῆς ἐντάσεως τοῦ ρεύματος σέ συνάρτηση μέ τό χρόνο μέσα στό κύκλωμα RLC.

Ὅταν ὁ μεταγωγός M ἔρχεται σέ ἐπαφή μέ τόν ἀκροδέκτη 1, ὁ πυκνωτής φορτίζεται. Ὅταν φέρομε τό μεταγωγό M σέ ἐπαφή μέ τόν ἀκροδέκτη 2, ὁ πυκνωτής ἐκφορτίζεται καί τότε τό πηνίο καί ἡ ἀντίσταση R διαρρέονται ἀπό ρεύμα.

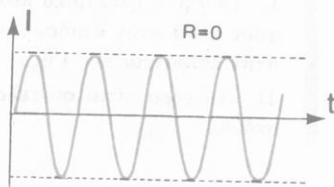
Ἐλαττώνοντας συνεχῶς τήν ὠμική ἀντίσταση R παρατηροῦμε ὅτι, ὅταν ἡ ἀντίσταση R γίνει πολύ μικρή ὥστε νά θεωρεῖται ἀσήμαντη ($R \approx 0$),



Σχ. 102. Σχηματική διάταξη γιά τή μελέτη τῆς ἐκφορτίσεως τοῦ πυκνωτή μέσα στό κύκλωμα RLC.

στό κύκλωμα ταλαντώσεων κυκλοφορεί έναλλατόμενο ρεύμα που τό πλάτος του I_0 διατηρείται σταθερό (σχ. 103). "Ωστε:

"Όταν ή ώμική αντίσταση (R) τοῦ κυκλώματος ταλαντώσεων είναι ίση μέ μηδέν, τότε στό κύκλωμα παράγεται άμείωτη ήλεκτρική ταλάντωση.

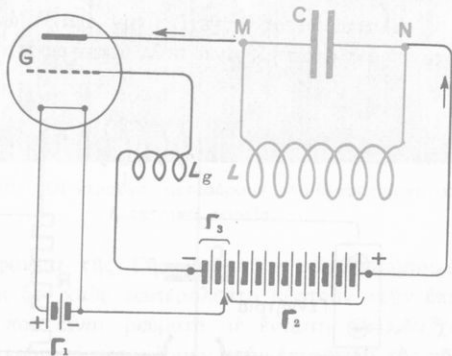


Σχ. 103. Μέσα στό κύκλωμα RLC δημιουργείται άμείωτη ήλεκτρική ταλάντωση.

47. Παραγωγή άμείωτων ήλεκτρικών ταλαντώσεων

Στίς εφαρμογές χρησιμοποιούμε τίς άμείωτες ήλεκτρικές ταλαντώσεις. Σέ ένα ιδανικό κύκλωμα ταλαντώσεων ($R \approx 0$) δέν υπάρχουν απώλειες ενέργειας καί διαδοχικά ή ενέργεια τοῦ ήλεκτρικοῦ πεδίου $\frac{1}{2} CU^2$ μετατρέπεται σέ ενέργεια τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου $\frac{1}{2} LI^2$ καί αντίστροφα.

Στήν πραγματικότητα σέ κάθε κύκλωμα ταλαντώσεων συμβαίνουν απώλειες ενέργειας (κυρίως εξαιτίας τοῦ φαινομένου Joule). Έπομένως, γιά νά παραχθοῦν μέσα σέ ένα κύκλωμα ταλαντώσεων άμείωτες ήλεκτρικές ταλαντώσεις, πρέπει μέσα σέ κάθε περίοδο καί σέ μιά όρισμένη χρονική στιγμή νά προσφέρεται απέξω στό κύκλωμα τόση άκριβός ενέργεια, όση άπορρόφησαν οί διάφορες απώλειες κατά τήν άμέσως προηγούμενη περίοδο. Αυτό τό πετυχαίνουμε μέ τόν εξής τρόπο: Τό κύκλωμα ταλαντώσεων παρεμβάλλεται στό άνοδικό κύκλωμα μιᾶς τριόδου ήλεκτρονικής λυχνίας (σχ. 104). Τό πηνίο L τοῦ κυκλώματος Thomson συνδέεται επαγωγικά μέ άλλο πηνίο L_g πού ή μιά άκρη τοῦ συνδέεται μέ τό πλέγμα G τῆς λυχνίας καί ή άλλη άκρη τοῦ συνδέεται ἔμμεσα μέ τήν κάθοδο K . Τό πηνίο L_g όνομάζεται πηνίο αναδρά-



Σχ. 104. Σχηματική διάταξη γιά τήν παραγωγή άμείωτων ήλεκτρικών ταλαντώσεων. Τό πηνίο αναδράσεως L_g δημιουργεί ρυθμικά ρευματικές ώθήσεις στό κύκλωμα RLC.

σεως. Όταν κλείσει τό άνοδικό κύκλωμα, ό πυκνωτής φορτίζεται καί μέσα στό κύκλωμα Thomson παράγεται ηλεκτρική ταλάντωση πού έχει συχνότητα ίση μέ τήν ιδιοσυχνότητα ν_0 τοῦ κυκλώματος. Τότε στίς άκρες τοῦ πηνίου άναδράσεως L_g αναπτύσσεται άπό έπαγωγή *έναλλασσόμενη τάση* πού έχει συχνότητα ίση μέ τή συχνότητα ν_0 τῆς ηλεκτρικῆς ταλαντώσεως. Αὐτές οί έναλλαγές τῆς τάσεως έπηρεάζουν μέ τόν ίδιο ρυθμό τήν τάση U_g πού ύπάρχει μεταξύ τοῦ πλέγματος καί τῆς καθόδου (*τάση πλέγματος*) καί, έπομένως, τό άνοδικό ρεύμα *δέχεται ρυθμικά ένισχύσεις*. Έτσι ρυθμικά αναπληρώνονται οί άπώλειες ένέργειας πού συμβαίνουν στό κύκλωμα Thomson στή διάρκεια κάθε περιόδου (όπως σέ ένα έκκρεμές ρολογιό οί ρυθμικές ώθήσεις αναπληρώνουν τήν άπώλεια ένέργειας μέσα σέ κάθε περίοδο).

Μέ τό σύστημα άναδράσεως παράγονται άμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις πού ή συχνότητά τους μπορεῖ νά φτάσει ώς 10^8 Hz (δηλαδή 100 MHz). Οί άμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις εἶναι *ήμιτονοειδή ρεύματα* πού ή συχνότητά τους ν_0 εἶναι ίση μέ τήν ιδιοσυχνότητα τοῦ κυκλώματος ταλαντώσεων καί έπομένως εἶναι:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Στή ραδιοφωνία, τήν τηλεόραση καί τό ραντάρ χρησιμοποιούνται άμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις πού έχουν συχνότητες άπό 10^8 ώς 10^{10} Hz. Γι' αὐτές τίς πολύ ψηλές συχνότητες χρησιμοποιόμe ειδικές διατάξεις πού ταυτόχρονα παίζουν τό ρόλο τοῦ *κυκλώματος ταλαντώσεων* καί τοῦ *συστήματος άναδράσεως*.

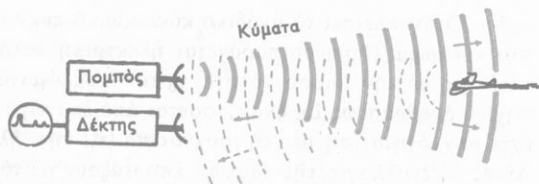
48*: Ραντάρ

Μιά ενδιαφέρουσα έφαρμογή τών μικροκυμάτων εἶναι τό *ραντάρ* (radar*) μέ τό όποιο μποροῦμε νά έντοπίσουμε αντικείμενα πού βρίσκονται σέ μεγάλη άπόσταση άπό τόν πομπό. Τό ραντάρ άποτελεῖται άπό τόν πομπό τών μικροκυμάτων (μήκος κύματος 0,5 - 133 cm) καί τό δέκτη. Ἡ κεραία τοῦ πομποῦ καί ή κεραία τοῦ δέκτη βρίσκονται στήν έστία ενός αντίστοιχου μεταλλικοῦ παραβολικοῦ καθρέφτη (σχ. 105).

Κατά χρονικά διαστήματα ἴσα μέ 1/1000 τοῦ δευτερολέπτου έκπέμπεται άπό τήν κεραία τοῦ πομποῦ ένας συρμός μικροκυμάτων. Ἡ έκπομπή τοῦ συρμοῦ διαρκεῖ 1/1 000 000 τοῦ δευτερολέπτου.

* Διεθνής όρος άπό τά άρχικά γράμματα τών λέξεων: RAdio Detection And Ranging.

Τά μικροκύματα διαδίδονται ευθύγραμμα και όταν πέσουν πάνω σέ ένα αντικείμενο, ανακλώνται και επιστρέφουν στό δέκτη. Αυτός αποτελείται από κατάλληλο ένισχυτή και από ένα σωλήνα Braun.



Σχ. 105. Σχηματική παράσταση της λειτουργίας του ραντάρ.

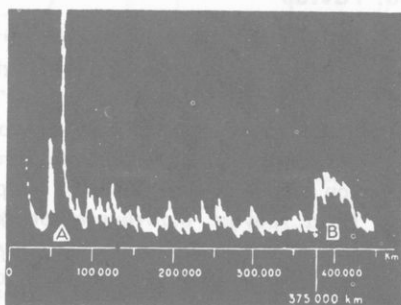
Όταν ο πομπός δέν εκπέμπει μικροκύματα, τό φωτεινό σημείο διαγράφει πολύ γρήγορα πάνω στην οθόνη του δέκτη μιά οριζόντια γραμμή. Τή στιγμή πού φεύγουν τά μικροκύματα από τόν πομπό καθώς και τή στιγμή πού τά μικροκύματα φτάνουν στό δέκτη τό φωτεινό σημείο εκτρέπεται απότομα πρός τά πάνω και έτσι εμφανίζονται δύο αιχμές. Ή πρώτη αντιστοιχεί στην έκπομπή και ή δεύτερη στην άφιξη των μικροκυμάτων. Ή απόσταση μεταξύ των δύο αιχμών είναι ανάλογη μέ τό χρόνο πού μεσολαβεί μεταξύ της έκπομπής και της λήψης των μικροκυμάτων. Ο χρόνος αυτός είναι ανάλογος μέ τήν απόσταση του πομπού από τό στόχο πού προκαλεί τήν ανάκλαση των μικροκυμάτων. Έτσι ή απόσταση μεταξύ των δύο αιχμών πάνω σέ μιά κλίμακα δίνει άμέσως τήν απόσταση του στόχου από τόν πομπό.

Ή διεύθυνση του στόχου καθορίζεται εύκολα, γιατί ή κατευθυνόμενη δέσμη των μικροκυμάτων μπορεί νά κατευθύνεται πρός διάφορες διευθύνσεις μέ περιστρεφόμενες κεραίες.

Τά μικροκύματα περνούν μέσα από τά σύννεφα, και τήν όμίχλη. Μέ έναν ειδικό τύπο ραντάρ μπορούμε νά λάβουμε πάνω στην οθόνη τήν εικόνα μιάς περιοχής (π.χ. λιμανιού, αεροδρομίου).

Τά ραντάρ έχουν σήμερα πολλές εφαρμογές. Τά χρησιμοποιούμε γιά νά επισημαίνουμε πλοία ή αεροπλάνα, γιά νά βοηθήσουμε τά αεροπλάνα κατά τήν προσγείωσή τους ή τά πλοία κατά τήν είσοδό τους στό λιμάνι σέ καιρό όμίχλης κ.λ. Μεγάλες υπηρεσίες προσφέρει τό ραντάρ στις ένοπλες δυνάμεις.

Παρατήρηση. Ή πρώτη έπα-



Σχ. 105 » Ή πρώτη έπαφή μας μέ τή Σελήνη. (Α αναχώρηση του σήματος, Β άφιξη του σήματος στό δέκτη).

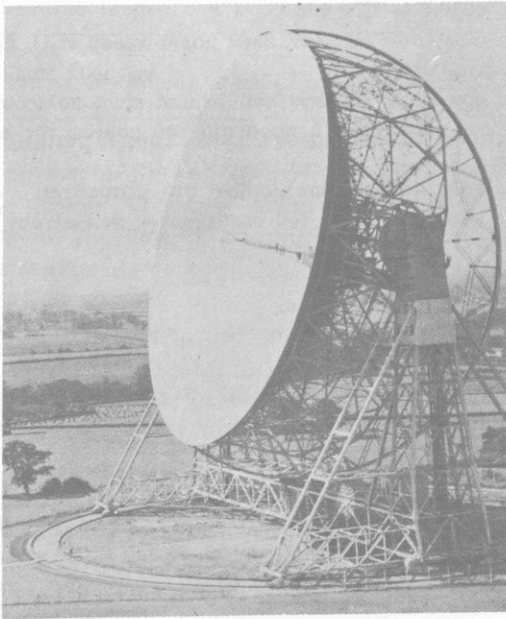
φή μας με την Σελήνη έγινε με μικροκύματα (1947), τά όποια πάνω στην επιφάνειά της έπαθαν ανάκλαση καί ξαναγύρισαν στό δέκτη (σχ105α).

49*: Ραδιοαστρονομία

Μιά εφαρμογή των έρτζιανών κυμάτων είναι ο κλάδος τής *Αστροφυσικής* πού ονομάζεται *Ραδιοαστρονομία*. Αυτή χρησιμοποιεί τά *ραδιοτηλεσκόπια* πού είναι μεγάλοι παραβολικοί καθρέφτες, οί όποιοι στην έστία τους έχουν μιά κεραία δέκτη έρτζιανών κυμάτων.

Τά *κοσμικά ραδιοκύματα* πού περνούν μέσα από την ατμόσφαιρα, αποτελούν ένα μεγάλο φάσμα ήλεκτρομαγνητικών ακτινοβολιών πού έχουν μήκη κύματος από 1 cm ως 100 m, ενώ οί όρατές ακτινοβολίες στίς όποιες βασίζεται ή όπτική έρευνα του ούρανοϋ, σχηματίζουν ένα πολύ μικρό φάσμα ακτινοβολιών μέ μήκη κύματος από 0,8 μm ως 0,4 μm .

Όρισμένα κοσμικά ραδιοκύματα προέρχονται από τόν Ήλιο, αλλά τά περισσότερα προέρχονται από *ραδιοπομπούς* πού βρίσκονται σέ διάφορα σημεία του Γαλαξία καί ονομάζονται *ραδιοαστέρες*.



Σχ. 106: Τό ραδιοτηλεσκόπιο στό Jodrell Bank (Άγγλία).

Πολλοί από τούς γνωστούς ραδιοπομπούς είναι *εξωγαλαξιακοί* καί ἡ ἔνταση τῆς ἀκτινοβολίας τους εἶναι πολύ μεγάλη. Αὐτοί οἱ ραδιοπομποί ὀνομάζονται *ραδιογαλαξίες* καί εἶναι ἰδιόμορφοι νεφελοειδεῖς (σχ. 107).

α. 'Η ὕλη στό μεσοαστρικό διάστημα. Μέσα στό χῶρο πού ὑπάρχει μεταξύ τῶν ἀστέρων τοῦ Γαλαξία ὑπάρχουν τεράστια σκοτεινά *σύννεφα κοσμικῆς ὕλης* πού ἀποτελοῦνται ἀπό ἀέρια. Αὐτά, ἐπειδὴ ἔχουν πολύ χαμηλή θερμοκρασία, δέν ἐκπέμπουν ὁρατές ἀκτινοβολίες, ἐκπέμπουν ὅμως ὀρισμένα *ραδιοκύματα*. Ἔτσι ἀνακαλύψαμε ὅτι στά σύννεφα κοσμικῆς ὕλης ὑπάρχουν:

1. *ἄτομα* ὑδρογόνου, ἄνθρακα, ὀξυγόνου, ἄζωτου·
2. *ἐλεύθερες ρίζες*, ὅπως ὑδροξύλιο — OH, μονοξείδιο τοῦ ἄνθρακα > CO, κυάνιο — CN κ.ἄ.
3. *Μόρια ἀνόργανων ἐνώσεων*, ὅπως μόρια νεροῦ H_2O , ἀμμωνίας NH_3 , ὑδροκυάνιου HCN κ.ἄ.
4. *Μόρια ὀργανικῶν ἐνώσεων* πού μερικά εἶναι πολύπλοκα· ἰδιαίτερο ἐνδιαφέρον πρὸςτιάζει ἡ παρουσία τοῦ μορίου τῆς φορμαλδεϋδης, $HCHO$.

Ἡ ἀνακάλυψη πολύπλοκων μορίων στό μεσοαστρικό διάστημα φανερώνει ὅτι σ' αὐτό τό χῶρο τοῦ διαστήματος συμβαίνουν *χημικές ἀντιδράσεις*.



Σχ. 107. Ὁ ραδιογαλαξίας M 87 εἶναι ἄπό τούς ισχυρότερους ραδιοπομπούς τοῦ οὐρανοῦ.

ΑΤΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

ΑΤΟΜΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Τά ηλεκτρόνια γύρω από τόν πυρήνα

50. Φάσμα έκπομπής του ατόμου υδρογόνου

Τό όρατό φάσμα έκπομπής του υδρογόνου αποτελείται μόνο από τέσσερις ακτινοβολίες που αντιστοιχούν σε όρισμένα μήκη κύματος. Στή φασματοσκοπία, για τόν καθορισμό μιᾶς ακτινοβολίας που ἔχει μήκος κύματος λ καί συχνότητα ν , χρησιμοποιούμε τό μέγεθος $1/\lambda$ που όνομάζεται *ἀριθμός κυμάτων* (σύμβολο ν^*).

$$\text{ἀριθμός κυμάτων} \quad \nu^* = \frac{1}{\lambda} \quad \text{ἢ} \quad \nu^* = \frac{c}{\nu}$$

Ἀπό τήν ἐξίσωση όρισμοῦ $\nu^* = 1/\lambda$ βρίσκουμε ὅτι *μονάδα ἀριθμοῦ κυμάτων* εἶναι τό 1 m^{-1} .

α. Ἡ σειρά Balmer. Ὁ Balmer πειραματικά βρῆκε ὅτι ἡ θέση τῶν ὁρατῶν γραμμῶν τοῦ φάσματος τοῦ υδρογόνου (*σειρά Balmer*) σε συνάρτηση μέ τόν ἀριθμό κυμάτων δίνεται ἀπό τόν ἀκόλουθο *τύπο τοῦ Balmer*:

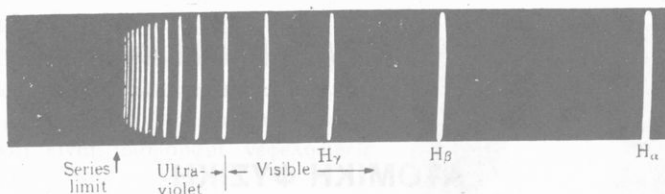
$$\text{τύπος τοῦ Balmer} \quad \nu^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

ὅπου n εἶναι ἀκέραιος ἀριθμός μεγαλύτερος ἀπό 2 ($n > 2$) καί R_H εἶναι ἡ *σταθερή Rydberg* που ἔχει τήν τιμή:

$$\text{σταθερή Rydberg} \quad R_H = 10974 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$$

Ὁ ἀριθμός n δείχνει τήν τάξη τῆς φασματικῆς γραμμῆς. Ὄταν ὁ ἀριθμός n τείνει πρὸς τό ἄπειρο ($n \rightarrow \infty$) τότε ὁ ἀριθμός κυμάτων τείνει πρὸς τήν ὁριακή τιμή:

$$\begin{array}{l} \text{ὁριακή φασματική} \\ \text{γραμμή} \end{array} \quad \nu^* = \frac{R_H}{4}$$



Σχ. 108. Φωτογραφία των ορατών γραμμών του φάσματος έκπομπής του υδρογόνου (σειρά Balmer).

Με αυτή την όριακή γραμμή κλείνει ή σειρά Balmer (σχ. 108). Ὡστε:

Ἡ σειρά Balmer ἀρχίζει ἀπὸ μιὰ ὁρισμένη φασματική γραμμή ($n = 3$) καὶ κλείνει μέ μιὰ φασματική γραμμή, στὴν ὁποία ἀντιστοιχεῖ ἀριθμὸς κυμάτων $\nu^* = R_H/4$.

β. Οἱ πέντε σειρές τῶν φασματικῶν γραμμῶν τοῦ υδρογόνου. Ἡ πειραματική ἐρευνα ἀνακάλυψε ὅτι τὸ ἄτομο υδρογόνου, ἐκτός ἀπὸ τὴ σειρά τῶν ορατῶν γραμμῶν, ἐκπέμπει καὶ ἄλλες τέσσερις σειρές φασματικῶν γραμμῶν, ἀπὸ τίς ὁποῖες ἡ μιὰ βρίσκεται στὸ ὑπεριώδες τμήμα τοῦ φάσματος καὶ οἱ ἄλλες τρεῖς ἐμφανίζονται διαδοχικά στὸ ὑπέρυθρο τμήμα τοῦ φάσματος τοῦ υδρογόνου. Σέ καθεμιὰ ἀπὸ αὐτὲς τίς τέσσερις φασματικές γραμμὲς ἀντιστοιχεῖ ἓνας τύπος ἀνάλογος μέ τὸν τύπο τοῦ Balmer (βλ. πίνακα).

Οἱ πέντε σειρές τῶν φασματικῶν γραμμῶν τοῦ υδρογόνου

Τμήμα τοῦ φάσματος	Ὄνομα τῆς σειρᾶς	Τύπος τῆς σειρᾶς
Ὑπεριώδες	Lyman	$\nu^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ ὅπου $n = 2, 3, 4, \dots$
Ὅρατό	Balmer	$\nu^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ ὅπου $n = 3, 4, 5, \dots$
	Paschen	$\nu^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ ὅπου $n = 4, 5, 6, \dots$
Ὑπέρυθρο	Brackett	$\nu^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ ὅπου $n = 5, 6, 7, \dots$
	Pfund	$\nu^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ ὅπου $n = 6, 7, 8, \dots$

γ. Γενική εξίσωση των φασματικών γραμμών του υδρογόνου. Από την πειραματική έρευνα καταλήξαμε στο ακόλουθο γενικό συμπέρασμα:

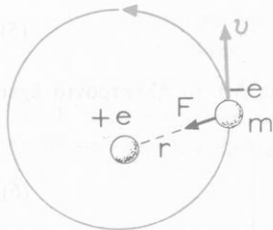
Τό άτομο υδρογόνου μπορεί να εκπέμψει πέντε σειρές ακτινοβολιών, που καθορίζονται από τη γενική εξίσωση:

$$\text{ακτινοβολίες του υδρογόνου ατόμου} \quad v^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta^2} \right)$$

όπου R_H είναι η σταθερή Rydberg και α και β είναι άκεραιοι αριθμοί. Από την παραπάνω γενική εξίσωση εύκολα προκύπτει η εξίσωση που αντιστοιχεί σε κάθε σειρά φασματικών γραμμών.

51. Κίνηση του ηλεκτρονίου του ατόμου υδρογόνου γύρω από τον πυρήνα

α. Δυναμική ενέργεια του ηλεκτρονίου. Ο πυρήνας του ατόμου του υδρογόνου έχει θετικό φορτίο $Q = +e$ και τό ηλεκτρόνιο διαγράφει γύρω από τον πυρήνα κυκλική τροχιά που έχει ακτίνα r (σχ. 109). Σε απόσταση r από τον πυρήνα τό δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου, που δημιουργεί ό πυρήνας, είναι ίσο μέ:



$$U_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} \quad \text{ή} \quad U_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e}{r}$$

Σχ. 109. Η περιφορά του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα.

Όταν λοιπόν τό ηλεκτρόνιο, που έχει φορτίο $-e$, περιφέρεται σε απόσταση r από τον πυρήνα, τότε τό ηλεκτρόνιο έχει δυναμική ενέργεια:

$$E_{\text{δυν}} = U_r \cdot (-e) \quad \text{άρα} \quad E_{\text{δυν}} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} \quad (1)$$

Η δυναμική ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι ίση μέ μηδέν μόνο σε απόσταση άπειρη από τον πυρήνα ($r = \infty$). Μέσα στο άτομο ή δυναμική ενέργεια του ηλεκτρονίου έχει πάντοτε τιμή άρνητική.

β. Κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου. Πάνω στην κύκλική τροχιά, ακτίνας r , τό ηλεκτρόνιο κινείται μέ ταχύτητα που τό μέτρο της v είναι

σταθερό και επομένως το ηλεκτρόνιο έχει *κινητική ενέργεια* :

$$E_{\text{δυν}} = \frac{1}{2} m_e \cdot v^2 \quad (2)$$

όπου m_e είναι η μάζα του ηλεκτρονίου. Το φορτίο του πυρήνα εξασκεί πάνω στο φορτίο του ηλεκτρονίου μία έλξη $\vec{F}$, που το μέτρο της, σύμφωνα με το νόμο του Coulomb, είναι:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(+e) \cdot (-e)}{r^2} \quad \text{άρα} \quad F = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} \quad (3)$$

Αυτή η δύναμη $\vec{F}$ ενεργεί πάνω στο ηλεκτρόνιο ως κεντρομόλος δύναμη που το μέτρο της είναι ίσο με:

$$F = -\frac{m_e \cdot v^2}{r} \quad (4)$$

Τό αρνητικό σημείο φανερώνει ότι η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει φορά προς το κέντρο του κύκλου (κεντρική κίνηση). Από τις εξισώσεις (3) και (4) βρίσκουμε :

$$m_e \cdot v^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} \quad (5)$$

Και από τις εξισώσεις (2) και (5) βρίσκουμε ότι το ηλεκτρόνιο έχει *κινητική ενέργεια* :

$$E_{\text{κιν}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2r} \quad (6)$$

γ. Όλική ενέργεια του ηλεκτρονίου. Το ηλεκτρόνιο, κινούμενο πάνω στην τροχιά του, έχει *όλική ενέργεια* :

$$E_{\text{ολ}} = E_{\text{δυν}} + E_{\text{κιν}} \quad \text{άρα} \quad E_{\text{ολ}} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2r} \quad (7)$$

Τό αρνητικό σημείο οφείλεται στο ότι η δυναμική ενέργεια του ηλεκτρονίου (έξισ. 1) είναι κατ' απόλυτη τιμή μεγαλύτερη από την κινητική ενέργειά του. Από τις εξισώσεις (1) και (6) βρίσκουμε ότι κατ' απόλυτη τιμή είναι $E_{\text{δυν}}/E_{\text{κιν}} = 2$.

δ. Τροχιακή στροφορμή του ηλεκτρονίου. Τό ηλεκτρόνιο κινείται πάνω στην κυκλική τροχιά του με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω και ταχύτητα $v = \omega \cdot r$. Τό ηλεκτρόνιο θεωρείται ως ύλικό σημείο που έχει μάζα m_e

καί ροπή αδρανείας $\Theta = m_e \cdot r^2$. Άρα τό ηλεκτρόνιο έχει στροφορμή πού ονομάζεται *τροχιακή στροφορμή* καί έχει μέτρο (l) ίσο μέ:

$$l = \Theta \cdot \omega = m_e \cdot r^2 \cdot \omega \quad \text{ή} \quad l = m_e \cdot v \cdot r \quad (8)$$

ε. Οί μεταβολές τής όλικης ενέργειας του ηλεκτρονίου. Ή εξίσωση (7) δείχνει ότι ή όλικη ενέργεια του ηλεκτρονίου μπορεί νά μεταβληθεῖ μόνο όταν μεταβάλλεται ή ακτίνα r τής κυκλικής τροχιάς του. Οί μεταβολές τής όλικης ενέργειας συμβαίνουν, όταν τό ηλεκτρόνιο παίρνει ενέργεια απέξω ή αποβάλλει ενέργεια μέ τή μορφή φωτονίου. Σ' αὐτή τήν περίπτωση ισχύουν οί ἐπόμενες δύο κβαντικές συνθήκες τοῦ Bohr.

Ι. Πρώτη συνθήκη τοῦ Bohr

Στό ἄτομο ὕδρογόνου τό ηλεκτρόνιο μπορεί νά κινεῖται γύρω ἀπό τόν πυρήνα μόνο πάνω σέ ὁρισμένες ἐπιτρεπόμενες τροχιές (κβαντικές τροχιές), στίς ὁποῖες ἀντιστοιχεῖ τροχιακή στροφορμή τοῦ ηλεκτρονίου ἴση μέ ἀκέραιο πολλαπλάσιο τοῦ $h/2\pi$.

$$\begin{array}{l} \text{πρώτη συνθήκη} \\ \text{τοῦ Bohr} \end{array} \quad m_e \cdot v \cdot r = n \cdot \frac{h}{2\pi} \quad (9)$$

ὅπου h εἶναι ἡ σταθερή τοῦ *Planck* καί n ἀκέραιος ἀριθμός πού ονομάζεται *κύριος κβαντικός ἀριθμός* καί μπορεί νά λάβει τίς τιμές ἀπό ἕνα ὡς ἄπειρο.

$$\text{κύριος κβαντικός ἀριθμός} \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots, \infty$$

Ή κβαντική τροχιά, στήν ὁποία ἀντιστοιχεῖ $n = 1$, έχει τή μικρότερη δυνατή ακτίνα καί ονομάζεται *θεμελιώδης τροχιά*.

Όταν τό ηλεκτρόνιο τοῦ ατόμου ὕδρογόνου περιφέρεται πάνω στή θεμελιώδη τροχιά, τότε τό ἄτομο ὕδρογόνου βρίσκεται σέ κατάσταση ἰσορροπίας καί λέμε ὅτι τό ἄτομο βρίσκεται στήν *κανονική κατάσταση*.

Άπό τήν πρώτη συνθήκη τοῦ Bohr συνάγονται τά ἀκόλουθα συμπεράσματα:

1. Πάνω στή θεμελιώδη τροχιά τό ηλεκτρόνιο έχει τή μικρότερη δυνατή όλικη ἐνέργεια (κανονική κατάσταση).
2. Όταν τό ηλεκτρόνιο πηδάει ἀπό μιά κβαντική τροχιά σέ ἄλλη, ή όλικη ἐνέργεια τοῦ ηλεκτρονίου μεταβάλλεται ἀπότομα.

II. Δεύτερη συνθήκη του Bohr

Τό άτομο υδρογόνου *εκπέμπει* ή *απορροφά* την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία (δηλαδή φωτόνια) σύμφωνα με την *επόμενη συνθήκη του Bohr* :

Τό ηλεκτρόνιο του ατόμου υδρογόνου, *απορροφώντας* την *ένέργεια* *hν* ενός φωτονίου, *πηδάει* από *μιά* *έσωτερική* *σε* *μιά* *πιό* *έξωτερική* *κβαντική τροχιά* *μεγαλύτερης* *ένέργειας*. *Αντίστροφα*, *πηδώντας* από *μιά* *έξωτερική* *σε* *μιά* *πιό* *έσωτερική* *κβαντική τροχιά* *μικρότερης* *ένέργειας* *εκπέμπει* *την* *ένέργεια* *hν* *ένός* *φωτονίου*. *Η* *ένέργεια* *hν* *του* *φωτονίου* *που* *απορροφάται* *ή* *εκπέμπεται*, *είναι* *ίση* *μέ* *τή* *διαφορά* *των* *ενεργειών* *του* *ηλεκτρονίου* *πάνω* *στις* *δύο* *κβαντικές* *τροχιές*.

$$\begin{array}{cc} \text{δεύτερη συνθήκη} & E_{\alpha\rho\chi} - E_{\tau\epsilon\lambda} = h\nu \\ \text{του Bohr} & \end{array}$$

όπου $E_{\alpha\rho\chi}$ είναι η *ένέργεια* του ηλεκτρονίου *πάνω* *σε* *τροχιά* *μεγαλύτερης* *ένέργειας* (έξωτερική) *καί* $E_{\tau\epsilon\lambda}$ η *ένέργεια* *πάνω* *σε* *τροχιά* *μικρότερης* *ένέργειας* (έσωτερική).

