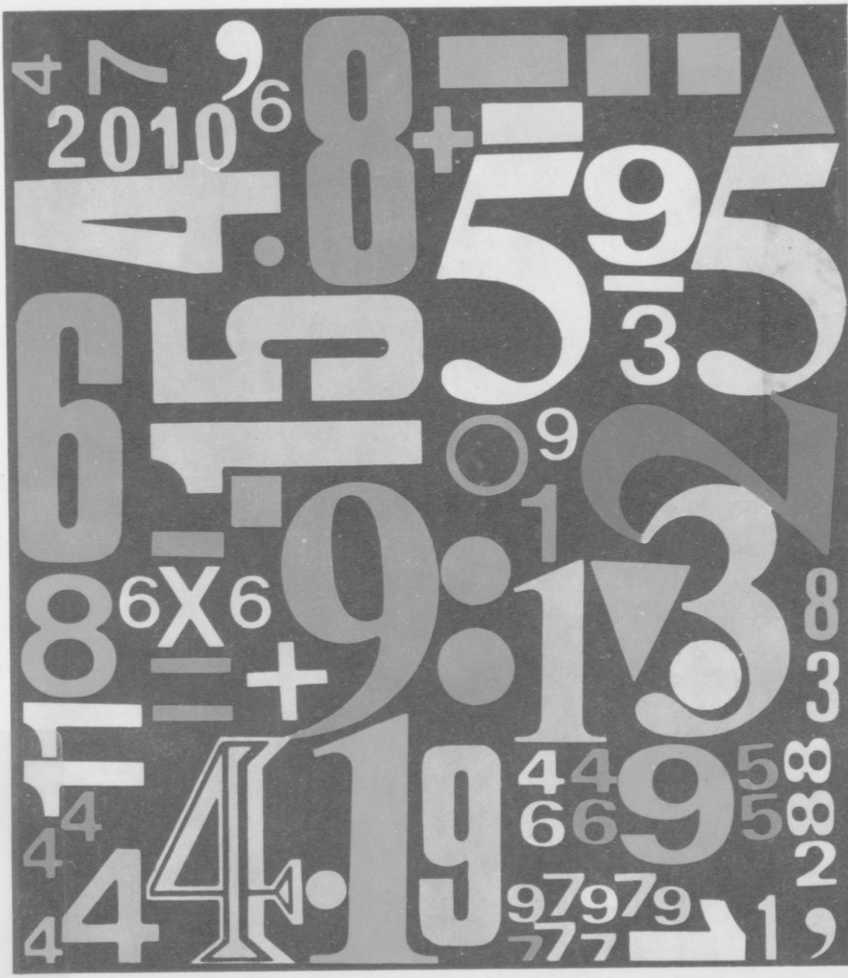
ΗΛΙΑ ΚΩΝ. ΣΑΜΑΡΑ

ἀριθμητική καί γεωμετρία

Δ΄ ΤΑΞΕΩΣ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ



ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

ΑΘΗΝΑΙ 1975

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ
ΚΑΙ
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΔΩΡΕΑΝ

ΗΛΙΑ ΚΩΝ. ΣΑΜΑΡΑ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ
ΚΑΙ
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Δ΄ ΤΑΞΕΩΣ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΑΘΗΝΑΙ 1975

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

ΟΙ ΑΚΕΡΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α. ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΤΩΝ ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΑΠΟ ΤΟ 0 ΩΣ ΤΟ 2.000

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ι. ΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Στὴν Ἀριθμητικὴ ἔχομε πολλῶν εἰδῶν ἀριθμούς. Στὶς προηγούμενες τάξεις μάθατε γιὰ τοὺς ἀριθμούς:

α) 1,2,3,4,5 . . . . . κλπ. ποὺ προχωροῦν, ὅσο θέλομε.

β) Ἐπίσης μάθατε καὶ γιὰ τὸν ἀριθμὸ 0 (μηδέν).

γ) Ἀκόμη ἔχετε ἀκούσει καὶ γιὰ τοὺς ἀριθμοὺς $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$.

Εἶναι ὅμως ἀνάγκη νὰ δώσωμε ξεχωριστὰ ὀνόματα σὲ διάφορες οἰκογένειες ἀριθμῶν, γιὰ νὰ ἀποφύγωμε τὶς συγχύσεις. Ἔτσι λοιπὸν λέμε ὅτι ὅλοι οἱ ἀριθμοὶ 1,2,3,4 . . . κλπ., ἀποτελοῦν τὸ σύνολο τῶν **φυσικῶν ἀριθμῶν**. Αὐτὸ τὸ σύνολο τὸ γράφομε 1, 2, 3, 4, . . . καὶ τὸ διαβάζομε: «τὸ σύνολο τῶν 1, 2, 3, 4 καὶ συνέχεια χωρὶς τέλος» δηλαδὴ οἱ τρεῖς τελεῖες . . . σημαίνουν **«συνέχεια χωρὶς τέλος»**. Τοὺς κλείνομε μέσα σὲ δύο **ἄγκιστρα** { }, γιὰ νὰ δείξωμε ὅτι ἀποτελοῦν **σύνολο.** Ὥστε:

Τὸ {1, 2, 3, 4, 5, . . .} εἶναι τὸ σύνολο τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν

Τώρα εἶναι εὔκολο νὰ καταλάβωμε, ἂν ἕνας ἀριθμὸς εἶναι φυσικὸς ἢ ὄχι. Ὁ ἀριθμὸς π.χ. 18 εἶναι φυσικὸς ἀριθμός, γιατί, ἂν συνεχίσωμε τὴν ἀρίθμηση καὶ τὴ γραφὴ 1, 2, 3, 4, . . . κλπ., θὰ συναντήσωμε καὶ τὸν 18. Γι' αὐτὸ λέμε λοιπὸν ὅτι: «ὁ 18 εἶναι φυσικὸς ἀριθμὸς» ἢ ὅτι «ὁ 18 ἀνήκει στὸ σύνολο τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν».

Μποροῦμε νὰ γράψωμε στὴν τύχη, ὅσους θέλομε φυσικοὺς ἀριθμούς, καὶ ἀκόμη μποροῦμε νὰ καταλάβωμε, ἂν ἕνας ἀριθμὸς εἶναι φυσικὸς ἢ ὄχι. Π.χ.: οἱ 18, 20, 47, εἶναι τρεῖς φυσικοὶ ἀριθμοί, γιατὶ θὰ τοὺς συναντήσωμε, ἂν συνεχίσωμε τὴν ἀρίθμηση, καὶ τὴ γραφὴ τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν 1, 2, 3, 4, . . . κλπ.

2. Ο ΑΚΕΡΑΙΟΣ 0 (μηδὲν)

Τώρα μᾶς ρωτοῦν: Εἶναι ὁ 0 (μηδὲν) φυσικὸς ἀριθμός;

Ἂν σκεφτοῦμε λίγο, θὰ καταλάβωμε ὅτι, ὅσο κι ἂν συνεχίσωμε τὴ γραφὴ 1, 2, 3, 4, . . . κλπ. τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν, οὐδέποτε θὰ συναντήσωμε τὸν ἀριθμὸ 0 (μηδέν). Ἡ ἀπάντησή μας λοιπὸν θὰ εἶναι: «ὁ 0 (μηδὲν) δὲν εἶναι φυσικὸς ἀριθμὸς» ἢ «ὁ 0 (μηδὲν) δὲν ἀνήκει στὸ σύνολο τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν». Λέμε ὅμως ὅτι **ὁ 0 εἶναι ἀκέραιος** ἀριθμός. Ὥστε:

Ὁ μηδὲν (0) εἶναι ἀκέραιος

Ἀσκήσεις

α) Νὰ γράψετε δύο, ὅποιους θέλετε, φυσικοὺς ἀριθμοὺς σὰν σύνολο (δηλαδὴ σὲ ἄγκιστρα). Π.χ.: {3, 10}. Διαβάστε το.

β) Νὰ γράψετε τρεῖς, ὅποιους θέλετε, φυσικοὺς ἀριθμοὺς σὰ σύνολο (δηλαδὴ σὲ ἄγκιστρα).

γ) Νὰ γράψετε ὀκτώ, ὅποιους θέλετε, φυσικοὺς ἀριθμοὺς σὰ σύνολο. Νὰ σκεφθῆτε καὶ νὰ ἀπαντήσετε πάνω στὴν παύλα, ναὶ ἢ ὄχι.

Παράδειγμα: Εἶναι ὁ 14 φυσικὸς ἀριθμός ; **ναί.**

Ἀνήκει ὁ ἀριθμὸς $\frac{2}{3}$ στὸ σύνολο τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν ; **ὄχι.**

δ) Ἀνήκει ὁ 84 στὸ σύνολο τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν; – – – –

ε) Εἶναι ὁ 84 φυσικὸς ἀριθμός ; – – – –

στ) Εἶναι οἱ 79 καὶ 98 φυσικοὶ ἀριθμοί ; – – – –

ζ) Εἶναι ὁ 0 (μηδὲν) φυσικὸς ἀριθμός ; – – – –

η) Εἶναι ὁ $\frac{1}{2}$ φυσικὸς ἀριθμός ; – – – –

3. ΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΤΩΝ ΑΠΟΛΥΤΩΝ ΑΚΕΡΑΙΩΝ

Μάθαμε ὅτι οἱ : 1, 2, 3, 4, . . . κλπ. εἶναι οἱ **φυσικοὶ ἀριθμοί.** Ἀκόμη μάθαμε ὅτι ὁ **0 (μηδὲν) δὲν εἶναι φυσικὸς ἀριθμός.**

Ἂν τώρα πάρωμε καὶ τὸν (μηδὲν) 0 μαζὶ μὲ τοὺς φυσικοὺς ἀριθμούς, θὰ ἔχωμε νέο σύνολο τὸ { 0, 1, 2, 3, 4, . . . }. Αὐτὸ εἶναι τὸ σύνολο **τῶν ἀπόλυτων ἀκεραίων.** Ὥστε λοιπὸν λέμε :

> Ἀπόλυτοι ἀκέραιοι εἶναι ὁ 0 (μηδὲν) μαζὶ μὲ ὅλους τοὺς φυσικοὺς ἀριθμοὺς δηλαδή : Ἀπόλυτοι ἀκέραιοι εἶναι οἱ ἀριθμοὶ 0, 1, 2, 3, 4, . . . κλπ. χωρὶς τέλος ἢ καὶ τὸ { 0, 1, 2, 3, . . . } εἶναι τὸ σύνολο τῶν ἀπόλυτων ἀκεραίων.

Μάθαμε λοιπὸν ὅτι:

> Τὸ σύνολο τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν εἶναι τὸ { 1, 2, 3, 4, 5, . . . }.
>
> Τὸ σύνολο τῶν ἀπόλυτων ἀκεραίων εἶναι τὸ { 0, 1, 2, 3, 4, 5, . . . }.

Ἐκτὸς ἀπὸ τοὺς ἀπόλυτους ἀκεραίους ὑπάρχουν καὶ ἄλλοι ἀκέραιοι. Αὐτοὺς θὰ τοὺς μάθετε σὲ μεγαλύτερη τάξη.

Ἐπίσης γιὰ συντομία, μποροῦμε νὰ λέμε ἁπλῶς ἀκέραιοι, ἀλλὰ πάντοτε θὰ ἐννοοῦμε ἀπόλυτοι ἀκέραιοι, ὥσπου νὰ μάθωμε καὶ τοὺς ἄλλους ἀκεραίους.

Παραδείγματα:

Γράψτε κάτω ἀπὸ τοὺς ἀπόλυτους ἀκεραίους, τοὺς φυσικοὺς ἀριθμοὺς δηλαδή:

Ἀπόλυτοι ἀκέραιοι: $\{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$. Πῶς τὸ διαβάζομε;

Φυσικοὶ ἀριθμοί: $\{1, 2, 3, 4, \ldots\}$. Πῶς τὸ διαβάζομε;

Τώρα μπορεῖτε νὰ διακρίνετε καὶ νὰ ἀπαντήσετε εὔκολα σὲ πολλὲς ἐρωτήσεις π.χ.

1. Ὁ 3 εἶναι: καὶ φυσικὸς ἀριθμὸς καὶ ἀκέραιος.
2. Ὁ 5 εἶναι: καὶ ἀκέραιος καὶ φυσικὸς ἀριθμός.
3. Ὁ 27 εἶναι: καὶ ἀκέραιος καὶ φυσικὸς ἀριθμός.
4. Ὁ 0 (μηδὲν) εἶναι ἀκέραιος, ἀλλὰ δὲν εἶναι φυσικὸς ἀριθμός.
5. Εἶναι ὁ ἀριθμὸς $\frac{3}{4}$ ἀκέραιος; ἀπάντηση: ὄχι (γιατὶ δὲν ἀνήκει στὸ σύνολο τῶν ἀκεραίων)
6. Εἶναι ὁ 0 φυσικὸς ἀριθμός; ἀπάντηση: ὄχι (γιατὶ δὲν ἀνήκει στὸ σύνολο τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν).
7. Εἶναι ὁ 45 φυσικὸς ἀριθμός; ἀπάντηση: ναὶ (γιατὶ ἀνήκει στὸ σύνολο τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν).
8. Εἶναι ὁ 45 ἀκέραιος; ἀπάντηση: ναὶ (γιατὶ ἀνήκει στὸ σύνολο τῶν ἀκέραιων ἀριθμῶν).
9. Εἶναι τὸ $\frac{1}{2}$ ἀκέραιος; ἀπάντηση: ὄχι (γιατὶ δὲν ἀνήκει στὸ σύνολο τῶν ἀκέραιων ἀριθμῶν).
10. Εἶναι τὸ $\frac{1}{2}$ φυσικὸς ἀριθμός; ἀπάντηση: ὄχι (γιατὶ δὲν ἀνήκει στὸ σύνολο τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν).

11. Κάθε φυσικὸς ἀριθμὸς εἶναι καὶ (ἀπόλυτος) ἀκέραιος.

12. Τὸ σύνολο τῶν ἀπόλυτων ἀκεραίων περιέχει ἕνα μόνον ἀριθμὸ περισσότερο ἀπὸ τὸ σύνολο τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν. Ὁ ἀριθμὸς αὐτὸς εἶναι ὁ 0 (μηδέν).

Βλέπομε τώρα ὅτι οἱ ἀριθμοί, π.χ. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ δὲν εἶναι οὔτε ἀκέραιοι οὔτε φυσικοὶ ἀριθμοί. Αὐτοὶ ἀνήκουν σὲ ἄλλο σύνολο. Ἀνήκουν στὸ **σύνολο τῶν κλασμάτων,** ποὺ θὰ τὰ μάθωμε ἀργότερα.

Ὅταν λοιπόν, μιλᾶμε γιὰ ἀριθμούς, πρέπει νὰ ξέρωμε, γιὰ ποιοὺς ἀκριβῶς ἀριθμοὺς ἐνδιαφερόμαστε. Στὴν ἀρχὴ μαθαίνομε νὰ κάνωμε πράξεις, νὰ κάνωμε σκέψεις, νὰ λογαριάζωμε καὶ νὰ λύνωμε προβλήματα, μόνο μὲ ἀκεραίους. Δηλαδή, ὅπως εἴπαμε, μὲ τοὺς ἀπόλυτους ἀκεραίους : 0, 1, 2, 3, 4, 5, . . . κλπ.

4. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΣΥΜΒΟΛΑ

Γιὰ νὰ γράψωμε τὸν ἀκέραιο ἑκατὸν πενήντα τρία, χρησιμοποιοῦμε τὰ σύμβολα 1, 5, 3 καὶ γράφομε 153.

Τὰ σύμβολα ποὺ χρησιμοποιοῦμε, γιὰ νὰ γράψωμε ὁποιονδήποτε ἀκέραιο, λέγονται **ἀριθμητικὰ σύμβολα** καὶ εἶναι τὰ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Π.χ. Ἑφτακόσια εἴκοσι ἕνα γράφεται 721
Ὀχτακόσια πέντε γράφεται 805
Τριακόσια ἐνενήντα ἕξι γράφεται 396 κλπ.

Ψηφία ἀκεραίων καὶ ἡ μονάδα

Τὰ ἀριθμητικὰ σύμβολα ποὺ χρησιμοποιοῦνται, γιὰ νὰ γραφῆ ἕνας ἀκέραιος, λέγονται καὶ **ψηφία** τοῦ ἀκεραίου.

Ἕνας ἀκέραιος ἀνάλογα μὲ τὰ ψηφία ποὺ ἔχει ὀνομάζεται:

- Μονοψήφιος· ἐὰν ἔχη ἕνα ψηφίο, π.χ. 7 (ἑφτὰ)
- Διψήφιος· ὅταν ἔχη δύο ψηφία, π.χ. 12 (δώδεκα)

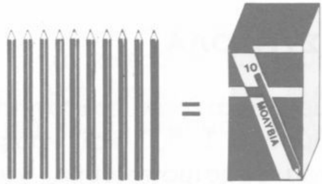
- Τριψήφιος· ὅταν ἔχη τρία ψηφία π.χ. 161 (ἑκατὸν ἑξήντα ἕνα)

- Τετραψήφιος· ὅταν ἔχη τέσσερα ψηφία, π.χ. 1.200 (χίλια διακόσια).

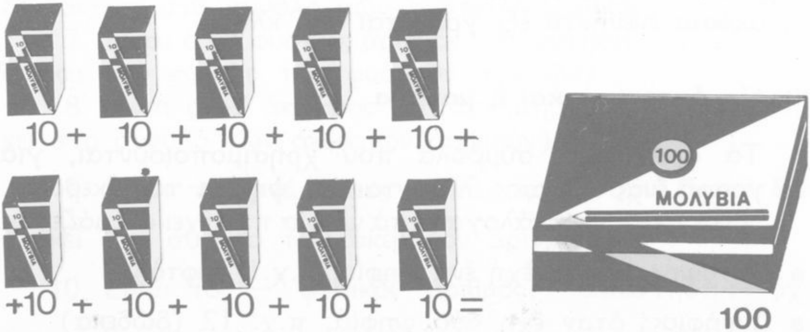
- Οἱ τετραψήφιοι ἀκέραιοι, καὶ οἱ ἀκέραιοι ποὺ ἔχουν ψηφία περισσότερα ἀπὸ τέσσερα, λέγονται καὶ πολυψήφιοι.

Ὁ πιὸ μικρὸς φυσικὸς ἀριθμὸς εἶναι ὁ 1· τὸν λέμε ἐπίσης καὶ **μονάδα.** Κάθε ἄλλος φυσικὸς ἀριθμὸς γίνεται ἀπὸ πολλὲς μονάδες. Π.χ. ὁ φυσικὸς ἀριθμὸς 8 (ὀχτὼ) γίνεται ἀπὸ 8 μονάδες. Ὁ 71 ἐκφράζει 71 μονάδες.

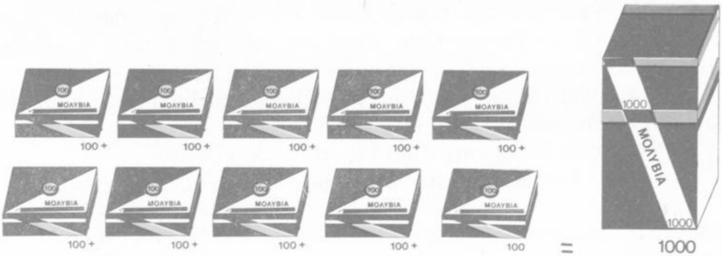
Δέκα μονάδες συμπληρώνουν μιὰ δεκάδα. Π.χ. 10 μολύβια ἀποτελοῦν 1 δεκάδα μολυβιῶν :



Ἑκατὸ μονάδες συμπληρώνουν 10 δεκάδες ἢ 1 ἑκατοντάδα. Π.χ. 100 μολύβια ἀποτελοῦν 1 ἑκατοντάδα μολυβιῶν :



Χίλιες μονάδες ἢ δέκα ἑκατοντάδες ἢ 100 δεκάδες συμπληρώνουν 1 χιλιάδα. Π.χ. 1.000 μολύβια ἀποτελοῦν 1 χιλιάδα μολυβιῶν:



5. ΑΞΙΑ ΨΗΦΙΟΥ

Τὰ ψηφία τῶν ἀκεραίων ἀποκτοῦν τὴν ἀξία τους ἀνάλογα μὲ τὴ θέση ποὺ εἶναι γραμμένα.

- Ἔτσι τὸ ψηφίο ποὺ εἶναι γραμμένο στὸ τέλος, δεξιὰ τοῦ ἀκεραίου, ἀκφράζει πάντοτε μονάδες καὶ λέγεται ψηφίο τῶν μονάδων.
- Τὸ δεύτερο ψηφίο ἀπὸ τὸ τέλος ἐκφράζει πάντοτε δεκάδες καὶ λέγεται ψηφίο τῶν δεκάδων.
- Τὸ τρίτο ψηφίο ἀπὸ τὸ τέλος ἐκφράζει πάντοτε ἑκατοντάδες (ψηφίο τῶν ἑκατοντάδων)
- Τὸ τέταρτο ψηφίο ἐκφράζει πάντοτε μονάδες χιλιάδων κλπ.

Π.χ. στὸν ἀκέραιο:

2 2 2 2

→ ἐκφράζει μονάδες (ψηφίο μονάδων)
→ ἐκφράζει δεκάδες (ψηφίο δεκάδων)
→ ἐκφράζει ἑκατοντάδες (ψηφίο ἑκατοντάδων)
→ ἐκφράζει χιλιάδες (ψηφίο χιλιάδων)

Στὸν ἀκέραιο 308 τὸ 0 δηλώνει πὼς τὸ ψηφίο τῶν δεκάδων εἶναι μηδὲν (0) καὶ διαβάζεται τριακόσια ὀχτώ. Κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο ὁ ἀκέραιος χίλια ἕξι γράφεται 1006.

Ἀσκήσεις

α) Νὰ γράψετε τὰ δέκα ψηφία καὶ νὰ βρῆτε πόσες μονάδες περιέχονται στὸ καθένα.

β) Νὰ γράψετε τρεῖς διψήφιους καὶ τρεῖς τριψήφιους ἀριθμούς. Ἔπειτα νὰ βρῆτε ἀπὸ ποιά σημαντικὰ ψηφία ἀποτελεῖται ὁ καθένας.

γ) Ποιό εἶναι τὸ ψηφίο τῶν μονάδων, δεκάδων καὶ ἑκατοντάδων στοὺς ἀκεραίους 537 καὶ 1689 ;

δ) Πόσες δεκάδες περιέχονται σὲ μιὰ χιλιάδα ;

ε) Πόσες δεκάδες συμπληρώνουν μισὴ χιλιάδα ;

6. ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΚΕΡΑΙΩΝ

Κάθε ἀκέραιος ἀναλύεται σὲ μονάδες, δεκάδες, ἑκατοντάδες, μονάδες χιλιάδων κλπ.

Οἱ μονοψήφιοι ἀκέραιοι περιέχουν μόνο μονάδες (Μ) ὁ ἀριθμὸς 3 περιέχει τρεῖς μονάδες, 3 Μ.

Οἱ διψήφιοι ἀναλύονται σὲ μονάδες (Μ) καὶ δεκάδες (Δ) Π.χ. ὁ ἀκέραιος 25 ἀναλύεται σὲ 2 Δ καὶ 5 Μ, ἢ 25 = 2 Δ + + 5 Μ.

Οἱ τριψήφιοι ἀκέραιοι ἀναλύονται σὲ μονάδες (Μ), δεκάδες (Δ) καὶ ἑκατοντάδες (Ε). Π.χ. ὁ ἀριθμὸς 315 ἀναλύεται σὲ 3 Ε, 1 Δ καὶ 5 Μ ἢ 315 = 3 Ε + 1Δ + 5Μ

Οἱ τετραψήφιοι ἀκέραιοι ἀναλύονται σὲ μονάδες (Μ) δεκάδες (Δ), ἑκατοντάδες (Ε) καὶ χιλιάδες (Χ).

Π.χ. ὁ 1225 ἀναλύεται σὲ 1Χ, 2Ε, 2Δ καὶ 5Μ. ἢ 1225 = 1Χ + 2Ε + 2Δ + 5Μ

Ἀσκήσεις

α) Ν' ἀναλύσετε σὲ μονάδες καὶ δεκάδες τοὺς ἀριθμοὺς 14, 23, 46, 55, 66, 79, 88 καὶ 99.

β) Νὰ ὑπογραμμίσετε τὰ ψηφία ποὺ φανερώνουν μονάδες ἑκατοντάδες τῶν ἀριθμῶν: 171, 213, 444, 565, 714, 809 καὶ 901.

γ) Ν' ἀναλύσετε σὲ μονάδες, δεκάδες, ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες τοὺς ἀριθμοὺς 1.010, 1.129, 1.453 καὶ 1.901.

δ) Νὰ ὑπογραμμίσετε τὸ ψηφίο ποὺ φανερώνει μονάδες τῶν ἀριθμῶν : 110, 219, 308, 410, 506, 719, 800, 913, 1.201 καὶ 1.910.

ε) Νὰ ὑπογραμμίσετε τὸ ψηφίο ποὺ φανερώνει ἑκατοντάδες τῶν ἀριθμῶν : 1.262, 1.063, 1.111, 1.333, 1.703, 1.899, 1.088, 1.904 καὶ 1.999.

στ) Νὰ ὑπογραμμίσετε τὸ ψηφίο ποὺ φανερώνει δεκάδες τῶν ἀριθμῶν : 127, 139, 284, 303, 815, 1.006, 1.204, 1.356 καὶ 1.392.

ζ) Νὰ ὑπογραμμίσετε τὸ ψηφίο ποὺ φανερώνει χιλιάδες τῶν ἀριθμῶν : 1.004, 1.100, 1.203, 1.304, 1.560, 1.830, 1.965 καὶ 2.000.

η) Νὰ βρῆτε πόσες δεκάδες περιέχουν οἱ ἀριθμοί : 117, 236, 700, 1.110 καὶ 1.802.

θ) Νὰ βρῆτε πόσες ἑκατοντάδες περιέχουν οἱ ἀριθμοί : 832, 1.216, 1.002, 1.070 καὶ 2.000.

7. ΑΠΑΓΓΕΛΙΑ ΤΩΝ ΑΚΕΡΑΙΩΝ

Γιὰ ν' ἀπαγγείλωμε ὁποιοδήποτε ἀκέραιο ἀριθμό, ἀρχίζομε ἀπὸ τ' ἀριστερά του πρὸς τὰ δεξιά του, προφέροντας τὸν συνολικὸ ἀριθμὸ τῶν μονάδων ποὺ περιέχει : π.χ. 8 (ὀχτώ), 12 (δώδεκα), 172 (ἑκατὸν ἑβδομήντα δύο), 703 (ἑφτακόσια τρία), 1.001 (χίλια ἕνα), 1.111 (χίλια ἑκατὸν ἕντεκα) κλπ.

Ἀσκήσεις

Ν' ἀπαγγείλετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν :

α) 17, 27, 37, 46, 56, 66, 75, 85, 95

β) 108, 128, 148, 163, 183, 203, 571, 701, 971

γ) 1.012, 1.102, 1.120, 1.112, 1.272, 1.315, 1.351, 1.153

δ) 1.401, 1.410, 1.140, 1.042, 1.402, 1.204, 1.240, 1.082

ε) 1.603, 1.630, 1.306, 1.360, 1.060, 1.006, 1.600, 1.901

Γενικὲς ἀσκήσεις

α) Νὰ βρῆτε σὲ πόσες μονάδες, δεκάδες, ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες ἀναλύονται οἱ ἀριθμοί : 131, 252, 593, 900, 1.101 καὶ 1.813.

β) Νὰ βρῆτε σὲ πόσες χιλιάδες, ἑκατοντάδες, δεκάδες καὶ μονάδες ἀναλύονται οἱ ἀριθμοί : 8, 18, 188, 212, 1.024, 1.777 καὶ 1.808.

γ) Νὰ βρῆτε πόσες δεκάδες περιέχουν οἱ ἀριθμοί : 155, 202, 631, 613, 707, 1.009, 1.303, 1.444, 1.990 καὶ 2.000.

δ) Νὰ βρῆτε πόσες μονάδες περιέχουν οἱ ἀριθμοί : 318, 138, 813, 831, 1.004, 1.044, 1.703, 1.730, 1.370 καὶ 1.106.

ε) Νὰ γράψετε μὲ ψηφία τοὺς ἀριθμούς :
πέντε δεκάδες καὶ δύο μονάδες,
τρεῖς ἑκατοντάδες, τρεῖς δεκάδες καὶ τρεῖς μονάδες,
ὀχτὼ ἑκατοντάδες κι ἑφτὰ δεκάδες,
μιὰ χιλιάδα, τρεῖς δεκάδες καὶ μηδὲν μονάδες,
μιὰ χιλιάδα καὶ ὀγδόντα δεκάδες.

στ) Νὰ γράψετε μὲ ἀριθμητικὰ σύμβολα τοὺς ἀριθμούς :
τριακόσια εἴκοσι δύο,
πεντακόσια τριάντα ὀχτώ,
χίλια ἑξακόσια ἑβδομήντα ἑφτά,
χίλια ἐννιακόσια ἐννέα.

ζ) Ν' ἀπαγγείλετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν :
803, 940, 1.020, 1.200, 1.301, 1.310, 1.031, 109 1.011 καὶ 1.690.

η) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἔχουν μιὰ χιλιάδα καὶ 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 31, 44, 55, 66 καὶ 109 μονάδες.

θ) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἔχουν 180 δεκάδες καὶ 89, 91, 93, 95, 96, 98 καὶ 99 μονάδες.

ι) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἔχουν :
μιὰ χιλιάδα, μιὰ ἑκατοντάδα κι ἑξήντα πέντε μονάδες,
μιὰ χιλιάδα κι ἑκατὸν ἑξήντα πέντε μονάδες,
μιὰ χιλιάδα, ὀγδόντα δεκάδες καὶ τρεῖς μονάδες.

ια) Νὰ γράψετε τὸν ἀριθμὸ ποὺ ἔχει 200 δεκάδες κι ἔπειτα τὸν ἀριθμὸ ποὺ ἔχει 20 ἑκατοντάδες. Τί παρατηρεῖτε ;

ιβ) Νὰ γράψετε ὅλους τοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τὸ 1.305 ὣς τὸ 1.315.

Β. ΟΙ ΤΕΣΣΕΡΕΙΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΤΩΝ ΑΚΕΡΑΙΩΝ 0-2.000

Τὰ παντοπωλεῖα

Τὰ παντοπωλεῖα εἶναι καταστήματα, στὰ ὁποῖα πουλιοῦνται τρόφιμα καὶ διάφορα ἄλλα εἴδη ποὺ χρειαζόμαστε στὴν καθημερινή μας ζωή. Ἀπὸ τὰ παντοπωλεῖα ἀγοράζομε τὸν καφέ, τὸ κακάο, τὴ ζάχαρη, τὸ ρύζι, τὰ ζυμαρικὰ καὶ ὅλα γενικὰ τὰ τρόφιμα. Ἀπὸ αὐτὰ ἀγοράζομε ἀκόμη τὰ σπίρτα, τὸ σαπούνι, τὰ διάφορα ἀπορρυπαντικὰ (ρόλ, ὄμο, χλωρίνη κλπ.), καθὼς ἐπίσης καὶ πολλὰ ἄλλα.

Ὅλοι σας φυσικὰ θὰ ἔχετε ἐπισκεφθῆ παντοπωλεῖα καὶ θὰ ἔχετε ἀγοράσει ἀπὸ αὐτὰ διάφορα εἴδη. Θὰ ἔχετε δεῖ σ' αὐτὰ ὄχι μόνο τὰ τρόφιμα κλπ. ποὺ ἀναφέραμε παραπάνω, ἀλλὰ κι ἕνα σωρὸ ἄλλα πράγματα. Ὁπωσδήποτε θὰ ἔχετε προσέξει καὶ τὸ τιμολόγιο. Τὸ τιμολόγιο εἶναι ἕνας μακρόστενος πίνακας, ὅπου ἀναγράφονται τὰ εἴδη διατροφῆς καὶ δίπλα ἀπὸ τὸ καθένα ἡ τιμή του. Ἔτσι οἱ πελάτες διευκολύνονται στοὺς λογαριασμοὺς καὶ γίνεται εὔκολα ὁ ἔλεγχος τῶν παντοπωλῶν ἀπὸ τὶς εἰδικὲς γιὰ τὸν σκοπὸ αὐτὸ Ἀρχές.

Γιὰ ὅσους δὲν ἔχουν προσέξει τὸ τιμολόγιο, παραθέτομε ἐδῶ ἕνα, γιὰ νὰ πάρουν μιὰ ἰδέα.

ΤΙΜΟΛΟΓΙΟ

Ζάχαρη	22
Καφὲς	134
Κακάο	100
Ρύζι	24
Φασόλια	38
Φακὲς	34
Μακαρόνια	16
Βακαλάος	72
Λάδι	62
Βούτυρο	94
Κεφαλοτύρι	85
Κασέρι	82
Φέτα	56
Μέλι	100
Κρασὶ	12
Λουκούμι	70

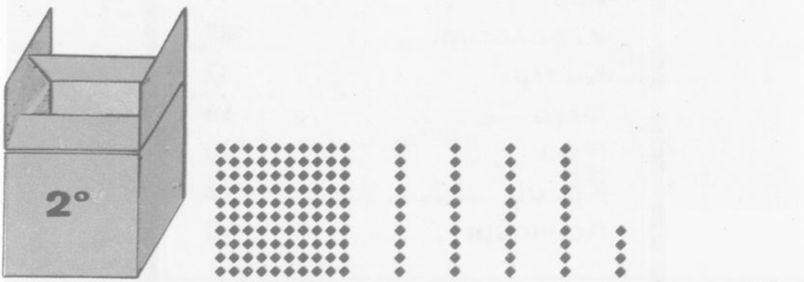
1. Η ΠΡΟΣΘΕΣΗ

Πρόβλημα. Ὁ κύριος Μυλωνᾶς ἀγόρασε γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ παντοπωλείου του τρία κιβώτια σαπούνι. Τὸ πρῶτο περιέχει 145 πλάκες· τὸ δεύτερο 144 καὶ τὸ τρίτο 146. Πόσες πλάκες σαπούνι περιέχουν καὶ τὰ τρία ;

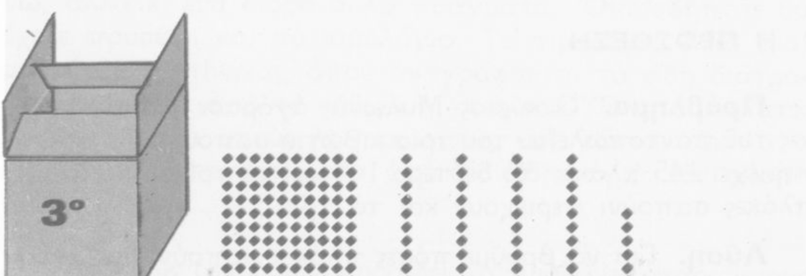
Λύση. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσες πλάκες σαπούνι περιέχουν καὶ τὰ τρία κιβώτια, πρέπει νὰ τ' ἀνοίξωμε καὶ νὰ τὶς μετρήσωμε ὅλες μαζί.

α) Παραστατικὰ

τό πρῶτο κιβώτιο περιέχει: 145

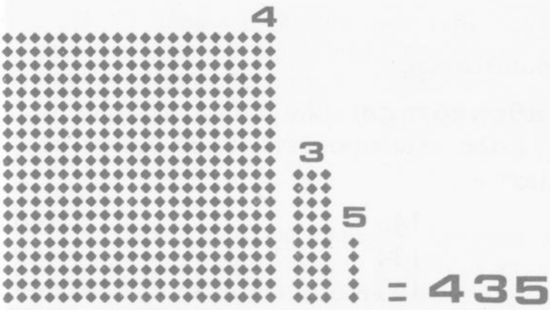


τό δεύτερο κιβώτιο περιέχει: 144



τό τρίτο κιβώτιο περιέχει: 146

καί τά τρία μαζί περιέχουν: 435



῞Ωστε καὶ τὰ τρία κιβώτια περιέχουν 435 πλάκες σαπούνι.

᾿Απὸ τὰ παραπάνω γίνεται φανερὸ ὅτι, γιὰ νὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα, ἑνώσαμε τὶς πλάκες τῶν σαπουνιῶν καὶ τῶν τριῶν κιβωτίων. Μὲ τὸν τρόπο αὐτὸ βρήκαμε ἕναν ἀκέραιο ποὺ φανερώνει ὅλες τὶς πλάκες τῶν σαπουνιῶν, ποὺ περιέχουν καὶ τὰ τρία κιβώτια.

῾Η πράξη ποὺ κάναμε λέγεται **πρόσθεση.**

Γράφομε τοὺς ἀκεραίους, οἱ ὁποῖοι φανερώνουν τὰ ἴδια πράγματα, τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες τοῦ καθενὸς νὰ εἶναι κάτω ἀπὸ τὶς μονάδες τοῦ ἄλλου, οἱ δεκάδες κάτω ἀπὸ τὶς δεκάδες καὶ οἱ ἑκατοντάδες κάτω ἀπὸ τὶς ἑκατοντάδες. ῎Επειτα σύρομε ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα καὶ ἀρχίζομε τὴν πρόσθεση ἀπὸ τὶς μονάδες πρὸς τὶς δεκάδες καὶ τὶς ἑκατοντάδες. Τὴ δεκάδα ἢ τὶς δεκάδες ποὺ τυχὸν συμπληρώνουν οἱ μονάδες προσθέτομε στὶς δεκάδες, καὶ τὴν ἑκατοντάδα ἢ τὶς ἑκατοντάδες ποὺ συμπληρώνουν οἱ δεκάδες προσθέτομε στὶς ἑκατοντάδες.

$$\begin{array}{ccc} \text{Ε.} & \text{Δ.} & \text{Μ.} \\ 1 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 4 \\ 1 & 4 & 6 \\ \hline 4 & 3 & 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right\} \rightarrow \textbf{Προσθετέοι} \\ \rightarrow \textbf{῎Αθροισμα} \end{array}$$

• Τοὺς ἀκεραίους 145, 144 καὶ 146 ποὺ προσθέσαμε τοὺς ὀνομάζομε **προσθετέους.** Τὸ 435 ποὺ βρήκαμε τ' ὀνομάζομε **ἄθροισμα.**

Οἱ ἰδιότητες τῆς προσθέσεως

α) **Ἡ «ἀντιμεταθετικότης»:** Ἂν στὸ πρόβλημα ποὺ λύσαμε ἀλλάξωμε τὴ σειρὰ τῶν προσθετέων, θὰ ἔχωμε πάντοτε τὸ ἴδιο ἄθροισμα· π.χ.

$$\begin{array}{r} 144 \\ 145 \\ +\ 146 \\ \hline 435 \end{array} \quad \text{ἢ} \quad \begin{array}{r} 146 \\ 144 \\ +\ 145 \\ \hline 435 \end{array} \quad \text{ἢ} \quad \begin{array}{r} 146 \\ 145 \\ +\ 144 \\ \hline 435 \end{array}$$

β) **Ἡ «προσεταιριστικότης»:** Ἂν προσθέσωμε τοὺς δύο πρώτους προσθετέους καὶ στὸ ἄθροισμά τους τὸν τρίτο, ἢ τὸν πρῶτο μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν δύο ἄλλων, θὰ ἔχωμε πάλι ἄθροισμα 435· π.χ. $(145 + 144) + 146 = 289 + 146 = 435$ ἢ $145 + (144 + 146) = 145 + 290 = 435$.

γ) Ἂν προσθέσωμε σὲ ὁποιοδήποτε ἀκέραιο τὸ 0, ὁ ἀκέραιος δὲν μεταβάλλεται· π.χ. $15 + 0 = 0 + 15 = 15$, $176 + 0 = 0 + 176 = 176$ κλπ. Γι' αὐτό, τὸ μηδὲν λέγεται **οὐδέτερο στοιχεῖο** γιὰ τὴν πρόσθεση.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) $102 + 98$ β) $105 + 95$ γ) $115 + 200$ δ) $200 + 315$ ε) $140 + 60$ στ) $145 + 155$ ζ) $395 + 405$ η) $310 + 690$.