στ. *Ακτίνες των κβαντικών τροχιών*. *Αν* *υψώσουμε* *στό* *τετράγωνο* *την* *έξισωση* (9) *βρίσκουμε* :

$$m_e^2 \cdot v^2 \cdot r^2 = n^2 \cdot \frac{h^2}{4\pi^2} \quad (10)$$

Τό ηλεκτρόνιο *κινείται* *πάνω* *σε* *κβαντική τροχιά* *άκτινας* r . *Η* *έλξη* *πού* *έξασκει* *ό* *πυρήνας* *πάνω* *στό* *ηλεκτρόνιο*, *ενεργεί* *ώς* *κεντρομόλος* *δύναμη*. *Αρα* *ίσχύει* *ή* *έξισωση*:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} = \frac{m_e \cdot v^2}{r} \quad \text{άρα} \quad m_e \cdot v^2 \cdot r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \quad (11)$$

Αν *διαιρέσουμε* *κατά* *μέλη* *τις* *έξισώσεις* (10) *καί* (11) *βρίσκουμε* *ότι* *ή* *άκτινα* r *της* *κβαντικής τροχιάς* *είναι*:

$$\begin{array}{cc} \text{άκτινα κβαντικής} & r = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{n^2 \cdot h^2}{4\pi^2 \cdot m_e \cdot e^2} \\ \text{τροχιάς} & \end{array} \quad (12)$$

Γιά $n = 1$ *βρίσκουμε* *ότι* *ή* *άκτινα* r_1 *της* *θεμελιώδους τροχιάς* *είναι* :

$$\begin{array}{cc} \text{άκτινα θεμελιώδους} & r_1 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m} \quad \text{ή} \quad r_1 \simeq 0,5 \text{ \AA} \\ \text{τροχιάς} & \end{array}$$

Έπομένως η εξίσωση (12) γράφεται:

$$\begin{array}{l} \text{ακτίνα κβαντικής} \\ \text{τροχιᾶς} \end{array} \quad r_n = n^2 \cdot r_1$$

Ἡ ακτίνα r_n μιᾶς κβαντικῆς τροχιᾶς εἶναι ἀνάλογη μέ τό τετράγωνο τοῦ ἀντίστοιχου κύριου κβαντικοῦ ἀριθμοῦ n .

ζ. Ταχύτητα τοῦ ηλεκτρονίου πάνω στήν κβαντική τροχιά. Ἀπό τίς ἐξισώσεις (9) καί (11) βρίσκουμε ὅτι ἡ ταχύτητα v τοῦ ηλεκτρονίου πάνω στήν κβαντική τροχιά ἔχει μέτρο ἴσο μέ:

$$\begin{array}{l} \text{ταχύτητα ηλεκτρονίου} \\ \text{πάνω σέ κβαντική τροχιά} \end{array} \quad v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi \cdot e^2}{n \cdot h} \quad (13)$$

Γιά $n = 1$ βρίσκουμε ὅτι ἡ ταχύτητα v_1 τοῦ ηλεκτρονίου πάνω στή θεμελιώδη τροχιά εἶναι:

$$\begin{array}{l} \text{ταχύτητα πάνω} \\ \text{στί θεμελιώδη τροχιά} \end{array} \quad v_1 \simeq 22 \cdot 10^5 \text{ m/sec}$$

Ἐπομένως ἡ εξίσωση (13) γράφεται:

$$\begin{array}{l} \text{ταχύτητα πάνω} \\ \text{σέ κβαντική τροχιά} \end{array} \quad v_n = \frac{v_1}{n}$$

Ἡ ταχύτητα v_n τοῦ ηλεκτρονίου πάνω σέ μιᾶ κβαντική τροχιά εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογη μέ τόν ἀντίστοιχο κύριο κβαντικό ἀριθμό n .

η. Ὀλική ἐνέργεια τοῦ ηλεκτρονίου πάνω σέ κβαντική τροχιά. Ἄν στήν ἐξίσωση (7) ἀντικαταστήσουμε τήν τιμή τῆς ακτίνας r ἀπό τήν ἐξίσωση (12) βρίσκουμε ὅτι ἡ ὁλική ἐνέργεια τοῦ ηλεκτρονίου εἶναι:

$$\begin{array}{l} \text{ὁλική ἐνέργεια} \\ \text{ηλεκτρονίου} \end{array} \quad E_{ολ} = - \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{n^2 \cdot h^2} \quad (14)$$

Γιά $n = 1$ βρίσκουμε ὅτι ἡ ὁλική ἐνέργεια E_1 τοῦ ηλεκτρονίου πάνω στή θεμελιώδη τροχιά εἶναι:

$$\begin{array}{l} \text{ὁλική ἐνέργεια πάνω} \\ \text{στί θεμελιώδη τροχιά} \end{array} \quad \begin{array}{l} E_1 \simeq - 2,179 \cdot 10^{-18} \text{ Joule} \\ \text{ἢ} \quad E_1 \simeq - 13,53 \text{ eV} \end{array}$$

Επομένως η εξίσωση (14) γράφεται:

$$\text{όλική ενέργεια πάνω σε κβαντική τροχιά} \quad E_n = \frac{E_1}{n^2} \quad \text{ή} \quad E_n = -\frac{13,53}{n^2} \text{ eV} \quad (15)$$

Στάθμες ενέργειας του ηλεκτρονίου
στο άτομο υδρογόνου

Κύριος κβαντικός αριθμός n	Ενέργεια ηλεκτρονίου (σε eV)
$n = 1$	$E_1 = -13,53$
$n = 2$	$E_2 = -3,38$
$n = 3$	$E_3 = -1,50$
$n = 4$	$E_4 = -0,85$
.....	
.....	
$n \rightarrow \infty$	0

θ. Στάθμες ενέργειας στο άτομο υδρογόνου. Όταν το ηλεκτρόνιο κινείται πάνω στη θεμελιώδη τροχιά ($n = 1$), έχει τη μικρότερη δυνατή ενέργεια E_1 . Πάνω σε κάθε κβαντική τροχιά το ηλεκτρόνιο έχει ορισμένη ολική ενέργεια, όπως φαίνεται στο διπλανό πίνακα. Οί διάφορες επιτρεπόμενες ενεργειακές καταστάσεις του ηλεκτρονίου ονομάζονται στάθμες ενέργειας.

52. Έρμηνεία της έκπομπής του φάσματος του υδρογόνου

Θεωρούμε ότι αρχικά το ηλεκτρόνιο του ατόμου υδρογόνου βρίσκεται πάνω σε μία εξωτερική τροχιά που έχει κύριο κβαντικό αριθμό $n_{αρχ}$. Πάνω σ' αυτή την τροχιά το ηλεκτρόνιο έχει ολική ενέργεια:

$$E_{αρχ} = -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{n_{αρχ}^2 \cdot h^2}$$

Τό άτομο υδρογόνου βρίσκεται σε κατάσταση διεγέρσεως και τείνει να ξαναγυρίσει στην κανονική κατάσταση. Τότε το ηλεκτρόνιο πηδάει πάνω σε μία κβαντική τροχιά που είναι πιο κοντά στον πυρήνα και έχει κύριο κβαντικό αριθμό $n_{τελ}$ (άρα είναι $n_{αρχ} > n_{τελ}$). Πάνω στη νέα τροχιά το ηλεκτρόνιο έχει ολική ενέργεια:

$$E_{τελ} = -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{n_{τελ}^2 \cdot h^2}$$

Αυτό τό πήδημα του ηλεκτρονίου προκαλεί απότομη ελάττωση της ολικής ενέργειας κατά $\Delta E = E_{αρχ} - E_{τελ}$. Έτσι τό ηλεκτρόνιο αποβάλλει

τήν ενέργεια ΔE με τη μορφή *ένος φωτονίου* $h\nu$ και ισχύει η εξίσωση:

$$h \cdot \nu = E_{\alpha\rho\chi} - E_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \nu = \frac{E_{\alpha\rho\chi} - E_{\tau\epsilon\lambda}}{h}$$

$$\text{και} \quad \nu = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{h^3} \cdot \left(\frac{1}{n_{\tau\epsilon\lambda}^2} - \frac{1}{n_{\alpha\rho\chi}^2} \right) \quad (1)$$

Ο αριθμός κυμάτων ν^* της ακτινοβολίας συχνότητας ν είναι $\nu^* = \nu/c$.
 Ωστε από την εξίσωση (1) βρίσκουμε:

$$\nu^* = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{c \cdot h^3} \cdot \left(\frac{1}{n_{\tau\epsilon\lambda}^2} - \frac{1}{n_{\alpha\rho\chi}^2} \right) \quad (2)$$

$$\text{Αν υπολογίσουμε τό σταθερό παράγοντα} \quad \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \cdot c \cdot h^3}$$

βρίσκουμε ότι έχει την τιμή της σταθερής Rydberg R_H . Άρα είναι:

$$\text{σταθερή Rydberg} \quad R_H = \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \cdot c \cdot h^3}$$

Ωστε η εξίσωση (2) γράφεται:

$$\text{αριθμός κυμάτων} \quad \nu^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{n_{\tau\epsilon\lambda}^2} - \frac{1}{n_{\alpha\rho\chi}^2} \right) \quad (3)$$

Η εξίσωση (3) είναι η γενική εξίσωση που πειραματικά βρήκαμε για τις ακτινοβολίες που εκπέμπει τό άτομο υδρογόνου (§ 57, εξίσ. 1).

Στήν παραπάνω γενική εξίσωση (3) τό $n_{\tau\epsilon\lambda}$ είναι ο κύριος κβαντικός αριθμός της τροχιάς που πάνω σ' αυτή πέφτει τελικά τό ηλεκτρόνιο και τό $n_{\alpha\rho\chi}$ είναι ο κύριος κβαντικός αριθμός της τροχιάς από την οποία *πηδάει* τό ηλεκτρόνιο. Δίνοντας στό $n_{\tau\epsilon\lambda}$ τίς τιμές 1, 2, 3, 4, 5 βρίσκουμε *τίς πέντε σειρές* των φασματικών γραμμών του υδρογόνου, όπως φαίνεται στον τύνακα της σελίδας 122, όπου είναι $\alpha = n_{\tau\epsilon\lambda}$ και $\beta = n_{\alpha\rho\chi}$ και στό σχήμα 110.

α. Απορρόφηση ακτινοβολιών από τό άτομο υδρογόνου. Ένα άτομο υδρογόνου που βρίσκεται σε *κανονική κατάσταση*, αποκτά *τήν κατάσταση διεγερσεως*, αν απορροφήσει τόση ενέργεια, όση χρειάζεται για *νά πηδήσει* τό ηλεκτρόνιο από τη θεμελιώδη τροχιά ($n = 1$) σε μία πιο έξωτερική

τροχιά. Ὡστε ἡ ἀπορρόφηση ἀκτινοβολιῶν ἀπὸ τὸ ἄτομο ὑδρογόνου ἐκφράζεται μὲ τὴν ἐξίσωση:

ἐνέργεια φωτονίου
πού ἀπορροφᾶται

$$h\nu = E_{\text{τελ}} - E_{\text{αρχ}}$$

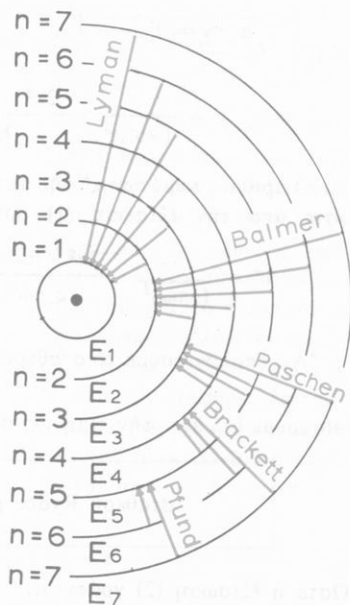
(4)

Ἡ ἐξίσωση (4) φανερώνει ὅτι:

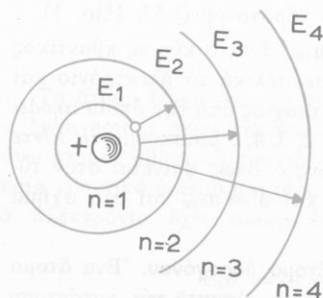
Τὸ ἄτομο ὑδρογόνου ἀπορροφᾷ μόνο ἐκεῖνες τὶς ἀκτινοβολίες, πού μπορεῖ τὸ ἄτομο νὰ ἐκπέμψει.

Ἐπομένως γιὰ τὸ ὑδρογόνο τὸ φάσμα ἀπορροφῆσεως εἶναι ὅμοιο μὲ τὸ φάσμα ἐκπομπῆς. Ἔτσι ἐρμηνεύεται ὁ γνωστός νόμος τῆς ἀντιστροφῆς τῶν γραμμῶν τοῦ φάσματος ἀερίου.

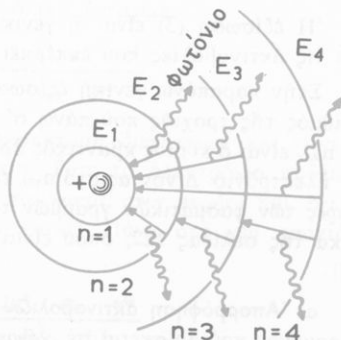
Στὰ σχήματα 111 καὶ 112 δεῖχνεται σχηματικά ἡ διέγερση καὶ ἡ ἐκπομπή ἀκτινοβολίας ἀπὸ τὸ ἄτομο ὑδρογόνου.



Σχ. 110. Οἱ πέντε σειρές τῶν ἀκτινοβολιῶν πού ἐκπέμπει τὸ ἄτομο ὑδρογόνου.



Σχ. 111. Διέγερση τοῦ ἀτόμου ὑδρογόνου.



Σχ. 112. Ἐκπομπή ἀκτινοβολίας ἀπὸ τὸ ἄτομο ὑδρογόνου.

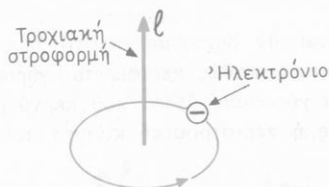
53. Οί δύο κινήσεις του ηλεκτρονίου στο άτομο υδρογόνου

α. Περιφορά του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα. Ἡ κίνηση τοῦ ηλεκτρονίου γύρω ἀπὸ τὸν πυρήνα τοῦ ατόμου ἔχει ὀρισμένες συνέπειες.

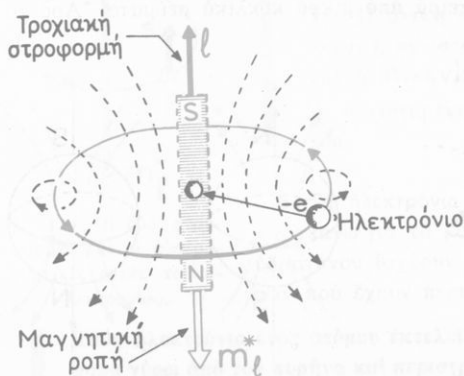
1. Τροχιακή στροφορμή τοῦ ηλεκτρονίου. Ὄταν τὸ ἄτομο υδρογόνου βρίσκεται στὴν κανονικὴ κατάσταση, τὸ ηλεκτρόνιο διαγράφει κυκλικὴ τροχιά μὲ ἀκτίνα r (σχ. 109). Τὸ ηλεκτρόνιο κινεῖται μὲ ταχύτητα πού ἔχει μέτρο σταθερὸ καὶ ἔχει τότε *τροχιακὴ στροφορμή* πού ἔχει μέτρο:

$$\text{τροχιακὴ στροφορμὴ ηλεκτρονίου} \quad l = m_e \cdot v \cdot r$$

Τὸ ἄνυσμα $\vec{l}$ τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς ἔχει τὴ διεύθυνση καὶ τὴ φορά τῆς γωνιακῆς ταχύτητας $\vec{\omega}$, δηλαδή εἶναι κάθετο στοῦ ἐπίπεδο τῆς κυκλικῆς τροχιάς τοῦ ηλεκτρονίου (σχ. 113).



Σχ. 113. Τὸ περιφερόμενο ἠλεκτρόνιο ἔχει τροχιακὴ στροφορμή (l).



Σχ. 114. Ἡ περιφορά τοῦ ἠλεκτρονίου ἰσοδυναμεῖ μὲ κυκλικὸ ρεῦμα πού συμπεριφέρεται ὡς μαγνητικὸ δίπολο.

2. Μαγνητικὴ διπολικὴ ροπή τοῦ ηλεκτρονίου. Ἡ κυκλικὴ κίνηση τοῦ ηλεκτρονίου γύρω ἀπὸ τὸν πυρήνα ἰσοδυναμεῖ μὲ στοιχειώδες κυκλικὸ ρεῦμα πού ἀποτελεῖ ἓνα στοιχειώδες *μαγνητικὸ δίπολο* μὲ ὀρισμένη *μαγνητικὴ ροπή*. Ἄν v εἶναι ἡ συχνότητα τῆς κινήσεως τοῦ ηλεκτρονίου, τότε ἡ μέση ἔνταση I τοῦ ρεύματος εἶναι ἴση μὲ τὸ φορτίο πού κατὰ δευτερόλεπτο περνάει ἀπὸ ἓνα σημεῖο τῆς τροχιάς, δηλαδή εἶναι $I = v \cdot e$. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ στοιχειώδους κυκλικοῦ ρεύματος ἔχει ἐμβαδὸ $S = \pi \cdot r^2$. Ἡ συμβατικὴ φορά τοῦ ρεύματος μὲ τὸ ὁποῖο ἰσοδυναμεῖ ἡ περιφορά τοῦ ηλεκτρονίου γύρω ἀπὸ τὸν πυρήνα, εἶναι ἀντίθετη μὲ τὴ φορά τῆς κινήσεως τοῦ ηλεκτρονίου. Αὐτὸ τὸ στοιχειώδες κυ-

κλικό ρεύμα έχει μαγνητική ροπή (σχ. 114) που ονομάζεται *μαγνητική διπολική ροπή* και έχει μέτρο :

$$m_l^* = I \cdot S \quad \eta \quad m_l^* = v \cdot e \cdot \pi \cdot r^2$$

Τό άνυσμα $\vec{m}_l^*$ τής μαγνητικής διπολικής ροπής έχει φορά αντίθετη μέ τή φορά τοῦ άνύσματος $\vec{I}$ τής τροχιακής στροφορμής.

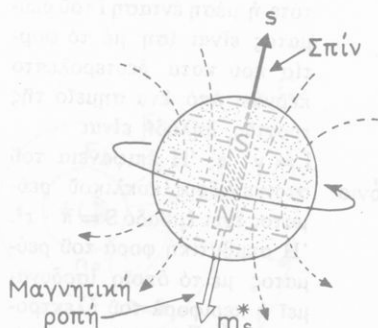
β. Περιστροφή τοῦ ηλεκτρονίου γύρω από τόν άξονά του. Εἶναι γνωστό ότι τό φάσμα έκπομπής τοῦ υδρογόνου αποτελείται από όρισμένες φωτεινές γραμμές. Ὅταν όμως τό υδρογόνο πού φωτοβολεί, βρίσκεται μέσα σέ μαγνητικό ἢ ηλεκτρικό πεδίο, τότε κάθε φασματική γραμμή *αναλύεται* σέ δύο ἢ περισσότερες φωτεινές γραμμές. Ἡ θεωρία απέδειξε ότι αὐτό τό φαινόμενο ἐρμηνεύεται, ἂν δεχτοῦμε ότι τό ηλεκτρόνιο (πού τό θεωροῦμε σάν μικρή σφαῖρα) καθώς περιφέρεται γύρω από τόν πυρήνα ταυτόχρονα *περιστρέφεται* γύρω από άξονα πού περνάει από τό κέντρο του (σχ. 115). Αὐτή όμως ἡ περιστροφική κίνηση τοῦ ηλεκτρονίου έχει τίς ἐξῆς συνέπειες:



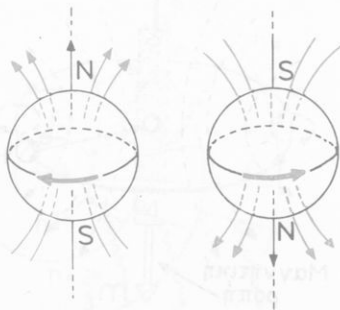
Σχ. 115. Περιστροφή τοῦ ηλεκτρονίου γύρω από τόν άξονά του.

1. Τό ηλεκτρόνιο ἐξαιτίας τής περιστροφικής κινήσεώς του έχει *στροφορμή* $\vec{s}$ πού διεθνώς ονομάζεται *spin* (σπίν).

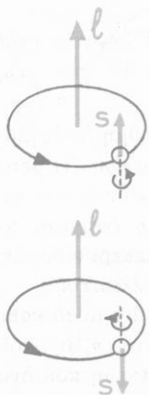
2. Τό ηλεκτρόνιο πού περιστρέφεται γύρω από τόν άξονά του, ἐξαιτίας τοῦ φορτίου του, δημιουργεῖ σειρά από μικρά κυκλικά ρεύματα. Ἀρα τό



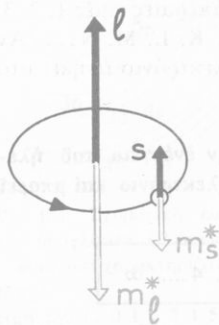
Σχ. 116. Ἡ περιστροφή τοῦ ηλεκτρονίου γύρω από τόν άξονά του δημιουργεῖ στροφορμή (σπίν) καί μαγνητική ροπή τοῦ σπίν.



Σχ. 117. Οἱ δύο δυνατόι τρόποι περιστροφής τοῦ ηλεκτρονίου γύρω από τόν άξονά του.



Σχ. 118. Τά ανύσματα των δύο στροφορμών του ηλεκτρονίου μπορεί νά είναι παράλληλα ή αντίπαράλληλα.



Σχ. 119. Οί δύο στροφορμές καί οί δύο μαγνητικές ροπές του ηλεκτρονίου.

περιστρεφόμενο ηλεκτρόνιο έχει *μαγνητική ροπή* πού ονομάζεται *μαγνητική ροπή* του spin $\vec{m}_s$ (σχ. 116). 'Η περιστροφή του ηλεκτρονίου μπορεί νά γίνει κατά τή μιá ή κατά τήν αντίθετη φορά (σχ. 117).

γ. Συμπεράσματα γιά τίς δύο κινήσεις του ηλεκτρονίου. Τό ηλεκτρόνιο του ατόμου υδρογόνου εξαιτίας τής περιφορᾶς του γύρω από τόν πυρήνα καί τής περιστροφῆς του γύρω από τόν άξονά του έχει δύο στροφορμές καί δύο μαγνητικές ροπές.

Τά ανύσματα $\vec{l}$ καί $\vec{s}$ των δύο στροφορμών του ηλεκτρονίου μπορεί νά είναι παράλληλα ή αντίπαράλληλα, ανάλογα μέ τίς δύο δυνατές περιπτώσεις περιστροφῆς του ηλεκτρονίου γύρω από τόν άξονά του (σχ. 118).

Τά ανύσματα $\vec{m}_l$ καί $\vec{m}_s$ των δύο μαγνητικών ροπών του ηλεκτρονίου έχουν φορά αντίθετη μέ τή φορά των αντίστοιχων στροφορμών ($\vec{l}$ καί $\vec{s}$) του ηλεκτρονίου (σχ. 119). "Ωστε :

I. Στο άτομο υδρογόνου τό ηλεκτρόνιο, εξαιτίας των δύο κινήσεών του έχει δύο στροφορμές ($\vec{l}$ καί $\vec{s}$) καί δύο μαγνητικές ροπές ($\vec{m}_l$ καί $\vec{m}_s$).

II. 'Η όλική στροφορμή ($\vec{j}$) του ηλεκτρονίου είναι ή συνισταμένη των δύο στροφορμών του καί ή όλική μαγνητική ροπή του ($\vec{m}_{ολ}^*$) είναι ή συνισταμένη των δύο μαγνητικών ροπών του.

δ. Τά ηλεκτρόνια στα άλλα άτομα. "Οσα είπαμε παραπάνω γιά τό μοναδικό ηλεκτρόνιο του ατόμου υδρογόνου ισχύουν γιά κάθε ηλεκτρόνιο των ατόμων πού έχουν περισσότερα ηλεκτρόνια. "Ωστε :

Κάθε ηλεκτρόνιο ενός ατόμου εκτελεί ταυτόχρονα δύο κινήσεις, περιφορά γύρω από τόν πυρήνα καί περιστροφή γύρω από τόν άξονα συμμετρίας του ηλεκτρονίου.

54. Κβαντικοί ἀριθμοὶ τοῦ ἠλεκτρονίου

Ἡ ἔρευνα τοῦ φάσματος τοῦ ὑδρογόνου ἀπέδειξε ὅτι οἱ δυνατές στάθμες ἐνέργειας τοῦ ἠλεκτρονίου ἐκφράζονται σέ συνάρτηση μέ τόν κύριο κβαντικό ἀριθμό n .

Ἡ ἀρχική θεωρία τοῦ Bohr δέχεται ὅτι σέ κάθε στάθμη ἐνέργειας τοῦ ἠλεκτρονίου ἀντιστοιχεῖ μιά κυκλική τροχιά τοῦ ἠλεκτρονίου. Ἡ μεταγενέστερη θεωρητική ἔρευνα, γιά νά ἐξηγήσει ὁρισμένα φαινόμενα πού ἀνακαλύφθηκαν μέ τό πείραμα, ἀπέδειξε ὅτι σέ μιά στάθμη ἐνέργειας τοῦ ἠλεκτρονίου ἀντιστοιχεῖ ὁρισμένος ἀριθμός τροχιῶν τοῦ ἠλεκτρονίου, ἀπό τίς ὁποῖες ἡ μιά τροχιά εἶναι κυκλική καί οἱ ἄλλες εἶναι ἑλλειπτικές.

Γενικότερα ἡ θεωρητική ἔρευνα ἀπέδειξε ὅτι μέσα στό ἄτομο τό καθένα ἠλεκτρόνιο ἔχει σάν νά ποῦμε δική του «προσωπικότητα», ἡ ὁποία στίς κβαντικές ἐξισώσεις ἐκφράζεται μέ τέσσερα φυσικά μεγέθη πού ὀνομάζονται κβαντικοί ἀριθμοὶ τοῦ ἠλεκτρονίου. Ὁ καθένας ἀπό τούς κβαντικούς ἀριθμούς ἀναφέρεται σέ μιά ὁρισμένη ιδιότητα τοῦ ἠλεκτρονίου. Θά ἐξετάσουμε στοιχειωδῶς τούς τέσσερις κβαντικούς ἀριθμούς τοῦ ἠλεκτρονίου.

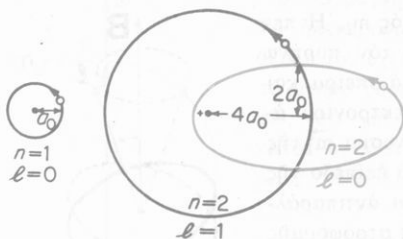
α. Ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός n . Ὅπως ξέρουμε ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός n χαρακτηρίζει τήν ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω σέ κάθε κβαντική τροχιά καί μπορεῖ νά λάβει τίς διαδοχικές ἀκέραιες τιμές 1, 2, 3, 4, ... πού ἀντιστοιχοῦν στούς διαδοχικούς φλοιούς K, L, M, N... Ἄν π.χ. γιά ἕνα ἠλεκτρόνιο εἶναι $n = 2$, τότε αὐτό τό ἠλεκτρόνιο ἀνήκει στό φλοιό L. Ὡστε:

Ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός n χαρακτηρίζει τήν ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου καί τό φλοιό, στόν ὁποῖο ἀνήκει τό ἠλεκτρόνιο καί μπορεῖ νά λάβει τίς ἀκέραιες τιμές ἀπό ἕνα ὡς ἄπειρο.

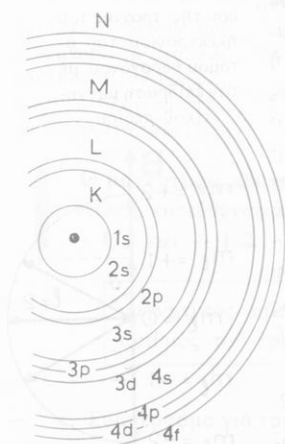
κύριος κβαντικός ἀριθμός $n = 1, 2, 3, 4, \dots, \infty$

β. Ὁ δευτερεύων κβαντικός ἀριθμός l . Ἡ πρώτη συνθήκη τοῦ Bohr ὀρίζει ὅτι ἡ τροχιακή στροφορμή τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι ἴση μέ $n(h/2\pi)$, ὅπου n εἶναι ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός. Τό μέγεθος $h/2\pi$ εἶναι ἡ μονάδα τῆς τροχιακῆς στροφορμῆς. Ἡ ἀκριβέστερη ὁμως θεωρητική ἔρευνα ἀπέδειξε ὅτι ἡ τροχιακή στροφορμή τοῦ ἠλεκτρονίου ἔχει μέτρο $l(h/2\pi)$, ὅπου l εἶναι ὁ δευτερεύων κβαντικός ἀριθμός.

Γιά ἕνα δοσμένο κύριο κβαντικό ἀριθμό n ὁ δευτερεύων κβαντικός ἀριθμός l λαβαίνει τίς ἀκέραιες τιμές ἀπό 0 ὡς $n - 1$. Ἄν π.χ. εἶναι $n = 4$, τότε εἶναι $l = 0, 1, 2, 3$. Οἱ διάφορες τιμές τοῦ δευτερεύοντος κβαντικοῦ



Σχ. 120. Οί κβαντικές τροχιές του ηλεκτρονίου για $n = 1$ και $n = 2$.



Σχ. 121. Σχηματική παράσταση των υποφλοιών. Οί διαδοχικοί υποφλοιοί χαρακτηρίζονται ως

έξής :

τιμή του l : 0 1 2 3 4 5

σύμβολο : s p d f g h

Έμπρός από τό σύμβολο του υποφλοιού γράφεται ο κύριος κβαντικός αριθμός πού χαρακτηρίζει τό φλοιό.

αριθμού l αντιστοιχούν στίς διάφορες δυνατές μορφές της τροχιάς του ηλεκτρονίου. Ή μεγαλύτερη δυνατή τιμή $l = n - 1$ χαρακτηρίζει κυκλική τροχιά, ενώ οί άλλες τιμές του l χαρακτηρίζουν έλλειπτικές τροχιές (σχ. 120).

Ό δευτερεύων κβαντικός αριθμός l φανερώνει ότι κάθε φλοιός είναι πολλαπλός και αποτελείται από l υποφλοιούς, πού ό καθένας είναι και μιά στάθμη ενέργειας του ηλεκτρονίου (σχ. 121). Αν π.χ. είναι $n = 2$ (φλοιός L), τότε είναι $l = 0$ και $l = 1$. Άρα ό φλοιός L αποτελείται από δύο υποφλοιούς. Ωστε:

I. Ό δευτερεύων κβαντικός αριθμός l χαρακτηρίζει τήν τροχιακή στροφομή του ηλεκτρονίου και φανερώνει από πόσους υποφλοιούς αποτελείται ό κάθε φλοιός.

II. Ό δευτερεύων κβαντικός αριθμός l μπορεί νά λάβει τίς άκέραιες τιμές από μηδέν ως $n - 1$, οί όποιες αντιστοιχούν σέ μιά κυκλική τροχιά ($l = n - 1$) και σέ διάφορες έλλειπτικές τροχιές ($l < n - 1$).

$$\text{τροχιακή στροφομή} \quad l \frac{h}{2\pi}$$

$$\text{δευτερεύων κβαντικός αριθμός} \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots (n - 1)$$

γ. 'Ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός m_l . 'Η περιφορά του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα ισοδυναμεί με ρεύμα που διαρρέει μία σπείρα και επομένως σε κάθε τροχιά του ηλεκτρονίου αντιστοιχεί μία *μαγνητική ροπή*. Τό άνυσμα $\vec{m}_l$ της μαγνητικής ροπής είναι κάθετο στο επίπεδο της τροχιάς του ηλεκτρονίου, αλλά είναι αντιπαράλληλο με τό άνυσμα $\vec{L}$ της τροχιακής στροφορμής του ηλεκτρονίου (σχ. 119).

"Όταν τό άτομο υδρογόνου βρεθεί μέσα σε μαγνητικό πεδίο, τότε τό επίπεδο της τροχιάς του ηλεκτρονίου τείνει νά λάβει *ορισμένο προσανατολισμό*. 'Η Κβαντομηχανική αποδεικνύει ότι ή γωνία θ (σχ. 122) που σχηματίζουν μεταξύ τους τό άνυσμα $\vec{L}$ της τροχιακής στροφορμής καί τό άνυσμα $\vec{B}$ της μαγνητικής έπαγωγής του μαγνητικού πεδίου μπορεί νά λάβει μόνο *ορισμένες τιμές*, ώστε νά ισχύει ή έξής συνθήκη: ή προβολή του άνύσματος $\vec{L}$ πάνω στή διεύθυνση του άνύσματος $\vec{B}$ πρέπει νά είναι ίση μέ $m_l(h/2\pi)$, όπου m_l είναι ο *μαγνητικός κβαντικός αριθμός*. Αυτός μπορεί νά λάβει *τίς άκέραιες τιμές* από $+l$ ως $-l$.

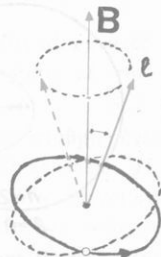
"Αν π.χ. είναι:

$n = 3$, τότε είναι $l = 2$ καί $m_l = 2, 1, 0, -1, -2$.

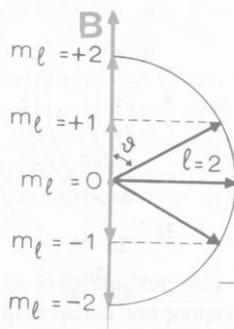
"Αρα ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός m_l μπορεί νά λάβει συνολικά $2l + 1$ τιμές. Στο σχήμα 130 φαίνονται οι επιτρεπόμενες τιμές της γωνίας θ για $l = 2$.

"Από τά παραπάνω προκύπτει ότι υπάρχουν *ορισμένοι περιορισμοί* στον προσανατολισμό του επιπέδου της τροχιάς του ηλεκτρονίου. Τό φαινόμενο αυτό ονομάζεται *κβάντωση κατευθύνσεως*. "Ωστε:

'Ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός m_l χαρακτηρίζει την κβάντωση κατευθύνσεως της τροχιακής στροφορμής καί μπορεί νά λάβει τίς άκέραιες τιμές από $+l$ ως $-l$.



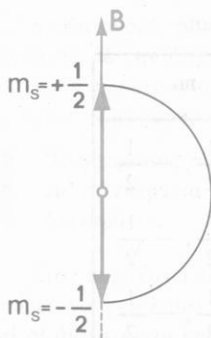
Σχ. 122. Προσανατολισμός του επιπέδου της τροχιάς του ηλεκτρονίου του ατόμου υδρογόνου μέ την επίδραση μαγνητικού πεδίου.



Σχ. 123. 'Η προβολή του άνύσματος $\vec{L}$ πάνω στή διεύθυνση της μαγνητικής έπαγωγής $\vec{B}$ έχει ορισμένες μόνο τιμές.

μαγνητικός κβαντικός
αριθμός

$$m_l = +l, \dots, 2, 1, 0, -1, -2, \dots, -l$$



Σχ. 124. Το άνυσμα του spin μπορεί να είναι παράλληλο ή αντιπαράλληλο με το άνυσμα της μαγνητικής επαγωγής.

δ. Ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός του spin m_s . Το ηλεκτρόνιο, επειδή περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του έχει στροφορμή $\vec{s}$ που λέγεται spin. Όταν το άτομο υδρογόνου βρεθεί μέσα σε μαγνητικό πεδίο, τότε για το άνυσμα $\vec{s}$ υπάρχουν μόνο δύο δυνατοί προσανατολισμοί του (κβάντωση κατευθύνσεως), δηλαδή το άνυσμα $\vec{s}$ μπορεί να είναι παράλληλο ή αντιπαράλληλο με το άνυσμα $\vec{B}$ της μαγνητικής επαγωγής του μαγνητικού πεδίου (σχ. 124). Η προβολή του άνυσματος $\vec{s}$ πάνω στη διεύθυνση του άνυσματος $\vec{B}$ πρέπει να είναι ίση με $m_s (h/2\pi)$, όπου m_s είναι ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός του spin. Αυτός μπορεί να λάβει μόνο τις τιμές $+\frac{1}{2}$

και $-\frac{1}{2}$. Ωστε:

Ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός του spin m_s χαρακτηρίζει την κβάντωση κατευθύνσεως του spin και μπορεί να λάβει μόνο τις δύο τιμές $+1/2$ και $-1/2$.

μαγνητικός κβαντικός αριθμός του spin	$m_s = +\frac{1}{2}$	$m_s = -\frac{1}{2}$
--	----------------------	----------------------

ε. Συμπέρασμα για τους κβαντικούς αριθμούς του ηλεκτρονίου. Από τα παραπάνω συνάγεται ότι:

I. Σέ κάθε ηλεκτρόνιο του ατόμου αντιστοιχούν οι έξης τέσσερις κβαντικοί αριθμοί :

- ο κύριος κβαντικός αριθμός n
- ο δευτερεύων κβαντικός αριθμός l
- ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός m_l
- ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός του spin m_s .

II. Οι τέσσερις κβαντικοί αριθμοί χαρακτηρίζουν με ακρίβεια την ενεργειακή κατάσταση ενός ηλεκτρονίου μέσα στο άτομο.

Στόν παρακάτω πίνακα αναφέρονται οι δυνατές τιμές των τεσσάρων κβαντικών αριθμών για $n = 1, 2, 3$.

Οἱ κβαντικοὶ ἀριθμοὶ τοῦ ἠλεκτρονίου

n	l	m_l	m_s
1	0	0	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$
2	0, 1	$+1, 0, -1$	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$
3	0, 1, 2	$+2, +1, 0, -1, -2$	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

55. Ἀρχὴ τοῦ Pauli

Τό ἄτομο ὕδρογόνου ἔχει μόνο ἓνα ἠλεκτρόνιο, τὰ ἄτομα ὅμως ὅλων τῶν ἄλλων στοιχείων ἔχουν περισσότερα ἀπὸ ἓνα ἠλεκτρόνια. Ὅταν ἓνα ἄτομο μέ πολλά ἠλεκτρόνια βρίσκεται *στήν κανονικὴ κατάσταση*, τότε ὅλα τὰ ἠλεκτρόνια τοῦ ἔπρεπε νὰ βρίσκονται *στήν στάθμη τῆς ἐλάχιστης ὀλικῆς ἐνέργειας*. Αὐτὴ ἡ στάθμη ἀντιστοιχεῖ στὸν κύριο κβαντικὸ ἀριθμὸ $n = 1$. Ἄρα ὅλα τὰ ἠλεκτρόνια τοῦ ατόμου ἔπρεπε νὰ βρίσκονται στὸ φλοιό K. Ἡ κατάταξη ὅμως τῶν στοιχείων στὸ περιοδικὸ σύστημα δείχνει ὅτι τὰ ἠλεκτρόνια ἐνὸς ατόμου *κατανέμονται σὲ διάφορους φλοιούς*.

Εἶναι γνωστὸ ὅτι κάθε ἠλεκτρόνιο τοῦ ατόμου προσδιορίζεται μέ τοὺς τέσσερις κβαντικούς ἀριθμούς του, πού χαρακτηρίζουν *τὴν ἐνεργειακὴ κατάσταση* τοῦ ἠλεκτρονίου. Ἡ κατανομή τῶν ἠλεκτρονίων σὲ διάφορους φλοιούς γύρω ἀπὸ τὸν πυρῆνα διέπεται ἀπὸ τὴν ἀκόλουθη *ἀρχὴ τοῦ Pauli* (ἢ *ἀπαγορευτικὴ ἀρχή*):

■ Σὲ ἓνα ἄτομο τὸ κάθε ἠλεκτρόνιο ἔχει μιά μοναδική σειρά κβαντικῶν ἀριθμῶν (n , l , m_l καὶ m_s).

Ἡ ἀρχὴ τοῦ Pauli βάζει *ὁρισμένους περιορισμούς* στίς δυνατές ἐνεργειακές καταστάσεις τοῦ ἠλεκτρονίου, γιατί καθορίζει ὅτι:

■ Στὸ ἴδιο ἄτομο δέν μποροῦν νὰ ὑπάρχουν δύο ἠλεκτρόνια πού νὰ ἔχουν ἴδιους καὶ τοὺς τέσσερις κβαντικούς ἀριθμούς τους.

Αὐτὰ τὰ δύο ἠλεκτρόνια πρέπει νὰ ἔχουν *διαφορετικὸ τουλάχιστο ἓνα κβαντικὸ ἀριθμὸ* τους.

α. Κατανομή τών ηλεκτρονίων στους φλοιούς καί στους υποφλοιούς. Σύμφωνα μέ τήν ἀρχή τοῦ Pauli στό ἴδιο ἄτομο ἡ ἐνεργειακή κατάσταση τοῦ κάθε ηλεκτρονίου χαρακτηρίζεται ἀπό *ιδιαιτέρη τετράδα* κβαντικῶν ἀριθμῶν. Ἐφαρμόζοντας τήν ἀρχή τοῦ Pauli βρίσκουμε ὅτι:

Ἔνας φλοιός πού ἔχει κύριο κβαντικό ἀριθμό n μπορεῖ νά περιλάβει $2n^2$ ηλεκτρόνια καί ἕνας υποφλοιός μπορεῖ νά περιλάβει $2(2l + 1)$ ηλεκτρόνια.

Στόν παρακάτω πίνακα ἀναφέρεται ὁ μέγιστος ἀριθμός ηλεκτρονίων πού μπορεῖ νά περιλάβει καθένας ἀπό τοὺς δύο πρώτους φλοιούς ($n = 1, 2$) καί οἱ ἀντίστοιχοι υποφλοιοί. Στόν πίνακα παρατηροῦμε ὅτι κάθε ηλεκτρόνιο χαρακτηρίζεται ἀπό μιά δική του τετράδα κβαντικῶν ἀριθμῶν.

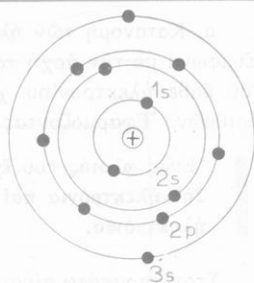
Ὄταν ἕνας φλοιός ἔχει τό μέγιστο ἀριθμό ηλεκτρονίων πού ἀντιστοιχεῖ σ' αὐτό τό φλοιό, τότε ὁ φλοιός αὐτός εἶναι ἕνας *συμπληρωμένος φλοιός*. Γενικά οἱ συμπληρωμένοι φλοιοί ἀποτελοῦν μιά πολύ σταθερή κατανομή τών ηλεκτρονίων γύρω ἀπό τόν πυρήνα.

Ὁ δυνατός ἀριθμός ηλεκτρονίων στους
δύο πρώτους φλοιούς (K, L)

Φλοιός	n	l	m _l	m _s	Ἀριθμός ἡλεκτρονίων σέ συμπληρωμένο υποφλοιό	Ἀριθμός ἡλεκτρονίων σέ συμπληρωμένο φλοιό
K	1	0	0	+ 1/2	2	2
	1	0	0	- 1/2		
L	2	0	0	+ 1/2	2	8
	2	0	0	- 1/2		
	2	1	- 1	+ 1/2	6	
	2	1	- 1	- 1/2		
	2	1	0	+ 1/2		
	2	1	0	- 1/2		
	2	1	+ 1	+ 1/2		
	2	1	+ 1	- 1/2		

β. Ἡ διαδοχική συμπλήρωση τών φλοιῶν. Θεωροῦμε τά ἄτομα στήν κανονική κατάσταση. Στό περιοδικό σύστημα ὅσο προχωροῦμε διαδοχικά ἀπό τό ἄτομο ὕδρογόνου πρὸς τό ἄτομο οὐρανίου, ὁ ἀτομικός ἀριθμός Z

συνεχώς αυξάνεται από το 1 ως το 92. Άρα όσο προχωρούμε στο περιοδικό σύστημα από το ένα στοιχείο στο άλλο, ο αριθμός των ηλεκτρονίων του ατόμου συνεχώς αυξάνεται κατά ένα ηλεκτρόνιο. Η διαδοχική προσθήκη του ενός ηλεκτρονίου προχωρεί με τέτοιο τρόπο, ώστε διαδοχικά να συμπληρώνεται ο κάθε φλοιός. Στο σχήμα 125 φαίνεται η κατανομή των ηλεκτρονίων στο άτομο μαγνησίου ($Z = 12$).



Σχ. 125. Σχηματική παράσταση της κατανομής των 12 ηλεκτρονίων του ατόμου μαγνησίου στους φλοιούς και υποφλοιούς.

Στά άτομα όμως με μεγάλο ατομικό αριθμό Z παρατηρούμε αποκλίσεις, που οφείλονται στις αμοιβαίες επιδράσεις των πολλών ηλεκτρονίων που περιφέρονται γύρω από τον πυρήνα και γι' αυτό οι εξωτερικοί φλοιοί O, P, Q ποτέ δεν είναι συμπληρωμένοι. Έτσι π.χ. στο άτομο ουρανίου ($Z = 92$) τα ηλεκτρόνια κατανέμονται ως εξής:

φλοιός	:	K	L	M	N	O	P	Q
ηλεκτρόνια	:	2	8	18	32	18	12	2

56. Λέξηερ

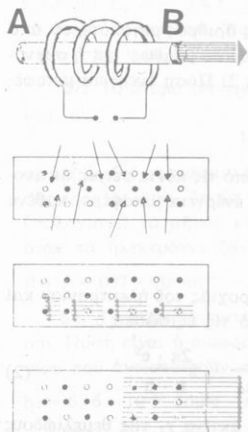
α. Αυτόματη έκπομπη. Για ένα άτομο με πολλά ηλεκτρόνια ή κανονική κατάσταση του αντιστοιχεί σε μία στάθμη ενέργειας E_1 . Όταν το άτομο απορροφήσει ένα φωτόνιο που έχει ενέργεια $h\nu$, τότε το άτομο έρχεται σε κατάσταση διεγέρσεως που αντιστοιχεί σε μία ανώτερη στάθμη ενέργειας E_2 και ισχύει η σχέση $E_2 - E_1 = h\nu$. Η κατάσταση διεγέρσεως διαρκεί επί ελάχιστο χρόνο, περίπου 10^{-8} sec και το άτομο αυτόματα ξαναγυρίζει στην κανονική κατάσταση του εκπέμποντας ένα φωτόνιο συχνότητας ν , η οποία προσδιορίζεται από την εξίσωση $h\nu = E_2 - E_1$. Αυτός ο τρόπος έκπομπης ακτινοβολίας ονομάζεται αυτόματη έκπομπη(*). Σε ένα μεγάλο πλήθος ατόμων η αυτόματη έκπομπη από τα διάφορα άτομα γίνεται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές.

β. Έξαναγκασμένη έκπομπη. Στο άτομο υπάρχουν μερικές στάθμες ενέργειας που είναι πρόσκαιρα σταθερές και ονομάζονται μετασταθερές στάθμες. Σε μία τέτοια στάθμη ενέργειας το άτομο μπορεί να παραμείνει επί 10^{-3} sec, δηλαδή η κατάσταση διεγέρσεως διαρκεί 10^5 φορές μεγαλύτερο χρονικό

* Spontaneous emission

διάστημα. Ένα άτομο που βρίσκεται στην κανονική κατάσταση, δηλαδή στη στάθμη ενέργειας E_1 , απορροφά ένα φωτόνιο συχνότητας ν και έρχεται σε μία ανώτερη μετασταθερή στάθμη ενέργειας E_2 , για την οποία ισχύει η εξίσωση $E_2 - E_1 = h\nu$. Τό άτομο βρίσκεται τότε σε κατάσταση διεγέρσεως. Εκείνη τη στιγμή πέφτει πάνω στο άτομο ένα φωτόνιο $h\nu$ που έχει συχνότητα ν ακριβώς ίση με τη συχνότητα του φωτονίου που εκπέμπει τό άτομο, όταν ξαναγυρίζει από την κατάσταση διεγέρσεως E_2 στην κανονική κατάστασή του E_1 . Τότε τό άτομο αναγκάζεται νά αποδιεγερθεί και εκπέμπει ένα φωτόνιο $h\nu$. Αυτό τό φωτόνιο προσθέεται στο προηγούμενο φωτόνιο που προκάλεσε την αποδιέγερση και έτσι από τό άτομο φεύγουν δύο μαζί φωτόνια που μεταφέρουν ενέργεια $2(h\nu)$. Αυτός ό τρόπος έκπομπής ακτινοβολίας ονομάζεται *εξαναγκασμένη έκπομπή* (*). Σ' αυτή την αρχή στηρίζεται ή λειτουργία του *λέζερ* (laser) που αποτελεί έναν καινούριο τύπο φωτεινής πηγής. Ή ονομασία του προέρχεται από τά αρχικά γράμματα τών λέξεων του τίτλου του (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation = πολλαπλασιασμός του φωτός από εξαναγκασμένη έκπομπή ακτινοβολίας).

γ. Λέζερ. Συνηθισμένος τύπος είναι ό *λέζερ* μέ ρουμπίνι. Αυτός αποτελείται από ένα μικρό κύλινδρο από ρουμπίνι και



Σχ. 126. Σχηματική παράσταση για την έρμηνεία της λειτουργίας του λέζερ μέ ρουμπίνι.

γύρω του υπάρχει γυάλινος έλικοειδής σωλήνας μέ άραιό άέριο. Τό ρουμπίνι είναι όξειδιο του άργιλίου, Al_2O_3 , που περιέχει και πολύ λίγο όξειδιο του χρωμίου, Cr_2O_3 (σχ.126). Ή μία βάση του κυλίνδρου είναι τελείως έπαργυρωμένη, ενώ ή άλλη είναι μόνο ή μισή έπαργυρωμένη.

Μέσα στον έλικοειδή σωλήνα γίνεται μία πολύ σύντομη ήλεκτρική εκκένωση που προκαλεί διεγερση σε μερικά ίοντα χρωμίου, Cr^{3+} . Αυτά είναι οι πηγές του φωτός που εκπέμπει ό λέζερ. Έπακολουθεί αποδιέγερση που προκαλεί διεγερση σε περισσότερα ίοντα. Τά παραγόμενα φωτόνια ανακλώνται διαδοχικά πάνω στις δύο έπαργυρωμένες βάσεις του κυλίνδρου. Έπειτα από διαδοχικές διεγέρσεις και αποδιεγέρσεις διαρκώς περισσότερων ιόντων χρωμίου έρχεται μία στιγμή που ένα πολύ μεγάλο πλήθος ιόντων χρωμίου βρίσκονται σε διεγερση και απότομα

* Stimulated emission

αποδιεγείρονται όλα μαζί. Τότε από τη συσκευή βγαίνει μία δέσμη παράλληλων ακτίνων ερυθρού φωτός ($\lambda = 6943 \text{ \AA}$). Αυτή η ακτινοβολία έχει τὰ ἑξῆς χαρακτηριστικά: 1) μεταφέρει μεγάλη ἑνέργεια· 2) εἶναι ἀπόλυτα μονοχρωματική, δηλαδή ἀποτελεῖται ἀπὸ ἀκτινοβολία μόνο μιᾶς συχνότητας ν· 3) ἀποτελεῖται ἀπὸ ἀπόλυτα παράλληλες ακτίνες.

Ἡ δέσμη «ακτίνων λέιζερ» διαδίδεται σὲ μεγάλη ἀπόσταση χωρὶς διασπορά καὶ προκαλεῖ συγκέντρωση μεγάλης ἑνέργειας πάνω σὲ πολὺ μικρὴ ἐπιφάνεια.

Οἱ λέιζερ χρησιμοποιοῦνται σὲ διάφορες ἐφαρμογές, π.χ. σὲ ἐγχειρήσεις, γιὰ τὴ διάτρηση σκληρῶν ἀντικειμένων (μετάλλων, πολυτίμων λίθων), στίς τηλεπικοινωνίες.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

51. Τὸ ἄτομο ὕδρογόνου ἐκπέμπει ὁρατὲς ἀκτινοβολίες πού δίνονται ἀπὸ τὸν τύπο τοῦ Balmer :

$$\nu^* = R_H \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

ὅπου R_H εἶναι ἡ σταθερὴ Rydberg, $\nu^* = 1/\lambda$ καὶ n ἀκέραιος ἀριθμὸς μεγαλύτερος ἀπὸ 2 ($n > 2$). 1) Πόσο εἶναι τὸ μέγιστο καὶ τὸ ἐλάχιστο μῆκος κύματος καθὼς καὶ ἡ συχνότητα τῶν ἀκραίων φασματικῶν γραμμῶν τῆς σειρᾶς Balmer; 2) Πόση ἑνέργεια μεταφέρει ἓνα φωτόνιο ἀπὸ αὐτές τὶς ἀκτινοβολίες;

$$R_H \simeq 11 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}, \quad h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}.$$

52. Πόσο εἶναι τὸ ἐλάχιστο μῆκος κύματος σὲ καθεμίᾳ ἀπὸ τὶς πέντε σειρές ἀκτινοβολιῶν πού μπορεῖ νὰ ἐκπέμπει τὸ ἄτομο ὕδρογόνου; Πόση ἑνέργεια μεταφέρει καθένα ἀπὸ τὰ παραπάνω πέντε φωτόνια;

$$R_H \simeq 11 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}, \quad h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$$

53. Στὸ ἄτομο ὕδρογόνου ἡ ἀκτίνα (r) μιᾶς κβαντικῆς τροχιάς τοῦ ἠλεκτρονίου καὶ ἡ ταχύτητά του (v) πάνω σ' αὐτὴ τὴν τροχιά δίνονται ἀπὸ τὶς ἐξισώσεις :

$$r_n = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{n^2 \cdot h^2}{4\pi^2 \cdot m_e \cdot e^2} \quad (1) \quad \text{καὶ} \quad v_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi \cdot e^2}{n \cdot h} \quad (2)$$

ὅπου n εἶναι ὁ κύριος κβαντικὸς ἀριθμὸς. 1) Πόση εἶναι ἡ ἀκτίνα r_1 τῆς θεμελιώδους τροχιάς καὶ ἡ ταχύτητα v_1 τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω στὴ θεμελιώδη τροχιά; 2) Πόση εἶναι ἡ περίοδος T_1 καὶ ἡ συχνότητα ν_1 τῆς κινήσεως τοῦ ἠλεκτρονίου πάνω στὴ θεμελιώδη τροχιά; 3) Νά βρεθοῦν τὰ μεγέθη r , v , T καὶ ν γιὰ $n = 2, 3, 4$.

$$1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Cb}^2, \quad h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}.$$

$$m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}, \quad \pi^2 = 10.$$

54. Η ολική ενέργεια του ηλεκτρονίου πάνω σε μία κβαντική τροχιά ακτίνας r δίνεται από την εξίσωση :

$$E_{ολ} = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2r} \quad (1)$$

1) Νά υπολογιστεί η ολική ενέργεια E_1 του ηλεκτρονίου πάνω στη θεμελιώδη τροχιά, για την οποία είναι $r_1 = 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. 2) Οί ακτίνες των κβαντικών τροχιών σε συνάρτηση με τον κύριο κβαντικό αριθμό n δίνονται από την εξίσωση :

$$r_n = n^2 \cdot r_1 \quad (2)$$

Νά βρεθεί η ολική ενέργεια E_n του ηλεκτρονίου πάνω σε μία κβαντική τροχιά σε συνάρτηση με τα μεγέθη E_1 και n .

$$1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Cb}^2. \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}.$$

55. Στο άτομο υδρογόνου, πού βρίσκεται σε κανονική κατάσταση, το ηλεκτρόνιο κινείται γύρω από τον πυρήνα με συχνότητα $\nu = 6,6 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ και η ακτίνα της θεμελιώδους τροχιάς είναι $r_1 = 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. 1) Πόση είναι η μαγνητική ροπή m_1^* του μαγνητικού διπόλου πού δημιουργείται από την κυκλική κίνηση του ηλεκτρονίου; 2) Τό ηλεκτρόνιο πάνω σε μία κβαντική τροχιά ακτίνας r κινείται με ταχύτητα v και συχνότητα $\nu = v/2\pi r$. Αν λάβουμε υπόψη την πρώτη συνθήκη του Bohr, νά βρεθεί η μαγνητική ροπή m_n^* του μαγνητικού διπόλου πού δημιουργείται από την κίνηση του ηλεκτρονίου σε συνάρτηση με τον κύριο κβαντικό αριθμό n .

56. Στο άτομο υδρογόνου το ηλεκτρόνιο, όταν περιφέρεται πάνω στη θεμελιώδη τροχιά έχει ενέργεια $E_1 = -13,6 \text{ eV}$ και πάνω στη δεύτερη κβαντική τροχιά ($n=2$) έχει ενέργεια $E_2 = -3,4 \text{ eV}$. Πόσο είναι τό μήκος κύματος της ακτινοβολίας πού εκπέμπει τό άτομο υδρογόνου, όταν τό ηλεκτρόνιο του πέφτει από τή δεύτερη κβαντική τροχιά πάνω στη θεμελιώδη; $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$.

57. Τό άτομο υδρογόνου μπορεί νά εκπέμπει ακτινοβολία, όταν προσλάβει ενέργεια ίση με:

$$10,20 \text{ eV} \quad 12,09 \text{ eV} \quad 13,06 \text{ eV}$$

α) Νά βρεθεί σε καθεμιά από τίς παραπάνω τρείς περιπτώσεις ό κύριος κβαντικός αριθμός της τροχιάς στην οποία μεταπηδάει τό ηλεκτρόνιο μέσα στό άτομο υδρογόνου. β) Νά υπολογιστεί τό μήκος κύματος της ακτινοβολίας πού εκπέμπει τό άτομο υδρογόνου, όταν τό ηλεκτρόνιο ξαναγυρίζει πάλι πάνω στη θεμελιώδη τροχιά.

$$R_H = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}. \quad h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}. \quad c = 2,997 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$$

58. Τό μήκος κύματος της κίτρινης γραμμής D_1 των ατμών νατρίου είναι $\lambda = 590 \text{ nm}$. Πόση είναι η διαφορά ενέργειας μεταξύ των δύο κβαντικών τροχιών του ηλεκτρονίου πού αντιστοιχούν στην έκπομπή ή την απορρόφηση αυτής της ακτινοβολίας;

$$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}. \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/sec}.$$

59. Νά γραφούν οι δυνατές τιμές των τεσσάρων κβαντικών αριθμών για ένα ηλεκτρόνιο πού έχει κύριο κβαντικό αριθμό $n = 4$.

60. Νά γραφούν για τό άτομο ήλίου ${}_2\text{He}$ (σε κανονική κατάσταση) οι κβαντικοί αριθμοί των δύο ηλεκτρονίων του.

61. Νά γραφούν για τό άτομο λιθίου ${}_3\text{Li}$ (σε κανονική κατάσταση) οι κβαντικοί αριθμοί των τριών ηλεκτρονίων του.

57. Φασματοσκοπία τῶν ἀκτίνων Röntgen.

Στὴν Ὀπτική μὲ τὸ φράγμα περιθλάσεως (§ 41) παίρνουμε τὸ φάσμα μιᾶς δέσμης φωτεινῶν ἀκτίνων. Γιά τίς ἀκτίνες Röntgen τὸ κρυσταλλικὸ πλέγμα ἑνὸς κρυστάλλου παίζει τὸ ρόλο φράγματος περιθλάσεως καὶ ἐπομένως μπορούμε νὰ λάβουμε τὸ φάσμα μιᾶς δέσμης ἀκτίνων Röntgen. Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα ἀπέδειξε ὅτι ἡ δέσμη ἀκτίνων Röntgen, πού ἐκπέμπεται ἀπὸ τὴν ἀντικάθοδο, ὅταν ἀναλυθεῖ, δίνει ἓνα συνεχές φάσμα σὲ ὁποῖο προσθέτεται καὶ ἓνα γραμμικὸ φάσμα.

1. Τὸ συνεχές φάσμα τῶν ἀκτίνων Röntgen. Πρὸς τὴν πλευρὰ τῶν μεγαλύτερων συχνότητων τὸ συνεχές φάσμα τῶν ἀκτίνων Röntgen τελειώνει ἀπότομα, δηλαδὴ παρουσιάζει ἓνα σαφές ὄριο. Τὸ συνεχές φάσμα περιλαμβάνει πολλές συχνότητες, οἱ ὁποῖες ἀντιστοιχοῦν σὲ μιά μεγάλη ποικιλία φωτονίων Röntgen. Ἡ γένεσὴ τοῦ συνεχοῦς φάσματος ἐρμηνεύεται ὡς ἑξῆς:

Ἐνα ἠλεκτρόνιο πού βγαίνει ἀπὸ τὴ διάπυρη κάθοδο, ἐξαιτίας τῆς τάσεως U πού ὑπάρχει μεταξύ τῆς καθόδου καὶ τῆς ἀντικαθόδου, ἐπιταχύνεται καὶ φτάνει στὴν ἀντικάθοδο μὲ κινητικὴ ἐνέργεια $E_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ ἴση μὲ τὸ ἔργο $e \cdot U$ πού παράγεται ἀπὸ τὸ ἠλεκτρικὸ πεδίο κατὰ τὴ μεταφορὰ τοῦ ἠλεκτρονίου ἀπὸ τὴν κάθοδο ὡς τὴν ἀντικάθοδο, "Ἀρα ἰσχύει ἡ ἐξίσωση:

$$\text{ἐνέργεια ἠλεκτρονίου} \quad E_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = e \cdot U \quad (1)$$

Σύμφωνα μὲ τὴν ἠλεκτρομαγνητικὴ θεωρία τοῦ Maxwell, ὅταν ἓνα ἠλεκτρόνιο κινεῖται μὲ ἐπιτάχυνση ($\gamma > 0$ ἢ $\gamma < 0$), τότε τὸ ἠλεκτρόνιο ἀποβάλλει ἐνέργεια μὲ τὴ μορφή ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας, δηλαδὴ μὲ τὴ μορφή φωτονίων.