2. Γραπτῶς

α) $\begin{array}{r} 216 \\ 365 \\ +\ 673 \\ \hline \end{array}$ β) $\begin{array}{r} 304 \\ 493 \\ +\ 177 \\ \hline \end{array}$ γ) $\begin{array}{r} 617 \\ 708 \\ +\ 19 \\ \hline \end{array}$ δ) $\begin{array}{r} 713 \\ 298 \\ +\ 319 \\ \hline \end{array}$ ε) $\begin{array}{r} 310 \\ 301 \\ +\ 609 \\ \hline \end{array}$

στ) $\begin{array}{r} 362 \\ 810 \\ 608 \\ +\ 220 \\ \hline \end{array}$ ζ) $\begin{array}{r} 872 \\ 598 \\ 289 \\ +\ 176 \\ \hline \end{array}$ η) $\begin{array}{r} 1.001 \\ 608 \\ 110 \\ +\ 69 \\ \hline \end{array}$ θ) $\begin{array}{r} 904 \\ 33 \\ 890 \\ +\ 103 \\ \hline \end{array}$ ι) $\begin{array}{r} 1.200 \\ 199 \\ 86 \\ +\ 7 \\ \hline \end{array}$

Προβλήματα προσθέσεως

1. Ὁ κύριος Μυλωνᾶς ἔχει τρία δοχεῖα λάδι. Τὸ πρῶτο περιέχει 325 κιλά, τὸ δεύτερο 295 καὶ τὸ τρίτο 497. Πόσα κιλὰ λάδι περιέχουν καὶ τὰ τρία μαζί ;

2. Ὁ Παῦλος ἔχει στὴν ἀποθήκη του τέσσερα βαρέλια κρασί. Τὸ πρῶτο περιέχει 317 κιλά, τὸ δεύτερο 298, τὸ τρίτο 308 καὶ τὸ τέταρτο 283. Πόσα κιλὰ κρασὶ περιέχουν καὶ τὰ τέσσερα μαζί ;

3. Ὁ πατέρας τῆς Ἀθηνᾶς ἀγόρασε λάδι, τυρὶ καὶ ἄλλα τρόφιμα, γιὰ νὰ τὰ πάρουν μαζί τους στὴν ἐξοχή, ποὺ θὰ περνοῦσαν τὸ καλοκαίρι. Γιὰ τὸ λάδι πλήρωσε 318 δραχμές, γιὰ τὸ τυρὶ 296 καὶ γιὰ τὰ ὑπόλοιπα τρόφιμα 528. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε συνολικά ;

4. Ὁ κύριος Μυλωνᾶς τὸν Ὀκτώβριο πλήρωσε γιὰ τὸ τηλέφωνό του 315 δραχμές, γιὰ τὸ νερὸ 162, γιὰ τὸ φῶς 419 καὶ γιὰ διάφορες ἄλλες ἀνάγκες 697. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε συνολικά ;

5. Ὁ κὺρ Νίκος ὁ παντοπώλης ἀγόρασε ἀπὸ τρεῖς παραγωγοὺς φασόλια. Ἀπὸ τὸν πρῶτο πῆρε 465 κιλά, ἀπὸ τὸν δεύτερο 497 καὶ ἀπὸ τὸν τρίτο 829. Πόσα κιλὰ φασόλια ἀγόρασε καὶ ἀπὸ τοὺς τρεῖς μαζί ;

6. Ὁ Σταμάτης εἰσέπραξε τὴ Δευτέρα 456 δραχμές, τὴν Τρίτη 615, τὴν Τετάρτη 216 καὶ τὴν Πέμπτη 619. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε συνολικά ;

7. Ὁ Νικήτας κέρδισε τὴ Δευτέρα 212 δραχμές· τὴν Τρίτη 35 δρχ. περισσότερες καὶ τὴν Τετάρτη 25 δρχ. περισσότερες ἀπ' ὅσες τὴ Δευτέρα. Πόσες δραχμὲς κέρδισε συνολικά ;

8. Ὁ Παῦλος πέρυσι πούλησε τὶς παρακάτω ποσότητες ζάχαρη. Τὸ πρῶτο τρίμηνο 198 κιλά· τὸ δεύτερο 33 κιλὰ περισσότερα καὶ τὸ τρίτο ὅσα τὸ πρῶτο καὶ τὸ δεύτερο μαζί. Πόσα κιλὰ ζάχαρη πούλησε συνολικά ;

9. Ὁ Γιῶργος ἀγόρασε ἐλιές, λάδι, τυρὶ καὶ βούτυρο. Γιὰ τὶς ἐλιὲς ἔδωσε 315 δραχμές, γιὰ τὸ λάδι 256 δραχμὲς περισσότερες, γιὰ τὸ τυρὶ 329 δραχμὲς καὶ γιὰ τὸ βούτυρο ὅσες γιὰ τὶς ἐλιές, τὸ λάδι καὶ τὸ τυρὶ μαζί. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

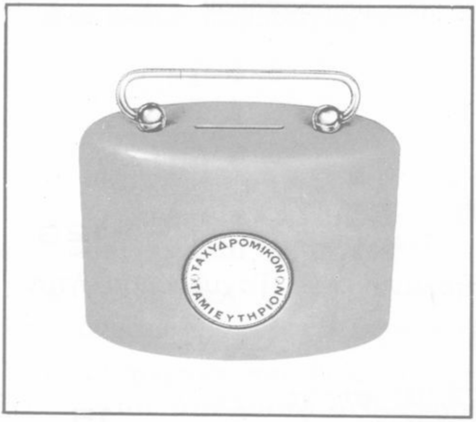
10. Ὁ κύριος Μυλωνᾶς πέρυσι πούλησε τὶς ἑξῆς ποσότητες ρυζιοῦ. Τὸ πρῶτο τρίμηνο 265 κιλά, τὸ δεύτερο τρίμηνο 307 κιλὰ καὶ τὸ τρίτο τρίμηνο ὅσα τὰ δύο πρῶτα καὶ 180 κιλὰ ἀκόμη. Πόσα κιλὰ ρύζι πούλησε ;

Τὸ Ταχυδρομεῖο

Τὰ Ταχυδρομεῖα εἶναι δημόσια καταστήματα. Οἱ ὑπάλληλοι ποὺ ἐργάζονται σ᾽ αὐτὰ ἐκτελοῦν διάφορες ἐργασίες. Ἄλλοι πουλοῦν γραμματόσημα, ἄλλοι ταξινομοῦν τὶς ἐπιστολὲς καὶ ἄλλοι μοιράζουν τὶς ἐπιστολὲς στὶς πόλεις καὶ στὴν ὕπαιθρο.

Σὲ κάθε ταχυδρομικὸ κατάστημα ὑπάρχουν συνήθως δύο γραμματοκιβώτια. Τὸ ἕνα γιὰ τὶς ἐπιστολὲς ποὺ προορίζονται γιὰ τὸ ἐξωτερικὸ καὶ τὸ ἄλλο γι᾽ αὐτὲς ποὺ προορίζονται γιὰ τὸ ἐσωτερικό. Στὰ γραμματοκιβώτια αὐτὰ συγκεντρώνονται πολλὲς ἐπιστολές, τὶς ὁποῖες παίρνουν οἱ ταξινόμοι καί, ἀφοῦ τὶς ταξινομήσουν, τὶς δένουν σὲ εἰδικοὺς σάκους καὶ τὶς ἀποστέλλουν στὸν προορισμό τους.

Μὲ τὸ Ταχυδρομεῖο μποροῦμε, νὰ στείλωμε καὶ διάφορα χρηματικὰ ποσὰ (ἐπιταγές), καθὼς ἐπίσης καὶ μικρὰ δέματα.



ΕΛΤΑ

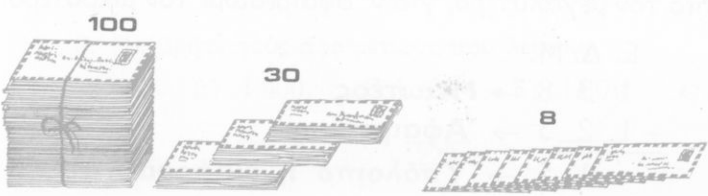
2. Η ΑΦΑΙΡΕΣΗ

Πρόβλημα. Στὸ Ταχυδρομεῖο Λιβαδειᾶς ἔφτασαν χτὲς 138 ἐπιστολὲς καὶ μοιράστηκαν οἱ 123. Πόσες ἔμειναν γιὰ σήμερα ;

Λύση. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσες ἐπιστολὲς ἀπόμειναν στὸ Ταχυδρομεῖο, γιὰ νὰ μοιραστοῦν σήμερα, πρέπει νὰ βγάλωμε ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ τῶν ἐπιστολῶν ποὺ ἔφτασαν στὸ Ταχυδρομεῖο τὸν ἀριθμὸ τῶν ἐπιστολῶν ποὺ μοιράστηκαν.

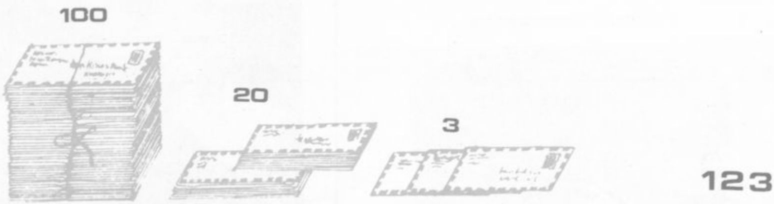
Παραστατικὰ

Οἱ ἐπιστολὲς ποὺ ἔφτασαν στὸ Ταχυδρομεῖο ἦταν :



138

Βγάζομε τὶς ἐπιστολὲς ποὺ μοιράστηκαν :



Οἱ ἐπιστολὲς ποὺ ἀπόμειναν στὸ Ταχυδρομεῖο ἦταν :

Ὥστε ἀπόμειναν στὸ Ταχυδρομεῖο 15 ἐπιστολές.

Ἡ πράξη ποὺ κάναμε, γιὰ νὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα, λέγεται **ἀφαίρεση.**

Ἀφαίρεση κάνομε, ὅταν θέλωμε νὰ βγάλωμε ἕναν ἀκέραιο ἀκέραιο ἀπὸ ἕναν ἄλλο μεγαλύτερό του.

Γράφομε πρῶτα τὸν μεγαλύτερο ἀκέραιο κι ἔπειτα, κάτω ἀπὸ αὐτόν, τὸν μικρότερο ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες, οἱ δεκάδες καὶ ἡ ἑκατοντάδα τοῦ μικρότερου νὰ εἶναι ἀντίστοιχα κάτω ἀπὸ τὶς μονάδες, τὶς δεκάδες καὶ τὴν ἑκατοντάδα τοῦ μεγαλύτερου. Μετὰ σύρομε ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα καὶ ἀρχίζομε τὴν ἀφαίρεση ἀπὸ τὶς μονάδες προχωρώντας πρὸς τὶς δεκάδες καὶ τὶς ἑκατοντάδες. Πρέπει ὅμως νὰ μὴν ξεχνοῦμε νὰ προσθέτωμε στὶς δεκάδες κι ἑκατοντάδες τοῦ μικρότερου ἀκεραίου τὶς δεκάδες ἢ ἑκατοντάδες ποὺ τυχὸν δανειζόμαστε ἀπὸ τὸν μεγαλύτερο, γιὰ ν' ἀφαιρέσωμε τὸν μικρότερο.

Ε. Δ. Μ.

1 3 8 → **Μειωτέος**

−1 2 3 → **Ἀφαιρετέος**

1 5 → **Ὑπόλοιπο ἢ διαφορὰ**

Δύο ἀκόμη παραδείγματα :

$$\begin{array}{r} 735 \\ -528 \\ \hline 207 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1.563 \\ -1.375 \\ \hline 188 \end{array}$$

● Ὁ ἀκέραιος, ὁ ὁποῖος μειώνεται (μικραίνει) σὲ μιὰ ἀφαίρεση, λέγεται **μειωτέος.**

● Ὁ ἀκέραιος, ὁ ὁποῖος πρέπει ν' ἀφαιρεθῆ (νὰ βγῆ) ἀπὸ τὸν μειωτέο, λέγεται **ἀφαιρετέος.**

● Ὁ ἀκέραιος ποὺ βρίσκομε ἀπὸ τὴν ἐκτέλεση τῆς πράξης λέγεται **ὑπόλοιπο** ἢ **διαφορά.**

● Ὁ μειωτέος, ὁ ἀφαιρετέος καὶ τὸ ὑπόλοιπο εἶναι πάντοτε ποσὰ **ὁμοειδῆ.**

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 100 – 30 β) 258 – 18 γ) 1.000 – 300 δ) 1.000 – 700 ε) 100 – 51 στ) 200 – 101 ζ) 400 – 201 η) 2.000 – 1.100 θ) 1.900 – 800 ι) 1.999 - 909.

2. Γραπτῶς

1. Νὰ κάμετε τὶς ἀφαιρέσεις :

α) $\begin{array}{r} 473 \\ -385 \\ \hline ; \end{array}$ β) $\begin{array}{r} 633 \\ -376 \\ \hline ; \end{array}$ γ) $\begin{array}{r} 821 \\ -596 \\ \hline ; \end{array}$ δ) $\begin{array}{r} 1.201 \\ -340 \\ \hline ; \end{array}$ ε) $\begin{array}{r} 1.300 \\ -842 \\ \hline ; \end{array}$ στ) $\begin{array}{r} 1.804 \\ -1.087 \\ \hline ; \end{array}$

2. Νὰ βρῆτε τοὺς ἀφαιρετέους ποὺ λείπουν :

α) $\begin{array}{r} 1.000 \\ -\ ; \\ \hline 400 \end{array}$ β) $\begin{array}{r} 1.400 \\ -\ ; \\ \hline 500 \end{array}$ γ) $\begin{array}{r} 1.222 \\ -\ ; \\ \hline 222 \end{array}$ δ) $\begin{array}{r} 1.801 \\ -\ ; \\ \hline 794 \end{array}$ ε) $\begin{array}{r} 1.905 \\ -\ ; \\ \hline 1.281 \end{array}$

3. Νὰ βρῆτε τοὺς μειωτέους ποὺ λείπουν :

α)	β)	γ)	δ)
;	;	;	;
− 137	− 404	− 529	− 1.208

Προβλήματα ἀφαιρέσεως

1. Ἡ Χρυσάνθη χρεώθηκε τὴ Δευτέρα τὸ πρωὶ γραμματόσημα ἀξίας 1.692 δραχμῶν. Τὸ μεσημέρι παρέδωσε στὸν προϊστάμενό της 1.553 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πρέπει νὰ δώση ἀκόμη, γιὰ νὰ ξεχρεωθῆ ;

2. Ἕνας ἀγροτικὸς ταχυδρομικὸς διανομέας ἔφυγε ἀπὸ τὸ Ταχυδρομεῖο του μὲ 308 ἐπιστολές. Ὅταν ἐπέστρεψε εἶχε μόνο 29. Πόσες ἐπιστολὲς μοίρασε ;

3. Ἄλλος ταχυδρομικὸς διανομέας εἶχε μιὰ ἐπιταγὴ 1.755 δραχμῶν. Ἔδωσε στὸν παραλήπτη της 2.000 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πῆρε ρέστα ;

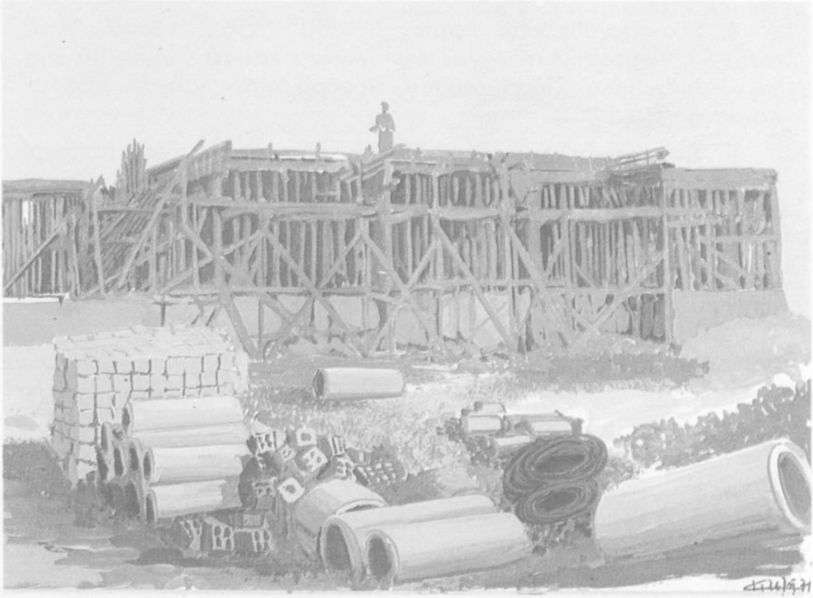
4. Στὸ Ταχυδρομεῖο Λαμίας ἔφτασαν 1.362 δέματα. Ἀπὸ αὐτὰ 973 προορίζονταν γιὰ τὴν Ἀθήνα καὶ τὰ ὑπόλοιπα γιὰ τὴ Θεσσαλονίκη. Πόσα δέματα προορίζονταν γιὰ τὴ Θεσσαλονίκη ;

5. Ἕνα ἀεροπλάνο τῆς Ὀλυμπιακῆς Ἀεροπορίας μετέφερε ἀπὸ τὸ Ἡράκλειο Κρήτης στὴν Ἀθήνα ταχυδρομικοὺς σάκους μὲ δέματα κι ἐπιστολὲς ποὺ ζύγιζαν 1.005 κιλά. Ἂν τὰ δέματα ζύγιζαν 998 κιλά, πόσα κιλὰ ζύγιζαν οἱ ἐπιστολές ;

6. Ὁ Πέτρος πῆγε νὰ ταχυδρομήση στὸν ἀδερφό του, ποὺ ὑπηρετεῖ στρατιώτης, 1.105 δραχμές. Ἔδωσε στὸν ὑπάλληλο 2.000 δραχμές. Πόσα ρέστα θὰ πάρη ;

7. Ἡ Μαρία ἔστειλε στὴν ἀδελφή της, ποὺ σπουδάζει στὴν Ἀθήνα, μιὰ ἐπιταγὴ καὶ τῆς περίσσεψαν 397 δραχμές. Πόσων δραχμῶν ἦταν ἡ ἐπιταγή, ἂν ἡ Μαρία, προτοῦ τὴ στείλη, εἶχε 1.572 δραχμές ;

8. Δύο ταχυδρομικοὶ σάκοι περιεῖχαν 1.675 ἐπιστολές. Ἂν ὁ ἕνας περιεῖχε 798 ἐπιστολές, πόσες ἐπιστολὲς περιεῖχε ὁ ἄλλος ;



Ὑλικὰ οἰκοδομῶν

Οἰκοδομικὰ ὑλικὰ λέγονται τὰ ὑλικά, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦν οἱ οἰκοδόμοι, γιὰ νὰ κτίζουν τὰ σπίτια, τὰ καταστήματα καὶ γενικὰ ὅλα τὰ κτίσματα, τὰ ὁποῖα ἐξυπηρετοῦν βασικὲς ἀνάγκες τῆς ζωῆς μας.

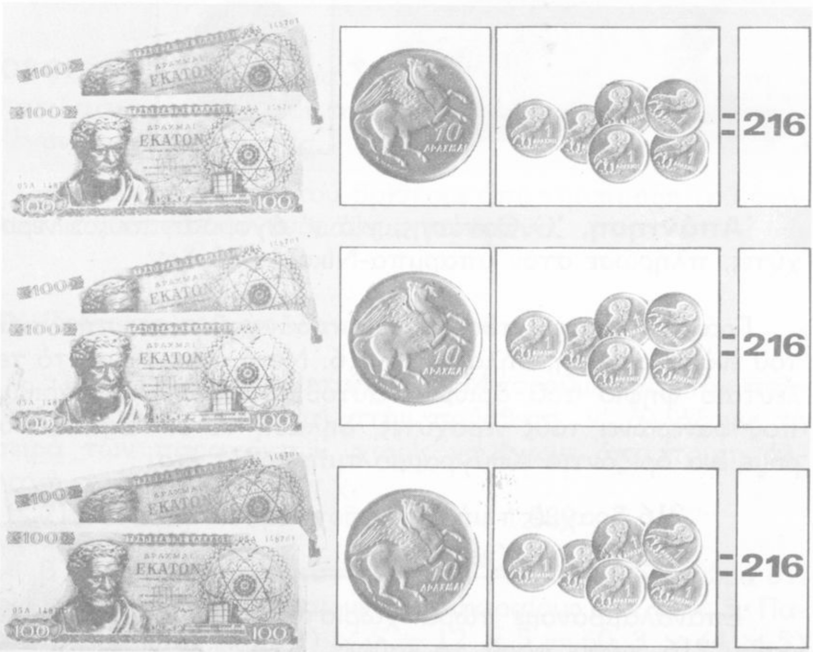
Τὰ ὑλικὰ αὐτὰ πουλιοῦνται σὲ ὑπαίθριους συνήθως χώρους, ποὺ λέγονται μάντρες. Τέτοια ὑλικὰ εἶναι : ἡ ἄμμος, οἱ πέτρες, τὰ μάρμαρα, τὰ τοῦβλα, τὰ κεραμίδια, οἱ τσιμεντόλιθοι, τὸ τσιμέντο, τὰ σίδερα, οἱ σωλῆνες, οἱ πλάκες, τὸ χαλίκι καὶ πολλὰ ἄλλα.

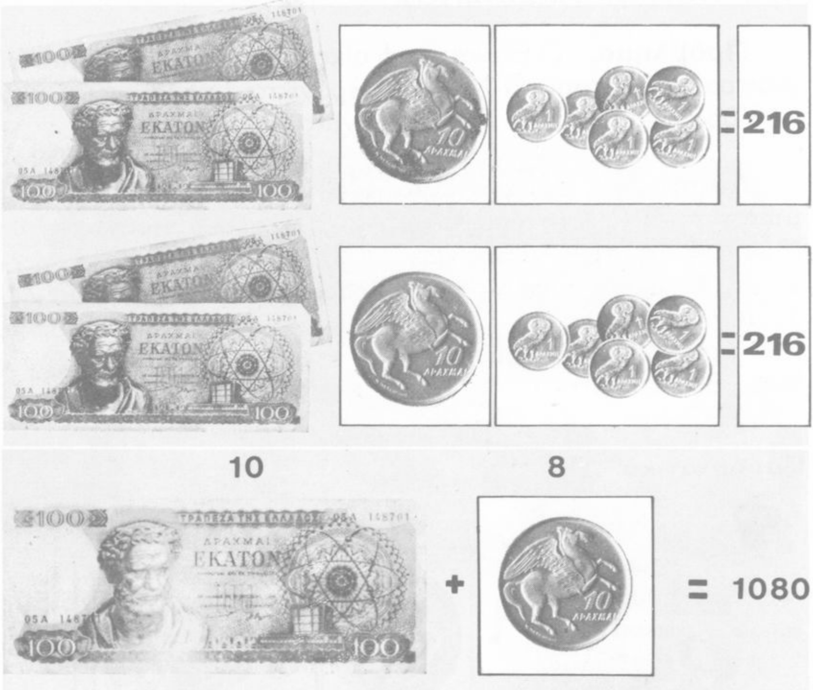
3. Ο ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

Πρόβλημα. Ὁ Θανάσης, ὁ οἰκοδόμος, ἀγόρασε ἀπὸ τὴ μάντρα τοῦ μπαρμπα-Νίκου 5 νεροχύτες μαρμάρινους πρὸς 216 δραχμὲς τὸν ἕνα. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

Λύση. Ἂν ὁ Θανάσης ἀγόραζε 1 νεροχύτη, θὰ ἔδινε στὸν μπαρμπα-Νίκο 216 δραχμές. Ἂν ἀγόραζε 2 νεροχύτες, θὰ ἔδινε 2 φορὲς τὶς 216 δραχμές. Ἀφοῦ ὅμως ἀγόρασε 5 νεροχύτες, θὰ δώση 5 φορὲς τὶς 216 δραχμές. Ἄρα, γιὰ νὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα, πρέπει νὰ ἐπαναλάβωμε τὸν ἀριθμὸ 216 (τὴν ἀξία δηλαδὴ τοῦ ἑνὸς νεροχύτη) 5 φορὲς (ὅσοι εἶναι οἱ νεροχύτες).

Παραστατικὰ





᾿Απάντηση. ῾Ο Θανάσης, γιὰ ν᾿ ἀγοράση τοὺς 5 νεροχύτες, πλήρωσε στὸν μπαρμπα-Νίκο 1.080 δρχ.

Γράφομε πρῶτα τὸν ἀκέραιο ποὺ φανερώνει τὴν τιμὴ τοῦ ἑνὸς νεροχύτη, δηλαδὴ τὸ 216. Μετά, κάτω ἀπὸ τὸ τελευταῖο ψηφίο τοῦ ἀριθμοῦ αὐτοῦ, γράφομε τὸν ἀριθμὸ ποὺ φανερώνει τοὺς νεροχύτες, δηλαδὴ τὸ 5. ῎Επειτα σύρομε ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα. Νά ἔτσι :

216 δραχμὲς τιμὴ ἑνὸς νεροχύτη
× 5 (νεροχύτες)

᾿Επαναλαμβάνομε τώρα χωριστὰ τὰ ψηφία τοῦ ἀκεραίου 216, πέντε φορὲς τὸ καθένα

		Χ.	Ε.	Δ.	Μ.	
Μονάδες	$6 \times 5 =$			3	0	
Δεκάδες	$1 \times 5 =$			5		
Ἑκατοντάδες	$2 \times 5 =$	1	0			
Ὥστε	$216 \times 5 =$	1	0	8	0	ἢ

216 → **Πολλαπλασιαστέος**
× 5 → **Πολλαπλασιαστὴς**
1080 → **Γινόμενο**

Ἡ πράξη ποὺ κάναμε λέγεται **πολλαπλασιασμός.**

Πολλαπλασιασμὸ κάνομε, ὅταν γνωρίζωμε τὴν ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας ἑνὸς πράγματος καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μονάδων του ἢ ὅταν θέλωμε νὰ ἐπαναλάβωμε ἕναν ἀκέραιο πολλὲς φορές.

● Στὸν πολλαπλασιασμὸ ἔχομε δύο ἀριθμούς: τὸν **πολλαπλασιαστέο** καὶ τὸν **πολλαπλασιαστή.** Καὶ οἱ δύο μαζὶ λέγονται **παράγοντες.**

● Τὸν νέο ἀκέραιο ποὺ βρίσκομε ἀπὸ τὴν πράξη τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τὸν ὀνομάζομε **γινόμενο.**

Οἱ ἰδιότητες τοῦ πολλαπλασιασμοῦ

α) **Ἡ «ἀντιμεταθετικότης»:** Μποροῦμε καὶ στὸν πολλαπλασιασμό, ὅπως καὶ στὴν πρόσθεση, ν' ἀλλάξωμε τὴ σειρὰ τῶν παραγόντων, χωρὶς νὰ ἔχωμε ἀντίστοιχη ἀλλαγὴ τοῦ γινομένου· π.χ.
$216 \times 5 = 1.080$ ἢ $5 \times 216 = 1.080$

β) **Ἡ «προσεταιριστικότης»:** Ἂς ὑποθέσωμε τώρα ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τοὺς ἀκεραίους $3 \times 4 \times 5$. Παρατηροῦμε ὅτι : $(3 \times 4) \times 5 = 12 \times 5 = 60$, $3 \times (4 \times 5)$

$= 3 \times 20 = 60$, δηλαδὴ $(3 \times 4) \times 5 = 3 \times (4 \times 5)$. Ὥστε, σ' ἕνα γινόμενο τριῶν παραγόντων, τὸ γινόμενο τῶν δύο πρώτων ἐπὶ τὸν τρίτο ἰσοῦται μὲ τὸν πρῶτο ἐπὶ τὸ γινόμενο τῶν δύο ἄλλων.

γ) **Ἡ «ἐπιμεριστικότης»:** Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τὸν ἀριθμὸ 10 μὲ τὸν ἀριθμὸ 6. Θὰ ἔχωμε: $10 \times 6 = 60$. Τὸ ἴδιο γινόμενο θὰ ἔχωμε, καὶ ἂν ἐπιμερίσωμε τὸν ἀριθμὸ 10 (ἢ καὶ τὸν 6), τὸν χωρίσωμε δηλαδὴ σὲ δύο ἀριθμούς, ποὺ νὰ ἔχουν ἄθροισμα 10 (ἢ 6). Ἂς ἐπιμερίσωμε τὸ 10 σὲ 7 καὶ 3. Θὰ ἔχωμε $6 \times 10 = 6 \times (7 + 3) = (6 \times 7) + (6 \times 3) = 42 + 18 = 60$.

δ) Κάθε ἀκέραιος, ὅταν πολλαπλασιαστῆ μὲ τὸ μηδέν, μηδενίζεται· π.χ.: $5 \times 0 = 0$, $7 \times 0 = 0$, $0 \times 15 = 0$, $0 \times 145 = 0$ κλπ.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 3×10 β) 10×3 γ) 10×30 δ) 30×10 ε) 11×30
στ) $5 \times 2 \times 4$ ζ) $5 \times 1 \times 0$ η) $10 \times (5 + 4)$ θ) $5 \times (8 + 6)$
ι) $6 \times (10 + 5)$ ια) 0×10 ιβ) $5 \times (0 + 1)$ ιγ) $0 \times (9 + 6)$
ιδ) $3 \times 5 \times 0$ ιε) $2 \times 10 \times 15$

2. Γραπτῶς

Νὰ κάμετε τοὺς πολλαπλασιασμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν:

α) $\begin{array}{r} 235 \\ \times\ 8 \\ \hline \end{array}$ β) $\begin{array}{r} 156 \\ \times\ 9 \\ \hline \end{array}$ γ) $\begin{array}{r} 189 \\ \times\ 9 \\ \hline \end{array}$ δ) $\begin{array}{r} 325 \\ \times\ 6 \\ \hline \end{array}$ ε) $\begin{array}{r} 448 \\ \times\ 4 \\ \hline \end{array}$

στ) $\begin{array}{r} 124 \\ \times\ 12 \\ \hline \end{array}$ ζ) $\begin{array}{r} 108 \\ \times\ 15 \\ \hline \end{array}$ η) $\begin{array}{r} 19 \\ \times\ 102 \\ \hline \end{array}$ θ) $\begin{array}{r} 85 \\ \times\ 23 \\ \hline \end{array}$ ι) $\begin{array}{r} 14 \\ \times\ 127 \\ \hline \end{array}$

Προβλήματα πολλαπλασιασμοῦ

1. Ὁ μπαρμπα-Νίκος πούλησε 45 σακιὰ τσιμέντο πρὸς 63 δρχ. τὸ ἕνα. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

2. Ὁ Θανάσης ἀγόρασε ἀπὸ τὴ μάντρα τοῦ μπαρμπα-Κώστα 75 πήλινους σωλῆνες πρὸς 25 δρχ. τὸν ἕνα. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

3. Ἕνας οἰκοδόμος ἀγόρασε 129 κιλὰ σίδερα πρὸς 9 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

4. Ὁ Γιῶργος ἔχει ἀνατρεπόμενο αὐτοκίνητο καὶ συμφώνησε

νὰ μεταφέρη στὴν οἰκοδομὴ τοῦ Θανάση 18 φορτία ἄμμου πρὸς 110 δραχμὲς τὸ ἕνα. Πόσες δραχμὲς θὰ πάρη ;

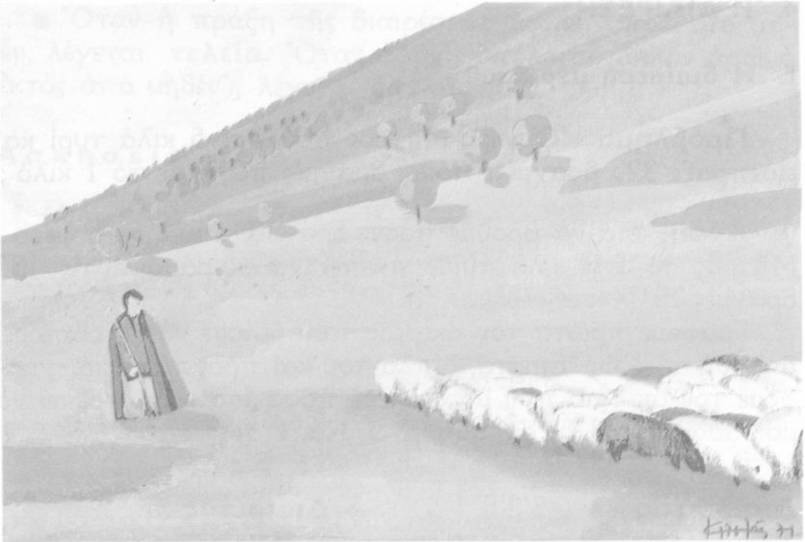
5. Ὁ μπαρμπα-Κώστας θέλησε νὰ τακτοποιήση καλύτερα τὰ ὑλικὰ ποὺ εἶχε στὴ μάντρα του. Γιὰ τὸν σκοπὸ αὐτὸ πῆρε 7 ἐργάτες, οἱ ὁποῖοι σὲ μιὰ μέρα τακτοποίησαν τὰ ὑλικά. Πόσες δρχ. τοῦ στοίχισε ἡ τακτοποίηση τῶν ὑλικῶν, ἂν πλήρωσε τὸν κάθε ἐργάτη 275 δραχμές ;

6. Ὁ Γιῶργος μετέφερε στὴ μάντρα τοῦ μπαρμπα-Νίκου 425 σακιὰ τσιμέντο πρὸς 3 δραχμὲς τὸ ἕνα. Πόσες δραχμὲς θὰ πάρη ;

7. Ὁ Χρῆστος, ὁ σοβατζής, ἀγόρασε 32 σακιὰ μαρμαρόσκονη πρὸς 65 δραχμὲς τὸ ἕνα. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

8. Ὁ Θανάσης ἀγόρασε ἀπὸ τὴ μάντρα τοῦ μπαρμπα-Νίκου 2 κουλοῦρες σύρμα πρὸς 19 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε, ἂν ἡ κάθε κουλούρα ζύγιζε 55 κιλά ;

9. Ἕνας ἠλεκτρολόγος ἀγόρασε 2 κουλοῦρες καλώδιο πρὸς 27 δραχμὲς τὸ μέτρο. Πόσα χρήματα πλήρωσε, ἂν ἡ κάθε κουλούρα περιεῖχε 34 μέτρα καλώδιο ;



Ἡ στάνη τοῦ γερο - Μήτρου

Ὁ γερο-Μῆτρος εἶναι κτηνοτρόφος. Τὴν ἄνοιξη ἀνεβαίνει μὲ τὰ κοπάδια του ἀπὸ τὰ χειμαδιὰ ψηλὰ στὶς κορφὲς τῶν Ἀγράφων. Ἐκεῖ σὲ μιὰ μαγευτικὴ ραχούλα, κάτω ἀπὸ γέρικα ἔλατα, τακτοποιεῖ τὴ στάνη του.

Ἀπὸ τὸ γάλα τῶν κοπαδιῶν του ὁ γερο-Μῆτρος, μὲ τὴν πολύχρονη πεῖρα ποὺ τὸν διακρίνει, θὰ πήξη τὸ γιαούρτι καὶ τὴ φέτα, θὰ κάμη στὸ τυροκομεῖο του τὸ κεφαλοτύρι, τὸ μανούρι, τὴ μυζήθρα, θὰ βγάλη τὸ βούτυρο κλπ.

Ὅλα αὐτά, ποὺ μὲ τόση τέχνη καὶ προσοχὴ ἑτοιμάζει ὁ γερο-Μῆτρος, τὰ πουλάει καὶ κερδίζει ἀρκετὰ χρήματα. Μὲ τὰ χρήματα αὐτὰ νοικιάζει τὰ λιβάδια ποὺ βόσκουν τὰ κοπάδια του καὶ πληρώνει τοὺς τσοπάνηδες, τοὺς φόρους, τὰ ἔξοδα τῶν παιδιῶν του ποὺ σπουδάζουν στὴν Ἀθήνα κλπ.

4. Ἡ ΔΙΑΙΡΕΣΗ

Ι. Ἡ διαίρεση μερισμοῦ

Πρόβλημα. Ὁ γερο-Μῆτρος πούλησε 5 κιλὰ τυρὶ καὶ εἰσέπραξε 325 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ 1 κιλό ;

Λύση. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσες δραχμὲς πούλησε ὁ γερο-Μῆτρος τὸ ἕνα κιλὸ τυρί, πρέπει νὰ μοιράσωμε τὶς 135 δραχμὲς σὲ 5 ἴσα μέρη.

Γράφομε πρῶτα τὸν ἀκέραιο ποὺ θέλομε νὰ μοιράσωμε, δηλαδὴ τὸ 135. Ἔπειτα, δίπλα του καὶ πρὸς τὰ δεξιά, γράφομε τὸν ἀκέραιο ποὺ μᾶς λέει σὲ πόσα ἴσα μέρη πρέπει νὰ μοιράσωμε τὸ 325, δηλαδὴ τὸ 5. Νά, ἔτσι :

Διαιρετέος ←	3′2′5′	5	→ **Διαιρέτης**
	25	65	→ **Πηλίκο**
Ὑπόλοιπο ←	0		→ **Σχῆμα τῆς διαιρέσεως**

Ἡ πράξη ποὺ κάναμε, γιὰ νὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα, λέγεται **διαίρεση μερισμοῦ**.

Διαίρεση μερισμοῦ κάνομε, ὅταν γνωρίζωμε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μονάδων ἑνὸς πράγματος καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας του ἢ ὅταν θέλωμε νὰ μοιράσωμε ἕνα ποσὸ σὲ ἴσα μέρη.

- Στὴ διαίρεση μερισμοῦ ἔχομε πάντοτε δύο ἀκεραίους : τὸν **διαιρετέο** καὶ τὸν **διαιρέτη.**

- Ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης στὴ διαίρεση μερισμοῦ εἶναι πάντοτε ποσὰ **ἑτεροειδῆ·** π.χ. δραχμὲς καὶ κιλά, δραχμὲς καὶ μέτρα.

- Ὁ ἀριθμὸς ποὺ ἐξάγεται ἀπὸ τὴν πράξη τῆς διαιρέσεως ὀνομάζεται **πηλίκο.**

● Ὅταν ἡ πράξη τῆς διαιρέσεως ἀφήνη ὑπόλοιπο μηδέν, λέγεται **τελεία.** Ὅταν ἀφήνη ὑπόλοιπο ἄλλον ἀριθμὸ (ἐκτὸς ἀπὸ μηδέν), λέγεται **ἀτελής.**

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 15 : 3 β) 25 : 5 γ) 36 : 6 δ) 45 : 9 ε) 80 : 8 στ) 99 : 9 ζ) 100 : 10 η) 90 : 15 θ) 100 : 20 ι) 150 : 50 ια) 1.000 : 100 ιβ) 2.000 : 200

2. Γραπτῶς

α) 150 : 3 β) 225 : 9 γ) 378 : 6 δ) 770 : 7 ε) 864 : 8 στ) 936 : 9 ζ) 1.008 : 36 η) 1.350 : 25 θ) 1.540 : 44 ι) 1.638 : 63 ια) 1.610 : 35 ιβ) 1.863 : 69 ιγ) 1.500 : 125 ιδ) 1.375 : 125 ιε) 1.632 : 136 ιστ) 1.450 : 145 ιζ) 1.692 : 188 ιη) 2.000 : 250

Προβλήματα διαιρέσεως μερισμοῦ

1. Ὁ κ. Νίκος ἀγόρασε ἀπὸ τὴ στάνη τοῦ γερο-Μήτρου 6 δοχεῖα γάλα γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ γαλακτοπωλείου του καὶ πλήρωσε 354 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ 1 δοχεῖο ;

2. Ὁ Ντίνος ἀγόρασε ἀπὸ τὴ στάνη τοῦ γερο-Μήτρου 7 γέρικα πρόβατα καὶ πλήρωσε 1.925 δρχ. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ ἕνα ;

3. Ὁ πατέρας τοῦ Δημητράκη ἀγόρασε ἀπὸ τὴ στάνη τοῦ γερο-Μήτρου 26 κιλὰ κεφαλοτύρι καὶ πλήρωσε 1.976 δρχ. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα κιλό ;

4. Ὁ μπαρμπα-Γιῶργος πούλησε 38 κιλὰ μυζήθρα καὶ πῆρε 1568 δρχ. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ ἕνα κιλό ;

5. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε γιὰ τὶς ἀνάγκες τῆς οἰκογένειάς του 32 κιλὰ λάδι καὶ πλήρωσε 1.952 δραχ. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα κιλό ;

6. Ὁ γερο-Μῆτρος πούλησε τὴν ἄνοιξη 219 κιλὰ γάλα καὶ πῆρε 1.971 δρχ. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ ἕνα κιλό ;

7. Ὁ ἴδιος πούλησε καὶ 83 κιλὰ γιαούρτι καὶ πῆρε 1.992 δρχ. Πόσο πούλησε τὸ ἕνα κιλό ;

2. Ἡ διαίρεση μετρήσεως

Πρόβλημα. Ὁ γερο-Μῆτρος ἄδιασε ἀπὸ ἕνα μεγάλο βαρέλι 150 κιλὰ τυρὶ σὲ δοχεῖα, ποὺ τὸ καθένα χωροῦσε 15 κιλά. Πόσα τέτοια δοχεῖα γέμισε ;

Λύση. Γιὰ νὰ βροῦμε σὲ πόσα δοχεῖα τῶν 15 κιλῶν ἄδειασε ὁ γερο-Μῆτρος τὰ 150 κιλὰ τυρὶ ἀπὸ τὸ μεγάλο βαρέλι, πρέπει νὰ μετρήσωμε πόσες φορὲς χωράει ὁ ἀριθμὸς 15 μέσα στὸν ἀριθμὸ 150. Πρέπει δηλαδὴ νὰ διαιρέσωμε τὸ 150 μὲ τὸ 15.

Παραστατικὰ

$$
\begin{aligned}
150 - 15 &= 135\\
135 - 15 &= 120\\
120 - 15 &= 105\\
105 - 15 &= 90\\
90 - 15 &= 75\\
75 - 15 &= 60\\
60 - 15 &= 45\\
45 - 15 &= 30\\
30 - 15 &= 15\\
15 - 15 &= 0
\end{aligned}
$$

Ἀπάντηση. Ὁ γερο-Μῆτρος μὲ τὰ 150 κιλὰ τυρὶ γέμισε 10 δοχεῖα τῶν 15 κιλῶν.

Γράφομε πρῶτα τὸν ἀκέραιο, ὁ ὁποῖος φανερώνει τὰ κιλὰ ποὺ ἔχει τὸ βαρέλι, δηλαδὴ τὸ 150. Δίπλα ἀπὸ αὐτὸν καὶ πρὸς τὰ δεξιά του γράφομε τὸν ἀκέραιο, ὁ ὁποῖος φανερώνει τὰ κιλὰ ποὺ χωράει τὸ καθένα ἀπὸ τὰ δοχεῖα, δηλαδὴ τὸ 15. Νά, ἔτσι :

Διαιρετέος ← 15΄0΄ | 15 → **Διαιρέτης**

Ὑπόλοιπο ← 0 0 | 10 → **Πηλίκο**

→ **Σχῆμα τῆς διαιρέσεως**

Ἀπὸ τὰ παραπάνω καταλήγομε στὸ συμπέρασμα ὅτι :

> Διαίρεση μετρήσεως κάνομε, ὅταν γνωρίζωμε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μονάδων ἑνὸς πράγματος καὶ τὴν ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας του ἢ ὅταν θέλωμε νὰ βροῦμε πόσες φορὲς ἕνας ἀριθμὸς περιέχεται σ᾽ ἕναν ἄλλο.

- Ὅπως στὴ διαίρεση μερισμοῦ ἔτσι καὶ στὴ διαίρεση μετρήσεως ἔχομε πάντοτε δύο ἀριθμούς : τὸν **διαιρετέο** καὶ τὸν **διαιρέτη.**

- Ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης στὴ διαίρεση μετρήσεως εἶναι πάντοτε ποσὰ **ὁμοειδῆ·** π.χ. κιλὰ τυρὶ καὶ κιλὰ τυρὶ κλπ.

- Ὁ ἀκέραιος ποὺ ἐξάγεται ἀπὸ τὴν πράξη τῆς διαιρέσεως ὀνομάζεται **πηλίκο.**

- Ὅταν ἡ πράξη τῆς διαιρέσεως ἀφήνη ὑπόλοιπο μηδέν, λέγεται **τελεία.** Ὅταν ἀφήνη ὑπόλοιπο ἄλλον ἀριθμό, λέγεται **ἀτελής.**

Ἀσκήσεις

Ι. Ἀπὸ μνήμης

α) 81 : 9 β) 105 : 5 γ) 210 : 2 δ) 250 : 5 ε) 500 : 10
στ) 600 : 6 ζ) 230 : 10 η) 1.000 : 50 θ) 1.500 : 15
ι) 1.800 : 180 ια) 2.000 : 100 ιβ) 2.000 : 500

2. Γραπτῶς

α) 1.955 : 25 β) 1.711 : 50 γ) 1.650 : 75 δ) 1.859 : 11
ε) 1.980 : 99 στ) 1.875 : 75 ζ) 2.000 : 65 η) 1.908 : 81
θ) 1.050 : 25 ι) 1.625 : 45 ια) 1.020 : 34 ιβ) 2.000 : 125
ιγ) 1.800 : 150 ιδ) 1.238 : 119 ιε) 1.632 : 408 ιστ) 1.835 : 145
ιζ) 2.000 : 154 ιη) 1.909 : 173

Προβλήματα διαιρέσεως μετρήσεως

1. Ὁ γερο-Μῆτρος πούλησε βούτυρο πρὸς 84 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ εἰσέπραξε 1.848 δραχμές. Πόσα κιλὰ πούλησε ;

2. Ὁ πατέρας τῆς Ἀθηνᾶς ἀγόρασε ἀπὸ τὴ στάνη τοῦ γερο-Μήτρου μανούρι πρὸς 65 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ πλήρωσε 1.755 δραχμές. Πόσα κιλὰ ἀγόρασε ;

3. Ἡ κυρα-Μήτραινα ἀγόρασε νῆμα, γιὰ νὰ ὑφάνη φλοκάτες στὸν ἀργαλειὸ πρὸς 64 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ πλήρωσε 1.984 δραχμές. Πόσα κιλὰ νῆμα ἀγόρασε ;

4. Ἡ Καίτη ἀγόρασε ἀπὸ τὴ στάνη τοῦ μπαρμπα-Γιώργου τυρὶ φέτα πρὸς 62 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ πλήρωσε 1.860 δραχμές. Πόσα κιλὰ τυρὶ ἀγόρασε ;

5. Ὁ μπαρμπα-Γιῶργος θέλει νὰ βάλη σὲ βαρέλια τῶν 25 κιλῶν 1.975 κιλὰ τυρί. Πόσα βαρέλια θὰ χρειαστῆ ;

6. Ἡ κυρα-Μήτραινα ἀνέλαβε νὰ βάλη σὲ δοχεῖα τῶν 45 κιλῶν 1.890 κιλὰ τυρί. Πόσα δοχεῖα θὰ χρειαστῆ ;

7. Ὁ γερο-Μῆτρος ἀγόρασε ἀλεύρι πρὸς 263 δραχμὲς τὸ τσουβάλι καὶ πλήρωσε 1841 δραχμές. Πόσα τσουβάλια ἀλεύρι ἀγόρασε ;

8. Ὁ Τάσος ἐργάζεται στὸ τυροκομεῖο τοῦ γερο-Μήτρου καὶ παίρνει 117 κιλὰ τυρὶ τὸ μῆνα. Ὅταν ἔφυγε, πῆρε 702 κιλὰ τυρί. Πόσους μῆνες ἐργάστηκε ;

Προβλήματα τῶν τεσσάρων πράξεων

1. Ἡ κυρα-Νίκη ἀγόρασε 12 κιλὰ ἐλιὲς πρὸς 31 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ διάφορα ἄλλα τρόφιμα. Πλήρωσε συνολικὰ 1.002 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὰ ἄλλα τρόφιμα ;

2. Ὁ πατέρας τῆς Ἀθηνᾶς ἀγόρασε 5 κιλὰ ρύζι πρὸς 18 δραχμὲς τὸ κιλό, 7 κιλὰ λάδι πρὸς 62 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ 5 κιλὰ βούτυρο πρὸς 86 δραχμὲς τὸ κιλό. Ἔδωσε στὸν παντοπώλη ἕνα χιλιόδραχμο. Πόσα ρέστα θὰ πάρη ;

3. Ὁ κύριος Μυλωνᾶς ἀγόρασε 4 χαρτοκιβώτια τοματοπολτοῦ. Τὸ κάθε χαρτοκιβώτιο περιεῖχε 6 δοχεῖα καὶ κάθε δοχεῖο 5 κιλὰ τοματοπολτοῦ. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε, ἂν ἀγόρασε τὸ κιλὸ πρὸς 13 δραχμές ;

4. Ὁ μπαρμπα-Κώστας πούλησε 445 κιλὰ σίδερα πρὸς 4 δραχμὲς τὸ κιλό. Τὰ χρήματα ποὺ εἰσέπραξε τὰ διέθεσε, γιὰ ν' ἀγοράση 89 σωλῆνες πήλινους. Πόσο ἀγόρασε τὸν ἕνα ;

5. Ὁ μπαρμπα-Νίκος πούλησε 85 σακκιὰ τσιμέντο καὶ πῆρε 1.870 δρχ. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ ἕνα σακί, ἂν κέρδισε ἀπ' ὅλα 340 δραχμές ;

6. Ὁ γερο-Μῆτρος πούλησε 24 κιλὰ κεφαλοτύρι πρὸς 80 δραχμὲς τὸ κιλό. Μὲ τὰ χρήματα ποὺ εἰσέπραξε ἀγόρασε 17 κιλὰ λάδι καὶ τοῦ ἔμειναν 966 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα κιλὸ λάδι ;

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΟΙ ΠΟΛΥΨΗΦΙΟΙ ΑΚΕΡΑΙΟΙ

Α. ΓΕΝΙΚΑ

Στὸ πρῶτο μέρος τῆς Ἀριθμητικῆς μας ἐπαναλάβαμε τοὺς ἀκεραίους ἀπὸ 0 - 2.000 καὶ πάνω σ' αὐτοὺς τὶς πράξεις τῆς προσθέσεως, τῆς ἀφαιρέσεως, τοῦ πολλαπλασιασμοῦ καὶ τῆς διαιρέσεως, ποὺ μάθαμε στὴν Γ' τάξη.

Οἱ ἀκέραιοι ὅμως δὲν τελειώνουν στὸ 2.000. Συνεχίζονται καὶ ἀποτελοῦν σειρὰ ἀτέλειωτη. Γι' αὐτό, στὸ μέρος αὐτὸ τῆς Ἀριθμητικῆς, θὰ μάθωμε νὰ γράφωμε καὶ ν' ἀπαγγέλλωμε τοὺς ἀκεραίους :

1. Ἀπὸ τὸ 2.000 ὡς τὸ 10.000 (δέκα χιλιάδες)

Ἂν ἀπὸ τὸ 2.000 ἀρχίσωμε ν' ἀνεβαίνωμε :

α) κατὰ 1 μονάδα, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀκεραίους :

2.001 δύο χιλ. ἕνα	2.005 δύο χιλ. πέντε
2.002 δύο χιλ. δύο	2.006 δύο χιλ. ἕξι
2.003 δύο χιλ. τρία	2.007 δύο χιλ. ἑφτὰ
2.004 δύο χιλ. τέσσερα	2.008 δύο χιλ. ὀχτὼ κλπ.

β) κατὰ 10 μονάδες, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀκεραίους :

2.010 δύο χιλ. δέκα	2.040 δύο χιλ. σαράντα
2.020 δύο χιλ. εἴκοσι	2.050 δύο χιλ. πενήντα
2.030 δύο χιλ. τριάντα	2.060 δύο χιλ. ἑξήντα κλπ.

γ) κατὰ 100 μονάδες, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀκεραίους :

2.100 δύο χιλ. ἑκατὸ	2.400 δύο χιλ. τετρακόσια
2.200 δύο χιλ. διακόσια	2.500 δύο χιλ. πεντακόσια
2.300 δύο χιλ. τριακόσια	2.600 δύο χιλ. ἑξακόσια κλπ.

δ) κατὰ 1.000 μονάδες, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀκεραίους:

3.000 τρεῖς χιλιάδες	8.000 ὀχτὼ χιλιάδες
4.000 τέσσερεις χιλ.	9.000 ἐννιὰ χιλιάδες
5.000 πέντε χιλ. κλπ.	10.000 δέκα χιλιάδες.

Ἀσκήσεις

α) Νὰ γράψετε τοὺς ἀκεραίους ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 3.100 ὡς τὸ 3.200, ἀνεβαίνοντας κατὰ 4 ἢ 10 μονάδες.

β) Νὰ γράψετε τοὺς ἀκεραίους ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 3.000 ὡς τὸ 10.000, ἀνεβαίνοντας κατὰ 200 καὶ 500 μονάδες.

γ) Νὰ γίνουν οἱ πράξεις:

$2.099+1$	$3.109+1$	$4.409+2$	$6.799+1$	$8.099+2$
$2.909+1$	$3.999+1$	$5.999+2$	$7.009+2$	$9.998+2$

δ) Ν' ἀφαιρέσετε:

$2.020-1$	$4.800-1$	$5.090-1$	$6.091-2$	$9.011-2$
$3.200-1$	$5.000-1$	$5.910-1$	$7.001-2$	$10.000-1$

2. Ἀπὸ τὸ 10.000 ὡς τὸ 100.000 (ἑκατὸ χιλιάδες)

Ἂν ἀπὸ τὸ 10.000 ἀρχίσωμε ν' ἀνεβαίνωμε:

α) κατὰ 100 μονάδες, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀκεραίους:

10.100 δέκα χιλ. ἑκατὸ	10.600 δέκα χιλ. ἑξακόσια
10.200 δέκα χιλ. διακόσια	10.700 δέκα χιλ. ἑφτακόσια
10.300 δέκα χιλ. τριακόσια	10.800 δέκα χιλ. ὀχτακόσια
10.400 δέκα χιλ.τετρακόσια	10.900 δέκα χιλ. ἐννιακόσια
κλπ.	κλπ.

β) κατὰ 1.000 μονάδες, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀκεραίους:

11.000 ἕντεκα χιλιάδες	17.000 δεκαεφτὰ χιλιάδες
12.000 δώδεκα χιλιάδες	18.000 δεκαοχτὼ χιλιάδες

13.000 δεκατρεῖς χιλιάδες	19.000 δεκαεννιὰ χιλιάδες
14.000 δεκατέσσερεις χιλ. κλπ.	20.000 εἴκοσι χιλιάδες κλπ.

γ) κατὰ 10.000 μονάδες, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀκέραίους:

20.000 εἴκοσι χιλ.	80.000 ὀγδόντα χιλ.
30.000 τριάντα χιλ.	90.000 ἐνενήντα χιλ.
40.000 σαράντα χιλ. κλπ.	100.000 ἑκατὸ χιλ.

Ἀσκήσεις

α) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 20.100 ὡς τὸ 21.200. ἀνεβαίνοντας κατὰ 20 καὶ 50 μονάδες.

β) Νὰ γράψετε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 30.000 ὡς τὸ 100.000, ἀνεβαίνοντας κατὰ 4.000 μονάδες.

γ) Νὰ γίνουν οἱ πράξεις :

10.109 + 2	30.999 + 1	50.999 + 2	70.099 + 2	83.099 + 2
20.908 + 2	39.999 + 1	61.909 + 2	79.909 + 2	99.999 + 1

δ) Ν' ἀφαιρέσετε :

20.000 – 1	43.400 – 1	64.440 – 1	80.010 – 1	95.000 – 1
30.300 – 1	56.200 – 1	69.090 – 1	90.001 – 2	100.000 – 1

3. Ἀπὸ τὸ 100.000 ὡς τὸ 1.000.000 (ἕνα ἑκατομμύριο)

Ἂν ἀπὸ τὸ 100.000 ἀρχίσωμε ν' ἀνεβαίνωμε:

110.000 ἑκατὸν δέκα χιλ.	140.000 ἑκατὸν σαράντα χιλ.
120.000 ἑκατὸν εἴκοσι χιλ.	150.000 ἑκατὸν πενήντα χιλ.
130.000 ἑκατὸν τριάντα χιλ.	160.000 ἑκατὸν ἐξήντα χιλ.κλπ.

β) κατὰ 100.000 μονάδες, θὰ σχηματίσωμε τοὺς ἀκεραίους

200.000 διακόσιες χιλ.	800.000 ὀχτακόσιες χιλ.
300.000 τριακόσιες χιλ.	900.000 ἐννιακόσιες χιλ.
400.000 τετρακόσιες χιλ.κλπ.	1.000.000 ἕνα ἑκατομμύριο.

Ἀσκήσεις

α) Νὰ γράψετε τοὺς ἀκεραίους ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 200.000 ὡς τὸ 600.000, ἀνεβαίνοντας κατὰ 40.000 μονάδες.

β) Νὰ γράψετε τοὺς ἀκεραίους ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 600.000 ὡς τὸ 1.000.000, ἀνεβαίνοντας κατὰ 80.000 μονάδες.

γ) Νὰ γίνουν οἱ πράξεις

100.009 + 1	119.099 + 1	134.999 + 1	259.009 + 1	777.909 + 1
109.999 + 2	127.909 + 2	144.998 + 2	570.999 + 2	999.999 + 1

δ) Ν' ἀφαιρέσετε :

200.000 – 1	300.900 – 1	500.050 – 1	700.004 – 5	900.900 – 1
290.800 – 1	420.020 – 1	600.011 – 2	800.009 – 10	1.000.000 – 1

4. Ἀπὸ τὸ 1.000.000 καὶ ἄνω

Προχωρώντας ἀπὸ τὸ 1.000.000 κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο, σχηματίζομε τοὺς ἀκεραίους :

10.000.000	δέκα ἑκατομ.	1.000.000.000	ἕνα δισεκατ.
100.000.000	ἑκατὸ ἑκατομ.	10.000.000.000	δέκα δισεκατομ.

Ἀσκήσεις

α) Νὰ γράψετε τοὺς ἀκεραίους ἀπὸ τὸ 1.000.000 ὡς τὸ 1.000.020.

β) Νὰ γράψετε τοὺς ἀκεραίους ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὸ 1.100.000 ὡς τὸ 1.200.000, ἀνεβαίνοντας κατὰ 5.000 μονάδες.

5. Πῶς γράφονται οἱ πολυψήφιοι ἀκέραιοι

Ἀπ' ὅσα εἴπαμε παραπάνω, συμπεραίνομε ὅτι οἱ ἀκέραιοι:

- ἀπὸ 1.000 ὡς 9.999 γράφονται μὲ 4 ψηφία,
- ἀπὸ 10.000 ὡς 99.999 γράφονται μὲ 5 ψηφία,
- ἀπὸ 100.000 ὡς 999.999 γράφονται μὲ 6 ψηφία,
- ἀπὸ 1.000.000 ὡς 9.999.999 γράφονται μὲ 7 ψηφία,
- ἀπὸ 10.000.000 ὡς 99.999.999 γράφονται μὲ 8 ψηφία,
- ἀπὸ 100.000.000 ὡς 999.999.999 γράφονται μὲ 9 ψηφία κλπ.

6. Πῶς ἀπαγγέλλονται οἱ πολυψήφιοι ἀκέραιοι

Γιὰ ν' ἀπαγγείλωμε ἕναν ὁποιοδήποτε πολυψήφιο ἀκέραιο, τὸν χωρίζομε μὲ κουκκίδες σὲ τριψήφια τμήματα ἀρχίζοντας ἀπὸ τὸ τέλος του.

Ἔστω ὅτι θέλομε ν' ἀπαγγείλωμε τοὺς ἀκέραιους : 73.635, 126.251, 1.365.365, 175.175.175.

- Τὸ τελευταῖο τριψήφιο τμῆμα φανερώνει μονάδες.
- Τὸ δεύτερο ἀπὸ τὸ τέλος τμῆμα φανερώνει χιλιάδες.
- Τὸ τρίτο ἀπὸ τὸ τέλος τμῆμα φανερώνει ἑκατομμύρια.

Σύμφωνα μὲ αὐτὰ οἱ παραπάνω ἀκέραιοι ἀπαγγέλονται:
73 χιλιάδες, 635 μονάδες.
126 χιλιάδες, 251 μονάδες.
1 ἑκατομμύριο, 365 χιλιάδες, 365 μονάδες.
175 ἑκατομμύρια, 175 χιλιάδες, 175 μονάδες.

Ἀσκήσεις

1. Νὰ γράψετε μὲ ψηφία τοὺς ἀκεραίους :

α) ὀγδόντα τρεῖς χιλιάδες, διακόσια ἑβδομήντα ἑφτά,
β) τριακόσιες εἴκοσι δύο χιλιάδες, πεντακόσια εἴκοσι ὀχτώ,

γ) ἐννιακόσιες δεκαοχτὼ χιλιάδες, ἑκατὸν δεκαεννιά,

δ) δεκαπέντε ἑκατομμύρια, τριακόσιες ἕντεκα χιλιάδες, ἑκατὸν ἑξήντα πέντε.

2. Νὰ γράψετε μὲ λέξεις τοὺς ἀκεραίους :

α) 27.354, 91.381, 107.219, 263.444, 672.636

β) 1.231.452, 4.621.743, 14.308.902, 765.433.897.

3. Ν' ἀπαγγείλετε τοὺς ἀκεραίους :

α) 30.301, 67.345, 128.983, 526.730, 803.111

β) 1.302.203, 14.165.561, 113.131.311, 1.703.073.370.

7. Πῶς ἀναλύονται οἱ πολυψήφιοι ἀκέραιοι

- Κάθε τριψήφιο τμῆμα τῶν πολυψήφιων ἀκεραίων ἀποτελεῖται : ἀπὸ μονάδες, δεκάδες κι ἑκατοντάδες· π.χ. τοῦ ἀριθμοῦ 6.673.421.

- τὸ τμῆμα τῶν μονάδων ἀποτελεῖται : ἀπὸ 1 μονάδα, 2 δεκάδες καὶ 4 ἑκατοντάδες,

- τὸ τμῆμα τῶν χιλιάδων ἀποτελεῖται : ἀπὸ 3 μονάδες χιλιάδων, 7 δεκάδες χιλιάδων καὶ 6 ἑκατοντάδες χιλιάδων,

- τὸ τμῆμα τῶν ἑκατομμυρίων ἀποτελεῖται : ἀπὸ 6 μονάδες ἑκατομμυρίων.

Ἀσκήσεις

Ν' ἀναλύσετε τοὺς ἀκεραίους :

α) 281.302, 801.942, 900.105 β) 1.307.123, 17.648.762, 126.349.789.

Β. ΟΙ ΤΕΣΣΕΡΕΙΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΤΩΝ ΠΟΛΥΨΗΦΙΩΝ

Τά κτήματα

Ἔξω ἀπὸ τὸ χωριὸ ἁπλώνονται τὰ κτήματα τῶν γεωργῶν. Ἀνάμεσα σ' αὐτὰ βρίσκονται καὶ τὰ κτήματα τοῦ κὺρ Πανάγου. Στὰ κτήματα καλλιεργεῖται τὸ σιτάρι, τὸ κριθάρι, τὸ βαμβάκι, τὰ λαχανικά, τὰ ὀπωροφόρα δέντρα καὶ διάφορα ἄλλα εἴδη.

Οἱ γεωργοὶ ἀγαποῦν τὰ κτήματά τους καὶ τὰ ποτίζουν μὲ τὸν τίμιο ἱδρώτα τοῦ προσώπου τους. Ἀλλὰ καὶ οἱ κόποι τῶν γεωργῶν ἀνταμείβονται μὲ τοὺς πλούσιους καρποὺς τῶν κτημάτων. Οἱ γεωργοὶ μᾶς χαρίζουν τὰ βασικότερα εἴδη διατροφῆς. Χωρὶς αὐτοὺς ὁ πολιτισμὸς θὰ ἦταν ἀκόμη στὰ σπάργανα. Στὴ φιλοτιμία τους καὶ τὴν ἐργατικότητά τους ὀφείλομε τὴ ζωή μας.

Ι. Η ΠΡΟΣΘΕΣΗ

Πρόβλημα. Ὁ κὺρ Πανάγος πούλησε βαμβάκι, σιτάρι καὶ κριθάρι. Ἀπὸ τὸ βαμβάκι εἰσέπραξε 7.325 δραχμές, ἀπὸ τὸ σιτάρι 4.217 καὶ ἀπὸ τὸ κριθάρι 2.135. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε συνολικά ;

Λύση. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ὁ κὺρ Πανάγος, θὰ ἑνώσωμε τὰ τρία χρηματικὰ ποσά. Θὰ κάνωμε **πρόσθεση.**

Γράφομε τοὺς τρεῖς ἀκεραίους τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες τοῦ καθενὸς νὰ εἶναι κάτω ἀπὸ τὶς μονάδες τοῦ ἄλλου· οἱ δεκάδες κάτω ἀπὸ τὶς δεκάδες· οἱ ἑκατοντάδες κάτω ἀπὸ τὶς ἑκατοντάδες καὶ οἱ χιλιάδες κάτω ἀπὸ τὶς χιλιάδες. Ἔπειτα σύρομε ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα καὶ ἀρχίζομε τὴν πρόσθεση ἀπὸ τὶς μονάδες πρὸς τὶς δεκάδες, τὶς ἑκατοντάδες καὶ τὶς χιλιάδες. Τὴ δεκάδα ἢ τὶς δεκάδες ποὺ τυχὸν συμπληρώνουν οἱ μονάδες προσθέτομε στὶς δεκάδες, τὴν ἑκατοντάδα ἢ τὶς ἑκατοντάδες ποὺ συμπληρώνουν οἱ δεκάδες προσθέτομε στὶς ἑκατοντάδες κ.ο.κ. Νά, ἔτσι :

$$
\begin{array}{rrrrl}
 & \text{Χ.} & \text{Ε.} & \text{Δ.} & \text{Μ.} \\
 & 7. & 3 & 2 & 5 \\
 & 4. & 2 & 1 & 7 \\
+ & 2. & 1 & 3 & 5 \\
\hline
 & 13. & 6 & 7 & 7
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
\left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right\} \rightarrow \textbf{Προσθετέοι} \\
\rightarrow \textbf{Ἄθροισμα}
\end{array}
$$

᾿Απὸ τὰ παραπάνω συμπεραίνομε ὅτι:

Πρόσθεση κάνομε, ὅταν θέλωμε νὰ ἑνώσωμε δύο ἢ περισσότερα ὁμοειδῆ ποσά· π.χ. δραχμὲς μὲ δραχμές, κιλὰ μὲ κιλὰ κλπ.

● Τοὺς ἀκεραίους 7.325, 4217 καὶ 2.135 ποὺ προσθέσαμε τοὺς ὀνομάζομε **προσθετέους.** Τὸν ἀκέραιο 13.677 ποὺ βρήκαμε τὸν ὀνομάζομε **ἄθροισμα.**

● Τὸ σύμβολο τῆς προσθέσεως εἶναι τὸ +, ποὺ τὸ λέμε **σὺν** ἢ **καί.**

῾Η δοκιμὴ τῆς προσθέσεως

Γιὰ νὰ ἐλέγξωμε τὸ ἄθροισμα, ἐπαναλαμβάνομε τὴν ἐκτέλεση τῆς προσθέσεως ἀρχίζοντας ἀπὸ πάνω πρὸς τὰ κάτω. Ἂν τὰ δύο ἀθροίσματα εἶναι ἴσα, ἡ πράξη ἔγινε σωστά. Ἂν εἶναι ἄνισα, ἡ μία τουλάχιστον ἀπὸ τὶς ἐκτελέσεις τῆς προσθέσεως εἶναι λάθος. Στὴν περίπτωση αὐτὴ ἐπαναλαμβάνομε τὴν πράξη. Π.χ.

ἡ πράξη τῆς προσθέσεως	ἡ δοκιμὴ τῆς προσθέσεως
$\begin{array}{r} 7.325 \\ 4.217 \\ +\ 2.135 \\ \hline 13.677 \end{array}$	$\begin{array}{rl} +\ 7.325 & (1) \\ 4.217 & (2) \\ 2.135 & (3) \\ \hline 13.677 & \end{array}$

Οἱ ἰδιότητες τῆς προσθέσεως

α) **῾Η «ἀντιμεταθετικότης»:** ῾Η ἀλλαγὴ τῆς σειρᾶς τῶν προσθετέων δὲν μεταβάλλει τὸ ἄθροισμά τους· π.χ.

$10+5=5+10=15$, $20+10=10+20=30$, $100+10=10+100=110$

β) **Ἡ «προσεταιριστικότης»:** Ἂν προσθέσωμε τοὺς δύο πρώτους προσθετέους καὶ στὸ ἄθροισμά τους τὸν τρίτο ἢ τὸν πρῶτο μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν δύο ἄλλων, θὰ ἔχωμε τὸ ἴδιο ἄθροισμα· π.χ.

$(7.325+4.217)+2.135 = 7.325+(4.217+2.135) = 13.677$

γ) Ἂν προσθέσωμε σὲ ὁποιοδήποτε ἀριθμὸ τὸ μηδέν, ὁ ἀριθμὸς δὲν μεταβάλλεται· π.χ. $105 + 0 = 0 + 105 = 105$, $138 + 0 = 0 + 138 = 138$, $1.111 + 0 = 0 + 1.111 = 1.111$ κλπ. Τὸ μηδὲν χάρη στὴν ἰδιότητά του αὐτὴ λέγεται οὐδέτερο στοιχεῖο γιὰ τὴν πρόσθεση.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) $250 + 800$ β) $2.000 + 1.500$ γ) $2.200 + 3.000 + 2.800$ δ) $8.100 + 7.900$ ε) $4 + 6 + (7+3+6) + 20$ στ) $7 + 8 + (9+11) + (3+2) + 12 + (6+2)$

2. Γραπτῶς

α)	β)	γ)	δ)	ε)
2.619	5.061	21.302	40.408	63.018
3.080	6.985	39.898	8.795	9.171
+ 296	+ 839	+ 38.800	+ 637	+ 62

3. Νὰ βρῆτε τὰ ψηφία ποὺ ἔχουν παραλειφθῆ :

α)	β)	γ)	δ)
1.–52	–13.2––	2–.4–5	–6.–21
+ –.6–8	+ 22–.–48	+ –3.–7–	+ 4–.3–8
4.560	533.671	26.605	98.679

Προβλήματα προσθέσεως

1. Ὁ κὺρ Πανάγος συγκέντρωσε ἀπὸ τρία κτήματα τὶς ἑξῆς ποσότητες σιταριοῦ. Ἀπὸ τὸ α' 5.036 κιλὰ σιτάρι, ἀπὸ τὸ β' 4.938 καὶ ἀπὸ τὸ γ' 3.714. Πόσα κιλὰ σιτάρι συγκέντρωσε καὶ ἀπὸ τὰ τρία κτήματα μαζί ;

2. Ὁ κὺρ Χαράλαμπος πούλησε βαμβάκι, φασόλια καὶ φακές. Ἀπὸ τὸ βαμβάκι εἰσέπραξε 27.905 δρχ., ἀπὸ τὰ φασόλια 11.027 καὶ ἀπὸ τὶς φακὲς 3.411. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε συνολικά ;

3. Ὁ Λουκᾶς ὑπολόγισε ὅτι πέρυσι εἰσέπραξε ἀπὸ τὴν πώληση λαχανικῶν 7.209 δραχμές, ἀπὸ τὴν πώληση ρυζιοῦ 12.076 δραχμές, ἀπὸ τὴν πώληση καλαμποκιοῦ 4.943 δραχμὲς καὶ ἀπὸ τὴν πώληση, φρούτων 6.038 δραχμές. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ἀπ' ὅλα μαζί ;

4. Ὁ κὺρ Βασίλης πέρυσι πλήρωσε τὰ ἑξῆς χρηματικὰ ποσὰ γιὰ τὴν καλλιέργεια τῶν κτημάτων του. Γιὰ σπορὰ 4.678 δρχ., γιὰ λίπανση 2.090 δραχμές, γιὰ σκάλισμα 2.465 δραχμὲς καὶ γιὰ τὴν ἀγορὰ φυτοφαρμάκων 639 δραχμές. Πόσα ἦταν τὰ ἔξοδα του ;

5. Τὸ κτῆμα τοῦ Λουκᾶ ἔχει σχῆμα τριγώνου. Ἡ μιά του πλευρὰ εἶναι 2.815 μέτρα, ἡ ἄλλη 2.506 καὶ ἡ τρίτη 2.514. Πόσα μέτρα εἶναι ἡ περίμετρός του ;

6. Ὁ κὺρ Χαράλαμπος θέλει νὰ περιφράξῃ μὲ συρματόπλεγμα μιὰ τριγωνικὴ δασικὴ περιοχὴ ποὺ ἡ μιά της πλευρὰ εἶναι 1.528 μέτρα, ἡ ἄλλη 1.207 καὶ ἡ τρίτη 2.009. Πόσα μέτρα συρματόπλεγμα θὰ χρειαστῆ ;

7. Ὁ Θωμᾶς ἀπὸ τὶς πατάτες ποὺ μάζεψε κράτησε γιὰ σπόρο 496 κιλὰ καὶ γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ σπιτιοῦ του 850 κιλά. Τὶς ὑπόλοιπες, ποὺ ἦταν 7.378 κιλά, τὶς πούλησε. Πόσα κιλὰ πατάτες εἶχε μαζέψει ;

8. Ὁ ἴδιος γεωργὸς μετέφερε στὴν ἀποθήκη του μὲ αὐτοκίνητο τρία φορτία σιτάρι. Τὸ α' φορτίο ἦταν 5.632 κιλά, τὸ β' 5.789 καὶ τὸ γ' ὅσο τὸ α' καὶ 368 κιλὰ ἀκόμη. Πόσα κιλὰ σιτάρι μετέφερε στὴν ἀποθήκη του ;

9. Ὁ Λουκᾶς πούλησε τὸ κάρο του καὶ πῆρε 4.319 δραχμές. Πόσο τὸ εἶχε ἀγοράσει, ἂν ζημιώθηκε 3.681 δραχμές ;

10. Ὁ κὺρ Βασίλης ἔδωσε στὸν ἀδερφό του 4.932 δραχμὲς καὶ τοῦ ὀφείλει ἀκόμη 5.168. Πόσες δραχμὲς εἶχε δανειστῆ ;

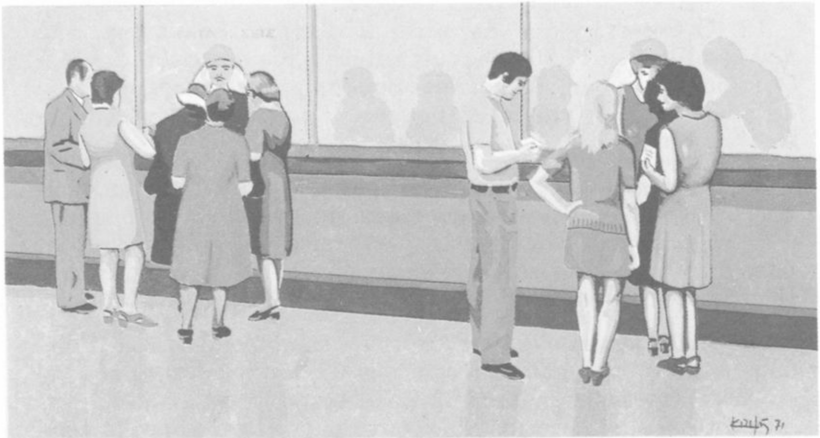
11. Ὁ κὺρ Πανάγος πούλησε πατάτες, κριθάρι καὶ βρόμη. Ἀπὸ τὶς πατάτες εἰσέπραξε 4.718 δραχμές, ἀπὸ τὸ κριθάρι 1.012 δραχμὲς περισσότερες καὶ ἀπὸ τὴ βρόμη 205 δραχμὲς περισσότερες ἀπὸ τὸ κριθάρι. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ἀπὸ τὴ βρόμη ;

12. Ὁ Θωμᾶς, γιὰ ν' ἀγοράση ἕνα κτῆμα, δανείστηκε ἀπὸ τὸν κὺρ Πανάγο 12.500 δραχμὲς καὶ ἀπὸ τὸν ἀδερφό του 8.365. Ὕστερα ἀπὸ δύο μῆνες πούλησε βαμβάκι καὶ πλήρωσε τὸ χρέος. Τοῦ ἔμειναν ὅμως καὶ 3.128 δραχμές. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ἀπὸ τὸ βαμβάκι ;

13. Ἕνας γεωργὸς παρέδωσε στὴν Τράπεζα σιτάρι, κριθάρι καὶ βαμβάκι καὶ εἰσέπραξε ἀπὸ τὸ σιτάρι 3.672 δραχμές, ἀπὸ τὸ κριθάρι 358 δραχμὲς περισσότερες καὶ ἀπὸ τὸ βαμβάκι ὅσες ἀπὸ τὸ σιτάρι καὶ κριθάρι μαζὶ καὶ 408 δραχμὲς ἀκόμη. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ἀπὸ τὸ βαμβάκι ;

14. Ὁ Λουκᾶς εἰσέπραξε ἀπὸ τὴν πώληση λαχανικῶν 1.732 δραχμές, ἀπὸ τὴν πώληση φρούτων 635 δραχμὲς περισσότερες καὶ ἀπὸ τὴν πώληση καπνοῦ 7.364 δραχμὲς περισσότερες ἀπ' ὅσες ἀπὸ τὰ λαχανικὰ καὶ τὰ φροῦτα μαζί. Πόσα χρήματα εἰσέπραξε ἀπὸ τὸν καπνὸ καὶ πόσα ἀπ' ὅλα μαζί ;

15. Ἕνα κτῆμα τοῦ κὺρ Πανάγου βρίσκεται σὲ ἀπόσταση 6.374 μέτρων ἀνατολικὰ ἀπὸ τὸ χωριὸ κι ἕνα ἄλλο σὲ ἀπόσταση 8.972 μέτρων δυτικὰ ἀπὸ τὸ χωριό. Πόσο ἀπέχουν τὰ δύο κτήματα μεταξύ τους ;



Οἱ Τράπεζες

Ἀσφαλῶς θὰ ἔχετε ἀκούσει ὅτι οἱ Τράπεζες εἶναι κεντρικὰ καταστήματα μὲ δίκτυο ὑποκαταστημάτων σὲ ὅλες τὶς ἐπαρχιακὲς πόλεις τῆς χώρας. Οἱ Τράπεζες δέχονται καταθέσεις καὶ χορηγοῦν δάνεια. Ἔτσι διευκολύνουν τοὺς ἐμπόρους, τοὺς βιομήχανους, τοὺς γεωργοὺς κ.ἄ. καὶ βοηθοῦν στὴν οἰκονομικὴ ἀνάπτυξη τοῦ τόπου. Χρηματοδοτοῦν ἀκόμη διάφορα παραγωγικὰ ἔργα, στὰ ὁποῖα ἐργάζονται χιλιάδες ἐργάτες. Ἔτσι κυκλοφορεῖ τὸ χρῆμα καὶ ἐξυπηρετοῦνται ὅλοι οἱ ἄνθρωποι.

2. Η ΑΦΑΙΡΕΣΗ

Πρόβλημα. Ὁ κὺρ Λάμπρος δανείστηκε ἄτοκα ἀπὸ τὴν Ἐμπορικὴ Τράπεζα 45.500 δραχμές. Ἔπειτα ἀπὸ ἕνα χρονικὸ διάστημα ἐπέστρεψε 22.655 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ὀφείλει ἀκόμη ;

Λύση. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσες δραχμὲς ὀφείλει ὁ κὺρ Λάμπρος ἀκόμη στὴν Τράπεζα, θὰ βγάλωμε ἀπὸ τὸ χρηματικὸ ποσὸ ποὺ δανείστηκε τὸ χρηματικὸ ποσὸ ποὺ ἐπέστρεψε. Θὰ κάνωμε δηλαδὴ **ἀφαίρεση.**

Γράφομε πρῶτα τὸν μειωτέο ἀκέραιο κι ὕστερα κάτω ἀπὸ αὐτὸν τὸν ἀφαιρετέο ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες, οἱ δεκάδες, οἱ ἑκατοντάδες καὶ οἱ χιλιάδες τοῦ ἀφαιρετέου νὰ εἶναι ἀντίστοιχα κάτω ἀπὸ τὶς μονάδες, τὶς δεκάδες, τὶς ἑκατοντάδες καὶ τὶς χιλιάδες τοῦ μειωτέου. Ἔπειτα σύρομε ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα καὶ ἀρχίζομε τὴν ἀφαίρεση ἀπὸ τὶς μονάδες προχωρώντας πρὸς τὶς δεκάδες, τὶς ἑκατοντάδες καὶ τὶς χιλιάδες. Πρέπει ὅμως νὰ μὴ λησμονοῦμε νὰ προσθέτωμε στὶς δεκάδες, ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες τοῦ ἀφαιρετέου τὶς δεκάδες, ἑκατοντάδες ἢ χιλιάδες ποὺ τυχὸν δανειζόμαστε ἀπὸ τὸν μειωτέο, γιὰ ν' ἀφαιρέσωμε τὸν ἀφαιρετέο.

Νά, ἔτσι :

	ΔΧ.	ΜΧ.		Ε.	Δ.	Μ.		
	4	5	.	5	0	0	→	**Μειωτέος**
—	2	2	.	8	4	5	→	**Ἀφαιρετέος**
	2	2	.	8	4	5	→	**Ὑπόλοιπο ἢ διαφορὰ**

Ἀπὸ τὰ παραπάνω καταλήγομε στὸ συμπέρασμα ὅτι :

Ἀφαίρεση κάνομε, ὅταν θέλωμε νὰ βγάλωμε ἕνα ποσὸ μικρότερο ἀπὸ ἕνα ἄλλο ποσὸ μεγαλύτερο.

● Τὸ σύμβολο τῆς ἀφαιρέσεως εἶναι τὸ **—**, ποὺ τὸ λέμε **μεῖον** ἢ **πλήν.**

Ἡ δοκιμὴ τῆς ἀφαιρέσεως

Γιὰ νὰ δοκιμάσωμε τὸ ἐξαγόμενο μιᾶς ἀφαιρέσεως, προσθέτομε στὸν ἀφαιρετέο τὸ ὑπόλοιπο. Ἂν οἱ δύο πράξεις ἔγιναν σωστά, πρέπει νὰ βροῦμε τὸν μειωτέο. Π.χ.

ἡ πράξη τῆς ἀφαιρέσεως

	45.500 **Μειωτέος**
−	22.655 **Ἀφαιρετέος**
	22.845 **Ὑπόλοιπο**

ἡ δοκιμὴ τῆς ἀφαιρέσεως

	22.655 **Ἀφαιρετέος**
+	22.845 **Ὑπόλοιπο**
	45.500 **Μειωτέος**

Καὶ μιὰ ἰδιότητα τῆς ἀφαιρέσεως

Ἂν στὸν μειωτέο καὶ ἀφαιρετέο μιᾶς ἀφαιρέσεως προσθέσωμε ἢ ἂν ἀπὸ τὸν μειωτέο καὶ ἀφαιρετέο μιᾶς ἀφαιρέσεως ἀφαιρέσωμε τὸν ἴδιο ἀκέραιο, τὸ ὑπόλοιπο δὲν μεταβάλλεται

π.χ. $10 - 4 = (10+5) - (4+5) = 15 - 9 = 6$

$20 - 10 = (20 - 5) - (10 - 5) = 15 - 5 = 10$ κλπ.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 2.100–600 β) 3.400–900 γ) 12.050–1.000 δ) 20.000–10.001 ε) 1.953–1.000 στ) 21.000–6.000 ζ) 22.350–2.000 η) 25.500–10.500

2. Γραπτῶς

Μιὰ δύσκολη ἀφαίρεση γίνεται εὔκολη, ἂν προσθέσωμε στὸν μειωτέο καὶ ἀφαιρετέο της ἢ ἀφαιρέσωμε τὸν ἴδιο, ἀλλὰ κατάλληλο ἀκέραιο π.χ. $371 - 85 = (371 + 15) - (85 + 15) = 386 - 100 = 286$, $2.500 - 1.147 = (2.500 - 147) - (1.147 - 147) = 2.353 - 1.000 = 1.353$

Ὕστερα ἀπὸ τὴν παρατήρηση αὐτὴ προσπαθῆστε καὶ σεῖς νὰ κάμετε εὐκολώτερες τὶς ἀφαιρέσεις ποὺ ἀκολουθοῦν:

1. α) 2.861 − 1.885 β) 3.325 − 2.916 γ) 5.667 − 4.638 δ) 7.068 − 3.479.

2. Νὰ βρῆτε τὰ ψηφία ποὺ λείπουν στὶς ἀφαιρέσεις:

α)		β)		γ)	
	– 9 4 2		3 8 – 3		2 3 6 5
−	– 5 3	−	– 0 6 9	−	1 – 8 8
	5 4 – –		1 8 1 –		– 2 – –

Προβλήματα ἀφαιρέσεως

1. Ὁ κύριος Μυλωνᾶς εἶχε στὴν Ἐθνικὴ Τράπεζα 17.362 δραχμές. Προχτὲς ἀπέσυρε 8.475 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἔχει στὴν Τράπεζα ἀκόμη ;

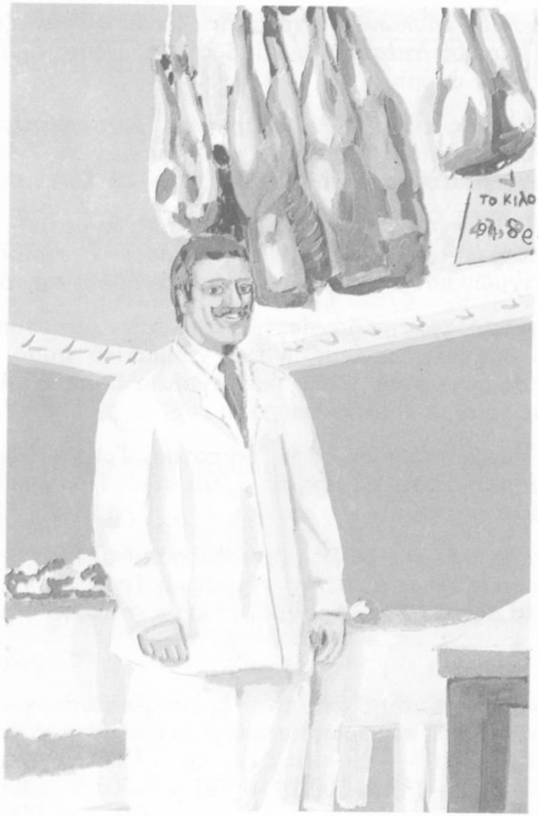
2. Ὁ Λουκᾶς εἶχε 32.252 δραχμές. Ἀπὸ αὐτὲς κατέθεσε στὴν Ἐθνικὴ Τράπεζα ἕνα ποσὸ καὶ τοῦ ἔμειναν 7.365 δραχμές. Πόσες δραχμὲς κατέθεσε στὴν Τράπεζα ;

3. Ὁ Τηλέμαχος δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα 72.325 δραχμές, μὲ τὶς ὁποῖες ἀγόρασε ἕνα περιβόλι ἀξίας 57.648 δραχμῶν καὶ μιὰ ἀγελάδα. Πόσο ἀγόρασε τὴν ἀγελάδα ;

4. Ὁ γερο-Θανάσης δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα 50.865 δραχμές. Διέθεσε κι ἕνα χρηματικὸ ποσὸ δικό του καὶ ἀγόρασε σύγχρονα γεωργικὰ ἐργαλεῖα ἀξίας 63.423 δραχμῶν. Πόσες δραχμὲς διέθεσε δικές του ;

5. Ὁ Θωμᾶς πούλησε στὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα 8.765 κιλὰ σιτάρι καὶ παρέδωσε ἀμέσως τὰ 5.978 κιλά. Πόσα κιλὰ πρέπει νὰ παραδώση ἀκόμη;

6. Ὁ κὺρ Βασίλης διέθεσε 36.735 δραχμὲς κι ἕνα χρηματικὸ ποσὸ ποὺ δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα καὶ ἀγόρασε ἕνα τρακτὲρ ἀξίας 75.622 δραχμῶν. Πόσα χρήματα δανείστηκε ;



Τὰ κρεοπωλεῖα

Τὰ κρεοπωλεῖα εἶναι ἐφοδιασμένα μὲ μεγάλα ψυγεῖα. Οἱ κρεοπῶλες ἀγοράζουν τὰ κρέατα ἀπὸ τὰ σφαγεῖα καὶ τὰ διατηροῦν στὰ ψυγεῖα τους ὡσότου τὰ πουλήσουν στοὺς πελάτες τους.