Ὅταν τὸ ἠλεκτρόνιο συγκρούεται μὲ τὴν ἀντικάθοδο καὶ προσπαθεῖ νὰ εἰσχωρήσει μέσα στὴν ὕλη της, τότε τὸ ἠλεκτρόνιο ὑφίσταται τροχόπδηση (φρενάρισμα) καὶ ἀποβάλλει ἓνα μέρος ΔE τῆς κινητικῆς ἐνέργειάς του μὲ τὴ μορφή ἑνὸς φωτονίου Röntgen, συχνότητος ν . Σ' αὐτὴ τὴν περίπτωση ἰσχύει ἡ σχέση:

$$\text{ἐνέργεια φωτονίου} \quad \Delta E = h \cdot \nu \quad \text{ἢ} \quad h \cdot \nu < E_{\text{κιν}}$$

"Ἀν ὅλη ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ($E_{\text{κιν}}$) τοῦ ἠλεκτρονίου μετατραπῇ σὲ ἐνέργεια ἑνὸς φωτονίου Röntgen, τότε αὐτὸ τὸ φωτόνιο ἔχει τὴ μέγιστη συχνότητα (ν_{max}) πού ἀντιστοιχεῖ στὴν ὑπάρχουσα τάση U . Ἐπομένως

ισχύει η εξίσωση:

$$\begin{array}{l} \text{μέγιστη ενέργεια} \\ \text{φωτονίου} \end{array} \quad h \cdot \nu_{\max} = E_{\text{κιν}} \quad \eta \quad h \cdot \nu_{\max} = e \cdot U \quad (2)$$

Από την εξίσωση (2) βρίσκουμε ότι η μέγιστη συχνότητα των φωτονίων Röntgen είναι:

$$\begin{array}{l} \text{μέγιστη συχνότητα} \\ \text{φωτονίων} \end{array} \quad \nu_{\max} = \frac{e \cdot U}{h} \quad (3)$$

Αυτή η μέγιστη συχνότητα του συνεχούς φάσματος των ακτίνων Röntgen αντιστοιχεί σε ένα ελάχιστο μήκος κύματος ίσο με :

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} \quad \eta \quad \lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U} \quad (4)$$

Από τα παραπάνω συνάγεται ότι τα μήκη κύματος των ακτινοβολιών του συνεχούς φάσματος των ακτίνων Röntgen δίνονται από τη σχέση :

$$\begin{array}{l} \text{ακτινοβολίες του} \\ \text{συνεχούς φάσματος} \end{array} \quad \lambda \geq \frac{h \cdot c}{e \cdot U} \quad (5)$$

Η σχέση (5) φανερώνει ότι στις πρακτικές εφαρμογές, μπορούμε να λάβουμε τόσο περισσότερο διεισδυτικές ακτίνες Röntgen (δηλαδή με μικρότερο μήκος κύματος λ), όσο μεγαλύτερη είναι η τάση U με την οποία επιταχύνονται τα ηλεκτρόνια.

2. Τό γραμμικό φάσμα των ακτίνων Röntgen. Τό γραμμικό φάσμα των ακτίνων Röntgen αποτελείται από όρισμένες ομάδες γραμμών που ονομάζονται σειρά K, σειρά L και σειρά M. Η έκπομπή του γραμμικού φάσματος εξηγείται ως εξής: Τα ηλεκτρόνια που πέφτουν πάνω στην αντικάθοδο έχουν μεγάλη κινητική ενέργεια. Τότε μερικά άτομα του μετάλλου απορροφούν σημαντική ενέργεια και αποκτούν μία άσταθη ενεργειακή κατάσταση που λέγεται διέγερση του ατόμου. Αλλά τό άτομο που διεγέρθηκε άμέσως επανέρχεται στή σταθερή ενεργειακή κατάστασή του αποβάλλοντας με τή μορφή φωτονίου Röntgen τήν ενέργεια που πήρε από τό ηλεκτρόνιο. Η συχνότητα που μπορεί νά έχει αυτό τό φωτόνιο Röntgen είναι ορισμένη και εξαρτάται από τή δομή του ατόμου του μετάλλου. Γι' αυτό πα-

πατηρούμε ότι τό γραμμικό φάσμα τών ακτίνων Röntgen είναι *χαρακτηριστικό του μετάλλου* πού αποτελεί την αντίκathοδο.

3. Συμπεράσματα τής φασματοσκοπίας τών ακτίνων Röntgen. 'Η πειραματική έρευνα απέδειξε ότι:

I. Μιά δέσμη ακτίνων Röntgen δίνει ένα συνεχές καί ένα γραμμικό φάσμα.

II. Τό συνεχές φάσμα τελειώνει απότομα μέ μία ακτινοβολία συχνότητας $\nu_{\max}$ πού εξαρτάται από τήν εφαρμοζόμενη τάση U.

III. Τό γραμμικό φάσμα αποτελείται από τρεις σειρές ακτινοβολιών (K, L, M) πού οι συχνότητές τους εξαρτώνται από τή φύση του μετάλλου πού χρησιμοποιείται ως αντίκathodos.

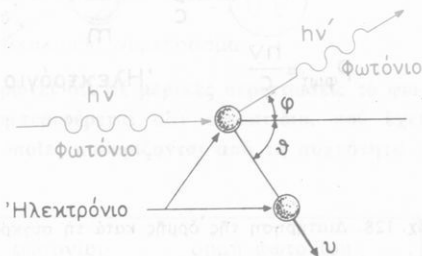
$$\frac{h \cdot \nu}{U} = \frac{h \cdot \nu_{\max}}{U} = \frac{h \cdot \nu_{\max}}{U} = \frac{h \cdot \nu_{\max}}{U}$$

$$\frac{h \cdot \nu}{U} = \frac{h \cdot \nu_{\max}}{U} = \frac{h \cdot \nu_{\max}}{U} = \frac{h \cdot \nu_{\max}}{U}$$

Φαινόμενο Compton – Φασματογράφος μαζών

58. Φαινόμενο Compton

Πάνω σέ ένα κομμάτι γραφίτη πέφτει ακτινοβολία Röntgen πού έχει μεγάλη συχνότητα ν . Τότε ό γραφίτης εκπέμπει μιά δευτερογενή ακτινοβολία *Röntgen*, ή όποία κατά μιά όρισμένη διεύθυνση έχει συχνότητα ν' μικρότερη από τή συχνότητα ν τής προσπίπτουσας ακτινοβολίας, δηλαδή είναι $\nu' < \nu$. Ταυτόχρονα από τό γραφίτη ξεφεύγουν ηλεκτρόνια, τά όποία συνήθως έχουν μικρή ταχύτητα. Τό φαινόμενο αυτό ονομάζεται *φαινόμενο Compton* και είναι αποτέλεσμα έλαστικής κρούσεως ένός φωτονίου μέ ένα ηλεκτρόνιο του γραφίτη (σχ. 127).



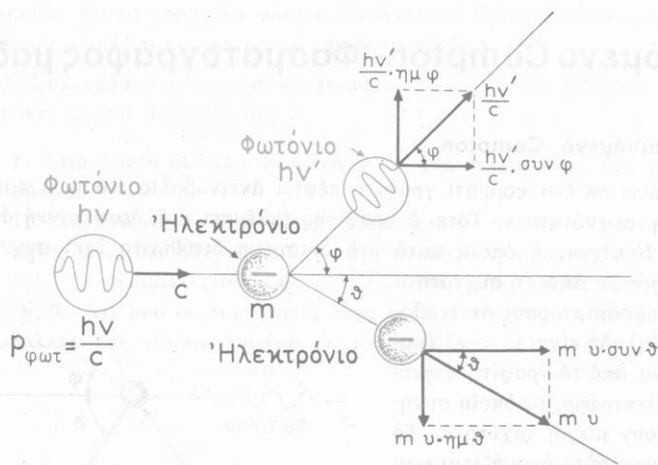
Σχ. 127. Φαινόμενο Compton.

α. Έρμηνεία του φαινομένου Compton. Είναι γνωστό ότι κατά τήν έλαστική κρούση δύο μαζών ισχύει ή άρχή τής διατηρήσεως τής ενέργειας και ή άρχή τής διατηρήσεως τής όρμης. Θεωρούμε ότι τό ηλεκτρόνιο του γραφίτη άρχικά βρίσκεται σέ ήρεμία και έχει μάζα m και όρμή ίση μέ μηδέν.

Διατήρηση τής ενέργειας στό φαινόμενο Compton. Πάνω στό ηλεκτρόνιο του γραφίτη πέφτει ένα φωτόνιο πού έχει ενέργεια $h\nu$. Μετά τήν κρούση εμφανίζεται ένα δευτερογενές φωτόνιο πού κατά μιά όρισμένη διεύθυνση έχει συχνότητα ν' και έπομένως έχει ενέργεια $h\nu'$ (σχ. 128). Τό ηλεκτρόνιο πού ξεφεύγει από τό γραφίτη κινείται κατά όρισμένη διεύθυνση μέ ταχύτητα πού έχει μέτρο v και έπομένως τό ηλεκτρόνιο έχει κινητική ενέργεια $\frac{1}{2}mv^2$. Τό πείραμα δείχνει ότι στό φαινόμενο Compton ισχύει ή άρχή διατηρήσεως τής ενέργειας, δηλαδή ισχύει ή εξίσωση:

$$h\nu = h\nu' + \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

Μάζα και όρμή του φωτονίου. Στό φαινόμενο Compton τό φωτόνιο συμπεριφέρεται σάν σωματίδιο πού έχει μάζα και όρμή. Σύμφωνα μέ τήν άρχή



Σχ. 128. Διατήρηση της όρμης κατά τη σύγκρουση του φωτονίου με το ηλεκτρόνιο.

της ισοδυναμίας μάζας και ενέργειας ή ενέργεια $h\nu$ του φωτονίου ισοδυναμεί με μάζα του φωτονίου $m_{\phi\omega\tau}$ και επομένως ισχύει η εξίσωση:

$$h\nu = m_{\phi\omega\tau} \cdot c^2$$

Άρα η ενέργεια του φωτονίου ισοδυναμεί με μάζα του φωτονίου :

$$\text{μάζα φωτονίου} \quad m_{\phi\omega\tau} = \frac{h\nu}{c^2} \quad (2)$$

Η ταχύτητα του φωτονίου έχει μέτρο c . Άρα η όρμη του φωτονίου ($p_{\phi\omega\tau}$) έχει μέτρο:

$$p_{\phi\omega\tau} = m_{\phi\omega\tau} \cdot c \quad \text{ή} \quad \text{όρμη φωτονίου} \quad p_{\phi\omega\tau} = \frac{h\nu}{c} \quad (3)$$

Διατήρηση της όρμης στο φαινόμενο Compton. Πριν από την κρούση το ηλεκτρόνιο έχει όρμη ίση με μηδέν και το φωτόνιο έχει όρμη που το μέτρο της είναι $\frac{h\nu}{c}$ (σχ.128). Μετά την κρούση το δευτερογενές φωτόνιο που παράγεται έχει όρμη, που το μέτρο της είναι $\frac{h\nu'}{c}$ και η διεύθυνσή της

σχηματίζει γωνία ϕ με τη διεύθυνση της όρμης του αρχικού φωτονίου. 'Από τό γραφίτη αποσπᾶται ἓνα ἠλεκτρόνιο πού ἡ ταχύτητά του ἔχει μέτρο u . 'Η όρμή αὐτοῦ τοῦ ἠλεκτρονίου ἔχει μέτρο mu καί ἡ διεύθυνσή της σχηματίζει γωνία θ με τή διεύθυνση τῆς όρμης τοῦ ἀρχικοῦ φωτονίου. Τό πείραμα δείχνει ὅτι στό φαινόμενο Compton ἰσχύει ἡ ἀρχή τῆς διατηρήσεως τῆς όρμης, δηλαδή ἰσχύουν οἱ ἀκόλουθες ἐξισώσεις:

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cdot \sin \phi + mu \cdot \sin \theta \quad (4)$$

$$\frac{h\nu'}{c} \cdot \eta \mu \phi - mu \cdot \eta \mu \theta = 0 \quad (5)$$

'Από τά παραπάνω συνάγεται τό ἀκόλουθο συμπέρασμα:

Τό φαινόμενο Compton φανερώνει ὅτι σέ μερικές περιπτώσεις τό φῶνιο μιᾶς ἀκτινοβολίας συμπεριφέρεται σάν σωματίδιο, πού ἔχει ἐνέργεια, μάζα καί όρμή, οἱ ὁποῖες καθορίζονται ἀπό τή συχνότητα ν τῆς ἀκτινοβολίας.

ἐνέργεια φωτονίου

$$E_{\text{φωτ}} = h\nu$$

μάζα φωτονίου

$$m_{\text{φωτ}} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$$

όρμή φωτονίου

$$p_{\text{φωτ}} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

β. Σωματιδιακή φύση τῆς ἀκτινοβολίας. Τό πείραμα ἀπέδειξε ὅτι ἡ ἠλεκτρομαγνητική ἀκτινοβολία σέ ὁρισμένες περιπτώσεις (συμβολή, περίθλαση, πόλωση) ἐκδηλώνει καθαρά τήν κυματική φύση της. Τό πείραμα ὅμως ἀπέδειξε ἐπίσης ὅτι ἡ ἠλεκτρομαγνητική ἀκτινοβολία σέ ὁρισμένες ἄλλες περιπτώσεις (φανόμενο Compton) συμπεριφέρεται ὡς ροή φωτονίων, τά ὁποῖα ἰσοδυναμοῦν μέ σωματίδια. Ὡστε ἡ πειραματική ἐρευνα ἀπέδειξε ὅτι ἡ ἠλεκτρομαγνητική ἀκτινοβολία παρουσιάζεται δισυνπύστατη καί ἀνάλογα μέ τό φαινόμενο πού ἐξετάζουμε, ἄλλοτε μᾶς ἐμφανίζει μόνο τήν κυματική φύση της καί ἄλλοτε μᾶς ἐμφανίζει μόνο τή σωματιδιακή φύση της. Τό φαινόμενο Compton ἀποδεικνύει ὅτι γιά τήν ἐνέργεια καί τή μάζα τοῦ φωτονίου ἰσχύει ἡ ἐξίσωση ἰσοδυναμίας $h\nu = m_{\text{φωτ}} c^2$.

'Από αὐτή τήν ἐξίσωση βρίσκουμε:

$$m_{\text{φωτ}} = \frac{h}{c\lambda}$$

ἄρα

$$\lambda = \frac{h}{m_{\text{φωτ}} c}$$

(6)

'Η ἐξίσωση (6) ἐκφράζει τό δισυνπύστατο τῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας, γιατί συνδέει τό μήκος κύματος λ (κυματική φύση) τῆς ἀκτι-

νοβολίας με τη μάζα $m_{\text{φωτ}}$ (σωματιδιακή φύση) ενός φωτονίου αυτής της ακτινοβολίας. Από τα παραπάνω συνάγεται ότι:

Η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, ανάλογα με το φαινόμενο που παρατηρούμε, εμφανίζει κυματικές ή σωματιδιακές ιδιότητες.

59. Ύλικά κύματα

Η κυματική και η σωματιδιακή φύση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας εκφράζεται με τη γνωστή εξίσωση:

$$\lambda = \frac{h}{m_{\text{φωτ}} c} \quad (1)$$

Ο Louis de Broglie (1924) απέδειξε θεωρητικά ότι η εξίσωση (1) ισχύει και για ένα σωματίδιο (ηλεκτρόνιο, πρωτόνιο, νετρόνιο κ.ά.) που έχει μάζα m , κινείται με ταχύτητα που το μέτρο της είναι v και επομένως το σωματίδιο έχει όρμη που το μέτρο της είναι mv . Άρα σέ-δρισμένες περιπτώσεις αυτό το σωματίδιο πρέπει να εμφανίζει *κυματικές ιδιότητες*. Έτσι ο de Broglie απέδωσε και *στήν ύλη* το δυσνόητο που εμφανίζει η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία και απέδειξε θεωρητικά ότι:

Ένα σωματίδιο, που έχει μάζα m και κινείται με ταχύτητα v , συνοδεύεται από ένα κύμα που έχει μήκος κύματος, το οποίο προσδιορίζεται από την εξίσωση:

$$\text{μήκος κύματος} \quad \lambda = \frac{h}{mv} \quad \text{ή} \quad \lambda = \frac{h}{p} \quad (2)$$

όπου h είναι η σταθερή του Planck και $p = mv$ είναι η όρμη του σωματιδίου. Το κύμα που συνοδεύει το κινούμενο σωματίδιο ονομάζεται *κύμα de Broglie* ή *ύλικό κύμα* ή και *κύμα ψ*. Αυτό το κύμα δεν είναι ηλεκτρομαγνητικής φύσεως, όπως συμβαίνει με το φωτόνιο. Η θεωρία του de Broglie άνοιξε νέους ορίζοντες στην ανάπτυξη της *Κβαντομηχανικής*.

Οι κυματικές ιδιότητες των κινούμενων σωμάτων δεν μπορούν να αποδειχτούν για τα συνηθισμένα σώματα του μακρόκοσμου που έχουν μεγάλη μάζα. Γιατί σ' αυτή την περίπτωση το μήκος κύματος λ του υλικού κύματος είναι πολύ μικρό και δεν μπορούμε με τα σύγχρονα όργανα να παρατηρήσουμε τα κυματικά φαινόμενα που οφείλονται στις κυματικές ιδιότητες των σωμάτων.

Παράδειγμα. Ένα σῶμα ἔχει μάζα $m = 1 \text{ gr}$ καὶ κινεῖται μέ ταχύτητα $v = 1 \text{ m/sec}$. Τότε τὸ μήκος κύματος λ τοῦ ὕλικου κύματος εἶναι:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}}{10^{-3} \text{ kgr} \cdot 1 \text{ m/sec}} \quad \text{καὶ} \quad \lambda = 6,6 \cdot 10^{-31} \text{ m}$$

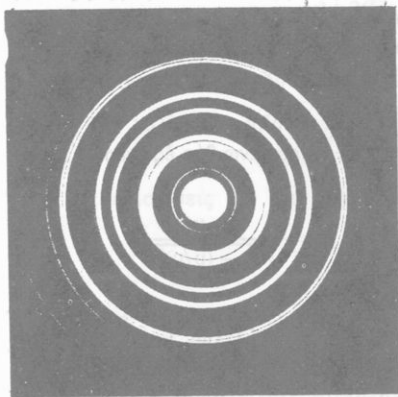
Τὰ κυματικά φαινόμενα πού ἀναφέρονται στό τόσο μικρό μήκος κύματος εἶναι ἀδύνατο νά παρατηρηθοῦν καὶ γι' αὐτὸ μένει ἀπαρατήρητη ἡ κυματική φύση τῶν συνηθισμένων σωμάτων.

Ἀντίθετα γιὰ ἓνα ἠλεκτρόνιο πού ἔχει μάζα $m = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kgr}$ καὶ κινεῖται μέταχύτητα $v = 6,6 \cdot 10^7 \text{ m/sec}$ τὸ μήκος κύματος λ τοῦ ὕλικου κύματος εἶναι:

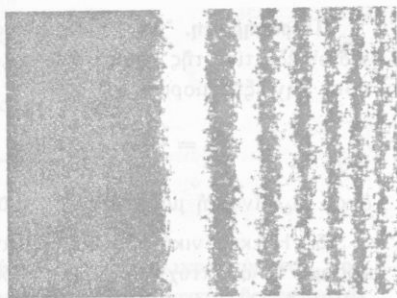
$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}}{9 \cdot 10^{-31} \text{ kgr} \cdot 6,6 \cdot 10^7 \text{ m/sec}} \quad \text{καὶ} \quad \lambda \simeq 10^{-11} \text{ m} \simeq 0,1 \text{ \AA}$$

Τὸ παραπάνω μήκος κύματος εἶναι τῆς ἴδια τάξεως μέ τὰ μήκη κύματος τῶν ἀκτίνων Röntgen καὶ ἐπομένως τὰ κυματικά φαινόμενα πού ἀναφέρονται στό κινούμενο ἠλεκτρόνιο εἶναι εὐκόλο νά παρατηρηθοῦν.

β. Πειραματική ἀπόδειξη τῶν ὕλικῶν κυμάτων. Οἱ κυματικές ιδιότητες πού ἔχουν τὰ κινούμενα σωματίδια ἀποδεικνύονται πειραματικά ἀπὸ τὰ φαινόμενα συμβολῆς καὶ περιθλάσεως πού παρατηροῦμε, ὅταν τὰ κινούμενα σωματίδια περνοῦν μέσα ἀπὸ λεπτά μεταλλικά φύλλα (σχ. 129), μέσα ἀπὸ λεπτές σχισμές ἢ πέφτουν πάνω στὴν ἀκμή λεπτῶν κρυστάλλων (σχ. 130). Τέτοια κυματικά φαινόμενα παρατηροῦμε ὄχι μόνο μέ ἠλεκτρόνια,



Σχ. 129. Περιθλάση δέσμης ἠλεκτρονίων πού περνοῦν μέσα ἀπὸ λεπτό φύλλο ἀλουμινίου.



Σχ. 130. Κροσσοὶ περιθλάσεως ἀπὸ δέσμη ἠλεκτρονίων πού πέφτει πάνω σὲ ἀκμή λεπτοῦ κυβικοῦ κρυστάλλου.

άλλα και με πρωτόνια και νετρόνια και ακόμη με άτομα ήλιου, νέου, αργού.

γ. Θεμελιώδεις εξισώσεις της Κβαντομηχανικής. Ένα σωματίδιο έχει μάζα m και κινείται με ταχύτητα v . Αν παραλείψουμε τη μεταβολή της μάζας του σωματιδίου εξαιτίας της ταχύτητάς του, τότε η μάζα του σωματιδίου ισοδυναμεί με ενέργεια $E = mc^2$. Το σωματίδιο έχει όρμη που το μέτρο της είναι $p = mv$. Η Κβαντομηχανική αποδεικνύει ότι το σωματίδιο αυτό συνοδεύεται από υλικό κύμα που έχει μήκος κύματος:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p} \quad \text{άρα} \quad \boxed{\text{όρμη σωματιδίου} \quad p = \frac{h}{\lambda}} \quad (3)$$

Η εξίσωση (3) δίνει την όρμη του σωματιδίου σε συνάρτηση με το μήκος κύματος λ του υλικού κύματος.

Τό υλικό κύμα έχει συχνότητα ν . Στην Κβαντομηχανική αποδεικνύεται ότι η ενέργεια E του σωματιδίου σε συνάρτηση με τη συχνότητα ν του υλικού κύματος δίνεται από την εξίσωση:

$$\boxed{\text{ενέργεια σωματιδίου} \quad E = h\nu} \quad (4)$$

Η εξίσωση (4) είναι ανάλογη με την εξίσωση του Planck, η οποία προσδιορίζει την ενέργεια του φωτονίου. Από τα παραπάνω συνάγεται το ακόλουθο συμπέρασμα:

Η Κβαντομηχανική αποδεικνύει ότι η ενέργεια E και η όρμη p ενός κινούμενου σωματιδίου σε συνάρτηση με τα κυματικά μεγέθη λ και ν του υλικού κύματος δίνονται από τις θεμελιώδεις εξισώσεις:

$$E = h\nu \quad \text{και} \quad p = h/\lambda$$

Παρατήρηση. Αν λάβουμε υπόψη τη μεταβολή της μάζας του σωματιδίου εξαιτίας της ταχύτητάς του, τότε οι παραπάνω δύο εξισώσεις παίρνουν την εξής μορφή.

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad \text{και} \quad p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

όπου m_0 είναι η μάζα ηρεμίας του σωματιδίου.

δ. Ήλεκτρονική Όπτική. Η ανακάλυψη των υλικών κυμάτων έδωσε αφορμή να αναπτυχθεί ο νέος κλάδος της Φυσικής που ονομάζεται Ήλεκτρονική Όπτική. Σημαντική εφαρμογή αυτού του κλάδου είναι το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο. Στο οπτικό μικροσκόπιο η διαχωριστική ικανότητα περιορίζεται από το μήκος κύματος του ορατού φωτός που χρησιμοποιούμε.

Όσο μικρότερο είναι το μήκος κύματος του φωτός, τόσο μεγαλύτερη είναι η διαχωριστική ικανότητα που πετυχαίνουμε. Τα υλικά κύματα που συνοδεύουν το κινούμενο ηλεκτρόνιο έχουν μήκη κύματος πολύ μικρότερα από τα μήκη κύματος των ορατών ακτινοβολιών και έτσι με το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο πετυχαίνουμε πολύ μεγάλη διαχωριστική ικανότητα. Έτσι αν ένα ηλεκτρόνιο κινείται με ταχύτητα $v = 1,5 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$, τότε το μήκος κύματος λ του υλικού κύματος είναι ίσο με $\lambda = 4 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ δηλαδή είναι 10^5 φορές μικρότερο από το μήκος κύματος της άκρας ορατής λώδους ακτινοβολίας ($\lambda = 4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$).

60. Υλικά κύματα μέσα στο άτομο υδρογόνου

α. Σχέση του μήκους κύματος λ με την ενέργεια του ηλεκτρονίου. Στο άτομο υδρογόνου το ηλεκτρόνιο κινείται μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο του πυρήνα και έχει δυναμική ενέργεια $E_{\text{δυν}}$ και κινητική ενέργεια:

$$E_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} m_e v^2 \quad (1)$$

Το ηλεκτρόνιο έχει ολική ενέργεια:

$$E_{\text{ολ}} = E_{\text{κιν}} + E_{\text{δυν}} \quad \text{άρα} \quad E_{\text{κιν}} = E_{\text{ολ}} - E_{\text{δυν}} \quad (2)$$

Από τις εξισώσεις (1) και (2) βρίσκουμε ότι η ταχύτητα v του ηλεκτρονίου είναι:

$$v = \sqrt{\frac{2(E_{\text{ολ}} - E_{\text{δυν}})}{m_e}} \quad (3)$$

Το μήκος κύματος λ του υλικού κύματος είναι:

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} \quad (4)$$

Από τις εξισώσεις (3) και (4) βρίσκουμε:

$$\lambda^2 = \frac{h^2}{2m_e (E_{\text{ολ}} - E_{\text{δυν}})} \quad (5)$$

Η εξίσωση (5) φανερώνει ότι:

Στο άτομο υδρογόνου το μήκος κύματος λ του υλικού κύματος, που συνοδεύει το ηλεκτρόνιο, είναι συνάρτηση της ενεργειακής κατάστασης του ηλεκτρονίου.

β. Επιτρεπόμενες τροχιές και ηλεκτρονικό νέφος. Στο άτομο υδρογόνου

νου τό ηλεκτρόνιο μπορεί νά κινείται μόνο πάνω σέ όρισμένες κβαντικές τροχιές πού καθορίζονται από τήν πρώτη συνθήκη τοῦ Bohr:

$$m_e v r = n \frac{h}{2\pi} \quad \text{ἤ} \quad 2\pi r = n \frac{h}{m_e v} \quad (6)$$

Τό ηλεκτρόνιο κινούμενο μέ ταχύτητα v πάνω σέ μιά κβαντική τροχιά ἀκτίνας r , συνοδεύεται ἀπό ὕλικο κύμα πού ἔχει μήκος κύματος:

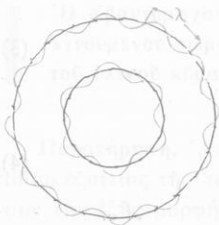
$$\lambda = \frac{h}{m_e v}$$

Ἐπομένως ἡ ἐξίσωση (6) φανερώνει ὅτι:

Στό ἄτομο ὕδρογόνου τό ηλεκτρόνιο μπορεί νά κινείται γύρω ἀπό τόν πυρήνα πάνω σέ όρισμένες τροχιές, πού τό μήκος τους ($2\pi r$) εἶναι ἀκέραιο πολλαπλάσιο (n) τοῦ μήκους κύματος (λ) τοῦ ὕλικου κύματος.

$$\text{ἐπιτρεπόμενες τροχιές} \quad 2\pi r = n \cdot \lambda$$

ὅπου n εἶναι ὁ κύριος κβαντικός ἀριθμός. Τό παραπάνω συμπέρασμα τῆς Κβαντομηχανικῆς ἐρμηνεύει τήν πρώτη συνθήκη τοῦ Bohr πού διατυπώθηκε αὐθαίρετα. Σύμφωνα μέ τήν Κβαντομηχανική, ὅπως πάνω σέ μιά



Σχ. 131. Τό μήκος τῆς τροχιάς τοῦ ηλεκτρονίου εἶναι ἀκέραιο πολλαπλάσιο τοῦ μήκους κύματος λ τοῦ ὕλικου κύματος.

χορδή σχηματίζεται ὁρισμένος ἐπιτρεπόμενος ἀριθμός στάσιμων κυμάτων ἔτσι καί πάνω σέ κάθε ἐπιτρεπόμενη τροχιά σχηματίζεται ὁρισμένο σύστημα στάσιμων ὕλικων κυμάτων (σχ. 131). Αὐτό τό σύστημα ἔχει τρεῖς διαστάσεις καί περιβάλλει ὁλόκληρο τόν πυρήνα. Τό σύστημα τῶν στάσιμων κυμάτων ἀποτελεῖ τό *ηλεκτρονικό νέφος* πού μέσα σ' αὐτό κατανέμεται ἡ μάζα καί τό φορτίο τοῦ ηλεκτρονίου. Σέ κάθε *ἐνεργειακή κατάσταση* τοῦ ηλεκτρονίου ἀντιστοιχεῖ ὁρισμένη μορφή τοῦ ηλεκτρονικοῦ νέφους (σχ. 132). Ἀπό τά παραπάνω συνάγεται τό ἀκόλουθο συμπέρασμα:

Στό ἄτομο ὕδρογόνου τό ηλεκτρόνιο, κινούμενο μέσα στό ηλεκτρικό πεδίο τοῦ πυρήνα, παίρνει διάφορες γεωμετρικές μορφές ηλεκτρονικοῦ νέφους, οἱ ὁποῖες ἀπλώνονται στό χῶρο γύρω ἀπό τόν πυρήνα.

Κάθε μορφή τοῦ ηλεκτρονικοῦ νέφους ἀντιστοιχεῖ σέ ὁρισμένη ἐνεργειακή κατάσταση τοῦ ηλεκτρονίου.

"Όπως βλέπουμε στο σχήμα 139 ή μορφή του ηλεκτρονικού νέφους σχετίζεται με τον κύριο κβαντικό αριθμό n καθώς και με τους άλλους κβαντικούς αριθμούς του ηλεκτρονίου.

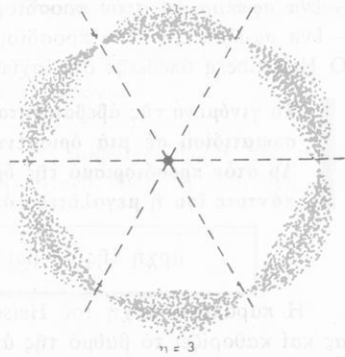
61. Αρχή της άβεβαιότητας

Στά μακροσκοπικά φαινόμενα από την κίνηση ενός σώματος πάνω στην τροχιά του μπορούμε να ξέρουμε *τή θέση* και *τήν ταχύτητα* του σώματος σε μία *ορισμένη χρονική στιγμή*.

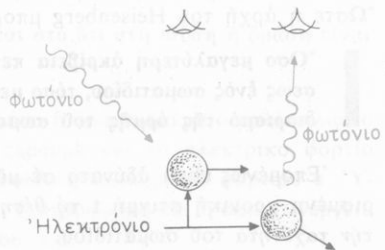
Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να προσδιορίσουμε *τή θέση* ενός ηλεκτρονίου που κινείται με σταθερή ταχύτητα v πάνω σε έναν άξονα (σχ. 133). Για να παρατηρήσουμε το ηλεκτρόνιο, πρέπει να αφήσουμε να πέσει πάνω του ένα φωτόνιο. Αυτό το φωτόνιο πρέπει έπειτα να μπει μέσα στο μικροσκόπιο με το οποίο κάνουμε την παρατήρηση.

Αλλά το φωτόνιο που πέφτει πάνω στο ηλεκτρόνιο έχει ενέργεια $h\nu$ και, όπως δείχνει το φαινόμενο Compton, ή πτώση του φωτονίου πάνω στο ηλεκτρόνιο ισοδυναμεί με μηχανική κρούση, ή οποία προκαλεί *μεταβολή της όρμης* του ηλεκτρονίου κατά Δp . Αυτή η μεταβολή της όρμης του ηλεκτρονίου είναι της ίδιας τάξεως με την όρμη του φωτονίου h/λ και προκαλείται, όταν προσπαθούμε να παρατηρήσουμε το *κινούμενο ηλεκτρόνιο*.

Ο Heisenberg (1927) απέδειξε ότι στην περίπτωση ενός σωματιδίου, όπως είναι το ηλεκτρόνιο, *δεν είναι δυνατό* να μετρηθούν ταυτόχρονα με ακρίβεια *ή θέση* και *ή ταχύτητα* του σωματιδίου. "Αν το σωματίδιο έχει μάζα m και κινείται πάνω στον άξονα Ox με ταχύτητα που το μέτρο της v είναι σταθερό, τότε το σωματίδιο έχει όρμη που το μέτρο της είναι ίσο με $p = mv$. "Αν σε μία ορισμένη χρονική στιγμή t προσδιορίσουμε *τή θέση* του σωματιδίου πάνω στην τροχιά του (δηλαδή την τετμημένη x) και *τήν όρμη* p του σωματιδίου, τότε στις μετρήσεις μας υπάρχουν πάντοτε:



Σχ. 132. Σχηματική παράσταση των υλικών κυμάτων στο άτομο υδρογόνου, όταν το ηλεκτρόνιο κινείται πάνω στην κβαντική τροχιά $n = 3$.