Στὰ μικρὰ χωριὰ δὲν ὑπάρχουν μεγάλα κρεοπωλεῖα. Οἱ κρεοπῶλες ἐκεῖ σφάζουν ἕνα ἢ δύο ζῶα τὴν ἑβδομάδα, ἀνάλογα μὲ τὶς παραγγελίες τῶν πελατῶν τους.

Οἱ κρεοπῶλες εἶναι ἱκανοὶ νὰ λύνουν προβλήματα μὲ τὸ μυαλό τους, σὰν ἀριθμομηχανές.

Ἂς παρακολουθήσωμε τώρα μερικὰ ἀπὸ τὰ προβλήματά τους καὶ ἂς τὰ λύσωμε κι ἐμεῖς μαζί τους.

3. Ο ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

Πρόβλημα. Ὁ Παντελὴς ἀγόρασε ἀπὸ τὸ βουστάσιο τοῦ Λεωνίδα γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ κρεοπωλείου του 13 μοσχάρια πρὸς 2.258 δραχμὲς τὸ ἕνα. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

Λύση. Ἂν ὁ Παντελὴς ἀγόραζε ἕνα μοσχάρι, θὰ ἔδινε στὸν Λεωνίδα 2.258 δραχμές. Ἂν ἀγόραζε δύο μοσχάρια, θὰ ἔδινε 2 φορὲς τὶς 2.258 δραχμές.

Γιὰ τὰ δεκατρία μοσχάρια θὰ δώση 13 φορὲς τὸ 2.258. Δηλαδὴ θὰ κάνωμε πολλαπλασιασμό.

Γράφομε πρῶτα τὸν ἀκέραιο ποὺ φανερώνει τὴν ἀξία τοῦ ἑνὸς μοσχαριοῦ, δηλαδὴ τὸ 2.258. Ἔπειτα, κάτω ἀπὸ τὰ δύο τελευταῖα ψηφία του γράφομε τὸν ἀκέραιο ποὺ φανερώνει τὰ μοσχάρια, δηλαδὴ τὸ 13. Ὕστερα σύρομε ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα. Νά, ἔτσι :

$$\begin{array}{rrl}
 & 22.258 & \textbf{Πολλαπλασιαστέος} \\
\times & 13 & \textbf{Πολλαπλασιαστὴς} \\
\hline
 & 6774 & \multirow{2}{*}{$\left.\right\}$ \textbf{Μερικὰ γινόμενα}} \\
+ & 2258 & \\
\hline
 & 29.354 & \textbf{Ὁλικὸ γινόμενο}
\end{array}$$

Ἡ πράξη ποὺ κάναμε λέγεται **πολλαπλασιασμός.**

Πολλαπλασιασμὸ κάνομε, ὅταν γνωρίζωμε τὴν ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας ἑνὸς πράγματος καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε ἀξία τῶν πολλῶν μονάδων του ἢ ὅταν πρόκειται νὰ ἐπαναλάβωμε ἕναν ἀκέραιο πολλὲς φορές.

● Στὸν πολλαπλασιασμὸ ἔχομε δύο ἀκεραίους : τὸν **πολλαπλασιαστέο** καὶ τὸν **πολλαπλασιαστή.** Καὶ οἱ δύο μαζὶ λέγοντες **παράγοντες** τοῦ πολλαπλασιασμοῦ.

● Ὁ ἀριθμὸς ποὺ ἐξάγεται ἀπὸ τὴν πράξη τοῦ πολλαπλασιασμοῦ λέγεται **γινόμενο.**

● Τὸ σύμβολο τῆς πράξεως τοῦ πολλαπλασιασμοῦ εἶναι τὸ **×,** ποὺ τὸ λέμε **ἐπὶ** ἢ **φορές.**

Πολλαπλασιασμὸς ἐπί 10, 100, 1.000, κλπ.

Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τὸν ἀκέραιο 135 ἐπὶ 10, 100 καὶ 1.000. Σύμφωνα μὲ ὅσα μάθαμε θὰ ἔχωμε :

$$\alpha)\quad \begin{array}{r} 135\\ \times\ 10\\ \hline 000\\ 135\\ \hline 1.350 \end{array} \qquad \beta)\quad \begin{array}{r} 135\\ \times\ 100\\ \hline 000\\ 000\\ 135\\ \hline 13.500 \end{array} \qquad \gamma)\quad \begin{array}{r} 135\\ \times\ 1.000\\ \hline 000\\ 000\\ 000\\ 135\\ \hline 135.000 \end{array}$$

Παρατηροῦμε ὅτι στὸν πρῶτο πολλαπλασιασμό, 135 × 10, ἔχομε γινόμενο 1.350. Δηλαδὴ τὸ 135 μ᾽ ἕνα μηδὲν στὰ δεξιά του.

Στὸν δεύτερο πολλαπλασιασμό, 135 × 100, ἔχομε γινόμενο 13.500. Δηλαδὴ τὸ 135 μὲ δύο μηδενικὰ στὰ δεξιά του.

Στὸν τρίτο πολλαπλασιασμό, 135 × 1.000, ἔχομε γινόμενο 135.000. Δηλαδὴ τὸ 135 μὲ τρία μηδενικὰ στὰ δεξιά του.

Ἄρα, ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε ἕναν ἀκέραιο:

- α) ἐπὶ 10, θέτομε στὰ δεξιά του ἕνα μηδέν,
- β) ἐπὶ 100, θέτομε στὰ δεξιά του δύο μηδενικά,
- γ) ἐπὶ 1.000, θέτομε στὰ δεξιά του τρία μηδενικὰ κλπ.

Μερικὰ ἄλλα παραδείγματα:

$$\begin{array}{lll} 6 \times 10 = 60 & 6 \times 100 = 600 & 6 \times 1.000 = 6.000 \\ 71 \times 10 = 710 & 71 \times 100 = 7.100 & 71 \times 1.000 = 71.000 \\ 95 \times 10 = 950 & 95 \times 100 = 9.500 & 95 \times 1.000 = 95.000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \times 10.000 = 60.000 \\ 71 \times 10.000 = 710.000 \\ 95 \times 10.000 = 950.000 \end{array}$$

Συντομίες στὸν πολλαπλασιασμὸ

Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τοὺς ἀκεραίους :

α) 120×20 καὶ β) 1.300×160

Σύμφωνα μὲ ὅσα μάθαμε θὰ ἔχωμε :

$$\text{α)}\quad \begin{array}{r} 120 \\ \times\ 20 \\ \hline 000 \\ 240 \\ \hline 2.400 \end{array} \qquad\qquad \text{β)}\quad \begin{array}{r} 1.300 \\ \times\ 160 \\ \hline 0000 \\ 7800 \\ 1300 \\ \hline 208.000 \end{array}$$

Παρατηροῦμε ὅτι στὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα καταλήγομε, ἂν πολλαπλασιάσωμε μόνο τὰ σημαντικὰ ψηφία τῶν παραγόντων καὶ στὰ δεξιὰ τοῦ ὁλικοῦ γινομένου τους θέσωμε τόσα μηδενικά, ὅσα ἔχουν καὶ οἱ δύο παράγοντες μαζί.

Πχ. $$\text{α)}\quad \begin{array}{rl} 12 & 0 \\ \times\ 2 & 0 \\ \hline 2.4 & 00 \end{array} \qquad\qquad \text{β)}\quad \begin{array}{rl} 13 & 00 \\ \times\ 16 & 0 \\ \hline 78 & \\ 13 & \\ \hline 208. & 000 \end{array}$$

● Ἀπ' ὅσα εἴπαμε παραπάνω συμπεραίνομε ὅτι, ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε παράγοντες ποὺ ἔχουν στὸ τέλος τους μηδενικά, μποροῦμε, γιὰ συντομία, νὰ πολλαπλασιάσωμε μόνο τὰ σημαντικὰ ψηφία τῶν παραγόντων καὶ στὸ τέλος τοῦ ὁλικοῦ γινομένου νὰ θέσωμε ὅλα τὰ μηδενικά.

Δύο ἀκόμη παραδείγματα :

$$\begin{array}{r} 63\,[00 \\ \times\quad 6\,[0 \\ \hline 378.000 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 35\,[0 \\ \times\quad 1\,[00 \\ \hline 35.000 \end{array}$$

Ἰδιότητες τοῦ πολλαπλασιασμοῦ

α) **Ἡ «ἀντιμεταθετικότης» :** Ἂν ἀλλάξωμε τὴν τάξη τῶν παραγόντων, τὸ γινόμενο δὲν μεταβάλλεται· π.χ.

$$\begin{array}{r} 214 \\ \times\quad 21 \\ \hline 214 \\ 428 \\ \hline 4.494 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 21 \\ \times\quad 214 \\ \hline 84 \\ 21 \\ 42 \\ \hline 4.494 \end{array}$$

● Ἐπειδή, ὅπως βλέπετε, τὰ μερικὰ γινόμενα εἶναι πάντοτε ὅσα καὶ τὰ ψηφία τοῦ πολλαπλασιαστοῦ, συμφέρει πάντοτε νὰ προτιμοῦμε στὶς πράξεις τοῦ πολλαπλασιασμοῦ ὡς πολλαπλασιαστὴ τὸν παράγοντα ποὺ ἔχει τὰ λιγώτερα ψηφία, γιὰ νὰ ἔχωμε λιγώτερα μερικὰ γινόμενα. Στὴν περίπτωση ὅμως αὐτὴ ὁ πολλαπλασιαστέος καὶ ὁ πολλαπλασιαστὴς θὰ θεωροῦνται ὡς ἀφηρημένοι ἀριθμοί.

β) **Ἡ «προσεταιριστικότης» :** Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τοὺς ἀριθμούς : $5 \times 10 \times 20$. Παρατηροῦμε ὅτι: $(5\times10) \times 20 = 50 \times 20 = 1.000$, $5 \times (10 \times 20) = 5 \times 200 = 1.000$. Δηλαδὴ $(5\times10) \times 20 = 5 \times (10\times20)$. Ὥστε σ' ἕνα γινόμενο τριῶν παραγόντων τὸ γινόμενο τῶν δύο πρώτων ἐπὶ τὸν τρίτο ἰσοῦται μὲ τὸν πρῶτο ἐπὶ τὸ γινόμενο τῶν δύο ἄλλων.

γ) **Ἡ «ἐπιμεριστικότης»:** Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τὸν ἀριθμὸ 15 ἐπὶ τὸ 10. Θὰ ἔχωμε: $15 \times 10 = 150$. Τὸ ἴδιο γινόμενο θὰ ἔχωμε, καὶ ἂν ἐπιμερίσωμε τὸν ἀριθμὸ 15 π.χ. σὲ 8 καὶ 7. Ἐπειδὴ $15 = 8 + 7$, θὰ ἔχωμε $15 \times 10 = (8+7) \times 10 = (8 \times 10) + (7 \times 10) = 80 + 70 = 150$. Στὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα καταλήγομε, καὶ ἂν ἐπιμερίσωμε τὸ 15 σὲ περισσότερους ἀπὸ δύο ἀριθμούς· π.χ. 4,4,4,3. Ἐπειδὴ $15 = 4 + 4 + 4 + 3$, θὰ ἔχωμε: $(4+4+4+3) \times 10 = (4 \times 10) + (4 \times 10) + (4 \times 10) + (3 \times 10) = 40 + 40 + 40 + 30 = 150$.

δ) Ἂς ὑποθέσωμε τώρα ὅτι ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε τοὺς ἀκεραίους 2×0. Ἐπειδή, ὅπως μάθαμε, πολλαπλασιασμὸς εἶναι ἡ ἐπανάληψη ἑνὸς ἀκεραίου τόσες φορές, ὅσες μονάδες ἔχει ἕνας ἄλλος, θὰ ἔχωμε: $2 \times 0 = 0 + 0 = 0$, $0 \times 2 = 2 \times 0 = 0 + 0 = 0$, $3 \times 0 = 0 + 0 + 0 = 0$, $0 \times 3 = 3 \times 0 = 0$ κλπ.

Ἄρα κάθε ἀκέραιος, ὅταν πολλαπλασιαστῆ μὲ τὸ μηδέν, μηδενίζεται· π.χ. $2 \times 0 = 0$, $0 \times 3 = 0$, $11 \times 0 = 0$, $12 \times 0 = 0$, $100 \times 0 = 0$ κλπ.

ε) Κάθε ἀκέραιος, ὅταν πολλαπλασιαστῆ μὲ τὸ 1, δίνει γινόμενο τὸν ἑαυτό του· π.χ. $2 \times 1 = 2$, $3 \times 1 = 3$, $6 \times 1 = 6$, $256 \times 1 = 256 + 0 + 0 = 0$ κλπ.

Ἀσκήσεις

Ι. Ἀπὸ μνήμης

α) 7×10 β) 37×10 γ) 41×100 δ) 58×1.000 ε) 126×10 στ) 321×100 ζ) 823×1.000 η) $30 \times 10 \times 20$ θ) $10 \times (7+9)$ ι) $10 \times (9+11)$ ια) $55 \times (10+10)$ ιβ) $25 \times (4+6)$ ιγ) $(15 \times 6) \times 10$ ιδ) $(20+10) \times 100$ ιε) $(0 \times 15) \times 6$ ιστ) $20 \times 3 \times 0 \times 4$ ιζ) $100 \times (1+0)$ ιη) $1.000 \times (1 \times 0 \times 4)$ ιθ) $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$ κ) $10 \times (3 \times 5 \times 100)$ κα) $30 \times (1 \times 2 \times 3 \times 0)$

2. Γραπτῶς

α) 4.200	β) 5.600	γ) 6.720	δ) 35	ε) 75
× 30	× 50	× 60	× 250	× 200
στ) 636	ζ) 428	η) 272	θ) 305	ι) 403
× 38	× 45	× 126	× 208	× 105

Προβλήματα

1. Ὁ Παντελὴς πούλησε 379 κιλὰ κατεψυγμένο κιμὰ πρὸς 59 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

2. Ὁ Ντίνος πούλησε τὸν Μάρτιο 1.255 κιλὰ κρέας ἀρνιοῦ πρὸς 78 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

3. Ὁ Γιῶργος ἀγόρασε τὸ Πάσχα ἀπὸ τὴ στάνη τοῦ γερο-Μήτρου γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ κρεοπωλείου του 127 ἀρνιὰ πρὸς 308 δραχμὲς τὸ ἕνα. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

4. Ὁ ἴδιος κρεοπώλης πούλησε τὰ 127 ἀρνιὰ ποὺ ἀγόρασε πρὸς 415 δραχμὲς τὸ ἕνα. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

5. Ὁ Σταῦρος ἀγόρασε γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ κρεοπωλείου του 35 χαρτοκιβώτια κατεψυγμένα κοτόπουλα πρὸς 37 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε, ἂν τὸ κάθε χαρτοκιβώτιο ζύγιζε 20 κιλά ;

6. Ὁ Κώστας ὑπολόγισε ὅτι κατὰ τὸν προηγούμενο χρόνο πουλοῦσε 250 κιλὰ κρέας μοσχαριοῦ τὸν μῆνα πρὸς 86 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ὅλο τὸν χρόνο ;

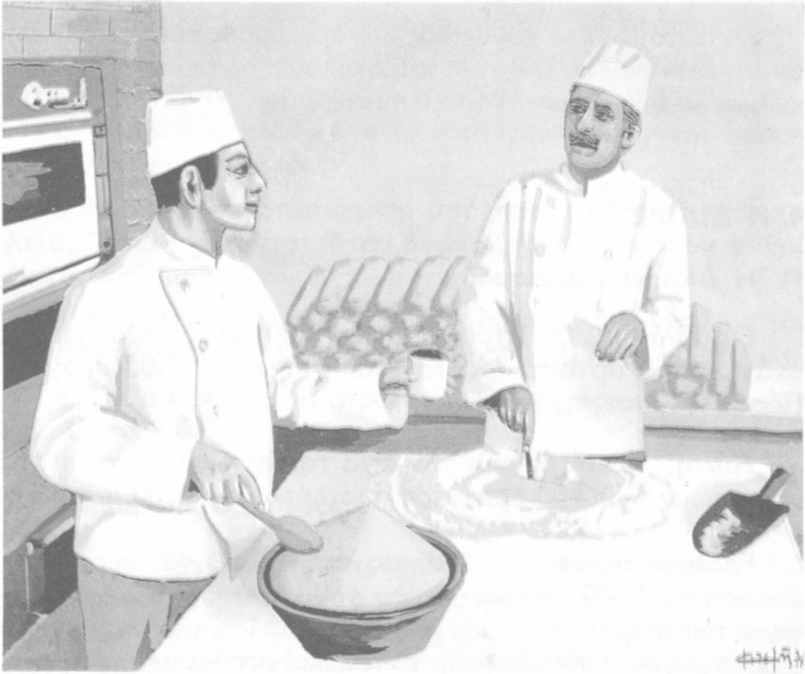
7. Ὁ ἴδιος κρεοπώλης πούλησε 32 μοσχάρια τῶν 78 κιλῶν τὸ καθένα πρὸς 89 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

8. Ὁ Ντίνος ἀγόρασε 8 χαρτοκιβώτια κατεψυγμένο κρέας τῶν 50 κιλῶν τὸ καθένα πρὸς 57 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

9. Ὁ Σταῦρος ἀγόρασε 25 μοσχάρια τῶν 85 κιλῶν τὸ καθένα πρὸς 77 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

10. Ὁ Παντελὴς διέθεσε ἕνα χρηματικὸ ποσὸ καὶ ἀγόρασε κοτόπουλα κατεψυγμένα σὲ 68 χαρτοκιβώτια, ποὺ τὸ καθένα ζύγιζε 42 κιλά, πρὸς 39 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσα χρήματα διέθεσε ;

11. Ὁ Ντίνος πούλησε 37 κιλὰ κατεψυγμένου κρέατος πρὸς 47 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ διπλάσια ποσότητα νωποῦ κρέατος μὲ διπλάσια τιμὴ τὸ κιλό. Πόσα χρήματα εἰσέπραξε ἀπὸ τὸ κατεψυγμένο κρέας καὶ πόσα ἀπὸ τὸ νωπό ;



Τὰ ἀρτοποιεῖα

Ἄρτος λέγεται τὸ ψωμί. Τὸ ψωμὶ παρασκευάζεται στ᾿ ἀρτοποιεῖα ἀπὸ ἀλεύρι σταριοῦ. Ζυμώνεται ἀπὸ ἐργάτες ἢ εἰδικὲς μηχανὲς καὶ ψήνεται σὲ κοινοὺς ἢ ἠλεκτρικοὺς φούρνους.

Στὰ μικρὰ χωριὰ δὲν ὑπάρχουν ἀρτοποιεῖα. Ἐκεῖ ἡ κάθε οἰκογένεια παρασκευάζει τὸ ψωμὶ ποὺ τῆς χρειάζεται καὶ τὸ ψήνει σὲ μικροὺς φούρνους ἢ μὲ διάφορα ἄλλα μέσα.

Οἱ ἀρτοποιοὶ δὲν πουλοῦν μόνο ψωμί, ἀλλὰ καὶ ἄλλα εἴδη, ὅπως φρυγανιές, κουλούρια κλπ. Στοὺς φούρνους ψήνουν τὸ ψωμὶ ἢ διάφορα φαγητὰ ποὺ πηγαίνουν οἱ πελάτες τους ἀπὸ τὰ σπίτια τους.

Οἱ ἀρτοποιοὶ κάνουν τοὺς λογαριασμούς τους μὲ μεγάλη ἄνεση καὶ εὐκολία. Ἂς τοὺς παρακολουθήσωμε καὶ ἂς λύσωμε κι ἐμεῖς μερικὰ ἀπὸ τὰ προβλήματά τους.

4. Η ΔΙΑΙΡΕΣΗ

Ι) Ἡ Διαίρεση μερισμοῦ

Πρόβλημα. Ὁ Πέτρος ἀγόρασε 700 κιλὰ ἀλεύρι γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ ἀρτοποιείου του καὶ πλήρωσε 3.500 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα κιλό ;

Λύση. Γιὰ νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τοῦ ἑνὸς κιλοῦ, πρέπει νὰ μοιράσωμε τὶς 3.500 δραχμὲς ποὺ πλήρωσε σὲ 700 ἴσα μέρη.

Γράφομε πρῶτα τὸν ἀκέραιο ποὺ θέλομε νὰ μοιράσωμε, δηλαδὴ τὸ 3.500. Ἔπειτα δίπλα του καὶ πρὸς τὰ δεξιὰ γράφομε τὸν ἀκέραιο ποὺ μᾶς λέει σὲ πόσα ἴσα μέρη πρέπει νὰ μοιράσωμε τὸ 3.500, δηλαδὴ τὸ 700, καὶ ἐκτελοῦμε τὴν πράξη.

Διαιρετέος ⟵ 3.500 | 700 ⟶ **Διαιρέτης**
Ὑπόλοιπο ⟵ 000 | 5 ⟶ **Πηλίκο**
| ⟶ **Σχῆμα τῆς διαιρέσεως**

Ἡ πράξη ποὺ κάναμε, γιὰ νὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα, λέγεται **διαίρεση μερισμοῦ.** Ἄρα:

Διαίρεση μερισμοῦ κάνομε, ὅταν γνωρίζωμε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μονάδων ἑνὸς πράγματος καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τῆς μιᾶς μονάδας του ἢ ὅταν θέλωμε νὰ μοιράσωμε ἕναν ἀκέραιο σὲ πολλὰ ἴσα μέρη.

Στὴ διαίρεση μερισμοῦ ἔχομε πάντοτε δύο ἀκεραίους : τὸν **διαιρετέο** καὶ τὸν **διαιρέτη.**

● Ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης στὴ διαίρεση μερισμοῦ εἶναι πάντοτε ποσὰ **ἑτεροειδῆ**· π.χ. δραχμὲς ὁ διαιρετέος, κιλὰ ὁ διαιρέτης.

● Ὁ ἀριθμὸς ποὺ ἐξάγεται ἀπὸ τὴν πράξη τῆς διαιρέσεως λέγεται **πηλίκο.**

● Ἡ διαίρεση, ὅταν ἀφήνη ὑπόλοιπο μηδέν, λέγεται **τελεία. Ἀτελὴς** λέγεται, ὅταν ἀφήνη ὑπόλοιπο ἄλλον ἀριθμὸ (ἐκτὸς ἀπὸ μηδέν).

● Κάθε ἀκέραιος, ὅταν διαιρεθῆ μὲ τὸ 1, δίνει πηλίκο τὸν ἑαυτό του· π.χ. $2 : 1 = 2$, $10 : 1 = 10$, $217 : 1 = 217$ κλπ.

● Τὸ σύμβολο τῆς πράξης τῆς διαιρέσεως εἶναι τὸ : καὶ λέγεται **διά.**

Ἡ δοκιμὴ τῆς διαιρέσεως

Γιὰ νὰ ἐλέγξωμε τὴν πράξη τῆς διαιρέσεως, πολλαπλασιάζομε τὸν διαιρέτη ἐπὶ τὸ πηλίκο καὶ στὸ γινόμενο προσθέτομε τὸ ὑπόλοιπο. Ἂν ἡ πράξη ἔγινε σωστά, πρέπει νὰ βροῦμε τὸν διαιρετέο. Π.χ. γιὰ τὸ πρόβλημα ποὺ λύσαμε ἔχομε : $(700 \times 5) + 0 = 3.500 + 0 = 3.500$.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 5.000 : 10 β) 5.000 : 100 γ) 5.000 : 1.000 δ) 6.000 : 10 ε) 6.000 : 50 στ) 6.000 : 60 ζ) 7.000 : 10 η) 7.000 : 70 θ) 7.000 : 100 ι) 7.000 : 1.000.

2. Γραπτῶς

α) 2.250 : 25 β) 4.500 : 125 γ) 3.150 : 105 δ) 6.300 : 210 ε) 18.018 : 302 στ) 80.029 : 243 ζ) 91.315 : 315 η) 100.709 : : 503 θ) 208.008 : 104 ι) 202.020 : 101 ια) 30.625 : 175

ιβ) 82.008 : 402 ιγ) 163.827 : 327 ιδ) 10.600 : 1325 ιε) 9.180 : : 1.020 ιστ) 38.529 : 4.281 ιζ) 40.821 : 3.711 ιη) 45.317 : : 5.015 ιθ) 60.180 : 5.015 κ) 70.409 : 7.040.

Προβλήματα διαιρέσεως μερισμοῦ

1. Ὁ Πέτρος ἀγόρασε 15 τσουβάλια ἀλεύρι καὶ πλήρωσε 4.875 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα τσουβάλι ;

2. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε 43 δοχεῖα πετρέλαιο γιὰ τὸν φοῦρνο του καὶ πλήρωσε 12.255 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα δοχεῖο ;

3. Ὁ Περικλῆς πούλησε τὸν προηγούμενο μῆνα 198 κιλὰ φρυγανιὲς καὶ εἰσέπραξε 3.168 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πουλοῦσε τὸ ἕνα κιλό ;

4. Ὁ Πέτρος ἀγόρασε 185 μικρὲς λαμαρίνες γιὰ τὶς ἀνάγκες τοῦ ἀρτοποιείου του καὶ πλήρωσε 4.625 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὴ μιὰ λαμαρίνα ;

5. Ὁ Περικλῆς πούλησε τὸν προηγούμενο μῆνα 2.653 κιλὰ ψωμὶ καὶ εἰσέπραξε 21.224 δραχμές. Πόσο πουλοῦσε τὸ ἕνα κιλό ;

6. Ὁ Πέτρος ὑπολόγισε ὅτι πέρυσι πλήρωσε στὸ ἐργατικό του προσωπικὸ 328.536 δραχμές. Πόσα χρήματα ξόδευε τὴ μιὰ μέρα, ἂν τὸ ἀρτοποιεῖο του ἐργάστηκε 351 μέρες ;

7. Ὁ Περικλῆς ὑπολογίζει ὅτι φέρος ὅλα τὰ ἔξοδα τοῦ ἀρτοποιείου του θὰ εἶναι 666.125 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀναλογοῦν στὴ μιὰ μέρα, ἐὰν τὸ ἔτος ὑπολογισθῆ σὲ 365 ἡμέρες ;

2) Ἡ διαίρεση μετρήσεως

Πρόβλημα. Ὁ Πέτρος ἄδειασε 4.125 κιλὰ ἀλεύρι σὲ βαρέλια τῶν 375 κιλῶν. Πόσα τέτοια βαρέλια γέμισε;

Λύση. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσα βαρέλια τῶν 375 κιλῶν γέμισε ὁ Πέτρος μὲ τὰ 4.125 κιλὰ ἀλεύρι, πρέπει νὰ βροῦμε πόσες φορὲς χωράει ὁ ἀριθμὸς 375 μέσα στὸν ἀριθμὸ 4.125. Πρέπει δηλαδὴ νὰ διαιρέσωμε τὸν ἀριθμὸ 4.125 μὲ τὸ 375.

Γράφομε πρῶτα τὸν ἀκέραιο, ὁ ὁποῖος φανερώνει τὰ κιλὰ ποὺ περιέχονται στὸ ἀμπάρι, δηλαδὴ τὸ 4.125. Δίπλα ἀπὸ αὐτὸν καὶ πρὸς τὰ δεξιά του γράφομε τὸν ἀκέραιο, ὁ ὁποῖος φανερώνει τὰ κιλὰ ποὺ χωράει καθένα ἀπὸ τὰ βαρέλια, δηλαδὴ τὸ 375, καὶ ἐκτελοῦμε τὴν πράξη.

Διαιρετέος →	4.125	375 → **Διαιρέτης**
	0 375	11 → **Πηλίκο**
Ὑπόλοιπο →	000	——→ **Σχῆμα τῆς διαιρέσεως**

Ἡ πράξη ποὺ κάναμε γιὰ νὰ λύσωμε τὸ πρόβλημα λέγεται **διαίρεση μετρήσεως.** Ἄρα:

- Στὴ διαίρεση μετρήσεως, ὅπως καὶ στὴ διαίρεση μερισμοῦ, ἔχομε δύο ἀκεραίους: τὸν **διαιρετέο** καὶ τὸν **διαιρέτη.**

- Ὁ διαιρετέος καὶ ὁ διαιρέτης στὴ διαίρεση μετρήσεως εἶναι πάντοτε ποσὰ **ὁμοειδῆ**· π.χ. κιλὰ ὁ διαιρετέος, κιλὰ καὶ ὁ διαιρέτης, δραχμὲς ὁ ἕνας, δραχμὲς καὶ ὁ ἄλλος.

- Ὁ ἀκέραιος ποὺ ἐξάγεται ἀπὸ τὴ διαίρεση μετρήσεως λέγεται **πηλίκο.**

- Ἡ διαίρεση εἶναι πράξη ἀντίστροφη τοῦ πολλαπλασιασμοῦ.

- Στὴν πράξη τῆς διαιρέσεως συναντοῦμε τὸν πολλαπλασιασμό, τὴν ἀφαίρεση καὶ τὴν πρόσθεση. Ἑπομένως ἡ διαίρεση εἶναι πράξη **σύνθετη.**

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 1.000 : 2 β) 1.000 : 4 γ) 1.000 : 8 δ) 1.000 : 5 ε) 1.000 : 10 στ) 3.000 : 10 ζ) 5.500 : 100 η) 6.000 : 20 θ) 8.000 : 80 ι) 6.600 : 110 ια) 6.000 : 200 ιβ) 11.000 : 1.100.

2. Γραπτῶς

α) 3.775 : 25 β) 7.080 : 40 γ) 9.625 : 55 δ) 10.025 : 75 ε) 10.305 : 81 στ) 78.125 : 125 ζ) 67.973 : 101 η) 63.706 : 106 θ) 66.990 : 606 ι) 60.014 : 307

Προβλήματα

1. Ὁ Πέτρος ἔβαλε 3.875 φρυγανιὲς σὲ χαρτοσακοῦλες, ποὺ ἡ κάθε μιὰ χωροῦσε 25 φρυγανιές. Πόσες χαρτοσακοῦλες γέμισε;

2. Ὁ ἴδιος ἔβαλε 8.631 κιλὰ ἀλεύρι σὲ τσουβάλια τῶν 63 κιλῶν. Πόσα τσουβάλια γέμισε;

3. Ὁ Περικλῆς ἀγόρασε ἀπὸ ἀλευρόμυλο 7.020 κιλὰ ἀλεύρι σὲ σακιὰ τῶν 65 κιλῶν. Πόσα σακιὰ ἀλεύρι ἀγόρασε;

4. Ὁ Νίκος ἐργάζεται στὸ ἀρτοποιεῖο τοῦ Πέτρου καὶ παίρνει 265 δραχμὲς τὴν ἡμέρα. Στὸ τέλος τοῦ προηγούμενου μηνὸς εἰσέπραξε 7.685 δραχμές. Πόσες ἡμέρες ἐργάστηκε;

5. Ὁ φοῦρνος τοῦ Πέτρου χωράει 185 ψωμιὰ τοῦ ἑνὸς κιλοῦ. Πόσες φορὲς θὰ τὸν κάψη, γιὰ νὰ ψήση 3.330 τέτοια ψωμιά;

6. Ὁ ἴδιος ἔχει στὴν ἀποθήκη του 18.400 κιλὰ ἀλεύρι. Πόσες ἡμέρες θὰ περάση, ἂν ζυμώνη τὴν ἡμέρα 368 κιλά;

7. Οἱ ἀρτεργάτες τοῦ Περικλῆ παίρνουν συνολικὰ 1.235 δραχμὲς τὴν ἡμέρα. Προχτὲς ὁ Περικλῆς τοὺς ἔδωσε 55.575 δραχμές. Γιὰ πόσες ἡμέρες τοὺς πλήρωσε;

3) Ἡ διαίρεση μερισμοῦ καὶ μετρήσεως μὲ διαιρέτη:

1. Τὸ 10.

Ἔστω ὅτι ἔχομε νὰ διαιρέσωμε τὸ 1.250 : 10. Μποροῦμε νὰ βροῦμε ἀμέσως τὸ πηλίκο καὶ τὸ ὑπόλοιπο. Πῶς ὅμως; Παρατηροῦμε ὅτι τὸ 1.250 περιέχει 125 δεκάδες καὶ 0 μονάδες. Ἄρα τὸ πηλίκο τῆς διαιρέσεως εἶναι 125 καὶ τὸ ὑπόλοιπο 0.

$$\begin{array}{r|l} 1.250 & 10 \\ \cline{2-2} 000 & 125 \end{array}$$

2. Τὸ 100.

Ἔστω ὅτι ἔχομε νὰ διαιρέσωμε τὸ 1.250 : 100. Παρατηροῦμε κι ἐδῶ ὅτι τὸ 1.250 περιέχει 12 ἑκατοντάδες καὶ 50 μονάδες. Ἄρα τὸ πηλίκο τῆς διαιρέσεως εἶναι 12 καὶ τὸ ὑπόλοιπο 50.

$$\begin{array}{r|l} 1.250 & 100 \\ \cline{2-2} 050 & 12 \end{array}$$

3. Τὸ 1.000.

Ἔστω ὅτι ἔχομε πάλι νὰ διαιρέσωμε τὸ 1.250 : 1.000. Παρατηροῦμε ὅτι τὸ 1.250 περιέχει 1 χιλιάδα καὶ 250 μονάδες. Ἄρα τὸ πηλίκο τῆς διαιρέσεως εἶναι 1 καὶ τὸ ὑπόλοιπο 250.

$$\begin{array}{r|l} 1.250 & 1.000 \\ \cline{2-2} 0250 & 1 \end{array}$$

Ἀσκήσεις

α) Νὰ βρῆτε ἀπὸ μνήμης τὰ πηλίκα καὶ τὰ ὑπόλοιπα τῶν διαιρέσεων:

1) 150:10	4) 2.387:10	7) 1.500:100	10) 4.735:100
2) 1.251:10	5) 18.702:10	8) 2.070:100	11) 5.001:100
3) 1.326:10	6) 20.005:10	9) 3.009:100	12) 27.038:100

13) 10.800:1.000
14) 11.00:1.000
15) 12.375:1.000

β) Νὰ κάμετε μὲ συντομία τὶς διαιρέσεις ποὺ ἀκολουθοῦν:

1) 1.300:20	3) 21.300:600	5) 60.060:2.100	7) 87.000:500
2) 5.090:30	4) 25.260:800	6) 81.810:3.900	8) 90.000:310

Προβλήματα τῶν τεσσάρων πράξεων

1. Ὁ κὺρ Πανάγος συγκέντρωσε ἀπὸ τὰ χωράφια του 2.527 κιλὰ φασόλια. Κράτησε γιὰ τὸ σπίτι του 235 κιλά. Τὰ ὑπόλοιπα τὰ πούλησε πρὸς 25 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

2. Ὁ Λουκᾶς πούλησε φακὲς καὶ πῆρε 2.836 δραχμές. Ἂν πουλοῦσε 26 κιλὰ λιγώτερα, θὰ ἔπαιρνε 2.524 δραχμές. Πόσα κιλὰ πούλησε ;

3. Ὁ κὺρ Πανάγος πούλησε 2.671 κιλὰ σιτάρι πρὸς 5 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ κριθάρι πρὸς 4 δραχμὲς τὸ κιλό. Ἐσέπραξε συνολικὰ 16.853 δραχμές. Πόσα κιλὰ κριθάρι πούλησε ;

4. Ὁ Παντελῆς ἀγόρασε 135 ἀρνιὰ πρὸς 1050 δραχμὲς τὸ ἕνα. Πόσο πρέπει νὰ πουλήση τὸ καθένα, γιὰ νὰ κερδίση 16.200 δραχμές ;

5. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε 147 κατσίκια κι ἔδωσε 30.135 δραχμές. Πόσο πρέπει νὰ πουλήση τὸ καθένα, γιὰ νὰ κερδίση 5.880 δρχ. ;

6. Ὁ Γιῶργος ἀγόρασε κρέας πρὸς 76 δραχμὲς τὸ κιλὸ καὶ τὸ πούλησε πρὸς 72 δραχμές. Πόσα κιλὰ ἀγόρασε, ἂν ζημιώθηκε 568 δραχμές ;

7. Ὁ Σταῦρος ἀγόρασε 185 ἀρνιὰ πρὸς 235 δραχμὲς τὸ ἕνα. Ὅταν τὰ πούλησε, κέρδισε 12.395 δραχμές. Πόσο πούλησε τὸ ἕνα;

8. Ὁ Περικλῆς πούλησε κουλούρια πρὸς 4 δραχμὲς τὰ 8 καὶ εἰσέπραξε 600 δραχμές. Πόσα κουλούρια πούλησε ;

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟ

ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Α. ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

1. Τὸ μισὸ ἢ ἕνα δεύτερο: $\frac{1}{2}$

Στὴν τρίτη τάξη μάθαμε ὅτι, ἂν κόψωμε μιὰ ὁποιαδήποτε ἀκέραια μονάδα π.χ. μιὰ βέργα σὲ δύο ἴσα κομμάτια, τὸ καθένα ἀπὸ αὐτὰ λέγεται μισὴ βέργα ἢ ἕνα δεύτερο τῆς βέργας καὶ γράφεται: $\frac{1}{2}$.

Ἡ βέργα ὁλόκληρη:

Ἡ βέργα σὲ 2 ἴσα κομμάτια:

Μισὴ βέργα ἢ τὸ $\frac{1}{2}$ τῆς βέργας:

2. Τὸ ἕνα τέταρτο: $\frac{1}{4}$

Ἂν κόψωμε τὴ βέργα σὲ 4 ἴσα κομμάτια, τὸ καθένα ἀπὸ αὐτὰ λέγεται ἕνα τέταρτο τῆς βέργας καὶ γράφεται: $\frac{1}{4}$.

Ἡ βέργα ὁλόκληρη:

Ἡ βέργα σὲ 4 ἴσα κομμάτια:

Τὸ ἕνα τέταρτο ἢ $\frac{1}{4}$ τῆς βέργας:

3. Τὸ ἕνα ὄγδοο: $\frac{1}{8}$

Ἂν κόψωμε τὴ βέργα σὲ 8 ἴσα κομμάτια, τὸ κάθε κομμάτι λέγεται ἕνα ὄγδοο τῆς βέργας καὶ γράφεται: $\frac{1}{8}$.

Ἡ βέργα ὁλόκληρη:

Ἡ βέργα σὲ 8 ἴσα κομμάτια:

Τὸ ἕνα ὄγδοο ἢ $\frac{1}{8}$ τῆς βέργας:

4. Τὸ ἕνα πέμπτο: $\frac{1}{5}$

Ἂν μοιράσωμε ἕνα δεκάδραχμο σὲ 5 παιδιά, τὸ κάθε παιδὶ θὰ πάρη ἀπὸ ἕνα δίδραχμο. Τὸ δίδραχμο εἶναι τὸ ἕνα πέμπτο τοῦ δεκάδραχμου καὶ γράφεται: $\frac{1}{5}$.

Τὸ δεκάδραχμο ὁλόκληρο:

Τὸ δεκάδραχμο σὲ 5 δίδραχμα:

Τὸ δίδραχμο ἢ $\frac{1}{5}$ τοῦ 10δραχμου :

5. Τὸ ἕνα δέκατο : $\frac{1}{10}$

Ἂν μοιράσωμε ἕνα δεκάδραχμο σὲ 10 παιδιά, τὸ κάθε παιδὶ θὰ πάρη ἕνα δέκατο ἢ ἀπὸ μιὰ δραχμή. Ἡ δραχμὴ εἶναι τὸ ἕνα δέκατο τοῦ δεκάδραχμου καὶ γράφεται : $\frac{1}{10}$.

Τὸ 10δραχμο ὁλόκληρο :

Τὸ 10δραχμο σὲ 10 δραχμές :

Ἡ δραχμὴ ἢ $\frac{1}{10}$ τοῦ 10δραχμου:

6. Τὸ ἕνα τρίτο : $\frac{1}{3}$

Ἂν κόψωμε μιὰ χαρτοταινία σὲ 3 ἴσα κομμάτια, τὸ κάθε κομμάτι λέγεται τρίτο ἢ ἕνα τρίτο καὶ γράφεται : $\frac{1}{3}$.

Ἡ ταινία ὁλόκληρη: 

Ἡ ταινία σὲ 3 ἴσα κομμάτια: 

Τὸ ἕνα τρίτο ἢ $\frac{1}{3}$ τῆς ταινίας: 

7. Τὸ ἕνα ἕκτο : $\frac{1}{6}$

Ἂν κόψωμε τὴ χαρτοταινία σὲ 6 ἴσα κομμάτια, τὸ καθένα ἀπὸ αὐτὰ λέγεται ἕνα ἕκτο καὶ γράφεται : $\frac{1}{6}$.

Ἡ ταινία ὁλόκληρη: 

Ἡ ταινία σὲ 6 ἴσα κομμάτια: 

Τὸ ἕνα ἕκτο ἢ $\frac{1}{6}$ τῆς ταινίας: 

Τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ ἴσα κομμάτια, στὰ ὁποῖα μοιράσαμε τὴν ἀκέραια μονάδα, λέγεται κλασματικὴ μονάδα. Ἄρα τὰ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{3}$ καὶ $\frac{1}{6}$ εἶναι κλασματικὲς μονάδες.

Ἀσκήσεις

α) Νὰ γράψετε ὡς κλασματικὲς μονάδες τὰ παρακάτω :

1. Π.χ. ἡ μισὴ δραχμὴ εἶναι τὸ $\frac{1}{2}$ τῆς δραχμῆς,
2. τὸ μισὸ χιλιόδραχμο,
3. τὸ ἕνα τέταρτο τῆς ὥρας.