Σχ. 133. Για να παρατηρήσουμε το ηλεκτρόνιο πρέπει να πέσει πάνω του ένα φωτόνιο.

- ἓνα σφάλμα Δx στὸν προσδιορισμὸ τῆς θέσεως καὶ
 - ἓνα σφάλμα Δp στὸν προσδιορισμὸ τῆς ὁρμῆς τοῦ σωματιδίου.
- Ὁ Heisenberg ἀπέδειξε ὅτι ἰσχύει ἡ ἀκόλουθη ἀρχή:

Τὸ γινόμενο τῆς ἀβεβαιότητας Δx στὸν προσδιορισμὸ τῆς θέσεως ἐνὸς σωματιδίου σὲ μιὰ ὁρισμένη χρονικὴ στιγμή ἐπὶ τὴν ἀβεβαιότητα Δp στὸν προσδιορισμὸ τῆς ὁρμῆς κατὰ τὴν ἴδια χρονικὴ στιγμή εἶναι πάντοτε ἴσο ἢ μεγαλύτερο ἀπὸ τὴ σταθερὴ τοῦ Planck h .

$$\text{ἀρχὴ τῆς ἀβεβαιότητας} \quad \Delta x \cdot \Delta p \geq h$$

Ἡ παραπάνω ἀρχὴ τοῦ Heisenberg ὀνομάζεται ἀρχὴ τῆς ἀβεβαιότητας καὶ καθορίζει τὸ βαθμὸ τῆς ἀκρίβειας πού ἔχουν οἱ γνώσεις μας στὴν περιοχὴ τοῦ μικροκόσμου.

Ἐπειδὴ τὸ γινόμενο τῶν δύο σφαλμάτων $\Delta x \cdot \Delta p$ εἶναι πάντοτε ἴσο ἢ μεγαλύτερο ἀπὸ τὴ σταθερὴ h , συνάγεται ὅτι, ὅταν τὸ ἓνα ἀπὸ αὐτὰ τὰ σφάλματα τείνει πρὸς τὸ μηδέν, τὸ ἄλλο σφάλμα τείνει πρὸς τὸ ἄπειρο. Ὡστε ἡ ἀρχὴ τοῦ Heisenberg μπορεῖ νὰ διατυπωθεῖ καὶ ἔτσι:

Ὅσο μεγαλύτερη ἀκρίβεια πετυχαίνουμε στὸν προσδιορισμὸ τῆς θέσεως ἐνὸς σωματιδίου, τόσο μεγαλύτερο γίνεται τὸ σφάλμα στὸν προσδιορισμὸ τῆς ὁρμῆς τοῦ σωματιδίου καὶ ἀντίστροφα.

Ἐπομένως εἶναι ἀδύνατο σὲ μᾶς νὰ γνωρίζουμε ταυτόχρονα σὲ μιὰ ὁρισμένη χρονικὴ στιγμή t τὴ θέση καὶ τὴν ὁρμὴ τοῦ σωματιδίου, ἄρα καὶ τὴν ταχύτητα τοῦ σωματιδίου.

Ἡ ἀρχὴ τῆς ἀβεβαιότητας εἶναι μιὰ γενικὴ ἀρχὴ πού ἰσχύει γιὰ ὅλα τὰ ζεύγη μεταβλητῶν, πού μὲ αὐτὰ μπορεῖ νὰ χαρακτηριστεῖ ἡ κατάσταση ἐνὸς συστήματος. Ἐτσι π.χ. ἂν μετρήσουμε τὴν ἐνέργεια E πού ἐκπέμπει ἓνα σύστημα στὴ διάρκεια ἐνός χρόνου t , τότε τὸ σφάλμα ΔE στὸν προσδιορισμὸ τῆς ἐνέργειας καὶ τὸ σφάλμα Δt στὸν προσδιορισμὸ τοῦ χρόνου συνδέονται μὲ τὴ σχέση:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h$$

α. Ἡ δράση. Ἡ ἀβεβαιότητα πού ἐμφανίζεται, ὅταν μελετᾶμε τὸ μικρόκοσμο, δέν ὀφείλεται στὴν ἀτέλεια τῶν ἐπιστημονικῶν μας γνώσεων, ἀλλὰ ὀφείλεται σὲ μιὰ γενικὴ ιδιότητα τῆς Φύσεως.

Ξέρουμε ὅτι ἡ ἐνέργεια πού μεταφέρει ἓνα φωτόνιο δίνεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωση:

$$E = h \cdot \nu \quad \text{ἄρα} \quad h = \frac{E}{\nu} = \frac{\text{Joule}}{\text{sec}^{-1}} = \text{Joule} \cdot \text{sec}$$

Ώστε η σταθερή του Planck είναι ένα φυσικό μέγεθος που είναι ίσο με το γινόμενο ενέργειας (E) επί χρόνο (t). Ονομάζουμε δράση το γινόμενο της ενέργειας επί το χρόνο.

$$\text{δράση} = \text{ενέργεια} \cdot \text{χρόνος}$$

Άρα η σταθερή του Planck h εκφράζει τη μικρότερη δράση που υπάρχει στη Φύση και γι' αυτό την λέμε στοιχειώδη δράση ή κβάντομ δράσεως.

$$\text{στοιχειώδης δράση} \quad h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$$

Η πειραματική έρευνα απέδειξε ότι:

■ Στή Φύση η δράση είναι πάντοτε ίση με ακέραιο πολλαπλάσιο της στοιχειώδους δράσεως h.

Γι' αυτό λέμε ότι η δράση είναι ένα κβαντωμένο φυσικό μέγεθος.

■ Η αρχή της αβεβαιότητας βασίζεται στο ότι στη Φύση η δράση είναι ένα κβαντωμένο μέγεθος.

Παρατήρηση. Στή Φύση δεν είναι μόνο η δράση ακέραιο πολλαπλάσιο της στοιχειώδους δράσεως h. Όπως ξέρουμε και το ηλεκτρικό φορτίο είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του στοιχειώδους ηλεκτρικού φορτίου e. Υπάρχουν πολλά κβαντωμένα μεγέθη, π.χ. η στροφορμή και η όλική ενέργεια του ηλεκτρονίου στο άτομο υδρογόνου κ.ά.

β. Έφαρμογή της αρχής της αβεβαιότητας στο μικρόκοσμο και στο μακρόκοσμο. 1. Ένα ηλεκτρόνιο κινείται με ταχύτητα v. Η μάζα του ηλεκτρονίου κατά προσέγγιση είναι ίση με $m = 10^{-30} \text{ kgr}$. Θέλουμε να προσδιορίσουμε τη θέση του ηλεκτρονίου με ακρίβεια 0,01 Å. Τότε είναι $\Delta x = 10^{-12} \text{ m}$. Η αβεβαιότητα στον προσδιορισμό της όρμης είναι:

$$\Delta p \geq \frac{h}{\Delta x} \quad \text{άρα} \quad m \cdot \Delta v \geq \frac{h}{\Delta x}$$

Επομένως η αβεβαιότητα στον προσδιορισμό της ταχύτητας του ηλεκτρονίου είναι:

$$\Delta v \geq \frac{h}{m \cdot \Delta x} \quad \text{ή} \quad \Delta v \geq \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}}{10^{-30} \text{ kgr} \cdot 10^{-12} \text{ m}}$$

$$\text{και} \quad \Delta v \geq 6,6 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$$

Ἡ ἀβεβαιότητα στὸν προσδιορισμὸ τῆς ταχύτητας τοῦ ηλεκτρονίου εἶναι *μεγαλύτερη* ἀπὸ τὴν ταχύτητα τοῦ φωτός στὸ κενὸ ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$).

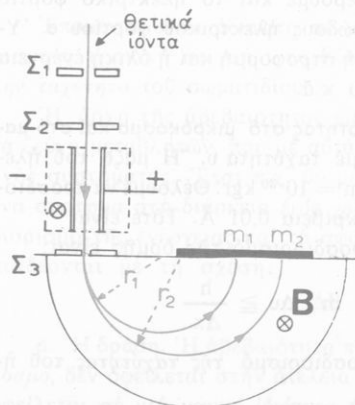
2. Ἐνα σῶμα ἔχει μάζα $m = 10^{-3} \text{ kg}$, κινεῖται μὲ ταχύτητα v καὶ θέλουμε νὰ προσδιορίσουμε *τὴ θέση του* μὲ τὴ μεγαλύτερη δυνατὴ ἀκρίβεια πού μᾶς δίνουν τὰ καλὰ μικροσκόπια. Τότε εἶναι $\Delta x = 2 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. Ἐπομένως ἡ ἀβεβαιότητα στὸν προσδιορισμὸ *τῆς ταχύτητας* τοῦ σώματος εἶναι:

$$\Delta v \geq \frac{h}{m \cdot \Delta x} \quad \text{ἢ} \quad \Delta v \geq \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}}{10^{-3} \text{ kg} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \text{ m}}$$

$$\text{καὶ} \quad \Delta v \geq 3,3 \cdot 10^{-24} \text{ m/sec}$$

Ἡ ἀβεβαιότητα στὸν προσδιορισμὸ *τῆς ταχύτητας* εἶναι *ἀσήμαντη*, γιατί εἶναι πολὺ μικρότερη ἀπὸ τὴν ἀκρίβεια πού πετυχαίνουμε στὶς μετρήσεις μας. Καὶ ἀντίστροφα ἡ ἀβεβαιότητα στὸν προσδιορισμὸ *τῆς θέσεως* αὐτοῦ τοῦ σώματος εἶναι ἐπίσης *ἀσήμαντη*, γιατί εἶναι πολὺ μικρότερη ἀπὸ τὴν ἀκρίβεια πού πετυχαίνουμε στὶς μετρήσεις μας. Τὰ παραπάνω δύο παραδείγματα δείχνουν ὅτι:

Ἡ ἀρχὴ τοῦ Heisenberg ἔχει ἐφαρμογὴ μόνο στὰ φαινόμενα τοῦ μικροκόσμου, ἐνῶ ἡ ἀβεβαιότητα πού εἰσάγει ἡ ἀρχὴ τοῦ Heisenberg στὰ μακροσκοπικὰ φαινόμενα εἶναι τελείως ἀσήμαντη.



Σχ. 134. Φασματογράφος μαζών.

Οἱ ἀκτίνες τῶν κυκλικῶν τροχιῶν τῶν θετικῶν ἰόντων εἶναι ἀνάλογες μὲ τὶς μάζες τῶν ἰόντων. $r_1/r_2 = m_1/m_2$.

62. Φασματογράφος μαζών

Γιὰ τὴ μέτρηση τῆς μάζας τῶν ἰόντων χρησιμοποιοῦμε τὸ *φασματογράφος μαζών* (σχ. 134). Μέσα σὲ ἀέροκενο σωλήνα παράγονται θετικά ἰόντα πού τὸ καθένα ἔχει μάζα m καὶ φορτίο q . Ἀρχικὰ τὰ θετικά ἰόντα ἐπιταχύνονται μὲ τὴν ἐπίδραση ἡλεκτρικοῦ πεδίου καὶ ἀποκοτῶν μεγάλη ταχύτητα. Μία λεπτὴ δέσμη ἀπὸ αὐτὰ τὰ ἰόντα περνάει ἀπὸ δύο σχισμὲς Σ_1 καὶ Σ_2 καὶ μπαίνει μέσα σὲ μιά περιοχὴ κενοῦ, στὴν ὁποία ὑπάρχει ἕνα ὁμογενὲς ἡλεκτρικὸ πεδίο ἐντάσεως $\vec{E}_1$ καὶ ἕνα ὁμογενὲς μαγνητικὸ πεδίο μὲ μαγνητικὴ ἐπαγωγὴ $\vec{B}_1$. Τὰ ἀνύσματα $\vec{E}_1$ καὶ $\vec{B}_1$ εἶναι κάθετα μεταξὺ τους

καί ἡ ταχύτητα $\vec{v}$ τῶν ἰόντων εἶναι κάθετη στίς δυναμικές γραμμές τῶν δύο πεδίων.

Τά ἀνύσματα $\vec{E}_1$ καί $\vec{B}_1$ ἔχουν τέτοια φορά, ὥστε οἱ δύο ἠλεκτρομαγνητικές δυνάμεις πού ἀναπτύσσονται πάνω στό ἰόν, δηλαδή ἡ ἠλεκτροστατική δύναμις $F_{\eta\lambda} = E_1 q$ καί ἡ ἠλεκτρομαγνητική δύναμις $F_{\mu\alpha\gamma\eta\nu} = qvB_1$, πού εἶναι ὁμοεπίπεδες νά ἔχουν ἀντίθετη φορά.

Γιά μερικά ἰόντα οἱ δύο δυνάμεις $\vec{F}_{\eta\lambda}$ καί $\vec{F}_{\mu\alpha\gamma\eta\nu}$ εἶναι ἴσες καί ἀντίθετες καί ἰσχύει ἡ σχέση:

$$E_1 \cdot q = q \cdot v \cdot B_2 \quad \text{ἄρα} \quad v = \frac{E_1}{B_1}$$

Τά ἰόντα πού ἔχουν αὐτή τήν ταχύτητα v δέν παθαίνουν καμιά ἐκτροπή, ἀλλά κινούνται εὐθύγραμμα καί περνώντας ἀπό μιά τρίτη σχισμὴ Σ_3 μπαίνουν μέσα σέ ὁμογενές μαγνητικό πεδίο κάθετα στίς δυναμικές γραμμές τοῦ πεδίου πού ἔχει μαγνητική ἐπαγωγή $\vec{B}$.

Αὐτό τό μαγνητικό πεδίο ἀναγκάζει τό ἰόν νά διαγράψει μιά ἡμιπεριφέρεια πού ἔχει ἀκτίνα r ἴση μέ:

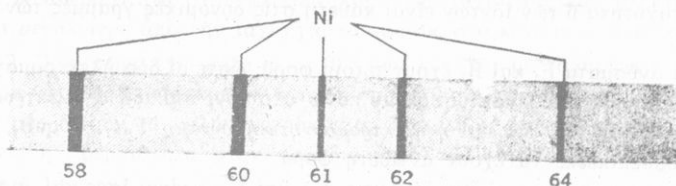
$$r = \frac{v}{q \cdot B} \cdot m \quad (1)$$

Ἡ ἐξίσωση (1) φανερώνει ὅτι ἰόντα πού ἔχουν τό ἴδιο φορτίο q διαγράφουν κυκλικές τροχιές πού οἱ ἀκτίνες τους εἶναι ἀνάλογες μέ τίς μάζες τῶν ἰόντων, δηλαδή ἰσχύει ἡ σχέση:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

Ἐτσι τά ἰόντα πού ἔχουν τήν ἴδια μάζα m , ἀφοῦ διαγράψουν μιά ἡμιπεριφέρεια μέ ἀκτίνα r , πέφτουν πάνω σέ φωτογραφική πλάκα καί σχηματίζουν πάνω σ' αὐτή μιά μαύρη ραβδῶση (εἶναι τό εἶδωλο τῆς σχισμῆς Σ_3). Ἀπό τή θέση τῆς ραβδῶσεως πάνω στήν πλάκα ὑπολογίζεται ἡ ἀκτίνα r τῆς κυκλικῆς τροχιάς καί ἀπό τήν ἐξίσωση (1) ὑπολογίζεται ἡ μάζα m τοῦ ἰόντος (ὅταν τά μεγέθη q , v καί B εἶναι γνωστά).

α. Διαχωρισμός τῶν ἰσοτόπων ἑνός στοιχείου. Ἄν ἡ ἀρχική δέσμη τῶν θετικῶν ἰόντων πού πέρασε ἀπό τή σχισμὴ Σ_3 ἀποτελεῖται ἀπὸ ἰόντα πού ἔχουν τό ἴδιο φορτίο q , ἀλλά διαφορετικὴ μάζα m , τότε πάνω στή φωτογραφική πλάκα σχηματίζονται τόσες μαύρες ραβδῶσεις, ὅσες εἶναι οἱ διάφορες τιμές πού ἔχει ἡ μάζα τῶν ἰόντων (σχ.135). Ἐπειδὴ κατὰ μεγάλη προσέγγιση ἡ μάζα τοῦ θετικοῦ ἰόντος εἶναι ἴση μέ τή μάζα τοῦ ἀτόμου τοῦ στοιχείου, ἔπεται ὅτι μέ τό φασματογράφο μαζῶν μετράμε τίς μάζες τῶν ἀτόμων.



Σχ. 135. Φασματογράφημα που δείχνει τό διαχωρισμό των πέντε ισotόπων του νικελίου.

Μέ τό φασματογράφο μαζών ανακαλύψαμε (Thomson, 1913) ότι ένα στοιχείο αποτελείται συνήθως από διάφορα είδη ατόμων που έχουν τις ίδιες χημικές ιδιότητες, αλλά διαφορετικές ατομικές μάζες. Έτσι ανακαλύφθηκαν τά ισotόπα ενός στοιχείου που ή ύπαρξή τους οφείλεται στή δομή του ατομικού πυρήνα τους.

Γιά νά προσδιορίσουμε τή σχετική αναλογία των διαφόρων ισotόπων σέ ένα στοιχείο, προσαρμόζουμε κατάλληλα τό φασματογράφο μαζών και μετράμε τό ολικό φορτίο των ιόντων που διαγράφουν τήν αντίστοιχη κυκλική τροχιά. "Ωστε:

Μέ τό φασματογράφο μαζών μετράμε τή μάζα των ατόμων και βρίσκουμε από πόσα ισotόπα και μέ ποιά αναλογία αποτελείται ένα στοιχείο.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

62. Μιά ακτινοβολία Röntgen μέ μήκος κύματος $\lambda = 7 \text{ \AA}$ πέφτει πάνω σέ ένα υλικό και τότε από τό υλικό ξεφεύγουν ηλεκτρόνια μέ ταχύτητα $v = 10^8 \text{ km/sec}$ και ταυτόχρονα παράγεται μία δευτερογενής ακτινοβολία που έχει μήκος $\lambda' > \lambda$. Νά υπολογιστεί τό μήκος κύματος λ' .

$$m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kgr.} \quad h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec.}$$

63. Μιά μονοχρωματική ακτινοβολία έχει μήκος κύματος $\lambda = 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. Πόση είναι ή μάζα και ή όρμη του φωτονίου αυτής της ακτινοβολίας;

$$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec.}$$

64. Τό κάθε φωτόνιο μιās μονοχρωματικής ακτινοβολίας έχει ενέργεια $E = 0,1 \text{ MeV}$. Νά βρεθεί: α) τό μήκος κύματος της ακτινοβολίας και β) ή μάζα και ή όρμη κάθε φωτονίου της ακτινοβολίας. $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec.}$

65. Πάνω σέ ένα υλικό πέφτει μία ακτινοβολία μέ μήκος κύματος λ_1 και τότε από τό υλικό ξεφεύγουν ηλεκτρόνια μέ ταχύτητα v και ταυτόχρονα παράγεται δευτερογενής ακτινοβολία μέ μήκος κύματος λ_2 . Ποιά σχέση συνδέει τήν ταχύτητα v των ηλεκτρονίων μέ τά μήκη κύματος λ_1 και λ_2 ;

66. Πάνω σέ ένα ηλεκτρόνιο, πού ήρεμεί, πέφτει ένα φωτόνιο πού έχει μήκος κύματος λ . Τότε παράγεται ένα δευτερογενές φωτόνιο πού έχει μήκος κύματος λ' . Βρίσκεται ὅτι ἡ μεταβολή τοῦ μήκους κύματος $\Delta\lambda$ (σέ μέτρα) εἶναι :

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e \cdot c}$$

Ποιά σχέση δίνει τήν ἀπώλεια ἐνέργειας ΔE τοῦ ἀρχικοῦ φωτονίου κατά τήν κρούση;

Ἐφαρμογή $\lambda = 0,712 \text{ \AA}$. $m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$

67. Ἐνας ἀτομικός πυρήνας έχει μάζα m καί ἐκπέμπει ένα φωτόνιο γ πού έχει συχνότητα ν . Πόση εἶναι ἡ ταχύτητα καί ἡ κινητική ἐνέργεια ἀνακρούσεως τοῦ ἀτομικοῦ πυρήνα;

68. Ἐνα φωτόνιο μέ μήκος κύματος λ πέφτει πάνω σέ ένα ὑλικό καί τότε ξεφεύγει ἀπό τό ὑλικό ένα ηλεκτρόνιο καί ταυτόχρονα παράγεται ένα δευτερογενές φωτόνιο πού έχει μήκος κύματος λ' καί ἡ διεύθυνση διαδόσεως τοῦ φωτονίου σχηματίζει γωνία φ μέ τή διεύθυνση διαδόσεως τοῦ ἀρχικοῦ φωτονίου. Νά βρεθεῖ : α) τό μήκος κύματος λ' τοῦ δευτερογενοῦς φωτονίου καί ἡ ταχύτητα v τοῦ ἐξερχόμενου ηλεκτρονίου· β) ἡ γωνία θ πού σχηματίζει ἡ διεύθυνση τῆς κινήσεως τοῦ ηλεκτρονίου μέ τή διεύθυνση τῆς κινήσεως τοῦ ἀρχικοῦ φωτονίου.

69. Νά δειχτεῖ ὅτι στό φαινόμενο Compton, ὅταν τό ἐξερχόμενο ηλεκτρόνιο έχει μεγάλη ταχύτητα, ἰσχύει ἡ ἐξίσωση :

$$h(\nu - \nu') = m_0 c^2 \left(\frac{1}{1 - (v/c)^2} - 1 \right)$$

ὅπου ν καί ν' εἶναι ἀντίστοιχα ἡ συχνότητα τῆς ἀρχικῆς καί τῆς δευτερογενοῦς ἀκτινοβολίας καί m_0 εἶναι ἡ μάζα ἡρεμίας τοῦ ηλεκτρονίου.

70. Πόσο εἶναι τό μήκος κύματος τοῦ ὑλικοῦ κύματος γιά ένα ηλεκτρόνιο πού έχει κινητική ἐνέργεια $E = 600 \text{ eV}$;

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. $h = 6,67 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$.

71. Τό μήκος κύματος τοῦ ὑλικοῦ κύματος ἑνός ηλεκτρονίου εἶναι $\lambda = 1,65 \text{ \AA}$. Πόση εἶναι ἡ ταχύτητα v τοῦ ηλεκτρονίου; $m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$.

72. Πόσο εἶναι τό μήκος κύματος τοῦ ὑλικοῦ κύματος ἑνός ηλεκτρονίου πού έχει ἐνέργεια $E = 1 \text{ MeV}$;

$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$. $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. $m_e c^2 = 0,51 \text{ MeV}$.

73. Ἐνα ηλεκτρόνιο καί ένα πρωτόνιο κινοῦνται ἔχοντας τήν ἴδια κινητική ἐνέργεια. Ποιό λόγο ἔχουν τά μήκη κύματος τῶν ὑλικῶν κυμάτων γι' αὐτά τά δύο σωματίδια; Μάζα ηλεκτρονίου m_e . Μάζα πρωτονίου $m_p = 1836 m_e$.

74. Σέ ένα ηλεκτρονικό μικροσκόπιο θέλουμε τό ὑλικό κύμα πού συνοδεύει τό ηλεκτρόνιο νά έχει μήκος κύματος $\lambda = 0,05 \text{ nm}$. Πόση τάση πρέπει νά ἐφαρμόσουμε γιά τήν ἐπιτάχυνση τῶν ηλεκτρονίων;

$m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$.

75. Στο άτομο υδρογόνου ή ακτίνα r των κβαντικών τροχιών σε συνάρτηση με τον κύριο κβαντικό αριθμό δίνεται από την εξίσωση :

$$r_n = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} \quad (1)$$

α) Πόσο είναι το μήκος κύματος του υλικού κύματος για το ηλεκτρόνιο, όταν τουτό κινείται πάνω στη θεμελιώδη τροχιά και πάνω στις δύο άμεσως επόμενες τροχιές; Δίνεται ότι για $n = 1$ είναι $r_1 = 0,529 \cdot 10^{-10}$ m. β) Πόσα υλικά κύματα σχηματίζονται πάνω σε κάθε τροχιά στις τρεις παραπάνω περιπτώσεις;

76. Ένα ηλεκτρόνιο κινείται με ταχύτητα v και θέλουμε να προσδιορίσουμε τη θέση του με ακρίβεια $\Delta x = 0,02 \text{ \AA}$. Πόση είναι ή αβεβαιότητα Δv στον προσδιορισμό της ταχύτητας του ηλεκτρονίου;

$$m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kgr.} \quad h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec.}$$

77. Ένα βλήμα έχει μάζα $m = 100 \text{ gr}$, κινείται με ταχύτητα v και ή θέση του προσδιορίζεται με ακρίβεια $\Delta x = 1 \text{ \mu m}$. Πόση είναι ή αβεβαιότητα Δv στον προσδιορισμό της ταχύτητας του βλήματος; $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec.}$

78. Ένα σωματίδιο έχει μάζα $m = 10^{-30} \text{ kgr}$, κινείται με ταχύτητα v που προσδιορίζεται με ακρίβεια ίση με $\Delta v = 1 \text{ km/sec}$. Με πόση ακρίβεια προσδιορίζεται ή θέση του σωματιδίου; $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec.}$

79. Η διάμετρος του ατόμου υδρογόνου είναι $\delta = 10^{-8} \text{ cm}$. Όταν το άτομο υδρογόνου βρίσκεται στην κανονική κατάσταση, το ηλεκτρόνιο του κινείται πάνω στη θεμελιώδη τροχιά με ταχύτητα $v = 2200 \text{ km/sec}$. α) Αν ή αβεβαιότητα στον προσδιορισμό της ταχύτητας του ηλεκτρονίου είναι $\Delta v = 0,01 v$, να βρεθεί πόση είναι ή αβεβαιότητα Δx στον προσδιορισμό της θέσεώς του. β) Ποιά σχέση έχει ή αβεβαιότητα Δx με τη διάμετρο δ του ατόμου;

$$m_p = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kgr.} \quad h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec.}$$

80. Η θέση ενός ηλεκτρονίου πάνω στην εὐθύγραμμη τροχιά του κατά μιά χρονική στιγμή t προσδιορίζεται με αβεβαιότητα $\Delta x = 10^{-9} \text{ m}$. Να βρεθεί ή αβεβαιότητα στον προσδιορισμό της ταχύτητας του ηλεκτρονίου και ή αβεβαιότητα στον προσδιορισμό της θέσεώς του 1 sec μετά τη χρονική στιγμή t .

81. Τά ιόντα πού θά εξετάσουμε σε ένα φασματογράφο μαζών έχουν τό καθένα από αυτά φορτίο $+q$ και κινούνται με ταχύτητες πού έχουν διαφορετικό μέτρο. Τά ιόντα μπαίνουν μέσα σε μιά περιοχή στην όποία επικρατεί ένα μαγνητικό πεδίο με μαγνητική επαγωγή $B = 0,4 \text{ T}$ και ένα ηλεκτρικό πεδίο με ένταση E . Τά άνυσματα $\vec{v}$, $\vec{B}$ και $\vec{E}$ είναι ανά δύο κάθετα μεταξύ τους. Πόσο πρέπει να είναι τό μέτρο της έντάσεως E του ηλεκτρικού πεδίου, ώστε τά ιόντα πού έχουν ταχύτητα $v = 2 \cdot 10^5 \text{ m/sec}$ να μή παθαίνουν καμιά έκτροπή από την άρχική διεύθυνσή τους;

82. Σε ένα φασματογράφο μαζών από τη σχισμή Σ_3 μπαίνουν μέσα στο μαγνητικό πεδίο οοο είδη ιόντων πού έχουν την ίδια ταχύτητα $v = 200 \text{ km/sec}$ και τό ίδιο θετικό φορτίο $+e$. Η ταχύτητα $\vec{v}$ είναι κάθετη στη μαγνητική επαγωγή $\vec{B}$, πού έχει μέτρο $B = 0,3 \text{ T}$. Ξέρουμε ότι τό ένα είδος των ιόντων είναι ιόντα δευτερίου $16, \text{O}^{16}$. Η απόσταση των δύο ειδών πού σχηματίζονται πάνω στην πλάκα είναι $\delta = 1,38 \text{ cm}$. Πόση είναι ή ατομική μάζα του δεύτερου είδους ιόντων;

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{26} \text{ άτομα / kgr} \cdot \text{atom.} \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb.}$$

ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Ἀνίχνευση τῶν σωματιδίων

63. Μέθοδοι ἀνιχνεύσεως τῶν σωματιδίων

Οἱ ραδιενεργοὶ πυρῆνες ἐκπέμπουν ἀκτινοβολίες πού ὀνομάζονται *πυρηνικὲς ἀκτινοβολίες* καὶ ἀποτελοῦνται ἀπὸ φορτισμένα ἢ οὐδέτερα *σωματίδια* καὶ ἀπὸ *φωτόνια* γ .

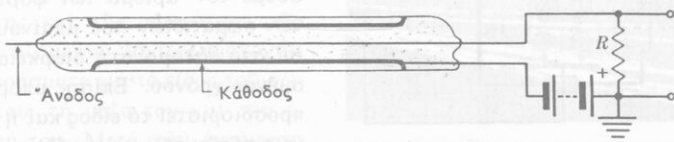
Κάθε πυρηνικὴ ἀκτινοβολία μεταφέρει *ἐνέργεια* καὶ ὅταν μπαίνει μέσα σέ ἕνα ὕλικό, ἡ ἀκτινοβολία *ἀπορροφᾶται* καὶ τότε ἀπὸ τὴν ἀλληλεπίδραση τῆς ἀκτινοβολίας καὶ τῆς ὕλης προκαλοῦνται *ὁρισμένα φαινόμενα*, πού κάνουν φανερὴ τὴν παρουσία τῶν πυρηνικῶν ἀκτινοβολιῶν.

Ὑπάρχουν δύο κατηγορίες διατάξεων γιὰ τὴν ἀνίχνευση τῶν σωματιδίων, διατάξεις πού κάνουν φανερό τὸ *φαινόμενο τοῦ ἰονισμοῦ* τῶν ἀτόμων τῆς ὕλης καὶ διατάξεις πού κάνουν φανερό τὸ *φαινόμενο τῆς διεγέρσεως* τῶν ἀτόμων τῆς ὕλης πού μέσα σ' αὐτὴ διαδίδεται ἡ πυρηνικὴ ἀκτινοβολία.

Τὸ φαινόμενο τοῦ ἰονισμοῦ μπορεῖ νά γίνει φανερό εἴτε μέ ἕνα *στιγμιαῖο ρεῦμα* (ρευματικὴ ῥοή), εἴτε ἂν γίνει *ὁρατός ὁ ἰονισμός* ἐξαιτίας δευτερογενῶν φυσικῶν ἢ χημικῶν φαινομένων πού προκαλεῖ ὁ ἰονισμός.

64. Ἀπαριθμητὴς Geiger - Müller

Ὁ *ἀπαριθμητὴς Geiger - Müller* ἀποτελεῖται ἀπὸ μεταλλικὸ κυλινδρικό σωλήνα μέ λεπτά τοιχώματα καὶ ἀπὸ λεπτὸ μεταλλικὸ σύρμα, πού εἶναι μονωμένο ἀπὸ τὰ τοιχώματα καὶ εἶναι τοποθετημένο κατὰ τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου (σχ. 136). Μέσα στὴ συσκευή ὑπάρχει ἀέριο, συνήθως ἀργό,



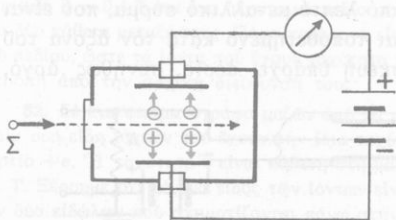
Σχ. 136. Σχηματικὴ παράσταση τοῦ ἀπαριθμητῆ Geiger - Müller.