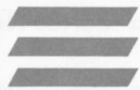
β) Νὰ ὑπολογίσετε :

1. Πόσες δραχμὲς εἶναι τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ πενηντάδραχμου ;
2. Πόσα ἑκατοστόμετρα εἶναι τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ μέτρου ;
3. Πόσα γραμμάρια εἶναι τὸ $\frac{1}{8}$ τοῦ κιλοῦ ;
4. Πόσα πρῶτα λεπτὰ εἶναι τὸ $\frac{1}{5}$ τῆς ὥρας ;
5. Πόσα γραμμάρια εἶναι τὸ $\frac{1}{5}$ τοῦ κιλοῦ ;
6. Πόσα πρῶτα λεπτὰ εἶναι τὸ $\frac{1}{10}$ τῆς ὥρας ;
7. Πόσοι μῆνες εἶναι τὸ $\frac{1}{3}$ τοῦ ἔτους ;
8. Πόσες ἡμέρες εἶναι τὸ $\frac{1}{6}$ τοῦ μηνός ; (μήνας 30 ἡμέρες).
9. Πόσες δραχμὲς εἶναι τὸ $\frac{1}{8}$ τοῦ χιλιόδραχμου ;
10. Πόσα ἔτη εἶναι τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ αἰώνα ;
11. Πόσα δευτερόλεπτα εἶναι τὸ $\frac{1}{6}$ τῆς ὥρας ;
12. Πόσα γραμμάρια εἶναι τὸ $\frac{1}{10}$ τοῦ τόνου ;

Β. ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

1. Ἂς κόψωμε τώρα μιὰ χαρτοταινία σὲ 3 ἴσα κομμάτια. Σύμφωνα μὲ ὅσα εἴπαμε παραπάνω, τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ κομμάτια αὐτὰ λέγεται $\frac{1}{3}$. Ἂν πάρωμε τὰ δύο ἀπὸ τὰ 3 ἴσα κομμάτια τῆς χαρτοταινίας, δηλαδὴ $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$, θὰ ἔχωμε δύο τρίτα. Τὰ δύο τρίτα γράφονται : $\frac{2}{3}$.

Ἡ χαρτοταινία ὁλόκληρη: 

Ἡ χαρτοταινία σὲ 3 ἴσα κομμάτια: 

Τὰ $\frac{2}{3}$ τῆς χαρτοταινίας: 

2. Ἂς κόψωμε καὶ ἄλλη χαρτοταινία σὲ 4 ἴσα κομμάτια καὶ ἂς πάρωμε τὰ δύο : $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$. Τὰ δύο ἀπὸ τὰ 4 ἴσα κομμάτια τῆς χαρτοταινίας λέγονται δύο τέταρτα καὶ γράφονται $\frac{2}{4}$. Ἂν πάρωμε ἕνα κομμάτι ἀκόμη, θὰ ἔχωμε : $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$, δηλαδὴ τρία τέταρτα. Τὰ τρία τέταρτα γράφονται : $\frac{3}{4}$.

Ἡ χαρτοταινία ὁλόκληρη: 

Ἡ χαρτοταινία σὲ 4 ἴσα κομμάτια: 

Τὰ $\frac{2}{3}$ τῆς χαρτοταινίας: 

Τὰ $\frac{3}{4}$ τῆς χαρτοταινίας: 

3. Ἂς κόψωμε μιὰ βέργα σὲ 5 ἴσα κομμάτια καὶ ἂς πάρωμε τὰ δύο. Τί θὰ ἔχωμε; $\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$, δηλαδὴ δύο πέμπτα. Τὰ δύο πέμπτα γράφονται: $\frac{2}{5}$. Ἂν πάρωμε ἕνα ἀκόμη ἀπὸ τὰ 5 ἴσα κομμάτια τῆς βέργας, θὰ ἔχωμε: $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$, δηλαδὴ τρία πέμπτα. Τὰ τρία πέμπτα γράφονται: $\frac{3}{5}$. Ἂς πάρωμε ἀκόμη ἕνα.

Θὰ ἔχωμε: $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$, δηλαδὴ τέσσερα πέμπτα. Τὰ τέσσερα πέμπτα γράφονται: $\frac{4}{5}$.

Ἡ βέργα ὁλόκληρη: 

Ἡ βέργα σὲ 5 ἴσα κομμάτια: 

Τὰ $\frac{2}{5}$ τῆς βέργας: 

Τὰ $\frac{3}{5}$ τῆς βέργας: 

Τὰ $\frac{4}{5}$ τῆς βέργας: 

4. Ἂς κόψωμε τώρα μιὰ ἄλλη βέργα σὲ 6 ἴσα κομμάτια

καὶ ἂς πάρωμε τὰ δύο. Θὰ ἔχωμε : $\frac{1}{6} + \frac{1}{6}$, δηλαδὴ δύο ἕκτα. Ὁ ἀριθμὸς δύο ἕκτα γράφεται : $\frac{2}{6}$. Ἂν πάρωμε ἕνα ἀκόμη ἀπὸ τὰ 6 ἴσα κομμάτια τῆς βέργας, θὰ ἔχωμε : $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$, δηλαδὴ τρία ἕκτα. Τὰ τρίτα ἕκτα γράφονται: $\frac{3}{6}$. Ἂν στὰ $\frac{3}{6}$ προσθέσωμε $\frac{1}{6}$ ἀκόμη, θὰ ἔχωμε : $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$, δηλαδὴ τέσσερα ἕκτα. Ὁ ἀριθμὸς τέσσερα ἕκτα γράφεται : $\frac{4}{6}$. Ἂν τώρα καὶ στὰ $\frac{4}{6}$ τῆς βέργας προσθέσωμε $\frac{1}{6}$ ἀκόμη, θὰ σχηματίσωμε τὸν ἀριθμὸ πέντε ἕκτα. Τὰ πέντε ἕκτα γράφονται : $\frac{5}{6}$.

Ἡ βέργα ὁλόκληρη:

Ἡ βέργα σὲ 6 ἴσα κομμάτια :

Τὰ $\frac{2}{6}$ τῆς βέργας :

Τὰ $\frac{3}{6}$ τῆς βέργας :

Τὰ $\frac{4}{6}$ τῆς βέργας :

Τὰ $\frac{5}{6}$ τῆς βέργας :

5. Ἂς κόψωμε μιὰ χαρτοταινία σὲ 7 ἴσα κομμάτια καὶ ἂς ἐργαστοῦμε, ὅπως ἀκριβῶς προηγουμένως. Θὰ ἔχωμε :

τὴ χαρτοταινία ὁλόκληρη :

τὴ χαρτοταινία σὲ 7 ἴσα κομμάτια :

τὰ $\frac{2}{7}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{3}{7}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{4}{7}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{5}{7}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{6}{7}$ τῆς χαρτοταινίας :

6. Ἄς κόψωμε τώρα μιὰ βέργα σὲ 8 ἴσα κομμάτια. Σύμφωνα μὲ ὅσα εἴπαμε θὰ ἔχωμε :

τὴ βέργα ὁλόκληρη :

τὴ βέργα σὲ 8 ἴσα κομμάτια :

τὰ $\frac{2}{8}$ τῆς βέργας :

τὰ $\frac{3}{8}$ τῆς βέργας :

τὰ $\frac{4}{8}$ τῆς βέργας :

τὰ $\frac{5}{8}$ τῆς βέργας :

τὰ $\frac{6}{8}$ τῆς βέργας :

τὰ $\frac{7}{8}$ τῆς βέργας :

7. Ἂν κόψωμε μιὰ χαρτοταινία σὲ 9 ἴσα κομμάτια, θὰ ἔχωμε :

τὴ χαρτοταινία ὁλόκληρη :

τὴ χαρτοταινία σὲ 9 ἴσα κομμάτια :

τὰ $\frac{2}{9}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{3}{9}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{4}{9}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{5}{9}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{6}{9}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{7}{9}$ τῆς χαρτοταινίας :

τὰ $\frac{8}{9}$ τῆς χαρτοταινίας :

8. Ἂν τέλος κόψωμε μιὰ βέργα σὲ 10 ἴσα κομμάτια καὶ ἐργαστοῦμε, ὅπως στὶς προηγούμενες περιπτώσεις, θὰ ἔχωμε :

τὴ βέργα ὁλόκληρη :

τὴ βέργα σὲ 10 ἴσα κομμάτια :

τὰ $\frac{2}{10}$ τῆς βέργας :

τὰ $\frac{3}{10}$ τῆς βέργας : 

τὰ $\frac{4}{10}$ τῆς βέργας : 

τὰ $\frac{5}{10}$ τῆς βέργας : 

τὰ $\frac{6}{10}$ τῆς βέργας : 

τὰ $\frac{7}{10}$ τῆς βέργας : 

τὰ $\frac{8}{10}$ τῆς βέργας : 

τὰ $\frac{9}{10}$ τῆς βέργας : 

Ὁποιαδήποτε ἀκέραια μονάδα καὶ ἂν κόψωμε σὲ 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 καὶ 10 ἴσα κομμάτια θὰ ἔχωμε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ συναντήσαμε παραπάνω. Οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ λέγονται **κλάσματα** ἢ **κλασματικοὶ ἀριθμοί.**

Κάθε κλασματικὸς ἀριθμὸς γίνεται ἀπὸ τὴν ἐπανάληψη τῆς ἴδιας κλασματικῆς μονάδας. Π.χ. γιὰ νὰ γίνη ὁ κλασματικὸς ἀριθμὸς $\frac{4}{5}$, ἐπαναλάβαμε τὴν κλασματικὴ μονάδα $\frac{1}{5}$ 4 φορές. Γιὰ νὰ γίνη ὁ κλασματικὸς ἀριθμὸς $\frac{6}{7}$, ἐπαναλάβαμε τὴν κλασματικὴ μονάδα $\frac{1}{7}$ 6 φορές.

Κάθε κλάσμα γράφεται μὲ δύο ἀριθμούς· π.χ. $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$,

$\frac{3}{5}$, $\frac{8}{9}$ κλπ. Οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ χωρίζονται μ' ἕνα μικρὸ εὐθύγραμμο τμῆμα ποὺ λέγεται **κλασματικὴ γραμμή.** Ὁ ἀριθμὸς ποὺ εἶναι πάνω ἀπὸ τὴν κλασματικὴ γραμμὴ λέγεται **ἀριθμητής.** Ὁ ἀριθμὸς ποὺ εἶναι κάτω ἀπὸ τὴν κλασματικὴ γραμμὴ λέγεται **παρονομαστής.** Καὶ οἱ δύο μαζί, δηλαδὴ ὁ ἀριθμητὴς καὶ ὁ παρονομαστὴς λέγονται **ὅροι τοῦ κλάσματος.**

Ἂς δοῦμε τώρα αὐτὰ καὶ στὶς θέσεις τους :

3 ⟶ **Ἀριθμητὴς**
— ⟶ **Κλασματικὴ γραμμὴ**
4 ⟶ **Παρονομαστὴς**

Ὁ ἀριθμητὴς καὶ ὁ παρονομαστὴς λέγονται **ὅροι τοῦ κλάσματος.**

Ὁ παρονομαστὴς κάθε κλάσματος φανερώνει σὲ πόσα ἴσα κομμάτια διαιρέσαμε τὴν ἀκέραια μονάδα καὶ ὁ ἀριθμητὴς πόσα ἴσα κομμάτια πήραμε. Π.χ. ὁ παρονομαστὴς τοῦ κλάσματος $\frac{7}{10}$ φανερώνει ὅτι διαιρέσαμε τὴν ἀκέραια μονάδα σὲ 10 ἴσα κομμάτια. Ὁ ἀριθμητὴς φανερώνει ὅτι ἀπὸ τὰ 10 ἴσα κομμάτια πήραμε τὰ 7.

Ἀσκήσεις

α) Νὰ κόψετε :

1. ἕνα μῆλο σὲ τέσσερα ἴσα κομμάτια καὶ νὰ γράψετε τὸ ἕνα κομμάτι,

2. ἕνα φύλλο τετραδίου σὲ 4 ἴσα κομμάτια καὶ νὰ γράψετε τὰ τρία κομμάτια,

3. ἕνα φύλλο τετραδίου σὲ 8 ἴσα κομμάτια καὶ νὰ γράψετε τὰ 7 κομμάτια.

β) Νὰ γράψετε ὅλα τὰ κλάσματα ποὺ εἶναι μικρότερα ἀπὸ τὴν ἀκέραια μονάδα καὶ ἔχουν παρονομαστή : 1) τὸ 5, 2) τὸ 6, 3) τὸ 7, 4) τὸ 8, 5) τὸ 9 καὶ 6) τὸ 10.

γ) Τί φανερώνουν τὰ κλάσματα:

1. $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}$

2. α) $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ β) $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{5}{5}$

3. α) $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$ β) $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$

4. α) $\frac{3}{8}, \frac{6}{8}, \frac{8}{8}$ β) $\frac{3}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}$ γ) $\frac{4}{10}, \frac{8}{10}, \frac{9}{10}$

δ) Πῶς λέγονται τὰ κλάσματα ποὺ ἔχουν ἀριθμητὴ τὸ 1 ;

ΜΕΡΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟ

ΟΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α. ΓΕΝΙΚΑ

Τὰ κλάσματα, ποὺ ἔχουν παρονομαστὴ 10, 100, 1000 κλπ., λέγονται καὶ δεκαδικὰ κλάσματα.

Ἔτσι τὰ $\frac{3}{10}$, $\frac{8}{100}$, $\frac{42}{1000}$ εἶναι δεκαδικὰ κλάσματα.

Ἀσκήσεις : Νὰ γράψετε καὶ σεῖς δεκαδικὰ κλάσματα μὲ παρονομαστὴ 10, 100, 1000, κλπ.

Τὰ δεκαδικὰ κλάσματα, ἀφοῦ εἶναι δέκα ἢ ἑκατὸ ἢ χίλιες φορὲς κλπ. μικρότερα ἀπὸ τὸν ἀκέραιο ἕνα, μποροῦν νὰ γραφοῦν, ὅπως οἱ μονάδες, δεκάδες, ἑκατοντάδες, κλπ. Αὐτὸ γίνεται εὔκολα, ἂν βάλωμε ἕνα κόμμα (,) ἢ ὑποδιαστολὴ ὅπως λέγεται καλύτερα, ἐκεῖ ποὺ τελειώνουν οἱ μονάδες καὶ συνεχίσωμε νὰ γράφωμε δεξιὰ τὰ δέκατα, ὕστερα τὰ ἑκατοστὰ, χιλιοστά, κλπ. Τὸ κόμμα μᾶς λέει πὼς ἐκεῖ τελειώνουν οἱ ἀκέραιες μονάδες καὶ ἀρχίζουν τὰ δέκατα, ἑκατοστά, χιλιοστά, κλπ.

Ἔτσι γράφομε :

7 , 3 (διαβάζεται ἑπτὰ καὶ τρία δέκατα)

→ δέκατα

→ κόμμα ἢ ὑποδιαστολὴ

→ μονάδες

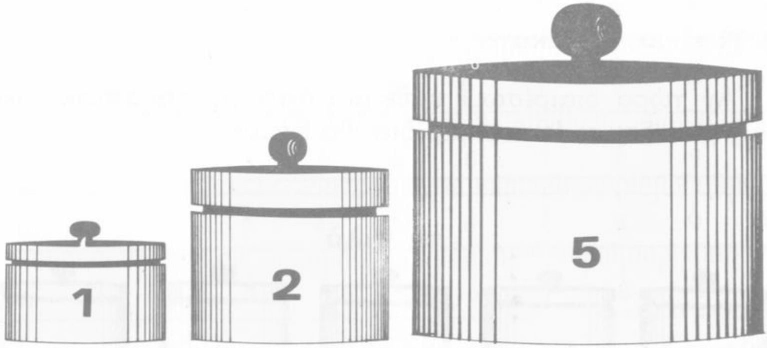
Ἐπίσης γράφομε:

44,444 (διαβάζεται σαράντα τέσσερα καὶ τετρακόσια σαράντα τέσσερα χιλιοστὰ)

→ χιλιοστὰ
→ ἑκατοστὰ
→ δέκατα
→ κόμμα ἢ ὑποδιαστολὴ
→ μονάδες
→ δεκάδες.

Γιὰ νὰ κατανοήσωμε τοὺς δεκαδικοὺς ἀριθμούς, θὰ χρησιμοποιήσωμε ὡς ἀκέραια μονάδα:

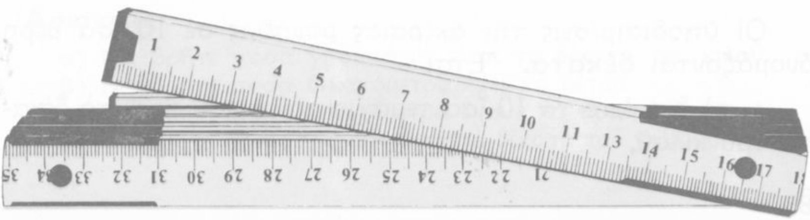
α) τὰ σταθμὰ



1 κιλὸ **2 κιλὰ** **5 κιλὰ**

Τὰ σταθμὰ εἶναι μεταλλικὰ σώματα γνωστοῦ βάρους. Χρησιμοποιοῦνται ὡς ἀντίβαρα γιὰ τὴ ζύγιση διάφορων ἀντικειμένων.

β) τὸ μέτρο



Μὲ τὸ μέτρο μετροῦμε τὸ μῆκος, τὸ πλάτος καὶ τὸ ὕψος ἢ τὸ βάθος τῶν σωμάτων.

γ) τὸ ἑκατοντάδραχμο

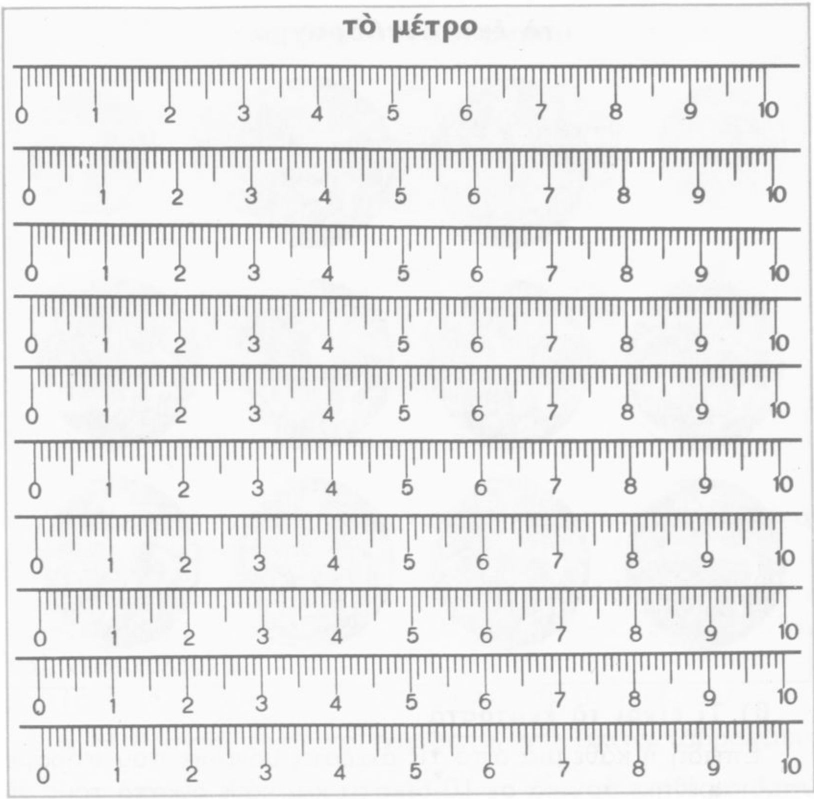
Τὸ ἑκατοντάδραχμο εἶναι χαρτονόμισμα τῶν 100 δραχμῶν.

α) Τί εἶναι τὰ δέκατα

Ἂν τώρα διαιρέσωμε κάθε μιὰ ἀπὸ τὶς παραπάνω ἀκέραιες μονάδες σὲ 10 ἴσα μερίδια, θὰ ἔχωμε :

Οἱ ὑποδιαιρέσεις τῆς ἀκέραιας μονάδας σὲ 10 ἴσα μέρη ὀνομάζονται **δέκατα.** Ἔτσι :

- τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ 10 ἴσα τεμάχια τοῦ κιλοῦ εἶναι τὸ δέκατο τοῦ κιλοῦ,



- τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ 10 ἴσα μέρη τοῦ μέτρου ὀνομάζεται δεκατόμετρο (παλαιότερα λεγόταν «παλάμη»).

Τὸ δεκατόμετρο εἶναι τὸ δέκατο τοῦ μέτρου.

- Τὸ δεκάδραχμο εἶναι τὸ δέκατο τοῦ ἑκατοντάδραχμου.

Ἄρα, τὸ δέκατο εἶναι 10 φορὲς μικρότερο ἀπὸ τὴν ἀκέραια μονάδα.

Ἀσκήσεις

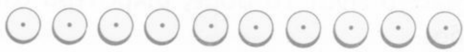
α) Νὰ βρῆτε πόσα γραμμάρια εἶναι τὸ δέκατο τοῦ κιλοῦ.
β) Νὰ βρῆτε πόσα δεκατόμετρα ἔχει τὸ μέτρο.
γ) Νὰ βρῆτε πόσα δεκατόμετρα ἔχουν τὰ δύο μέτρα.
δ) Νὰ βρῆτε πόσες δραχμὲς εἶναι τὸ δέκατο τοῦ χιλιόδραχμου.

τὸ ἑκατοντάδραχμο

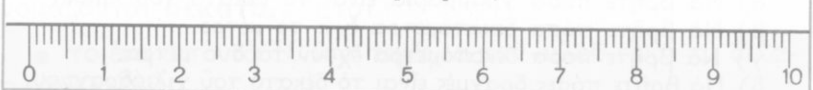
β) Τί εἶναι τὰ ἑκατοστὰ

Ἐπειδὴ ἡ κάθε μιὰ ἀπὸ τὶς ἀκέραιες μονάδες ποὺ πήραμε ὑποδιαιρέθηκε ἀρχικὰ σὲ 10 δέκατα καὶ κάθε δέκατό τους σὲ 10 ἴσα μερίδια, εὔκολα συμπεραίνομε ὅτι τὸ κιλό, τὸ μέτρο καὶ τὸ ἑκατοντάδραχμο ὑποδιαιρέθηκαν σὲ $10 \times 10 = 100$ ἴσα μερίδια. Τὰ μερίδια αὐτὰ ὀνομάζονται **ἑκατοστά.**

τοῦ κιλοῦ



τοῦ μέτρου



τοῦ ἑκατοντάδραχμου

Ἔτσι:

- τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ 100 ἴσα τεμάχια τοῦ κιλοῦ εἶναι τὸ ἑκατοστὸ τοῦ κιλοῦ,

- τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ 100 ἴσα μερίδια τοῦ μέτρου ὀνομάζεται ἑκατοστόμετρο ἢ ἑκατοστὸ τοῦ μέτρου (παλαιότερα λεγόταν καὶ «δάκτυλος»).

Τὸ ἑκατοστόμετρο εἶναι τὸ ἑκατοστὸ τοῦ μέτρου.

- Ἡ δραχμὴ εἶναι τὸ ἑκατοστὸ τοῦ ἑκατοντάδραχμου.

Ἄρα, τὸ ἑκατοστὸ εἶναι μικρότερο 10 φορὲς ἀπὸ τὸ δέκατο καὶ 100 φορὲς ἀπὸ τὴν ἀκέραια μονάδα.

Ἀσκήσεις

α) Τὰ 5 δέκατα τοῦ μέτρου σὲ πόσα ἑκατοστὰ ἀντιστοιχοῦν;
β) Τὰ 7 δέκατα τοῦ ἑκατοντάδραχμου σὲ πόσα ἑκατοστὰ ἀντιστοιχοῦν;
γ) Πόσα δέκατα εἶναι 80 ἑκατοστὰ τοῦ ἑκατοντάδραχμου;
δ) Πόσα ἑκατοστὰ εἶναι 9 δέκατα τοῦ κιλοῦ;
ε) Πόσα δέκατα εἶναι 60 ἑκατοστὰ τοῦ κιλοῦ;
ζ) Πόσες δραχμὲς εἶναι 3 δέκατα τοῦ δεκάδραχμου;
η) Τὰ 5 δέκατα τοῦ χιλιόδραχμου πόσες δραχμὲς εἶναι;

γ) Τί εἶναι τὰ χιλιοστὰ

Ἂν τώρα διαιρέσωμε καὶ τὸ ἑκατοστὸ τοῦ κιλοῦ, τοῦ μέτρου καὶ τοῦ ἑκατοντάδραχμου σὲ 10 ἴσα ἐπίσης μερίδια, θὰ ἔχωμε :

τοῦ κιλοῦ : 

τοῦ μέτρου : 

τοῦ ἑκατοντάδραχμου :

Ἐπειδὴ ἡ κάθε μονάδα ποὺ πήραμε ἔχει 100 ἑκατοστὰ καὶ κάθε ἑκατοστὸ ὑποδιαιρέθηκε σὲ 10 ἴσα μέρη, συμπεραίνομε ὅτι τὸ κιλό, τὸ μέτρο καὶ τὸ ἑκατοντάδραχμο ὑποδιαιρέθηκαν σὲ $100 \times 10 = 1.000$ ἴσα μέρη. Τὰ μέρη αὐτὰ ὀνομάζονται **χιλιοστά.** Ἔτσι :

- τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ 1.000 ἴσα τεμάχια τοῦ κιλοῦ εἶναι τὸ χιλιοστὸ τοῦ κιλοῦ (τὸ χιλιοστὸ τοῦ κιλοῦ ὀνομάζεται γραμμάριο).

- τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ 1.000 ἴσα μέρη τοῦ μέτρου ὀνομάζεται χιλιοστόμετρο ἢ χιλιοστὸ τοῦ μέτρου (παλαιότερα λεγόταν «γραμμή»).

Τὸ χιλιοστόμετρο εἶναι τὸ χιλιοστὸ τοῦ μέτρου.

- Ἡ δεκάρα εἶναι τὸ χιλιοστὸ τοῦ ἑκατοντάδραχμου.

Ἄρα, τὸ χιλιοστὸ εἶναι 10 φορὲς μικρότερο ἀπὸ τὸ ἑκατοστό, 100 φορὲς ἀπὸ τὸ δέκατο καὶ 1.000 φορὲς ἀπὸ τὴν ἀκέραια μονάδα.

Ἀσκήσεις

α) Νὰ συγκρίνετε τὰ 5 δέκατα, τὰ 50 ἑκατοστὰ καὶ τὰ 500 χιλιοστὰ τοῦ κιλοῦ. Τί παρατηρεῖτε ;

β) Τὰ 7 δέκατα τοῦ κιλοῦ σὲ πόσα χιλιοστὰ ἀντιστοιχοῦν ;

γ) Τὰ 600 χιλιοστὰ τοῦ κιλοῦ πόσα δέκατα εἶναι ;

δ) Τὰ 4 δέκατα τοῦ χιλιόδραχμου πόσες δραχμὲς εἶναι ;

ε) Τὰ 5 δέκατα τοῦ μέτρου σὲ πόσα χιλιοστὰ ἀντιστοιχοῦν ;

στ) Τὰ 50 ἑκατοστὰ τοῦ κιλοῦ σὲ πόσα χιλιοστὰ ἀντιστοιχοῦν ;

ζ) Ποιό ποσὸ εἶναι μεγαλύτερο : 3 δέκατα τοῦ κιλοῦ ἢ 300 χιλιοστά ;

η) Ποιό ποσὸ εἶναι μικρότερο : 8 δέκατα τοῦ μέτρου ἢ 700 χιλιοστά ;

θ) Τί μέρος τοῦ κιλοῦ εἶναι τὰ 500 χιλιοστά ;

ΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΑΠΑΓΓΕΛΙΑ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

α) Πῶς γράφομε καὶ ἀπαγγέλλομε τὰ δέκατα

0,1 = 1	δέκατο	0,6 = 6	δέκατα
0,2 = 2	δέκατα	0,7 = 7	δέκατα
0,3 = 3	δέκατα	0,8 = 8	δέκατα
0,4 = 4	δέκατα	0,9 = 9	δέκατα
0,5 = 5	δέκατα	1,0 = 10	δέκατα (ἢ ἀκέραια μονάδα).

● Τὰ δέκατα γίνονται ἀπὸ τὴν ἀπανάληψη τοῦ 0,1 (ἑνὸς δεκάτου).

β) Πῶς γράφομε καὶ ἀπαγγέλλομε τὰ ἑκατοστὰ

0,01 = 1	ἑκατοστὸ	0,41 = 41	ἑκατοστὰ
0,02 = 2	ἑκατοστὰ	0,55 = 55	ἑκατοστὰ
0,03 = 3	ἑκατοστὰ	0,66 = 66	ἑκατοστὰ
0,08 = 8	ἑκατοστὰ	0,82 = 82	ἑκατοστὰ
0,20 = 20	ἑκατοστὰ	0,97 = 97	ἑκατοστὰ κλπ.

● Τὰ ἑκατοστὰ γίνονται ἀπὸ τὴν ἐπανάληψη τοῦ 0,01 (ἑνὸς ἑκατοστοῦ).

γ) Πῶς γράφομε καὶ ἀπαγγέλλομε τὰ χιλιοστὰ

0,001 = 1	χιλιοστὸ	0,064 = 64	χιλιοστὰ
0,002 = 2	χιλιοστὰ	0,099 = 99	χιλιοστὰ
0,003 = 3	χιλιοστὰ	0,121 = 121	χιλιοστὰ
0,009 = 9	χιλιοστὰ	0,315 = 315	χιλιοστὰ
0,022 = 22	χιλιοστὰ	0,527 = 527	χιλιοστὰ
0,036 = 36	χιλιοστὰ	0,895 = 895	χιλιοστὰ

● Τὰ χιλιοστὰ γίνονται ἀπὸ τὴν ἐπανάληψη τοῦ 0,001 (ἑνὸς χιλιοστοῦ).

● Διακριτικὸ γνώρισμα τῶν δεκαδικῶν ἀριθμῶν εἶναι ἡ **ὑποδιαστολή,** δηλαδὴ τὸ κόμμα. Ἡ ὑποδιαστολὴ χωρίζει τὸν δεκαδικὸ ἀριθμὸ σὲ δύο μέρη, στὸ ἀκέραιο καὶ στὸ δεκαδικό. Τὸ ἀκέραιο μέρος βρίσκεται πάντοτε ἀριστερὰ ἀπὸ τὴν ὑποδιαστολὴ καὶ τὸ δεκαδικὸ πάντοτε στὰ δεξιά της.

● Τὸ πρῶτο μετὰ τὴν ὑποδιαστολὴ ψηφίο τοῦ δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ φανερώνει δέκατα, τὸ δεύτερο ἑκατοστά, τὸ τρίτο χιλιοστὰ κλπ.

● Οἱ δεκαδικοὶ ἀριθμοὶ ἀπαγγέλλονται κατὰ δύο τρόπους :

1ος τρόπος : Ἀπαγγέλλομε τὸν ἀκέραιο κι ἔπειτα τὰ δεκαδικὰ ψηφία σὰν ἕναν ἀριθμὸ μὲ τ' ὄνομα τοῦ τελευταίου δεκαδικοῦ ψηφίου· π.χ. 3,256 = 3 ἀκέραιος καὶ 256 χιλιοστά.

2ος τρόπος : Ἀπαγγέλλομε τὸν ἀριθμὸ ὡς ἑξῆς : τρία κόμμα, διακόσια πενῆντα ἕξι.

Ἀσκήσεις

1. Ν' ἀπαγγείλετε τοὺς δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν :

α) 0,9 0,5 0,4 β) 0,1 0,7 0,2 γ) 1,0 1,2 1,4 δ) 2,1 3,3 3,4 ε) 4,1 4,5 4,7 στ) 13,2 15,8 20,9 ζ) 0,01 0,21 0,61 η) 0,11 1,02 1,09 θ) 2,02 2,04 2,22 ι) 0,001 0,033 0,055 ια) 0,350 1,228 145,339

2. Ν' ἀπαγγείλετε κατὰ τὸν πρῶτο τρόπο τοὺς δεκαδικούς :

α) 7,24 8,32 β) 10,01 11,37 γ) 265,87 1.369,92 δ) 2,651 4,622 ε) 18,738 61,393 στ) 201,600 304,808

3. Ν' ἀπαγγείλετε κατὰ τὸν δεύτερο τρόπο τοὺς δεκαδικούς :

α) 0,414 β) 1,365 γ) 2,007 δ) 4,444 ε) 7,111 στ) 8,001 ζ) 12,298 132,89 η) 215,15 θ) 57,15 ι) 1.203,305

4. Νὰ γράψετε μὲ ψηφία τοὺς ἀριθμούς :

πέντε ἀκέραιος καὶ πέντε δέκατα, ἑφτὰ ἀκέραιος καὶ τρία δέκατα, ἕνα καὶ ἑβδομήντα ἕξι ἑκατοστά, τριάντα δύο ἑκατοστά, δύο καὶ ἑκατὸν τριάντα ὀχτὼ χιλιοστά, τρία ἑκατοστά, ὀχτὼ χιλιοστά, ἐννέα καὶ τριακόσια εἴκοσι ἕνα χιλιοστά.

5. Νὰ γράψετε μὲ λέξεις τοὺς ἀριθμούς :

α) 0,28 4,4 β) 10,52 101,205 γ) 729,2 802,671 δ) 1.261,1 1.307,18 ε) 1.417,171 1.638,711

6. Νὰ γράψετε μὲ λέξεις :

α) ὅλα τὰ δέκατα β) ὅλα τὰ ἑκατοστά.

7. Νὰ γράψετε μὲ δεκαδικούς :

α) 14 κιλὰ 80 γραμμάρια λάδι, β) 5 μέτρα 250 χιλιοστὰ σύρμα, γ) 14 δραχμὲς 5 λεπτά, δ) 7 μέτρα 75 χιλιοστὰ καλώδιο, ε) 19 κιλὰ 510 γραμμάρια ρύζι, στ) 2 μέτρα 4 δεκατόμετρα μῆκος, ζ) 6 μέτρα 2 ἑκατοστόμετρα πλάτος, η) 5 μέτρα 6 χιλιοστόμετρα ὕψος, θ) 28 μέτρα 88 χιλιοστόμετρα σύρμα, ι) 60 ἑκατοστόμετρα 3 χιλιοστόμετρα βάθος.

8. Νὰ συγκρίνετε :

α) τὰ 0,5 τοῦ κιλοῦ μὲ τὰ 0,50 καὶ 0,500 τοῦ κιλοῦ,

β) τὰ 0,2 τοῦ μέτρου μὲ τὰ 0,20 καὶ 0,200 τοῦ μέτρου,

γ) τὰ 0,5 τῆς δραχμῆς μὲ τὰ 0,50 τῆς δραχμῆς,

δ) τὸ 0,1 τοῦ ἑκατοντάδραχμου μὲ τὰ 0,2 τοῦ πεντακοσιόδραχμου,

ε) τὰ 0,3 τοῦ κιλοῦ μὲ τὰ 0,600 τοῦ κιλοῦ.

Τὰ ξυλουργεῖα

Οἱ ξυλουργοὶ ἐργάζονται στὰ ξυλουργεῖα τους. Σ᾽ αὐτὰ ἔχουν ἐγκαταστημένα ξυλουργικὰ μηχανήματα μὲ τὰ ὁποῖα κόβουν, σχίζουν καὶ κατεργάζονται τὰ ξύλα ποὺ ἀγοράζουν.

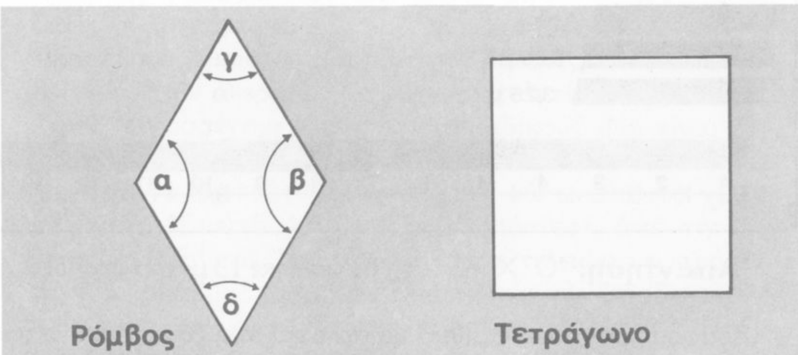
Στὰ ξυλουργεῖα βλέπει κανεὶς πριονοκορδέλες, πλάνες, σκαρπέλα, ἀρίδες, σκεπάρνια, σφυριὰ κι ἕνα σωρὸ ἄλλα σύνεργα. Βλέπει ἀκόμη κάθε εἴδους ξύλα μικρά, μεγάλα, στενά, πλατιὰ κλπ. Μ' αὐτὰ οἱ ξυλουργοὶ κατασκευάζουν ἔπιπλα κομψὰ καὶ χρήσιμα.

Οἱ ξυλουργοὶ εἶναι τεχνίτες ὁπλισμένοι μὲ ὑπομονὴ κι ἐξαιρετικὲς ἐπιδεξιότητες. Χάρη στὶς δύο αὐτὲς ἀρετές τους κατορθώνουν νὰ δίνουν στὰ ἄμορφα καὶ ἀκαλαίσθητα ξύλα ὀμορφιά, λεπτότητα καὶ καλλιτεχνικὴ ζωντάνια.

I. Η ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Πρόβλημα. Ὁ Χρῆστος κατασκεύασε ἕνα ξύλινο ταβάνι σχήματος ρόμβου μὲ πλευρὰ 3,25 μέτρα. Πόσα μέτρα σανίδες χρειάστηκε γιὰ τὴν κορνίζα του ;

Πρὶν προχωρήσωμε στὴ λύση τοῦ προβλήματος, πρέπει νὰ μάθωμε τί εἶναι ὁ ρόμβος.



Ὁ ρόμβος εἶναι ἕνα γεωμετρικὸ σχῆμα, ὅπως τὸ τετράγωνο, τὸ παραλληλόγραμμο, τὸ τρίγωνο καὶ ὁ κύκλος ποὺ μάθατε στὴν τρίτη τάξη.

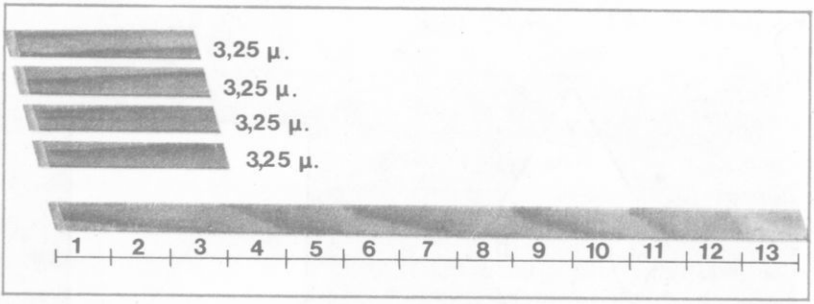
Ὁ ρόμβος ἔχει ὅλες τὶς πλευρές του ἴσες, ὅπως καὶ τὸ τετράγωνο. Ὡστόσο ὅμως διαφέρει ἀπὸ αὐτό, γιατί, ἐνῶ οἱ γωνίες τοῦ τετραγώνου εἶναι ὅλες ὀρθὲς κι ἑπομένως ἴσες μεταξύ τους, οἱ γωνίες τοῦ ρόμβου δὲν εἶναι ὀρθές, ἀλλὰ οὔτε καὶ ὅλες ἴσες μεταξύ τους. Εἶναι ἴσες μεταξύ τους μόνο οἱ ἀπέναντι· π.χ. ἡ γωνία α εἶναι ἴση μὲ τὴ γωνία β καὶ ἡ γωνία γ ἴση μὲ τὴ γωνία δ.

Καὶ τώρα ἂς ἔρθωμε στὴ λύση τοῦ προβλήματος.

Λύση. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσα μέτρα σανίδες χρειάστηκε ὁ Χρῆστος, γιὰ νὰ κατασκευάση τὴν κορνίζα τοῦ ταβανιοῦ, ἀρκεῖ νὰ βροῦμε τὴν περίμετρο τοῦ ρόμβου. Τὴν περίμετρο τοῦ ρόμβου τὴ βρίσκομε, ὅπως καὶ τὴν περίμετρο τοῦ τετραγώνου. Προσθέτομε δηλαδὴ τὶς τέσσερεις πλευρές του.

Παραστατικὰ

Ἐπειδὴ οἱ πλευρὲς τοῦ ρόμβου εἶναι ἴσες μεταξύ τους, θὰ ἔχωμε :



Ἀπάντηση. Ὁ Χρῆστος χρειάστηκε 13 μέτρα σανίδες.

Γράφομε τὸν ἕναν ἀριθμὸ κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ ὑποδιαστολὲς νὰ εἶναι στὴ ἴδια στήλη, οἱ ἀκέραιοι κάτω ἀπὸ τοὺς ἀκεραίους καὶ οἱ δεκαδικοὶ κάτω ἀπὸ τοὺς δεκαδικούς. Νά, ἔτσι :

$$\begin{array}{r l} 3,25 & \\ 3,25 & \\ 3,25 & \textbf{Προσθετέοι} \\ +\;3,25 & \\ \hline 13,00 & \textbf{Ἄθροισμα} \end{array}$$

῞Ενα ἀκόμη παράδειγμα προσθέσεως δεκαδικῶν ἀριθμῶν :

῎Εστω ὅτι ἔχομε νὰ προσθέσωμε τοὺς ἀριθμούς : 5 μέτρα, 1,45 μέτρ., 0,178 μ., 35,4 μ. καὶ 0,12 μ. Σύμφωνα μὲ ὅσα εἴπαμε θὰ κάνωμε τὴ διάταξη τῆς πράξεως ὡς ἑξῆς :

$$\begin{array}{r} 5 \\ 1,45 \\ 0,178 \\ 35,4 \\ +\ 0,12 \\ \hline 42,148 \end{array}$$

Τὰ κενὰ ποὺ ἀφήνουν οἱ ἀκέραιοι ἀριστερὰ καὶ οἱ δεκαδικοὶ δεξιά, ἅμα θέλωμε, τὰ συμπληρώνομε μὲ μηδενικά. ῎Ετσι ἀποφεύγομε τὸν κίνδυνο νὰ κάνωμε λάθος.

$$\begin{array}{r} 05,000 \\ 01,450 \\ 00,178 \\ 35,400 \\ +\ 00,120 \\ \hline 42,148 \end{array}$$

᾿Απ᾿ ὅσα εἴπαμε παραπάνω συμπεραίνομε ὅτι :

● Γιὰ νὰ προσθέσωμε δύο ἢ περισσότερους δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς γράφομε τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ ὑποδιαστολές τους νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη. Προσέχομε ὅμως οἱ μονάδες, οἱ δεκάδες, οἱ ἑκατοντάδες κλπ. τῶν ἀκεραίων νὰ εἶναι στὶς ἀντίστοιχες στῆλες. Τὸ ἴδιο προσέχομε καὶ στοὺς δεκαδικούς. Νὰ εἶναι δηλαδὴ τὰ δέκατα κάτω ἀπὸ τὰ δέκατα, τὰ ἑκατοστὰ κάτω ἀπὸ τὰ ἑκατοστά, τὰ χιλιοστὰ κάτω ἀπὸ τὰ χιλιοστὰ κλπ. ῎Επειτα ἀρχίζομε τὴν πρόσθεση ἀπὸ τὴν τελευταία τάξη τῶν δεκαδικῶν. ῞Οταν τελειώση ἡ πρόσθεση τῶν δεκαδικῶν ψηφίων, σημειώνομε τὴν ὑποδιαστολὴ καί, ἂν ἔχωμε κρατούμενα, τὰ μεταφέρομε στὶς μονάδες τῶν ἀκεραίων καὶ συνεχίζομε τὴν πρόσθεση, ὅπως μάθαμε.