υπό μικρή πίεση (5 - 10 cm Hg). Ο κύλινδρος αποτελεί τό αρνητικό ηλεκτρόδιο και τό σύρμα αποτελεί τό θετικό ηλεκτρόδιο. Μεταξύ αυτών των δύο ηλεκτροδίων εφαρμόζεται κατάλληλη τάση, χωρίς όμως νά είναι ικανή νά προκαλέσει εκκένωση. "Αν μέσα στή συσκευή μπει ένα φορτισμένο σωματίδιο, αυτό δημιουργεί ζεύγη ιόντων και έτσι προκαλείται εκκένωση. Αὐτή πρέπει νά διαρκέσει ἐπὶ ἐλάχιστο χρόνο, ὥστε ὁ ἀπαριθμητής νά εἶναι ἄμέσως ἑτοιμος νά λειτουργήσει πάλι, μόλις μπει μέσα σ' αὐτόν ένα ἄλλο φορτισμένο σωματίδιο. Ἡ γρήγορη ἀπόσβεση τῆς ἐκκένωσης ἐξασφαλίζεται μέ διάφορους τρόπους καί ἔτσι ὁ ἀπαριθμητής μπορεῖ νά λειτουργεῖ ταχύτατα.

Κάθε ἐκκένωση εἶναι ένα στιγμιαῖο ρεῦμα (ρευματική ὥθηση) πού, ἀφοῦ ἐνισχυθεῖ, μπορεῖ νά καταγραφεῖ πάνω σέ φωτογραφικό φιλμ ἢ νά διαβιβαστεῖ σέ megάφωνο, ὁπότε θά ἀκούσουμε ένα σύντομο ἤχο (κρότο) ἢ νά διαβιβαστεῖ σέ κατάλληλη διάταξη καταμετρήσεως. Ἔτσι μπορούμε νά ἀποκαλύψουμε τήν παρουσία φορτισμένων σωματιδίων καί νά μετρήσουμε πόσα φορτισμένα σωματίδια μπαίνουν μέσα στόν ἀπαριθμητή στή διάρκεια ὀρισμένου χρόνου. Ὁ ἀπαριθμητής Geiger - Müller χρησιμοποιεῖται στήν ἐργαστηριακή ἐρευνα καί γιά τήν εὐκόλη ἀνίχνευση φορτισμένων σωματιδίων στό ἔδαφος ἢ στόν ἀέρα.

65. Θάλαμος ἰονισμού

Ὁ θάλαμος ἰονισμού εἶναι ένας ἐπίπεδος πυκνωτής πού βρίσκεται μέσα σέ δοχεῖο πού περιέχει ἀέριο (συνήθως εὐγενές ἀέριο). Μεταξύ των δύο ὀπλισμῶν τοῦ πυκνωτῆ δημιουργεῖται κατάλληλη τάση (σχ. 137). Ὅταν ἀνάμεσα στοὺς δύο ὀπλισμούς φτάσει ένα φορτισμένο σωματίδιο, τότε δημιουργοῦνται πολλά ζεύγη ιόντων. Μέ τήν ἐπίδραση τοῦ ηλεκτρικοῦ πεδίου τά ἐτερώνυμα ἰόντα κινοῦνται μέ ἐπιτάχυνση κατά ἀντίθετη φορά πρὸς τοὺς ἀντίστοιχους ὀπλισμούς τοῦ πυκνωτῆ. Αὐτή ἡ κίνηση τῶν ιόντων ἰσοδυναμεῖ μέ ηλεκτρικό ρεῦμα πού μπορούμε νά τό παρατηρήσουμε μέ



Σχ. 137. Σχηματική παράσταση τοῦ θαλάμου ἰονισμού.

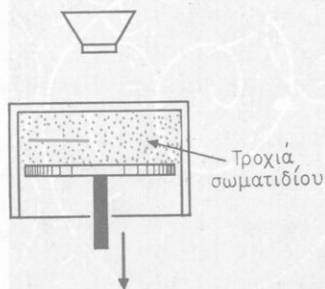
ένα εὐαίσθητο ὄργανο (μυλιαμπερόμετρο, ἀμπερόμετρο). Μέ τό θάλαμο ἰονισμού μπορούμε νά μετρήσουμε τόν ἀριθμό τῶν φορτισμένων σωματιδίων πού μπαίνουν μέσα στό θάλαμο στή διάρκεια ὀρισμένου χρόνου. Ἐπίσης μπορεῖ νά προσδιοριστεῖ τό εἶδος καί ἡ ἐνέργεια αὐτῶν τῶν σωματιδίων.

Ἡμιαγωγοί ἀπαριθμητές (semi-

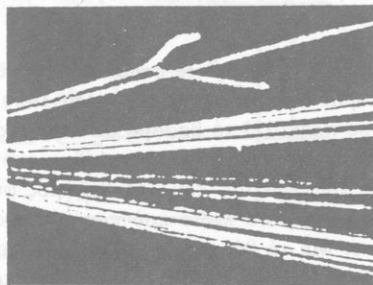
conductor counters). Σέ μία κρυσταλλοδίοδο $p-n$ ή περιοχή της συνδέσεως των δύο διαφορετικών ήμιαγωγών (p καί n) είναν ιδιαίτερα ευαίσθητη στά ιονίζοντα σωματίδια. Όταν ένα τέτοιο σωματίδιο εισχωρήσει στην περιοχή συνδέσεως των δύο ήμιαγωγών τότε ή κρυσταλλοδίοδος λειτουργεί σαν στερεός θάλαμος ιονισμού, πού είναν πολύ απλούστερος από τό θάλαμο ιονισμού μέ άέριο.

66* Θάλαμος Wilson

Ο θάλαμος Wilson ή θάλαμος νεφώσεως αποτελείται από έναν κύλινδρο καί μέσα σ' αυτόν υπάρχει άερας καί κορεσμένοι άτμοί αιθυλικής άλκοόλης. Η πάνω βάση του κυλίνδρου είναν μία γυάλινη πλάκα, ενώ ή κάτω βάση του αποτελεί έμβολο (σχ. 138). Αν τό έμβολο μετακινηθεί άπότομα πρός τά κάτω, τότε ό άέρας παθαίνει άδιαβατική έκτόνωση καί ψύχεται. Ένα μέρος των κορεσμένων άτμών υγροποιούνται καί σχηματίζουν μικρά σταγονίδια. Αν εκείνη τή στιγμή μπει μέσα στό θάλαμο ένα φορτισμένο σωματίδιο, αυτό δημιουργεί κατά μήκος της τροχιάς του ζεύγη ιόντων καί τό καθένα ίόν γίνεται κέντρο συγκεντρώσεως των μικρών σταγονιδίων. Έτσι κατά μήκος της τροχιάς του σωματιδίου σχηματίζεται μία λεπτή γραμμή πού μπορεί νά φωτογραφηθεί (σχ. 139). Συνήθως ό θάλαμος βρίσκεται μέσα σέ όμογενές μαγνητικό πεδίο καί τότε τό σωματίδιο διαγράφει καμπυλόγραμμη τροχιά. Από τή μορφή της τροχιάς, τό συνολικό μήκος της καί τήν πυκνότητα των σχηματιζόμενων ιόντων εξάγονται συμπεράσματα γιά τό είδος του σωματιδίου, τή μάζα του καί τήν ενέργειά του. Μετά τήν έκτόνωση ένα ηλεκτρικό πεδίο καθαρίζει τό θάλαμο από τά ίοντα πού σχηματί-



Σχ. 138. Σχηματική παράσταση του θαλάμου Wilson (θαλάμου νεφώσεως).

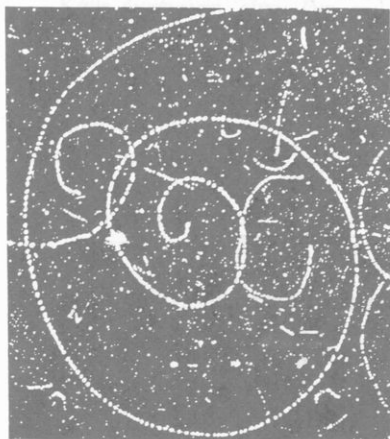


Σχ. 139. Φωτογραφία πού πάρθηκε μέ θάλαμο Wilson. Η διακλαδισμένη τροχιά δείχνει τό πείραμα του Rutherford.

στηκαν, γιά νά εἶναι ἔτοιμος γιά τή νέα ἐκτόνωση. Ὁ θάλαμος Wilson πρόσφερε μεγάλες ὑπηρεσίες στήν ἀναγνώριση καί τή μελέτη τῶν φορτισμένων σωματιδίων.

67*: Θάλαμος Glaser

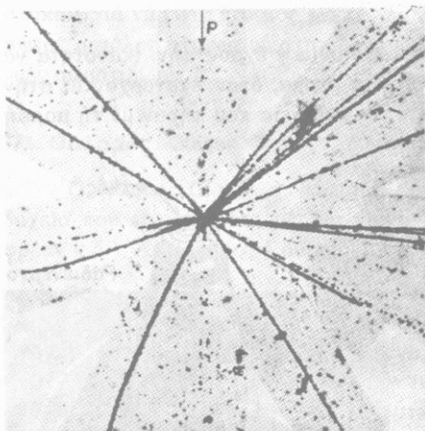
Ὁ θάλαμος Glaser ἢ θάλαμος φουσαλίδων ἀποτελεῖται ἀπό κλειστό δοχεῖο πού εἶναι γεμάτο μέ ἕνα καθαρό ὑγρό (προπάνιο, ὑγρό ὕδρογόνο, φρεόν κ.ἄ.). Αὐτό τό ὑγρό διατηρεῖται ὑπό πίεση μεγαλύτερη ἀπό τήν τάση



Σχ. 140. Φωτογραφία πού πάρθηκε μέ θάλαμο Glaser (θάλαμο φουσαλίδων). Διακρίνεται ἡ σπειροειδῆς τροχιά ἑνός ἠλεκτρονίου πού κινεῖται μέσα σέ μαγνητικό πεδίο.

τῶν κορεσμένων ἀτμῶν πού ἀντιστοιχεῖ στή θερμοκρασία τήν ὁποία ἔχει τό ὑγρό κατά τή στιγμή τοῦ πειράματος. Ὑπό τίς συνθήκες αὐτές δέν μπορεῖ νά συμβεῖ βρασμός τοῦ ὑγροῦ. Μέ ἕνα ἔμβολο προκαλοῦμε ἀπότομη ἐλάττωση τῆς πίεσεως πού ἐπιφέρεται στό ὑγρό. Ἔτσι ἡ πίεση αὐτή γίνεται μικρότερη ἀπό τήν ἀντίστοιχη τάση τῶν κορεσμένων ἀτμῶν καί μπορεῖ νά συμβεῖ βρασμός, δηλαδή σχηματισμός φουσαλίδων ἀπό ὁλόκληρη τή μάζα τοῦ ὑγροῦ. Ἡ ἔναρξη ὁμως τοῦ βρασμοῦ καθυστερεῖ ἐπὶ ἕνα ἐλάχιστο χρόνο (τῆς τάξεως τοῦ msec). Ἄν στή διάρκεια αὐτοῦ τοῦ χρόνου κινεῖται μέσα στό ὑγρό ἕνα φορτισμένο σωματίδιο, τότε κατά μήκος τῆς τροχιάς του σχηματίζονται

μικρές σφαιρικές φουσαλίδες ὑγροῦ, πού αἰωροῦνται μέσα στό ὑγρό καί μποροῦν νά φωτογραφηθοῦν (σχ. 140). Τό σωματίδιο πού κινεῖται μέσα στό ὑγρό προκαλεῖ τό βρασμό κατά μήκος τῆς τροχιάς του. Αὐτός ὁ βρασμός ὀφείλεται στόν ἰονισμό πού δημιουργεῖ τό κινούμενο σωματίδιο κατά μήκος τῆς τροχιάς του. Ὁ θάλαμος φουσαλίδων βρίσκεται μέσα σέ ὁμογενές μαγνητικό πεδίο πού προκαλεῖ καμπύλωση τῆς τροχιάς τοῦ σωματιδίου. Μέ τό θάλαμο φουσαλίδων μελετᾶμε τά σωματίδια ψηλῆς ἐνέργειας πού παράγονται στούς μεγάλους ἐπιταχυντές. Ἡ λειτουργία τοῦ θαλάμου εἶναι ἀπόλυτα συγχρονισμένη μέ τή λειτουργία τοῦ ἐπιταχυντή.



Σχ. 143. Σχηματισμός άστéρα σε πυρηνικό γαλάκτωμα από τη σύγκρουση ενός σωματιδίου υψηλής ενέργειας με έναν ατομικό πυρήνα του γαλακτώματος. Από τη συντριβή του πυρήνα σχηματίστηκαν πολλά ιονίζοντα σωματίδια.

δίου. Από τη μελέτη της τροχιάς βγάζουμε διάφορα συμπεράσματα (σχ. 143).

70*: Δοσιμετρία

Οί πυρηνικές ακτινοβολίες ανάλογα με τη φύση τους, προκαλούν διαφορετικά αποτελέσματα στον ανθρώπινο οργανισμό. Η δράση των πυρηνικών ακτινοβολιών εξαρτάται από την ποσότητα ενέργειας που απορροφά ο οργανισμός και από το χρόνο που διαρκεί η επίδραση της ακτινοβολίας πάνω στον οργανισμό.

Ονομάζεται *δόση ακτινοβολίας* ή ποσότητα ακτινοβολίας που απορροφά ένας οργανισμός ή ένα υλικό (άερας, νερό, τρόφιμα κ.λ.). Η μέτρηση της δόσεως μιας ακτινοβολίας γίνεται με ειδικά όργανα που λέγονται *δοσίμετρα* και η λειτουργία τους βασίζεται στις ιδιότητες που έχουν οί πυρηνικές ακτινοβολίες.

Η νεώτερη τεχνική συνδυάζει ένα σπινθηριστή με ένα φωτοπολλαπλασιαστή (σχ. 142) και έτσι η φωτεινή ενέργεια του σπινθηρισμού μετατρέπεται σε ένα στιγμιαίο ηλεκτρικό ρεύμα (ρευματική ώθηση).

69*: Πυρηνικά γαλακτώματα

Όταν ένα φορτισμένο σωματίδιο περνάει μέσα από ειδικό φωτογραφικό γαλάκτωμα (πυρηνικό γαλάκτωμα) που αποτελείται από βρωμιούχο άργυρο, τότε κατά μήκος της τροχιάς του σωματιδίου σχηματίζονται ιόντα αργύρου. Έτσι μετά την εμφάνιση της πλάκας διακρίνουμε την τροχιά του σωματι-

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

83. Ένα ραδιενεργό ισότοπο εκπέμπει σωματίδια α με ενέργεια $E = 5 \text{ MeV}$ τα οποία στον αέρα έχουν εμβέλεια $s = 5 \text{ cm}$. Για τον ιονισμό ενός μορίου του αέρα απαιτείται κατά μέσο όρο ενέργεια $E_{\text{ion}} = 25 \text{ eV}$. Πόσα ζεύγη ιόντων δημιουργεί μέσα στον αέρα αυτό το σωματίδιο και πόσα κατά χιλιοστόμετρο της διαδρομής του;

84. Για τον ιονισμό του ατόμου υδραργύρου απαιτείται ενέργεια ίση με $E_{\text{ion}} = 10,4 \text{ eV}$. Πόση πρέπει να είναι η μικρότερη δυνατή ταχύτητα ενός ηλεκτρονίου, που κατά τη σύγκρουσή του με ένα άτομο υδραργύρου θα προκαλέσει τον ιονισμό του ατόμου υδραργύρου; $m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

85. Ένας θάλαμος ιονισμού συνδέεται με ηλεκτρόμετρο που έχει χωρητικότητα $C = 0,5 \cdot 10^{-12} \text{ F}$ και η εδαισθησία της κλίμακας του είναι 4 διαιρέσεις για κάθε 1 Volt. Ένα σωματίδιο α που μπαίνει μέσα στο θάλαμο προκαλεί έκτροπή του δείκτη κατά 0,8 διαιρέσεις. Για το σχηματισμό ενός ζεύγους ιόντων απαιτείται ενέργεια 35 eV. Πόσα ζεύγη ιόντων σχηματίζονται μέσα στο θάλαμο και πόση ενέργεια σε MeV απαιτείται για το σχηματισμό αυτών των ιόντων; Καθένα ιόν έχει κατά απόλυτη τιμή φορτίο ίσο με e.

86. Σε ένα θάλαμο ιονισμού ο όπλισμός A_1 του πυκνωτή έχει εμβαδό $S = 1 \text{ cm}^2$ και η μιά επιφάνειά του έχει σκεπαστεί ομοιόμορφα με ένα ραδιενεργό ισότοπο που μεταστοιχειώνεται με έκπομπή ηλεκτρονίου. Απέναντι από αυτή την επιφάνεια και σε απόσταση $l = 1 \text{ mm}$ βρίσκεται ο άλλος όπλισμός A_2 που είναι μονωμένος και βρήκαμε

ότι δέχεται 1000 ηλεκτρόνια κατά δευτερόλεπτο που εκπέμπονται από το ραδιοϊσότοπο.

α) Γιατί μεταξύ των δύο όπλισμών του πυκνωτή δημιουργείται μια διαφορά δυναμικού που μεταβάλλεται με το χρόνο; β) Έπειτα από πόσο χρόνο αυτή η διαφορά δυναμικού θα είναι ίση με $U = 1 \text{ V}$; Υποθέτουμε ότι όλα τα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται από τον όπλισμό A_1 φτάνουν στον όπλισμό A_2 . γ) Όταν η διαφορά δυναμικού είναι $U = 1 \text{ V}$ πόση είναι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου; $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}$. $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

87. Οι ακτίνες β (ηλεκτρόνια) που εκπέμπονται από ένα ραδιενεργό ισότοπο έχουν πολύ μεγάλη ταχύτητα και η εμβέλειά τους στον αέρα είναι 25 cm. Η ενέργεια κάθε ηλεκτρονίου ξοδεύεται για τον ιονισμό των μορίων του αέρα, τα οποία το ηλεκτρόνιο συναντά στο δρόμο του. Για τον ιονισμό ενός μορίου του αέρα χρειάζεται κατά μέσο όρο ενέργεια 25 eV και κάθε ηλεκτρόνιο σχηματίζει 40 ζεύγη μονοσθενών ιόντων κατά χιλιοστόμετρο της διαδρομής του. Πόση είναι η ταχύτητα v και η μάζα m ενός ηλεκτρονίου αυτής της ακτινοβολίας; Μάζα ηρεμίας ηλεκτρονίου $m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

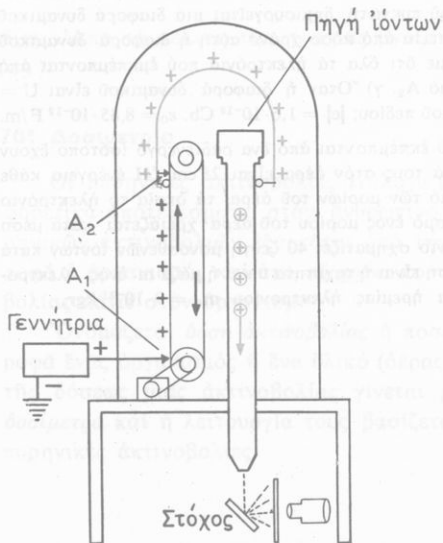
Ἐπιταχυντές

71. Ἐπιταχυντές

Γιά νά γνωρίσουμε τίς ιδιότητες καί τή δομή τοῦ πυρήνα, βομβαρδίζουμε ὁρισμένους πυρήνες μέ ἓνα εἶδος φορτισμένου σωματιδίου καί παρατηροῦμε τά ἀποτελέσματα τῆς ἀντιδράσεως τοῦ βλήματός μας μέ τόν πυρήνα. Ἀρχικά ὡς βλήματα χρησιμοποιήθηκαν τά σωματίδια α , πού ἐκπέμπονται ἀπό τά φυσικά ραδιοϊσότοπα καί ἡ ἐνέργειά τους δέν ξεπερνάει τά 8 MeV. Γιά νά ἀποκτήσουν τά φορτισμένα σωματίδια μεγάλες ἐνέργειες, χρησιμοποιοῦνται οἱ *ἐπιταχυντές*, δηλαδή εἰδικές διατάξεις πού ἐπιταχύνουν τά φορτισμένα σωματίδια μέ τήν ἐπίδραση *ἡλεκτρικοῦ πεδίου*. Ὑπάρχουν δύο κατηγορίες ἐπιταχυντῶν, οἱ *γραμμικοί* καί οἱ *κυκλικοί ἐπιταχυντές*.

Στούς *γραμμικούς ἐπιταχυντές* ἡ ταχύτητα $\vec{v}$ τῶν σωματιδίων ἔχει πάντοτε τήν ἴδια διεύθυνση καί φορά, γιατί πάνω στά σωματίδια ἐπιδρᾷ μόνο ἓνα *ἡλεκτρικό πεδίο*.

Στούς *κυκλικούς ἐπιταχυντές* πάνω στά σωματίδια ἐπιδρᾷ ἐκτός ἀπό τό *ἡλεκτρικό πεδίο* καί ἓνα *μαγνητικό πεδίο* πού ὁδηγεῖ τό σωματίδιο πάνω σέ μιά *κυκλική τροχιά*. Τό *ἡλεκτρικό πεδίο* δίνει στό σωματίδιο *ρυθμικά ἐπιτάχυνση*, π.χ. στό τέλος κάθε μισῆς στροφῆς.



Σχ. 144. Σχηματική παράσταση τῆς μηχανῆς Van de Graaff.

72. Μηχανή Van de Graaff

Ἡ *μηχανή Van de Graaff* εἶναι ἓνας *ἡλεκτροστατικός ἐπιταχυντής*. Ξέρουμε ὅτι στή *μηχανή Van de Graaff* ἡ σφαῖρα ἀποκτᾷ *θετικό φορτίο* καί *πολύ ψηλὸ δυναμικό* (σχ. 144). Τὰ *θετικά ἰόντα*, πού θέλουμε νά ἐπιταχυνθοῦν, *δημιουργοῦνται* στήν *ἀνώτερη ἄκρη* ἑνός *εὐθύγραμμου ἀερόκενου σωλήνα*. Στήν *κα-*

τώτερη άκρη του σωλήνα βρίσκεται ο στόχος που πάνω του πέφτουν τα ιόντα, αφού επιταχυνθούν. Αν π.χ. το δυναμικό της σφαίρας σχετικά με το έδαφος είναι $U = 8 \text{ MV}$, τότε ένα σωματίδιο α, που έχει φορτίο $q = 2e$ αποκτά κινητική ενέργεια ίση με :

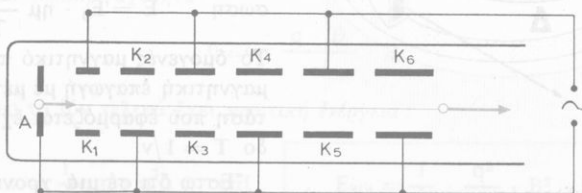
$$E_{\text{κιν}} = q \cdot U = 2e \cdot 8 \cdot 10^6 \text{ V} = 16 \cdot 10^6 \text{ eV} \text{ και } E_{\text{κιν}} = 16 \text{ MeV}$$

Η μηχανή Van de Graff μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την επιτάχυνση ηλεκτρονίων, αλλά σ' αυτή την περίπτωση η σφαίρα της μηχανής αποκτά αρνητικό φορτίο και μέσα στο σωλήνα εισάγονται τα ηλεκτρόνια που θέλουμε να επιταχυνθούν.

73*. Γραμμικός επιταχυντής

Ο γραμμικός επιταχυντής αποτελείται από μία σειρά κοίλων μεταλλικών κυλίνδρων που έχουν κοινό άξονα και βρίσκονται μέσα σε μακρύ αερόκενο σωλήνα (σχ. 145). Οι κύλινδροι συνδέονται με μία πηγή εναλλασσόμενης τάσεως έτσι, ώστε σε κάθε στιγμή δύο διαδοχικοί κύλινδροι να είναι αντίθετα φορτισμένοι. Έτσι, όταν οι περιττής τάξεως κύλινδροι (K_1, K_3, K_5) είναι θετικά φορτισμένοι, οι άρτιας τάξεως κύλινδροι (K_2, K_4, K_6) είναι αρνητικά φορτισμένοι και αντίστροφα. Η πολικότητα των κυλίνδρων αντιστρέφεται κάθε μισή περίοδο ($T/2$).

Στό έσωτερικό του κάθε κυλίνδρου δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο. Στο διάκενο όμως που υπάρχει μεταξύ δύο κυλίνδρων δημιουργείται εναλλασσόμενο ηλεκτρικό πεδίο. Το ιόν διατρέχει με σταθερή ταχύτητα κάθε κύλινδρο στη διάρκεια μιάς ήμιπεριόδου (δηλαδή σε χρόνο $T/2$) και βγαίνει από τον κύλινδρο στο διάκενο τη στιγμή που η τάση μεταξύ των δύο γειτονικών κυλίνδρων έχει λάβει τη μέγιστή τιμή της U_0 (δηλαδή όταν στο σχήμα το ηλεκτρικό πεδίο έχει φορά προς τα δεξιά). Έτσι το ιόν πηγαίνοντας από τον έναν κύλινδρο στον άμέσως επόμενο κύλινδρο επιταχύνεται. Επομένως, αν το ιόν έχει φορτίο q , τότε κάθε φορά που το ιόν δια-



Σχ. 145. Σχηματική παράσταση γραμμικού επιταχυντή.

Στή διάταξη εφαρμόζεται ψηλή συχνότητα

τρέχει τό διάκενο μεταξύ δύο διαδοχικών κυλίνδρων, ή ἐνέργεια τοῦ ἰόντος αὐξάνεται κατά $q \cdot U_0$.

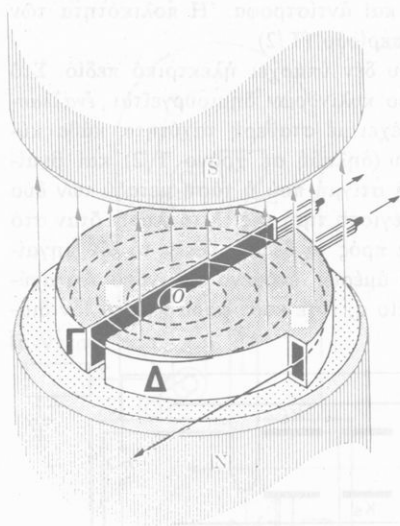
Ἐπειδή τό ἰόν διατρέχει διαδοχικά τοὺς κυλίνδρους μέ διαρκῶς μεγαλύτερη ταχύτητα, γι' αὐτό τά μήκη τῶν κυλίνδρων γίνονται διαρκῶς μεγαλύτερα.

Τό ἰόν ἀποκτᾷ πολύ μεγάλες ταχύτητες. Ἄρα, γιά νά μή ἔχουν οἱ κύλινδροι πολύ μεγάλο μήκος, χρησιμοποιοῦμε πολύ ψηλές συχνότητες (ὑπερ-συχνότητες, 200 MHz γιά τά ἰόντα, ὡς 3000 MHz γιά τά ἠλεκτρόνια).

Μέ τοὺς γραμμικούς ἐπιταχυντές τά πρωτόνια ἀποκοτῶν ἐνέργεια ὡς 100 MeV καί τά ἠλεκτρόνια ὡς 1 GeV (10^3 MeV).

74. Κύκλωτρο

Τό κύκλωτρο (cyclotron) ἀποτελεῖται ἀπό κοῖλο μεταλλικό κύλινδρο, πού ἔχει κοπεῖ σέ δύο ἡμικυλίνδρους σέ σχῆμα D. Αὐτοί ἀποτελοῦν τά δύο ἠλεκτρόδια τῆς συσκευῆς καί μεταξύ τους ὑπάρχει διάκενο (σχ.146). Τά δύο ἠλεκτρόδια βρίσκονται μέσα σέ ἀερόκενο θάλαμο πού εἶναι τοποθετημένος μεταξύ τῶν πόλων ἰσχυροῦ ἠλεκτρομαγνήτη. Στό κέντρο τοῦ διάκενου εἶναι ἡ πηγή τῶν ἰόντων τά ὁποῖα θέλουμε νά ἐπιταχύνουμε. Στά δύο ἠλεκτρόδια ἐφαρμόζεται ἐναλλασσόμενη τάση πού ἔχει συχνότητα ν .



Σχ. 146. κύκλωτρο (σηματική παράσταση). Στά δύο ἠλεκτρόδια Γ καί Δ ἐφαρμόζεται ψηλή τάση.

α. Ἀρχή τῆς λειτουργίας. Στό ἐσωτερικό τῶν δύο ἠλεκτροδίων δέν ὑπάρχει ἠλεκτρικό πεδίο, ἀλλά στό μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτροδίων διάκενο δημιουργεῖται ἐναλλασσόμενο ἠλεκτρικό πεδίο πού ἡ ἔντασή του μεταβάλλεται σύμφωνα μέ τήν ἐξίσωση $E = E_0 \cdot \eta \mu \frac{2\pi}{T} t$.

Τό ὁμογενές μαγνητικό πεδίο ἔχει μαγνητική ἐπαγωγή μέ μέτρο B . Ἡ τάση πού ἐφαρμόζεται ἔχει περίοδο $T = 1/\nu$.

Ἐστω ὅτι σέ μία χρονική στιγμή ἔνα θετικό ἰόν, πού ἔχει μάζα m καί φορτίο q , βρίσκεται στό διά-

κενο, όταν τό ηλεκτρόδιο Γ έχει θετικό δυναμικό καί τό ηλεκτρόδιο Δ έχει ἀρνητικό δυναμικό. Τότε στό διάκενο ὑπάρχει ηλεκτρικό πεδίο, τό ἰόν *ἐπιταχύνεται* καί μπαίνει μέσα στό ηλεκτρόδιο Δ, ὅπου δέν ὑπάρχει ηλεκτρικό πεδίο. Μέσα στό ηλεκτρόδιο Δ τό ἰόν κινεῖται μέ σταθερή ταχύτητα v , ἐξαιτίας ὁμως τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου διαγράφει κυκλική τροχιά μέ ἀκτίνα:

$$r = \frac{v \cdot m}{q \cdot B} \quad (1)$$

Τό ἰόν έχει:

$$\begin{aligned} \text{γωνιακή ταχύτητα} \quad \omega &= \frac{v}{r} \quad \text{ἢ} \quad \omega = \frac{q \cdot B}{m} \\ \text{καί περίοδο} \quad T &= \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{ἢ} \quad T = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B} \end{aligned} \quad (2)$$

Ἡ ἐξίσωση (2) δείχνει ὅτι ἡ περίοδος T τῆς κυκλικῆς κινήσεως τοῦ ἰόντος εἶναι *ἀνεξάρτητη ἀπό τήν ἀκτίνα r* τῆς κυκλικῆς τροχιάς πού διαγράφει τό ἰόν.

Τό ἰόν κινεῖται μέσα στό ηλεκτρόδιο Δ ἐπί χρόνο $T/2$ καί βγαίνει ἀπό αὐτό τό ηλεκτρόδιο, όταν έχει ἀλλάξει ἡ πολικότητα τῶν δύο ηλεκτροδίων. Τότε τό ἰόν, διατρέχοντας τό διάκενο, *ἐπιταχύνεται* καί μπαίνει μέσα στό ηλεκτρόδιο Γ, ὅπου κινεῖται μέ μεγαλύτερη ταχύτητα καί ἐπομένως διαγράφει κυκλική τροχιά μέ μεγαλύτερη ἀκτίνα (ἐξίσ. 1). Ἐτσι σέ κάθε ἐναλλαγή τῆς τάσεως (δηλαδή δύο φορές μέσα σέ κάθε περίοδο) τό ἰόν *ἐπιταχύνεται*, ἡ ταχύτητά του διαρκῶς αὐξάνεται καί ἐπομένως διαρκῶς αὐξάνεται καί ἡ ἀκτίνα r τῆς κυκλικῆς τροχιάς. Τό ἰόν διαγράφει ἓνα εἶδος ἑλικοειδοῦς τροχιάς καί τελικά βγαίνει μέ *μεγάλη κινητική ἐνέργεια* ἀπό ἓνα κατάλληλο ἄνοιγμα καί πέφτει πάνω στό στόχο.