● Τὰ μηδενικὰ στὸ τέλος τῶν δεκαδικῶν δὲν ἔχουν καμιὰ ἀπολύτως ἀξία καὶ μποροῦμε νὰ προσθέσωμε καὶ ἄλλα, ἂν αὐτὸ μᾶς ἐξυπηρετῆ, ἢ καὶ νὰ τὰ παραλείψωμε ὅλως διόλου· π.χ. 12,2 = 12,2000, 15,6500 = 15,65, 3,50 = 3,5 κλπ.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 1,2 + 1,8 β) 1,3 + 1,7 γ) 0,7 + 0,3 δ) 0,35 + 0,15 ε) 4,6 + 0,4 στ) 10,9 + 0,05 ζ) 15,08 + 10,2 η) 20 + 0,002 θ) 35,005 + 5.

2. Γραπτῶς

1.

α)	β)	γ)	δ)	ε)
1,02	13,8	14,03	25	100
2,41	0,003	2,2	3,014	0,25
+ 0,325	+ 17,1	+ 0,001	+ 6,001	+ 425,157

2. Νὰ χωρίσετε ἕνα ρόμβο πρῶτα σὲ δύο τρίγωνα κι ἔπειτα σὲ 4.

Προβλήματα προσθέσεως δεκαδικῶν

1. Ὁ Χρῆστος κατασκεύασε τρία κοντάρια σημαιῶν. Τὸ μῆκος τοῦ α' ἦταν 7,1 μέτρα, τοῦ β' 6,98 καὶ τοῦ γ' 6,255. Πόσα μέτρα ἦταν καὶ τὰ τρία μαζί ;

2. Ὁ Ἰάκωβος πούλησε τρία τραπέζια. Τὸ α' γιὰ 3.255,80 δραχμές, τὸ β' γιὰ 4.125,70 καὶ τὸ γ' γιὰ 4.075,90. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

3. Ὁ Νίκος ἀγόρασε τρία βαρέλια πετρέλαιο γιὰ τὴ μηχανὴ τοῦ ξυλουργείου του. Τὸ α' ζύγιζε 144,258 κιλά, τὸ β' 148,050 καὶ τὸ γ' 151,009. Πόσα κιλὰ πετρέλαιο ἀγόρασε συνολικά ;

4. Ὁ ἴδιος πούλησε ἔξι σανίδες ποὺ εἶχαν μῆκος : ἡ α' 12,8 μ., ἡ β' 13,21 μ., ἡ γ' 11,704 μ., ἡ δ' 8 μ., ἡ ε' 11,92 καὶ ἡ στ' 10,325 μέτρα. Πόσα μέτρα ἦταν ὅλες οἱ σανίδες μαζί ;

5. Ὁ Γιάννης πούλησε τρία τσουβάλια πριονίδι. Τὸ α' ζύγιζε 27,325 κιλά, τὸ β' 22,3 καὶ τὸ γ' 24,38. Πόσα κιλὰ ζύγιζαν καὶ τὰ τρία μαζί ;

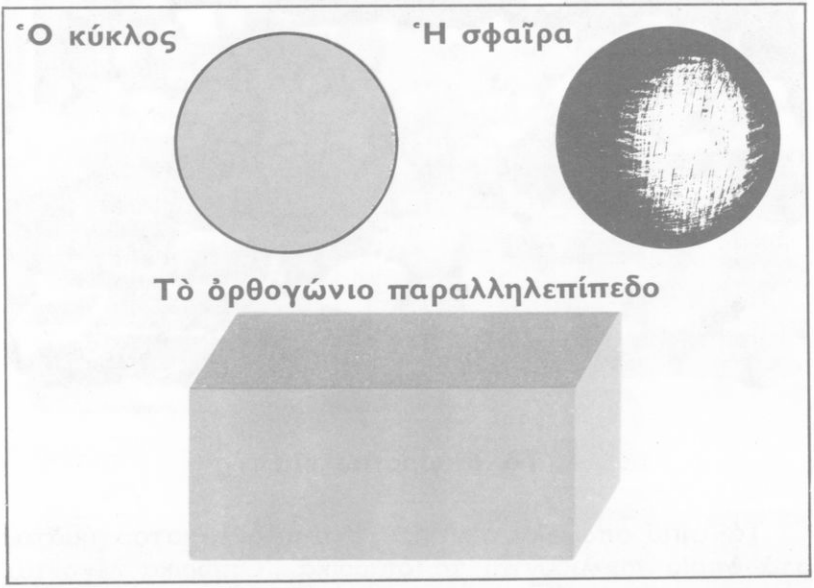
6. Ὁ ἴδιος πούλησε καὶ 4 φορτία κάρου καυσόξυλα. Ἀπὸ

τὸ α' φορτίο εἰσέπραξε 935,25 δραχμές, ἀπὸ τὸ β' 897,4, ἀπὸ τὸ γ' 904.35 καὶ ἀπὸ τὸ δ' 901,80. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε συνολικά ;

7. Ὁ Χρῆστος κατασκεύασε τὴν κάσα μιᾶς πόρτας ὕψους 2,18 μ. καὶ πλάτους 0.97. Πόσα μέτρα ξύλου χρειάστηκε ;

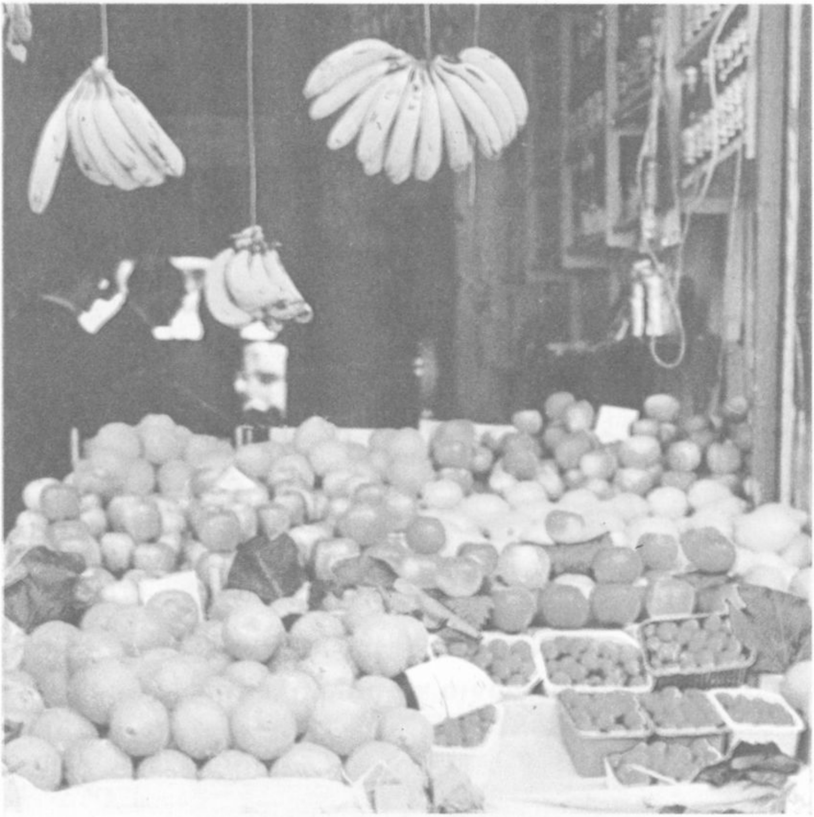
8. Ὁ Νίκος κατασκεύασε ἕνα τελάρο σχήματος ρόμβου μὲ πλευρὰ 2,04 μ. Πόσα μέτρα ξύλου χρησιμοποίησε ;

9. Ὁ Γιάννης ἀνέλαβε νὰ κατασκευάση τὶς γυψοσανίδες δύο δωματίων. Τὸ α' εἶχε σχῆμα τετραγώνου μὲ πλευρὰ 4,2 μ. καὶ τὸ β' σχῆμα ρόμβου μὲ πλευρὰ 3,85 μ. Πόσα μέτρα γυψοσανίδες θὰ χρειαστῆ ;



Ἀσκήσεις

1. Νὰ διαιρέσετε ἕναν κύκλο σὲ δύο ἴσα μέρη.
2. Νὰ διαιρέσετε ἕναν κύκλο σὲ τέσσερα ἴσα μέρη.
3. Νὰ κατασκευάσετε ἕνα ρόμβο μὲ πλευρὰ 0,06 μ.



Τὰ ὀπωροπωλεῖα

Τὰ ὀπωροπωλεῖα εἶναι μικρὰ συνήθως καταστήματα, στὰ ὁποῖα πουλιοῦνται τὰ ὀπωρικά. Ὀπωρικὰ λέγονται τὰ μῆλα, τὰ σύκα, τ' ἀχλάδια, τὰ σταφύλια, τὰ ροδάκινα, τὰ κεράσια, τὰ πεπόνια, τὰ καρπούζια, τὰ πορτοκάλια κλπ. Δηλαδὴ τὰ φροῦτα.

Στὰ ὀπωροπωλεῖα ἐκτὸς ἀπὸ τὰ φροῦτα πουλιοῦνται καὶ τὰ λαχανικά. Αὐτὸς εἶναι καὶ ὁ λόγος, γιὰ τὸν ὁποῖο τὰ ὀπωροπωλεῖα λέγονται καὶ ὀπωρολαχανοπωλεῖα. Ἔτσι στὰ καταστήματα αὐτὰ ἀγοράζομε καὶ τὶς ντομάτες, τὶς πατάτες, καθὼς ἐπίσης καὶ ὅλα τὰ εἴδη τῶν χορταρικῶν.

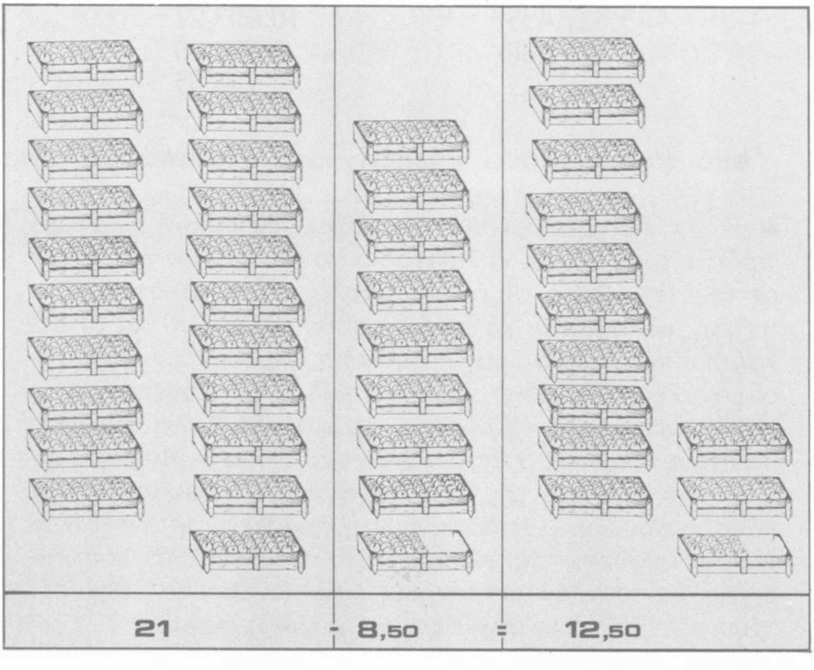
2. Η ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Πρόβλημα. Ὁ Σταμάτης ἀγόρασε 21 τελάρα ροδάκινα καὶ πούλησε ἀμέσως τὰ 8,50. Πόσα τελάρα τοῦ ἔμειναν ;

Λύση. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσα τελάρα ροδάκινα ἀπόμειναν, πρέπει ν' ἀφαιρέσωμε ἀπὸ τὰ 21 τελάρα ποὺ ἀγόρασε ὁ Σταμάτης τὰ 8,50 τελάρα ποὺ πούλησε. Θ' ἀφαιρέσωμε δηλαδὴ δεκαδικὸ ἀπὸ ἀκέραιο.

Παραστατικὰ

21 τελάρα ποὺ ἀγόρασε	πλὴν 8,50 τελάρα ποὺ πούλησε	ἴσον 12,50 τελάρα



᾿Απάντηση. Τοῦ ἔμειναν 12,50 τελάρα ροδάκινα.

Γράφομε πρῶτα τὸν μειωτέο καὶ κάτω ἀπὸ αὐτὸν τὸν ἀφαιρετέο ἔτσι, ὥστε οἱ ὑποδιαστολὲς νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη. ᾿Επειδὴ ὁ μειωτέος εἶναι ἀκέραιος, τὸν κάνομε δεκαδικό. Σημειώνομε μετὰ ἀπὸ τὸ τελευταῖο ψηφίο του ὑποδιαστολὴ καὶ τοῦ προσθέτομε τόσα μηδενικά, ὅσα δεκαδικὰ ψηφία ἔχει ὁ ἀφαιρετέος, δηλαδὴ δύο. Ἔπειτα σύρομε ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα καὶ κάνομε τὴν πράξη. Νά, ἔτσι:

$$\begin{array}{rl} 21{,}00 & \longrightarrow \textbf{Μειωτέος} \\ -\ \ 8{,}50 & \longrightarrow \textbf{᾿Αφαιρετέος} \\ \hline 12{,}50 & \longrightarrow \textbf{῾Υπόλοιπο ἢ διαφορὰ} \end{array}$$

Δύο ἀκόμη παραδείγματα ἀφαιρέσεως δεκαδικῶν :

$$\begin{array}{r} 5.627{,}435 \\ -\ \ 739{,}688 \\ \hline 4.887{,}747 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 10.003{,}27 \\ -\ \ 9.654{,}00 \\ \hline 349{,}27 \end{array}$$

᾿Απὸ τὰ παραπάνω παραδείγματα συμπεραίνομε ὅτι :

● Γιὰ ν᾿ ἀφαιρέσωμε δύο δεκαδικοὺς ἀριθμούς, γράφομε πρῶτα τὸν μειωτέο κι ἔπειτα κάτω ἀπὸ αὐτὸν τὸν ἀφαιρετέο ἔτσι, ὥστε οἱ ὑποδιαστολὲς νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη, οἱ ἀκέραιοι κάτω ἀπὸ τοὺς ἀκεραίους καὶ οἱ δεκαδικοὶ κάτω ἀπὸ τοὺς δεκαδικούς. Προσέχομε πάντοτε οἱ μονάδες, οἱ δεκάδες, οἱ ἑκατοντάδες κλπ. τῶν ἀκεραίων, καθὼς ἐπίσης καὶ τὰ δέκατα, τὰ ἑκατοστὰ κλπ. τῶν δεκαδικῶν νὰ εἶναι στὶς ἀντίστοιχες στῆλες. Μετὰ ἀρχίζομε τὴν ἐκτέλεση τῆς πράξεως ἀπὸ τὴν τελευταία τάξη τῶν δεκαδικῶν. Ὅταν τελειώση ἡ ἀφαίρεση τῶν δεκαδικῶν ψηφίων, σημειώνομε τὴν ὑποδιαστολὴ καί, ἂν ἔχωμε δανεικά, τὰ μεταφέρομε στὶς μονάδες τοῦ ἀφαιρετέου συνεχίζοντας τὴν ἀφαίρεση, ὅπως μάθαμε.

● Ὁ μειωτέος πρέπει νὰ ἔχη τουλάχιστο τόσα δεκαδικὰ ψηφία, ὅσα καὶ ὁ ἀφαιρετέος. Ἂν ἔχη λιγώτερα, τοῦ προσθέτομε ἀνάλογα μηδενικά. Ἔτσι ἀποφεύγομε τὸν κίνδυνο νὰ κάνωμε λάθος.

π.χ. $\begin{array}{r} 315{,}5 \\ -\ 211{,}635 \\ \hline \end{array}$ Προσθέτομε στὸν μειωτέο δύο μηδενικά. $\begin{array}{r} 315{,}500 \\ -\ 211{,}635 \\ \hline 103{,}865 \end{array}$

● Ἂν ὁ μειωτέος εἶναι ἀκέραιος, σημειώνομε ὑποδιαστολὴ στὸ τέλος του καὶ τοῦ προσθέτομε ἀνάλογα μηδενικά.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 1,2 – 0,2 β) 1,5 – 0,6 γ) 10 – 1,2 δ) 20 – 1,5 ε) 100 – – 10,5 στ) 1 – 0,9 ζ) 2 – 0,50 η) 5 – 4,1 θ) 6 – 5,9 ι) 7,01 – – 0,02

2. Γραπτῶς

α) $\begin{array}{r} 131{,}105 \\ -\ 48{,}009 \\ \hline \end{array}$ β) $\begin{array}{r} 1{,}782 \\ -\ 0{,}895 \\ \hline \end{array}$ γ) $\begin{array}{r} 67{,}08 \\ -\ 9{,}396 \\ \hline \end{array}$ δ) $\begin{array}{r} 14{,}8 \\ -\ 5{,}936 \\ \hline \end{array}$ ε) $\begin{array}{r} 13 \\ -\ 0{,}189 \\ \hline \end{array}$

Προβλήματα ἀφαιρέσεως δεκαδικῶν

1. Ὁ Σταμάτης ἀπὸ τὰ 427,35 κιλὰ πατάτες ποὺ εἶχε πούλησε τὰ 239,680. Πόσα κιλὰ πατάτες ἔχει ἀκόμη ;

2. Ὁ Σταῦρος ἀγόρασε 635,760 κιλὰ μῆλα. Ἀπὸ αὐτὰ 34,970 κιλὰ ποὺ ἦταν χτυπημένα τὰ πέταξε. Τὰ ὑπόλοιπα τὰ πούλησε. Πόσα κιλὰ πούλησε ;

3. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε καὶ 364 κιλὰ πορτοκάλια. Ἀπὸ αὐτὰ κράτησε 178,680 κιλὰ καὶ τὰ ὑπόλοιπα τὰ πούλησε. Πόσα κιλὰ πούλησε ;

4. Ὁ Κλεομένης ἀγόρασε καρπούζια ἀξίας 1.398,70 δραχμῶν,

τὰ ὁποῖα πούλησε καὶ εἰσέπραξε 1.732 δραχμές. Πόσα χρήματα κέρδισε ;

5. Ὁ Θεόδωρος ἀγόρασε 138,45 κιλὰ σταφύλια. Δάνεισε σὲ κάποιο συνάδελφό του 59 κιλὰ καὶ τὰ ὑπόλοιπα τὰ πούλησε. Πόσα κιλὰ πούλησε ;

6. Ὁ Νίκος δανείστηκε ἀπὸ τὸν Κλεομένη 406,32 κιλὰ πατάτες. Προχτὲς τοῦ ἐπέστρεψε 387,635 κιλά. Πόσα πρέπει νὰ τοῦ δώση ἀκόμη ;

7. Ὁ Σταμάτης ἀγόρασε 237,2 κιλὰ μελιτζάνες. Ἔπειτα ἀπὸ δύο μέρες εἶχε μόνο 78 κιλά. Πόσα κιλὰ πούλησε ;

8. Ὁ Κλεομένης ἀγόρασε πατάτες ἀξίας 3.625,50 δραχμῶν, τὶς ὁποῖες πούλησε καὶ εἰσέπραξε 3.599,80 δραχμές. Κέρδισε ἢ ζημιώθηκε καὶ πόσες δραχμές ;

9. Ὁ Νίκος ἀπὸ 5.032,860 κιλὰ πατάτες ποὺ εἶχε στὴν ἀποθήκη του κατέληξε νὰ πουλήση 4.748,908 κιλά. Οἱ ὑπόλοιπες σάπισαν τὸν χειμῶνα μὲ τὶς παγωνιές. Πόσα κιλὰ πατάτες τοῦ σάπισαν ;

10. Ὁ Σταῦρος πῆγε στὴ λαϊκὴ 262,300 κιλὰ μπανάνες. Ὅταν ἐπέστρεψε τὸ μεσημέρι, ἔφερε στὸ ὀπωροπωλεῖο του 73,285 κιλά. Πόσα κιλὰ μπανάνες πούλησε ;

Σύνθετα προβλήματα

1. Ὁ Χρῆστος ἀγόρασε τρεῖς κορμοὺς καρυδιᾶς· τὸν α΄ γιὰ 4.379,90 δραχμές, τὸν β΄ γιὰ 5.261,80 δραχμὲς καὶ τὸν γ΄ γιὰ 5.008,60 δραχμές. Τοὺς πούλησε καὶ τοὺς τρεῖς μαζὶ καὶ πῆρε 19.123,10 δραχμές. Πόσα χρήματα κέρδισε ;

2. Ὁ Γιάννης πούλησε ἕνα γραφεῖο γιὰ 7.335,50 δραχμές, μιὰ βιβλιοθήκη γιὰ 6.765,90 δραχμὲς καὶ 12 καρέκλες. Εἰσέπραξε συνολικὰ 18.000 δραχμές. Πόσο πούλησε τὶς καρέκλες ;

3. Ὁ Κλεομένης ἀγόρασε λαχανικὰ γιὰ 527,60 δραχμές, μῆλα γιὰ 1.365,70 δραχμές, καρπούζια γιὰ 1.078,90 δραχμὲς καὶ πεπόνια. Πλήρωσε συνολικὰ 3.652,10 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὰ πεπόνια ;

4. Ὁ Σταῦρος ἀγόρασε τρία τσουβάλια πατάτες. Τὸ α΄ ζύγιζε 58,570 κιλά, τὸ β΄ 5,830 κιλὰ λιγώτερα ἀπὸ τὸ α΄ καὶ

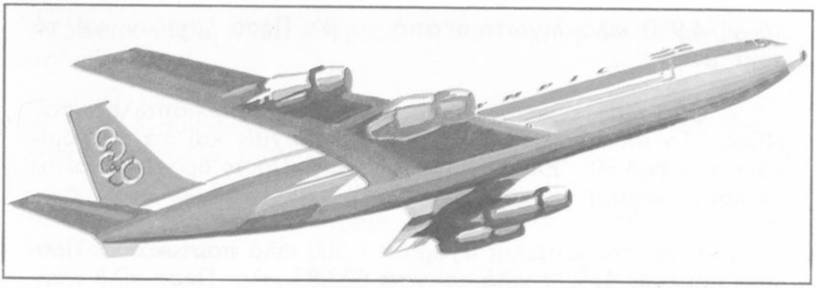
τὸ γ' 4,950 κιλὰ λιγώτερα ἀπὸ τὸ β'. Πόσο ζύγιζαν καὶ τὰ τρία μαζί ;

5. Ὁ Χρῆστος κατασκεύασε ράφια στ' ὀπωροπωλεῖο τοῦ Νίκου. Τὰ ὑλικὰ στοίχισαν 1.206,70 δραχμὲς καὶ τὰ ἡμερομίσθιά του 864,80. Ἔλαβε 1.115 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πρέπει νὰ λάβη ἀκόμη ;

6. Ἕνας ὀπωροπώλης ἀγόρασε 1.500 κιλὰ πορτοκάλια. Προχτὲς πούλησε 415,27 κιλὰ καὶ χτὲς 603,83 κιλά. Πόσα κιλὰ πορτοκάλια ἔχει ἀκόμη ;

7. Μιὰ ὁμάδα ξυλουργῶν ἀνέλαβε νὰ κατασκευάση τελάρα ἀξίας 18.095 δραχμῶν. Διέθεσε : 7.603,40 δραχμὲς γιὰ τὴν ἀγορὰ σανίδων, 3.090 δραχμὲς γιὰ λαμαρίνα καὶ 609,20 δραχμὲς γιὰ πρόκες. Πόσα χρήματα κέρδισε ;

8. Ὁ Ἰάκωβος πούλησε μῆλα γιὰ 2.635,70 δραχμές, ἀχλάδια γιὰ 4.061,50 δραχμὲς καὶ λαχανικὰ γιὰ 1.807,40 δραχμές. Πόσα χρήματα κέρδισε, ἂν τ' ἀγόρασε ὅλα μαζὶ πληρώνοντας 6.597,90 δραχμές ;

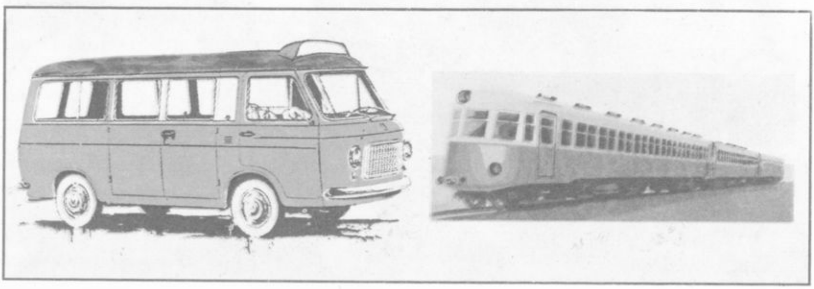


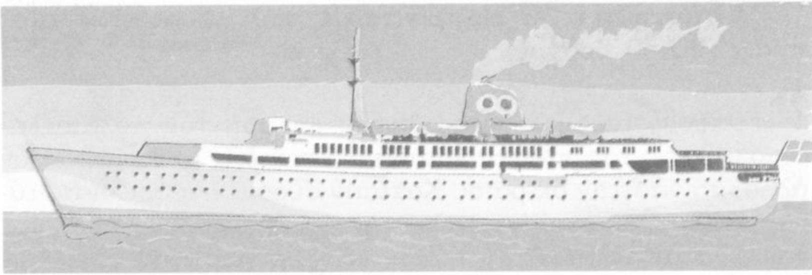
Τὰ μέσα συγκοινωνίας

Τ' αὐτοκίνητα, τὰ τρένα, τὰ πλοῖα καὶ τ' ἀεροπλάνα, ὅλα μαζὶ ὀνομάζονται μέσα συγκοινωνίας. Διακρίνονται σὲ τρεῖς κατηγορίες : σὲ μέσα συγκοινωνίας, α) τῆς ξηρᾶς, β) τῆς θάλασσας καὶ γ) τοῦ ἀέρα.

Παλαιότερα τὰ μέσα συγκοινωνίας ἦταν ἐλάχιστα. Σήμερα ὅμως εἶναι ἄφθονα καὶ ταχύτατα. Ἔτσι μποροῦμε νὰ μεταφερθοῦμε ἄνετα μὲ λίγα ἔξοδα καὶ σὲ πολὺ σύντομο χρόνο σὲ τόπους ποὺ ἄλλοτε δὲν ἔφτανε οὔτε τὸ μυαλὸ τοῦ ἀνθρώπου.

Χάρη στὴν καταπληκτικὴ ἀνάπτυξη τῶν μέσων συγκοινωνίας ὁ ἄνθρωπος κατέκτησε τὴ Σελήνη. Σχεδιάζει ὅμως τώρα καὶ ἄλλα ταξίδια πολὺ μακρινότερα πρὸς τοὺς πλανῆτες ποὺ βρίσκονται ἑκατομμύρια χιλιόμετρα μακριὰ ἀπὸ τὴ Γῆ μας.





3. Ο ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1) Πῶς πολλαπλασιάζομε ἀκέραιο ἐπὶ δεκαδικὸ

Πρόβλημα. Ἕνα λεωφορεῖο τῆς γραμμῆς Ἀθηνῶν- Λαμίας πραγματοποίησε τὸ δρομολόγιό του μὲ 5 ἐπιβάτες. Πόσες δραχμὲς πῆρε ὁ εἰσπράκτορας, ἂν τὸ εἰσιτήριο ἦταν 72,50 δραχμές ;

Λύση. Ἂν τὸ λεωφορεῖο πραγματοποιοῦσε τὸ δρομολόγιό του μ' ἕναν ἐπιβάτη, ὁ εἰσπράκτορας θὰ ἔπαιρνε μόνο 72,50 δρχ. Ἂν τὸ πραγματοποιοῦσε μὲ δύο ἐπιβάτες, θὰ ἔπαιρνε 2 φορὲς τὶς 72,50 δρχ. Ἀφοῦ ὅμως τὸ πραγματοποίησε μὲ 5 ἐπιβάτες, πῆρε 5 φορὲς τὶς 72,50 δραχμές. Ἄρα, γιὰ νὰ βροῦμε πόσες δραχμὲς πῆρε ὁ εἰσπράκτορας τοῦ λεωφορείου, θὰ πολλαπλασιάσωμε τὴν ἀξία τοῦ ἑνὸς εἰσιτηρίου, δηλαδὴ τὶς 72,50 δραχμές, ἐπὶ τὸν ἀριθμὸ τῶν ἐπιβατῶν, δηλαδὴ τὸ 5.

Ἀναλυτικὰ

Θὰ ἐπαναλάβωμε τὶς τάξεις τῶν ψηφίων τοῦ δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ 72,50 5 φορὲς τὴν κάθε μιά. Νά, ἔτσι :

Ἑκατοστὰ	$0 \times 5 =$	0
Δέκατα	$5 \times 5 =$	2,5
Μονάδες	$2 \times 5 =$	10
Δεκάδες	$7 \times 5 =$	35

Ὥστε $72,50 \times 5 = 362,50$

Ἀπάντηση : Ὁ εἰσπράκτορας τοῦ λεωφορείου εἰσέπραξε 362,50 δραχμές.

Γράφομε τοὺς δύο παράγοντες, δηλαδὴ τὸν πολλαπλασιαστέο καὶ τὸν πολλαπλασιαστή, τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο, σὰ νὰ ἦταν ἀκέραιοι. Κατόπιν σύρομε ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα καὶ ἐκτελοῦμε τὴν πράξη, ὅπως ἀκριβῶς μάθαμε. Ὅταν τελειώση ἡ πράξη, θὰ χωρίσωμε στὸ ὁλικὸ γινόμενο ἀπὸ τὰ δεξιὰ τόσα δεκαδικὰ ψηφία, ὅσα ἔχει ὁ δεκαδικὸς παράγοντας, δηλαδὴ 2.

$$\begin{array}{rl} 72{,}50 & \longrightarrow \textbf{Πολλαπλασιαστέος} \\ \times \quad 5 & \longrightarrow \textbf{Πολλαπλασιαστὴς} \\ \hline 362{,}50 & \longrightarrow \textbf{Γινόμενο} \end{array}$$

Τρία ἀκόμη παραδείγματα πολλαπλασιασμοῦ δεκαδικῶν:

$$\begin{array}{r} 328{,}35 \\ \times \quad 221 \\ \hline 32835 \\ 65670 \\ 65670 \\ \hline 72565{,}35 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}567 \\ \times\ 123 \\ \hline 1701 \\ 1134 \\ 567 \\ \hline 69{,}741 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 142 \\ \times\ 0{,}213 \\ \hline 426 \\ 142 \\ 284 \\ \hline 30{,}246 \end{array}$$

Ἀπὸ τὰ παραπάνω παραδείγματα συμπεραίνομε ὅτι :

Ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε ἀκέραιο ἐπὶ δεκαδικὸ ἢ ἀντίθετα, δεκαδικὸ ἐπὶ ἀκέραιο, ἐκτελοῦμε τὴν πράξη τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, ὅπως καὶ τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν. Χωρίζομε ὅμως πάντοτε στὰ δεξιὰ τοῦ ὁλικοῦ γινομένου μὲ ὑποδιαστολὴ τόσα δεκαδικὰ ψηφία, ὅσα ἔχει ὁ δεκαδικός.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 2,5 × 4 β) 3,2 × 3 γ) 4,3 × 3 δ) 5,8 × 5 ε) 6,1 × 5 στ) 10,6 × 3.

2. Γραπτῶς

α)	β)	γ)	δ)
3,265	4,008	618	1084
× 12	× 126	× 0,95	× 0,003

Προβλήματα πολλαπλασιασμοῦ δεκαδικῶν

1. Ἕνα λεωφορεῖο τῆς γραμμῆς Ἀθηνῶν - Κορίνθου πραγματοποίησε τὸ δρομολόγιό του μὲ 32 ἐπιβάτες. Πόσα χρήματα θὰ εἰσπραχθοῦν, ἂν ὁ κάθε ἐπιβάτης πλήρωσε 61,70 δραχμές ;

2. Ἕνα φορτηγὸ αὐτοκίνητο μετέφερε ἀπὸ τὴ Θήβα στὸν Πειραιᾶ 5.986 κιλὰ πατάτες πρὸς 0,25 δρχ. τὸ κιλό. Πόσα χρήματα στοίχισε ἡ μεταφορά ;

3. Ἕνας εἰσπράκτορας ἀστικοῦ λεωφορείου ἔκοψε προχτὲς 2.235 εἰσιτήρια τῶν 3,50 δραχμῶν. Πόσα χρήματα εἰσέπραξε ;

4. Μιὰ ἁμαξοστοιχία τοῦ Ο.Σ.Ε. μετέφερε ἀπὸ τὴ Θεσσαλία στὴ Θεσσαλονίκη 1.428 τσουβάλια σιτάρι, ποὺ τὸ καθένα ζύγιζε 89,650 κιλά. Πόσα κιλὰ σιτάρι μετέφερε ;

5. Ἕνα ἀεροπλάνο τῆς Ὀλυμπιακῆς Ἀεροπορίας μετέφερε ἀπὸ τὸ Ἡράκλειο Κρήτης στὴ Διεθνῆ Ἔκθεση Θεσσαλονίκης 172 ἐπιβάτες. Πόσα χρήματα θὰ εἰσπραχθοῦν, ἂν τὸ εἰσιτήριο ἦταν 1050,50 δρχ. ;

6. Ἄλλο ἀεροπλάνο τῆς Ὀλυμπιακῆς μετέφερε ἀπὸ τὴν Κέρκυρα στὴν Ἀθήνα 125 ἐπιβάτες μὲ εἰσιτήριο 1243,60 δραχμῶν γιὰ τὸν καθένα. Πόσα χρήματα θὰ εἰσπραχθοῦν ἀπὸ τὴ μεταφορά τους ;

7. Τὸ ἀτμόπλοιο «Μιμίκα», μετέφερε ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ στὴν Τῆνο 835 τουρίστες μὲ εἰσιτήριο 183,80 δραχμῶν γιὰ τὸν καθένα. Πόσα χρήματα θὰ εἰσπραχθοῦν ἀπὸ τὴ μεταφορά τους ;

8. Τὸ εἰσιτήριο Ἀθηνῶν - Πειραιῶς μὲ τὸν ἠλεκτρικὸ εἶναι 4,40 δραχμές. Χτὲς μιὰ ἁμαξοστοιχία πραγματοποίησε 9 δρομολόγια. Πόσες δραχμὲς θὰ εἰσπραχθοῦν, ἂν οἱ ἐπιβάτες σὲ κάθε δρομολόγιο ἦταν 207 ;

2) Πῶς πολλαπλασιάζομε δεκαδικὸ ἐπὶ 10, 100 καὶ 1.000

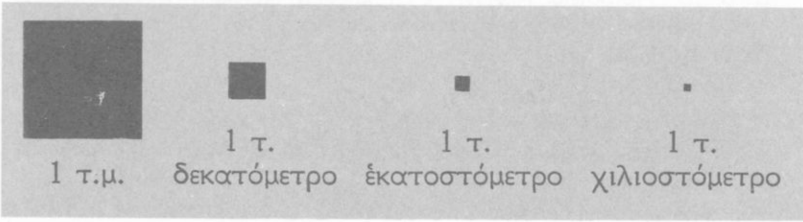
Πρόβλημα. Τὸ μῆκος ἑνὸς προαυλίου εἶναι 10 μέτρα καὶ τὸ πλάτος 3,50 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι ἡ ἐπιφάνειά του ;

Πρὶν προχωρήσωμε στὴ λύση τοῦ προβλήματος, πρέπει νὰ μάθωμε τί εἶναι τὸ τετραγωνικὸ μέτρο.

Τὸ τετραγωνικὸ μέτρο εἶναι μιὰ τετράγωνη ἐπιφάνεια, ποὺ ἡ κάθε πλευρά της εἶναι ἴση μ' ἕνα μέτρο.

Ὑποδιαιρέσεις τοῦ τετραγωνικοῦ μέτρου : 1 τ.μ. ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 τετραγωνικὰ δεκατόμετρα. 1 τετ. δεκ. ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 τετραγωνικὰ ἑκατοστόμετρα. 1 τ. ἑκατ. ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 τετρ. χιλιοστόμετρα. Ἑπομένως τὸ 1 τ.μ. ἔχει 100 τ. δεκ. ἢ 10.000 τετρ. ἑκατοστόμετρα ἢ 1.000.000 τετραγωνικὰ χιλιοστόμετρα.

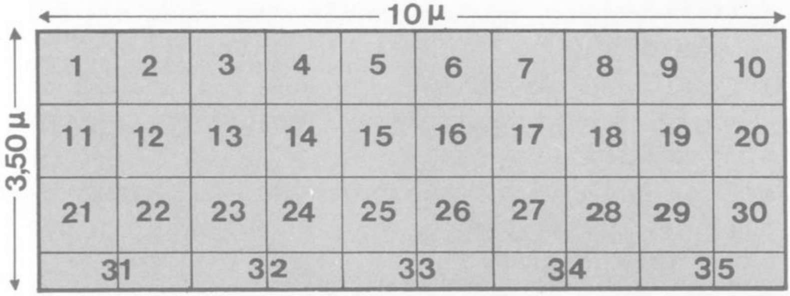
Πολλαπλάσια τοῦ τετραγωνικοῦ μέτρου εἶναι τὸ βασιλικὸ στρέμμα μὲ 1.000 τ.μ. καὶ τὸ τετραγωνικὸ χιλιόμετρο μὲ 1.000.000 τ.μ.



Καὶ τώρα ἂς ἔρθωμε στὴ λύση τοῦ προβλήματος.

Λύση. Ἐπειδὴ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ προαυλίου ἔχει σχῆμα ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου, εὔκολο εἶναι νὰ τοποθετήσωμε πάνω σ' αὐτὴν τὸ τετρ. μέτρο καὶ νὰ τὴ χωρίσωμε διαδοχικὰ σὲ τετρ. μέτρα.

Παραστατικὰ



Ἀπάντηση. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ προαυλίου εἶναι 35 τ.μ.

Παρατηροῦμε ὅτι στὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα καταλήγομε, καὶ ἂν πολλαπλασιάσωμε τὸ μῆκος ἐπὶ τὸ πλάτος, δηλαδὴ τὸ 10 ἐπὶ τὸ 3,50.

$$\begin{array}{r} 3{,}50 \\ \times\ 10 \\ \hline 35{,}00 \end{array}$$

Ὅπως βλέπετε, ὁ πολλαπλασιασμὸς δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ ἐπὶ 10 εἶναι εὐκολώτατος. Μποροῦμε μάλιστα νὰ μὴν ἐκτελέσωμε τὴν πράξη, ἀλλὰ νὰ τὴ σημειώσωμε μόνο καὶ νὰ γράψωμε πάλι τὸν δεκαδικὸ ὡς γινόμενο, ἀφοῦ βέβαια μεταφέρωμε τὴν ὑποδιαστολή του μιὰ θέση πρὸς τὰ δεξιά· π.χ. $3{,}50 \times 10 = 35{,}0 = 35$ $4{,}25 \times 10 = 42{,}5$ κλπ.

Εὔκολος ἐπίσης εἶναι καὶ ὁ πολλαπλασιασμὸς δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ ἐπὶ 100 ἢ 1.000. Στὴν περίπτωση ὅμως τοῦ πολλαπλασιασμοῦ δεκαδικοῦ ἐπὶ 100 μεταφέρομε τὴν ὑποδιαστολὴ δύο θέσεις πρὸς τὰ δεξιά, ἐνῶ ἐπὶ 1.000 τρεῖς θέσεις πρὸς τὰ δεξιά· π.χ.

$3{,}50 \times 100 = 350$ $\quad$ $4{,}25 \times 100 = 425$
$3{,}50 \times 1.000 = 3.500$ $\quad$ $4{,}25 \times 1.000 = 4.250$

$6{,}327 \times 100 = 632{,}7$
$6{,}327 \times 1.000 = 6.327$

Ἀπ' ὅσα εἴπαμε παραπάνω καταλήγομε στὸ συμπέρασμα ὅτι :

● Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδόν, δηλαδὴ τὰ τετραγωνικὰ μέτρα μιᾶς ἐπιφάνειας ποὺ ἔχει σχῆμα ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου, πολλαπλασιάζομε τὸ μῆκος της ἐπὶ τὸ πλάτος της.

● Ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε ἕνα δεκαδικὸ ἀριθμὸ ἐπὶ 10, μεταφέρομε τὴν ὑποδιαστολή του μιὰ θέση πρὸς τὰ δεξιά.

● Ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε ἕνα δεκαδικὸ ἀριθμὸ ἐπὶ 100, μεταφέρομε τὴν ὑποδιαστολή του δύο θέσεις πρὸς τὰ δεξιά.

● Ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε ἕνα δεκαδικὸ ἀριθμὸ ἐπὶ 1.000, μεταφέρομε τὴν ὑποδιαστολή του τρεῖς θέσεις πρὸς τὰ δεξιὰ κλπ.

Ἀσκήσεις

Γραπτῶς

Νὰ ἐκτελέσετε τὶς πράξεις ποὺ ἀκολουθοῦν ὁριζοντίως :

α) $1{,}31 \times 10 \mid 2{,}45 \times 10$ β) $34{,}8 \times 10 \mid 0{,}73 \times 10$ γ) $0{,}010 \times 10 \mid 15{,}2 \times 10$ δ) $161{,}52 \times 10 \mid 467{,}365 \times 10$ ε) $1{,}72 \times 100$ στ) $0{,}395 \times 100$ ζ) $0{,}804 \times 100 \mid 1{,}950 \times 100 \mid 628{,}322 \times 100$ η) $1{,}693 \times 1.000 \mid 0{,}810 \times 1.000$ θ) $0{,}80 \times 1.000 \mid 7{,}302 \times 1.000$ ι) $0{,}2 \times 1.000 \mid 0{,}001 \times 1.000$.

Προβλήματα

1. Ἕνα σχολικὸ προαύλιο ἔχει σχῆμα ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου μὲ μῆκος 68,25 μέτρα καὶ πλάτος 10 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι τὸ ἐμβαδόν του ;

2. Μιὰ γέφυρα ἔχει σχῆμα ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου μὲ μῆκος 100 μέτρα καὶ πλάτος 13,8 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι ἡ ἐπιφάνειά της ;

3. Ἕνα χωράφι σχήματος ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου ἔχει μῆκος 403,25 μέτρα καὶ πλάτος 100 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι τὸ ἐμβαδόν του ;

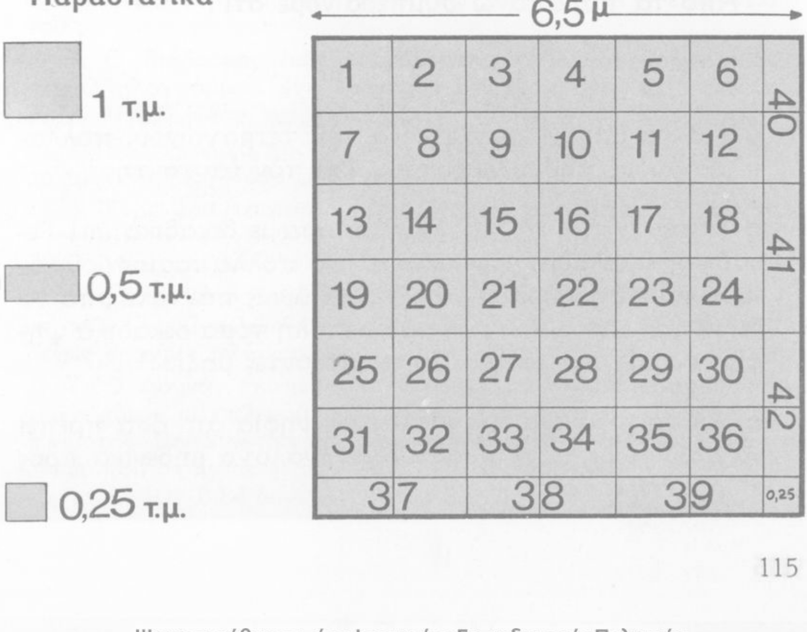
4. Ἕνας διάδρομος προσγειώσεως καὶ ἀπογειώσεως ἀεροπλάνων σχήματος ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου ἔχει μῆκος 1.000 μέτρα καὶ πλάτος 45,25 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι τὸ ἐμβαδόν του ;

3) Πῶς πολλαπλασιάζομε δεκαδικὸ ἐπὶ δεκαδικὸ

Πρόβλημα. Ἡ αὐλὴ τοῦ Τάκη ἔχει σχῆμα τετραγώνου μὲ πλευρὰ 6,5 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι τὸ ἐμβαδόν της ;

Λύση. Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸν τῆς αὐλῆς τοῦ Τάκη, θὰ τοποθετήσωμε πάνω σ' αὐτὴν τὸ τετραγωνικὸ μέτρο καὶ θὰ τὴ χωρίσωμε διαδοχικὰ σὲ τετραγωνικὰ μέτρα.

Παραστατικὰ



Παρατηροῦμε ὅμως ὅτι στὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα καταλήγομε, καὶ ἂν πολλαπασιάσωμε τὴν πλευρὰ τῆς τετραγωνικῆς αὐλῆς ἐπὶ τὸν ἑαυτό της, δηλαδὴ 6,5 × 6,5. Ἐδῶ ἔχομε νὰ πολλαπλασιάσωμε δεκαδικὸ ἐπὶ δεκαδικό. Πῶς ἐκτελοῦμε ὅμως τὴν πράξη αὐτή ;

Γράφομε τοὺς δύο παράγοντες τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο, ὅπως ἀκριβῶς θὰ τοὺς γράφαμε, ἂν ἦταν ἀκέραιοι. Σύρομε ἔπειτα ἕνα ὁριζόντιο εὐθύγραμμο τμῆμα καὶ ἐκτελοῦμε τὴν πράξη. Ὅταν τελειώσωμε, χωρίζομε ἀπὸ τὰ δεξιὰ τοῦ γινομένου μὲ ὑποδιαστολὴ τόσα δεκαδικὰ ψηφία, ὅσα ἔχουν καὶ οἱ δύο παράγοντες μαζί.

$$\begin{array}{r} 6{,}5 \\ \times\ 6{,}5 \\ \hline 325 \\ 390 \\ \hline 42{,}25 \end{array}$$

ἕνα ἀκόμη παράδειγμα πολλαπλασιασμοῦ

$$\begin{array}{r} 4{,}2 \\ \times\ 0{,}05 \\ \hline 0{,}210 \end{array}$$

Ἀπὸ τὰ παραπάνω συμπεραίνομε ὅτι :

- Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραγώνου, πολλαπλασιάζομε τὴν πλευρά του ἐπὶ τὸν ἑαυτό της.

- Ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε δεκαδικὸ ἐπὶ δεκαδικό, ἐκτελοῦμε τὴν πράξη τοῦ πολλαπασιασμοῦ, ὅπως καὶ τῶν ἀκεραίων. Χωρίζομε ὅμως πάντοτε ἀπὸ τὰ δεξιὰ τοῦ γινομένου μὲ ὑποδιαστολὴ τόσα δεκαδικὰ ψηφία, ὅσα ἔχουν καὶ οἱ δύο παράγοντες μαζί.

- Ἂν τὸ γινόμενο ἔχῃ λιγότερα ψηφία ἀπ᾽ ὅσα πρέπει νὰ χωρίσωμε, τότε προσθέτομε ἀνάλογα μηδενικὰ πρὸς τ᾽ ἀριστερά του.

Ἀσκήσεις

Γραπτῶς

1. Νὰ ἐκτελέσετε τὶς πράξεις ποὺ ἀκολουθοῦν κι ἔπειτα νὰ συγκρίνετε τὸν πολλαπλασιαστέο καὶ τὸ γινόμενο. Τί παρατηρεῖτε ; α) 2,2 $\times$ 0,5 β) 2,4 $\times$ 0,5 γ) 4,6 $\times$ 0,5 δ) 6,8 $\times$ 0,5 ε) 10,68 $\times$ 0,5.

2. Νὰ ἐκτελέσετε τὶς πράξεις ποὺ ἀκολουθοῦν καὶ νὰ βρῆτε τί παθαίνει ὁ πολλαπλασιαστέος. Μεγαλώνει ἢ μικραίνει ;
α) 8,15 $\times$ 0,3 β) 9,9 $\times$ 0,8 γ) 10,24 $\times$ 0,8 δ) 12,38 $\times$ 0,9 ε) 165,16 $\times$ 2,5 στ) 183,18 $\times$ 5,3 ζ) 207,325 $\times$ 4,42

3. Νὰ ἐκτελέσετε τὶς πράξεις ποὺ ἀκολουθοῦν :
α) 0,028 $\times$ 0,02 β) 0,375 $\times$ 0,05 γ) 0,222 $\times$ 3,5

Προβλήματα

1. Ἡ πλευρὰ μιᾶς μάντρας πωλήσεως αὐτοκινήτων εἶναι 36,8 μέτρα. Ἂν ἡ μάντρα αὐτὴ ἔχη σχῆμα τετραγώνου, πόσο εἶναι τὸ ἐμβαδόν της ;

2. Τὸ προαύλιο μιᾶς βενζιναντλίας σχήματος τετραγώνου ἔχει πλευρὰ 44,12 μέτρα. Πόσα τετρ. μέτρα εἶναι ἡ ἐπιφάνειά του ;

3. Ὁ διάδρομος ἑνὸς ἀεροδρομίου σχήματος ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου ἔχει μῆκος 1.235,80 μέτρα καὶ πλάτος 72,50 μέτρα. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα εἶναι ἡ ἐπιφάνειά του ;

4. Ἕνα σχολικὸ προαύλιο σχήματος τετραγώνου ἔχει πλευρὰ 61,82 μέτρα. Πόσο εἶναι τὸ ἐμβαδόν του ;

5. Ἕνας φρουτέμπορος μετέφερε μὲ πλοῖο ἀπὸ τὴν Κρήτη στὸν Πειραιᾶ 18.765,380 κιλὰ πορτοκάλια πρὸς 0,32 δρχ. τὸ κιλό. Πόσα χρήματα πλήρωσε ;

6. Ἕνας ὀπωροπώλης ἀγόρασε 17 χαρτοκιβώτια μπανάνες τῶν 32,50 κιλῶν τὸ καθένα πρὸς 103 δραχμὲς τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πλήρωσε ;

7. Ὁ Λουκᾶς σκοπεύει νὰ περιφράξῃ περιβόλι σχήματος τετραγώνου μὲ πλευρὰ 72,4 μέτρων μὲ 4 σειρὲς ἀγκαθωτοῦ σύρματος. Πόσα μέτρα σύρματος θὰ χρειαστῆ καὶ πόσες δραχμὲς θὰ τοῦ στοιχίσῃ ἡ περίφραξη, ἂν τὸ κάθε μέτρο τοῦ σύρματος στοιχίζῃ 0,84 δρχ. ;

Τὰ ὑφασματεμπορικὰ

Στοὺς κεντρικοὺς δρόμους τῶν πόλεων συναντοῦμε τὰ ὑφασματεμπορικά. Σ' αὐτὰ πουλιοῦνται τὰ ὑφάσματα.

Οἱ ὑφασματέμποροι ἀγοράζουν τὰ ὑφάσματα ἀπὸ τὰ ὑφαντήρια καὶ τὰ ξαναπουλοῦν στοὺς πελάτες τους.

Τὰ ὑφαντήρια εἶναι ἐργοστάσια ἐφοδιασμένα μὲ ὑφαντουργικὰ μηχανήματα. Τὰ μηχανήματα αὐτὰ ὑφαίνουν τὰ ὑφάσματα ἀπὸ νήματα. Τὰ νήματα πάλι κατασκευάζονται ἀπὸ μαλλιὰ ζώων ἢ ἀπὸ τὶς ἴνες διάφορων φυτῶν σὲ εἰδικὰ ἐπίσης ἐργοστάσια, τὰ νηματουργεῖα ἢ κλωστήρια.

Τὸ σύνολο τῶν δεκαδικῶν ἀριθμῶν

Εἴπαμε ὅτι τὸ $\{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$ εἶναι τὸ σύνολο τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν.

Ἐπίσης ὅτι τὸ { 0, 1, 2, 3, 4, . . . } εἶναι τὸ σύνολο τῶν (ἀπόλυτων) ἀκεραίων.

Ἂν πάρωμε τώρα ἕνα δεκαδικὸ ἀριθμό, π.χ. τὸν 3,2 βλέπομε ὅτι αὐτὸς δὲν ἀνήκει οὔτε στὸ σύνολο τῶν φυσικῶν, οὔτε στὸ σύνολο τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν. Λέμε λοιπὸν ὅτι «ὅλοι οἱ δεκαδικοὶ ἀριθμοὶ **ἀποτελοῦν** τὸ σύνολο τῶν δεκαδικῶν ἀριθμῶν ». Ἐπίσης λέμε ὅτι «κάθε δεκαδικὸς ἀριθμὸς **ἀνήκει** στὸ σύνολο τῶν δεκαδικῶν ἀριθμῶν».

Ὅπως εἴχαμε πράξεις μεταξὺ ἀκεραίων, ἔτσι ἐδῶ ἔχομε πράξεις καὶ μεταξὺ δεκαδικῶν ἀριθμῶν. Εἴδαμε μέχρι τώρα τὶς πράξεις: **πρόσθεση, ἀφαίρεση** καὶ **πολλαπλασιασμὸ** στὸ σύνολο τῶν δεκαδικῶν ἀριθμῶν.

Παρακάτω θὰ ἐξετάσωμε τὴν **διαίρεση** στὸ σύνολο τῶν δεκαδικῶν ἀριθμῶν.

4. Η ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1) Πῶς διαιροῦμε δεκαδικὸ ἀριθμὸ διὰ ἀκεραίου

Πρόβλημα. Ὁ Δῆμος ἀγόρασε 4 μέτρα ὑφάσματος καὶ πλήρωσε 731,2 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ ἕνα μέτρο ;

Λύση. Ἐδῶ γνωρίζομε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μέτρων καὶ δὲν γνωρίζομε τὴν ἀξία τοῦ ἑνός. Θὰ κάνωμε διαίρεση μερισμοῦ. Ἔχομε νὰ διαιρέσωμε δεκαδικὸ μὲ ἀκέραιο.

Ἐργαζόμαστε ὅπως καὶ στὴ διαίρεση μερισμοῦ τῶν ἀκεραίων. Ὅταν ὅμως τελειώση ἡ διαίρεση τῶν ψηφίων τοῦ ἀκεραίου, θὰ σημειώσωμε τὴν ὑποδιαστολὴ κι ἔπειτα θὰ συνεχίσωμε τὴ διαίρεση τῶν δεκαδικῶν ψηφίων. Νά, ἔτσι :

Διαιρετέος ⟵ 731,2 | 4 ⟶ **Διαιρέτης**
33 | 182,8 ⟶ **Πηλίκο**
11 |
32 | ⟶ **Σχῆμα τῆς διαιρέσεως**
0 ⟶ **Τελεία διαίρεση**

᾽Απάντηση. ῾Η ἀξία τοῦ ἑνὸς μέτρου ἦταν 182, 8 δραχμές. Δύο ἀκόμη παραδείγματα :

$$\begin{array}{r|l} 30{,}3 & 6 \\ \cline{2-2} 0\ 30 & 5{,}05 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 0{,}324 & 9 \\ \cline{2-2} 54 & 0{,}036 \\ 0 & \end{array}$$

᾽Απὸ τὰ παραπάνω παραδείγματα συμπεραίνομε ὅτι :

- Τὴ διαίρεση δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ διὰ ἀκεραίου τὴν ἐκτελοῦμε, ὅπως καὶ τὴ διαίρεση τῶν ἀκέραιων ἀριθμῶν. Ὅταν ὅμως τελειώση ἡ διαίρεση τῶν ἀκέραιων ψηφίων τοῦ διαιρετέου, σημειώνομε ὑποδιαστολὴ στὸ πηλίκο κι ἔπειτα συνεχίζομε τὴ διαίρεση τῶν δεκαδικῶν ψηφίων τοῦ διαιρετέου.
- Ὅταν ἡ διαίρεση εἶναι ἀτελής, μποροῦμε νὰ τὴ συνεχίσωμε, ἀφοῦ προσθέσωμε μηδενικὰ στὸ ὑπόλοιπό της.
- Ὅταν ὁ διαιρετέος δὲν ἔχη ἀκέραιο μέρος, σημειώνομε 0 στὸ πηλίκο ἔπειτα τὴν ὑποδιαστολὴ καὶ μετὰ ἐκτελοῦμε τὴν πράξη.

᾽Ασκήσεις

Γραπτῶς

α) 6,4 : 2 8,6 : 2 β) 8,46 : 3 12,32 : 5 γ) 16,40 : 8 22,40 : 7 δ) 54,18 : 9 63,14 : 7 ε) 81,27 : 3 81,36 : 9 στ) 155,11 : 5 164,24 : 12 ζ) 0,162 : 6 η) 0,784 : 9 θ) 0,802 : 5 ι) 0,2 : 5.

Προβλήματα διαιρέσεως δεκαδικῶν ἀριθμῶν

1. ῾Ο Κοσμᾶς ἀγόρασε 5 μέτρα ὑφάσματος καὶ πλήρωσε 1.231,15 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ ἕνα μέτρο ;

2. Μιὰ ὑφάντρια σὲ 7 μέρες ὕφανε 63,49 μέτρα ὑφάσματος. Πόσα μέτρα ὕφαινε τὴ μιὰ μέρα ;

3. Μιὰ ὑφάντρια σὲ 12 μέρες ὕφανε 144,60 μέτρα ὑφάσματος. Πόσα μέτρα ὕφαινε τὴν ἡμέρα ;

4. Ὁ Δῆμος πούλησε 17 μέτρα ὑφάσματος καὶ πῆρε 3.429,75 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ ἕνα μέτρο ;

5. Ἕνας νηματέμπορος πούλησε 82 κιλὰ νήματος καὶ πῆρε 6.445,20 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ ἕνα κιλό ;

6. Ἕνας ὑφασματέμπορος πούλησε 125 μέτρα ὑφάσματος καὶ εἰσέπραξε 13.543,75 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πουλοῦσε τὸ ἕνα μέτρο ;

7. Ὁ Δῆμος πούλησε 1.263 μέτρα ὑφάσματος καὶ πῆρε 141.935,94 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πουλοῦσε τὸ ἕνα μέτρο ;

2) Πῶς διαιροῦμε δεκαδικὸ ἀριθμὸ διὰ 10, 100, 1.000 κλπ.

Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι ἔχομε νὰ διαιρέσωμε τὸν δεκαδικὸ ἀριθμὸ 3.162,7 διὰ 10, 100 καὶ 1.000. Σύμφωνα μὲ ὅσα μάθαμε θὰ ἔχωμε :

1	3.162,7	10	2	3.162,7	100
	16	316,27		162	31,627
	62			627	
	27			270	
	70			700	
	0			0	

3	3.162,7	1000
	1627	3,1627
	6270	
	2700	
	7000	
	0	

Στὴν πρώτη διαίρεση παρατηροῦμε ὅτι ἡ ὑποδιαστολὴ στὸ πηλίκο μεταφέρθηκε μιὰ θέση πρὸς τ' ἀριστερά.

Στὴ δεύτερη διαίρεση ἡ ὑποδιαστολὴ στὸ πηλίκο μεταφέρθηκε δύο θέσεις πρὸς τ' ἀριστερά.

Στὴν τρίτη διαίρεση ἡ ὑποδιαστολὴ στὸ πηλίκο μεταφέρθηκε τρεῖς θέσεις πρὸς τ' ἀριστερά.

Ἄρα, ἕνας δεκαδικὸς ἀριθμὸς διαιρεῖται διά :

- 10, ἂν μεταφέρωμε τὴν ὑποδιαστολή του μιὰ θέση πρὸς τ' ἀριστερά.
- 100, ἂν μεταφέρωμε τὴν ὑποδιαστολή του δύο θέσεις πρὸς τ' ἀριστερά.
- 1.000, ἂν μεταφέρωμε τὴν ὑποδιαστολή του τρεῖς θέσεις πρὸς τ' ἀριστερά.

Ἀσκήσεις

Γραπτῶς

α) 22,1 : 10 30,4 : 10 42,8 : 10 β) 49,8 : 10 69,3 : 10 100,2 : 10 γ) 151,32 : 10 182,08 : 10 δ) 1.301,01 : 100 1.005,3 : 100 ε) 3.306,292 : 100 4,28 : 100 στ) 1,327 : 100 10,2 : 100 ζ) 603,6 : 1.000 904,34 : 1.000 η) 1.001,95 : 1.000 20.008,1 : 1.000 θ) 4.632,132 : 1.000 0,27 : 1.000 ι) 0,01 : 100 0,004 : 1.000

3) Πῶς διαιροῦμε ἀκέραιο ἀριθμὸ διὰ δεκαδικοῦ

Πρόβλημα. Ὁ πατέρας τῆς Καίτης ἀγόρασε 3,2 μέτρα ὑφάσματος καὶ πλήρωσε 992 δραχμές. Πόσο ἀγόρασε τὸ μέτρο ;

Λύση. Ἐδῶ γνωρίζομε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν μέτρων καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τοῦ ἑνός. Θὰ κάνωμε διαίρεση. Θὰ διαιρέσωμε τὸν ἀκέραιο 992 μὲ τὸν δεκαδικὸ 3,2.

Γιὰ νὰ ἐκτελέσωμε τὴ διαίρεση αὐτή, πρέπει νὰ τρέψωμε προηγουμένως τὸν δεκαδικὸ διαιρέτη σὲ ἀκέραιο. Ὁ δεκαδικὸς διαιρέτης 3,2 γίνεται ἀκέραιος, ἂν πολλαπλασιαστῆ ἐπὶ 10. Πράγματι 3,2 × 10 = 32. Ἐπειδὴ ὅμως ὁ διαιρέτης μεγάλωσε 10 φορές, πρέπει καὶ ὁ διαιρετέος νὰ μεγαλώση 10 φορές. Πρέπει δηλαδὴ νὰ πολλαπλασιαστῇ ἐπὶ 10 καὶ αὐτός· ὥστε 992 × 10 = 9.920. Ἔτσι ἀντὶ νὰ διαιρέσωμε τὸν ἀκέραιο 992 μὲ τὸν δεκαδικὸ 3,2 θὰ διαιρέσωμε τώρα τὸν ἀκέραιο 9.920 μὲ τὸν ἀκέραιο 32.

$$\begin{array}{r|l} 9920 & 32 \\ \cline{2-2} 32 & 310 \\ 00 & \end{array}$$

Ἀπάντηση. Ὁ πατέρας τῆς Καίτης ἀγόρασε τὸ μέτρο τοῦ ὑφάσματος πρὸς 310 δραχμές.

Ἀπὸ τὸ παραπάνω παράδειγμα συμπεραίνομε ὅτι :

Γιὰ νὰ διαιρέσωμε ἀκέραιο διὰ δεκαδικοῦ, πολλαπλασιάζομε προηγουμένως τὸν διαιρετέο καὶ τὸν διαιρέτη ἐπὶ 10, ἂν ὁ διαιρέτης ἔχῃ ἕνα δεκαδικὸ ψηφίο, ἐπὶ 100, ἂν ἔχῃ δύο δεκαδικὰ ψηφία, ἐπὶ 1.000, ἂν ἔχῃ τρία κλπ., ὥστε νὰ γίνῃ καὶ ὁ διαιρέτης ἀκέραιος κι ἔπειτα διαιροῦμε ἀκέραιο διὰ ἀκεραίου· π.χ.

36 : 1,8 = (36 × 10) : (1,8 × 10) = 360 : 18 = 20
42 : 0,7 = (42 × 10) : (0,7 × 10) = 420 : 7 = 60
63 : 0,09 = (63 × 100) : (0,09 × 100) = 6.300 : 9 = 700
816 : 2,72 = (816 × 100) : (2,72 × 100) = 81.600 : 272 = 300
125 : 0,005 = (125 × 1.000) : (0,005 × 1.000) = 125.000 : 5 = 25.000
135 : 0,675 = (135 × 1.000) : (0,675 × 1.000) = 135.000 : 675 = 2.000

Ἀσκήσεις

Γραπτῶς

α) 38 : 1,8 50 : 2,5 β) 68 : 1,7 85 : 0,5 γ) 70 : 1,4 δ) 100 : 2,50 144 : 0,12 ε) 150 : 0,75 210 : 1,05 στ) 326 : 1,63 ζ) 42 : 1,607 η) 128 : 0,002 θ) 156 : 0,052 ι) 1.004 : 0,502.

Προβλήματα διαιρέσεως ἀκεραίου διὰ δεκαδικοῦ

1. Ὁ Δῆμος πούλησε 8,2 μέτρα ὑφάσματος καὶ εἰσέπραξε 615 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ ἕνα μέτρο ;

2. Ὁ Λουκᾶς ἀγόρασε ὕφασμα πρὸς 9,8 δραχμὲς τὸ μέτρο καὶ πλήρωσε 735 δραχμές. Πόσα μέτρα ὑφάσματος ἀγόρασε ;

3. Μιὰ ὑφάντρια ὑφαίνει 5,6 μέτρα ὑφάσματος τὴν ἡμέρα. Σὲ πόσες ἡμέρες θὰ ὑφάνη 140 μέτρα ;

4. Ὁ πατέρας τῆς Ἀθηνᾶς ἀγόρασε 7,4 μέτρα ὑφάσματος καὶ πλήρωσε 1.369 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ μέτρο ;

5. Ἕνας ὑφασματέμπορος πούλησε 17,25 μέτρα ὑφάσματος καὶ εἰσέπραξε 4.209 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ μέτρο ;

6. Ἕνας ἐμπορροράπτης ἀγόρασε 50,64 μέτρα ὑφάσματος καὶ πλήρωσε 6.330 δραχμὲς. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ μέτρο ;

7. Μιὰ ὑφάντρια ἀγόρασε 28,44 κιλὰ νήματος καὶ πλήρωσε 3.555 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ κιλό ;

4) Πῶς διαιροῦμε δεκαδικὸ ἀριθμὸ διὰ δεκαδικοῦ

Πρόβλημα. Ἡ μητέρα τῆς Πόπης ἀγόρασε 4,25 κιλὰ νήματος καὶ πλήρωσε 291,55 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ ἕνα κιλό ;

Λύση. Ἐδῶ γνωρίζομε τὴν ἀξία τῶν πολλῶν κιλῶν καὶ ζητοῦμε νὰ βροῦμε τὴν ἀξία τοῦ ἑνός. Θὰ κάνωμε διαίρεση μερισμοῦ. Θὰ διαιρέσωμε τὸν δεκαδικὸ 291,55 μὲ τὸν δεκαδικὸ 4,25.

Γιὰ νὰ ἐκτελέσωμε τὴ διαίρεση αὐτή, πρέπει νὰ τρέψωμε προηγουμένως τὸν δεκαδικὸ διαιρέτη σὲ ἀκέραιο. Ὁ δεκαδικὸς διαιρέτης 4,25 γίνεται ἀκέραιος, ἂν πολλαπλασιαστῆ ἐπὶ 100. Δηλαδὴ $4,25 \times 100 = 425$. Ἐπειδὴ ὅμως ὁ διαιρέτης μεγάλωσε 100 φορές, πρέπει καὶ ὁ διαιρετέος ὁπωσδήποτε νὰ μεγαλώση 100 φορές. Γιὰ νὰ μεγαλώση ὅμως 100 φορὲς πρέπει νὰ πολλαπλασιαστῆ ἐπὶ 100 καὶ αὐτός. Δηλαδὴ $291,55 \times 100 = 29.155$. Ἔτσι ἀντὶ νὰ διαιρέσωμε τὸ 291,55: 4,25, ἔχομε νὰ διαιρέσωμε τώρα τὸ 29.155 : 425.

29.155	425
3655	68,6
2550	
000	

᾿Απάντηση. Ἡ μητέρα τῆς Πόπης ἀγόρασε τὸ κιλὸ τοῦ νήματος πρὸς 68,6 δρχ.

᾿Απὸ τὸ παραπάνω παράδειγμα συμπεραίνομε ὅτι:

Γιὰ νὰ διαιρέσωμε δεκαδικὸ διὰ δεκαδικοῦ, πολλαπλασιάζομε προηγουμένως τὸν διαιρετέο καὶ τὸν διαιρέτη ἐπὶ 10, ἂν ὁ διαιρέτης ἔχῃ ἕνα δεκαδικὸ ψηφίο, ἐπὶ 100, ἂν ἔχῃ δύο δεκαδικὰ ψηφία, ἐπὶ 1.000, ἂν ἔχῃ τρία κλπ., ὥστε ὁ διαιρέτης νὰ γίνῃ ἀκέραιος κι ἔπειτα ἐκτελοῦμε τὴν πράξη. Ἂν ἡ διαίρεση εἶναι ἀτελής, βάζομε στὸ πηλίκο ὑποδιαστολή. Μετὰ θέτομε στὰ δεξιὰ τοῦ ὑπολοίπου μηδὲν καὶ συνεχίζομε τὴν πράξη.

Π.χ.

$0,625:2,5=(0,625\times10):(2,5\times10)=6,25:25=0,25$

$601,25:3,25=(601,25\times100):(3,25\times100)=60.125:325=18,35$

$1,145:0,005=(1,145\times1.000):(0,005\times1.000)=1.145:5=229$

᾿Ασκήσεις

Γραπτῶς

α) 4,2 : 2,1 6,8 : 3,4 β) 10,2 : 5,1 12,8 : 3,2 γ) 13,6 : 0,68 δ) 1,64 : 8,2 24,8 : 12,4 ε) 0,144 : 0,12 0,15 : 0,75 στ) 1,25 : 12 ζ) 62,5 : 1,25 η) 7,50 : 0,125 θ) 109,44 : 12,016 ι) 0,624 : 0,012

Προβλήματα διαιρέσεως δεκαδικῶν ἀριθμῶν

1. Ὁ πατέρας τοῦ Τάκη ἀγόρασε 2,5 μέτρα ὑφάσματος καὶ πλήρωσε 752,5 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ἀγόρασε τὸ μέτρο ;

2. Ὁ Δῆμος πούλησε 16,2 μέτρα μουσαμᾶ καὶ πῆρε 1.814,4 δραχμές. Πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ μέτρο ;

3. Ὁ Κλεάνθης πούλησε 37,8 μέτρα ὑφάσματος καὶ ζημιώθηκε 1.973,16 δραχμές. Πόσες δραχμὲς ζημία ἀντιστοιχεῖ σὲ κάθε μέτρο ;

4. Πόσες ἡμέρες πρέπει νὰ ἐργαστῆ μιὰ ὑφάντρια μὲ ἡμερομίσθιο 112,80 δραχμές, γιὰ ν' ἀγοράση μιὰ ἠλεκτρικὴ κουζίνα ἀξίας 3.722,4 δραχμῶν ;

5. Ἕνας ράφτης ρίχνει στὸν κουμπαρά του 62,30 δραχμὲς τὴν ἡμέρα. Ὕστερα ἀπὸ πόσες ἡμέρες θὰ συγκεντρώση 13.830 δρχ., γιὰ ν' ἀγοράση τηλεόραση ;

6. Οἱ ἐργάτες ἑνὸς ὑφαντουργείου διέθεσαν ἀπὸ 100,90 δρχ. ὁ καθένας καὶ ἀγόρασαν μιὰ τηλεόραση ἀξίας 12.208,90 δραχμῶν. Πόσοι ἐργάτες ἦταν ;

7. Ἕνας ὑφαντουργὸς πουλάει τὸ μέτρο ὑφάσματος μὲ κέρδος 8,36 δραχμές. Πόσα μέτρα πούλησε ἂν κέρδισε 33.444,18 δρχ. ;

Προβλήματα τῶν τεσσάρων πράξεων

1. Ἡ κυρα-Νίκη ἀγόρασε 23 κιλὰ μαλλιά, τὰ ὁποῖα κατὰ τὸ πλύσιμο ἔχασαν τὸ μισὸ βάρος τους καὶ στὸ λαναριστήριο ἄλλα 0,75 κιλά. Πόσα κιλὰ μαλλιὰ τῆς ἔμειναν ;

2. Δύο ὑφάντριες μοίρασαν 2.315 δρχ. Ἡ μιὰ πῆρε 381,20 δρχ. περισσότερες ἀπὸ τὴν ἄλλη. Πόσες δρχ. πῆρε ἡ καθεμιά ;

3. Ὁ Δῆμος πούλησε 52,8 μέτρα ὑφάσματος καὶ εἰσέπραξε 6.784,80 δραχμές. Ἀπὸ αὐτὲς οἱ 924 δραχμὲς ἦταν κέρδος. Πόσες δραχμὲς εἶχε ἀγοράσει τὸ μέτρο ;

4. Ὁ Σταμάτης ἀγόρασε 152,40 κιλὰ μῆλα πρὸς 4,90 δρχ. τὸ κιλό. Πόσες δραχμὲς πουλοῦσε τὸ κιλό, ἂν κέρδισε 777,24 δραχμές ;

5. Ἕνας ἔμπορος ἀγόρασε 87 μέτρα ὑφάσματος καὶ πλήρωσε 5.437,5 δρχ. Πόσες δραχμὲς πρέπει νὰ πουλήση τὸ μέτρο, γιὰ νὰ κερδίση 713,40 δρχ. ;

6. Ἕνας ἔμπορος ἀγόρασε 103,80 κιλὰ νήματος πρὸς 52,20 δρχ. τὸ κιλὸ καὶ τὸ πούλησε γιὰ 6.456,36 δρχ. Πρὸς πόσες δραχμὲς πούλησε τὸ ἕνα κιλό ;

Γ. ΣΧΕΣΕΙΣ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. Πῶς τρέπομε δεκαδικὸ σὲ κλάσμα

Ὁ δεκαδικὸς ἀριθμὸς 0,3 τοῦ κιλοῦ φανερώνει ὅτι διαιρέσαμε τὸ κιλὸ σὲ 10 ἴσα μερίδια καὶ πήραμε τὰ 3. Τὸ ἴδιο ὅμως φανερώνει καὶ ὁ κλασματικὸς ἀριθμὸς $\frac{3}{10}$ τοῦ κιλοῦ. Ἑπομένως τὰ 0,3 εἶναι ἴσα μὲ τὰ $\frac{3}{10}$ τοῦ κιλοῦ.

Ὁ δεκαδικὸς ἀριθμὸς 0,04 τοῦ κιλοῦ φανερώνει ὅτι διαιρέσαμε τὸ κιλὸ σὲ 100 ἴσα μερίδια καὶ πήραμε τὰ 4. Τὰ 0,04 τοῦ κιλοῦ μποροῦμε νὰ τὰ γράψωμε καὶ ὡς κλάσμα $\frac{4}{100}$. Ἑπομένως τὰ 0,04 εἶναι ἴσα μὲ τὰ $\frac{4}{100}$ τοῦ κιλοῦ.

Ὁ δεκαδικὸς ἀριθμὸς 0,152 τοῦ κιλοῦ φανερώνει ὅτι διαιρέσαμε τὸ κιλὸ σὲ 1.000 ἴσα μερίδια καὶ πήραμε τὰ 152. Τὰ 0,152 τοῦ κιλοῦ μποροῦμε νὰ τὰ γράψωμε καὶ ὡς κλάσμα $\frac{152}{1000}$. Ἑπομένως τὰ 0,152 εἶναι ἴσα μὲ τὰ $\frac{152}{1000}$ τοῦ κιλοῦ.

Συνεπῶς: τὰ 0,3 τοῦ κιλοῦ $= \frac{3}{10}$ τοῦ κιλοῦ,

τὰ 0,04 τοῦ κιλοῦ $= \frac{4}{100}$ τοῦ κιλοῦ,

τὰ 0,152 τοῦ κιλοῦ $= \frac{152}{1000}$ τοῦ κιλοῦ κλπ.

Ἄρα, γιὰ νὰ τρέψωμε ἕνα δεκαδικὸ ἀριθμὸ σὲ κλάσμα, παραλείπομε τὴν ὑποδιαστολή του καὶ τὸν γράφομε ἀριθμητή, χρησιμοποιώντας ὡς παρονομαστὴ τὴ μονάδα μὲ τόσα μηδενικά, ὅσα εἶναι τὰ δεκαδικὰ ψηφία τοῦ ἀριθμοῦ.

Ἀσκήσεις

Γραπτῶς

Νὰ τρέψετε τοὺς δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν σὲ κλάσματα :

α)	0,2	0,5	0,7	0,8	β) 1,4	3,5	7,7	6,8
γ)	0,06	0,09	0,05	0,08	δ) 1,15	2,18	3,33	6,13
ε)	0,003	0,005	0,006	0,009	στ) 0,735	0,821	4,731	2,856

2. Πῶς τρέπομε κλάσμα σὲ δεκαδικὸ

Ἔστω ὅτι θέλομε νὰ τρέψωμε τὰ κλάσματα $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{152}{1000}$ σὲ δεκαδικούς. Σύμφωνα μὲ ὅσα εἴπαμε παραπάνω, θὰ ἔχωμε : $\frac{3}{10} = 0{,}3$ $\quad \frac{4}{100} = 0{,}04$ $\quad \frac{152}{1000} = 0{,}152$.

Παρατηροῦμε ὅμως ὅτι στὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα καταλήγομε καὶ ἂν διαιρέσωμε τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος μὲ τὸν παρονομαστή του.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 10 \\ \cline{2-2} 30 & 0{,}3 \\ 00 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4 & 100 \\ \cline{2-2} 40 & 0{,}04 \\ 400 & \\ 000 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 152 & 1000 \\ \cline{2-2} 1520 & 0{,}152 \\ 05200 & \\ 02000 & \\ 0000 & \end{array}$$

Ἄρα, γιὰ νὰ τρέψωμε ἕνα κλάσμα σὲ δεκαδικὸ ἀριθμό, διαιροῦμε τὸν ἀριθμητή του μὲ τὸν παρονομαστή του. Τὸ πηλίκο ποὺ βρίσκομε εἶναι ὁ δεκαδικὸς ἀριθμός.

Ἀ σ κ ή σ ε ι ς

Γραπτῶς

Τὰ κλάσματα ποὺ ἀκολουθοῦν νὰ τραποῦν σὲ δεκαδικοὺς ἀριθμούς:

α) $\frac{8}{10}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{115}{10}$ β) $\frac{9}{100}$, $\frac{15}{100}$, $\frac{151}{100}$

γ) $\frac{13}{1000}$, $\frac{165}{1000}$, $\frac{1685}{1000}$

3. Ποιὰ κλάσματα λέγονται δεκαδικὰ

Δεκαδικὰ λέγονται τὰ κλάσματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν παρονομαστὴ τὸ 10, 100, 1000 κλπ.

ΜΕΡΟΣ ΠΕΜΠΤΟ

ΟΙ ΣΥΜΜΙΓΕΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α. ΟΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ

Ι. ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

Βασικὴ μονάδα μετρήσεως τοῦ χρόνου εἶναι ἡ ἡμέρα (τὸ ἡμερονύκτιο).

Οἱ ὑποδιαιρέσεις τῆς ἡμέρας

Ἡ ἡμέρα ὑποδιαιρεῖται σὲ 24 **ὦρες.**
Κάθε ὥρα ὑποδιαιρεῖται σὲ 60 πρῶτα λεπτὰ (60^{λ}).
Κάθε πρῶτο λεπτὸ ὑποδιαιρεῖται σὲ 60 δευτερόλεπτα (60^{δ}).
Τὰ πολλαπλάσια τῆς ἡμέρας εἶναι :
ἡ **ἑβδομάδα** μὲ 7 μέρες,
ὁ **μήνας** μὲ 30 ἢ 31 μέρες, (ὁ Φεβρουάριος ἔχει 28 καὶ κάθε δίσεκτο ἔτος 29 μέρες),
τὸ πολιτικὸ **ἔτος** μὲ 365 μέρες,
τὸ δίσεκτο ἔτος μὲ 366 μέρες,
τὸ ἐμπορικὸ ἔτος μὲ 360 μέρες,
} κάθε ἔτος ἔχει 12 μῆνες,
ὁ αἰώνας ἢ ἑκατονταετηρίδα μὲ 100 ἔτη,
ἡ χιλιετηρίδα μὲ 1.000 ἔτη.

Προβλήματα

1. Πόσα πρῶτα λεπτὰ ἔχουν 6 ὧρες ;
2. Πόσα δεύτερα λεπτὰ ἔχουν 5 ὧρες ;
3. Πόσες ὧρες ἔχει τὸ 15νθήμερο ;

4. Πόσες μῆνες ἔχει ὁ αἰώνας ;

5. Πόσες ἡμέρες ἔχουν 5 ἐμπορικὰ ἔτη ;

2. ΟΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΤΟΥ ΜΗΚΟΥΣ

Βασικὴ μονάδα μετρήσεως τῶν διαστάσεων, δηλαδὴ τοῦ μήκους, τοῦ πλάτους καὶ τοῦ ὕψους τῶν σωμάτων εἶναι τὸ **μέτρο.**

Οἱ ὑποδιαιρέσεις τοῦ μέτρου

Τὸ μέτρο ὑποδιαιρεῖται σὲ 10 ἴσα μέρη, τὰ ὁποῖα λέγονται δεκατόμετρα (παλαιότερα λέγονταν καὶ παλάμες) ἢ σὲ 100 ἴσα μέρη, τὰ ὁποῖα λέγονται ἑκατοστόμετρα (δάκτυλοι ἢ πόντοι) ἢ σὲ 1.000 ἴσα μέρη, τὰ ὁποῖα λέγονται χιλιοστόμετρα (γραμμές).

Τὸ δεκατόμετρο ὑποδιαιρεῖται σὲ 10 ἑκατοστόμετρα ἢ 100 χιλιοστόμετρα.

Τὸ ἑκατοστόμετρο ὑποδιαιρεῖται σὲ 10 χιλιοστόμετρα.

Τὰ πολλαπλάσια τοῦ μέτρου εἶναι :

τὸ δεκάμετρο μὲ 10 μέτρα,

τὸ ἑκατόμετρο μὲ 100 μέτρα,

τὸ χιλιόμετρο μὲ 1.000 μέτρα.

Ἐκτὸς ἀπὸ τὸ μέτρο χρησιμοποιοῦμε καὶ τὶς ἀκόλουθες μονάδες μήκους : α) τὸν τεκτονικὸ πήχη, ποὺ ἰσοδυναμεῖ μὲ 0,75 τοῦ μέτρου,

β) τὴ γιάρδα, ποὺ ἰσοδυναμεῖ μὲ 0,914 τοῦ μέτρου καὶ ὑποδιαιρεῖται σὲ 3 πόδια καὶ κάθε πόδι σὲ 12 ἴντσες.

Κάθε πόδι ἰσοδυναμεῖ μὲ 0,3047 τοῦ μέτρου.

Κάθε ἴντσα ἰσοδυναμεῖ μὲ 0,0254 τοῦ μέτρου.

Σὰν μονάδες μήκους χρησιμοποιοῦνται καὶ οἱ παρακάτω:

α) τὸ ναυτικὸ μίλι ποὺ ἰσοδυναμεῖ μὲ 1.852 μέτρα,

β) τὸ ἀγγλικὸ μίλι ποὺ ἰσοδυναμεῖ μὲ 1.609 μέτρα,

γ) τὴ ναυτικὴ λεύγα ποὺ ἰσοδυναμεῖ μὲ 5.556 μέτρα.

Προβλήματα

Νὰ ὑπολογίσετε:

1. Μὲ πόσους τεκτονικοὺς πήχεις ἰσοδυναμοῦν 7,50 μέτρα καλώδιο;
2. Μὲ πόσα μέτρα ἰσοδυναμοῦν 20 τεκτονικοὶ πήχεις;
3. Μὲ πόσα μέτρα ἰσοδυναμεῖ ἕνα τόπι ὑφάσματος, ποὺ ἔχει μῆκος 25 γιάρδες;
4. Μὲ πόσες γιάρδες ἰσοδυναμοῦν 30 μέτρα;
5. Μὲ πόσες γιάρδες ἰσοδυναμεῖ τὸ ἀνάστημά σας;

3. Οἱ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΤΟΥ ΒΑΡΟΥΣ

Βασικὴ μονάδα μετρήσεως τοῦ βάρους τῶν σωμάτων εἶναι τὸ **κιλό.**

Ὑποδιαίρεση τοῦ κιλοῦ

Τὸ κιλὸ ὑποδιαιρεῖται σὲ 1.000 γραμμάρια καὶ γι' αὐτὸ τὸ λέμε καὶ χιλιόγραμμο.

Πολλαπλάσιο τοῦ κιλοῦ εἶναι:
ὁ τόνος μὲ 1.000 κιλὰ ἢ χιλιόγραμμα.