Ὑπολογισμός τῆς ἐνέργειας τοῦ βλήματος. Ἄν ἡ τελική κυκλική τροχιά πού διαγράφει τό βλήμα έχει ἀκτίνα R , τότε τό ἰόν βγαίνει ἀπό τό κύκλοτρο μέ *τελική ταχύτητα*:

$$v_{\text{τελ}} = \frac{q \cdot B}{m} \cdot R$$

Ἐπομένως τό ἰόν τελικά έχει *κινητική ἐνέργεια*:

$$E_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{τελ}}^2 \quad \text{καί} \quad E_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{m} \cdot B^2 \cdot R^2$$

β. Συγχροκύκλοτρο. Στό κύκλοτρο ἡ συχνότητα ν τῆς κινήσεως τοῦ

ίοντος είναι σε κάθε στιγμή ίση με τη συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσεως και δίνεται από την εξίσωση:

$$\text{συχνότητα κινήσεως ιόντος} \quad v = \frac{1}{T} \quad \text{ή} \quad v = \frac{q \cdot B}{2\pi \cdot m} \quad (3)$$

Όταν όμως το ιόν αποκτά πολύ μεγάλη ταχύτητα, που πλησιάζει την ταχύτητα του φωτός, τότε η μάζα του ιόντος συνεχώς αυξάνεται και στην εξίσωση (3) πρέπει να βάλουμε:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

όπου m_0 είναι η μάζα ηρεμίας του ιόντος. Επομένως σύμφωνα με την εξίσωση (3) η συχνότητα v της κινήσεως του ιόντος συνεχώς ελαττώνεται και τότε η εναλλαγή της πολικότητας των ηλεκτροδίων δε συμπίπτει με την έξοδο του ιόντος από το ηλεκτρόδιο.

Σε μία διάταξη που ονομάζεται *συγχροκύκλοτρο* ή συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσεως συνεχώς ελαττώνεται, ώστε σε κάθε στιγμή να υπάρχει *συγχρονισμός* της συχνότητας της τάσεως με τη συχνότητα της κινήσεως του ιόντος.

Με το συγχροκύκλοτρο τά ιόντα αποκτούν πολύ μεγάλες ενέργειες (π.χ. ως 720 MeV τά πρωτόνια και ως 380 MeV τά σωματίδια α).

Παρατήρηση. Έκτός από το κύκλοτρο και το συγχροκύκλοτρο υπάρχουν και άλλοι πιο πολύπλοκοι κυκλικοί επιταχυντές (π.χ. το βήτατρο για την επιτάχυνση ηλεκτρονίων, το σύγχροτρο πρωτονίων κ.ά.).

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

88. Ένα σωματίδιο κινούμενο με μεγάλη ταχύτητα πλησιάζει σε έναν πυρήνα μαγνητίου ($Z = 25$). Πόση δύναμη ενεργεί πάνω στο σωματίδιο α, όταν αυτό φτάσει σε απόσταση $r = 10^{-12}$ cm από τον πυρήνα μαγνητίου και πόση είναι τότε η δυναμική ενέργεια του σωματιδίου α; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Cb.

89. Ένα ισότοπο του θορίου εκπέμπει σωματίδια α με ενέργεια $E = 7,33$ MeV. Ένα τέτοιο σωματίδιο σε πόση απόσταση r μπορεί να πλησιάσει σε έναν πυρήνα χρυσού ($Z = 79$): $m_\alpha = 6,69 \cdot 10^{-27}$ kg. $1 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13}$ Joule. $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Cb

90. Σε ένα γραμμικό επιταχυντή το ιόν, που έχει μάζα m και φορτίο q , ξεκινάει από την ηρεμία και κινείται μεταξύ του ηλεκτροδίου Α και του πρώτου κυλίνδρου K_1 (σχ. 160), διαν στο διάκενο ύπάρχει επιταχύνουσα τάση U_0 . α) Νά βρεθεί με πόση ταχύτητα v_1 μπαίνει το ιόν μέσα στον κύλινδρο K_1 και έπειτα με πόση ταχύτητα v_2 μπαίνει μέσα στον κύλινδρο K_2 . β) Άν ο επιταχυντής αποτελείται από n κυλίνδρους, και το ιόν επι-

ταχυνθεί n φορές, να βρεθεί εξίσωση που να δίνει στην τελική ταχύτητα v_n του ιόντος σε συνάρτηση με τον αριθμό n των κυλίνδρων.

91. Στο γραμμικό επιταχυντή του προηγούμενου προβλήματος 3 να βρεθεί: α) Ποιές σχέσεις δίνουν το μήκος l_1 και l_2 των δύο πρώτων κυλίνδρων K_1 και K_2 ; β) αν ο επιταχυντής αποτελείται από n κυλίνδρους, ποιά σχέση δίνει το μήκος l_n του n τάξεως κυλίνδρου K_n ;

92. Ένας γραμμικός επιταχυντής αποτελείται από $n = 16$ κυλίνδρους. Η εφαρμοζόμενη εναλασσόμενη τάση έχει συχνότητα $\nu = 10$ MHz και πλάτος $U_0 = 10$ kV. Το ιόν είναι πρωτόνιο με μάζα $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg και φορτίο $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Cb. Να βρεθεί η τελική ταχύτητα του ιόντος v_n και τα μήκη l_1, l_2, l_3 των τριών πρώτων κυλίνδρων.

93. Σε ένα κύκλοτρο το μαγνητικό πεδίο έχει μαγνητική επαγωγή $B = 1,2$ T και η διάμετρος του θαλάμου επιταχύνσεως είναι $2R = 1$ m. α) Πόση ταχύτητα έχει ένα δευτερόνιο, όταν τελειώσει το στάδιο της επιταχύνσεως του; β) Πόση τάση θα έπρεπε να διαθέτουμε για να προσδώσουμε στο δευτερόνιο αυτή την ταχύτητα; $m_D = 3,3 \cdot 10^{-27}$ kg.

94. Ένα σωματίδιο έχει μάζα m , θετικό φορτίο q και κινούμενο μέσα στο κύκλοτρο διαγράφει τελική τροχιά που έχει ακτίνα R . Να δειχτεί ότι το σωματίδιο αυτό μπορεί να αποκτήσει την ίδια κινητική ενέργεια, αν επιταχυνθεί από τάση U που δίνεται από την εξίσωση:

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{q}{m} \cdot B^2 \cdot R^2$$

όπου B είναι η μαγνητική επαγωγή του μαγνητικού πεδίου.

Εφαρμογή. Το σωματίδιο είναι δευτερόνιο που έχει

$q/m = 4,8 \cdot 10^7$ Cb/kg. $R = 0,48$ m. $B = 1,8$ T.

95. Από 1 gr ραδίου εκπέμπονται κάθε δευτερόλεπτο $n = 15,7 \cdot 10^{10}$ σωματίδια α. 1) Με πόση ένταση ρεύματος I_1 αντιστοιχεί αυτή η ροή των σωματιδίων α; 2) Ένα κανονικό κύκλοτρο δημιουργεί ροή θετικών ιόντων που αντιστοιχεί σε ένταση ρεύματος $I_2 = 100 \cdot 10^{-6}$ A. Πόση μάζα ραδίου απαιτείται, για να παραχθεί ρεύμα της ίδιας έντασεως I_2 ;

96. Ένα κύκλοτρο έχει ακτίνα $R = 0,5$ m και το μαγνητικό πεδίο έχει μαγνητική επαγωγή $B = 0,75$ T. α) Πόση ενέργεια αποκτά ένα πρωτόνιο; β) Στα δύο ηλεκτρόδια εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση που έχει πλάτος $U_0 = 20$ kV. Πόση ενέργεια αποκτά το πρωτόνιο κάθε φορά που περνάει μέσα από το μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων διάκενο; Πόσες φορές το πρωτόνιο θα περάσει μέσα από το διάκενο ώπου να αποκτήσει την τελική ενέργειά του; γ) Πόση πρέπει να είναι η συχνότητα της εφαρμοζόμενης τάσεως; δ) Σε πόσο χρόνο το πρωτόνιο αποκτά την τελική ενέργειά του; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg.

97. Σε ένα κύκλοτρο εισάγονται θετικά ιόντα που το καθένα έχει μάζα m και φορτίο q . Η επιταχύνουσα τάση είναι U και η μαγνητική επαγωγή του μαγνητικού πεδίου είναι B . Να βρεθεί εξίσωση που να δίνει την ακτίνα r της κυκλικής τροχιάς του ιόντος σε συνάρτηση με τα μεγέθη m, q, U, B και του αριθμού n των διαβάσεων του ιόντος από το μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων διάκενο.

98. Σε ένα κύκλοτρο εισάγονται πρωτόνια με άσημαντη αρχική ταχύτητα. Η εφαρμοζόμενη στά δύο ηλεκτρόδια εναλλασσόμενη τάση έχει πλάτος $U_0 = 5000$ V και η μα-

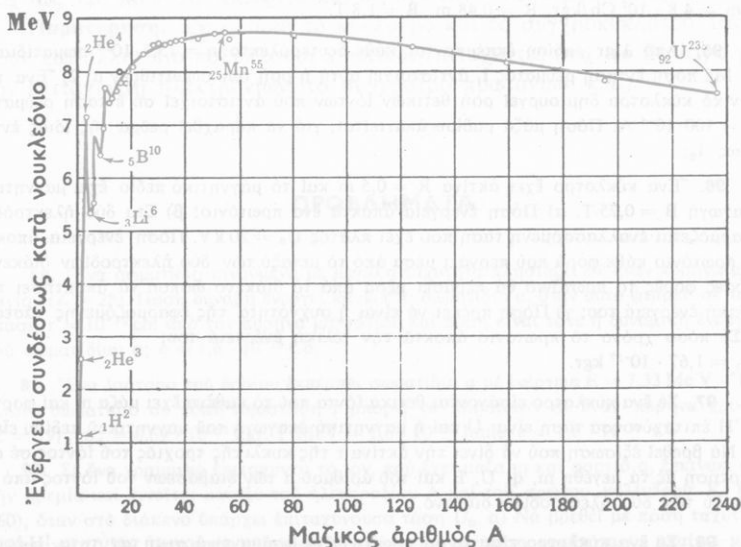
γνητική επαγωγή του μαγνητικού πεδίου είναι $B = 0,5 \text{ T}$. α) Νά υπολογιστεί η ακτίνα r της τροχιάς του πρωτονίου σε συνάρτηση με τον αριθμό n των διαβάσεων του πρωτονίου από το διάκενο που υπάρχει μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων. β) Νά υπολογιστούν οι ακτίνες που αντιστοιχούν στις τέσσερις πρώτες διαβάσεις του πρωτονίου από το διάκενο και οι αντίστοιχες ταχύτητες. $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

99. Σε ένα κύκλοτρο εισάγονται πρωτόνια με ασημαντή αρχική ταχύτητα. 'Η επιταχύνουσα τάση είναι $U = 5000 \text{ V}$ και η μαγνητική επαγωγή του μαγνητικού πεδίου είναι $B = 0,5 \text{ T}$. α) Πόσο χρόνο διαρκεί η κίνηση του πρωτονίου μέσα σε κάθε ηλεκτρόδιο; β) 'Η ακτίνα της τελικής τροχιάς είναι $R = 40 \text{ cm}$. Πόση είναι τελικά η ταχύτητα και η ενέργεια του πρωτονίου; γ) Πόσο χρόνο διαρκεί η κίνηση του πρωτονίου μέσα στη συσκευή; δ) Πόση είναι η συχνότητα της τάσεως που εφαρμόζεται στα ηλεκτρόδια; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Σύντηξη ελαφρών πυρήνων

75. Σύντηξη

'Η καμπύλη του σχήματος 147 δείχνει την *ένεργεια συνδέσεως κατά νουκλεόνιο*. Όσο μεγαλύτερη είναι αυτή η ενέργεια, τόσο σταθερότερος είναι ο πυρήνας.

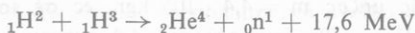


Σχ. 147. 'Η ενέργεια συνδέσεως κατά νουκλεόνιο μεταβάλλεται με το μαζικό αριθμό A .

Από τούς ελαφρούς πυρήνες ο πυρήνας ήλιου ${}^4_2\text{He}$ είναι εξαιρετικά σταθερός και χαρακτηρίζεται από μεγάλη ενέργεια συνδέσεως κατά νουκλεόνιο. Ίση με 7 MeV κατά νουκλεόνιο.

Σύντηξη ονομάζεται η πυρηνική αντίδραση κατά την οποία ελαφροί πυρήνες συνδέονται μεταξύ τους, όποτε σχηματίζεται ένας βαρύτερος και σταθερότερος πυρήνας και ταυτόχρονα ελευθερώνεται ενέργεια.

Παραδείγματα συντήξεως είναι οι ακόλουθες πυρηνικές αντιδράσεις:



Συνθήκες για την πραγματοποίηση συντήξεως. Μεταξύ των δύο πυρήνων που πρόκειται να συνδεθούν εξασκείται ηλεκτροστατική άπωση. Έπομένως οι δύο πυρήνες πρέπει να έχουν τόση κινητική ενέργεια, ώστε να πλησιάσουν πολύ ο ένας με τον άλλο και να μπορέσουν τότε να δράσουν οι πυρηνικές δυνάμεις που θα συνδέσουν τούς δύο πυρήνες.

Η κινητική ενέργεια που έχουν οι δύο πρός σύντηξη πυρήνες οφείλεται σε πολύ ψηλές θερμοκρασίες που φτάνουν σε αρκετά εκατομμύρια βαθμούς. Γι' αυτό οι πυρηνικές αντιδράσεις συντήξεως ονομάζονται και *θερμοπυρηνικές αντιδράσεις*.

76*. Προέλευση της άστρικής ενέργειας

Υπολογίζεται ότι ο Ήλιος εκπέμπει ισχύ $P = 4 \cdot 10^{26} \text{ W}$. Επίσης βρέθηκε ότι στον Ήλιο καθώς και στους περισσότερους άπλανεις άστερες ο πιο συνηθισμένος πυρήνας είναι ο πυρήνας υδρογόνου, δηλαδή το πρωτόνιο.

Η θεωρητική έρευνα, για να ερμηνεύσει την προέλευση της άστρικής ενέργειας, δέχεται ότι η άστρική ενέργεια ελευθερώνεται, όταν συμβαίνει σύντηξη τεσσάρων πρωτονίων, H^1 , και σχηματίζεται ένας πυρήνας ήλιου, He^4 . Αυτή η αντίδραση γίνεται στον κεντρικό πυρήνα των αστερών, όπου επικρατεί θερμοκρασία περίπου 20 εκατομμυρίων βαθμών. Έξαιτίας αυτής της τεράστιας θερμοκρασίας τα πρωτόνια έχουν μεγάλη κινητική ενέργεια και τότε μπορούν να συμβούν θερμοπυρηνικές αντιδράσεις.

Ακόμη δεν ξέρουμε πώς ακριβώς συμβαίνουν αυτές οι αντιδράσεις, αλλά το τελικό αποτέλεσμα τους είναι η σύντηξη τεσσάρων πρωτονίων και ο σχηματισμός ενός πυρήνα ήλιου He^4 . Ωστε:

Η αστρική ενέργεια ελευθερώνεται, όταν σχηματίζεται ένας πυρήνας ήλιου He^4 από τη σύντηξη τεσσάρων πρωτονίων H^1 .



Τά δύο ποζιτρόνια προκύπτουν από τη μετατροπή δύο πρωτονίων σε νετρόνια.

Η αστρική ενέργεια προέρχεται από τη συνεχή μετατροπή αστρικής ύλης σε ισοδύναμη ενέργεια σύμφωνα με την εξίσωση $E = mc^2$. Έτσι βρίσκουμε ότι η ισχύς P που εκπέμπει ο Ήλιος προέρχεται από τη μετατροπή ηλιακής μάζας $m = 4,4 \cdot 10^9 \text{ kg/sec}$ σε ισοδύναμη ενέργεια, δηλαδή στον Ήλιο κάθε δευτερόλεπτο 4,4 εκατομμύρια τόνοι ηλιακής μάζας μετατρέπονται σε ενέργεια. Υπολογίζεται ότι ο Ήλιος έχει την ικανότητα να εκπέμπει ενέργεια με τό σημερινό ρυθμό επί 30 δισεκατομμύρια έτη.

77*. Έφαρμογές της θερμοπυρηνικής αντίδρασης

α. Τό πλάσμα. Για να εκμεταλλευτούμε την ενέργεια που ελευθερώνεται κατά τη θερμοπυρηνική αντίδραση, πρέπει να πετύχουμε την έναρξη της πυρηνικής αντίδρασης και τη διατήρησή της. Οι ενέργειες, που πρέπει να αποκτήσουν οι δύο ελαφροί πυρήνες για να αρχίσει η θερμοπυρηνική αντίδραση, υπολογίζεται ότι απαιτούν θερμοκρασία πάνω από 10 εκατομμύρια βαθμούς. Άλλα σ' αυτή τη θερμοκρασία συμβαίνει πλήρης ιονισμός των ατόμων και τό άεριο μεταβάλλεται σε ένα μίγμα από ελεύθερους πυρήνες και ελεύθερα ηλεκτρόνια. Αυτό τό μίγμα ηλεκτρικώς είναι ουδέτερο και ονομάζεται πλάσμα (plasma).

Τό πλάσμα θεωρείται ως μιά τέταρτη κατάσταση της ύλης. Υπολογίζεται ότι τό 99 % της ύλης που υπάρχει στους άστρες και στους γαλαξίες είναι στην κατάσταση πλάσματος. Οι πυρήνες που υπάρχουν στό πλάσμα κινούνται με πολύ μεγάλες ταχύτητες και επομένως έχουν τόση κινητική ενέργεια, που μπορεί να προκαλέσει θερμοπυρηνική αντίδραση. Ωστε:

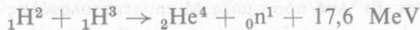
Γιά την έναρξη και τη διατήρηση της θερμοπυρηνικής αντίδρασης απαιτείται θερμοκρασία πολλών εκατομμυρίων βαθμών, στην οποία τό υλικό, που πρόκειται να υποβληθεί σε σύντηξη, έχει μεταβληθεί σε πλάσμα.

β. Μή έλεγχόμενη θερμοπυρηνική αντίδραση. Κατά την έκρηξη της βόμβας ουρανίου δημιουργείται θερμοκρασία περίπου 50 εκατομμυρίων

βαθμών και ή πίεση φτάνει σε 10^{11} ατμόσφαιρες. Σ' αυτές τις συνθήκες είναι δυνατή ή έναρξη τής θερμοπυρηνικής αντίδρασεως. Στή *θερμοπυρηνική βόμβα* ή και *βόμβα ύδρογόνου*, εκτός από τό υλικό πού πρόκειται νά υποβληθεί σε σύντηξη, υπάρχει και μιá μικρή βόμβα ουρανίου πού δημιουργεί τις απαραίτητες συνθήκες γιά τήν έναρξη τής θερμοπυρηνικής αντιδράσεως. Αυτή εξελίσσεται πολύ γρήγορα (μέσα σε χρονικό διάστημα τής τάξεως του 10^{-8} sec), ώστε ή ενέργεια ελευθερώνεται σχεδόν άκαριαία. 'Η έκρηξη τής βόμβας είναι μιá *μή ελεγχόμενη θερμοπυρηνική αντίδραση*.

'Η θερμοπυρηνική βόμβα έχει πολύ μεγάλη ισχύ, είναι ένα τρομερό όπλο, μπορεί όμως νά χρησιμοποιηθεί και γιά ειρηνικούς σκοπούς (π.χ. γιά εκβραχισμούς, γιά τή διάνοιξη νέων κόλπων στίς άκτές κ.ά.).

'Η πιό γρήγορα εξελισσόμενη θερμοπυρηνική αντίδραση είναι ή εξής:



γ. 'Ελεγχόμενη θερμοπυρηνική αντίδραση. 'Η πραγματοποίηση στό εργαστήριο μιās *ελεγχόμενης θερμοπυρηνικής αντιδράσεως* είναι πολύ δύσκολη και κυρίως γιά τούς εξής λόγους:

1. Γιά τήν έναρξη και τή διατήρηση τής αντιδράσεως απαιτούνται πολύ *ψηλές θερμοκρασίες* πού φτάνουν σε πολλά εκατομύρια βαθμούς.

2. Τό πλάσμα πρέπει νά δημιουργηθεί μέσα στό *κενό*, νά έχει *μεγάλη πυκνότητα* και νά *μή* έρχεται σε *έπαφή* μέ τά τοιχώματα του δοχείου πού μέσα σ' αυτό υπάρχει τό πλάσμα.

'Η θεωρητική και ή πειραματική έρευνα προσπαθεί νά πετύχει τήν ελεγχόμενη θερμοπυρηνική αντίδραση, ή όποία ελπίζουμε ότι θά λύσει όριστικά τό *ενεργειακό πρόβλημα* τής άνθρωπότητας.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

100. 'Από τή σύντηξη τεσσάρων πρωτονίων, ${}_1\text{H}^1$, σχηματίζεται ένας πυρήνας ήλίου, ${}_2\text{He}^4$. α) Νά γραφεί ή πυρηνική αντίδραση. β) Πόση ενέργεια σε MeV ελευθερώνεται όταν σχηματίζεται ένας πυρήνας ήλίου; γ) Πόση ενέργεια σε Joule ελευθερώνεται όταν σχηματίζεται 1 gr ήλίου;

'Ατομικές μάζες σε amu :

$\text{H}^1 = 1,007\,825$. $\text{He}^4 = 4,002\,604$. $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ άτομα/gr - atom. $1 \text{ amu} = 931 \text{ MeV}$.

$1 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Joule}$.

101. 'Από τή σύντηξη δύο δευτερονίων, ${}_1\text{H}^2$, σχηματίζεται ένας πυρήνας ήλίου, ${}_2\text{He}^4$. α) Να γραφεί ή πυρηνική αντίδραση. β) Πόση ενέργεια ελευθερώνεται σε MeV όταν σχηματίζεται ένας πυρήνας ήλίου; γ) Πόση ενέργεια σε Joule ελευθερώνεται όταν σχηματίζεται 1 gr ήλίου;

ΎΑτομικές μάζες σε amu :

$H^2 = 2,0141$. $He^4 = 4,0026$. $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ άτομα/gr - atom.

102. Όταν από τη σύντηξη τεσσάρων πυρήνων υδρογόνου σχηματίζεται ένας πυρήνας ήλιου, τότε τα $7/1000$ της μάζας του υδρογόνου μετατρέπονται σε ισοδύναμη ενέργεια. Πόση ενέργεια σε κιλοβατώρα μπορούμε να έχουμε από 1 kg υδρογόνου που τό υποβάλλουμε σε σύντηξη;

103. Νά βρεθεί η ενέργεια συνδέσεως του πυρήνα ήλιου, ${}_2He^4$, και νά υπολογιστεί σε κιλοβατώρα η ενέργεια που ελευθερώνεται, όταν σχηματίζεται από τα συστατικά του 1 kg ήλιου.

ΎΑτομικές μάζες σε amu :

$m_H = 1,007825$. $m_n = 1,008665$. $He^4 = 4,002604$. $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ άτομα/gr - atom.

104. Κατά τη δοκιμή μιάς θερμοπυρηνικής αντιδράσεως (βόμβα υδρογόνου) βρέθηκε ότι μάζα $m = 100$ gr μετατρέπεται σε ισοδύναμη ενέργεια. α) Πόση είναι σε kcal η ενέργεια που ελευθερώνεται; β) ΎΑπό πόση μάζα M τρινιτροτολουόλης μπορεί νά πρακύνει αυτή η ενέργεια, αν είναι γνωστό ότι κατά την έκρηξη ενός τόνου τρινιτροτολουόλης εκλύεται ενέργεια ίση με 10^8 kcal; $J = 4,2 \cdot 10^3$ Joule/kcal.

105. Σε μάζα υδρογόνου ίση με 1 gr περιέχονται $N_H = 6 \cdot 10^{23}$ άτομα υδρογόνου, ενώ σε μάζα 1 gr ουρανίου 235 , U^{235} , περιέχονται $N_U = 1,8 \cdot 10^{19}$ άτομα ουρανίου. Κατά τη σύντηξη 4 ατομικών πυρήνων υδρογόνου γιά τό σχηματισμό ενός πυρήνα ήλιου He^4 , ελευθερώνεται ενέργεια ίση με 28 MeV. Ένώ κατά τη διάσπαση ενός πυρήνα ουρανίου 235 ελευθερώνεται ενέργεια ίση με 200 MeV. Νά βρεθεί ο λόγος των ενεργειών E_H και E_U που ελευθερώνονται από ίση μάζα υδρογόνου και ουρανίου κατά τις αντίστοιχες πυρηνικές αντιδράσεις.

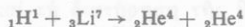
106. ΎΟ Ήλιος εκπέμπει ισχύ $P = 3,8 \cdot 10^{26}$ W που προέρχεται από τη σύντηξη πρωτονίων γιά τό σχηματισμό πυρήνων ήλιου He^4 . α) Πόση ήλιακή μάζα μετατρέπεται σε ενέργεια κατά δευτερόλεπτο; β) ΎΗ μάζα του Ήλιου είναι ίση με $M = 1,99 \cdot 10^{30}$ kg. Έπειτα από πόσο χρόνο από σήμερα η μάζα του Ήλιου θά έχει ελαττωθεί κατά τό ένα χιλιοστό της;

107. Είναι δυνατή η ακόλουθη πυρηνική αντίδραση (σύντηξη) :



Στό νερό βρίσκεται τό δευτέριο (H^2) σε αναλογία 0,0156 %. Γιά την εκμετάλλευση της παραπάνω πυρηνικής αντιδράσεως χρησιμοποιείται τό νερό μιάς λίμνης. ΎΗ μάζα του νερού είναι ίση με $m = 26 \cdot 10^{18}$ kg. Πόση ενέργεια σε kWh θά λάβουμε; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ μόρια/gr - mol.

108. Νά βρεθεί σε Joule και kcal η ενέργεια που ελευθερώνεται από ένα γραμμοάτομο λιθίου 7, Li^7 , κατά την ακόλουθη πυρηνική αντίδραση (σύντηξη) :



ΎΑτομικές μάζες σε amu :

$H^1 = 1,007825$. $Li^7 = 7,016004$. $He^4 = 4,002604$. $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ άτομα/gr - atom

$J = 4,2 \cdot 10^3$ Joule/kcal. $1 \text{ amu} = 1,49 \cdot 10^{-10}$ Joule.

Στοιχειώδη σωματίδια

78. Στοιχειώδη σωματίδια και αντισωματίδια

Όπως ξέρουμε μέσα στο άτομο υπάρχουν τρία στοιχειώδη σωματίδια:

τό ηλεκτρόνιο e^- , τό πρωτόνιο p και τό νετρόνιο n .

Σέ όρισμένες πυρηνικές αντιδράσεις εμφανίζονται άλλα τρία στοιχειώδη σωματίδια:

τό ποζιτρόνιο e^+ , τό νεutrόνιο $\bar{n}$ και τό αντινεutrόνιο $\bar{\nu}$.

Τό ποζιτρόνιο είναι ένα ηλεκτρόνιο, αλλά μέ θετικό φορτίο, δηλαδή είναι ένα αντιηλεκτρόνιο. Λέμε ότι τό ποζιτρόνιο είναι ένα αντισωματίδιο. Επίσης τό αντινεutrόνιο $\bar{\nu}$ είναι αντισωματίδιο.

Η πειραματική έρευνα απέδειξε ότι σέ κάθε σωματίδιο αντιστοιχεί ένα αντισωματίδιο. Έτσι βρέθηκε ότι τό πρωτόνιο p έχει αντισωματίδιο τό αντιπρωτόνιο $\bar{p}$, πού είναι ένα πρωτόνιο, αλλά μέ αρνητικό φορτίο.

Αντισωματίδια έχουν όχι μόνο τά σωματίδια πού έχουν ηλεκτρικό φορτίο, αλλά και τά ουδέτερα σωματίδια. Έτσι τό νετρόνιο n έχει αντισωματίδιο τό αντινεutrόνιο $\bar{n}$ πού διαφέρει από τό νετρόνιο ως προς τή μαγνητική ροπή.

Ωστε πειραματικά βρέθηκε ότι:

I. Όλα τά σωματίδια έχουν αντισωματίδια.

II. Τά αντισωματίδια των φορτισμένων σωματιδίων διαφέρουν από τά αντίστοιχα σωματίδια ως προς τό σημείο του φορτίου, ενώ τά αντισωματίδια των ουδέτερων σωματιδίων διαφέρουν από τά αντίστοιχα σωματίδια ως προς τή μαγνητική ροπή.

79. Μεσόνια

Όνομάζονται μεσόνια (mesons, από τήν ελληνική λέξη μέσος) άσταθή σωματίδια πού ή μάζα τους είναι μεγαλύτερη από τή μάζα του ηλεκτρονίου, αλλά μικρότερη από τή μάζα των νουκλεονίων.

α. Μιονία ή μ μεσόνια. Τά μιονία ή μ μεσόνια (σύμβολο μ) είναι σωματίδια πού έχουν φορτίο ίσο μέ ένα στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο, θετικό ή αρνητικό (μ^+ , μ^- μιονίο). Τό μ^+ και τό μ^- μιονίο είναι σωματίδια ανάλογα μέ ποζιτρόνιο (e^+) και τό ηλεκτρόνιο (e^-) μέ τή διαφορά ότι έχουν μάζα 207 φορές μεγαλύτερη από τή μάζα (m_e) του ηλεκτρονίου.

Τά μιονία είναι άσταθή σωματίδια. Τό μ^+ και τό μ^- μιονίο διασπώνται

άντιστοιχα σέ ποζιτρόνιο (e^+) καί ηλεκτρονίου (e^-). Κατά τή διάσπαση τοῦ μ^+ καί τοῦ μ^- μιονίου σχηματίζονται καί δύο νέα σωματίδια πού ἀντίστοιχα ὀνομάζονται μ ἀντινεutrίνο $\bar{\nu}_\mu$ καί μ νεutrίνο ν_μ .

Ὡστε ὑπάρχουν δύο τύποι νετρίνων καί ἀντινετρίνων, ἐκεῖνα πού συνδέονται μέ τή γένεση τοῦ ποζιτρονίου ἢ τοῦ ηλεκτρονίου (ν_e καί $\bar{\nu}_e$) καί ἐκεῖνα πού συνδέονται μέ τή διάσπαση τῶν μιονίων (ν_μ καί $\bar{\nu}_\mu$). Ἔτσι ἔχουμε ὅτι:

— τό νεutrίνο ν_e συνοδεύει τή γένεση τοῦ ποζιτρονίου·

— τό ἀντινεutrίνο $\bar{\nu}_e$ συνοδεύει τή γένεση τοῦ ηλεκτρονίου·

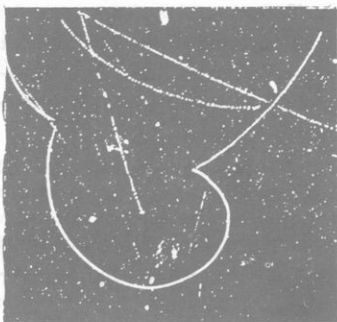
— τό μ ἀντινεutrίνο $\bar{\nu}_\mu$ συνοδεύει τή διάσπαση τοῦ μ^+ μιονίου·

— τό μ νεutrίνο ν_μ συνοδεύει τή διάσπαση τοῦ μ^- μιονίου.