Προβλήματα

Νὰ ὑπολογίσετε:

1. Μὲ πόσα γραμμάρια ἰσοδυναμοῦν 70 χιλιόγραμμα;
2. Μὲ πόσα χιλιόγραμμα ἰσοδυναμοῦν 500.000 γραμμάρια;
3. Μὲ πόσα κιλὰ ἰσοδυναμοῦν 2 τόνοι σιταριοῦ;
4. Μὲ πόσα κιλὰ ἰσοδυναμοῦν 10 τόνοι σίδερο;
5. Μὲ πόσους τόνους ἰσοδυναμοῦν 67.000 κιλὰ ἀλευριοῦ;

4. ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΤΩΝ ΝΟΜΙΣΜΑΤΩΝ

Τὰ νομίσματα ποὺ κυκλοφοροῦν στὴν Ἑλλάδα εἶναι με-

ταλλικὰ καὶ χάρτινα. Τὰ μεταλλικὰ λέγονται κέρματα, ἐνῶ τὰ χάρτινα χαρτονομίσματα.

Βασικὴ μονάδα μετρήσεως τῶν νομισμάτων εἶναι ἡ **δραχμή.**

Ἡ δραχμὴ ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 λεπτά.

Τὰ ἑλληνικὰ κέρματα εἶναι :

α) Μικρότερα ἀπὸ τὴ δραχμή :

ἡ πεντάρα = 5 λεπτά, τὸ εἰκοσάλεπτο = 20 λεπτά,

ἡ δεκάρα = 10 λεπτά, τὸ πενηντάλεπτο = 50 λεπτά.

β) Μεγαλύτερα ἀπὸ τὴ δραχμή :

τὸ δεκάδραχμο = 10 δραχμές, τὸ δίδραχμο = 2 δραχμές,

τὸ εἰκοσάδραχμο = 20 δραχ., τὸ πεντάδραχμο = 5 δρχ.

Τὰ ἑλληνικὰ χαρτονομίσματα εἶναι :

τὸ πενηντάδραχμο = 50 δραχμὲς (πενηντάρικο).

τὸ ἑκατοντάδραχμο = 100 δραχμὲς (ἑκατοστάρικο),

τὸ πεντακοσιόδραχμο = 500 δραχμὲς (πεντακοσάρικο),

τὸ χιλιόδραχμο = 1.000 δραχμὲς (χιλιάρικο).

Κάθε κράτος ἔχει τὸ δικό του νόμισμα.

Ἡ Ἀμερικὴ ἔχει τὸ δολάριο, ποὺ ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 σέντς. Ἕνα δολάριο ἰσοδυναμεῖ μὲ 30 δραχμές.

Ἡ Ἀγγλία ἔχει τὴ λίρα στερλίνα. Ἡ λίρα ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 πένες.

῾Η Γερμανία ἔχει τὸ μάρκο, ποὺ ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 πφένιχ. Ἕνα μάρκο ἰσοδυναμεῖ μὲ 7,50 περίπου δραχμές.

῾Η Γαλλία, τὸ Βέλγιο καὶ ἡ ῾Ελβετία ἔχουν τὸ φράγκο, ποὺ ὑποδιαιρεῖται σὲ 100 σαντὶμ κλπ.

Προβλήματα

Νὰ ὑπολογίσετε :

1. Πόσα πενηντάδραχμα συμπληρώνουν ἕνα χιλιόδραχμο ;
2. Μὲ πόσες δραχμὲς ἰσοδυναμοῦν 125 δολάρια καὶ 78 μάρκα ;
3. Μὲ 15,750 δραχμὲς πόσα μάρκα ἀγοράζομε ;
4. Μὲ 5.400 δραχμὲς πόσα δολάρια ἀγοράζομε ;
5. Μὲ πόσα δολάρια ἀντιστοιχοῦν 660 δραχμές ;
6. Πόσα πεντάδραχμα συμπληρώνουν ἕνα χιλιόδραχμο ;
7. Τί θὰ θέλατε νὰ ἔχετε : 100 μάρκα ἢ 25 δολάρια ;

῾Η οἰκογένεια τοὺ κὺρ Πανάγου

῾Ο κὺρ Πανάγος πέρυσι τὸ καλοκαίρι ἔμεινε μὲ τὴ γυναῖκα του, τὴν κυρα-Νίκη, καὶ τὶς κόρες του, τὴν ᾿Ελευθερία καὶ τὴν Πόπη, στὸ μεγάλο κτῆμα του, κάπου 2 ὧρες καὶ 20 πρῶτα λεπτὰ ἔξω ἀπὸ τὸ χωριό. Τὰ δύο του ἀγόρια ἀπουσίαζαν. ῾Ο Κώστας ἦταν ἀκόμη στρατιώτης καὶ ὁ Φάνης δούλευε στὴ Θεσσαλονίκη.

Οἱ κόρες τοῦ κὺρ Πανάγου εἶναι ἀκόμη μικρές. ῾Η ᾿Ελευθερία πηγαίνει στὴν Ἕκτη τοῦ Δημοτικοῦ καὶ ἡ Πόπη στὴν Τετάρτη.

Τὸ καλοκαίρι πέρασε μὲ παιγνίδια καὶ χαρές. Ἦρθε ὁ Σεπτέμβριος. Τὰ Σχολεῖα ἄνοιξαν καὶ ὁ κὺρ Πανάγος ξαναγύρισε μὲ τὴν οἰκογένειά του στὸ χωριό.

Τὴν ἄλλη μέρα, ἡ κυρα-Νίκη πῆγε τὶς κόρες της στὸ παντοπωλεῖο τοῦ κυρίου Μυλωνᾶ νὰ τὶς ζυγίση. Ἡ Ἐλευθερία πῆρε 3 κιλὰ καὶ 650 γραμμάρια. Ἡ Πόπη προτίμησε νὰ μετρήση τὸ ἀνάστημά της. Ψήλωσε 3 ἑκατοστόμετρα καὶ 4 χιλιοστόμετρα. Ἡ κυρα-Νίκη ἔδωσε στὴν κύριο Μυλωνᾶ, γιὰ νὰ τὸν εὐχαριστήση, 2 δραχμὲς καὶ 50 λεπτά. Ὕστερα γύρισαν στὸ σπίτι μὲ χαρὰ καὶ ἄρχισαν τὶς προετοιμασίας γιὰ τὸ σχολεῖο.

Β. ΕΝΝΟΙΑ, ΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΑΠΑΓΓΕΛΙΑ ΤΩΝ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. ΕΝΝΟΙΑ ΤΩΝ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Στὸ παραπάνω ἀνάγνωσμα συναντήσαμε τοὺς ἀριθμούς:

2 ὧρες 20 πρῶτα λεπτὰ	3 κιλὰ 650 γραμμάρια
2 δραχμὲς 50 λεπτὰ	3 ἑκατοστόμετρα 4 χιλιοστόμ.

Οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ ἀποτελοῦνται ἀπὸ μιὰ ἀρχικὴ μονάδα καὶ τὶς ὑποδιαιρέσεις της. Λέγονται **συμμιγεῖς** ἀριθμοί.

2. ΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Τόσο ἡ βασικὴ μονάδα μετρήσεως ὅσο καὶ οἱ ὑποδιαιρέσεις της, ἂν καὶ ἀποτελοῦν ἕνα συμμιγῆ ἀριθμό, γράφονται χωριστὰ σὰν ἰδιαίτεροι ἀριθμοί. Πρῶτα γράφομε τὴ βασικὴ μονάδα κι ἔπειτα τὶς ὑποδιαιρέσεις, ἀκολουθῶντας πάντοτε τὴ σειρὰ ἀπὸ τὴ μεγαλύτερη πρὸς τὴ μικρότερη· π.χ.

βασικὴ μονάδα	ἀμέσως κατώτερη	πιὸ κατώτερη	κατώτατη
7 μέτρα	2 δεκατόμετρα	3 ἑκατοστόμ.	8 χιλιοστόμ.
2 ἔτη	3 μῆνες	10 μέρες	
3 κιλὰ	650 γραμμάρια		

3. ΑΠΑΓΓΕΛΙΑ ΤΩΝ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Ἡ βασικὴ μονάδα μετρήσεως καὶ οἱ ὑποδιαιρέσεις της δὲν γράφονται μόνο χωριστὰ σὰν ἰδιαίτεροι δηλαδὴ ἀριθμοί, ἀλλὰ ἡ κάθε μιὰ ἔχει καὶ δικό της ὄνομα· π.χ. 2 ἔτη 3 μῆνες 10 μέρες, 2 δραχμὲς 50 λεπτὰ κλπ. Ἄρα, γιὰ ν' ἀπαγγείλωμε ἕνα συμμιγῆ ἀριθμό, ἀρκεῖ νὰ προφέρωμε πρῶτα τὸν ἀριθμὸ καὶ τ' ὄνομα τῆς βασικῆς μονάδας κι ἔπειτα τοὺς ἀριθμοὺς καὶ τὰ ὀνόματα τῶν ὑποδιαιρέσεών της, ἀκολουθῶντας πάντοτε τὴ σειρὰ ἀπὸ τὴ μεγαλύτερη πρὸς τὴ μικρότερη.

Παραδείγματα ἀπαγγελίας συμμιγῶν ἀριθμῶν:

2 ὧρες 20^{λ} 10^{δ}	=	δύο ὧρες, εἴκοσι πρῶτα λεπτά, δέκα δευτερόλεπτα,
5 ἔτη 2 μῆνες 8 μέρες	=	πέντε ἔτη, δύο μῆνες, ὀχτὼ μέρες,
3 τόνοι 10 κιλὰ 200 γραμμ.	=	τρεῖς τόνοι, δέκα κιλά, διακόσια γραμμάρια,
7 μέτρα 3 δεκατόμετρα 8 ἑκατοστόμετρα	=	ἑφτὰ μέτρα, τρία δεκατόμετρα, ὀχτὼ ἑκατοστόμετρα,
8 δραχμὲς 80 λεπτὰ	=	ὀχτὼ δραχμές, ὀγδόντα λεπτά.

Ἀσκήσεις

Νὰ γράψετε μὲ ψηφία τοὺς συμμιγεῖς ἀριθμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν :

1) Δέκα χιλιόμετρα τριακόσια μέτρα ὀχτὼ δεκατόμετρα πέντε ἑκατοστόμετρα.

2) Δώδεκα ὧρες τριανταδύο πρῶτα λεπτὰ σαράντα δευτερόλεπτα.

3) Ἑξήντα πέντε ἔτη τριανταδύο πρῶτα λεπτὰ σαράντα δευτερόλεπτα.

4) Ἑξακόσιες τριάντα ἑπτὰ δραχμὲς ἑβδομήντα λεπτά.

5) Πενήντα τόννοι ἑξακόσια πέντε κιλὰ διακόσια ὀχτὼ γραμμάρια.

Ν' ἀπαγγείλετε τοὺς συμμιγεῖς ἀριθμοὺς ποὺ ἀκολουθοῦν :

1) 4 μέτρα 6 δεκατόμετρα 5 ἑκατοστόμετρα 367 χιλιοστόμετρα.

2) 365 μέρες 5 ὧρες 48^{λ} 47^{δ}.

3) 13 αἰῶνες 93 ἔτη 11 μῆνες 29 μέρες.

4) 106 τόνοι 302 κιλὰ 980 γραμμάρια.

5) 63 δραχμὲς 90 λεπτά.

4. ΤΡΟΠΗ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΣΕ ΜΟΝΑΔΕΣ ΟΡΙΣΜΕΝΗΣ ΤΑΞΗΣ

α) Πῶς τρέπομε συμμιγῆ σὲ ἀκέραιο

Πρόβλημα 1ο. Ὁ κὺρ Πανάγος ἔμεινε μὲ τὴν οἰκογένειά του στὸ κτῆμα του 2 μῆνες καὶ 18 μέρες. Πόσες ἡμέρες ἔμεινε συνολικὰ στὸ κτῆμα ;

Λύση. Ὁ συμμιγὴς ἀριθμὸς 2 μῆνες καὶ 18 μέρες ἔχει δύο τάξεις μονάδων: τὴν τάξη τῶν μηνῶν καὶ τὴν τάξη τῶν ἡμερῶν. Ἄρα, γιὰ νὰ βροῦμε πόσες ἡμέρες ἔμεινε συνολικὰ ὁ κὺρ Πανάγος στὸ κτῆμα του, πρέπει νὰ τρέψωμε τοὺς 2 μῆνες σὲ μέρες κι ἔπειτα νὰ προσθέσωμε σ' αὐτὲς καὶ τὶς 18 μέρες ποὺ ἔμεινε πέρα ἀπὸ τοὺς 2 μῆνες.

Ἐπειδὴ ὁ μήνας ἔχει 30 μέρες, οἱ 2 μῆνες ἔχουν : $2 \times 30 =$ 60 μέρες· 60 μέρες $+$ 18 μέρες $=$ 78 μέρες.

Ἡ κατάστρωση γίνεται καὶ ὡς ἑξῆς :

$$\begin{array}{rrl} & 2 & \text{μῆνες} \\ \times & 30 & \text{μέρες} \\ \hline & 60 & \text{μέρες} \\ + & 18 & \text{μέρες} \\ \hline & 78 & \text{μέρες} \end{array}$$

Ἀπάντηση. Ὁ κὺρ Πανάγος ἔμεινε στὸ κτῆμα του 78 μέρες.

Πρόβλημα 2ο. Τὴν πρώτη μέρα ποὺ ἄνοιξε τὸ σχολεῖο ἡ τάξη τῆς Ἐλευθερίας ἔμεινε σ' αὐτὸ 1 ὥρα 30^{λ} καὶ 50^{δ}. Πόσα δευτερόλεπτα ἔμεινε συνολικὰ ἡ Ἐλευθερία στὸ σχολεῖο ;

Λύση. Ὁ συμμιγὴς 1 ὥρα 20^{λ} καὶ 50^{δ} ἔχει τρεῖς τάξεις μονάδων. Τὴν τάξη τῶν ὡρῶν, τὴν τάξη τῶν πρώτων λεπτῶν καὶ τὴν τάξη τῶν δευτερολέπτων. Ἄρα, γιὰ νὰ βροῦμε πόσα δευτερόλεπτα ἔμεινε ἡ Ἐλευθερία στὸ σχολεῖο, πρέπει νὰ τρέψωμε τὴ 1 ὥρα σὲ πρῶτα λεπτὰ καὶ νὰ προσθέσωμε σ' αὐτὰ τὰ 30^{λ}. Ἔπειτα πρέπει νὰ τρέψωμε τὰ πρῶτα λεπτὰ σὲ δευτερόλεπτα καὶ νὰ προσθέσωμε σ' αὐτὰ τὰ $50^{δ}$.

Ἡ κατάστρωση τῆς πράξης θὰ γίνη ὡς ἑξῆς :

	1	ὥρα
×	60	πτῶτα λεπτὰ
	60	πρῶτα λεπτὰ
+	30	πρῶτα λεπτὰ
	90	πρῶτα λεπτὰ
×	60	δευτερόλεπτα
	5.400	δευτερόλεπτα
+	50	δευτερόλεπτα
	5.450	δευτερόλεπτα

Ἀπάντηση. Ἡ Ἐλευθερία ἔμεινε στὸ σχολεῖο $5.450^{δ}$

Ἀπὸ τὰ προβλήματα ποὺ λύσαμε συμπεραίνομε ὅτι :

Γιὰ νὰ τρέψωμε ἕνα συμμιγῆ ἀριθμὸ σὲ ἀκέραιο, τὸν τρέπομε σὲ μονάδες τῆς τελευταίας του τάξης.

Ἀσκήσεις

Νὰ τρέψετε σὲ ἀκεραίους τοὺς συμμιγεῖς :

1. Ἀπὸ μνήμης

α) 3 μῆνες 10 μέρες β) 2 ὧρες $30^{λ}$ γ) 2 κιλὰ 500 γραμμάρια δ) 2 τόνους 600 κιλὰ ε) 5 μέτρα 8 δεκατόμετρα στ) 10 δραχμὲς 80 λεπτὰ ζ) 20 δραχμὲς 40 λεπτά.

2. Γραπτῶς

α) 9 μέτρα 2 δεκατόμετρα 8 ἑκατοστόμετρα 300 χιλιοστόμετρα β) 12 χιλιόμετρα 75 μέτρα 6 δεκατόμετρα 4 ἑκατοστόμετρα γ) 10 ἔτη 11 μῆνες 29 μέρες δ) 2 χιλιετηρίδες 8 αἰῶνες 65 ἔτη ε) 2 μῆνες 3 μέρες 5 ὧρες στ) 700 κιλὰ 360 γραμμάρια ζ) 5 τόνους 650 κιλὰ 400 γραμμάρια η) 109 δραχμὲς 80 λεπτά.

β) Πῶς τρέπομε ἀκέραιο σὲ συμμιγῆ

Πρόβλημα 1ο. Ὁ κὺρ Πανάγος ὑπολόγισε ὅτι ὁ πατέρας του πέθανε σὲ ἡλικία 28.878 ἡμερῶν. Πόσα ἔτη, μῆνες καὶ μέρες ἔζησε ;

Λύση. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσα ἔτη, μῆνες καὶ μέρες ἔζησε ὁ πατέρας τοῦ κὺρ Πανάγου, θὰ τρέψωμε τὶς 28.878 μέρες πρῶτα σὲ μῆνες κι ἔπειτα τοὺς μῆνες σὲ ἔτη. Πῶς ὅμως ; Νά, ἔτσι :

Θὰ διαιρέσωμε τὶς 28.878 μέρες μὲ τὸν ἀριθμὸ 30. Τὸ πηλίκο τῆς διαιρέσεως αὐτῆς θὰ φανερώνη τοὺς μῆνες καὶ τὸ ὑπόλοιπο τὶς ἡμέρες ποὺ ἔζησε ὁ πατέρας τοῦ κὺρ Πανάγου. Μετὰ θὰ διαιρέσωμε τοὺς μῆνες μὲ τὸν ἀριθμὸ 12. Τὸ πηλίκο τῆς νέας διαιρέσεως θὰ φανερώνη τὰ ἔτη καὶ τὸ ὑπόλοιπο τοὺς μῆνες.

Ἡ κατάστρωση τῆς πράξης γίνεται ὡς ἑξῆς :

28.878 μέρες	30 μέρες ποὺ ἔχει ὁ μήνας	
187 »	962 μῆνες	12 μῆνες ποὺ ἔχει τὸ ἔτος
078 »	002 μῆνες	80 ἔτη
18 μέρες		

Ἀπάντηση. Ὁ πατέρας τοῦ κὺρ Πανάγου ἔζησε 80 ἔτη 2 μῆνες καὶ 18 μέρες.

Γιὰ νὰ τρέψωμε ἀκέραιο ἀριθμὸ σὲ συμμιγῆ, διαιροῦμε τὸν ἀκέραιο μὲ τὸν ἀριθμὸ ποὺ φανερώνει πόσες μονάδες τῆς κατώτερης τάξης συμπληρώνουν μιὰ μονάδα τῆς ἀμέσως παραπάνω τάξης. Ἂν τὸ πηλίκο τῆς διαιρέσεως αὐτῆς περιέχη μονάδες τῆς πιὸ παραπάνω τάξης, τὸ διαιροῦμε καὶ αὐτό.

Ἀσκήσεις

Νὰ τρέψετε σὲ συμμιγεῖς τοὺς ἀκεραίους :

α) 3.580 δευτερόλεπτα β) 16.030 πρῶτα λεπτὰ γ) 80.000 ὧρες δ) 79.859 μέρες ε) 6.885 λεπτὰ στ) 32.008 ἴντσες.

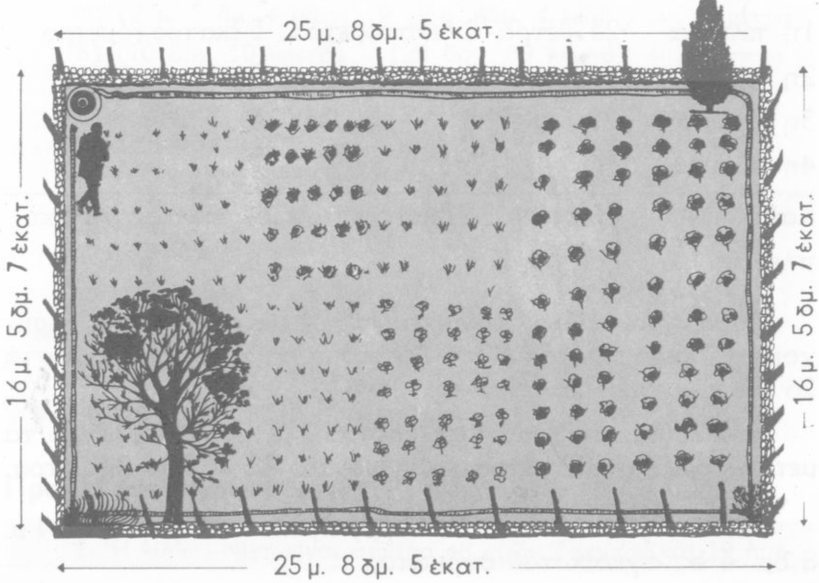
Γ. Η ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ Η ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΤΩΝ ΣΥΜΜΙΓΩΝ

I. Η ΠΡΟΣΘΕΣΗ

Πρόβλημα. Ὁ κὺρ Πανάγος θέλει νὰ προσθέση πάνω ἀπὸ τὸν φράχτη τοῦ περιβολιοῦ του μιὰ σειρὰ ἀγκαθωτοῦ σύρματος. Τὸ περιβόλι του ἔχει σχῆμα ὀρθογώνιου παραλληλογράμμου. Κάθε μεγάλη του πλευρὰ εἶναι 25 μ. 8 δμ. 5 ἑκατ. καὶ κάθε μικρὴ 16 μ. 5δμ. 7 ἑκατ. Πόσα μέτρα σύρματος πρέπει ν' ἀγοράση ;

Λύση. Γιὰ νὰ βρῆ πόσα μέτρα σύρματος πρέπει ν' ἀγοράση ὁ κὺρ Πανάγος, γιὰ νὰ τὸ προσθέση πάνω ἀπὸ τὸν φράχτη, πρέπει νὰ μετρήση τὴν περίμετρο τοῦ περιβολιοῦ του.

Παραστατικὰ



Θὰ πάρη μιὰ μετροταινία. Θὰ πιάση τὴν ἀρχή της σὲ μιὰ γωνιὰ τοῦ περιβολιοῦ καὶ θὰ τὴ σύρη γύρω, ὡσότου συναντήση τὴν ἀρχή της. Ἔπειτα θὰ διαβάση τὰ μέτρα στὸ σημεῖο τῆς μετροταινίας ποὺ πέφτει πάνω στὴν ἀρχή της. Εἶναι 84 μ. 8 δμ. 4 ἑκατ.

Ἀπάντηση. Ὁ κὺρ Πανάγος πρέπει ν' ἀγοράση 84 μ. 8 δμ. 4 ἑκ. ἀγκαθωτοῦ σύρματος.

Θὰ προσθέσωμε τὶς 4 πλευρὲς τοῦ περιβολιοῦ. Δηλαδὴ τοὺς συμμιγεῖς 25 μ. 8δμ. 5 ἑκ., 16 μ. 5 δμ. 7 ἑκ., 25 μ. 8 δμ. 5 ἑκ. καὶ 16 μ. 5 δμ. 7 ἑκ.

Θὰ γράψωμε τοὺς συμμιγεῖς ἀριθμοὺς τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ ἀριθμοὶ τῆς κάθε τάξης νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη. Δηλαδὴ τὰ μέτρα κάτω ἀπὸ τὰ μέτρα, τὰ δεκατόμετρα κάτω ἀπὸ τὰ δεκατόμετρα καὶ τὰ ἑκατοστόμετρα κάτω ἀπὸ τὰ ἑκατοστόμετρα. Μετὰ θὰ σύρωμε μιὰ ὁριζόντια εὐθεία γραμμὴ καὶ θ' ἀρχίσωμε τὴν πρόσθεση ἀπὸ τὴν κατώτερη τάξη.

1η πλευρὰ		25	μέτρα	8	δεκατόμετρα	5	ἑκατοστόμετρα
2η πλευρὰ	+	16	»	5	»	7	»
3η πλευρὰ		25	»	8	»	5	»
4η πλευρὰ		16	»	5	»	7	»
Καὶ οἱ 4		82	μέτρα	26	δεκατόμετρα	24	ἑκατοστόμετρα
πλευρές:		84	»	8	»	4	»

Παρατηροῦμε ὅμως ἐδῶ ὅτι στὰ 24 ἑκατοστόμετρα περιέχονται 2 δεκατόμετρα. Τὰ 2 δεκατόμετρα τὰ μεταφέρομε στὰ 26 δεκατόμετρα καὶ γίνονται $26 + 2 = 28$.

Στὰ 28 δεκατόμετρα περιέχονται 2 μέτρα. Τὰ 2 μέτρα τὰ μεταφέρομε στὰ 82 μέτρα καὶ γίνονται $82 + 2 = 84$ μέτρα.

Ἀπάντηση. Ὁ κὺρ Πανάγος πρέπει ν' ἀγοράση 84 μ. 8 δμ. 4 ἑκ. ἀγκαθωτοῦ σύρματος.

᾿Απὸ τὰ παραπάνω συμπεραίνομε ὅτι :

Γιὰ νὰ προσθέσωμε συμμιγεῖς ἀριθμοὺς γράφομε τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες τῆς κάθε τάξης νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη. Ἔπειτα ἀρχίζομε τὴν πρόσθεση ἀπὸ τὶς μονάδες τῆς κατώτερης τάξης καὶ προχωροῦμε πρὸς τὶς μονάδες τῆς ἀνώτερης. Ἂν τὸ ἄθροισμα τῆς κατώτερης τάξης περιέχη μονάδες τῆς ἀμέσως ἀνώτερης, τὶς βγάζομε καὶ τὶς προσθέτομε στὶς μονάδες τῆς ἀνώτερης τάξης.

᾿Ασκήσεις

1. ᾿Απὸ μνήμης

α) (5 ἔτη 3 μῆνες 2 μέρες) + (10 ἔτη 5 μῆνες 8 μέρες)

β) (10 κιλὰ 300 γραμ.) + (5 κιλὰ 200 γραμ.) + (4 κιλὰ 5 γραμμάρια)

γ) (2 μ. 5 δμ. 4 ἑκατ.) + (8 μ. 4δμ. 4 ἑκατ.) + 10 μέτρα

δ) (10 δρχ. 10 λεπτὰ) + (20 δρχ. 80 λεπτὰ) + 10 λεπτά.

2. Γραπτῶς

α) (6 ὧρες 15^{λ} 45^{δ}) + (10 ὧρες 44^{λ} 15^{δ}) + 1 ὥρα

β) (35 κιλὰ 200 γραμ.) + (38 κιλὰ 800 γραμ.) + 280 γραμμάρια.

γ) (30μ. 4δμ. 6 ἑκατ.) + (70 μέτρα 9 ἑκατ.) + (10μ. 5 ἑκατ.).

δ) (80 δρχ. 50 λεπτὰ) + (70 δρχ. 60 λεπτὰ) + (49 δρχ. 80 λεπτά).

Προβλήματα προσθέσεως

1. Ἡ κυρα - Νίκη εἶναι σήμερα 48 ἐτῶν 7 μηνῶν καὶ 19 ἡμε-

ρῶν. Ὁ κὺρ Πανάγος εἶναι μεγαλύτερός της κατὰ 10 ἔτη 5 μῆνες καὶ 21 μέρες. Πόσων ἐτῶν εἶναι ὁ κὺρ Πανάγος ;

2. Ἡ Πόπη εἶναι 28 κιλὰ καὶ 250 γραμμάρια. Ἡ Ἐλευθερία εἶναι βαρύτερη ἀπὸ τὴν Πόπη κατὰ 7 κιλὰ καὶ 800 γραμμάρια. Πόσα κιλὰ εἶναι ἡ Ἐλευθερία ;

3. Ὁ κὺρ Πανάγος πούλησε στὸν κύριο Μυλωνᾶ 215 κιλὰ φασόλια καὶ 750 γραμ. καὶ στὸν Παῦλο 227 κιλὰ καὶ 680 γραμ. Πόσα κιλὰ φασόλια πούλησε καὶ στοὺς δύο ;

4. Ὁ κὺρ Πανάγος μετέφερε μὲ τὸ κάρο του 4 σακιὰ σιτάρι. Τὸ πρῶτο ἦταν 70 κιλὰ καὶ 960 γραμ., τὸ δεύτερο 3 κιλὰ καὶ 40 γραμ. βαρύτερο ἀπὸ τὸ πρῶτο, τὸ τρίτο 68 κιλὰ καὶ 600 γραμ. καὶ τὸ τέταρτο ὅσο ἦταν τὸ δεύτερο. Πόσα κιλὰ ἦταν τὸ φορτίο τοῦ κάρου ;

5. Ὅταν γεννήθηκε ἡ Πόπη, ὁ Φάνης ἦταν 8 ἐτῶν 9 μηνῶν καὶ 13 ἡμερῶν. Ἡ Πόπη εἶναι σήμερα 10 ἐτῶν 7 μηνῶν καὶ 18 ἡμερῶν. Πόσων ἐτῶν εἶναι ὁ Φάνης ;

6. Ἡ Πόπη χτὲς διάβασε 4 ὧρες 40^{λ} καὶ 25^{δ} καὶ ἡ Ἐλευθερία 1 ὥρα καὶ 45^{λ} περισσότερο. Πόσο χρόνο διάβασαν καὶ οἱ δύο ;

7. Ὁ Κώστας εἶναι σήμερα 22 ἐτῶν 7 μηνῶν καὶ 18 ἡμερῶν. Πόσων ἐτῶν θὰ εἶναι ἔπειτα ἀπὸ 10 χρόνια καὶ 10 μῆνες ;

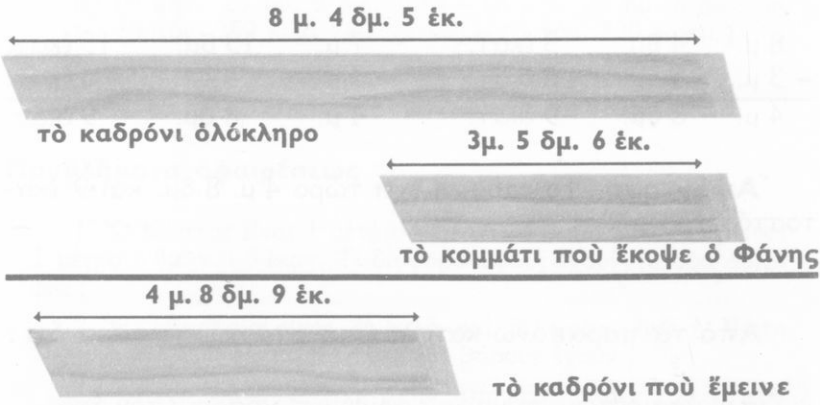
8. Ὁ κὺρ Πανάγος καὶ οἱ γιοί του ἐργάστηκαν 3 ἡμέρες γιὰ νὰ περιφράξουν τὸ περιβόλι. Τὴν πρώτη μέρα ἐργάστηκαν 7 ὧρες 30^{λ} καὶ 45^{δ}, τὴ δεύτερη 40^{λ} καὶ 50^{δ} περισσότερο καὶ τὴν τρίτη 6 ὧρ. καὶ 55^{δ}. Πόσες ὧρες ἐργάστηκαν συνολικά ;

2. Η ΑΦΑΙΡΕΣΗ

Πρόβλημα. Ὁ Φάνης ἔκοψε ἀπὸ ἕνα καδρόνι ποὺ εἶχε μῆκος 8 μέτρα 4 δεκατόμετρα καὶ 5 ἑκατοστόμετρα ἕνα κομμάτι μήκους 3 μέτρ. 5 δμ. καὶ 6 ἑκατ. Πόσο μῆκος ἔχει τώρα τὸ καδρόνι ;

Λύση. Γιὰ νὰ βροῦμε πόσα μέτρα εἶναι τώρα τὸ καδρόνι, πρέπει ν' ἀφαιρέσωμε ἀπ' ὁλόκληρο τὸ καδρόνι τὸ κομμάτι ποὺ ἔκοψε ὁ Φάνης.

Παραστατικὰ



Ἀπάντηση. Τὸ καδρόνι ἔχει τώρα 4 μ. 8δμ. καὶ 9 ἑκατ. μῆκος.

Θ' ἀφαιρέσωμε τὰ 3 μ. 5 δμ. καὶ 6 ἑκατ. ἀπὸ τὰ 8 μ. 4 δμ. καὶ 5 ἑκατοστόμετρα.

Θὰ γράψωμε τοὺς συμμιγεῖς ἀριθμοὺς τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλο ἔτσι, ὥστε οἱ ἀριθμοὶ τῆς κάθε τάξης νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη. Δηλαδὴ τὰ ἑκατοστόμετρα κάτω ἀπὸ τὰ ἑκατοστόμετρα, τὰ δεκατόμετρα κάτω ἀπὸ τὰ δεκατόμετρα καὶ τὰ μέτρα κάτω ἀπὸ τὰ μέτρα. Ἔπειτα θὰ σύρωμε μιὰ ὁριζόντια εὐθεία γραμμὴ καὶ θ' ἀρχίσωμε τὴν ἀφαίρεση ἀπὸ τὴν κατώτερη τάξη.

	8 μ.	4 δμ.	5 ἑκατ.
—	3 μ.	5 δμ.	6 ἑκατ.

Παρατηροῦμε ὅμως ὅτι τὰ ἑκατοστόμετρα τοῦ ἀφαιρετέου δὲν ἀφαιροῦνται ἀπὸ τὰ ἑκατοστόμετρα τοῦ μειωτέου. Τὸ ἴδιο συμβαίνει καὶ στὰ δεκατόμετρα. Γιὰ ν' ἀποφύγωμε τὸ ἐμπόδιο αὐτό, 1 μέτρο τοῦ μειωτέου θὰ τὸ τρέψωμε σὲ δεκατόμετρα κι ἕνα δεκατόμετρο σ' ἑκατοστόμετρα. Ἔτσι θὰ ἔχωμε :

8 μ.	4 δμ.	5 ἑκατ.	
— 3 μ.	5 δμ.	6 ἑκατ.	
4 μ.	8 δμ.	9 ἑκατ.	

7 μ.	13 δμ.	15 ἑκατ.
— 3 μ.	5 δμ.	6 ἑκατ.
4 μ.	8 δμ.	9 ἑκατ.

Ἀπάντηση. Τὸ καδρόνι ἔχει τώρα 4 μ. 8 δμ. καὶ 9 ἑκατοστόμετρα μῆκος.

Ἀπὸ τὰ παραπάνω καταλήγομε στὸ συμπέρασμα ὅτι :

Γιὰ ν' ἀφαιρέσωμε συμμιγεῖς ἀριθμούς, γράφομε τὸν ἀφαιρετέο κάτω ἀπὸ τὸν μειωτέο ἔτσι, ὥστε οἱ μονάδες τῆς κάθε τάξης νὰ εἶναι στὴν ἴδια στήλη. Ἔπειτα ἀρχίζομε τὴν ἀφαίρεση ἀπὸ τὶς μονάδες τῆς κατώτερης τάξης καὶ προχωροῦμε πρὸς τὶς μονάδες τῆς ἀνώτερης. Ἂν ὁ ἀριθμὸς μιᾶς τάξης τοῦ ἀφαιρετέου εἶναι μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ τῆς ἴδιας τάξης τοῦ μειωτέου, δανειζόμαστε μιὰ μονάδα ἀπὸ τὸν μειωτέο τῆς ἀνώτερης τάξης καὶ τὴν τρέπομε σὲ μονάδες τῆς κατώτερης. Σ' αὐτὲς προσθέτομε κι ἐκεῖνες ποὺ μᾶς ἔχουν δοθῆ. Μὲ τὸν τρόπο αὐτὸ ἀποφεύγομε τὸ ἐμπόδιο καὶ προχωροῦμε στὴν ἀφαίρεση.

Ἀσκήσεις

1. Ἀπὸ μνήμης

α) (10μ. 5δμ. 8 ἑκατ.) – (5 μέτρα 3 δμ. 2 ἑκατ.)

β) (20 κιλὰ 800 γραμμάρια) – (10 κιλὰ 300 γραμ.)

γ) (10 ἔτη 5 μῆνες 10 μέρες 6 ὧρες) – (5 μῆνες 5 ἡμ. 5 ὧρες).

2. Γραπτῶς

α) (10 χιλ. 150 μ. 6 δμ. 9 ἑκατ.) – (4 χιλ. 200 μ. 8 δμ. 7 ἑκατ.).

β) (9 μῆν. 25 ἡμ. 5 ὥρ. $15^λ$) – (8 μῆν. 29 ἡμ. 6 ὧρες $20^λ$)

γ) (5 τόν. 350 κιλὰ 280 γραμ.) – (3 τόν. 730 γραμ.)

δ) (950 δρχ. 60 λεπτὰ) – (800 δρχ. 90 λεπτά).

Προβλήματα ἀφαιρέσεως

1. Ὁ Κώστας εἶναι 1 μέτρο 7 δμ. καὶ 3 ἑκατ. Ὁ Φάνης εἶναι 1 μέτρο 6 δμ. καὶ 5 ἑκατ. Τί διαφορὰ ὕψους ἔχουν τὰ δύο ἀδέρφια ;

2. Ἡ Ἐλευθερία εἶναι 36 κιλὰ καὶ 50 γραμ. ἐνῶ ἡ Πόπη 28 κιλὰ καὶ 250 γραμ. Τί διαφορὰ βάρους ἔχουν ;

3. Ὁ κὺρ Πανάγος εἶχε στὴν ἀποθήκη του 5 τόνους 280 κιλὰ καὶ 360 γραμ. κριθάρι. Κράτησε γιὰ τὰ ζῶα του 650 κιλὰ καὶ τὸ ὑπόλοιπο τὸ πούλησε. Πόσο κριθάρι πούλησε ;

4. Ἡ κυρα - Νίκη χρωστοῦσε στὸν κύριο Μυλωνᾶ 352 δραχμὲς καὶ 30 λεπτά. Τοῦ ἔδωσε 266 δραχμὲς καὶ 80 λεπτά. Πόσα χρήματα τοῦ χρωστάει ἀκόμη;

5. Ὁ πατέρας τῆς κυρα-Νίκης πέθανε στὶς 4 Μαρτίου 1941. Πόσος χρόνος πέρασε ἀπὸ τότε μέχρι σήμερα ;

6. Ὁ κὺρ Πανάγος εἶναι σήμερα 59 ἐτῶν 1 μηνὸς καὶ 10 ἡμερῶν. Ποιά χρονολογία γεννήθηκε ;

7. Ὁ Φάνης γεννήθηκε στὶς 18 Ἀπριλίου 1952. Πόσων ἐτῶν εἶναι σήμερα ;

8. Ἡ μητέρα τοῦ κὺρ Πανάγου πέθανε στὶς 17 Ἰουλίου 1961 σὲ ἡλικία 69 ἐτῶν 7 μηνῶν καὶ 29 ἡμερῶν. Ποιά χρονολογία γεννήθηκε ;

9. Ὁ κὺρ Πανάγος καὶ ἡ γυναίκα του ἔχουν μαζὶ ἡλικία 107 ἐτῶν 8 μηνῶν καὶ 29 ἡμερῶν. Ὁ κὺρ Πανάγος εἶναι 59 ἐτῶν 1 μηνὸς καὶ 10 ἡμερῶν. Ποιά εἶναι ἡ ἡλικία τῆς γυναίκας του ;

10. Ὁ κὺρ Πανάγος δανείστηκε ἀπὸ τὴν Ἀγροτικὴ Τράπεζα κάποιο χρηματικὸ ποσὸ στὶς 14 Ἰουνίου 1968 καὶ τὸ ἐπέστρεψε στὶς 27 Μαΐου τοῦ 1970. Πόσο χρόνο κράτησε τὸ δάνειο ;

11. Ὁ Φάνης ἀγόρασε ἕνα βαρέλι τυρὶ ποὺ ζύγιζε 35 κιλὰ καὶ 710 γραμ. Τὸ τυρὶ ἦταν 28 κιλὰ καὶ 800 γραμ. Πόσο ἦταν τὸ ἀπόβαρο τοῦ βαρελιοῦ ;

12. Ἡ κυρα - Νίκη ἔφυγε ἀπὸ τὴ Θεσσαλονίκη μὲ τὸ τρένο στὶς 6 ἡ ὥρα καὶ 45^{λ} τὸ πρωὶ κι ἔφτασε στὸν Πειραιᾶ, ὅπου πήγαινε νὰ δῆ τὸν ἀδερφό της, στὶς 11 ἡ ὥρα 25^{λ} καὶ 30^{δ} τὸ βράδυ. Πόσο χρόνο κράτησε τὸ ταξίδι της ;

Σύνθετα προβλήματα

1. Ὁ Χρῆστος εἶχε 30 καδρόνια συνολικοῦ μήκους 407 μ. 8 δμ. 9 ἑκατ. Πούλησε 4 καδρόνια. Τὸ α′ ἦταν 12 μ. 3 δμ. 5 ἑκ., τὸ β′ 11 μ. 7 ἑκατ., τὸ γ′ 10 μ. 9 δμ. 9 ἑκ. καὶ τὸ δ′ 12 μ. 7 δμ. 8 ἑκ. Πόσο μῆκος ἔχουν τὰ καδρόνια ποὺ τοῦ ἔμειναν;

2. Ὁ Σταμάτης εἰσέπραξε τὴ Δευτέρα 1.232 δραχμὲς καὶ 80 λεπτά, τὴν Τρίτη 835 δρχ. καὶ 70 λεπτὰ καὶ τὴν Τετάρτη 60 δρχ. καὶ 90 λεπτὰ λιγότερες ἀπ' ὅσες τὴ Δευτέρα. Τὴν Πέμπτη τὸ πρωὶ πλήρωσε 1.907 δρχ καὶ 90 λεπτά. Πόσα χρήματα τοῦ ἔμειναν ;

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

ΟΙ ΑΚΕΡΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΟΙ ΠΟΛΥΨΗΦΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟ

ΚΛΑΣΜΑΤΑ

ΜΕΡΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟ

ΟΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΜΕΡΟΣ ΠΕΜΠΤΟ

ΟΙ ΣΥΜΜΙΓΕΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙ

Εἰκονογράφησις: ΙΩΑΝΝΗΣ ΚΙΤΣΑΛΗΣ (Ὑπ' ἀριθ. 116541/8-9-71 ἀποφ. ΥΠΕΠΘ).

ΕΚΔΟΣΙΣ Δ', 1975 (VI) - ΑΝΤΙΤΥΠΑ 195.000 - ΣΥΜΒΑΣΙΣ 2576/28-4-1975

'Εκτύπωσις — Βιβλιοδεσία 'Α/φῶν Γ. ΡΟΔΗ — 'Αμαρουσίου 59 — 'Αμαρούσιον

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