Ἡ παραγωγή τῶν νετρίνων καί ἀντινετρίνων φαίνεται στόν παρακάτω πίνακα.

Νετρίνα καί ἀντινετρίνα

p	$\rightarrow$	n	$+$	e^+	$+$	ν_e
n	$\rightarrow$	p	$+$	e^-	$+$	$\bar{\nu}_e$
μ^+	$\rightarrow$	e^+	$+$	ν_e	$+$	$\bar{\nu}_\mu$
μ^-	$\rightarrow$	e^-	$+$	$\bar{\nu}_e$	$+$	ν_μ



Σχ. 148. Φωτογραφία πού πάρθηκε μέ θάλαμο Glaser. Διακρίνονται ἡ διάσπαση ἑνός π^+ πιόνιου σέ μ^+ μιονίου καί ἡ διάσπαση τοῦ μ^+ μιονίου σέ ποζιτρόνιο e^+ . Ἡ καμπύλωση τῶν τροχιῶν ὀφείλεται στό μαγνητικό πεδίο.

β. Πιόνια ἢ π μεσόνια. Τά πιόνια ἢ π μεσόνια (σύμβολο π) εἶναι σωματίδια πού ἔχουν φορτίο ἴσο μέ ἓνα στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο, θετικό ἢ ἀρνητικό (π^+ , π^- πιόνιο) ἢ εἶναι οὐδέτερα (π^0 πιόνιο). Τά φορτισμένα πιόνια (π^+ , π^-) ἔχουν μάζα ἴση μέ 273 m_e , ἐνῶ τό οὐδέτερο πιόνιο (π^0) ἔχει μάζα ἴση μέ 264 m_e .

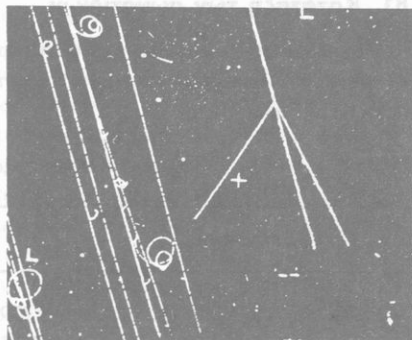
Εἶναι ἀσταθῆ σωματίδια. Τά φορτισμένα π^+ καί π^- πιόνια διασπῶνται ἀντίστοιχα σέ μ^+ καί μ^- μιονία. Ἀντίθετα τό οὐδέτερο π^0 πιόνιο διασπᾶται σέ δύο φωτόνια γ .

Στό σχῆμα 148 φαίνεται ἡ διάσπαση ἑνός πιόνιου.

γ. Καόνια ἢ K μεσόνια. Τά καόνια ἢ K μεσόνια (σύμβολο K) εἶναι σωματίδια πού ἔχουν φορτίο ἴσο μέ ἓνα στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο, θετικό ἢ ἀρνητικό (K^+ , K^- καόνιο) ἢ εἶναι οὐδέτερα (K^0 καόνιο). Τά φορτισμένα καόνια (K^+ καί K^-) ἔχουν μάζα ἴση μέ 966 m_e , ἐνῶ τό οὐδέτερο καόνιο (K^0) ἔχει μάζα

ιση μέ 974 me. Είναι άσταθή σωματίδια και διασπώνται κατά διάφορους τρόπους δίνοντας πιόνια, μιονία, ποζιτρόνια και ηλεκτρόνια (σχ. 149).

δ. Τό η^0 μεσόνιο. Στά μεσόνια υπάγεται και τό η^0 μεσόνιο (σύμβολο η) πού είναι σωματίδιο ουδέτερο, έχει μάζα 1074 me και διασπάζεται σέ δύο φωτόνια γ .



80. Ύπερόνια

Τά ύπερόνια είναι σωματίδια πού ή μάζα τους είναι μεγαλύτερη από τή μάζα του πρωτονίου και έχουν φορτίο ίσο μέ ένα στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο ή είναι ουδέτερα. Είναι άσταθή σωματίδια και από τή διάσπασή τους προκύπτουν γενικά ένα νουκλεόνιο (πρωτόνιο ή νετρόνιο) και ένα πιόνιο (π). Τά ύπερόνια αποτελούν τίσ εξήξ τέσσερις ομάδες:

Λ ύπερόνια (σύμβολο Λ)

Σ ύπερόνια (σύμβολο Σ)

Ξ ύπερόνια (σύμβολο Ξ)

Ω ύπερόνια (σύμβολο Ω)

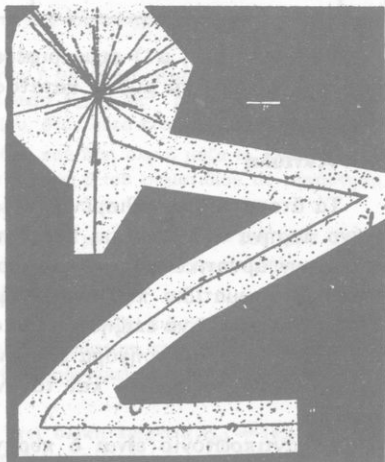
Σχ. 149 Φωτογραφία πού πάρθηκε μέ θάλαμο Glaser.

Διακρίνεται ή διάσπαση ενός K μεσονίου σέ τρία π μεσόνια.

Τό K μεσόνιο σχηματίστηκε στό σύγχροτρο πρωτονίων.

Σχ. 150

Ένα κοσμικό σωματίδιο (πρωτόνιο) συγκρούεται μέ έναν πυρήνα του γαλακτώματος και σχηματίζεται πλήθος από θραύσματα του πυρήνα. (δ άστέρας πάνω άριστερά). Ένα πιόνιο (π) άφου διατρέξει μεγάλη τροχιά διασπάζεται σέ μιονίο (μ) και νεutrino (πάνω δεξιά γωνία). Τό μιονίο έπειτα από μακριά διαδρομή διασπάζεται (κάτω άριστερά γωνία) σέ ηλεκτρόνιο πού κινείται πρós τά δεξιά.



81. Κατάταξη τών σωματιδίων

Τά γνωστά σωματίδια καί αντισωματίδια κατατάσσονται σέ τρεῖς κατηγορίες τά λεπτόνια, τά μεσόνια καί τά βαρυόνια ὅπως φαίνεται στόν παρακάτω πίνακα.

Κατάταξη τών στοιχειωδών σωματιδίων

Κατηγορία		Σωματίδια
Λεπτόνια		νεutrino ν_e ἀντινεutrino $\bar{\nu}_e$ μ νεutrino ν_μ , μ ἀντινεutrino $\bar{\nu}_\mu$ ἠλεκτρόνιο e^- , ποζιτρόνιο e^+ μιόνια (μ^+ , μ^-)
Μεσόνια		πιόνια (π^+ , π^- , π^0) καόνια (K^+ , K^- , K^0) η μεσόνιο (η^0)
Βαρυόνια	Νουκλεόνια	πρωτόνιο p, ἀντιπρωτόνιο $\bar{p}$ νετρόνιο n, ἀντινετρόνιο $\bar{n}$
	Ύπερόνια	ὑπερόνια Λ , ὑπερόνια Σ ὑπερόνια Ξ , ὑπερόνια Ω

Τό μίονιο (μ^+ , μ^-) συμπεριφέρεται σάν ἓνα ἀσταθές « βαρύ ἠλεκτρόνιο » καί γι' αὐτό τά μίονια κατατάσσονται στά λεπτόνια.

82. Ἀντιύλη

Τά άτομα τῆς συνηθισμένης ὕλης ἀποτελοῦνται ἀπό ἓνα θετικά φορτισμένο πυρήνα πού περιέχει πρωτόνια καί νετρόνια, καί ἀπό ἠλεκτρόνια πού ἔχουν ἀρνητικό φορτίο καί περιφέρονται γύρω ἀπό τόν πυρήνα. Τό πρῶτο ἀντισωματίδιο πού ἀνακαλύψαμε εἶναι τό ποζιτρόνιο, πού, ὅπως εἶδαμε, δέν μπορεῖ νά ἐπιζήσει μέσα στό δικό μας κόσμο πού εἶναι γεμάτος ἀπό ἠλεκτρόνια καί γρήγορα ἐξαφανίζεται. Τό ἴδιο συμβαίνει μέ τό ἀντιπρωτόνιο. Τό ποζιτρόνιο καί τό ἀντιπρωτόνιο εἶναι δύο σωματίδια τῆς ἀντιύλης.

Τό ἀντιπρωτόνιο εἶναι ὁ πυρήνας τοῦ ἀτόμου ὕδρογόνου, ἀλλά μέ

ένα αρνητικό στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο. "Ας υποθέσουμε ότι γύρω από τό αντιπρωτόνιο περιφέρεται ένα ποζιτρόνιο, όπως στο άτομο υδρογόνου τό ηλεκτρόνιο περιφέρεται γύρω από τό πρωτόνιο. Αυτό τό άτομο πού φανταστήκαμε είναι ένα άτομο αντιυδρογόνου στό όποιο ισχύουν όλοι οί γνωστοί μας νόμοι. "Αλλά στό δικό μας κόσμο αυτό τό άτομο δέν μπορεί νά έπιζησει καί άμέσως θά εξαφανιστεί. Είναι όμως πιθανό μερικές άπομακρυσμένες περιοχές του Σύμπαντος νά αποτελούνται από αντιύλη. "Ας υποθέσουμε ότι σήμερα δεχόμαστε τίς άκτινοβολίες πού εκπέμπουν αυτά τά άπομακρυσμένα άτομα αντιυδρογόνου. Ποτέ δέν θά μπορούσαμε νά άνακαλύψουμε ότι αυτές οί άκτινοβολίες προέρχονται από άτομα αντιυδρογόνου, γιατί καί σ' αυτά τά άτομα τά πηδήματα των ποζιτρονίων προκαλούν έκπομπή φωτονίων ($h\nu$) σύμφωνα μέ τή γνωστή συνθήκη του Bohr.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

109. "Ενα σωματίδιο έχει μάζα M κινείται μέ ταχύτητα V καί συγκρούεται κεντρικά μέ άλλο σωματίδιο πού έχει μάζα m καί βρίσκεται σέ ήρεμία. Νά δείχτει ότι, άν τό δεύτερο σωματίδιο μετά τήν κρούση έχει ταχύτητα v κατά τή διεύθυνση καί τή φορά τής ταχύτητας V , τότε ισχύει ή εξίσωση :

$$v = \frac{2M}{M + m} V$$

110. "Ενα σωματίδιο πού έχει μάζα ήρεμίας m_0 καί κινείται μέ ταχύτητα v , έχει μάζα $m = m_0 / \sqrt{1 - \beta^2}$, όπου $\beta = v/c$. Μέ πόση ενέργεια ισοδυναμεί ή αύξηση τής μάζας του σωματιδίου;

111. Σύμφωνα μέ τή θεωρία τής σχετικότητας ή όλική ενέργεια $E_{ολ}$ ενός σωματιδίου πού έχει όλική μάζα m , δίνεται από τήν εξίσωση $E_{ολ} = mc^2$. Νά βρεθεί εξίσωση πού νά δίνει τήν κινητική ενέργεια του σωματιδίου, όταν αυτό κινείται μέ ταχύτητα u .

112. "Η όλική ενέργεια $E_{ολ}$ ενός σωματιδίου, πού έχει όλική μάζα m , είναι $E_{ολ} = mc^2$. Νά βρεθεί εξίσωση πού νά δίνει τήν όρμή p του σωματιδίου σέ συνάρτηση μέ τήν όλική ενεργεία του $E_{ολ}$.

113. "Η μάζα ήρεμίας m_μ ενός μιονίου ισοδυναμεί μέ ενέργεια $E = 106 \text{ MeV}$. Πόση είναι ή μάζα m_μ καί πόσες φορές είναι μεγαλύτερη από τή μάζα m_e του ηλεκτρονίου; $m_p = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kgr}$. $1 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Joule}$.

114. "Ενα θετικά φορτισμένο σωματίδιο έχει κινητική ενέργεια $E_{κιν} = 62 \text{ MeV}$ καί όρμή $p = 335 \text{ MeV/c}$. α) Πόση είναι ή μάζα ήρεμίας m_0 του σωματιδίου, άν είναι γνωστό ότι ή μάζα ήρεμίας m_e του ηλεκτρονίου ισοδυναμεί μέ ενέργεια $E_e = 0,5 \text{ MeV}$; Πόση είναι ή ταχύτητα u του σωματιδίου;

115. "Ενα θετικά φορτισμένο σωματίδιο έχει όλική ενέργεια $E_{ολ} = 135 \text{ MeV}$ καί κινητική ενέργεια $E_{κιν} = 10 \text{ MeV}$. Πόση είναι ή ταχύτητα καί ή όρμή του σωματιδίου;

116. Ένα σωματίδιο έχει μάζα ηρεμίας m_0 και όρμη p . Νά βρεθεί εξίσωση που νά δίνει την ταχύτητα v του σωματιδίου σε συνάρτηση με τά μεγέθη m_0 και p .

117. Όταν ένα πρωτόνιο συλλαμβάνει ένα αρνητικό πiónιο π^- , τότε σχηματίζεται ένα νετρόνιο n και ένα φωτόνιο $h\nu$. Πόση είναι ή ενέργεια του νετρονίου;

$m_n = 939 \text{ MeV}$. $m_p = 938 \text{ MeV}$. $m_\pi = 273 m_e$. $m_e = 0,51 \text{ MeV}$.

118. Στο άτομο υδρογόνου ή άκτινα των κβαντικών τροχιών του ηλεκτρονίου και ή ενέργεια του πάνω στις κβαντικές τροχιές δίνονται από τις εξισώσεις :

$$r_e = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{n^2 h}{4\pi^2 m_e e^2} \quad (1)$$

$$E_e = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2r_e} \quad (2)$$

Τό μ^- μiónιο είναι ανάλογο μέ τό ηλεκτρόνιο μέ τή διαφορά ότι ή μάζα του είναι $m_\mu = 207 m_e$ όπου m_e είναι ή μάζα του ηλεκτρονίου. α) "Αν στό άτομο υδρογόνου τό ηλεκτρόνιο αντικατασταθεί μέ ένα μ^- μiónιο, νά βρεθεί ή άκτινα $r_{1\mu}$ τής θεμελιώδους τροχιάς γι' αυτό τό άτομο υδρογόνου. β) Νά συγκριθούν οι ενέργειες του μ^- μιονίου πάνω στις κβαντικές τροχιές μέ τις αντίστοιχες του κανονικού ατόμου υδρογόνου. γ) Πόση είναι ή συχνότητα και τό μήκος κύματος του φωτονίου που εκπέμπεται όταν τό μ^- μiónιο πέφτει από τήν κβαντική τροχιά $n = 2$ στην τροχιά $n = 1$; Σέ ποιά κατηγορία ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας άνήκει αυτό τό φωτόνιο; Δίνονται για τό υδρογόνο :

$r_1 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. $E_1 = -13,53 \text{ eV}$. $E_2 = -3,38 \text{ eV}$. $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$.

119. Τό ουδέτερο πiónιο π^0 έχει μάζα ηρεμίας $m_\pi = 264 m_e$ και διασπάται σε δύο φωτόνια γ . α) Πόση ενέργεια σε MeV μεταφέρει τό καθένα από αυτά τά φωτόνια και πόσο είναι τό μήκος κύματος τής ακτινοβολίας; β) Νά συγκριθεί ή ενέργεια του παραπάνω φωτονίου μέ τήν ενέργεια ενός φωτονίου τής άκρας ορατής ιώδους ακτινοβολίας που έχει μήκος κύματος $\lambda = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$.

Μάζα ηρεμίας ηλεκτρονίου $m_e = 0,5 \text{ MeV}$.

$1 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Joule}$ $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$.

120. Τό φωτόνιο γ που προκύπτει από τή διάσπαση του ουδέτερου πιονίου π^0 πέφτει πάνω σε μία πλάκα μαλύβδου που βρίσκεται μέσα στο θάλαμο Wilson. Τότε σχηματίζεται ένα ζεύγος από έτερόνυμα ηλεκτρόνια (ποζιτρόνιο + ηλεκτρόνιο) που οι τροχιές τους γίνονται ορατές. "Αν ή ενέργεια του φωτονίου γ είναι ίση με $2,65 \text{ MeV}$, πόση ταχύτητα έχει τό καθένα από τά δύο σωματίδια;

Μάζα ηρεμίας ηλεκτρονίου $m_e = 0,51 \text{ MeV}$.

121. Νά βρεθεί πόση ενέργεια σε MeV και Joule προκύπτει από τήν εξαθλωση ενός πρωτονίου και ενός αντιπρωτονίου.

$1 \text{ amu} = 931 \text{ MeV}$. Μάζα πρωτονίου ή αντιπρωτονίου $m_p = 1,007825$

122. Πόση ενέργεια σε MeV και Joule προκύπτει από τήν εξαθλωση ενός ατόμου ήλιου He^4 και ενός ατόμου αντιηλίου;

Ατομική μάζα ήλιου $m_{\text{He}} = 4,002604 \text{ amu}$. $1 \text{ amu} = 931 \text{ MeV}$.

123. Για τήν κινητική ενέργεια ενός σωματιδίου ως ποιά τιμή τής ταχύτητάς του μπορούμε νά χρησιμοποιήσουμε τήν εξίσωση τής Κλασσικής Μηχανικής, αν θέλουμε τό λάθος μας νά φτάνει στά 10% τής κινητικής ενέργειας που καθορίζει ή Σχετικιστική Μηχανική;

Ἡ εἰκόνα τοῦ ἐξώφυλλου

Φωτογραφία πού πάρθηκε μέ θάλαμο Wilson.

Στό σύγχροτρο δημιουργήθηκαν ἀκτίνες Röntgen πολύ ψηλῆς ἐνέργειας.

Ἀπό τήν ὑλοποίηση τῆς ἐνέργειας πολλῶν φωτονίων Röntgen γεννήθηκαν πολλά ζεύγη ἐτερώνυμων ἠλεκτρονίων (ποζιτρόνιο - ἠλεκτρόνιο). Διακρίνονται στή φωτογραφία πολλά ζεύγη ἐτερώνυμων ἠλεκτρονίων.

Ἐνα ἠλεκτρόνιο μέ ἐνέργεια 30 MeV ἐνός τέτοιου ζεύγους μέ τήν ἐπίδραση τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου ἐκτελεῖ πάνω ἀπό τριάντα στροφές.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

Φυσικές σταθερές

Ταχύτητα φωτός στο κενό	c	$3 \cdot 10^8$ m/sec
Επιτάχυνση βαρύτητας (45° , 0 m)	g	9,80665 m/sec ²
Σταθερή Faraday	F	96490 Cb/γραμμοϊσοδύναμο
Σταθερή Planck	h	$6,6256 \cdot 10^{-34}$ Joule·sec
Σταθερή Stefan - Boltzan	σ	$5,669 \cdot 10^{-8}$ W·m ⁻² ·grad ⁻⁴
Σταθερή μετατοπίσεως	b	$0,2897 \cdot 10^{-2}$ m·grad
Σταθερή Rydberg	R _H	$10974 \cdot 10^3$ ·m ⁻¹
Στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο	e	$1,602 \cdot 10^{-19}$ Cb
Διηλεκτρική σταθερή κενού	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Cb ² /(N· m ²)
Μαγνητική διαπερατότητα κενού	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A ²
Ήλεκτρονιοβόλτ	1 eV	$1,602 \cdot 10^{-19}$ Joule
Μονάδα ατομικής μάζας	1 amu	$1,6604 \cdot 10^{-27}$ kgr
Ακτίνα θεμελιώδους τροχιάς	r ₁	$0,529 \cdot 10^{-10}$ m

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

Μάζες ήρεμίας στοιχειωδών σωματιδίων

	Ήλεκτρονιο m_e	
0,000 548 amu	$9,109 \cdot 10^{-31}$ kg	0,511 MeV
	Πρωτόνιο m_p	
1,007 825 amu	$1,6725 \cdot 10^{-27}$ kg	938,26 MeV
	Νευτρόνιο m_n	
1,008 665 amu	$1,6748 \cdot 10^{-27}$ kg	939,55 MeV

ΠΙΝΑΚΑΣ 3

Εξισώσεις Κβαντομηχανής

Ενέργεια φωτονίου	$E_{\text{φωτ}} = h\nu$
Μάζα φωτονίου	$m_{\text{φωτ}} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$
Όρμη φωτονίου	$p_{\text{φωτ}} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$
Μήκος κύματος λ ύλικου κύματος σωματιδίου	$\lambda = \frac{h}{mv}$
Ενέργεια σωματιδίου	$E = h\nu$
Όρμη σωματιδίου	$p = \frac{h}{\lambda}$
Αρχή άβεβαιότητας	$\Delta x \cdot \Delta p \geq h$

ΠΙΝΑΚΑΣ 4

Μετατροπές μονάδων ενέργειας

Μονάδα	gr	amu	erg	MeV	Joule	cal
1 gr	$\boxed{1}$	$6,02 \cdot 10^{23}$	$9 \cdot 10^{20}$	$5,62 \cdot 10^{26}$	$9 \cdot 10^{13}$	$2,15 \cdot 10^{13}$
1 amu	$1,66 \cdot 10^{-24}$	$\boxed{1}$	$1,49 \cdot 10^{-3}$	931	$1,49 \cdot 10^{-10}$	$3,56 \cdot 10^{-11}$
1 erg	$1,11 \cdot 10^{-21}$	671	$\boxed{1}$	$6,24 \cdot 10^5$	10^{-7}	$2,59 \cdot 10^{-8}$
1 MeV	$1,78 \cdot 10^{-27}$	$1,07 \cdot 10^{-3}$	$1,60 \cdot 10^{-6}$	$\boxed{1}$	$1,60 \cdot 10^{-13}$	$3,83 \cdot 10^{-14}$
1 Joule	$1,11 \cdot 10^{-14}$	$6,71 \cdot 10^9$	10^7	$6,24 \cdot 10^{12}$	$\boxed{1}$	0,239
1 cal	$5,65 \cdot 10^{-14}$	$2,81 \cdot 10^{10}$	$4,18 \cdot 10^7$	$2,61 \cdot 10^{13}$	4,18	$\boxed{1}$
1 kWh	$4 \cdot 10^{-3}$	$2,41 \cdot 10^{16}$	$3,60 \cdot 10^{13}$	$2,25 \cdot 10^{19}$	$3,60 \cdot 10^6$	$0,86 \cdot 10^6$

1 ΚΑΡ	$\varphi \cdot 10^{-3}$	$5^{\circ}41' \cdot 10^{-6}$	$5^{\circ}50' \cdot 10^{-6}$	$5^{\circ}53' \cdot 10^{-6}$	$5^{\circ}58' \cdot 10^{-6}$	$6^{\circ}00' \cdot 10^{-6}$
1 ΣΠ	$5^{\circ}02' \cdot 10^{-6}$	$5^{\circ}01' \cdot 10^{-6}$	$5^{\circ}12' \cdot 10^{-6}$	$5^{\circ}31' \cdot 10^{-6}$	$5^{\circ}42' \cdot 10^{-6}$	$5^{\circ}50' \cdot 10^{-6}$
1 ΣΠΣ	$1^{\circ}11' \cdot 10^{-6}$	$6^{\circ}35' \cdot 10^{-6}$	$1^{\circ}0$	$5^{\circ}58' \cdot 10^{-6}$	$1^{\circ}00' \cdot 10^{-6}$	$5^{\circ}50' \cdot 10^{-6}$
1 ΜΣΛ	$1^{\circ}58' \cdot 10^{-6}$	$1^{\circ}03' \cdot 10^{-6}$	$1^{\circ}00' \cdot 10^{-6}$	$1^{\circ}00' \cdot 10^{-6}$	$1^{\circ}00' \cdot 10^{-6}$	$1^{\circ}00' \cdot 10^{-6}$
1 ΣΣ	$1^{\circ}11' \cdot 10^{-6}$	$5^{\circ}11'$	$1^{\circ}00' \cdot 10^{-6}$	$5^{\circ}38' \cdot 10^{-6}$	$1^{\circ}00' \cdot 10^{-6}$	$5^{\circ}50' \cdot 10^{-6}$
1 ΣΠΠ	$1^{\circ}06' \cdot 10^{-6}$	$1^{\circ}00' \cdot 10^{-6}$	$1^{\circ}00' \cdot 10^{-6}$	$1^{\circ}00' \cdot 10^{-6}$	$1^{\circ}00' \cdot 10^{-6}$	$1^{\circ}00' \cdot 10^{-6}$
1 Σ	$1^{\circ}00' \cdot 10^{-6}$	$6^{\circ}05' \cdot 10^{-6}$	$0 \cdot 10^{-6}$	$5^{\circ}05' \cdot 10^{-6}$	$5^{\circ}05' \cdot 10^{-6}$	$5^{\circ}05' \cdot 10^{-6}$
ΜΟΛΑΡ	κλ	πρω	ακ	μσλ	μσλ	μσλ

ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑ

ΠΡΩΤΟΤΥΠΟ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

Ταλαντώσεις – Κυματική

1. Φυσικό έκκρεμές. – 2. Ἀνάλυση περιοδικῆς κινήσεως κατὰ Fourier. – 3. Προβολή ταλαντώσεως πάνω σέ σταθερό ἄξονα. – 4. Διαφορά φάσεως. – 5. Σύζευξη ταλαντευόμενων συστημάτων. – 6. Ἀρχή τοῦ Huygens. – 7. Ἀνάκλαση τῶν κυμάτων. – 8. Διάθλαση τῶν κυμάτων. – 9. Ἐξίσωση τῆς κινήσεως ἑνός ὑλικοῦ σημείου. – 10. Συμβολή τῶν κυμάτων. – 11. Περίθλαση τῶν κυμάτων 5

ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

Φαινόμενο Doppler – Μουσικές κλίμακες

12. Φαινόμενο Doppler. 34

ΟΠΤΙΚΗ

Πόλωση καὶ διπλή διάθλαση τοῦ φωτός

13. Συμβολή τοῦ φωτός. – 14. Πόλωση τοῦ φωτός. – 15. Ὀλική πόλωση τοῦ φωτός. Νόμος τοῦ Brewster. – 16. Ἐξήγηση τῆς πολώσεως τοῦ φωτός ἀπὸ ἀνάκλαση. – 17. Ὀπτικῶς ἰσότροπα καὶ ἀνισότροπα ὑλικά. – 18. Διπλή διάθλαση τοῦ φωτός. – 19. Πολωτικὲς συσκευές. – 20. Στροφή τοῦ ἐπιπέδου ταλαντώσεως τοῦ πολωμένου φωτός. – 21. Διπλή διάθλαση σέ ὀπτικῶς ἰσότροπα ὑλικά 40

Νόμοι τῆς ἀκτινοβολίας

22. Ἡ ἐκπομπή ἀκτινοβολιῶν ἀπὸ θερμὸ στερεὸ σῶμα. – 23. Ἀπόλυτα μαῦρο σῶμα. – 24. Ἰκανότητα ἐκπομπῆς. – 25. Ἰκανότητα ἀπορροφήσεως. – 26. Νόμος τοῦ Kirchhoff. – 27. Νόμος Stefan - Boltzmann. – 28. Νόμος τοῦ Wien 59

ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

Έπαγωγή

29. Δημιουργία έπαγωγικής τάσεως. — 30. Ρεύματα Foucault. —
31. Ένέργεια του μαγνητικού πεδίου 68

Έναλλασσόμενο ρεύμα

32. Κύκλωμα έναλλασσόμενου ρεύματος. — 33. Κύκλωμα μέ καθαρής ώμικη αντίσταση R . — 34. Πηνίο σε κύκλωμα έναλλασσόμενου ρεύματος. — 35. Πυκνωτής σε κύκλωμα έναλλασσόμενου ρεύματος. — 36. Νόμος του Ohm για κύκλωμα έναλλασσόμενου ρεύματος. — 37. Συντονισμός. — 38. Μέση ισχύς και συντελεστής ισχύος 68

Μερικά ένδιαφέροντα φαινόμενα

39. Φαινόμενο Peltier. — 40. Φωτοπολλαπλασιαστής. — 41. Ήλεκτρονική Όπτική. — 42. Ξηροί άνορθωτές. — 43. Πιεζοηλεκτρισμός ... 95

Άγωγιμότητα των αερίων

44. Μορφές άγωγιμότητας των αερίων. — 45. Γήινο ηλεκτρικό πεδίο 104

Αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις

46. Αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις. — 47. Παραγωγή ηλεκτρικών ταλαντώσεων. — 48. Ραντάρ. — 49. Ραδιοαστρονομία 109

ΑΤΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

ΑΤΟΜΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Τά ηλεκτρόνια γύρω από τον πυρήνα

50. Φάσμα έκπομπής του ατόμου υδρογόνου. — 51. Κίνηση του ηλεκτρονίου του ατόμου υδρογόνου γύρω από τον πυρήνα. — 52. Έρμη-

νεία τῆς ἐκπομπῆς τοῦ φάσματος τοῦ ὑδρογόνου. – 53. Οἱ δύο κινήσεις τοῦ ἠλεκτρονίου στό ἄτομο ὑδρογόνου. – 54. Κβαντικοί ἀριθμοί τοῦ ἠλεκτρονίου. – 55. Ἀρχή τοῦ Pauli. – 56. Λέξηερ	115
--	-----

57. Φασματοσκοπία τῶν ἀκτίνων Röntgen	138
---	-----

Φαινόμενο Compton – Φασματογράφος μαζῶν

58. Φαινόμενο Compton. – 59. Ὑλικά κύματα. – 60. Ὑλικά κύματα μέσα στό ἄτομο ὑδρογόνου. – 61. Ἀρχή τῆς ἀβεβαιότητος. – 62. Φασματογράφος μαζῶν	141
--	-----

ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Ἀνίχνευση τῶν σωματιδίων

63. Μέθοδοι ἀνιχνεύσεως τῶν σωματιδίων. – 64. Ἀπαριθμητής Geiger - Müller. – 65. Θάλαμος ἰονισμοῦ. – 66. Θάλαμος Wilson. – 67. Θάλαμος Glaser. – 68. Ἀπαριθμητές σπινθηρισμῶν. – 69. Πυρηνικά γαλακτώματα. – 70. Δοσιμετρία	157
---	-----

Ἐπιταχυντές

71. Ἐπιταχυντές. – 72. Μηχανή Van de Graaff. – 73. Γραμμικός ἐπιταχυντής. – 74. Κύκλοτρο	164
--	-----

Σύντηξη ἐλαφρῶν πυρήνων

75. Σύντηξη. – 76. Προέλευση τῆς ἀστρικής ἐνέργειας. – 77. Ἐφαρμογές τῆς θερμοπυρηνικῆς ἀντιδράσεως	170
---	-----

Στοιχειώδη σωματίδια

78. Στοιχειώδη σωματίδια καί ἀντισωματίδια. – 79. Μεσόνια. – 80. Ὑπερόνια. – 81. Κατάταξη τῶν σωματιδίων. – 82. Ἀντιύλη	175
Εἰκόνα ἐξώφυλλου. Πίνακες	181

ΕΚΔΟΣΗ ΚΑΤ. ΚΩ. 1981 (ΑΠ) - ΑΝΤΙΤΥΠΗ 30.000 ΣΥΜΒΑΣΗ 36239-7-81

ΕΚΤΥΠΩΣΗ - ΒΙΒΛΙΟΔΕΣΙΑ: Θ. ΝΤΑΣΗΣ



024000019628

ΕΚΔΟΣΗ ΚΑ΄, ΚΒ΄ 1981 (VII) – ΑΝΤΙΤΥΠΑ 50.000 ΣΥΜΒΑΣΗ 3623/9-7-81

ΕΚΤΥΠΩΣΗ – ΒΙΒΛΙΟΔΕΣΙΑ: Θ. ΝΤΑΣΗΣ



Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής